



**HAL**  
open science

# Méthodologies de simulation de de pré-dimensionnement vibro-acoustique des machines à reluctance variable

Haïfa Mechmeche

► **To cite this version:**

Haïfa Mechmeche. Méthodologies de simulation de de pré-dimensionnement vibro-acoustique des machines à reluctance variable. Electromagnétisme. Ecole Centrale de Lille, 2015. Français. NNT : 2015ECLI0014 . tel-02918211

**HAL Id: tel-02918211**

**<https://theses.hal.science/tel-02918211v1>**

Submitted on 20 Aug 2020

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

N° d'ordre : 272

ECOLE CENTRALE DE LILLE

**THÈSE**

Présentée en vue d'obtenir le grade de

**DOCTEUR**

En

**Spécialité : Génie Electrique**

Présentée et soutenue par

**Haïfa MECHMECHE**

DOCTORAT DELIVRE PAR L'ECOLE CENTRALE DE LILLE

**« Méthodologies de simulation et de pré-dimensionnement  
vibro-acoustique des machines à réluctance variable »**

Thèse soutenue le 10 Juillet 2015 devant le jury d'examen :

Rapporteurs :	Pr LANFRANCHI Vincent	UTC (LEC)
	Pr MININGER Xavier	Université Paris-Sud (GEEPS)
Directeurs de thèse :	Pr HECQUET Michel	EC Lille (L2EP)
	Pr TOUNZI Abdelmounaim	UST Lille (L2EP)
Encadrant :	MdC-HDR GILLON Frédéric	EC Lille (L2EP)
Président :	Pr GAUTIER François	Univ Le Mans (LAUM)
Membres :	Dr FRITZ Guillaume	R&D Renault Technocentre
	Dr BRACIKOWSKI Nicolas	IREENA (Nantes)

Thèse préparée dans le Laboratoire d'Électrotechnique et d'Électronique de Puissance (L2EP)

École Doctorale SPI 072 (Lille I, Lille III, Artois, ULCO, UVHC, EC Lille)

**PRES Université Lille Nord-de-France**

# Remerciements

Je tiens à remercier chaleureusement toutes les personnes qui m'ont aidée pendant l'élaboration de ma thèse et notamment mes directeurs de thèse Michel HECQUET et Abdelmounaïm TOUNZI pour leur intérêt, leur soutien, leur grande disponibilité et leurs nombreux conseils tout au long de ma thèse. Un grand merci à Guillaume FRITZ d'avoir accepté d'encadrer mes travaux, pour le temps qu'il y a consacré et pour sa confiance. Merci également à Frédéric GILLON pour son intérêt pour le sujet et son encadrement.

Je souhaiterais remercier M. François GAUTIER d'avoir accepté de présider le jury. Je remercie également M. Vincent LANFRANCHI et M. Xavier MININGER pour l'intérêt qu'ils ont porté à ce travail en acceptant d'en être les rapporteurs. Je tiens aussi à remercier M. Nicolas BRACIKOWSKI d'avoir accepté de faire partie du jury.

Je remercie enfin celles et ceux qui me sont chers. Leurs attentions et encouragements m'ont accompagnée tout au long de ces années.

Merci à mes parents et à mon frère pour leur amour, leur soutien et leur confiance indéfectible dans mes choix.

# Table des matières

<b>Sommaire</b>	<b>3</b>
<b>Introduction</b>	<b>7</b>
<b>1 Etat de l'art et orientation de l'étude</b>	<b>9</b>
1.1 Contexte et généralités . . . . .	9
1.1.1 Contexte général . . . . .	9
1.1.2 Généralités sur le bruit . . . . .	11
1.1.3 Généralités sur l'acoustique automobile . . . . .	14
1.1.4 Le bruit dans les GMP électriques . . . . .	16
1.1.5 Cadre de l'étude . . . . .	18
1.2 Etat de l'art . . . . .	19
1.2.1 Modélisation électromagnétique . . . . .	20
1.2.2 Modélisation vibratoire . . . . .	30
1.2.3 Modélisation acoustique . . . . .	34
1.2.4 Méthodes de réduction du bruit rayonné par les MRV . . . . .	36
1.3 Positionnement et plan de l'étude . . . . .	44
<b>2 Modélisation Vibratoire et acoustique de l'outil GRIMM</b>	<b>47</b>
2.1 Introduction . . . . .	47
2.2 Modélisation vibratoire . . . . .	47
2.2.1 Mise en équation . . . . .	48
2.2.2 Analyse modale . . . . .	51
2.2.3 Réponse dynamique . . . . .	56
2.3 Modélisation acoustique . . . . .	62
2.3.1 Mise en équation . . . . .	62
2.3.2 Conditions aux limites . . . . .	64
2.3.3 Généralisation de la pression acoustique à un déplacement vibratoire quelconque	65
2.4 Validations vibro-acoustiques du modèle d'anneau avec des ondes théoriques . . . . .	67
2.4.1 Modèle EF vibratoire et acoustique . . . . .	67
2.4.2 Analyse modale : fréquences et modes propres . . . . .	67
2.4.3 Réponse dynamique : ondes théoriques . . . . .	68
2.4.4 Réponse acoustique : ondes théoriques . . . . .	73
2.5 Conclusion . . . . .	75

<b>3</b>	<b>Approches multi-physiques : type de modélisations</b>	<b>77</b>
3.1	Introduction . . . . .	77
3.2	Modélisation EF des différentes physiques . . . . .	78
3.2.1	Modélisation électromagnétique EF . . . . .	78
3.2.2	Modélisation vibratoire EF . . . . .	81
3.2.3	Modélisation acoustique EF . . . . .	83
3.3	Méthodologie hybride . . . . .	83
3.4	Méthodologie purement EF . . . . .	86
3.5	Méthodologie purement analytique . . . . .	89
3.5.1	Principe et hypothèses du modèle électromagnétique analytique . . . . .	89
3.5.2	Comparaison qualitative entre les modèles électromagnétique analytique et EF . . . . .	95
3.6	Conclusion . . . . .	99
<b>4</b>	<b>Validations, limites et application de l'approche multi-physique hybride</b>	<b>101</b>
4.1	Introduction . . . . .	101
4.2	Validations vibro-acoustique du modèle d'anneau . . . . .	102
4.2.1	Réponse dynamique : Montée en régime - Rpm (MRV 12/8) . . . . .	102
4.2.2	Réponse dynamique : Montée en régime - Harmonique (MRV 12/8) . . . . .	105
4.2.3	Réponse dynamique : Montée en régime - Harmonique (MRV 8/6) . . . . .	111
4.2.4	Réponse acoustique : Montée en régime - Harmonique (MRV 12/8) . . . . .	117
4.3	Limites du modèle d'anneau . . . . .	119
4.3.1	Prise en compte de l'effet de la denture statorique . . . . .	120
4.3.2	Prise en compte du carter : Poutre composite . . . . .	129
4.3.3	Limite de l'hypothèse d'anneau mince . . . . .	133
4.4	Etude acoustique comparative sur 4 topologies de MRV : 8/6, 12/8, 16/12 et 18/12 . . . . .	135
4.4.1	Classement des 4 topologies d'un point de vue acoustique . . . . .	135
4.4.2	Conclusion . . . . .	137
<b>5</b>	<b>Analyse des harmoniques électromagnétiques et Application</b>	<b>139</b>
5.1	Introduction . . . . .	139
5.2	Effet de la saturation . . . . .	139
5.2.1	Introduction . . . . .	139
5.2.2	Modèles électromagnétiques . . . . .	139
5.2.3	MRV 8/6 . . . . .	141
5.2.4	MRV 16/12 . . . . .	144
5.2.5	Effet de la saturation sur le comportement acoustique . . . . .	144
5.3	Analyse d'harmonique : problème inverse . . . . .	145
5.3.1	Problème 'inverse' . . . . .	145
5.3.2	Produit de convolution . . . . .	154
5.3.3	Analyse de l'harmonique magnétique problématique . . . . .	166
5.4	Conclusion . . . . .	171
	<b>Conclusion</b>	<b>173</b>
	<b>Communications</b>	<b>175</b>
	Bibliographie . . . . .	177

<b>Annexes</b>	<b>181</b>
5.5 Annexes A . . . . .	181
5.6 Annexes B . . . . .	191
5.6.1 Comparaison Analytique/Eléments Finis : GRIMM/Maxtran . . . . .	191
5.7 Annexe C . . . . .	203



# Introduction

Le confort vibro-acoustique est devenu un critère primordial dans l'industrie automobile. Il fait l'objet de différentes recherches chez les constructeurs automobiles dont Renault. Pour pouvoir réduire les nuisances sonores émises par les groupes motopropulseurs électriques (GMPE), il est nécessaire de comprendre le processus de génération du bruit. Le bruit rayonné par les machines électriques a trois origines majeures : aérodynamique, mécanique et électromagnétique. Dans ces travaux, le choix industriel de la machine électrique a porté sur la Machine à Réductance Variable à Double Saillance (MRVDS) et nous nous intéresserons uniquement au bruit d'origine magnétique. Ce bruit électromagnétique est essentiellement causé par les vibrations de la structure statorique sous l'action des forces magnétiques. Par conséquent, pour diagnostiquer un problème de bruit rayonné par une machine, il est primordial de maîtriser et comprendre profondément les trois physiques qui contribuent à la génération de ce bruit à savoir : l'électromagnétisme, les vibrations et l'acoustique. Dans ces travaux, nous traitons cette problématique multi-physique en utilisant différentes méthodologies selon l'objectif de l'étude.

Dans ces travaux, nous traitons cette problématique multi-physique en utilisant différentes méthodologies selon l'objectif de l'étude. Dans le cadre d'une étude de pré-dimensionnement, nous avons opté pour une méthodologie hybride qui marient modèle électromagnétique Eléments Finis (EF) et modèle vibro-acoustique analytique car elle est caractérisée par le meilleur compromis précision/temps de calcul. L'avantage de cette méthodologie est qu'elle permet dans une phase amont du projet de s'orienter rapidement vers la configuration de moteur la plus favorable d'un point de vue acoustique. La pertinence de cette méthodologie à hiérarchiser différentes MRVDS est démontrée dans ce mémoire par le biais d'une étude comparative sur 4 topologies de MRVDS. Un autre avantage de cette méthodologie est qu'elle permet une étude de sensibilité sur les paramètres électromagnétiques qui peuvent avoir une influence sur le comportement acoustique des MRVDS. Dans ce mémoire, l'effet de la saturation a été investigué. Par contre, pour une étude de validation, c'est-à-dire à une phase assez avancée du projet, nous utilisons une méthodologie purement EF qui donnera des estimations précises des niveaux de puissances acoustiques rayonnées et permettra de statuer sur le choix de la machine vis-à-vis du cahier des charges acoustique. Une autre originalité de nos travaux consiste en une étude qualitative des origines électromagnétiques potentiellement responsables du bruit dans les MRVDS. Cette étude est basée sur l'exploitation d'une méthodologie multi-physique purement analytique et permet d'établir des règles de conception de MRVDS silencieuses.

Après cette brève introduction, nous détaillerons dans le chapitre I le contexte de l'étude, les objectifs ainsi que le cadre de notre étude. Un état de l'art sur la modélisation multi-physique électro-vibro-acoustique est ensuite détaillé ainsi que le positionnement de l'étude. Le chapitre II présente le développement d'un modèle analytique d'anneau pour la partie vibratoire et d'un modèle reposant sur l'équation de Helmholtz pour la partie acoustique. Ces modèles développés sous Matlab constituent la base de l'outil GRIMM (Generical RIng Model for Magnetic noise). Les chapitres suivants donneront

les atouts de cet outil de pré-dimensionnement. Le chapitre III commence par introduire les différentes physiques modélisées par éléments finis (E.F.) : de l'électromagnétisme à l'acoustique en passant par le calcul des déplacements. Ces différentes modélisations sont illustrées sur le cas d'une machine à réluctance variable 8/6. Puis, différentes méthodologies pour coupler ces physiques sont ensuite détaillées, d'un couplage hybride associant un modèle E.F. couplé à des modèles analytiques, un couplage de modèles «tout numérique» et enfin le couplage de modèles «tout analytiques». Enfin, les chapitres IV et V valident l'outil GRIMM et la démarche hybride dans une phase de pré-dimensionnement vibro-acoustique de machines à réluctance variable. La démarche « tout numérique » est exploitée pour une étude « fine » sur les aspects « saturation de la machine » et impact de cette saturation sur le bruit. Enfin une analyse harmonique par produit de convolution complète ce rapport afin de connaître les origines des harmoniques de pressions.

# Chapitre 1

## Etat de l'art et orientation de l'étude

### 1.1 Contexte et généralités

#### 1.1.1 Contexte général

La réalité des problématiques environnementales telles que le réchauffement climatique, l'épuisement des ressources énergétiques primaires et l'augmentation des prix de ces ressources fait que la réduction de l'émission de gaz à effet de serre et de la consommation des sources d'énergie fossile devient un impératif environnemental et économique. Des conventions entre différents pays existent afin de réduire les émissions de gaz à effet de serre comme notamment le protocole de Kyoto 1997 qui contient l'engagement des pays industrialisés à réduire leurs émissions de certains gaz à effet de serre d'au moins 5% sur la période 2008-2012 par rapport aux niveaux en 1990. Dans le cas de l'Union Européenne, la réduction était prévue de 8%. En France, l'état vise à diviser par quatre les émissions de gaz à effet de serre dans le pays d'ici 2050. Parmi les gaz responsables des changements climatiques figure le gaz carbonique (CO<sub>2</sub>) provenant principalement de la combustion des énergies fossiles. Les émissions totales de CO<sub>2</sub> en France s'élevaient à environ 400 millions de tonnes, dans lesquelles le secteur des transports est responsable d'environ un tiers des émissions (Figure 1.1). Celles dues aux transports routiers représentent environ 90% des émissions du secteur des transports comme l'illustre la Figure 1.2.

Face à ces taux inquiétants d'émissions de CO<sub>2</sub>, les objectifs européens sont : 130 g CO<sub>2</sub>/km en 2015 et 95 g CO<sub>2</sub>/km en 2020, sachant que la moyenne des émissions des véhicules en Europe en 2000 était de 186 g/km. Ces objectifs sont les plus stricts du monde et les pénalités associées sont les plus dissuasives (20 euros/g en 2015 et 95 euros/g en 2020).

Une autre catégorie de pollution à laquelle nous sommes également de plus en plus sensibles est la pollution sonore (Figure 1.3). En effet, le bruit affecte non seulement la qualité de vie de l'homme mais aussi sa santé. D'après l'Agence Européenne pour l'Environnement (AEE), le plus souvent cela se traduit par une augmentation du stress, des insomnies voire des malaises cardiaques. Le bruit des véhicules est l'une des premières sources de pollution sonore et ceci particulièrement en milieu urbain. Compte-tenu des basses vitesses observées en ville, le bruit provient majoritairement des moteurs et du roulement (contact roue/route). Des études ont déjà vérifié la responsabilité de la pollution sonore automobile dans l'exacerbation des maladies cardiovasculaires, le risque de décès cardio-respiratoire chez les sujets résidents à proximité d'un axe routier. Pour lutter contre ce fléau et ses conséquences sur la santé publique, de nouvelles limitations de niveau de bruit maximal pour les véhicules ont été arrêtées en février 2013 à Strasbourg. Le plafond est passé à 68 dB pour les voitures individuelles,

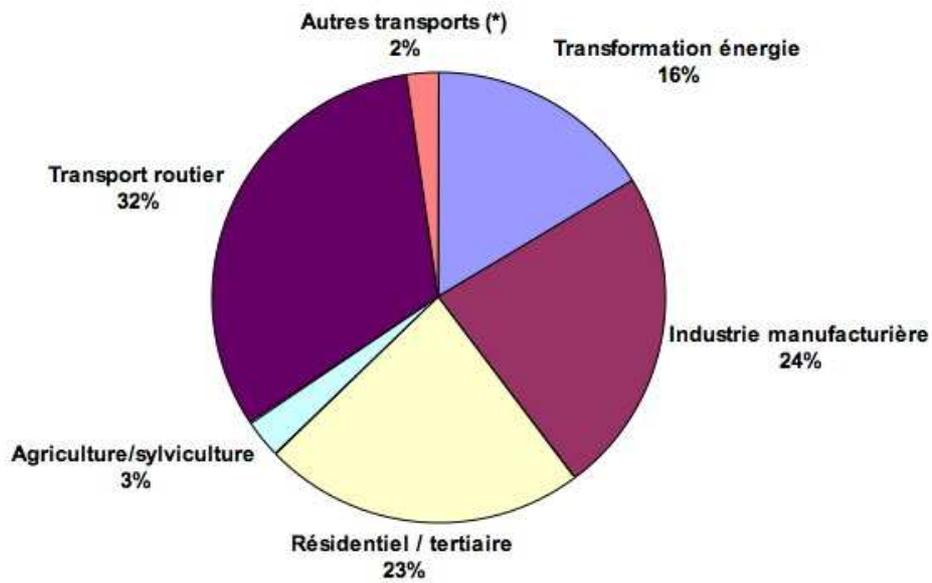


FIGURE 1.1 – Répartition par activité des émissions de CO<sub>2</sub> seul en France. Source : CO<sub>2</sub> emissions by fuel

### Emissions de CO<sub>2</sub> en France en 2007 (%)

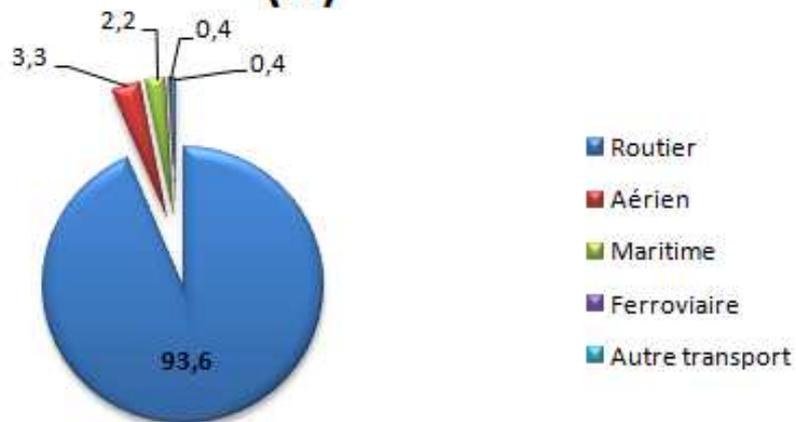


FIGURE 1.2 – Parts des émissions de CO<sub>2</sub> par mode de transport en France

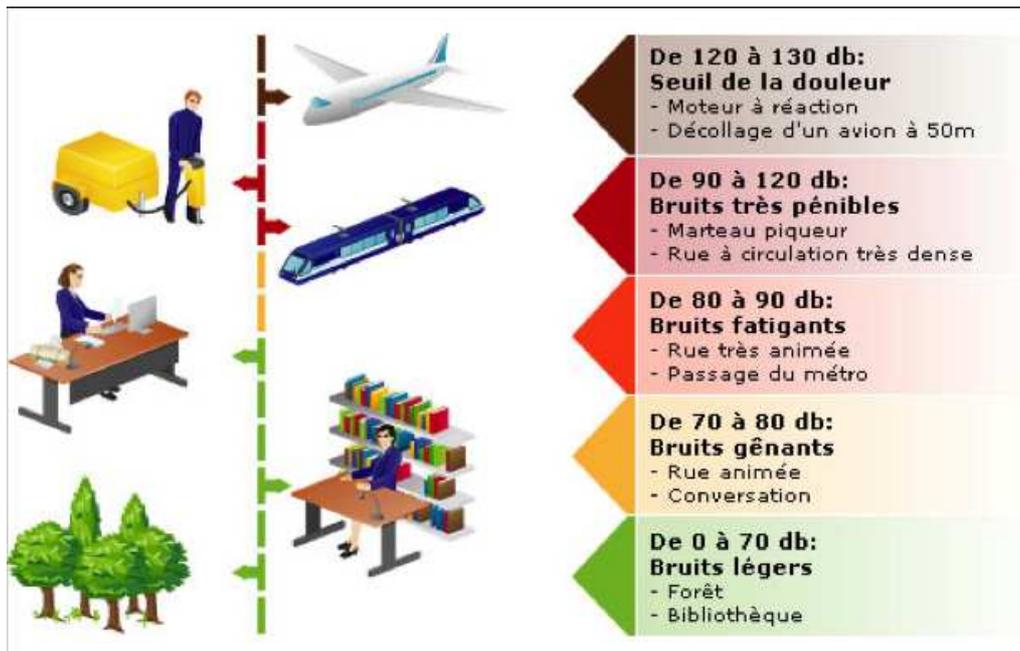


FIGURE 1.3 – Echelle des bruits exprimés en décibels

fourgonettes, autobus et autocars (Figure 1.3). Cette limite rentre en application en 2019 pour leur homologation et 2021 pour la commercialisation des voitures neuves. Il faut bien avoir à l'esprit qu'une réduction de 4 dB correspond à une baisse du niveau sonore des véhicules de 60%.

Consciente de l'importance de cet enjeu environnemental, économique et sociétal, l'industrie automobile a été appelée à se transformer en profondeur. Elle a donc orienté ses recherches vers des solutions plus respectueuses de l'environnement et plus confortable sur le plan vibro-acoustique. Pour cela, deux approches ont été envisagées. La première repose sur l'amélioration continue de la performance de tous les véhicules thermiques : injection directe, diminution des résistances, allègement des structures, micro-hybridation type start and stop, véhicules hybrides (Eolab hybride). Cette approche permet de réduire la consommation et les émissions jusqu'à 30%. Elle est largement soutenue par les réglementations européennes et les dispositifs fiscaux nationaux.

La deuxième approche, qui est complémentaire de la précédente, s'appuie sur la rupture technologique, sur le type de carburant utilisé (électricité, biocarburants, hydrogène) ou sur le système de motorisation (électrification). En France, l'électrification est particulièrement attractive, pour des raisons économiques et environnementales puisque l'électricité française est moins chère et plus faiblement carbonnée que dans d'autres pays européens. Dans cette optique, le constructeur automobile Renault a proposé à partir de fin 2011, une gamme de quatre véhicules zéro émission : Twizy, Zoe, Kangoo électrique et Fluence électrique.

Ce travail de thèse traite du comportement vibro-acoustique de groupes motopropulseurs électriques. Il implique l'industriel Renault et le laboratoire d'Electrotechnique et d'Electronique de Puissance (L2EP - Ecole Centrale de Lille).

### 1.1.2 Généralités sur le bruit

#### Pression, puissance et intensité acoustique

Le son est une onde produite par la vibration mécanique d'un support solide et propagée grâce à l'élasticité du milieu environnant. Par extension physiologique, le son désigne la sensation auditive à

laquelle cette vibration est susceptible de donner naissance.

La vitesse de propagation du son (on parle également de la célérité) dépend de la nature, de la température et de la pression du milieu. Comme l'air est proche d'un gaz parfait, la pression a très peu d'influence sur la vitesse du son.

La fréquence d'un son est exprimée en Hertz (Hz), elle est directement liée à la hauteur d'un son perçu, mais n'en est qu'une des composantes. À une fréquence faible correspond un son grave, à une fréquence élevée un son aigu.

Tout être vivant doté d'une ouïe ne peut percevoir qu'une partie du spectre sonore. Les physiologistes s'accordent à dire que l'oreille humaine moyenne ne perçoit les sons que dans une certaine plage de fréquences située environ (selon l'âge, la culture, etc.), entre 20 Hz (en dessous les sons sont qualifiés d'infrasons) et 20 kHz (au-delà les sons sont qualifiés d'ultrasons).

L'amplitude est une autre caractéristique importante d'un son. L'intensité perçue dépend, entre autres, de l'amplitude : le son peut être fort ou doux. Dans l'air, l'amplitude correspond aux variations de pression de l'onde.

**Intensité acoustique** Le vecteur d'intensité acoustique  $\vec{I}$  est la moyenne temporelle du flux d'énergie instantanée, il s'écrit :

$$\begin{aligned}\vec{I} &= \langle p(t) \cdot v(t) \rangle_t \\ &= \frac{1}{4} (\bar{p} \cdot v + p \cdot \bar{v})\end{aligned}\tag{1.1}$$

$\langle \rangle_t$  désigne la moyenne sur le temps

$p$  : pression acoustique

$v$  : vitesse particulaire

$\bar{p}$  et  $\bar{v}$  : complexes conjugués de respectivement  $p$  et  $v$

**Puissance acoustique** Si une source (S) crée un champ acoustique dans un domaine D quelconque de surface fermée  $\Sigma$ , le flux d'énergie par unité de temps traversant un élément de surface  $ds$  de la surface  $\Sigma$  est la quantité  $\vec{I} \cdot \vec{n} ds$ . L'expression de la puissance acoustique moyenne  $\mathcal{P}$  qui représente le flux total d'énergie traversant la surface  $\Sigma$  par unité de temps est donnée par :

$$\mathcal{P} = \iint_{\Sigma} \vec{I} \cdot \vec{n} ds\tag{1.2}$$

Notons que dans le cas où nous négligeons les pertes, la puissance moyenne d'une source acoustique est indépendante de la surface  $\Sigma$  choisie.

Afin de pouvoir exprimer la puissance acoustique en fonction de la pression acoustique, nous nous mettons en champ lointain et nous relierons ainsi la pression acoustique et la vitesse quadratique  $v$  par la relation suivante [39] :

$$v = \frac{p}{\rho_0 c_0}\tag{1.3}$$

$\rho_0$  : masse volumique de l'air

$c_0$  : célérité du son

Nous pouvons donc exprimer la puissance acoustique en fonction de la pression acoustique telle que :

$$\mathcal{P} = \iint_{\Sigma} \frac{|p|^2}{2\rho_0 c_0} ds \quad (1.4)$$

Nous pouvons calculer cette intégrale en discrétisant la surface  $\Sigma$ . La puissance acoustique devient :

$$\mathcal{P} = \sum_N \frac{|p|^2}{2\rho_0 c_0} \Delta\Sigma \quad (1.5)$$

Notons que l'expression (1.5) de la puissance acoustique est valable uniquement en champ lointain. Nous supposons que cette hypothèse est satisfaite si la pression acoustique utilisée pour le calcul de la puissance acoustique, est évaluée à une distance supérieure à la longueur d'onde de l'onde.

La puissance acoustique rayonnée est souvent présentée en échelle logarithmique par convention :

$$L_{\mathcal{P}} = 10 \log_{10} \left( \frac{\mathcal{P}}{\mathcal{P}_0} \right) \quad (1.6)$$

$\mathcal{P}_0$  : Référence de la puissance acoustique qui vaut  $10^{-12}$  W

## Psychoacoustique

En acoustique le niveau se mesure en décibels (dB). Il s'agit du rapport logarithmique soit de la puissance acoustique par la puissance de référence, soit du rapport de la pression produite sur la pression de référence, en pascals ( $p_0 = 2 \cdot 10^{-5} Pa$ ).

Mais attention, la notion de niveau sonore ne correspond pas exactement à la sensation perçue, car il faut prendre en compte la sensibilité de l'oreille, qui varie principalement selon la fréquence du son. Si l'on veut estimer, non pas le niveau de pression sonore en dB, mais la sensation perçue par l'oreille, on devra utiliser des filtres qui atténueront les basses et les hautes fréquences de la même façon que le fait l'oreille humaine. Il existe trois types de filtres pondérateurs, le filtre A pour les sons d'intensité faible, le filtre B pour les sons d'intensité moyenne et le filtre C pour les sons d'intensité forte. Selon que l'on utilise tel ou tel filtre, on donnera le niveau en dBA, dBB ou dBC. Le filtre le plus couramment utilisé est le filtre A. Ces filtres de pondérations sont basés sur les courbes dites de Fletcher et Munson (Figure 1.4). Ces courbes illustrent le fait que la sensibilité de l'oreille n'est pas identique à toutes les fréquences. Elles indiquent, pour chacune des fréquences du spectre audible, le niveau de pression acoustique nécessaire à la perception d'une même intensité. Par exemple, si on prend comme référence un signal à 1 kHz émis à un niveau de 60 dB, et qu'on le compare à un signal de 40 Hz, ce dernier devra être d'un niveau non plus de 60 dB mais de 80 dB pour que la sensation sonore soit identique. Si on compare ce même signal à 1 kHz avec un autre à 8 kHz, ce dernier devra être émis à un niveau de 70 dB pour que la sensation sonore soit identique pour les deux signaux. D'une manière générale, l'oreille est moins sensible aux fréquences graves et aiguës qu'aux fréquences médiums, comprises entre 1 kHz et 5 kHz, qui sont naturellement favorisées par notre oreille [9].

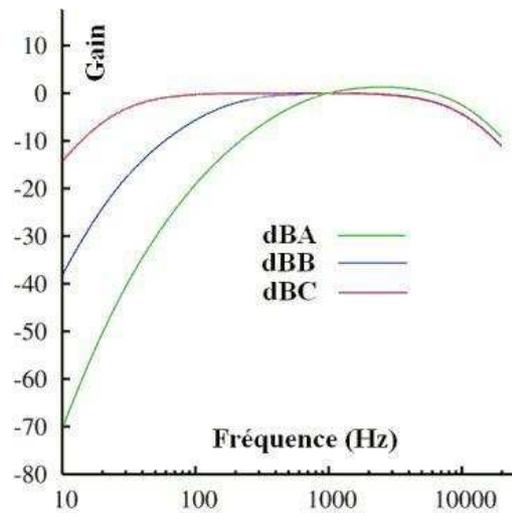


FIGURE 1.5 – Les filtres de pondération A, B et C

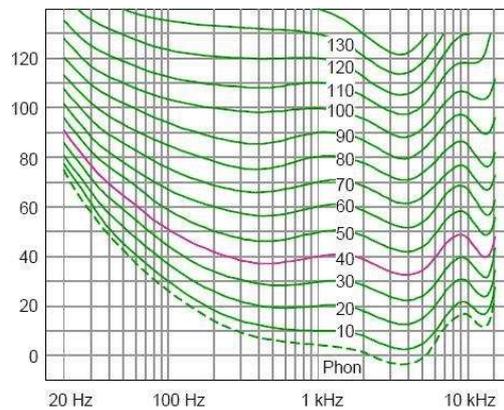


FIGURE 1.4 – Les courbes de Fletcher et Munson : courbes d'égalité de sensibilité

### 1.1.3 Généralités sur l'acoustique automobile

Le silence est l'une des prestations qu'attendent les acheteurs d'automobile, au même titre que la sécurité ou la consommation de carburant. Cette préoccupation transparaît aussi bien dans les tests comparatifs des journaux spécialisés que dans les enquêtes de satisfaction, où près d'un tiers des critiques concernent les bruits.

On appelle synthèse acoustique d'un véhicule, l'opération qui consiste à respecter un certain équilibre entre les différentes composantes du bruit. L'amélioration de la prestation acoustique ne peut donc venir que d'une réduction homogène de l'ensemble des composantes du bruit.

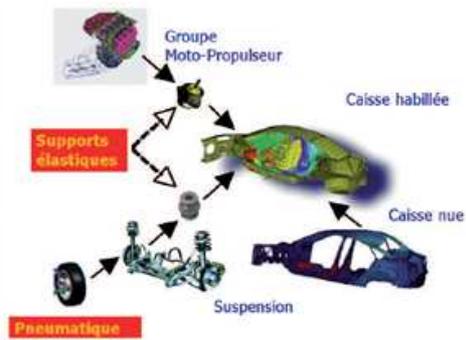


FIGURE 1.6 – Décomposition type d'un véhicule pour effectuer une synthèse acoustique du bruit du GMP et du bruit de roulement

En acoustique automobile, ces bruits vont se transmettre généralement de 2 manières : par voie aérienne et par voie solidienne. L'acousticien devra donc considérer la source à l'origine du bruit, les voies de transmission ainsi que la pièce ou l'ensemble final qui pourrait éventuellement amplifier le bruit rayonné.

On distingue généralement trois types de bruit dans l'acoustique automobile (Figure 1.7) :

- Le bruit du Groupe MotoPropulseur (GMP), c'est-à-dire tout ce qui est généré par le moteur, le réducteur, ...
- Le bruit de roulement sur la route ;
- Le bruit aérodynamique produit par l'écoulement de l'air autour de la voiture (à hautes vitesses).

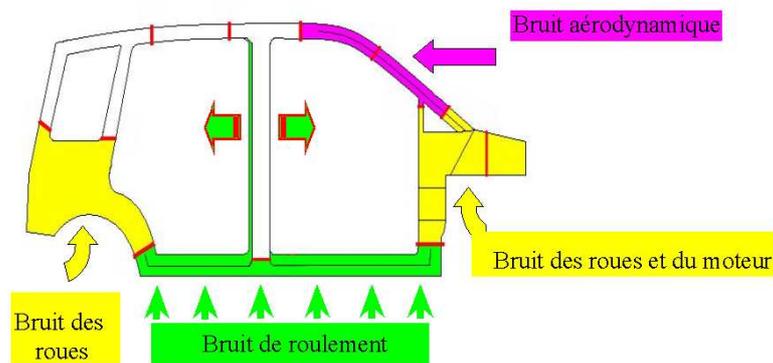


FIGURE 1.7 – Différentes sources de bruit automobile

Ces bruits présentent des intensités sonores et des tonalités variées. Ils résultent généralement de plusieurs mécanismes sources à l'origine de propagations vibratoires et acoustiques autour et dans la carrosserie. Le rapport entre ces différentes sources de bruit en fonction de la vitesse est illustré sur la Figure 1.8 [53]. A faibles vitesses, c'est le moteur qui émet le plus de bruit. En revanche, pour des vitesses supérieures à 60 km/h, ce sont les bruits de roulement et aérodynamiques qui dominent le bruit issu du GMP.

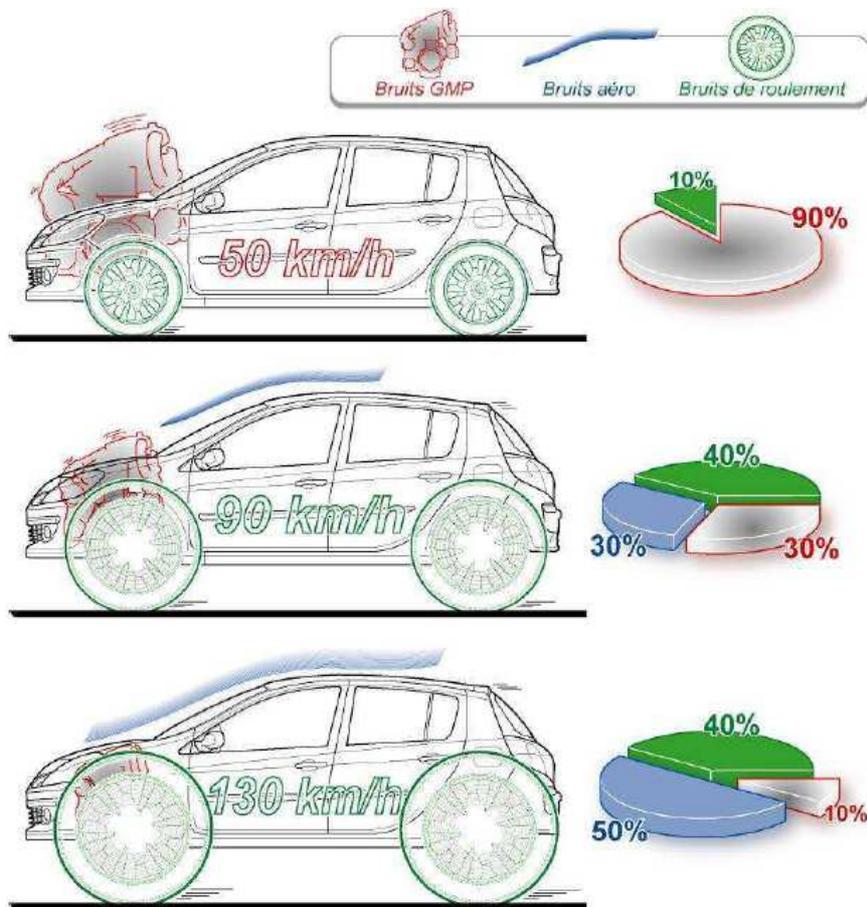


FIGURE 1.8 – Origines du bruit perçu par le conducteur en fonction de la vitesse du véhicule

#### 1.1.4 Le bruit dans les GMP électriques

Pour le véhicule électrique, les phénomènes qui génèrent les bruits de traction sont totalement différents de ceux des véhicules thermiques. La physique à l'origine de ces phénomènes reste mal connue et non maîtrisée dans l'industrie automobile.

Pour les véhicules à motorisation thermique, les constructeurs automobiles ont su intégrer les contraintes acoustiques et vibratoires au sein du processus de conception. Leur challenge aujourd'hui est de construire un savoir-faire équivalent pour les véhicules électriques. C'est la raison pour laquelle, ils visent à développer les méthodes et outils qui permettront de prendre en compte les contraintes vibro-acoustique, entre autres, dès les premières phases de conception des véhicules électriques.

Par comparaison au moteur thermique, principalement trois raisons font qu'améliorer l'acoustique du moteur électrique soit plus compliqué. D'abord, il s'agit du ressenti populaire que les véhicules électriques sont plus silencieux que les véhicules thermiques ce qui fait qu'un client de véhicule électrique est beaucoup plus exigeant. Ceci implique une contrainte sur le niveau acoustique acceptable pour un moteur électrique. Ensuite, vient la problématique relative au bruit de fond. En effet, contrairement au moteur électrique, le bruit de fond est très important sur le moteur thermique dû à la présence de différents accessoires et pièces mobiles. Par conséquent, l'effet de masquage joué par ce bruit ayant disparu, les tonalités pures du moteur électrique ressortent d'autant plus facilement et sont donc aisément perçues par le conducteur. Un dernier point concerne le contenu fréquentiel. Le spectrogramme du moteur thermique présente un bruit large bande dont l'intensité est décroissante avec la fréquence, celui du moteur électrique présente lui, une grande quantité d'harmoniques haute

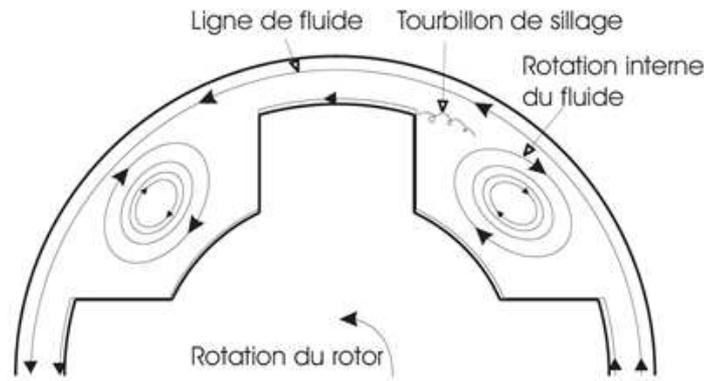


FIGURE 1.9 – Ecoulement du fluide dans l'entrefer

fréquence qui peuvent aller parfois jusqu'à 10 kHz. Ces tonalités pures sont très désagréables d'un point de vue psycho-acoustique.

Le bruit des machines tournantes est caractérisé par la multiplicité de ses origines : mécanique, aérodynamique et électromagnétique [48].

**Bruit d'origine mécanique** Le bruit d'origine mécanique est le résultat des vibrations provenant des défauts d'équilibrage, de fabrication, ou des roulements (usure ou jeu). Le défaut d'équilibrage est connu sous le nom de balourd mécanique, alors que les autres défauts sont liés aux organes de liaison (ou organes de frottements) : roulements, collecteur-balais.

Le balourd mécanique est dû essentiellement aux déséquilibres de distribution de masse autour de l'axe de rotation. Nous distinguons deux types de balourds : statique et dynamique. Pour le premier cas, l'axe du rotor est décalé par rapport à l'axe du stator mais le rotor tourne par rapport à son propre axe. L'entrefer non symétrique reste donc stationnaire et fixe radialement lors de la rotation du moteur. Tandis que pour le second type, le rotor tourne par rapport à l'axe du stator et non par rapport à son propre axe. L'entrefer excentré tourne et varie alors avec la rotation du rotor.

Les bruits issus en général de l'assemblage de différents éléments mécaniques (on parle de bruit solidien) mais aussi du réducteur lié aux efforts au niveau des dents des engrenages. La transmission des harmoniques de couple (effort tangentiel) peuvent être à l'origine de ce phénomène. Comme cela est précisé ci-dessus, on peut parler de bruit solidien en fonction des voies de passage vibratoire et pour l'étude d'un GMP ce point est essentiel car les vibrations de la machine électrique peuvent entraîner une excitation d'une pièce mécanique accouplée au moteur [53]. Cela pourrait aussi entraîner une excitation de la caisse du véhicule et par conséquent, il faut connaître ces voies de transmission.

**Bruit d'origine aérodynamique** Ce type de bruit est dû aux fluctuations instantanées de l'écoulement d'air ou du fluide de refroidissement engendré à la périphérie du rotor ou du ventilateur. Il peut être lié aussi à la présence d'obstacle attribué en général à un défaut de conception de la machine comme illustré sur la Figure 1.9. Ce type de bruit est prépondérant dans les grosses machines ou les machines ayant des vitesses très élevées. Dans les machines à faible puissance, ce bruit est sensiblement réduit en absence de ventilation forcée et si la machine est fermée.

**Bruit d'origine électromagnétique** Le bruit d'origine électromagnétique dans une machine électrique tournante se distingue principalement des bruits d'autres origines par sa disparition avec la

coupure de son excitation électrique. Il est dû aux efforts électromagnétiques qui produisent des déformations périodiques de certaines parties de la machine. Ces efforts sont de trois catégories :

- Forces de Laplace qui agissent sur un conducteur parcouru par un courant électrique et plongé dans un champ magnétique. Le bruit est produit par la transmission des vibrations des bobines aux parties ferromagnétiques.

- Forces magnétostrictives produites dans les tôles ferromagnétiques. Elles sont liées au degré d'influence des contraintes mécaniques sur les propriétés de perméabilité magnétique. Dans les machines classiques, les tôles utilisées sont considérées comme faiblement magnétostrictives.

- Forces magnétiques dites forces de Maxwell, qui s'exercent sur les parties ferromagnétiques placées dans un champ magnétique. Elles sont dues à la présence du gradient de perméabilité. Les vibrations induites sont liées à la variation périodique et parfois brutale engendrée par l'excitation électrique et les caractéristiques géométriques de la machine (la saillance).

A ces phénomènes, nous pouvons ajouter ce qu'on appelle le balourd magnétique (en analogie avec le balourd mécanique) qui traduit le déséquilibre dans la répartition des efforts électromagnétiques dû à une dissymétrie de l'excitation électrique ou à une dissymétrie purement géométrique liée à la structure de la machine.

Mes travaux de thèse ont porté sur une démarche d'investigations des phénomènes électromagnétiques uniquement et sur le bruit rayonné.

### 1.1.5 Cadre de l'étude

Comme expliqué précédemment, le confort vibro-acoustique est devenu un critère primordial dans l'industrie automobile et il fait l'objet de différentes recherches chez les constructeurs automobiles dont Renault. Pour pouvoir réduire les nuisances sonores émises par les groupes motopropulseurs électriques (GMPE), il est nécessaire de comprendre le processus de génération du bruit. Nous avons vu que le bruit rayonné par les machines électriques a trois origines majeures : aérodynamique, mécanique et électromagnétique. Chacune de ces sources produit des forces qui agissent sur différentes parties de la machine et causent des vibrations de la structure donnant ainsi naissance à des bruits. Dans ces travaux, le choix industriel de la machine électrique a porté sur la Machine à Réductance Variable à Double Saillance (MRVDS). Dans la suite, nous ne nous intéresserons qu'au bruit d'origine magnétique car il domine le bruit global émis par les MRVDS dans le cadre de notre étude (faibles et moyennes vitesses).

Le bruit électromagnétique est essentiellement causé par les vibrations de la structure statorique sous l'action des forces magnétiques : les forces de Maxwell et les forces magnétostrictives sachant que les forces de Maxwell sont celles qui dominent les forces magnétiques. Les caractéristiques des nuisances acoustiques (Amplitude, puissance, facteur de rayonnement, ...) dépendent donc du déplacement vibratoire qui lui-même dépend de la forme d'onde des forces magnétiques. Par conséquent, pour diagnostiquer un problème de bruit rayonné par une machine, il est primordial de maîtriser et comprendre profondément les trois physiques qui contribuent à la génération de ce bruit à savoir : l'électromagnétisme, les vibrations et l'acoustique comme illustré dans le schéma de la Figure 1.10.

Chez Renault, pour estimer le niveau de bruit émis par une machine électrique, on utilise exclusivement les outils de calculs Elément Finis (EF). Cela signifie que pour chaque configuration de machine, il y a tout d'abord une phase de développement de modèles EF pour les trois physiques. Ensuite, il y a une phase de simulation où les différentes grandeurs physiques de la machine sont calculées en utilisant trois logiciels de calcul EF : Maxwell (calcul magnétique), Nastran (calcul vibratoire) et Actran

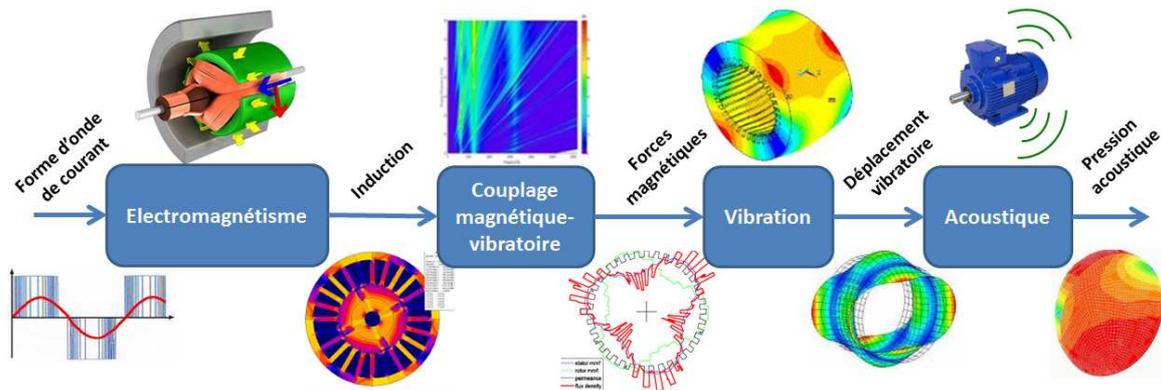


FIGURE 1.10 – Processus de génération de bruit dans les moteurs électriques

(calcul acoustique). En s'appuyant sur les résultats acoustiques, la machine est retenue si le niveau acoustique rayonné respecte le cahier des charges, sinon, on effectue des modifications sur la géométrie de la machine ou sur son alimentation et on recommence tout le processus de simulation multi-physique EF. La méthode de calcul par EF est, certes, une méthode fiable car elle donne des résultats assez précis mais elle a l'inconvénient d'être très consommatrice en temps de calcul et de mise en oeuvre. A cause de cela, cette méthode n'est pas adaptée à des études de pré-dimensionnement de moteurs électriques. Par ailleurs, les calculs EF ne permettent pas de s'orienter rapidement vers des pistes de solutions pour la conception silencieuse de machines électriques étant donné l'absence d'équations analytiques qui pourraient donner la sensibilité aux paramètres influents sur le plan acoustique.

Face aux difficultés liées au temps de calculs rencontrées avec la méthode basée purement sur des calculs EF, cette étude vient pour répondre à cette problématique, par le développement d'un outil de pré-dimensionnement. L'objectif est que cet outil soit capable de prédire le bruit et de comparer différentes topologies de MRVDS dès la phase de conception pour pouvoir s'orienter rapidement vers la configuration de moteur la plus favorable d'un point de vue acoustique.

Cet outil de pré-dimensionnement traitera le problème multi-physique en utilisant non seulement un modèle électromagnétique, un modèle vibratoire et un modèle acoustique mais en introduisant également le couplage entre ces différents modèles. Une autre difficulté à laquelle ces travaux de thèse devraient répondre est celle de la variation de vitesse. En effet, contrairement aux applications industrielles où les moteurs fonctionnent à vitesse constante, dans l'industrie automobile, le moteur de traction ne fonctionnera pas en vitesse nominale. En conséquence, on ne peut pas limiter l'étude à un seul point de fonctionnement mais il faut répondre à la contrainte acoustique pour un cycle de fonctionnement. Cela veut dire que le niveau acoustique doit être maîtrisé pour toute la courbe enveloppe couple-vitesse.

## 1.2 Etat de l'art

Les machines à réluctance variable à double saillance (MRVDS) constituent le choix industriel dans cette thèse. Elles se caractérisent par des dents statoriques et rotoriques larges et profondes. Le rotor est passif et constitué d'un empilement de tôles. Cette technologie de moteur est certainement la plus économique grâce à l'utilisation de matériaux peu chers (tôles fer-silicium et cuivre) et sa simplicité de fabrication (simple empilement de tôles, bobinages concentriques préfabriqués, rotor passif naturellement équilibré, ...). Elles possèdent également d'excellentes performances à haute température et à haute vitesse [40]. En effet, son rotor étant passif, cette machine n'a que de faibles pertes Joule

au rotor. De ce fait, elle ne nécessite que de simples systèmes de refroidissement. D'un point de vue mécanique, le moment d'inertie d'une MRVDS est faible (quasiment la moitié d'une machine asynchrone en conservant le même rayon) ce qui permet une accélération élevée. Les phases d'une MRVDS sont alimentées en courants unidirectionnels par des demi-ponts asymétriques. L'avantage de cette alimentation est qu'elle est indépendante pour chaque phase (sous l'hypothèse d'une inductance mutuelle négligeable) et donc l'ouverture ou le court-circuit d'une phase influencera peu les autres ce qui renforce la fiabilité de cette machine. La MRVDS est toutefois pénalisée par deux inconvénients. Le premier est lié à la production de couple pulsatoire (ondulations de couple) et à l'existence de forces radiales appliquées aux dents statoriques qui sont à l'origine de vibrations et de bruit acoustique. Le deuxième est lié au fonctionnement de la machine qui engendre la saturation du fer ce qui induit des flux de frange qui ne participent pas de manière directe à la conversion électromagnétique. De plus, à hautes vitesses, les larges dents de la machine peuvent potentiellement se comporter comme des pâles donnant ainsi naissance à un bruit aérodynamique.

Malgré ses ondulations de couples et ses nuisances sonores, le facteur robustesse et le faible coût des MRVDS rendent cette technologie particulièrement intéressante pour une application automobile car cela peut donner naissance à des véhicules électriques plus robustes et moins chers.

Comme évoqué dans la section précédente, l'étude du bruit magnétique généré par les machines électriques fait intervenir différentes physiques : électromagnétisme, vibratoire et acoustique (Figure 1.10). Donc, la modélisation du bruit rayonné nécessite un modèle électromagnétique des forces magnétiques excitant le stator, un modèle vibratoire du comportement naturel (modes propres) et forcé (réponse forcée) de la structure statorique et un modèle acoustique pour le calcul de la puissance acoustique rayonnée par la machine. Pour cela, nous présenterons dans la suite les recherches les plus significatives traitant des différents modèles multi-physiques pour machines électriques. Nous terminerons notre étude bibliographique en donnant un panorama des méthodes les plus efficaces, en termes de réduction de bruit, qui existent dans la littérature, des méthodes à la fois actives et passives.

### 1.2.1 Modélisation électromagnétique

#### Efforts électromagnétiques

L'objectif de la modélisation électromagnétique dédiée au comportement vibro-acoustique des moteurs électriques concerne la détermination des forces magnétiques qui agissent sur le stator. Principalement, deux méthodes existent pour déterminer ces forces : l'une est basée sur le principe des travaux virtuels, l'autre utilise le tenseur de Maxwell. La première est fondée sur une approche énergétique qui relie les variations de l'énergie au déplacement, où seuls sont mis en jeu les apports d'énergie sous la forme mécanique (travail de force) [32]. Donc, en se basant sur le principe des travaux virtuels, la force magnétique s'identifie à la variation de l'énergie magnétique lors d'un déplacement virtuel à flux constant :

$$f = -\frac{\partial_u W(u, \phi)}{\partial u} \quad (1.7)$$

Où,

$f$  : force magnétique

$W$  : énergie magnétique

$u$  : déplacement virtuel

$\phi$  : flux magnétique

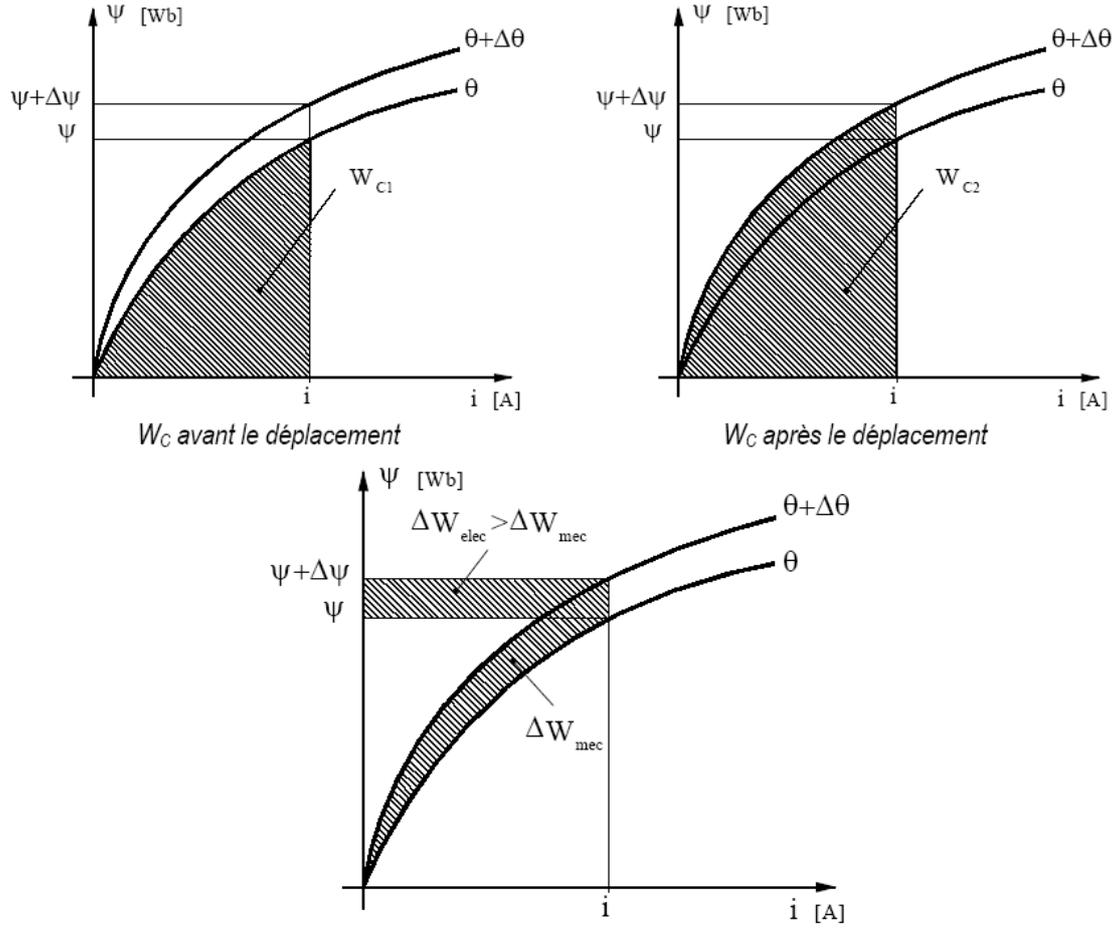


FIGURE 1.11 – Variation de la coénergie magnétique

La distribution des forces magnétiques peut être également calculée à partir de la variation de la co-énergie magnétique  $W_c$  (cf. Figure 1.11 pour un déplacement virtuel à courant  $I$  constant tel que :

$$f = \frac{\partial_u W_c(u, I)}{\partial u} \quad (1.8)$$

Fiedler, dans ses travaux [18], utilise cette méthode pour le calcul des forces magnétiques radiales et tangentielles, il arrive ainsi aux expressions analytiques suivantes en fonction des paramètres géométriques et magnétiques de la machine :

$$F_{rad} = \frac{dW}{dl_{gap}} = -\frac{\mu_0 (N_{tp}I)^2 r_{gap} l_{stk} \beta_{ovl}}{2l_{gap}^2} \frac{N_{ser}}{N_{par}} \quad (1.9)$$

$$F_{tan} = \frac{dW}{d\theta} = \frac{\mu_0 (N_{tp}I)^2 r_{gap} l_{stk}}{2l_{gap}} \frac{N_{ser}}{N_{par}} \left(1 - \frac{L_u}{L_a}\right) \quad (1.10)$$

Où

$F_{rad}$  et  $F_{tan}$  : forces magnétiques radiale et tangentielle

$l_{gap}$  : longueur de l'entrefer

$\mu_0$  : perméabilité de l'air

$N_{tp}$  : nombre de tours par pôle

$I$  : courant

$r_{gap}$  : rayon de l'entrefer  
 $l_{stk}$  : longueur axiale de la machine  
 $\beta_{ovl}$  : recouvrement entre dents statoriques et rotoriques  
 $N_{ser}$  : nombre de spires par phase connectées en série  
 $N_{par}$  : nombre de spires par phase connectées en parallèle  
 $L_u$  : inductance dans la position d'opposition  
 $L_a$  : inductance dans la position de conjonction

Il est important de noter que ces formules analytiques n'intègrent pas l'effet de la saturation.

Concernant ces méthodes de variation d'énergie, on peut citer de nombreux travaux exploitant cette approche afin d'estimer le couple des machines électriques implémentées en EF basées sur des grandeurs locales comme la méthode des travaux virtuels [32], ou alors soit avec des grandeurs globales comme la méthode des flux-FMM appliquées au cas des modèles exploitant les réseaux de perméances (approche de modélisation détaillée par la suite) [14], avec la méthode de variation d'énergie qui est appliquée aux niveaux des perméances d'entrefer avec l'introduction de la dérivation de la grandeur fonction de la position [46] [25].

La deuxième méthode pour le calcul des forces magnétiques est celle du tenseur de Maxwell. Il s'agit d'une méthode locale basée sur l'intégration des composantes du tenseur de Maxwell sur le volume intéressé. Dans le cas d'un calcul numérique, cette dernière technique est intéressante car elle fait intervenir des intégrales de surface. Cela signifie que cette méthode prend en considération uniquement la distribution du champ magnétique au niveau d'une surface. Néanmoins, certaines précautions sont à prendre quant aux hypothèses relatives à la distribution du champ magnétique parce que l'utilisation du tenseur de Maxwell implique une connaissance précise, compatible avec les équations de Maxwell, de la distribution des lignes de champ.

Le tenseur de Maxwell est défini par le biais de ses composantes  $\tau_{ij}$ . Celles-ci sont caractérisées comme suit :

$$\tau_{ij} = \mu \left( H_i H_j - \frac{1}{2} \delta_{ij} |\mathbf{H}^2| \right) \quad (1.11)$$

$\mu$  : perméabilité magnétique ;

$\mathbf{H}$  : Champ magnétique

$i, j$  : désignent les composantes selon les axes x, y et z du repère considéré.

$\delta_{ij}$  : le symbole de Kronecker défini tel que :

$$\delta_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{si } i = j \\ 0 & \text{si } i \neq j \end{cases} \quad (1.12)$$

Le tenseur de Maxwell peut alors prendre la forme suivante :

$$T = \mu \begin{Bmatrix} \tau_{11} & \tau_{12} & \tau_{13} \\ \tau_{21} & \tau_{22} & \tau_{23} \\ \tau_{31} & \tau_{32} & \tau_{33} \end{Bmatrix} = \mu \begin{Bmatrix} H_1^2 - \frac{1}{2} H^2 & H_1 H_2 & H_1 H_3 \\ H_2 H_1 & H_2^2 - \frac{1}{2} H^2 & H_2 H_3 \\ H_3 H_1 & H_3 H_2 & H_3^2 - \frac{1}{2} H^2 \end{Bmatrix} \quad (1.13)$$

Où  $H^2$  est donné par la relation suivante :

$$H^2 = H_1^2 + H_2^2 + H_3^2$$

Afin de mieux comprendre le tenseur de Maxwell, il est intéressant de souligner l'analogie qui existe entre celui-ci et le tenseur de contraintes en mécanique des milieux continus. Dans les deux cas, les composantes ont pour dimension des pressions ( $N/m^2$ ). Les termes  $\tau_{ii}$  correspondent aux contraintes normales. Les termes  $\tau_{ij}$  ( $i \neq j$ ) sont assimilables aux contraintes de cisaillements. La différence réside dans le fait que le tenseur de Maxwell est défini en surface d'un volume, alors que le tenseur de contraintes est défini en tout point d'un volume.

Les forces s'exerçant sur un volume peuvent être déterminées à partir des composantes du tenseur de Maxwell via la relation suivante :

$$F = \oint_S T \bullet dS \quad (1.14)$$

Si  $dS$  est un élément de surface soumis à un champ magnétique  $H$ , supposons que ce champ forme un angle quelconque  $\theta$  avec la normale à l'élément de surface. Le champ magnétique peut donc être décomposé en deux termes,  $H_n$  normal à la surface et  $H_t$  tangentiel tel que :

$$\mathbf{H} = \mathbf{H}_n + \mathbf{H}_t \quad (1.15)$$

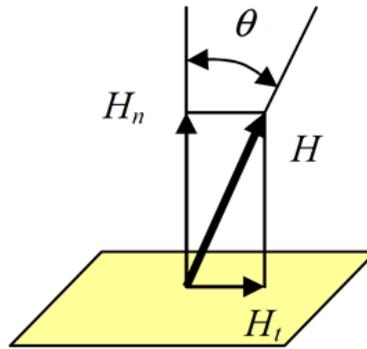


FIGURE 1.12 – Définition des composantes normale et tangentielle du champ magnétique  $H$

Il résulte de (1.11) et (1.14), les expressions suivantes des forces électromagnétiques qui font intervenir le champ magnétique et la perméabilité à la surface extérieure du milieu considéré :

$$\begin{aligned} \sigma_n &= \frac{dF_n}{dS} = \frac{1}{2}\mu (H_n^2 - H_t^2) \\ \sigma_t &= \frac{dF_t}{dS} = \mu H_n H_t \end{aligned} \quad (1.16)$$

$\sigma_n$  : pression de Maxwell normale

$\sigma_t$  : pression de Maxwell tangentielle

La relation (1.16) montre que les deux composantes du champ magnétique contribuent aux deux composantes de pression de Maxwell.

Si nous essayons d'analyser les résultats précédents, notamment en terme de direction, nous pouvons constater que la force s'exerçant sur un élément de surface forme, avec la normale à cette surface, un angle double de celui que forme le champ magnétique avec cette même normale. En effet, nous obtenons via (1.16) :

$$\frac{\sigma_t}{\sigma_n} = 2 \frac{H_n H_t}{H_n^2 - H_t^2} = 2 \frac{\frac{H_t}{H_n}}{1 - \frac{H_t^2}{H_n^2}} = \frac{2 \tan \theta}{1 - \tan^2 \theta} = \tan(2\theta) \quad (1.17)$$

Nous pouvons ainsi constater que la force s'exerçant sur un élément de surface forme, avec la normale à cette surface, un angle double de celui que forme le champ magnétique avec cette même normale.

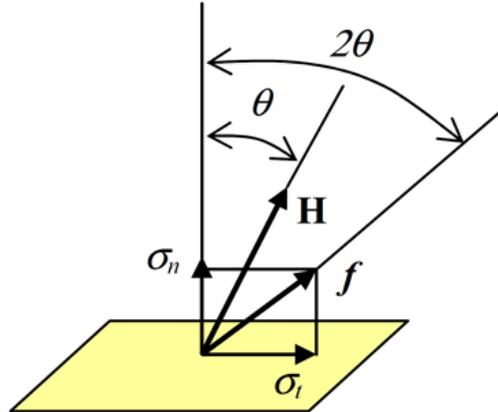


FIGURE 1.13 – La force forme, avec la normale à la surface, un angle double de celui que forme le champ magnétique avec cette même normale

En ce qui concerne l'implémentation du calcul des forces dans les outils numériques, le calcul de la force magnétique globale ne fait plus débat depuis longtemps mais par contre, la densité de force et la représentation des forces locales dépendent de la méthode exploitée [20].

Leur implémentation numérique a été le sujet de nombreuses publications depuis l'apparition des outils numériques appliqués aux éléments finis, dont quelques références [32] [58] [19] [56].

Plus récemment, et en lien avec les études vibro-acoustiques, de nombreuses références [37] [53] [61] [1] s'accordent à exploiter la pression de Maxwell en reprenant le calcul de l'induction de l'entrefer de la machine. Dans ces citations, on exploite différentes méthodes pour estimer l'induction des éléments finis en passant par des méthodes analytiques précises par la résolution formelle des équations de Maxwell. Dans [53], le calcul de forces repose sur l'estimation de l'induction par éléments finis obtenue par une ligne au niveau de l'entrefer moyen. L'auteur propose ensuite une méthode de projection sur le maillage mécanique (méthode exposée par la suite et exploitée dans notre démarche de calculs par éléments finis).

Ainsi à partir des relations (16), on est capable d'estimer les contraintes normales et tangentielles de la pression de Maxwell. Les composantes normale et tangentielle de l'induction sont considérées au centre de l'entrefer.

Cette grandeur peut être estimée par différentes méthodes : des éléments finis aux calculs analytiques en passant par l'exploitation des modèles à constantes localisées (réseaux de perméances) que nous allons détailler dans la partie suivante.

### Modèles existants permettant d'estimer les efforts

**Modèles linéaires** De nombreux chercheurs ont travaillé sur les modèles électromagnétiques pour MRV. On peut citer par exemple, parmi les modèles linéaires, les travaux de [7] sur un modèle de perméance qui ont été repris plus tard par [38]. Ce modèle se base sur la décomposition en série de Fourier de la perméance d'entrefer de la machine. Une fois la perméance modélisée, il suffit de la

multiplier par la force magnétomotrice pour trouver l'expression analytique de l'induction magnétique dans l'entrefer et en déduire ensuite les forces radiales. Ces modèles permettent de reproduire au bout d'un nombre suffisant de termes dans la somme de Fourier, une forme de perméance qui prend en compte l'effet de denture de la machine.

En revanche, l'inconvénient majeur lié à ce modèle et aux modèles linéaires, en général, est la non-prise en compte du phénomène de saturation. En effet, les MRV sont des machines qui par leur principe de fonctionnement sont inévitablement amenées à saturer. A cause de cette forte saturation magnétique et du caractère double saillant des MRV, les caractéristiques de flux et de couple sont des fonctions fortement non linéaires de la position du rotor et de la forme d'onde de courant. Les références [47] [21] [22] montrent que les modèles linéaires donnent des résultats qui sont approximatifs en termes quantitatifs (amplitude), mais nous verrons plus loin dans ce mémoire que ces modèles sont intéressants d'un point de vue qualitatif (contenu harmonique).

**Modèles non-linéaires** Devant la nécessité de considérer la saturation dans la modélisation des MRV, de nombreuses publications sont apparues pour traiter ce problème [51] [45]. Bien que l'objectif de ces différentes publications était généralement le même à savoir, d'intégrer le phénomène de saturation, les solutions proposées étaient variées : analytiques, basées sur des calculs EF ou bien intermédiaires qu'on notera dans ce mémoire « semi-numériques ».

**Modèles analytiques** Parmi les modèles non linéaires analytiques existant dans la littérature, on peut citer celui proposé dans [24] [63]. Ils supposent que les différentes phases de la machine sont indépendantes et donnent ainsi l'expression analytique de l'inductance sous forme d'une fonction polynomiale de la position rotorique ainsi que du courant  $i$ . Après une comparaison avec un modèle EF 2D, les auteurs montrent dans ces articles que ce modèle analytique permet de déterminer d'une manière assez précise le couple de la machine. Ce résultat est intéressant mais moyennement adapté à notre étude car il ne nous renseigne pas sur les forces radiales appliquées aux dents statoriques. D'autres travaux se sont plus focalisés sur les expressions analytiques des efforts magnétiques comme [28] [41]. Ces travaux prennent en compte la saturation du fer et négligent le couplage entre les différentes phases. Dans la référence [28], les auteurs proposent deux modèles analytiques de forces radiales. Le premier est « simplifié » : il suppose que le fer est infiniment perméable avant la saturation et qu'il possède une induction constante  $B_{sat}$  après la saturation. Le deuxième est plus complexe, il se base sur l'expression analytique suivante de la courbe  $B(H)$  du matériau ferromagnétique :

$$B(H) = \frac{\mu_0 \mu_r H}{1 + \frac{\mu_0 \mu_r H}{B_{sat}}} + \mu_0 H \quad (1.18)$$

Avec,

$\mu_r, \mu_0$  : respectivement la perméabilité relative et la perméabilité du vide ;

$B_{sat}$  : valeur de l'induction quand le fer sature.

Ce modèle suppose que le flux total  $\lambda_{ph}$  relatif à une phase passe par deux lignes de flux comme illustré sur la Figure 1.14 ci-dessous :

Le flux total est divisé en deux types de flux : le flux principal  $\lambda_m$  et le flux de fuite  $\lambda_f$  :

$$\lambda_{ph} = \lambda_m + \lambda_f$$

Le premier relie les dents statorique et rotorique dans la zone de recouvrement et le deuxième les relie hors cette zone. Les expressions analytiques de  $\lambda_m$  et  $\lambda_f$  en fonction de la position rotorique ainsi que

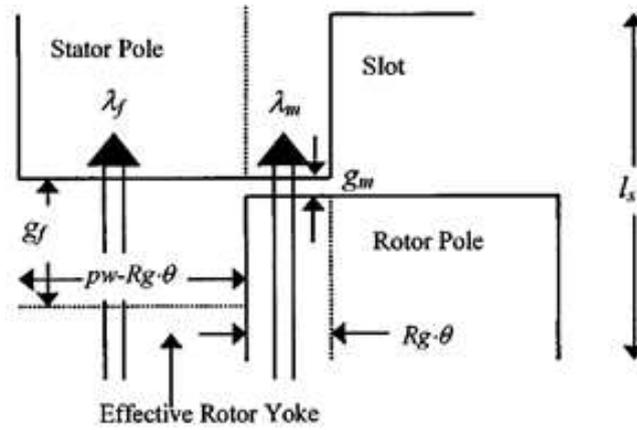


FIGURE 1.14 – Modèle de calcul de flux dans la zone de recouvrement entre dents statorique et rotorique [28]

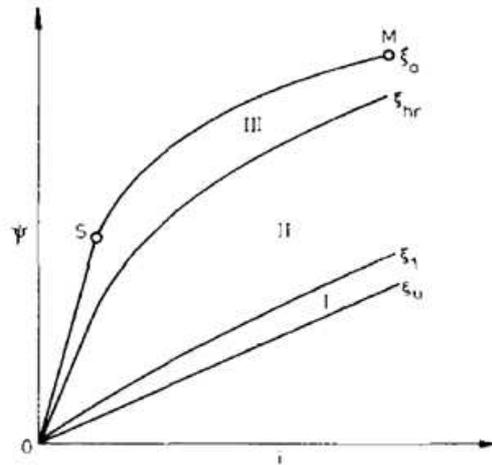


FIGURE 1.15 – Modèles des courbes de magnétisation dans Speed entre les positions de conjonction et d'opposition [60]

du courant sont données dans [28]. Les forces radiales sont ensuite calculées en utilisant le principe de la co-énergie magnétique.

Il existe un autre type de modèles analytiques : ce sont des outils analytiques commercialisés comme par exemple l'outil Speed [60] [43] [13] (Electromagnetic analytical software for electrical motors). Speed est un logiciel dédié au dimensionnement et au calcul de performance des machines électriques. Il permet de dimensionner rapidement un moteur à partir de ses paramètres caractéristiques. Il permet à l'utilisateur de définir la géométrie, le bobinage ainsi que la commande de la machine à modéliser, et lui permet de visualiser les grandeurs caractéristiques telles que le couple, la vitesse, les courants et tensions, les pertes, les courbes de magnétisation (flux en fonction du courant) pour les positions de conjonction et d'opposition ainsi que pour les positions intermédiaires moyennant une interpolation. Pour la position d'opposition, la courbe de magnétisation est généralement linéaire à cause du large entrefer dans cette position. Pour la position de conjonction, la courbe de magnétisation est linéaire pour des faibles valeurs de flux. Et au-delà d'une valeur seuil, la courbe de magnétisation est modélisée par une parabole comme illustré sur la Figure 1.15.

**Modèles semi-numériques : Réseaux de perméances** Les méthodes semi-numériques, comme par exemple la méthode de réseaux de perméances (ou de réluctances), constitue une approche intermédiaire entre les méthodes analytiques et les méthodes numériques. De ce fait, elles présentent un bon compromis temps de calcul/précision des résultats [46] [25] [26]. La méthode des réseaux de perméances repose sur la construction d'un circuit magnétique équivalent de la machine. Ce circuit équivalent est basé sur le découpage de la structure de la machine en un certain nombre d'éléments correspondant aux différentes réluctances parcourues par les lignes de flux (réluctances de la culasse statorique, du fer statorique, de l'entrefer et celle du fer rotorique) [16] [15] [57]. Plus le nombre de réluctance est élevé, plus le modèle sera précis au détriment du temps d'exécution. La bonne estimation de la perméance d'entrefer est particulièrement importante dans cette modélisation. Elle constitue également la majeure difficulté relative à cette méthode. La modélisation de l'entrefer pour une machine électrique est l'une des parties les plus délicates. En effet, la majorité des échanges énergétiques ayant lieu dans l'entrefer, la validité des simulations dépend de la finesse avec laquelle cette partie est modélisée. Ce type de modèle permet également la prise en compte des phénomènes non linéaires tels que la saturation [54] par une résolution itérative et l'inductance mutuelle [50] [62]. Mais l'inconvénient majeur de ce type de modèle réside dans la faible généralité de la méthode [35]. En effet, les réseaux de perméances permettent de modéliser une structure donnée et doivent être adaptés si les dimensions géométriques changent de manière significative. Même si les dimensions géométriques sont fixées, certaines structures requièrent plusieurs réseaux de perméances pour tenir compte de la rotation du rotor. Chaque réseau étant valable sur une certaine plage de variation de la position de la partie mobile par rapport à la partie fixe et il faut prendre donc en considération la modification des tubes de flux entre le stator et le rotor selon le passage des pôles rotoriques devant les pôles statoriques. Dans [62], le modèle de réseaux de perméances permet de prendre en compte le phénomène de saturation ainsi que l'effet de l'inductance mutuelle. Le circuit magnétique équivalent est utilisé pour modéliser le phénomène de saturation et les phases couplées dans une MRV. Ce genre de circuit se base sur une représentation localisée de matériaux magnétiques à l'aide d'éléments de perméance. Ce circuit magnétique est équivalent au circuit électrique où les admittances (inverse des impédances) sont remplacées par les perméances, les tensions par les forces magnéto-motrice et le courant par le flux. Chaque région de la MRV est fonction des dimensions géométriques et de la perméabilité. Les perméances associées au fer sont non linéaires et donc capables de saturer. En revanche, les perméances d'entrefer sont forcément linéaires (air).

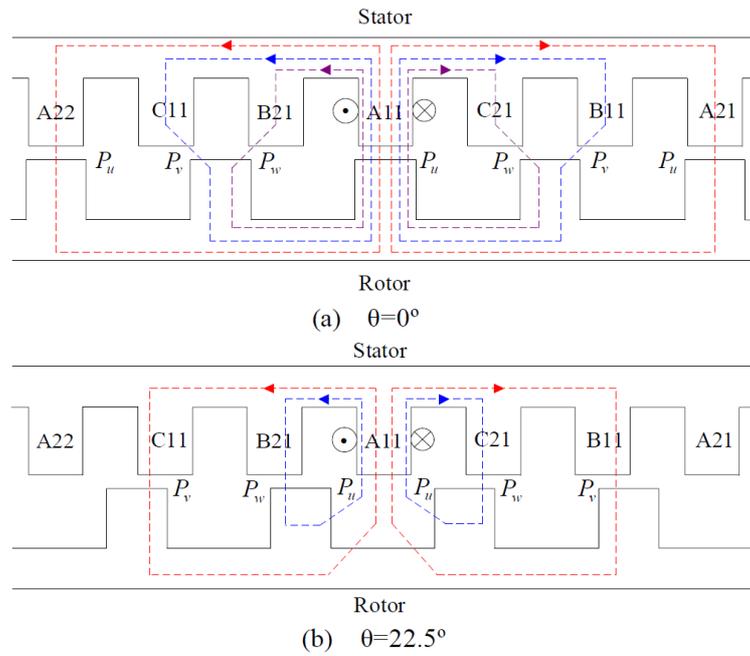


FIGURE 1.16 – Lignes de flux pour deux positions rotoriques différentes [62]

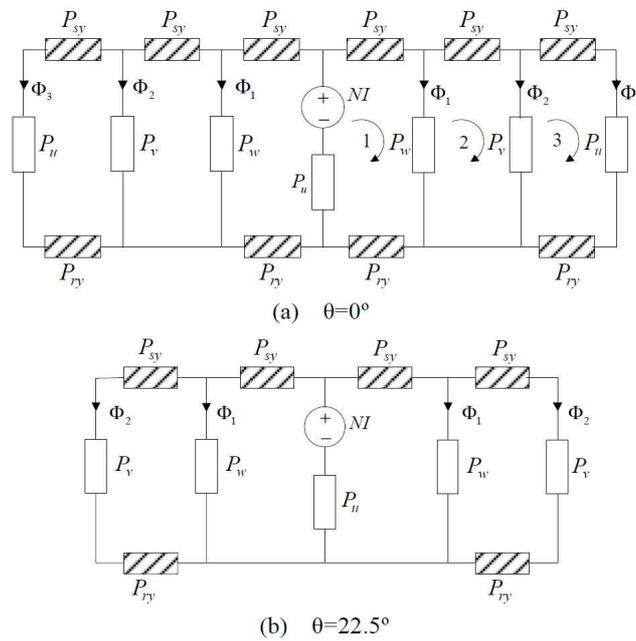


FIGURE 1.17 – Circuits magnétiques équivalents correspondants aux deux positions rotoriques précédentes [62]

Ensuite les perméances d'entrefer sont calculées d'une manière analytique en approximant les lignes de flux par des lignes géométriques elliptique comme le montre les figures ci-dessous pour différentes positions rotoriques.

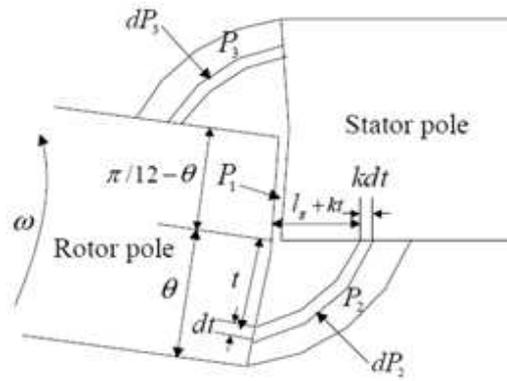


FIGURE 1.18 – Forme supposée des lignes de flux pour une position de recouvrement [62]

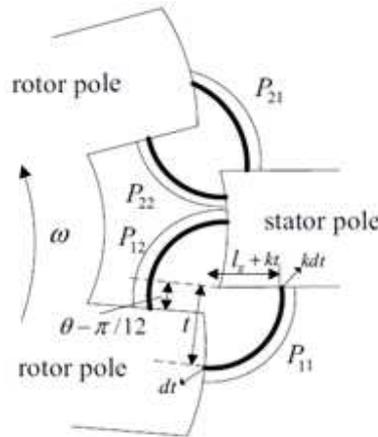


FIGURE 1.19 – Forme supposée des lignes de flux pour une position d'opposition [62]

Pour résoudre le problème de généralité de la méthode des réseaux de perméances, on peut les coupler avec des méthodes de calcul EF ou bien des méthodes analytiques pour la détermination des lignes de flux ou la valeur de la réluctance d'entrefer par exemple. Dans [34], On a proposé une méthodologie de conception de machines électriques qui a couplé la méthode des circuits magnétiques équivalents aux outils EF. Cette méthodologie prend en compte les effets de saturation et le mouvement du rotor.

**Modèles Eléments Finis (EF)** Le caractère double saillant des pôles statoriques et rotoriques ainsi que la nature fortement saturée de l'induction rendent difficile de modéliser avec précision les forces radiales analytiquement. Pour cela, nombreux sont les chercheurs qui ont opté pour l'utilisation des méthodes numériques et plus précisément celles basées sur les calculs EF pour la modélisation des MRVDS [55] [42] [30] [4]. En effet, ces méthodes permettent de modéliser les géométries les plus simples comme les plus complexes, qu'elles soient bi ou tridimensionnelles. Elles permettent également de tenir compte des phénomènes physiques non linéaires comme la saturation des matériaux ferromagnétiques. Par ailleurs, grâce à leur très grande précision, ces méthodes sont souvent bien adaptées pour la modélisation multi-physique nécessitant l'intégration de couplages forts ou faibles entre les différentes physiques. Dans un contexte de conception de MRVDS commandée, [4] propose un outil de conception de MRV basé sur Matlab, des outils EF et Simulink. Cet outil est basé sur un processus itératif et la précision du profil de l'inductance dépend de la manière dont on calcule le circuit magnétique à chaque position du rotor et aussi de la manière dont les lignes de flux sont choisies, car les lignes de flux dans la position d'opposition dépendent fortement de la configuration et des dimensions de la

machine. D'ailleurs, pour augmenter la précision du processus itératif, le calcul de l'inductance est fait par des outils EF.

Il faut toutefois noter l'inconvénient majeur de ces méthodes qui est le temps de calcul qui peut être parfois très important. Cet inconvénient est d'autant plus contraignant qu'il s'agit, dans notre cadre d'étude, de l'appliquer à une phase de pré-dimensionnement. Nous restons cependant conscients que l'utilisation de la méthode des EF reste nécessaire pour l'affinage et la validation des solutions retenues. Parmi les codes de calcul EF commerciaux, on peut citer Flux (Electromagnetic and thermal FE analysis software) de Cedrat ou bien Ansoft Maxwell de ANSYS qui est l'outil actuellement utilisé chez Renault.

### 1.2.2 Modélisation vibratoire

Le comportement vibratoire naturel d'une structure mécanique est caractérisé par des fréquences et des modes propres. Dans le cas des machines électriques, lorsque le stator est excité par des forces magnétiques dont la fréquence et l'ordre spatial coïncident respectivement avec une fréquence (coïncidence fréquentielle) et un mode propre (coïncidence spatiale) de la structure statorique, le phénomène de résonance mécanique se produit et les amplitudes vibratoires du stator deviennent très importantes. Par conséquent, le bruit rayonné devient également très important. Il est donc primordial de maîtriser le comportement vibratoire de la machine une fois les forces magnétiques modélisées.

#### Modèles analytiques

Dans la littérature scientifique, parmi les premiers ouvrages qui ont traité cette problématique vibro-acoustique des machines électriques, il y a ceux de Jordan [33], d'Alger [2] et de Timar [48]. Ces auteurs ont proposé des modèles vibratoires analytiques pour déterminer les fréquences propres ainsi que la réponse forcée (déplacement vibratoire de la structure excitée par une force extérieure) du stator. Ces modèles analytiques permettent de prendre en compte un certain nombre de paramètres caractérisant la géométrie statorique comme le rayon interne du stator, le rayon moyen et l'épaisseur du carter, le diamètre de l'arbre... D'autres modèles analytiques ont été proposés pour modéliser les machines électriques. Blevins [6] et Lesueur [39], par exemple, ont proposé des modèles de cylindre 3D où ils approximent la structure statorique par une coque parfaitement cylindrique. Ils font ainsi l'hypothèse d'une structure mince en considérant que la déformation de cisaillement ne contribue pas à la déformation totale du stator de la machine. Ils font également l'hypothèse que le stator est d'épaisseur constante. Cette hypothèse est valable pour les longueurs d'onde supérieures à la taille des encoches. Par ailleurs, ils supposent que le matériau est homogène et non feuilleté. Ces ouvrages donnent des expressions analytiques qui permettent de déterminer les fréquences naturelles d'une coque cylindrique appuyée-appuyée [39] et pour d'autres conditions aux limites [6]. Dans les problématiques mécaniques, les conditions aux limites constituent un point important surtout dans le cas des machines électriques où le stator peut être fixé par des pieds ou par des flasques et dans les deux cas, les conditions aux limites ne sont pas identiques.

Une autre manière de faire consiste à considérer le cylindre comme une plaque fermée [5]. En effet, les conditions aux frontières d'une tôle cylindrique peuvent s'exprimer dans la direction de la courbure par la continuité des déplacements et des courbures au niveau de la fermeture de la plaque. Soedel [59] a établi un grand nombre de solutions analytiques pour diverses formes de plaques et tôles. La prise en compte des courbures et des raideurs associées lui a permis d'établir, pour une tôle cylindrique, l'expression des pulsations de résonance suivante pour le mode  $(m,n)$  :

$$\omega_{m,n}^2 = \frac{E\lambda_m^4}{\rho r^2 (\lambda_n^2 + \lambda_m^2)^2} + \frac{Eh^2}{12\rho(1-\mu^2)} (\lambda_n^2 + \lambda_m^2)^2 \quad (1.19)$$

Avec,  $\lambda_m = m\frac{\pi}{L}$  et  $\lambda_n = \frac{n}{r}$

Où,

$E$  : module d'Young ;

$h$  : épaisseur du cylindre ;

$r$  : rayon du cylindre ;

$L$  : longueur axiale du cylindre ;

$\rho$  : masse volumique ;

$\nu$  : coefficient de Poisson.

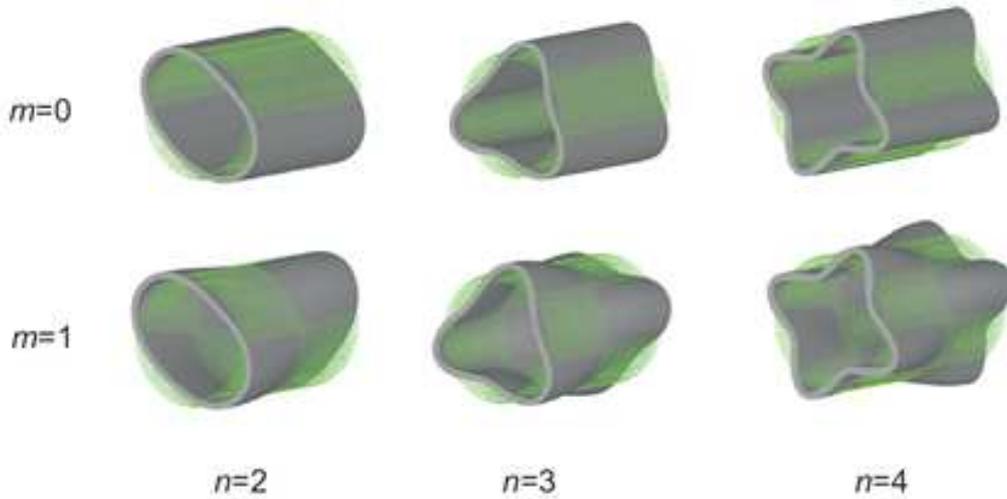


FIGURE 1.20 – Modes propres d'un cylindre [18]

En plus des forces radiales qui excitent les modes ciconférentiels de la structure statorique, les forces tangentielles peuvent quant à elles induire la flexion des dents statoriques. Dans [18], on considère que les fréquences propres relatives au mouvement de la denture peuvent être calculées à partir de la théorie de la flexion des poutres. Pour cela, il assimile le comportement d'une dent statorique à celui d'une poutre encastree-libre (cf Figure 1.21). L'expression des fréquences propres est donnée par la formule suivante :

$$f_n = \frac{a_n}{2\pi} \sqrt{\frac{EI}{m'L^4}} \quad (1.20)$$

Où  $a_n$  est un facteur qui dépend du mode de flexion  $a_1 = 3.53, 22.0, 61.7$ .

$m'$  : masse linéique

$L$  : longueur de la dent statorique

Les fréquences propres relatives à la flexion des dents sont généralement très hautes pour des MRV classiques, ce qui expliquerait pourquoi leur effet sur le comportement acoustique des MRV est souvent négligé.

Le fait d'approcher le comportement du stator par celui d'un cylindre signifie qu'on néglige non seulement l'effet de la denture mais également l'effet du carter et du bobinage. Pourtant, ils peuvent

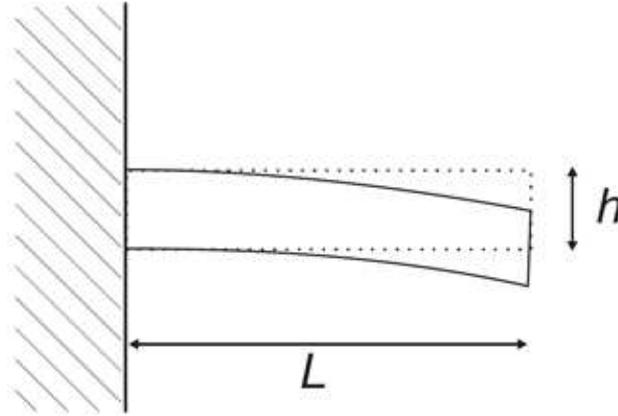


FIGURE 1.21 – Dent statorique modélisée par une poutre encastrée

potentiellement influencer la déformation du stator. On trouve, dans la littérature [27], qu'il a été prouvé expérimentalement que les bobines limitent les résonances dues aux dents. L'influence majeure des bobines et du carter est donc d'augmenter la masse de la structure et ainsi baisser les fréquences des modes propres. On peut, néanmoins remédier à ce problème en utilisant une masse volumique modifiée qui tiendra compte de la masse des dents et celle du bobinage.

On trouve dans [39] deux opérateurs différents qui permettent d'écrire les équations qui régissent le problème vibratoire : l'opérateur de Donnell et l'opérateur de Flügge. Ces opérateurs négligent tous les deux les contraintes hors plan. Leur différence réside dans le fait que l'opérateur de Donnell néglige, en plus, la coordonnée suivant l'épaisseur du cylindre par rapport au rayon de la structure. En plus du modèle de cylindre de longueur finie, il existe d'autres modèles de stator comme le modèle de cylindre infini où on néglige l'effet de la longueur et on ne s'intéresse qu'aux modes circonférentiels (modes présents dans le plan d'une coupe transversale de la machine) [6], ou encore, le modèle d'anneau qui constitue un modèle de poutre courbe [27]. On remarque que la majorité des références citées ci-dessus négligent l'effet de la longueur de la machine. Cette hypothèse est bien justifiée. En effet, bien que sa géométrie cylindrique le rende potentiellement capable de se déformer selon ses modes longitudinaux (déformations selon l'axe du moteur), réellement, le stator se déforme rarement suivant ces modes à cause de la particularité du spectre d'effort qui lui est appliqué. Les forces magnétiques qui s'exercent sur la structure statorique sont réparties uniformément suivant sa longueur (effort constant suivant la direction axiale). De ce fait, les modes longitudinaux ne seront quasiment pas excités.

