



HAL
open science

Identification des sources aéroacoustiques à partir de mesures vibratoires sur vitrages automobiles

Justine Carpentier

► **To cite this version:**

Justine Carpentier. Identification des sources aéroacoustiques à partir de mesures vibratoires sur vitrages automobiles. Acoustique [physics.class-ph]. Le Mans Université, 2019. Français. NNT : 2019LEMA1019 . tel-02906398

HAL Id: tel-02906398

<https://theses.hal.science/tel-02906398>

Submitted on 24 Jul 2020

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

THESE DE DOCTORAT DE

LE MANS UNIVERSITE
COMUE UNIVERSITE BRETAGNE LOIRE

ECOLE DOCTORALE N° 602
Sciences pour l'Ingénieur
Spécialité : *Acoustique*

Par

Justine Carpentier

Identification des sources aéroacoustiques à partir de mesures vibratoires sur vitrages automobiles

Thèse présentée et soutenue à Le Mans, le 11 juillet 2019

Unité de recherche : Laboratoire d'Acoustique de l'Université du Mans (LAUM UMR CNRS 6613)

Thèse N° : 2019LEMA1019

Rapporteurs avant soutenance :

Hélène BAILLIET Maître de Conférences HDR, institut Pprime - Poitiers
Quentin LECLERE Maître de Conférences HDR, LVA - Lyon

Composition du Jury :

Président :	Christophe BAILLY	Professeur des Universités, LMFA - Lyon
Examineur :	Emmanuel PERREY-DEBAIN	Professeur des Universités, laboratoire Roberval - Compiègne
Dir. de thèse :	Jean-Hugh THOMAS	Professeur, LAUM - Le Mans
Co-Directeur :	Charles PEZERAT	Professeur, LAUM - Le Mans
Co-Encadrant :	Alain BERRY	Professeur, GAUS - Sherbrooke (Québec)

TABLE DES MATIÈRES

Table des Matières	3
Nomenclature	6
Introduction générale	9
Contexte de la thèse	9
1 État de l'art	14
1.1 Généralités sur la transmission du bruit	14
1.1.1 Les nombres d'onde	15
1.1.2 Réponse vibratoire d'une plaque	15
1.1.3 Rayonnement acoustique	16
1.1.4 Couplage fluide-structure	17
1.1.4.1 Couplage spatial entre le champ d'excitation et les modes de la structure	17
1.1.4.2 Couplage fréquentiel entre le champ d'excitation et les modes de la structure	17
1.1.4.3 Couplage spatial et facteur de rayonnement	18
1.2 La couche limite turbulente	19
1.2.1 Définition	19
1.2.2 Réponse de la vitre à une excitation de type couche limite turbulente et représentation dans le domaine des nombres d'onde	20
1.2.3 État de l'art des différentes méthodes développées pour identifier la contribution acoustique	25
1.2.3.1 Méthodes basées sur les mesures couplées de pression et de vitesse de l'écoulement	25
1.2.3.2 Méthodes POD et ICA	26
1.2.3.3 Méthodes basées sur le filtrage dans le domaine des nombres d'onde	27
1.3 Conclusions	28
1.4 Les méthodes de Résolution Inverse	29
1.4.1 Le début des approches vibratoires	29
1.4.2 La méthode RI - Résolution Inverse	30
1.4.3 La méthode RIFF - Résolution Inverse Filtrée Fenêtrée	31
1.4.4 La méthode RIC - Résolution Inverse Corrigée	33
1.4.4.1 Cas monodimensionnel de la poutre	33
1.4.4.2 Cas bidimensionnel de la plaque	35

1.5	Application des méthodes inverses au domaine automobile	40
1.5.1	Simulations numériques	40
1.5.1.1	Synthèse de la couche limite turbulente	40
1.5.1.2	Calcul du déplacement	41
1.5.1.3	Application des méthodes de résolution inverse	43
1.5.2	Validation expérimentale dans une veine à écoulement	44
1.5.2.1	Dispositif expérimental	45
1.5.2.2	Mesures des spectres de référence et ajout d'une source acoustique	46
1.5.2.3	Application des méthodes inverses sur l'excitation de type écoulement décollé	47
1.6	Les champs virtuels	51
1.7	Conclusions et positionnement de l'étude	54
2	Conception de schémas régularisants par synthèse de filtres	57
2.1	Approches RI et RIC : décomposition en filtres analytique et numérique . .	59
2.1.1	Rappel sur l'approximation RIC en 1D	59
2.1.2	Rappel sur l'approximation RIC en 2D	63
2.2	Réécriture des filtres des méthodes inverses dans le domaine des z	67
2.2.1	Définition de la transformée en z	67
2.2.2	Filtres $G^{RI}(z)$ et $G^{RIC}(z)$	68
2.2.2.1	Cas de la poutre : $G^{RI/RIC}(z)$ en 1D	69
2.2.2.2	Cas de la plaque : $G^{RI/RIC}(z)$ en 2D	70
2.3	Méthodologie de synthèse de schémas aux différences finies	72
2.3.1	Synthèse de filtres numériques à partir d'un gabarit imposé	73
2.3.2	Synthèse de filtres 1D à réponse impulsionnelle finie	74
2.3.3	Conception à partir d'un filtre à reponse impulsionnelle infinie . . .	80
2.4	Extension de la méthode en 2D	86
2.4.1	Méthodologie de synthèse de schémas aux différences finies bidi- mensionnels	86
2.4.1.1	Choix de la méthode la plus adaptée	86
2.4.2	Correction de Hale	94
2.4.3	Conception à partir d'un filtre RII 2D	96
2.5	Filtre polaire	102
2.5.1	Équation du mouvement de la plaque en coordonnées polaires . . .	102
2.5.2	Discrétisation de l'équation du mouvement de la plaque en coor- données polaires	103
2.5.3	Filtre $H^{PlaqueRI}$ en coordonnées polaires	106
2.5.3.1	Équation analytique de la plaque en nombres d'onde polaires	106
2.5.3.2	Transformée de Hankel du schéma aux différences finies polaire	107
2.5.3.3	Filtre $H^{PlaqueRIp}$	108
2.5.3.4	Calcul d'un facteur correctif et du filtre $H^{PlaqueRICp}$	109
2.6	Conclusions	110

3	Applications des nouvelles antennes par simulations	114
3.1	Simulations sur une plaque modélisée analytiquement	114
3.1.1	Antennes RI et RIC cartésiennes à 13 points	115
3.1.2	Antennes décentrées créées à partir de filtres passe-bas RIF et de la transformation de McClellan	119
3.1.3	Antennes décentrées calculées à partir d'un filtre RIF et de la transformation de McClellan corrigée par Hale	125
3.1.4	Antennes polaires	129
3.1.5	Antennes calculées à partir d'un filtre RII de Butterworth et de l'approximation polynomiale	130
3.1.6	Ajout de bruit	136
3.2	Simulations sur un vitrage modélisé par éléments finis	141
3.2.1	Détermination de la composante acoustique	142
3.2.2	Application des méthodes inverses	144
3.2.2.1	Application des antennes sur la zone 1 où l'écoulement est de type couche limite turbulente	144
3.2.2.2	Application des antennes sur la zone de recollement (zone 2)	148
3.2.2.3	Application des antennes sur la zone d'écoulement décollé (zone 3)	149
3.3	Conclusions	151
4	Applications expérimentales en soufflerie	154
4.1	Application des méthodes inverses sur une plaque excitée par une couche limite turbulente	154
4.1.1	Validation du protocole : identification d'une source acoustique sans écoulement	154
4.1.1.1	Dispositif expérimental	154
4.1.1.2	Application des méthodes inverses	155
4.1.2	Mesures en soufflerie anéchoïque	158
4.1.2.1	Dispositif expérimental	158
4.1.2.2	Application des méthodes inverses	158
4.2	Mesures sur véhicule en soufflerie	165
4.2.1	Dispositif expérimental	165
4.2.2	Protocole expérimental	166
4.2.3	Application des méthodes RI et RIC classiques sur les différents vitrages de la voiture	168
4.2.3.1	Vitre conducteur	168
4.2.3.2	Vitre passager arrière	179
4.2.3.3	Lunette arrière	181
4.2.4	Application des méthodes RI et RIC polaires sur les vitres conducteur et passager arrière	186
4.2.4.1	Vitre conducteur	186
4.2.4.2	Vitre passager arrière	189
4.2.5	Application des antennes décentrées	191
4.3	Conclusions	194

Conclusions générales et perspectives	197
Annexes	202
A Décomposition modale	202
B Synthèse des signaux de pression	204
C Application de la méthode de transformation en fréquence	206
D Discrétisation par schéma aux différences finies du bilaplacien polaire	209
E Mesures sur véhicule en soufflerie	211
E.1 Antenne classique sur la vitre conducteur	211
E.2 Antenne polaire sur la vitre passager arrière gauche	212
Bibliographie	212

NOMENCLATURE

Variables générales

Grandeur	Description	Unité
x, y	Coordonnées spatiales cartésiennes	m
r, θ	Coordonnées spatiales polaires	m, rad
t	Temps	s
f	Fréquence	Hz
f_{ac}	Fréquence de coïncidence acoustique	Hz
ω	Pulsation	rad.s ⁻¹
k	Nombre d'onde	m ⁻¹
k_f	Nombre d'onde naturel de flexion	m ⁻¹
k_{ac}	Nombre d'onde acoustique	m ⁻¹
k_{aero}	Nombre d'onde de convection ou aérodynamique	m ⁻¹
λ	Longueur d'onde	m
c_0	Vitesse du son dans l'air	m.s ⁻¹
c_f	Vitesse des ondes de flexion	m.s ⁻¹
U_0	Vitesse de convection	m.s ⁻¹
U_∞	Vitesse de l'écoulement	m.s ⁻¹
ν'	viscosité cinématique	m ² /s
τ_w	contrainte de cisaillement	N/m ²
u_*	vitesse de frottement	m/s
α_x, α_y	coefficients de Corcos	-
δ	épaisseur de couche limite	m

Paramètres physiques de la plaque

Grandeur	Description	Unité
ρ	Masse volumique	kg.m ⁻³
η	Facteur de pertes du matériau	-
E	Module d'Young	Pa
ν	Coefficient de Poisson	-
D	Rigidité de flexion	Pa.m ³

Paramètres liés aux méthodes inverses

Grandeur	Description	Unité
w	Déplacement transverse	m
F	Distribution de force	N.m ⁻¹
δ_{Δ}^4	Estimation par différences finies de la dérivée quatrième	m ⁻³
Δ	Pas de discrétisation spatial	m
n	Nombre de points par longueur d'onde	-
ν, μ	Facteurs correctifs de la méthode RIC	-

Paramètres spécifiques à la synthèse de filtres numériques

Grandeur	Description	Unité
z	Variable complexe	-
$H(k)$	Fonction de transfert du filtre	-
k_c	Nombre d'onde de coupure du filtre	m ⁻¹
N	Ordre du filtre	-

Sigles

Sigle	Description
RI	Résolution Inverse
RIFF	Résolution Inverse Filtrée Fenêtrée
RIC	Résolution Inverse Corrigée
VFM	Virtual Field Method
RIF	Réponse Impulsionnelle finie
RII	Réponse Impulsionnelle infinie

INTRODUCTION GÉNÉRALE

Les bruits automobiles

Depuis le début du XX^e siècle, l'industrie automobile est devenue l'un des secteurs le plus important et le plus influent au monde. Elle a révolutionné le monde du transport et a entraîné de profonds changements sociaux. C'est aujourd'hui le principal mode de déplacement et plus qu'un simple outil, c'est un objet de consommation considéré comme un équipement indispensable par tous les foyers. Les distances parcourues se sont allongées et la part de temps passée dans les véhicules est de plus en plus grande. Le confort est par conséquent devenu indispensable et les exigences des utilisateurs se sont accrues. Un des éléments les plus importants participant au confort est la qualité sonore du véhicule. Certains bruits vont renforcer l'image de qualité de l'automobile. On peut citer par exemple le bon design sonore d'un moteur qui va accentuer le plaisir de conduite ou le bruit d'un claquement de porte qui renvoie à l'utilisateur une image de robustesse et de sécurité. Au contraire, certains bruits sont synonymes d'inconfort et d'appréhension comme un bourdonnement du moteur, les cliquetis ou les sifflements d'éléments mécaniques. Pour augmenter le niveau de confort et la sécurité des passagers, les voitures embarquent aujourd'hui des technologies de pointe. Parmi ces outils d'aide à la conduite on retrouve les commandes vocales qui, pour fonctionner de manière optimale, doivent être distinctement perçues par le système sans que l'utilisateur n'ait besoin d'adapter sa diction ou le niveau sonore. Les bruits de fond et toutes les nuisances sonores doivent être minimisés pour faciliter l'interprétation des commandes.

L'industrie automobile mène une recherche constante pour réduire les bruits considérés comme gênants à l'intérieur de l'habitacle. Ces derniers peuvent avoir trois principales causes : les bruits du groupe motopropulseur, les bruits de roulement et les bruits d'origine aérodynamique. De nombreux travaux ont été menés ces dernières années et ont abouti à une réduction considérable des bruits de moteur. L'arrivée du moteur électrique, pratiquement silencieux, est une solution efficace mais il fait émerger d'autres nuisances jusqu'alors noyées dans le bruit total. Les suspensions, les pneumatiques et les revêtements routiers ont été grandement améliorés. De nouveaux matériaux isolants et absorbants sont aujourd'hui utilisés sur la caisse des voitures permettant de réduire au maximum les bruits de roulement. Ces évolutions ont progressivement contribué à faire du bruit aérodynamique l'une des principales sources de nuisances sonores dans l'habitacle automobile. Sur un revêtement de type enrobé drainant, où les bruits de roulement sont faibles, les bruits d'origine aérodynamique sont prédominants à partir de 100 km/h. Ils représentent la

majeure partie du niveau sonore en usage autoroutier. Sur de longs trajets, ce bruit ininterrompu constitue une fatigue réelle pour le conducteur dont la vigilance est alors mise à l'épreuve. L'industrie automobile porte en conséquence un effort de recherche particulier sur l'analyse et la correction de ces bruits parasites et cherche à approfondir les connaissances sur leur formation.

Les bruits aérodynamiques ont plusieurs origines connues (voir Fig.1) :

- les phénomènes de résonances et de cavités quand l'air s'infiltré dans des fentes ou des interstices (joints supérieurs et feuillures de portières) ;
- les défauts d'étanchéité des ouvrants et les fuites au niveau des joints ;
- le bruit de forme lié au style, à la forme et à l'intégration des différents équipements extérieurs (essuies glace, rétroviseur, antennes, etc.). Cependant, même sur un véhicule totalement étanche et sans obstacle dépassant dans l'écoulement, il existe un bruit de forme d'origine aérodynamique. Ce bruit est transmis dans l'habitacle par tous les panneaux et particulièrement par les vitrages.

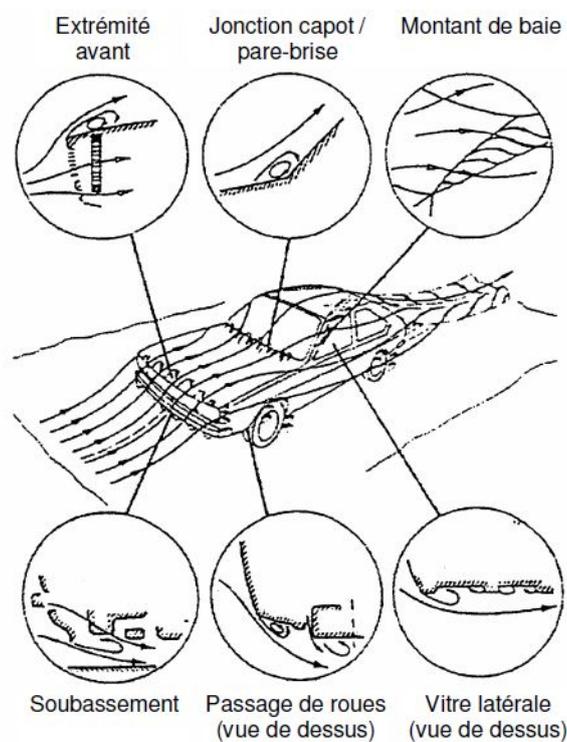


FIG. 1 – Localisation des principales zones de décollement autour de l'habitacle [1].

Nous nous intéressons dans cette étude aux bruits d'origine aérodynamique générés par un écoulement turbulent autour du véhicule et à sa transmission par les vitrages latéraux. Il est maintenant admis que l'une des principales sources participant au bruit de forme est produite et localisée sur les vitrages latéraux avant [2, 3]. On mesure dans ces zones de très grandes fluctuations de pression pariétale et un tourbillon conique particulièrement énergétique, appelé tourbillon de montant de baie, au niveau du montant de baie derrière le rétroviseur. Ces fluctuations participent pour une grande part au bruit d'origine aérodynamique total. De plus, les vitrages sont les parties du véhicule les plus

proches des oreilles du conducteur et des passagers et de par leur nature et leur fonction, elles ne peuvent être aussi bien isolées acoustiquement que le reste de l’habitacle. La gêne ressentie est donc plus importante.

Différents mécanismes physiques entrent en jeu dans la production et dans la transmission des nuisances sonores à l’intérieur de l’habitacle. D’une part, les structures tourbillonnaires de l’écoulement créent par effet de dépression et de surpression des fortes fluctuations de pression pariétale directement sur les vitrages latéraux. C’est un mécanisme aérodynamique. D’autre part, une partie de l’énergie cinétique des structures turbulentes de l’écoulement est transformée en énergie acoustique. Les fluctuations de pression issues de ce mécanisme se propagent dans toutes les directions sous forme d’ondes acoustiques. Si l’énergie associée aux fluctuations de pression de nature acoustique est très faible comparativement à celle générée par les structures tourbillonnaires de nature aérodynamique, il n’en reste pas moins que leur efficacité en matière d’excitation de la structure et de transmission acoustique peut être très importante. Cela est dû à la forte cohérence spatiale qui existe dans le domaine des nombres d’onde entre l’excitation acoustique et la vibration de la structure. La composante acoustique est en effet située dans les bas nombres d’onde alors que la composante aérodynamique s’éloigne très vite dans les hauts nombres d’onde. Par conséquent, les longueurs d’onde générées par la composante aérodynamique sont beaucoup trop petites par rapport à la longueur d’onde naturelle de la vitre pour pouvoir générer des vibrations par effet de coïncidence spatiale. L’excitation acoustique, bien que de niveau très faible, a une très grande influence sur la vibration du vitrage et donc sur la transmission de bruit à l’intérieur de l’habitacle. Ce phénomène a été confirmé par plusieurs études comme celles de Bremner & Wilby [4], DeJong [5] ou Arguillat [6].

Pour prédire le niveau des nuisances sonores transmises par le vitrage, il est donc important de quantifier l’amplitude de l’excitation acoustique. Cependant, bien que ces mécanismes soient de nature différente, ils restent néanmoins couplés dans le champ total d’excitation et difficilement séparables. La seule connaissance des caractéristiques fréquentielles des pressions pariétales turbulentes n’est pas suffisante. Il est indispensable de connaître aussi le spectre en nombre d’onde de l’excitation. Pour cela différentes méthodes de mesures sont possibles (mesures couplées de pression et de vitesse ou méthodes basées sur le filtrage en nombre d’onde (voir partie 1.2.3)) mais elles sont fastidieuses et nécessitent un grand nombre de points de mesure et des post-traitements coûteux en temps et en ressources de calcul pour des résultats peu convaincants. Actuellement peu d’études ont réussi à quantifier la part de chaque excitation sur une configuration de véhicule. Nous nous référerons à l’étude d’Arguillat [6] qui, en utilisant une antenne constituée d’un ensemble de capteurs de pression pariétale, a réussi à estimer la composante acoustique à environ 20 dB en dessous de la composante aérodynamique.

Objectif de l’étude

L’étude présentée vise à caractériser numériquement et expérimentalement le niveau de la composante bas nombre d’onde d’un écoulement turbulent. Ce travail s’inscrit dans un ensemble plus vaste d’études dont l’objectif est de préciser la part de l’excitation responsable de la transmission de nuisances sonores dans l’habitacle. A plus long terme, il sera

ainsi possible de prédire le bruit généré dans l’habitacle sous l’effet d’un écoulement turbulent sur les vitrages. Notre étude propose d’utiliser une technique vibratoire de mesure pour caractériser et décrire les fluctuations de pression sur la surface des vitrages. Cette méthode, appelée Résolution Inverse (RI), permet d’identifier les bas nombres d’onde d’un écoulement turbulent qui peuvent être assimilables à la composante acoustique. Elle est basée sur des mesures vibratoires et non sur des mesures de pressions. Les données vibratoires étant sensibles aux bas nombres d’onde, il est possible de mesurer la composante acoustique même si celle-ci est de très faible niveau. De plus, les capteurs de vibrations sont connus pour être fiables et faciles d’utilisation, ce qui est un avantage pour appliquer la méthode de Résolution Inverse (RI) dans le milieu industriel et au cas par cas. La méthode de Résolution Inverse (RI) a été développée en 1995 par Pézerat et Guyader [7]. Deux variantes de la méthode sont issues de ces travaux : la méthode de Résolution Inverse Filtrée Fenêtrée (RIFF) et la méthode de Résolution Inverse Corrigée (RIC) [8]. En 2014, Lecoq en appliquant ces méthodes sur une plaque ayant des caractéristiques proches de celles d’un vitrage automobile et soumise à un écoulement turbulent [9, 10], prouve leur efficacité dans le domaine automobile. Nous développons dans notre étude deux axes de recherche : le premier sera d’appliquer les différentes méthodes inverses au cas réel des différents vitrages d’une voiture en soufflerie. Le second sera de développer la méthode RIC pour améliorer la correction qu’elle apporte et en faire une méthode adaptative. Le schéma aux différences finies utilisé dans la méthode évoluera en fonction de la partie de l’excitation à reconstruire.

L’approche théorique des différents mécanismes participant à la transmission du bruit au travers d’une plaque (assimilée à une vitre) soumise à un écoulement turbulent fera l’objet d’un premier chapitre. Après avoir évoqué les différentes caractéristiques d’un écoulement de type couche limite turbulente, nous présenterons une synthèse bibliographique consacrée aux différentes méthodes déjà mises en œuvre pour caractériser les écoulements turbulents. L’insuffisance de résultats significatifs motivera l’utilisation d’une méthode basée sur la vibration de la plaque et non sur la mesure de pression pariétale. La méthode de Résolution Inverse (RI) et ses deux variantes RIFF et RIC seront détaillées. Afin de valider l’efficacité des ces dernières, nous reviendrons sur les résultats principaux des travaux de thèse de Lecoq. Enfin nous présenterons la méthode des Champs Virtuels (VFM - Virtual Fields Method) qui est actuellement développée par le laboratoire du GAUS (Groupe d’Acoustique de l’Université de Sherbrooke, Québec, Canada) et avec qui nous collaborons. Une comparaison des deux méthodes sera effectuée.

Le second chapitre sera consacré au développement de la méthode RIC et à son amélioration. Une nouvelle technique basée sur la synthèse de filtres numériques sera présentée et permettra de calculer de nouveaux schémas aux différences finies permettant de sélectionner le filtrage réalisé par la méthode RIC. Les différentes étapes clés seront premièrement expliquées et appliquées au cas simple d’une poutre et ensuite étendues au cas plus complexe de la plaque. Enfin, le développement des méthodes RI et RIC polaires sera présenté. Les méthodes inverses RI et RIC seront ainsi exprimées dans un repère polaire qui s’avèrera plus adapté pour appliquer la correction apportée par RIC dans toutes les directions.

Dans le troisième chapitre, les méthodes inverses classiques (RI et RIC initiales) ainsi

que les nouveaux schémas aux différences finies seront testés par différentes simulations. La première reprendra la démarche présentée dans les travaux de Lecoq [9], les différentes méthodes seront testées sur la simulation d'une plaque excitée par une couche limite turbulente. Dans la seconde simulation, les méthodes seront appliquées sur le cas simulé d'un vitrage automobile, excité par un écoulement plus réaliste se développant autour d'un habitacle automobile.

Enfin, dans le quatrième et dernier chapitre, les méthodes inverses RI et RIC seront expérimentées sur une plaque en aluminium excitée par une couche limite turbulente. Cette première expérience, réalisée en collaboration avec le GAUS dans une soufflerie anéchoïque, permettra d'une part de valider la procédure expérimentale et d'autre part de mettre en évidence l'efficacité des méthodes inverses. Pour finir, les différentes antennes seront appliquées sur les différents vitrages d'une voiture placée en soufflerie.

Contexte de l'étude

Cette étude est financée en partie par le CNRT R2A (Centre National de Recherche Technologique en Aérodynamique et Aéroacoustique des Véhicules Terrestres) et le consortium LMAC (Le Mans Acoustique).

Le CNRT R2A est une association qui regroupe les compétences de centres privés et publics de recherche. Elle rassemble des grandes entreprises comme PSA Peugeot Citroën et Renault et différents laboratoires comme le Laboratoire de Mécanique des Fluides et d'Acoustique de Lyon (LMFA) ou le Laboratoire de Mécanique de Lille (LML). Les activités du CNRT R2A concernent le financement et l'animation de programmes de recherche, l'organisation de séminaires ou de réunions scientifiques et la constitution d'un réseau de compétences et d'expertises. Différentes thématiques de recherche sont abordées comme différentes analyses d'écoulement ou différentes techniques de mesure de pression pariétale non intrusive.

LMAC est un consortium créé en 2008 qui rassemble des acteurs importants de l'acoustique au Mans pour créer une dynamique forte en matière de recherche, de formation et d'innovation au niveau régional, national et international.

Ce travail de recherche est mené en collaboration avec le GAUS et plus particulièrement avec Berry et Robin qui travaillent depuis quelques années sur le développement d'une méthode similaire à la méthode inverse RI. Le but de cette collaboration est de partager nos diverses connaissances et expériences afin de valider le bon fonctionnement de nos méthodes respectives.

Chapitre 1

ÉTAT DE L'ART

1.1 Généralités sur la transmission du bruit

Différents mécanismes participent à la transmission du bruit aérodynamique à l'intérieur de l'habitacle par les vitrages (voir Fig.1.1). Il faut distinguer les mécanismes d'interaction entre l'écoulement et la vitre de ceux menant à la transmission du bruit vers l'intérieur du véhicule. Les premiers sont d'origine aérodynamique et acoustique. Les seconds sont des mécanismes vibroacoustiques. L'écoulement turbulent qui se développe sur la vitre génère des fluctuations de pression instationnaires dans l'écoulement et les turbulences génèrent à leur tour du bruit. Cette partie de l'excitation pariétale est ensuite convertie en énergie acoustique au passage de la vitre selon des mécanismes vibro-acoustiques. Ces différents mécanismes induisent une perception différente du bruit à l'intérieur et à l'extérieur du véhicule.

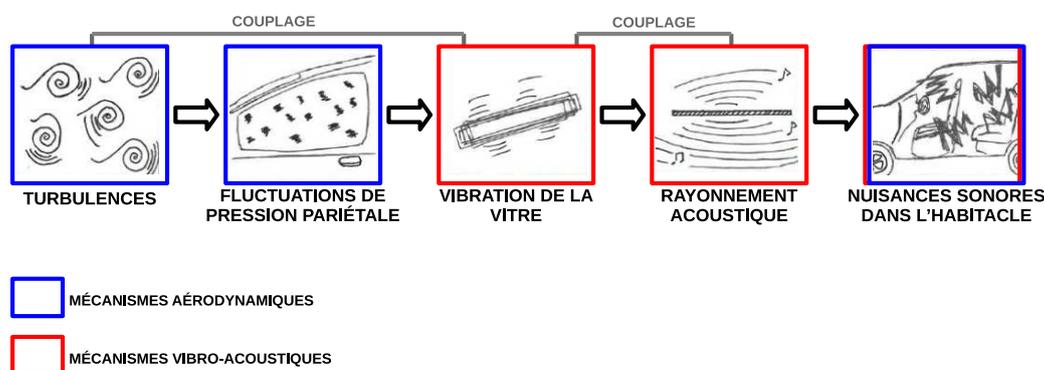


FIG. 1.1 – Différentes étapes de la transmission du bruit aérodynamique à travers le vitrage.

Dans la suite de ce chapitre nous nous intéresserons à la réponse vibratoire d'une plaque, à son rayonnement puis aux différents mécanismes de couplage. L'étude sera décrite dans l'espace des nombres d'onde particulièrement adapté à la visualisation des différents couplages vibro-acoustiques participant à la transmission acoustique.

1.1.1 Les nombres d'onde

Le nombre d'onde est une grandeur proportionnelle au nombre d'oscillations qu'effectue une onde par unité de longueur. Il traduit le nombre de longueurs d'onde présentes sur une distance de 2π unités.

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi f}{c} = \frac{\omega}{c}, \quad (1.1)$$

avec k le nombre d'onde en radian/m, λ la longueur d'onde en m, f la fréquence en Hz, ω la pulsation en radian/s et c la célérité du son en m/s. L'application de la transformée de Fourier sur des données exprimées en fonction de coordonnées spatiales donnera un spectre en nombres d'onde. Le nombre d'onde k est la norme du vecteur d'onde \vec{k} , vecteur perpendiculaire au front d'une onde. Il indique la direction de propagation de celle-ci.

Par la suite on utilisera k_f le nombre d'onde de flexion d'une plaque pour représenter la propagation d'une onde à l'intérieur de celle-ci. Ses composantes dans les axes de directions principales x et y sont $k_x = \frac{2\pi}{\lambda_x}$ et $k_y = \frac{2\pi}{\lambda_y}$ reliées par la relation $k_x^2 + k_y^2 = k_f^2$ qui est l'équation d'un cercle de rayon k_f centré sur l'origine du repère.

1.1.2 Réponse vibratoire d'une plaque

L'étude du mouvement de la plaque se fait ici indépendamment du rayonnement acoustique. C'est le cas d'une plaque virtuellement placée dans le vide atmosphérique. L'effet du couplage vibroacoustique est négligé, le problème est découplé. Des formulations décrivant le problème couplé du rayonnement acoustique existent [11, 12] et démontrent que le couplage se traduit par un effet de raideur ou de masse ajoutées à la plaque dont l'importance augmente de façon significative avec la vitesse de l'écoulement turbulent. Dans le domaine automobile, la vitesse de l'écoulement est faible. Cet effet peut alors être négligé dans la modélisation vibroacoustique de la plaque.

Les hypothèses de Kirchoff-Love sont utilisées pour décrire le comportement dynamique de la plaque. L'influence du cisaillement transversal et les effets liés à l'inertie de rotation sont négligés (hypothèse de plaques minces ayant des petites déformations). On considère une plaque rectangulaire mince et isotrope dans le plan (x, y) . Le déplacement transverse w est supposé harmonique et de pulsation $\omega = 2\pi f$:

$$w(x, y, t) = w(x, y)e^{j\omega t}. \quad (1.2)$$

Afin d'alléger les notations, le terme de dépendance temporelle $e^{j\omega t}$ sera par la suite omis.

Dans le domaine fréquentiel, l'équation qui régit le déplacement d'une plaque selon l'axe z en vibration de flexion sous l'effet d'une charge répartie en surface $p_{exc}(x, y, \omega)$ s'écrit :

$$D\Delta^2 w(x, y, \omega) - \rho h \omega^2 w(x, y, \omega) = p_{exc}(x, y, \omega), \quad (1.3)$$

où ρ est la masse surfacique de la vitre et h son épaisseur. D est le facteur de rigidité qui s'exprime selon les paramètres mécaniques de la plaque selon la relation $D = \frac{Eh^3}{12(1 - \nu^2)}$,

avec E le module d'Young et ν le coefficient de Poisson. Dans le cas d'un champ de déplacement à deux dimensions décrit en coordonnées cartésiennes, l'opérateur bilaplacien Δ^2 est défini par :

$$\Delta^2 = \left(\frac{\partial^4}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4}{\partial y^4} \right). \quad (1.4)$$

L'équation (1.3) est résolue par décomposition modale [13]. Cette méthode repose sur une décomposition du déplacement dans la base des modes propres de la plaque. Dans le cas d'une excitation répartie à la surface de la plaque, les calculs détaillés en annexe A conduisent aux résultats suivants :

$$w(x, y, \omega) = \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J \frac{\phi_{ij}(x, y)}{\rho h (\omega_{ij}^2 - \omega^2 + 2j\zeta_{ij}\omega\omega_{ij})} \iint_S \phi_{ij}(x_n, y_n) p_{exc}(x_n, y_n, \omega) dx_n dy_n, \quad (1.5)$$

avec ζ_{ij} l'amortissement modal du mode d'indice (i, j) , i et j représentant les indices d'un mode dans les direction \vec{x} et \vec{y} . La distribution du déplacement pour un mode d'indice (i, j) est donnée par la déformée modale ϕ_{ij} et caractérisée par ω_{ij} sa pulsation particulière. I et J sont les troncaturs modales, la solution exacte s'obtenant lorsque $(I, J) \rightarrow (\infty, \infty)$.

1.1.3 Rayonnement acoustique

Lorsque toutes les conditions sont réunies, les vibrations de la vitre génèrent par continuité des vitesses, des fluctuations de pression pariétale qui se propagent dans le milieu environnant sous forme d'ondes acoustiques. La pression rayonnée dans l'air par une plaque vibrante peut être calculée à l'aide de l'équation d'Helmholtz régissant la propagation des ondes acoustiques et à la condition aux limites de continuité de vitesse à la surface de la plaque. Après calculs, détaillés par Lesueur [14], on obtient l'expression de la puissance acoustique rayonnée par la plaque :

$$\Pi(\omega) = \rho_0 c_0 \sum_{i,j=0}^{\infty} \Phi_{\nu_{ij}}(\omega) \sigma_{ij}(\omega), \quad (1.6)$$

où $\sigma_{ij}(\omega)$ est le facteur de rayonnement modal défini par :

$$\sigma_{ij}(\omega) = 4\pi^2 \int_{-k_0}^{+k_0} \frac{|\Psi_{ij}(\vec{k})|^2}{\sqrt{1 - \left(\frac{k_{ij}}{k_0}\right)^2}} d\vec{k}, \quad (1.7)$$

Ψ_{ij} est la transformée de Fourier bi-dimensionnelle de la déformée modale ϕ_{ij} et $\Phi_{\nu_{ij}}$ est l'acceptance de couplage.

D'après l'équation (1.7), le rayonnement de chaque mode est maximal lors de la coïncidence spatiale ($k_{ij} = k_0$). L'efficacité de rayonnement d'un mode traduit le couplage entre la déformée modale, dont le maximum est situé autour de k_{ij} , et le champ acoustique rayonné, dont le maximum est autour de k_0 , ainsi :

- si $k_{ij} > k_0$, l'efficacité de rayonnement du mode est faible. Le mode est évanescent ;
- si $k_{ij} = k_0$, le mode est coïncident et rayonne fortement ;
- si $k_{ij} < k_0$, l'efficacité du rayonnement est maximale. Le rayonnement du mode est très efficace.

1.1.4 Couplage fluide-structure

Le couplage entre une plaque et un champ d'excitation traduit la sensibilité de la vitre à répondre spatialement et fréquentiellement aux caractéristiques de l'excitation. Le mécanisme de couplage entre une excitation et une plaque peut se décomposer en trois filtres : deux filtrages spatiaux et un filtrage fréquentiel.

1.1.4.1 Couplage spatial entre le champ d'excitation et les modes de la structure

Le couplage spatial se traduit par un phénomène de filtrage spatial de l'excitation par une plaque en vibration. On nomme \vec{k}_{exc} le vecteur d'onde de l'excitation dans le plan de la vitre. Il y a coïncidence entre l'excitation et la plaque quand à une fréquence donnée il existe au moins un mode (i, j) tel que $\vec{k}_{ij} = \vec{k}_{exc}$. Dans ce cas, il y a coïncidence entre la longueur d'onde de flexion de la plaque et celle de l'excitation. Le mode coïncident est fortement excité et génère un champ de déplacement cohérent spatialement. Cela s'appelle l'acceptance de couplage d'un mode. Sa valeur est maximale lorsque $\vec{k}_{ij} = \vec{k}_{exc}$.

La figure 1.2 permet de représenter graphiquement les modes d'une plaque dans le domaine des nombres d'onde. Ils sont schématisés par un maillage de points correspondant aux maxima des fonctions d'acceptance des modes (i, j) . L'excitation champ diffus à une fréquence donnée est représentée par un disque centré sur l'origine. Cette représentation permet de visualiser très facilement les modes coïncidents qui sont ceux contenus à l'intérieur du disque de l'excitation.

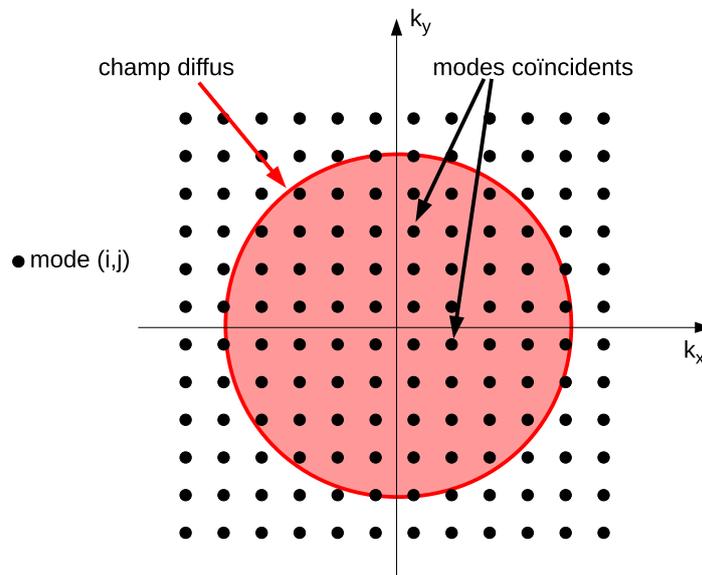


FIG. 1.2 – Représentation des modes (i, j) et d'une excitation de type champ diffus dans le domaine des nombres d'onde.

1.1.4.2 Couplage fréquentiel entre le champ d'excitation et les modes de la structure

Ce couplage traduit le fait qu'un mode donné possède sous certaines conditions, la faculté de répondre à la fréquence excitatrice. La réponse fréquentielle d'un mode de la

plaque est maximale lorsque sa fréquence propre correspond à la fréquence d'excitation. Le mode est dit résonant. A cette fréquence particulière, seul l'amortissement s'oppose au déplacement.

La représentation en nombre d'onde permet également de visualiser les modes résonants. On utilise pour cela la dépendance fréquentielle du nombre d'onde naturel de flexion de la vitre. Pour un chargement de la plaque par un fluide léger, le nombre d'onde de flexion de la plaque se définit comme :

$$k_f^2 = k_x^2 + k_y^2 = \frac{\omega^2}{c_f^2}, \quad (1.8)$$

avec c_f la vitesse de propagation des ondes de flexion dans la vitre telle que $c_f = \sqrt[4]{\omega} \sqrt{\frac{D}{\rho h}}$.

Le nombre de flexion de la plaque peut alors s'écrire :

$$k_f = \sqrt{\omega} \sqrt[4]{\frac{\rho h}{D}}. \quad (1.9)$$

À la pulsation de résonance ω_{ij} , le vecteur d'onde pointe vers les modes résonants de la plaque. Dans l'espace des nombres d'ondes, ces modes sont donc confondus avec le cercle de rayon $|\vec{k}_f|$ (voir Fig. 1.3).

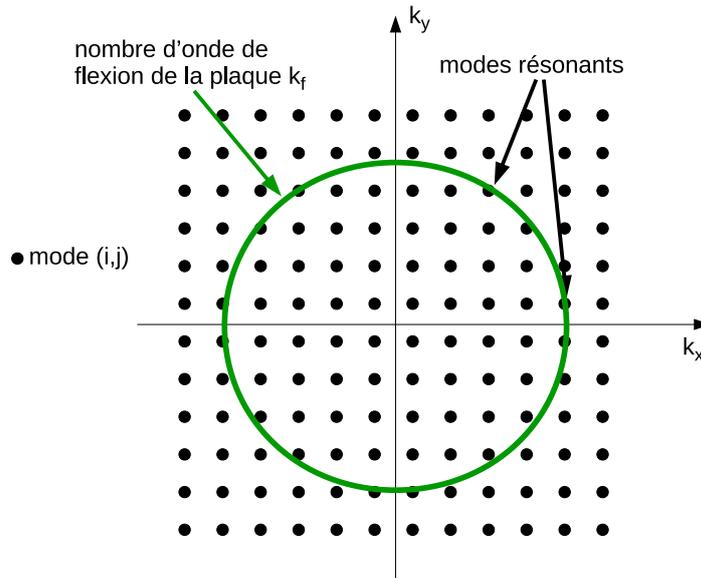


FIG. 1.3 – Représentation des modes résonants dans le domaine des nombres d'onde.

Le phénomène de résonance se produit donc dans le domaine des fréquences et le phénomène de coïncidence dans celui des nombres d'onde.

1.1.4.3 Couplage spatial et facteur de rayonnement

Il existe un second filtrage spatial qui caractérise le rayonnement de la structure. Ce filtrage traduit cette fois-ci le couplage vibroacoustique entre la plaque et le milieu environnant. Il caractérise l'efficacité avec laquelle les ondes de flexion de la vitre, initialement

à la vitesse c_f , se propagent dans l'air à la célérité des ondes acoustiques c_0 . A la coïncidence acoustique, les vitesses c_f et c_0 deviennent égales. Les longueurs d'onde naturelles de la vitre et acoustiques de l'air coïncident parfaitement : $k_f = k_{ac}$. Le rayonnement est maximum.

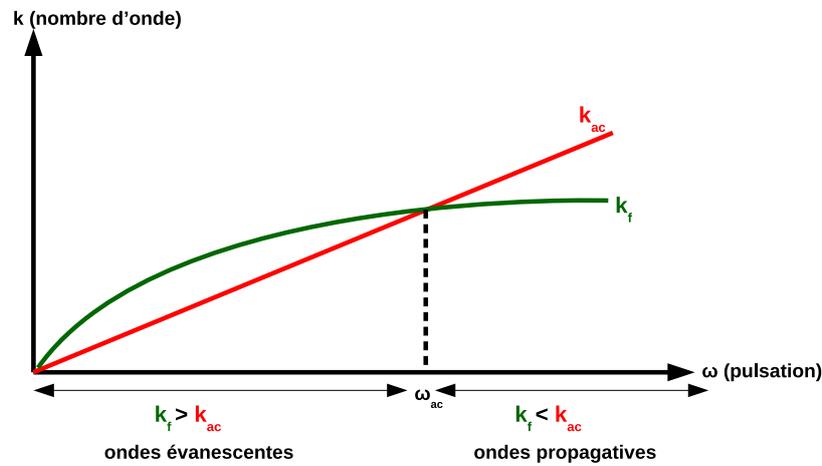


FIG. 1.4 – Évolution des nombres d'onde de flexion k_f et acoustique k_{ac} en fonction de la pulsation ω .

Lorsque la célérité des ondes de flexion est plus grande que celle des ondes acoustiques, soit lorsque $k_f < k_{ac}$, les vibrations de la vitre donnent naissance à des ondes acoustiques qui se propagent dans l'air. Au contraire, lorsque la célérité des ondes de flexion est plus petite que celle des ondes acoustiques, soit lorsque $k_f > k_{ac}$, les ondes acoustiques s'atténuent rapidement en s'éloignant de la vitre. Le rayonnement est de nature évanescente.

Ces différents cas sont présentés à la figure 1.4 où les amplitudes des nombres d'onde acoustiques et naturels de la plaque sont représentées en fonction de la pulsation ω . Grâce à cette représentation on constate que la coïncidence acoustique ne peut se produire que pour une seule pulsation particulière $\omega = \omega_{ac}$. Cette pulsation est appelée pulsation critique ou pulsation de coïncidence acoustique. Elle dépend essentiellement des paramètres mécaniques de la plaque et peut être calculée de façon théorique par l'équation suivante :

$$\omega_{ac} = c_0^2 \sqrt{\frac{\rho h}{D}} = c_0^2 \sqrt{\frac{12\rho(1-\nu^2)}{Eh^2}}. \quad (1.10)$$

1.2 La couche limite turbulente

1.2.1 Définition

Les fluides de faible viscosité sont étudiés dans beaucoup d'applications industrielles. Ils peuvent être étudiés avec la théorie des fluides parfaits où la viscosité est négligée. Néanmoins lorsque le fluide est étudié dans le voisinage d'un corps solide, elle n'est plus négligeable et doit être prise en compte. Le fluide est alors considéré comme Newtonien, la contrainte de cisaillement τ qui existe entre les couches de fluide est alors proportionnelle au gradient de vitesse selon

$$\tau = \mu \frac{\partial U}{\partial y}, \quad (1.11)$$

où y est la direction perpendiculaire à la direction de l'écoulement et μ la viscosité dynamique.

La couche limite est définie comme étant la région proche d'une paroi ou d'un corps solide où le fluide voit sa vitesse passer d'une vitesse nulle près de la paroi du solide à une vitesse égale à celle de l'écoulement éloigné de la paroi. Dans cette région le fluide doit être considéré comme Newtonien. Le profil de vitesse d'un fluide dans une couche limite turbulente est décrit par la figure 1.5, l'amplitude de la vitesse étant représentée par des flèches.

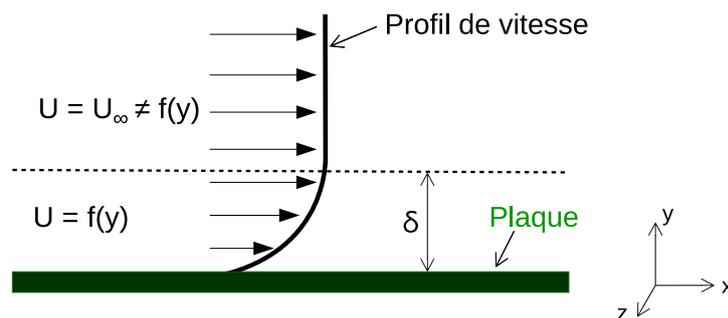


FIG. 1.5 – Profil des vitesses moyennes et épaisseur δ de la couche limite turbulente.

L'épaisseur de la couche limite turbulente δ est définie comme la distance entre la paroi et le point où la vitesse de l'écoulement U est égale à 99 % de la vitesse de l'écoulement externe (ou libre) U_∞ s'écoulant loin de la paroi :

$$U(y) = 0.99U_\infty. \quad (1.12)$$

Pour une description plus complète et plus détaillée, le lecteur est invité à consulter l'ouvrage de Schlichting [15].

1.2.2 Réponse de la vitre à une excitation de type couche limite turbulente et représentation dans le domaine des nombres d'onde

L'étude porte sur l'écoulement turbulent et plus particulièrement sur la couche limite turbulente qui se développe sur une vitre de voiture. Cet écoulement est subsonique et à faible nombre de Mach. Il est caractérisé par des grandes fluctuations de pression pariétale essentiellement produites par des mécanismes aérodynamiques schématisés à la figure 1.6. Ces mécanismes peuvent se décomposer en deux contributions :

- aérodynamique : ce sont les fluctuations générées par la pression instationnaire dans l'écoulement. Elles n'interviennent que dans le champ proche et respectent l'équation de Poisson pour des écoulements ayant un faible nombre de Mach. Les instationnarités étant associées à la présence de structures turbulentes dans l'écoulement, cette excitation est généralement caractérisée par une vitesse de convection

U_c . C'est la vitesse à laquelle les structures aérodynamiques (ou structures convectives) sont transportées par l'écoulement. La vitesse de convection est liée à la vitesse de l'écoulement U_∞ par l'équation suivante :

$$U_c = KU_\infty, \quad (1.13)$$

où K est un coefficient défini expérimentalement [6, 16] et compris entre 0.6 et 0.8. Corcos en 1963 propose une valeur de 0.7 [17].

Dans le domaine des nombres d'onde, comme représenté à la figure 1.7, cette composante est large bande avec un pic d'amplitude très élevée dans la région convective caractérisée par le nombre d'onde de convection ou nombre d'onde aérodynamique k_{aero} :

$$k_{aero} = \frac{\omega}{U_c}. \quad (1.14)$$

- acoustique : les turbulences sont à l'origine d'un mécanisme d'émission acoustique. Une partie de l'énergie cinétique turbulente portée par les structures aérodynamiques est transformée en énergie de nature acoustique. Ces ondes rayonnées par les turbulences dans le fluide au dessus de la plaque ont la capacité de se propager en champ lointain et respectent l'équation des ondes acoustiques. Elles se propagent à la vitesse du son c_0 dans toutes les directions. Dans le domaine des nombres d'onde, comme représenté à la figure 1.7, cette contribution concerne les nombres d'onde inférieurs au nombre d'onde acoustique k_{ac} , il s'agit donc d'un disque de rayon k_{ac} dont le maximum est situé sur l'extérieur du disque. k_{ac} est égal à :

$$k_{ac} = \frac{\omega}{c_0}. \quad (1.15)$$

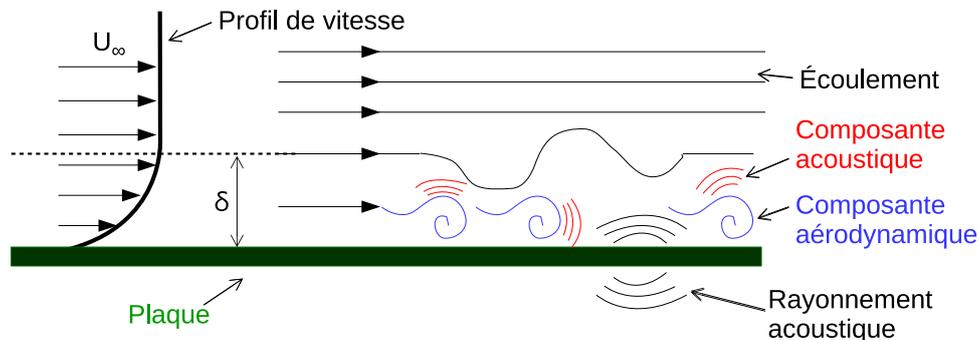


FIG. 1.6 – Schéma en coupe d'une plaque excitée par une couche limite turbulente d'épaisseur δ et description des différents mécanismes d'excitation.

Il apparait dans la littérature que les fluctuations de pression pariétale sont principalement sensibles aux turbulences aérodynamiques. En effet ces dernières sont très énergétiques et ont un niveau beaucoup plus élevé (de l'ordre du kPa) que les fluctuations acoustiques (quelques Pa seulement). C'est pourquoi une mesure de pression en paroi ne rend compte que du niveau de pression d'origine aérodynamique. Alam *et al.* [19] sont les premiers à vérifier cette théorie sans vraiment quantifier la part de chaque contribution. Les premières simulations, effectuées par Dejong *et al.* [5], montrent que la composante

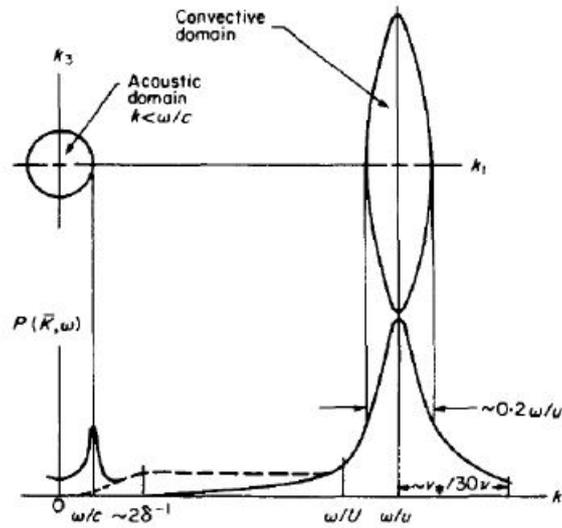


FIG. 1.7 – Représentation du spectre des fluctuations de pressions pariétales pour une couche limite [18].

acoustique est inférieure à l'excitation turbulente de 25 à 35 dB. Plus tard, Arguillat [6] mesure expérimentalement une différence de seulement 15 à 20 dB (voir Fig. 1.8). Certaines études, comme celle de Howe [20], iront jusqu'à estimer une différence de 60 dB. Ces approches sont détaillées au chapitre suivant. Dans tous les cas, l'écart entre les niveaux de pression des deux composantes est très important.

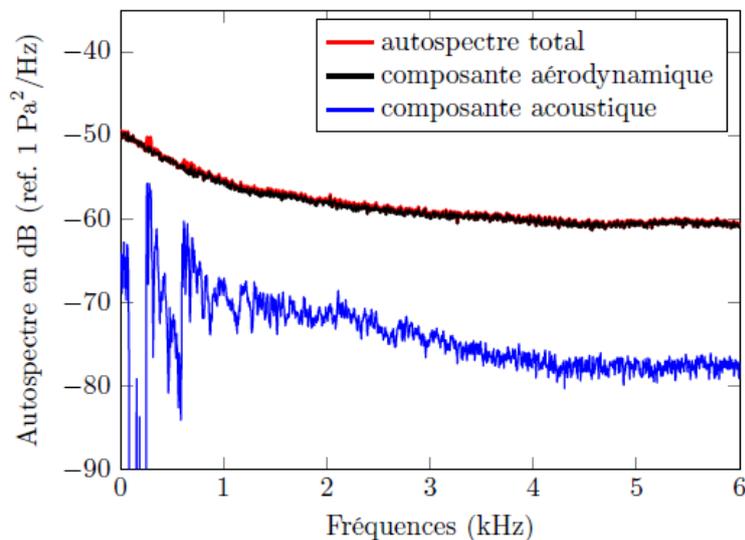


FIG. 1.8 – Spectres en fréquence du champ de pression d'une couche limite turbulente excitant une plaque ($U_\infty = 54$ m/s). Les composantes acoustique et aérodynamique sont obtenues par optimisation paramétrique [6].

Bien que la part de l'acoustique soit très faible dans l'écoulement, elle ne doit pas être négligée. En effet, les fluctuations acoustiques présentent naturellement une périodicité spatiale qui, par continuité des vitesses à la surface de la vitre, peuvent imposer

un déplacement coïncidant spatialement. Il en résulte une excitation fortement influente sur la vibration de la vitre. Malgré leur faible niveau, les fluctuations d'origine acoustique peuvent donc jouer un rôle déterminant dans la transmission de bruit à travers la vitre.

La représentation dans le domaine des nombres d'onde permet de rendre plus visible ce phénomène. Pour un écoulement subsonique, les longueurs d'onde acoustiques sont plus grandes que les longueurs d'onde aérodynamiques. La partie acoustique est essentiellement bas nombres d'onde alors que la partie aérodynamique est située dans les hauts nombres d'onde. Cette représentation permet de mettre en évidence les différents couplages et coïncidences spatiales entre les différentes longueurs d'onde de l'excitation et la longueur d'onde naturelle de flexion λ_f .

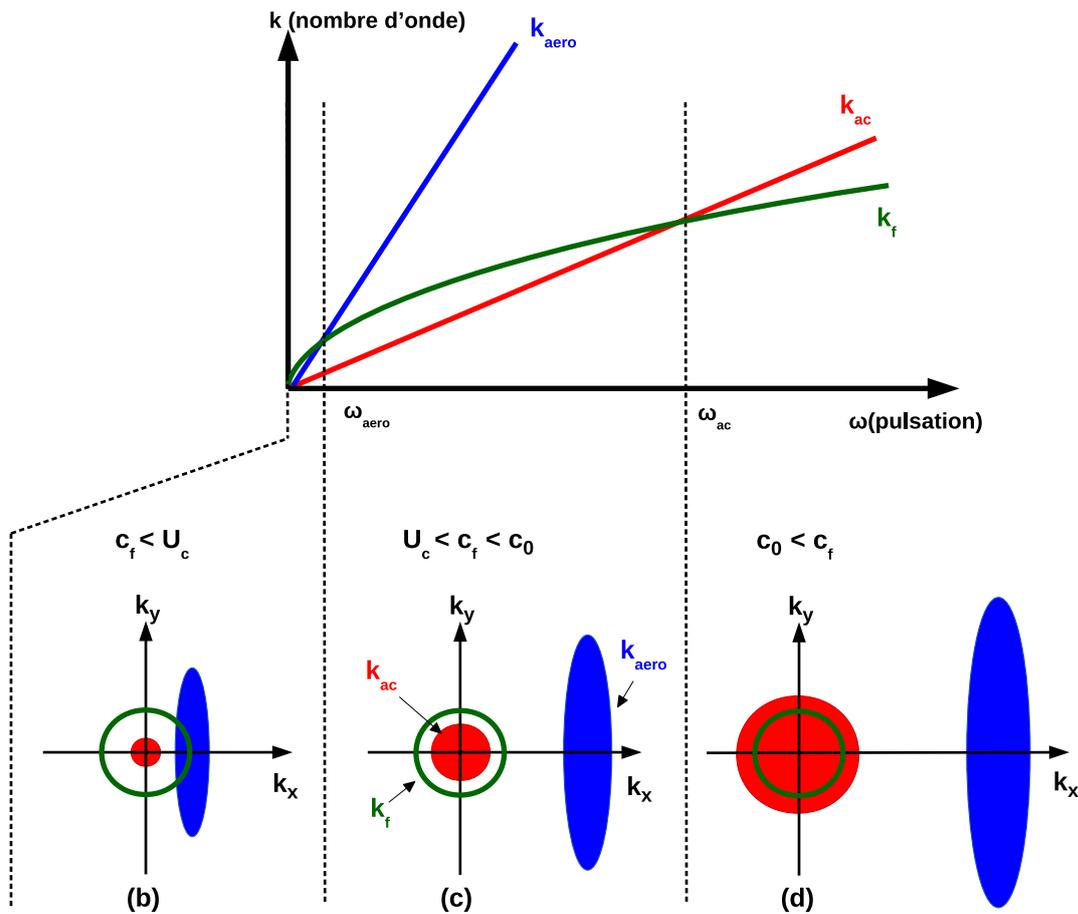


FIG. 1.9 – Évolution des nombres d'onde de flexion k_f , aérodynamique k_{aero} et acoustique k_{ac} en fonction de la pulsation en condition subsonique et allures du spectre fréquence-nombre d'onde d'une excitation de type couche limite turbulente pour (b) $\omega < \omega_{aero}$, (c) $\omega_{aero} < \omega < \omega_{ac}$ et (d) $\omega_{ac} < \omega$ [20, 21].

On choisira ici pour la représentation de la partie acoustique, le cas le plus général du champ diffus. La figure 1.9 montre l'évolution des nombres d'onde acoustique k_{ac} et de flexion k_f en fonction de la pulsation ω . Le nombre d'onde de flexion de la plaque est une courbe qui évolue en $\sqrt{\omega}$ conformément à l'équation de dispersion (1.9). Les nombres

d'ondes aérodynamique et acoustique sont des droites passant par l'origine du repère et coupant la courbe du nombre d'onde de flexion $k_f(\omega)$ à des pulsations particulières correspondant pour la composante aérodynamique à la fréquence de coïncidence aérodynamique ω_{aero} et pour la composante acoustique à la fréquence de coïncidence acoustique, appelée fréquence critique ω_{ac} . Ces fréquences peuvent être calculées d'après les équations (1.16), grâce aux paramètres mécaniques de la structure et à la vitesse de l'écoulement :

$$\omega_{aero} = \sqrt{\frac{12\rho(1-\nu^2)}{Eh^2}}U_c^2, \quad \text{et} \quad \omega_{ac} = \sqrt{\frac{12\rho(1-\nu^2)}{Eh^2}}c_0^2. \quad (1.16)$$

Dans le cas d'un écoulement se développant autour de l'habitacle d'une voiture à la vitesse de 140 km/h et en utilisant les paramètres mécaniques d'un vitrage automobile ($E = 48.5$ GPa, $\nu = 0.23$ et $\rho = 2500$ kg/m³), on obtient $\omega_{aero} \approx 23$ Hz et $\omega_{ac} \approx 3700$ Hz.

A la fréquence de coïncidence aérodynamique, les nombres d'onde de flexion et aérodynamique sont égaux. De même, à la fréquence de coïncidence acoustique, ceux de flexion et acoustique le sont aussi.

Le nombre d'onde aérodynamique augmente beaucoup plus rapidement que le nombre d'onde acoustique et s'éloigne très rapidement dans les hauts nombres d'onde. Cela provient du fait que la célérité des ondes acoustiques est beaucoup plus élevée que la vitesse de l'écoulement.

Dans l'espace des nombres d'onde (voir partie 1.1.4.1 et Fig.1.7), la contribution acoustique est représentée par un disque centré sur l'origine dont le rayon est égal au nombre d'onde acoustique k_{ac} et la majeure partie de la contribution aérodynamique par une ellipse centrée autour du nombre d'onde de convection k_{aero} sur l'axe k_x (la direction x étant celle de l'écoulement). Le nombre d'onde de flexion de la plaque k_f est schématisé par un cercle qui définit les ondes naturelles de la plaque infinie ou la zone des modes résonants pour les plaques finies.

Dans le cas de notre étude, l'écoulement est subsonique, c'est-à-dire que $U_c < c_0$. La figure 1.9 (b), (c) et (d), distingue trois configurations particulières du diagramme dans l'espace des nombres d'onde qui sont séparées par les deux fréquences de coïncidences :

- (i) Dans le cas où $0 < \omega < \omega_{aero}$, c'est-à-dire pour des fréquences inférieures à la fréquence de coïncidence aérodynamique et dans une zone où la vitesse des ondes de flexion est plus petite que la vitesse des ondes de convection, il peut y avoir coïncidence entre la longueur d'onde naturelle de la structure et les longueurs d'onde aérodynamiques de l'excitation. Cela se traduit par une superposition de l'ellipse convective sur le cercle du nombre d'onde naturel de flexion de la structure. Dans cette gamme de fréquences, il apparaît donc que les modes résonants sont essentiellement excités par les nombres d'onde de l'excitation aérodynamique. Le cercle représentant la composante acoustique est lui très petit en comparaison des autres composantes. Cela indique que la structure est peu sensible aux nombres d'onde acoustiques. Par ailleurs, le rayonnement étant faible, la transmission du bruit est limitée.
- (ii) Dans la bande de fréquences $\omega_{aero} \leq \omega < \omega_{ac}$, la composante aérodynamique se déplace rapidement selon l'axe k_x vers les hauts nombres d'onde. La région acoustique et le cercle représentant le nombre d'onde de flexion de la structure

s'élargissent. Les longueurs d'ondes aérodynamiques sont très petites devant celles de la structure vibrante. On a alors $k_{aero} > k_f$ et $k_{ac} < k_f$. Le couplage avec la vitre est à priori faible quelle que soit la nature de l'excitation. Il est difficile de savoir dans cette zone s'il y a une composante prépondérante dans la contribution du bruit émis à travers la paroi.

- (iii) Finalement, au dessus de la fréquence critique, lorsque $\omega > \omega_{ac}$, les nombres d'onde aérodynamiques sont repoussés dans les très hauts nombres d'onde et le nombre d'onde naturel de la structure se retrouve proche des nombres d'onde acoustiques. Il y a alors une forte coïncidence spatiale entre la composante acoustique et la vibration naturelle de la structure. Les modes résonants sont alors principalement excités par les fluctuations de nature acoustique. Ces modes sont contenus à l'intérieur du cercle acoustique et sont donc également rayonnants. Les bas nombres d'onde jouent un rôle particulièrement important dans le couplage entre l'excitation et le rayonnement de la structure. La composante acoustique a une grande influence dans la transmission du bruit à travers le vitrage.

En définitive, la composante acoustique, dont le niveau est largement plus faible que celui de la composante aérodynamique, joue un rôle essentiel dans les moyennes et surtout hautes fréquences, là où les modes résonants sont excités et rayonnants. Ce constat théorique a été vérifié par Van Herpe en 2013 [22] sur des simulations numériques. Il confirme le fait qu'après la fréquence critique, l'intégralité de la puissance rayonnée est donnée par les modes résonants excités acoustiquement. De plus, dans le cadre de l'automobile, les fréquences sensibles caractérisant la gêne sonore se situent aux alentours de la fréquence critique des vitrages. La composante acoustique, bien que noyée dans la dynamique imposée par la composante aérodynamique, constitue une partie essentielle du bruit transmis par les vitrages à l'intérieur de l'habitacle automobile.

1.2.3 État de l'art des différentes méthodes développées pour identifier la contribution acoustique

Il existe dans les écoulements turbulents différents mécanismes aérodynamiques qui contribuent à la transmission du bruit au travers d'une structure affleurante. Il est difficile de séparer les composantes acoustiques et aérodynamiques de l'écoulement puisqu'elles sont couplées dans les fluctuations de pression à la surface de la vitre. On trouve dans la littérature différentes méthodes qui essaient de traiter ce problème. Les approches les plus répandues sont présentées ci-dessous.

1.2.3.1 Méthodes basées sur les mesures couplées de pression et de vitesse de l'écoulement

Les études aérodynamiques utilisant les méthodes de mesures couplées sont très répandues dans la littérature. En constante recherche d'amélioration, l'industrie aéronautique contribue grandement à cette dynamique de recherche car les écoulements de type couche limite turbulente et décollé sont fréquemment rencontrés dans ce milieu (autour des ailes et du fuselage des avions par exemple).

Il existe principalement deux types de mesures couplées : la première et la plus courante utilise des données de vitesse et de pression pariétale et est utilisée pour l'étude de l'interaction entre l'écoulement et la paroi, la seconde inclut des mesures de pression acoustique et se porte plutôt sur l'identification des sources de bruit dans les écoulements.

Thomas et Bull en 1983 et Cherry *et al.* en 1984 [23, 24] font partie des premiers à avoir étudié les mécanismes d'interaction entre l'écoulement et la paroi par mesures couplées de vitesse et de pression pariétale. Tous deux mettent en évidence que les instationnarités dans les écoulements génèrent des variations de pression pariétale. En 1995, Wilczynski et Casarella [25], par une méthode de mesures couplées au fil chaud et par une analyse des cohérences, montrent qu'il existe deux zones distinctes dans une couche limite turbulente. La première qui est située sur la partie extérieure de l'écoulement, est caractérisée par des fluctuations de pression moyenne fréquence liées aux structures aérodynamiques de l'écoulement. La seconde, plus proche des parois est caractérisée par des fluctuations haute fréquence liées aux structures plutôt acoustiques de l'écoulement. Peu après ces études est créée la méthode PIV (Particle image velocimetry) et le nombre d'études s'accroît fortement. Parmi les plus connus on peut citer Largeau et Hudy *et al.* [26, 27] qui étudient respectivement les écoulements en aval de marches montantes et descendantes. Dans le domaine automobile, Ruiz [28] s'intéresse à la signature des fluctuations de pression pariétale dans le sillage tridimensionnel d'un modèle simplifié de rétroviseur.

Les études portant sur la génération de bruit dans les écoulements turbulents sont moins nombreuses. Ruiz en 2010 étudie, toujours dans le sillage d'un modèle simplifié de rétroviseur, la génération de bruit en champ lointain par des mécanismes aérodynamiques. Largeau s'intéresse quant à lui à la génération de bruit en aval d'une marche montante [29]. Les résultats sont peu convaincants. Les corrélations sont trop bruitées et ne permettent pas de conclure. Ce problème a pour origine le niveau trop faible de la composante acoustique qui est noyée dans l'écoulement total. Pour réussir à la mesurer, il est impératif d'avoir des capteurs (microphones) ayant un très bon rapport signal sur bruit (RSB). Henning *et al.* [30] en 2008 montrent que pour réduire le bruit dans les calculs de corrélation, il faut obtenir un grand nombre de mesures de pression acoustique synchrone et donc augmenter significativement le nombre d'échantillons. Ces études ont été reprises récemment par Bessis [31] pour l'analyse des sources de bruit aérodynamiques à partir de mesures couplées. Ses conclusions sont les mêmes, il est très difficile de pouvoir quantifier les deux contributions sur des cas expérimentaux.

1.2.3.2 Méthodes POD et ICA

La méthode POD (Proper Orthogonal Decomposition) et la méthode ICA (Independent Component Analysis) sont des techniques issues du domaine du traitement du signal et des statistiques.

La méthode POD et plus récemment la méthode EPOD (POD Étendue) ont été introduites par Lumley en 1967 [32] pour le domaine de la mécanique des fluides. Elles sont couramment utilisées aujourd'hui pour l'analyse des structures instationnaires dans les écoulements turbulents. On peut citer par exemple les études de Bonnet *et al.* en 1994 [33], de Borée en 2003 [34] ou Hudy *et al.* en 2007 [27]. Ces études démontrent qu'avec ces

méthodes, il est possible d'extraire par un filtrage en nombre d'onde, la partie la plus énergétique du champ de pression total, soit principalement la composante aérodynamique. Cependant selon Henning *et al.* [30] en 2008 et plus récemment selon Gaudard *et al.* en 2014 [35], ces méthodes ne permettent pas de totalement séparer les deux composantes, ni de les quantifier.

La méthode ICA est appliquée sur des signaux de pression pariétale en 2001 par Hyvarinen *et al.* [36]. Elle permet la séparation des signaux en fonction de l'écart de leurs distributions statistiques à une distribution gaussienne. La méthode permet alors de séparer, dans les signaux étudiés, les contributions non gaussiennes c'est-à-dire la composante aérodynamique. L'inconvénient majeur de la méthode est que pour fonctionner, il faut supposer que la contribution acoustique est caractérisée par une distribution gaussienne. Cela n'est le cas que pour un champ diffus. En pratique il n'est pas possible de connaître la nature de la contribution acoustique avant les mesures. De plus, comme pour les méthodes POD, il n'est pas possible actuellement de caractériser la proportion énergétique de chaque composante. Ces méthodes sont encore le siège de nombreuses recherches.

1.2.3.3 Méthodes basées sur le filtrage dans le domaine des nombres d'onde

La représentation dans le domaine des nombres d'onde d'un écoulement turbulent permet de représenter et de séparer les deux contributions du champ d'excitation. Il y a une composante acoustique peu énergétique située dans les bas nombres d'onde et une composante aérodynamique très énergétique située dans les hauts nombres d'onde. Ces caractéristiques spatiales constituent la base de la méthode. L'acquisition de la pression pariétale en différentes positions de la structure et sa transformée de Fourier dans le domaine des nombres d'onde permet le calcul du spectre en fréquences-nombres d'onde de l'excitation. Les deux contributions peuvent être séparées en fonction de leurs caractéristiques spatiales par la méthode du masquage introduite en 1993 par Manoha [37]. Cette méthode a été utilisée en 2001 par Lee et Sung [38] sur l'écoulement en aval d'une marche descendante et plus récemment par Arguillat en 2006 [6] sur des écoulements turbulents générés en soufflerie et par simulations. Les résultats montrent que la méthode est capable de séparer les deux contributions autant sur des simulations qu'expérimentalement. En 2010, Arguillat *et al.* [39] utilisent cette méthode sur l'écoulement formé autour d'un pare-brise de voiture et isolent la composante acoustique. Debert en 2006 et Bremmer en 2012 [40, 4] confirment ces résultats sur simulations de couche limite turbulente, marche montante et écoulement derrière un rétroviseur en paroi mais ne parviennent pas à les reproduire de manière expérimentale. Les spectres sont trop bruités. C'est le problème majeur de ce type d'approche expérimentale. Les capteurs, devant être capables de mesurer des bas nombres d'onde de très faibles amplitudes, nécessitent une très grande dynamique. Par ailleurs, pour accéder aux bas nombres d'onde, les méthodes requièrent souvent un très grand nombre de capteurs montés sur la structure par des inserts de sorte qu'ils soient affleurants à l'écoulement. C'est une instrumentation lourde qui peut changer les caractéristiques mécaniques de la plaque étudiée. Ainsi, Arguillat dans ses expériences, utilisait une antenne circulaire de 63 capteurs alignés avec 3 tailles et 3 espacements différents. Tous ces inconvénients rendent ces méthodes difficiles à mettre en place et difficilement exploitables.

1.3 Conclusions

Il existe aujourd'hui une grande diversité d'approches pour caractériser les écoulements turbulents et les fluctuations de pression pariétale sur des structures. La plupart se consacrent aux mécanismes d'interaction entre l'écoulement et la paroi mais de plus en plus d'études portent sur le bruit créé par des excitations turbulentes et sur sa transmission à travers une paroi. Les turbulences de l'écoulement génèrent une excitation aérodynamique et une excitation acoustique qui sont couplées dans le champ d'excitation total. La composante aérodynamique est très énergétique par rapport à la composante acoustique. Une mesure de pression ne permet donc pas la différenciation de ces deux contributions. La composante acoustique reste noyée dans le champ total. L'utilisation des nombres d'onde et la représentation du spectre en fréquences-nombres d'onde des fluctuations de pression pariétale est indispensable pour séparer et quantifier les deux composantes. Elle permet de se baser sur les caractéristiques spatiales des excitations et non sur leur niveau d'énergie.

Dans le domaine spatial, la composante acoustique est située dans les bas nombres d'onde contrairement à la composante aérodynamique située dans les hauts nombres d'onde. Outre le fait de pouvoir séparer les deux composantes, cette représentation permet aussi de mettre en évidence les mécanismes vibroacoustiques et les différents couplages qui régissent la transmission du bruit au travers une paroi. Il existe une coïncidence spatiale entre les ondes de flexion de la paroi et les ondes acoustiques de l'excitation. Il en résulte une forte sensibilité de la structure à l'excitation bas nombre d'onde de l'écoulement. Les modes résonants qui constituent un filtrage spatial sont fortement excités par l'excitation acoustique. Par ailleurs, ces modes résonants sont aussi rayonnants. La transmission du bruit est alors maximale.

Plusieurs méthodes de mesures existent pour caractériser et quantifier la composante bas nombre d'onde. Elles sont principalement basées sur des mesures directes de pression pariétale. L'objectif est ici de mesurer directement la pression pariétale qui excite la plaque dont la vibration rayonne et génère du bruit à l'intérieur de l'habitacle. Cependant, comme expliqué à la partie 1.2.3, les mesures sont fastidieuses. Ces méthodes, bien qu'efficaces en simulation, ne donnent pas de résultats satisfaisants sur des cas réels.

Nous proposons dans cette étude d'utiliser une approche basée, non pas sur la mesure de pression pariétale, mais sur la mesure de la vibration de la structure. Cette méthode est indirecte puisqu'au lieu de mesurer directement la pression, on mesure la vibration de la plaque pour identifier la distribution de force (donc la pression) excitatrice. Cette méthode a été nommée "méthode de Résolution Inverse" (méthode RI) et se base sur l'équation du mouvement de la structure. À partir de la mesure simultanée des vibrations en certaines positions particulières, la distribution de force excitatrice est reconstruite. La méthode repose sur la capacité de la structure à jouer le rôle d'un filtre en nombre d'onde grâce à l'existence de la forte coïncidence spatiale entre les longueurs d'onde de l'excitation acoustique et celles de flexion de la plaque.

Pour minimiser la sensibilité du calcul au bruit de mesure, inhérente à la grande majorité des méthodes de résolution inverses, deux évolutions de la méthode RI ont été apportées :

- la méthode RIFF (Résolution Inverse Filtrée Fenêtrée) qui utilise un fenêtrage spatial et un filtrage en nombre d'onde pour régulariser la solution ;

- la méthode RIC (Résolution Inverse Corrigée) où un facteur correctif est appliqué directement dans l'équation de mouvement discrétisée.

Ces méthodes inverses ont les avantages d'être locales car il n'y a pas besoin de connaître les conditions limites ou le champ vibratoire sur la totalité de la structure. Elles sont faciles à mettre en œuvre contrairement aux mesures directes.

Ces travaux de recherches sont la suite des travaux réalisés par Lecoq en 2014 [9, 10, 41], qui a obtenu avec les différentes méthodes inverses RI, RIFF et RIC, des résultats très encourageants sur la simulation numérique d'une vitre soumise à une excitation de type couche limite turbulente (CLT) puis expérimentalement dans une veine à écoulement. Ces résultats seront brièvement présentés dans la suite de ce chapitre.

1.4 Les méthodes de Résolution Inverse

1.4.1 Le début des approches vibratoires

En 1972, Aupperle et Lambert [42] utilisent le filtrage naturel apporté par une structure en vibrations sur le cas d'une poutre. Quelques années plus tard, Martin, Leehey [43] et plus tard Jameson [44] filtrent les pressions pariétales turbulentes sur une plaque et une membrane en utilisant les modes de ces structures. La vibration générée par chaque mode est exprimée théoriquement pour des jeux de conditions aux limites connues (encastrées, libres, supportées...). Cependant il est très difficile dans des cas non académiques et expérimentaux de connaître les conditions aux limites et donc d'appliquer correctement ces méthodes. Par ailleurs, les résultats ne sont connus qu'aux fréquences de résonance.

Dans les années 1990, Pézerat et Guyader développent la méthode de Résolution Inverse et sa première évolution, la méthode RIFF [7]. Ces méthodes ne sont pas basées sur une formulation modale mais sur la mesure du champ vibratoire et sur l'utilisation de l'équation du mouvement discrétisée (voir Fig. 1.10). Elles présentent les avantages d'être simples à mettre en œuvre, de pouvoir être utilisées pour toutes les fréquences et d'être locales.

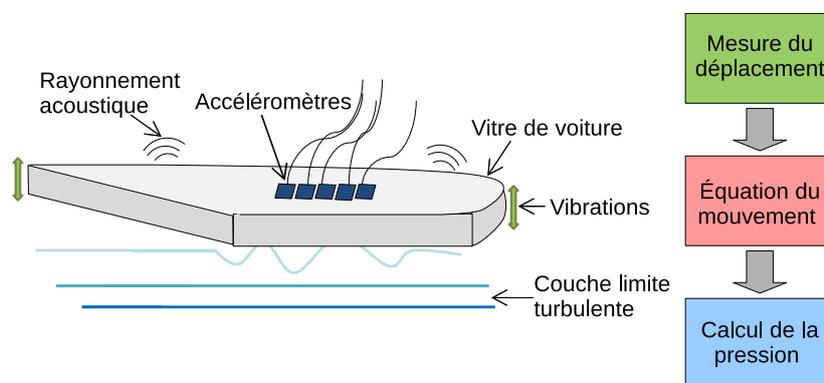


FIG. 1.10 – Schématisation de la méthode RI appliquée au cas d'un vitrage automobile

1.4.2 La méthode RI - Résolution Inverse

La méthode de Résolution Inverse RI permet d'identifier et de mesurer localement les efforts appliqués sur une structure à partir de la mesure du champ vibratoire et de l'utilisation de son équation de mouvement. Dans le cas d'une poutre en flexion excitée en régime harmonique (hypothèse Euler-Bernoulli), l'équation du mouvement selon le modèle de Kirchhoff-Love s'écrit :

$$F(x, \omega) = EI \frac{\partial^4 w(x, \omega)}{\partial x^4} - \rho S \omega^2 w(x, \omega), \quad (1.17)$$

où $w(x, \omega)$ est le champ de déplacement, $F(x, \omega)$ est la distribution de force appliquée sur la poutre à la position x et pour la pulsation ω , S la section, E le module d'Young, ρ la masse volumique et I le moment d'inertie de la poutre.

L'objectif est donc de calculer la distribution de force appliquée sur la structure $F(x, \omega)$ (membre gauche de l'équation) pour chaque fréquence à partir de la mesure de déplacement $w(x, \omega)$ et du calcul du membre droit de l'équation (1.17). On note que seules l'équation et les caractéristiques du matériau nécessitent d'être connues. La connaissance des conditions aux limites ou des données en dehors du domaine d'étude est inutile.

La dérivée quatrième de l'équation (1.17) qui ne peut être mesurée ou calculée directement, est estimée par un schéma aux différences finies, noté δ_{Δ}^{4x} , d'ordre 1 et d'espacement régulier Δ (Eq. (1.19) et Fig. 1.11). La distribution de force est reconstruite par l'équation du mouvement discrétisée :

$$F^{\text{RI}}(x, \omega) = EI \delta_{\Delta}^{4x} - \rho S \omega^2 w(x, \omega). \quad (1.18)$$

L'approximation de la dérivée par un schéma aux différences finies détermine et contraint le nombre de points de mesure. Pour le cas monodimensionnel d'une poutre, 5 points de mesure sont nécessaires :

$$\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} \Rightarrow \delta_{\Delta}^{4x} = \frac{1}{\Delta^4} [w(x + 2\Delta, y) - 4w(x + \Delta, y) + 6w(x, y) - 4w(x - \Delta, y) + w(x - 2\Delta, y)]. \quad (1.19)$$

Dans le cas bidimensionnel d'une plaque mince, l'équation du mouvement analytique en coordonnées cartésiennes s'écrit :

$$F(x, y, \omega) = D \left(\frac{\partial^4 w(x, y, \omega)}{\partial x^4} + \frac{\partial^4 w(x, y, \omega)}{\partial y^4} + 2 \frac{\partial^4 w(x, y, \omega)}{\partial x^2 \partial y^2} \right) - \rho h \omega^2 w(x, y, \omega), \quad (1.20)$$

avec h l'épaisseur de la plaque, $D = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)}$ la rigidité de la structure, ν le coefficient de Poisson.

L'estimation de la distribution de force appliquée sur une plaque par la méthode inverse est donnée par l'équation :

$$F^{\text{RI}}(x, y, \omega) = D (\delta_{\Delta}^{4x} + \delta_{\Delta}^{4y} + 2\delta_{\Delta}^{2x2y}) - \rho h \omega^2 w(x, y, \omega), \quad (1.21)$$

avec δ_{Δ}^{4x} , δ_{Δ}^{4y} et δ_{Δ}^{2x2y} respectivement les approximations aux différences finies des dérivées $\frac{\partial^4 w}{\partial x^4}$, $\frac{\partial^4 w}{\partial y^4}$ et $\frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2}$ et égales à :

$$\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} \Rightarrow \delta_{\Delta}^{4x} = \frac{1}{\Delta^4} [w(x + 2\Delta, y) - 4w(x + \Delta, y) + 6w(x, y) - 4w(x - \Delta, y) + w(x - 2\Delta, y)], \quad (1.22)$$

$$\frac{\partial^4 w}{\partial y^4} \Rightarrow \delta_{\Delta}^{4y} = \frac{1}{\Delta^4} [w(x, y + 2\Delta) - 4w(x, y + \Delta) + 6w(x, y) - 4w(x, y - \Delta) + w(x, y - 2\Delta)], \quad (1.23)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} \Rightarrow \delta_{\Delta}^{2x2y} &= \frac{1}{\Delta^4} [w(x + \Delta, y + \Delta) - 2w(x + \Delta, y) \\ &+ w(x + \Delta, y - \Delta) - 2w(x, y + \Delta) + 4w(x, y) - 2w(x, y - \Delta) \\ &+ w(x - \Delta, y + \Delta) - 2w(x - \Delta, y) + w(x - \Delta, y - \Delta)]. \end{aligned} \quad (1.24)$$



FIG. 1.11 – Schémas aux différences finies pour une poutre (a) et pour une plaque (b).

L'avantage de la méthode inverse est son aspect local. Pour approximer la distribution de force en un point, il suffit seulement de 13 points de mesure et de l'équation du mouvement de la plaque. Cependant les dérivées quatrièmes rendent le problème instable, spécialement quand la mesure est bruitée. Les petites longueurs d'onde liées au bruit sont alors fortement amplifiées, ce qui engendre des erreurs dans les hauts nombres d'onde. Pour corriger ce problème, deux méthodes ont été développées : la méthode RIFF (Résolution Inverse Filtrée Fenêtrée) qui régularise la solution en filtrant et fenêtrant la distribution de force reconstruite et la méthode RIC (Résolution Inverse Corrigée) qui introduit une correction sur le schéma aux différences finies.

1.4.3 La méthode RIFF - Résolution Inverse Filtrée Fenêtrée

Puisque l'instabilité de la méthode repose sur l'amplification des composantes hauts nombres d'onde polluées par le bruit, la méthode RIFF propose de filtrer ces composantes. Un filtre passe-bas est appliqué par convolution à la distribution de force reconstruite. Cette opération est impossible aux bords du domaine où les incertitudes ne sont pas nulles. Pour pouvoir appliquer le filtrage aux limites, un fenêtrage doit premièrement être appliqué sur la distribution de force. La fenêtre usuelle appliquée est une fenêtre de Tukey constituée de demi-fenêtres de Hanning aux extrémités dont les largeurs correspondent à une longueur d'onde de coupure λ_c et qui est égale à l'unité sur le reste du domaine (voir

Fig. 1.12). La distribution de force reconstruite est ensuite filtrée par un filtre passe-bas dont la réponse est un sinus cardinal pondéré par une fenêtre de Hanning (Eq. (1.25)). Ce choix permet d'avoir une réponse finie et de garder l'aspect local de la méthode.

$$h'(x, y) = \begin{cases} \frac{\sin(k_c x) \sin(k_c y) [1 + \cos(\frac{k_c x}{2})] [1 + \cos(\frac{k_c y}{2})]}{4\pi^2 xy} & \text{pour } x \text{ et } y \in \left[-\frac{2\pi}{k_c} : \frac{2\pi}{k_c}\right], \\ 0 & \text{sinon,} \end{cases} \quad (1.25)$$

où k_c est le nombre d'onde de coupure du filtre. L'opération de filtrage spatial correspond à la convolution discrète entre F^{RI} et la réponse h' .

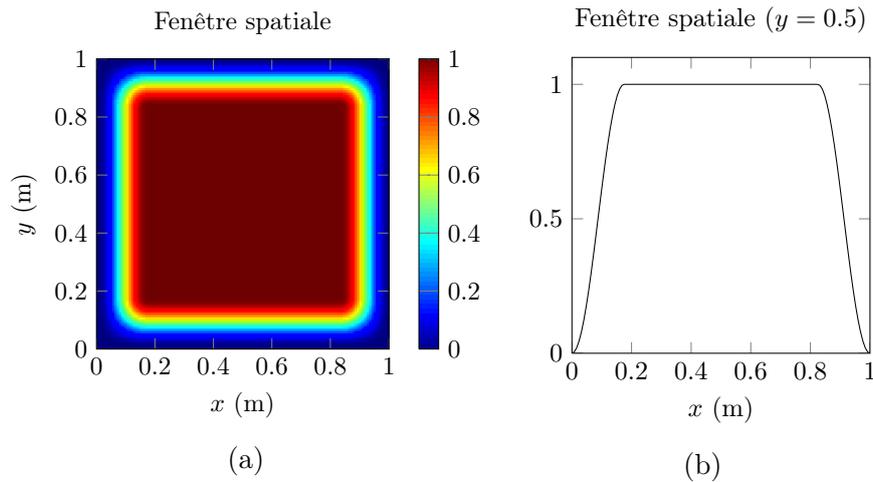


FIG. 1.12 – Fenêtrage spatial utilisé dans la régularisation de la méthode RIFF pour un coefficient $a = 2$ [9].

L'un des aspects les plus importants de la méthode RIFF est le choix du nombre d'onde de coupure k_c . S'il est trop faible, la distribution reconstruite est trop lissée et perd en précision. Au contraire, lorsqu'il est trop grand, la précision est meilleure mais le bruit de mesure n'est plus filtré. Dans sa thèse, Pézerat [45] propose de prendre un nombre d'onde de coupure proportionnel au nombre d'onde de flexion :

$$k_c = a * k_f, \quad (1.26)$$

où a est appelé paramètre de régularisation. Par expérience, on prend :

- $a = 1$ pour des mesures fortement bruitées (conditions industrielles),
- $a = 2$ pour de bonnes mesures (mesures en laboratoire avec signaux aléatoires),
- $a = 4$ pour de très bonnes mesures (mesures en laboratoire avec signaux déterministes).

