Optimisation de trajectoire en environnement 2D : application au vehicule autonome

Jean-Baptiste Receveur

▶ **To cite this version:**

Jean-Baptiste Receveur. Optimisation de trajectoire en environnement 2D : application au vehicule autonome. Automatique / Robotique. Universite de Bordeaux, 2018. Français. NNT : . tel-02903365

HAL Id: tel-02903365
https://theses.hal.science/tel-02903365

Submitted on 23 Jul 2020

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

THÈSE PRÉSENTÉE

POUR OBTENIR LE GRADE DE

DOCTEUR DE L'UNIVERSITÉ DE BORDEAUX

ÉCOLE DOCTORALE n° 209 : Sciences physiques et de l'ingénieur

"Automatique, Productique, Traitement du signal, Sciences cognitiques"

Par Jean-Baptiste Receveur

Optimisation de trajectoire en environnement 2D : application au véhicule autonome

Soutenue le 12 Décembre 2018

M. Lounis ADOUANE	Maître de conférences HDR	Polytech'Clermont-Ferrand Institut Pascal UMR 6602 CNRS	Rapporteur
M. Eric BIDEAUX	Professeur	INSA Lyon AMPERE UMR 5005 CNRS	Rapporteur
M. Hisham ABOU-KANDIL	Professeur	ENS Cachan SATIE UMR 8029 CNRS	Examinateur
Mme Audrey RIZZO	Docteur Ingénieur de Recherche	PSA	Examinateur
M. Pierre MELCHIOR	Professeur	Bordeaux INP IMS UMR 5218 CNRS	Directeur
M. Stéphane VICTOR	Maître de conférences	Université de Bordeaux IMS UMR 5218 CNRS	Co-encadrant

IMS - UMR 5218 CNRS, Université de Bordeaux/Bordeaux INP

351 Cours de la Libération, 33405 Talence CEDEX, France

Table des matières

Table des matières **iii**

Liste des figures **ix**

Liste des tableaux **xix**

Liste des notations **xxi**

Introduction Générale **1**

1 État de l'art sur la planification de trajectoire dans le contexte du véhicule autonome **9**

1.1 Introduction 9
1.2 Planification de trajectoire 12
1.2.1 Terminologie 12
1.2.2 Définition mathématique de la planification de trajectoire 14
1.3 Approche globale et approche locale 17
1.3.1 Approches globales 17
1.3.2 Approches locales 22
1.3.3 Synthèse sur la distinction locale-globale 26
1.4 Planification de chemin et planification de trajectoire 27
1.4.1 Génération de mouvement 27
1.4.2 Planification de trajectoire à partir des champs de potentiel 30
1.4.3 Planification de trajectoire continue 31
1.4.4 Planification de trajectoire DKP 36
1.4.5 Synthèse sur la distinction chemin-trajectoire 36
1.5 Approches déterministes et approches probabilistes 38
1.5.1 Colonies de fourmis 38
1.5.2 Essaim particulaire 39
1.5.3 Les algorithmes génétiques ou évolutionnaires 40
1.5.4 Synthèse des méthodes déterministes-probabilistes 42
1.6 Conclusion 44

1.6.1 Synthèse des méthodes étudiées 44
1.6.2 Méthode proposée 44

2 Optimisation énergétique d'un mouvement 1D **55**
2.1 Introduction 55
2.1.1 Contexte du véhicule autonome 55
2.1.2 Énergie en planification de trajectoire 56
2.2 Méthode inverse avec Hamiltonien 58
2.2.1 Modèle de véhicule 58
2.2.2 Problème d'optimisation 59
2.2.3 Méthode de résolution 60
2.2.4 Caractérisation du problème 62
2.3 Analyse et comparaison des méthodes existantes 64
2.3.1 Reproduction des résultats 64
2.3.2 Calcul de valeurs de référence 64
2.3.3 Comparaison avec une consigne polynomiale 67
2.3.4 Synthèse des méthodes classiques de génération 69
2.3.5 Simulations proposées 70
2.4 Influence du temps de parcours 71
2.4.1 Temps de parcours fixé et comparaison 71
2.4.2 Temps de parcours variable 72
2.4.3 Synthèse de l'influence du temps de parcours 74
2.5 Influence de la pente de la route 76
2.5.1 Pente nulle 76
2.5.2 Pente constante 77
2.5.3 Pente proportionnelle à la distance parcourue 78
2.5.4 Synthèse sur l'influence de la pente 80
2.6 Optimisation sous contraintes 82
2.6.1 Ajout de contraintes sur l'état et la commande 82
2.6.2 Contrainte uniquement sur la commande 86
2.6.3 Synthèse de l'optimisation sous contrainte 95
2.7 Optimisation multipoint 96
2.8 Conclusion 98

3 Optimisation multicritère de trajectoires 2D **101**
3.1 Introduction 101
3.2 Définition du problème d'optimisation 104
3.2.1 Définition des scénarios 104
3.2.2 Choix des variables d'optimisation 110
3.2.3 Choix des critères d'optimisation 112
3.2.4 Contraintes d'optimisation 117

3.3 Méthode d'optimisation . . . 123
3.3.1 Définitions générales de l'algorithme génétique . . . 123
3.3.2 Application à l'optimisation de trajectoire . . . 127
3.3.3 Synthèse de la méthode . . . 129
3.4 Calibration et analyse de la méthode . . . 130
3.4.1 Normalisation des critères . . . 130
3.4.2 Pondérations des critères . . . 138
3.4.3 Choix de n_{opt} . . . 141
3.4.4 Choix de n_{intp} . . . 143
3.5 Simulations sur scénarios . . . 145
3.5.1 Réglages sur une fonction coût en 2D . . . 145
3.5.2 Tests du scénario 1 : obstacle simple statique . . . 148
3.5.3 Tests du scénario 2 : 3 obstacles . . . 153
3.5.4 Tests du scénario 3 : multiples obstacles statiques . . . 155
3.5.5 Tests du scénario 4 : un obstacle mobile . . . 157
3.5.6 Tests du scénario 5 : route rectiligne avec traversée de piéton . . . 160
3.5.7 Tests du scénario 6 : virage à gauche . . . 162
3.5.8 Tests du scénario 7 : croisement avec obstacles mobiles . . . 163
3.5.9 Tests du scénario 8 : dépassement sur route à deux voies . . . 165
3.5.10 Tests du scénario 9 : rond-point . . . 167
3.5.11 Synthèse des tests . . . 170
3.6 Conclusion sur l'optimisation de trajectoire . . . 172

4 Suivi de trajectoire par potentiels généralisés 175
4.1 Introduction . . . 175
4.2 Développement de la méthode proposée . . . 177
4.2.1 Structure de la méthode . . . 177
4.2.2 Vision temporelle de la méthode . . . 178
4.3 Développements sur le champ de potentiel répulsif . . . 181
4.3.1 Potentiel répulsif originel . . . 181
4.3.2 Potentiel répulsif fonction de la vitesse . . . 183
4.3.3 Potentiel répulsif avec ordre fractionnaire . . . 184
4.3.4 Champ de potentiel avec obstacles mobiles . . . 193
4.4 Développements sur le champ de potentiel attractif . . . 195
4.4.1 Potentiel attractif originel . . . 195
4.4.2 Potentiel attractif fonction de la vitesse . . . 195
4.4.3 Potentiel attractif avec ordre non entier . . . 197
4.4.4 Analogie potentiel attractif/avance de phase non entier . . . 198
4.4.5 Interprétation physique du potentiel attractif . . . 200
4.5 Contribution à la planification de trajectoire par la combinaison GA-PF . . . 205

4.5.1 Détails structurels de la combinaison . . . 205
4.5.2 Performances attendues . . . 206
4.5.3 Mise à l'échelle des forces attractives et répulsives . . . 208
4.5.4 Création d'une cible attentive, cas d'une cible absente . . . 211
4.6 Résultats de simulation de la méthode GA-PF . . . 214
4.6.1 Impact de l'ordre d'un obstacle . . . 215
4.6.2 Comparaison PF, GA et GA-PF . . . 216
4.6.3 Comparaison de trajectoires sur un scénario de croisement . . . 218
4.6.4 Comparaison de trajectoires sur un scénario de dépassement . . . 220
4.6.5 Comparaison de trajectoires sur un scénario de rond-point . . . 221
4.7 Conclusion sur la méthode GA-PF . . . 224

5 Application à un modèle de véhicule 227
5.1 Introduction . . . 227
5.2 Description des modèles utilisés . . . 231
5.2.1 La modélisation en dynamique du véhicule . . . 231
5.2.2 Modèle masse ponctuelle . . . 232
5.2.3 Modèle de validation . . . 234
5.2.4 Modèle bicyclette dynamique . . . 243
5.2.5 Modèle bicyclette simplifié . . . 244
5.2.6 Tableau récapitulatif des modèles . . . 246
5.3 Schéma de commande développé . . . 248
5.3.1 Objectifs . . . 248
5.3.2 Feedforward . . . 250
5.3.3 Feedback . . . 261
5.3.4 Synthèse sur la commande de suivi de trajectoire . . . 278
5.4 Simulations en boucle fermée . . . 280
5.4.1 Boucle de vitesse longitudinale seule . . . 280
5.4.2 Schéma de simulation complet . . . 287
5.5 Conclusion sur l'application . . . 291

Conclusion Générale 295

A Valeurs des paramètres et constantes 303
A.1 Caractéristiques outils utilisés . . . 303
A.2 Paramètres des différents scénarios . . . 303
A.3 Paramètres choisis pour le GA . . . 306

B Théorème de Cauchy-Lipschitz et méthode de Simpson 307
B.1 Théorème de Cauchy-Lipschtiz . . . 307
B.2 Méthode de Simpson . . . 308

C Test illustratif de l'algorithme génétique **313**

D Changements de repère **315**

D.1 Champ de potentiel/cartésien 315

D.2 Repère cartésien absolu/repère de Frenet 316

D.3 Rappels de dérivation vectorielle 317

D.4 Définition de la platitude 317

E Recommandations pour l'extension à un système de type UAV **319**

E.1 Ajout d'une ou plusieurs variables d'optimisation 319

E.2 Modification sur les critères 320

Liste des figures

1 Tesla Modèle S, équipée d'un pilote automatique permettant au conducteur de lâcher les commandes (pas la vigilance) sur route à sens unique de type quatre-voies. 2
2 Évolution du nombre de décès sur les routes françaises depuis 1960, en corrélation avec l'apparition sur les voitures de tourisme de systèmes d'aides à la conduite 3
3 Différents niveaux d'autonomie pour le véhicule, synthèse des différents schémas présentés par des industriels et journalistes 3

1.1 Timeline avec différents évènements marquants de l'évolution du véhicule autonome, en y associant les méthodes de planification utilisées lors de ces événements (voir González et al. [2016]) 10
1.2 Représentation d'un exemple de trajectoire simple en 2D où x et y sont les variables d'état et u la commande 15
1.3 Illustration de la différence entre méthodes locales et méthodes globales dans le contexte particulier de l'évitement d'obstacles 17
1.4 Exemple de diagrammes de Voronoï (a) et de diagrammes de visibilité (b) . . 18
1.5 Exemple d'application de l'algorithme A (voir Chen et al. [2015]) 20
1.6 (a) Phase d'exploration de l'espace avec développement de cercles. (b) Phase de recherche heuristique de chemin pour un évitement d'obstacle. (c) Phase de recherche heuristique de chemin pour une manœuvre de parking 22
1.7 (a) Forces s'exerçant sur le robot dans le champ de potentiel, (b) exemple de potentiel répulsif autour d'un obstacle rond 23
1.8 (a) Recherche du "Point milieu" par la variation du seuil de potentiel choisi (b) Liens entre les points milieux pour donner la trajectoire finale 24
1.9 Illustration de la méthode des tentacules (ou clothoïdes), prohe du RRT . . . 25
1.10 Illustration du déplacement d'un véhicule d'un point P_0 à un point P_f, avec deux portes 1 et 2 se fermant à intervalles réguliers 28
1.11 Dichotomie de la planification de trajectoire en planification de chemin et génération de mouvement par Orsoni [2002] 28
1.12 (a) Courbe de type polynomiale (b) Courbe de type Bang-Bang (c) Courbe de type spline cubique avec points intermédiaires 29

1.13 Illustration de trois types de courbes utilisées en planification de trajectoire, les enchaînements de segments (–), les courbes de Dubins (–), les courbes de Béziers (–) 32
1.14 Structure de l'organe de planification et de contrôle de trajectoire. 34
1.15 Différentes trajectoires possible pour un évitement d'obstacle 34
1.16 (a) Schéma de fonctionnement des deux planificateurs ensemble (b) Recherche de trajectoire par le planificateur global 35
1.17 Exemple de trajectoire générée avec la méthode DKP 36
1.18 Exemple de trajectoire générée avec la méthode *kinodynamic* + RRT 37
1.19 (a) Algorithme PSO standard (b) Allure des points intermédiaires sur le trajet Départ-Arrivée 40
1.20 Opération de croisements entre deux individus 40
1.21 Graphique récapitulatif des différentes méthodes de planification 45
1.22 Résumé du niveau stratégique 46
1.23 Résumé du niveau tactique 46
1.24 Planification d'un chemin constitué d'une suite de routes à prendre réalisée par le GPS (sur le long terme) 47
1.25 Distance de détection des capteurs (voir Kumar [2016]) 48
1.26 Schéma d'architecture de commande d'un véhicule autonome faisant apparaître la position de la méthode développée 52

2.1 Courbes de commande, position, vitesse et accélération induite par la pente de la route, pour un scénario proposé par Petit et Sciarretta [2011] 64
2.2 Courbe Bang-Bang classique pour la distance souhaitée $x_f = 120$m 66
2.3 Evolution de la valeur du critère énergétique (de l'énergie dépensée) en fonction du temps de parcours fixé pour la trajectoire 71
2.4 Évolution des signaux de commande, vitesse et position en fonction du temps pour un temps final laissé libre. Courbes optimisées seules (a), courbes optimisées comparées avec la stratégie Bang-Bang (b) 74
2.5 Variation de la valeur du critère énergétique (de l'énergie dépensée) en fonction de la pente de la route, constante sur toute la trajectoire 77
2.6 Variation de la forme de la consigne optimale en fonction de la pente de la route, constante sur toute la trajectoire 78
2.7 Variation de la valeur du critère en fonction du temps de parcours t_f, pour une pente proportionnelle à x 80
2.8 (a) Évolution des signaux de commande, vitesse et position optimales en fonction du temps pour t_f de 15s-17s-19s-21s. (b) Évolution des signaux de commande, vitesse et position optimales en fonction du temps pour un t_f de 13.3s ; pente de la route proportionnelle à x 80
2.9 Allure de la fonction de saturation de u d'après Avvakumov et Kiselev [2000] 87

2.10 Allure de la fonction de saturation de u d'après Graichen et Petit [2009] . . . 88
2.11 Commande, vitesse et position, optimisées (–) avec saturation sur la commande, comparées avec les commande, vitesse et position optimisées sans saturation (–) pour le même temps de parcours 90
2.12 Commande, vitesse et position, optimisées avec saturation sur la commande, pour le temps t_f le plus petit pour lequel il existe une solution 91
2.13 Commande, vitesse et position optimisées avec saturation sur la commande (–), comparées avec les commande, vitesse et position optimisées sans saturation (–), pour une pente de 15° 91
2.14 Commande, vitesse et position optimisées avec saturation sur la commande (–), comparées avec les commande, vitesse et position générées avec la méthode Bang-Bang (–) 92
2.15 Commande, vitesse et position optimisées avec saturation sur la commande (–), comparées avec les commande, vitesse et position où la position est un polynôme d'ordre 3 tel que l'accélération maximale ne soit pas dépassée (–) . 93
2.16 Commande, vitesse et position optimisées avec saturation sur la commande (–), comparées avec les commande, vitesse et position où la position est un polynôme d'ordre 5 (–) (a) avec le même temps de parcours (b) ou tel que l'accélération maximale ne soit pas dépassée 94
2.17 Commande, vitesse et position optimisées avec saturation sur la commande, pour un scénario multipoints tel que donné en (2.84) 96

3.1 Scenario 1 : obstacle rond unique au milieu de l'environnement 104
3.2 Scenario 2 : trois obstacles dispersés, dont un carré 105
3.3 Scenario 3 : multiples obstacles 106
3.4 Scenario 4 : un obstacle mobile 107
3.5 Scenario 5 : route droite, traversée par un piéton et avec véhicule en sens inverse 107
3.6 Scenario 6 : route à sens unique faisant un virage à angle droit, avec piétons . 108
3.7 Scenario 7 : croisement de deux routes, avec véhicules dans les deux directions 108
3.8 Scenario 8 : autoroute à double voie avec dépassement 109
3.9 Scenario 9 : rond-point 110
3.10 Illustration des différents points composant une trajectoire. 111
3.11 (a) 12 trajectoires évaluées en terme de danger (b) Évolution du critère pour les 12 trajectoires testées 114
3.12 Illustration des erreurs pouvant survenir en l'absence de prise en compte de l'encombrement 121
3.13 Illustration de l'encombrement de l'EGV et définition de ψ 122
3.14 (a) Croisement de deux chromosomes parents pour créer un nouvel individu (b) Mutation d'un chromosome parent pour créer un nouvel individu 124

3.15 Exemple de deux individus après croisement. Valeurs du critère total pour chacune de ces trajectoires : $J = 4.3 \times 10^5$, $J = 0.762$, $J = 0.547$ 127
3.16 Cartographie des différents critères en déplaçant le point intermédiaire dans tout l'environnement 134
3.17 Cartographie du critère global selon la formule (3.15), avec des critères normalisés et des pondérations de 1 135
3.18 Cartographie du critère global selon la formule (3.15), avec des critères normalisés de façon idéale, avec les pondérations du Tableau 3.6 136
3.19 Cartographie du critère global selon la formule (3.15), avec des critères normalisés de façon idéale, avec les pondérations du Tableau 3.6, et un obstacle décalé en $(70, 50)$ 136
3.20 (a) Cartographies des critères normalisés de façon réalistes et un obstacle décalé en $(70, 50)$ (b) Cartographie du critère global selon la formule (3.15), avec des critères normalisés de façon réaliste, avec les pondérations du Tableau 3.6 et un obstacle décalé en $(70, 50)$ 137
3.21 (a) schéma des dualités à caractère principalement spatial (b) schéma des dualités à caractère principalement temporel 139
3.22 Utilisation des diagrammes de Voronoï pour aider au choix de n_{opt} 142
3.23 Allure de la fonction testée 146
3.24 (a) Évolution du taux de succès de l'algorithme pour une taille de population allant de 4 à 400 individus (b) Évolution du temps de calcul nécessaire pour atteindre le minimum global 146
3.25 (a) Évolution du taux de succès de l'algorithme pour une fraction d'individus croisés variant de 0.1 à 1 (b) Évolution du temps de calcul nécessaire pour atteindre le minimum global 147
3.26 (a) Évolution du taux de succès de l'algorithme pour un nombre d'individus élite variant de 0 à 99 (b) Évolution du temps de calcul nécessaire pour atteindre le minimum global 148
3.27 9 résultats obtenus par l'algorithme génétique pour un critère mixte longueur-danger avec $\alpha_{danger} = 0.6$ et $\alpha_{longueur} = 0.4$ (a) sans prise en compte de l'encombrement du véhicule (b) avec prise en compte de l'encombrement du véhicule (c) superposition des points optimaux trouvés sur le lieu du critère, les cercles correspondent à (a) et les étoiles à (b) 149
3.28 (a) 9 trajectoires obtenues pour un critère danger + inconfort (b) Normes de vitesse et d'accélération correspondantes 151
3.29 (a) 9 trajectoires obtenues en prenant en compte tous les critères (b) Normes de la vitesse et de l'accélération correspondantes 153
3.30 Comparaison entre (a) la trajectoire obtenue par Poty et al. [2004] en temps réel et (b) la trajectoire optimale théorique (c) consignes correspondantes . . 154

3.31 Comparaison entre (a) la trajectoire obtenue sans contrainte sur $\dot{\psi}$ et (b) avec contrainte sur $\dot{\psi}$; (c) normes de la vitesse et de l'accélération correspondantes 155
3.32 (a) Quelques trajectoires obtenues pour le scénario 3 pour n_{opt} (b) Normes de la vitesse et de l'accélération associées 156
3.33 (a) Deux trajectoires pour deux vitesses différentes de l'obstacle (b) Normes de la vitesse et de l'accélération correspondantes 158
3.34 (a) Différentes trajectoires pour les différents modes, la position de l'obstacle étant représentée au plus proche de la trajectoire possède la même couleur (b) Normes de la vitesse et de l'accélération correspondantes 159
3.35 (a) Trajectoire obtenue sans contrainte latérale sur le véhicule et sans mouvement du piéton (b) Trajectoire obtenue avec contrainte latérale sur le véhicule et avec mouvement du piéton 161
3.36 (a) Trajectoire obtenue pour le scénario 6 (b) Normes de la vitesse et de l'accélération associées et braquage des roues associé 162
3.37 (a) Trajectoire obtenue sans mouvement des obstacles, comportant une légère déviation ; (b) Normes de la vitesse et de l'accélération associées 163
3.38 (a) Trajectoire obtenue sans prise en compte de l'encombrement et mouvements des différents obstacles (b) Trajectoire obtenue avec prise en compte de l'encombrement et mouvements des différents obstacles 164
3.39 (a) Trajectoire obtenue sans limiter les variations de y_1 et y_2 (b) Trajectoire obtenue en imposant des limites plus strictes pour y_1 et y_2 (c) Trajectoire obtenue en imposant une pénalité sur les points de la trajectoire interpolée qui sortent de la voie (d) Normes de la vitesse et de l'accélération associées . 166
3.40 (a) Trajectoire obtenue pour une vitesse du véhicule obstacle de 15km/h (b) Trajectoire obtenue pour une vitesse du véhicule obstacle de 7.5km/h (c) Normes de la vitesse et de l'accélération associées 167
3.41 (a) Trajectoires obtenues pour le mode équilibré (b) Trajectoire obtenue pour le mode rapide (c) Normes de la vitesse et de l'accélération associées 168
3.42 (a) Trajectoire obtenue pour une sortie à gauche sur un rond point (b) Normes de la vitesse et de l'accélération associées et angle de braquage des roues le long de la trajectoire 169
3.43 (a) Trajectoire obtenue pour des points intermédiaires cherchés dans des intervalles restreints, normes de la vitesse et de l'accélération associées (b) Trajectoire obtenue pour des points intermédiaires fixés spatialement par les règles de circulation, normes de la vitesse et de l'accélération associées 170

4.1 (a) Forces s'exerçant sur le véhicule dans le champ de potentiel (b) exemple de potentiel répulsif autour d'un obstacle rond 176
4.2 Schéma d'architecture de commande d'un véhicule autonome 180
4.3 Carte de potentiel pour le scénario 5 182

4.4 (a) Profils du champ de potentiel en fonction de l'ordre n_k (b) Profils de force correspondants 186
4.5 (a) Potentiel des obstacles du scénario 3 pour différents type d'obstacles (b) Vue en coupe des potentiels des différents obstacles mis à l'échelle 189
4.6 Définition des angles relatifs EGV - Obstacle pour définir la force F_{rep} 190
4.7 Exemple de schéma de simulation pour la génération des forces F_k^{rep} 191
4.8 (a) Potentiel répulsif avec les différents niveaux de la matrice (b) Représentation schématique 194
4.9 (a) Allure du potentiel attractif, l'étoile rouge étant la cible au centre de l'environnement (b) Allure du potentiel attractif + répulsif dans le cas d'un obstacle rond centré 196
4.10 (a) Repères locaux vis-à-vis de la cible à suivre et des obstacles (b) Modélisation du suivi de la cible sous la forme d'un ressort avec amortisseur 201
4.11 Schéma de commande correspondant à un régulateur de type ressort amortisseur 203
4.12 Boucle de commande utilisant la trajectoire optimale comme consigne, et les champs de potentiel attractif et répulsif respectivement comme régulateur et perturbation 205
4.13 (a) Consigne correspondant à la méthode 1 (b) Consigne correspondant à la méthode 2 pour trois points intermédiaires (c) Consigne correspondant à la méthode 3 206
4.14 (a) Consigne optimale obtenue dans un environnement sans obstacle (b) Consigne optimale pour une cible attentive qui patiente de t_1 à t_2 212
4.15 Comparaison entre trois trajectoires d'évitement de l'obstacle 1, pour trois ordres différents 215
4.16 (a) Chemin obtenu avec la méthode PF (–) (b) Trajectoire temps réel obtenue avec la méthode GA-PF (–) comparées avec la trajectoire optimale (–) (c) Evolution de d_{ego} pour ces différentes trajectoires (d) Evolution de $|v^{ego}|$ pour ces différentes trajectoires (e) Evolution de $|a^{ego}|$ pour ces différentes trajectoires 217
4.17 Scénario 7 avec comparaison entre (a) la méthode PF initiale (–) (b) et la méthode GA-PF (–) (c) Impact d'un mouvement d'obstacle inattendu sur la trajectoire (–) (d) Évolution de la distance parcourue, pour les trois trajectoires (e) Évolution de la norme de la vitesse pour les trois trajectoires (f) Évolution de la norme de l'accélération pour les trois trajectoires 219
4.18 Scénario 7 avec comparaison entre la trajectoire GA-PF (–) et la référence optimale (–) (a) Abscisse curviligne de la trajectoire, comparée à l'abscisse optimale (b) Norme de la vitesse de l'EGV sur la trajectoire comparée à la vitesse optimale (c) Norme de l'accélération de l'EGV sur la trajectoire comparée à l'accélération optimale 220
4.19 Scénario 7 : évolution de l'erreur en position par rapport à la cible 221

4.20 Scénario 8 avec comparaison entre (a) la méthode PF initiale (–) et (b) la méthode GA-PF avec dépassement du véhicule (–) (c) Cas où le véhicule ne dépasse pas (–) (d) Évolution de l'abscisse curviligne de l'EGV en fonction du temps (e) Évolution de la vitesse de l'EGV en fonction du temps (f) Évolution de l'accélération de l'EGV en fonction du temps 222
4.21 Scénario 9 avec comparaison entre la trajectoire GA-PF (–) et la référence optimale (–) (a) Trajectoire dans un environnement de rond-point (b) Évolutions de l'abscisse curviligne, de la norme de la vitesse et de la norme de l'accélération correspondantes 223
4.22 Scénario 9 avec évolution de l'erreur en position, (a) en x, (b) en y, (c) en abscisse curviligne 223

5.1 Schéma d'architecture de commande d'un véhicule autonome 230
5.2 Schéma résumé du modèle de validation 235
5.3 Schéma explicatif du modèle du pneu 236
5.4 Schéma explicatif du glissement longitudinal du pneu 237
5.5 Illustration de la dynamique longitudinale pour un modèle quart de véhicule 238
5.6 Modélisation horizontale du véhicule 240
5.7 Représentation du modèle bicyclette dynamique 243
5.8 Schéma descriptif du modèle bicyclette simplifié 245
5.9 Structure de la boucle de commande pour le suivi de trajectoire 248
5.10 Génération de commande en boucle ouverte 251
5.11 Schéma fonctionnel détaillé du bloc de génération de commande *feedforward* . 255
5.12 Schéma de simulation du modèle bicyclette simplifié en boucle ouverte, avec génération de commande par inversion de modèle 256
5.13 (a) Trajectoire obtenue en sortie du modèle bicyclette en boucle ouverte (–), comparée avec la trajectoire optimale issue du GA (–), utilisée comme consigne (b) Erreur de trajectoire entre l'entrée et la sortie (c) Commandes correspondantes 257
5.14 Angles du véhicule pour la trajectoire de dépassement 258
5.15 (a) Trajectoire obtenue en sortie du modèle de véhicule en boucle ouverte (–), comparée avec la trajectoire issue des champs de potentiel –, comme prévu par la méthode générale (b) Références en abscisse associées 259
5.16 (a) Angles du véhicule pour la trajectoire de dépassement, avec (x_{ego}, y_{ego}) en consigne (b) Commande a_{ff} obtenue 259
5.17 Schéma de simulation du modèle de validation en boucle ouverte, avec génération de commande par inversion de modèle 260
5.18 (a) Trajectoire obtenue en sortie du modèle de validation en boucle ouverte (–), comparée avec la trajectoire optimale (–) (b) Erreur de trajectoire en x et en y entre l'entrée et la sortie 261

5.19 Schéma de commande en position du véhicule 262
5.20 Schéma de commande en boucle fermée 263
5.21 Réponse fréquentielle de la boucle ouverte en vitesse avec régulateur PID . . 265
5.22 Réponse fréquentielle du procédé constitué de la boucle de retour en vitesse ajoutée au modèle de véhicule en longitudinal 266
5.23 Schéma explicatif de la distance à la trajectoire et du signe de $\dot{\psi}_{fb}$ nécessaire en fonction 268
5.24 (a) Impact des variations de masse sur la réponse fréquentielle du procédé (b) Impact des variations de vitesse initiale sur la réponse fréquentielle du procédé (c) Impact des variations d'adhérence de la route sur la réponse fréquentielle du procédé (d) Impact des variations de pente de la route sur la réponse fréquentielle du procédé 270
5.25 Réponse fréquentielle du modèle de validation des valeurs extrêmes des différents paramètres, la courbe bleue étant la réponse fréquentielle pour les paramètres nominaux 271
5.26 Réponse fréquentielle pour l'état paramétrique nominal (–) ainsi que les enveloppes extrêmes (–) 271
5.27 Réponse fréquentielle de la boucle ouverte nominale (–) représentée dans le plan de Nichols, avec représentation des incertitudes paramétriques (–) autour de la boucle ouverte 272
5.28 Réponse fréquentielle du régulateur approché correspondant au régulateur non entier idéal 273
5.29 Fonctions de sensibilités : T fonction de transfert en boucle fermée, S sensibilité de la sortie vis-à-vis des perturbations de sortie, CS sensibilité de la commande et enfin GS le sensibilité de la sortie 274
5.30 Réponse indicielle de la boucle fermée pour trois points de fonctionnement (trois vitesses longitudinale) (a) avec régulateur CRONE (b) avec régulateur PID ; Évolution de la commande en couple correspondante (c) avec CRONE (d) avec PID 276
5.31 Réponse indicielle de la boucle fermée pour trois masses (a) avec régulateur CRONE (b) avec régulateur PID ; Évolution de la commande en couple correspondante (c) avec CRONE (d) avec PID 277
5.32 Réponse indicielle de la boucle fermée pour quatre adhérences (a) avec régulateur CRONE (b) avec régulateur PID ; Évolution de la commande en couple correspondante (c) avec CRONE (d) avec PID 278
5.33 Réponse indicielle de la boucle fermée pour angles de pente de la route (a) avec régulateur CRONE (b) avec régulateur PID ; Évolution de la commande en couple correspondante (c) avec CRONE (d) avec PID 279
5.34 Réponses fréquentielles du procédé nominal linéarisé, du régulateur CRONE synthétisé et de la boucle ouverte résultante 280

5.35 (a) Réponse en boucle fermée à une rampe de vitesse partant du point de fonctionnement nominal (b) Zoom de cette même réponse 281
5.36 (a) Commande en couple appliquée à chaque roue motrice, (b) erreur en vitesse associée, dans le cas d'une consigne en forme de rampe, pour l'état paramétrique nominal et les états $\mathcal{E}_1$ et $\mathcal{E}_3$ 282
5.37 (a) Réponse en boucle fermée à une courbe de vitesse optimisée pour le scénario 8, pour les quatre état paramétriques considérés (b) Commande en couple appliquée à chaque roue motrice, dans le cas d'une consigne optimisée pour le scénario 8, pour les quatre états paramétriques considérés 283
5.38 (a) Réponse en boucle fermée à une consigne optimale en vitesse pour le scénario 9 (b) Commande en couple correspondante 284
5.39 (a) Réponse en boucle fermée à une consigne optimale en vitesse pour le scénario 8, avec bruit de mesure (b) Zoom de cette même courbe 285
5.40 Commande en accélération, dans le cas d'une consigne optimisée pour le scénario 8, pour les quatre états paramétriques considérés, avec un bruit de mesure en sortie 285
5.41 Sortie en vitesse comparée à la vitesse optimale de consigne (en bleue) pour trois valeurs différentes de l'adhérence de la route 286
5.42 Trajectoire obtenue en boucle fermée pour le scénario 8 de dépassement, avec un régulateur CRONE 287
5.43 (a) Consigne en vitesse et vitesse mesurée obtenues pour le suivi de trajectoire de la Figure 5.42 (b) Erreur de position en x et en y pour cette même trajectoire (c) Commandes *feedforward*, *feedback* et *totale* correspondantes . . 288
5.44 (a) Trajectoire obtenue en boucle fermée pour le scénario 8 de dépassement (- -), avec un régulateur CRONE, pour une consigne issue des champs de potentiel filtrée à 200rd/s (b) erreurs de trajectoire, (c) courbes de vitesse et (d) commandes correspondantes 289
5.45 (a) Trajectoire obtenue en sortie du modèle de validation en boucle fermée (–), comparée avec la trajectoire optimale (–) (b) erreurs de trajectoire en x et en y entre l'entrée et la sortie (c) vitesses correspondantes (d) commandes correspondantes 291

B.1 Solution pour $y' = y$ avec $y(0) = 1$, $y(0) = 2$ et $y(0) = 0.5$ 308
B.2 Illustration de la méthode de Simpson 310

C.1 Allure de la fonction testée 314

D.1 Repère cartésien et repère lié à la matrice de potentiel 315
D.2 Repère cartésien absolu et repère tangent à la trajectoire 316

Liste des tableaux

1 Bilan des impacts positifs potentiels du véhicule autonome 4
2 Bilan sur les difficultés pressenties par rapport au véhicule autonome 5

1.1 Tableau de comparaison des méthodes déterministes et probabilistes, selon Raja et Pugazhenthi [2012] 42
1.2 Tableau récapitulatif des méthodes intéressantes et de leurs principales caractéristiques 51
1.3 Tableau récapitulatif des avantages et inconvénients des méthodes citées . . . 53

2.1 Tableau des avantages et inconvénients des méthodes Bang-Bang, polynomiale et de Petit et Sciarretta [2011] 69
2.2 Tableau des différents tests de pente effectués 76

3.1 Tableau récapitulatif des variables d'optimisation 111
3.2 Résumé des différentes contraintes considérées dans l'optimisation. 123
3.3 Paramètres de l'algorithme génétique 126
3.4 Critères d'arrêt de l'algorithme génétique 126
3.5 Tableau récapitulatif des variables d'optimisation 127
3.6 Exemple de pondération des différents critères 135
3.7 Coefficients de pondération pour le critère global, correspondant à l'équation (3.15) 141
3.8 Nombre de points intermédiaires n_{opt} choisis de façon empirique pour chacun des scénarios 143
3.9 Paramètres choisis pour les tests suivants 148
3.10 Valeurs obtenues pour les critères pour deux vitesses différentes de l'obstacle dans le scénario 4 158
3.11 Valeurs des cinq critères pour les différents modes 160

4.1 Vulnérabilité des obstacles ($Vuln_k = Vuln_k^{ego} + Vuln_k^{alter}$) 188
4.2 Ordres calculés pour les différents obstacles du scénario 3 transposés dans un environnement routier 189
4.3 Tableau des paramètres des potentiels attractif et répulsif 211

4.4 Comparaison des valeurs des différents critères (avant normalisation pour l'agglomération) pour la trajectoire GA-PF par rapport à la trajectoire PF . . . 216
4.5 Comparaison des valeurs des différents critères pour la trajectoire GA-PF par rapport à la trajectoire optimale . . . 224
4.6 Comparaison qualitative des méthodes PF et GA-PF . . . 226

5.1 Tableau comparatif des modèles de véhicule . . . 247

A.1 Tableau des Caractéristiques de l'ordinateur . . . 303
A.2 Tableau des paramètres du scénario 1 . . . 303
A.3 Tableau des paramètres du scénario 2 . . . 304
A.4 Tableau des paramètres du scénario 3 . . . 304
A.5 Tableau des paramètres du scénario 4 . . . 304
A.6 Tableau des paramètres du scénario 5 . . . 304
A.7 Tableau des paramètres du scénario 6 . . . 305
A.8 Tableau des paramètres du scénario 7 . . . 305
A.9 Tableau des paramètres du scénario 8 . . . 305
A.10 Tableau des paramètres du scénario 9 . . . 305
A.11 Paramètres optimaux de l'algorithme génétique . . . 306

E.1 Tableau récapitulatif des variables d'optimisation pour un drone à altitude variable . . . 320
E.2 Tableau récapitulatif des variables d'optimisation pour un drone à altitude fixe, avec h l'altitude de vol . . . 320

Liste des notations

a	Accélération utilisée au sens général
$\vec{a}^{ego} = \left(a_x^{ego}, a_y^{ego}\right)$	Accélération de l'EGV
a_{ff}, a_{fb}	Accélérations générées par le *feedforward* et le *feedback*
a_l	Accélération au point l de la trajectoire interpolée
a_{max}	Accélération longitudinale maximale que peut adopter le véhicule
$\vec{a}^{mes} = \left(a_x^{mes}, a_y^{mes}\right)_{\mathcal{R}_0} = \left(a_{long}^{mes}, a_{lat}^{mes}\right)\mathcal{R}_l$	Accélération mesurée en sortie du véhicule ou modèle de véhicule
A, B, C et D	Matrices de la représentation d'état
α	Angle de pente de la route
α_c	Angle de la cible par rapport à l'axe des x
α_X	Coefficients de pondération des différents critères d'optimisation, où X remplace danger, longueur, temps, énergie, ou inconfort
α_i, $i \in [\![0\ ;\ 4]\!]$	Angles apparents des différents points de l'obstacle
α_p, α_v	Facteurs pour le potentiel attractif fonction de la vitesse
α_t	Angle entre le repère cartésien et le repère tangent à la trajectoire
b_1, b_2	Coefficients dépendant des paramètres véhicule
β	Angle de braquage des roues, qui varie de zéro à β_{max} ; β_{ff} généré par le *feedforward*, β_{fb} généré par le *feedback*
c	Coefficient de viscosité de l'amortisseur
c_r	Coefficient de résistance au roulement
C_x	Coefficient de résistance aérodynamique
$\mathcal{C}$	Espace des configurations
$\mathcal{C}_{free}$	Espace des configurations libres
C_{ge}, $C_{n_{att}}$, C_{ap}	Différents régulateurs attractifs

d		Distance parcourue (abscisse curviligne)
d_{ego}		Distance parcourue par l'EGV (abscisse curviligne)
$d_{freinage}$		Distance minimale nécessaire au freinage
d_{max}		Distance maximale entre l'EGV et la cible
d_{traj}		Distance latérale à la trajectoire
dt_n		Intervalle de temps élémentaire entre t_n et t_{n+1}, temps des points à optimiser
δ		Angle de dérive d'un pneumatique
δ_G		Angle de dérive du centre de gravité du véhicule
ΔV_k		Potentiel de changement de vitesse d'un obstacle
$\vec{e}_r$		Vecteur unitaire radial, dirigé d'un obstacle vers l'EGV
$(\vec{e}_{long}, \vec{e}_{lat})$		Repère véhicule, $\vec{e}_{long}$ est dans la direction du véhicule
$(\vec{e}_x, \vec{e}_y)$		Repère cartésien absolu du plan
ϵ_z		Erreur entre la consigne et la sortie mesurée, en x ou en y
η		Facteur d'échelle du potentiel de Khatib
$flag$		Signal de décision pour annoncer un type de trajectoire : dépassement ou pas dépassement typiquement
f^0_{long}, f^0_{lat}		Forces exercées respectivement par une rafale de vent longitudinale et une rafale de vent latérale
F^0		Facteur d'échelle ou amplitude pour la force répulsive
F_0^{ij}		Effort vertical ressenti par une roue dû aux reports de charge
F_a		Force résistante à l'avancement exercée par l'air
$\vec{F}_{amort}$		Force exercée par l'amortisseur sur l'EGV
$\vec{F}^{att}$ $\left(F_x^{att}, F_y^{att}\right)$	=	Force attractive exercée par la cible sur l'EGV, F^{att}_{max} est son amplitude maximale
$\vec{F}^{cp}_{tot} = \left(F_x^{cp}, F_y^{cp}\right)$		Force totale exercée par le potentiel sur l'EGV
F_{ext}		Forces extérieures qui s'exercent sur le véhicule
F_g		Force de pesanteur ressentie par le véhicule
F_{moteur}		Force totale exercée par le moteur au niveau des roues
$\vec{F}^{rep}_k$		Force répulsive exercée par l'obstacle k sur l'EGV, F^{rep}_{max} est son amplitude maximale
$\vec{F}^{rep}_{tot}$ $\left(F_x^{rep}, F_y^{rep}\right)$	=	Force répulsive exercée par le potentiel sur l'EGV

$\vec{F}_{ressort}$	Force exercée par le ressort sur l'EGV
F_{rr}	Force de résistance au roulement
$F_{\Sigma u}$	Somme des forces longitudinales ressenties par le véhicule
$F_{\Sigma v}$	Somme des forces latérales ressenties par le véhicule
F_{u0}, G_{long}, F_{v0}, G_{lat}, F_{uv}, M_{z0}	Fonctions utilisées par le modèle de Pacejka
F_{long}^{ij}	Effort longitudinal généré par un pneu
F_{lat}^{ij}	Effort latéral exercé par un pneu
F_z	Effort vertical ressenti par une roue du véhicule
g	Constante de pesanteur $\simeq 9.81 m/s^2$
γ	Accélération due à la pente de la route
γ_c	angle de carrossage des roues
Γ	Couple total de commande ; Γ_{ff} généré par le *feedforward*, Γ_{fb} généré par le *feedback*
Γ_f	Couple de frottement, au niveau de la roue
Γ_r	Couple de commande, appliqué à la roue directement, frein ou moteur
Γ_Σ	Somme des couples exercés sur la roue
$\Gamma_{\Sigma z}$	Somme des couples exercés sur l'axe de lacet du véhicule
h	Période d'échantillonnage
h_0, h_1, h_2	Coefficients dépendant des paramètres véhicule
h_G	Hauteur du centre de gravité
H	Opérateur Hamiltonien
I_z	Inertie de lacet du véhicule
J	Critère à minimiser, utilisé au sens général
$J_{critere}^{ref}$	Valeur de référence pour le critère correspondant
$J_{critere}^{opt}$	Valeur optimale trouvée pour un critère pour un scénario donné
$J_{critere}^{ego}$	Valeur du critère calculée pour la trajectoire issue des champs de potentiel

J_{global}, $J_{global1}$, $J_{global2}$	Critère global à minimiser, versions réduites du critère global à minimiser
J_{ij}	Inertie d'une roue
J_X	Critère à minimiser, où X remplace danger, longueur, temps, énergie, ou inconfort
$J_{type}^{contraintes}$	Valeur de critère correspondant au type en indice (de référence, ou minimal, ou saturé) pour les contraintes données en exposant
k_θ	Taille du vecteur d'état
k_r	Raideur du ressort
k_u	Taille du vecteur de commande
K	Facteur d'échelle du potentiel attractif de Khatib
K_1	Gain statique de la fonction de transfert entre ψ et β
κ	Constante de couple du moteur électrique
L	Longueur du véhicule
L_{av}, L_{ar}, l_{av}, l_{ar}	Respectivement longueur de la partie avant du véhicule, de la partie arrière, largeur gauche et largeur droite, le tout par rapport au centre de gravité
L_f^i	Dérivées de Lie
$\mathcal{L}\{.\}$	Opérateur de Laplace
λ_1, λ_2, λ_ξ, λ_x	Covariables pour le problème d'optimisation
M	Masse du véhicule. La masse M varie entre M_{min} et M_{max} avec M_{nom} la masse nominale ; M_{ij} masse ressentie sur une des roues
M_φ	Marge de phase de la boucle ouverte
M_z	Moment d'auto-alignement de la roue
μ	Adhérence de la route
n_{att}	Ordre fractionnaire pour le potentiel attractif
n_k	Ordre de l'obstacle k
n_{intp}	Nombre de points d'interpolation de la trajectoire
n_{mot}	Nombre de roues motrices
n_{noeuds}	Nombre de nœuds d'un graphe

n_{obst}	Nombre d'obstacles dans l'environnement
n_{opt}	Nombre de points intermédiaires à optimiser
n_{var}	Nombre de variables d'optimisation
$\vec{\nabla}$	Opérateur gradient
ω_b	Pulsation de coupure basse du régulateur
ω_c, f_c	Pulsation de filtrage du régulateur, fréquence correspondante
ω_h	Pulsation de coupure haute du régulateur
ω_r	Vitesse de rotation de la roue considérée
ω_u	Pulsation au gain unité
$\vec{p}^{cib} = (x_{cib}, y_{cib})$	Vecteur position de la cible, ou référence
$\vec{p}^{ego} = (x_{ego}, y_{ego})$	Vecteur position de l'EGV, les dérivées successives de x_{ego} sont notées $\dot{x}_{ego}$ et $\ddot{x}_{ego}$
$\vec{p}_k^{obs} = (x_k^{obs}, y_k^{obs})$	Vecteur position de l'obstacle
$pen()$	Fonction de pénalité
P_0, P_n, P_f	Point initial, n-ème point intermédiaire, point final
$\mathcal{P}_m$	Puissance totale instantanée consommée par le véhicule
$\mathcal{P}_p$	Puissance instantanée perdue par le véhicule
$\mathcal{P}_u$	Puissance utile instantanée consommée par le véhicule
ϕ, ϕ_2, ϕ_3	Différentes fonctions de saturation pour u, de minimum ϕ^- et de maximum ϕ^+
φ	Angle en coordonnées cylindrique
ψ	Angle de lacet du véhicule
ψ_l	Angle de lacet du véhicule au point l de la trajectoire interpolée
ψ_{max}	Angle de lacet maximum du véhicule
Ψ	Fonction de saturation de v
r_0	Rayon de la roue
r_{EC}	Distance entre l'EGV et la cible
r_k	Distance à l'obstacle k
r_k^{loc}	Rayon local de l'obstacle k
r_{min}, r_{max}	Distances minimale et maximale d'influence des obstacles
$\mathbb{R}$	Ensemble des réels

$\mathcal{R}_0$	Repère absolu cartésien
$\mathcal{R}_l$	Repère longitudinal latéral
R_i	Rayon de rotation instantané du véhicule
R_m	Résistance électrique du stator du moteur électrique
R_t	Ratio de transmission de la chaîne moteur
ρ_a	Densité de l'air
ρ_m	Distance de freinage du véhicule par rapport à l'obstacle
ρ_s	Distance locale à l'obstacle
s	Variable de Laplace
S_x	Surface apparente frontale du véhicule
σ_l^{long}, σ_l^{lat}	Jerk longitudinal et jerk latéral au point l de la trajectoire interpolée
t	Temps, t_0 temps initial
t_{calc}	Temps de calcul de la trajectoire
t_{min}	Temps minimal nécessaire au parcours de la trajectoire
t_f	Temps final de parcours de la trajectoire
t_f^{cp}	Temps final de la trajectoire en temps réel
$t_{f,min}$	Temps final minimum nécessaire pour parcourir une trajectoire
t_f^{opt}	Temps final optimal trouvé pour un scénario donné
t_{intp}^l	Temps de passage au l-ième point intermédiaire optimal ou à optimiser
$tr_{5\%}$	Temps de réponse à 5%
$\mathcal{T}$	Couple fourni par le moteur, $\mathcal{T}_{max}$ valeur maximale que peut fournir le moteur
T_x, T_y	Taille de l'environnement considéré, suivant x et suivant y
τ	Taux de glissement du pneumatique sur la route
θ	Vecteur d'état, utilisé au sens général, θ_0 = état initial, θ_f = état final
u	Vecteur de commande, compris entre u^- et u^+
$(\vec{u}_c, \vec{v}_c)$	Repère local orthonormé direct, de sorte que $\vec{u}_c$ pointe vers la cible
u_l	Pourcentage de couple utilisé au point l de la trajectoire interpolée
$(\vec{u}_k^o, \vec{v}_k^o)$	Repère local orthonormé direct, de sorte que $\vec{u}_k^o$ pointe vers l'obstacle k

U^{att}	Champ de potentiel attractif
U_k^{rep}	Champ de potentiel répulsif généré par l'obstacle k
U_{tot}^{rep}	Champ de potentiel répulsif global
v	Norme de la vitesse, utilisée au sens général
v_{EC}	Norme de la vitesse relative entre l'EGV et la cible
v_n	Vitesse au n-ième point intermédiaire à optimiser
v_l	Norme de la vitesse de référence au point l de la trajectoire interpolée
v_0^x, v_f^x	Coordonnée suivant x de la vitesse initiale et de la vitesse finale
$\vec{v}^{cib}$	Vitesse de la cible, vitesse de référence v^{cib} sa norme
$\vec{v}_k^{EO}$	Vitesse relative de l'EGV par rapport à l'obstacle k, v_k^{EO} sa norme
$\vec{v}^{ego}$	Vitesse de l'EGV, v^{ego} sa norme
$\vec{v}_k$	Vitesse de l'obstacle k, V_k sa norme
v_{lim}	Vitesse limite autorisée sur le tronçon de route
v_{max}	Vitesse maximum atteinte sur une trajectoire donnée
$\vec{v}^{mes}$	Vitesse du véhicule réel ou de son modèle, mesurée en sortie $(v_x^{mes}, v_y^{mes})_{(\vec{e}_x,\vec{e}_y)}$ ses coordonnées dans le repère cartésien et $(v_{long}^{mes}, v_{lat}^{mes})_{(\vec{e}_{long},\vec{e}_{lat})}$ ses coordonnées dans le repère véhicule ; les dérivées seront notées $\dot{v}_{long}^{mes}$
v_x^{obsts}, v_y^{obsts}	Vecteurs comportant les vitesses des différents obstacles pour un scénario
$\vec{v}^{pneu} = (v_{long}^{pneu}, v_{lat}^{pneu})$	Vitesse d'un pneu, décomposée en longitudinale et latérale d'un pneu
$Vuln_k$, $Vuln_k^{ego}$, $Vuln_k^{alter}$	Vulnérabilité globale de l'obstacle k, vulnérabilité de l'EGV vis-à-vis de l'obstacle k, vulnérabilité de l'obstacle k vis-à-vis de l'EGV
$\mathcal{W}$	Espace de travail
x	Abscisse d'un point, utilisé au sens général x_0 abscisse initiale, x_f abscisse finale
x_{intp}^l, y_{intp}^l, t_{intp}^l	Abscisse, ordonnée, temps de passage du point l de la trajectoire interpolée
x_n, y_n, t_n	Abscisse, ordonnée, temps de passage du n-ième point intermédiaire optimal ou à optimiser

$x^n(t)$	Expression de l'abscisse en fonction du temps entre t_n et t_{n+1}, temps des points à optimiser
x^{obsts}, y^{obsts}	Vecteurs contenant les abscisses, resp. les ordonnées des différents obstacles
ξ	Variable de remplacement de v pour les fonctions de saturation
y	Ordonnée d'un point, utilisé au sens général y_0 ordonnée initiale, y_f ordonnée finale
z	Variable utilisée pour remplacer x et y, Z sa transformée en Laplace
ζ	Facteur d'amortissement

Introduction générale

Contexte

La présente thèse a été conduite dans le cadre d'une bourse ministérielle attribuée par l'École Normale Supérieure de Cachan en partenariat avec l'Université de Bordeaux, au sein de l'équipe CRONE (Commande Robuste d'Ordre Non Entier), du groupe Automatique du laboratoire IMS, UMR 5218 CNRS. Le laboratoire est situé sur le campus de Talence de l'Université de Bordeaux. Les travaux ont été effectués sous la direction de Pierre Melchior, Professeur à Bordeaux INP/ENSEIRB-MATMECA, et co-encadrée par Stéphane Victor, Maître de conférences à l'Université de Bordeaux.

L'objectif de ce travail est de participer au développement amont des véhicules autonomes, notamment par la recherche de méthodes d'optimisation et le développement de tests pertinents sur les trajectoires de véhicules. Les sections suivantes introduisent de façon plus précise le contexte technique de la thèse ainsi que les objectifs de celle-ci.

Le véhicule autonome en chiffres et en questions

En France, l'industrie du transport en général représente 17% du PIB, soit 360 milliards d'euros (données 2013) [1]. 77% de cette dépense est consacrée au transport routier, voyageur et marchandises confondues, hors transport collectif urbain. Ces chiffres impressionnants donnent une idée du marché qui est derrière, ainsi que de l'impact qu'aurait une telle révolution technologique. Ces dernières années, quasiment tous les constructeurs (Renault, PSA, Google, Tesla, Mercedes, Audi, etc...) se sont lancés dans le challenge des voitures autonomes. En Figure 1 un exemplaire de voiture comportant un pilote automatique est illustré.

Depuis le début du 21ème siècle, plusieurs événements tels que le "*DARPA Grand Challenge*" (2004, 2005), du "*DARPA Urban Challenge*" (2007), du "China challenge" (2010), et du "Korea challenge" (Autonomous Vehicle Competitions 2010, 2012, 2013), ont stimulé la recherche et l'engouement pour les véhicules autonomes. Cependant, l'automatisation des véhicules est un phénomène de longue date. En effet, dès 1932 le premier brevet pour une direction assistée est publié par Francis W. Davis (voir Auto [2017]), premier système ADAS (Advance Driver-Assistance System), puis l'achat d'un brevet d'ABS, anti-blocage des roues

1. Chiffres clés du transport, Datalab 2017, ministère de l'Environnement et des Transports

FIGURE 1 – Tesla Modèle S, équipée d'un pilote automatique permettant au conducteur de lâcher les commandes (pas la vigilance) sur route à sens unique de type quatre-voies.

(*Anti-Blocking System* en anglais), par Bosch en 1936 (voir HaOui [2015]). S'en suit un développement progressif constant des systèmes d'aide à la conduite (suspensions actives, ESP, ...) quasi-transparents pour le conducteur qui ressent simplement les effets de ces systèmes, parfois sans même le savoir.

Au début du 21ème siècle, les systèmes permettant à la voiture de se gérer toute seule dans certaines situations commencent à voir le jour, tel que le park-assist (voiture se garant seule), le suivi longitudinal sur autoroute, ou le freinage d'urgence. La Figure 2, tirée de l'étude de Perrin [2013], met en corrélation l'apparition des systèmes ADAS avec le nombre de victimes sur la route depuis les années 1960. Cette figure n'est pas une démonstration, mais elle illustre bien une tendance.

Dans cette perspective d'amélioration continue des systèmes d'aide à la conduite, le véhicule autonome apparaît aujourd'hui comme l'évolution logique du véhicule classique. Cette évolution vient répondre à un certain nombre de problématiques sociales et comporte également son lot de difficultés à résoudre, résumées respectivement dans les Tableaux 1 et 2.

Pour terminer cette introduction sur les véhicules autonomes, les différents niveaux d'autonomie du véhicule sont présentés. Ces niveaux peuvent varier suivant les acteurs et les définitions, cependant 5 ou 6 niveaux sont classiquement illustrés, avec des définitions proches de celles données dans le schéma proposé en Figure 3. Selon les sources, les niveaux 2 et 3 peuvent ne former qu'un niveau et seulement 5 niveaux sont alors représentés.

Parmi les autres avantages et inconvénients du véhicule autonome, il y a la réduction potentielle des embouteillages : la capacité des routes peut-être multiplié par un facteur deux ou trois. De plus, les voitures se garant seules, les parkings de proximité deviendraient inutiles, ce qui donnerait des rues plus propres, vides, aérées. Cependant il est estimé que, l'économie de temps due à l'automatisation risque d'augmenter fortement le nombre total

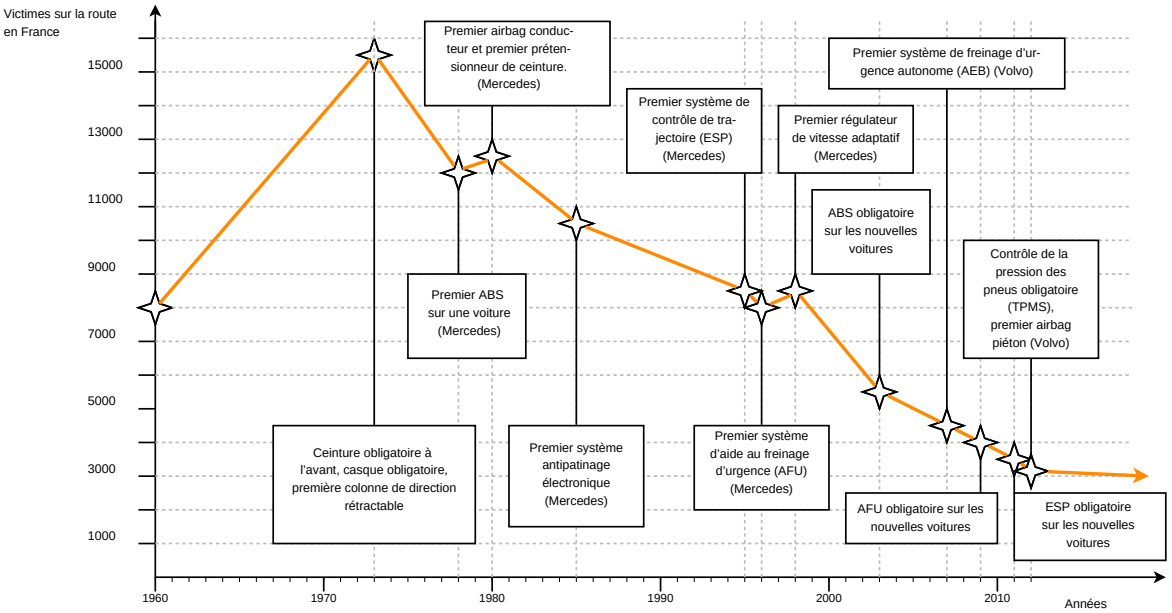


FIGURE 2 – Évolution du nombre de décès sur les routes françaises depuis 1960, en corrélation avec l'apparition sur les voitures de tourisme de systèmes d'aides à la conduite

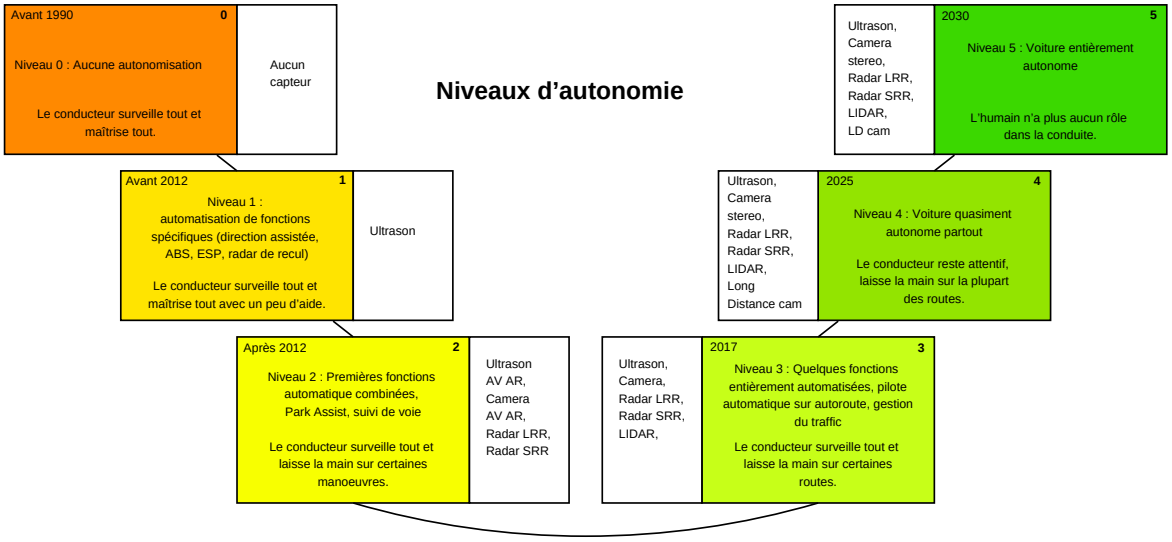


FIGURE 3 – Différents niveaux d'autonomie pour le véhicule, synthèse des différents schémas présentés par des industriels et journalistes

de kilomètres parcourus par les véhicules dans le monde, à savoir de 10 à 20%, pouvant accroître la congestion. Les véhicules autonomes pourraient également inciter les utilisateurs à acheter des véhicules plus gros pour pouvoir pratiquer des activités variées à l'intérieur (lit, douche, cuisine, bureau...). Une étude passionnante des aspects sociétaux du véhicule autonome peut être trouvée dans le travail de Anderson et al. [2016].

L'automatisation totale, c'est à dire le niveau 5 de la Figure 3, est aujourd'hui, avec les

Impacts positifs	
Domaine	Description
Sécurité routière	Les accidents routiers restent l'une des principales causes de mortalité dans le monde (9ème cause de décès dans le monde en 2004 selon l'OMS et 5ème place en 2030 selon l'OMS). 30000 morts aux États-Unis par an sont dus à des accidents de la route et 2.5 millions de blessés, or 90% des accidents sont dus à une erreur humaine. Il est estimé qu'un véhicule autonome permettrait d'avoir 100 fois moins de chances d'accident qu'un véhicule classique. Une voiture autonome ne fait pas d'excès de vitesse, ne boit pas, ce qui élimine les deux principales causes d'accidents en France.
Gain de temps	Selon une étude CSA de 2016, un Français passe en moyenne 2 ans et 8 mois de sa vie à conduire une voiture. Cela donne, environ 7.5h/semaine pour 60 ans passés à conduire. Si 30 minutes sont consacrées à programmer la destination dans la semaine, 7 heures par semaine seraient économisées pour d'autres activités : lire, dormir, jouer, travailler...
Écologie	"Conduire souplement c'est économiser" : la voiture autonome disposera probablement d'un mode éco, qui connaît les courbes et les modèles de consommation, qui possède des fonctions d'optimisation, qui permettra à terme d'économiser un maximum d'énergie pour un trajet donné.
Retombées technologiques	Les recherches qui permettent de développer les véhicules autonomes apportent des retombées technologiques majeures dans les capteurs, le traitement du signal, la technologie de navigation par satellite, les technologies de sécurité routière et même la sécurité informatique et les systèmes embarqués. Pourraient également être évoquées les retombées non technologiques, les réflexions éthiques, légales autour du sujet.
Social et militaire	Les véhicules autonomes peuvent également redonner de la mobilité à des gens qui n'en ont pas, personnes âgées, enfants, handicapés, ou encore permettre l'accès sans conducteur à des zones à risque pour les militaires.

Tableau 1 – Bilan des impacts positifs potentiels du véhicule autonome

économies d'énergie, un des enjeux majeurs pour l'avenir du véhicule automobile. Selon les observateurs et les industriels, il est estimé que le véhicule complètement autonome fera son apparition sur le marché d'ici 5 à 20 ans.

Difficultés	
Domaine	Description
Technologique	Les difficultés technologiques sont nombreuses : capteurs performants pour un prix acceptable, algorithmes de traitement du signal qui fonctionnent en technologie embarquée, véhicules connectés ou non, communication V2V (*Vehicle to Vehicle*) ou V2I (*Vehicle to Infrastructure*). Les performances nécessaires sont importantes et le volume du matériel utilisé, ainsi que son poids, doit être compatible avec la taille d'un véhicule. Sont à noter également les difficultés liées à la planification de trajectoire, aux choix tactiques du véhicule, ce qui correspond à la partie intelligence artificielle.
Sécurité	La sécurité informatique est une préoccupation majeure dans la réflexion autour des voitures autonomes. En effet, un véhicule autonome qui peut être piraté est une bombe potentielle à lancer n'importe où. La question des véhicules connectés est au cœur du sujet.
Légal	Le cadre juridique des véhicules autonomes est compliqué (Guilbot [2017]), notamment en ce qui concerne la responsabilité juridique. En cas d'accident avec un véhicule autonome fautif, qui est responsable ?
Social	Il est également nécessaire, comme pour tout objet qui vient supplanter l'humain, de s'interroger sur l'impact social. Cet objet participe-t-il à nous désapprendre des choses ? Nous rend-il incapables ? Qu'en est-il des gens qui aiment conduire ?
Environnement	Au contraire de son homologue aérien, le drone, le véhicule autonome terrestre fait face à un environnement complexe et encombré. Le caractère imprévisible de l'environnement (piétons, vélo, autres véhicules, mais également animaux, feuilles mortes) est une difficulté majeure de la recherche sur les véhicules autonomes.

Tableau 2 – Bilan sur les difficultés pressenties par rapport au véhicule autonome

Problématique et objectifs de la thèse

Parmi les problématiques proposées dans les Tableaux 1 et 2, ce sont les problématiques technologiques qui concernent plus particulièrement cette étude. De façon schématique, la conduite autonome nécessite trois étapes principales :

- la *perception* est l'action des capteurs, qui permet de récupérer toutes les informations venant de l'environnement extérieur et de l'état du véhicule lui-même ;
- le *traitement* des données récupère ces données capteurs, ou *données brutes*, pour en faire des cartes de l'état du véhicule ou des cartes de l'environnement extérieur, ou *données traitées* ; le traitement permet également de générer des trajectoires en fonction de différents critères et contraintes connues du véhicule ;
- enfin, le *contrôle du véhicule* prend ces trajectoires comme références et cherche à les suivre au mieux en utilisant les actionneurs à sa disposition ;

Les problématiques traitées dans cette étude sont principalement liées aux deux dernières

étapes, l'utilisation des données traitées pour la génération de trajectoires et la commande du véhicule. Les objectifs principaux de l'étude sont :

— l'étude du caractère optimal d'une trajectoire : selon quels critères est-elle dite optimale ? Avec quelles méthodes l'optimiser ? A quel coût ?

— la génération d'une trajectoire optimale, dans un environnement donné, dynamique ou non. La partie récupération des données brutes et transformation de ces données pour en faire des cartes n'est pas du tout abordée.

— l'étude de l'utilisation de ces trajectoires optimales en pratique : sont-elles compatibles avec les contraintes véhicules ? Sont-elles réalistes ? La méthode est-elle adaptable au contexte changeant de l'environnement ? Est-elle réalisable sur un système embarqué ?

La comparaison avec la thèse de Monot [2019], réalisée pour un industriel de l'automobile a été effectuée. Bien que les objectifs à long terme soient les mêmes, la perspective adoptée est différente. Pour l'industriel, la méthode choisie doit être utilisable directement sur un véhicule et notamment être réalisable en termes de temps de calcul. Dans la perspective adoptée dans cette étude, le temps de calcul sera une conclusion, ou un élément à améliorer et non une condition de départ. Le champ des méthodes possibles est donc élargi et, par conséquent, la portée de l'étude, notamment en prévision du futur et de l'augmentation des capacités de calcul. La méthode choisie et présentée en **section 1.6** sera donc étudiée malgré le temps de calcul qui semble important.

Pour illustrer les objectifs, les problèmes suivants sont présentés et seront résolus dans cette étude :

Je suis sur l'autoroute et ma sortie est dans 5km. Je roule à v km/h et la voiture devant moi roule à $v - \epsilon$ km/h. Dois-je doubler la voiture ou dois-je rester derrière cette voiture ? Quels gains en termes de temps, d'énergie ou de sécurité ?

Je m'apprête à traverser un carrefour sans signalisation. Une voiture arrive sur la route perpendiculaire. Dois-je accélérer pour passer devant elle ? Dois-je ralentir pour passer après elle ? Quels gains en termes de temps, d'énergie ou de sécurité ?

En termes de scénarios, deux visions s'opposent : celle d'une méthode de planification adaptée pour chaque type de scénario, ce qui implique un algorithme de choix, ou une méthode de planification suffisamment performante pour résoudre tous les scénarios. La seconde approche est adoptée dans cette thèse.

Contributions spécifiques et organisation de la thèse

La problématique et les exemples proposés dans la section précédente ont été obtenus après une étude bibliographique sur la planification de trajectoire. La planification de trajectoire est une thématique ancienne en robotique et de nombreuses publications traitent le

sujet.

Suite à cette introduction générale, le **chapitre 1** permet de faire un état de l'art des méthodes de planification qui sera spécialement orienté par le contexte des véhicules autonomes. La classification des méthodes est complexe et un effort important de clarification sera fait au moyen de plusieurs distinctions : entre les méthodes locales et les méthodes globales, entre la planification de chemin et la planification de trajectoire ainsi que la génération de consigne, entre les méthodes déterministes et les méthodes avec heuristique. Dans la dernière section de ce chapitre, la **section 1.6**, la méthode qui sera développée dans la suite de l'étude est introduite, ainsi que les raisons qui ont amené à la choisir.

Dans le **chapitre 2**, une méthode de génération de consigne, ou de planification de trajectoire à une dimension est proposée. Dans ce chapitre, un critère énergétique est défini et étudié en détail, car une des motivations de cette étude est d'optimiser la consommation énergétique des véhicules en fonction de leur trajectoire. La méthode utilisée (basée sur le principe du maximum de Pontryagin) s'inspire des travaux de Petit et Sciarretta [2011]. Dans un premier temps, la méthode originelle est étudiée en détail, puis des améliorations lui sont apportées pour générer une consigne en position sur une distance de 120m sous différentes conditions. Le temps est d'abord ajouté comme variable d'optimisation, puis l'influence de la pente de la route est étudiée et des contraintes sur les variables sont ajoutées. La méthode est étendue à un scénario avec des points de passage, toujours en une dimension et une conclusion sur les possibilités d'étendre cette méthode est proposée.

Dans le troisième chapitre, le **chapitre 3**, une fois le critère énergétique défini, d'autres critères sont agglomérés et optimisés, notamment le temps de parcours, la distance parcourue, le confort, ou le danger. Le **chapitre 3** est consacré à l'optimisation d'une trajectoire, spatialement et temporellement, les deux dimensions étant intimement liées dans un environnement dynamique. L'optimisation est effectuée en deux dimensions et permet de considérer toute une gamme de scénarios, notamment des scénarios routiers, qui sont développés dans ce chapitre ainsi que leur intérêt. Chaque scénario possède un intérêt de test particulier. Le développement du problème d'optimisation et de l'algorithme génétique qui permet de le résoudre constituent la contribution majeure de ce chapitre. La méthode d'optimisation développée au moyen d'un algorithme génétique est calibrée spécifiquement pour remplacer un conducteur humain et des simulations sont réalisées sur chacun des scénarios définis.

Dans le quatrième chapitre, le **chapitre 4**, la méthode originale qui combine algorithme génétique (GA) et champs de potentiels (PF), ou méthode GA-PF, est décrite dans son ensemble, utilisant l'optimisation réalisée dans le chapitre précédent. En effet, la méthode d'optimisation présentée au **chapitre 3** permet de générer des trajectoires optimales dans un environnement prédit, mais manque de réactivité face aux imprévus de l'environnement

routier. C'est pourquoi, dans le **chapitre 4**, une méthode revisitée de suivi de trajectoire en temps réel lui est adjointe, pour rendre la méthode générale plus réactive, et donc plus réaliste et utilisable. La principale contribution de ce chapitre, également celle de la thèse, est une combinaison de l'algorithme génétique (GA), défini précédemment, avec la méthode des champs de potentiel (PF), donnant une méthode optimale et réactive, la méthode GA-PF. Différents développements sont proposés sur les champs de potentiel attractifs et répulsif : une méthode de calibration, une adaptation des ordres des obstacles en fonction du danger qu'ils représentent. Les champs de potentiel sont interprétés d'un point de vue de commande, où la référence est donnée par la trajectoire optimale issue de l'algorithme génétique. Enfin, des simulations sont réalisées sur différents scénarios pour vérifier la capacité de la méthode à répondre à la fois aux exigences d'optimalité et à celles de réactivité.

Enfin, dans le **chapitre 5**, une application est proposée en utilisant des modèles de véhicules plus développés. En effet, la trajectoire issue des champs de potentiel est générée sans prendre rigoureusement en compte les contraintes non holonomes du véhicule et il est nécessaire de vérifier qu'un véhicule peut les parcourir. Pour cela, un modèle de véhicule dit de *validation* est décrit, qui permet de simuler en détails la dynamique horizontale du véhicule. La contribution principale de ce chapitre est la réalisation d'une boucle de suivi de trajectoire complexe. Une partie *feedforward* utilisant une inversion de modèle bicyclette est réalisée, ainsi qu'une partie *feedback* comportant un régulateur robuste aux variations paramétriques du modèle de véhicule. Des simulations sur différents scénarios sont proposées pour valider la faisabilité des trajectoires pour le véhicule. Finalement, des pistes d'extension en trois dimensions pour un véhicule de type drone sont proposées.

Chapitre 1

État de l'art sur la planification de trajectoire dans le contexte du véhicule autonome

1.1 Introduction

Dans ce chapitre, les principales notions liées à la planification de chemin ou de trajectoire sont définies.

Les premiers rudiments de mécanisme remontent vers 3500 av. J-C avec l'invention de la roue, puis avec l'horlogerie avec la clepsydre autour de 1600 av. J-C. Les premiers automates, eux, apparaissent au 18ème siècle, avec le canard digérateur de Jacques de Vaucanson (1738). Cependant, jusque là, les machines répètent des mouvements fixés à l'avance et la notion de planification de trajectoire n'existe pas.

Dès le début du 20ème siècle apparaissent les premiers robots capable d'interagir avec leur environnement, mais il faudra encore attendre jusqu'aux années 50 avant l'apparition du terme de robotique. Le robot est alors une "Machine programmable qui imite des actions d'une créature intelligente". A partir de là, la notion de planification de trajectoire ou de chemin peut commencer à exister.

Ces deux notions sont utilisées de façon assez large en robotique mobile, mais assez peu utilisées encore lorsqu'il s'agit des véhicules autonomes. Dans ce chapitre, bien que l'état de l'art proposé soit avant tout un état de l'art de la planification de trajectoire, une attention particulière sera portée à faire ressortir les spécificités propres aux véhicules autonomes terrestres. Le cas des drones, ou *Unmaned Aerial Vehicles* (UAV) sera parfois évoqué Zhang et al. [2013b].

La planification de trajectoire est un sujet enseigné à l'Université de Bordeaux, ainsi qu'à Bordeaux INP/ENSEIRB-MATMECA, notamment en automatique, dans le but de faire de la génération de consigne. Les notions de planification de trajectoire et de chemin seront définies en **section 1.2**. Diverses thèses sur le sujet ont été menées au sein du laboratoire d'Intégration

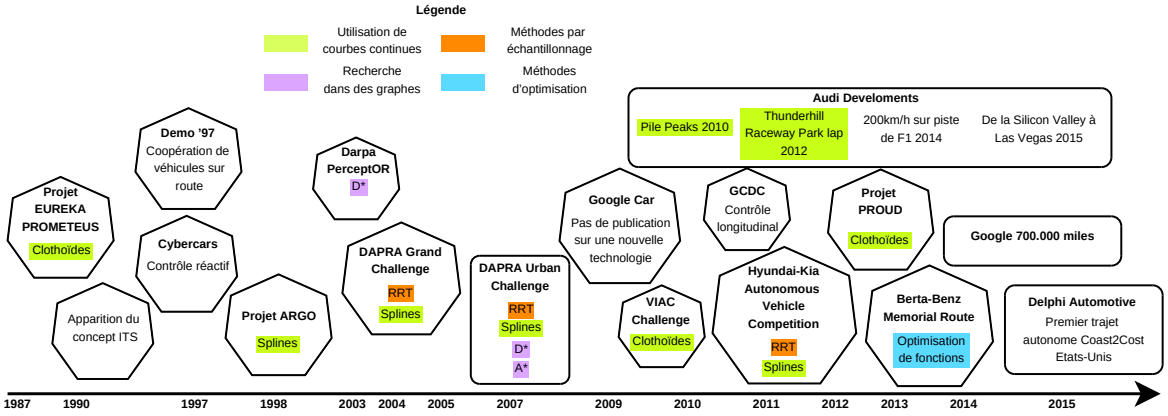


FIGURE 1.1 – Timeline avec différents évènements marquants de l'évolution du véhicule autonome, en y associant les méthodes de planification utilisées lors de ces événements (voir González et al. [2016])

du Matériau au Système (IMS). Ces travaux ont commencé par un partenariat avec le Centre d'Étude Atomique, pour améliorer la sécurité des artificiers lors d'essais dangereux. Puis, avec la création de l'OpenLab de PSA (2009), les thèmes se sont orientés progressivement vers les véhicules, un des thèmes majeurs de l'équipe aujourd'hui.

La classification des méthodes de planification de trajectoire ou de chemin est une tâche complexe, dont les résultats sont très variables selon les références de la littérature. En effet, la complexité vient notamment du fait que les façons de classer les différentes méthodes sont multiples : méthodes *locales ou globales* qui sont souvent rapprochées des méthodes *en-ligne ou hors-ligne*, méthodes *continues ou discrète*, *chemin ou trajectoire*, méthodes *déterministes ou probabilistes*, types de domaines d'application. Des classifications partielles de méthodes de planification peuvent être trouvées dans les livres de Pruski [1996], LaValle [2006], Latombe [2012] ou dans l'article de Kavraki et LaValle [2008]. Selon Zhang et al. [2013a], l'objectif principal de la planification de trajectoire est de fournir au véhicule une trajectoire sûre, sans collision, l'emmenant à sa destination, en prenant en compte ses capacités de manœuvre, sa dynamique, ainsi que les règles de circulation et les limites de l'espace.

Dans ce chapitre, un état de l'art des méthodes respectant ou non cet objectif de la planification sera effectué. Ces méthodes seront datées, leurs avantages et les inconvénients seront mis en valeur, ainsi que leurs domaines d'application. L'article de González et al. [2016] propose un très bon résumé des méthode de planification appliquées au véhicule autonome. Ce même article propose une figure mettant en relation différentes méthodes utilisées dans des événements marquant de l'évolution du véhicule autonome, reproduite en Figure 1.1.

Dans les différentes sections, différents articles seront présentés et contextualisés. Les avantages et inconvénients de chaque méthode seront mis en avant, ainsi que ce qui est exploitable pour les véhicules autonomes terrestres. Les articles retenus sont pour beaucoup postérieurs aux années 1990, ce qui montre que les études sur ce sujet sont relativement récentes.

La première **section, 1.2**, concerne l'ensemble de la terminologie utile à la planification de trajectoire, ainsi que la vision mathématique de la planification de trajectoire.

En **section 1.3**, une première distinction sera faite entre les méthodes dites locales et globales. Les méthodes globales concernent les problèmes pour lequel l'environnement est considéré comme connu, alors que les méthodes locales explorent l'environnement au fur et à mesure de l'avancement du véhicule.

En **section 1.4**, une seconde distinction sera faite entre les méthodes de planification de chemin et celles de planification de trajectoire. La planification de chemin concerne le chemin spatial du point de départ au point d'arrivée, alors que la planification de trajectoire ajoute une considération temporelle, sur la façon de parcourir ce chemin.

Puis, en **section 1.5** une troisième distinction sera faite entre les méthodes de type déterministe et les méthodes de type probabiliste. Les méthode déterministes utilisent l'inversion des équations, ou la descente de gradient, ce qui permet d'arriver systématiquement au même résultat. Au contraire, les méthodes probabilistes comportent une part d'aléatoire, soit dans la génération des solutions possibles, soit dans le choix de ces solutions.

Enfin, en **section 1.6**, une synthèse des différentes méthodes sera proposée, ainsi qu'un tableau récapitulatif qui permet de les comparer rapidement. Dans un second temps, la méthode envisagée dans cette étude sera décrite et justifiée.

1.2 Planification de trajectoire

En robotique ou en automatique, les termes de planification, optimisation, trajectoire, mouvement, chemin, sont très utilisés. Dans cette partie sera proposée une définition de la planification de trajectoire (Martin et Rouchon [2008]). En anglais, les termes sont encore différents puisqu'il est question de *motion planning*, de *trajectory planning*, ou encore de *path planning* sans forcément préciser la différence. Seront présentés ici les termes utilisés, en précisant les différences ou amalgames observées dans la littérature.

1.2.1 Terminologie

Les termes employés en planification de trajectoire sont nombreux. Les principaux termes seront définis ici, notamment d'après Gaillard [2012].

Définition 1.2.1 (État)**.** *En général, l'état d'un système est caractérisé par différentes variables dynamiques appelées variables d'état regroupées dans un unique vecteur appelé vecteur d'état,* $\theta(t) = [\theta_1(t), ..., \theta_n(t)]'$.

Définition 1.2.2 (Vecteur d'état)**.** $\theta(t)$ *est un vecteur d'état pour le système* Σ *si c'est un vecteur contenant le nombre minimal de variables internes ou de sorties vérifiant la propriété suivante :*

Si, à chaque instant t_0, $x(t_0)$ *est connu, alors les sorties* $y(t_1)$ *et le vecteur d'état* $x(t_1)$ *peuvent être déterminés de manière unique pour tout* $t_1 \geq t_0$ *si* $u(t)$ *est connue sur l'intervalle* $[t_0, t_1]$.

Définition 1.2.3 (Mouvement)**.** *Le mouvement est le changement de l'état du système à n'importe quel moment du temps ("motion" en anglais).*

Définition 1.2.4 (Trajectoire)**.** *La définition précise d'une trajectoire est donnée en sous-section 1.2.2 ci-après.*

Définition 1.2.5 (Chemin)**.** *Le chemin est une notion robotique, liée à la position du système sur une période de temps, sans considération pour les dérivées successives de cette position. Aucune notion de temps n'est attachée à ce chemin spatial.*

Définition 1.2.6 (Espace de travail)**.** *L'espace de travail* $\mathcal{W}$ *correspond à l'espace réel, physique, dans lequel travaille le système. Il s'agit généralement d'un sous-ensemble de* $\mathbb{R}^3$ *dans lequel le système occupe un certain volume. En résumé, l'espace de travail est l'espace dans lequel le robot évolue.*

Définition 1.2.7 (Espace des configurations)**.** *L'espace des configurations* $\mathcal{C}$ *correspond à l'espace dans lequel évoluent les différentes variables qui caractérisent les degrés de liberté du système. Typiquement, dans le cas d'un solide non déformable qui évolue en trois dimensions, trois coordonnées en positions et trois orientations peuvent lui être attribuées. Cela correspond à trois translations et trois rotations, donc 6 degrés de liberté. De façon*

plus parlante, pour le véhicule terrestre considéré comme un solide non déformable, une abscisse, une ordonnée et une orientation (ou angle de lacet) sont considérés, soit le triplet : $(x, y, \psi) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \times [0, 2\pi[$. *En résumé, l'espace des configurations est l'espace dans lequel varient les états du système.*

Définition 1.2.8 (Espace des configurations libres)**.** *L'espace des configurations libres* $\mathcal{C}_{free} \subset \mathcal{C}$ *correspond à l'ensemble des configurations de l'espace des configurations dont les points correspondant dans l'espace de travail ne rentrent pas en collision avec un obstacle.*

Définition 1.2.9 (Génération de trajectoire)**.** *Le terme génération est utilisé de façon assez générale pour exprimer le fait que les variables sont connues et utilisées pour fabriquer la trajectoire. C'est l'action de générer, quand la méthode et les paramètres sont connus. Ce terme a une connotation assez déterministe, l'environnement est connu, il suffit de choisir la trajectoire.*

Définition 1.2.10 (Planification de chemin)**.** *La planification de chemin, ou "path planning" en anglais représente la recherche d'une séquence d'états consécutifs qui amène à un point souhaité. Aucune référence temporelle n'est attachée à cette séquence. Il est question de planification de chemin en robotique lorsque qu'un chemin spatial est cherché pour aller d'un point à un autre, mais que la vitesse ou l'accélération ne sont pas considérées. Cette notion est surtout utilisée en robotique.*

Définition 1.2.11 (Planification de trajectoire)**.** *La planification de trajectoire est, finalement, le calcul d'une séquence d'états ou de mouvements pour amener le système d'un état initial à un état final, avec une référence temporelle. Elle est similaire à la notion de planification de mouvement. La planification de trajectoire sera définie en détails de façon mathématique au* ***sous-section 1.2.2****. La notion de planification de trajectoire dépend des variables d'état considérées. Une trajectoire peut donc comporter la vitesse, l'accélération, les angles du véhicules, etc... Cependant, il est important de noter que la notion de trajectoire est liée à la notion de séquence et donc de temporalité. Les termes de planification de trajectoire sont parfois sur-utilisés dans la littérature et remplacent fréquemment la notion de chemin.*

Définition 1.2.12 (Holonome)**.** *Un système holonome (respectivement non holonome) est un système pouvant (respectivement ne pouvant pas) se déplacer sans contrainte dans toutes les directions de son espace de travail. Autrement dit, pour un système 2D, les variables en* x *sont indépendantes des variables en* y*, comme par exemple une sphère qui roule sur un plan 2D. Le système non holonome, tel que le véhicule automobile, ne pouvant se déplacer sur le côté, ne peut pas avoir de vitesse latérale sans vitesse longitudinale. Ces variables ne sont donc pas indépendantes.*

Définition 1.2.13 (Optimisation)**.** *La notion d'optimisation sous-entend qu'un critère est choisi, tel que le temps ou la longueur de parcours, pour que la trajectoire ou le chemin considéré puisse être optimal selon ce critère.*

Définition 1.2.14 (Génération de consigne)**.** *La génération de consigne consiste à générer la trajectoire du vecteur d'état pour qu'elle soit ensuite utilisée comme consigne de référence dans une boucle d'asservissement.*

Les définitions étant un peu différentes en anglais et en français, les définition anglaises correspondantes sont données. Ces définitions seront données dans un cadre strictement robotique. En anglais la notion de *motion planning* est souvent utilisée pour déterminer la planification d'une trajectoire purement spatiale, en prenant en compte les différentes contraintes cinématiques du robot et en évitant les obstacles. C'est une vision étendue du *path planning*, qui consiste simplement à trouver un chemin spatial pour le centre de gravité du véhicule. Une succession de points dans l'espace de travail est cherchée, sans attacher de référence temporelle à ces points. Il est question de *trajectory planning* s'il s'agit d'attacher une notion temporelle à ce mouvement, si une façon particulière de parcourir la trajectoire est choisie, en terme de vitesse, d'accélération, etc...

Comme énoncé en introduction générale, le véhicule autonome contient une dimension de perception, une dimension de traitement et une dimension de commande. Cependant, en robotique, la partie traitement et la partie commande peuvent être hiérarchisées de différentes façons. Par exemple, pour Pruski [1996], quatre niveaux d'architecture d'un robot mobile peuvent être séparés :

— le niveau interface homme-machine,

— le niveau planificateur,

— le niveau contrôleur,

— le niveau fonctionnel.

La planification de trajectoire se situerait alors au niveau planificateur, donnant une consigne pour le niveau contrôle. Des schémas d'architecture sont proposés dans les **chapitres 4** et **5**.

1.2.2 Définition mathématique de la planification de trajectoire

La définition mathématique de la planification de trajectoire donnée ci-dessous est tirée du travail de Martin et Rouchon [2008] qui porte sur la planification et le suivi de trajectoire. La planification de trajectoire est définie ici de façon générale, pour tout système défini par un état.

Soit un système de vecteur d'état θ et de commande u, tel que $(\theta, u) \in \mathbb{R}^{k_\theta} \times \mathbb{R}^{k_u}$ où k_θ et k_u sont respectivement la taille de l'état et la taille du vecteur de commande. L'équation d'état du système est alors, f étant une fonction régulière :

$$\frac{d\theta}{dt} = f(\theta, u). \tag{1.1}$$

Le système est alors dit *commandable* en temps $t_f > 0$ si et seulement si pour $p, q \in \mathbb{R}^{k_\theta}$, il existe une loi horaire $[0, t_f] \ni t \mapsto u(t) \in \mathbb{R}^{k_u}$, dite commande en boucle ouverte, qui amène

le système de l'état $\theta(0) = p$ à l'état $\theta(t_f) = q$. Le système est dit *commandable* tout court s'il est commandable pour au moins un temps $t_f > 0$.

Une *trajectoire* du système (1.1) est une fonction régulière $t \mapsto (\theta(t), u(t))$ qui satisfait identiquement sur un intervalle non vide de $\mathbb{R}$ les équations (1.1).

En réalité, le problème de planification de trajectoire rejoint celui de la commandabilité : la commandabilité établit l'existence d'une telle trajectoire, alors que la planification de trajectoire cherche à en trouver une en particulier.

A partir du moment où le système est commandable, la *planification de trajectoire* consiste à trouver une fonction $[0, t_f] \ni t \mapsto (\theta(t), u(t)) \in \mathbb{R}^{k_\theta} \times \mathbb{R}^{k_u}$ qui amène le système d'un point $\theta_0 = \theta(0)$ à un point $\theta_f = \theta(t_f)$.

Par exemple, la planification de trajectoire pour un véhicule quelconque, évoluant dans un plan muni du repère $(\vec{e}_x, \vec{e}_y)$ peut être définie : les variables d'état considérées dans cette définition pour le véhicule sont sa position (x, y) et son orientation, ou angle de lacet, ψ. Γ, le couple appliqué par le moteur sur les roues et β, l'angle des roues ou l'angle volant, sont les variables de commande du véhicule.

Le véhicule part d'un état connu $\theta_0 = (x_0, y_0, \psi_0)$ et cherche à rejoindre un autre état connu $\theta_f = (x_f, y_f, \psi_f)$.

La *planification de trajectoire* est définie mathématiquement par le fait de trouver une fonction, appelée trajectoire :

$$\mathbb{R} \ni t \mapsto (x(t), y(t), \psi(t), \Gamma(t), \beta(t)) \in \mathbb{R}^5 \tag{1.2}$$

qui amène le système de l'état initial θ_0 à l'état final θ_f.

Si le véhicule est considéré comme un point est que ψ est ignoré, la trajectoire peut être représentée comme en Figure 1.2.

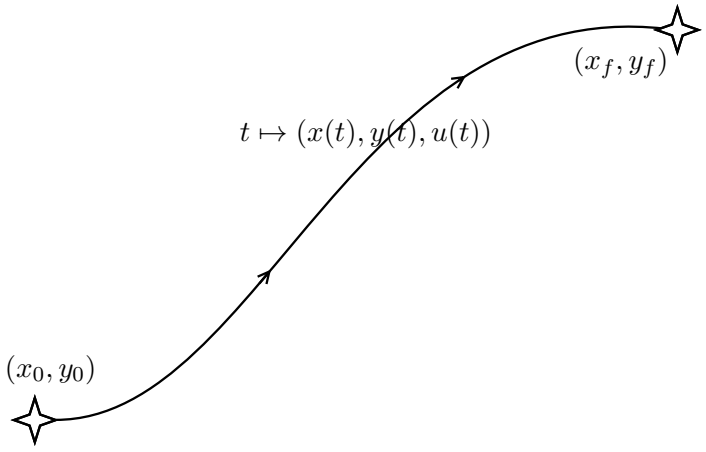


FIGURE 1.2 – Représentation d'un exemple de trajectoire simple en 2D où x et y sont les variables d'état et u la commande

Le *path planning* (ou planification de chemin) est uniquement la planification en di-

mension spatiale de la trajectoire. En d'autres termes, un chemin physique est recherché d'un point à un autre sans se préoccuper de la dimension temporelle. Une fonction $\mathbb{X} \ni x \mapsto f(x) = y \in \mathbb{Y}$, où $\mathbb{X}$ et $\mathbb{Y}$ sont les intervalles de variation de x et y, est alors cherchée telle que $f(x_0) = y_0$ et $f(x_f) = y_f$. (x_0, y_0) et (x_f, y_f) sont des points connus. Seule la position spatiale du véhicule est considérée et non plus son état complet.

Selon Schwartz et al. [1987], un algorithme de planification de trajectoire dans un espace de configuration de dimension n_{var}, avec des obstacles définis par m contraintes polynomiales de degré d, a une contrainte algorithmique exponentielle en n_{var}, et polynomiale en m (complexité géométrique) et en d (complexité algébrique).

1.3 Approche globale et approche locale

Avant même de distinguer les méthodes de planification de chemin et de trajectoire, il est nécessaire d'aborder les notions d'approche locale et d'approche globale (voir Boissonnat et al. [1988] chapitre 7). En effet, les deux approches présentent des visions radicalement différentes de la façon qu'a un robot, ou un véhicule, de percevoir son environnement et de se déplacer dans celui-ci. Les approches locales et globales sont notamment caractérisées par la façon dont les obstacles sont évités, comme illustré en Figure 1.3.

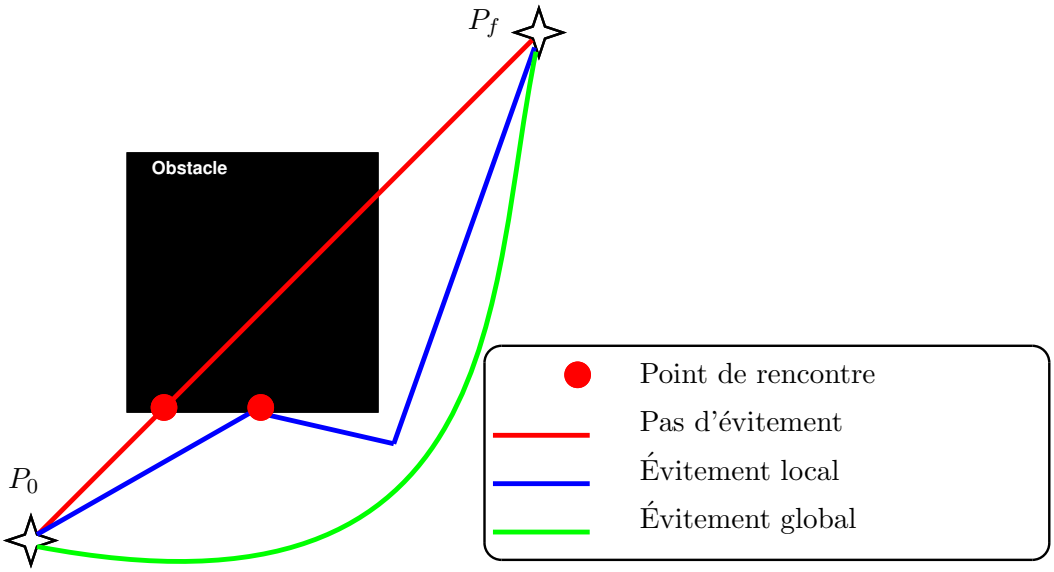


FIGURE 1.3 – Illustration de la différence entre méthodes locales et méthodes globales dans le contexte particulier de l'évitement d'obstacles

1.3.1 Approches globales

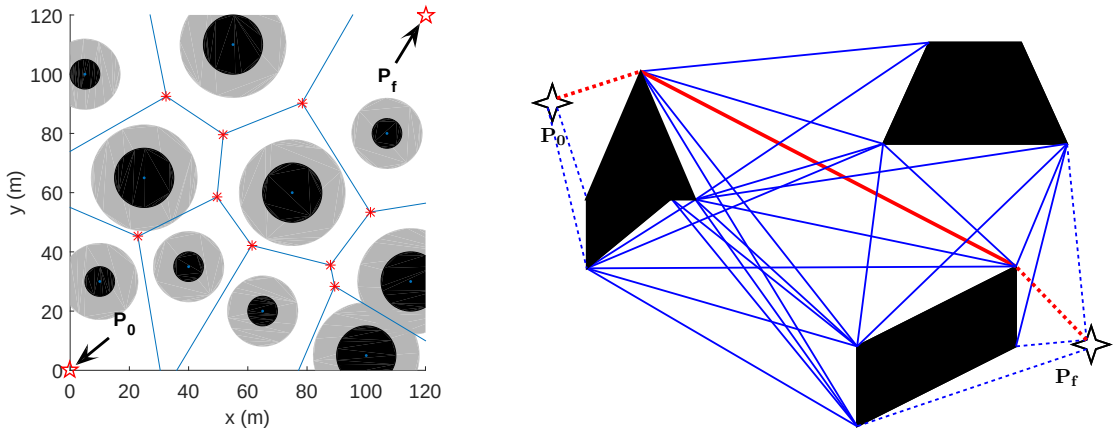
L'approche globale n'est possible que dans le cas où l'environnement est connu, sous forme de carte, au moins partiellement, du Point de Départ (P_0) au Point d'Arrivée (P_f). Ces notations seront utilisées régulièrement dans les figures de ce chapitre. L'approche globale utilise alors cette carte et notamment celle de l'espace libre pour trouver une trajectoire globale de P_0 à P_f. Cette approche globale permet une recherche exhaustive des trajectoires possibles et donc permet également une optimisation de trajectoire le cas échéant. Dans le cas où il n'existe pas de trajectoire possible entre P_0 et P_f, le véhicule ne démarre pas inutilement. Parmi les méthodes globales, les plus anciennes méthodes de planification de trajectoire s'appuient d'abord sur des approches par graphes. Le principe de ces méthodes globales originelles est de modéliser l'espace libre sous la forme d'un graphe de connexité [1] entre régions libres et de rechercher un chemin dans le graphe ainsi généré.

1. Graphe qui présente les liens entre différents points.

Dans cette idée, une nouvelle distinction est trouvée, entre la modélisation qui est faite de l'espace, le graphe, et l'algorithme qui sera ensuite utilisé pour parcourir ce graphe, par exemple algorithme du plus court chemin. Ces deux problèmes sont bien distincts, puisque le graphe permet de trouver un ensemble admissible de points de passages, nécessitant un certain temps de calcul, alors que l'algorithme cherche la meilleure séquence de ces points pour aller de P_0 à P_f. Ces différentes approches par graphes sont regroupées dans deux catégories : les approches "feuille de route" (*roadmap approaches* en anglais), et les approches par décomposition de l'environnement en cellules qui datent pour la plupart des années 1970. Ces méthodes sont bien résumées dans le livre de Boissonnat et al. [1988] ou celui de Latombe [2012] qui fait référence dans le domaine de la planification. D'autres méthodes globales existent, telles que celle de l'autoroute (voir Brooks [1983]), qui sont moins utilisées dans la littérature dans le cadre des véhicules autonomes.

1.3.1.1 Approches "feuilles de route" et décomposition en cellules

Les méthodes basées sur les graphes de visibilité (voir Nilsson [1969], Lozano-Pérez et Wesley [1979]) rentrent dans la catégorie des approches feuille de route et les diagrammes de Voronoï dans celle de la décomposition en cellule. Un très bon résumé de la théorie sur ces derniers est donné en Aurenhammer et Klein [2000]. Ils sont utilisés pour la planification de chemin dès ses débuts (Takahashi et Schilling [1989]). Un exemple de diagramme de visibilité et de diagramme de Voronoï est donné en Figure 1.4.



(a) (b)

FIGURE 1.4 – Exemple de diagrammes de Voronoï (a) et de diagrammes de visibilité (b)

Aux graphes de visibilité sont souvent préférés les graphes de géodésiques, qui ne conservent que les lignes de vue du graphe de visibilité qui représentent des tangentes aux obstacles. Les lignes qui se prolongent dans les obstacles ne sont pas considérées.

Les approches par décomposition de l'espace en tranches verticales, puis horizontales et enfin en cellules bidimensionnelles, sont des méthodes aussi anciennes que les méthodes de type "feuille de route". Ce sont probablement les méthodes les plus étudiées et de bons ré-

sumés sont proposés dans les livres de Schwartz et al. [1987] et Latombe [2012]. Ce sont des méthodes potentiellement plus faciles à étendre, ce qui explique leur succès, puisque la décomposition d'un environnement en cellules est une technique largement étudiée dans différents domaines, tels que la mécanique (éléments finis), le traitement d'image (pixels, transformées discrètes), la sismique, etc... Dans les études récentes, les diagrammes de Voronoï sont encore utilisés (Pehlivanoglu [2012]), afin d'initialiser des algorithmes plus complexes [2].

1.3.1.2 Algorithmes de résolution des méthodes par graphes

Toutes les méthodes proposées jusque-là sont des méthodes qui se basent sur la modélisation de l'environnement comme un graphe avec des nœuds. Or en informatique et en algorithmique, la théorie des graphes et la navigation dans ces graphes et un sujet très étudié. Pour certaines de ces méthodes, un graphe global n'est pas construit directement sur tout l'environnement, mais progressivement et par branches. Ces méthodes sont alors appelées méthodes par arbres, telles que la méthode RRT (LaValle [2006]). Les méthodes par arbres sont en fait simplement un moyen de progresser dans un graphe plus ou moins structuré.

1.3.1.2.1 Algorithme de Dijkstra Historiquement, l'un des premiers algorithmes de référence pour résoudre ces problèmes est l'algorithme de Dijkstra. Ce dernier développe l'ensemble des nœuds ouverts de même profondeur que l'arbre de recherche et les relie par un arc de coût supérieur ou égal à zéro. Il effectue un développement exhaustif du graphe et possède une complexité en $O(n_{noeuds}^2)$ où n_{noeuds} est le nombre de nœuds du graphe. C'est un algorithme simple qui prend en compte le poids des arcs et donc les coût de parcours de chacun, permettant alors d'optimiser globalement la trajectoire. Cependant, l'arbre est développé de manière non ordonnée ; il n'y a donc pas de direction de recherche particulière, ce qui impact fortement le temps de calcul. Cet algorithme, simple à mettre en œuvre, est utilisé pour des véhicules semi-autonomes par Kala et Warwick [2013].

1.3.1.2.2 Algorithmes A^* et dérivés Les algorithmes A (Hart et al. [1968]) et son évolution A^* (Nilsson [1969]) sont basés sur le même principe que l'algorithme de Dijkstra avec une orientation de la recherche. Une fonction d'estimation de la distance au point P_f est ajoutée, permettant de se diriger globalement vers la bonne direction. Cette fonction peut être heuristique et permet de pondérer le développement du graphe, en trouvant un compromis entre le choix du chemin le moins coûteux à chaque nœud et de l'orientation dans la bonne direction. Certains travaux menés actuellement par PSA traitent de la planification de trajectoires et utilisent l'algorithme A^* (Monot [2019]). La méthode est appliquée sur des parkings ou des rond-points.

Lorsqu'un GPS est paramétré, les options disponibles sont logiques : chemin le plus rapide, chemin le plus court, ou encore, parfois chemin le plus économique (Mappy par exemple prend en compte la dépense de carburant). Certaines options simples peuvent venir s'ajouter

2. Une fonction "voronoi" fait partie des fonctionnalités de base du logiciel Matlab[6].

comme l'évitement des péages ou les trajets piétons. Selon Filter [2010], les algorithmes couramment utilisés sont l'algorithme de Dijkstra ou encore un algorithme A^*. Cela signifie alors que les notions utilisées sont celles de recherche de chemin dans un graph pondéré, dont les nœuds sont représentés par chaque nouveau carrefour rencontré sur la route. Toujours selon Filter [2010], lorsqu'un terminal GPS calcule un chemin d'un point à un autre, il n'évalue pas l'ensemble des routes possibles, ce qui prendrait un temps bien trop long, mais simplement les plus probables afin de donner un résultat prometteur en terme de temps ou de distance. Selon Letchner et al. [2006], l'environnement considéré est un environnement statique, qui se comporte toujours de la même façon quelque soit l'heure de la journée ou le jour de la semaine. Selon le site internet de Tomtom (Tomtom [2016]), les terminaux GPS actuels se servent également du système RDS-TMC (*Radio Data System-Traffic Message Channel*), qui permet de prendre en compte le trafic en temps réel de manière à générer des informations sur le trafic sous forme de panneaux ou de couleur de la route selon les terminaux. Selon les terminaux, un reroutage sera éventuellement possible. Une illustration de l'algorithme A est proposée en Figure 1.5.

L'algorithme D^* permet de planifier dynamiquement une trajectoire et, de ce fait, se rapproche fortement d'une méthode locale.

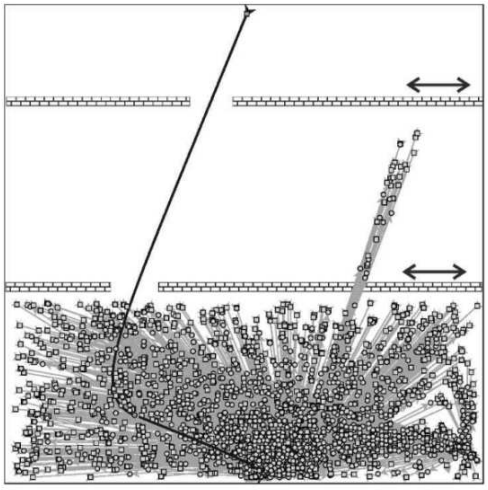


FIGURE 1.5 – Exemple d'application de l'algorithme A (voir Chen et al. [2015])

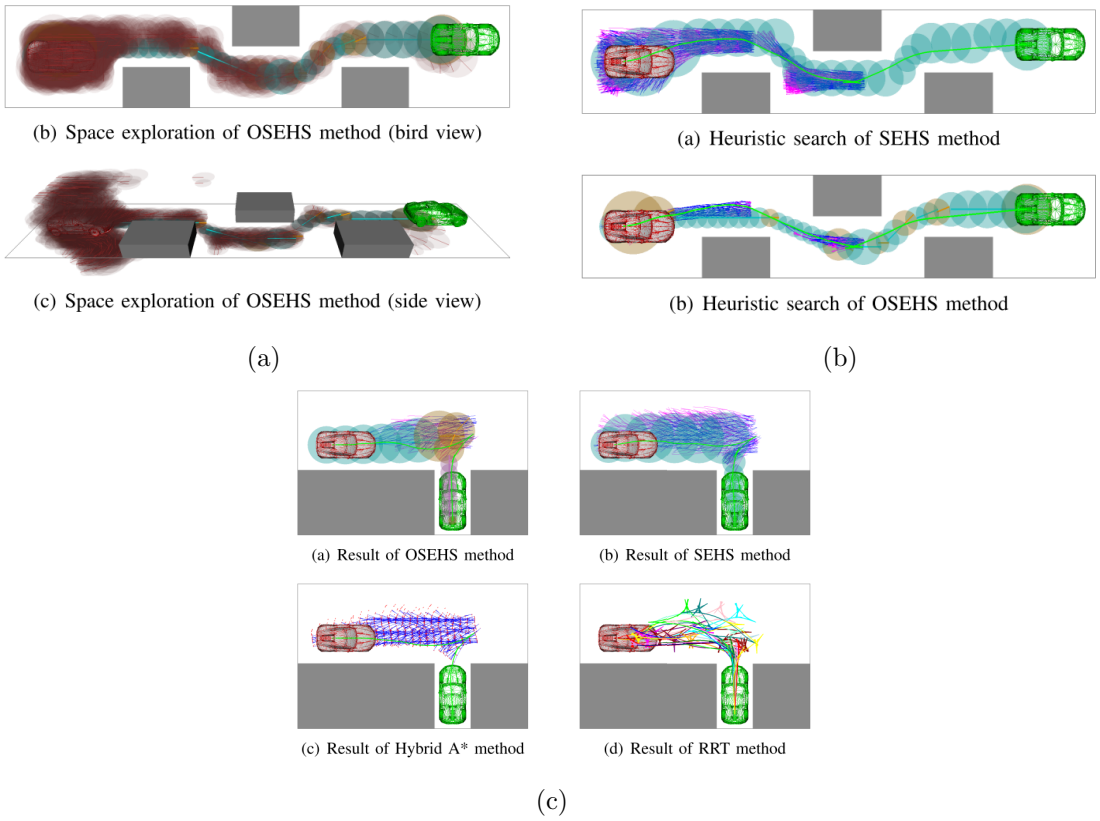
Une bonne comparaison entre ces différents algorithmes de planification pourra être trouvée dans le travail de Chen et al. [2015]. L'article traite de manœuvres dans le cas d'un véhicule autonome ou semi-autonome. Dans un environnement encombré, il est parfois difficile de se garer ou de manœuvrer, notamment à cause des contraintes de déplacement non holonome du véhicule. Cet article traite donc surtout de cet aspect de l'orientation du véhicule et de ses manœuvres complexes, en utilisant un algorithme probabiliste (voir **section 1.5**)

qui prend en compte l'orientation du véhicule. L'article utilise une méthode appelée SEHS ou *Space Exploration guided Heuristic Search* qui se décompose en deux étapes. La première consiste à trouver une série de cercles qui se chevauchent pour former un chemin, ce qui donne des indications à propos de la dimension et de la topologie de l'espace libre dans lequel le véhicule peut évoluer. La seconde étape consiste à utiliser un algorithme probabiliste pour trouver un chemin dans cette série de cercles en adaptant le pas de recherche à la taille de ces cercles. Cependant, dans cette méthode, les contraintes dynamiques du véhicule et son orientation ne sont pas prises en compte dès le départ, ce qui peut conduire à des trajectoires optimales pour un véhicule holonome mais sous-optimale pour un véhicule non holonome. De plus, l'absence de prise en compte du caractère non holonome du véhicule dès la planification peut conduire à des collisions avec des obstacles (Frazzoli et al. [2001]). Cet article propose donc une méthode de recherche qui prend en compte l'orientation du véhicule dès la phase d'exploration de l'espace. Plutôt que d'ajouter des cercles se superposant dans une direction quelconque, la marche-avant et la marche-arrière sont distinguées. Sur la Figure 1.6 (a) les différents cercles de la phase d'exploration peuvent être observés. Ce sont les cercles en marron qui sont évalués pendant cette phase et il est noté sur la Figure 1.6 (a) à (c) que ces cercles sont en trois dimensions, la troisième dimension étant représentative de l'angle d'orientation. Sur les Figures 1.6 (b) et 1.6 (c) la seconde phase de cet algorithme peut être observée : la recherche probabiliste avec prise en compte de l'orientation du véhicule. Sur la Figure 1.6 (b) le chemin est simple à trouver en terme d'orientation, puisqu'il s'agit d'un évitement. Le seul élément à prendre en compte est le rayon de braquage maximal du véhicule, qui est pris en compte. Sur la Figure 1.6 (c) l'orientation du véhicule est primordiale puisqu'il s'agit de faire des enchaînements de marche-avant et de marche-arrière.

Cette méthode semble efficace en terme de temps de calcul (comparaison proposée avec les algorithmes *Hybrid* A^*, RRT) et d'efficacité sur une gamme de manœuvres assez large. En effet, elle permet d'obtenir une trajectoire d'un point à un autre en prenant en compte le caractère non holonome du véhicule, ce qui est rarement le cas. Cependant, la méthode semble surtout adaptée pour des manœuvres dans un petit espace de type parking et ne propose pas de véritable optimisation de trajectoire, ni d'application avec des obstacles mobiles.

1.3.1.3 Synthèse sur les méthodes globales

Dans l'ensemble, les méthodes globales nécessitent une connaissance minimale de l'environnement et des obstacles rencontrés. Ces méthodes ne sont pas faites pour l'exploration mais pour l'accomplissement de tâches où le véhicule connaît sa destination et ce qui l'en sépare. Du fait de la taille de l'environnement, et donc des graphes qui en découlent, la complexité algorithmique de ces méthodes est importante et par conséquent coûteuse en temps de calcul. Ce temps de calcul n'est pas problématique dans le cas d'un environnement fixe, puisque la trajectoire ou le chemin seront calculés une fois pour toute, mais dans le cas d'un environnement mobile, un calcul périodique est nécessaire, rendant ce temps de calcul prohibitif. Dans le cas des véhicules aériens, les couloirs de vols et les zones interdites au survol



(b) Space exploration of OSEHS method (bird view)

(a) Heuristic search of SEHS method

(c) Space exploration of OSEHS method (side view)

(b) Heuristic search of OSEHS method

(a)

(b)

(a) Result of OSEHS method

(b) Result of SEHS method

(c) Result of Hybrid A* method

(d) Result of RRT method

(c)

FIGURE 1.6 – (a) Phase d'exploration de l'espace avec développement de cercles. (b) Phase de recherche heuristique de chemin pour un évitement d'obstacle. (c) Phase de recherche heuristique de chemin pour une manœuvre de parking

étant connues, ces méthodes globales sont plus facilement applicables que dans le cas des véhicules terrestres car ces derniers se déplacent dans un environnement très changeant et plus restreint.

La plupart des méthodes présentées ici sont des méthodes discrètes (graphes, segments). Cela conduit notamment au fait que les trajectoires obtenues ne sont pas continues en vitesse, accélération, et donc ne sont pas réalisables par le véhicule.

D'autres types de méthodes globales seront présentées dans la partie 1.5, car de nombreuses méthodes récentes sont basées sur des algorithmes très différents de ceux proposés ci-dessus, notamment les algorithmes évolutionnaires.

1.3.2 Approches locales

Les approches locales de planification de trajectoire ne font pas état de l'ensemble de l'environnement, du point P_0 au point P_f. L'objectif de ces méthodes est de calculer une nouvelle position du véhicule, si possible en le rapprochant un peu plus de l'objectif final P_f, en garantissant qu'il ne rencontre pas d'obstacle sur le chemin. Ces méthodes s'appuient sur les données des capteurs qui renvoient des informations sur l'environnement proche du véhicule. Elles sont par exemple essentielles dans le cas des robots explorateurs tels que les

rovers (Curiosity par exemple).

1.3.2.1 Champs de potentiel

Une méthode locale fréquemment utilisée est la méthode des champs de potentiel artificiels Khatib [1986b], ou *Artificial Potential Fields* (APF) en anglais. La méthode des champs de potentiels est basée sur le principe de forces qui, suivant leur nature, attirent ou repoussent le véhicule et qui dérivent d'un potentiel. Le point objectif P_f de la trajectoire est un creux de potentiel ou potentiel attractif et les obstacles sur le chemin sont des bosses de potentiel ou potentiels répulsifs. L'analogie suivante est faite par Latombe [2012] : "le robot est considéré comme une particule chargée soumise à l'influence d'un potentiel électrique attractif vers la cible et de potentiels répulsifs de la part des obstacles pour éviter les collisions".

Un exemple illustratif est donné en Figure 1.7.

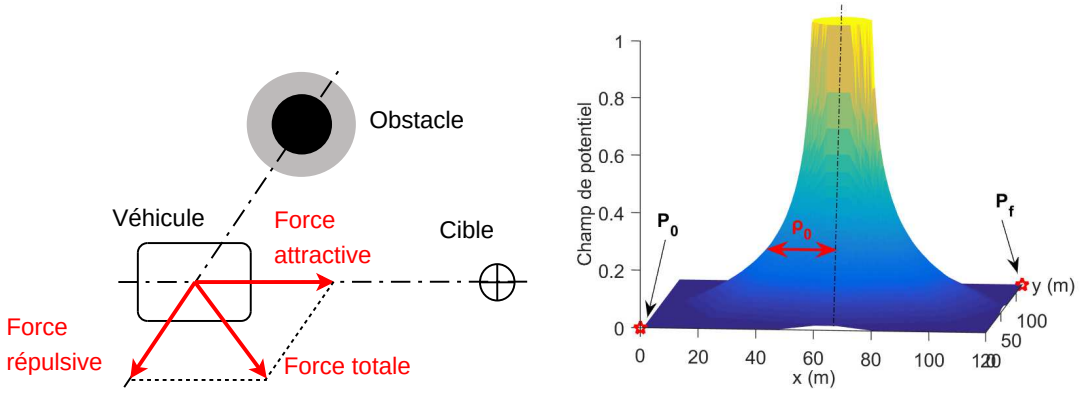


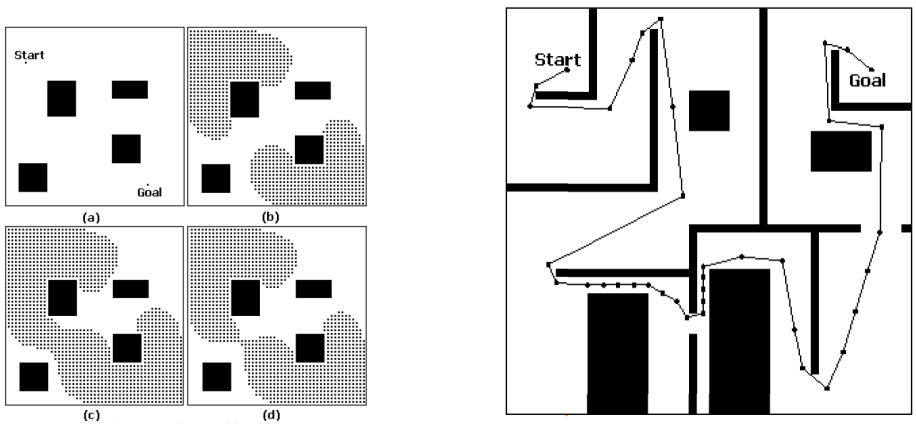
FIGURE 1.7 – (a) Forces s'exerçant sur le robot dans le champ de potentiel, (b) exemple de potentiel répulsif autour d'un obstacle rond

A l'origine cette méthode était purement géométrique. Les obstacles peuvent être approximés par des n-ellipsoïdes, des super-quadratiques, des fonctions harmoniques, autant de solutions qui sont explorées dans la littérature... Puis, certains auteurs (Hogan [1984] Newman et Hogan [1987]) ont commencé à prendre d'autres éléments en compte tel que l'énergie cinétique du véhicule ou sa vitesse relative par rapport aux obstacles (Ge et Cui [2002]). Plus de détails sont donnés dans le livre de Pruski [1996]. Cette méthode des champs de potentiel possède quelques inconvénients majeurs tels que les minima locaux dans lesquels le véhicule peut se retrouver, par exemple les couloirs trop étroits pour que le véhicule les franchisse, ou encore les phénomènes d'oscillation dans les couloirs, ce qui pourrait être problématique pour le cas de la route considérée comme un couloir.

De nombreuses améliorations de la méthode APF peuvent être trouvées dans la littérature, comme la méthode des géodésiques (Agirrebeitia et al. [2005]), leur utilisation pour la navigation en essaims (Barnes et al. [2007], Morand [2014]), leur combinaison avec

d'autres méthodes, comme les algorithmes génétiques (Cosío et Castañeda [2004], Montiel et al. [2015]), décrits en **section 1.5** ou l'algorithme A^* (Poty [2006], Kao et al. [2015]). Elle est déjà utilisée en planification de chemin pour les véhicules autonomes (Ji et al. [2017]).

Certains articles (Adeli et al. [2011]) tendent cependant à utiliser la méthode des champs de potentiel comme une méthode globale, ce qui est un dévoiement de son but initial. Dans cet article, la méthode est implémentée en hors-ligne dans un environnement fixe, donc avant toute manœuvre du robot. L'espace considéré est un espace carré en deux dimensions. Une fois la carte de potentiel établie, un seuil de danger est fixé, comme dans Ge et Cui [2002] en-deçà duquel il est possible de naviguer. Pour cela, le seuil est fixé de sorte qu'il existe un point unique appelé "point-milieu" tel que représenté sur la Figure 1.8 (a), sous-figure d). Une fois le point trouvé, deux nouveaux points milieux sont cherchés entre les points trouvés et ainsi de suite jusqu'à avoir une séquence de points suffisamment rapprochés pour se déplacer en ligne droite de l'un à l'autre. L'allure de la solution finale est donnée en Figure 1.8 (b).



(a) (b)

FIGURE 1.8 – (a) Recherche du "Point milieu" par la variation du seuil de potentiel choisi (b) Liens entre les points milieux pour donner la trajectoire finale

L'article propose une méthode rapide (complexité en $n_{obst}^2 \log(n_{obst})$ où n_{obst} est le nombre d'obstacles), et qu'il permet de gérer la distance aux obstacles au moyen de deux paramètres. Cependant, il ne permet pas de générer une trajectoire (c'est un chemin) et offre un résultat seulement $\mathcal{D}^1$ c'est à dire continu, dérivable une fois, à dérivée non obligatoirement continue.

Les champs de potentiel ont été utilisés de nombreuses façons, et notamment en local en ne les définissant plus dans l'espace cartésien mais dans l'espace des trajectoires (Shimoda et al. [2007]), ce qui permet de naviguer directement dans l'espace des commandes possibles pour le véhicule. Le champ de potentiel n'est plus un champ dépendant de x et y, mais directement des variables de commande Γ et β du véhicule.

1.3.2.2 Tentacules

Parmi les méthodes distinctes des champs de potentiel, la méthode des tentacules (Alia et al. [2015]) qui permet de "lancer" des clothoïdes, courbes en forme de tentacules, au-devant du véhicule afin de tester les zones à risque et de choisir une de ces courbes comme trajectoire pour le véhicule. Un ensemble de tentacules "libres" est trouvé et le meilleur de ces tentacules libres est alors recherché. C'est une méthode très pratique (moins théorique, qui provient de l'expérimentation) et utilisée sur des prototypes, dont une illustration est donnée en Figure 1.9. La méthode des tentacules est également utilisée par Fokam [2014] sur la planification de trajectoire de véhicules autonomes. Cette thèse servira notamment au **chapitre 5** pour la modélisation de véhicules automobiles.

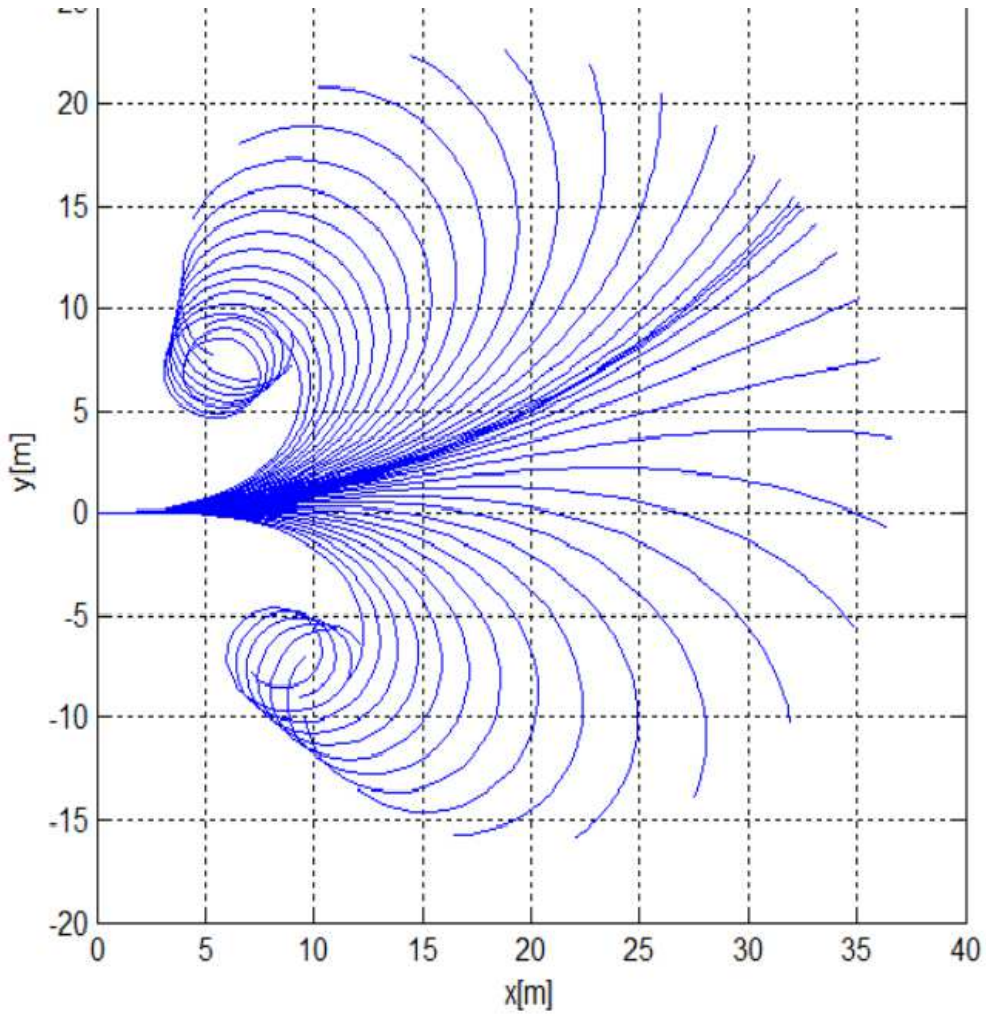


FIGURE 1.9 – Illustration de la méthode des tentacules (ou clothoïdes), prohe du RRT

1.3.2.3 Synthèse

L'approche locale est efficace en terme de temps de calcul. Ces méthodes sont souvent appelées méthodes "en ligne" (au contraire des méthodes globales appelées "hors-ligne") car elles permettent de façon efficace, en temps réel, de trouver une position suivante pour le véhicule.

Cependant, ces méthodes ne sont pas utilisables seules pour faire de l'optimisation de trajectoire puisqu'il s'agit de réagir aux obstacles rencontrés et d'avancer pas-à-pas. De plus, les méthodes locales ne permettent pas directement d'estimer si l'objectif est atteignable. Elles permettent seulement de définir sa direction. Elles présentent l'énorme inconvénient de risquer d'amener le véhicule dans une impasse, comme c'est le cas avec les minima locaux du champ de potentiel.

1.3.3 Synthèse sur la distinction locale-globale

Finalement, la plupart des méthodes présentées dans cette section sur les approches locales et globales sont d'anciennes méthodes, basées sur la théorie des graphes, ou des méthodes locales difficiles à optimiser. La plupart sont également des méthodes de planification de chemin, qui ne permettent pas d'obtenir une trajectoire avec une référence temporelle et donc les différentes dérivées de la position. Deux réalités s'affrontent : la nécessité d'optimiser afin de trouver le meilleur chemin ou la meilleure trajectoire et la réalité technique contrainte par les capteurs et de leur sensibilité, par le caractère imprévisible de l'environnement, ou encore par des limites de capacités de calcul des processeurs embarqués.

Dans la section suivante, la distinction entre les méthodes de planification de chemin et les méthodes de planification de trajectoire sera présentée plus en détails, ce qui permettra également d'introduire des méthodes plus récentes.