Une autre approche analytique consiste, cette fois-ci, à se baser sur le modèle masse-ressort. D'une manière générale, en vibrant, une structure mécanique met en jeu des échanges continus entre l'énergie cinétique (associée à la vitesse vibratoire et à la masse de la structure en mouvement) et l'énergie de déformation (associée aux contraintes dynamiques liées à la rigidité de la structure déformée par le mouvement vibratoire). Ces échanges peuvent être présentés d'une manière simple, par l'oscillation d'une masse rigide  $M$  (énergie cinétique pure) supportée par un ressort de raideur  $K$  sans masse (énergie de déformation pure) et un amortisseur  $C$  (pertes énergétiques : frottement). Afin de former un système masse-ressort-amortisseur élémentaire ou une structure à un seul degré de liberté, ce système peut être couplé à d'autres pour représenter n'importe quel comportement vibratoire complexe d'une structure mécanique.

Si nous considérons une structure à un seul degré de liberté, un modèle analytique simple consiste à écrire l'équation régissant le fonctionnement du système tel que :

$$M\ddot{x} + C\dot{x} + Kx = f(t) \quad (1.21)$$

Où  $x$  est la position de la masse  $M$  et  $f(t)$  est la force excitatrice sinusoïdale

D'après ce modèle mathématique simple, il est possible d'assimiler la structure du stator à un ensemble de cellules élémentaires constituées par une masse, une rigidité et un amortissement à un seul degré de liberté [3]. Le principale avantage de ces modèles masse-ressort-amortisseur est de conduire à un ensemble d'équations aisément solubles analytiquement mais ils restent limités aux modes de vibration dominants (2, 4, 6) [3].

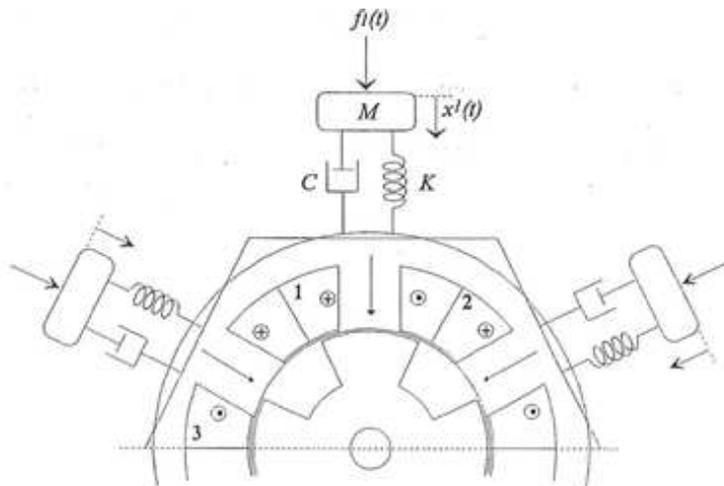


FIGURE 1.22 – Modèle masse/ressort de vibration pour MRV [3]

### Modèle semi-expérimental

Il s'agit de déterminer une fonction de transfert entre les forces d'excitation et les accélérations vibratoires radiales de la structure mécanique. Une mesure de cette fonction de transfert mécanique entre la force radiale appliquée sur une dent et l'accélération radiale mesurée sur la périphérie du stator de la MRV, révèle que sa réponse fréquentielle présente une série de pics indiquant la présence de résonances (cf. Figure 1.23). La fonction de transfert identifiée peut être introduite dans un logiciel de simulation de la MRV et être utilisée, avec les forces magnétiques, pour la détermination de l'accélération.

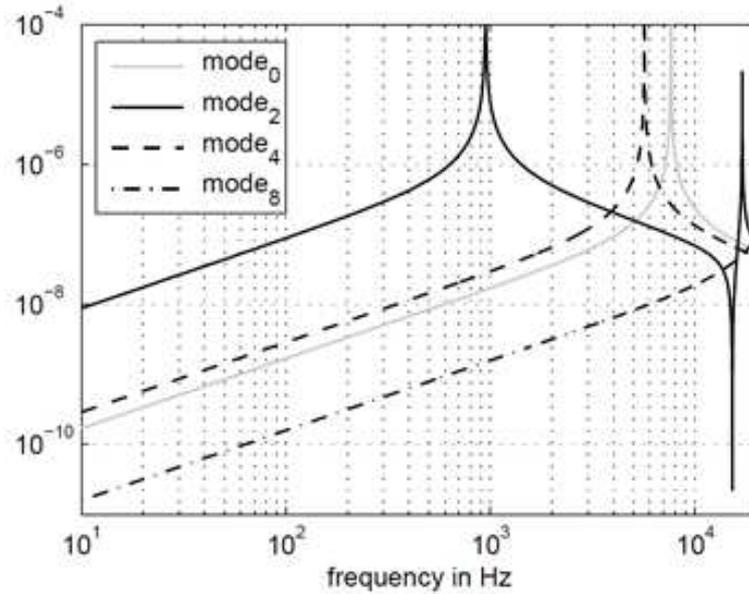


FIGURE 1.23 – Fonctions de transfert mécaniques [18]

### Modèles éléments finis

La méthode des EF est couramment utilisée tant en calcul statique qu'en calcul dynamique. Elle permet de calculer les modes propres d'une structure et de prédire sa réponse vibratoire en tout point du maillage, pour une excitation donnée. La réponse vibratoire d'une structure est régie par le système d'équations différentielles d'équilibre suivant :

$$M\ddot{D}(t) + C\dot{D}(t) + KD(t) = F(t) \quad (1.22)$$

Où,

$M$  : matrice de masse ;

$C$  : matrice d'amortissement ;

$K$  : matrice de raideur ;

$F$  : vecteur de force ;

$D$  : vecteur des déplacements.

Deux approches peuvent être utilisées pour la résolution du système : L'approche directe et la méthode de superposition modale.

La première méthode consiste à résoudre directement le système matriciel. La deuxième consiste à réaliser une analyse modale et à projeter le problème matriciel sur la base modale ainsi obtenue. La réponse sera ainsi la combinaison linéaire des réponses relatives à chacun des modes. Cette deuxième méthode paraît la plus adaptée à notre étude en regard des hypothèses de calcul, c'est-à-dire, une structure linéaire et des modes supposés découplés.

### 1.2.3 Modélisation acoustique

La déformation de la surface extérieure du stator entraîne une variation de la pression acoustique autour du stator de la machine et par conséquent, la création d'une onde acoustique : le bruit. La pression  $P$  peut se décomposer en somme de la pression atmosphérique d'équilibre  $P_0$  et de la surpression  $p$  telle que  $p \ll P_0$ .

En écrivant la conservation de la masse, l'équation qui régit le comportement de la surpression est :

$$\Delta p - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = 0 \quad (1.23)$$

Le calcul d'une fonction approchée de  $p$  peut se faire par l'approximation de la sphère pulsante. Cette approximation revient à considérer de petites variations sinusoïdales du rayon de la machine autour d'une surface extérieure  $\Phi$  [52]. Dans ce cas, à une distance  $r$  de la sphère, la surpression est directement dépendante de l'accélération vibratoire  $\gamma$  :

$$p(r) = \Lambda(r, \omega) \rho_0 \frac{\Phi}{4\pi r} \gamma e^{-ikr} \quad (1.24)$$

Où,

$\Lambda$  est la directivité de la source d'émission, qui dépend de la fréquence et de la direction de l'onde ;

$\omega$  : pulsation de l'onde ;

$k$  : constante de propagation  $k = \frac{\omega}{c}$ .

Dans la littérature, nous trouvons aussi le modèle analytique de Timar [48] qui consiste à calculer l'intensité acoustique  $I$  via l'expression suivante :

$$I = 8200 \sigma f^2 Y^2 \quad (1.25)$$

Où,

$\sigma$  : facteur de rayonnement acoustique ;

$f$  : fréquence vibratoire ;

$Y$  : déplacement vibratoire.

Le facteur de rayonnement acoustique peut se calculer de deux manières différentes selon que l'on assimile le stator de la machine à une sphère :

$$\sigma_m = R \left( j\pi \frac{D}{\lambda} \frac{\sum_{\nu=0}^m \frac{(m+\nu)!m!}{(m-\nu)! \nu!} \left( 2j\pi \frac{D}{\lambda} \right)^{m-\nu}}{\sum_{\nu=0}^m \frac{(m+\nu)!m!}{(m-\nu)! \nu!} \left( 2j\pi \frac{D}{\lambda} \right)^{m-\nu} \left( 1 + j\pi \frac{D}{\lambda} + \nu \right)} \right) \quad (1.26)$$

$R$  : rayon du stator ;

$\lambda$  : longueur d'onde ;

$c$  : célérité du son.

Ou à un cylindre :

$$\sigma_m = \left( \pi \frac{D}{\lambda} \right)^2 \left( \frac{N_m Q_{m+1} - Q_m N_{m+1}}{\left( m Q_m - \pi \frac{D}{\lambda} Q_{m+1} \right)^2 + \left( m N_m - \pi \frac{D}{\lambda} N_{m+1} \right)^2} \right) \quad (1.27)$$

$D$  : diamètre du stator ;

$N_m$  : fonction de Neumann ;

$Q_m$  : fonction de Bessel.

Comme en électromagnétique et en vibratoire, outre les modèles analytiques, il existe des logiciels commerciaux de calcul EF qui permettent de calculer la puissance et la pression acoustiques. Par

exemple, on peut citer le logiciel Actran qui représente actuellement l'outil utilisé chez Renault pour les études acoustiques.

#### 1.2.4 Méthodes de réduction du bruit rayonné par les MRV

La réduction du bruit électromagnétique est assez complexe car les techniques qui peuvent potentiellement réduire le bruit produit par la machine ont tendance à détériorer ses performances. Par conséquent, la plupart des techniques de réduction de bruit qui respectent l'aspect opérationnel du moteur électrique augmente son coût. Un bon nombre de chercheurs ont travaillé sur les méthodes de réduction du bruit d'origine magnétique dans les machines électriques. Ces méthodes se divisent essentiellement en deux approches : méthodes actives et passives.

##### Méthodes passives

Les méthodes passives de réduction des émissions sonores sont des solutions qui agissent sur la structure de la machine en modifiant la forme géométrique du stator, ou encore en ajoutant des nervures sur la culasse statorique [29]. Dans cette dernière référence, l'auteur construit plusieurs modèles de MRVDS en variant la forme, la hauteur, la quantité et la structure des ailettes pour étudier leur influence sur les fréquences de résonance de la machine. Son objectif étant de trouver la structure optimale de nervures permettant de donner le rayonnement acoustique le plus faible (Figure 1.24).

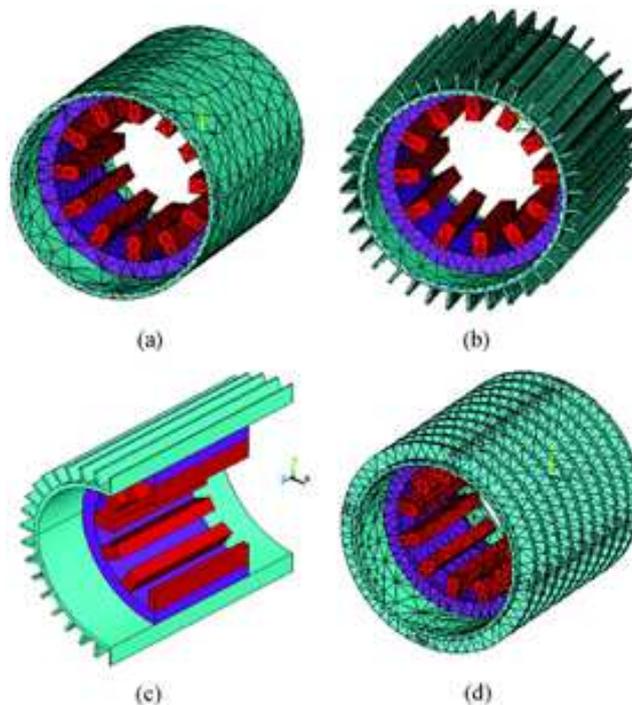


FIGURE 1.24 – Différentes formes de nervures de culasse statorique pour atténuer le bruit [29]

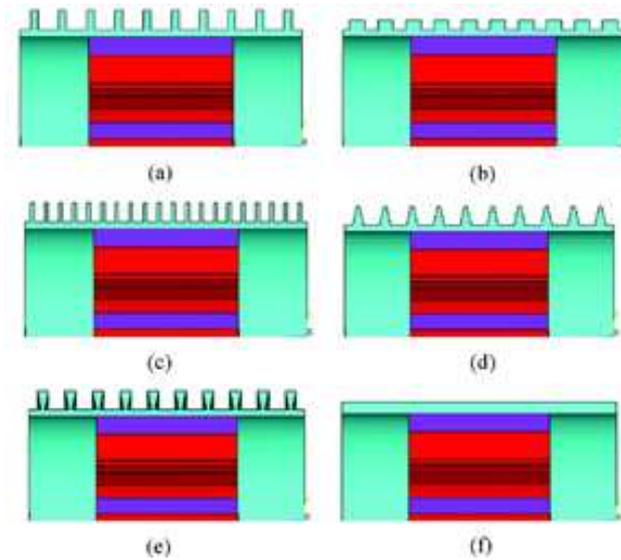


FIGURE 1.25 – Différentes formes de nervures de culasse statorique pour atténuer le bruit

Une autre piste consiste à jouer sur la distance radiale de l'entrefer. En effet, l'entrefer a une influence directe sur le comportement vibratoire et sonore de la machine, malheureusement contraire aux critères de rendement, puisque la réduction des vibrations et du bruit va dans le sens d'un accroissement de l'espace d'entrefer. Un compromis technique consiste à utiliser un entrefer variable, minimal dans sa partie centrale, et élargi aux extrémités, ce qui conduit à adoucir les ruptures de flux entre les pôles rotoriques et statoriques [12] [53] comme illustré sur la Figure 1.26.

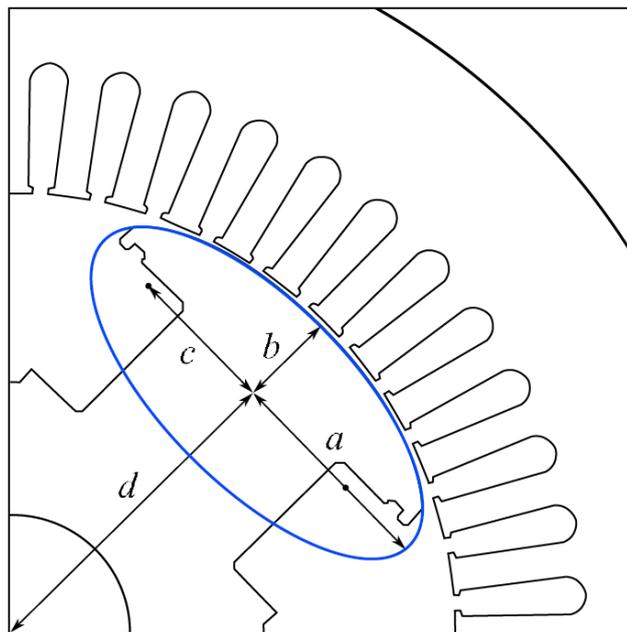


FIGURE 1.26 – Forme elliptique de la dent rotorique pour réduire le bruit rayonné

[18] montre que l'augmentation de l'épaisseur de la culasse statorique réduit d'une manière significative le bruit émis par une MRV 8/6. il montre qu'en doublant l'épaisseur de la culasse, la réduction du bruit rayonné peut atteindre 18 dB (cf Figure 1.27). En revanche, il faudrait garder à l'esprit que cette augmentation de l'épaisseur est synonyme d'une augmentation de la masse et du coût de la machine.

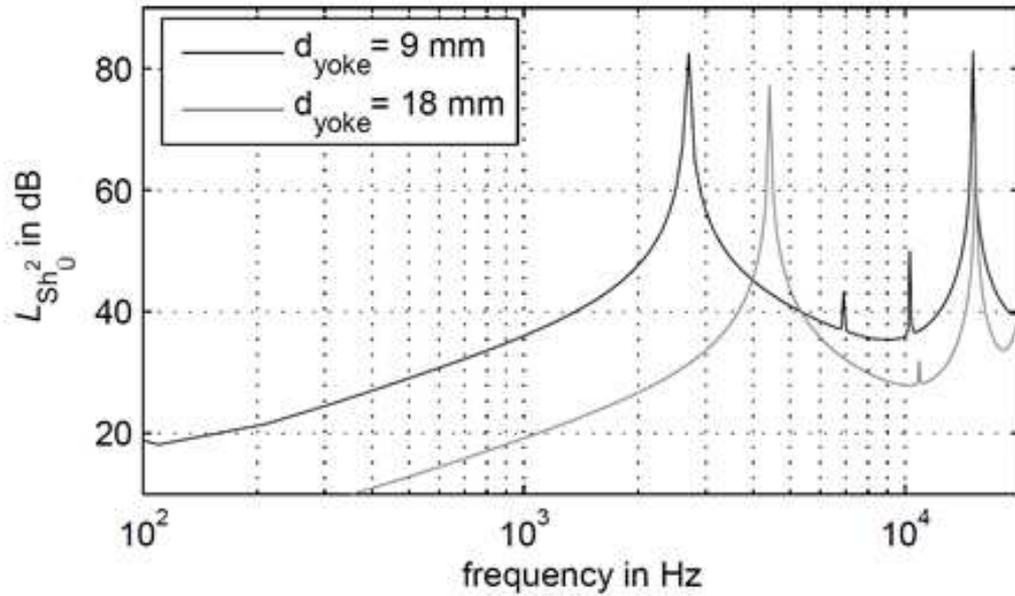


FIGURE 1.27 – Influence de l'épaisseur de la culasse statorique sur le bruit d'une MRV 8/6

D'un autre côté, Rasmussen et. al [49] ont montré que l'épaisseur de la culasse statorique peut être augmentée virtuellement en ajoutant des entretoises entre les dents statoriques (cf. Figure 1.28). En effet, Rasmussen montre qu'en utilisant des entretoises en céramique, il arrive à réduire le bruit de 9 à 14 dB. Et puisque souvent dans les machines électriques, il y a besoin d'entretoises pour fixer le bobinage au niveau des encoches statoriques, on peut considérer que l'ajout d'entretoises céramiques n'induit pas de coût d'assemblage mais uniquement un coût relatif au matériau.

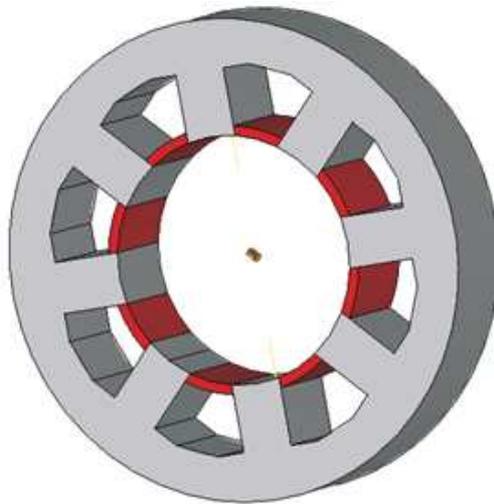


FIGURE 1.28 – Augmentation de la raideur statorique à l'aide d'entretoises en céramiques

Le vrillage est connu comme une solution acoustique assez efficace dans le cas des machines asynchrones [43] parce qu'il permet de réduire les harmoniques d'encoches et ainsi produire une distribution de forces électromagnétiques plus sinusoïdale. Dans le cas des machines à réductance variable, le vrillage du rotor induit un déphasage entre les vibrations à l'avant et à l'arrière du stator selon la dimension axiale de la machine. Ce déphasage le long de l'axe de la machine fait que les modes  $(m,n)$  susceptibles d'être excités sont plus haut en fréquence. Par conséquent, comme le montre la Figure 1.30 pour une MRV 8/6, le vrillage du stator engendre une réduction du bruit de 8dB.

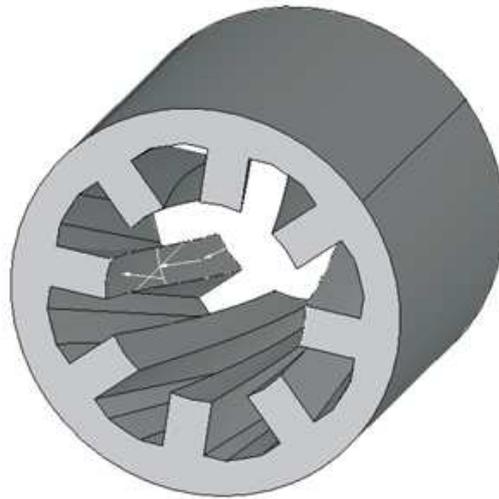


FIGURE 1.29 – Stator vrillé

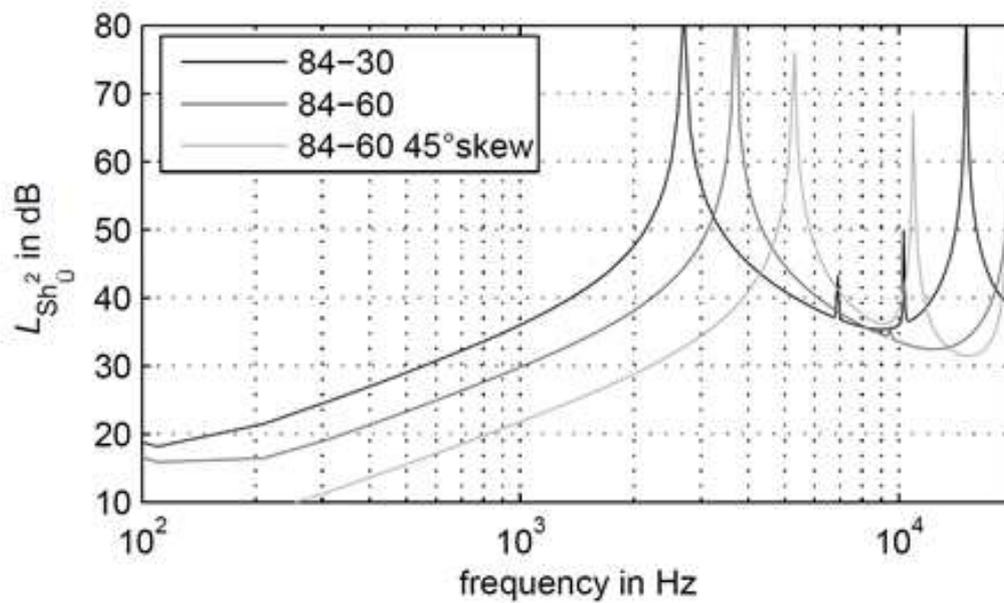


FIGURE 1.30 – influence du vrillage sur le bruit des MRV

D'autres solutions passives utilisent des formes géométriques statoriques et rotoriques peu classiques. Nous pouvons évoquer, par exemple, les stators de forme carré (Figure 1.32) ou encore les rotors asymétriques qui permettent de réduire significativement les vibrations du mode 2 pour une MRV 8/4 (Figure 1.33).

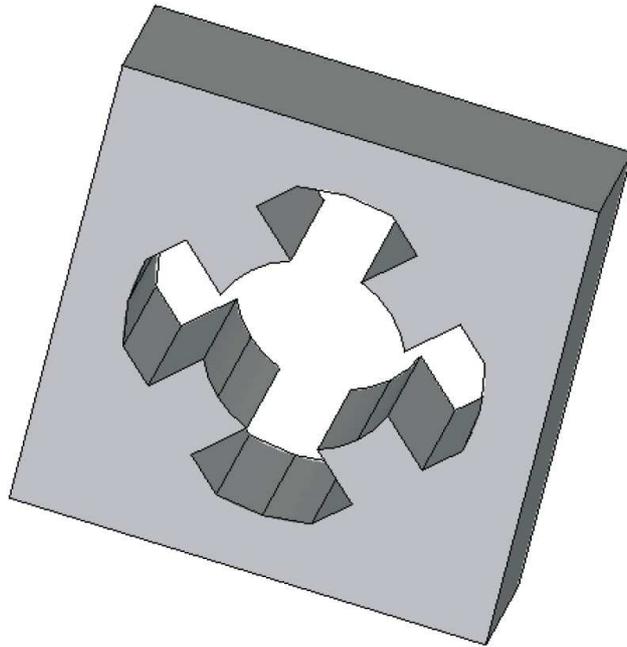


FIGURE 1.31 – Structure statorique de forme carrée

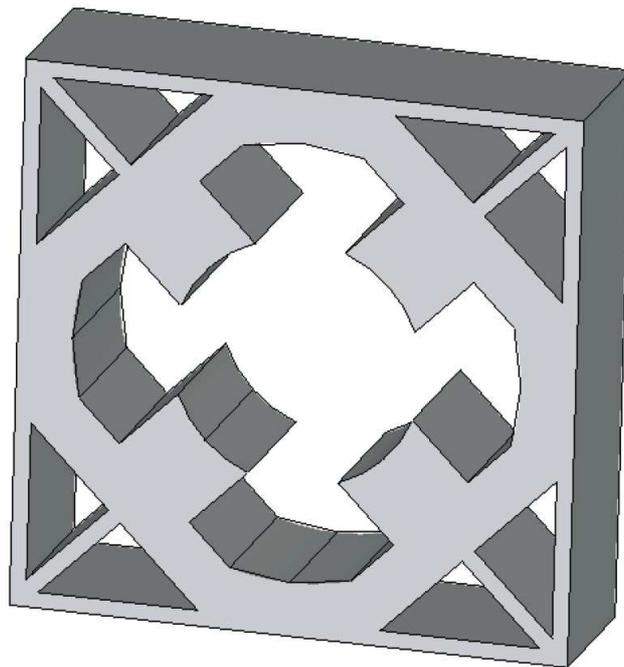


FIGURE 1.32 – Structure statorique de forme carrée : solution de gain de masse

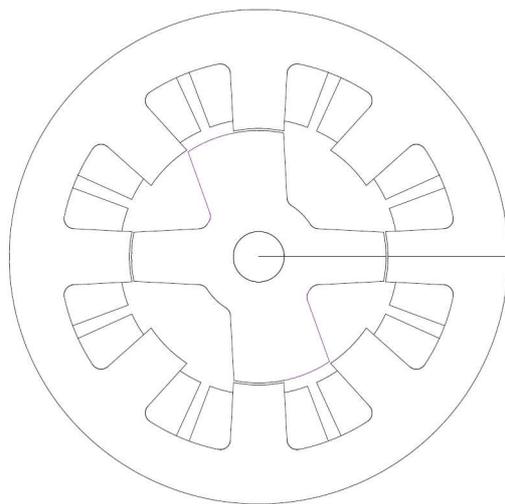


FIGURE 1.33 – MRV 8/4 à rotor asymétrique

Une autre approche consiste à utiliser des matériaux dont les propriétés de raideur, d'amortissement et d'absorption acoustique permettent de réduire le niveau de bruit émis par la machine. Cette dernière solution reste néanmoins modérément utilisée car elle s'accompagne souvent d'une augmentation inacceptable de la masse et du volume de la machine.

### Méthodes actives

Les méthodes de réduction active peuvent se baser sur le contrôle de l'alimentation et de la commande de la machine. On peut citer à ce titre les travaux dans [11], qui après avoir quantifié l'influence de chaque paramètre de commande ainsi que la forme d'onde de courant sur les vibrations des MRVDS, a montré l'utilité d'imposer des formes de courant à pentes temporelles limitées. Il a également montré l'importance du choix des angles de commande : classiquement fait selon des critères de rendement, il peut contribuer à un fonctionnement plus discret du moteur.

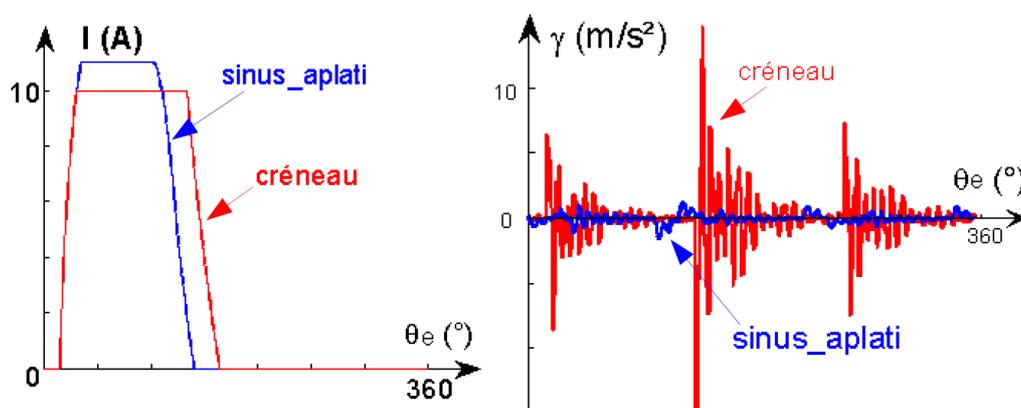


FIGURE 1.34 – Influence de la forme de courant en sinus aplati

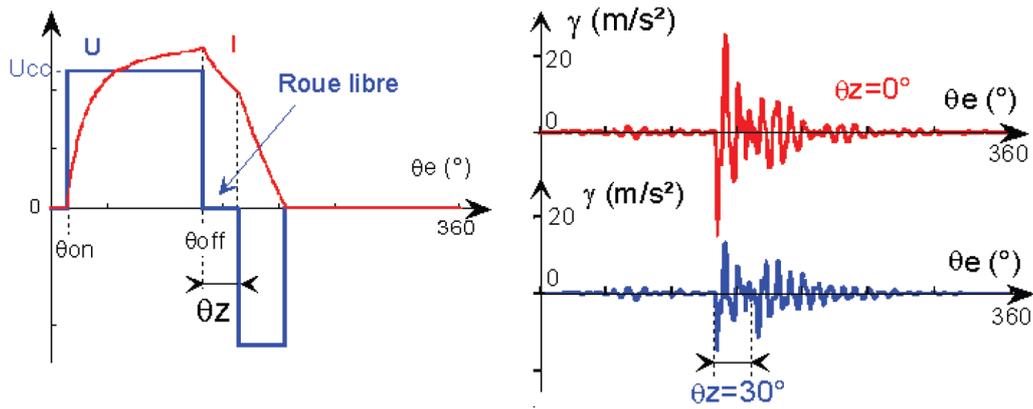


FIGURE 1.35 – Influence de la forme de courant en double pente

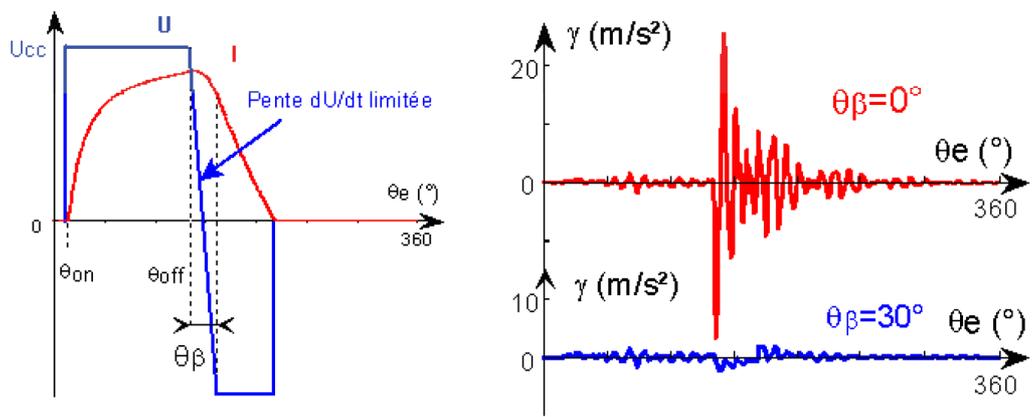


FIGURE 1.36 – Influence de la forme de courant avec rapport cyclique lentement variable

Une autre technique de réduction active des composantes les plus sonores émises par la MRVDS est proposée par Lecointe [38] et consiste à injecter des harmoniques de courant dans des enroulements auxiliaires. Cette méthode de réduction active du bruit magnétique offre une réduction ciblée des composantes les plus nuisibles avec efficacité, en régimes statique et dynamique, grâce à l’asservissement de la fréquence d’injection à celle de la rotation de la machine.

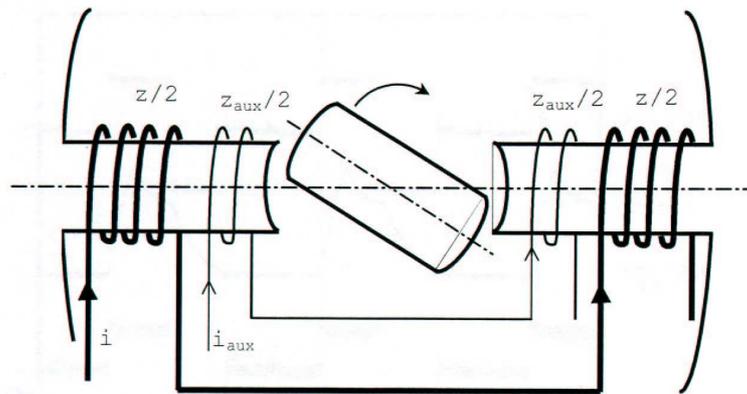


FIGURE 1.37 – Bobinages auxiliaires pour la compensation active

Dans [64], une solution agissant également sur l’alimentation est proposée, elle emploie une excitation en tension à double-pas avec une période de tension nulle qui est égale à un demi-cycle de la fréquence

de vibration ciblée. Cette méthode permet ainsi de générer deux ondes vibratoires en opposition de phase ce qui permet de atténuer considérablement les vibrations à la fréquence cible (cf. Figure 1.38). Ce principe de génération de forces radiales supplémentaires pour s'opposer aux forces qui sont à l'origine des vibrations statoriques a été repris également dans [10] où on montre qu'en court-circuitant les bobinages suivant une stratégie de contrôle raisonnable, on arrive à amortir les vibrations de la MRVDS.

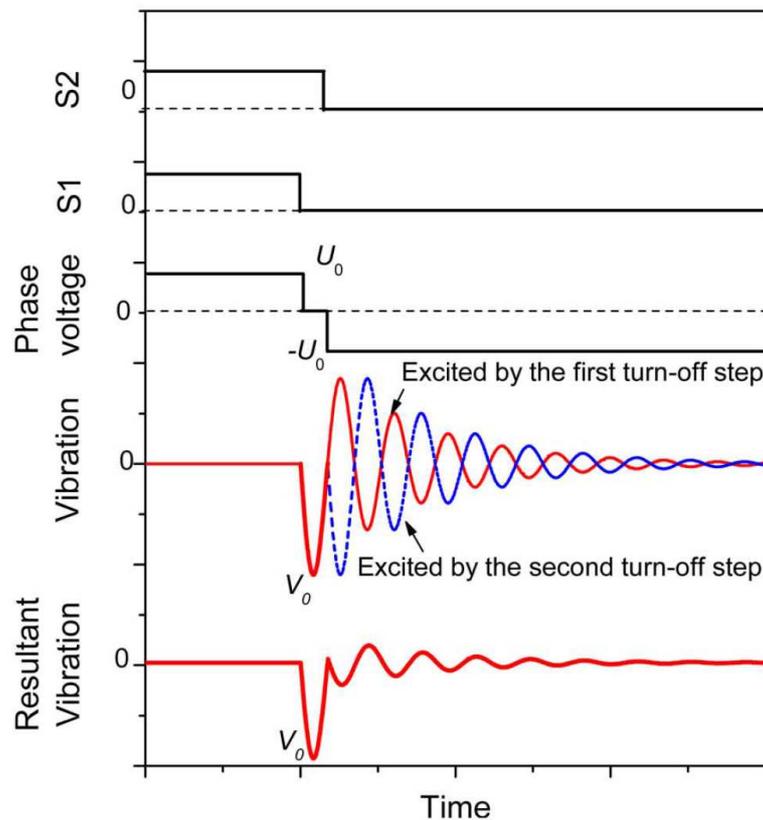


FIGURE 1.38 – Principe des deux ondes vibratoires en opposition de phase pour atténuer le bruit

Une autre solution efficace mais onéreuse est celle proposée dans [44]. Elle consiste à compenser les vibrations de la machine à l'aide d'actionneurs piézoélectriques placés sur la surface extérieure de son stator, et ce dans le but de limiter le niveau sonore conséquent. Le principe est d'imposer avec des pastilles de PZT la déformation contraire à celle résultant des forces électromagnétiques.

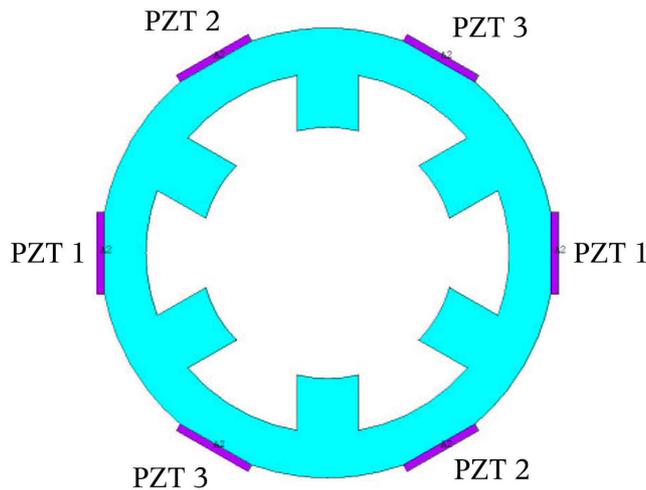


FIGURE 1.39 – Actionneurs piézoélectriques placés sur le stator d’une MRV 6/4

### 1.3 Positionnement et plan de l’étude

L’état de l’art a permis de situer les travaux sur les aspects multi-physiques, de connaître les différents modèles ainsi que leurs limites sur les aspects électromagnétique et vibro-acoustique. Notre étude, développée dans les chapitres suivants, s’inscrit dans le cadre du développement d’un outil de pré-dimensionnement vibro-acoustique pour les machines à réluctance variable à double saillance. Cet outil permettra de prédire le bruit émis par des MRVDS dès la phase de conception. L’analyse se fera sur une large plage de vitesse avec des graphes présentant le bruit de la machine en fonction de la fréquence et de la vitesse appelés ‘sonagramme’. Pour cela, nous devons non seulement modéliser le processus de génération de bruit par un modèle multi-physique (électromagnétique, vibratoire et acoustique) mais aussi introduire les couplages qui peuvent exister entre les différentes physiques. La difficulté de cette approche réside dans le compromis rapidité/précision que doit satisfaire notre outil. Nous avons vu à l’issue de l’étude bibliographique, que les outils EF, bien que très fiables par leur précision, ne sont pas adaptés à une phase de conception parce qu’ils coûtent chers en temps de calcul. Les méthodes analytiques, en revanche, elles sont assez rapides mais sont souvent incapables de prendre en compte les phénomènes non linéaires tels que la saturation du fer.

Notre contribution concernant le pré-dimensionnement vibro-acoustique des MRVDS sur une large plage de vitesse et le développement d’un outil adapté, concerne essentiellement trois aspects et sont développés dans les chapitres suivants :

- Un modèle vibro-acoustique reposant sur les équations aux dérivées partielles permettant une très bonne estimation des vibrations et du bruit pour une force donnée (chapitre II) et évitant ainsi les relations analytiques empiriques. Notre modélisation vibro-acoustique a également l’avantage de permettre de calculer la réponse vibratoire d’un système soumis à un chargement quelconque grâce à son formalisme de décomposition en ondes tournantes.
- Le choix d’une démarche hybride couplant modèle vibro-acoustique analytique et modèle électromagnétique éléments finis en vue de construire un outil de pré-dimensionnement (chapitre III). Cette démarche avec la possibilité de coupler les différents modèles de type analytique et E.F. est un apport indéniable durant la phase de pré-dimensionnement comme cela sera démontré dans les chapitres suivants. Une démarche "tout analytique" sera aussi présentée en vue d’une analyse harmonique ainsi qu’une démarche "tout numérique" en vue d’une analyse fine des phénomènes comme l’effet de satu-

ration.

- Enfin, nous validons nos démarches et outil sur différentes machines : 4 types de MRVDS présentés (chapitre IV) et analysons l'impact de la saturation de cette machine par une étude 'tout numérique' sur le chapitre V. Enfin, l'exploitation de produits de convolution nous permet de connaître les raies à l'origine du bruit.



## Chapitre 2

# Modélisation Vibratoire et acoustique de l’outil GRIMM

### 2.1 Introduction

Ce chapitre a pour objet la modélisation vibratoire et acoustique de notre outil analytique de pré-dimensionnement vibro-acoustique que nous avons appelé GRIMM. Cet outil est basé sur un modèle analytique d’anneau pour la partie vibratoire et sur l’équation de Helmholtz en coordonnées cylindriques pour la partie acoustique. Cet outil est développé sous Matlab et son atout majeur est son bon compromis précision/rapidité. Ses données d’entrée sont les efforts électromagnétiques ou plus précisément les pressions de Maxwell qui s’appliquent sur la structure statorique. Ce chargement est une grandeur qui dépend à la fois de l’espace et du temps. Il peut être purement théorique et sera donc injecté dans GRIMM sous forme de somme d’ondes tournantes ou bien plus réaliste, issu d’un calcul Eléments Finis (EF) électromagnétique par exemple, et sera donc injecté cette fois-ci sous forme d’une matrice de valeurs sur une période spatio-temporelle. Cette seconde forme de chargement peut être donnée à un régime (rpm) donné ou bien pour une montée en régime (plusieurs vitesses). Ses données de sortie sont les déplacements vibratoires, les pressions acoustiques ainsi que la puissance acoustique rayonnée. Un autre point fort de GRIMM est la gestion des montées en régime puisqu’il est capable non seulement de calculer un sonagramme de puissance acoustique aux vitesses des données d’entrée mais aussi au niveau des différentes vitesses intermédiaires grâce à des interpolations.

Nous verrons dans les chapitres suivants quelques applications de GRIMM et nous soulignerons ses atouts dans la chaîne multi-physique. Mais, pour l’instant nous nous concentrons dans ce chapitre II à la théorie qui est à l’origine des deux modèles vibratoire et acoustique de GRIMM. Nous finirons ce chapitre par une validation de GRIMM à la fois en vibratoire et en acoustique en comparant ses résultats aux résultats EF à iso-modèle à savoir le modèle d’anneau. Dans un premier temps, ces comparaisons sont faites en utilisant des ondes de pressions de Maxwell théoriques.

### 2.2 Modélisation vibratoire

La structure statorique étudiée, comme toute structure mécanique, possède plusieurs fréquences propres, chacune étant relative à un mode de vibration. Lorsqu’il y a coïncidence spatio-temporelle entre le comportement naturel de la structure et le chargement électromagnétique, le phénomène de résonance mécanique se produit engendrant un bruit magnétique très important. Il est donc primordial de faire une modélisation vibratoire du stator pour pouvoir déterminer ses fréquences et ses modes propres

ainsi que sa réponse forcée. Bien que sa géométrie cylindrique le rende potentiellement capable de se déformer selon ses modes longitudinaux (déformation selon l'axe du moteur), réellement le stator se déforme rarement suivant ces modes à cause de la particularité du spectre d'effort qui lui est appliqué. En effet, les forces magnétiques qui s'exercent sur la structure statorique sont réparties uniformément suivant sa longueur (effort constant suivant la direction axiale). De ce fait, les modes longitudinaux ne seront quasiment pas excités. Donc, un modèle 2D permettant de déterminer les modes circonférentiels suffit. Nous avons choisi le modèle d'anneau car nous jugeons qu'il constitue un bon compromis simplicité/précision à la fois pour le comportement vibratoire naturel et forcé de la structure statorique. Dans un premier temps, nous traiterons le comportement naturel (analyse modale) d'un anneau mince en établissant les expressions analytiques de ses pulsations propres et ses déformées propres. Ensuite, nous nous intéresserons au comportement forcé (réponse dynamique) de ce dernier et nous chercherons à exprimer analytiquement le déplacement vibratoire.

### 2.2.1 Mise en équation

Dans cette partie, on considère que l'anneau mince est une poutre courbe qui a pour fibre neutre un cercle de rayon  $R$ , comme illustré par la figure 2.1.

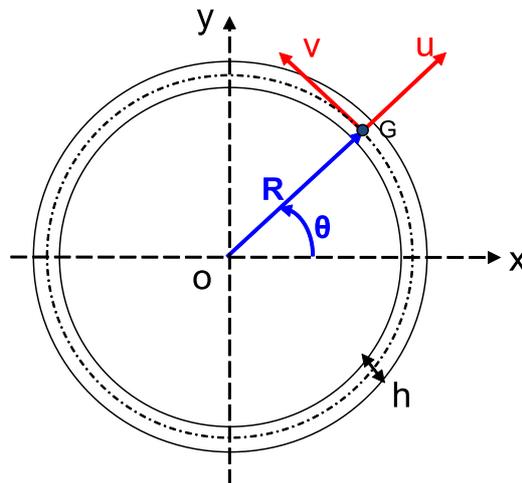


FIGURE 2.1 – Modèle d'anneau

Nous nous plaçons dans le cadre des hypothèses cinématiques suivantes :

- Les déplacements hors du plan (Oxy) sont négligés.
- Les sections droites de la poutre restent indéformables.
- Les déformations de cisaillement sont négligeables.
- Le déplacement tangentiel est engendré par la rotation de la section droite de l'anneau.

#### Equilibre d'un élément de poutre courbe

Nous nous proposons dans ce paragraphe d'établir l'équilibre d'une tranche mince de la poutre soumise à un effort radial extérieur radial  $F^u$ .

Nous noterons  $F^u = f_{lin}^u R d\theta$ , avec  $f_{lin}^u$  l'effort linéique radial. Si nous notons également  $N$ , l'effort normal à la section  $A$ ,  $T$  l'effort tranchant,  $M$  le moment fléchissant et  $R$  le rayon de courbure de la poutre, nous obtenons grâce au principe de D'Alembert, les équations d'équilibre suivantes régissant le déplacement radial  $u$  et le déplacement tangentiel  $v$  [27] (Figure 2.2) :

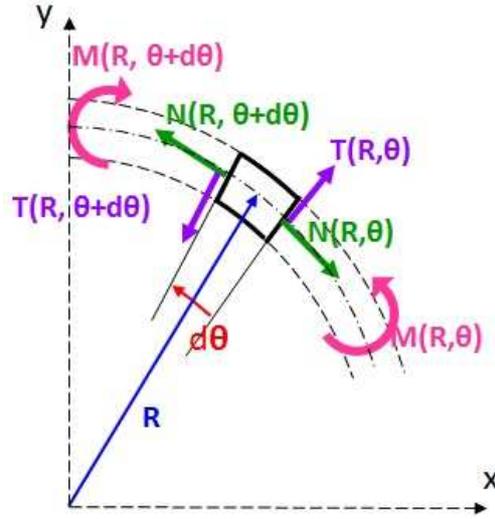


FIGURE 2.2 – Equilibre des efforts

$$\frac{\partial T}{\partial \theta} + N - \rho AR \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - R f_{lin}^u = 0 \quad (2.1)$$

$$\frac{\partial N}{\partial \theta} - T - \rho AR \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} = 0 \quad (2.2)$$

$$\frac{\partial M}{\partial \theta} + TR \simeq 0 \quad (2.3)$$

Ces équations montrent que dans le cas d'une poutre courbe, la courbure entraîne un couplage entre les déplacements radiaux  $u$  et tangentiels  $v$ . Afin de contourner cette difficulté, la solution utilisée dans la littérature consiste à considérer deux types de comportement de l'anneau : l'extension et la flexion.

### Extension d'anneau

Pour pouvoir étudier l'extension de la ligne moyenne de l'anneau, nous avons besoin de rajouter une relation qui traduira le couplage entre le déplacement radial et le déplacement tangentiel. Pour cela, nous supposons que la ligne moyenne se déforme radialement d'une manière uniforme, ce qui implique que les sections droites de la poutre courbe ne subissent aucune rotation. L'angle  $\alpha$  de cette rotation garde les sections droites orthogonales à la fibre neutre et peut être exprimé en fonction des déplacements vibratoires radiaux et tangentiels de la façon suivante [36] :

$$\alpha = \frac{1}{R} \left( v - \frac{\partial u}{\partial \theta} \right) \quad (2.4)$$

$$\alpha = 0 \longrightarrow v = \frac{\partial u}{\partial \theta} \quad (2.5)$$

Le moment de flexion  $M$  s'exprime de la façon suivante en fonction de l'angle  $\alpha$  :

$$M = \frac{EI}{R} \frac{\partial \alpha}{\partial \theta} \quad (2.6)$$

Où  $I$  est le moment quadratique de la section de l'anneau par rapport à l'axe  $z$  ( $I = \frac{Lh^3}{12}$ ,  $L$  étant la longueur axiale de l'anneau).

Nous pouvons ainsi déduire que le moment de flexion est nul pour les déformations en extension. Et par conséquent, d'après (2.3), nous déduisons que l'effort tranchant est également nul.

D'un autre côté, la déformation circonférentielle  $\epsilon_{\theta\theta}$  peut s'exprimer en fonction des déplacements radiaux et tangentiels par la relation suivante [?] :

$$\epsilon_{\theta\theta} = \frac{1}{R} \left( \frac{\partial v}{\partial \theta} - u \right)$$

On en déduit, moyennant la loi de Hooke, l'expression de l'effort normal  $N$  qui s'écrit :

$$N = \int_A \sigma_{\theta\theta} dA = EA\epsilon_{\theta\theta} = \frac{EA}{R} \left( \frac{\partial v}{\partial \theta} - u \right) \quad (2.7)$$

Où  $\sigma_{\theta\theta}$  est la contrainte circonférentielle.

En injectant (2.5) dans l'expression de l'effort normal, l'équation (2.1) donne l'équation aux dérivées partielles suivante en  $u$  :

$$-\rho A \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + \frac{EA}{R^2} \left( \frac{\partial^2 u}{\partial \theta^2} - u \right) = f_{lin}^u \quad (2.8)$$

### Flexion d'anneau

Pour la flexion d'anneau, nous avons également besoin de découpler les équations d'équilibre. Pour cela, on les complète par la condition d'inextension de la ligne moyenne. Cette condition se traduit par une déformation circonférentielle nulle ( $\epsilon_{\theta\theta} = 0$ ), ce qui implique la relation suivante entre  $u$  et  $v$  :

$$u = \frac{\partial v}{\partial \theta} \quad (2.9)$$

Afin de trouver l'expression du moment de flexion, nous nous basons sur l'équation différentielle de la ligne élastique d'une poutre courbe mince, à fibre moyenne circulaire (Figure 2.3).

Si nous notons  $s$  l'abscisse curviligne d'un élément de la poutre courbe, sa longueur et sa courbure initiales valent :

$$\begin{aligned} ds &= R d\theta \\ \frac{d\theta}{ds} &= \frac{d\theta}{R d\theta} = \frac{1}{R} \end{aligned} \quad (2.10)$$

Pour une flèche assez faible, après déformation, la courbure est donnée par l'équation suivante :

$$\frac{1}{R1} = \frac{d\theta + \Delta d\theta}{ds + \Delta ds} \quad (2.11)$$

Nous voyons, à la Figure 2.3, que l'angle de la rotation de la section  $n1$  vaut :

$$\frac{du}{ds} + \frac{d^2 u}{ds^2} ds \quad (2.12)$$

Avec une analyse géométrique, nous trouvons :

$$\Delta d\theta = \frac{d^2 u}{ds^2} ds \quad (2.13)$$

La variation de longueur est sensiblement égale à  $\Delta ds = -u d\theta = -\frac{uds}{R}$

Nous obtenons ainsi :

$$\frac{1}{R1} - \frac{1}{R} = \frac{M}{EI} = \frac{d^2 u}{ds^2} + \frac{u}{R^2} \quad (2.14)$$

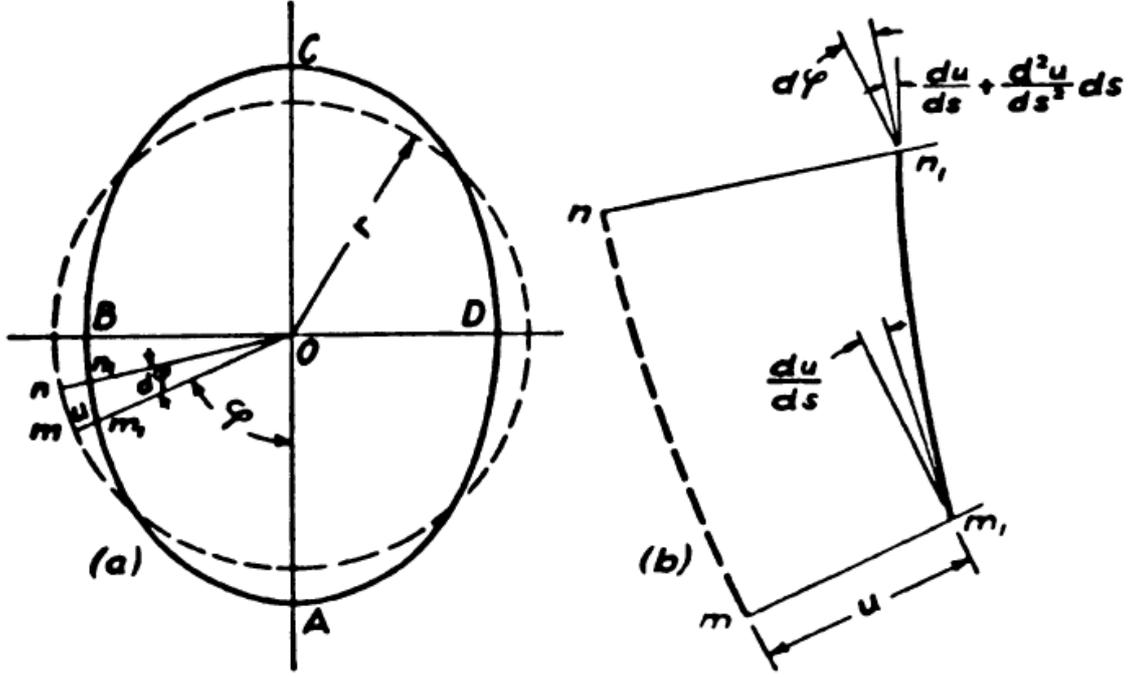


FIGURE 2.3 – Flexion de la section d'une poutre courbe (Notations de la figure par rapport au texte :  $r = R$  et  $\phi = \theta$ ) [36]

Ce qui donne finalement l'expression suivante du moment de flexion :

$$M = \frac{EI}{R^2} \left( \frac{\partial^2 u}{\partial \theta^2} + u \right) \quad (2.15)$$

D'après (2.3), nous déduisons que l'effort tranchant s'écrit :

$$T = -\frac{EI}{R^3} \left( \frac{\partial^3 u}{\partial \theta^3} + \frac{\partial u}{\partial \theta} \right) \quad (2.16)$$

Puis, on remplace  $T$  par cette expression dans (2.1), on obtient :

$$N = \frac{EI}{R^3} \left( \frac{\partial^4 u}{\partial \theta^4} + \frac{\partial^2 u}{\partial \theta^2} \right) + R \left( \rho A \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + f_{lin}^u \right) \quad (2.17)$$

Ensuite, on dérive l'équation (2.2) par rapport à  $\theta$  et on y remplace l'effort normal par son expression. Et en utilisant (2.9), nous obtenons l'équation aux dérivées partielles suivante en  $u$  :

$$-\rho A \frac{\partial^2}{\partial t^2} \left( u - \frac{\partial^2 u}{\partial \theta^2} \right) + \frac{EI}{R^4} \left( \frac{\partial^6 u}{\partial \theta^6} + 2 \frac{\partial^4 u}{\partial \theta^4} + \frac{\partial^2 u}{\partial \theta^2} \right) = -\frac{\partial^2 f_{lin}^u}{\partial \theta^2} \quad (2.18)$$

## 2.2.2 Analyse modale

On se propose, dans cette partie, d'étudier le comportement naturel de l'anneau. Pour cela, nous considérons une force excitatrice nulle,  $f_{lin}^u = 0$ .

Nous avons établi dans le paragraphe précédent, les équations aux dérivées partielles qui régissent les déformations en extension et en flexion. Nous postulons une solution harmonique en temps et en espace de la forme suivante :

$$\begin{bmatrix} u(t, \theta) \\ v(t, \theta) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} U(\theta) e^{i(\omega t + \phi)} \\ V(\theta) e^{i(\omega t + \phi)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_n e^{in\theta} e^{i(\omega t + \phi)} \\ B_n e^{in\theta} e^{i(\omega t + \phi)} \end{bmatrix} \quad (2.19)$$

## Extension d'anneau

Pour déterminer l'expression des pulsations propres pour le mode d'extension, il suffit de remplacer la forme ci-dessus dans (2.8), on obtient ainsi :

$$\omega^2 \rho A + \frac{EA}{R^2} \left( \frac{\partial^2 U}{\partial \theta^2} - U \right) = 0 \quad (2.20)$$

Avec  $n$  solution de l'équation suivante :

$$\omega_n^2 \rho - \frac{E}{R^2} (n^2 + 1) = 0 \quad (2.21)$$

Nous en déduisons l'expression suivante des pulsations propres :

$$\omega_n^2 = \frac{E}{\rho R^2} (1 + n^2) \quad (2.22)$$

Les modes propres correspondant s'écrivent :

$$\phi_n = \begin{bmatrix} \cos(n\theta) \\ n \sin(n\theta) \end{bmatrix} \quad (2.23)$$

On constate que pour  $n = 0$ ,  $v$  est nul et  $u$  ne dépend plus de  $\theta$ . Donc, les vibrations de l'anneau sont purement radiales et la ligne moyenne forme un cercle qui change de rayon périodiquement et uniformément. Seul le rang 0 permet cette déformation uniforme. Donc, c'est le seul rang qui rentre dans le cadre de nos hypothèses de départ pour le mode d'extension. Par conséquent, dans la suite, nous ne nous intéressons qu'à ce mode défini tel que :

$$\omega_0^2 = \frac{E}{\rho R^2} \quad (2.24)$$

et

$$\phi_0 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.25)$$

Et dont la déformée est représentée à la Figure 2.4.

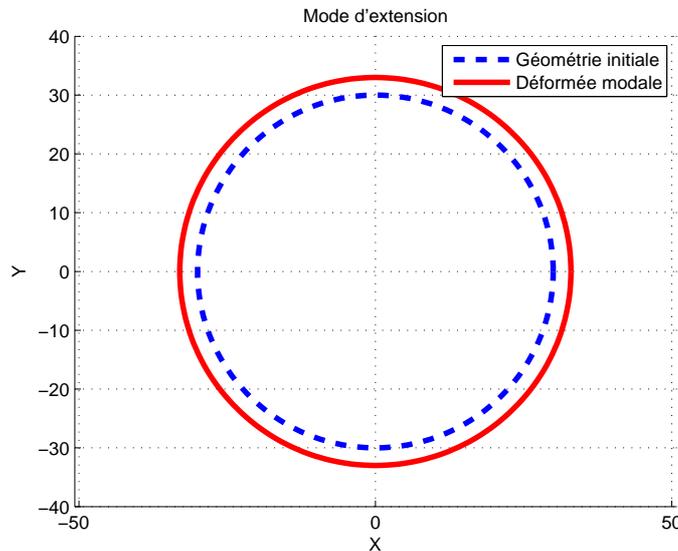


FIGURE 2.4 – Représentation du mode d'extension

## Flexion d'anneau

De même que pour le mode d'extension, nous substituons la forme de la solution générale dans (2.18), on obtient :

$$\frac{\partial^6 U}{\partial \theta^6} + 2 \frac{\partial^4 U}{\partial \theta^4} + \frac{\partial^2 U}{\partial \theta^2} \left( 1 - \frac{\rho A R^4 \omega^2}{EI} \right) + U \left( \frac{\rho A R^4 \omega^2}{EI} \right) = 0 \quad (2.26)$$

Avec  $n$  solution de l'équation suivante :

$$n^2 (n^2 - 1)^2 = (n^2 + 1) \frac{\rho A R^4 \omega_n^2}{EI} \quad (2.27)$$

Pour satisfaire la condition de continuité (anneau entier),  $n$  doit être un entier supérieur à 1. On peut ainsi déduire l'expression des pulsations propres :

$$\omega_n^2 = \frac{EI}{\rho A R^4} \frac{n^2 (n^2 - 1)^2}{(n^2 + 1)} \quad (2.28)$$

Les modes propres correspondants s'écrivent :

$$\phi_n = \begin{bmatrix} n \cos(n\theta + \delta_n) \\ \sin(n\theta + \delta_n) \end{bmatrix} \quad (2.29)$$

On notera dans la suite  $\phi_n^T$  : la transposée de la déformée modale  $\phi_n$ .

Nous constatons que pour  $n = 1$ , la pulsation propre est nulle. C'est le mode de corps rigide, c'est-à-dire que la structure se déplace sans se déformer.

Les modes propres trouvés ci-dessus sont définis à une constante multiplicative près et à une phase près. Ceci implique qu'à chaque pulsation propre  $\omega_n$ , correspond une infinité de déformées ayant la même allure (même  $n$ ) mais décalée d'un angle quelconque.

Un anneau étant une structure axi-symétrique, une flexion d'ordre  $n$  est associée à deux modes doubles. C'est-à-dire, qu'à la pulsation  $\omega_n$ , est associé un sous-espace de dimension 2. Comme nous le démontrons dans la suite, nous obtenons une base de ce sous-espace en prenant deux déformées particulières décalées dans l'espace d'un angle  $\psi_n = \frac{\pi}{2n}$ .

Dans la suite, nous choisirons comme premier vecteur de la base, celui qui a son maximum en  $\theta = 0$ , que nous appellerons mode de flexion dans la direction principale. Le second vecteur sera décalé de  $\frac{\pi}{2n}$  et nous l'appellerons mode de flexion dans la direction secondaire.

Quitte à changer d'origine, on peut toujours se ramener au cas  $\delta_n = 0$ , donc, finalement, on notera les vecteurs propres en flexion de la manière suivante :

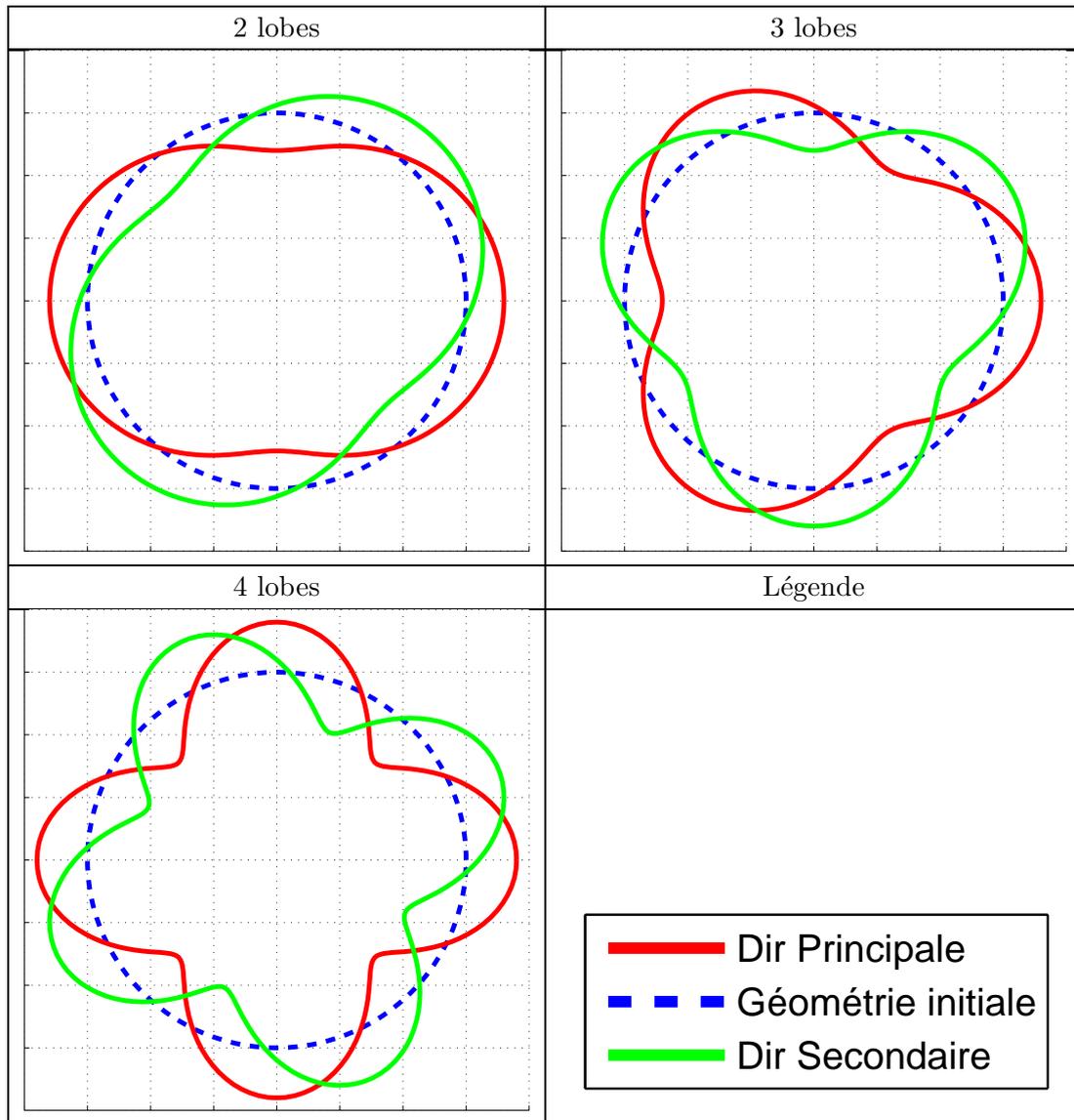
Mode de flexion dans la direction principale :

$$\phi_n = \begin{bmatrix} n \cos(n\theta) \\ \sin(n\theta) \end{bmatrix} \quad (2.30)$$

Mode de flexion dans la direction secondaire :

$$\tilde{\phi}_n = \begin{bmatrix} n \cos(n\theta') \\ \sin(n\theta') \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} n \cos(n(\theta - \frac{\pi}{2n})) \\ \sin(n(\theta - \frac{\pi}{2n})) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} n \cos(n\theta - \frac{\pi}{2}) \\ \sin(n\theta - \frac{\pi}{2}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} n \sin(n\theta) \\ -\cos(n\theta) \end{bmatrix} \quad (2.31)$$

En superposant les déformées de n'importe quel ordre de mode, nous constatons que les ventres de l'une correspondent aux nœuds de l'autre. Ceci est illustré par la figure suivante dans le cas du mode d'ovalisation ( $n = 2$ ), du mode à trois lobes ( $n = 3$ ) et du mode à 4 lobes ( $n = 4$ ) :



D'après les figures ci-dessus, on constate que les déformations de l'anneau en flexion sont essentiellement dues au déplacement radial. Pour mettre en évidence l'effet du déplacement tangentiel, nous choisissons de comparer les déformées modales en le prenant en compte dans un premier temps, et ensuite, en le considérant comme nul. On illustre ceci avec le mode de flexion à 4 lobes :

La figure permet de confirmer le fait que la prise en compte du déplacement tangentiel ne change que légèrement la déformée modale. En effet, les grandeurs critiques sont les extrema de déplacement (maximum et minimum) et ces derniers étant identiques avec et sans déplacement tangentiel, on en déduit que la considération du  $v$  n'est pas primordiale pour l'étude du comportement vibratoire de l'anneau. La figure ci-dessus permet également de voir que les déplacements radiaux et tangentiels sont en quadrature, c'est-à-dire que  $u$  est extremal quand  $v$  est nul et inversement.

### Relations d'orthogonalité

Nous avons vu dans la section précédente que les modes propres de l'anneau comportent le mode d'extension et les modes de flexion dans les directions principale et secondaire. Pour faciliter les

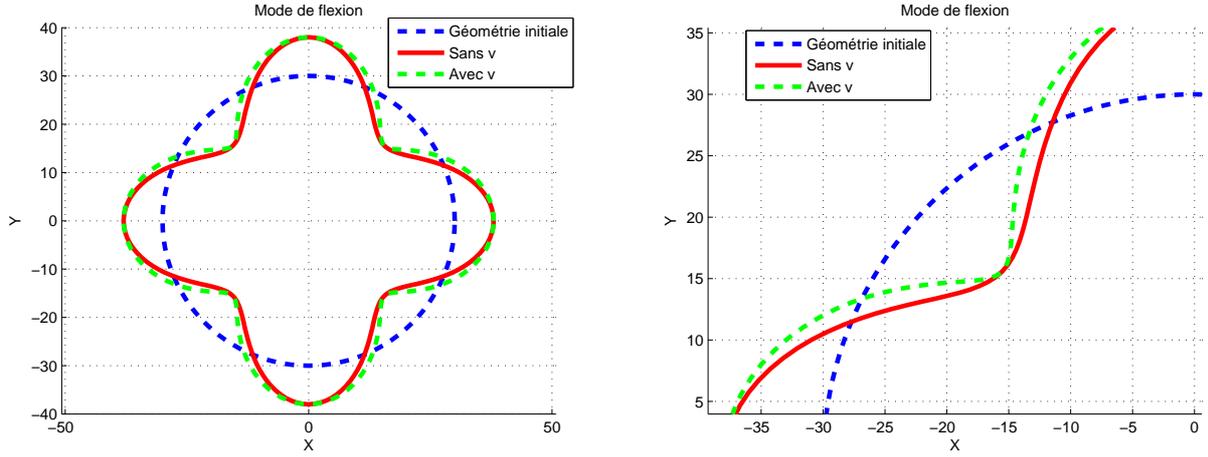


FIGURE 2.5 – Comparaison des déformées modales avec et sans déplacement tangentiel pour le mode de flexion à 4 lobes

notations, nous choisissons de regrouper ces différents modes dans une seule matrice telle que :

$$\Phi = [\Phi_k] = \begin{bmatrix} \Phi_k^u \\ \Phi_k^v \end{bmatrix} = [\phi_0, \phi_1, \dots, \phi_n, \tilde{\phi}_1, \dots, \tilde{\phi}_n] \quad (2.32)$$

Ces différents modes forment une famille libre. Ils répondent de plus aux propriétés d'orthogonalité suivantes :

Mode d'extension :

$$\int_0^{2\pi} \phi_0^T \phi_0 R d\theta = \int_0^{2\pi} \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} R d\theta = 2\pi R \quad (2.33)$$

Modes de flexion :

Pour les modes dans la direction principale :

$$\int_0^{2\pi} \phi_l^T \phi_k R d\theta = \int_0^{2\pi} \begin{bmatrix} l \cos(l\theta) & \sin(l\theta) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} k \cos(k\theta) \\ \sin(k\theta) \end{bmatrix} R d\theta \quad (2.34)$$

$$\Rightarrow \int_0^{2\pi} \phi_l^T \phi_k R d\theta = \begin{cases} 0 & \text{si } l \neq k \\ \pi R (l^2 + 1) & \text{si } l = k \end{cases} \quad (2.35)$$

Pour les modes dans la direction secondaire :

$$\int_0^{2\pi} \tilde{\phi}_l^T \tilde{\phi}_k R d\theta = \int_0^{2\pi} \begin{bmatrix} l \sin(l\theta) & -\cos(l\theta) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} k \sin(k\theta) \\ -\cos(k\theta) \end{bmatrix} R d\theta \quad (2.36)$$

$$\Rightarrow \int_0^{2\pi} \tilde{\phi}_l^T \tilde{\phi}_k R d\theta = \begin{cases} 0 & \text{si } l \neq k \\ \pi R (l^2 + 1) & \text{si } l = k \end{cases} \quad (2.37)$$

Pour les couples (direction principale, direction secondaire) :

$$\int_0^{2\pi} \phi_l^T \tilde{\phi}_k R d\theta = \int_0^{2\pi} \begin{bmatrix} l \cos(l\theta) & \sin(l\theta) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} k \sin(k\theta) \\ -\cos(k\theta) \end{bmatrix} R d\theta = 0 \quad (2.38)$$

Mode d'extension / Modes de flexion : Le mode d'extension est également orthogonal aux deux types de modes de flexion :

$$\int_0^{2\pi} \phi_0^T \phi_k R d\theta = \int_0^{2\pi} \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} k \cos(k\theta) \\ \sin(k\theta) \end{bmatrix} R d\theta = 0 \quad (2.39)$$

$$\int_0^{2\pi} \phi_0^T \tilde{\phi}_k R d\theta = \int_0^{2\pi} \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} k \sin(k\theta) \\ -\cos(k\theta) \end{bmatrix} R d\theta = 0 \quad (2.40)$$

Dans ce paragraphe, nous avons établi les propriétés d'orthogonalité pour les vecteurs propres complets  $(u, v)$ . Cependant, dans la suite, nous allons être amenés à utiliser une seule composante du vecteur (soit la composante radiale, soit la composante tangentielle). Nous précisons donc que ces formules sont valables quand il s'agit d'une seule composante du vecteur propre (les intégrales globales nulles sont la somme de deux intégrales - chacune suivant une composante - nulles).

Nous précisons également que, dans la suite, nous allons utiliser ces propriétés d'orthogonalité appliquées à des dérivées spatiales de composantes radiales de vecteurs propres. Ces relations peuvent s'appliquer aux dérivées lorsqu'elles sont d'ordre pair. En effet, puisque les fonctions contenues dans les déformées propres sont des fonctions cosinus et sinus, les dérivées paires ne changent que le signe de ces fonctions. Donc, les relations d'orthogonalité restent vraies.

En conclusion, dans cette partie, nous avons mis en évidence les différents comportements d'un anneau mince en vibration : modes de flexion, mode d'extension et mode de corps rigide. Ces modes propres forment une famille libre et sont orthogonaux entre eux, ils constituent donc une base, appelée base modale.

### 2.2.3 Réponse dynamique

#### Superposition modale

Nous souhaitons, à présent, déterminer la réponse dynamique de l'anneau. Cette réponse forcée sera étudiée en utilisant la méthode de superposition modale. Le principe général de cette méthode est de pouvoir reconstruire le comportement complet de la structure à partir des comportements calculés pour chaque mode. Nous avons choisi cette méthode parce qu'elle est bien adaptée aux systèmes linéaires d'une part, et d'autre part, elle est particulièrement efficace lorsque les modes propres de faibles ordres de la structure sont dominants dans la réponse dynamique (c'est le cas pour les moteurs électriques).

Dans un premier temps, nous nous intéresserons à un système conservatif (non amorti), étant donné que l'étude de son régime forcé est relativement plus aisé. Par la suite, l'approche sera généralisée à un système dissipatif.

Nous faisons l'hypothèse d'une réponse harmonique :

$$\begin{bmatrix} u(t, \theta) \\ v(t, \theta) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} U(\omega, \theta) \\ V(\omega, \theta) \end{bmatrix} e^{i\omega t} \quad (2.41)$$

Nous supposons également que les efforts appliqués à la structure sont harmoniques :

$$f_{lin}(t, \theta) = \begin{bmatrix} f_{lin}^u(t, \theta) \\ f_{lin}^v(t, \theta) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_{lin}^u(\omega, \theta) \\ F_{lin}^v(\omega, \theta) \end{bmatrix} e^{i\omega t} \quad (2.42)$$

Concrètement, la technique de superposition modale consiste à projeter l'équation du mouvement sur la base modale en postulant une solution de la forme suivante :

$$\begin{bmatrix} U(\omega, \theta) \\ V(\omega, \theta) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum_{n=0}^{2N} C_n^u(\omega) \Phi_n^u(\theta) \\ \sum_{n=0}^{2N} C_n^v(\omega) \Phi_n^v(\theta) \end{bmatrix} \quad (2.43)$$

Cette écriture se décompose de la façon suivante :

$$\begin{bmatrix} U(\omega, \theta) \\ V(\omega, \theta) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_0^u \phi_0^u + \sum_{n=1}^N C_n^u(\omega) \phi_n^u(\theta) + \sum_{n=N+1}^{2N} \tilde{C}_n^u(\omega) \tilde{\phi}_n^u(\theta) \\ C_0^v \phi_0^v + \sum_{n=1}^N C_n^v(\omega) \phi_n^v(\theta) + \sum_{n=N+1}^{2N} \tilde{C}_n^v(\omega) \tilde{\phi}_n^v(\theta) \end{bmatrix} \quad (2.44)$$

Où les  $C_n(\omega)$  sont les facteurs de contribution modale.

Nous considérons un effort extérieur purement radial, nous avons donc :

$$F_{lin}^v(\theta) = 0 \quad (2.45)$$

Pour pouvoir définir correctement l'effort linéique  $F_{lin}^u$ , nous choisissons de le définir à partir de la pression, il s'écrit alors sous la forme suivante :

$$F_{lin}^u(\theta) = P(\theta) \frac{dS}{ds} = LP(\theta) \quad (2.46)$$

Avec S, la surface de l'anneau ( $dS = LRd\theta$ ) et s, l'abscisse curviligne ( $ds = Rd\theta$ ).

Etant donnée les relations (2.5) et (2.9) entre les déplacements radiaux et tangentiels, notre approche dans les deux paragraphes qui suivent, consistera à calculer, d'abord la réponse forcée pour une seule composante du vecteur déplacement et en déduire, dans un deuxième temps, l'expression de la deuxième composante. On résoudra, d'abord, le problème dans la base modale et, ensuite, on écrira la solution dans la base de départ.

### Mode d'extension

On reprend l'équation aux dérivées partielles (2.8) et on postule une solution à cette équation de la forme (2.43) et des efforts extérieurs de la forme (2.42). En simplifiant les exponentielles, on trouve :

$$\rho A \omega^2 \left( \sum_{n=0}^{2N} C_n^u(\omega) \Phi_n^u(\theta) \right) + \frac{EA}{R^2} \left[ \left( \sum_{n=0}^{2N} C_n^u(\omega) \frac{\partial^2 \Phi_n^u(\theta)}{\partial \theta^2} \right) - \left( \sum_{n=0}^{2N} C_n^u(\omega) \Phi_n^u(\theta) \right) \right] = F_{lin}^u(\theta) \quad (2.47)$$

Ensuite, on multiplie cette équation par la déformée propre  $\phi_0^u$  et on intègre sur la ligne moyenne de la poutre courbe. Grâce aux propriétés d'orthogonalité entre les modes de flexion et le mode d'extension, tous les termes contenant les modes de flexion  $\phi_n^u$  et  $\tilde{\phi}_n^u$  disparaissent, ce qui donne :

$$-\rho A \omega^2 C_0^u \int_0^{2\pi} \phi_0^{u2} R d\theta + \frac{EA}{R^2} C_0^u \int_0^{2\pi} \phi_0^{u2} R d\theta = - \int_0^{2\pi} F_{lin}^u \phi_0^u R d\theta \quad (2.48)$$

En notant :

- Opérateur de masse :

$$M_0^u = \rho A \int_0^{2\pi} \phi_0^{u2} R d\theta = 2\pi R \rho A \quad (2.49)$$

- Opérateur de raideur :

$$K_0^u = \frac{EA}{R^2} \int_0^{2\pi} \phi_0^{u2} R d\theta = \frac{2\pi EA}{R} \quad (2.50)$$

- Opérateur de force :

$$F_0^u = - \int_0^{2\pi} F_{lin}^u \phi_0^u R d\theta \quad (2.51)$$

L'équation devient :

$$C_0^u \left( -\omega^2 M_0^u + K_0^u \right) = F_0^u \quad (2.52)$$

On peut donc écrire le facteur de contribution modale sous la forme suivante :

$$C_0^u = \frac{F_0^u}{M_0^u (\omega_0^2 - \omega^2)} \quad (2.53)$$

### Mode de flexion

On reprend l'équation aux dérivées partielles (2.18) relative aux déformations en flexion et on suppose la solution à cette équation de la forme (2.43) et les forces excitatrices de la forme (2.42). En simplifiant les exponentielles, on obtient :

$$\begin{aligned} & -\rho A \omega^2 \left( \sum_{n=0}^{2N} C_n^u(\omega) \Phi_n^u(\theta) - \sum_{n=0}^{2N} C_n^u(\omega) \frac{\partial^2 \Phi_n^u(\theta)}{\partial \theta^2} \right) - \frac{EI}{R^4} \left( \sum_{n=0}^{2N} C_n^u(\omega) \frac{\partial^6 \Phi_n^u(\theta)}{\partial \theta^6} + \right. \\ & \left. 2 \sum_{n=0}^{2N} C_n^u(\omega) \frac{\partial^4 \Phi_n^u(\theta)}{\partial \theta^4} + \sum_{n=0}^{2N} C_n^u(\omega) \frac{\partial^2 \Phi_n^u(\theta)}{\partial \theta^2} \right) = \frac{\partial^2 F_{lin}^u}{\partial \theta^2} \end{aligned} \quad (2.54)$$

On multiplie cette équation par une déformée propre  $\Phi_m^u$  où  $m \in [1..2N]$ , c'est-à-dire un mode de flexion, et on intègre sur la ligne moyenne de la poutre courbe. Grâce aux propriétés d'orthogonalité entre les modes de flexion dans la direction principale et dans la direction secondaire, nous obtenons, la formule suivante :

$$\begin{aligned} & -\rho A \omega^2 \left[ C_n^u \int_0^{2\pi} \left( \Phi_n^{u2} - \frac{\partial^2 \Phi_n^u}{\partial \theta^2} \Phi_n^u \right) R d\theta \right] - \frac{EI}{R^4} \left[ C_n^u \int_0^{2\pi} \left( \frac{\partial^6 \Phi_n^u}{\partial \theta^6} + 2 \frac{\partial^4 \Phi_n^u}{\partial \theta^4} + \frac{\partial^2 \Phi_n^u}{\partial \theta^2} \right) \Phi_n^u R d\theta \right] = \\ & \int_0^{2\pi} \frac{\partial^2 F_{lin}^u}{\partial \theta^2} \Phi_n^u R d\theta \end{aligned} \quad (2.55)$$

On note les grandeurs suivantes :

- Opérateur de masse :

$$M_n^u = \rho A \int_0^{2\pi} \left( \Phi_n^{u2} - \frac{\partial^2 \Phi_n^u}{\partial \theta^2} \Phi_n^u \right) R d\theta = \pi R \rho A n^2 (1 + n^2) \quad (2.56)$$

- Opérateur de raideur :

$$K_n^u = -\frac{EI}{R^4} \int_0^{2\pi} \left( \frac{\partial^6 \Phi_n^u}{\partial \theta^6} + 2 \frac{\partial^4 \Phi_n^u}{\partial \theta^4} + \frac{\partial^2 \Phi_n^u}{\partial \theta^2} \right) \Phi_n^u R d\theta = \frac{\pi EI}{R^3} n^4 (n^2 - 1)^2 \quad (2.57)$$

- Opérateur de force :

$$F_n^u = \int_0^{2\pi} \frac{\partial^2 F_{lin}^u}{\partial \theta^2} \Phi_n^u R d\theta \quad (2.58)$$

L'équation devient alors :

$$C_n^u \left[ -\omega^2 M_n^u + K_n^u \right] = F_n^u \quad (2.59)$$

Soit,

$$C_n^u = \frac{F_n^u}{-\omega^2 M_n^u + K_n^u} = \frac{F_n^u}{M_n^u (\omega_n^2 - \omega^2)} \quad (2.60)$$

A priori, le calcul des opérateurs définis ci-dessus est différent pour les modes dans la direction principale et la direction secondaire. Cependant, une fois le calcul effectué, nous remarquons que les opérateurs de masse et de raideur ont des valeurs identiques pour les modes doubles.

### Ajout de l'amortissement

Dans les deux paragraphes ci-dessus, nous avons calculé analytiquement la réponse forcée d'un anneau soumis à un effort extérieur. Etant donnée l'absence de terme amortissant dans les équations du mouvement, les déplacements radiaux et tangentiels de la structure vont tendre vers l'infini pour des fréquences correspondant aux fréquences de résonance. Nous choisissons donc d'ajouter un opérateur de taux d'amortissement critique  $\xi_n$  directement dans les expressions des facteurs de contribution modale :

Mode d'extension :

$$C_0^u = \frac{F_0^u}{M_0^u (\omega_0^2 - \omega^2 + 2i\xi_0\omega\omega_0)} \quad (2.61)$$

Modes de flexion :

$$C_n^u = \frac{F_n^u}{M_n^u (\omega_n^2 - \omega^2 + 2i\xi_n\omega\omega_n)} \quad (2.62)$$

Une fois les coefficients  $C_n^u$  calculés, on peut via (2.43) déterminer l'expression analytique du déplacement radial U :

$$U(\omega, \theta) = \sum_{n=0}^{2N} C_n^u(\omega) \Phi_n^u(\theta) = \sum_{n=0}^{2N} \frac{F_n^u}{M_n^u (\omega_n^2 - \omega^2 + 2i\xi_n\omega\omega_n)} \Phi_n^u(\theta) \quad (2.63)$$

On retrouve ainsi dans l'expression du déplacement la contribution du mode d'extension et celles des modes de flexion.

### Généralisation de la solution à un chargement quelconque

Nous avons vu précédemment la procédure utilisée dans le cas où le chargement extérieur est une onde stationnaire (solution harmonique) (2.42). Nous nous apprêtons maintenant à déterminer la réponse dynamique de la structure statorique lorsqu'elle est soumise à un chargement quelconque. Pour cela via une Transformée de Fourier bidimensionnelle, nous décomposons, dans un premier temps, l'effort linéique quelconque  $f_{lin}$  en une somme d'ondes tournantes. Ensuite, nous décomposons chaque onde tournante  $f_{linm}$  en une somme de quatre ondes stationnaires.

$$\begin{aligned} f_{lin}(t, \theta) &= \sum_m f_{linm}(t, \theta) \\ f_{linm}(t, \theta) &= LP_m \cos(2\pi f_m t - k_m \theta + \phi_m) \\ &= f_m^1(\theta) \cos(2\pi f_m t) + f_m^2(\theta) \sin(2\pi f_m t) + f_m^3(\theta) \sin(2\pi f_m t) + f_m^4(\theta) \cos(2\pi f_m t) \end{aligned} \quad (2.64)$$

Les termes  $f_m^x$  avec  $x \in [1..4]$  sont définis tels que :

$$\begin{aligned}
f_m^1 &= LP_m \cos(\phi_m) \cos(k_m \theta) \\
f_m^2 &= -LP_m \sin(\phi_m) \cos(k_m \theta) \\
f_m^3 &= LP_m \cos(\phi_m) \sin(k_m \theta) \\
f_m^4 &= LP_m \sin(\phi_m) \sin(k_m \theta)
\end{aligned} \tag{2.65}$$

A partir de la forme ci-dessus d'effort et de l'équation (2.63), on déduit (par la linéarité du problème) la forme suivante du déplacement vibratoire :

$$\begin{aligned}
u(t, \theta) &= \sum_m u_m(t, \theta) \\
u_m(t, \theta) &= u_m^1(\theta) \cos(2\pi f_m t) + u_m^2(\theta) \sin(2\pi f_m t) + u_m^3(\theta) \sin(2\pi f_m t) + u_m^4(\theta) \cos(2\pi f_m t)
\end{aligned} \tag{2.66}$$

Les termes  $u_m^x$  avec  $x \in [1..4]$  sont définis tels que :

$$\begin{aligned}
u_m^x(\theta) &= \sum_n Cx_n^u \Phi_n^u \\
&= Cx_0^u \phi_0^u(\theta) + \sum_{n=1}^N Cx_n^u \phi_n^u(\theta) + \sum_{n=N+1}^{2N} \tilde{C}x_n^u \tilde{\phi}_n^u(\theta) \\
&= Cx_{k_m}^u \Phi_{k_m}^u(\theta)
\end{aligned} \tag{2.67}$$

Nous notons que les sommes sur  $n$  sont des sommes sur tous les modes mais concrètement, la somme ne contient qu'un seul terme non nul : c'est celui tel que  $n$  est égal au nombre d'onde  $k_m$  de l'onde de force.

Les facteurs de contribution modale  $Cx_{k_m}^u$  ont les formes générales suivantes :

$$\begin{aligned}
Cx_0^u &= \frac{F_0^u}{M_0^u (\omega_0^2 - \omega^2 + 2i\xi_0 \omega_0 \omega)} = \frac{-\int_0^{2\pi} f_m^x(\theta) \cdot \phi_0^u R d\theta}{2\pi R \rho A (\omega_0^2 - \omega^2 + 2i\xi_0 \omega_0 \omega)} \\
Cx_{k_m}^u &= \frac{F_{k_m}^u}{M_{k_m}^u (\omega_{k_m}^2 - \omega^2 + 2i\xi_{k_m} \omega_{k_m} \omega)} = \frac{\int_0^{2\pi} \frac{\partial^2 f_m^x}{\partial \theta^2} \cdot \phi_{k_m}^u R d\theta}{M_{k_m}^u (\omega_{k_m}^2 - \omega^2 + 2i\xi_{k_m} \omega_{k_m} \omega)} \\
\tilde{C}x_{k_m}^u &= \frac{\tilde{F}_{k_m}^u}{\tilde{M}_{k_m}^u (\omega_{k_m}^2 - \omega^2 + 2i\xi_{k_m} \omega_{k_m} \omega)} = \frac{\int_0^{2\pi} \frac{\partial^2 f_m^x}{\partial \theta^2} \cdot \tilde{\phi}_{k_m}^u R d\theta}{\tilde{M}_{k_m}^u (\omega_{k_m}^2 - \omega^2 + 2i\xi_{k_m} \omega_{k_m} \omega)}
\end{aligned} \tag{2.68}$$

Nous notons que  $\tilde{M}_{k_m}^u = M_{k_m}^u$ .