Dans notre étude, nous ne reviendrons pas sur la méthode RIFF qui n'est pas adaptée aux mesures réelles sur vitrages de véhicules automobiles. Elle nécessite en effet d'acquérir un nombre trop important de points de mesure sur une zone spatiale étendue pour que la régularisation soit appliquée correctement. L'étude se concentrera donc sur la méthode RIC.

1.4.4 La méthode RIC - Résolution Inverse Corrigée

1.4.4.1 Cas monodimensionnel de la poutre

Une seconde méthode a été développée par Pézerat et Leclère en 2012 [8]. Elle permet d'annuler l'erreur apportée par la discrétisation de l'équation du mouvement par le schéma aux différences finies en ajoutant une correction. Cette erreur peut-être visualisée par une fonction de transfert exprimée comme le rapport de l'équation de mouvement discrétisée par la méthode inverse (Eq. (1.28)) sur l'équation du mouvement analytique (Eq. (1.27)) dans le domaine des nombres d'onde. Dans le cas monodimensionnel d'une poutre et selon les hypothèses d'Euler-Bernoulli, on a :

$$\widehat{F}(k, \omega) = EI(k^4 - k_f^4)\widehat{w}(k, \omega), \quad (1.27)$$

$$\widehat{F}^{RI}(k, \omega) = EI(\kappa_{1D}^4 - k_f^4)\widehat{w}(k, \omega), \quad (1.28)$$

avec $k_f = \sqrt[4]{\frac{\rho S}{EI}}\sqrt{\omega}$ le nombre d'onde de flexion d'une poutre et $\widehat{w}(k, \omega)$ la transformée de Fourier spatiale de $w(x, \omega)$. $\widehat{w}(k, \omega)\kappa_{1D}^4 = \widehat{\delta}_{\Delta}^{4x}$, c'est la transformée de Fourier du schéma aux différences finies δ_{Δ}^{4x} dans le domaine des nombres d'onde :

$$\widehat{\delta}_{\Delta}^{4x} = \frac{2 \cos(2k\Delta) - 8 \cos(k\Delta) + 6}{\Delta^4} \widehat{w}(k, \omega), \quad (1.29)$$

$$\text{et } \kappa_{1D}^4 = \frac{2 \cos(2k\Delta) - 8 \cos(k\Delta) + 6}{\Delta^4}.$$

Le rapport des équations 1.28 sur 1.27, que nous noterons dans la suite de l'étude $H^{PoutreRI}$, représente l'erreur faite par le schéma aux différences finies dans le domaine des nombres d'onde et s'exprime :

$$H^{PoutreRI}(k, \omega) = \frac{\widehat{F}^{RI}(k, \omega)}{\widehat{F}(k, \omega)} = \frac{\kappa_{1D}^4 - k_f^4}{k^4 - k_f^4}. \quad (1.30)$$

Cette fonction que l'on peut définir comme une fonction de transfert d'un filtre en nombre d'onde, peut être tracée pour différentes valeurs du nombre de points par longueur d'onde n correspondant à un espacement Δ différent :

$$n = \frac{\lambda_f}{\Delta} = \frac{2\pi}{k_f \Delta}. \quad (1.31)$$

La figure 1.13 montre ainsi l'allure des courbes obtenues pour plusieurs n et à une valeur de pulsation ω définie. On observe un filtre passe-bas avec un nombre d'onde de coupure aux alentours de $k = k_f$. Cependant, cette fonction présente deux singularités à $k = k_f$ et $k = \kappa_{1D}$, une amplification importante suivie d'une forte réduction et de lobes secondaires. Les deux singularités correspondent simplement au pôle et à la racine de la fonction de transfert $H^{PoutreRI}$.

Par ailleurs, lorsque le nombre n décroît, c'est-à-dire lorsque la fréquence spatiale augmente, l'amplitude des lobes secondaires diminue fortement. Le filtrage est de plus en plus fort. Cela souligne le fait que la méthode inverse et plus précisément le schéma aux différences finies joue un rôle de filtre passe-bas dans le domaine des nombres d'onde. Le choix

de l'espacement entre les points de mesure permet de régler ce filtrage. Plus l'espacement est grand, plus le filtrage est efficace.

Le choix de n est néanmoins limité en haute fréquence par le critère d'échantillonnage de Shannon qui préconise d'avoir au moins 2 points par longueur d'onde pour que la correction soit valide. En ce qui concerne la limite basse fréquence, elle est définie par la taille de l'antenne et par conséquent aussi par le pas spatial (taille de l'antenne équivalent à une longueur d'onde). Il est important que n ne soit pas trop grand (c'est-à-dire que le pas de discrétisation soit trop petit) pour que le filtre reste assez sélectif et qu'il ne prenne pas en compte les hauts nombres d'onde sensibles aux instabilités de mesure. Pour une discrétisation Δ donnée, la méthode a donc une plage de validité fréquentielle de :

$$f^{\min}(\Delta) = \frac{\pi}{8\Delta^2} \sqrt{\frac{Eh^2}{12\rho(1-\nu^2)}} \quad \text{et} \quad f^{\max}(\Delta) = \frac{\pi}{2\Delta^2} \sqrt{\frac{Eh^2}{12\rho(1-\nu^2)}}. \quad (1.32)$$

Leclère et Pézerat démontrent dans leur publication [8] qu'il est possible d'élargir cette gamme fréquentielle. La limitation de 2 points par longueur d'onde peut être légèrement diminuée jusqu'à 1.85 puisqu'on ne s'intéresse pas ici à l'identification de la réponse spatiale de la structure mais à la distribution de force qui n'est pas dépendante de la structure.

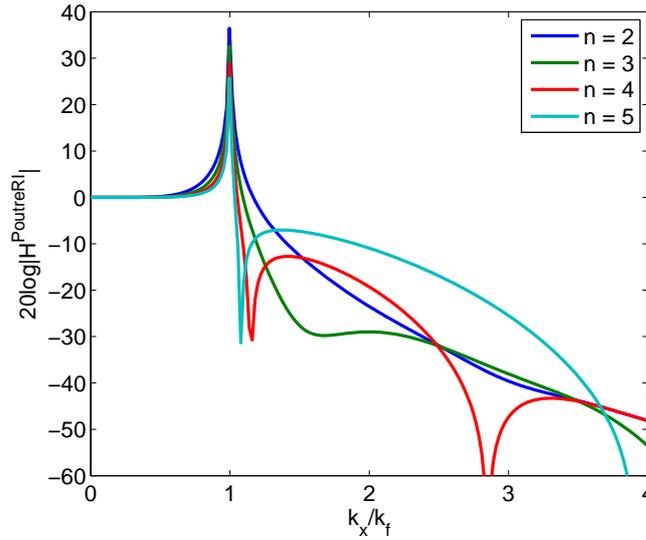


FIG. 1.13 – Filtre $H^{PoutreRI}$ dans le domaine des nombres d'onde pour différentes valeurs du nombre de points par longueur d'onde n .

La méthode RIC cherche à conserver l'effet de filtrage naturel apporté par le schéma aux différences finies tout en corrigeant les singularités au nombre d'onde de flexion de la poutre. Pour cela, un coefficient noté μ , calculé à chaque fréquence, est appliqué pour accorder le zéro du numérateur de l'équation 1.30 avec le pôle de son dénominateur, ce qui revient à aligner les deux singularités observées en figure 1.13. Ce calcul est détaillé dans la publication de Leclère *et al.* [8] et mène au résultat suivant :

$$\mu = \frac{k_f \Delta_x}{\sqrt{2 - 2 \cos(k_f \Delta_x)}}. \quad (1.33)$$

La fonction de transfert de la méthode RIC, appelée $H^{PoutreRIC}$ devient :

$$H^{PoutreRIC}(k_x, \omega) = \frac{\widehat{F}^{RIC}(k_x, \omega)}{\widehat{F}(k_x, \omega)} = \frac{\mu^4 \kappa_{1D}^4 - k_f^4}{k^4 - k_f^4}. \quad (1.34)$$

Sa représentation dans le domaine des nombres d'onde est présentée à la figure 1.14. L'effet du filtrage est conservé et les singularités au nombre d'onde de flexion de la structure sont complètement corrigées.

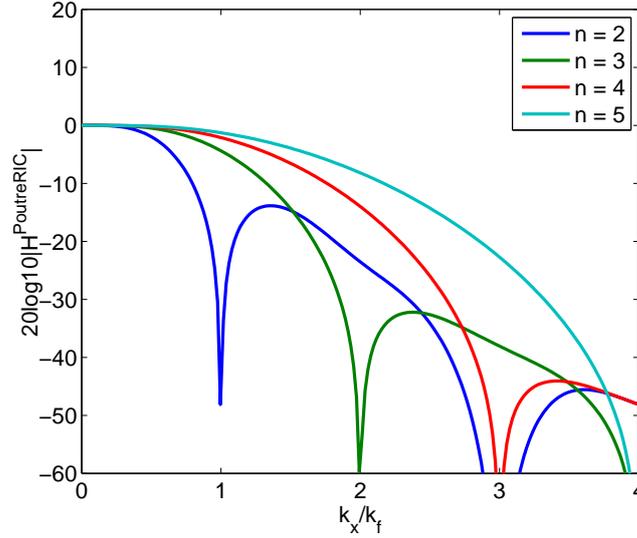


FIG. 1.14 – Filtre $H^{PoutreRIC}$ dans le domaine des nombres d'onde pour différentes valeurs du nombre de points par longueur d'onde n .

En pratique, la procédure de reconstruction de la distribution de force reste la même que dans la méthode inverse classique, il est juste nécessaire d'ajouter la correction sur le schéma aux différences finies. La distribution de force reconstruite par la méthode RIC s'écrit :

$$F^{RIC}(x, \omega) = EI\mu^4 \delta_{\Delta}^{4x} - \rho S \omega^2 w(x, \omega). \quad (1.35)$$

1.4.4.2 Cas bidimensionnel de la plaque

De la même manière que pour le cas monodimensionnel, le filtre $H^{PlaqueRI}$ s'écrit comme le rapport de l'équation de la plaque discrétisée (Eq. (1.37)) sur son équation analytique (Eq. (1.36)) dans le domaine des nombres d'onde :

$$\widehat{F}(k_x, k_y, \omega) = D((k_x^2 + k_y^2)^2 - k_f^4) \widehat{w}(k_x, k_y, \omega), \quad (1.36)$$

$$\widehat{F}^{RI}(k_x, k_y, \omega) = D(\kappa_{2D}^4 - k_f^4) \widehat{w}(k_x, k_y, \omega), \quad (1.37)$$

avec $k_f = \sqrt[4]{\frac{\rho h}{D}} \sqrt{\omega}$ le nombre d'onde de flexion d'une plaque et $\widehat{w}(k_x, k_y, \omega) \kappa_{2D}^4$ la transformée de Fourier dans le domaine des nombres d'onde du schéma aux différences finies

en 2D ($\delta_{\Delta}^{4x} + \delta_{\Delta}^{4y} + 2\delta_{\Delta}^{2x2y}$). En posant $X = \cos(k_x\Delta)$ et $Y = \cos(k_y\Delta)$, on obtient κ_{2D}^4 :

$$\kappa_{2D}^4 = \frac{4(1-X)^2 + 4(1-Y)^2 + 8(1-X)(1-Y)}{\Delta^4}. \quad (1.38)$$

La fonction de transfert $H^{PlaqueRI}$ s'exprime alors selon :

$$H^{PlaqueRI}(k_x, k_y, \omega) = \frac{\widehat{F}^{RI}(k_x, k_y, \omega)}{\widehat{F}(k_x, k_y, \omega)} = \frac{\kappa_{2D}^4 - k_f^4}{(k_x^2 + k_y^2)^2 - k_f^4}. \quad (1.39)$$

On reconnaît au dénominateur l'équation d'un cercle de rayon k_f . Le filtre est un filtre passe-bas en deux dimensions avec une résonance suivie d'une anti-résonance sur le cercle de rayon k_f . Le filtrage évolue en fonction du nombre de points par longueur d'onde n . Plus il est faible, plus le filtrage est fort mais plus la singularité est accentuée. Au contraire quand n est trop grand, la singularité est plus faible mais des lobes secondaires apparaissent (voir Fig. 1.15 et 1.16).

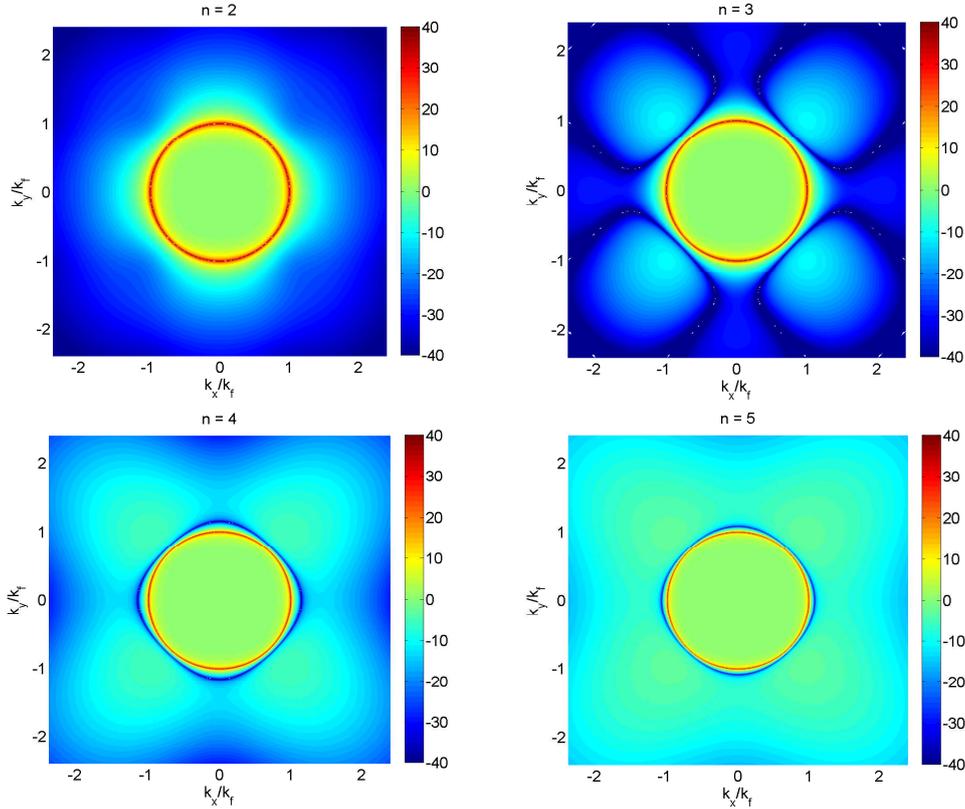


FIG. 1.15 – Filtre $H^{PlaqueRI}$ en 2D dans le domaine des nombres d'onde pour différentes valeurs du nombre de points par longueur d'onde n et à une fréquence donnée.

La correction RIC est calculée de la même manière que pour le cas monodimensionnel de la poutre, c'est-à-dire pour égaliser les racines du numérateur et du dénominateur. Il est proposé de définir deux facteurs correctifs : le premier pour $k_x = 0$ et $k_y = k_f$ et $k_x = k_f$ et $k_y = 0$, le second pour $k_x = k_y = \frac{k_f}{\sqrt{2}}$. De cette manière, la correction ne

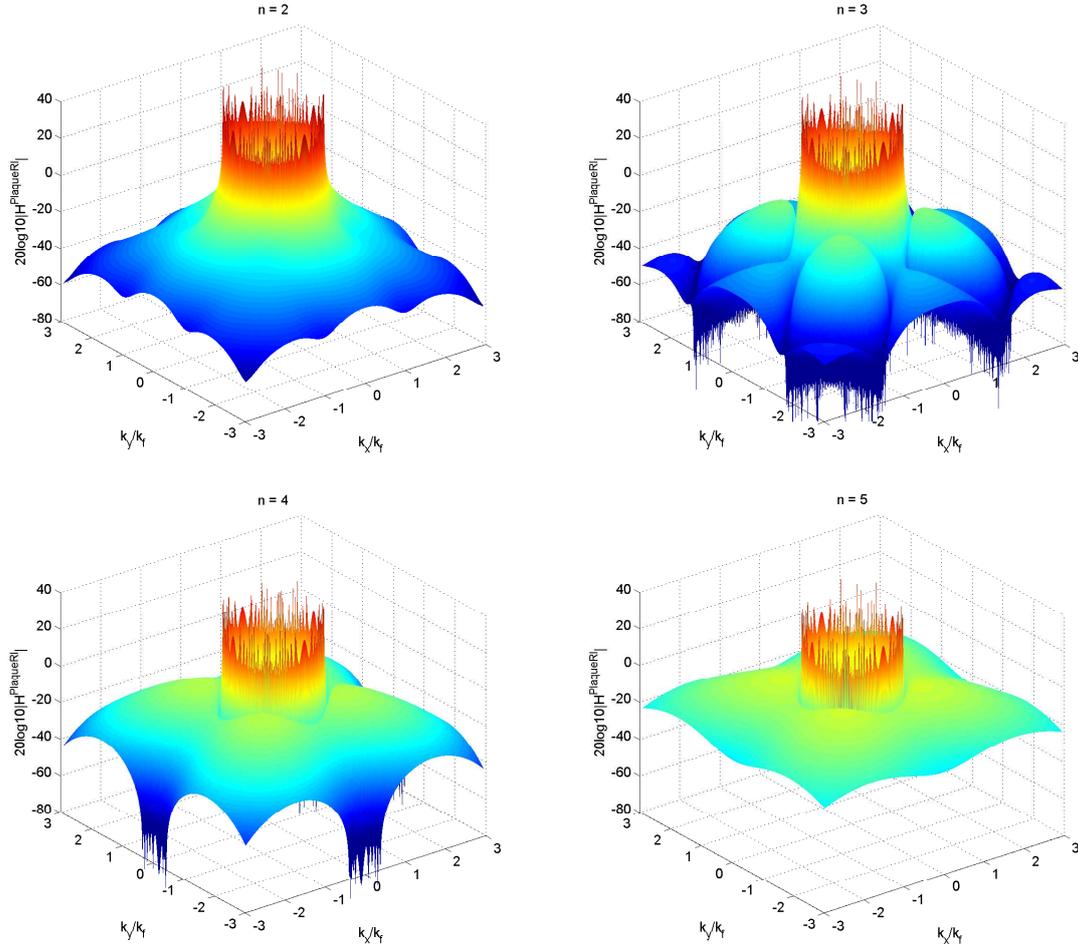


FIG. 1.16 – Filtre $H^{PlaqueRI}$ en 3D dans le domaine des nombres d'onde pour différentes valeurs du nombre de points par longueur d'onde n .

peut cependant pas être effective sur tout le cercle de rayon k_f . La distribution de force reconstruite par la méthode RIC s'exprime finalement par :

$$F^{RIC}(x, y, \omega) = D (\tilde{\mu}^4 \delta_{\Delta}^{4x} + \tilde{\mu}^4 \delta_{\Delta}^{4y} + 2\tilde{\nu}^4 \delta_{\Delta}^{2x2y}) - \rho h \omega^2 w(x, y, \omega), \quad (1.40)$$

avec

$$\tilde{\mu}^4 = \frac{\Delta^4 k_f^4}{4 [1 - \cos(k_f \Delta)]^2} \quad \text{et} \quad \tilde{\nu}^4 = \frac{\Delta^4 k_f^4}{8 \left[1 - \cos\left(\frac{k_f \Delta}{\sqrt{2}}\right)\right]^2} - \mu^4. \quad (1.41)$$

Le filtre corrigé est tracé aux figures 1.17 et 1.18. La correction a permis d'aligner les deux singularités de la réponse $H^{PlaqueRI}(k_x, k_y, \omega)$ en trois points qui sont : $x_1(k_x = 0, k_y = k_f)$, $x_2(k_x = k_f, k_y = 0)$ et $x_3(k_x = k_y = \frac{\sqrt{2}}{2} k_f)$. Cela permet de minimiser l'effet de la résonance autour de k_f .

L'expression de la fonction de transfert corrigée $H^{PlaqueRIC}(k_x, k_y, \omega)$ s'écrit :

$$H^{PlaqueRIC}(k_x, k_y, \omega) = \frac{\widehat{F}^{RIC}(k_x, k_y, \omega)}{\widehat{F}(k_x, k_y, \omega)} = \frac{\tilde{\kappa}_{2D}^4 - k_f^4}{(k_x^2 + k_y^2)^2 - k_f^4}, \quad (1.42)$$

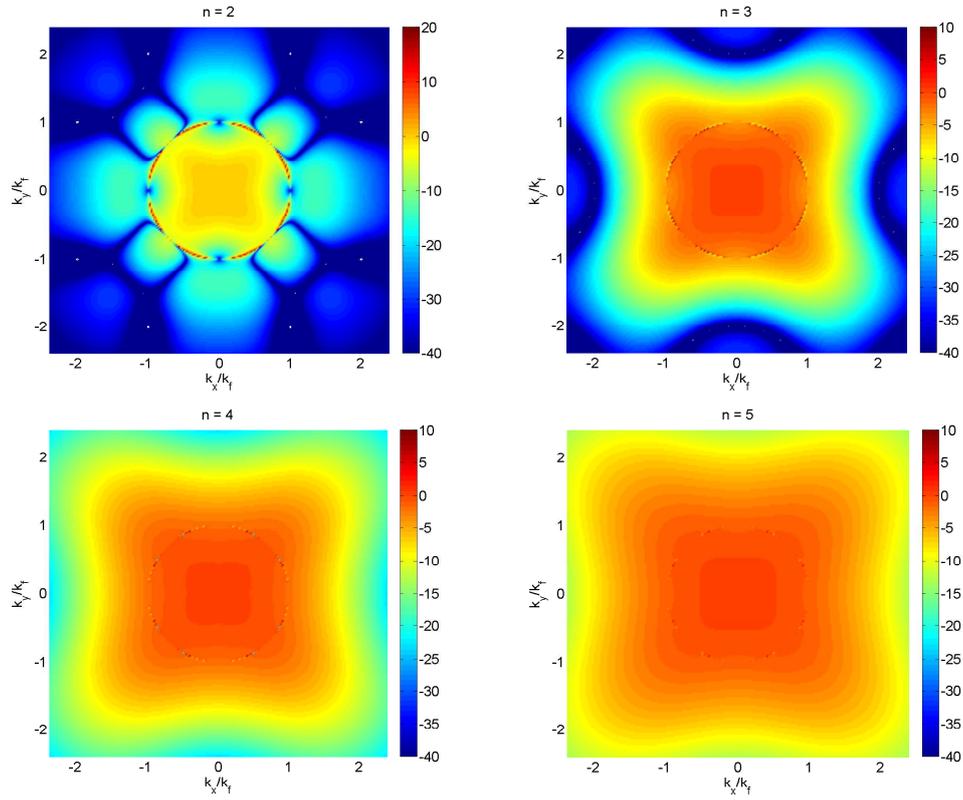


FIG. 1.17 – Filtre $H^{PlaqueRI}$ en 2D dans le domaine des nombres d'onde pour différentes valeurs du nombre de points par longueur d'onde n .

avec

$$\tilde{\kappa}_{2D}^4 = \frac{4\tilde{\mu}^4 (1 - X)^2 + 4\tilde{\mu}^4 (1 - Y)^2 + 8\tilde{\nu}^4 (1 - X)(1 - Y)}{\Delta^4}. \quad (1.43)$$

Le principal avantage de la méthode RIC est que le filtrage régularisant est directement réalisé par l'opérateur inverse corrigé de l'équation du mouvement. Avec la méthode RIFF, le filtrage est réalisé après la reconstruction par une nouvelle opération (convolution spatiale entre le filtre et la distribution de forces reconstruite). Cette opération requiert d'avoir calculé la reconstruction sur un large nombre de points dans le domaine spatial. Avec la méthode RIC, la régularisation est effectuée automatiquement lors de la reconstruction en 1 point. La méthode RIC, contrairement à la méthode RIFF, peut être utilisée sur un seul point de reconstruction (soit 13 points de mesure pour une plaque et 5 pour une poutre).

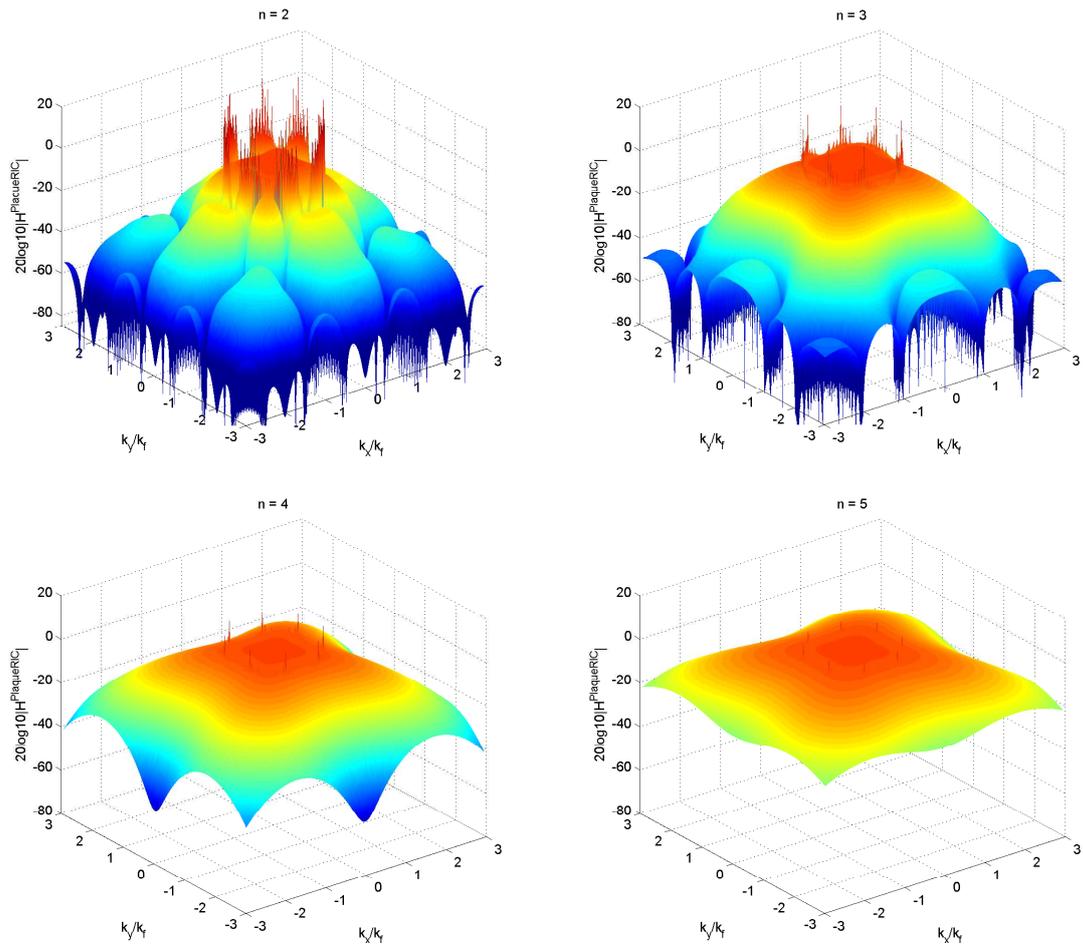


FIG. 1.18 – Filtre $H^{PlaqueRIC}$ en 3D dans le domaine des nombres d'onde pour différentes valeurs du nombre de points par longueur d'onde n .

1.5 Application des méthodes inverses au domaine automobile

1.5.1 Simulations numériques

Les trois différentes méthodes inverses RI, RIFF et RIC sont testées par simulations numériques pour démontrer leur efficacité. Dans les simulations, l'excitation est connue, ce qui permet de valider les méthodes en vérifiant que seule la composante bas nombre d'onde de l'excitation est reconstruite. Des premières simulations ont été effectuées dans la thèse de Lecoq [9, 41] et sont reprises ici de la même manière sur une plaque finie excitée par une couche limite turbulente. La première étape est de synthétiser la couche limite turbulente excitant la structure. La vibration de la plaque est ensuite calculée par décomposition modale et du bruit est ajouté. Enfin les différentes méthodes inverses sont testées à partir des champs de vibration bruités.

1.5.1.1 Synthèse de la couche limite turbulente

Parmi le nombre important de modèles de spectre synthétisant la couche limite turbulente, on choisit le modèle d'autospectre de Goody [46], donné à l'équation (1.44), qui est le plus représentatif de la réalité expérimentale. Pour l'interspectre, le choix se porte sur le modèle de Corcos [17], donné à l'équation (1.45), pour sa facilité d'implémentation.

$$S_{pp}^{\text{Goody}}(\omega) = \frac{3\tau_w^2 \delta \left(\frac{\omega\delta}{U_\infty}\right)^2}{U_\infty \left(\left[0.5 + \left(\frac{\omega\delta}{U_\infty}\right)^{0.75}\right]^{3.7} + \left[1.1 R_e^{-0.57} \left(\frac{\omega\delta}{U_\infty}\right)\right]^7 \right)}, \quad (1.44)$$

$$S_{pp'}^{\text{Corcos}}(r_x, r_y, \omega) = S_{pp}(\omega) e^{-\omega \frac{|r_x|}{\alpha_x U_c}} e^{-\omega \frac{|r_y|}{\alpha_y U_c}} e^{j\omega \frac{r_x}{U_c}}, \quad (1.45)$$

avec r_x et r_y les décalages spatiaux et $\alpha_x = 1/8$ et $\alpha_y = 1$ les taux de décroissance de la cohérence spatiale [21, 39].

La composante acoustique de l'écoulement est quant à elle rajoutée artificiellement au modèle de Corcos. C'est un champ diffus acoustique dont l'interspectre est défini par [47] :

$$S_{pp'}^{\text{ac}}(r_x, r_y, \omega) = A S_{pp}(\omega) \text{sinc} \left(k_{\text{ac}} \sqrt{r_x^2 + r_y^2} \right). \quad (1.46)$$

Le coefficient A représente le rapport entre les niveaux des composantes acoustique et aérodynamique. De cette manière, l'interspectre total du champ de pression pariétale peut être modélisé à partir des équations (1.45) et (1.46) selon :

$$S_{pp'}^{\text{total}}(r_x, r_y, \omega) = S_{pp}(\omega) \left(e^{-\omega \frac{|r_x|}{\alpha_x U_c}} e^{-\omega \frac{|r_y|}{\alpha_y U_c}} e^{j\omega \frac{r_x}{U_c}} + A \text{sinc} \left(k_{\text{ac}} \sqrt{r_x^2 + r_y^2} \right) \right). \quad (1.47)$$

Le coefficient A est choisi égal à 5 % pour correspondre au rapport calculé par Arguillat *et al.* [6] dans l'étude expérimentale de couche limite turbulente dans une veine à écoulement.

L'intérêt de ce modèle simplifié n'est pas de synthétiser finement une couche limite turbulente mais de tester les méthodes inverses sur une excitation ayant un comportement typique de couche limite turbulente.

Les signaux temporels sont ensuite obtenus par une méthode de synthèse basée sur une technique de simulation de processus aléatoires multi-corrélés décrite par Wittig et Sinha [48]. Elle repose sur la décomposition de Cholesky de la matrice interspectrale (décrite dans la thèse de Lecoq [9, 41] et détaillée dans l'annexe B). Les paramètres physiques de l'écoulement sont donnés dans le tableau 1.1. Ils sont issus des données répertoriées par Hwang *et al.* [49]. Les paramètres spatiaux et temporels de la synthèse sont donnés dans le tableau 1.2.

vitesse de l'écoulement	$U_\infty = 50$ m/s
viscosité cinématique	$\nu' = 1.54 \cdot 10^{-5}$ m ² /s
vitesse de convection	$U_c = 31.11$ m/s
contrainte de cisaillement	$\tau_w = 3$ N/m ²
vitesse de frottement	$u_* = 1.58$ m/s
coefficients de Corcos	$\alpha_x = 1/8, \alpha_y = 1$
épaisseur de couche limite	$\delta = 11.4$ cm

TAB. 1.1 – Valeurs numériques des paramètres de la couche limite turbulente.

dimensions	$L_x = L_y = 0.5$ m
fréquence d'échantillonnage	$f_e = 4$ kHz
discrétisation	$\Delta_x = \Delta_y = 0.4$ cm
nombre d'échantillons	$N = 1000$

TAB. 1.2 – Paramètres spatiaux et temporels de la synthèse.

Les spectres en fréquence-nombre d'onde sont tracés à la figure 1.19 à partir des signaux temporels synthétisés pour vérifier qu'ils correspondent bien au modèle de l'équation (1.47). Ils sont calculés par périodogrammes moyennés et pondérés par une fenêtre de Hanning, avec un taux de recouvrement de 50% entre les segments adjacents. Ces interspectres sont caractérisés par un pic convectif de forme elliptique qui représente la partie aérodynamique et par un cercle centré en $k_x = k_y = 0$, caractéristique de la composante acoustique. Celui-ci s'élargit et devient de plus en plus important au fur et à mesure que la fréquence augmente tandis que la partie aérodynamique s'éloigne dans les hauts nombres d'onde.

La figure 1.20 représente les champs de pressions synthétisés à deux instants t_1 et t_2 au centre de la plaque lorsque l'excitation est seulement aérodynamique, puis seulement acoustique et enfin totale (somme des deux composantes). Ce résultat montre que le champ de pression total synthétisé à un temps t ne rend compte que du niveau de pression aérodynamique. La composante acoustique est trop faible et est noyée dans le champ de pression total, ce qui est conforme à la théorie présentée au chapitre précédent (voir section 1.2).

1.5.1.2 Calcul du déplacement

Le champ de vibration est calculé dans le domaine temporel en utilisant la décomposition modale décrite en détail par Guyader [13] et présentée en annexe A. La structure

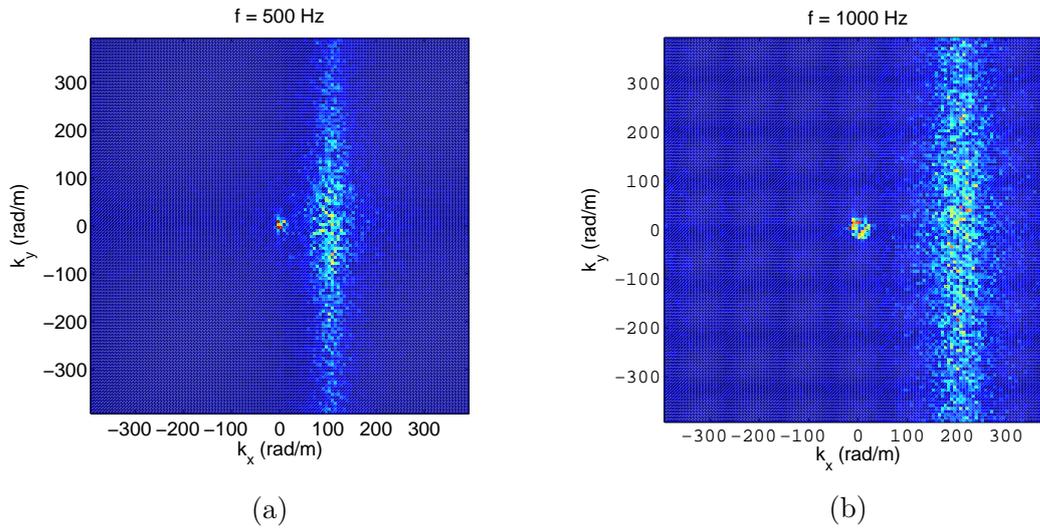


FIG. 1.19 – Spectres en fréquence-nombre d'onde $S_{pp'}(k_x, k_y, \omega)$ des signaux temporels synthésés et correspondant à la somme du modèle de Corcos et d'un champ diffus acoustique pour 2 fréquences différentes : (a) 500 Hz et (b) 1 kHz.

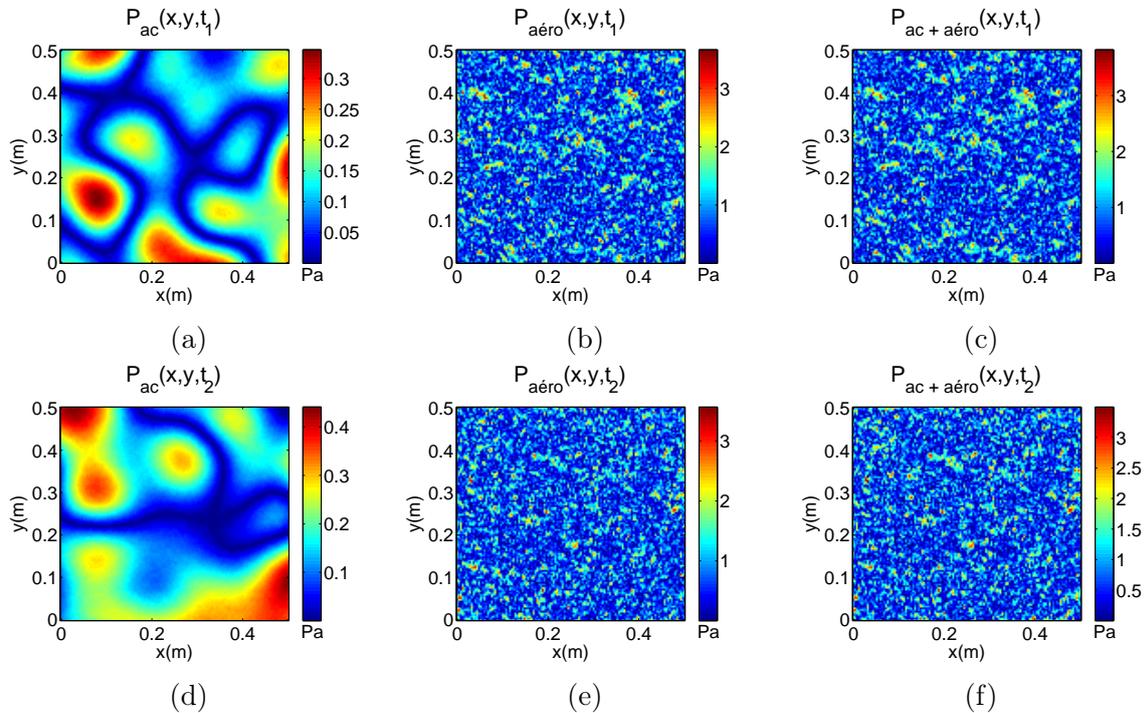


FIG. 1.20 – Champs de pression synthésés aux temps $t_1 = 0.15$ s (a), (b), (c) et $t_2 = 0.3$ s (d), (e), (f). Pour chaque temps (chaque ligne), les champs représentés sont ceux de la partie acoustique (a) et (d); de la partie aérodynamique (b) et (e) et de la combinaison de ces deux composantes (c), (f).

testée est une plaque en verre rectangulaire simplement supportée et excitée par un champ de pression $p(x, y, t)$. Les caractéristiques mécaniques de la plaque, données au tableau 1.3, sont choisies pour être le plus proche des caractéristiques du verre utilisé pour les vitrages automobiles. Le nombre de mode N_{mn} dans le modèle de plaque dépend du nombre d'onde pour lequel l'acceptance du mode d'ordre le plus élevé est maximum. Il doit être plus grand

que le nombre d'onde aérodynamique.

Pour simuler des conditions proches des conditions expérimentales, le champ de déplacement est ensuite bruité de la manière suivante :

$$w_b(x, y, t) = w(x, y, t) + b(x, y, t), \quad (1.48)$$

où $b(t)$ est un signal aléatoire à distribution normale avec une moyenne égale à 0 et un écart-type σ . Ce dernier est ajusté de manière à avoir un RSB (Rapport Signal à Bruit défini en dB à l'équation 1.49) donné.

$$\text{RSB} = 10 \log_{10} \left(\frac{W_w}{W_b} \right), \quad (1.49)$$

où W_w est la puissance du signal $w(x, y, t)$ et W_b celle du bruit $b(x, y, t)$.

module d'Young	$E = 70 \cdot 10^9 \text{ Pa}$
coefficient de Poisson	$\nu = 0.22$
masse volumique	$\rho = 2700 \text{ kg/m}^3$
taux d'amortissement	$\zeta = 0.05$
épaisseur	$h = 3.85 \text{ mm}$
nombre de modes	$N_{mn} = 125 \times 125$

TAB. 1.3 – Paramètres de la plaque.

1.5.1.3 Application des méthodes de résolution inverse

Pour évaluer la capacité des méthodes inverses à reconstruire la partie bas nombre d'onde de l'excitation, les méthodes RI et RIC sont appliquées sur les signaux vibratoires calculés précédemment. La méthode RIC a été créée pour corriger l'impact négatif du bruit de mesure situé dans les hauts nombre d'onde et auquel la méthode inverse est très sensible.

Sur la figure 1.21, sont représentées les densités spectrales de puissance (DSP) des composantes acoustique et aérodynamique obtenues par synthèse des signaux et celles des pressions identifiées par les méthodes RI et RIC appliquées sur le champ de déplacement bruité et avec un pas spatial égal à $\Delta = 6.8 \text{ cm}$. Les deux méthodes permettent d'isoler la composante acoustique jusqu'à 1200 Hz, fréquence à partir de laquelle la méthode RI commence à surestimer la reconstruction. L'erreur apportée par l'utilisation du schéma aux différences finies (amplification des singularités présentes autour de k_f) devient trop importante et biaise la reconstruction. La méthode RIC, dont la correction permet d'annuler les singularités autour du nombre d'onde de flexion filtre plus de hauts nombres d'onde et isole la composante acoustique bien plus loin en fréquence.

La figure 1.22 présente les spectres des pressions identifiées par les méthodes RI et RIC lorsque le pas de discrétisation est augmenté : $\Delta = 9.6 \text{ cm}$. Cette discrétisation, moins fine que précédemment, permet la reconstruction du spectre de la composante acoustique pour des fréquences plus basses (entre 247 Hz et 989 Hz). L'augmentation de l'espacement Δ

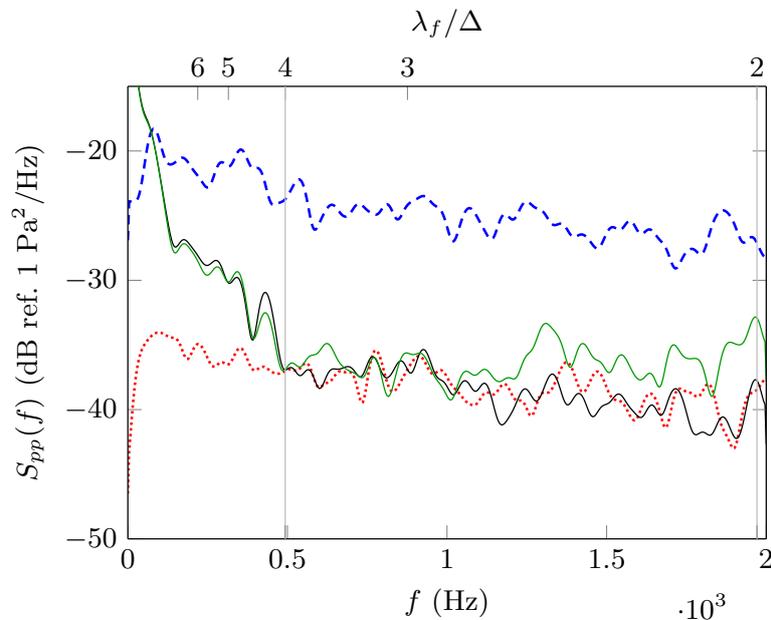


FIG. 1.21 – DSP de la composante acoustique (\cdots), de la partie aérodynamique ($- -$) et de la pression identifiée au centre de la plaque par les méthodes RI ($—$) et RIC ($—$) lorsque le pas de discrétisation est $\Delta = 6.8$ cm. Les lignes verticales représentent les limites fréquentielles de la méthode RIC [9].

et donc la diminution du nombre de points par longueur d'onde permet d'augmenter la sélectivité du filtrage passe-bas apportée par les méthode. L'estimation des dérivées quatrièmes de l'équation du mouvement est dégradée. La méthode RI n'est alors plus capable d'identifier correctement la composante acoustique alors que la méthode RIC, grâce à la correction ajoutée, la reconstruit sur une grande partie du domaine d'étude situé pourtant dans les basses fréquences.

L'intérêt de la méthode RIC est donc non seulement de reconstruire la composante acoustique sur une large bande fréquentielle mais surtout de supprimer les hauts nombres d'onde très sensibles au bruit. C'est une technique efficace pour mesurer les bas nombres d'onde acoustiques pourtant de très faibles niveaux. La facilité de mise en œuvre de la méthode et le fait qu'elle ne nécessite que 13 points de mesure (reconstruction de la pression en un point) en font une méthode particulièrement bien adaptée aux mesures expérimentales. D'autre part, aucun post-traitement spécifique n'est requis.

1.5.2 Validation expérimentale dans une veine à écoulement

Lecoq a présenté dans sa thèse [9, 10] une première validation expérimentale. Les expériences ont été réalisées dans la soufflerie subsonique EOLE de l'institut Pprime à Poitiers. Pour des raisons pratiques, l'excitation n'est pas une couche limite turbulente mais un écoulement décollé, plus facile à maîtriser. Dans ce type d'écoulement, l'énergie des turbulences est plus élevée et rien ne peut affirmer que les bas nombres d'onde soient mesurables.

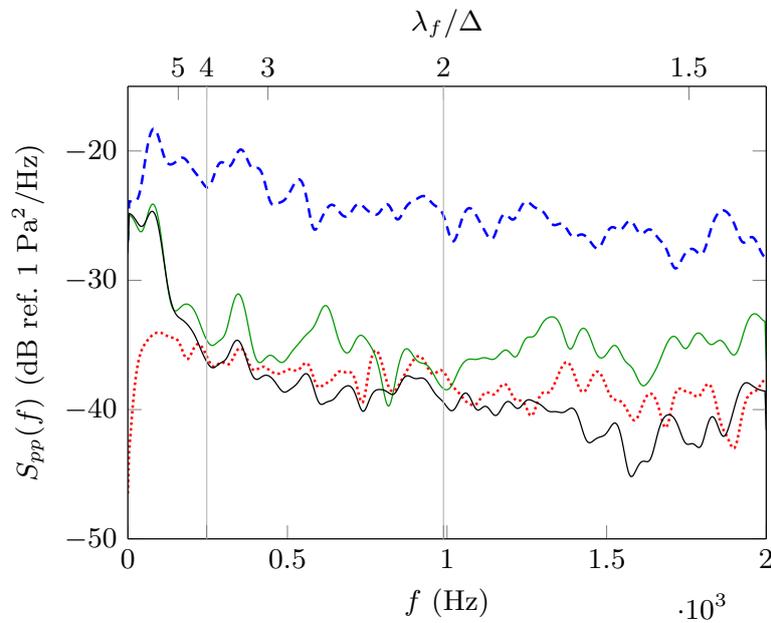


FIG. 1.22 – DSP de la composante acoustique (\cdots), de la partie aérodynamique ($- -$) et de la pression identifiée au centre de la plaque par les méthodes RI ($—$) et RIC ($—$) lorsque le pas de discrétisation est $\Delta = 9.6$ cm. Les lignes verticales représentent les limites fréquentielles de la méthode RIC [9].

1.5.2.1 Dispositif expérimental

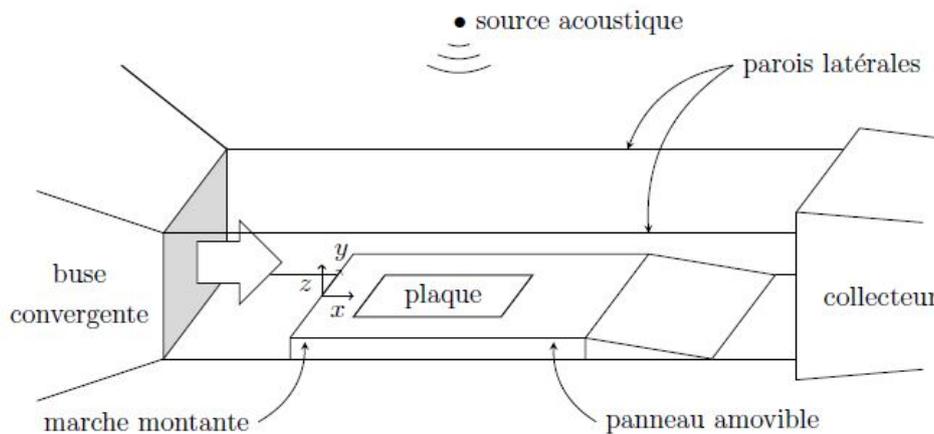


FIG. 1.23 – Dispositif expérimental : la soufflerie avec un écoulement à 40 m/s, la marche montante et la source acoustique additionnelle [9, 10].

La figure 1.23 décrit le dispositif expérimental. L'écoulement émerge d'une buse convergente de 0.46×0.46 m² à la vitesse de 40 m/s. Il est guidé à travers un guide ouvert à section carrée situé dans une chambre anéchoïque de $4 \times 3 \times 3$ m³. Les turbulences sont générées par un panneau de 30 mm d'épaisseur qui constitue une marche montante. Sur cette marche montante est monté un panneau amovible qui peut être soit une plaque rigide instrumentée d'un capteur de pression pariétale en son centre (Fig. 1.24a), soit une plaque en verre vibrante de 0.46×0.25 m². Les caractéristiques mécaniques de la plaque sont :

- module d'Young E : 69 GPa,
- coefficient de poisson ν : 0.25,
- masse volumique ρ : 2500 kg/m³.

Ce vitrage est instrumenté par une antenne de 13 accéléromètres espacés de $\Delta = 4$ cm et positionnés à l'arrière de la plaque de façon à pouvoir effectuer les calculs des schémas aux différences finies des méthodes RI et RIC (Fig. 1.24b). Le point central de l'antenne, là où la pression est identifiée par les méthodes inverses correspond à la position du capteur de pression pariétale de la plaque rigide (20.5 cm à l'arrière de la marche montante).

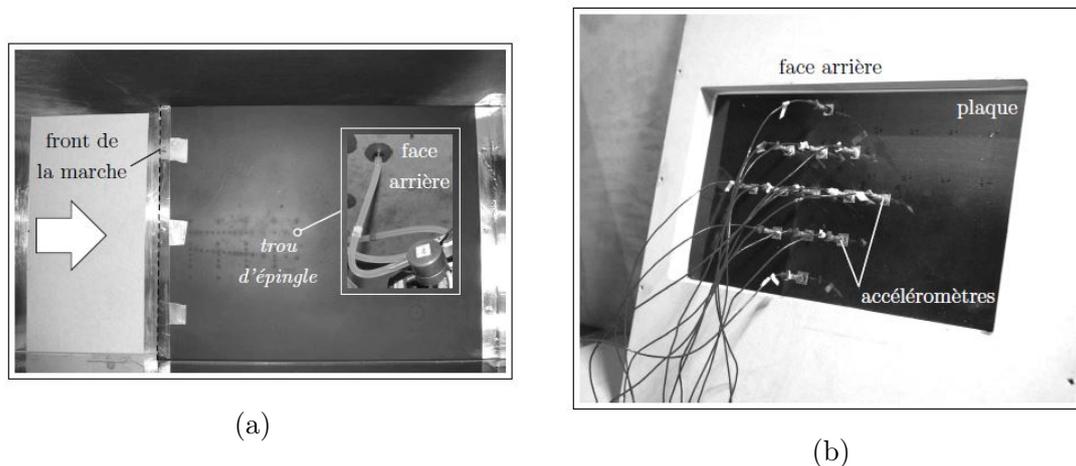


FIG. 1.24 – Photographies des deux panneaux amovibles avec deux systèmes de mesure différents. (a) Vue de dessus de la plaque rigide munie d'un petit insert d'un diamètre de 1.3 mm (*trou d'épingle*) relié à un capteur de pression à l'arrière du panneau. (b) Vue de la face arrière du vitrage muni d'une antenne de 13 accéléromètres dont le point central correspond à la position du *trou d'épingle* indiqué dans (a) [9, 10].

1.5.2.2 Mesures des spectres de référence et ajout d'une source acoustique

Dans cette étude, en plus de l'écoulement, un haut-parleur placé au dessus du conduit génère une source acoustique. Comme dans les simulations, une première validation est effectuée en appliquant les méthodes inverses sur la source acoustique seule (sans écoulement). Deux sources acoustiques sont choisies : une excitation harmonique à 1500 Hz et un bruit blanc. Le niveau des sources acoustiques est réglé de manière à ce que leurs spectres mesurés avec le microphone soient plus faibles que celui des pressions pariétales turbulentes à chaque fréquence. Les spectres de références de ces excitations mesurés sur la plaque rigide par le microphone sont présentés à la figure 1.25.

Les méthodes inverses RI et RIC sont ensuite appliquées sur le champ de déplacement mesuré par les accéléromètres sur le vitrage pour les deux cas d'excitation. Les spectres de la source acoustique (le même qu'à la figure 1.25), et ceux des pressions identifiées par les méthodes inverses sont présentés à la figure 1.26.

Les deux méthodes inverses reconstruisent la source acoustique pour chaque cas dans la gamme fréquentielle de validité des méthodes. Les deux sources sont parfaitement identifiées avec une précision de 1 dB pour le pic fondamental de la source à 1500 Hz et son

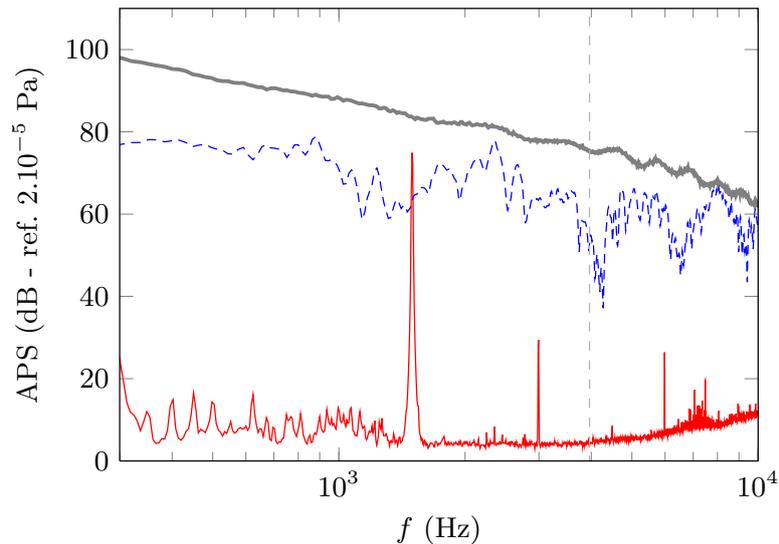


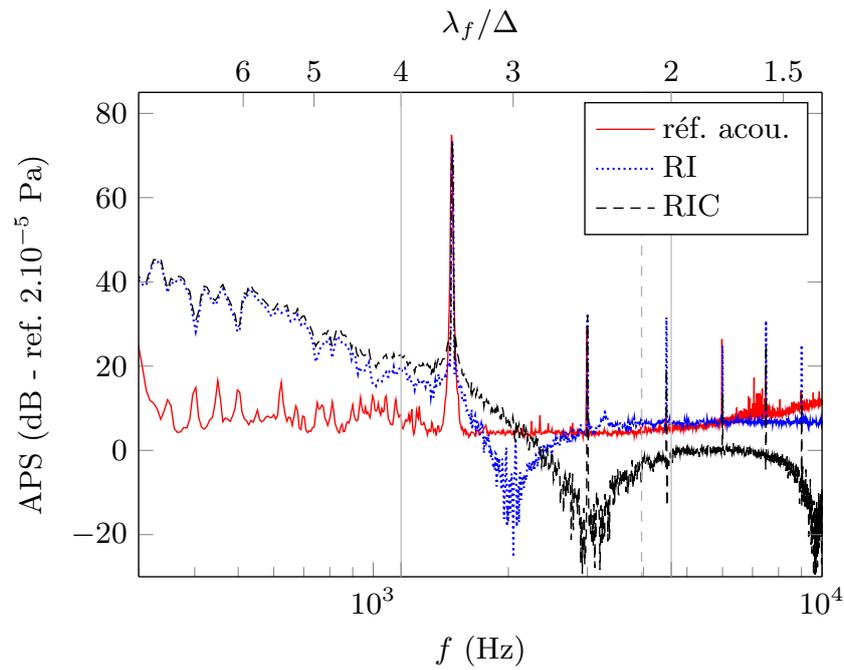
FIG. 1.25 – DSP des excitations aérodynamique (—) (écoulement à 40 m/s) et acoustique mesurés par le microphone déporté : sinus de 1500 Hz (—) et un bruit blanc (- -). La ligne verticale en pointillés correspond à la fréquence de coïncidence acoustique où $k_f = k_{ac}$. [9, 10]

harmonique à 3000 Hz et d'au maximum 5 dB pour le bruit blanc. Juste avant la fréquence de coïncidence acoustique, les deux méthodes commencent à diverger. k_{ac} devient plus grand que le nombre d'onde de flexion k_f . L'excitation contient donc de l'énergie acoustique autour du nombre d'onde naturel de la plaque k_f . D'autre part, c'est exactement à cette fréquence que le filtrage apporté par les deux méthodes diffèrent considérablement. RI qui ne possède pas de facteur correctif amplifie l'erreur et surestime le résultat. RIC donne un meilleur résultat mais la correction qu'il apporte n'est pas appliquée sur tout le cercle de rayon k_f (voir Fig. 1.15), ce qui amène des erreurs. De plus, lorsque $\frac{\lambda_f}{\Delta} < 2$, soit pour $f > 4613$ Hz, les méthodes deviennent très sélectives [8], l'énergie des sources est de plus en plus filtrée. Au delà de cette fréquence, l'excitation n'est plus totalement reconstruite.

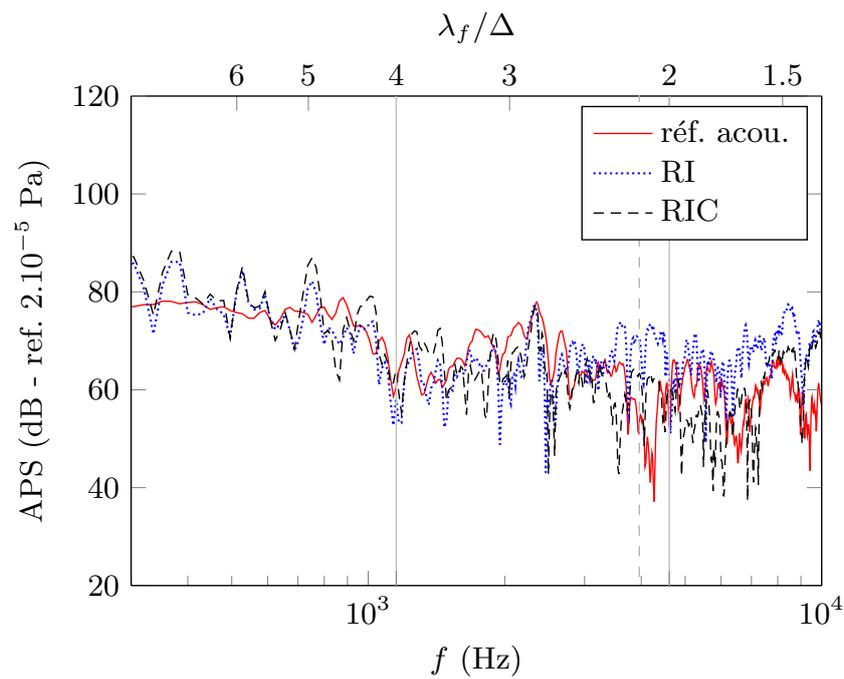
1.5.2.3 Application des méthodes inverses sur l'excitation de type écoulement décollé

Les premières expériences réalisées avec les sources acoustiques seules ont permis de valider les méthodes. Ces mesures ont été réitérées en ajoutant cette fois l'écoulement aux sources acoustiques dont le niveau est réglé pour rester inférieur au niveau de l'écoulement. Ainsi, la source harmonique à 1500 Hz et le bruit blanc ne sont pas visibles sur le spectre de la pression pariétale mesuré par le microphone. Ils sont entièrement noyés dans le bruit aérodynamique.

Les résultats présentés en figure 1.27, confirment le fait que les méthodes RI et RIC identifient les sources acoustiques et cela même en présence de l'écoulement dont le niveau est pourtant bien plus élevé. Cela est rendu possible grâce à la faculté des méthodes inverses de se comporter comme des filtres passe-bas. Cette caractéristique leur permet d'isoler les composantes bas nombres d'onde.



(a)



(b)

FIG. 1.26 – DSP de la référence acoustique (—), des pressions identifiées par RI (\cdots) et RIC (- -) lorsque la plaque est excitée par une source acoustique sinusoïdale (a) et par un bruit blanc (b). Les lignes verticales indiquent le domaine de validité des problèmes inverses, et la ligne verticale en pointillés correspond à la coïncidence acoustique [9, 10].

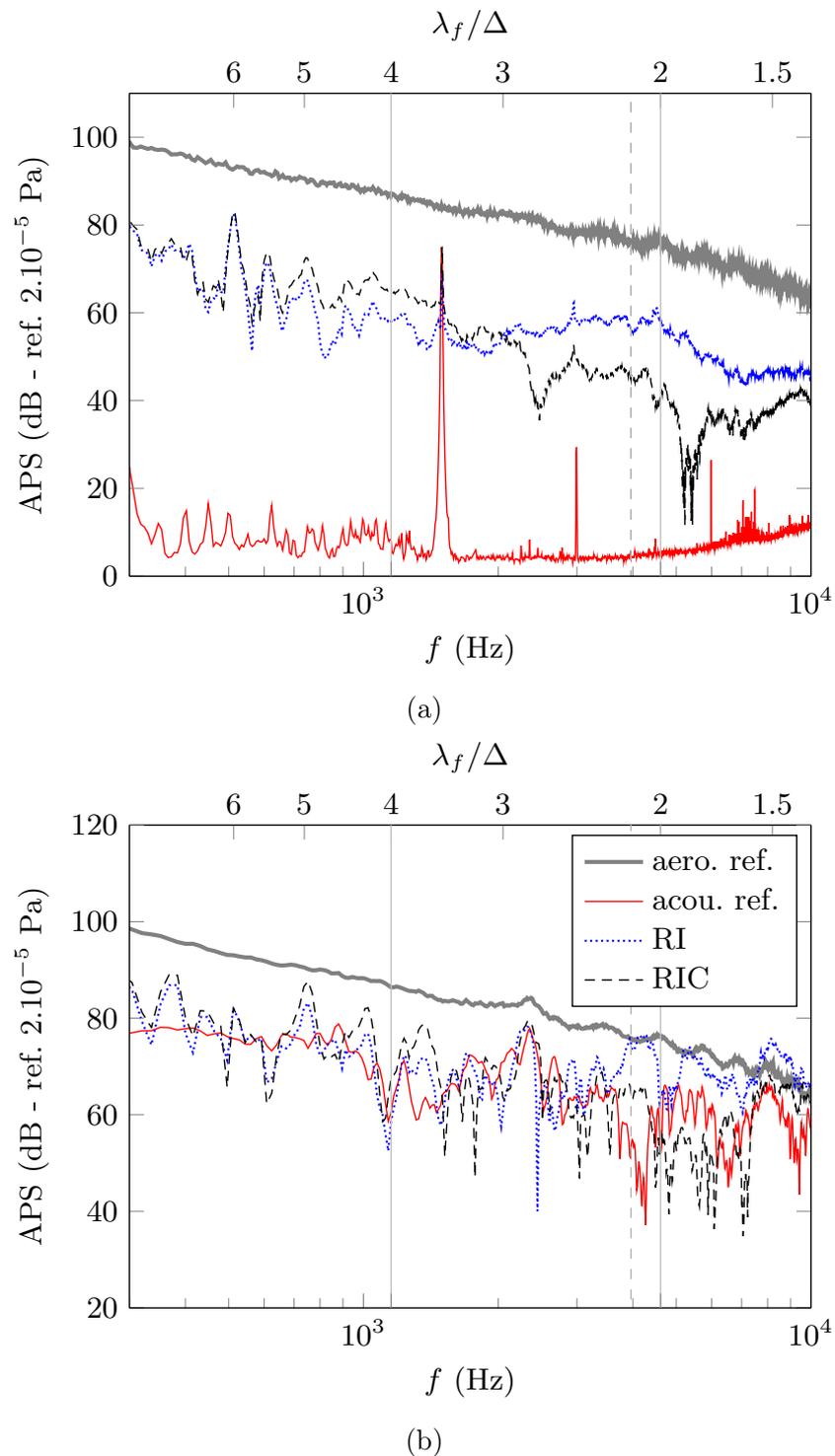


FIG. 1.27 – DSP de la référence acoustique (—), de la pression mesurée par le microphone déporté (—), de celles identifiées par RI (\cdots) et par RIC (- -) pour la plaque excitée par un écoulement de 40 m/s et par une source acoustique sinusoïdale en (a) et par un bruit blanc en (b). Les lignes verticales indiquent le domaine de validité des problèmes inverses, et la ligne verticale en pointillés correspond à la coïncidence acoustique [9, 10].

En matière d'amplitudes, les méthodes reconstruisent fidèlement les sources acoustiques jusqu'à la fréquence de coïncidence acoustique. Autour de cette fréquence, le fait que les deux méthodes se séparent, démontre qu'il existe de l'énergie autour de k_f . RI surestime le résultat et RIC bien que meilleure, commence à moins bien reconstruire la composante acoustique. Dans le cas où la source acoustique est une source harmonique sinusoïdale, il est important de souligner que l'amplitude après le pic de la source à 1500 Hz reste élevée et cela même en dessous de la fréquence critique. Ce résultat démontre qu'il existe de l'énergie acoustique en plus de la source acoustique, énergie probablement générée par les turbulences et le rayonnement acoustique de la plaque.

En conclusion, les méthodes inverses permettent de reconstruire une source acoustique même quand celle-ci a un niveau considérablement inférieur à celui de l'écoulement total. Il est évident que la méthode RIC présente de meilleurs résultats et permet une reconstruction sur une plus large gamme de fréquences. Cependant l'analyse des résultats et la comparaison des deux méthodes permet de conclure sur la manière dont est distribuée l'information dans les nombres d'onde autour de k_f . Il peut donc être intéressant d'analyser leurs différences.

Une autre méthode basée aussi sur la réponse vibratoire d'une structure, est actuellement développée au GAUS. Cette méthode appelée VFM (Virtual Fields Method) ou méthode des champs virtuels en français est basée sur les travaux virtuels. Différents échanges nous ont permis de comparer nos méthodes et de confirmer la validité de chacune d'elle.

1.6 Les champs virtuels

En 1989, Grédiac et Perron [50, 51] développent la méthode des champs virtuels ou VFM qui consiste en l'application du principe des travaux virtuels en utilisant un champ de déplacement virtuel judicieusement choisi. Initialement ces méthodes étaient utilisées pour l'identification des propriétés de matériaux [52] et la détection de défauts [53]. Plus récemment, en 2014, elles ont été étendues par Berry et Robin au problème d'identification de forces [54].

La VFM est basée sur l'utilisation de la forme intégrale de l'équation d'équilibre et permet de reconstruire, à partir de la mesure du champ vibratoire, la distribution des efforts exercés sur une structure. Comme la méthode RIC, la méthode des champs virtuels est locale et la connaissance des conditions aux limites n'est pas nécessaire. Pour pouvoir utiliser la formulation faible, il est nécessaire d'obtenir le champ de déplacement et le champ de courbure en flexion. La mesure porte sur le champ de déplacement et les courbures sont obtenues en dérivant deux fois les déplacements. L'identification de l'effort est ensuite réalisée par intégration.

Soit une plaque en flexion pure de surface S , soumise à un chargement transverse $q(x, t)$ où x désigne un point quelconque de S . L'équation locale à l'équilibre de la plaque est donnée par Love-Kirchhoff selon :

$$-\rho h \omega^2 w(x, \omega) - \frac{h^3}{12} \begin{Bmatrix} 1 & 1 & 2 \end{Bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial^2}{\partial x^2} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\partial^2}{\partial y^2} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial^2}{\partial x \partial y} \end{bmatrix} \mathbf{C}(x, \omega) \mathbf{k}(x, \omega) = q(x, \omega). \quad (1.50)$$

La réponse de la plaque implique deux quantités d'intérêt : le champ de déplacement transverse $w(x, \omega)$ et le champ de courbure $\mathbf{k}(x, \omega)$ qui, dans le cas d'une flexion pure s'exprime par : $\mathbf{k}(x, \omega) = -\left\{ \frac{\partial^2}{\partial x^2} \quad \frac{\partial^2}{\partial y^2} \quad 2 \frac{\partial^2}{\partial x \partial y} \right\}^T w(x, \omega)$ (T dénote la transposition du vecteur). \mathbf{C} est la matrice 3×3 d'élasticité.

En utilisant le principe des travaux virtuels, il est possible, à partir des mesures du déplacement et de la courbure et en supposant les propriétés mécaniques de la structure connues, de retrouver le chargement appliqué sur la structure. Pour une plaque, il vient :

$$-h \omega^2 \int_S \rho w^\nu(x) w(x, \omega) dx + \frac{h^3}{12} \int_S \mathbf{k}^T(x, \omega) \mathbf{C}^T(x, \omega) \mathbf{k}^\nu(x) dx = \int_S w^\nu(x) q(x, \omega) dx, \quad (1.51)$$

où $w^\nu(x)$ et $\mathbf{k}^\nu(x)$ sont respectivement les champs de déplacement et de courbure virtuels. Le déplacement virtuel est ici une fonction C^1 sur S et si cette fonction est choisie comme étant cinématiquement admissible, le travail des efforts sur le contour de la plaque s'annule dans l'équation 1.51. Si, par exemple, la plaque est encastree, les déplacements et pentes virtuels doivent être nuls sur la frontière pour éliminer les efforts tranchants et

moments de flexion aux limites.

En 2016, Berry et Robin [55] ont testé cette méthode expérimentalement sur une plaque en aluminium excitée par un bruit blanc (50-2000 Hz) et placée dans la niche prévue à cette effet entre une chambre réverbérante où est placée une source acoustique et une chambre anéchoïque (voir Fig 1.28). Dans ce travail, les champs virtuels sont choisis comme des fonctions par morceaux sur S . Le champ virtuel prend des valeurs non nulles sur une fenêtre rectangulaire appelée fenêtre virtuelle et notée S_v . L'identification de l'effort est donc réalisée, non pas en un point, mais sur cette petite surface.

Dans ce cas, le champ de déplacement et la courbure en flexion de la plaque sont calculés à partir du champ de vitesse vibratoire mesuré par vibromètre laser sur une grille régulière de 31×23 points et dans la gamme de fréquences [50 - 2000] Hz. La vitesse transverse est transformée en déplacement par division par $j\omega$ à chaque fréquence et ce déplacement est lissé spatialement pour éliminer une partie du bruit de mesure. Les courbures de flexion sont ensuite calculées à partir de la version lissée du champ de déplacement en utilisant une règle de différentiation double à 3 points. L'étape de lissage est cruciale pour obtenir un champ de courbure fiable.

Une antenne de microphones est placée face à la structure dans la chambre réverbérante pour mesurer la pression de référence qui sera comparée à la reconstruction réalisée par la VFM.

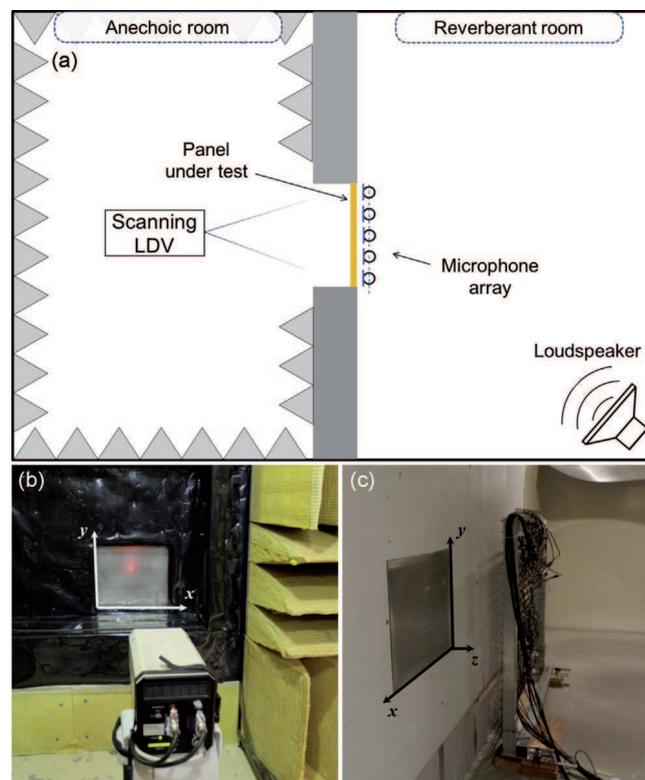


FIG. 1.28 – Expérience réalisée au GAUS : (a) schéma de l'expérience, (b) vibromètre laser dans la chambre anéchoïque, (c) plaque vue de la chambre réverbérante [55].

La figure 1.29 présente la distribution de force reconstruite par la VFM et celle directement mesurée par les microphones. Il apparaît que la reconstruction est surestimée aux fréquences de résonance de la structure (les valeurs théoriques des dix premières valeurs de ces fréquences sont repérées par des flèches verticales sur la figure 1.29). En dehors des résonances, le niveau moyen de la composante acoustique est bien estimé jusqu'à 1250 Hz. Au delà, la méthode sous-estime de quelques dB le niveau réel mesuré par les microphones.

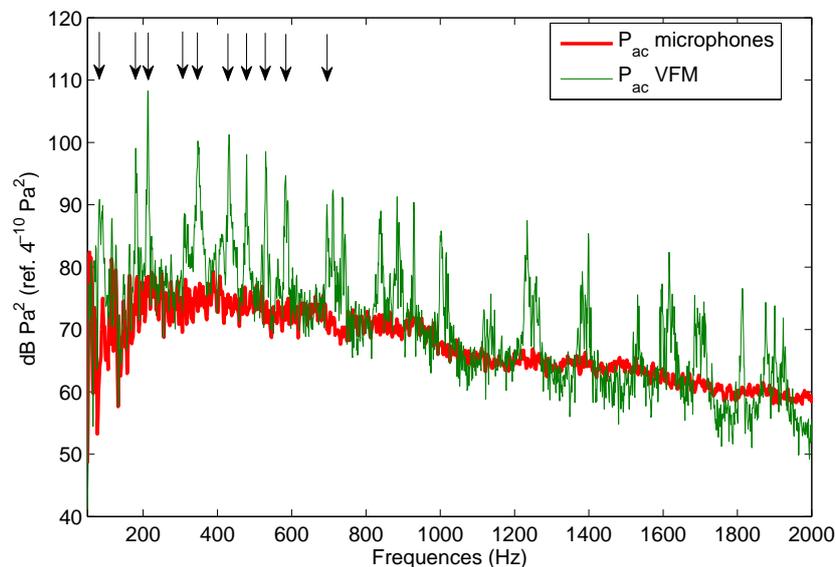


FIG. 1.29 – DSP du champ de pression moyen mesuré à la surface de la plaque par les microphones et reconstruction réalisée par la VFM [55]. Les flèches indiquent les premières fréquences de résonance de la plaque.

La collaboration entre le LAUM et le GAUS a permis de partager les données de cette expérience et la méthode RIC a pu être appliquée sur le même champ de déplacement. Les résultats de cette comparaison sont présentés à la figure 1.30. Dans la gamme de fréquences de validité de la méthode RIC égale à [560 - 2420] Hz, les deux méthodes donnent le même résultat. Cette comparaison vient confirmer et valider la capacité des deux méthodes à pouvoir reconstruire la composante acoustique excitatrice par la mesure du champ de déplacement de la structure.

On remarque que la VFM permet une reconstruction assez précise même dans les basses fréquences. Pour atteindre ce résultat avec la méthode RIC, il faudrait augmenter le pas de discrétisation de l'antenne pour pouvoir ainsi réduire la limite basse fréquence. Le filtrage réalisé sera plus sélectif, ce qui permettra de filtrer les hauts nombres d'onde responsables de la surestimation du niveau réel. Néanmoins, la méthode RIC est plus facile à mettre en œuvre car contrairement à la VFM, aucun pré-traitement des mesures n'est nécessaire avant de l'appliquer. De plus, elle ne nécessite que 13 points de mesure. En conséquence, le calcul de la distribution de force est beaucoup plus rapide.

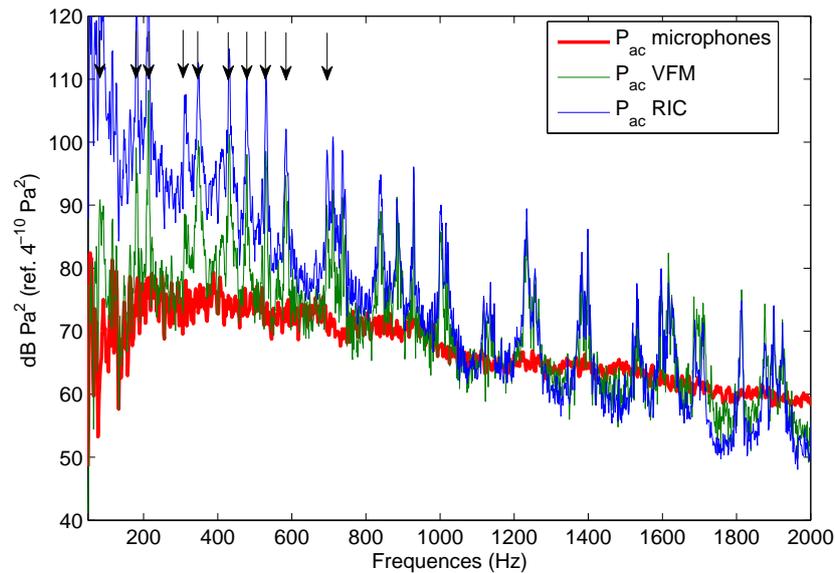


FIG. 1.30 – DSP du champ de pression moyen mesuré à la surface de la plaque par les microphones et reconstruction réalisée par la VFM [55] et par la méthode RIC au centre de la plaque.

1.7 Conclusions et positionnement de l'étude

Ce premier chapitre a permis d'étudier et de comprendre les différents mécanismes responsables de la transmission de bruit à travers un vitrage automobile. Lorsque les vitres d'une voiture sont excitées par un écoulement turbulent de type couche limite turbulente, une partie de l'excitation appelée composante acoustique, très faible énergétiquement et située dans les bas nombres d'onde, va par effet de coïncidence spatiale, exciter le vitrage qui va entrer en vibration et produire un rayonnement acoustique dans l'habitacle.

L'état de l'art des différentes études déjà réalisées démontre à quel point il est difficile de sélectionner et de mesurer la composante acoustique qui se trouve noyée dans l'énergie total du champ de pression pariétale. Les seules expériences qui ont permis une mesure fiable de celle-ci ont requis des conditions expérimentales difficiles et fastidieuses. Plus récemment, des chercheurs se sont intéressés aux méthodes inverses pour résoudre ce problème. La mesure réalisée n'est alors plus directement celle de la pression excitatrice mais celle de la vibration de la structure induite par l'excitation. La vibration est en effet très sensible à la composante bas nombres d'onde de l'écoulement.

Dans ce contexte, il est proposé ici d'utiliser les méthodes inverses RI, RIFF et RIC qui sont particulièrement bien adaptées à l'identification des bas nombres d'onde d'une excitation turbulente dans le domaine subsonique. Leur efficacité a déjà été démontrée lors de diverses études et plus particulièrement dans celles de Lecoq [9, 10, 41] dont les principaux résultats ont été rappelés précédemment. Ces méthodes présentent l'avantage d'être locales puisqu'elles ne requièrent pas la connaissance des conditions aux limites et des efforts appliqués en dehors du domaine étudié. Elles sont aussi simples à mettre en œuvre et ne requièrent que peu de post-traitement.

Cette étude se focalise sur le phénomène de transmission du bruit aérodynamique aux travers de vitrages automobiles. L'objectif final est d'appliquer expérimentalement les méthodes inverses sur les différents vitrages d'une voiture placée en soufflerie. De ce fait, nous écartons la méthode RIFF dont la régularisation demande une trop grande surface d'application. Au contraire, les méthodes RI et RIC restent parfaitement appropriées puisqu'elles ne nécessitent que 13 points de mesure. La régularisation apportée par la méthode RIC est directement appliquée sur le schéma aux différences finies lors de la reconstruction en un point.

Néanmoins la correction apportée par la méthode RIC n'est pas parfaite puisque dans le cas d'une structure 2D, la correction n'est pas effective dans toutes les directions. De plus, pour un pas de discrétisation fixé, le filtrage apporté par la méthode ne peut pas être changé. Une solution pour obtenir un filtrage plus sélectif est d'augmenter le pas spatial de l'antenne mais cela a aussi pour effet de réduire considérablement le domaine de validité de reconstruction de la méthode. Le chapitre 2 présente différentes techniques pour pouvoir choisir la sélectivité du filtrage appliqué et améliorer la correction.

Chapitre 2

CONCEPTION DE SCHÉMAS RÉGULARISANTS PAR SYNTHÈSE DE FILTERS

Introduction

Le chapitre précédent a permis de rappeler l'intérêt des méthodes de résolution inverse RI et RIC qui permettent, à partir de la mesure du champ de déplacement w , de retrouver la distribution de force F appliquée à une structure.

Le lien entre la force d'excitation et le déplacement est connu pour une structure infinie et repose sur son équation continue du mouvement. Il peut s'exprimer par une fonction de transfert appelée H^{Poutre} dans le domaine des nombres d'onde. Reconstruire la force consiste à résoudre le problème inverse représenté sur la partie en bas à gauche de la figure 2.1, c'est-à-dire inverser H^{Poutre} (ou calculer $(H^{Poutre})^{-1}$) et l'appliquer au déplacement w .

Naturellement, le déplacement lié à une structure infinie ne peut pas être mesuré. En présence d'une structure réelle finie, il faut alors discrétiser spatialement l'espace de mesure du déplacement puis appliquer le filtre G des méthodes inverses pour reconstruire la distribution de force \hat{F}^{RI} appliquée (cf. partie en bas à droite de la figure 2.1).

Il a été montré en bibliographie qu'utiliser $G = G^{RIC}$ plutôt que $G = G^{RI}$ est plus judicieux notamment puisque la correction apportée permet de supprimer les singularités totalement pour une structure 1D et en partie pour une structure 2D. Il est à noter que la réalisation du filtre G passe par l'écriture de sa fonction de transfert dans le domaine des z car les mesures de déplacement se font en discrétisant spatialement la structure par un placement adéquat des accéléromètres. Cette discrétisation de l'espace se traduit par un schéma aux différences finies. Différents schémas peuvent être utilisés et conduisent à différentes reconstructions de la distribution de force \hat{F}^{RI} .

La fonction de transfert totale $H^{PoutreRI}$ relie les filtres H^{Poutre} et G et permet de modéliser le lien entre les distributions de force exacte \hat{F} et reconstruite \hat{F}^{RI} (cf. partie en haut de la figure 2.1).

Ce second chapitre est consacré à une étude qui permet une sélection de la bande des

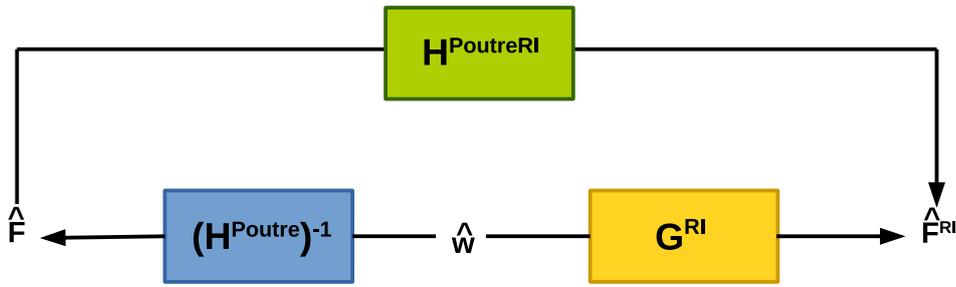


FIG. 2.1 – Schéma bloc et fonction de transfert $H^{PoutreRI}$ du filtrage apporté par la méthode de résolution inverse.

nombre d'onde de la distribution de force reconstruite. La sélection en nombre d'onde est de type passe-bas dans l'intervalle $[0 - k_c]$ où k_c est le nombre d'onde de coupure. Il s'agit de reconstruire une distribution de force sélective nommée \hat{F}^{k_c} en utilisant un filtrage passe-bas dont le gabarit est fixé par une fonction de transfert $H^{PBcible}$ (**P**asse-**B**as cible) comme illustré à la figure 2.2.



FIG. 2.2 – Fonction de transfert du filtrage cible $H^{PBcible}$ à construire pour sélectionner la bande de nombres d'onde de la distribution de force.

Pour satisfaire cet objectif, il s'agit de trouver le filtre G à appliquer au déplacement mesuré \hat{w} conformément à la figure 2.3 tel que $\hat{F}^{k_c}(k, \omega) = G(k, \omega)\hat{w}(k, \omega)$. Or d'après le schéma bloc de la figure 2.1 :

$$\frac{\hat{F}^{RI}(k, \omega)}{\hat{F}(k, \omega)} = H^{Poutre}(k, \omega)G^{RI}(k, \omega). \quad (2.1)$$

Par analogie, il vient :

$$\frac{\hat{F}^{k_c}(k, \omega)}{\hat{F}(k, \omega)} = H^{Poutre}(k, \omega)G(k, \omega), \quad (2.2)$$

et d'après la figure 2.2 :

$$\frac{\hat{F}^{k_c}(k, \omega)}{\hat{F}(k, \omega)} = H^{PBcible}(k, \omega), \quad (2.3)$$

donc

$$H^{PBcible}(k, \omega) = H^{Poutre}(k, \omega)G(k, \omega). \quad (2.4)$$

Pour appliquer cette équation, il est nécessaire de travailler dans le domaine des z (voir définition au paragraphe 2.2.1) car le filtre G devra être appliqué sur le déplacement discrétisé. Le filtre H^{Poutre} est par nature un filtre analytique. Il ne peut donc pas être approché par une transformée en z . On propose dans la suite de le remplacer par le filtre discret $(G^{RIC})^{-1}$ qui est un bon candidat, puisque G^{RIC} a été, jusqu'à maintenant, la meilleure équation discrète utilisée pour approximer l'équation du mouvement analytique de la structure. L'approche se transforme donc plutôt en une amélioration de G^{RIC} , puisqu'on part de cette discrétisation. L'écriture de $H^{PBcible}$ dans le domaine des z est :



FIG. 2.3 – Schéma bloc du principe d'obtention de la distribution de force reconstruite dans une gamme de nombres d'onde à partir du déplacement.

$$H^{PBcible}(z) = \frac{1}{G^{RIC}(z)}G(z), \quad (2.5)$$

d'où

$$G(z) = G^{RIC}(z)H^{PBcible}(z). \quad (2.6)$$

Cette équation illustre bien comment définir le filtre $G(z)$ à partir d'un gabarit de filtre souhaité $H^{PBcible}(z)$.

L'obtention de la distribution de force dans la bande de nombres d'onde sélectionnée à partir de la mesure de déplacement est schématisé à la figure 2.4.

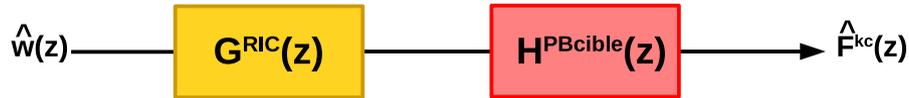


FIG. 2.4 – Schéma bloc détaillé pour l'obtention de la distribution de force reconstruite dans une gamme de nombres d'onde à partir du déplacement.