1.4 Planification de chemin et planification de trajectoire

La section précédente 1.3 proposait des méthodes locales et globales, distinguées par des exemples et des illustrations. Cependant, cette dualité ne suffit pas à exprimer la complexité de classification des méthodes de planification. En effet, la nouvelle distinction qui est faite ici, entre planification de trajectoire et planification de chemin, est essentielle. La plupart des méthodes présentées auparavant cherchent uniquement un chemin spatial pour aller d'un point à un autre, dans un environnement supposé connu, ou découvert au fur et à mesure avec les méthodes locales.

Dans le cas des approches globales, la notion de chemin ou de trajectoire est primordiale. En effet, générer une trajectoire globale d'un point P_0 à un point P_f nécessite la recherche d'un chemin spatial, mais également d'une consigne temporelle attachée à ce chemin, *i.e.* une courbe de vitesse, une courbe d'accélération. Cette consigne, appelée aussi "mouvement" sur le chemin, correspond à la façon dont le véhicule parcourt le chemin. Il est à noter que dans le cas des méthodes locales, la notion de planification de chemin ou de trajectoire a moins de sens, puisque le chemin est découvert au fur et à mesure, et donc temporellement parcouru à la vitesse à laquelle le véhicule peut le parcourir.

Dans un environnement fixe, la planification de chemin est suffisante, puisqu'une consigne peut être générée sur ce chemin de façon découplée, les obstacles restant toujours à la même place. Dans un environnement mobile, la forme du chemin idéal dépend de la façon dont il est parcouru. Par exemple, dans le cas d'un croisement sans feux, le fait de passer avant ou après un véhicule traversant dépend de la vitesse de l'Ego-Véhicule (EGV). Sur autoroute, le fait de dépasser ou non un véhicule avant de prendre une sortie dépend également des vitesses. La Figure 1.10 permet d'illustrer par un exemple simple la nécessité de considérer la dimension temporelle de la trajectoire dans un environnement dynamique. En effet, les portes 1 et 2 de la figure s'ouvrent et se ferment régulièrement, à une fréquence connue. Suivant le temps d'arrivée du véhicule à proximité de la zone du point P_f, la trajectoire idéale passera par la porte 1, ou par la porte 2. Sur la figure, la trajectoire idéale passe par la porte 1, la porte 2 étant fermée.

Dans la **section 1.3**, de nombreuses méthodes de planification de chemin ont été proposées, comme les méthodes par graphe, ou même la méthode des champs de potentiels. Les exemples de méthodes proposées dans cette section sont donc essentiellement des exemples de méthodes de planification de trajectoire. En **section 1.4.1**, la génération ou planification de mouvement est définie, puis en **sections 1.4.2, 1.4.3** et **1.4.4** quelques méthodes typiques de la planification de trajectoire sont décrites.

1.4.1 Génération de mouvement

Selon Orsoni [2002], la planification de trajectoire peut se décomposer en deux étapes. La première étape constitue ce qui a été décrit auparavant comme la planification de chemin et la seconde constitue la génération du mouvement le long de ce chemin, comme montré en

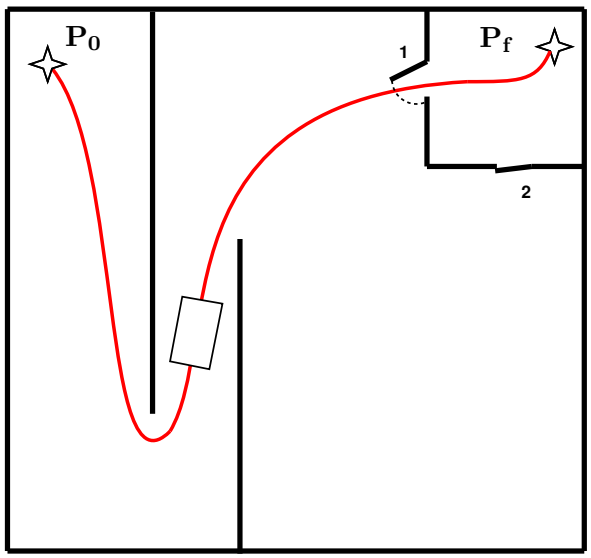


FIGURE 1.10 – Illustration du déplacement d'un véhicule d'un point P_0 à un point P_f, avec deux portes 1 et 2 se fermant à intervalles réguliers

Figure 1.11.

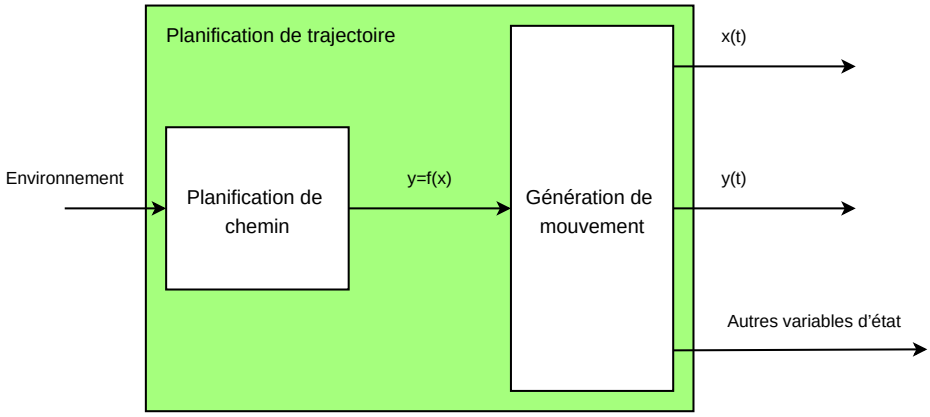


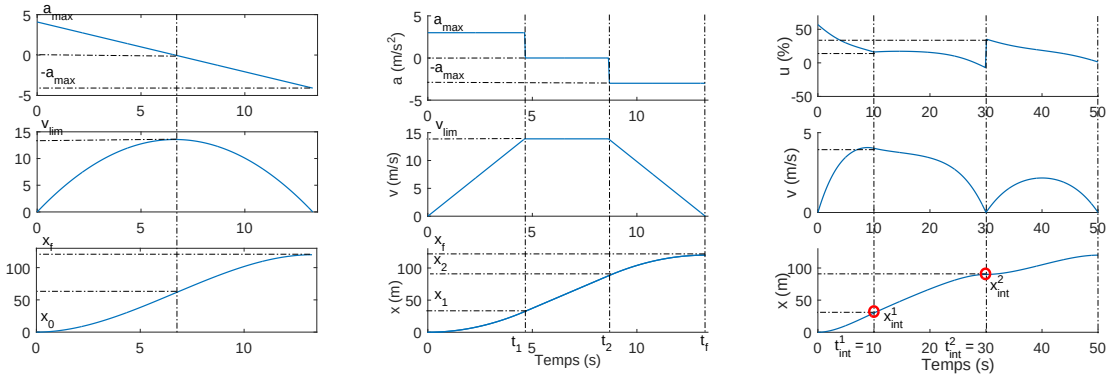
FIGURE 1.11 – Dichotomie de la planification de trajectoire en planification de chemin et génération de mouvement par Orsoni [2002]

La génération de mouvement est équivalente à de la planification de trajectoire à 1 dimension. En effet, le chemin spatial est considéré comme connu et le mouvement le long de ce chemin est recherché. Orsoni [2002] cherche un algorithme capable de calculer les consignes à appliquer en entrée d'une boucle de commande tout en minimisant un critère d'optimalité donné. Dans cette section, aucun algorithme de résolution n'est proposé. Seules les méthodes de génération de trajectoire sont proposées, sans notion de choix ou d'optimisation. Les méthodes décrites possèdent des paramètres qui peuvent être optimisés en utilisant des algorithmes d'optimisation présentés dans cet état de l'art (algorithmes génétiques, Djikstra, méthodes inverses, etc...). Les méthodes les plus couramment utilisées sont :

— la méthode des polynômes (Figure 1.12 (a)), qui génère un polynôme d'ordre choisi, du point de départ au point d'arrivée (ordre 3 sur la figure),

— la méthode Bang-Bang, qui utilise les saturations de l'accélération et de la vitesse pour parcourir la trajectoire en un temps minimal (Figure 1.12 (b)),

— la méthode des splines cubiques, qui est une méthode polynomiale étendue pour respecter certaines condition aux points de passage ; des polynômes sont reliés entre eux aux points de passage, afin d'assurer la continuité en position et éventuellement en vitesse ou en accélération.



(a) (b) (c)

FIGURE 1.12 – (a) Courbe de type polynomiale (b) Courbe de type Bang-Bang (c) Courbe de type spline cubique avec points intermédiaires

Ces trois méthodes sont simples à mettre en œuvre, mais comportent un inconvénient important car elles ne prennent pas en compte les contraintes dynamiques du véhicule. Au mieux les contraintes cinématiques sont prises en compte.

Les méthodes pour lesquelles le chemin spatial est déjà généré sont nombreuses, car le problème est découplé par le chemin d'une part, puis le mouvement, réduisant par conséquent la difficulté. Dans certains cas, comme celui des trains (Wang et al. [2011], Feng et al. [2014]), ce découplage est naturel puisque les rails imposent le chemin physique. Certains auteurs en planification de trajectoire pour les véhicules automobiles adoptent une approche similaire afin de gérer la dépense énergétique car celle-ci dépend essentiellement du mouvement. Ainsi, des méthodes d'éco-conduite sont proposées (Kermani [2009], Wang et Cassandras [2013], Mensing et al. [2014]) en s'inspirant des travaux effectués sur les trains (Dib et al. [2011]). Plus récemment, certains travaux traitant directement de véhicules autonomes prennent comme hypothèse de départ que le chemin physique est déjà créé (Gu et al. [2017]) et que l'important est de bien gérer le mouvement le long de ce chemin. De même, dans Kim et al. [2013], où les notion de chemin et de mouvement le long de ce chemin sont abordées, les deux sont planifiées séparément. Dans la majorité des cas, sur route, cette hypothèse est valide puisque le véhicule suit les routes tracées, et n'a qu'à choisir une branche de route à prendre, ce qui représente un simple choix discret et non un calcul de trajectoire.

Certaines méthodes, comme la platitude, ou la méthode inverse proposée au **chapitre 2**, pourraient permettre une meilleure prise en compte des contraintes véhicules en utilisant l'inversion des équations du mouvement.

1.4.2 Planification de trajectoire à partir des champs de potentiel

La méthode initiale des champs de potentiel ne peut pas être considérée comme une méthode de planification de trajectoire. En effet, le véhicule est soumis à une force qui dérive du potentiel. De cette force est calculée une accélération, de laquelle découlent une vitesse et une position. Cependant, le potentiel n'étant pas généré pour définir des profils de force, donc d'accélération, et par conséquent de vitesse et de position, ils ne génèrent pas une consigne acceptable. Les forces virtuelles exercées sont simplement là pour permettre au véhicule de descendre la pente du potentiel jusqu'au point P_f. La pente d'angle α vers le point objectif étant souvent constante, il en résulte une force d'attraction constante et donc une accélération constante. Il en résulte une vitesse croissante proportionnelle à la distance au point de départ et une position s'exprimant sous la forme d'un polynôme d'ordre 2. L'accélération étant constante, positive, la vitesse n'a de cesse d'augmenter, ce qui est incompatible avec un scénario de départ à vitesse nulle et d'arrivée à vitesse nulle.

En résumé : les forces exercées par le potentiel sont des forces virtuelles permettant d'attirer le véhicule vers la cible et d'éviter les obstacles. Il n'y a donc aucun lien avec les forces réelles exercées sur les roues pour parcourir le chemin généré.

Cependant, une méthode globale des champs de potentiels, plus complexe, permet de modifier le champs de potentiel de sorte que le véhicule suive une courbe de vitesse souhaitée, celle-ci étant obtenue par optimisation (Fields [2014]). Ce travail est réalisé à l'*Air Force Institute of Technology (USA)*, et peut s'appliquer pour des robots manipulateurs, des véhicules aériens ou terrestres évoluant dans un environnement avec obstacles. La thèse présente d'abord des méthodes de champs de potentiel existantes, comme la méthode de Lyapunov et la méthode dite *"Velocity Artificial Potential Function Method"* (VAPF).

Fields [2014] développe ensuite deux méthodes :

— la méthode *"Variable Speed and Direction VAPF method"* permet de formuler un problème de contrôle optimal dit "hybride". Pour pouvoir faire de l'optimisation, une méthode de champs de potentiel est couplée avec un problème de contrôle optimal. L'inconvénient des méthodes précédentes est que, fatalement, le véhicule suit la descente du gradient de potentiel. Même en adaptant la forme du potentiel pour avoir une meilleure courbe de vitesse, des trajectoires sous-optimales sont obtenues. De plus, le fait d'optimiser la forme globale du champ de potentiel pour optimiser la trajectoire est une technique coûteuse en temps de calcul. L'idée de la méthode proposée est de permettre à la vitesse du véhicule de prendre n'importe quelle direction dans le champ de potentiel tant qu'il ne va pas dans le sens d'un potentiel croissant. En imposant la forme de l'accélération du véhicule, de sorte que la vitesse respecte cette condition, un

problème d'optimisation est défini.

— la seconde méthode proposée s'appelle "Adaptative APF", un type particulier de méthode des champs de potentiel qui permet de modifier le champ de potentiel attractif pour que le véhicule puisse suivre un profil donné de vitesse.

Ces deux méthodes sont présentées ici pour illustrer la difficulté que la planification de trajectoire représente : il est difficile de gérer à la fois les aspects spatiaux et temporels de la trajectoire, notamment pour faire de l'optimisation. Cette difficulté est augmentée ici par le fait qu'une méthode de planification de chemin est transformée en méthode de planification de trajectoire. En effet, la méthode des champs de potentiel a été initialement développée pour trouver un chemin. Le fait d'augmenter cette méthode apporte des complexités qui n'existeraient pas si la méthode avait été directement conçue comme une méthode de planification de trajectoire.

1.4.3 Planification de trajectoire continue

Une autre technique de planification de trajectoire consiste à chercher une courbe continue, de façon analytique ou numérique, et d'y ajouter une référence temporelle pour pouvoir remonter de la position à la vitesse et à l'accélération. Pour cela, deux possibilités principales sont évoquées dans la littérature : à savoir trouver l'expression de la trajectoire sous forme analytique (polynômes, courbes de Béziers, ...), avec des points de passages assortis de temps de passage, ou inverser des équations du mouvement, ce qui permet d'obtenir directement une trajectoire.

1.4.3.1 Méthodes à forme de courbes fixées

Les méthodes qui consistent à fixer une forme particulière de la trajectoire sont les plus répandues dans la littérature, que ce soit pour une approche globale ou une approche locale (voir méthode des tentacules, évoquée en **section 1.3.2**).

L'idée est simple : suivant la taille et la complexité de l'environnement, un certain nombre de points de passages intermédiaires sont imposés et sont reliés entre eux par des courbes paramétrées de formes connues. Ainsi, au travers des positions et temps des points de passage, un certain nombre de paramètres des courbes sont à régler pour obtenir une trajectoire ou un chemin. Les formes suivantes de courbes qui relient les points de passage existent, de la plus simple à la plus compliquée :

— le segment (qui est utilisé par exemple pour toutes les méthodes par graphes présentées en **section 1.3**) ;

— l'arc de cercle ;

— les polynômes d'ordre 1, 2 ou 3 sans contrainte particulière, utilisés dans Receveur et al. [2017] ;

— les courbes de Dubins (Dubins [1957]) utilisées notamment pour les véhicules aériens (Chitsaz et LaValle [2007]), qui sont des successions de segments et d'arcs de cercles ;

— les splines polynomiales (De Boor et al. [1978], Defoort [2007], Kim et al. [2013]) qui permettent de respecter les contraintes cinématiques du véhicule (Berglund et al. [2010]), et sont également utilisées dans le domaine aérien (Howell et Allen [2016]) ;

— les courbes de Béziers (Pomax [2017]) qui sont des splines particulières, très utilisées pour les véhicules autonomes (Pérez et al. [2013], Rastelli et al. [2014]).

Cette liste non exhaustive permet de tirer des conclusions sur les trajectoires efficaces. En effet, il n'est pas nécessaire d'aller chercher des formes de courbes compliquées, puisqu'une concaténation de polynômes bien contraints forme des trajectoires largement utilisées.

Définition 1.4.1 (Trajectoire lisse)**.** *La trajectoire d'un véhicule non holonome est dite lisse (Von der Hardt [1997], Kanayama et Hartman [1989]) si :*

— *la trajectoire est continue ;*

— *elle est dérivable et ne comprend pas de points anguleux (ce qui élimine d'office les successions de segments), donc au moins* $\mathcal{C}^1$ *:*

— *les accélérations en translation et en rotation sont bornées.*

Trois types de trajectoires sont illustrés en Figure 1.13. Les segments ou les courbes de Dubins ne correspondent pas à la définition de trajectoire lisse, car il n'est pas possible d'assurer une continuité en rayon de courbure. Dans cet exemple, la courbe de Béziers est faite d'un seul morceau et présente toutes les caractéristiques d'une trajectoire lisse.

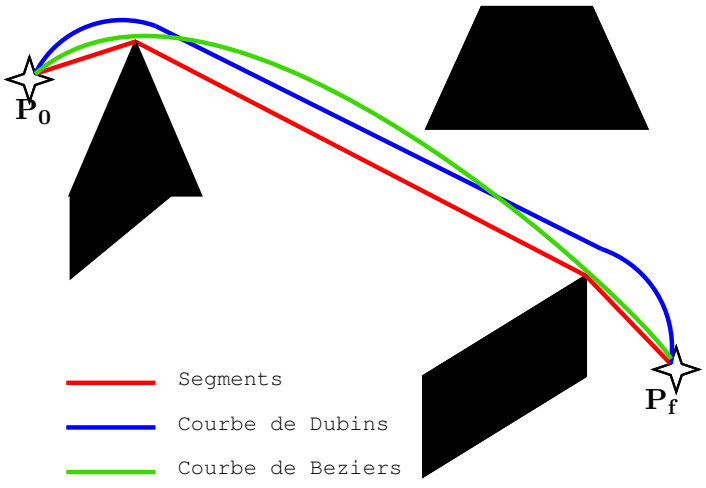


FIGURE 1.13 – Illustration de trois types de courbes utilisées en planification de trajectoire, les enchaînements de segments (–), les courbes de Dubins (–), les courbes de Béziers (–)

Les courbes de Béziers sont assez utilisées dans le domaine des véhicules, car elles offrent des garanties importantes de continuité (Hwang et al. [2003], Choi et Elkaim [2008]). Elles

sont utilisées directement en planification de trajectoire par Rastelli et al. [2014] ou Pérez et al. [2013], car elles permettent notamment l'optimisation d'une trajectoire courte par peu de paramètres. Les splines font aussi l'objet d'études récentes, telle que Kim et al. [2013], où elles sont utilisées pour caractériser la forme de la route, et donc la trajectoire du véhicule maintenu dans sa voie. Berglund et al. [2010] propose une utilisation des B-splines pour obtenir une trajectoire très lisse dans le cas d'un véhicule électrique conduisant dans un chemin encombré. D'autres méthodes, comme celle de Glaser et al. [2010] proposent un choix haut niveau de manœuvres réalisables, de façon discrète, puis une mise en application de ces manœuvres - un dépassement par exemple - par une courbe continue, de type spline, ou suite de polynômes.

Cependant, ces chemins ne deviennent des trajectoires que si une référence temporelle leur est attachée, suffisamment échantillonnée pour permettre la dérivation.

1.4.3.2 Méthodes par inversion d'équations du mouvement

L'intégration des équations du mouvement est la méthode préférée des puristes. En effet, cette méthode théorique est la plus élégante et la plus déterministe. Elle consiste tout d'abord à déterminer un critère d'optimisation dépendant des variables d'état, puis à écrire les équations du mouvement qui serviront de contraintes dans l'optimisation et enfin à résoudre ce problème comme un problème de commande optimale. C'est la méthode qui est employée à une dimension par Petit et Sciarretta [2011] et qui sera développée dans le **chapitre 2**. La théorie du contrôle optimal, qui utilise des outils mathématiques tels que le calcul différentiel ou le principe du maximum de Pontryagin est beaucoup étudiée en théorie mais ne mène pas très loin en pratique car très lourde en termes de temps de calcul pour tous les problèmes non-triviaux (Frazzoli et al. [2001]). Dans le domaine des véhicules, la méthode *Non-Linear Programming* (NLP) est cependant fréquemment utilisée (Li et Shao [2015]) pour intégrer les équations du mouvement en respectant notamment les contraintes cinématiques du véhicule, limites sur les variables d'état. L'avantage principal de cette méthode est de générer des trajectoires réalisables par des véhicules non holonomes.

Howard et al. [2008] ou Werling et al. [2012] proposent d'utiliser les variables d'état du véhicule pour générer des manœuvres rapides, dans des situations contraintes. La conduite en ville est une de ces situations.

L'article Gray et al. [2012] peut également être cité. Il propose une méthode de contrôle du véhicule pour faire de l'évitement d'obstacles, basée sur deux niveaux de contrôle :

— le planificateur de niveau haut (ou niveau stratégique), utilise les "primitives" du mouvement ("*motion primitives*" en anglais) soit la position, la vitesse et l'accélération grâce à un modèle dynamique non-linéaire ;

— le planificateur de niveau inférieur utilise un contrôleur basé sur la prédiction de modèle (*Non-Linear Model Predictive Controller* : NMPC). La structure de ce planificateur est proposé en Figure 1.14.

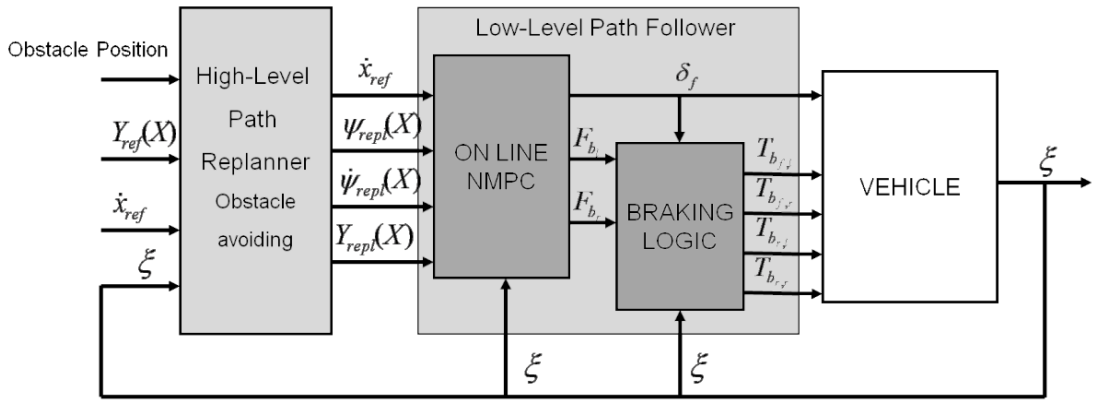


FIGURE 1.14 – Structure de l'organe de planification et de contrôle de trajectoire.

Le modèle utilisé dans le planificateur de niveau haut, de type masse ponctuelle, génère des trajectoires qui ne sont pas toujours réalisables, ce qui conduit à des collisions avec des obstacles. Le NMPC est alors utilisé pour éviter les obstacles. Cependant, pour contourner la difficulté du temps de calcul assez long de ce type de contrôleur, l'article propose de simplifier la planification en utilisant deux types de primitives du mouvement, les *trims* et les manœuvres. Les *trims* sont des trajectoires où le véhicule est dans un état d'équilibre et les manœuvres connectent les *trims* entre eux. La méthode contourne la difficulté de l'optimisation non-linéaire en transformant la trajectoire en une série de trims et de manœuvres. Pour les formes des trajectoires, la méthode utilise des clothoïdes ainsi que des manœuvres de dérapage (ou *drift*), présentées en Figure 1.15 avec α_{max} l'angle de braquage maximum des roues pour chaque trajectoire (notation de l'article original).

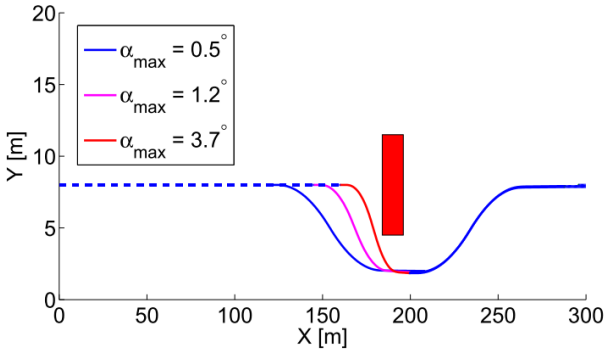


FIGURE 1.15 – Différentes trajectoires possible pour un évitement d'obstacle

Cette méthode est intéressante en terme de planification de trajectoire, mais semble limitée en terme de garanties de convergence et de temps de calcul. La non holonomie du véhicule ainsi que la prise en compte de sa dynamique montrent le potentiel de cette méthode.

Une application intéressante des courbes de Dubins peut être trouvée dans le travail de Villagra et al. [2012], qui traite de planification de trajectoire avec profil de vitesse pour un véhicule de transport public urbain et autonome. La méthode propose un planificateur global pour générer une trajectoire globale dans le cadre d'un environnement sans obstacles. Elle propose également un planificateur local pour l'évitement d'obstacles et pour prendre en compte le confort des passagers à travers des limites d'accélérations latérales, longitudinales, ou de jerk. Sur la Figure 1.16 (a) le schéma de fonctionnement des deux planificateurs peut être observé. Sur la Figure 1.16 (b) un exemple de recherche de trajectoire est donné :

— le planificateur local part des équations dynamiques du véhicule et utilise la platitude pour générer un chemin optimal ou quasi-optimal en terme de longueur, au moyen des chemins de Dubins (Dubins [1957]) ;

— le planificateur global, lui, se décompose en deux étapes : l'étape d'apprentissage et l'étape de requête. La première phase consiste à utiliser une technique probabiliste pour construire un graphe orienté dont les nœuds correspondent à l'espace libre et dont les bords correspondent à des chemins faisables. L'article considère que la différence de longueur entre les chemins est trop faible pour être optimisée, et qu'il est plus intéressant de maximiser le confort des passager en jouant sur la courbure. La seconde phase de la planification globale consiste à relier ces points intermédiaires grâce au planificateur local. L'algorithme est donné dans l'article.

— L'article s'intéresse finalement à la génération de profil de vitesse le long de ces courbes.

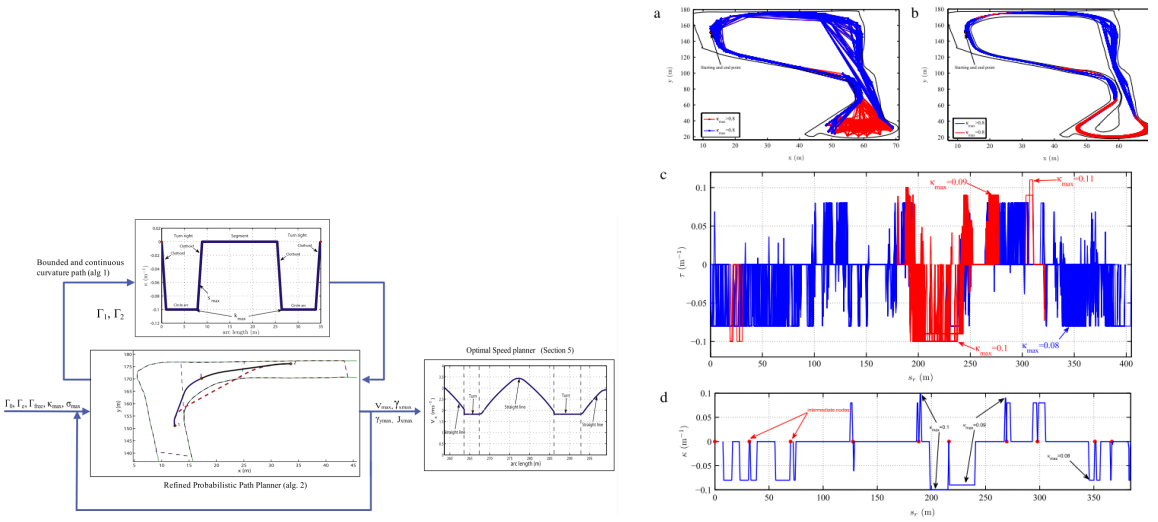


FIGURE 1.16 – (a) Schéma de fonctionnement des deux planificateurs ensemble (b) Recherche de trajectoire par le planificateur global

1.4.4 Planification de trajectoire DKP

La méthode de planification Cinémato-Dynamique (*Deterministic Kinodynamic Planning* : DKP Gaillard et al. [2011]) est une méthode assez complexe, à cheval entre la planification locale et globale, qui possède l'énorme avantage de prendre en compte les contraintes du véhicule tout en évitant les minima locaux.

La méthode DKP emploie d'abord une technique locale de planification de bouts de trajectoires polynomiales d'ordre 2, avec des temps de parcours associés. Il s'agit donc bien d'une planification de *trajectoire*. Pour cela, une résolution géométrique des contraintes est effectuée pour trouver une solution optimale, avec pour variables d'optimisation les paramètres des polynômes. Un arbre de solutions locales est ainsi généré.

Un planificateur global de type A^* vient ensuite prendre le relais pour choisir les bouts de trajectoire à adopter pour résoudre le problème. Un exemple de trajectoire générée avec cette méthode est donné en Figure 1.17.

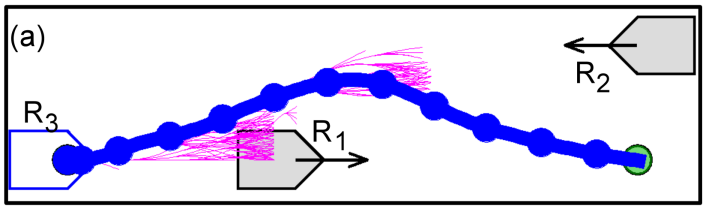


FIGURE 1.17 – Exemple de trajectoire générée avec la méthode DKP

Cette méthode est particulièrement intéressante, puisqu'elle tient compte des contraintes du véhicule, de l'environnement global et permet non seulement de générer une trajectoire mais également de l'optimiser.

La méthode de planification de trajectoire utilisant la notion de *kinodynamic* est également utilisée par Frazzoli et al. [2001] qui s'en sert pour créer une méthode de planification mixte entre planification locale, par des bouts de trajectoires respectant les contraintes non holonomes du véhicule, et globale, en utilisant un algorithme heuristique RRT et des points de passage. Une illustration de cette méthode est donnée en Figure 1.18.

1.4.5 Synthèse sur la distinction chemin-trajectoire

La distinction chemin/trajectoire est donc définie par le fait que le chemin ne possède pas de référence temporelle. Il est purement spatial et la plupart des méthodes dites "de planification de trajectoire" sont en fait des méthodes de planification de chemin. Dans cette section, des éléments intéressants ont été abordés comme la notion de points de passage, qui permet également d'avoir des temps de passage, ainsi que la notion de continuité. Il est important de noter que, si la continuité aux différents points de passage est assurée et que la forme des courbes est imposée, alors le problème de planification de trajectoire devient un problème d'optimisation de placement de points et de paramètres. Cette idée a amené à

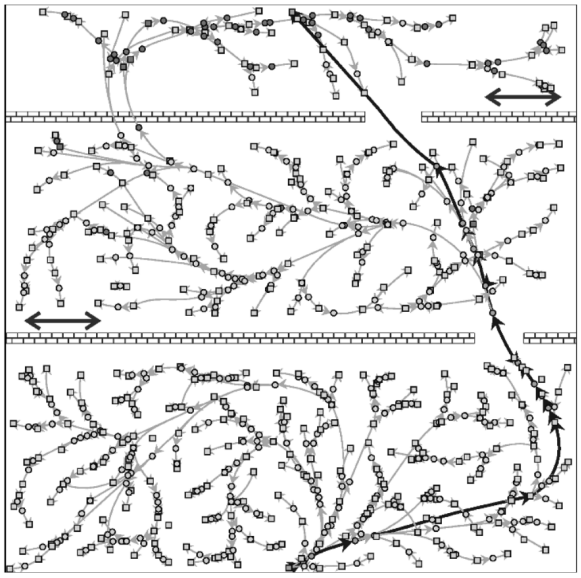


FIGURE 1.18 – Exemple de trajectoire générée avec la méthode *kinodynamic* + RRT

l'émergence de méthodes de planification issues directement de l'optimisation, notamment les méthodes probabilistes proposées dans la **section 1.5**.

Il est intéressant de noter que l'idée évoquée en **section 1.3.1** d'un découplage entre la modélisation de l'environnement son découpage, la forme des trajectoires (des segments en **section 1.3.1**) et la façon dont est choisie la meilleure trajectoire (algorithmes de type A^* en **section 1.3.1**) qui correspond à la méthode d'optimisation est retrouvée dans cette partie, avec des trajectoires continues. C'est la distinction entre la génération d'une trajectoire (son existence), et son optimisation (le meilleur choix).

1.5 Approches déterministes et approches probabilistes

Parmi les méthodes de planification de trajectoire, certaines méthodes sont dites probabilistes, c'est à dire "qui procèdent par approches successives en éliminant progressivement les alternatives et en ne conservant qu'une gamme restreinte de solutions tendant vers celle qui est optimale". Cette définition très large regroupe un grand nombre de méthodes, y compris les méthodes de recherche dans les graphes comme l'algorithme A^* et ses dérivées, utilisées notamment dans le contexte véhicule autonome par de nombreux acteurs du *DARPA Urban Challenge* (Likhachev et al. [2005], Likhachev et Ferguson [2009], Ferguson et al. [2008]). Ces méthodes possèdent l'énorme avantage d'être rapides dans le choix d'un bout de trajectoire, même si elles manquent d'optimalité sur de plus grandes distances.

Les méthodes déterministes, quant à elles, regroupent la plupart des méthodes proposées en **section 1.4.3** et sont des méthodes qui partent d'équations, de formules analytiques, qui sont dérivées, concaténées, ou inversées selon les cas.

Lorsqu'il est question de méthode probabiliste ou de méthode déterministe, il n'est plus question de la modélisation de l'environnement sous forme de graphe ou de la forme analytique imposée aux trajectoires, il est question de la méthode de résolution, de l'algorithme de choix de la trajectoire ou de la méthode d'optimisation. Ces deux types de méthodes fonctionnant de façon assez différente sont comparées. Les premières fonctionnent souvent de façon itérative et empirique en partant de populations de solutions. Les secondes exploitent les mathématiques du problème et utilisent souvent une descente de gradient du critère pour parvenir à un minimum, local ou global.

En **section 1.3.1**, certaines méthodes probabilistes originelles, basées sur la théorie des graphes, ont déjà été abordées. De plus, en **section 1.4.3** certaines méthodes déterministes ont également été proposées. Dans cette partie sera présenté un type bien particulier de méthodes probabilistes que sont les méthodes bio-inspirées (c'est à dire les méthodes dont le principe est tiré d'un phénomène biologique), et stochastiques (c'est à dire comportant une part de recherche aléatoire). Ces méthodes sont, avant tout, des méthodes d'optimisation et ont été ensuite appliquées à la planification de trajectoire. Elles imposent que soit fixée à l'avance une modélisation de la trajectoire avec des variables (paramètres) à optimiser.

1.5.1 Colonies de fourmis

Le principe des *colonies de fourmis* est celui d'individus coopérant pour trouver le chemin le plus court d'un endroit à un autre. Les fourmis, en exploratrices, laissent derrière elles une traînée d'hormones appelées phéromones. Ces phéromones sont ensuite captées par les autres fourmis qui tendent à suivre la même trace. Plus une trace est suivie par de nombreuses fourmis, plus de nouvelles fourmis vont la suivre, jusqu'à ce que toutes passent par le même endroit. Cette trace que toutes les fourmis suivent est alors la valeur optimale cherchée. C'est un algorithme assez adapté à la recherche de plus courtes distances, puisque la transition est directe de la biologie à l'application : voyageur de commerce (Costanzo et al. [2006]),

GPS, véhicules (Wu et al. [2012]), etc... Cette méthode n'est cependant pas adaptée pour le multiobjectif.

1.5.2 Essaim particulaire

La méthode des *essaims particulaires* (*Particle Swarm Optimization* en anglais ou PSO) est basée sur l'idée que des individus qui se dirigent vers un but commun ont tendance à adopter un comportement commun. Chacun des éléments de l'essaim se trouve dans un endroit de l'espace des solutions avec une certaine orientation. Ils se déplacent ensuite et gardent en mémoire les meilleures passages rencontrées, ce qui permet de créer petit à petit une tendance vers une meilleure solution. Chaque individu évolue en fonction de sa vitesse, de la meilleure solution rencontrée et des meilleures solutions rencontrées par les individus dit "voisins".

Les paramétrages possibles résident dans les communications entre les particules, le nombre de particules dans l'essaim, les vitesses de parcours de l'espace, etc...

Cette méthode est assez populaire dans le domaine de l'optimisation pour des véhicules, notamment aériens (Liu et al. [2016], Zhang et al. [2013b]) ou robot mobile (Min et al. [2005]). Elle s'adapte à un large panel de problèmes allant de l'optimisation de trajectoire à la gestion de trafic, permet un découplage entre l'évaluation de la fonction objectif et la recherche de solutions et possède également l'avantage d'avoir déjà été employée par l'équipe CRONE (Morand [2014]).

1.5.2.1 Exemple

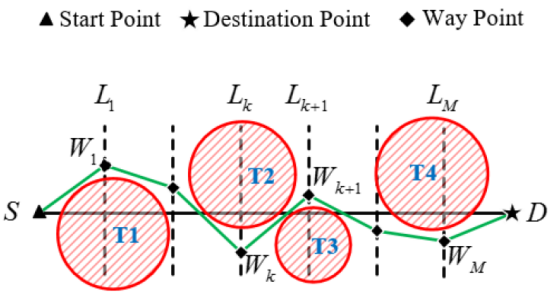
Liu et al. [2016] fait de la planification de trajectoire pour des drones (UAVs), pour des applications civiles ou militaires, dans un environnement qui comporte des obstacles : reliefs, immeubles, zones radar, zones de défense anti-aérienne. L'article explique notamment que les problèmes de planification et d'optimisation de trajectoire sont des problèmes d'optimisation de complexité "NP-hard", avec beaucoup de non-linéarités et de discontinuités dans les critères et dans les contraintes. Les algorithmes basés sur une population d'individus qui évolue sont donc assez adaptés pour résoudre ce genre de problèmes.

La méthode utilise un algorithme d'optimisation par essaim de particules, présenté en Figure 1.19 (a), pour placer des points intermédiaires entre un départ et une arrivée. L'allure de cette discrétisation est observable en Figure 1.19 (b). Chaque trajectoire est étudiée au moyen d'une fonction coût, qui prend en compte la longueur de la trajectoire, le danger qu'elle représente, ainsi que l'angle de direction minimum. Pour augmenter la rapidité de l'algorithme, l'espace de recherche est limité à une certaine distance au-dessus de l'obstacle le plus haut et à une certaine distance en dessous de l'obstacle.

Standard PSO Algorithm

Set the generation counter $k=0$
/***Initialization***/ Generate S individuals x_i of D dimensions with random initial location and speed in searching space.
/***Main loop***/
while termination criteria is not satisfied **do**
generation counter $k=k+1$
for $i=1:S$ **do**
/***Computation***/ Calculate cost value of particle x_i using its current position in current generation.
/***Update***/ Update the location and speed of particle x_i of current generation based on formula (17).
/***Update***/ Update local best position $P_{i,best}$ and global best position G_{best} based on current cost value.
end for
end while

(a)



(b)

FIGURE 1.19 – (a) Algorithme PSO standard (b) Allure des points intermédiaires sur le trajet Départ-Arrivée

1.5.3 Les algorithmes génétiques ou évolutionnaires

Les algorithmes génétiques (*Genetic Algorithms* en anglais, ou GA) sont inspirés de la génétique classique. Une population de points dans l'espace des solutions est considérée (dans notre cas une population de trajectoires) et pour chaque membre de cette population, il est question d'individu, de génotype ou de chromosome (Collette et Siarry [2002]).

Les opérations principales de l'algorithme sont le croisement d'individus d'une génération, illustré en Figure 1.20, et la mutation d'individus de façon plus ou moins aléatoire. Ces opérations sont répétées sur plusieurs *générations* pour obtenir une population de plus en plus performante, jusqu'à choisir un individu optimal. Ces opérations sont répétés jusqu'à atteindre un critère d'arrêt défini au préalable.

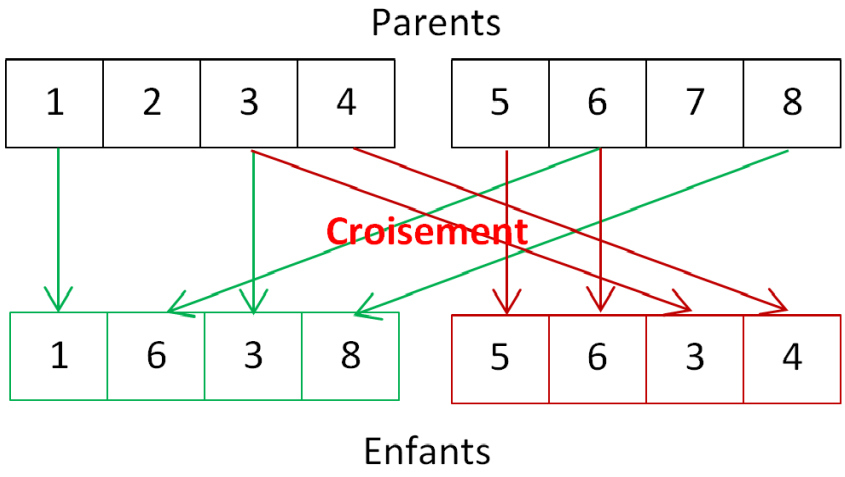


FIGURE 1.20 – Opération de croisements entre deux individus

Dans cette étude, les individus en question ne sont pas composés de valeurs binaires comme sur la Figure 1.20, mais de coordonnées de points, ou de temps.

Cet algorithme est très adapté pour l'optimisation multiobjectif (Besada-Portas et al. [2013]), et permet de donner plus d'importance à un critère qu'à un autre dans la recherche de solutions. Il permet également d'éviter efficacement les minima locaux d'un critère d'optimisation (Besada-Portas et al. [2013]). Le temps de calcul nécessaire est cependant fortement dépendant de la population initiale. Cet inconvénient est commun à de nombreuses méthodes d'optimisation.

Les algorithmes génétiques sont l'une des méthodes les plus explorées pour l'optimisation de trajectoire dans la littérature (Lin et al. [1994], Alvarez et al. [2004], Cosío et Castañeda [2004], Erinc et Carpin [2007], Pehlivanoglu [2012], Roberge et al. [2013], Montiel et al. [2015], Lei et al. [2006]). Ils sont également utilisés pour la planification dans le domaine des UAVs, pour plusieurs véhicules coopérant par exemple (Shima et Schumacher [2005]) ou le domaine des avions (Murrieta-Mendoza et al. [2015]). Dans l'article de Murrieta-Mendoza et al. [2015], la nouveauté porte sur la construction d'un graphe contenant différentes séquences de vol et couloirs de vents. Le meilleur chemin dans ce graphe est trouvé par un algorithme génétique. La pertinence de l'utilisation de ces algorithmes pour la planification de trajectoire est expliquée par plusieurs phénomènes (Capozzi [2001]) : l'espace dans lequel évolue le véhicule est souvent un mélange de continu et de discret, avec des zones interdites. Il est rarement convexe et toujours à deux ou trois dimensions. Le véhicule est non holonome, les équations du mouvement sont donc couplées et non-linéaires. En résumé, les méthodes d'optimisation basées sur une descente de gradient sont très mal adaptées à ce type de problème. Cette justification vient confirmer celle de Liu et al. [2016] donnée en **section 1.5.2**.

De plus, une méthode particulièrement intéressante (Erinc et Carpin [2007]) vient proposer un algorithme génétique pour résoudre un problème de génération de trajectoire pour un véhicule non holonome, en justifiant le fait que les contraintes non holonomes sont non intégrables et difficiles à inclure dans les algorithmes déterministes.

1.5.3.1 Exemple

L'article Roberge et al. [2013] parle de planification de trajectoire pour des drones à ailes fixes, qui volent à altitude plus basse que les vols commerciaux. En fonction des conditions de terrain, des obstacles rencontrés et des zones à éviter, les drones doivent constamment changer de direction. L'accent, dans cet article, est mis sur le côté temps réel. L'article compare les algorithmes génétiques (GA) et les essaims de particules (PSO) sur beaucoup de scénarios pour que la comparaison soit statistiquement acceptable. La fonction coût considérée prend en compte le danger, la longueur de la trajectoire, l'altitude de vol et la puissance maximum que peut fournir le drone, l'essence consommée, et enfin le caractère lisse de la trajectoire. L'énergie, le danger et la puissance sont considérés comme des critères de pénalité, ils augmentent brusquement quand la trajectoire ne respecte pas les contraintes. Les différents points intermédiaires sont reliés par des droites ou par des arcs de cercle. Il en

résulte que :

— 40 scénarios sont testés, pour chacun des algorithmes ;

— pour un temps de calcul fixé à 10s, le GA se révèle meilleur pour 25 scénarios et le PSO pour 3, pour les autres le résultat est mitigé ;

— les algorithmes sont fiables ;

— le temps de calcul est compris entre $10s$ et $140s$ ce qui semble trop élevé dans le cadre de notre étude.

L'exemple de Pehlivanoglu [2012] pourrait également être cité, puisqu'il décrit de façon détaillée le déroulé des algorithmes génétiques appliqué à une recherche de trajectoire. Le côté intéressant de cette étude provient de l'utilisation des diagrammes de Voronoï (voir **section 1.3.1**) pour initialiser un algorithme génétique, ainsi que d'une méthode originale pour appliquer l'opération de mutation.

1.5.4 Synthèse des méthodes déterministes-probabilistes

La comparaison entre les méthodes déterministes et probabilistes est effectuée dans le tableau 1.1.

Méthodes déterministes		**Méthodes probabilistes**	
Avantages	**Inconvénients**	**Avantages**	**Inconvénients**
Complètes	Souvent gourmandes en temps de calcul (NP-hard dans le cas d'un environnement statique, pire en dynamique)	Plus rapide et surtout parallélisable	Pas forcément complètes
Efficaces si absence de minimum local	Minima locaux	Paramétrables facilement	Proche de l'optimal absolu
	Contraignantes en terme de structure et d'inclusion de contraintes	Plus souples sur la structure, par un processus plus basé sur le *trial and error*	Trop souple sur la structure, le côté aléatoire ne tire pas assez parti de la structure du problème

TABLEAU 1.1 – Tableau de comparaison des méthodes déterministes et probabilistes, selon Raja et Pugazhenthi [2012]

La majorité des informations de cette partie est tirée du livre d'optimisation de Yann Collette et Patrick Siarry intitulé "Optimisation multiobjectif" (Collette et Siarry [2002]). Le domaine de l'optimisation est vaste et lui-même très étudié. Il ne s'agissait pas ici de faire

un état de l'art des méthodes d'optimisation, mais seulement de citer certaines méthodes en lien avec la planification de trajectoire dans le cadre du véhicule autonome.

Pour résumer, les méthodes probabilistes pèchent souvent par leur manque de rigueur dans la modélisation initiale, par leur manque de prise en compte du modèle du système. Cependant, dans un cas fortement non-linéaire et non-continu, pour un problème de complexité élevé, elles permettent de trouver un minimum difficilement résolu par des méthodes déterministes.

1.6 Conclusion

1.6.1 Synthèse des méthodes étudiées

Dans ce chapitre, différentes approches de la planification de trajectoire et de chemin pour un véhicule autonome ont été proposées, des méthodes globale et locales, déterministes et probabilistes, continues et discrètes. L'objectif était de mettre en avant des méthodes de planification propres aux véhicules autonomes, ainsi que certaines problématiques et spécificités propres à ce domaine. Dans le cas des véhicules automobiles autonomes, il a par exemple été relevé que la réactivité de l'algorithme est essentielle, puisque l'environnement est changeant et encombré. Il a également été déterminé que les problèmes de planification de trajectoire sont des problèmes complexes à résoudre, qui nécessitent donc de choisir précautionneusement la méthode de planification pour ne pas faire exploser le temps de calcul. Enfin, il a été noté que le véhicule automobile est un véhicule non holonome, ce qui impose des contraintes sur la trajectoire. Ces contraintes peuvent être prises en compte dès la planification. La Figure 1.21 donne un résumé assez visuel des différentes méthodes de planification proposées dans les sections précédentes. Elle met surtout en avant la distinction entre méthodes locales et globales et méthodes probabilistes et déterministes. Les distinctions continue-discret ou chemin-trajectoire ne sont pas représentées sur cette figure.

L'étude bibliographique a également montré que la tendance actuelle est celle de la décomposition de la planification en plusieurs niveaux (Fox et al. [2000]) : le niveau stratégique et le niveau tactique. Le niveau stratégique permet, sur un moyen ou long terme, d'obtenir des trajectoires optimisées globalement qui prennent en compte de nombreux paramètres comme l'énergie dépensée, le confort, le temps de parcours, etc... Le niveau tactique, lui, permet de prendre en compte à plus court terme les événements imprévus, comme l'apparition d'un obstacle proche sur la trajectoire, ou toute autre variation rapide de l'environnement. Il est alors possible de repasser au niveau stratégique pour prendre en compte ces variations de l'environnement. Les caractéristiques des niveaux tactiques et stratégiques peuvent être trouvées en Figures 1.22 et 1.23.

Enfin, dans cette conclusion est proposé un tableau récapitulatif (voir Tableau 1.2) des méthodes analysées pour cette étude, avec leurs caractéristiques principales, pour donner une base de recherche à l'utilisateur voulant faire de la planification dans un contexte particulier. Un excellent état de l'art, plus complet en termes d'articles cités, est proposé dans l'article de González et al. [2016].

Finalement, à partir des conclusions ci-dessus, une méthode est proposée en section 1.6.2.

1.6.2 Méthode proposée

Les sections précédentes ont permis d'introduire un certain nombre de méthodes de planification de trajectoire, de chemin, utilisant différents paradigmes de pensée et appliqués à différents domaines d'application. Pour choisir la méthode qui sera utilisée dans cette thèse,

FIGURE 1.21 – Graphique récapitulatif des différentes méthodes de planification

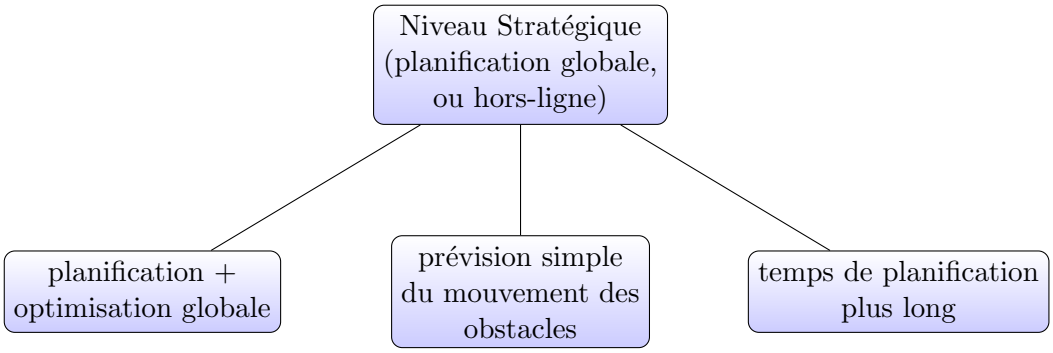


FIGURE 1.22 – Résumé du niveau stratégique

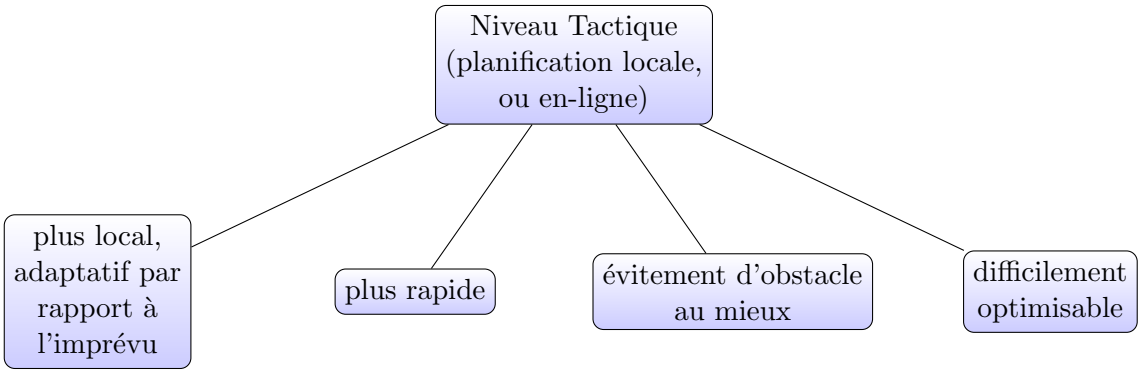


FIGURE 1.23 – Résumé du niveau tactique

le premier élément qui est clarifié est le contexte d'application. Ensuite, une méthode locale ou globale est proposée.

1.6.2.1 Contexte de la méthode de planification

Le véhicule considéré dans cette thèse est un véhicule automobile, donc terrestre, évoluant dans un environnement en 2 dimensions, avec considération éventuelle de la pente. Différents niveaux de planifications sont nécessaires pour un véhicule, ce qui est notamment dû au fait qu'il y a différentes échelles de distance :

— les longues distances (de quelques centaines de mètres à kilomètres), sont gérées par le GPS, c'est l'étage de navigation. Comme dit en **section 1.3.1**, le GPS utilise une méthode de type A^* pour calculer une route d'un point à un autre. La planification de trajectoire faite dans cette étude ne doit pas remplir le rôle d'un GPS qui fonctionne très bien pour les longues distances. Les méthodes GPS ne calculent pas une trajectoire de véhicule, seulement un ensemble de segments (les routes à prendre sur la carte considérée comme un graphe pondéré) à suivre pour aller d'un point à un autre.

— les courtes distances (de un à dix mètres) sont gérées par les organes fonctionnels et réactifs du véhicules, au niveau opérationnel. Cette distance ne laisse pas vraiment de temps pour la planification, car ces distances relèvent plutôt du domaine du contrôle.

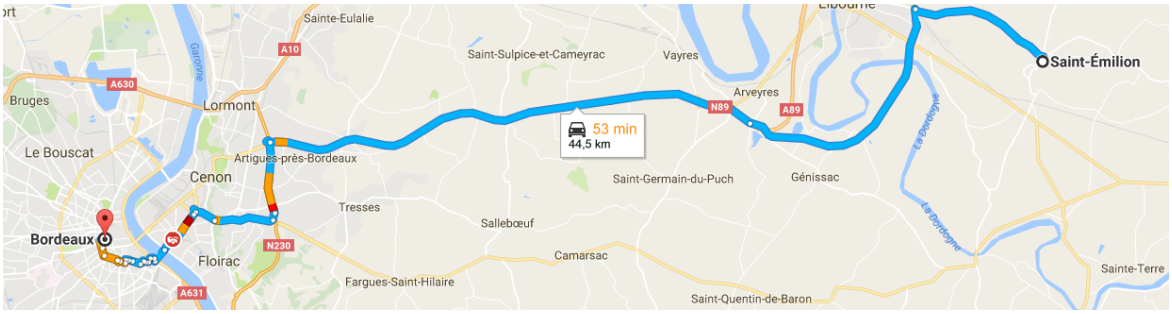


FIGURE 1.24 – Planification d'un chemin constitué d'une suite de routes à prendre réalisée par le GPS (sur le long terme)

Le véhicule doit être réactif et optimisé au niveau opérationnel, pas au niveau de la trajectoire.

— Les distances moyennes (d'une dizaine de mètre à un kilomètre) sont assez peu considérées dans le domaine des véhicules normaux, puisque c'est le domaine de distance typiquement gérées par le cerveau du conducteur. Les seuls organes du véhicule considérant déjà ce type de distance sont les systèmes d'aide à la conduite type ESP, qui sont les précurseurs de la conduite autonome. La méthode de planification de trajectoire présentée dans cette étude se concentre essentiellement sur cette gamme de distance. De plus, comme montré sur la Figure 1.25, les capteurs du véhicule autonome ont une portée pouvant aller jusqu'à 280m pour le Radar Longue Portée (*Longue Range Radar* LRR). Les informations de ces capteurs, combinées à la connaissance des rues alentours, permettent au véhicule de reconstruire une certaine carte de l'environnement autour de lui. Ces distances, habituellement gérées par le conducteur, correspondent à des scénarios tels que le franchissement d'un carrefour ou d'un rond-point, le dépassement d'un véhicule, etc...

Dans l'ensemble de cette étude, des distances autour de la centaine de mètres seront considérées, distance qui est la moyenne géométrique de l'intervalle 10m-1km.

1.6.2.2 Choix de la méthode de planification

Parmi les méthodes étudiées, certaines tendances peuvent être observées. Depuis les débuts de la planification, avec les méthodes des graphes, jusqu'aux méthodes les plus utilisées aujourd'hui (splines, courbes de Béziers...) la notion de points intermédiaires, ou de points de passage, est omniprésente. Deux types de points sont distingués :

— les points de passage obligatoires, qui sont imposés par le scénario (points où une vitesse particulière est nécessaire, positions à atteindre en un certain temps...), ou qui permettent de suivre la route (Kim et al. [2013]) ;

— les points de passage optimisés, utilisés par les méthodes de graphes notamment. Dans ces méthodes les points de passage sont eux-mêmes les variables d'optimisation de la

Sensor Type / Application	Vision	Infrared / Thermal	Long Range Radar 76..81MHz	Short / Mid Range Radar 24..26 / 76..81 GHz	Lidar
Adaptive Front Lighting (AFL), Traffic Sign Recognition (TSR)	X				
Night vision (NV)	X	X			
Adaptive Cruise Control (ACC)	X		X	X	X
Lane Departure Warning (LDW)	X				
Low-Speed ACC, Emergency Brake Assist (EBA), Lane Keep Support (LKS)	X			X	X
Pedestrian detection	X	X		X	
Blind Spot Detection (BSD), Rear Collision Warning (RCW), Lane Change Assist (LCA)	X			X	X
Park Assist (PA)	X			X	X
Camera monitor systems (CMS)	X				

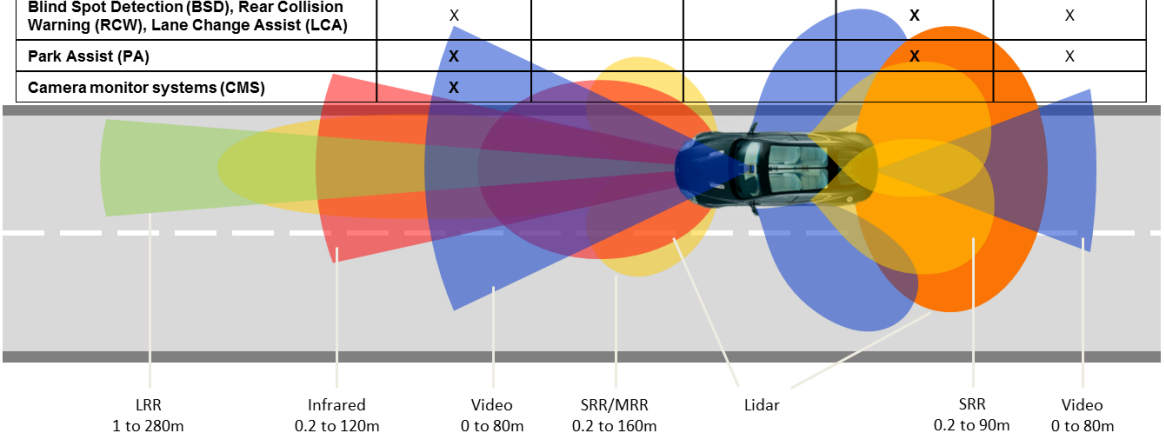


FIGURE 1.25 – Distance de détection des capteurs (voir Kumar [2016])

trajectoire. Ces derniers sont parfois optimisés pour servir de cibles intermédiaires dans le champ de potentiel, par exemple par l'algorithme A^* (Kao et al. [2015]).

Finalement, la plupart des méthodes utilisées renvoient une série de points, ou encore une trajectoire discrète. Les points peuvent être fournis tels quels au véhicule. Cependant, pour une trajectoire vraiment optimisée, utilisée comme consigne dans une boucle de commande, il est nécessaire d'en faire une trajectoire continue, grâce aux méthodes évoquées en **section 1.4.3**.

La littérature rapporte également que la complexité des problèmes de planification de trajectoire est élevée, "NP-hard" selon certains articles. Les critères (voir **chapitres 2** et **3**) et les contraintes d'optimisation peuvent être fortement non linéaires, et les variables peuvent évoluer dans un espace non-convexe [3] voire non-connexe [4]. Pour toutes ces raisons, les algorithmes déterministes semblent difficilement applicables au problème. De plus, il existe dans la littérature une tendance de plus en plus importante à l'utilisation des algorithmes d'optimisation de type bio-inspiré. En effet, Capello et al. [2008], Ahmadi et al. [2018] utilisent l'algorithme génétique comme une méthode de planification pour des drones.

Enfin, il a été déterminé en **section 1.3** que ni les méthodes globales, ni les méthodes locales ne semblent satisfaisantes par elles-mêmes pour résoudre correctement un problème de planification de trajectoire. L'idée est donc de combiner une méthode de planification

3. dont on ne peut pas toujours relier deux points par un segment qui appartient lui-même à l'ensemble
4. qui comporte des trous

globale, qui permet d'optimiser la trajectoire dans son ensemble, et donc de satisfaire un certain nombre de critères d'optimisation, avec une méthode de planification locale, qui permet de gérer rapidement le véhicule, qui doit être réactif à l'environnement.

Le *niveau stratégique*, notion utilisée dans le domaine des véhicules, est un niveau de planification moyen-long terme, qui laisse le temps pour l'optimisation, ce qui correspond finalement à la méthode globale. Le *niveau tactique*, quant à lui, est un niveau de planification court-moyen terme, plus propice à la réaction et à l'évitement d'obstacles, ce qui correspond finalement à la méthode locale.

A partir des différentes conclusions tirées ci-dessus, la méthode suivante est envisagée :

Au **niveau stratégique** : le mouvement des obstacles est prolongé artificiellement et un algorithme génétique est choisi pour optimiser la trajectoire à suivre en fonction d'un critère donné. Une trajectoire de cible optimale est alors obtenue, sous forme de séquence de points avec temps de passage associés. L'algorithme génétique optimise donc une population d'individus qui représentent des points de passage, permettant alors de modeler la forme des champs de potentiel.

Au **niveau tactique** : la descente du gradient de potentiel permet de suivre la cible optimisée au niveau stratégique. Celle-ci est en fait un minimum du potentiel qui se déplace. Si l'environnement ne change pas, le véhicule (que l'on appelle ego-véhicule, ou EGV, pour le distinguer des autres véhicules) suit une trajectoire parfaitement optimale. Si l'environnement change, le véhicule peut toujours réagir grâce à la présence du champ de potentiel. La structure globale de la méthode est illustrée sur la Figure 1.26.

La combinaison Algorithme Génétique (GA) Champs de Potentiel (PF) est présente dans la litérature, pour planifier un chemin en environnement statique (voir Jiang et Zeng [2017]), avec peu des contraintes non-holonomes pour un chemin de drone (voir Qu et al. [2017]), ou pour améliorer le GA en l'initialisant avec un chemin issu du PF (voir Lei et Ming [2017]). D'autres méthodes intéressantes utilisent cette combinaison en créant un obstacle virtuel pour influencer le potentiel (voir Shehata et Schlattmann [2014]) ou en modifiant de façon dynamique les coefficients de pondérations des différentes forces issues du PF (voir Raja et al. [2015]). Mais la plupart de ces méthodes ne considèrent que l'optimisation d'un chemin spatial, et pas d'une trajectoire. L'objectif est ici de placer une cible dynamique optimale dans le champ de potentiel. Dit autrement, l'objectif est de créer un puit de potentiel qui se déplace de façon optimale, dans un environnement lui-même dynamique.

Dans un premier temps, au **chapitre 2**, le travail se concentre essentiellement sur l'étude d'un critère énergétique. Ce chapitre fait appel aux notions vues en **section 1.4.1** sur la génération de mouvement et en **section 1.4.3** sur la planification de trajectoires continues. Ce chapitre exploite donc uniquement les cadres 1 et 5 du schéma structurel en Figure 1.26. Le critère énergétique est d'abord étudié seul car il est au cœur du sujet, puis d'autres critères d'optimisation seront abordées, en ajoutant une seconde dimension, et en utilisant la méthode couplée proposée ci-dessus, appelée GA-PF.

Le Tableau 1.3 récapitule les avantages et inconvénients des différents types de méthodes

citées dans ce chapitre. La dernière ligne correspond à la méthode proposée dans cette thèse. Il est à constater que la méthode proposée est la seule à proposer une optimisation complète de la trajectoire de façon globale, avec une trajectoire continue et deux fois dérivable, tout en proposant une réaction rapide à l'évitement d'obstacles.

Méthodes	Globale/ Locale/ Mixte	Chemin/ Trajectoire/ Consigne	Déterministe/Probabiliste	Références
Djikstra, famille A^*	globales	chemin	probabiliste	Anderson et al. [2012], Kala et Warwick [2013], Ferguson et al. [2008]
Basées sur un modèle véhicule	locales	trajectoire (manœuvres)	déterministes dans la forme, probabilistes dans le choix	Pivtoraiko et Kelly [2005] Ferguson et al. [2008] Howard et al. [2008] Werling et al. [2012]
RRT	locales et globales	trajectoire ou chemin	probabiliste	Kuwata et al. [2009]
Courbes continues (splines,Béziers, Dubin...)	globales et locales	chemin et trajectoires	déterministes	Glaser et al. [2010] Rastelli et al. [2014] Pérez et al. [2013] Berglund et al. [2010]
Tentacules	locales	trajectoire	déterministes dans la forme, probabiliste dans le choix	Alia et al. [2015]
Méthodes d'optimisation	globales	dépend de la structure du problème d'optimisation	probabiliste	Kogan et Murray [2006] Morand [2014], Erinc et Carpin [2007], Montiel et al. [2015]
Champs de potentiel	plutôt locales	chemin	déterministe	Ge et Cui [2002], Shimoda et al. [2007], Receveur et al. [2017]
SEHS (section 1.3.1)	globale	trajectoire (manœuvres)	probabiliste	Chen et al. [2015]
Bang-Bang	globales	consigne	déterministe	
NMPC (section 1.4.3)	mixte	trajectoire	déterministe	Gray et al. [2012]
DKP (section 1.4.4)	mixte	trajectoire	mixte	Gaillard et al. [2011]
Méthode proposée	mixte	trajectoire	mixte	Receveur et al. [2017]

TABLEAU 1.2 – Tableau récapitulatif des méthodes intéressantes et de leurs principales caractéristiques

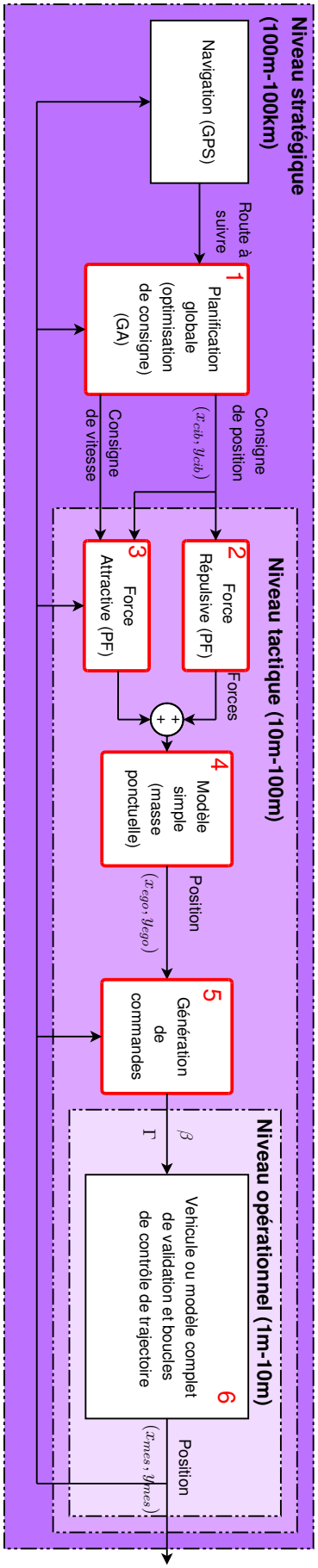


FIGURE 1.26 – Schéma d'architecture de commande d'un véhicule autonome faisant apparaître la position de la méthode développée

Méthodes	Avantages	Inconvénients
Djikstra, famille A^*	Beaucoup d'articles du *DARPA Urban challenge*, beaucoup de références, largement utilisés, rapides (A^*)	Souvent uniquement chemin, discontinuités, heuristique difficile à trouver (A^*)
Basées sur un modèle véhicule	Prennent en compte le caractère non holonome, trajectoires continues	Traitent majoritairement de manœuvres, courte distance, très coûteuses en temps de calcul
RRT	Rapide, converge toujours vers une solution, local et global	Trajectoire saccadée, ou non continues, non confortables
Courbes continues (splines,Béziers, Dubin...)	Trajectoires continues, lisses, confortables, adaptées pour le confort dans un environnement structuré González et al. [2016]	Dépend des points de passage, donc d'un planificateur global, coûteux en temps avec obstacles mobiles, peu de paramètres à optimiser
Tentacules	Rapide, adapté pour des manœuvres	Choix heuristique compliqué, très local
Méthodes d'optimisation de type algorithmes génétique	Obtention d'une trajectoire optimale, parallélisable	Un peu lent, nécessite la définition de variables d'optimisation, peu adaptable aux changements de l'environnement
Champs de potentiel	Rapides, efficaces pour l'évitement d'obstacles, utilisable en suivi ou en planification	Crée des sauts d'accélération, uniquement chemin, difficile à calibrer
Méthodes de type Bang-Bang	Très rapide, efficace pour générer une consigne	Ne génère pas de trajectoire (consigne en longitudinal seulement), ne prend pas en compte la forme du chemin, sous-optimal
Méthode proposée GA-PF	Trajectoire continue, deux fois dérivable, optimisée sur cinq critères, réactive à l'évitement d'obstacles, parallélisable	Optimisation lente, calibrage complexe des champs de potentiel (solutions proposées)

TABLEAU 1.3 – Tableau récapitulatif des avantages et inconvénients des méthodes citées

Chapitre 2

Optimisation énergétique d'un mouvement 1D

2.1 Introduction

2.1.1 Contexte du véhicule autonome

Aux États-Unis, les véhicules légers, aussi appelés véhicules de tourisme en France, représentent 20% des émissions de gaz à effet de serre et consomment 60% des ressources de carburant du pays (Anderson et al. [2016]). Il est évident qu'ils sont participant pour beaucoup dans la pollution de l'air des villes et sont donc fortement impliqués au niveau de la santé publique.

Comme énoncé dans l'introduction générale, l'autonomie des véhicules influence principalement sur trois niveaux : l'efficacité énergétique des véhicules eux-mêmes (carburant utilisé et rapport entre énergie nécessaire au déplacement et énergie réelle consommée), la diminution des embouteillages et l'augmentation du nombre total de kilomètres parcourus au monde dus aux conforts générés par les véhicules autonomes. C'est au premier de ces trois niveaux que s'intéresse l'étude présente, notamment aux conséquences énergétiques dues au choix de la trajectoire.

Il est estimé que, sans même parler d'autonomie, les économies réalisables sur un véhicule classiques sont importantes, jusqu'à 250% de kilomètres en plus pour la même quantité de carburant d'ici 30 ans (Anderson et al. [2016]) : en réduisant le poids des véhicules, en réduisant la résistance aérodynamique ou au roulement, en modifiant le type de carburant, en ajoutant de la récupération d'énergie au freinage... Les niveaux d'autonomie viennent alors s'ajouter à ces économies en utilisant ce qui est communément appelé "l'éco-conduite". Aujourd'hui, les conducteurs ont une vague idée de l'éco-conduite : du carburant est économisé en utilisant des accélérations plus souples et des vitesses plus stables, en passant les rapports au bon moment. Cependant, l'éco-conduite humaine n'est pas toujours une priorité pour les conducteurs : elle n'est pas toujours connue, pas toujours respectée, et même quand elle est

pratiquée assidûment, elle n'est absolument pas optimisée. Un véhicule autonome connaît les paramètres du véhicule et dispose de nombreux capteurs. A partir de là, il peut toujours se placer au point optimal de fonctionnement du moteur et calculer ses trajectoires en fonction de ces points de fonctionnement optimaux.

Certaines étude du NRC (*National Research Council*) Américain, estiment que les niveaux d'autonomie 2-3-4 (voir Figure 3, page 3), sans parler d'autonomie totale, pourraient déjà entraîner des réductions de consommation de l'ordre de 10%. D'autres études, toujours du NRC, tendent vers une réduction deux fois plus importante de la consommation avec un véhicule totalement autonome par rapport à un véhicule normal.

Ce chapitre exploite les cadres 1 et 5 du schéma structurel en Figure 1.26.

2.1.2 Énergie en planification de trajectoire

En planification de trajectoire pour des véhicules (ou robots), deux parties sont à distinguer : la planification du chemin spatial entre les obstacles et la planification de la consigne en vitesse et accélération sur ce chemin. Historiquement, ces deux parties ont souvent été générées séparément, le chemin d'abord et la consigne ensuite. Il n'y a aucun problème dans un environnement entièrement statique, puisque la notion de chemin optimal est alors découplée de celle de consigne optimale. Malgré tout, ces deux parties doivent être planifiées conjointement dans un environnement dynamique, car la forme du meilleur chemin dépend de la façon dont il est parcouru. Par exemple, le fait de passer devant ou derrière un obstacle qui se déplace transversalement à la direction de l'égo-véhicule dépend de la vitesse à laquelle ce dernier se déplace.

Cependant, dans ce premier chapitre, l'accent est mis sur l'aspect coût énergétique qui dépend avant tout de la façon dont il est parcouru. Pour cela, il a été décidé de se concentrer exclusivement sur la génération d'une consigne en position, vitesse et accélération à une dimension, en considérant que le chemin est déjà connu. Les notions de position, vitesse et accélération seront donc considérées comme longitudinales, le long du chemin spatial. Il a été constaté dans l'étude bibliographique (section 1.4) que beaucoup d'efforts ont été consacrés à trouver un chemin court et sans danger dans un environnement encombré (e.g. Pruski [1996], Latombe [2012]), mais que les aspects énergétiques ont encore été assez peu abordés. La question énergétique est présente dans des domaines proche où le chemin est déjà fixé, tels que l'optimisation de courbes de vitesse pour les trains (Wang et al. [2011], Feng et al. [2014], Franke et al. [2000], Miyatake et Ko [2010], Bocharnikov et al. [2007]) puisque ceux-ci roulent sur des rails, ou encore dans des articles qui traitent de la question d'éco-conduite (Tanaka et al. [2008], Wang et Cassandras [2013], Kermani [2009], Mensing et al. [2014], Dib et al. [2011]). La question de l'énergie est aussi présente dans le domaine des drones (UAVs) (Capello et al. [2008]). Cette question de l'énergie a été abordée récemment pour les véhicules (Schouwenaars et al. [2001]), dans un environnement encombré. La méthode proposée dans ce chapitre (basée sur le travail de Petit et Sciarretta [2011]) ne prend pas en compte le chemin spatial comme Schouwenaars et al. [2001] mais permet d'obtenir une

consigne optimale en énergie pour le modèle de moteur électrique considéré dans un temps de calcul plus court.

En effet, la consommation d'énergie considérée ici est celle d'un véhicule électrique, puisque le modèle de pertes énergétiques est celui d'un moteur électrique. Cependant, la méthode elle-même pourrait être appliquée sur d'autres types de moteurs, moyennant certaines conditions sur le critère pour que l'algorithme converge. La gestion de l'énergie dans les batteries pour un véhicule électrique est primordiale car l'autonomie de ces véhicules est aujourd'hui un facteur limitant majeur à leur développement. La méthode proposée par Petit et Sciarretta [2011] est intéressante pour deux raisons. Tout d'abord le critère choisi (voir section 2.2) semble tout à fait judicieux, c'est une bonne approximation de l'énergie consommée sur la trajectoire. Ensuite, l'article propose une méthode de résolution indirecte, grâce à l'outil mathématique du Hamiltonien.

En **section 2.2**, un rappel de la méthode proposée par Petit et Sciarretta [2011] est effectué. Elle utilise une méthode dite "indirecte", qui permet d'obtenir une consigne optimale en fonction de conditions initiales et finales, en un temps donné. Le modèle de véhicule et de mouvement ainsi que la méthode de résolution sont proposés.

Puis, en **section 2.3**, une analyse approfondie de la méthode est proposée, ses performances sont analysées et des valeurs de référence sont définies. Enfin, à partir de l'analyse de la méthode, une série de simulations est proposée.

En **section 2.4**, l'influence du temps de parcours est étudiée. Le temps de parcours de la trajectoire peut être fixé arbitrairement ou ajouté comme variable d'optimisation. Des simulations sont proposées.

En **section 2.5**, l'impact de la pente de la route est étudié. Des simulations sont proposées pour une pente nulle, une pente constante ou une pente plus complexe.

En **section 2.6**, des fonctions de saturation sont ajoutées dans l'optimisation, pour respecter les contraintes de couple moteur ou de vitesse limite. En premier lieu, ces fonctions de saturation sont ajoutées à la fois sur l'état et la commande, puis uniquement sur la commande.

Une rapide extension de la méthode est proposée en **section 2.7** à un cas comprenant des points de passage. En effet, dans une situation réelle, il est possible que le véhicule ait à passer en certains points particuliers à une certaine vitesse : un feu à vitesse nulle par exemple.

Enfin, une conclusion est proposée en **section 2.8**.

2.2 Méthode inverse avec Hamiltonien

Dans la méthode proposée par Petit et Sciarretta [2011], les conditions initiales, finales, ainsi que le chemin spatial entre elles sont supposés connus. Le mouvement est considéré comme purement longitudinal avec une seule variable spatiale : la position x. Le véhicule se déplace de l'abscisse $x = 0$ à $x = x_f$ en un temps t_f fixé (dans un premier temps) sur une pente notée $\alpha(x)$, en degrés, exprimée en fonction de l'abscisse ou du temps. Le modèle de véhicule utilisé est décrit en sous-section 2.2.1, ainsi que le critère énergétique à optimiser et le problème d'optimisation en 2.2.2, et enfin la méthode proposée pour l'optimisation en 2.2.3.

2.2.1 Modèle de véhicule

Le véhicule se déplaçant en longitudinal, une seule variable de commande est nécessaire : le pourcentage du couple maximum du moteur appliqué à l'instant t

$$u(t) = 100\frac{\mathcal{T}(t)}{\mathcal{T}_{max}}, \tag{2.1}$$

où $\mathcal{T}(t)$ est le couple moteur appliqué à l'instant t et $\mathcal{T}_{max}$ le couple maximum que le moteur peut fournir (dépend en principe de l'état du moteur). Lors du passage en deux dimensions (longitudinal et latéral), une seconde variable de commande est nécessaire ; le braquage des roues ou celui du volant. Moyennant certaines hypothèses sur la transmission (voir Petit et Sciarretta [2011]), cette commande en couple peut être liée à la force de traction maximum que le véhicule peut fournir et par conséquent à l'accélération maximale du véhicule. Pour $|u| = 100$, un couple maximum $\mathcal{T}_{max}$ est appliqué dans un sens ou dans l'autre (accélération ou freinage), et pour $|u| = 0$, un couple nul.

Le vecteur d'état considéré pour le véhicule est $\theta = \begin{pmatrix} v \\ x \end{pmatrix}$. Les équations dynamiques du véhicule vont être données, à partir de l'état (position x et vitesse v du véhicule), et de la commande u. Les forces considérées ici qui s'exercent sur le véhicule sont les suivantes :

— la force de traction du moteur, transmise par la chaîne de transmission et les roues

$$F_{moteur} = Mh_1u(t), \tag{2.2}$$

— les forces de résistance de l'air et de la route dépendant de la vitesse $v(t)$

$$F_a + F_{rr} = Mh_2v(t)^2 + Mh_0, \tag{2.3}$$

— la force de gravité, due à la pente de la route

$$F_g = Mgsin\left(\alpha\left(x(t)\right)\right) = M\gamma(x), \tag{2.4}$$

où M est la masse du véhicule, $\alpha(x(t))$ la pente de la route et les trois paramètres h_0, h_1, h_2 des coefficients caractéristiques du véhicule (voir les équations (2.5)). La notation $\alpha\left(x(t)\right)$ est adoptée car, souvent, l'expression de la pente de la route est connue en fonction de x qui est lui-même une fonction de t. La dérivée de α en fonction du temps est donc une dérivée composée. Les expressions de h_0, h_1 et h_2 sont données ci-dessous :

$$\left\{\begin{array}{lcl} h_0 & = & gc_r \\ h_1 & = & \frac{\mathcal{T}_{max}R_t}{Mr_0} \\ h_2 & = & \frac{C_x S_x \rho_a}{2M}, \end{array}\right. \tag{2.5}$$

où c_r est le coefficient de résistance au roulement, $g \approx 9.81 m/s^2$ la constante gravitationnelle, R_t le rapport de transmission moteur/roues, r_0 le rayon des roues, C_x le coefficient de résistance aérodynamique, ρ_a la densité de l'air extérieur et C_x l'aire apparente de face du véhicule.

Pour compléter ce modèle, une expression de la puissance totale consommée par le véhicule est donnée :

$$\mathcal{P}_m(t) = \mathcal{P}_u(t) + \mathcal{P}_p(t) = b_1 u(t) v(t) + b_2 u(t)^2 \tag{2.6}$$

où $\mathcal{P}_u(t)$ est la puissance utile consommée par le véhicule pour avancer et $P_p(t)$ la puissance perdue, dissipée par le moteur électrique. b_1 et b_2 sont des coefficients dépendant des paramètres véhicules tels que :

$$\left\{\begin{array}{lcl} b_1 & = & \frac{\mathcal{T}_{max}R_t}{r_0} \\ b_2 & = & \frac{R_m}{\kappa^2}\mathcal{T}_{max}^2, \end{array}\right. \tag{2.7}$$

où κ est la constante de couple du moteur électrique et R_m la résistance électrique du stator.

En effet, deux termes important du bilan de puissance du véhicule sont contenus dans cette expression : un terme en $u(t)v(t)$ qui représente la puissance utile instantanée consommée pour un mouvement de translation, puisque $b_1 u(t)$ est proportionnel à une force (force de traction des roues) et que v est la vitesse. Le second terme est proportionnel à $u(t)^2$ et correspond à une puissance perdue dans le moteur le long de cette trajectoire. La somme de la puissance utile et de la puissance perdue donne la puissance totale consommée. Les forces de résistance de la route et de l'air sont prises en compte dans les contraintes du mouvement (principe de la dynamique), mais les puissances correspondantes perdues en frottement de l'air et frottement solide des roues ne sont pas prises en compte.

2.2.2 Problème d'optimisation

Il est rappelé que l'objectif est d'optimiser la commande u de sorte que le véhicule consomme le moins possible sur la trajectoire. Or, lorsque la puissance consommée, donnée en équation (2.6), est intégrée sur le temps de trajectoire, l'énergie consommée sur la trajectoire est obtenue. C'est un critère d'optimisation approprié à cette étude.

De la modélisation de la **section 2.2.1** et du principe fondamental de la dynamique, appliqué au véhicule, est également déduit :

$$\dot{v}(t) = h_1 u(t) - h_2 v(t)^2 - h_0 - \gamma(x) \tag{2.8}$$

qui correspond à une contrainte d'optimisation.

En termes de contraintes, le lien de dérivée entre x et v est retrouvé, caractéristique du mouvement, ainsi que les conditions initiales de vitesse et de position, imposées par le problème. Dans cette étude les conditions initiales et finales sont considérées connues. Comme dans un scénario réel, la position à atteindre et sa vitesse associée sont connues. Le véhicule devrait arriver à vitesse nulle pour un feu par exemple. Le problème d'optimisation résultant est donné en équation (2.9) ci-dessous :

$$\begin{cases} \min\limits_u J_{energie}(v,x,u) & = & \min\limits_u \int_0^{t_f} \mathcal{P}_m(v,x,u,\tau)d\tau = \min \int_0^{t_f} \left(b_1|u(\tau)|v(\tau) + b_2 u^2(\tau)\right) d\tau \\ \dot{v} & = & f_1(x,v,u,t) = h_1 u - h_2 v^2 - h_0 - \gamma(x) \\ \dot{x} & = & f_2(x,v,u,t) = v \\ x(0) & = & 0 \\ x(t_f) & = & x_f \\ v(0) & = & 0 \\ v(t_f) & = & 0. \end{cases} \tag{2.9}$$

Le problème de contrôle optimal donné en équation (2.9) a pour critère à minimiser l'**énergie électrique consommée** sur la trajectoire. Dans la partie suivante 2.2.3 sera abordée la méthode de résolution proposée pour un tel problème dit de *commande optimale*. Le critère est visiblement non linéaire en u, et le problème présente également plusieurs non linéarités au niveau des contraintes à cause de v^2 et de $\sin(\alpha(x(t)))$. Pour limiter ces non linéarités dans la suite de l'étude, la route ne comportera que des pentes de valeurs faibles, conduisant alors à l'approximation suivante :

$$\gamma(x) = g sin(\alpha(x(t))) \simeq g\alpha(x(t)). \tag{2.10}$$

Le fait d'utiliser la valeur absolue de u correspond à un freinage moteur qui consomme autant qu'une accélération. Autrement dit, l'accélération implique un couple moteur positif alors que le freinage implique un couple moteur négatif. En perspective, il serait intéressant d'ajouter une modélisation de la récupération d'énergie au freinage, et non pas une consommation.

2.2.3 Méthode de résolution

L'article Petit et Sciarretta [2011] cite différentes méthodes de résolution d'un problème de commande optimale, telles que les méthodes directes, indirectes ou de programmation dy-

namique. Dans Graichen et Petit [2009], article utilisé notamment pour l'ajout de contraintes, les méthodes directes et indirectes sont décrites. Les méthodes directes discrétisent le problème pour obtenir un problème d'optimisation avec des variables aux dimensions finies, permettant de converger vers un minimum assez régulièrement et d'incorporer facilement les contraintes. Les méthodes indirectes sont, quant à elles, basées sur des calculs différentiels et passent par la résolution d'un problème aux conditions aux limites avec le Hamiltonien. En général, elles convergent plus rapidement que les précédentes, surtout si le minimum est proche et donnent des solutions très précises. La programmation dynamique est intéressante pour des problèmes de faible dimension (ici une seule variable de commande) mais peut vite se révéler lourde en termes de temps de calcul.

L'article propose une méthode indirecte basée notamment sur l'inversibilité totale ou partielle des équations. Cette méthode se rapproche de la méthode d'optimisation sous contrainte en statique utilisant le Lagrangien. En effet, l'objectif est de transformer le problème d'optimisation (2.9) qui comporte des contraintes en un nouveau problème d'optimisation sans contraintes au moyen du Hamiltonien. Pour cela, deux nouvelles variables λ_1 et λ_2 sont introduites et appelées covariables et le Hamiltonien H est défini selon

$$\begin{aligned} H(v,x,u,t) &= \mathcal{P}_m(v,x,u,t) + \lambda_1 f_1(v,x,u,t) + \lambda_2 f_2(v,x,u,t) \\ &= b_1|u(t)|v(t) + b_2 u^2(t) \\ &\quad +\lambda_1[h_1 u(t) - h_2 v^2(t) - h_0 - \gamma(x(t))] + \lambda_2 v(t). \end{aligned} \tag{2.11}$$

La *condition d'optimalité* est alors définie telle que

$$\frac{\partial H}{\partial u} = 0, \tag{2.12}$$

qui permet d'obtenir l'expression de u pour un optimum de H

$$u = -\frac{\lambda_1 h_1 + b_1 v}{2b_2}. \tag{2.13}$$

Il est important de noter que cette expression explicite de u permet de le faire disparaître dans les équations dynamiques (2.15) ci-après. Une trajectoire optimale peut donc être trouvée en calculant d'abord x et v, avant de calculer *a posteriori* la commande optimale correspondante, grâce à cette expression.

Ensuite, d'après Bryson [1999], le calcul des variations en l'absence de contraintes permet d'obtenir les *conditions de stationnarité* suivantes :

$$\left\{ \begin{array}{rclcrcl} \dot{\lambda}_1 &=& -\frac{\partial H}{\partial v} &\Rightarrow& \dot{\lambda}_1 &=& -b_1 u + 2\lambda_1 h_2 v - \lambda_2 \\ \dot{\lambda}_2 &=& -\frac{\partial H}{\partial x} &\Rightarrow& \dot{\lambda}_2 &=& \lambda_1 \frac{d\gamma}{dx}. \end{array} \right. \tag{2.14}$$

Si ces équations (2.14) sont ajoutées au problème donné en (2.9), alors un système de quatre équations différentielles couplées est obtenu, avec des conditions initiales, dans lequel u n'apparaît plus. Ce système peut être observé ci-dessous en (2.15) :

$$\begin{cases} \dot{v} = -h_1 \frac{\lambda_1 h_1 + b_1 v}{2b_2} - h_2 v^2 - h_0 - \gamma(x) \\ \dot{x} = v \\ \dot{\lambda}_1 = b_1 \frac{\lambda_1 h_1 + b_1 v}{2b_2} + 2\lambda_1 h_2 v - \lambda_2 \\ \dot{\lambda}_2 = \lambda_1 \gamma'(x) \\ x(0) = 0,\ x(t_f) = x_f \\ v(0) = 0,\ v(t_f) = 0, \end{cases} \tag{2.15}$$

Il s'agit alors de résoudre ce problème de quatre équations différentielles couplées pour obtenir x et v optimaux et d'en déduire u optimal avec (2.13).

2.2.4 Caractérisation du problème

Le problème de contrôle optimal donné à l'équation (2.9) est transformé en un problème dit *Two Points Boundary Value Problem*, donné en (2.15), ce qui signifie en français : Problème aux Conditions Limites en Deux Points. C'est un problème pour lequel des conditions aux limites (au départ et à l'arrivée) sont imposées. Ici ce sont la position et la vitesse de départ et d'arrivée qui sont imposées.

De ce fait, la résolution d'un tel problème (voir Annexe B) demande une solution initiale approchée, notée y_{init}, qui permettra à l'algorithme de résolution de trouver la solution recherchée. Cette initialisation doit être suffisamment proche de la solution recherchée. Si ce n'est pas le cas, l'algorithme de résolution peut donner des résultats absurdes, ou simplement ne pas converger.

Pour résoudre le système (2.15), la fonction *bvp4c* de Matlab[ő] est utilisée. Elle permet de résoudre numériquement ce type de système d'équations différentielles avec des conditions initiales et finales. Une analyse critique de l'utilisation de cette fonction est faite dans Wang [2009].

La fonction *bvp4c* permet une résolution numérique des équations, en se basant sur la méthode de Simpson. La méthode de Simpson repose sur l'approximation des fonctions à trouver (ici x, v, λ_1, λ_2) par un polynôme d'un certain degré (généralement 2) sur l'intervalle de résolution considéré. Plus d'informations sur cette méthode sont données en Annexe B page 307. De plus, la fonction *bvp4c* linéarise les équations non-linéaires. Elle ne permet pas d'obtenir des expressions littérales des solutions, ce qui est possible dans certains cas en utilisant la boîte à outils symbolique de Matlab[ő].

Afin de contrôler la précision de la solution, l'algorithme définit un résidu dont une formule explicite est donnée dans Shampine et al. [2000]. Il est possible de régler la valeur maximale du résidu souhaitée, ce qui sert de critère d'arrêt à la méthode de résolution. Le résidu permet de tester la validité des solutions trouvées par l'algorithme.

En résumé, l'objectif est d'optimiser le profil d'accélération, de vitesse et de position, d'un véhicule en longitudinal, en prenant en compte les forces extérieures (aérodynamiques, roulage, une éventuelle pente) comme contraintes du mouvement. Le problème de contrôle

optimal posé est donné en équation (2.9). De là un problème dit *Two Points Boundary Value Problem* (2.15) est obtenu, possédant *a priori* plusieurs solutions.

Dans la suite, des résolutions de ce problème seront proposées, en ajoutant éventuellement des contraintes, ou des possibilités de solution. En **section 2.3**, la version originelle de ce problème sera étudiée, puis modifiée et testée dans les sections suivantes.

2.3 Analyse et comparaison des méthodes existantes

2.3.1 Reproduction des résultats

Avec la fonction *bvp4c*, les résultats obtenus par les auteurs de l'article Petit et Sciarretta [2011] sont retrouvés, à voir en Figure 2.1.

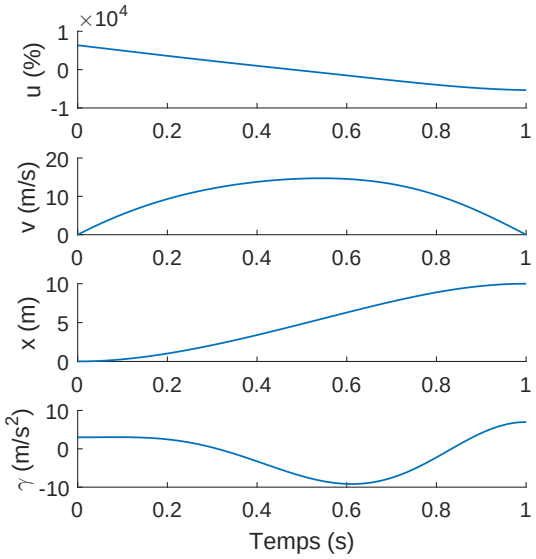


FIGURE 2.1 – Courbes de commande, position, vitesse et accélération induite par la pente de la route, pour un scénario proposé par Petit et Sciarretta [2011]

Sur ces courbes, il est à noter que la valeur de u atteint 7000%, et dépasse donc les 100% qui correspondent normalement au couple maximum que peut fournir le véhicule. Pour être cohérent avec les distances caractéristiques évoquées dans l'introduction générale en page 1, il a été décidé de définir un nouveau scénario de référence pour tester la méthode proposée, sur 120m et non plus sur 10m.

2.3.2 Calcul de valeurs de référence

Comme évoqué en introduction, les scénarios considérés dans cette thèse sont des scénarios correspondant à des distances proches de la centaine de mètres. Aussi, dans un souci de continuité avec la suite de l'étude, un scénario de référence est mis en place dans cette section qui donne une valeur de critère et des formes de courbes de référence pour toute la suite de l'étude. En génération de consigne, une méthode classiquement utilisée est la méthode Bang-Bang, qui permet de minimiser le temps de parcours en saturant successivement l'accélération et la vitesse du véhicule. Dans la suite, cette méthode est utilisée sur un scénario de référence pour avoir des valeurs de critère et de temps de parcours de référence. L'accélération maximale a_{max} du véhicule est considérée comme connue, ainsi que la vitesse maximale v_{lim} autorisée sur la portion de route considérée.

2.3.2.1 Calcul de l'accélération maximale

Pour l'estimation de l'accélération maximale, deux méthodes sont utilisées, chacune avec ses approximations. La première consiste à prendre les caractéristiques d'une voiture de tourisme classique, à moteur thermique, qui fait du 0 à $100km/h$ en $10s$ environ et d'en déduire une accélération maximale de $2.8m/s^2$. La seconde méthode consiste à prendre les caractéristiques techniques de cette même voiture de tourisme et de récupérer les valeurs du rayon des roues r_0, du rapport de transmission R_t, et du couple moteur maximum $\mathcal{T}_{max}$, utilisés en 2.2.1, ainsi que la valeur de la masse du véhicule M. Le résultat suivant est obtenu :

$$a_{max} = \frac{\mathcal{T}_{max} R_t}{rM}. \tag{2.16}$$

Le problème de cette formule vient du fait qu'il est difficile d'obtenir le rapport de transmission exact, qui dépend du rapport de la boîte de vitesse, ainsi que du pont entre la boîte de vitesse et les roues. Ce rapport de transmission est estimé d'environ $R_t \approx 4$. Le rayon de la roue vaut environ $r_0 = 0.3m$, la masse moyenne du véhicule est de $750kg$ (valeur utilisée comme masse moyenne dans le reste de l'étude) et le couple maximum que peut fournir le moteur est de $\mathcal{T}_{max} = 100N.m$ pour un moteur thermique moyen et $200N.m$ pour un moteur de véhicule électrique moyen. La valeur de a_{max} est donc comprise dans l'intervalle :

$$a_{max} \in [1.8, 3.6]m/s^2, \tag{2.17}$$

ce qui tend à confirmer la valeur utilisée avec la première méthode. Pour la suite de l'étude, la valeur $3m/s^2$ est conservée.

2.3.2.2 Présentation du scénario de référence

L'objectif est de parcourir $x_f = 120m$ en t_f secondes (t_f calculé ci-dessous), sur une pente de 3°. La Figure 2.2 donne les caractéristiques des courbes obtenues et les différents paramètres vont être calculés ci-dessous.

Pour obtenir une référence complète, t_f est calculé en premier lieu, ainsi que t_1, t_2, x_1 et x_2.

2.3.2.3 Calcul de la valeur de référence de temps de parcours

Les formes des courbes de position, vitesse et accélération pour une consigne de type trapèze (ou Bang-Bang avec plateau) sont connues :

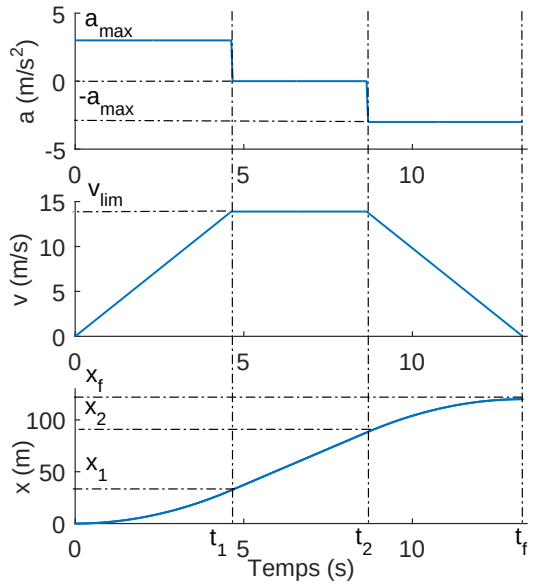


FIGURE 2.2 – Courbe Bang-Bang classique pour la distance souhaitée $x_f = 120$m

$$
\begin{aligned}
a(t) &= \begin{cases} a_{max} & si \quad t \in [0, t_1] \\ 0 & si \quad t \in [t_1, t_2] \\ -a_{max} & si \quad t \in [t_2, t_f] \end{cases} \\
v(t) &= \begin{cases} a_{max} t & si \quad t \in [0, t_1] \\ v_{lim} & si \quad t \in [t_1, t_2] \\ a_{max}(t_f - t) & si \quad t \in [t_2, t_f] \end{cases} \\
x(t) &= \begin{cases} \frac{1}{2} a_{max} t^2 & si \quad t \in [0, t_1] \\ v_{lim} t - \frac{v_{lim}^2}{2a_{max}} & si \quad t \in [t_1, t_2] \\ -\frac{1}{2} a_{max}(t^2 + t_f^2) + a_{max} t_f t + x_f & si \quad t \in [t_2, t_f]. \end{cases}
\end{aligned}
\tag{2.18}
$$

Par symétrie, il est obtenu que $t_2 = t_f - t_1$ et $x_2 = x_f - x_1$. Les expressions complètes de $v(t)$ et $x(t)$ sont trouvées notamment par continuité entre les différents intervalles temporels et à la fin. De cette façon, t_1 est trouvé selon :

$$
a_{max} t_1 = v_{lim} \Rightarrow t_1 = \frac{v_{lim}}{a_{max}}. \tag{2.19}
$$

Par continuité de la position en t_2, t_f se calcule selon :

$$
v_{lim}(t_f - t_1) - \frac{v_{lim}^2}{2a_m ax} = a_{max} t_f (t_f - t_1) - \frac{1}{2} a_{max}(t_f - t_1)^2 + x_f - \frac{1}{2} a_{max} t_f^2, \tag{2.20}
$$

ce qui donne finalement :

$$t_f = \frac{x_f}{v_{lim}} + \frac{v_{lim}}{a_{max}}. \tag{2.21}$$

En faisant l'application numérique avec les paramètres du scénario de référence, il est obtenu que :

$$\begin{cases} x_1 &= 32m \\ x_2 &= 88m \\ t_1 &= 4.6s \\ t_2 &= 8.7s \\ t_f &= 13.3s. \end{cases} \tag{2.22}$$

Cependant, il est à noter que, d'après l'équation dynamique donnée en (2.8), u est calculé en fonction de l'accélération, mais aussi en fonction des pertes. Cela signifie que même en assurant que l'accélération maximale ne soit pas dépassée, il est possible que la commande maximale que peut fournir le moteur soit dépassée (le couple maximal que peut fournir le moteur). Ces deux grandeurs coïncident exactement dans un cas sans frottement et sans pente, ce qui n'est pas le cas dans le scénario choisi ici avec une résistance au roulement, une résistance aérodynamique et une pente. La méthode Bang-Bang permet de saturer l'accélération, mais c'est le couple maximal qui est limitant, et non l'accélération elle-même.

2.3.2.4 Calcul de la valeur de référence du critère énergétique

Le critère J défini en équation (2.9) est défini en discret, pour pouvoir être calculé dans Matlab$^{\text{ő}}$:

$$J_{energie} = \frac{t_f}{n_{intp}} \sum_{l=1}^{n_{intp}} b_1 u(l) v(l) + b_2 u(l)^2 \tag{2.23}$$

où n_{intp} est le nombre de points utilisés pour le calcul, v la vitesse telle que donnée en (2.18) calculée pour ces points, u la commande calculée en utilisant la seconde loi de Newton donnée en (2.8). Une valeur de référence pour le critère énergétique est obtenue, en Joules et en dB :

$$J_{ref}^{bang} = 1.799e5J. \tag{2.24}$$

2.3.3 Comparaison avec une consigne polynomiale

La consigne de type Bang-Bang permet de minimiser le temps de parcours en utilisant les maxima de vitesse et d'accélération. Cette méthode est efficace lorsque le véhicule doit aller vite, mais intuitivement, elle semble contraire à une logique d'économie d'énergie. Une autre méthode qui permet d'obtenir rapidement une consigne est celle qui consiste à choisir une forme polynomiale de consigne avec suffisamment de paramètres (*i.e.* degré du polynôme suffisamment important) pour remplir les conditions souhaitées. Ici, les conditions aux limites sont au nombre de quatre, ce qui donne quatre équations à satisfaire. Il suffit de

quatre paramètres pour satisfaire ces quatre conditions. Un polynôme d'ordre trois est donc choisi pour la position (puisque la vitesse et l'accélération sont des dérivées successives de la position, ce seront alors des polynômes d'ordre au maximum 2 et 1). Pour fixer deux conditions supplémentaires sur les accélérations initiale et finale, il faudrait prendre un polynôme du cinquième degré.

2.3.3.1 Calcul du polynôme adapté

Un polynôme du troisième degré est donc pris pour x, ce qui donne :

$$\begin{cases} x(t) &= at^3 + bt^2 + ct + d \\ v(t) &= 3at^2 + 2bt + c \\ a(t) &= 6at + 2b \\ u(t) &= \frac{1}{h_1}(\dot{v}(t) + h_2 v^2(t) + h_0 + \gamma). \end{cases} \tag{2.25}$$

Avec les conditions initiales et finales pour x et v, données en (2.9), pour la même distance parcourue x_f et en utilisant un temps final t_f tel que $max(a(t)) = a_{max}$, a, b, c et d peuvent être déterminés :

$$\begin{cases} x(0) &= 0 \\ x(t_f) &= x_f \\ v(0) &= 0 \\ v(t_f) &= 0 \\ max(a(t)) &= a_{max} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} d &= 0 \\ at_f^3 + bt_f^2 &= x_f \\ c &= 0 \\ 3at_f^2 + 2bt_f &= 0 \\ 2b &= a_{max} \end{cases} \Rightarrow \tag{2.26a}$$

$$\begin{cases} at_f^3 + bt_f^2 &= x_f \\ 3at_f + a_{max} &= 0 \\ b &= \frac{a_{max}}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (-\frac{a_{max}}{3} + \frac{a_{max}}{2})t_f^2 &= x_f \\ a &= \frac{-a_{max}}{3t_f} \\ b &= \frac{a_{max}}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t_f &= -\sqrt{\frac{6x_f}{a_{max}}} \\ a &= -\sqrt{\frac{a_{max}^3}{54x_f}} \\ b &= \frac{a_{max}}{2} \\ c &= 0 \\ d &= 0 \end{cases} \tag{2.26b}$$

Ces valeurs sont donc attribuées à a, b, c et d et les expressions détaillées de x, v et u sont obtenues.

De là, le critère énergétique pour cette consigne est calculé, en Joules :

$$J_{ref}^{pol} = 1.544e5J = (1 - 0.14)J_{ref}^{bang}. \tag{2.27}$$

Il est constaté que, pour temps de parcours permettant de respecter l'accélération maximale, la méthode utilisant un polynôme offre un gain d'énergie de 14%, ce qui est significatif. Cependant, la méthode polynomiale, contrairement à la méthode Bang-Bang, ne présente

aucune garantie de respect des limites de vitesse, et ne permet pas de minimiser le temps de parcours.

2.3.4 Synthèse des méthodes classiques de génération

Bien que permettant d'avoir des valeurs de référence pour le scénario considéré, ces méthodes présentent des inconvénients qui sont listées dans le Tableau 2.1.

Caratéristique	**Méthode Bang-Bang**	**Méthode Polynomiale**	**Méthode Petit et Sciarretta [2011]**
Type de méthode	Analytique directe	Analytique directe	Méthode d'optimisation de commande
Rapidité des calculs	Quasi-immédiat	Quasi-immédiat	Dépend de l'algorithme
Prise en compte du modèle dynamique	Prise en compte des forces dans le calcul de la commande u	Prise en compte des forces dans le calcul de la commande u	Prise en compte des forces dans la résolution
Convergence garantie	Oui (pas d'itération)	Oui (pas d'itération)	Non
Optimisation	Oui, du temps de parcours	Non	Oui, à temps de parcours imposé
Prise en compte des saturations	Oui, sur l'accélération et la vitesse	Oui, sur l'accélération	Non
Prise en compte de la pente de la route	Oui, pour u	Oui, pour u	Oui

TABLEAU 2.1 – Tableau des avantages et inconvénients des méthodes Bang-Bang, polynomiale et de Petit et Sciarretta [2011]

Malgré les inconvénients de la méthode proposée par Petit et Sciarretta [2011], elle possède un intérêt non négligeable, une fois étendue. En effet, le problème est bien posé : des valeurs de paramètres de véhicule sont utilisées, et elle permet de prendre en compte une diversité de situations que ne permettent pas les approches simples, notamment en terme de contraintes dynamiques. Les tests proposés ci-dessous visent à étendre cette méthode pour la rendre plus complète. Le modèle de véhicule électrique utilisé, notamment pour la consommation d'énergie, est le modèle d'un véhicule électrique, ce qui semble restrictif. Cependant, dans tous les chapitres de cette étude, un modèle de véhicule électrique proche du VELV (Véhicule Électrique Léger de Ville) de PSA sera utilisé [1].

1. https ://news.autoplus.fr/PSA/VeLV/tricycle-electrique-urbain-PSA-VeLV-1446693.html

2.3.5 Simulations proposées

Au vu du Tableau 2.1, les tests suivants sont proposés :

— étude de l'influence du temps de parcours (**section 2.4**),

— étude après ajout du temps de parcours comme variable d'optimisation (**section 2.4**),

— étude de l'influence de la pente (**section 2.5**).

— étude de l'influence des saturations sur la commande ou sur l'état (**section 2.6**).

Pour ces tests, le scénario de référence donné en **section 2.3.2** est utilisé, sauf indication contraire. La méthode d'optimisation indirecte proposée par Petit et Sciarretta [2011] est également utilisée, à laquelle des modifications successives sont apportées. Les équations utilisées sont celles données par le *Two Points Boundary Value Problem* (TPBVP, voir (2.15)), résolues grâce à la méthode *bvp4c* de Matlab$^{\text{ő}}$ qui sert à résoudre numériquement les problèmes d'équations différentielles couplées avec conditions aux limites.

2.4 Influence du temps de parcours

L'objectif de cette partie est d'étudier l'influence du temps de parcours de la trajectoire sur la valeur du critère énergétique. Les valeurs du scénario de référence sont utilisée pour la distance et la pente. La pente est constante, donc $\gamma(x) = g \sin\left(\frac{3\pi}{180}\right)$ est une constante et donc $\gamma'(x) = 0$.

2.4.1 Temps de parcours fixé et comparaison

Le temps de parcours varie pour étudier l'évolution du critère énergétique en fonction de ce temps de parcours. La logique veut qu'en ralentissant (*i.e.* t_f croît), du carburant soit économisé jusqu'à un certain point. Au delà d'un certain temps de parcours, les économies faites deviennent négligeables devant les pertes et par conséquent le critère énergétique augmente à nouveau. Le temps de parcours qui correspond au minimum serait le temps optimal, en termes d'énergie, de parcours de la distance considérée (ici $x_f = 120m$).

En faisant varier le temps de parcours de $20s$ à $80s$, et en y calculant le critère associé, l'évolution du critère donnée en Figure 2.3 est obtenue.

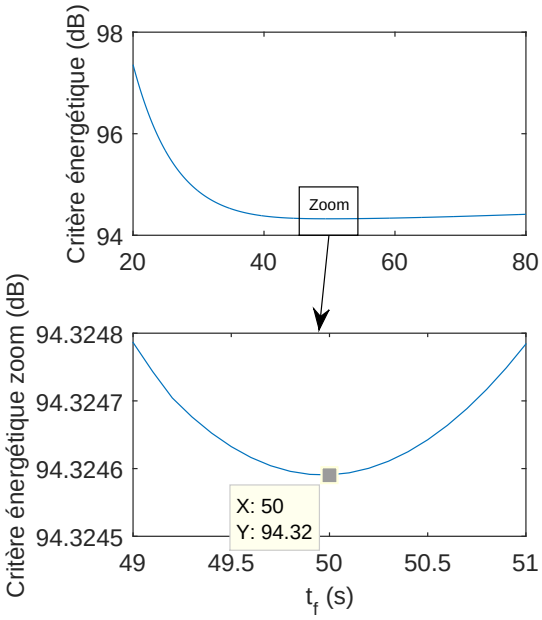


FIGURE 2.3 – Evolution de la valeur du critère énergétique (de l'énergie dépensée) en fonction du temps de parcours fixé pour la trajectoire

Un minimum dans l'évolution du critère est effectivement obtenu pour un temps de parcours de $50s$. Cette valeur est largement supérieure à la valeur de temps obtenue par la méthode Bang-Bang, environ quatre fois supérieure (400% de plus) ce qui est significatif. La valeur du critère obtenue pour ce minimum est de :

$$J_{ref}^{\alpha=3^\circ} = 5.203e4J = J_{ref}^{bang} - 71\%. \tag{2.28}$$

Le gain énergétique obtenu en ralentissant autant est énorme, plus de 70% de gain en énergie avec le modèle utilisé. Compte tenu de la forme de la courbe avant le minimum, il est possible d'économiser beaucoup d'énergie en ralentissant un peu, sans forcément chercher à atteindre le minimum. Dans une étude d'optimisation de l'énergie consommée, le minimum du critère est recherché pour l'instant. Cependant, à terme, il sera intéressant de faire des compromis entre le temps de parcours de la trajectoire et l'énergie consommée pour la parcourir, car le temps de parcours obtenu pour une consommation minimale d'énergie est beaucoup trop grand. Pour obtenir un résultat à temps fixé, le temps de calcul nécessaire avec les outils utilisés est de $t_{calc} = 1.79s$. Les caractéristiques des outils utilisés (matériel, logiciel) sont données en Annexe A.1.

2.4.2 Temps de parcours variable

Jusque là, le temps de parcours était modifié à la main, mais grâce à Wang [2009], le temps de parcours est inclus parmi les variables du problème. En considérant le temps de parcours final comme une variable et non plus comme un paramètre, ce n'est plus $J_{energie}(v, x, u)$ qui est minimisé mais $J_{energie}(v, x, u, t_f)$. Si le problème est bien posé, il est alors possible d'obtenir la valeur minimale du critère y compris pour la variable de temps de parcours. Il est à noter que ce n'est pas de l'optimisation multicritère : l'algorithme ne minimise pas un critère de temps de parcours, il ajoute simplement le temps de parcours comme variable. Dans un cas réaliste, il faudrait faire un compromis entre temps de parcours et critère énergétique, quitte à s'éloigner du minimum donné sur la courbe en Figure 2.3.

L'article de Wang [2009] donne des exemples de problèmes dans lesquels le temps est une nouvelle variable dont la dynamique est triviale, $\dot{t}_f = 0$. Pour que cela fonctionne il faut ajouter une condition aux limites au problème. En effet, si une variable à déterminer est ajoutée, il faut rajouter une équation pour la trouver. La nouvelle condition qui vient s'ajouter, toujours selon Wang [2009] est :

$$H^*(x(t_f), v(t_f), u(t_f), t_f) + \frac{\partial h}{\partial t}(x(t_f), v(t_f), t_f) = 0, \tag{2.29}$$

où h est la fonction de conditions aux limites telle que

$$J_{energie}(x, v, u, t_f) = h(x(t_f), v(t_f), t_f) + \int_{t_0}^{t_f} P_m(x, v, u, \tau)d\tau, \tag{2.30}$$

et H le hamiltonien, avec toujours la même expression de la commande u donnée à la relation (2.13) (voir Naidu [2002] pour l'explication de cette condition). La condition supplémentaire

est calculée explicitement selon :

$$\begin{aligned} H^*(x(t_f), v(t_f), u(t_f), t_f) = b_1 \left(\frac{-b_1 v(t_f) - \lambda_1(t_f) h_1}{2b_2} \right) v(t_f) + b_2 \left(\frac{-b_1 v(t_f) - \lambda_1(t_f) h_1}{2b_2} \right)^2 \\ + \lambda_1(t_f)(h_1 \left(\frac{-b_1 v(t_f) - \lambda_1(t_f) h_1}{2b_2} \right) - h_2 v(t_f)^2 - h_0 - \gamma(x(t_f)) \\ + \lambda_2(t_f) v(t_f). \end{aligned} \tag{2.31}$$

Cette expression se simplifie avec $v(t_f) = 0$, ce qui donne :

$$\begin{aligned} H^*(x(t_f), v(t_f), u(t_f), t_f) &= b_2 \frac{(\lambda_1(t_f) h_1)^2}{4b_2} + \lambda_1(t_f)(h_1(-\frac{\lambda_1(t_f) h_1}{2b_2} - h_0 - \gamma(x(t_f))) \\ &= \frac{h_1^2 \lambda_1^2(t_f)}{4b_2} - \frac{2\lambda_1^2(t_f) h_1^2}{4b_2} + \lambda_1(t_f)(-h_0 - \gamma(x(t_f))) \\ &= -\frac{h_1^2}{4b_2} \lambda_1^2(t_f) - (h_0 + \gamma)\lambda_1(t_f). \end{aligned} \tag{2.32}$$

Le nouveau problème considéré est donc :

$$\begin{cases} \dot{v} = -h_1 \frac{\lambda_1 h_1 + b_1 v}{2b_2} - h_2 v^2 - h_0 - \gamma \\ \dot{x} = v \\ \dot{\lambda}_1 = b_1 \frac{\lambda_1 h_1 + b_1 v}{2b_2} + 2\lambda_1 h_2 v - \lambda_2 \\ \dot{\lambda}_2 = 0 \\ \dot{t_f} = 0 \\ x(0) = 0, \ x(t_f) = x_f \\ v(0) = 0, \ v(t_f) = 0 \\ \frac{h_1^2}{4b_2} \lambda_1^2(t_f) + (h_0 + \gamma)\lambda_1(t_f) = 0. \end{cases} \tag{2.33}$$

En fournissant ce nouveau problème au solveur, le résultat donné en Figure 2.4 est obtenu.

Ce résultat peut facilement être comparé à celui obtenu dans la partie précédente où le temps était modifié à la main. Il avait été déterminé et observé en Figure 2.3 que le critère minimum était obtenu pour $t_f = 50s$. Or, sur la Figure 2.4, qui représente les courbes de commande, vitesse et position du véhicule, ce temps de parcours est retrouvé de façon automatique. Il est important de noter que la courbe du haut ne représente plus l'accélération, mais bien la variable de commande u du véhicule. Comme souligné à la fin de la **section 2.3.2.3**, il est visible que la variable de commande u dépasse les 100% pour la méthode Bang-Bang. En **section 2.6**, des contraintes de saturation sont ajoutées dans l'optimisation, pour empêcher la variable u de dépasser les 100%.

En terme de valeur du critère, la même valeur est également retrouvée :

$$J_{ref}^{\alpha=3^\circ} = 5.203e4J. \tag{2.34}$$

Le nouveau problème ne permet pas de faire des économies significatives d'énergie par rapport au choix direct d'un polynôme du troisième ordre comme vu en **section 2.3.3** à

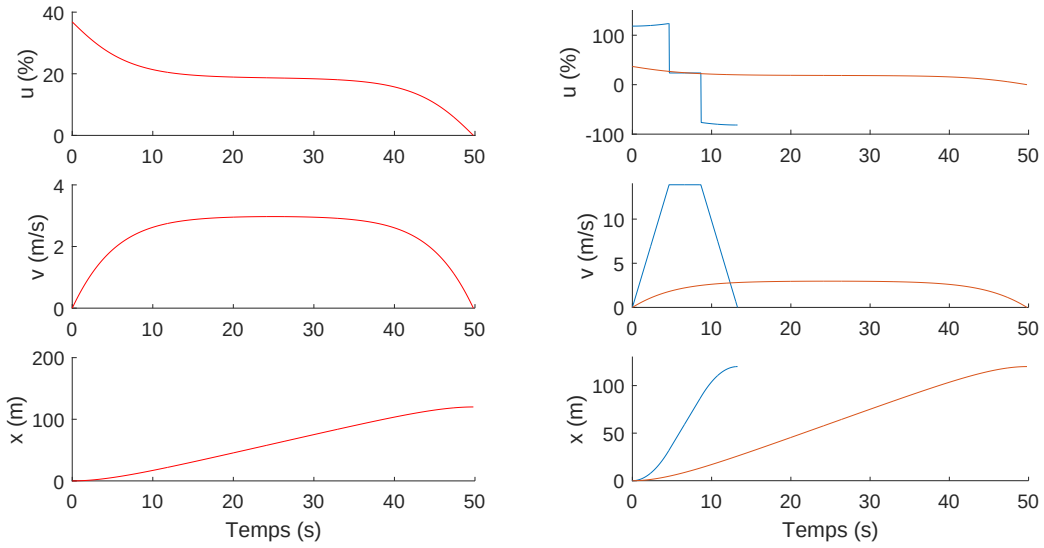


FIGURE 2.4 – Évolution des signaux de commande, vitesse et position en fonction du temps pour un temps final laissé libre. Courbes optimisées seules (a), courbes optimisées comparées avec la stratégie Bang-Bang (b)

condition que le bon temps de parcours soit déjà connu. Cependant, avec cette méthode, le meilleur temps de parcours d'un point de vue énergétique est trouvé de façon automatique. Un minimum du critère en fonction du temps de parcours est obtenu. **NB :** Pour la suite des simulations, le temps de parcours fera partie des variables d'optimisation du critère énergétique. Des temps de parcours longs sont donc obtenus et des vitesses de pointes faibles. Il faut garder à l'esprit, qu'à terme, l'effet de ce critère énergétique sera pondéré par d'autres critères, tels que le temps de parcours lui-même.

Pour obtenir un résultat avec le temps de parcours comme paramètre, le temps de calcul nécessaire avec les outils utilisés est de $t_{calc} = 3.1s$ en moyenne. Il est quasiment deux fois supérieur au temps de calcul nécessaire à temps fixé.

2.4.3 Synthèse de l'influence du temps de parcours

En sous-section 2.4.1 le temps de parcours était considéré comme une donnée du problème et donc fixé pour l'optimisation. Ce temps de parcours a alors été modifié à la main, pour étudier son influence sur la valeur du critère. Il a été observé qu'il existe un minimum du critère, pour un temps de parcours correspondant environ à 4 fois le temps obtenu par la méthode Bang-Bang. Dans un second temps, en **section 2.4.2**, la méthode a été étendue en ajoutant le temps de parcours comme variable d'optimisation, déterminant automatiquement le critère $J_{energie}$ non plus uniquement en fonction de x, v et u, mais également de t_f. Par cette extension du problème, le minimum trouvé auparavant à la main a été retrouvé. Dans les sections suivantes, le temps t_f sera considéré comme une variable ou comme une donnée

selon les besoins et les tests souhaités.

2.5 Influence de la pente de la route

Après avoir étudié l'influence du temps sur la valeur du critère, l'objectif de cette partie est d'étudier l'influence de la pente de la route sur la commande optimale obtenue et également sur le temps de parcours optimal en terme de critère énergétique.

NB : Il ne faut pas oublier que $|\gamma|$ doit toujours être inférieur à 9.81 puisque $\gamma = g\sin(\alpha)$. En pratique, $|\gamma| < \frac{1}{2}9.81$ car α, l'angle de la route avec l'horizontale (ou pente de la route), doit être inférieur à 30°.

Les différentes pentes étudiées sont résumées dans le Tableau 2.2.

Forme de la pente
Tests pour une pente nulle : $\gamma = 0$
Tests pour une pente constante : $\gamma = k$
Tests pour une pente proportionnelle à la distance parcourue : $\gamma = kx$

TABLEAU 2.2 – Tableau des différents tests de pente effectués

2.5.1 Pente nulle

Pour commencer, un test est effectué pour la distance de référence, $x_f = 120m$ pour une pente nulle. Il est supposé que la valeur du critère sera absolument minimale pour une pente nulle (si uniquement des pentes positives sont considérées). Dans le cas où la pente est non nulle, des résistances sont présentes et il est parfois inutile de freiner, comme par exemple dans le cas de la Figure 2.4 de la section précédente. Cependant, il est supposé que le couple nécessaire à cause de la pente implique une consommation supérieure au gain obtenu en n'ayant pas besoin de freiner. Pour une pente nulle, la valeur de critère suivante est obtenue :

$$J_{ref\ abs} = 3.58e3J = J_{ref}^{\alpha=3^\circ} - 93.1\%. \tag{2.35}$$

Cette valeur exprime notamment le fait qu'à la vitesse considérée, la pente représente la grande majorité des pertes en énergie. En effet, si un temps de parcours fixé de $50s$ est pris, la valeur suivante est obtenue pour le critère :

$$J^{t_f=50s,\alpha=0^\circ} = 8.46e3J = J_{ref}^{\alpha=3^\circ} - 83.7\%. \tag{2.36}$$

ce qui confirme que la pente est responsable de 83.7% des pertes en énergie sur la trajectoire, pour le modèle considéré et à la vitesse considérée. La vitesse faible explique en grande partie ce résultat : les pertes en énergie dues à la résistance de la route et à la résistance aérodynamiques sont respectivement proportionnelles à v et à v^2, et donc faibles pour des petites vitesses. En effet, si les valeurs de critère pour une pente nulle et une pente de 3° sont comparées pour une vitesse plus grande, la différence est bien plus faible :

$$J^{t_f=13.3s,\alpha=3^\circ} = 1.37e5J \tag{2.37}$$

$$J^{t_f=13.3s,\alpha=0^\circ} = 1.24e5J = J^{t_f=13.3s,\alpha=3^\circ} - 9.5\%. \tag{2.38}$$

A cette vitesse là ($45km/h$ en vitesse de pointe) la pente ne représente plus que 9.5% des pertes, le reste étant dû aux deux autres résistances.

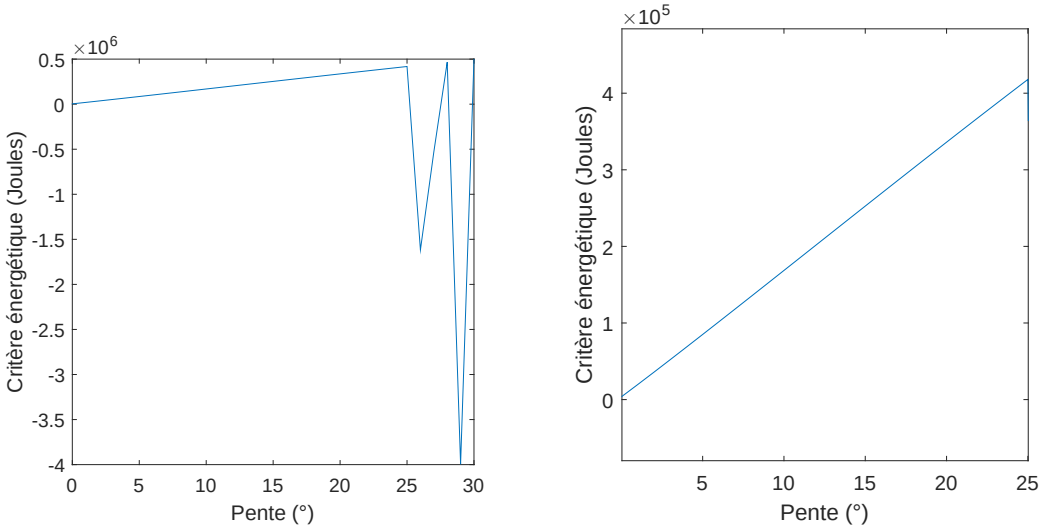
Les formes des courbes de position, vitesse et accélération pour une pente nulle sont semblables à celles obtenues en Figure 2.4 mais pour un temps de parcours nettement plus long : $t_f = 256s$. En effet, la pente étant nulle, pour la même commande appliquée, les résistance au roulement et résistance aérodynamique mettent plus de temps à arrêter le véhicule que la composante du poids due à la pente, d'où ce résultat de temps. Il en est déduit également qu'en **section 2.4.2**, c'est majoritairement la pente qui arrête le véhicule.