**Cas du mode d'extension** ( $k_m = 0$ )

Pour les déformations en extension, seules les deux premières ondes stationnaires sont non nulles. Nous commençons par calculer les facteurs de contribution modale correspondant :

$$C1_0^u = \frac{-2\pi RLP_m \cos(\phi_m)}{M_0^u (\omega_0^2 - \omega^2 + 2i\xi_0\omega_0\omega)}$$

$$C2_0^u = \frac{2\pi RLP_m \sin(\phi_m)}{M_0^u (\omega_0^2 - \omega^2 + 2i\xi_0\omega_0\omega)}$$
(2.69)

Une fois les facteurs de contribution modale calculés, nous effectuons la somme sur les ondes stationnaires et nous obtenons une onde tournante de déplacement. Nous trouvons donc la fonction de transfert suivante entre chargement et déplacement vibratoire, pour le mode d'extension :

$$u_m(t, \theta) = \frac{-2\pi R}{M_0^u (\omega_0^2 - \omega^2 + 2i\xi_0\omega_0\omega)} f_{linm}(t, \theta)$$
(2.70)

**Cas des modes de flexion** ( $k_m \neq 0$ )

De même que pour le mode d'extension, nous commençons par calculer les facteurs de contribution modale, nous obtenons :

$$C1_{k_m}^u = \frac{k_m^3 \pi RLP_m \cos(\phi_m)}{M_{k_m}^u (\omega_{k_m}^2 - \omega^2 + 2i\xi_{k_m} \omega_{k_m} \omega)}$$

$$\tilde{C}1_{k_m}^u = 0$$

$$C2_{k_m}^u = \frac{-k_m^3 \pi RLP_m \sin(\phi_m)}{M_{k_m}^u (\omega_{k_m}^2 - \omega^2 + 2i\xi_{k_m} \omega_{k_m} \omega)}$$

$$\tilde{C}2_{k_m}^u = 0$$

$$C3_{k_m}^u = 0$$

$$\tilde{C}3_{k_m}^u = \frac{k_m^3 \pi RLP_m \cos(\phi_m)}{M_{k_m}^u (\omega_{k_m}^2 - \omega^2 + 2i\xi_{k_m} \omega_{k_m} \omega)}$$

$$C4_{k_m}^u = 0$$

$$\tilde{C}4_{k_m}^u = \frac{k_m^3 \pi RLP_m \sin(\phi_m)}{M_{k_m}^u (\omega_{k_m}^2 - \omega^2 + 2i\xi_{k_m} \omega_{k_m} \omega)}$$
(2.71)

Ensuite, nous faisons la somme sur les quatre ondes stationnaires, nous obtenons donc la fonction de transfert en flexion entre les ondes tournantes d'effort et celles de déplacement :

$$u_m(t, \theta) = \frac{k_m^4 \pi R}{M_{k_m}^u (\omega_{k_m}^2 - \omega^2 + 2i\xi_{k_m} \omega_{k_m} \omega)} f_{linm}(t, \theta) \quad (2.72)$$

## Conclusion

Pour une onde tournante de force  $f_{linm}$  de la forme (2.64), le déplacement vibratoire correspondant peut être calculé via deux fonctions de transfert (selon le type de la déformation) tel que :

En extension :

$$u_m(t, \theta) = \frac{2\pi R}{M_0^u (\omega_0^2 - \omega^2 + 2i\xi_0 \omega_0 \omega)} f_{linm}(t, \theta) \quad (2.73)$$

En flexion :

$$u_m(t, \theta) = \frac{k_m^4 \pi R}{M_{k_m}^u (\omega_{k_m}^2 - \omega^2 + 2i\xi_{k_m} \omega_{k_m} \omega)} f_{linm}(t, \theta) \quad (2.74)$$

En conclusion, grâce à l'utilisation de la base modale, nous avons réussi à déterminer la réponse forcée de l'anneau en flexion et en extension. Nous nous sommes rendu compte, dans cette partie, de l'efficacité de la méthode de la superposition modale car elle nous a permis, à partir de la projection de la solution sur chaque mode, de trouver la réponse dynamique dans la base initiale et ceci sans avoir à inverser tout le système de départ. Le point fort de notre modélisation est qu'elle permet de calculer la réponse vibratoire du système soumis à un chargement quelconque grâce au formalisme de décomposition en ondes tournantes adopté.

## 2.3 Modélisation acoustique

### 2.3.1 Mise en équation

Dans cette section, nous supposons que le rayonnement acoustique est engendré uniquement par les vibrations de la structure statorique. Nous ferons également l'hypothèse d'un rayonnement en champ libre.

La propagation des ondes acoustiques dans un fluide parfait est régie par une équation d'ondes dont la solution harmonique satisfait l'équation de Helmholtz (2.75) :

$$\Delta p(M) + k^2 \cdot p(M) = 0 \quad (2.75)$$

$k = \frac{\omega}{c_0}$  est le nombre d'onde, homogène à  $[L^{-1}]$ .

Afin d'adapter l'équation des ondes à notre étude, nous l'exprimons dans un système de coordonnées cylindriques :

$$\frac{\partial^2 p}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial p}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 p}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial z^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = 0 \quad (2.76)$$

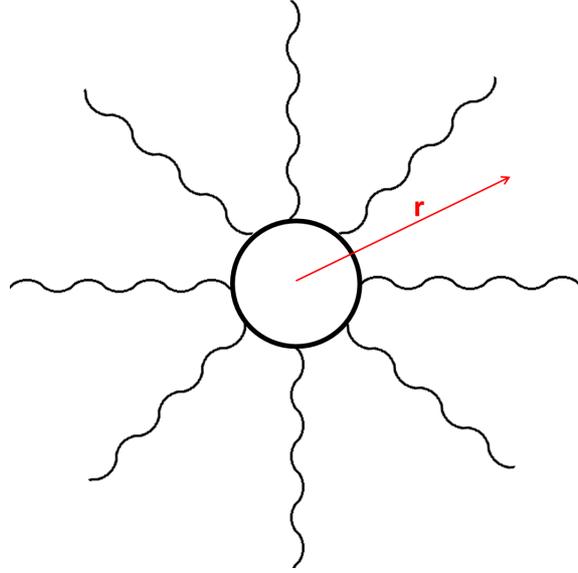


FIGURE 2.6 – Rayonnement d’ondes cylindriques en champ libre

La solution à cette équation est, d’après [39], de la forme suivante :

$$p(r, \theta, z, t) = \sum_{n=0}^{\infty} f(\theta) \cdot g(r) \cdot h(z) \cdot e(t) \quad (2.77)$$

Où

$$\begin{aligned} e(t) &= e^{i\omega t} \\ f(\theta) &= D_{1n} \cos(n\theta) + D_{2n} \sin(n\theta) \\ g(r) &= \begin{cases} A_{1n} J_n(k_r r) + A_{2n} N_n(kr) & : \text{Ondes stationnaires} \\ B_{1n} H_n^{(1)}(k_r r) & : \text{Onde progressives convergentes} \\ B_{2n} H_n^{(2)}(k_r r) & : \text{Onde progressives divergentes} \end{cases} \\ h(z) &= C_1 e^{-ik_z z} + C_2 e^{ik_z z} \end{aligned} \quad (2.78)$$

$H_n^{(1)} = J_n + iN_n$  et  $H_n^{(2)} = J_n - iN_n$ , fonctions de Hankel d’ordre  $n$  de première et deuxième espèce.  $J_n, N_n$  fonctions de Bessel et Neumann d’ordre  $n$ .

$D_{1n}, D_{2n}, A_{1n}, A_{2n}, B_{1n}, B_{2n}, C_1$  et  $C_2$  : constantes à déterminer.

Pour compléter ces équations, on rajoute la relation de dispersion :

$$k_r^2 = k^2 - k_z^2 \quad (2.79)$$

(Où  $k_r$  et  $k_z$  sont les nombres d’onde selon respectivement  $r$  et  $z$ )

Dans le cadre de notre étude bidimensionnelle, on suppose que la pression ne dépend pas de  $z$ . Ceci implique que la longueur d’onde suivant  $z$  est infinie et donc que le nombre d’onde  $k_z$  est nul. Ce qui conduit à :

$$h(z) = 1 \quad \text{et} \quad k_r^2 = k^2 \quad (2.80)$$

Ayant fait l’hypothèse de rayonnement en champ libre sans obstacle, les seules ondes qui correspondent à notre étude acoustique sont les ondes divergentes progressives. De ce fait, la fonction  $g(r)$  fera intervenir uniquement la fonction de Hankel de seconde espèce.

$$g(r) = B_n H_n^{(2)}(kr) \quad (2.81)$$

Donc, en simplifiant les noms des constantes, nous pouvons exprimer la pression acoustique rayonnée à l'extérieur de l'anneau sous la forme suivante :

$$\begin{aligned} p(r, \theta, t) &= \sum_{n=0}^{\infty} (D_{1n} \cos(n\theta) + D_{2n} \sin(n\theta)) B_n H_n^{(2)}(kr) e^{i\omega t} \\ &= \sum_{n=0}^{\infty} (P_n \cos(n\theta) + Q_n \sin(n\theta)) H_n^{(2)}(kr) e^{i\omega t} \end{aligned} \quad (2.82)$$

Dans la suite, l'objectif est de déterminer les constantes  $P_n$  et  $Q_n$ .

### 2.3.2 Conditions aux limites

L'équation de Helmholtz est une équation de type elliptique, pour laquelle il est assez classique de considérer des conditions aux limites. Les conditions aux limites proviennent de lois physiques particulières généralement formulées aux frontières du domaine sur lequel la solution est cherchée, ce domaine pouvant être fini ou bien infini.

#### Conditions aux limites de Sommerfeld ( $r = \infty$ )

Lorsqu'une onde acoustique se propage en milieu infini et dans le cas d'une surface  $\Gamma$  rayonnante en champ libre dans un milieu de dimension  $d$ , la condition de Sommerfeld s'écrit :

$$\lim_{r \rightarrow \infty} \left( \frac{\partial p}{\partial r} - ikp \right) = 0 \quad (2.83)$$

#### Conditions aux limites de Neumann ( $r = R$ )

La continuité entre la vitesse de vibration de l'anneau et la vitesse particulière  $V$  (vitesse de l'air) au niveau de l'interface structure-fluide ( $r = R$ ) est traduite par l'équation suivante :

$$\rho_0 \frac{\partial V}{\partial t} + \vec{grad}(p) = 0 \quad (2.84)$$

La composante radiale de l'équation vectorielle (2.84) donne :

$$\rho_0 \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + \frac{\partial p}{\partial r} = 0 \quad (2.85)$$

Cette équation nous permet d'obtenir une relation entre la vitesse radiale et la pression en  $r = R$  :

$$\left( \frac{\partial p}{\partial r} \right)_{r=R} = -i\omega\rho_0 \dot{u} \quad (2.86)$$

L'objectif étant de déterminer les constantes  $P_n$  et  $Q_n$ , nous procédons à une identification terme à terme entre les deux membres de l'équation (2.86).

D'une part, nous pouvons écrire pour une onde stationnaire la vitesse radiale comme suit :

$$\begin{aligned} \dot{u} &= i\omega e^{i\omega t} \sum_n C_n^u(\omega) \Phi_n(\theta) \\ &= i\omega e^{i\omega t} \left( C_0^u \phi_0^u + \sum_{n=1}^N C_n^u(\omega) \phi_n^u(\theta) + \sum_{n=N+1}^{2N} \tilde{C}_n^u(\omega) \tilde{\phi}_n^u(\theta) \right) \\ &= i\omega e^{i\omega t} \left( C_0^u + \sum_{n=1}^N C_n^u(\omega) n \cos(n\theta) + \sum_{n=N+1}^{2N} \tilde{C}_n^u(\omega) n \sin(n\theta) \right) \end{aligned} \quad (2.87)$$

D'autre part, d'après (2.82), la dérivée de la pression par rapport à  $r$  en  $r = R$  donne :

$$\left(\frac{\partial p}{\partial r}\right)_{r=R} = k \sum_{n=0}^{\infty} (P_n \cos(n\theta) + Q_n \sin(n\theta)) H_n^{(2)'}(kR) e^{i\omega t} \quad (2.88)$$

$H_n^{(2)'}$  est la dérivée de la fonction de Hankel de 2<sup>ème</sup> espèce d'ordre  $n$  par rapport à la distance  $r$ .

En injectant ces deux dernières expressions dans l'équation (2.86), en simplifiant par les exponentielles et en tronquant toutes les expressions à l'ordre  $2N$ , nous trouvons :

$$c_0 \rho_0 \omega \left( C_0^u + \sum_{n=1}^N C_n^u(\omega) n \cos(n\theta) + \sum_{n=N+1}^{2N} \tilde{C}_n^u(\omega) n \sin(n\theta) \right) = \sum_{n=0}^{2N} (P_n \cos(n\theta) + Q_n \sin(n\theta)) H_n^{(2)'}(kR) \quad (2.89)$$

En identifiant terme à terme, nous obtenons :

Pour  $n = 0$ , le terme  $Q_0$  est multiplié par 0, nous calculons donc uniquement le terme  $P_0$  :

$$P_0 = c_0 \rho_0 \omega \frac{C_0^u(\omega)}{H_0^{(2)'}(kR)} \quad (2.90)$$

Pour  $1 \leq n \leq 2N$  :

$$P_n = c_0 \rho_0 \omega \frac{n C_n^u(\omega)}{H_n^{(2)'}(kR)} \quad (2.91)$$

$$Q_n = c_0 \rho_0 \omega \frac{n \tilde{C}_n^u(\omega)}{H_n^{(2)'}(kR)} \quad (2.92)$$

Remarque :

Les fonctions de Hankel sont bien connues dans la plupart des langages informatiques. Si  $H_n^{(2)}$  est la fonction de Hankel de seconde espèce d'ordre  $n$ , sa dérivée peut se calculer de 3 façons différentes en fonction des ordres  $n - 1$  et  $n + 1$  :

- Dépendance par rapport à l'ordre  $n-1$

$$H_n^{(2)'}(kr) = \frac{d}{dr} H_n^{(2)}(kr) = k H_{n-1}^{(2)}(kr) - \frac{n}{r} H_n^{(2)}(kr) \quad (2.93)$$

- Dépendance par rapport à l'ordre  $n+1$

$$H_n^{(2)'}(kr) = \frac{d}{dr} H_n^{(2)}(kr) = -k H_{n+1}^{(2)}(kr) + \frac{n}{r} H_n^{(2)}(kr) \quad (2.94)$$

- Dépendance par rapport aux ordres  $n-1$  et  $n+1$

$$H_n^{(2)'}(kr) = \frac{d}{dr} H_n^{(2)}(kr) = \frac{k}{2} [H_{n-1}^{(2)}(kr) - H_{n+1}^{(2)}(kr)] \quad (2.95)$$

### 2.3.3 Généralisation de la pression acoustique à un déplacement vibratoire quelconque

Au même titre que le comportement vibratoire, nous allons parvenir dans ce qui suit à calculer une fonction de transfert acoustique qui permet la détermination des pressions acoustiques à partir des déplacements vibratoires.

Nous avons vu précédemment que nous pouvons décomposer le chargement appliqué à la structure en somme d'ondes tournantes et que chaque onde tournante peut être décomposée en quatre ondes stationnaires.

De la même manière, grâce à la linéarité du problème, nous postulons la forme suivante de la pression acoustique :

$$p(r, \theta, t) = \sum_m [p_{m1}(r, \theta, t) + p_{m2}(r, \theta, t) + p_{m3}(r, \theta, t) + p_{m4}(r, \theta, t)] \quad (2.96)$$

Nous nous retrouvons donc à mener quatre fois l'étude détaillée dans le paragraphe précédent pour chacune des quatre ondes stationnaires  $p_{m1}$ ,  $p_{m2}$ ,  $p_{m3}$  et  $p_{m4}$ . Cela revient à déterminer les constantes  $P_n$  et  $Q_n$  pour chacune de ces quatre ondes. De la même manière que pour les ondes de déplacements vibratoires, nous numérotions ces constantes telles que pour  $x \in [1..4]$ , nous notons  $Px_{k_m}$  et  $Qx_{k_m}$ , les constantes nécessaires à la détermination de l'onde de pression acoustique  $pm_i$ .

### Mode d'extension $k_m = 0$

Pour une onde d'extension, seules les deux premières ondes stationnaires sont non nulles. D'après (2.90), nous avons donc deux constantes  $P1_0$  et  $P2_0$  qui s'expriment en fonction de  $C1_0^u$  et  $C2_0^u$  donnés par (2.69) :

$$\begin{aligned} P1_0 &= c_0 \rho_0 \omega \frac{C1_0^u(\omega)}{H_0^{(2)'}(kR)} \\ P2_0 &= c_0 \rho_0 \omega \frac{C2_0^u(\omega)}{H_0^{(2)'}(kR)} \end{aligned} \quad (2.97)$$

### Mode de flexion $k_m \neq 0$

Pour le mode de flexion, nous avons en tout 8 constantes à déterminer :  $Px_{k_m}$  et  $Qx_{k_m}$  pour  $x \in [1..4]$ . D'après (2.91) et (2.92), pour l'onde  $x$ , les  $C_n^u$  et les  $\tilde{C}_n^u$  valent respectivement  $Cx_n^u$  et  $\tilde{C}x_n^u$  :

$$\begin{aligned} Px_n &= c_0 \rho_0 \omega \frac{n C i_n^u(\omega)}{H_n^{(2)'}(kR)} \\ Qx_n &= c_0 \rho_0 \omega \frac{n \tilde{C} i_n^u(\omega)}{H_n^{(2)'}(kR)} \end{aligned} \quad (2.98)$$

### Conclusion

Une fois les constantes  $P_{k_m}$  et  $Q_{k_m}$  calculées, nous avons effectué la somme sur les ondes stationnaires. Nous avons remarqué que contrairement au vibratoire, la fonction de transfert acoustique (qui lie les pressions acoustiques aux déplacements vibratoires) est la même pour les ondes en extension et en flexion. Elle est donnée par l'équation (2.99).

$$\begin{aligned} p(r, \theta, t) &= \sum_m p_m(r, \theta, t) \\ &= \sum_m \rho_0 \omega_m^2 \frac{H_{k_m}^{(2)}\left(\frac{\omega_m r}{c}\right)}{H_{k_m}^{(2)'}\left(\frac{\omega_m R}{c}\right)} u_m(t, \theta) \end{aligned} \quad (2.99)$$

Une fois la pression acoustique déterminée, il suffit d'utiliser les formules du chapitre I pour calculer l'intensité et la puissance acoustiques.

## 2.4 Validations vibro-acoustiques du modèle d'anneau avec des ondes théoriques

### 2.4.1 Modèle EF vibratoire et acoustique

Afin de valider GRIMM, des comparaisons avec des résultats EF à iso-modèle (modèle d'anneau) ont été effectuées en vibratoire et en acoustique. Le modèle EF structure ainsi que le maillage acoustique correspondant sont représentés respectivement à gauche et à droite de la Figure 2.7. Le modèle acoustique, qui est valable jusqu'à 12 kHz, permet de calculer le rayonnement en champ libre grâce à des éléments infinis. Dans la suite, tous les calculs EF structure seront réalisés avec le logiciel Nastran et tous les calculs EF acoustiques avec le logiciel Actran.

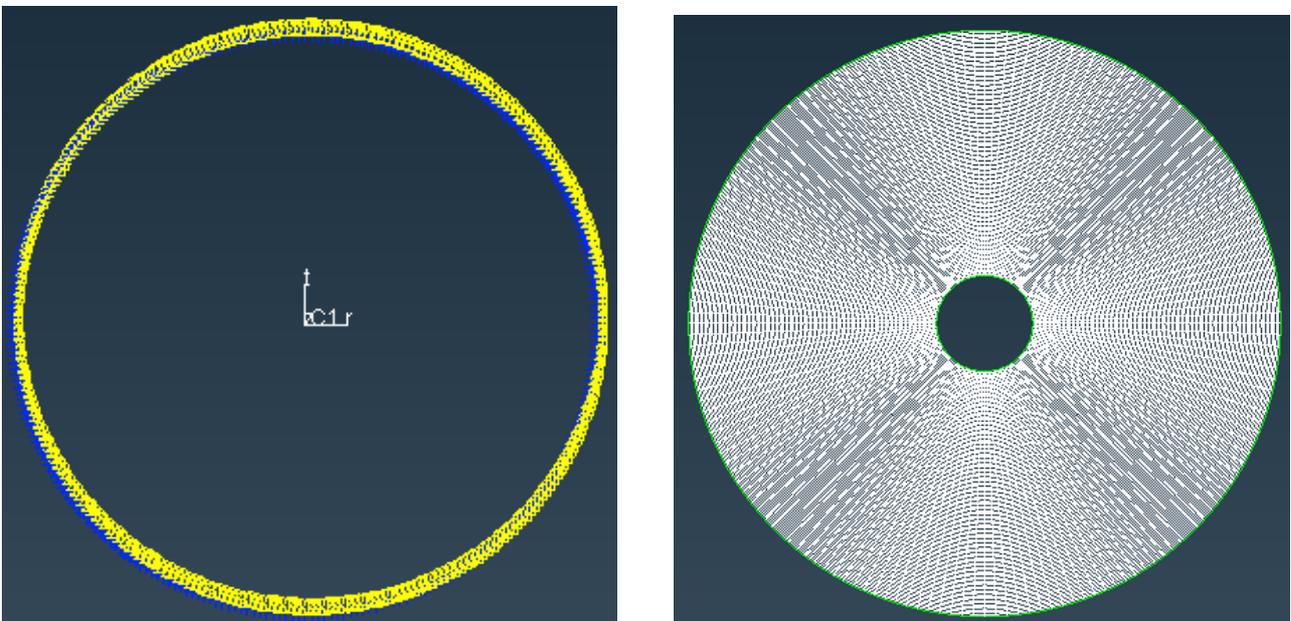
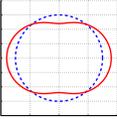
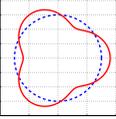
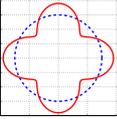
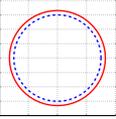
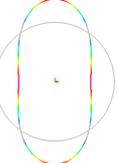
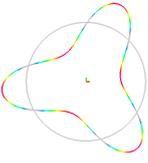
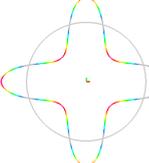


FIGURE 2.7 – Modèles d'anneau EF : Modèle structure (à gauche), Maillage acoustique (à droite)

### 2.4.2 Analyse modale : fréquences et modes propres

L'objectif de cette partie est de valider les expressions analytiques des fréquences et des déformées propres implémentées dans GRIMM. Pour cela, nous avons comparé les valeurs des fréquences propres et la forme des déformées modales données par GRIMM à celles issues d'un calcul EF Nastran avec une SOL103. Une fois le calcul Nastran effectué, nous avons utilisé le logiciel MetaPost pour post-traiter les résultats et visualiser ainsi les déformées modales. La comparaison sur les trois premiers modes de flexion ( $k = 2, 3$  et  $4$ ) ainsi que le mode d'extension sont illustrés dans le tableau ci-dessous.

		Mode 2	Mode 3	Mode 4	Mode 0
GRIMM	Déformées modales				
	Fréquence	997 Hz	2820 Hz	5407 Hz	8367 Hz
EF	Déformées modales				
	Fréquence	994 Hz	2811 Hz	5388 Hz	8367 Hz
Erreur		0.3 %	0.3 %	0.3 %	0.0 %

En se basant sur les résultats du tableau ci-dessus, nous constatons que les fréquences propres calculées par GRIMM sont très proches de celles données par Nastran avec des écarts inférieurs à 0.3%. Nous remarquons également que GRIMM donne des déformées propres identiques à celles calculées numériquement. Nous pouvons donc déduire que GRIMM est validé pour l'analyse modale.

### 2.4.3 Réponse dynamique : ondes théoriques

De même que pour l'analyse modale, le principe ici est de comparer les résultats GRIMM aux résultats EF mais cette fois-ci sur les amplitudes et les phases des déplacements vibratoires. Pour cela, nous commençons par appliquer un chargement purement théorique à la fois dans GRIMM et dans Nastran. Ce chargement est sous forme d'une onde ou une somme d'ondes tournantes de pression qui s'écrit d'une manière générale :

$$p(t, \theta) = \sum_i^N A_i \cos(2\pi f_i t - k_i \theta + \phi_i) \quad (2.100)$$

Où  $A_i$ ,  $f_i$ ,  $k_i$  et  $\phi_i$  sont respectivement l'amplitude, la fréquence, le nombre d'onde et la phase de l'onde  $i$ . Le signe  $-$  devant les  $k_i$  signifie qu'il s'agit d'ondes progressives selon  $\theta$ .

Concrètement, cela revient à injecter d'une part dans GRIMM : l'amplitude, le nombre d'onde et la phase de l'onde ainsi que la plage de fréquence sur laquelle nous voulons étudier la réponse dynamique. D'autre part, pour le calcul EF, nous injectons ces mêmes grandeurs dans un outil intermédiaire que nous appelons ici "Wave2Nas" qui permet de générer à partir d'une onde tournante continue, les efforts discrétisés en espace correspondants sous format Nastran. Ensuite, nous lançons le calcul Nastran et nous comparons les amplitudes et les phases des déplacements vibratoires comme schématisé ci-dessous.

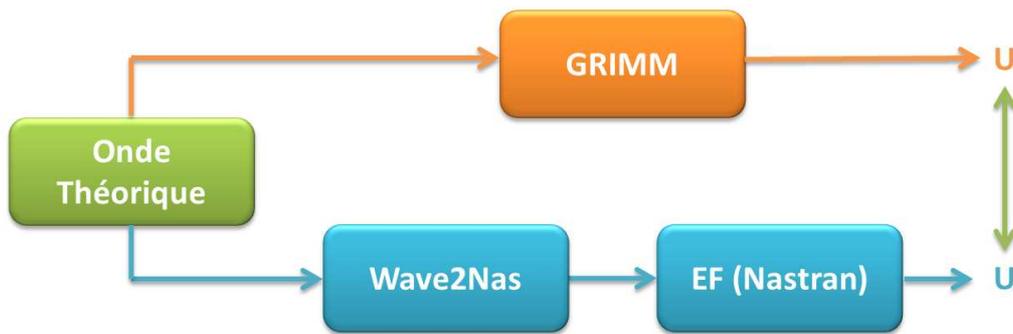
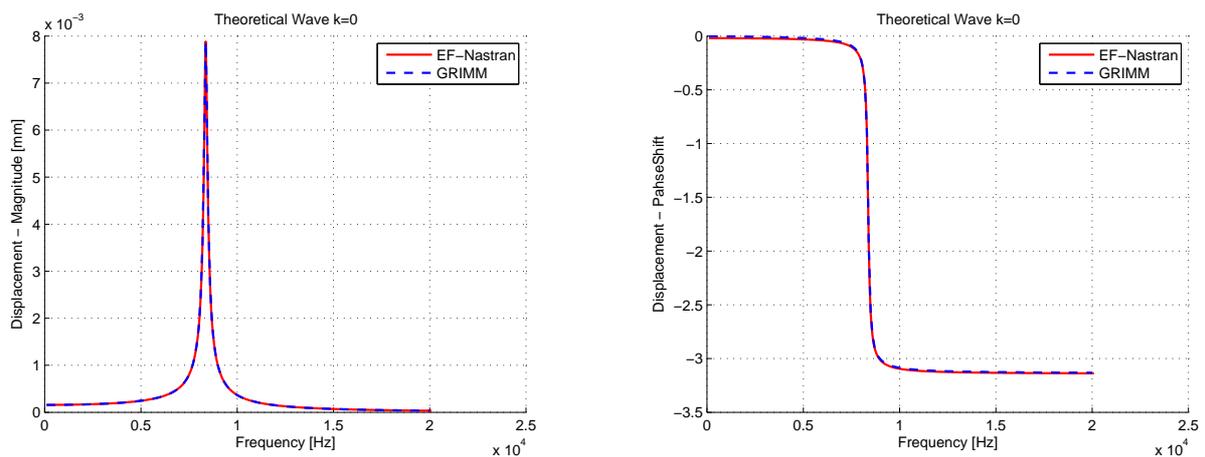


FIGURE 2.8 – Schéma de validation vibratoire pour les ondes théoriques

Les résultats des validations vibratoires pour des ondes théoriques sont représentés ci-dessous pour une onde d’extension et quatre ondes de flexion (2 lobes, 4 lobes, 4 lobes avec un déphasage de  $\frac{\pi}{3}$  et 8 lobes). Ensuite, afin de valider GRIMM pour une somme d’ondes tournantes nous avons choisi de considérer différentes ondes stationnaires comme expliqué ci-dessous. Les différentes ondes théoriques ont la même amplitude  $P_0 = 5 \cdot 10^4 \text{Pa}$ . Dans les paragraphes suivants, nous avons choisi de représenter les différentes comparaisons en échelle linéaire afin de mettre en valeur la précision des résultats de GRIMM par rapport à ceux par EF.

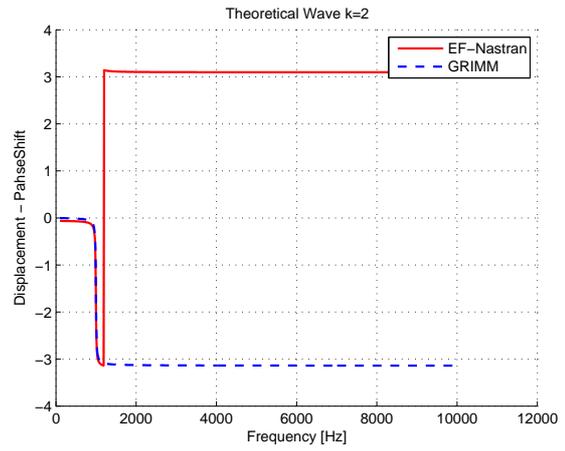
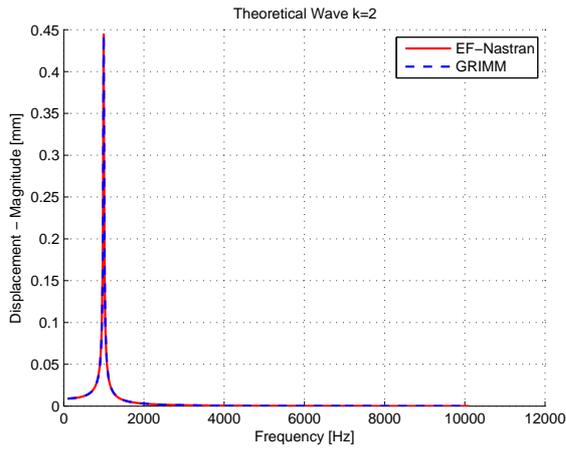
### Onde d’extension

Pour une onde de pression de la forme :  $p(t, \theta) = P_0 \cos(2\pi ft)$



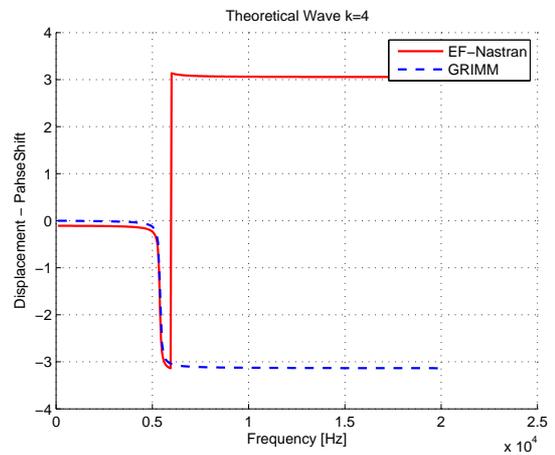
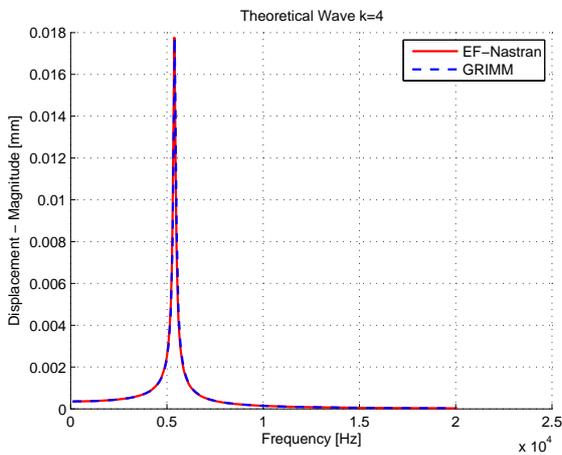
### Onde de flexion à 2 lobes

Pour une onde de pression de la forme :  $p(t, \theta) = P_0 \cos(2\pi ft - 2\theta)$



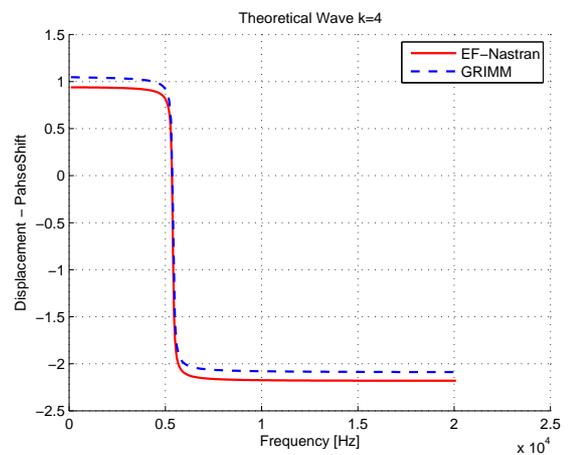
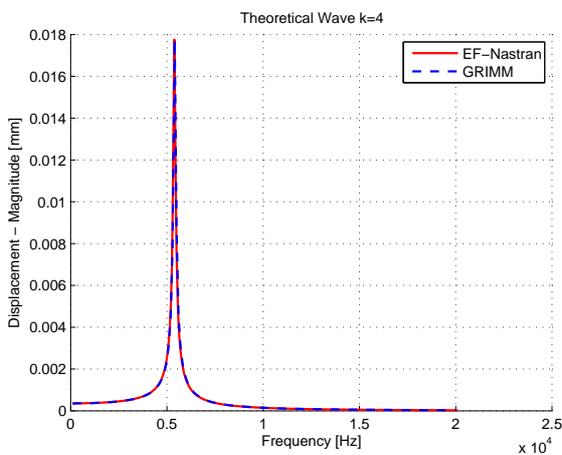
### Onde de flexion à 4 lobes

Pour une onde de pression de la forme :  $p(t, \theta) = P_0 \cos(2\pi ft - 4\theta)$



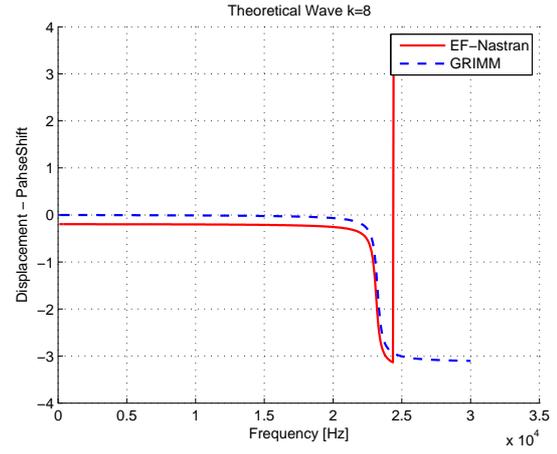
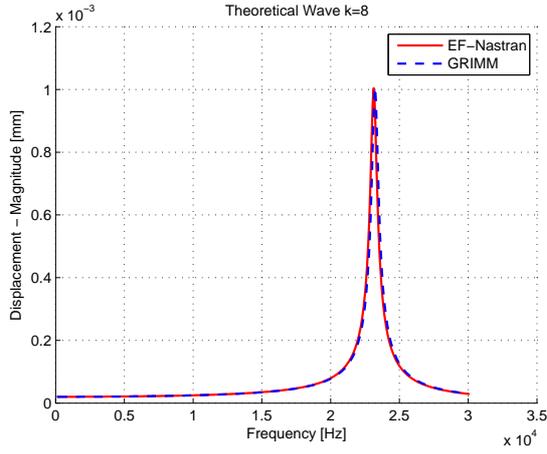
### Onde de flexion à 4 lobes avec une phase de $\frac{\pi}{3}$

Pour une onde de pression de la forme :  $p(t, \theta) = P_0 \cos(2\pi ft - 4\theta + \frac{\pi}{3})$



### Onde de flexion à 8 lobes

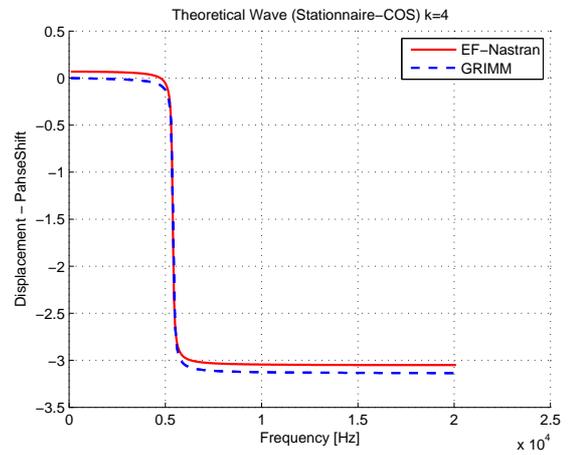
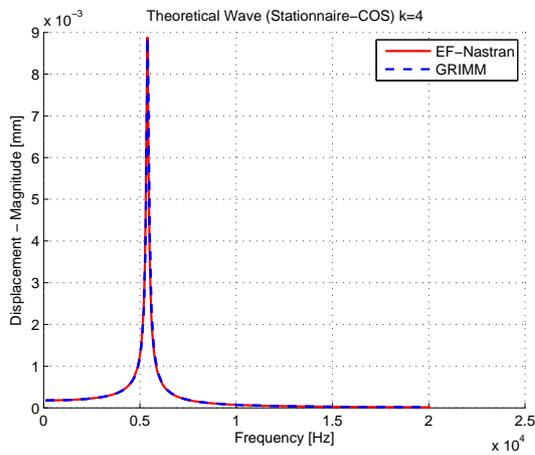
Pour une onde de pression de la forme :  $p(t, \theta) = P_0 \cos(2\pi ft - 8\theta)$



### Onde stationnaire à 4 lobes en Cosinus

Pour une onde de pression de la forme :

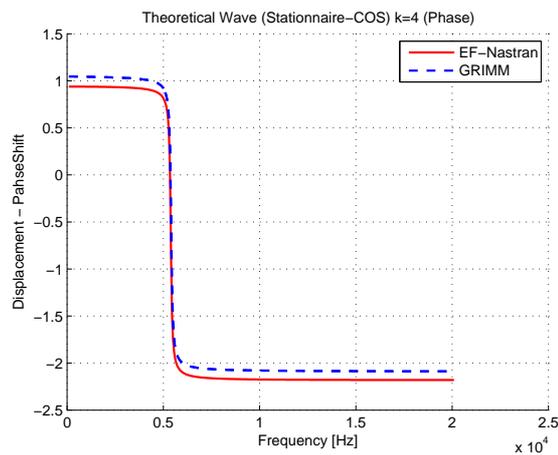
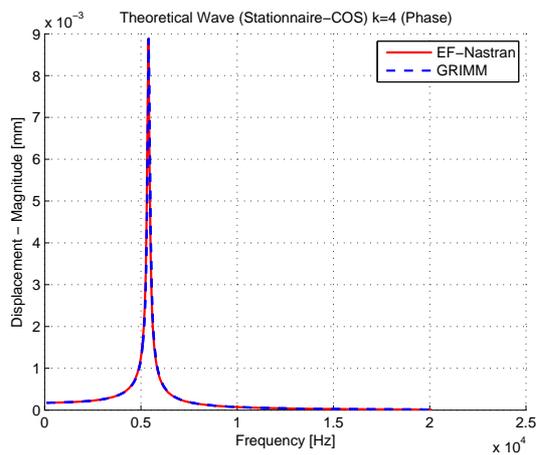
$$\begin{aligned}
 p(t, \theta) &= \frac{P_0}{2} \cos(2\pi ft - 4\theta) + \frac{P_0}{2} \cos(2\pi ft + 4\theta) \\
 &= P_0 \cos(2\pi ft) \cos(4\theta)
 \end{aligned}
 \tag{2.101}$$



### Onde stationnaire à 4 lobes en Cosinus avec une phase de $\frac{\pi}{3}$

Pour une onde de pression de la forme :

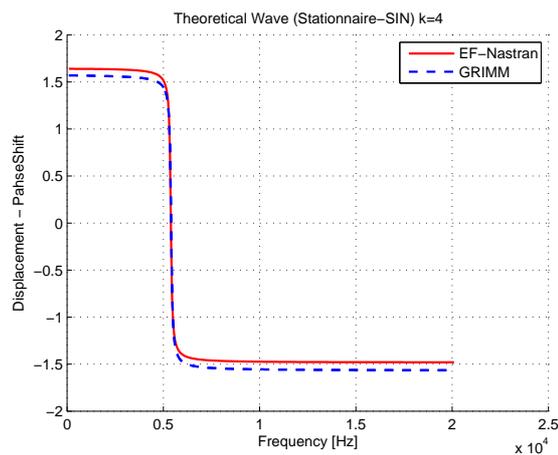
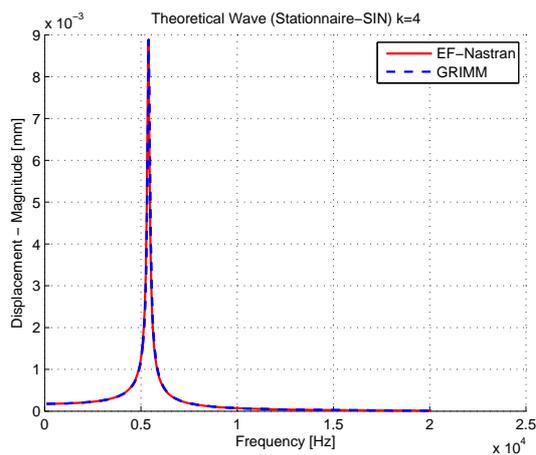
$$\begin{aligned}
 p(t, \theta) &= \frac{P_0}{2} \cos\left(2\pi ft - 4\theta + \frac{\pi}{3}\right) + \frac{P_0}{2} \cos\left(2\pi ft + 4\theta + \frac{\pi}{3}\right) \\
 &= P_0 \cos(2\pi ft) \cos\left(4\theta + \frac{\pi}{3}\right)
 \end{aligned}
 \tag{2.102}$$



### Onde stationnaire à 4 lobes en Sinus

Pour une onde de pression de la forme :

$$\begin{aligned}
 p(t, \theta) &= \frac{P_0}{2} \sin(2\pi ft - 4\theta) + \frac{P_0}{2} \sin(2\pi ft + 4\theta) \\
 &= P_0 \sin(2\pi ft) \sin(4\theta)
 \end{aligned}
 \tag{2.103}$$



### Tableau de synthèse

Afin de quantifier la précision de GRIMM, les pourcentages d'écart entre les maxima des déplacements vibratoires donnés par GRIMM et par Nastran sont calculés et synthétisés dans le tableau ci-dessous :

Ondes théoriques	$U_{max}$ GRIMM (mm)	$U_{max}$ EF (mm)	Erreur (%)
Onde d'extension	$7.882 \cdot 10^{-3}$	$7.883 \cdot 10^{-3}$	0.01
Onde tournante 2 lobes	$4.440 \cdot 10^{-1}$	$4.445 \cdot 10^{-1}$	0.1
Onde tournante 4 lobes	$1.776 \cdot 10^{-2}$	$1.776 \cdot 10^{-2}$	0.0
Onde tournante 8 lobes	$1.007 \cdot 10^{-3}$	$1.004 \cdot 10^{-3}$	0.3
Onde Stationnaire 4 lobes en COS	$8.881 \cdot 10^{-3}$	$8.879 \cdot 10^{-3}$	0.02
Onde Stationnaire 4 lobes en SIN	$8.881 \cdot 10^{-3}$	$8.879 \cdot 10^{-3}$	0.02

Nous constatons que les écarts sur les déplacements vibratoires entre GRIMM et les EF sont inférieurs à 0.3%. Nous pouvons donc en déduire que GRIMM est validé en réponse forcée pour une somme d'ondes théoriques.

### 2.4.4 Réponse acoustique : ondes théoriques

Afin de valider le modèle acoustique de GRIMM, nous commençons par des comparaisons entre GRIMM et les EF (Actran) sur des ondes théoriques : 2 ondes tournantes de flexion ( $k = 2, 4$ ) et une onde d'extension ( $k = 0$ ). Les grandeurs acoustiques comparées sont la pression et la puissance acoustiques.

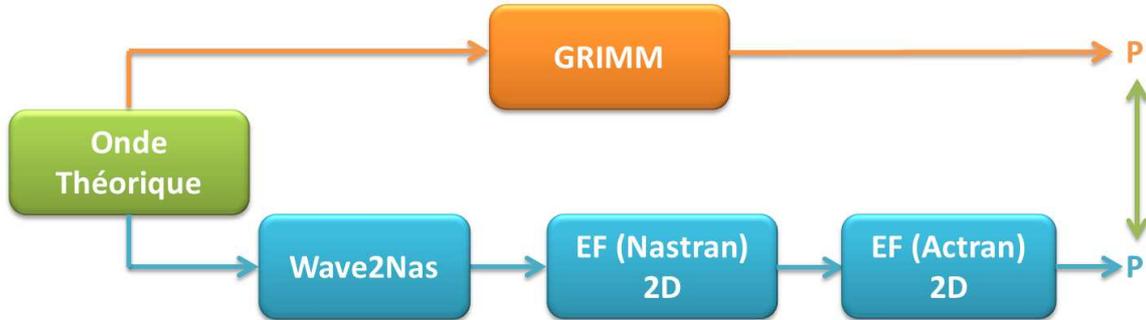
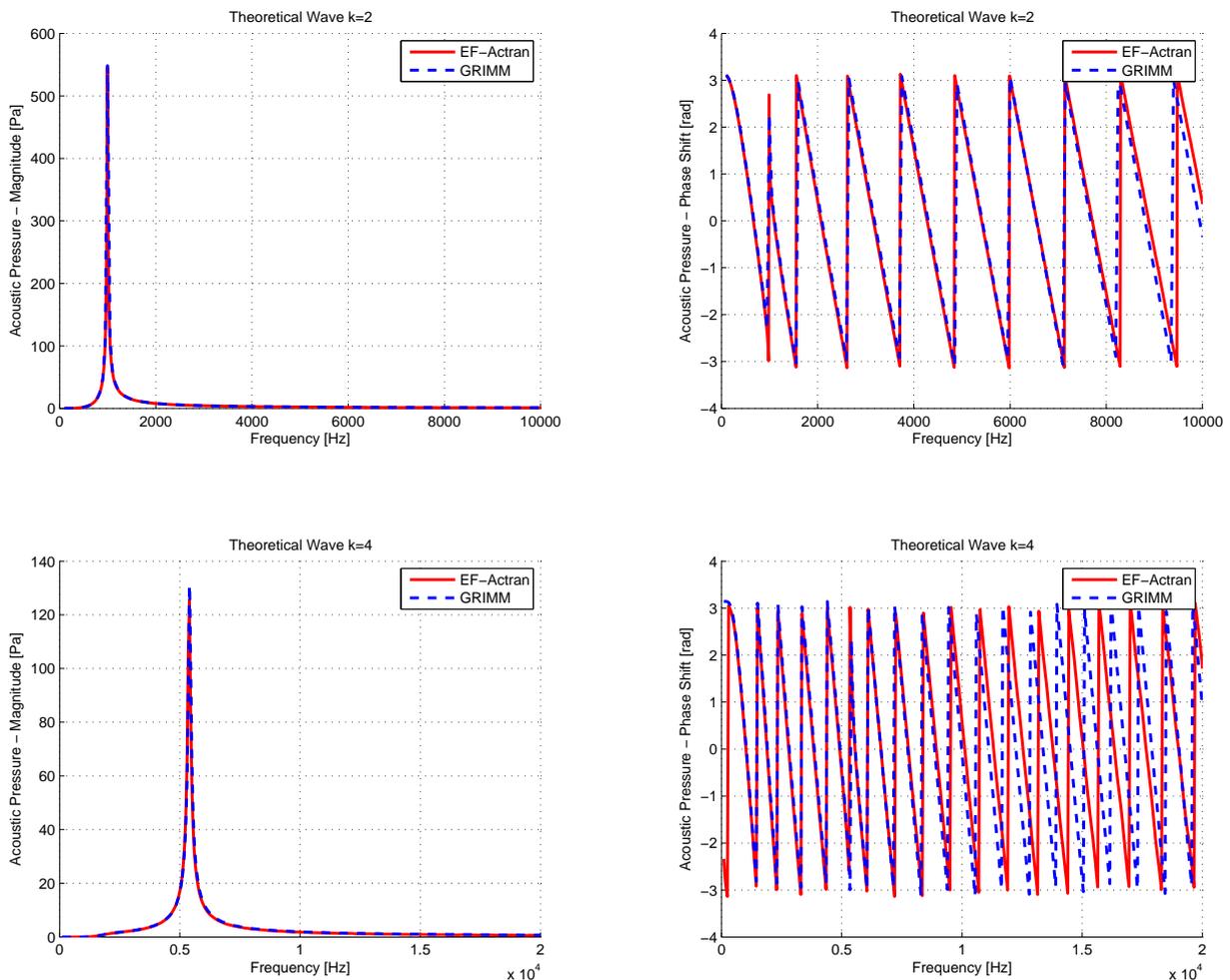
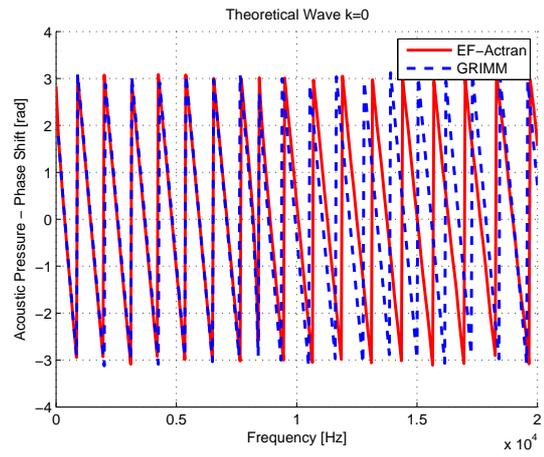
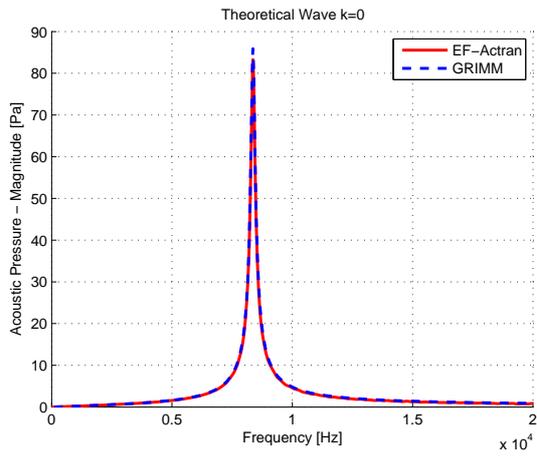


FIGURE 2.9 – Schéma de validation acoustique pour les ondes théoriques

#### Pression acoustique

Le tableau ci-dessous montre les comparaisons entre GRIMM et Actran des amplitudes et des phases de pressions acoustiques pour les ondes de pressions de Maxwell telles que  $k = 2, 4, 0$  avec une amplitude  $P_0$ . Ces amplitudes sont calculées à un rayon  $R = 400\text{mm}$  du centre de l'anneau.





NB : Dans les phases tracées ici, nous avons le terme  $k\theta$ .

### Puissance acoustique

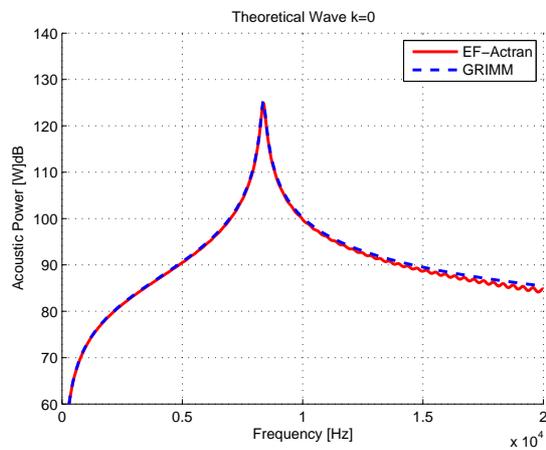
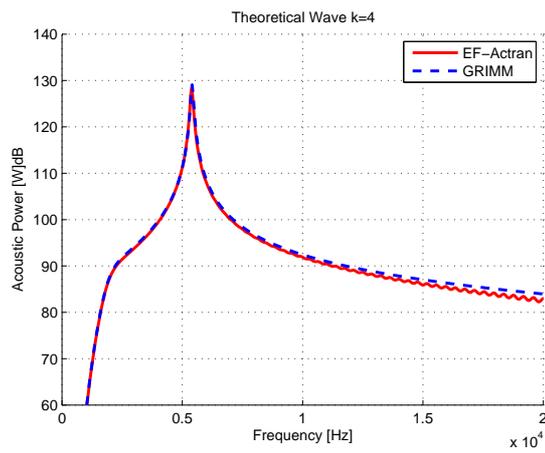
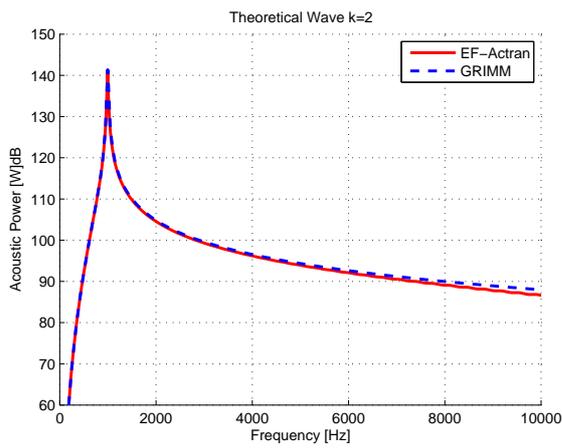


FIGURE 2.10 – Comparaison entre GRIMM et EF des puissances acoustiques pour des ondes telles que  $k = 2, 4$  et  $0$

## Tableau de synthèse

Ondes théoriques	$P_{max}$ GRIMM (Pa)	$P_{max}$ EF (Pa)	Erreur (%)	$P_{max}$ GRIMM (W dB)	$P_{max}$ EF (W dB)	Ecart [dB]
k = 0	85.89	83.29	3.12	125.3	125.0	0.3
k = 2	548.4	545.3	0.57	141.4	141.2	0.2
k = 4	131	125.6	4.3	129.1	128.6	0.5

Nous constatons d'après le tableau ci-dessus que les écarts entre GRIMM et Actran sur les pics de pressions sont inférieurs à 5% et sur la puissance sont inférieurs à 1dB. Nous pouvons donc conclure que le modèle acoustique d'anneau implémenté dans GRIMM est validé.

## 2.5 Conclusion

Nous avons présenté dans ce deuxième chapitre la modélisation vibro-acoustique. Cette modélisation est basée sur l'approximation du comportement du stator par celui d'un anneau. Nous avons vu les éléments théoriques qui sont à l'origine de cette modélisation en termes de résolution d'équations. Nous avons également vu une première validation des modèles vibratoire et acoustique sur des exemples d'ondes théoriques. Nous avons aussi présenté, dans cette partie, l'efficacité de la méthode de la superposition modale. Le point fort de notre modélisation est qu'elle permet de calculer la réponse vibratoire du système soumis à un chargement quelconque grâce au formalisme de décomposition en ondes tournantes adopté. Les déplacements vibratoires ainsi que les pressions et la puissance acoustique sont comparés à la méthode des éléments finis. Cette première validation montre que notre outil GRIMM donne des résultats précis en comparaison aux résultats EF à iso-modèle, c'est à dire dans notre cas sur un modèle d'anneau.



## Chapitre 3

# Approches multi-physiques : type de modélisations

### 3.1 Introduction

Nous avons vu dans le chapitre précédent la modélisation vibro-acoustique. Dans ce chapitre, l'objectif est de se focaliser sur la chaîne multi-physique du processus de génération de bruit. Nous ne nous limitons pas à un seul type de modèles (Eléments Finis ou analytique). Plus précisément, nous présenterons, dans ce chapitre, trois méthodologies multi-physiques différentes :

- La première est celle que nous appellerons hybride. Elle est basée sur un modèle électromagnétique EF couplé à GRIMM.
- La deuxième est une méthodologie purement EF. Elle repose sur des modèles EF pour la partie électromagnétique ainsi que pour les parties vibratoire et acoustique.
- La troisième est une méthodologie purement analytique. Elle est basée sur un modèle analytique électromagnétique couplé à GRIMM.

Selon l'objectif de l'étude, nous utiliserons l'une ou l'autre des méthodologies.

Par exemple, dans le cadre d'une étude de pré-dimensionnement, nous opterons pour la méthodologie hybride car elle est caractérisée par le meilleur compromis précision/temps de calcul. D'un côté, cette méthodologie permet de prendre en compte, grâce au modèle électromagnétique EF, la nonlinéarité liée au phénomène de saturation. De l'autre, elle bénéficie des performances de GRIMM en termes de rapidité et de précision.

En revanche, dans le cas d'une étude de validation, c'est-à-dire à une phase assez avancée du projet, nous utiliserons la méthodologie purement EF. En effet, cette méthodologie est la plus précise des trois présentées ci-dessus. Donc, si l'objectif de l'étude est de valider si une configuration de MRVDS répond ou pas au cahier des charges acoustique, nous avons besoin des estimations les plus précises des niveaux de puissances acoustiques rayonnées.

Notre troisième méthodologie a plutôt un intérêt qualitatif car elle permet une analyse des harmoniques responsables de la génération de bruit. Concrètement, il s'agit d'étudier le problème de génération de bruit comme un problème "inverse". C'est-à-dire, nous partons d'un point "chaud" acoustique du sonagramme de puissance acoustique rayonnée et notre but est de remonter à son origine électromagnétique. Ce point sera détaillé dans le chapitre V.

Ce chapitre sera organisé de la façon suivante : nous commencerons d'abord par présenter les modèles EF qui sont indispensables à la méthodologie purement EF. Ensuite, nous schématiserons les trois différentes méthodologies évoquées ci-dessus tout en rappelant les atouts de chacune.

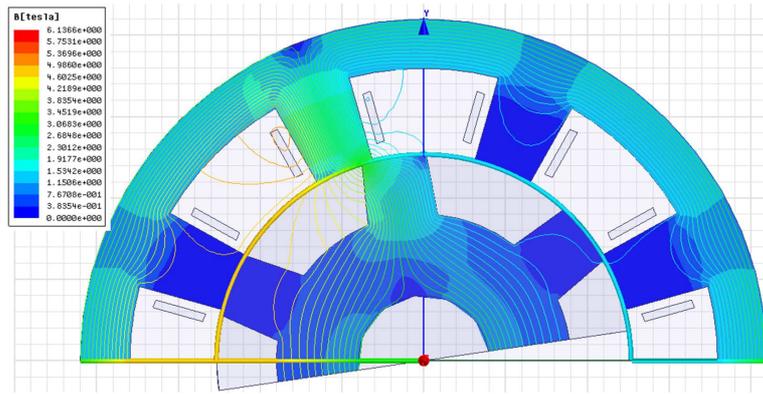


FIGURE 3.1 – Modèle électromagnétique EF de la MRV 8/6 sous Maxwell 2D

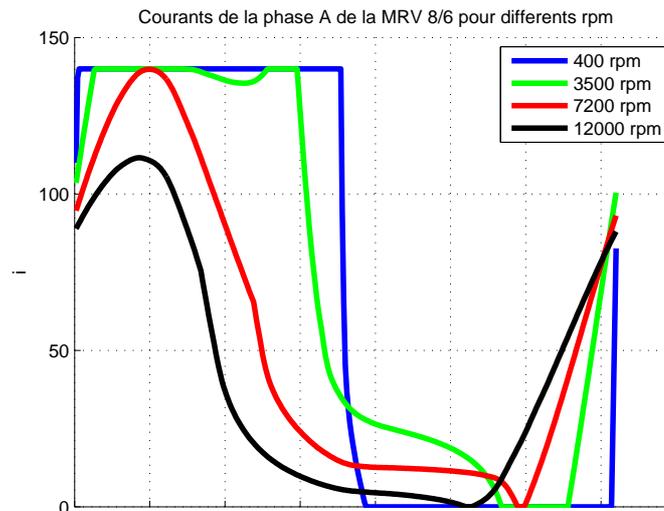


FIGURE 3.2 – Courants de la MRV 8/6 pour plusieurs régimes

## 3.2 Modélisation EF des différentes physiques

Nous allons illustrer ces modélisations sur l'exemple d'une MRVDS 8/6 avec 4 phases.

### 3.2.1 Modélisation électromagnétique EF

Les pressions de Maxwell radiales et tangentielles sont calculées sous Maxwell 2D pour une plage de vitesses allant de 400 à 12000 rpm. Compte tenu de la symétrie de la MRV 8/6, les calculs Maxwell sont réalisés sur une demi-machine. Le modèle Maxwell est représenté Figure 3.1. Pour les différents calculs Maxwell, le rotor est en position d'opposition par rapport à la phase A à  $t = 0$ .

Nous avons réalisé 12 calculs à des régimes différents afin de balayer la plage 400 - 12000 rpm. Un calcul préalable a été réalisé dans un outil interne Renault afin d'obtenir l'évolution des courants en fonction du temps pour chaque phase et chaque régime. Les formes d'onde de courants utilisées pour les régimes : 400, 3500, 7200 et 12000 rpm sont représentées Figure 3.2. De plus, la non linéarité du matériau ferromagnétique a été prise en compte via la courbe  $B(H)$  représentée Figure 3.3.

La Figure 3.4 représente la cartographie des pressions radiales de Maxwell pour 4 régimes différents : 400, 3500, 7200 et 12000 rpm. Ces pressions de Maxwell sont calculées au niveau d'une ligne de post-traitement dans l'entrefer. Ces cartographies font apparaître selon l'axe spatial les 4 dents statoriques

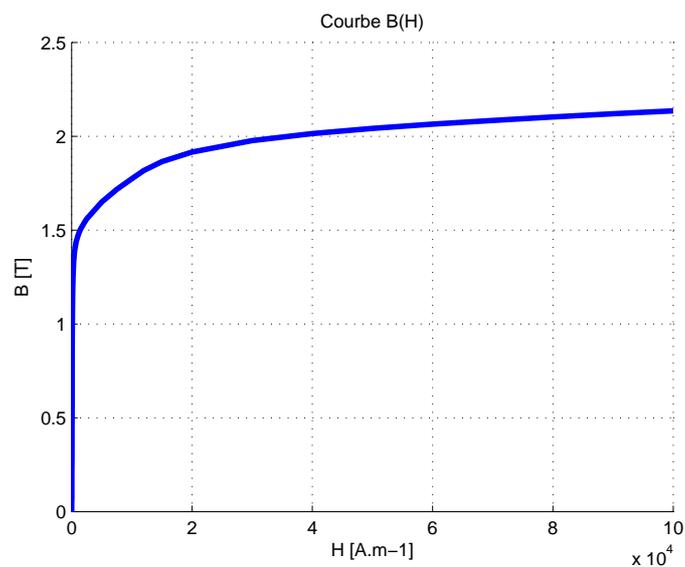


FIGURE 3.3 – Courbe  $B(H)$  du matériau ferromagnétique utilisé dans le modèle Maxwell2D

prise en compte dans le modèle Maxwell2D (simulation d'une demi-machine) et selon l'axe temporel les 4 phases de la MRV 8/6. Elles permettent également d'illustrer le fait que la largeur chargée de la dent augmente avec le temps jusqu'à la conjonction, où la dent est chargée sur toute sa largeur. Le chevauchement entre les triangles est dû au fait que pendant une certaine période, deux phases sont alimentées en même temps comme le montre la Figure 3.5.

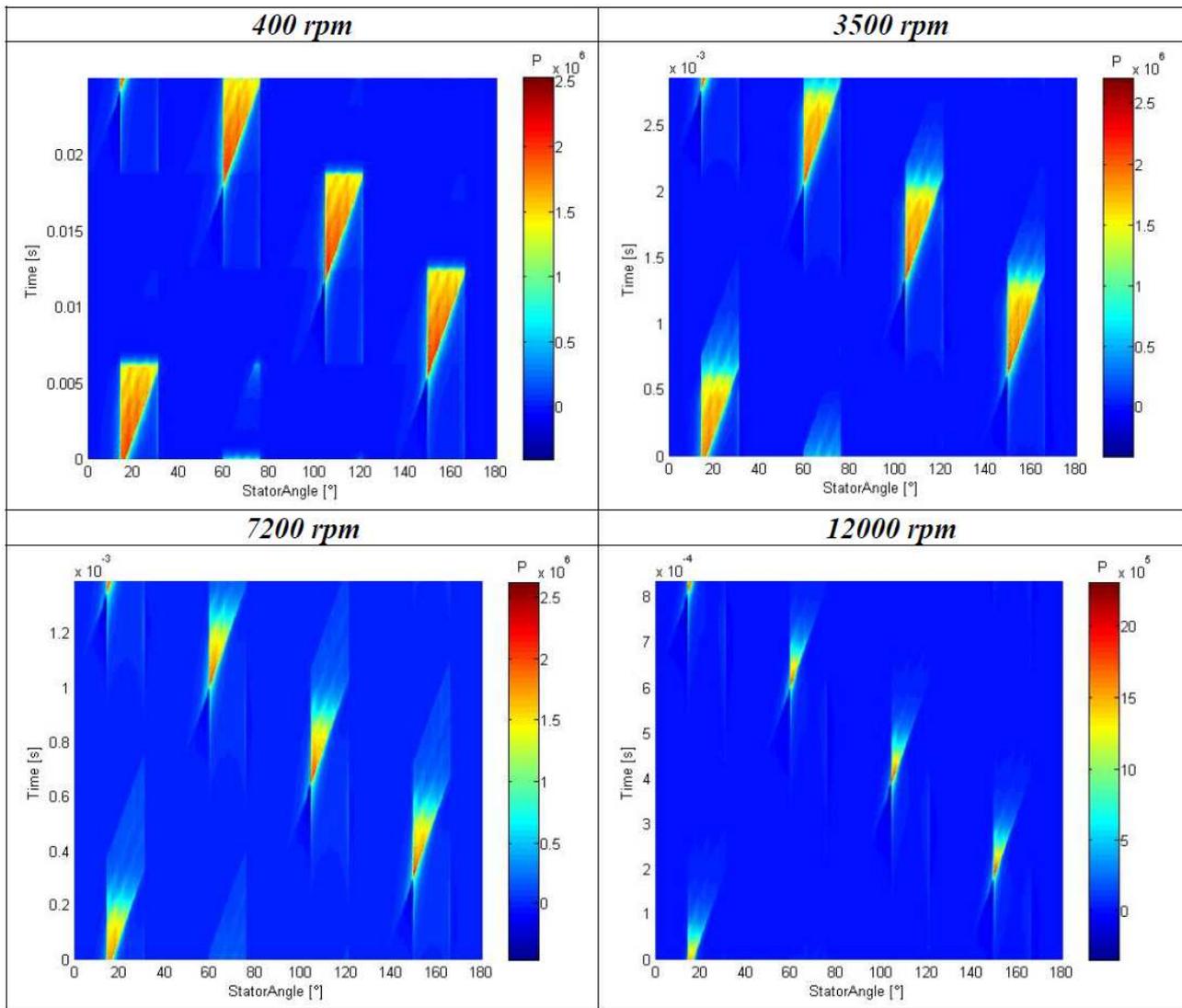


FIGURE 3.4 – Pressions de Maxwell radiales issues du modèle EF pour différents régimes

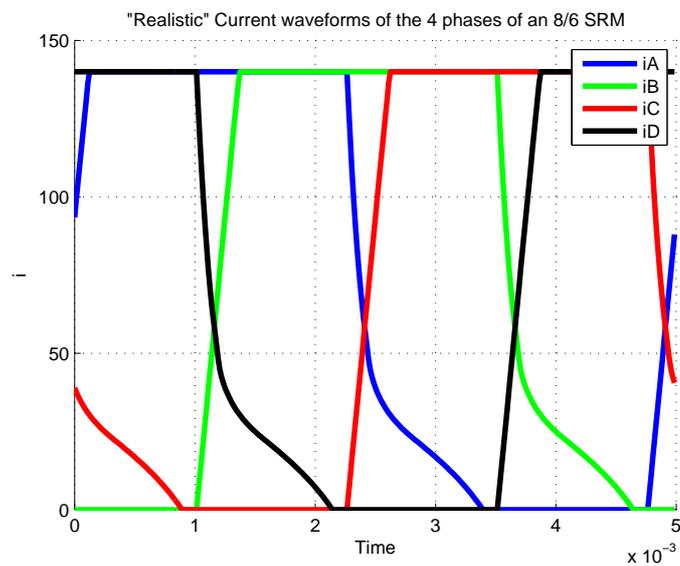


FIGURE 3.5 – Courants "réalistes" à 2000 rpm pour une MRV 8/6

### 3.2.2 Modélisation vibratoire EF

Le modèle structure de la MRV 8/6 est constitué d'un modèle 3D de stator denté et d'un modèle 3D de carter.

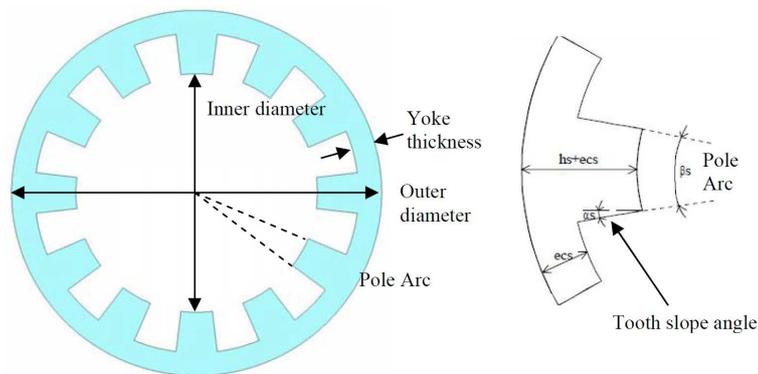


FIGURE 3.6 – Définition des différents paramètres géométriques de la structure statorique

Le stator de la MRV est fretté à un carter. Ce carter comporte des flasques de 15 mm ainsi qu'un serpentin d'eau représentant de façon simplifiée le circuit de refroidissement. Ce carter est schématisé Figure 3.7 et son modèle 3D maillé est représenté Figure 3.8.

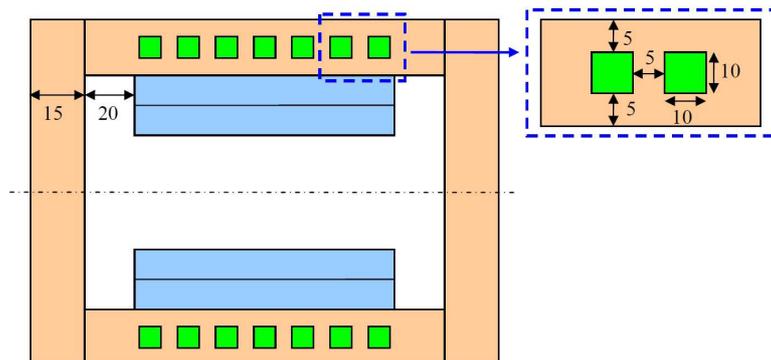


FIGURE 3.7 – Schéma du carter

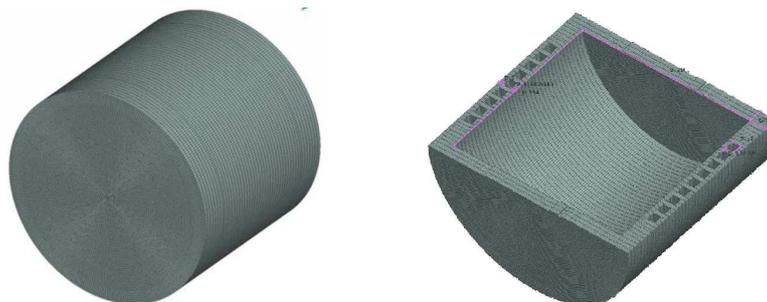


FIGURE 3.8 – Modèle 3D maillé du carter

Une attention particulière a été portée au maillage de l'interface entre le stator et le carter. En effet, le stator a été maillé de façon à avoir un maillage qui coïncide avec le carter, comme nous pouvons le voir sur la Figure 3.9. Nous avons conscience que dans la réalité, le frettage ne garantit pas une liaison aussi parfaite et que nous surestimons donc la raideur de l'assemblage.

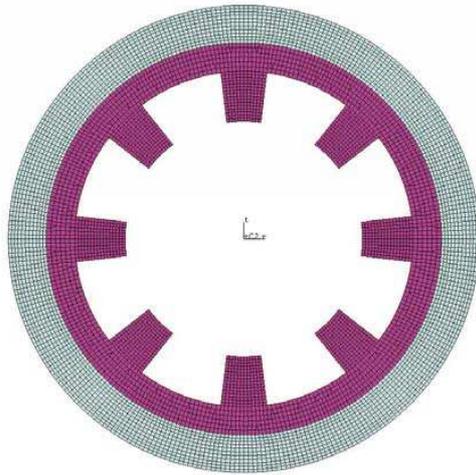


FIGURE 3.9 – Maillage structure du stator et du carter

**Modélisation de l'eau et du bobinage** Dans ces calculs de pré-dimensionnement, nous avons négligé la raideur apportée par l'eau et par le bobinage. Nous n'avons considéré que leur masse, que nous avons répartie sur la structure grâce à des éléments coques de 1 mm d'épaisseur comme illustré sur la Figure 3.10. Nous avons alors ajusté leurs densités respectives afin d'obtenir les masses détaillées Figure 3.11.



FIGURE 3.10 – Modèle EF du circuit d'eau et du bobinage

<i>Mass (Structure)</i>		<i>8/6</i>
Stator	kg	16.34
Copper	kg	7.01
Housing	kg	9.79
Water	kg	0.62
<b>Total</b>	kg	<b>33.76</b>

FIGURE 3.11 – Masse des différentes parties de la MRV 8/6

### 3.2.3 Modélisation acoustique EF

La modélisation acoustique EF a été réalisée à l'aide d'ACTRAN. Ce calcul EF nécessite de mailler une certaine épaisseur d'air autour de la structure. Cette épaisseur doit être d'autant plus importante que l'on souhaite atteindre des basses fréquences et le maillage de l'air doit être d'autant plus fin que l'on souhaite atteindre des hautes fréquences. Afin d'obtenir des tailles de modèles raisonnables, nous avons été contraints de diviser notre plage d'étude en 4. Ainsi, nous avons réalisé 4 maillages acoustiques valides respectivement sur les plages 250 - 1500 - 4000 - 8000 - 11000 Hz. Ces maillages sont représentés Figure 3.12.

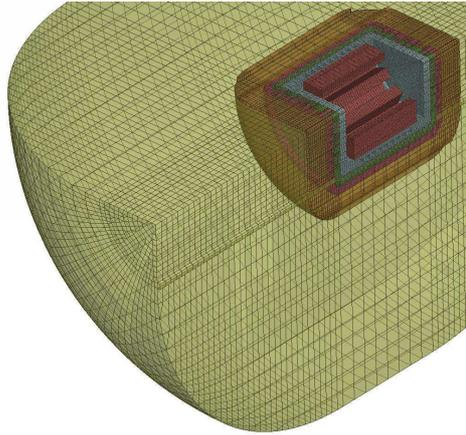


FIGURE 3.12 – Maillage acoustique 3D

## 3.3 Méthodologie hybride

La méthodologie hybride schématisée Figure 3.14 est adaptée à une phase de pré-dimensionnement grâce à son bon compromis précision/temps de calcul. Elle se compose d'un modèle électromagnétique EF qui permet de prendre en compte le phénomène de saturation et ainsi donner une estimation assez précise des forces électromagnétiques qui s'exercent sur la structure statorique. Ce modèle électromagnétique EF est couplé à GRIMM pour le comportement vibro-acoustique grâce au formalisme de décomposition en ondes tournantes détaillé dans le paragraphe suivant.

**Formalisme de décomposition en ondes tournantes** Comme expliqué dans le chapitre précédent, notre problème vibro-acoustique est régi par des équations aux dérivées partielles. Pour sa résolution, nous nous appuyons sur le développement en série de Fourier des pressions de Maxwell. Plus particulièrement, dans notre cas d'étude (forces spatio-temporelles dans un repère cylindrique) cela revient à une décomposition des pressions en une somme d'ondes tournantes :

$$P(t, \theta) = \sum_i P_i \cos(2\pi f_i t - k_i \theta + \phi_i) \quad (3.1)$$

Où  $P_i$ ,  $f_i$ ,  $k_i$  et  $\phi_i$  sont respectivement l'amplitude, la fréquence, le nombre d'onde et la phase de l'onde  $i$ .

Cette approche basée sur le développement en série de Fourier est très intéressante pour notre étude. Ses avantages se résument dans les deux points suivants :

- Toute forme de force électromagnétique périodique sur une période spatio-temporelle peut être approximée par une somme finie de  $n$  ondes tournantes de fréquences et nombres d'onde différents. Ainsi son étude peut être ramenée à la superposition de  $n$  études de grandeurs sinusoïdales pures.

- Des filtrages peuvent être effectués sur le signal initial et ainsi conserver uniquement les harmoniques influents. Ceci est très intéressant pour une phase de pré-dimensionnement surtout quand il s'agit d'une étude sur tout un cycle de fonctionnement car cela signifie un outil plus rapide.

Concrètement, dans le cadre de la méthodologie hybride, nous récupérons des pressions de Maxwell spatio-temporelles issues de simulation EF. Ensuite, nous décomposons ces pressions en ondes tournantes grâce à une FFT bidimensionnelle (espace et temps). Nous obtenons donc des raies de pressions de Maxwell dans le plan fréquence/nombre d'onde avec des amplitudes et des phases différentes. Nous faisons enfin un filtrage sur les raies les plus pertinentes et nous les injectons dans GRIMM afin de calculer la puissance acoustique rayonnée correspondante. La Figure 3.13 montre la pression de Maxwell radiale avant et après FFT bidimensionnelle.

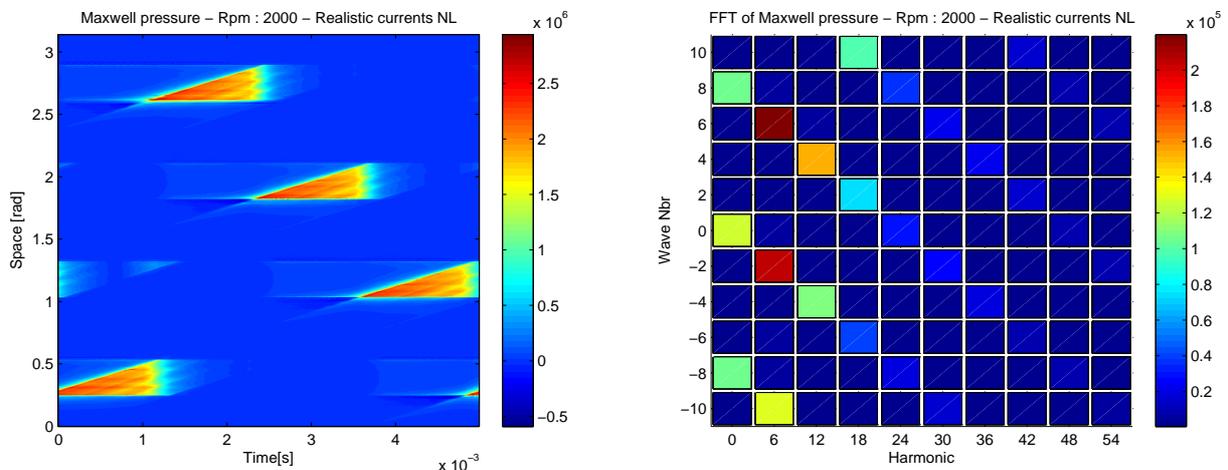


FIGURE 3.13 – Exemple de pression de Maxwell : en spatio-temporel (à gauche), après FFT (à droite)

La représentation de droite de de la Figure 3.13 est celle que nous adoptons pour l'affichage de contenu harmonique de n'importe quelle grandeur dans ce mémoire. Dans le plan fréquence/nombre d'onde, chaque carré représente une onde à une fréquence et un nombre d'onde donnés. La couleur donne l'amplitude de l'onde. Il est assez facile de constater sur le contenu harmonique des pressions de Maxwell qu'il y a des raies qui se distinguent par leurs amplitudes sous forme de lignes diagonales. Nous expliquerons un peu plus loin dans ce chapitre l'origine de ces lignes.

# Méthodologie hybride (EF + GRIMM)

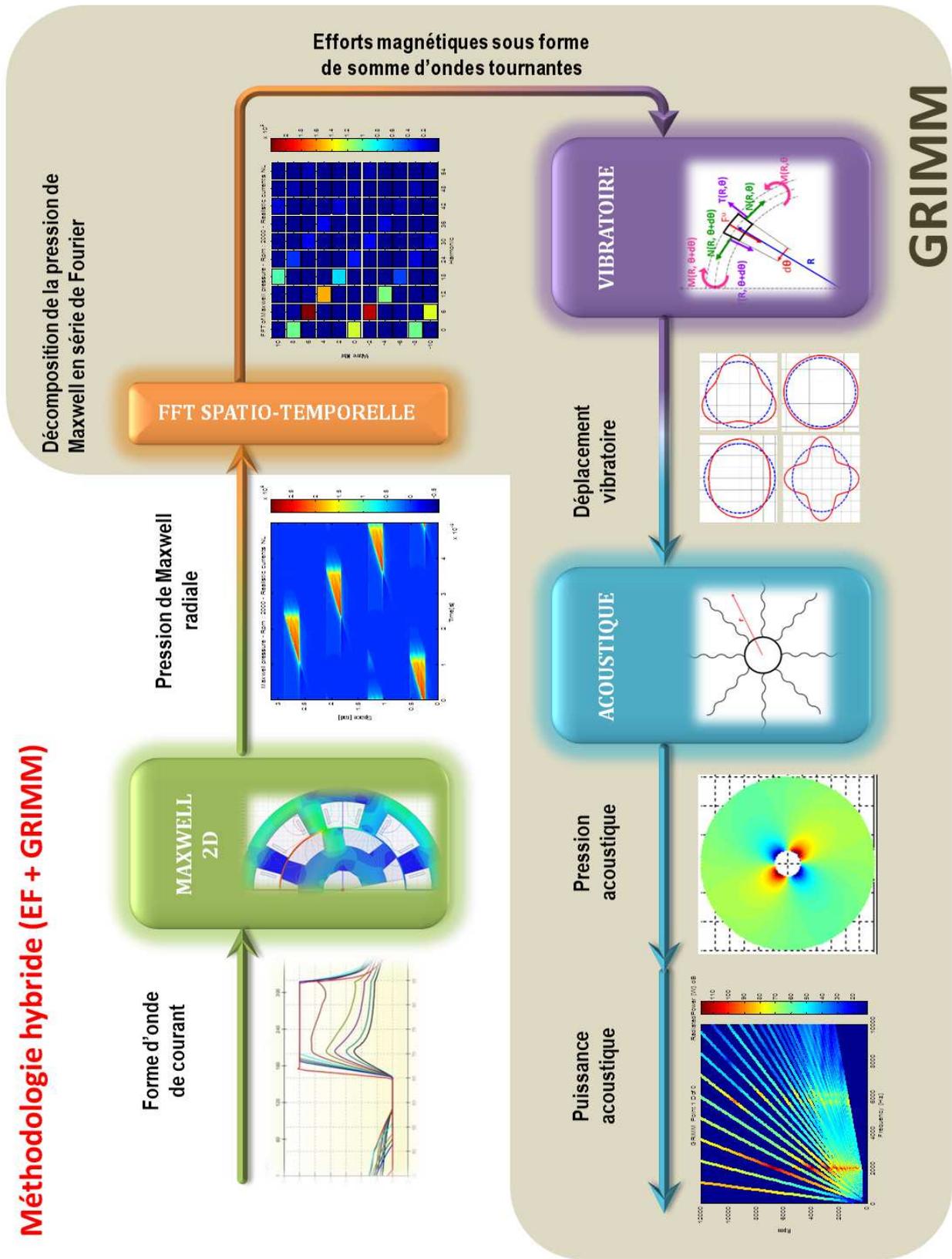


FIGURE 3.14 – Méthodologie hybride

### 3.4 Méthodologie purement EF

Le principal intérêt de cette méthodologie est sa précision des résultats. En effet, dans le cas d'une étude de validation, il est nécessaire d'avoir des estimations précises des niveaux des puissances acoustiques rayonnées pour pouvoir dire si la configuration de la MRV répond ou pas au cahier des charges acoustique. Cette méthodologie repose sur des modèles EF pour les trois différentes physiques : électromagnétique, vibratoire et acoustique. Elle est schématisée sur Figure 3.17.

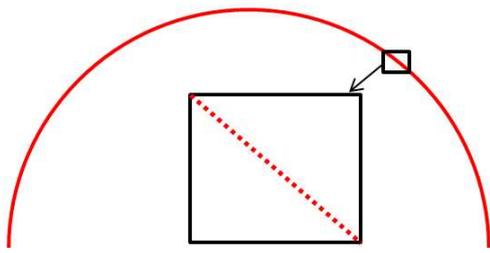
Le modèle électromagnétique utilisé pour cette méthodologie est identique à celui de la première section de ce chapitre. La particularité du maillage électromagnétique est qu'il est assez grossier au niveau de la culasse statorique mais très fin au niveau de l'entrefer pour pouvoir estimer le plus précisément possible les inductions. Or, dans le cas de la modélisation structure, le stator est maillé uniformément. Cette incompatibilité entre les deux types de maillages fait qu'il est nécessaire de projeter les efforts électromagnétiques calculés dans Maxwell2D sur le maillage structure Nastran. Nous appelons l'outil qui permet cette projection d'efforts entre Maxwell2D et Nastran : Maxtran.

Les données d'entrée de Maxtran sont d'une part les résultats Maxwell pour chaque régime et d'autre part, le maillage structure surfacique des sommets des dents au format Nastran. Maxtran a également besoin de trois fichiers de paramétrage qui contiennent respectivement la description de la machine, les paramètres de projection et les paramètres d'export vers Nastran. Le processus interne à la passerelle comporte principalement trois étapes :

- Lecture des pressions électromagnétiques au format Maxwell et du maillage structure au format Nastran.
- Projection des données Maxwell sur le maillage Nastran.
- Export des efforts électromagnétiques sous forme de chargements Nastran.

**Algorithme de projection** Le maillage électromagnétique est représenté par la ligne de post-traitement dans l'entrefer. Dans le cas de la MRV 8/6, il représente un demi-cercle et comporte 1001 points. Ce maillage est 2D avec une symétrie cyclique de facteur 2. Nous souhaitons projeter les données associées à ce maillage électromagnétique sur le maillage structure, qui lui est 3D sans symétrie cyclique. Nous commençons par extraire une "tranche" du maillage 3D, puis un demi de cette "tranche" afin d'obtenir deux maillages compatibles 2D avec une symétrie cyclique de 2 comme schématisé sur la Figure 3.15.

Sur la Figure 3.16, nous observons en bleu les pressions de Maxwell calculées sur une demi-machine et en rouge, les efforts recalculés via Maxtran en chacun des noeuds du modèle structure. Cette représentation permet de voir la forme spatiale de l'onde de force, qui est directement liée à la symétrie de la machine. Ici, il s'agit d'une force d'ordre 2 qui potentiellement exciterait le mode 2 de la structure statorique.