En préambule à l'application de cette méthode de recherche de nouveaux filtrages permettant une sélection en nombre d'onde de la distribution de force reconstruite, il est important de revenir sur les caractéristiques des filtres $G = G^{RI}$ et $G = G^{RIC}$. Pour comprendre leur fonctionnement, quelques comparaisons du filtrage apporté sont présentées en faisant varier l'ordre du filtre et le nombre de points par longueur d'onde dans la discrétisation.

2.1 Approches RI et RIC : décomposition en filtres analytique et numérique

2.1.1 Rappel sur l'approximation RIC en 1D

Les méthodes de résolution inverse se comportent comme des filtres passe-bas dans le domaine des nombres d'onde. Ce filtrage est apporté par l'utilisation d'un schéma aux différences finies dans l'équation du mouvement discrétisée et peut être modélisé par une fonction de transfert $H^{PoutreRI}$ (Fig. 2.1) entre l'excitation réelle $\hat{F}(k)$ et la force reconstruite par l'opérateur inverse $\hat{F}^{RI}(k)$ telle que $H^{PoutreRI}(k, \omega) = H^{Poutre}(k, \omega)G^{RI}(k, \omega)$ avec :

$$H^{Poutre}(k, \omega) = \frac{1}{EI k^4 - \rho S \omega^2}, \quad (2.7)$$

et

$$G^{RI}(k, \omega) = EI\kappa_{1D}^4 - \rho S\omega^2. \quad (2.8)$$

Donc :

$$H^{PoutreRI}(k, \omega) = \frac{\widehat{F}^{RI}(k, \omega)}{\widehat{F}(k, \omega)} = \frac{\kappa_{1D}^4 - k_f^4}{k^4 - k_f^4}, \quad (2.9)$$

où $k_f^4 = \frac{\rho S}{EI}\omega^2$.

Il est important de noter que lorsque la méthode est utilisée pour calculer la distribution de force $\widehat{F}^{RI}(k)$ appliquée sur une structure, le déplacement $w(x)$ est mesuré en plusieurs points réalisant une discrétisation spatiale et est ensuite injecté dans l'équation du mouvement discrétisée du filtre G^{RI} . C'est un problème inverse puisque le calcul de la distribution de force est réalisé à partir du champ de déplacement et non le contraire. Les méthodes de résolution inverse ont la particularité d'être locales, contrairement au problème direct. Il n'y a pas besoin de connaître les conditions aux limites ou de mesurer le champ de déplacement sur toute la structure. De ce fait, le problème inverse vibratoire peut être considéré comme un système linéaire invariant par translation dans le domaine spatial. Il est donc tout à fait possible de raisonner en terme de filtrage. Seule l'équation du mouvement est considérée, les conditions aux limites n'interviennent pas.

Les modules des filtres G^{RI} , H^{Poutre} et $H^{PoutreRI}$ exprimés en dB sont tracés à la figure 2.5. Si l'équation discrétisée du mouvement contenue dans le filtre G^{RI} reconstruisait parfaitement l'équation analytique de la poutre alors il devrait être l'exacte inverse du filtre H^{Poutre} . Le filtre $H^{PoutreRI}$ résultant serait alors égal à l'unité (soit nul en dB) pour tous les nombres d'onde. En réalité, ce n'est pas le cas car l'approximation faite par le schéma aux différences finies utilisé dans le filtre G^{RI} introduit des erreurs. La fonction de transfert du filtre $H^{PoutreRI}$ comporte alors trois zones distinctes :

- pour $k_x < k_f$: le module en dB du filtre $H^{PoutreRI}$ est proche de l'unité. Cela signifie que le filtre G^{RI} est égal à l'inverse du filtre H^{Poutre} . L'équation du mouvement discrétisée représente fidèlement l'équation du mouvement analytique. Dans cette zone, la méthode inverse approxime bien la distribution de force appliquée sur la poutre ;
- pour $k_x \simeq k_f$: le module du filtre $H^{PoutreRI}$ présente deux singularités opposées qui correspondent à la racine du filtre H^{Poutre} (égale à l'abscisse k_f exactement) et au pôle du filtre G^{RI} dont l'abscisse, différente de k_f , dépend du schéma aux différences finies. Le module du filtre $H^{PoutreRI}$, au lieu d'être égal à l'unité, présente alors deux pics. Dans cette zone, la reconstruction est fortement faussée ;
- pour $k_x > k_f$: le module du filtre $H^{PoutreRI}$ est inférieur à l'unité et décroît, l'équation du mouvement discrétisée du filtre G^{RI} sous-estime le résultat.

À l'exception de l'amplification introduite au nombre de flexion, le filtre $H^{PoutreRI}$ se comporte globalement comme un filtre passe-bas dont la fréquence de coupure est égale à k_f . La coupure des hauts nombres d'onde présente l'avantage de supprimer le bruit présent dans cette zone spectrale. L'inconvénient provient de l'utilisation du schéma aux différences finies qui introduit une erreur importante au nombre d'onde de flexion de la poutre k_f .

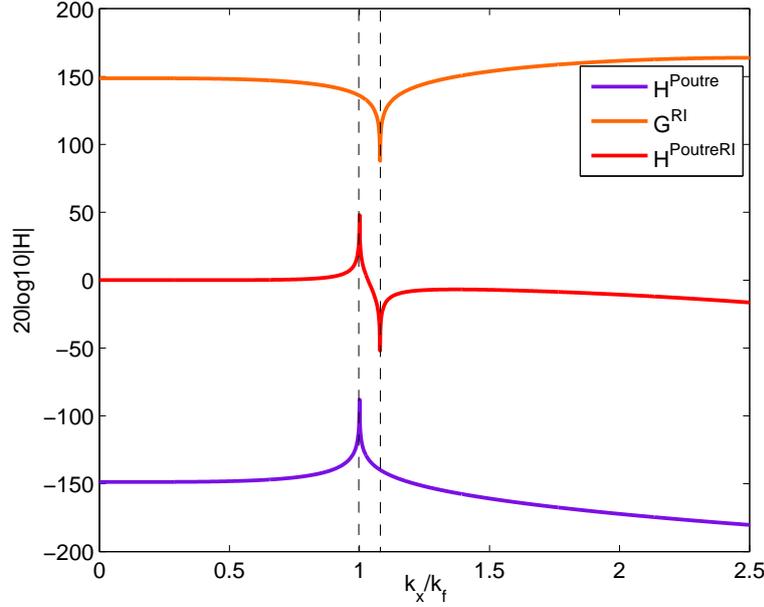


FIG. 2.5 – Modules exprimés en dB des fonctions de transfert des filtres G^{RI} , H^{Poutre} et $H^{PoutreRI}$ dans le domaine des nombres d'onde pour une valeur de n égale à 4.7.

Puisque cette erreur provient du biais apporté par l'utilisation d'un schéma aux différences finies, il est possible de la réduire en augmentant l'ordre du schéma et par conséquent le nombre de points de mesure utilisés.

La comparaison est ici réalisée avec un schéma aux différences finies à 7 points défini par :

$$\delta_{\Delta}^{4x} = \frac{1}{\Delta^4} \left[-\frac{1}{6}w(x+3\Delta, y) + 2w(x+2\Delta, y) - \frac{13}{2}w(x+\Delta, y) + \frac{28}{3}w(x, y) - \frac{13}{2}w(x-\Delta, y) + 2w(x-2\Delta, y) - \frac{1}{6}w(x-3\Delta, y) \right], \quad (2.10)$$

dont la transformée de Fourier dans le domaine des nombres d'onde est :

$$\widehat{\delta}_{\Delta}^{4x}(k) = \left(-\frac{1}{3} \cos(3k\Delta) + 4 \cos(2k\Delta) - 13 \cos(k\Delta) + \frac{28}{3} \right) \frac{\widehat{w}(k)}{\Delta^4}. \quad (2.11)$$

L'utilisation d'un schéma aux différences finies d'ordre plus élevé augmente la précision de la reconstruction puisque le module du filtre $H^{PoutreRI}$ utilisant ce nouveau schéma tend davantage vers l'unité (zéro en dB) que celui du filtre $H^{PoutreRI}$ utilisant le schéma standard (voir Fig. 2.6). Les deux singularités sont également réduites mais il faudra utiliser plus de capteurs car la distribution de force nécessite 7 points de mesure.

Une seconde solution consiste à augmenter le nombre de points par longueur d'onde n , ce qui équivaut à diminuer le pas spatial du schéma aux différences finies. Cela permet d'augmenter la précision de la reconstruction tout en gardant le nombre de points de mesure faible. Les singularités sont diminuées jusqu'à complètement disparaître et le filtrage est de moins en moins fort jusqu'à devenir inopérant (voir Fig. 2.7). Pour $n = 80$, soit pour un espacement entre capteurs de 2,4 mm à une fréquence de 1 kHz, il n'y a plus de

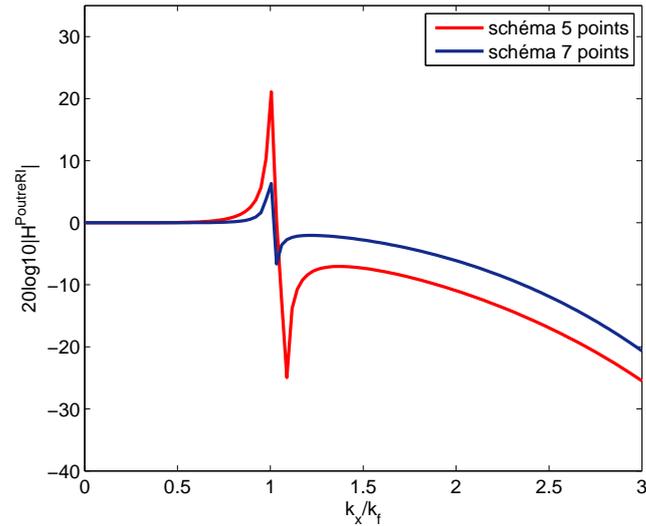


FIG. 2.6 – Module de la fonction de transfert du filtre $H^{PoutreRI}$ pour des schémas aux différences finies à 5 et 7 points et pour un nombre de points par longueur d'onde n égal à 4.7.

filtrage et les singularités ont pratiquement disparu. Toutefois, le pas spatial détermine les limites fréquentielles de la méthode (voir Eq. 1.32) et à partir de $n = 7$, la gamme de validité de la méthode est trop élevée pour pouvoir étudier les phénomènes de coïncidence dans le domaine automobile (cf. paragraphe 1.4.4). Cette solution est donc très vite limitée.

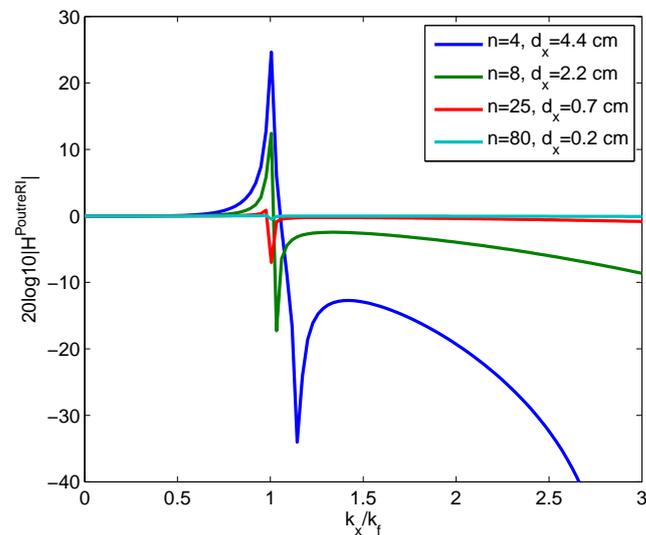


FIG. 2.7 – Module de la fonction de transfert du filtre $H^{PoutreRI}$ pour différents nombres de points par longueur d'onde n (d_x est le pas inter-capturs).

En conclusion, augmenter le nombre de points ou diminuer le pas spatial du schéma aux différences finies peuvent être des solutions pour atténuer les singularités et affiner la

reconstruction mais le but n'est pas dans notre cas de reconstruire parfaitement la distribution de force. L'avantage des méthodes inverses est le filtrage passe-bas qui permet de sélectionner la partie bas nombre d'onde de l'excitation. Ces deux solutions ne rendent pas assez précisément possible cette sélection.

La méthode RIC a été créée pour corriger la présence des singularités tout en conservant l'effet de filtrage des hauts nombres d'onde (cf. chapitre 1.4.4). Comme illustré à la figure 2.8, la correction permet d'accorder la singularité du filtre G^{RI} sur celle du filtre H^{Poutre} . Le schéma aux différences finies est corrigé pour que le pôle de G^{RI} soit égal à k_f . La correction n'influe pas ou très peu sur la reconstruction au delà de k_f . L'effet du filtrage des hauts nombres d'onde est conservé.

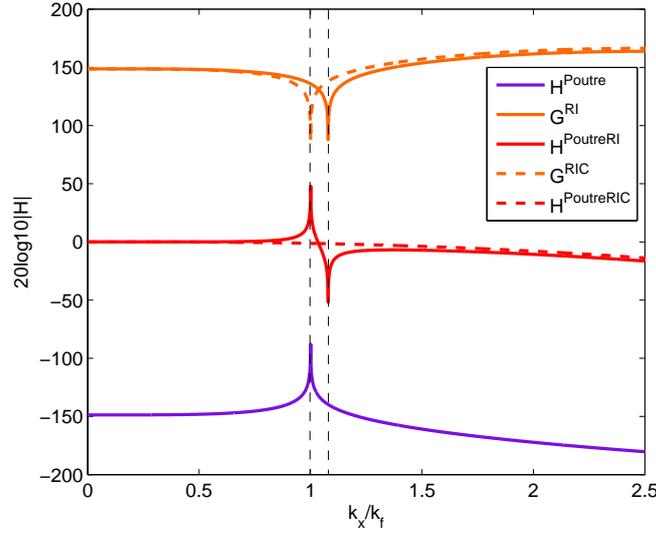


FIG. 2.8 – Représentation des modules des fonctions de transfert des filtres G^{RI} , de sa version corrigée G^{RIC} , de H^{Poutre} , $H^{PoutreRI}$ et $H^{PoutreRIC}$ dans le domaine des nombres d'onde pour une valeur de n égale à 4.7.

La correction est valable pour différentes valeurs de n (voir Fig. 1.14). Dans tous les cas, les singularités ont disparu. En revanche, le filtrage varie en fonction de ce facteur : plus n est faible, plus l'espacement entre capteurs est grand et plus le filtrage est sélectif.

2.1.2 Rappel sur l'approximation RIC en 2D

De la même façon que pour la poutre, le filtrage apporté par la méthode de résolution inverse appliquée à une plaque est schématisé par le schéma bloc de la figure 2.9. Le filtre H^{Plaque} est égal à l'inverse de l'équation du mouvement analytique d'une plaque (Eq. 2.12) et le filtre G^{RI} à l'équation du mouvement discrétisée (Eq. 2.13) :

$$H^{Plaque}(k_x, k_y, \omega) = \frac{1}{D((k_x^2 + k_y^2)^2 - k_f^4)}, \quad (2.12)$$

$$G^{RI}(k_x, k_y, \omega) = D(\kappa_{2D}^4 - k_f^4), \quad (2.13)$$

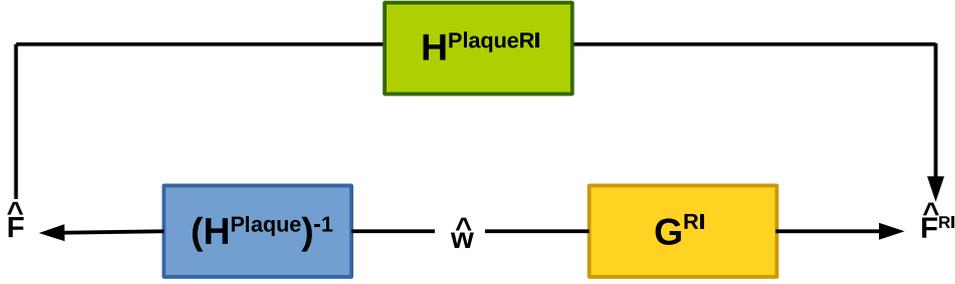


FIG. 2.9 – Schéma bloc et fonction de transfert $H^{PlaqueRI}$ du filtrage apporté par la méthode de résolution inverse.

avec $\hat{w}(k_x, k_y, \omega) \kappa_{2D}^4$ la transformée de Fourier dans le domaine des nombres d'onde du schéma aux différences finies en 2D ($\delta_{\Delta}^{4x} + \delta_{\Delta}^{4y} + 2\delta_{\Delta}^{2x2y}$).

Le tout forme une fonction de transfert qu'on appelle $H^{PlaqueRI}$, entre l'excitation réelle dans le domaine des nombres d'onde $\hat{F}(k_x, k_y, \omega)$ et la force reconstruite par la méthode inverse $\hat{F}^{RI}(k_x, k_y, \omega)$:

$$H^{PlaqueRI}(k_x, k_y, \omega) = \frac{\hat{F}^{RI}(k_x, k_y, \omega)}{\hat{F}(k_x, k_y, \omega)} = H^{Plaque} G^{RI} = \frac{\kappa_{2D}^4 - k_f^4}{(k_x^2 + k_y^2)^2 - k_f^4}. \quad (2.14)$$

La figure 2.10 compare les modules des fonctions de transfert des filtres H^{Plaque} analytique, G^{RI} et G^{RIC} . La fonction de transfert de la plaque présente une symétrie circulaire (ou symétrie par rapport à zéro) et les singularités sont situées dans toutes les directions à une distance k_f du centre, soit sur le cercle du nombre de flexion de la plaque.

Le filtre G^{RI} devrait être l'exact inverse du filtre H^{Plaque} . Cependant la discrétisation par le schéma aux différences finies ne permet pas d'approximer l'équation du mouvement de la plaque parfaitement. Le filtre ne présente pas une réelle symétrie circulaire et les singularités ne se situent pas sur le cercle de rayon k_f . Elles ne s'annulent donc pas lors de la reconstruction du filtre totale $H^{PlaqueRI}$ (voir fig. 2.11).

Le filtre $H^{PlaqueRI}$ est un filtre passe-bas en deux dimensions dont le nombre d'onde de coupure se trouve au nombre d'onde de flexion de la plaque k_f . C'est en fait une révolution autour de l'axe passant par zéro du filtre $H^{PoutreRI}$ et comme pour ce dernier, il peut être décomposé en 3 zones :

- $k < k_f$: le filtrage est inopérant (le module en dB de la fonction de transfert du filtre $H^{PlaqueRI}$ est égal à 0) ;
- $k > k_f$: l'amplitude du filtre devient inférieure à l'unité. Le filtrage s'amplifie au fur et à mesure que les nombres d'onde augmentent ;
- $k \approx k_f$: le filtre présente deux singularités qui se retrouvent dans toutes les directions, ce qui fait apparaître un cercle de rayon k_f et un cercle de rayon juste un peu plus grand. Comme pour le cas monodimensionnel, elles proviennent de l'approximation réalisée par le schéma aux différences finies. L'équation 2.12 présente à son dénominateur un pôle pour $k_x^2 + k_y^2 = k_f^2$, soit pour l'équation d'un cercle de rayon k_f . Le filtre G^{RI} reconstruit la deuxième singularité opposée sur tout le

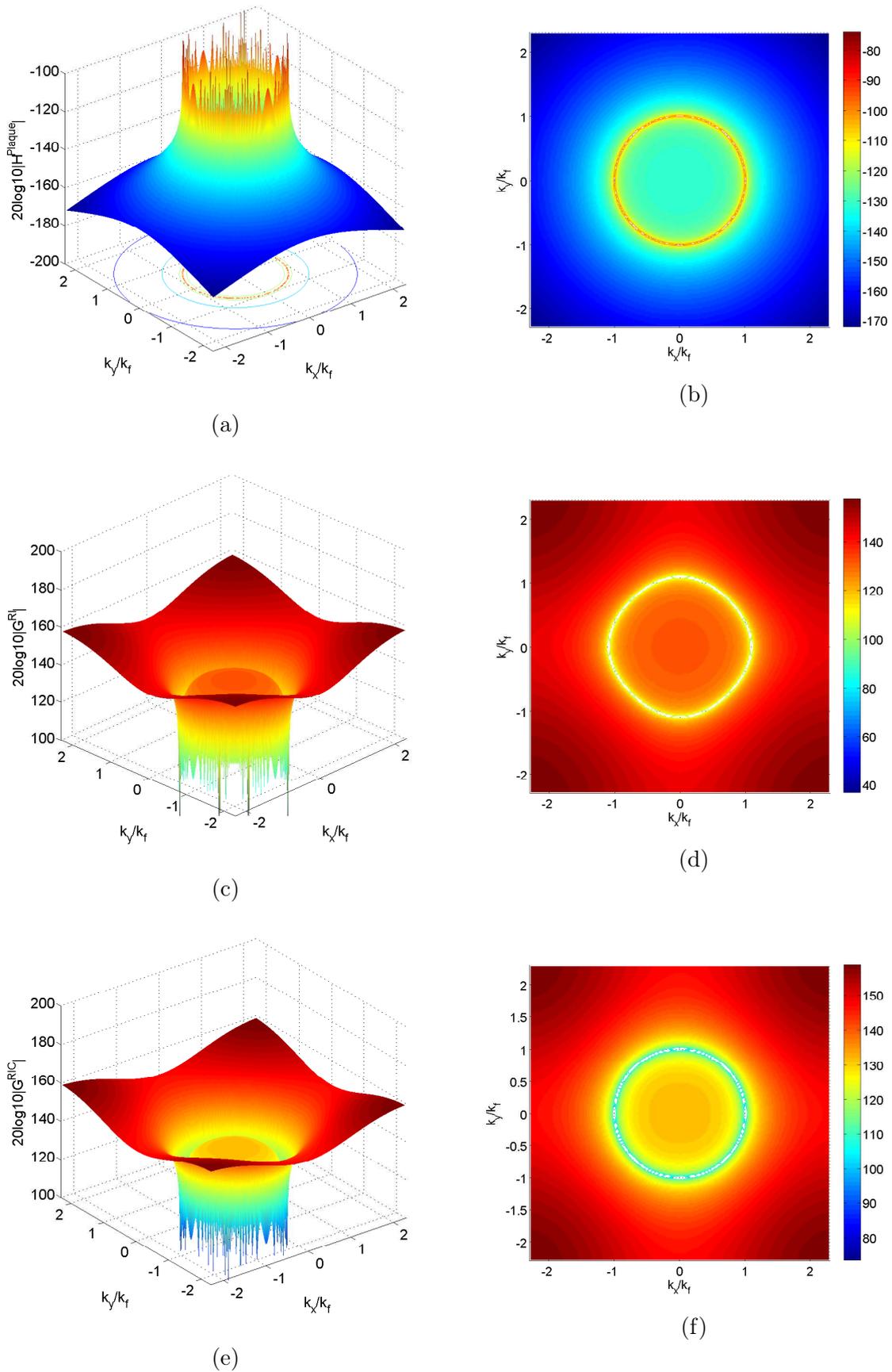


FIG. 2.10 – Différentes vues des modules des fonctions de transfert des filtres H^{Plaque} (a) et (b), G^{RI} (c) et (d) et G^{RIC} (e) et (f) pour une valeur de $n = 4.7$ (soit un espacement de 3 cm).

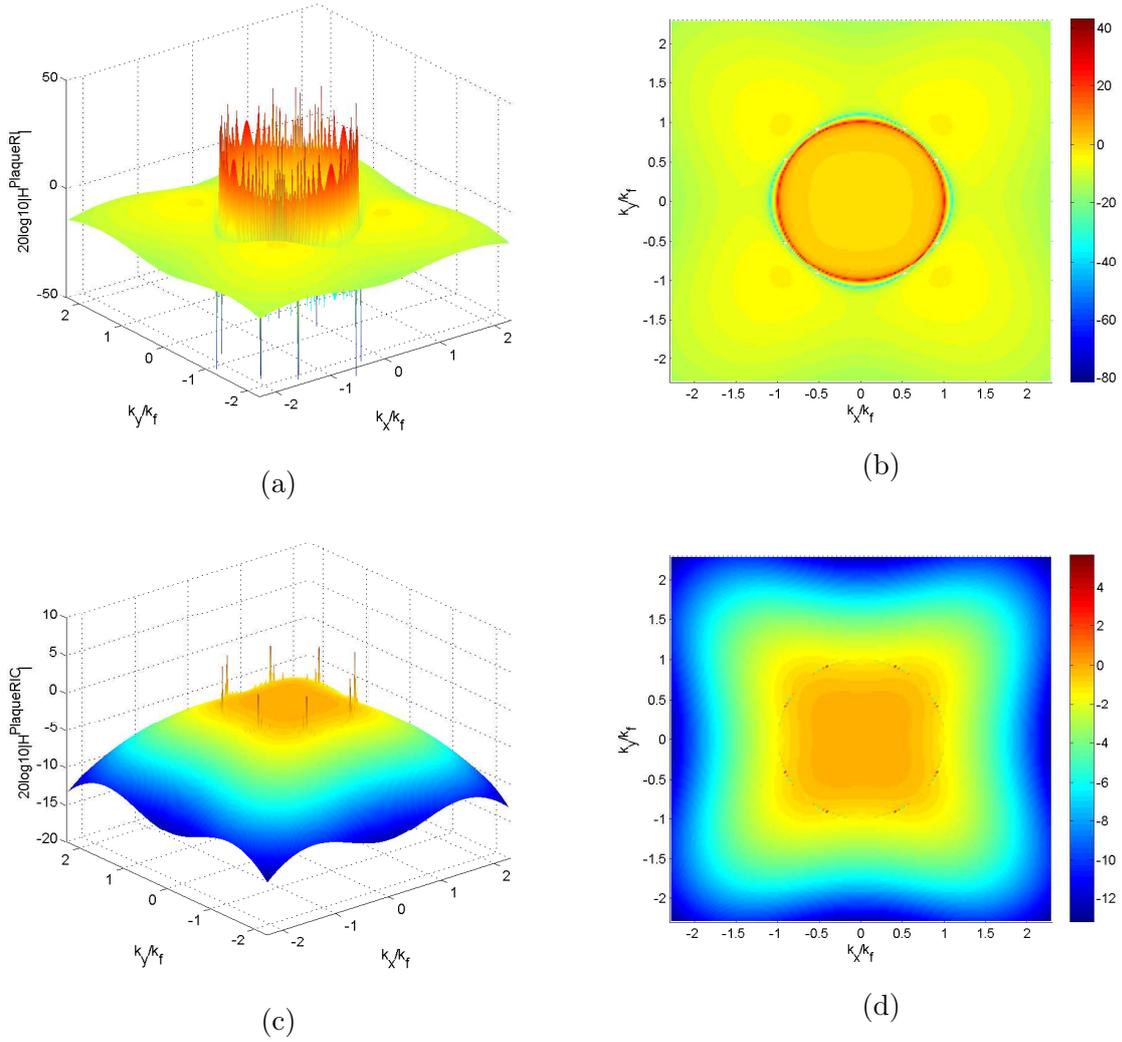


FIG. 2.11 – Différentes vues des modules des fonctions de transfert des filtres $H^{PlaqueRI}$ (a) et (b) et $H^{PlaqueRIC}$ (c) et (d) pour une valeur de $n = 4.7$.

cerle mais pas exactement au nombre d'onde de flexion. Les deux singularités ne s'annulent donc pas.

La méthode RIC propose l'ajout de facteurs pour corriger la présence des singularités en 2D. Ils sont calculés en cherchant les solutions pour lesquelles les racines du dénominateur de la fonction de transfert $H^{PlaqueRI}$ sont égales à celles de son numérateur. Dans [8], deux facteurs correctifs sont proposés pour annuler la singularité en $(k_x, k_y) = (k_f, 0)$ et $(k_x, k_y) = (0, k_f)$ et $(k_x, k_y) = (\frac{k_f}{\sqrt{2}}, \frac{k_f}{\sqrt{2}})$. Ils sont directement appliqués sur chaque terme du schéma aux différences finies lors de la reconstruction de la distribution de force (voir Eq. 1.40).

La fonction de transfert corrigée $H^{PlaqueRIC}(k_x, k_y, \omega)$ s'écrit :

$$H^{PlaqueRIC}(k_x, k_y, \omega) = \frac{\widehat{F}^{RIC}(k_x, k_y, \omega)}{\widehat{F}(k_x, k_y, \omega)} = \frac{\tilde{\kappa}_{2D}^4 - k_f^4}{(k_x^2 + k_y^2)^2 - k_f^4}, \quad (2.15)$$

avec $\tilde{\kappa}_{2D}^4 \widehat{w}(k_x, k_y) = \tilde{\mu}^4 \widehat{\delta}_{\Delta}^{4x} + \tilde{\mu}^4 \widehat{\delta}_{\Delta}^{4y} + 2\tilde{\nu}^4 \widehat{\delta}_{\Delta}^{2x2y}$ le schéma aux différences finies corrigé et μ et ν sont les deux facteurs correctifs.

La figure 2.11 illustre l'efficacité de la correction ajoutée qui a permis d'aligner les deux singularités aux trois points définis. Le filtre G^{RIC} présente une meilleure symétrie circulaire mais qui n'est pas parfaite puisque les singularités sont encore présentes sur le reste du cercle. Cela permet cependant de minimiser les erreurs lors de la reconstruction de la distribution de force par la méthode inverse.

La suite de l'étude se focalise sur l'élaboration d'une nouvelle méthode qui permet, en plus de corriger les singularités, de décider du filtrage passe-bas apporté par la méthode inverse. La méthode développée reposant sur la synthèse de filtres numériques, il est primordial de représenter l'approche en recourant au formalisme de la transformée en z .

2.2 Réécriture des filtres des méthodes inverses dans le domaine des z

2.2.1 Définition de la transformée en z

L'opérateur de transformée en z , noté Z constitue un outil privilégié pour l'étude des filtres et des systèmes discrets [56]. Il peut être défini en 1 ou 2 dimensions.

En 1D, la transformée en z (bilatérale) du signal discret $f(n)$ est définie par :

$$F(z) = Z[f(n)] = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} f(n)z^{-n}, \quad (2.16)$$

où z est une variable complexe et $F(z)$ une fonction complexe de la variable z . n représente les points de discrétisation.

En 2D, soit suivant les directions $0x$ et $0y$ du plan, la transformée en z d'un signal échantillonné $f(n_x, n_y)$ situé en un point de coordonnées (n_x, n_y) est :

$$F(z_x, z_y) = Z[f(n_x, n_y)] = \sum_{n_x=-\infty}^{+\infty} \sum_{n_y=-\infty}^{+\infty} f(n_x, n_y)z_x^{-n_x}z_y^{-n_y}, \quad (2.17)$$

La transformée en z joue un rôle équivalent à celui de la transformée de Laplace mais s'applique uniquement sur des signaux discrets.

Le formalisme en z permet de définir n'importe quel filtre numérique. Il suffit en effet de connaître la fonction de transfert en z , nommée $H(z)$ qui définit la relation entre la sortie $Y(z)$ et l'entrée $X(z)$ du filtre. Tout filtre numérique linéaire peut être mathématiquement décrit par une fonction complexe qui s'écrit comme le rapport de deux polynômes :

$$H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{\sum_{p=0}^P a_p z^{-p}}{1 + \sum_{q=1}^Q b_q z^{-q}}, \quad (2.18)$$

où le numérateur spécifie les zéros du filtre et le dénominateur ses pôles. Les paramètres a_p et b_q sont les coefficients du filtre. L'existence de ces coefficients définit deux types de filtres numériques, ceux à réponse impulsionnelle finie (filtres RIF) et ceux à réponse impulsionnelle infinie (filtres RII).

L'équation (2.18) permet d'écrire la relation entre la sortie $Y(z)$ et l'entrée $X(z)$ selon :

$$Y(z) = \sum_{p=0}^P a_p z^{-p} X(z) - \sum_{q=1}^Q b_q z^{-q} Y(z), \quad (2.19)$$

ce qui permet d'obtenir facilement par transformée en z inverse, l'équation aux différences qui relie la sortie du filtre aux entrées dans le domaine spatial :

$$y(n) = \sum_{p=0}^P a_p x(n-p) - \sum_{q=1}^Q b_q y(n-q). \quad (2.20)$$

Dans le cas d'un filtre RIF, les coefficients b_q sont nuls. La fonction de transfert est alors :

$$H(z) = \sum_{p=0}^P a_p z^{-p}, \quad (2.21)$$

où le terme P représente l'ordre du filtre qui possédera $P + 1$ coefficients.

Le filtre RIF est un filtre non récursif (la sortie dépend uniquement des entrées) dont la fonction de transfert est de type polynomial. De ce fait, elle n'a pas de pôle à l'extérieur du cercle unité, ce qui permet d'obtenir un filtre inconditionnellement stable. De plus la symétrie des coefficients lui confère une phase linéaire [57]. Ces deux caractéristiques rendent ces filtres particulièrement intéressants pour le filtrage.

La réponse en nombre d'onde d'un tel filtre est obtenue à partir de sa fonction de transfert en remplaçant z par $e^{jk\Delta}$:

$$H(k) = \sum_{p=0}^P a_p e^{-jpk\Delta}, \quad (2.22)$$

Les filtres G^{RI} et G^{RIC} peuvent naturellement être définis à l'aide du formalisme en z .

2.2.2 Filtres $G^{RI}(z)$ et $G^{RIC}(z)$

Dans le domaine des z , la fonction de transfert entre le champ de déplacement discrétisé $W(z)$ et la force reconstruite $F^{RI/RIC}(z)$ est illustrée à la figure 2.12 et est égale à :

$$F^{RI/RIC}(z) = G^{RI/RIC}(z)W(z). \quad (2.23)$$

Ce filtre, bien qu'il puisse être schématisé de la même manière pour le cas monodimensionnel de la poutre que pour le cas bidimensionnel de la plaque est calculé différemment d'un cas à l'autre. Dans le premier cas il est basé sur l'équation du mouvement discrétisée par un schéma aux différences finies en 1D de la poutre et dans l'autre, sur l'équation du mouvement discrétisée par un schéma aux différences finies 2D de la plaque.



FIG. 2.12 – Fonction de transfert représentant le filtrage apporté par les méthodes inverses RI et RIC.

2.2.2.1 Cas de la poutre : $G^{RI/RIC}(z)$ en 1D

Pour effectuer la discrétisation en z du filtre G^{RI} , il s'agit d'appliquer la transformée en z sur l'équation du mouvement de la poutre discrétisée par schéma aux différences finies. Soit :

$$\frac{EI}{\Delta^4}(w(n+2) - 4w(n+1) + 6w(n) - 4w(n-1) + w(n-2)) - \rho S \omega^2 w(n) = F(n), \quad (2.24)$$

l'équation du mouvement de la poutre discrétisée. D'après la formule de la transformée en z d'un signal décalé de k échantillons :

$$Z[w(n-k)](z) = z^{-k}W(z), \quad (2.25)$$

l'équation du mouvement de la poutre discrétisée dans le domaine des z s'écrit :

$$\frac{EI}{\Delta^4}(z^2 - 4z^1 + (\frac{6EI - \rho S \omega^2 \Delta^4}{EI})z^0 - 4z^{-1} + z^{-2})W(z) = F(z), \quad (2.26)$$

et d'après l'équation (2.23), on obtient :

$$G^{RI}(z) = \frac{F^{RI}(z)}{W(z)} = \frac{EI}{\Delta^4}(z^2 - 4z^1 + (\frac{6EI - \rho S \omega^2 \Delta^4}{EI})z^0 - 4z^{-1} + z^{-2}). \quad (2.27)$$

En suivant le même raisonnement, le filtre $G^{RIC}(z)$ est calculé à partir de l'équation du mouvement discrétisée et corrigée de la poutre et est égal à :

$$G^{RIC}(z) = \frac{EI}{\Delta^4}(\mu^4 z^2 - 4\mu^4 z^1 + (\frac{6EI\mu^4 - \rho S \omega^2 \Delta^4}{EI}) - 4\mu^4 z^{-1} + \mu^4 z^{-2}), \quad (2.28)$$

où μ est le facteur correctif appliqué dans la méthode RIC (voir Eq. 1.33).

La figure 2.13 illustre le module des fonctions de transfert du filtre faisant intervenir l'équation analytique de la poutre $(H^{Poutre}(k, \omega))^{-1}$ (voir Eq. 2.7) et des filtres discrétisés $G^{RI}(k, \omega)$ et $G^{RIC}(k, \omega)$ obtenus en posant $z = e^{jk\Delta}$ dans $G^{RI}(z)$ et $G^{RIC}(z)$. Le filtre corrigé $G^{RIC}(k, \omega)$ approxime très bien le filtre $(H^{Poutre})^{-1}(k, \omega)$ jusqu'à un peu au-dessus du nombre d'onde de coupure. Le pic est reconstruit à la bonne abscisse. Au delà de k_f , la reconstruction est sous-évaluée, ce qui n'est pas un problème puisque par la suite ce sera l'inverse de $G^{RIC}(z)$ qui sera utilisé pour calculer le nouveau filtre $H^{PoutreRI}(z)$. L'effet passe-bas sera amplifié dans cette zone (la pente sera plus forte) et le filtrage des hauts nombres d'onde meilleur.

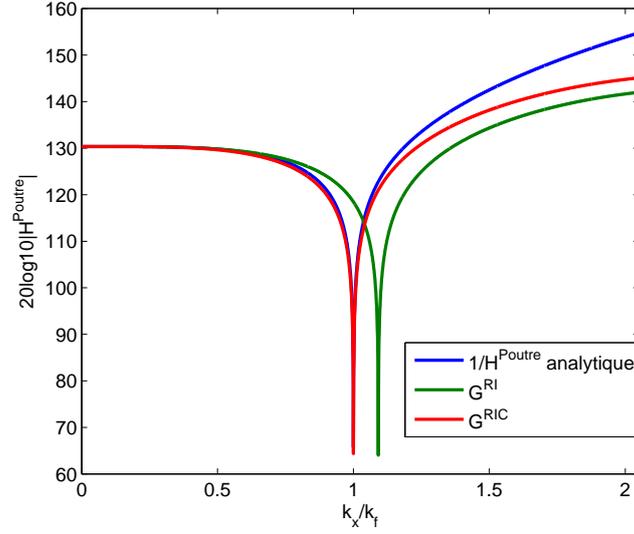


FIG. 2.13 – Modules des fonctions de transfert $(H^{Poutre}(k, \omega))^{-1}$ analytique, $G^{RI}(k, \omega)$ et $G^{RIC}(k, \omega)$ pour un nombre de points par longueur d'onde égal à 4.7.

2.2.2.2 Cas de la plaque : $G^{RI/RIC}(z)$ en 2D

L'équation du mouvement de la plaque discrétisée par schéma aux différences finies en deux dimensions est :

$$\begin{aligned} \frac{D}{\Delta^4} & (w(n_x, n_y - 2) + 2w(n_x + 1, n_y - 1) - 8w(n_x, n_y - 1) + 2w(n_x - 1, n_y - 1) \\ & + w(n_x + 2, n_y) - 8w(n_x + 1, n_y) - 8w(n_x - 1, n_y) + w(n_x - 2, n_y) + 20w(n_x, n_y) \\ & + 2w(n_x + 1, n_y + 1) - 8w(n_x, n_y + 1) + 2w(n_x - 1, n_y + 1) + w(n_x, n_y + 2)) \\ & - \rho h \omega^2 w(n_x, n_y) = F(n_x, n_y). \end{aligned} \quad (2.29)$$

Ici les pas de discrétisation en x et y sont choisis égaux ($\Delta_x = \Delta_y = \Delta$). La transformée en z 2D de cette équation permet de calculer la fonction de transfert du filtre $G^{RI}(z_x, z_y)$:

$$\begin{aligned} G^{RI}(z_x, z_y) &= \frac{F(z_x, z_y)}{W(z_x, z_y)} = \frac{D}{\Delta^4} (z_x^0 z_y^2 + 2z_x^{-1} z_y^1 - 8z_x^0 z_y^1 + 2z_x^1 z_y^1 + z_x^{-2} z_y^0 - 8z_x^{-1} z_y^0 \\ & + (20 - \frac{\rho h \omega^2 \Delta^4}{D}) z_x^0 z_y^0 - 8z_x^1 z_y^0 + z_x^2 z_y^0 + 2z_x^{-1} z_y^{-1} - 8z_x^0 z_y^{-1} + 2z_x^1 z_y^{-1} + z_x^0 z_y^{-2}), \end{aligned} \quad (2.30)$$

ce qu'on peut écrire de la manière suivante :

$$G^{RI}(z_x, z_y) = \sum_{n_x=-2}^{N_x=2} \sum_{n_y=-2}^{N_y=2} g^{RI}(n_x, n_y) z_x^{-n_x} z_y^{-n_y}, \quad (2.31)$$

avec $g^{RI}(n_x, n_y)$ la réponse impulsionnelle 2D du filtre, qui peut se représenter par un masque (matrice) tel que :

$$\mathbf{g}^{RI} = \frac{D}{\Delta^4} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & -8 & 2 & 0 \\ 1 & -8 & (20 - \frac{\rho h \omega^2 \Delta^4}{D}) & -8 & 1 \\ 0 & 2 & -8 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad (2.32)$$

De même que pour le cas de la poutre, l'expression du filtre $G^{RIC}(z_x, z_y)$ se définit de la même manière à partir de l'équation du mouvement discrétisée corrigée de la plaque (Eq. 1.40) :

$$G^{RIC}(z_x, z_y) = \sum_{n_x=-2}^{N_x=2} \sum_{n_y=-2}^{N_y=2} g^{RIC}(n_x, n_y) z_x^{-n_x} z_y^{-n_y}, \quad (2.33)$$

avec $g^{RIC}(n_x, n_y)$ la réponse impulsionnelle du filtre G^{RIC} qui peut se représenter par la matrice :

$$\mathbf{g}^{RIC} = \frac{D}{\Delta^4} \begin{bmatrix} 0 & 0 & \mu^4 & 0 & 0 \\ 0 & 2\nu^4 & -4(\mu^4 + \nu^4) & 2\nu^4 & 0 \\ \mu^4 & -4(\mu^4 + \nu^4) & \left(\frac{4D(3\mu^4 + 2\nu^4) - \rho h \omega^2 \Delta^4}{D} \right) & -4(\mu^4 + \nu^4) & \mu^4 \\ 0 & 2\nu^4 & -4(\mu^4 + \nu^4) & 2\nu^4 & 0 \\ 0 & 0 & \mu^4 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad (2.34)$$

La distribution de force reconstruite par les méthodes inverses dans le domaine discrétisé est en fait égal au produit de convolution 2D, noté **, entre le champ de déplacement discrétisé spatialement et les réponses impulsionnelles $g^{RI}(n_x, n_y)$ ou $g^{RIC}(n_x, n_y)$:

$$F^{RI/RIC}(n_x, n_y, \omega) = w(n_x, n_y, \omega) * * g^{RI/RIC}(n_x, n_y, \omega). \quad (2.35)$$

La figure 2.14 compare le module de la fonction de transfert du filtre $G^{RIC}(k_x, k_y)$ obtenu en appliquant $z_x = e^{jk_x \Delta}$ et $z_y = e^{jk_y \Delta}$ dans $G^{RIC}(z_x, z_y)$, avec le filtre analytique inverse de la plaque $(H^{Plaque}(k_x, k_y))^{-1}$. On remarque que ce filtre présente une symétrie circulaire que ne reconstruit pas le filtre $G^{RIC}(k_x, k_y)$. Pour $(H^{Plaque}(k_x, k_y))^{-1}$, les valeurs d'amplitude sont égales sur tous les points de cercles concentriques et le filtrage est le même dans toutes les directions. L'imprécision de l'approximation réalisée par le filtre $G^{RIC}(k_x, k_y)$ provient du schéma aux différences finies 2D utilisé pour la discrétisation qui est un schéma défini en deux directions principales x et y suivant un repère cartésien. Appliquer la transformée en z 2D sur ce schéma ne permet pas de réaliser un filtre à symétrie circulaire et d'approximer fidèlement le filtre $(H^{Plaque}(k_x, k_y))^{-1}$. Par la suite, une technique basée sur la symétrie circulaire et donnant lieu à une approximation plus précise sera détaillée.

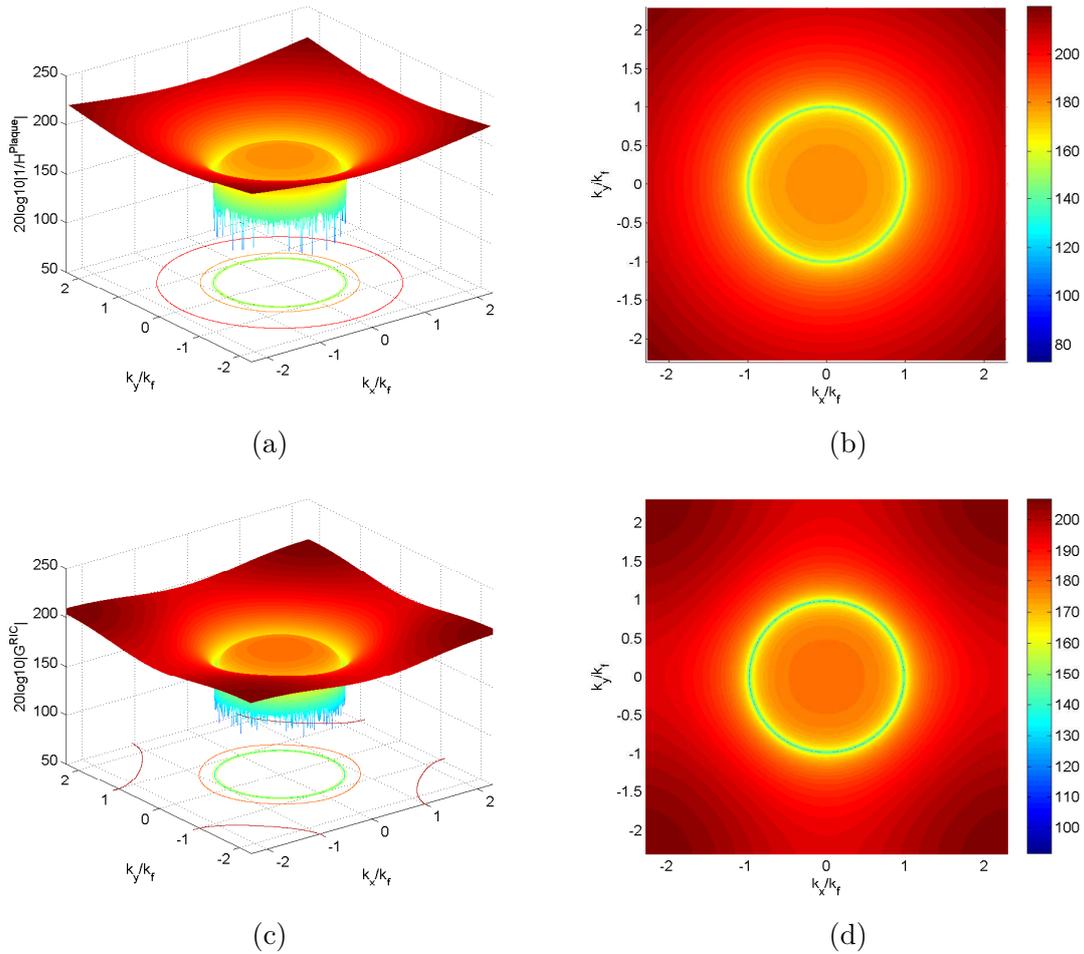


FIG. 2.14 – Différentes vues du module de la fonction de transfert du filtre analytique $(H^{Plaque}(k_x, k_y))^{-1}$ (a) et (b) et du filtre $G^{RIC}(k_x, k_y)$ (c) et (d).

2.3 Méthodologie de synthèse de schémas aux différences finies

L'objectif est de sélectionner précisément la bande de nombres d'onde de la distribution de force reconstruite, ce qui revient à chercher à contrôler les différentes caractéristiques - fréquence de coupure, pente, gain, bande passante et bande coupée - du filtrage $H^{PoutreRI}$ apporté par la méthode de résolution inverse. La maîtrise de ces caractéristiques peut se révéler particulièrement intéressante pour réaliser un filtrage plus sélectif des hauts nombres d'onde et mieux connaître le rôle et la contribution de chaque composante (acoustique et aérodynamique) dans la transmission du bruit au travers d'une structure.

En somme, il s'agit d'obtenir le filtre G présenté à la figure 2.3 qui permettra de choisir l'emplacement des capteurs sur la structure et donc de définir le schéma aux différences finies qui conduira à l'obtention de la distribution de force à partir des déplacements mesurés. D'après la figure 2.4 et l'équation (2.6), l'obtention du filtre G passe par la définition d'un filtre passe-bas cible dont le gabarit est celui de la fonction de transfert $H^{PBcible}(k_x, k_y, \omega)$.

La première étape est de construire la fonction de transfert en z , $H^{PBcible}(z)$ par synthèse de filtres numériques.

2.3.1 Synthèse de filtres numériques à partir d'un gabarit imposé

Le but du filtrage est d'extraire les informations utiles d'un signal. Généralement le filtre retourne la partie du signal la plus intelligible en matière d'information contenue et désirée. Son avantage principal est qu'il est facilement adaptable et personnalisable.

Les filtres numériques s'appliquent sur des signaux échantillonnés à temps discret contrairement aux filtres analogiques qui opèrent sur des signaux analogiques en temps continu.

La synthèse ou la conception de tels filtres est un processus itératif à plusieurs étapes dont les étapes clés sont la spécification du filtre, le calcul des coefficients et l'implémentation de la structure de réalisation. Ces étapes sont réalisées dans le domaine discret par la transformée en z .

La synthèse d'un filtre numérique à Réponse Impulsionnelle Finie (ou filtre RIF) consiste à rechercher les coefficients optimaux a_p pour satisfaire les spécifications souhaitées suivantes :

- la bande passante du filtre (le ou les nombres d'onde de coupure k_c);
- la largeur de la bande de transition (Δk);
- l'ondulation maximale tolérée en bande passante δ_p ;
- l'ondulation maximale tolérée en bande atténuée δ_a ;
- l'atténuation maximale en bande atténuée.

A partir de cela, un gabarit du filtre peut être défini comme illustré en figure 2.15. Le filtre créé pourra être un filtre passe-bas, passe-haut, coupe-bande ou passe-bande dont les spécifications auront été préalablement déterminées.

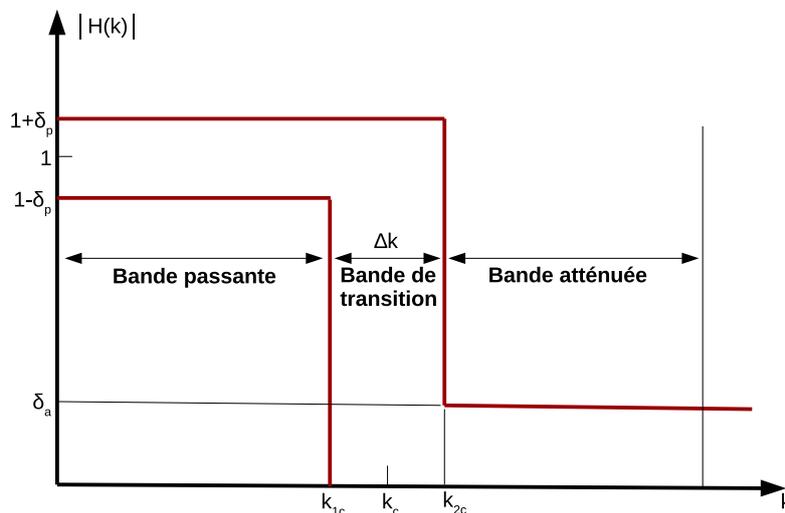


FIG. 2.15 – Gabarit d'un filtre passe-bas et définition des spécifications.

Les différentes méthodes inverses se comportent comme des filtres passe-bas dans le domaine des nombres d'onde dont le nombre d'onde de coupure et la sélectivité sont

établis. Le schéma aux différences finies standard impose un gabarit de filtre passe-bas qui ne varie qu'en fonction du nombre de points par longueur d'onde (soit l'espacement entre capteurs). L'objectif de l'étude est de trouver d'autres schémas aux différences finies permettant de faire varier le filtrage passe-bas et d'atteindre des spécifications définies au préalable (spécialement une sélectivité plus forte).

2.3.2 Synthèse de filtres 1D à réponse impulsionnelle finie

Étape 1 : définition d'un gabarit de filtre passe-bas cible

La première étape consiste à dimensionner un filtre passe-bas cible appelé $H^{PBcible}$ et correspondant à un gabarit cible de filtre souhaité (voir Fig. 2.16).

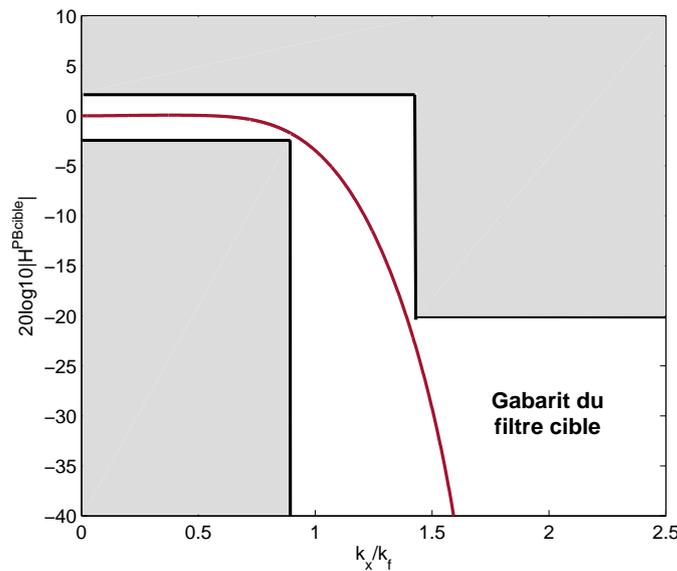


FIG. 2.16 – Exemple d'un gabarit en dB du filtre passe-bas cible $H^{PBcible}$ dans le domaine des nombres d'onde.

Dans un premier temps, le filtre $H^{PBcible}$ choisi est un filtre RIF dont la fonction de transfert générale dans le domaine des z est présentée à l'équation (2.22).

Il existe de nombreux procédés pour concevoir ce type de filtre [58], telles que la méthode des fenêtres, la méthode de l'échantillonnage en fréquences ou la méthode du design du filtre optimal. On opte ici pour la méthode des fenêtres [59] qui présente les avantages d'être simple à mettre en œuvre et d'avoir un coût de calcul faible.

On choisit pour expliciter la démarche, un filtre RIF d'ordre $N = 4$ dont la pente est un peu plus forte que celle du filtre des méthodes inverses ($H^{PoutreRI}$ et $H^{PoutreRIC}$) et qui ne comporte que 5 termes ($N + 1$). Son nombre d'onde de coupure est choisi égal à k_f . Plus l'ordre sera élevé, plus la pente de coupure du filtre sera forte et plus le filtrage sera efficace. Ce filtre est représenté à la figure 2.17 et son équation est donnée par :

$$H^{PBcible}(z) = a_0 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2} + a_1 z^{-3} + a_0 z^{-4}, \quad (2.36)$$

avec $a_0 = 0.0081$, $a_1 = 0.2177$ et $a_2 = 0.5484$ lorsque le nombre de points par longueur d'onde est égal à 4.7.

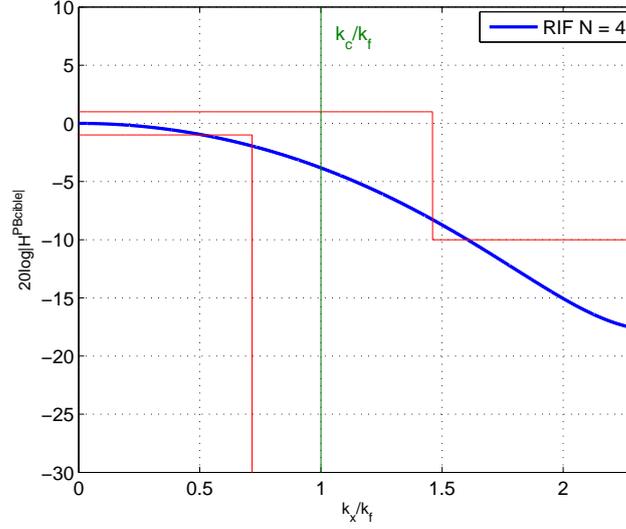


FIG. 2.17 – Module de la fonction de transfert du filtre $H^{PBcible}$ de l'équation (2.36) dans le domaine des nombres d'ondes.

Étape 2 : Calcul de $G(z)$

D'après les figures 2.3 et 2.4, il suffit de calculer $G(z) = G^{RIC}(z)H^{PBcible}(z)$:

$$G(z) = \left(\frac{EI}{\Delta^4} (\mu^4 z^2 - 4\mu^4 z^1 + \left(\frac{6EI\mu^4 - \rho S \omega^2 \Delta^4}{EI} \right) - 4\mu^4 z^{-1} + \mu^4 z^{-2}) \right) \times \quad (2.37)$$

$$(a_0 z^0 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2} + a_1 z^{-3} + a_0 z^{-4})$$

$$= bz^2 + cz^1 + d + ez^{-1} + fz^{-2} + ez^{-3} + dz^{-4} + cz^{-5} + bz^{-6}$$

avec $b = 0.011$, $c = 0.25$, $d = -1.6$, $e = -0.4$, et $f = 0.45$. Le filtre $G(z)$ résultant est un filtre à 9 coefficients et décentré de 2 points. Ce décentrage provient du fait que le filtre $G^{RIC}(z)$ est déterminé à partir d'un schéma aux différences finies centré.

Étape 3 : Calcul du nouveau schéma aux différences finies

D'après l'équation (2.37) et la figure 2.3 :

$$G(z) = \frac{F^{kc}(z)}{W(z)}, \quad (2.38)$$

soit :

$$F^{kc}(z) = (bz^2 + cz^1 + d + ez^{-1} + fz^{-2} + ez^{-3} + dz^{-4} + cz^{-5} + bz^{-6}) W(z). \quad (2.39)$$

Par transformée en z inverse de cette équation, la distribution de force à l'emplacement n s'écrit :

$$F^{k_c}(n) = bw(n+2) + cw(n+1) + dw(n) + ew(n-1) + fw(n-2) + ew(n-3) + dw(n-4) + cw(n-5) + bw(n-6). \quad (2.40)$$

D'après l'équation du mouvement discrétisée de la poutre suivante :

$$F^{k_c}(n) = EI\delta_{\Delta}^{4x}(n) - \rho S\omega^2 w(n), \quad (2.41)$$

le nouveau schéma aux différences finies est donc :

$$\delta_{\Delta}^{4x}(n) = b_2w(n+2) + c_2w(n+1) + d_{c2}w(n) + e_2w(n-1) + f_2w(n-2) + e_2w(n-3) + d_2w(n-4) + c_2w(n-5) + b_2w(n-6) \quad (2.42)$$

avec $b_2 = \frac{b}{EI}$, $c_2 = \frac{b}{EI}$, $d_{c2} = \frac{d + \rho S\omega^2}{EI}$, $e_2 = \frac{e}{EI}$, $d_2 = \frac{d}{EI}$ et $f_2 = \frac{f}{EI}$.

Le nouveau schéma aux différences finies, présenté à la figure 2.18, est un schéma décentré à 9 points. Pour reconstruire l'excitation filtrée avec les caractéristiques du filtrage choisies à l'étape 1 en un point appelé n, il faudra mesurer le champ de déplacement de la structure en 9 points (6 points avant le point n et deux points après).



FIG. 2.18 – Emplacement des points de mesures de déplacement pour déduire la force au point n à partir du schéma aux différences finies.

La dernière étape consiste à tester le nouveau schéma aux différences finies pour vérifier que le filtrage apporté correspond bien au filtrage cible défini précédemment.

Étape 4 : Vérification

À l'étape précédente la distribution de force a été déterminée dans le domaine des z selon $F^{k_c}(z) = G(z)W(z)$. En remplaçant z par $e^{jk\Delta}$, cette équation devient :

$$\widehat{F}^{k_c}(k) = G(k)\widehat{w}(k). \quad (2.43)$$

On peut donc former le filtre $H^{Poutrek_c}(k, \omega)$ tel que :

$$H^{Poutrek_c}(k, \omega) = \frac{\widehat{F}^{k_c}(k, \omega)}{\widehat{F}(k, \omega)} = H^{Poutre}(k, \omega)G(k, \omega), \quad (2.44)$$

ce qui correspond à l'équation 2.2. Pour vérifier que l'objectif de filtrage est atteint, il suffit de comparer $H^{PBcible}$ à $H^{Poutrek_c}$ (voir Fig. 2.19). Le filtre $H^{Poutrek_c}$ présente la même allure que le filtre passe-bas cible jusqu'à une demi fois le nombre d'onde de flexion de la poutre. Au delà, le filtre est plus sélectif. Cela provient de l'approximation du filtre $(H^{Poutre})^{-1}$ par G^{RIC} qui sous-estime la fonction après k_f . Cet effet n'est pas gênant

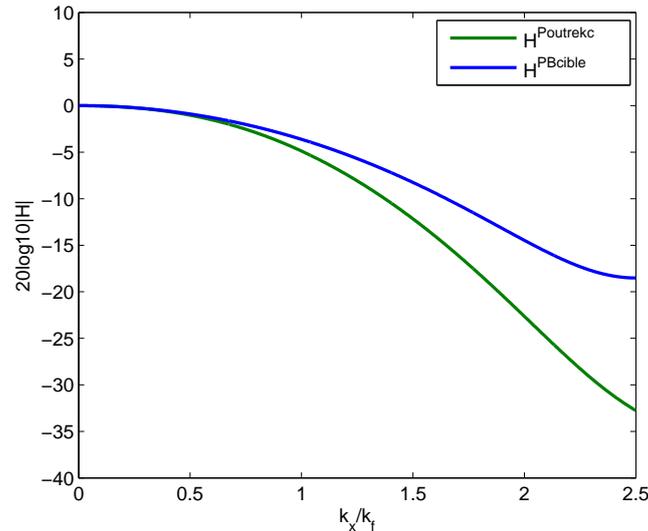


FIG. 2.19 – Modules des fonctions de transfert des filtres $H^{PBcible}$ et $H^{Poutrek_c}$ comportant le nouveau schéma aux différences finies à 9 points.

puisque nous cherchons à filtrer les hauts nombres d'onde. Il faut cependant en tenir compte lors de la définition du filtre passe-bas cible. Le filtrage final réalisé par $H^{Poutrek_c}$ sera plus fort que celui défini dans le filtre $H^{PBcible}$.

La figure 2.20 compare le filtre $H^{Poutrek_c}$ calculé à partir de différents schémas aux différences finies : le schéma à 5 points standard de la méthode RI, le schéma à 5 points corrigé de la méthode RIC et le schéma à 9 points de l'équation (2.42). Le schéma à 9 points est plus sélectif que ceux des méthodes inverses classiques et la singularité au nombre d'onde de flexion k_f est bien annulée.

Remarque : Le schéma aux différences finies déterminé n'est valable qu'à la fréquence à laquelle la méthode est réalisée. À chaque fréquence, le filtre passe-bas cible doit être recalculé. Son ordre est le même mais la valeur du nombre d'onde de coupure k_f est différente puisque le nombre d'onde de flexion évolue en fonction de la fréquence (Eq. 1.9). Seuls les coefficients du schéma aux différences finies seront différents.

L'intérêt premier de la démarche est d'obtenir un nouveau schéma aux différences finies permettant d'avoir un meilleur filtrage des hauts nombres d'onde par la méthode de résolution inverse. Pour obtenir un filtrage plus sélectif, il suffit d'augmenter la pente du filtre passe-bas cible $H^{PBcible}$ défini à l'étape 1 en augmentant son ordre.

Il est choisi comme nouvel exemple un filtre passe-bas cible d'ordre 15 qui comme illustré à la figure 2.21 est beaucoup plus sélectif que le filtre passe-bas d'ordre 4 utilisé précédemment.

À nouveau, les étapes 2 à 4 sont réalisées et un nouveau schéma aux différences finies est calculé puis testé. Le résultat est un schéma décentré à 19 points.

Le fait d'augmenter l'ordre du filtre et donc par conséquent son nombre de coefficients

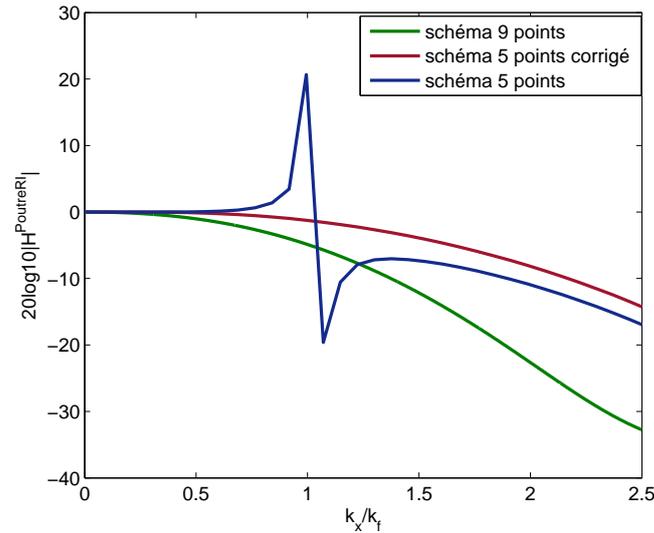


FIG. 2.20 – Modules des fonctions de transfert du filtre $H^{PoutreRI}$ pour différents schémas aux différences finies : schéma standard à 5 points non corrigé (méthode RI - Eq. 1.30), schéma standard à 5 points corrigé (méthode RIC - Eq. 1.34) et nouveau schéma aux différences finies à 9 points (Eq. 2.42).

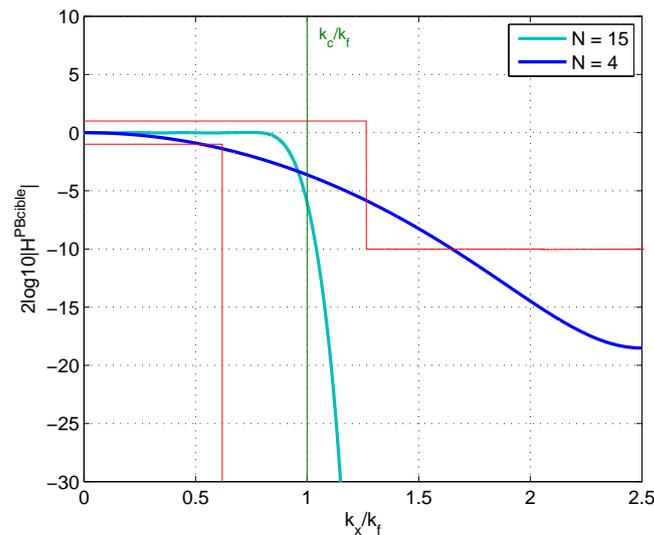


FIG. 2.21 – Modules des fonctions de transfert des filtres $H^{PBcible}$ d'ordre $N = 4$ et $N = 15$.

impacter le nombre de points du schéma aux différences finies qui sera lui aussi plus élevé. La figure 2.22 compare la fonction de transfert du filtre total $H^{Poutrek_c}$ contenant le schéma à 19 points d'une part et celui à 9 points d'autre part. Le filtrage est bien plus important lorsque l'ordre est plus élevé.

En conclusion, pour avoir un filtrage plus sélectif, il faut augmenter le nombre de points du filtre passe-bas $H^{PBcible}$ et donc par conséquent celui du schéma aux différences finies.

Cela peut devenir un inconvénient important en pratique si la méthode de mesure du champ de déplacement est une mesure longue (utilisation d'accéléromètres par exemple).

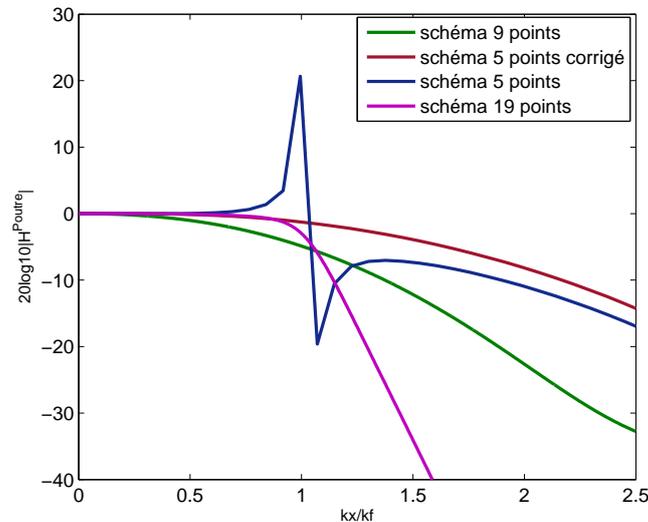


FIG. 2.22 – Modules des fonctions de transfert du filtre $H^{Poutrek_c}$ pour différents schémas aux différences finies : schéma standard à 5 points non corrigé (méthode RI), schéma standard à 5 points corrigé (méthode RIC), schéma aux différences finies à 9 points et nouveau schéma aux différences finies à 19 points.

Pour modifier le filtrage apporté par la méthode, une autre possibilité est de changer une autre caractéristique importante du filtre passe-bas cible : son nombre d'onde de coupure. Cela aura une incidence directe sur celui du filtre $H^{Poutrek_c}$. Celui-ci peut être choisi différent de k_f . Il devient alors possible de choisir exactement la part de l'excitation à reconstruire.

La figure 2.23 propose l'exemple de deux nouveaux schémas aux différences finies calculés à partir de deux filtres passe-bas cibles dont le nombre d'onde de coupure est modifié. L'ordre de ces deux filtres reste égal à 15. Les nouveaux schémas aux différences finies ont par conséquent toujours 19 points. Seuls leurs coefficients sont différents.

On note que puisqu'il est difficile d'avoir une coupure très marquée avec ce type de filtre, il peut-être intéressant de spécifier un nombre d'onde de coupure plus grand que k_f lors de la création du filtre passe-bas cible pour que le filtrage ne soit pas effectif avant k_f .

La méthode présentée et proposée dans cette étude est un outil simple à mettre en œuvre et rapide d'utilisation qui permet de calculer un schéma aux différences finies répondant à un objectif de filtrage souhaité. Néanmoins, pour avoir une meilleure sélectivité du filtre passe-bas RIF, la seule solution est d'augmenter l'ordre du filtre, ce qui a une répercussion directe sur le nombre de points du schéma aux différences finies. Par ailleurs, la méthode conventionnelle des fenêtres a l'avantage d'être simple à mettre en œuvre et ne requiert que relativement peu de calcul. Cependant, elle n'est pas optimale. Il est difficile d'avoir un contrôle précis des nombres d'onde de coupure entre la bande passante et la

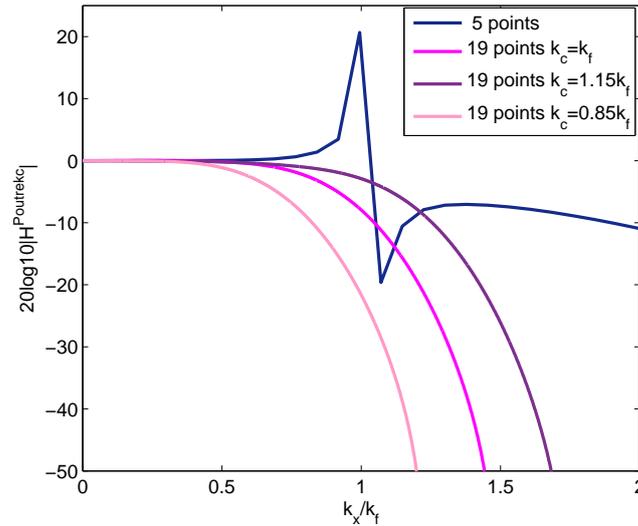


FIG. 2.23 – Modules des fonctions de transfert du filtre $H^{Poutrek_c}$ pour différentes fréquences de coupure.

bande atténuée sans avoir un ordre de filtre élevé. Dans la pratique, ces méthodes sont donc très limitées [60]. Dans le cas de notre étude, avoir des schémas aux différences finies trop grands peut se révéler inadapté à des mesures expérimentales avec accéléromètres sur des petites structures (par exemple les vitres de voiture). Une solution testée pour essayer de réduire le nombre de points tout en gardant le même filtrage est d'utiliser un autre type de filtre passe-bas.

2.3.3 Conception à partir d'un filtre à réponse impulsionnelle infinie

Le filtre passe-bas cible utilisé est maintenant un filtre à réponse impulsionnelle infinie (RII) dont la fonction de transfert dans le domaine des z a été définie à l'équation 2.18. L'avantage des filtres RII est qu'ils sont, pour un ordre plus faible, beaucoup plus sélectifs que les filtres RIF. Ce sont cependant des filtres récursifs, l'échantillon du signal de sortie de rang n dépend de l'entrée mais aussi des échantillons précédents. Dans l'expression de la transformée en z de la réponse impulsionnelle d'un tel filtre, la récursivité se traduit par la présence d'un dénominateur.

Pour créer un filtre RII, la démarche est la même que précédemment. Il faut premièrement définir un gabarit qui sera ensuite approché par une fonction de transfert analytique d'un filtre de type donné. Ensuite l'application de la règle de la transformation bilinéaire ($p = (1 - z^{-1})/(1 + z^{-1})$) permet de passer d'une expression dans le domaine des nombres d'onde au domaine des z pour obtenir la fonction de transfert en z et déduire l'équation du filtrage. Il est choisi ici d'utiliser un filtre de Butterworth mais d'autres modèles peuvent aussi convenir (Chebyshev, Bessel, etc.).

La figure 2.24 compare un filtre RIF et un filtre de Butterworth d'ordre 4 dont la

fonction de transfert est donnée à l'équation 2.45. La sélectivité de ce dernier est plus forte que celle du filtre RIF alors même que son ordre est le même. Le filtre passe-bas de Butterworth filtre davantage en utilisant moins de points.

$$H^{PBcibleButt}(z) = \frac{a_0 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2} + a_2 z^{-3} + a_0 z^{-4}}{1 + b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2} + b_3 z^{-3} + b_4 z^{-4}}, \quad (2.45)$$

avec $a_0 = 0.03$, $a_1 = 0.11$, $a_2 = 0.16$, $b_1 = -1.3$, $b_2 = 1$, $b_3 = -0.35$ et $b_4 = 0.5$.

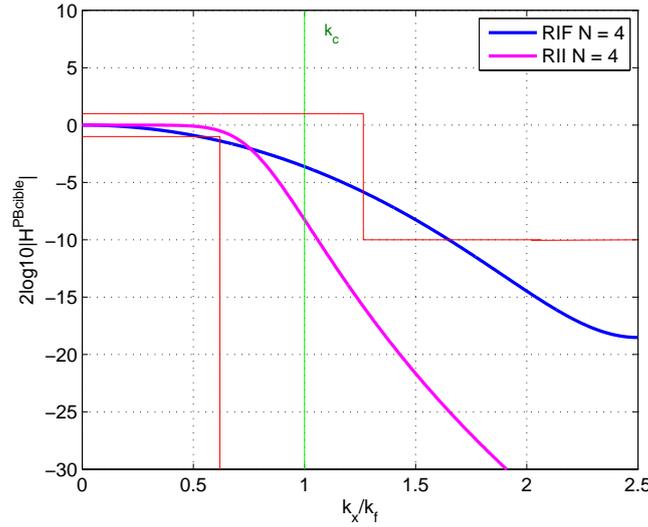


FIG. 2.24 – Modules des fonctions de transfert des filtres RIF et RII d'ordre 4.

De la même manière qu'avec un filtre à réponse impulsionnelle finie, les étapes 2 à 4 sont appliquées pour calculer la fonction de transfert du filtre G :

$$G(z) = G^{RIC}(z)H^{PBcible}(z) = \quad (2.46)$$

$$\left(\frac{EI}{\Delta^4} \left(\mu^4 z^2 - 4\mu^4 z^1 + \left(\frac{6EI\mu^4 - \rho S\omega^2 \Delta^4}{EI} \right) - 4\mu^4 z^{-1} + \mu^4 z^{-2} \right) \right) \times$$

$$\left(\frac{a_0 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2} + a_2 z^{-3} + a_0 z^{-4}}{1 + b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2} + b_3 z^{-3} + b_4 z^{-4}} \right),$$

ce qui mène au résultat suivant :

$$G(z) = \frac{F^{k_c}(z)}{W(z)} = \frac{c_0 z^2 + c_1 z^1 + c_2 + c_3 z^{-1} + c_4 z^{-2} + c_3 z^{-3} + c_2 z^{-4} + c_1 z^{-5} + c_0 z^{-6}}{1 + b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2} + b_3 z^{-3} + b_4 z^{-4}}. \quad (2.47)$$

La distribution de force F^{k_c} s'écrit donc :

$$F^{k_c}(z) = (c_0 z^2 + c_1 z^1 + c_2 + c_3 z^{-1} + c_4 z^{-2} + c_3 z^{-3} + c_2 z^{-4} + c_1 z^{-5} + c_0 z^{-6}) W(z) \quad (2.48)$$

$$- (b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2} + b_3 z^{-3} + b_4 z^{-4}) F^{k_c}(z),$$

soit par transformée en z inverse :

$$\begin{aligned}
 F^{kc}(n) = & (c_0w(n+2) + c_1w(n+1) + c_2w(n) \\
 & + c_3w(n-1) + c_4w(n-2) + c_3w(n-3) + c_2w(n-4) + c_1w(n-5) + c_0w(n-6)) \\
 & - (b_1F^{kc}(n-1) + b_2F^{kc}(n-2) + b_3F^{kc}(n-3) + b_4F^{kc}(n-4)).
 \end{aligned}
 \tag{2.49}$$

Pour calculer la force reconstruite au point n, en plus de connaître le déplacement aux 8 points voisins, il est nécessaire de connaître la distribution de force calculée aux 4 points précédents. Le filtre passe-bas gabarit cible étant un filtre récursif, le nouveau schéma aux différences finies est lui aussi récursif.

Bien qu'utiliser un filtre passe-bas récursif amène l'avantage d'avoir une meilleure sélectivité avec moins de points de mesure, cette technique a l'inconvénient d'utiliser la distribution de force aux points voisins du point de mesure. Ici, la distribution de force est inconnue sur toute la surface, la solution est de calculer la distribution de force aux points voisins avec la méthode RIC classique (schéma à 5 points corrigé) puis d'appliquer le nouveau schéma sur le point n. La distribution de force devant être calculée aux points $(n-1)$, $(n-2)$, $(n-3)$ et $(n-4)$, il n'y a pas besoin de plus de capteurs que ceux de l'antenne (voir Fig. 2.25).

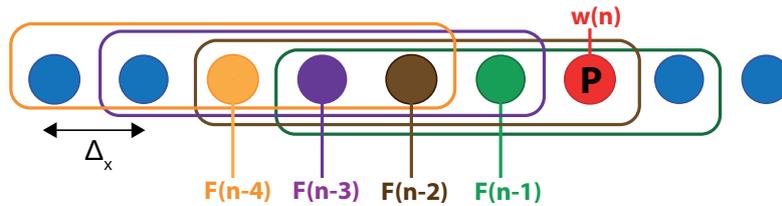


FIG. 2.25 – Emplacement des points de mesures de déplacement pour déduire la force au point P à partir du schéma aux différences finies.

Le nouveau schéma est testé et comparé aux schémas à 5 points des méthodes classiques RI et RIC ainsi qu'au schéma décentré à 9 points calculé précédemment (voir Fig. 2.26). Pour un nombre de points équivalent, le schéma récursif est beaucoup plus sélectif.

Comme avec un filtre RIF, il est possible de changer les paramètres du filtre passe-bas cible pour modifier les caractéristiques du filtrage et la bande en nombres d'onde sélectionnée. La figure 2.27 présente le schéma récursif avec différents nombres d'onde de coupure. Le schéma est le même, seuls les coefficients sont différents.

Il est possible d'augmenter encore la sélectivité du filtrage en augmentant l'ordre du filtre passe-bas RII défini à l'étape 1. On choisit un filtre d'ordre 15 dont le module de la fonction de transfert est présenté à la figure 2.28. Le filtre G calculé à partir de ce filtre est :

$$G(z) = \frac{F^{kc}(z)}{W(z)} = \frac{c_0z^2 + c_1z^1 + c_2 + c_3z^{-1} + \dots + c_2z^{-15} + c_1z^{-16} + c_0z^{-17}}{1 + b_1z^{-1} + b_2z^{-2} + \dots + b_{15}z^{-15}}. \tag{2.50}$$

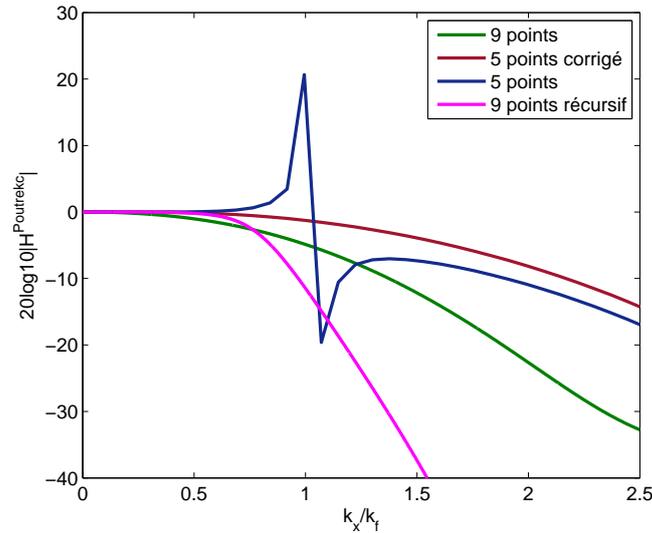


FIG. 2.26 – Modules de la fonction de transfert du filtre $H^{Poutrek_c}$ calculés à partir de différents schémas aux différences finies : les schémas classiques de la méthode inverse (5 points et 5 points corrigée), le schéma à 9 points déterminé à partir du filtre RIF et le schéma à 9 points récursif déterminé à partir d'un filtre de Butterworth.

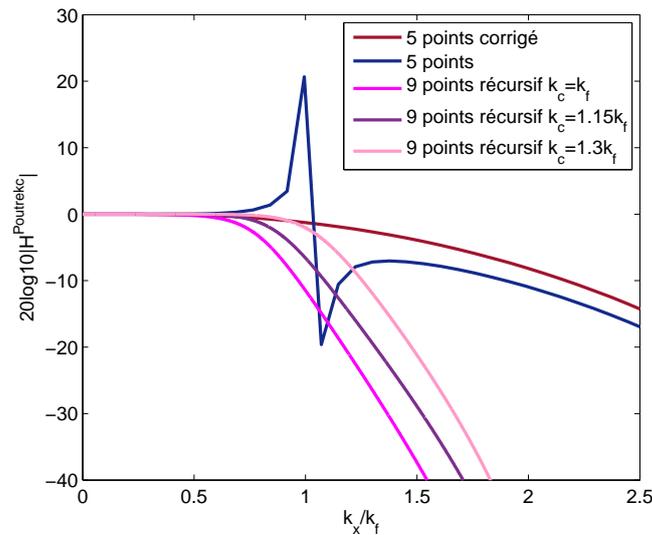


FIG. 2.27 – Modules des fonctions de transfert $H^{Poutrek_c}$ calculés à partir de schémas récursifs à 9 points et avec des nombres d'onde de coupure différents.

La distribution de force $F^{k_c}(n)$ s'écrit donc :

$$\begin{aligned}
 F^{k_c}(n) = & (c_0 w(n+2) + c_1 w(n+1) + c_2 w(n) \\
 & + c_3 w(n-1) + c_4 w(n-2) + \dots + c_1 w(n-16) + c_0 w(n-17)) \\
 & - (b_1 F^{k_c}(n-1) + b_2 F^{k_c}(n-2) + b_3 F^{k_c}(n-3) + \dots + b_4 F^{k_c}(n-14) + b_5 F^{k_c}(n-15)) .
 \end{aligned} \tag{2.51}$$

20 points de mesure sont nécessaires pour reconstruire la distribution de force au point n . La méthode RIC classique sera utilisée sur les 15 points précédant le point n

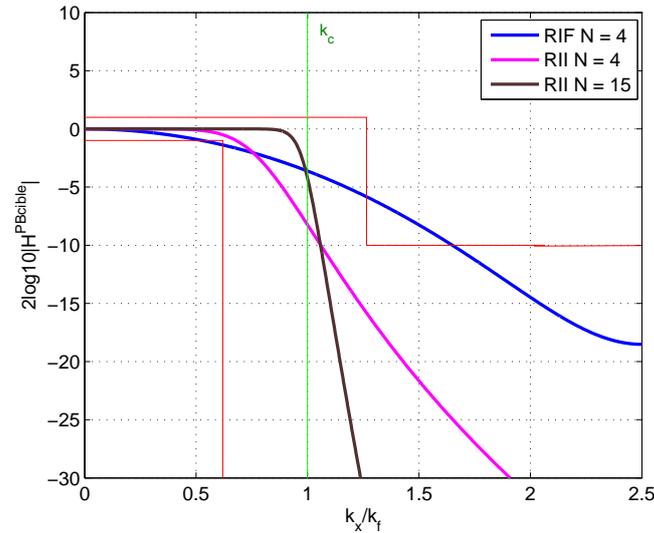


FIG. 2.28 – Modules des fonctions de transfert des filtres RIF d’ordre 4 et RII d’ordre 4 et 15.

pour pouvoir calculer F^{k_c} . Le filtre $H^{Poutrek_c}$ contenant ce nouveau schéma est illustré à la figure 2.29. Le filtre présente une sélectivité presque parfaite.

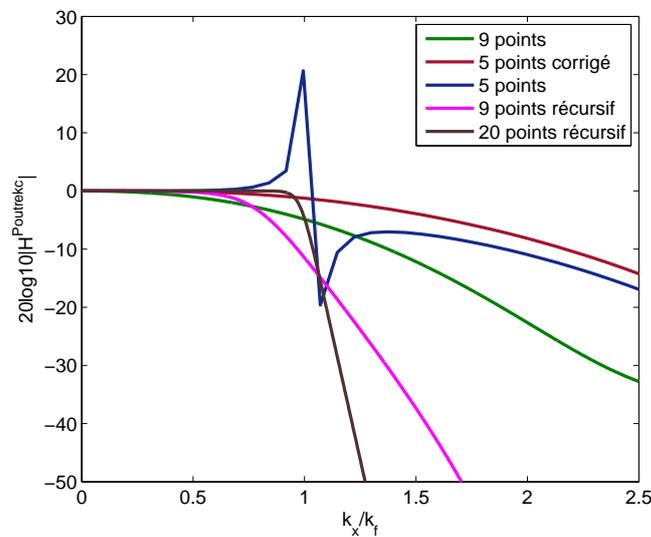


FIG. 2.29 – Modules des fonctions de transfert $H^{Poutrek_c}$ calculés à partir de différents schémas : le schéma classique à 5 points, le schéma décentré à 9 points calculé à partir d’un filtre passe-bas RIF d’ordre 4 et les schémas récursifs à 9 et 20 points calculés à partir de filtres passe-bas RII d’ordre respectivement égal à 4 et 15.