2.5.2 Pente constante

La route à pente nulle est un cas particulier d'une route à pente constante :

$$\alpha(x) = k, \tag{2.39}$$

pente qui varie à présent dans une gamme physiquement raisonnable : $\alpha < 30^\circ$. En Figure 2.5, l'évolution du critère en fonction d'une valeur de pente constante de plus en plus importante est étudiée. A partir d'une pente de 25°, l'algorithme ne converge plus et les valeurs du critères deviennent irrationnelles.



(a) (b)

FIGURE 2.5 – Variation de la valeur du critère énergétique (de l'énergie dépensée) en fonction de la pente de la route, constante sur toute la trajectoire

En Figure 2.6, l'évolution de la variable de commande, de la vitesse et de la position

sont représentées en fonction de la pente. La pente est au maximum de 25° car, au-delà, les courbes obtenues n'ont plus de sens physique (obtention de temps de parcours négatifs par exemple). Le temps de parcours diminue de plus en plus lorsque la pente augmente. Comme cela a été dit en **section 2.5.1**, c'est la pente qui permet de ralentir rapidement le véhicule sans forcer sur la commande. Cependant, à cause de la forte pente, la commande nécessaire au démarrage du véhicule croît significativement lorsque la pente augmente. En particulier, pour les pentes de 10° et plus, la commande maximale de 100% est dépassée, la contrainte n'ayant pas encore été implémentée.

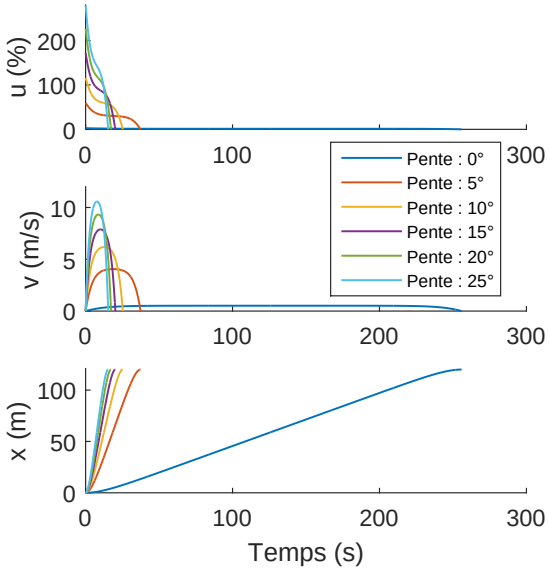


FIGURE 2.6 – Variation de la forme de la consigne optimale en fonction de la pente de la route, constante sur toute la trajectoire

Jusque là, toutes les courbes obtenues sont symétriques par rapport au milieu de la trajectoire. Pour rompre avec cela, et observer des différences, des tests avec une pente variable sur la trajectoire sont effectués.

2.5.3 Pente proportionnelle à la distance parcourue

En pratique, la pente n'est pas une fonction régulière. Cependant, pour la modélisation du problème étudié ici, il s'agit d'avoir une expression de la pente en fonction de l'abscisse x. En réalité, cette expression pourrait être trouvée par une pente proportionnelle à x est définie, soit :

$$\alpha(x) = kx, \tag{2.40}$$

et donc :

$$\gamma(x) = gsin(kx), \tag{2.41}$$

où $k = 0.05$ dans un premier temps pour que la pente soit comprise entre 0° et 6° pour la distance de référence.

Dès le premier test, l'algorithme de résolution du problème (2.15) renvoie une réponse erronée, il rencontre une matrice jacobienne singulière et donc non inversible. Pour contourner le problème, une hypothèse est faite sur la pente telle qu'évoquée en équation (2.10). Cela ne suffit pas non plus à régler le problème : en effet, l'algorithme converge mais donne des solutions absurdes, telles que des consignes avec un temps de parcours négatif. Aucune contrainte n'ayant été mis sur le temps de parcours final avec la méthode employée, la solution est considérée comme possible par l'algorithme.

Pour parvenir à un résultat, le temps de parcours est enlevé des variables et imposé à nouveau, pour réduire la complexité du problème. La courbe du critère en fonction du temps de parcours est faite à nouveau pour trouver un minimum, dans ce cas de pente. Cette courbe est donnée en Figure 2.7. La figure est réalisée pour un temps de parcours compris entre $12s$ et $26s$ plage où se trouve le minimum du critère. Le minimum du critère dans ce cas là est alors obtenu :

$$J_{min}^{\gamma=kx} = 1.54e5J = J_{ref}^{bang} - 14.1\%, \tag{2.42}$$

pour un temps de parcours $t_f = 16.9s$ un peu supérieur à celui de la méthode Bang-Bang. Pour le même temps de parcours que la méthode Bang-Bang, la valeur suivante du critère est obtenue :

$$J^{\gamma=kx,t_f=13.3s} = 1.71e5J = J_{ref}^{bang} - 4.9\%. \tag{2.43}$$

soit une valeur légèrement inférieure à la valeur J_{ref}^{bang} de référence, mais qui signifie aussi que la saturation en accélération ou la limite de vitesse sont dépassées. En effet, sur la Figure 2.8 (b), qui donne les courbes optimales obtenues pour un temps de parcours similaire à celui de la méthode Bang-Bang de référence, il est visible que la limite de vitesse comme la saturation en commande sont légèrement dépassées.

Bien qu'intéressante, cette méthode possède cependant un inconvénient, illustré par les courbes de vitesse données en Figure 2.8 (a). En effet, les courbes de vitesse pour $t_f = 17s$, $t_f = 19s$, $t_f = 21s$ présentent des vitesses négatives en début de parcours, ce qui n'est pas possible en pratique. Dans les faits, le véhicule doit accélérer puis ralentir. Il doit partir d'un point $x = 0$ à un point $x_f = 120m$ en se déplaçant de façon monotone, c'est à dire sans aucun retour en arrière. Cette absence de contrainte sur la variable d'état v, tout comme l'absence de saturation sur la variable de commande u, sont donc des inconvénients majeurs de cette méthode.

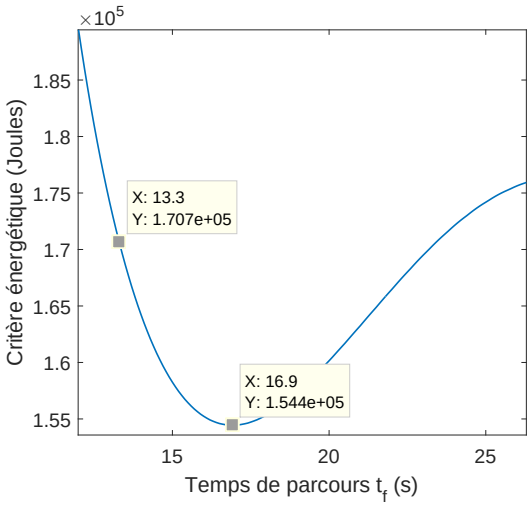
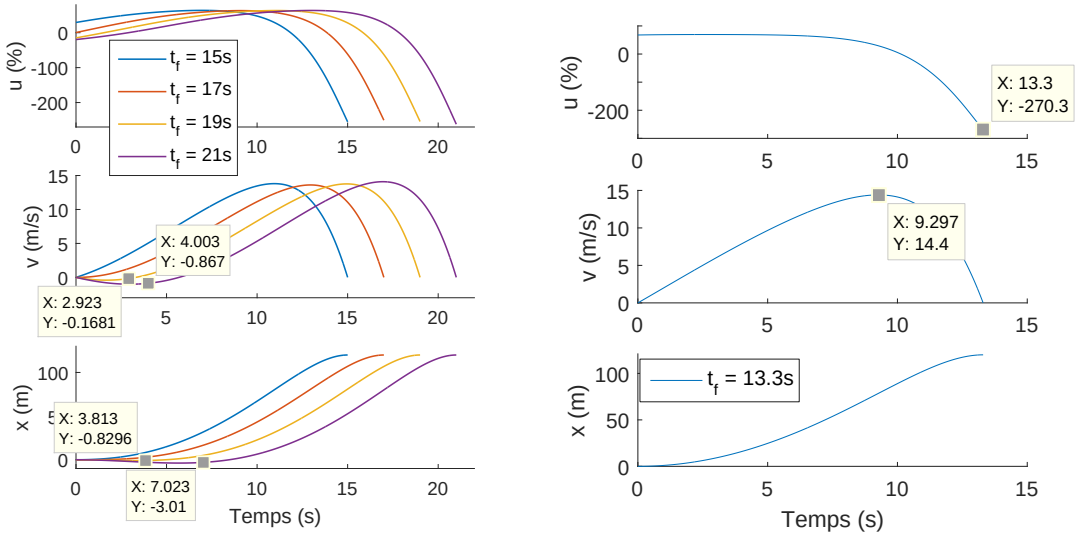


FIGURE 2.7 – Variation de la valeur du critère en fonction du temps de parcours t_f, pour une pente proportionnelle à x



(a) (b)

FIGURE 2.8 – (a) Évolution des signaux de commande, vitesse et position optimales en fonction du temps pour t_f de 15s-17s-19s-21s. (b) Évolution des signaux de commande, vitesse et position optimales en fonction du temps pour un t_f de 13.3s ; pente de la route proportionnelle à x

2.5.4 Synthèse sur l'influence de la pente

Pour conclure, l'influence de la pente est visible sur le temps de parcours et sur la valeur du critère, ce qui signifie que l'optimisation prend bien en compte ce paramètre pour le calcul de la commande optimale. Quand la pente augmente, le critère énergétique augmente aussi, puisqu'il faut faire un effort supplémentaire pour vaincre la gravité. Cependant, il a été observé que pour des valeurs des pentes trop importantes, ou pour des formes de

pentes plus compliquées, l'algorithme ne parvient plus à converger vers des solutions effectives. De plus, pour une pente constante négative, l'algorithme ne converge jamais vers une solution réaliste physiquement. De cette étude sera également retenue la nécessité d'ajouter des contraintes sur la vitesse v ou la commande u pour limiter le nombre de solutions non cohérentes physiquement, en assurant :

$$\begin{cases} x > 0 \\ v > 0 \\ v < v_{lim} \\ |u| < u^+, \end{cases} \tag{2.44}$$

où les conditions en vert sont des conditions imposées par le scénario et en rouge des conditions physiques. En effet, le problème considéré ici a une seule dimension, et la consigne se dirige vers les x positif, ce qui signifie que, physiquement la vitesse doit être positive. De plus, le moteur électrique du véhicule ne peut techniquement pas fournir un couple supérieur à $u^+ = 100\%$ de son couple maximum.

2.6 Optimisation sous contraintes

Dans les sections 2.4 et 2.5, il a été observé que la méthode présente l'inconvénient de ne pas considérer les saturations. Elle ne prend notamment pas en compte la saturation sur la commande u, qui sera noté par la suite $u^+ = 100\%$, et la limite de vitesse v_{lim} qui est une saturation imposée par le scénario et non par le système. Dans cette section, plusieurs méthodes d'ajout de contraintes sont envisagées, notamment d'après Graichen et Petit [2009]. En **section 2.6.1**, des contraintes sur la commande u et sur la vitesse v seront étudiées conjointement, puis en **section 2.6.2** une autre méthode de contrainte sur la commande u sera étudiée.

2.6.1 Ajout de contraintes sur l'état et la commande

Comme il a été dit en introduction de la méthode en **section 2.2.3**, les méthodes indirectes possèdent de nombreux avantages, notamment en terme de temps de calcul. En revanche, l'inclusion de contraintes dans ce type de problème est plus compliquée. Dans cette section sera développée une technique d'inclusion de contraintes au moyen des dérivées de Lie.

De manière à bien développer les changements de variables qui vont amener à inclure les contraintes dans le problème, le problème de base est rappelé :

$$\left\{\begin{array}{lcl} \min\limits_u J_{energie}(v,x,u) & = & \min\limits_u \int_0^{t_f} \mathcal{P}_m(v,x,u,\tau)d\tau = \min\limits_u \int_0^{t_f} (b_1|u(\tau)|v(\tau) + b_2u^2(\tau))d\tau \\ \dot{v} & = & f_1(v,x,u,t) = h_1u - h_2v^2 - h_0 - \gamma(x) \\ \dot{x} & = & f_2(v,x,u,t) = v \\ x(0) & = & 0 \\ x(t_f) & = & x_f \\ v(0) & = & 0 \\ v(t_f) & = & 0 \\ v & \in & [v^- = 0, v^+ = v_{lim}] \\ u & \in & [u^- = -1, u^+ = 1]. \end{array}\right. \tag{2.45}$$

Dans la suite une pente constante égale à 3° est choisie comme pente de référence. γ sera donc également constant et la notation $h_3 = h_0 + \gamma$ sera prise pour simplifier les expressions.

Pour obtenir un problème non contraint à partir du problème contraint, deux *fonctions de saturation* Ψ et ϕ sont définies dans la suite. La première étape est de définir le degré de la contrainte. Puis, un premier changement de variable est effectué pour arriver sur une forme de problème standard et enfin les fonctions de contrainte sont ajoutées.

2.6.1.1 Degré de la contrainte : les dérivées de Lie

Soit $c(v,x) = v$ la contrainte, puisque la variable d'état à contraindre en premier est v. La dérive de cette contrainte par rapport au temps donne :

$$\frac{\partial c(v,x)}{\partial t} = \dot{v} = h_1 u - h_2 v^2 - h_3. \tag{2.46}$$

Dans cette équation, u apparaît explicitement, ce qui fait que le degré de la contrainte par rapport à la commande est de 1. Les dérivées de Lie confirment ce résultat :

$$\begin{pmatrix} \dot{v} \\ \dot{x} \end{pmatrix} = f(v,x) + g(v,x)u = \begin{pmatrix} -h_2 v^2 - h_3 \\ v \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} h_1 \\ 0 \end{pmatrix} u. \tag{2.47}$$

Les dérivées de Lie suivantes sont obtenues :

$$L_f^0 c = v^2 - (h_2 v^3 + h_3 v) \tag{2.48}$$

$$L_g L_f^0 c = g_1 \frac{dL_f^0 c}{dx} + g_2 \frac{dL_f^0 c}{dv} = 2h_1 v - 2h_2 h_1 v - h_1 h_3 \neq 0 \;\Rightarrow\; \rho = 1 \tag{2.49}$$

$$L_f^1 c = v\frac{dc}{dx} - (h_2 v^2 + h_3)\frac{dc}{dv} = -(h_2 v^2 + h_3). \tag{2.50}$$

Le degré de la contrainte est donc bien de $r = 1$, et le nombre d'états est $n = 2$. Le problème est mis sous une forme qui permet ensuite d'ajouter les fonctions de contrainte tel que dans l'article Graichen et Petit [2009]. En suivant la méthode donnée dans la partie 2.2 de ce même article, les résultats suivants sont obtenus :

$$\begin{cases} J_{energie}(v,x,u) = \int_0^{t_f} \mathcal{P}_m(v,x,u,\tau)d\tau = \int_0^{t_f} b_1 uv + b_2 u^2 d\tau \\ \\ \dot{v} = (-h_2 v^2 - h_3) + h_1 u = a_0(v,x) + a_1(v,x)u \\ \dot{x} = v = b_0(v,x) + b_1(v,x)u \\ v(0) = 0,\ x(0) = 0 \\ v(t_f) = 0,\ x(t_f) = x_f \\ v \in [v^- = 0, v^+ = v_{lim}],\ u \in [u^- = -1, u^+ = 1]. \end{cases} \tag{2.51}$$

Ce problème est bien sous forme normalisée tel que présenté en partie 2.2 de Graichen et Petit [2009], équations (9a) à (9f), avec :

$$\begin{cases} a_0(v,x) = -h_2 v^2 - h_3 \\ a_1(v,x) = h_1 \\ b_0(v,x) = v \\ b_1(v,x) = 0. \end{cases} \tag{2.52}$$

L'étape suivante est de transformer ce problème contraint en problème non contraint en

incluant les contraintes dans le problème par un nouveau changement de variable. Pour cela les fonctions de saturation sont utilisées.

2.6.1.2 Ajout des contraintes dans la formulation du problème : fonctions de saturation

La méthode proposée ici permet de transformer le problème contraint (2.51) en un nouveau problème non contraint, grâce à un changement de variable. En premier lieu, la contrainte sur la variable d'état v est remplacée par une fonction Ψ, tel que :

$$v = h_{lat}(\xi) = \Psi(\xi, v^+, v^-) \in [v^-, v^+]. \tag{2.53}$$

Remarque : pour ajouter également une contrainte sur la variable d'état x, une seconde variable ξ_2 aurait été introduite et ξ aurait été exprimée en fonction de ξ_2 grâce à l'équation du mouvement $\dot{x} = v$.

Ψ est choisie pour être une fonction lisse, continue, strictement croissante pour tout ξ. Son expression est :

$$\Psi(\xi, v^+, v^-) = v^+ - \frac{v^+ - v^-}{1 + \exp(s_1 \xi)} \tag{2.54}$$

où $s_1 = \frac{4}{v^+ - v^-}$. Comme $\dot{y}$ dépend de u, à travers la seconde loi de Newton, il est obtenu que :

$$\dot{v} = a_0(v, x) + a_1(v, x)u = \frac{\partial \Psi}{\partial \xi}\dot{\xi}, \tag{2.55}$$

où

$$\dot{v} \in [a^-(v, x), a^+(v, x)] \tag{2.56}$$

avec

$$a^{\pm} = a_0(v, x) + a_1(v, x)u^{\pm} = -(h_2 v^2 + h_3) + h_1 u^{\pm}, \tag{2.57}$$

car $h_1 > 0$, d'après Graichen et Petit [2009].

La contrainte sur la commande peut être définie à partir de celle sur l'état v, en utilisant une nouvelle fonction $\phi(\tilde{u}, \phi^+, \phi^-)$ telle que :

$$\dot{\xi} = \phi(\tilde{u}, \phi^{\pm}) = \phi^+ - \frac{\phi^+ - \phi^-}{1 + \exp(s_2 \tilde{u})} \tag{2.58}$$

où $s_2 = \frac{4}{\phi^+ - \phi^-}$ pour chacune des deux fonctions. $\phi^{\pm}$ est donné dans Graichen et Petit [2009] tel que :

$$\phi^{\pm} = \frac{\tilde{a}^{\pm}(\xi, x)}{\Psi'(\xi, v^{\pm})}. \tag{2.59}$$

Dans ces équations, $\tilde{u}$ est la nouvelle variable de commande qui vient remplacer l'ancienne dans les équations, un des objectifs étant de trouver l'expression de cette nouvelle variable. L'objectif de cette seconde fonction de saturation est de maintenir la commande à l'intérieur des limites fixées u^- et u^+.

En réintroduisant (2.58) dans (2.56) il est alors retrouvé que :

$$\dot{v} = h_{\dot{v}}(\xi, x, \tilde{u}) = \frac{\partial \Psi}{\partial \xi} \phi(\tilde{u}, \phi^{\pm}(\xi, x)). \tag{2.60}$$

De cette façon, une expression pour la commande u est trouvée :

$$u = h_u(\xi, x, \tilde{u}) = \frac{h_{\dot{v}}(\xi, x, \tilde{u}) - \tilde{a}_0(\xi, x)}{\tilde{a}_1(\xi, x)} \tag{2.61}$$

où

$$\tilde{a}_0 = a_0 \circ h_v = a_0(h_v(\xi), x) = -(h_2 \Psi^2(\xi, v^{\pm}) + h_3) \tag{2.62}$$

et

$$\tilde{a}_1 = a_1 \circ h_v = h_1. \tag{2.63}$$

Dans sa globalité, le nouveau problème est donc :

$$\begin{cases} \tilde{J}_{energie}(\xi, x, \tilde{u}) = \int_0^{t_f} \tilde{P}_m(\xi, x, \tilde{u}, \tau) d\tau \\ \dot{\xi} = \phi(\tilde{u}, \phi^{\pm}(\xi, x)) \\ \dot{x} = \Psi(\xi, v^+, v^-) \\ \xi(0) = h^{-1}(v(0)),\ x(0) = 0 \\ \xi(t_f) = h^{-1}(v(t_f)),\ x(t_f) = x_f. \end{cases} \tag{2.64}$$

La stricte monotonie de Ψ et ϕ assure que ces fonctions sont inversibles, ce qui fait que les équations données ci-dessus peuvent être inversées :

$$\xi = \Psi^{-1}(v, v^{\pm}). \tag{2.65}$$

Partant de là, l'expression de $\tilde{u}$ peut être trouvée, de sorte que :

$$\tilde{u} = \phi^{-1}\left(\frac{\dot{v}}{\Psi'(\xi, v^{\pm})}, \phi^{\pm}(\xi, x)\right) \circ h_v^{-1}. \tag{2.66}$$

La dernière étape du problème est de définir l'expression précise du Hamiltonien et de calculer ses dérivées partielles pour transformer ce dernier problème d'optimisation en un problème aux valeurs limites par l'intermédiaire des covariables. Pour cela, il faudra donner des expressions plus détaillées de toutes ces équations.

2.6.1.3 TPBVP modifié avec contraintes

Pour pouvoir définir un TPBVP, connaissant deux états, il faut arriver à un système de quatre équations différentielles avec quatre variables : les deux variables d'état et les deux

variables adjointes. Pour obtenir un tel système à partir du problème d'optimisation défini ci-dessus, le Hamiltonien est défini comme suit :

$$H = \tilde{P}_m(\xi, x, \tilde{u}, t) + \lambda_\xi \phi(\xi, x, \tilde{u}) + \lambda_x \Psi(\xi, x, \tilde{u}). \tag{2.67}$$

Les équations sur ξ et x restent telles qu'elles étaient avant et les équations suivantes y sont ajoutées :

$$\begin{cases} \dot{\lambda}_\xi = -\frac{\partial H}{\partial \xi} \\ \\ \dot{\lambda}_x = -\frac{\partial H}{\partial x}. \end{cases} \tag{2.68}$$

Jusque là ces expressions sont complexes mais il est possible de les résoudre. Le problème survient lorsqu'une expression de $\tilde{u}$ est cherchée à partir de la condition d'optimalité :

$$\frac{\partial H}{\partial \tilde{u}} = 0. \tag{2.69}$$

Dans les travaux effectués, une expression pour $\tilde{u}$ est d'abord cherchée avec Matlab$^{\text{ő}}$, cependant l'outil de calcul formel de Matlab$^{\text{ő}}$ n'est pas suffisamment puissant pour un tel calcul. Cette expression est alors cherchée avec le logiciel de calcul formel Maple, mais l'expression donnée pour $\tilde{u}$ est beaucoup trop compliquée pour être exploitable.

Les fonctions de saturation (2.54) et (2.58) étant elle-mêmes complexes, des tests ont été réalisés en utilisant d'autres formes de fonctions de saturation, comme par exemple :

$$\Psi(\xi, v^+, v^-) = v_{lim} \tanh\left(\frac{2\xi}{v_{max}}\right) \tag{2.70}$$

$$\phi(\widetilde{u}, \phi^+, \phi^-) = \frac{1}{2}\left(\phi^+ + \phi^- + \tanh(\widetilde{u})(\phi^+ - \phi^-)\right) \tag{2.71}$$

mais n'ont pas donné plus de résultats, puisqu'aucune expression explicite de $\tilde{u}$ respectant la condition d'optimalité n'est trouvée.

L'imbrication des deux saturations rend donc l'obtention d'une expression explicite de u trop compliquée. Il n'est donc plus possible d'appliquer la méthode de résolution et par conséquent de résoudre le problème considéré. Cette méthode est formellement très intéressante, mais ne permet pas d'obtenir un résultat en l'état. Pour la suite, une autre méthode est testée pour ajouter une contrainte seulement sur la commande, basée sur une méthode proposée par Wang [2009] et Avvakumov et Kiselev [2000].

2.6.2 Contrainte uniquement sur la commande

Après l'échec de la méthode précédente qui permettait de poser le problème de manière très complète mais complexe, une autre méthode est testée pour ajouter des saturations au problème d'optimisation. Cependant, la saturation sera appliquée seulement sur la commande, de façon à ne pas dépasser u^+. Le problème d'optimisation est toujours le même,

voir les relations en (2.45).

La condition d'optimalité donnée en (2.12) dans la section précédente est toujours la même et le problème est formulé en se basant sur le modèle donné en page 17 de Wang [2009] et sur les fonctions de saturations données en page 5 de Avvakumov et Kiselev [2000]. Il s'agit d'abord de comprendre comment l'expression de u a été déterminée et de l'appliquer au problème considéré ici.

2.6.2.1 Tests sur l'expression de u

Deux expressions pour la fonction de saturation de la commande u sont proposées, l'une tirée de Avvakumov et Kiselev [2000] qui est testée dans la suite et l'une tirée de Graichen et Petit [2009] et de la fonction Ψ utilisée dans pour la première méthode en **section 2.6.1**. Il est rappelé que u est supposé rester entre les valeurs $u^- = -100\%$ et $u^+ = 100\%$.

La première expression proposée pour la fonction de saturation de u est :

$$\phi_2(u, u^+, u^-, \mu) = \frac{1}{2}(\sqrt{\mu + (u - u^-)^2} - \sqrt{\mu + (u - u^+)^2}), \tag{2.72}$$

où μ est un paramètre qui permet de régler l'allure de la courbe, comme le montre la Figure 2.9. Sur cette figure, quelles que soient les variations de u, les valeurs de $\phi_2(u, u^+, u^-, \mu)$ restent contenues dans l'intervalle $[-1, 1]$.

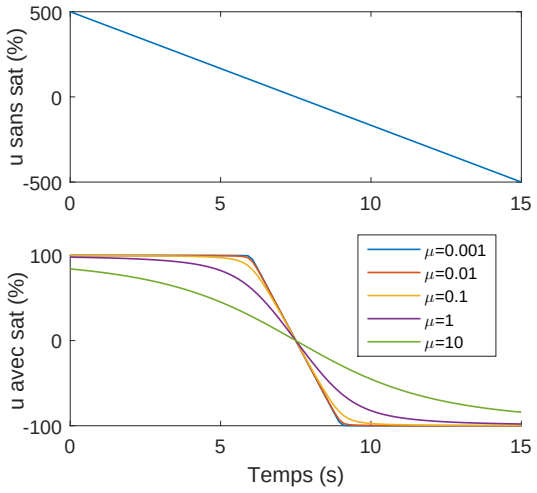


FIGURE 2.9 – Allure de la fonction de saturation de u d'après Avvakumov et Kiselev [2000]

Comme dit précédemment, la même expression que pour la fonction Ψ de la section précédente pourrait également être utilisée, à savoir :

$$\phi_3(u, u^+, u^-, \mu) = u^+ - \frac{u^+ - u^-}{1 + \exp\left(\frac{\mu u}{u^+ - u^-}\right)}, \tag{2.73}$$

k étant égal à 4 dans la section précédente. L'effet de cette nouvelle fonction sur u, pour

différentes valeurs de k, est donnée en Figure 2.10.

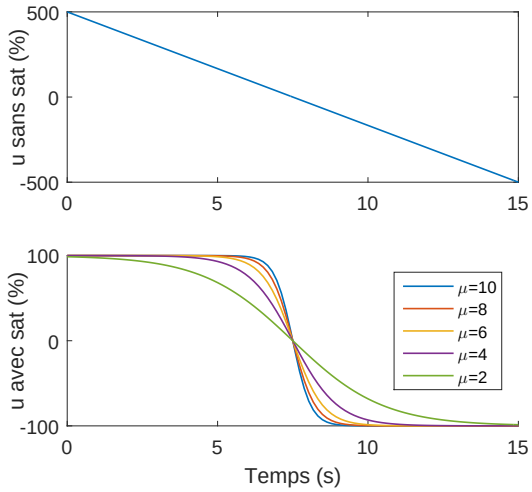


FIGURE 2.10 – Allure de la fonction de saturation de u d'après Graichen et Petit [2009]

La seconde fonction semble plus lisse et plus facile à dériver en cas de besoin, donc plus facile à manipuler. Cependant c'est l'autre fonction qui a été testée dans la suite, car utilisée en premier. Les tests pour la seconde fonction restent à effectuer, dans une étude ultérieure.

2.6.2.2 Incorporation de la saturation (2.72) de u

L'expression de u obtenue en (2.13) en **section 2.2.3** est rappelée :

$$u_0 = -\frac{\lambda_1 h_1 + b_1 v}{2b_2}. \tag{2.74}$$

Cette expression de u_0 par un u_1 exprimé selon :

$$u_1 = \phi_2(u, u^+, u^-, \mu) = \frac{1}{2}(\sqrt{\mu + (u_0 - u^-)^2} - \sqrt{\mu + (u_0 - u^+)^2}), \tag{2.75}$$

serait donc contenu dans l'intervalle $[u^-, u^+]$ quelles que soient les valeurs de λ_1 et v. μ est simplement un facteur qui permet de régler la vitesse à laquelle cette saturation est approchée, c'est à dire à quel point la saturation est approchée dans la zone de variation concernée.

Cette nouvelle expression est ajoutée aux équations à résoudre du problème (2.9) et le nouveau problème (2.76) est obtenu :

$$\begin{cases} \dot{v} = -h_1 u_1 - h_2 v^2 - h_0 - \gamma(x) \\ \dot{x} = v \\ \dot{\lambda}_1 = b_1 u_1 + 2\lambda_1 h_2 v - \lambda_2 \\ \dot{\lambda}_2 = \lambda_1 \gamma'(x) \\ x(0) = 0,\ x(t_f) = x_f \\ v(0) = 0,\ v(t_f) = 0, \end{cases} \tag{2.76}$$

où l'expression de u_1 est celle donnée par les équations (2.74) et (2.75).

2.6.2.3 Tests avec la saturation

Si le scénario de référence est utilisé tel quel, avec le temps de parcours comme variable, le même résultat qu'en **sous-section 2.4.2** est obtenu (voir Figure 2.4), car pour ce temps là, la commande ne dépasse pas les saturations. L'ajout de la contrainte n'a donc pas perturbé l'optimisation dans les cas qui fonctionnaient déjà.

Pour forcer la résolution à se rapprocher la saturation et ainsi vérifier son influence, il est possible :

— de fixer le temps de parcours à une valeur plus faible, augmentant la commande,

— d'augmenter la pente, car comme vu en **sous-section 2.5.2** les sollicitations sur la commande s'accentuent.

Ci-dessous, ces deux méthodes sont utilisées pour effectuer plusieurs comparaisons intéressantes. Dans toutes les comparaisons, les courbes rouges représentent les courbes optimisées avec saturation et les courbes bleues celles obtenues sans saturation.

— Dans un premier temps, la consigne optimale obtenue avec saturation est superposée à celle obtenue sans saturation pour le même temps de parcours. La déformation des courbes due à la saturation est alors observée. Ce résultat est donné en Figure 2.11.

Pour ces courbes, les valeurs de critère suivantes sont obtenues :

$$\begin{cases} J_{sat}^{t_f=13.3s} &= 1.92e5J \\ J_{non\ sat}^{t_f=13.3s} &= 1.37e5J. \end{cases} \tag{2.77}$$

Il est à noter que la courbe sans saturation, si elle était possible, serait plus économe. Mais dans cette situation, la commande u sans saturation dépasse clairement les 100% et n'est donc pas réaliste. Il est également à noter que, bien que la saturation sur u fonctionne, la vitesse maximale v_{lim} autorisée est dépassée. Cela confirme la nécessité d'implémenter une seconde fonction de saturation ultérieurement. Il est également bon de noter que si le temps de parcours demandé est trop faible, aucune solution n'existe. En effet, la solution limite correspond à la commande u saturée jusqu'à la moitié du temps, puis saturée en négatif sur l'autre moitié du temps. Soit v_{max} la vitesse maximale atteinte dans cette situation, alors il est possible de dire que :

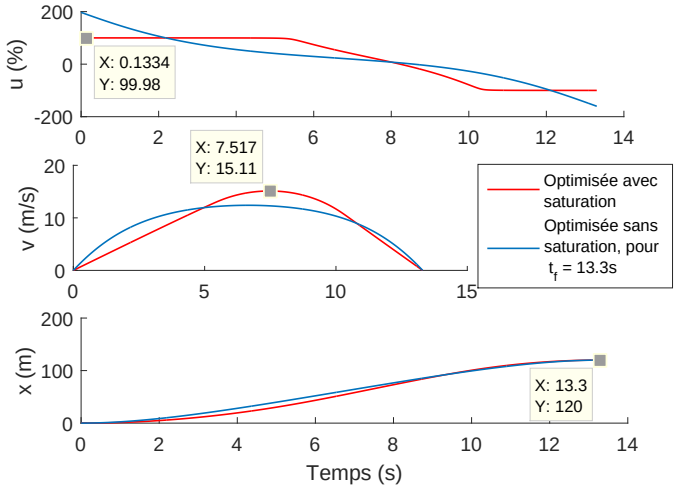


FIGURE 2.11 – Commande, vitesse et position, optimisées (–) avec saturation sur la commande, comparées avec les commande, vitesse et position optimisées sans saturation (–) pour le même temps de parcours

$$v_{max} \approx \frac{2x_f}{t_f}, \tag{2.78}$$

formule qui correspondrait au cas où v formerait vraiment un triangle parfait. Sur la Figure 2.12, il est visible que ce n'est pas vraiment un triangle, mais cela donne une bonne indication de la valeur à obtenir. Cela donnerait alors :

$$t_f^{min} \approx 2\frac{v_{max}}{a_{max}} = \sqrt{\frac{4x_f}{a_{max}}} = 12.65s. \tag{2.79}$$

Dans les faits, la Figure 2.12 est obtenue pour un temps de parcours t_f fixé à $13s$, correspondant au temps minimum pour lequel l'algorithme parvient à une solution. Pour un t_f plus petit, l'algorithme rencontre une matrice Jacobienne singulière, donc non inversible, signifiant qu'il ne parvient pas à trouver une solution aux équations. La valeur obtenue théoriquement est donc confirmée.

La valeur du critère obtenue pour ce test est : $J_{sat}^{t_f min} = 3.34e5J$.

— Si le temps de parcours est gardé comme variable, mais que la pente est augmentée (15° ici) de façon à pousser la commande trop loin, l'influence de la saturation sur le temps de parcours devient visible. En effet, puisque le couple maximum est limité, s'il sature, le temps de parcours sera plus long. La Figure 2.13 permet de voir cet impact de la saturation sur le temps de parcours : sans la saturation, le temps de parcours optimal est inférieur, ce qui est logique puisque la contrainte empêche la commande d'aller trop haut, donc le véhicule d'aller plus vite. Le temps nécessaire au parcours de la trajectoire dans le cas avec saturation est de $27.6s$ alors qu'il n'est que de $20.2s$ sans la saturation.

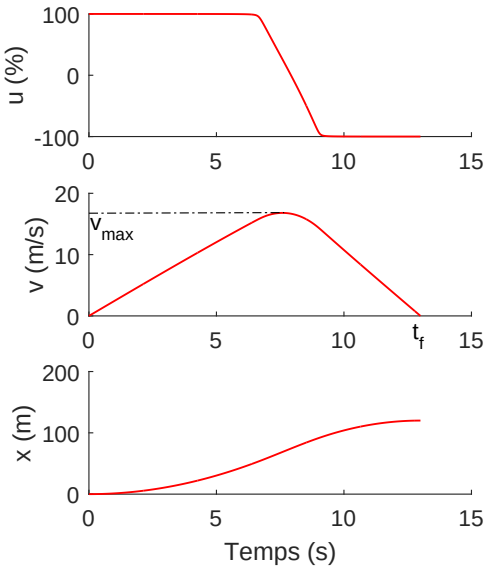


FIGURE 2.12 – Commande, vitesse et position, optimisées avec saturation sur la commande, pour le temps t_f le plus petit pour lequel il existe une solution

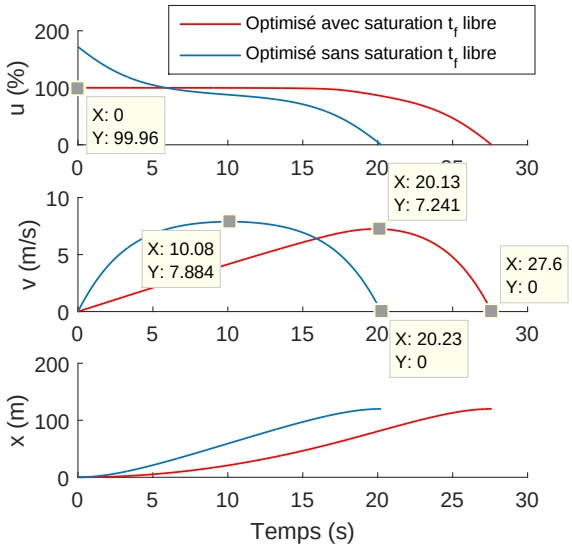


FIGURE 2.13 – Commande, vitesse et position optimisées avec saturation sur la commande (–), comparées avec les commande, vitesse et position optimisées sans saturation (–), pour une pente de 15°

Pour ces courbes les valeurs de critère suivantes sont obtenues :

$$\begin{cases} J_{sat}^{\alpha=15^\circ} &= 2.56e5J \\ J_{non\ sat}^{\alpha=15^\circ} &= 2.53e5J. \end{cases} \tag{2.80}$$

Pour la même pente, la valeur du critère énergétique est légèrement supérieure dans le

cas saturé, de 1% environ. Cependant, encore une fois, la courbe de commande obtenue avec la saturation est réaliste, ce qui n'est pas le cas de l'autre. De la même façon qu'il existe un temps de parcours minimal en-dessous duquel aucune solution n'existe, il existe une pente maximale au-delà de laquelle aucune solution n'existe, puisque la commande ne parviendra pas à vaincre la gravité sans dépasser la saturation.

— La comparaison suivante est effectuée avec une consigne de type Bang-Bang, celle prise en référence en **section 2.3.2**. Une optimisation à temps fixé à $t_f = 13.3s$ est donc réalisée, le même temps que celui obtenu en **section 2.3.2.3** pour la méthode Bang-Bang. Sur la Figure 2.14 l'allure de la stratégie de type Bang-Bang est comparée avec celle trouvée par l'optimisation avec saturation.

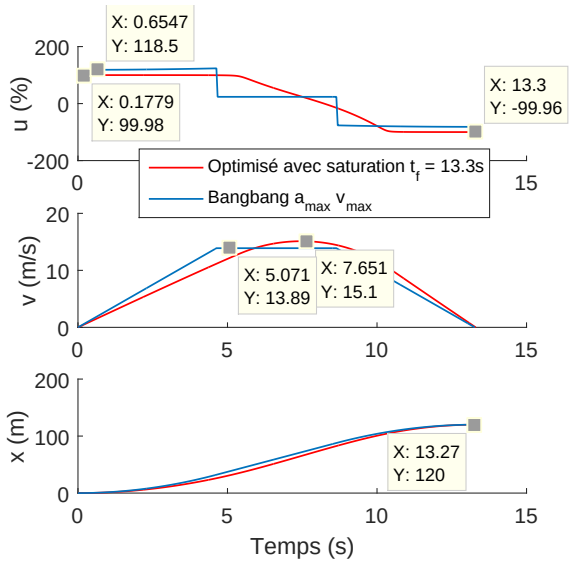


FIGURE 2.14 – Commande, vitesse et position optimisées avec saturation sur la commande (–), comparées avec les commande, vitesse et position générées avec la méthode Bang-Bang (–)

La méthode d'optimisation utilisée permet de mieux tirer avantage des maxima de la commande, alors que la méthode de type Bang-Bang nous permet seulement d'utiliser les maxima supposés de l'accélération calculés à partir des maxima de la commande sur route plate. Cependant, un dépassement de la vitesse limite est toujours présent, puisqu'aucune saturation n'a été implémentée sur l'état. En termes de valeurs de critères, les valeurs suivantes sont obtenues :

$$\begin{cases} J_{sat}^{t_f=13.3s} &= 1.92e5J \\ J_{ref}^{bang} &= 1.799e5J. \end{cases} \tag{2.81}$$

Il est surprenant de voir que la méthode Bang-Bang coûte environ 6% moins cher en énergie que la méthode optimisée. Cependant, l'optimisation est réalisée ici à temps fixe, donc pas au mieux pour le critère. De plus, le dépassement en vitesse constaté tend à augmenter $J_{sat}^{t_f=13.3s}$, et le fait que l'accélération de la méthode Bang-Bang soit

non-continue tend à diminuer la valeur de J_{ref}^{bang}. Ces deux effets combinés peuvent expliquer la différence.

— La quatrième comparaison est effectuée entre la consigne avec saturation avec une consigne polynomiale dont la pente de la vitesse (*i.e.* l'accélération, proche de la commande) ne dépasserait jamais la saturation. *Rappel* : la saturation physique est sur la commande, donc sur le couple moteur, qui serait rigoureusement similaire à l'accélération s'il n'y avait pas les pertes. Un polynôme dont la pente ne dépasserait pas la saturation est généré. La courbe donnée en Figure 2.15 est alors obtenue. Les résultats sont assez intéressants, car il est visible que générer un polynôme qui respecterait la saturation donne un temps de parcours plus important que ce que donne l'optimisation. En effet, l'optimisation permet le parcours de la trajectoire en $13.3s$ alors que le polynôme exigerait qu'elle soit parcourue en $17.2s$. L'optimisation permet d'exploiter au mieux les limites de la commande, ce que ne permet pas le polynôme qui a une forme prédéfinie.

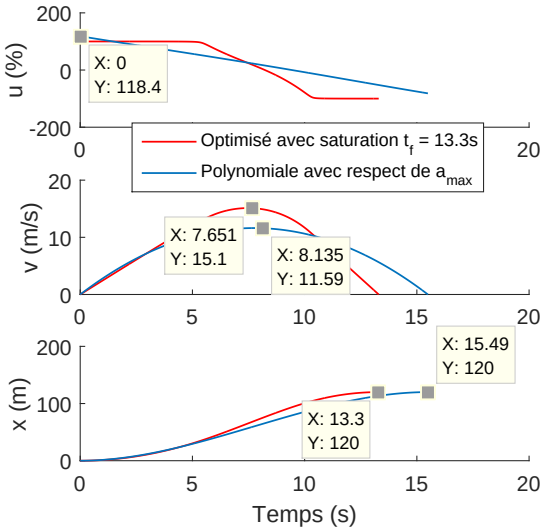


FIGURE 2.15 – Commande, vitesse et position optimisées avec saturation sur la commande (–), comparées avec les commande, vitesse et position où la position est un polynôme d'ordre 3 tel que l'accélération maximale ne soit pas dépassée (–)

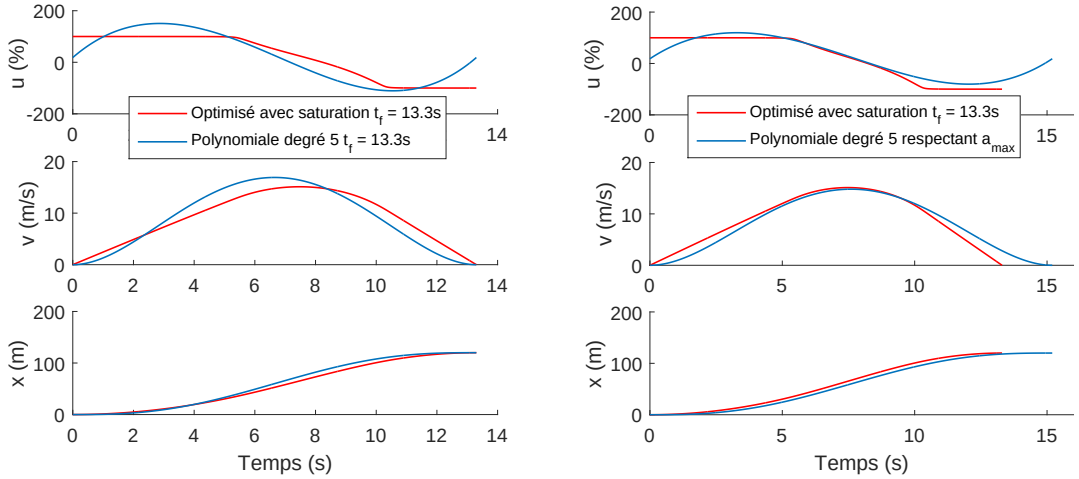
En termes de valeurs de critères, les valeurs suivantes sont obtenues :

$$\begin{cases} J_{sat}^{t_f=13.3s} &= 1.92e5J \\ J_{sat}^{polyn} &= 1.16e5J. \end{cases} \tag{2.82}$$

Il est normal que la méthode polynomiale donne un critère énergétique plus faible de 40% puisqu'elle amène à un temps de parcours nettement plus long et donc moins consommateur en énergie. De plus, comme la méthode Bang-Bang, c'est une saturation en accélération qui est considérée ici, qui ne garantit pas que la saturation en commande

ne soit pas dépassée.

— La dernière comparaison est faite entre une consigne avec une position non plus polynomiale de degré 3 mais polynomiale de degré 5 pour assurer la continuité de l'accélération. Pour générer une consigne (accélération, vitesse, position) avec un polynôme de degré 5, deux méthodes sont possibles, comme pour le polynôme de degré 3. Il est possible de fixer le temps de parcours, $13.3s$ par exemple, et de calculer les coefficients des polynômes grâce aux conditions limites, voir Figure 2.16 (a). Il est également possible d'imposer que l'accélération ne dépasse pas une certaine saturation et donc de calculer le temps de parcours en fonction, voir Figure 2.16 (b). Visiblement, générer un polynôme qui respecterait la saturation donne un temps de parcours plus important que ce que donne l'optimisation. En effet, l'optimisation permet le parcours de la trajectoire en $13.3s$ alors que le polynôme exigerait qu'elle soit parcourue en $15.2s$. L'optimisation permet d'exploiter au mieux les limites de la commande, ce que ne permet pas le polynôme qui a une forme prédéfinie. Pour le polynôme généré pour $t_f = 13.3s$, montré en Figure 2.16 (a), les saturations ne sont pas respectées.



(a) (b)

FIGURE 2.16 – Commande, vitesse et position optimisées avec saturation sur la commande (–), comparées avec les commande, vitesse et position où la position est un polynôme d'ordre 5 (–) (a) avec le même temps de parcours (b) ou tel que l'accélération maximale ne soit pas dépassée

Pour ces deux dernières comparaisons, les valeurs de critères suivantes sont obtenues :

$$\begin{cases} J_{sat}^{t_f=13.3s} &= 1.92e5J \\ J^{polyn5,\ t_f=13.3s} &= 2.31e5J \\ J_{sat}^{polyn5} &= 1.78e5J. \end{cases} \tag{2.83}$$

Le résultat obtenu pour $J^{polyn5,\ t_f=13.3s}$ tend à confirmer le fait que, lorsque la continuité de l'accélération est assurée, ce qui est fait avec le polynôme de degré 5, le critère énergétique trouvé est plus élevé, puisqu'il faut un certain temps pour passer d'un

état à un autre. Cela confirme que la valeur trouvée pour la méthode Bang-Bang est sous-estimée, puisqu'elle utilise une accélération non continue. Avec l'optimisation, il est possible de gagner en temps de parcours tout en continuant de respecter les saturations, ce qui n'est pas possible avec le polynôme qui a une forme fixée. Cependant, le critère énergétique est un peu moins bon puisqu'un temps plus court est fixé.

Les résultats numériques de ces comparaisons et leurs implications sont présentées dans la conclusion de ce chapitre en **section 2.8**.

2.6.3 Synthèse de l'optimisation sous contrainte

Il a été déterminé que sans contrainte sur la variable d'état v ou sur la commande u, la méthode d'optimisation trouve parfois des solutions incohérentes, comme des vitesses négatives, ou inacceptables au niveau de la réglementation, comme des dépassements de la vitesse limite v_{lim}, ou encore infaisables techniquement, comme des dépassements de la commande maximale. Une technique pour ajouter des contraintes sur l'état et sur la commande a été mise en place, mais n'a pas abouti car trop complexe au niveau de la résolution numérique. Une seconde méthode plus simple a été mise en place en ne considérant que la saturation en commande et a été testée. Elle permet de limiter la commande entre u^- et u^+, et d'inclure cette saturation dans le calcul d'une solution, ce qui donne des solutions acceptables techniquement pour le véhicule.

Les deux inconvénients majeurs de cette méthode sont que la contrainte sur l'état n'est toujours pas considérée et que la saturation sur la commande pose un problème de convergence. En effet, si le couple nécessaire est vraiment trop élevé par rapport au couple maximum l'algorithme ne parvient plus à calculer une solution numériquement acceptable. Cela signifie que le résidu, *i.e.* le reste lorsque la solution est réintroduite dans l'équation, est trop élevé pour que la solution soit considérée comme une solution réelle. Pour des pentes trop élevées ou des temps trop court, le problème se pose puisque la commande nécessaire ne peut plus être fournie par le véhicule.

2.7 Optimisation multipoint

Avec la méthode de résolution utilisée, il est possible de réaliser une optimisation non plus seulement avec un point de départ et un point d'arrivée, mais également avec des points de passage intermédiaires. Pour un véhicule, cela correspond typiquement à un scénario dans lequel des points à vitesse nulle sont obligatoires (stop ou feu par exemple). Ces points de passage pourraient être traités comme des tronçons séparés et être optimisés séparément, cependant, il est encore plus intéressant d'optimiser l'ensemble des tronçons conjointement pour obtenir un résultat globalement optimisé. La méthode *bvp4c* de résolution d'équations différentielles, utilisée depuis le début de ce chapitre pour résoudre le système d'équations dynamiques, permet d'atteindre cet objectif. Le problème d'optimisation est toujours le même. La pente de référence est conservée et $120m$ sont toujours parcourus, en $50s$. Des points de passage ont cependant été rajoutés :

$$\left\{\begin{array}{lcl} t_0 = 0 \\ x_0 = 0 \\ v_0 = 0 \end{array}\right. \left\{\begin{array}{lcl} t_1 = 10s \\ x_1 = 30m \\ v_1 \rightarrow libre \end{array}\right. \left\{\begin{array}{lcl} t_2 = 30s \\ x_2 = 90m \\ v_2 = 0 \end{array}\right. \left\{\begin{array}{lcl} t_f = 50s \\ x_f = 120m \\ v_f = 0. \end{array}\right. \tag{2.84}$$

Il est à noter que le temps de parcours a été fixé dans une première approche de cette méthode. Elle est donc potentiellement améliorable. A partir des données ci-dessus les résultats données en Figure 2.17 sont obtenus.

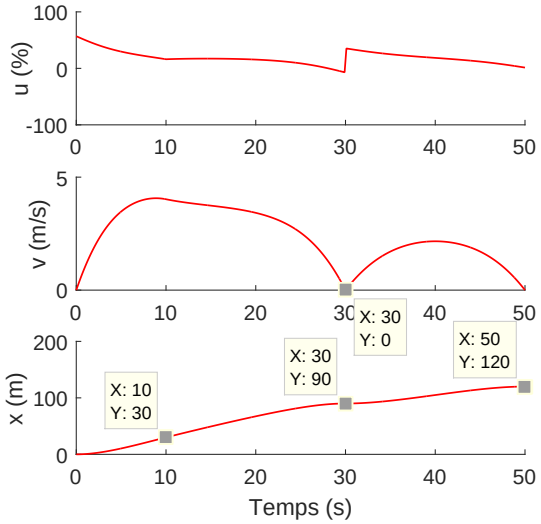


FIGURE 2.17 – Commande, vitesse et position optimisées avec saturation sur la commande, pour un scénario multipoints tel que donné en (2.84)

Les courbes de commande, vitesse et position sont optimisées en une fois, en incluant plusieurs points de passage, ce qui est pertinent pour une trajectoire réelle. Avec un nombre limité de conditions aux limites imposables, il n'est pas possible d'imposer à la fois une vitesse nulle en $t = 30s$ et la continuité de la commande. Un autre inconvénient de cette

méthode réside dans le fait que pour ajouter le temps de parcours comme variable, il faut ajouter deux conditions aux limites supplémentaires et il devient compliqué de choisir ces conditions.

Cependant, il est envisageable d'optimiser chaque tronçon de courbe séparément en prenant le temps comme variable et d'optimiser ensuite la trajectoire globale en fixant les temps aux valeurs obtenues précédemment.

2.8 Conclusion

Dans le premier chapitre, en **section 1.6.2**, une méthode de planification de trajectoire a été proposée. Cependant, avant de mettre en place la méthode globale de planification proposée, il a été décidé d'accorder une importance particulière à un critère d'optimisation en particulier : le critère énergétique. Dans ce chapitre, un critère énergétique a été défini, dans l'optique d'optimiser une consigne en position et en vitesse en une dimension.

En **section 2.2**, une méthode d'optimisation indirecte utilisant le Hamiltonien (Petit et Sciarretta [2011]) de la consigne a été proposée et analysée en détails en **section 2.3**. Elle permet de transformer un problème d'optimisation sous contraintes en un problème de résolution d'équations différentielles, puis de remonter à une commande dite "commande optimale".

En **section 2.4**, l'influence du temps de parcours t_f a été étudiée. Ce dernier a été ajouté comme variable d'optimisation, permettant non seulement d'optimiser le critère énergétique en fonction de la forme de la consigne, mais également en fonction du temps de parcours.

En **section 2.5**, l'influence de la pente de la route sur la valeur du critère ainsi que sur la complexité de résolution du problème est étudiée. La pente influence le temps de parcours ainsi que la valeur du critère, elle est bien prise en compte pour le calcul de la commande optimale. Quand la pente augmente, le critère énergétique augmente aussi, à cause de l'effort supplémentaire pour vaincre la gravité. Cependant, pour des valeurs des pentes trop importantes ou pour des formes de pentes plus complexes, l'algorithme ne parvient plus à converger.

Puis, en **section 2.6**, des contraintes de saturation sur la vitesse et la commande sont proposées. La contrainte sur l'état n'a pas abouti car trop complexe au niveau de la résolution numérique. La saturation sur la commande, elle, a pu être testée. Elle permet de limiter la commande entre u^- et u^+, et d'inclure cette saturation dans le calcul d'une solution, ce qui donne des solutions acceptables techniquement pour le véhicule. Elle pose quelques problèmes de convergence. En effet, si le couple nécessaire est vraiment trop élevé par rapport au couple maximum l'algorithme ne parvient plus à calculer une solution numériquement acceptable.

Enfin, en **section 2.7**, un scénario avec des points de passage intermédiaires a été proposé et testé. Celui-ci permet d'ajouter du réalisme à la méthode et de l'étendre à un problème plus complexe. Cependant, certaines conditions limites sont difficiles à définir et la méthode perd en optimalité.

Les résultats obtenus pour ces différentes simulations sont résumés dans le Tableau **??**, qui permet de tirer une conclusion générale sur les différentes méthodes comparées.

Méthode	Bang-Bang	Polynomiale	Méthode initiale Petit 2011	Optimisation avec *temps final variable*	Optimisation avec *contrainte sur u*
Optimisé O/N	En temps	Non	Oui	Oui	Oui
Valeur du critère énergétique (J)	1.8e5	1.54e5	1.05e5	5.2e4	1.12e5
Respect saturation sur la commande	Sur l'accélération	Sur l'accélération	Non	Oui, mais conséquence, non imposée	Oui

Il est à noter que la valeur optimale, avec temps laissé libre, sans saturation, est toujours la plus faible. Lorsque la saturation est ajoutée, le coût énergétique augmente, car même si l'accélération est plus faible à cause de la saturation, le temps de parcours augmente et donc devient supérieur au temps minimal. Par rapport au polynôme qui respecte la saturation, l'optimisation permet de gagner du temps de parcours. Par rapport à la stratégie de type Bang-Bang qui minimise le temps de parcours, la trajectoire optimale en énergie est plus lente mais permet de sauver jusqu'à 75% d'énergie. Ce résultat sera bien sûr modulé en restant dans des temps de parcours acceptable, lorsqu'une optimisation multi-critères sera effectuée.

Les méthodes de base que sont la méthode Bang-Bang et la méthode polynomiale sont de bonnes premières approches de la génération de consigne, qui permettent d'obtenir rapidement des estimations, en beaucoup moins de temps que les autres méthodes. Cependant, ces méthodes ne prennent pas en compte la réalité dynamique du véhicule, pas plus que la pente. Elles ne prennent pas non plus en compte les saturations inhérentes au véhicules ou au scénario. Les méthodes proposées ensuite, de plus en plus complexes (et donc lourdes en temps de calcul), permettent d'inclure progressivement ces différentes réalités, nécessaires dans le cas d'un véhicule réel. La méthode alternative proposée (à plusieurs niveaux de complexité) possède certains atouts majeurs, comme le fait d'utiliser directement les équations du mouvement, de les intégrer pour obtenir une solution et une commande optimale. C'est une méthode assez élégante et efficace dans les cas où elle converge.

Cependant, le problème des résolutions d'équations différentielles avec conditions aux limites est un problème mathématique complexe qui ne possède pas forcément une solution, et dont il n'est pas toujours possible de trouver une solution physiquement cohérente. Ceci résulte dans de nombreux cas à la non convergence de l'algorithme. Si la pente est trop élevée, ou d'expression analytique trop complexe, aucune solution n'est trouvée. Si les contraintes à inclure sont trop complexes, aucune solution n'est trouvée. L'inclusion d'une contrainte sur v, qui n'a pas été testée, semble nécessaire.

De plus, il est important de noter que dans ce chapitre, seul le problème longitudinal est abordé, ce qui ne sera plus le cas par la suite, puisqu'une seconde dimension spatiale sera ajoutée. Dans ce chapitre, une seule variable de commande u a été considérée. Dans les chapitres suivant, l'accélération a, sera parfois considérée comme la variable de commande. Il est également important de noter que dans ce chapitre, seule la valeur absolue de la commande u est utilisée. Cela signifie que l'accélération et le freinage sont considérés comme consommant de l'énergie. Or le fait de freiner, pour un véhicule, ne consomme *a priori* pas d'énergie, voire même est utilisé pour récupérer de l'énergie, ce qu'il serait intéressant de modéliser dans une version ultérieure du critère.

Enfin, la solution obtenue par optimisation en prenant le temps comme une variable n'est pas acceptable, puisqu'elle donne un temps de parcours beaucoup trop long et des vitesses trop faibles. Dans le chapitre suivant, plusieurs critères seront optimisés conjointement avec des pondérations, dont un critère de temps de parcours.

Chapitre 3

Optimisation multicritère de trajectoires 2D

3.1 Introduction

Dans le chapitre précédent, une méthode d'optimisation dynamique utilisant le Hamiltonien, équivalent dynamique du Lagrangienne statique, a été explorée. Bien qu'intéressante en termes de prise en compte des équations, cette méthode est rapidement limitée pour un problème complexe. De plus, elle ne correspond pas aux objectifs définis en introduction en page 5 et en **section 1.6** puisqu'elle n'est pas extensible sur des scénarios plus complexes, ne génère pas de points de passages intermédiaires optimaux et ne converge pas de façon consistante.

Pour cela, d'autres méthodes d'optimisation des points de passage sont explorées (voir Jo et Sunwoo [2014], Erinc et Carpin [2007], Liu et Bharadwaj [2012]). En effet, dans ce chapitre, une méthode d'optimisation de trajectoire est décrite, utilisant à la fois des points de passages optimisés et une courbe continue, polynomiale, pour les relier entre eux. De la méthode globale présentée au **chapitre 1**, sous-section 1.6.2, seule la partie optimisation par un algorithme génétique sera considérée dans ce chapitre. Ce chapitre concerne uniquement le cadre 1 du schéma structurel en Figure 1.26. Ici, deux domaines se rejoignent : celui de la génération de trajectoire, qui consiste à trouver une courbe adaptée pour aller d'un point à un autre comme décrit au **chapitre 1**, et celui de l'optimisation, qui consiste ici à évaluer le coût des trajectoires générées pour trouver la trajectoire optimale. Dans ce domaine, certaines notions essentielles sont introduites ci-dessous.

Définition 3.1.1 (Espace des solutions, ou ensemble admissible)**.** *L'**espace des solutions, ou ensemble admissible** est l'ensemble des trajectoires réalisables pouvant être testées au cours de l'optimisation.*

Définition 3.1.2 (Individu)**.** *Un **individu** est un point de l'espace des solution, donc une trajectoire réalisable. L'individu considéré sera décrit plus en détails en **section 3.2.2**.*

Définition 3.1.3 (Fonction-coût)**.** *Une* ***fonction-coût*** *(ou simplement un coût, une fonction-objectif ou simplement un objectif, critère, etc...) est une fonction qui sert à évaluer un individu de l'espace des solutions. Les critères possibles sont multiples tels que la dangerosité de la trajectoire, sa longueur, le temps qu'il faut pour la parcourir, l'énergie dépensée, etc...*

Les critères considérés ici seront décrits en **section 3.2.3**.

Définition 3.1.4 (Critère agrégé)**.** *Un* ***critère agrégé*** *est un critère fabriqué à partir de l'ensemble des critères utilisé. Le critère agrégé servira directement à choisir la trajectoire optimale.*

Définition 3.1.5 (Contraintes d'optimisation)**.** *Les* ***contraintes d'optimisation*** *définissent les contraintes que doivent respecter les trajectoires générées, vitesses et accélérations à ne pas dépasser, courbures. Elles seront définies en* ***section 3.2.4****.*

L'étude portant principalement sur la génération de trajectoire, il est important de présenter quelques méthodes classiques utilisées en optimisation pour en rappeler les objectifs et les limites.

Il a été démontré qu'un problème d'optimisation peut toujours se ramener à un problème de minimisation de la fonction coût f, tel que :

$$f(\mathbf{x}^*) = \mathbf{y}^* = \min_{x \in S} f(x), \tag{3.1}$$

où f est une fonction de $\mathbb{R}^n$ dans $\mathbb{R}$, $\mathbf{x}^*$ est le minimum global, $\mathbf{y}^*$ la valeur de la fonction coût en ce minimum, x un vecteur de variables d'optimisation de taille n, appartenant à un domaine $S \subset \mathbb{R}^n$. La plupart des méthodes employées pour résoudre un tel problème sont citées dans le papier de Berthiau et Siarry [2001]. Depuis une quarantaine d'années, avec l'augmentation de la puissance de calcul des ordinateurs, les méthodes d'optimisation se sont diversifiées et ont vu apparaître de nouvelles méthodes, moins déterministes, plus stochastiques.

Les méthodes d'optimisation se divisent principalement en deux catégories, les méthodes déterministes et les méthodes stochastiques. Les méthodes déterministes imposent une contrainte importante sur le critère, car celui-ci doit être continûment dérivable, ou lipschitzien (Berthiau et Siarry [2001]), c'est à dire qu'il existe $L \in \mathbb{R}^+$ tel que :

$$\forall \mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2 \in S, |f(\mathbf{x}_1) - f(\mathbf{x}_2)| \leq L\|\mathbf{x}_1 - \mathbf{x}_2\|_2. \tag{3.2}$$

En pratique, les méthodes stochastiques sont apparues car il est difficile de savoir si la fonction coût satisfait cette condition (3.2). Ces dernières, comme le recuit simulé, les colonies de fourmis ou les essaims particulaires, ont été évoquées en **section 1.5** et ne seront pas décrites à nouveau ici. Il est à ajouter que ces méthodes ont pour la plupart une origine combinatoire, ce qui les rend discrètes par nature et donc moins adaptées à un problème continu. Elles sont pour la plupart directes et ne font pas appel au gradient, évitant ainsi les problèmes

de dérivabilité. Selon Storn et Price [1997], les méthodes stochastiques sont plus capables de gérer les critères non-dérivables et non linéaires. Elles sont également plus parallélisable sur plusieurs processeurs, avec de bonnes performances en termes de convergence.

Plusieurs éléments essentiels sont à définir pour former un problème d'optimisation :

— les variables d'optimisation,

— les critères d'optimisation

— et les contraintes d'optimisation.

En **section 3.2**, le problème d'optimisation est présenté en détails. Les scénarios, les variables, les critères et les contraintes d'optimisation originaux proposé dans cette étude sont décrits et justifiés. Ces éléments seront définis dans les sous-sections 3.2.2, 3.2.3 et 3.2.4. La définition du problème d'optimisation, des critères et des contraintes représente la contribution théorique principale de ce chapitre.

En **section 3.3**, la méthode d'optimisation utilisée pour résoudre le problème est décrite. Cette méthode est basée sur les algorithmes génétiques, qui utilisent les points intermédiaires de la trajectoire comme variables d'optimisation. Une définition générale de ces algorithmes ainsi que leur application au problème de planification sont proposées.

Aux contributions sur la formulation du problème vient s'ajouter l'analyse effectuée en **section 3.4**, qui permet de calibrer la méthode de planification. En effet, la complexité des critères utilisés ainsi que le nombre de variables important imposent une calibration stricte de la méthode qui sera expliquée dans cette section.

Neuf scénarios ont été définis en **section 3.2**, chacun ayant un objectif de simulation particulier. Dans la dernière section, la **section 3.5** des simulations sont réalisées sur l'ensemble de ces scénarios pour conclure sur les points théoriques développés dans le chapitre. Par exemple, l'impact du nombre de variables d'optimisation sur le temps de calcul est étudié ou encore la capacité de l'algorithme génétique à trouver des trajectoires optimales dans divers scénarios, sous différentes contraintes. Dans un premier temps, un exemple de fonction coût est utilisé pour calibrer les paramètres de l'algorithme génétique.

3.2 Définition du problème d'optimisation

3.2.1 Définition des scénarios

Pour parler d'optimisation de trajectoire, et plus spécifiquement de trajectoire globale, il est nécessaire de connaître l'environnement dans lequel la trajectoire va être optimisée. Dans cette étude, des scénarios de tests sont créés, répondant tous aux caractéristiques suivantes : l'environnement est composé d'un point de départ connu noté $P_0 = (x_0, y_0, t_0 = 0)$ et d'un point d'arrivée noté P_f, connu également $P_f = (x_f, y_f, t_f)$ où t_f le temps final fait partie des variables à optimiser. Dans la suite, les indices 0 et f feront respectivement référence aux états initial et final. De la même façon qu'au **chapitre 2**, les distances considérées seront connues, appartenant à l'intervalle $[10m, 1km]$ considéré comme le domaine de prédilection du conducteur.

Les scénarios créés répondent à différents objectifs de tests qui seront décrits ci-dessous. Tous les paramètres pour recréer ces scénarios sont donnés en annexe A.

Remarque 3.2.1 (Attention)**.** *Il est à noter que dans ce chapitre en particulier, les champs de potentiel ne sont pas utilisés comme méthode de planification, mais uniquement comme évaluation du danger pour le critère de danger (voir ci-après sous-section 3.2.3).*

3.2.1.1 Scenario 1 avec un obstacle simple

Le premier scenario, illustré en Figure 3.1, est constitué d'un obstacle rond, au milieu de l'environnement.

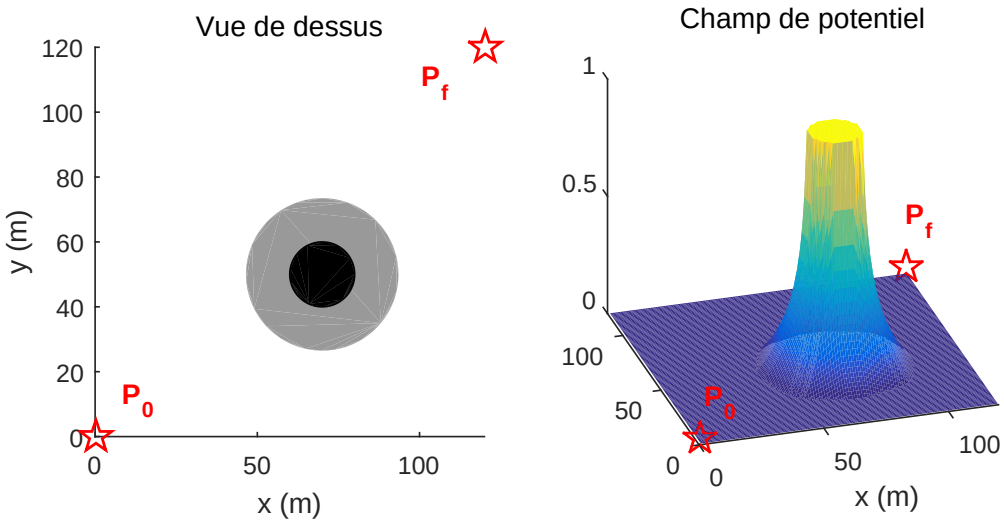


FIGURE 3.1 – Scenario 1 : obstacle rond unique au milieu de l'environnement

Ce scénario est utilisé pour effectuer les tests suivants :

— tests des différents paramètres de l'algorithme génétique individuellement,

— modification du nombre de points intermédiaires pour vérifier que le caractère optimal de la trajectoire,

— réalisation de statistiques de taux de succès et temps de calcul

— décalage de l'obstacle sur les côtés pour vérifier la réaction aux minima locaux pour un, deux ou trois points intermédiaires (facilement maîtrisable avec un sul obstacle).

Un scénario bis, très similaire, y est associé pour lequel l'obstacle rond est remplacé par un obstacle carré. En raison de sa forme, l'obstacle carré est plus délicat à manipuler et il est nécessaire de tester le fonctionnement de l'algorithme dans ce cas.

3.2.1.2 Scenario 2 avec trois obstacles

Le deuxième scenario, illustré en Figure 3.2, est constitué de trois obstacles, deux ronds et un carré, et est issu de la thèse d'Alexandre Poty (Poty [2006]).

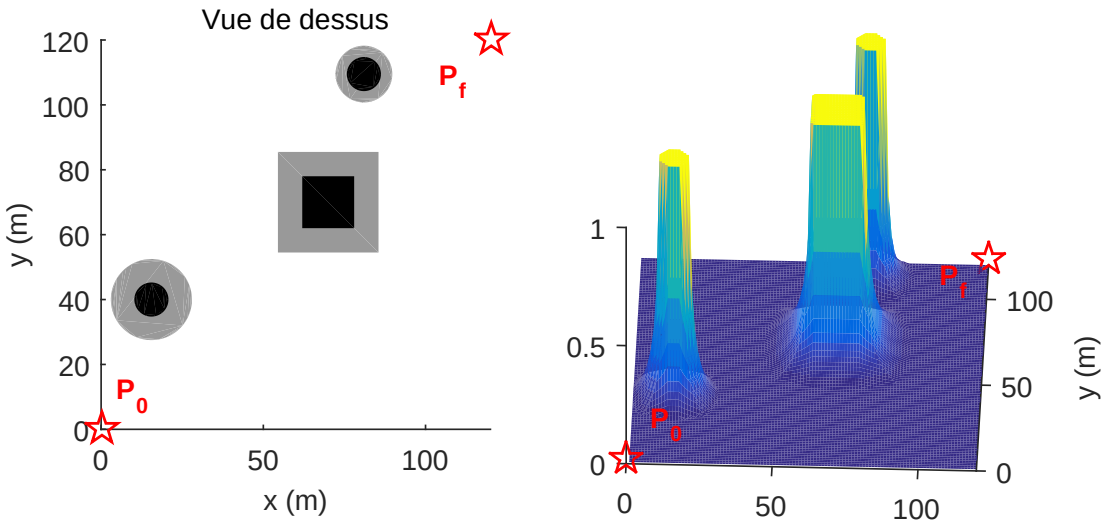


FIGURE 3.2 – Scenario 2 : trois obstacles dispersés, dont un carré

Ce scénario est utilisé pour effectuer les tests suivants :

— comparaison des résultats obtenus avec ceux de Poty [2006], sans mouvement des obstacles,

— comparaison avec une trajectoire de champs de potentiel simple.

3.2.1.3 Scenario 3 avec obstacles multiples

Le troisième scenario, illustré en Figure 3.3, est constitué de nombreux obstacles ronds, de type zones radars, recréant un scénario tel que décrit dans les articles de Fu et al. [2013], Liu et al. [2013] ou Zhang et al. [2013b]. Lors de leurs trajets, les drones citadins ou militaires

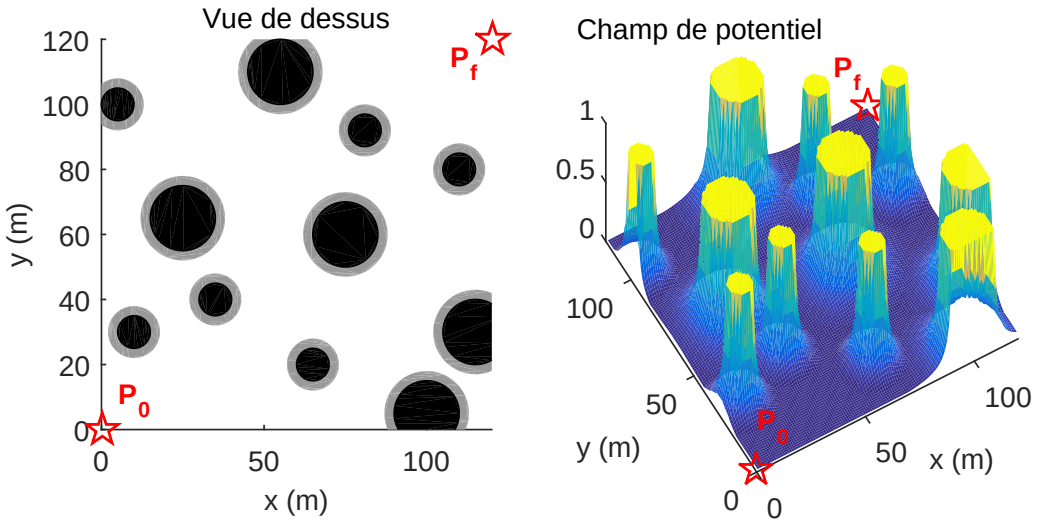


FIGURE 3.3 – Scenario 3 : multiples obstacles

peuvent se retrouver face à de nombreux obstacles, immeubles, zones radar ou autres zones de danger. Ce scénario est représentatif d'un drone devant éviter certaines de ces zones.

Ce scénario est utilisé pour effectuer les tests suivants :

— test avec un, deux, trois ou quatre points intermédiaires pour voir les meilleurs résultats possibles,

— test avec une initialisation intelligente en utilisant les points du diagramme de Voronoï,

— comparaison avec une trajectoire dans les champs de potentiel,

— étude statistique de réussite avec trois points intermédiaires.

3.2.1.4 Scenario 4 avec un obstacle mobile

Le quatrième scenario, illustré en Figure 3.4, est constitué d'un obstacle rond mobile, de manière à tester la réaction de l'algorithme à un environnement dynamique. Dans ce cas particulier, si l'obstacle avance rapidement, l'algorithme devrait choisir de passer derrière, s'il avance trop lentement, de passer devant.

Ce scénario est utilisé pour effectuer les tests suivants :

— tests avec un point intermédiaire en faisant varier la vitesse de l'obstacle pour vérifier quand l'EGV passe devant ou derrière,

— influence des pondérations des critères sur la trajectoire choisie par l'algorithme.

3.2.1.5 Scenario 5 de route droite avec véhicule en face

Le cinquième scenario, illustré en Figure 3.5, est constitué de quatre obstacles, deux rectangulaires sur les côtés, délimitant la route, un piéton représenté par un obstacle rond et un véhicule arrivant en face représenté par un obstacle rectangulaire.

Ce scénario est utilisé pour effectuer les tests suivants :

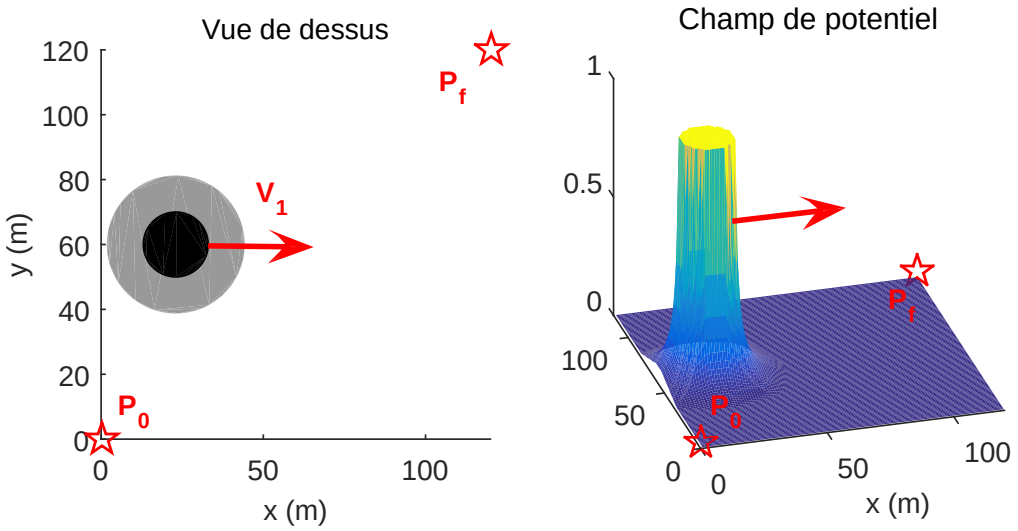


FIGURE 3.4 – Scenario 4 : un obstacle mobile

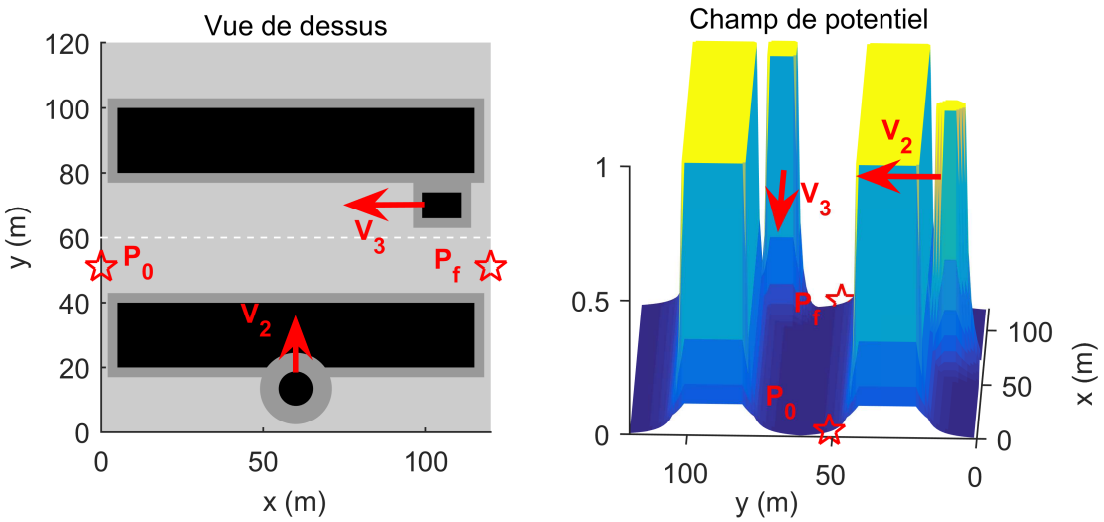


FIGURE 3.5 – Scenario 5 : route droite, traversée par un piéton et avec véhicule en sens inverse

— premier test sur scénario de type route,

— test sans le piéton, avec un, deux ou trois points, pour vérifier que la trajectoire obtenue est bien rectiligne,

— tests avec le piéton, pour vérifier l'évitement des deux obstacles dynamiques,

— étude statistique d'arrivée en P_f sans toucher les obstacles.

3.2.1.6 Scenario 6 de route avec virage et piétons

Le sixième scenario, illustré en Figure 3.6, est constitué de plusieurs obstacles rectangulaires délimitant une route qui fait un virage à angle droit et d'obstacles ronds pour représenter des piétons ou coin de route.

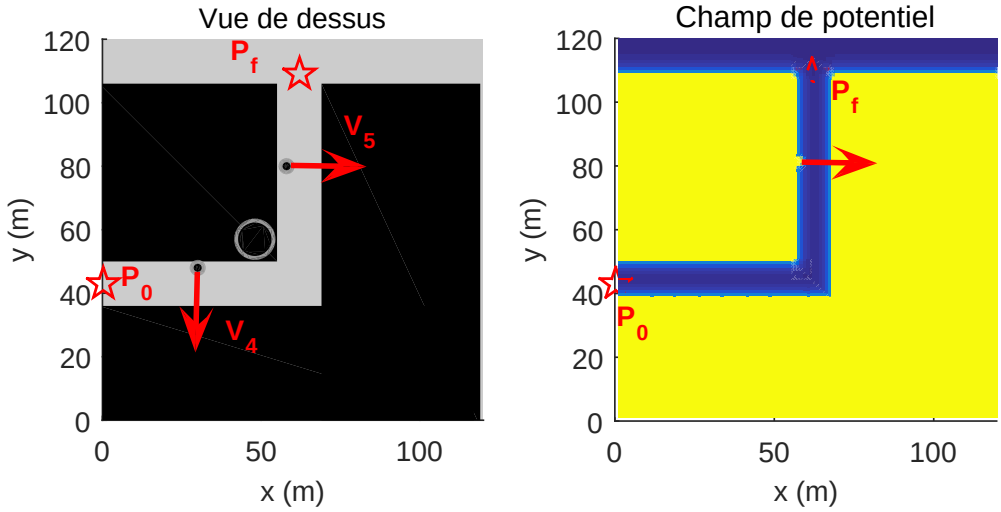


FIGURE 3.6 – Scenario 6 : route à sens unique faisant un virage à angle droit, avec piétons

Ce scénario est utilisé pour effectuer les tests suivants :

— comparaison avec une trajectoire dans un champ de potentiel classique,

— tests de réaction de la méthode en cas de mouvement imprévu des piétons.

3.2.1.7 Scenario 7 de croisement de deux routes

Le septième scenario, illustré en Figure 3.7, est un croisement, matérialisé par des obstacles rectangulaires, avec des véhicules circulant sur ces routes dans les deux directions et dans les deux sens.

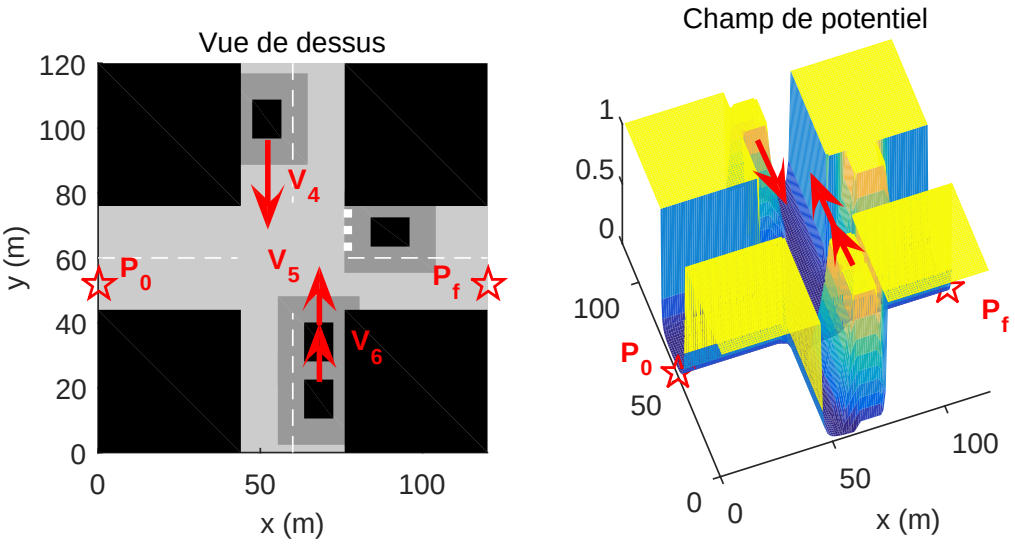


FIGURE 3.7 – Scenario 7 : croisement de deux routes, avec véhicules dans les deux directions

Ce scénario est utilisé pour effectuer les tests suivants :

— tests sans mouvement des autres véhicules pour vérifier que la trajectoire choisie est rectiligne,

— ajouter des mouvements des véhicules un par un, étude des passages possibles,

— comparaison avec une trajectoire dans les champs de potentiel seuls

— ajout d'une dimension, d'un volume à l'EGV pour voir la différence de comportement,

— tests de réaction de la méthode en cas de mouvements imprévus des autres véhicules,

3.2.1.8 Scenario 8 de dépassement d'un véhicule sur autoroute

Le huitième scenario, illustré sur la Figure 3.8, est constitué de plusieurs obstacles rectangulaires délimitant une autoroute avec arrivée sur une sortie d'autoroute. Un véhicule occupe la file de droite, entre l'EGV et la sortie. La voie dans l'autre sens est considérée comme un obstacle. L'objectif est de déterminer si l'EGV doit dépasser le véhicule avant de sortir ou patienter derrière lui.

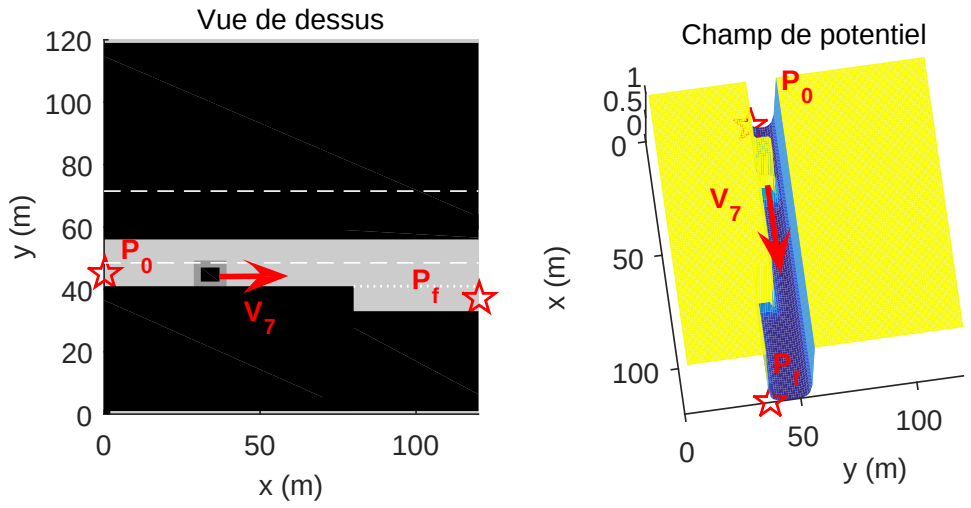


FIGURE 3.8 – Scenario 8 : autoroute à double voie avec dépassement

Ce scénario est utilisé pour effectuer les tests suivants :

— tests sans mouvement de l'autre véhicule pour vérifier que la trajectoire atteint bien la sortie,

— tests avec plusieurs vitesses du véhicule à dépasser et recherche de la limite entre patienter derrière ou dépasser quand l'autre véhicule va trop lentement.

— étude de l'ajout de connaissances *a priori* dans l'optimisation, tel que le passage obligatoire par le milieu de l'autre voie pour dépasser.

3.2.1.9 Scenario 9 de rond-point

Le neuvième scenario, illustré sur la Figure 3.8, est constitué d'un obstacle rond central matérialisant un rond-point et plusieurs obstacles rectangulaires délimitant les voies qui le

rejoigne.

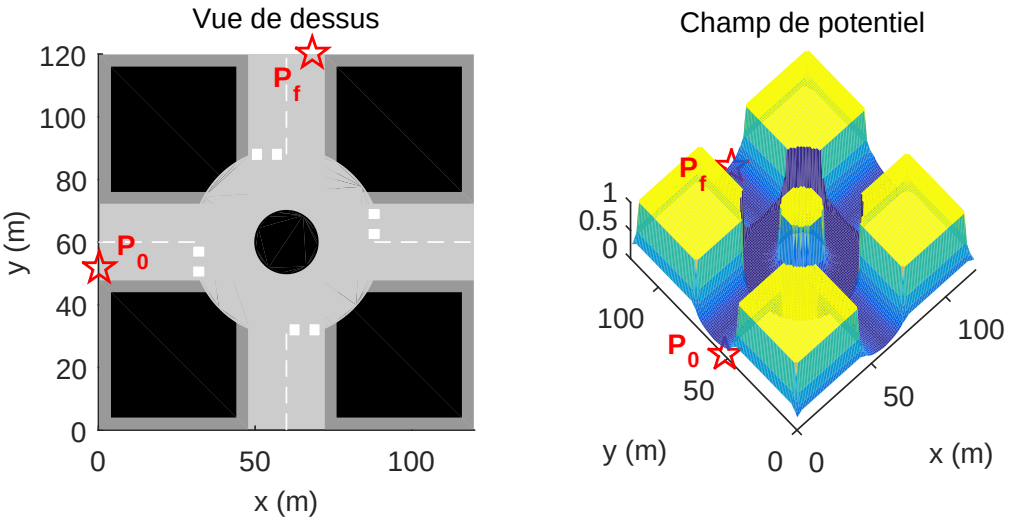


FIGURE 3.9 – Scenario 9 : rond-point

Ce scénario est utilisé pour effectuer les tests suivants :

— tests de courbure de la trajectoire, de distance au rond-point, de placements des points optimaux

— étude de l'ajout de connaissances *a priori* dans l'optimisation,

— ajout d'une voie sur le rond-point et application des règles de conduite.

3.2.2 Choix des variables d'optimisation

Comme dit en **section 1.6**, de nombreuses méthodes utilisent la notion de points intermédiaires et la méthode proposée sera basée sur l'optimisation de la position de tels points. Le choix des variables d'optimisation dépend donc de la façon de modéliser ces points intermédiaires.

L'objectif dans cette étude est de générer une trajectoire, c'est à dire le chemin spatial et la consigne associée. L'objectif n'est pas de trouver le meilleur chemin puis le meilleur mouvement associé, mais bien de trouver la meilleure combinaison chemin/mouvement pour aller d'un point à un autre. Pour cela, il est nécessaire que les points de passage optimaux possèdent des temps de passage associés.

Chaque point intermédiaire P_n est donc de la forme :

$$P_n = (x_n, y_n, t_n), \tag{3.3}$$

où x_n, y_n et t_n sont respectivement l'abscisse, l'ordonnée et le temps de passage du point intermédiaire. Le nombre de variables d'optimisation est alors défini selon

$$n_{var} = 3n_{opt} + 1, \tag{3.4}$$

avec n_{opt} correspondant au nombre de points intermédiaires plus une variable pour le temps final t_f, puisque x_f et y_f sont connus.

Il est à noter que l'ajout d'un seul point intermédiaire optimal sur la trajectoire n'est pas négligeable car il ajoute trois variables supplémentaires d'optimisation. Le nombre de points optimaux n_{opt} à choisir est donc crucial et dépend fortement du scénario. Son choix sera discuté à la sous-section 3.4.3, page 141, après le choix d'une méthode d'optimisation.

Le Tableau 3.1 contient donc l'ensemble des variables d'optimisation considérées dans cette étude.

(x_1, y_1, t_1)	(x_2, y_2, t_2)	...	(x_n, y_n, t_n)	...	$(x_{n_{opt}}, y_{n_{opt}}, t_{n_{opt}})$	t_f

TABLEAU 3.1 – Tableau récapitulatif des variables d'optimisation

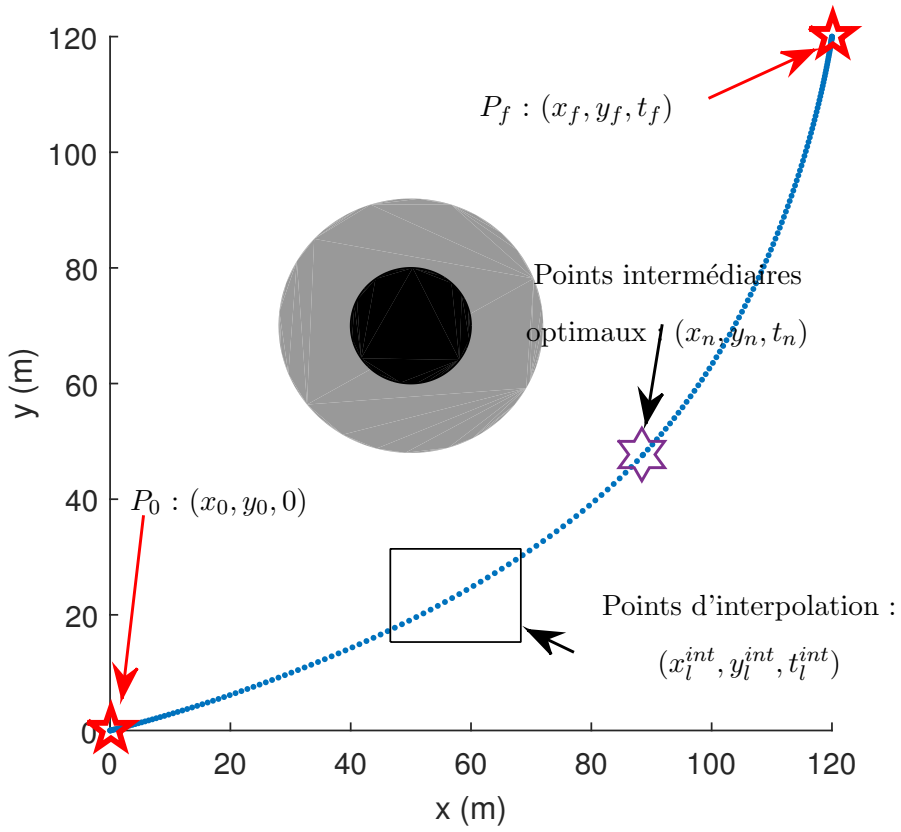


FIGURE 3.10 – Illustration des différents points composant une trajectoire.

Pour former une trajectoire, ces points sont reliés par une courbe d'interpolation, dont la forme sera discutée à la sous-section 3.3.2, page 127, composée de n_{intp} *points d'interpolation*. Le nombre de points d'interpolation nécessaires à l'évaluation d'une trajectoire est élevé, puisqu'il faut pouvoir évaluer les différents critères tels que la dangerosité de celle-ci, les grandeurs comme la vitesse ou encore la courbure en tout point, pour se rapprocher au maximum de l'évaluation d'une trajectoire continue. Or, compte tenu du coût de l'ajout

d'un point intermédiaire (trois variables supplémentaires), prendre plus de quatre ou cinq points intermédiaires, conduit à l'explosion du temps de calcul. Par conséquent, les points optimaux sont des points de placement de la trajectoire, et les points d'interpolation des points nécessaires pour l'évaluation de la trajectoire. Les différents points composant une trajectoire (points optimaux, point de départ, point d'arrivée et points d'interpolation) sont illustrés sur la Figure 3.10.

3.2.3 Choix des critères d'optimisation

Après définitions des variables d'optimisation, il s'agit à présent de définir les critères qui dépendent de ces variables et qui seront à optimiser pour obtenir une trajectoire optimale. La notion de "meilleure trajectoire" doit d'abord être définie : qu'est-ce qui rend une trajectoire meilleure qu'une autre ?

— En premier lieu, il est important que la trajectoire n'intersecte aucun des obstacles de l'environnement et passe le plus loin possible de ces obstacles. Un critère de dangerosité de la trajectoire est alors défini.

— Ensuite, pour que cette trajectoire puisse être qualifiée d'optimale, il est important de l'optimiser en terme de temps de parcours et de longueur, elle doit être la plus courte possible dans les limites des obstacles et la plus rapide à parcourir possible dans les limites légales ou techniques.

— Au-delà de ces aspects, qui sont déjà traités au niveau du GPS, il est aujourd'hui important que la trajectoire soit également économe en terme d'énergie dépensée. Quelque soit sa longueur ou le temps qu'il faut pour la parcourir, il est donc également important que la conduite soit souple et donc que la courbe de vitesse soit la plus lisse possible.

— Enfin, au-delà des aspects techniques et énergétiques de la trajectoire, il est important que le passager soit satisfait du résultat car il va "subir" les choix de la conduite du véhicule autonome. Il s'agit donc de définir un nouveau critère, le critère de confort de la trajectoire (ou plus exactement d'inconfort).

Au **chapitre 2**, un critère énergétique a été exploré en détails et sera repris dans la suite. Cependant, dans l'optique de définir une méthode globale de planification de trajectoire, adaptable à de nombreuses situations, d'autres critères doivent être considérés. Il s'agit alors de définir les cinq critères correspondant à ce qui est écrit ci-dessus, à savoir : le critère de danger, de longueur de trajectoire, de temps de trajectoire, de consommation énergétique et d'inconfort. Il est question de critère d'inconfort car ainsi tous les critères cités sont à minimiser. Ces critères ont été définis et publiés dans l'article de Receveur et al. [2017].

Dans les sections qui suivent, et dans l'ensemble des figures, les critères seront normalisés entre 0 et 1 de manière à pouvoir être agglomérés par la suite en un critère total. Le problème de la normalisation sera évoqué en **section 3.4.1**.

3.2.3.1 Le critère de danger

Le critère de danger est un critère particulièrement important puisqu'une trajectoire doit, avant tout, être sécuritaire pour le passager. En effet, une trajectoire qui rentre en contact avec un obstacle, ou simplement passe trop près de celui-ci doit être écartée immédiatement. Dans un environnement fixe, c'est un critère purement géométrique. En effet, si la cible ou les obstacles ne bougent pas, la trajectoire peut passer à proximité d'un obstacle, sans que cela ne dépende du temps. En revanche si certains des obstacles sont mobiles le critère de danger peut tout à fait dépendre de la vitesse à laquelle est parcourue la trajectoire.

Le critère de danger peut être pris en compte de deux façons : il peut être un critère comme les autres, avec une expression, et augmenter avec la proximité des obstacles, ou être un critère tout ou rien, qui prend une valeur très élevée en cas de proximité avec un obstacle et nulle si la trajectoire est sécuritaire. La première méthode est retenue. En effet, lorsque la seconde méthode est testée avec la méthode choisie en **section 3.3**, il est constaté que le critère de danger tout ou rien est fortement non linéaire, ce qui rend l'algorithme beaucoup plus lent et moins fiable.

Dans la suite, le critère de **danger de la trajectoire** est défini comme suit :

$$J_{danger} = \frac{1}{n_{intp}} \sum_{l=1}^{n_{intp}} U_{tot}^{rep}(x_l^{intp}, y_l^{intp}), \tag{3.5}$$

où U_{tot}^{rep} est le champ de potentiel total, qui sera décrit en **section 4.3**, ramené entre 0 et 1, x_l^{intp} et y_l^{intp} sont respectivement l'abscisse et l'ordonnée du l-ième point d'interpolation de la trajectoire et n_{intp} le nombre total de points d'interpolation.

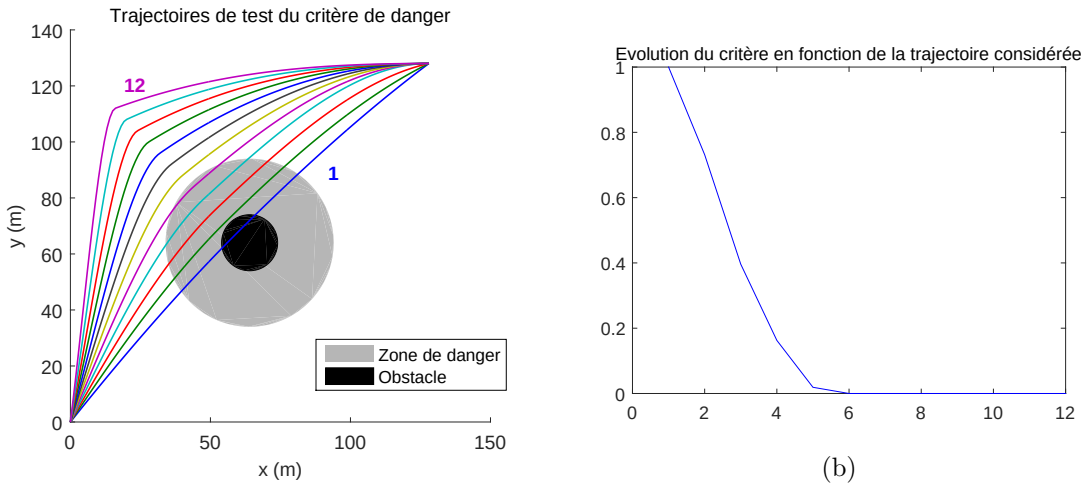
Il est important de noter que les potentiels, bien que non utilisés comme méthode de planification dans cette section, sont utilisés pour évaluer le danger en un point de la trajectoire.

Pour illustrer la dangerosité de la trajectoire, une série de trajectoires passant près de l'obstacle est générée, de façon à regarder comment évolue le critère. Sur la Figure 3.11 les trajectoires testées peuvent être observées, de la $n°1$ qui est la plus directe et qui traverse l'obstacle (inadmissible dans un scénario réel) à la plus éloignée de l'obstacle, la $n°12$. Le critère de danger décroît fortement à mesure que la trajectoire s'éloigne de l'obstacle.

En Figure 3.11 (b) l'évolution du critère en fonction de ces 12 trajectoires testées est présentée. La trajectoire qui passe au milieu de l'obstacle est la plus dangereuse puisque le critère normalisé est à 1 pour celle-là, et toutes les trajectoires à partir de 6 ne rentrent pas dans la zone de danger et sont donc également non dangereuses. Le tout est de trouver le seuil à partir duquel les trajectoires ne sont pas dangereuses.

3.2.3.2 Les critères de longueur et de temps

La plupart des articles de la littérature se consacrent avant tout à ces deux aspects d'une trajectoire : qu'elle soit la plus courte possible ou qu'elle soit parcourue le plus rapidement.



(a) (b)

FIGURE 3.11 – (a) 12 trajectoires évaluées en terme de danger (b) Évolution du critère pour les 12 trajectoires testées

Dans le GPS par exemple, les options sont “trajet le plus court” et “trajet le plus rapide”.

Le critère de longueur de la trajectoire est un critère purement géométrique puisqu'il ne dépend que de l'aspect spatial de la trajectoire.

Le critère de temps de parcours, quant à lui, est un critère dépendant purement de la consigne si les limitations de vitesse ne sont pas prises en compte. Si elles sont prises en compte, le critère de temps dépend également de la longueur de la trajectoire. C'est donc un critère mixte, qui dépend à la fois de son aspect spatial (ou chemin) et de la consigne qui est appliquée.

Dans la suite, le critère de **longueur de la trajectoire** est défini comme suit :

$$J_{longueur} = \sum_{l=1}^{n_{intp}} \sqrt{(x_{l+1}^{intp} - x_l^{intp})^2 + (y_{l+1}^{intp} - y_l^{intp})^2}. \tag{3.6}$$

La trajectoire est discrète, puisque générée avec des outils numériques, et sa longueur est donc la somme des longueurs élémentaires entre deux points consécutifs. Encore une fois, ce sont les points d'interpolation qui sont pris en compte pour l'évaluation.

Dans la suite le critère de **temps de parcours de la trajectoire** est défini comme suit :

$$J_{temps} = t_f - t_0. \tag{3.7}$$

Les expressions de ces critères étant simples, il n'est pas nécessaire d'effectuer un test individuel ici.

3.2.3.3 Le critère de coût énergétique

En plus du critère de distance ou de danger, il a été décidé de focaliser une partie de cette étude sur la gestion du coût énergétique de la trajectoire. Cet aspect est en partie traité sur des logiciels tels que Mappy, qui fournit une estimation de la consommation pour un trajet en se basant sur des critères simples tel que la taille du véhicule et le type de routes empruntées. Dans cette étude, certaines caractéristiques du véhicules sont utilisées pour estimer la consommation énergétique en se basant sur un moteur électrique (Petit et Sciarretta [2011]). Les détails ont été donné au **chapitre 2**, **section 2.2**, page 58.

Ce critère est également mixte puisqu'il dépend à la fois de la longueur de la trajectoire, mais aussi de la souplesse avec laquelle celle-ci est parcourue et donc du temps de parcours et des variations de vitesse et d'accélération. Cependant, étant donné que le critère de longueur de la trajectoire a été déjà considéré, ainsi que celui de temps de parcours, ne sera considérée dans ce critère dit "énergétique" que la partie souplesse de la trajectoire. Il est connu que les variations brusques d'accélération accroissent la consommation de carburant.

Le critère de **coût énergétique** est défini comme suit :

$$J_{energie} = \int_0^{t_f} b_1 u(t) v(t) + b_2 u(t)^2 \mathrm{d}t, \tag{3.8}$$

où $u(t) = \frac{\mathcal{T}(t)}{\mathcal{T}_{max}}$ est la fraction du couple maximum $\mathcal{T}_{max}$ que peut fournir le moteur, $\mathcal{T}(t)$ étant le couple instantané. Comme la trajectoire est discrète, la formule du critère est également donnée sous sa forme discrète :

$$J_{energie} = \sum_l (b_1 u_l v_l + b_2 u_l^2) \mathrm{d}t_n, \tag{3.9}$$

où

$$\mathrm{d}t_n = \frac{(n_{opt}+1)(t_{n+1} - t_n)}{n_{intp}}, \tag{3.10}$$

est l'intervalle de temps discret, n étant l'indice du point optimal précédent. Cet intervalle dépend des points intermédiaires qui l'encadrent, puisque que le nombre de points d'interpolation entre deux points intermédiaires n'est pas constant. La division par n_{intp} est nécessaire pour éviter que le coût énergétique ne dépende du nombre de points d'interpolation. Dan la suite, une importante approximation est faite, qui est de considérer que les $\mathrm{d}t_n$ sont égaux partout, tels que :

$$\mathrm{d}t_n = \frac{t_f}{n_{intp} - 1}, \tag{3.11}$$

Finalement, puisque le couple est une commande, et qu'il est difficile de l'estimer sans connaître les caractéristiques du modèle du véhicule, il sera remplacé par l'accélération dans la formule. de sorte que le critère énergétique devient :

$$J_{energie} = \sum_l (b_1 \tilde{a}_l v_l + b_2 \tilde{a}_l^2) \frac{t_f}{n_{intp} - 1}, \tag{3.12}$$

où $\tilde{a}_l = \frac{a_l}{a_{max}}$. L'homogénéité est respectée, puisqu'un pourcentage d'accélération est utilisé au lieu d'un pourcentage de couple. Ce changement est nécessaire, puisque, n'utilisant pas le Hamiltonien ou les covariables comme au **chapitre 2**, aucun lien direct ne peut être fait entre accélération et couple sans passer par un modèle de véhicule et notamment un modèle de glissement des pneus. Une bonne estimation de l'énergie dépensée par le véhicule est obtenue. Le couple et l'accélération sont liés par la relation

$$a_l = \frac{\Gamma_l}{M r_0} \tag{3.13}$$

où M est la masse du véhicule et r_0 le rayon de la roue.

Le critère ayant été largement testé au **chapitre 2**, aucun test individuel n'est proposé ici.

3.2.3.4 Le critère d'inconfort

En plus des critères purement techniques ou économiques, il est important de considérer que les passagers du véhicule attendent un certain confort de leur trajet. Cet aspect est ignoré par les planificateurs de trajets comme le système GPS ou Mappy, qui travaillent sur de longues distances et laissent le confort aux organes du véhicule. C'est le conducteur qui navigue le long du trajet proposé et donc gérera le confort ressenti dans le véhicule. Cependant, dans cette étude, le chemin est généré avec une consigne associée. Il est donc important que la trajectoire choisie se base également sur un critère de confort.

Le critère de confort de la trajectoire est un critère double : le confort latéral et le confort longitudinal. Le confort longitudinal ne dépend que des séries d'accélération et de freinage, le long de la trajectoire et ne dépend donc pas de la forme de la trajectoire. Au contraire, le critère de confort latéral dépend à la fois de la vitesse à laquelle le véhicule roule et de la courbure des virages dans lesquels il adopte cette vitesse. C'est par le couplage de la vitesse longitudinale et de l'accélération transversale que le passager va ressentir de l'inconfort.

Le critère d'**inconfort** est définit comme suit :

$$\begin{aligned} J_{inconfort} &= J_{inconfort\ long} + J_{inconfort\ lat} \\ &= \tfrac{1}{n_{intp}} \textstyle\sum_l (\sigma_l^{long} + \sigma_l^{lat}), \end{aligned} \tag{3.14}$$

où σ_l^{long} et σ_l^{lat} sont respectivement le jerk longitudinal et le jerk transversal, qui sont calculés en fonction du jerk cartésien.

Le jerk, ou variation de l'accélération, ressenti par un passager est souvent responsable de son inconfort (Macfarlane et Croft [2003]). Pham et al. [2007] montrent que les trajectoires à jerk minimum sont les trajectoires les plus lisses, donc les plus confortables. Une mesure

de l'inconfort est obtenue en sommant le jerk le long de la trajectoire.

3.2.3.5 Le critère global

Il est important de noter qu'il est impossible de minimiser tous ces critères avec une même trajectoire, ce qui est caractéristique de l'optimisation multicritère. Cet aspect paradoxal de la planification sera traité en **section 3.4.2**. Dans le cadre d'un véhicule autonome, le véhicule devra choisir une trajectoire et non plusieurs. Le problème est complexe : une part importante accordée à l'énergie ou au confort risquerait d'augmenter fortement le temps de trajet par exemple.

Pour obtenir finalement une et une seule trajectoire, il faut alors agglomérer ces critères pour donner un coût global. Le coût global est obtenu par une somme pondérée des critères individuels, telle que :

$$J_{global} = \alpha_{danger} J_{danger} + \alpha_{longueur} J_{longueur} + \alpha_{temps} J_{temps} + \alpha_{energie} J_{energie} + \alpha_{inconfort} J_{inconfort}. \quad (3.15)$$

Cette méthode est la plus simple parmi les méthodes employée en optimisation multicritère, cependant elle possède des inconvénients qui seront évoqués en **section 3.4**. De même, le choix des coefficients de pondération sera évoqué dans cette section.

3.2.3.6 Synthèse des critères

Les critères de danger, le critère énergétique et les deux critères d'inconfort sont donc des critères "extensifs", c'est à dire qui dépendent du nombre de points de la trajectoire, d'où la normalisation par n_{intp}. Le critère de temps de parcours et le critère de longueur de la trajectoire sont des critères "intensifs". Ce caractère multicritère fait en partie la richesse de l'étude et l'ensemble de ces critères sera testé dans la suite.

3.2.4 Contraintes d'optimisation

3.2.4.1 Types de contraintes

Les contraintes sur les variables d'optimisation, appelées plus simplement contraintes d'optimisation, ont un impact important sur les résultats obtenus, ainsi que sur le temps de calcul. Les contraintes appartiennent à trois catégories :

— les contraintes physiques, qu'il faut remplir pour ne pas obtenir un résultat incohérent,

— les contraintes techniques, qui dépendent du modèle de véhicule choisi, et peuvent ne pas être respectées au départ ; cependant, si la trajectoire est physiquement réalisable mais techniquement impossible à suivre, l'optimisation n'aura servi à rien ;

— les contraintes liées aux connaissances *a priori*, qui permettent d'orienter les solutions vers une solution optimale.

Les contraintes physiques doivent être respectées et seront ajoutées. Dans l'idéal, il faudrait ajouter toutes les contraintes possibles, pour être certain que la trajectoire obtenue soit la meilleure dans le scénario choisi, pour un véhicule automobile. Cependant, chaque ajout de contrainte ajoute une complexité supplémentaire pour l'algorithme. Il y a donc un *compromis* à trouver entre la justesse de la solution choisie, notamment en terme de faisabilité technique et le temps de calcul.

Pour la cohérence du mémoire, les contraintes d'optimisation sont définies avec le problème d'optimisation. Cependant, il est important de noter que la majorité des contraintes incluses dans le problème l'ont été après le choix de la méthode car elles dépendent de celle-ci. En effet, le méthode choisie pour l'optimisation, *i.e.* l'algorithme génétique, est une méthode stochastique qui ne fait pas appel à l'intégration des équations du mouvement et donc pas à la dynamique du véhicule. Il est donc inutile, pour l'optimisation, de choisir un modèle véhicule compliqué et de tenter d'inclure les contraintes dynamiques telles qu'elles. Le véhicule choisi est donc modélisé par une masse ponctuelle M. L'impact de ce choix sera discuté au **chapitre 5** où des modèles de véhicule seront étudiés.

De plus, deux types de contraintes sont à distinguer. Les contraintes *explicites* sont indiquées à l'algorithme comme des contraintes et sont incontournables pour lui. S'il ne parvient pas à les contourner il renvoie un message d'erreur. Les contraintes *implicites*, elles, ne sont pas contraignantes : elles n'empêchent pas l'algorithme de trouver une solution. Elles sont souvent des pénalités ajoutées aux critères afin d'orienter la recherche. Par ailleurs, certaines contraintes sont linéaires et d'autres, non linéaires. Ces dernières, lorsqu'elles sont explicites, ont un fort impact sur la vitesse de résolution de l'algorithme.

3.2.4.2 Contraintes sur les variables

Les premières contraintes à ajouter sont les contraintes physiques, ainsi que les limites des variables, qui sont données ci-dessous :

— le temps d'un point intermédiaire est toujours supérieur au temps du points précédent, en effet, il ne s'agit pas de remonter dans le temps, la causalité temporelle est respectée :

$$t_0 < t_1 < ... < t_n < ... < t_f \ ; \tag{3.16}$$

— les points intermédiaires doivent se trouver dans le champ de vision du véhicule :

$$0 < x_n, y_n < 120. \tag{3.17}$$

Ces contraintes sont linéaires et pénalisent très peu l'algorithme. Au contraire, elles lui permettent d'orienter la recherche.

Parmi les contraintes techniques et réglementaires, les contraintes suivantes peuvent être trouvées.

— Le temps final doit être supérieur au temps correspondant à la distance minimale parcourue à la vitesse limite :

$$t_f > \frac{\sqrt{(x_f - x_0)^2 + (y_f - y_0)^2}}{v_{lim}} = t_{min} \tag{3.18}$$

où v_{lim} est la vitesse limite sur le tronçon, par exemple 50km/h en ville. Cette contrainte réglementaire est linéaire et nécessaire pour que la vitesse maximum ne soit pas dépassée, mais elle n'est pas suffisante puisqu'elle ne concerne que la vitesse moyenne. C'est une contrainte réglementaire.

— La condition suivante est une bonne approximation d'une condition suffisante si l'interpolation de la trajectoire est bonne. La vitesse doit rester inférieure à la vitesse maximum autorisée, notée v_{lim}, à savoir

$$v_l \approx \frac{\sqrt{(x_{l+1} - x_l)^2 + (y_{l+1} - y_l)^2}}{(t_{l+1} - t_l)} < v_{lim} \tag{3.19}$$

où l, est l'indice des points d'interpolation. Cette condition est non linéaire et n'est pas implantable de façon explicite, puisqu'elle utilise des variables qui ne sont pas des variables d'optimisation (rappel : les indices n sont les indices des points optimisés, les indices l ceux de l'interpolation). Une version moins précise, toujours non linéaire, mais implantable, serait :

$$v_n \approx \frac{\sqrt{(x_{n+1} - x_n)^2 + (y_{n+1} - y_n)^2}}{(t_{n+1} - t_n)} < v_{lim} \tag{3.20}$$

qui limiterait la vitesse moyenne entre deux points optimaux. Cette condition ne permet pas d'assurer que la vitesse restera en dessous de la vitesse limite entre deux points optimaux.

— L'accélération doit rester inférieure à l'accélération maximale que peut fournir le moteur du véhicule considéré :

$$a_l < a_{max}. \tag{3.21}$$

Cette contrainte, qui est une contrainte technique, possède les mêmes inconvénients que la précédente et son expression ne sera pas détaillée. Cependant, il est à noter que cette contrainte n'est pas précise. En effet, le véhicule n'est pas limité en termes d'accélération, il est limité en termes de couple maximum que peut fournir le moteur. A travers les roues, le couple moteur donne une accélération au véhicule, mais le lien n'est pas direct. Par exemple, le glissement des pneus sur la route vient créer une différence entre le couple fourni et le couple utile à l'accélération. De même, la pente de la route ou le vent créent des forces qui viennent augmenter ou réduire l'accélération. Pour avoir

une contrainte précise, il faudrait une contrainte exprimée en couple, et par conséquent un modèle de véhicule ou un modèle de pneu à minima.

— Le rayon de courbure de la trajectoire ne doit pas excéder ce que peut fournir le véhicule en terme de braquage :

$$\dot{\psi}_l < \dot{\psi}_{max}, \tag{3.22}$$

où ψ est l'angle de lacet. De même, pour cette contrainte, il s'agit d'avoir un modèle de véhicule, pour avoir le braquage maximum des roues, faire le lien entre le braquage des roues et la variation du lacet. Ce lien dépend de la vitesse et sera étudié au **chapitre 5**.

Les contraintes non linéaires présentées ci-dessus, dommageables pour le critère, sont remplacées, dans les faits, par des contraintes implicites qui sont décrites ci-dessous. Les contraintes sur la vitesse, l'accélération ou la courbure sont transformées en pénalités sur le critère de danger, qui est souvent fortement pondéré :

$$J_{danger} = \frac{1}{n_{intp}} \sum_l U_{tot}^{rep}(x_l^{intp}, y_l^{intp}) + pen(v_l) + pen(a_l) + pen(\dot{\psi}_l) \tag{3.23}$$

où $pen(v_j)$, $pen(a_j)$ et $pen(\dot{\psi}_l)$ sont des fonctions de pénalité dépendant de v_{lim}, la vitesse maximale autorisée pour le scénario (notion réglementaire), de a_{max} l'accélération maximale qui dépend du couple maximum que peut fournir le moteur et de $\dot{\psi}_{max}$ la variation maximale de l'angle de lacet qui dépend du braquage des roues. Quand la vitesse limite ou l'accélération maximale sont dépassées en un point, le critère est pénalisé, et donc la trajectoire sera classée parmi les moins bien. L'algorithme a donc de bonnes chances de l'écarter. Ces contraintes tendent à faire respecter les limites plus ou moins strictement suivant la sévérité des fonctions de pénalité. Contrairement aux contraintes non linéaires, elles sont totalement transparentes en terme de temps de calcul, puisque ce sont seulement des modifications de l'expression d'un critère.

Le danger est considéré pour tous les points de la trajectoire interpolée, d'indice l, et pour chacun de ces points la vitesse et l'accélération sont testées. Dans un premier temps, les fonctions de pénalités sont prises uniformes, *i.e.* elles ne dépendent pas de l'amplitude du dépassement :

$$pen(X_l) \begin{cases} 10 & si\ X_l > X_{lim\ max} \\ 0 & sinon, \end{cases} \tag{3.24}$$

avec $X = v$, resp. a où $\dot{\psi}$, limités respectivement par v_{lim}, a_{max} et $\dot{\psi}_{max}$.Le potentiel qui permet le calcul du danger étant compris entre 0 et 1, l'activation d'une de ces pénalités est équivalent à dix points de trajectoire en danger maximum. C'est une pénalité sévère, qui pourrait être assouplie par l'ajout d'une modulation en fonction du dépassement. En effet, telles que présentées ici, ces fonctions sont des constantes en fonction du dépassement. Dans des études futures, cela pourrait être modifié en les rendant proportionnelles à l'amplitude

du dépassement, ou même exponentielles en fonction de l'amplitude du dépassement.

3.2.4.3 Encombrement du véhicule

Jusque là, seule la notion de trajectoire était évoquée, en supposant que le véhicule était un point sur cette trajectoire. Cependant, si la trajectoire optimale passe trop près de l'obstacle, l'encombrement du véhicule n'est donc pas pris en compte. En effet, le critère de danger peut être calculé en utilisant seulement les points de la trajectoire. Cependant, de mauvais résultats peuvent être trouvés comme montré en Figure 3.12. L'encombrement peut être pris en considération dans le danger en ajoutant six points en plus du centre de gravité de l'EGV, comme illustré en Figure 3.13. Les croix rouges sont les points d'encombrement pris en compte, de façon à éviter le contact entre l'EGV et les obstacles. L'angle de lacet du véhicule, qui peut être approché par la formule :

$$\psi = \arctan\left(\frac{\dot{y}_l}{\dot{x}_l}\right) \simeq \arctan\left(\frac{y_{l+1} - y_l}{x_{l+1} - x_l}\right) \tag{3.25}$$

est également illustré sur cette figure.

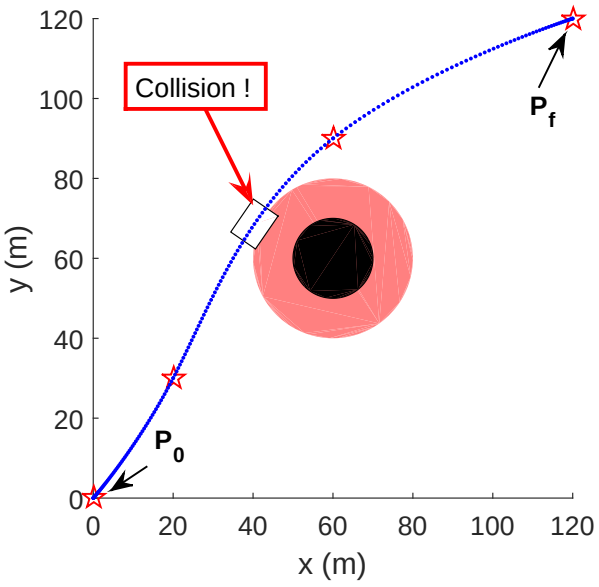


FIGURE 3.12 – Illustration des erreurs pouvant survenir en l'absence de prise en compte de l'encombrement

Cette contrainte est équivalente à l'évaluation de 7 trajectoires au lieu d'une pour le critère de danger. Comme le critère de danger n'est pas le seul, elle ne multiplie pas le temps de calcul par 6. Cependant, elle a une tendance linéaire en terme d'augmentation du temps de calcul. Une comparaison du temps de calcul avec et sans prise en compte de l'encombrement sera effectuée en **section 3.5**.

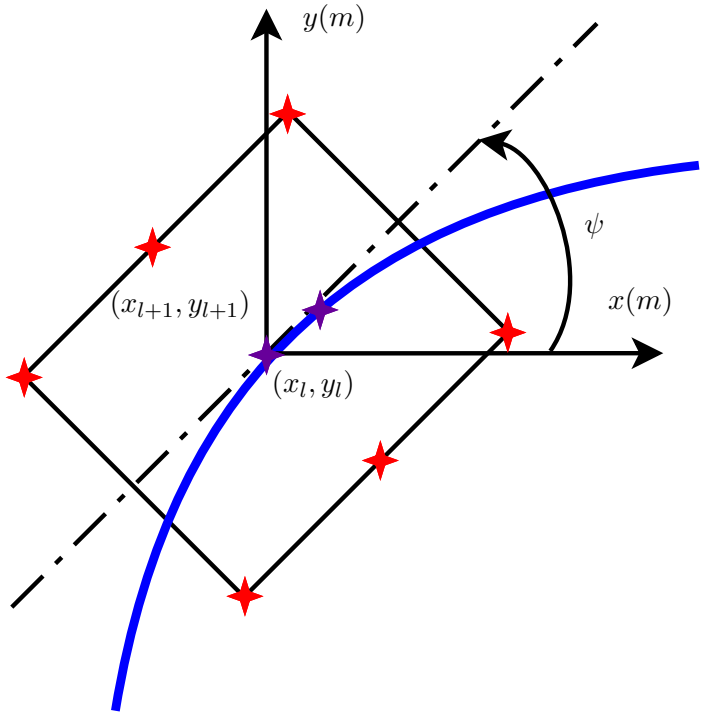


FIGURE 3.13 – Illustration de l'encombrement de l'EGV et définition de ψ

3.2.4.4 Résumé des contraintes

Dans le Tableau 3.2, un résumé des différentes contraintes envisagées et de leurs caractéristiques est donné. Les contraintes sur la vitesse, l'accélération et le lacet ne sont pas implémentables car ce ne sont pas des variables d'optimisation. Elles ne sont donc pénalisables qu'à posteriori, ce qui a donné lieu aux contraintes implicites.

Une fois les différentes contraintes présentées, le problème d'optimisation est parfaitement défini. Il s'agit alors de choisir une méthode pour le résoudre.

Contrainte	**Type**	**Complexité algorithmique**	**Caractère**	**Implantée (O/N)**
$t_0 < t_1 < ... < t_n < ... < t_f$	Physique	Linéaire	Explicite	Oui
$0 < x_n, y_n < 120$	Physique	Linéaire	Explicite	Oui
$t_f > t_{min}$	Réglementaire	Linéaire	Explicite	Oui
$v_l < v_{lim}$	Réglementaire	Non linéaire	Explicite	Non implantable
$v_n < v_{lim}$	Réglementaire	Non linéaire	Explicite	Non
$a_l < a_{max}$	Technique	Non linéaire	Explicite	Non implantable
$\dot{\psi}_l < \dot{\psi}_{max}$	Technique	Non linéaire	Explicite	Non implantable
$pen(v_l)$, $pen(a_l)$, $pen(\dot{\psi}_l)$	Réglementaire et technique	Non pertinent	Implicite	Oui
Encombrement	Physique	Linéaire	Implicite	Oui

TABLEAU 3.2 – Résumé des différentes contraintes considérées dans l'optimisation.

3.3 Méthode d'optimisation

Le problème d'optimisation, défini en **section 3.2**, comporte possiblement de nombreuses variables d'optimisation, au minimum 4 pour un point optimal et jusqu'à 13 dans les scénarios avec 4 points intermédiaires à optimiser. De plus, les critères proposés en **section 3.2.3**, page 44, sont fortement non linéaires. Ces éléments confirment le choix d'une méthode stochastique et la méthode proposée en 1.6.2. Dans la **section 3.3.1** l'algorithme génétique est décrit en détails et appliqué dans le contexte du véhicule autonome en **section 3.3.2**.