**Maillage électromagnétique**



**Maillage structure en 3D**

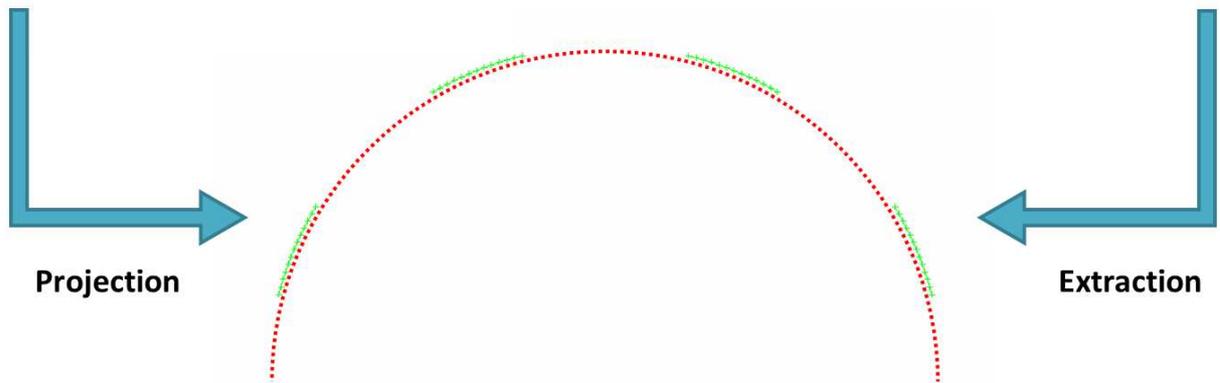


FIGURE 3.15 – Compatibilité entre le maillage électromagnétique et le maillage structure

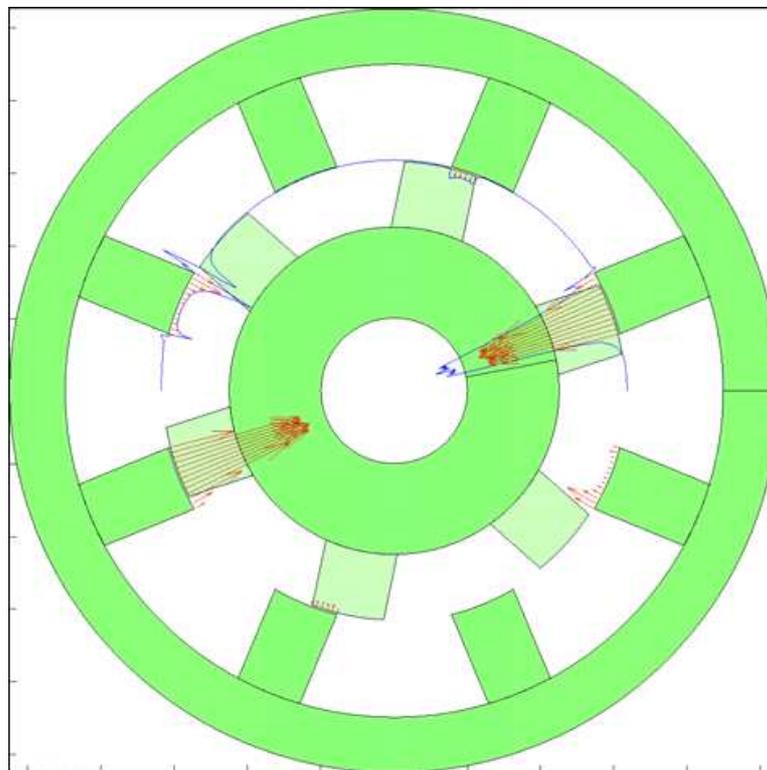


FIGURE 3.16 – Projection de la pression de Maxwell en forces sur les noeuds du maillage structure (machine complète)

# Méthodologie purement EF

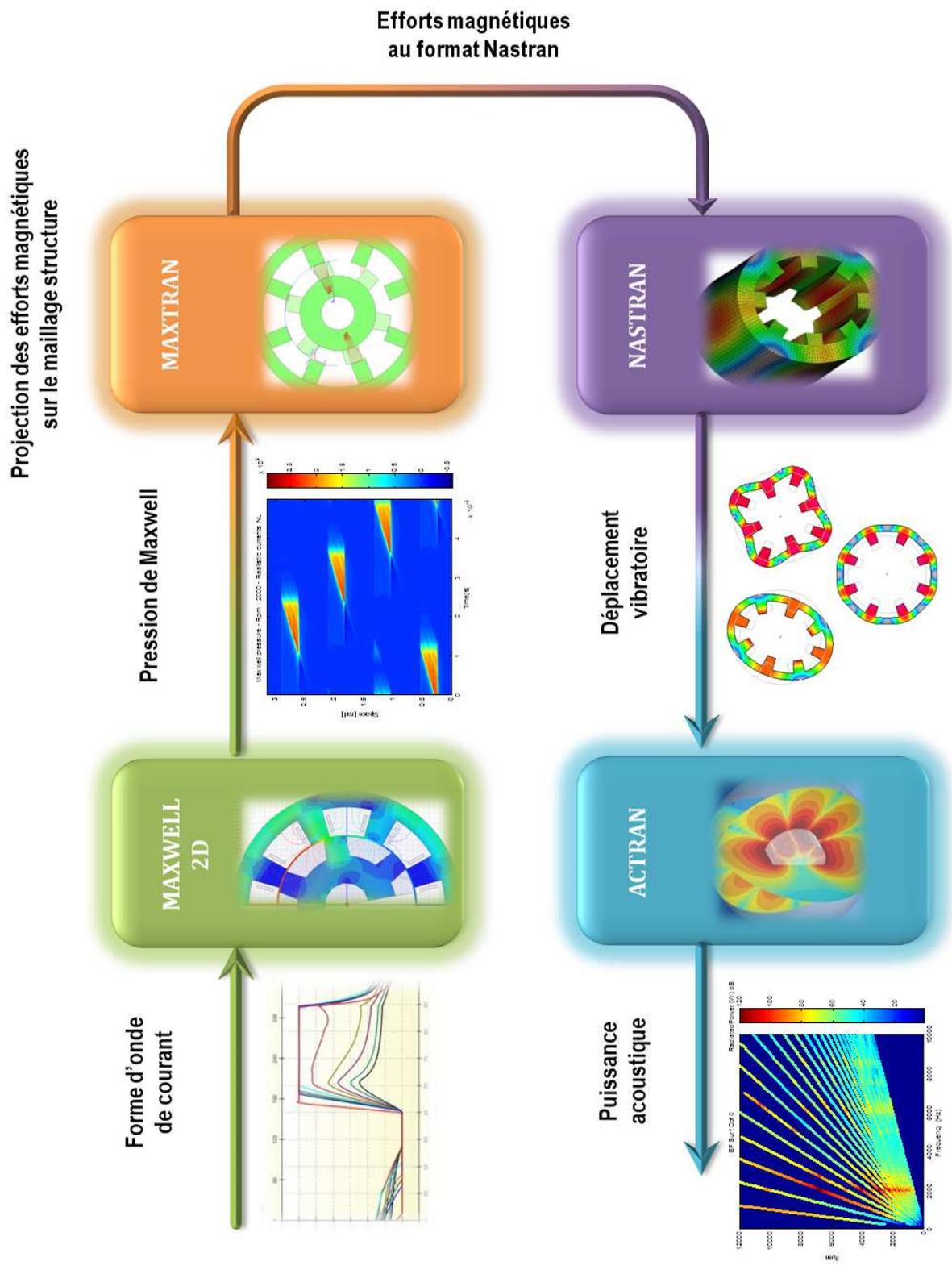


FIGURE 3.17 – Méthodologie purement EF

## 3.5 Méthodologie purement analytique

Cette méthodologie schématisée Figure 3.18 repose sur un modèle analytique simplifié pour la partie électromagnétique et sur GRIMM pour les parties vibratoire et acoustique. L'intérêt de cette méthodologie est l'étude qualitative et pas du tout quantitative des grandeurs électromagnétiques. En effet, son modèle électromagnétique est basé sur un ensemble d'hypothèses simplificatrices qui font qu'en terme d'amplitude, il ne peut pas être précis. Nous sommes donc conscients que cette méthodologie ne nous sera pas utile pour déterminer précisément l'amplitude des forces radiales s'exerçant sur la structure statorique. Néanmoins, nous montrerons, dans cette section, sa pertinence pour des études qualitatives. En effet, nous montrerons que le modèle électromagnétique simplifié est représentatif du comportement électromagnétique des MRV qualitativement, c'est-à-dire, en terme de contenu harmonique.

### 3.5.1 Principe et hypothèses du modèle électromagnétique analytique

Dans le cadre du modèle électromagnétique analytique, nous négligeons le phénomène de saturation. Nous négligeons également les flux de frange, c'est-à-dire que nous supposons que les lignes de champ magnétique sont radiales dans l'entrefer, ce qui n'est pas le cas en réalité (cf Figure 3.19).

**Perméance** Le modèle de perméance proposé pour la partie électromagnétique repose sur l'image des dentures statorique et rotorique comme le montre la Figure 3.20. Le modèle de perméance de notre modèle électromagnétique simplifié repose sur l'image des dentures statorique et rotorique comme le montre la Figure 24. De nombreux travaux existent sur l'exploitation d'une perméance d'entrefer globale par unité de surface en vue d'estimer l'induction dans l'entrefer [8] [31], au L2EP [37] en passant par l'exploitation de la perméance d'entrefer sous forme complexe [17]. Cette perméance globale qui dépend de la position dans l'entrefer (appelé l'espace) et en lien à la rotation de la machine, le temps, est donnée sous forme de série de Fourier [8] [31].

Dans nos travaux, en considérant une forme simplifiée des dentures stator et rotor, deux allures de dentures nommées « filtres » stator et rotor sont établies. Cette évolution intègre l'ouverture des encoches et varie entre 0 et 1. Sa construction dans un outil comme Matlab est relativement simple et permet de programmer une fonction sans exploitation de série de Fourier. On considère la denture statorique avec un rotor « lisse » puis la denture rotor avec un stator lisse. Le « filtre » rotor dépend du temps car il évolue avec la rotation de la machine. La figure ci-dessus (figure 3.21) donne une représentation pour une position donnée.

# Méthodologie purement analytique

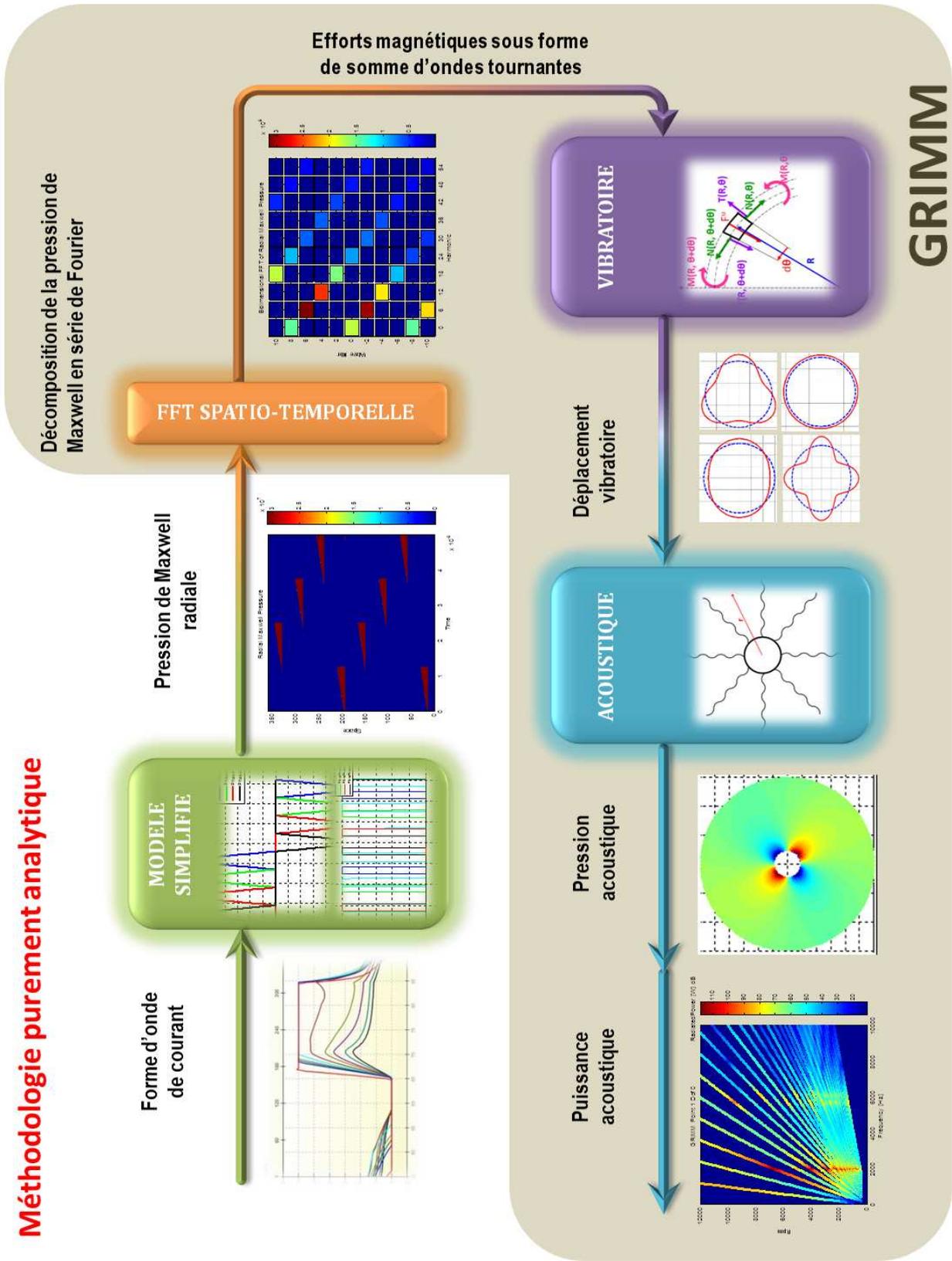


FIGURE 3.18 – Méthodologie purement EF

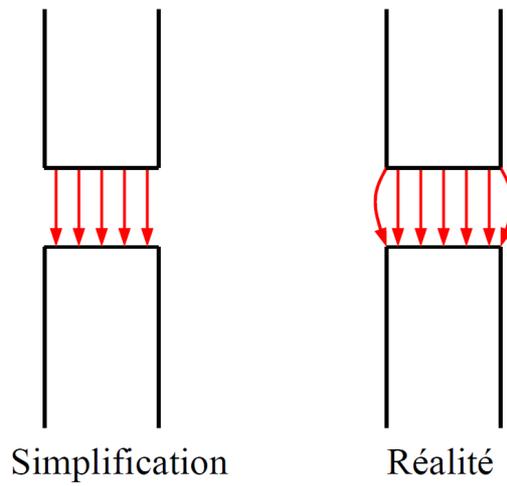


FIGURE 3.19 – Simplification liée au flux de frange

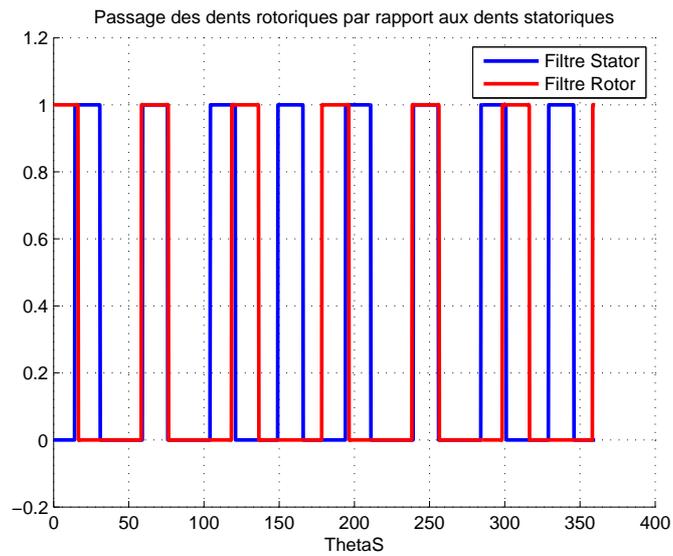


FIGURE 3.20 – Filtres statorique et rotorique

En prenant en compte la rotation du rotor sur une période électrique, cela nous donne la distribution spatio-temporelle de la Figure 3.21 de la perméance pour notre MRV 8/6 :

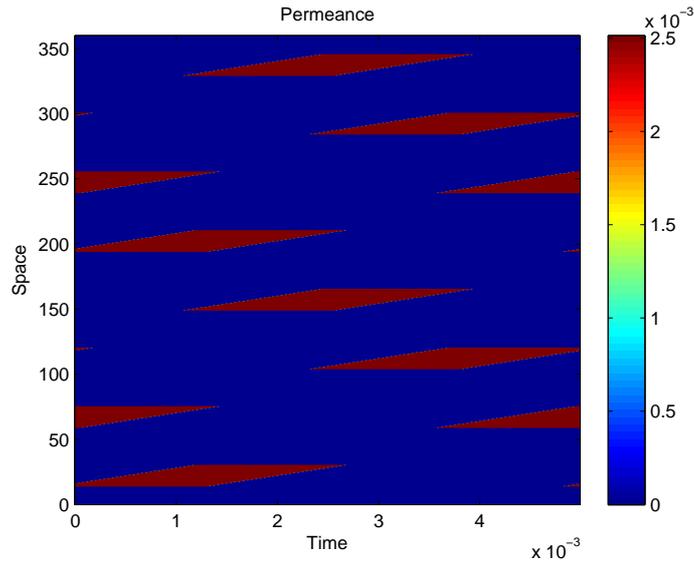


FIGURE 3.21 – Distribution spatio-temporelle de la perméance d’une MRV 8/6

**Force magnétomotrice** La force magnétomotrice est le produit de la fonction de bobinage par le courant. Nous utilisons pour cette méthodologie purement analytique des formes d’ondes de courants en créneaux parfaitement théoriques (cf. Figure 3.22).

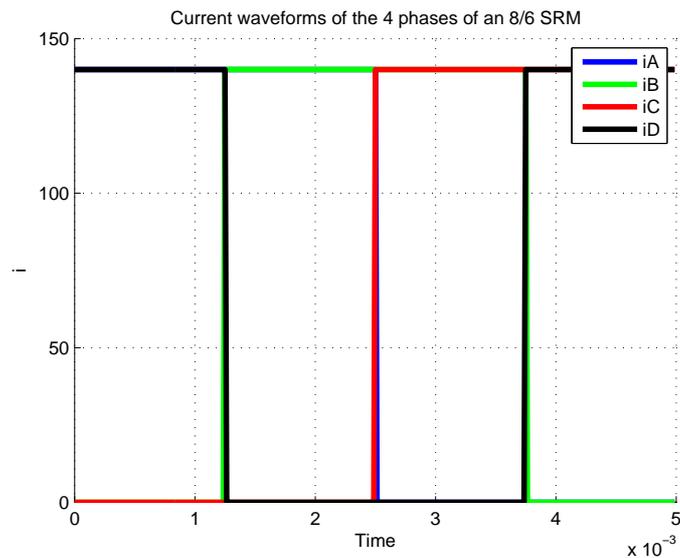


FIGURE 3.22 – Courants en créneaux théoriques pour alimenter une MRV 8/6

La détermination de la forme d’onde de la force magnétomotrice (f.m.m.) est en lien avec le bobinage des MRVS qui diffère de celui des machines tournantes classiques (machines synchrones, asynchrones, ...). Ce tracé peut être comparé à celui des machines à bobinage dentaire. Les ambiguïtés quant à sa détermination ont conduit l’auteur de [38] à effectuer plusieurs expérimentations car, il est usuel d’assimiler les stators et rotors des machines synchrones et asynchrones à des structures lisses. En revanche, dans le cas des MRVDS, les fortes variations d’entrefer dû à la saillance ne permettent pas d’admettre ce genre d’hypothèse. D’après les relevés expérimentaux effectués dans [38], nous pouvons considérer une f.m.m. se concentrant sous les dents. Par ailleurs, il est connu que les bobines participent à la forme d’onde de la force magnétomotrice. La f.m.m de la phase  $q$  est représentée Figure 3.23 :

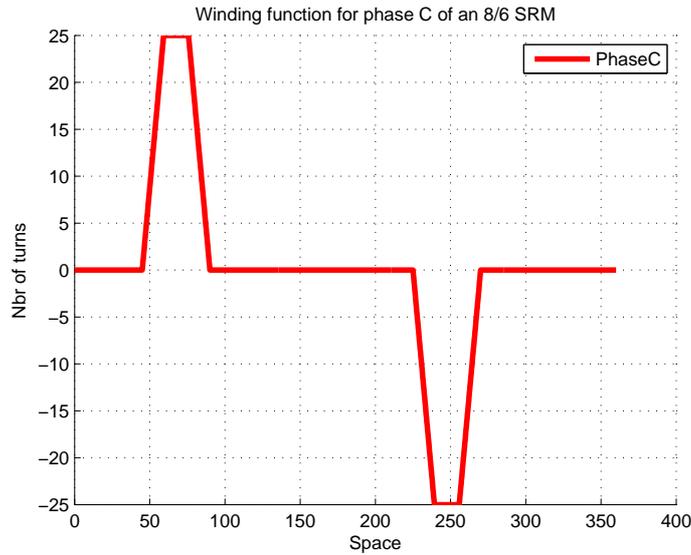


FIGURE 3.23 – Fonction de bobinage d’une phase de MRV 8/6

où l’angle de participation d’une demie-bobine est égale à la moitié de l’ouverture angulaire d’une encoche si cette dernière est complètement remplie.

Ce modèle pour une phase  $q$  peut être utilisé en appliquant le principe de superposition pour les autres phases puisque la machine à réluctance variable est une succession d’électroaimants. Ce qui donne pour les 4 phases de notre MRV 8/6 la distribution de la Figure 3.24.

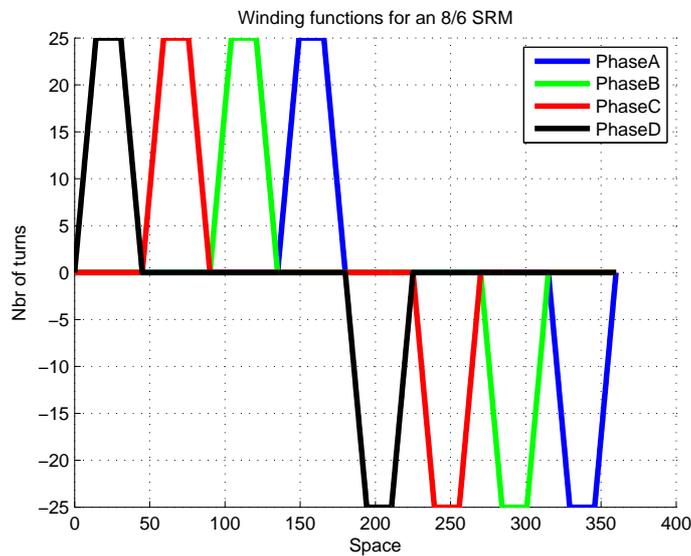


FIGURE 3.24 – Distribution totale des fonctions de bobinage des 4 phase d’une MRV 8/6

Une fois le produit entre les fonctions de bobinage et les courants effectué, nous obtenons la distribution spatio-temporelle de la Figure 3.25 de la force magnétomotrice relative à notre MRV 8/6.

**Induction magnétique** En faisant le produit de la perméance surfacique par la f.m.m. vue précédemment, nous obtenons, en spatio-temporel, l’induction magnétique radiale représentée sur la Figure 3.26 :

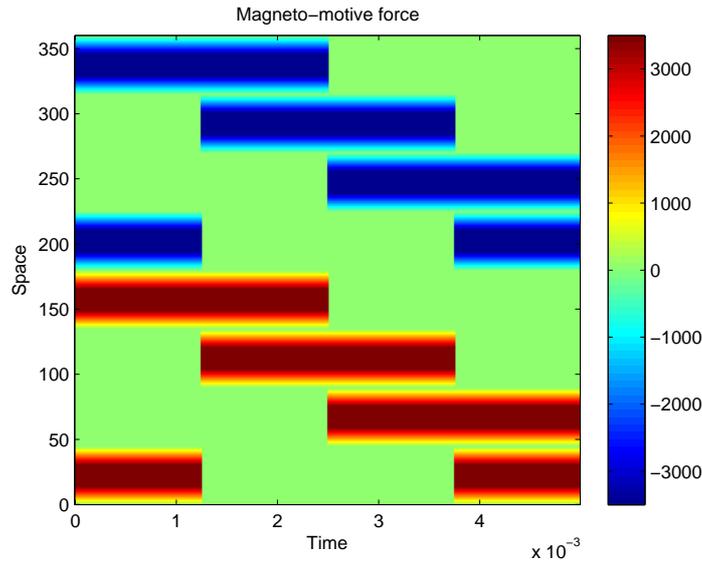


FIGURE 3.25 – Distribution spatio-temporelle de la force magnétomotrice d’une MRV 8/6

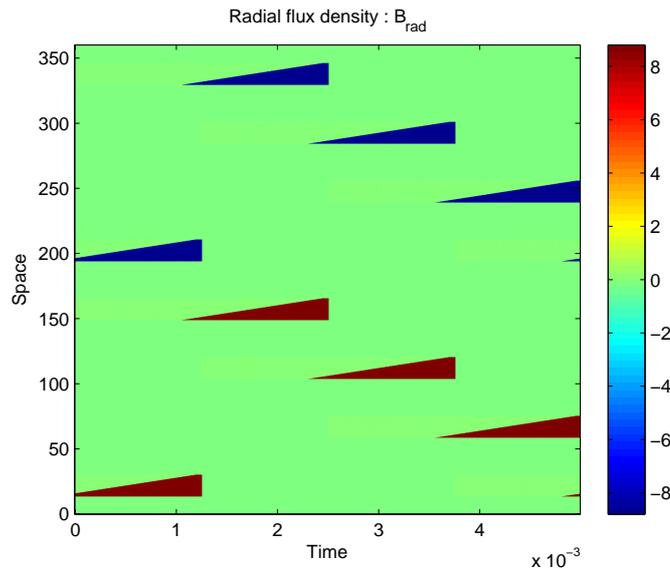


FIGURE 3.26 – Distribution spatio-temporelle de l’induction radiale d’une MRV 8/6

**Pression de Maxwell** En approximant la pression radiale de Maxwell par l’expression (3.2) , nous obtenons la distribution spatio-temporelle de la Figure 3.27 pour la pression radiale de Maxwell.

$$P_r(t, \theta) = \frac{B_r^2}{2\mu_0} \quad (3.2)$$

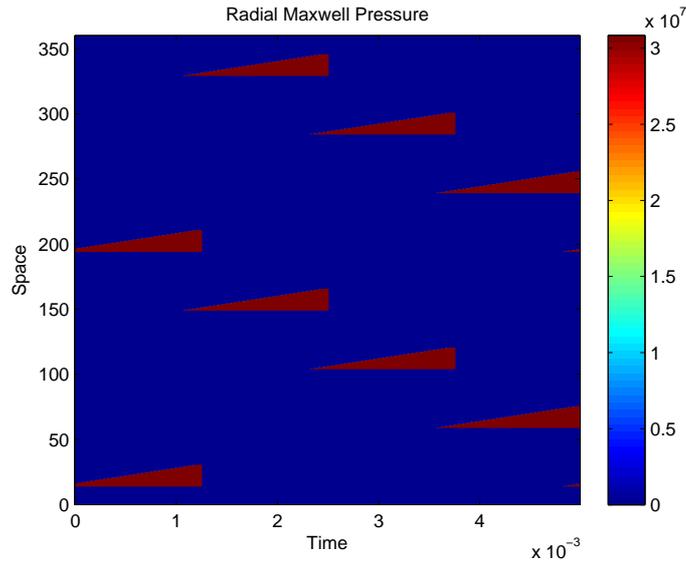


FIGURE 3.27 – Distribution spatio-temporelle de la pression de Maxwell radiale d’une MRV 8/6

### 3.5.2 Comparaison qualitative entre les modèles électromagnétique analytique et EF

Avec des courants réalistes de la figure 3.28, la pression de Maxwell EF est représentée Figure 3.13 (à gauche). Sa FFT bidimensionnelle est donnée Figure 3.29 (à droite).

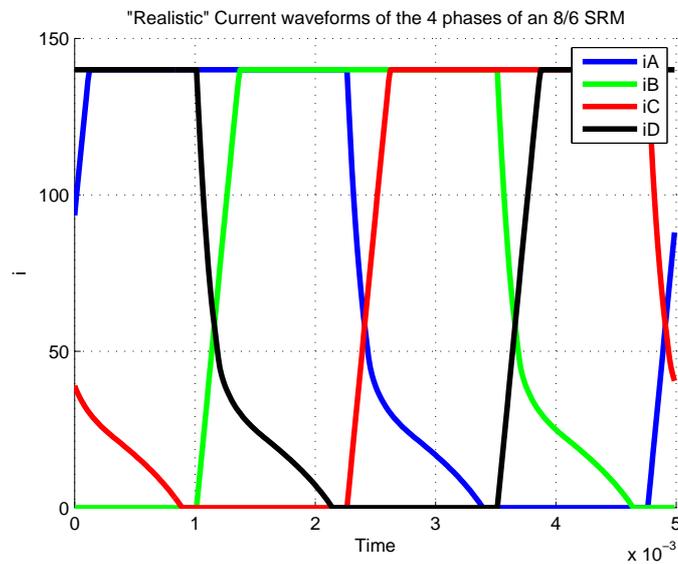


FIGURE 3.28 – Courants "réalistes" à 2000 rpm pour une MRV 8/6

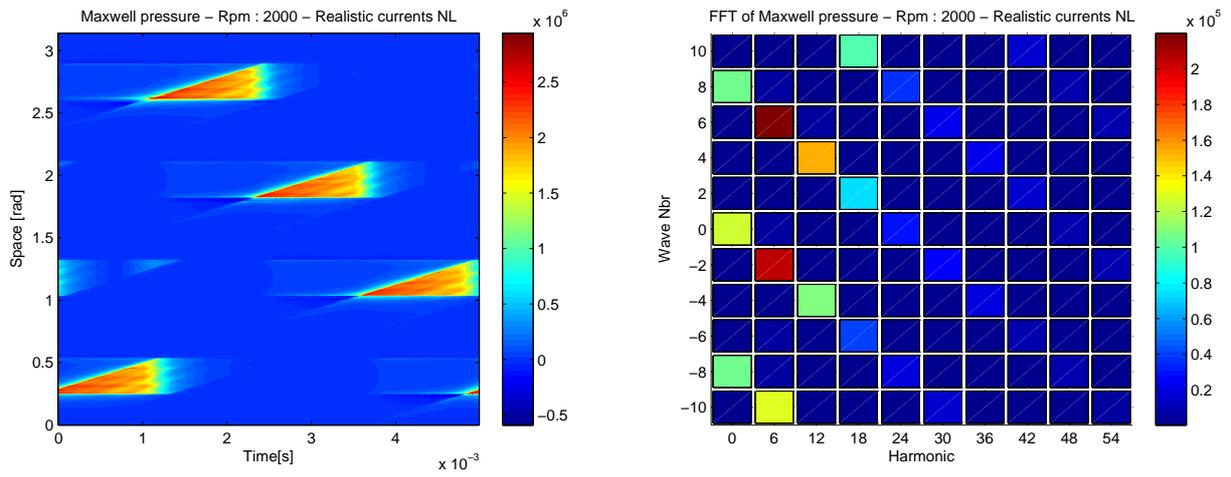


FIGURE 3.29 – Pression de Maxwell à 2000 rpm en non linéaire et avec courants "réalistes" : en spatio-temporel (à gauche), après FFT (à droite)

Avec des courants en créneaux (cf Figure 3.22), la pression de Maxwell EF est représentée Figure 3.31 (à gauche). Sa FFT bidimensionnelle est donnée Figure 3.31 (à droite).

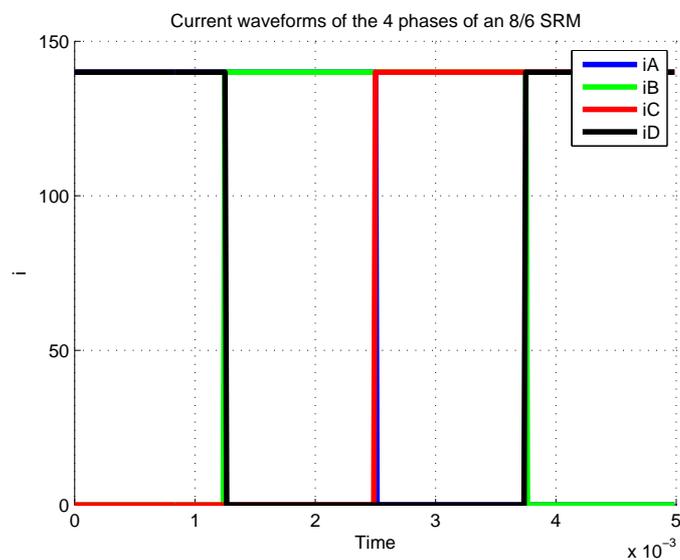


FIGURE 3.30 – Courants en créneaux à 2000 rpm pour une MRV 8/6

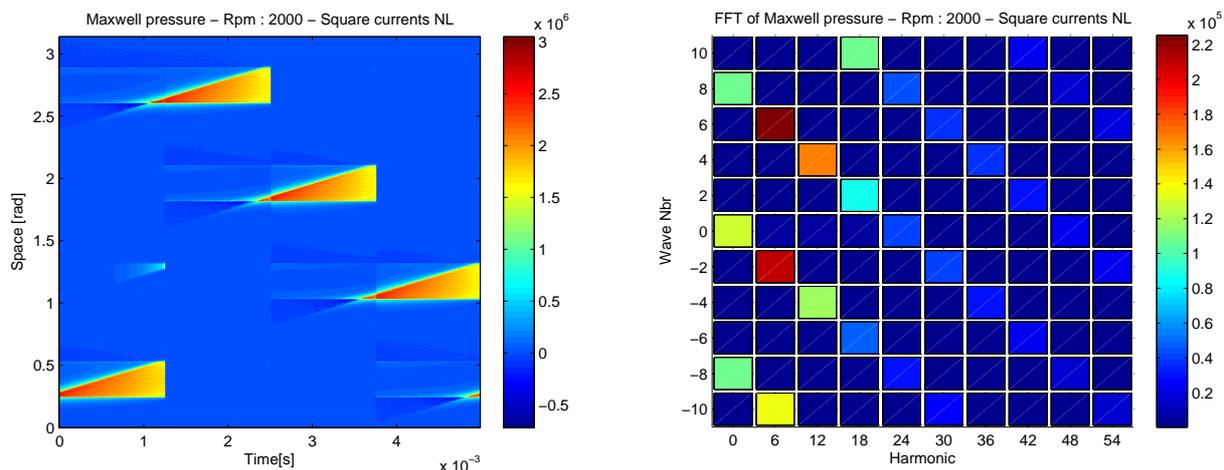


FIGURE 3.31 – Pression de Maxwell à 2000 rpm en non linéaire et avec courants en créneaux : en spatio-temporel (à gauche), après FFT (à droite)

Afin de rentrer dans le cadre du modèle électromagnétique simplifié, nous effectuons un calcul EF avec des courants en créneaux et en linéaire (phénomène de saturation négligé). La pression de Maxwell obtenue ainsi que sa FFT sont représentées Figure 3.32.

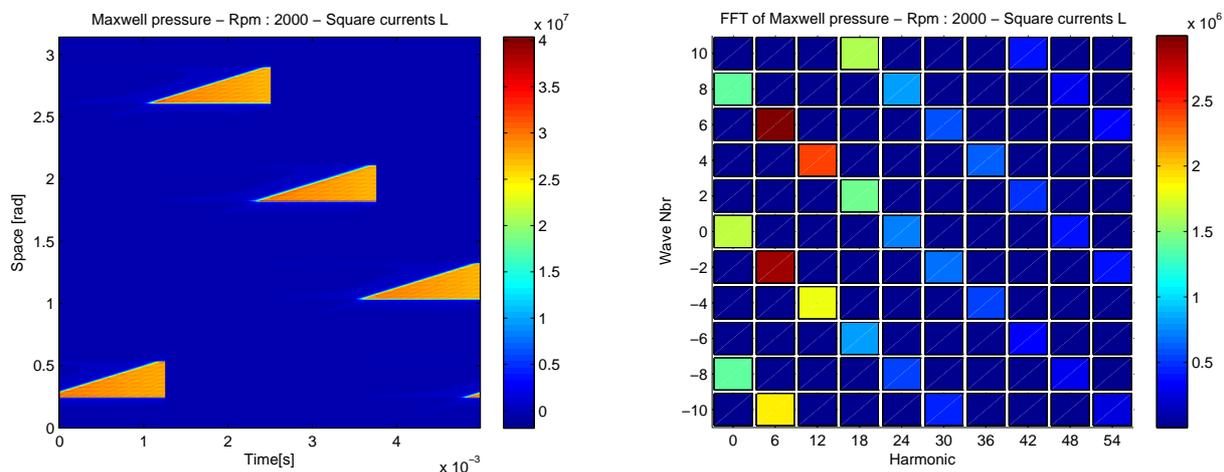


FIGURE 3.32 – Pression de Maxwell à 2000 rpm en linéaire et avec courants en créneaux : en spatio-temporel (à gauche), après FFT (à droite)

La pression de Maxwell donnée par le modèle électromagnétique simplifié et sa FFT sont représentées Figure 3.33.

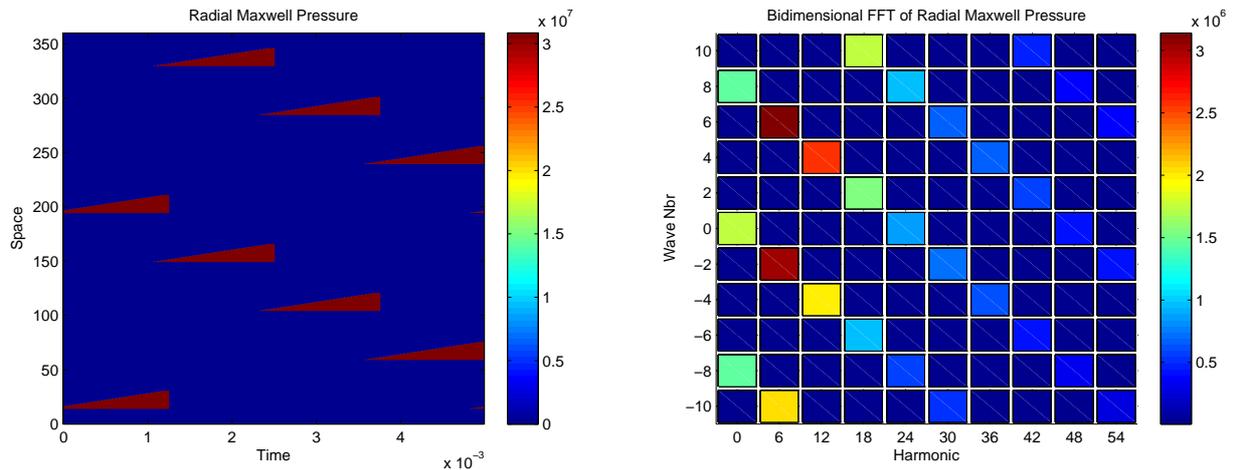


FIGURE 3.33 – Pression de Maxwell à 2000 rpm en linéaire et avec courants en créneaux donnée par le modèle électromagnétique simplifié : en spatio-temporel (à gauche), après FFT (à droite)

Les résultats ci-dessus permettent de comparer la pression de Maxwell et sa FFT dans les 4 cas suivants :

- Calcul EF avec des courants réalistes et en non linéaire (prise en compte de la saturation)
- Calcul EF avec des courants en créneaux et en non linéaire
- Calcul EF avec des courants en créneaux et en linéaire (saturation négligée)
- Calcul avec le modèle électromagnétique simplifié avec des courants en créneaux et en linéaire

En comparant les 4 différents résultats ci-dessus, nous pouvons constater :

- La forme d'onde des signaux spatio-temporels change en fonction de la forme d'ondes des courants utilisés et en fonction de la prise en compte ou pas du phénomène de saturation.
- L'amplitude globale (traduite par l'échelle couleur) de la pression de Maxwell change entre les 4 différents calculs
- L'amplitude relative entre les amplitudes des différents harmoniques composant le signal de la pression de Maxwell est quasiment identique entre les 3 différents calculs. C'est-à-dire, une raie de couleur orange est toujours orange quelque soit le type de calcul.

Cette dernière constatation est d'une très grande valeur. En effet, cela signifie, que certes pour une étude quantitative du bruit, il faudrait considérer des courants de forme réaliste et prendre en compte la nonlinéarité du matériau ferromagnétique. En revanche, pour une étude qualitative, il est largement raisonnable de négliger la saturation et d'utiliser des courants en créneaux parfaitement théoriques. Car, à un facteur scalaire près (lié au phénomène de la saturation), nous obtiendrons la même amplitude de l'harmonique de pression de Maxwell en question. En d'autres termes, si nous nous intéressons à un certain harmonique problématique de pression de Maxwell et nous voulons identifier les paramètres électromagnétiques influents responsables de cet harmonique hors phénomène de saturation, nous sommes sûrs que ces paramètres influents sont déjà pris en compte avec le modèle électromagnétique analytique simplifié.

Nous négligeons l'effet de la saturation dans cette section. L'effet de ce phénomène sur le contenu harmonique des pressions de Maxwell et sur le bruit fera l'objet d'une étude plus approfondie dans le chapitre V de ce mémoire.

## 3.6 Conclusion

Ce chapitre III introduit les différentes physiques en vue d'estimer le bruit d'une MRVDS. Les différentes modélisations sont illustrées sur le cas d'une machine à réluctance variable 8/6 à 4 phases. Nous avons tout d'abord rappelé les conditions de simulation en exploitant la méthode des E.F., ainsi que le maillage qu'il faut exploiter. Le calcul par E.F. de chaque physique nous permet d'estimer les pressions radiales et tangentielles pour la partie électromagnétique en alimentant la machine en courant pour différentes vitesses. Pour la partie vibratoire, nous estimons le déplacement à partir du champ de pressions radiales et tangentielles, lorsque que cette dernière est évaluée. Enfin, pour la partie acoustique, nous évaluons la puissance acoustique. Ces grandeurs seront visualisées pour différentes machines et pour différentes conditions de fonctionnement dans les parties suivantes.

Différentes méthodologies pour coupler ces physiques ont été ensuite détaillées, d'un couplage hybride associant un modèle E.F. couplé à des modèles analytiques, en passant par un couplage de modèles «tout numérique» détaillant la projection des forces sur le maillage mécanique et enfin le couplage de modèles «tout analytique» en rappelant les simplifications considérées. Nous avons ainsi observé l'impact de la forme des courants d'alimentation : d'une forme réelle à une forme purement théorique sous forme de créneau et montré que qualitativement, cela ne modifie pas le spectre harmoniques des pressions.

L'avantage essentiel de ces développements réside dans le fait de pouvoir mixer les modèles. En effet, nous pouvons ainsi estimer le bruit d'une machine électrique en intégrant la problématique de saturation par exemple sur la partie électromagnétique et injecter les pressions de Maxwell obtenues dans notre outil vibro-acoustique GRIMM. Nous pouvons aussi exploiter un modèle analytique au niveau électromagnétique associé à l'outil GRIMM en vue d'une phase de pré-dimensionnement sachant que le contenu harmoniques spatiaux-temporels sera correct. Enfin, nous pourrions exploiter nos modèles « tout numérique » pour observer l'impact des flasques ou l'excentricité d'une machine par exemple. De nombreux travaux existent sur le sujet de la modélisation électro-vibro-acoustique mais ne présentent pas cette possibilité.



# Chapitre 4

## Validations, limites et application de l'approche multi-physique hybride

### 4.1 Introduction

Les objectifs de ce chapitre se résument principalement dans les trois points suivants :

1 - La validation de toute la chaîne vibro-acoustique analytique correspondant à l'outil GRIMM

2 - L'identification des limites du modèle d'anneau

3 - L'étude comparative sur 4 topologies de Machines à Réductance Variable (MRV : 8/6, 12/8, 16/12 et 18/12)

- La première section présente la chaîne de validation de GRIMM à la fois en vibratoire et en acoustique en comparant ses résultats aux résultats EF à iso-modèle à savoir le modèle d'anneau. Ces comparaisons sont faites en utilisant des pressions de Maxwell réalistes issues de calculs EF électromagnétiques. Nous validerons GRIMM sur deux types de MRV : une 8/6 et une 12/8.

- Le deuxième point concerne les limites du modèle d'anneau. Un moteur électrique est en réalité un assemblage d'un stator denté, d'un carter avec un circuit de refroidissement et des flasques. Nous sommes conscients que le modèle d'anneau a des limites face à la complexité de la structure réelle. Nous avons donc pris en compte des facteurs de correction de masse dans GRIMM qui permettent la considération de la masse des dents et de l'effet du carter. Nous avons également imaginé la possibilité d'un recalage des fréquences propres et de l'amortissement modal par des valeurs issues de calculs structure EF ou encore d'essais expérimentaux. Dans cette partie, nous présentons dans un premier temps les comparaisons des résultats de GRIMM avec prise en compte de la masse des dents aux résultats EF d'un modèle stator denté 2D pour isoler et quantifier d'abord l'effet de la denture statorique. Ensuite, les résultats de GRIMM avec des corrections de masse (dents + carter + flasques) ainsi qu'avec des fréquences propres recalées sont comparés à un modèle EF de moteur complet (Stator denté 3D + Carter + Flasques + circuit de refroidissement).

- Et enfin la troisième section présente une étude acoustique comparative sur 4 topologies de Machines à Réductance Variable (MRV : 8/6, 12/8, 16/12 et 18/12) en utilisant GRIMM. Une étude comparable a été menée par Renault en 2011 en utilisant exclusivement des outils EF et a conduit à désigner la topologie la plus silencieuse. Elle est reconduite en utilisant notre approche hybride dans le but de montrer la pertinence de cette dernière.

## 4.2 Validations vibro-acoustique du modèle d'anneau

### 4.2.1 Réponse dynamique : Montée en régime - Rpm (MRV 12/8)

Nous avons vu dans le chapitre II la validation des modèles vibratoire et acoustique avec des ondes de pression théoriques. La deuxième étape de la validation de GRIMM en réponse forcée se fait maintenant sur un chargement réaliste issu d'un calcul électromagnétique EF pour une montée en régime dans le cas de la MRV 12/8. Pour cela, dans GRIMM, nous injectons les matrices de pressions de Maxwell sur une période spatio-temporelle pour les différents rpm simulés. Ces pressions de Maxwell sont calculées sur la courbe enveloppe (Couple - Vitesse). La liste des rpm simulés est : 350, 1750, 3150, 3500, 4000, 4400, 4800, 5200, 6900, 8600, 10300 et 12000 rpm en lien avec des essais réalisés. Concrètement, ces signaux de pressions de Maxwell subissent dans GRIMM une Transformée de Fourier (FFT) bi-dimensionnelle (en espace et en temps). Il en résulte une décomposition en somme finie d'onde tournantes. Le problème revient ainsi dans GRIMM à l'étude d'une somme d'ondes tournantes.

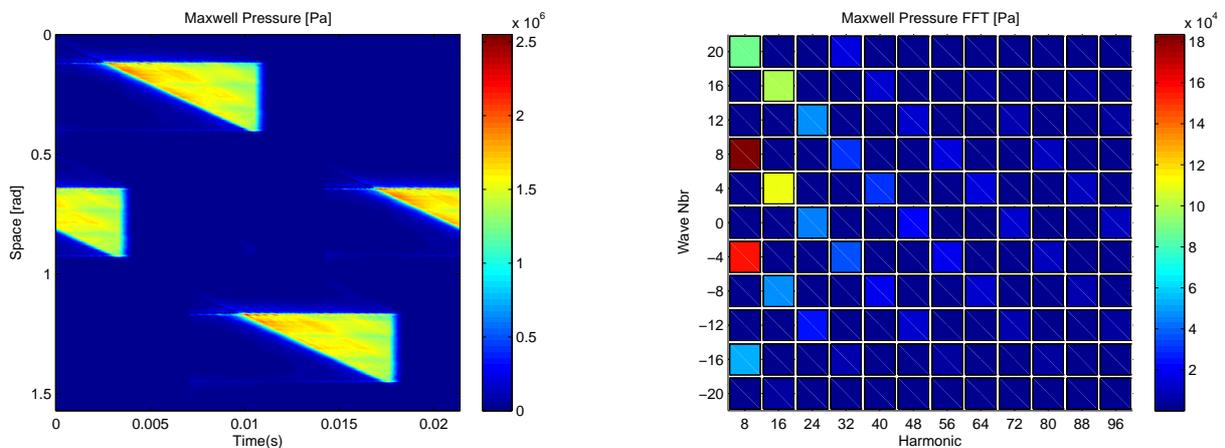


FIGURE 4.1 – Pressions de Maxwell EF avant (à gauche) et après (à droite) FFT Spatio-temporelle pour une MRV 12/8 à 350 rpm

D'un autre côté, pour les calculs structure EF, nous passons d'abord par la passerelle Maxtran (présentée dans le chapitre III) afin de projeter les efforts électromagnétiques initialement récupérés sur un maillage électromagnétique, sur le maillage structure. Ensuite, nous lançons le calcul Nastran et nous comparons les amplitudes et les phases des déplacements vibratoires avec celles issues de GRIMM comme schématisé ci-dessous.

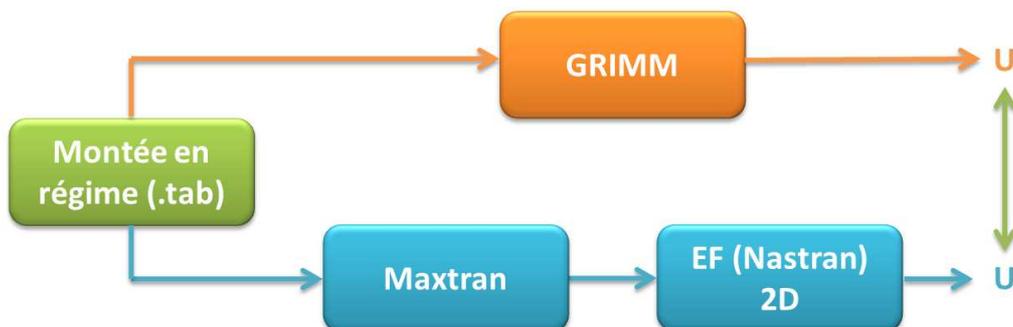
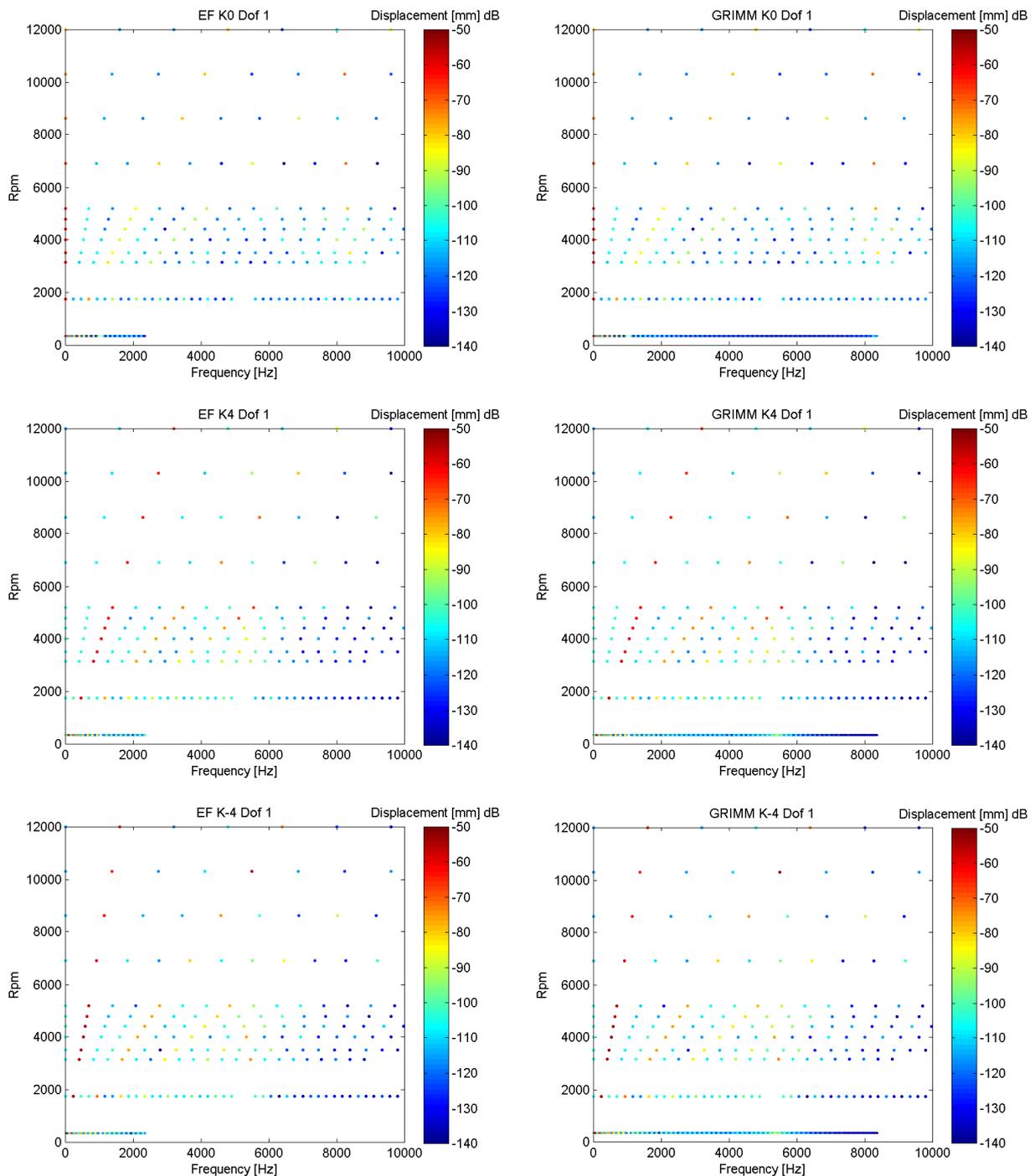


FIGURE 4.2 – Schéma de validation vibratoire pour une montée en régime

Nous choisissons de représenter les déplacements vibratoires sous forme de sonagramme comme le

montre les figures ci-dessous : (nous nous sommes limités aux ondes ou ordres spatiaux les plus faibles : ordre 0, 4, et -4 (K0, K4 et K-4))

## Comparaison des sonagrammes de déplacements vibratoires entre GRIMM et EF :



Chaque sonagramme vibratoire est donné pour un nombre d'onde donné (cf. K0, K4, K-4 sur les figures du tableau ci-dessus) ce qui signifie que nous représentons sur chaque sonagramme le déplacement vibratoire de la structure statorique soumise à la somme des ondes tournantes qui ont le même nombre d'onde mais des fréquences différentes. Nous constatons avec cette représentation, qu'il est difficile de tirer des conclusions à cause du caractère discrétisé de l'information (un point par harmonique et par régime). D'où la nécessité et l'intérêt de l'interpolation par harmonique entre chaque vitesse considérée qui fait l'objet de la section suivante.

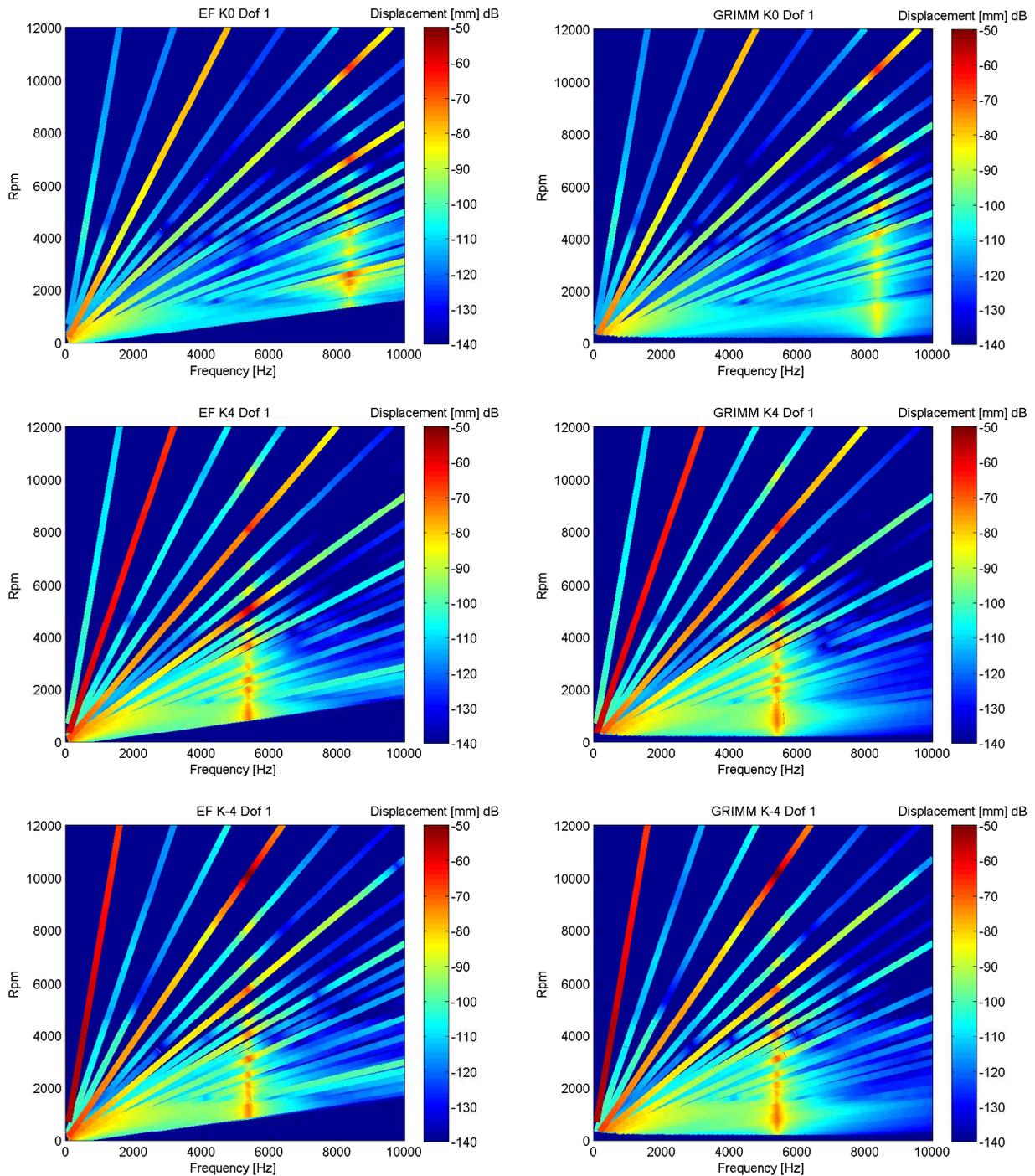
Remarque : Nous avons également comparé les amplitudes et les phases relatives aux ondes avec les 5 plus importants nombre d'onde (K0, K4, K-4, K8, K-8) pour les 10 premiers harmoniques (cf Annexes).

#### 4.2.2 Réponse dynamique : Montée en régime - Harmonique (MRV 12/8)

L'intérêt de l'interpolation par harmonique est qu'elle nous permet de mieux estimer les pics de résonance. Nous avons choisi une interpolation linéaire dans notre cas. Cette interpolation est très importante pour un outil de pré-dimensionnement vibro-acoustique permettant la bonne estimation des résonances mécaniques qui est un point clé pour la bonne prédiction du bruit rayonné par la structure au final. Nous avons montré que les deux approches (régime par régime et harmonique par harmonique) sont équivalents (cf. Annexes). Cette approche est pertinente dans la mesure où les efforts électromagnétiques ne varient pas de beaucoup d'un régime à l'autre en terme de contenu spectral et d'amplitude.

Dans la suite, nous passerons toujours par l'interpolation en harmonique dans GRIMM que ce soit pour les résultats vibratoires ou bien acoustiques.

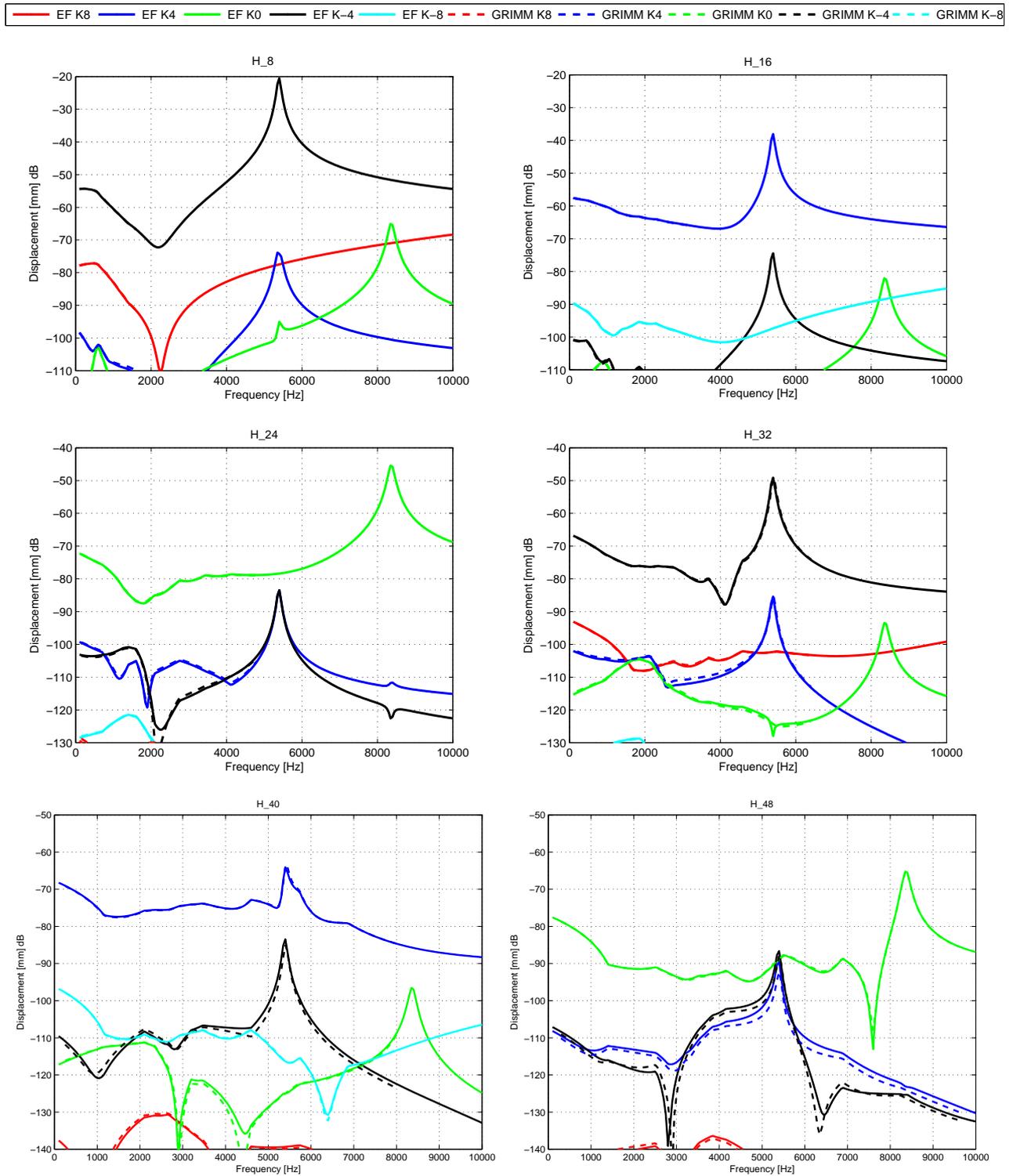
Comparaison des sonagrammes de déplacements vibratoires :

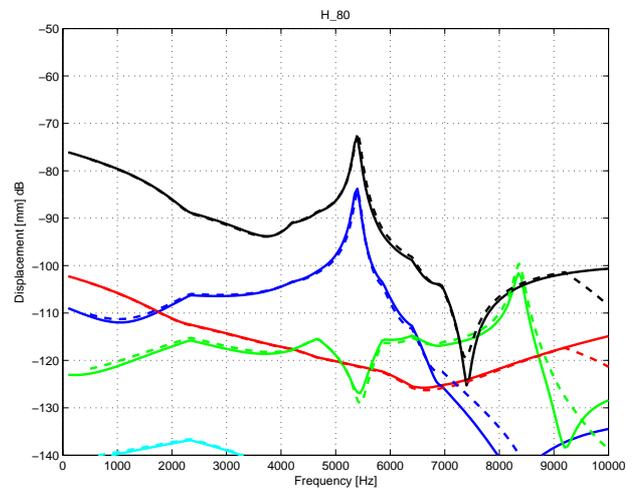
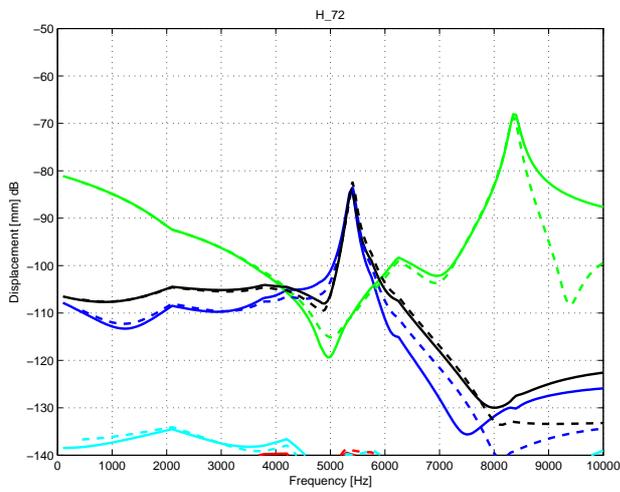
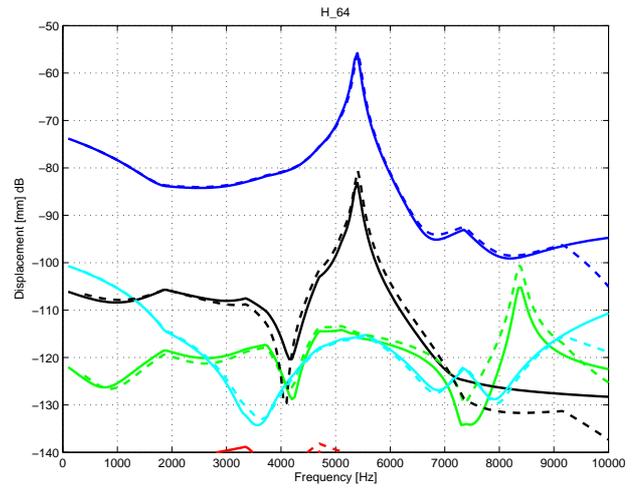
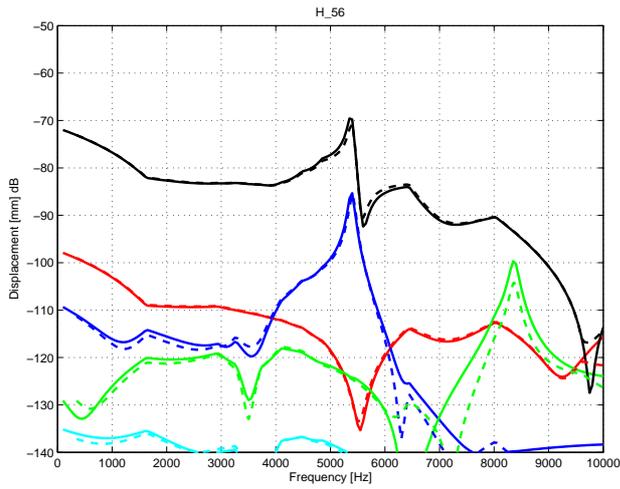


Nous constatons sur ces sonagrammes la présence de lignes verticales. Ces lignes traduisent les résonances des modes correspondant au nombre d'ondes sélectionnées. Par exemple, sur les figures ci-dessus, pour  $K=0$ , il s'agit de la résonance du mode 0 qui apparaît au environ de 8kHz. Pour  $K=4$  (ordre 4), le mode 4 apparaît au environ de 6kHz. L'intérêt d'isoler les raies de forces sur chaque sonagramme permet de visualiser le mode en correspondance uniquement.

Comparaison des amplitudes :

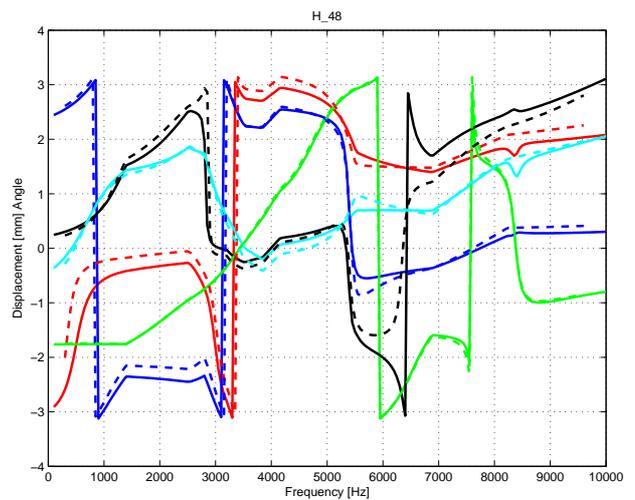
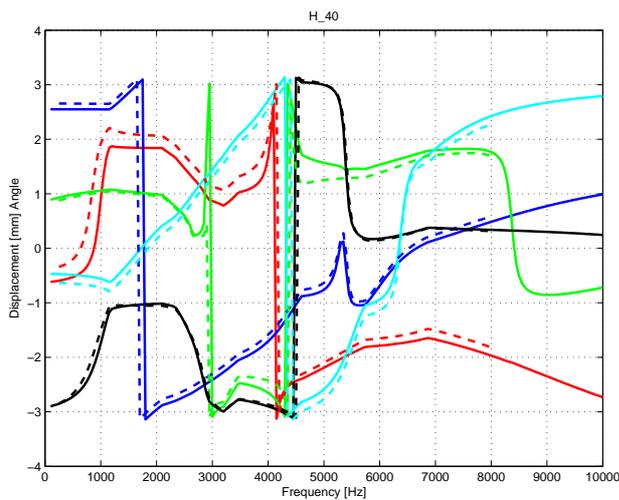
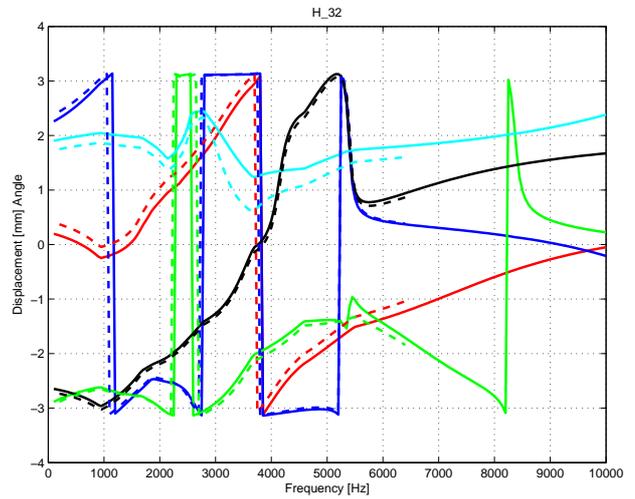
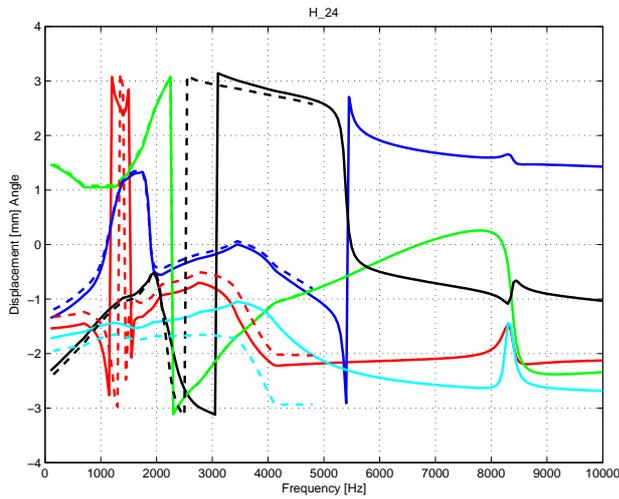
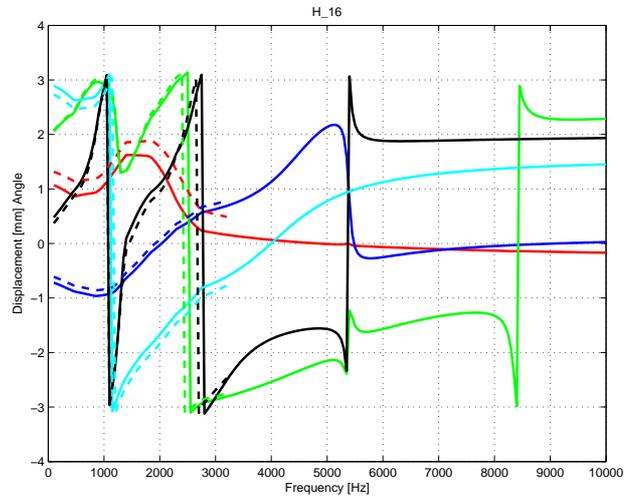
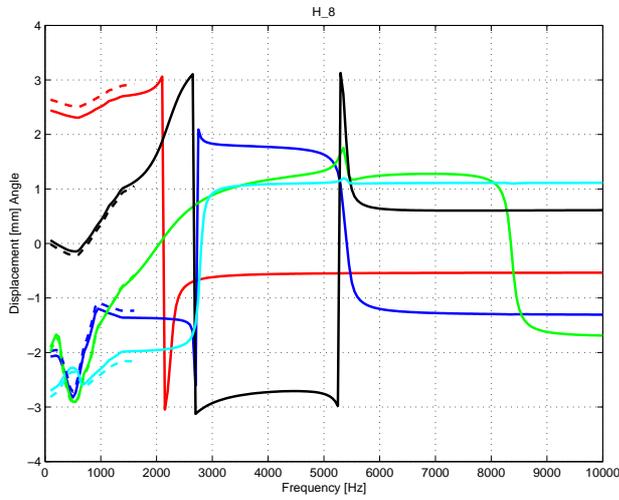
Il paraissait aussi important de comparer les amplitudes des déplacements vibratoires entre GRIMM et EF pour chaque harmonique spatio-temporel ( $K =$  ordre spatial et  $H :$  ordre temporel).

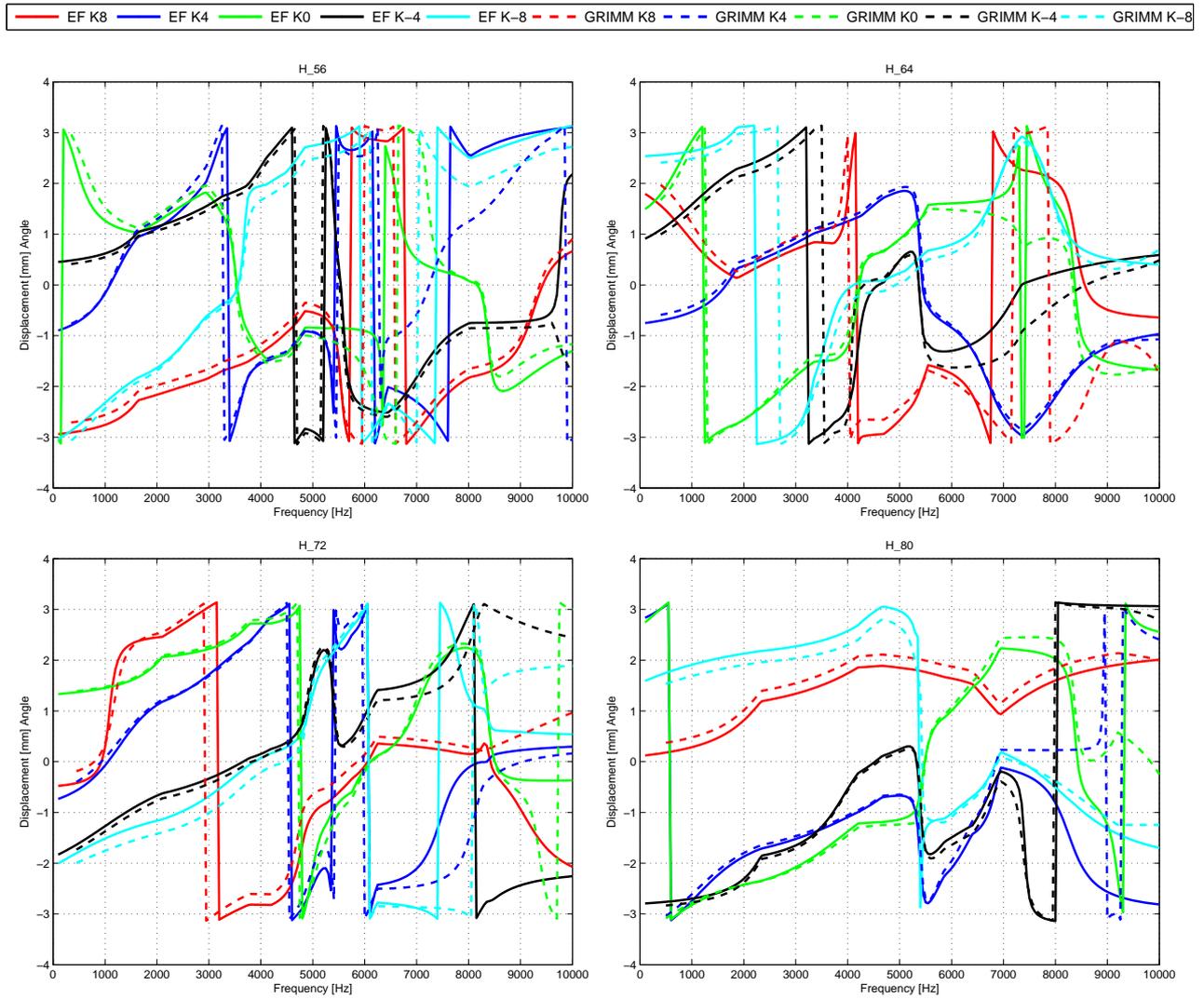




Comparaison des phases :

Après avoir comparé les amplitudes avec succès, il nous faut aussi valider les phases.



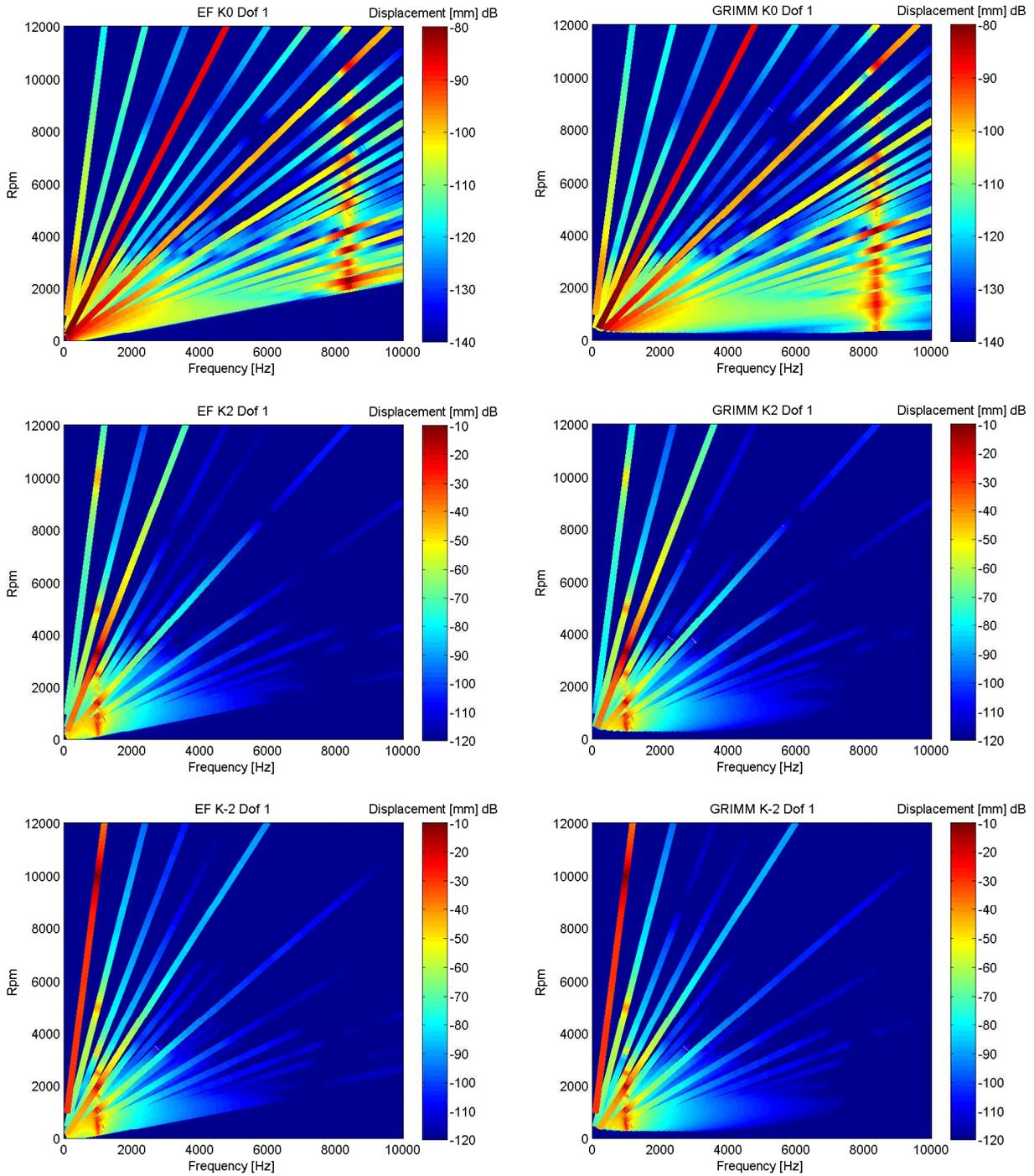


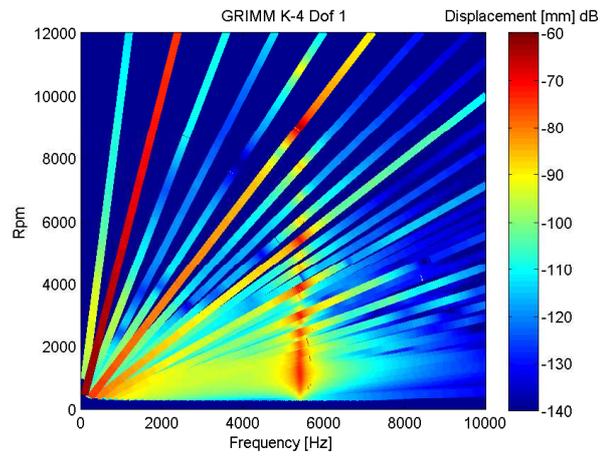
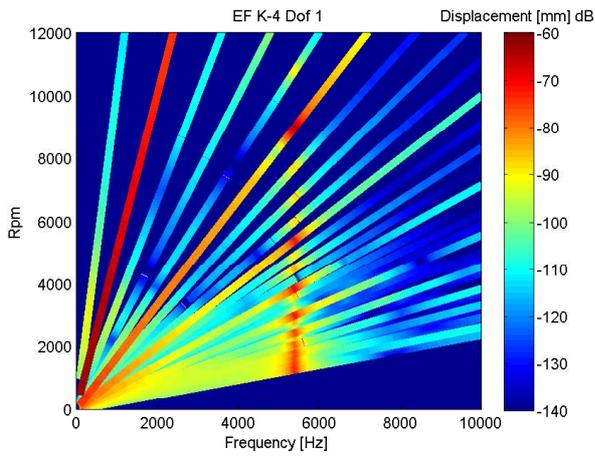
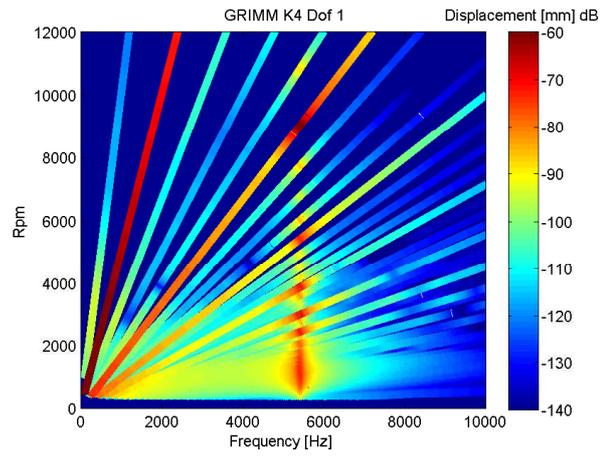
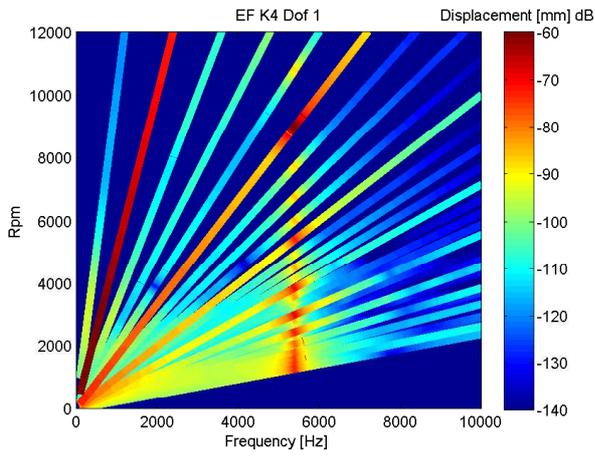
Nous confirmons ici le fait que la méthode de calcul par harmonique permet d'obtenir une bien meilleure estimation des pics de résonances que la méthode par régime. D'autre part, nous constatons que la réponse vibratoire calculée par GRIMM est très proche de la réponse fournie par EF (Maxtran + Nastran), à la fois en amplitude et en phase. Ceci valide l'ensemble de la méthodologie, y compris la décomposition en ondes tournantes. En effet, on se rappelle que contrairement à GRIMM, Maxtran ne fait pas de Transformée de Fourier spatiale.

### 4.2.3 Réponse dynamique : Montée en régime - Harmonique (MRV 8/6)

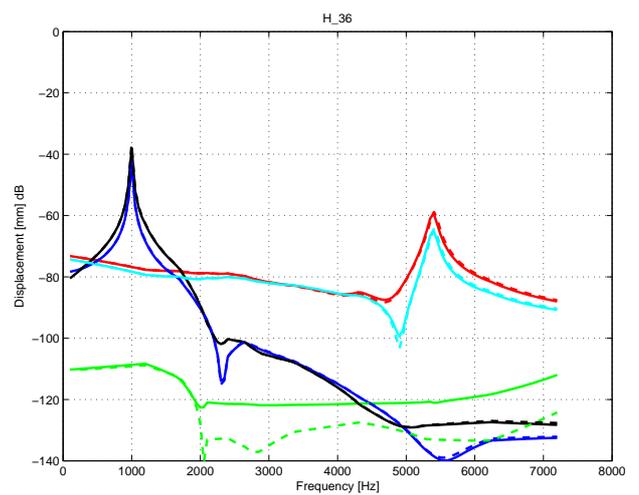
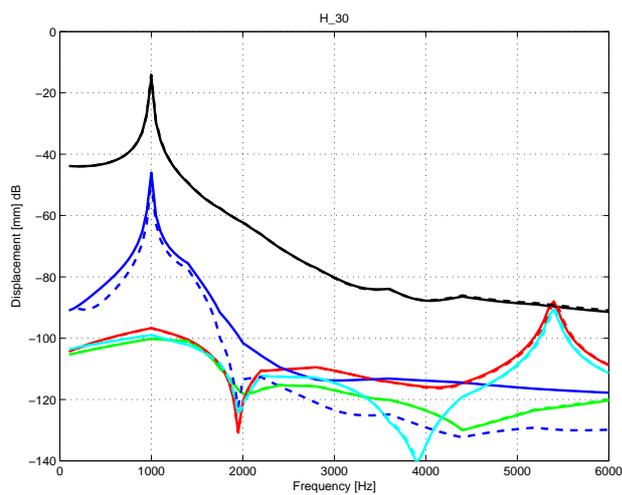
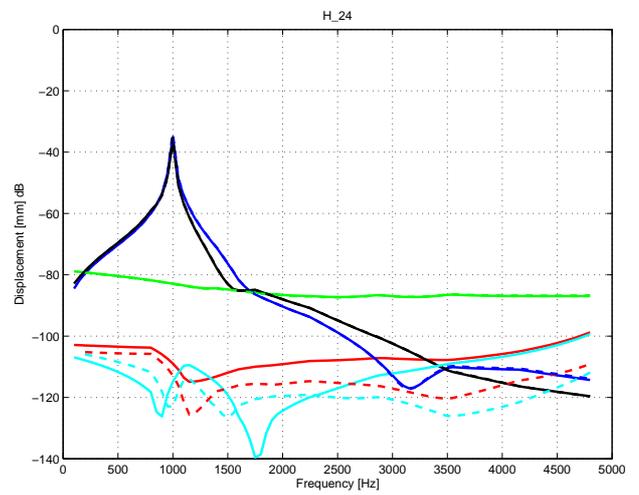
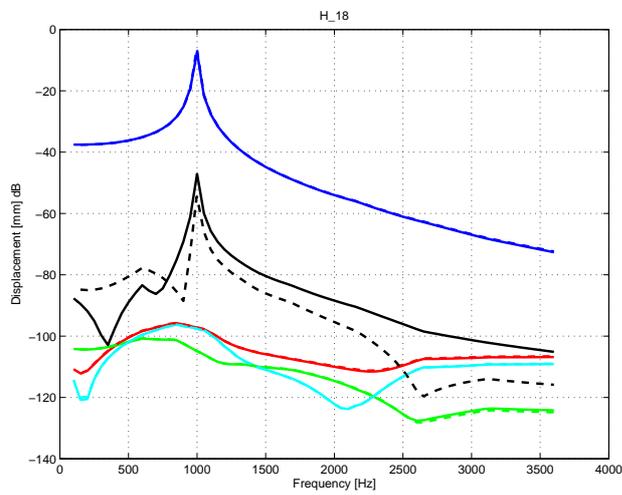
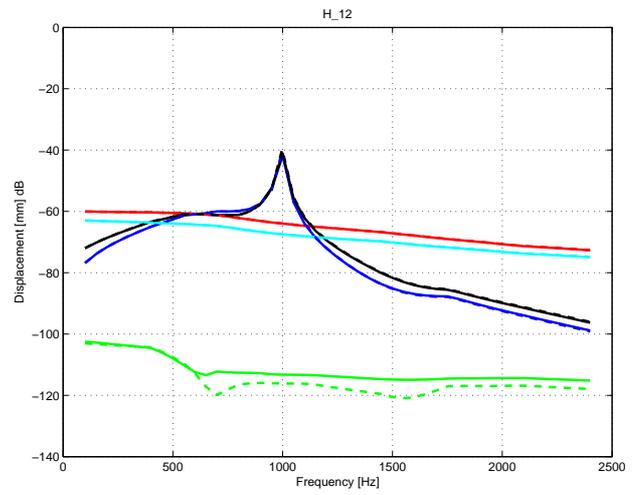
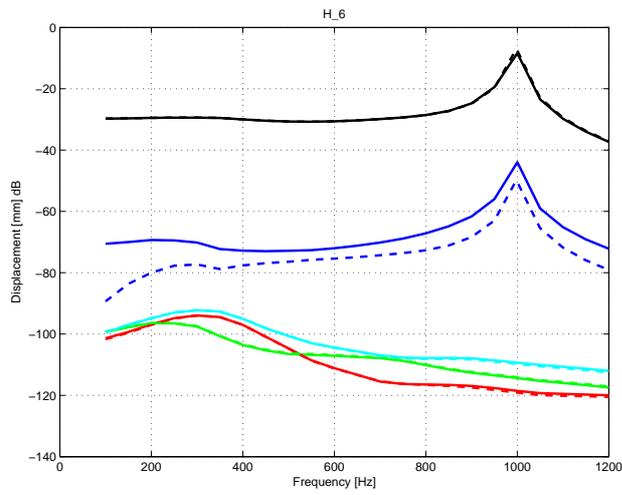
Nous avons choisi de tester une deuxième machine qui excite des modes différents (mode 2), la MRV 8/6, à iso-modèle vibratoire.