Utiliser des filtres passe-bas RII est utile pour créer des schémas qui permettront un très bon filtrage des hauts nombres d’onde. Néanmoins, les schémas calculés sont récursifs et demandent de connaître préalablement la distribution de force en d’autres points du

domaine d'étude. Pour approximer la distribution de force en ces points, il est proposé d'utiliser la méthode RIC classique, ce qui dispense d'utiliser d'autres points de mesure. Seul le post-traitement sera plus long.

2.4 Extension de la méthode en 2D

Dans la même optique que pour le cas de la poutre, nous cherchons maintenant à retravailler le filtrage apporté par la méthode inverse en 2D. L'objectif est double puisqu'il s'agit, comme pour le cas monodimensionnel, de déterminer de nouveaux schémas aux différences finies permettant de changer la sélectivité du filtre $H^{PlaqueRI}$ tout en essayant par la même occasion de corriger la présence des singularités sur tout le cercle de rayon k_f .

2.4.1 Méthodologie de synthèse de schémas aux différences finies bidimensionnels

La même démarche que pour le cas monodimensionnel est utilisée. Les mêmes étapes sont effectuées mais avec des filtres bidimensionnels (2D). Ces filtres ont fait l'objet ces dernières années de beaucoup d'attention dans des domaines très variés tels que la géophysique, la sismologie, le traitement des données géologiques ou médicales et le traitement d'images aériennes et satellites. Un grand nombre de méthodes existe pour les synthétiser [56, 58] et le choix de l'une d'entre elles est essentiellement déterminée par le domaine d'utilisation du filtre et les spécifications requises qui peuvent être très différentes d'un domaine à un autre.

2.4.1.1 Choix de la méthode la plus adaptée

L'objectif est de créer un filtre passe-bas idéal à deux dimensions et à symétrie circulaire similaire à celui réalisé par la méthode inverse mais dont les singularités sont annulées sur tout le cercle de rayon k_f et dont la sélectivité est plus forte.

Dans un premier temps, on choisit de garder le nombre d'onde de coupure égal au nombre d'onde de flexion de la plaque (soit sur le cercle de rayon k_f), ce qui permet de réaliser un filtrage des hauts nombres d'onde dans toutes les directions.

La création du filtre passe-bas cible est déterminante pour le calcul du schéma aux différences finies qui réalisera un filtrage avec les mêmes spécifications que celui-ci. Il est important d'apporter un soin particulier à la résolution du filtre qui doit être assez élevée pour présenter une vraie symétrie circulaire et appliquer un filtrage des nombres d'onde équivalents dans toutes les directions. Le second point important est l'ordre du filtre (ou nombre de coefficients du filtre) qui conditionne directement le nombre de points du schéma aux différences finies et par conséquent le nombre de points de mesure. Dans notre étude où les méthodes inverses sont appliquées au cas d'un vitrage automobile, il est essentiel d'essayer de réduire le plus possible le nombre de points de mesure.

Différentes méthodes existent pour créer des filtres 2D. On utilise premièrement comme dans le cas monodimensionnel, la méthode classique des fenêtres pour synthétiser le filtre passe-bas cible. La figure 2.30 présente 4 filtres passe-bas synthétisés par cette méthode et comportant respectivement 10×10 , 25×25 , 75×75 et 100×100 points. Au dessous de 75×75 points, la résolution n'est pas suffisante pour obtenir un filtre passe-bas à symétrie circulaire. A partir de 75×75 points, la résolution est acceptable mais le schéma aux différences finies calculé à partir d'un tel filtre contiendrait plus de 6241 points.

Il est primordial de chercher et d'utiliser une méthode qui possède la qualité d'avoir une résolution suffisante en utilisant un minimum de coefficients. Les méthodes classiques, telles que la méthode des fenêtres ou la méthode des moindres carrés, bien qu'efficaces et faciles à mettre en œuvre ont le désavantage de ne pas être optimales. Le nombre de coefficients est généralement trop élevé pour des applications pratiques [60, 61]. Cette difficulté de mise en application a poussé la communauté scientifique à mener des recherches accrues sur des méthodes alternatives plus optimisées. De nouvelles approches de conception ont été élaborées et ont donné des résultats intéressants comme par exemple la méthode d'échange de Remez [62, 63], l'approximation minmax [64], la méthode des moindres carrés [65] ou la méthode de transformation en fréquence [66, 67, 58]. La conception de filtre RIF 2D est extrêmement challengée par la communauté scientifique qui cherche à obtenir des techniques toujours plus innovantes et capables de répondre à des problèmes d'ingénierie toujours plus complexes.

Dans notre étude, où l'on cherche à synthétiser un filtre à symétrie circulaire avec une résolution précise et un ordre faible, la méthode de la transformation en fréquence est la mieux adaptée.

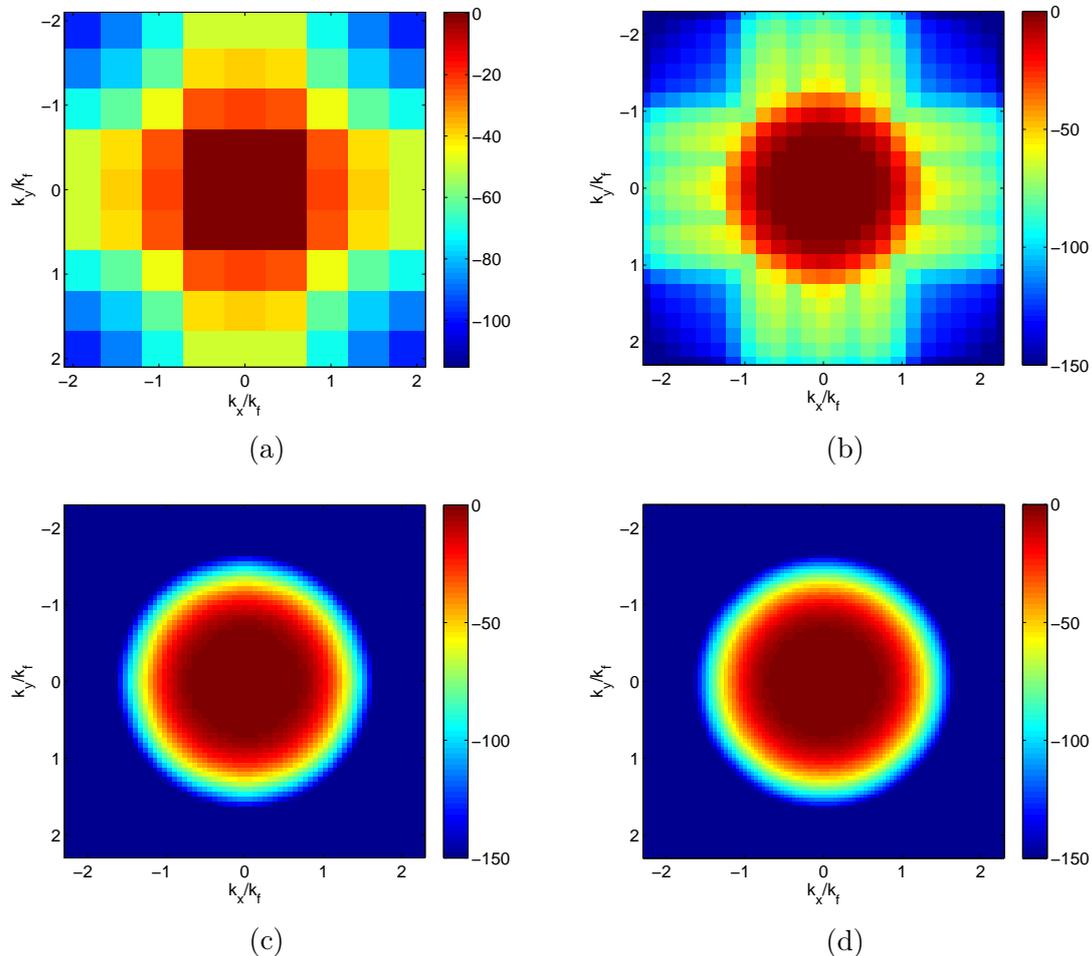


FIG. 2.30 – Module exprimé en dB de la fonction de transfert du filtre $H_{2D}^{PBcible}$ créé à partir de la méthode des fenêtres avec différentes résolutions : (a) 10*10 points, (b) 25*25 points, (c) 75*75 points et (d) 100*100 points.

Étape 1 : définition d'un gabarit de filtre passe-bas cible 2D par la méthode de la transformation en fréquence

La méthode de transformation en fréquence permet de créer facilement des filtres RIF 2D à partir de filtres RIF 1D. Les spécifications souhaitées du filtre (nombre d'onde de coupure et ordre) sont préalablement définies en 1D. Comme pour le cas de la poutre, le filtre passe-bas cible 1D est créé à partir de la méthode des fenêtres (cf. paragraphe 2.3.2).

Pour détailler la méthode, on choisit d'utiliser le filtre passe-bas cible RIF d'ordre 4 (Eq. 2.36) créé au paragraphe 2.3.2. La méthode développée ci-dessous permet de synthétiser le filtre RIF 2D à symétrie circulaire correspondant.

En premier lieu, on considère la fonction de transfert en nombre d'onde du filtre 1D (son équation en z a été donnée à l'équation 2.36) :

$$H^{PBcible}(k) = (a_0 e^{-2jk} + a_1 e^{-jk} + a_2 + a_1 e^{jk} + a_0 e^{2jk}) e^{-2jk} = H_1(k) e^{-2jk}, \quad (2.52)$$

avec a_0 , a_1 et a_2 les coefficients du filtre. D'après la formule d'Euler, $\cos(nk) = \frac{e^{njc} + e^{-njc}}{2}$, $H_1(k)$ s'écrit aussi :

$$H_1(k) = a_2 + 2a_1 \cos(k) + 2a_0 \cos(2k). \quad (2.53)$$

Il est possible d'exprimer cette équation comme une combinaison linéaire de $\cos^n(k)$ en utilisant la suite de polynômes de Chebyshev de première espèce définie par la relation de récurrence suivante :

$$P_n(X) = 2XP_{n-1}(X) - P_{n-2}(X), \quad (2.54)$$

où P_n est le polynôme d'ordre n qui est un entier naturel ≥ 2 et X la fonction à approximer. Les deux premiers termes de la suite sont $P_0 = 1$ et $P_1 = X$.

Ainsi le polynôme de Chebyshev de la fonction $\cos(k)$ à l'ordre n que l'on note $P_n(\cos(k))$ et qui équivaut à $\cos(nk)$, est défini par la relation trigonométrique :

$$P_n(\cos(k)) = 2 \cos(k) P_{n-1}(\cos(k)) - P_{n-2}(\cos(k)), \quad (2.55)$$

avec $P_0 = \cos(0) = 1$ et $P_1 = \cos(k)$.

L'application de cette équation à l'ordre 2 mène à la formule trigonométrique suivante :

$$P_2(\cos(k)) = \cos(2k) = 2 \cos^2(k) - 1, \quad (2.56)$$

et la fonction $H_1(k)$ se reformule par conséquent par :

$$H_1(k) = A_2 + A_1 \cos(k) + A_0 \cos^2(k), \quad (2.57)$$

avec $A_2 = a_2 - 2a_0$, $A_1 = 2a_1$ et $A_0 = 4a_0$.

La fonction de transfert du filtre 2D circulaire nommé $H_{2D}^{PBcible}(k_x, k_y)$ est ensuite déterminée en utilisant le changement de variable suivant :

$$k \rightarrow \sqrt{k_x^2 + k_y^2}. \quad (2.58)$$

On a alors :

$$H_{2D}^{PBcible}(k_x, k_y) = H_1 \left(\sqrt{k_x^2 + k_y^2} \right) e^{-2j(\sqrt{k_x^2 + k_y^2})}. \quad (2.59)$$

La dernière étape pour obtenir la réponse en nombre d'onde du filtre 2D $H_{2D}^{PBcible}(k_x, k_y)$ est d'utiliser la transformation de McClellan [58, 68, 66, 69] de la fonction cosinus circulaire 2D $\cos(\sqrt{k_x^2 + k_y^2})$ schématisée à la figure 2.31 :

$$\cos(\sqrt{k_x^2 + k_y^2}) \approx -0.5 + 0.5(\cos k_x + \cos k_y) + 0.5 \cos k_x \cos k_y, \quad (2.60)$$

que l'on peut réécrire de manière simplifiée par :

$$\cos(\sqrt{k_x^2 + k_y^2}) \approx \mathbf{u}_x^t \mathbf{C} \mathbf{u}_y, \quad (2.61)$$

$$\text{avec } \mathbf{u}_x = \begin{bmatrix} \cos(k_x) \\ 1 \\ \cos(-k_x) \end{bmatrix}, \mathbf{u}_y = \begin{bmatrix} \cos(k_y) \\ 1 \\ \cos(-k_y) \end{bmatrix} \text{ et } \mathbf{C} = \begin{bmatrix} 0.125 & 0.25 & 0.125 \\ 0.25 & -0.5 & 0.25 \\ 0.125 & 0.25 & 0.125 \end{bmatrix}.$$

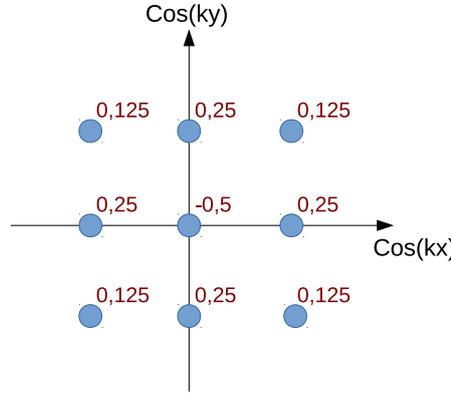


FIG. 2.31 – Schéma de la transformation de McClellan du cosinus circulaire 2D.

La fonction $H_{2D}^{PBcible}$ résultante est une fonction 2D à $(N + 1)^2$ coefficients dont la formule générale dans le domaine des z est de la forme :

$$H_{2D}^{PBcible}(z_x, z_y) = \sum_{n_x=0}^{N_x-1} \sum_{n_y=0}^{N_y-1} h(n_x, n_y) z_x^{-n_x} z_y^{-n_y}. \quad (2.62)$$

Dans l'exemple de la fonction $H^{PBcible}$ d'ordre 4 défini à l'équation 2.36, le filtre 2D $H_{2D}^{PBcible}$ possède 25 coefficients et son équation est (voir annexe C pour le calcul détaillé) :

$$\begin{aligned} H_{2D}^{PBcible}(z_x, z_y) = & 10^{-3} [0.5(z_x^0 z_y^0 + z_x^{-4} z_y^0 + z_x^0 z_y^{-4} + z_x^{-4} z_y^{-4}) \\ & + 3.04(z_x^{-2} z_y^0 + z_x^0 z_y^{-2} + z_x^{-4} z_y^{-2} + z_x^{-2} z_y^{-4}) \\ & + 2.03(z_x^{-1} z_y^0 + z_x^{-3} z_y^0 + z_x^0 z_y^{-1} + z_x^{-4} z_y^{-1} + z_x^0 z_y^{-3} + z_x^{-1} z_y^{-4} + z_x^{-4} z_y^{-3} + z_x^{-3} z_y^{-4}) \\ & + 54.43(z_x^{-1} z_y^{-1} + z_x^{-3} z_y^{-1} + z_x^{-1} z_y^{-3} + z_x^{-3} z_y^{-3}) \\ & + 104.8(z_x^{-2} z_y^{-1} + z_x^{-1} z_y^{-2} + z_x^{-3} z_y^{-2} + z_x^{-2} z_y^{-3}) \\ & + 332.7(z_x^{-2} z_y^{-2})], \end{aligned} \quad (2.63)$$

ce que l'on peut écrire de la manière suivante :

$$H_{2D}^{PBcible}(z_x, z_y) = [1 \ z_y^{-1} \ z_y^{-2} \ z_y^{-3} \ z_y^{-4}] \mathbf{h} \begin{bmatrix} 1 \\ z_x^{-1} \\ z_x^{-2} \\ z_x^{-3} \\ z_x^{-4} \end{bmatrix},$$

avec la matrice \mathbf{h} représentant le masque de la réponse impulsionnelle $h(n_x, n_y)$ du filtre égal à :

$$\mathbf{h} = 10^{-3} \begin{bmatrix} 0.5 & 2.03 & 3.04 & 2.03 & 0.5 \\ 2.03 & 54.43 & 104.8 & 54.43 & 2.03 \\ 3.04 & 104.8 & 332.7 & 104.8 & 3.04 \\ 2.03 & 54.43 & 104.8 & 54.43 & 2.03 \\ 0.5 & 2.03 & 3.04 & 2.03 & 0.5 \end{bmatrix}.$$

Dans la suite de l'étude, pour simplifier l'écriture, nous ne présenterons plus que la matrice du masque \mathbf{h} de la réponse impulsionnelle du filtre qui suffit à elle seule pour reconstruire l'équation de sa fonction de transfert en z . De plus, cette écriture permet de visualiser directement la discrétisation spatiale de la structure.

Le filtre passe-bas est représenté à la figure 2.32 sous différents angles de vue. La vue (c) permet de comparer facilement le nombre d'onde de coupure k_c et la pente du filtre avec ceux du filtre passe-bas cible $H_{1D}^{PBcible}$. Cette vérification permet de confirmer le fait que le filtre $H_{2D}^{PBcible}$ est bien une extension en 2D du filtre $H_{1D}^{PBcible}$.

En conclusion, la méthode de transformation en fréquence est une méthode efficace et simple à mettre en œuvre pour obtenir un filtre RIF 2D à symétrie circulaire à partir de sa fonction de transfert 1D prototype et d'un maillage cartésien. Cette méthode permet d'avoir des filtres circulaires ayant une très bonne résolution tout en gardant un ordre faible. Un filtre passe-bas créé avec la méthode des fenêtres et atteignant une résolution proche de celle atteinte avec la méthode de la transformation en fréquence contiendrait au minimum 150*150 points, contre 5*5 points avec la méthode de transformation en fréquence.

La méthode de transformation en fréquence étant plus adaptée pour synthétiser des filtres à symétrie circulaire, il paraît judicieux de l'appliquer au filtre contenant l'équation discrétisée du mouvement de la poutre $G_{1D}^{RIC}(z)$ pour déterminer le filtre $G_{2D}^{RIC}(z_x, z_y)$. Le filtre $G_{2D}^{RIC}(z_x, z_y)$ déterminé à partir de la transformée en z de l'équation du mouvement discrétisée par le schéma aux différences finies 2D ne réalise pas une approximation précise de l'équation analytique de la structure. En particulier la symétrie circulaire n'est pas respectée. Le filtre $G(z_x, z_y)$ calculé à partir d'un tel filtre ne présente alors pas non plus une symétrie circulaire, ce qui ne permet pas d'annuler les singularités sur tout le cercle de rayon k_f .

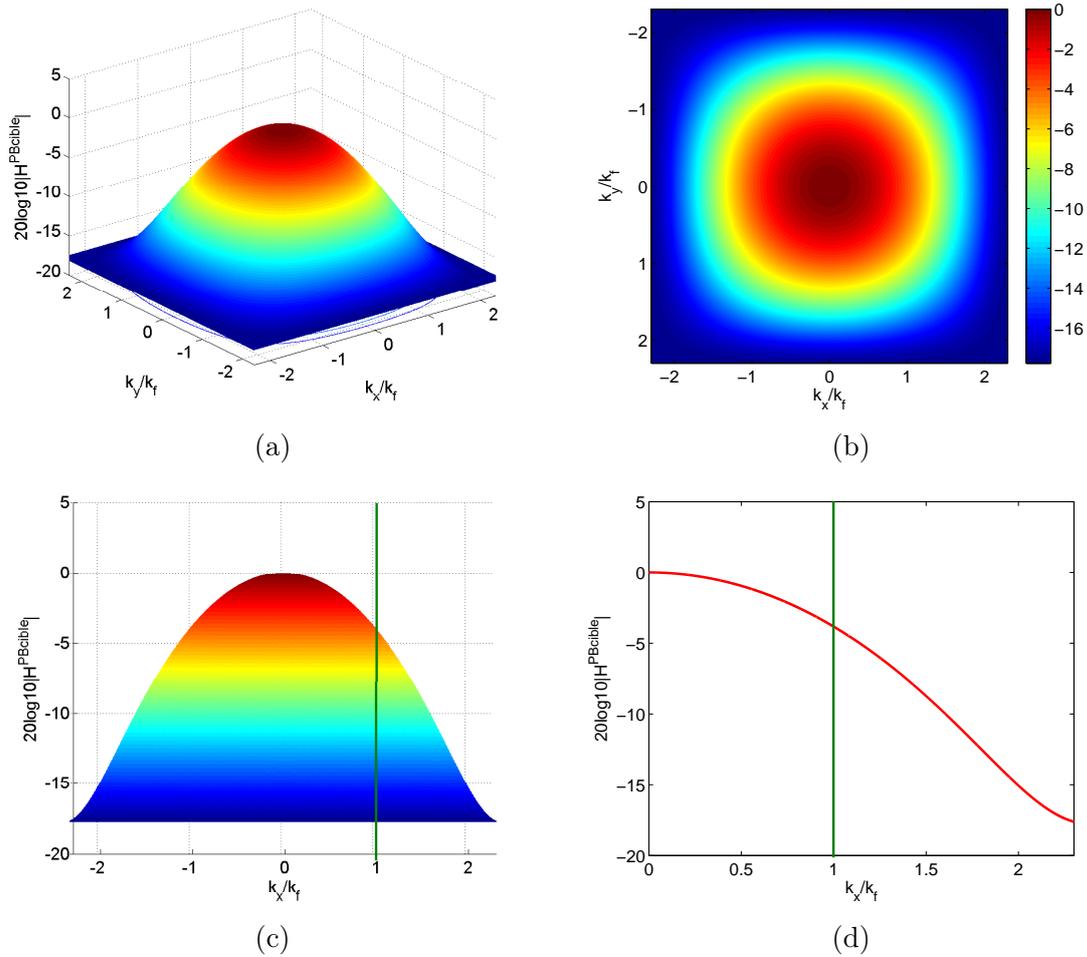


FIG. 2.32 – (a), (b) et (c) : Module en dB de la fonction de transfert du filtre $H_{2D}^{PBcible}$ sous différents angles de vue. (d) : Module de la fonction de transfert du filtre $H_{1D}^{PBcible}$ à partir duquel le filtre 2D a été synthétisé. k_c représente le nombre d'onde de coupure du filtre.

Étape 2 : Synthèse du filtre $G_{2D}^{RIC}(z_x, z_y)$ par la méthode de transformation en fréquence

Il est possible d'appliquer la méthode de transformation en fréquence à l'équation (2.28) de la fonction de transfert du filtre $G_{1D}^{RIC}(z)$ car celle-ci peut être assimilée à un filtre RIF d'ordre 4. Le module de la fonction de transfert du filtre $G_{2D}^{RIC}(z_x, z_y)$ synthétisé est représenté à la figure 2.33. Pour comparaison, le module de la fonction de transfert du filtre G_{1D}^{RIC} est représenté à la figure 2.33a. Le filtre $G_{2D}^{RIC}(z_x, z_y)$ représente bien le filtre G_{1D}^{RIC} dans toutes les directions. La symétrie circulaire est mieux respectée et les singularités se trouvent sur le cercle de rayon k_f dans toutes les directions.

Le calcul du filtre $G(z_x, z_y)$ sera effectué à partir de ce filtre.

Étape 3 : Calcul de $G(z_x, z_y)$

De la même manière que pour le cas monodimensionnel, le filtre $G(z_x, z_y)$ est calculé dans le domaine discrétisé des z par la multiplication des deux filtres $H^{PBcible}(z_x, z_y)$ et $G^{RIC}(z_x, z_y)$. Ce calcul revient à effectuer une convolution 2D des réponses impulsionnelles

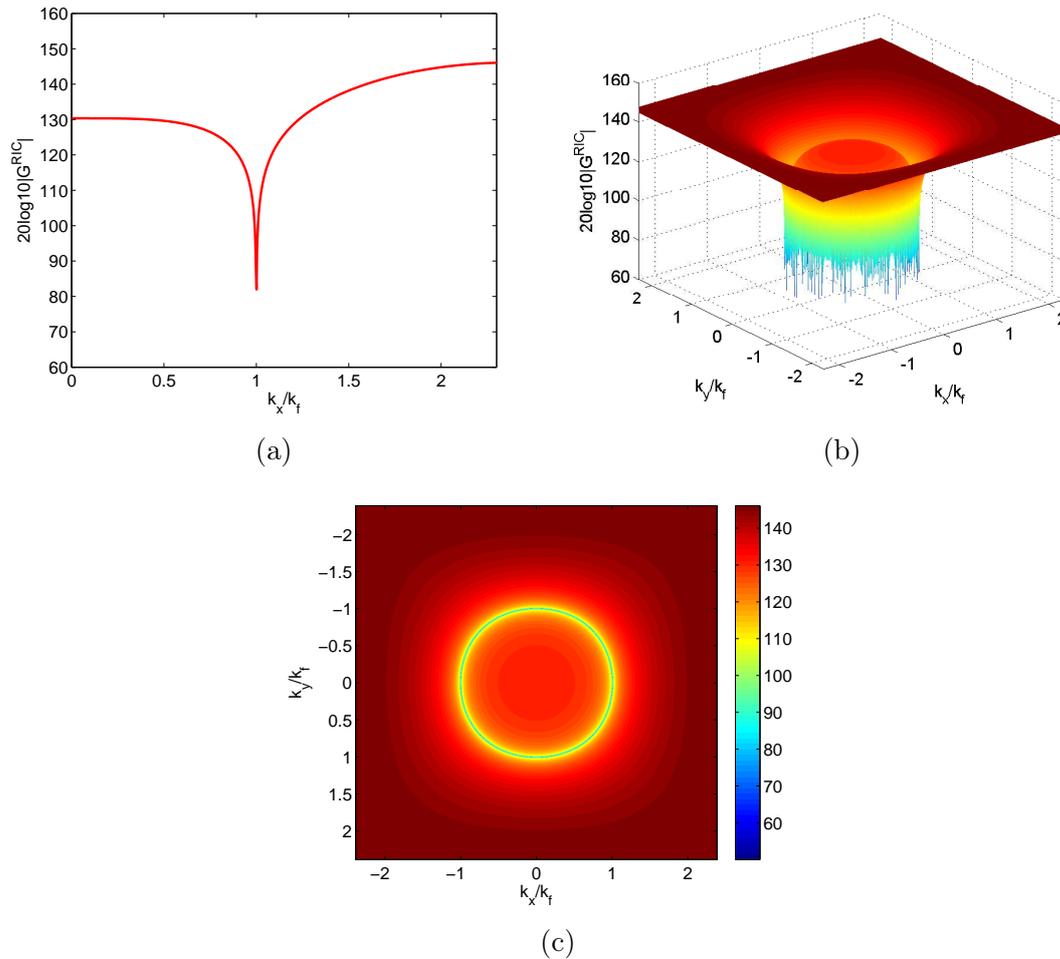


FIG. 2.33 – Différentes vues du module de la fonction de transfert du filtre $G_{2D}^{RIC}(z_x, z_y)$ (b) et (c) et du filtre $G_{1D}^{RIC}(z)$ (a).

de ces deux filtres dans le domaine spatial. La réponse impulsionnelle $g(n_x, n_y)$ du filtre s'écrit : $g(n_x, n_y) = g^{RIC}(n_x, n_y) ** h(n_x, n_y)$, ce qui peut-être représenté par la matrice à 9*9 points :

$$\mathbf{g} = 10^3 \begin{bmatrix} 0.05 & 0.4 & 1.3 & 2.7 & 3.3 & 2.7 & 1.3 & 0.4 & 0.05 \\ 0.4 & 5.7 & 27 & 63 & 81 & 63 & 27 & 5.7 & 0.4 \\ 1.3 & 27 & 22 & -134 & -261 & -134 & 22 & 27 & 1.3 \\ 2.7 & 63 & -134 & -499 & -610 & -499 & -134 & 63 & 2.7 \\ 3.3 & 81 & -261 & -610 & 2690 & -610 & -261 & 81 & 3.3 \\ 2.7 & 63 & -134 & -499 & -610 & -499 & -134 & 63 & 2.7 \\ 1.3 & 27 & 22 & -134 & -261 & -134 & 22 & 27 & 1.3 \\ 0.4 & 5.7 & 27 & 63 & 81 & 63 & 27 & 5.7 & 0.4 \\ 0.05 & 0.4 & 1.3 & 2.7 & 3.3 & 2.7 & 1.3 & 0.4 & 0.05 \end{bmatrix}. \quad (2.64)$$

Étape 4 : Calcul du nouveau schéma aux différences finies

Le schéma aux différences finies se déduit du filtre $G(z_x, z_y)$ (cf. partie 2.3.2). Il est représenté sous la forme d'une matrice à l'équation 2.65. Elle met en évidence les pondé-

rations du schéma aux différences finies qui est un schéma à 9*9 points décentré de deux points dans chaque direction. Ce décentrage provient du filtre G^{RIC} qui est discrétisé par un schéma aux différences finies centré à 5 points.

$$\delta_{\Delta} = 10^{-3} \begin{bmatrix} 0.04 & 0.3 & 1.2 & 2.4 & 3 & 2.4 & 1.2 & 0.3 & 0.04 \\ 0.3 & 5.2 & 24.6 & 56.8 & 74.2 & 56.8 & 24.6 & 5.2 & 0.3 \\ 1.2 & 24.6 & 3023 & -122 & -238 & -122 & 20 & 24.6 & 1.2 \\ 2.4 & 56.8 & -122 & -455 & -557 & -455 & -122 & 56.8 & 2.4 \\ 3 & 74.2 & -238 & -557 & 1887 & -557 & -238 & 74.2 & 3 \\ 2.4 & 56.8 & -122 & -455 & -557 & -455 & -122 & 56.8 & 2.4 \\ 1.2 & 24.6 & 3023 & -122 & -238 & -122 & 20 & 24.6 & 1.2 \\ 0.3 & 5.2 & 24.6 & 56.8 & 74.2 & 56.8 & 24.6 & 5.2 & 0.3 \\ 0.04 & 0.3 & 1.2 & 2.4 & 3 & 2.4 & 1.2 & 0.3 & 0.04 \end{bmatrix}. \quad (2.65)$$

Le schéma est représenté à la figure 2.34, le point rouge correspondant au point de calcul du schéma aux différences finies, soit au point où sera effectuée l'identification de la pression pariétale.

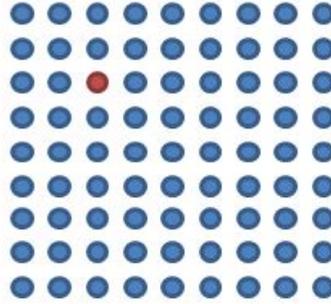


FIG. 2.34 – Emplacement des points de mesure du déplacement pour calculer la pression au point rouge avec le nouveau schéma aux différences finies.

Étape 5 : Vérification

De la même manière qu'en 1D, on peut former le filtre $H^{Plaquek_c}(k_x, k_y, \omega)$ tel que :

$$H^{Plaquek_c}(k_x, k_y, \omega) = \frac{\widehat{F}^{k_c}(k_x, k_y, \omega)}{\widehat{F}(k_x, k_y, \omega)} = H^{Plaque}(k_x, k_y, \omega)G(k_x, k_y, \omega), \quad (2.66)$$

où le filtre $G(k_x, k_y, \omega)$ contient le nouveau schéma aux différences finies δ_{Δ} . Le module de la fonction de transfert du filtre $H^{Plaquek_c}(k_x, k_y, \omega)$ est illustré à la figure 2.35. Il présente le même nombre de coupure que le filtre passe-bas cible mais sa sélectivité est quant à elle un peu plus forte. Cela provient du fait qu'on utilise l'équation discrétisée de la structure qui sous-estime l'équation analytique de la plaque au delà de k_f .

Par ailleurs, on remarque que les singularités persistent en certaines valeurs du cercle de rayon k_f . Cette erreur provient de la méthode de transformation en fréquence qui malgré son efficacité pour créer des filtres à symétrie circulaire, ne réalise pas une révolution parfaite. Le cercle tend vers un carré sur les diagonales dans les directions $k_x = k_y = \sqrt{2}k_f/2$

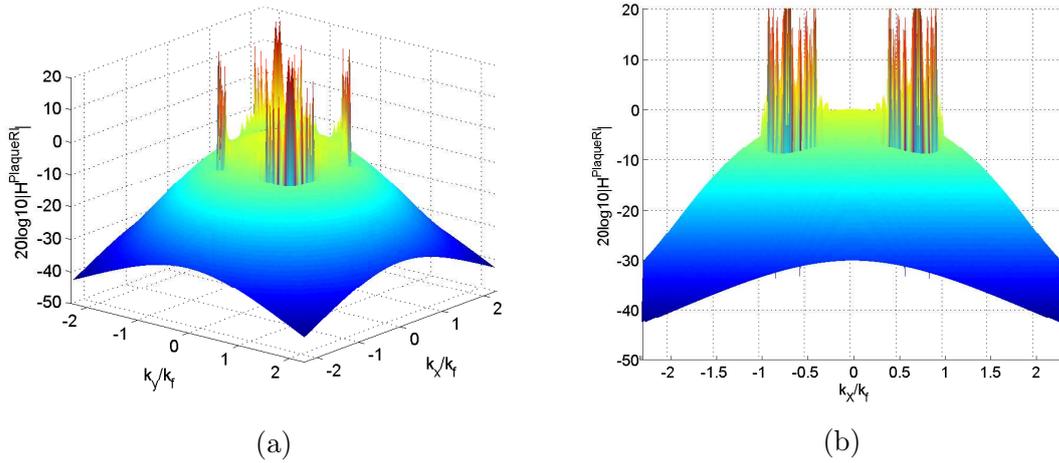


FIG. 2.35 – Différentes vues du module de la fonction de transfert du filtre $H^{Plaquekc}$ calculé avec le nouveau schéma aux différences finies à 81 points.

et ce défaut s’amplifie au fur et à mesure qu’on s’éloigne du centre. Pour mieux visualiser cette anomalie, les contours du filtre passe-bas $H^{PBcible}(z_x, z_y)$ sont tracés à la figure 2.36a. Ce défaut de la méthode est également présent sur le filtre discrétisé $G^{RIC}(z_x, z_y)$ (voir Fig. 2.36b).

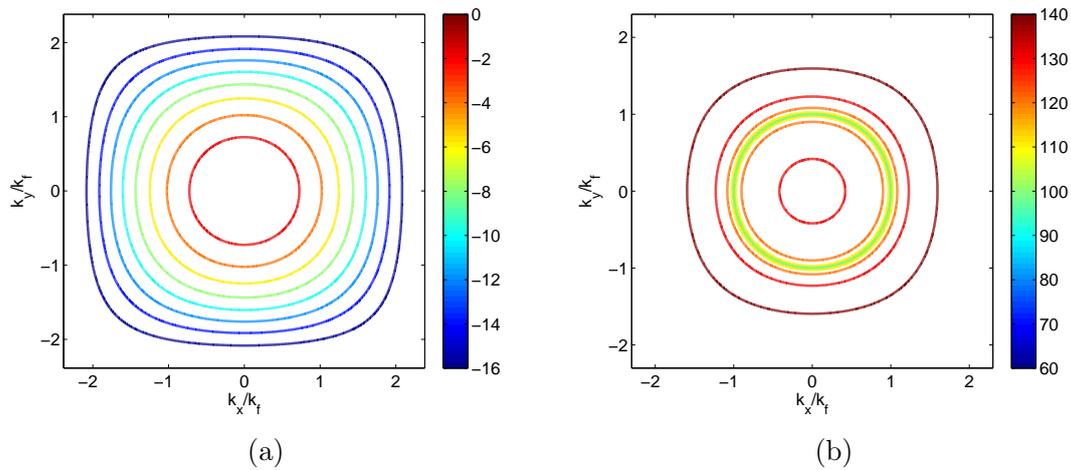


FIG. 2.36 – Contours des modules des fonctions de transfert des filtres : (a) passe-bas cible $H^{PBcible}$ et (b) de la plaque corrigée G^{RIC} .

2.4.2 Correction de Hale

Une solution pour améliorer la symétrie circulaire est d’utiliser une transformation plus précise de la fonction cosinus circulaire 2D. La transformation de Hale [70], donnée à l’équation 2.67 corrige celle de McClellan et permet d’avoir une symétrie circulaire plus précise. La matrice de cette transformation contient néanmoins plus de points, ce qui va augmenter le nombre de points du filtre passe-bas 2D créé et par conséquent celui du schéma aux différences finies :

$$\mathbf{C}_{\text{Hale}} = \begin{bmatrix} -0.125c & 0 & 0.25c & 0 & -0.125c \\ 0 & 0.125 & 0.25 & 0.125 & 0 \\ 0.25c & 0.25 & 0.5(-1-c) & 0.25 & 0.25c \\ 0 & 0.125 & 0.25 & 0.125 & 0 \\ -0.125c & 0 & 0.25c & 0 & -0.125c \end{bmatrix}, \quad (2.67)$$

soit :

$$\cos(\sqrt{k_x^2 + k_y^2}) \approx -1 + 0.5(1 + \cos k_x)(1 + \cos k_y) - 0.5c(1 - \cos(2k_x))(1 - \cos(2k_y)), \quad (2.68)$$

qu'on peut également écrire :

$$\cos(\sqrt{k_x^2 + k_y^2}) \approx \mathbf{u}_x^t \mathbf{C}_{\text{Hale}} \mathbf{u}_y, \quad (2.69)$$

$$\text{avec } \mathbf{u}_x = \begin{bmatrix} \cos(2k_x) \\ \cos(k_x) \\ 1 \\ \cos(-k_x) \\ \cos(-2k_x) \end{bmatrix} \quad \text{et } \mathbf{u}_y = \begin{bmatrix} \cos(2k_y) \\ \cos(k_y) \\ 1 \\ \cos(-k_y) \\ \cos(-2k_y) \end{bmatrix}.$$

La valeur de c est choisie pour correspondre exactement à une valeur particulière de k sur la diagonale $k_x = k_y$. Hale choisit une valeur de $c = 0.0255$ qui correspond à une valeur de $k = \frac{\pi}{3}$.

Le filtre passe-bas $H^{PBcible}(z_x, z_y)$ est recalculé par la méthode de transformation en fréquence utilisant la transformation de McClellan corrigée par Hale (Fig. 2.37). La figure 2.37c qui représente les contours de chacun des deux filtres passe-bas 2D (McClellan et Hale) montrent l'amélioration apportée par la correction de Hale. Toutefois elle n'est pas parfaite : les cercles de rayon k élevé tendent encore vers une forme carrée. L'inconvénient principal de cette correction est que les filtres passe-bas synthétisés sont d'ordre plus élevé. La matrice de transformation de Hale contient plus de points que celle de McClellan. De ce fait, le filtre passe-bas calculé à partir de la nouvelle transformation contient 9*9 points alors que celui créé à partir de la transformation de McClellan n'en contenait que 5*5.

Un nouveau schéma aux différences finies est calculé à partir du nouveau filtre passe-bas 2D et du filtre $G^{RIC}(z_x, z_y)$ calculé lui aussi à partir de la transformation de Hale. Ce schéma aux différences finies contient 17*17 points. La figure 2.38 illustre le module de la fonction de transfert du filtre $H^{Plaquek_c}$ contenant ce schéma aux différences finies. En comparaison avec la figure 2.35, les singularités sont annulées sur une grande partie du cercle et celles qui persistent sont fortement atténuées.

La méthode présentée ici permet de calculer un nouveau schéma aux différences finies répondant à un gabarit de filtre passe-bas cible 2D. Il est d'ailleurs possible de changer le nombre d'onde de coupure du filtre ou sa sélectivité (voir Fig. 2.39 et 2.40). Le problème des singularités est cependant toujours présent puisque la méthode de transformation en fréquence bien qu'optimale en matière de nombres de points et de coût de calcul, ne permet pas une symétrie parfaitement circulaire.

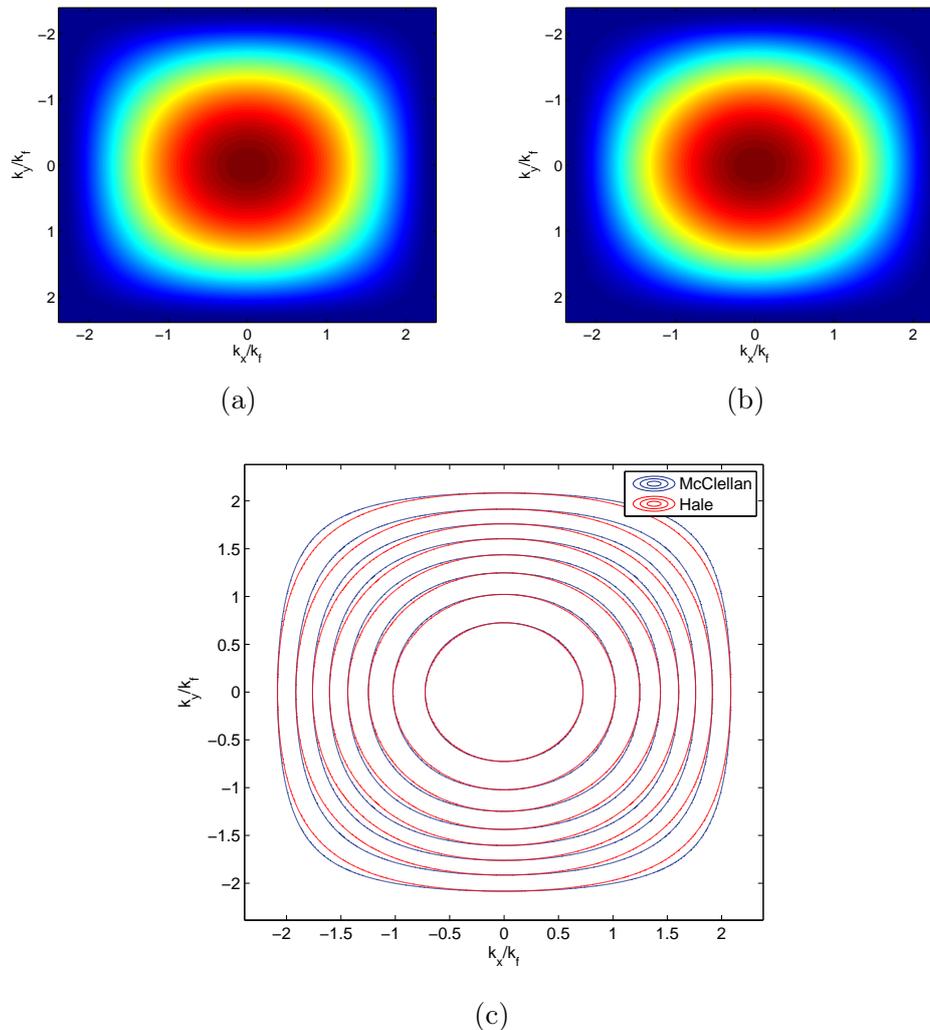


FIG. 2.37 – Différentes vues du filtre passe-bas $H^{PBcible}(z_x, z_y)$ synthétisé par la méthode de transformation en fréquence et la transformation de McClellan (a) et celle de Hale (b). (c) : contours des fonctions de transfert des filtres synthétisés par les deux méthodes.

Le filtre $H^{Plaquekc}$ de la figure 2.40 est créé à partir d'un filtre passe-bas RIF 1D d'ordre 14. En utilisant la transformation en fréquence corrigée, le schéma aux différences finies calculé contient 37×37 points.

2.4.3 Conception à partir d'un filtre RII 2D

Pour essayer d'optimiser le nombre de points du schéma aux différences finies, il serait intéressant comme pour le cas monodimensionnel d'utiliser un filtre RII qui présente l'avantage d'être plus sélectif. La méthode de transformation en fréquence repose sur la symétrie et la non récursivité du filtre RIF. Elle n'est donc pas utilisable directement sur un filtre RII. Pour pouvoir l'appliquer, Matei [71] propose dans son étude d'approximer la fonction de transfert d'un tel filtre, défini par un rapport de deux polynômes, par un seul polynôme en $\cos(z)$. Cette fonction approximée sera ensuite réécrite avec la transformation de McClellan ou de Hale pour former un filtre 2D. Ce n'est alors plus l'ordre du filtre qui déterminera le nombre de points du schéma aux différences finies mais l'ordre

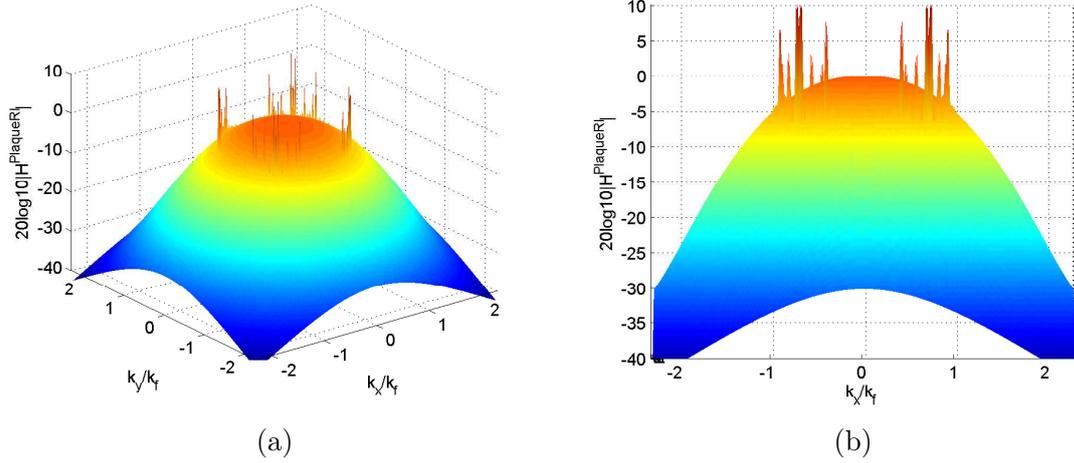


FIG. 2.38 – Différentes vues du filtre $H^{Plaquekc}(z)$ déterminé à partir des filtres $H^{PBcible}(z_x, z_y)$ et $G^{RIC}(z_x, z_y)$ synthétisés à partir de la méthode de transformation en fréquence corrigée par Hale.

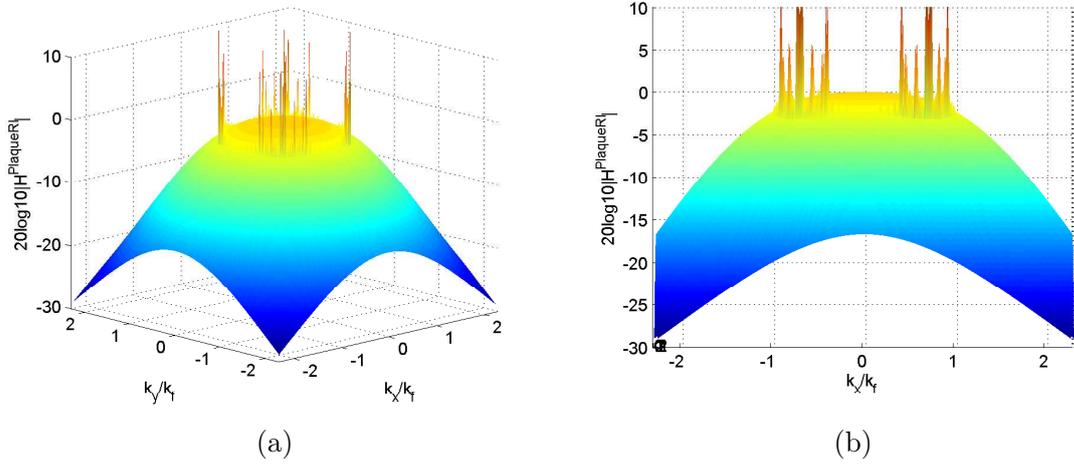


FIG. 2.39 – Différentes vues du filtre $H^{Plaquekc}$ dont le nombre d'onde de coupure est égal à $2k_f$.

de l'approximation polynomiale.

Prenons l'exemple d'un filtre passe-bas RII d'ordre 10 dont l'équation en z est :

$$H^{PBcibleButt}(z) = \frac{a_{10}z^{-10}}{1 + b_1z^{-1} + b_2z^{-2} + b_3z^{-3} + b_4z^{-4} + b_5z^{-5} + b_6z^{-6} + b_7z^{-7} + b_8z^{-8} + b_9z^{-9} + b_{10}z^{-10}} \quad (2.70)$$

avec $a_{10} = 0.1882 \cdot 10^{-3}$, $b_1 = 2.7$, $b_2 = 3.6$, $b_3 = 3.2$, $b_4 = 2.1$, $b_5 = 1$, $b_6 = 0.4$, $b_7 = 0.1$, $b_8 = 0.02$, $b_9 = 0.003$ et $b_{10} = 0.0002$.

Cette fonction est approximée par différents polynômes en $\cos(z)$ d'ordres différents (voir fig. 2.41). Le but étant d'obtenir le schéma aux différences finies le plus petit possible, on préférera une approximation d'ordre plus faible même si elle dégrade un peu

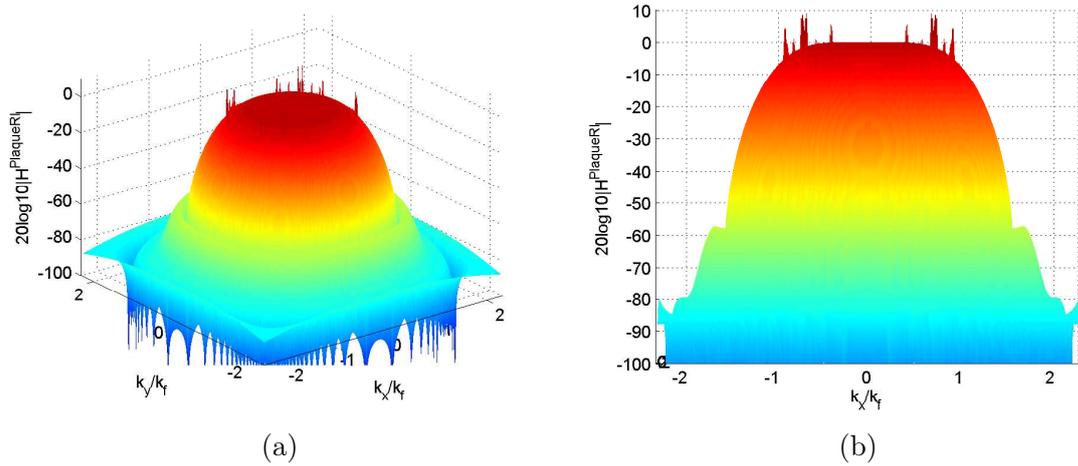


FIG. 2.40 – Différentes vues du filtre $H^{PlaqueRl}$ contenant un schéma aux différences finies de 37×37 points.

la représentation plutôt qu'une approximation exacte mais d'un ordre trop élevé. Ici, l'approximation d'ordre 6 dont l'équation est :

$$H^{PBcibleButt} = 2.03X^6 + 1.15X^5 - 3.67X^4 - 2.14X^3 + 1.95X^2 + 1.5X + 0.22, \quad (2.71)$$

avec $X = \cos(z)$, permet un bon compromis entre la précision de l'approximation et son ordre.

Il est désormais possible d'appliquer la méthode de transformation en fréquence pour calculer le filtre passe-bas 2D correspondant (voir Fig.2.42).

Pour une meilleure précision, c'est la matrice de Hale qui sera utilisée. À nouveau, les étapes 2 à 5 sont réalisées pour calculer le nouveau schéma aux différences finies.

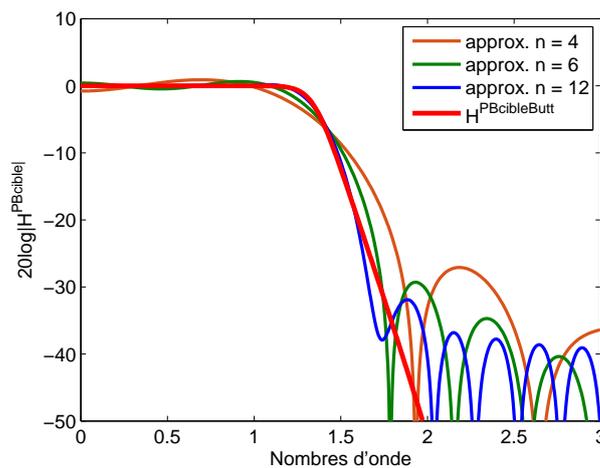


FIG. 2.41 – Module de la fonction de transfert du filtre $H^{PBcibleButt}(z_x, z_y)$ et différentes approximations polynomiales.

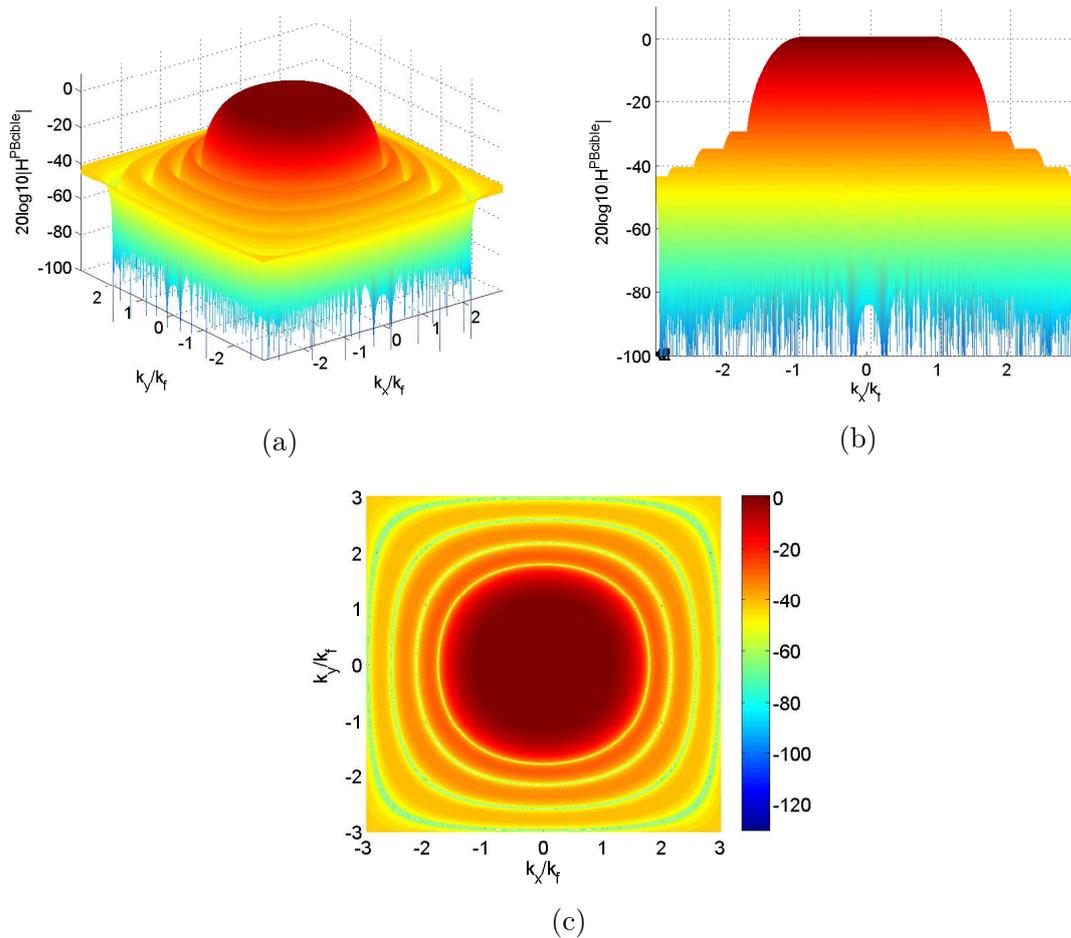


FIG. 2.42 – Différentes vues du module de la fonction de transfert du filtre $H^{PBcibleButt}(z_x, z_y)$.

Le schéma aux différences finies calculé à partir du filtre passe-bas 2D $H^{PBcibleButt}(z_x, z_y)$ contient 21×21 points. La figure 2.43 représente le module de la fonction de transfert du filtre $H^{Plauekc}$ calculé à partir du nouveau schéma. C'est un filtre passe-bas ayant une forte sélectivité et une coupure franche, le filtrage est bien nul jusqu'à k_f . Certaines singularités persistent encore en quelques points du cercle de rayon k_f .

Il est possible en augmentant l'ordre du filtre passe-bas cible de Butterworth, d'obtenir une sélectivité encore plus forte. Le filtre présenté à la figure 2.44 est synthétisé à partir d'un schéma aux différences finies de 37×37 points.

L'utilisation de filtres de Butterworth permet d'obtenir des filtres plus sélectifs avec un ordre plus faible qu'avec les filtres RIF. La méthode de la transformation en fréquence est appliquée sur l'approximation polynômiale du filtre pour créer un filtre 2D possédant approximativement la même pente de coupure. À partir de là, il est possible de synthétiser des schémas aux différences finies filtrant mieux les hauts nombres d'onde.

Néanmoins, la méthode de transformation en fréquence, même utilisée avec la correction de Hale, ne permet toujours pas de créer des filtres parfaitement circulaires. L'ap-

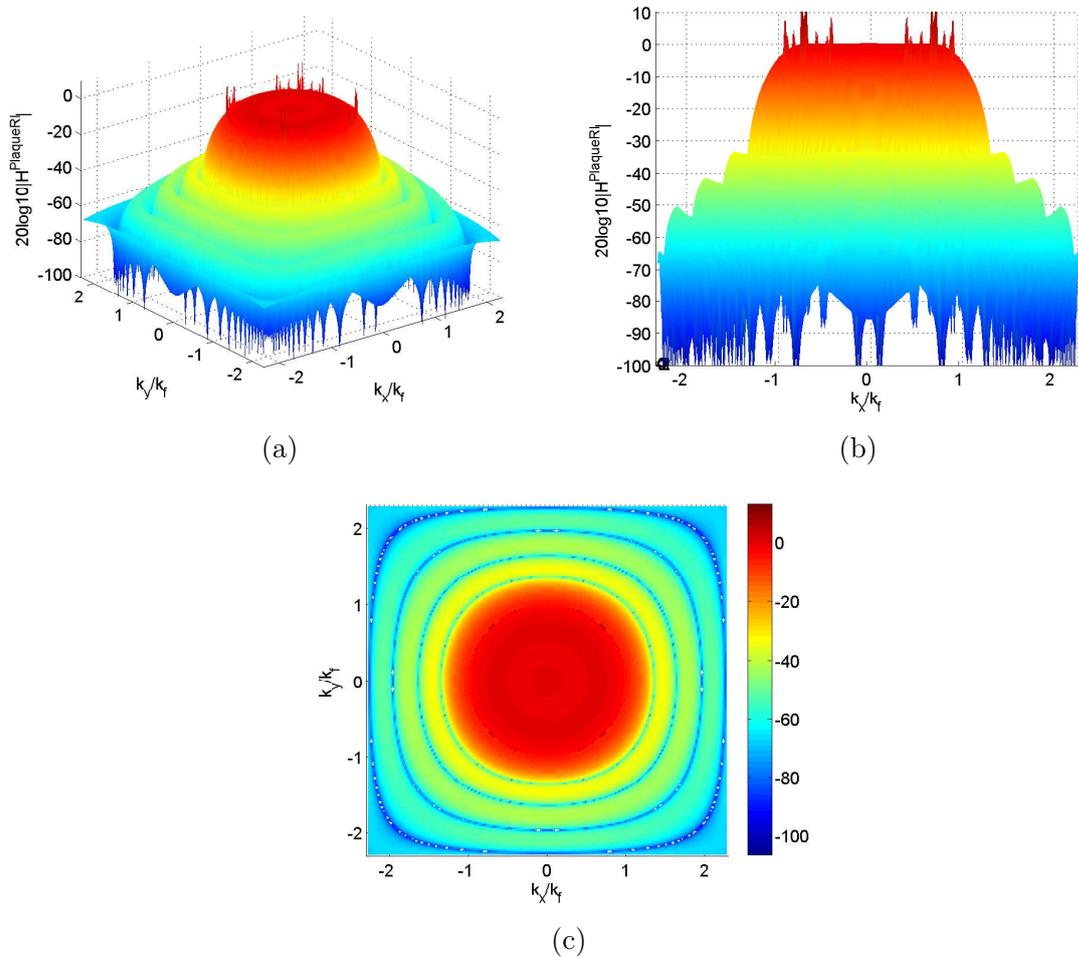


FIG. 2.43 – Différentes vues du module de la fonction de transfert du filtre $H^{PlaqueRI}$ contenant le schéma aux différences finies à 21*21 points.

proximation réalisée par le filtre contenant le nouveau schéma aux différences finies ne présente donc pas non plus une symétrie parfaitement circulaire contrairement au filtre analytique de la plaque. Cette erreur d'approximation se retrouve surtout dans les directions $k_x = k_y = \frac{\sqrt{2}k_f}{2}$. En ces points, les singularités ne s'annulent pas.

Les méthodes développées étant basées sur un repère cartésien, une solution pour réaliser une symétrie plus précise et obtenir une coupure parfaitement circulaire est d'augmenter la résolution, c'est-à-dire le nombre de points. Dans le cadre de l'application expérimentale que l'on fait de ces méthodes dans la suite de notre étude, il est primordial de veiller à garder ce nombre de points le plus bas possible. Exprimer le problème dans le domaine polaire semblerait plus adapté pour réaliser une symétrie circulaire précise tout en gardant un nombre de points faible.

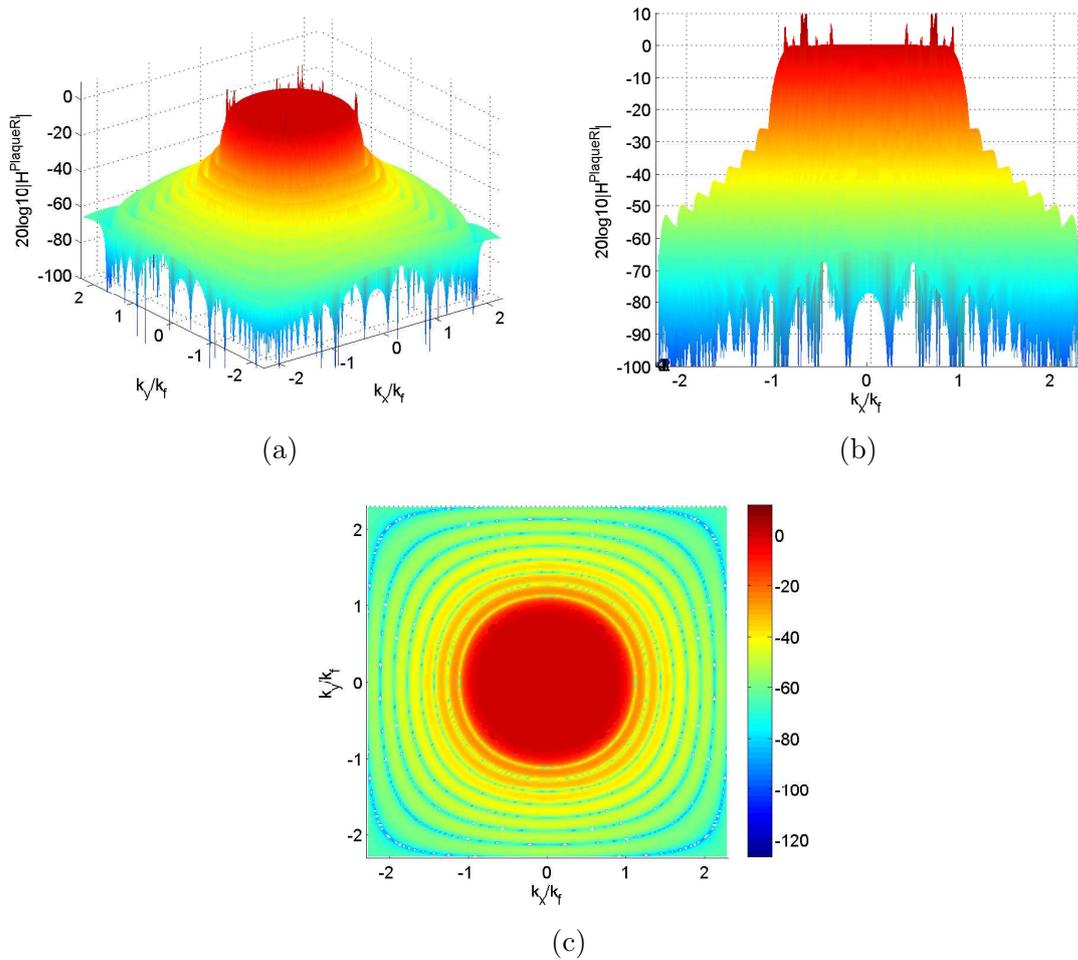


FIG. 2.44 – Différentes vues du module de la fonction de transfert du filtre $H^{PlaqueRI}$ contenant le schéma aux différences finies à 37×37 points.

2.5 Filtre polaire

2.5.1 Équation du mouvement de la plaque en coordonnées polaires

Pour écrire l'équation du mouvement d'une plaque en coordonnées polaires, il est nécessaire d'exprimer le bilaplacien polaire.

En coordonnées cartésiennes bidimensionnelles, ce dernier est défini par :

$$\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}, \quad (2.72)$$

et le bilaplacien par :

$$\Delta^2 = \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right)^2 = \frac{\partial^4}{\partial x^4} + \frac{\partial^4}{\partial y^4} + 2 \frac{\partial^4}{\partial x^2 \partial y^2}. \quad (2.73)$$

En coordonnées polaires, le laplacien qu'on nommera Δ_p s'exprime de la façon suivante :

$$\Delta_p = \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2}, \quad (2.74)$$

et le bilaplacien par :

$$\Delta_p^2 = \frac{\partial^4}{\partial r^4} + \frac{2}{r} \frac{\partial^3}{\partial r^3} - \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r^3} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{2}{r^2} \frac{\partial^4}{\partial r^2 \partial \theta^2} - \frac{2}{r^3} \frac{\partial^3}{\partial r \partial \theta^2} + \frac{4}{r^4} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} + \frac{1}{r^4} \frac{\partial^4}{\partial \theta^4}. \quad (2.75)$$

Pour chaque fréquence, l'équation du mouvement selon l'hypothèse de Kirchhoff-love s'écrit en fonction du bilaplacien polaire selon :

$$D\Delta_p^2 w(r, \theta) - \rho h \omega^2 w(r, \theta) = f(r, \theta), \quad (2.76)$$

avec

$$w(r, \theta) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \bar{w}_n(r) e^{jn\theta}, \quad (2.77)$$

et

$$\bar{w}_n(r) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{+\pi} w(r, \theta) e^{-jn\theta} d\theta, \quad (2.78)$$

car $w(r, \theta)$ est une fonction périodique de période 2π en θ et peut donc se décomposer en séries de Fourier.

De même $f(r, \theta)$ s'exprime aussi en séries de Fourier :

$$f(r, \theta) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \bar{f}_n(r) e^{jn\theta}, \quad (2.79)$$

et

$$\bar{f}_n(r) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{+\pi} f(r, \theta) e^{-jn\theta} d\theta. \quad (2.80)$$

D'après ces définitions, en remplaçant les expressions des séries de Fourier dans l'équation (2.76), on obtient :

$$D \sum_{n=-\infty}^{\infty} \left(\left[\frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} - \frac{n^2}{r^2} \right]^2 \bar{w}_n(r) e^{jn\theta} \right) - \rho h \omega^2 \sum_{n=-\infty}^{\infty} \bar{w}_n(r) e^{jn\theta} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \bar{f}_n(r) e^{jn\theta}. \quad (2.81)$$

Dans la suite, on s'intéresse à l'identification de la force f en $r = 0$. Il s'agit d'un point particulier où $f(r = 0, \theta)$ ne dépend pas de θ . On se permet donc de n'étudier que la composante en $n = 0$ de l'équation (2.81), on a alors :

$$D \left[\frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \right]^2 \bar{w}_0(r) - \rho h \omega^2 \bar{w}_0(r) = \bar{f}_0(r), \quad (2.82)$$

avec $\bar{w}_0(r)$ et $\bar{f}_0(r)$ respectivement la valeur du déplacement moyen et la pression moyenne sur le cercle de rayon r .

2.5.2 Discrétisation de l'équation du mouvement de la plaque en coordonnées polaires

Comme pour les dérivées quatrièmes en x et y du bilaplacien cartésien, les dérivées en r et θ sont estimées par schémas aux différences finies d'ordre 1 et espacement régulier (voir annexe D). Le résultat est un schéma à 13 points dont l'équation est :

$$\begin{aligned} \delta_{d_r d_\theta}^2 = & Aw(r - 2d_r, \theta) + Bw(r - d_r, \theta) + Cw(r, \theta) + Dw(r + d_r, \theta) \\ & + Ew(r + 2d_r, \theta) + Fw(r, \theta - 2d_\theta) + Gw(r, \theta - d_\theta) + Gw(r, \theta + d_\theta) + Fw(r, \theta + 2d_\theta) \\ & + Iw(r - d_r, \theta - d_\theta) + Jw(r + d_r, \theta - d_\theta) + Iw(r - d_r, \theta + d_\theta) + Jw(r + d_r, \theta + d_\theta), \end{aligned} \quad (2.83)$$

avec :

$$\begin{aligned} - A &= \frac{1}{d_r^4} - \frac{1}{rd_r^3}, \\ - B &= \frac{rd_r^3}{6} - \frac{d_r^4}{2} - \frac{1}{r^2 d_r^2} - \frac{1}{2r^3 d_r} - \frac{4}{r^2 d_r^2 d_\theta^2} - \frac{2}{r^3 d_r d_\theta^2}, \\ - C &= \frac{d_r^4}{d_r^4} + \frac{r^2 d_r^2}{r^2 d_r^2} + \frac{r^4 d_\theta^4}{r^4 d_\theta^4} - \frac{r^4 d_\theta^2}{r^4 d_\theta^2}, \\ - D &= -\frac{2}{rd_r^3} - \frac{4}{d_r^4} - \frac{1}{r^2 d_r^2} + \frac{1}{2r^3 d_r} - \frac{4}{r^2 d_r^2 d_\theta^2} + \frac{2}{r^3 d_r d_\theta^2}, \\ - E &= \frac{1}{d_r^4} + \frac{1}{rd_r^3}, \\ - F &= \frac{1}{r^4 d_\theta^4}, \\ - G &= \frac{4}{r^4 d_\theta^2} - \frac{4}{r^4 d_\theta^4} - \frac{4}{r^2 d_r^2 d_\theta^2}, \\ - I &= \frac{2}{r^2 d_r^2 d_\theta^2} + \frac{1}{r^3 d_r d_\theta^2}, \\ - J &= \frac{2}{r^2 d_r^2 d_\theta^2} - \frac{1}{r^3 d_r d_\theta^2}. \end{aligned}$$

où d_r et d_θ sont les pas de discrétisations radiale et angulaire.

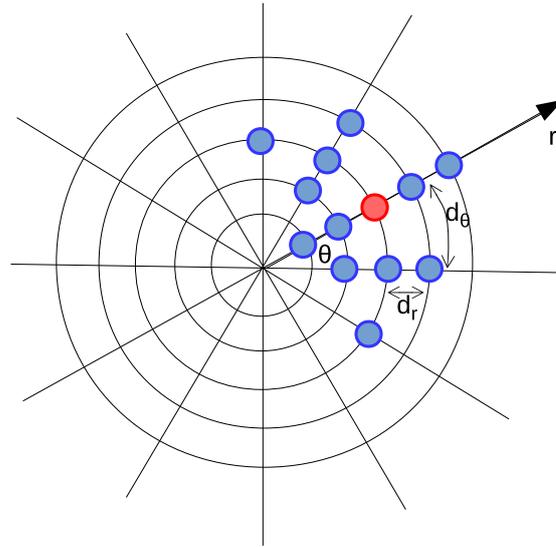


FIG. 2.45 – Schéma aux différences finies polaires.

On remarque dans cette formulation que le centre du schéma est un point singulier (le rayon est nul) et de ce fait que les termes en $1/r$ mènent à une indétermination. Ce schéma n'est donc pas applicable à l'origine du repère.

Plusieurs techniques ont été développées pour pouvoir résoudre ce problème et calculer le schéma à l'origine du repère en $r = 0$ [72, 73]. Nous avons fait le choix d'utiliser celle décrite par Constantinescu et Lele [74] qui consiste à reformuler le schéma aux différences finie du bilaplacien polaire en utilisant les formules du développement de Taylor.

On suppose un maillage polaire dont les pas de discrétisations radiale et angulaire sont d_r et d_θ et $N_\theta = \frac{2\pi}{d_\theta}$ le nombre de points de discrétisation angulaire.

Considérons les N_θ points de la première couronne, dont les coordonnées polaires sont $r_j = d_r$ et $\theta_j = jd_\theta$ avec $j \in [0, N_\theta - 1]$, l'indice du pas angulaire. Le développement de Taylor de chaque point (x_j, y_j) autour du point central $(x, y) = (0, 0)$ est :

$$\begin{aligned}
 w(x_j, y_j) = & w(0, 0) + d_r \cos(jd_\theta) \frac{\partial w(0, 0)}{\partial x} + d_r \sin(jd_\theta) \frac{\partial w(0, 0)}{\partial y} \\
 & + \frac{d_r^2}{2} \cos^2(jd_\theta) \frac{\partial^2 w(0, 0)}{\partial x^2} + \frac{d_r^2}{2} \sin^2(jd_\theta) \frac{\partial^2 w(0, 0)}{\partial y^2} \\
 & + d_r^2 \cos(jd_\theta) \sin(jd_\theta) \frac{\partial^2 w(0, 0)}{\partial x \partial y} + O(d_r^2),
 \end{aligned} \tag{2.84}$$

La somme des déplacements des N_θ points du premier cercle est :

$$\begin{aligned} \sum_{j=0}^{N_\theta-1} w(x_j, y_j) = & N_\theta w(0, 0) + d_r \frac{\partial w(0, 0)}{\partial x} \sum_{j=0}^{N_\theta-1} \cos(jd_\theta) + d_r \frac{\partial w(0, 0)}{\partial y} \sum_{j=0}^{N_\theta-1} \sin(jd_\theta) \quad (2.85) \\ & + \frac{d_r^2}{2} \frac{\partial^2 w(0, 0)}{\partial x^2} \sum_{j=0}^{N_\theta-1} \cos^2(jd_\theta) + \frac{d_r^2}{2} \frac{\partial^2 w(0, 0)}{\partial y^2} \sum_{j=0}^{N_\theta-1} \sin^2(jd_\theta) \\ & + d_r^2 \frac{\partial^2 w(0, 0)}{\partial x \partial y} \sum_{j=0}^{N_\theta-1} \cos(jd_\theta) \sin(jd_\theta) + O(d_r^2), \end{aligned}$$

où les sommes de fonctions trigonométriques autour du cercle unitaire peuvent être simplifiées grâce aux identités :

$$\sum_{j=0}^{N_\theta-1} \cos(jd_\theta) = \sum_{j=0}^{N_\theta-1} \sin(jd_\theta) = \sum_{j=0}^{N_\theta-1} \cos(jd_\theta) \sin(jd_\theta) = 0, \quad (2.86)$$

et

$$\sum_{j=0}^{N_\theta-1} \cos^2(jd_\theta) = \sum_{j=0}^{N_\theta-1} \sin^2(jd_\theta) = \frac{N_\theta}{2}. \quad (2.87)$$

D'après ces formules, l'équation (2.85) devient :

$$\sum_{j=0}^{N_\theta-1} w(x_j, y_j) = N_\theta w(0, 0) + \frac{d_r^2}{2} \frac{N_\theta}{2} \left(\frac{\partial^2 w(0, 0)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w(0, 0)}{\partial y^2} \right) + O(d_r^2). \quad (2.88)$$

On identifie dans cette équation la formule du Laplacien $\frac{\partial^2 w(0, 0)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w(0, 0)}{\partial y^2}$:

$$\frac{\partial^2 w(0, 0)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w(0, 0)}{\partial y^2} = \nabla w(0, 0) = \frac{4}{d_r^2} \left(\frac{\sum_{j=0}^{N_\theta-1} w(x_j, y_j)}{N_\theta} - w(0, 0) \right) + O(d_r^2). \quad (2.89)$$

Pour simplifier l'écriture et puisqu'ici seuls les déplacements des N_θ points du premier cercle ($d_r = 1$) sont pris en compte, $w(0, 0)$ et $w(x_j, y_j)$ sont respectivement remplacés par w_0 et $w_{1,j}$. L'approximation de l'opérateur Laplacien à l'origine du repère que l'on note $\tilde{\delta}_{d_r} w_0$, s'écrit alors :

$$\tilde{\delta}_{d_r} w_0 = \frac{4}{d_r^2} (\bar{w}_1 - w_0), \quad (2.90)$$

où $\bar{w}_1 = \frac{\sum_{j=0}^{N_\theta-1} w_{1,j}}{N_\theta}$ est la moyenne des déplacements des points situés sur le premier cercle, c'est-à-dire au premier pas de rayon.

Le bilaplacien s'obtient en composant le laplacien avec lui-même. L'opérateur δ_{d_r} est remplacé par $\tilde{\delta}_{d_r}$ quand on se trouve à l'origine du repère, on a alors :

$$\delta_{d_r} \left(\tilde{\delta}_{d_r} w_0 \right) = \frac{4}{d_r^2} \left(\delta_{d_r} \bar{w}_1 - \tilde{\delta}_{d_r} w_0 \right), \quad (2.91)$$

ce qui donne, après quelques manipulations algébriques [74] :

$$\tilde{\delta}_{dr}^2 w_0 = \delta_{dr}(\tilde{\delta}_{dr} w_0) = \frac{6}{d_r^4} \left(\frac{\sum_{j=0}^{N_\theta-1} w_{2,j}}{N_\theta} - 4 \frac{\sum_{j=0}^{N_\theta-1} w_{1,j}}{N_\theta} + 3w_0 \right) + O(d_r^2), \quad (2.92)$$

et en simplifiant l'écriture :

$$\tilde{\delta}_{dr}^2 w_0 = \frac{6}{d_r^4} (\bar{w}_2 - 4\bar{w}_1 + 3w_0) + O(d_r^2). \quad (2.93)$$

En définitive, le bilaplacien à l'origine du repère ($r = 0$) s'exprime comme une somme pondérée du déplacement au point central et de la moyenne des déplacements situés sur les deux premiers cercles du maillage autour du point w_0 . Le nombre de points de mesure de déplacement dépend de la discrétisation angulaire choisie. Pour $N_\theta = 8$, soit un pas angulaire égal à $\pi/4$ radians, le schéma nécessite 17 points de mesures (voir Fig. 2.46).

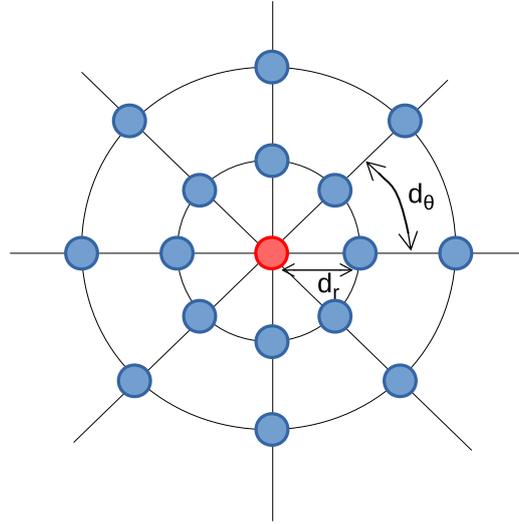


FIG. 2.46 – Schéma aux différences finies polaires.

2.5.3 Filtre $H^{PlaqueRI}$ en coordonnées polaires

Pour mesurer le degré d'approximation apporté par le schéma aux différences finies polaire, il suffit d'étudier la fonction de transfert du filtre $H^{PlaqueRI}$ contenant ce nouveau schéma et appelé $H^{PlaqueRIp}$. Pour rappel, le filtre $H^{PlaqueRI}$ est défini comme le rapport de l'équation de la plaque discrétisée par son équation analytique dans le domaine des nombres d'onde polaires, ce qui revient à la multiplication de deux filtres : H^{Plaque} et G^{RI} polaires renommés $H^{Plaquep}$ et G^{RIp} .

$$H^{PlaqueRIp}(k_r, \omega) = H^{Plaquep}(k_r, \omega) G^{RIp}(k_r, \omega). \quad (2.94)$$

2.5.3.1 Équation analytique de la plaque en nombres d'onde polaires

Il s'agit premièrement d'exprimer l'équation de la plaque analytique dans le domaine des nombres d'onde polaires grâce à la transformée de Fourier à 2 dimensions d'une

fonction radiale, c'est-à-dire en utilisant la transformée de Hankel dont la formule générale est :

$$\mathbb{H}[\bar{w}_0(r)] = \bar{W}_0(k_r) = \int_0^{+\infty} \bar{w}_0(r) J_0(k_r r) r dr, \quad (2.95)$$

où $J_0(k_r r) = \int_0^{+2\pi} e^{-jk_r r \cos \theta} d\theta$ est la fonction de Bessel de première espèce et d'ordre zero et qui satisfait la propriété :

$$\Delta_p J_0(k_r r) = -k_r^2 J_0(k_r r). \quad (2.96)$$

La transformée de Hankel du Laplacien est alors :

$$\mathbb{H}[\Delta_p \bar{w}_0(r)] = \mathbb{H}\left[\left(\frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}\right) \bar{w}_0(r)\right] = -k_r^2 \bar{W}_0(k_r), \quad (2.97)$$

et la transformée du bilaplacien :

$$\mathbb{H}[\Delta_p^2 \bar{w}_0(r)] = (\mathbb{H}[\Delta_p \bar{w}_0(r)])^2 = +k_r^4 \bar{W}_0(k_r). \quad (2.98)$$

Dans le domaine des nombre d'onde, l'équation de la plaque (2.82) s'écrit alors :

$$D k_r^4 \bar{W}_0(k_r) - \rho h \omega^2 \bar{W}_0(k_r) = \bar{F}_0(k_r), \quad (2.99)$$

ou en simplifiant

$$D (k_r^4 - k_f^4) \bar{W}_0(k_r) = \bar{F}_0(k_r). \quad (2.100)$$

Le filtre $H^{Plaquep}$ se détermine par le rapport de $\bar{W}_0(k_r)$ sur $\bar{F}_0(k_r)$ et est égal à :

$$H^{Plaquep}(k_r) = \frac{1}{D(k_r^4 - k_f^4)}. \quad (2.101)$$

2.5.3.2 Transformée de Hankel du schéma aux différences finies polaire

D'après [75], la transformée de Hankel d'une fonction radialement symétrique et décalée de r_0 est :

$$\mathbb{H}[f(r - r_0)] = J_0(k_r r_0) \mathbb{H}[f(r)] = J_0(k_r r_0) \int_0^{+\infty} r f(r) J_0(k_r r) dr, \quad (2.102)$$

La transformée de Hankel de l'équation 2.93 est :

$$\mathbb{H}[\delta_{dr}^2 w_0](k_r) = \frac{6}{d_r^4} (J_0(2k_r d_r) - 4J_0(k_r d_r) + 3) \bar{W}_0(k_r), \quad (2.103)$$

où l'on définit $\kappa_p = \frac{6}{d_r^4} (J_0(2k_r d_r) - 4J_0(k_r d_r) + 3)$.

L'équation de la plaque discrétisée en utilisant un schéma aux différences finies polaire s'écrit donc :

$$D\kappa_p \overline{W}_0(k_r) - \rho h \omega^2 \overline{W}_0(k_r) = \overline{F}_0(k_r), \quad (2.104)$$

et le filtre G^{RIp} polaire s'exprime dans le domaine des nombres d'onde par :

$$G^{RIp}(k_r) = \frac{\overline{F}(k_r)}{\overline{W}_0(k_r)} = D(\kappa_p - k_f^4). \quad (2.105)$$

2.5.3.3 Filtre $H^{PlaqueRIp}$

Comme pour le domaine cartésien, le filtre $H^{PlaqueRIp}$ est déterminé par le rapport dans le domaine des nombres d'onde, de l'équation de la plaque discrétisée par le schéma aux différences finies par son équation analytique :

$$H^{PlaqueRIp}(k_r, \omega) = \frac{H^{Plaqueep}(k_r, \omega)}{G^{RIp}(k_r, \omega)} = \frac{\kappa_p - k_f^4}{k_r^4 - k_f^4}. \quad (2.106)$$

Le module du filtre $H^{PlaqueRIp}$ est tracé à la figure 2.47 pour différentes valeurs du nombre de points par longueur d'onde.

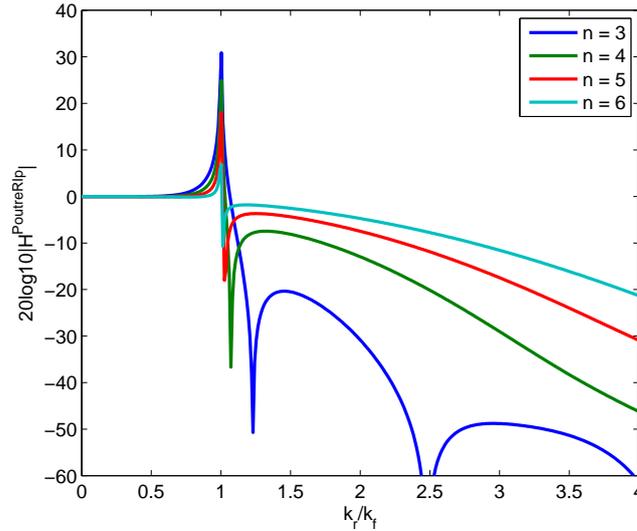


FIG. 2.47 – Filtre $H^{PoutreRIp}$ pour différentes valeurs du nombre de points par longueur d'onde n .

Quelle que soit la valeur de n , le filtre $H^{PlaqueRIp}(k_r, \omega)$ est un filtre passe-bas. Les singularités, bien que légèrement atténuées avec le schéma aux différences finies polaires, persistent sur le cercle de rayon k_f .

2.5.3.4 Calcul d'un facteur correctif et du filtre $H^{PlaqueRICp}$

Un facteur correctif est calculé pour égaliser les racines du numérateur avec les pôles du dénominateur, ce qui se traduit par :

$$\mu_p(\kappa_p - k_f^4) = k_r^4 - k_f^4, \quad (2.107)$$

avec μ_p la correction à appliquer pour annuler les singularités. Après résolution de l'équation, il vient :

$$\mu_p = \frac{k_f^4 d r^4}{6J_0(2k_f d r) - 24J_0(k_f d r) + 18}. \quad (2.108)$$

Le filtre $H^{PlaqueRICp}$ s'exprime en appliquant le facteur correctif sur le schéma aux différences finies tel que :

$$H^{PlaqueRICp}(k_r, \omega) = \frac{\mu_p \kappa_p - k_f^4}{k_r^4 - k_f^4}. \quad (2.109)$$

La figure 2.48 illustre le module du filtre $H^{PlaqueRICp}$ pour différentes valeurs du nombre de points par longueur d'onde. Les singularités sont corrigées au nombre d'onde de flexion de la plaque et cela dans toutes les directions.