3.3.1 Définitions générales de l'algorithme génétique

L'algorithme génétique est une méthode itérative qui permet de résoudre des problèmes d'optimisation avec ou sans contraintes, basée sur le principe de sélection naturelle, processus à la base de l'évolution biologique. La terminologie utilisée par les algorithmes génétiques est donnée ci-dessous.

Définition 3.3.1 (Fonction coût ou fonction objectif)**.** *La **fonction coût ou fonction objectif** est la fonction qui permet d'évaluer le coût, ou la valeur d'un individu. Il est question de coût lorsqu'il s'agit d'une valeur à minimiser et d'objectif quand il s'agit d'une fonction à approcher. Dans cette étude, les fonctions utilisées sont des fonctions coût, définies en **section 3.2.3**. L'algorithme se sert de cette fonction pour évaluer chaque individu. Dans les algorithmes, elle est notée $fitnessfunction$ ou J_{global}.*

Définition 3.3.2 (Individu)**.** *Un **individu** est un élément de l'espace des solutions, un élément à évaluer au moyen de la $fitnessfunction$. La valeur de l'individu ou coût de l'individu*

est la valeur de la fonction coût pour cet individu. Par exemple, si une fonction coût dépend des variables x_1 et x_2, un individu est un couple (x_1, x_2) de l'espace des solutions. La forme générale d'un individu est appelée chromosome et chacune des valeurs qui le composent un gène.

Définition 3.3.3 (Population)**.** *Une **population** est un ensemble d'individus. Un même individu peut apparaître plusieurs fois dans une même population. A chaque itération, l'algorithme génétique utilise une série d'opérations décrites dans la suite pour créer une nouvelle population. Chaque nouvelle population est appelée nouvelle **génération**.*

Définition 3.3.4 (Diversité)**.** *La diversité est la distance moyenne entre les individus d'une population. Si cette distance est grande alors la population est dite diversifiée, si elle est faible la population est faiblement diversifié. La diversité est un paramètre important puisqu'elle représente la variété des solutions de l'espace des solutions parcouru.*

A chaque itération (ou génération), l'algorithme génétique sélectionne des individus dans la population considérée pour en faire des *parents* afin de créer la génération suivante. Au fur et à mesure des générations, la population évolue vers une solution optimale. Les opérations effectuées sur les parents sont les suivantes :

— *l'opération de sélection* choisit les individus appelés parents qui vont participer à la création de la génération suivante ;

— *l'opération de croisement*, illustrée en Figure 3.14 (a), permet de combiner deux parents d'une façon déterminée au préalable pour former les enfants de la génération suivante ;

— *l'opération de mutation*, illustrée en Figure 3.14 (b), change de façon aléatoire certains enfants pour diversifier la population et notamment pour éviter les minima locaux ;

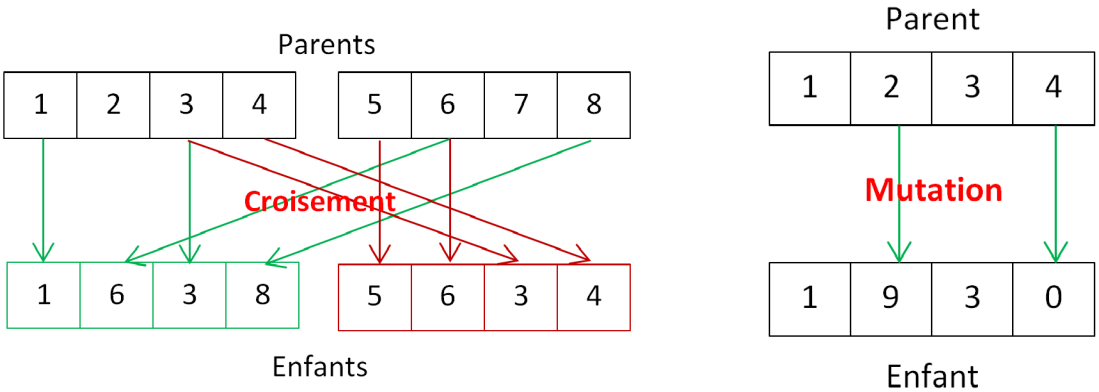


FIGURE 3.14 – (a) Croisement de deux chromosomes parents pour créer un nouvel individu (b) Mutation d'un chromosome parent pour créer un nouvel individu

Dans cette étude, le meilleur individu est celui qui présente le coût le plus faible dans une population donnée.

Les algorithmes génétiques permettent de résoudre des problèmes d'optimisation compliqués à résoudre par les méthodes déterministes, comme par exemple des problèmes pour lesquels la fonction objectif n'est pas continue, pas dérivable, stochastique, ou fortement non linéaire. Ils sont également bien adaptés pour les fonctions objectifs comportant de nombreux minima locaux. Les algorithmes génétiques peuvent être une méthode de résolution pour un problème de type mixte où certaines grandeurs sont des entiers.

Le déroulé de l'algorithme génétique est présenté en Algorithme 1. Les critères d'arrêt possibles sont : le temps de calcul, le nombre maximum de générations, le taux de variation de la meilleure valeur obtenue à chaque génération (utilisé dans cette étude), la valeur absolue minimale du critère global définie au préalable.

Data: Génération initiale d'individus (voir Tableau 3.5)
Result: Meilleur individu et son coût
1 **while** *Critère d'arrêt = faux* **do**
2 Évaluation des individus de la Génération[i] ;
3 Normalisation des coûts des individu et agglomération dans le cas d'une optimisation multicritère ;
4 Sélection des parents pour construire la Génération[i+1] ;
5 Sélection de quelques individus *élites* à garder à l'identique pour la Génération[i+1] ;
6 Croisement de certains parents ;
7 Mutation de certains parents ;
8 Génération[i] = Génération[i+1] ;
9 **end**

Algorithm 1: Description de l'algorithme génétique

3.3.1.1 Paramètres de l'algorithme

Le Tableau 3.3 présente les différents paramètres et fonctions qui influencent les performances de l'algorithme et le Tableau 3.4, les critères d'arrêt.

Paramètre	**Description**	**Valeurs**
$popSize$	Taille de la population utilisée par l'algorithme génétique	Valeur par défaut : 50 si le nombre de variables est inférieur à 5, 200 sinon
$crossFrac$	Fraction de la population qui provient de croisements entre les individus de la génération précédente	Valeur par défaut : 0.8
$elitCount$	Nombre entier d'individus qui seront transmis dans la génération suivante tels quels	Valeur par défaut : $round(0.05 popSize)$
$CrossFcn$	Fonction utilisée pour croiser les individus d'une génération	Croisement heuristique, croisement d'un seul point, de plusieurs points, arithmétique...
$initPop$	Population initiale choisie pour accélérer l'algorithme	Valeur par défaut : répartition aléatoire sur l'ensemble de l'environnement, sans prise en compte de l'environnement

Tableau 3.3 – Paramètres de l'algorithme génétique

$timeLimit$	Limite de temps attribuée à l'algorithme génétique	Valeur par défaut : $infinie$
$tolFun$	Si la variation de la meilleure valeur obtenue par génération par l'algorithme est inférieure à cette valeur pendant un certain nombre de générations ($stallGenLimit$), l'algorithme s'arrête	Valeur par défaut : 10^{-6}
$nbGen$	Nombre maximum de générations que peut générer l'algorithme	Valeur par défaut : $100.n_{var}$

Tableau 3.4 – Critères d'arrêt de l'algorithme génétique

Le critère de nombre de générations $nbGen$ est purement un critère d'arrêt : si le nombre de générations maximum est atteint, la meilleure solution actuelle est gardée. Étant un critère de valeur purement arbitraire, il est préférable de le fixer suffisamment haut afin de ne pas

l'atteindre. Le paramètre de nombre de générations est étroitement lié avec celui de temps maximum pour la recherche. La création d'une génération prend toujours à peu près le même temps, donc régler le nombre de générations fixe le temps maximum de travail.

Le taux de variation de la meilleure solution par génération, $tolFun$, est également un critère d'arrêt, mais avec plus de signification physique. Ce paramètre permet de régler à partir de quel taux de variation du critère entre deux générations, l'optimisation n'est plus nécessaire. En effet, il n'est pas nécessaire d'accroître le temps de calcul de plusieurs dizaines de secondes pour n'améliorer le critère d'optimisation que de 1%. Une trajectoire moins optimale est souvent préférable à une trajectoire qui ne sera pas calculée à temps. Ce paramètre permet donc de trouver un compromis, qui dépend également des ordres de grandeur des différents critères.

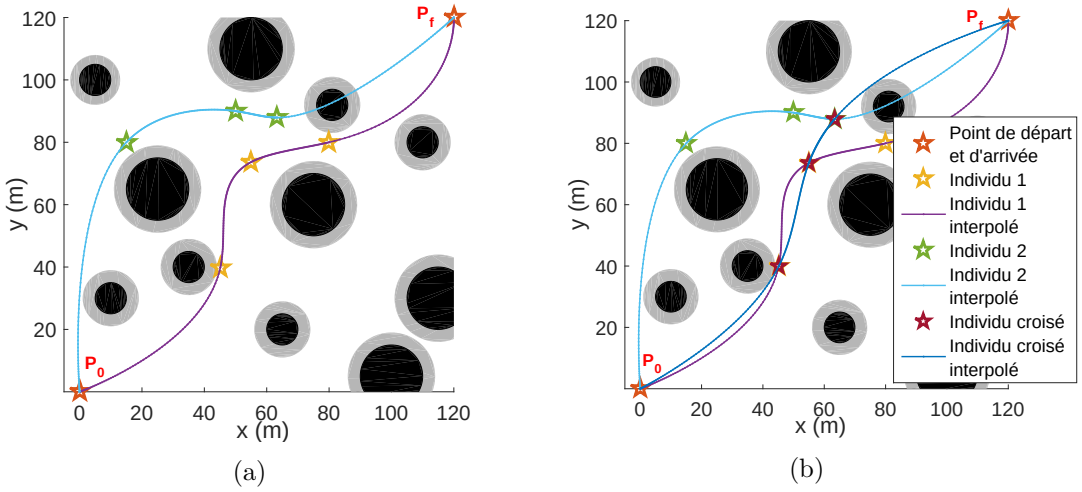
3.3.2 Application à l'optimisation de trajectoire

Précédemment, la notion d'individu a été définie en **section 3.3.1**, ainsi que les variables d'optimisation en **section 3.2.2**. En combinant ces deux notions, la structure d'un individu est obtenue au Tableau 3.5.

(x_1, y_1, t_1)	(x_2, y_2, t_2)	...	(x_n, y_n, t_n)	...	$(x_{n_{opt}}, y_{n_{opt}}, t_{n_{opt}})$	t_f

TABLEAU 3.5 – Tableau récapitulatif des variables d'optimisation

Il est à noter que la fonction *ga* de Matlab[ő] ne prend que des gènes sous forme de scalaires : il n'est pas possible d'avoir un gène défini sous forme de vecteur ou de structure. Cela aurait été pratique pour rassembler les points afin d'en faire des entités insécables. Il serait intéressant d'écrire un algorithme génétique prenant une structure comme gène.



(a) (b)

FIGURE 3.15 – Exemple de deux individus après croisement. Valeurs du critère total pour chacune de ces trajectoires : $J = 4.3 \times 10^5$, $J = 0.762$, $J = 0.547$

Le croisement de deux individus est illustré en Figure 3.15. Sur cette dernière, la trajectoire interpolée peut être observée. Lors de la présentation des variables d'optimisation en **section 3.2.2**, la manière de relier les points intermédiaires avait été évoquée. En effet, ces points intermédiaires sont suffisant pour l'optimisation, mais pas suffisant pour l'évaluation correcte d'une trajectoire continue. Par exemple, l'individu 2 de la Figure 3.15 a des points intermédiaires qui ne se situent pas sur des obstacles, mais quand les points de départ et d'arrivée sont reliés par une trajectoire continue, cet individu pose un problème puisque sa trajectoire passe au milieu d'un obstacle. De même, dans les contraintes d'optimisation en **section 3.2.4**, il a été vu qu'il est nécessaire d'évaluer la trajectoire partout pour tester le braquage, l'accélération ou la vitesse. Enfin, le calcul des différents critères ne peut se faire que sur une trajectoire qui présente suffisamment de points pour être pertinente. 3 points espacés de 40m à chaque fois ne sont pas suffisants.

Pour relier ces points, une approche polynomiale est adoptée, en imposant des continuités aux points intermédiaires. Considérons dans un premier temps que les trajectoires sont obtenues à temps continu, avec $t \in [t_0, t_f]$. Notons T^n le tronçon de trajectoire qui précède le n-ème point intermédiaire avec $n \in [1, n_{opt}]$. Il y a alors $n_{opt} + 1$ tronçons à considérer, et pour T^n, $t \in [t_{n-1}, t_n]$ où t_{n-1} et t_n sont les temps de passage aux points intermédiaires. Pour chacun de ces tronçons, l'expression de l'abscisse x^n (resp. de l'ordonnée y^n) de la trajectoire et de ses dérivées en fonction du temps v_x^n, a_x^n et j_x^n est (resp. v_y^n, a_y^n et j_y^n pour l'ordonnée) :

$$\begin{cases} z^n(t) &= \alpha_z^n t^3 + \beta_z^n t^2 + \gamma_z^n t + \delta_z^n \\ v_z^n(t) &= 3\alpha_z^n t^2 + 2\beta_z^n t + \gamma_z^n \\ a_z^n(t) &= 6\alpha_z^n t + 2\beta_z^n \\ j_z^n(t) &= 6\alpha_z^n \end{cases} \tag{3.26}$$

où z remplace la coordonnée x ou y, et les coefficients α_z^n, β_z^n, γ_z^n et δ_z^n sont des constantes par tronçon à calculer. Ces constantes permettent d'assurer la continuité entre les tronçons, en position et en vitesse. Pour assurer la continuité en accélération, il faudrait prendre un polynôme d'ordre 5. Les conditions pour assurer cette continuité sont :

$$\begin{cases} z^n(t_{n-1}) &= z^{n-1}(t_{n-1}) \\ z^n(t_n) &= z^{n+1}(t_n) \\ v_z^n(t_{n-1}) &= v_z^{n-1}(t_{n-1}) \\ v_z^n(t_n) &= v_z^{n+1}(t_n). \end{cases} \tag{3.27}$$

Sur les tronçons placés aux extrémités de la trajectoire, les conditions sont connues puisque les positions initiales et finales et leur vitesses sont connues. A titre d'exemple, pour quatre points intermédiaires, il y a cinq tronçons à considérer, donc 10 conditions limites à gauche et 10 conditions limites à droites, ce qui représente l'inversion d'une matrice de taille 20×20 pour calculer tous les coefficients. La méthode est facile et donne de bons résultats, mais peu efficace en termes de temps de calcul.

Ce qui est plus compliqué et présente un intérêt, c'est l'échantillonnage de cette trajec-

toire. En effet, dans l'étude numérique présente, le temps est une variable discrète, et la trajectoire interpolée est une trajectoire assez échantillonnée, mais échantillonnée tout de même. Pour cela, il s'agit de choisir le nombre de points d'interpolation n_{intp}, ce choix sera expliqué en **section 3.4.4**.

3.3.3 Synthèse de la méthode

Le problème d'optimisation proposé est donc un problème complexe, multivariable, comportant des variables pouvant être des entiers, avec des critères non linéaires, et discontinus, notamment à cause des pénalités. Pour cela la méthode proposée est un compromis entre la réduction du nombre de points à optimiser (dits intermédiaires) et l'amélioration de la précision de l'évaluation de la trajectoire par l'interpolation. L'obtention de bonnes trajectoires repose avant tout sur les critères d'optimisation choisis (qui doivent être normalisés, pondérés et agglomérés), sur le choix du nombre de points de passage et du nombre de points d'interpolation entre ces points de passage. La calibration de cette méthode est l'objet de la section suivante.

Il est important de préciser que cette méthode n'a pas vocation à calculer une trajectoire en temps réel, mais à produire une consigne (ou référence), pour le champs de potentiel. C'est le champ de potentiel qui donne ensuite une trajectoire à suivre en temps réel pour le véhicule. Le détail de la structure de la méthode a été évoqué en **section 1.6**, et sera détaillé au **chapitre 4**. Dans ce chapitre, le temps de recalcul de la consigne sera également évoqué.

3.4 Calibration et analyse de la méthode

La méthode proposée nécessite des réglages avec notamment des adaptations pour être implémentée en pratique. De plus, dans cette section, une analyse des compromis nécessaires entre les différents critères est proposée.

3.4.1 Normalisation des critères

Les différents critères proposés en **section 3.2.3** sont tous de natures très différentes :

— le critère de danger est une somme d'éléments compris entre 0 et 1, divisée par le nombre d'éléments ; il prend donc une valeur entre 0 et 1 ;

— le critère de longueur prend une valeur dans l'intervalle $[\sqrt{(x_f - x_0)^2 + (y_f - y_0)^2}, T_x + T_y]$ où T_x et T_y sont les dimensions du champ de vue de l'obstacle ;

— le critère de temps prend en théorie une valeur entre t_{min} et l'infini, même si borné en utilisant les connaissances *a priori* ;

— le critère d'énergie prend des valeurs en Joules, qui sont de l'ordre de 10^5 pour des véhicules de la taille considérée ;

— le critère d'inconfort prend des valeurs autour de $1m/s^3$.

Or, la méthode choisie pour agglomérer ces critères, la somme pondérée, nécessite que ces critères se trouvent sur une même échelle. Il est souhaitable de normaliser les critères avant de les pondérer, afin que les coefficients de pondération ne contiennent pas à la fois la normalisation et la pondération.

Si tous les individus générés pendant l'optimisation étaient connus à l'avance, il serait possible de normaliser les critères entre 0 et 1 :

$$J_{norm} = \frac{J_X - \min(J_X)}{(\max(J_X) - \min(J_X)} \tag{3.28}$$

où J_X représente un des cinq critères. Cette normalisation est possible dans une phase de tests, lorsque toutes les trajectoires sont connues et tous les critères connus pour chaque trajectoire.

Cependant, au cours de l'algorithme génétique, pour qu'un individu puisse être évalué, il faut que les six critères puissent être agrégés pour une seule trajectoire, sans connaître l'ensemble des autres trajectoires générées. Il est donc nécessaire de trouver un moyen de normaliser chacun des critères indépendamment du reste des trajectoires générées. Dans la suite, chaque critère est normalisé par rapport à une trajectoire de référence, de sorte que le critère soit ramené à une valeur autour de 1. Une fois que les cinq critères ont le même ordre de grandeur, il est possible de les pondérer et de les agglomérer.

Pour normaliser chacun de ces critères, la formule

$$J_{norm} = \frac{J_X}{J^{ref}} \tag{3.29}$$

est donc utilisée, où J^{ref} est la la valeur de référence du critère, calculée sur une trajectoire de référence.

3.4.1.1 Normalisation du critère de danger

Le critère de danger de la trajectoire est difficile à normaliser. En effet, la formule (3.29) suppose que le danger sur la trajectoire de référence soit non nul. Quel que soit le scénario, pour ne pas diviser par zéro, la trajectoire de référence doit toujours passer par un obstacle. Pour cela, la référence de normalisation choisie est la trajectoire qui passe par le centre du premier obstacle observé.

Le critère normalisé sera autour de 1, mais dépend fortement de la géométrie de l'environnement pour que son intervalle de variations soit connu précisément. Il est certain que le critère de danger normalisé doit être nul ou très faible pour la trajectoire finalement choisie.

3.4.1.2 Normalisation du critère de longueur

Quel que soit l'environnement, il est facile de normaliser le critère de longueur de la trajectoire. Pour cela, il suffit de prendre comme référence de normalisation la ligne droite entre le point de départ et le point d'arrivée :

$$J^{ref}_{longueur} = \sqrt{(x_f - x_0)^2 + (y_f - y_0)^2}. \tag{3.30}$$

Il est à noter que le critère normalisé sera toujours supérieur à 1 puisque cette trajectoire de référence est la plus courte possible. Avec cette référence, le critère normalisé n'est pas vraiment majoré, car selon les scénarios, (x_0, y_0) et (x_f, y_f) peuvent être plus ou moins proches. Comme référence de longueur, il est également possible de prendre la taille de l'environnement T_x, T_y, la diagonale $\sqrt{T_x^2 + T_y^2}$, ou encore la trajectoire la plus longue existante, à savoir $T_x + T_y$. Ce dernier cas est intéressant car le critère peut être majoré par 1. Il ne peut cependant plus être minoré.

3.4.1.3 Normalisation du critère de temps

Pour normaliser le critère de temps le temps t_{min} est choisi :

$$J^{ref}_{temps} = \frac{\sqrt{(x_f - x_0)^2 + (y_f - y_0)^2}}{v_{lim}}. \tag{3.31}$$

Le critère normalisé est, par conséquent, supérieur à 1, puisqu'il est normalisé par le temps minimal. Le temps t_{min} est un minimum réglementaire, mais il n'est pas atteignable en pratique, car il correspond à un scénario où la vitesse limite est égale à la vitesse moyenne. La normalisation du critère énergétique ci-dessous amène une autre variable de temps qui pourrait servir de référence.

3.4.1.4 Normalisation du critère énergétique

La normalisation du critère de coût énergétique de la trajectoire pose un problème plus important, puisque c'est le premier critère pour lequel il faut générer une consigne en vitesse complète afin d'en créer une référence. La référence de normalisation choisie est la ligne droite entre le point de départ et le point d'arrivée, pour une consigne Bang-Bang et un temps de parcours correspondant à l'accélération maximale et à la vitesse maximale de parcours. Cette consigne est souvent utilisée en génération de consigne pour trouver le temps de parcours minimal techniquement faisable, t_{min}^{bang}.

Une telle consigne choisie comme référence est très énergétivore, puisqu'il s'agit d'aller le plus vite possible. Cependant, cette consigne étant générée sur la trajectoire la plus courte possible, il est difficile de donner un intervalle d'appartenance pour le critère normalisé. Il sera cependant autour de 1.

3.4.1.5 Normalisation du critère d'inconfort

La normalisation du critère d'inconfort est la plus complexe des cinq. En effet, le critère d'inconfort fait appel à des notions longitudinales et latérales et donc au chemin et à la consigne correspondante. Le confort longitudinal ne peut être normalisé par une trajectoire à accélération constante, et le critère de confort latéral ne peut être normalisé par une trajectoire rectiligne. Par souci de clarté dans les normalisations, les deux termes du critères d'inconfort σ_{long} et σ_{lat} sont donc normalisés séparément.

Le premier est normalisé par l'inconfort de la trajectoire en ligne droite entre le point de départ et le point d'arrivée, pour une consigne polynomiale d'ordre 3, selon :

$$\begin{cases} d(t) &= \alpha_d t^3 + \beta_d t^2 + \gamma_d t + \delta_d \\ \dot{d}(t) &= v(t) = 3\alpha_d t^2 + 2\beta_d t + \gamma_d \\ \ddot{d}(t) &= a(t) = 6\alpha_d t + 2\beta_d \\ \dddot{d}(t) &= \sigma_{long}(t) = 6\alpha_d \end{cases} \tag{3.32}$$

où d est l'abscisse curviligne, v la vitesse, a l'accélération et σ le jerk. α_d, β_d, γ_d et δ_d sont des constantes. Pour le calcul des constantes, se reporter à la **section 2.3.3** dans le **chapitre 2**.

$6\alpha_d$ est donc la valeur de référence pour le confort longitudinal.

Les valeurs du critère normalisée sont difficiles à prévoir. Elles seront autour de 1, probablement un peu supérieures car la trajectoire choisie est assez confortable.

Pour le critère de confort latéral, une trajectoire légèrement incurvée est utilisée, passant par un point intermédiaire défini comme suit :

$$\begin{cases} x_1 &= |x_f - x_0| - \Delta \\ y_1 &= |y_f - y_0| + \Delta. \end{cases} \tag{3.33}$$

Ce point intermédiaire décalé par rapport à la ligne droite permet d'éviter une trajectoire rectiligne de valeur de confort latéral de référence nulle.

3.4.1.6 Cartographie des critères

Dans des cas simples d'optimisation, le critère peut être représenté, par une courbe 1D dans le cas monovariable, par une surface dans le cas de deux variables. Ici, même pour un seul point intermédiaire, le nombre de variable est trop important pour représenter graphiquement les critères. Cependant, pour se faire une idée de leur évolution, une réduction à un problème 1D est proposée.

Toutes les cartographies proposées ci-dessous sont des projections des différents critères, sur une surface, pour le scénario 1 qui comporte un seul obstacle rond au centre de l'environnement. Les points de départ et d'arrivée sont placés respectivement en $(0, 0)$ et $(120, 120)$. Un seul point intermédiaire est pris, ce qui donne quatre variables d'optimisation : x_1, y_1, t_1, t_f.

Il est possible d'effectuer une cartographie spatiale des six critères en procédant à une ou deux hypothèses simplificatrices. Pour que les cartographies spatiales soient facilement reliable à la géométrie du scénario, ce sont les variables spatiales qui sont conservées et les deux variables temporelles qui sont fixées en fonction. x_1 et y_1 parcourent donc l'intervalle $[1, 120]$. Pour les critères purement spatiaux que sont J_{danger} et $J_{longueur}$ la réduction à deux variables n'a aucun impact. Pour les autres, une valeur doit être fixée pour t_f et t_1 puisque ces valeurs servent à la construction de la trajectoire et de la consigne correspondante, donc au calcul des critères.

Pour rappel, les points initial, intermédiaire et final sont respectivement notés P_0, P_1 et P_f dans cette section. Pour t_f, il est considéré que les deux segments $[P_0P_1]$ et $[P_1P_f]$ sont parcourus à la vitesse maximale :

$$t_f = \frac{\sqrt{(x_1 - x_0)^2 + (y_1 - y_0)^2} + \sqrt{(x_f - x_1)^2 + (y_f - y_1)^2}}{v_{lim}}. \tag{3.34}$$

Le temps intermédiaire est défini comme étant le temps de parcours t_f divisé par deux.

A partir de ces hypothèses, en faisant varier x_1 et y_1 dans l'intervalle $[1, 120]$, la cartographie en Figure 3.16 est obtenue pour les cinq critères non normalisés. Le critère d'inconfort est séparé en deux pour plus de clarté.

Chacune de ces cartographies peut être analysée séparément :

— le critère de danger est maximum pour tous les points intermédiaires qui sont dans le sillon de l'obstacle, en amont ou en aval ; en effet, placer le point intermédiaire dans ces zones oblige la trajectoire à traverser l'obstacle ou sa zone de danger, ce qui augmente la dangerosité de la trajectoire ;

— le critère de longueur de trajectoire est minimum pour les points intermédiaires qui sont dans une ellipse autour de l'obstacle, ce qui génère des trajectoires tangentes à l'obstacle ;

— le critère de temps de parcours de la trajectoire est minimum tout autour de la ligne droite, ce qui est logique au vu de la méthode utilisée pour son calcul : le temps de

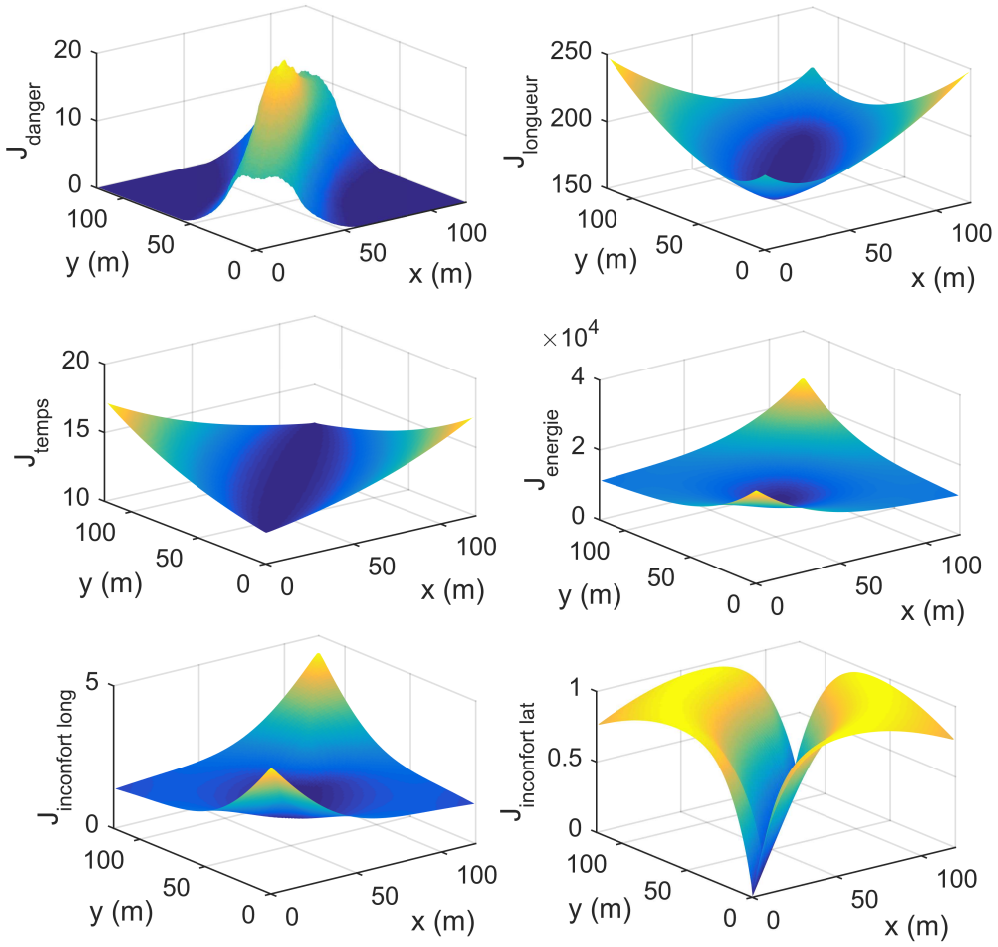


FIGURE 3.16 – Cartographie des différents critères en déplaçant le point intermédiaire dans tout l'environnement

parcours à vitesse maximale des deux segments de droite ;

— le critère de coût énergétique de la trajectoire est minimum sur une ellipse autour du centre de l'environnement ; en effet, sur cette ellipse la vitesse sera plus équilibrée sur les deux segments de la trajectoire, donc l'accélération moins importante sur un des deux segments ; l'éloignement latéral par rapport au centre crée un besoin plus important en vitesse et l'éloignement longitudinal crée des variations de l'accélération ; le second effet est cependant nettement plus important ;

— le critère d'inconfort longitudinal est minimum sur une ellipse également, puisque l'accélération est équilibrée sur les deux segments et moins importantes que sur les côtés (en latéral) ; il est à noter que son impact sur la trajectoire est très proche de celui du critère énergétique ; ces deux critères vont dans le même sens ;

— enfin, le critère d'inconfort latéral est minimum pour un point intermédiaire situé sur toute la diagonale centrale ; en effet pour un point intermédiaire sur cette diagonale,

la trajectoire ne tournant pas, il n'y a donc aucun inconfort latéral ; dès que le point intermédiaire s'éloigne de cette diagonale, l'inconfort augmente.

Ici, les cinq critères sont connus pour toutes les trajectoires générées, il sont donc normalisables par la formule (3.28). A partir de cette normalisation, les critères sont sommés avec des pondérations de 1 pour obtenir une cartographie du critère global, représentée en Figure 3.17.

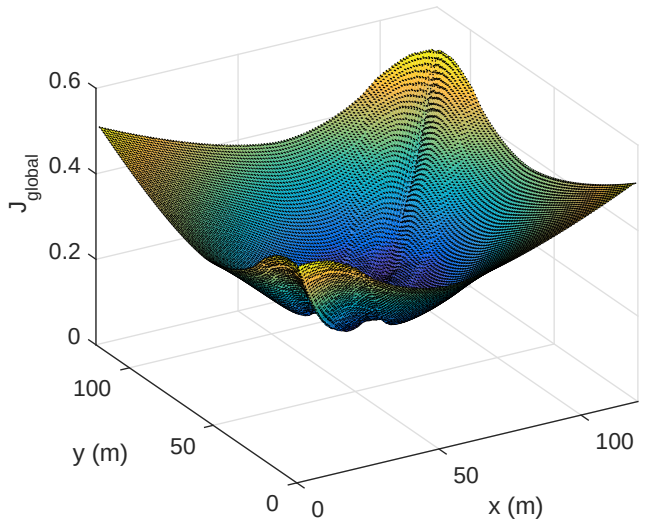


FIGURE 3.17 – Cartographie du critère global selon la formule (3.15), avec des critères normalisés et des pondérations de 1

Comme cinq critères sur six (en comptant deux critères d'inconfort) ont leur minimum au centre de l'environnement, le minimum du critère global est également situé à cet endroit. Autrement dit, sans obstacle, c'est à dire sans danger, la meilleure trajectoire serait la ligne droite. Cependant, le critère de danger est essentiel et le critère global doit être calculé avec un jeu de pondérations non uniforme (choix expliqué en **section 3.4.2** ci-dessous, de sorte que $\sum \alpha_{crit} = 1$) tel que :

α_{danger}	$\alpha_{longueur}$	α_{temps}	$\alpha_{energie}$	$\alpha_{inconfort\ long}$	$\alpha_{inconfort\ lat}$
0.3	0.14	0.14	0.14	0.14	0.14

TABLEAU 3.6 – Exemple de pondération des différents critères

Pour ce jeu de pondération, qui donne la priorité au critère de danger, une cartographie du critère beaucoup plus intuitive est obtenue et illustrée en Figure 3.18. Pour ce jeu de pondération, les minima du critère global sont obtenu pour un passage au plus près de l'obstacle, sans le toucher. La trajectoire correspondant à l'un de ces minima est représentée sur la Figure 3.18.

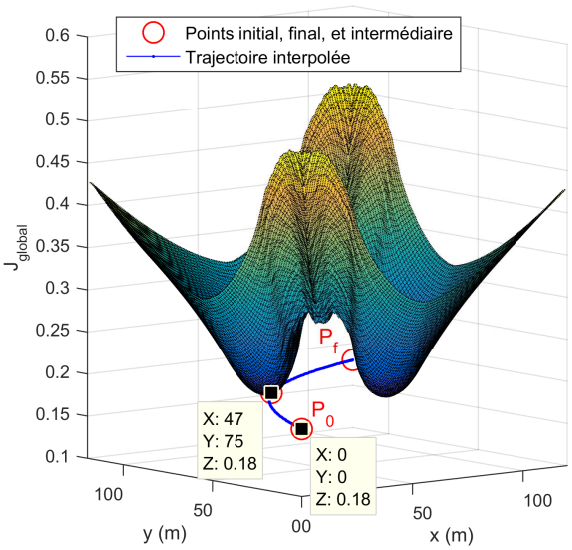


FIGURE 3.18 – Cartographie du critère global selon la formule (3.15), avec des critères normalisés de façon idéale, avec les pondérations du Tableau 3.6

Il est à noter que, l'obstacle étant en plein centre de l'environnement, et P_0 et P_f formant une ligne passant par le milieu de l'obstacle, le critère a une allure parfaitement symétrique, ce qui engendre deux minima globaux. Si l'obstacle est légèrement décalé, en $(70, 50)$ par exemple, le critère ne possède plus qu'un minimum global, comme montré en Figure 3.19.

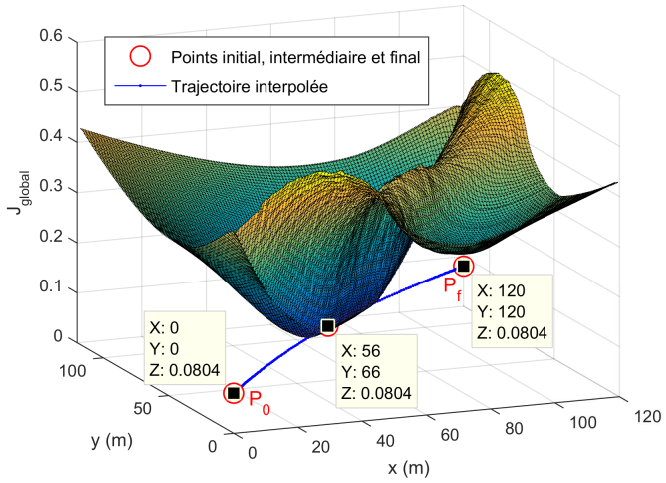


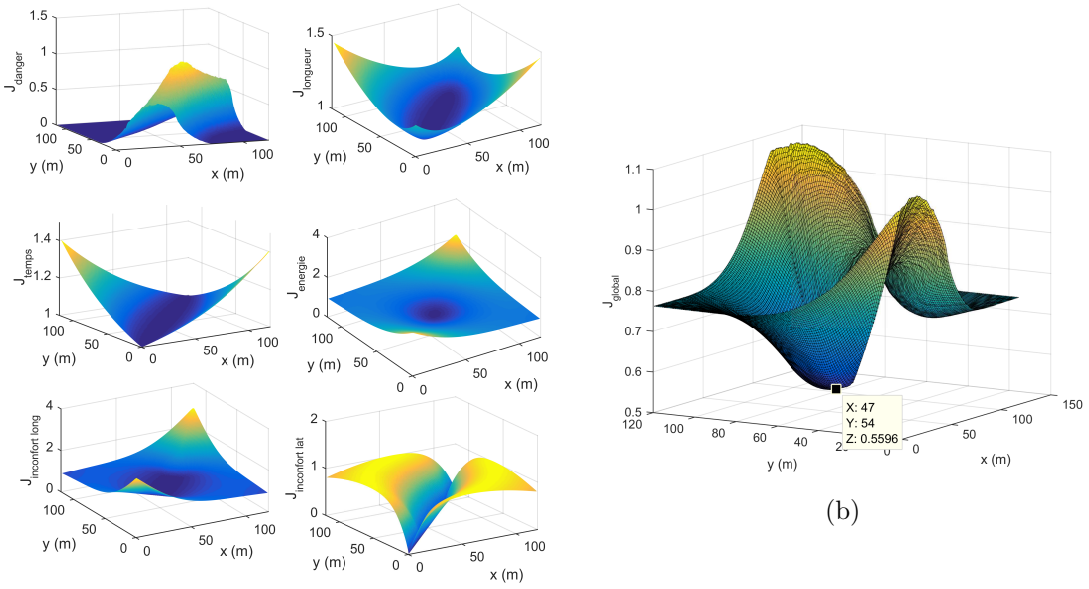
FIGURE 3.19 – Cartographie du critère global selon la formule (3.15), avec des critères normalisés de façon idéale, avec les pondérations du Tableau 3.6, et un obstacle décalé en $(70, 50)$

La cartographie permet donc, au-delà de la visualisation, d'estimer les coefficients de pondérations qui sont nécessaires dans la suite de l'étude, pour donner plus d'importance à

certains critères. Elle permet également de confirmer que le critère de danger est à mettre à part, puisqu'il n'est pas négociable. Enfin, elle permet de confirmer la présence dans le critère de nombreux minima locaux, qui peuvent être évités par la méthode choisie.

Cependant, comme cela a été évoqué auparavant, la cartographie possède plusieurs limites. Pour la réaliser, seules les variables spatiales ont été considérées, les variables temporelles étant calculées en fonction. Cela ne reflète donc pas la diversité des solutions que peut trouver l'algorithme, ou les compromis à faire. Les solutions potentielles sont plus nombreuses que ne le laisse penser la cartographie.

De plus, au-delà de cette réduction opérée sur le nombre de variable, la cartographie est réalisée en normalisant les critères de façon idéale avec la formule donnée en (3.28). Or, dans l'algorithme d'optimisation, seul la formule (3.29) qui utilise les trajectoires de référence peut être utilisée. En partant des mêmes hypothèses de scénario, d'obstacle décalé et de réduction des variables, la cartographie du critère calculé avec cette formule réaliste est donnée en Figure 3.20 (b). Sur la Figure 3.20 (a), il est visible que les limites des critères normalisés ne sont plus parfaitement comprises entre 0 et 1. Dans ce scénario simple, la normalisation proposée fonctionne bien et les différences ne sont pas importantes. Le critère global, sur la Figure 3.20 (b), est différent de celui de la Figure 3.19, notamment dans ses bornes de variations (environ $[0.5, 1.1]$ ici contre $[0.1, 0.5]$ précédemment), mais pas très différents dans sa forme. Cependant, les critères étant tous normalisés de différentes façons, la forme du critère global pourrait être impacté par la normalisation. Celle-ci est donc fondamentale dans la formulation du problème.



(a) (b)

FIGURE 3.20 – (a) Cartographies des critères normalisés de façon réalistes et un obstacle décalé en $(70, 50)$ (b) Cartographie du critère global selon la formule (3.15), avec des critères normalisés de façon réaliste, avec les pondérations du Tableau 3.6 et un obstacle décalé en $(70, 50)$

Enfin, la cartographie a ses limites en ce qu'elle ne prend jusque là pas en compte les pénalités sur le critère de danger, ou contraintes implicites, évoquées en **section 3.2.4**. Or, étant donnée que les temps sont pris pour des segments de droite parcourus à vitesse limite et que la trajectoire générée est composée de splines, donc plus longue que les deux segments, la vitesse limite est forcément dépassée, pour toutes les trajectoires générées. Ces pénalités ne sont donc pas représentables avec les hypothèses proposées, car elles prennent le dessus sur les autres critères.

Une fois la cartographie réalisée et la normalisation effectuée, les différents critères doivent être pondérés pour leur apporter plus ou moins d'importance, ce qui est l'objet de la **section 3.4.2**.

3.4.2 Pondérations des critères

La normalisation des critères permet de leur donner à tous le même ordre de grandeur, de leur faire adopter des valeurs comparables, pour pouvoir les sommer. La pondération, quant à elle, permet de donner plus d'importance à un critère qu'à un autre. Le choix d'un jeu de pondérations est le cœur de la difficulté en optimisation multicritère. En effet, si plusieurs méthodes de résolution d'un problème d'optimisation sont efficaces et également complexes, alors le choix de la méthode n'a pas d'importance pour le résultat obtenu. Au contraire, si plusieurs jeux de pondération permettent d'obtenir un résultat, ce résultat sera différent selon les pondérations. Leur choix est donc fondamental pour définir l'infériorité ou la supériorité d'une solution (voir Fonseca et al. [1993]).

Avec la méthode choisie d'agglomération des critères par une somme pondérée, l'hypothèse est faite qu'il existe une solution unique meilleure que les autres. En réalité, en optimisation, c'est très rarement le cas (voir Mena [2000]). En faisant ce choix, la richesse des solutions possibles est un peu occultée. Cette perte de richesse est bien expliquée dans la thèse de Houam [2013]. Cependant, dans le cas du véhicule, une seule trajectoire doit être choisie et c'est le choix de cette trajectoire qui est expliqué ici. Dans un premier temps les dualités entre les différents critères sont présentées, puis le choix des pondérations pour le critère global.

3.4.2.1 Dualités entre les différents critères

Dans cette partie, l'objectif est d'illustrer et d'expliquer, de façon qualitative les différentes dualités qui existent entre les 5 critères choisis. Comme énoncé précédemment, certains critères ont une nature spatiale, comme le critère de danger en environnement fixe ou le critère de distance. D'autres critères ont une nature temporelle, liée à la consigne, comme le critère énergétique, l'inconfort longitudinal ou le critère de temps. Le critère d'inconfort latéral est un critère mixte, mais sera rattaché aux critères spatiaux dans les schémas, puisque pour une courbe de vitesse stable il dépend surtout de la courbure de la trajectoire.

La présentation des dualités qui est faite dans cette partie est non-exhaustive, d'autant

qu'en séparant les critères en critères spatiaux et temporels, certains phénomènes sont négligés comme par exemple le fait que la longueur de la trajectoire influe sur le temps pour la parcourir ou sur l'énergie nécessaire. En Figure 3.21 (a) sont illustrés les influences des différents critères sur la forme de la trajectoire. Une flèche représente le sens de l'amélioration du critère, donc de sa diminution : trajectoire plus courte (longueur), plus confortable (confort latéral), moins dangereuse (danger).

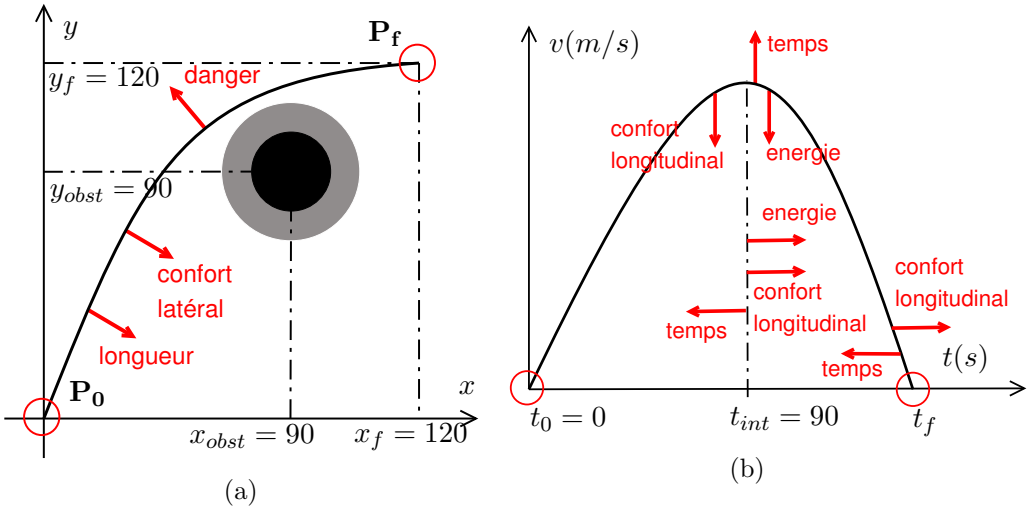


FIGURE 3.21 – (a) schéma des dualités à caractère principalement spatial (b) schéma des dualités à caractère principalement temporel

En Figure 3.21 (b) sont illustrés les influences des différents critères sur la consigne en vitesse appliquée sur la trajectoire. Une flèche représente le sens de l'amélioration du critère, donc de sa diminution : trajectoire plus rapide (temps), moins consommatrice (énergie), plus confortable (confort longitudinal).

Les différentes dualités sont trop nombreuses pour être toutes résumées, cependant les dualités les plus importantes sont évoquées ici. La dualité la plus évidente concerne celle entre le danger de la trajectoire et sa longueur. En effet, quels que soient les obstacles dans l'environnement, la trajectoire la plus courte sera toujours la ligne droite. Cependant, comme montré dans la situation étudiée, la ligne droite coupe parfois un obstacle. Il y a donc une dualité spatiale entre le danger minimum et la longueur minimum. Dans ce cas, le compromis est simple puisqu'il suffit de passer "à la corde" de l'obstacle (trajectoire déjà illustrée en Figure 3.19). Une autre dualité spatiale facilement visible est celle entre le danger de la trajectoire, qui tend à éviter l'obstacle, et le confort latéral qui tend (comme le critère de longueur) à aller tout droit.

En ce qui concerne les dualités d'ordre temporel, le critère de temps de trajectoire tend à la rendre la plus rapide possible, alors que les critères énergétique ou d'inconfort longitudinal tendent à diminuer au maximum l'accélération et donc à allonger le temps de trajectoire. Cette dualité a été étudiée tout particulièrement au **chapitre 2**, où les trajectoires à énergie

minimale donnaient des vitesses de parcourt assez faibles. Les temps t_f et t_{intp} tendent donc à croître pour diminuer l'inconfort et la consommation alors que le critère de temps tend à diminuer t_f et t_{intp}.

A partir des dualités évoquées ici, ainsi que des cartographies réalisées en **section 3.4.1.6**, un choix de pondérations pour le critère peut être réalisé.

3.4.2.2 Choix des pondérations

Lors de l'optimisation, tous ces critères seront agglomérés pour n'en faire plus qu'un et chaque trajectoire est évaluée selon la formule (3.15), après normalisation comme exprimé en **section 3.4.1**, en les ramenant proche de l'intervalle $[0, 1]$. Procéder à une simple sommation des cinq critères signifie qu'autant d'importance est accordée à chacun. Or certains critères sont plus importants que d'autres. En effet, une trajectoire excessivement dangereuse, quelle que soit sa longueur ou son confort ne peut être admise pour un véhicule autonome. Ou encore, une trajectoire trop longue en termes de distance ou en termes de temps, quelle que soit sa consommation énergétique, ne saurait être admise.

Deux méthodologies de choix peuvent être mises en place :

— une méthodologie orientée constructeur et scénario, par le choix d'un jeu de pondération adapté à chaque scénario, de sorte que c'est le constructeur qui oriente la meilleure trajectoire.

— une méthodologie orientée conducteur/passager, par le choix d'un jeu de pondération adapté au désir du passager, comme sur un récepteur GPS, de sorte que le passager choisit son type de trajectoire : courte, rapide, économique, confortable.

C'est la seconde méthode qui est adoptée ici, et cinq modes sont donc définis, un mode *court*, un mode *rapide*, un mode *économique*, un mode *confort* et un mode *équilibré*. En plus de ces modes, certaines règles de base aident au choix des coefficients de pondération. En effet, d'après Houam [2013], la somme des coefficients de pondération doit toujours être égale à 1 :

$$\sum_i \alpha_i = 1, \alpha_i \in [0, 1]. \tag{3.35}$$

De plus, comme vu dans la **section 3.4.1.6** sur les cartographies, le critère de danger doit toujours être plus important que les autres : il n'est pas admissible que la trajectoire choisie soit dangereuse. Il est alors choisi que :

$$\alpha_{danger} \geq 0.3. \tag{3.36}$$

Enfin, comme le critère énergétique et le critère d'inconfort longitudinal semblent être très proches dans leur effet, une importance similaire sera donnée au critère énergétique et au critère d'inconfort global, qui contient le latéral et le longitudinal. Autrement dit, peu d'importance sera accordée au critère d'inconfort longitudinal.

Les valeurs des coefficients choisis pour les différents modes sont données dans le Tableau 3.7.

Mode	α_{danger}	$\alpha_{longueur}$	α_{temps}	$\alpha_{energie}$	$\alpha_{inconfort}$
Court	0.3	0.4	0.1	0.1	0.1
Rapide	0.3	0.1	0.4	0.1	0.1
Economique	0.3	0.1	0.1	0.4	0.1
Confortable	0.3	0.1	0.1	0.1	0.4
Équilibré	0.3	0.175	0.175	0.175	0.175

TABLEAU 3.7 – Coefficients de pondération pour le critère global, correspondant à l'équation (3.15)

3.4.3 Choix de n_{opt}

Le nombre de points intermédiaires n_{opt} est un paramètre fondamental de la méthode proposée. Comme dit en **section 3.2.2**, l'ajout d'un seul point intermédiaire implique l'ajout de trois variables d'optimisation supplémentaires : deux variables de position et un temps.

Le nombre de points n_{opt} dépend fortement de l'environnement. Dans cette étude et dans les tests proposés dans la suite, le nombre de points intermédiaires est déterminé de façon empirique, après des tests sur chaque scénario. Il est évident que le nombre de points intermédiaires dépend de la structure de l'environnement. Pour un environnement très complexe, le nombre de points nécessaire est plus important que pour un environnement simple. A titre d'exemple, pour le scénario 1 ou 4, un seul point intermédiaire est nécessaire, là où pour le scénario 3, au moins 2 points et au plus 3 points sont nécessaires. Le nombre de points nécessaire dépend aussi du nombre de virages entre le point de départ et le point d'arrivée, par exemple pour le scénario 7 qui comporte de nombreux véhicules, un seul point est suffisant car l'EGV va en ligne droite. Au contraire, pour le scénario 8 qui comporte moins d'obstacles, deux points sont suffisants.

n_{opt} ne peut pas dépendre seulement du nombre d'obstacles, pas plus que n_{opt} ne peut dépendre seulement du nombre de virages, dans le cas d'un environnement routier. Dans ce dernier cas, il est possible de raisonner en termes de nombre de manœuvres à effectuer. Pour prendre un virage, il faut braquer dans un sens, puis braquer dans l'autre et donc deux manœuvres sont nécessaires. Pour doubler sur autoroute, comme les braquages sont faibles, il est envisageable de considérer deux manœuvres seulement : une manœuvre pour se mettre sur la voie de gauche et une manœuvre pour se rabattre. Dans le cas d'une ligne droite avec obstacles, seule une manœuvre de freinage potentiel est nécessaire, donc un seul point. Cette méthode semble logique, mais est très délicate à mettre en place, notamment pour ce qui est de l'estimation du nombre de manœuvres.

Enfin, dans une situation avec des obstacles ronds, comme le scénario 3, une méthode plus intéressante peut être mise en place : les diagrammes de Voronoï, cités au **chapitre 2**, permettent d'obtenir rapidement un graph de l'environnement et notamment des points dans

les zones libres de l'environnement. En faisant une recherche rapide du chemin comportant le moins de ces points, du départ à l'arrivée, il est possible d'obtenir une estimation rapide du nombre de points intermédiaires nécessaires. Cette recherche est illustrée en Figure 3.22 (a), pour le scénario 3 avec lequel cela fonctionne très bien. Cependant, pour des obstacles de trop grande taille, comme dans les scénario 6 et 7 présentés en Figures 3.22 (b) et 3.22 (c), la méthode ne fonctionne pas bien car des nœuds du diagramme de Voronoï sont situés sur des obstacles.

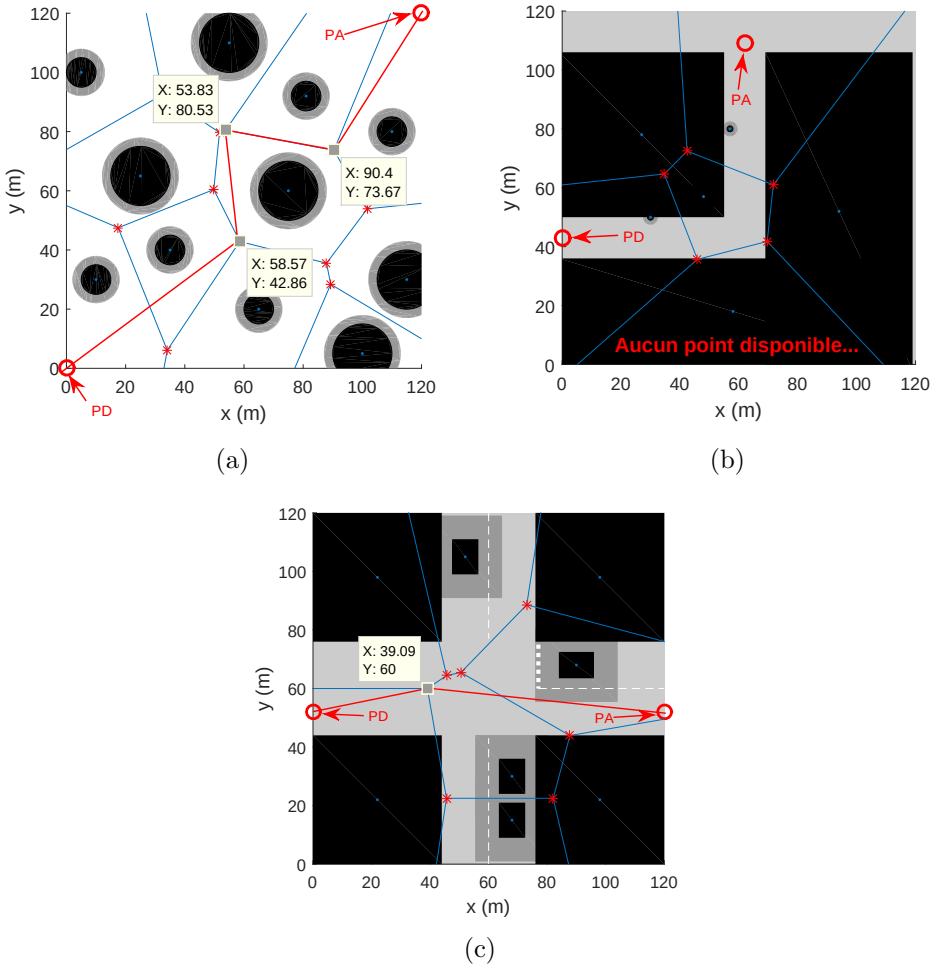


FIGURE 3.22 – Utilisation des diagrammes de Voronoï pour aider au choix de n_{opt}

En résumé, le choix de n_{opt} est crucial, mais compliqué. Dans le cas d'un scénario structuré, de type routier, il est préférable de se baser sur une estimation du nombre de manœuvres, même si celle-ci est difficile à réaliser, et donc à terme sur un renforcement par apprentissage. Sur un scénario de type drone, comme le scénario 3, il est possible d'utiliser une méthode comme les diagrammes de Voronoï pour estimer rapidement le nombre de points intermédiaires nécessaires, en passant par un graph. Cependant, cette méthode, bien que rigoureuse, n'est pas applicable aux environnement qui comportent de trop gros obstacles, et risque de

surévaluer le nombre de points nécessaires, car elle relie ces points par des segments.

Dans la suite des tests, les valeurs choisies seront les valeurs trouvées de façon empirique, résumées dans le Tableau 3.8.

Scenario	1	2	3	4	5	6	7	8	9
n_{opt}	1	1	3	1	1	3	1	2	4

TABLEAU 3.8 – Nombre de points intermédiaires n_{opt} choisis de façon empirique pour chacun des scénarios

3.4.4 Choix de n_{intp}

En traitement du signal, il est considéré qu'un signal est suffisamment échantillonné si la fréquence d'échantillonnage est au moins deux fois supérieure à la fréquence maximale du signal (théorème de Shannon). C'est équivalent à dire que la période d'échantillonnage est égale au plus à la moitié de la période minimale du signal. Par analogie, il est considéré que la période minimale du signal dans cette étude est le pas d'observation, à savoir $1m$, puisque l'environnement mesure $120m \times 120m$. La valeur de n_{intp}, le nombre de points qui composent la trajectoire interpolée, est donc choisie autour de $240 = 2 \times 120$. Pour plus de précision, il serait mieux de prendre une valeur plus grande pour n_{intp}, mais il sera montré en **section 3.5** que ce paramètre a une énorme influence sur le temps de calcul de la trajectoire.

Ainsi, le nombre total de points sur la trajectoire interpolée est donné, mais pas le nombre de points par tronçon. Trois cas ont été étudiés pour le nombre de points par tronçon.

— D'abord, une répartition uniforme des points est considérée, c'est à dire que chaque tronçon comporte le même nombre de points (arrondi à l'unité en fonction de n_{intp}). C'est une répartition simple, mais qui pose un problème dans le cas où les points intermédiaires sont éloignés. En effet, lorsque les points sont éloignés, si le nombre de points d'interpolation reste le même, alors ils sont espacés, ce qui crée des espaces entre les points et donc possiblement des obstacles ignorés dans le calcul du danger.

— Ensuite, une répartition dépendant de la taille temporelle du tronçon est considérée, à savoir sur T^n :

$$n^n_{intp} = n_{intp}.\lfloor \frac{t_n - t_{n-1}}{t_f - t_0} \rfloor. \tag{3.37}$$

Cette répartition est meilleure en termes de densité temporelle de points sur un tronçon, c'est également la seule qui permet de vérifier l'hypothèse effectuée sur le calcul discret du critère énergétique (voir **section 3.2.3**). Cependant, comme cette répartition s'appuie sur la dimension temporelle et non la dimension spatiale, elle implique que les tronçons parcourus à grande vitesse auront une densité spatiale de points plus faible que les tronçons parcourus à faible vitesse. De plus, elle est plus complexe en termes de calcul.

— Enfin, une répartition dépendant de la taille spatiale du tronçon est considérée, à savoir sur T^n :

$$n_{intp}^n = n_{intp} \cdot \lfloor \sqrt{\frac{(x_n - x_{n-1})^2 + (y_n - y_{n-1})^2}{(x_f - x_0)^2 + (y_f - y_0)^2}} \rfloor. \tag{3.38}$$

Cette répartition n'est finalement pas faisable, car la somme des distances parcourues sur chaque tronçon n'est pas égale à la distance entre le départ et l'arrivée. Par cette technique, le nombre de points total est non seulement différent de n_{intp}, mais également différent pour chaque trajectoire considérée, ce qui n'est pas acceptable pour les comparer. L'étude pourrait être étendue pour pouvoir utiliser un n_{intp} variable qui serait calculé par tronçon, pour assurer la densité de points, mais cette option n'a pas été traité ici.

La méthode proposée possède l'avantage d'être très complète en termes de possibilités, puisqu'elle permet d'optimiser le chemin, la vitesse, l'accélération de façon conjointe. Elle offre de grandes possibilités en termes de scénario traités, de critères pris en compte et d'utilisation des souhaits des utilisateurs du véhicule. Cependant, elle nécessite un équilibre difficile entre le temps de calcul et la précision, qui sont modulés principalement par les paramètres n_{opt} et n_{intp}. Des valeurs ont été proposées pour ces deux paramètres et des tests sont effectués dans la section suivante en utilisant ces valeurs. De plus, des tests d'autres paramètres propres à l'algorithme génétique sont testés.

3.5 Simulations sur scénarios

L'EGV peut rencontrer différents obstacles sur son chemin : les bords de route, voitures, ou vélos sont représentés par des obstacles rectangulaires, alors que les piétons et autres obstacles seront représentés par des cercles. Sur les différentes figures, les obstacles eux-mêmes seront représentés en noir et les *zones de danger* les entourant en gris. Ces zones sont représentées en rouge lorsque l'EGV les touche.

Dans le chapitre précédent, la méthode a été validée et les résultats obtenus ont été rendus reproductibles. Dans cette section, une série de tests simples sera effectuée pour valider les différentes analyses proposées dans la section précédente. En **section 3.5.1**, certains paramètres de l'algorithme génétique sont testés sur une fonction coût parfaitement connue, de façon à étudier leur influence. Dans les **sections 3.5.2** à **3.5.10**, les différents scénarios présentés en 3.2.1 sont testés, chacun ayant un intérêt particulier (voir sous-section 3.2.1).

3.5.1 Réglages sur une fonction coût en 2D

L'algorithme génétique est réglable par des paramètres, dont certains sont donnés dans le Tableau 3.3 en **section 3.3**. Les performances de l'algorithme sont représentées par deux résultats :

— *la fiabilité de l'algorithme*, c'est à dire sa capacité à obtenir le bon résultat ; il est également possible d'étudier l'influence d'un temps de calcul limité sur la fiabilité ;

— *la rapidité de l'algorithme*, c'est à dire le temps nécessaire pour obtenir le maximum de précision.

Dans les tests suivants, les valeurs des paramètres par défaut des Tableaux 3.3 et 3.4 sont utilisées, sauf indication contraire. La fonction coût utilisée, comportant deux variables et illustrée en Figure 3.23, a été créée avec un minimum global connu et de nombreux minima locaux.

La fonction donnée est sans rapport avec les critères, elle sert à tester l'évolution du temps de calcul et de la fiabilité. C'est donc plus la forme des courbes d'évolution que leurs valeurs qui est intéressante.

3.5.1.1 Influence de la taille de la population $popSize$

Sur la Figure 3.24 (a), le paramètre de taille de population $popSize$ varie de 4 à 400, l'optimisation étant réalisée pour un temps limité entre $0.1s$ et $1s$. Pour chaque valeur de $popSize$, une moyenne est faite sur 100 tests pour avoir une valeur moyenne du temps de calcul et de l'efficacité pour chaque valeur. Pour les temps suffisamment élevés, pour $popSize = 100$ individus, un taux de succès autour de 90% est obtenu. Pour obtenir un taux de succès plus important, il faut atteindre une population supérieure à 200, c'est-à-dire supérieure à $100n_{var}$, ce qui est supérieur à la valeur de 50 conseillée par l'algorithme.

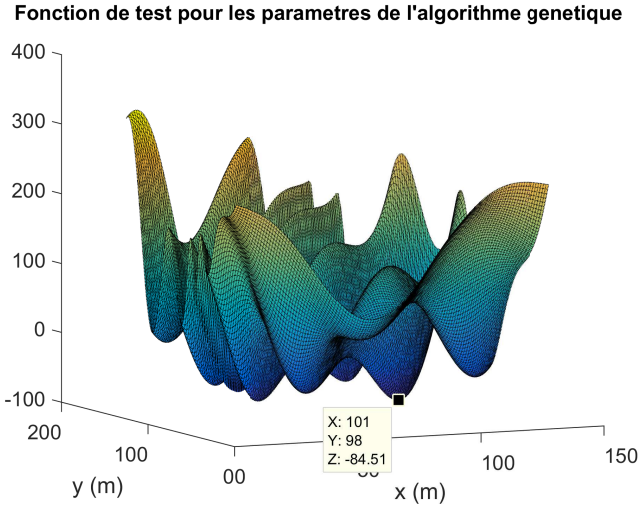
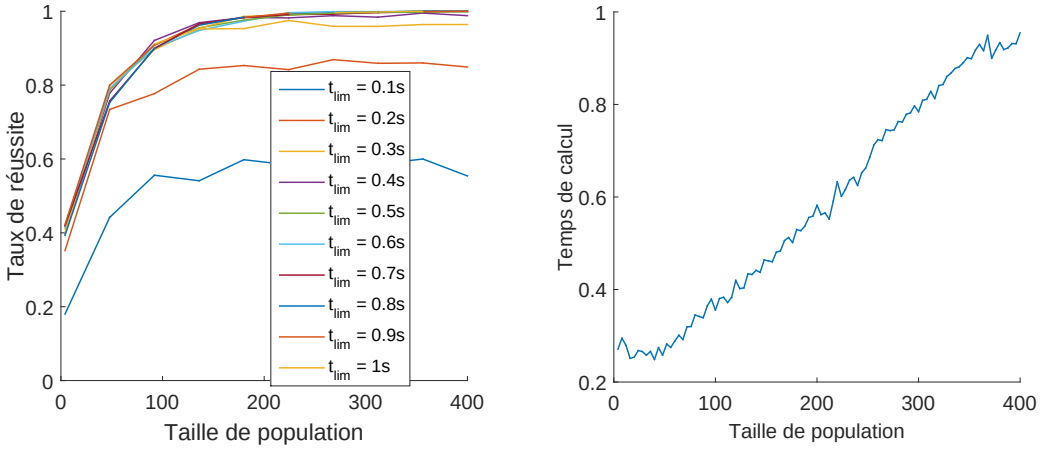


FIGURE 3.23 – Allure de la fonction testée



(a) (b)

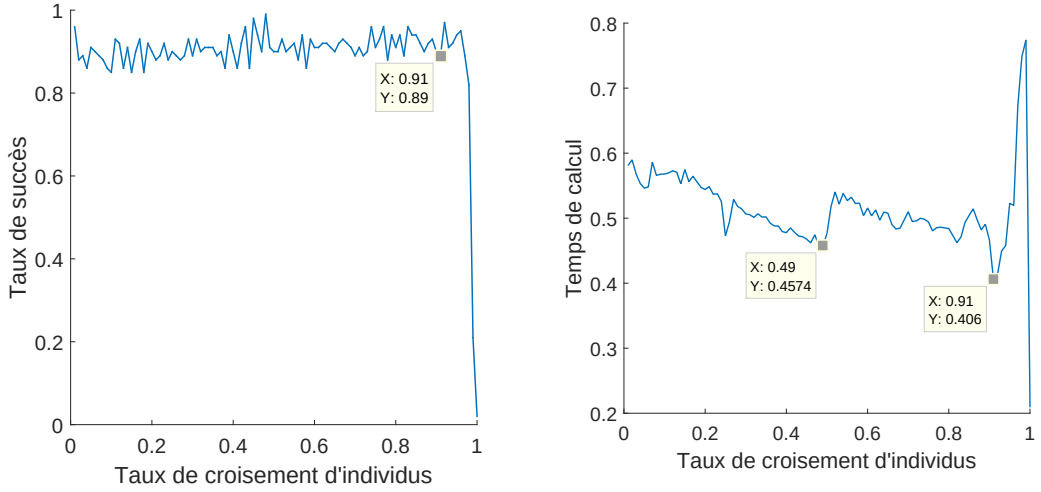
FIGURE 3.24 – (a) Évolution du taux de succès de l'algorithme pour une taille de population allant de 4 à 400 individus (b) Évolution du temps de calcul nécessaire pour atteindre le minimum global

La Figure 3.24 (b) représente le test de l'influence de la taille de la population sur le temps nécessaire à calculer le minimum de la $fitnessfunction$. Le temps évolue de façon linéaire en fonction de la taille de la population. Il est important de réaliser le même test avec une ou plusieurs variables supplémentaires de manière à voir si l'évolution a la même forme. La population de 100 sera conservée dans les deux sections suivantes pour gagner en temps de calcul.

3.5.1.2 Influence de la fraction d'individus croisés $crossFrac$

L'influence du ratio croisement/mutation est testée dans cette section. 100 valeurs de $crossFrac$, de 0.01 à 1 sont testées. Ce chiffre représente la proportion d'individus croisés,

les autres sont donc mutés ou transmis tels quels (voir *eliteCount*). Pour chaque valeur de *crossFrac*, une moyenne est faite sur 100 résultats.



(a) (b)

FIGURE 3.25 – (a) Évolution du taux de succès de l'algorithme pour une fraction d'individus croisés variant de 0.1 à 1 (b) Évolution du temps de calcul nécessaire pour atteindre le minimum global

Sur la Figure 3.25 (a), le taux de succès est quasiment constant quelle que soit la proportion d'individus mutés, pour la fonction coût étudiée. Il semble cependant nécessaire de prendre au plus 90% d'individus croisés, au-delà le taux de succès diminue. En effet, il y a des minima locaux dans la fonction choisie, et ces minima sont de plus en plus difficiles à éviter quand trop peu d'individus sont mutés.

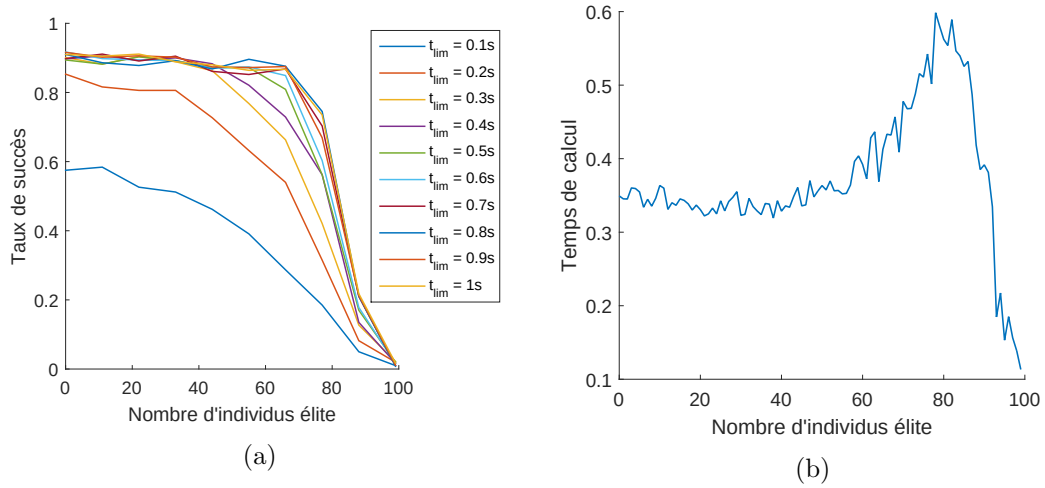
Le temps de calcul, observé sur la Figure 3.25 (b), diminue quand la proportion d'individus croisés augmente : résultat logique, puisque les sauts aléatoires augmentent avec le nombre d'individus mutés, en diminuant légèrement la vitesse de convergence. Il n'est pas possible de prendre une proportion de croisement supérieure à 95%. Or si les valeurs de proportion de croisement supérieures à 0.95 sont éliminées, le temps de calcul minimum est obtenu pour 91% d'individus croisés. La valeur par défaut étant de 80%, une valeur entre 80% et 90% semble intéressante pour la suite.

3.5.1.3 Influence du nombre d'individus élites *eliteCount*

L'influence du nombre d'individus "élites" est testé. Ce sont les individus qui sont reproduits à l'identique d'une génération à la suivante. 100 valeurs de *eliteCount*, de 0 à 99, sont testées. Pour chaque valeur de *eliteCount*, une moyenne sur 100 résultats est faite.

La comparaison du taux de succès en fonction des différents temps limités est observable sur la Figure 3.26 (a). Le taux de succès avoisine les 90% de réussite pour des limites de temps suffisamment élevées, comme précédemment, et diminue si trop d'individus élites sont ajoutés de la génération précédente. En effet, si trop d'individus élites sont ajoutés, la population

est moins diversifiée et trop de représentants des minima locaux sont conservés. Le temps de calcul peut être observé sur la Figure 3.26 (b). Un pic important de temps de calcul est observé pour une proportion d'élites entre 60 et 90%. En dessous, l'effet du nombre d'élites sur le temps de calcul de l'algorithme est plutôt faible. Au vu des courbes, une valeur *eliteCount* autour de 10 est un bon choix, la valeur par défaut étant 5. Pour plus de 90% d'individus élites, la population et donc le critère évolue tellement peu que l'algorithme considère très rapidement qu'il a trouvé une solution, d'où une chute drastique du temps de calcul.



(a) (b)

FIGURE 3.26 – (a) Évolution du taux de succès de l'algorithme pour un nombre d'individus élite variant de 0 à 99 (b) Évolution du temps de calcul nécessaire pour atteindre le minimum global

3.5.1.4 Paramètres choisis

Les paramètres de l'algorithme mis en place sont assez nombreux et, de fait, difficiles à régler. Dans le tableau 3.9 les paramètres utilisés et leurs valeurs sont données.

$popSize$	$crossFrac$	$eliteCount$	$tolFun$	$nbGen$	t_{lim}
200	0.8	10	10^{-6}	1000	300

TABLEAU 3.9 – Paramètres choisis pour les tests suivants

3.5.2 Tests du scénario 1 : obstacle simple statique

Les dualités entre les différents critères évoquées en **section 3.4.2** sont testées dans cette section. A chaque sous-section, l'équilibre entre deux critères est testé, en utilisant le scénario 1, avec un obstacle rond fixe situé en $(70, 50)$. Dans cette section sont testées les affirmations de la **section 3.4** sur l'analyse de la méthode, ainsi que quelques tests proposés lors de la définition des scénarios en **section 3.2.1**. Par exemple, les dualités entre critères seront illustrées, ainsi que l'impact de n_{opt} et de n_{intp}, ou encore l'ajout de connaissance *a priori*.

3.5.2.1 Observation des dualités entre critères

3.5.2.1.1 Dualité danger-longueur Pour un premier test d'optimisation, les critères spatiaux que sont $J_{longueur}$ et J_{danger} sont testés. Cette dualité est la plus facile à observer car les deux critères ne dépendent que des variables spatiales et donc le critère est représentable en deux dimensions. Le critère utilisé ici est donc :

$$J_{global1} = 0.6J_{danger} + 0.4J_{longueur} \tag{3.39}$$

9 trajectoires générées par l'algorithme génétique avec ce critère sont représentées sur la Figure 3.27 (a).

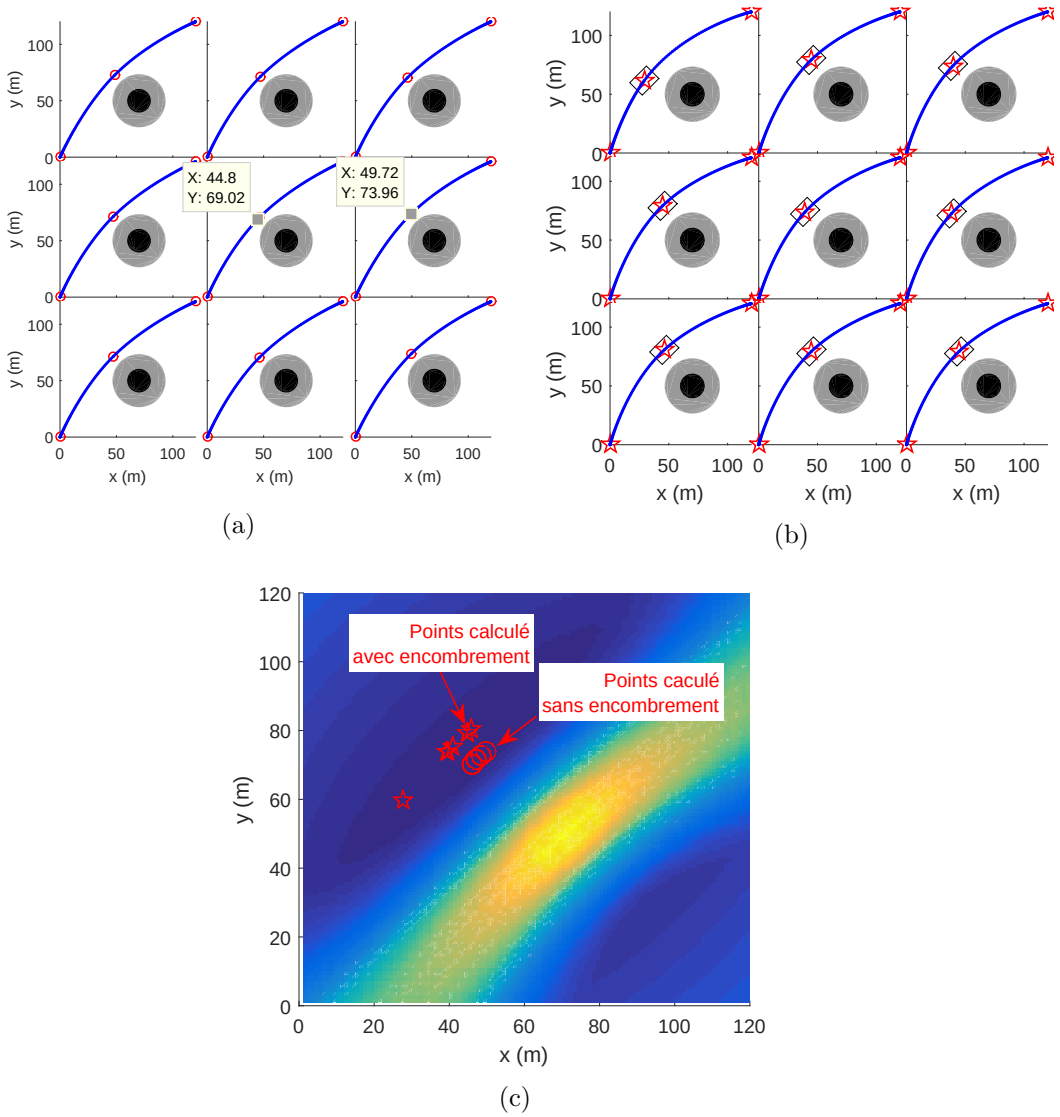


FIGURE 3.27 – 9 résultats obtenus par l'algorithme génétique pour un critère mixte longueur-danger avec $\alpha_{danger} = 0.6$ et $\alpha_{longueur} = 0.4$ (a) sans prise en compte de l'encombrement du véhicule (b) avec prise en compte de l'encombrement du véhicule (c) superposition des points optimaux trouvés sur le lieu du critère, les cercles correspondent à (a) et les étoiles à (b)

Toutes les trajectoires trouvées sont de longueur minimum en évitant le danger. Cependant, les points intermédiaires sont à des endroits différents pour les différentes réalisations. Cela signifie donc que la somme des deux critères choisis ne possède pas un minimum, mais une vallée de minima, ce qui est visible en Figure 3.27 (b) avec les points rouges.

Enfin, en Figure 3.27 (c), 9 nouvelles trajectoires sont générées en ajoutant la prise en compte de l'encombrement du véhicule. Dans ce dernier cas, les valeurs de critère optimal obtenues sont comprises dans l'intervalle $[0.4204, 0.4208]$, ce qui donne une différence de :

$$\Delta J_{global1} = 100\frac{0.4208 - 0.4204}{0.4208} = 0.114\% \tag{3.40}$$

entre les deux valeurs extrêmes. Cette différence est faible ce qui justifie l'expression de "vallée de minima".

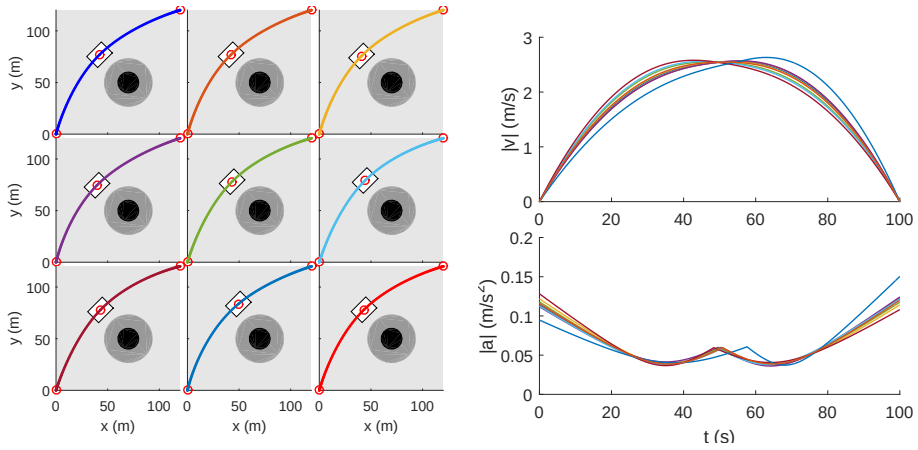
Il est important de noter également un autre élément : pour chacune de ces neuf trajectoires, la trajectoire ne passe pas à la corde de l'obstacle, ce qui semble pourtant être un optimum logique. En effet, la logique voudrait que la trajectoire soit juste tangente à l'obstacle, pour avoir un optimum longueur/danger, or elle passe un peu plus loin. Cela s'explique par la représentation choisie pour l'obstacle : une zone de danger est délimitée artificiellement en utilisant un seuil de danger acceptable, mais en réalité la zone de potentiel non nul est continue, et donc la trajectoire peut passer plus loin que prévu par la zone de danger, selon les choix de pondération.

Enfin, l'ajout de l'encombrement du véhicule fait passer le temps de calcul moyen d'une trajectoire de $t_{calc} = 110$s à $t_{calc} = 243$s, soit deux fois plus. C'est une différence non négligeable, d'autant qu'un seul point intermédiaire est calculé ici. La solution la plus communément adoptée par la littérature est l'augmentation artificielle de la taille des obstacles pour leur ajouter la taille du véhicule. Cela pose le problème que le véhicule est un rectangle avec deux dimensions principales, et qu'il n'est pas trivial de choisir laquelle est utilisée pour augmenter l'obstacle, d'autant que la diagonale est plus longue que ces deux dimensions principales. Ces longueurs seront appelées "largeur" et "longueur" dans la suite. Pour un point intermédiaire supplémentaire, donc trois variables d'optimisation supplémentaires, le temps de calcul moyen passe à $t_{calc} = 267$s au lieu de $t_{calc} = 243$s, ce qui n'est pas une différence énorme mais confirme l'affirmation de la **section 3.4** sur l'importance du choix de n_{opt}.

Les temps de parcours pour ces différentes trajectoires varient, quant à eux, de $20s$ à $80s$ ce qui confirme qu'ils n'influent pas sur les deux critères considérés.

3.5.2.1.2 Dualité danger-confort Comme vu dans la **section 3.4.2**, le critère d'inconfort latéral et celui de danger sont contradictoires dans le cas du scénario 1. Le critère de danger tend à éloigner la trajectoire de l'obstacle, jusqu'à ce qu'elle ne le touche plus. Le critère d'inconfort latéral de la trajectoire tend à la ramener vers la ligne droite, qui traverse l'obstacle. Le confort latéral étant calculé à partir du jerk transversal à la trajectoire, il comprend également une dimension temporelle. En effet, si le jerk est très faible sur la trajectoire,

alors celle-ci sera confortable, même si elle est courbée. Le critère de danger étant considéré comme plus important que celui d'inconfort latéral, les trajectoires doivent être des courbes qui évitent l'obstacle, avec un temps t_f plutôt faible, car le confort impose des vitesses et accélérations faibles.



(a) (b)

FIGURE 3.28 – (a) 9 trajectoires obtenues pour un critère danger + inconfort (b) Normes de vitesse et d'accélération correspondantes

Les trajectoires données en Figure 3.28 avec les consignes en vitesse et en accélération associées, sont obtenues pour le critère :

$$J_{global2} = 0.6J_{danger} + 0.4J_{inconfort}. \tag{3.41}$$

Les trajectoires obtenues contournent l'obstacle, comme prévu, avec un temps de parcours long, visible sur la Figure 3.28 (b). Ce temps de parcours est proche du maximum arbitraire de $100s$ autorisé pour la variable t_f. L'algorithme obtient donc une trajectoire d'évitement, par respect du critère de danger, la plus lente possible, par respect du critère d'inconfort. Pour minimiser le critère d'inconfort, il faudrait aller tout droit, ce que le critère de danger ne permet pas. Pour contrebalancer ce temps de parcours très long, il faut ajouter le critère de temps de parcours, ce qui est évoqué ci-dessous.

Pour ces tests, la valeur moyenne de $J_{global2}$ obtenue est : $J_{global2} = 6.47e-4$.

3.5.2.1.3 Dualité temps-consommation De même, le critère de temps et celui de coût énergétique de la trajectoire sont duals. Le critère de temps accélère la trajectoire, alors que le critère de coût énergétique cherche à la ralentir. La dualité temps-énergie est largement illustrée au **chapitre 2**, **section 2.4.1**, où l'influence du temps de parcours sur le critère énergétique était étudié. Dans ce chapitre, où les deux sont optimisés conjointement, le choix est effectué grâce à la pondération des deux critères. Si les trajectoires obtenues à la fin sont trop lentes, il s'agira d'augmenter la pondération du critère temporel, sinon, celle du critère énergétique.

3.5.2.1.4 Bilan sur les dualités Finalement, le critère de danger est essentiel pour éviter l'obstacle et il est important de lui maintenir une pondération plus forte que les autres. L'étude des dualités temporelles a confirmé que les coefficients de pondérations exercent une influence importante sur le temps de parcours, et il est important de régler correctement ces temps de pondération. Pour améliorer ce critère de temps, il est possible de le rendre moins linéaire, en pénalisant les temps trop important.

Il est important de noter que la plupart des critères utilisés seuls ne permettent pas d'obtenir une trajectoire acceptable. Typiquement, le critère de danger seul ne suffit pas, il doit être compensé par le critère de longueur pour obtenir une trajectoire spatialement acceptable. Ces deux critères ne suffisent pas pour obtenir une consigne acceptable, ils doivent être accompagnés du critère de temps, et éventuellement d'une contrainte en vitesse.

3.5.2.2 Tests des principaux paramètres de GA

Le paramètre de taille de population, $popSize$, a une influence importante sur le résultat du critère. En effet, une population de grande taille permet d'explorer une partie beaucoup plus grande de l'espace, mais augmente également le temps de calcul de façon importante. A l'inverse, une population de petite taille permet de diminuer le temps de calcul, mais augmente le risque de tomber sur un minimum local. En augmentant la taille de la population de 200 à 300, l'amélioration des résultats est flagrante : le taux de réussite passe de 0.987 à 1.

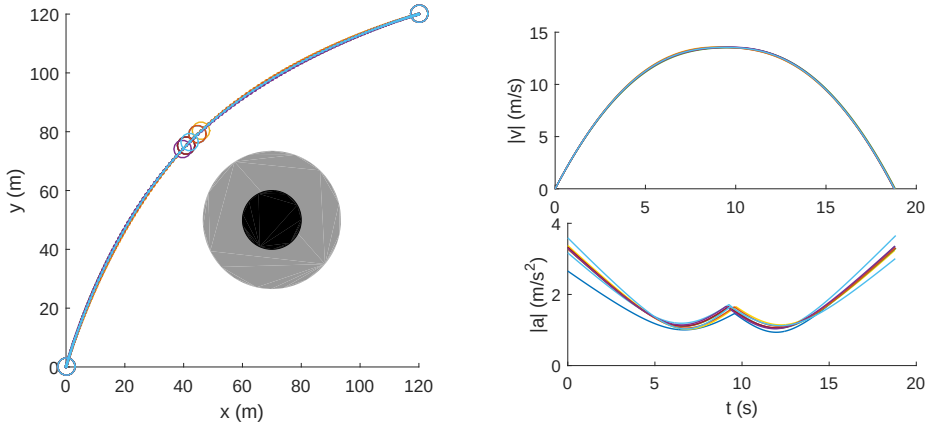
Sur 1000 tests pour la population de 200, environ 1% d'échec sont à déplorer. Une trajectoire non acceptable est une trajectoire qui passe visiblement trop loin de l'obstacle, ou dont les temps de parcours sont beaucoup trop élevés.

Le dernier paramètre étudié dans ces premiers tests est celui du nombre de points utilisés pour la génération de trajectoire, n_{intp}. Ce paramètre, dont l'influence sur la valeur des critères a été étudiée à la sous-section 3.4.4, a également une très forte influence sur le temps de calcul. En passant de $n_{intp} = 300$ à 150, tout autre paramètre égal, le temps de calcul passe de $1000s$ environ à $300s$, ce qui permet d'équilibrer l'augmentation de la taille de population. A terme, ce paramètre pourrait être variable, s'adaptant à la longueur de la trajectoire, comme décrit dans la sous-section 3.4.4, permettant d'avoir une densité de points constante quelle que soit la trajectoire.

Des tests sont effectués en temps limités et les résultats sont mitigés : plus le temps limité est restrictif et plus la dispersion des résultats est importante. Pour tous les temps limites, une quantité importante de solutions se trouvent dans le voisinage du minimum global, mais quelques solutions se trouvent sur les minimas locaux. Plus le temps limité est large, plus les solutions sont centrées autour du minimum global. L'évolution du temps de calcul en fonction de la fraction d'individu croisé ou du nombre d'individus élites a été testée en **section 3.5.1** et ne sera pas redonnée ici. Les valeurs conservées sont données en annexe A.

3.5.2.3 Trajectoires avec tous les critères

Une fois les critères testés deux par deux, quelques tests prenant en compte l'ensemble des critères pour le mode Équilibré sont présentés. Sur la Figure 3.29 quelques unes des trajectoires obtenues peuvent être observées avec les consignes en vitesse associées.



(a) (b)

FIGURE 3.29 – (a) 9 trajectoires obtenues en prenant en compte tous les critères (b) Normes de la vitesse et de l'accélération correspondantes

Une légère dispersion est visible entre les différentes trajectoires et les temps de parcours peut-être observée. Certaines trajectoires prennent plus de temps que d'autres et certaines passent plus loin de l'obstacle que d'autres. Cependant, le scénario 1 étant très simple, avec un seul obstacle, le véhicule dispose d'énormément de liberté pour se déplacer, expliquant la présence de minima divers dans l'environnement. La dispersion du critère est telle que :

$$\Delta J_{global} = 100\frac{\max J_{global} - \min J_{global}}{\max J_{global}} = 0.028\%, \tag{3.42}$$

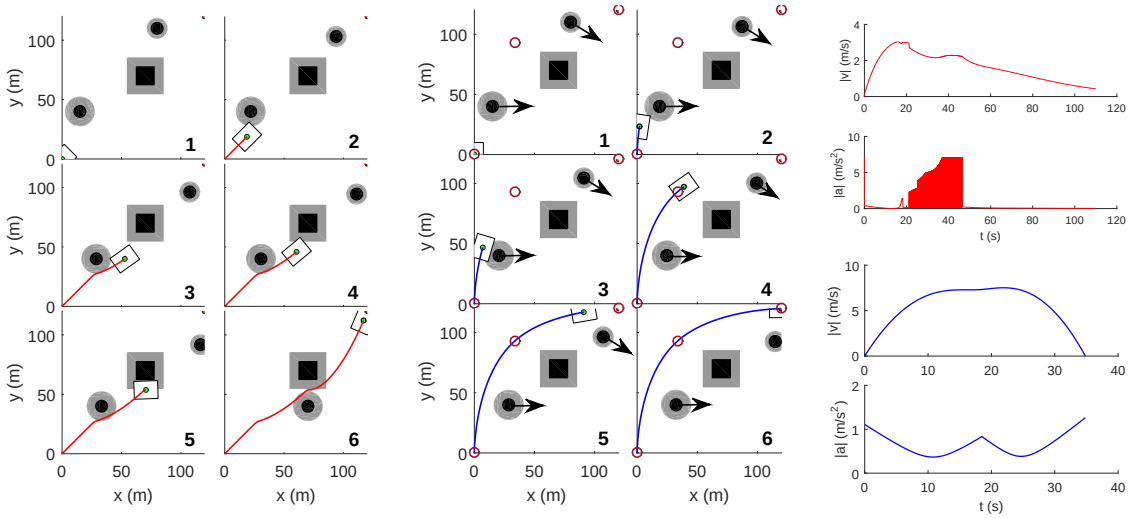
ce qui représente une dispersion absolument négligeable. Dans un environnement plus encombré, par exemple un environnement routier, cette dispersion serait normalement encore moins significative du fait des obstacles plus nombreux et de la structure. Le fait de prendre en compte tous les critères demande un effort supplémentaire à l'algorithme, puisque le temps de calcul passe de $240s$ pour un critère composé du danger et de la longueur à $320s$ en moyenne pour le critère global complet, pour le mode équilibré.

3.5.3 Tests du scénario 2 : 3 obstacles

3.5.3.1 Comparaison avec Poty et al. [2004]

Dans l'article Poty et al. [2004], Alexandre Poty propose une modification de la méthode des potentiels qui permet notamment de calculer une trajectoire en temps réel au milieu d'obstacles mobiles. Pour cela, il utilise le scénario 2 présenté en **section 3.2.1**, avec deux obstacles mobiles. Les vitesses des obstacles sont modifiées pour mieux correspondre aux

temps de parcours considérés. La méthode présentée dans ce chapitre n'a pas vocation à calculer une trajectoire en temps réel comme dans l'article cité. Cependant, la trajectoire obtenue en temps réel dans le dit article est comparée ici à la trajectoire optimale qu'il faudrait suivre. La différence entre les deux chemins est visible en Figure 3.30 (a). Les consignes obtenues avec les deux méthodes ne sont pas comparées, car la méthode développée par Poty et al. [2004] n'a pas vocation à générer une consigne mais seulement un chemin. Seule la consigne optimale est donnée en Figure 3.30 (b).



(a) (b) (c)

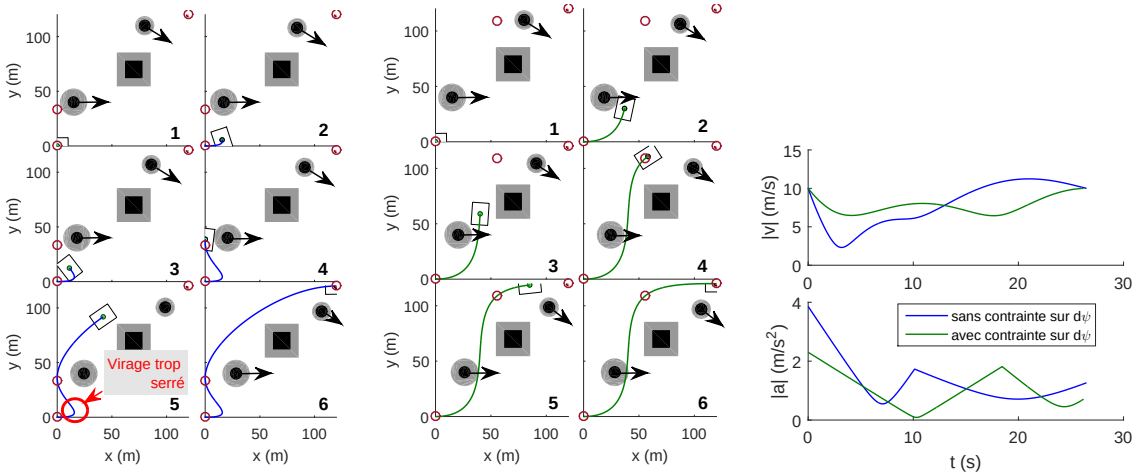
FIGURE 3.30 – Comparaison entre (a) la trajectoire obtenue par Poty et al. [2004] en temps réel et (b) la trajectoire optimale théorique (c) consignes correspondantes

Le chemin obtenu par la méthode de Poty et al. [2004] est visiblement très loin du chemin idéal, qui prend en compte le mouvement des obstacles *a priori*. De plus de fortes oscillations sont observées sur l'accélération. Ces dernières sont dues au fait que le véhicule reste toujours en limite d'application de la force répulsive, qui n'est pas appliquée de façon permanente. Ces oscillations sont tellement rapide qu'elles n'influent pas sur la vitesse. Ce constat est l'une des raisons du développement de la méthode complexe développée au **chapitre 4**, qui permet de guider le véhicule dans le champs de potentiel de façon plus ciblé, en suivant une référence mobile, et non plus une référence fixe qui laisse le véhicule à la merci des forces exercées par les obstacles.

3.5.3.2 Impact de la pénalité sur la dérivée du lacet $\dot{\psi}$

En Figure 3.31 (a), une autre trajectoire optimale est générée en ajoutant les conditions suivantes : $v_x(0) = 10m/s$ et $v_x(f) = 10m/s$. La trajectoire optimale est alors radicalement différente, puisqu'elle passe à gauche de tous les obstacles pour atteindre le point final avec la bonne vitesse, en effectuant même une sorte de demi-tour (entouré en rouge). De plus, ce demi-tour possède probablement un rayon de courbure trop petit. Il est à noter que pour ce test, la contrainte (3.23) sur $\dot{\psi}_{max}$ n'a pas été implémentée. Si cette contrainte est

implémentée, l'algorithme fait alors un autre choix, plus optimal en terme de confort, illustré en Figure 3.31 (b). En (c) les consignes correspondantes sont données.



(a) (b) (c)

FIGURE 3.31 – Comparaison entre (a) la trajectoire obtenue sans contrainte sur $\dot{\psi}$ et (b) avec contrainte sur $\dot{\psi}$; (c) normes de la vitesse et de l'accélération correspondantes

Pour ces deux tests, les valeurs du critère sont respectivement 0.632 et 0.614, signifiant qu'avec la pénalité, l'algorithme est forcé de trouver une solution encore meilleure. De plus, il est intéressant de constater que la trajectoire finalement obtenue est très proche d'une courbe de Bézier (voir sous-section 1.4.3, page 32).

3.5.4 Tests du scénario 3 : multiples obstacles statiques

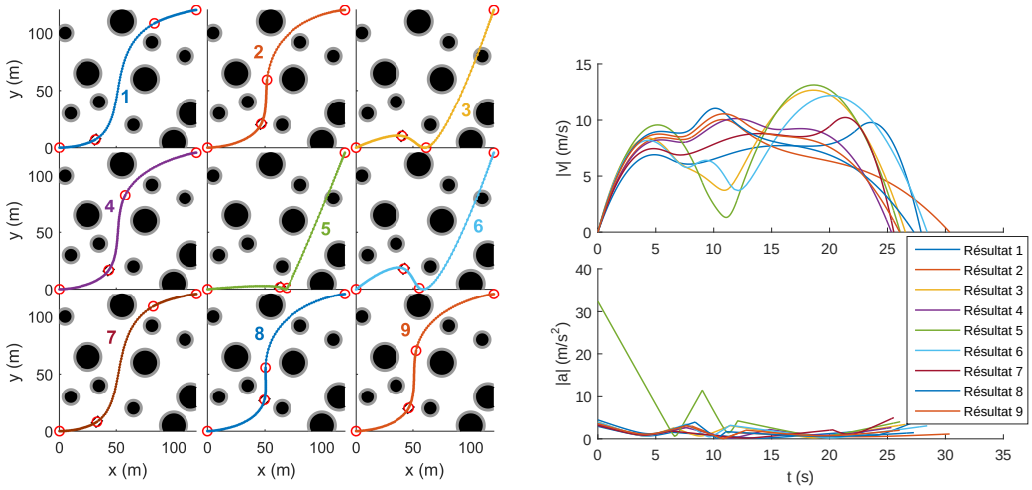
Le scénario 3, présenté en **section 3.2.1**, possède de nombreux obstacles ronds fixes. Il est utilisé pour tester l'impact du nombres de points optimaux n_{opt} sur la validité de la trajectoire et sur le temps de calcul, ainsi que l'intérêt de l'initialisation intelligente par les diagrammes de Voronoï.

3.5.4.1 Étude statistique de l'impact de n_{opt}

En équation (3.43), les résultats de critère, de temps de calcul et de taux de réussite τ_r sont donnés pour quatre valeurs de $n_{opt} = 1, 2, 3, 4$. Le temps de calcul est plus important pour $n_{opt} = 1$, car l'algorithme ne parvient pas à trouver une solution acceptable, puis il diminue nettement pour $n_{opt} = 2$, car il trouve plus rapidement des solutions et augmente pour $n_{opt} = 3$ et $n_{opt} = 4$. Pour ces deux dernières valeurs, le taux de réussite baisse car le nombre de variables (la complexité de calcul) est trop importante par rapport au problème.

$$\begin{cases} J_{global}^{n_{opt}=1} = 1.58; & t_{calc}^{n_{opt}=1} = 765s; & \tau_r^{n_{opt}=1} = 0\% \\ J_{global}^{n_{opt}=2} = 0.831; & t_{calc}^{n_{opt}=2} = 502s; & \tau_r^{n_{opt}=2} = 85\% \\ J_{global}^{n_{opt}=3} = 0.819; & t_{calc}^{n_{opt}=3} = 925s; & \tau_r^{n_{opt}=3} = 60\% \\ J_{global}^{n_{opt}=4} = 1.16; & t_{calc}^{n_{opt}=4} = 1020s; & \tau_r^{n_{opt}=4} = 10\% \end{cases} \tag{3.43}$$

Le taux de réussite étant plus important pour $n_{opt} = 2$, 9 trajectoires obtenues en utilisant cette valeur sont illustrées en Figure 3.32 (a). Les consignes correspondantes sont données en Figure 3.32 (b). Les trajectoires 1, 2, 4, 7, 8 et 9 sont bonnes et les 3, 5 et 6 sont mauvaises (elles passent sur un obstacle).



(a) (b)

FIGURE 3.32 – (a) Quelques trajectoires obtenues pour le scénario 3 pour n_{opt} (b) Normes de la vitesse et de l'accélération associées

Le bon nombre de points intermédiaires est visiblement $n_{opt} = 2$, puisque que le taux de réussite est le plus important et le temps de calcul est le plus faible. Pour un point intermédiaire, le temps de calcul est important en moyenne car l'algorithme ne parvient pas à trouver une solution, et pour trois et quatre points intermédiaires il trouve moins de solutions car il a trop de possibilités : trop de variables dans des grands espaces non convexes empêche la convergence. Ce constat est problématique, même pour deux points intermédiaires, car cela signifie clairement que l'obtention d'un résultat n'est pas garantie. Cependant, il ne faut pas perdre de vue que dans la méthode complète, la méthode d'optimisation est couplée avec les champs de potentiel, et que le véhicule peut continuer d'évoluer normalement sur la route, même si l'algorithme d'optimisation ne lui fournit pas une trajectoire optimale. Il faut simplement s'assurer que lorsque l'algorithme d'optimisation ne fournit pas une bonne trajectoire, un flag soit envoyé à l'étage inférieur pour lui dire de ne pas tenir compte de la trajectoire obtenue.

Les tests de cette section sont tous réalisés avec initialisation par les diagrammes de Voronoï, et dans tous problème non linéaire, cette initialisation influence fortement la convergence.

3.5.4.2 Test d'initialisation avec Voronoï

Si rien n'est précisé, l'algorithme initialise la première population avec des valeurs prises au hasard, uniformément réparties sur les intervalles de définitions précisés pour les différentes variables. Cette initialisation ne prend pas en compte les connaissances *a priori* sur le scénario, ce qui permettrait d'orienter plus rapidement l'algorithme vers une solution. Cependant il convient d'être prudent, car si l'algorithme est initialisé avec une population trop restrictive et donc pas assez diversifiée, il risque de tomber dans un minimum local.

Si quelques points sont initialisées avec les diagrammes de Voronoï, le temps de calcul moyen est de $t_{calc} = 502s$, alors que sans, il passe à $t_{calc} = 800s$, soit 37% d'augmentation. L'effet des diagrammes de Voronoï se ressent surtout sur le taux de réussite, qui chute drastiquement de 85% à 30% sans l'initialisation par les diagrammes de Voronoï. Cet impact est très visible sur ce scénario car il est particulièrement adapté aux diagrammes de Voronoï en termes de forme et répartition des obstacles, et n'est pas autant marqué sur les scénarios de types routiers qui contiennent de longs obstacles rectangulaires. Pour la suite, une petite partie de la population (autant que de points de Voronoï) sera toujours initialisée à partir des diagrammes de Voronoï. Les autres points sont initialisées aléatoirement pour assurer une bonne diversité de la population initiale.

3.5.5 Tests du scénario 4 : un obstacle mobile

Le scénario 4, présenté en **section 3.2.1**, est le scénario de base pour tester l'effet des obstacles mobiles sur l'optimisation. Il est utilisé pour tester l'impact de la vitesse de l'obstacle ainsi que l'impact des pondérations sur la forme de la trajectoire.

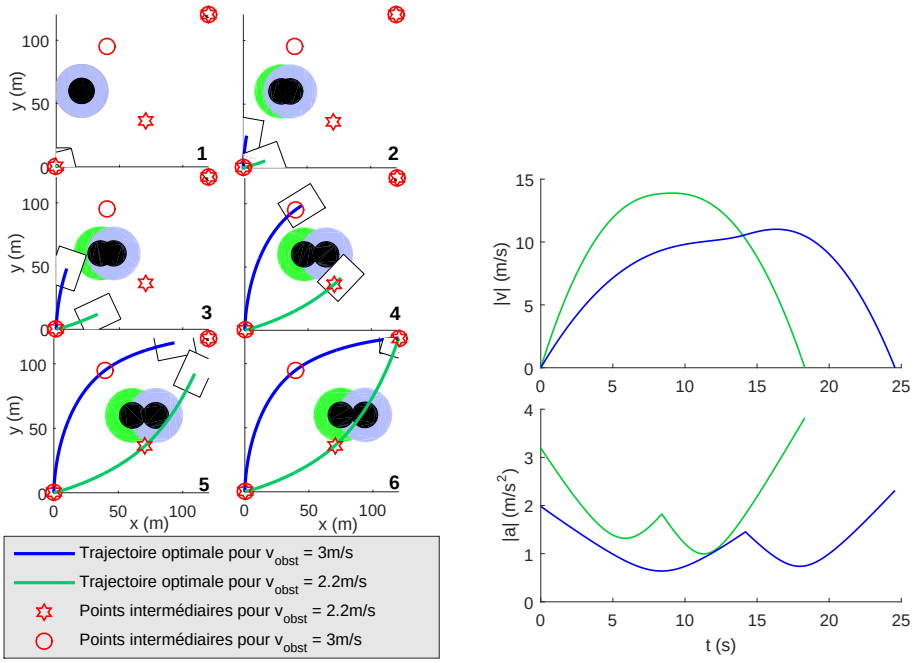
3.5.5.1 Influence de la vitesse de l'obstacle sur le résultat de l'optimisation

Au moment où l'optimisation est réalisée, la vitesse de l'obstacle est prise en compte, ce qui permet à l'algorithme de savoir si la trajectoire va passer devant où derrière celui-ci. Ici, deux séries de trajectoires optimales sont générées pour deux vitesses d'obstacles, $V_1 = 2.2m/s$ et $V_1 = 3m/s$. Dans le premier cas, 90% des trajectoires choisies par l'algorithme passent devant l'obstacle, dans le second, 90% des trajectoires passent derrière l'obstacle. Ces trajectoires sont illustrées en Figure 3.33 (a) et les consignes correspondantes en Figure 3.33 (b). La méthode proposée permet donc bien un choix de stratégie pour le véhicule.

Pour ces deux situations, les coûts de passage moyen devant et derrière l'obstacle ont été calculés et résumés dans le Tableau 3.10.

3.5.5.2 Illustration des différents modes de pondération

Sur la Figure 3.34, l'influence des coefficients de pondération est illustrée dans le cas du scénario 4, avec un obstacle mobile traversant l'environnement à la vitesse de 2.2m/s. Le véhicule est limité en vitesse et ne peut aller au-delà de 50km/h. Pour cette démonstration,



(a) (b)

FIGURE 3.33 – (a) Deux trajectoires pour deux vitesses différentes de l'obstacle (b) Normes de la vitesse et de l'accélération correspondantes

Vitesse d'obstacle	$V_1 = 2.2m/s$	$V_1 = 3m/s$
% devant/derrière	90%/10%	10%/90%
Coût devant	$J_{global} = 0.489$	$J_{global} = 0.505$
Coût derrière	$J_{global} = 0.601$	$J_{global} = 0.556$

TABLEAU 3.10 – Valeurs obtenues pour les critères pour deux vitesses différentes de l'obstacle dans le scénario 4

l'accélération n'est pas limitée, de sorte que le véhicule peut choisir plus librement sa stratégie. Dans les tests ultérieurs, le choix de la stratégie dépendra également de la limite en accélération. Sur la Figure 3.34 (a), chaque trajectoire est représentée de la même couleur que la position de l'obstacle au moment où la trajectoire passe au plus près de celui-ci. Les modules de la vitesse et de l'accélération sont également donnés en Figure 3.34 (b). Comme ce sont des modules, ils sont toujours positifs. Il est à noter que le module de l'accélération contient également le freinage, puisque le freinage est une accélération négative. Les différents modes fonctionnent comme prévu :

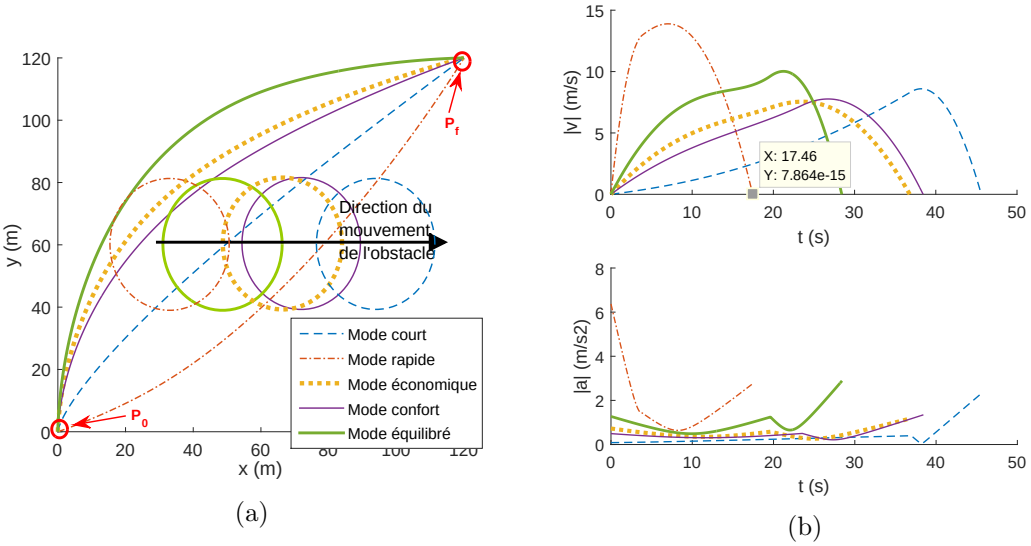
— le mode *"court"* donne une trajectoire quasi-rectiligne, mais assez lente puisque le véhicule doit attendre que l'obstacle soit totalement passé pour passer derrière ; la vitesse limite fait que le véhicule n'a pas le temps de passer devant l'obstacle en ligne droite ;

— le mode *"rapide"* donne la trajectoire en rouge, qui atteint la vitesse limite et qui passe devant l'obstacle pour gagner du temps ; le temps final est le meilleur puisque l'objectif

est atteint en 17.5s ; dans le Tableau 3.11, il est à noter que la trajectoire du mode rapide est très énergétivore ;

— le mode *"économique"* et le mode *"confort"* donnent des résultats proches, avec des vitesses et accélérations plus faibles, une courbe plus lisse, qui passe derrière l'obstacle ;

— le mode *"équilibré"* donne une trajectoire plus incurvée, qui passe après l'obstacle plus tôt, et donc gagne du temps par rapport au mode économique (voir Tableau 3.11).



(a) (b)

FIGURE 3.34 – (a) Différentes trajectoires pour les différents modes, la position de l'obstacle étant représentée au plus proche de la trajectoire possède la même couleur (b) Normes de la vitesse et de l'accélération correspondantes

Dans le Tableau 3.11, les valeurs des différents critères (non normalisés) sont données pour la trajectoire optimale de chaque mode. Pour chaque mode, le critère correspondant est minimum, sauf pour le mode économique, ce qui confirme que le mode économique et le mode confort vont dans le même sens. Le constat de ce critère non minimal pour le mode économique rappelle les limites de la méthode mise en place, qui dépend énormément de la normalisation des différents critères. Dans le mode équilibré, la longueur de la trajectoire est importante, ce qui signifie que le critère de longueur n'est peut être pas assez pondéré dans ce mode, encore une fois à cause de la normalisation. Cependant, le mouvement de l'obstacle complique l'analyse. En effet, pour obtenir une trajectoire équilibrée en termes de temps de parcours et d'énergie, le véhicule est obligé de faire une courbe plus grande pour passer plus tôt derrière l'obstacle, rallongeant ainsi la trajectoire.

Les cinq modes définis ci-dessus sont implémentés dans le véhicule chacun mettant en avant un aspect de la trajectoire. Dans le Tableau 3.11, le mode équilibré ne semble pas être le meilleur choix, notamment en terme de longueur de la trajectoire, cependant, comme énoncé précédemment, les valeurs des critères peuvent s'expliquer par le mouvement de l'obstacle dans ce scénario. Enfin le mode équilibré présente un bon compromis entre temps de parcours et énergie dépensée (voire confort). Les tests suivant utiliseront donc ce mode dans la suite de cette étude.

Mode	J_{danger}	$J_{longueur}$	J_{temps}	$J_{energie}$	$J_{inconfort}$
Court	0	171	45.6	2.66e4	0.168
Rapide	0	173	17.5	6.72e4	1.220
Economique	0	183	36.8	1.73e4	0.101
Confortable	0	180	38.4	1.70e4	0.094
Équilibré	0	193	28.4	3.99e4	0.362

TABLEAU 3.11 – Valeurs des cinq critères pour les différents modes

3.5.6 Tests du scénario 5 : route rectiligne avec traversée de piéton

Le scénario 5, présenté en **section 3.2.1**, est le premier scénario routier. Il est utilisé pour tester tout d'abord la possibilité d'obtenir une trajectoire parfaitement rectiligne, car elle suit la route, ainsi que les conséquences de la traversée de la route par un piéton. Dans ce cas là, l'algorithme pourrait choisir d'éviter le piéton par un écart sur la voie d'en face, ce qui est généralement interdit. Il s'agit alors de régler les limites de variations de y_1, l'ordonnée du point optimal, de façon à maintenir le véhicule sur la trajectoire. Avec ces contraintes, une étude statistique de succès de l'algorithme est réalisée, qui accepte toute trajectoire en dessous d'une certaine valeur de critère.

Le premier test est réalisé pour un piéton immobile, pour tester le caractère rectiligne de la trajectoire. Sans obstacle sur son chemin, l'algorithme doit choisir une trajectoire rectiligne dans 100% des cas. Pour vérifier cela, une série de 100 tests est réalisée, pour étudier le caractère rectiligne de la trajectoire. Un exemple de trajectoire réalisée dans ces conditions est donné en Figure 3.35 (a), avec la courbe de vitesse associée. De fait, l'algorithme ne renvoie pas une trajectoire rectiligne, car la trajectoire rectiligne donne une valeur de danger (non normalisé) de $J_{danger} = 0.249$ et donc une valeur de critère global de $J_{global} = 0.518$ alors que la trajectoire obtenue renvoie $J_{danger} = 0.142$ et $J_{global} = 0.459$. Comme le véhicule passe près des bords de route, ce qui est normal sur une voie, il ressent du danger et cherche donc à s'en éloigner. Pour palier à ce défaut, plusieurs solutions sont possibles :

— ajouter un obstacle fictif symbolisant le milieu de la voie, que le véhicule ne franchira que si c'est nécessaire ;

— ajouter des limites uniquement sur le point intermédiaire, au travers des paramètres de l'algorithme génétique, en imposant que l'ordonnée de celui-ci soit proche du centre de la voie ;

— ajouter, comme pour la vitesse limite et l'accélération maximale, une pénalité si jamais le véhicule s'éloigne trop du centre de la voie.

La seconde méthode est utilisée pour caractériser l'impossibilité pour le véhicule de sortir de sa voie, les limites de recherche de point optimal sont modifiée, de sorte que $y_1 \in [y_0 - 0.2, y_0 + 0.2]$. La trajectoire en Figure 3.35 (b) est obtenue avec, en plus, ajout du mouvement du piéton qui traverse la route. Un véhicule réel, dans cette situation, n'adopterait pas un

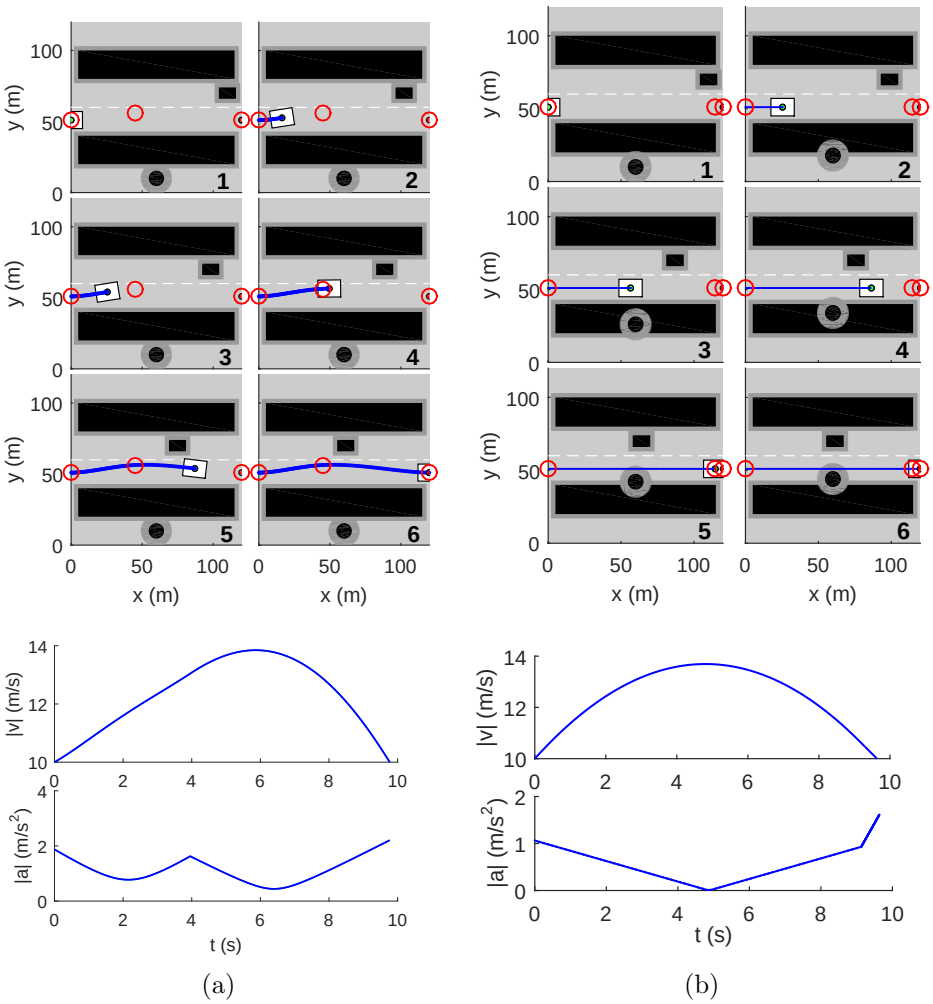
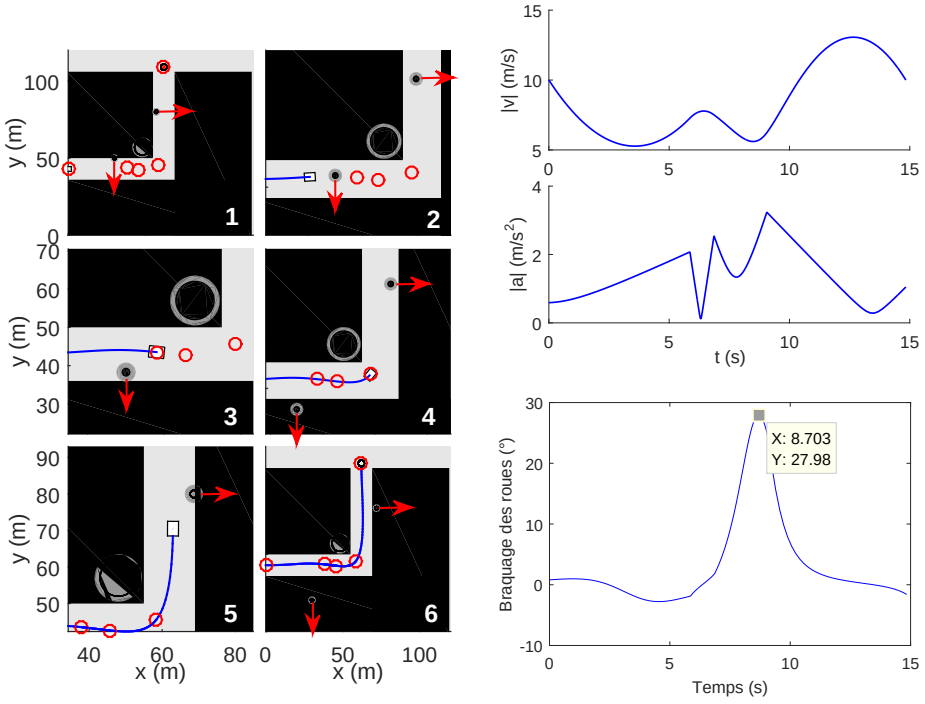


FIGURE 3.35 – (a) Trajectoire obtenue sans contrainte latérale sur le véhicule et sans mouvement du piéton (b) Trajectoire obtenue avec contrainte latérale sur le véhicule et avec mouvement du piéton

comportement d'évitement, mais un comportement de ralentissement, pour passer après le piéton ou d'accélération, pour passer avant. Ici, sans accélération brusque, le GA estime qu'il vaut mieux passer avant le piéton. Si ce dernier se trouvait plus proche du bord de la route au départ de l'optimisation, le GA choisirait de ralentir pour le laisser passer. Le véhicule ne peut pas s'éloigner plus de la ligne droite que les limites imposées. L'utilisation d'une telle connaissance *a priori* est fondamentale, notamment dans la réduction du temps de calcul. En effet, par cette limite restreinte pour y_1, le temps de calcul passe de $t_{calc} = 900s$ à $t_{calc} = 510s$ en moyenne soit une diminution de 43%. La valeur élevée sans les contraintes imposées provient du fait que l'algorithme ne parvient pas à trouver une solution satisfaisante pour y_1 et cherche donc plus longuement.



(a) (b)

FIGURE 3.36 – (a) Trajectoire obtenue pour le scénario 6 (b) Normes de la vitesse et de l'accélération associées et braquage des roues associé

3.5.7 Tests du scénario 6 : virage à gauche

Le scénario 6, présenté en **section 3.2.1**, est un scénario routier avec virage à angle droit. Il est utilisé pour tester la forme de la trajectoire dans le cas d'un virage à angle droit, ainsi que la restriction des limites de variation des variables spatiales. L'impact sur le temps de calcul de ces nouvelles limites est étudié également. De plus, la condition sur $\dot{\psi}$ est fondamentale ici puisqu'un virage à angle droit est un virage serré. Or, le calcul de $\dot{\psi}_{max}$ dépend de la vitesse du véhicule (voir **section 5.2.5**, page 246, sur le modèle bicyclette) :

$$\dot{\psi}_{max} = \frac{v}{L} \arctan(\beta_{max}), \tag{3.44}$$

où β_{max} et le braquage maximum des roues. Attention, ce calcul ne prend pas en compte le fait que, en réalité, pour des vitesses élevées, β_{max} n'est jamais atteint, pour des questions de stabilité de la voiture. Pour le scénario 6, un simple test de respect de la contrainte et de validité de la trajectoire est effectué et illustré en Figure 3.36. En (b) sur cette Figure, le braquage des roues obtenu est représenté. Pour une citadine classique, il est estimé que le braquage maximum des roues est de $\beta_{max} \simeq 30°$, braquage qui est quasiment atteint pour un virage à angle droit, sans pour autant être limitant.

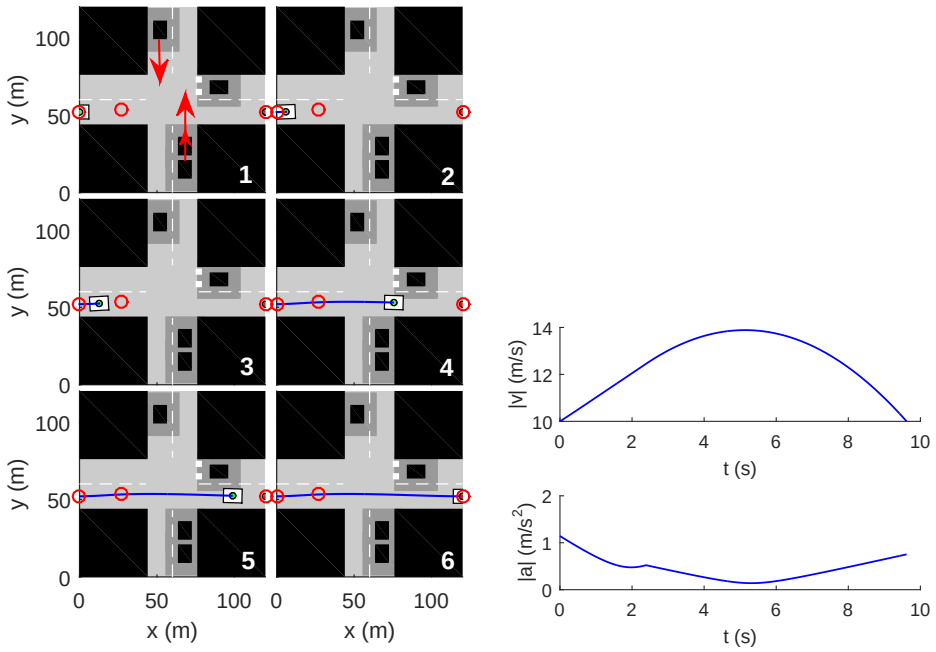
Pour les tests sur ce scénario, où 3 points intermédiaires sont utilisés, le temps de calcul moyen est de $t_{calc} = 1000s$ et le taux de réussite de 90%. En effet, comme la route passe

dans l'environnement, sans trop de trous ou d'obstacles, le critère est plus convexe pour l'algorithme, qui a moins de mal à trouver une solution. De façon amusante, il est possible de noter que le véhicule adopte un comportement de "mauvais conducteur", puisqu'il fait un léger écart à droite pour tourner à gauche. Cela peut être réglé en imposant des bonnes contraintes sur les points intermédiaires comme auparavant, ou en imposant des pénalités d'écart au centre de la voie.