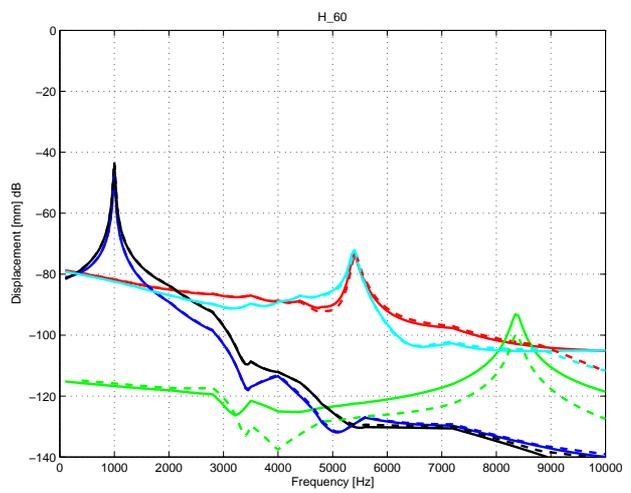
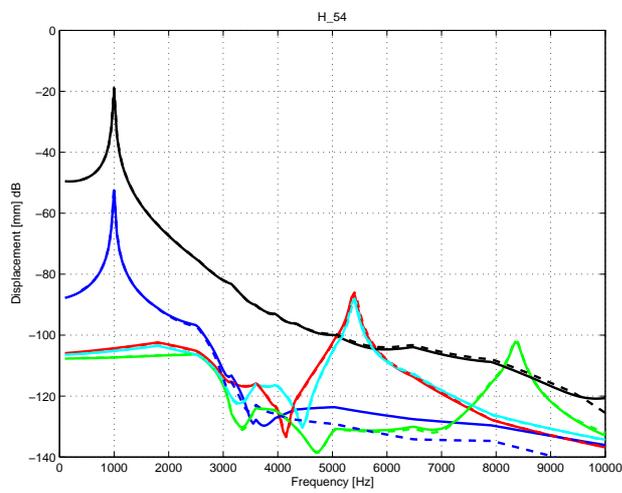
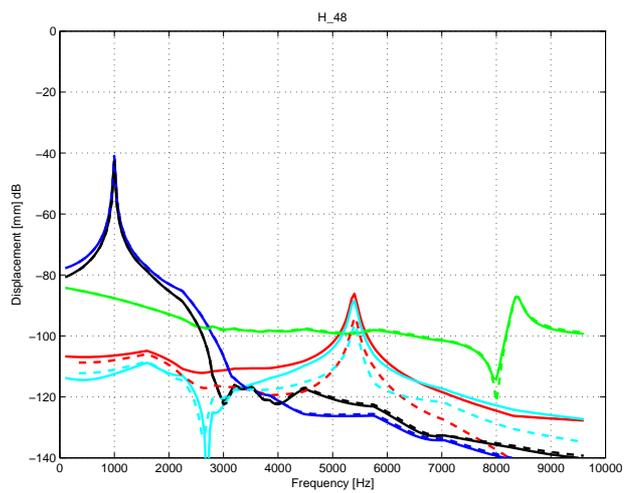
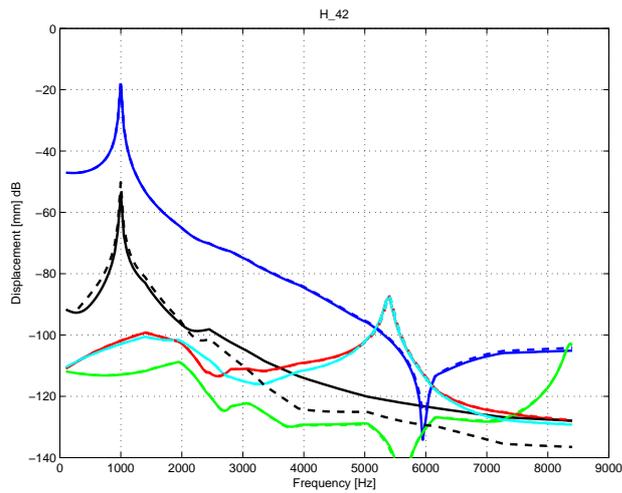
Comparaison des sonagrammes de déplacements vibratoires :



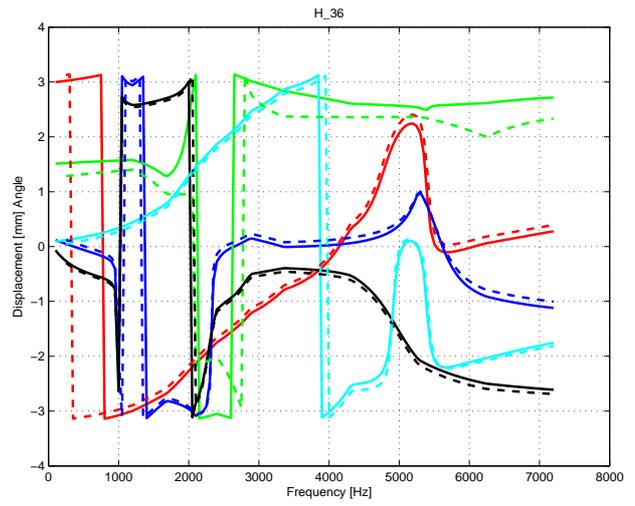
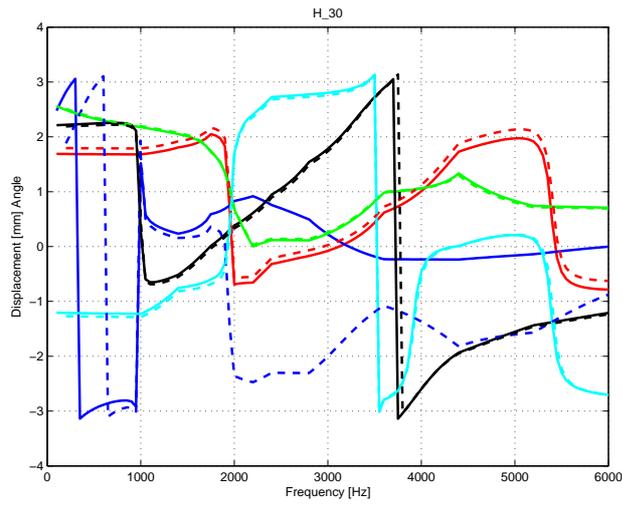
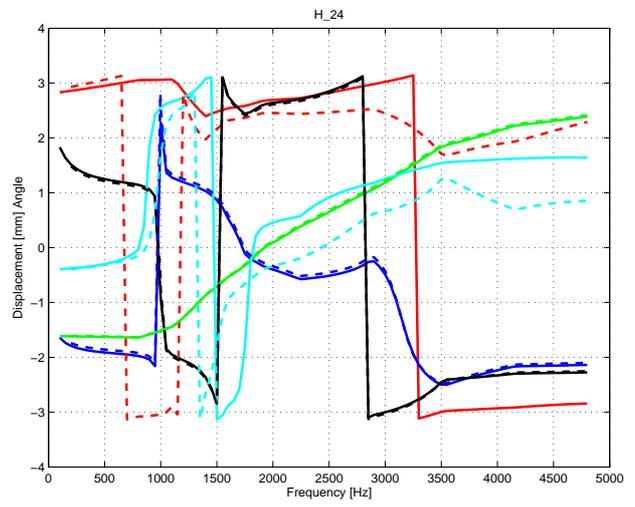
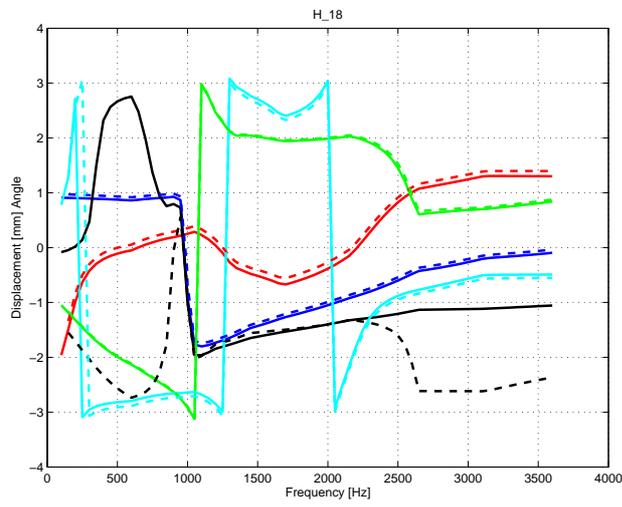
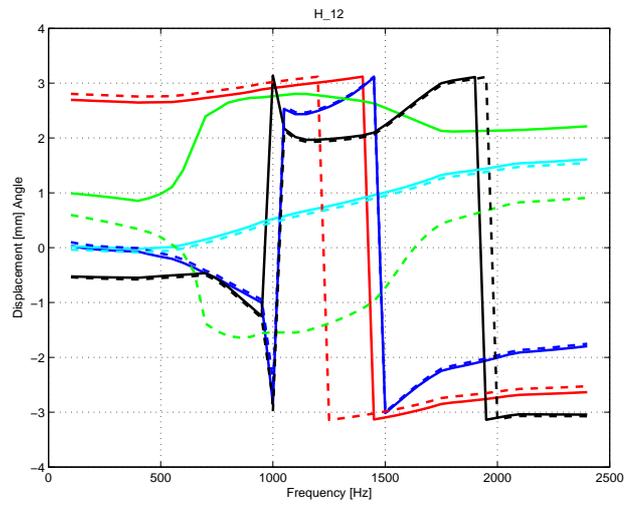
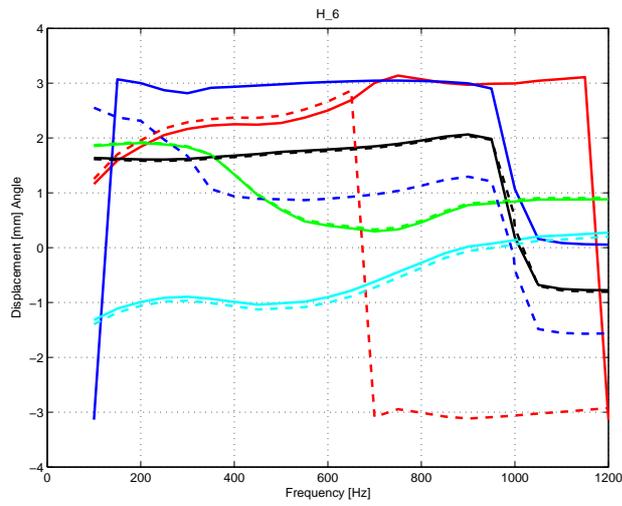


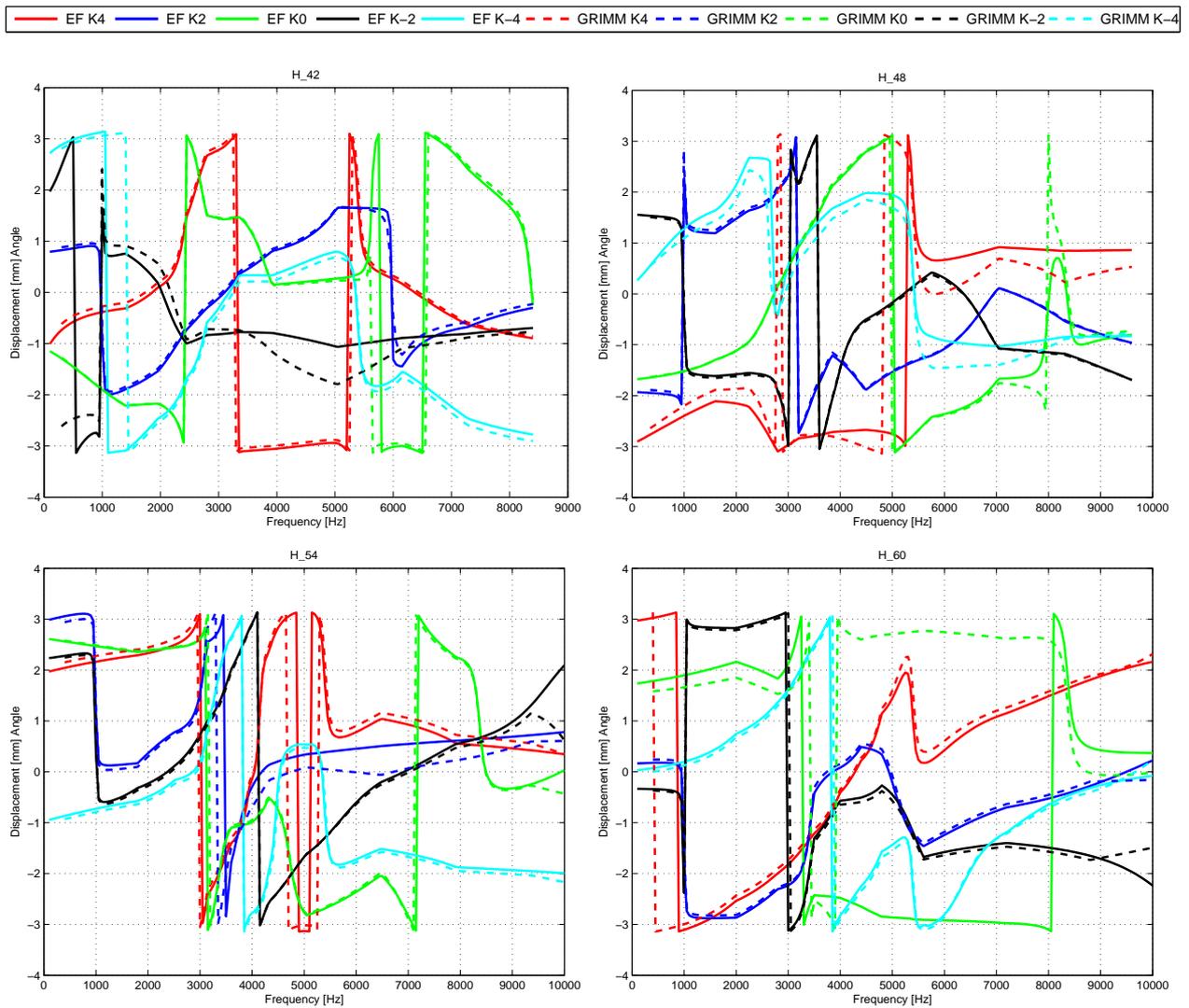
Comparaison des amplitudes :





Comparaison des phases :





Nous obtenons sur cette machine une corrélation sensiblement équivalente à la précédente. Nous confirmons ainsi le fait que la méthode de calcul par harmonique permet d'obtenir une bonne estimation des pics de résonances que la méthode par régime. D'autre part, l'outil GRIMM donne des résultats très proches de la réponse fournie par EF (Maxtran + Nastran), à la fois en amplitude et en phase. On a pu montrer par ces 2 exemples l'intérêt de notre démarche, avec cette décomposition en ondes tournantes.

#### 4.2.4 Réponse acoustique : Montée en régime - Harmonique (MRV 12/8)

Nous envisageons maintenant de valider GRIMM en acoustique sur la MRV 12/8 en partant d'un chargement réaliste (Pressions de Maxwell EF) sur une montée en régime.

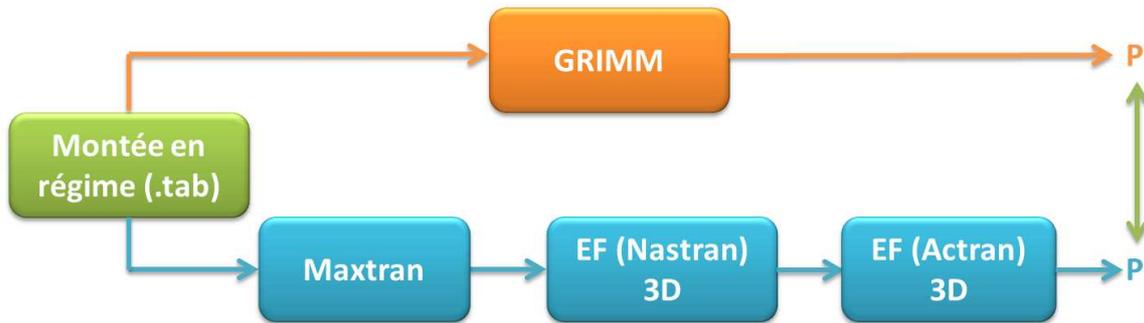


FIGURE 4.3 – Schéma de validation acoustique pour une montée en régime

Dans cette partie, seule la puissance acoustique sera comparée. Nous commençons par comparer des sonagrammes de puissance acoustique. Cette représentation a l'avantage de donner une vision globale du comportement acoustique de la machine. Dans un deuxième temps, nous rentrons plus dans les détails en comparant harmonique par harmonique (10 premiers harmoniques) les amplitudes de puissance acoustique entre GRIMM et Actran.

#### Comparaison des sonagrammes de puissance acoustique

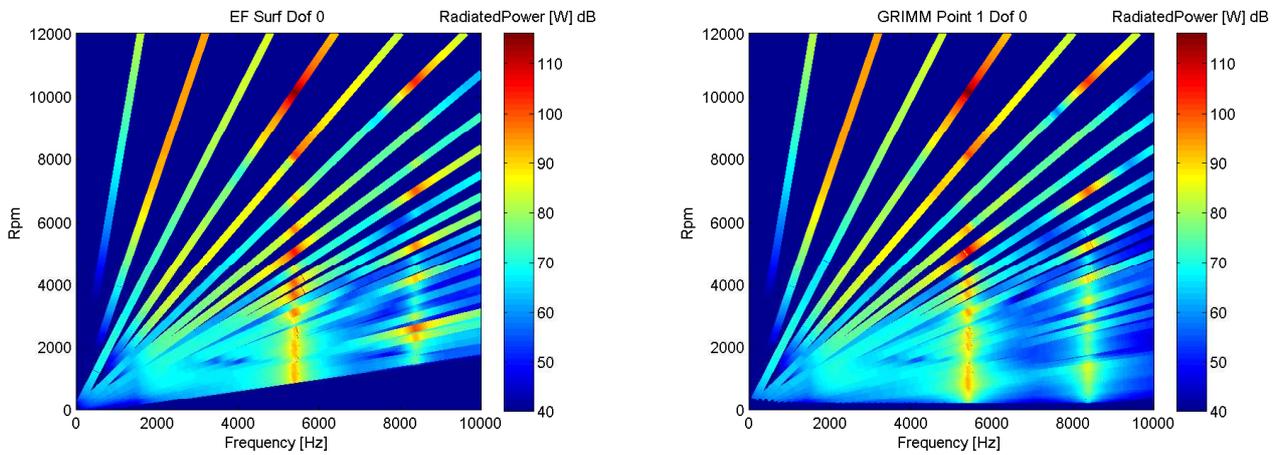
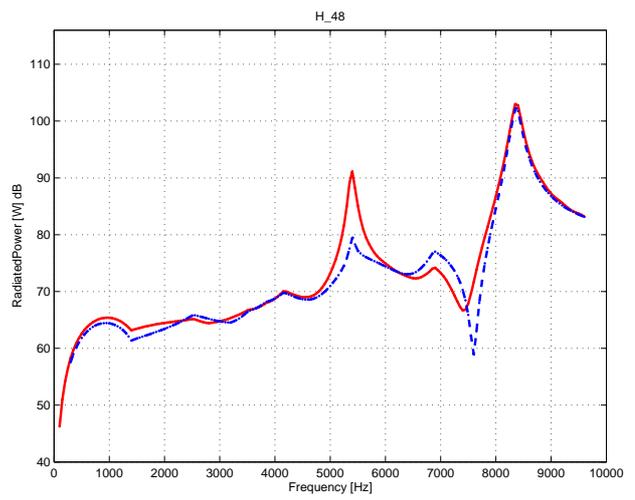
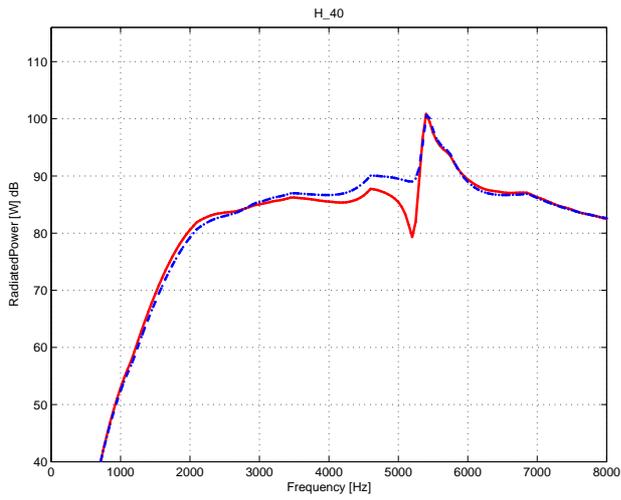
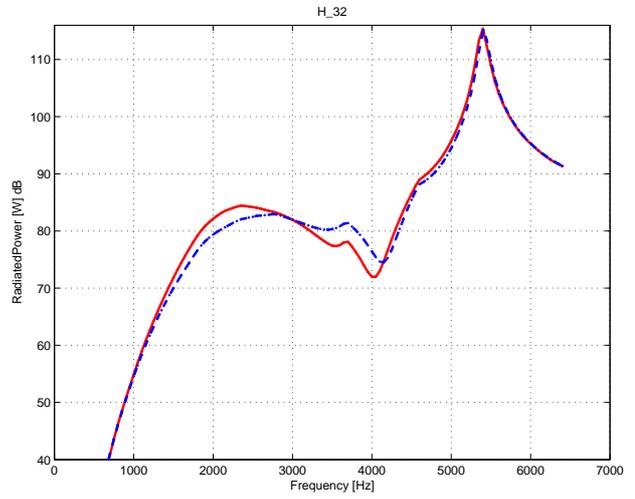
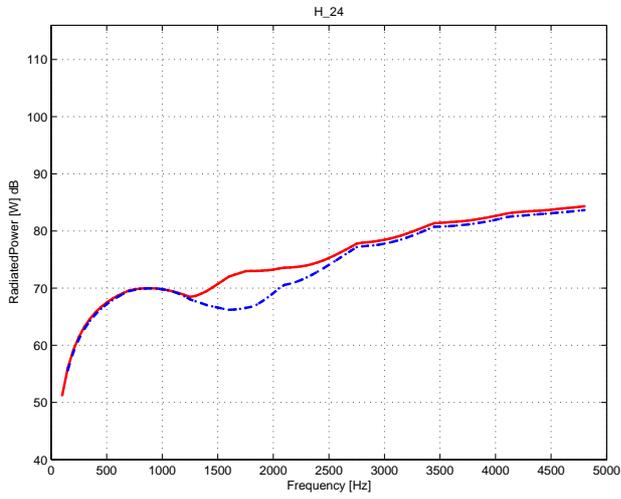
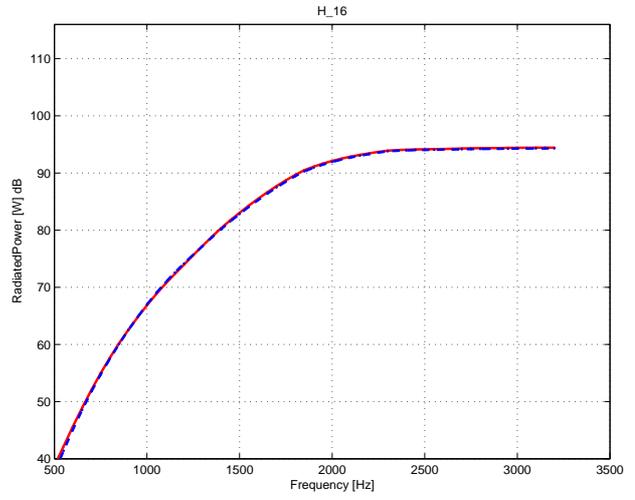
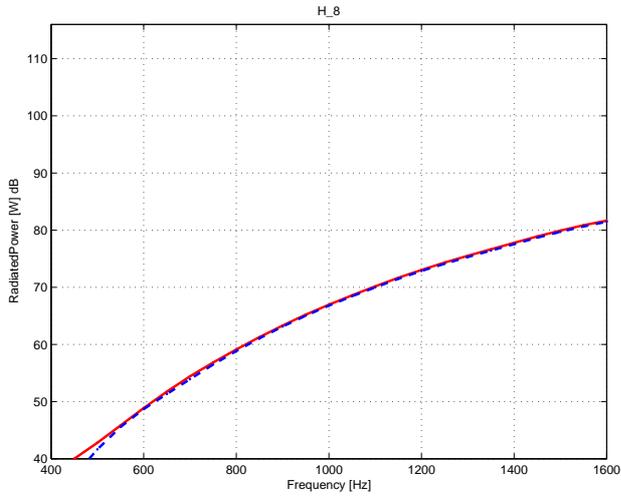
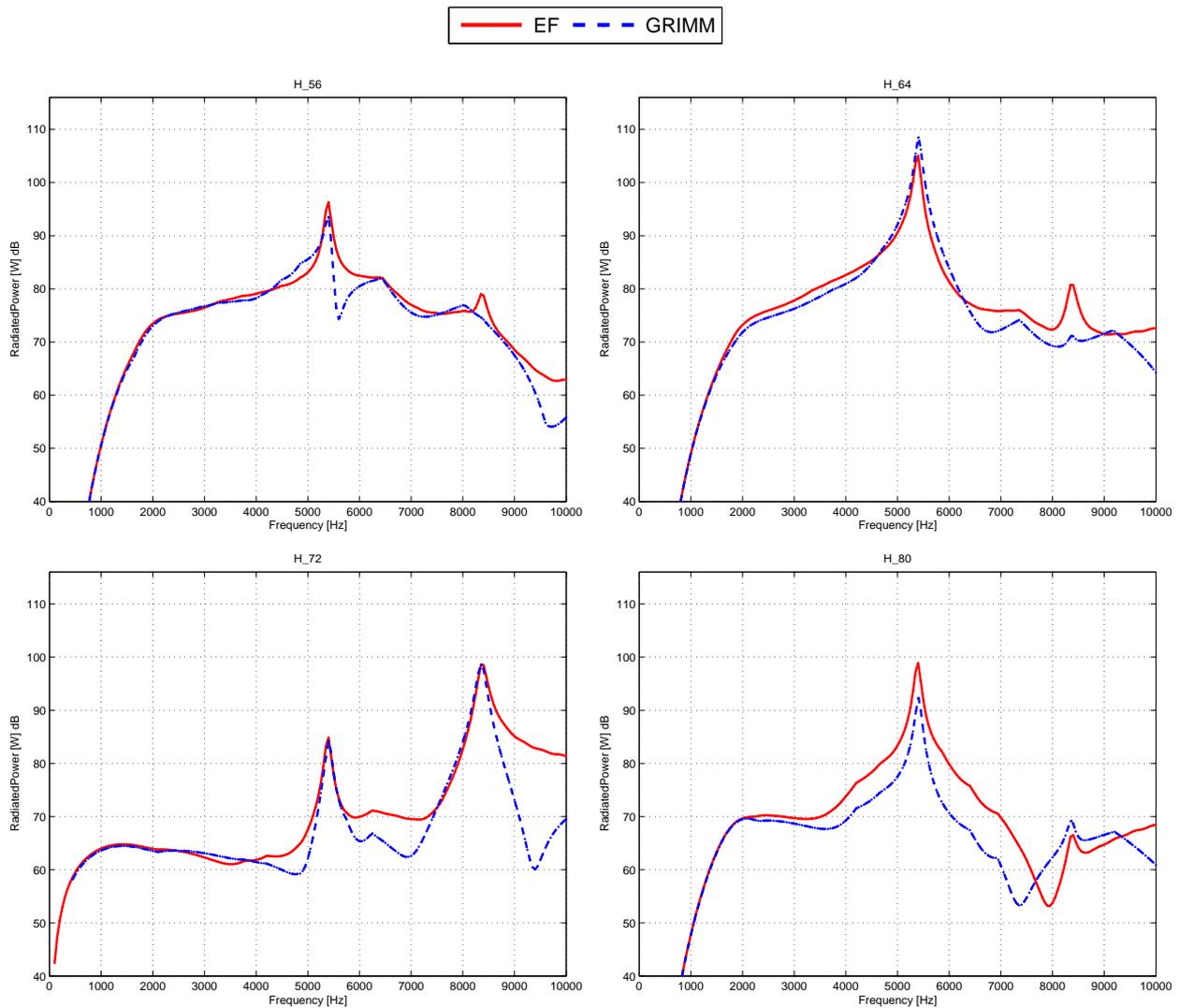


FIGURE 4.4 – Comparaison des sonagrammes de puissance acoustique entre EF et GRIMM

# Comparaison des puissances acoustiques pour les 10 premiers harmoniques





Nous pouvons relever quelques écarts entre les résultats GRIMM et les résultats EF d’après les graphes ci-dessus. Néanmoins, nous constatons que GRIMM donne de bonnes estimations au niveau des pics sauf pour le H48 au niveau du mode 4, sans doute à cause des écarts vibratoires (cf § 1.5).

## Conclusion

Nous avons montré dans cette première partie que l’outil GRIMM donne un très bon compromis précision / temps de calcul. En effet, contrairement aux simulations EF, le temps de calcul GRIMM est de l’ordre de quelques minutes (3-4 min). Nous avons également montré l’intérêt de l’interpolation en harmonique (interpolation linéaire) qui permet une meilleure estimation des pics au niveau des résonances tout en se limitant à un nombre raisonnable de régimes à simuler, ce qui participe également à la réduction des temps de calcul.

### 4.3 Limites du modèle d’anneau

Nous venons de voir que GRIMM est assez précis quand il s’agit d’une comparaison à iso-modèle (modèle d’anneau). Or, dans la réalité, un moteur électrique possède une structure plus complexe qu’un simple anneau par la présence des dents, du carter et des flasques. Afin de s’approcher plus de la réalité d’une structure statorique, nous avons introduit dans GRIMM des facteurs de correction et la possibilité d’un recalage des fréquences propres.

### 4.3.1 Prise en compte de l'effet de la denture statorique

#### Prise en compte de la masse des dents

Dans notre étude, nous ne prenons pas en compte les fréquences propres liées aux oscillations des dents parce que ces modes sont en réalité fortement atténués par la présence du bobinage [27]. De plus, généralement, ces modes se produisent à de très hautes fréquences qui dépassent notre plage d'étude (en dehors des fréquences audibles). Nous pouvons négliger les dents pour leur apport de rigidité de flexion mais pas pour leur apport de masse. Nous modifions la masse volumique pour tenir compte de la masse des dents avec un facteur de correction  $\delta_m$  comme l'a proposé [27] :

$$\delta_m = \frac{\text{masse}_{\text{anneau}} + \text{masse}_{\text{dents}}}{\text{masse}_{\text{anneau}}} \quad (4.1)$$

$$\rho_{\text{modifié}} = \delta_m \rho_{\text{initial}}$$

Etant donnée les expressions analytiques relatives au comportement naturel (fréquences propres) et au comportement forcé (fonction de transfert), nous remarquons que cette correction influencera les valeurs des déplacements vibratoire à la fois par les valeurs des fréquences propres et celles des masses modales.

Dans un premier temps, pour quantifier l'effet de la denture, nous prenons en compte un facteur de correction de la masse des dents [3] dans GRIMM et nous comparons les résultats aux modèles EF suivants de stator denté 2D sur la MRV 12/8.

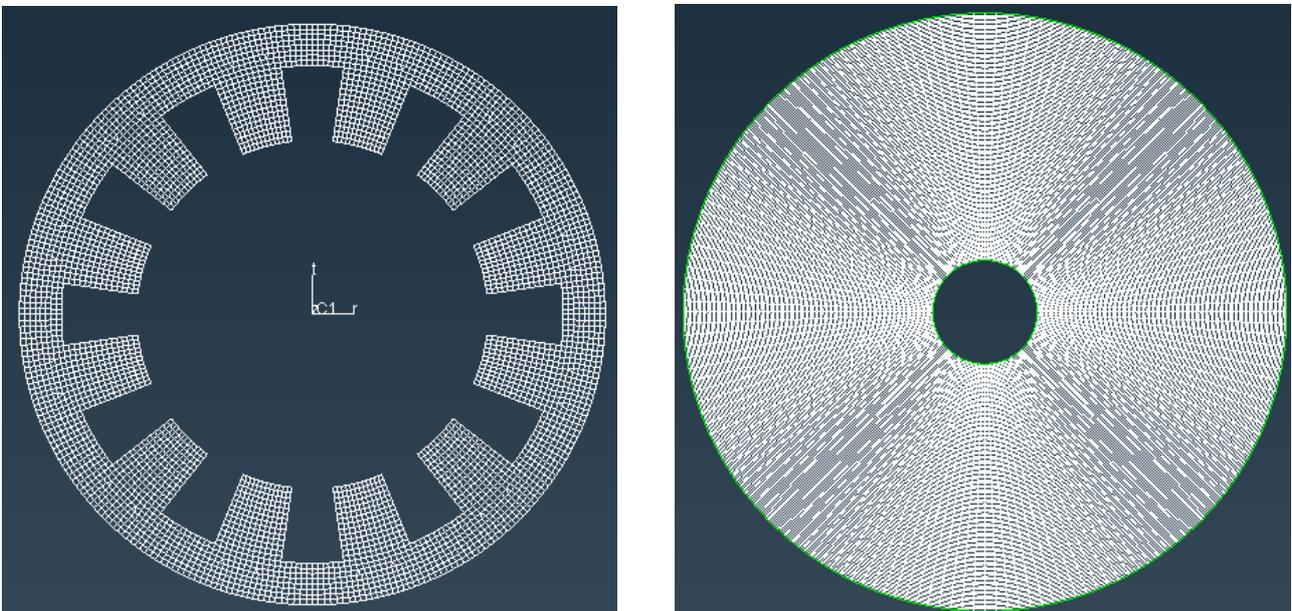


FIGURE 4.5 – Modèles Stator denté 2D EF : modèle structure (à gauche), Maillage acoustique (à droite)

Les dimensions géométriques relative au maillage de notre machine 12/8 sont :

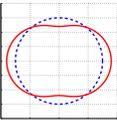
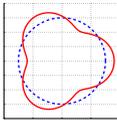
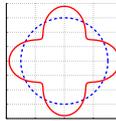
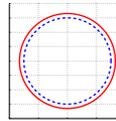
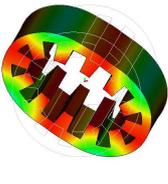
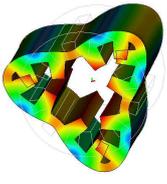
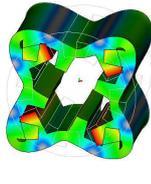
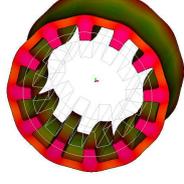
- Diamètre extérieur : 210 mm
- Diamètre intérieur : 126 mm
- Epaisseur de la culasse : 15 mm

- Ouverture intérieure des dents : 16.5°
- Ouverture extérieure des dents : 15,6°

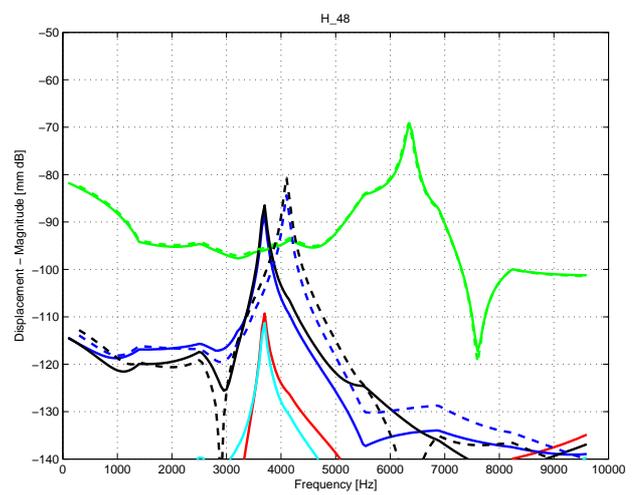
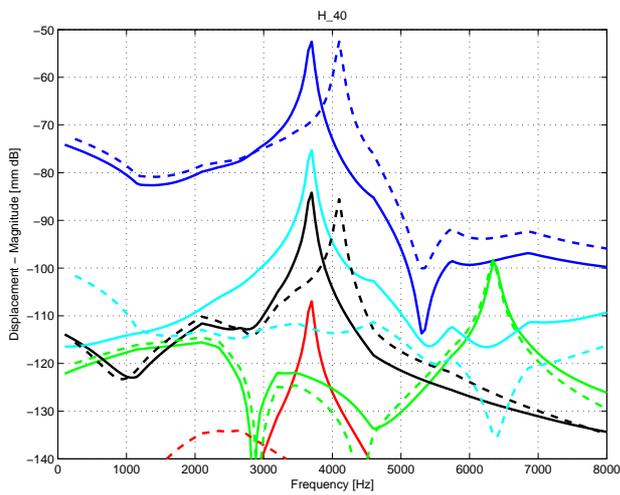
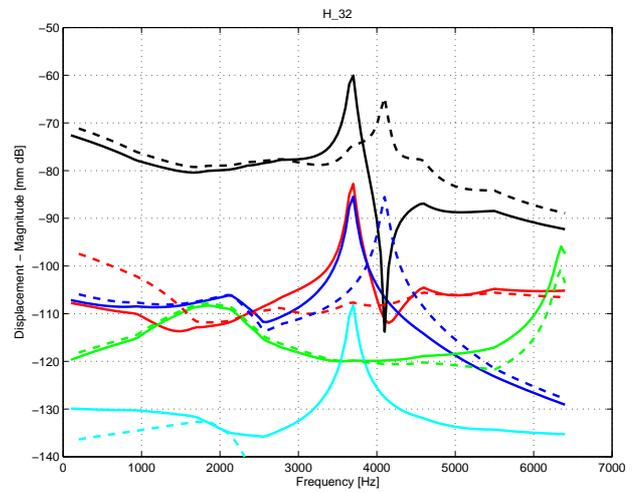
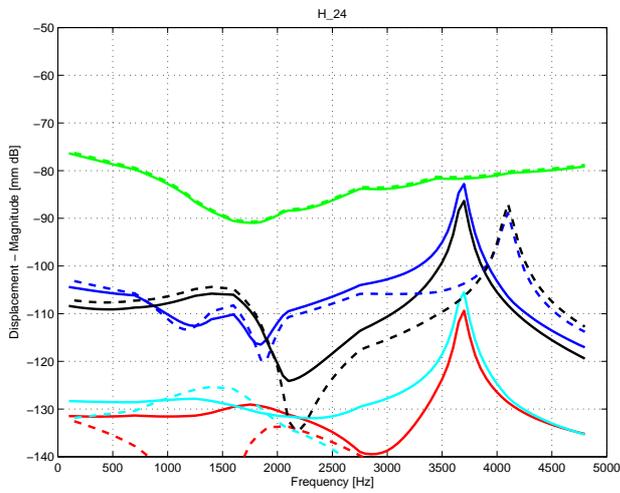
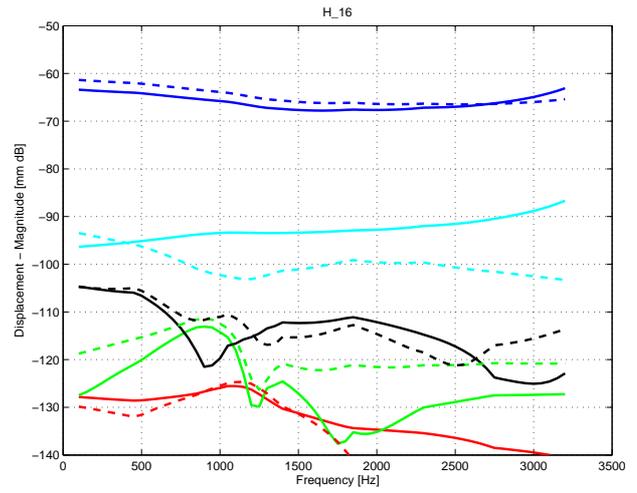
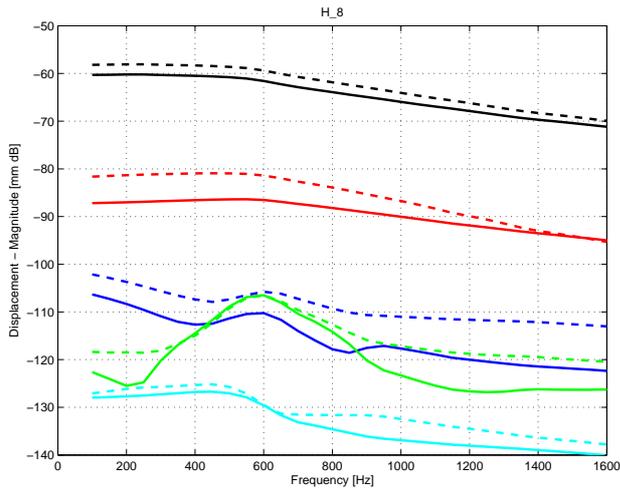
Le maillage acoustique est identique au précédent hormis son diamètre intérieur.

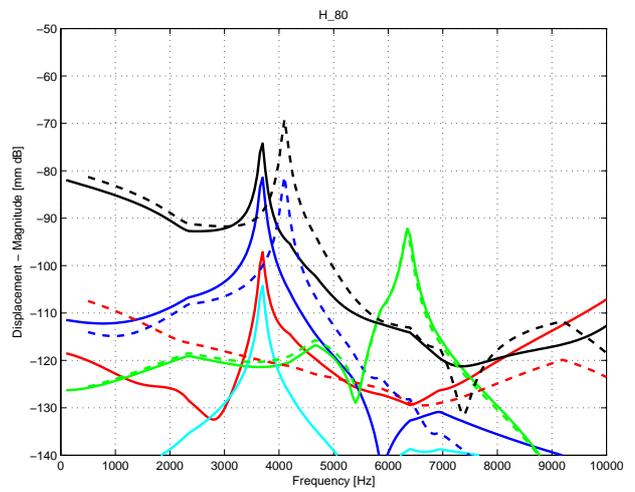
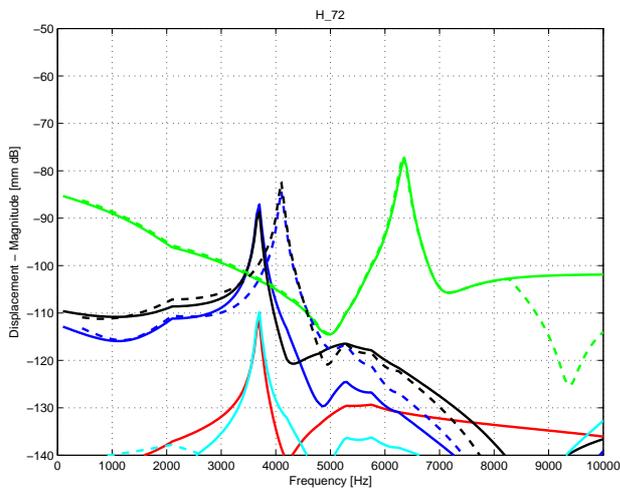
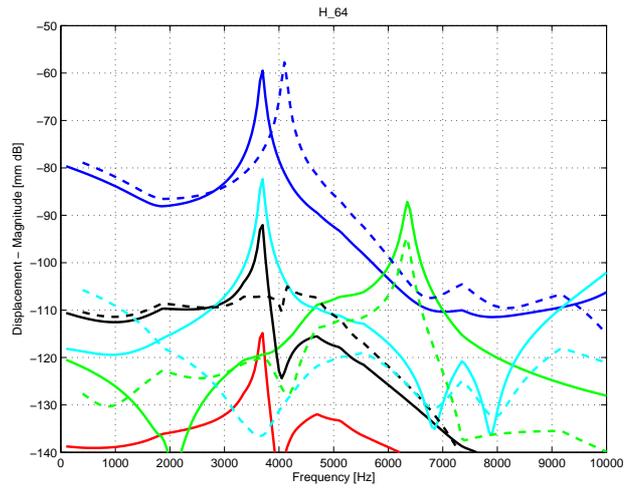
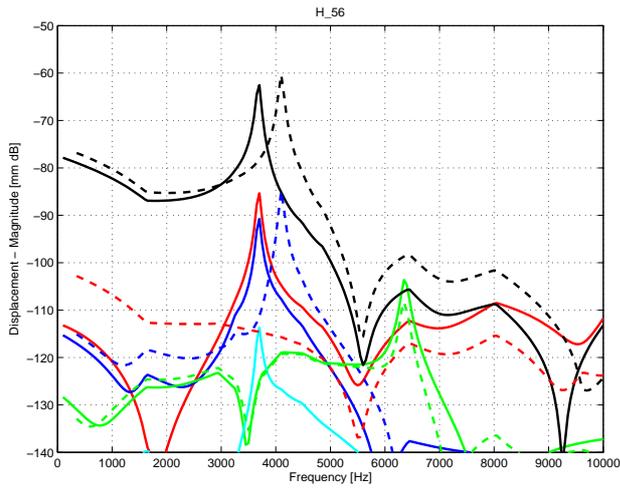
### Comparaisons vibratoires

**Analyse modale : fréquences et modes propres** Sans correction, les écarts en fréquences entre GRIMM et stator denté EF sont de l'ordre de 30%. Avec correction, ces écarts sont inférieurs à 10% sur les quatre premiers modes (cf. tableau ci-dessous).

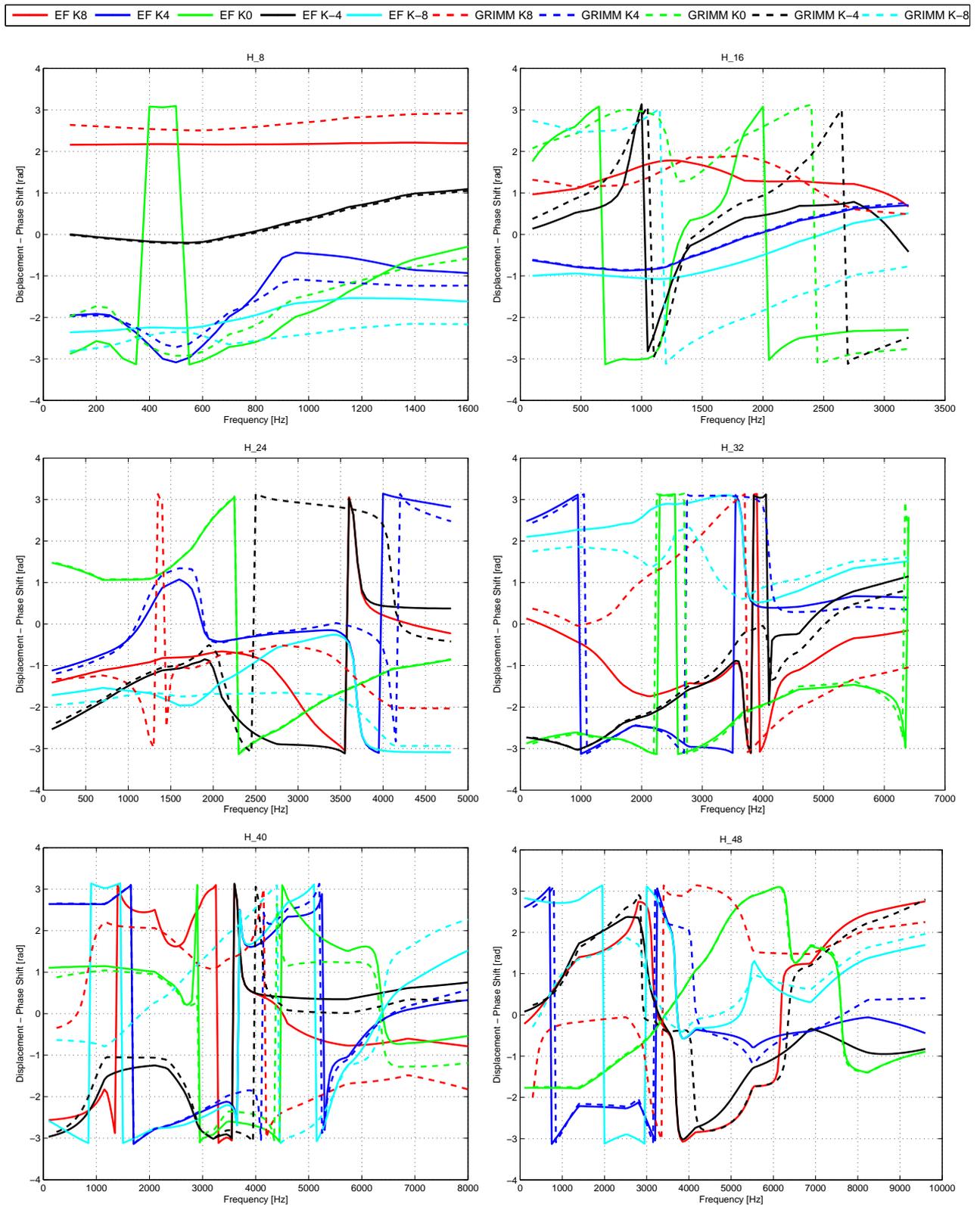
		Mode 2	Mode 3	Mode 4	Mode 0
GRIMM	Déformées modales				
	Fréquence	756 Hz	2138 Hz	4099 Hz	6342 Hz
EF	Déformées modales				
	Fréquence	826 Hz	2180 Hz	3826 Hz	6380 Hz
Erreur		9 %	2 %	6 %	0.6 %

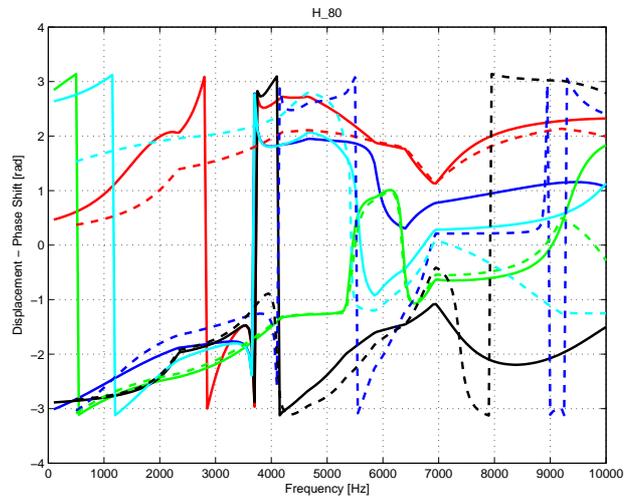
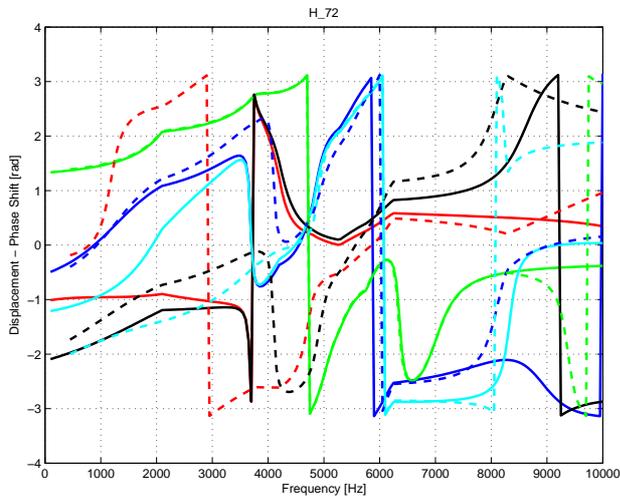
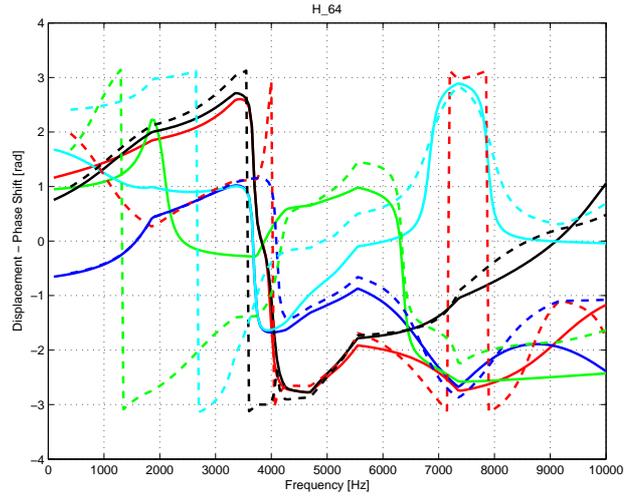
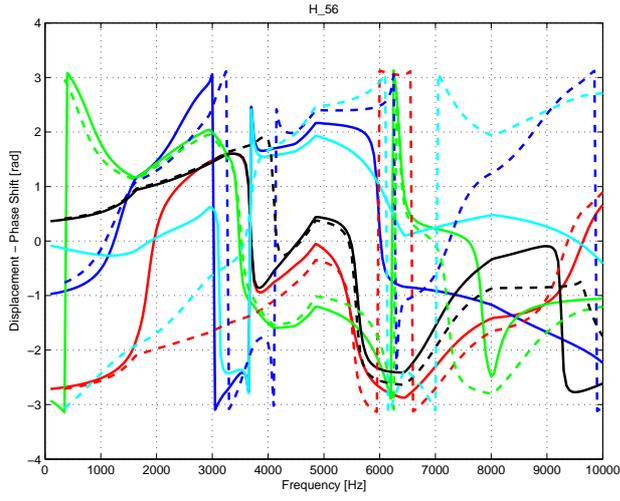
**Réponse dynamique : déplacement vibratoire** Comparaison des amplitudes des déplacements vibratoires sur les 10 premiers harmoniques pour des nombres d'onde variant entre -8 et 8





Comparaison des phases des déplacements vibratoires sur les 10 premiers harmoniques tels que  $-8 < k < 8$





## Comparaisons des puissances acoustiques

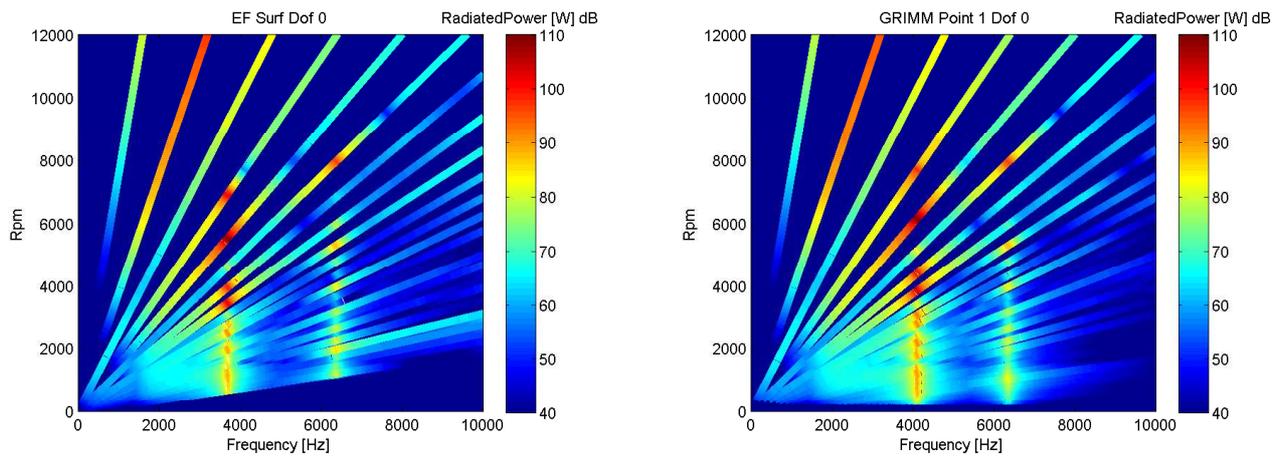
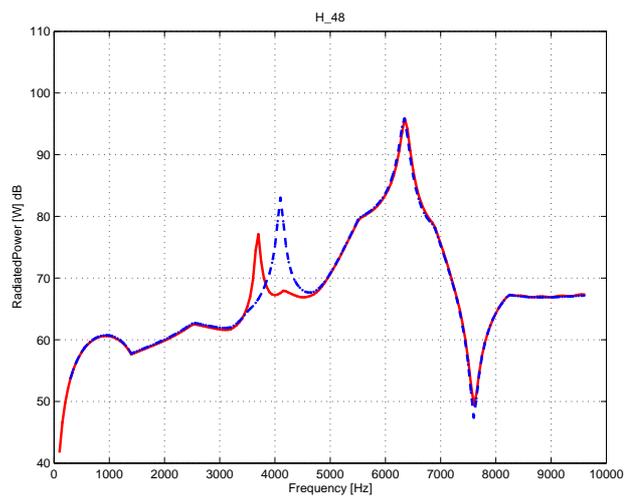
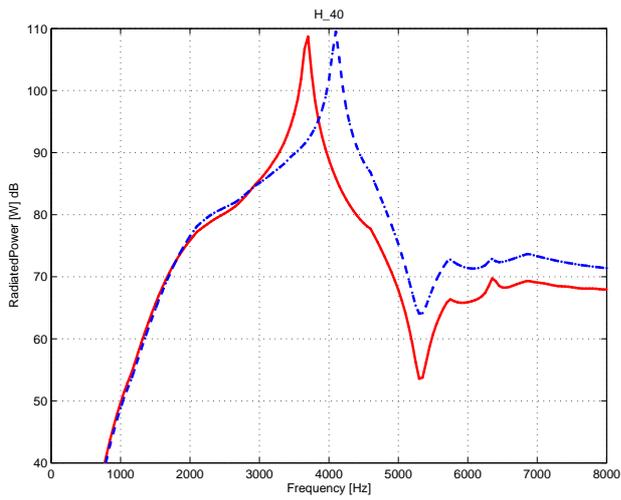
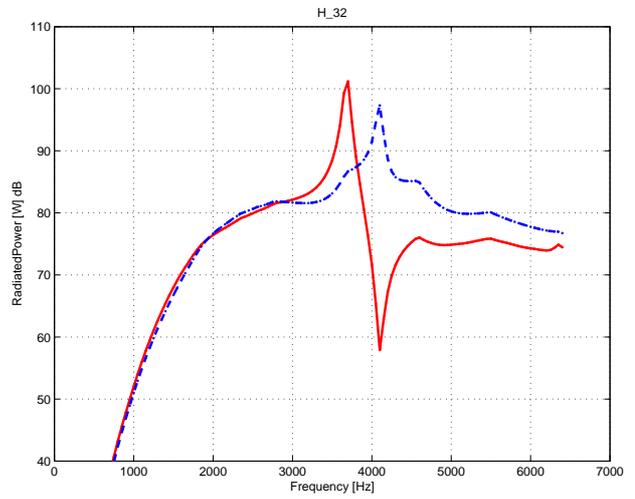
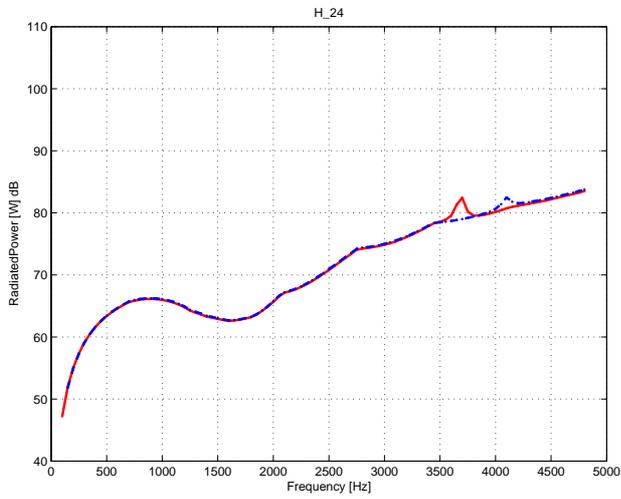
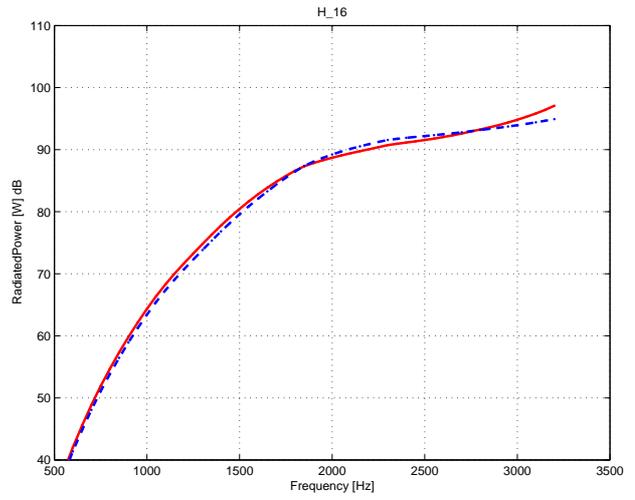
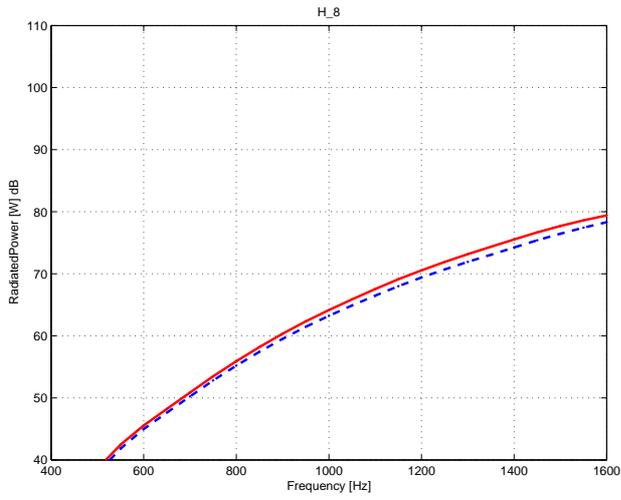
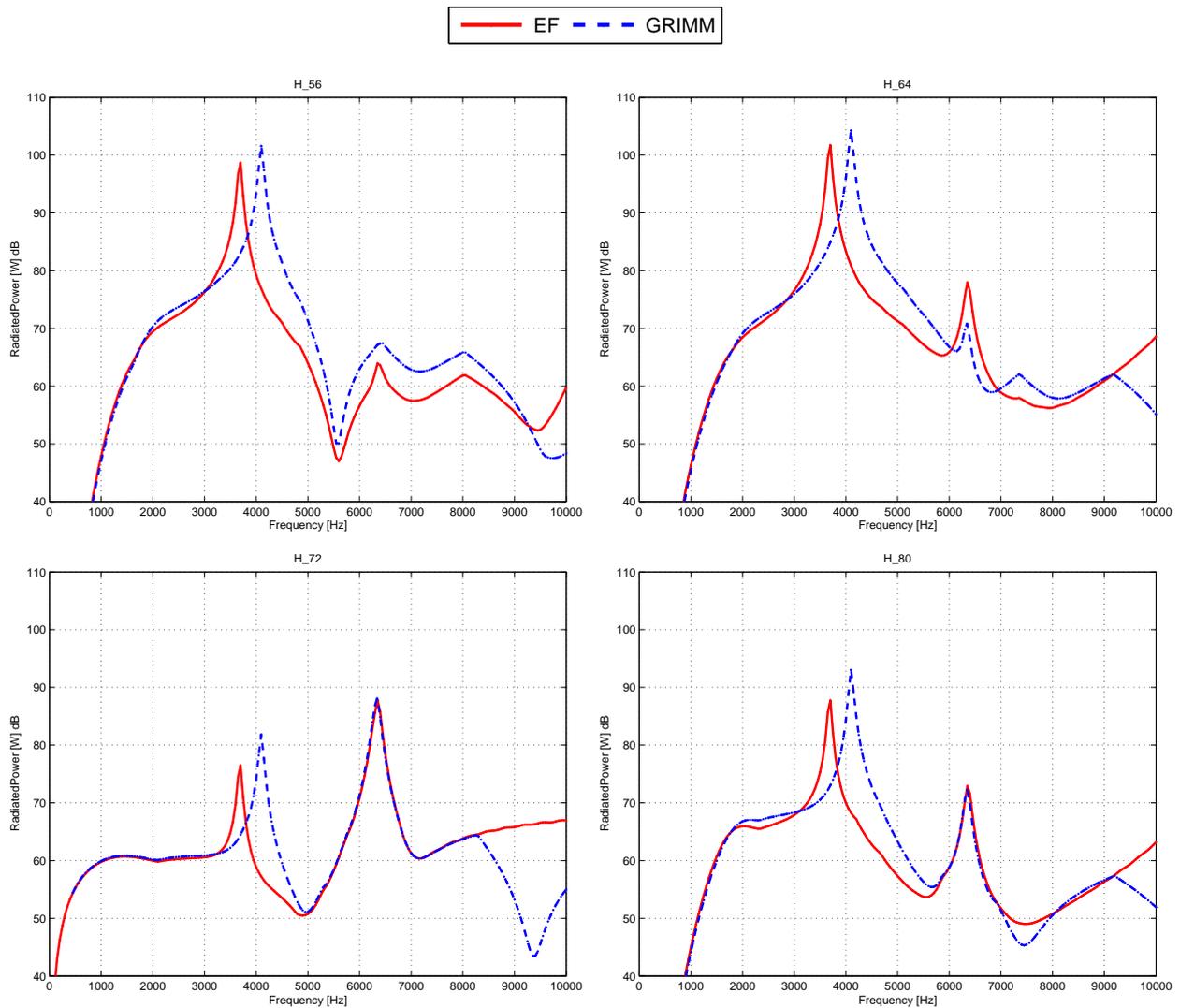


FIGURE 4.6 – Comparaison des sonogrammes de puissance acoustique entre EF (Stator denté 2D) et GRIMM (Correction de masse de denture)

## Comparaison des sonogrammes acoustiques

# Comparaison des amplitudes de puissance acoustique pour les 10 premiers harmoniques





D'après les résultats vibratoires et acoustiques ci-dessus, nous pouvons dire que GRIMM arrive grâce au facteur de correction de la masse des dents à estimer d'une manière assez correcte le comportement vibro-acoustique d'un stator denté. En effet, il est clair que les résultats analytiques permettent bien de prédire les modes problématiques (ici les modes 0 et 4) à la fois en termes de fréquences et d'amplitude du bruit rayonné. D'où la pertinence de GRIMM comme étant un outil de pré-dimensionnement vibro-acoustique permettant de s'orienter vers une conception de machines plus silencieuses.

### 4.3.2 Prise en compte du carter : Poutre composite

#### Prise en compte du carter

Dans la réalité, la structure statorique est frettée à un carter. Il est donc judicieux de prendre en considération ce dernier afin de s'approcher plus du comportement réel d'un moteur électrique. Contrairement au cas de la denture, il ne suffit pas de faire la correction sur la masse. Il faut également corriger le module d'Young en lien avec l'anisotropie des tôles. Nous tentons, donc dans ce paragraphe, d'établir les expressions de la masse volumique équivalente et du module d'Young équivalent correspondant à l'ensemble stator + carter. Pour cela, nous considérons cet assemblage comme un stratifié étant donnée que le carter et le stator n'ont pas les mêmes propriétés matériaux comme schématisé Figure 4.7.

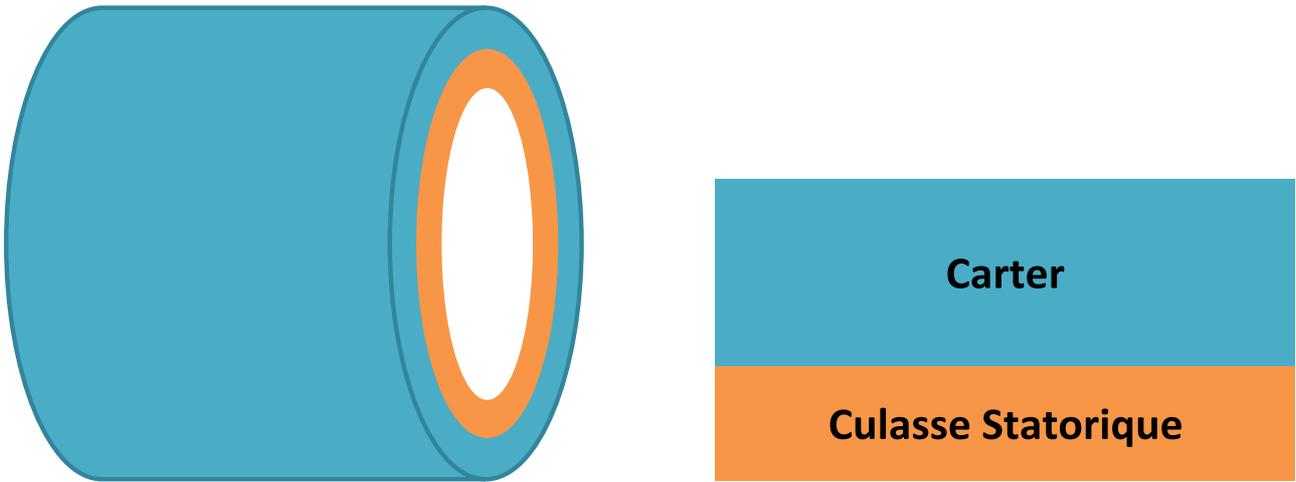


FIGURE 4.7 – Ensemble Stator + Carter

Pour cette étude, nous faisons les hypothèses suivantes :

- Nous supposons que les deux matériaux respectivement du stator et du carter sont isotrope et obéissent à la loi de Hooke.
- Les sections droites restent indéformables.

Dans la suite, toutes les grandeurs indicées par  $c$  font référence au carter et toutes celles indicées par  $s$  font référence au stator.

On note également le taux de stator et de carter tel que :

$$T_i = \left( \frac{Vol_i}{Vol_s + Vol_c} \right)_{Volume} = \left( \frac{S_i}{S_s + S_c} \right)_{Section} = \left( \frac{h_i}{h_s + h_c} \right)_{Hauteur} \quad (4.2)$$

L'indice  $i$  vaut  $s$  et  $c$  respectivement pour le stator et le carter. Les taux de stator et de carter sont reliés par la formule suivante :  $T_s + T_c = 1$

Pour la prise en compte de la masse du carter, nous cherchons à calculer la masse volumique équivalente de l'ensemble Stator + Carter. Pour cela, nous utilisons la loi des mélanges qui dit que chaque propriété mécanique au niveau de l'ensemble {stator + carter} est proportionnelle à celle au niveau du stator et celle au niveau du carter pondérés respectivement par le volume du stator et le volume du carter. Cela donne :

$$\rho_{eq} = \rho_s T_s + \rho_c T_c \quad (4.3)$$

Au même titre que la masse volumique, nous cherchons à calculer le module d'Young équivalent de l'ensemble {Stator + Carter}. L'anneau possède deux types de déformations : extension et flexion. Puisque ces déformations font intervenir des hypothèses différentes (déformation en traction compression et déformation en flexion), nous recherchons les expressions des modules d'Young équivalents pour ces deux types de déformation.

### Module d'Young équivalent en extension

Pour déterminer le module d'élasticité équivalent, on applique un déplacement longitudinal et uniforme  $dl$  à l'ensemble carter + stator.

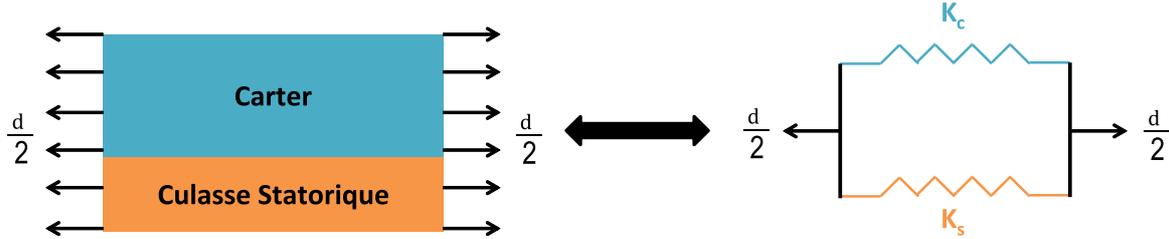


FIGURE 4.8 – Module d'Young équivalent en extension

Si  $d_l$  est l'allongement de l'ensemble, le problème considéré est équivalent à un système composé de deux ressorts en parallèle. La déformation longitudinale imposée à l'ensemble est  $\varepsilon_l$  :  $\varepsilon_l = \frac{d_l}{l}$ .

Le déplacement est identique dans le carter et dans le stator, on a donc :

$$d_l = d_{l_c} = d_{l_s} \quad (4.4)$$

En divisant par la longueur  $l$  de l'ensemble, on trouve :

$$\varepsilon_l = \varepsilon_c = \varepsilon_s \quad (4.5)$$

Nous considérons que le carter et le stator ont un comportement élastique, on obtient donc par la loi de Hooke :

$$\begin{aligned} \sigma_c &= E_c \varepsilon_c \\ \sigma_s &= E_s \varepsilon_s \end{aligned} \quad (4.6)$$

La charge totale est :

$$F_l = \sigma_l S = \sigma_c S_c + \sigma_s S_s \quad (4.7)$$

En divisant cette dernière équation par  $S$ , on obtient :

$$\sigma_l = \sigma_c \frac{S_c}{S} + \sigma_s \frac{S_s}{S} \quad (4.8)$$

D'où,

$$\sigma_l = \sigma_c T_c + \sigma_s T_s \quad (4.9)$$

Cette contrainte moyenne est liée à la déformation totale par le module d'Young en extension :  $\sigma_l = E \varepsilon_l$   
D'où l'expression du module d'Young en extension :

$$E = E_c T_c + E_s T_s \quad (4.10)$$

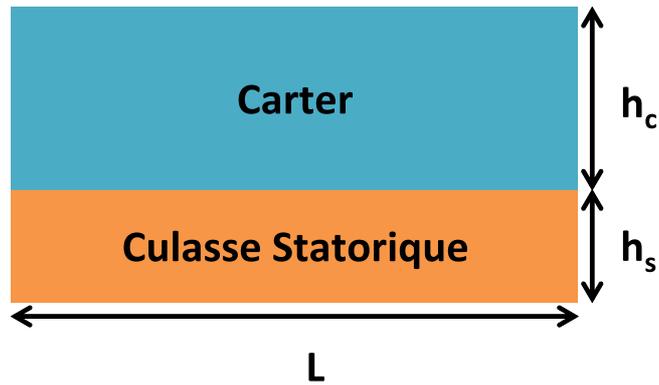


FIGURE 4.9 – Section de l'ensemble {stator + carter}

### Module d'Young équivalent en flexion

Dans le cas de la déformation en flexion, nous cherchons à exprimer le produit  $\langle EI \rangle_{eq}$  : (module d'Young fois le moment quadratique) équivalent. La première étape consiste à localiser la fibre neutre de l'ensemble stator + carter dont la section est schématisée 4.9 :

La fibre neutre qui correspond à l'origine 0 des ordonnées  $y$  est définie telle l'intégrale suivante soit nulle [23] :

$$\int_S E y dS = 0 \quad (4.11)$$

Etant donné que le carter et la culasse statorique n'ont pas le même matériau, cette intégrale se divise tel que :

$$\int_{S_c} E_c y dS_c + \int_{S_s} E_s y dS_s = 0 \quad (4.12)$$

Pour cette poutre, nous avons :  $dS_s = dS_c = L dy$

L'équation précédente s'écrit également de la manière suivante :

$$E_s \left( \int_{S_c} \left( \frac{E_c}{E_s} L \right) y dy + \int_{S_s} \left( \frac{E_c}{E_s} L \right) y dy \right) = 0 \quad (4.13)$$

Nous pouvons ainsi définir la section équivalente par rapport au matériau statorique comme schématisée ci-dessous :

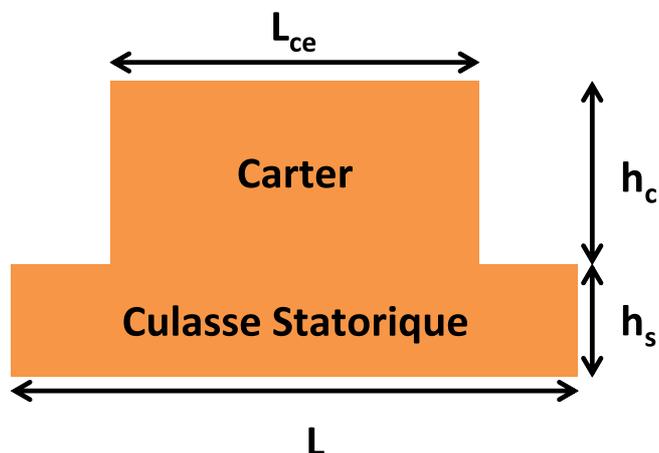


FIGURE 4.10 – Section équivalente de l'ensemble {stator + carter}

Où  $L_{ce} = \frac{E_c}{E_s} L$

Concrètement, la méthode de la poutre équivalente consiste à affecter le même matériau au deux couche de la poutre composite mais en pondérant leur section par les facteurs de transformation des matériaux (dans notre cas  $\frac{E_c}{E_s}$ ).

La poutre équivalente ayant maintenant un matériau homogène, nous pouvons donc calculer la fibre neutre en utilisant la formule suivante :

$$y = \frac{y_{ce} S_{ce} + y_s S_s}{S_{ce} + S_s} \quad (4.14)$$

$y_s$  : Ordonnée de la fibre moyenne de la couche "Stator"  $y_{ce}$  : Ordonnée de la fibre moyenne de la couche équivalente "Carter"  $S_s$  : Section de la couche "Stator"  $S_{ce}$  : Section de la couche équivalente "Carter"

Le moment quadratique équivalent peut donc s'écrire :

$$I_{eq_s} = \int_{S_c} y^2 L_{ce} dy + \int_{S_s} y^2 L dy \quad (4.15)$$

Dans la réalité, la structure statorique est frettée à un carter. Afin d'améliorer GRIMM et de s'approcher plus de la réalité, nous voulons prendre en considération le carter. Pour cela, nous considérons l'ensemble {stator + carter} comme un stratifié, étant donné que les propriétés matériaux des deux pièces sont différentes. Le carter, contrairement à la denture, augmente non seulement la masse mais également la raideur du système. Nous venons d'établir les expressions analytiques relatives à la masse volumique et au module d'Young équivalents. Nous nous apprêtons, dans ce paragraphe, à valider ces expressions analytiques. Pour cela, nous considérons la structure de la Figure 4.11 constituée de :

- 1- Culasse statorique en acier d'épaisseur 5 mm
- 2- Carter en Aluminium d'épaisseur 10 mm.

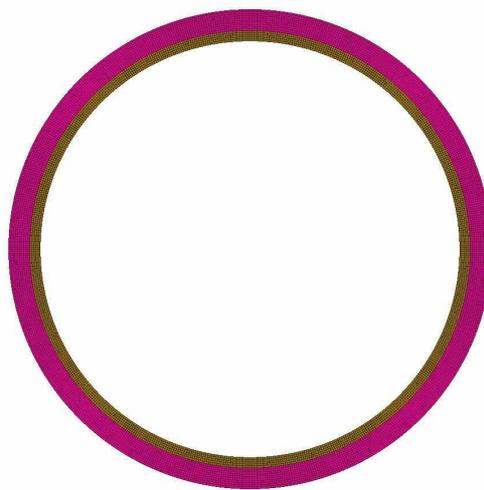


FIGURE 4.11 – Modèle culasse statorique + carter

D'un côté, nous avons effectué une analyse modale EF (Sol103 dans Nastran) et de l'autre, nous avons calculé les fréquences propres dans GRIMM moyennant les formules évoquées ci-dessus. Nous avons

comparé les valeurs de ces fréquences propres et nous avons calculé les écarts entre les deux méthodes, comme le montre la Figure 4.12.

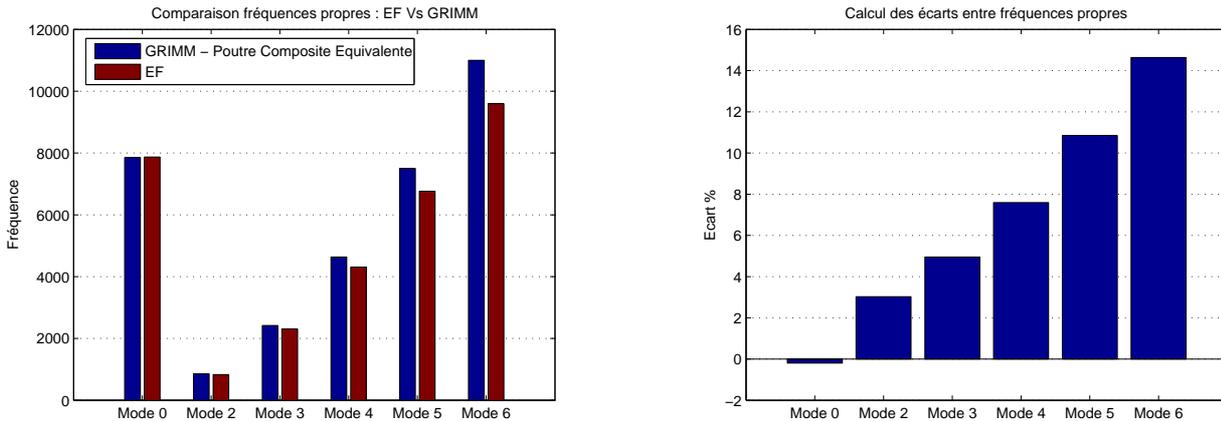


FIGURE 4.12 – Comparaison entre fréquences propres EF et GRIMM avec hypothèse de poutre composite équivalente

Nous remarquons que pour les quatre premiers modes, nous avons une erreur inférieure à 8% ce qui reste acceptable.

### 4.3.3 Limite de l'hypothèse d'anneau mince

Une autre limite relative à notre modèle d'anneau concerne son épaisseur. En effet, le modèle d'anneau que nous avons adopté dans GRIMM est un modèle d'anneau mince. Nous pouvons naturellement comprendre que plus nous augmentons l'épaisseur de l'anneau, moins nos hypothèses sont valables et par conséquent moins nos formules analytiques sont précises. Pour mettre en évidence les limites de l'hypothèse d'anneau mince, nous choisissons de faire une analyse modale sur un cylindre fin (d'épaisseur 15 mm) et un cylindre épais (épaisseur 35 mm).

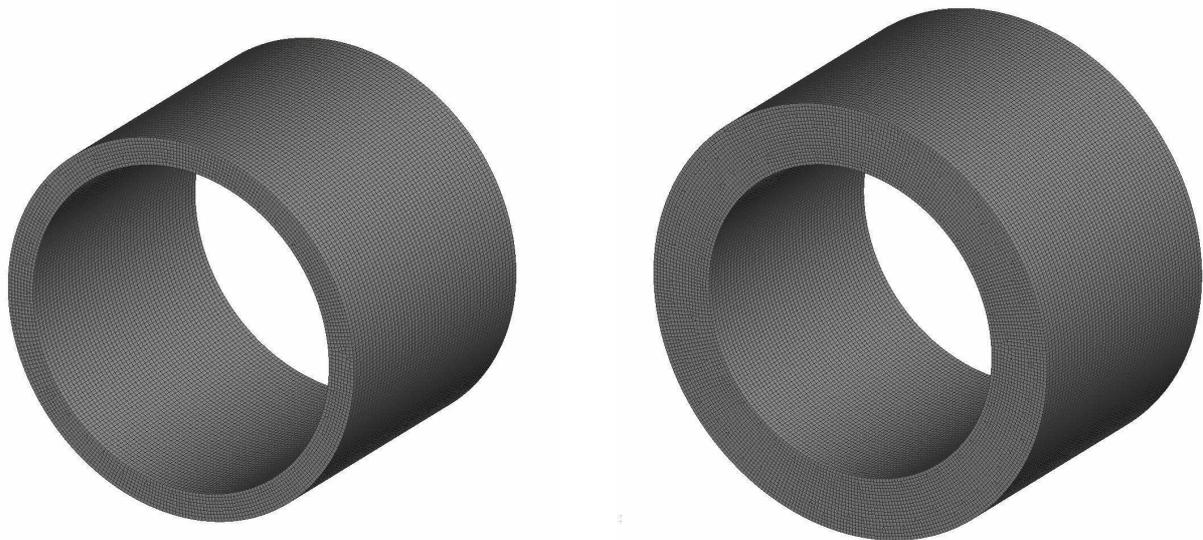


FIGURE 4.13 – Deux modèles structure EF de culasse statorique d'épaisseur 15 mm (à gauche) et 35 mm (à droite)

Nous avons calculé les écarts entre les fréquences propres EF et celles calculées par GRIMM dans le tableau ci-dessous.

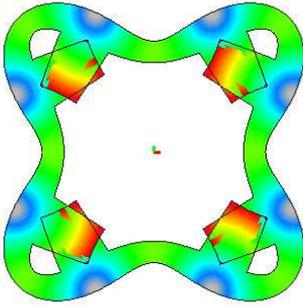
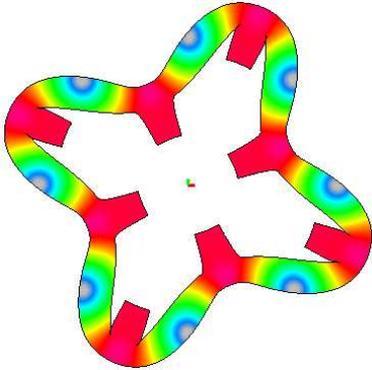
	Fin (Epaisseur = 15 mm)			Epais (Epaisseur = 35 mm)		
	GRIMM (Hz)	EF (Hz)	Ecart (%)	GRIMM (Hz)	EF (Hz)	Ecart (%)
Mode 0	8442.87	8388.46	0.65	7657.49	7683.81	0.34
Mode 2	1006.13	1025.02	1.84	1931.18	1879.95	2.73
Mode 3	2845.76	2848.84	0.11	5462.19	4983.84	9.60
Mode 4	5456.49	5339.23	2.20	10473.27	8836.55	18.52
Mode 5	8824.31	8403.12	5.01	16937.53	13181.93	28.49
Mode 6	12945.08	11966.27	8.18	24847.00	17864.22	39.09

Le tableau ci-dessus montre que dans le cas du cylindre épais, les erreurs sur les fréquences propres peuvent devenir importantes. Par exemple, pour le mode 4, nous passons de 3% d'écart dans le cas du cylindre fin à 19% dans le cas du cylindre épais. Il est donc primordial d'être vigilant face à cette hypothèse d'anneau mince.

Pour dépasser ces limitations, des travaux supplémentaires seraient nécessaires. En l'état actuel des choses, lorsque l'épaisseur de l'ensemble { stator + carter } devient importante par rapport à son rayon (typiquement > 15 %) il faut s'attendre à des écarts importants en fréquence. Dans ce cas, nous conseillons de procéder à un recalage des fréquences propres grâce à un calcul EF structure (2D par exemple). Notons que le recalage en fréquence doit obligatoirement s'accompagner d'un recalage en masse.

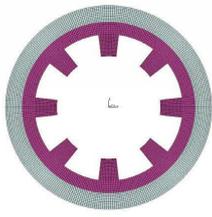
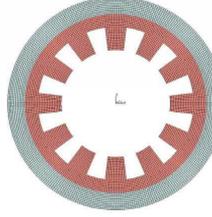
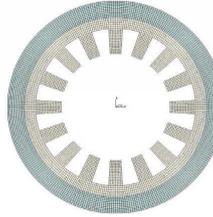
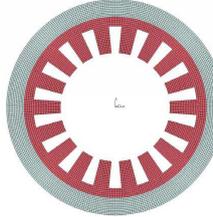
### Prise en compte de la non-axisymétrie du stator

Une structure de stator denté n'est pas parfaitement axi-symétrique à cause de la denture. En fonction du nombre des dents statoriques  $Z_s$ , les modes  $n = \frac{Z_s}{2}$  ne sont plus doubles. Ces modes possèdent deux fréquences propres différentes selon que les lobes se positionnent devant les encoches ou bien devant les dents. C'est le cas du mode 4 pour la MRV 8/6 illustré ci-dessous. Nous comprenons bien que dans le cas où les lobes se positionnent devant les dents, la structure est plus raide et par conséquent sa fréquence propre est plus élevée.

Mode 4		
Fréquences	3659 Hz	4612 Hz

## 4.4 Etude acoustique comparative sur 4 topologies de MRV : 8/6, 12/8, 16/12 et 18/12

L'objet de cette section est une étude acoustique comparative sur 4 topologies de Machines à Réductance Variable (8/6, 12/8, 16/12 et 18/12). Une telle étude a été menée par Renault en 2011 en utilisant exclusivement des outils EF et a contribué au choix de la topologie du moteur 3BGen1. Cette étude a été menée en faisant varier la topologie à iso carter (cf tableau ci-dessous). Elle est reconduite ici en utilisant GRIMM dans le but de montrer la pertinence de ce dernier. Nous commençons par comparer GRIMM, avec recalage de la masse et des fréquences propres, aux modèles EF 3D de moteurs complets pour les quatre MRVs (cf. tableau ci-dessous). Et nous finissons par faire un classement entre ces différentes machines afin de sélectionner la plus favorable d'un point de vue acoustique.

	MRV 8/6	MRV 12/8	MRV 16/12	MRV 18/12
Modele EF (Coupe 2D)				
$R$ (mm)	107.5	107.5	108.75	109.5
$h$ (mm)	35	35	32	31
$\rho_{eq}$ (kg.m <sup>-3</sup> )	9274.2	9363.1	9690.4	10226
Fréquence mode 0	6147.42 Hz	6215.02 Hz	5874.19 Hz	5671.06 Hz
Fréquence mode 2	2026.5 Hz	2022.935 Hz	1899.8 Hz	1841.3 Hz
Fréquence mode 4	5753.4 Hz	5487.625 Hz	4598.9 Hz	4332.3 Hz

NB : nous obtenons une masse volumique équivalente supérieure à celle de l'acier car nous avons pris en compte la masse des dents.

### 4.4.1 Classement des 4 topologies d'un point de vue acoustique

Afin de pouvoir comparer les prestations acoustiques des 4 MRV, nous avons adopté le même critère : pour chaque MRV, nous avons extrait les 10 principales émergences en les classant par niveau de puissance acoustique décroissant. Grâce aux suivis d'ordres, nous avons pu associer à chaque émergence la fréquence, le régime et l'harmonique auxquels elle apparaît. Le compromis consiste à choisir la machine qui a les émergences les plus faibles et qui se produisent préférentiellement à haute fréquence (on saura les traiter avec des contre-mesures) et à haut régime (masquées par d'autres bruits : aérodynamique, ...).