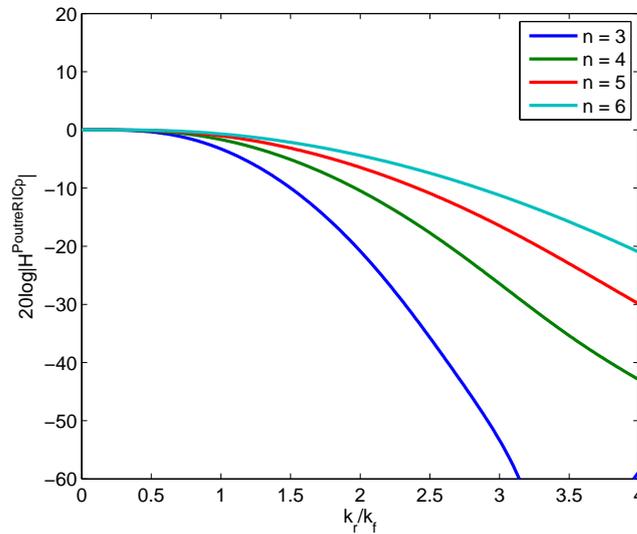


FIG. 2.48 – Filtre $H^{PoutreRICp}$ pour différentes valeurs du nombre de points par longueur d'onde n .

La figure 2.49 compare la sélectivité des modules des filtres polaire $H^{PlaqueRICp}$ et cartésien $H^{PlaqueRIC}$ lié à l'antenne à 13 points, pour une valeur de n égale à 4 et dans les directions k_x/k_f et $\sqrt{(\frac{k_x}{k_f})^2 + (\frac{k_y}{k_f})^2}$. Le filtre polaire permet une symétrie circulaire

parfaite et par conséquent un filtrage équivalent dans toutes les directions, ce qui n'est pas le cas du filtre cartésien dont la pente de coupure varie selon la direction. Le filtrage est beaucoup moins sélectif dans les diagonales du repère cartésien que dans ses directions principales (voir Fig. 1.17 et 1.18). On remarque aussi que le filtrage polaire présente des lobes secondaires beaucoup moins prononcés dans la bande coupée, la correction polaire agit sur tout le filtrage et non pas seulement au nombre d'onde de flexion de la plaque.

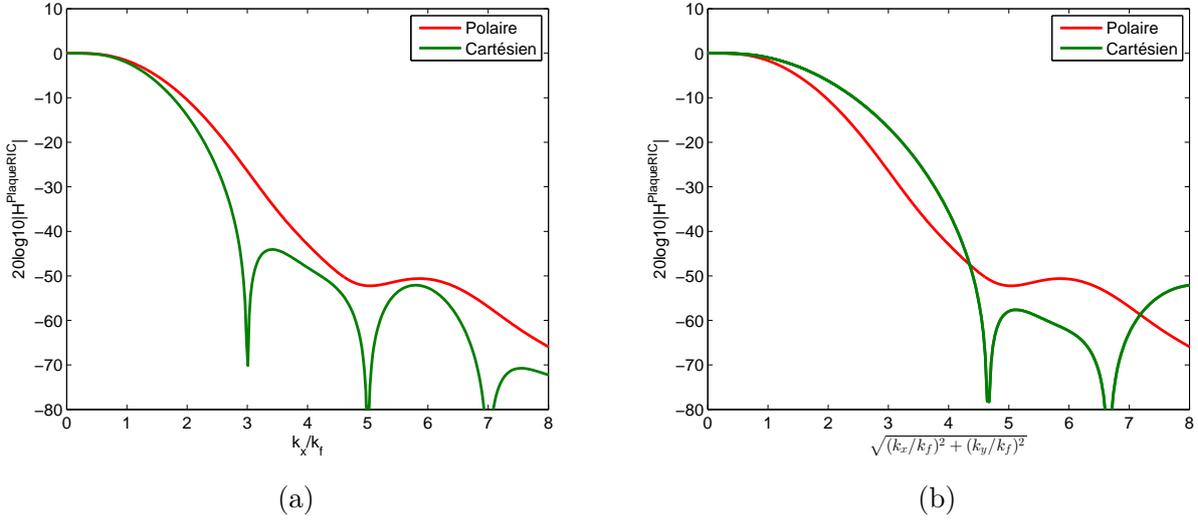


FIG. 2.49 – Comparaison de la sélectivité des deux filtres pour $n = 4$ et dans les directions :

(a) $k_x = k_f$ et (b) $\sqrt{\left(\frac{k_x}{k_f}\right)^2 + \left(\frac{k_y}{k_f}\right)^2}$.

En pratique, le calcul de la distribution de force s'effectue comme avec la méthode RIC cartésienne. Le facteur correctif est appliqué sur le schéma aux différences finies dans l'équation du mouvement discrétisée :

$$F^{RICp}(r = 0, \omega) = D\mu_p \tilde{\delta}_{dr}^2 w_0 - \rho h \omega^2 w(r = 0, \omega). \quad (2.110)$$

2.6 Conclusions

Dans ce chapitre, plusieurs méthodes ont été proposées pour créer de nouveaux schémas aux différences finies répondant à un gabarit de filtrage établi. Ces différentes techniques reposent sur la synthèse de filtres numériques et sont réalisées dans le domaine discrétisé des nombres d'onde. Les différentes étapes clés de ces méthodes sont :

- la synthèse du filtre passe-bas numérique $H^{PBcible}$ choisi ;
- la discrétisation du filtre de la plaque corrigée G^{RIC} dans le domaine des z ;
- le calcul du filtre $G(z)$ résultant de la multiplication des filtres $H^{PBcible}(z)$ et $G^{RIC}(z)$;
- la détermination du nouveau schéma aux différences finies par transformée en z inverse de $G(z)$ et en utilisant l'équation du mouvement de la structure.

Pour le cas monodimensionnel, le filtre passe-bas cible peut être un filtre RIF ou RII. Dans le premier cas, le schéma aux différences finies résultant est décentré, son nombre de points dépend directement de l'ordre du filtre passe-bas cible. Plus l'ordre est élevé, plus le filtre sera sélectif mais le schéma aux différences finies comportera également plus de points. Pour un ordre égal, les filtres passe-bas RII sont plus sélectifs mais ils sont récursifs. Cette récursivité se retrouvera dans le schéma aux différences finies et il sera nécessaire pour l'appliquer en un point de connaître la distribution de force aux points alentours en appliquant la méthode RIC classique lors du post-traitement.

Pour le cas bidimensionnel, la difficulté est de trouver la meilleure technique pour synthétiser des filtres passe-bas cibles 2D à symétrie circulaire tout en gardant l'ordre le plus bas possible. Lorsque la symétrie circulaire n'est pas respectée, c'est-à-dire quand le nombre d'onde de coupure du filtre n'est pas sur le cercle de rayon k_f , alors le schéma aux différences finies créé ne permet pas d'annuler les singularités (les pics ne sont pas alignés). La méthode classique des fenêtres utilisée en 1D n'est pas optimisée en 2D car elle requiert un trop grand nombre de points pour atteindre une résolution suffisante. Le choix a été fait d'utiliser la méthode de transformation en fréquence qui permet de créer, à partir de l'équation d'un filtre passe-bas RIF 1D, un filtre RIF 2D à symétrie circulaire tout en limitant le nombre de points. Néanmoins, la symétrie n'est pas parfaitement résolue et les singularités ne sont donc pas annulées sur tout le cercle par le nouveau schéma aux différences finies. La méthode de transformation en fréquence repose sur la transformation de McClellan de la fonction cosinus circulaire 2D qui n'est pas assez précise pour permettre une symétrie parfaite. La correction de Hale augmente la précision et apporte une meilleure résolution de la symétrie mais avec l'inconvénient de nécessiter beaucoup plus de coefficients, ce qui se répercutera sur la taille du schéma aux différences finies.

Comme en 1D, pour optimiser le nombre de points du schéma aux différences finies calculé, il est proposé d'utiliser un filtre passe-bas cible RII. Cependant, la récursivité de ces filtres empêche l'application de la méthode de transformation en fréquence pour créer un filtre 2D. Une première étape est d'approximer la fonction de transfert du filtre par une fonction polynomiale en cosinus sur laquelle la méthode de transformation en fréquence peut être appliquée. Le nombre de points du schéma aux différences finies créé à partir de cette fonction dépend directement de l'ordre du polynôme judicieusement choisi. Cette technique permet d'obtenir des filtres plus sélectifs mais qui présentent des lobes secondaires dans la bande atténuée.

Toutes ces méthodes reposent sur une discrétisation cartésienne du domaine d'étude qui rend difficile la bonne résolution de la coupure des filtres passe-bas sur le cercle de rayon k_f . Redéfinir la problématique dans un repère polaire semble plus adapté. L'équation du mouvement de la structure ainsi que le bilaplacien sont réécrits en fonction d'une discrétisation radiale et angulaire. En l'état, le schéma aux différences finies polaire ne peut pas être appliqué à l'origine du repère puisqu'il présente une indétermination pour $r = 0$. Pour lever cette indétermination, il s'agit de reformuler le schéma aux différences finies polaire à partir des formules du développement de Taylor. Le résultat est un schéma à 17 points qui, introduit dans la fonction du filtre $H^{PlaqueRI}(r, \theta, \omega)$, permet un filtrage passe-bas présentant une bien meilleure symétrie circulaire que le filtre $H^{PlaqueRI}(x, y, \omega)$

cartésien. Sa sélectivité est quant à elle moins forte car le schéma polaire est plus précis. Les dérivées quatrièmes sont en effet mieux approximées.

De la même manière que pour la méthode RIC classique, un facteur correctif est calculé pour supprimer les singularités sur le cercle de rayon k_f . Un seul facteur suffit pour corriger le filtrage dans toutes les directions et annuler les singularités sur tout le cercle.

En conclusion, le choix de la méthode dépend des objectifs de filtrage à atteindre. Quelle que soit la méthode choisie, un filtrage très sélectif requerra toujours un nombre de points de mesure élevé. Dans le chapitre suivant, les schémas aux différences finies créés à partir de ces différentes techniques sont testés par simulations numériques et expériences.

Chapitre 3

APPLICATIONS DES NOUVELLES ANTENNES PAR SIMULATIONS

Introduction

Les antennes RI et RIC cartésiennes (13 points) et polaires (17 points) ainsi que différentes antennes décentrées créées à partir de différents gabarits de filtre passe-bas sont testées dans deux cas de simulation. Premièrement, les différentes antennes sont appliquées sur une plaque excitée par un champ de pression pariétale turbulente. Le calcul complet du problème direct comprenant la synthèse des signaux d'excitation et le calcul du champ de déplacement est décrit dans l'état de l'art du chapitre 1 et reprend la démarche initiée par Lecoq [9, 41]. Deuxièmement, elles sont appliquées sur la simulation d'une configuration de vitrage automobile où les calculs du champ de pression et du champ de déplacement ont été préalablement effectués par le constructeur automobile.

3.1 Simulations sur une plaque modélisée analytiquement

Les caractéristiques de l'écoulement et de la plaque sont présentées à la figure 3.1. Les paramètres mécaniques du vitrage sont similaires à ceux de la Peugeot 308 sur laquelle ont été testées les différentes méthodes inverses en soufflerie. Cette expérience fera l'objet du chapitre suivant.

Les différentes antennes sont appliquées au centre de la plaque pour différentes valeurs d'espacement entre points de mesure (ou nombre de points par longueur d'onde). De cet espacement dépend la sélectivité du filtrage appliqué sur les données (voir partie 1.4.4). Plus le pas spatial est élevé, plus le filtrage est sélectif. L'espacement inter-capteur et par conséquent la taille de l'antenne déterminent aussi, d'après le théorème de Shannon, les limites fréquentielles de validité des méthodes inverses conformément aux équations (1.32). Ces valeurs sont détaillées dans le tableau 3.1. Il faut cependant noter que d'après Leclère, ce domaine d'étude peut être élargi [8] (voir partie 1.4.4). Les méthodes sont capables de reconstruire la composante acoustique un peu au-delà de ces limites.

Dans tous les résultats d'autospectres de pression reconstruits par RI et RIC montrés

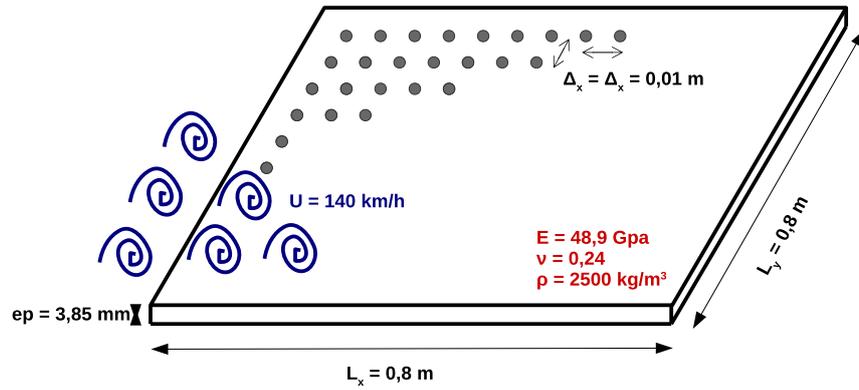


FIG. 3.1 – Schéma et caractéristiques de la plaque utilisée dans les simulations.

dans la suite de ce chapitre, les limites basse et haute fréquences sont systématiquement représentées par deux droites en pointillés noirs et la fréquence de coïncidence acoustique, ici égale à 3649 Hz, par une droite en pointillés rouges.

Δ en cm	$f_{min} - f_{max}$ en Hz
1	19802 - 72210
2	4950 - 19802
3	2200 - 8801
4	1237 - 4950

TAB. 3.1 – Limites fréquentielles des méthodes RI et RIC pour différentes valeurs du pas spatial.

L'évolution des nombres d'onde de flexion, acoustique et convectif en fonction de la fréquence est tracée à la figure 3.2 et les interspectres théoriques de ces différentes composantes représentés à la figure 3.3. Comme c'est le cas dans le domaine automobile où l'écoulement est subsonique, la fréquence de coïncidence aérodynamique est très faible (23 Hz) et le nombre d'onde de convection évolue très rapidement vers les hauts nombres d'onde contrairement aux nombres d'onde acoustique et de flexion.

3.1.1 Antennes RI et RIC cartésiennes à 13 points

Dans un premier temps, les méthodes inverses RI et RIC classiques sont appliquées au centre de la plaque sur le champ de déplacement non bruité et avec un espacement entre deux points de mesure Δ égal à 3 cm. Les résultats illustrés à la figure 3.4 présentent les autospectres des distributions de force reconstruites par les méthodes inverses et ceux des composantes acoustique et totale (acoustique + aérodynamique) synthétisées.

Jusqu'à la fréquence de coïncidence acoustique, les deux méthodes identifient de la même manière la composante acoustique. Ensuite, la méthode RI n'est plus adaptée et surestime de plus en plus le niveau de la composante bas nombres d'onde contrairement à la méthode RIC qui reste efficace et cela même un peu au delà de la limite fréquen-

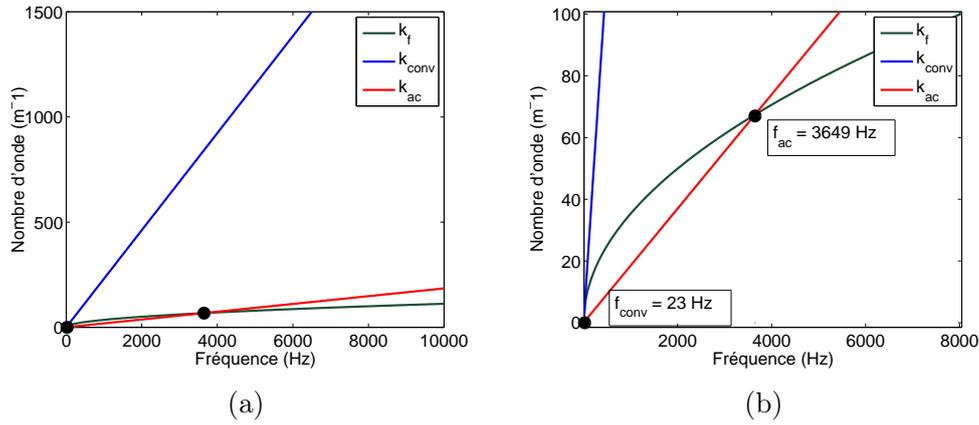


FIG. 3.2 – Évolution des nombres d'onde de flexion, acoustique et de convection en fonction de la fréquence. (b) : zoom de la figure (a).

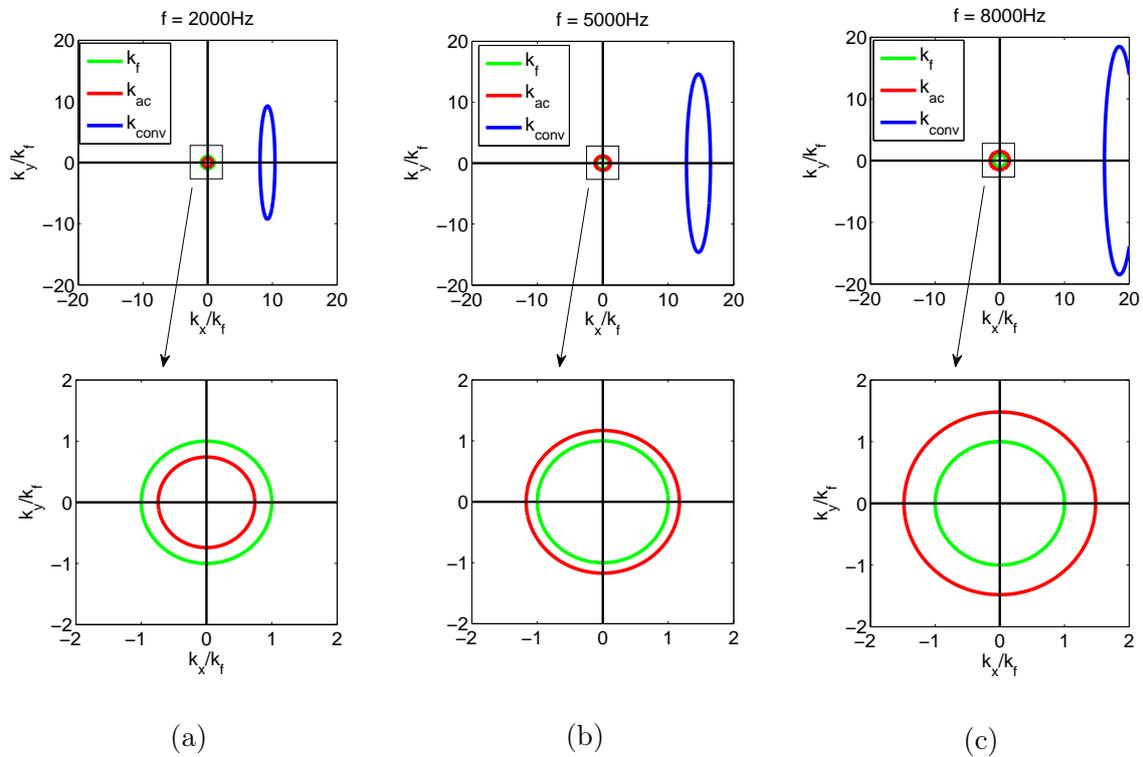


FIG. 3.3 – Interspectres théoriques en fréquence-nombre d'onde de l'excitation turbulente pour différentes fréquences : (a) 2000 Hz, (b) 5000 Hz et (c) 8000 Hz.

tielle de 8801 Hz. La correction apportée dans la méthode RIC permet de corriger les singularités sur une grande partie du cercle de rayon k_f et d'appliquer un filtrage plus sélectif en nombre d'onde. Ces résultats sont confirmés par les figures 3.4b, 3.4c et 3.4d, qui présentent le filtrage réalisé en 1D par les deux méthodes inverses pour différentes fréquences :

- $f = 2000$ Hz (3.4b) : les reconstructions réalisées par RI et RIC sont identiques. Le filtrage réalisé par la méthode RI est un peu plus sélectif que celui de la méthode RIC. Les singularités ne sont pas annulées mais restent d'une amplitude faible ;
- $f = 5000$ Hz (3.4c) : le filtrage réalisé par la méthode RIC est plus sélectif surtout

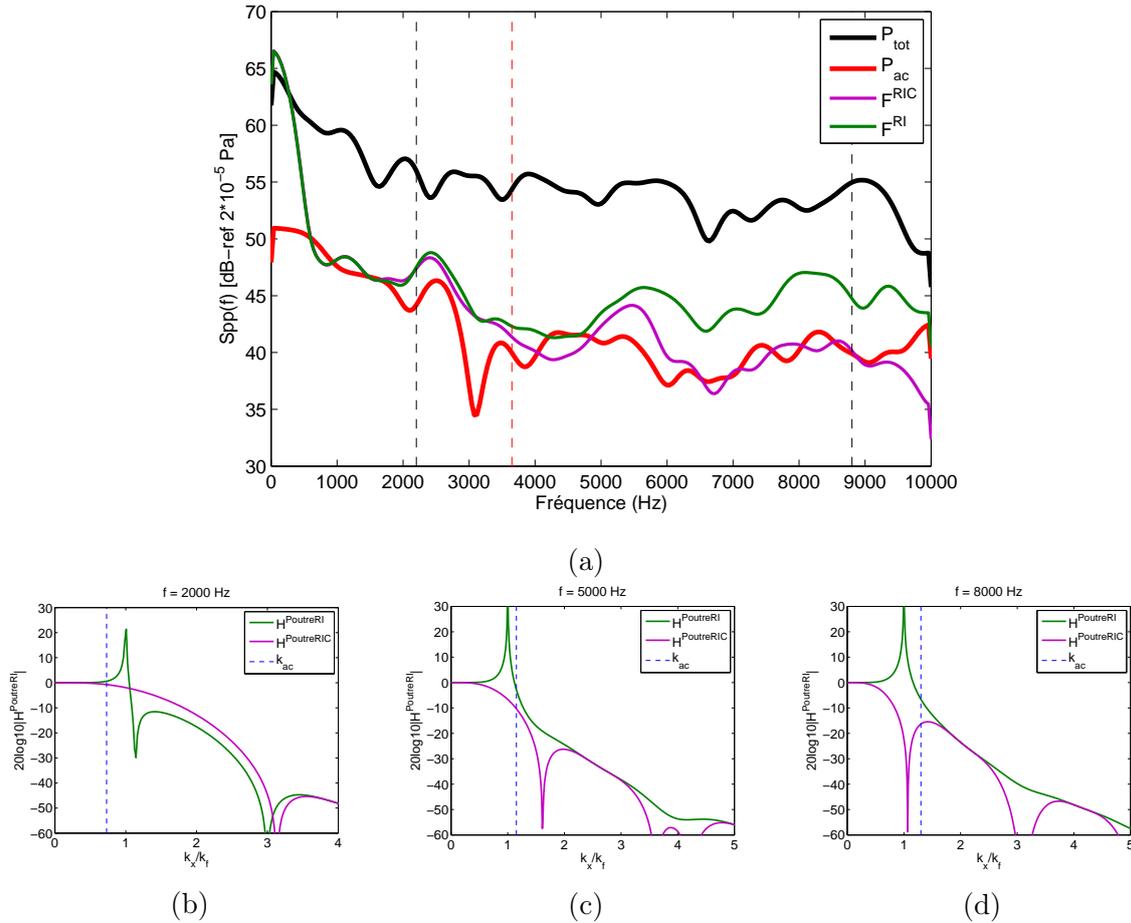


FIG. 3.4 – (a) : DSP de la composante acoustique, de l’excitation turbulente en totalité et des pressions identifiées au centre de la plaque par les méthodes RI et RIC pour un pas spatial égal à 3 cm. Les lignes verticales (- -) représentent les limites fréquentielles des méthodes et (- -) la fréquence de coïncidence acoustique. (b), (c) et (d) : modules des fonctions de transfert des filtres $H^{PoutreRI}$ et $H^{PoutreRIC}$ pour des fréquences respectivement égales à 2 kHz, 5 kHz et 8 kHz.

autour du nombre d’onde de flexion (quand $k_x = k_f$), où la singularité présente dans la méthode RI est d’amplitude plus élevée et sur une plus large bande de nombres d’onde ;

- $f = 8000$ Hz (3.4d) : la reconstruction faite par la méthode RI surestime notablement la composante acoustique. Le filtrage réalisé n’est pas assez sélectif et présente surtout une trop grande amplification autour du nombre d’onde de flexion contrairement à la méthode RIC qui présente dans cette zone une très forte sélectivité.

Remarque : Le filtrage présenté ici est celui réalisé par les méthodes sur le cas 1D d’une poutre. Cela permet une meilleure visualisation et comparaison de la sélectivité des différents filtres. Cependant il faut garder à l’esprit que la correction apportée dans la méthode RIC en 2D ne permet pas d’annuler les singularités dans toutes les directions. Elles sont encore présentes mais atténuées en certaines parties du cercle de rayon k_f .

Pour un espacement entre capteurs plus faible, soit $\Delta = 1$ cm (voir Fig. 3.5), les

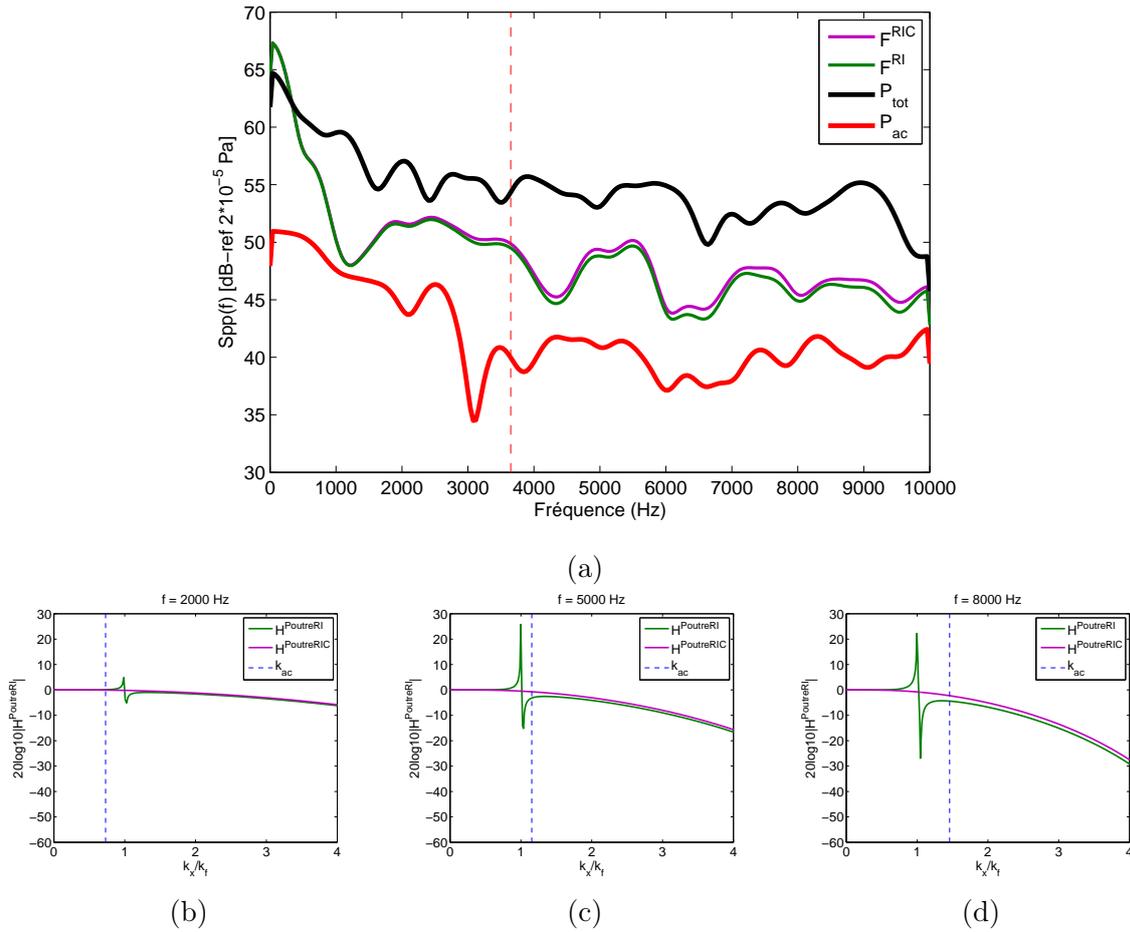


FIG. 3.5 – (a) : DSP de la composante acoustique, de l’excitation turbulente en totalité et des pressions identifiées au centre de la plaque par les méthodes RI et RIC pour un pas spatial égal à 1 cm. La ligne verticale (- -) représente la fréquence de coïncidence acoustique. (b), (c) et (d) : modules des fonctions de transfert des filtres $H^{PoutreRI}$ et $H^{PoutreRIC}$ pour des fréquences respectivement égales à 2 kHz, 5 kHz et 8 kHz.

méthodes inverses ne permettent pas de sélectionner la composante acoustique. Le filtrage présentant une sélectivité très faible, une partie de la composante aérodynamique est prise en compte dans la reconstruction. Sur la gamme de fréquences étudiée, le filtrage réalisé par les deux méthodes inverses est pratiquement équivalent. Au fur et à mesure que la fréquence augmente, le filtrage devient plus sélectif mais ne l’est toujours pas assez pour n’identifier que la composante acoustique. La méthode RIC, bien que permettant d’annuler les singularités sur une grande partie du cercle de rayon k_f n’apporte pas d’amélioration significative.

Dans cette configuration, le filtrage passe-bas réalisé par les méthodes inverses classiques est insuffisant. D’ailleurs, pour ce pas de discrétisation, les méthodes inverses RI et RIC ne sont pas applicables dans la gamme de fréquences étudiée (voir tableau 3.1). Cette mesure nous permet cependant de comparer les différentes antennes.

3.1.2 Antennes décentrées créées à partir de filtres passe-bas RIF et de la transformation de McClellan

Le schéma aux différences finies à 9×9 points calculé au chapitre précédent à partir d'un filtre passe-bas RIF d'ordre 4 et de la méthode de transformation en fréquence classique (matrice de transformation de McClellan) est ici appliqué sur le champ de déplacement pour un pas spatial égal à 3 cm. Les résultats sont comparés aux méthodes RI et RIC classiques à la figure 3.6.

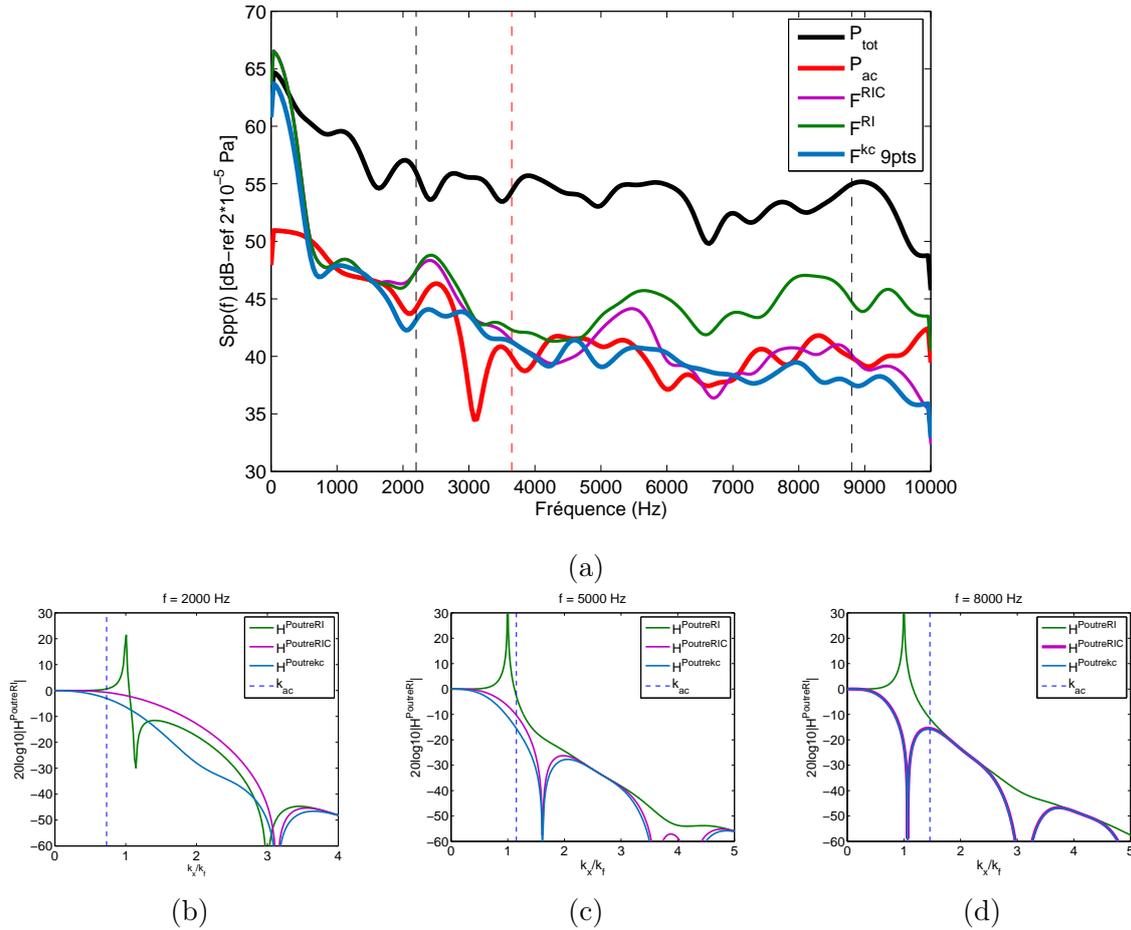


FIG. 3.6 – (a) : DSP de la composante acoustique, de l'excitation turbulente en totalité et des pressions identifiées au centre de la plaque par les méthodes RI et RIC et par la méthode inverse appliquée avec le schéma aux différences finies à 9×9 points et avec un pas spatial égal à 3 cm. Les lignes verticales (- -) représentent les limites fréquentielles des méthodes RI et RIC contenant l'antenne à 13 points et (- -) la fréquence de coïncidence acoustique. (b), (c) et (d) : modules des fonctions de transfert des filtres $H^{PoutreRI}$, $H^{PoutreRIC}$ et $H^{Poutrekc}$ pour des fréquences respectivement égales à 2 kHz, 5 kHz et 8 kHz.

Le schéma à 9×9 points identifie un peu plus précisément la composante acoustique que la méthode RIC classique qui permettait déjà une reconstruction fidèle. Les modules des fonctions de transfert des filtres $H^{PoutreRI}$, $H^{PoutreRIC}$ et $H^{Poutrekc}$ illustrés aux figures 3.6b, 3.6c et 3.6d en 1D et aux figures 3.7 en 2D démontrent que pour cette configuration le filtrage apporté par le schéma aux différences finies à 9×9 points n'est pas très différent

du filtrage apporté par le schéma à 13 points corrigé. Le filtrage réalisé par la méthode RIC à 13 points, qu'on appellera par la suite "méthode RIC classique", est suffisant pour reconstruire la composante acoustique.

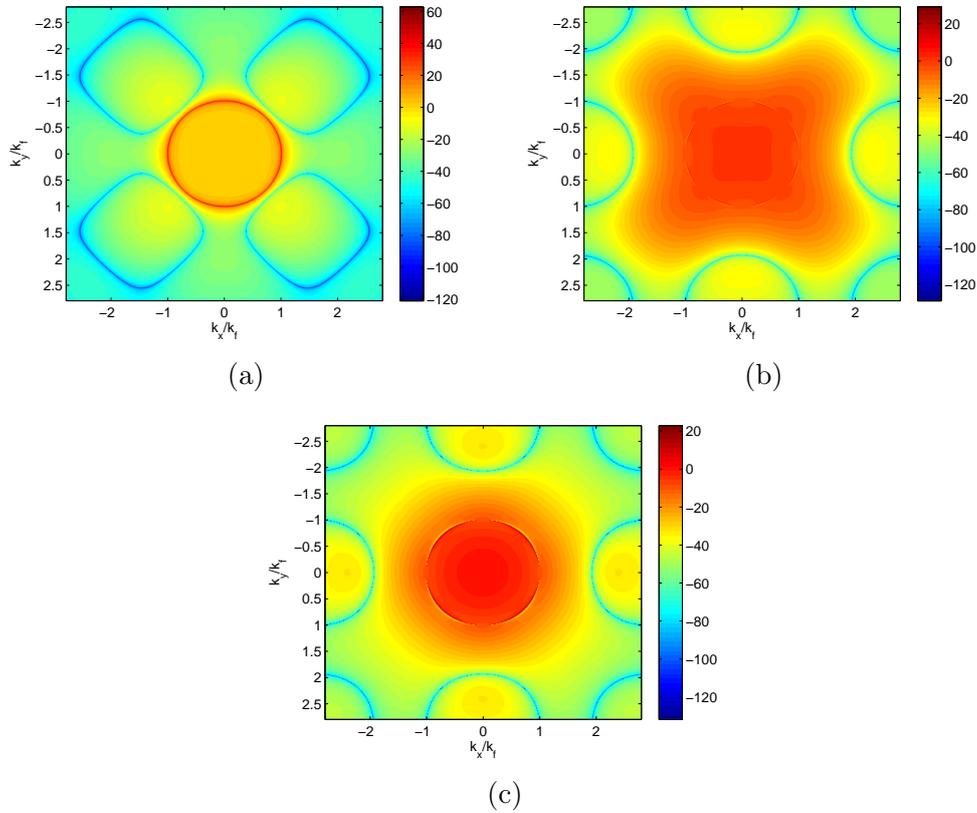


FIG. 3.7 – Modules des fonctions de transfert des filtres $H^{PlaqueRI}$ (a), $H^{PlaqueRIC}$ (b) et $H^{Plaquekc}$ (c) comportant un schéma aux différences finies à $9*9$ points pour une fréquence f égale à 5000 Hz

Le schéma à $9*9$ points est maintenant testé pour un pas spatial Δ égal à 1 cm, là où les méthodes inverses RI et RIC classiques ne sont pas efficaces dans la gamme de fréquences étudiée. Les résultats présentés à la figure 3.8 démontrent que l'antenne à $9*9$ points permet dans ce cas une meilleure approximation de la composante acoustique mais qui n'est exacte qu'à partir de 8000 Hz. Avant cette fréquence, le filtrage réalisé par cette antenne, bien que meilleur que celui réalisé par les antennes RI et RIC n'est pas encore assez sélectif (voir Fig. 3.8b, 3.8c et 3.8d). Il convient donc de tester une antenne plus sélective.

Une antenne contenant $19*19$ points créée à partir d'un filtre RIF d'ordre 14 et par conséquent plus sélective que l'antenne à $9*9$ points, est appliquée dans la même configuration. Les modules des fonctions de transfert des différents filtres sont présentés aux figures 3.9b, 3.9c et 3.9d en 1D et à la figure 3.10 en 2D. Le filtrage passe-bas apporté par un tel schéma permet une bien meilleure sélection des bas nombres d'onde et comme le montre la figure 3.9a, une identification précise de la composante acoustique sur une très grande partie du domaine d'étude.

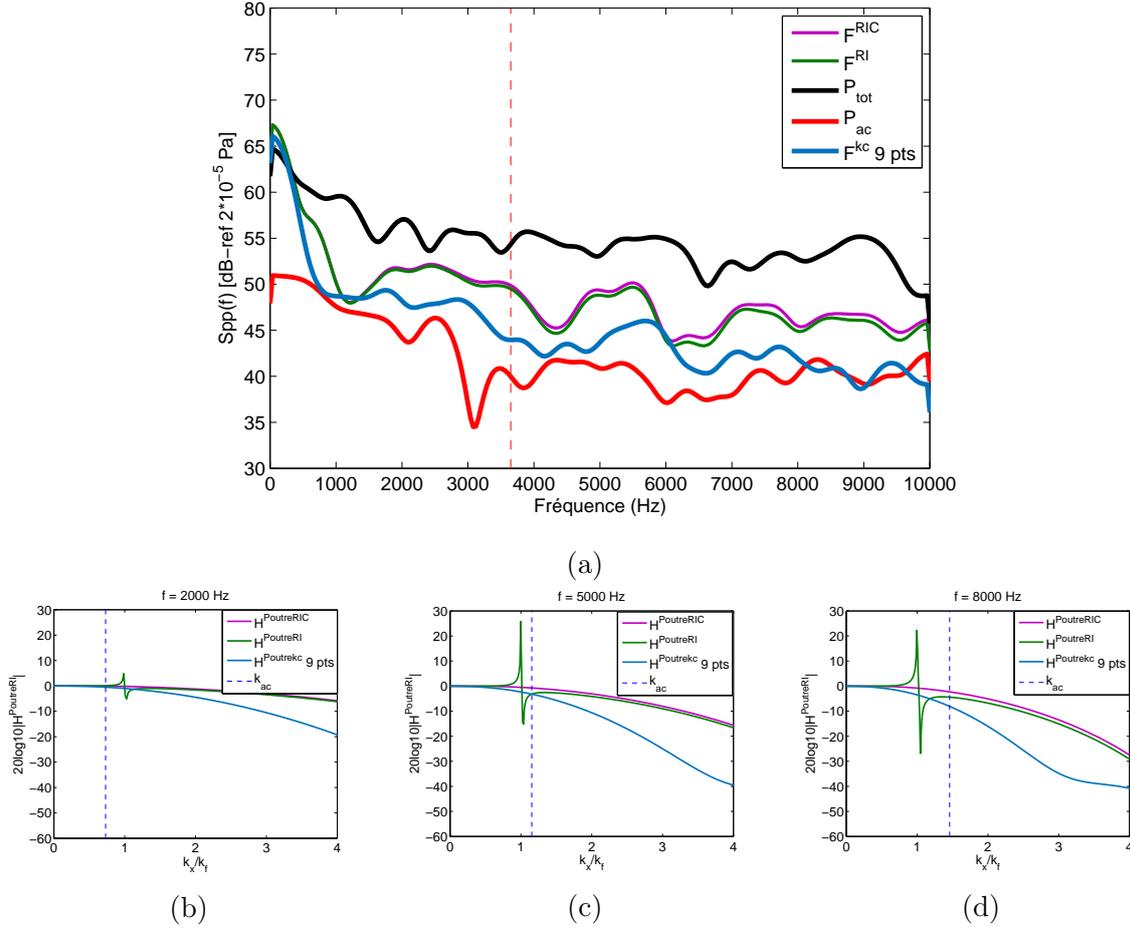


FIG. 3.8 – (a) : DSP de la composante acoustique, de l’excitation turbulente en totalité et des pressions identifiées au centre de la plaque par les méthodes RI et RIC et par la méthode inverse appliquée avec le schéma aux différences finies à 9 points et un pas spatial égal à 1 cm. La ligne verticale (- -) représente la fréquence de coïncidence acoustique. (b), (c) et (d) : modules des fonctions de transfert des filtres $H^{PoutreRI}$, $H^{PoutreRIC}$ et $H^{Poutrekc}$ pour des fréquences respectivement égales à 2 kHz, 5 kHz et 8 kHz.

Remarque : Les antennes à 9*9 ou 19*19 points étant plus grandes, la limite fréquentielle basse de validité de la méthode qui est déterminée par la taille de l’antenne (taille de l’antenne équivalent à une longueur d’onde) diminue. La formule générale de la limite basse fréquence de la méthode en fonction de la taille de l’antenne et de l’espacement entre capteurs est rappelée ici :

$$f^{\min}(\Delta) = \frac{2\pi}{(n_p - 1)^2 \Delta^2} \sqrt{\frac{Eh^2}{12\rho(1 - \nu^2)}}, \quad (3.1)$$

où n_p est le nombre de points de l’antenne.

Plus l’antenne est grande, plus la limite basse fréquence est faible et donc plus le domaine d’étude est grand. La limite haute fréquence des différentes antennes est déterminée par le pas spatial, ici égal à 1 cm quel que soit le nombre de points de l’antenne. Elle est donc la même pour toutes les antennes et est égale à 72 kHz.

Pour un espacement $\Delta = 1$ cm, les différentes valeurs de la limite basse fréquence en fonction du nombre de points n_p de l’antenne sont données au tableau 3.2.

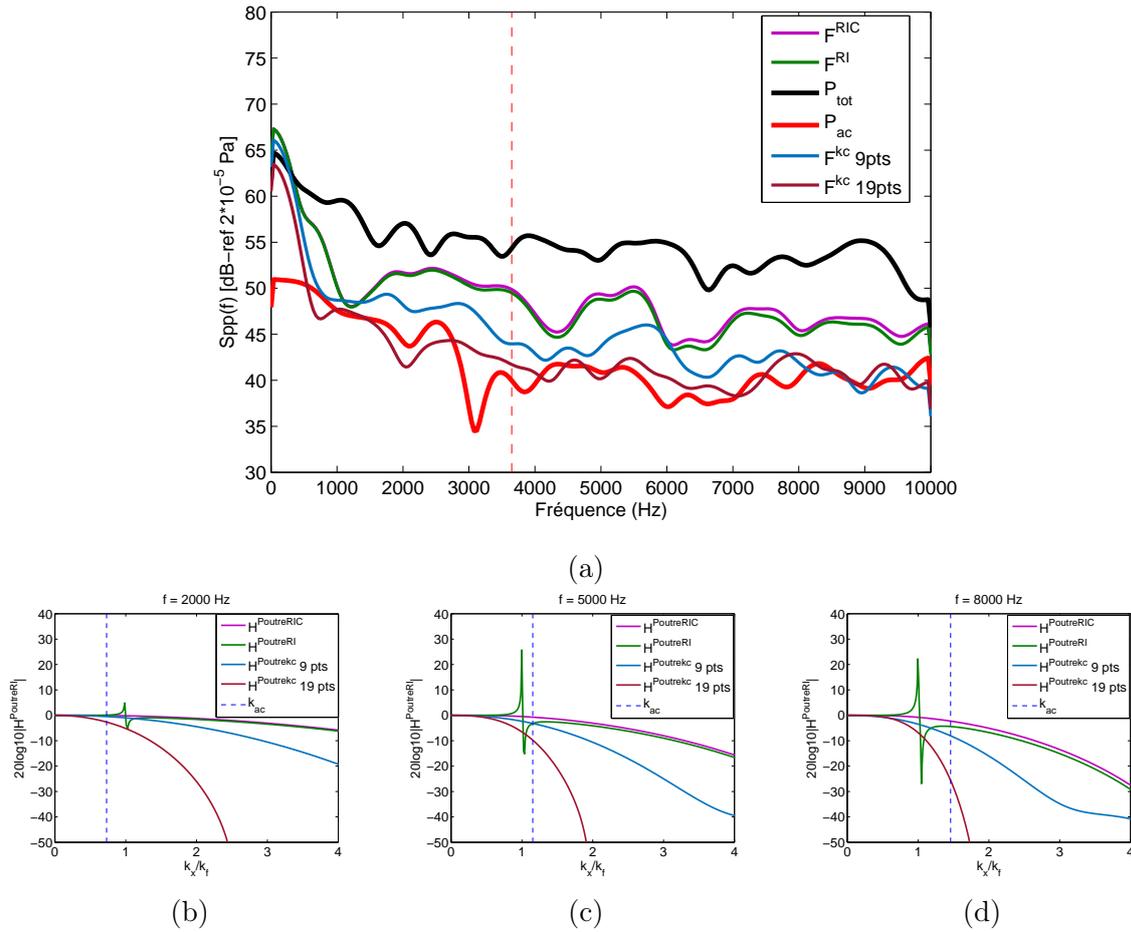


FIG. 3.9 – (a) : DSP de la composante acoustique, de l'excitation turbulente en totalité et des pressions identifiées au centre de la plaque par les méthodes RI et RIC 13 points et par les méthodes inverses appliquées avec les schémas aux différences finies à 9*9 et à 19*19 points. Le pas spatial est égal à 1 cm. La ligne verticale (- -) représente la fréquence de coïncidence acoustique. (b), (c) et (d) : modules des fonctions de transfert des filtres $H^{PoutreRI}$, $H^{PoutreRIC}$ et $H^{Poutrekc}$ pour des fréquences respectivement égales à 2 kHz, 5 kHz et 8 kHz.

n_p	f_{min} en Hz
13	19 800
9*9	4950
19*19	977

TAB. 3.2 – Limites basses fréquences des méthodes RI et RIC pour les différentes antennes utilisées pour un espacement $\Delta = 1$ cm.

Dans cette configuration, l'antenne à 19*19 points est la seule qui permette un filtrage assez sélectif pour identifier la composante acoustique. Une antenne plus sélective, contenant plus de points, par exemple 29*29 points, donnera un résultat équivalent (voir Fig. 3.11) puisque le filtrage réalisé par l'antenne à 19*19 points filtre déjà totalement la composante aérodynamique.

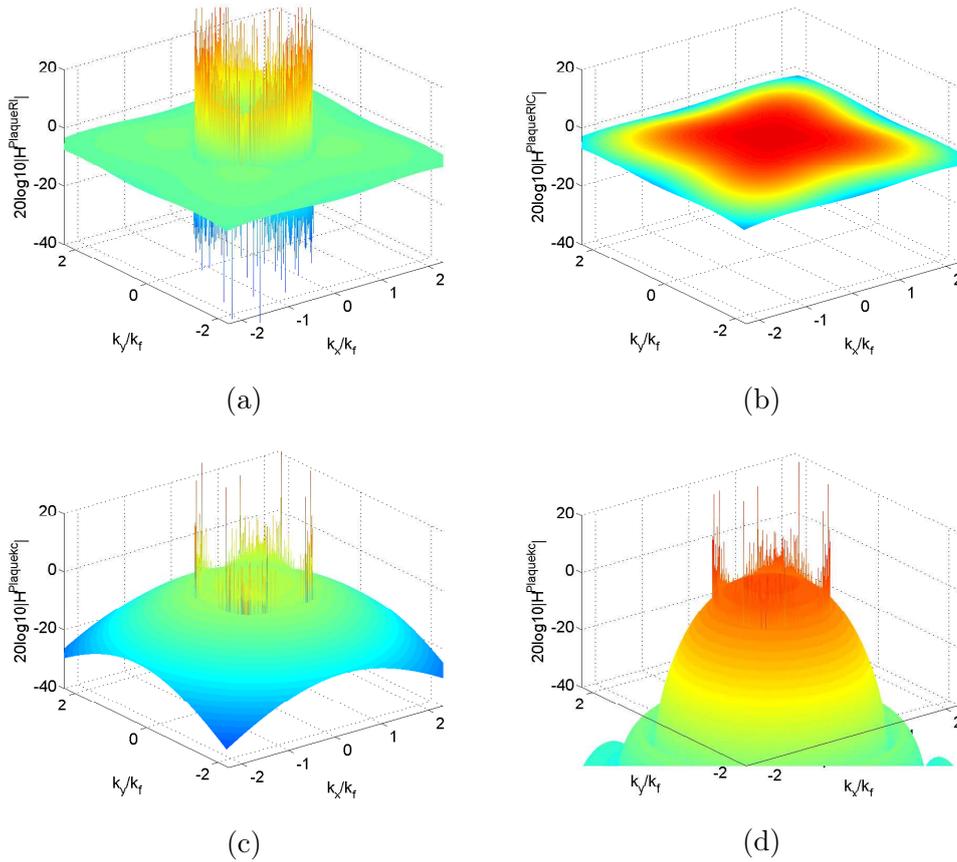


FIG. 3.10 – Modules des fonctions de transfert des filtres $H^{PlaqueRI}$ (a), $H^{PlaqueRIC}$ (b), $H^{Plaquekc}$ à $9*9$ points (c) et $H^{Plaquekc}$ à $19*19$ points (d) pour une fréquence de 5000 Hz.

De même, il est possible qu'une antenne un peu moins sélective que l'antenne à $19*19$ points soit suffisante pour reconstruire la composante acoustique. Pour le vérifier, la seule solution est de tester différentes antennes dont le nombre de points est compris entre $9*9$ et $19*19$ points et de déterminer à partir de combien de points (c'est-à-dire à partir de quel ordre du filtre passe-bas cible) la méthode inverse reconstruit une distribution de forces de niveau équivalent à celui de la composante acoustique. La figure 3.12 démontre qu'un schéma à $11*11$ points est discriminant selon nos critères.

La figure 3.13 illustre les différents modules des fonctions de transfert des filtres $H^{Poutrekc}$ des différentes antennes. Le filtrage passe-bas réalisé par l'antenne à $11*11$ points, c'est-à-dire à partir d'un filtre passe-bas RIF d'ordre 6 permet de filtrer la composante aérodynamique.

La figure 3.14 compare le filtrage réalisé par les antennes à $9*9$ et $11*11$ points et un pas spatial de 1 cm et celui de la méthode RIC classique avec un pas spatial de 3 cm pour différentes fréquences. Il s'avère que pour les fréquences 5000 et 8000 Hz, les filtrages réalisés par les méthodes inverses classiques et un espacement $\Delta = 3$ cm et le schéma à $11*11$ points avec un espacement $\Delta = 1$ cm sont à peu près équivalents.

À 2000 Hz, le filtrage réalisé par le schéma à $11*11$ points est moins sélectif mais suffisant pour filtrer la composante aérodynamique. Celui réalisé par l'antenne à $9*9$ points

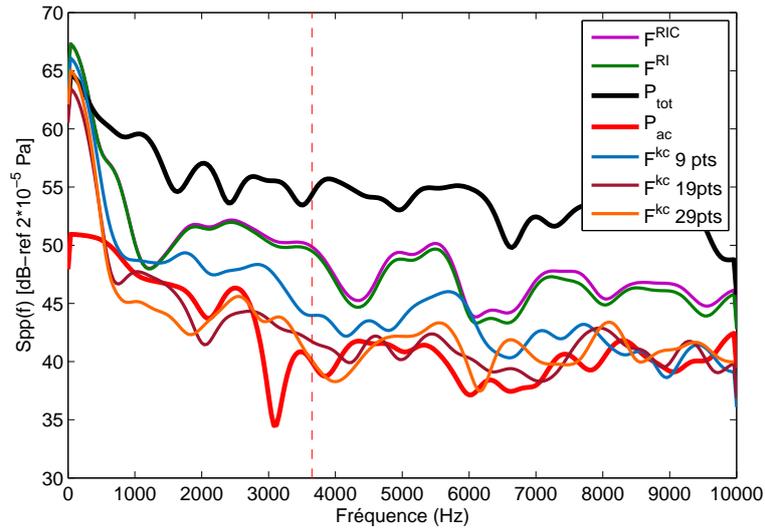


FIG. 3.11 – DSP de la composante acoustique, de l’excitation turbulente en totalité et des pressions identifiées par les méthodes RI et RIC 13 points et par les méthodes inverses appliquées avec les schémas aux différences finies à 9*9, 19*19 et 29*29 points et avec un pas spatial égal à 1 cm. La ligne verticale (- -) représente la fréquence de coïncidence acoustique.

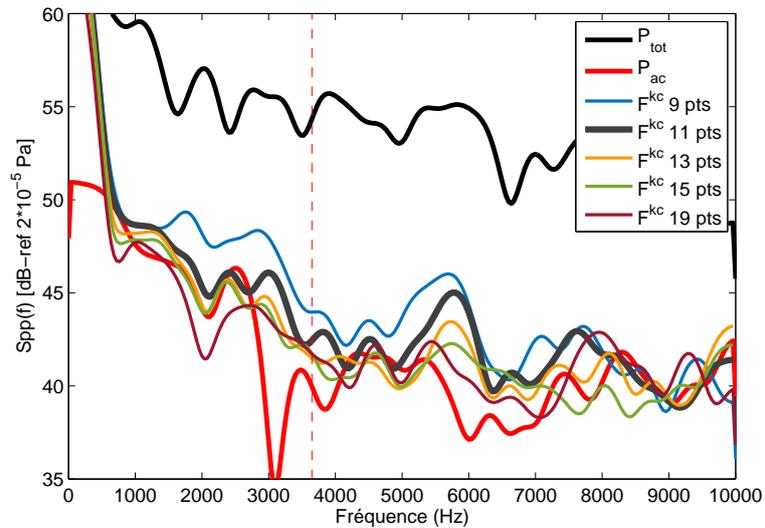


FIG. 3.12 – DSP de la composante acoustique, de l’excitation turbulente en totalité et de la pression identifiée par les méthodes inverses comportant les schémas aux différences finies à 9*9, 11*11, 13*13, 15*15 et 19*19 points et avec un pas spatial égal à 1 cm. La ligne verticale (- -) représente la fréquence de coïncidence acoustique.

n’étant lui pas assez fort pour sélectionner la composante acoustique, l’écart entre ces deux filtres fournit un gabarit de filtre passe-bas à appliquer sur les données pour reconstruire la composante acoustique. Ce gabarit évolue en fonction de la fréquence.

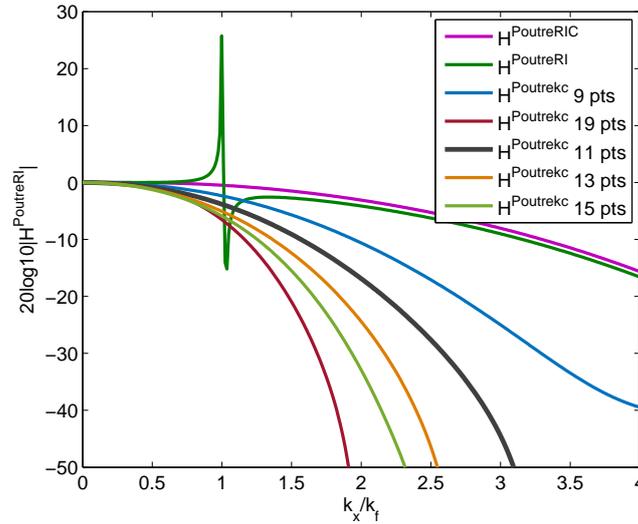


FIG. 3.13 – Modules des fonctions de transfert des filtres $H^{PoutreRI}$, $H^{PoutreRIC}$ et $H^{Poutrekc}$ calculés à partir de filtres passe-bas RIF d'ordres différents et à une fréquence de 5000 Hz et un pas spatial $\Delta = 1\text{cm}$.

En conclusion, pour identifier la composante acoustique, il est nécessaire d'appliquer un filtrage passe-bas qui soit assez sélectif pour filtrer la composante aérodynamique. Pour ce faire, deux techniques peuvent être utilisées : la première consiste à augmenter l'espacement entre capteurs ce qui revient à appliquer un filtrage plus sélectif mais sur un domaine d'étude plus petit, la seconde utilise une antenne calculée à partir d'un gabarit de filtre passe-bas cible plus sélectif et contenant plus de points de mesures mais permettant une étude sur une plus large bande de fréquences. Ces deux méthodes permettent en fait d'appliquer le filtrage qui sera assez sélectif pour filtrer la composante aérodynamique et isoler la composante acoustique. Le gabarit de filtre passe-bas à appliquer ne sera pas le même pour toutes les situations puisqu'il dépend des caractéristiques de l'écoulement et du vitrage utilisé.

Le filtrage apporté par les nouvelles antennes comporte encore des singularités en certains points du cercle de rayon k_f . La méthode de transformation de McClellan ne permet pas d'obtenir un filtre à symétrie parfaitement circulaire qui annule les singularités sur tout le cercle de rayon du nombre d'onde de coupure k_f . La solution apportée dans le chapitre précédent est d'utiliser la transformation de McClellan corrigée par Hale. Bien que les singularités ne soient pas totalement supprimées, celles qui persistent sont fortement atténuées.

3.1.3 Antennes décentrées calculées à partir d'un filtre RIF et de la transformation de McClellan corrigée par Hale

La méthode de transformation en fréquence corrigée par Hale est appliquée sur le filtre passe-bas d'ordre 4 qui a permis de construire l'antenne à 9*9 points. La matrice de transformation de Hale étant plus grande que celle de McClellan, le résultat est une antenne à 17*17 points. La sélectivité des antennes à 9*9 et 17*17 points est identique, la seule

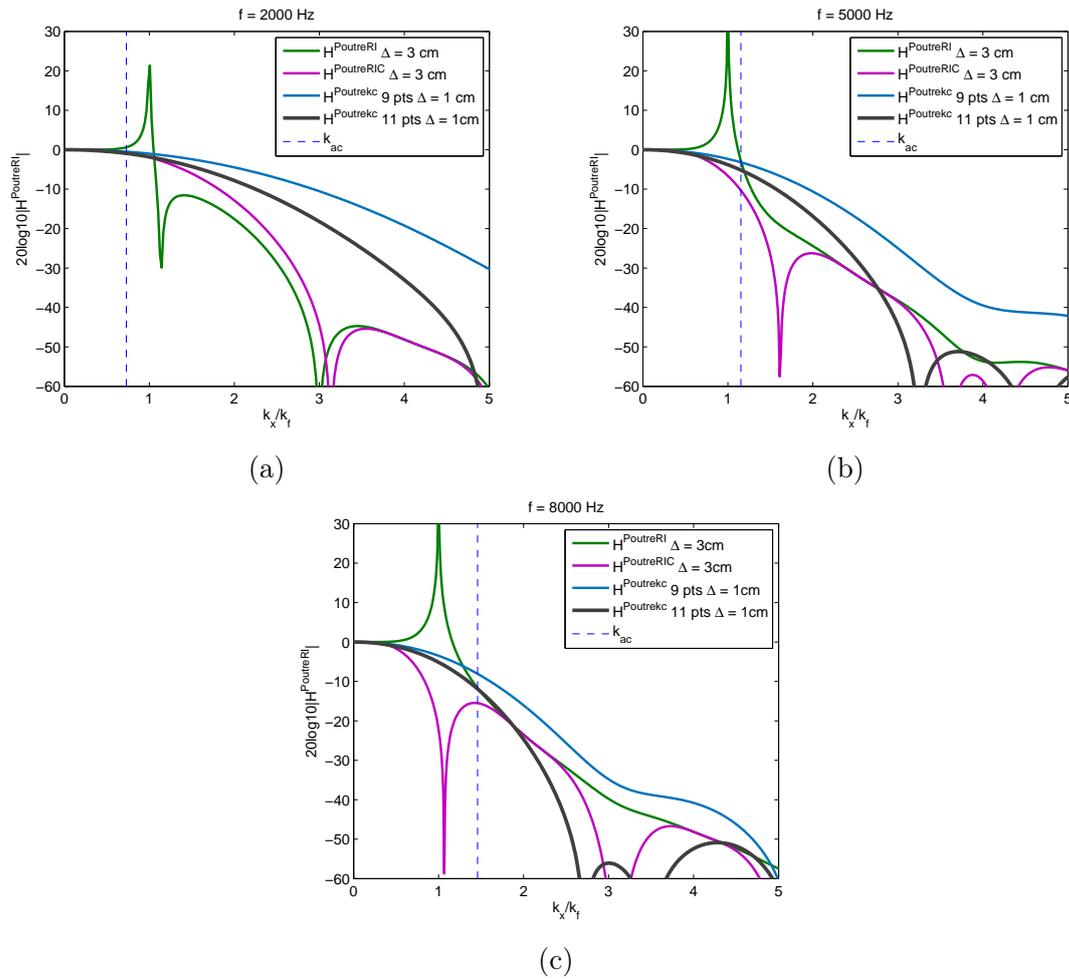


FIG. 3.14 – Modules des fonctions de transfert des filtres H^{PlaqueRI} et $H^{\text{PlaqueRIC}}$ calculés à partir d’antennes dont le pas spatial est de 3 cm et des filtres H^{Plaquekc} contenant des antennes à 9*9 et 11*11 points et un pas spatial de 1 cm pour des fréquences égales à : (a) 2 kHz, (b) 5 kHz et (c) 8 kHz.

différence réside dans la présence des singularités qui sont presque totalement annulées avec l’antenne à 17*17 points (voir Fig. 3.15c, 3.15d, 3.15e et 3.15f).

Les résultats présentés en figure 3.16 montrent que la correction apportée par Hale n’a pas un impact favorable sur la reconstruction. La distribution de force reconstruite à partir de la méthode inverse contenant un schéma à 17*17 points diffère peu de celle reconstruite à partir du schéma à 9*9 points, c’est-à-dire à partir de la méthode de transformation en fréquence non corrigée. Le schéma à 17*17 points ne constitue pas une amélioration.

Pour un même nombre de capteurs à utiliser, il est préférable d’utiliser un schéma permettant un filtrage passe-bas plus sélectif même s’il contient encore quelques singularités au nombre de flexion plutôt qu’un filtrage permettant de corriger la majeure partie des singularités.

Ces résultats questionnent sur les conséquences de la présence des singularités dans la reconstruction et la sélection de la composante bas nombre d’onde. Pour analyser l’impact des singularités, il est proposé de comparer la reconstruction réalisée à partir d’une

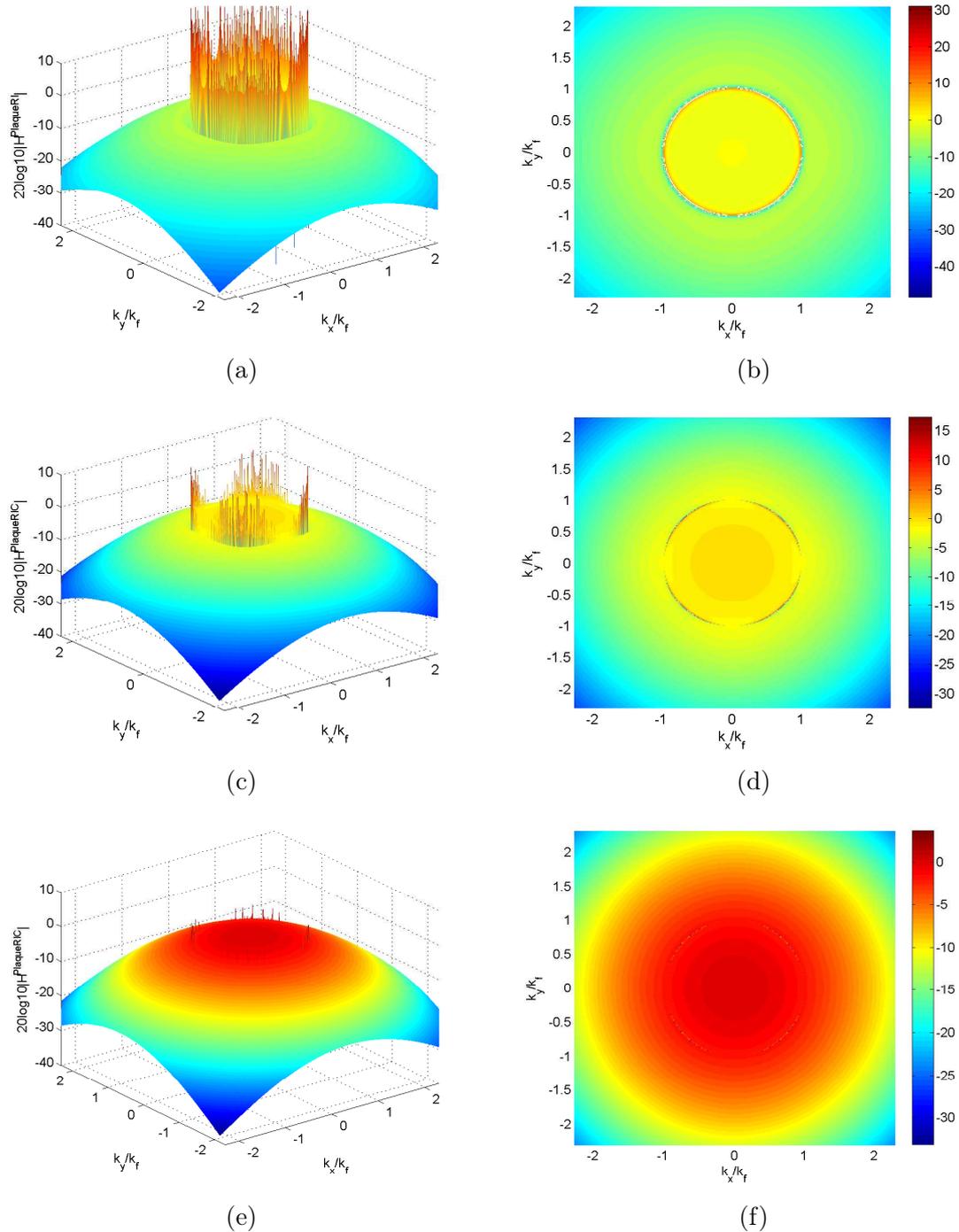


FIG. 3.15 – Modules des filtres $H^{Plaquekc}$ calculés à partir d'un filtre RIF d'ordre 4 et du filtre G^{RI} (a) - (b) ou G^{RIC} (c) - (d) et de la méthode de transformation en fréquence classique et enfin à partir du même filtre RIF, du filtre G^{RIC} et de la méthode de transformation en fréquence corrigée par Hale (e) - (f). La fréquence est égale à 4000 Hz.

part d'un schéma à 9*9 points calculé avec un filtre RIF d'ordre 4 et le filtre G^{RIC} (les singularités sont en partie corrigées par le facteur correctif appliqué sur l'équation de la plaque), d'autre part d'un schéma à 9*9 points calculé avec le même filtre RIF d'ordre 4 et cette fois le filtre G^{RI} (les singularités ne sont pas du tout corrigées) et enfin à partir d'un schéma à 17*17 points calculé avec le même filtre RIF d'ordre 4 et le filtre G^{RIC}

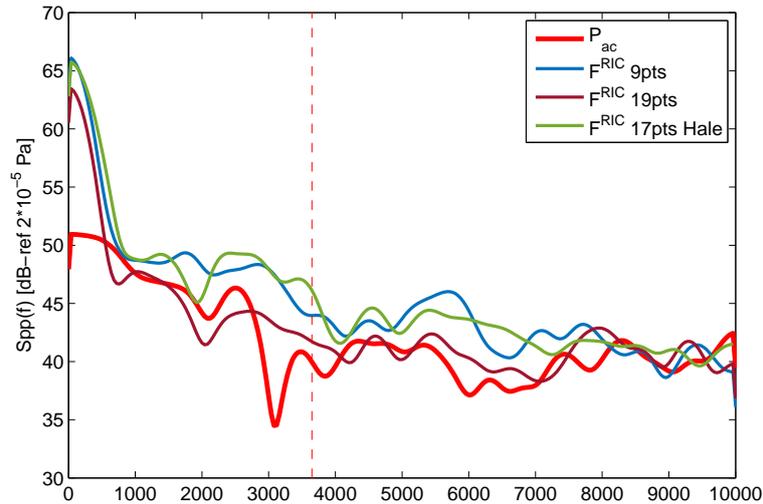


FIG. 3.16 – DSP de la composante acoustique et des pressions identifiées par la méthode inverse appliquée avec les schémas aux différences finies à $9*9$ et $19*19$ points obtenus par la méthode de transformation de McClellan et avec le schéma à $17*17$ points calculé par la méthode de transformation en fréquence corrigée par Hale. La ligne verticale (- -) représente la fréquence de coïncidence acoustique.

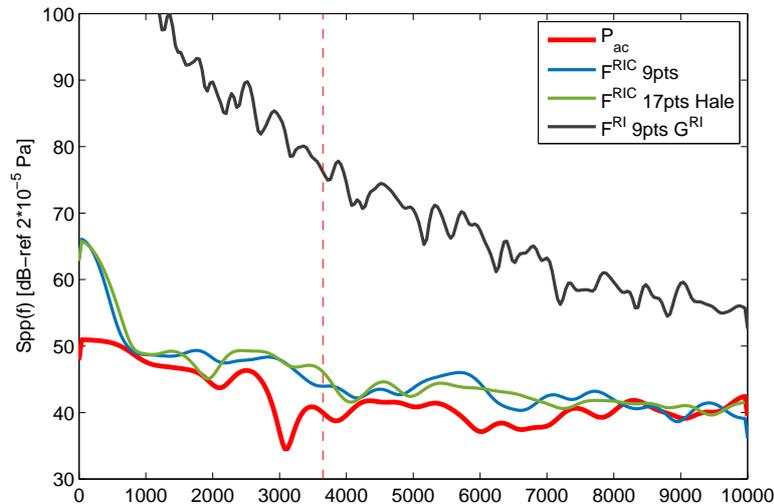


FIG. 3.17 – DSP de la composante acoustique et des pressions identifiées par la méthode inverse appliquée avec les schémas aux différences finies à $9*9$ points obtenus par la méthode de transformation de McClellan à partir de G^{RI} et G^{RIC} et avec le schéma à $17*17$ points calculé par la méthode de transformation en fréquence corrigée par Hale. La ligne verticale (- -) représente la fréquence de coïncidence acoustique.

mais par la méthode de transformation en fréquence corrigée par Hale. Les modules des fonctions de transfert de ces 3 filtres sont présentés à la figure 3.15 et les distributions de force reconstruites par les trois schémas aux différences finies à la figure 3.17.

Les résultats démontrent que la présence des singularités sur tout le cercle de rayon k_f ne permet pas une bonne sélection de la composante bas nombre d'onde. Le filtrage présente une trop grande amplification au nombre d'onde de coupure (soit sur le cercle de rayon k_f). Les filtrages réalisés par les schémas à 9*9 et à 17*17 points calculés à partir du filtre G^{RIC} permettent une approximation plus précise et une meilleure sélectivité.

Finalement, il est utile d'appliquer une méthode permettant de corriger une grande partie des singularités sur le cercle de rayon k_f mais la méthode de transformation en fréquence classique est suffisante. La correction apportée par Hale, qui annule pratiquement toutes les singularités, n'apporte pas d'amélioration, avec en plus un nombre de points plus important.

Le test du schéma aux différences finies polaire qui permet d'appliquer un filtrage sans singularité va permettre de vérifier cette hypothèse.

3.1.4 Antennes polaires

Les méthodes RI et RIC polaires contenant l'antenne polaire à 17 points (voir Fig. 2.46) sont testées sur les mêmes données que précédemment et comparées aux méthodes inverses classiques avec les deux valeurs d'espacement entre capteurs (1 cm et 3 cm). Comme l'ont démontré les figures 2.48 et 2.49 du chapitre précédent, le filtre passe-bas de la méthode RIC polaire 2D ne présente plus aucune singularité sur le cercle de rayon k_f et possède aussi une bien meilleure symétrie circulaire que le filtre de la méthode RIC cartésienne.

Pour un pas spatial $\Delta = 3$ cm, les résultats illustrés à la figure 3.18 démontrent que la méthode RIC polaire n'apporte pas vraiment d'amélioration. La méthode RIC classique est suffisante pour reconstruire la composante acoustique. Les figures 3.18b, 3.18c et 3.18d présentent les pentes des filtres $H^{PlaqueRI}$, $H^{PlaqueRIC}$, $H^{PlaqueRIp}$ et $H^{PlaqueRICp}$ dans la direction k_x/k_f ($k_y/k_f = 0$).

Pour un pas spatial plus faible $\Delta = 1$ cm, les méthodes divergent mais aucune ne permet d'identifier la composante acoustique. Le filtrage apporté par les antennes polaires est en fait moins sélectif que celui apporté par les antennes cartésiennes. La reconstruction réalisée par les méthodes polaires prend en compte une part de la composante aérodynamique. Cet effet s'estompe avec l'augmentation de la fréquence, le filtrage devient en effet plus sélectif et la composante aérodynamique s'éloigne dans les hauts nombres d'onde.

Les méthodes inverses polaires permettent un filtrage passe-bas présentant une symétrie circulaire précise où il n'existe plus de singularités au nombre d'onde de coupure. Ce schéma aux différences finies apporte une meilleure approximation des dérivées quatrièmes, ce qui le rend moins performant pour reconstruire uniquement la composante bas nombre d'onde. Comme la diminution du pas spatial entre les capteurs permettait une reconstruction plus fidèle du champ de pression total (module de la fonction de transfert tendant vers l'unité soit 0 en dB, voir section 2.1.1), la disposition des capteurs avec un maillage polaire permet aussi de préciser la reconstruction de la distribution de force totale

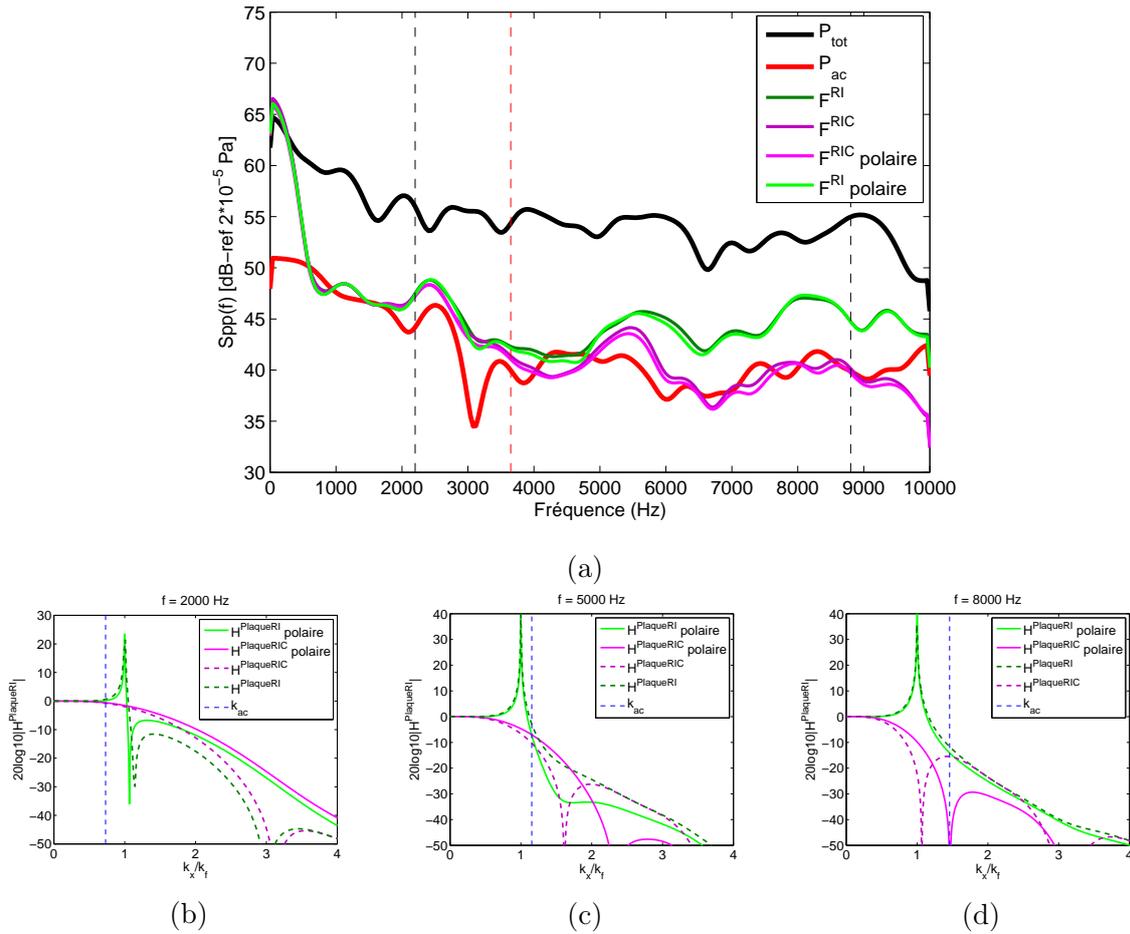


FIG. 3.18 – (a) : DSP de la composante acoustique, de l’excitation turbulente en totalité et des pressions identifiées au centre de la plaque par les méthodes RI et RIC cartésiennes et polaires pour un pas spatial égal à 3 cm. Les lignes verticales (- -) représentent les limites fréquentielles des méthodes et (- -) la fréquence de coïncidence acoustique. (b), (c) et (d) : pentes des modules des fonctions de transfert des filtres $H^{PlaqueRI}$, $H^{PlaqueRIC}$, $H^{PlaqueRIp}$ et $H^{PlaqueRICp}$ dans la direction k_x/k_f pour des fréquences respectivement égales à 2 kHz, 5 kHz et 8 kHz.

(les dérivées partielles sont mieux approximées). L’intérêt principal de l’antenne polaire réside dans la possibilité d’annuler toutes les singularités, mais ces résultats confirment les conclusions faites au paragraphe précédent, la méthode RIC classique permet d’annuler suffisamment de singularités pour reconstruire la composante acoustique.

3.1.5 Antennes calculées à partir d’un filtre RII de Butterworth et de l’approximation polynomiale

Une nouvelle antenne contenant 21×21 points est créée à partir d’un filtre RII et d’une approximation polynomiale en $\cos(z)$ d’ordre 8. Le filtre passe-bas 2D est calculé à partir de la transformation en fréquence utilisant la matrice de McClellan. Le module de la fonction de transfert du filtre RII et son approximation en 1D sont illustrés à la figure 3.20. Le module du filtre $H^{Plaquekc}$ calculé à partir de ce filtre passe-bas est illustré aux

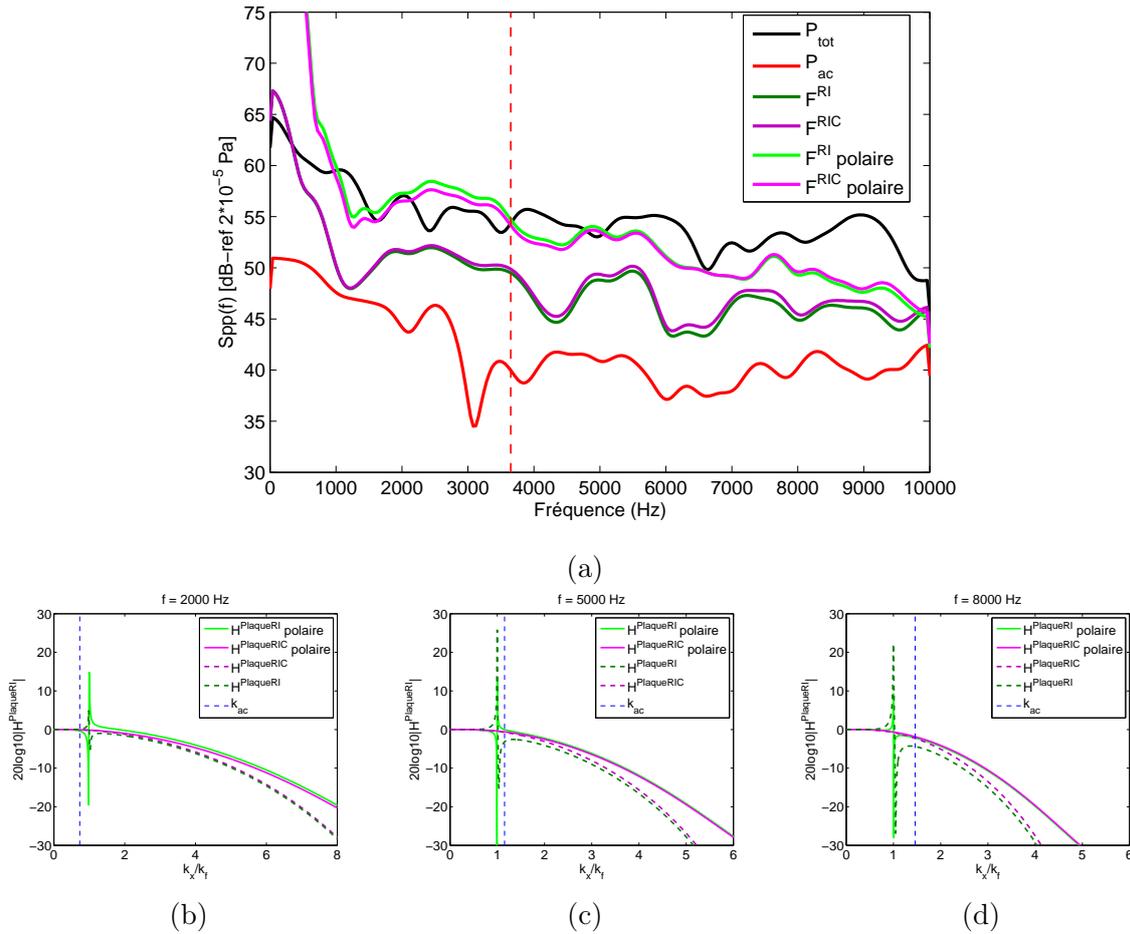


FIG. 3.19 – (a) : DSP de la composante acoustique, de l’excitation turbulente en totalité et des pressions identifiées au centre de la plaque par les méthodes RI et RIC cartésiennes et polaires pour un pas spatial égal à 1 cm. La ligne verticale (- -) représente la fréquence de coïncidence acoustique. (b), (c) et (d) : pentes des modules des fonctions de transfert des filtres $H^{PlaqueRI}$, $H^{PlaqueRIC}$, $H^{PlaqueRIp}$ et $H^{PlaqueRICp}$ dans la direction k_x/k_f pour des fréquences respectivement égales à 2 kHz, 5 kHz et 8 kHz.

figures 3.21 et 3.22 pour des fréquences respectivement égales à 5000 Hz et 8000 Hz. Sur ces figures, pour faciliter la comparaison, sont aussi représentés les modules des filtres $H^{Plaquekc}$ calculés précédemment avec les antennes de $9 \cdot 9$ et $19 \cdot 19$ points (à partir d’un filtre RIF).

La figure 3.23 présente la reconstruction de la distribution de force par ces trois antennes. Jusqu’à un peu plus de 2000 Hz, les antennes à $19 \cdot 19$ points et $21 \cdot 21$ points reconstruisent de la même manière la composante acoustique. Au delà de 2000 Hz, l’antenne à $19 \cdot 19$ points continue de reconstruire plus précisément la composante acoustique alors que l’antenne à $21 \cdot 21$ points la surévalue légèrement car l’atténuation n’est plus assez forte. L’antenne à $9 \cdot 9$ points ne permet une reconstruction précise qu’à partir de 8000 Hz où elle devient même plus efficace que l’antenne à $21 \cdot 21$ points.

Les antennes créées à partir des filtres RIF, bien qu’ayant une sélectivité plus faible que celles créées à partir de filtres RII, présentent beaucoup moins d’ondulations dans la bande

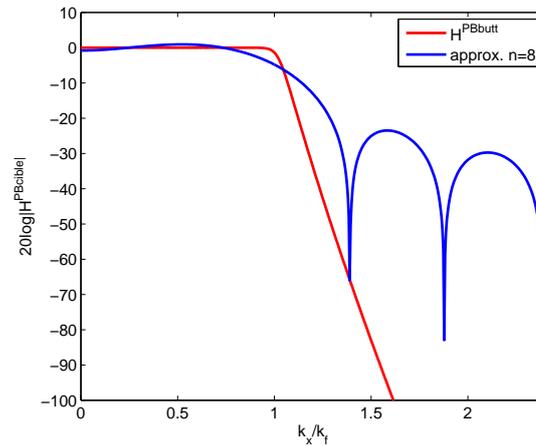


FIG. 3.20 – Module de la fonction de transfert du filtre passe-bas RII d’ordre 12 et son approximation polynomiale d’ordre 8.

coupée et une meilleure atténuation des hauts nombres d’onde. L’approximation polynomiale réalisée pour effectuer la transformation en fréquence de la fonction de transfert du filtre RII n’a pas ces avantages. L’antenne à 21×21 points permet une reconstruction un peu moins performante que celle réalisée par l’antenne à 19×19 points alors qu’elle contient plus de points.

Une nouvelle antenne, créée à partir d’un filtre RII d’ordre 26 et d’une approximation polynomiale en $\cos(z)$ d’ordre 18, contenant 41×41 points est testée à la figure 3.24. Malgré une pente de coupure quasi-parfaite (voir Fig. 3.21 et 3.22), la reconstruction n’est pas meilleure que celle réalisée par l’antenne à 19×19 points. En conclusion, il est plus intéressant d’utiliser une antenne calculée à partir d’un filtre RIF même si sa pente de coupure est moins forte.