3.5.8 Tests du scénario 7 : croisement avec obstacles mobiles

Le scénario 7, présenté en **section 3.2.1**, est un scénario de croisement en ville. Il est utilisé pour tester la capacité de l'algorithme à franchir un carrefour de façon optimale.

3.5.8.1 Test sans mouvement des autres véhicule, pour une trajectoire rectiligne



(a) (b)

FIGURE 3.37 – (a) Trajectoire obtenue sans mouvement des obstacles, comportant une légère déviation ; (b) Normes de la vitesse et de l'accélération associées

Tout d'abord, les mêmes hypothèses que pour le scénario 5 sont adoptées : obstacles immobiles et observation du caractère rectiligne de la trajectoire. Le résultat de ces tests est illustré en Figure 3.37. La trajectoire n'est visiblement pas rectiligne, pour les mêmes raisons que pour le scénario 5, et les mêmes solutions sont possibles.

La trajectoire est visiblement très simple à trouver pour l'algorithme sans mouvement des obstacles, puisqu'il ne lui faut que $t_{calc} = 150s$ en moyenne pour la trouver. Les mêmes conditions que pour le scénario 5 sont appliquées sur y_1, *i.e.* $y_1 \in [y_0 - 0.2, y_0 + 0.2]$ et le mouvement des obstacles est ajouté, ce qui est expliqué ci-dessous.

3.5.8.2 Véhicules en mouvement, analyse de l'encombrement

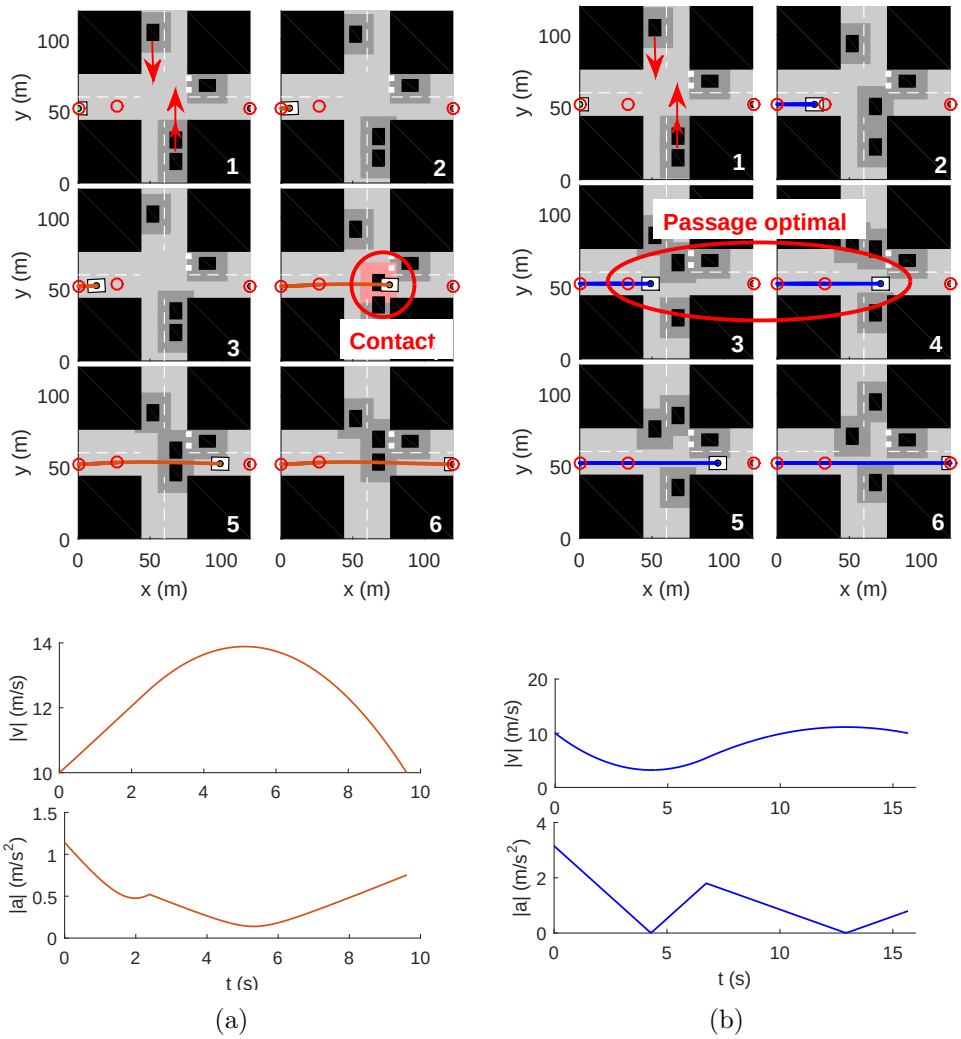


FIGURE 3.38 – (a) Trajectoire obtenue sans prise en compte de l'encombrement et mouvements des différents obstacles (b) Trajectoire obtenue avec prise en compte de l'encombrement et mouvements des différents obstacles

Un test est ensuite effectué avec mouvement des véhicules, illustré en Figure 3.38. En (a), la trajectoire est optimisée sans tenir compte du mouvement des obstacles, ce qui crée visiblement un problème, puisqu'il y a contact entre l'EGV et l'un des véhicules franchissant le carrefour.

Le mouvement des obstacles et l'encombrement compliquent le problème pour l'algorithme, il lui faut $t_{calc} = 454s$ pour la trouver soit $300s$ de plus que dans la section précédente, ou trois fois plus de temps. Cependant, cette prise en compte est nécessaire pour que la consigne obtenue puisse être injectée sur un modèle de véhicule. De fait la trajectoire obtenue est optimale et prend bien compte l'encombrement du véhicule.

3.5.9 Tests du scénario 8 : dépassement sur route à deux voies

Le scénario 8, présenté en **section 3.2.1**, est le scénario à l'origine de la réflexion sur la méthode. C'est le problème que l'algorithme devait être capable de résoudre ultimement, à savoir : faut-il doubler un véhicule devant soi avant de prendre une sortie ? Quelles sont les causes et les conséquences de ce choix ? Tout d'abord, l'ajout de limites sur les variables y_1 et y_2 grâce aux connaissances *a priori* sera étudié. Ensuite deux tests seront effectués pour observer le changement de stratégie de l'EGV en fonction de la vitesse du véhicule à doubler. Enfin, plusieurs trajectoires seront optimisées pour les différents modes de conduite choisis.

3.5.9.1 Utilisation de connaissance *a priori* pour y_1 et y_2

Il s'agit d'abord de régler les limites de variations de y_1 et y_2, l'ordonnée des points optimaux, de façon à obliger le véhicule à passer par le milieu des voies de la route. Avec ces contraintes, une étude statistique de succès de l'algorithme est réalisée, qui accepte toute trajectoire en dessous d'une certaine valeur de critère. Un exemple de trajectoire sans ces limites et avec ces limites est donné respectivement en Figure 3.39 (a) et 3.39 (b), avec les courbes de vitesses et d'accélération associées en (c).

Sur la Figure 3.39 (a), il est à noter que l'EGV choisit de ne pas doubler l'autre véhicule. Pour une vitesse de l'autre véhicule de $V_7 = 4m/s$, l'algorithme choisit de ne pas doubler dans 95% des cas, en un temps de calcul proche de $775s$. Cette vitesse de véhicule est très faible par rapport à une situation réelle, cependant ce choix est nécessaire pour les distances considérées, pour que les trajectoires soient bien visibles. En situation réelle, le véhicule devant irait plus vite, mais l'EGV disposerait de plus de distance pour doubler. Cependant, malgré le fait que l'EGV ne double pas, il dévie sur la gauche pour prendre la sortie, ce qui n'est pas acceptable. Sur la méthode, il suffit de rajouter un flag "doubler" (0) ou "ne pas doubler" (1), de sorte que si la trajectoire générée n'est pas une trajectoire de dépassement, la déviation sur l'autre voie soit pénalisée :

$$pen(dev_l) = flag \times 10. \tag{3.45}$$

Pour que la méthode reste générale, le flag sera toujours nul si le scénario ne présente pas de situation de dépassement.

Sur la Figure 3.39 (b), la trajectoire est toujours une trajectoire de non dépassement, sur laquelle les points intermédiaires optimaux ont été forcés à rester dans la voie. Cette restriction n'est visiblement pas suffisante pour empêcher la trajectoire de dévier légèrement sur la voie d'à côté.

Sur la Figure 3.39 (c), la méthode du flag avec la pénalité est cette fois implantée. De toute évidence, la trajectoire est bien meilleure et beaucoup plus acceptable pour une trajectoire de non dépassement. Cependant le temps de calcul est pénalisé lui aussi par cette recherche plus restreinte, puisque $t_{calc} = 950s$ en moyenne pour cette simulation, au lieu de $750s$ précédemment (augmentation de 27%). Les contraintes implicites ne sont donc pas sans effet

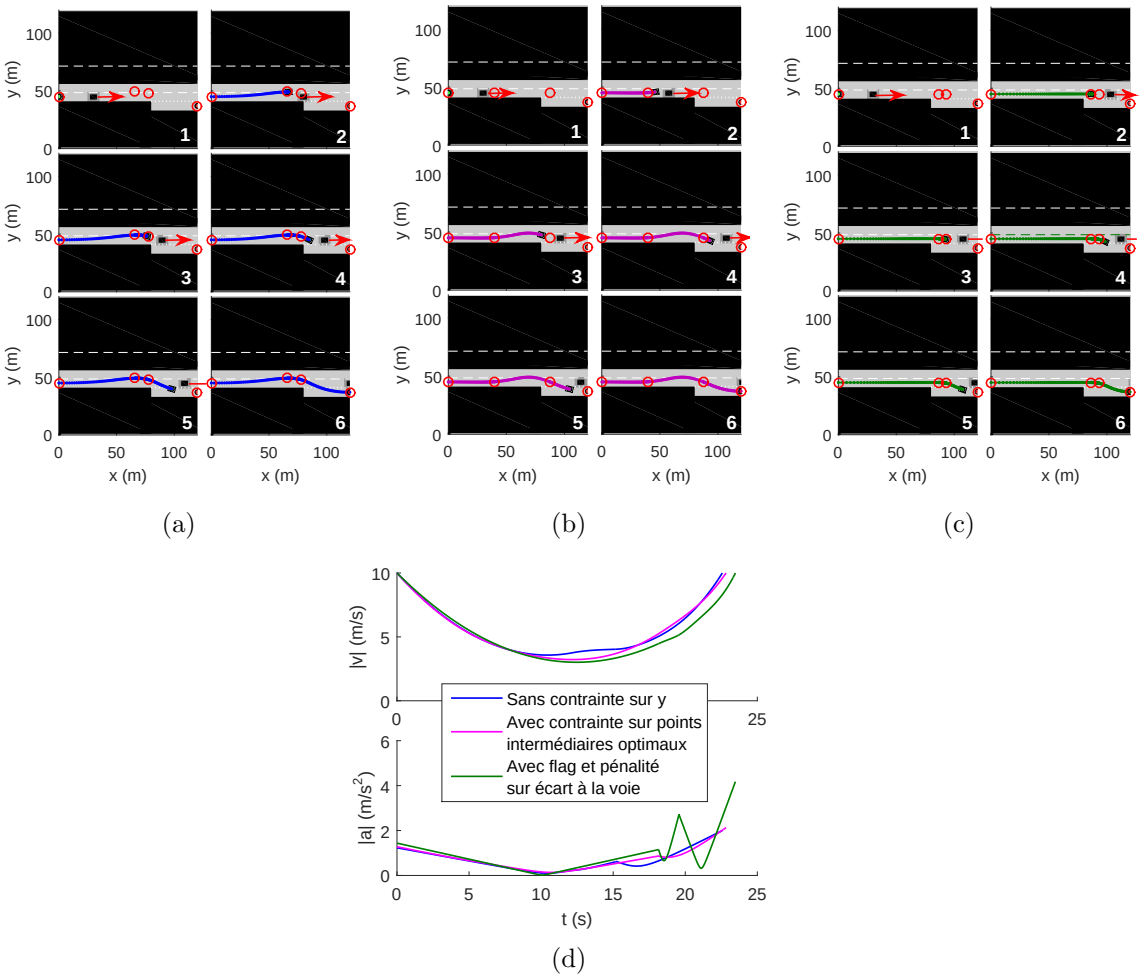


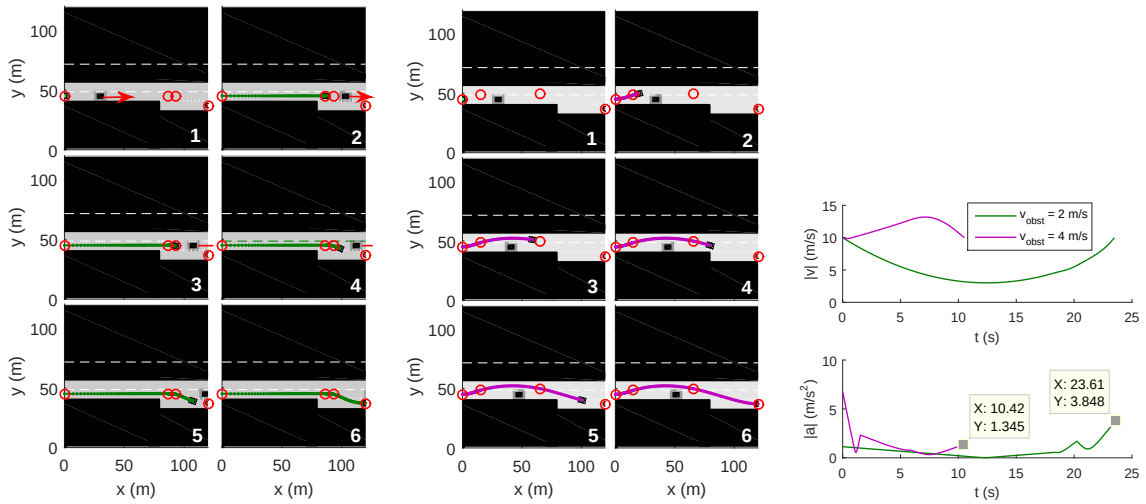
FIGURE 3.39 – (a) Trajectoire obtenue sans limiter les variations de y_1 et y_2 (b) Trajectoire obtenue en imposant des limites plus strictes pour y_1 et y_2 (c) Trajectoire obtenue en imposant une pénalité sur les points de la trajectoire interpolée qui sortent de la voie (d) Normes de la vitesse et de l'accélération associées

sur le temps de calcul.

3.5.9.2 Étude de l'influence de la vitesse de l'autre véhicule sur la trajectoire

Le dépassement, du véhicule devant dépend évidemment de sa vitesse. Ici, deux vitesses sont testées, $V_7 = 4m/s$ $(15km/h)$ et $V_7 = 2m/s$ $(7.5km/h)$, de façon à voir quand l'algorithme décide de doubler ou de rester derrière l'autre véhicule. Les trajectoires pour ces deux vitesses sont données respectivement en Figure 3.40 (a) et 3.40 (b), avec les courbes de vitesses et d'accélération associées en (c).

Visiblement, dans le premier cas, l'EGV estime que la trajectoire optimale consiste à patienter derrière l'autre véhicule, alors que dans le second il choisit de dépasser avant de prendre la sortie, estimant que l'autre véhicule est trop lent. Sur les distances considérées, pour observer ce type de choix, il est nécessaire d'utiliser des vitesses faibles. Cependant ce choix s'applique également sur des distances plus grandes pour des vitesses normales.



(a) (b) (c)

FIGURE 3.40 – (a) Trajectoire obtenue pour une vitesse du véhicule obstacle de 15km/h (b) Trajectoire obtenue pour une vitesse du véhicule obstacle de 7.5km/h (c) Normes de la vitesse et de l'accélération associées

L'algorithme effectue donc bien un choix de stratégie en fonction de sa connaissance de la vitesse de l'obstacle.

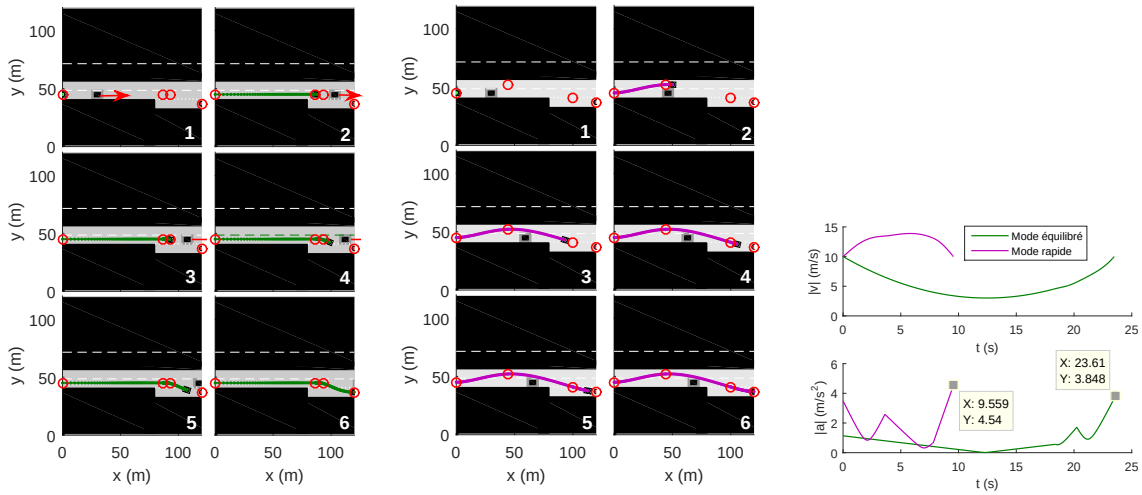
3.5.9.3 Influence des pondérations sur le choix de trajectoire

Enfin, il est important de tester l'impact du mode de conduite décidé par le passager sur la trajectoire choisie par l'algorithme. En théorie, le mode rapide devrait amener l'EGV à doubler, alors que le mode économique devrait le pousser à patienter. Deux trajectoires pour les modes équilibré et rapides sont données respectivement en Figure 3.41 (a) et en Figure 3.41 (b), avec les courbes de vitesses et d'accélération associées en (c).

Comme précédemment, le mode équilibré amène l'EGV à rester derrière l'autre véhicule, à ne pas le dépasser. Si c'est le mode rapide qui est choisi par l'utilisateur, alors l'EGV choisit de dépasser pour gagner du temps, et ce bien que le véhicule à dépasser ait toujours une vitesse de $4m/s$. Il lui faut d'ailleurs une seconde de moins pour dépasser que dans le cas où le véhicule doublé avait une vitesse de $2m/s$ (voir Figure 3.40 (b) et (c) de la sous-section précédente).

3.5.10 Tests du scénario 9 : rond-point

Le scénario 9, présenté en **section 3.2.1**, est un scénario de rond-point, très utilisé pour tester les algorithme de planification de trajectoire. Ce dernier permet de tester les problèmes de courbures et l'application des règles de conduite pour aller à droite, tout droit, ou à gauche, ce qui est relativement compliqué même pour un conducteur humain. Dans le cas présent, l'impossibilité de prendre le rond-point par la gauche est matérialisée par une



(a) (b) (c)

FIGURE 3.41 – (a) Trajectoires obtenues pour le mode équilibré (b) Trajectoire obtenue pour le mode rapide (c) Normes de la vitesse et de l'accélération associées

barrière d'obstacle à gauche de l'entrée du rond-point. Cette méthode n'est pas satisfaisante puisque le véhicule ne peut plus faire demi-tour sur le rond point, par exemple.

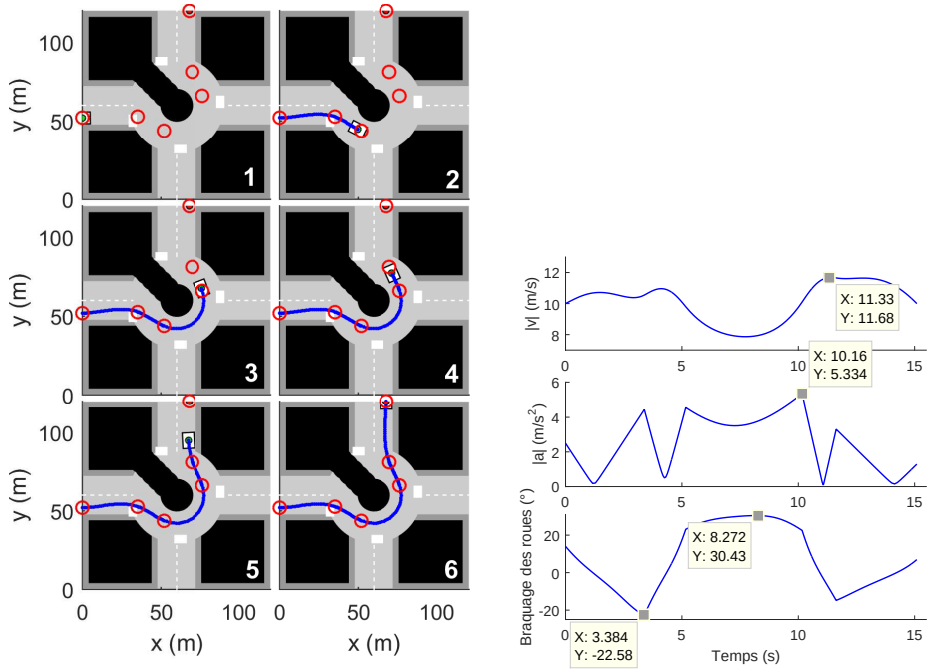
3.5.10.1 Aller à gauche, quelle courbure ?

Le cas le plus compliqué est bien sûr celui où le véhicule prend la troisième sortie du rond-point, celle de gauche. Dans ce cas là, la courbure obtenue est étudiée, ainsi que sa cohérence au vu des règles de circulation. La trajectoire obtenue est illustrée en Figure 3.42 (a), et les normes de vitesse et de position associées en Figure 3.42 (b). Sur la Figure 3.42 (b), l'évolution de l'angle de braquage des roues est également représenté, permettant de vérifier que cette valeur ne dépasse pas les 30° maximum pour une voiture de type Twingo.

Cette trajectoire est excellente et trouvée en $t_{calc} = 400s$, ce qui est un temps réduit en comparaison des autres scénarios. L'absence d'obstacles mobiles dans ce scénario rend le calcul plus facile pour l'algorithme. De plus le taux de réussite est assez élevé, environ 80%, pour cette même raison. Cependant, l'ajout artificiel d'obstacles pour symboliser l'impossibilité pour le véhicule de passer à gauche présente plusieurs inconvénients, comme l'impossibilité pour le véhicule de faire le tour complet du rond-point si besoin, ou le passage par-dessus ces obstacles si le tour du rond point est trop coûteux, en présence d'autres véhicules par exemples. Pour éviter de mettre ces obstacles, il est plus intéressant d'imposer des intervalles de variation restreint aux variables d'optimisation basées sur les connaissances *a priori* (voir sous-section suivante).

3.5.10.2 Ajout de connaissances *a priori* dans l'optimisation

Pour éviter une barrière d'obstacles comme dans la partie précédente, les points intermédiaires sont recherchés dans des boîtes plus restreintes qui correspondent à des lieux de



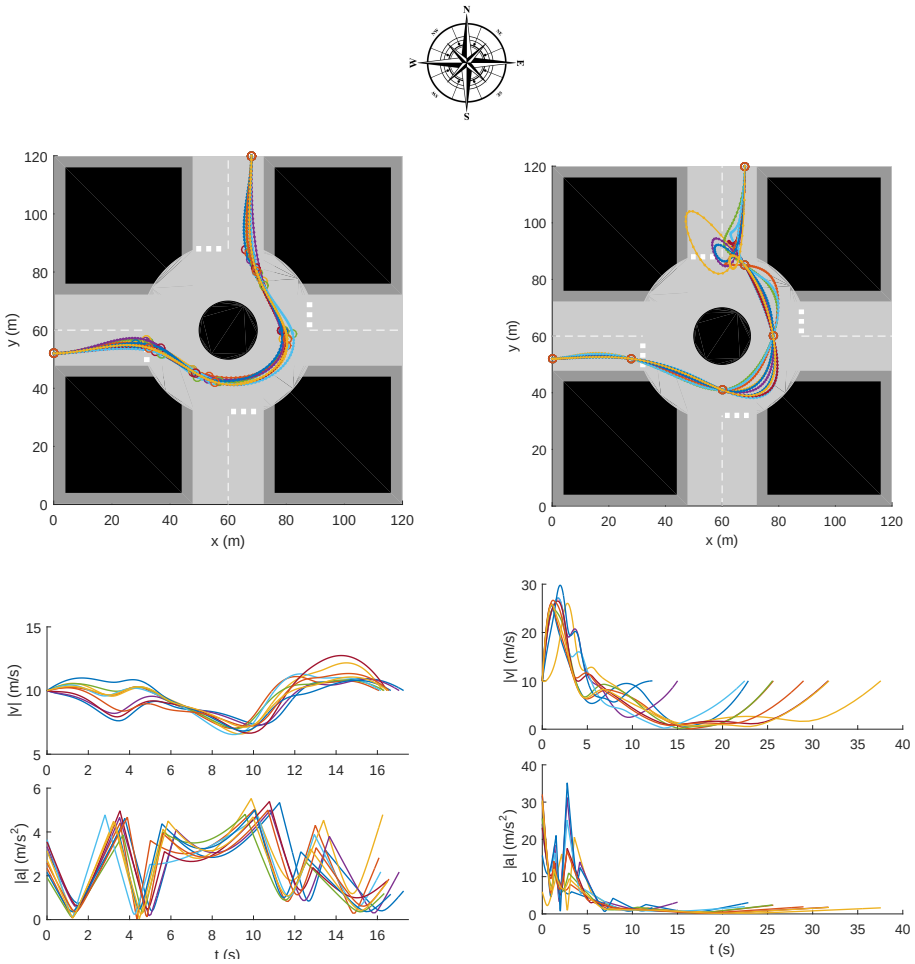
(a) (b)

FIGURE 3.42 – (a) Trajectoire obtenue pour une sortie à gauche sur un rond point (b) Normes de la vitesse et de l'accélération associées et angle de braquage des roues le long de la trajectoire

passage sur le rond-point. Dans un premier temps, ces points sont simplement recherchés dans des "boîtes" plus restreintes, ce qui permet d'obtenir une série de trajectoires illustrées en Figure 3.43 (a). Ces trajectoires sont obtenues en $320s$ environ, malgré le nombre de variables, car l'environnement est fixe. Une diminution du temps de calcul de 20% environ est observée en limitant les intervalles de recherche, tout en augmentant le taux de réussite de 80% à 95%.

Jusque là les points pouvaient varier dans des intervalles donnés, mais pour tester la différence en termes de valeur du critère, les positions des points sont à présent complètement imposées, ne laissant comme variable à l'algorithme que les temps de passage, ce qui donne la trajectoire donnée en 3.43 (b).

Dans ce dernier test, en (b), c'est donc le temps de passage aux points choisis qui fait tout l'intérêt de l'optimisation, et comme le nombre de variables est réduit, le temps de calcul est beaucoup plus rapide, environ $t_{calc} = 105s$, soit une division par 4 du temps de calcul. Cependant, dans le cas présent, les résultats sont visiblement dégradés par rapport aux trajectoires présentées en (a). En effet, les positions des points de passages sont imposées intuitivement, au milieu des voies, au nord, au sud, à l'est et à l'ouest du rond point, ce qui empêche l'algorithme de gérer son passage à ces points de façon correcte. De plus, cette façon d'imposer la position spatiale des points intermédiaires est acceptable pour un rond point, où la trajectoire à adopter est très codée, mais il serait absurde d'imposer les points de passage pour la plupart des autres scénarios, avec le risque de perdre en optimalité. Pour les trajec-



(a) (b)

FIGURE 3.43 – (a) Trajectoire obtenue pour des points intermédiaires cherchés dans des intervalles restreints, normes de la vitesse et de l'accélération associées (b) Trajectoire obtenue pour des points intermédiaires fixés spatialement par les règles de circulation, normes de la vitesse et de l'accélération associées

toires en (a), le critère vaut, en moyenne, $J_{global} \simeq 0.9$, alors que pour les trajectoires en (b), la valeur moyenne passe à $J_{global} \simeq 5.5$, ce qui confirme une forte dégradation des résultats. Il reste donc plus intéressant de chercher les points intermédiaires dans des intervalles, de façon à laisser plus de liberté à l'algorithme.

3.5.11 Synthèse des tests

Dans ce chapitre, tout un ensemble de tests préliminaires pour tester la viabilité de la méthode ont été effectués :

— génération de cartographies indicatives pour chacun des différents critères et pour la dualité danger-longueur ;

— tests des paramètres de l'algorithme génétique sur une fonction coût connue complexe (nombreux minima locaux) ;

— tests des différents scénarios, avec influences des vitesses des obstacles, virages, changements de voies ;

— tests de l'influence du nombre de points d'interpolation n_{intp} ;

— tests de l'influence du nombre de points intermédiaires à optimiser n_{opt} ;

— tests de l'influence des pondérations des critères ;

— tests des contraintes à imposer sur les variables d'optimisation, ainsi que des pénalités à inclure dans le critère pour influencer les résultats.

Des conclusions significatives ont pu être tirées de ces différents tests :

— lorsque les critères sont testés individuellement, ou deux par deux, toutes les variables d'optimisation ne sont pas concernées ; par exemple, il est impossible d'obtenir une consigne correcte si seuls les critères de danger et de longueur sont considérés, puisque les temps ne sont pas pris en compte ;

— le temps de calcul est trop long, même en considérant que la trajectoire optimale est recalculée périodiquement ; il faudrait diviser ce temps de calcul par 100 pour qu'il soit acceptable (voir sous-section 4.2.2, page 178) ;

— des solutions de très bonne qualités sont obtenues, qui prennent en compte l'ensemble des critères, permettant au véhicule de ralentir dans les virages, de respecter les contraintes de vitesse, d'accélération et d'angle de braquage des roues ;

— dans la plupart des cas, la solution obtenue n'est pas unique, un ensemble de solutions de coûts très proches est obtenu ;

3.6 Conclusion sur l'optimisation de trajectoire

La méthode proposée en **section 1.6** comporte deux types de planification : la planification globale qui prend en compte l'ensemble de l'environnement visible, et la planification locale qui prend en compte les obstacles les plus proches pour générer des obstacles rapides. Dans ce chapitre, la planification globale a été abordée au travers d'une méthode d'optimisation de trajectoire. Une méthode très complète d'optimisation de trajectoire hors ligne, ou globale, a été mise en place. Grâce à un algorithme génétique utilisé sur un problème soigneusement calibré et initialisé, des trajectoires ont été générées pour une variété importante de scénarios.

Dans une première **section 3.2**, le problème d'optimisation en jeu est défini et décrit en détails. Des scénarios simples sont utilisés pour tester les paramètres de l'algorithme et ses réglages. Des scénarios composés d'obstacles ronds sont utilisés pour évoquer des situations de type drone, et enfin une gamme de scénarios de type routier sont mis en place. Les distances utilisées vont de la dizaine de mètres à plusieurs centaines de mètres. Des variables d'optimisations ont été proposées, en nombre le plus réduit possible pour s'adapter à la complexité du scénario. Des critères d'optimisation ont été défini pour générer les trajectoires sécuritaires, courtes, économiques, confortables, ainsi que des contraintes pour les rendre adaptées à l'environnement routier. La *contribution* principale de cette section est dans la définition des scénarios, des critères, des variables et contraintes d'optimisation.

En **section 3.3**, une méthode d'optimisation basée sur un algorithme génétique est proposée. Cette méthode n'a pas vocation à calculer une trajectoire en temps réel, mais à produire une consigne (ou référence) composées de points optimaux reliés par une trajectoire polynomiale interpolée.

En **section 3.4**, la méthode est analysée et calibrée en détails. La *contribution* principale de cette section est la méthodologie proposée pour la normalisation des différents critères, le choix des coefficients de pondération, le choix du nombre de variables d'optimisation, ainsi que le choix du nombre de points d'interpolation.

Puis, en **section 3.5**, des simulations sont proposées pour choisir les paramètres de l'algorithme génétique. Des trajectoires sont générées pour l'ensemble des scénarios.

Les trajectoires optimales générées permettent de vérifier les performances attendues de la méthode : celle-ci permet de traiter la trajectoire comme une stratégie à adopter et donc de gérer des décisions comme le dépassement d'un autre véhicule ou le franchissement d'un croisement. Elle permet également de traiter plusieurs aspects d'une trajectoire, comme sa longueur, son temps de parcours, son coût énergétique, son confort, et donne effectivement des résultats différents en fonction du mode de conduite choisi. Des modifications significatives ont été apportées à la méthode, pour accélérer le temps de calcul ou augmenter le taux d'obtention d'une bonne trajectoire.

De nombreuses bonnes trajectoires optimales sont obtenues. Celles-ci nécessitent parfois l'ajout de limites de variations strictes sur les variables pour respecter les règles de circulation.

Cependant, quelques réserves sont à apporter sur la méthode. En effet, dans l'état actuel des choses, le temps de calcul obtenu n'est pas acceptable pour les problèmes considérés, puisqu'il est bien trop élevé, de $300s$ à $1000s$ parfois. Ce temps de calcul trop élevé est dû en partie à la machine et au logiciel utilisés, qui ne sont pas adaptés pour ce genre de programme. Il pourrait être réduit avec un langage compilé, ainsi qu'en parallélisant les calculs sur plusieurs corps, ce qui est très facile à faire avec les algorithmes génétiques. De plus, le taux de réussite de l'algorithme n'est pas de 100%, ce qui pourrait entraîner des trajectoires générées et fournies au véhicules qui ne sont pas acceptables en l'état. Pour palier à cela, il faut générer un avertissement pour le véhicule dans le cas où la valeur du critère obtenu finalement n'est pas satisfaisante. Enfin, la méthode d'optimisation choisie fait des hypothèses fortes sur le mouvement des obstacles, puisque celui-ci est supposé constant lors de l'optimisation, *i.e.* position constante, vitesse constante, ou accélération constante. Ces hypothèses entraînent la nécessité d'ajouter en sus une méthode réactive, qui permettra de gérer les événements inattendus, les erreurs de calcul de l'algorithme génétique, ainsi que les délais éventuels dans le temps de calcul.

Dans le chapitre suivant, la méthode GA-PF sera développée, utilisant l'optimisation réalisée dans ce chapitre et sa combinaison avec la méthode PF, locale et réactive.

Chapitre 4

Suivi de trajectoire par potentiels généralisés

4.1 Introduction

Une architecture de planification de trajectoire a été proposée au **chapitre 1**, en **section 1.6**. Elle prévoyait non seulement une méthode d'optimisation de trajectoire globale, sur une distance allant de la dizaine de mètres à quelques centaines de mètres, mais également une méthode réactive et rapide pour faire face aux imprévus. Comme énoncé au chapitre précédent, la méthode d'optimisation globale ne peut être exploitée seule, car trop lente pour être utilisée en temps réel et pas assez réactive aux imprévus.

Le problème d'optimisation proposé dans le chapitre précédent vient donc compléter une méthode locale et temps réel, qui est introduite dans ce chapitre, *i.e.* la méthode des champs de potentiel.

La méthode des champs de potentiel, évoquée au **chapitre 1**, est l'une des méthodes étudiées au sein de l'équipe CRONE. Une méthode complète combinant la méthode des champs de potentiel à l'algorithme génétique est proposée dans ce chapitre pour définir une méthode de planification moyen terme et court terme, qui présente des avantages en terme d'anticipation et de réaction.

Dans l'équipe CRONE, les champs de potentiels ont été abordés notamment par Melchior et al. [2000] et Orsoni [2002], qui a complété une définition généralisée du potentiel. Ces travaux ont été complétés et améliorés par la suite par la thèse de Poty [2006], et l'article Melchior et al. [2012] qui viennent respectivement compléter la théorie sur le potentiel et effectuer des tests sur le potentiel attractif, notamment en l'interprétant comme un correcteur d'ordre non entier.

Les limites de la méthode des champs de potentiel seront également présentées au long de ces sections, expliquant notamment pourquoi d'autres méthodes de planification de trajectoire sont étudiées dans cette thèse, en complément des champs de potentiel. En Figure 4.1, une illustration du principe du champ de potentiel est donnée, avec à gauche les forces qui

s'exercent sur le véhicule et à droite la forme typique du potentiel autour d'un obstacle rond. Des détails des expressions qui en découlent seront données dans les sections suivantes. La zone de danger en gris autour de l'obstacle, sur la Figure 4.1 (a), est purement illustrative, sa dimension ρ_0 étant la largeur de l'EGV.

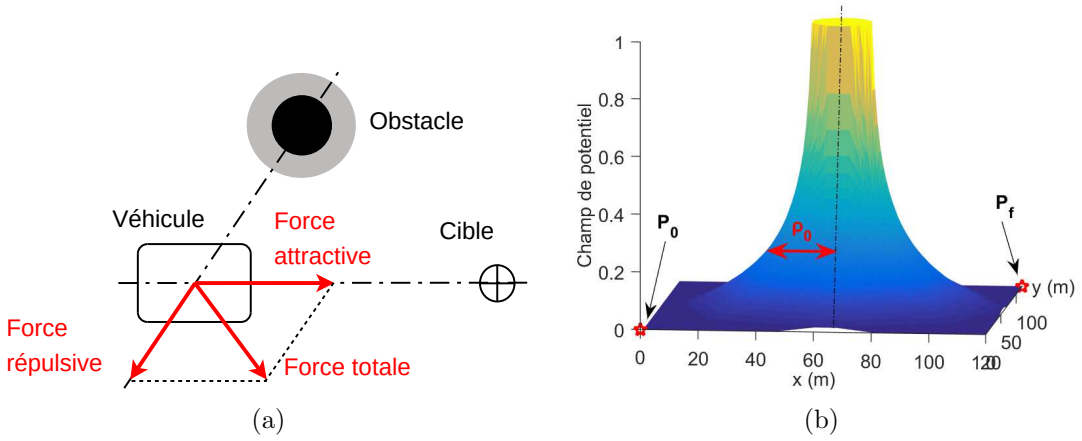


FIGURE 4.1 – (a) Forces s'exerçant sur le véhicule dans le champ de potentiel (b) exemple de potentiel répulsif autour d'un obstacle rond

En **section 4.2**, la structure de la méthode est présentée, ainsi que les performances qui en sont attendues. Cette structure est une structure globale de la méthode, puisque la combinaison précise des champs de potentiel et de l'algorithme génétique est présentée plus tard.

Puis en **section 4.3**, les développements effectués sur le champ de potentiel répulsif sont décrits. Notamment, une méthode de définition des ordres fractionnaires des différents obstacles est proposée, qui permet de modifier le comportement du véhicule en fonction de la nature de l'obstacle et de son état.

En **section 4.4**, des développements sur le champ de potentiel attractif seront présentés. Le potentiel attractif fractionnaire proposé dans des études précédentes est modifié, de façon à correspondre à un régulateur d'ordre non entier sous forme implicite. De plus, le potentiel attractif est interprété de façon un peu différente au moyen d'un système masse-ressort.

En **section 4.5**, la combinaison entre l'algorithme génétique et le champ de potentiel est définie de façon précise. Un schéma de commande est proposé à partir de l'interprétation des potentiel attractif et répulsif respectivement comme un régulateur et une perturbation. Le problème de la mise à l'échelle des forces issues de ces deux types de potentiel est abordé.

En **section 4.6**, des simulations sont proposées pour valider la méthode Algorithme

Génétique - Champs de Potentiel (GA-PF), sur différents scénarios proposés au chapitre 3. Les scénarios de croisement de deux routes, de dépassement et de rond-point sont utilisés pour tester la réactivité de la méthode, son optimalité, y compris vis-à-vis des obstacles mobiles, ainsi que sa capacité à générer des trajectoires avec des angles de braquage logiques.

Enfin une conclusion sur la méthode GA-PF est proposée en **section 4.7**.

4.2 Développement de la méthode proposée

4.2.1 Structure de la méthode

En Figure 4.2 le schéma structurel de contrôle du véhicule est proposé. Sur ce schéma, dans les cadres entourés en rouge, les différentes méthodes travaillées dans cette thèse sont positionnées les unes par rapport aux autres. La méthode d'optimisation par algorithme génétique développée dans le **chapitre 3** intervient sur des distances de l'ordre de la centaine de mètres, une distance représentant un niveau qualifié de *stratégique* dans l'architecture de commande du véhicule. Ce niveau intervient après le planificateur "global" de type GPS, qui planifie un chemin d'un point à un autre, mais avant un planificateur "local" de suivi de trajectoire. Dans un véhicule classique, ce type de distance est géré par le cerveau humain, qui anticipe à partir des informations visuelles, de sa connaissance des rues alentours, ainsi que des informations fournies par son GPS. De toutes ces informations, le conducteur prévoit de suivre une trajectoire à une certaine vitesse, de façon plus ou moins consciente. Dans le contexte du véhicule autonome, ce processus humain est donc remplacé par la méthode proposée au chapitre précédent.

Une fois cette trajectoire optimale générée, elle est fournie comme référence en position au champ de potentiel, en agissant comme un minimum de potentiel, à savoir un point attractif, qui se déplace de façon optimale. Les forces répulsives issues des obstacles viennent agir en perturbation non rejetable dans cette boucle de commande, de sorte que l'EGV suit au mieux le minimum de potentiel en évitant les obstacles éventuellement mobiles. La structure de planificateur proposé est inspirée notamment de Kogan et Murray [2006], un des acteur du *DARPA Urban Challenge*, bien que la méthode d'optimisation adoptée ne soit pas la même.

La méthode des champs de potentiel, méthode locale et réactive étudiée dans ce chapitre, appartient elle au niveau dit *tactique*. Elle agit comme une méthode de suivi de trajectoire, en fournissant au véhicule la position suivante à suivre, en tenant compte de la référence fournie par la méthode d'optimisation et les forces exercées par les obstacles. Dans ce chapitre, la méthode des champs de potentiel est présentée et améliorée. Les cadres 2 et 3 du niveau tactique de la Figure 4.2 sont donc développés dans ce chapitre, avec utilisation du cadre 4 pour obtenir une trajectoire.

Il est très important de noter que, dans la plupart des méthodes de commande par champ de potentiel attractif, les états de coordonnées cartésiennes x et y de l'EGV sont commandés indépendamment. Cependant, le dimensionnement étant le même pour les deux, ils seront

souvent remplacés par la variable z dénotant à la fois x ou y.

4.2.2 Vision temporelle de la méthode

L'algorithme génétique fourni une trajectoire optimale sur une distance d'environ 120m. Cette trajectoire n'est pas générée en temps réel, mais bien recalculée périodiquement, ce qui permet d'avoir un peu plus de souplesse sur le temps de calcul.

Ce recalcul est nécessaire. En effet, jusque-là les limites de l'environnement sont considérées comme fixes, avec un environnement de 120m par 120m. Cette hypothèse est légitime si le temps de calcul de la trajectoire est considéré comme négligeable devant le temps de parcours de celle-ci. En réalité le véhicule avance, et par conséquent découvre en permanence un nouvel environnement, nécessitant de recalculer régulièrement la trajectoire optimale. Dans le meilleur des cas, elle doit être revue tous les 120m en moyenne, donc environ toutes les quinze secondes. Cependant, si ce calcul est effectué tous les 120m, en considérant que c'est la limite des capteurs du véhicule, la trajectoire risque de manquer de continuité, de cohérence d'un secteur de 120m à un autre. Par exemple, l'EGV pourrait arriver à une vitesse inadaptée juste avant un feu, freiner brusquement et l'optimisation initiale résulterait en une situation largement sous-optimale.

La stratégie de recalcul adoptée est alors la suivante : dans l'environnement considéré, le véhicule parcourant en moyenne $L_{min} = 120m$, la trajectoire sera recalculée environ tous les 60m.

En temporel, considérant qu'une voiture de tourisme de taille moyenne passe de $0km/h$ à $100km/h$ en 10 secondes (*i.e.* accélération maximum de $a_{max} = 3m/s^2$ environ), alors selon le calcul effectué en **section 2.3.2**, page 64, la voiture parcourt la trajectoire en environ :

$$t_f \approx 13.3s. \tag{4.1}$$

De manière plus pessimiste, sur des trajectoires plus courtes, considérons que la trajectoire soit parcourue en $10s$. Or, considérant que la trajectoire optimale soit recalculée tous les demi-environnement, le véhicule doit donc recalculer sa trajectoire toutes les $5s$ environ. Pour que la méthode d'optimisation soit acceptable, le temps de calcul t_{calc} doit donc satisfaire :

$$t_{calc} << 5s \tag{4.2}$$

ce qui n'est pas le cas pour l'instant, car $t_{calc} \# 5s$ (voir **chapitre 3**). Considérant que $t_{calc} = \frac{5}{10}s$, les temps obtenus jusque là doivent être divisés par 1000. Ce résultat pourra être atteignable par l'utilisation d'un langage compilé, d'un algorithme génétique dédié, par la parallélisation des calculs sur plusieurs processeurs ou cartes graphiques, ainsi que par l'amélioration des capacité de calcul des futurs processeurs.

De plus, en situation réelle, certaines modifications importantes de l'environnement nécessitent un recalcul anticipé de la trajectoire optimal, comme l'apparition de nouveaux

obstacles ou une déviation due à des travaux.

Ainsi, deux types de recalcul sont envisagés : périodiques et déclenchés. Dans les deux, les conditions initiales sont la position et la vitesse actuelles du véhicule, et les conditions finales un nouvel objectif situé le plus loin possible dans le champ de vue du véhicule. Ces deux types de recalcul ne sont malheureusement pas indépendant l'un de l'autre, ce qui rend le problème complexe. En effet, en avançant, le véhicule découvre un nouvel environnement et donc de nouveaux obstacles, ce qui risque de déclencher en permanence des nouveaux recalculs. Ce problème incontournable est l'une des raisons pour lesquelles la méthode d'évitement d'obstacles locale qu'est la méthode des champs de potentiel est nécessaire : elle gère la majorité des événements non prévus par l'optimisation, ce qui permet de minimiser le nombre d'optimisations déclenchées, au profit des optimisations périodiques. Les mouvements imprévus d'obstacles sont gérés par les champs de potentiel dans la méthode proposée.

En résumé, dans la méthode proposée, l'algorithme génétique apporte de l'*optimalité* de manière globale en utilisant au maximum l'*anticipation* et les informations *a priori*, alors que les champs de potentiel apportent la *gestion de l'imprévu* de manière locale par la *réactivité* et la *sécurité* grâce à l'évitement d'obstacles.

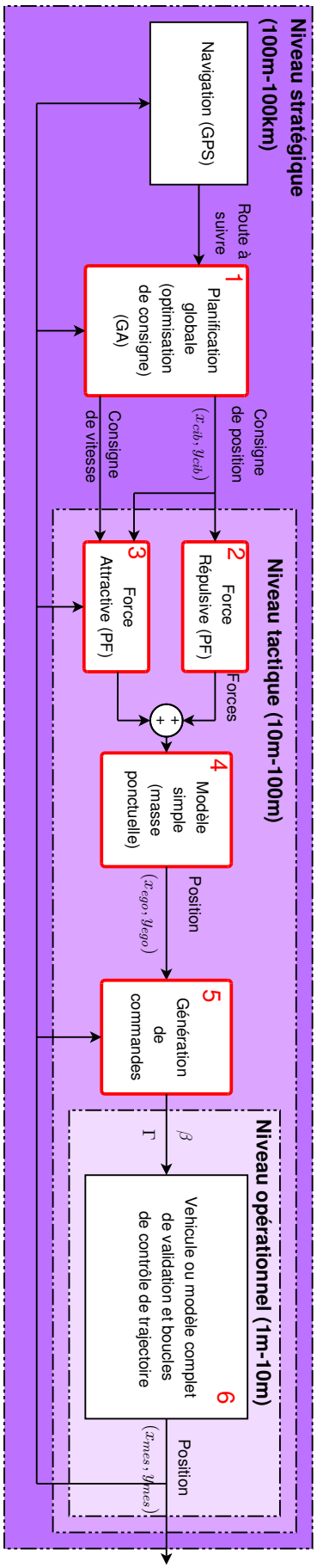


FIGURE 4.2 – Schéma d'architecture de commande d'un véhicule autonome

4.3 Développements sur le champ de potentiel répulsif

La méthode des champs de potentiel distingue deux types de champs de potentiel : les potentiels attractifs et les potentiels répulsifs. Dans cette section, le potentiel répulsif sera étudié en détails avec propositions d'améliorations. Les forces issues de ce deuxième type de potentiel, appelée elles-mêmes forces répulsives, tendent à éloigner le véhicule considéré des obstacles.

4.3.1 Potentiel répulsif originel

En 1986, Khatib [1986a] propose de regrouper les forces qui s'exercent sur un manipulateur robotique, par des forces dérivant d'un potentiel et en les ajoutant pour créer un champ de potentiel artificiel. Il crée le champ de potentiel artificiel qui représente l'attrait qu'exerce la cible du mouvement et la répulsion que représentent les obstacles, et le distingue du champ de potentiel réel dû aux forces naturelles telles que la gravité. Ces forces sont illustrées en Figure 4.1. Dans cette sous-section, le champ de potentiel attractif de la cible et le champ de potentiel dû à la gravité ne seront pas considérés. Seul le champ de potentiel répulsif dû aux obstacles sera abordé et sera noté U_k^{rep} dans le cas d'un seul obstacle k et U_{tot}^{rep} quand il sera question du champ de potentiel global exprimé pour l'ensemble de l'environnement considéré.

4.3.1.1 Définition du potentiel répulsif

Pour un obstacle k, le potentiel répulsif correspondant est calculé en fonction de la distance r_k à cet obstacle :

$$U_k^{rep} = \begin{cases} \frac{1}{2}\eta(\frac{1}{r_k} - \frac{1}{r_{max}})^2 & si \quad r_k \leq r_{max} \\ 0 & si \quad r_k > r_{max} \end{cases} \tag{4.3}$$

où r_{max} est la distance au-delà de laquelle l'obstacle n'a plus d'influence et η une constante de pondération à définir. La définition de ce potentiel est donc donnée seulement en fonction de la distance à un obstacle particulier, noté k. Cependant, dans l'espace cartésien, dans lequel les coordonnées x et y sont utilisées, plusieurs obstacles étant considérés, il s'agit de définir globalement le potentiel en écrivant que la distance à un obstacle k s'écrit :

$$r_k = \sqrt{(x - x_k^{obs})^2 + (y - y_k^{obs})^2}, \tag{4.4}$$

où x_k^{obs} et y_k^{obs} sont respectivement l'abscisse et l'ordonnée de l'obstacle k considéré. De là, pour tout point de l'espace de coordonnées (x, y), une valeur de potentiel peut être calculée pour chaque obstacle k. Le potentiel répulsif lié à un obstacle, U_k^{rep}, est compris entre 0 et $\frac{\eta}{2r_{max}^2}$. Pour que le potentiel répulsif ait des limites connues, quelque soit le nombre d'obstacles, il est nécessaire que l'expression du potentiel global ne dépende pas du nombre d'obstacle. Il est donc impossible de faire la somme des potentiels des différents obstacles

pour obtenir le potentiel global. Ainsi, la méthode suivante est adoptée :

$$U_{tot}^{rep}(x,y) = \max_{k}(U_{k}^{rep}(x,y)), \tag{4.5}$$

ce qui signifie qu'en tout point, le potentiel considéré est le potentiel le plus élevé parmi les obstacles ayant une influence en ce point (voir sous-section 4.3.3 pour l'explication de ce choix). Une carte de potentiel global est obtenue, telle qu'illustrée en Figure 4.3 avec le scénario 5. Le potentiel a été normalisé entre 0 et 1 sur cette figure.

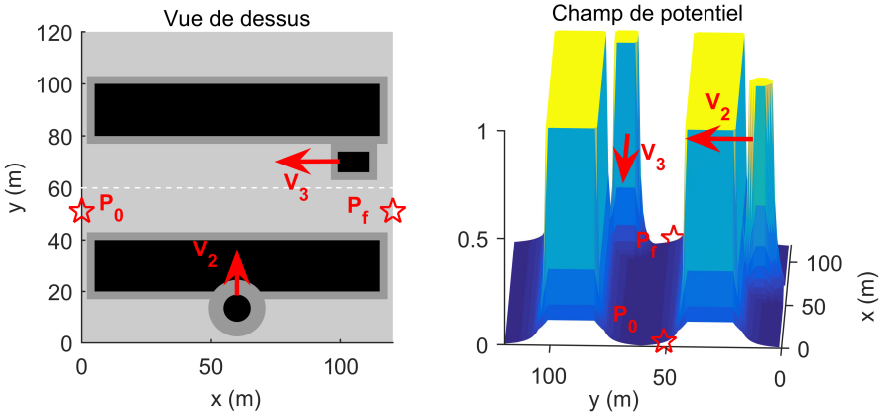


FIGURE 4.3 – Carte de potentiel pour le scénario 5

4.3.1.2 Définition de la force correspondante

La force répulsive $\vec{F}_{tot}^{rep}$ est calculée à partir de la pente négative du gradient de potentiel :

$$\vec{F}_{tot}^{rep} = -\vec{\nabla} U_{tot}^{rep}, \tag{4.6}$$

résultant des influences de différents obstacles à potentiel le plus élevé.

Le potentiel originel de Khatib possède un intérêt en ce qu'il est le précurseur de tous les travaux qui suivent. L'article Khatib [1986a] propose également une méthode pour remonter de ces forces aux mouvements des actionneurs, ainsi qu'au schéma de commande. Cependant, la méthode semble limitée en sachant qu'elle propose une forme unique pour les potentiels, permettant de gérer uniquement le rayon d'influence des obstacles et non la façon qu'ils ont d'influencer le véhicule.

Dans l'équipe CRONE, l'intérêt pour les dérivées d'ordre fractionnaire permet d'envisager une nouvelle définition du potentiel, à partir de la définition coulombienne du potentiel et de la définition de Weyl de la dérivée fractionnaire. Cependant, avant d'utiliser ce type de dérivée, une définition du potentiel répulsif fonction de la vitesse relative de l'obstacle et de l'EGV est proposée à la sous-section 4.3.2.

4.3.2 Potentiel répulsif fonction de la vitesse

Dans le potentiel répulsif originel de Khatib (voir sous-section 4.3.1), la valeur du potentiel et donc la force correspondante, dépendent uniquement de la position relative de l'EGV et de l'obstacle. En réalité, l'EGV et l'obstacle étant mobiles, il est nécessaire que la force dépende également de la vitesse relative de l'obstacle et de l'EGV, pour que la distance de freinage soit suffisante (voir Ge et Cui [2002]).

4.3.2.1 Expressions du potentiel répulsif et de la force associée

D'abord, la vitesse relative $\vec{v}_k^{EO}$ de l'EGV par rapport à l'obstacle est définie

$$\vec{v}_k^{EO} = \vec{v}^{ego} - \vec{v}_k \tag{4.7}$$

où $\vec{v}^{ego}$ et $\vec{v}_k$ sont respectivement la vitesse de l'EGV et celle de l'obstacle k.

Il est rappelé, d'après la section précédente, que la distance minimale de freinage pour que l'EGV s'arrête est de :

$$d_{freinage} = \frac{(v^{ego})^2}{2a_{max}}, \tag{4.8}$$

v^{ego} étant la norme de la vitesse absolue du véhicule. A partir de la définition de la vitesse relative, une nouvelle distance minimale de freinage relatif est définie selon :

$$\rho_m(v_k^{EO}) = \frac{v_k^{EO}(t)^2}{2a_{max}}. \tag{4.9}$$

De plus, une nouvelle distance à l'obstacle est définie, une distance correspondant bien à la distance au point le plus proche de l'obstacle par rapport à l'EGV :

$$\rho_s(\vec{p}^{ego}, \vec{p}_k^{obs}) = \|\vec{p}^{ego} - \vec{p}_k^{obs}\| - r_k^{loc}, \tag{4.10}$$

où $\vec{p}^{ego}$ et $\vec{p}_k^{obs}$ sont respectivement la position de l'EGV et de l'obstacle k et r_k^{loc} est le pseudo-rayon de l'obstacle, c'est à dire le rayon de l'obstacle dans la direction de l'EGV.

L'expression du potentiel dépend de la distance ρ_s à l'obstacle comme dans la section précédente. La nouveauté vient de la dépendance en ρ_m qui dépend elle-même de la vitesse. Dans les expressions suivantes, les indices k sont retirés pour alléger les expressions du potentiel répulsif dû à un obstacle.

Définition 4.3.1 (Potentiel répulsif de Ge et Cui [2002])**.** — *Si* $\rho_s(\vec{p}^{ego}, \vec{p}^{obs}) - \rho_m(v^{EO}) \geq \rho_0$ *ou* $v^{EO} \leq 0$ *:*

$$U^{rep}(\vec{p}^{ego}, \vec{v}^{ego}) = 0; \tag{4.11}$$

— *si* $0 < \rho_s(\vec{p}^{ego}, \vec{p}^{obs}) - \rho_m(v^{EO}) < \rho_0$ *et* $v^{EO} > 0$ *:*

$$U^{rep}(\vec{p}^{ego}, \vec{v}^{ego}) = \eta \left(\frac{1}{\rho_s(\vec{p}^{ego}, \vec{p}^{obs}) - \rho_m(v^{EO})} - \frac{1}{\rho_0} \right); \tag{4.12}$$

— *si* $\rho_s(\vec{p}^{ego}, \vec{p}^{obs}) - \rho_m(v^{EO}) < 0$ *et* $v^{EO} > 0$ *:*

$$U^{rep}(\vec{p}^{ego}, \vec{v}^{ego}) \; n'est \; pas \; défini. \tag{4.13}$$

Dans ces équations, $\rho_0 = r_{max} - r_k$ délimite la zone d'influence de l'obstacle k, et $\eta > 0$ est un facteur d'échelle pour le potentiel.

A partir du potentiel, la force répulsive peut être calculée :

$$\vec{F}_k^{rep}(\vec{p}^{ego}, \vec{v}^{ego}) = -\vec{\nabla}_p U_k^{rep}(\vec{p}^{ego}, \vec{v}^{ego}) - \vec{\nabla}_v U_k^{rep}(\vec{p}^{ego}, \vec{v}^{ego}), \tag{4.14}$$

où

$$\vec{\nabla}_w U_k^{rep}(\vec{p}^{ego}, \vec{v}^{ego}) = \frac{\partial U_k^{rep}(\vec{p}^{ego}, \vec{v}^{ego})}{\partial \vec{w}}. \tag{4.15}$$

w étant p^{ego} où v^{ego} selon le terme considéré.

Dans les tests, le potentiel répulsif calculé avec cette méthode est difficile à exploiter, car parfois les obstacles ne sont pas bien pris en compte et l'EGV passe directement à travers ces obstacles. Les conditions d'existence de la force sont un peu trop complexes pour être fiables. De ce fait, dans la **section 4.3.3**, un potentiel plus proche du potentiel originel, mais qui tient compte de la vitesse et de la distance d'arrêt est proposé.

4.3.3 Potentiel répulsif avec ordre fractionnaire

4.3.3.1 Définition du potentiel

Dans la **section 4.3.1**, le potentiel répulsif de Khatib est présenté et son expression donnée en (4.3). Ce champ de potentiel initial est remplacé rapidement dans la littérature par un potentiel coulombien basé, comme son nom l'indique, sur le modèle d'un champ électrique virtuel. Ce type de champ de potentiel est développé en détail dans la thèse d'Alexandre Poty (Poty [2006]) et ne sera pas expliqué à nouveau ici. Dans ce type de potentiel, le véhicule est considéré comme *"une particule chargée, soumis à l'influence d'un potentiel [...] répulsif de la part des obstacles pour éviter les collisions"*. Cependant, dans ce type de potentiel, seule la distance à l'obstacle est considérée pour le calcul du potentiel et en aucun cas le type de l'obstacle. Or, sur la route, tous les obstacles ne représentent pas le même danger, que ce soit pour eux-mêmes ou pour le véhicule considéré.

Pour ajouter une distinction entre les obstacles, le potentiel coulombien peut être généralisé en utilisant la définition de Weyl de la dérivée fractionnaire (Weyl [1917]), ce qui est présenté notamment dans Poty et al. [2004]. En effet, par intégration généralisée du poten-

tiel coulombien (Orsoni [2002]), il est obtenu l'expression suivante du potentiel dit *répulsif fractionnaire* :

— si $r_k \in [r_{min}, r_{max}]$ et $n_k \in [0, 2[\cup]2, +\infty[$:

$$U_k^{rep}(r_k) = \frac{r_k^{n_k-2} - r_{max}^{n_k-2}}{r_{min}^{n_k-2} - r_{max}^{n_k-2}}; \tag{4.16}$$

— si $r_k \in [r_{min}, r_{max}]$ et $n_k = 2$:

$$U_k^{rep}(r_k) = \frac{\ln(r_{max}) - \ln(r_k)}{\ln(r_{max}) - \ln(r_{min})}; \tag{4.17}$$

— si $r_k < r_{min}$:

$$U_k^{rep}(r_k) = 1, \tag{4.18}$$

— si $r_k > r_{max}$:

$$U_k^{rep}(r_k) = 0, \tag{4.19}$$

où

$$r_k = \|\vec{p}_k^{obs} - \vec{p}^{ego}\| = \sqrt{(x_{ego} - x_k^{obs})^2 + (y_{ego} - y_k^{obs})^2} \tag{4.20}$$

est la distance entre l'obstacle et l'égo-véhicule, r_{min} et r_{max} sont deux valeurs choisies représentant respectivement la distance minimum et la distance maximum d'influence de l'obstacle. r_{min} est souvent le rayon de l'obstacle (ou maximum des pseudo-rayons), et r_{max} une distance fixée au-delà de laquelle l'obstacle n'a plus d'influence. La différence avec le champ de potentiel de Khatib provient de deux éléments :

— le potentiel a été normalisé entre 0 et 1 grâce à l'ajout de la distance r_{min} et le coefficient de pondération η a disparu. Il sera déplacé au niveau de la force, pour que le potentiel soit toujours normalisé.

— dans l'expression du potentiel la distance r_k possède un nouvel exposant $n_k \in [0.1, 2[\cup]2, +\infty[$, appelé ordre non entier de l'obstacle k qui permet de gérer la pente du potentiel autour de l'obstacle. n_k est une nouveauté de cette étude et une contribution est apportée dans la suite pour son calcul en fonction de la nature de l'obstacle, de sa vitesse au moment du calcul du potentiel et de sa vulnérabilité.

Comme pour le potentiel de Khatib, le potentiel en tout point de l'environnement pourrait être calculé de sorte que :

$$U_{tot}^{rep}(x, y) = \max_k(U_k^{rep}(x, y)), \tag{4.21}$$

ce qui signifie qu'en tout point, le potentiel considéré est le potentiel le plus élevé parmi les obstacles ayant une influence en ce point.

4.3.3.2 Choix de l'ordre des obstacles

Comme énoncé en **section 4.1**, il est nécessaire de trouver un moyen de distinguer les obstacles les uns des autres, car tous n'ont pas la même dangerosité. Pour cela, l'ordre non entier n_k a été introduit et permet de régler la pente du potentiel autour de l'obstacle, comme illustré en Figure 4.4. Sur cette figure les différents profils de potentiel sont présentés en fonction de la valeur de l'ordre n_k. La pente du potentiel est ce qui importe le plus, car la force exercée par l'obstacle est l'inverse du gradient du potentiel, donc l'inverse de la pente.

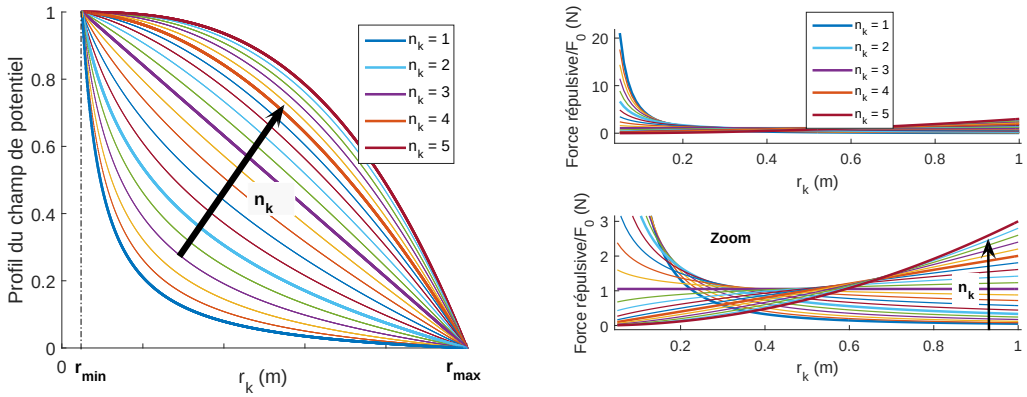


FIGURE 4.4 – (a) Profils du champ de potentiel en fonction de l'ordre n_k (b) Profils de force correspondants

Considérant que l'Ego-Véhicule ne doit pas s'approcher des obstacles, il est nécessaire que la force augmente lorsqu'il se rapproche d'un obstacle. Une force qui diminue lorsque l'EGV se rapproche de l'obstacle serait dangereuse pour l'EGV. Or, la force est proportionnelle à l'inverse de la pente, donc pour que la force augmente lorsque l'EGV se rapproche, il est nécessaire que la pente du potentiel soit de plus en plus importante en s'approchant de l'obstacle. Considérant l'expression du potentiel donnée en **sous-section 4.3.3.1**, ainsi que la Figure 4.4, il est alors évident que l'ordre n_k doit être strictement inférieur à 3. Pour des ordres supérieurs, la force sera importante loin de l'obstacle, mais diminuera au fur et à mesure que l'obstacle se rapproche.

L'ordre n_k caractérise la dangerosité de l'obstacle k. Or, sur la route, la dangerosité d'un obstacle dépend de sa *vulnérabilité* (*i.e.* de sa nature : poteau, piéton, vélo, camion, ...), de son *imprévisibilité* ou de sa *vitesse*. Ainsi, deux grandeurs sont proposées.

4.3.3.2.1 Vulnérabilité et imprévisibilité

Définition 4.3.2 (Vulnérabilité)**.** *En premier lieu, le danger lié à la nature des obstacles est représenté ici par l'introduction d'une notion appelée vulnérabilité, s'exprimant par :*

$$Vuln_k = Vuln_k^{ego} + Vuln_k^{alter}. \tag{4.22}$$

La vulnérabilité est constituée de deux termes, $Vuln_k^{ego}$ et $Vuln_k^{alter}$, qui représentent respectivement le danger que représente l'obstacle pour l'EGV et le danger que représente l'EGV pour l'obstacle.

Dans cette étude, il est choisi d'accorder la même importance à chacun de ces deux termes. Cependant, certaines études comme la Moral Machine du MIT ou les études commerciale sur l'importance de protéger d'abord le passager, pourraient venir modifier ce paramétrage, notamment en accordant plus d'importance au danger pour l'EGV qu'au danger posé par l'EGV. Deux notions seront alors en concurrence, l'éthique et le commercial. Ainsi, $Vuln_k^{ego}$ et $Vuln_k^{alter}$ sont choisis dans le même intervalle $[0; 2.5]$ et, dépendant uniquement de la nature de l'obstacle, peuvent être trouvés dans une table de référence. Différents types d'obstacles sont rassemblés pour exemple dans le Tableau 4.1. Ainsi $Vuln_k$ prend des valeurs arbitraires dans l'intervalle $[0; 5]$, permettant de distinguer les obstacles selon une échelle de dangerosité.

Ensuite, le caractère imprévisible des obstacles est modélisé. Celui-ci est avant tout dû aux changement de mouvements que ceux-ci peuvent effectuer. En effet, un piéton qui marche toujours à la même vitesse n'est pas dangereux, puisque sont mouvement est toujours le même, donc prévisible. Son changement de comportement le rend dangereux : accélération soudaine, franchissement de la route par exemple, ralentissement voire arrêt sur la route.

Définition 4.3.3 (Imprévisibilité)**.** *La notion d'imprévisibilité est modélisée par le potentiel de changement de vitesse ΔV_k. Celle-ci permet d'augmenter la dangerosité d'un obstacle lorsque celui-ci peut éventuellement accélérer ou ralentir de façon importante. Le potentiel de changement de vitesse dépend de la vitesse actuelle de l'obstacle et de ses limites de vitesse théoriques :*

$$\Delta V_k = \max(|V_k - V_k^{min}|, |V_k - V_k^{max}|), \tag{4.23}$$

où V_k^{min} et V_k^{max} sont respectivement la vitesse minimum et la vitesse maximum que peut atteindre l'obstacle et V_k est la vitesse de l'obstacle au moment où le champ de potentiel est défini.

4.3.3.2.2 Ordre n_k Enfin, l'ordre n_k doit dépendre de la vitesse de l'obstacle elle-même, puisqu'un obstacle rapide est nécessairement plus dangereux, possédant plus d'énergie cinétique qu'un obstacle lent. Ainsi, la fonction f permettant de calculer n_k dépend de $Vuln_k$, ΔV_k et V_k :

$$f : \begin{cases} \mathbb{R}^3 & \to & \mathbb{R} \\ (Vuln_k, \Delta V_k, V_k) & \longmapsto & n_k = f(Vuln_k, \Delta V_k, V_k) \end{cases} \tag{4.24}$$

Il s'agit alors de déterminer une expression explicite de la fonction f qui prenne en compte ces différentes grandeurs. Il est d'abord constaté que les grandeurs ΔV_k et V_k sont homogènes et peuvent être sommées. Ensuite, il est proposé de définir la grandeur $Vuln_k$

Type d'obstacle	$[\mathbf{V_k^{min}}, \mathbf{V_k^{max}}]$ (km/h)	$\mathbf{Vuln_k}$
Autre véhicule motorisé	$[0; v_{lim}]$	$4 = 2 + 2$
Vélo, rollers, ...	$[0; 30]$	$3 = 0.5 + 2.5$
Piéton	$[0; 10]$	$2.5 = 0 + 2.5$
Bords de routes, trottoirs	0	$0.5 = 0.5 + 0$
Signalisation, poteaux, murs	0	$2 = 2 + 0$

TABLEAU 4.1 – Vulnérabilité des obstacles ($Vuln_k = Vuln_k^{ego} + Vuln_k^{alter}$)

comme un facteur de dangerosité. De plus, cette fonction devant être croissante en fonction de chacune des trois variables, l'ordre n_k peut être défini par :

$$n_k = f(Vuln_k, \Delta V_k, V_k) = Vuln_k \left(A(V_k + \Delta V_k) + B\right) \tag{4.25}$$

où A et B sont des réels à déterminer.

La fonction f étant croissante pour les trois variables, il suffit de connaître son minimum et son maximum pour pouvoir calculer A et B. Le maximum de f a été fixé auparavant à 3 et le minimum de n_k est fixé arbitrairement à 0.1. La dépendance de la dangerosité de l'obstacle est linéaire par rapport à la vitesse. Dans des études ultérieures, il pourrait être intéressant d'étudier l'impact de cette dépendance. Par le minimum et le maximum de f, les équations suivantes sont obtenues :

$$\left\{ \begin{array}{lcl} f(0.5, 0, 0) & = & 0.1 \\ f(5, v_{lim}, v_{lim}) & = & 3 \end{array} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{array}{lcl} B & = & 0.2 \\ A & = & \frac{1}{5v_{lim}} \end{array} \right. \tag{4.26}$$

ce qui permet d'obtenir l'expression suivante :

$$f(Vuln_k, \Delta V_k, V_k) = Vuln_k \left(\frac{1}{5v_{lim}} (V_k + \Delta V_k) + 0.2 \right). \tag{4.27}$$

Il est noté que le minimum de $Vuln_k$ est arbitrairement fixé à 0.5. A partir de cette formule et d'une table répertoriant les vulnérabilités, les vitesses minimales et maximales des différents obstacles, il est possible d'attribuer un ordre à tout type d'obstacle apparaissant dans l'environnement. D'autres améliorations pourraient être faites en prenant en compte la direction du mouvement de l'obstacle et donc de la vitesse relative de l'obstacle et de l'EGV, au lieu de la vitesse absolue de l'obstacle. De plus, un exposant C pourrait également être ajouté au terme $(V_k + \Delta V_k)$ pour accorder plus d'importance à l'augmentation de la vitesse de l'obstacle et de son imprévisibilité.

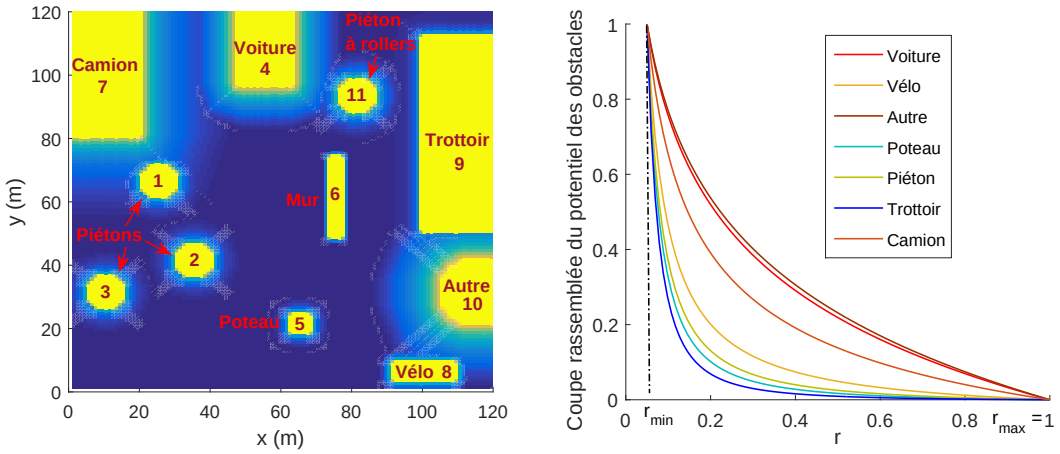
Le scénario 3 est utilisé pour illustrer l'effet des différents ordres attribués aux obstacles. Il est modifié pour que tous les obstacles ne soient pas des obstacles ronds. Ainsi, les types d'obstacles et les ordres correspondants sont donnés dans le Tableau 4.2.

Le résultat de ce calcul en terme de forme de potentiel est donné en Figure 4.5 (a). La coupe du potentiel pour chaque obstacle est donnée en Figure 4.5 (b). Sur cette dernière

Numéro	1,2,3	4	5	6	7	8	9	10	11
Type	Piéton	Voiture	Poteau	Mur	Camion	Vélo	Trottoir	Non identifié	Roller
Vitesse (km/h)	3.6	36	0	0	21.6	14.4	0	0	10.8
Ordre calculé	0.6	1.95	0.4	0.4	1.6	0.96	0.1	2	0.96

TABLEAU 4.2 – Ordres calculés pour les différents obstacles du scénario 3 transposés dans un environnement routier

figure, le potentiel est normalisé à $r_{min} = 0.05m$ et $r_{max} = 1m$ pour que les différences de pentes soient bien visibles. Ces valeurs ne sont pas retenues pour la figure de gauche, $r_{max} = 1$ étant bien trop court.



(a) (b)

FIGURE 4.5 – (a) Potentiel des obstacles du scénario 3 pour différents type d'obstacles (b) Vue en coupe des potentiels des différents obstacles mis à l'échelle

4.3.3.3 Forces associées

Définition 4.3.4 (Force répulsive)**.** *A partir du potentiel, la force répulsive appliquée à l'EGV est calculée en utilisant l'opposé du gradient du potentiel et en ajoutant un coefficient de pondération* F^0 *:*

— *si* $r_k \in [r_{min}, r_{max}]$ *et* $n_k \in [0, 2[\cup]2, +\infty[$

$$\begin{aligned} \vec{F}_k^{rep}(r_k) &= -F_0 \vec{\nabla} U_k^{rep} = F_0 \frac{\partial U}{\partial r_k} \vec{u}_k^o \\ &= \frac{F_0 (n_k - 2) r_k^{n_k - 3}}{r_{min}^{n_k - 2} - r_{max}^{n_k - 2}} \vec{u}_k^o; \end{aligned} \tag{4.28}$$

— *si* $r_k \in [r_{min}, r_{max}]$ *et* $n_k = 2$

$$\begin{aligned} \vec{F}_k^{rep}(r_k) &= -F_0 \vec{\nabla} U_k^{rep} = F_0 \frac{\partial U}{\partial r_k} \vec{u}_k^o \\ &= \frac{-F_0}{r_k(ln(r_{max}) - ln(r_{min}))} \vec{u}_k^o; \end{aligned} \tag{4.29}$$

— *si* $r_k \notin [r_{min}, r_{max}]$

$$\vec{F}_k^{rep}(r_k) = \vec{0}, \tag{4.30}$$

où r_k *est le rayon cylindrique quand l'obstacle est pris comme centre du repère cylindrique.*

Comme U_k^{rep} ne dépend pas de φ, $\vec{F}_k^{rep}$ ne dépend pas de φ non plus.

Cependant, il est inutile d'appliquer une force de répulsion sur le véhicule si celui-ci ne se dirige pas vers l'obstacle. C'est pourquoi des conditions d'application de la force supplémentaire ont été définies. Soient les angles α_0, α_1, α_2, α_3, α_4, définis sur la Figure 4.6.

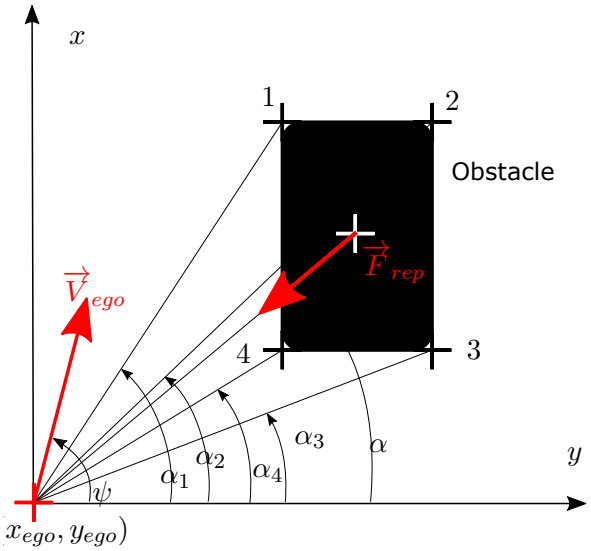


FIGURE 4.6 – Définition des angles relatifs EGV - Obstacle pour définir la force F_{rep}

De ces angles, une condition d'existence de la force est ajoutée, en plus de la distance inférieure à r_{max} :

$$\psi \in [\min \alpha_i - \epsilon; \max \alpha_i + \epsilon]. \tag{4.31}$$

Cette condition représente le fait que le vecteur vitesse de l'EGV doit avoir une direction comprise dans le rayon angulaire de l'obstacle, plus une certaine marge ϵ. De plus, pour plus de sécurité, les points 1, 2, 3 et 4 de la Figure 4.6 ne sont pas les sommets de l'obstacle, mais les sommet de l'obstacle augmenté, c'est à dire les sommets de l'obstacle auquel la largeur du véhicule est ajoutée, pour s'assurer que celui-ci ne touche pas l'obstacle.

Lorsque le repère est centré sur l'obstacle, la direction de la force est fixée avec $\vec{u}_k^o$, ce qui n'est pas possible dans le cas général. Le vecteur unitaire qui porte la force $\vec{F}_k^{rep}$ est donc

défini tel que :

$$\vec{u}_k^o = \frac{\vec{p}_k^{obs} - \vec{p}^{ego}}{\sqrt{(x_{ego} - x_k^{obs})^2 + (y_{ego} - y_k^{obs})^2}} \tag{4.32}$$

où x_{ego} et y_{ego} sont les coordonnées de l'ego-véhicule et x_k^{obs} et y_k^{obs} celles de l'obstacle considéré. Dans le cas d'un obstacle rectangulaire, la distance à l'obstacle et la distance au centre de l'obstacle sont deux choses bien différentes, et l'utilisation de r_{min} ne suffit plus à définir la distance de l'obstacle à l'EGV.

Enfin, dans un environnement donné, un obstacle n'est jamais isolé. Il s'agit donc de définir la force répulsive globale $\vec{F}_{tot}^{rep}$ ressentie par l'EGV lorsqu'il se déplace. La définition de cette force pose un vrai problème. En effet, en termes de simulation, il est bien plus facile d'exploiter directement l'expression des forces, pour chaque obstacle, et de les sommer a posteriori, comme montré sur la Figure 4.7.

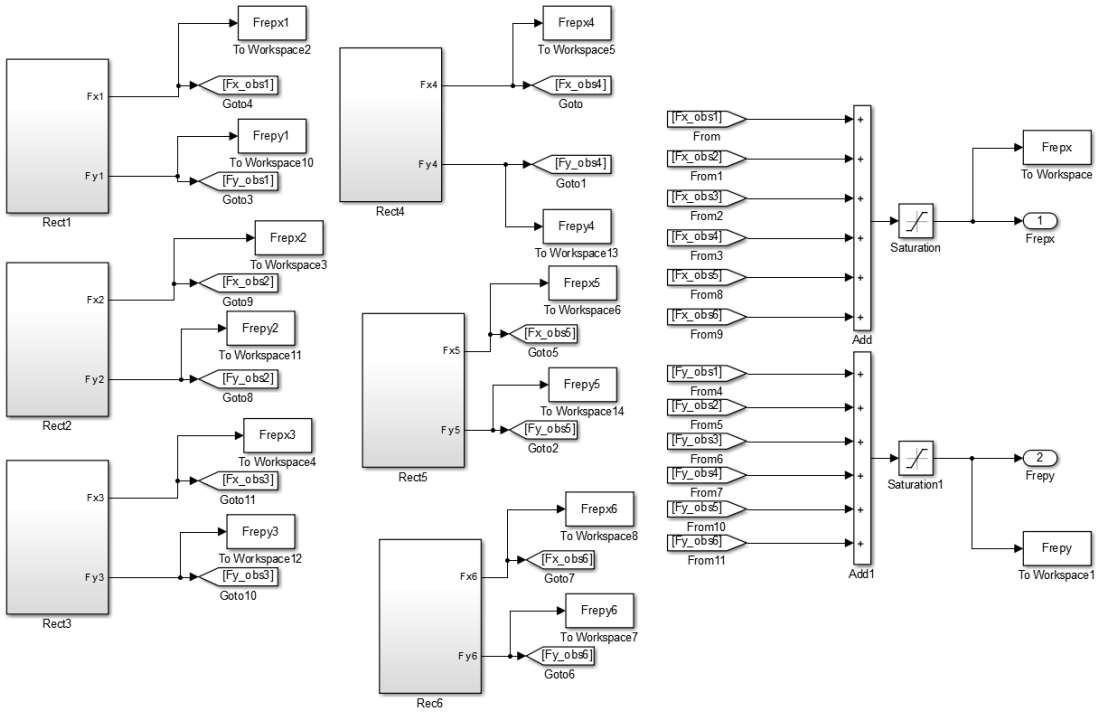


FIGURE 4.7 – Exemple de schéma de simulation pour la génération des forces F_k^{rep}

Cependant, cela ne correspond pas à la théorie, pour laquelle une carte de potentiel globale est créée, générant des vallées dans lesquelles le véhicule se déplace, grâce à des forces calculées dans le champ de potentiel global. En résumé, la question se pose de savoir si la force exercée sur le véhicule doit être de la forme :

$$\vec{F}_{tot}^{rep} = -F_0 \vec{\nabla} U_{tot}^{rep} \tag{4.33}$$

comme le suggère la théorie, ou de la forme :

$$\vec{F}_{tot}^{rep} = \sum_{k=1}^{K} \vec{F}_k^{rep} \tag{4.34}$$

où K est le nombre total d'obstacles, comme le suggère l'intuition pour faciliter la simulation, ou encore de la forme :

$$\vec{F}_{tot}^{rep} = \max_{k} \vec{F}_k^{rep} \tag{4.35}$$

si la force globale est calculée comme le potentiel global.

La première des trois expressions (4.33) permet sans doute d'obtenir la trajectoire la plus logique et la plus prévisible, puisqu'elle utilise le champ de potentiel global calculé, et donc une simple descente de gradient. Cependant, elle pose un problème majeur : lorsque les obstacles se déplacent, il faut alors recalculer tout le champ de potentiel avant de pouvoir calculer une nouvelle force répulsive, augmentant inévitablement les temps de calcul. Avec la seconde définition, en (4.34), les forces sont calculées directement en fonction des positions actuelles des obstacles et aucun recalcul de potentiel n'est donc nécessaire, augmentant alors la rapidité de simulation. Cependant, du fait de la variation du nombre d'obstacle en fonction des scénarios (par exemple embouteillage), et de leur distance d'influence finie (r_{max}), la force totale résultant d'une somme devient extrêmement difficile à calibrer, puisque son maximum dépend du nombre d'obstacles influant à un instant t. Enfin la troisième méthode donnée en (4.35) permet de limiter en tout instant la force répulsive à celle d'un seul obstacle, celui qui exerce la force la plus importante sur l'EGV. En termes de pondération avec la force attractive, cette méthode est aussi intéressante que la première puisque le maximum et le minimum que la force répulsive peut prendre sont connus. Cependant, avec cette méthode qui utilise une fonction discrète max, la trajectoire risque d'être saccadée, puisque la force changera de valeur et de direction chaque fois que l'EGV passera du rayon d'action d'un obstacle à celui d'un autre.

La méthode utilisée en simulation effectue une somme des forces issues des obstacles influant à un instant, comme en équation (4.34). Dans l'idéal, il s'agirait de normaliser cette somme par K', le nombre d'obstacles qui a une influence sur l'EGV, mais ce nombre est difficile à obtenir.

En résumé, dans la définition des forces répulsives telles que présentées dans cette section, quatre paramètres sont à régler, chacun ayant une importance particulière :

— l'amplitude F_0 de la force répulsive permet de régler la pondération avec la force attractive, quelque soit la méthode utilisée, et bien que ces forces soient générées de façon différentes ;

— le rayon d'influence r_{max} permet de régler la distance à laquelle l'EGV doit considérer un obstacle comme dangereux. Cette grandeur pourrait être réglée de plusieurs façons, notamment en considérant la distance minimum de freinage à un instant donné, selon

$$d_{freinage} = \frac{(v^{ego})^2}{2a_{max}}, \tag{4.36}$$

où v^{ego} est la norme de la vitesse de l'égo-véhicule et a_{max} l'accélération (ou décélération) maximale que le véhicule peut fournir (notamment à travers ses freins) ;

— l'ordre de l'obstacle n_k représente la dangerosité de l'obstacle lui-même, donc la façon dont l'EGV doit approcher cet obstacle, et son calcul est expliqué dans la sous-section 4.3.3.2 ;

— enfin, la marge ϵ permet de régler la marge de sécurité qui est prise autour de l'obstacle, notamment pour avoir le temps de freiner, $\epsilon \in [0, \frac{\pi}{2}[$.

La méthode de définition du champ de potentiel proposée dans cette partie, utilisant la somme des forces issues des différents obstacles, est celle qui a donné les meilleurs résultats en simulation (voir **section 4.6**).

Dans la section 4.3.4, une méthode de prise en compte de la mobilité des obstacles dans la matrice de potentiel est proposée.

4.3.4 Champ de potentiel avec obstacles mobiles

Un dernier point doit être abordé sur le potentiel répulsif : en effet, le caractère mobile des obstacles implique que le potentiel change beaucoup. Dans cette étude, le champ de potentiel est stocké initialement dans une matrice de taille 120×120. Or, lors de l'optimisation, le danger de chacun des points de chaque trajectoire évalué doit être obtenu, et chacun des points de la trajectoire possède un temps de passage différent correspondant à une matrice de potentiel différente. Si la taille de la population est de 150 trajectoires, et que 200 générations sont nécessaires à l'optimisation, cela signifie que 30000 trajectoires sont évaluées durant l'optimisation. Pour $n_{intp} = 200$, c'est à dire que le danger de chaque trajectoire est évalué en 200 points, cela signifie que la carte de potentiel doit être calculée 6×10^6 fois, ce qui est inenvisageable.

Ce recalcul de tout le champ de potentiel étant trop coûteux en temps, il s'agit de stocker le champ de potentiel de façon à ne pas avoir à le recalculer durant l'optimisation. La même hypothèse qu'au **chapitre 3** est effectuée, celle que les obstacles conserveront le même mouvement, en vitesse ou en accélération, durant le calcul de la trajectoire de l'EGV.

La carte de potentiel est créée au tout début de l'optimisation à partir des données des capteurs, des cartes embarquées et des données du récepteur GPS. Au lieu d'être stockée dans une matrice en deux dimensions classique, la carte de potentiel est alors stockée dans une matrice en trois dimensions, U^{rep}_{mat} : deux dimensions spatiales et une dimension pour différencier les mouvements des différents obstacles. Chacun des obstacles présentant un mouvement différent est stocké sur un "niveau" différent de la matrice. Par exemple, tous les obstacles immobiles sont sur un niveau, tous les obstacles allant à vm/s dans la même direction sont sur un niveaux, etc... La couche inférieure de la matrice contient U^{rep}_{tot}, c'est

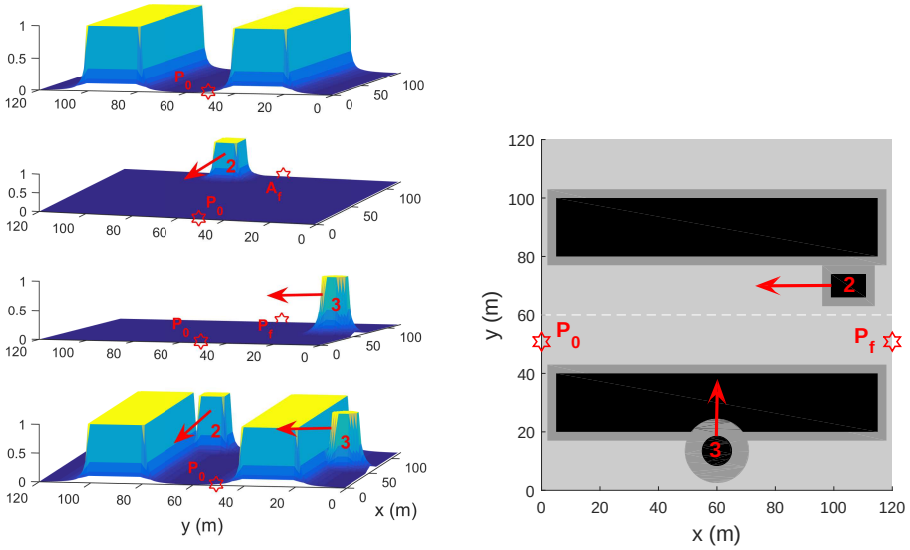


FIGURE 4.8 – (a) Potentiel répulsif avec les différents niveaux de la matrice (b) Représentation schématique

à dire la matrice initiale avec tous les obstacles à t_0. Sur la Figure 4.8, deux obstacles ont une vitesse, représentée par une flèche. Le calcul du danger est alors légèrement différent de celui présenté en **sous-section 3.2.3.1**, page 113 :

$$J_{danger} = \sum_{l,k} U^{tot}_{mat}(x^{mob}_{l,k}, y^{mob}_{l,k}, k) \tag{4.37}$$

où $l \in [0, n_{intp}]$ est l'indice du point de la trajectoire interpolée, $k \in [0, n_{obst}]$ le niveau de la matrice et $x^{mob}_{l,k}$ et $y^{mob}_{l,k}$ sont les coordonnées du véhicule dans chacun des niveaux du champ de potentiel en tenant compte du mouvement des obstacles, de sorte que :

$$\begin{cases} x^{mob}_{l,k} &= x^{intp}_{l} - v^{x}_{k} t^{l}_{intp} \\ y^{mob}_{l,k} &= y^{intp}_{l} - v^{y}_{k} t^{l}_{intp}, \end{cases} \tag{4.38}$$

v^x_k et v^y_k sont respectivement les coordonnées en x et en y de la vitesse du k-ième obstacle. x^{intp}_l, y^{intp}_l et t^l_{intp} sont respectivement l'abscisse, l'ordonnée et le temps de passage au l-ième point de la trajectoire interpolée.

Cette matrice est surtout utilisée pour l'optimisation, puisqu'en temps réel les champs de potentiel se basent sur les mesures des informations des obstacles. Dans la section suivante, la question du potentiel attractif, qui représente l'endroit où l'EGV doit se rendre, est étudiée.

4.4 Développements sur le champ de potentiel attractif

Tout comme le potentiel répulsif, le potentiel dit "attractif" peut se définir de différentes façons ainsi que les forces résultantes. Alors que l'objectif du potentiel répulsif est d'éloigner l'EGV des obstacles, celui du potentiel attractif est d'attirer l'EGV vers une cible ou un objectif. De ce fait, dans un champ de potentiel global - répulsif et attractif - le potentiel attractif est représenté par les minima. Présenté seul, le potentiel attractif est un puits, souvent un paraboloïde. Dans la suite, la définition de Khatib [1986a] sera présentée, puis celle de Ge et Cui [2002] modifiée par Poty [2006]. Enfin, une nouvelle approche du potentiel attractif sera proposée ainsi qu'une méthodologie pour le définir.

4.4.1 Potentiel attractif originel

Khatib [1986a] propose une définition du potentiel attractif comme un puits de potentiel en forme de paraboloïde simple, à savoir :

$$U^{att}(\vec{p}^{ego}) = \frac{1}{2}K(\vec{p}^{cib}(t) - \vec{p}^{ego}(t))\dot{(}\vec{p}^{cib}(t) - \vec{p}^{ego}(t)) \tag{4.39}$$

où $\vec{p}^{cib}$ est le vecteur position de la cible et "." le produit scalaire.

L'EGV visualise le potentiel attractif comme une pente du point de départ jusqu'à la cible, quelle que soit la direction d'où il vient. L'EGV descend donc simplement la pente jusqu'à la cible, pente perturbée par les différents obstacles.

Le potentiel proposé donne alors une force $\vec{F}^{att}$ selon :

$$\vec{F}^{att}(\vec{p}^{ego}) = -\vec{\nabla}U^{att} = -K(\vec{p}^{cib}(t) - \vec{p}^{ego}(t)), \tag{4.40}$$

auquel Khatib propose d'ajouter un terme de stabilité dépendant de la vitesse, par analogie avec un correcteur proportionnel dérivée, de sorte que :

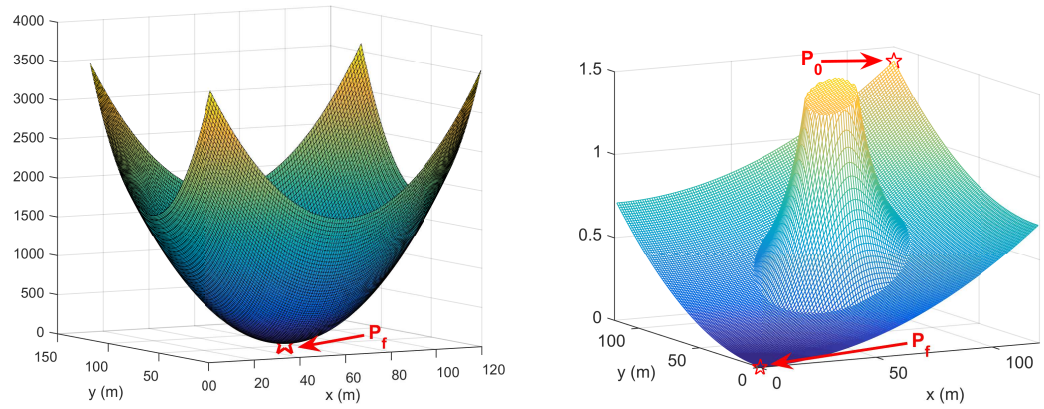
$$\vec{F}^{att}(\vec{p}^{ego}) = -K(\vec{p}^{cib}(t) - \vec{p}^{ego}(t)) - \vec{v}^{ego}. \tag{4.41}$$

L'allure du puits de potentiel correspondant est donnée en Figure 4.9.

Cette méthode, y compris au niveau du terme en vitesse, est présentée car elle a inspiré la méthode proposée ci-après en **section 4.4.2**, ainsi que les développements de cette étude en **sections 4.4.3**, **4.4.4** et **4.4.5**. L'inconvénient de cette méthode (voir Figure 4.9 (b)) réside dans le fait que l'environnement est limité, sans que les bords de l'environnement soient forcément des obstacles. Par conséquent, rien n'empêche l'EGV de sortir par les côtés de l'environnement, où le potentiel n'est plus défini. Cette définition du potentiel n'est donc pas d'un grand intérêt pratique.

4.4.2 Potentiel attractif fonction de la vitesse

Ge et Cui [2002] proposent une approche différente du potentiel attractif, qui permet



(a) (b)

FIGURE 4.9 – (a) Allure du potentiel attractif, l'étoile rouge étant la cible au centre de l'environnement (b) Allure du potentiel attractif + répulsif dans le cas d'un obstacle rond centré

de prendre en compte la vitesse relative du véhicule et de la cible, en plus de leur position relative. Tout d'abord, la vitesse du véhicule est prise en compte à l'approche de la cible, de plus une vitesse peut être associée à cette cible pour en faire une éventuelle consigne. Dans l'optique de la méthode proposée en **section 4.2**, il est intéressant d'avoir une cible mobile dont l'attraction dépend de la vitesse.

Le potentiel attractif U^{att} autour de la cible est donc défini comme suit :

$$U^{att}(\vec{p}^{ego}, \vec{v}^{ego}) = \alpha_p \|\vec{p}^{cib} - \vec{p}^{ego}\| + \alpha_v \|\vec{v}^{cib} - \vec{v}^{ego}\|, \tag{4.42}$$

où $\vec{p}^{ego}$ et $\vec{v}^{ego}$ sont respectivement la position de l'EGV et sa vitesse, et $\vec{p}^{cib}$ et $\vec{v}^{cib}$ celles de la cible.

α_p et α_v sont des coefficients de pondération, dont l'interprétation physique est proposée par Melchior et al. [2012]. La force correspondante est alors :

$$\vec{F}^{att}(\vec{p}^{ego}, \vec{v}^{ego}) = -\vec{\nabla}_p U^{att}(\vec{p}^{ego}, \vec{v}^{ego}) - \vec{\nabla}_v U^{att}(\vec{p}^{ego}, \vec{v}^{ego}), \tag{4.43}$$

où

$$\vec{\nabla}_w U^{att}(\vec{p}^{ego}, \vec{v}^{ego}) = \frac{\partial U^{att}(\vec{p}^{ego}, \vec{v}^{ego})}{\partial \vec{w}}. \tag{4.44}$$

Dans cette expression, w représente p^{ego} ou v^{ego}. L'expression explicite de la force attractive est donc :

$$\vec{F}^{att}(\vec{p}^{ego}, \vec{v}^{ego}) = \alpha_p(\vec{p}^{cib} - \vec{p}^{ego}) + \alpha_v(\vec{v}^{cib} - \vec{v}^{ego}). \tag{4.45}$$

Soit $\varepsilon_z = z_{cib} - z_{ego}$, z_{ego} étant la coordonnée x_{ego} ou la coordonnée y_{ego} et

$$\vec{F}^{att} = \begin{pmatrix} F_x^{att} \\ F_y^{att} \end{pmatrix} \tag{4.46}$$

alors :

$$F_z^{att} = M a_z^{ego} = \alpha_p \varepsilon_z + \alpha_v \frac{d\varepsilon_z}{dt}, \tag{4.47}$$

où a_z^{ego} est la coordonnée x ou y de l'accélération a^{ego}.

Si $\vec{a}_{cib} = \vec{0}$, alors dans le domaine de Laplace, pour des conditions initiales nulles :

$$F_z^{att}(s) = (\alpha_p + \alpha_v s) E_z(s), \tag{4.48}$$

avec $E_z(s) = \mathcal{L}\{\varepsilon_z\}$.

L'expression d'un régulateur de type proportionnel dérivée est donc obtenu, pour une régulation en position. En effet, le régulateur relie l'écart de position à la commande en force. Le schéma de commande sera donné dans la suite, en **section 4.5**.

Pour des raisons de causalité, ce régulateur non causal est transformé en régulateur causal, à avance de phase, en ajoutant un filtrage en hautes fréquences de pulsation de coupure ω_c :

$$F_z^{att}(s) = \frac{\alpha_p + \alpha_v s}{1 + \frac{s}{\omega_c}} E_z(s) = C(s) E_z(s). \tag{4.49}$$

Dans l'équipe CRONE, ce régulateur est modifié pour en faire un régulateur non entier, et ainsi assurer une robustesse à la régulation afin de maintenir un bon degré de stabilité (voir les **sections** suivantes **4.4.3** et **4.4.4** ci-dessous).

4.4.3 Potentiel attractif avec ordre non entier

Dans la **section 4.4.2**, le potentiel attractif a été interprété comme un régulateur en position, de type avance de phase (voir équation (4.49)). Ce régulateur peut être dimensionné pour un véhicule, autour d'un point de fonctionnement. Cependant, la masse du véhicule varie de façon importante entre le véhicule à vide et le véhicule en charge, et la vitesse du véhicule varie également de façon importante selon les situations considérées. Par exemple, pour le véhicule considéré dans cette étude, le VelV de PSA, la masse M varie de 600kg à 900kg. Ainsi, un ordre non entier n_{att} est ajouté par Melchior et al. [2012] au régulateur C, de sorte que :

$$F_z^{att}(s) = \frac{\alpha_p + \alpha_v s^{n_{att}}}{1 + \frac{s}{\omega_c}} E_z(s) = C(s) E_z(s), \tag{4.50}$$

est un régulateur qui apporte de la robustesse (voir Melchior et al. [2012] pour les détails). Avec cette méthode, les paramètres du correcteur sont calculés de sorte que :

$$\omega_u = \frac{3}{tr_{5\%}} \tag{4.51a}$$

$$\alpha_p = M_{nom}\omega_u^2 \tag{4.51b}$$

$$\alpha_v = \frac{\alpha_p 2\zeta}{\omega_u} \tag{4.51c}$$

avec $tr_{5\%}$ le temps de réponse souhaité, ω_u la pulsation au gain unité correspondante, M_{nom} la masse nominale du véhicule et finalement ζ le facteur d'amortissement correspondant.

Dans le programme utilisé, la pulsation de tronquage des dérivées est $\omega_c = 2\pi f_c = \frac{\pi}{h} rd/s$, où h est la période d'échantillonnage choisie pour les simulations Matlab[ő]. Selon le théorème de Shannon, la fréquence d'échantillonnage doit être supérieure à au moins deux fois la plus grande fréquence du signal pour éviter que le spectre du signal ne se replie sur lui-même (spectre périodique dû à l'apparition des harmoniques de la fréquence d'échantillonnage). Par exemple, pour $\omega_c = 1000rd/s$ il est nécessaire de prendre $h < \frac{\pi}{\omega_c} \simeq 3.1 \times 10^{-3}$.

Dans cette étude, deux nouvelles approches du potentiel attractif sont proposées : l'avance de phase du CRONE de deuxième génération à la sous-section 4.4.4 et l'interprétation physique masse-ressort-amortisseur à la sous-section 4.4.5.

4.4.4 Analogie potentiel attractif/avance de phase non entier

L'équation (4.50) présente un régulateur avec un ordre non entier n_{att} sous forme explicite [1]. Dans cette section, c'est la forme implicite du régulateur, proposée par Oustaloup et Linarès [1996], qui est donnée :

$$C(s) = \left(\frac{\alpha_p + \alpha_v s}{1 + \frac{s}{\omega_c}}\right)^{n_{att}} = \alpha_p^{n_{att}} \left(\frac{1 + \frac{\alpha_v}{\alpha_p} s}{1 + \frac{s}{\omega_c}}\right)^{n_{att}} . \tag{4.52}$$

Cette forme rappelle un régulateur CRONE de deuxième génération, dont l'expression canonique est :

$$C(s) = C_0 \left(\frac{1 + \frac{s}{\omega_b}}{1 + \frac{s}{\omega_h}}\right)^{n_{att}} . \tag{4.53}$$

Par identification, il est obtenu que :

1.
— Forme explicite : $\sum_{i=1}^{N} s^{\nu_i}$, $\nu_i \in \mathbb{R}^+$

— Forme implicite : $(1 - \sum_{i=1}^{N} s)^{\nu_i}$, $\nu_i \in \mathbb{R}^+$

$$\begin{cases} C_0 &= \alpha_p^{n_{att}} \\ \omega_b &= \frac{\alpha_p}{\alpha_v} \\ \omega_h &= \omega_c \end{cases} \tag{4.54}$$

En termes de réglage du régulateur, cette méthode est plus simple à utiliser, puisque la pulsation au gain unité ω_u peut être estimée directement en utilisant la formule $tr_{5\%} \approx \frac{3}{\omega_u}$.

A partir de ω_u, les pulsations de coupure ω_b et ω_h sont calculées facilement pour satisfaire une marge de phase M_φ désirée.

$$a = \frac{1 + \sin(\Phi_M)}{1 - \sin(\Phi_M)} \tag{4.55}$$

est défini, avec

$$\Phi_M = (-\pi + M_\varphi - Arg(G(j\omega_u))) \tag{4.56}$$

où $\arg(G(j\omega_u))$ est l'argument de la fonction de transfert du procédé calculé en ω_u, de sorte que

$$Arg(G(j\omega_u)) = -\pi \tag{4.57}$$

car le procédé est modélisé par une masse ponctuelle, ou encore un double intégrateur. Par conséquent, il est obtenu que $\Phi_M = 60°$, et de là

$$\begin{cases} \omega_b &= \frac{\omega_u}{\sqrt{a}} \\ \omega_h &= \sqrt{a}\omega_u \end{cases} \tag{4.58}$$

Ensuite, l'ordre n_{att} est calculé pour assurer la marge de phase :

$$n_{att} = \frac{2}{\pi}(-\pi + M_\varphi - \arg(G(j\omega_u)) = \frac{2}{\pi}M_\varphi. \tag{4.59}$$

Dans l'étude présente, comme c'est une masse ponctuelle qui est régulée par les champs de potentiel, le procédé est un double intégrateur et donc sa phase est constante égale à $-\pi$. Enfin, le gain C_0 est calculé tel que :

$$C_0 = \frac{1}{M_{nom}\omega_u}\left(\frac{1 + \left(\frac{\omega_u}{\omega_h}\right)^2}{1 + \left(\frac{\omega_u}{\omega_b}\right)^2}\right)^{\frac{n_{att}}{2}}, \tag{4.60}$$

où M_{nom} est la masse nominale de l'EGV. Une approximation entière peut ainsi être calculée avec un nombre entier N de pôles et de zéros, voir Oustaloup et Linarès [1996] pour les détails. Avec cette version du régulateur, tous les paramètres sont calculés plus facilement.

Par exemple, dans les situations présentées au **chapitre 3**, si l'écart souhaité à la consigne de référence doit être inférieur à $0.2s$, alors le temps de réponse à 5% est pris égal à $0.2s$. Ainsi, de cette valeur, il est obtenu que

$$\omega_u \simeq \frac{3}{tr_{5\%}} = 15rd/s. \tag{4.61}$$

La marge de phase M_φ est choisie égale à 60°, de manière à assurer un fort degré de stabilité, les oscillations n'étant pas souhaitables pour un véhicule, et de ce fait :

$$n_{att} \simeq 0.66. \tag{4.62}$$

Enfin, pour l'approximation entière, $N = 6$ est souvent une valeur choisie, puisqu'elle assure un compromis précision de l'approximation versus complexité du régulateur assez acceptable. La masse nominale de l'EGV est égale à $M_{nom} = 750$kg.

Néanmoins, il est à noter que le régulateur synthétisé est séparé pour les coordonnées x et y, qui sont donc considérées comme indépendantes. C'est effectivement le cas pour la masse ponctuelle, contrairement au véhicule réel. Il est également à noter que le régulateur finalement obtenu est difficilement interprétable à cause des différentes étapes de modélisation et d'hypothèses et notamment par le passage par α_v et α_p. Ainsi, dans la section suivante, une interprétation physique est proposée en **sous-section 4.4.5**, améliorant la méthodologie en combinant les coordonnées x et y.

4.4.5 Interprétation physique du potentiel attractif

4.4.5.1 Analogie avec un système masse-ressort-amortisseur

Une approche alternative du potentiel attractif consiste à revenir à la définition de Khatib, interprétée de manière mécanique, puis à l'étendre en non entier de la même façon que dans la section précédente. En effet, le potentiel de Khatib, observé de plus près, correspond à la force qui serait exercée par un ressort sur l'EGV, l'attirant vers la cible. Le terme en vitesse rajouté par Khatib correspond alors à un terme d'amortissement, donc littéralement à un amortisseur idéal. Ainsi, le potentiel attractif est interprété comme étant le potentiel correspondant à un système masse-ressort-amortisseur, illustré en Figure 4.10. L'EGV est lié à la cible virtuelle par un système ressort amortisseur, ou encore de suspension en mode longitudinal, libre en rotation autour de la cible et limité par un débattement maximum (symbolisé par une corde). Cette interprétation est schématisée en Figure 4.10.

4.4.5.2 Calcul de la force

k_r, c et d_{max} sont respectivement la raideur du ressort, le coefficient de frottement visqueux de l'amortisseur et la longueur de la corde. Dans le repère $\mathcal{R}_0$ de l'EGV, α_c, l'angle entre l'axe des abscisses et l'axe EGV-cible, est laissé libre. Ainsi, l'EGV peut naviguer autour de la cible suivant les forces répulsives exercées par les différents obstacles.

La force exercée par la cible est alors :

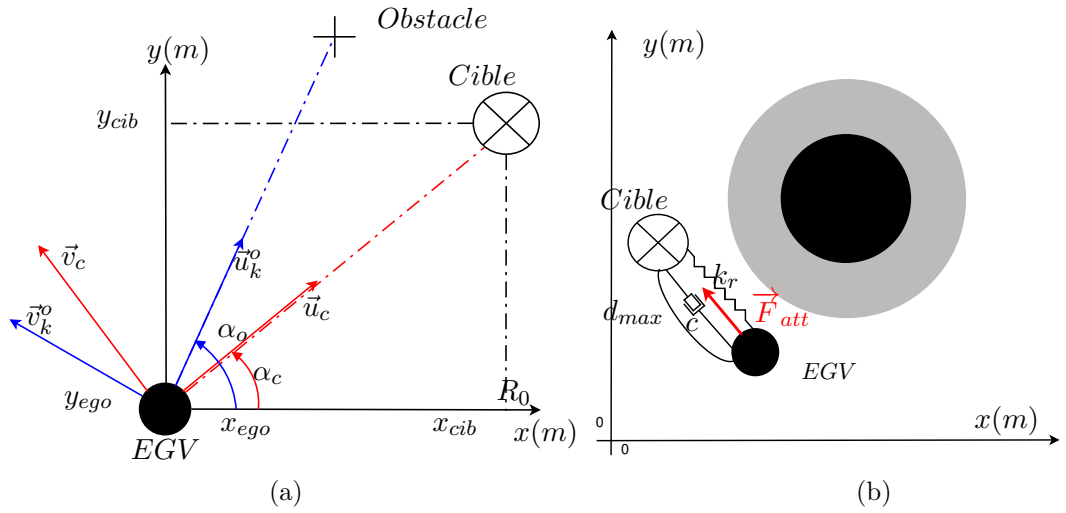


FIGURE 4.10 – (a) Repères locaux vis-à-vis de la cible à suivre et des obstacles (b) Modélisation du suivi de la cible sous la forme d'un ressort avec amortisseur

$$\vec{F}^{att} = \begin{pmatrix} F_x^{att} \\ F_y^{att} \end{pmatrix}_{R_0}. \tag{4.63}$$

r_{EC}, la distance entre l'EGV et la cible, est définie selon :

$$r_{EC} = \sqrt{(x_{ego} - x_{cib})^2 + (y_{ego} - y_{cib})^2}, \tag{4.64}$$

ce qui permet de définir la force du ressort

$$\vec{F}_{ressort} = -k_r(\vec{p}^{ego} - \vec{p}^{cib}) = -k_r r_{EC}\vec{u}_c \tag{4.65}$$

et la force de l'amortisseur

$$\vec{F}_{amort} = -c(\frac{\partial r_{EC}}{\partial t})\vec{u}_c, \tag{4.66}$$

avec

$$\frac{\partial r_{EC}}{\partial t} = \frac{\frac{\partial(x_{ego}-x_{cib})}{\partial t}(x_{ego} - x_{cib}) + \frac{\partial(y_{ego}-y_{cib})}{\partial t}(y_{ego} - y_{cib})}{\sqrt{(x_{ego} - x_{cib})^2 + (y_{ego} - y_{cib})^2}}. \tag{4.67}$$

La force d'attraction totale de la cible est donc de :

$$\vec{F}^{att} = (k_r r_{EC} + c\frac{\partial r_{EC}}{\partial t})\vec{u}_c, \tag{4.68}$$

ce qui donne l'expression complète de la force d'attraction sur $\vec{u}_c$ et permet d'obtenir ses coordonnées cartésiennes en sachant que :

$$\vec{u}_c = \vec{e}_x cos(\alpha_c) + \vec{e}_y sin(\alpha_c). \tag{4.69}$$

4.4.5.3 Valeur maximale de la force

La ligne supplémentaire, de longueur d_{max}, ajoutée en Figure 4.10 modélise la distance maximale admissible entre la cible et l'EGV. Cette ligne, ou corde, complète l'amortisseur et le ressort, en modélisant une saturation en distance, ou d_{max} entre la cible et l'EGV. Cette saturation est nécessaire pour plusieurs raisons :

— plus l'EGV s'éloigne de la cible, plus la trajectoire temps réel s'éloigne de la trajectoire optimale, ce qui n'est pas souhaitable ;

— sans distance maximum, la force $\vec{F}^{att}$ n'est pas majorée, rendant sa calibration difficile, notamment pour qu'elle ne prenne pas le dessus sur les forces répulsives. Par la saturation, le maximum de la force attractive est connu.

Deux façons de mettre en œuvre cette saturation peuvent alors être envisagées :

— la première est de forcer l'EGV à suivre la cible lorsque la saturation est atteinte, de sorte qu'il ne puisse pas s'éloigner plus ; cette approche pose à la fois le problème de la possibilité de passer à travers un obstacle (qui pourrait être résolue en fixant d_{max} à la taille du plus gros des obstacles dans l'environnement) mais également celui de la saturation en accélération ; si d_{max} est fixé de façon rigide et que l'EGV est obligé de suivre lorsque d_{max} est atteinte, l'accélération instantanée demandée risque de dépasser la limite technique a_{max},

— la seconde approche consiste à réaliser une cible dite "attentive", qui s'arrête lorsqu'elle voit que l'EGV est trop loin et reprend sa course optimale lorsque l'EGV se rapproche de nouveau. Par exemple, sur route, si un groupe de piétons imprévu traverse la route, le potentiel répulsif force le véhicule à s'arrêter. La cible optimal, imperturbable, continue d'avancer. Lorsque la distance entre la cible et le véhicule atteint d_{max}, la cible s'arrête, attend l'EGV. Lorsque les piétons sont passés, celui-ci redémarre, rejoint la cible, qui reprend son parcours optimal là où elle l'avait laissé. L'inconvénient de cette méthode est qu'elle génère des oscillations d'accélération (la cible s'arrête, redémarre, s'arrête de nouveau) pour le véhicule lorsqu'il est bloqué par un obstacle, au risque de passer à travers.

4.4.5.4 Dimensionnement en utilisant le domaine de Laplace

En termes de dynamique, si le système était à une dimension avec une cible immobile, en appliquant le principe fondamental de la dynamique à l'EGV considéré comme une masse ponctuelle, il est obtenu que :

$$M\frac{d^2x_{ego}}{dt^2} = k_r x_{cib} - k_r x_{ego} + c\frac{dx_{cib}}{dt} - c\frac{dx_{ego}}{dt} \tag{4.70}$$

ce qui correspond au schéma donné en Figure 4.11. Sur ce schéma, une pulsation de coupure ω_c est ajoutée pour des raisons de causalité. Sur ce schéma, la même forme que le potentiel de Ge et Cui [2002] est retrouvée, où α_p correspond à k_r et α_v à c

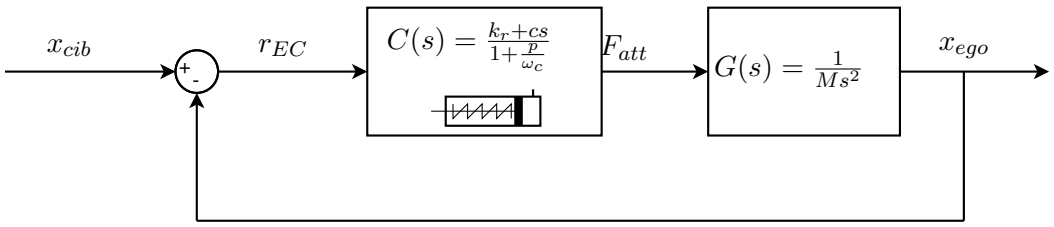


FIGURE 4.11 – Schéma de commande correspondant à un régulateur de type ressort amortisseur

Dans le domaine de Laplace, avec les conditions initiales égales à zéro, il est obtenu que :

$$Ms^2X_{ego}(s) + csX_{ego}(s) + k_rX_{ego}(s) = csX_{cib}(s) + k_rX_{cib}(s) \tag{4.71}$$

ce qui implique encore :

$$H(s) = \frac{X_{ego}}{X_{cib}} = \frac{cs + k_r}{Ms^2 + cs + k_r} = \frac{1 + \frac{c}{k_r}s}{\frac{M}{k_r}s^2 + \frac{c}{k_r}s + 1}. \tag{4.72}$$

L'expression d'une fonction de transfert d'ordre 2 est retrouvée sous sa forme canonique, représentant également les équations dynamiques d'une suspension passive horizontale. L'expression trouvée est directement celle de la fonction de transfert en boucle fermée. Elle a pour pulsation propre :

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k_r}{M}} \tag{4.73}$$

et de coefficient d'amortissement :

$$\zeta = \frac{\omega_0}{2}\frac{c}{k_r} = \frac{c}{2}\sqrt{\frac{1}{Mk_r}}. \tag{4.74}$$

Pour un temps de réponse à 5%, comme précédemment, de 0.2s, il est obtenu que :

$$k_r = M_{nom}\omega_0^2 = \frac{25M_{nom}}{tr_{5\%}^2} = \frac{2500M_{nom}}{4}. \tag{4.75}$$

De plus, le système ne doit pas présenter de dépassement, pour une réponse indicielle, et donc le facteur d'amortissement est fixé à $\zeta = 1$ est choisi, ce qui donne :

$$c = 2\sqrt{M_{nom}k_r}\zeta = 2\sqrt{\frac{2500M_{nom}^2}{4}} = 50M_{nom}. \tag{4.76}$$

4.4.5.5 Parallèle avec la suspension CRONE

Oustaloup [2014] propose au chapitre 4 une étude de la suspension CRONE. Cette dernière présente, comme dans les sous-sections 4.4.5.1 à 4.4.5.4, un ressort de raideur k_r en parallèle avec un amortisseur de coefficient de viscosité c.

Cependant, à travers la mise en parallèle de plusieurs réservoirs hydrauliques, il est ob-

tenu que l'amortissement devient proportionnel à la dérivée d'ordre fractionnaire n_{att} du déplacement et non plus à sa dérivée première. Ainsi :

$$\vec{F}^{att} = (k_r r_{EC} + c\frac{\partial^{n_{att}} r_{EC}}{(\partial t)^{n_{att}}})\vec{u}_c, \tag{4.77}$$

où r_{EC} est la distance entre la cible et l'EGV, c'est-à-dire la longueur du ressort à l'instant t, et $n_{att} \in]0,1[$. Pour les mêmes hypothèses (une dimension et conditions initiales nulles) la fonction de transfert en boucle fermée donnée en équation (4.72) devient alors :

$$H(s) = \frac{X_{ego}}{X_{cib}} = \frac{cs^{n_{att}} + k_r}{Ms^2 + cs^{n_{att}} + k_r} = \frac{1 + \frac{c}{k_r}s^{n_{att}}}{\frac{M}{k_r}s^2 + \frac{c}{k_r}s^{n_{att}} + 1}. \tag{4.78}$$

De cette fonction de transfert en boucle fermée est déduite la fonction de transfert en boucle ouverte, de la forme :

$$\beta(s) = \frac{cs^{n_{att}} + k_r}{Ms^2} = \frac{\frac{c}{k_r}s^{n_{att}} + 1}{\frac{M}{k_r}s^2} \tag{4.79}$$

ou encore, en ajoutant une pulsation de filtrage ω_c pour la causalité temporelle du régulateur :

$$\beta(s) = \frac{\frac{c}{k_r}s^{n_{att}} + 1}{1 + \frac{s}{\omega_c}}\frac{k_r}{Ms^2} = \frac{1 + \left(\frac{s}{\omega_1}\right)^{n_{att}}}{1 + \frac{s}{\omega_c}}\left(\frac{\omega_0}{s}\right)^2. \tag{4.80}$$

Cette expression revient à celle donnée précédemment à la sous-section 4.4.3. Or, d'après le travail de Oustaloup et Linarès [1996], au chapitre 11, l'expression de la fonction de transfert en boucle fermée donnée en (4.78) permet d'assurer un facteur de résonance, et par conséquent un degré de stabilité indépendant de la masse, mettant en défaut le dilemme stabilité-précision en automatique ou encore le dilemme masse-amortissement en mécanique. Ainsi, les développements théoriques effectués dans cette partie rejoignent les travaux effectués sur la suspension CRONE : ils permettent d'assurer une robustesse de la commande en position de l'EGV par le champ de potentiel attractif vis-à-vis des variations de masse du véhicule.

4.5 Contribution à la planification de trajectoire par la combinaison GA-PF

Il est maintenant proposé d'étudier la combinaison du GA avec le PF. En **section 4.5.1**, la méthode est présentée globalement, et notamment la façon de combiner le GA avec le PF, puis en **section 4.5.3** le lien entre les forces attractives et les forces répulsives, qui sont calculées de façon différentes, est fait. En **section 4.5.4**, des cas particuliers de cibles sont étudiés.

4.5.1 Détails structurels de la combinaison

Dans la méthode proposée, le GA est utilisé comme un algorithme d'optimisation hors ligne, avec recalcul périodique. En termes de commande, il fourni donc une consigne en position, optimisée, qui vient en entrée du schéma de commande (voir Figure 4.12). Le potentiel attractif, quant à lui, agit comme un régulateur en position, d'ordre non entier, comme présenté en **section 4.4**. Enfin, le potentiel répulsif agit comme une perturbation de commande, générant des forces qui ne doivent pas être rejetées par le régulateur. Il s'agit d'une interprétation des champs de potentiel sous forme de forces virtuelles, car pour un système réel les perturbations doivent être rejetées.

Sur le schéma de la Figure 4.12, (x_{cib}, y_{cib}) sont les consignes des coordonnées de la trajectoire fournie par le GA, (x_{ego}, y_{ego}) les coordonnées de l'EGV mesurées en sortie et (x^{obsts}, y^{obsts}) les coordonnées des différents obstacles présents dans l'environnement.

Dans les articles précédents utilisant les champs de potentiel, la cible à atteindre est un point fixe ou mobile, situé quelque part dans l'environnement. Dans le cas où celui-ci est mobile, comme dans l'article Melchior et al. [2012], il s'agit d'un objet réel qui se déplace et que l'EGV doit rejoindre. Le minimum du potentiel est donc fixé sur cette cible, à distance de l'EGV.