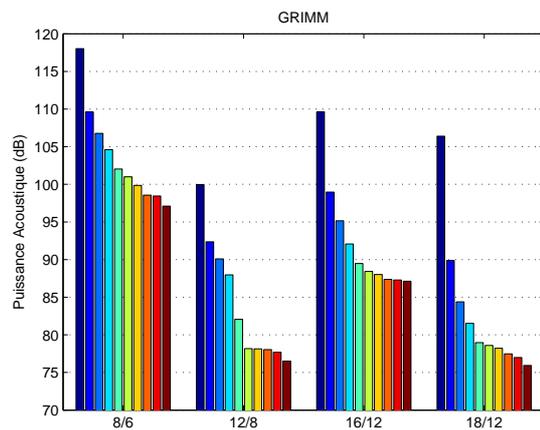
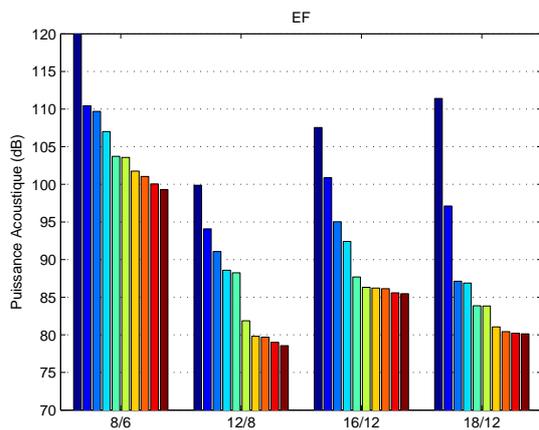


FIGURE 4.14 – Les puissances acoustiques correspondant aux 10 principales émergences pour chaque MRV

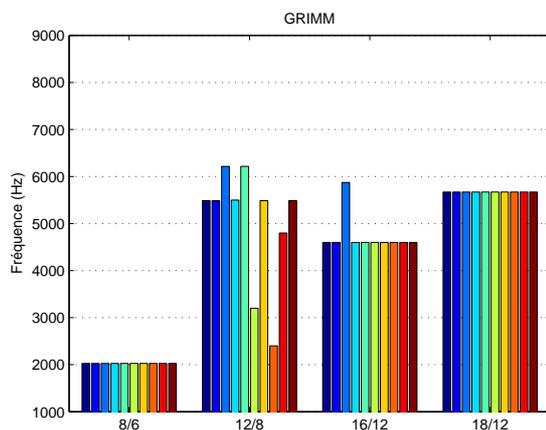
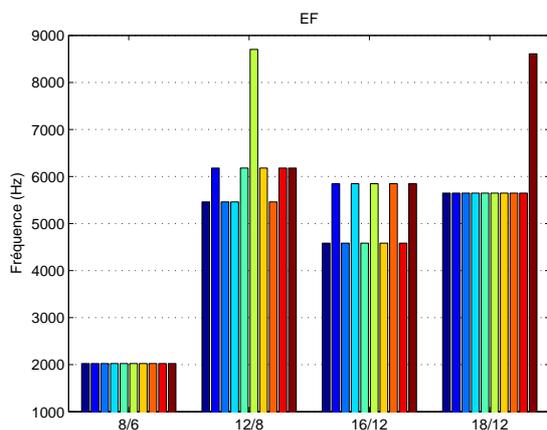


FIGURE 4.15 – Les fréquences correspondant aux 10 principales émergences pour chaque MRV

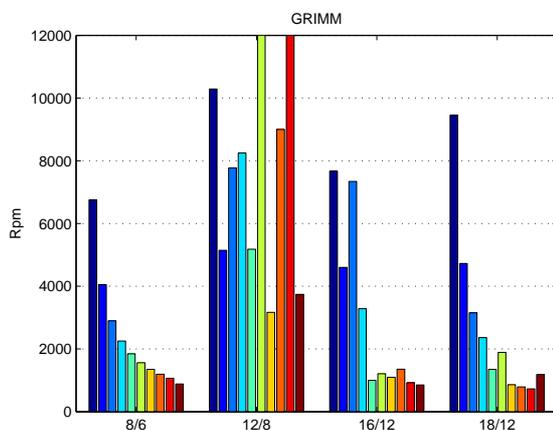
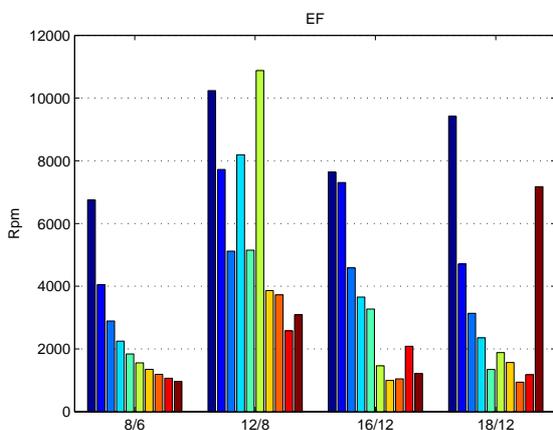


FIGURE 4.16 – Les rpm correspondant aux 10 principales émergences pour chaque MRV

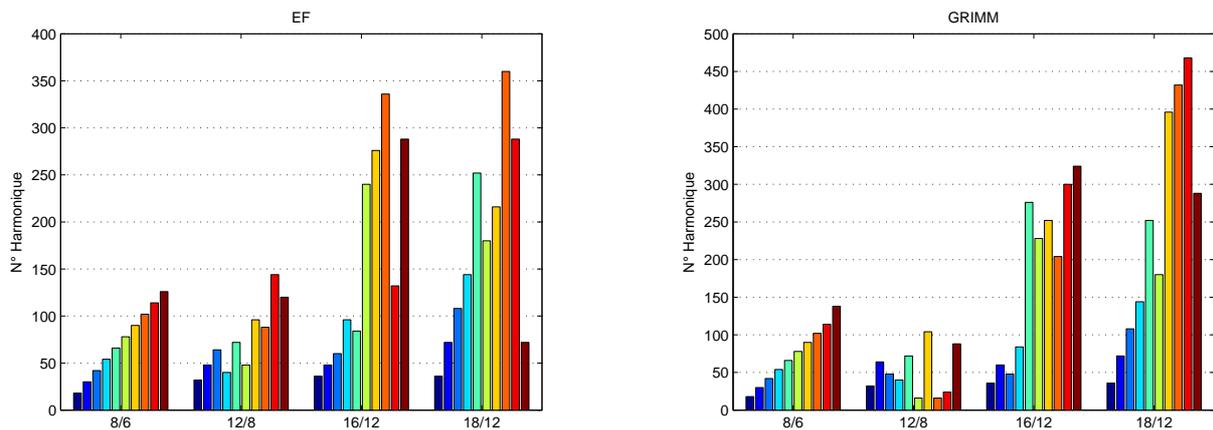


FIGURE 4.17 – Les harmoniques correspondant aux 10 principales émergences pour chaque MRV

A l'issu de cette étude nous obtenons avec GRIMM la même hiérarchie acoustique entre les machines que celles de l'étude de 2011 avec les outils EF. Les deux approches désignent la 12/8 comme la plus favorable en acoustique. L'intérêt est que l'étude avec GRIMM a pris quelques minutes contre des semaines avec la procédure entièrement en EF. Ce résultat confirme la pertinence de GRIMM en tant qu'outil de pré-dimensionnement vibro-acoustique de moteurs électriques adapté à une phase de conception puisqu'il permet effectivement de prédire le bruit rayonné et de s'orienter rapidement vers la topologie de machine la plus silencieuse.

#### 4.4.2 Conclusion

Ce chapitre a pour objet la validation de l'outil analytique de pré-dimensionnement vibro-acoustique des moteurs électriques GRIMM (Generical RIng Model for Magnetic noise). Cet outil est basé sur un modèle analytique d'anneau pour la partie vibratoire et sur l'équation de Helmholtz en coordonnées cylindriques pour la partie acoustique. Il permet à partir des efforts électromagnétiques s'appliquant sur la structure statorique de calculer le niveau de puissance acoustique rayonnée. Son atout majeur est son bon compromis précision/rapidité et sa méthode de montée en régimes.

Les objectifs de ce chapitre sont :

1 - Validation de GRIMM à la fois en vibratoire et en acoustique à iso-modèle à savoir le modèle d'anneau. Concernant l'analyse modale, les fréquences propres calculées par GRIMM sont très proches de celles données par EF avec des écarts inférieurs à 0.3%. En réponse forcée, les écarts sur les déplacements vibratoires sont également inférieurs à 0.3%. En acoustique, les écarts entre GRIMM et Actran sont inférieurs à 5% pour les pressions acoustiques et à 1dB sur les puissances acoustiques.

2 - Souligner les limites du modèle d'anneau parce qu'en réalité un moteur électrique est un assemblage d'un stator denté, d'un carter et de flasques. Nous sommes conscients que le modèle d'anneau a des limites face à la complexité de la structure réelle. Nous avons dans un premier temps pris en compte l'effet de la denture dans GRIMM en utilisant un facteur de correction de masse. Nous avons ainsi réduit les erreurs sur les fréquences propres de 30% à 10% pour les 4 premiers modes et nous avons obtenu un écart sur les puissances acoustiques inférieur à 5dB pour les 10 premiers harmoniques. Ensuite, nous avons pris en considération l'effet du carter. Puisque la présence du carter contribue

non seulement à un apport de masse mais également à un apport de raideur, nous avons choisi d'implémenter dans GRIMM des formules permettant de calculer la masse volumique équivalente ainsi que le module d'Young équivalent. Nous nous sommes basés pour établir ces formules sur le principe de poutre composite équivalente étant donné que les propriétés matériaux de la culasse statorique et du carter sont différentes. Nous avons montré que grâce à ces formules, les erreurs sur les fréquences propres sont inférieures à 8% pour les 4 premiers modes. Nous avons également prévu dans GRIMM la possibilité d'un recalage des fréquences propres et de l'amortissement modal par des valeurs issues de calculs structure EF ou encore d'essais expérimentaux. Et enfin, nous avons mis en évidence les limites de l'hypothèse d'anneau mince. Pour cela, nous avons quantifié et comparé les écarts entre les fréquences propres issues de GRIMM et des EF dans le cas d'un cylindre fin ( $\frac{E_{\text{épaisseur}}}{\text{Rayon}} < 15\%$ ) et d'un cylindre épais. Nous retenons suite à cette comparaison qu'il faut rester vigilant face à l'hypothèse d'anneau mince parce que si le rapport entre l'épaisseur et le rayon de l'anneau devient supérieur à 15%, GRIMM a tendance à estimer mal le comportement vibro-acoustique de la structure.

3 - Et enfin la présentation d'une étude comparative sur 4 topologies de Machines à Réductance Variable (MRV : 8/6, 12/8, 16/12 et 18/12) en utilisant GRIMM. Une étude comparable a été menée par Renault en 2011 en utilisant exclusivement des outils EF et elle était à l'origine du choix de la MRV 12/8 comme étant la plus silencieuse. Elle est reconduite en utilisant GRIMM dans le but de montrer la pertinence de ce dernier. D'ailleurs, à l'issue de cette étude nous avons constaté que nous obtenons avec GRIMM les mêmes conclusions en termes de choix de la machine la plus favorable acoustiquement que celles de l'étude de 2011 avec les outils EF. L'intérêt est que l'étude avec GRIMM a pris quelques minutes contre des semaines avec la procédure entièrement en EF. Ce résultat confirme la pertinence de GRIMM en tant qu'outil de pré-dimensionnement vibro-acoustique de moteurs électriques adapté à une phase de conception puisqu'il permet effectivement de prédire le bruit rayonné et surtout de s'orienter rapidement vers la topologie de machine la plus silencieuse.

# Chapitre 5

## Analyse des harmoniques électromagnétiques et Application

### 5.1 Introduction

Ce chapitre introduit la modélisation fine de phénomènes et plus particulièrement la problématique de la saturation. Nous avons étudié l'importance de ce phénomène sur les harmoniques de pressions radiales, sur les vibrations et enfin sur le bruit par une étude 'tout numérique' par éléments finis.

Enfin, en vue de connaître l'origine des forces radiales, nous proposons une démarche de calcul par produit de convolution. Celle-ci est détaillée sur une machine 12/8 présentée dans le chapitre précédent.

### 5.2 Effet de la saturation

#### 5.2.1 Introduction

L'objectif de cette section est d'étudier l'effet de la saturation sur le comportement électromagnétique et acoustique des MRV. Deux MRV 4-phases (8/6 et 16/12) ont été simulées avec et sans prise en compte de la saturation. Le contenu harmonique des pressions de Maxwell et de la puissance acoustique, à la fois qualitativement et quantitativement, ont été comparés.

Dans cette section, nous allons montrer que contrairement aux machines synchrones et asynchrones, le phénomène de saturation n'enrichit pas le contenu harmonique de la pression de Maxwell. En effet, dans le cas des machines synchrones et asynchrones, [37] donne les expressions analytiques des fréquences et des ordres spatiaux. Ces composants ont différentes origines : la denture statorique, la denture rotorique, le bobinage, l'excentricité et la saturation.

#### 5.2.2 Modèles électromagnétiques

Pour étudier l'effet de la saturation, nous avons besoin d'un modèle électromagnétique qui prend en compte la non linéarité du matériau ferromagnétique. Nous avons donc opté pour des modèles EF pour les deux MRV 4-phases étudiées : 8/6 et 16/12 comme le montre la figure 5.1. Grâce aux symétries, seuls la moitié et le quart des machines (respectivement pour la MRV 8/6 et 16/12) sont simulés.

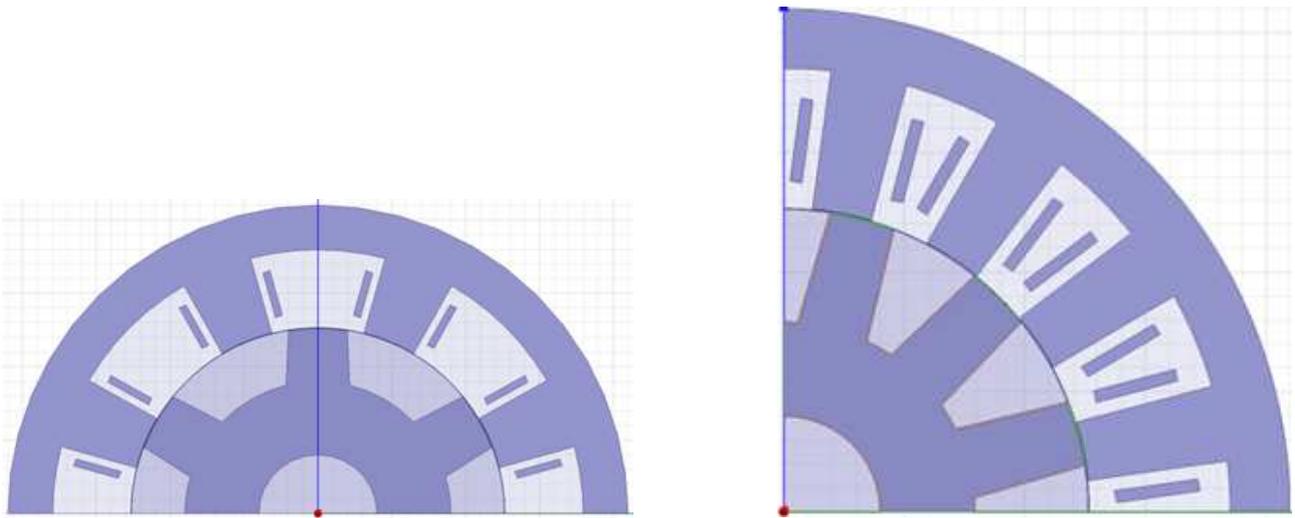


FIGURE 5.1 – Modèles électromagnétiques EF de la MRV 8/6 (à gauche) et de la MRV 16/12 (à droite)

Ces deux MRV sont conçues pour un courant nominal de 140A. Ainsi, afin de quantifier l'effet de la saturation, deux simulations ont été réalisées pour chaque MRV :

- Une simulation qui permet de reproduire le cas non saturé en utilisant un courant d'amplitude très faible de 10 A.
- Une simulation qui permet de reproduire le cas saturé en utilisant un courant d'amplitude très importante (estimer à 300 A pour notre machine) (Figure 5.2).

La machine étant contrôlée en courant, à vitesse faible, on supposera pour les 2 cas une allure identique sous forme de créneaux : courants théoriques en créneaux comme le montre la Figure 5.3.

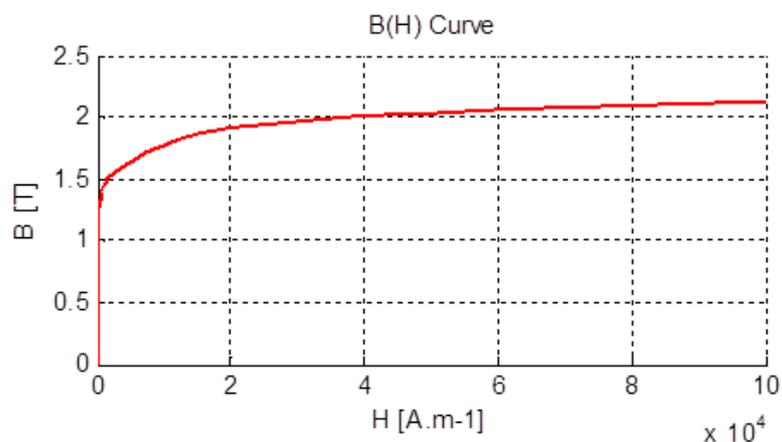


FIGURE 5.2 – Courbe B(H) du matériau ferromagnétique non linéaire utilisé pour les simulations électromagnétiques EF

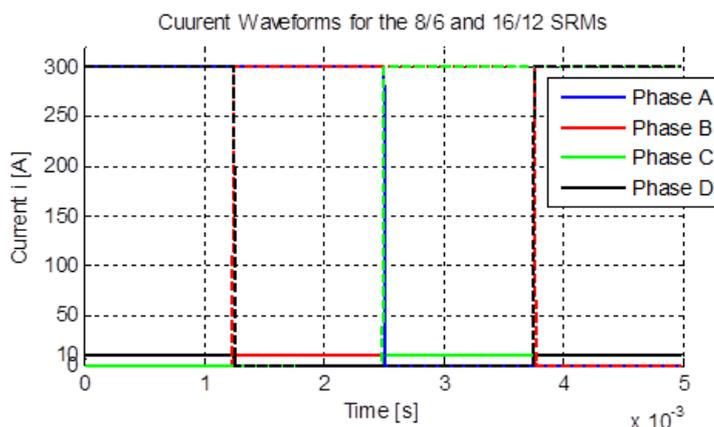


FIGURE 5.3 – Courants en créneaux utilisés d’amplitudes 10 A et 140 A

### 5.2.3 MRV 8/6

Dans cette étude, nous négligeons l’effet de l’induction tangentielle. Ainsi, pour calculer la pression radiale de Maxwell au niveau de l’entrefer, nous utilisons l’équation (5.1).

$$P_r(t, \theta) = \frac{B_r^2}{2\mu_0} \quad (5.1)$$

La Figure 5.4 montre l’allure de l’induction magnétique en fonction du temps à une position donnée et en fonction de l’espace à un temps donné, dans les cas saturé (300A) et non saturé (10A). De part l’importante différence des courants injectés, les amplitudes des inductions sont évidemment très différentes. Afin de quantifier uniquement l’effet de la saturation et contourner ce problème, nous avons choisi de normaliser les inductions linéaire et non linéaires par rapport à la valeur moyenne.

Remarque :

Sur la Figure 5.4 et dans tout le reste de cette étude, les grandeurs électromagnétiques représentés sont normalisés par rapport à la valeur moyenne.

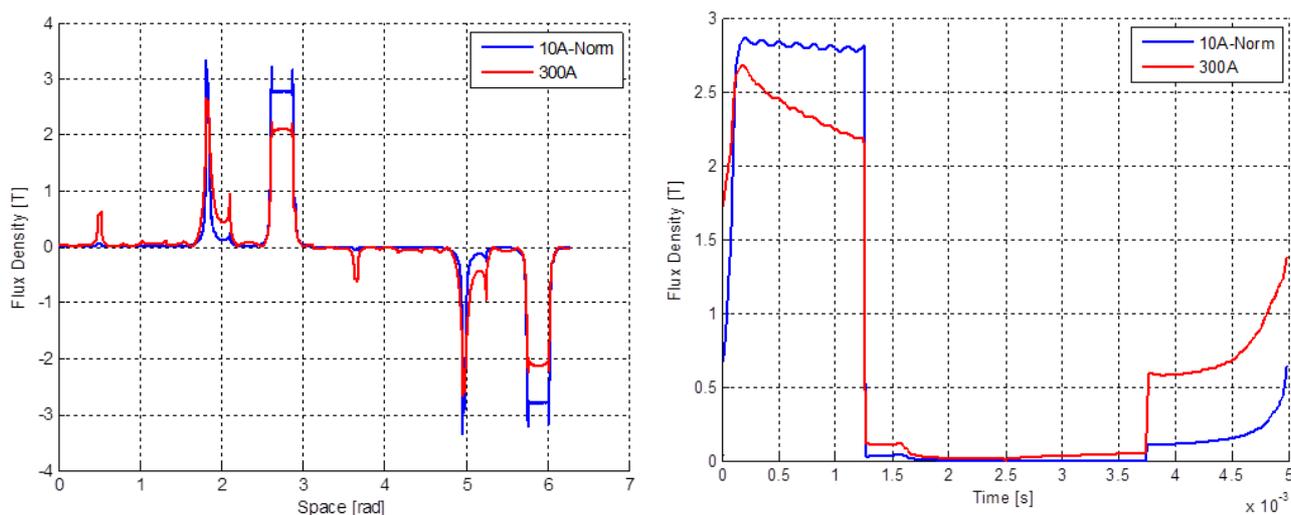


FIGURE 5.4 – Répartition de l’induction magnétique dans l’entrefer en fonction du temps (à gauche) et en fonction de l’espace (à droite)

Nous représentons sur la Figure 5.5 la répartition spatio-temporelle des inductions magnétiques. Nous pouvons remarquer sur cette figure que l’allure de l’induction magnétique saturée est différente de

celle dans le cas non saturé. Ceci est dû au phénomène de flux de frange qui accompagne le phénomène de saturation.

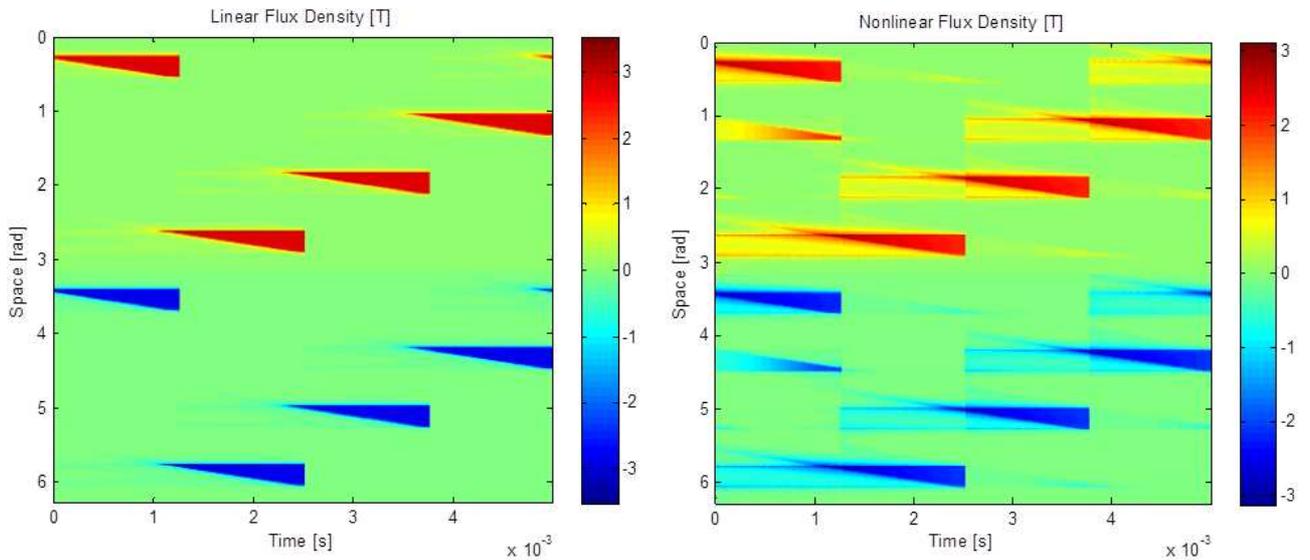


FIGURE 5.5 – Répartition spatio-temporelle de l'induction magnétique dans l'entrefer en linéaire (à gauche) et en non linéaire (à droite)

Nous représentons, ensuite, sur les figures 5.6 et 5.7 respectivement la pression radiale de Maxwell spatio-temporelle et sa décomposition en FFT.

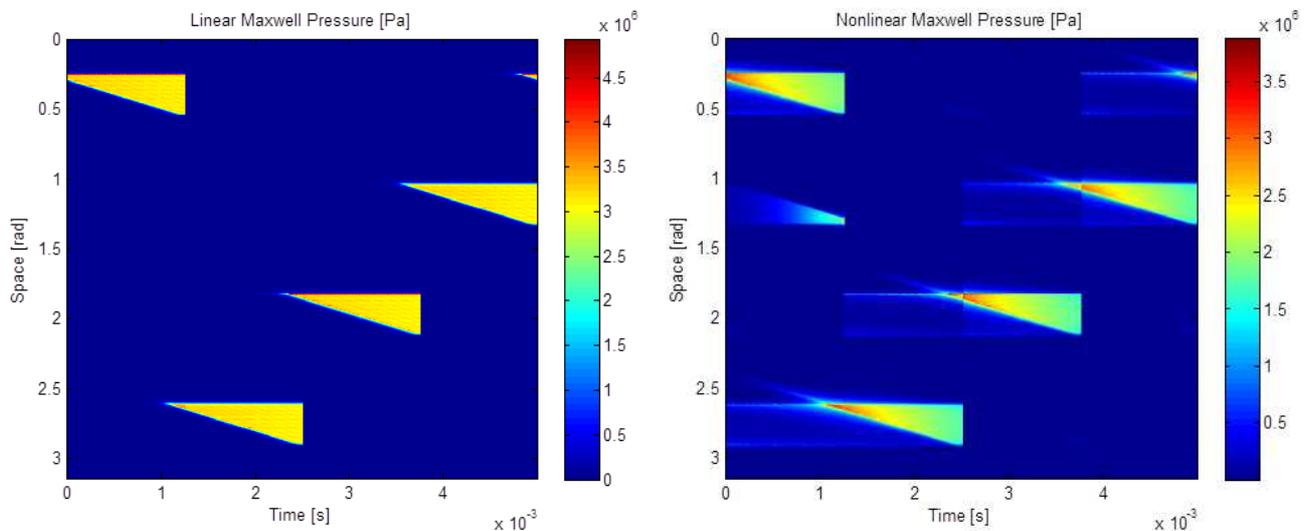


FIGURE 5.6 – Répartition spatio-temporelle de la pression de Maxwell dans l'entrefer en linéaire (à gauche) et en non linéaire (à droite)

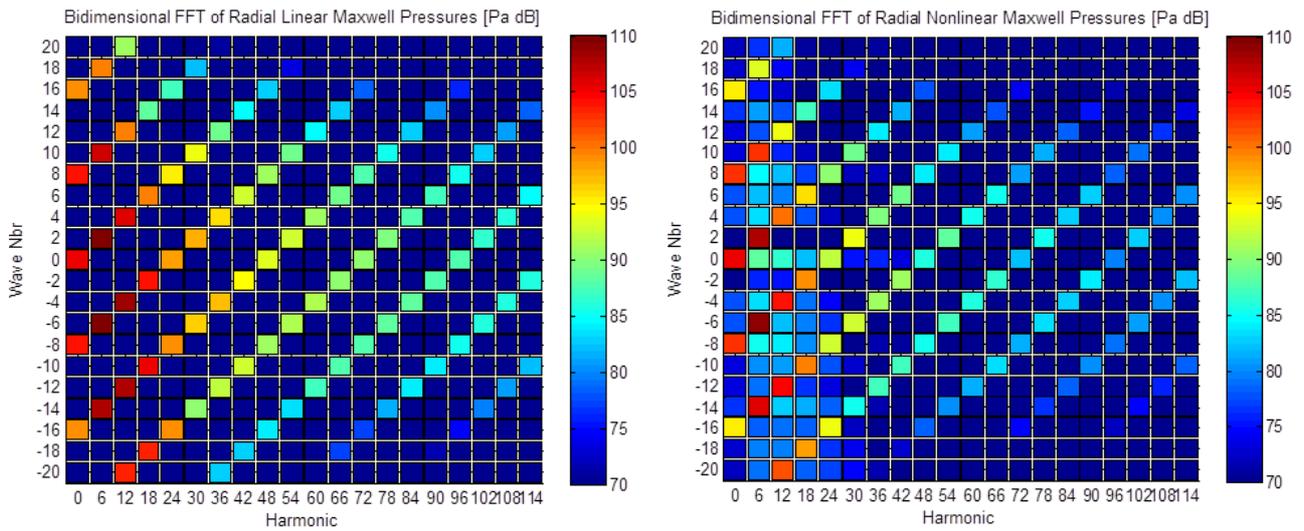


FIGURE 5.7 – FFT bidimensionnelle de la pression de Maxwell dans l’entrefer en linéaire (à gauche) et en non linéaire (à droite)

D’après la figure 5.7, nous pouvons constater que contrairement aux machines synchrones et asynchrones [37], dans le cas des MRV, le phénomène de la saturation n’enrichit pas le contenu harmonique de la pression de Maxwell. En revanche, nous remarquons une différence dans les amplitudes des différentes raies qui est traduite par la différence de couleurs. Afin de mieux visualiser et mieux comprendre l’effet de la saturation sur les amplitudes des différentes raies, nous représentons sur la Figure 5.8 les FFT unidimensionnelles (spatiale et temporelle) de la pression de Maxwell.

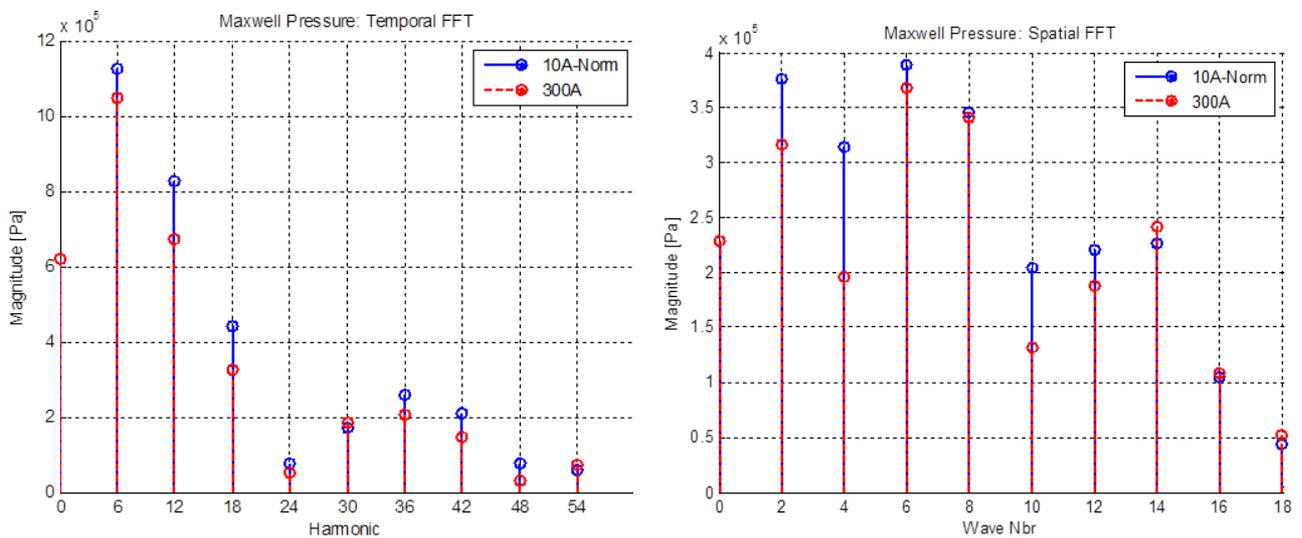


FIGURE 5.8 – FFT unidimensionnelle de la pression de Maxwell dans l’entrefer en temporel (à gauche) et en spatial (à droite)

Nous constatons que dans le cas de la FFT temporelle, la saturation a tendance à diminuer l’amplitude des différentes raies. Par contre dans le cas de la FFT spatiale, nous remarquons que la saturation n’agit pas d’une manière uniforme sur les différentes raies mêmes si elle affecte plus les raies de rang faible.

## 5.2.4 MRV 16/12

La même étude a été réalisée sur la MRV 16/12 et les résultats en terme de contenu harmonique spatio-temporel et unidimensionnel sont représentés respectivement sur les Figures 5.9 et 5.10.

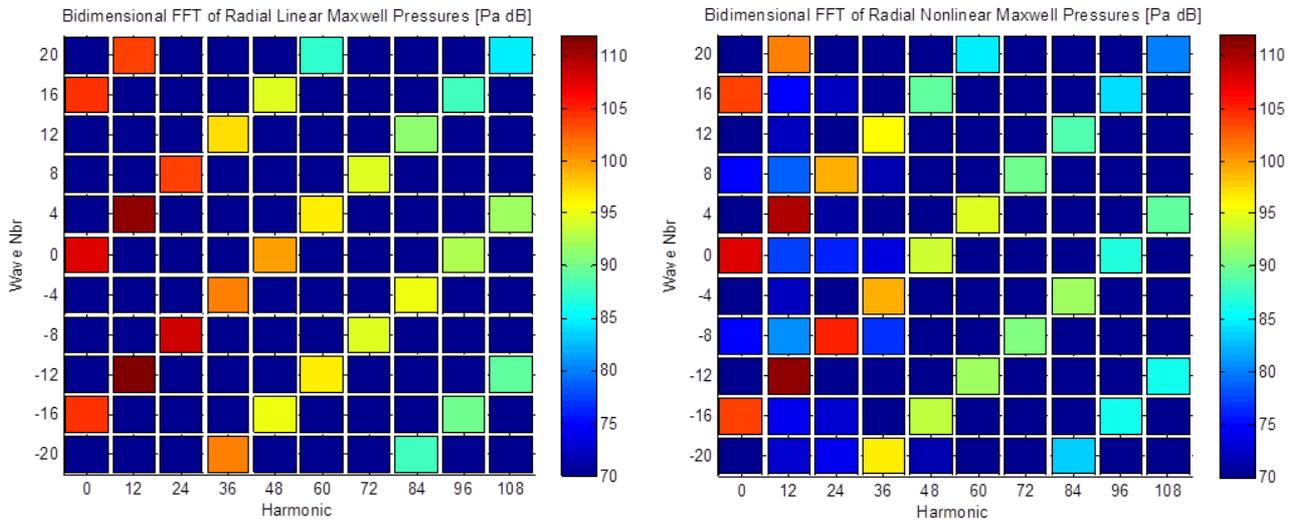


FIGURE 5.9 – FFT bidimensionnelle de la pression de Maxwell dans l’entrefer en linéaire (à gauche) et en non linéaire (à droite)

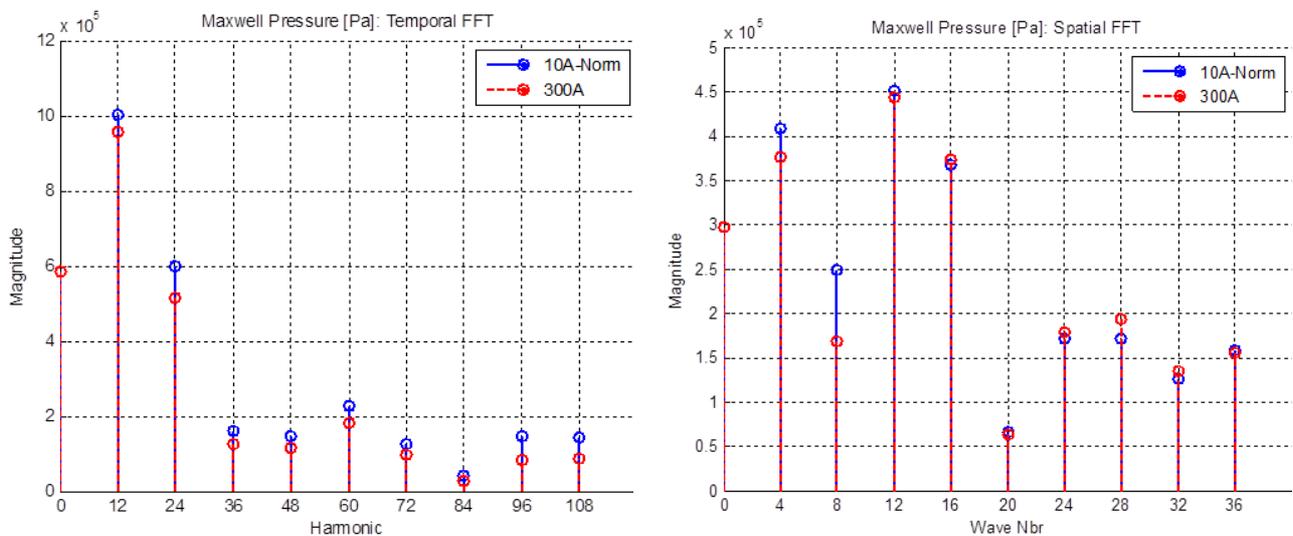


FIGURE 5.10 – FFT unidimensionnelle de la pression de Maxwell dans l’entrefer en temporel (à gauche) et en spatial (à droite)

Les Figures 5.9 et 5.10 montrent que, comme pour la 8/6, nous arrivons dans le cas la MRV 16/12 aux mêmes conclusions concernant l’effet de la saturation sur le contenu harmonique de la pression radiale de Maxwell. Ainsi, avec la considération d’une forme de courant identique, on peut effectivement vérifier qu’il n’y a pas d’ajouts d’harmoniques entre la simulation en linéaire et en NL.

## 5.2.5 Effet de la saturation sur le comportement acoustique

Nous avons vu précédemment l’effet de la saturation sur le comportement électromagnétique des MRV 8/6 et 16/12. Dans ce paragraphe, nous souhaitons investiguer l’effet de la saturation sur leur compor-

tement acoustique. Pour cela, nous utilisons les pressions radiales de Maxwell calculées précédemment par EF et nous les injectons dans notre outil vibro-acoustique analytique GRIMM. Nous obtenons ainsi les résultats de la Figure 5.11 en terme de puissance acoustique rayonnée.

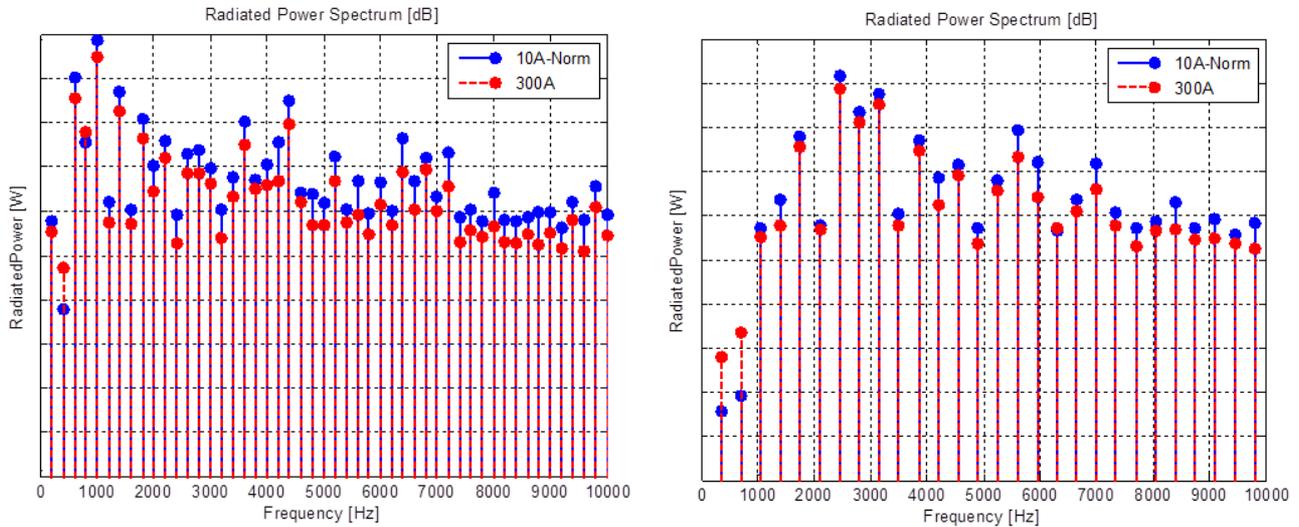


FIGURE 5.11 – Comparaison entre la puissance acoustique rayonnée dans le cas saturé et non saturé pour la MRV 8/6 (à gauche) et la MRV 16/12 (à droite)

D'après la Figure 5.11, nous pouvons constater que globalement le phénomène de saturation a tendance à diminuer le niveau de la puissance acoustique rayonnée d'environ 5dB à l'exception de quelques basses fréquences. Nous pouvons aussi conclure que contrairement aux machines synchrones et asynchrones, dans le cas des MRV, avec un courant imposé, les harmoniques spatio-temporels ne sont pas modifiés : pas d'apparition de nouvelles raies.

## 5.3 Analyse d'harmonique : problème inverse

### 5.3.1 Problème 'inverse'

L'objectif de cette section est de traiter le rayonnement de bruit comme un problème inverse. Cela veut dire que notre objectif est de partir d'un point "chaud" acoustique et remonter toute la chaîne multi-physique jusqu'à l'électromagnétisme afin d'identifier les grandeurs électromagnétiques influentes sur le niveau de bruit rayonné. Pour cela, nous nous sommes basés sur le sonagramme de puissance acoustique suivant de la MRV 8/6 :

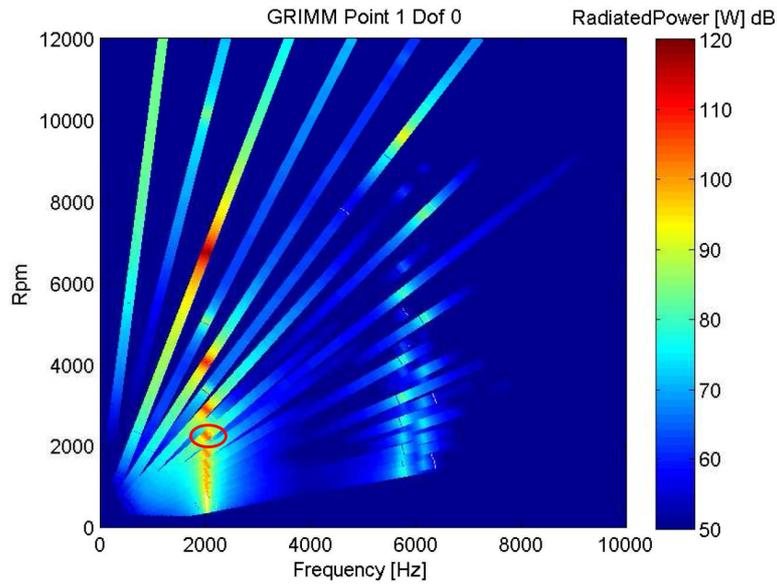


FIGURE 5.12 – Sonagramme de puissance acoustique GRIMM d'une MRV 8/6

On se concentre sur le point "chaud" acoustique au niveau de 2000 tr/min et 2000 Hz et nous le suivons en remontant la chaîne multi-physique. Dans l'ordre, nous suivons donc ce point acoustique au niveau des puissances acoustiques, des pressions acoustiques, de la fonction de transfert acoustique, des déplacements vibratoires, de la fonction de transfert vibratoire et enfin des pressions de Maxwell comme le montrent les Figures 5.13, 5.14, 5.15, 5.16, 5.17 et 5.18. Dans toutes ces figures, nous avons choisi de représenter les différentes grandeurs en échelles linéaire (à gauche) et logarithmique (à droite).

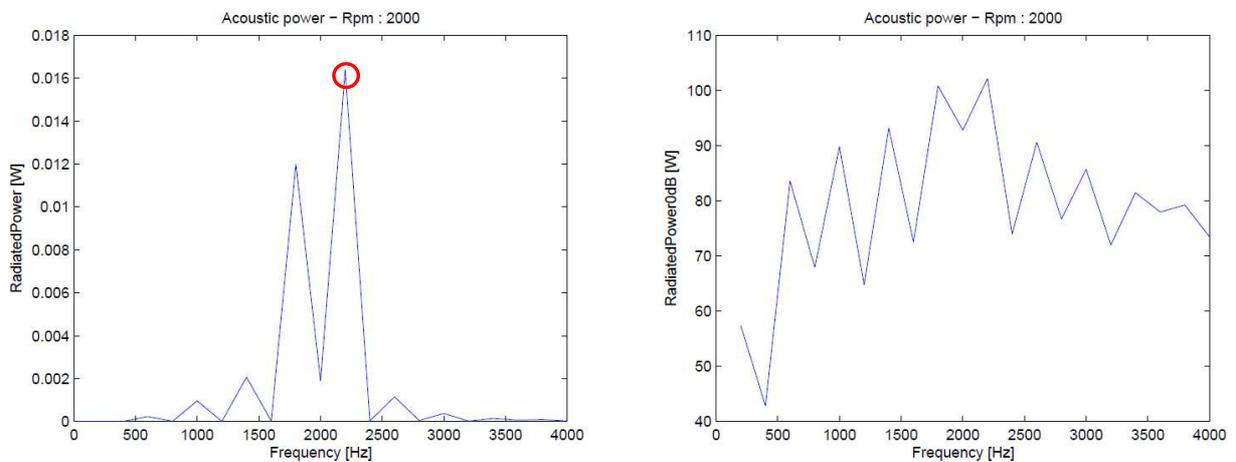


FIGURE 5.13 – Puissance acoustique rayonnée à 2000 tr/min : échelle linéaire (à gauche), en dB (à droite)

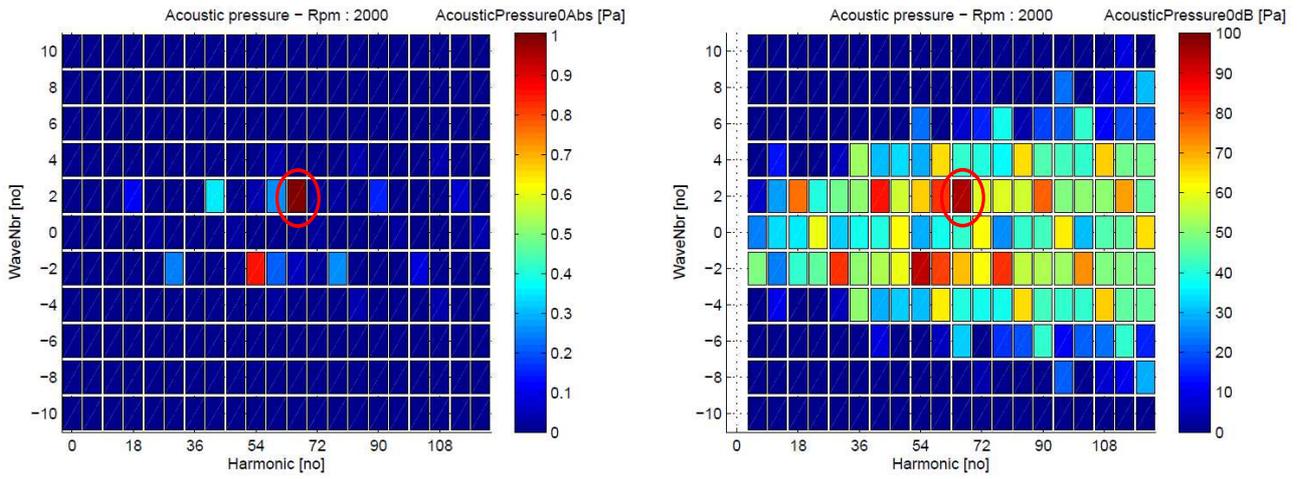


FIGURE 5.14 – Pression acoustique à 2000 tr/min : échelle linéaire (à gauche), en dB (à droite)

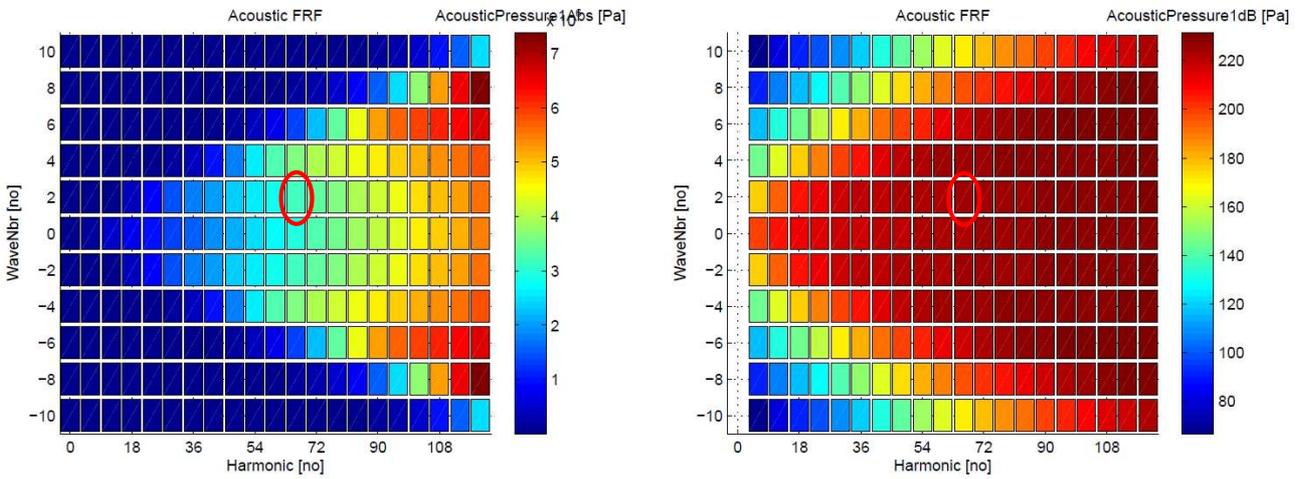


FIGURE 5.15 – Fonction de transfert acoustique de GRIMM : échelle linéaire (à gauche), en dB (à droite)

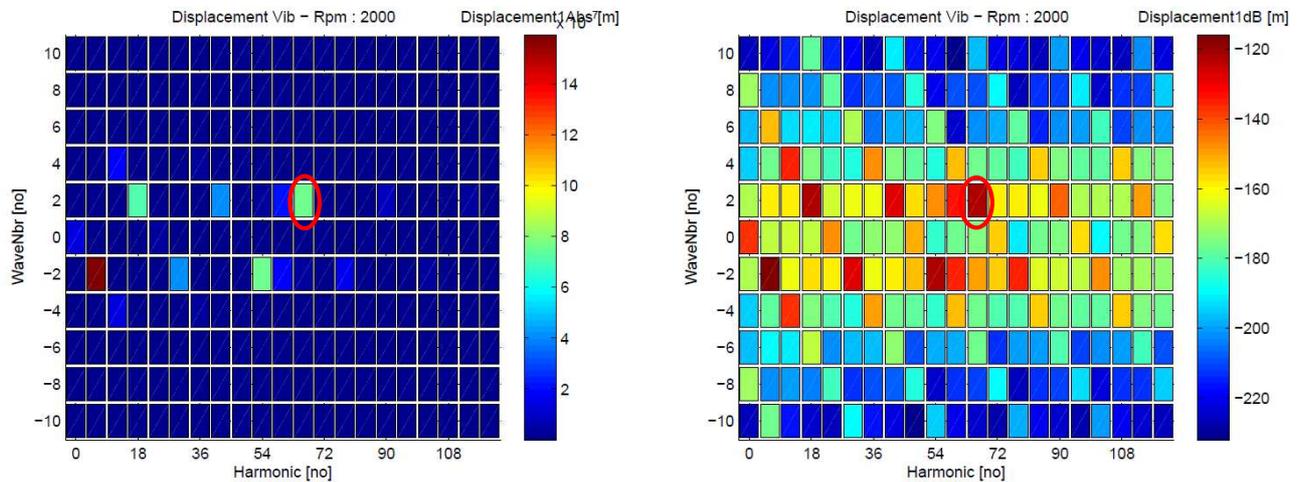


FIGURE 5.16 – Déplacement vibratoire à 2000 tr/min : échelle linéaire (à gauche), en dB (à droite)

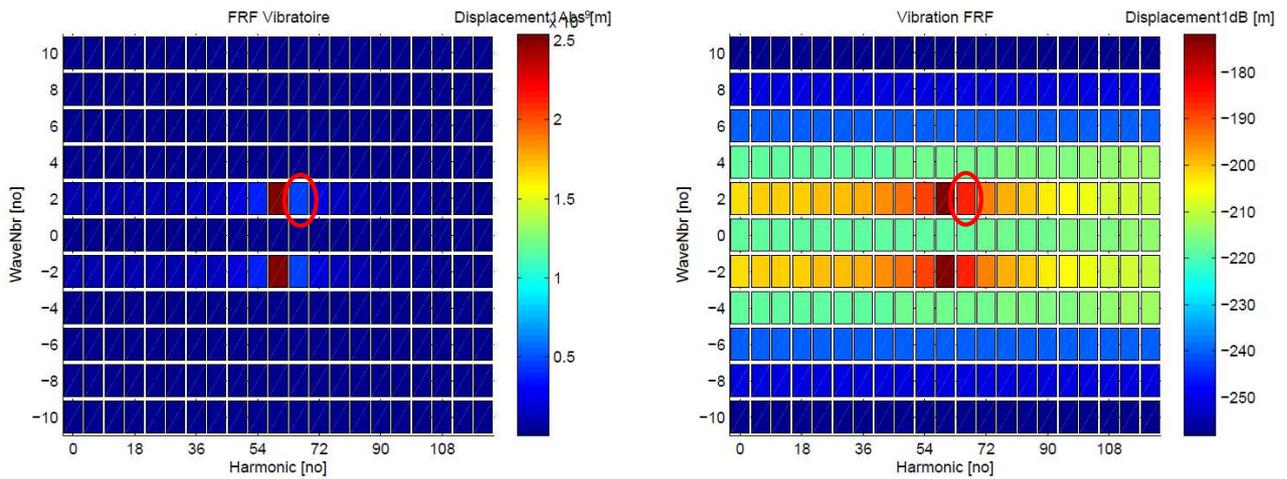


FIGURE 5.17 – Fonction de transfert vibratoire de GRIMM : échelle linéaire (à gauche), en dB (à droite)

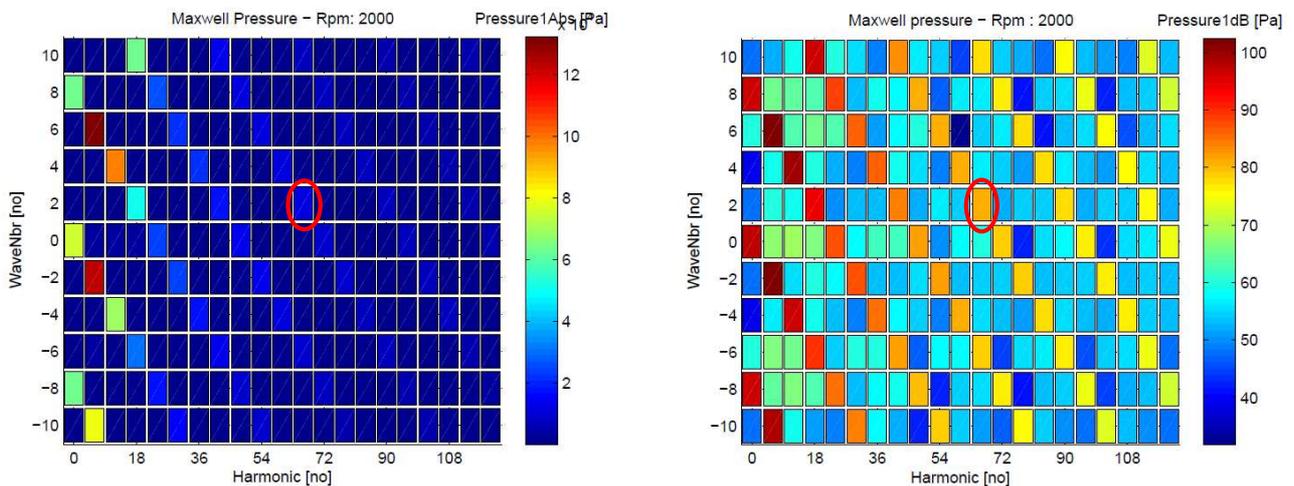


FIGURE 5.18 – Pression de Maxwell à 2000 tr/min : échelle linéaire (à gauche), en dB (à droite)

L'objectif maintenant est de se concentrer sur l'harmonique électromagnétique problématique, à savoir ( $H = 66$ ,  $k = 2$ ), et d'être capable de déterminer les paramètres électromagnétiques influents sur cet harmonique en terme d'amplitude et de phase. Parce qu'on est conscient que pour réduire une raie qui est elle même une somme d'ondes, il ne s'agit pas de jouer uniquement sur les amplitudes mais la phase est également aussi importante car, par exemple, deux ondes de même amplitude et en opposition de phase s'annulent !

Pour pouvoir identifier les paramètres influents sur l'harmonique problématique de pression de Maxwell, principalement deux approches sont possibles :

- Une étude paramétrique sur tous les paramètres électromagnétiques qui pourraient potentiellement influencer la pression de Maxwell. Cela veut dire faire varier tous les paramètres géométriques ainsi que les paramètres de commande du modèle de MRV. Ensuite, post-traiter l'ensemble des résultats obtenus pour juger du degré d'influence de chaque paramètre sur l'harmonique de pression de Maxwell en question.
- Une étude analytique : elle consisterait en l'expression analytique de la pression de Maxwell sous la forme d'une décomposition en série de Fourier, cette représentation analytique ayant l'avantage de

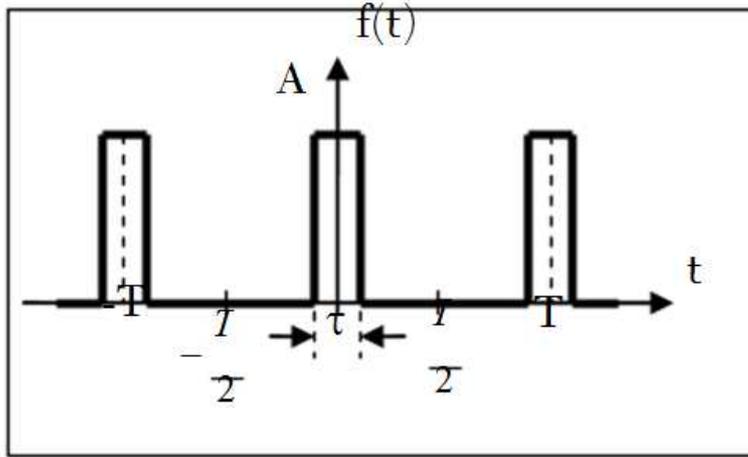


FIGURE 5.19 – Signal rectangulaire périodique

nous donner directement (par nature) les expressions analytiques de l'amplitude et de la phase de chaque raie composant le signal.

En ce qui concerne la première approche, nous jugeons qu'elle est très consommatrice en temps de calcul. Nous optons donc pour la deuxième approche, à savoir l'étude analytique.

Notre objectif maintenant est de déterminer l'expression analytique de la pression de Maxwell d'une MRV sous la forme d'une décomposition en série de Fourier. La première difficulté est liée à la particularité de la forme d'onde des courants qui alimentent les MRV. En effet, contrairement aux machines synchrones et asynchrones, nous ne pouvons pas faire l'hypothèse de courants quasi-sinusoidaux. De plus, il est très difficile de trouver dans la littérature la décomposition en série de Fourier de la forme d'onde de courant "réalistes" de la Figure 3.5 qui était utilisée dans les calculs EF électromagnétique. C'est pour cela que nous faisons cette analyse d'harmoniques avec des courants théoriques en créneaux. De plus, nous avons montré dans le paragraphe précédent que la forme d'onde des courants n'avait pas d'influence qualitative sur le contenu harmonique de la pression de Maxwell.

La pression de Maxwell est proportionnelle au carré de l'induction qui est elle-même, le produit de la f.m.m. par la perméance d'enfer surfacique. Nous commençons donc, dans notre approche analytique, par établir les expressions analytiques de la perméance et de la f.m.m.. Les modèles de perméance et de f.m.m. que nous cherchons à exprimer analytiquement sont ceux du modèle électromagnétique simplifié de la section 3.

### Formule analytique de la perméance

D'une manière générale, si nous considérons le signal rectangulaire périodique d'amplitude  $A$  et de rapport cyclique  $\alpha = \frac{\tau}{T}$  comme schématisé sur la Figure 5.19, alors sa décomposition en série de Fourier est donnée par (5.2).

$$f(t) = \alpha A \left[ 1 + 2 \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\sin(n\alpha\pi)}{n\alpha\pi} \cos(n\omega t) \right] \quad (5.2)$$

Notre fonction appelée 'Filtre Stator' représente l'image de la perméance de la denture statorique avec l'hypothèse d'une perméabilité magnétique très élevée de la culasse statorique. Cette fonction n'est rien d'autre qu'une fonction rectangulaire périodique de période  $T_s = \frac{2\pi}{N_s}$ , d'amplitude  $A_s = 1$  et d'ouverture  $\tau_s = l_d^s$  ce qui correspond à la largeur d'une dent statorique. Nous déduisons donc sa décomposition en série de Fourier :

$$FiltreStator(\theta_s) = \frac{l_d^s N_s}{2\pi} + \frac{l_d^s N_s}{\pi} \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\sin\left(\frac{l_d^s N_s n}{2}\right)}{\frac{l_d^s N_s n}{2}} \cos(n N_s (\theta_s - \theta_{s_{retard}})) \quad (5.3)$$

Avec l'angle  $\theta_{s_{retard}} = \frac{\pi}{N_s}$  traduisant le fait que l'origine du repère statorique est au milieu des encoches et non pas des dents statoriques.

De même, la fonction image de la perméance de la denture rotorique est une fonction rectangulaire périodique dans le repère tournant du rotor ( $\theta_r$ ) avec cette fois-ci, une période  $T_r = \frac{2\pi}{N_r}$ , une amplitude  $A_r = 1$  et une ouverture  $\tau_r = l_d^r$ . Sa décomposition en série de Fourier s'écrit donc :

$$FiltreRotor(\theta_r) = \frac{l_d^r N_r}{2\pi} + \frac{l_d^r N_r}{\pi} \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\sin\left(\frac{l_d^r N_r n}{2}\right)}{\frac{l_d^r N_r n}{2}} \cos(n N_r (\theta_r - \theta_{r_{retard}} + InitAngle)) \quad (5.4)$$

Avec,

$\theta_{r_{retard}} = \frac{\pi}{N_r}$  traduisant le fait que l'origine du repère rotorique est au milieu des encoches rotoriques,

$InitAngle = \frac{\pi}{N_s}$  traduisant la position relative du rotor par rapport au stator à  $t = 0$ . En effet, l'alimentation de notre MRV 8/6 est faite telle qu'à  $t = 0$ , le rotor est en opposition par rapport à la phase A du stator.

Pour réécrire la fonction Filtre Rotor dans le repère fixe statorique, nous utilisons la relation suivante :

$$\theta_r = \theta_s - \Omega t \quad (5.5)$$

Avec,  $\Omega$  est la vitesse de rotation de la machine en  $rad.s^{-1}$ .

Nous obtenons ainsi, l'expression suivante du Filtre Rotor qui dépend maintenant de l'espace mais aussi du temps (prise en compte de la rotation du rotor dans le temps) :

$$FiltreRotor(t, \theta_s) = \frac{l_d^r N_r}{2\pi} + \frac{l_d^r N_r}{\pi} \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\sin\left(\frac{l_d^r N_r n}{2}\right)}{\frac{l_d^r N_r n}{2}} \cos(n N_r (\theta_s - \Omega t - \theta_{r_{retard}} + InitAngle)) \quad (5.6)$$

Maintenant que nous avons exprimé les deux filtres statorique et rotorique sous forme de décomposition en série de Fourier dans le repère du stator, nous pouvons exprimer analytiquement la perméance de l'entrefer telle que :

$$\Lambda(t, \theta_s) = \frac{\mu_0}{e} (FiltreStator(\theta_s) \cdot FiltreRotor(t, \theta_s)) \quad (5.7)$$

Ce qui donne après un premier développement :

$$\Lambda(t, \theta_s) = \frac{\mu_0 N_s l_d^s N_r l_d^s}{4\pi^2 e} \left[ 1 + 2 \sum_{i=1}^{\infty} \text{sinc}\left(\frac{l_d^s N_s i}{2}\right) \cos(i N_s (\theta_s - \theta_{s_{retard}})) + \right. \\ \left. 2 \sum_{j=1}^{\infty} \text{sinc}\left(\frac{l_d^r N_r j}{2}\right) \cos(j N_r (\theta_s - \Omega t - \theta_{r_{retard}} + InitAngle)) + \right. \\ \left. 4 \sum_{i=1}^{\infty} \sum_{j=1}^{\infty} \text{sinc}\left(\frac{l_d^s N_s i}{2}\right) \text{sinc}\left(\frac{l_d^r N_r j}{2}\right) \cos(i N_s (\theta_s - \theta_{s_{retard}})) \cos(j N_r (\theta_s - \Omega t - \theta_{r_{retard}} + InitAngle)) \right] \quad (5.8)$$

En utilisant la propriété de parité de la fonction cosinus et en faisant varier l'indice  $i$  entre  $-\infty$  et  $+\infty$ , l'expression analytique de la perméance en fonction du temps et de l'espace devient alors :

$$\begin{aligned}
\Lambda(t, \theta) = & \frac{\mu_0 N_s l_d^s N_r l_d^s}{4\pi^2 e} \left[ 1 + 2 \sum_{i=1}^{\infty} \text{sinc}\left(\frac{l_d^s N_s i}{2}\right) \cos(i N_s (\theta_s - \theta_{s_{retard}})) + \right. \\
& 2 \sum_{j=1}^{\infty} \text{sinc}\left(\frac{l_d^r N_r j}{2}\right) \cos(j N_r \Omega t - j N_r \theta_s + j N_r (\theta_{r_{retard}} - \text{InitAngle})) + \\
& \left. 2 \sum_{i=-\infty, i \neq 0}^{\infty} \sum_{j=1}^{\infty} \text{sinc}\left(\frac{l_d^s N_s i}{2}\right) \text{sinc}\left(\frac{l_d^r N_r j}{2}\right) \cos(j N_r \Omega t + (i N_s - j N_r) \theta_s - i N_s \theta_{s_{retard}} + j N_r (\theta_{r_{retard}} - \text{InitAngle})) \right]
\end{aligned} \tag{5.9}$$

**Validation de la formule analytique de perméance** Notre objectif ici est de valider la formule analytique de la perméance obtenue dans le paragraphe précédent. Le modèle à l'origine de la formule analytique de perméance et celui à l'origine de la perméance numérique dans le modèle électromagnétique simplifié sont les mêmes, à savoir un modèle de perméance en créneaux. Par conséquent, pour valider la formule analytique de perméance, il suffit de la comparer à la perméance numérique issue du modèle électromagnétique simplifié. La Figure 5.20 montre une première comparaison qui porte sur la variation spatio-temporelle de la perméance sur une période électrique et une période spatiale.

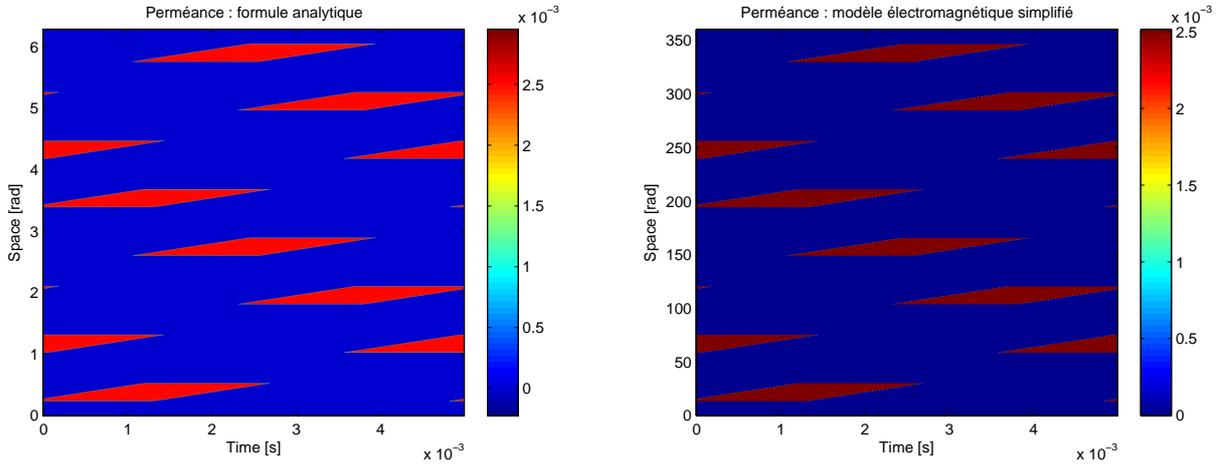


FIGURE 5.20 – Variation spatio-temporelle de la perméance : formule analytique (à gauche), modèle numérique simplifié (à droite)

Afin de valider plus en détail, la formule analytique de perméance, nous comparons dans un deuxième temps la perméance analytique à celle donnée par le modèle numérique simplifié en terme d'amplitude et de phase (cf. Figure 5.21 et Figure 5.22).

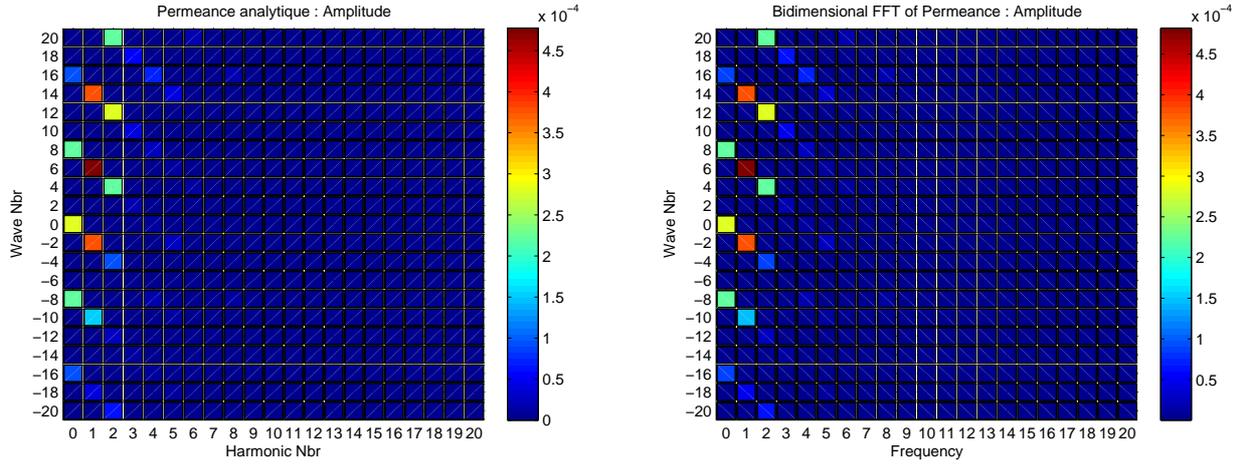


FIGURE 5.21 – Amplitude de la perméance : formule analytique (à gauche), modèle numérique simplifié (à droite)

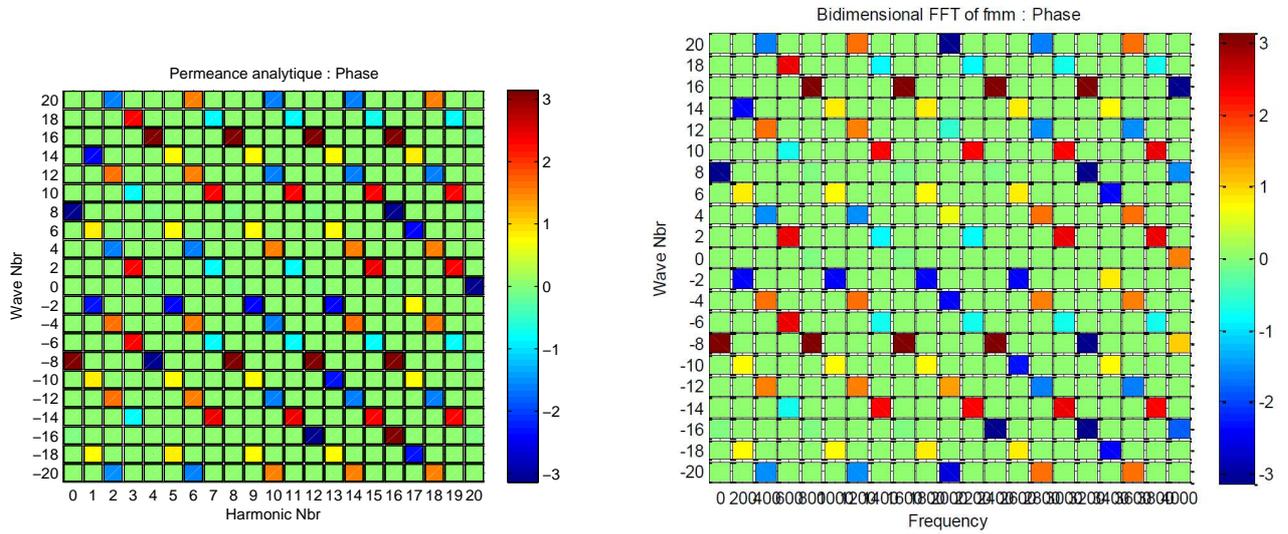


FIGURE 5.22 – Phase de la perméance : formule analytique (à gauche), modèle numérique simplifié (à droite)

Les Figures 5.20, 5.21 et 5.22 montrent la précision de la formule analytique de la perméance en terme de comportement spatio-temporel mais aussi en terme de contenu harmonique.

**Force magnétomotrice analytique** Pour établir l'expression analytique de la force magnétomotrice, nous exprimons analytiquement d'une part les courants et d'autre part les fonctions de bobinage. Ensuite, nous ferons le produit des deux fonctions analytiques respectives pour arriver à l'expression analytique de la f.m.m..

Nous conservons toujours l'hypothèse de courant en crénaux. Nous écrivons donc le courant de la phase  $q$  comme une décomposition en série de Fourier d'une fonction rectangle de période  $T$ , translatée de  $\psi + \frac{\theta_p}{2}$  et d'amplitude  $I_0$  :

$$i_q(t) = \frac{I_0}{2} \left[ 1 + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \text{sinc} \left( \frac{n\pi}{2} \right) \cos \left( n\omega t - n(q-1) \frac{2\pi}{N_{ph}} - n\omega \left( \psi + \frac{\theta_p}{2} \right) \right) \right] \quad (5.10)$$

Pour la phase  $q$ , la f.m.m. est donnée par :

$$fmm_q(t, \theta) = \frac{I_0 Z}{2} \left[ \sum_{k=1impair}^{\infty} \epsilon_k \cos \left( k\theta_s - k \left( \theta_{sretard} + (q-1) \frac{2\pi}{N_s} \right) \right) + \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{k=-\infty impair}^{\infty} sinc \left( \frac{n\pi}{2} \right) \epsilon_k \cos \left( n\omega t - k\theta_s - n\omega \left( \psi + \frac{\theta_p}{2} \right) - n(q-1) \frac{2\pi}{N_{ph}} + k \left( \theta_{sretard} + (q-1) \frac{2\pi}{N_s} \right) \right) \right] \quad (5.11)$$

La f.m.m. totale est donnée par la somme des f.m.m. relatives aux différentes phases :

$$fmm(t, \theta) = I_0 Z \left[ \sum_{k=1impair}^{\infty} \epsilon_k \left( \cos \left( \frac{3k\pi}{N_s} \right) + \cos \left( \frac{k\pi}{N_s} \right) \right) \cos \left( -k\theta_s + \frac{4k\pi}{N_s} \right) + \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{k=-\infty impair}^{\infty} sinc \left( \frac{n\pi}{2} \right) \epsilon_k \cos \left( \frac{\pi}{N_s} (k - 6n) \right) \cos \left( n\omega t - k\theta_s - n\omega \left( \psi + \frac{\theta_p}{2} \right) + \frac{2\pi}{N_s} (k - 3n) \right) + \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{k=-\infty impair}^{\infty} sinc \left( \frac{n\pi}{2} \right) \epsilon_k \cos \left( \frac{\pi}{N_s} (k + 2n) \right) \cos \left( n\omega t - k\theta_s - n\omega \left( \psi + \frac{\theta_p}{2} \right) + \frac{6\pi}{N_s} (k - n) \right) \right] \quad (5.12)$$

**Validation de la formule analytique de fmm** Notre objectif ici est de valider la formule analytique de la f.m.m.. Comme pour la perméance, le modèle à l'origine la formule analytique de f.m.m. et celui à l'origine de la f.m.m. numérique dans le modèle électromagnétique simplifié sont les mêmes. Par conséquent, pour valider la formule analytique de f.m.m., nous la comparons à la f.m.m. numérique issue du modèle électromagnétique simplifié. Une première comparaison concerne la variation spatio-temporelle de la f.m.m. sur une période électrique et une période spatiale donnée Figure 5.23.

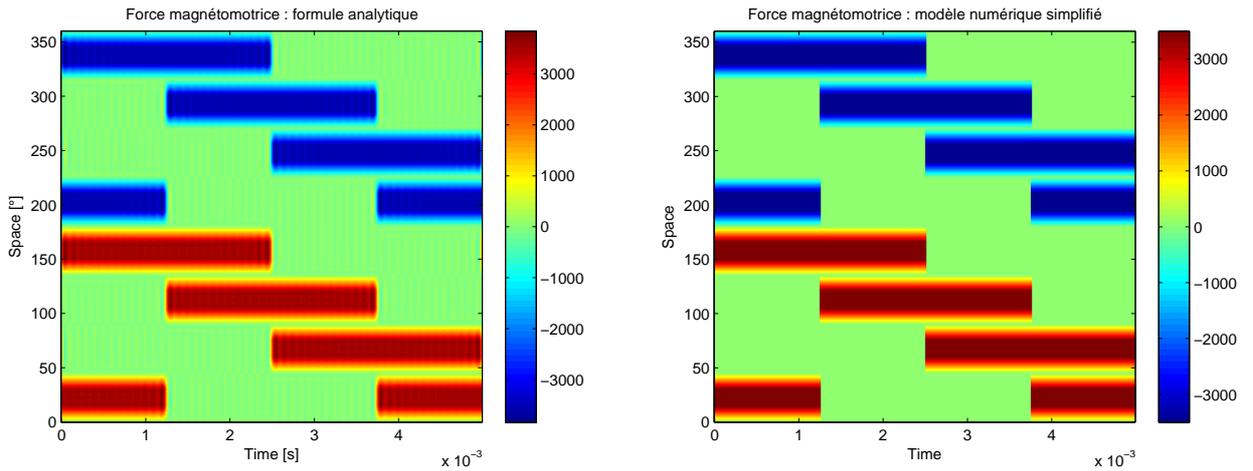


FIGURE 5.23 – Variation spatio-temporelle de la f.m.m. : formule analytique (à gauche), modèle numérique simplifié (à droite)

Afin de valider plus en détail, la formule analytique de la force magnétomotrice, nous comparons dans un deuxième temps la f.m.m. analytique à celle donnée par le modèle numérique simplifié en terme d'amplitude et de phase. Nous obtenons les résultats des Figures 5.24 et 5.25.

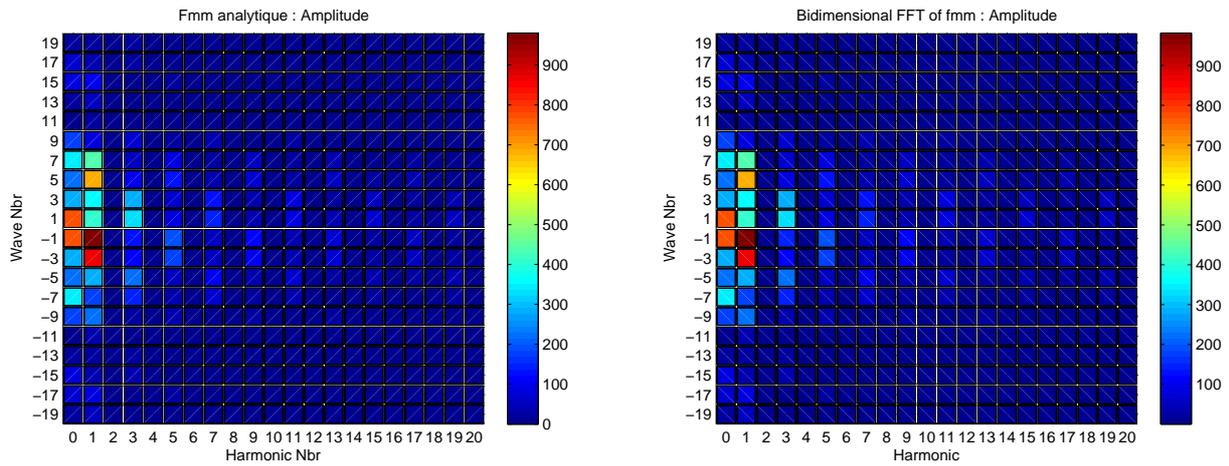


FIGURE 5.24 – Amplitude de la f.m.m. : formule analytique (à gauche), modèle numérique simplifié (à droite)

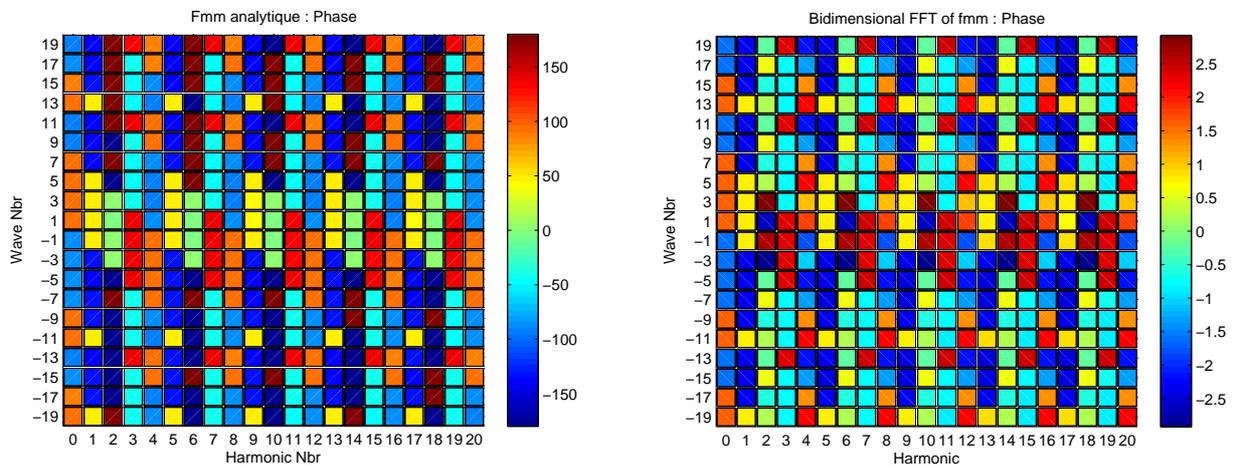


FIGURE 5.25 – Phase de la f.m.m. : formule analytique (à gauche), modèle numérique simplifié (à droite)

Les figures ci-dessus valident la formule analytique de f.m.m. à la fois en comportement spatio-temporel et en contenu harmonique.

### 5.3.2 Produit de convolution

Nous avons réussi à établir les expressions analytiques de la f.m.m. et de la perméance. La pression de Maxwell est proportionnelle au carré de l'induction qui est elle-même le produit de la f.m.m. par la perméance par unité de surface. Etant donné la complexité des formules analytiques respectives à la f.m.m. et la perméance, il est facile d'imaginer la complexité d'un calcul purement analytique de la pression de Maxwell. C'est pour cela que nous avons eu recours au produit de convolution afin de pouvoir exploiter et bénéficier de l'intérêt des expressions analytiques de f.m.m. et de la perméance. En fait, nous utilisons la propriété suivante du produit de convolution : la transformée de Fourier d'un produit simple de deux fonctions est égale à la convolution des transformées de Fourier respectives de chacune de ces deux fonctions. Donc, si nous considérons deux fonctions  $f(t)$  et  $g(t)$  dont les transformées de Fourier sont  $F(\omega)$  et  $G(\omega)$ . La transformée de Fourier du produit (noté  $\cdot$ ) de deux fonctions est égale

au produit de convolution (noté  $*$ ) des transformées de Fourier de ces deux fonctions :

$$T[f(t) \cdot g(t)] = T[f(t)] * T[g(t)] \quad (5.13)$$

**Produit de convolution unidimensionnel** Le peigne d'impulsion de Dirac 1D s'écrit :

$$p(x) = \sum_{m=-\infty}^{m=+\infty} \delta(x - m\Delta x) \quad (5.14)$$

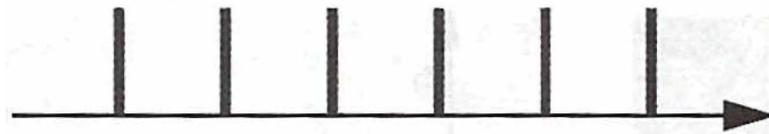


FIGURE 5.26 – Peigne d'impulsions de Dirac en dimension 1

Dans la suite, nous utiliserons la propriété mathématique de la distribution de Dirac décrite dans l'équation (5.15).

$$\delta(t - t1) * \delta(t - t2) = \delta(t - t1 - t2) \quad (5.15)$$

**Produit de convolution bidimensionnel** La brosse d'impulsion de Dirac en 2D s'écrit sous la forme :

$$b(x, y) = \left( \sum_{m=-\infty}^{m=+\infty} \delta(x - m\Delta x) \right) \cdot \left( \sum_{n=-\infty}^{n=+\infty} \delta(y - n\Delta y) \right) \quad (5.16)$$

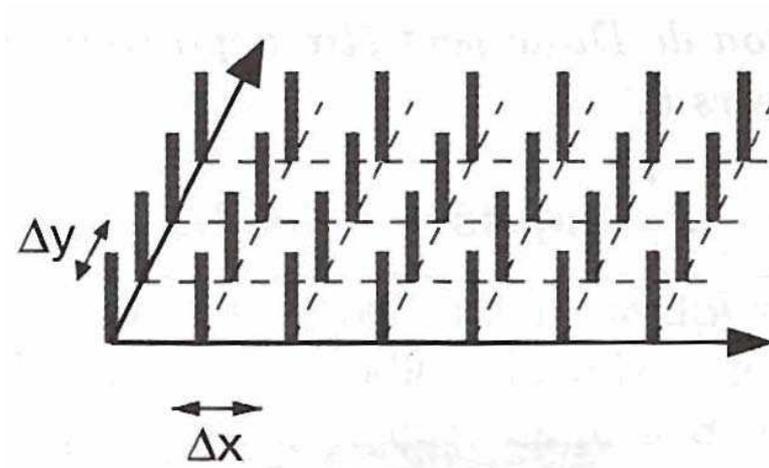


FIGURE 5.27 – Brosse d'impulsions de Dirac en dimension 2

### Effet de la FFT SingleSided/DoubleSided Vs DoubleSided/DoubleSided

Une première précaution à prendre quant à l'utilisation du produit de convolution concerne l'utilisation de FFT bidimensionnelle Single-Sided/Double-Sided ou bien Double-Sided/Double-Sided. En effet, dans un premier temps nous allons comparer les deux résultats suivants :

- D'un côté, le contenu harmonique de l'amplitude de l'induction magnétique en passant par une FFT bidimensionnelle de l'induction spatio-temporelle.

- De l'autre, le contenu harmonique de l'amplitude de l'induction magnétique défini tel que le produit de convolution de la FFT bidimensionnelle de la perméance par la FFT bidimensionnelle de la f.m.m..

Sachant que toutes les grandeurs électromagnétiques (f.m.m., perméance, induction et pression de Maxwell) évoquées dans la suite sont issues du modèle électromagnétique simplifié, nous appliquons le schéma de comparaison de la Figure 5.28.

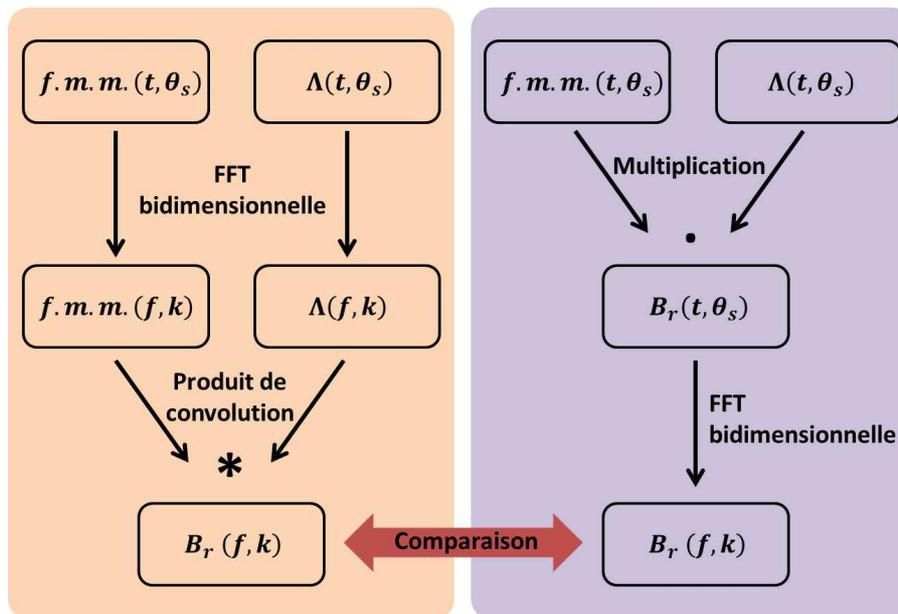


FIGURE 5.28 – Schéma de comparaison du contenu harmonique de l'induction magnétique

Les résultats en terme de contenu harmonique de l'induction suivant les deux méthodes sont détaillés Figure 5.29 et Figure 5.30.