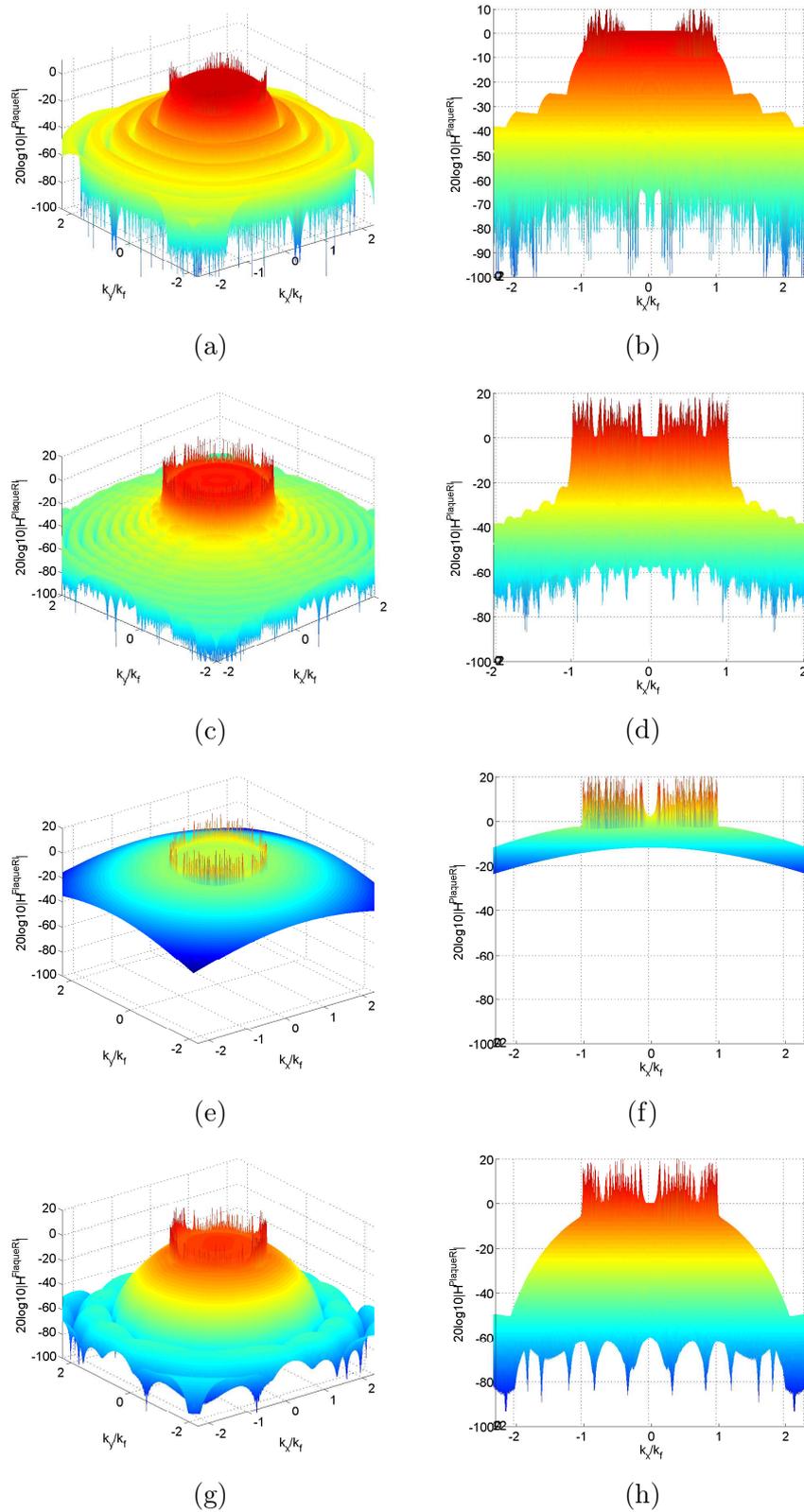


FIG. 3.21 – Modules des fonctions de transfert des filtres $H^{Plaquekc}$ calculés à partir d'un filtre passe-bas RII d'ordre 12 approximé par une fonction polynomiale d'ordre 8 (a) - (b) (antenne à 21*21 points), d'un filtre passe-bas RII d'ordre 26 approximé par une fonction polynomiale d'ordre 18 (c) - (d) (antenne à 41*41 points), d'un filtre passe-bas RIF d'ordre 4 (antenne à 9*9 points) (e) - (f) et d'un filtre passe-bas RIF d'ordre 14 (antenne à 19*19 points) (g) - (h) à une fréquence de 5000 kHz.

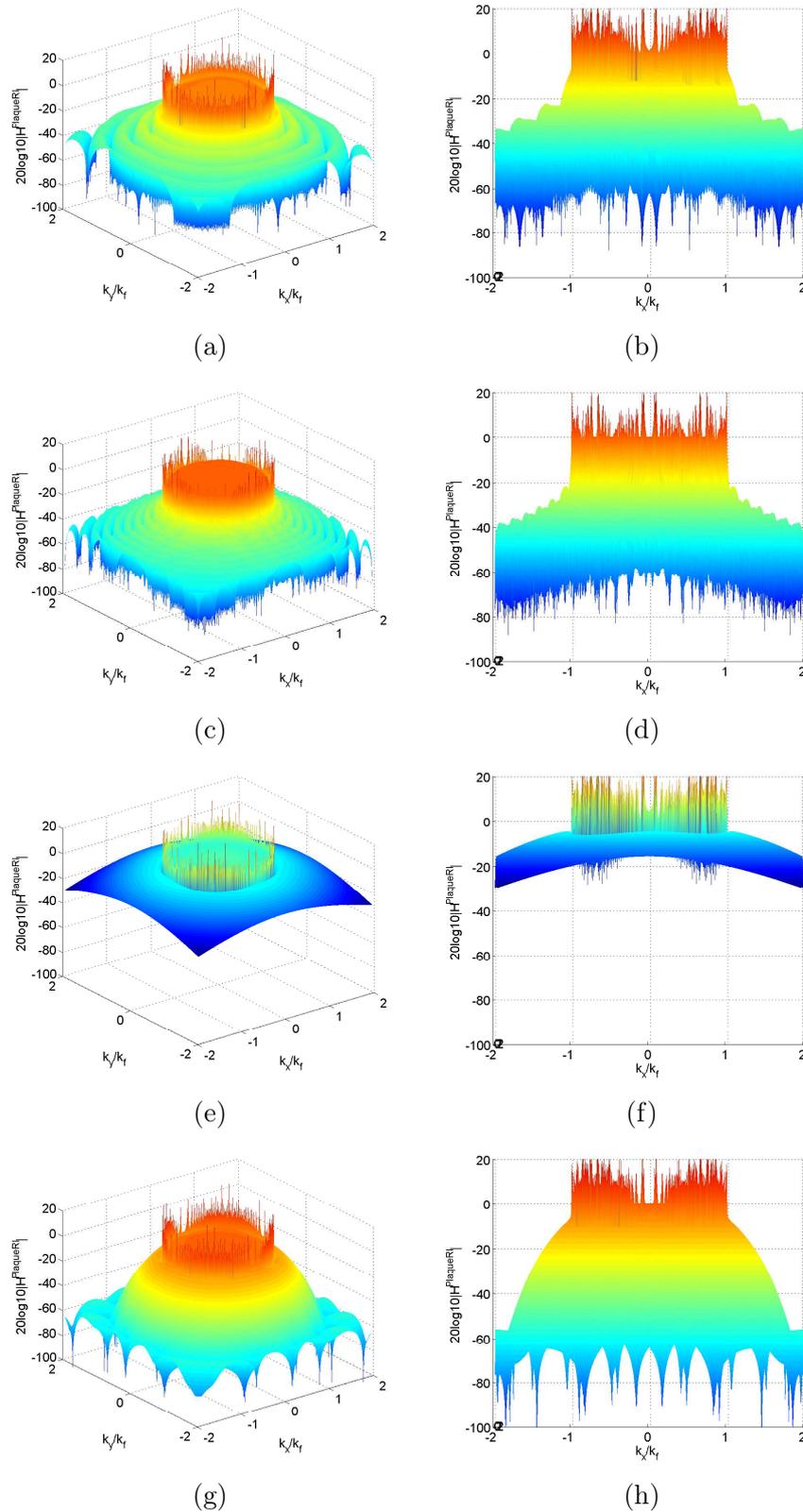


FIG. 3.22 – Modules des fonctions de transfert des filtres $H^{Plaquekc}$ calculés à partir d'un filtre passe-bas RII d'ordre 12 approximé par une fonction polynomiale d'ordre 8 (a) - (b) (antenne à 21*21 points), d'un filtre passe-bas RII d'ordre 26 approximé par un fonction polynomiale d'ordre 18 (c) - (d) (antenne à 41*41 points), d'un filtre passe-bas RIF d'ordre 4 (antenne à 9*9 points) (e)- (f) et d'un filtre passe-bas RIF d'ordre 14 (antenne à 19*19 points) (g) - (h) à une fréquence de 8000 kHz.

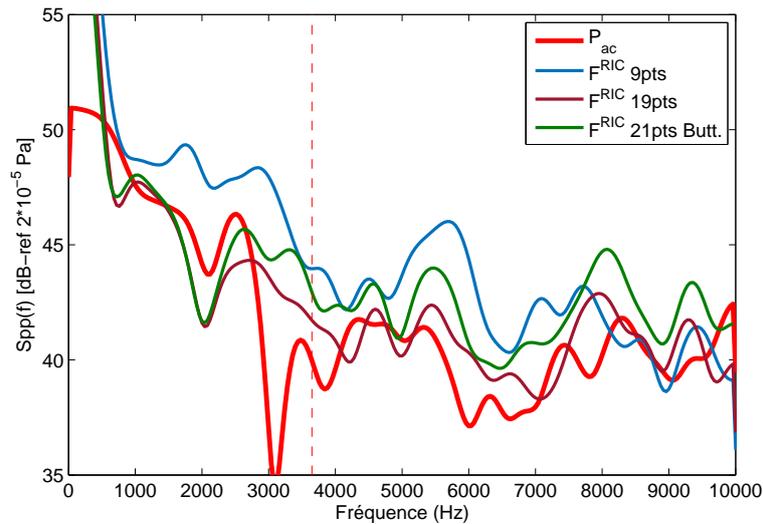


FIG. 3.23 – DSP de la composante acoustique et des pressions identifiées par les méthodes inverses comportant les schémas aux différences finies à 9×9 et 19×19 points obtenus à partir de filtres passe-bas RIF et à 21×21 points obtenus à partir d'un filtre passe-bas RII. La ligne verticale (- -) représente la fréquence de coïncidence acoustique.

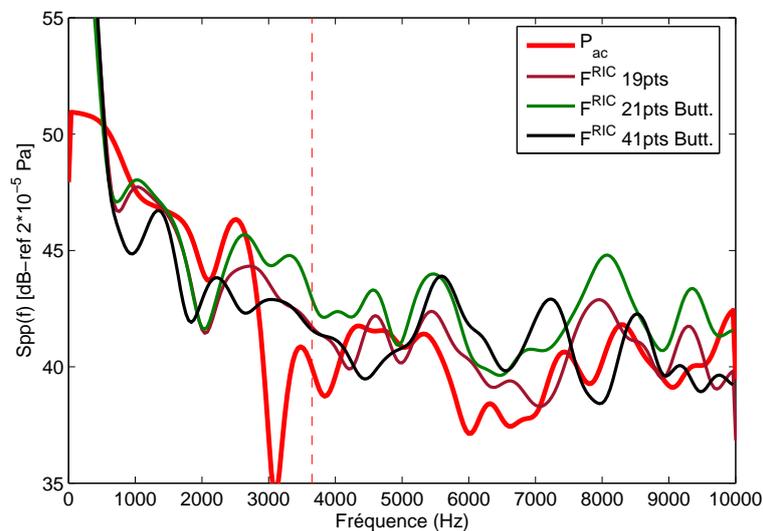


FIG. 3.24 – DSP de la composante acoustique et des pressions identifiées par les méthodes inverses comportant les schémas aux différences finies à 19×19 points obtenus à partir d'un filtre passe-bas RIF et à 21×21 et 41×41 points obtenus à partir de filtres passe-bas RII. La ligne verticale (- -) représente la fréquence de coïncidence acoustique.

3.1.6 Ajout de bruit

Pour pouvoir étudier précisément le fonctionnement des différents filtrages et comprendre leur influence sur une couche limite turbulente, les données n'ont premièrement pas été bruitées. Cependant, l'objectif à terme des méthodes inverses est d'être utilisées expérimentalement, donc dans des conditions où les signaux sont bruités.

Il est proposé d'étudier l'application des différentes antennes sur le champ de déplacement bruité avec un RSB (rapport signal sur bruit défini à l'équation (1.49)) égal à 40 dB. Ce niveau de bruit, déjà utilisé dans les simulations de Lecoq [9, 41] correspond à des mesures expérimentales réalisées en laboratoire dans un environnement peu bruité.

Les antennes RI et RIC classiques sont appliquées au champ de déplacement bruité avec un pas spatial égal à 3 cm. La figure 3.25a compare les reconstructions réalisées sur champ bruité ($F^{RI}bruit$ et $F^{RIC}bruit$) et champ non bruité (F^{RI} et F^{RIC}). Dans le domaine de validité fréquentielle, les résultats sont exactement les mêmes. Le filtrage réalisé est assez sélectif pour filtrer les hauts nombres d'onde affectés par le bruit.

Lorsque le pas spatial est diminué, la figure 3.25b montre que les reconstructions réalisées sur champ bruité sont fortement surestimées en basse fréquence. Plus la fréquence augmente, plus le niveau estimé par les méthodes inverses sur champ bruité tend vers le niveau estimé sur champ non bruité. En effet, les hauts nombres d'onde sont très sensibles au bruit, en basses fréquences la reconstruction est alors totalement polluée par l'amplification des petites longueurs d'onde liées à l'ajout de ce dernier.

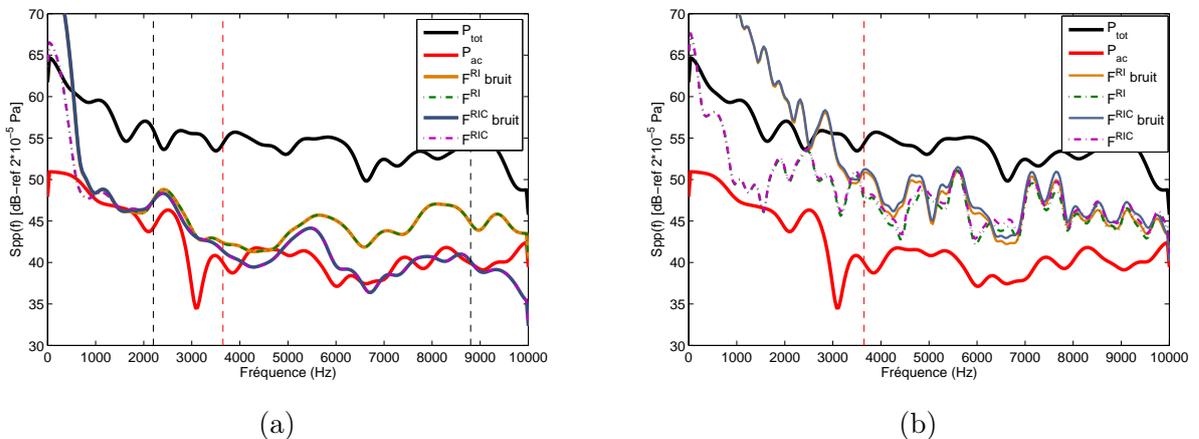


FIG. 3.25 – DSP de la composante acoustique et des pressions identifiées par les méthodes inverses sur le champ de déplacement bruité avec un RSB de 40 dB pour un pas spatial de (a) 3 cm et (b) 1 cm. Les lignes verticales (- - -) représentent les limites fréquentielles des méthodes et (- -) la fréquence de coïncidence acoustique.

Les mêmes conclusions peuvent être formulées concernant les antennes décentrées (Fig. 3.26) et les antennes polaires (Fig. 3.27). L'ajout de bruit impacte les hauts nombres d'onde, la reconstruction est alors surestimée dans les basses fréquences.

Lorsque le niveau de bruit est beaucoup plus élevé, par exemple dans un environnement où le niveau de bruit serait équivalent au niveau des signaux mesurés (RSB = 0 dB),

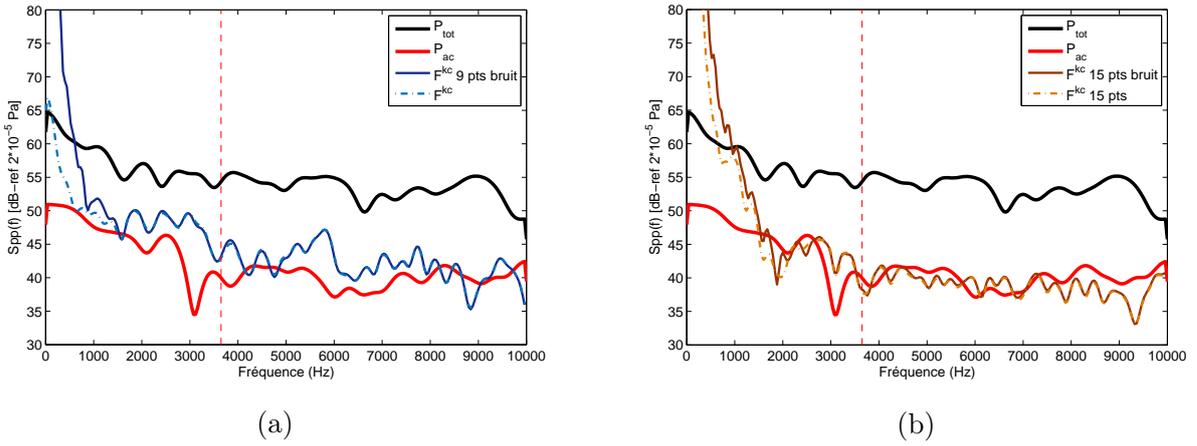


FIG. 3.26 – DSP de la composante acoustique et des pressions identifiées par les méthodes inverses contenant une antenne décentrée à 9*9 points (a) et une antenne décentrée à 15*15 points (b) sur le champ de déplacement bruité avec un RSB de 40 dB pour un pas spatial de 1 cm. La ligne verticale (- -) représente la fréquence de coïncidence acoustique.

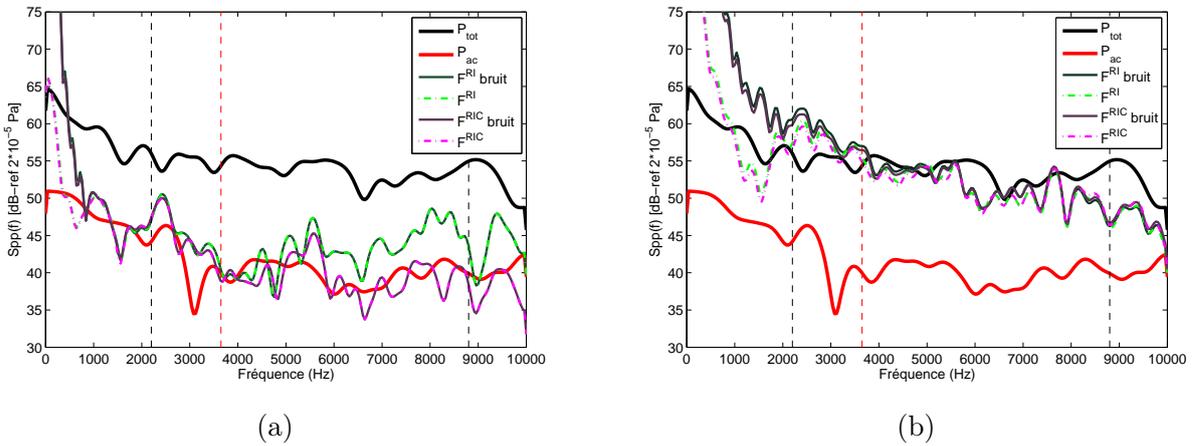


FIG. 3.27 – DSP de la composante acoustique et des pressions identifiées par les méthodes inverses polaires sur le champ de déplacement bruité avec un RSB de 40 dB pour un pas spatial de (a) 3 cm et (b) 1 cm. Les lignes verticales (- -) représentent les limites fréquentielles des méthodes et (- -) la fréquence de coïncidence acoustique.

alors, comme le montre la figure 3.28a, les méthodes RI et RIC classiques, pour un espacement de 3 cm, ne permettent plus d'estimer le niveau de la composante acoustique et cela même en hautes fréquences. Pour améliorer la reconstruction il est nécessaire d'augmenter la sélectivité des méthodes pour mieux filtrer les hauts nombres d'onde pollués par le bruit. Pour ce faire, il s'agit soit d'augmenter le pas spatial de l'antenne classique à 13 points, soit d'utiliser une antenne décentrée plus grande.

Comme le montre la figure 3.28b, augmenter le pas de discrétisation de l'antenne diminue aussi drastiquement la gamme de validité en fréquence des méthodes inverses (pour une discrétisation égale à 3 cm $f_{min} = 2194$ Hz et $f_{max} = 8790$ Hz et pour une discrétisation de 5 cm $f_{min} = 790$ Hz et $f_{max} = 3160$ Hz). Sur cette gamme de fréquences réduite, la reconstruction est nettement meilleure qu'avec l'antenne précédente même si encore

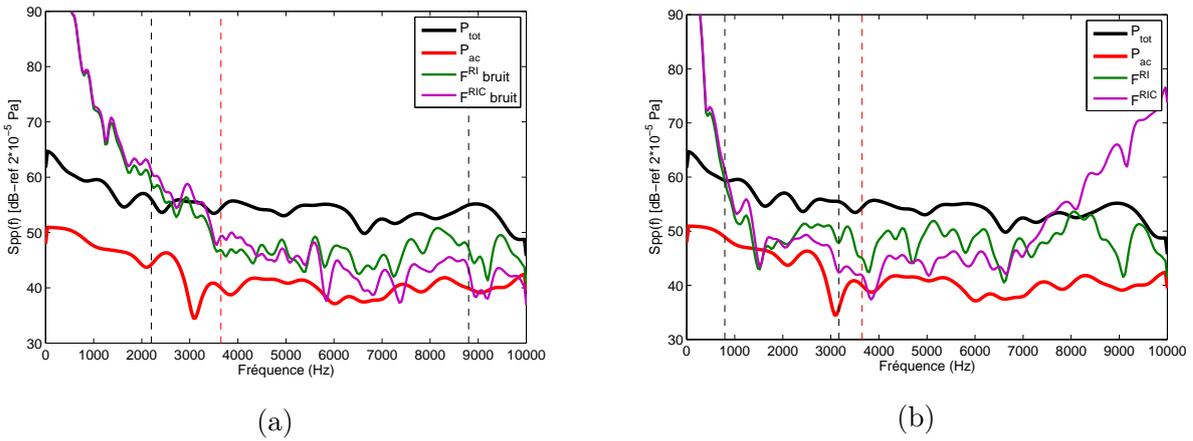


FIG. 3.28 – DSP de la composante acoustique et des pressions identifiées par les méthodes inverses polaires sur le champ de déplacement bruité avec un RSB de 0 dB pour un pas spatial de (a) 3 cm et (b) 5 cm. Les lignes verticales (- -) représentent les limites fréquentielles des méthodes et (- -) la fréquence de coïncidence acoustique.

légèrement surestimée.

La figure 3.29 présente les résultats lorsqu’une antenne décentrée à 9×9 points est appliquée sur le champ de déplacement bruité. Le niveau de la composante acoustique est assez bien estimé sur pratiquement tout le domaine de validité de la méthode. L’antenne 9×9 points étant plus grande que l’antenne à 13 points, la limite basse fréquence de validité (représenté par une droite bleue en pointillés et égale à 550 Hz) est beaucoup plus basse que celle de la méthode RIC classique (représenté sur la figure par une droite rose en pointillés et égale à 2194 Hz). De plus dans ces basses fréquences et jusqu’à une fréquence de 6000 Hz, le filtrage réalisé par l’antenne décentrée à 9×9 points est bien plus sélectif, ce qui permet de filtrer les hauts nombres d’onde pollués par l’ajout de bruit. À partir de 6000 Hz, comme illustré à la figure 3.29d, les filtrages réalisés par les deux méthodes sont équivalents et assez sélectifs pour estimer le niveau de la composante acoustique jusqu’à la limite haute fréquence de validité des méthodes (représenté par une droite noire en pointillés et égale à 8791 Hz pour les deux méthodes puisque le pas spatial est le même pour les deux antennes).

Contrairement à la méthode RIC classique, l’antenne décentrée présente l’avantage de reconstruire la composante acoustique sur une gamme de fréquences étendue et cela même lorsque le champ de déplacement est bruité puisque qu’elle permet un filtrage beaucoup plus sélectif dans les hauts nombres d’onde sensibles au bruit.

Concernant l’antenne polaire, la figure 3.30 démontre que lorsque le champ de déplacement est très bruité, les méthodes polaires sont très légèrement meilleures que les méthodes cartésiennes alors même que leur sélectivité est un peu moins forte que celle des antennes cartésiennes (voir Fig. 3.18). Cela peut s’expliquer par le fait que les filtres polaires ne présentent plus d’amplification au nombre d’onde de flexion et sont symétriques contrairement aux filtres des méthodes RI et RIC.

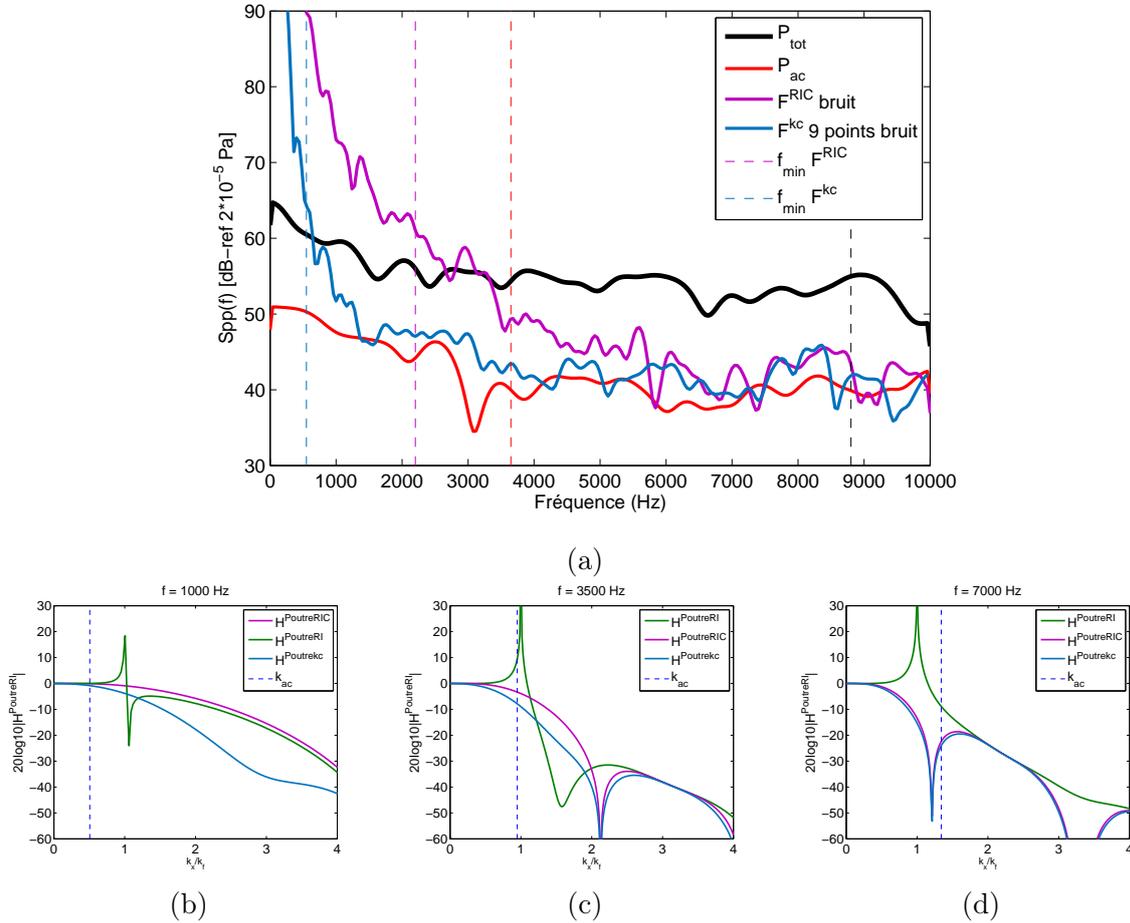


FIG. 3.29 – (a) : DSP de la composante acoustique, de l'excitation turbulente en totalité et des pressions identifiées au centre de la plaque par la méthode RIC et par la méthode inverse appliquée avec le schéma aux différences finies à 9*9 points sur le champ de déplacement bruité avec un RSB égal à 0 dB et avec un pas spatial égal à 3 cm. Les lignes verticales représentent les limites fréquentielles des méthodes inverses. (- -) représente la fréquence de coïncidence acoustique. (b), (c) et (d) : modules des fonctions de transfert des filtres $H^{PoutreRIC}$ et $H^{Poutrekc}$ pour des fréquences respectivement égales à 1000 Hz, 3500 Hz et 7000 Hz.

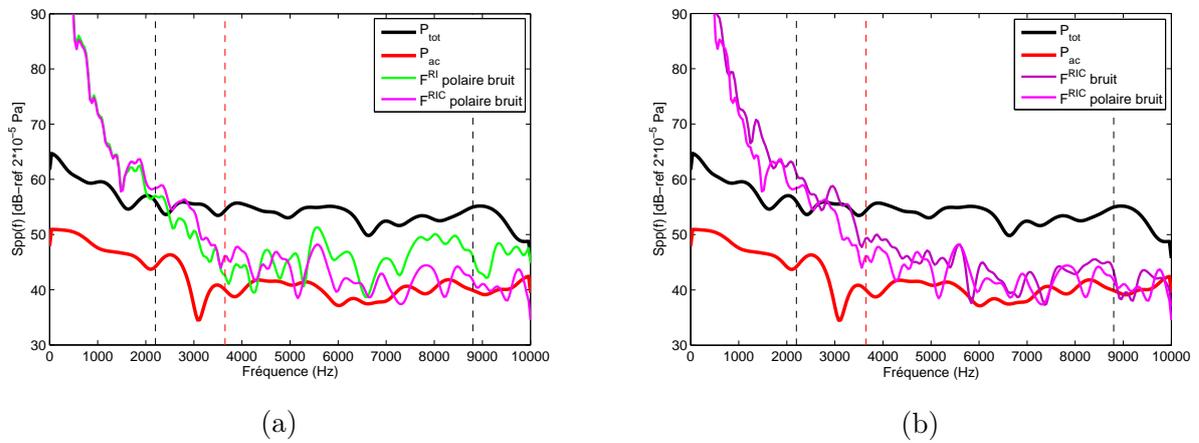


FIG. 3.30 – DSP de la composante acoustique et des pressions identifiées par les méthodes inverses polaires sur le champ de déplacement bruité avec un RSB de 0 dB pour un pas spatial de 3 cm (a) et comparaison avec le champ de pression identifié par la méthode RIC (b). Les lignes verticales (- -) représentent les limites fréquentielles des méthodes et (- -) la fréquence de coïncidence acoustique.

3.2 Simulations sur un vitrage modélisé par éléments finis

Les différentes antennes sont maintenant testées sur la simulation d'un écoulement turbulent se développant sur une vitre de voiture commercialisée. Ces données ont été fournies par Renault et les paramètres du vitrage et des simulations resteront confidentiels. Le vitrage est excité par un écoulement turbulent, les calculs du champ de pression et du champ de déplacement ont été réalisés chez Renault en utilisant respectivement les logiciels LaBs et Actran. La figure 3.31 présente le champ de pression développé sur le vitrage à un temps t fixé et la figure 3.32 repère les différents points où sont appliquées les méthodes inverses.

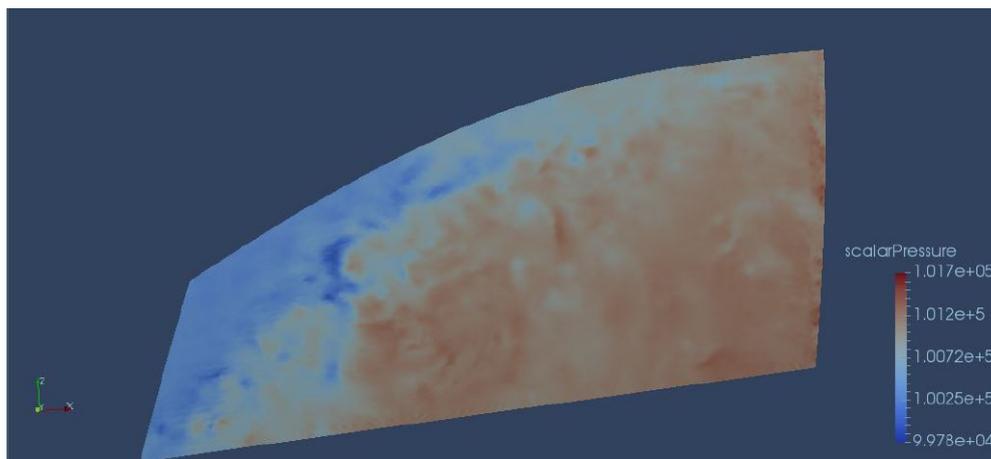


FIG. 3.31 – Champ de pression pariétale développé sur le vitrage à un temps t fixé.

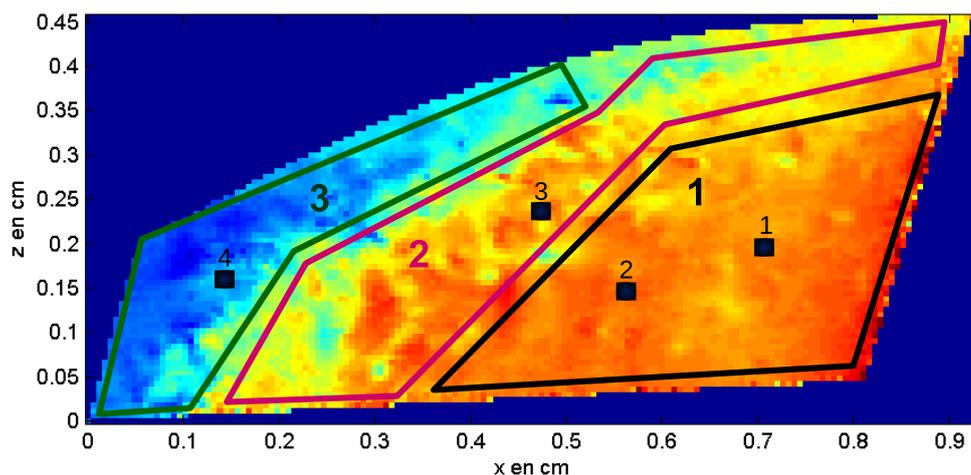


FIG. 3.32 – Points d'application des antennes des méthodes inverses et zones d'écoulement. (1) : couche limite turbulente, (2) : écoulement turbulent et (3) : écoulement décollé.

En observant l'écoulement se développer sur le vitrage, trois zones se distinguent : une première où l'écoulement est décollé, une deuxième où il est turbulent, c'est la zone de

recollement et une troisième où il est stabilisé et où la couche limite turbulente est développée. Les méthodes inverses, pour un résultat optimal, sont normalement appliquées sur un écoulement stable de type couche limite turbulente. Elles seront quand même testées sur les zones 1 et 2, mais la nature complexe du champ de pression en ces endroits du vitrage doit pondérer les résultats. De plus, ces zones étant étroites, les antennes couvrent les zones adjacentes, ce qui ne permet pas d'étudier un écoulement en particulier.

Les reconstructions de distributions de force réalisées à partir des méthodes inverses sont comparées à la composante acoustique estimée par une méthode basée sur l'intégration de l'interspectre du champ de pression. Pour appliquer ces deux traitements aux données, la première étape a été d'interpoler les données de pression et de déplacement fournies sur un maillage tétraédrique 3D en un maillage 2D cartésien de sorte que les différentes antennes soient applicables. Pour ce faire, une interpolation cubique est appliquée sur le champ de déplacement et sur le champ de pression. Celle-ci apporte toutefois une légère erreur sur les données puisqu'il s'agit d'une interpolation purement numérique.

3.2.1 Détermination de la composante acoustique

Pour estimer le niveau de la composante acoustique, nous utilisons la méthode développée dans la thèse d'Arguillat [6] qui consiste à intégrer, pour chaque fréquence, le spectre en nombre d'onde du champ de pression total sur le disque de rayon $k_{ac} = \omega/c_0$. La densité spectrale de puissance acoustique $S_{pp}^{ac}(\omega)$ est obtenue par la formule suivante :

$$S_{pp}^{ac}(\omega) = \int_{k_x^2 + k_y^2 \leq k_{ac}^2} \Phi(k_x, k_y, \omega) d\vec{k}, \quad (3.2)$$

où $\Phi(k_x, k_y, \omega)$ est le spectre du champ de pression illustré à la figure 3.33 pour différentes fréquences et au point n°1 (voir Fig. 3.32) où l'écoulement est une couche limite turbulente. La composante acoustique se distingue par un cercle centré sur zéro dont le rayon augmente avec la fréquence, alors que la composante aérodynamique est représentée par une ellipse qui s'éloigne rapidement dans les hauts nombres d'onde.

La densité spectrale de puissance de la composante acoustique calculée au point n°1 du vitrage est tracée à la figure 3.34 et comparée à celle de la pression totale. Elle est en moyenne inférieure à la composante totale de 30 dB. Il faut remarquer que la méthode utilisée ici, performante en basse fréquence, peut en haute fréquence légèrement sous-estimer le niveau réel de la composante acoustique. Effectivement, lorsque la fréquence augmente, le cercle représentatif de celle-ci peut légèrement se décaler et ne plus être centré sur zéro. Ce décalage n'est pas pris en compte dans le calcul de l'intégration de l'équation (3.2), ce qui peut biaiser la reconstruction.

Dans le cas de données non mesurées mais simulées et pour lesquelles les paramètres sont maîtrisés, cette erreur est minimale. Dans un cas expérimental, il peut être intéressant d'utiliser une autre méthode plus précise comme celle des moindres carrés [6].

Remarque : En basses fréquences, le cercle acoustique étant de diamètre très petit et inférieur au pas de discrétisation, les données ne peuvent pas être calculées par cette

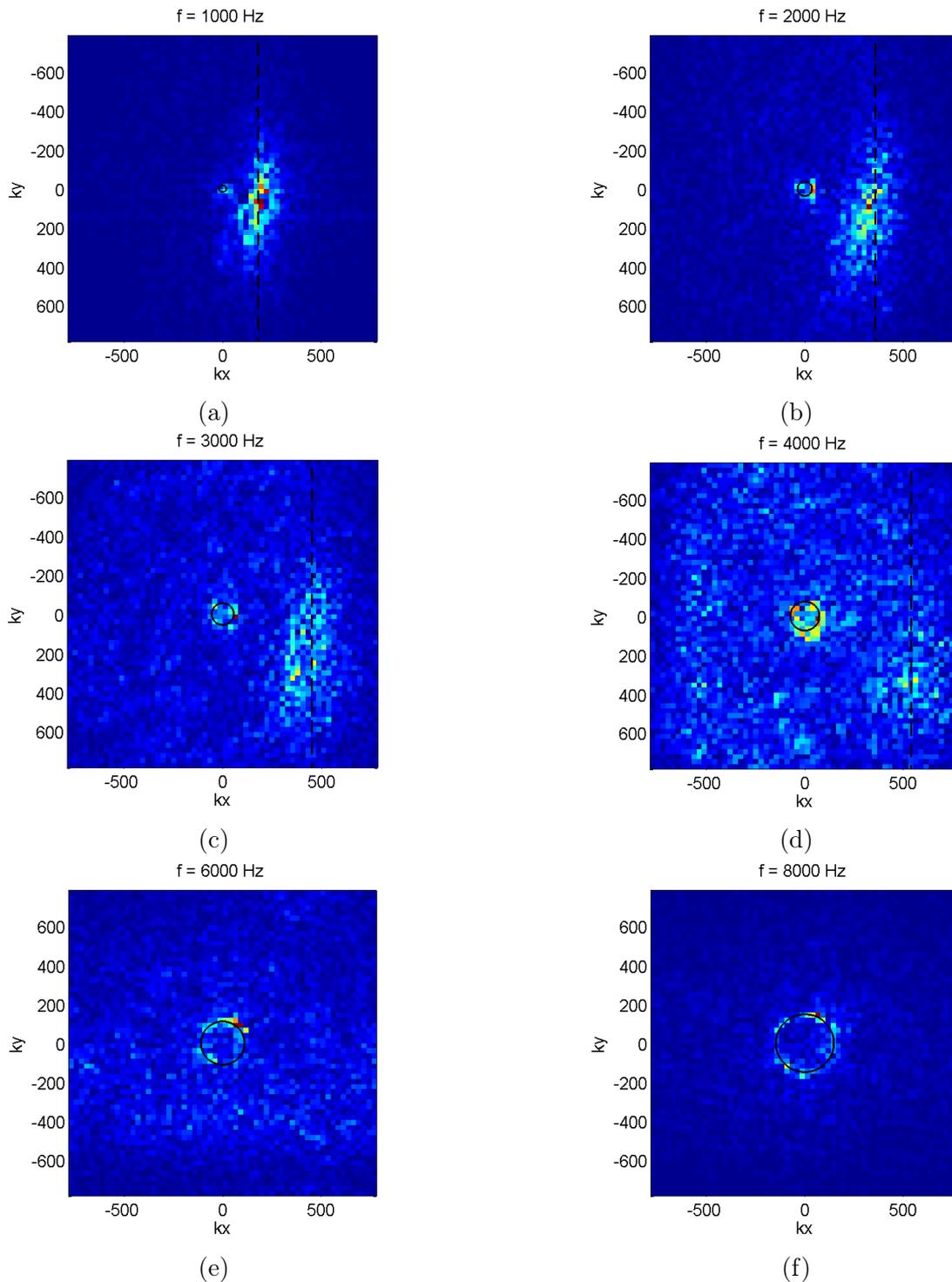


FIG. 3.33 – Interspectres en fréquence-nombre d'onde du champ de pression calculés au point n°1 pour différentes fréquences.

méthode puisque l'intégration requiert au minimum 2 points de mesure. Pour obtenir une approximation du niveau de la composante acoustique dans ces basses fréquences, une régression polynomiale d'ordre 2 est appliquée sur les données de l'autospectre calculé par la méthode d'intégration. Dans la suite de l'étude, cette courbe de tendance sera représentée en traits pointillés rouges sur les figures.

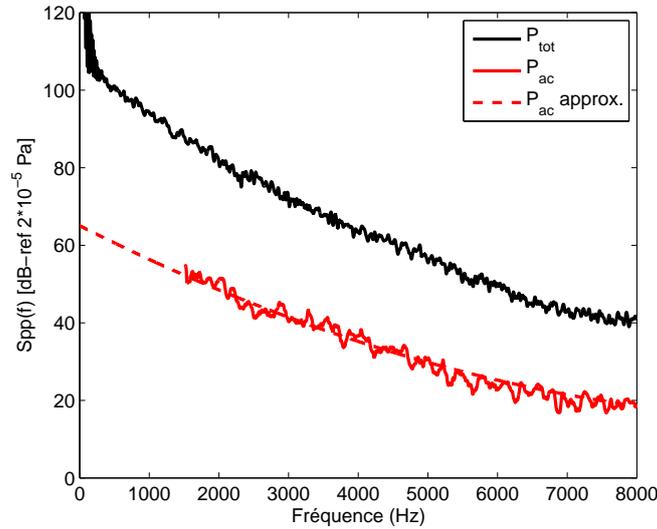


FIG. 3.34 – DSP de la composante totale et de la composante acoustique au point n°1.

3.2.2 Application des méthodes inverses

3.2.2.1 Application des antennes sur la zone 1 où l'écoulement est de type couche limite turbulente

Les méthodes inverses classiques RI et RIC contenant une antenne à 13 points sont premièrement testées sur le point n°1 avec un espacement entre deux points égal à $\Delta = 4.5$ cm (voir Fig. 3.35). Les méthodes inverses diffèrent à partir de 2000 Hz : la méthode RI surestime le niveau réel de la composante acoustique sur tout le domaine d'étude tandis que la méthode RIC reconstruit la composante acoustique jusqu'à 5900 Hz soit bien au-delà de la limite haute fréquence de validité de la méthode (égale à 5430 Hz et représentée par une droite noire en pointillés sur la figure). Sur les figures des modules des fonctions de transfert des filtres $H^{PoutreRI}$ et $H^{PoutreRIC}$, on remarque en effet qu'à 4000 Hz, les filtres sont très différents au nombre d'onde de flexion de la plaque (quand $k_x/k_f = 1$), la singularité présente dans la méthode RI surestime le niveau réel de la composante acoustique. À 6000 Hz, le nombre d'onde de coupure du filtre est inférieur à k_f , ce qui amène à sous-estimer la composante acoustique. Le filtrage n'est en fait plus adapté car la condition de Shannon n'est plus respectée (il est nécessaire d'avoir au minimum 2 points par longueur d'onde selon Shannon et d'après Leclère [8] cette valeur peut être diminuée jusqu'à 1.85, or elle n'est ici que de 1.70).

Dans le cas où l'espacement est réduit ($\Delta = 1.5$ cm), le filtrage réalisé par les méthodes classiques n'est plus assez fort et il est nécessaire d'utiliser des antennes plus sélectives pour identifier la composante acoustique. La figure 3.36 démontre que ce sont les antennes à 15×15 et 19×19 points qui permettent la reconstruction la plus adaptée. En effet, l'antenne à 19×19 points, malgré un filtrage plus sélectif, reconstruit approximativement le même niveau que l'antenne à 15×15 points. L'antenne à 11×11 points n'est assez sélective qu'à partir de 4200 Hz. Ce résultat signifie que le filtrage réalisé par l'antenne à 15×15 points suffit pour filtrer totalement la composante aérodynamique.

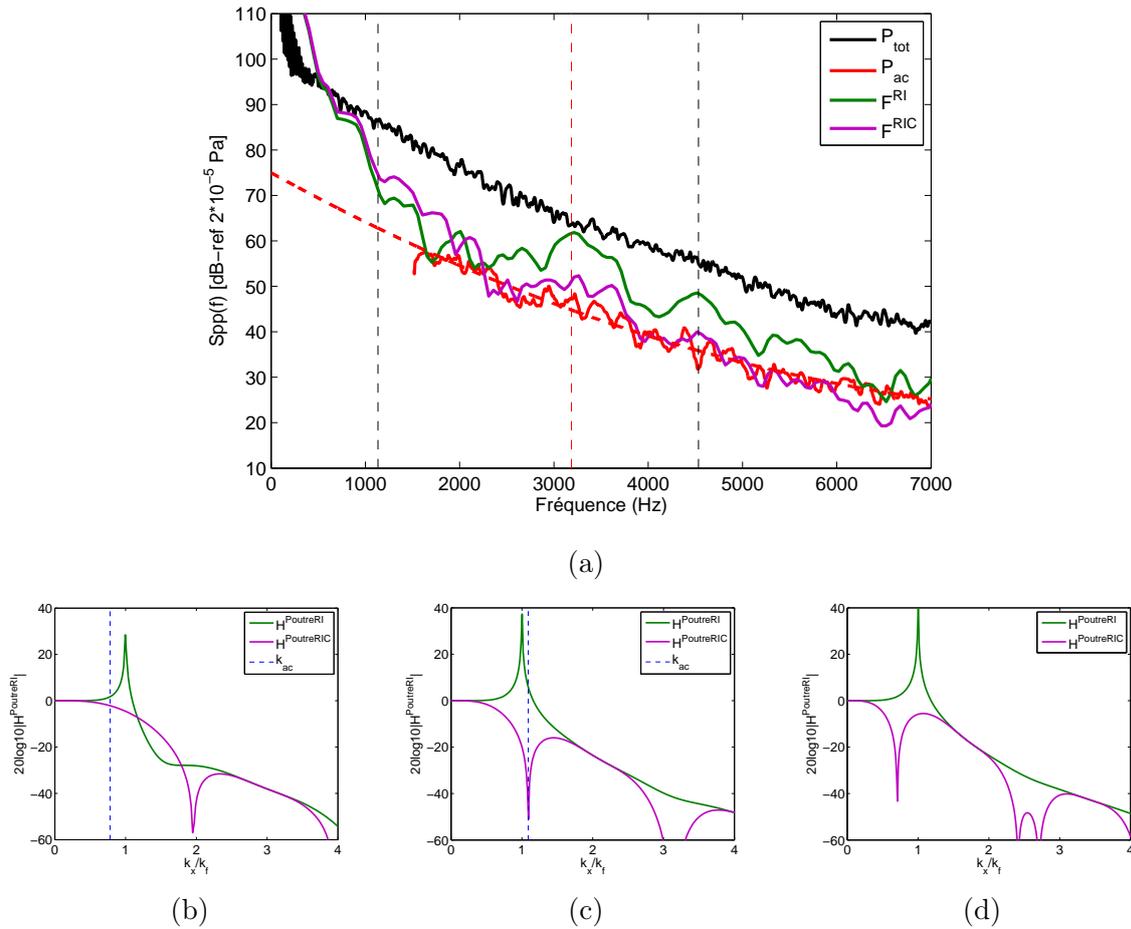


FIG. 3.35 – (a) : DSP de la composante acoustique, de l’excitation turbulente en totalité et de la pression identifiée au point n°1 par les méthodes RI et RIC sur le champ de déplacement pour un pas spatial égal à 4.5 cm. Les lignes verticales (- -) représentent les limites fréquentielles des méthodes et (- . -) la fréquence de coïncidence acoustique. (b), (c) et (d) : modules des fonctions de transfert des filtres $H^{PoutreRI}$ et $H^{PoutreRIC}$ théoriques pour des fréquences respectivement égales à 2 kHz, 4 kHz et 6 kHz.

Notons que la composante acoustique reconstruite par les antennes à $15 \cdot 15$ et $19 \cdot 19$ points est de quelques dB inférieure à celle calculée par la méthode d’intégration. Cette différence de niveau peut provenir de la méthode d’intégration qui comme l’a démontré Arguillat peut présenter un biais surtout dans les hautes fréquences ou des méthodes inverses qui deviennent trop sélectives à partir d’une certaine fréquence (fréquence à partir de laquelle la composante acoustique est de rayon plus grand que k_f (voir Fig. 1.9)).

Remarques :

- La limite haute fréquence des différentes antennes est déterminée par le pas spatial, ici égal à 1.5 cm quel que soit le nombre de points de l’antenne. Elle est donc la même pour toutes les antennes et est égale à 40 kHz. La limite basse fréquence est déterminée par la taille de l’antenne d’après la formule (3.1). Les différentes valeurs de la limite basse fréquence en fonction du nombre de points n_p de l’antenne sont données au tableau 3.3.

n_p	f_{min} en Hz
13	10200
9*9	2550
11*11	1632
15*15	832
19*19	503

TAB. 3.3 – Limites basse fréquence des méthodes RI et RIC pour les différentes antennes utilisées pour un espacement $\Delta = 1.5$ cm.

- Les nouvelles antennes contenant plus de points et par conséquent couvrant une surface plus étendue peuvent, compte tenu de leur décentrage, aussi être testées sur les bords. Il suffit pour cela de les faire pivoter (voir Fig. 3.37).

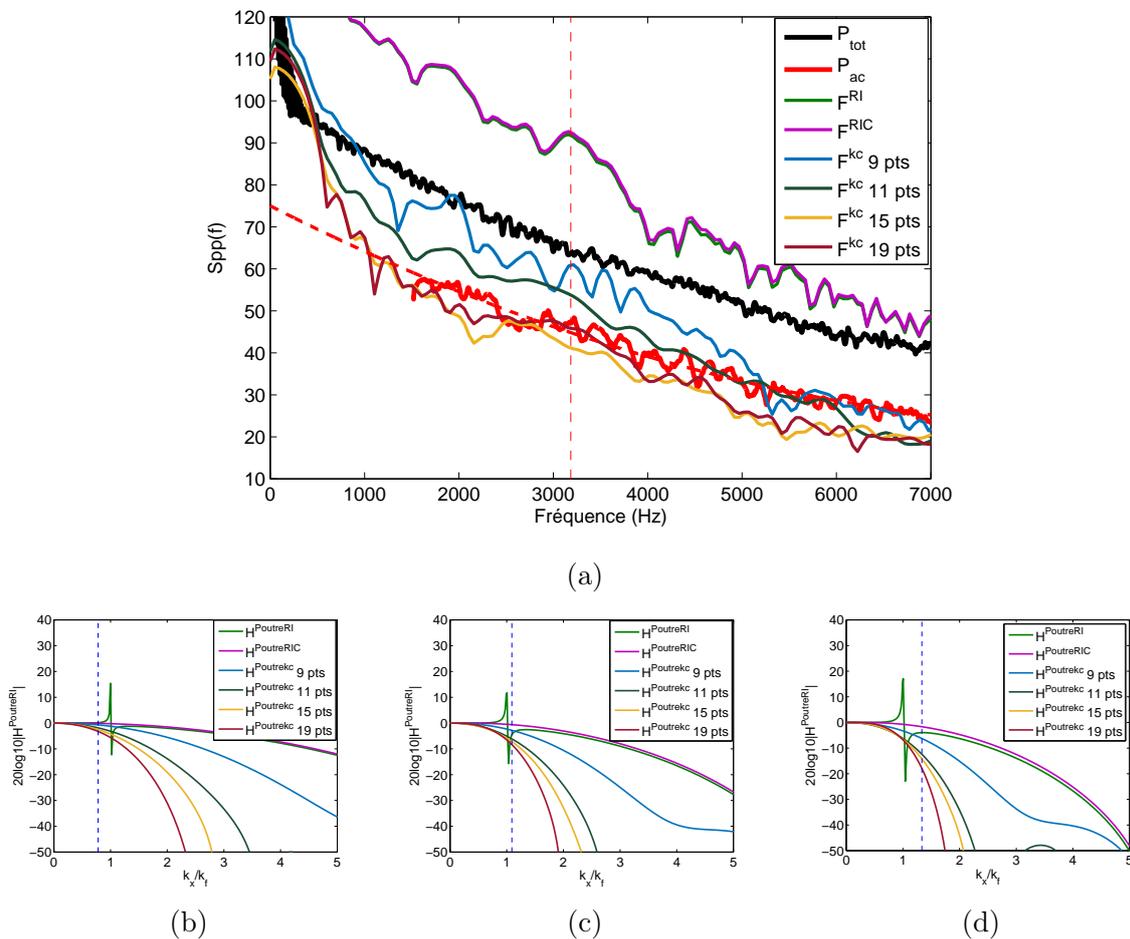


FIG. 3.36 – (a) : DSP de la composante acoustique, de l'excitation turbulente en totalité et de la pression identifiée au point n°1 par les méthodes RI et RIC classiques et par la méthode inverse à partir de quatre antennes de tailles différentes : 9*9, 11*11, 15*15 et 19*19 points. Le pas spatial est égal à 1.5 cm. La ligne verticale (- -) représente la fréquence de coïncidence acoustique. (b), (c) et (d) : modules des fonctions de transfert des filtres $H^{PoutreRI}$ et $H^{PoutreRIC}$ théoriques pour des fréquences respectivement égales à 2 kHz, 4 kHz et 6 kHz. La ligne verticale (- -) représente le nombre d'onde acoustique.

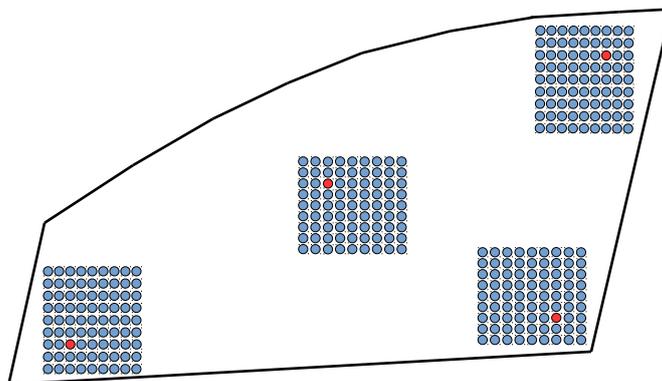


FIG. 3.37 – Application d’une antenne décentrée à 9×9 points sur les différentes parties du vitrage.

L’antenne classique à 13 points espacés de 4.5 cm est testée sur le point n°2 où l’écoulement est de la même nature. La reconstruction réalisée par les méthodes RI et RIC est illustrée à la figure 3.38 et la figure 3.39 compare les reconstructions par la méthode RIC aux points n°1 et n°2. Les pressions totale et acoustique sont de niveau équivalent pour les deux points de mesure. Dans le domaine de validité, les méthodes RIC diffèrent de quelques dB.

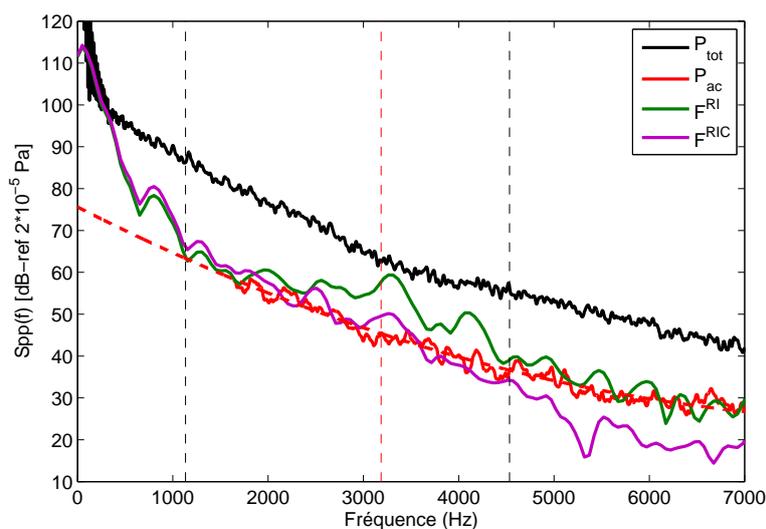


FIG. 3.38 – DSP de la composante acoustique, de l’excitation turbulente en totalité et de la pression identifiée au point n°2 par les méthodes RI et RIC pour un pas spatial égal à 4.5 cm. Les lignes verticales (- -) représentent les limites fréquentielles des méthodes et (- -) la fréquence de coïncidence acoustique.

Sur ce cas de simulation, il est important de remarquer que le calcul de la composante acoustique par la méthode d’intégration requiert une grande surface de mesure pour que les interspectres soient les mieux résolus possible et par conséquent que la composante acoustique soit estimée précisément. Pour obtenir une résolution correcte, les interspectres sont calculés sur une zone suffisamment grande que l’on estime à une surface minimum

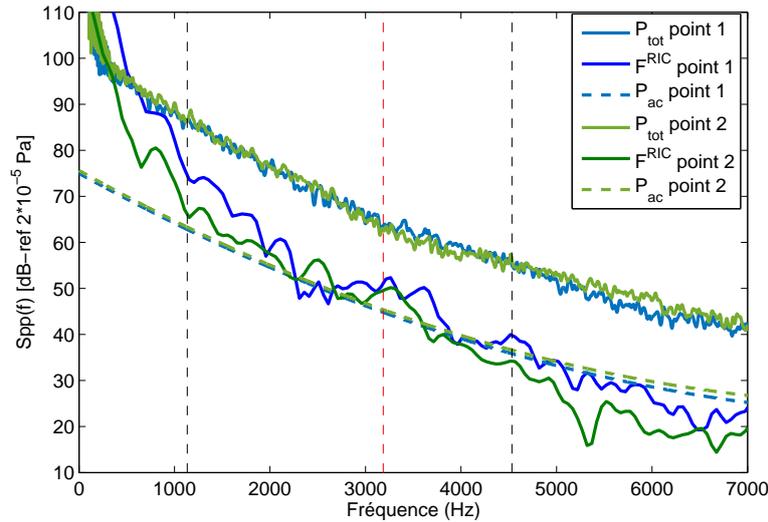


FIG. 3.39 – DSP des composantes acoustiques, des excitations turbulentes en totalité et des pressions identifiées aux points n°1 et n°2 par les méthodes RI et RIC pour un pas spatial égal à 4.5 cm. Les lignes verticales (- -) représentent les limites fréquentielles des méthodes et (- -) la fréquence de coïncidence acoustique.

de 24*24 cm². Quel que soit le point de mesure, l'interspectre est alors déterminé sur une surface où l'écoulement est de plusieurs natures différentes. Il en est de même pour les méthodes inverses dont les antennes avec un pas spatial de 4.5 cm couvrent une surface de 18*18 cm². Cela peut expliquer par exemple, que même si précisément aux points n°1 et n°2 la pression est identique, les reconstructions divergent puisque les surfaces couvertes par les antennes sont différentes. Cette remarque est particulièrement vraie pour la zone de recollement qui est très étroite et où les trois types d'écoulement seront couverts par les antennes et pour la zone de décollement qui par sa taille ne permet pas d'appliquer les méthodes sans prendre en compte la zone de recollement.

En tenant compte de cette remarque dans l'analyse des résultats, les méthodes inverses sont appliquées sur les points n°3 (zone de recollement) et n°4 (zone d'écoulement décollé).

3.2.2.2 Application des antennes sur la zone de recollement (zone 2)

Les antennes RI et RIC classiques à 13 points ainsi que les antennes décentrées à 9*9, 15*15, 19*19 et 21*21 points sont testées sur le point n°3. Les résultats sont illustrés en figure 3.40 et 3.41.

En ce qui concerne les antennes classiques, les méthodes inverses divergent vers 2000 Hz, la méthode RI surestime le niveau de la composante acoustique sur tout le domaine d'étude et la méthode RIC identifie son niveau réel à partir de 4000 Hz.

Quand le pas est diminué ($\Delta = 1.5$ cm), les conclusions sont les mêmes que pour le point n°1 : une antenne à 15*15 points suffit pour reconstruire le niveau de la composante acoustique puisqu'une antenne plus sélective à 19*19 points n'apporte aucune amélioration significative.

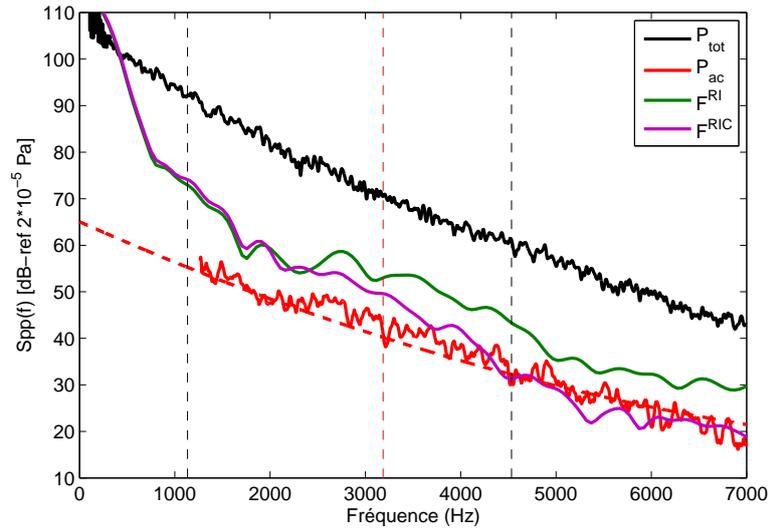


FIG. 3.40 – DSP de la composante acoustique, de l’excitation turbulente en totalité et de la pression identifiée au point n°3 par les méthodes RI et RIC pour un pas spatial égal à 4.5 cm. Les lignes verticales (- -) représentent les limites fréquentielles des méthodes et (- -) la fréquence de coïncidence acoustique.

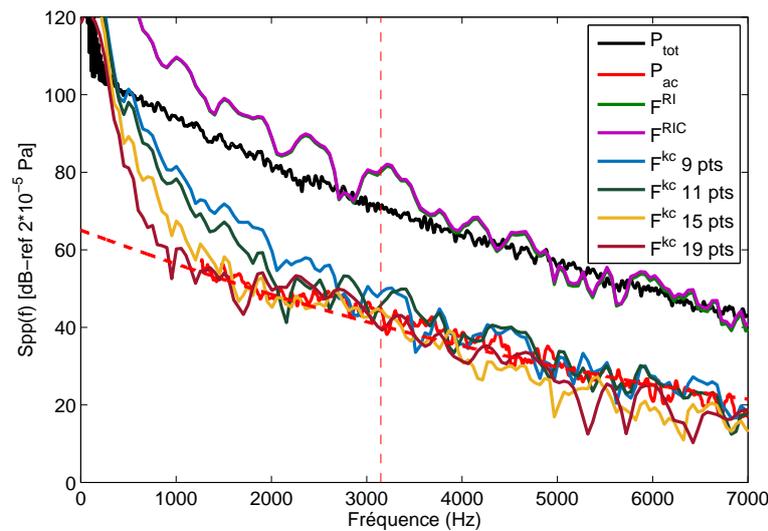


FIG. 3.41 – DSP de la composante acoustique, de l’excitation turbulente en totalité et de la pression identifiée au point n°3 par les méthodes RI et RIC classiques et par la méthode inverse contenant quatre antennes de tailles différentes : 9*9, 11*11, 15*15 et 19*19 points. Le pas spatial est égal à 1.5 cm. La ligne verticale (- -) représente la fréquence de coïncidence acoustique.

3.2.2.3 Application des antennes sur la zone d’écoulement décollé (zone 3)

La figure 3.42 présente les résultats lorsque les méthodes inverses classiques sont appliquées sur le point n°4 avec un espacement égal à 4.5 cm. Les méthodes RI et RIC

diffèrent vers 1800 Hz, la méthode RI identifie la composante acoustique telle qu'elle a été calculée par la méthode d'intégration alors que la méthode RIC la sous-estime et cela de plus en plus au fur et à mesure que la fréquence augmente. Il faut toutefois noter que le calcul de la composante acoustique doit être réalisé sur une surface suffisamment grande, ce qui nécessite d'être prudent sur l'interprétation physique du résultat de cette intégration. La zone 3 étant trop étroite pour un calcul précis, la composante acoustique s'avère largement surestimée.

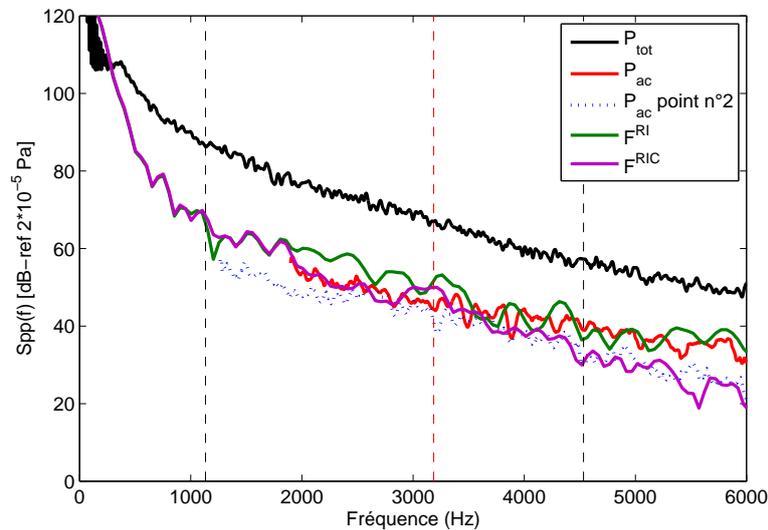


FIG. 3.42 – DSP de la composante acoustique, de l'excitation turbulente en totalité et de la pression identifiée au point n°4 par les méthodes RI et RIC pour un pas spatial égal à 4.5 cm. Les lignes verticales (- -) représentent les limites fréquentielles des méthodes et (- -) la fréquence de coïncidence acoustique.

3.3 Conclusions

Dans ce chapitre, les différentes antennes des méthodes inverses ont été testées par simulations numériques pour reconstruire la composante bas nombre d'onde de l'écoulement excitant une structure.

La première simulation étudie le cas simple d'une plaque, dont les paramètres mécaniques sont proches de ceux d'un vitrage automobile, excitée par une couche limite turbulente. L'efficacité des méthodes inverses et spécialement de la méthode RIC est mise en avant, la méthode RI qui n'est pas corrigée surestime le niveau réel de la composante acoustique et cela de plus en plus avec l'augmentation de la fréquence. La méthode RIC permet quant à elle, une reconstruction précise sur tout le domaine d'étude grâce à la correction appliquée sur le schéma aux différences finies. Cependant, même si cette correction annule une grande partie des singularités au nombre d'onde de coupure du filtre, pour que l'estimation soit juste il est indispensable que le filtre soit aussi assez sélectif. Pour cela, il faut choisir une antenne avec un pas de discrétisation spatial assez élevé pour filtrer la composante haut nombre d'onde sans toutefois trop réduire le domaine de validité fréquentiel des méthodes. En effet, augmenter le pas de discrétisation de l'antenne réduit et décale dans les bas nombres d'onde, le domaine fréquentiel d'application des méthodes inverses.

Une solution pour augmenter la sélectivité du filtrage sans diminuer le domaine d'étude est d'utiliser une antenne décentrée plus grande créée à partir de la synthèse numérique d'un filtre passe-bas cible. Différentes antennes décentrées créées à partir de filtres passe-bas RIF ont été testées et les résultats montrent que ces antennes permettent de reconstruire la composante bas nombre d'onde lorsque la méthode classique RIC n'est pas suffisante. Ces antennes appliquent un filtrage bien plus sélectif et le domaine d'étude fréquentiel est beaucoup plus grand. La sélectivité du filtrage appliqué est augmentée en choisissant un filtre passe-pas RIF cible d'ordre plus grand, ce qui augmente aussi le nombre de points de l'antenne.

Comme avec la méthode RIC classique, le filtrage apporté par les antennes décentrées synthétisées à partir de filtres passe-bas RIF et de la méthode de McClellan comporte encore des singularités au nombre d'onde de coupure (soit le nombre d'onde de flexion de la structure). Elles ne sont pas annulées dans toutes les directions. Les antennes décentrées créées à partir d'un filtre passe-bas RIF et de la méthode de McClellan corrigée par Hale et les antennes polaires ont été créées pour résoudre ce problème. Cependant leur application par simulations montre que la reconstruction effectuée n'est pas meilleure qu'avec l'antenne RIC classique ou les antennes décentrées calculées à partir de la méthode de McClellan non corrigée. La correction apportée dans la méthode RIC est en fait suffisante pour reconstruire la composante acoustique. Les singularités encore présentes en certaines directions du filtre n'ont pas d'impact significatif sur la reconstruction. De plus, les antennes décentrées synthétisées par la méthode de McClellan corrigée par Hale comporte beaucoup plus de points de mesure. Les antennes polaires ne comportent que 17 points mais le filtrage réalisé est légèrement moins sélectif que celui des antennes cartésiennes à 13 points.

Pour essayer de réduire ce nombre de points de mesure, des antennes ont été synthétisées à partir de filtres passe-bas RII, plus sélectifs que les filtres passe-bas RIF. Bien que contenant moins de points pour une sélectivité équivalente, les filtres RII sont récursifs. Il faut alors passer par une approximation polynomiale de la fonction de transfert du filtre pour pouvoir appliquer la méthode de transformation en fréquence. L'inconvénient de cette technique est que le filtre synthétisé présente des lobes secondaires de niveau trop élevé dans la bande coupée. La composante aérodynamique n'est alors pas totalement filtrée.

Lorsque les données sont fortement bruitées, la reconstruction en basse fréquence est considérablement surestimée. Il devient indispensable d'utiliser une antenne plus sélective pour filtrer les hauts nombres d'onde pollués par l'ajout de bruit. Pour cela, les antennes décentrées permettent de reconstruire la composante acoustique sur une large gamme de fréquences contrairement à la méthode RIC classique.

La seconde simulation présente le cas d'un vitrage automobile, la vitre conducteur, excitée par l'écoulement se développant autour de l'habitacle d'une voiture. Dans la réalité, la présence du montant de baie et du rétroviseur perturbe l'écoulement et on relève sur ce vitrage de grandes variations de pression pariétale. La nature de l'écoulement est différente d'un endroit à l'autre et la couche limite turbulente n'est pleinement développée que sur une partie du vitrage. Dans cette zone, de même que pour la simulation précédente, la méthode RIC permet de reconstruire la composante bas nombre d'onde lorsque le filtrage réalisé est assez sélectif. Sur les parties où l'écoulement n'est pas une couche turbulente, les méthodes inverses sont difficilement applicables puisque ces zones sont très étroites et la reconstruction n'est pas réalisée sur une grille de nature uniforme. Les résultats permettent malgré cela d'avoir une bonne estimation du niveau de la composante bas nombre d'onde.

Dans le chapitre suivant, les différentes antennes sont utilisées expérimentalement sur une plaque excitée par une couche limite turbulente et sur les différents vitrages d'une voiture placée en soufflerie.

Chapitre 4

APPLICATIONS EXPÉRIMENTALES EN SOUFFLERIE

Introduction

Ce chapitre présente les applications expérimentales effectuées pour tester les différentes méthodes inverses discutées dans le mémoire.

Une première campagne de mesures, réalisée en soufflerie anéchoïque sur une plaque en aluminium excitée par un écoulement turbulent fait office de validation des méthodes RI et RIC.

Les antennes classiques, ainsi que les antennes polaires et décentrées sont ensuite appliquées sur les différents vitrages d'une voiture placée en soufflerie.

Le protocole est identique pour les deux expériences. En premier lieu, seule une source acoustique excite la structure. Cette étape préalable permet de valider le protocole et de confirmer l'efficacité des méthodes inverses. L'écoulement aérodynamique est ensuite ajouté à la source acoustique et différentes configurations sont testées en changeant le niveau de la source acoustique et la vitesse de l'écoulement. Enfin, les méthodes inverses sont testées sur l'écoulement seul.

4.1 Application des méthodes inverses sur une plaque excitée par une couche limite turbulente

Les expériences ont été réalisées dans la soufflerie anéchoïque du Groupement Acoustique de l'Université de Sherbrooke (GAUS) sur une plaque en aluminium dont les caractéristiques, proches de celles des vitrages automobiles, sont données au tableau 4.1.

4.1.1 Validation du protocole : identification d'une source acoustique sans écoulement

4.1.1.1 Dispositif expérimental

La plaque instrumentée d'une antenne de 13 accéléromètres espacés de $\Delta = 6$ cm est installée en chambres couplées - chambres anéchoïque et réverbérante - dans la niche prévue à cet effet entre les deux salles (voir Fig. 4.1 et 4.2). Dans la chambre réverbérante

dimensions	$L_x * L_y = 0.48 * 0.42 \text{ m}^2$
module d'Young	$E = 70 \cdot 10^9 \text{ Pa}$
coefficient de Poisson	$\nu = 0.3$
masse volumique	$\rho = 2720 \text{ kg/m}^3$
taux d'amortissement	$\zeta = 0.05$
épaisseur	$h = 3.20 \text{ mm}$
nombre de modes	$N_{mn} = 50 \times 50$

TAB. 4.1 – Paramètres de la plaque.

sont placés un haut-parleur délivrant un bruit blanc dans une gamme de fréquences de 50 à 2000 Hz et à proximité du centre de la plaque, un microphone affleurant servant de référence pour le calcul de l'autospectre de pression pariétale.

Les données ont été enregistrées pendant 30 secondes à une fréquence d'échantillonnage de 8192 Hz. Les Densités Spectrales de Puissance (DSP) sont obtenues par périodogrammes de Welch en utilisant une fenêtre de Hanning. Les moyennes sont réalisées sur 1024 blocs de 0.125 secondes avec un taux de recouvrement de 50%.

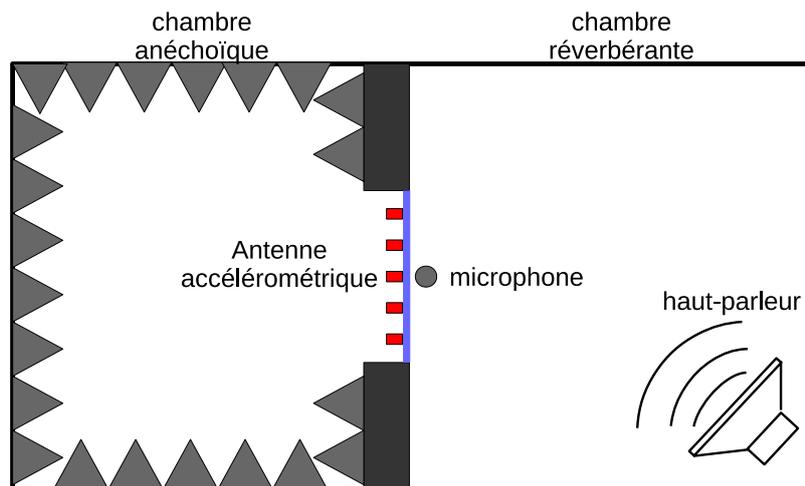


FIG. 4.1 – Schéma du dispositif expérimental : la plaque instrumentée de 13 accéléromètres est insérée entre la chambre anéchoïque et la chambre réverbérante.

4.1.1.2 Application des méthodes inverses

La densité spectrale de puissance de la source acoustique (mesurée par le microphone affleurant) et celles des pressions identifiées par RI et RIC sont présentées à la figure 4.3. La méthode RI surévalue la pression acoustique quelle que soit la fréquence tandis que la méthode RIC identifie la source dès 1000 Hz et avec une précision qui s'affine avec l'augmentation de la fréquence. La composante acoustique est reconstruite bien au-delà de la limite fréquentielle haute définie par le pas spatial entre accéléromètres et égale à 2110 Hz.

Pour mieux comprendre ces résultats, les modules des fonctions de transfert des filtres $H^{PoutreRI}$ et $H^{PoutreRIC}$ sont tracés à la figure 4.4 pour différentes fréquences : en dessous



FIG. 4.2 – Photographies du dispositif expérimental : (a) vue de la face arrière de la plaque munie d’une antenne de 13 accéléromètres dont le point central correspond au point de reconstruction de la pression pariétale. (b) Vue de la face avant de la plaque située en chambre réverbérante et excitée par une source acoustique.

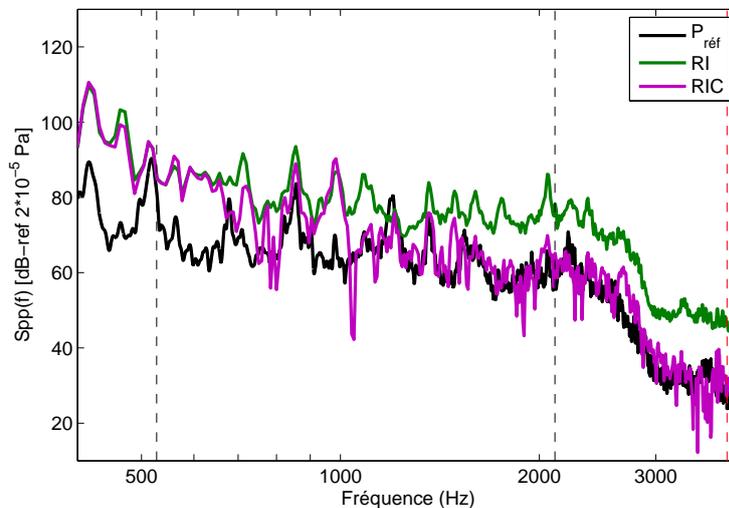


FIG. 4.3 – DSP de la référence acoustique mesurée par le microphone en chambre réverbérante et des pressions identifiées par RI et RIC au centre de la plaque lorsque celle-ci est excitée par un bruit blanc. Les lignes verticales (- -) représentent les limites fréquentielles des méthodes et (- -) la fréquence de coïncidence acoustique.

de 1000 Hz, le filtrage réalisé par la méthode RIC est moins sélectif que celui réalisé par la méthode RI ; aucune des deux méthodes n’apporte un filtrage assez sélectif pour ne reconstruire que la composante acoustique. À partir de 1000 Hz, l’amplification apportée

par la singularité au nombre d'onde de flexion de la méthode RI est de plus en plus importante et fausse la reconstruction alors que pour la méthode RIC, le filtrage est de plus en plus sélectif et le nombre d'onde de coupure de plus en plus proche de 1 (soit $k_x = k_f$), seule la composante acoustique est sélectionnée.

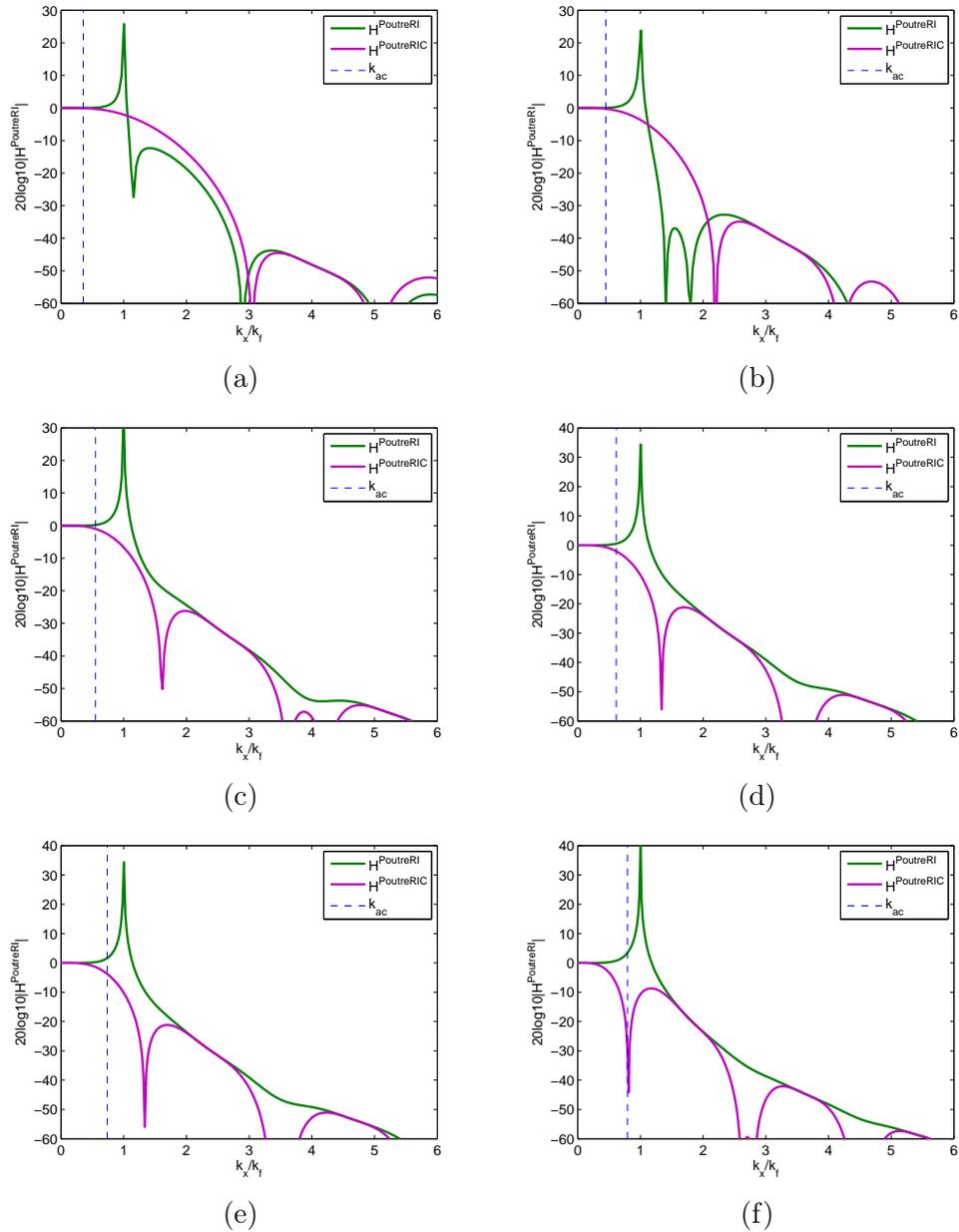


FIG. 4.4 – Modules des fonctions de transfert des filtres $H^{PoutreRI}$ et $H^{PoutreRIC}$ pour différentes fréquences : (a) 500 Hz, (b) 800 Hz, (c) 1200 Hz, (d) 1500 Hz, (e) 1800 Hz, (f) 2500 Hz.

4.1.2 Mesures en soufflerie anéchoïque

4.1.2.1 Dispositif expérimental

La plaque instrumentée de l'antenne accélérométrique est maintenant déplacée dans la soufflerie anéchoïque où elle est encastrée dans un panneau affleurant l'écoulement et placé à la sortie de la buse convergente (voir Fig. 4.5 et 4.6). Des études préalables ont permis de vérifier que l'écoulement excitant la plaque possède les caractéristiques d'une couche limite turbulente (mesures avec microphones et tube de Pitot)[76].

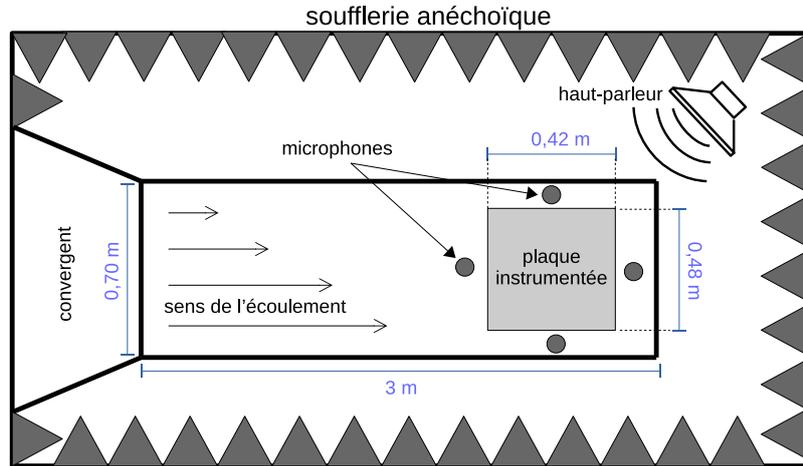


FIG. 4.5 – Schéma du dispositif expérimental : la plaque instrumentée de 13 accéléromètres est excitée par une couche limite turbulente et une source acoustique secondaire.

Plusieurs microphones sont positionnés autour de la plaque sur la face soumise à l'écoulement pour mesurer la pression de référence. En amont de la plaque et sur les côtés, des microphones sont insérés dans le panneau et en aval de celle-ci, un microphone de surface extra plat est collé (voir Fig. 4.7). Les autospectres de pression sont tracés à la figure 4.8 pour chaque microphone et pour deux vitesses d'écoulement : 90 km/h et 126 km/h. Les trois microphones insérés donnent des résultats équivalents quelle que soit la fréquence. Le signal du microphone de surface (n°4) montre une chute de tension en haute fréquence surtout pour une vitesse d'écoulement plus faible. Cet effet provient du moyennage effectué par le microphone à partir d'une certaine fréquence à laquelle les longueurs d'onde de l'excitation sont de tailles équivalentes ou plus petites que le diamètre du microphone. La courbe noire représente la moyenne des autospectres de pression des quatre microphones.

Un haut parleur est placé au dessus de la plaque en dehors de l'écoulement et délivre une source sinusoïdale à 1000 Hz.

4.1.2.2 Application des méthodes inverses

Les méthodes inverses RI et RIC classiques (utilisant l'antenne à 13 points) vont être testées sur la plaque excitée par différentes sources :

- Écoulement et source acoustique émergente (sinus 1000 Hz d'un niveau supérieur de plus de 20 dB à celui de l'écoulement) ;



(a)



(b)



(c)

FIG. 4.6 – Photographies du dispositif expérimental : (a) la plaque est insérée dans un panneau placé à la sortie de la buse convergente. (b) L'antenne composée de 13 accéléromètres espacés de $\Delta = 6$ cm est placée sur la face non soumise à l'écoulement de la plaque. (c) Le haut-parleur émettant la source acoustique est placé en dehors de l'écoulement.