Dans cette thèse, le point d'arrivée est un point fixe, situé en (x_f, y_f). Cependant, le minimum du potentiel, ou potentiel attractif, n'est pas placé en (x_f, y_f). En effet, l'algorithme génétique génère une consigne en position complète : une consigne de trajectoire. Une cible

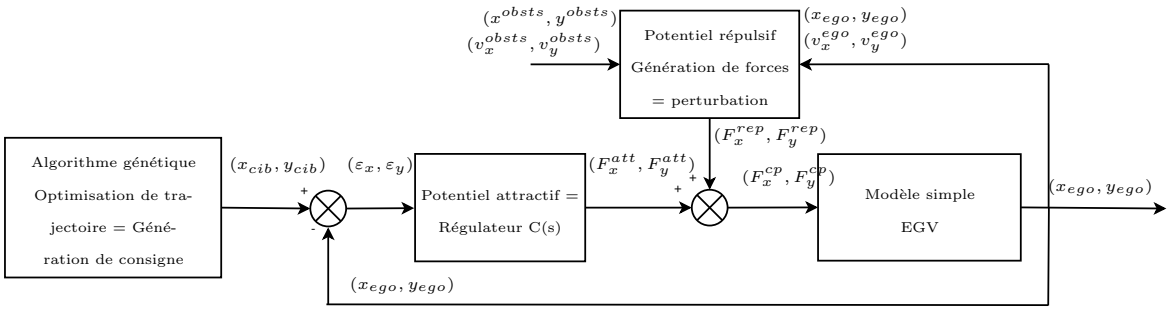


FIGURE 4.12 – Boucle de commande utilisant la trajectoire optimale comme consigne, et les champs de potentiel attractif et répulsif respectivement comme régulateur et perturbation

virtuelle est ensuite créée qui suit parfaitement cette trajectoire, sans perturbation. Cela signifie que l'EGV et le minimum du potentiel partent du même endroit, et que l'EGV est en permanence attiré par un minimum qui se déplace de façon optimale. Si les obstacles conservent le mouvement prévu lors de l'optimisation, l'EGV suit donc parfaitement la trajectoire optimale. Si un obstacle se déplace de façon imprévue et vient couper la trajectoire de la cible, celle-ci continue sa course optimale, mais l'EGV est forcé de l'éviter car un potentiel répulsif vient se superposer à l'attractif. Pour résumer, à partir de la trajectoire obtenue par l'algorithme génétique, trois consignes sont envisageables en entrée de la boucle de commande présentée en Figure 4.12 :

— méthode 1 : cible placée directement en (x_f, y_f) = créneau en position méthode employée jusque là (Melchior et al. [2012]) ;

— méthode 2 : cible qui saute de point intermédiaire optimal en point intermédiaire optimal = $n_{opt}+1$ créneaux en position, où n_{opt} est le nombre de points intermédiaires optimaux (voir communication Receveur et al. [2017]) ;

— méthode 3 : cible dynamique, suivant parfaitement la trajectoire optimale issue du GA, qui est une consigne optimisée, cœur de la contribution de cette étude (voir Receveur et al. [2018] et à venir Receveur et al. [2018]).

Un exemple de chacune de ces consignes appliquée sur l'abscisse x en Figure 4.13.

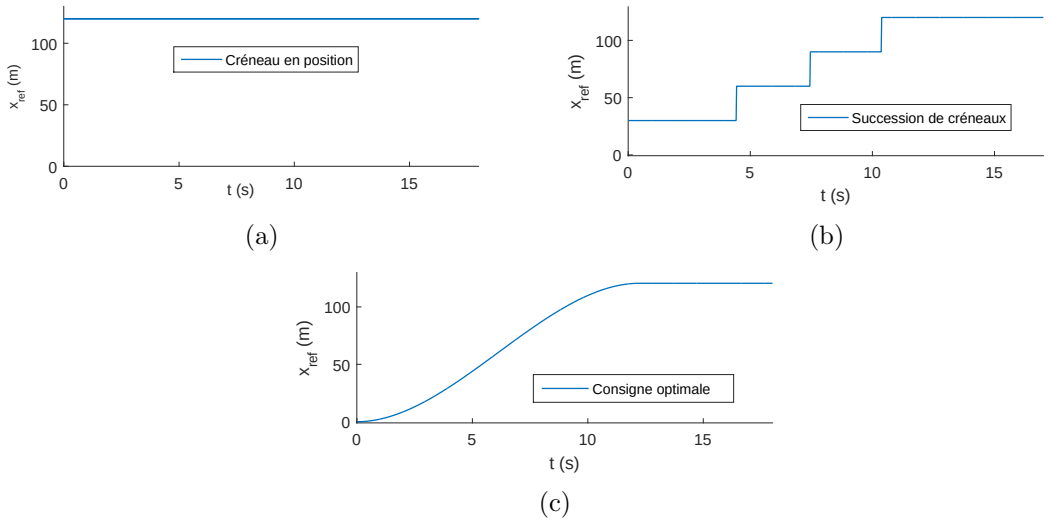


FIGURE 4.13 – (a) Consigne correspondant à la méthode 1 (b) Consigne correspondant à la méthode 2 pour trois points intermédiaires (c) Consigne correspondant à la méthode 3

4.5.2 Performances attendues

La méthode 3 étant la principale contribution de ce mémoire de thèse, elle est exploitée dans la suite. Elle seule propose vraiment le suivi d'une trajectoire optimale, y compris au niveau temporel. La méthode 1 ne propose qu'un chemin avec évitement au mieux des

obstacles, et ses faiblesses seront illustrées dans la suite. La méthode 2 n'apporte qu'un rapprochement vers le chemin optimal, mais en aucun cas vers une trajectoire optimale. Elle sera également illustrée dans la **section 4.6** qui contient les tests. Ainsi, la trajectoire de la cible dynamique est une trajectoire optimale, issue de l'algorithme génétique. L'objectif est donc de s'en rapprocher le plus possible, en considérant dans un premier temps que les obstacles se comportent comme prévu lors de l'optimisation.

En **section 4.4**, la notion de temps de réponse à 5%, $tr_{5\%}$, a été évoquée plusieurs fois, sans qu'une valeur ait été expliquée pour ce temps de réponse. La définition d'un cahier des charges ci-dessous permet le calcul d'un temps de réponse.

L'objectif de poursuite de trajectoire est donc que la trajectoire de sortie en temps réel (x_{ego}, y_{ego}) soit la plus proche possible de la consigne de trajectoire optimale (x_{cib}, y_{cib}). Parmi les critères d'optimalité présentés au **chapitre 3**, celui qui caractérise le plus la différence entre la trajectoire temps réelle et la trajectoire optimale, c'est le critère de temps de parcours. En effet, si le temps de parcours réel est très proche du temps de parcours optimal, et que l'écart en position (caractérisé par les erreurs statiques et erreurs dynamiques) est minime, alors la trajectoire optimale est bien suivie. Aussi, le cahier des charges est défini de sorte que le temps de parcours de la trajectoire dans le champ de potentiel soit différent de moins de 1% du temps de parcours optimal, dans le cas où es obstacles agissent comme prévu. Le temps de réponse est donc cherché tel que :

$$\frac{\|J^{opt}_{temps} - J^{ego}_{temps}\|}{J^{opt}_{temps}} < 1\%, \tag{4.81}$$

où J^{opt}_{temps} est le critère de temps optimal défini au **chapitre 3**, page 113, calculé pour la trajectoire optimale, et où J^{ego}_{temps} est ce même critère de temps calculé pour la trajectoire temps réel de l'EGV. Cela implique que :

$$\frac{t^{opt}_f - t^{cp}_f}{t^{opt}_f} < 1\%, \tag{4.82}$$

où t^{opt}_f est le temps de parcours optimal et t^{cp}_f est le temps nécessaire à l'EGV pour rejoindre la cible. Dans cette étude, le facteur d'amortissement est choisi tel que les dépassement soient interdits, donc l'EGV ne rejoint jamais parfaitement la cible. Il est donc considéré que t^{cp}_f est le temps de réponse à 1%. Le temps $t_{cp} \simeq tr_{1\%}$ serait donc pris égal à environ $0.99t_f$.

Par exemple, pour un t^{opt}_f environ égale à 20s, il faut avoir $t^{cp}_f = tr_{1\%} = 19.8s$.

Cependant, contrairement au cas habituel du créneau en position, avec lequel il est possible de faire l'approximation $tr_{1\%} \simeq \frac{5}{\omega_u}$ où ω_u est la pulsation au gain unité de la boucle ouverte recherchée, il est impossible de faire cette approximation pour une consigne complexe comme générée ici. De façon intuitive, il est souhaitable que le véhicule soit toujours à une distance temporelle de moins de 1% de la cible optimale. Soit ε_z l'erreur dynamique, définie en **sous-section 4.4.2**, ou erreur de traînage, en mètres et $\Delta t = t^{opt}_f - t^{cp}_f = 0.01t^{opt}_f$. Alors

à l'instant t, il est souhaitable que :

$$\Delta t < \frac{\epsilon_z}{v_z^{ego}(t)} \tag{4.83}$$

avec z égal à x ou y, ou encore que :

$$\epsilon_z < \Delta t \times v_z^{ego}(t). \tag{4.84}$$

Par exemple, dans le cas d'une rampe, et d'un système du premier ordre, l'erreur de traînage est constante et égale à A/ω_0, où A est la pente de la rampe et ω_0 la pulsation propre du système considéré. L'expression donnée en (4.84) est tout à fait similaire, puisque $v_z^{ego}(t)$ est bien la pente de la consigne à l'instant t et ε_d l'erreur dynamique. Dans la suite, il sera donc retenu que :

$$\omega_u = \frac{1}{\Delta t} = \frac{1}{t_f^{opt} - t_f^{cp}} = \frac{1}{0.01 t_f^{opt}}. \tag{4.85}$$

Par exemple, pour un t_f^{opt} environ égale à 20s, il faut avoir $\omega_u = \frac{1}{0.01 \times 20} = 5rd/s$.

Dans la suite, s'il est constaté que la pulsation choisie n'est pas suffisamment élevée, elle sera augmentée pour obtenir une réponse plus rapide.

Il est également important de noter que les variations dans la forme de l'environnement (nombre et position des obstacles notamment) impliquent de fortes variations dans la consigne, et donc potentiellement dans les performances si le correcteur correspondant n'est pas adapté.

Enfin, en termes de performances, étant donnée le caractère optimal recherché, et le fait que le point final est connu, il est choisi que l'erreur statique doit être nulle.

4.5.3 Mise à l'échelle des forces attractives et répulsives

Les forces attractives et répulsives agissent au même endroit de la boucle de commande, directement sur la commande du modèle simple de véhicule (masse ponctuelle). Comme ces forces sont en concurrence, elles doivent être de magnitude comparable, avec une priorité légère au répulsif de sorte que l'EGV ne passe jamais par-dessus un obstacle.

Le cas d'une cible fixe, ou d'une cible lointaine à rejoindre, est largement étudié par Poty [2006] qui propose d'utiliser les potentiels répulsifs et attractifs respectivement expliqués en **sous-sections 4.3.2** et **4.4.3**. Dans ce cas là, le potentiel répulsif possède un ordre non entier, et une zone d'action limitée, le potentiel attractif est assimilé à un régulateur CRONE sous forme explicite, dimensionné à partir du temps de réponse souhaité. Dans cette section, c'est le cas d'une cible dynamique qui est étudié. Il se trouve que, dans les tests effectués, le potentiel répulsif et le potentiel attractif ne sont pas générés de la même façon. En effet, le potentiel répulsif est généré en partant de la définition donnée en **section 4.3.3**, qui se base sur la dérivée fractionnaire de Weyl. Le potentiel attractif, quant à lui, est considéré comme

un régulateur d'ordre non entier sous forme implicite, comme présenté en **section 4.4.4**.

Pour mettre à l'échelle les forces attractives et répulsive, il s'agit alors de déterminer les gammes de valeurs que celles-ci peuvent prendre, et d'utiliser les différents paramètres, notamment le gain F^0, pour adapter leurs valeurs.

4.5.3.1 Maximum de la force attractive

Il s'agit en premier de déterminer analytiquement la valeur maximale que peut prendre la force attractive $\vec{F}^{att}$ donnée en **section 4.4**. La cible étant considérée comme dynamique, avec une vitesse maximale de v_{lim}, et une distance maximale à l'EGV de d_{max}, comme cela a été évoque en **section 4.5.1**, alors les intervalles de variation suivants sont connus :

$$\begin{cases} r_{EC} = \|\vec{p}^{cib} - \vec{p}^{ego}\| & \in & [0, d_{max}] \\ v_{EC} = \|\vec{v}^{cib} - \vec{v}^{ego}\| & \in & [0, +2v_{lim}]. \end{cases} \tag{4.86}$$

Il est alors obtenu que :

— le maximum de la force attractive calculée avec le régulateur non entier sous forme implicite est

$$F^{att}_{max} = \alpha_p d_{max} + 2\alpha_v v_{lim} \ ; \tag{4.87}$$

— le maximum de la force attractive calculée par l'analogie physique avec le système ressort amortisseur est

$$F^{att}_{max} = k_r d_{max} + 2c v_{lim} \ ; \tag{4.88}$$

ce qui donne un ordre de grandeur de F^{att}_{max} autour de 10^5 pour les valeurs considérées jusque là pour d_{max}, v_{lim}, M_{nom} et ω_u.

4.5.3.2 Maximum de la force répulsive

De la même façon, il est possible de déterminer la valeur maximale F^{rep}_{max} du potentiel répulsif dans l'environnement considéré. La définition utilisée pour le potentiel répulsif dans cette étude est celle proposée en **section 4.3.3**, qui utilise la définition de Weyl de la dérivée fractionnaire. Cette définition de la dérivée fractionnaire est explicitée en détails dans Melchior et al. [2001]. La Figure 4.4 en page 186 donne les allures de pentes pour les différentes valeurs de l'ordre non entier n_k. La pente est maximale au plus près de l'obstacle, pour $r_k = r_{min}$, et donc il en est de même pour la force répulsive.

Pour obtenir le maximum de la force, le potentiel est dérivé par rapport à r_k, la distance à l'obstacle :

— si $r_k \in [r_{min}, r_{max}]$ et $n_k \in [0, 2[\cup]2, 3[$

$$\frac{\partial U_k^{rep}}{\partial r_k}(r_k) = F^0(n_k - 2)\frac{r_k^{n_k-3}}{r_{min}^{n_k-2} - r_{max}^{n_k-2}} \ ; \tag{4.89}$$

— si $r_k \in [r_{min}, r_{max}]$ et $n_k = 2$

$$\frac{\partial U_k^{rep}}{\partial r_k}(r_k) = \frac{-F^0}{r_k(\ln(r_{max}) - \ln(r_{min}))} \ ; \tag{4.90}$$

— si $r_k \notin [r_{min}, r_{max}]$

$$\frac{\partial U_k^{rep}}{\partial r_k}(r_k) = 0. \tag{4.91}$$

Pour $n_k = 3$, une pente constante du potentiel est obtenue. Cette pente représente également une pente moyenne pour les autres valeurs de n_k. Il est décidé que la force attractive ne doit pas dépasser la valeur de la force donnée par cette pente constante pour éviter tout contact avec un obstacle, c'est à dire que :

$$F_{max}^{att} < F_{max}^{rep} = F^0\frac{1}{r_{min} - r_{max}} \tag{4.92}$$

où F^0 est le gain de proportionnalité entre le gradient du champ de potentiel et la force qui en découle. Ce gain est aussi appelé *facteur d'échelle*, puisqu'il sert à mettre la force attractive et la force répulsive à un même ordre de grandeur. Pour que F_{max}^{rep} soit du même ordre de grandeur que F_{max}^{att}, à savoir 10^5, il faut donc que $F^0 \simeq 10^6$ environ.

Remarque 4.5.1 (Attention)**.** *La force attractive et la force répulsive sont ici mises à l'échelle à partir de a force répulsive exercée par un obstacle sur l'EGV. Or, comme montré en Figure 4.7 en page 191, la force répulsive totale est calculée dans les simulations en faisant la somme des forces répulsives particulières. Cela signifie donc que si l'EGV est à moins de r_{max} de plusieurs obstacles, les forces exercées par ces différents obstacles s'additionnent, et peuvent devenir trop importante par rapport à la force attractive, en repoussant l'EGV au risque de repartir en arrière.*

La mise à l'échelle de ces deux types de force est un problème très compliqué à résoudre, et représente l'inconvénient principal de la méthode proposée. Pour que celle-ci fonctionne, il est nécessaire que la force répulsive soit toujours supérieure à la force attractive lorsqu'un obstacle bloque le chemin. Cependant la force répulsive ne doit pas non plus empêcher l'EGV de passer dans une passage étroit, ou le repousser trop loin des trottoirs. Pour que la force répulsive ne devienne pas gênantes, certaines règles de niveau supérieur ont été ajoutées dans les simulations selon les scénarios. Par exemple, sur le scénario 7, de croisement, il est impossible pour le véhicule de dévier de la voie ou de repartir en arrière. Il ne peut qu'aller tout droit ou s'arrêter. Cette technique présente l'avantage de donner d'excellents résultats

pour des situations normales de conduite, cependant elle ne permet pas certaines manœuvres, comme par exemple un évitement d'urgence.

4.5.3.3 Synthèse des paramètres de calibrage

Dans le Tableau 4.3 les différents paramètres à régler ainsi que les grandeurs techniques du cahier des charge correspondantes sont présentées.

Paramètre à régler	**Grandeur du cahier des charges correspondante**
k_r : raideur du ressort	$tr_{5\%}$: Temps de réponse du véhicule par rapport à la cible
c : amortissement du ressort	ζ : Amortissement, gestion du dépassement de la cible
F^0 : gain du potentiel répulsif	Distance de passage par rapport à l'obstacle
d_{max} : saturation en distance entre la cible et l'EGV	Force maximale exercée par la cible, donc sécurité par rapport à l'obstacle

TABLEAU 4.3 – Tableau des paramètres des potentiels attractif et répulsif

4.5.4 Création d'une cible attentive, cas d'une cible absente

Enfin, il s'agit que la méthode puisse gérer les cas où certains éléments ne fonctionnent pas comme prévu. Deux cas peuvent se présenter, un cas logique et un cas pathologique, qui correspondent respectivement aux cas où la cible doit être attentive et à ceux où elle n'existe pas.

4.5.4.1 Cible attentive

Lors de l'optimisation, il a été supposé que les obstacles conserveraient le même mouvement (vitesse, accélération) pendant tout le déplacement de l'EGV. Cette hypothèse est souvent vérifiée dans la vraie vie, et la plupart des conducteurs la font naturellement. Par exemple, si un véhicule est arrêté au bord de la route, le conducteur suppose légitimement que celui-ci ne va pas démarrer brusquement au moment de son passage. Si un véhicule est à doubler sur l'autoroute, le conducteur suppose que celui-ci va garder la même vitesse pendant le dépassement. C'est donc l'hypothèse que fait l'optimisation.

Cependant, il est également possible qu'un obstacle se déplace de façon inattendue et vienne donc couper la trajectoire optimale. C'est la raison même d'exister des champs de potentiel, qui permettent à l'EGV de réagir aux événements imprévus. Dans ce cas de figure, l'EGV peut s'arrêter, pour laisser passer l'obstacle qui coupe la trajectoire. Si l'EGV s'arrête et que la cible continue sur la trajectoire optimale, alors la force attractive va augmenter avec la distance, de façon exponentielle, et dépasser la force répulsive, forçant l'EGV à avancer

vers l'obstacle. Il est donc nécessaire, dans le cas où le véhicule est arrêté par un obstacle, que la cible soit "attentive", c'est-à-dire qu'elle s'arrête lorsque $r_{EC} >= d_{max}$, pour reprendre sa course lorsque le véhicule avance de nouveau.

La cible étant virtuelle, il n'est absolument pas nécessaire que sa position, sa vitesse ou son accélération soient continues, ce qui permet de l'arrêter ou de la redémarrer autant que nécessaire. Une illustration de la consigne obtenue et de ses dérivées est donnée en Figure 4.14. Sur la Figure 4.14 (a), tout se passe comme prévu par l'optimisation. Sur la Figure 4.14 (b), la cible est obligée de s'arrêter à t_1, patiente jusqu'à t_2, et reprend sa course normalement ensuite.

Remarque 4.5.2 (Délais de calcul)**.** *Dans l'idéal, il faut que la trajectoire optimale soit recalculée entre t_1 et t_2, cependant, étant donnée les temps de calcul actuels présentés au* ***chapitre 3****, cela n'a pas été testé ici.*

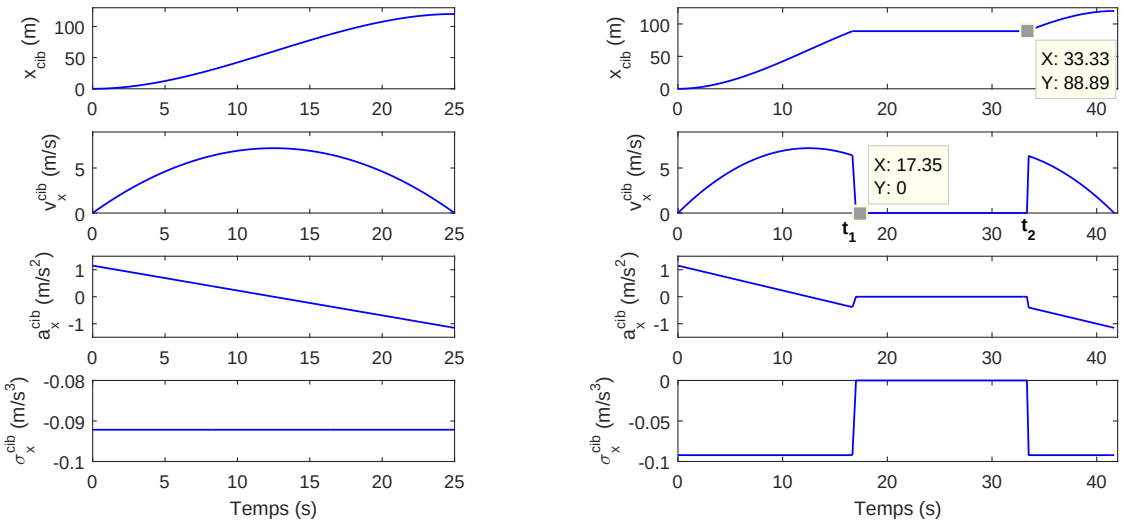


FIGURE 4.14 – (a) Consigne optimale obtenue dans un environnement sans obstacle (b) Consigne optimale pour une cible attentive qui patiente de t_1 à t_2

4.5.4.2 Cible absente

Au **chapitre 3**, il a été montré que l'algorithme d'optimisation échoue parfois à trouver une solution. Il est donc important que la méthode proposée puisse tout de même fonctionner dans ce cas là. Deux éléments sont alors importants : en premier lieu il s'agit de détecter quand l'algorithme génétique ne fonctionne pas et en second lieu de trouver une trajectoire alternative à la trajectoire optimale non trouvée.

La détection d'une défaillance de l'algorithme génétique peut se faire au moyen de deux éléments, la valeur du critère global obtenu, et le danger point par point de la trajectoire. En effet, si le critère global obtenu pour la trajectoire est supérieure à une certaine valeur J_{global}^{max},

alors un signal est envoyé à l'étage tactique pour lui signifier de trouver une alternative. Pour les tests effectués au **chapitre 3**, il est estimé qu'au-delà de 1, la trajectoire obtenue est peu satisfaisante et qu'au-delà de 1.5 elle n'est plus acceptable. De plus, le critère peut avoir une valeur faible tout en possédant un point dangereux, si la trajectoire est excellente par ailleurs. Dans ce cas, un signal est également envoyé à l'étage tactique.

Par ailleurs, une fois la défaillance détectée, il s'agit de créer rapidement une cible basique (non optimisée) pour guider le véhicule. A défaut de proposer une consigne en vitesse acceptable (*cf* **section 4.2**), la méthode des champs de potentiel peut fournir un chemin du point de départ au point d'arrivée, en suivant la descente du gradient. Cela fonctionne uniquement à condition que des contraintes correctes soient imposées au véhicule, notamment une qui l'empêche de sortir de sa voie dans certaines situations. La cible est donc générée en utilisant une consigne polynomiale pour laquelle le temps final est calculé en utilisant a_{max}, comme cela a été effectué au **chapitre 2**, page 93. Ce calcul est quasi-instantané et fournit une consigne au véhicule. Cette cible ne dépendant pas de l'environnement, elle est donc largement sous-optimale, mais utilisable grâce aux forces répulsives des obstacles et à son caractère attentif.

4.6 Résultats de simulation de la méthode GA-PF

Comme dit en **section 4.2**, l'algorithme génétique fournit une trajectoire optimale, qui n'a pas pour vocation d'être suivie strictement. La trajectoire optimale est générée à t à partir d'hypothèses de mouvement sur les obstacles, qui peuvent s'avérer différentes lors de la manœuvre à $t+1$, et ne peut pas être recalculée suffisamment rapidement pour être utilisée en temps réel. Le champ de potentiel est une méthode propice à la génération d'un chemin en temps réel. C'est une méthode rapide, mais qui ne donne ni un chemin optimal, ni une consigne en vitesse et en accélération. L'algorithme génétique vient donc apporter une amélioration aux champs de potentiel, en fournissant une référence en position, donc un minimum de champs de potentiel qui se déplace, appelé référence, ou cible. L'interprétation est donnée selon la boucle de commande présentée en Figure 4.12, en page 205. Dans la suite, deux méthodes seront testées et comparées :

— méthode 1 : champs de potentiel utilisés seuls pour la génération d'un chemin, avec une cible placée directement en P_f pour attirer l'EGV ; les trajectoire générées ainsi sont notées PF dans la suite, pour *Potential Field* ;

— méthode 2 : champs de potentiel avec un minimum, ou cible, généré au préalable par l'algorithme génétique ; la notation est GA-PF (*Genetic Algorithm-Potential Field*) pour les trajectoires générée avec cette méthode.

Sur certains aspects, et notamment les aspects consigne, il est difficile de comparer ces deux méthodes. En effet, les champs de potentiel n'ont pas initialement vocation à renvoyer des courbes de vitesse et d'accélération, et celles qui sont données pour les trajectoires de type PF sont les courbes obtenues en utilisant la seconde loi de Newton à partir des forces répulsives :

$$\left\{\begin{array}{lcl} \vec{a}^{ego}(t) & = & \frac{\vec{F}^{att}(t)}{M} \\ \vec{v}^{ego}(t) & = & \vec{v}_0 + \int_0^t \vec{a}^{ego}(\tau)d\tau \\ \vec{p}^{ego}(t) & = & \vec{x}_0 + \int_0^t \vec{v}^{ego}(\tau)d\tau. \end{array}\right. \tag{4.93}$$

Les vitesses et accélérations obtenues ne sont donc qu'une conséquence de la force exercée par la cible, qui diminue au fur et à mesure que l'EGV s'approche. Elles n'ont aucun rapport avec une consigne réelle de trajectoire. Ces formules sont vraies également dans le cas des trajectoires de type GA-PF mais, dans ce cas, la dynamique est quasiment instantanée, et le véhicule suit de très près la position $x_{cib}(t)$ de référence. En rendant cette dynamique très rapide, le champ de potentiel devient une méthode de suivi de trajectoire et non plus uniquement une méthode de planification de chemin.

La difficulté évoquée ci-dessous fait que les trajectoires PF et GA-PF ne seront pas comparées en termes de temps de trajectoire par exemple, car le temps de la trajectoire PF n'a pas de sens physique (rappel : c'est initialement une méthode de planification de chemin et de planification locale). En terme de forme de trajectoire, les deux méthodes seront comparées

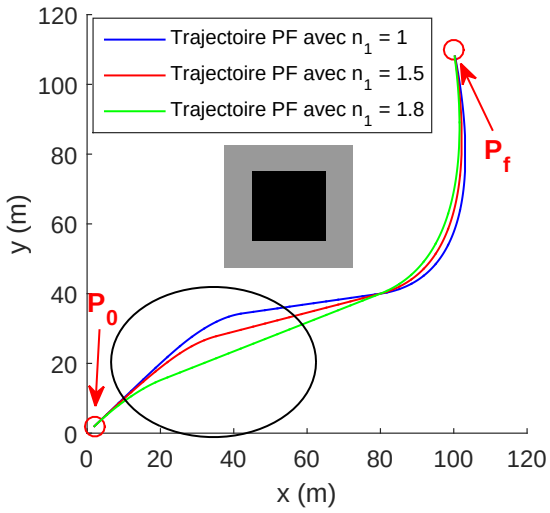


FIGURE 4.15 – Comparaison entre trois trajectoires d'évitement de l'obstacle 1, pour trois ordres différents

avec la trajectoire optimale, toujours en bleu sur les figures. Dans les figures suivantes, la position de l'EGV sera représentées par la variable d_{ego} qui représente la distance de l'EGV au point de départ P_0, c'est à dire l'abscisse curviligne de l'EGV.

Enfin, il est à noter que de la même façon qu'en **section 3.5**, les valeurs de vitesse données ne sont pas réalistes, pour une simple question de lisibilité des figures et de facteur d'échelle. Tous les résultats obtenus sont des résultats de validation et sont valables pour des vitesses réalistes sur de vraies distances. En **sous-section 4.6.1**, l'impact de l'ordre d'un obstacle sera testé sur la forme de la trajectoire dans le champ de potentiel, puis en **sections 4.6.3** et **4.6.4**, différents scénarios seront testés pour observer le suivi de trajectoire, tester la réactivité de la méthode aux imprévus et comparer avec la méthode initiale des champs de potentiel.

Pour l'ensemble des simulations réalisées, le potentiel attractif expliqué à la sous-section 4.4.2 est utilisé, les développements fractionnaires ayant été effectués après la réalisation des simulations. Le potentiel répulsif utilisé est celui décrit à la sous-section 4.3.3.

4.6.1 Impact de l'ordre d'un obstacle

Dans la **sous-section 4.3.3**, différents ordres d'obstacles n_k ont été présentés, pour différents types d'obstacles. De façon à illustrer l'influence de ces différents ordres sur la trajectoire dans le champ de potentiel, trois trajectoires sont parcourues, dans un scénario 1 modifié, où l'obstacle rond est transformé en obstacle carré. Les trois trajectoires illustrées en Figure 4.15 sont générées pour un obstacle d'ordre 1, 1.5 et 1.8 placé au milieu de l'environnement.

Pour toutes les valeurs de l'ordre n_1, l'obstacle est évité correctement. Cependant, à l'endroit entouré par l'ellipse noire, il est visible que plus n_1 est élevé et plus l'obstacle

influence l'EGV rapidement le long de la trajectoire. Ainsi, plus n_1 est élevé et plus la trajectoire est sécuritaire à la fois pour l'obstacle et l'EGV.

4.6.2 Comparaison PF, GA et GA-PF

Comme dit en **section 4.5**, une fois la trajectoire optimale calculée, une cible optimale est créée, sous forme de référence à suivre par l'EGV dans le champ de potentiel. Dans cette sous-section, la trajectoire temps réelle de la méthode GA-PF est comparée avec le chemin obtenu avec la méthode PF de base, dans le cas d'un obstacle mobile seul. Sur la Figure 4.16, la comparaison entre ces deux trajectoires est effectuée. Comme l'obstacle se déplace, une technique de représentation à la manière du *stop-motion* est adoptée, de sorte que la trajectoire est représentée sur 6 figures.

La différence entre la trajectoire GA-PF qui suit la trajectoire optimale et le chemin PF de base est flagrante : la trajectoire GA-PF, illustrée en Figure 4.16 (b), permet un passage lisse et optimisé derrière l'obstacle qui avance ; la trajectoire PF, illustrée en Figure 4.16 (a), cherche à atteindre directement le point P_f, avant de rencontrer l'obstacle et de tenter de l'éviter. Il est également à noter que le chemin fourni par la méthode PF possède des angles qui ne sont pas réalisables pour un véhicule non holonome de type automobile. Les valeurs des critères calculées (voir Tableau 4.4) pour les deux trajectoires confirment les conclusions qualitatives ci-dessus. Les critère temporels n'ont pas vraiment de sens pour la méthode PF, celle-ci étant une méthode locale de planification de chemin, cependant ils sont donnés pour comparaison, si elle était utilisée en planification globale de trajectoire.

Trajectoire	J_{danger}	$J_{longueur}(m)$	$J_{temps}(s)$	$J_{energie}$ (J)	$J_{inconfort}$
GA	0.0177	192	24	4.7×10^4	0.428
GA-PF	0.02	192	24	4.7×10^4	0.716
PF	0.309	180	51	4.84×10^4	146

TABLEAU 4.4 – Comparaison des valeurs des différents critères (avant normalisation pour l'agglomération) pour la trajectoire GA-PF par rapport à la trajectoire PF

La méthode GA-PF, dans ce cas, génère une trajectoire dont les valeurs des critères sont très proches des valeurs optimales (voir Tableau 4.4). Le potentiel étant interprété comme un correcteur, un pic d'accélération est observé au moment de l'arrêt du véhicule, car le freinage s'interrompt brusquement. Ce pic d'accélération explique la différence en termes de confort entre la trajectoire GA-PF et la trajectoire optimale. Par conséquent, il pourrait être intéressant d'utiliser un polynôme d'ordre 5 pour interpoler les trajectoires, de façon à assurer des conditions aux limites sur l'accélération, au détriment de l'augmentation du temps d'optimisation.

Finalement, la trajectoire optimisée est beaucoup plus naturelle du point de vue d'imitation du comportement d'un conducteur humain, qui ne va pas attendre d'être sur l'obstacle pour braquer brutalement. Elle est donc lisse et optimale, là où la consigne par la méthode

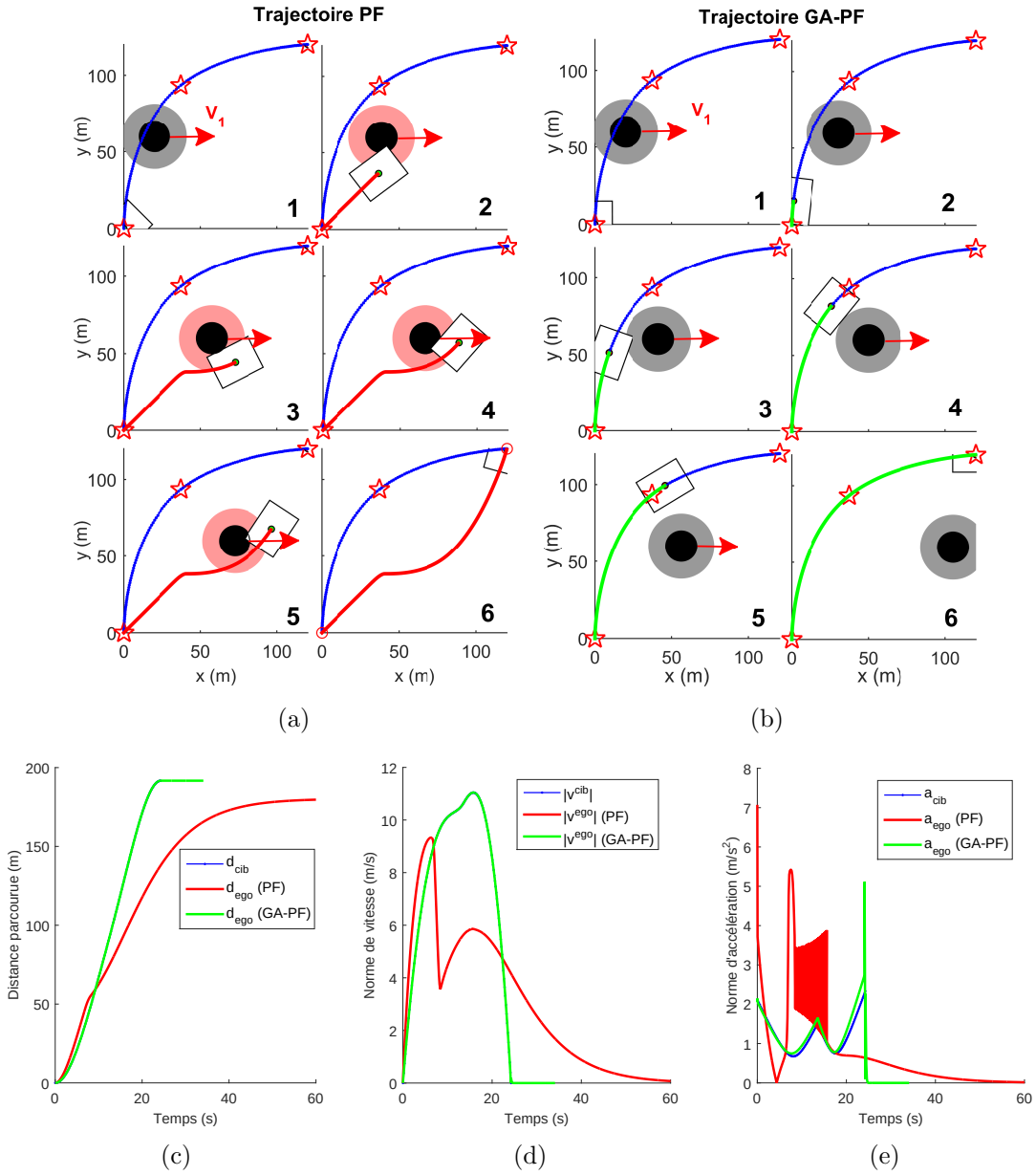


FIGURE 4.16 – (a) Chemin obtenu avec la méthode PF (–) (b) Trajectoire temps réel obtenue avec la méthode GA-PF (–) comparées avec la trajectoire optimale (–) (c) Evolution de d_{ego} pour ces différentes trajectoires (d) Evolution de $|v^{ego}|$ pour ces différentes trajectoires (e) Evolution de $|a^{ego}|$ pour ces différentes trajectoires

des champs de potentiel est saccadée.

4.6.3 Comparaison de trajectoires sur un scénario de croisement

Le scénario 7 de croisement, permet de vérifier plusieurs éléments :

— l'intérêt de la méthode GA-PF utilisée comme méthode de suivi de la trajectoire optimale fournie par l'algorithme génétique, comparée à une méthode PF simple qui fournit un chemin ;

— la réaction de la méthode GA-PF lorsqu'un obstacle adopte un mouvement inattendu.

Pour cela, une première simulation est réalisée (voir Receveur et al. [2018]) en plaçant la cible du champ de potentiel directement en P_f, et en laissant faire la méthode PF, puis une seconde en implémentant la cible dynamique et enfin une troisième en modifiant le mouvement de l'obstacle 3, sans recalculer la trajectoire optimale. Ces trois simulations sont représentées en Figure 4.17. Les points P_0 et P_f sont les points initialement prévus par le scénario et la vitesse initiale comme la vitesse finale sont fixées à 10m/s.

Remarque 4.6.1 (Effet purement logiciel)**.** *Il est important de préciser que pour les simulations de la méthode GA-PF, une fois le point P_f atteint, la vitesse tombe automatiquement à 0 et la position se bloque. C'est un effet de la simulation, qui n'est pas à prendre en compte puisqu'en situation réel l'EGV continuerait sa course.*

Sur les différentes sous-figures de la Figure 4.17, le point rouge est la référence à suivre et le point vert le centre de l'EGV. En 4.17 (a), la méthode PF est utilisée. La trajectoire obtenue est évidemment inacceptable, puisqu'elle rencontre plusieurs obstacles, change de direction et n'atteint jamais l'objectif final. L'EGV se retrouve coincé au milieu du carrefour, en rebondissant d'obstacle en obstacle. Sur la Figure 4.17 (e), l'accélération en rouge illustre bien les difficultés de la méthode PF, puisqu'elle présente de très fortes oscillations au fur et à mesure que le véhicule oscille à proximité des obstacles.

En 4.17 (b), la trajectoire GA-PF est représentée. Elle prouve que, si le mouvement des obstacles est anticipé correctement, la méthode GA-PF permet d'obtenir une trajectoire très intéressante en temps réel. En effet, l'EGV suit la référence de très près et traverse le carrefour de façon optimale. De même, la vitesse initiale et la vitesse finale de 10m/s sont respectées.

Sur les Figures (a) et (b), tous les autres véhicules mobiles (notés 1, 2 et 3), conservaient leur vitesse au long du parcours de la trajectoire. Sur la Figure 4.17 (c), le véhicule 3 accélère de façon inattendue pour rattraper le véhicule devant lui, ce qui empêche l'EGV de suivre la référence. Dans ce test, la cible n'est pas attentive et continue donc d'avancer. Cependant, l'EGV s'arrête, grâce au potentiel répulsif exercé par l'obstacle 3. Pour obtenir un arrêt efficace, il a été nécessaire d'ajouter des saturations en latéral, de sort que l'EGV n'a pas le droit de sortir de sa voie. Cette possibilité a été évoquée en **section 4.5.3**. Le champs de potentiel apporte donc bien la réactivité aux imprévus souhaitée pour la méthode. L'EGV

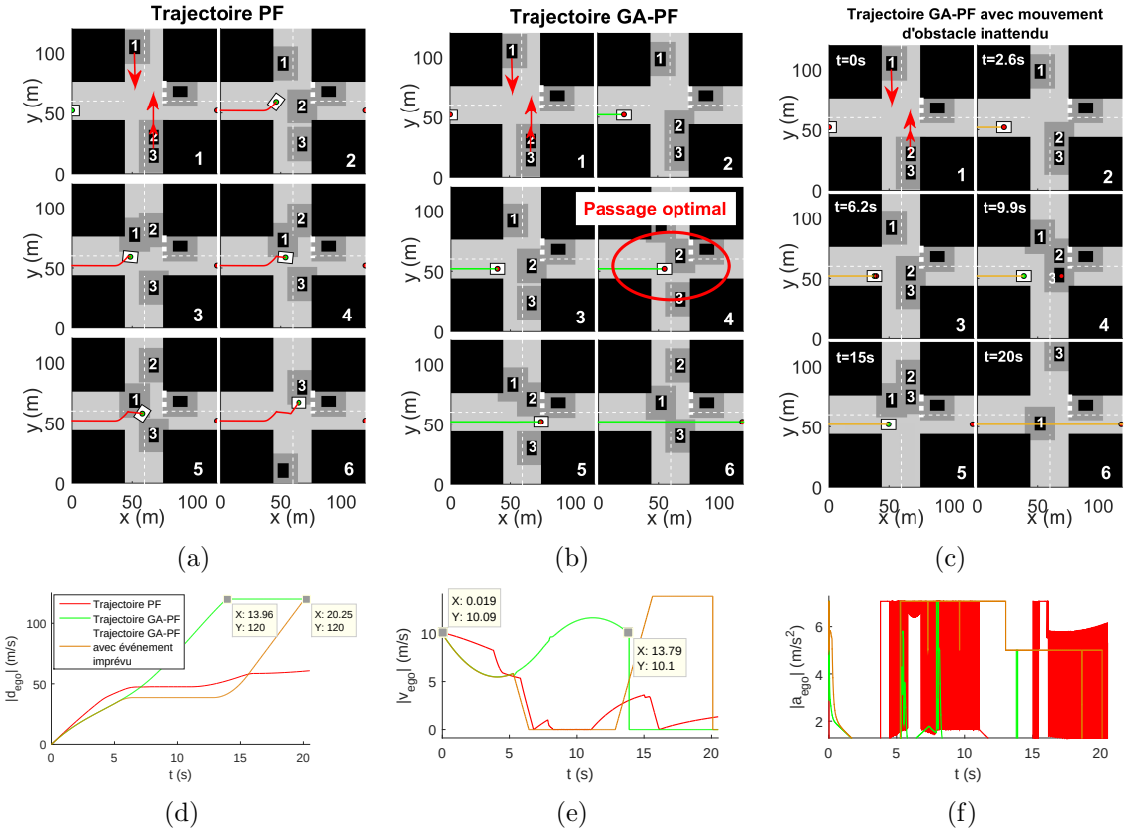
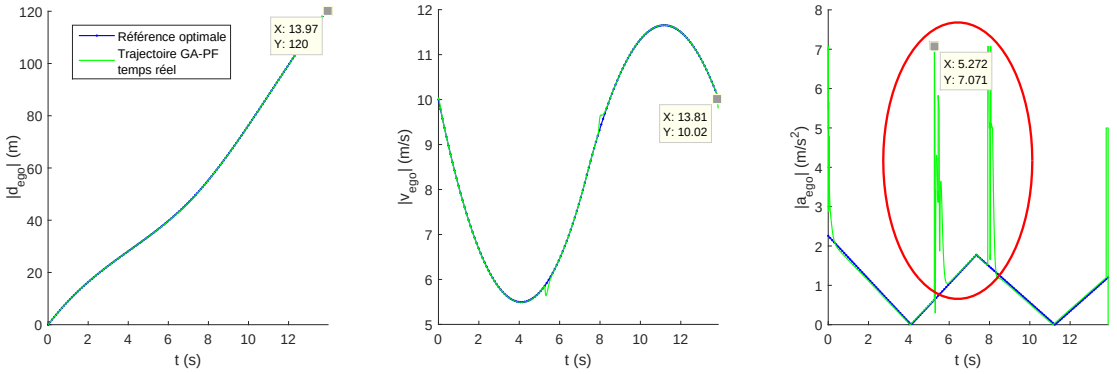


FIGURE 4.17 – Scénario 7 avec comparaison entre (a) la méthode PF initiale (–) (b) et la méthode GA-PF (–) (c) Impact d'un mouvement d'obstacle inattendu sur la trajectoire (–) (d) Évolution de la distance parcourue, pour les trois trajectoires (e) Évolution de la norme de la vitesse pour les trois trajectoires (f) Évolution de la norme de l'accélération pour les trois trajectoires

attend ensuite que le véhicule 3 passe, puis reprend sa course pour rattraper la cible. Dans ce cas, la trajectoire n'est plus optimale, puisque l'environnement a changé de façon inattendue et que la cible continue d'avancer. L'EGV accélère donc de façon importante pour rattraper la référence. Sur la Figure (d), il est visible que la courbe orange, qui représente cette troisième trajectoire, s'éloigne de la trajectoire quasi-optimale représentée en vert à partir de $t = 5s$. La trajectoire étant sécurisée, elle permet toutefois d'atteindre l'objectif, ce qui est l'essentiel. Sur la Figure (f) de fortes oscillations sont observables. En effet, dans un environnement avec plusieurs obstacles, il est compliqué d'appliquer toutes les forces dues aux différents obstacles. Ainsi, des conditions d'application des forces ont été ajoutées, pour vérifier si les obstacles sont dans le champ de vue de l'EGV. L'EGV restant en zone limite d'application de ces forces, des oscillations rapides apparaissent, sans pour autant impacter la trajectoire.

La différence entre la trajectoire GA-PF et la référence optimale est mieux illustrée en Figure 4.18, de sorte à voir les améliorations à apporter à la méthode.

En terme de suivi de la consigne en position, le résultat est excellent, ce qui est confirmé par la Figure 4.19 qui représente l'évolution temporelle de l'erreur en position par rapport à



(a) (b) (c)

FIGURE 4.18 – Scénario 7 avec comparaison entre la trajectoire GA-PF (–) et la référence optimale (–) (a) Abscisse curviligne de la trajectoire, comparée à l'abscisse optimale (b) Norme de la vitesse de l'EGV sur la trajectoire comparée à la vitesse optimale (c) Norme de l'accélération de l'EGV sur la trajectoire comparée à l'accélération optimale

la référence. L'erreur en suivi monte au maximum à 6cm, ce qui est faible au vu des distances considérées. Cependant, sont présents sur la courbe d'accélération en Figure 4.18 (c) des pics importants et soudains, qui correspondent à la détection d'obstacles dans le champs de vision de l'EGV. Ces pics sont trop brefs pour écarter l'EGV de la trajectoire optimale, mais sont important pour l'utilisation de la méthode. En effet, si l'accélération est utilisée pour générer des commandes pour le véhicule, notamment une commande en couple, alors il est nécessaire de filtrer ces pics d'accélération, pour deux raisons :

— comme évoqué au **chapitre 3**, les variations d'accélération contribuent à l'inconfort ressenti par le passager et ces variations rapides seront ressentis comme de légers à-coups ;

— l'accélération issue des champs de potentiel est utilisée pour générer une commande en couple pour l'EGV, or les organes fonctionnels de celui-ci seraient endommagés par des variations aussi brutales que celles présentes en Figure 4.18 (c).

L'impact de ces variations d'accélération ainsi que la manière de les éliminer sont une piste pour de prochaines études tels que filtrage en HF (voir sous-section 5.3.2.3)

4.6.4 Comparaison de trajectoires sur un scénario de dépassement

Le second scénario qui sert à tester la méthode GA-PF est le scénario 8 de dépassement sur une route à deux voies. Dans cette section est principalement testée la capacité de l'EGV à suivre la cible dans un scénario de dépassement, que le véhicule devant soit finalement dépassé ou non, suivant la stratégie choisie par l'optimisation.

Remarque 4.6.2 (Conditions initiales)**.** *La vitesse initiale et la vitesse finale sont fixées comme dans la sous-section précédente à 10m/s, et une fois le point P_f atteint la vitesse*

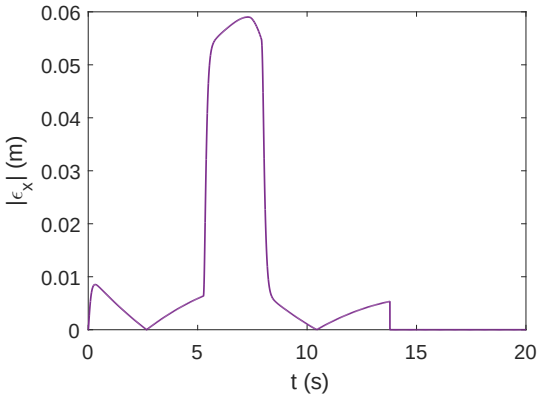


FIGURE 4.19 – Scénario 7 : évolution de l'erreur en position par rapport à la cible

tombe brusquement à zéro (voir remarque 4.6.1).

Sur la Figure 4.20 (a), le chemin généré par la méthode PF seule est présentée. Sur celle-ci, l'EGV se dirige directement vers le point final P_f, la force attractive étant trop forte comparée à la seule force répulsive du véhicule à doubler. La méthode PF utilisée seule n'est définitivement pas une bonne solution ici, avec risque de collision avec la bordure de la route, compte tenu de la non prise en compte de l'encombrement et des angles de visibilité des obstacles. Sur les Figures 4.20 (b) et (c), si le mouvement de l'autre véhicule est anticipé correctement, la trajectoire obtenue est excellente, en terme de respect de la référence optimale. De fait, comme l'algorithme génétique est capable de choisir entre dépasser et ne pas dépasser, d'après le **chapitre 3**, et que ce choix est suivi correctement ensuite, la méthode GA-PF permet de bien choisir une stratégie de conduite en fonction des critères et de l'environnement, tout en restant réactive face aux imprévus.

Le fait que l'EGV passe à travers l'autre véhicule sur la Figure 4.20 (a) vient confirmer le fait que le calibrage de la méthode des champs de potentiel est problématique. La valeur de F^0 choisie est essentielle et dépend à la fois de la vitesse, du scénario, du temps de réponse souhaité. Elle est donc très compliquée à choisir et les découplages effectués dans les sections précédentes ne sont visiblement pas une garantie. A l'inverse, dans la méthode GA-PF, la distance entre la cible et l'EGV est mieux gérée et le temps de réponse souhaité connu, ce qui permet de réduire les risques.

4.6.5 Comparaison de trajectoires sur un scénario de rond-point

Enfin, le scénario 9 est utilisé pour terminer ces simulations sur une trajectoire avec un virage plus prononcé. En effet, les virages sont un problème important en modélisation pour les véhicules autonomes, puisque certains braquages ne sont pas réalisables par le véhicule, et qu'ils nécessitent de prendre de bonnes gammes de variation des angles, comme par exemple l'angle de lacet ψ. Les valeurs des critères obtenues pour la trajectoire optimale sont comparées avec celles obtenues pour la trajectoire dans les champs de potentiel. La tra-

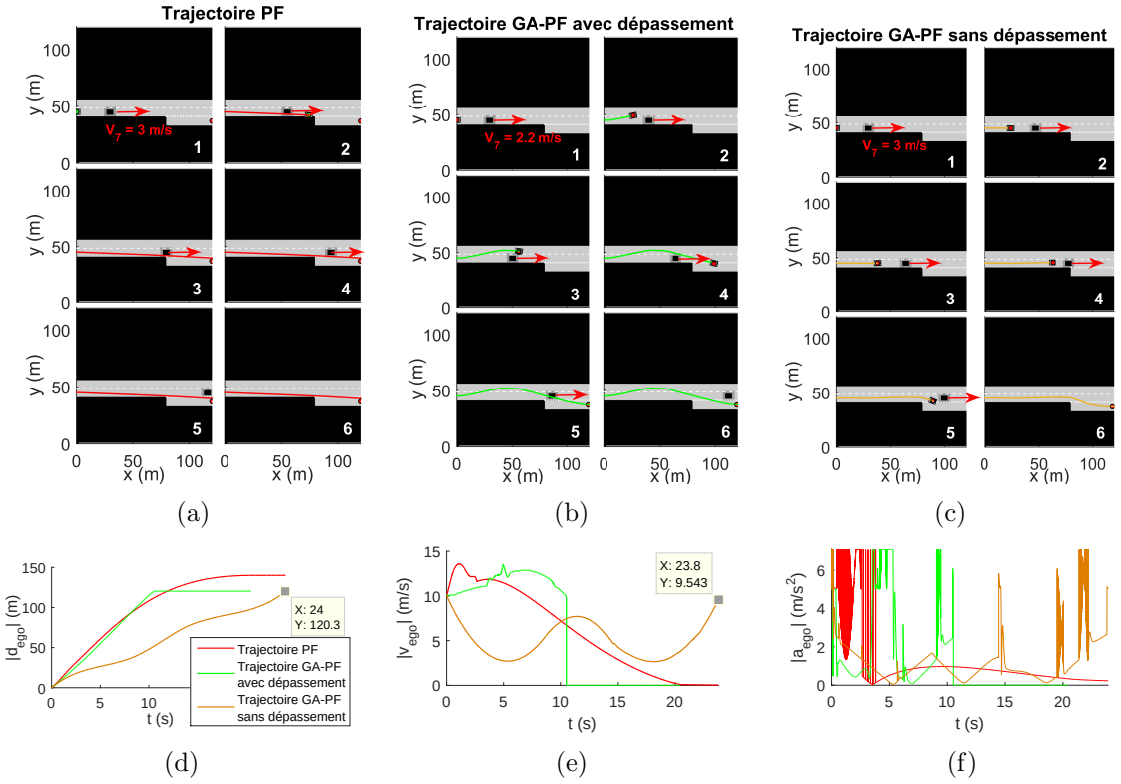


FIGURE 4.20 – Scénario 8 avec comparaison entre (a) la méthode PF initiale (–) et (b) la méthode GA-PF avec dépassement du véhicule (–) (c) Cas où le véhicule ne dépasse pas (–) (d) Évolution de l'abscisse curviligne de l'EGV en fonction du temps (e) Évolution de la vitesse de l'EGV en fonction du temps (f) Évolution de l'accélération de l'EGV en fonction du temps

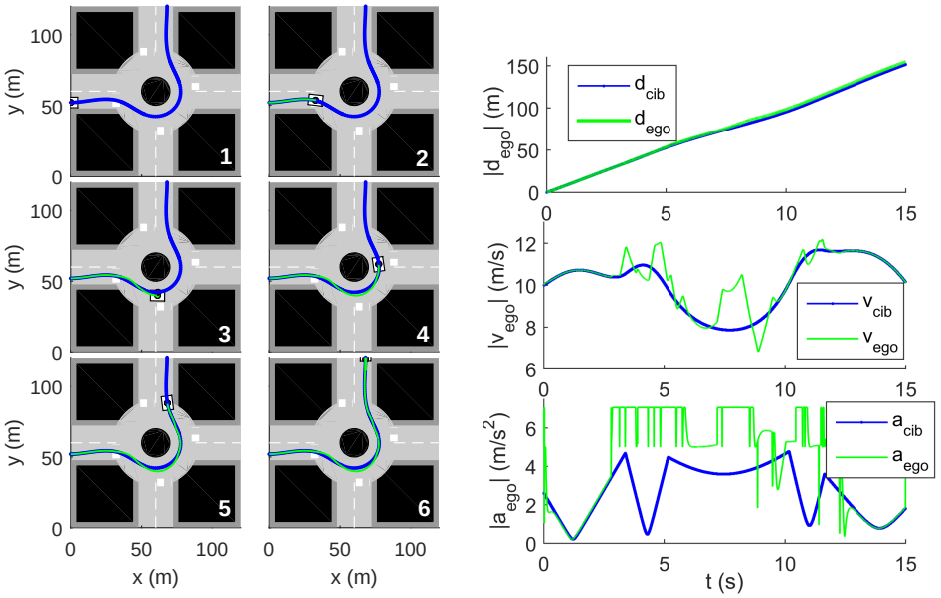
jectoire obtenue par la méthode GA-PF est représentée en Figure 4.21 (a) et les évolutions des différentes grandeurs de consigne en Figure 4.21 (b).

Sur la Figure 4.21 (b), des sauts d'accélération sont observés, à cause du caractère discret de la détection des obstacles. En effet, si l'obstacle est dans l'angle décrit à la sous-section 4.3.3, la force est non nulle, sinon elle est nulle. De plus, l'accélération dépasse les $3m/s^2$ fixés pour a_{max}. Cependant, il est important de préciser que l'accélération maximale fixée est une accélération maximale en longitudinal. Or, l'accélération représentée ici est la norme de l'accélération, soit :

$$|a^{ego}| = \sqrt{\ddot{x}_{ego}^2 + \ddot{y}_{ego}^2}, \tag{4.94}$$

qui contient donc également un terme d'accélération latérale. Il est rappelé que x et y sont les coordonnées cartésiennes absolues du véhicule et pas les coordonnées longitudinales et latérales. Ainsi, l'accélération sur x n'est pas directement assimilable à une accélération longitudinal, contrairement à d'autres études.

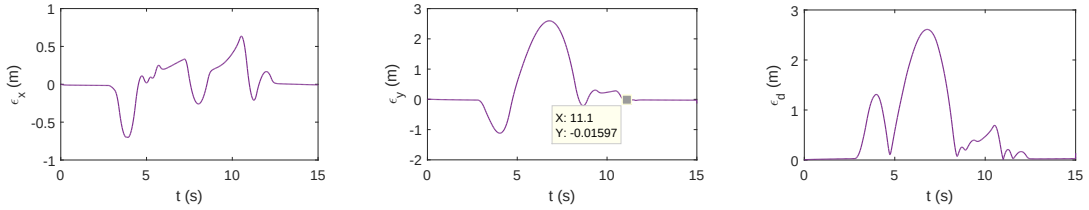
Bien qu'au début de la trajectoire, l'EGV se dirige droit vers un obstacle (le rond-point), il parvient quand même à suivre la trajectoire demandée par la cible. Cela signifie que



(a) (b)

FIGURE 4.21 – Scénario 9 avec comparaison entre la trajectoire GA-PF (–) et la référence optimale (–) (a) Trajectoire dans un environnement de rond-point (b) Évolutions de l'abscisse curviligne, de la norme de la vitesse et de la norme de l'accélération correspondantes

dans ce scénario, les forces répulsives et attractives sont bien calibrées. Sur la Figure 4.22, les différentes erreurs en position sont représentées en abscisse, en ordonnée et en abscisse curviligne. L'erreur en ordonnée prend un retard de quelques mètres, rattrapé à $t = 11s$, qui a un impact sur le retard en abscisse curviligne. Cela signifie que l'EGV prend environ trois mètres de retard sur la cible. L'impact de ce retard en termes de critères est donné dans le tableau 4.5, dans lequel les valeurs *non normalisées* des critères sont données.



(a) (b) (c)

FIGURE 4.22 – Scénario 9 avec évolution de l'erreur en position, (a) en x, (b) en y, (c) en abscisse curviligne

Comme constaté sur les figures précédentes, le critère de longueur de la trajectoire est bien respecté, avec 1.3% de différence, dû au léger écart que fait l'EGV, qui choisi de passer un peu plus loin du rond-point. Cet écart explique également que le critère de danger soit meilleur pour la trajectoire GA-PF, puisqu'elle s'écarte un peu plus des obstacles. Le calcul

Trajectoire	J_{danger}	$J_{longueur}(m)$	$J_{temps}(s)$	$J_{energie}$	$J_{inconfort}$
Optimale	0.305	153	15.1	8.27×10^4	3.9
GA-PF	0.034	155	14.9	1.45×10^5	587

TABLEAU 4.5 – Comparaison des valeurs des différents critères pour la trajectoire GA-PF par rapport à la trajectoire optimale

du critère de temps pour la trajectoire GA-PF, comme évoqué dans les sections précédentes, est complexe. En effet, dans la boucle de commande, la consigne étant dynamique, l'EGV tente de suivre la position souhaitée. Ici, le critère J^{ego}_{temps} est le critère de temps calculé en utilisant le $tr_{1\%}$. Or, 1% de 150m correspond à 1.5m de retard pour l'EGV, et l'EGV a en réalité moins d'un mètre de retard sur la cible à l'arrivée, ce qui signifie que la contrainte $tr_{1\%} < t_f^{opt}$ est bien satisfaite. Enfin, les résultats obtenus pour le critère énergétique et le critère d'inconfort sont particulièrement représentatifs du problème de la méthode, évoqué en **section 4.6.3**, concernant les pics d'accélération de l'EGV. En effet, les pics d'accélérations, sont des variations fortes de l'accélération, donc des valeurs de jerk importantes, ce qui génère de l'inconfort, comme observé dans le tableau. Le critère d'inconfort explose, puisqu'il est multiplié par 150. De plus, les pics d'accélération amènent des valeurs d'accélération saturées, donc importantes, ce qui joue dans l'expression du critère optimal et tend donc à augmenter le critère énergétique. Cependant, bien que les pics d'accélération observés soient des pics positifs, puisque c'est la norme de l'accélération qui est considérée ici, il s'agit la plupart du temps de pics de freinage, dus à la présence d'obstacles. Dans la modélisation faite dans cette étude, les pics de freinage sont considérés comme un couple négatif exercé sur la roue, et donc comme une consommation supplémentaire. Dans la réalité, les pics de freinage ne consomment pas par eux-même, ils consomment de façon indirecte car ils nécessitent une accélération *a posteriori*.

La prise en compte de la non-consommation du freinage, voir de la récupération d'énergie au freinage et de sa modélisation est une piste intéressante à poursuivre dans de prochaines études.

4.7 Conclusion sur la méthode GA-PF

Dans ce chapitre, le cœur de la méthode proposée en **section 1.6** a été présenté, à savoir une méthode de planification globale, l'algorithme génétique, qui génère une référence dans une interprétation du champ de potentiel comme une boucle de commande.

En **section 4.2**, la structure globale de la méthode a été explicitée, par rapport au **chapitre 1**, **section 1.6**. Sa structure est développée, ainsi que les performances qui en sont attendues, en terme d'optimalité notamment.

En **section 4.3**, des développements sur le champ de potentiel répulsif ont été effectués. A partir des champs de potentiels définis à l'origine, des modifications sont effectuées pour les

rendre plus efficaces. Une *contribution* importante est la définition d'un ordre fractionnaire attribué à chaque obstacle, de façon à modifier le comportement de l'EGV en fonction de la dangerosité de l'obstacle. De plus, le champ de potentiel est stocké dans une matrice tri-dimensionnelle pour prendre en compte le mouvement des obstacles de façon plus rapide.

En **section 4.4** des développements sur le champ de potentiel attractif ont été effectués. Le potentiel a été défini dans des études précédentes comme un régulateur d'ordre non entier sous forme explicite, et il est proposé ici de l'interpréter comme un régulateur d'ordre non entier sous forme implicite. Une interprétation physique du potentiel attractif comme un système masse-ressort-amortisseur a été proposée, où l'abscisse et l'ordonnée ne sont plus régulées séparément. Une nouvelle méthode de calibrage des coefficients du potentiel a été proposée.

En **section 4.5** des précisions sur la combinaison complexe des champs de potentiel avec l'algorithme génétique ont été proposées, ainsi que des précisions sur la mise à l'échelle des champs de potentiel attractifs et répulsifs. Cette dernière nécessite d'être étudiée plus en profondeur dans des études ultérieures.

Enfin, en **section 4.6**, des simulations probantes ont été réalisées sur quatre scénarios, un obstacle rond mobile, un croisement, un dépassement sur autoroute et un rond-point. Ces simulations ont permis de vérifier l'impact de l'ordre des obstacles, qui modifie efficacement la forme des trajectoires suivant le danger présenté par l'obstacle. Elles ont également permis de vérifier la capacité de la méthode à suivre une trajectoire optimale tout en restant réactive aux événements imprévus, et ce quelque soit la stratégie initialement adoptée par l'algorithme génétique. Pour cela, une comparaison qualitative a été proposée sur les trajectoires, ainsi qu'une comparaison quantitative sur les valeurs des différents critères à la **sous-section 4.6.5**.

Ces simulations ont également permis de mettre en lumière un certain nombre de difficultés de la méthode, comme le rapport de force entre les forces attractives et les forces répulsives qui est très délicat à gérer. En termes de commande, la force répulsive exercée par les obstacles est une perturbation dépendant de la sortie qui ne doit pas être rejetée. De plus, en raison des conditions discrètes de prise en compte des obstacles (angle de vue et distance de détection) qui font que la force répulsive apparaît ou disparaît soudainement, des oscillations importantes dans l'accélération de l'EGV sont constatées. Celles-ci étant brèves, elles ne perturbent pas la trajectoire, mais doivent cependant être filtrées pour limiter l'inconfort ou l'endommagement des organes fonctionnels du véhicule. Ces simulations ont également permis de mettre en relief des pistes intéressantes à poursuivre : le filtrage des oscillations, la mise à l'échelle des forces, l'analogie avec une boucle de commande, la notion de perturbation qui pourrait être étudiée et enfin la prise en compte de la récupération d'énergie au freinage.

Finalement, la méthode GA-PF est une amélioration nette de la méthode des champs de potentiel, à laquelle elle vient ajouter une dimension de trajectoire (et non plus seulement de chemin) et une dimension d'optimalité de cette trajectoire. La comparaison entre ces deux méthodes est résumée dans le Tableau 4.6 ci-dessous.

	Méthode PF (cible en P_f)	**Méthode GA-PF (cible optimisée)**	**Méthode GA (optimisation hors-ligne)**
Méthode temps réel	oui mais locale	oui	non
Evitement d'obstacles imprévus	oui	oui	non
Evitement d'obstacles mobiles	difficilement	oui	mouvement anticipé
Optimisation de chemin	non	oui	oui
Optimisation de consigne	non	oui	oui

TABLEAU 4.6 – Comparaison qualitative des méthodes PF et GA-PF

Jusque-là, le modèle de véhicule utilisé était une masse ponctuelle et des contraintes implicites étaient ajoutées dans l'optimisation pour respecter certaines contraintes véhicules.

Après avoir validé les essais sur une masse ponctuelle, les trajectoires générées sont appliquées en entrée d'un modèle de validation de la dynamique horizontale du véhicule dans le **chapitre 5**, avec une boucle de commande pour le suivi de trajectoire.

Chapitre 5

Application à un modèle de véhicule

5.1 Introduction

Dans cette étude, notamment dans les **chapitres 2** et **3**, une méthode de planification de trajectoire a été présentée, permettant d'optimiser cette trajectoire sur cinq critères, et de traiter des situations structurées (routières) ou non structurées. Le cœur du problème concerne les véhicules autonomes terrestres de type automobile. Au chapitre 3, où l'optimisation de trajectoire a été expliquée et réalisée, les contraintes utilisées pour l'optimisation ont été présentées. Les contraintes explicites telles que décrites en sous-section 3.2.4, en page 3.2.4, ont conduit à utiliser un modèle de véhicule de type masse ponctuelle. Ce choix s'explique par le besoin de limiter le temps de calcul, en évitant d'inclure des contraintes trop complexes pour l'algorithme afin d'orienter la convergence vers la trajectoire optimale. De plus, d'autres contraintes, dites implicites, ont été introduites de façon à orienter la trajectoire vers des formes compatibles avec un véhicule non holonome.

Dans ce chapitre, les trajectoires générées à partir d'un véhicule non holonome, en l'occurrence la masse ponctuelle, seront inversées et traduites en termes de commandes de couple et d'angle de braquage afin de vérifier leurs compatibilités et leurs contraintes. Il est également rappelé que cette optimisation permet de générer une consigne de trajectoire (voir chapitre 3) que le véhicule autonome devra suivre en boucle fermée (voir chapitre 4).

La structure de la méthode proposée est rappelée en Figure 5.1. En sortie du cadre 4 ("Modèle simple"), la position est injectée dans la boucle de commande en position du véhicule et la différence de position est utilisée pour générer des commandes pour le véhicule avec le cadre 5 ("Génération de commandes"). Pour tester les trajectoires obtenues sur un modèle de véhicule complet, ou *modèle de validation*, il est nécessaire de développer un modèle inverse afin de trouver un lien entre les variables de référence, *i.e.* la position du véhicule en x et y, et les variables de commande du véhicule que sont le couple appliqué aux roues et le braquage associé.

La réalité du véhicule inclut de nombreuses contraintes dynamiques qui, si elles ne sont pas prises en compte *a priori*, doivent au minimum être vérifiées *a posteriori*. Parmi ces contraintes, on trouve :

— le couple maximum que peut fournir le moteur, qui se traduit par une saturation en accélération notamment ;

— le caractère non holonome du véhicule : un véhicule automobile ne peut pas avoir de vitesse latérale sans vitesse longitudinale ;

— les dérives et taux de glissement des pneumatiques,

— les différents points d'application des efforts moteur, dû aux différentes roues, reports de charge, etc...

Enfin, afin de corriger les éventuelles erreurs de modélisation, de prendre en compte les variations paramétriques telle que la masse en charge ou à vide, ou également de rejeter les perturbations, il est important que la commande du véhicule soit synthétisée de manière robuste.

Suite à cette introduction, la deuxième partie de ce chapitre, la **section 5.2**, permettra de faire un rapide état de l'art des modèles de véhicules classiques, ainsi qu'une description détaillée de ceux qui sont utilisés dans cette étude. Deux modèles sont principalement utilisés : un modèle de *validation* (voir Moreau [2015]), très complet, qui reproduit bien les comportements du véhicule dans de nombreuses situations, et un modèle *bicyclette* (Fuchshumer et al. [2005], Attia et al. [2014]), plus simple, utilisé notamment pour faire de l'inversion de modèle.

Le schéma de commande en position du véhicule sera présentée dans la **section 5.3**. La commande mise en place fait appel à deux notions majeures en automatique : le *feedforward*, qui permet d'utiliser de la connaissance a priori pour suivre une consigne, ici la trajectoire optimale ou GA-PF, et le *feedback*, qui permet d'utiliser l'erreur en position ou en vitesse pour générer une commande corrigeant cette erreur. Ces deux éléments sont développés dans cette section, et des simulations simples seront réalisées pour vérifier l'inversion de modèle utilisée pour le *feedforward*. Ce schéma de commande et ses différents éléments sont la première contribution de ce chapitre, notamment le retour non linéaire en latérale, ainsi que l'inversion de modèle bicyclette pour la commande *feedforward*.

La seconde contribution de ce chapitre est l'analyse des incertitudes paramétriques du modèle ainsi que la synthèse du régulateur qui en découle. En effet, dans la quatrième section de ce chapitre, la **section 5.3.3.4**, les incertitudes paramétriques du modèle de véhicule sont mises en évidence et utilisée pour synthétiser un régulateur robuste de type CRONE troisième génération (3G). Ce régulateur robuste est utilisé pour la boucle de commande en vitesse longitudinale et remplace le régulateur PID synthétisé initialement.

La cinquième partie est consacrée aux simulations en boucle fermée. En effet, en **section 5.4**, des résultats de simulation sont proposés sur des situations de vie du véhicule, pour observer la qualité du suivi de trajectoire sur différents scénarios. Ces simulations permettent de valider l'ensemble de l'étude.

La sixième partie de ce chapitre, la **section E**, est consacrée à une réflexion sur l'extension de la méthode à un autre type de véhicule. En effet, dans les développements théoriques proposés au long de l'étude, nombreux sont ceux qui peuvent également s'appliquer à d'autres types de véhicule. Les modifications à faire dans la modélisation sont proposées, ainsi que dans les critères. Cette section est une contribution intéressante en ce qu'elle propose une vision plus large de la méthode développée ainsi que des éléments concrets pour étendre la méthode.

Finalement, la **section 5.5** permet de conclure sur les modèles et leurs inconvénients, ainsi que sur la capacité de la méthode GA-PF à produire des trajectoires que le véhicule peut effectivement suivre et avec quelle précision.

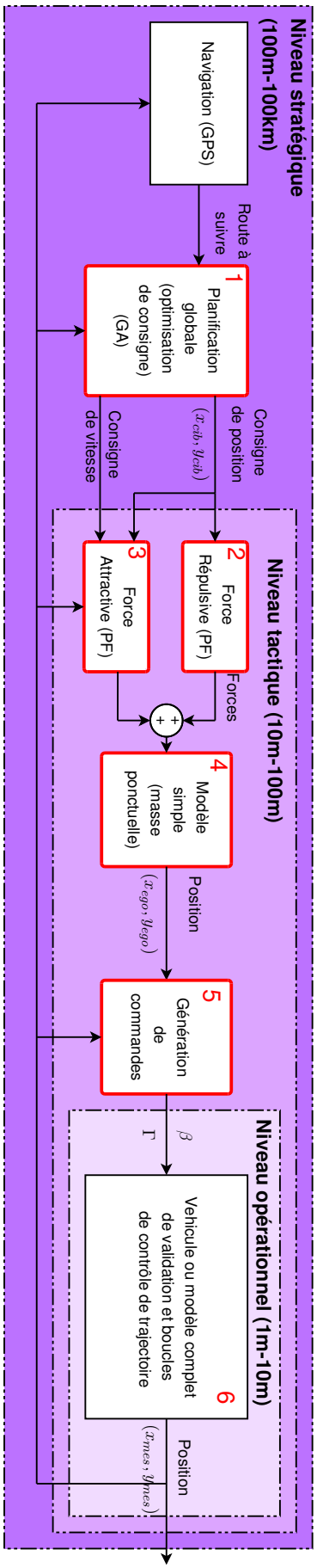


FIGURE 5.1 – Schéma d'architecture de commande d'un véhicule autonome

5.2 Description des modèles utilisés

5.2.1 La modélisation en dynamique du véhicule

Pour commander un système, quel qu'il soit, il est d'abord nécessaire de le modéliser et notamment de modéliser sa dynamique. La notion de modèle recouvre toute représentation d'un système réel, exprimée sous une forme verbale, graphique ou mathématique. Différents niveaux de modélisation existent, qui dépendent des types de systèmes utilisés. Dans le cas des véhicules, il y a par exemple des modèles cinématiques, cinématiques étendus, dynamiques, des modèles une roue (deux roues voire quatre roues), des modèles latéraux et longitudinaux, des modèles verticaux... Chacun de ses modèles, même le plus complexe, comporte des hypothèses de modélisation, qui amènent de petits écarts avec la réalité empirique. Walliser [1977] affirme que le modèle est un lien entre la réalité empirique, limitée par les tests qu'il est possible de réaliser, et la réalité théorique.

Tout modèle est exprimé dans un langage plus ou moins mathématique. C'est le niveau de formalisation qui détermine le positionnement du modèle entre théorique et empirique. En particulier les niveaux suivants sont distingués :

— celui des langages littéraires, des mots ;

— celui des langages iconiques, comme les schémas blocs ;

— celui des langages logico-mathématiques, formés de symboles abstraits.

La difficulté de tout chercheur, ou ingénieur, est alors de trouver le modèle adapté à son besoin, suffisamment complexe pour réaliser des tests, ou générer une commande adaptée, mais suffisamment simple pour être utilisable, notamment en termes de temps de calcul. En dynamique du véhicule, pour le contrôle de trajectoire, il est fréquent d'utiliser trois types de modèle :

— un *modèle d'analyse*, qui permet de comprendre le système à modéliser,

— un *modèle de synthèse*, le plus simple possible, pour synthétiser un régulateur pour le suivi de trajectoire,

— un *modèle de validation*, au plus proche de la réalité du véhicule, pour valider les performances du régulateur.

Dans cet exemple, le modèle d'analyse et le modèle de validation sont trop complexes et fortement non linéaires pour synthétiser un régulateur, et le modèle de synthèse est trop simple pour permettre une validation précise des performances attendues. Ce dernier est d'ailleurs souvent linéaire.

Les véhicules automobiles étant des systèmes complexes et très largement utilisés et commandés, il existe dans la littérature de nombreuses modélisations différentes, faisant plus ou moins d'hypothèses simplificatrices. Certaines parties du véhicule sont modélisées séparément, comme le groupe moto-propulseur, ou la carrosserie, et d'autres sont modélisées

ensembles, pour représenter un phénomène physique plus global, comme les éléments responsables de la dynamique du véhicule : pneus, suspension, éléments de contrôle de trajectoire.

L'article de Bacha et al. [2017] présente une bonne vue d'ensemble des différents modèles utilisés dans le domaine des trajectoires (planification, suivi, contrôle, etc...). Il présente les modèles *géométrique*, *cinématique*, *cinématique étendu* et *dynamique*. Dans cette section, seuls les modèles utilisés dans l'étude seront présentés, avec le détail de leur utilisation :

— un *modèle masse ponctuelle*, utilisé pour l'optimisation de trajectoire, moyennant certaines conditions développées aux **chapitres 2, 3** et **4** ;

— un *modèle de validation*, utilisé également comme modèle d'analyse, qui permet de comprendre le système et de valider les performances des régulateurs synthétisés, ainsi que l'ensemble de la méthode de cette étude ;

— un *modèle bicyclette*, dans sa version dynamique et dans sa version cinématique, utilisé pour le *feedforward*, afin de réaliser la génération de commande pour le suivi de trajectoire.

5.2.2 Modèle masse ponctuelle

5.2.2.1 Intérêt du modèle

Le modèle masse ponctuelle est le modèle de base de la mécanique, à l'origine de la "mécanique du point". Il permet d'étudier la dynamique d'un système simple, mais il ne prend en compte ni le caractère volumique, ni a fortiori le caractère déformable, ni le caractère non holonome du véhicule. Cependant, ce modèle permet d'étudier la trajectoire du centre de gravité du véhicule, auquel on attribue la masse du véhicule, soumis à l'accélération due au couple moteur. Le véhicule entier est réduit à sa masse en son centre de gravité. Au moyen de ce modèle, il est possible d'étudier l'influence des forces extérieures (aérodynamique, résistance au roulement, etc...) en ajoutant à ce point certains paramètres caractéristiques du véhicule. Dans les chapitres **2, 3** et **4**, le système est considéré comme une simple masse ponctuelle.

5.2.2.2 Description mathématique

Pour une masse ponctuelle, les variables de commandes considérées sont les efforts F_x^{tot} et F_y^{tot}, appliqués sur l'axe x et l'axe y. De plus, la masse ponctuelle simple est un système parfaitement linéaire, et donc possède une représentation d'état :

$$\begin{cases} \dot{\theta} &= A\theta + Bu \\ \theta &= C\theta + Du, \end{cases} \tag{5.1}$$

où

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \frac{1}{M} & 0 \\ 0 & \frac{1}{M} \end{pmatrix}; C = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}; D = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \tag{5.2}$$

et

$$\theta = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}. \tag{5.3}$$

La masse ponctuelle est modélisable par la fonction de transfert :

$$F(s) = \frac{Z_{ego}(s)}{F_z^{tot}(s)} = \frac{1}{Ms^2} \tag{5.4}$$

entre l'entrée en force $F_z^{tot}(s) = \mathcal{L}\{F_z^{tot}(t)\}$ et la sortie en position $Z_{ego}(s) = \mathcal{L}\{z(t)\}$, où $z(t)$ représente x ou y car la fonction de transfert est identique pour x et y. Ces dernières sont totalement découplés, caractérisant le caractère holonome du système.

5.2.2.3 Utilisation et contraintes

Dans le **chapitre 2**, seule une dimension est considérée, ce qui fait que tout autre modèle qu'une masse ponctuelle serait superflu. Seules les saturations sont étudiées, telles que présentées en **section 2.6**.

Dans le **chapitre 3**, une optimisation de trajectoire en 2D est réalisée. Deux cas se présentent alors, celui des scénarios de type routier et celui des autres scénarios. Dans les deux cas une masse ponctuelle est utilisée pour l'optimisation. Cependant, dans le cas des scénarios routiers, il est justifié d'utiliser une masse ponctuelle car les routes, donc l'espace des configurations libres $\mathcal{C}_{free}$, est déjà structuré pour être adapté aux mouvements des véhicules, et le point de départ et celui d'arrivée sont connus. Une trajectoire qui rentre dans cet espace est donc réalisable par le véhicule. Pour les environnements de type autre, l'espace n'assure pas la bonne qualité de la trajectoire, notamment en terme d'angle de braquage. Cependant, dans le problème défini au **chapitre 3**, **section 3.2**, des trajectoires optimisées peuvent être obtenues à partir :

— du critère d'inconfort qui limite le jerk, donc les variations trop brusques de la trajectoire ;

— du critère énergétique qui limite les valeurs d'accélération trop importantes, y compris celles de l'accélération latérale qui peut augmenter fortement dans les virages serrés à grande vitesse ;

— de la pénalité sur la dérivée du lacet qui limite les variations trop rapides empêchant le véhicule de tourner trop vite.

Comme énoncé au **chapitre 3**, ces critères et pénalités ne sont pas des garanties d'obtenir

une trajectoire optimale, mais permettent de limiter fortement l'obtention de trajectoires indésirables. Dans ce chapitre, les trajectoires ainsi générées vont être testées, et il s'agira alors de valider le choix d'une masse ponctuelle accompagnée de ces différentes limites.

Dans le **chapitre 4** enfin, le véhicule est soumis à des forces, attractives et répulsives, issues du champ de potentiel. Comme le champ de potentiel produit des forces, il est donc nécessaire d'utiliser un modèle dynamique pour le véhicule. De ce fait, le modèle bicyclette cinématique qui sera décrit plus loin n'est pas adapté. Il faut alors choisir entre un modèle de type bicyclette dynamique (Attia et al. [2014]), lourd et assez peu utilisé pour la génération de trajectoire (Bacha et al. [2017]), et un modèle plus simple de type masse ponctuelle avec contraintes. De fait, le second a été choisi, en ajoutant des limites en accélération, en vitesse, ou parfois encore en position pour empêcher le véhicule de se déplacer sur le côté. La solution n'est pas idéale, mais comme montré au **chapitre 4**, elle permet d'obtenir une bonne réactivité et de suivre la trajectoire optimale avec de bonnes performances.

Le modèle masse ponctuelle, bien que simple et rapide, présente très vite des failles non acceptables en termes de validation et de simulation. Il présente notamment des lacunes importantes en termes de modélisation dynamique latérale, de couplage longitudinal-latéral, d'inertie, de dérapage. Ainsi, un modèle dynamique plus complet sera décrit en **section 5.2.3**.

5.2.3 Modèle de validation

5.2.3.1 Intérêt du modèle

Le modèle présenté en second est le modèle de validation, modèle plus complet qui permet d'effectuer des tests réalistes quant à la dynamique du véhicule. Ce modèle complet est tout d'abord présenté, dans cette section, car les variantes proposées en **sections 5.2.4** et **5.2.5** découlent de simplifications de ce modèle.

Ainsi, les équations du véhicule données dans les sous-sections ci-après sont utilisées pour créer un modèle réaliste de la dynamique horizontale du véhicule (Moreau [2015]). La modélisation est limitée à la dynamique horizontale, les effets des suspensions n'étant pas étudiés. Les couplages entre la dynamique horizontale et la dynamique verticale existent : il est question pour les voitures classiques de "tenue de route", mais ce phénomène ne sera pas étudié ici.

En Figure 5.2, un schéma structurel du modèle de validation est proposé. Les dynamiques de lacet, dynamique latérale et dynamique longitudinale sont étudiées, ainsi que la liaison au sol, *i.e.* les pneumatiques. Ce schéma est simplifié, car il n'illustre pas toutes les inter-dépendances présentes dans le modèle, notamment les couplages entre les trois dynamiques. Cependant, il illustre correctement la transmission des efforts, depuis les roues et les pneus jusqu'à la dynamique du véhicule se traduisant par des reports de charges et également un mouvement horizontal du véhicule. Les deux entrées en couleur, sur la gauche, sont les commandes du système, le couple appliqué à la roue (la transmission et le moteur ne sont pas

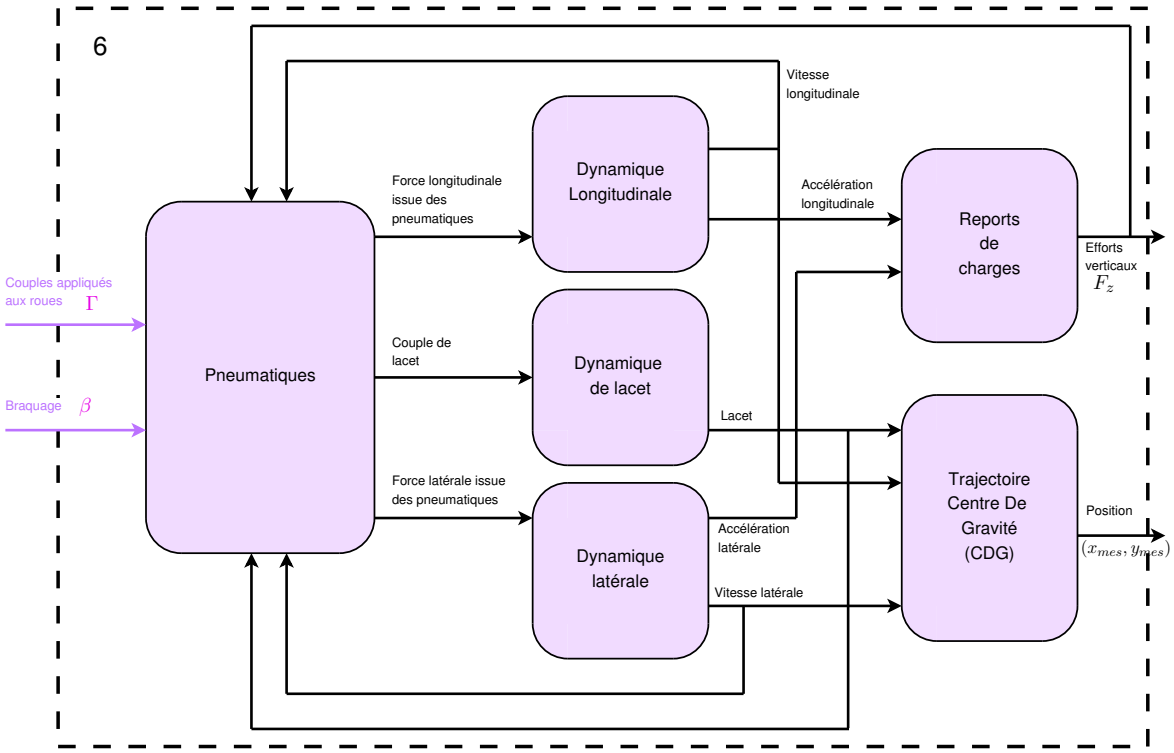


FIGURE 5.2 – Schéma résumé du modèle de validation

étudiés) et le braquage des roues (idem pour la colonne de direction). Dans les sous-sections qui suivent, les six blocs de ce schéma sont développés plus en détails, en commençant par les pneumatiques.

Dans la suite l'indice *lat* représente la dimension latérale et l'indice *long* la dimension longitudinale. Les indices i et j appartenant à $\{1, 2\}$ sont utilisés pour différencier les quatre roues. Cependant, dans la suite, lorsqu'une seule roue sera modélisée, les indices seront précisés uniquement si nécessaire. Typiquement, dans les sous-sections 5.2.3.2 et 5.2.3.3, toutes les variables dépendent de la roue considérée. Les indices ne sont utilisés que pour les constantes caractéristiques.

5.2.3.2 Modèle de pneumatique

En Figure 5.3 le modèle entrées-sorties du pneumatique est illustré. Les entrées commandables sont la dérive δ et le taux de glissement τ, représentant les angles de glissement de la roue sur la route, respectivement en latéral et en longitudinal et l'effort vertical F_z appliqué sur la roue. Les trois entrées du bas ne sont pas commandables. En effet, à cause de différents effets, telles que la largeur du véhicule et l'adhérence de la route, le roulement n'est pas parfait. Or, la capacité du pneu à produire des efforts longitudinaux F_{long} et latéraux F_{lat} pour faire avancer le véhicule dépend fortement du glissement. La pression des pneus et l'adhérence sont considérées comme des paramètres constants.

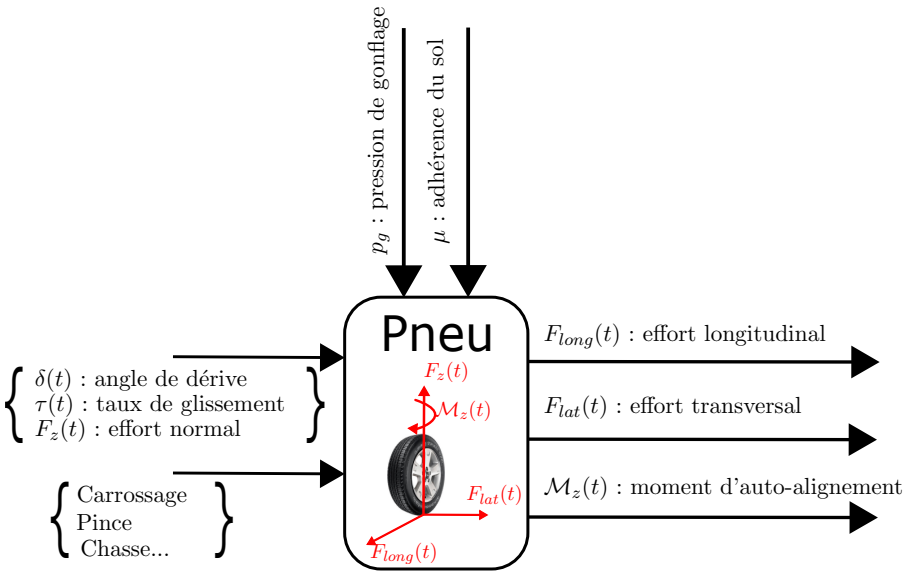


FIGURE 5.3 – Schéma explicatif du modèle du pneu

Si $\vec{v}^{pneu} = \begin{pmatrix} v_{long}^{pneu} \\ v_{lat}^{pneu} \end{pmatrix}$ est le vecteur vitesse du point de contact entre le pneu et le sol, exprimé dans le repère véhicule, alors l'angle de dérive δ s'exprime par :

$$\delta(t) = \arctan\left(\frac{v_{lat}^{pneu}(t)}{v_{long}^{pneu}(t)}\right). \tag{5.5}$$

Si les angles de dérive des pneumatiques sont faibles, l'approximation ci-dessous est réalisée

$$\delta(t) \approx \frac{v_{lat}^{pneu}(t)}{v_{long}^{pneu}(t)}. \tag{5.6}$$

Cette hypothèse se vérifie facilement dans le cas d'une voiture roulant à une vitesse non ralentie, mais ne s'applique plus du tout dans le cas d'une faible vitesse (manœuvre de parking, virages au ralenti...), car les dérives sont alors très importantes. Les modèles de véhicule à très faible vitesse sont rares, car compliqués à développer. C'est la raison pour laquelle dans les simulations, la vitesse initiale et la vitesse finale seront fixées à 10m/s, pour éviter les zones de ralenti.

Le taux de glissement, quant à lui, est lié à la différence entre la vitesse de rotation de la roue ω_r et la vitesse effective de la roue en longitudinal $v_{long}^{mes}(t)$, donc celle du véhicule. Ces grandeurs sont illustrées sur la Figure 5.4, ainsi que le couple de freinage Γ_f. Son expression dépend du signe de l'accélération, en effet :

— en phase motrice :

$$\tau(t) = 1 - \frac{r_0\omega_r(t)}{v_{long}^{mes}(t)} \tag{5.7}$$

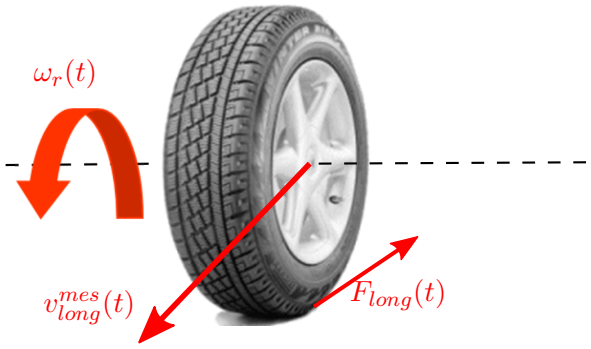


FIGURE 5.4 – Schéma explicatif du glissement longitudinal du pneu

— en phase de freinage :

$$\tau(t) = 1 - \frac{v_{long}^{mes}(t)}{r_0 \omega_r(t)}, \tag{5.8}$$

où v_{long}^{mes} est la vitesse longitudinale du véhicule, ω_r la vitesse de rotation de la roue et r_0 son rayon. En effet, le taux de glissement doit toujours être positif et compris entre 0 et 1.

Le modèle de Pacejka (voir Pacejka et Bakker [1992]), qui ne sera pas développé ici, donne alors accès directement aux efforts longitudinaux F_{long} et les efforts latéraux F_{lat} exercés par les pneus sur la route et au moment d'auto-alignement $\mathcal{M}_z$, grâce aux formules données en (5.9). Le calcul de la force F_z sera proposé en sous-section 5.2.3.6.

$$\left\{ \begin{array}{lcl} F_{long} & = & F_{long0}(F_z, \tau) G_{long}(\tau, \delta) \\ F_{lat} & = & F_{lat0}(F_z, \delta, \gamma_c) G_{lat}(\tau, \delta) + F_{ll}(F_z, \tau, \delta, \gamma_c) \\ \mathcal{M}_z & = & \mathcal{M}_{z0}(F_z, \delta) \end{array} \right. \tag{5.9}$$

où F_{long0}, F_{lat0} et $\mathcal{M}_{z0}$ sont totalement découplés et calculées grâce à la "formule de Pacejka", dépendant de paramètres constants et empiriques, donc mesurés sur le véhicule. En réalité, les efforts longitudinaux et latéraux sont liés par des termes de couplage G_{long} et G_{lat}, qui dépendent à la fois du glissement et de la dérive. De plus, les roues du véhicules ne sont pas totalement verticales et possèdent un angle "de carrossage" γ_c qui génère un couplage entre longitudinal et latéral, représenté par le terme F_{ll}. Cet angle caractérise la légère inclinaison des roues.

Pour des raisons purement géométriques, les vitesses des différentes roues étant différentes dans un virage, les efforts résultants le sont également. De même, si seules les roues avant sont motrices, les efforts résultants ne sont pas les mêmes devant et derrière. Enfin, suivant les accélérations longitudinales et latérales, les reports de charges ne sont pas les mêmes, et donc les efforts verticaux sont différents sur chaque roue. Pour toutes ces raisons, une modélisation réaliste de la dynamique horizontale du véhicule doit simuler les quatre roues de façon séparées.

5.2.3.3 Dynamique longitudinale

La dynamique longitudinale du véhicule correspond principalement à la notion de mouvement vers l'avant ou vers l'arrière, en négligeant notamment la dynamique de lacet ainsi que la vitesse latérale. Pour la dynamique longitudinale, il est possible de n'étudier le comportement que d'une roue. En effet, les dynamiques longitudinales des différentes roues sont indépendantes les unes des autres, comme vont le montrer les équations ci-après. Le modèle utilisé alors est appelé modèle "quart de véhicule", et est illustré en Figure 5.5, où :

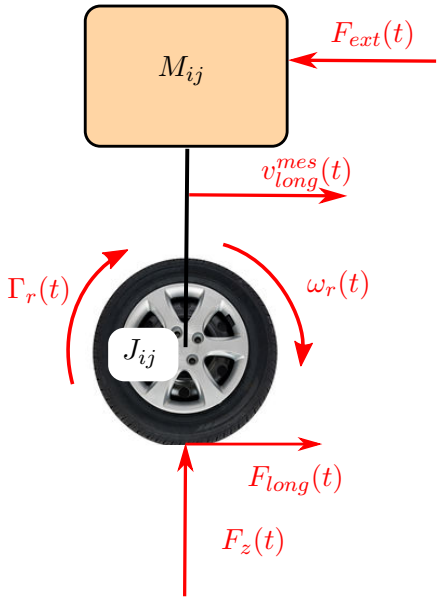


FIGURE 5.5 – Illustration de la dynamique longitudinale pour un modèle quart de véhicule

— M_{ij}, $(i,j) \in 1,2$, est la masse concentrée sur la roue concernée, y compris la masse de la roue elle-même.

— J_{ij}, $(i,j) \in 1,2$, est l'inertie de la roue concernée,

— Γ est le couple moteur après transmission appliqué à la roue,

— $F_{ext}(t)$ représente les forces extérieures qui s'appliquent à ce quart de véhicule, de sorte que

$$F_{ext}(t) = f_{long}^{0}(t) + F_a(v_{long}^{mes}) + F_{rr}(v_{long}^{mes}) + F_g(\alpha) \tag{5.10}$$

avec f_{long}^{0} une rafale de vent longitudinale, F_{rr} un terme de résistance au roulement dépendant de la vitesse, F_a la résistance aérodynamique dépendant également de la vitesse et F_g la composante tangente à la route du poids pour un angle de pente α.

Dans ce modèle, deux degrés de libertés sont présents, et le principe fondamental de la dynamique peut être appliqué sur deux corps : la masse en translation et la roue en rotation. L'équation de la translation du véhicule, donnée sous une forme causale, permet notamment de calculer sa vitesse longitudinale donnée par :

$$v_{long}^{mes}(t) = \frac{1}{M_{ij}} \int_0^t F_{\Sigma long}(\tau) d\tau + v_{long}^{mes}(0), \tag{5.11}$$

avec

$$F_{\Sigma long}(t) = F_{long}(t) - f_{long}^0(t) - F_a(v_{long}^{mes}) - F_{rr}(v_{long}^{mes}) - M_{ij} g \sin(\alpha), \tag{5.12}$$

où α est la pente de la route et $g = 9.81 m/s^2$ l'accélération de la pesanteur. L'équation de la rotation de la roue, donnée sous une forme causale, permet notamment de calculer sa vitesse de rotation donnée par :

$$\omega_r(t) = \frac{1}{J_{ij}} \int_0^t \Gamma_\Sigma(\tau) d\tau + \omega_r(0) \tag{5.13}$$

avec :

$$\Gamma_\Sigma(t) = \Gamma_r(t) - r_0 F_{long}(t) - \Gamma_f(t) \tag{5.14}$$

où Γ_r est le couple appliqué par le frein ou le moteur, mais commandé et Γ_f un couple de frottement visqueux dépendant de ω_r.

Dans les faits, pour la simulation, la dynamique longitudinale dépend également de la vitesse latérale ainsi que du lacet. L'équation complète qui donne l'accélération longitudinale est la suivante :

$$a_{long}^{mes}(t) = \frac{1}{M_{ij}} F_{\Sigma long} = \dot{v}_{long}^{mes}(t) - v_{lat}^{mes}(t)\dot{\psi}(t). \tag{5.15}$$

Dans certaines études, traitant de dynamique longitudinale, le second terme de l'équation ci-dessus, qui est un terme de couplage, est négligé, d'où le calcul de la vitesse longitudinale donné en équation 5.11. Dans les simulations complètes qui seront effectuées en **section 5.4**, ce terme ne sera pas négligé. Pour la simulation, l'équation (5.13) est utilisée au niveau des roues pour calculer ω_r et donc le taux de glissement.

5.2.3.4 Dynamique transversale

La dynamique transversale du véhicule correspond principalement à la notion de virage, en négligeant notamment les variations de la vitesse longitudinale. Les virages à vitesse constantes sont appelés "virages stabilisés". Pour la dynamique transversale, il n'est plus possible d'étudier une roue séparément. Pour considérer un virage, il est nécessaire de considérer au minimum un modèle bicyclette. Le modèle utilisé dans cette sous-section est un modèle quatre roues. La vue du dessus de ce véhicule est proposée en Figure 5.6, avec la définition de variables importantes :

— $\vec{v}^{mes} = \begin{pmatrix} v_x^{mes} \\ v_y^{mes} \end{pmatrix}_{\mathcal{R}_0} = \begin{pmatrix} v_{long}^{mes} \\ v_{lat}^{mes} \end{pmatrix}_{\mathcal{R}_{ll}}$, vitesse mesurée du véhicule, ou en sortie du modèle de validation, dans le repère cartésien $\mathcal{R}_0$ et dans le repère véhicule $\mathcal{R}_{ll}$,

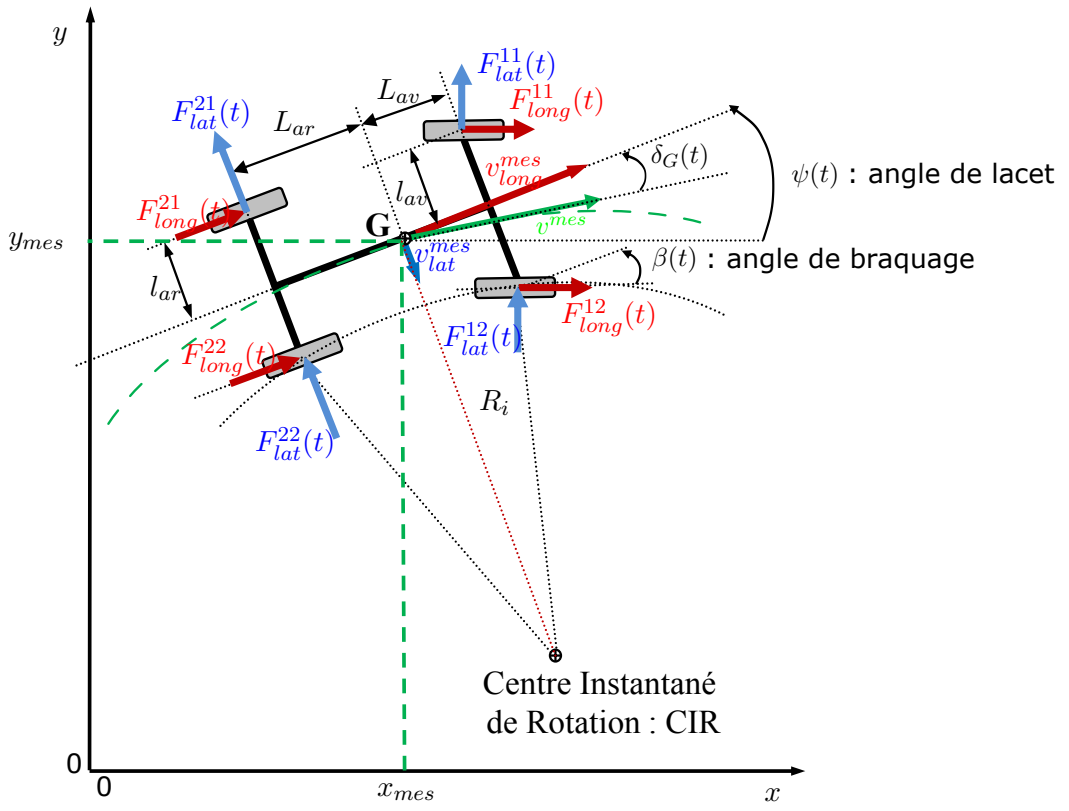


FIGURE 5.6 – Modélisation horizontale du véhicule

— x_{mes}, y_{mes}, position mesurée du véhicule, ou en sortie du modèle de validation, dans le repère cartésien $\mathcal{R}_0$

— F_{long}^{ij} forces longitudinales exercées par les pneus sur la route,

— F_{lat}^{ij} forces transversales exercées par les pneus sur la route,

— L_{av}, L_{ar}, l_{av}, l_{ar} demi-longueurs avant, arrière et demi-largeur avant et arrière,

— R_i rayon de rotation instantané, distance entre le CDG et le Centre de Rotation Instantané (CRI),

— β angle de braquage des roues,

— δ_G est l'angle de dérive du centre de gravité, dont la définition est la même que pour la dérive de chacune des roues prises individuellement.

Pour ce modèle, il est inutile de négliger la variation de la vitesse longitudinale, car la vitesse latérale est obtenue directement par la formule non linéaire :

$$a_{lat}^{mes}(t) = \frac{1}{M_{ij}} F_{\Sigma v}(t) = \dot{v}_{lat}^{mes}(t) + v_{long}^{mes}(t)\dot{\psi}(t), \tag{5.16}$$

avec

$$F_{\Sigma v}(t) = \sum_{i,j} F_{lat}^{ij}(t). \tag{5.17}$$

La forme causale pour calculer v_{lat}^{mes}, qui est utilisée telle quelle pour les simulations, est alors la suivante :

$$v_{lat}^{mes}(t) = \frac{1}{M}\int_0^t F_{\Sigma v}(\tau)d\tau - \int_0^t v_{long}^{mes}(\tau)\dot{\psi}(\tau)d\tau + v_{lat}^{mes}(0). \tag{5.18}$$

5.2.3.5 Dynamique de lacet

La dynamique transversale représentait le déplacement du véhicule sur le côté, là où la dynamique de lacet représente la dynamique de rotation du véhicule autour de l'axe de lacet. Elle régit l'évolution de ψ, l'angle de lacet, de sorte que :

$$\dot{\psi}(t) = \frac{1}{I_z}\int_0^t \Gamma_{\Sigma z}(\tau)d\tau + \dot{\psi}(0), \tag{5.19}$$

avec $\Gamma_{\Sigma z}$ le couple total qui s'applique sur l'axe vertical du véhicule tel que :

$$\begin{aligned}\Gamma_{\Sigma z} = L_{av}&\left(\sin(\beta)\left(F_{long}^{11}+F_{long}^{12}\right)+\cos(\beta)\left(F_{lat}^{11}+F_{lat}^{12}\right)\right)\\ &+ l_{av}\left(\cos(\beta)\left(F_{long}^{12}-F_{long}^{11}\right)+\sin(\beta)\left(F_{lat}^{11}-F_{lat}^{12}\right)\right)\\ &- L_{ar}\left(F_{lat}^{21}+F_{lat}^{22}\right)+l_{ar}\left(F_{long}^{21}-F_{long}^{22}\right).\end{aligned} \tag{5.20}$$

Or, pour un véhicule automobile, l'angle de braquage β (voir Figure 5.6) est limité à environ 30° : pour la plupart des situations étudiées ici, il ne dépasse pas les 20°. Pour des angles faibles, l'approximation suivante est faite :

$$\begin{cases}\cos(\beta(t)) &\approx 1\\ \sin(\beta(t)) &\approx \beta(t)\end{cases} \tag{5.21}$$

ce qui donne l'expression utilisée pour les simulations :

$$\begin{aligned}\Gamma_{\Sigma z}(t) \approx L_{av}&\left(\beta\left(F_{long}^{11}+F_{long}^{12}\right)+\left(F_{lat}^{11}+F_{lat}^{12}\right)\right)+l_{av}\left(\left(F_{long}^{12}-F_{long}^{11}\right)+\beta\left(F_{lat}^{11}-F_{lat}^{12}\right)\right)\\ &- L_{ar}\left(F_{lat}^{21}+F_{lat}^{22}\right)+l_{ar}\left(F_{long}^{21}-F_{long}^{22}\right).\end{aligned} \tag{5.22}$$

5.2.3.6 Reports de charges

Les efforts F_{long} et F_{lat} développés par les pneus sur la route dépendent du taux de glissement τ et de la dérive δ, donc globalement de la vitesse du véhicule. Ces grandeurs sont définies en sous-section 5.2.3.2. Les efforts développés dépendent également de la charge verticale qui pèse sur les pneus, notée F_z en sous-section 5.2.3.2.

L'expression de la force F_z verticale qui s'exerce sur le pneu est la suivante :

$$F_z(t) = gM_{ij} + F_0^{ij}(t) \tag{5.23}$$

où F_0^{ij} modélise les reports de charge, dus aux accélérations longitudinales et latérales, calculés comme suit :

$$\left\{\begin{array}{lcl} F_0^{11}(t) & \approx & \frac{h_G M}{2L}\left(-\frac{L_{ar}}{l_{av}}a_{lat}^{mes}(t) - a_{long}^{mes}(t)\right) \\ F_0^{12}(t) & \approx & \frac{h_G M}{2L}\left(\frac{L_{ar}}{l_{av}}a_{lat}^{mes}(t) - a_{long}^{mes}(t)\right) \\ F_0^{21}(t) & \approx & \frac{h_G M}{2L}\left(-\frac{L_{av}}{l_{ar}}a_{lat}^{mes}(t) + a_{long}^{mes}(t)\right) \\ F_0^{22}(t) & \approx & \frac{h_G M}{2L}\left(\frac{L_{av}}{l_{ar}}a_{lat}^{mes}(t) + a_{long}^{mes}(t)\right), \end{array}\right. \tag{5.24}$$

où a_{long}^{mes} et $a_{lat}^{mes}(t)$ sont respectivement l'accélération longitudinale et l'accélération latérale du véhicule, $L = L_{av} + L_{ar}$ est la longueur du véhicule et h_G est la hauteur du CDG par rapport à la route.

5.2.3.7 Trajectoire du CDG

Finalement, à partir des grandeurs longitudinales et latérales, une trajectoire cartésienne est obtenue pour le CDG, à partir des équations suivantes. D'abord, la vitesse cartésienne est définie telle que :

$$\begin{array}{rcl} \vec{v}^{mes} & = & \begin{pmatrix} v_x^{mes} \\ v_y^{mes} \end{pmatrix} \\ & = & \begin{pmatrix} v_{long}^{mes}\cos(\psi) - v_{lat}^{mes}\sin(\psi) \\ v_{long}^{mes}\sin(\psi) + v_{lat}^{mes}\cos(\psi) \end{pmatrix} \end{array} \tag{5.25}$$

et enfin la position cartésienne telle que :

$$\begin{array}{rcl} \vec{p}_{mes} & = & \begin{pmatrix} x_{mes} \\ y_{mes} \end{pmatrix} \\ & = & \begin{pmatrix} \int_0^t v_x^{mes}(\tau)d\tau + x_0 \\ \int_0^t v_y^{mes}(\tau)d\tau + y_0 \end{pmatrix} \end{array} \tag{5.26}$$

Le modèle de validation décrit dans les sous-sections précédents est très complet en termes de dynamique horizontale et suffisant pour la validation des tests effectués dans cette étude. Cependant, il est fortement non linéaire et semble complexe pour envisager de l'inverser directement pour générer des commandes. Il est utilisé pour modéliser le véhicule final sur lequel les trajectoires sont testées et notamment son comportement horizontal. Il est également utilisé pour tester la commande mise en place et voir si elle est capable de compenser les erreurs de modèle pour suivre la trajectoire optimale.

Dans la section 5.3, des hypothèses simplificatrices seront apportées pour inverser ce modèle et comparées avec une autre méthode d'inversion de modèle. Avant cela, aux sous-sections 5.2.4 et 5.2.5, deux modèles simplifiés de véhicule sont proposés.

5.2.4 Modèle bicyclette dynamique

Pour simplifier les équations du modèle de validation, un modèle dynamique simplifié est proposé, appelé modèle bicyclette dynamique (Bacha et al. [2017], Attia et al. [2014]).

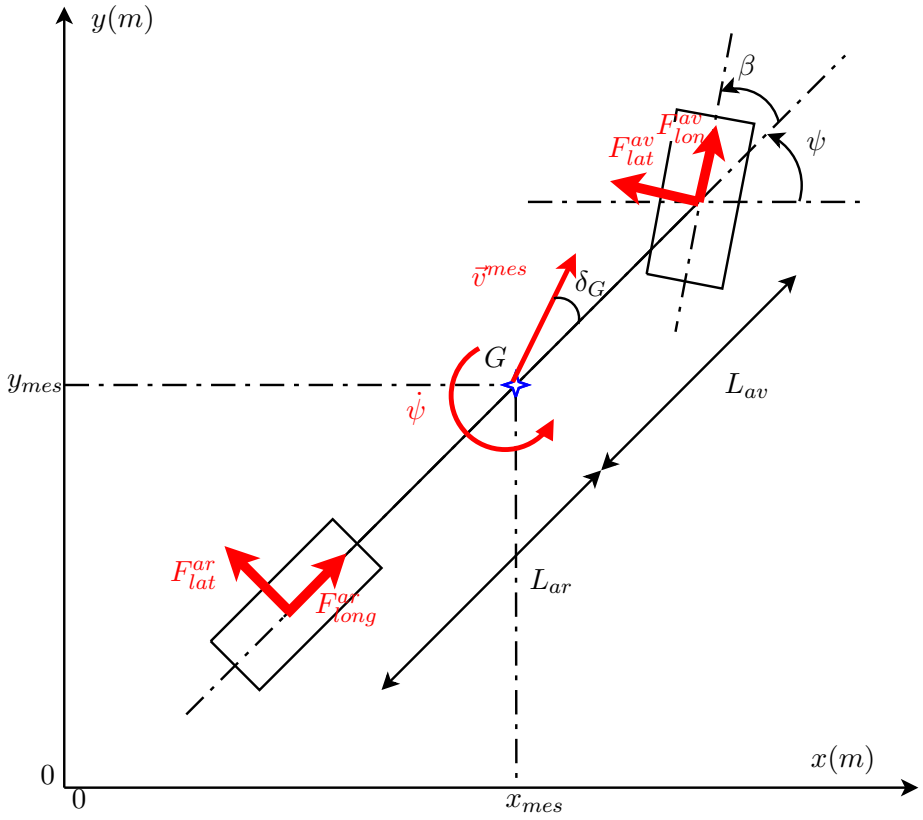


FIGURE 5.7 – Représentation du modèle bicyclette dynamique

Le modèle bicyclette dynamique, illustré en Figure 5.7, consiste à négliger la largeur du véhicule, en considérant que le comportement des roues gauches est identiques à celui des roues droites, ce qui revient à négliger les différences de taux de glissement, de dérive, les reports latéraux de charges, etc... :

$$\begin{cases} F_{long}^{av} &= F_{long}^{11} + F_{long}^{12} \\ F_{long}^{ar} &= F_{long}^{21} + F_{long}^{22} \\ F_{lat}^{av} &= F_{lat}^{11} + F_{lat}^{12} \\ F_{lat}^{ar} &= F_{lat}^{21} + F_{lat}^{22}. \end{cases} \tag{5.27}$$

Les équations générales restent globalement les mêmes que pour le modèle de validation, de sorte que le système suivant est obtenu :

$$\begin{cases} a_{long}^{mes} &= v_{lat}^{mes}\dot{\psi} + \frac{1}{M}(F_{long}^{av} + F_{long}^{ar} + F_{ext}) \\ a_{lat}^{mes} &= -v_{long}^{mes}\dot{\psi} + \frac{1}{M}(F_{lat}^{av} + F_{lat}^{ar}) \\ \ddot{\psi} &= \frac{1}{I_z}\left(L_{av}\left(\beta F_{long}^{av} + F_{lat}^{av}\right) - L_r F_{lat}^{ar}\right) \\ \omega_{av} &= \frac{1}{J_{av}}\left(\Gamma_r^{av}(t) - r_0 F_{long}^{av} - \Gamma_f(t)\right) \\ \omega_{ar} &= \frac{1}{J_{ar}}\left(\Gamma_r^{ar}(t) - r_0 F_{long}^{ar}\right). \end{cases} \tag{5.28}$$

Cette modélisation simplifiée du modèle de validation sous forme d'un modèle bicyclette dynamique est très intéressante, car elle offre une vision globale du modèle sous forme d'un système d'équations différentielles. Malheureusement, ce système est fortement couplé et non linéaire à cause des termes de la forme $v_{lat}^{mes}\dot{\psi}$ notamment. Selon Bacha et al. [2017], il est rarement utilisé en planification de trajectoire, tout comme le modèle de validation, car trop complexe. De plus, l'une des variables de commande, à savoir δ, l'angle appliqué aux roues avant, est devenu difficile à identifier dans ces équations. Or δ étant la commande, il est nécessaire de le garder visible. Certaines études (Antonov et al. [2008], Fuchshumer et al. [2005], Peters et al. [2011]) proposent cependant des inversions de modèles proches de celui-ci et décrits comme plats, moyennant certaines hypothèses. Dans cette étude, pour faire de la génération de commande de référence, un modèle bicyclette qui ne fait pas apparaître les forces est proposé en sous-section 5.2.5, le modèle bicyclette cinématique.

5.2.5 Modèle bicyclette simplifié

Le modèle bicyclette simplifié reprend les mêmes codes que le modèle bicyclette dynamique, mais en ne faisant plus apparaître la notion de force (Polack et al. [2017]). Ce modèle est illustré sur la Figure 5.8. Sur cette même figure les repère propres au modèle bicyclette sont définis. Ces repères sont les mêmes que pour un modèle de véhicule complet. Le changement de repère du repère cartésien absolu $(\vec{e}_x, \vec{e}_y)$ au repère véhicule $(\vec{e}_{long}, \vec{e}_{lat})$ est donné en (5.29).

$$\begin{cases} \vec{e}_{long} &= \vec{e}_x cos(\psi) + \vec{e}_y sin(\psi) \\ \vec{e}_{lat} &= -\vec{e}_x sin(\psi) + \vec{e}_y cos(\psi). \end{cases} \tag{5.29}$$

De (5.29) les relations suivantes peuvent être déduites :

$$\begin{cases} \frac{\partial \vec{e}_{long}}{\partial t} &= \dot{\psi}\vec{e}_y \\ \frac{\partial \vec{e}_{lat}}{\partial t} &= -\dot{\psi}\vec{e}_x. \end{cases} \tag{5.30}$$

Les expressions des vitesses, positions et accélérations du véhicule sont :

$$\begin{cases} \vec{p}_{mes} &= x_{mes}\vec{e}_x + y_{mes}\vec{e}_y & & \\ \vec{v}^{mes} &= v_x^{mes}\vec{e}_x + v_y^{mes}\vec{e}_y &= & v_{long}^{mes}\vec{e}_{long} + v_{lat}^{mes}\vec{e}_{lat} \\ \vec{a}^{mes} &= a_x^{mes}\vec{e}_x + a_y^{mes}\vec{e}_y &= & a_{long}^{mes}\vec{e}_{long} + a_{lat}^{mes}\vec{e}_{lat}. \end{cases} \tag{5.31}$$

Des systèmes (5.30) et (5.31) on peut déduire que :

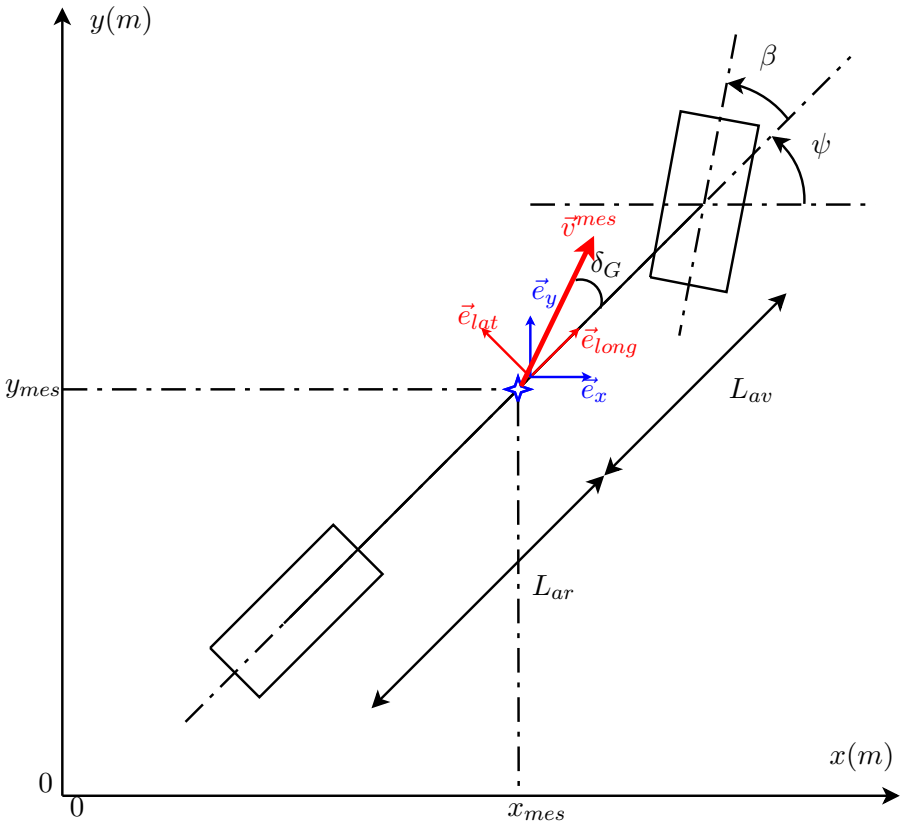


FIGURE 5.8 – Schéma descriptif du modèle bicyclette simplifié

$$\begin{cases} a_{long}^{mes} &= \dot{v}_{long}^{mes} - v_{lat}^{mes}\dot{\psi} \\ a_{lat}^{mes} &= \dot{v}_{lat}^{mes} + v_{long}^{mes}\dot{\psi}, \end{cases} \tag{5.32}$$

ce qui confirme au passage les équations données dans les sous-sections 5.2.3.3 et5.2.3.4 sur la dynamique longitudinale et la dynamique latérale.

Or, les trajectoires de référence obtenues aux **chapitres 3** et **4** sont obtenues dans le repère cartésien global. Pour passer d'un repère à l'autre, la transformation suivante est appliquée pour tous les vecteurs :

$$\vec{w}_{(e_x,e_y)} = \begin{pmatrix} \cos(\psi) & -\sin(\psi) \\ \sin(\psi) & \cos(\psi) \end{pmatrix} \vec{w}_{(e_{long},e_{lat})} \tag{5.33}$$

où $\vec{w}$ est égal à $\vec{p}_{mes}$, $\vec{v}_{mes}$ ou $\vec{a}_{mes}$.

Alors, à partir de toutes ces définitions, un modèle bicyclette simplifié est défini, avec v^{mes} et a^{mes} respectivement la norme de la vitesse et celle de l'accélération :

$$\begin{cases} \dot{x}_{mes} &= v^{mes}\cos(\delta_G+\psi) \\ \dot{y}_{mes} &= v^{mes}\sin(\delta_G+\psi) \\ \dot{v}^{mes} &= a^{mes} \\ \dot{\psi} &= \frac{v^{mes}}{L_{ar}}\sin(\delta_G) \\ \delta_G &= \arctan\left(\tan(\beta)\frac{L_{ar}}{L_{ar}+L_{av}}\right) \end{cases} \tag{5.34}$$

où les quatre premières équations sont les équations d'état du système, de sorte que le vecteur d'état est

$$\theta = \begin{pmatrix} x_{mes} \\ y_{mes} \\ v^{mes} \\ \psi \end{pmatrix} \tag{5.35}$$

et le vecteur de commande est

$$\mathbf{u} = \begin{pmatrix} \beta \\ a^{mes} \end{pmatrix}. \tag{5.36}$$

La cinquième équation est seulement un complément pour éviter d'alourdir la quatrième équation d'état.

Le modèle bicyclette présenté dans cette partie est plus simple, car il ne prend en compte que les mouvements du véhicule, indépendamment de sa masse, ou de sa largeur. Comme cela sera montré en **section 5.3**, ce modèle est utilisé pour la génération de commande car il est facile à inverser, notamment grâce à sa propriété de platitude.

5.2.6 Tableau récapitulatif des modèles

Les quatre modèles présentés sont résumés dans le tableau 5.1 ci-dessous.

Le modèle bicyclette simplifié et le modèle de validation vont à présent être utilisés respectivement pour la génération des commandes et pour tester les trajectoires de consignes développées aux chapitres précédents.

	Modèle de validation	**Modèle bicyclette dynamique**	**Modèle bicyclette simplifié**	**Modèle masse ponctuelle**
Caractère non holonome	oui	oui	oui	non
Caractère massique	oui	oui	non	oui
Différentiation avant arrière	oui	oui	oui	non
Différentiation gauche droite	oui	non	non	non
Modélisation des pneumatiques, glissement et dérives	oui	oui (non précisé dans la section)	non	non
Modélisation des reports de charge	oui	non	non	non
Propriété de platitude	non	oui sous conditions Antonov et al. [2008] Fuchshumer et al. [2005] Peters et al. [2011]	non	oui
Linéaire	non	non	non	oui
Utilisation	Validation des trajectoires	Non utilisé, envisagé pour études ultérieures	Inversion du modèle	Utilisé pour la génération de trajectoires

TABLEAU 5.1 – Tableau comparatif des modèles de véhicule

5.3 Schéma de commande développé

5.3.1 Objectifs

5.3.1.1 Enjeux de la commande

La boucle de commande au niveau des champs de potentiel permettait d'avoir une méthode réactive aux obstacles en temps réel. La sortie de cette boucle de commande, appelée précédemment (x_{ego}, y_{ego}) (voir Figure 4.2) est utilisée à présent comme référence pour la boucle de suivi de trajectoire du véhicule réel. Celui-ci sera modélisé dans cette section par un modèle bicyclette ou un modèle de validation, suivant l'objectif de la simulation.

La difficulté du suivi de trajectoire est de faire le lien entre la consigne en position (x_{ego}, y_{ego}) à suivre et les commandes correspondantes à envoyer au véhicule. L'inversion de modèle est un problème complexe en automatique, car la plupart des systèmes réels sont non linéaires et donc difficiles à inverser. Deux méthodes sont alors principalement utilisées pour la génération de commande. La plus répandue dans le cadre des systèmes linéaires est la linéarisation autour d'un point de fonctionnement. Elle est majoritairement utilisée pour la commande de systèmes réels. La seconde méthode, utilisée également dans cette étude, revient à se ramener à un système plat, qui possède des propriétés particulières, et notamment celle de pouvoir exprimer les commandes en fonction des sorties dites "plates" (voir Fliess et al. [1999]).

Le schéma de commande développé dans cette section, en boucle ouverte et en boucle fermée, est représenté en Figure 5.9. Il sont donnés ici pour bien situer le contexte de l'utilisation des modèles abordés dans les sections suivantes. Par rapport au schéma global d'architecture 5.1, en page 230, c'est le bloc 5 "génération de commande" qui est développé dans cette section. La boucle présentée sur ce schéma structurel est complexifiée en ajoutant un terme de *feedforward*.