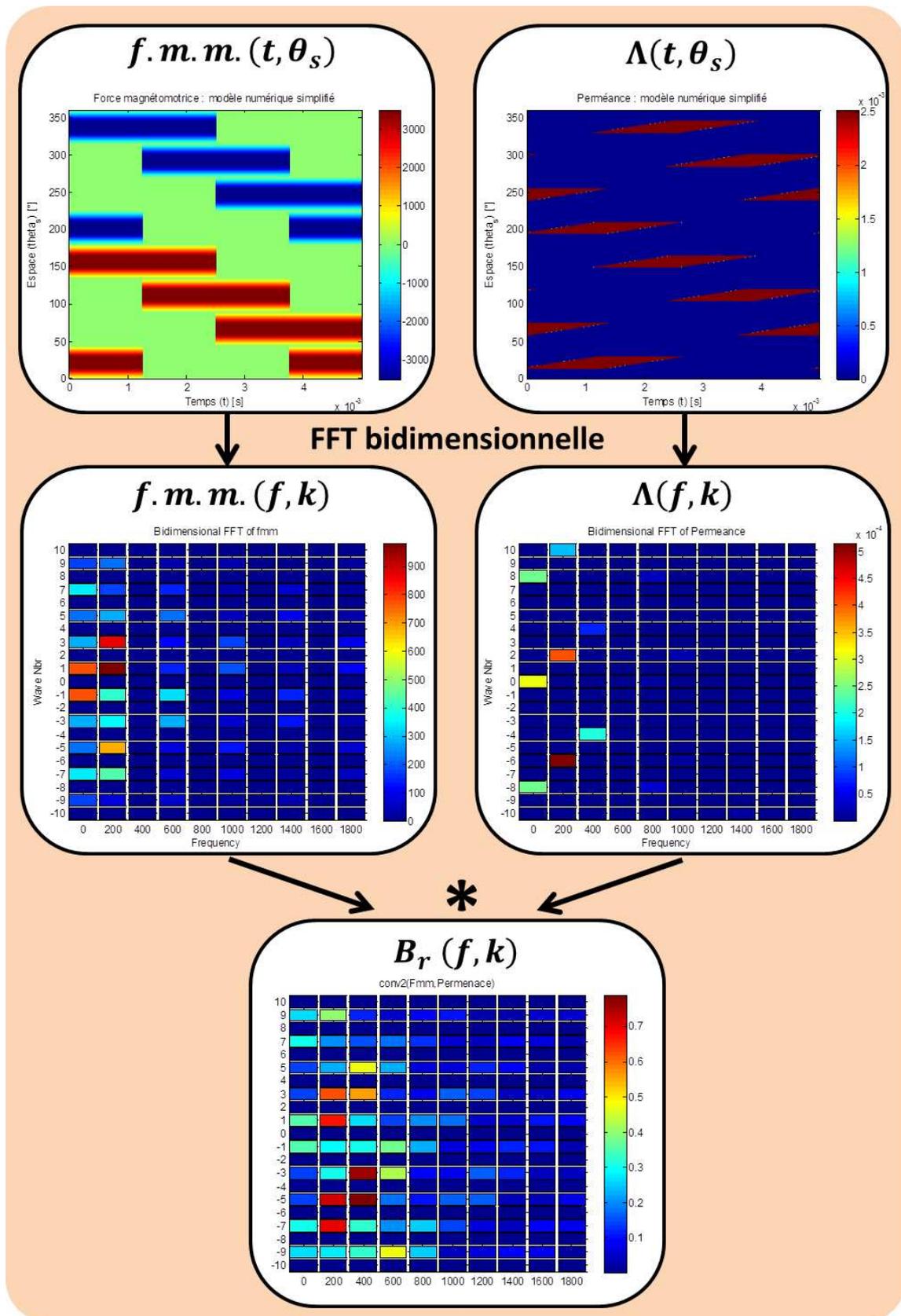


FIGURE 5.29 – Contenu harmonique de l'induction magnétique obtenu moyennant le produit de convolution

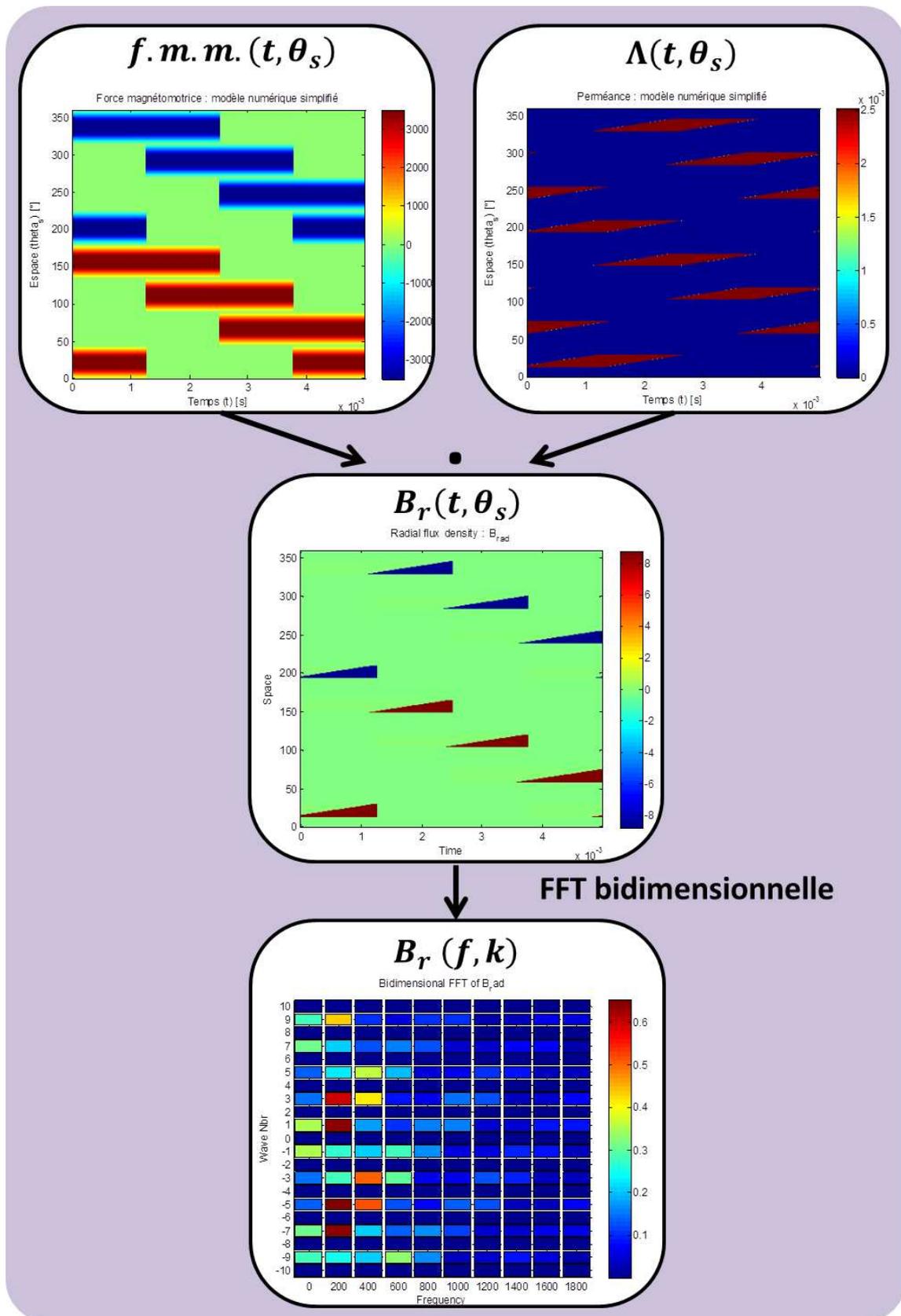


FIGURE 5.30 – Contenu harmonique de l'induction magnétique obtenu moyennant une FFT bidimensionnelle

Nous remarquons en comparant les résultats des Figures 5.29 et 5.30, qu'il y a des différences entre les deux matrices d'amplitude du contenu harmonique de l'induction selon que l'on utilise la méthode

basée sur le produit de convolution ou bien la FFT bidimensionnelle du signal spatio-temporel de l'induction. Nous partons du principe que le résultat de référence est celui donné par la FFT bidimensionnelle de  $B_r(t, \theta_s)$ . Sachant que nous ne faisons aucune hypothèse simplificatrice supplémentaire, nous nous attendions à une très faible différence entre les résultats donnés par les deux méthodes expliquées dans la section précédente. Afin de comprendre l'origine de ces écarts, nous tentons d'appliquer la méthode basée sur le produit de convolution sur les FFT bidimensionnelles de la f.m.m. et de la perméance, mais cette fois-ci, nous appliquons une FFT en DoubleSided / DoubleSided. Cela signifie que nous calculons le contenu harmonique des deux grandeurs dans le plan (fréquence, nombre d'onde) sachant que cette fois-ci, à la fois, les fréquences et les nombres d'onde peuvent prendre des valeurs positives et négatives. Contrairement au cas précédent, où nous avons gardé uniquement les valeurs positives de fréquences.

Les résultats sont donnés Figure 5.31 et Figure 5.32. Nous avons grisé les résultats qui ne changent pas par rapport à la comparaison précédente.

Nous remarquons, en comparant les amplitudes du contenu harmonique des inductions magnétiques issues des deux méthodes, que cette fois-ci nous retrouvons exactement le même résultat (à la précision numérique près). Nous faisons également une comparaison équivalente au niveau de la pression de Maxwell suivant le schéma de comparaison de la Figure 5.33.

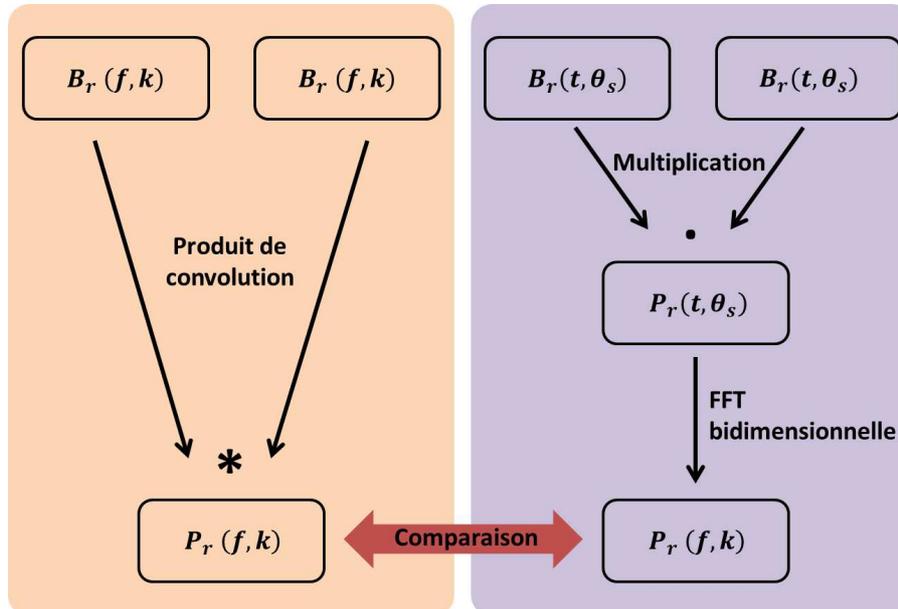


FIGURE 5.33 – Schéma de comparaison de la pression de Maxwell

Les amplitudes de la pression de Maxwell dans le plan (fréquence, nombre d'onde) issues par les deux méthodes sont représentées Figure 5.34.

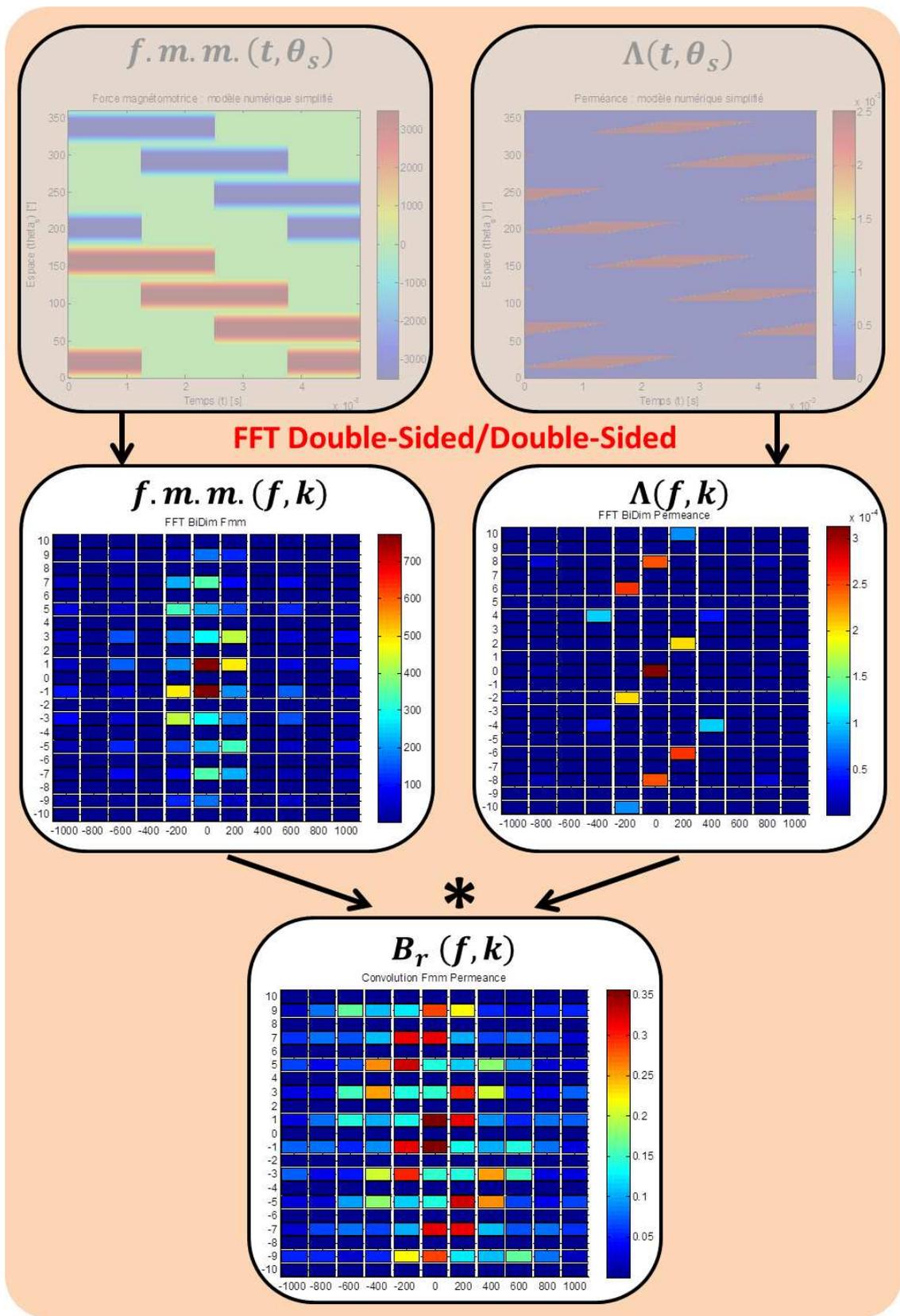


FIGURE 5.31 – Contenu harmonique de l'induction magnétique obtenu moyennant le produit de convolution

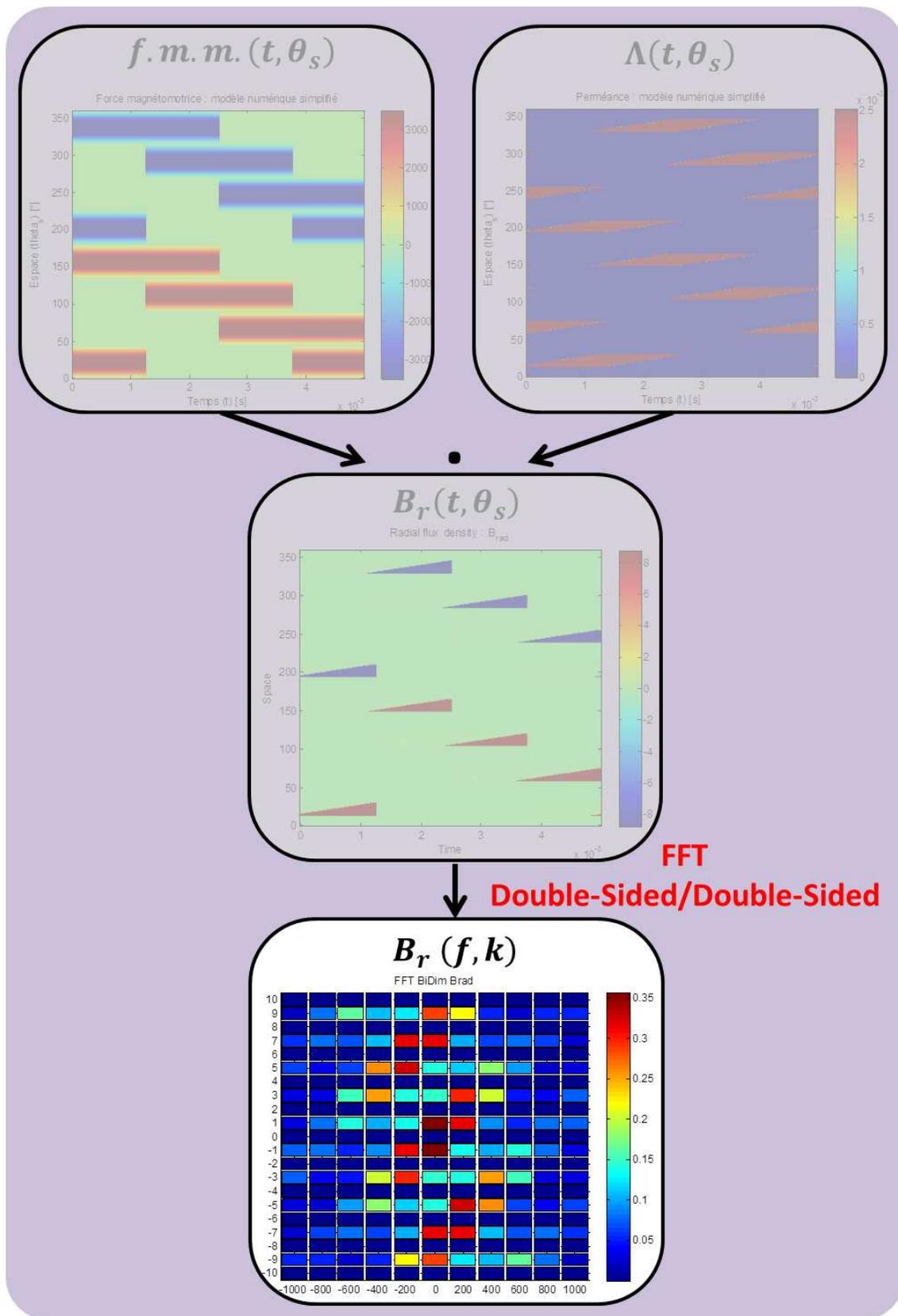


FIGURE 5.32 – Contenu harmonique de l'induction magnétique obtenu moyennant une FFT bidimensionnelle

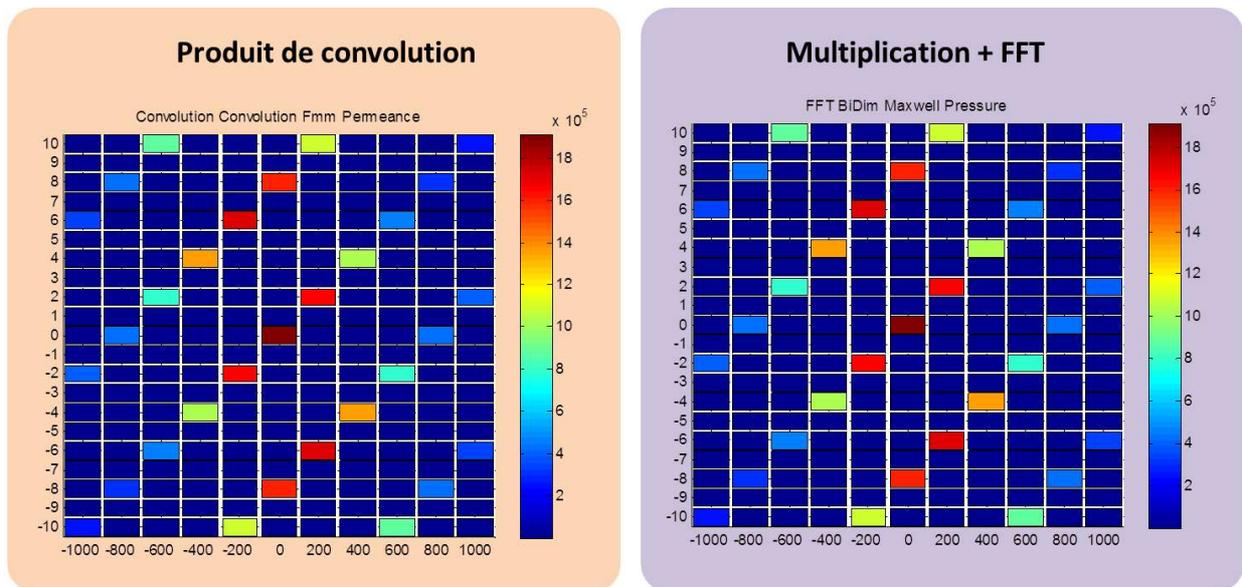


FIGURE 5.34 – Schéma de comparaison de la pression de Maxwell

### Effet des raies dominantes

L'intérêt de l'utilisation du produit de convolution est le fait de pouvoir partir d'une raie de pression de Maxwell problématique et d'être capable d'identifier les raies de f.m.m. et les raies de perméance qui en sont l'origine. Or, en écrivant l'expression d'une raie de pression de Maxwell en étant le produit de convolution deux fois de la f.m.m. et de la perméance, nous nous rendons compte qu'en théorie, il y a une infinité de combinaisons (raie f.m.m, raie perméance). En réalité, derrière chaque amplitude de raie de pression de Maxwell se cache une somme d'une infinité de produit de combinaisons de raie de f.m.m. par raie de perméance. Pour cela, il n'est pas raisonnable d'exploiter la méthode du produit de convolution si nous conservons la totalité des contenus harmoniques de la f.m.m. et de la perméance. Or, en examinant les FFT de f.m.m. et de perméance, il est assez facile de constater l'existence de raies dominantes qui se distinguent par leurs fortes amplitudes. Nous choisissons donc de filtrer les contenus respectifs de la f.m.m. et de la perméance en conservant uniquement les raies dominantes. Nous cherchons à déterminer l'effet de cette approximation sur la précision des pressions de Maxwell. Pour cela, nous procédons de deux manières différentes (cf Figure 5.35). La première consiste à filtrer les contenus respectifs de la f.m.m. et de la perméance, et ensuite calculer la pression de Maxwell via une double convolution. La deuxième consiste, dans un premier temps, à élever les signaux spatio-temporels de f.m.m. et de perméance au carré et ensuite filter les raies dominantes pour calculer enfin par convolution les pressions de Maxwell.

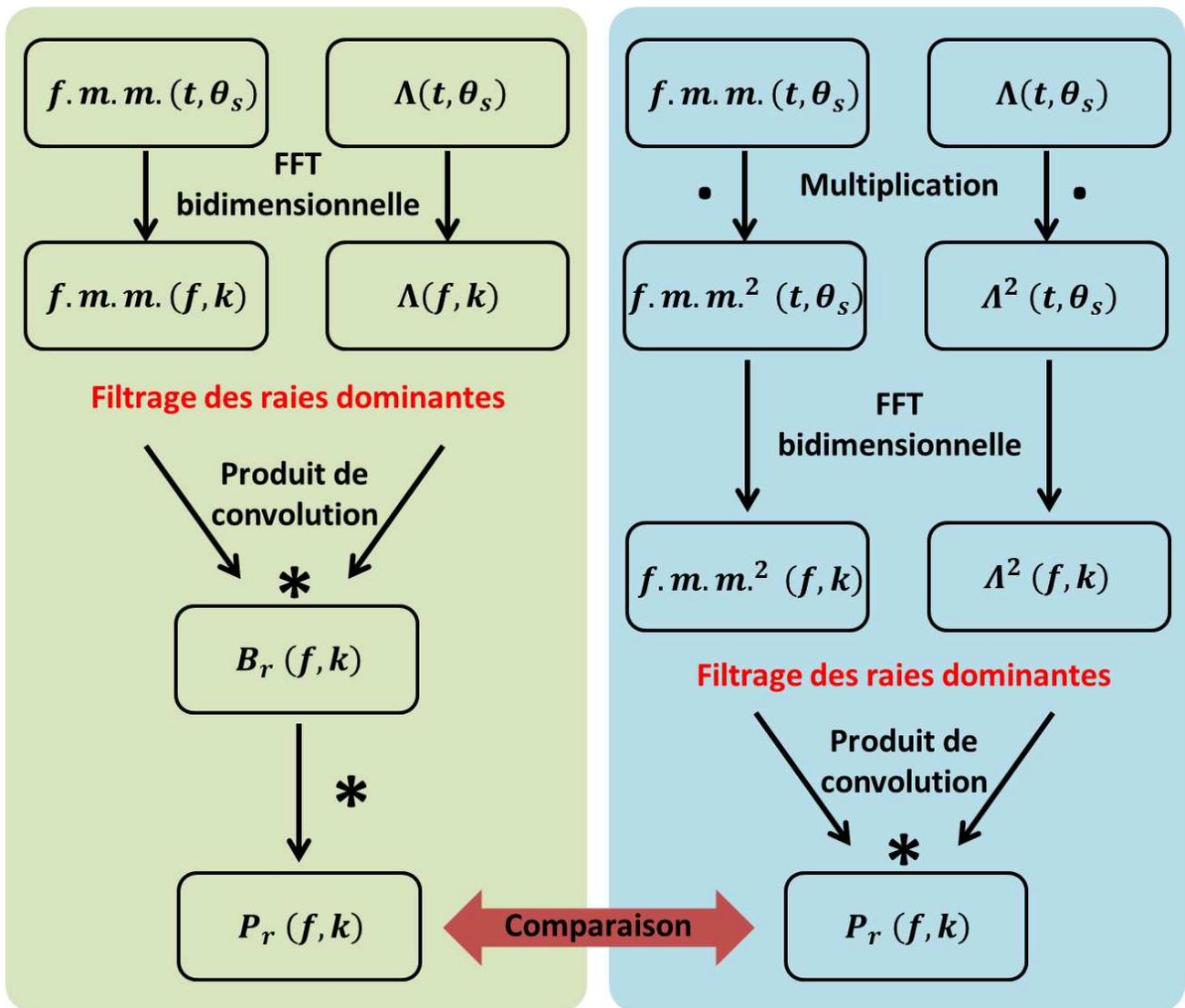


FIGURE 5.35 – Schéma de comparaison, filtrage sur les raies dominantes

Les résultats des deux méthodes sont représentés Figure 5.36 et Figure 5.37.

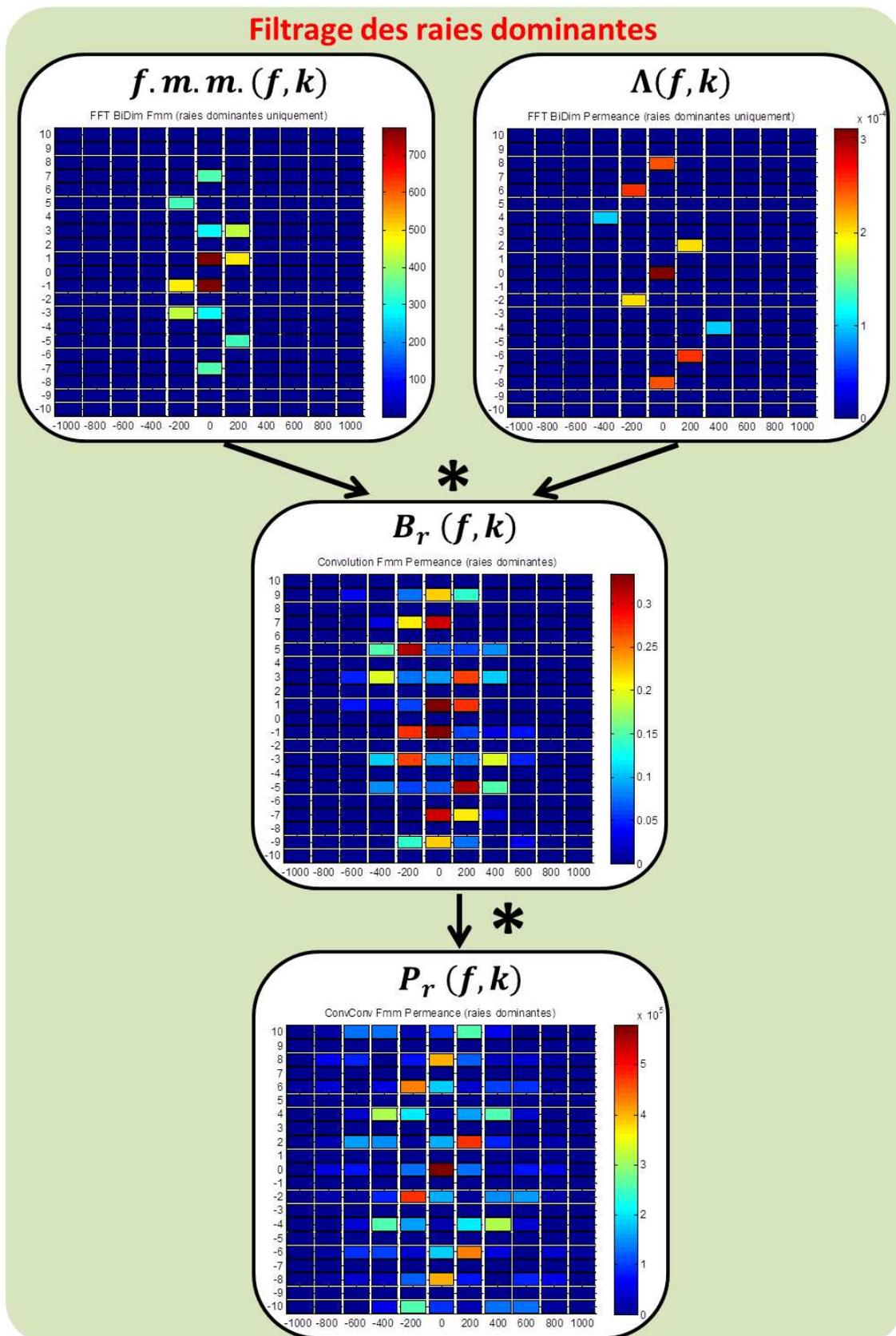


FIGURE 5.36 – Filtrage + double convolution

Nous comparons les pressions de Maxwell obtenues par les deux méthodes ci-dessus avec le résultat que nous considérons comme référence, à savoir celui donné par la FFT bidimensionnelle de la  $P_r(t, \theta_s)$ . Les Figures 5.38 et 5.39 montrent que la méthode qui consiste à filter les raies dominantes qu'une

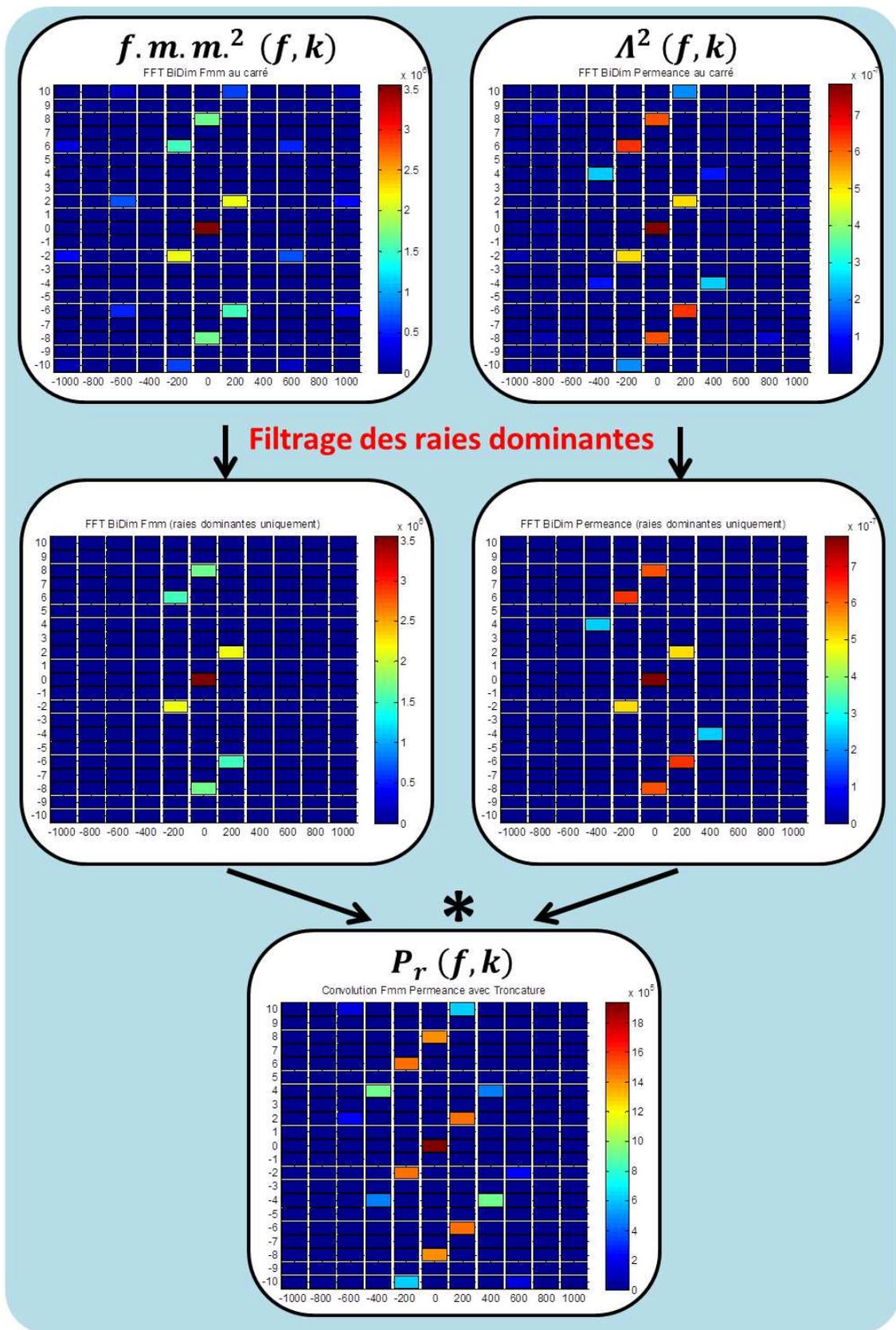


FIGURE 5.37 – Carré + Filtrage + convolution

fois la f.m.m. et la perméance élevées au carré donne les pressions de Maxwell les plus précises. Nous adoptons donc cette méthode dans la suite.

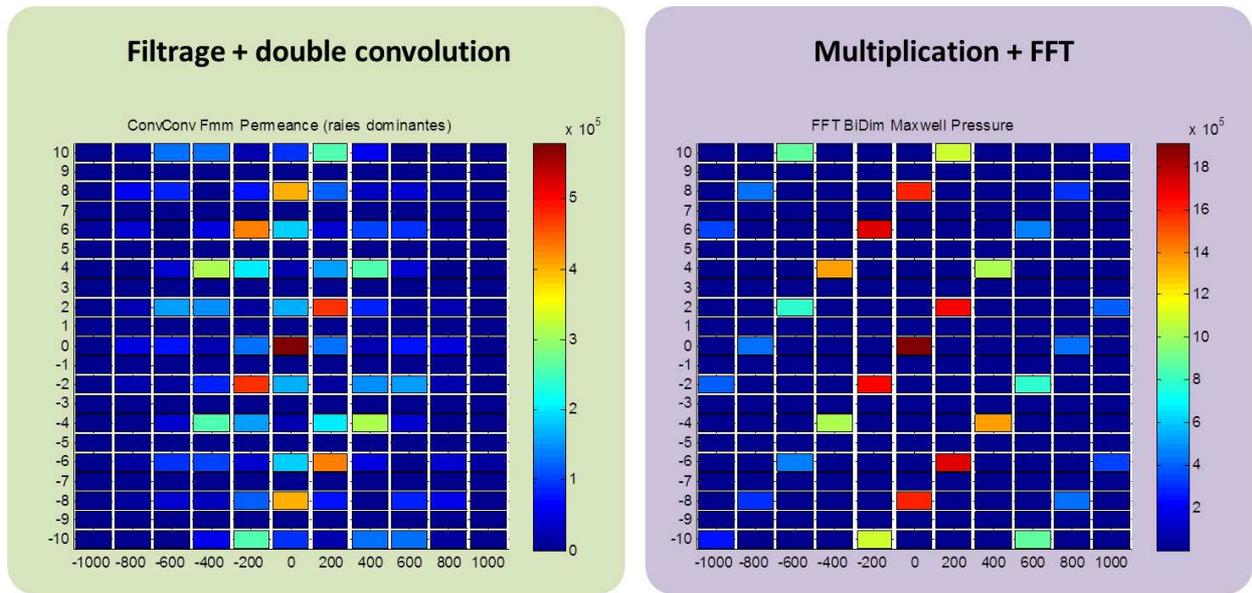


FIGURE 5.38 – Comparaison de la pression de Maxwell (filtrage + double convolution) avec la référence

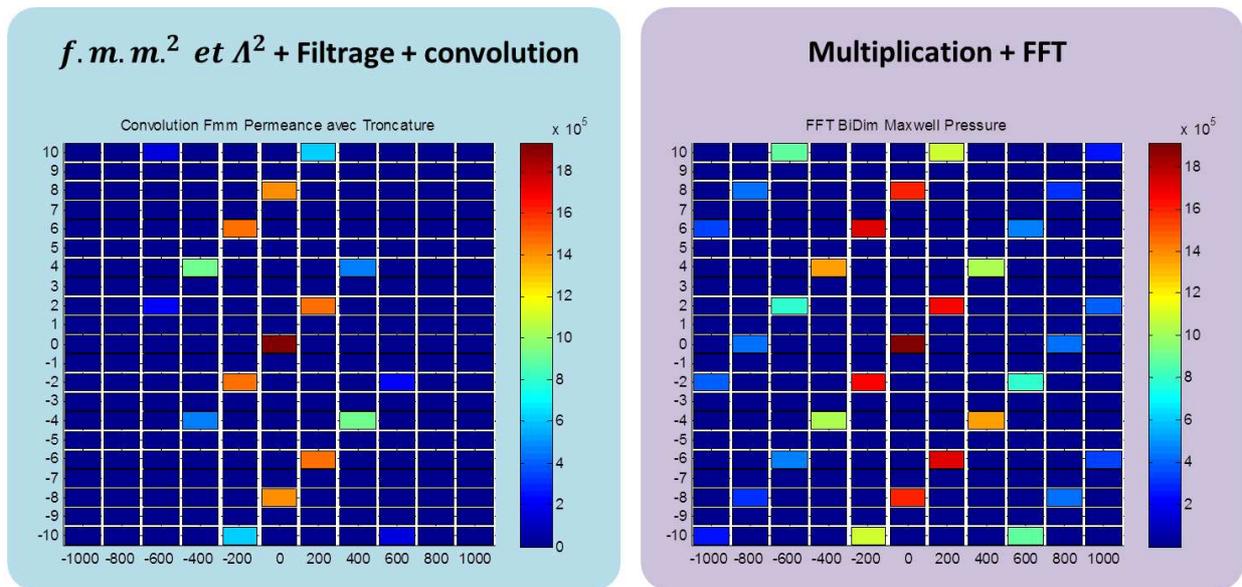


FIGURE 5.39 – Comparaison de la pression de Maxwell (carré + filtrage + convolution) avec la référence

### 5.3.3 Analyse de l'harmonique magnétique problématique

Nous avons identifié une raie problématique de la pression de Maxwell, à savoir celle à  $f = 2000Hz$  et  $k = 2$ . Nous voulons maintenant savoir l'origine de l'amplitude de cette raie. Pour cela, nous allons avoir recours au produit de convolution comme expliqué précédemment. D'une manière théorique, par convolution, la pression de Maxwell dans le plan (fréquence, nombre d'onde) s'exprime de la manière suivante :

$$\begin{aligned}
P_r(f, k) &= f.m.m.^2(f, k) * \Lambda^2(f, k) \\
&= \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \sum_{x=-\infty}^{+\infty} \sum_{y=-\infty}^{+\infty} \left( fmm_{mn}^2 \cdot \Lambda_{xy}^2 \right) \delta(f - (m+x) \Delta f) \delta(k - (n+y) \Delta k)
\end{aligned} \tag{5.17}$$

Dans le cas particulier où nous nous intéressons à une raie particulière de la pression de Maxwell de fréquence  $f_0$  et de nombre d'onde  $k_0$ , nous avons les relations suivantes entre les indices  $m$ ,  $n$ ,  $x$  et  $y$  :

$$\begin{aligned}
m + x &= f_0 \\
n + y &= k_0
\end{aligned} \tag{5.18}$$

Nous pouvons donc écrire l'expression de la raie  $P_r(f_0, k_0)$  telle que :

$$P_r(f_0, k_0) = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \left( fmm_{mn}^2 \cdot \Lambda_{(f_0-m)(k_0-n)}^2 \right) \delta(f - f_0) \delta(k - k_0) \tag{5.19}$$

D'après l'équation (5.19), il est facile de voir que derrière une raie de pression de Maxwell, il y a une somme d'une infinité de combinaisons de produits  $\left( fmm_{mn}^2 \cdot \Lambda_{(f_0-m)(k_0-n)}^2 \right)$ . Nous espérons donc pour pouvoir atteindre notre objectif de départ que dans le cas concret de notre raie problématique, cette expression de pression de Maxwell soit approximable par une somme finie de produits  $\left( fmm_{mn}^2 \cdot \Lambda_{(f_0-m)(k_0-n)}^2 \right)$ . Autrement dit, nous espérons que dans cette somme infinie qui définit la raie de pression de Maxwell, il y auraient quelques termes qui dominent la valeur de l'amplitude de la raie. Il faut garder en tête qu'ici, nous manipulons des nombres complexes. C'est-à-dire, il y a certes la notion d'amplitude est primordiale mais la notion de phase est tout aussi importante. Il ne suffit donc pas de regarder les amplitudes des différents termes de la somme infinie parce que deux termes de la somme qui seront en opposition de phase se compenseront même s'ils ont les plus grandes amplitudes. Donc ce serait une erreur de se focaliser sur ces termes alors que c'est la contribution des autres termes qu'on verrait effectivement dans la raie de pression de Maxwell.

Afin d'avoir une visibilité du contenu de cette somme infinie et savoir s'il y a des termes dominants qui se distinguent dans cette somme, nous considérons suffisamment de termes dans la somme de l'équation (5.19) et nous traçons dans le plan complexe le vecteur contenant les différents termes  $\left( fmm_{mn}^2 \cdot \Lambda_{(f_0-m)(k_0-n)}^2 \right)$  (cf Figure 5.40). Concrètement, chaque flèche de la figure représente un terme  $fmm^2 \cdot \Lambda^2$ . La longueur de la flèche représente l'amplitude du terme et la phase est donnée son angle par rapport à l'axe horizontal.

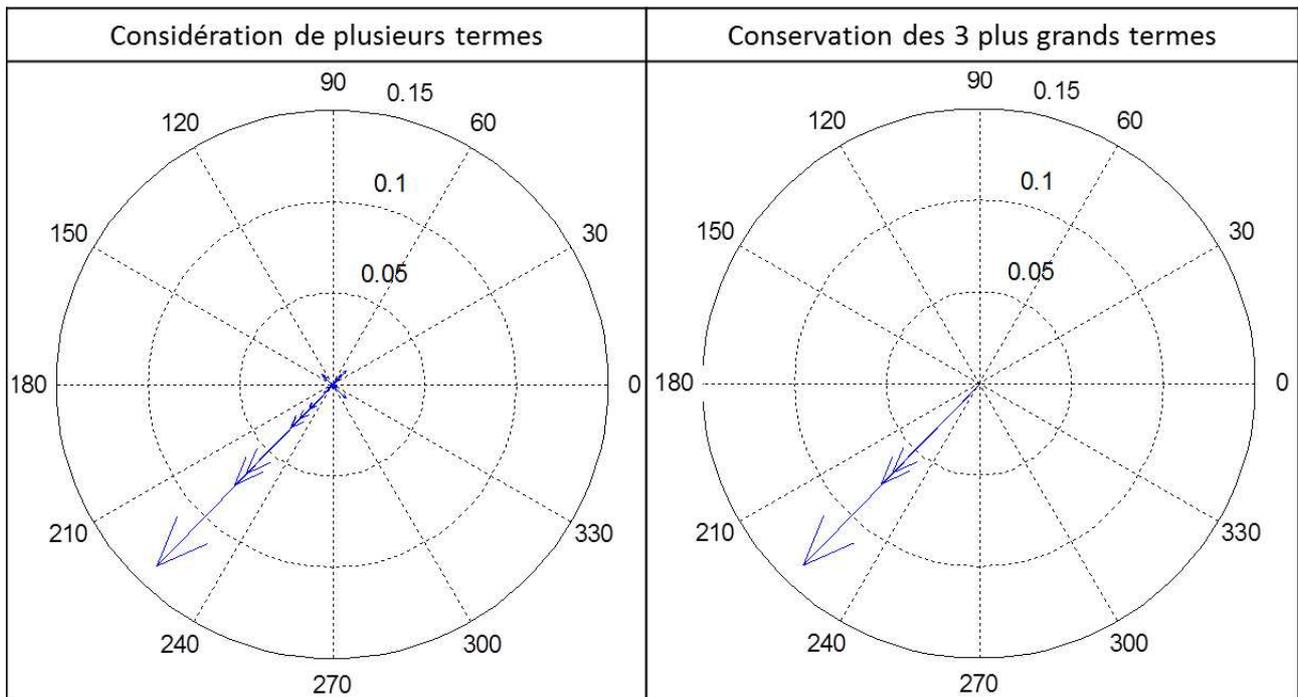


FIGURE 5.40 – Raie de pression de Maxwell problématique : plusieurs termes de la somme (à gauche), conservation uniquement des 3 plus grands termes (à droite)

D'après la Figure 5.40, nous constatons que dans l'expression de la raie  $P_r(f_0, k_0)$ , il y a 3 termes qui sont en phase et qui se distinguent par leurs grandes amplitudes. Nous choisissons donc de conserver uniquement ces termes et nous cherchons maintenant à identifier les raies de  $f.m.m.^2$  et de  $\Lambda^2$  qui en sont l'origine. Nous avons entouré en rouge sur la Figure 5.41 les raies concernées.

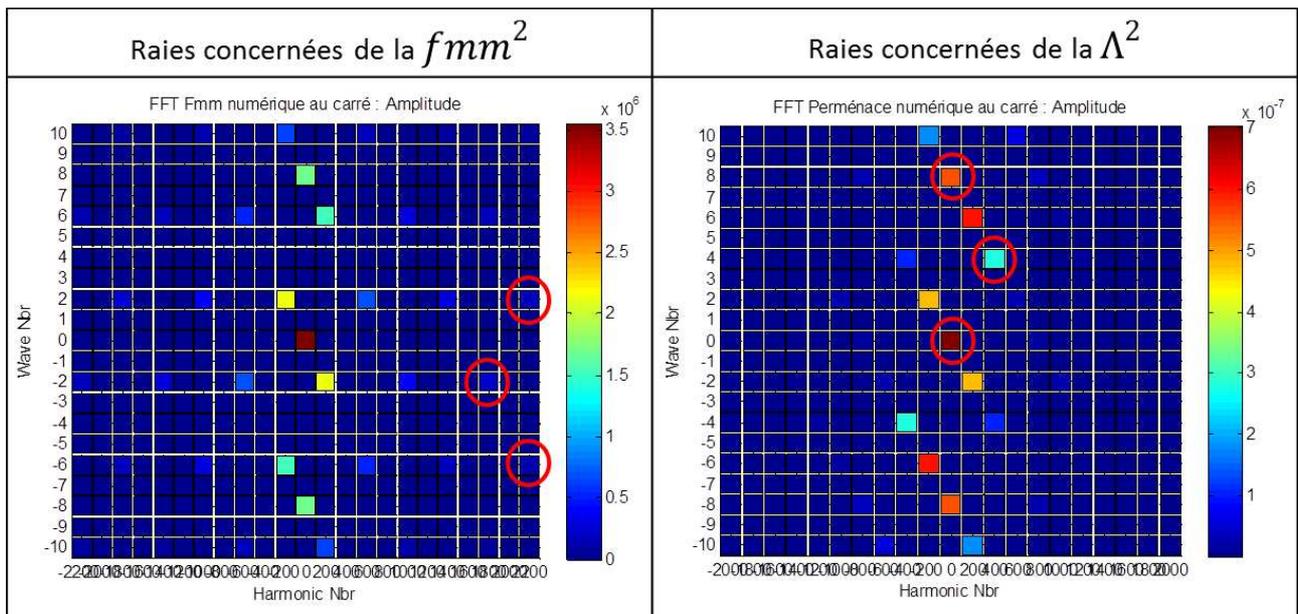


FIGURE 5.41 – Raies de  $fmm^2$  et de  $\Lambda^2$  concernées

Une fois les raies pertinentes de  $f.m.m.^2$  et de  $\Lambda^2$  identifiées, notre objectif à présent, est de trouver les raies pertinentes de f.m.m. et de perméance. Ceci est l'objet des deux paragraphes suivants.

**Analyse des raies problématiques de  $f.m.m.^2$**  Nous partons du fait que la FFT de  $f.m.m.^2$  est égale à la convolution de la FFT de la  $f.m.m.$  par elle-même. Nous nous trouvons donc à traiter le problème exactement comme nous venons de le faire pour la raie problématique de pression de Maxwell, à savoir tracer dans le plan complexe les termes qui sont à l'origine de la raie problématique de  $f.m.m.^2$ , et ensuite, garder uniquement les raies de  $f.m.m.$  les plus pertinentes et donc influentes de la somme.

Pour la raie de  $f.m.m.^2$  à  $f = 2200Hz$  et  $k = 2$ , nous conservons uniquement les quatre plus grands termes de la somme comme le montre la Figure 5.42. Nous arrivons ainsi à identifier les raies de f.m.m. responsables, elles sont entourées en rouge sur la Figure 5.43.

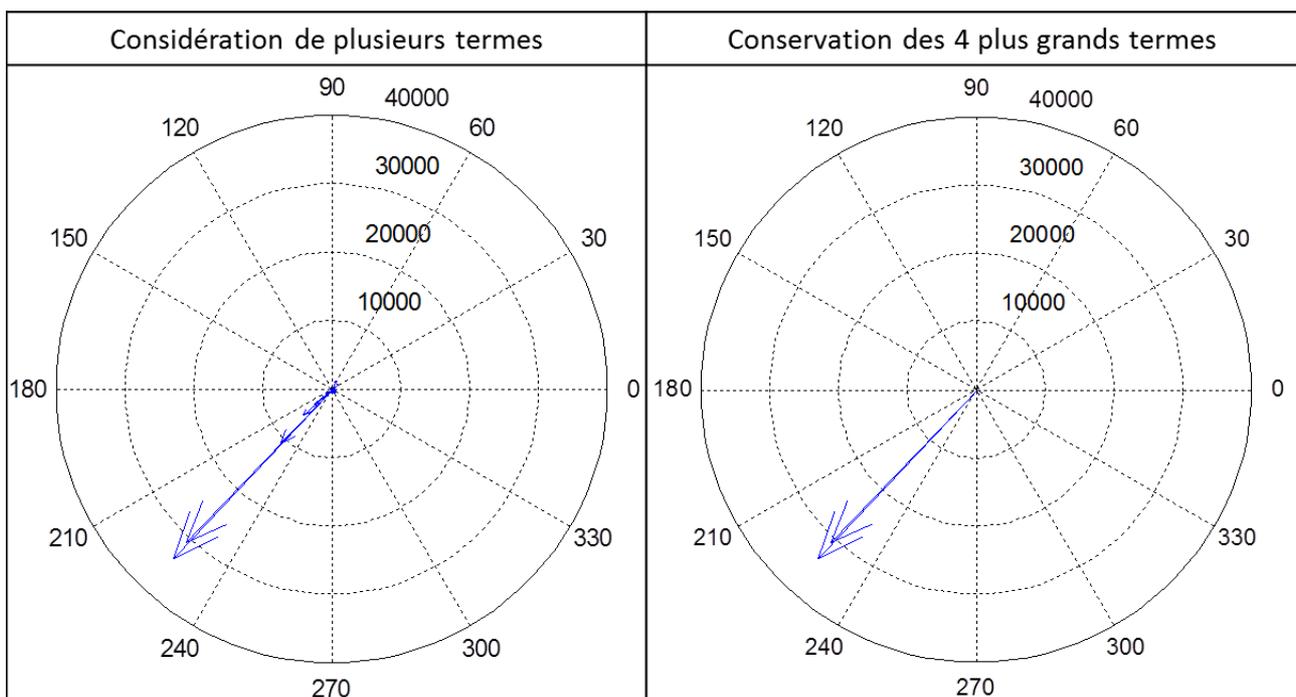


FIGURE 5.42 – Raie de  $fmm^2$  (2200,2) : plusieurs termes de la somme (à gauche), conservation uniquement des 4 plus grands termes (à droite)

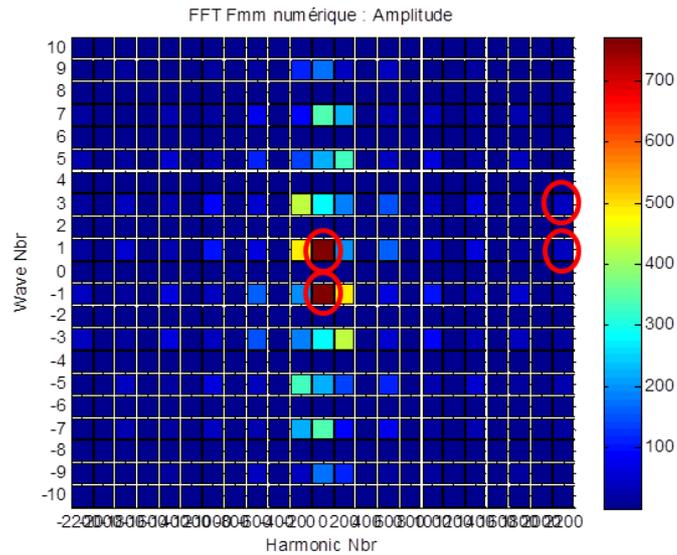


FIGURE 5.43 – Raies de  $fmm^2$  concernées

Nous procédons de la même manière pour les deux autres raies de  $fmm^2$  et nous arrivons à identifier la contribution des raies de  $fmm$  entourées en rouge sur la Figure 5.44 dans la raie de pression de Maxwell problématique.

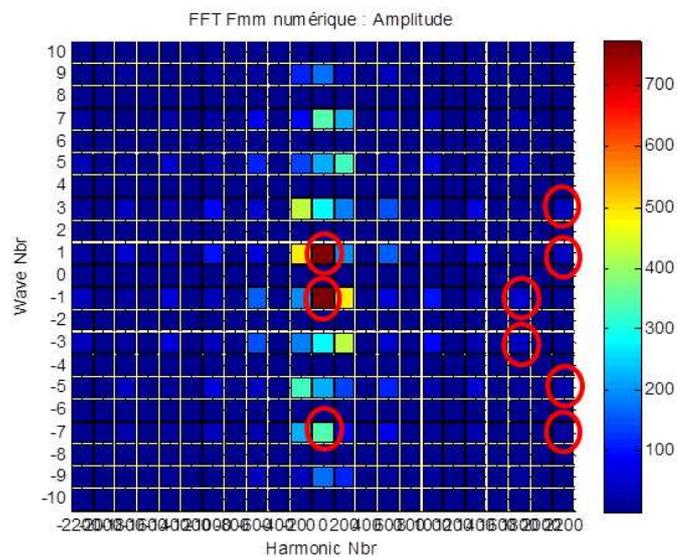


FIGURE 5.44 – Raies de  $fmm$  les plus influentes dans la raie de pression de Maxwell

**Analyse raies de  $\Lambda^2$**  Pour la perméance, nous procédons de la même manière que pour la  $f.m.m.^2$ . Nous arrivons ainsi à identifier les raies de perméance entourées en rouge sur la Figure 5.45 comme les raies les plus influentes dans l'amplitude de la raie de pression de Maxwell problématique.

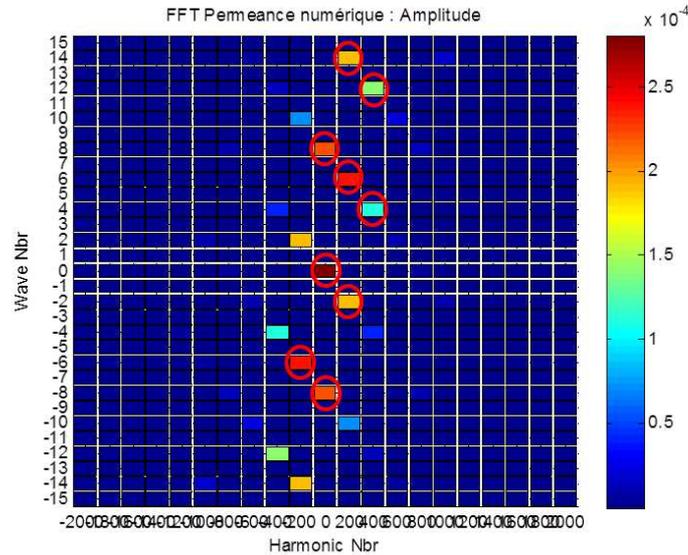


FIGURE 5.45 – Raies de  $\Lambda$  les plus influentes dans la raie de pression de Maxwell

Nous constatons d'après les figures 5.44 et 5.45 que nous avons réussi à déterminer les raies de  $fmm$  et de perméance les plus influentes et qui sont à l'origine de la raie problématique de la pression de Maxwell. Ce résultat est très intéressant parce que nous avons déterminé dans le chapitre III les expressions analytiques de la  $fmm$  et de la perméance. Cela veut dire que nous pouvons déterminer les expressions analytiques des amplitudes de chacune des raies entourées sur les figures 5.44 et 5.45. Ainsi, nous connaissons les paramètres (à la fois géométriques et de commande) qui sont les plus importants et que nous pouvons modifier afin de diminuer l'amplitude finale de la raie gênante de la pression de Maxwell.

## 5.4 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté l'importance du phénomène de saturation sur le niveau de la puissance acoustique rayonnée. Ce phénomène, au vu de la richesse du spectre des pressions radiales, ne modifie pas son contenu contrairement aux cas des machines asynchrones par exemple. Par contre, il modifie l'amplitude de certaines raies de pression en les atténuant pour les points de fonctionnement considérés.

Sur la partie 'analyse harmonique', nous avons déterminé les raies de force magnétomotrice et de perméance d'entrefer les plus influentes et à l'origine des raies problématiques de la pression radiale. Cette démarche est très intéressante dans une phase « inverse » en vue d'exprimer l'impact des harmoniques de force magnétomotrice ou de la variation de perméance sur le bruit. Nous connaissons ainsi les paramètres géométriques et de commande qui seraient les plus impactants afin de diminuer l'amplitude de la raie gênante sur la pression radiale et indirectement sur le bruit.



# Conclusion

Les machines à réluctance variable à double saillance (MRVDS), qui constituent le choix industriel dans cette thèse, sont des machines électriques particulièrement bruyantes. L'objectif de ces travaux était, d'une part, de comprendre les phénomènes à l'origine du bruit rayonné par les MRVDS et, d'autre part, de développer un outil de prédimensionnement vibro-acoustique. Ce dernier permettrait de prédire le bruit et de comparer différentes topologies de MRVDS dès la phase de conception pour pouvoir s'orienter rapidement vers la configuration de moteur la plus favorable d'un point de vue acoustique.

Nous nous sommes focalisés, dans cette thèse, sur le bruit d'origine magnétique. Ce type de bruit est essentiellement causé par les vibrations de la structure statorique sous l'action des forces magnétiques. Donc, pour traiter la problématique du bruit, il est nécessaire d'étudier les trois domaines physiques qui contribuent à la génération de ce bruit à savoir : l'électromagnétisme, les vibrations et l'acoustique. La difficulté réside dans le compromis rapidité/précision que doit satisfaire la méthodologie multi-physique. Pour cela, nous avons opté pour une approche hybride couplant un modèle vibro-acoustique analytique et un modèle électromagnétique éléments finis (EF). Le modèle électromagnétique EF permet de prendre en compte toute la complexité des phénomènes physiques, notamment la saturation qui est très importante dans les MRVDS. Il fournit avec grande précision les pressions de Maxwell s'appliquant sur la structure statorique. Ces pressions sont ensuite injectées dans notre modèle vibro-acoustique. Ce dernier repose sur les équations aux dérivées partielles pour la partie vibratoire et sur l'équation de Helmholtz en coordonnées cylindriques pour la partie acoustique. Cette modélisation vibro-acoustique permet une très bonne estimation des vibrations et du bruit pour une force donnée tout en évitant les relations analytiques empiriques. Elle a également l'avantage de permettre de calculer la réponse vibratoire d'un système soumis à un chargement quelconque grâce à son formalisme de décomposition en ondes tournantes.

Nous avons développé à l'issue de cette modélisation un outil de prédimensionnement qui s'appelle GRIMM et qui permet à partir des pressions de Maxwell sur une montée en régime de donner le sonagramme de puissance acoustique rayonnée. Nous avons validé cet outil en comparant ses résultats aux résultats EF et nous avons montré que GRIMM donnait des résultats assez précis en vibratoire ainsi qu'en acoustique.

Nous avons reconduit avec GRIMM une étude avait été menée en 2011 par Renault. Cette étude avait consisté à comparer 4 topologies de machines à réluctance variable (MRV : 8/6, 12/8, 16/12 et 18/12) en utilisant exclusivement des outils EF. Nous sommes partis des mêmes données d'entrées (chargement électromagnétique et propriétés des machines). Au final, nous obtenons avec GRIMM la même hiérarchie acoustique entre les 4 machines que celle obtenue en 2011 avec les outils EF. L'intérêt est que l'étude avec GRIMM a pris quelques minutes contre des semaines avec la procédure entièrement en EF. Ce résultat confirme la pertinence de GRIMM en tant qu'outil de pré-dimensionnement vibro-acoustique des MRVDS. Il est adapté à une phase de conception puisqu'il permet effectivement de

prédire le bruit rayonné et de s'orienter rapidement vers la topologie de machine la plus silencieuse. Nous avons également analysé l'impact du phénomène de la saturation sur le contenu harmonique électromagnétique et le comportement acoustique des MRVDS. Nous avons montré que, dans le cas des MRVDS, contrairement aux machines synchrones et asynchrones, le phénomène de saturation n'enrichit pas le contenu harmonique électromagnétique et ne semble pas être le phénomène le plus gênant d'un point de vue acoustique.

Nous avons enfin développé une méthodologie multi-physique tout analytique. Dans cette approche, notre modèle électromagnétique est simplifié et repose sur le calcul du champ d'entrefer de la machine en se basant sur l'image des dentures statorique et rotorique ainsi que le calcul de la force magnétomotrice statorique. Même en considérant une forme très simplifiée des dentures, avec des allures simplifiées de courant, cette approche nous donne un contenu harmonique en adéquation avec la solution 'tout numérique' de référence. Nous avons ainsi pu observer l'impact de la forme des courants d'alimentation : d'une forme réelle à une forme purement théorique sous forme de créneau et montré que qualitativement, cela ne modifie pas le spectre harmoniques des pressions et il en est de même pour l'effet de la denture. Nous avons exploité cette approche tout analytique pour traiter la problématique de bruit comme un "problème inverse". Nous sommes partis d'un point "chaud" acoustique et nous avons remonté toute la chaîne multi-physique jusqu'à l'électromagnétisme afin d'identifier les grandeurs électromagnétiques influentes sur le niveau de bruit rayonné. Nous nous sommes basés pour cette analyse des contenus harmoniques et cette identification des raies problématiques sur l'exploitation de produits de convolution.

En perspectives, dans une phase de pré-dimensionnement, il serait intéressant d'exploiter notre modèle 'tout analytique' ainsi que notre approche de convolution couplé à des outils d'optimisation. En effet, ces outils d'optimisation deviennent indispensables lorsque nous considérons de nombreux paramètres : géométrique (largeur et nombre de dents, épaisseur de la culasse, ...) et électrique (angle de commande, commande non conventionnelle, ...). Actuellement, il est encore difficile de coupler une méthode d'optimisation qui se doit d'être stochastique afin d'éviter les minimums locaux, à des modèles multi-physiques pour espérer avoir une machine silencieuse. L'analyse par produit de convolution peut nous permettre d'accélérer la recherche d'optimum et l'exploration du domaine des solutions mais aussi, connaître le ou les harmoniques à réduire au niveau de la force magnétomotrice ou au niveau de la perméance d'entrefer peut être une base intéressante dans une fonction objective. A l'opposé de cette phase de pré-dimensionnement permettant d'orienter une étude vers une topologie, nous pourrions exploiter nos modèles « tout numérique » pour observer l'impact des flasques ou l'excentricité de la machine. Ces points requièrent des modèles 3D au niveau mécanique et électromagnétique si l'on souhaite voir l'impact de l'excentricité sur les modes longitudinaux de la machine. Les outils développés ainsi que les couplages peuvent permettre ce genre d'étude.

# Publications et communications internationales

Conférences internationales avec acte :

[2] Haifa MECHMECHE, Michel HECQUET, Abdelmounaïm TOUNZI, Frédéric GILLON, Guillaume FRITZ, "Vibration and acoustic noise estimation for switched reluctance motors with quasi-axisymmetry hypothesis" ISMA 2014, International Conference on Noise and Vibration Engineering - Leuven, Belgium, 9-2014,

[3] Haifa MECHMECHE, Michel HECQUET, Abdelmounaïm TOUNZI, Frédéric GILLON, Guillaume FRITZ, "Effect of magnetic material nonlinearities on the acoustic behavior of 4-phase SRMs", International Conference on Electrical Machines ' ICEM 2014, 9-2014.

[4] Haifa MECHMECHE, Michel HECQUET, Abdelmounaïm TOUNZI, Frédéric GILLON, Guillaume FRITZ, "Vibration And Acoustic Noise Prediction in an 8/6 SRM Using Coupled Analytical Multi-Physic Models", ISEF 2013 - XVI International Symposium on Electromagnetic Fields in Mechatronics, Electrical and Electronic Engineering - Ohrid, Macedonia, 9-2013.

[5] Haifa MECHMECHE, Michel HECQUET, Abdelmounaïm TOUNZI, Frédéric GILLON, Guillaume FRITZ, "A Fast and Accurate Multi-Physic Approach to Predict Acoustic Noise : Application to SRMs", COMPUMAG 2013, Budapest, Hungary, 7-2013.



# Bibliographie

- [1] *Modélisation analytique magnéto-acoustique des machines synchrones à commutation de flux à aimants permanents - Optimisation du dimensionnement*. PhD thesis.
- [2] P. Alger. *The nature of induction machines*. Gordon and Breach Publishers, New York, London, Paris, 2nd Edition, 1970.
- [3] S. Ayari. *Etude des vibrations des machines à réluctance variable : influence des caractéristiques géométriques et de l'excentricité rotorique*. PhD thesis, Thèse de Doctorat, Ecole Normale Supérieure de Cachan, 2000.
- [4] M. Krishnamurthy B. Bilgin. An fea/matlab based machine design tool for switched reluctance motors. *IEEE Vehicle Power and Propulsion Conference*, 2011.
- [5] M. Bekemans. *Modélisation des machines électriques en vue du contrôle des efforts radiaux*. PhD thesis, Thèse de Doctorat, Université catholique de Louvain, 2006.
- [6] R. D. Blevins. *Formulas for natural frequency and mode shape*. Krieger Publishing Company, 1995.
- [7] J. F. Brudny. *Etude quantitative des harmoniques du couple du moteur asynchrone triphasé d'induction*. PhD thesis, HDR, Université des Sciences et des Techniques de Lille, 1991.
- [8] J. F. Brudny. Modélisation de la denture des machines asynchrones. phénomène de résonance. *Journal de Physique III, vol 7, N°5, pp 1009-1023*, 1997.
- [9] M. Bruneau C. Potel. *Acoustique générale, équations différentielles et intégrales, solutions en milieux fluides et solides, applications*. Ellipses, 2006.
- [10] W. Xiaolin C. Xin, D. Zhiquan. Vibration reduction with radial force windings short-circuited in bearingless switched reluctance motors. *IEEE Industrial Electronics and Applications*, 2009.
- [11] F. Camus. *Modélisation des phénomènes vibratoires des machines à réluctance variables à double saillance. Influence de l'alimentation*. PhD thesis, Thèse de doctorat, Ecole Normale Supérieure de Cachan, 1997.
- [12] CETIM. *Le bruit et les vibrations d'origine électromagnétique dans les machines tournantes à moteur électrique*. 2006.
- [13] Speed Consortium. *PC-SRD Version 8.8 User's Manual*. University of Glasgow, Department of electronics and electrical engineering, 2008.
- [14] W. Soong D. Staton, R. Deodhar and T. Miller. Torque prediction using the flux-mmf diagram in ac dc and reluctance motors. *IEEE Transaction on Industrial Application*, 1996.
- [15] C. Delforge. *Modélisation d'un actionneur asynchrone et de sa commande vectorielle par réseaux de perméances*. PhD thesis, Thèse de doctorat, Université des Sciences et des Techniques de Lille, 1995.

- [16] M. Derrhi. *Modélisation de la machine asynchrone par la méthode des réseaux de perméances. Validation par le diagnostic*. PhD thesis, Thèse de doctorat, Université de Picardie Jule Verne, 2000.
- [17] M. Fakam. *Dimensionnement vibro-acoustique de Machine Synchrones à Aimants Permanents pour la traction ferroviaire. Règles de conception silencieuse*. PhD thesis, Thèse de doctorant, L2EP, Ecole Centrale de Lille, 2014.
- [18] J. Fielder. *Design of low-noise switched reluctance drives*. Aechener Beitrage des ISEA Band, 2006.
- [19] K. Sattler et D. Shen G. Henneberger. Nature of the equivalent magnetizing current for the force calculation. *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 28, no. 2, pp. 1068-1071, 1992.
- [20] J.L. Coulomb et P. Brissonneau G. Reyne, J.C. Sabonnadière. A survey of the main aspects of magnetic forces and mechanical behaviour of ferromagnetic materials under magnetisation. *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. MAG-23, no. 5, pp. 3765-3767, 1987.
- [21] M. I. Valla G. S. Buja. Control characteristics of the srm drive part i : Operation in the linear region. *IEEE Transactions On Industrial Electronics*, (N° 5), 1991.
- [22] M. I. Valla G. S. Buja. Control characteristics of the srm drive part ii : Operation in the saturated region. *IEEE Transactions On Industrial Electronics*, (N° 3), 1994.
- [23] D. Gay. *Matériaux composites*. Lavoisier, 2005.
- [24] C. Marchand H. Hannoun, M. Hilairret. Analytical modeling of switched reluctance machines including saturation. *IEEE Electric Machines and Drives Conference*, 2007.
- [25] M. Hecquet. *Contribution à la modélisation des systèmes électrotechniques par la méthode des schémas équivalents magnétiques. Application à l'alternateur automobile*. PhD thesis, Thèse de doctorat, Université des Sciences et des Techniques de Lille, 1995.
- [26] M. Hecquet. *Contribution à l'instrumentation de la démarche de conception ds machines électriques*. PhD thesis, HDR, Université des Sciences et des Techniques de Lille, 2006.
- [27] A. Hubert. *Contribution à l'étude des bruits acoustiques générés lors de l'association machines électriques - Convertisseurs statiques de puissance. Application à la machine asynchrone*. PhD thesis, Thèse de doctorat, UTC, 2000.
- [28] J. Nairus I. Husain, A. Radun. Unbalanced force calculation in switched reluctance machines. *IEEE Transactions On Magnetics*, (N° 1), 2000.
- [29] S. Wang Z. Ma J. Sun, Q. Zhan. A novel radiating rib structure in switched reluctance motors for low acoustic noise. *IEEE Transactions On Magnetics*, (N° 9), 2007.
- [30] H. Zhang R. Gao J. Zhang, L. Wang. Non-linear radial force simulation of switched reluctance motors based on finite element model. *IEEE Proceedings, International Conference on Robotics and Biomimetics, Thailand*, 2008.
- [31] C. Wang J.F. Gieras and J.C. Lai. *Noise of polyphase electric motors*. volume 129, CRC Press, Taylor and Francis Group, 2005.
- [32] G. Meunier J.L. Coulomb. Finite element implementation of virtual work principle to magnetic or electric force and torque computation. *IEEE Transac. Magn.*, vol. 20, no. 5, p. 1894, Sep. 1984.
- [33] H. Jordan. *Electric motor silencer Formation and elimination of the noises in the electric motors*. W. Giradet-Essen Editor, 1950.

- [34] P. K. Arava K. Ragavan, J. Prathamesh. A novel magnetic-circuit based design approach for electric vehicle motors. *IEEE International Electric Vehicle Conference*, 2012.
- [35] R. Krishnan. *Switched reluctance motor drives : Modeling, Simulation, Analysis, Design and Applications*. Industrial Electronics series, 2001.
- [36] S. Laroze. *Mécanique des structures - Tome2*. Eyroles Masson, 1988.
- [37] J. Lebesnerais. *Reduction of magnetic noise in PWM-supplied induction machines - low-noise design rules and multi-objective optimization*. PhD thesis, Thèse de doctorat, Ecole Centrale de Lille, 2008.
- [38] J. P. Lecointe. *Etude et réduction active du bruit d'origine magnétique des machines à réluctance variable à double saillance*. PhD thesis, Thèse de doctorat, Université d'Artois, Faculté des sciences appliquées, 2003.
- [39] C. Lesueur. *Rayonnement acoustique des structures*. Editions Eyrolles, 1988.
- [40] G. J. Li. *Contribution à la conception des machines électriques à rotors passifs pour des applications critiques : Modélisation électromagnétique et thermique sur cycle de fonctionnement, Etude du fonctionnement en mode dégradé*. PhD thesis, Thèse de doctorat, ENS Cachan, 2011.
- [41] I. Husain M. N. Anwar. Radial force calculation and acoustic noise prediction in switched reluctance machines. *IEEE Transactions On Industry Applications*, (N° 6), 2000.
- [42] T. J. E. Miller. Faults and unbalanced forces in the switched reluctance machines. *IEEE Annual Meeting*, 1993.
- [43] T. J. E. Miller. *Electronic control of switched reluctance machines*. Newnes power engineering series, 2001.
- [44] X. Mininger. *Réduction des vibrations des machines à réluctance variable à l'aide d'actionneurs piézoélectriques*. PhD thesis, Thèse de doctorat, ENS Cachan, 2005.
- [45] R. D. Lorenz N. J. Nagel. Modeling of a saturated switched reluctance motor using operating point analysis and the unsaturated torque equation. *IEEE Transactions On Industrial Applications*, 2000.
- [46] V. Ostovic. *Dynamics of saturated electric machines*. Springer-Verlag New York, 1989.
- [47] J. M. Stephenson P. J. Lawrenson. Variable-speed switched reluctance motors. *IEEE Proceedings*, (N° 4), 1980.
- [48] J. Kiss A. Miklos S. J. Yang P. L. Timar, A. Fazekas. *Noise and vibration of electrical machines*. Elsevier, Amsterdam, Oxford, New York, Tokyo, 1989.
- [49] J. K. Pedersen F. Jensen P. O. Rasmussen, F. Blaabjerg. Switched reluctance shark machines- more torque less acoustic noise. *Proc. of Industry Applications Conference IAS*, 2001.
- [50] V. Hrabovcova P. Rafajdus, I. Zrak. Analysis of the switched reluctance motor (srm) parameters. *Journal of Electrical Engineering*, (N° 7-8), 2004.
- [51] M. V. K. Chari P. Silvester. Finite element solution of saturable magnetic field problems. *IEEE Transactions On Power Apparatus and Systems*, 1970.
- [52] P. Pellerey. *Dimensionnement et commande d'actionneurs piézoélectriques en vue du contrôle des vibrations des machines à réluctance variable*. PhD thesis, Thèse de doctorat, Ecole Normale Supérieure de Cachan, 2009.

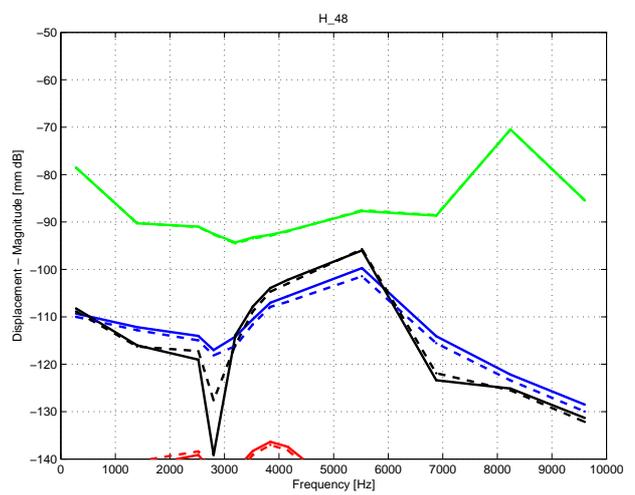
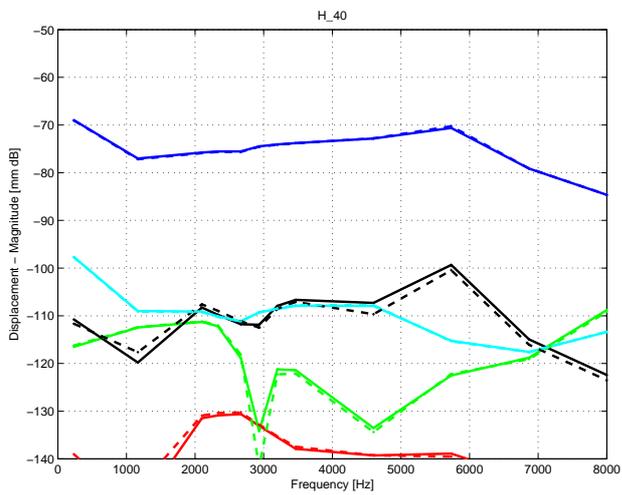
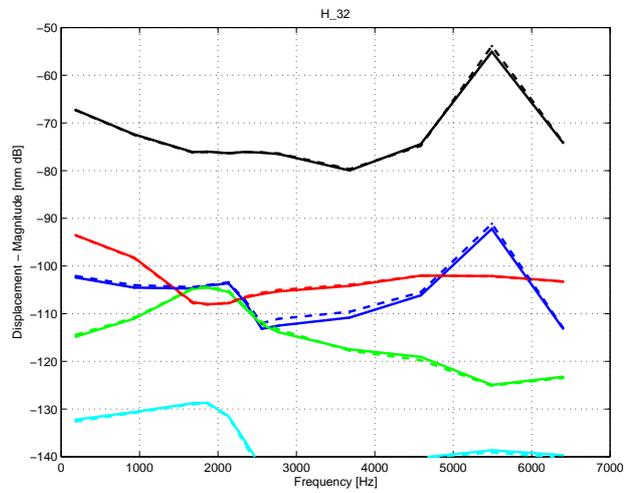
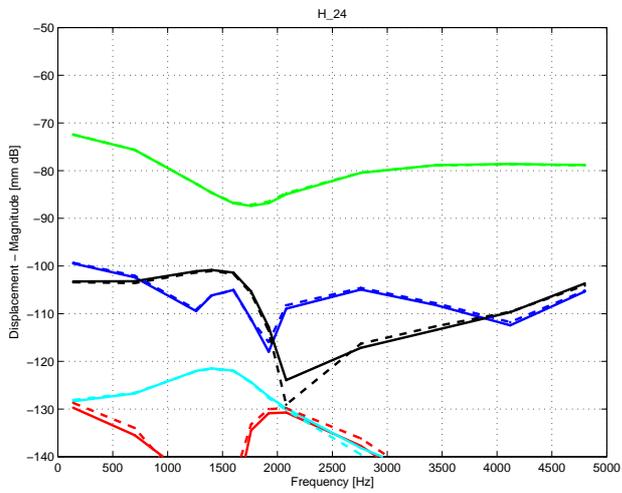
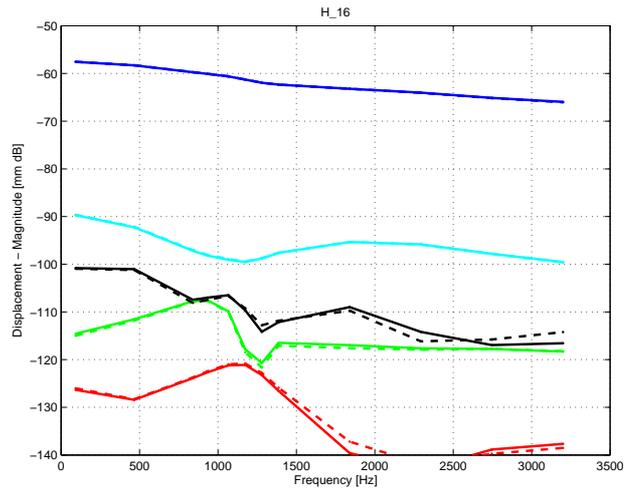
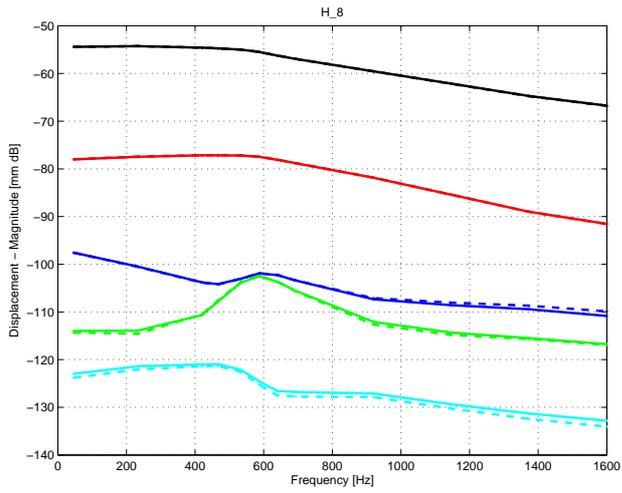
- [53] P. Pellerey. *Etude et optimisation du comportement vibro-acoustique des machines électriques, Application au domaine automobile*. PhD thesis, Thèse de doctorat, Université de Technologie de Compiègne, 2012.
- [54] D. Gerling Q. Yu, C. Laudensack. An analytical network for switched reluctance machines with highly saturated regions. *International Aegean Conf. Electrical Machines and Power Electronics and Electromotion Joint Conference*, 2011.
- [55] R. Krishnan J. F. Lindsay R. Arumugam, D. A. Lowther. Magnetic field analysis of a switched reluctance motor using a two dimensional finite element model. *IEEE Transactions On Magnetics*, (N° 5), 1985.
- [56] Z. Ren. Comparison of different force calculation methods in 3d finite element modelling. *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 30, no. 5, pp. 3471-3474, 1994.
- [57] H. Roisse. *Contribution à la modélisation des systèmes électrotechniques par la méthode des réseaux de perméances couplés. Application aux machines synchrones à aimants permanents*. PhD thesis, Thèse de doctorat, Université des Sciences et des Techniques de Lille, 1998.
- [58] J.P. Webb et D.A. Lowther S. McFee. A tunable volume integration formulation for force calculation in finite-element based computational magnetostatics. *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 24, no. 1, pp. 439-442, 1988.
- [59] W. Soedel. *Vibrations of shells and plates*. Marcel Dekker, Inc. New York, 2004.
- [60] M. McGilp T. J. E. Miller. Nonlinear theory of the switched reluctance motor for rapid computer-aided design. *IEE Proceedings*, (N° 6), 1990.
- [61] Verez. *Contribution à l'étude des émissions vibro-acoustiques des machines électriques. Cas des machines synchrones à aimants dans un contexte automobile*. PhD thesis, Thèse de doctorat, Université du Havre, 2014.
- [62] D. Liang W. Ding. Calculation of flux linkages of 12/8 dual-channel srm including mutual coupling and saturation : from magnetic circuit model to fem analysis. *IEEE Industry Applications Society Annual Meeting*, 2008.
- [63] F. Piriou Y. Sofiane, A. Tounzi. A non linear analytical model of switched reluctance machines. *The European Physical Journal Applied Physics*, 2002.
- [64] Z. Pan Z. Q. Zhu, X. Liu. Analytical model for predicting maximum reduction levels of vibration and noise in switched reluctance machine by active vibration cancellation. *IEEE Transactions On Energy Conversion*, (N° 1), 2011.