- Écoulement et source acoustique masquée (sinus 1000 Hz d'un niveau inférieur d'approximativement 20 dB à celui de l'écoulement) ;
- Écoulement seul.

Ces différentes mesures sont réalisées pour deux vitesses d'écoulement : 90 et 126 km/h.

• Source acoustique émergente et écoulement

Les figures 4.9a et 4.9b présentent les spectres des efforts reconstruits par les méthodes inverses RI et RIC et celui du microphone n°1 pour les deux vitesses d'écoulement. Dans les deux cas, les deux méthodes sont capables d'identifier le signal acoustique du haut-parleur ainsi que ses harmoniques (dus aux non-linéarités du haut-parleur) alors qu'elles ne sont pas toujours visibles sur le spectre du microphone. Néanmoins le niveau reconstruit de la source acoustique est, dans la majorité des cas, inférieur à celui mesuré par le microphone. À 1000 Hz, la différence entre le filtrage réalisé par les méthodes RI et RIC n'étant pas

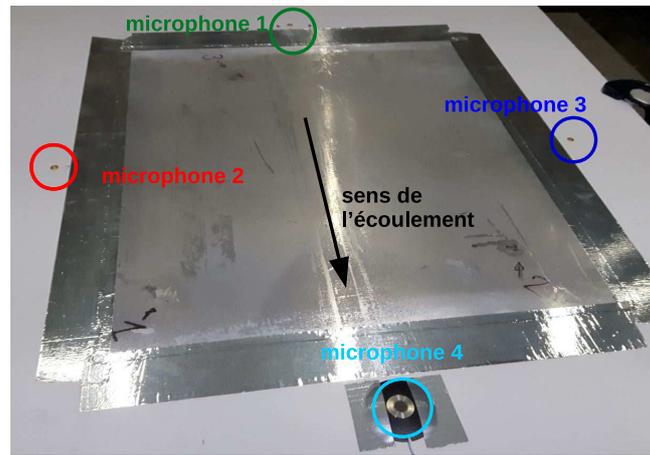


FIG. 4.7 – Photographie de la face soumise à l'écoulement de la plaque et disposition des microphones affleurant.

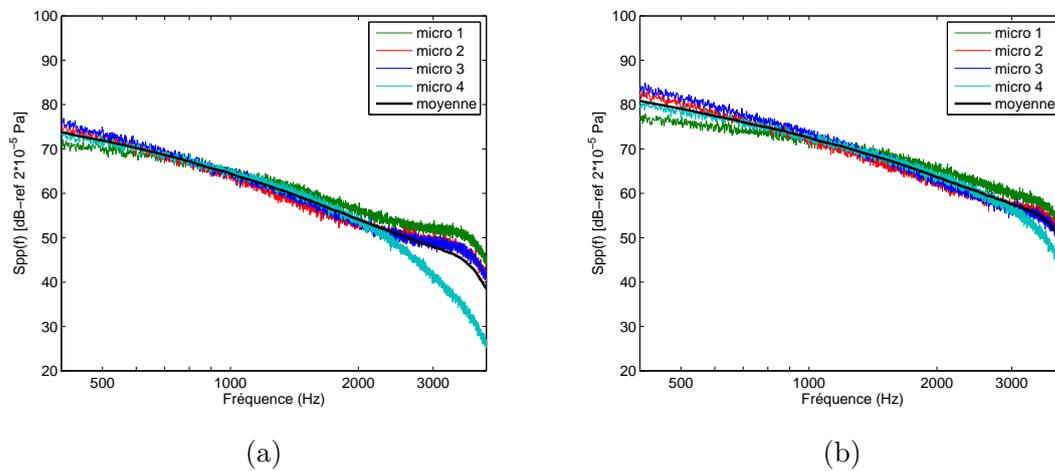
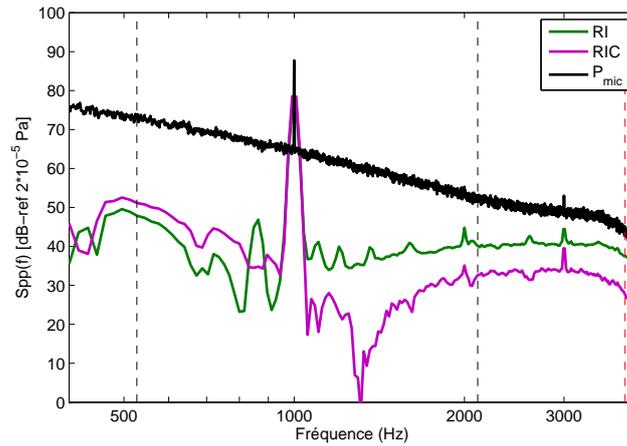


FIG. 4.8 – DSP des pressions mesurées par les 4 microphones disposés autour de la plaque pour deux vitesses d'écoulement : (a) 90 km/h et (b) 126 km/h.

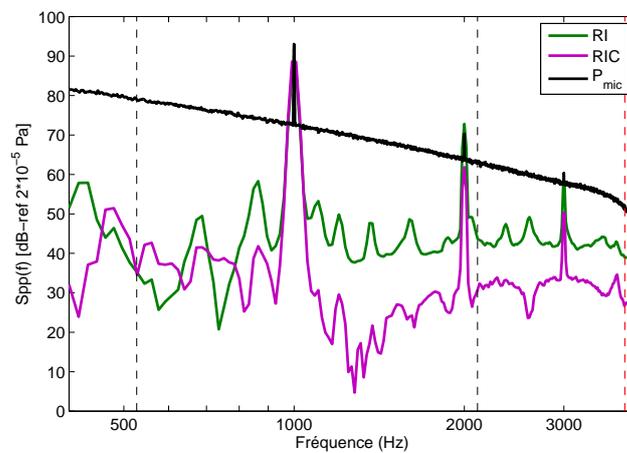
significative, les pressions identifiées correspondantes sont de niveau équivalent. Lorsque la fréquence augmente, le filtrage apporté par la méthode RIC est plus sélectif, ce qui explique que le niveau des harmoniques reconstruites à partir de cette méthode est bien plus faible que celui des harmoniques identifiées par RI ou par le microphone.

• Source acoustique masquée et écoulement

La source acoustique est ici d'un niveau nettement inférieur à celui de l'écoulement. On constate sur les figures 4.10a et 4.10b que quelle que soit la vitesse de l'écoulement, le microphone ne rend compte que du bruit généré par la composante aérodynamique. Pourtant, les méthodes inverses identifient parfaitement le sinus à 1000 Hz mais pas ses harmoniques qui sont d'un niveau plus faible que la composante bas nombre d'onde de l'écoulement ou inexistantes pour ce niveau d'excitation du haut parleur.



(a)



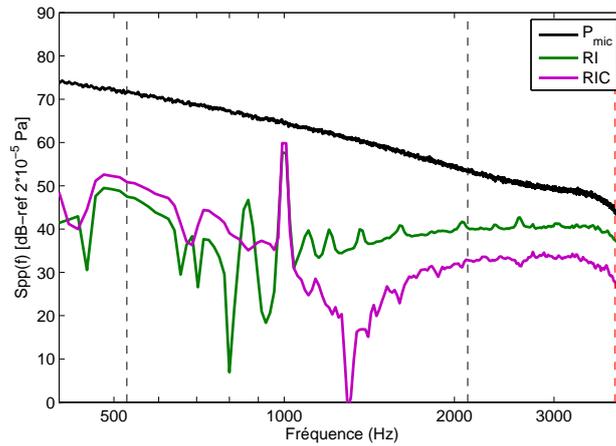
(b)

FIG. 4.9 – DSP du signal du microphone 1 et des pressions identifiées par RI et RIC au centre de la plaque lorsque celle-ci est excitée par une source acoustique sinusoïdale émergente et une couche limite turbulente à une vitesse de : (a) 90 km/h et (b) 126 km/h. Les lignes verticales (- -) représentent les limites fréquentielles des méthodes et (- -) la fréquence de coïncidence acoustique.

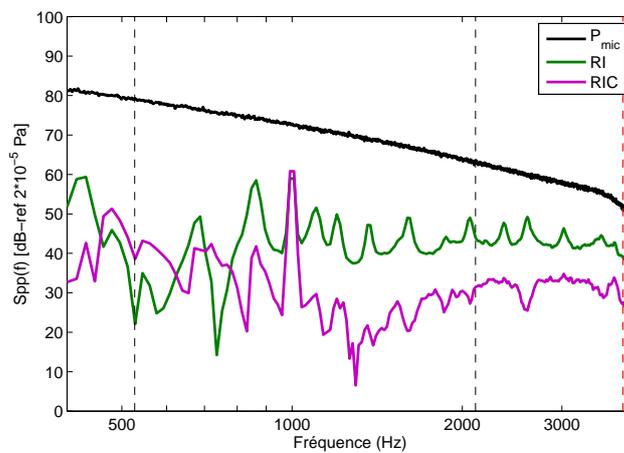
• Écoulement seul

Les figures 4.11a et 4.11b présentent les résultats obtenus lorsque l'excitation est la couche limite turbulente seule. Les méthodes RI et RIC commencent à se différencier à une fréquence de 1000 Hz, là où comme le montre la figure 4.4, les filtrages réalisés par les deux méthodes deviennent très différents et cela spécialement autour du nombre d'onde de flexion de la plaque ($k_x/k_f = 1$) qui est une zone particulièrement énergétique. La forte amplification apportée par la méthode RI fausse la reconstruction et amplifie le niveau réel de la composante bas nombres d'onde. On note aussi que la reconstruction réalisée par la méthode RI présente pour les deux vitesses d'écoulement, des amplifications aux fréquences de résonance de la plaque qui n'est pas assez amortie.

La figure 4.12 compare les reconstructions des efforts par les deux méthodes pour les deux vitesses d'écoulement. Pour une vitesse égale à 126 km/h, le niveau de pression me-



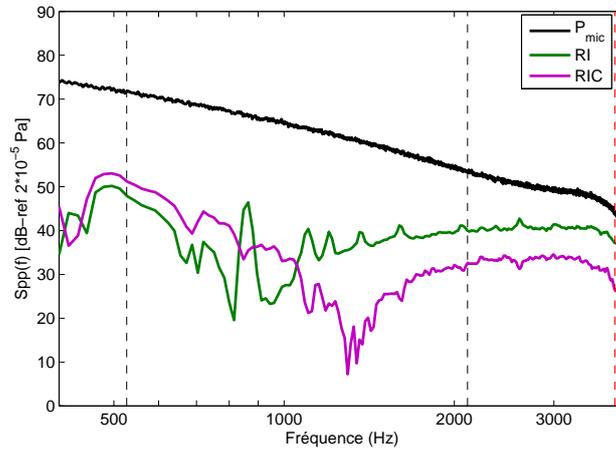
(a)



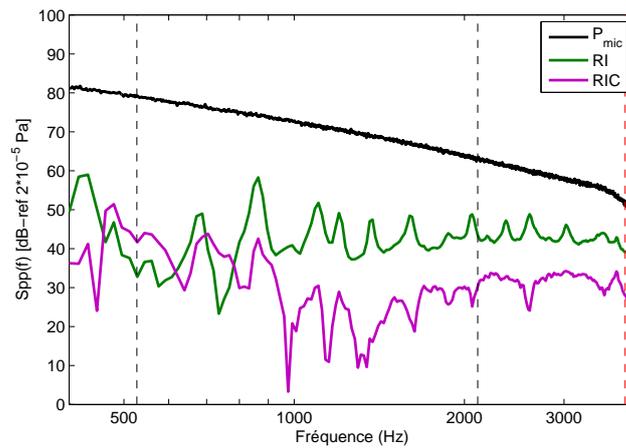
(b)

FIG. 4.10 – DSP du signal du microphone 1 et des pressions identifiées par RI et RIC au centre de la plaque lorsque celle-ci est excitée par une source acoustique sinusoïdale masquée et une couche limite turbulente à une vitesse de : (a) 90 km/h et (b) 126 km/h. Les lignes verticales (- -) représentent les limites fréquentielles des méthodes et (- -) la fréquence de coïncidence acoustique.

suré par le microphone est approximativement de 7 à 8 dB plus élevé que celui mesuré pour une vitesse de 90 km/h. Cette différence de niveau n'existe pas dans les spectres des distributions de forces reconstruites par les méthodes inverses.



(a)



(b)

FIG. 4.11 – DSP du signal du microphone 1 et des pressions identifiées par RI et RIC au centre de la plaque lorsque celle-ci est excitée uniquement par une couche limite turbulente à une vitesse de : (a) 90 km/h et (b) 126 km/h. Les lignes verticales (- -) représentent les limites fréquentielles des méthodes et (- -) la fréquence de coïncidence acoustique.

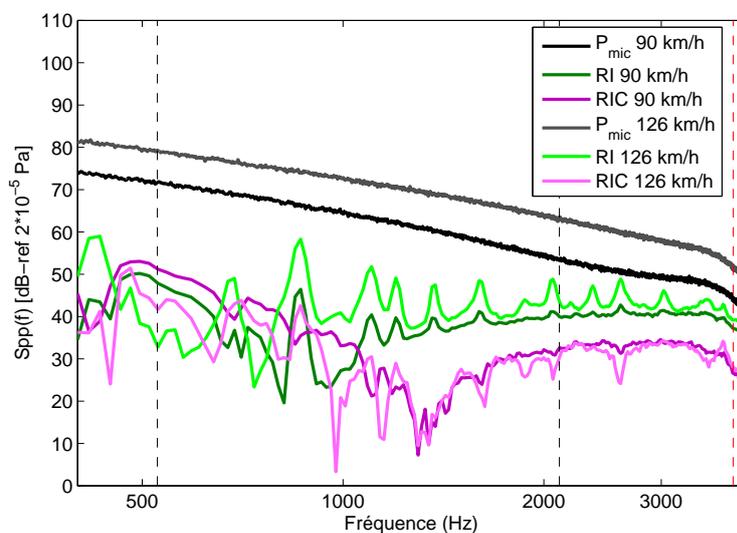


FIG. 4.12 – DSP des sources acoustiques et des pressions identifiées par RI et RIC au centre de la plaque lorsque celle-ci est excitée uniquement par une couche limite turbulente pour les deux vitesses d'écoulement. Les lignes verticales (- -) représentent les limites fréquentielles des méthodes et (- -) la fréquence de coïncidence acoustique.

4.2 Mesures sur véhicule en soufflerie

Les antennes d'accéléromètres sont appliquées sur les vitrages d'une voiture placée en soufflerie. Ces mesures ont été réalisées dans la soufflerie S2A sur une automobile Peugeot 308 pour deux vitesses d'écoulement (140 km/h et 160 km/h) et sur différents vitrages : vitre conducteur, vitre passager arrière gauche et lunette arrière.

4.2.1 Dispositif expérimental

Comme illustré en figure 4.13, la voiture est placée face à l'écoulement et une source acoustique externe secondaire émettant un signal harmonique est placée en bord de veine (en dehors de l'écoulement) face aux vitrages instrumentés au moyen des antennes accélérométriques.

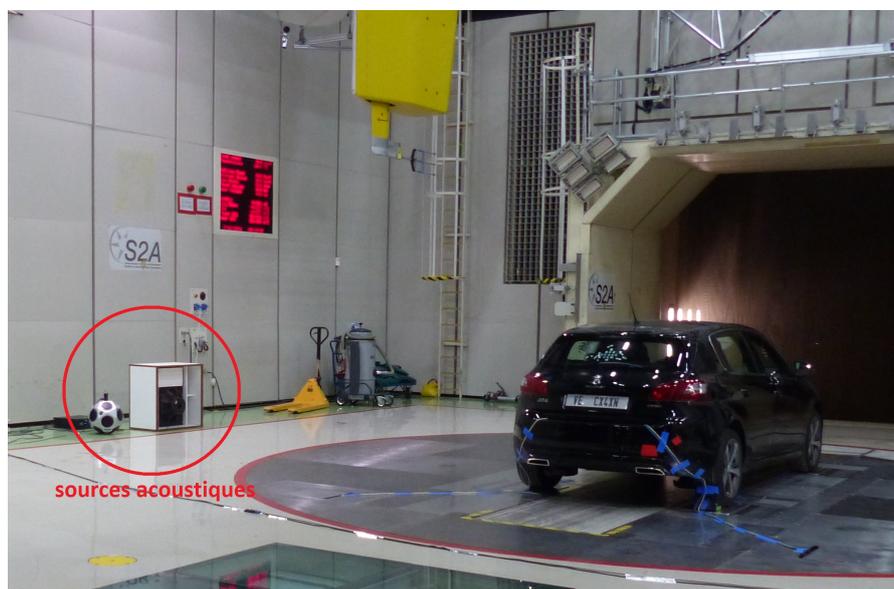


FIG. 4.13 – Photographie du dispositif expérimental dans la soufflerie S2A : la voiture instrumentée est placée face à l'écoulement et la source acoustique en dehors de l'écoulement face aux vitres instrumentées.

Les antennes accélérométriques sont collées sur les vitrages à l'intérieur de l'habitacle pour ne pas perturber l'écoulement. Au centre de chaque antenne, un microphone affleurant 1/4" a été placé sur la face extérieure du vitrage pour mesurer directement la pression pariétale (voir Fig. 4.14 et 4.15a). Cette mesure au centre d'une antenne n'a pas lieu en même temps que les acquisitions de façon à ne pas perturber la mesure réalisée par les accéléromètres. Enfin, une tête acoustique instrumentée de deux microphones a été installée à la place du conducteur pour mesurer le bruit perçu à l'intérieur de l'habitacle. Pour avoir la mesure la plus directe possible, c'est avec le microphone de l'oreille gauche de la tête acoustique, soit celui qui est le plus proche de la vitre conducteur, que les reconstructions seront comparées. Sa mesure, bien que peu précise car réalisée en tiers d'octave (mesure réalisée par l'équipe de la soufflerie), permet d'avoir une estimation du bruit transmis dans l'habitacle.



FIG. 4.14 – Photographie de la Peugeot 308 instrumentée par des antennes accélémétriques sur les faces internes des vitrages et par des microphones affleurant sur les faces externes.

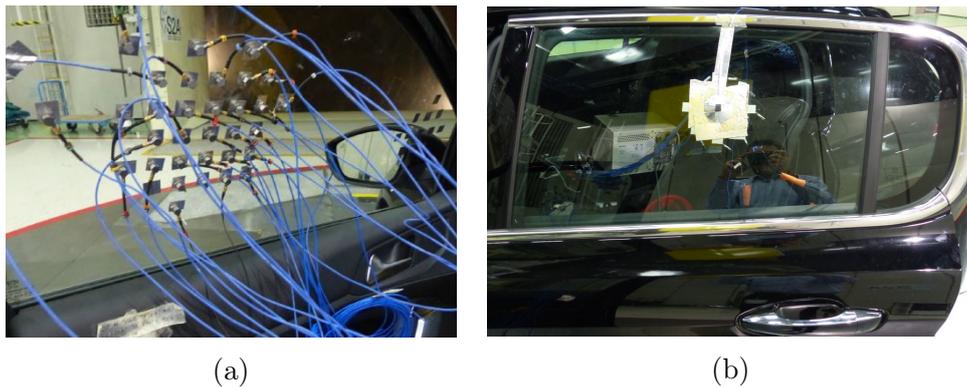


FIG. 4.15 – (a) Antenne accélémétrique sur la vitre conducteur. (b) Microphone affleurant pour mesurer la pression de référence.

4.2.2 Protocole expérimental

Plusieurs configurations de mesures, répertoriées dans le tableau 4.2, ont été testées durant les campagnes d'acquisition. Pour chaque séquence de mesures associée à une antenne, la plaque est successivement excitée par la source acoustique seule, l'écoulement et la source acoustique pour deux niveaux sonores et enfin par l'écoulement seul.

Cinq antennes ont été utilisées :

- l'antenne standard à 13 capteurs espacés de $\Delta = 3$ cm (voir Fig. 4.16, 4.29 et 4.34),
- l'antenne standard à 13 capteurs espacés de $\Delta = 6$ cm (voir Fig. 4.24),
- l'antenne polaire à 17 capteurs avec un pas spatial $\Delta_r = 3$ cm et un pas angulaire $\Delta_\theta = 45^\circ$ (voir Fig. 4.41),
- l'antenne décentrée à 49 capteurs (7×7) espacés de $\Delta = 3$ cm (voir Fig. 4.48),

vitre	antenne	écoulement	source acoustique	figure
conducteur	standard 3 cm	aucun	1500 Hz	Fig. 4.18
		140 km/h	émergente 1000 Hz	Fig. 4.19
			masquée 1000 Hz	Fig. 4.20
			aucune	Fig. 4.21
		160 km/h	émergente 1000 Hz	Fig. E.1
			masquée 1000 Hz	Fig. E.2
	aucune		Fig. 4.22	
	standard 6 cm	140 km/h	émergente 1000 Hz	Fig. 4.25
			masquée 1000 Hz	Fig. 4.27
			aucune	Fig. 4.28
	polaire	aucun	1500 Hz	Fig. 4.42
		140 km/h	émergente 1500 Hz	Fig. 4.43
masquée 1500 Hz			Fig. 4.44	
aucune			Fig. 4.45	
décentrée opt.	140 km/h	émergente 1000 Hz	Fig. 4.51	
passager arrière	standard 3 cm	140 km/h	émergente 1000 Hz	Fig. 4.30
			masquée 1000 Hz	Fig. 4.31
			aucune	Fig. 4.32
	polaire	140 km/h	émergente 1500 Hz	Fig. E.4
			aucune	Fig. E.5
lunette arrière	standard 3 cm	140 km/h	émergente 1000 Hz	Fig. 4.35
			masquée 1000 Hz	Fig. 4.36
			aucune	Fig. 4.37
	décentrée	140 km/h	aucune	Fig. 4.52

TAB. 4.2 – Tableau récapitulatif des différentes configurations de mesures réalisées sur le véhicule.

- l'antenne décentrée optimisée à 29 capteurs espacés de $\Delta = 3$ cm (voir Fig. 4.47).

Chaque configuration employant les antennes standard et polaire suit un protocole déterminé comportant 4 phases. La première de ces phases fait office de validation des méthodes inverses et ne sera présentée que pour la vitre conducteur :

- phase 1 : **source acoustique seule**
Afin de vérifier la capacité des méthodes inverses à reconstruire la distribution de forces appliquée sur le vitrage, une première expérience consiste à exciter le vitrage par uniquement une source acoustique que l'on choisit comme étant harmonique (sinus 1500 Hz). Les résultats de ce test seront présentés sur la vitre conducteur pour les antennes standard et polaire (voir tableau 4.2).
- phase 2 : **source acoustique émergente et écoulement**
Le niveau de la source acoustique de fréquence 1000 ou 1500 Hz est réglé pour être 6 dB plus élevé que celui de l'écoulement à 140 km/h. Le réglage est effectué par rapport au signal enregistré par le microphone affleurant placé sur la vitre conducteur au point correspondant au centre de l'antenne accélérométrique.
- phase 3 : **source acoustique masquée et écoulement**
Le niveau de la source acoustique de fréquence 1000 ou 1500 Hz est réglé pour être inférieur de plus de 6 dB à celui de l'écoulement à 140 km/h. Le réglage est réalisé de la même manière que pour la source acoustique émergente.
- phase 4 : **écoulement seul**
La source acoustique externe est éteinte, il n'y a que l'écoulement.

L'antenne décentrée est utilisée en configuration de phase 2 sur la vitre conducteur et l'antenne décentrée optimisée sur la lunette arrière en phase 4.

Les résultats sont représentés sous la forme de densités spectrales de puissance (DSP) des pressions reconstruites par les méthodes inverses RI et RIC appliquées sur les signaux acquis par les différentes antennes d'accéléromètres. Ces DSP seront comparées à celles des pressions mesurées par le microphone affleurant et par la tête acoustique. Elles sont obtenues par périodogrammes de Welch en utilisant une fenêtre de Hanning. Les données ont été enregistrées pendant 45 secondes à une fréquence d'échantillonnage de 25.6 kHz. Les moyennes sont réalisées sur 1600 blocs de 0.0625 secondes avec un taux de recouvrement de 66%.

Le tableau 4.3 donne les valeurs des fréquences de coïncidence acoustique pour les différents vitrages de la voiture. Sur les graphiques présentant les résultats, cette valeur sera représentée par une droite rouge en pointillés.

4.2.3 Application des méthodes RI et RIC classiques sur les différents vitrages de la voiture

4.2.3.1 Vitre conducteur

L'antenne standard a permis de calculer la distribution de force en son centre par les méthodes RI et RIC (voir Fig. 4.16) sur une bande de fréquences comprises entre 980 Hz

vitre	fréquence de coïncidence acoustique
conducteur	3700 Hz
passager arrière	4523 Hz
lunette arrière	4633 Hz

TAB. 4.3 – Valeurs des fréquences de coïncidence acoustique pour les différents vitrages du véhicule.

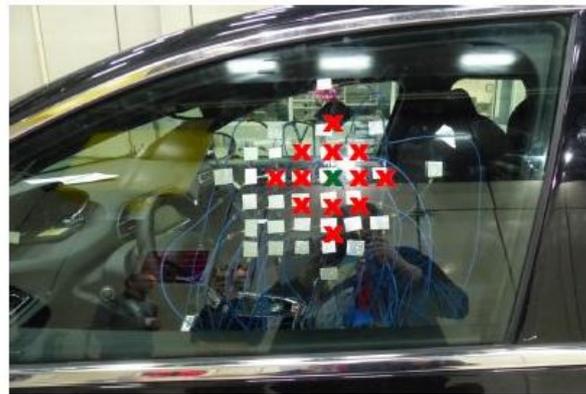


FIG. 4.16 – Antenne de 13 accéléromètres espacés de $\Delta = 3$ cm appliquée sur la vitre conducteur. La croix verte représente le point où la pression est reconstruite.

et 8800 Hz. Pour visualiser le filtrage théorique réalisé par cette antenne, les modules des fonctions de transfert des filtres $H^{PoutreRI}$ et $H^{PoutreRIC}$ sont illustrés à la figure 4.17 pour différentes fréquences.

• Source acoustique seule

Les résultats, présentés à la figure 4.18 et au tableau 4.4, montrent que les deux méthodes identifient la source acoustique à 1500 Hz avec une précision de 3 dB par rapport à la mesure réalisée par le microphone. L'harmonique à 3000 Hz est surtout reconstruite par la méthode RI qui à cette fréquence (voir Fig. 4.17d) est plus sélective que la méthode RIC. À 4500 Hz, soit au delà de la fréquence de coïncidence acoustique, l'harmonique est identifiée par les deux méthodes mais son niveau est sous-estimé surtout par la méthode RIC qui est de plus en plus sélective (voir Fig. 4.17e).

	source acoustique 1500 Hz	harmonique 3000 Hz	harmonique 4500 Hz
microphone	68 dB	6.5 dB	12.4 dB
RI	65.1 dB	4.5 dB	5.8 dB
RIC	65.1 dB	-1.4 dB	0.14 dB

TAB. 4.4 – Amplitude en dB de la source acoustique et de ses harmoniques mesurées par le microphone et reconstruites par les méthodes inverses.

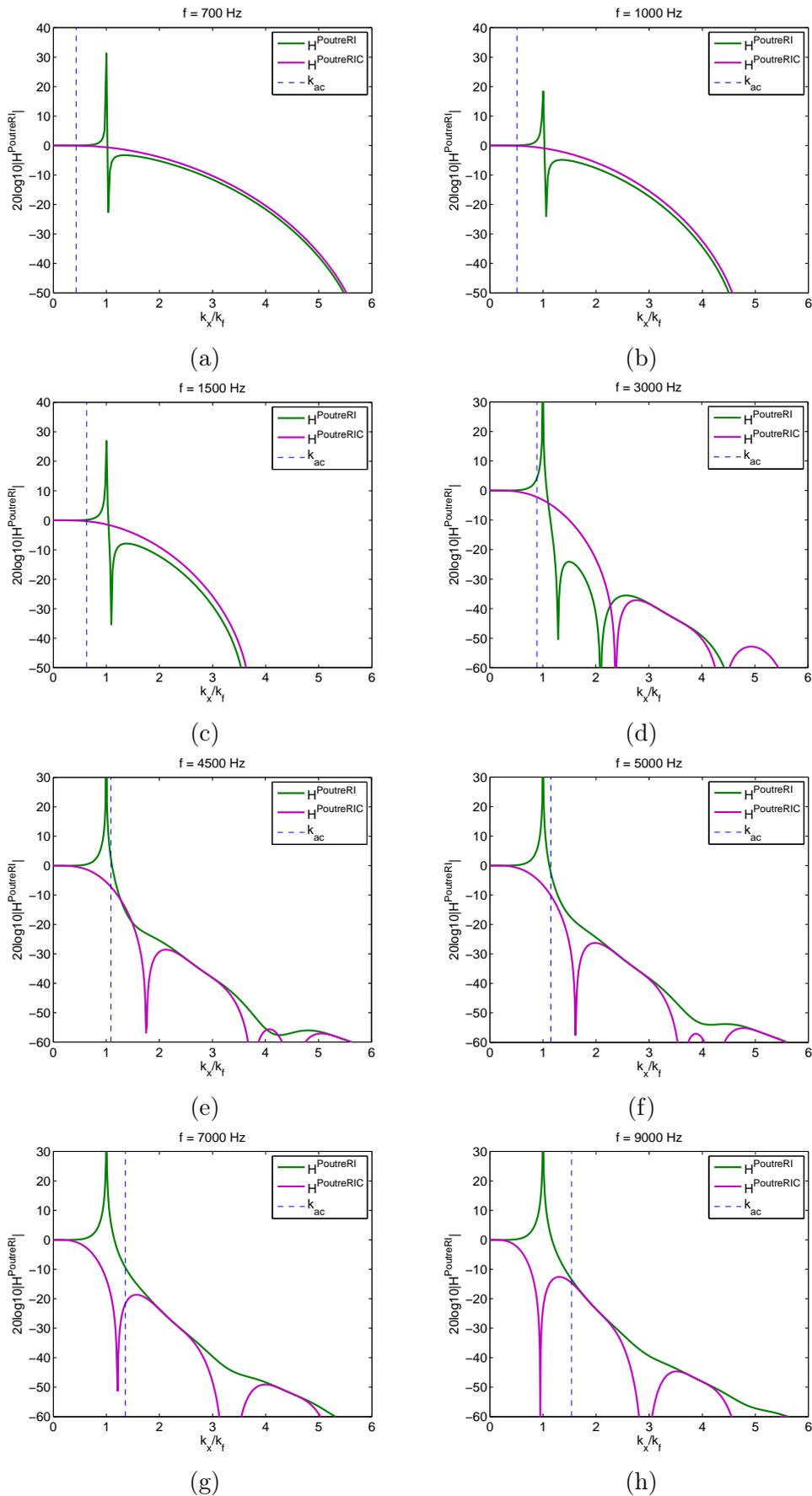


FIG. 4.17 – Modules des fonctions de transfert des filtres $H^{PoutreRI}$ et $H^{PoutreRIC}$ pour différentes fréquences : (a) 700 Hz, (b) 1000 Hz, (c) 1500 Hz, (d) 3000 Hz, (e) 4500 Hz, (f) 5000 Hz, (g) 7000 Hz et (h) 9000 Hz.

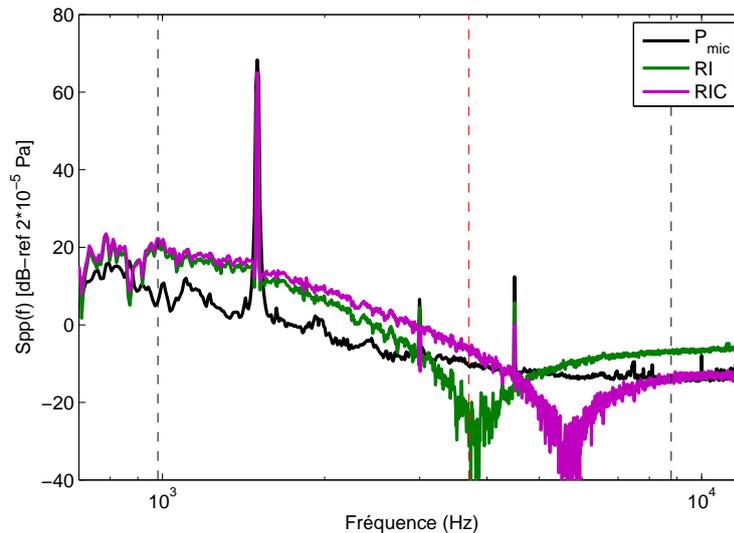


FIG. 4.18 – DSP de la source acoustique identifiée par le microphone affleurant et des pressions reconstruites par RI et RIC sur la vitre conducteur excitée par une source harmonique à 1500 Hz. Les lignes verticales (- -) représentent les limites fréquentielles des méthodes et (- -) la fréquence de coïncidence acoustique.

• Source acoustique émergente et écoulement

Comme présenté sur les spectres de la figure 4.19, les méthodes RI et RIC sont capables d'identifier la source acoustique précisément ainsi que le niveau de pression mesuré par la tête acoustique à l'intérieur du véhicule. À partir de 3700 Hz, soit à la fréquence de coïncidence acoustique, les deux méthodes commencent à se différencier, la méthode RI surestime le niveau de la composante bas nombres d'onde contrairement à la méthode RIC qui reste valide jusqu'à la fréquence haute de validité de la méthode. En effet, les singularités non corrigées dans le filtrage réalisé par la méthode RI amplifient les données, ce qui surestime fortement la reconstruction. Au contraire, le facteur correctif apporté dans la méthode RIC traite une grande partie des singularités et permet un filtrage beaucoup plus sélectif autour du nombre d'onde de flexion de la structure.

• Source acoustique masquée et écoulement

Les spectres représentés en figure 4.20 montrent que la source acoustique n'est pas mesurée par le microphone affleurant placé dans l'écoulement, mais qu'elle est bien identifiée par les méthodes inverses et par le microphone de la tête acoustique placée dans l'habitacle à la place du conducteur. Cette mesure confirme le fait que la vitre joue le rôle d'un filtre passe-bas en nombre d'onde et que seule la composante bas nombres d'onde est transmise à l'intérieur du véhicule.

• Écoulement seul

La figure 4.21 présente la reconstruction réalisée par les méthodes inverses lorsque l'excitation est l'écoulement seul. Comme précédemment les résultats des deux méthodes

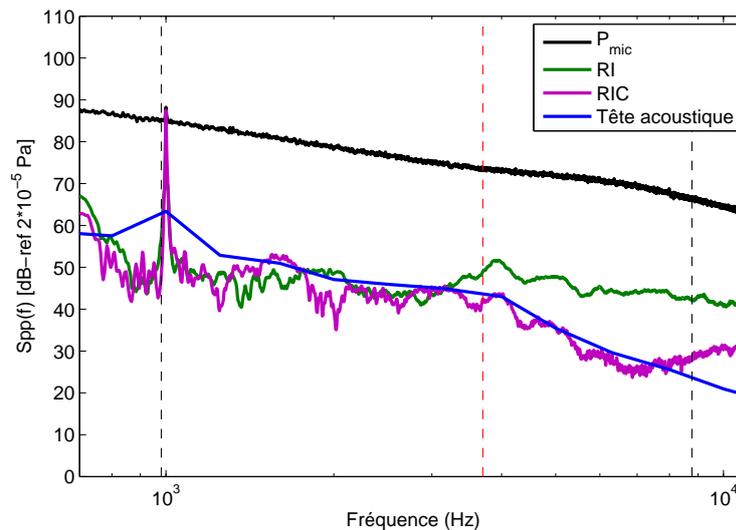


FIG. 4.19 – DSP de la source acoustique identifiée par le microphone affleurant et des pressions reconstruites par RI et RIC sur la vitre conducteur excitée par l'écoulement à une vitesse de 140 km/h et une source harmonique à 1000 Hz de niveau supérieur à celui de l'écoulement. Les lignes verticales (- -) représentent les limites fréquentielles des méthodes et (- -) la fréquence de coïncidence acoustique.

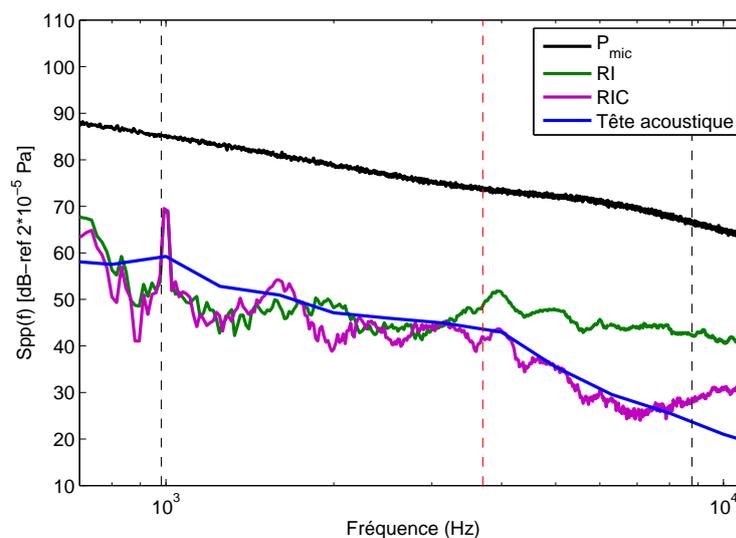


FIG. 4.20 – DSP de la source acoustique identifiée par le microphone affleurant et des pressions reconstruites par RI et RIC sur la vitre conducteur excitée par l'écoulement à une vitesse de 140 km/h et une source harmonique à 1000 Hz de niveau inférieur à celui de l'écoulement. Les lignes verticales (- -) représentent les limites fréquentielles des méthodes et (- -) la fréquence de coïncidence acoustique.

s'éloignent à partir de la fréquence de coïncidence acoustique de la structure, RI surestime le niveau de la composante bas nombres d'onde alors que RIC présente une bonne corrélation avec la mesure réalisée dans l'habitacle par le microphone de l'oreille gauche

de la tête acoustique et cela jusqu'à la limite haute fréquence de validité. D'après ces résultats, la composante bas nombres d'onde est en moyenne inférieure de 30 dB à la composante totale entre 700 et 4000 Hz et de 40 dB entre 4000 Hz et 9000 Hz.

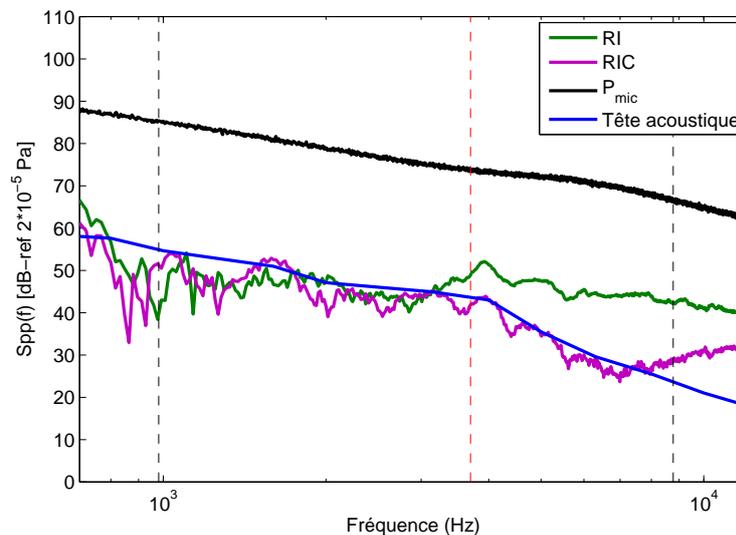


FIG. 4.21 – DSP de la source acoustique et des pressions identifiées par RI et RIC sur la vitre conducteur excitée par un écoulement turbulent à une vitesse de 140 km/h. Les lignes verticales (- -) représentent les limites fréquentielles des méthodes et (- -) la fréquence de coïncidence acoustique.

• Variation de la vitesse d'écoulement

Les mesures sont réitérées pour une vitesse d'écoulement égale à 160 km/h. La source acoustique ajoutée, émergente ou masquée, est très bien détectée par les deux méthodes inverses (voir annexe E).

La figure 4.22 présente l'application des méthodes inverses lorsque l'excitation est l'écoulement turbulent seul à la vitesse de 160 km/h. Les conclusions sont les mêmes que pour un écoulement à vitesse moindre ; à partir de la fréquence de coïncidence acoustique, les deux méthodes diffèrent et RI surestime la reconstruction. La méthode RIC reconstruit assez fidèlement le niveau moyen mesuré par la tête acoustique placée sur le siège conducteur.

La figure 4.23 permet d'étudier et de comparer l'influence de la vitesse de l'écoulement turbulent sur les niveaux mesurés par les microphones et la reconstruction réalisée par la méthode RIC.

Une différence de 3 à 4 dB est relevée sur toute la gamme de fréquences par les microphones affleurants et la tête acoustique placée dans l'habitacle. Pour la méthode RIC, cette différence est surtout marquée à partir de 2800 Hz. Le niveau de la composante acoustique augmente quand la vitesse de l'écoulement est plus élevée.

Entre 1000 Hz et 2800 Hz, RIC donne des résultats similaires pour les deux vitesses. Comme nous l'avons remarqué dans le chapitre 3, la nature de l'écoulement n'est pas

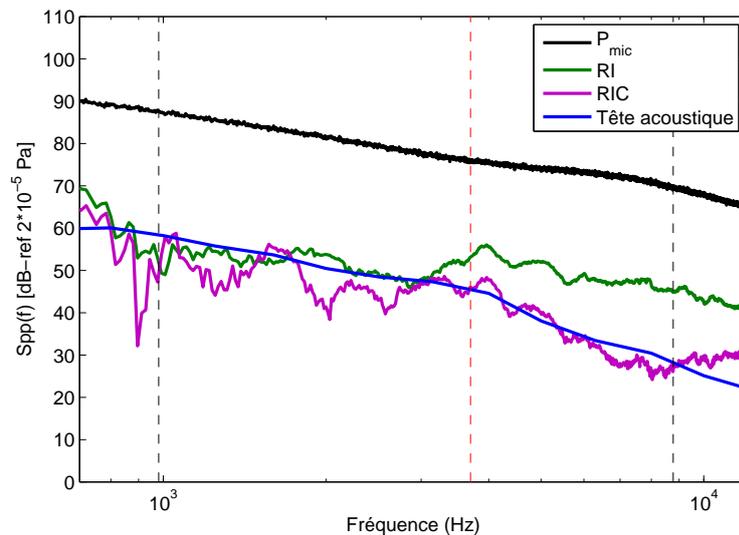


FIG. 4.22 – DSP de la source acoustique et des pressions identifiées par RI et RIC sur la vitre conducteur excitée par un écoulement turbulent à une vitesse de 160 km/h. Les lignes verticales (- -) représentent les limites fréquentielles des méthodes et (- -) la fréquence de coïncidence acoustique.

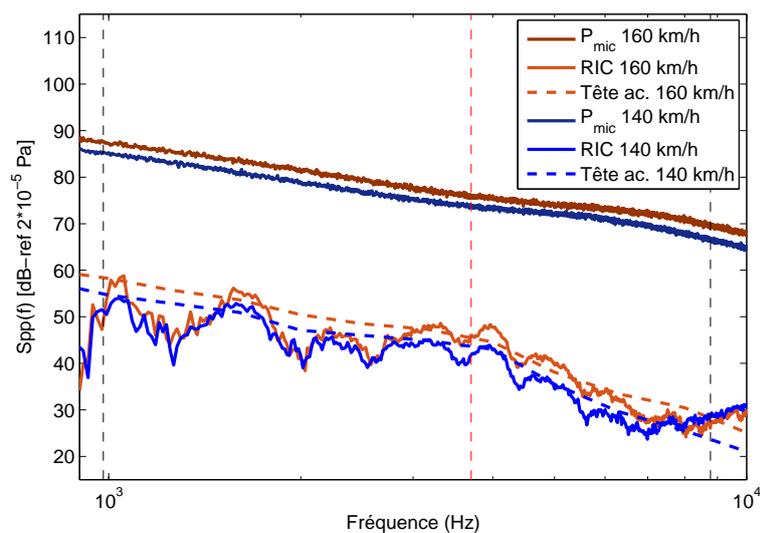


FIG. 4.23 – DSP de la source acoustique et des pressions identifiées par RIC sur la vitre conducteur excitée par un écoulement turbulent à une vitesse de 140 km/h et 160 km/h. Les lignes verticales (- -) représentent les limites fréquentielles des méthodes et (- -) la fréquence de coïncidence acoustique.

clairement définie sur cette partie du vitrage et sa nature est très différente d'un endroit à l'autre. Il est possible que l'antenne d'accéléromètres couvre deux zones très différentes énergétiquement (probablement la zone de recollement et la zone où l'écoulement est développé) et que la composante acoustique ne soit alors pas clairement caractérisée ou alors que pour ce type d'écoulement turbulent, le niveau de la composante acoustique

n'augmente pas systématiquement avec celui de la vitesse d'écoulement pour toutes les fréquences.

- **Augmentation du pas de discrétisation de l'antenne**

Les mesures sont considérées sur une antenne classique à 13 capteurs espacés de $\Delta = 6$ cm. Le point central de l'antenne est le même que pour l'antenne précédente (voir Fig. 4.24), d'ailleurs les mesures ont été réalisées simultanément pour les deux configurations.

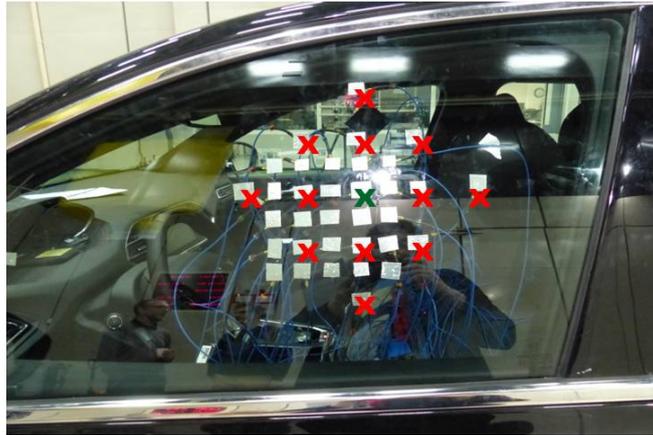


FIG. 4.24 – Antenne de 13 accéléromètres espacés de $\Delta = 6$ cm appliquée sur la vitre conducteur. La croix verte représente le point où la pression est reconstruite.

D'après les formules 1.32, augmenter le pas de discrétisation de l'antenne diminue le domaine de validité fréquentielle des méthodes inverses : pour un pas spatial $\Delta = 3$ cm, la gamme de fréquences est de [980 Hz - 8800 Hz] et pour un pas spatial $\Delta = 6$ cm, de [550 Hz - 2200 Hz].

Comme le montrent les modules des fonctions de transfert des filtres $H^{PoutreRI}$ et $H^{PoutreRIC}$ à la figure 4.26, le filtrage appliquée par l'antenne dont les capteurs sont espacés de 6 cm est beaucoup plus sélectif que celui réalisé par l'antenne dont les capteurs sont espacés de 3 cm. Cependant au dessus de 2200 Hz, soit au-delà de la limite haute fréquence de validité, le filtre $H^{PoutreRIC}$ présente une coupure forte avant le nombre d'onde de flexion de la plaque (soit $k_x = k_f$), la composante acoustique est sous-estimée, ce qui est vérifié à la figure 4.25 qui présente la reconstruction de la distribution de forces quand l'excitation est l'écoulement à une vitesse de 140 km/h et la source acoustique émergente. Ensuite, avec l'augmentation de la fréquence, le filtrage se décale de plus en plus vers les bas nombres d'onde et le lobe secondaire s'amplifie. Le filtrage n'est plus passe-bas, les nombres d'onde contenus dans le cercle de rayon k_f sont fortement amplifiés et la composante acoustique reconstruite est surestimée.

La méthode RI surestime le niveau de la composante acoustique sur tout le domaine d'étude. Bien qu'ayant une sélectivité plus forte, le filtre présente une amplification importante au nombre d'onde de flexion et à partir de 1000 Hz, contrairement au filtrage réalisé par l'antenne dont les capteurs sont espacés de 3 cm, cette amplification n'est pas

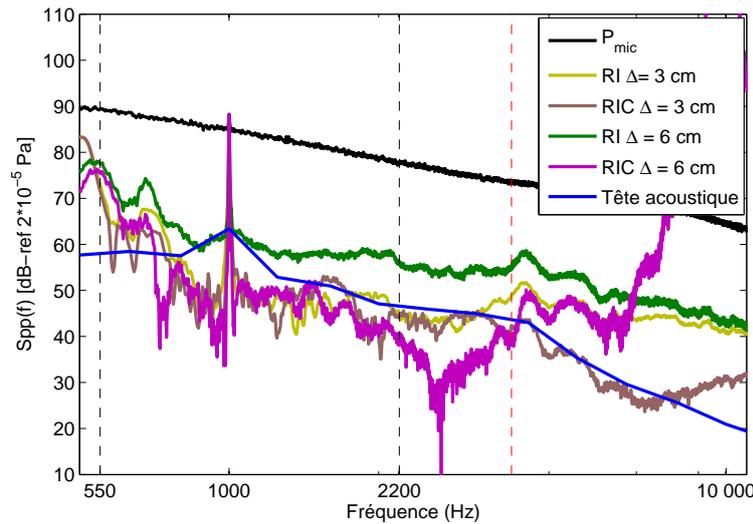


FIG. 4.25 – DSP de la source acoustique identifiée par le microphone affleurant et des pressions reconstruites par RI et RIC sur la vitre conducteur excitée par l'écoulement à une vitesse de 140 km/h et une source harmonique à 1000 Hz de niveau supérieur à celui de l'écoulement. Les reconstructions RI et RIC pour $\Delta = 3$ cm sont celles de la figure 4.19.

suivie par un anti-pic qui permet une certaine compensation de l'amplification et limite la surestimation dans la reconstruction de la distribution de forces.

Concernant la source acoustique (sinus 1000 Hz), elle est reconstruite précisément par toutes les méthodes et ces conclusions peuvent être étendues au cas de la source acoustique masquée (voir Fig 4.27).

Lorsque l'excitation est l'écoulement seul (voir Fig. 4.28), les conclusions sont les mêmes. Dans la gamme de validité fréquentielle [550 Hz - 2200 Hz], les méthodes RIC des deux antennes donnent des résultats semblables et estiment globalement le niveau de la composante acoustique tel qu'il est mesuré par le microphone gauche de la tête acoustique.

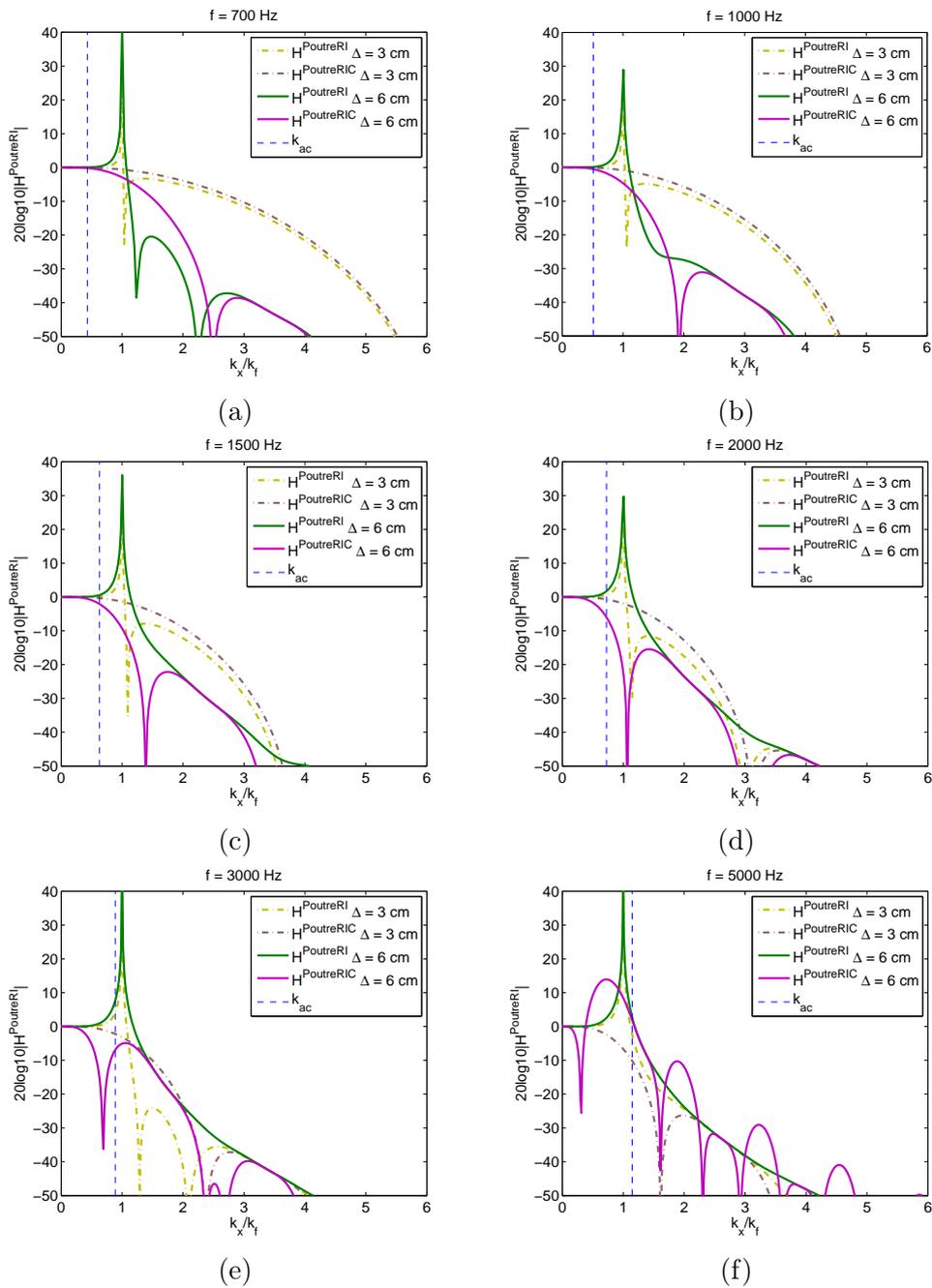


FIG. 4.26 – Modules des fonctions de transfert des filtres $H^{PoutreRI}$ et $H^{PoutreRIC}$ pour un pas spatial égal à 6 cm et pour différentes fréquences : (a) 700 Hz, (b) 1000 Hz, (c) 1500 Hz, (d) 2000 Hz, (e) 3000 Hz et (f) 5000 Hz

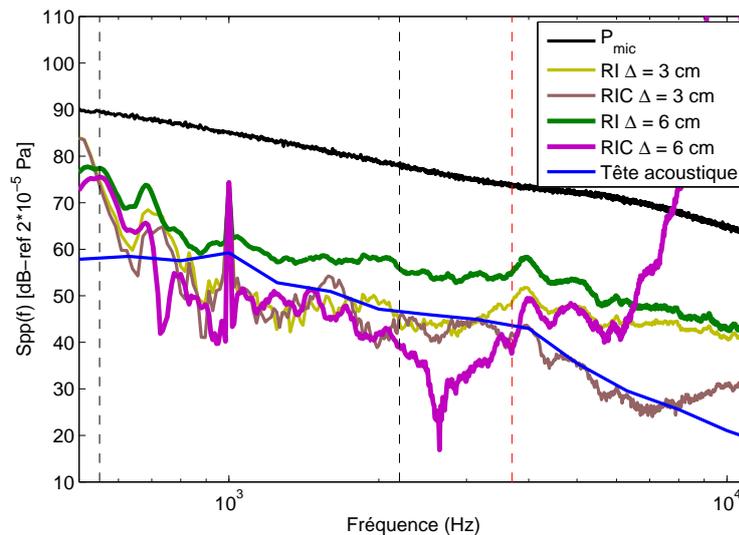


FIG. 4.27 – DSP de la source acoustique identifiée par le microphone affleurant et des pressions reconstruites par RI et RIC sur la vitre conducteur excitée par l'écoulement à une vitesse de 140 km/h et une source harmonique à 1000 Hz de niveau inférieur à celui de l'écoulement. Les reconstructions RI et RIC pour $\Delta = 3$ cm sont celles de la figure 4.20. Les lignes verticales (- -) représentent les limites fréquentielles des méthodes et (- . -) la fréquence de coïncidence acoustique.

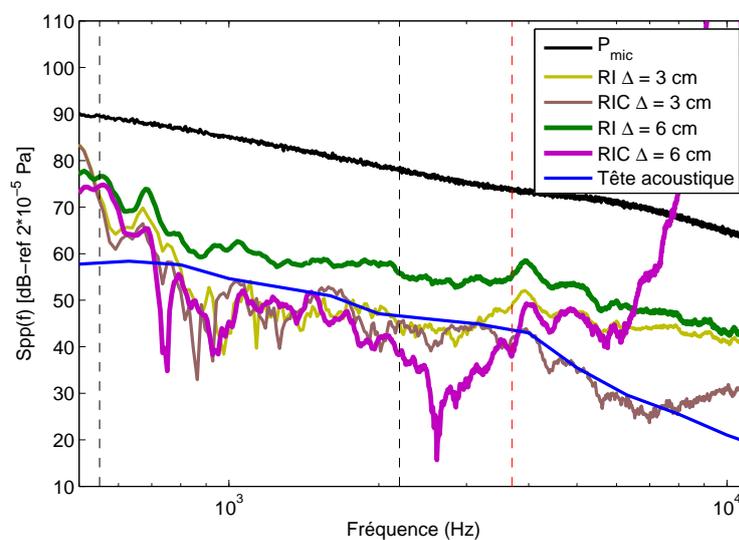


FIG. 4.28 – DSP de la source acoustique identifiée par le microphone affleurant et des pressions reconstruites par RI et RIC sur la vitre conducteur excitée par l'écoulement à une vitesse de 140 km/h. Les reconstructions RI et RIC pour $\Delta = 3$ cm sont celles de la figure 4.21. Les lignes verticales (- -) représentent les limites fréquentielles des méthodes et (- . -) la fréquence de coïncidence acoustique.

4.2.3.2 Vitre passager arrière

La même antenne est appliquée sur la vitre passager arrière (voir Fig. 4.29) où l'excitation se rapproche d'une couche limite turbulente.



FIG. 4.29 – Photographie de l'antenne de 13 accéléromètres espacés de $\Delta = 3$ cm appliquée sur la vitre passager arrière gauche.

• Source acoustique et écoulement

Les méthodes inverses identifient la source acoustique et cela même lorsque celle-ci est d'un niveau inférieur au niveau total et qu'elle n'est pas mesurée par le microphone de référence (voir Fig. 4.30 et 4.31). Les résultats des méthodes inverses diffèrent vers 1900 Hz, ce qui est plus bas en fréquence que sur la vitre conducteur. Cette différence provient de la nature de l'écoulement différente d'un vitrage à l'autre. Il semblerait ici qu'il y ait beaucoup d'énergie autour du nombre de flexion de la plaque bien avant la fréquence de coïncidence acoustique. La présence des singularités au nombre d'onde de flexion dans le filtre de la méthode RI amplifie le niveau réel de la composante bas nombres d'onde.

• Écoulement seul

La figure 4.32 présente la reconstruction de la distribution de force réalisée par les méthodes inverses lorsque l'excitation est l'écoulement seul. La tête acoustique n'ayant été placée que sur le siège conducteur, les résultats ne peuvent être comparés au bruit mesuré dans l'habitacle. La composante acoustique de l'écoulement est approximativement inférieure de 20 dB à 30 dB à la pression totale mesurée par le microphone affleurant, ce qui correspond aux conclusions émises par les différents auteurs cités en bibliographie.

La figure 4.33 compare la reconstruction réalisée pour deux vitesses d'écoulement : 140 km/h et 160 km/h. Une différence d'une moyenne de 3 dB est relevée par le microphone affleurant et par les méthodes RIC pour toutes les fréquences. L'augmentation de la vitesse d'écoulement augmente le niveau de bruit à l'extérieur et à l'intérieur de l'habitacle automobile.

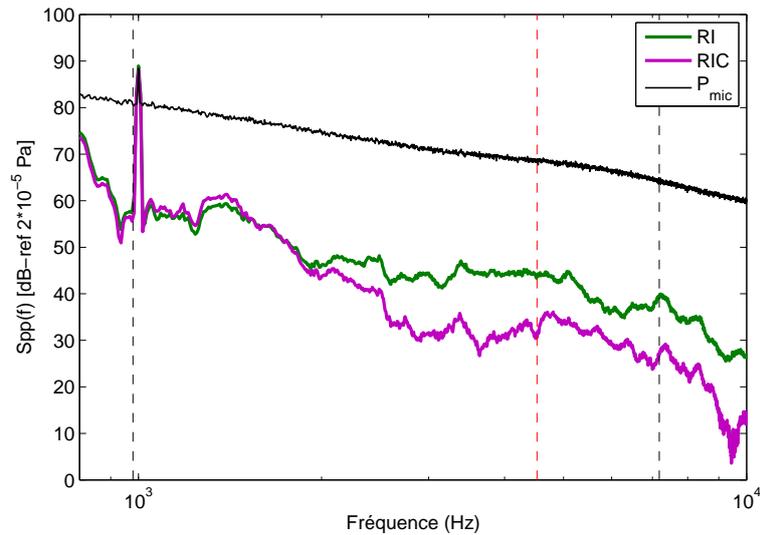


FIG. 4.30 – DSP de la source acoustique identifiée par le microphone affleurant et des pressions reconstruites par RI et RIC sur la vitre passager arrière gauche excitée par l'écoulement à une vitesse de 140 km/h et une source harmonique à 1000 Hz de niveau supérieur à celui de l'écoulement. Les lignes verticales (- -) représentent les limites fréquentielles des méthodes et (- . -) la fréquence de coïncidence acoustique.

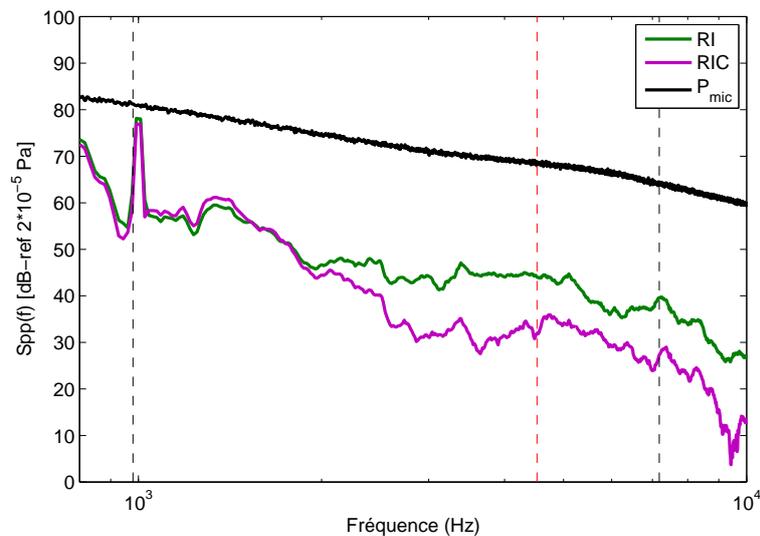


FIG. 4.31 – DSP de la source acoustique identifiée par le microphone affleurant et des pressions reconstruites par RI et RIC sur la vitre passager arrière gauche excitée par l'écoulement à une vitesse de 140 km/h et une source harmonique à 1000 Hz de niveau inférieur à celui de l'écoulement. Les lignes verticales (- -) représentent les limites fréquentielles des méthodes et (- . -) la fréquence de coïncidence acoustique.

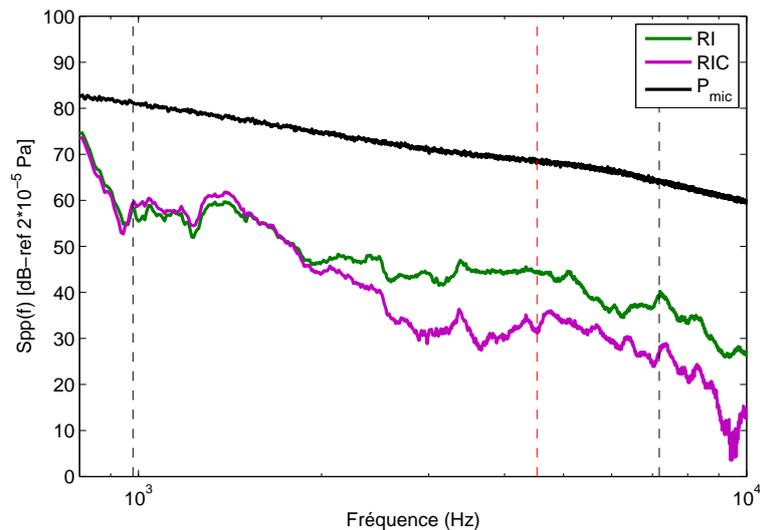


FIG. 4.32 – DSP de la source acoustique et des pressions identifiées par RI et RIC sur la vitre passager arrière gauche excitée par l'écoulement turbulent à une vitesse de 140 km/h. Les lignes verticales (- -) représentent les limites fréquentielles des méthodes et (- . -) la fréquence de coïncidence acoustique.

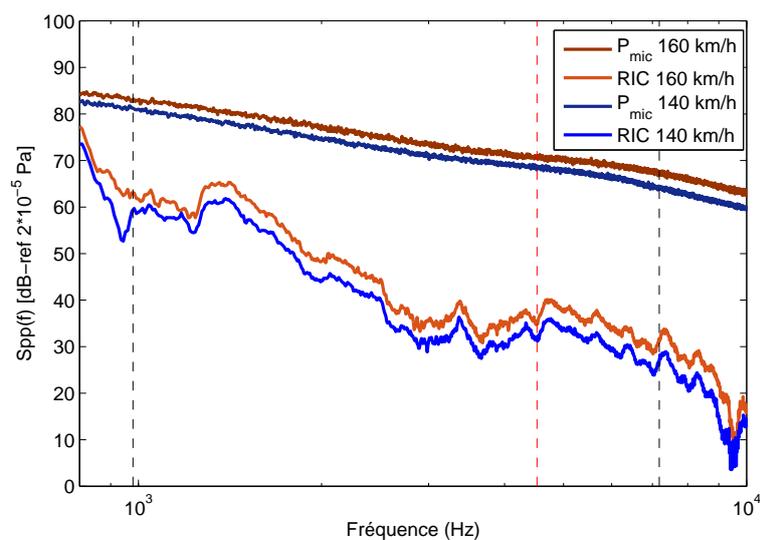


FIG. 4.33 – DSP de la source acoustique et des pressions identifiées par RIC sur la vitre passager arrière gauche excitée par l'écoulement turbulent à une vitesse de 140 km/h et 160 km/h. Les lignes verticales (- -) représentent les limites fréquentielles des méthodes et (- . -) la fréquence de coïncidence acoustique.

4.2.3.3 Lunette arrière

L'antenne à 13 points est maintenant appliquée au centre de la lunette arrière (voir Fig. 4.34). La voiture étant placée face à l'écoulement, cette zone est particulière puisque très peu excitée par la composante aérodynamique. De plus, pour la 308, l'angle d'inclinaison de la lunette arrière est élevé, ce qui engendre un décollement massif de l'écoulement.

L'antenne se trouve dans la zone de recirculation où comme l'ont démontré diverses études la pression est minimale [77, 78].



FIG. 4.34 – Photographie de l'antenne de 13 accéléromètres espacés de $\Delta = 3$ cm appliquée sur la lunette arrière.

• Source acoustique émergente et écoulement

La figure 4.35 présente la reconstruction réalisée par les méthodes inverses lorsque l'excitation est l'écoulement et la source acoustique émergente. Le niveau moyen relevé par le microphone situé sur la lunette arrière est de 40 dB inférieur à celui relevé sur la vitre conducteur. Cette mesure confirme le fait que cet endroit du véhicule est, par sa nature et son emplacement, particulièrement peu excitée par la composante aérodynamique de l'écoulement. La source harmonique est très bien détectée par le microphone et par les méthodes inverses bien que son niveau réel soit sous-estimé d'une dizaine de dB. Cela peut s'expliquer par la localisation de la source acoustique qui n'est pas face à la lunette arrière ou par la nature très complexe de l'écoulement en cet endroit.

• Source acoustique masquée et écoulement

Quand la source harmonique est d'un niveau inférieur à celui de l'écoulement, le signal harmonique à 1000 Hz n'est pas mesuré par les microphones placés sur les vitres latérales du véhicule, le niveau de la composante aérodynamique est trop élevé. Pourtant, comme le prouve la figure 4.36, le microphone placé sur la lunette arrière identifie parfaitement ce dernier : la lunette arrière est majoritairement excitée par la composante bas nombres d'onde de l'écoulement. Les méthodes inverses, bien que moins précises, identifient aussi la composante acoustique.

• Écoulement seul

Les méthodes inverses sont maintenant appliquées lorsque l'excitation est l'écoulement seul (voir Fig. 4.37). La méthode RI surestime le niveau de la composante dès 1400 Hz. La méthode RIC quant à elle, reconstruit le niveau moyen de la composante acoustique jusqu'à 4000 Hz.

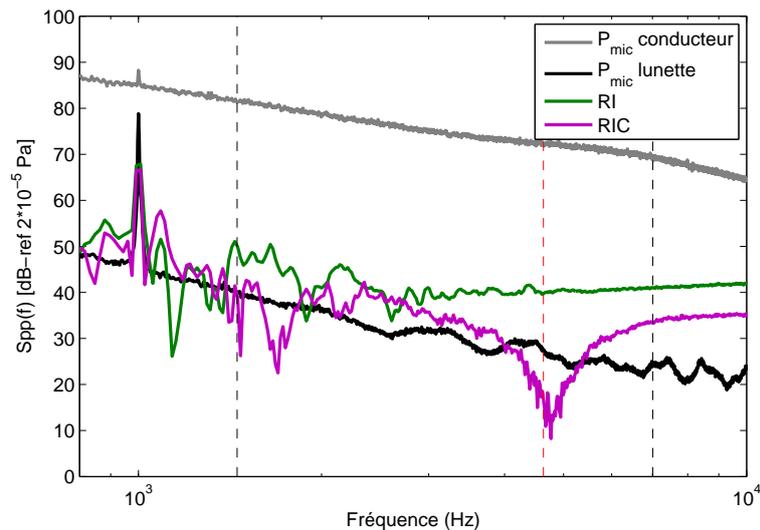


FIG. 4.35 – DSP de la source acoustique et des pressions identifiées par RI et RIC sur la lunette arrière excitée par l'écoulement à une vitesse de 140 km/h et une source harmonique à 1000 Hz de niveau supérieur à celui de l'écoulement. Les lignes verticales (- -) représentent les limites fréquentielles des méthodes et (- -) la fréquence de coïncidence acoustique.

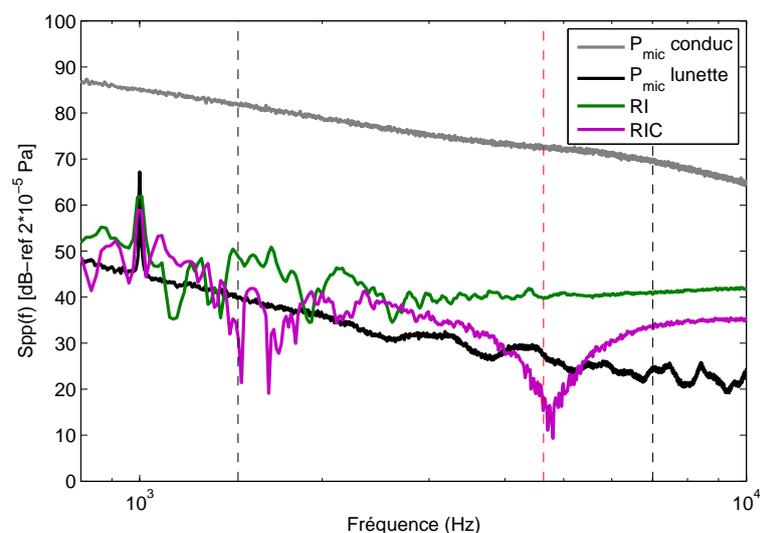


FIG. 4.36 – DSP de la source acoustique et des pressions identifiées par RI et RIC sur la lunette arrière excitée par l'écoulement à une vitesse de 140 km/h et une source harmonique à 1000 Hz de niveau inférieur à celui de l'écoulement. Les lignes verticales (- -) représentent les limites fréquentielles des méthodes et (- -) la fréquence de coïncidence acoustique.

A partir de 4000 Hz, on relève une chute du niveau de la reconstruction suivie d'une amplification, cette singularité est le signe que les paramètres choisis lors de l'application des méthodes ne sont pas exactement les bons. Effectivement, la lunette arrière est un

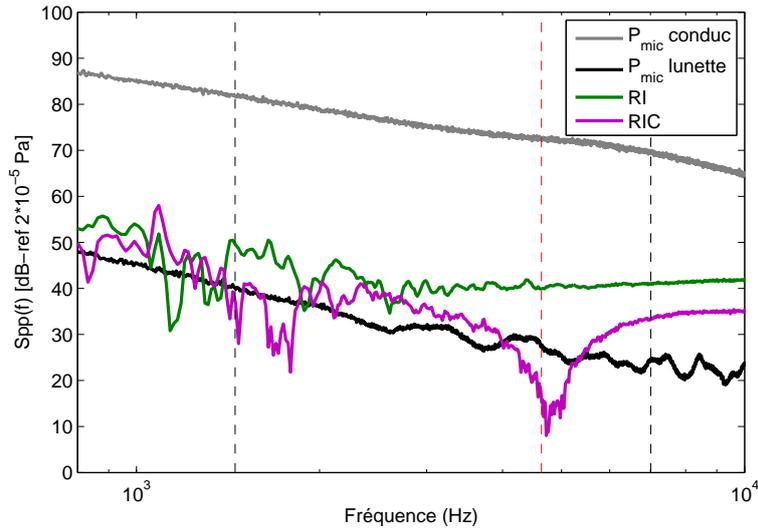


FIG. 4.37 – DSP de la source acoustique et des pressions identifiées par RI et RIC sur la lunette arrière excitée par l'écoulement à une vitesse de 140 km/h. Les lignes verticales (- -) représentent les limites fréquentielles des méthodes et (- . -) la fréquence de coïncidence acoustique.

vitrage dont les paramètres mécaniques ne sont pas clairement définis, l'ajout du système de dégivrage ou les différents traitements appliqués changent les caractéristiques du matériau. Les paramètres réels n'étant pas connus, ils ont été estimés lors de l'application des méthodes inverses. Le nombre d'onde de flexion de la plaque estimé est alors légèrement faussé et l'équation du filtre $H^{PoutreRIC}$ de l'équation (1.34) devient :

$$H_F^{PoutreRIC}(k_x, \omega) = \frac{\mu_F^4 \kappa_{1D}^4 - k_{fF}^4}{k^4 - k_f^4}, \quad (4.1)$$

où k_{fF} est le nombre de flexion faussé estimé à partir des différents paramètres mécaniques de la structure et μ_F le facteur correctif faussé.

Dans ce cas, la racine du numérateur n'est plus égale au pôle du dénominateur et le filtre n'est plus un filtre passe-bas. Le facteur correctif, lui aussi faux, ne permet pas d'aligner la résonance et l'anti-résonance et les singularités ne sont pas annulées.

La figure 4.38 illustre le filtrage réalisé à une fréquence de 4000 Hz lorsqu'une erreur de 15% est faite sur k_f . L'anti-pic de la méthode RIC se trouve avant le nombre d'onde de flexion de la plaque (soit $k_x/k_f = 1$). Sur les figures, le nombre d'onde acoustique k_{ac} est représenté par une droite bleue en pointillés, c'est à cet endroit que l'amplitude de la composante acoustique est maximale (voir Fig. 1.7). À cette fréquence la reconstruction est donc largement sous-estimée.

À 6000 Hz (voir Fig. 4.39), le filtrage s'est décalé dans les bas nombres d'onde et le nombre d'onde acoustique, qui augmente avec la fréquence, se retrouve plus proche d'un pic, ce qui va amplifier la reconstruction.

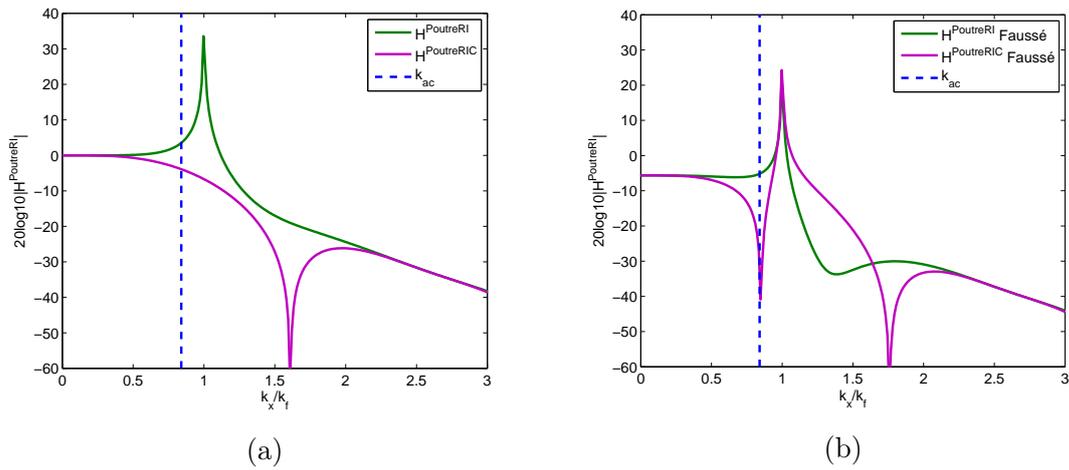


FIG. 4.38 – Module des fonctions de transfert des filtres $H^{PoutreRI}$ et $H^{PoutreRIC}$ lorsque k_f est exact (a) et lorsque k_f est faussé (erreur de 15 %) (b) à une fréquence de 4000 Hz.

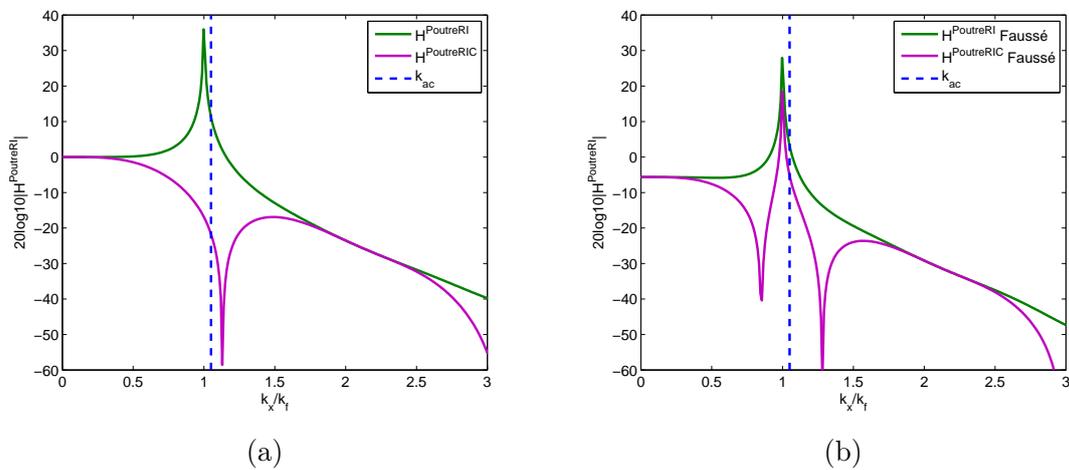


FIG. 4.39 – Module des fonctions de transfert des filtres $H^{PoutreRI}$ et $H^{PoutreRIC}$ lorsque k_f est exact (a) et lorsque k_f est faussé (erreur de 15 %) (b) à une fréquence de 6000 Hz.

En conclusion, dans le cas où les paramètres ne sont pas exactes, on voit apparaître sur la reconstruction une chute de pression suivie d’une amplification, exactement comme sur les reconstructions réalisées sur la lunette arrière. Ces résultats démontrent à quel point il est important que les paramètres soient connus le plus justement possible pour que la reconstruction soit précise.

Remarque : cette chute de pression apparaît aussi sur les distributions de forces reconstruites par la méthode RIC à partir des mesures réalisées sur la plaque en soufflerie (voir section 4.1.2.2). Ce marqueur prouve qu’il existe une imprécision sur les paramètres mécaniques de la plaque.

4.2.4 Application des méthodes RI et RIC polaires sur les vitres conducteur et passager arrière

Une antenne polaire à 17 capteurs est placée sur la vitre conducteur et la vitre passager arrière gauche et un microphone affleurant est placé au centre de chaque antenne pour mesurer la pression de référence. Le pas spatial Δ_r est égal à 3 cm et le pas angulaire Δ_θ égal à 45° (voir Fig. 4.40 et 4.41).



FIG. 4.40 – Photographie de l'antenne polaire contenant 17 accéléromètres espacés de $\Delta = 3$ cm appliquée sur la vitre conducteur.

4.2.4.1 Vitre conducteur

- **Source acoustique seule**

La figure 4.42 montre que les méthodes identifient assez précisément la composante acoustique. Les antennes polaires peuvent donc être appliquées sur des cas où l'excitation est plus complexe.

- **Source acoustique émergente et écoulement**

Sur la figure 4.43, les méthodes inverses identifient la source acoustique en sous-estimant légèrement le niveau réel mesuré par le microphone affleurant. La mesure de la tête acoustique présente un maximum autour de 1500 Hz. Par ailleurs, pour les autres fréquences, la pression mesurée par la tête acoustique et celle reconstruite par la méthode RIC sont très proches et suivent les mêmes tendances.

- **Source acoustique masquée et écoulement**

Sur la figure 4.44, les méthodes inverses polaires permettent une bonne détection de la source alors même que celle-ci n'est pas mesurée par le microphone affleurant.

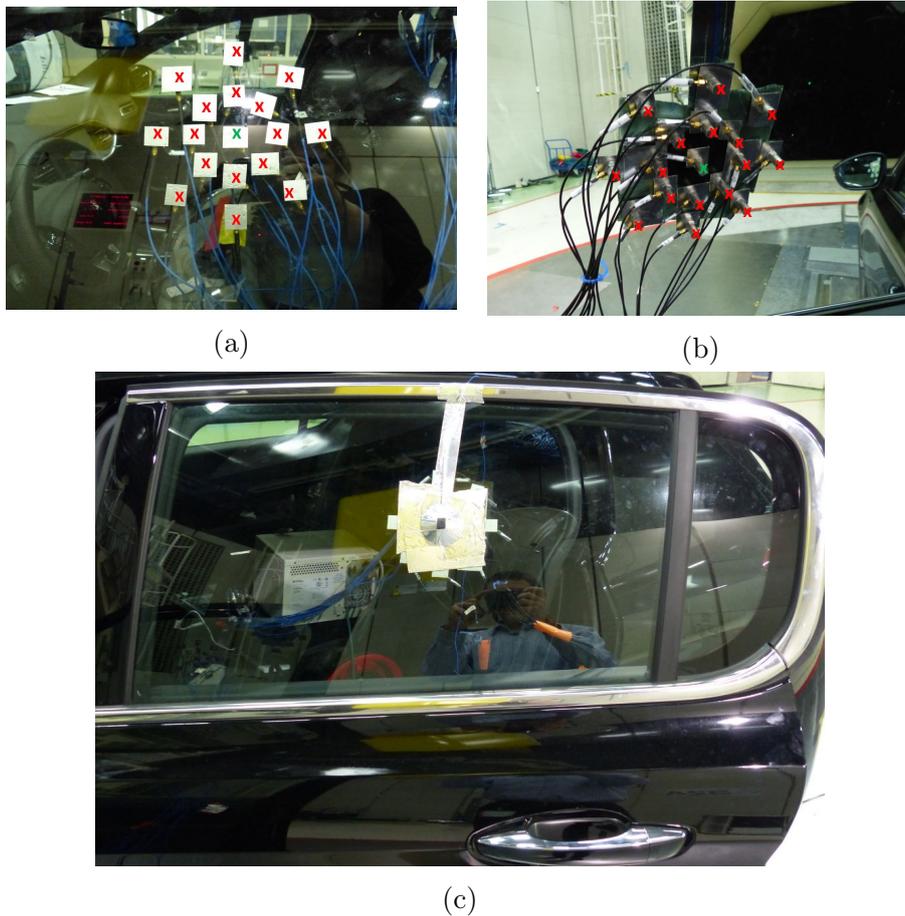


FIG. 4.41 – (a) Zoom de l’antenne polaire sur la vitre conducteur. (b) Accéléromètres de l’antenne polaire collés sur la face interne du vitrage. (c) Microphone affleurant pour mesurer la pression de référence.

• Écoulement seul

Les méthodes inverses polaires sont appliquées lorsque l’excitation est l’écoulement seul à une vitesse de 140 km/h. Les résultats présentés en figure 4.45 montrent que les méthodes RI et RIC diffèrent bien plus bas en fréquence que pour les méthodes classiques. Les singularités étant totalement supprimées dans la méthode RIC polaire, la reconstruction n’est jamais surestimée contrairement à la méthode RIC classique où les singularités n’étaient supprimées qu’en partie. Les méthodes polaires RI et RIC présentant donc une plus grande différence entre elles que les méthodes RI et RIC cartésiennes, elles se différencient plus tôt en fréquence.

Sur toute la gamme fréquentielle de validité des méthodes inverses, la méthode RIC reconstruit le niveau de pression mesuré par la tête acoustique à l’intérieur de l’habitacle.

La méthode RIC polaire, comme la méthode RIC cartésienne, permet de déduire que la composante acoustique est en moyenne plus faible que la composante totale de 30 dB.

Pour une vitesse d’écoulement de 160 km/h, les conclusions sont les mêmes. Le niveau de la pression totale mesuré par le microphone affleurant est de 3 à 4 dB plus élevé que pour l’écoulement à 140 km/h. Cette différence est approximativement retrouvée pour les

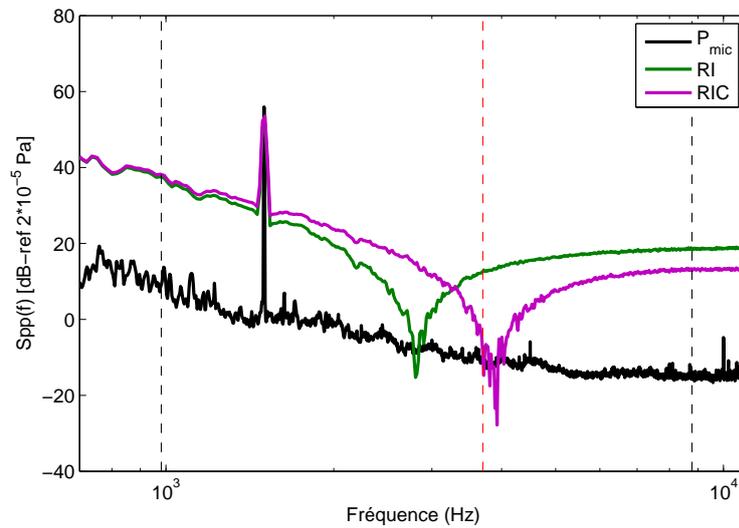


FIG. 4.42 – DSP de la source acoustique identifiée par le microphone affleurant et des pressions reconstruites par RI et RIC polaires sur la vitre conducteur excitée par une source harmonique à 1500 Hz.