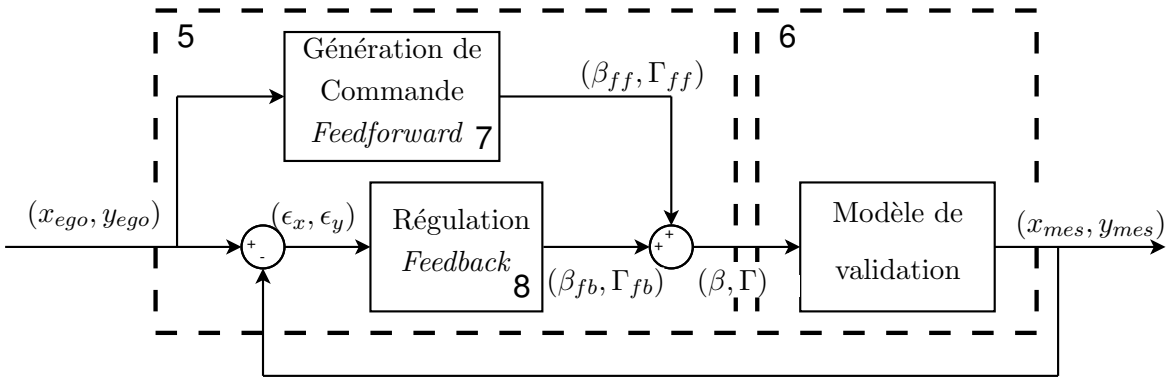


FIGURE 5.9 – Structure de la boucle de commande pour le suivi de trajectoire

5.3.1.2 Cahier des charges

La commande développée dans cette partie est la commande en position d'un véhicule automobile, impliquant un cahier des charges particulier tourné notamment vers le confort et la sécurité du passager.

Pour définir une régulation adaptée, trois notions principales sont à considérer : la *rapidité*, la *stabilité* et la *précision*. A ces trois notions principales viennent s'ajouter des considérations sur les niveaux de commande obtenus ou le filtrage du bruit, influant sur le confort, ainsi que sur la robustesse, prenant en compte les différents états paramétriques et points de fonctionnement du véhicule.

— En terme de rapidité, le temps de réponse souhaité en position est $tr_{5\%} = 0.8s$, ce qui correspond à une pulsation au gain unité en boucle ouverte de $3.75rd/s$. Cette valeur est choisie pour correspondre à peu près au temps de réaction humain, estimé à 1s pour un conducteur classique. Il serait envisageable de rendre le système plus rapide si les commandes sont réalistes et ne saturent pas (à défaut, une commande *anti-windup* devra être envisagée en complément).

— En terme de précision, le véhicule évoluant sur la route, il est nécessaire que l'erreur de position soit minimale, pour ne pas mettre le véhicule en danger. L'erreur sera donc limité à 0.03m en longitudinal comme en latéral pour permettre que l'erreur totale soit inférieure à 5cm.

— En terme de stabilité, un dépassement n'est pas admissible et doit être négligeable s'il existe. Il est donc important de prendre une forte marge de phase, pour que le dépassement soit inférieur à 10% pour une consigne en échelon. Ainsi, pour les consignes optimales utilisées, le dépassement devrait être nul.

— La commande utilisée est une commande en couple, qui ne doit pas dépasser ce que peut fournir le moteur. D'après les travaux de Taymans et Fadiga [2018], l'ordre de grandeur du couple à la roue correspondant au maximum que le moteur peut fournir est de $250N.m$. Cette valeur sera retenue dans la suite pour l'analyse, bien qu'aucune saturation sur la commande ne soit implémentée.

— Enfin, le bruit de mesure, issu des capteurs, doit être correctement filtré. D'après les travaux de Benson [2017] sur l'impact des vibrations sur le confort, les accélérations d'amplitude inférieures à $0.5m/s^2$ ne sont pas considérées, quelque soit leur fréquence, car elles sont transparentes pour le passager. Ces oscillations d'accélérations correspondent à des oscillations de couple de $50N.m.$ environ. Ainsi, le bruit de mesure issu des capteurs ne doit pas générer une oscillation de commande supérieure à cette valeur de $50N.m.$

Dans la suite, la partie *feedforward* et la partie *feedback* seront présentées respectivement dans les sous-sections 5.3.2 et 5.3.3.

5.3.2 Feedforward

Le *feedback*, retour de la sortie, est bien connu et permet de réaliser une poursuite de trajectoire, de corriger les écarts entre l'entrée et la sortie, de rejeter les perturbations, en résumé de réagir. Le *feedforward* agit en soutien du *feedback* : il permet d'injecter de la connaissance *a priori* dans la boucle, d'anticiper la trajectoire plutôt que de la rejoindre, de prévenir au lieu de réagir. Le *feedforward* ne peut pas être utilisé tout seul (sauf conditions idéales, pas de bruit, pas de perturbations, modèle parfaitement connu, etc...), sans connaissance de la sortie, c'est à dire les mesures du comportement réel du système, des erreurs importantes peuvent être générées par rapport à la référence. Cependant, il apporte un soutien de commande dans le suivi de trajectoire, laissant au feedback la régulation et le rejet de perturbation. Dans le cas du véhicule, celui-ci est alors commandé autour de la trajectoire de référence, pour de petites variations.

Le *feedforward* nécessite ici de transformer la référence en position (x_{ego}, y_{ego}) en commande $(\beta_{ff}, \Gamma_{ff})$ compréhensible pour le véhicule, ce qui suppose d'inverser un modèle. Deux approches sont présentées pour le module de génération *feedforward* entre la référence et la commande du véhicule :

— partir des équations du modèle de validation, et les linéariser par des hypothèses pour obtenir une relation inverse, sous-section 5.3.2.1,

— partir du modèle bicyclette et utiliser sa propriété de platitude, sous-section 5.3.2.2.

Remarque 5.3.1 (Commandes)**.** *Il est important de noter que les variables de commande du modèle bicyclette sont l'accélération a et l'angle de braquage des roues β. En effet, dans le modèle bicyclette simplifié utilisé (voir sous-section 5.2.5), aucune notion de force, et donc de couple, n'est présente. Pour le modèle de validation, les variables de commande sont le couple appliqué aux roues Γ et l'angle de braquage des roues β. Comme le véhicule comporte deux roues motrices, et que le glissement sera toujours négligé pour la commande (et donc compensé par la régulation), le lien entre l'accélération et le couple appliqué à une roue est :*

$$\Gamma \simeq \frac{r_0 M a}{2} \tag{5.37}$$

où r_0 est le rayon de la roue et M la masse du véhicule.

Dans la suite, a et Γ seront utilisés comme commande selon le modèle simulé, et suivant ce qui est démontré : l'accélération est pertinente pour parler de confort, et le couple pour parler de sollicitation des actionneurs. En pratique, la sortie du feedforward comme celle du régulateur (feedback) seront toujours des accélérations, et la transformation en couple incluse dans le modèle de validation (dans le cadre 6 de la Figure 5.20, page 263).

5.3.2.1 Inversion du modèle de validation

En partant des équations du modèle de validation du sous-section 5.2.3, Taymans et Fadiga [2015] ont proposé une simplification pour pouvoir générer des commandes. La géné-

ration de commande effectuée est basée sur le schéma donné en Figure 5.10. Sur le schéma est représentée une double dérivation, pour passer de la position à des forces notées F_x^{ff} et F_y^{ff} qui sont en fait la résultante des forces qui s'exercent sur le véhicule en x et en y. Pour éviter cette opération de dérivation, non causale, il pourrait être intéressant de récupérer directement les forces issues des champs de potentiel, à condition de régler le problème des oscillations rapides. Les grandeurs découlant des forces seraient alors obtenues par le principe fondamental de la dynamique et des intégrations successives (accélération, vitesse, position).

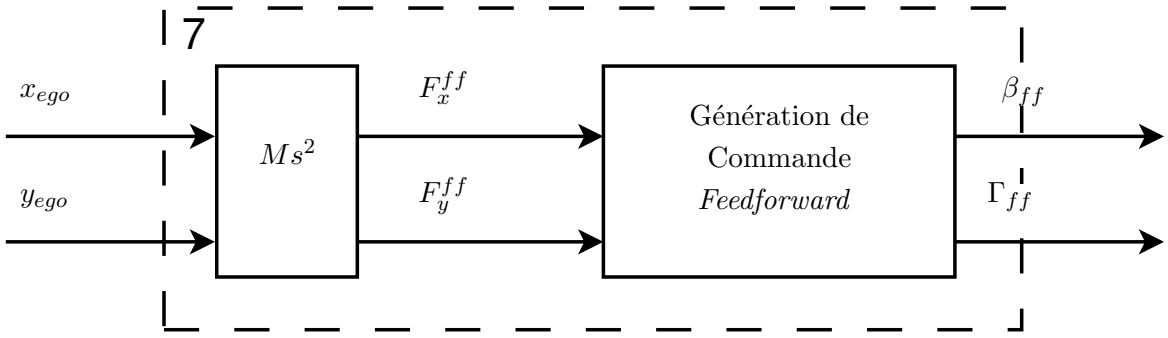


FIGURE 5.10 – Génération de commande en boucle ouverte

Les équations longitudinales sont principalement utilisées pour déterminer Γ_{ff}. F_x^{ff} et F_y^{ff} sont transformées en F_{long}^{ff} et F_{lat}^{ff} dans le repère véhicule, ce qui donne, à travers la seconde loi de Newton :

$$a_{long}^{ff} = \frac{F_{long}^{ff}}{M}. \tag{5.38}$$

Or, d'après la relation (5.15) :

$$a_{long}^{ff} = \dot{v}_{long}^{ff} - v_{lat}^{ff}\dot{\psi} \tag{5.39}$$

donc

$$\dot{v}_{long}^{ff} = a_{long}^{ff} + v_{lat}^{ff}\dot{\psi}. \tag{5.40}$$

La variation de vitesse $\dot{v}_{long}^{ff}$ est fonction principalement de la force exercée par le pneumatique de la roue motrice, ce qui donne :

$$\dot{v}_{long}^{ff} = \frac{F_{long}^{ij}}{M}. \tag{5.41}$$

Enfin, le couple appliqué à la roue est proportionnel à la force exercée par la roue, de sorte que :

$$2\Gamma_{ff} = r_0 F_{long}^{ij}, \tag{5.42}$$

où r_0 est le rayon de la roue, le facteur 2 étant dû au fait que le couple est réparti sur deux roues motrices. Ainsi, on remonte à une formule de Γ_{ff} telle que :

$$\Gamma_{ff} = \frac{Mr_0}{2}(\frac{F_{long}^{ff}}{M} + v_{lat}^{ff}\dot{\psi}). \tag{5.43}$$

A partir de cette expression, v_{lat}^{ff} et $\dot{\psi}$ doivent être déterminés. v_{lat}^{ff} peut être calculé en intégrant deux fois F_{lat}^{ff}, ce qui reviendrait à négliger le terme $v_{long}^{mes}(\tau)\dot{\psi}$ de l'équation (5.18). $\dot{\psi}$ est complexe à obtenir, car :

$$\psi \simeq \frac{v_y^{ff}}{v_x^{ff}}. \tag{5.44}$$

Cependant, le calcul de ψ peut être approché autrement, au moment du calcul de la seconde variable de commande, β_{ff}.

Les équations de la dynamique transversale sont principalement utilisées pour calculer β. F_{lat}^{ff} permet d'obtenir l'accélération a_{lat}^{ff}, à travers la seconde loi de Newton :

$$a_{lat}^{ff} = \frac{F_{lat}^{ff}}{M}. \tag{5.45}$$

Or, par l'équation (5.18) il est connu que :

$$a_{lat}^{ff} = \dot{v}_{lat}^{ff} + v_{long}^{ff}\dot{\psi}, \tag{5.46}$$

et donc que :

$$\dot{\psi} = \frac{1}{v_{long}^{ff}}(a_{lat}^{ff} - \dot{v}_{lat}^{ff}). \tag{5.47}$$

Pour trouver β_{ff} à partir de $\dot{\psi}$, une linéarisation du modèle de validation est effectuée. Cette linéarisation est réalisée par Moreau [2015]. Elle est effectuée pour v_{long}^{ff} constante et aboutit au résultat suivant où $\Psi = \mathcal{L}\{\psi\}$ et $B = \mathcal{L}\{\beta_{ff}\}$ avec des conditions initiales nulles :

$$\frac{\Psi(s)}{B(s)} = \frac{K_1}{s}\frac{\frac{s}{\omega_1} + 1}{(\frac{s}{\omega_0})^2 + 2\zeta\frac{s}{\omega_0} + 1} \tag{5.48}$$

ce qui donne, en régime statique ($s \to 0$) :

$$\beta_{ff} \simeq \frac{\dot{\psi}}{K_1}. \tag{5.49}$$

Finalement, il est obtenu que :

$$\beta_{ff} = \frac{1}{K_1 v_{long}^{ff}}(\frac{F_{lat}^{ff}}{M} - \dot{v}_{lat}^{ff}). \tag{5.50}$$

Les références choisies étant les forces F_x^{ff} et F_y^{ff}, qui permettent d'obtenir F_{long}^{ff} et F_{lat}^{ff},

le problème de calcul de v_{lat}^{ff} demeure. $\dot{\psi}$, nécessaire pour le calcul de Γ_{ff}, est obtenu lors du calcul de β_{ff}, et peut donc être injecté dans le calcul de Γ_{ff}. Au niveau de la simulation, ces deux calculs sont donc couplés. Finalement, le système obtenu est :

$$\begin{cases} \Gamma_{ff} &= \frac{Mr_0}{2}\left(\frac{F_{long}^{ff}}{M} + v_{lat}^{ff}\dot{\psi}\right) \\ \beta_{ff} &= \frac{1}{K_1 v_{long}^{ff}}\left(\frac{F_{lat}^{ff}}{M} - \dot{v}_{lat}^{ff}\right). \end{cases} \tag{5.51}$$

5.3.2.1.1 Résumé des hypothèses faites Le modèle simplifié décrit ci-dessus est obtenu en faisant les hypothèses suivantes :

— v_{long}^{ff} constante pour le calcul de β_{ff},

— faibles angles de braquages β

— stationnarité, pour le calcul de β_{ff}

— non glissement pour l'équation (5.42)

— l'influence des forces extérieures est négligée (résistance au roulement, résistance aérodynamique), pour l'équation (5.41)

— le PFD est appliqué directement dans un référentiel non galiléen : l'accélération d'entraînement est négligée.

Cette méthode sera testée en simulation et comparée avec la méthode suivante, qui consiste à inverser directement le modèle simplifié grâce à sa propriété de platitude.

5.3.2.2 Inversion par platitude du modèle bicyclette

Le modèle bicyclette simplifié donné en sous-section 5.2.5, équation (5.34), est régulièrement inversé dans la littérature (Antonov et al. [2008], Peters et al. [2011], Fuchshumer et al. [2005]). Dans cette section, l'inversion est effectuée en utilisant une méthode inspirée de la platitude (Rouchon et al. [1993]), et un schéma de commande en position autour de la trajectoire de référence est proposé. Le modèle bicyclette étant connu et inversé tel quel, la trajectoire devrait être parfaitement suivie, ce que démontre les tests effectués en **section 5.4**. Cependant, les commandes seront ensuite appliquées à un modèle plus complexe, dit de validation, donné précédemment en sous-section 5.2.3.

Pour inverser ce modèle, des notions de platitude (expliquée en annexe D.4)sont utilisées. Appliquée au modèle bicyclette donné en sous-section 5.2.5, la propriété de platitude permet de dire que si le modèle bicyclette admet des sorties plates, il faut en trouver 2.

Le vecteur $\mathbf{Z}(t)$ est choisi tel que :

$$\mathbf{Z}(t) = \begin{pmatrix} x_{long}(t) \\ y_{lat}(t) \end{pmatrix} \tag{5.52}$$

où x_{long} et y_{lat} sont les coordonnées du véhicule dans le repère de centre $(0, 0)$ dans le repère cartésien et formant un angle ψ avec celui-ci. S'il est possible d'exprimer v^{mes}, ψ, β et a^{mes}

en fonction de **Z**, alors la platitude du système sera démontrée. Or, du modèle bicyclette donné en équation (5.34), les relations suivantes sont déterminées :

$$\left\{ \begin{array}{lcl} \dot{x}_{long} & = & v^{mes}\cos(\delta_G) \\ \dot{y}_{lat} & = & v^{mes}\sin(\delta_G) \end{array} \right. \Rightarrow \tan(\delta_G) = \frac{\dot{y}_{lat}}{\dot{x}_{long}} \Rightarrow \delta_G = \arctan\left(\frac{\dot{y}_{lat}}{\dot{x}_{long}}\right). \tag{5.53}$$

De plus, il est facile de déterminer l'expression de v^{mes} en fonction de x_{long} et y_{long} :

$$v^{mes} = \sqrt{\dot{x}_{long}^2 + \dot{y}_{lat}^2}. \tag{5.54}$$

β et v^{mes} ont été exprimées en fonction des variables x_{long} et y_{lat} et de leurs dérivées. Pour que x_{long} et y_{lat} soient des sorties plates, il faut également que les variables de commande puissent s'exprimer en fonction d'elles et de leurs dérivées. Or, d'après l'équation (5.34) :

$$\dot{\psi} = \frac{v^{mes}}{L_{ar}}\sin(\delta_G) = \frac{\sqrt{\dot{x}_{long}^2 + \dot{y}_{lat}^2}}{L_{ar}}\sin\left(\arctan\left(\frac{\dot{y}_{lat}}{\dot{x}_{long}}\right)\right) \tag{5.55}$$

et donc :

$$\psi(t) = \int_0^t \frac{\sqrt{\dot{x}_{long}(\tau)^2 + \dot{y}_{lat}(\tau)^2}}{L_{ar}}\sin\left(\arctan\left(\frac{\dot{y}_{lat}(\tau)}{\dot{x}_{long}(\tau)}\right)\right)d\tau + \psi(0). \tag{5.56}$$

Cependant, comme cette équation est causale, elle est utilisable pour la génération de commande. Le schéma sera donné en Figure 5.11. De plus, le lien entre δ_G et β permet de calculer δ_G :

$$\delta_G = \arctan\left(\tan(\beta)\frac{L_{ar}}{L_{ar}+L_{av}}\right) \tag{5.57}$$

ce qui implique que

$$\tan(\delta_G) = \tan(\beta)\frac{L_{ar}}{L_{ar}+L_{av}} \tag{5.58}$$

et donc

$$\beta = \arctan\left(\frac{L_{ar}+L_{av}}{L_{ar}}\tan(\delta_G)\right) = \arctan\left(\frac{L_{ar}+L_{av}}{L_{ar}}\frac{\dot{y}_{lat}}{\dot{x}_{long}}\right) \tag{5.59}$$

Enfin, l'accélération, la seconde variable de commande, s'exprime par :

$$a^{mes} = \dot{v}^{mes} = \frac{\dot{x}_{mes}\ddot{x}_{mes} + \dot{y}_{mes}\ddot{y}_{mes}}{\sqrt{\dot{x}_{mes}^2 + \dot{y}_{mes}^2}}. \tag{5.60}$$

Ainsi, v^{mes} et δ_G ont été exprimés en fonction de x_{long} et y_{lat} et de leurs dérivées, ce qui n'a pas été possible pour ψ. Le système a donc bien été inversé, mais il n'a pas été prouvé qu'il est plat.

En supplément, il est possible de compléter un peu la génération de commande par platitude en prenant en compte les forces extérieures qui s'appliquent sur le véhicule, notamment celles qui ne dépendent que de la vitesse de sorte que l'équation (5.60) devient :

$$a^{mes} = \dot{v}^{mes} + \frac{1}{M}\left(\left(\frac{1}{2}\rho_a S_x C_x + \lambda_2 Mg\right)(v^{mes})^2 + \lambda_0 Mg\right) \tag{5.61}$$

dont les différents coefficients ont été expliqués au **chapitre 2**, page 59. Ce terme compensatoire permet de prévoir *a priori* les effets des différentes résistances au roulement rencontrées par le véhicule sur la trajectoire. Le schéma utilisé pour la génération des commandes *feedforward* β_{ff} et Γ_{ff} est donné en Figure 5.11. Sur ce schéma, le facteur k_{ext} représente le facteur multiplicatif des forces extérieures dépendant de la vitesse et vaut :

$$k_{ext} = \frac{1}{2M}\rho_a S_x C_x + \lambda_2 g. \tag{5.62}$$

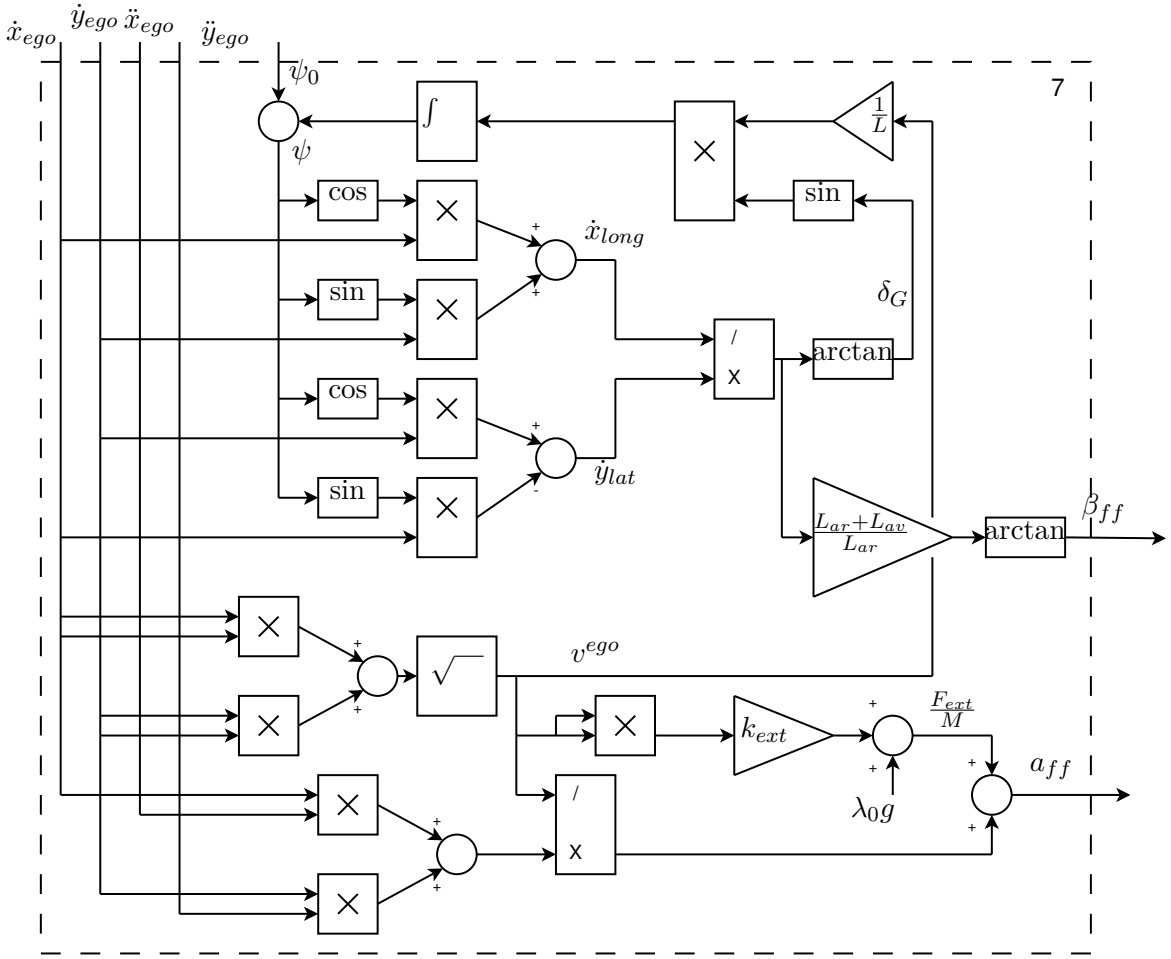


FIGURE 5.11 – Schéma fonctionnel détaillé du bloc de génération de commande *feedforward*

Ce petit module de modèle inversé permet de générer des commandes *feedforward* pour le modèle de validation ce qui sera testé en section 5.4. Pour passer de l'accélération au couple,

et ainsi retrouver la commande de base du véhicule, il suffit de négliger le glissement et de dire que :

$$\Gamma_{ff} = \frac{r_0 M}{n_{mot}} a_{ff}, \tag{5.63}$$

où n_{mot} est le nombre de roues motrices et d'appliquer ce couple à chacune des roues motrices.

5.3.2.3 Validation de l'inversion du modèle bicyclette

Pour vérifier que le modèle bicyclette simplifié est correctement inversé, il s'agit de tester les commandes *feedforward* directement en entrée d'un modèle bicyclette et de vérifier que la référence est suivie exactement. Au-delà de l'inversion de modèle, cela permet de vérifier que les trajectoires utilisées sont compatibles avec un premier modèle de véhicule, même s'il est simple. Pour cela, le scénario 8 de dépassement sur autoroute est utilisé dans un premier temps, car il présente une trajectoire avec de faibles angles de braquages. Le modèle de véhicule utilisé est le modèle bicyclette simplifié, ce qui donne le schéma de simulation représenté en Figure 5.12.

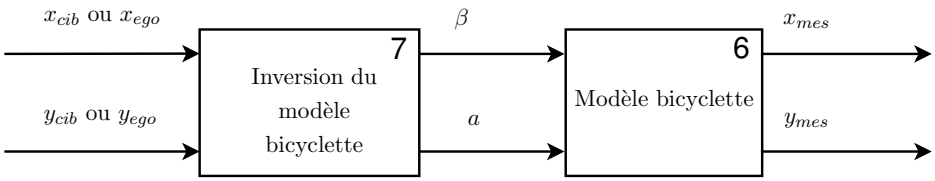


FIGURE 5.12 – Schéma de simulation du modèle bicyclette simplifié en boucle ouverte, avec génération de commande par inversion de modèle

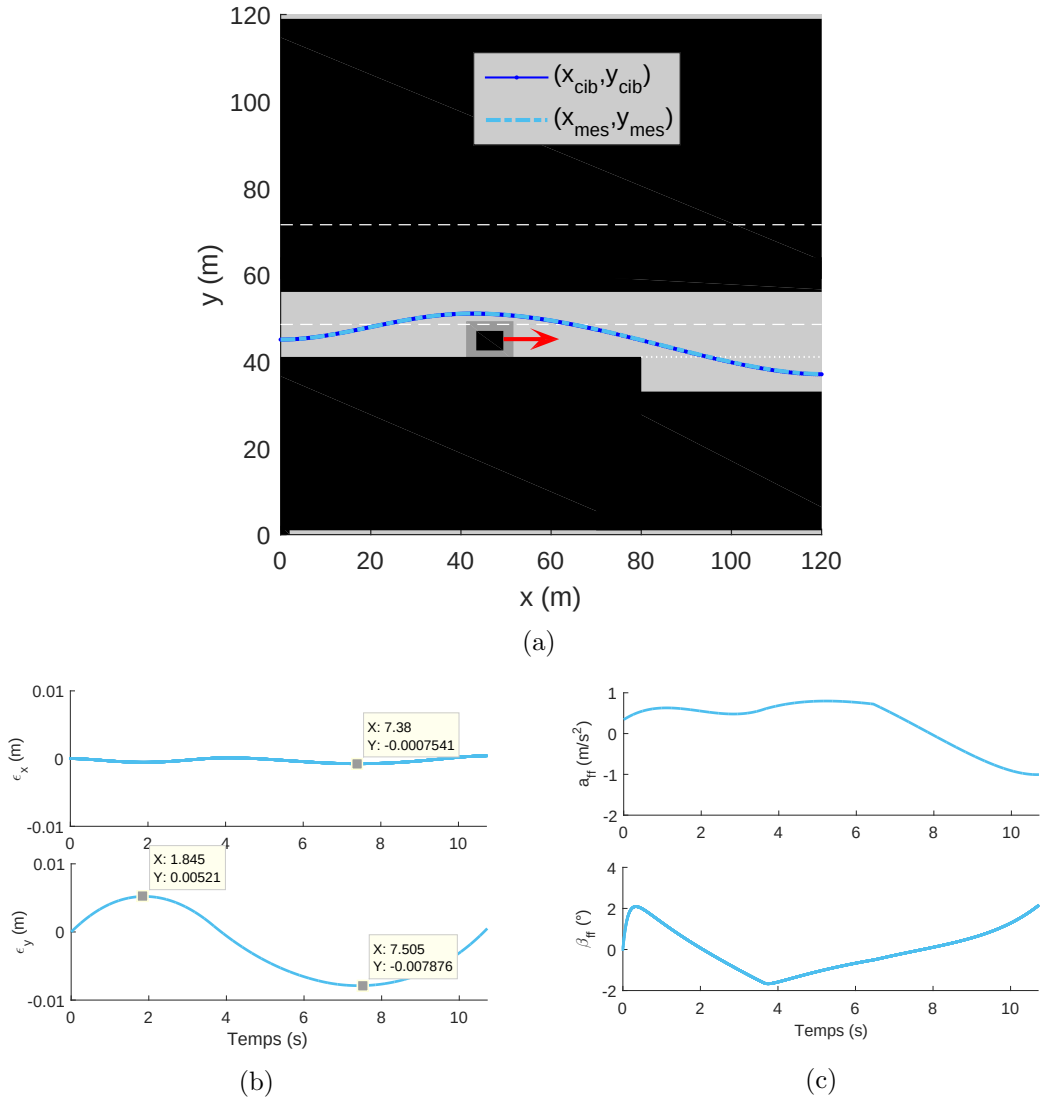
Au vu de ce qui a été fait dans les **chapitres 3** et **4**, deux types de consigne seront testées.

— Une consigne optimale en position est étudiée (voir **chapitre 3**), construite hors-ligne, issue directement du calcul de trajectoire optimale par l'algorithme génétique. La trajectoire ainsi récupérée est donc une consigne, plus complexe qu'un créneau ou qu'une rampe, à suivre au mieux par le véhicule. L'obtention des commandes directement à partir des consignes en position, vitesse et accélération du véhicule correspond à ce qui est fait en **section 5.3.2.2** avec la platitude.

— Une consigne en position issue des champs de potentiel est étudiée, puisque c'est la méthode complète proposée, qui permet au véhicule d'être réactif à l'environnement (voir **chapitre 4**).

Deux simulations sont réalisées en mettant d'abord en entrée la trajectoire optimale représentée par (x_{cib}, y_{cib}), lisse, puis la trajectoire issue des champs de potentiel, représentée par (x_{ego}, y_{ego}), qui comporte des oscillations d'accélération.

5.3.2.3.1 Consigne optimale Dans le premier cas, (x_{cib}, y_{cib}) et leurs dérivées sont utilisés en entrée de la simulation, pour contourner le problème des oscillations d'accélération et vérifier parfaitement l'inversion de modèle. En Figure 5.13 (a) une trajectoire est obtenue pour le scénario 8, en sortie du schéma de la Figure 5.12. Cette trajectoire est représentée pour le temps $t = 4.1s$ où l'EGV est en train de dépasser le véhicule, ce qui permet d'observer au passage la distance latérale au véhicule dépassé.



(a)

(b)

(c)

FIGURE 5.13 – (a) Trajectoire obtenue en sortie du modèle bicyclette en boucle ouverte (–), comparée avec la trajectoire optimale issue du GA (–), utilisée comme consigne (b) Erreur de trajectoire entre l'entrée et la sortie (c) Commandes correspondantes

Les trajectoires de consigne (en bleu) et effectivement réalisée (en vert) sont apparemment bien confondues, ce qui tendrait à valider l'inversion de modèle. Pour confirmer cela, l'erreur de position entre l'entrée et la sortie est représentée en Figure 5.13 (b). Comme prévu l'erreur

est extrêmement faible puisqu'elle est de 8mm au maximum en x et moins de 1mm au maximum en y.

Enfin, l'évolution des angles de braquage β, angle de dérive du centre de gravité δ_G et angle de lacet ψ sont données en Figure 5.14. Les angles du véhicule, et notamment le braquage des roues et la dérive du centre de gravité, restent dans des intervalles très réduits : $[-2°, 2°]$. Pour de telles valeurs, il est parfois fait l'approximation que $\delta_G \approx \frac{\beta L_{ar}}{L_{ar}+L_{av}}$, ce qui se vérifie avec les valeurs entourées sur la figure.

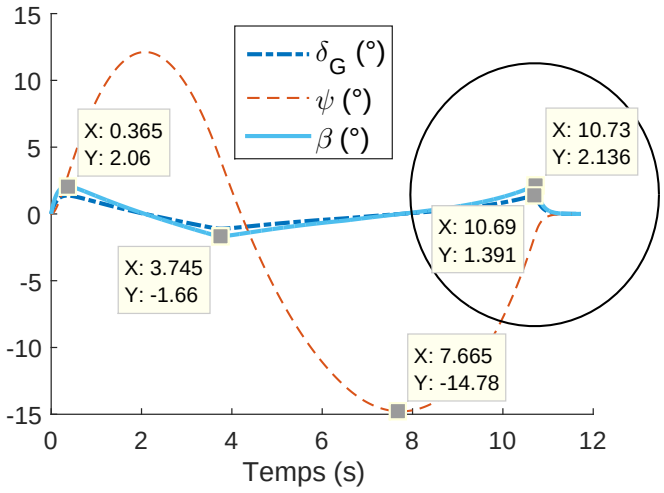


FIGURE 5.14 – Angles du véhicule pour la trajectoire de dépassement

D'après cette sous-section, il est vérifié que l'inversion de modèle est bien faite, qu'elle permet de générer des commandes adéquates. En sous-section 5.3.2.4, il sera vérifié que ces commandes sont également adéquates pour le modèle de validation, plus complet. Dans un premier temps, dans la sous-section suivante, les sorties du champ de potentiel sont utilisées en référence pour le véhicule.

5.3.2.3.2 Consigne issue des champs de potentiel La même simulation est réalisée, en utilisant en entrée les valeurs (x_{ego}, y_{ego}) et leurs dérivées, issues du champ de potentiel. Ce test permet notamment de vérifier l'impact des oscillations d'accélération sur la sortie obtenue. De plus, dans la méthode générale proposée en **section 4.2.1**, c'est bien la position issue des champs de potentiel qui sert de référence pour la boucle de suivi de trajectoire du véhicule lui-même. La sortie de référence de cette boucle est modifiée en direct en cas d'obstacle imprévu. La trajectoire de sortie alors obtenue est donnée en Figure 5.15 (a). L'erreur en latéral est un peu plus importante, puisqu'elle atteint 10mm, mais cette valeur n'est pas suffisamment significative pour poser un problème au niveau de l'inversion de modèle. Celle-ci est donc validée, pour le modèle bicyclette simplifié. En Figure 5.15 (b) les évolutions de l'abscisse de référence x_{ego} et de ses dérivées temporelles sont également données, notamment pour comparer leur évolution avec celle des angles ci-dessous.

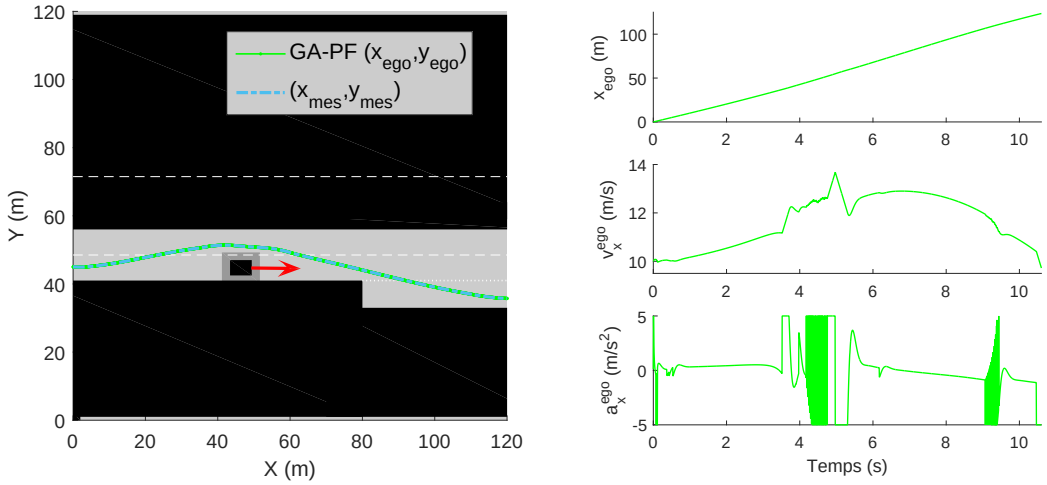
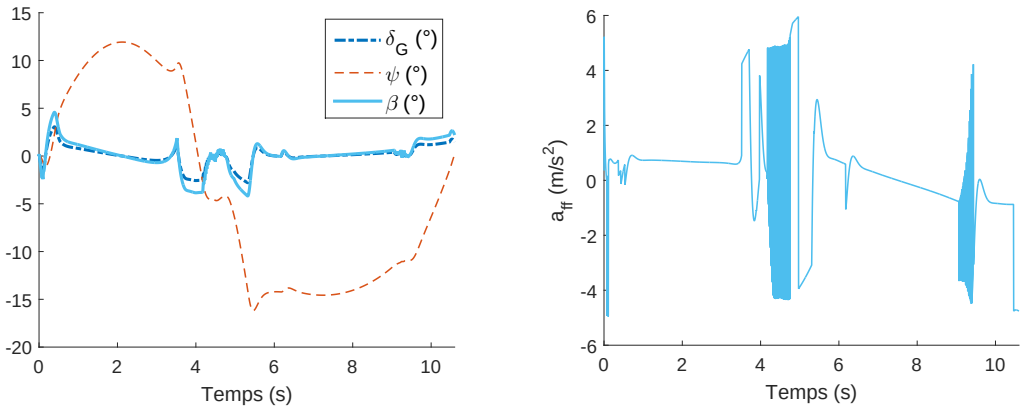


FIGURE 5.15 – (a) Trajectoire obtenue en sortie du modèle de véhicule en boucle ouverte (–), comparée avec la trajectoire issue des champs de potentiel –, comme prévu par la méthode générale (b) Références en abscisse associées

En effet, l'évolution des angles de braquage β, angle de dérive du centre de gravité δ_G et angle de lacet ψ sont données en Figure 5.16 (a). Les intervalles de variations obtenus sont similaires, mais les variations de ces angles sont nettement plus importantes dans ce cas là. En effet, comme les angles sont calculés à partir de la vitesse, ils sont impactées par les variations brusque d'accélération. En particulier, le braquage des roues, qui est une commande, évolue de façon trop brusque entre $t = 4s$ et $t = 6s$ ou également au début. Il est donc nécessaire de filtrer les oscillations obtenues au **chapitre 4**.



(a) (b)

FIGURE 5.16 – (a) Angles du véhicule pour la trajectoire de dépassement, avec (x_{ego}, y_{ego}) en consigne (b) Commande a_{ff} obtenue

Cette supposition est confirmée par la tracé de l'accélération a_{ff} donné en Figure 5.16 (b), et il est visible qu'elle comporte également des variations brusques et dommageables,

puisqu'elles se retrouveront dans le couple de commande appliqué au véhicule. L'inversion du modèle bicyclette étant validée, elle va être comparée à l'inversion proposée par Taymans et Fadiga [2015] et décrite en sous-section 5.3.2.1.

5.3.2.4 Comparaison des deux feedforward en BO

En sous-section 5.3.2, deux inversions de modèle ont été proposées pour faire de la génération de commande. Dans cette sous-section, une comparaison de ces deux inversions de modèles est proposée afin d'étudier l'influence des commandes ainsi obtenues sur le modèle de validation. En d'autres termes, les commandes β et Γ issues de ces deux inversions sont injectées en entrée du modèle de validation et la sortie mesurée (x_{mes}, y_{mes}) est comparée à la référence (x_{cib}, y_{cib}) (voir Figure 5.17). L'inversion qui génère le moins d'erreurs sera utilisée par la suite pour le *feedforward* en boucle fermée, pour la boucle de suivi de trajectoire.

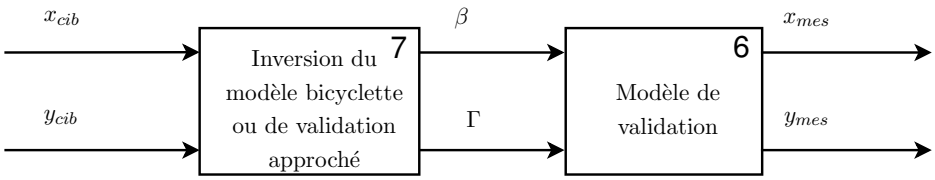


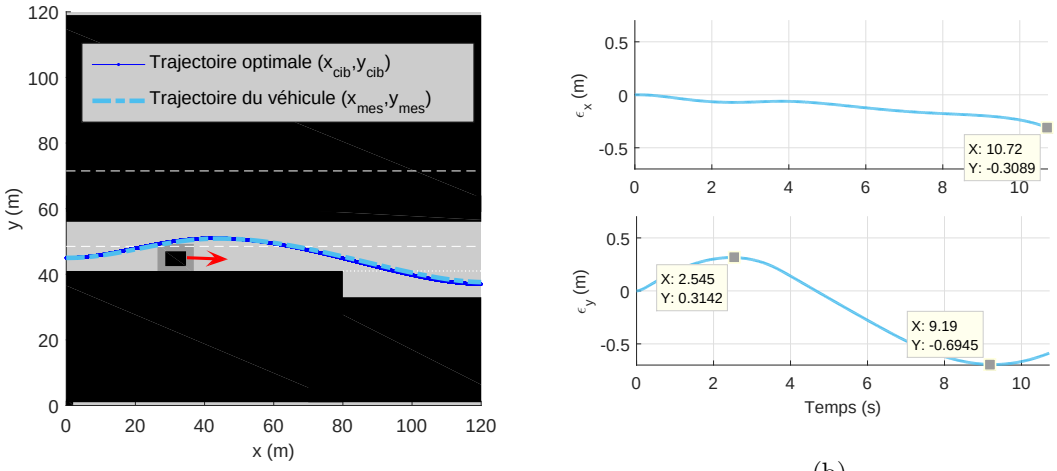
FIGURE 5.17 – Schéma de simulation du modèle de validation en boucle ouverte, avec génération de commande par inversion de modèle

Deux éléments importants sont à noter sur le schéma de la Figure 5.17. Le premier est que les références utilisées sont x_{cib} et y_{cib}, donc issues de l'algorithme génétique, ce qui permet d'éviter les problèmes d'oscillations et donc d'observer un phénomène à la fois. Le second élément à noter est que la commande du modèle de validation n'est plus l'accélération a, mais bien le couple Γ, à partir de l'approximation de non glissement $\Gamma \simeq r_0 Ma$.

5.3.2.4.1 Inversion du modèle bicyclette Dans un premier temps, les commandes issues du modèle bicyclette inversé sont injectées au modèle de validation. La trajectoire obtenue en sortie est représentée en Figure 5.18 (a) et l'erreur par rapport à la référence en Figure 5.18 (b). La commande n'est pas redonnée ici, car elle est identique à celle obtenue en Figure 5.13, page 257, s'agissant d'une même consigne et d'une commande en boucle ouverte.

L'erreur obtenue est nettement plus importante que dans les simulations précédentes puisqu'elle atteint 70cm en latéral. Cette erreur n'est pas négligeable, d'autant que pour l'instant aucune perturbation n'est appliquée, de type rafale de vent.

5.3.2.4.2 Inversion du modèle de validation approché Le modèle de validation est inversé directement par des simplifications, comme montré en sous-section 5.3.2.1. Cette technique est utilisée ici pour générer des commandes pour le modèle de validation et pour comparer avec les résultats obtenus précédemment.



(a) (b)

FIGURE 5.18 – (a) Trajectoire obtenue en sortie du modèle de validation en boucle ouverte (–), comparée avec la trajectoire optimale (–) (b) Erreur de trajectoire en x et en y entre l'entrée et la sortie

La valeur de K_1 donnée par les études précédentes semble ne pas donner des résultats concluant quant à l'obtention de commandes par cette méthode.

5.3.2.4.3 Bilan de l'inversion des modèles Aux sous-sections 5.3.2.4.1 et 5.3.2.4.2, les inversions de deux modèles ont été comparés dans leur aptitude à générer des commandes acceptables pour suivre une trajectoire, en boucle ouverte. Le maximum d'erreur en position entre l'entrée (x_{cib}, y_{cib}) et la sortie (x_{mes}, y_{mes}) pour une commande générée par inversion du modèle bicyclette a été comparée à celui obtenu pour l'inversion du modèle de validation moyennant certaines hypothèses.

Celui d'erreur minimale devait être choisi, et utilisé pour la boucle fermée, ce qui aurait permis de réduire voire d'annuler l'erreur en position. Cependant, la seconde inversion n'a pas donné de résultats concluant. C'est donc l'inversion du modèle bicyclette, qui sera utilisée dans la suite pour générer des commandes.

5.3.3 Feedback

La méthode de *feedforward* présentée en sous-section 5.3.2 permet d'obtenir des bonnes commandes de référence, en utilisant l'inversion de modèle et les informations *a priori*. Cependant, pour suivre une trajectoire de façon précise, il est nécessaire de contrôler le véhicule en boucle fermée, pour utiliser les mesures réelles et donc la position réelle du véhicule. Sans bouclage, les incertitudes paramétriques du modèle ou les perturbations peuvent éloigner le véhicule de la position souhaitée, puisqu'aucune mesure n'est prise en compte. Cependant, le véhicule étant non holonome, les variables de sortie régulée x_{mes} et y_{mes} ne sont pas indépendantes l'une de l'autre et ne peuvent donc pas être commandées indépendamment.

Dans la sous-section 5.3.3.1, un schéma de commande en boucle fermée est proposé, puis en sous-sections 5.3.3.2 et 5.3.3.3 les boucles de retour proposées sont développées.

5.3.3.1 Schéma de commande

Le schéma de commande mis en place dans cette section est donné en Figure 5.19. Dans cette section, les variables de commandes considérées sont β et a au lieu de β et Γ. La relation entre le couple à la roue et l'accélération est liée au modèle de pneu choisi et dépend notamment au glissement du pneu sur la route. Cependant, pour la commande, le glissement est négligé (compensé par la régulation) et la relation utilisée a été donnée en équation (5.37), page 250. Le régulateur, cadre 8 sur la Figure 5.19, est l'objet principal de cette section.

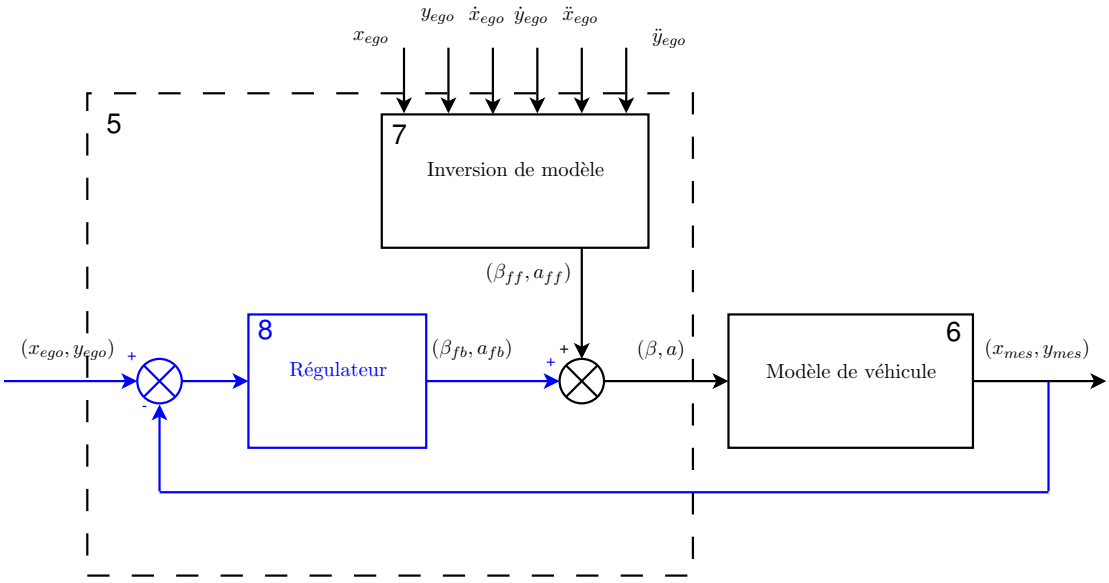


FIGURE 5.19 – Schéma de commande en position du véhicule

La synthèse d'un régulateur comme illustré sur la Figure 5.19 implique un régulateur multivariable. En effet, l'entrée du régulateur est l'erreur de position en x et en y. A partir de ces deux erreurs, il s'agit de déterminer les deux variables de commande (β, a). Dans l'équipe CRONE la régulation est toujours découplée longitudinal latéral, en utilisant directement les commandes β et Γ. Cependant, dans cette étude les trajectoires sont obtenues en coordonnées cartésiennes. Le problème vient du fait que x et y sont couplées, de par le caractère non holonome du véhicule. Il est donc très complexe de synthétiser ce régulateur sans procéder à une transformation préalable du schéma. En contrôle de trajectoire, un procédé classique consiste à découpler non pas les coordonnées cartésiennes x et y, mais le caractère longitudinal et le caractère latéral de la trajectoire. En d'autres termes, il semble intéressant de commander :

— d'une part la position du véhicule le long de la trajectoire, en termes d'abscisse curviligne et de vitesse,

— d'autre part la distance du véhicule à la trajectoire en latéral, qui doit être minimisée.

De là, un nouveau schéma de commande est proposé et illustré en Figure 5.20, qui s'inspire du travail de Cadalen et al. [2017] sur le suivi de trajectoire pour un *kite surf*.

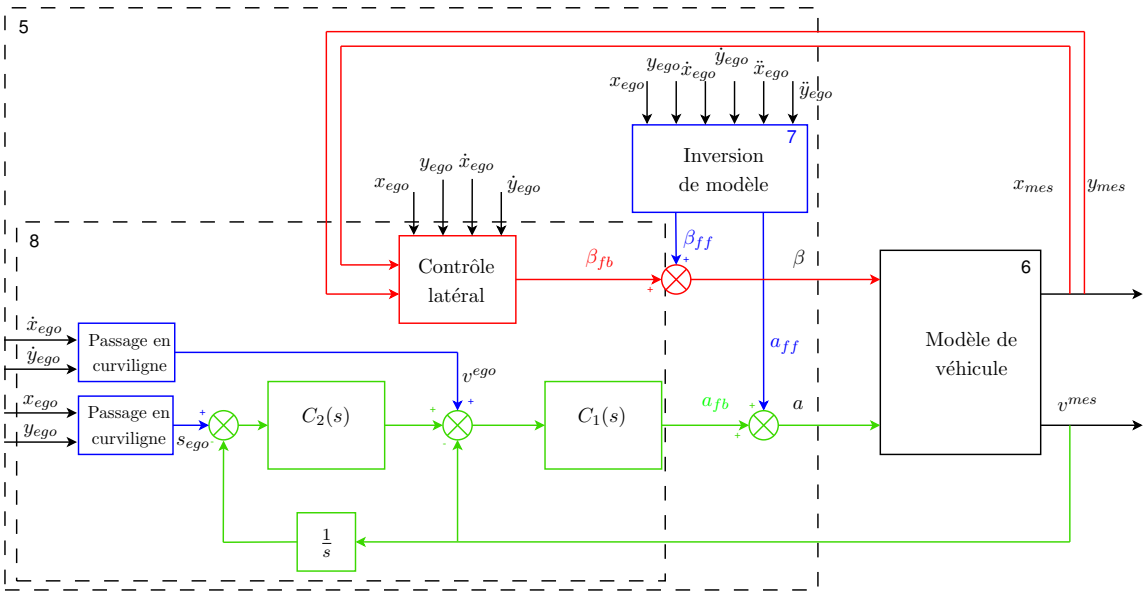


FIGURE 5.20 – Schéma de commande en boucle fermée

Deux boucles sont alors utilisées, l'une pour réguler la position le long de la trajectoire, en vert sur le schéma, et l'autre pour réguler l'écart à la trajectoire, en rouge sur le schéma. La synthèse de ces deux boucles sera présentée en sections 5.3.3.2 et 5.3.3.3. Les avantages et inconvénients de ce découplage seront évoqués dans la **section de tests 5.4**.

5.3.3.2 Boucle de retour en position - vitesse longitudinale

Le bouclage longitudinal effectué est représenté en vert sur la Figure 5.20. En premier lieu, un bouclage en vitesse est effectué et régulé au moyen du régulateur C_1. La norme de la vitesse est mesurée directement en sortie du modèle de véhicule.

Cependant, pour suivre correctement le chemin spatial, il est nécessaire d'effectuer un bouclage en position, ce qui est fait au moyen du régulateur C_2. Le véhicule étant non holonome, les coordonnées x_{mes} et y_{mes} sont couplées. En découplant le mouvement longitudinal du mouvement latéral, les coordonnées x_{mes} et y_{mes} sont transformées en une abscisse curviligne unique, notée d_{mes}, de sorte que :

$$d_{mes}(t) = \int_0^t v^{mes}(\tau)d\tau. \tag{5.64}$$

De même, l'abscisse curviligne de référence est définie telle que :

$$d_{ego} = \sqrt{(x_{ego} - x_0)^2 + (y_{ego} - y_0)^2}. \tag{5.65}$$

L'équation qui lie l'accélération (commande) à la vitesse est la suivante :

$$a = \dot{v}_{mes}, \tag{5.66}$$

et donc pour le premier bouclage, le procédé à réguler est un simple intégrateur

$$G(s) = \frac{1}{s} \tag{5.67}$$

où s est la variable de Laplace.

5.3.3.2.1 Régulateur C_1 De manière à apporter les performances souhaitées, le régulateur C_1 choisi dans un premier temps est un régulateur Proportionnel Intégral Dérivé Filtré (PIDF). Le calcul de C_1 est donné ci-dessous, de façon à avoir un temps de réponse $tr_{5\%} = 0.08s$. En effet, la boucle de commande en vitesse doit être 10 fois plus rapide que celle en position dont le temps de réponse a été fixé en sous-section 5.3.1.2 à $0.8s$. Une bonne estimation de la pulsation au gain unité en boucle ouverte ω_u par rapport au temps de réponse est $\omega_u \simeq \frac{3}{tr_{5\%}}$. La marge de phase choisie pour respecter la contrainte de stabilité du cahier des charges en sous-section 5.3.1.2 est $M_\Phi = 50°$. La forme générale du correcteur C_1 est la suivante :

$$C_1(s) = C_0 \frac{1 + t_i s}{t_i s} \frac{1 + t_a s}{1 + t_b s} \frac{1}{1 + t_f s} \tag{5.68}$$

où

$$\begin{aligned}
&\omega_u = 3/tr_{5\%} = 37.5rd/s; \\
&M_\varphi = 50° \\
&Arg(G(j\omega_u)) = -90° \ ; \\
&Arg(G(j\omega_u)C_1(j\omega_u)) = -130° \ ; \\
&|G(j\omega_u)| = \tfrac{1}{\omega_u} \ ; \\
&\Phi_M = (Arg(G(j\omega_u)C_1(j\omega_u)) - (Arg(G(j\omega_u)) - 6 - 6)) \simeq -28° \ ; \\
&a = \tfrac{1+sin(\Phi_M)}{1-sin(\Phi_M)} = 0.361 \ ; \\
&t_i = \tfrac{10}{\omega_u} = 0.267s \ ; \\
&t_f = \tfrac{1}{10\omega_u} = 0.00267s \ ; \\
&t_a = \tfrac{\sqrt{a}}{\omega_u} = 0.016s \ ; \\
&t_b = \tfrac{1}{\sqrt{a}\omega_u} = 0.0444s \ ; \\
&C_0 = 10^{\frac{-10log(a)-20log(|G(j\omega u)|)}{20}} = 62s^{-1} \ ;
\end{aligned} \tag{5.69}$$

Le régulateur C_1 apporte ainsi une marge de phase suffisante autour du point critique, sans pour autant pénaliser la rapidité et la précision nécessaires. La réponse fréquentielle de la boucle ouverte pour le procédé nominal (voir ci-après sous-section 5.3.3.4 pour explication) avec ce régulateur est illustrée en Figure 5.21.

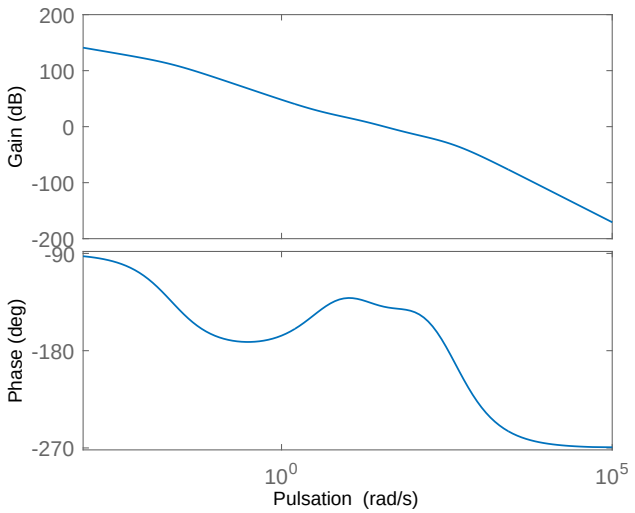


FIGURE 5.21 – Réponse fréquentielle de la boucle ouverte en vitesse avec régulateur PID

5.3.3.2.2 Régulateur C_2 Une fois la boucle interne correctement synthétisée, il s'agit de synthétiser le régulateur C_2 qui permet un suivi en position de la trajectoire, ou plus précisément de l'abscisse curviligne de référence.

Le nouveau procédé considéré ici est donc la boucle de régulation en vitesse, à laquelle s'ajoute l'intégration pour passer en position, c'est à dire :

$$G_2(s) = \frac{1}{s}\frac{C_1(s)G(s)}{1 + C_1(s)G(s)} \tag{5.70}$$

dont la réponse fréquentielle est donnée en Figure 5.22. Pour que la boucle externe soit compatible avec la boucle interne, il est nécessaire que :

$$\omega_{u2} \leq \omega_u/10 \tag{5.71}$$

et comme il est souhaitable que cette boucle soit la plus rapide possible, la valeur $\omega_{u2} \leq \omega_u/10 = 3.75rd/s$ est conservée.

Sur la Figure 5.22, on peut observer qu'à la valeur de ω_{u2} choisie, la marge de phase est de 90 degrés environ et donc largement suffisante. Il n'est donc pas nécessaire d'augmenter la stabilité du système. Afin d'améliorer la précision, il est décidé d'ajouter une action intégrale en basse fréquence, et donc de synthétiser un correcteur proportionnel intégral, de sorte que :

$$C_2(s) = C_{02}\frac{1 + t_{i2}s}{t_{i2}s} \tag{5.72}$$

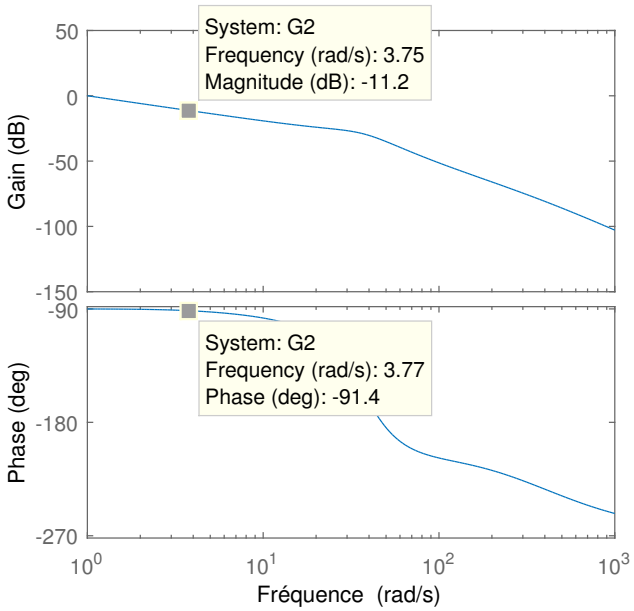


FIGURE 5.22 – Réponse fréquentielle du procédé constitué de la boucle de retour en vitesse ajoutée au modèle de véhicule en longitudinal

$$\begin{aligned} &t_{r2} = 0.8s; \\ &\omega_{u2} = \frac{3}{t_{r2}} = 3.75rd/s; \\ &t_{i2} = \frac{10}{\omega_{u2}} = 2.67s; \\ &C_{02} = 10^{\frac{G_2(j\omega_u)}{20}} = 3.63s^{-1}. \end{aligned} \tag{5.73}$$

5.3.3.3 Boucle de retour en latéral

Le bouclage latéral, représenté en rouge sur la Figure 5.20, est plus complexe que le bouclage longitudinal car il s'agit de se ramener à une commande monovariable. Ainsi, la méthode la plus simple consiste à calculer la distance à la trajectoire et de faire tendre cette distance vers 0. Or, pour se rapprocher de la trajectoire en latéral, il est nécessaire de jouer sur l'angle de lacet ψ, de le faire varier de façon à rejoindre la trajectoire. L'angle de commande β étant directement lié à la variation $\dot{\psi}$ de ψ, à travers la relation :

$$\beta = \arctan\left(\frac{L_{ar}}{L}\tan\left(\arcsin\left(\frac{\dot{\psi}L_{ar}}{v^{mes}}\right)\right)\right), \tag{5.74}$$

il s'agit alors de trouver une bonne évolution de $\dot{\psi}_{ff}$ pour obtenir la commande β_{ff}. Dans cette section, la vitesse est considérée comme régulée par la boucle longitudinale présentée en sous-section 5.3.3.2. Du point de vue de la boucle de contrôle latéral, elle est donc un paramètre variable connu.

En termes de consigne, le point $(x_{ego}(t), y_{ego}(t))$ est le point de la trajectoire sur lequel le

véhicule devrait être à l'instant t. Le repère tangent à la trajectoire, évoqué en annexe D.2 est construit de sorte que le vecteur tangent à la trajectoire $\vec{u}_t$ est :

$$\vec{u}_t(t) = \frac{\begin{pmatrix} x_{ego}(t) - x_{ego}(t-1) \\ y_{ego}(t) - y_{ego}(t-1) \end{pmatrix}}{\sqrt{(x_{ego}(t) - x_{ego}(t-1))^2 + (y_{ego}(t) - y_{ego}(t-1))^2}}. \tag{5.75}$$

Le repère $(\vec{u}_t, \vec{v}_t)$, où $\vec{v}_t$ est le vecteur unitaire transverse, est le repère cartésien absolu, translaté de $(x_{ego}(t-1), y_{ego}(t-1))$, et tourné d'un angle α_t tel que :

$$\alpha_t = \arctan\left(\frac{y_{ego}(t) - y_{ego}(t-1)}{y_{ego}(t) - x_{ego}(t-1)}\right). \tag{5.76}$$

Grâce à ce repère local $\mathcal{R}_t$, il est possible de calculer la distance à la trajectoire, qui est la coordonnée en y_t du véhicule dans ce repère. D'après l'annexe D.2, cette coordonnée est égale à :

$$d_{traj} = |(y_{mes})_{R_t}| = |-(x_{mes}(t) - x_{ego}(t-1))\sin(\alpha_t) + (y_{mes}(t) - y_{ego}(t-1))\cos(\alpha_t)|. \tag{5.77}$$

D'après la Figure 5.23, le signe de la variation souhaitée est, quant à lui, le signe inverse de celui de $(y_{mes})_{R_t}$:

$$\text{sign}(\dot{\psi}_{fb}) = -\text{sign}((y_{mes})_{R_t}), \tag{5.78}$$

ce qui caractérise le fait que le véhicule est trop à gauche ou trop à droite de la trajectoire suivant le signe.

La vitesse de lacet $\dot{\psi}_{fb}$ souhaitée est donc dépendante de d_{traj} et du signe opposé à $(y_{ego})_{R_t}$. Elle doit être maximale lorsque le véhicule est très loin de la trajectoire et nulle lorsque celui-ci est sur la trajectoire. Pour réaliser cette fonction, la littérature utilise fréquemment la fonction arctan, de sorte que :

$$\dot{\psi}_{fb} = -\text{sign}((y_{ego})_{R_t}) \arctan\left(\frac{d_{traj}}{d_0}\right) \tag{5.79}$$

où d_0 est la distance médiane, pour laquelle la variation vaut la moitié de sa valeur maximale. Enfin, par la relation (5.74), la commande β_{fb} peut être calculée. Par conséquent, il est à noter que si d_{traj} est grand, la différence entre $\dot{\psi}_{ff}$ et $\dot{\psi}$, à savoir $\dot{\psi}_{fb}$ sera grande aussi, pour revenir rapidement sur la trajectoire. Au contraire, si cette distance est faible, $\dot{\psi}$ doit être très proche de $\dot{\psi}_{ff}$, c'est à dire que ψ varie presque comme si l'EGV était sur la trajectoire.

5.3.3.4 Synthèse d'un régulateur robuste

5.3.3.4.1 Variations paramétriques Lorsque le modèle de validation est linéarisé, pour des valeurs nominales des différents paramètres qui le composent, il est possible d'obte-

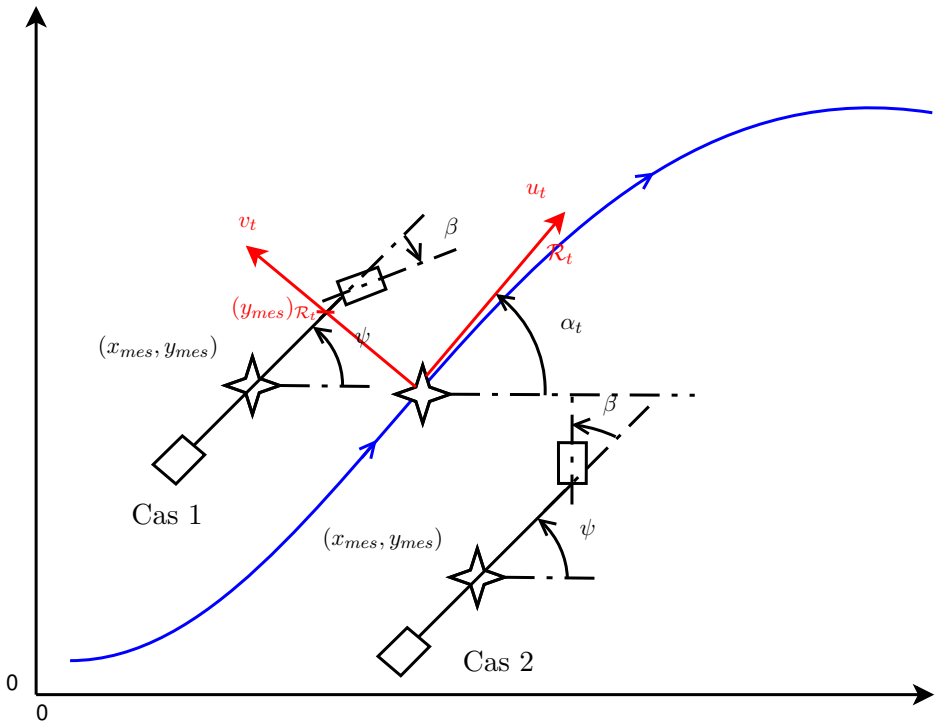


FIGURE 5.23 – Schéma explicatif de la distance à la trajectoire et du signe de $\dot{\psi}_{fb}$ nécessaire en fonction

nir une réponse fréquentielle, représentée en bleu sur les figures 5.24 à 5.29 des sous-sections 5.3.3.4.1 et 5.3.3.4.2. Ce régulateur est fait pour remplacer le PID de la sous-section 5.3.3.2, et ne concerne donc que la partie longitudinale du modèle, avec une entrée en couple et une sortie en vitesse longitudinale.

Notamment, sur la Figure 5.25 ci-après, la réponse fréquentielle du procédé nominal peut être observée en bleu. Deux fréquences de coupures sont visibles : une autour de $0.01rd/s$ et l'autre autour de $100rd/s$. Il s'agit respectivement de la dynamique principale de la caisse et de la dynamique principale de la roue. Le modèle de validation utilisé possède plusieurs paramètres qui peuvent varier par rapport à leur valeur nominale. Sur la Figure 5.24, ces différents paramètres sont modifiées indépendamment les uns des autres (quand l'un est modifié, les autres conservent leur valeur nominale) pour observer les différents impacts sur la réponse fréquentielle du procéder à réguler (le modèle de validation) :

— le point de fonctionnement, correspondant à une vitesse d'équilibre $v^{ego}(0)$, de valeur nominale $v^{ego}(0) = 14m/s \simeq 50km/h$ influence la réponse fréquentielle du procédé de façon conséquente en haute et en basse fréquence ;

$$v^{ego}(0) \in [4m/s, 33m/s] \simeq [15km/h, 120km/h] \; ; \tag{5.80}$$

— la masse M, de valeur nominale $M_{nom} = 750\text{kg}$ influence la réponse fréquentielle du

procédé en haute et en basse fréquence ;

$$M \in [600kg, 900kg]; \tag{5.81}$$

— l'adhérence de la route μ influence principalement la réponse fréquentielle du procédé en haute fréquence, c'est à dire au niveau de la dynamique de roue ; sa valeur nominale est de 0.9 (valeur de 1 pour une adhérence parfaite).

$$\mu \in [0.2, 1] \ ; \tag{5.82}$$

— enfin, la pente de la route α influence principalement la réponse fréquentielle du procédé en haute fréquence, en phase ; sa valeur nominale est de 0, c'est à dire une route horizontale ;

$$\alpha \in [-15°, 15°]. \tag{5.83}$$

Enfin, les valeurs extrêmes de variation de plusieurs paramètres sont utilisées en même temps, pour obtenir les réponses limites du procédé, de part et d'autre de la valeur nominale. La Figure 5.25 est obtenue, pour les valeurs de paramètres données dans la légende. Il est à noter que certaines combinaisons de paramètres conduisent à des situations paradoxales. Par exemple, il est impossible de monter une pente sur une route trop glissante, donc de combiner une faible valeur de μ avec une forte valeur de α.

Les trois états paramétriques extrêmes correspondant aux trois réponses fréquentielles données en Figure 5.25 sont notés $\mathcal{E}_1$, $\mathcal{E}_2$ et $\mathcal{E}_3$, l'état paramétrique nominal étant noté $\mathcal{E}_{nom}$.

$$\begin{cases} \mathcal{E}_1 : & v_x(0) = 4m/s & M = 900kg & \mu = 0.9 & \alpha = 0° \\ \mathcal{E}_2 : & v_x(0) = 9m/s & M = 900kg & \mu = 0.2 & \alpha = 0° \\ \mathcal{E}_3 : & v_x(0) = 32.5m/s & M = 600kg & \mu = 0.9 & \alpha = 0° \\ \mathcal{E}_{nom} : & v_x(0) = 14m/s & M = 750kg & \mu = 0.9 & \alpha = 0°. \end{cases} \tag{5.84}$$

Ces tests avec des valeurs extrêmes permettent de borner les variations de gain et les variations de phase, de façon à dimensionner un régulateur robuste. En effet, jusque là, la double boucle de retour en longitudinal a été réalisée en utilisant deux régulateurs classiques, un régulateur PIDF pour la vitesse et un PI pour la position. Aucun de ces régulateurs n'est robuste aux variations paramétriques. Au vu des variations obtenues, il est décidé d'utiliser un régulateur CRONE de troisième génération, synthétisé grâce à la Toolbox CRONE [1]. Le gabarit idéal de la boucle ouverte s'exprime sous la forme :

1. http://archive.ims-bordeaux.fr/CRONE/toolbox/pages/accueilSITE.php?guidPage\unhbox\voidb@x\bgroup\let\unhbox\voidb@x\setbox\@tempboxa\hbox{h\global\mathchardef\accent@spacefactor\spacefactor}\accent9h\egroup\spacefactor\accent@spacefactorome_page

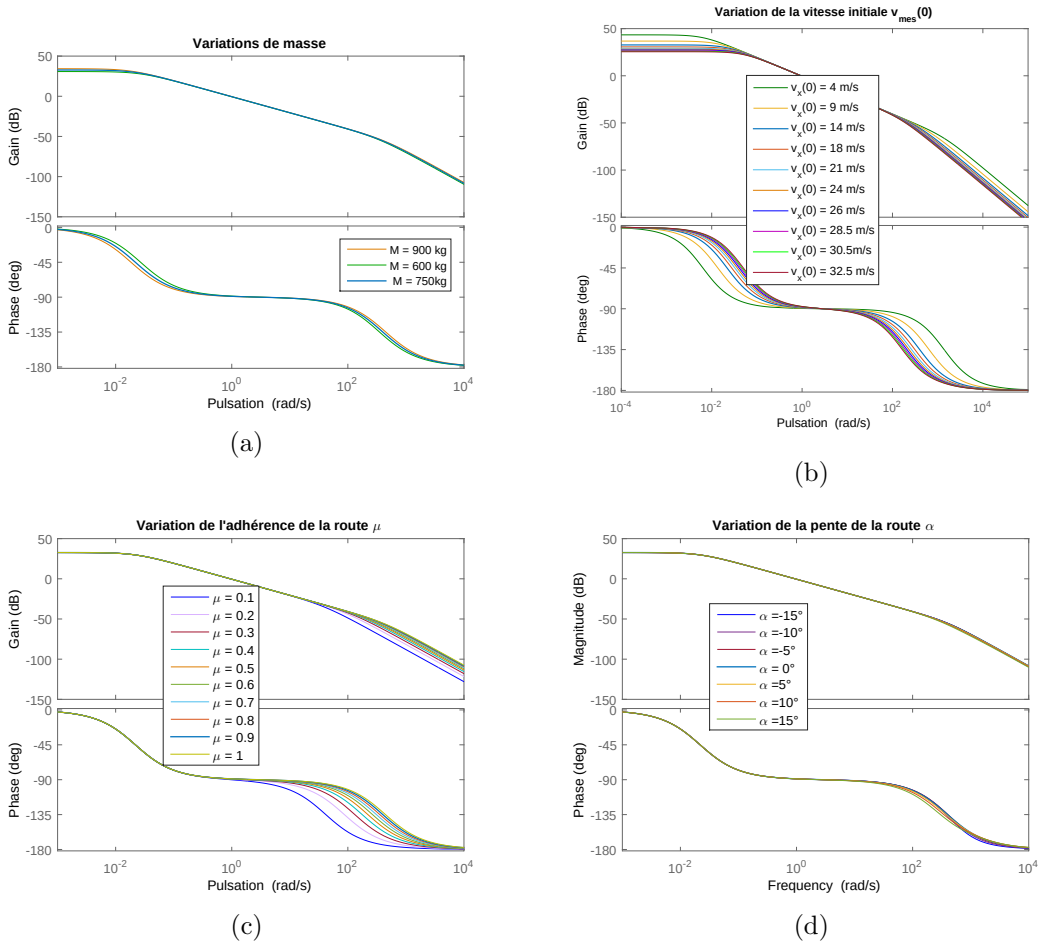


FIGURE 5.24 – (a) Impact des variations de masse sur la réponse fréquentielle du procédé (b) Impact des variations de vitesse initiale sur la réponse fréquentielle du procédé (c) Impact des variations d'adhérence de la route sur la réponse fréquentielle du procédé (d) Impact des variations de pente de la route sur la réponse fréquentielle du procédé

$$\beta(s) = K \frac{\left(\frac{\omega_{-N^-}}{s} + 1\right)^{n_l}}{\left(1 + \frac{s}{\omega_{N^+ + 1}}\right)^{n_h}} \prod_{k=-N^-}^{N^+} \left[\left(\frac{1 + \frac{s}{\omega_{k+1}}}{1 + \frac{s}{\omega_k}}\right) Re\left(\left(C_k \frac{1 + \frac{s}{\omega_{k+1}}}{1 + \frac{s}{\omega_k}} \right)^{ib_k} \right)^{-a_k sign(b_k)} \right] \quad (5.85)$$

où K est son gain statique, n_l l'ordre d'intégration en basses fréquences, n_h l'ordre d'intégration en hautes fréquences, ω_k pour $k \in [-N^-, N^+ + 1]$ les différents gabarits ajoutés pour donner à la boucle ouverte la forme souhaitée. $a_k + jb_k = n_k$ représente l'ordre non entier du régulateur CRONE.

5.3.3.4.2 Synthèse du régulateur Les variations extrêmes des paramètres présentées en Figure 5.25 sont fournies à la boîte à outil CRONE développée sous Matlab[ő], qui les transforme en une représentation du procédé nominal entouré de deux enveloppes extrêmes.

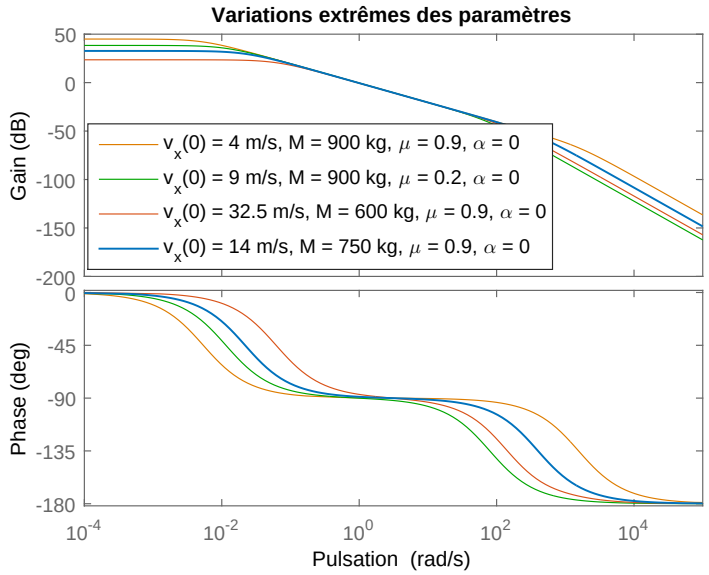


FIGURE 5.25 – Réponse fréquentielle du modèle de validation des valeurs extrêmes des différents paramètres, la courbe bleue étant la réponse fréquentielle pour les paramètres nominaux

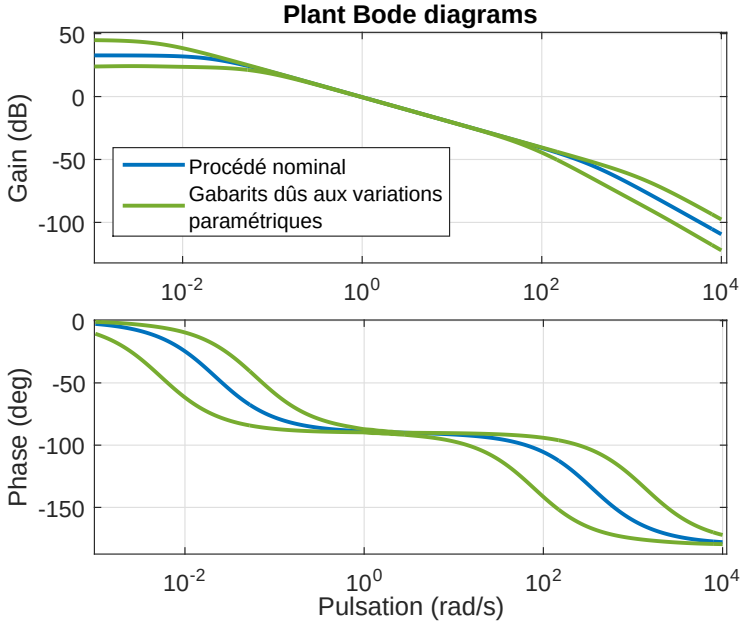


FIGURE 5.26 – Réponse fréquentielle pour l'état paramétrique nominal (–) ainsi que les enveloppes extrêmes (–)

Le procédé et ces enveloppes sont représentés en Figure 5.26. Ces enveloppes sont formées à partir des réponses fréquentielles combinées de $\mathcal{E}_1$, $\mathcal{E}_2$ et $\mathcal{E}_3$. En effet, en basse fréquence, $\mathcal{E}_1$ et $\mathcal{E}_3$ sont les gabarits extrêmes, alors qu'en haute fréquence, $\mathcal{E}_1$ et $\mathcal{E}_2$ sont les gabarits extrêmes.

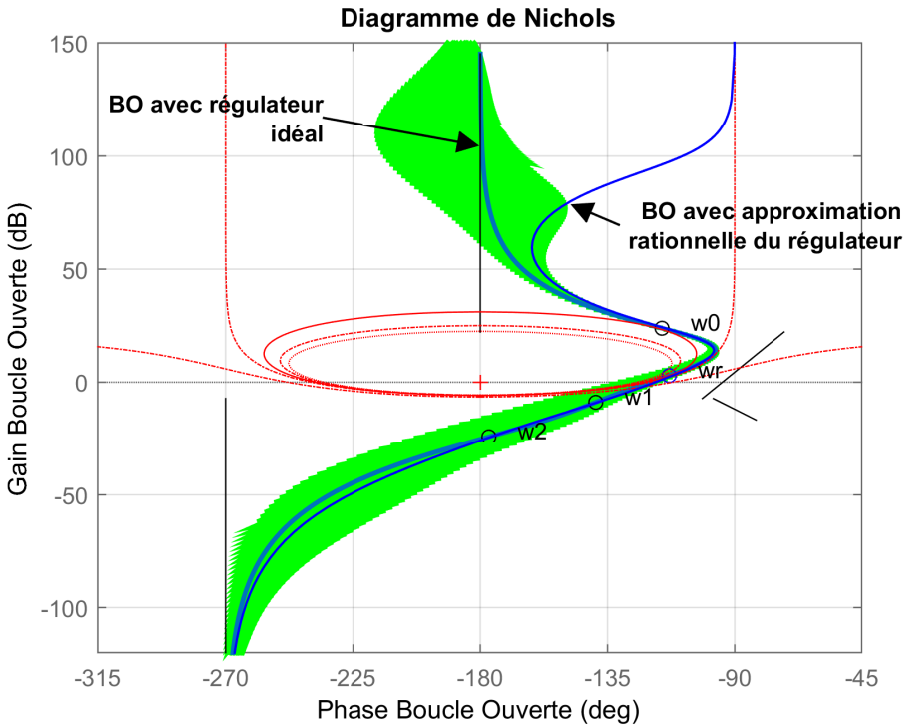


FIGURE 5.27 – Réponse fréquentielle de la boucle ouverte nominale (–) représentée dans le plan de Nichols, avec représentation des incertitudes paramétriques (–) autour de la boucle ouverte

Pour le temps de réponse choisi à la sous-section 5.3.3.2, $tr_{5\%} \simeq 0.1s$, c'est à dire pour $\omega_u \simeq 30rd/s$ la réponse fréquentielle possède des variations de gain et des variations de phase. La commande CRONE troisième génération est donc justifiée. Cette dernière permet, dans le plan de Nichols, de donner la forme souhaitée à la réponse fréquentielle en boucle ouverte, en utilisant les domaines d'incertitude, comme représenté en Figure 5.27.

La boucle ouverte nominale (–), ainsi que les domaines d'incertitude (–) sont orientés de façon à tangenter une courbe iso-contour de la boucle fermée (–). Ainsi, quelque soit l'état paramétrique, un bon degré de stabilité est garanti, à savoir un dépassement maximal. En théorie, pour que la boucle de commande en vitesse soit transparente pour la boucle en position, il faudrait que cette dernière soit dix fois plus lente. Il faudrait donc que la pulsation au gain unité en boucle ouverte de la boucle en vitesse soit égale à $38rd/s$ d'après le cahier des charges (voir sous-section 5.3.1.2). Cependant, en donnant la forme souhaitée à la boucle fermée de façon à respecter les contraintes imposées sur les fonctions de sensibilité, il est constaté que la vitesse souhaitée, sollicite trop la commande. En effet, le bruit de mesure risque d'être amplifié d'un facteur 70 sur la commande, ce qui n'est pas acceptable. Comme compromis, il est décidé de ralentir un peu la boucle de commande en vitesse, avec une pulsation au gain unité de la boucle ouverte de $22rd/s$, de façon à diminuer ce facteur à 38. Les niveaux de bruit obtenus seront testés à la sous-section 5.4.1.

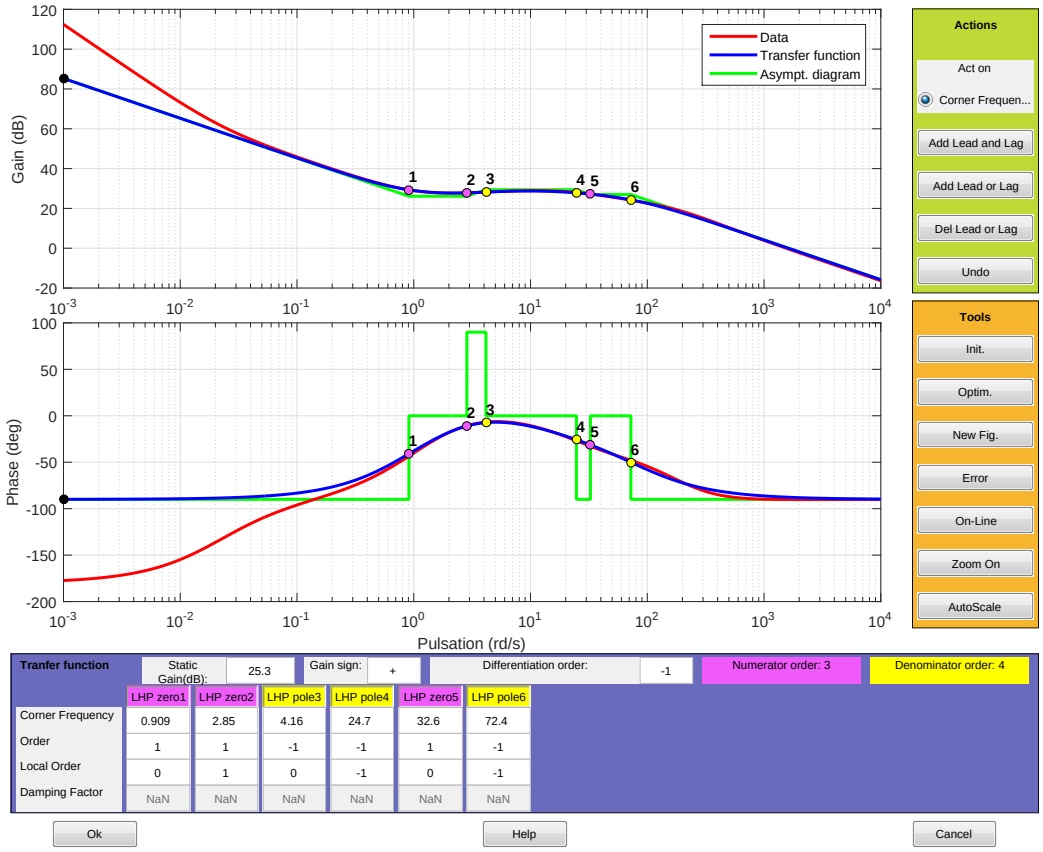


FIGURE 5.28 – Réponse fréquentielle du régulateur approché correspondant au régulateur non entier idéal

Grâce à ce design de boucle ouverte, un régulateur idéal (d'ordre non entier) peut être synthétisé, puis approché par un régulateur d'ordre entier, dont la représentation est donnée en Figure 5.28. L'approximation obtenue est bonne sur la bande de fréquences utiles $[0.1, 10^4] rad/s$, en utilisant un intégrateur, trois pôles et trois zéros d'ordre 1. Une divergence entre le régulateur idéal et l'approximation rationnelle est visible en très basses fréquences. En effet, le régulateur idéal d'ordre non entier possède un ordre d'intégration supplémentaire en basses fréquences, qui a été supprimé pour le régulateur rationnel approché. Cette intégration agissant trop bas en fréquence (autour de 0.01 rad/s) est trop lente et n'a été rajoutée qu'afin de modeler le gabarit de la boucle ouverte idéale et par conséquent pour faciliter la synthèse de la loi de commande au travers de la boîte à outil CRONE. Dans la perspective d'une implantation efficace, cette intégration n'est donc pas nécessaire pour le régulateur finale, dont l'expression est :

$$C_R(s) = C_0 \frac{1}{s} \prod_{i=1}^{N} \left(\frac{1 + \frac{s}{\omega_i'}}{1 + \frac{s}{\omega_i}} \right) \tag{5.86}$$

où les ω_i' et les ω_i sont respectivement les différents zéros et pôles représentés sur la Figure

5.28, N leur nombre (3 ici), et C_0 le gain statique correspondant (25.3 dB ici). La réponse fréquentielle de la boucle ouverte avec le régulateur final a été donnée sous forme de diagramme de Nichols en Figure 5.27.

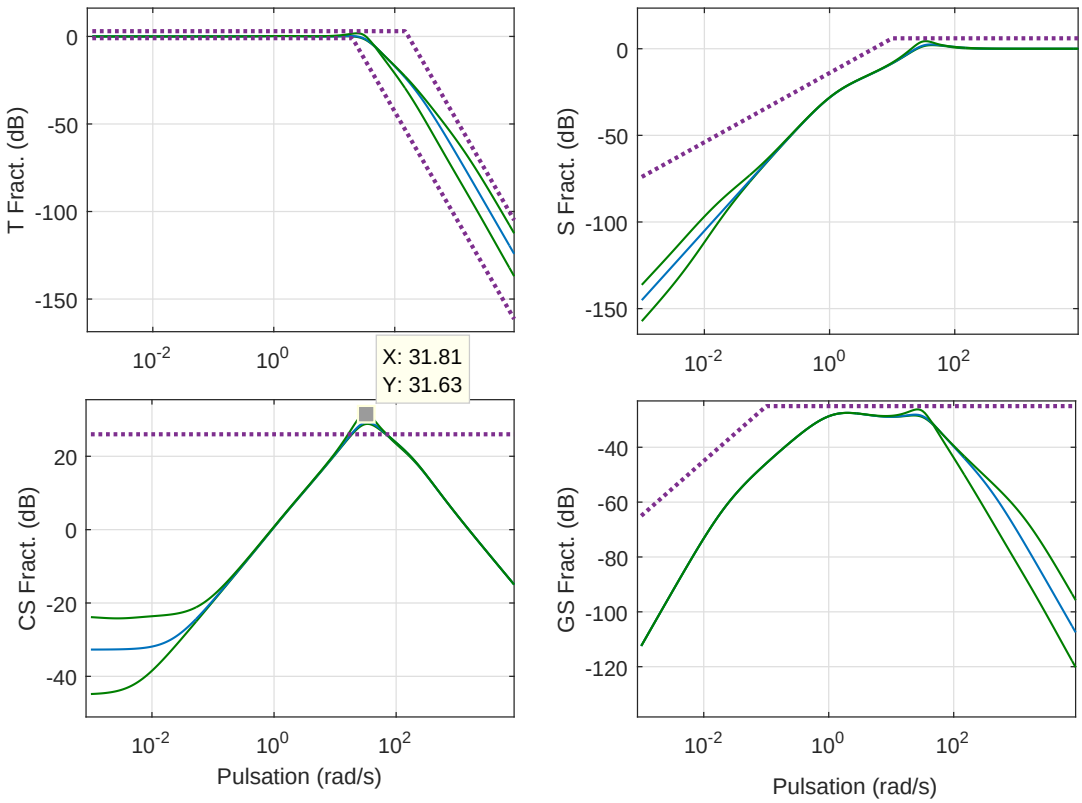


FIGURE 5.29 – Fonctions de sensibilités : T fonction de transfert en boucle fermée, S sensibilité de la sortie vis-à-vis des perturbations de sortie, CS sensibilité de la commande et enfin GS le sensibilité de la sortie

Lors de la synthèse de la loi de commande, des contraintes ont été imposées sur les fonctions de sensibilité de la boucle de régulation ((- -) sur la Figure 5.29). Le temps de réponse demandé à la boucle de régulation en vitesse est rapide, ce qui signifie que c'est d'abord les limites de la commande qui risquent d'être atteintes. les deux courbes de gauche, à savoir le transfert en boucle fermée et la sensibilité de la commande au bruit sont donc particulièrement importantes.

Sur un gabarit extrême (pic indiqué par une étiquette), le pic de résonance de la fonction de transfert en boucle fermée T monte à 1.79 dB, ce qui signifie qu'il y aura un premier dépassement non négligeable, qui sera testé dans les réponses temporelles à suivre. De plus, dans un cas extrême, le pic de résonance de la fonction de sensibilité de la commande CS monte à 31.6 dB, ce qui signifie que le bruit de mesure de la sortie sera multiplié par 38 sur la commande. Dans l'étude présente, aucune modélisation du bruit de mesure n'a été réalisée, puisque la partie détection n'est pas traitée. Cependant, la boucle de commande

considérée étant une boucle de commande en vitesse, des études réalisées sur certains capteurs inductifs ont montré que l'erreur de mesure peut être d'environ $0.1km/h$, soit $0.028m/s$. Cela signifie qu'un bruit de cette amplitude créera une commande en accélération avec un bruit de $1.05m/s^2 \simeq 0.1g$, où g est l'accélération de la gravité. Cette valeur est significative élevée au vu des accélérations considérées jusque là (entre 0 et $5m/s^2$). Cependant, il est important de noter que cette amplification du bruit n'est valable que dans le pire des cas, pour une fréquence située proche du pic de résonance. Pour les autres fréquences, l'amplification obtenue est sous la limite définie dans le cahier des charges à la sous-section 5.3.1.2, page 249.

Ce régulateur étant synthétisé pour remplacer le PID, ils sont comparés dans la sous-section 5.3.3.5.

5.3.3.5 Comparaison des régulateurs PID et CRONE

Le régulateur PID est synthétisé sans tenir compte des incertitudes paramétriques du procédé, contrairement au régulateur CRONE. Ce dernier est synthétisé pour assurer une certaine robustesse, donc une performance plus constante, notamment en termes de stabilité, pour tous les états paramétriques considérés. Dans le cas présent, une marge de phase de 50° avait été anticipée pour le PID, alors qu'une marge de phase de 60° est finalement obtenue par la synthèse CRONE pour le procédé nominal.

De plus, pour obtenir les performances souhaitées pour le régulateur CRONE, notamment en termes d'amplitude de la commande et de filtrage du bruit, il a fallu diminuer un peu la vitesse attendue de la régulation. Ainsi, la pulsation au gain unité de la boucle ouverte obtenue est

$$\omega_u = 22rd/s, \tag{5.87}$$

alors qu'une pulsation de $37.5rd/s$ était utilisée pour le PID.

Pour le procédé utilisé ici, avec ses incertitudes paramétriques, le régulateur obtenu est très proche d'un PID, ce qui signifie que le PID comporte suffisamment de paramètres pour réguler selon les performances souhaitées. Cependant, l'énorme avantage de la méthode provient de sa capacité à synthétiser rapidement un régulateur en tenant compte des incertitudes. Ici, la synthèse de la loi de commande CRONE permet de conclure que pour respecter le cahier des charges (voir sous-section 5.3.1.2) il est nécessaire de baisser un peu la pulsation au gain unité pour la régulation en vitesse et d'augmenter la marge de phase.

Sur les Figures 5.30, 5.31, 5.32 et 5.33, des réponses indicielles sont proposées pour les variations paramétriques des quatre paramètres incertains évoqués à la sous-section 5.3.3.4.1. Les commandes en couple associées sont également données pour observer les niveaux atteints. Sur la Figure 5.30 il est observé que, malgré la grande différence de situation qui existe entre les états paramétriques (de $15km/h$ à $120km/h$), le degré de stabilité reste très acceptable pour le régulateur CRONE. En effet, le premier dépassement observé ne dépasse

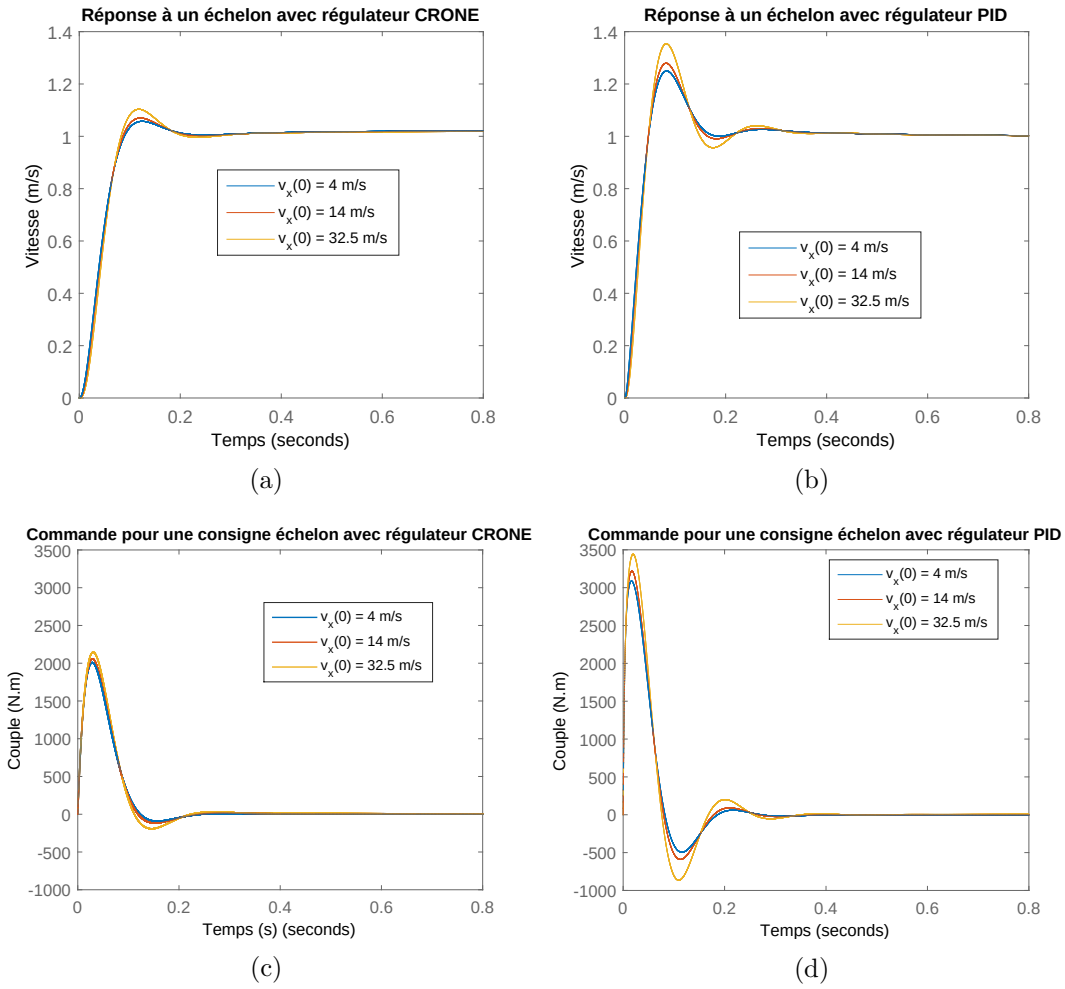


FIGURE 5.30 – Réponse indicielle de la boucle fermée pour trois points de fonctionnement (trois vitesses longitudinale) (a) avec régulateur CRONE (b) avec régulateur PID ; Évolution de la commande en couple correspondante (c) avec CRONE (d) avec PID

pas les 10%, dans un cas paramétrique extrême, alors même que la consigne appliquée est un échelon. Dans un cas réel, il n'est pas acceptable que la régulation présente de telles oscillations de vitesse. Cependant, dans un cas réel, la consigne est optimisée et est beaucoup plus lisse et continue qu'un échelon. Les dépassement obtenus seront testés pour le cas nominal et les cas extrêmes en **section 5.4**, sous-section 5.4.1.2. Cette stabilité peut être retrouvée pour les autres paramètres, comme l'adhérence de la route (voir figure 5.32) avec des variations de μ de 0.1 à 1.

Le régulateur PID comparé ici, avec sa marge de phase de 50° et son temps de réponse plus faible, est visiblement nettement instable. De nombreuses oscillations sont observées. De plus, les niveaux de commande obtenus sont 60% plus élevés que ceux obtenus avec le régulateur CRONE. Même pour ce dernier, la commande obtenue en sortie des modèles linéarisés est trop élevée. En effet, d'après les travaux de thèse d'Alexandre Taymans, les valeurs ac-

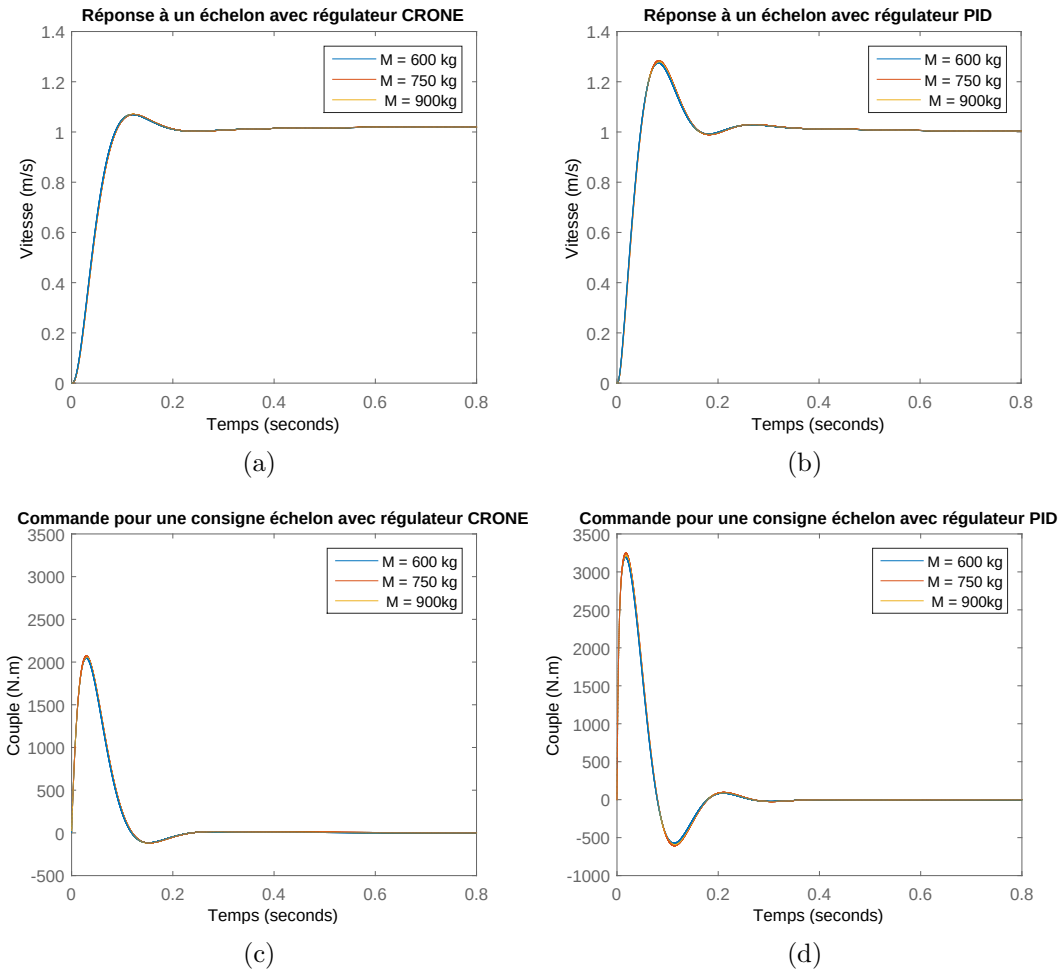


FIGURE 5.31 – Réponse indicielle de la boucle fermée pour trois masses (a) avec régulateur CRONE (b) avec régulateur PID ; Évolution de la commande en couple correspondante (c) avec CRONE (d) avec PID

ceptables de couple sont d'environ $240N.m$ (couple total appliqué aux deux roues motrices, soit $120N.m$ par roue), et les valeurs observées sur les courbes de commande montent jusqu'à $2500N.m$. Cependant, il est important de préciser que la commande nécessaire pour la réponse à un échelon est nettement plus élevée que la commande nécessaire pour une consigne plus lisse. Les niveaux de commandes obtenus seront vérifiés à la sous-section 5.4.1.2. S'ils sont trop élevés, il sera nécessaire de réduire un peu ω_u, donc la rapidité attendue du système.

Le régulateur robuste est donc retenu, et les réponses fréquentielles de la boucle ouverte sont comparées avec celles de la boucle ouverte utilisant un PID en Figure 5.34.

Le régulateur PID n'étant pas prévu pour être robuste, les variations paramétriques ne sont pas anticipées et prises en compte dans la synthèse. Dans le cas présent, un PID initialisé avec les valeurs obtenues avec la synthèse CRONE (à savoir une marge de phase de 60° et un ω_u de $22rd/s$) serait acceptable en termes de performances. Ce résultat n'étant pas prévisible,

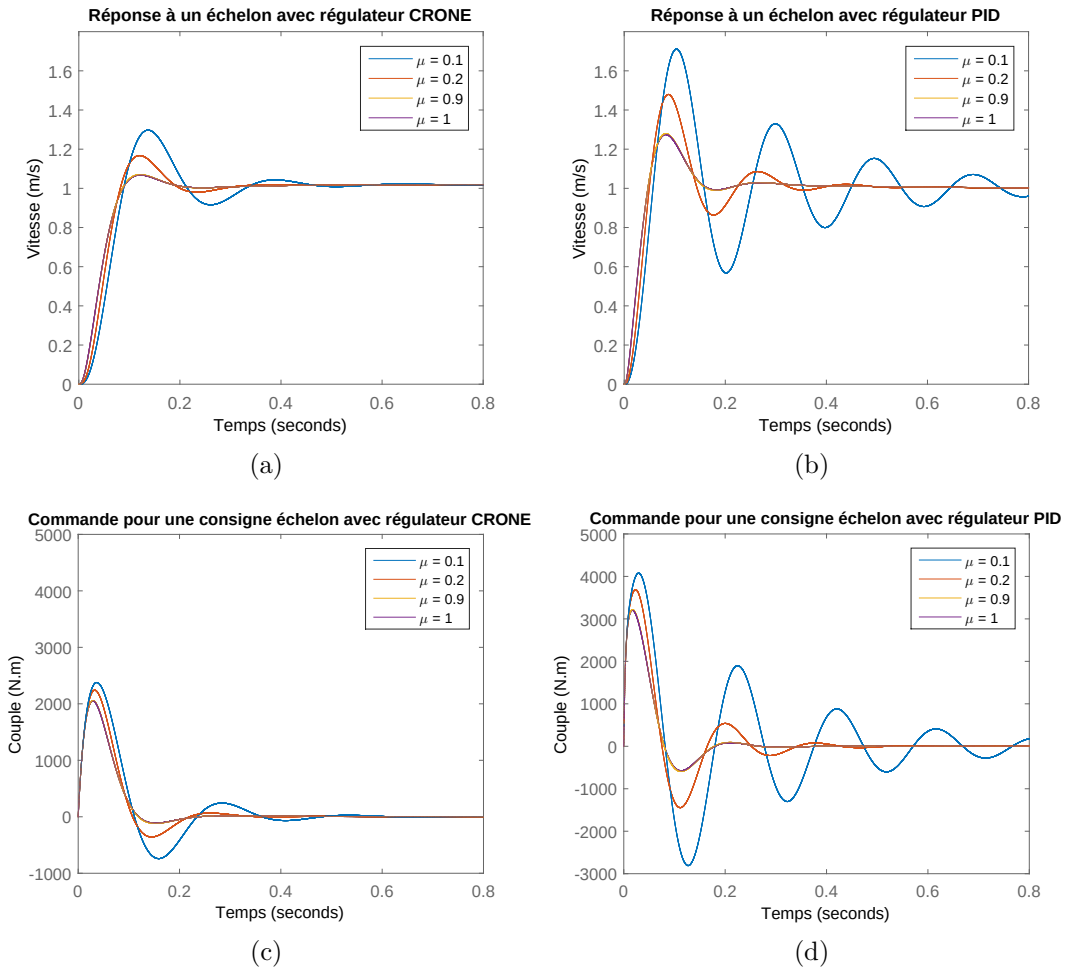


FIGURE 5.32 – Réponse indicielle de la boucle fermée pour quatre adhérences (a) avec régulateur CRONE (b) avec régulateur PID ; Évolution de la commande en couple correspondante (c) avec CRONE (d) avec PID

il est préférable de réaliser une synthèse robuste.

Le régulateur en position n'est pas modifié par rapport à la section 5.3.3.2. En effet, le nouveau procédé constitué de la boucle fermée en vitesse avec le régulateur CRONE à laquelle s'ajoute l'intégrateur pour passer de la vitesse à la position a le même comportement que ce même procédé avec un correcteur PID, autour de la pulsation $\omega_{u2} = 3.75rd/s$. Le même correcteur PI est donc utilisé pour améliorer la précision en conservant une bonne marge de phase.

5.3.4 Synthèse sur la commande de suivi de trajectoire

Dans cette section, un schéma de commande original a été proposé, faisant appel à la fois aux connaissances a priori, à travers le *feedforward* et l'inversion de modèle et aux méthodes de régulation. Pour ces dernières, trois éléments importants ont été mis en place :

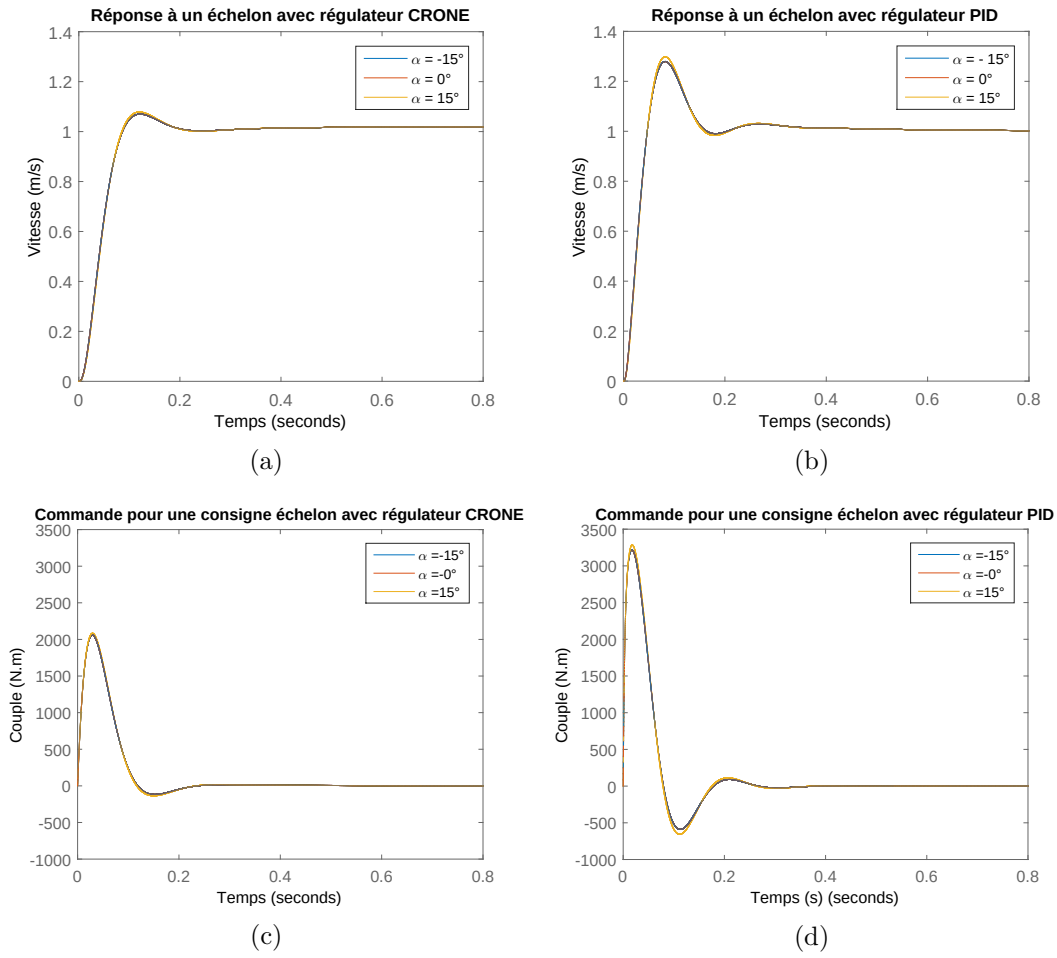


FIGURE 5.33 – Réponse indicielle de la boucle fermée pour angles de pente de la route (a) avec régulateur CRONE (b) avec régulateur PID ; Évolution de la commande en couple correspondante (c) avec CRONE (d) avec PID

— un découplage longitudinal latéral pour permettre la régulation le long de la trajectoire et la régulation de l'écart à la trajectoire ;

— une régulation non linéaire en latéral, pour minimiser l'écart à la trajectoire en respectant les contraintes non linéaires du véhicule ;

— une régulation robuste en longitudinale, nécessaire à cause des variations paramétriques, dont l'intérêt sera testé en boucle fermée dans la section suivante.

En **section 5.4**, des simulations seront effectuées pour vérifier la pertinence des solutions proposées et des régulateurs mis en place, sur des scénarios réalistes. Il est à noter que le couple de commande Γ à appliquer est réparti sur les deux roues avant et que l'angle de braquage β appliqué est le même pour les deux roues avant.

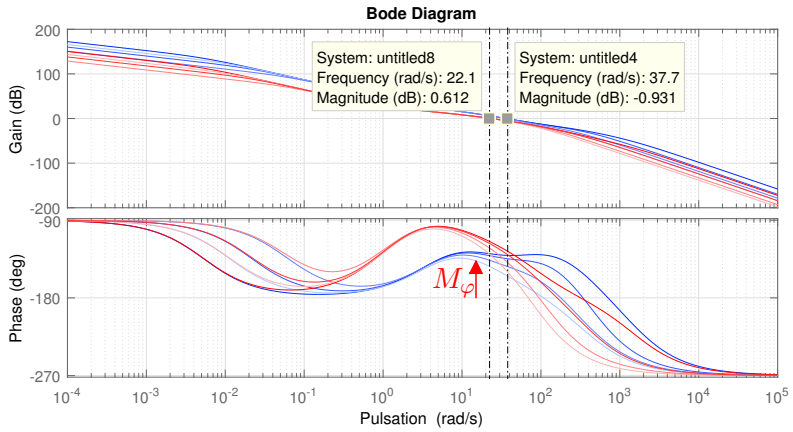


FIGURE 5.34 – Réponses fréquentielles du procédé nominal linéarisé, du régulateur CRONE synthétisé et de la boucle ouverte résultante

5.4 Simulations en boucle fermée

Les développements de la méthode de commande ont été présentés dans les sections précédentes et il s'agit à présent de tester et de valider les performances des éléments proposés. En effet, l'objectif de tout le chapitre est de vérifier que les trajectoires générées par la méthode GA-PF sont possibles à suivre par un véhicule. Pour cela, il est nécessaire d'utiliser les trajectoires générées comme référence pour un modèle de validation qui simule bien la dynamique horizontale du véhicule. Ce modèle ayant pour entrées de commande β l'angle de braquage des roues avant, et Γ le couple appliqué aux roues, il était nécessaire de trouver des transformations adaptées entre la position cartésienne absolue et les commandes. Les simulations sont à présent possible, à la fois pour valider les boucles de commande elles-mêmes, mais également pour valider les trajectoires des **chapitres 3** et **4**.

D'après la sous-section 5.3.2.4 précédent, il est plus judicieux de générer les commandes *feedforward* en utilisant l'inversion du modèle bicyclette. Cette méthode donne déjà des résultats prometteurs en boucle ouverte, mais nécessite une régulation en boucle fermée pour corriger les erreurs de modèle ainsi que les éventuelles perturbations.

A la sous-section 5.4.1, la boucle de commande en vitesse sera étudiée seule, pour vérifier notamment les niveaux de commande obtenus, la capacité du véhicule à suivre les consignes données, l'impact du bruit de mesure et l'impact des hypothèses faites pour la synthèse du régulateur. Puis, à la sous-section 5.4.2, des simulations seront réalisées en utilisant le schéma global de simulation, ce qui permettra de valider toute l'étude et de proposer des solutions pour filtrer les oscillations issues des potentiels ainsi que les limites de ces solutions.

5.4.1 Boucle de vitesse longitudinale seule

Dans cette sous-section, trois éléments seront vérifiés. En premier lieu, la boucle de régulation en vitesse sera testée seule pour vérifier le degré de stabilité, avec une consigne de

type rampe, entrée plus réaliste qu'un échelon. Ce test sera complété dans une sous-section suivante par une nouvelle simulation avec une consigne optimisée, pour observer l'impact de l'optimisation sur les dépassements, ainsi que sur les niveaux de commande obtenus. Le modèle de validation prend en compte le glissement de la roue, donc la saturation en accélération, l'impact de ces saturations sera vérifié en même temps que les niveaux de commande. Enfin, dans une troisième section, une simulation de validation sera effectuée sur le schéma complet de simulation.

Il est important de préciser que le régulateur CRONE n'a pas pour objectif d'améliorer les performances de la commande pour l'état paramétrique nominal, car le régulateur PID propose de bonnes performances. Le régulateur CRONE vient assurer que de bonnes performances sont également obtenus pour des états paramétriques très différents, sans nécessité d'avoir un régulateur par point de fonctionnement.

5.4.1.1 Boucle de régulation en vitesse avec rampe

A la sous-section 5.3.3.4, page 267, des tests simples avec des consignes de type échelon ont été réalisés sur le modèle linéarisé afin de vérifier les performances du régulateur synthétisé. Les niveaux de commande étant trop élevés, les saturations risquent d'être toujours atteintes. Aussi, des consignes plus réalistes de type rampe seront donc testées.

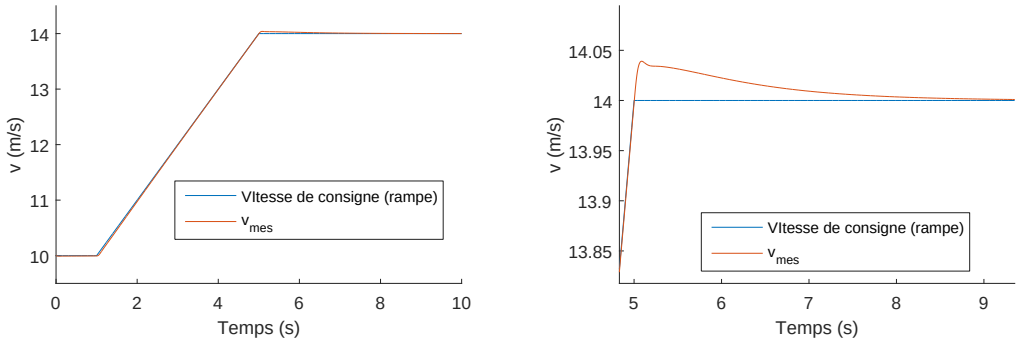


FIGURE 5.35 – (a) Réponse en boucle fermée à une rampe de vitesse partant du point de fonctionnement nominal (b) Zoom de cette même réponse

En Figure 5.35 (a), une consigne est générée pour l'état paramétrique nominal et proche du point de fonctionnement nominal en vitesse ($v_x^{cib} = 14m/s$), et la sortie mesurée est observée. En Figure 5.35 (b), un zoom est fait sur la fin de la rampe, pour étudier le comportement transitoire et le comportement statique. Il est constaté qu'il existe un léger dépassement ($0.04m/s$ ou 0.3% de dépassement). Il est à noter que le temps de réponse à 5% est nulle et que l'erreur statique est bien corrigée et tend vers 0 en 5s (voir également Figure 5.36 (b)). Dans les faits, le dépassement et l'erreur statique observés s'approchent de la sensibilité des capteurs de mesure de vitesse : la stabilité et la précision sont donc suffisantes. Des rampes

de même pente ont été utilisées pour simuler les réponses temporelles du système en boucle fermée pour les trois états paramétriques extrêmes proposés en section 5.3.3.4. Les résultats obtenus sont résumés ci-dessous :

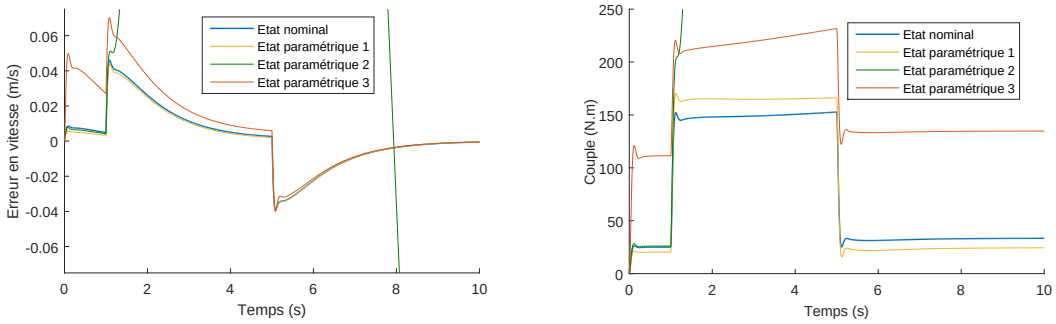
— pour l'état $\mathcal{E}_1$: précision à 0.05m/s près, dépassement inférieur à 0.005m/s ;

— l'état paramétrique $\mathcal{E}_2$ n'est pas utilisable pour une consigne en rampe, car il amène une vitesse trop importante pour l'adhérence considérée.

— pour l'état $\mathcal{E}_3$: précision à 0.1m/s près, pour une pente de 1m/s, dépassement inférieur à 0.01m/s

— pour l'état $\mathcal{E}_{nom}$: précision à 0.01m/s près, dépassement inférieur à 0.01m/s

Le degré de stabilité est acceptable pour les trois états paramétriques qui fonctionnent.



(a) (b)

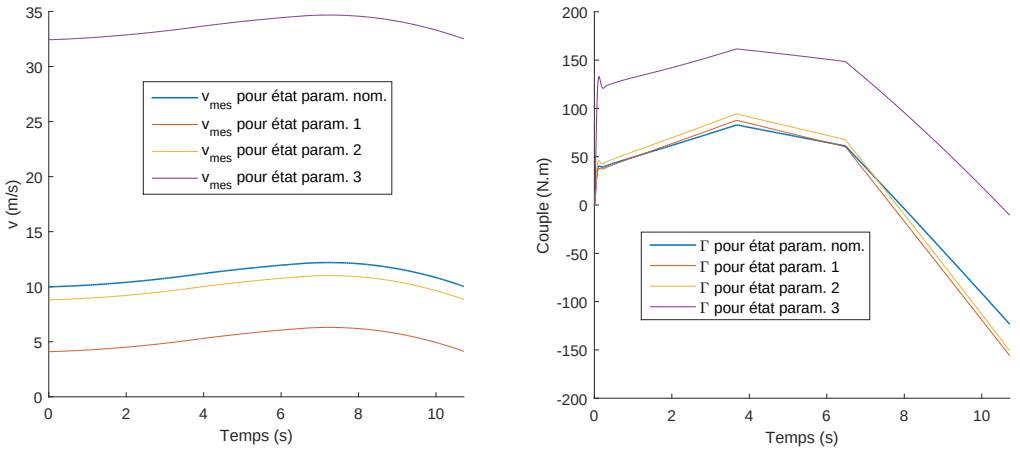
FIGURE 5.36 – (a) Commande en couple appliquée à chaque roue motrice, (b) erreur en vitesse associée, dans le cas d'une consigne en forme de rampe, pour l'état paramétrique nominal et les états $\mathcal{E}_1$ et $\mathcal{E}_3$

En Figure 5.36, la commande en couple correspondante est donnée, pour les trois états paramétriques qui fonctionnent ($\mathcal{E}_1$, $\mathcal{E}_3$ et $\mathcal{E}_{nom}$). Cette dernière figure confirme que pour une rampe, les niveaux de commande demandés sont beaucoup moins importants, et plus proche de la valeur de $120N.m$ par roue évoquée à la sous-section 5.3.3.4. Ces niveaux de commande seront de nouveau vérifié dans la sous-section 5.4.1.2 avec une consigne optimisée.

5.4.1.2 Boucle de régulation en vitesse avec v_{cib}

5.4.1.2.1 Scenario 8 Après avoir testé la boucle en vitesse avec une consigne en forme de rampe, cette même boucle est testée pour une consigne en vitesse optimisée pour le scénario 8.

Les résultats obtenus sont illustrés en Figure 5.37 (a). Cette fois, la consigne est correctement suivie pour les quatre états paramétriques, y compris $\mathcal{E}_2$, qui correspond à une



(a) (b)

FIGURE 5.37 – (a) Réponse en boucle fermée à une courbe de vitesse optimisée pour le scénario 8, pour les quatre état paramétriques considérés (b) Commande en couple appliquée à chaque roue motrice, dans le cas d'une consigne optimisée pour le scénario 8, pour les quatre états paramétriques considérés

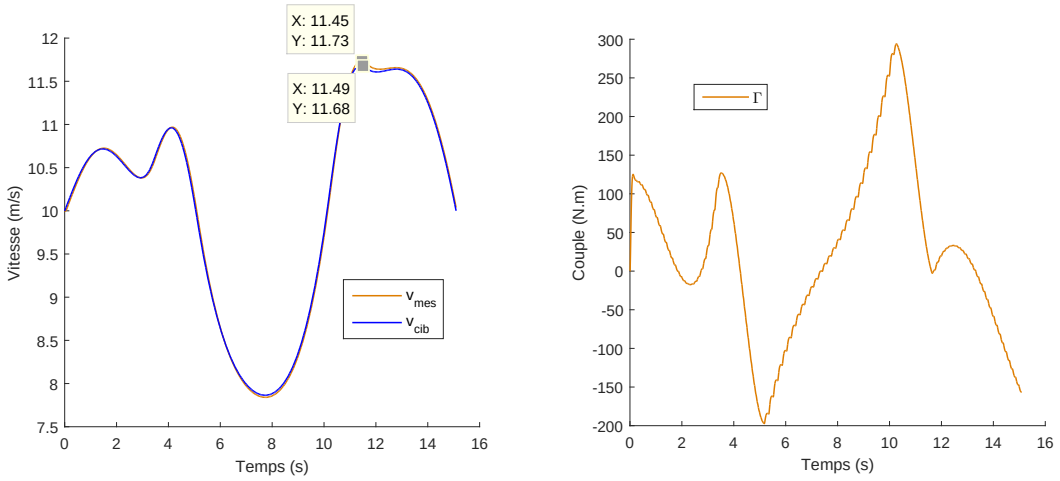
adhérence dégradée de la route. En effet, dans ce cas, l'accélération est beaucoup plus souple, permettant au véhicule de ne pas déraper à cause du manque d'adhérence, et la vitesse ne monte que jusqu'à $10.5m/s$ ce qui reste proche de l'enveloppe paramétrique prévu dans la synthèse du régulateur.