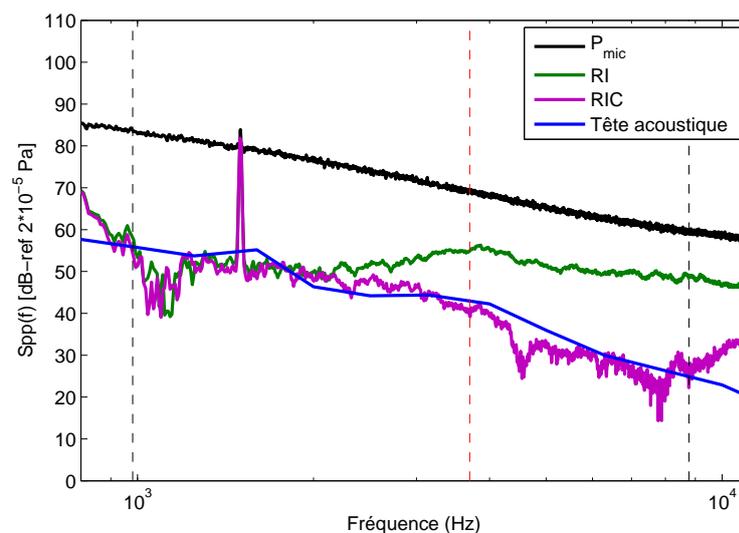


FIG. 4.43 – DSP de la source acoustique et des pressions identifiées par RI et RIC polaires sur la vitre conducteur excitée par l'écoulement à une vitesse de 140 km/h et une source harmonique à 1500 Hz de niveau supérieur à celui de l'écoulement. Les lignes verticales (- -) représentent les limites fréquentielles des méthodes et (- . -) la fréquence de coïncidence acoustique.

niveaux de pression estimés par la méthode RIC sur le domaine de validité fréquentielle (voir Fig. 4.46).

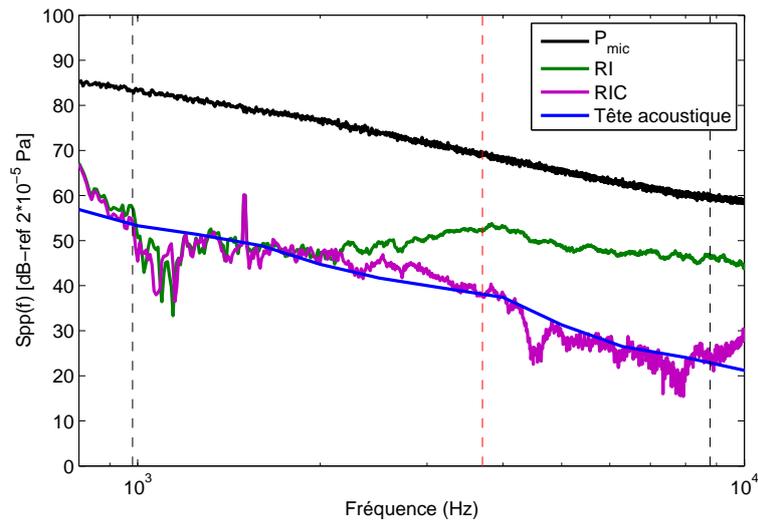


FIG. 4.44 – DSP de la source acoustique et des pressions identifiées par RI et RIC polaires sur la vitre conducteur excitée par l'écoulement à une vitesse de 140 km/h et une source harmonique à 1500 Hz de niveau inférieur à celui de l'écoulement. Les lignes verticales (- -) représentent les limites fréquentielles des méthodes et (- -) la fréquence de coïncidence acoustique.

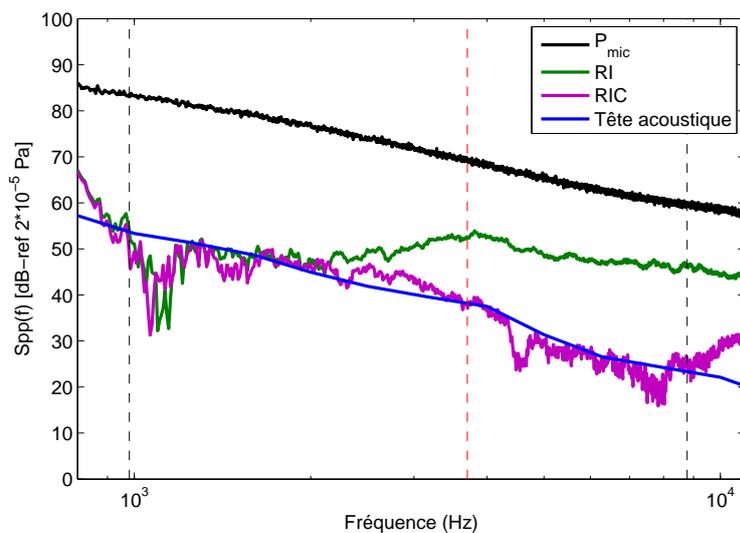


FIG. 4.45 – DSP de la source acoustique et des pressions identifiées par RI et RIC polaires sur la vitre conducteur excitée par l'écoulement à une vitesse de 140 km/h. Les lignes verticales (- -) représentent les limites fréquentielles des méthodes et (- -) la fréquence de coïncidence acoustique.

4.2.4.2 Vitre passager arrière

L'antenne polaire est appliquée au centre de la vitre passager arrière gauche. Pour les configurations "écoulement et sources acoustiques" et "écoulement seul", les conclusions sont les mêmes que pour la vitre conducteur. Pour plus de clarté, les résultats sont pré-

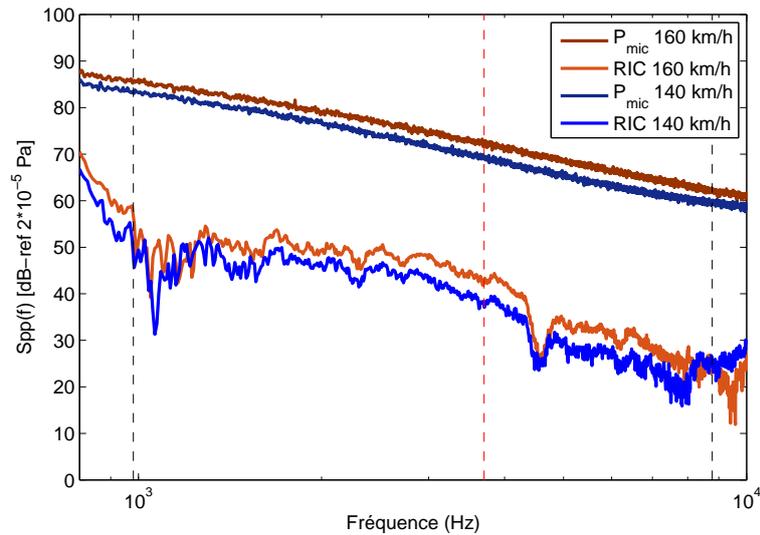


FIG. 4.46 – DSP de la source acoustique et des pressions identifiées par RIC polaires sur la vitre conducteur excitée par l'écoulement turbulent à des vitesses de 140 km/h et 160 km/h. Les lignes verticales (- -) représentent les limites fréquentielles des méthodes et (- -) la fréquence de coïncidence acoustique.

sentés en annexe (Voir annexe E).

4.2.5 Application des antennes décentrées

Lors des essais réalisés en soufflerie, deux antennes décentrées ont été testées : une antenne à 7×7 points sur la lunette arrière et une antenne à 29 points (7×7 points optimisée) sur la vitre conducteur (voir Fig. 4.47 et 4.48).

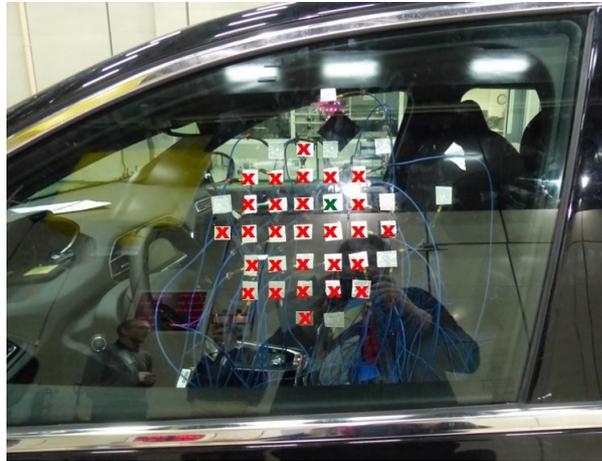


FIG. 4.47 – Schéma des de l'antenne à 29 accéléromètres testée sur la vitre conducteur.



FIG. 4.48 – Photographie de l'antenne à 49 accéléromètres testée sur la lunette arrière.

Cependant, comme cela a été démontré lors des simulations au chapitre précédent, les antennes décentrées n'apportent un réel avantage que lorsque la méthode RIC n'est pas assez sélective pour reconstruire la composante bas nombres d'onde. Dans le cas du véhicule en soufflerie, les méthodes classiques RI et RIC comportant une antenne à 13 accéléromètres espacés de 3 cm sont suffisantes pour identifier la composante acoustique. La sélectivité du filtre passe-bas apportée par ces antennes permet de filtrer la composante aérodynamique. Comme le montre la figure 4.50, une antenne à 7×7 points décentrée est très légèrement plus sélective en basse fréquence mais filtre de la même manière que RIC dès 3000 Hz. Une antenne contenant plus de points, telle qu'une antenne à 9×9 ou 11×11 points permettrait d'obtenir une meilleure sélectivité au-dessous de 6000 Hz mais la composante aérodynamique étant déjà totalement filtrée à partir de 1000 Hz, ce serait inutile.

Remarque : L'antenne à 29 points est obtenue à partir d'une antenne à 7*7 points dont les points associés à des pondérations faibles du schéma aux différences finies ont été enlevés (voir Fig. 4.49). Cette optimisation permet de réduire le nombre de capteurs à utiliser mais altère beaucoup trop le filtrage dans notre cas. Des singularités réapparaissent et la reconstruction est surestimée (voir Fig. 4.51). Des essais par simulations ont montré que pour que cette optimisation n'affecte pas le filtrage, il ne faudrait supprimer que les coefficients au moins 10 000 fois plus petits que la pondération maximale. Cette méthode n'est donc applicable qu'aux antennes décentrées d'au minimum 15*15 points.

$$\mathbf{g} = 10^{-2} \begin{bmatrix} \cancel{0.1} & \cancel{0.6} & \cancel{1.6} & 2.1 & \cancel{1.6} & \cancel{0.6} & \cancel{0.1} \\ \cancel{0.6} & 10 & 34 & 49 & 34 & 10 & \cancel{0.6} \\ \cancel{1.6} & 34 & 1032 & -402 & -168 & 34 & \cancel{1.6} \\ 2.1 & 49 & -402 & 541 & -402 & -49 & 2.1 \\ \cancel{1.6} & 34 & -168 & -402 & -168 & 34 & \cancel{1.6} \\ \cancel{0.6} & 10 & 34 & 49 & 34 & 10 & \cancel{0.6} \\ \cancel{0.1} & \cancel{0.6} & \cancel{1.6} & 2.1 & \cancel{1.6} & \cancel{0.6} & \cancel{0.1} \end{bmatrix}$$

FIG. 4.49 – Pondérations du schéma aux différences finies à 7*7 points. L'optimisation consiste à enlever les points dont la pondération est inférieure à $2.1 \cdot 10^{-2}$.

Les résultats présentés en figures 4.51 et 4.52 confirment le fait que dans le cas présent, ces antennes permettent également une bonne reconstruction avec la méthode inverse RIC. Dans ce cas d'étude, les résultats diffèrent peu de ceux obtenus avec des antennes comportant moins d'accéléromètres.

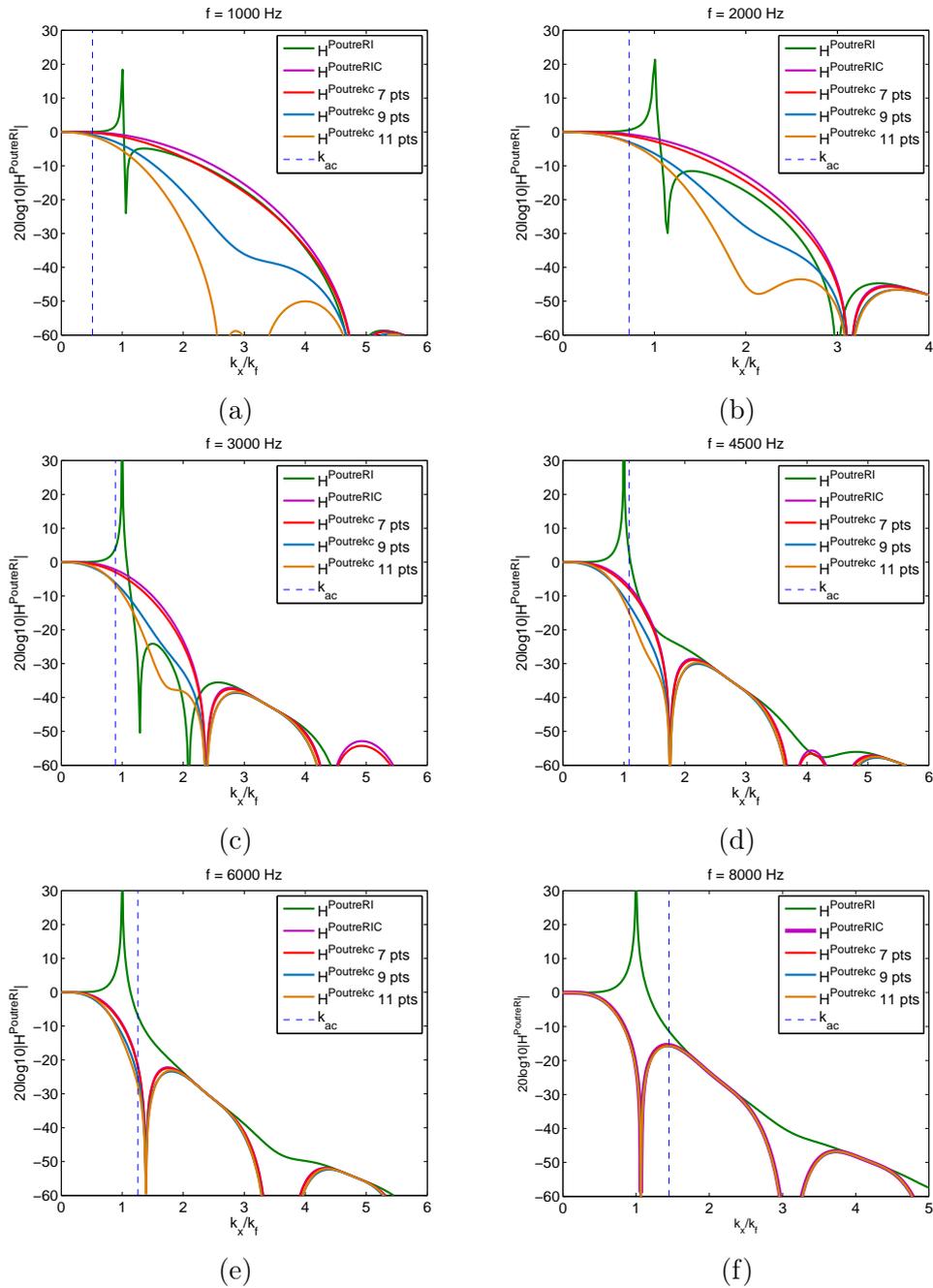


FIG. 4.50 – Modules des fonctions de transferts des filtres $H^{PoutreRI}$, $H^{PoutreRIC}$, $H^{Poutrekc}$ 9 et 11 points pour différentes fréquences : (a) 1000 Hz, (b) 2000 Hz, (c) 3000 Hz, (d) 4500 Hz, (e) 6000 Hz, (f) 8000 Hz.

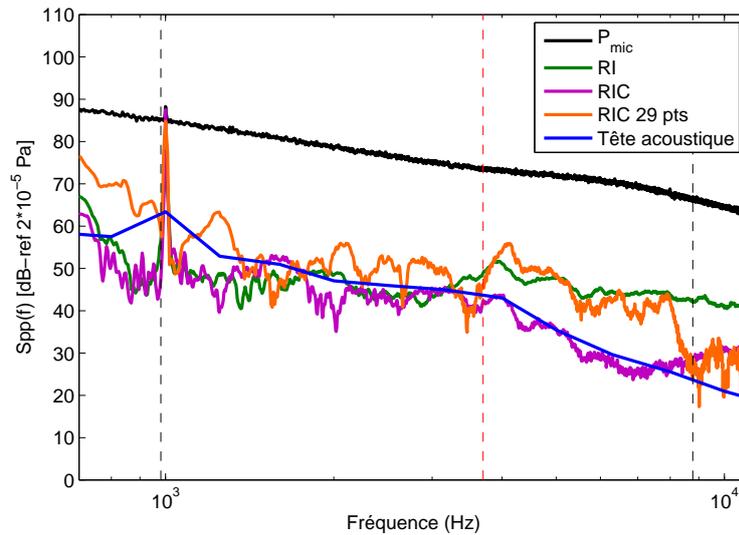


FIG. 4.51 – DSP de la source acoustique et des pressions identifiées par RI et RIC classiques et par l’antenne à 29 points. Les lignes verticales (- -) représentent les limites fréquentielles des méthodes RI et RIC contenant l’antenne à 13 points et (- -) la fréquence de coïncidence acoustique.

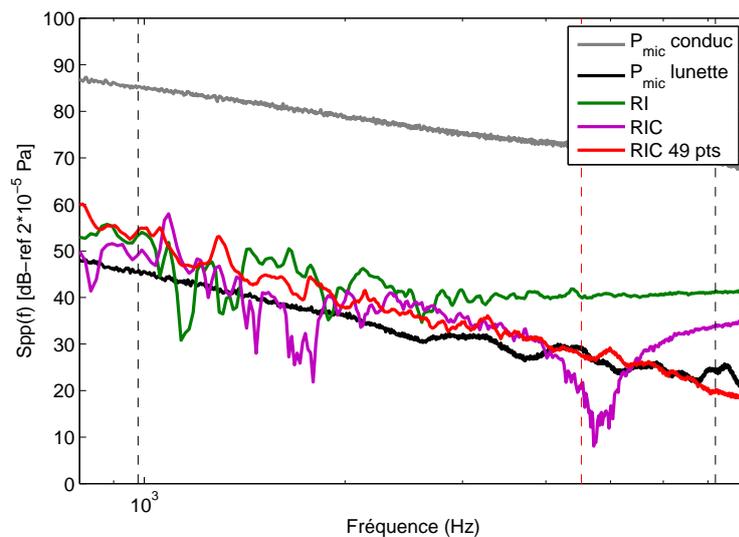


FIG. 4.52 – DSP de la source acoustique et des pressions identifiées par RI et RIC et par l’antenne à 49 points. Les lignes verticales (- -) représentent les limites fréquentielles des méthodes RI et RIC contenant l’antenne à 13 points et (- -) la fréquence de coïncidence acoustique.

4.3 Conclusions

Ce chapitre propose deux validations expérimentales des méthodes inverses. La première a été réalisée en soufflerie anéchoïque où une plaque instrumentée d’une antenne standard à 13 accéléromètres a été soumise à une couche limite turbulente. Cette étude

a permis de mettre en évidence la potentialité des méthodes inverses et spécialement de la méthode RIC, à reconstruire la composante bas nombres d'onde d'une excitation. En effet, la méthode RI dont le filtrage possède une forte amplification au nombre d'onde de coupure (c'est-à-dire au nombre d'onde de flexion de la plaque), surestime le niveau réel de la composante acoustique à partir d'une certaine fréquence tandis que la méthode RIC continue à l'identifier correctement. Cette différence démontre qu'à partir de cette fréquence, il y a beaucoup d'énergie autour du nombre d'onde de flexion de la structure et que dans ce cas, seule la méthode RIC est efficace.

Durant cette campagne de mesures, la plaque fut excitée par l'écoulement et une source acoustique d'un niveau supérieur à celui de l'écoulement, par l'écoulement et une source acoustique d'un niveau inférieur à l'écoulement et enfin par l'écoulement seul. Ces mesures ont été répétées pour deux vitesses d'écoulement : 90 km/h et 126 km/h. Les méthodes inverses RI et RIC identifient la source acoustique et cela même lorsque son niveau est plus faible que celui de l'écoulement et qu'elle n'est pas détectée par le microphone affleurant. Lorsque l'excitation est uniquement l'écoulement, d'après la méthode RIC, la composante acoustique est d'un niveau inférieur de 20 à 30 dB à celui de l'excitation totale.

Dans l'étude concernant le domaine automobile, les antennes standards ainsi que les antennes polaires et décentrées ont été appliquées sur les vitrages d'une voiture placée en soufflerie. Sur les vitrages conducteur et passager arrière, même si l'écoulement est de nature différente, les antennes standards et polaires permettent d'identifier une source acoustique même lorsque celle-ci n'est pas mesurée par le microphone affleurant. Lorsque seul l'écoulement excite la structure, la méthode RIC identifie la composante acoustique 30 dB en dessous de la pression totale mesurée par le microphone affleurant. Pour la vitre conducteur, ces résultats semblent en accord avec la mesure réalisée par le microphone d'une tête acoustique placée à la place du conducteur.

Sur la lunette arrière, les résultats sont différents, les méthodes inverses reconstruisent approximativement une pression d'un niveau équivalent à celle mesurée par le microphone affleurant. La position de la voiture face à l'écoulement et la structure complexe de l'écoulement sur cette partie font que seule la composante acoustique de l'écoulement excite le vitrage en cet endroit.

Des antennes décentrées ont été testées sur la vitre conducteur et la lunette arrière mais l'envergure des antennes accélérométriques et la taille des vitrages ne permettent pas d'appliquer des antennes dont le filtrage passe-bas est plus sélectif (antennes contenant beaucoup plus de capteurs) que celui réalisé par les antennes standards ou polaires. De plus, les antennes standards semblent déjà apporter un filtrage assez sélectif pour filtrer la composante acoustique de l'écoulement.

En conclusion, sur la voiture testée, la méthode RIC appliquée par l'antenne standard à 13 capteurs donne des résultats satisfaisants pour tous les vitrages et les vitesses d'écoulement rencontrées dans ce domaine. La seule précaution requise est de connaître précisément les paramètres mécaniques de la structure pour ne pas introduire d'erreur dans la reconstruction.

CONCLUSIONS GÉNÉRALES ET PERSPECTIVES

Conclusions générales

Cette étude a eu pour objectif principal l'utilisation des méthodes de résolution inverse RI et RIC pour mesurer la partie bas nombre d'onde de l'écoulement responsable de la transmission de bruit d'origine aérodynamique à travers les différents vitrages d'une voiture.

Le principe de ces méthodes est de mesurer la vibration de la structure et d'utiliser l'équation de son mouvement pour reconstruire la distribution de force excitatrice. Cependant, l'équation doit être discrétisée et les dérivées quatrièmes sont alors approximées par un schéma aux différences finies d'ordre 1 et d'espacement régulier. L'avantage de cette technique est qu'elle est locale mais son inconvénient est qu'elle est très sensible au bruit de mesure dans les hauts nombres d'onde. Pour régulariser le problème inverse, deux variantes de la méthode RI ont été proposées : les méthodes RIFF et RIC. Notre étude a porté essentiellement sur la méthode RIC qui est plus adaptée à des mesures expérimentales puisqu'elle ne nécessite que 13 points de mesure. Elle s'inscrit dans la continuité des travaux de thèse de Lecoq [9] qui ont permis par simulations et expérimentations, de mettre en avant le potentiel des méthodes inverses pour reconstruire la composante bas nombre d'onde d'un écoulement alors même que son niveau est beaucoup plus faible.

L'atout majeur de la méthode RIC est le filtrage passe-bas en nombre d'onde qui permet de ne sélectionner que la partie bas nombre d'onde de l'écoulement. Les caractéristiques de ce filtrage dépendent directement de celles du schéma aux différences finies. Plus le schéma choisi est précis, c'est-à-dire, plus il contient de points ou plus son pas de discrétisation est faible, moins la méthode inverse est sélective. Cependant, malgré l'ajout d'une correction, le filtrage n'est pas parfait dans toutes les directions. Le facteur correctif défini dans un repère cartésien ne permet pas d'annuler les singularités au nombre d'onde de coupure du filtre dans toutes les directions. Le problème a donc été redéfini dans un repère polaire et un nouveau schéma aux différences finies polaire a été utilisé pour approximer les dérivées quatrièmes de l'équation du mouvement de la structure. De même que pour la méthode RIC cartésienne, un facteur correctif est déterminé et appliqué sur le schéma aux différences finies polaire. Celui-ci permet de corriger les singularités dans toutes les directions. L'application de ce schéma par simulations et expérimentations donne des résultats équivalents à ceux obtenus avec l'antenne à 13 points définie dans un

repère cartésien. Le filtrage, bien que ne possédant plus d'amplification au nombre d'onde de coupure, est légèrement moins sélectif que celui réalisé par le schéma cartésien. Pour le domaine d'application de notre étude, les singularités encore présentes dans le filtre de la méthode RIC cartésienne ne perturbent pas la sélection de la composante acoustique.

Cette étude a également présenté comment changer le schéma aux différences finies pour modifier le gabarit de filtrage passe-bas appliqué par la méthode RIC. Pour ce faire, une technique basée sur la synthèse de filtres numériques a été proposée pour calculer un nouveau schéma aux différences finies permettant de choisir la sélectivité de la reconstruction. Cette technique repose sur la définition d'un filtre cible aux caractéristiques choisies et à partir duquel est calculé le nouveau schéma. L'objectif ici étant de ne sélectionner que la composante acoustique, il a été choisi comme filtre cible un filtre passe-bas dont le nombre d'onde de coupure est égal au nombre d'onde de flexion de la structure et dont la sélectivité est assez forte pour filtrer entièrement la composante aérodynamique. Le nombre de coefficients de ce filtre passe-bas cible conditionne directement le nombre de points du schéma aux différences finies. Il a alors été question de trouver la meilleure méthode pour créer un filtre passe-bas le mieux résolu possible et avec une sélectivité forte mais dont l'ordre devait rester relativement faible. La méthode de transformation en fréquence de McClellan qui permet un bon compromis entre résolution et nombre de points a été avancée. Elle a été testée sur différents filtres passe-bas pour créer de nouveaux schémas aux différences finies plus sélectifs que le schéma classique à 13 points.

Ces nouveaux schémas ont été testés par simulations et sont effectivement plus performants pour filtrer les hauts nombres d'onde dans les cas où la méthode RIC s'avère inefficace. Augmenter le pas de discrétisation de l'antenne classique à 13 points permet en effet d'augmenter la sélectivité du filtrage mais réduit aussi considérablement la gamme de validité fréquentielle de la méthode. Au contraire, les nouveaux schémas aux différences finies, comportant plus de points, sont efficaces sur une très grande gamme de fréquences. Cela peut s'avérer encore plus utile dans les cas où les données sont bruitées et où la reconstruction en basse fréquence est très amplifiée.

Les méthodes inverses RI et RIC ont été appliquées tout d'abord par simulations numériques au cas d'un vitrage automobile excité par un écoulement turbulent. Les résultats montrent que la méthode RIC identifie la composante acoustique calculée par la méthode d'intégration. Il faut cependant noter que ces deux méthodes, pour être exactes, requièrent d'être appliquées sur une zone où l'écoulement est uniforme, ce qui n'est pas le cas partout sur la vitre conducteur, notamment lorsqu'on se rapproche du tourbillon de montant de baie derrière le rétroviseur.

Les méthodes ont ensuite été testées expérimentalement en soufflerie anéchoïque sur le cas d'une plaque et sur les différents vitrages d'un véhicule.

Dans le premier cas, la plaque est excitée par une couche limite turbulente ou une composante acoustique générée par une source secondaire placée en dehors de l'écoulement. Lorsque les deux types d'excitation sollicitent la structure, la méthode RIC identifie précisément la source acoustique et cela même lorsqu'elle est d'un niveau nettement inférieur à celui de l'écoulement. La méthode RI quant à elle, surestime son niveau à partir d'une certaine fréquence, ce qui démontre la présence d'énergie autour du nombre d'onde de

flexion. Le filtrage non corrigé de la méthode RI apporte alors des erreurs en amplifiant la reconstruction. Lorsque seul l'écoulement excite la structure, la composante acoustique est estimée par la méthode RIC à un niveau inférieur d'approximativement 30 dB à celui de la pression totale mesurée par les microphones. Ces résultats sont en accord avec les différentes conclusions émises sur le sujet par d'autres auteurs.

Les différentes antennes ont ensuite été appliquées sur les vitrages conducteur, passager arrière et sur la lunette arrière d'une voiture placée en soufflerie. De même que pour la première expérience, l'excitation était soit l'écoulement ou la source acoustique seule, soit les deux. La nature de l'écoulement étant différente sur les trois vitrages, les résultats sont différents d'un cas à l'autre.

Sur les vitres conducteur et passager arrière, les conclusions sont les mêmes : la méthode RIC identifie la composante acoustique et cela même lorsqu'elle est d'un niveau inférieur à l'écoulement. Lorsque l'excitation est l'écoulement seul, le niveau de la composante acoustique est estimée de 30 à 40 dB en dessous du niveau total relevé par les microphones affleurants. Ces résultats sont confirmés, sur la vitre conducteur, par la mesure réalisée par le microphone de la tête acoustique placée sur le siège conducteur qui mesure le bruit transmis à l'intérieur de l'habitacle.

En ce qui concerne la lunette arrière, les méthodes inverses identifient la composante acoustique telle qu'elle est mesurée par le microphone affleurant. La voiture étant placée face à l'écoulement, la lunette arrière est une zone spéciale car très peu excitée par l'écoulement. Dans cette zone, la majeure partie de l'excitation provient de la composante acoustique.

Ces mesures ont mis en avant la capacité de la méthode RIC à reconstruire la composante bas nombre d'onde d'un écoulement et ainsi à estimer la part de bruit transmise à l'intérieur de l'habitacle. L'utilisation des antennes polaire et décentrée appuie ces conclusions puisqu'elles ont donné les mêmes résultats que l'antenne classique à 13 points.

Perspectives

Cette étude prouve que la méthode RIC est parfaitement adaptée pour mesurer la composante bas nombre d'onde d'une excitation turbulente dans le domaine automobile. La suite logique de ces travaux serait de mettre au point une méthode de mesure clef en main et un logiciel pour le post-traitement qui seraient fournis aux constructeurs automobiles et à la soufflerie S2A. Les accéléromètres étant placés sur la face interne des vitres, il est alors possible d'imaginer des mesures réalisées sur un véhicule en condition réelle sur route. La mesure du champ de déplacement pour ce type d'écoulement est réalisée en moins de 60 secondes et le post-traitement est pratiquement instantané. Les méthodes pourraient être appliquées quasiment en temps réel.

Parallèlement à ces travaux de thèse, d'autres études connexes ont été menées. On peut citer par exemple une étude réalisée par Grosset [79] qui explique comment adapter les méthodes inverses pour les appliquer au domaine naval en prenant en compte les effets de couplage qui ne sont pas négligeables. Elle a aussi étudié l'application de la méthode RIC dans le domaine aéronautique où les composantes aérodynamique et acoustique sont très

proches. Parallèlement à cela, pour pouvoir étendre l'application des méthodes inverses à des structures plus complexes comme les coques ou les structures multicouches, Renzi et plus récemment Bottois [80, 81] développent une formulation des méthodes inverses en éléments finis. Actuellement Le Roux développe une formulation temporelle des méthodes inverses pour reconstruire les distributions de force au cours du temps et localiser instantanément une source excitatrice.

Une technique a été exposée ici pour changer le schéma aux différences finies en fonction du gabarit de filtre souhaité par la méthode. Cette technique passe par la définition de filtres passe-bas en 2D qui, pour que le filtrage soit identique dans toutes les directions et exempt de singularités, doivent être les mieux résolus possibles. Cependant toutes les techniques classiques de synthèse de filtres numériques, requièrent pour obtenir une résolution acceptable, un nombre de coefficients important. Dans le cas d'une application purement numérique, la méthode de transformation en fréquence est déjà très optimisée puisqu'elle permet d'obtenir un bon ratio entre nombre de coefficients et résolution. Dans notre cas, le nombre de coefficients représente le nombre de capteurs à utiliser et les antennes présentées ici restent encore trop grandes pour être appliquées avec des accéléromètres sur les vitrages d'un véhicule. La conception de filtres RIF 2D fait l'objet de beaucoup de recherches et de nombreuses méthodes d'optimisation sont apparues dans la littérature ces dernières années. On citera par exemple les approches liées plutôt à l'intelligence artificielle comme les réseaux de neurones ou les algorithmes génétiques [82, 83] qui pourraient être adaptées à notre problème pour réduire le nombre de coefficients des antennes.

Une autre solution serait de changer la technique de mesure, en remplaçant les antennes d'accéléromètres par exemple par des techniques de mesure optique. Polytec a ainsi développé un vibromètre laser optique synchrone pouvant mesurer jusqu'à 48 points. Pour des antennes comportant plus de points, il serait intéressant de se tourner vers d'autres techniques de mesure de champs vibratoires sans contact telles que la déflectométrie [84], l'holographie optique [85] ou peut-être même la photogrammétrie [86]. Avec ces méthodes, il serait alors possible de mesurer le déplacement d'une structure avec une résolution de l'ordre de celle d'une image acquise par une caméra rapide.

Annexes

Annexe A

DÉCOMPOSITION MODALE

La décomposition modale repose sur la décomposition du déplacement dans la base des modes propres de la structure. Pour pouvoir appliquer cette décomposition, il faut que les équations du mouvement de chaque sous-système soient découplées, soit que le système soit linéaire dans la gamme des amplitudes de déplacement étudiées (hypothèse des petites déformations). Le comportement dynamique de la vitre est alors décomposé dans la base des modes de vibration. La distribution du déplacement pour un mode d'indice (i, j) est donnée par la déformée modale ϕ_{ij} et caractérisée par la pulsation particulière ω_{ij} , avec i et j les indices d'un mode dans les directions respectives x et y . Les vecteurs de la base de décomposition sont orthogonaux entre eux et normés par convention en rapport avec la surface de la plaque ($S = L_x L_y$). La relation d'orthogonalité suivante est donc vérifiée :

$$\int \int_S \phi_{kl}(x, y) \phi_{ij}(x, y) dx dy = \begin{cases} 0 & \text{si } (i, j) \neq (k, l) \\ S & \text{si } (i, j) = (k, l) \end{cases} \quad (\text{A.1})$$

À partir de la décomposition modale, on peut isoler la contribution d'un mode particulier (i, j) sur le déplacement. Le déplacement modal noté W_{ij} est donné par :

$$W_{ij}(x, y, \omega) = a_{ij}(\omega) \phi_{ij}(x, y), \quad (\text{A.2})$$

où a_{ij} est un coefficient qui dépend de la pulsation et du mode considéré. Le déplacement total peut alors être obtenu en sommant les contributions de chacun des modes propres :

$$W(x, y, \omega) = \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J a_{ij}(\omega) \phi_{ij}(x, y). \quad (\text{A.3})$$

En introduisant la décomposition modale dans l'équation du mouvement 1.3 , on obtient :

$$D \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J a_{ij}(\omega) \Delta^2 \phi_{ij}(x, y) - \rho h \omega^2 \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J a_{ij}(\omega) \phi_{ij}(x, y) = p_{exc}(x, y, \omega). \quad (\text{A.4})$$

Les vecteurs de la base modale étant orthogonaux entre eux, cette équation peut se simplifier par un système de $I \times J$ équations simples découplées les unes des autres. Ce

système d'équations s'écrit :

$$\{a_{ij}(\omega)D_{ij} - \omega^2 \rho h a_{ij}(\omega) = p_{ij}(\omega)\}, \quad (\text{A.5})$$

avec $i \in [1 : I]$ et $j \in [1 : J]$. D_{ij} et p_{ij} sont les paramètres modaux généralisés qui caractérisent le mode (i, j) et qui s'expriment selon :

$$D_{ij} = \int \int_S D \Delta^2 \phi_{ij}(x', y') \phi_{ij}(x, y) dx dy, \quad (\text{A.6})$$

et

$$p_{ij} = \frac{1}{S} \int \int_S p_{exc}(x, y, \omega) \phi_{ij}(x, y) dx dy. \quad (\text{A.7})$$

D'après l'équation A.5 le coefficient a_{ij} pour un mode donnée, s'exprime :

$$a_{ij}(\omega) = \frac{p_{ij}(\omega)}{\rho h [\omega_{ij}^2 - \omega^2 + 2j\zeta_{ij}\omega\omega_{ij}]}, \quad (\text{A.8})$$

avec ζ_{ij} l'amortissement modale et $\eta = 2\zeta_{ij}$, où η est le facteur de perte.

D'après cette formule, chaque mode propre peut se représenter par un système à 1 degré de liberté, composé d'une masse $m_s = \rho h$ et caractérisé par une raideur D_{ij} et un amortissement η_{ij} .

Le déplacement peut ainsi être exprimé à l'aide des paramètres modaux :

- dans le cas particulier d'une force ponctuelle $p_{exc}(x_n, y_n, \omega)$, appliquée au point de coordonnées (x_n, y_n) , il vient :

$$W(x, y, \omega) = \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J \frac{\phi_{ij}(x, y) \phi_{ij}(x_n, y_n) p_{exc}(x_n, y_n, \omega)}{m_s (\omega_{ij}^2 - \omega^2 + 2j\zeta_{ij}\omega\omega_{ij})} dx_n dy_n. \quad (\text{A.9})$$

- dans le cas d'une excitation répartie sur la surface de la structure :

$$W(x, y, \omega) = \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J \frac{\phi_{ij}(x, y)}{m_s (\omega_{ij}^2 - \omega^2 + 2j\zeta_{ij}\omega\omega_{ij})} \iint_S \phi_{ij}(x_n, y_n) p_{exc}(x_n, y_n, \omega) dx_n dy_n. \quad (\text{A.10})$$

Annexe B

SYNTHÈSE DES SIGNAUX DE PRESSION

La synthèse de signaux est réalisée en utilisant la méthode de Wittig et Sinha, basée sur la décomposition de Cholesky de la matrice interspectrale. Cinq étapes clés sont nécessaires :

1. écrire la matrice interspectrale $\mathbf{S}(\omega)$ dont chaque terme est la valeur de l'interspectre $S_{pp'}(r_x, r_y, \omega)$ entre deux points du domaine spatial et calculé à partir de l'équation (1.47). S'il y a M points dans le domaine spatial considéré, $\mathbf{S}(\omega)$ est une matrice de taille $(M \times M)$;
2. factoriser la matrice $\mathbf{S}(\omega)$ par la décomposition de Cholesky :

$$\mathbf{S}(\omega) = \mathbf{H}(\omega) \mathbf{H}^H(\omega), \quad (\text{B.1})$$

où $\mathbf{H}(\omega)$ est une matrice triangulaire inférieure et $\mathbf{H}^H(\omega)$ son complexe conjugué ;

3. générer un vecteur $\mathbf{\Gamma}$ de phases aléatoires avec M éléments :

$$\Gamma_i = e^{j2\pi\gamma_i}, \quad (\text{B.2})$$

où γ_i est une variable aléatoire de loi uniforme dans l'intervalle $[0, 1]$. On note que l'espérance de chaque élément de ce vecteur est :

$$\text{E}[\Gamma_i] = 0 ; \quad (\text{B.3})$$

4. créer un vecteur $\mathbf{P}(\omega)$ pour une pulsation ω donnée :

$$\mathbf{P}(\omega) = \mathbf{H}(\omega) \mathbf{\Gamma}. \quad (\text{B.4})$$

Chaque élément du vecteur $\mathbf{P}(\omega)$ représente la transformée de Fourier à la pulsation ω des signaux temporels $p(x, y, t)$.

5. Finalement, les étapes de 1 à 4 sont réalisées pour chaque fréquence jusqu'à la fréquence de Shannon $f_e/2$. Une transformée de Fourier inverse permet d'obtenir les signaux temporels $p(x, y, t)$ en déduisant les fréquences de $f_e/2$ à f_e par symétrie.

On peut facilement prouver que la matrice interspectrale $\mathbf{S}_{\mathbf{P}}(\omega)$ du champ $\mathbf{P}(\omega)$ de l'équation (B.4) correspond à $\mathbf{S}(\omega)$, la matrice interspectrale du modèle de Corcos associé à un champ diffus acoustique. En effet, $\mathbf{S}_{\mathbf{P}}(\omega)$ s'écrit

$$\mathbf{S}_{\mathbf{P}}(\omega) = \mathbb{E} [\mathbf{P}(\omega) \mathbf{P}^H(\omega)] . \quad (\text{B.5})$$

En remplaçant $\mathbf{P}(\omega)$ par son expression (B.4), l'équation (B.5) devient

$$\mathbf{S}_{\mathbf{P}}(\omega) = \mathbb{E} [\mathbf{H}\mathbf{\Gamma} [\mathbf{H}\mathbf{\Gamma}]^H] = \mathbb{E} [\mathbf{H} \mathbf{\Gamma} \mathbf{\Gamma}^H \mathbf{H}^H] = \mathbf{H} \mathbb{E} [\mathbf{\Gamma} \mathbf{\Gamma}^H] \mathbf{H}^H . \quad (\text{B.6})$$

D'après l'équation (B.3) et puisque les variables aléatoires γ_i sont indépendantes, l'espérance $\mathbb{E} [\mathbf{\Gamma} \mathbf{\Gamma}^H]$ est la matrice identité \mathbf{I} . Finalement, d'après l'équation. (B.1),

$$\mathbf{S}_{\mathbf{P}}(\omega) = \mathbf{S}(\omega) . \quad (\text{B.7})$$

Le champ de pression $\mathbf{P}(\omega)$ respecte bien le modèle d'interspectre combinant le modèle de Corcos et un champ diffus.

Annexe C

APPLICATION DE LA MÉTHODE DE TRANSFORMATION EN FRÉQUENCE

Soit la fonction de transfert du filtre RIF d'ordre 4 suivante :

$$H^{PBcible}(k) = (a_0 e^{-2jk} + a_1 e^{-jk} + a_2 + a_1 e^{jk} + a_0 e^{2jk}) e^{-2jk} = H_1(k) e^{-2jk}. \quad (C.1)$$

Le filtre RIF $H_1(k)$ étant symétrique, sa fonction de transfert peut se réécrire à partir de la formule d'Euler comme :

$$H_1(k) = a_2 + 2a_1 \cos(k) + 2a_0 \cos(2k), \quad (C.2)$$

ou encore :

$$H_1(k) = A_2 + A_1 \cos(k) + A_0 \cos^2(k), \quad (C.3)$$

avec $A_2 = a_2 - 2a_0$, $A_1 = 2a_1$ et $A_0 = 4a_0$.

Pour passer du domaine 1D au domaine 2D, il s'agit ensuite d'appliquer le changement de variable suivant :

$$k \rightarrow \sqrt{k_x^2 + k_y^2}, \quad (C.4)$$

et d'utiliser la transformation de McClellan de la fonction cosinus circulaire :

$$\cos(\sqrt{k_x^2 + k_y^2}) \approx -0.5 + 0.5(\cos k_x + \cos k_y) + 0.5 \cos k_x \cos k_y. \quad (C.5)$$

Le troisième terme de l'équation (C.3) $A_0 \cos^2(k)$ dépend donc de $\cos^2(\sqrt{k_x^2 + k_y^2})$ qui s'exprime :

$$\begin{aligned} \cos^2(\sqrt{k_x^2 + k_y^2}) &\approx (-0.5 + 0.5(\cos k_x + \cos k_y) + 0.5 \cos k_x \cos k_y)^2 & (C.6) \\ &\approx (-0.5 + 0.5(\cos k_x + \cos k_y))^2 + 0.25 \cos^2 k_x \cos^2 k_y \\ &\quad + \cos k_x \cos k_y (-0.5 + 0.5(\cos k_x + \cos k_y)) \\ &\approx 0.25 \left(1 + \frac{1 + \cos(2k_x)}{2} + \frac{1 + \cos(2k_y)}{2} + \frac{(1 + \cos(2k_x))(1 + \cos(2k_y))}{4} \right. \\ &\quad \left. + \cos k_y (1 + \cos(2k_x)) + \cos k_x (1 + \cos(2k_y)) \right) \\ &\approx \frac{9}{16} - \frac{1}{4}(\cos k_x + \cos k_y) + \frac{3}{16}(\cos 2k_x + \cos 2k_y) + \frac{1}{16}(\cos 2k_x \cos 2k_y) \\ &\quad + \frac{1}{4}(\cos 2k_x \cos k_y) + \frac{1}{4}(\cos k_x \cos 2k_y). \end{aligned}$$

D'après (C.3), le filtre s'écrit :

$$\begin{aligned}
 H_1(k) &= A_2 + A_1 \cos(\sqrt{k_x^2 + k_y^2}) + A_0 \cos^2(\sqrt{k_x^2 + k_y^2}) & (C.7) \\
 &= \frac{9}{16}A_0 - \frac{A_1}{2} + A_2 + \left(\frac{A_1}{2} - \frac{A_0}{4}\right) (\cos k_x + \cos k_y) + A_1 \cos k_x \cos k_y \\
 &\quad + \frac{3}{16}A_0 (\cos 2k_x + \cos 2k_y) + \frac{A_0}{16} \cos 2k_x \cos 2k_y + \frac{A_0}{4} \cos 2k_x \cos k_y \\
 &\quad + \frac{A_0}{4} \cos k_x \cos 2k_y.
 \end{aligned}$$

L'étape suivante est de reformuler cette équation dans le domaine des z . D'après la formule d'Euler, $\cos(k_x) = \frac{e^{jk_x} + e^{-jk_x}}{2}$, en posant $z_x = e^{jk_x}$:

$$\cos(k_x) \rightarrow 0.5(z_x^1 + z_x^{-1}).$$

De même on a :

$$\begin{aligned}
 \cos(k_y) &\rightarrow 0.5(z_y^1 + z_y^{-1}), & (C.8) \\
 \cos(k_x) \cos(k_y) &\rightarrow 0.25(z_x^1 + z_x^{-1})(z_y^1 + z_y^{-1}) = 0.25 (z_x^1 z_y^1 + z_x^{-1} z_y^1 + z_x^1 z_y^{-1} + z_x^{-1} z_y^{-1}), \\
 \cos(2k_x) &\rightarrow 0.5(z_x^2 + z_x^{-2}), \\
 \cos(2k_y) &\rightarrow 0.5(z_y^2 + z_y^{-2}), \\
 \cos(2k_x) \cos(2k_y) &\rightarrow 0.25(z_x^2 + z_x^{-2})(z_y^2 + z_y^{-2}) = 0.25 (z_x^2 z_y^2 + z_x^{-2} z_y^2 + z_x^2 z_y^{-2} + z_x^{-2} z_y^{-2}), \\
 \cos(2k_x) \cos(k_y) &\rightarrow 0.25(z_x^2 + z_x^{-2})(z_y + z_y^{-1}) = 0.25 (z_x^2 z_y + z_x^{-2} z_y + z_x^2 z_y^{-1} + z_x^{-2} z_y^{-1}), \\
 \cos(k_x) \cos(2k_y) &\rightarrow 0.25(z_x + z_x^{-1})(z_y^2 + z_y^{-2}) = 0.25 (z_x z_y^2 + z_x z_y^{-2} + z_x^{-1} z_y^2 + z_x^{-1} z_y^{-2}).
 \end{aligned}$$

Dans le domaine des z , le filtre $H_1(z_x, z_y)$ s'écrit donc :

$$\begin{aligned}
 H_1(z_x, z_y) &= \frac{1}{64}A_0(z_x^{-2}z_y^{-2} + z_x^{-2}z_y^2 + z_x^2z_y^{-2} + z_x^2z_y^2) & (C.9) \\
 &+ \frac{1}{16}A_0(z_x^{-1}z_y^{-2} + z_x^2z_y^{-1} + z_x^{-2}z_y^{-1} + z_x^1z_y^{-2} + z_x^1z_y^2 + z_x^{-1}z_y^2 + z_x^{-2}z_y^1 + z_x^2z_y^1) \\
 &+ \frac{3}{32}A_0(z_x^{-2}z_y^0 + z_x^2z_y^0 + z_x^0z_y^{-2} + z_x^0z_y^2) \\
 &+ \frac{1}{8}A_1(z_x^{-1}z_y^{-1} + z_x^1z_y^1 + z_x^1z_y^{-1} + z_x^{-1}z_y^1) \\
 &+ \left(\frac{1}{4}A_1 - \frac{1}{8}A_0\right)(z_x^{-1}z_y^0 + z_x^1z_y^0 + z_x^0z_y^{-1} + z_x^0z_y^1) \\
 &+ \left(\frac{9}{16}A_0 - \frac{1}{2}A_1 + A_2\right).
 \end{aligned}$$

En utilisant l'approximation $\sqrt{k_x^2 + k_y^2} \approx |k_x| + |k_y|$, le filtre $H^{PBcible}(z_x, z_y)$ devient :

$$\begin{aligned}
 H^{PBcible}(z_x, z_y) &= H_1(z_x, z_y)z_x^{-2}z_y^{-2} & (C.10) \\
 &= \frac{1}{64}A_0(z_x^{-4}z_y^{-4} + z_x^{-4}z_y^0 + z_x^0z_y^{-4} + z_x^0z_y^0) \\
 &+ \frac{1}{16}A_0(z_x^{-3}z_y^{-4} + z_x^0z_y^{-3} + z_x^{-4}z_y^{-3} + z_x^{-1}z_y^{-4} + z_x^{-1}z_y^0 + z_x^{-3}z_y^0 + z_x^{-4}z_y^{-1} + z_x^0z_y^{-1}) \\
 &+ \frac{3}{32}A_0(z_x^{-4}z_y^{-2} + z_x^0z_y^{-2} + z_x^{-2}z_y^{-4} + z_x^{-2}z_y^0) \\
 &+ \frac{1}{8}A_1(z_x^{-3}z_y^{-3} + z_x^{-1}z_y^{-1} + z_x^{-1}z_y^{-3} + z_x^{-3}z_y^{-1}) \\
 &+ \left(\frac{1}{4}A_1 - \frac{1}{8}A_0\right)(z_x^{-3}z_y^{-2} + z_x^{-1}z_y^{-2} + z_x^{-2}z_y^{-3} + z_x^{-2}z_y^{-1}) \\
 &+ \left(\frac{9}{16}A_0 - \frac{1}{2}A_1 + A_2\right)(z_x^{-2}z_y^{-2}),
 \end{aligned}$$

ce qui mène à la formulation (2.63) :

$$\begin{aligned}
 H_{2D}^{PBcible}(z_x, z_y) &= 10^{-3}[0.5(z_x^0z_y^0 + z_x^{-4}z_y^0 + z_x^0z_y^{-4} + z_x^{-4}z_y^{-4}) & (C.11) \\
 &+ 3.04(z_x^{-2}z_y^0 + z_x^0z_y^{-2} + z_x^{-4}z_y^{-2} + z_x^{-2}z_y^{-4}) \\
 &+ 2.03(z_x^{-1}z_y^0 + z_x^{-3}z_y^0 + z_x^0z_y^{-1} + z_x^{-4}z_y^{-1} + z_x^0z_y^{-3} + z_x^{-1}z_y^{-4} + z_x^{-4}z_y^{-3} + z_x^{-3}z_y^{-4}) \\
 &+ 54.43(z_x^{-1}z_y^{-1} + z_x^{-3}z_y^{-1} + z_x^{-1}z_y^{-3} + z_x^{-3}z_y^{-3}) \\
 &+ 104.8(z_x^{-2}z_y^{-1} + z_x^{-1}z_y^{-2} + z_x^{-3}z_y^{-2} + z_x^{-2}z_y^{-3}) \\
 &+ 332.7(z_x^{-2}z_y^{-2})].
 \end{aligned}$$

Annexe D

DISCRÉTISATION PAR SCHÉMA AUX DIFFÉRENCES FINIES DU BILAPLACIEN POLAIRE

Le bilaplacien appliqué au déplacement $w(r, \theta)$ s'exprime :

$$\begin{aligned} \Delta_p^2 = & \frac{\partial^4 w(r, \theta)}{\partial r^4} + \frac{2}{r} \frac{\partial^3 w(r, \theta)}{\partial r^3} - \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 w(r, \theta)}{\partial r^2} + \frac{1}{r^3} \frac{\partial w(r, \theta)}{\partial r} + \frac{2}{r^2} \frac{\partial^4 w(r, \theta)}{\partial r^2 \partial \theta^2} \\ & - \frac{2}{r^3} \frac{\partial^3 w(r, \theta)}{\partial r \partial \theta^2} + \frac{4}{r^4} \frac{\partial^2 w(r, \theta)}{\partial \theta^2} + \frac{1}{r^4} \frac{\partial^4 w(r, \theta)}{\partial \theta^4}. \end{aligned} \quad (\text{D.1})$$

Les différentes dérivées partielles intervenant dans l'équation du bilaplacien peuvent être approximées par les schémas aux différences finis centrée suivants :

$$\frac{\partial w(r, \theta)}{\partial r} \approx \frac{w(r + d_r, \theta) - w(r - d_r, \theta)}{2d_r} + O(d_r^2), \quad (\text{D.2})$$

$$\frac{\partial^2 w(r, \theta)}{\partial r^2} \approx \frac{w(r + d_r, \theta) - 2w(r, \theta) + w(r - d_r, \theta)}{d_r^2} + O(d_r^2), \quad (\text{D.3})$$

$$\frac{\partial^2 w(r, \theta)}{\partial \theta^2} \approx \frac{w(r, \theta + d_\theta) - 2w(r, \theta) + w(r, \theta - d_\theta)}{d_\theta^2} + O(d_\theta^2), \quad (\text{D.4})$$

$$\frac{\partial^3 w(r, \theta)}{\partial r^3} \approx \frac{w(r + 2d_r, \theta) - 2w(r + d_r, \theta) + 2w(r - d_r, \theta) - w(r - 2d_r, \theta)}{2d_r^3} + O(d_r^2), \quad (\text{D.5})$$

$$\frac{\partial^4 w(r, \theta)}{\partial r^4} \approx \frac{w(r + 2d_r, \theta) - 4w(r + d_r, \theta) + 6w(r, \theta) - 4w(r - d_r, \theta) + w(r - 2d_r, \theta)}{d_r^4} + O(d_r^4), \quad (\text{D.6})$$

$$\frac{\partial^4 w(r, \theta)}{\partial \theta^4} \approx \frac{w(r, \theta + 2d_\theta) - 4w(r, \theta + d_\theta) + 6w(r, \theta) - 4w(r, \theta - d_\theta) + w(r, \theta - 2d_\theta)}{d_\theta^4} + O(d_\theta^4), \quad (\text{D.7})$$

et

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial^4 w(r, \theta)}{\partial r^2 \partial \theta^2} &= \frac{\partial^2 w(r, \theta)}{\partial r^2} \times \frac{\partial^2 w(r, \theta)}{\partial \theta^2} \approx & (D.8) \\
 \frac{w(r + d_r, \theta) - 2w(r, \theta) + w(r - d_r, \theta)}{d_r^2} &\times \frac{w(r, \theta + d_\theta) - 2w(r, \theta) + w(r, \theta - d_\theta)}{d_\theta^2} \\
 &= \frac{1}{d_r^2 d_\theta^2} (w(r - d_r, \theta - d_\theta) - 2w(r - d_r, \theta) + w(r - d_r, \theta + d_\theta) - 2w(r, \theta - d_\theta) + 4w(r, \theta) \\
 &\quad - 2w(r, \theta + d_\theta) + w(r + d_r, \theta - d_\theta) - 2w(r + d_r, \theta) + w(r + d_r, \theta + d_\theta)).
 \end{aligned}$$

De la même manière on a :

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial^3 w(r, \theta)}{\partial r \partial \theta^2} &= \frac{\partial w(r, \theta)}{\partial r} \times \frac{\partial^2 w(r, \theta)}{\partial \theta^2} \approx & (D.9) \\
 \frac{w(r + d_r, \theta) - w(r - d_r, \theta)}{2d_r} &\times \frac{w(r, \theta + d_\theta) - 2w(r, \theta) + w(r, \theta - d_\theta)}{d_\theta^2} \\
 &= \frac{1}{2d_r d_\theta^2} (-w(r - d_r, \theta - d_\theta) + 2w(r - d_r, \theta) + w(r - d_r, \theta + d_\theta) + w(r + d_r, \theta - d_\theta) \\
 &\quad - 2w(r + d_r, \theta) + w(r + d_r, \theta + d_\theta)),
 \end{aligned}$$

En remplaçant les dérivées partielles par leurs approximations aux différences finies dans l'équation D.1, il vient :

$$\begin{aligned}
 \Delta_p^2 \approx \delta_{d_r, d_\theta}^2 &= & (D.10) \\
 \left(\frac{1}{d_r^4} - \frac{1}{rd_r^3} \right) w(r - 2d_r, \theta) &+ \left(\frac{2}{rd_r^3} - \frac{4}{d_r^4} - \frac{1}{r^2 d_\theta^2} - \frac{1}{2r^3 d_r} - \frac{4}{r^2 d_r^2 d_\theta^2} - \frac{2}{r^3 d_r d_\theta^2} \right) w(r - d_r, \theta) \\
 &+ \left(\frac{6}{d_r^4} + \frac{2}{r^2 d_r^2} + \frac{6}{r^4 d_\theta^4} - \frac{8}{r^4 d_\theta^2} \right) w(r, \theta) + \left(\frac{1}{d_r^4} + \frac{1}{rd_r^3} \right) w(r + 2d_r, \theta) \\
 &+ \left(\frac{-2}{rd_r^3} - \frac{4}{d_r^4} - \frac{1}{r^2 d_r^2} + \frac{1}{2r^3 d_r} - \frac{4}{r^2 d_r^2 d_\theta^2} + \frac{2}{r^3 d_r d_\theta^2} \right) w(r + d_r, \theta) + \left(\frac{1}{r^4 d_\theta^4} \right) w(r, \theta - 2d_\theta) \\
 &+ \left(\frac{4}{r^4 d_\theta^2} - \frac{4}{r^4 d_\theta^4} - \frac{4}{r^2 d_r^2 d_\theta^2} \right) w(r, \theta - d_\theta) + \left(\frac{4}{r^4 d_\theta^2} - \frac{4}{r^4 d_\theta^4} - \frac{4}{r^2 d_r^2 d_\theta^2} \right) w(r, \theta + d_\theta) \\
 &+ \left(\frac{1}{r^4 d_\theta^4} \right) w(r, \theta + 2d_\theta) + \left(\frac{2}{r^2 d_r^2 d_\theta^2} + \frac{1}{r^3 d_r d_\theta^2} \right) w(r - d_r, \theta - d_\theta) \\
 &+ \left(\frac{2}{r^2 d_r^2 d_\theta^2} - \frac{1}{r^3 d_r d_\theta^2} \right) w(r + d_r, \theta - d_\theta) + \left(\frac{2}{r^2 d_r^2 d_\theta^2} + \frac{1}{r^3 d_r d_\theta^2} \right) w(r - d_r, \theta + d_\theta) \\
 &+ \left(\frac{2}{r^2 d_r^2 d_\theta^2} - \frac{1}{r^3 d_r d_\theta^2} \right) w(r + d_r, \theta + d_\theta).
 \end{aligned}$$

Annexe E

MESURES SUR VÉHICULE EN SOUFFLERIE

E.1 Antenne classique sur la vitre conducteur

Les résultats ci-dessous présentent la reconstruction réalisée par les méthodes inverses RI et RIC lorsque la vitesse de l'écoulement est de 160 km/h.

Sur la figure E.1, la source harmonique n'est pas détectée par le microphone affleurant lorsque l'écoulement est à une vitesse de 160 km/h puisque son niveau est trop faible. Les niveaux des sources "émergente" et "masquée" ont été définis lorsque la vitesse de l'écoulement est de 140 km/h et n'ont jamais été changés quelle que soit la vitesse de l'écoulement. Ainsi une source "émergente" à une vitesse de 140 km/h est une source masquée à une vitesse de 160 km/h.

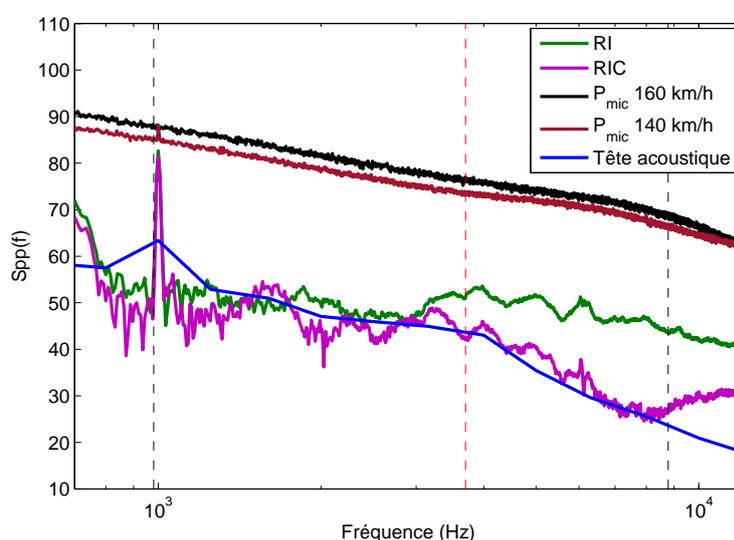


FIG. E.1 – DSP de la référence acoustique identifiée par le microphone affleurant et des pressions reconstruites par RI et RIC sur la vitre conducteur excitée par l'écoulement à une vitesse de 160 km/h et une source harmonique à 1000 Hz de niveau supérieur à celui de l'écoulement.

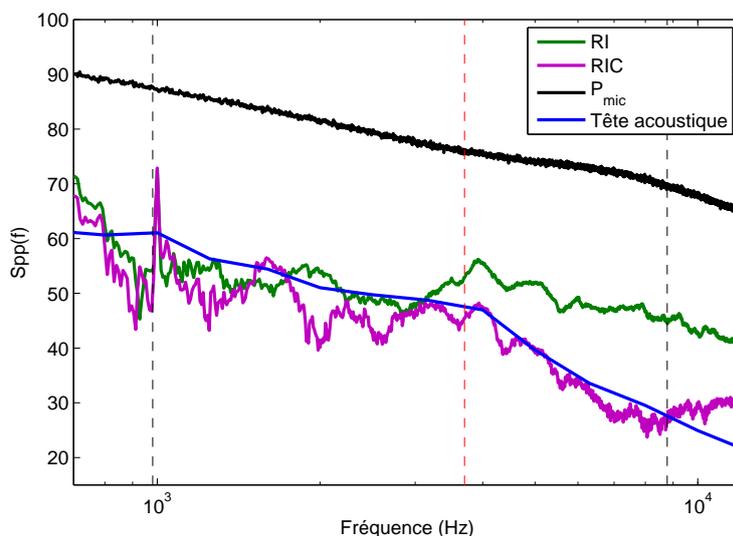


FIG. E.2 – DSP de la référence acoustique identifiée par le microphone affleurant et des pressions reconstruites par RI et RIC sur la vitre conducteur excitée par l'écoulement à une vitesse de 160 km/h et une source harmonique à 1000 Hz de niveau supérieur à celui de l'écoulement à 140 km/h mais inférieur à 160 km/h.

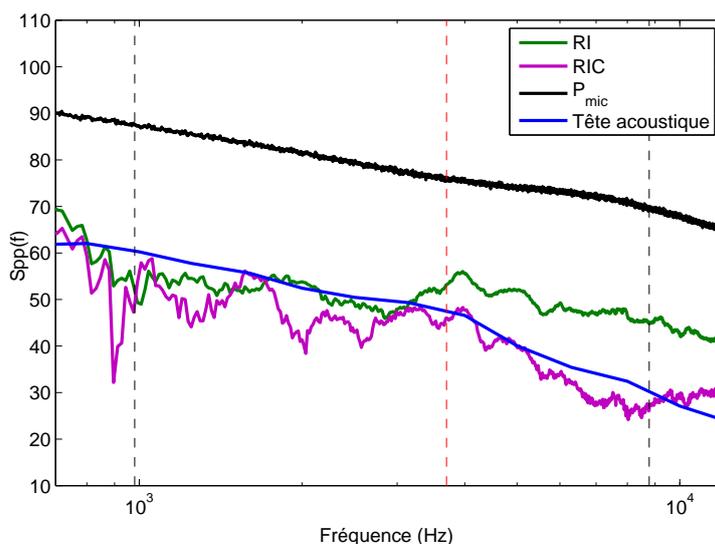


FIG. E.3 – DSP de la référence acoustique identifiée par le microphone affleurant et des pressions reconstruites par RI et RIC sur la vitre conducteur excitée par l'écoulement à une vitesse de 160 km/h.

E.2 Antenne polaire sur la vitre passager arrière gauche

L'antenne polaire a été appliquée sur la vitre passager arrière gauche au même point d'application que les antennes cartésiennes.

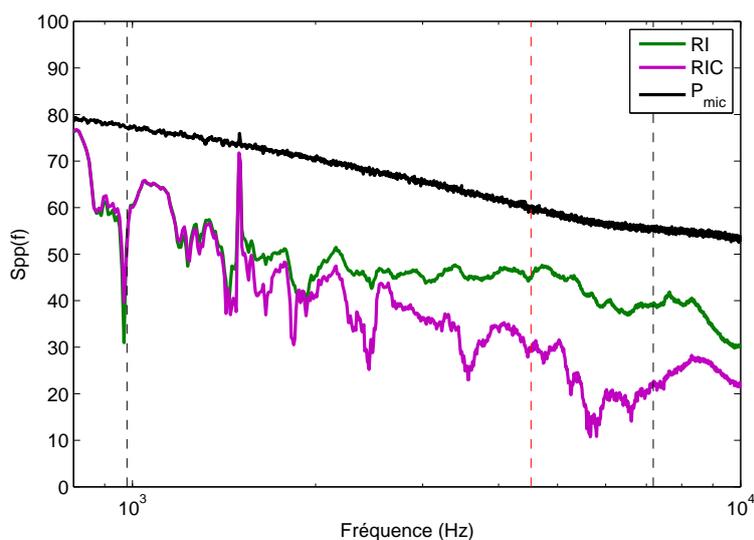


FIG. E.4 – DSP de la référence acoustique identifiée par le microphone affleurant et des pressions reconstruites par RI et RIC polaire sur la vitre passager arrière excitée par l'écoulement à une vitesse de 140 km/h et une source harmonique à 1500 Hz de niveau supérieur à celui de l'écoulement.

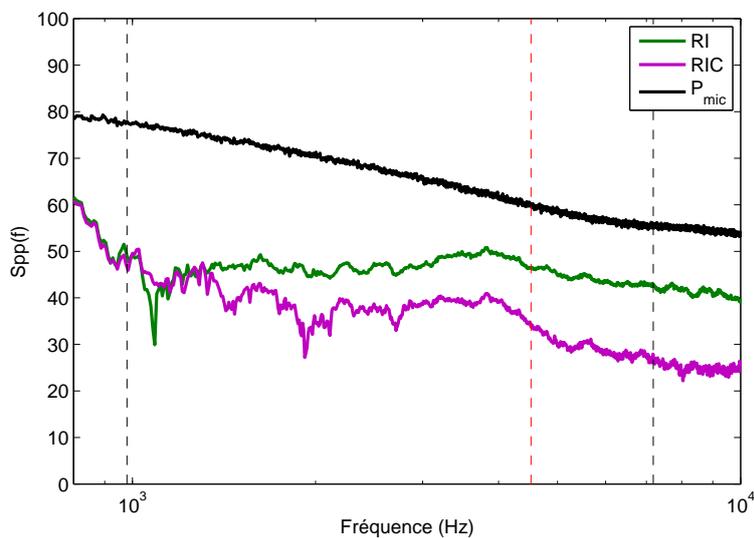


FIG. E.5 – DSP de la référence acoustique identifiée par le microphone affleurant et des pressions reconstruites par RI et RIC polaire sur la vitre passager arrière excitée par l'écoulement à une vitesse de 140 km/h.

BIBLIOGRAPHIE

- [1] Wolf-heinrich Hucho and Gino Sovran. Aerodynamics of road vehicles. *Annual review of fluid mechanics*, 25(1) :485–537, 1993.
- [2] William B Coney, Jen Y Her, and James A Moore. A semi-empirical approach for modeling greenhouse surface wind noise. Technical report, SAE Technical Paper, 1999.
- [3] Jen Y Her, Mingder Lian, James J Lee, and Jim Moore. Experimental assessment of wind noise contributors to interior noise. Technical report, SAE Technical Paper, 1997.
- [4] Paul Bremner. Vibroacoustic source mechanisms under aeroacoustic loads. In *18th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference (33rd AIAA Aeroacoustics Conference)*, page 2206, 2012.
- [5] Richard G DeJong, Tej S Bharj, and James J Lee. Vehicle wind noise analysis using a sea model with measured source levels. Technical report, SAE Technical Paper, 2001.
- [6] B Arguillat. *Étude expérimentale et numérique de champs de pression pariétale dans l'espace des nombres d'ondes, avec application aux vitrages automobiles*. PhD thesis, PhD thesis, 2006.
- [7] C Pezerat and JL Guyader. Two inverse methods for localization of external sources exciting a beam. *Acta Acustica*, 3(1) :1–10, 1995.
- [8] Quentin Leclere and Charles Pézerat. Vibration source identification using corrected finite difference schemes. *Journal of Sound and Vibration*, 331(6) :1366–1377, 2012.
- [9] Damien Lecoq. *Identification par problème inverse vibratoire des bas nombres d'onde de pressions pariétales turbulentes*. PhD thesis, LAUM-Le Mans (72), 2013.
- [10] Damien Lecoq, Charles Pézerat, Fabien Chevillotte, and Rémi Bessis. Measurement of the low-wavenumber component within a turbulent wall pressure by an inverse problem of vibration. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 140(3) :1974–1980, 2016.
- [11] Abdelkader Frendi. Coupling between a supersonic turbulent boundary layer and a flexible structure. *AIAA journal*, 35(1) :58–66, 1997.
- [12] Sean F Wu and Lucio Maestrello. Responses of finite baffled plate to turbulent flow excitations. *AIAA Journal*, 33(1) :13–19, 1995.
- [13] Jean-Louis Guyader. *Vibrations des milieux continus*. Hermes Science, 2002.
- [14] Claude Lesueur. *Rayonnement acoustique des structures : vibroacoustique, interactions fluide-structure*. Eyrolles, 1988.
- [15] Hermann Schlichting, Klaus Gersten, Egon Krause, Herbert Oertel, and Katherine Mayes. *Boundary-layer theory*, volume 7. Springer, 1955.
- [16] Theodore M Farabee and Mario J Casarella. Spectral features of wall pressure fluctuations beneath turbulent boundary layers. *Physics of Fluids A : Fluid Dynamics*, 3(10) :2410–2420, 1991.
- [17] GM Corcos. Resolution of pressure in turbulence. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 35(2) :192–199, 1963.
- [18] David M Chase. Modeling the wavevector-frequency spectrum of turbulent boundary layer wall pressure. *Journal of sound and Vibration*, 70(1) :29–67, 1980.
- [19] Firoz Alam, Simon Watkins, Gary Zimmer, and Clive Humphris. Effects of vehicle a-pillar

- shape on local mean and time-varying flow properties. Technical report, SAE Technical Paper, 2001.
- [20] MS Howe. Surface pressures and sound produced by turbulent flow over smooth and rough walls. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 90(2) :1041–1047, 1991.
- [21] William K Blake. *Mechanics of flow-induced sound and vibration, Volume 2 : Complex flow-structure interactions*. Academic press, 2017.
- [22] Francois Vanherpe, Philippe Lafon, and Guillaume Lobel. Estimation of automotive wind noise by coupling direct noise computation to statistical energy analysis. In *19th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference*, page 2227, 2013.
- [23] ASW Thomas and MK Bull. On the role of wall-pressure fluctuations in deterministic motions in the turbulent boundary layer. *Journal of Fluid Mechanics*, 128 :283–322, 1983.
- [24] NJ Cherry, R Hillier, and MEMP Latour. Unsteady measurements in a separated and reattaching flow. *Journal of Fluid Mechanics*, 144 :13–46, 1984.
- [25] Vincent Wilczynski and Mario J Casarella. Influences of near-wall and induced irrotational motion in a turbulent boundary layer on wall pressure fluctuations. *Journal of energy resources technology*, 117(4) :252–262, 1995.
- [26] Jean-François Largeau. *Analyse expérimentale de la dynamique et du rayonnement acoustique d'un écoulement de marche montante*. PhD thesis, École nationale supérieure d'ingénieurs (Poitiers), 2004.
- [27] Laura M Hudy, Ahmed Naguib, and William M Humphreys. Stochastic estimation of a separated-flow field using wall-pressure-array measurements. *Physics of Fluids*, 19(2) :024103, 2007.
- [28] Tony Ruiz. *Analyse de l'interaction entre un sillage tridimensionnel et une paroi—Détection de structures cohérentes responsables de fluctuations de pression pariétale*. PhD thesis, ISAE-ENSMa Ecole Nationale Supérieure de Mécanique et d'Aérotechnique-Poitiers, 2009.
- [29] JF Largeau and V Moriniere. Wall pressure fluctuations and topology in separated flows over a forward-facing step. *Experiments in Fluids*, 42(1) :21, 2007.
- [30] Arne Henning, Kristian Kaepernick, Klaus Ehrenfried, Lars Koop, and Andreas Dillmann. Investigation of aeroacoustic noise generation by simultaneous particle image velocimetry and microphone measurements. *Experiments in fluids*, 45(6) :1073, 2008.
- [31] Rémi Bessis, Yves Gervais, Laurent-Emmanuel Brizzi, and Janick Laumonier. Noise transmission through a glass window excited by low-speed turbulent flow. In *Acoustics 2012*, 2012.
- [32] JL Lumley, AM Yaglom, and VI Tatarski. Atmospheric turbulence and radio wave propagation. *Journal of computational chemistry*, 23(13) :1236–1243, 1967.
- [33] Jean P Bonnet, Daniel R Cole, Joël Delville, Mark N Glauser, and Lawrence S Ukeiley. Stochastic estimation and proper orthogonal decomposition : complementary techniques for identifying structure. *Experiments in fluids*, 17(5) :307–314, 1994.
- [34] J Borée. Extended proper orthogonal decomposition : a tool to analyse correlated events in turbulent flows. *Experiments in fluids*, 35(2) :188–192, 2003.
- [35] Eric Gaudard, Philippe Druault, Régis Marchiano, and François Van Herpe. About the pod application for separating acoustic and turbulent fluctuations from wall pressure synthesised field. *International Journal of Aerodynamics*, 4(1-2) :108–133, 2014.
- [36] Aapo Hyvärinen, Juha Karhunen, and Erkki Oja. *What is independent component analysis ?* Wiley Online Library, 2001.
- [37] Eric Manoha. *Mesure du spectre en fréquences et nombres d'ondes du champ des fluctuations de pression pariétale sous une couche limite turbulente*. PhD thesis, Paris 6, 1993.
- [38] I Lee and HJ Sung. Characteristics of wall pressure fluctuations in separated and reattaching flows over a backward-facing step : Part i. time-mean statistics and cross-spectral analyses. *Experiments in Fluids*, 30(3) :262–272, 2001.
- [39] Blandine Arguillat, Denis Ricot, Christophe Bailly, and Gilles Robert. Measured wavenumber : Frequency spectrum associated with acoustic and aerodynamic wall pressure fluctuations. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 128(4) :1647–1655, 2010.

- [40] Sébastien Debert. *Développement de méthodes de séparation des nombres d'onde acoustiques et convectifs en écoulements turbulents pariétaux*. PhD thesis, Université de Poitiers; Ecole Supérieure d'Ingénieurs de Poitiers-ESIP, 2008.
- [41] D Lecoq, C Pézerat, J-H Thomas, and WP Bi. Extraction of the acoustic component of a turbulent flow exciting a plate by inverting the vibration problem. *Journal of Sound and Vibration*, 333(12) :2505–2519, 2014.
- [42] FA Aupperle and RF Lambert. On the utilization of a flexible beam as a spatial filter. *Journal of Sound and Vibration*, 24(2) :259–267, 1972.
- [43] NC Martin and P Leehey. Low wavenumber wall pressure measurements using a rectangular membrane as a spatial filter. *Journal of Sound and Vibration*, 52(1) :95–120, 1977.
- [44] PW Jameson. Measurement of the low-wavenumber component of turbulent boundary layer pressure spectral density. 1975.
- [45] Charles Pezerat. *Méthode d'identification des efforts appliqués sur une structure vibrante, par résolution et régularisation du problème inverse*. PhD thesis, INSA de Lyon, 1996.
- [46] Michael Goody. Empirical spectral model of surface pressure fluctuations. *AIAA journal*, 42(9) :1788–1794, 2004.
- [47] Hugues Néglise and Jean Nicolas. Characterization of a diffuse field in a reverberant room. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 101(6) :3517–3524, 1997.
- [48] Larry E Wittig and A Krishna Sinha. Simulation of multicorrelated random processes using the fft algorithm. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 58(3) :630–634, 1975.
- [49] YF Hwang, William K Bonness, and Stephen A Hambric. Comparison of semi-empirical models for turbulent boundary layer wall pressure spectra. *Journal of Sound and Vibration*, 319(1-2) :199–217, 2009.
- [50] Michel Grédiac. Principe des travaux virtuels et identification. *Comptes rendus de l'Académie des sciences. Série 2, Mécanique, Physique, Chimie, Sciences de l'univers, Sciences de la Terre*, 309(1) :1–5, 1989.
- [51] Michel Grédiac, Evelyne Toussaint, and Fabrice Pierron. Special virtual fields for the direct determination of material parameters with the virtual fields method. 1—principle and definition. *International Journal of Solids and Structures*, 39(10) :2691–2705, 2002.
- [52] Alain Giraudeau and Fabrice Pierron. Identification of stiffness and damping properties of thin isotropic vibrating plates using the virtual fields method : theory and simulations. *Journal of Sound and Vibration*, 284(3-5) :757–781, 2005.
- [53] Cédric Devivier, F Pierron, and MR Wisnom. Damage detection in composite materials using deflectometry, a full-field slope measurement technique. *Composites Part A : Applied Science and Manufacturing*, 43(10) :1650–1666, 2012.
- [54] Alain Berry, Olivier Robin, and Fabrice Pierron. Identification of dynamic loading on a bending plate using the virtual fields method. *Journal of Sound and Vibration*, 333(26) :7151–7164, 2014.
- [55] Alain Berry and Olivier Robin. Identification of spatially correlated excitations on a bending plate using the virtual fields method. *Journal of Sound and Vibration*, 375 :76–91, 2016.
- [56] Murat Kunt, Goesta Granlund, and Michel Kocher. Traitement numérique des images. 1993.
- [57] Ling Cen. A hybrid genetic algorithm for the design of fir filters with spot coefficients. *Signal Processing*, 87(3) :528–540, 2007.
- [58] Jae S Lim. Two-dimensional signal and image processing. *Englewood Cliffs, NJ, Prentice Hall, 1990, 710 p.*, 1990.
- [59] Gérard Blanchet and Maurice Charbit. *Traitement numérique du signal : simulation sous matlab*. Hermès, 1998.
- [60] Nurhan Karaboga and Bahadir Cetinkaya. Design of digital fir filters using differential evolution algorithm. *Circuits, Systems and Signal Processing*, 25(5) :649–660, 2006.
- [61] Soo-Chang Pei and Jong-Jy Shyu. Design of two-dimensional fir digital filters by mcclellan transformation and least-squares contour mapping. *Signal Processing*, 44(1) :19–26, 1995.

- [62] Hung-Ching Lu and Shian-Tang Tzeng. Design of arbitrary fir log filters by genetic algorithm approach. *Signal Processing*, 80(3) :497–505, 2000.
- [63] Christakis Charalambous. The performance of an algorithm for minimax design of two-dimensional linear phase fir digital filters. *IEEE transactions on circuits and systems*, 32(10) :1016–1028, 1985.
- [64] Ju-Hong Lee, Shih-Jen Yang, and Ding-Chiang Tang. Minimax design of 2-d linear-phase fir filters with continuous and powers-of-two coefficients. *Signal processing*, 80(8) :1435–1444, 2000.
- [65] Soo-Chang Pei and Jong-Jy Shyu. Design of two-dimensional fir digital filters with specified magnitude and group delay responses by analytical least-squares method. *Signal processing*, 54(3) :273–283, 1996.
- [66] Charng-Kann Chen and Ju-Hong Lee. McClellan transform based design techniques for two-dimensional linear-phase fir filters. *IEEE Transactions on Circuits and Systems I : Fundamental Theory and Applications*, 41(8) :505–517, 1994.
- [67] Soo-Chang Peiat Jong-Jy Shyub. Design of two-dimensional fir digital filters by mclellan transformation and least-squares contour mapping. *Signal Processing*, 44 :19–26, 1995.
- [68] J McClellan, TW Parks, and L Rabiner. A computer program for designing optimum fir linear phase digital filters. *IEEE Transactions on Audio and Electroacoustics*, 21(6) :506–526, 1973.
- [69] C-C Tseng. Design of two-dimensional fir digital filters by mclellan transform and quadratic programming. *IEE Proceedings-Vision, Image and Signal Processing*, 148(5) :325–331, 2001.
- [70] Dave Hale. 3-d depth migration via mclellan transformations. *Geophysics*, 56(11) :1778–1785, 1991.
- [71] Radu Matei and Daniela Matei. Design and applications of 2d directional filters based on frequency transformations. In *Signal Processing Conference, 2010 18th European*, pages 1695–1699. IEEE, 2010.
- [72] Jonathan B Freund, Sanjiva K Lele, and Parviz Moin. Compressibility effects in a turbulent annular mixing layer. part 1. turbulence and growth rate. *Journal of Fluid Mechanics*, 421 :229–267, 2000.
- [73] Kamran Mohseni and Tim Colonius. Numerical treatment of polar coordinate singularities. *Journal of Computational Physics*, 157(2) :787–795, 2000.
- [74] George S Constantinescu and SK Lele. A highly accurate technique for the treatment of flow equations at the polar axis in cylindrical coordinates using series expansions. *Journal of Computational Physics*, 183(1) :165–186, 2002.
- [75] Natalie Baddour. Two-dimensional fourier transforms in polar coordinates. In *Advances in Imaging and Electron Physics*, volume 165, pages 1–45. Elsevier, 2011.
- [76] Christophe Marchetto, Laurent Maxit, Olivier Robin, and Alain Berry. Predicting the vibration response of panels under a turbulent boundary layer excitation from their measured sensitivity functions. In *INTER-NOISE and NOISE-CON Congress and Conference Proceedings*, volume 257, pages 706–717. Institute of Noise Control Engineering, 2018.
- [77] SR Ahmed. Influence of base slant on the wake structure and drag of road vehicles. *Journal of fluids engineering*, 105(4) :429–434, 1983.
- [78] Sébastien Chaligné. *Contrôle du sillage d’un corps non profilé : application expérimentale à une maquette simplifiée de véhicule industriel*. PhD thesis, École centrale de Lyon, 2013.
- [79] Océane Grosset. *Identification de la pression pariétale turbulente par problème inverse vibratoire dans les domaines aéronautique et naval*. PhD thesis, Université du Maine, 2017.
- [80] Cédric Renzi. *Identification Expérimentale de Sources vibratoires par Résolution du problème Inverse modélisé par un opérateur Eléments Finitis local*. PhD thesis, INSA de Lyon, 2011.
- [81] Paul Bottois, Frederic Ablitzer, Nicolas Joly, and Charles Pezerat. Characterisation of local homogenized complex young’s modulus of curved beam in composite material by using an inverse method and a finite element operator. In *INTER-NOISE and NOISE-CON Congress and Conference Proceedings*, volume 257, pages 366–375. Institute of Noise Control Engineering, 2018.

- [82] Kamal Boudjelaba. *Contribution à la conception des filtres bidimensionnels non récursifs en utilisant les techniques de l'intelligence artificielle : application au traitement d'images*. PhD thesis, Université d'Orléans, 2014.
- [83] Kamal Boudjelaba, Frédéric Ros, and Djamel Chikouche. An efficient hybrid genetic algorithm to design finite impulse response filters. *Expert Systems with Applications*, 41(13) :5917–5937, 2014.
- [84] Olivier Robin, Patrick O'Donoghue, and Alain Berry. Deflectometry, a full field slope measurement technique : General perspectives and application to loading identification using the virtual fields method. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 144(3) :1682–1682, 2018.
- [85] J Poittevin, P Picart, F Gautier, and C Pezerat. High-speed digital in-line holography as multipoint vibrometry to analyze vibrations of structures. In *Optical Measurement Systems for Industrial Inspection IX*, volume 9525, page 95251X. International Society for Optics and Photonics, 2015.
- [86] Thomas Durand-Texte, Elisabeth Simonetto, Stéphane Durand, Manuel Melon, and Marie-Hélène Moulet. Vibration measurement using a pseudo-stereo system, target tracking and vision methods. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 118 :30–40, 2019.

Titre : Identification des sources aéroacoustiques à partir de mesures vibratoires sur vitrages automobiles

Mots clés : Aéroacoustique, Vibration, Méthodes Inverses, Schéma aux Différences Finies, Filtrage, Industrie Automobile

Résumé : Dans sa recherche constante pour améliorer le confort des usagers, l'industrie automobile cherche à réduire les nuisances sonores dans les habitacles automobiles. Une des principales sources responsables de la gêne ressentie est l'écoulement turbulent qui se développe autour de la voiture. Celui-ci est caractérisé par des variations de pressions pariétales particulièrement importantes et localisées en particulier sur les vitrages avants du véhicule. L'objectif de cette étude est de mesurer et de caractériser la sollicitation aéroacoustique subie par le vitrage à l'aide d'une méthode vibratoire inverse nommée RIC (Résolution Inverse Corrigée). Le principe est de mesurer le déplacement de la vitre et de le réinjecter dans l'équation inverse du mouvement

de la structure pour calculer la pression pariétale. Cette technique repose sur la discrétisation d'un schéma aux différences finies judicieusement choisi suivant le filtrage visé. Il est alors possible de contrôler et choisir le filtrage apporté par le schéma en modifiant les coefficients qui le constituent. La démarche présentée repose sur la synthèse de filtres numériques et différentes approches sont proposées. Les différents schémas aux différences finies calculés à partir de ces méthodes sont appliqués, par simulations numériques et expérimentalement, sur le cas simple d'une plaque et sur les différents vitrages d'un véhicule placé en soufflerie.

Title : Aeroacoustic source identification using vibration measurements on automotive glazing

Keywords : Aeroacoustic, Vibration, Inverse Method, Finite Difference Scheme, Filtering, Automotive Industry

Abstract : In a constant search for user comfort, the automotive industry tries to reduce the annoying noises inside the passenger compartment of cars. These noises are mainly caused by the turbulence developed on the car window glass. Turbulent flow is characterized by particularly high wall pressure variations on the windows of the vehicle. The aim of this study is to measure the aeroacoustic load on the car window glass using the vibratory reverse method called Force Analysis Technique (FAT). The principle of this method is based on measuring the plate displacement field which is injected into the motion equation of the plate in order to calculate the force distribution exciting the structure. In order to do so, spatial derivatives are calculated by approximation

using a judiciously selected finite difference model. It becomes possible to control and choose the filtering realized by the finite difference scheme by changing its coefficients. This technique is based on digital filter synthesis and different approaches are proposed. New finite different schemes are then applied on a plate and on car window glasses by computer simulations and experiments. Experiments are realized in an anechoic wind tunnel on a real car.