En Figure 5.37 (b), la commande en couple correspondante est représentée, pour les quatre état paramétriques. Les niveaux de commande obtenus sont similaires à ceux considérés pour la rampe, entre $-150N.m$ et $150N.m$, les valeurs négatives correspondant à un freinage. Ces niveaux de commande, proches de l'ordre de grandeur de $120N.m$ par roue évoqué précédemment, sont acceptables, ne présentent pas d'oscillations importantes et ne conduisant pas à un dérapage incontrôlé des roues.

Cependant, les valeurs de vitesses considérées ici varient peu par rapport à la vitesse initiale, environ $5km/h$ de variation. Pour confirmer les niveaux de commande obtenus, un nouveau test est effectué sur un scénario qui comporte plus de variations de vitesses.

5.4.1.2.2 Scenario 9 Le scénario 9 est un scénario de rond-point (voir **section 3.2, page 109**), qui comporte plus de variations de vitesses que le précédent. Une nouvelle simulation est donc réalisée en utilisant la consigne de vitesse issue de l'optimisation du scénario 9, en **section 3.5, 167**.

En Figure 5.38 (a), la consigne optimale (en bleu) pour ce scénario est représentée avec la sortie correspondante (en rouge) pour l'état paramétrique nominal. La consigne est visiblement très bien suivie. Les points marqués par des étiquettes représentent les points où l'erreur en vitesse est maximale, celle-ci étant au plus de $0.05m/s$ ($0.18km/h$). Cette valeur est proche de la sensibilité des capteurs. En Figure 5.38 (b) l'évolution de la commande est



(a) (b)

FIGURE 5.38 – (a) Réponse en boucle fermée à une consigne optimale en vitesse pour le scénario 9 (b) Commande en couple correspondante

représentée. Celle-ci varie entre $-200N.m$ et $300N.m$, ce qui représente des valeurs élevées de commande. L'implémentation du régulateur sur un système réel n'étant pas prévue, ces valeurs sont conservées telles quelles. Cependant, si ces valeurs de commande posaient un problème en termes de valeurs admissibles par le système, il faudrait alors envisager de réduire la pulsation au gain unité de la boucle ouverte ω_u, c'est-à-dire la rapidité exigée du système. Cette rapidité est bornée en valeur haute par les limites de la commande, et en valeur basse car la boucle de commande en vitesse est imbriquée dans une boucle de commande en position, et doit donc être suffisamment rapide pour que sa dynamique soit transparente pour la boucle de commande en position. Il est en général estimé que la boucle interne doit être dix fois plus rapide que la boule externe.

En revanche, les dépassements observés pour des consignes de type échelon, et encore légèrement observables pour une rampe, ne sont plus du tout un problème pour les consignes optimisées. Ce résultat est valable quelque soit l'état paramétrique, dans les limites fixées.

La rapidité tend également à augmenter la sensibilité de la commande au bruit, ce qui sera testé ci-après.

5.4.1.3 Ajout de bruit de mesure

Sur des systèmes réels, la régulation effectuée est toujours limitée par le bruit de mesure, qui se retrouve directement sur la commande. A la sous-section 5.3.3.4, en page 274, les fonctions de sensibilité ont été représentées et notamment $C.S$ qui caractérise la sensibilité de la commande au bruit de mesure.

Une simulation est alors faite avec pour consigne la consigne optimale en vitesse issue de l'optimisation du scénario 8. La précision des capteurs étant estimée à $0.1km/h$, un bruit blanc de mesure ayant pour amplitude cette valeur, est ajoutée à la mesure de sortie. La

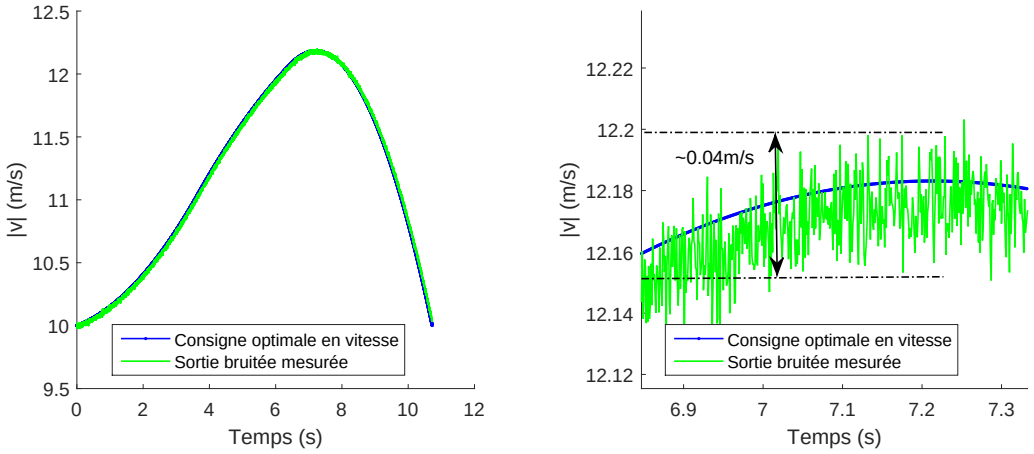


FIGURE 5.39 – (a) Réponse en boucle fermée à une consigne optimale en vitesse pour le scénario 8, avec bruit de mesure (b) Zoom de cette même courbe

sortie alors obtenue est superposée à la consigne en Figure 5.39 (a) et agrandie en Figure 5.39 (b).

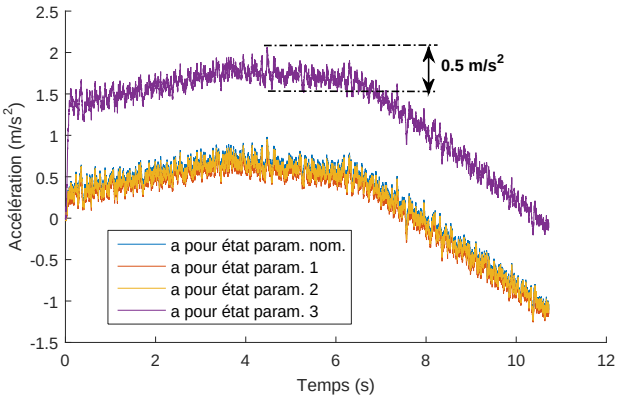


FIGURE 5.40 – Commande en accélération, dans le cas d'une consigne optimisée pour le scénario 8, pour les quatre états paramétriques considérés, avec un bruit de mesure en sortie

En Figure 5.40, les commandes en accélération (directement issues du régulateur) correspondantes pour les quatre états paramétriques sont alors observées.

Remarque 5.4.1 (Couple)**.** *La commande en couple appliquée aux deux roues motrices est égales à :* $a = \frac{2\Gamma}{Mr_0}$ *avec* r_0 *le rayon de la roue et* Γ *le couple.*

Le bruit de $0.04m/s$ sur la sortie induit, avec le régulateur CRONE, un bruit sur l'accélération d'environ $0.44m/s^2$, ce qui correspond à un bruit de $50N.m$ environ sur la commande de chacune des roues. Ce bruit correspond à une accélération de $0.05g$, où g est l'accélération de la pesanteur. D'après le cahier des charges fixé à la sous-section 5.3.1.2, ce bruit sur

l'accélération est tout à fait acceptable. En théorie, au vu des fonctions de sensibilités données en Figure 5.29, page 5.29, ce bruit sur la commande pourrait monter jusqu'à $1.4m/s^2$, dépassant la contrainte fixée. Dans ce cas, il faudrait réduire la vitesse de la boucle afin de moins solliciter la commande. Il est observé que la réponse au bruit est assez similaire pour les différents états paramétriques, ce qui confirme la robustesse du régulateur vis-à-vis du bruit de capteur.

Enfin, malgré les bonnes performances du régulateur, il est synthétisé en linéarisant le modèle de validation, ce qui a ses limites, notamment à cause du paramètre d'adhérence μ.

5.4.1.4 Limites du modèle

Pour synthétiser le régulateur CRONE, une linéarisation du modèle de validation est effectuée autour des différents points de fonctionnements, linéarisation comportant certaines limites. En effet, parmi les paramètres incertains présentés à la sous-section 5.3.3.4, l'adhérence en particulier pose un problème de modélisation.

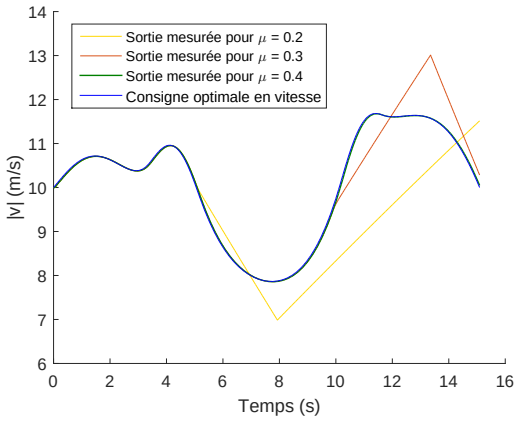


FIGURE 5.41 – Sortie en vitesse comparée à la vitesse optimale de consigne (en bleue) pour trois valeurs différentes de l'adhérence de la route

A partir d'un certain seuil d'adhérence, le comportement dynamique du véhicule change complètement, puisque ce dernier entre en dérapage. Les consignes optimales étant fixées, obtenues pour les différents scénarios au **chapitre 3** pour une certaine vitesse initiale, il n'est pas possible de faire varier la vitesse pour une adhérence donnée. C'est donc l'inverse qui est réalisé : pour la consigne optimale en vitesse correspondant au scénario 9, l'adhérence est modifiée, pour voir à partir de quelle limite le véhicule parvient à suivre la consigne. Cette simulation est illustrée en Figure 5.41, pour trois adhérences différentes. Pour $\mu = 0.2$, le véhicule dérape dès le premier freinage important, autour de la cinquième seconde. Pour $\mu = 0.3$, le véhicule passe le premier freinage et dérape au moment de la ré-accélération, sur la seconde partie du rond-point, autour de la dixième seconde. Enfin, pour $\mu = 0.4$, le véhicule parvient à suivre la consigne.

Une fois la boucle de vitesse testée indépendamment, une nouvelle simulation est réalisée sur le schéma complet, dans la sous-section suivante.

5.4.2 Schéma de simulation complet

5.4.2.1 Suivi de trajectoire optimale

Le schéma de simulation complet comporte non seulement la boucle en vitesse, largement étudiée dans les sous-sections précédentes, mais également une boucle de commande en position, dont le régulateur PI a été étudié à la sous-section 5.3.3, ainsi qu'une boucle de retour en latéral étudiée dans cette même sous-section. Le schéma global de commande est donné en page 248.

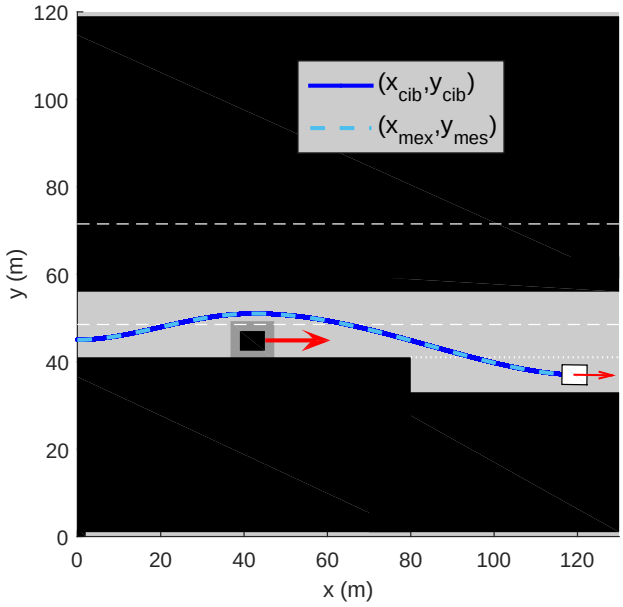


FIGURE 5.42 – Trajectoire obtenue en boucle fermée pour le scénario 8 de dépassement, avec un régulateur CRONE

La trajectoire obtenue dans un cas nominal est donnée en Figure 5.42. Sur la Figure 5.43 (a), la consigne en vitesse correspondante est donnée, avec la sortie mesurée qui la suit parfaitement. Sur la Figure 5.43 (b), l'erreur en position est donnée : elle est inférieure à 1cm en latéral et négligeable en longitudinal. Enfin, en Figure 5.43 (c), les commandes *feedforward*, *feedback* et totale sont données. Cette simulation est réalisée dans le cas nominal, et permet de constater l'absence d'oscillations en vitesse et le bon suivi de consigne en longitudinal.

Cependant la commande *feedback* en latéral est visiblement oscillatoire et a besoin d'être stabilisée. Cette stabilisation est compliquée, du fait de la non linéarité du régulateur utilisé. Cependant, comme les erreurs obtenues sont très faibles ce n'est *a priori*, pas problématique. L'amélioration de la commande latérale fait partie des perspectives de cette étude.

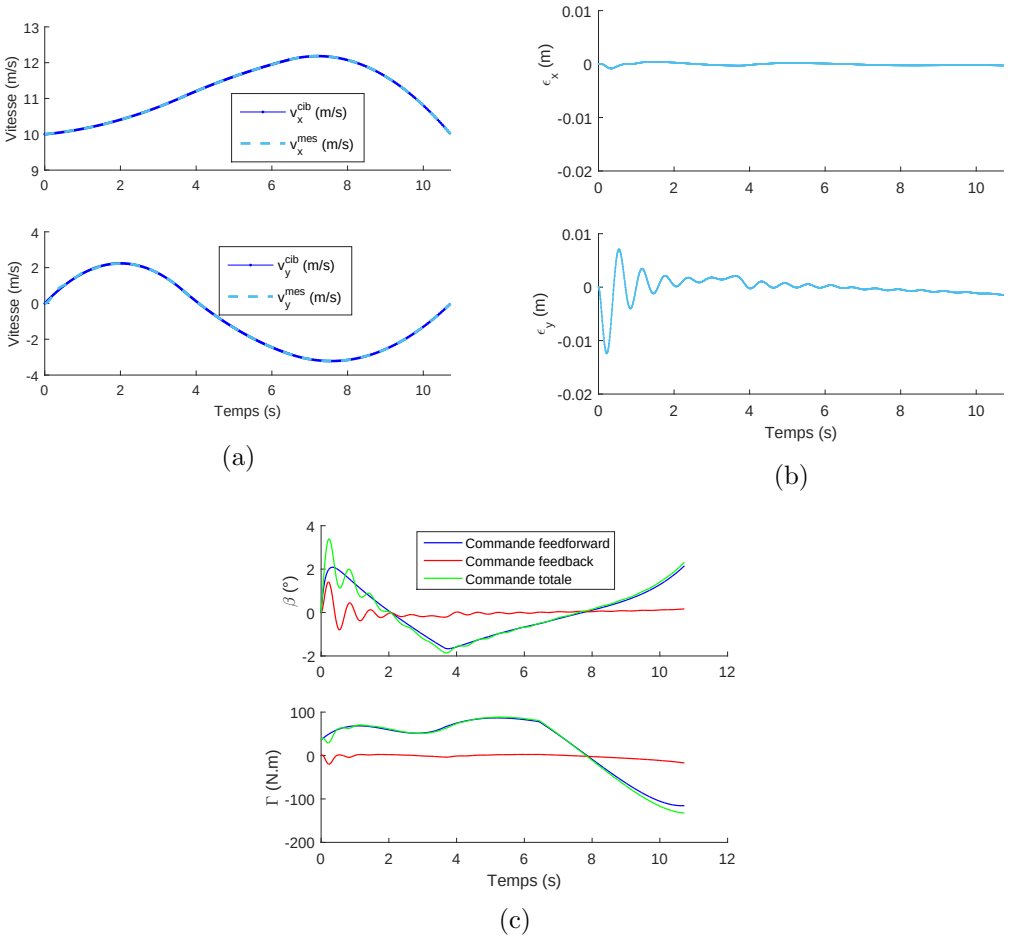


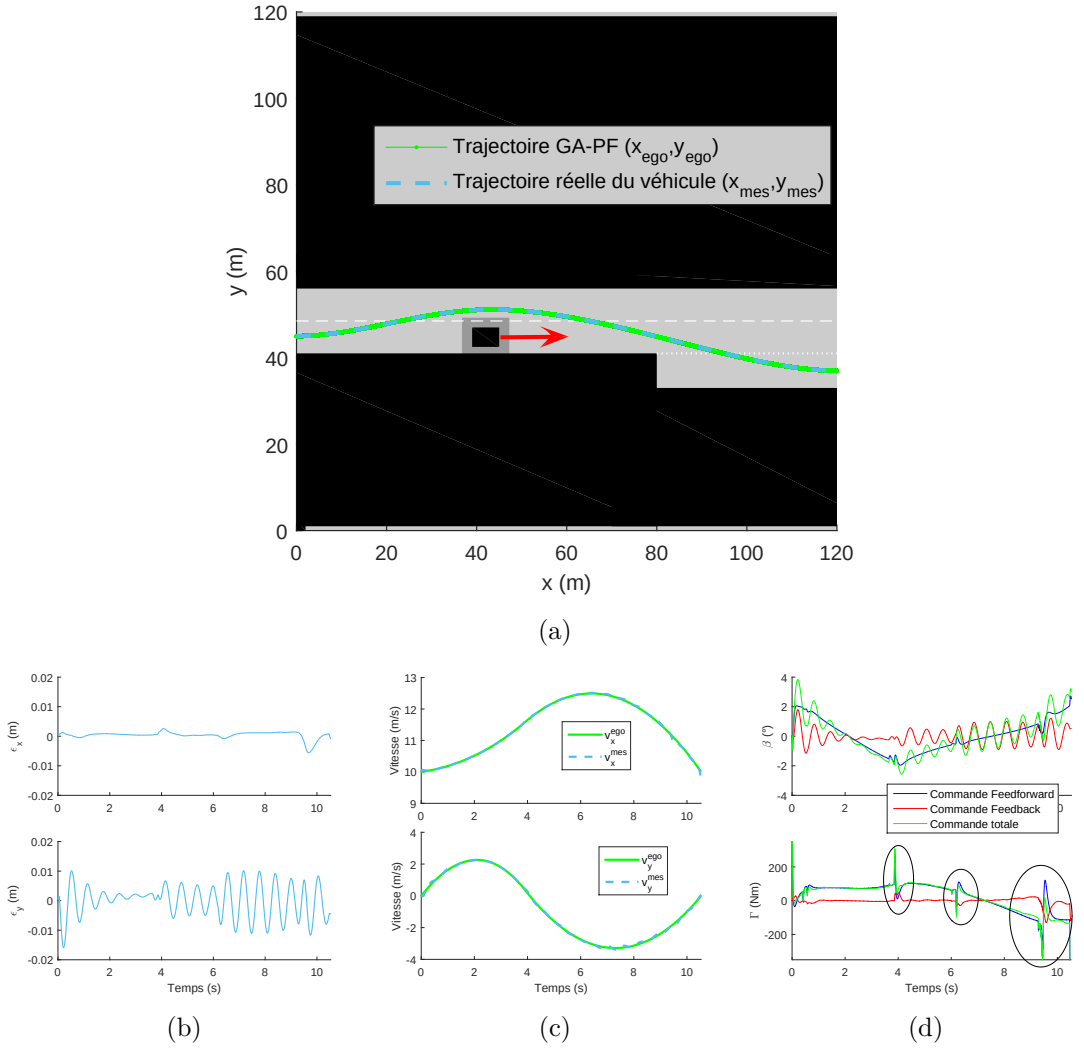
FIGURE 5.43 – (a) Consigne en vitesse et vitesse mesurée obtenues pour le suivi de trajectoire de la Figure 5.42 (b) Erreur de position en x et en y pour cette même trajectoire (c) Commandes *feedforward*, *feedback* et *totale* correspondantes

Dans la sous-section suivante la problématique des oscillations issues des champs de potentiel est illustrée.

5.4.2.2 Filtrage des oscillations de potentiel

Comme évoqué à la sous-section 5.3.2.3, page 259, ainsi qu'en conclusion du **chapitre 4** en page 224, les oscillations obtenues en sortie de la méthode des champs de potentiel sont problématiques. Pour rappel, ces oscillations sont dues au caractère non continu de la force issue des potentiels, de par la forme des potentiels eux-même mais également de par les conditions d'application de la force.

Les oscillations observées sur l'accélération ont une fréquence proche de $100Hz$, soit environ $300rd/s$. Pour limiter les effets de ces oscillations, un filtre passe-bas d'ordre 2, avec une pulsation de coupure $200rd/s$, est ajouté entre les cadres 4 et 5 du schéma structurel global en Figure 5.1 (voir introduction du chapitre en page 227).



(a)

(b)

(c)

(d)

FIGURE 5.44 – (a) Trajectoire obtenue en boucle fermée pour le scénario 8 de dépassement (- -), avec un régulateur CRONE, pour une consigne issue des champs de potentiel filtrée à 200rd/s (b) erreurs de trajectoire, (c) courbes de vitesse et (d) commandes correspondantes

En Figure 5.44, la trajectoire obtenue après filtrage de la consigne issue des champs de potentiel est donnée. Au vu de la trajectoire en Figure 5.44 (a), la trajectoire spatiale obtenue est correcte, d'autant que les erreurs illustrées en Figure 5.44 (b) sont faibles (inférieures à 1cm). Les vitesses sont également bien suivies au vu de la Figure 5.44 (c). Aux endroits entourés par des ellipses, sur la Figure 5.44 (d), des pics de couple peuvent être observés. Sans filtrage, de fortes oscillations de couple sont observées. Le filtrage permet d'éliminer ces oscillations, mais pas les pics toujours observables. Pour filtrer ces pics, il faudrait filtrer avec une fréquence de coupure plus basse encore. Cependant, les champ de potentiel tels que présentés dans le chapitre précédent sont une méthode réactive face à l'inattendu. En filtrant les pics de freinage ou d'accélération, le risque est d'annuler les effets du potentiel et de ne

plus être réactif.

Enfin, sur la Figure 5.44 (d), il est constaté que les oscillations sur le braquage, dues à la commande non linéaire, sont assez importantes. Celles-ci sont visiblement accentuées par rapport à une consigne issue directement de l'algorithme génétique (voir Figure 5.43 en page 288). Cette difficulté de suivi en latéral est donc à considérer dans des études ultérieures.

Jusque-là, les tests ont été réalisés sur le scénario 8, de dépassement, qui comporte de faibles angles de braquage. Pour valider la faisabilité des trajectoires issues de l'optimisation, une simulation est réalisée avec le scénario 9, de rond-point, qui comporte des angles de braquage plus importants.

5.4.2.3 Validation des angles de braquage

Enfin, dans cette sous-section, une simulation est réalisée pour le scénario 9, qui présente des angles de braquage plus importants.

Cette simulation est illustrée en Figure 5.45 et démontre que la trajectoire optimale générée par l'algorithme génétique est compatible avec le caractère non holonome du véhicule, même pour des angles de braquage plus important, par la simple topologie de la route. Les constatations pour les erreurs faibles mais oscillatoires sont identiques à celles données pour le scénario 8.

Jusque là, des trajectoires en deux dimensions et un modèle de véhicule de type automobile ont été considérés. Cependant, de nombreuses parties de cette étude pourraient être étendues à trois dimensions, pour un véhicule de type drone. La dernière section de ce chapitre abordera cette extension.

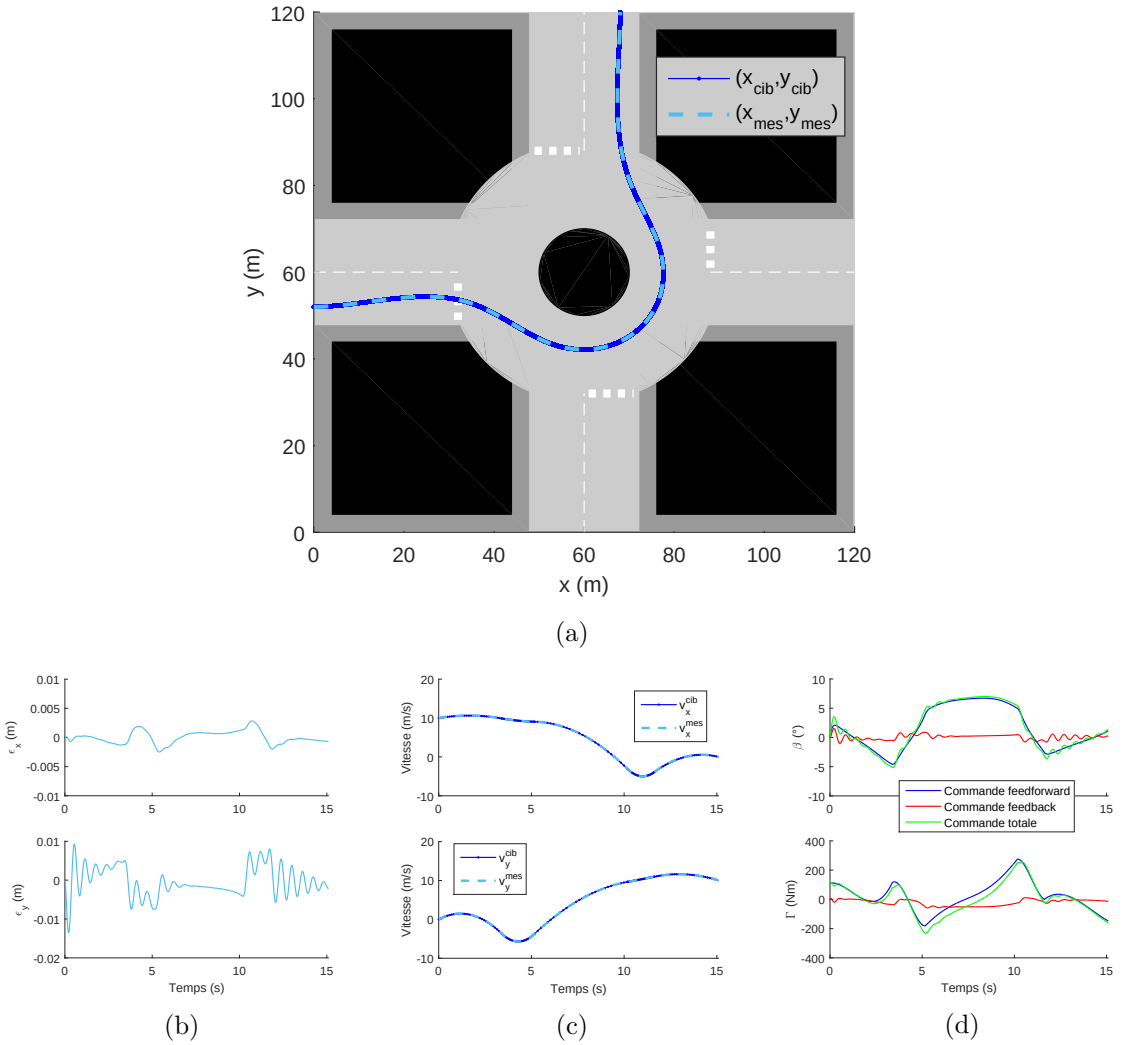


FIGURE 5.45 – (a) Trajectoire obtenue en sortie du modèle de validation en boucle fermée (–), comparée avec la trajectoire optimale (–) (b) erreurs de trajectoire en x et en y entre l'entrée et la sortie (c) vitesses correspondantes (d) commandes correspondantes

5.5 Conclusion sur l'application

La méthode proposée dans cette thèse et décrite dans les **chapitres 3** et **4** permet de planifier des trajectoires globales avec réaction locales, qui sont injectées en entrée du module de suivi de trajectoire du véhicule. Cependant, ces trajectoires sont générées en utilisant un modèle de véhicule de type masse ponctuel, et il est nécessaire de vérifier qu'elles sont réalisables par le véhicule. De plus, ces trajectoires sont obtenues dans le repère cartésien et il est nécessaire de les transformer en commandes compréhensibles par le véhicule. Ces deux éléments sont les contributions principales de ce chapitre.

A la suite de l'introduction qui rappelle le schéma d'architecture global proposé dans la

thèse, la **section 5.2** a permis de décrire les différents modèles utilisés. Dans cette section, une introduction à la modélisation de la dynamique des véhicules est proposée, puis les différents modèles utilisés sont expliqués et remis en contexte. Les avantages et inconvénients du modèle masse ponctuel sont proposés, expliquant pourquoi d'autres modèles sont nécessaires pour valider le travail effectué. Un modèle très complet de la dynamique horizontale du véhicule est ensuite proposé. Ensuite, deux modèles simplifiés sont présentés, le modèle bicyclette dynamique et le modèle bicyclette simplifié qui permettent de faire la génération de commande pour le véhicule. Enfin, un tableau comparatif des modèles est proposé.

Puis, en **section 5.3**, la commande mise en place pour le suivi de trajectoire a été expliquée. Un *feedforward* a été mis en place, qui permet d'injecter des commandes optimale directement en entrée du procédé en utilisant des connaissances a priori. Pour générer ces commandes, le modèle bicyclette a été inversé, permettant ainsi de générer des commandes réalistes pour le véhicule moyennant certaines hypothèses. Cette inversion a été vérifiée en mettant à la suite le modèle non inversé et le modèle inversé pour vérifier l'identité entre consigne et sortie. Puis la consigne (x_{ego}, y_{ego}) issue des champs de potentiel a été injectée en entrée pour vérifier l'impact des oscillations dues au champ de potentiel sur la commande injectée au véhicule. Ces oscillations non filtrées (perspectives évoquées au **chapitre 4, section 4.7**) étant dommageables pour l'interprétation des résultats, c'est la consigne optimale parfaite issue de l'algorithme génétique qui est utilisée pour la suite des tests. Une fois l'inversion de modèle vérifiée, les commandes ont été injectées en boucle ouverte au modèle complet, ce qui a permis de valider l'inversion du modèle bicyclette comme outil de génération de commandes. En effet, la trajectoire obtenue en boucle ouverte par cette méthode est très proche de la consigne, suffisamment pour que les erreurs résiduelles soient corrigées ensuite par le contrôle de trajectoire. Les commandes de type *feedforward* sont des commandes en boucle ouverte, et ont été complétées par deux boucles de retour : une boucle de commande longitudinale et une boucle de commande latérale. La boucle de commande longitudinale est elle-même double : une boucle de commande en vitesse longitudinale imbriquée dans une boucle de commande en position. La boucle de retour en longitudinal est d'abord régulée au moyen d'un régulateur PID pour la vitesse, puis d'un régulateur PI pour la position, la boucle en position étant dix fois moins rapide que celle en vitesse. Cette régulation classique fonctionne correctement pour l'état nominal, mais ne présente aucune garantie de robustesse.

En **section 5.3.3.4**, il est constaté que le modèle de véhicule possède plusieurs paramètres incertains et est utilisé autour de plusieurs points de fonctionnement qui modifient sa dynamique. Ainsi, un régulateur robuste a été synthétisé qui a permis d'assurer un bon degré de stabilité quel que soit le point de fonctionnement et quelles que soient les valeurs des paramètres incertains. Ce degré de stabilité a été vérifié sur le modèle linéarisé. Enfin, dans cette section, une boucle de commande en latéral a été proposée, basée sur les travaux de suivi de trajectoire pour un *kitesurf*. Le suivi latéral d'une trajectoire étant compliqué

à cause de la non holonomie du véhicule, il est difficile de mettre en place une commande satisfaisante. La commande mise en place présente de bons résultats en terme de précision et de rapidité, mais pose un problème en terme de stabilité, puisque des oscillations sont observées. La stabilisation de ce contrôle non linéaire est une perspective intéressante pour la poursuite de ce travail.

Ensuite, en **section 5.4**, des simulations ont été effectuées pour valider les différents développement théoriques présentés dans les sections précédentes. Ce dernier, effectué grâce aux deux boucles de retour présentées dans la section précédente, est ensuite vérifié en simulation. La boucle de retour en vitesse longitudinale a ensuite été testée, pour plusieurs consignes, pour le régulateur CRONE. Cela a permis de vérifier la stabilité de la boucle, ainsi que les niveaux de commande obtenus. Le schéma de commande complet a ensuite été simulé. Les boucles de retour permettent bien de corriger les erreurs de modèle et les erreurs en position obtenues sont négligeables. Le suivi de trajectoire a bien été validé pour le contrôle latéral, aux oscillations évoquées près.

Enfin, en **section E**, une extension possible de la méthode à des véhicules de type drone, qui évoluent en trois dimensions, est proposée. La méthode développée dans cette étude possèdent quelques éléments spécifiques aux véhicules terrestres, mais moyennant des modifications expliquées dans cette section, elle pourrait être étendue à d'autres types de véhicules. Dans cette section, les nouvelles variables d'optimisation à utiliser sont données, avec les compromis à faire, et certaines modifications à effectuer sur les critères sont expliquées.

Finalement, la méthode de planification de trajectoire proposée dans les chapitres précédents, qui prenaient en compte la non holonomie du véhicule de façon très indirecte (au travers des fonctions de pénalité) permet de générer des trajectoires tout à fait réalisables par un véhicule automobile. Ce dernier chapitre a permis de valider les trajectoires obtenues sur un modèle réaliste de la dynamique horizontale du véhicule, de mettre en lumière des spécificités du contrôle de trajectoire pour les véhicules, et de confirmer la nécessité de filtrer les oscillations issues du champ de potentiel. Ce chapitre a également permis de constater que le confort de trajectoire ainsi que la dépense énergétique sont des problématiques complexes. En effet, bien que les trajectoires générées par l'algorithme génétiques soient optimales, elles passent d'abord par les champ de potentiel, qui introduisent des oscillations d'accélération, puis par une étape de génération de commande, qui peut elle-même induire des valeurs de commande importantes et donc des accélérations importantes ressenties par le passager. Le dimensionnement global des forces issues du potentiel ainsi que de la génération de commande (donc de la bande passante de la boucle de commande longitudinale) sont donc des éléments primordiaux.

Dans le chapitre suivant, une conclusion générale de cette étude est proposée.

Conclusion générale

Cette thèse se décompose en cinq chapitres principaux, auxquels s'ajoutent l'introduction générale, la présente conclusion, ainsi que les annexes ci-après.

Dans le ***chapitre 1***, les principales notions liées à la planification de chemin ou de trajectoire sont définies.

La classification des méthodes de planification de trajectoire ou de chemin est une tâche complexe, dont les résultats sont très variables selon les références de la littérature. En effet, la complexité vient notamment du fait que les façons de classer les différentes méthodes sont multiples : méthodes *locales ou globales* qui sont souvent rapprochées des méthodes *en-ligne ou hors-ligne*, méthodes *continues ou discrète*, *chemin ou trajectoire*, méthodes *déterministes ou probabilistes*, types de domaines d'application... L'objectif principal de la planification de trajectoire est de fournir au véhicule une trajectoire sûre, sans collision, l'emmenant à sa destination, en prenant en compte ses capacités de manœuvre, sa dynamique, ainsi que les règles de circulation et les limites de l'espace.

Dans ce chapitre, un état de l'art des méthodes respectant ou non cet objectif de la planification a été effectué. Leurs avantages et les inconvénients ont été mis en valeur, ainsi que leurs domaines d'application, notamment ce qui est exploitable pour les véhicules autonomes terrestres. Différents articles ont été présentés et contextualisés. Les articles retenus sont pour beaucoup postérieurs aux années 1990, ce qui montre que les études sur ce sujet sont relativement récentes. Dans ce chapitre la terminologie utile à la planification de trajectoire est définie, ainsi que la définition mathématique de la planification de trajectoire.

Une première distinction a été faite entre les méthodes dites locales et globales, une seconde distinction entre les méthodes de planification de chemin et celles de planification de trajectoire et une troisième distinction entre les méthodes de type déterministe et les méthodes probabilistes. Une méthode déterministe est choisie dans un premier temps, pour le chapitre suivant, et puis une méthode stochastique pour les chapitres suivants.

Enfin, dans ce chapitre, une synthèse des différentes méthodes a été proposée, ainsi qu'un tableau récapitulatif qui permet de les comparer rapidement. L'étude bibliographique a également montré que la tendance actuelle est celle de la décomposition de la planification en plusieurs niveaux : le niveau stratégique et le niveau tactique. De plus, constat a été fait

que beaucoup de méthodes utilisent des points de passage intermédiaires, et que les courbes continues, de types polynômes ou courbes de Béziers sont de plus en plus utilisés. Il a également été observé que peu de méthodes allient réactivité et optimalité. Une méthode a alors été définie, utilisant une méthode globale pour l'optimisation, l'algorithme génétique, qui génère une trajectoire continue grâce à un polynôme, ainsi qu'une méthode locale pour la réactivité, les champs de potentiel.

Au niveau stratégique : l'algorithme génétique est choisi pour optimiser la trajectoire à suivre en fonction d'un critère donné. Une trajectoire de cible optimale est alors obtenue, sous forme de séquence de points avec temps de passage associés. Au niveau tactique : la descente du gradient de potentiel permet de suivre la cible optimisée au niveau stratégique. Si l'environnement ne change pas, le véhicule (que l'on appelle ego-véhicule, ou EGV, pour le distinguer des autres véhicules) suit une trajectoire parfaitement optimale. Si l'environnement change, le véhicule peut toujours réagir grâce à la présence du champ de potentiel.

Dans le ***chapitre 2***, l'accent est mis sur l'aspect coût énergétique. Pour cela, il a été décidé de se concentrer exclusivement sur la génération d'une consigne en position, vitesse et accélération à une dimension, en considérant que le chemin est déjà connu. La consommation d'énergie considérée ici est celle d'un véhicule électrique. Le critère choisi semble tout à fait judicieux : c'est une bonne approximation de l'énergie consommée sur la trajectoire. La méthode de planification est une méthode indirecte, utilisant l'outil mathématique du Hamiltonien. Celle-ci permet d'obtenir une consigne optimale en fonction de conditions initiales et finales, en un temps donné.

Cette méthode est comparée aux méthodes non optimales que sont la méthode Bang-Bang et la méthode polynomiale même si ces dernières permettent d'obtenir rapidement des estimations de consigne. Cependant, ces méthodes ne prennent pas en compte la réalité dynamique du véhicule, pas plus que la pente. Elles ne prennent pas non plus en compte les saturations inhérentes au véhicule ou au scénario. La méthode proposée dans ce chapitre permet d'inclure progressivement le temps de parcours comme variable d'optimisation, la pente de la route, des saturations sur la commande, ou encore des points de passage. C'est une méthode assez élégante et efficace dans les cas où elle converge.

Cependant, le problème des résolutions d'équations différentielles avec conditions aux limites est un problème mathématique complexe qui ne possède pas forcément une solution, et dont il n'est pas toujours possible de trouver une solution physiquement cohérente. Ceci résulte dans de nombreux cas à la non convergence de l'algorithme. Si la pente est trop élevée, ou trop complexe, aucune solution n'est trouvée. Si les contraintes à inclure sont trop complexes, aucune solution n'est trouvée. L'inclusion d'une contrainte sur v a été abandonnée car trop complexe, bien que nécessaire.

De plus, il est important de noter que dans ce chapitre, seul le problème longitudinal a été abordé. Dans ce chapitre, une seule variable de commande u a été considérée. Il est important

de noter que dans ce chapitre, seule la valeur absolue de la commande u est utilisée. Cela signifie que l'accélération et le freinage sont considérés comme consommant de l'énergie. Or le fait de freiner, pour un véhicule, ne consomme *a priori* pas d'énergie, voire même est utilisé pour récupérer de l'énergie, ce qu'il serait intéressant de modéliser dans une version ultérieure du critère.

Finalement, ce chapitre a permis d'apporter des informations essentielles sur l'évolution du critère énergétique et sur la capacité de la méthode du maximum de Pontryagin à être étendue à des problèmes plus complexes. Des améliorations ont été apportées en termes de contraintes mais pas suffisantes pour poursuivre avec cette méthode. En effet, la saturation sur la vitesse n'a pas pu être implémentée et seule une dimension est considérée. Les problèmes de convergence de la méthode, alors qu'un seul critère est considéré, la rende difficilement exploitable pour un critère plus complexe. C'est pourquoi la méthode est mise de côté au profit d'une méthode moins déterministe, qui permet d'incorporer d'autres critères dans l'optimisation.

Dans le ***chapitre 3***, une méthode d'optimisation de trajectoire est décrite, utilisant à la fois des points de passages optimisés et une courbe continue, polynomiale, pour les relier entre eux. Grâce à un algorithme génétique utilisé sur un problème soigneusement calibré et initialisé, des trajectoires ont été générées pour une variété importante de scénarios.

D'abord, le problème d'optimisation a été présenté en détails. Les scénarios, variables, critères et contraintes d'optimisation originaux proposé dans cette étude ont été décrits et justifiés. La définition du problème d'optimisation, des critères, des contraintes, représente la contribution théorique principale de ce chapitre. La méthode d'optimisation utilisée pour résoudre le problème a également été décrite. Cette méthode est basée sur les algorithmes génétiques, qui utilisent les points intermédiaires de la trajectoire comme variables d'optimisation. La complexité des critères utilisés ainsi que le nombre de variables important imposent une calibration stricte de la méthode, qui est expliquée dans cette section. Enfin, des simulations ont été proposées sur l'ensemble des scénarios définis auparavant.

La méthode d'optimisation par algorithme génétique proposée permet de gérer une grande variété de scénarios, sur des distances allant de la dizaine de mètres à plusieurs centaines de mètres. Elle permet, en optimisant le placement de points intermédiaires liés par une courbe continue, de traiter la trajectoire comme une stratégie à adopter et donc de gérer des décisions comme le dépassement ou non d'un autre véhicule, le passage à un croisement. Enfin, elle permet de traiter plusieurs aspects d'une trajectoire, comme sa longueur, son temps de parcours, son coût énergétique, son confort. Les simulations réalisées donnent des trajectoires optimales. Celles-ci nécessitent parfois l'ajout de limites de variations strictes sur les variables pour respecter les règles de circulation.

Cependant, quelques réserves sont à apporter sur la méthode. En effet, dans l'état actuel des choses, le temps de calcul obtenu est trop élevé, de $300s$ à $1000s$ parfois. Ce temps

de calcul trop élevé est dû en partie à la machine et au logiciel utilisés, qui ne sont pas adaptés pour ce genre de programme. Il pourrait être réduit avec un langage compilé, ainsi qu'en parallélisant les calculs sur plusieurs processeurs, ce qui est très facile à faire avec les algorithmes génétiques.

Dans le ***chapitre 4***, les trajectoire optimales obtenues dans le chapitre précédent viennent compléter la méthode locale, réactive, des champs de potentiel. La méthode alors obtenue est appelée GA-PF. Elle est une méthode de planification moyen terme et court terme, qui présente des avantages en terme d'anticipation et de réaction.

Dans ce chapitre, la structure de la méthode a été présentée, ainsi que les performances qui en sont attendues. Les développements effectués sur le champ de potentiel répulsif sont décrits. Notamment, une méthode de définition des ordres fractionnaires des différents obstacles a été proposée, qui permet de modifier le comportement du véhicule en fonction de la nature de l'obstacle et de son état. Des développements sur le champ de potentiel attractif ont également été présentés. Le potentiel attractif fractionnaire proposé dans des études précédentes est modifié, de façon à correspondre à un régulateur d'ordre non entier sous forme implicite. De plus, le potentiel attractif est interprété de façon un peu différente au moyen d'un système masse-ressort. Le problème de la mise à l'échelle des forces issues de ces deux types de potentiel a également été abordé.

Enfin, des simulations ont été proposées pour valider la méthode GA-PF, sur différents scénarios proposés au chapitre 3. Les scénarios de croisement de deux routes, de dépassement et de rond-point ont été utilisés pour tester la réactivité de la méthode, sont optimalité, y compris vis-à-vis des obstacles mobiles, ainsi que sa capacité à générer des trajectoires avec des angles de braquage logiques. Ces simulations ont également permis de vérifier l'impact de l'ordre des obstacles, qui modifie efficacement la forme des trajectoires suivant le danger présenté par l'obstacle. La méthode a montré sa capacité à suivre une trajectoire optimale, au plus près, tout en restant réactive aux événements imprévus, et ce quelle que soit la stratégie initialement adoptée par l'algorithme génétique.

Ces simulations ont également permis de mettre en lumière des difficultés de la méthode, comme le rapport de force entre les forces attractives et les forces répulsives qui est très difficile à gérer. En termes de commande, la force répulsive exercée par les obstacles est une perturbation dépendante de la sortie qui ne doit pas être rejetée. De plus, en raison des conditions qui font que la force répulsive s'exerce ou ne s'exerce pas sur l'EGV (conditions de direction de distance), celle-ci peut apparaître ou disparaître soudainement, ce qui crée alors des oscillations importantes dans l'accélération de l'EGV. Celles-ci étant brèves, elles ne perturbent pas la trajectoire, mais doivent cependant être filtrées pour éviter de réduire le confort ou d'endommager les organes fonctionnels du véhicule. Ces simulations ont également permis de mettre en relief des pistes intéressantes à poursuivre : le filtrage des oscillations, la mise à l'échelle des forces, l'analogie avec une boucle de commande, et la notion de per-

turbation qui pourrait être étudiée et enfin la prise en compte de la récupération d'énergie au freinage.

Finalement, la méthode GA-PF représente une amélioration nette de la méthode des champs de potentiel, à laquelle elle vient ajouter une dimension de trajectoire et non plus seulement de chemin, et une dimension d'optimalité de cette trajectoire.

Enfin, dans le ***chapitre 5***, la position obtenue en sortie de la méthode des champs de potentiel est injectée en entrée de la boucle de contrôle d'un modèle complet de véhicule. Ce modèle est aussi appelé *modèle de validation*, car il modélise suffisamment bien le véhicule, notamment les contraintes non holonomes, pour valider les trajectoires obtenues.

Une introduction à la modélisation de la dynamique des véhicules a été proposée, puis les différents modèles utilisés sont expliqués et remis en contexte. Les avantages et inconvénients du modèle masse ponctuel sont proposés, expliquant pourquoi d'autres modèles sont nécessaires pour valider le travail effectué. Deux autres modèles ont été principalement utilisés : un modèle de validation, très complet, qui reproduit bien les comportements du véhicule dans de nombreuses situations, et un modèle bicyclette, plus simple, utilisé notamment pour faire de l'inversion de modèle et de la génération de commande.

Un schéma de commande originale a été développée pour faire du contrôle de trajectoire. Ce schéma a fait appel à deux notions majeures en automatique : le *feedforward* le *feedback*, sont tous les deux développés en détails. Les commandes de type *feedforward* sont des commandes en boucle ouverte et ont été complétées par deux boucles de retour : une boucle de commande longitudinale et une boucle de commande latérale. Un régulateur PID a permis de réguler la vitesse et un régulateur PI la position. Il a été constaté que le modèle de véhicule possède plusieurs paramètres incertains et travaille autour de plusieurs points de fonctionnement qui modifient sa dynamique. Aussi, un régulateur robuste CRONE a été synthétisé pour remplacer le PID et assurer un bon degré de stabilité quel que soit le point de fonctionnement et quelles que soient les valeurs des paramètres incertains. Enfin, dans cette section, une boucle de commande en latéral a été proposée, basée sur les travaux de suivi de trajectoire pour un *kitesurf*. La commande mise en place présente de bons résultats en terme de précision et de rapidité, mais pose un problème en terme de stabilité, puisque des oscillations sont observées. La stabilisation de ce contrôle non linéaire est une perspective intéressante pour la poursuite de ce travail.

Des résultats de simulation sont proposés également, en boucle ouverte et en boucle fermée, pour observer la qualité du suivi de trajectoire sur différents scénarios. L'inversion de modèle pour la génération de commande est d'abord vérifiée en mettant à la suite le modèle non inversé et le modèle inversé. Puis la consigne issue des champs de potentiel a été injectée en entrée pour vérifier l'impact des oscillations dues au champ de potentiel sur la commande. Ces oscillations non filtrées (perspectives évoquées au **chapitre 4, section 4.7**) étant dommageables pour l'interprétation des résultats, c'est la consigne optimale parfaite

issue de l'algorithme génétique qui est utilisée pour la suite des tests. Les commandes obtenues par inversion du modèle bicyclette se sont révélées très satisfaisantes. L'efficacité du régulateur robuste de type CRONE a également été étudiée, avec les différentes variations de paramètres. Une réflexion sur l'extension de la méthode à un autre type de véhicule a également été proposée.

Finalement, la méthode GA-PF de planification de trajectoire proposée dans les chapitres précédents, qui prenaient en compte la non holonomie du véhicule de façon très indirecte (au travers des fonctions de pénalité) permet de générer des trajectoires tout à fait réalisables par un véhicule automobile. Ce dernier chapitre a permis de valider les trajectoires obtenues sur un modèle réaliste de la dynamique horizontale du véhicule, ce qui constitue une réussite notable au vu de la planification réalisée sans contrainte non holonome. Ce dernier chapitre a également permis de mettre en lumière des spécificités du contrôle de trajectoire pour les véhicules, et de confirmer la nécessité de filtrer les oscillations issues du champ de potentiel. Ce chapitre a également permis de constater que le confort de trajectoire ainsi que la dépense énergétique sont des problématiques complexes. En effet, bien que les trajectoires générées par l'algorithme génétiques soient optimales, elles passent d'abord par les champs de potentiel, qui introduisent des oscillations d'accélération, puis par une étape de génération de commande, qui peut elle-même induire des valeurs de commande importantes et donc des accélérations importantes ressenties par le passager. Le dimensionnement global des forces issues du potentiel ainsi que de la génération de commande (donc de la bande passante de la boucle de commande longitudinale) sont donc des éléments primordiaux.

Certaines ***perspectives de recherche*** s'inscrivent directement dans la continuité de cette étude. Il serait intéressant de demander à un développeur informatique de développer un algorithme génétique spécifique pour le problème considéré, qui serait plus efficace, plus rapide. Ainsi, à partir de cet algorithme plus rapide, éventuellement parallélisé sur plusieurs processeurs ou cartes graphique, il serait intéressant d'effectuer des tests sur un logiciel de modélisation véhicule de type Aimsum$^{\text{ő}}$. De plus, dans une optique d'implémentation sur un véhicule autonome, il serait intéressant de réfléchir au superviseur de l'algorithme génétique, qui choisirait notamment les intervalles de variation des variables d'optimisation proposées au chapitre 3. Ce superviseur pourrait également fixer les saturations des variables de sortie de la méthode GA-PF, pour éviter les changements de voie, les évitements interdits.

De plus, comme montré au chapitre 4, des oscillations dérangeantes sont obtenues en sortie des champs de potentiel et il est nécessaire de poursuivre cette étude en réfléchissant au filtrage de ces oscillations, ainsi qu'à la mise à l'échelle des forces attractives et répulsives.

Enfin, à propos du chapitre 5, il semble intéressant de retravailler sur la boucle de retour en latéral, dont le régulateur est non linéaire. Ce régulateur provoque quelques oscillations, de faible amplitude, mai qui mériteraient d'être traitées. A la place du découplage longitudinal-latéral, une régulation multivariable (MIMO) pourrait être envisagée, notamment en utilisant

l'outil CRONE correspondant.

Les méthodes proposées pourraient être formalisées en une méthode complète, formalisée globalement, en utilisant les connaissances des constructeurs, de la détection jusqu'au suivi de trajectoire. Elles pourraient également être étendues en trois dimensions, pour des drones, moyennant les modifications proposées dans la dernière section du chapitre 5, avec des critères adaptés. Cette dernière perspective peut faire l'objet d'un stage de fin d'étude.

Annexe A

Valeurs des paramètres et constantes

A.1 Caractéristiques outils utilisés

Système d'exploitation	Windows 7 Professionnel 64bits
Processeur	I7 2x2.90 GHz
RAM	32 Go
Logiciel utilisé	Matlab$^{\circ}$ 2015a
Modèle d'ordinateur	HP ZBook 15 G2

Tableau A.1 – Tableau des Caractéristiques de l'ordinateur

A.2 Paramètres des différents scénarios

Paramètre	**Valeur**
x^{obsts}	$[70 \pm \epsilon]$, $\epsilon \in [-20, +20]$
y^{obsts}	$[50 \pm \epsilon]$, $\epsilon \in [-20, +20]$
$type_{obsts}$	[1]
$rayon_{obsts}$	[10]
$ordre_{obsts}$	[1.8]
$seuil$	30

Tableau A.2 – Tableau des paramètres du scénario 1

x^{obsts}	$[15,\ 80,\ 70]$
y^{obsts}	$[40,\ 110,\ 70]$
$type_{obsts}$	$[1,\ 1,\ 2]$
$rayon_{obsts}$	$[5,\ 5,\ 8;\ 0,\ 0,\ 8]$
$ordre_{obsts}$	$[1,\ 0.5,\ 1]$
$vitesse_{obsts}$	$[0.5,\ 1,\ 0;\ 0,\ -0.5,\ 0]$
$seuil$	20

Tableau A.3 – Tableau des paramètres du scénario 2

x^{obsts}	$[10,\ 25,\ 35,\ 55,\ 65,\ 75,\ 5,\ 100,\ 110,\ 115,\ 81]$
y^{obsts}	$[30,\ 65,\ 40,\ 110,\ 20,\ 60,\ 100,\ 5,\ 80,\ 30,\ 92]$
$type_{obsts}$	11 obstacles ronds
$rayon_{obsts}$	$[5,\ 10,\ 5,\ 10,\ 5,\ 10,\ 5,\ 10,\ 5,\ 10,\ 5]$
$ordre_{obsts}$	ordre 1 pour tous
$seuil$	10

Tableau A.4 – Tableau des paramètres du scénario 3

x^{obsts}	$[20]$
y^{obsts}	$[60]$
$type_{obsts}$	$[1]$
$rayon_{obsts}$	$[10]$
$ordre_{obsts}$	$[1]$
$vitesse_{obsts}$	$[3 \pm \epsilon;\ 0]$
$seuil$	10

Tableau A.5 – Tableau des paramètres du scénario 4

x^{obsts}	$[60,\ 60,\ 110,\ 60]$
y^{obsts}	$[30,\ 90,\ 70,\ 10]$
$type_{obsts}$	$[2,\ 2,\ 2,\ 1]$
$rayon_{obsts}$	$[55,\ 55,\ 6,\ 5;\ 10,\ 10,\ 4,\ 0]$
$ordre_{obsts}$	$[0.5,\ 0.5,\ 0.5,\ 1]$
$vitesse_{obsts}$	$[0,\ 0,\ -5,\ 0;\ 0,\ 0,\ 0,\ -3.5]$
$seuil$	20

Tableau A.6 – Tableau des paramètres du scénario 5

x^{obsts}	[27, 94, 58, 48, 30, 57]
y^{obsts}	[78, 52, 18, 57, 50, 80]
$type_{obsts}$	[2, 2, 2, 1, 1, 1]
$rayon_{obsts}$	[28, 25, 59, 5, 1, 1; 28, 54, 18, 0, 0, 0]
$ordre_{obsts}$	[0, 0, 0, 1, 1, 1]
$vitesse_{obsts}$	[0, 0, 0, 0, 0, 1; 0, 0, 0, 0, −2, 0]
$seuil$	40

Tableau A.7 – Tableau des paramètres du scénario 6

x^{obsts}	[22, 98, 22, 98, 68, 68, 52, 90]
y^{obsts}	[22, 22, 98, 98, 30, 15, 105, 68]
$type_{obsts}$	uniquement des carrés
$rayon_{obsts}$	[22, 22, 22, 22, 4.5, 4.5, 4.5, 6; 22, 22, 22, 22, 6, 6, 6, 4.5]
$ordre_{obsts}$	[0, 0, 0, 0, 2.5, 2.5, 2.5, 2.5]
$vitesse_{obsts}$	[0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0; 0, 0, 0, 0, 4.1, 1.5, −2.2, 0]
$seuil$	20

Tableau A.8 – Tableau des paramètres du scénario 7

x^{obsts}	[60, 35, 100, 60, 30, 1]
y^{obsts}	[89, 21, 17, 60, 45, 1]
$type_{obsts}$	uniquement des carrés
$rayon_{obsts}$	[70, 45, 30, 70, 3, 1; 30, 20, 16, 4, 2.25, 1]
$ordre_{obsts}$	[0, 0, 0, 0, 1, 0]
$vitesse_{obsts}$	[0, 0, 0, 0, 4, 0; 0, 0, 0, 0, 0, 0]
$seuil$	40

Tableau A.9 – Tableau des paramètres du scénario 8

x^{obsts}	[24, 96, 24, 96, 60, 60]
y^{obsts}	[24, 24, 96, 96, 60, 60]
$type_{obsts}$	[2, 2, 2, 2, −1, 1]
$rayon_{obsts}$	[20, 20, 20, 20, 30, 10; 20, 20, 20, 20, 30, 10]
$ordre_{obsts}$	[1, 1, 1, 1, 0, 0]
$vitesse_{obsts}$	[0, 0, 0, 0, 0, 0; 0, 0, 0, 0, 0, 0]
$seuil$	20

Tableau A.10 – Tableau des paramètres du scénario 9

A.3 Paramètres choisis pour le GA

Population Size	200
Crossover Fraction	0.8
Elite Count	10
Générations	1000
Time Limit	*no limit*
tolFun	10^{-6}
Mutation Function	$default$

Tableau A.11 – Paramètres optimaux de l'algorithme génétique

Annexe B

Théorème de Cauchy-Lipschitz et méthode de Simpson

B.1 Théorème de Cauchy-Lipschtiz

Le théorème de Cauchy-Lipschtiz est rappelé ici, sans démonstration, ainsi que les aspects théoriques de la méthode de Simpson.

Soit f une fonction de deux variables réelles à valeurs réelles définie par :

$$\begin{array}{rccc} f & : & [a,b]\times\mathbb{R}^n & \mapsto & \mathbb{R}^n \\ & & (t,y) & \mapsto & f(t,y). \end{array}$$

Soit le problème de Cauchy suivant :

$$\left\{ \begin{array}{l} y'(t) = \quad f(t,y) \\ y(t_0) = y_0 \; ; \; t_0 \in [a,b] \end{array} \right. \tag{B.1}$$

Si f est continue et k-Lipschitzienne en y, ie :

$$\exists k > 0 \; : \; \forall t \in \mathbb{R}^n, \; \forall (x,y) \in [a,b]^2, \; |f(x,t) - f(y,t)| \leq k|x-y|, \tag{B.2}$$

Alors il existe une unique solution $y(t)$ de (B.1) définie pour tout $t \in [a,b]$ et vérifiant la condition initiale donnée.

Pour un problème de Cauchy, le théorème de Cauchy-Lipschitz permet d'assurer, sous certaines conditions, l'existence et l'unicité des solutions. Par exemple, l'équation suivante associée à une condition initiale constitue un problème de Cauchy, dont la solution est unique :

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{y} \; = y \\ y(0) = 1. \end{array} \right. \tag{B.3}$$

La solution de ce problème est unique, elle est représentée en Figure B.1.

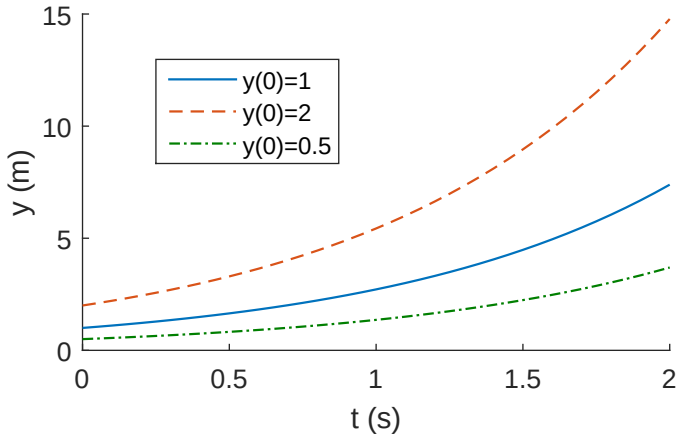


FIGURE B.1 – Solution pour $y' = y$ avec $y(0) = 1$, $y(0) = 2$ et $y(0) = 0.5$

Considérons maintenant le problème suivant :

$$\begin{cases} \ddot{y} + |y| = 0 \\ y(0) = 0 \\ y(4) = -2. \end{cases} \tag{B.4}$$

D'après Shampine et al. [2000], ce problème n'est pas un problème de Cauchy et il possède plusieurs solutions.

B.2 Méthode de Simpson

La méthode de Simpson est une méthode de calcul numérique pour déterminer la valeur d'une intégrale. C'est sur cette idée que repose la fonction Matlab[ő] `bvp4c` lorsqu'elle intègre les équations différentielles. Soient f la fonction que l'on souhaite intégrer sur l'intervalle $I = [a, b]$ et P le polynôme d'interpolation de Lagrange de f de degré 2. L'objectif est de calculer :

$$\int_a^b f(x)dx. \tag{B.5}$$

Soient $A(a, f(a))$, $M(\frac{a+b}{2}, f(\frac{a+b}{2}))$ et $B(b, f(b))$ des points de références. Soit P tel que :

$$P(x) = f(a)\frac{(x - x_M)(x - b)}{(a - x_M)(a - b)} + f(x_M)\frac{(x - a)(x - b)}{(x_M - a)(x_M - b)} + f(b)\frac{(x - a)(x - x_M)}{(b - a)(b - x_M)}. \tag{B.6}$$

Il est facile de vérifier que :

$$\begin{cases} P(a) = f(a) \\ P(x_M) = y_M \\ P(b) = f(b). \end{cases} \tag{B.7}$$

Il est maintenant beaucoup plus facile d'intégrer P. D'autre part, d'après Lebaud, la formule suivante est vérifiée :

$$\int_a^b P(t)dt = \frac{b-a}{6}\left(P(a)+P(b)+4P\left(\frac{a+b}{2}\right)\right). \tag{B.8}$$

En effet le changement de variable $t=(b-a)u+b$ est effectué pour se ramener à une intégrale entre 0 et 1. Cela donne :

$$\int_a^b P(x)dx = (b-a)\int_0^1 P((b-a)u+b)du. \tag{B.9}$$

Les polynômes de Lagrange sont ensuite calculé aux points $a_1=0$, $a_2=\frac{1}{2}$ et $a_3=1$ à partir de la formule :

$$L_i(x) = \prod_{i\neq j}\frac{x-a_j}{a_i-a_j}. \tag{B.10}$$

Cela donne :

$$L_1(x) = \left(\frac{x-a_2}{a_1-a_2}\right)\left(\frac{x-a_3}{a_1-a_3}\right) = \left(\frac{x-\frac{1}{2}}{0-\frac{1}{2}}\right)\left(\frac{x-1}{0-1}\right) \tag{B.11}$$

$$= -2(x-\frac{1}{2})(x-1)(-1) = 2x^2-3x+1. \tag{B.12}$$

Les mêmes calculs sont effectués pour L_2 et L_3 :

$$L_2 = 4x-4x^2 \tag{B.13}$$

et

$$L_3 = 2x^2-x. \tag{B.14}$$

En intégrant chaque L_i, $i\in\{1,2,3\}$, entre 0 et 1 il est obtenu que :

$$\int_0^1 L_1(x)dx = 2\int_0^1 x^2dx - 3\int_0^1 xdx + \int_0^1 dx = \frac{2}{3}-\frac{3}{2}+1 = \frac{1}{6} \tag{B.15}$$

$$\int_0^1 L_2(x)dx = 4\int_0^1 xdx - 4\int_0^1 x^2dx = 2-\frac{4}{3} = \frac{4}{6} \tag{B.16}$$

$$\int_0^1 L_3(x)dx = 2\int_0^1 x^2dx - \int_0^1 xdx = \frac{2}{3}-\frac{1}{2} = \frac{1}{6}. \tag{B.17}$$

Soit $Q(u)=P((b-a)u+b)$ qui est de degré inférieur ou égal à 2, cela donne d'une part :

$$Q = Q(0)L_1 + Q\left(\frac{1}{2}\right)L_2 + Q(1)L_3 \tag{B.18}$$

et d'autre part :

$$\int_0^1 Q(u)du = \frac{1}{6}\left(Q(0) + 4Q\left(\frac{1}{2}\right) + Q(1)\right). \tag{B.19}$$

Or, $Q(0) = P(a)$, $Q(\frac{1}{2}) = P(\frac{a+b}{2})$ et $Q(1) = P(b)$ ce qui donne donc (B.8).

Finalement, comme P est une approximation de f, le calcul de (B.5) se ramène à :

$$\int_0^1 f(x)dx \approx \int_0^1 P(x)dx \approx \frac{b-a}{6}\left(f(a) + f(b) + 4f\left(\frac{a+b}{2}\right)\right). \tag{B.20}$$

B.2.0.1 Illustration de la méthode de Simpson sur un exemple

Soit $f(x) = e^{\frac{-x^2}{2}}$. La surface orange représentée en Figure B.2 est le résultat du calcul de l'intégrale à trouver ici.

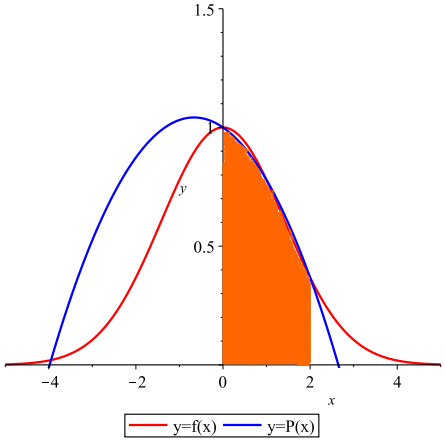


FIGURE B.2 – Illustration de la méthode de Simpson

Le calcul à effectuer est donc :

$$\int_0^2 f(x)dx = \int_0^2 e^{\frac{-x^2}{2}}dx \tag{B.21}$$

En appliquant (B.6) aux points $A(0, f(0))$, $B(1), f(1))$ et $C(2, f(2))$, le polynôme suivant est obtenu :

$$P(x) = f(0)\frac{(x-1)(x-2)}{(0-1)(0-2)} + f(1)\frac{(x-0)(x-2)}{(1-0)(1-2)} + f(2)\frac{(x-0)(x-1)}{(2-0)(2-1)} \tag{B.22}$$

$$= \frac{1}{2}(x-1)(x-2) - \frac{\sqrt{e}}{e}x(x-2) + \frac{1}{2e^2}x(x-1) \tag{B.23}$$

$$= \frac{1}{2}(x^2 - 3x + 2) - \frac{\sqrt{e}}{e}(x^2 - 2x) + \frac{1}{2e^2}(x^2 - x) \tag{B.24}$$

Sur la Figure B.2, P est une bonne approximation de f sur $[0; 2]$ et les points A, B et C sont communs aux deux courbes. Les résultats du calcul de (B.21) sont maintenant comparés. En intégrant P, il est obtenu que :

$$\int_0^2 P(x)dx = \frac{1}{2}\int_0^2 x^2 - 3x + 2dx - \frac{\sqrt{e}}{e}\int_0^2 x^2 - 2xdx + \frac{1}{2e^2}\int_0^2 x^2 - xdx \tag{B.25}$$

$$= \frac{1}{2} \times \frac{2}{3} - \frac{\sqrt{e}}{e} \times \left(-\frac{4}{3}\right) + \frac{1}{2e^2} \times \frac{2}{3} \tag{B.26}$$

$$= \frac{1}{3} + \frac{4}{3\sqrt{e}} + \frac{1}{3e^2} \tag{B.27}$$

$$= \frac{1}{3}\frac{e^{\frac{5}{2}} + 4e^2 + \sqrt{e}}{e^{\frac{5}{2}}} \tag{B.28}$$

$$\approx 1,18. \tag{B.29}$$

Maintenant, en appliquant directement la formule (B.20) :

$$\int_0^2 f(x)dx \approx \frac{2-0}{6}\left(f(2) + f(0) + 4f\left(\frac{0+2}{2}\right)\right) \tag{B.30}$$

or :

$$\frac{2-0}{6}\left(f(2) + f(0) + 4f\left(\frac{0+2}{2}\right)\right) = \frac{1}{3}\left(1 + \frac{1}{e^2} + 4\frac{\sqrt{e}}{e}\right) \tag{B.31}$$

$$= \frac{1}{3}\frac{e^2 + 4e\sqrt{e} + 1}{e^2} \tag{B.32}$$

$$= \frac{1}{3}\frac{\sqrt{e}}{\sqrt{e}}\frac{e^2 + 4e\sqrt{e} + 1}{e^2} \tag{B.33}$$

$$= \frac{1}{3}\frac{e^{\frac{5}{2}} + 4e^2 + \sqrt{e}}{e^{\frac{5}{2}}} \tag{B.34}$$

$$\approx 1.18. \tag{B.35}$$

Il est ainsi démontré que le polynôme trouvé est une bonne approximation et donc que la méthode de Simpson est efficace dans ce cas de calcul d'intégral.

Annexe C

Test illustratif de l'algorithme génétique

Pour illustrer le fonctionnement d'un tel algorithme, on met en place un exemple illustratif sans aucun rapport avec le problème des champs de potentiel. La fonction de coût considérée est la fonction $fitnesstest1$ donnée ci-dessous, et son allure est illustrée en Figure C.1 pour x_1 variant de -1 à 1 et x_2 également. Son expression littérale est la suivante :

$$fitnesstest1(x_1, x_2) = 100(x_1^2 - x_2)^2 + (1 - x_1)^2 + 10x_2^2, \tag{C.1}$$

dont on sait que le minimum, $f_{min} = 0.5567$ est obtenu pour $x_1 = 0.3313$ et $x_2 = 0.0991$ pour 1000 valeurs de x_1 et 1000 valeurs de x_2.

Pour lancer l'algorithme génétique, il s'agit de lui fixer les éléments suivants :

— la fonction coût et le nombre de variable qu'elle prend en compte,

— la matrice A et le vecteur b tels que pour tout point de l'espace des solutions : $Ax \leq b$.

Dans notre cas, on souhaite que $-1 \leq x_1, x_2 \leq 1$ ce qui se traduit en termes de matrices par :

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, b = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}. \tag{C.2}$$

On lance ensuite l'algorithme génétique tel que :

$$[x, fval] = ga(@fitnesstest1, nvar, A, b), \tag{C.3}$$

et le résultat correct est obtenu en $2.3s$. On note que pour un problème aussi simple, le temps de calcul n'est pas négligeable. Pourtant il est important de noter que pour un algorithme génétique, il est facile de paralléliser les calculs sur plusieurs processeurs pour accélérer

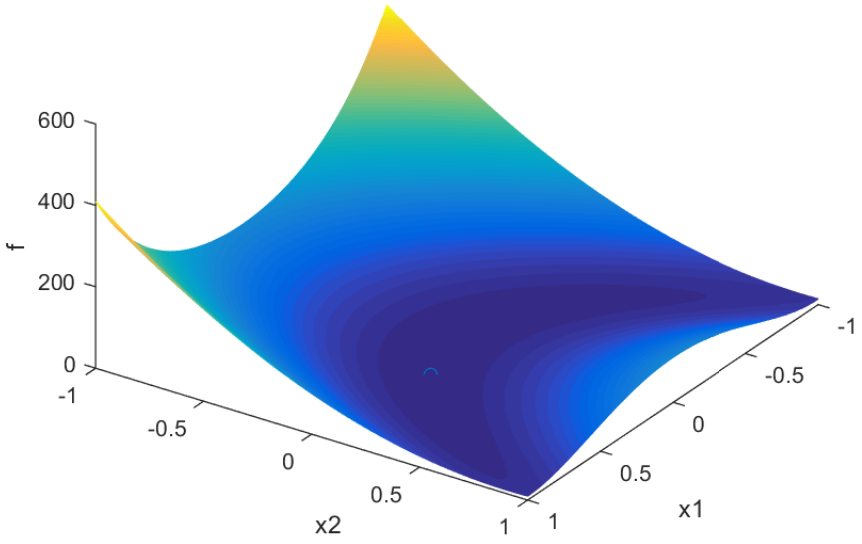


FIGURE C.1 – Allure de la fonction testée

fortement l'optimisation. De plus, un ordinateur du type de celui utilisé n'est pas dédié à ce calcul et donc moins efficace. Enfin, on considère qu'un algorithme programmé en Matlab$^{\text{ő}}$ est en moyenne de 9 à 11 fois plus lent que ce même algorithme en C++ par exemple (selon Davidbrcz [2014]).

Ayant testé le fonctionnement de l'algorithme génétique avec Matlab$^{\text{ő}}$, il est possible de s'attaquer au problème en jeu ici, celui de la recherche des points intermédiaires pour une trajectoire entre deux points.

Annexe D

Changements de repère

D.1 Champ de potentiel/cartésien

Lorsque le champ de potentiel d'un obstacle est défini (par exemple un obstacle rond) les coordonnées de l'obstacle ainsi que son rayon sont fournis au programme qui génère la matrice correspondante ainsi que la zone de danger autour. Sur la Figure D.1, le lien entre le repère cartésien et la matrice de potentiel est illustré. La trajectoire (x, y, t) est généré dans le repère cartésien et le repère "lié" à la matrice de potentiel représente en fait ses lignes et ses colonnes.

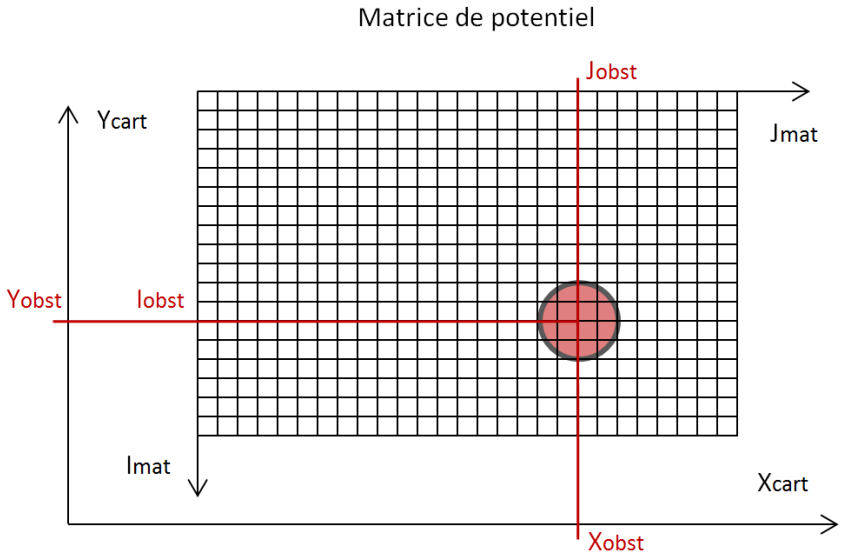


FIGURE D.1 – Repère cartésien et repère lié à la matrice de potentiel

Les relations de "changement de repère" sont donc :

$$\begin{cases} x_k^{obs} &= j_k^{obs} \\ y_k^{obs} &= T_y - i_k^{obs} \end{cases} \tag{D.1}$$

où T_y est la taille de la matrice selon y.

D.2 Repère cartésien absolu/repère de Frenet

Soient R_0 le repère cartésien absolu, dans lequel un objet noté EGV a pour coordonnées $(x_{mes}, y_{mes})_{\mathcal{R}_0} = (x_0, y_0)$. Soit un point (x_t, y_t) de la trajectoire et un repère $\mathcal{R}_1$ parallèle à $\mathcal{R}_0$ et de centre (x_t, y_t). Enfin, le repère tangent à la trajectoire de centre (x_t, y_t) est noté $\mathcal{R}_t$.

La base canonique du repère $\mathcal{R}_0$ est notée $(\vec{e}_x, \vec{e}_y)$, celle du repère $\mathcal{R}_t$ est notée $(\vec{u}_t, \vec{v}_t)$. Les différents repères et points considérés sont illustrés en Figure D.2.

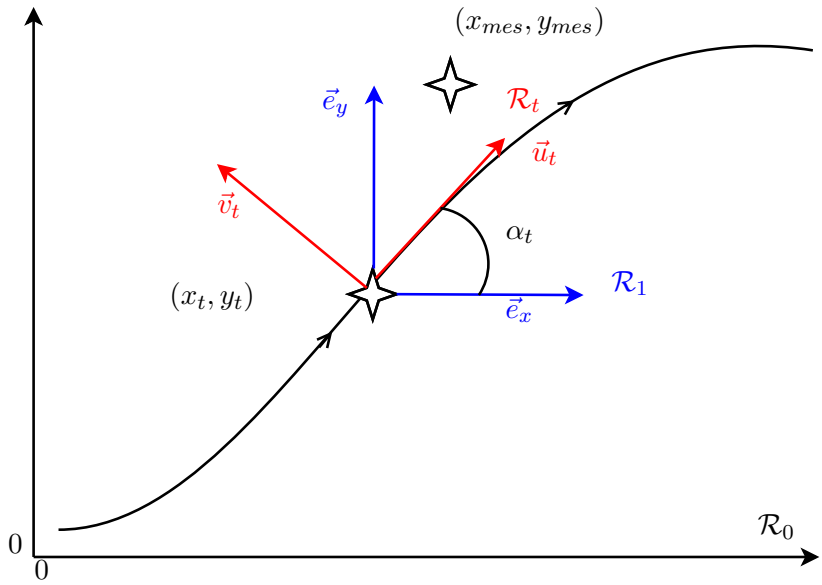


FIGURE D.2 – Repère cartésien absolu et repère tangent à la trajectoire

Dans le repère $\mathcal{R}_1$, les coordonnées du véhicule deviennent : $(x_{mes}, y_{mes})_{R_1} = (x_0 - x_t, y_0 - y_t)$, par translation. Le repère $\mathcal{R}_t$ est une rotation d'angle ψ du repère $\mathcal{R}_1$, ce qui permet de dire que

$$\begin{cases} \vec{e}_{long} &= \vec{e}_x \cos(\alpha_t) + \vec{e}_y \sin(\alpha_t) \\ \vec{e}_{lat} &= -\vec{e}_x \sin(\alpha_t) + \vec{e}_y \cos(\alpha_t), \end{cases} \tag{D.2}$$

et donc que

$$(x_{mes}, y_{mes})_{R_t} = ((x_0 - x_t)\cos(\alpha_t) + (y_0 - y_t)\sin(\alpha_t), -(x_0 - x_t)\sin(\alpha_t) + (y_0 - y_t)\cos(\alpha_t)). \tag{D.3}$$

Le repère local ci-dessus permet notamment, lors du suivi de trajectoire, de repérer le véhicule par rapport à la position souhaitée sur la trajectoire.

D.3 Rappels de dérivation vectorielle

Soit la base $(\vec{e}_x, \vec{e}_y)$, base du repère cartésien fixe, et la base $(\vec{e}_{long}, \vec{e}_{lat})$ telle que $\vec{e}_{long}$ est le vecteur unitaire tangent à la trajectoire et $\vec{e}_{lat}$ vecteur normal à $\vec{e}_{long}$ tel que $(\vec{e}_{long}, \vec{e}_{lat})$ forme une base orthonormée. Ces bases sont montrées dans l'annexe D.2.

Dans cette partie, $\vec{b}(t)$ est une grandeur vectorielle dépendant du temps t. $\dot{\vec{b}}(t)$ la dérivée de $\vec{b}$ par rapport au temps. Les composantes de $\vec{b}$ dans les repères cartésiens et locaux sont appelées, comme dans l'annexe D.2, b_x, b_y, b_{long}, et b_{lat}.

On a alors :

$$\begin{cases} \vec{b} &= b_x\vec{e}_x + b_y\vec{e}_y \\ \dot{\vec{b}} &= \dot{b}_x\vec{e}_x + \dot{b}_y\vec{e}_y. \end{cases} \tag{D.4}$$

Or :

$$\frac{d\vec{b}}{dt} = \frac{db_x}{dt}\vec{e}_x + \frac{db_y}{dt}\vec{e}_y = \dot{\vec{b}} = \dot{b}_x\vec{e}_x + \dot{b}_y\vec{e}_y. \tag{D.5}$$

D'où :

$$\begin{cases} \frac{db_x}{dt} &= \dot{b}_x \\ \frac{db_y}{dt} &= \dot{b}_y. \end{cases} \tag{D.6}$$

Au contraire, il est important de noter que les égalités suivantes ne sont pas vérifiées :

$$\begin{cases} \frac{d\|\vec{b}\|}{dt} &\neq \|\dot{\vec{b}}\| \\ \frac{db_{long}}{dt} &\neq \dot{b}_{long} \\ \frac{db_{lat}}{dt} &\neq \dot{b}_{lat}. \end{cases} \tag{D.7}$$

En effet, la dérivée d'une racine sous laquelle il y a une somme n'est pas la racine de la dérivée. La norme de la dérivée n'est donc pas la dérivée de la norme. De plus, le repère local n'est pas un repère fixe dans le temps, ce qui signifie que $\vec{e}_{long}$ et $\vec{e}_{lat}$ sont dépendant du temps et qu'ils doivent eux aussi être dérivés avec le vecteur exprimé dans ce repère.

D.4 Définition de la platitude

Définition D.4.1 (Système plat)**.** *D'après Rouchon et al. [1993], un système défini par l'équation :*

$$\Phi(\dot{\theta}(t), \theta(t), u(t)) = 0 \tag{D.8}$$

où θ est l'état et u la commande, est dit plat s'il existe un vecteur $\mathbf{Z}(t)$ tel que :

$$\mathbf{Z}(t) = h(\theta(t), u(t), u^{(1)}(t), ..., u^{(n)}(t)) \tag{D.9}$$

dont les composantes soient différentiellement indépendantes, et $A(.)$ et $B(.)$ telles que :

$$\theta(t) = A(\mathbf{Z}(t), \mathbf{Z}^{(1)}(t), ..., \mathbf{Z}^{(m)}(t)) \tag{D.10}$$

$$u(t) = B(\mathbf{Z}(t), \mathbf{Z}^{(1)}(t), ..., \mathbf{Z}^{(l)}(t)) \tag{D.11}$$

où n,m et l sont trois entiers finis.

Le vecteur $\mathbf{Z}(t)$ est alors appelé la sortie plate du système.

De plus, dans une représentation minimale, le nombre de sorties plates est égal au nombre de commandes, soit :

$$dim\,(\mathbf{Z}(t)) = dim\,(u(t))\,. \tag{D.12}$$

Annexe E

Recommandations pour l'extension à un système de type UAV

L'étude en cours traite principalement des modèles de véhicule de type automobile. Cependant, une grande partie de l'étude s'applique également aux drones, moyennant certaines modifications sur le problème étudié. Cette partie vient apporter une illustration un peu différente en présentant ces modifications à apporter, ainsi qu'une simulation simple.

Le véhicule utilisé dans cette section est donc un drone, de type copter (hélicoptère, quadcopter, hexacoptere, etc...). Ainsi, le mouvement horizontal de ce type de drone est holonome, ce qui simplifie énormément le problème de planification. Le drone sera considéré comme une masse ponctuelle, de masse M.

E.1 Ajout d'une ou plusieurs variables d'optimisation

Les variables d'optimisation sont, comme précédemment, associée à la notion de points intermédiaires. Comme le drone évolue en trois dimensions, les points intermédiaires à placer sont de la forme :

$$P_n = (x_n, y_n, z_n, t_n), \tag{E.1}$$

et le nombre de points optimaux choisis n_{opt} détermine donc le nombre de variables d'optimisation, de sorte que :

$$n_{var} = 4n_{opt} + 1 \tag{E.2}$$

où le $+1$ correspond au temps final t_f, puisque x_f et y_f sont connus.

Il est à noter que l'ajout d'un seul point intermédiaire optimal sur la trajectoire ajoute quatre variables d'optimisation, ce qui n'est pas négligeable. Dans le cas des drones, il est également possible d'envisager le problème sous un angle différent, en considérant que le vol se fera à altitude constante (décollage vertical, vol, atterrissage), et que donc seule une

altitude est à prendre en compte. Dans ce cas :

$$n_{var} = 3n_{opt} + 2. \tag{E.3}$$

Les Tableaux E.1 et E.2 contiennent les variables d'optimisation pour ces deux possibilités

(x_1, y_1, z_1, t_1)	(x_2, y_2, z_2, t_2)	...	(x_n, y_n, z_n, t_n)	...	$(x_{n_{opt}}, y_{n_{opt}}, z_{n_{opt}}, t_{n_{opt}})$	t_f

TABLEAU E.1 – Tableau récapitulatif des variables d'optimisation pour un drone à altitude variable

(x_1, y_1, t_1)	(x_2, y_2, t_2)	...	(x_n, y_n, t_n)	...	$(x_{n_{opt}}, y_{n_{opt}}, t_{n_{opt}})$	t_f	h

TABLEAU E.2 – Tableau récapitulatif des variables d'optimisation pour un drone à altitude fixe, avec h l'altitude de vol

Pour former une trajectoire, ces points sont reliés par une courbe de type polynomiale, composée de n_{intp} *points d'interpolation*. Il faudra bien sûr assurer la continuité en position z ainsi que celle en vitesse z en plus des autres continuités.

E.2 Modification sur les critères

Sur les cinq critères proposés, quatre reste identiques ou quasi-identiques. Le critère de longueur de la trajectoire reste identique, il est simplement étendu à une trajectoire 3D, le critère de temps reste strictement identique.

Le critère de confort peut être reformulé suivant la fragilité de la charge embarquée du drone, ou sa fonction. Les accélérations brusques sont mauvaises pour la prise d'image, ou pour le transport de médicament par exemple (projet envisagé sur Bordeaux). S'il est conservé, il reste quasi-identique, puisqu'il suffit de lui ajouter un terme de jerk vertical.

Le critère de danger lui aussi ne bouge pas beaucoup. A la place d'une matrice en trois dimensions, c'est une matrice en quatre dimensions qui est proposée, avec une dimension spatiale supplémentaire. Il est possible de simplifier ce critère dans le cas où le drone vole à altitude fixe : le drone peut simplement passer au-dessus des obstacles qui sont plus bas que lui et il doit contourner ceux qui sont trop hauts. La carte de potentiel reste alors une carte en deux dimensions.

Le critère énergétique est le plus compliqué à considérer. En effet, il dépend fortement du drone utilisé, de son modèle, de sa masse et même du fabricant. Cependant, il doit être possible d'effectuer une estimation en fonction du nombre d'hélices, de la masse et de l'altitude de vol. Ce problème est complexe et ne sera pas traité ici.

Bibliographie

Bibliographie

Adeli, H., M. Tabrizi, A. Mazloomian, E. Hajipour et M. Jahed. 2011, Path planning for mobile robots using iterative artificial potential field method, *International Journal of Computer Science Issues (IJCSI)*, vol. 8, n° 4, doi :(oai)10.1.1.403.2140. 24

Agirrebeitia, J., R. Aviles, I. De Bustos et G. Ajuria. 2005, A new APF strategy for path planning in environments with obstacles, *Mechanism and Machine Theory*, vol. 40, n° 6, doi :10.1016/j.mechmachtheory.2005.01.006, p. 645–658. 23

Ahmadi, S., H. Kebriaei et H. Moradi. 2018, Constrained coverage path planning : evolutionary and classical approaches, *Robotica*, vol. 36, n° 6, p. 904–924. 48

Alia, C., T. Gilles, T. Reine et C. Ali. 2015, Local trajectory planning and tracking of autonomous vehicles, using clothoid tentacles method, dans *IEEE Intelligent Vehicles Symposium (IV)*, Seoul, South Korea, p. 674–679, doi :10.1109/IVS.2015.7225762. 25, 45, 51

Alvarez, A., A. Caiti et R. Onken. 2004, Evolutionary path planning for autonomous underwater vehicles in a variable ocean, *IEEE Journal of Oceanic Engineering*, vol. 29, n° 2, doi :10.1109/IVS.2015.7225762, p. 418–429. 41

Anderson, J., N. Kalra, K. Stanley, P. Sorensen, C. Samaras et O. Oluwatola. 2016, Autonomous vehicle technology - a guide for policymakers, cahier de recherche, RAND Corporation. URL https://www.rand.org/content/dam/rand/pubs/research_reports/RR400/RR443-2/RAND_RR443-2.pdf. 3, 55

Anderson, S., S. Karumanchi et K. Iagnemma. 2012, Constraint-based planning and control for safe, semi-autonomous operation of vehicles, dans *IEEE Intelligent Vehicles Symposium (IV)*, Alcala de Henares, Spain, p. 383–388. 51

Antonov, S., A. Fehn et A. Kugi. 2008, A new flatness-based control of lateral vehicle dynamics, *Vehicle System Dynamics*, vol. 46, n° 9, doi :10.1080/00423110701602696, p. 789–801. 244, 247, 253

Attia, R., R. Orjuela et M. Basset. 2014, Combined longitudinal and lateral control for automated vehicle guidance, *Vehicle System Dynamics*, vol. 52, n° 2, doi :10.1080/00423114.2013.874563, p. 261–279. 228, 234, 243

Aurenhammer, F. et R. Klein. 2000, Voronoi diagrams, *Handbook of computational geometry*, vol. 5, p. 201–290. 18

Auto, F. 2017, Direction assistée. URL http://www.fiches-auto.fr/articles-auto/fonctionnement-d-une-auto/s-1199-la-direction-assistee.php. 1

Avvakumov, S. et Y. Kiselev. 2000, Boundary value problem for ordinary differential equations with applications to optimal control, *Spectral and Evolution Problems*, vol. 10. x, 86, 87

Bacha, S., R. Saadi, M. Y. Ayad, A. Aboubou et M. Bahri. 2017, A review on vehicle modeling and control technics used for autonomous vehicle path following, dans *2017 International Conference on Green Energy Conversion Systems (GECS)*, p. 1–6, doi : 10.1109/GECS.2017.8066221. 232, 234, 243, 244

Barnes, L., M. Fields et K. Valavanis. 2007, Unmanned ground vehicle swarm formation control using potential fields, dans *IEEE Mediterranean Conference on Control & Automation*, p. 1–8. 23

Benson, A. J. 2017, Encyclopédie de sécurité et de santé au travail : Chapitre 50 - les vibrations. URL http://www.ilocis.org/fr/documents/ilo050.htm. 249

Berglund, T., A. Brodnik, H. Jonsson, M. Staffanson et I. Soderkvist. 2010, Planning smooth and obstacle-avoiding b-spline paths for autonomous mining vehicles, *IEEE Transactions on Automation Science and Engineering*, vol. 7, n° 1, doi :10.1109/TASE.2009.2015886, p. 167–172. 32, 33, 51

Berthiau, G. et P. Siarry. 2001, État de l'art des méthodes "d'optimisation globale", *RAIRO Operation Research*, vol. 35, doi :10.1051/ro:2001118, p. 329 – 365. 102

Besada-Portas, E., L. De La Torre, A. Moreno et J. Risco-Martín. 2013, On the performance comparison of multi-objective evolutionary uav path planners, *Information Sciences*, vol. 238, doi :10.1016/j.ins.2013.02.022, p. 111–125. 41, 45

Bocharnikov, Y., A. Tobias, C. Roberts, S. Hillmansen et C. Goodman. 2007, Optimal driving strategy for traction energy saving on DC suburban railways, *Electric Power Applications, IET*, vol. 1, n° 5, doi :10.1049/iet-epa:20070005, p. 675–682. 56

Boissonnat, J., B. Faverjon et J. Merlet. 1988, Perception et planification, *Traité des nouvelles technologies, Série Robotique, Hermès, Paris*. 17, 18

Brooks, R. A. 1983, Solving the find-path problem by good representation of free space, *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics*, , n° 2, doi :10.1109/TSMC.1983.6313112, p. 190–197. 18

Bryson, A. E. 1999, *Dynamic optimization*, vol. 1, Prentice Hall. 61

Cadalen, B., P. Lanusse, J. Sabatier, F. Griffon et Y. Parlier. 2017, Modeling and control of a tethered kite in dynamic flight, dans *Innov'Sail 2017*, Lorient, France, doi :(hal) hal-01707611. 263

Capello, E., G. Guglieri, F. Quagliotti et G. Speciale. 2008, Trajectory optimisation for autonomous vehicles : A miniUAV application, dans *The 26th International Congress of the International Council of the Aeronautical Sciences*, Anchorage, Alaska, USA. 48, 56

Capozzi, B. 2001, *Evolution-based path planning and management for autonomous vehicles*, Thèse de doctorat, University of Washington. 41

Chen, C., M. Rickert et A. Knoll. 2015, Path planning with orientation-aware space exploration guided heuristic search for autonomous parking and maneuvering, dans *IEEE Intelligent Vehicles Symposium (IV)*, p. 1148–1153, doi :10.1109/IVS.2015.7225838. ix, 20, 51

Chitsaz, H. et S. M. LaValle. 2007, Time-optimal paths for a dubins airplane, dans *IEEE 46th Conference on Decision and Control*, p. 2379–2384, doi :10.1109/CDC.2007.4434966. 32

Choi, J.-w. et G. H. Elkaim. 2008, Bézier curves for trajectory guidance, dans *World Congress on Engineering and Computer Science, WCECS*, San Francisco, USA, p. 22–24, doi : 10.1.1.149.296. 32, 45

Collette, Y. et P. Siarry. 2002, *Optimisation multiobjectif*, Editions Eyrolles, Paris, France. 40, 42, 45

Cosío, F. et M. Castañeda. 2004, Autonomous robot navigation using adaptive potential fields, *Mathematical and computer modelling*, vol. 40, n° 9, doi :10.1016/j.mcm.2004.05.001, p. 1141–1156. 24, 41

Costanzo, A., T. Luong et V. Marill. 2006, Optimisation par colonies de fourmis. 38

Davidbrcz. 2014, Comparaisons langages pour calculs intensifs. URL http://cpp.developpez.com/actu/73284/-News-Comparaison-langages-pour-calcul-intensif/. 314

De Boor, C., C. De Boor, E.-U. Mathématicien, C. De Boor et C. De Boor. 1978, *A practical guide to splines*, vol. 27, Springer-Verlag New York. 32

Defoort, M. 2007, *Contributions à la planification et à la commande pour les robots mobiles coopératifs*, Thèse de doctorat, Ecole Centrale de Lille. 32

Dib, W., L. Serrao et A. Sciarretta. 2011, Optimal control to minimize trip time and energy consumption in electric vehicles, *Proc. of the Vehicle Power and Propulsion Conference*, doi :10.1109/VPPC.2011.6043133. 29, 56

Dubins, L. 1957, On curves of minimal length with a constraint on average curvature, and with prescribed initial and terminal positions and tangents, *American Journal of mathematics*, doi :10.2307/2372560, p. 497–516. 32, 35

Erinc, G. et S. Carpin. 2007, A genetic algorithm for nonholonomic motion planning, dans *IEEE International Conference on Robotics and Automation*, p. 1843–1849, doi :10.1109/ROBOT.2007.363590. 41, 51, 101

Feng, X., Q. Sun, L. Liu et M. Li. 2014, Assessing energy consumption of high-speed trains based on mechanical energy, *Procedia - Social and Behavioral Sciences*, vol. 138, n° 0, doi :10.1016/j.sbspro.2014.07.260, p. 783 – 790. 29, 56

Ferguson, D., T. M. Howard et M. Likhachev. 2008, Motion planning in urban environments, *Journal of Field Robotics*, vol. 25, n° 11-12, doi :10.1002/rob.20265, p. 939–960. 38, 51

Fields, R. A. 2014, Continuous control artificial potential function methods and optimal control, cahier de recherche, DTIC Document. 30

Filter, M. 2010, How does gps calculate which route to display. URL http://ask.metafilter.com/167974/How-does-a-GPS-calculate-which-route-to-display-Shortest-Fastest-Most-ri\protect\discretionary{\char\hyphenchar\font}{}{}diculous. 20

Fliess, M., J. Lévine, P. Martin et P. Rouchon. 1999, A lie-backlund approach to equivalence and flatness of nonlinear systems, *IEEE Transactions on automatic control*, vol. 44, n° 5, doi :10.1109/9.763209, p. 922–937. 248

Fokam, G. T. 2014, *Commande et planification de trajectoires pour la navigation de véhicules autonomes*, Thèse de doctorat, Université de Technologie de Compiègne. 25

Fonseca, C. M., P. J. Fleming et al.. 1993, Genetic algorithms for multiobjective optimization : Formulationdiscussion and generalization, dans *ICGA*, vol. 93, Citeseer, p. 416–423, doi :10.1.1.48.9077. 138

Fox, R., A. Garcia et M. Nelson. 2000, A generic path planning strategy for autonomous vehicles, *The University of Texas í PanAmerican, Department of Computer Science Technical Report CS-00-25*, doi :10.1.1.11.4901. 44

Franke, R., P. Terwiesch et M. Meyer. 2000, An algorithm for the optimal control of the driving of trains, dans *39th IEEE Conference on Decision and Control*, vol. 3, Sydney, Australia, p. 2123–2128, doi :10.1109/CDC.2000.914108. 56

Frazzoli, E., M. Dahleh, E. Feron et al.. 2001, Real-time motion planning for agile autonomous vehicles, dans *IEEE American Control Conference*, vol. 1, Arlington, VA, USA, p. 43–49, doi :10.1109/ACC.2001.945511. 21, 33, 36

Fu, Y., M. Ding, C. Zhou et H. Hu. 2013, Route planning for unmanned aerial vehicle (UAV) on the sea using hybrid differential evolution and quantum-behaved particle swarm optimization, *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics : Systems*, vol. 43, n° 6, p. 1451–1465. 105

Fuchshumer, S., K. Schlacher et T. Rittenschober. 2005, Nonlinear vehicle dynamics control-a flatness based approach, dans *44th IEEE Conference on Decision and Control, European Control Conference*, Seville, Spain, p. 6492–6497, doi :10.1109/CDC.2005.1583203. 228, 244, 247, 253

Gaillard, F. 2012, *Approche cognitive pour la planification de trajectoire sous contraintes*, Thèse de doctorat, Université des Sciences et Technologie de Lille-Lille I. 12

Gaillard, F., M. Soulignac, C. Dinont et P. Mathieu. 2011, Deterministic kinodynamic planning with hardware demonstrations, dans *24th IEEE International Conference on Intelligent Robots and Systems*, San Francisco, USA, p. 3519–3525, doi :10.1109/IROS.2011.6094769. 36, 51

Ge, S. et Y. Cui. 2002, Dynamic motion planning for mobile robots using potential field method, *Autonomous Robots*, vol. 13, n° 3, doi :10.1109/IROS.2011.6094769, p. 207–222. 23, 24, 51, 183, 195, 202

Glaser, S., B. Vanholme, S. Mammar, D. Gruyer et L. Nouveliere. 2010, Maneuver-based trajectory planning for highly autonomous vehicles on real road with traffic and driver interaction, *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems*, vol. 11, n° 3, doi : 10.1109/TITS.2010.2046037, p. 589–606. 33, 51

González, D., J. Pérez, V. Milanés et F. Nashashibi. 2016, A review of motion planning techniques for automated vehicles, *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems*, vol. 17, n° 4, doi :10.1109/TITS.2015.2498841, p. 1135–1145. ix, 10, 44, 53

Graichen, K. et N. Petit. 2009, Incorporating a class of constraints into the dynamics of optimal control problems, *Optimal Control Applications and Methods*, vol. 30, n° 6, doi : 10.1002/oca.880, p. 537–561. xi, 61, 82, 83, 84, 87, 88

Gray, A., Y. Gao, T. Lin, J. K. Hedrick, H. E. Tseng et F. Borrelli. 2012, Predictive control for agile semi-autonomous ground vehicles using motion primitives, dans

IEEE American Control Conference (ACC), Montréal, Canada, p. 4239–4244, doi : 10.1109/ACC.2012.6315303. 33, 51

Gu, Y., Y. Hashimoto, L.-T. Hsu, M. Iryo-Asano et S. Kamijo. 2017, Human-like motion planning model for driving in signalized intersections, *IATSS Research*, vol. 41, n° 3, doi : 10.1016/j.iatssr.2016.11.002, p. 129 – 139, ISSN 0386-1112. 29

Guilbot, M. 2017, Véhicule connecté, délégation de conduite et responsabilités juridiques, *Routes/Roads*, , n° 373, p. pp–47. 5

HaOui. 2015, Automobile : l'abs en savoir plus. URL http://www.haoui.com/newsletter/2015/janvier13/saviezvous1/index.html. 2

Von der Hardt, H. J. 1997, *Contribution au pilotage et à la localisation d'un robot mobile*, Thèse de doctorat. 32

Hart, P. E., N. J. Nilsson et B. Raphael. 1968, A formal basis for the heuristic determination of minimum cost paths, *IEEE Transactions on Systems Science and Cybernetics*, vol. 4, n° 2, doi :10.1109/TSSC.1968.300136, p. 100–107. 19

Hogan, N. 1984, Impedance control of industrial robots, *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing*, vol. 1, n° 1, doi :10.1016/0736-5845(84)90084-X, p. 97–113. 23

Houam, Y. 2013, *Commande multi-objectifs en utilisant les inégalités matricielles linéaires (LMIs) et les algorithmes génétiques*, Thèse de doctorat, Université Mohamed Khider-Biskra. 138, 140

Howard, T. M., C. J. Green, A. Kelly et D. Ferguson. 2008, State space sampling of feasible motions for high-performance mobile robot navigation in complex environments, *Journal of Field Robotics*, vol. 25, n° 6-7, doi :10.1002/rob, p. 325–345. 33, 51

Howell, L. R. et B. D. Allen. 2016, Spline trajectory algorithm development : Bézier curve control point generation for UAVs, dans *8th AIAA Atmospheric and Space Environments Conference*, p. 4197, doi :10.2514/6.2016-4197. 32

Hwang, J.-H., R. C. Arkin et D.-S. Kwon. 2003, Mobile robots at your fingertip : Bezier curve on-line trajectory generation for supervisory control, dans *IEEE International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS)*, vol. 2, Las Vegas, Nevada, p. 1444–1449, doi : 10.1109/IROS.2003.1248847. 32

Ji, J., A. Khajepour, W. W. Melek et Y. Huang. 2017, Path planning and tracking for vehicle collision avoidance based on model predictive control with multiconstraints, *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, vol. 66, n° 2, doi :10.1109/TVT.2016.2555853, p. 952–964. 24

Jiang, Z. et Z. Zeng. 2017, Robot path planning based on a hybrid approach, dans *International Conference on Neural Information Processing*, Springer, p. 288–295. 49

Jo, K. et M. Sunwoo. 2014, Generation of a precise roadway map for autonomous cars, *Intelligent Transportation Systems, IEEE Transactions on*, vol. 15, n° 3, p. 925–937. 101

Kala, R. et K. Warwick. 2013, Multi-level planning for semi-autonomous vehicles in traffic scenarios based on separation maximization, *Journal of Intelligent & Robotic Systems*, vol. 72, n° 3-4, doi :10.1007/s10846-013-9817-7, p. 559–590. 19, 51

Kanayama, Y. et B. I. Hartman. 1989, Smooth local path planning for autonomous vehicles, dans *IEEE International Conference on Robotics and Automation*, p. 1265–1270, doi : 10.1109/ROBOT.1989.100154. 32

Kao, C.-C., C.-M. Lin et J.-G. Juang. 2015, Application of potential field method and optimal path planning to mobile robot control, dans *IEEE International Conference on Automation Science and Engineering (CASE)*, p. 1552–1554, doi :10.1109/CoASE.2015.7294320. 24, 48

Kavraki, L. E. et S. M. LaValle. 2008, Motion planning, dans *Springer Handbook of Robotics*, Springer, p. 109–131, doi :10.1.1.144.4749. 10

Kermani, S. 2009, *Gestion énergétique des véhicules hybrides : de la simulation à la commande temps réel.*, Thèse de doctorat, Université de Valenciennes et du Hainaut-Cambresis. 29, 56

Khatib, O. 1986a, *The Potential Field Approach And Operational Space Formulation In Robot Control*, Springer US, Boston, MA, p. 367–377, doi :10.1007/978-1-4757-1895-9_26. 181, 182, 195

Khatib, O. 1986b, Real-time obstacle avoidance for manipulators and mobile robots, *The International Journal of Robotics Research*, vol. 5, n° 1, doi :10.1177/027836498600500106, p. 90–98. 23, 45

Kim, J., K. Jo, D. Kim, K. Chu et M. Sunwoo. 2013, Behavior and path planning algorithm of autonomous vehicle A1 in structured environments, *IFAC Proceedings Volumes*, vol. 46, n° 10, doi :10.3182/20130626-3-AU-2035.00053, p. 36 – 41, ISSN 1474-6670. 8th IFAC Symposium on Intelligent Autonomous Vehicles. 29, 32, 33, 47

Kogan, D. et R. Murray. 2006, Optimization-based navigation for the darpa grand challenge, dans *Conference on Decision and Control (CDC)*. 51, 177

Kumar, M. 2016, Sensors used in normal and autonomous cars. URL http://electrodone.blogspot.com/2016/07/sensors-used-in-normal-and-autonomous.html. x, 48

Kuwata, Y., J. Teo, G. Fiore, S. Karaman, E. Frazzoli et J. P. How. 2009, Real-time motion planning with applications to autonomous urban driving, *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, vol. 17, n° 5, doi :10.1109/TCST.2008.2012116, p. 1105–1118, ISSN 1063-6536. 51

Latombe, J.-C. 2012, *Robot motion planning*, vol. 124, Springer Science & Business Media, New York, USA. 10, 18, 19, 23, 45, 56

LaValle, S. M. 2006, *Planning algorithms*, Cambridge university press. 10, 19

Lebaud, M.-P. Intégration numérique. URL https://perso.univ-rennes1.fr/marie-pierre.lebaud/agint/ecrit/analyse-reelle/integration-numerique/X-int-num.pdf, chapitre d'un cours pour l'agrégation interne en mathématiques de l'Université de Rennes 1. 309

Lei, L., H. Wang et Q. Wu. 2006, Improved genetic algorithms based path planning of mobile robot under dynamic unknown environment, dans *IEEE International Conference on Mechatronics and Automation*, Luoyang, Henan, China, p. 1728–1732, doi :10.1109/ICMA.2006.257475. 41

Lei, W. et L. Ming. 2017, Application of improved adaptive genetic algorithm in mobile robot path planning, *Journal of Nanjing University of Science and Technology*, vol. 5, p. 015. 49

Letchner, J., J. Krumm et E. Horvitz. 2006, Trip router with individualized preferences (trip) : Incorporating personalization into route planning, vol. 21, n° 2, p. 1795. 20

Li, B. et Z. Shao. 2015, A unified motion planning method for parking an autonomous vehicle in the presence of irregularly placed obstacles, *Knowledge-Based Systems*, vol. 86, doi :10.1016/j.knosys.2015.04.016, p. 11 – 20, ISSN 0950-7051. 33

Likhachev, M. et D. Ferguson. 2009, Planning long dynamically feasible maneuvers for autonomous vehicles, *The International Journal of Robotics Research*, vol. 28, n° 8, doi : 10.1177/0278364909340445, p. 933–945. 38

Likhachev, M., D. I. Ferguson, G. J. Gordon, A. Stentz et S. Thrun. 2005, Anytime dynamic A* : An anytime, replanning algorithm, dans *ICAPS*, p. 262–271, doi :10.1.1.324.2316. 38

Lin, H.-S., J. Xiao et Z. Michalewicz. 1994, Evolutionary algorithm for path planning in mobile robot environment, dans *IEEE Conference on Evolutionary Computation, World Congress on Computational Intelligence*, Orlando, FL, USA, p. 211–216, doi :10.1109/ICEC.1994.350014. 41

Liu, W., Z. Zheng et K.-Y. Cai. 2013, Bi-level programming based real-time path planning for unmanned aerial vehicles, *Knowledge-Based Systems*, vol. 44, doi :10.1016/j.knosys.2013.01.011, p. 34–47. 105

Liu, Y. et K. K. Bharadwaj. 2012, A hybrid artificial potential field : genetic algorithm approach to mobile robot path planning in dynamic environments, dans *Computer Science and Convergence*, Springer, p. 325–333. 101

Liu, Y., X. Zhang, X. Guan et D. Delahaye. 2016, Potential odor intensity grid based UAV path planning algorithm with particle swarm optimization approach, *Mathematical Problems in Engineering*, doi :10.1155/2016/7802798. 39, 41

Lozano-Pérez, T. et M. A. Wesley. 1979, An algorithm for planning collision-free paths among polyhedral obstacles, *Communications of the ACM*, vol. 22, n° 10, doi :10.1145/359156.359164, p. 560–570. 18

Macfarlane, S. et E. A. Croft. 2003, Jerk-bounded manipulator trajectory planning : design for real-time applications, *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, vol. 19, n° 1, doi :10.1109/TRA.2002.807548, p. 42–52. 116

Martin, P. et P. Rouchon. 2008, Systèmes plats : planification et suivi de trajectoires, *Aspects de la théorie du contrôle*, p. 1. 12, 14

Melchior, P., C. Irnan, B. Metoui et A. Oustaloup. 2012, Robust path planning for mobile robot based on fractional attractive force in 3-dimension space, *IFAC Proceedings Volumes*, vol. 45, n° 2, doi :10.3182/20120215-3-AT-3016.00102, p. 577–582. 175, 196, 197, 198, 205, 206

Melchior, P., B. Orsoni, T. Badie, G. Robin et A. Oustaloup. 2000, Non-integer motion control : application to an xy cutting table, dans *1st Conference on Mechatronic Systems*, IFAC, Darmstadt, Germany, September, doi :10.1016/S1474-6670(17)39165-6. 175

Melchior, P., B. Orsoni et A. Oustaloup. 2001, Weyl fractional potential in path planning, dans *IEEE European Control Conference (ECC)*, IEEE, Porto, Portugal, p. 1758–1763, doi :10.1016/j.ifacol.2017.08.2076. 209

Mena, S. B. 2000, Introduction aux méthodes multicritères d'aide à la décision, *Biotechnologie, Agronomie, Société et Environnement*, vol. 4, n° 2, p. 83–93. 138

Mensing, F., R. Trigui, H. Tattegrainc et E. Bideaux. 2014, Eco-conduite des véhicules : du calcul de la trajectoire idéale à son utilisation lors de l'activité de conduite, dans *Symposium de Génie Électrique 2014*, Cachan, France, doi :(hal)hal-01065155. 29, 56

Min, H.-Q., J.-H. Zhu et X.-J. Zheng. 2005, Obstacle avoidance with multi-objective optimization by pso in dynamic environment, dans *IEEE International Conference on Machine Learning and Cybernetics*, vol. 5, Guangzhou, China, China, p. 2950–2956, doi : 10.1109/ICMLC.2005.1527447. 39

Miyatake, M. et H. Ko. 2010, Optimization of train speed profile for minimum energy consumption, *IEEJ Transactions on Electrical and Electronic Engineering*, vol. 5, n° 3, doi :10.1002/tee.20528, p. 263–269. 56

Monot, N. 2019, *Planification de trajectoire, (en cours)*, Thèse de doctorat, Université de Bordeaux. 6, 19

Montiel, O., U. Orozco-Rosas et R. Sepúlveda. 2015, Path planning for mobile robots using bacterial potential field for avoiding static and dynamic obstacles, *Expert Systems with Applications*, vol. 42, n° 12, doi :10.1016/j.eswa.2015.02.033, p. 5177–5191. 24, 41, 51

Morand, A. 2014, *Commande assistée au conducteur basée sur la conduite en formation de type "banc de poisson"*, Thèse de doctorat, Université de Bordeaux. 23, 39, 51

Moreau, X. 2015, Dynamique du véhicule. Cours pour le master 2 AM2AS de l'Université de Bordeaux. 228, 234, 252

Murrieta-Mendoza, A., R. M. Botez et R. S. F. Patrón. 2015, Flight altitude optimization using genetic algorithms considering climb and descent costs in cruise with flight plan information, cahier de recherche, SAE Technical Paper. 41

Naidu, D. S. 2002, *Optimal control systems*, CRC press. 72

Newman, W. S. et N. Hogan. 1987, High speed robot control and obstacle avoidance using dynamic potential functions, dans *IEEE International Conference on Robotics and Automation*, vol. 4, Raleigh, North Carolina, USA, p. 14–24, doi :10.1109/ROBOT.1987.1088046. 23

Nilsson, N. J. 1969, A mobile automaton : An application of artificial intelligence techniques, cahier de recherche, Sri International menlo park CA Artificial Intelligence Center. 18, 19, 45

Orsoni, B. 2002, *Dérivée généralisée en planification de trajectoire et génération de mouvement*, Thèse de doctorat, LAPS, Université Bordeaux I. ix, 27, 28, 175, 185

Oustaloup, A. 2014, *Diversity and non-integer differentiation for system dynamics*, John Wiley & Sons. 203

Oustaloup, A. et H. Linarès. 1996, The CRONE path planning, *Mathematics and computers in simulation*, vol. 41, n° 3, doi :10.1016/0378-4754(95)00071-2, p. 209–217. 198, 199, 204

Pacejka, H. B. et E. Bakker. 1992, The magic formula tyre model, *Vehicle system dynamics*, vol. 21, n° S1, doi :10.1080/00423119208969994, p. 1–18. 237

Pehlivanoglu, Y. 2012, A new vibrational genetic algorithm enhanced with a voronoi diagram for path planning of autonomous UAV, *Aerospace Science and Technology*, vol. 16, n° 1, doi :10.1016/j.ast.2011.02.006, p. 47–55. 19, 41, 42

Pérez, J., J. Godoy, J. Villagrá et E. Onieva. 2013, Trajectory generator for autonomous vehicles in urban environments, dans *IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA)*, Karlsruhe, Germany, p. 409–414, doi :10.1109/ICRA.2013.6630608. 32, 33, 51

Perrin, B. 2013, Comprendre : La voiture sans accident., *Auto Journal*, vol. 895, p. 32–34. 2

Peters, S. C., E. Frazzoli et K. Iagnemma. 2011, Differential flatness of a front-steered vehicle with tire force control, dans *IEEE International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS)*, San Francisco, CA, USA, p. 298–304, doi :10.1109/IROS.2011.6094800. 244, 247, 253

Petit, N. et A. Sciarretta. 2011, Optimal drive of electric vehicles using an inversion-based trajectory generation approach, dans *18th IFAC World Congress*, Milan, Italy, p. 14 519–14 526, doi :10.3182/20110828-6-IT-1002.01986. x, xix, 7, 33, 56, 57, 58, 60, 64, 69, 70, 98, 115

Pham, Q., H. Hicheur, G. Arechavaleta, J. Laumond et A. Berthoz. 2007, The formation of trajectories during goal-oriented locomotion in humans. ii. a maximum smoothness model, *European Journal of Neuroscience*, vol. 26, n° 8, doi :10.1111/j.1460-9568.2007.05835.x, p. 2391–2403. 116

Pivtoraiko, M. et A. Kelly. 2005, Generating near minimal spanning control sets for constrained motion planning in discrete state spaces, dans *IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS)*, Edmonton, Alta., Canada, p. 3231–3237, doi : 10.1109/IROS.2005.1545046. 51

Polack, P., F. Altché, B. d'Andréa Novel et A. de La Fortelle. 2017, The kinematic bicycle model : A consistent model for planning feasible trajectories for autonomous vehicles ?, dans *IEEE Intelligent Vehicles Symposium (IV)*, p. 812–818, doi :10.1109/IVS.2017.7995816. 244

Pomax. 2017, A primer on bézier curves. URL https://pomax.github.io/bezierinfo/#boundingbox. 32

Poty, A. 2006, *Planification de trajectoire dans un environnement dynamique et génération de mouvement d'ordre non entier*, Thèse de doctorat, Université Bordeaux 1. 24, 105, 175, 184, 195, 208

Poty, A., P. Melchior et A. Oustaloup. 2004, Dynamic path planning for mobile robots using fractional potential field, dans *IEEE 1st Int. Symposium on Control, Communications and Signal Processing*, Hammamet, Tunisia, p. 557–561, doi :10.1109/ISCCSP.2004.1296443. xii, 153, 154, 184

Pruski, A. 1996, *Robotique mobile : la planification de trajectoire*, Hermès, Paris. 10, 14, 23, 56

Qu, Y., Y. Zhang et Y. Zhang. 2017, A global path planning algorithm for fixed-wing uavs, *Journal of Intelligent & Robotic Systems*, p. 1–17. 49

Raja, P. et S. Pugazhenthi. 2012, Optimal path planning of mobile robots : A review, *International Journal of Physical Sciences*, vol. 7, n° 9, doi :10.5897/IJPS11.1745, p. 1314–1320. xix, 42

Raja, R., A. Dutta et K. Venkatesh. 2015, New potential field method for rough terrain path planning using genetic algorithm for a 6-wheel rover, *Robotics and Autonomous Systems*, vol. 72, doi :https://doi.org/10.1016/j.robot.2015.06.002, p. 295 – 306, ISSN 0921-8890. URL http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S092188901500130X. 49

Rastelli, J. P., R. Lattarulo et F. Nashashibi. 2014, Dynamic trajectory generation using continuous-curvature algorithms for door to door assistance vehicles, dans *IEEE Intelligent Vehicles Symposium*, Dearborn, MI, USA, p. 510–515, doi :10.1109/IVS.2014.6856526. 32, 33, 51

Receveur, J., S. Victor et P. Melchior. 2018, Trajectory optimization for autonomous vehicles on crossroads with mobile obstacles, dans *29th Intelligent Vehicles Symposium*. 206, 218

Receveur, J.-B., S. Victor et P. Melchior. 2017, Multi-criteria trajectory optimization for autonomous vehicles, *IFAC-PapersOnLine*, vol. 50, n° 1, doi :10.1016/j.ifacol.2017.08.2063, p. 12 520–12 525, ISSN 2405-8963. 20th IFAC World Congress. 31, 51, 112, 206

Roberge, V., M. Tarbouchi et G. Labonté. 2013, Comparison of parallel genetic algorithm and particle swarm optimization for real-time uav path planning, *IEEE Transactions on Industrial Informatics*, vol. 9, n° 1, doi :10.1109/TII.2012.2198665, p. 132–141. 41

Rouchon, P., M. Fliess, J. Lévine et P. Martin. 1993, Flatness, motion planning and trailer systems, dans *32nd IEEE Conference on Decision and Control*, San Antonio, TX, USA, p. 2700–2705, doi :10.1109/CDC.1993.325686. 253, 317

Schouwenaars, T., B. De Moor, E. Feron et J. How. 2001, Mixed integer programming for multi-vehicle path planning, dans *IEEE European Control Conference (ECC)*, Porto, Portugal, p. 2603–2608, doi :10.23919/ECC.2001.7076321. 56

Schwartz, J. T., M. Sharir et J. E. Hopcroft. 1987, *Planning, geometry, and complexity of robot motion*, vol. 4, Intellect Books. 16, 19

Shampine, L. F., J. Kierzenka et M. W. Reichelt. 2000, Solving boundary value problems for ordinary differential equations in matlab with `bvp4c`. URL https://fr.mathworks.com/matlabcentral/fileexchange/3819-tutorial-on-solving-bvps-with-bvp4c. 62, 308

Shehata, H. H. et J. Schlattmann. 2014, *Potential field multi-objective optimization for robot path planning using genetic algorithm*, p. 149–158, doi :10.1142/9789814623353_0018. URL https://www.worldscientific.com/doi/abs/10.1142/9789814623353_0018. 49

Shima, T. et C. Schumacher. 2005, Assignment of cooperating uavs to simultaneous tasks using genetic algorithms, dans *AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference and Exhibit.*, San Francisco, USA, doi :10.1057/palgrave.jors.2602617. 41

Shimoda, S., Y. Kuroda et K. Iagnemma. 2007, High-speed navigation of unmanned ground vehicles on uneven terrain using potential fields, *Robotica*, vol. 25, n° 04, p. 409–424. 24, 51

Storn, R. et K. Price. 1997, Differential evolution–a simple and efficient heuristic for global optimization over continuous spaces, *Journal of global optimization*, vol. 11, n° 4, doi : 10.1023/A:1008202821328, p. 341–359, ISSN 1573-2916. 103

Takahashi, O. et R. J. Schilling. 1989, Motion planning in a plane using generalized Voronoi diagrams, *IEEE Transactions on robotics and automation*, vol. 5, n° 2, doi :10.1109/70.88035, p. 143–150. 18

Tanaka, D., T. Ashida et S. Minami. 2008, An analytical method of EV velocity profile determination from the power consumption of electric vehicles, dans *IEEE Vehicle Power and Propulsion Conference (VPPC)*, Harbin, China, p. 1–3, doi :10.1109/VPPC.2008.4677742. 56

Taymans, A. et L. Fadiga. 2015, Aide à la conduite et véhicule autonome dans les intersections, cahier de recherche, Laboratoire d'Intégration du Matériau au Système, Bordeaux, OpenLab, France. 250, 260

Taymans, A. et L. Fadiga. 2018, *Aide à la conduite et véhicule autonome dans les intersections (en cours)*, Thèse de doctorat. 249

Tomtom. 2016, How does it work ? URL http://www.tomtom.com/howdoesitwork/page.php?ID=28&CID=8&Language=-1. 20

Villagra, J., V. Milanés, J. Pérez et J. Godoy. 2012, Smooth path and speed planning for an automated public transport vehicle, *Robotics and Autonomous Systems*, vol. 60, n° 2, doi :10.1016/j.robot.2011.11.001, p. 252–265. 35

Walliser, B. 1977, *Systèmes et modèles : introduction critique à l'analyse de systèmes*, Editions du Seuil. 231

Wang, T. et C. Cassandras. 2013, Optimal motion control for energy-aware electric vehicles, dans *IEEE International Conference on Control Applications*, Hyderabad, India, p. 388–393, doi :10.1109/CCA.2013.6662780. 29, 56

Wang, X. 2009, Solving optimal control problems with matlab : Indirect methods, cahier de recherche, ISE Dept., NCSU, doi :10.1.1.604.8922. 62, 72, 86, 87

Wang, Y., B. Ning, F. Cao, B. De Schutter et T. Van den Boom. 2011, A survey on optimal trajectory planning for train operations, dans *IEEE International Conference on Intelligent Rail Transportation*, Beijing, China, p. 589–594, doi :10.1109/SOLI.2011.5986629. 29, 56

Werling, M., S. Kammel, J. Ziegler et L. Gröll. 2012, Optimal trajectories for time-critical street scenarios using discretized terminal manifolds, *The International Journal of Robotics Research*, vol. 31, n° 3, doi :10.1177/0278364911423042, p. 346–359. 33, 51

Weyl, H. 1917, Bemerkungen zum Begriff des Differentialquotienten gebrochener Ordnung, *Zürich. Naturf. Ges*, vol. 62, p. 296–302. 184

Wu, J., A. Abbas-Turki et A. El Moudni. 2012, Cooperative driving : an ant colony system for autonomous intersection management, *Applied Intelligence*, vol. 37, n° 2, doi :10.1007/s10489-011-0322-z, p. 207–222. 39

Zhang, S., W. Deng, Q. Zhao, H. Sun et B. Litkouhi. 2013a, Dynamic trajectory planning for vehicle autonomous driving, dans *IEEE International Conference on Systems, Man, and Cybernetics (SMC)*, Manchester, UK, p. 4161–4166, doi :10.1109/SMC.2013.709. 10

Zhang, Y., L. Wu et S. Wang. 2013b, UCAV path planning by fitness-scaling adaptive chaotic particle swarm optimization, *Mathematical Problems in Engineering*, doi :10.1155/2013/705238. 9, 39, 105

Bibliographie de l'auteur

Publications dans des revues internationales

[1] JB Receveur, S Victor et P Melchior. "Autonomous car decision making and trajectory tracking with genetic algorithms and fractional potential fields". In : *Soumis à Transactions on Control Systems Technology, IEEE* (2018).

[2] JB Receveur, S Victor et P Melchior. "New Interpretation of Fractional Potential Fields For Robust Path Planning". In : *Accepté Fractional Calculus and Applied Analysis* (2018).

[3] JB Receveur et al. "Optimal trajectory planning and robust tracking using vehicle model inversion (en cours)". In : (2018).

Publication dans revue Open Science

[4] JB Receveur, S Victor et P Melchior. "Optimisation multi-critère pour véhicules autonomes en environnement dynamique". In : *Numéro Spécial Jeunes Chercheurs du GDR MACS au congrès mondial de l'IFAC – JD MACS* (2017).

Communictions dans des congrès internationaux

[5] Jean-Baptiste Receveur, Stéphane Victor et Pierre Melchior. "Multi-criteria trajectory optimization for autonomous vehicles". In : *IFAC-PapersOnLine* 50.1 (2017). 20th IFAC World Congress, p. 12520-12525. ISSN : 2405-8963. DOI : 10.1016/j.ifacol.2017.08.2063.

[6] JB Receveur, S Victor et P Melchior. "Trajectory optimization for autonomous vehicles on crossroads with mobile obstacles". In : *29th IEEE Intelligent Vehicles Symposium*. IEEE. Changshu, Suzhou, China, 2018.

[7] JB Receveur, S Victor et P Melchior. "New definitions of attractive and repulsive fractional potential fields for robust path planning". In : *The International Conference on Fractional Differentiation and its Applications*. Amman, Jordan, 2018.

[8] JB Receveur, S Victor et P Melchior. "Optimal trajectory planning and robust tracking using vehicle model inversion". In : *The 9th Advances in Automotive Control Conference*. Orléans, France, 2019.

Rapports techniques

[9] JB Receveur, S Victor et P Melchior. "Energy-based optimization for movement generation". 2017.

Communications dans des groupes de travail CNRS

[10] JB Receveur, S Victor et P Melchior. “Planification de trajectoire dans le contexte du vehicule autonome”. In : Groupe de Travail Automatique et Automobile. 2018.