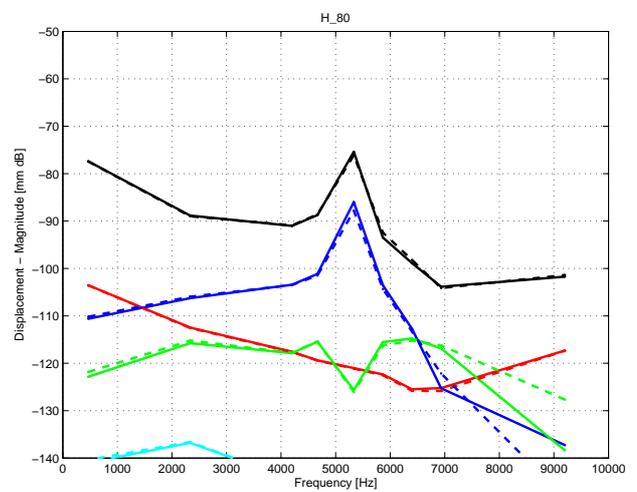
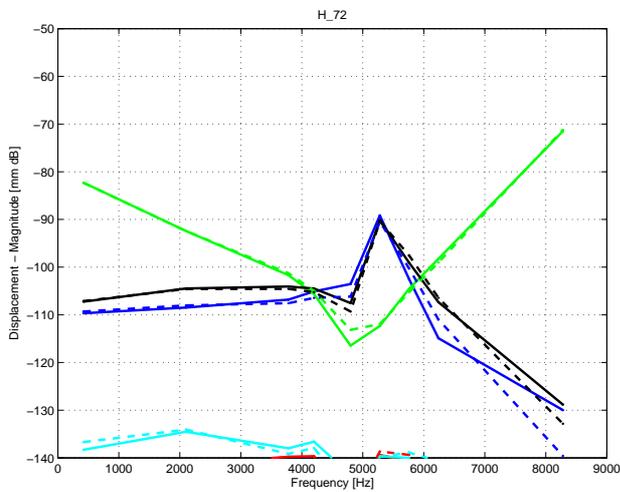
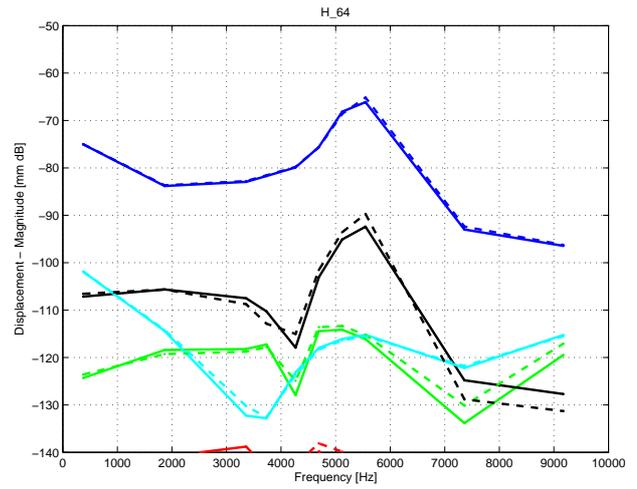
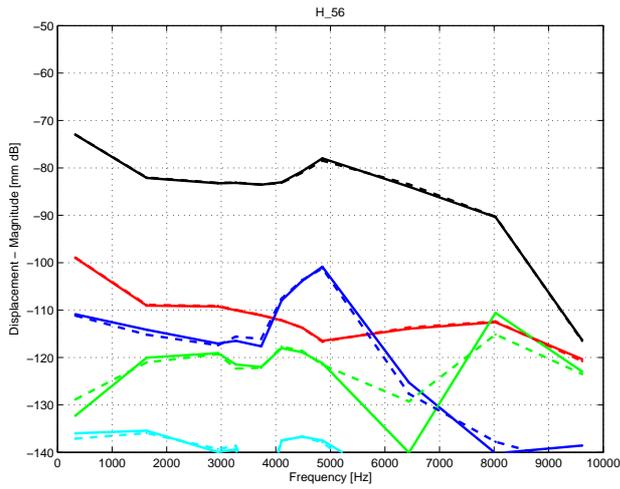
# Annexes

## 5.5 Annexes A

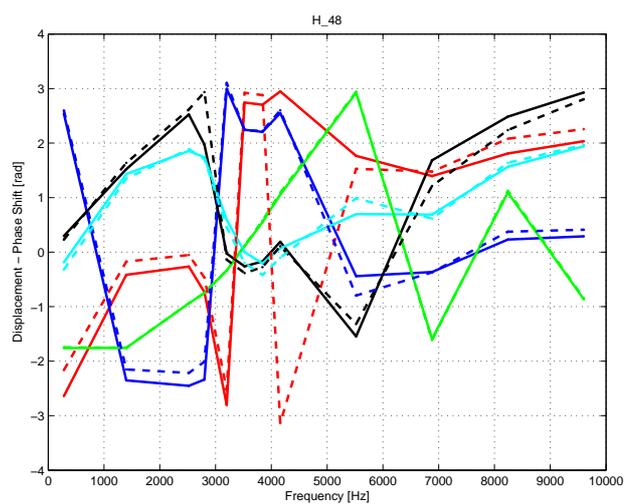
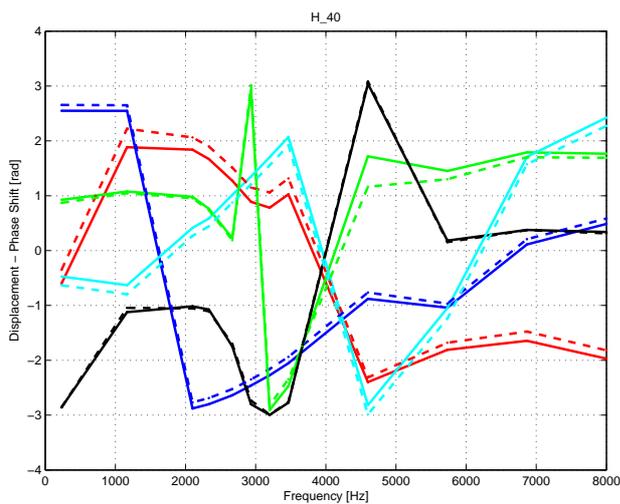
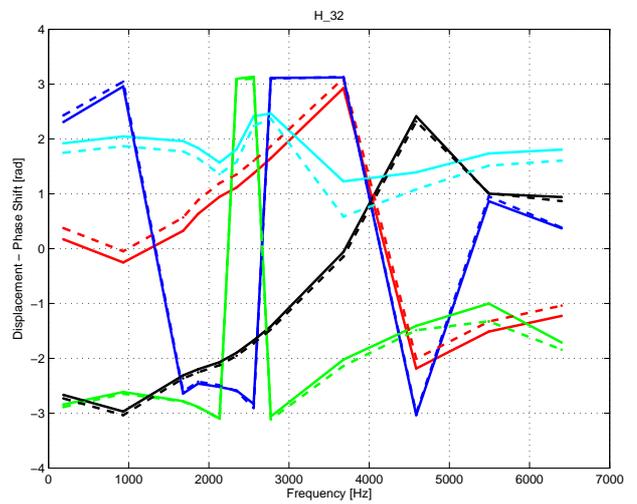
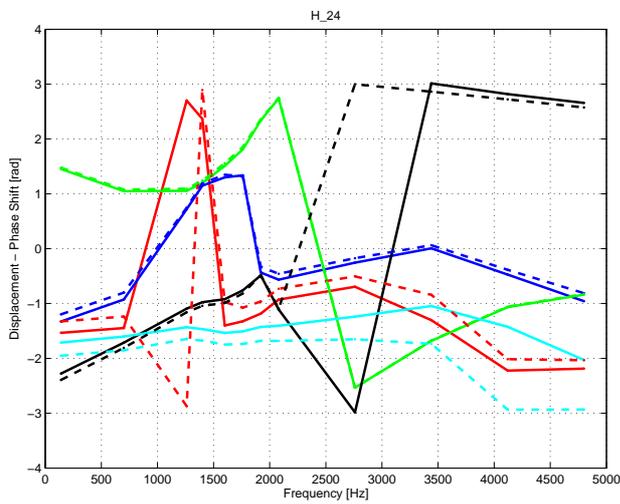
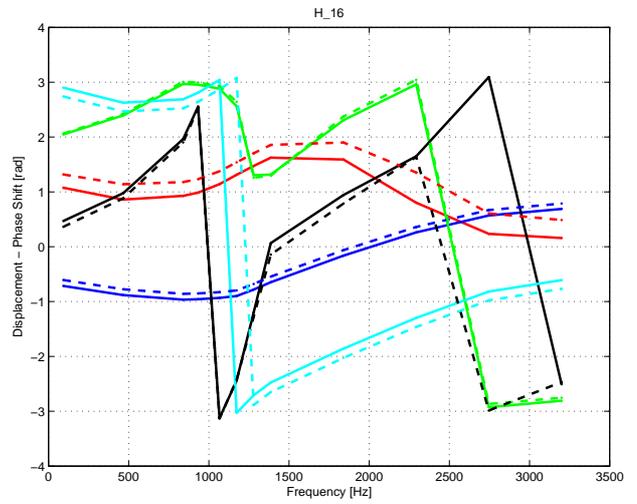
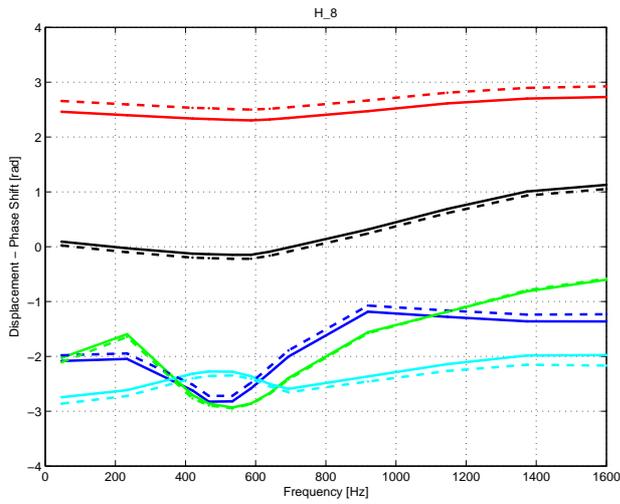
Réponse dynamique : Montée en régime - Rpm (MRV 12/8)

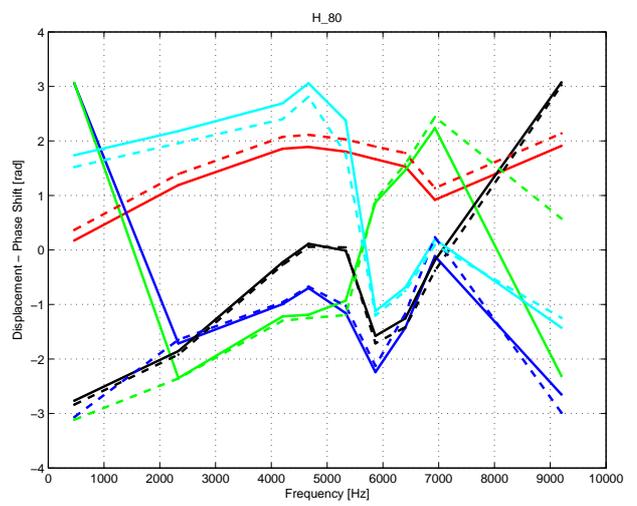
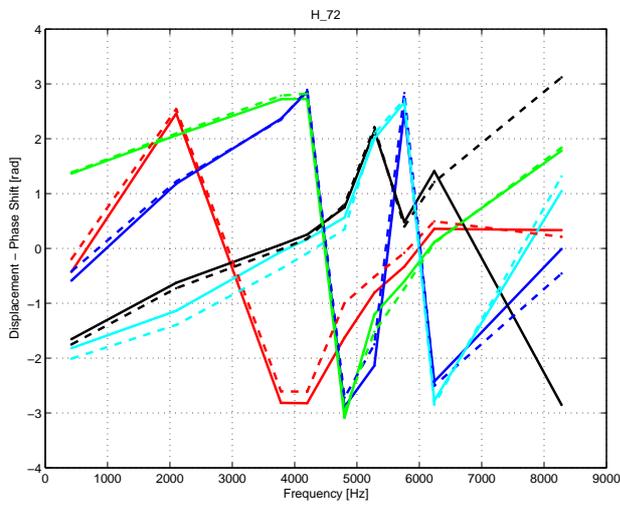
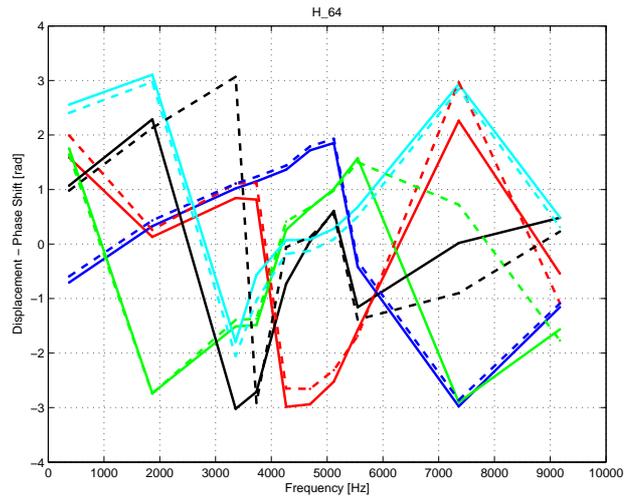
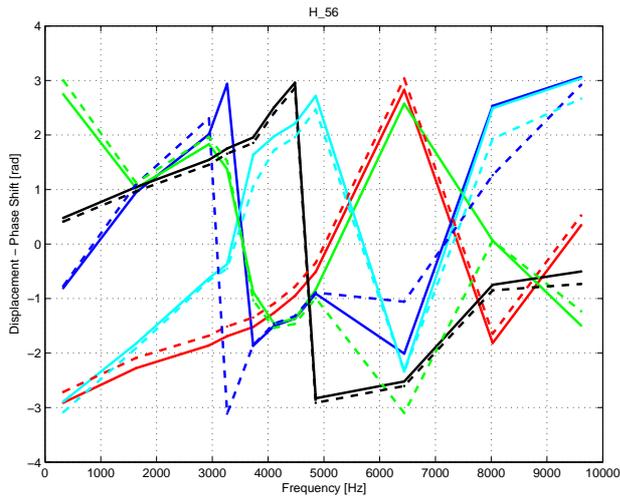
Comparaison des amplitudes :





Comparaison des phases :

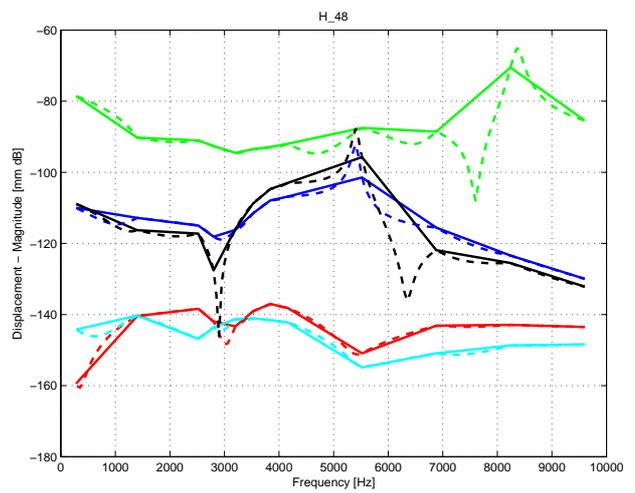
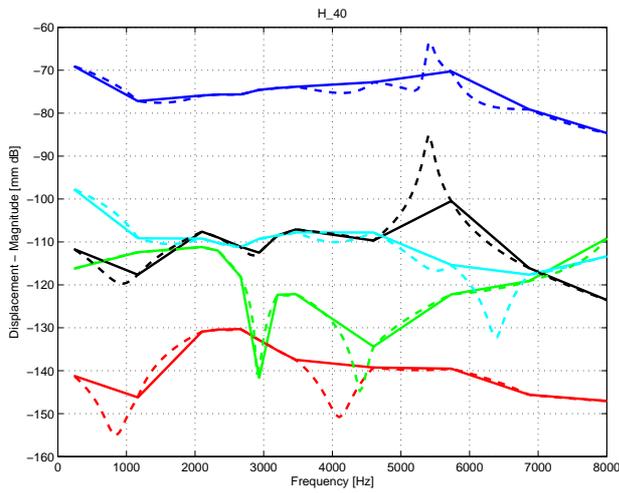
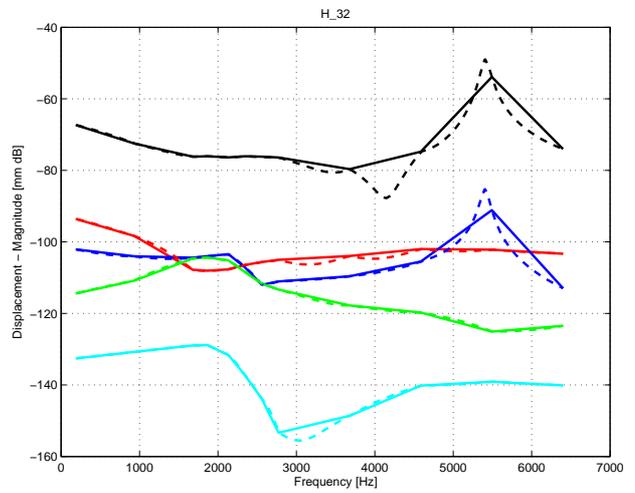
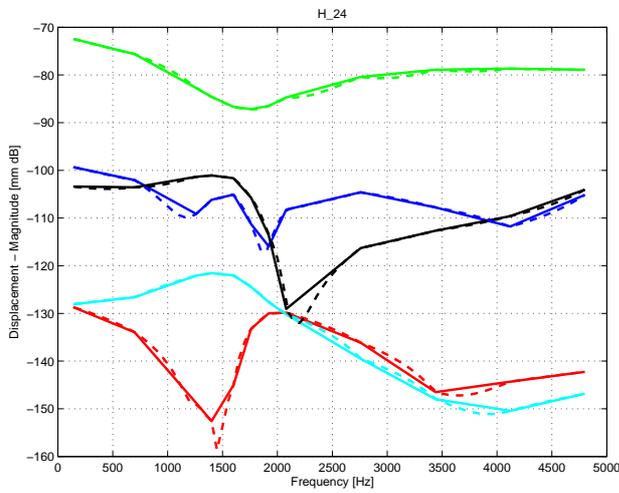
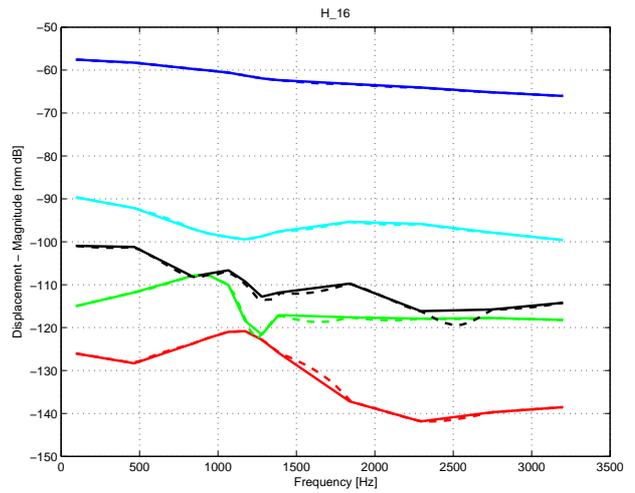
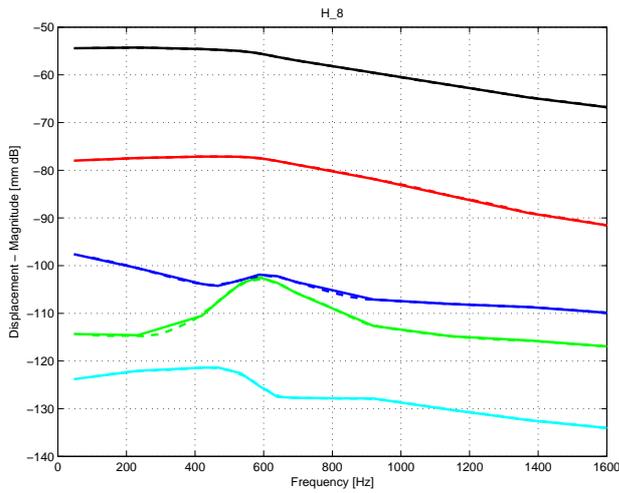


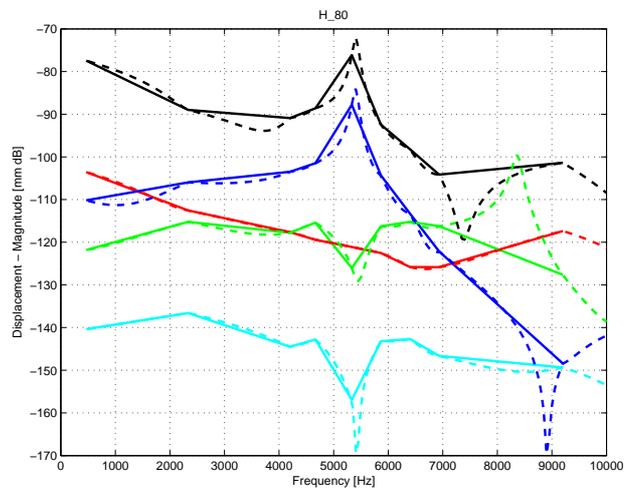
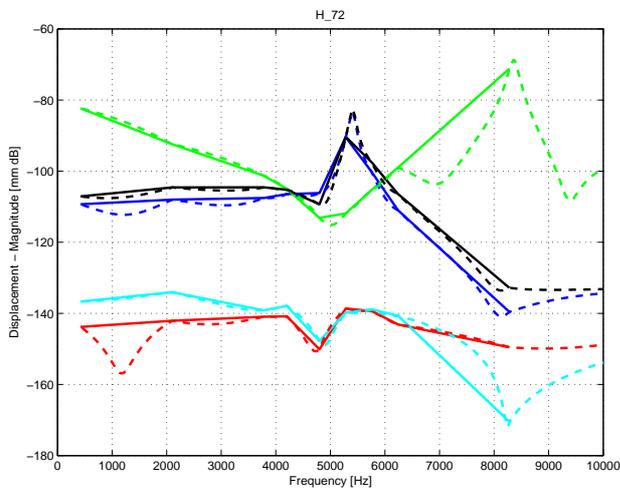
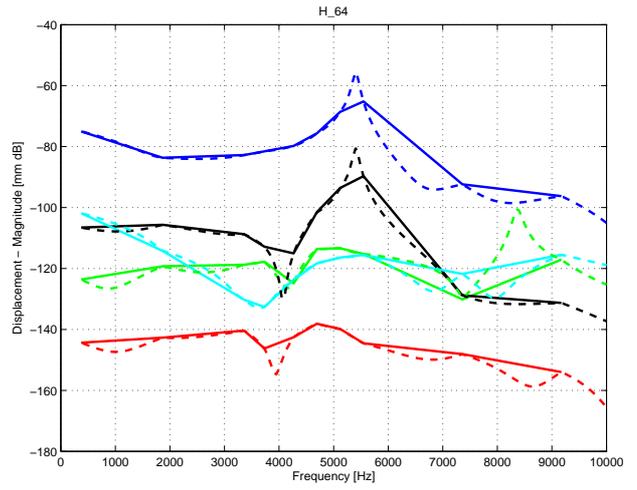
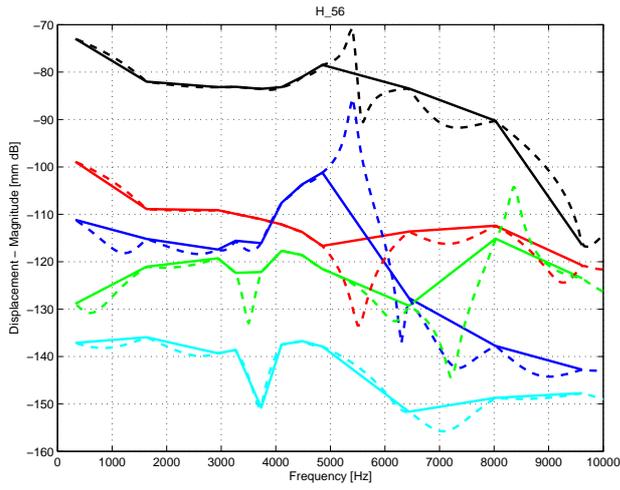


## Réponse dynamique : Montée en régime - GRIMM Rpm Vs GRIMM Harmonique

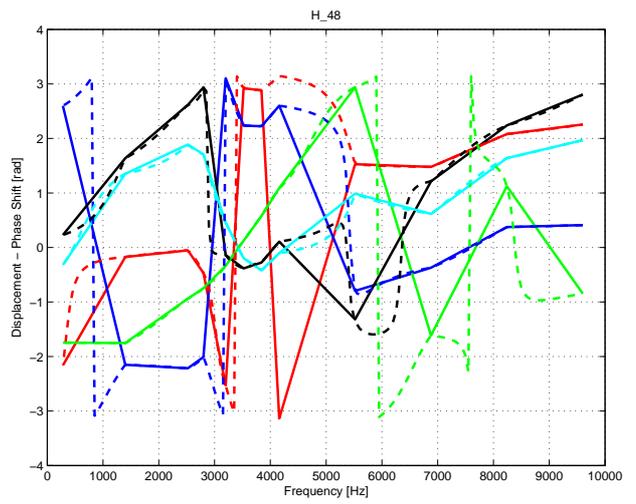
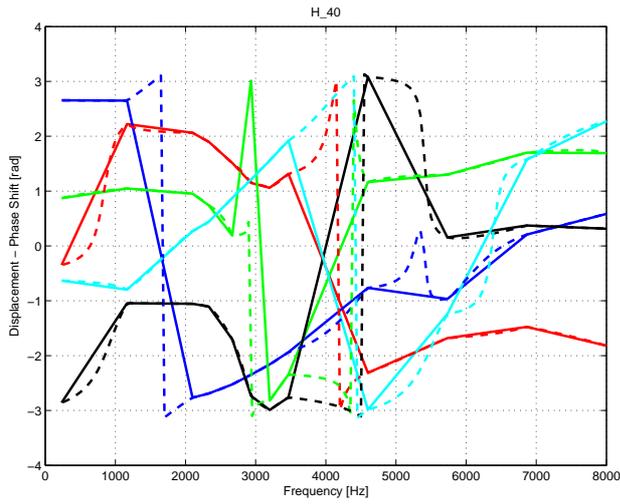
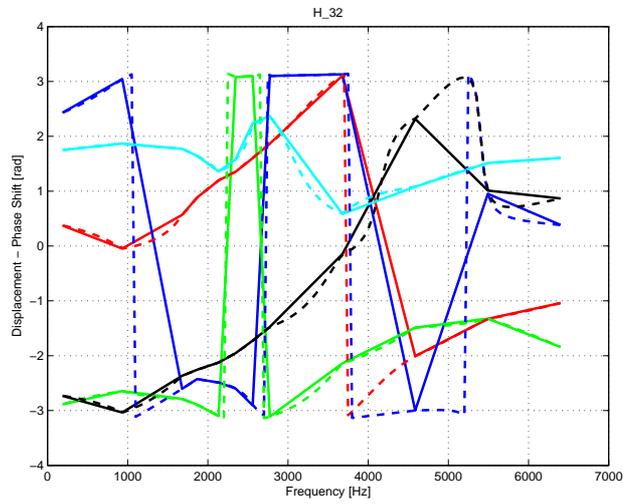
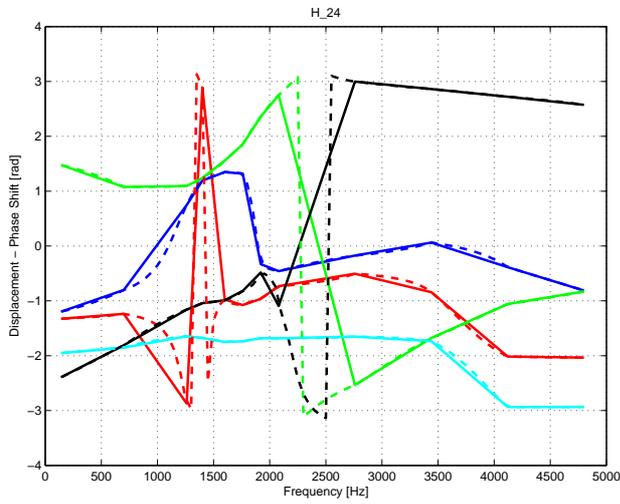
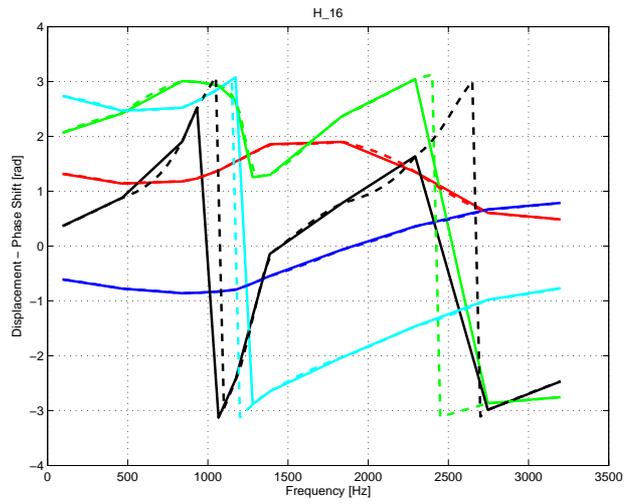
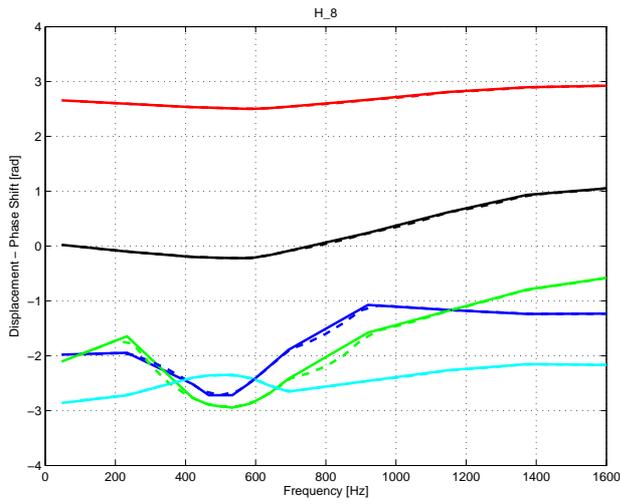
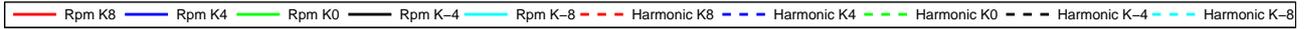
Dans ce qui suit, nous comparons les mêmes résultats que ceux présentés dans la section précédente, la seule différence est qu'une interpolation en harmonique est effectuée sur les résultats. Nous commençons par valider la fonction d'interpolation développée dans GRIMM en comparant les anciennes amplitudes et phases des déplacements vibratoires issues de GRIMM en mode "par régime" avec celles issues de GRIMM en mode "interpolé par Harmonique".

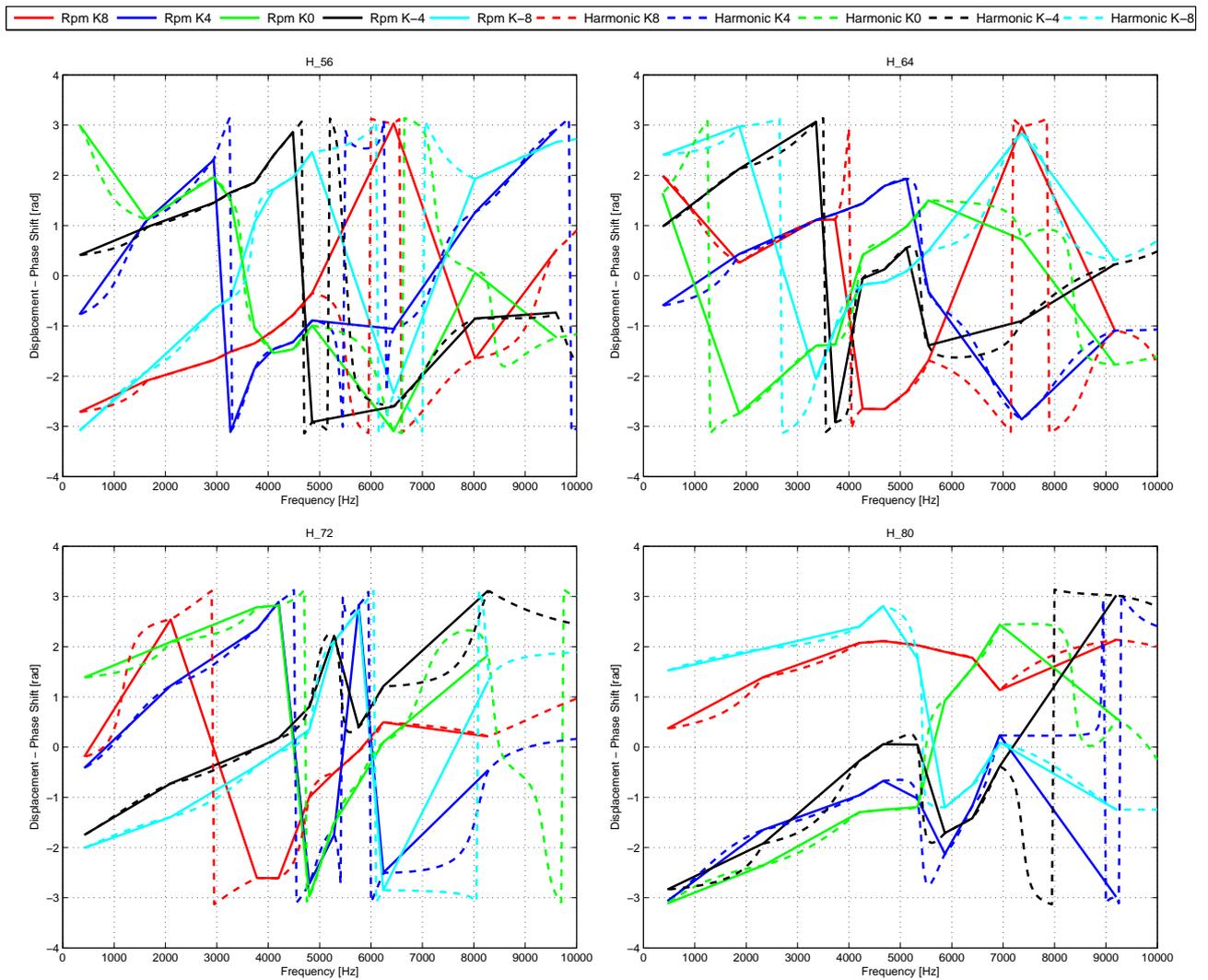
Comparaison des amplitudes :





Comparaison des phases :





Nous pouvons constater qu'au niveau des points communs aux deux modes ("interpolé par harmonique" et "par régime"), les courbes collent parfaitement. Nous pouvons donc conclure que la fonction d'interpolation est validée. D'un autre côté, nous pouvons remarquer l'intérêt de l'interpolation en harmonique puisque'elle nous permet de mieux estimer les pics de résonance. Ce point est très important pour un outil de pré-dimensionnement vibro-acoustique parce que la bonne estimation des résonances mécaniques est un point clé pour la bonne prédiction du bruit rayonné par la structure au final.

Dans la suite, nous passerons toujours par l'interpolation en harmonique dans GRIMM que ce soit pour les résultats vibratoires ou bien acoustiques.

## 5.6 Annexes B

### 5.6.1 Comparaison Analytique/Eléments Finis : GRIMM/Maxtran

MRV 8/6

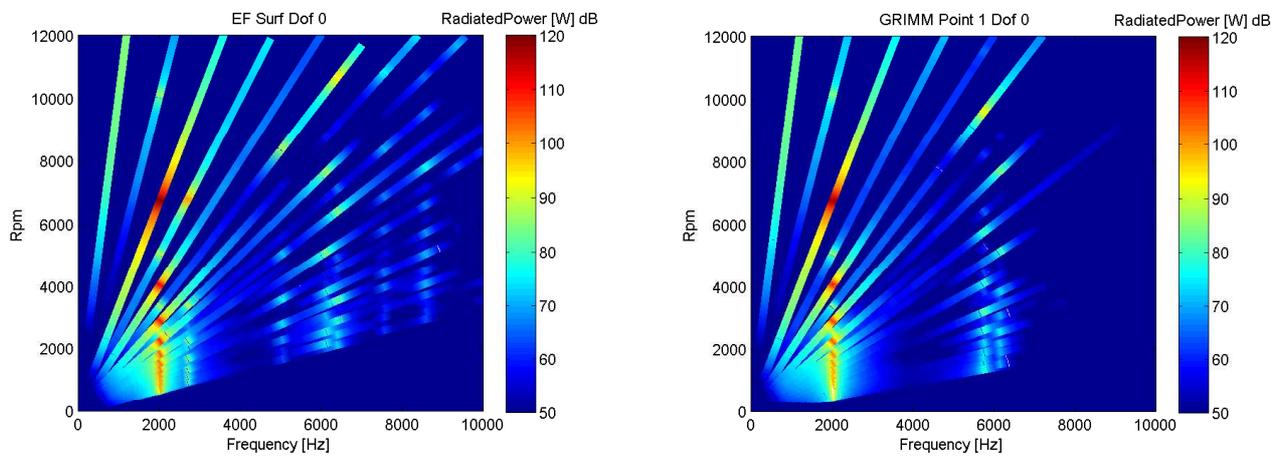
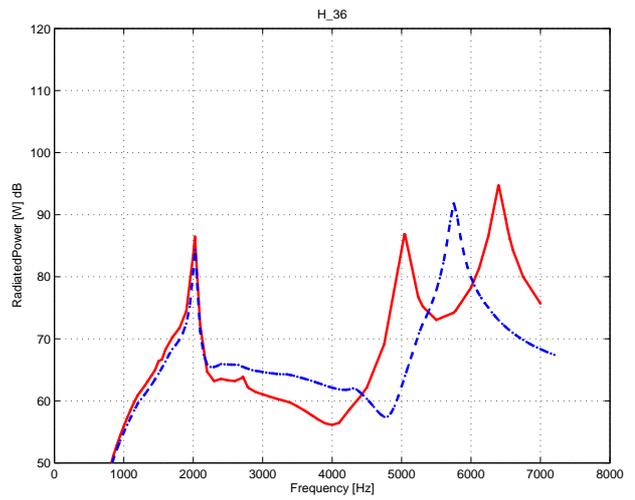
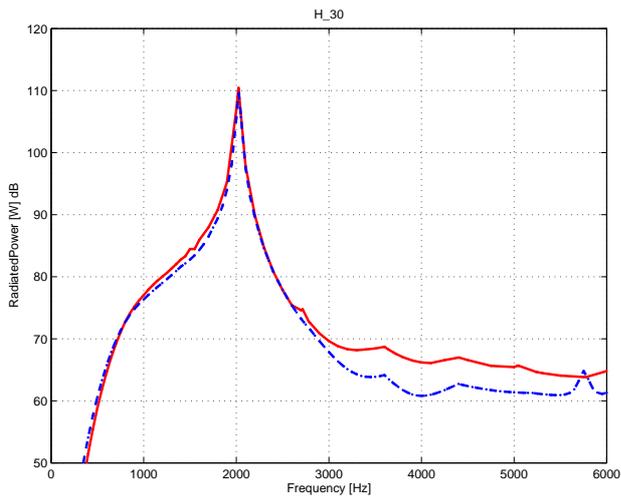
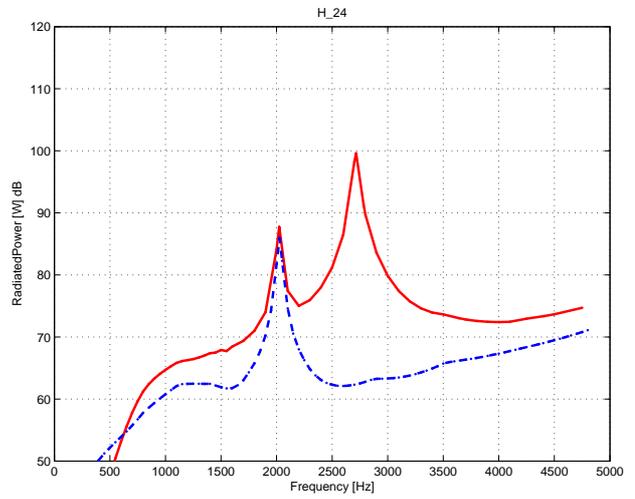
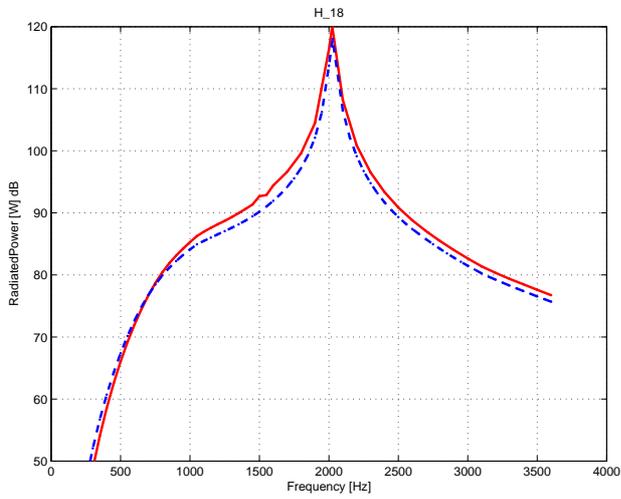
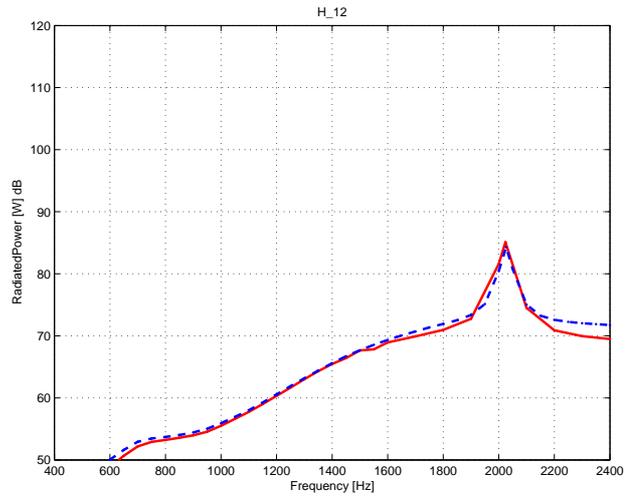
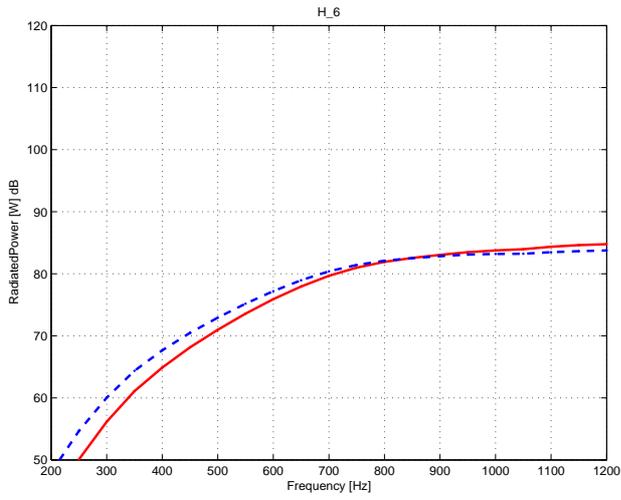
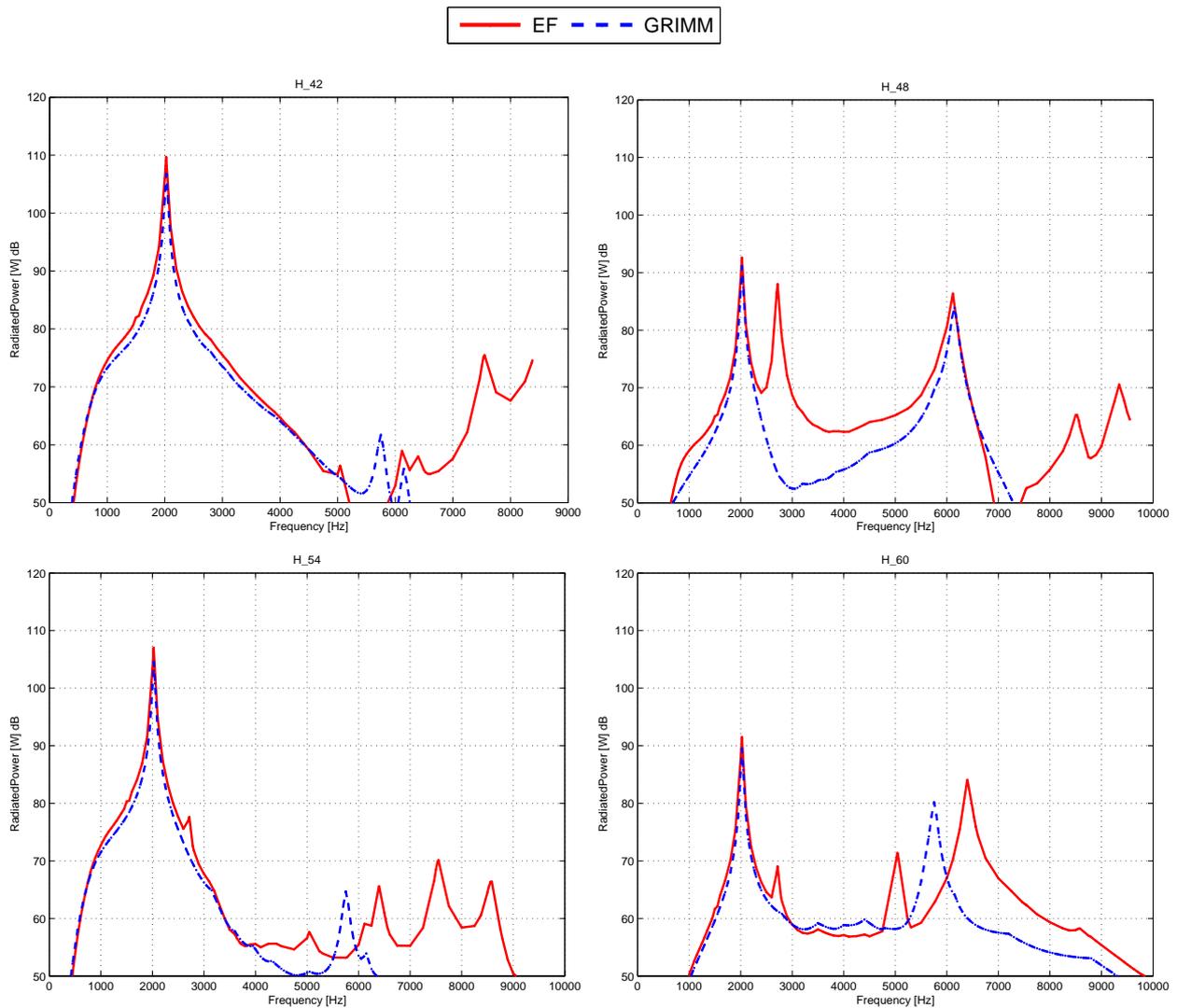


FIGURE 5.46 – Comparaison des sonagrammes de puissance acoustique entre EF (moteur complet) et GRIMM (Avec recalage des fréquences propres et de la masse)

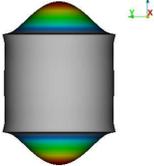
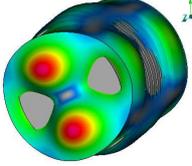
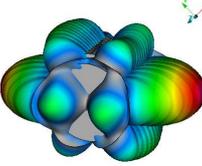
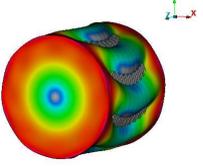
#### Comparaison des sonagrammes acoustiques

# Comparaison des amplitudes de puissance acoustique pour les 10 premiers harmoniques





Nous notons d'après les résultats ci-dessus que GRIMM donne de bonnes estimations du bruit au niveau des résonnances du mode 2 (2026 Hz) et du mode d'extension (6147 Hz). En revanche, nous constatons des écarts au niveau des fréquences : 2700 Hz, 7549 Hz, 8526 Hz, 9343 Hz. Les modes qui se produisent à ces fréquences et dont la déformée est représentée ci-dessous ne sont pas des modes d'anneau. Ils ne sont donc pas pris en compte par GRIMM, citons parmi eux le mode de flasque à 2700 Hz que l'on retrouve pour les 3 autres machines. Nous constatons également la particularité du mode 4 dans le cas de la MRV 8/6. Ce mode n'est pas double contrairement aux autres modes circonférentiels de la 8/6. Cela est dû à la non axi-symétrie de la structure statorique (présence des dents) [3]. Concrètement, ce phénomène fait que les deux modes 4 dans les directions principale et secondaire possèdent deux fréquences propres distinctes (5063.73 Hz et 6443.10 Hz). Ce phénomène n'étant pas pris en compte par GRIMM, nous avons choisi lors du recalage de fréquences dans GRIMM d'affecter au mode 4 la moyenne de ces deux fréquences propres (5753.4 Hz). Ce qui explique les écarts au niveau de ces fréquences pour des harmoniques H36, H42, H54 et H60.

Fréquences (Hz)	2700	7549	8526	9343
Modes				

MRV 12/8

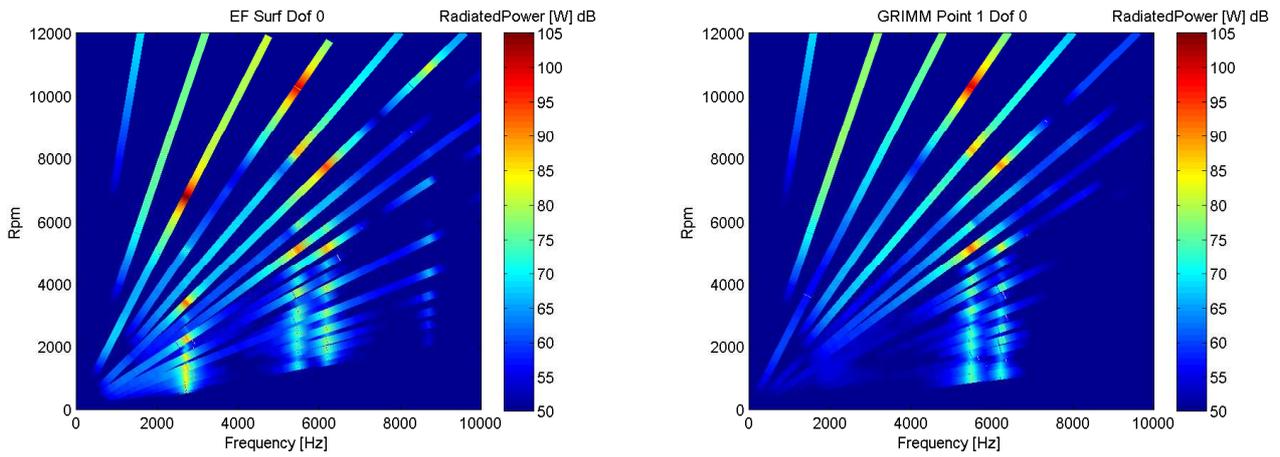
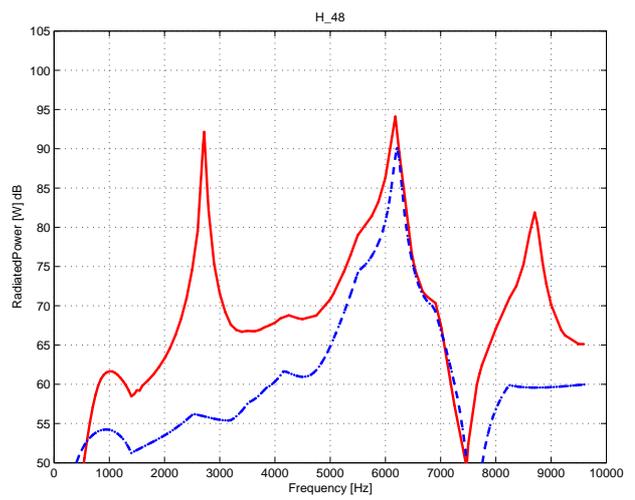
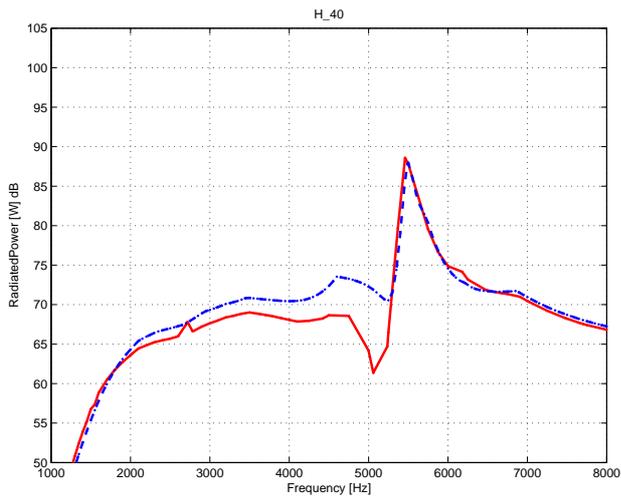
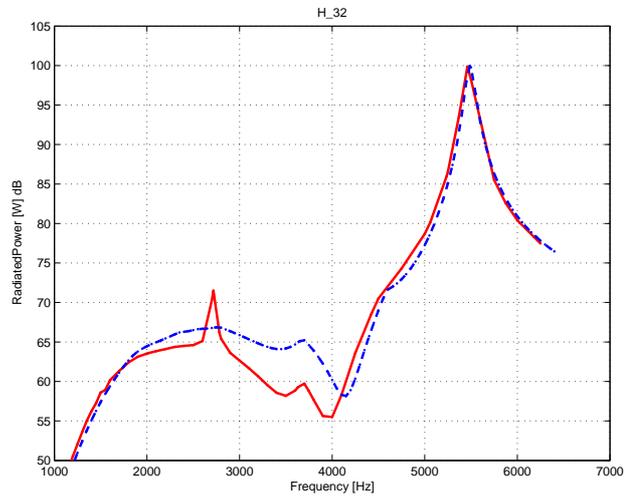
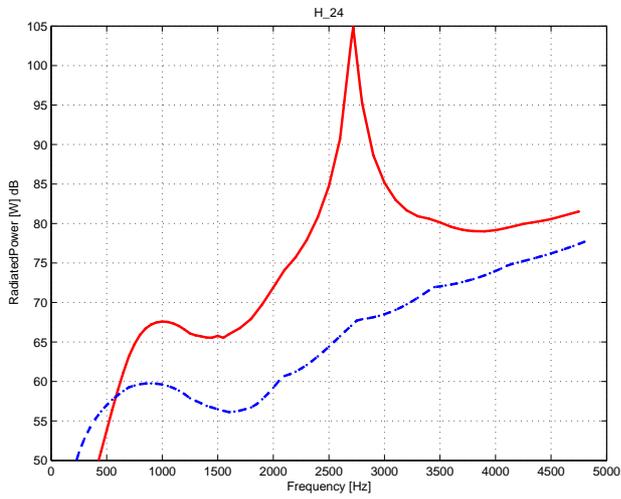
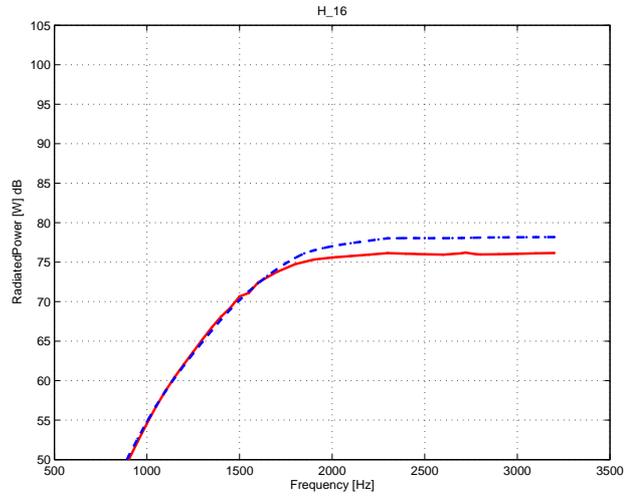
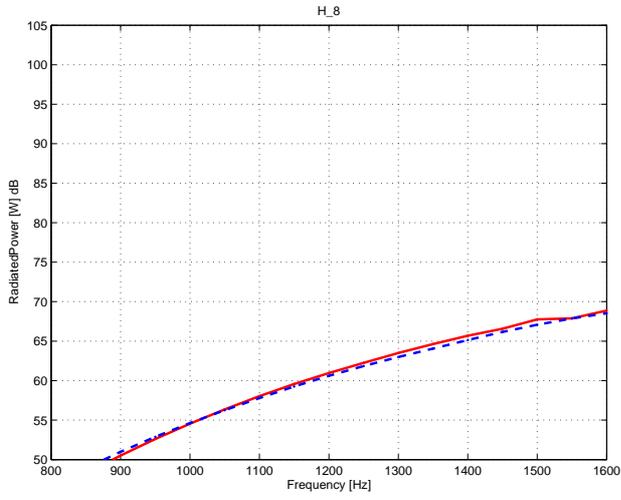
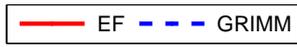
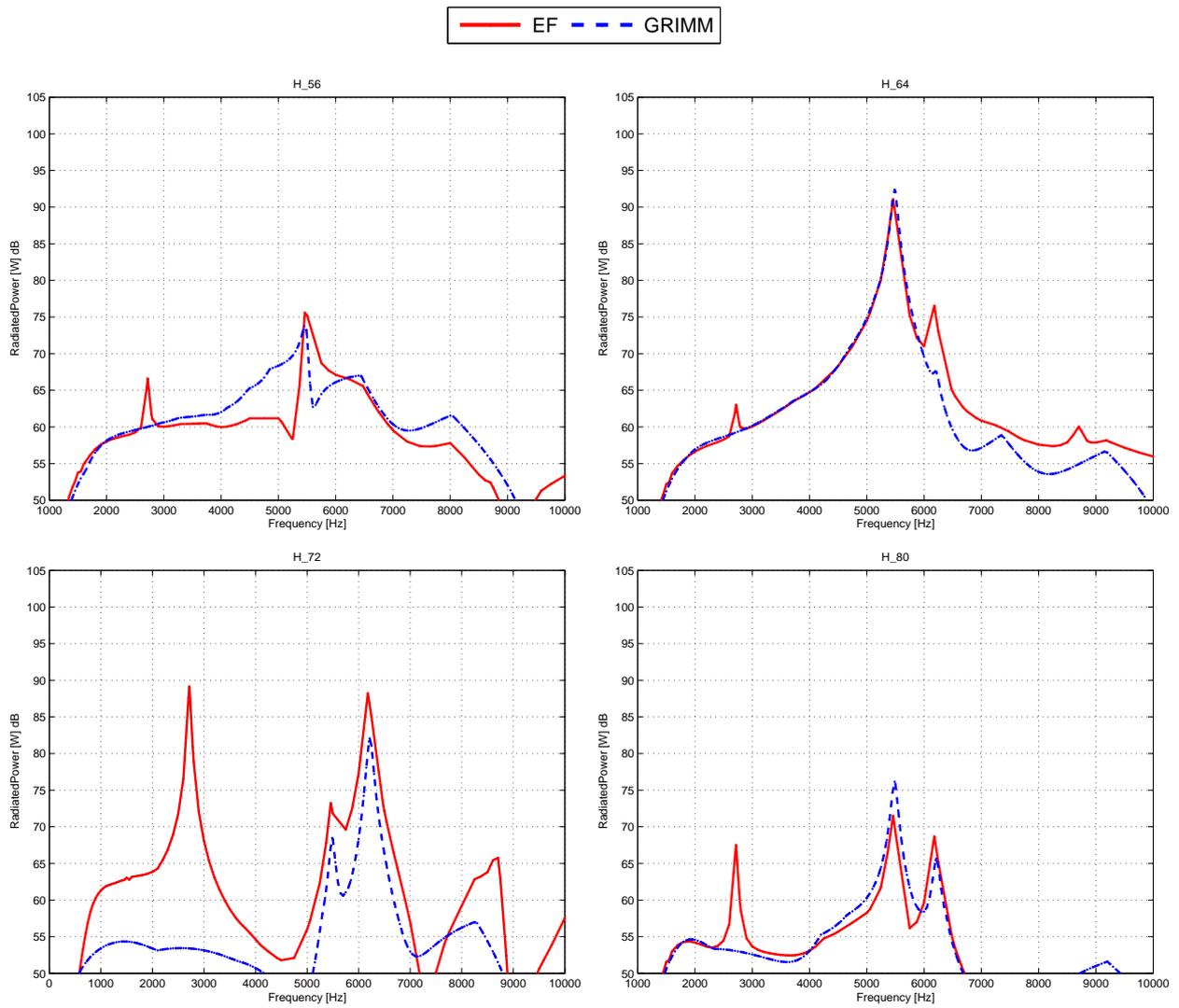


FIGURE 5.47 – Comparaison des sonogrammes de puissance acoustique entre EF (moteur complet) et GRIMM (Avec recalage des fréquences propres et de la masse)

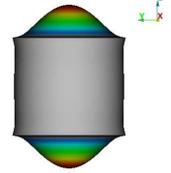
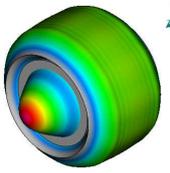
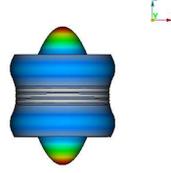
### Comparaison des sonogrammes acoustiques

# Comparaison des puissances acoustiques pour les 10 premiers harmoniques





Nous notons d'après les résultats ci-dessus que GRIMM donne de bonnes estimations du bruit au niveau des résonances du mode 4 (5487 Hz) et du mode d'extension (6215 Hz). En revanche, nous constatons des écarts au niveau des fréquences : 2700 Hz, 6179 Hz, 8702 Hz. Les modes qui se produisent à ces fréquences et dont la déformée est représentée ci-dessous ne sont pas des modes d'anneau. Ils ne sont donc pas pris en compte par GRIMM.

Fréquences (Hz)	2700	6179	8702
Modes			

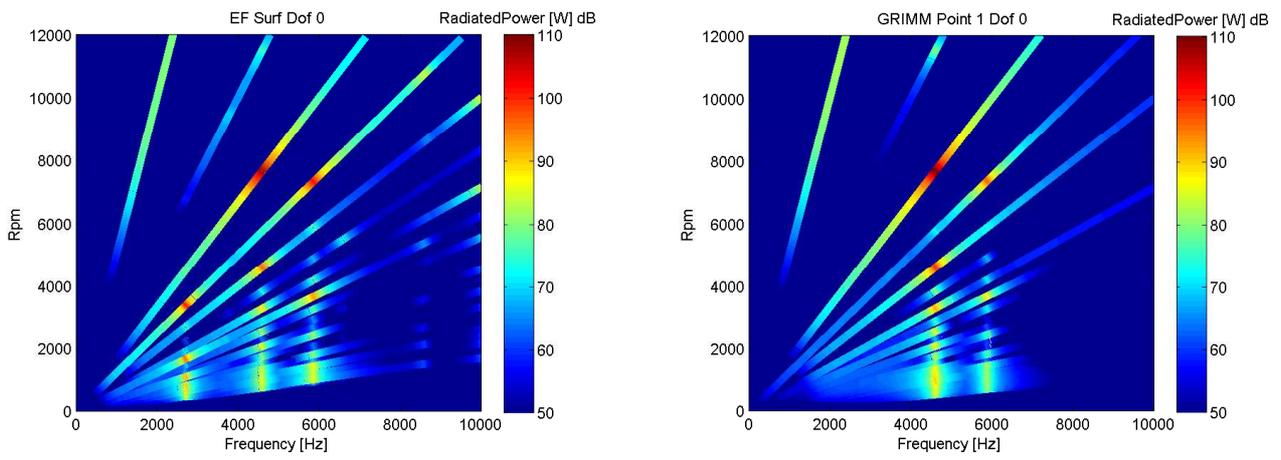
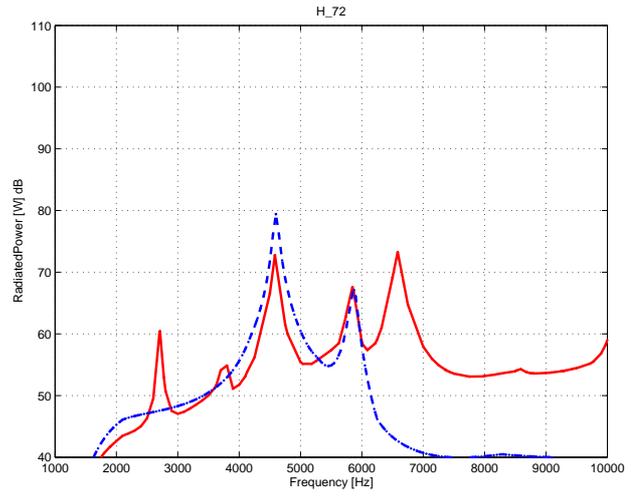
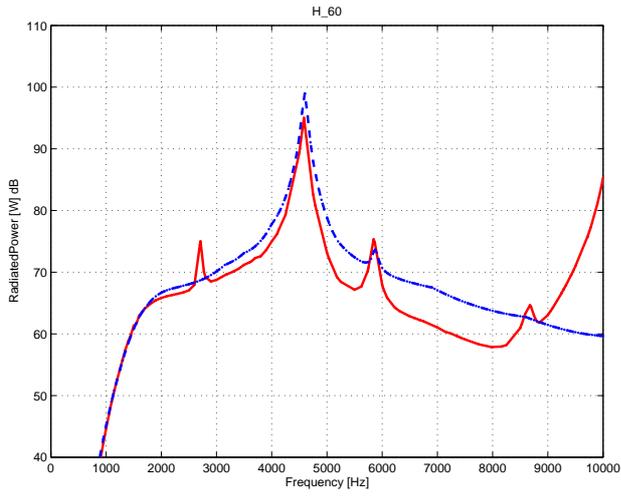
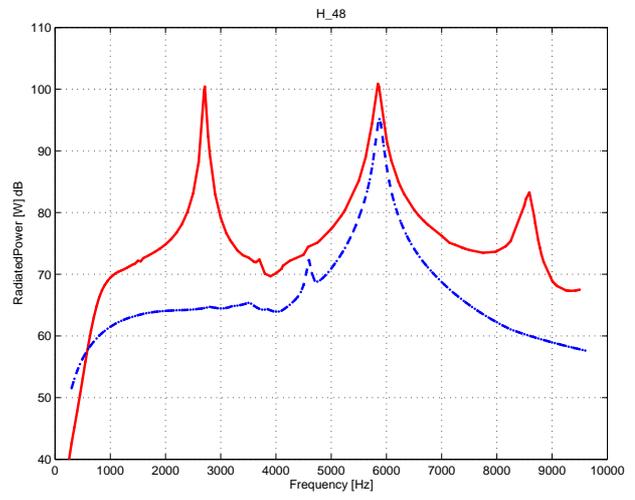
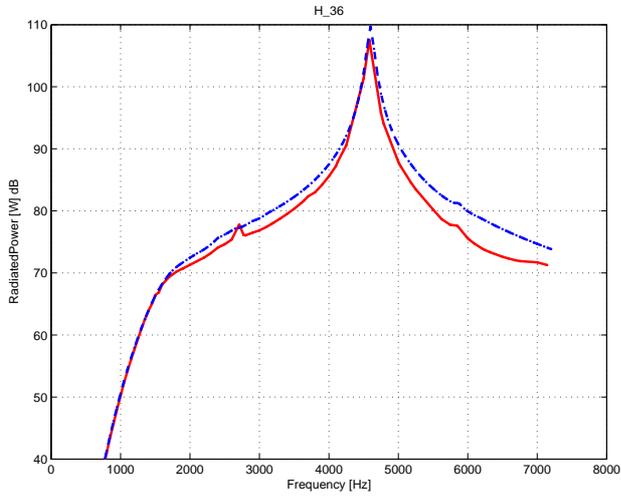
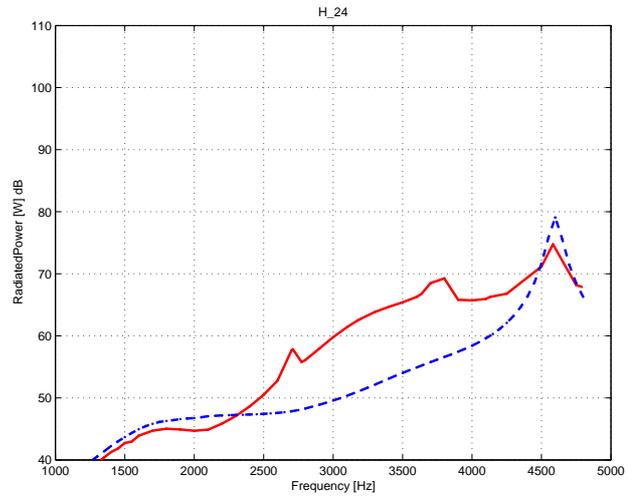
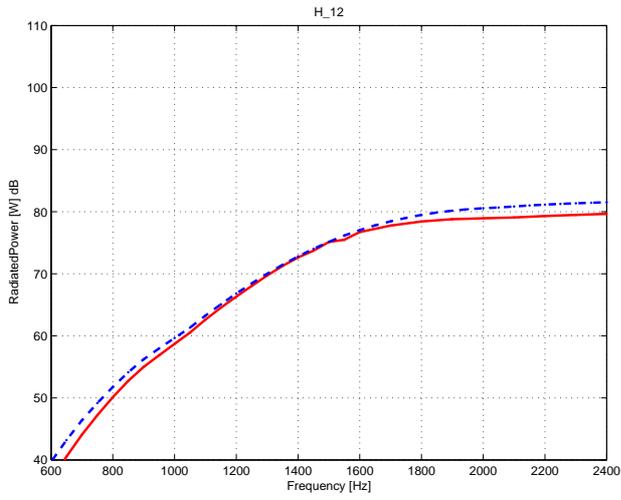
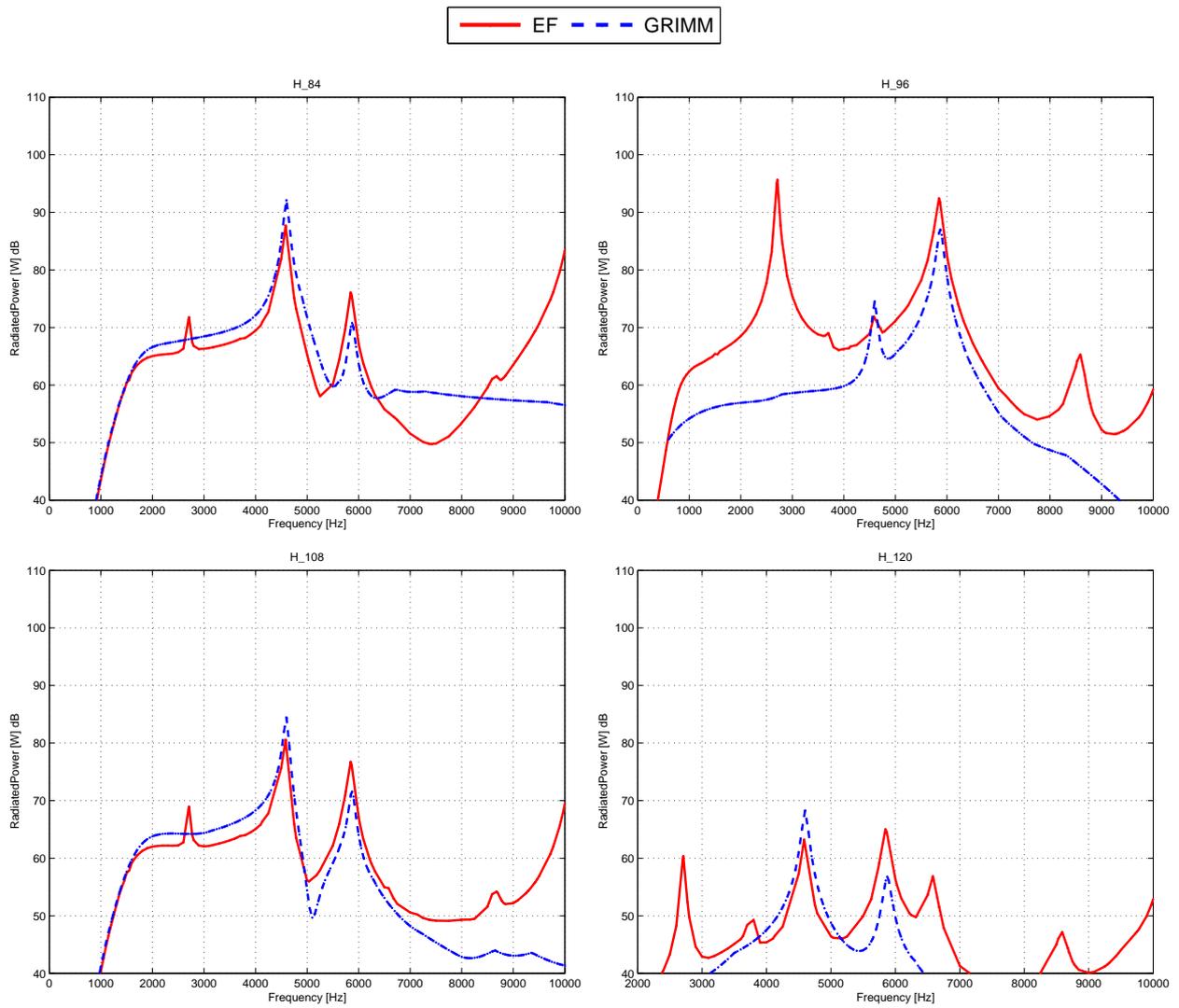


FIGURE 5.48 – Comparaison des sonagrammes de puissance acoustique entre EF (moteur complet) et GRIMM (Avec recalage des fréquences propres et de la masse)

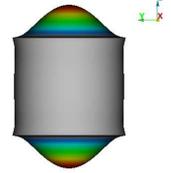
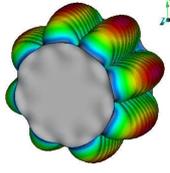
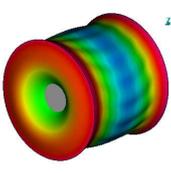
### Comparaison des sonagrammes acoustiques

# Comparaison des amplitudes de puissance acoustique pour les 10 premiers harmoniques





Nous notons d'après les résultats ci-dessus que GRIMM donne de bonnes estimations du bruit au niveau des résonances du mode 4 (4598 Hz) et du mode d'extension (5874 Hz). En revanche, nous constatons des écarts au niveau des fréquences : 2700 Hz, 6582 Hz, 8589 Hz. Les modes qui se produisent à ces fréquences et dont la déformée est représentée ci-dessous ne sont pas des modes d'anneau. Ils ne sont donc pas pris en compte par GRIMM.

Fréquences (Hz)	2700	6582	8589
Modes			

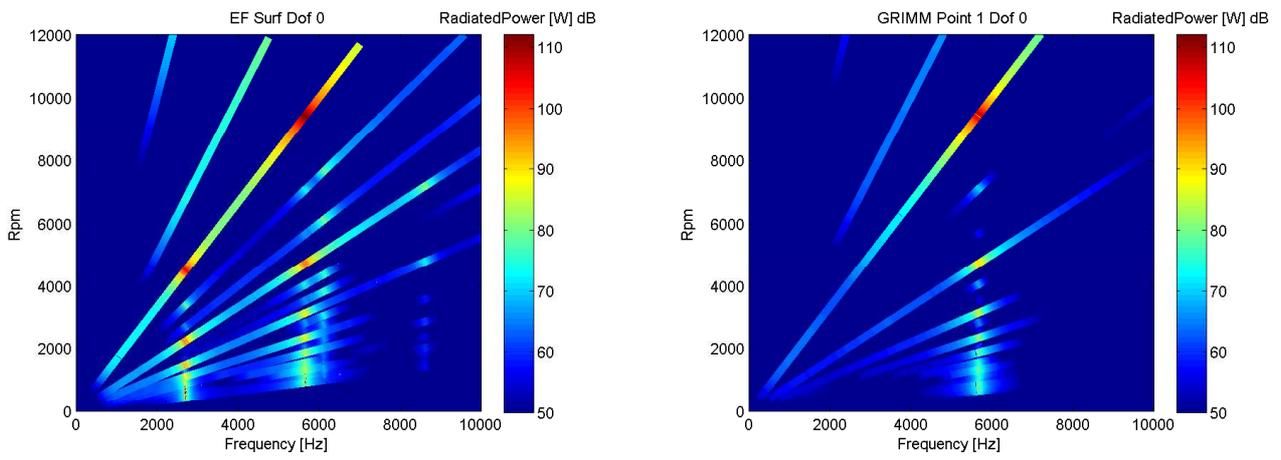
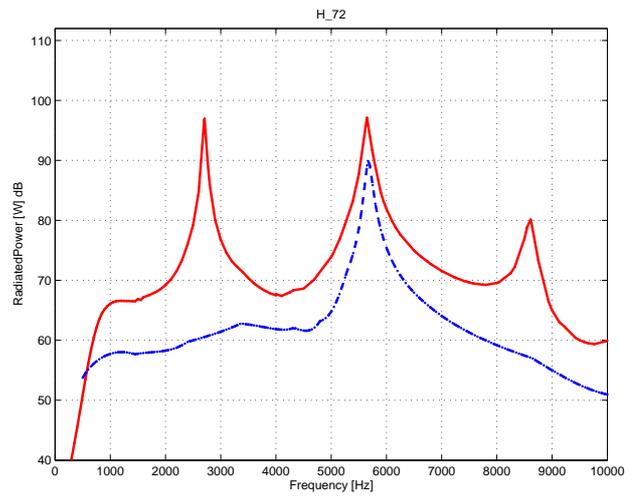
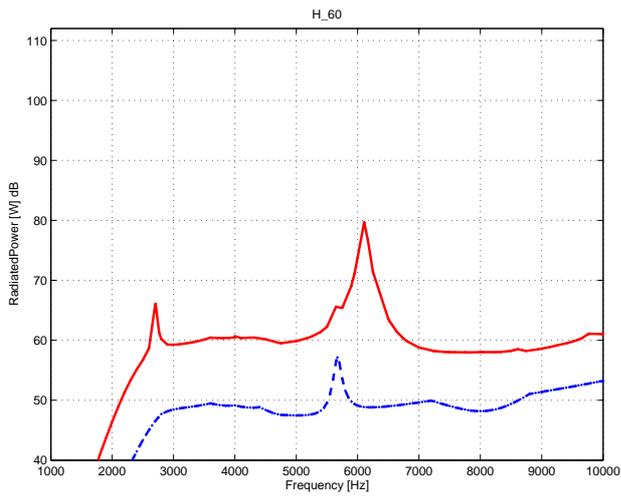
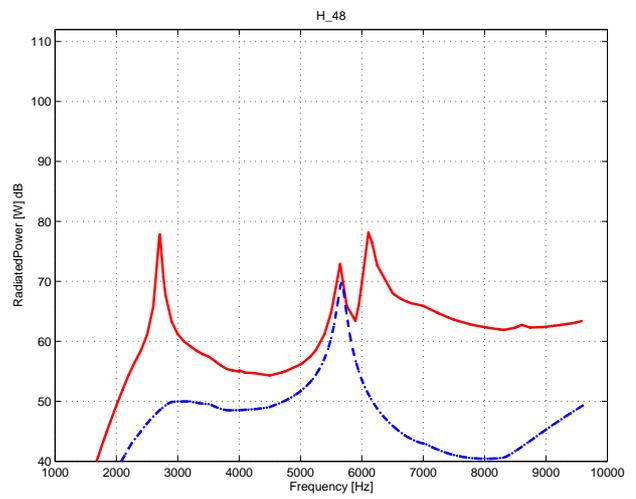
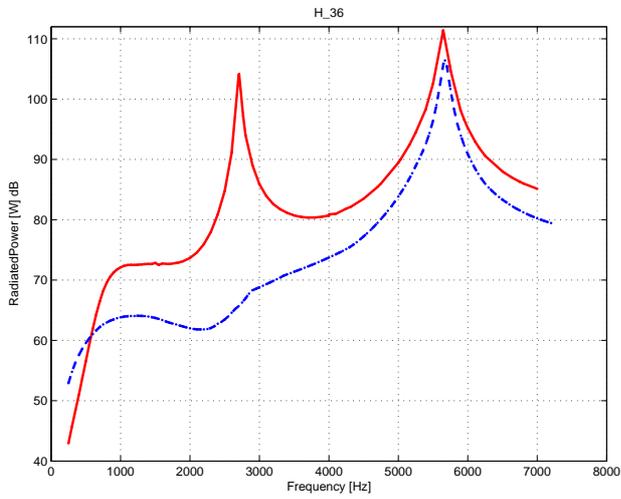
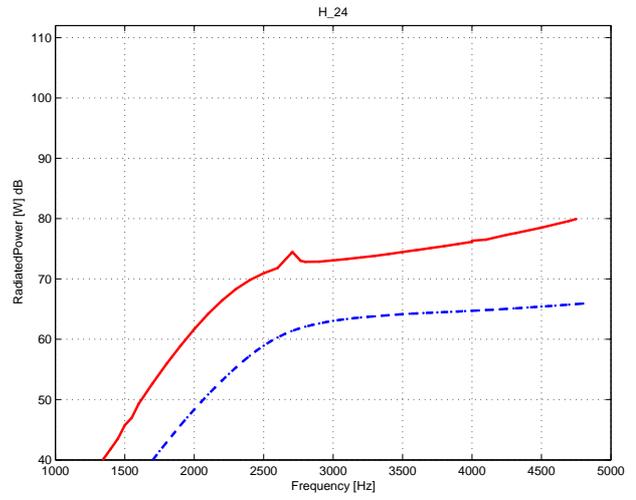
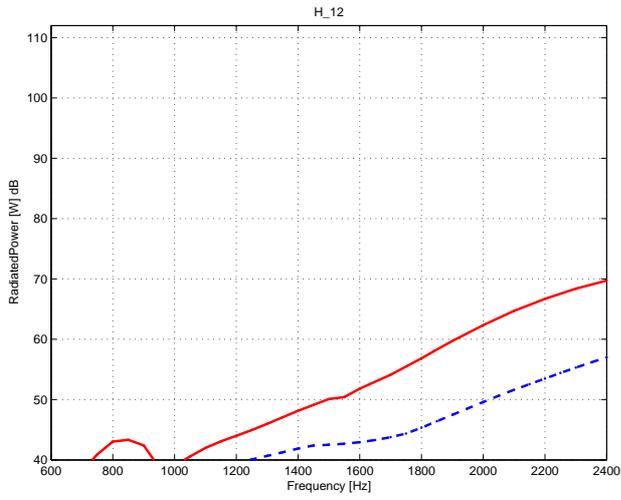
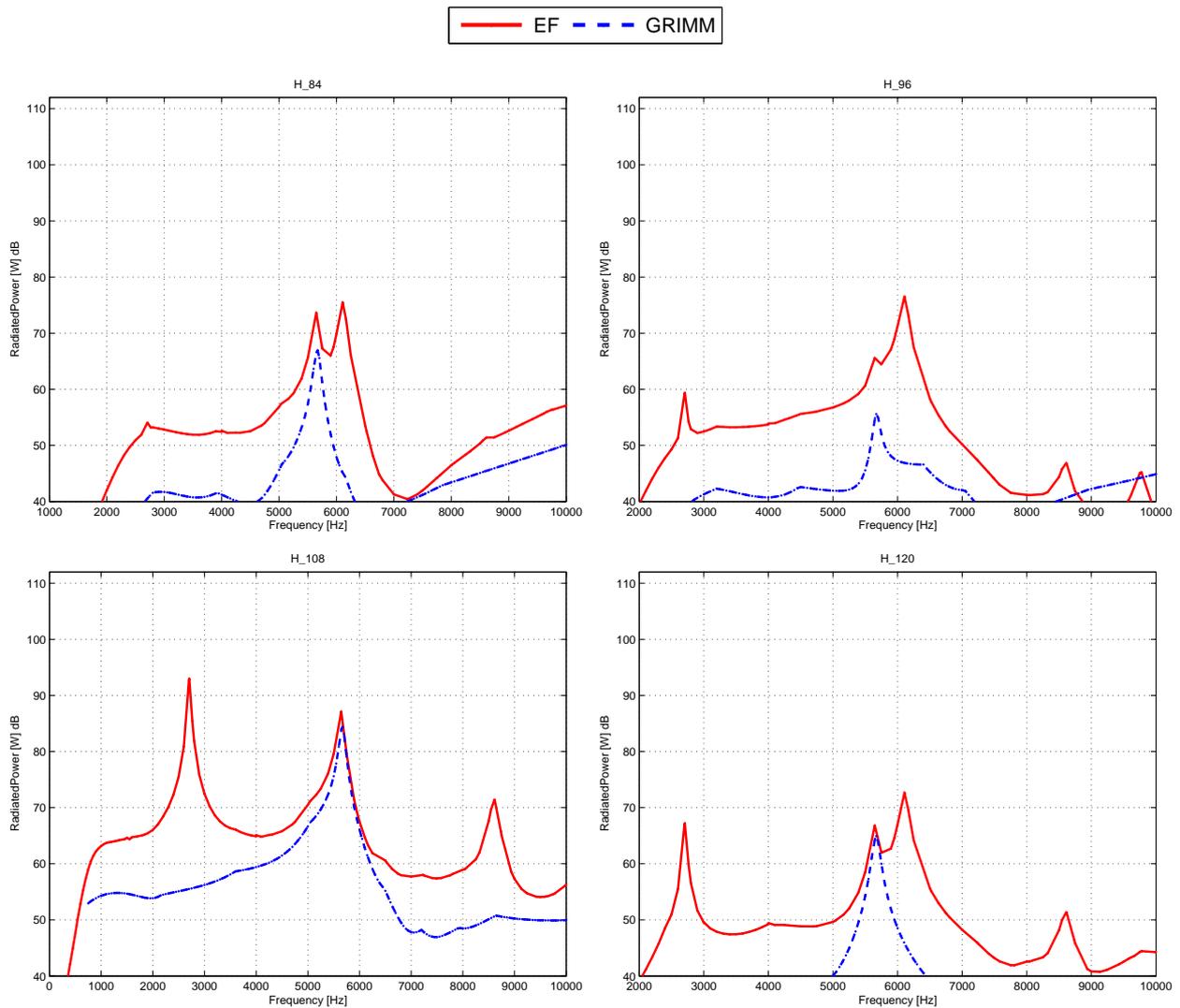


FIGURE 5.49 – Comparaison des sonagrammes de puissance acoustique entre EF (moteur complet) et GRIMM (Avec recalage des fréquences propres et de la masse)

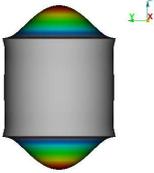
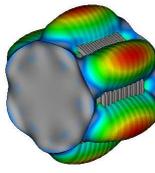
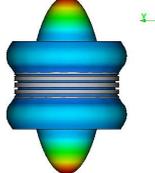
### Comparaison des sonagrammes acoustiques

# Comparaison des amplitudes de puissance acoustique pour les 10 premiers harmoniques





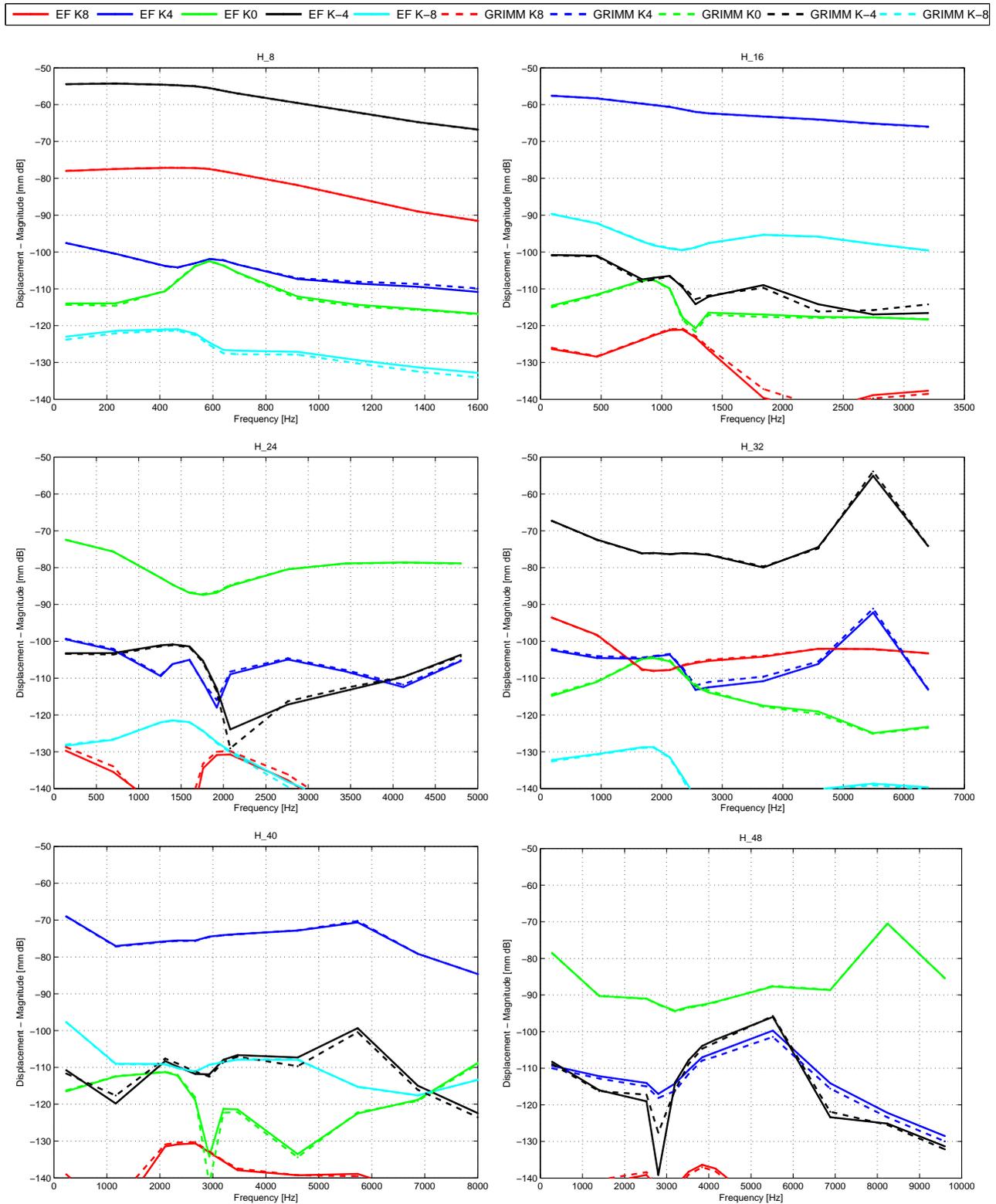
Nous notons d'après les résultats ci-dessus que GRIMM donne de bonnes estimations du bruit au niveau des résonances du mode d'extension (5671 Hz). En revanche, nous constatons des écarts au niveau des fréquences : 2700 Hz, 6107 Hz, 8618 Hz. Les modes qui se produisent à ces fréquences et dont la déformée est représentée ci-dessous ne sont pas des modes d'anneau. Ils ne sont donc pas pris en compte par GRIMM. Nous remarquons également que les écarts dans le cas de la 18/12 sont relativement plus importants que pour les MRV précédentes. Ceci est dû au fait que seul le mode d'extension est dans la plage de fréquence étudiée. Autrement dit, les contributions modales des autres modes comme les modes de flasques ou les modes de dents deviennent alors dominantes dans cette plage de fréquences et font que les déplacements vibratoires et par conséquent les puissances acoustiques EF deviennent plus importants que ceux calculés par GRIMM.

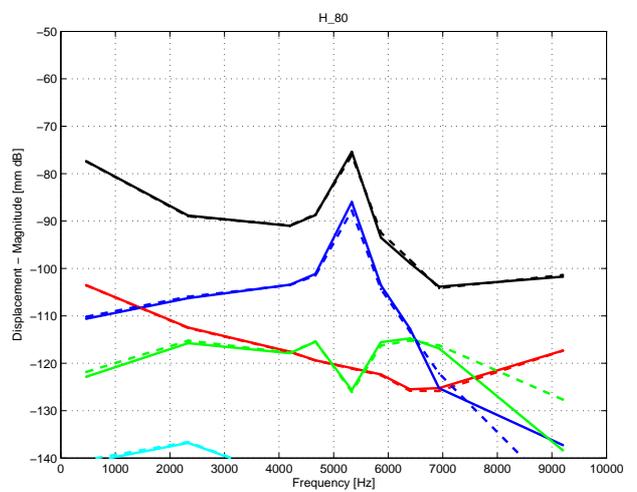
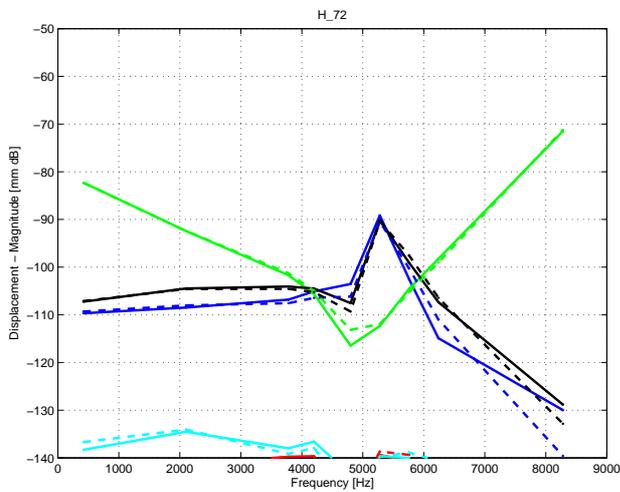
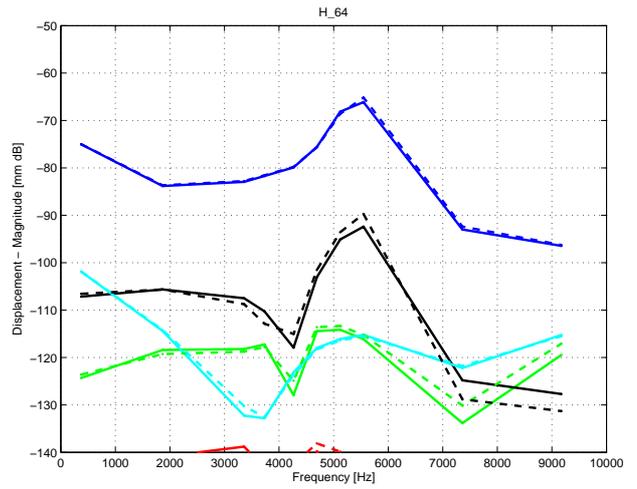
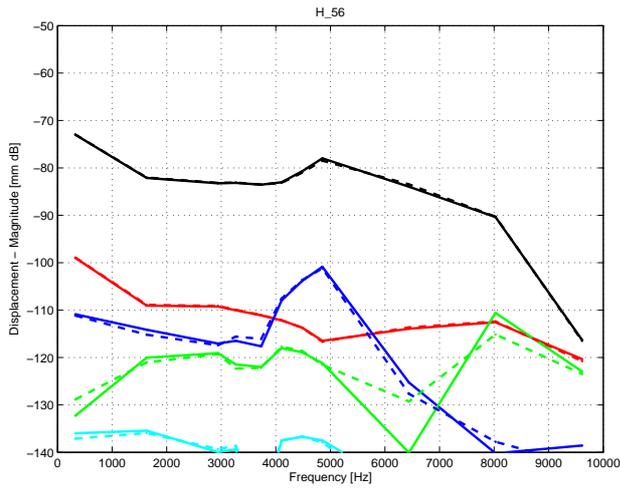
Fréquences (Hz)	2700	6107	8618
Modes			

## 5.7 Annexe C

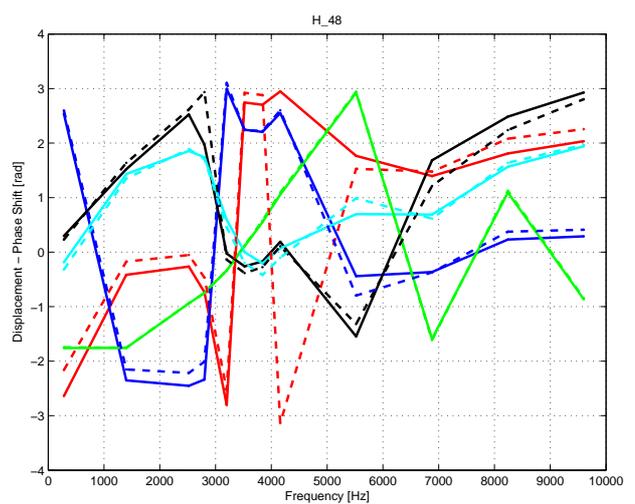
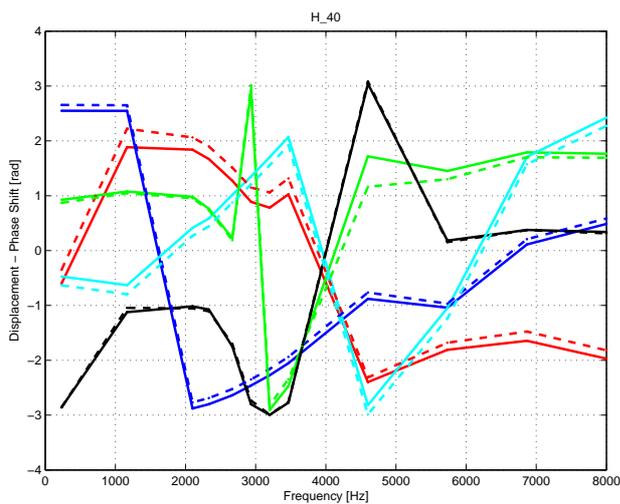
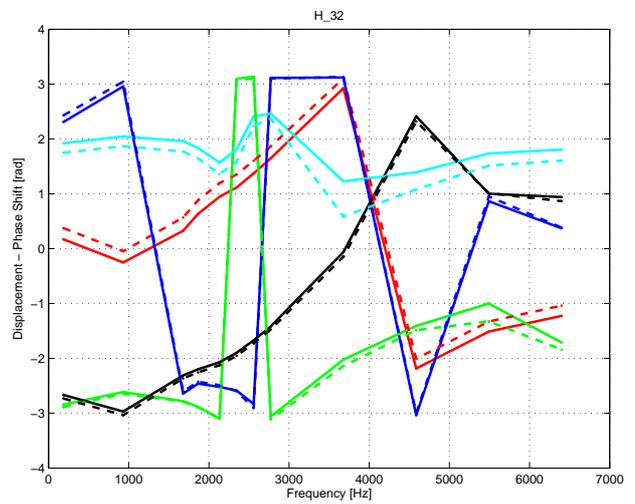
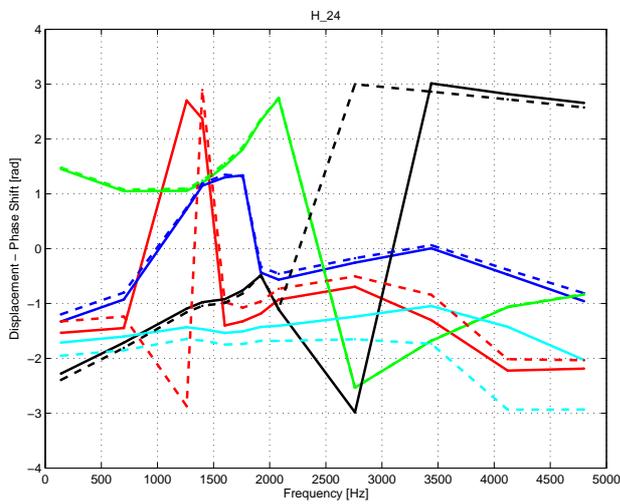
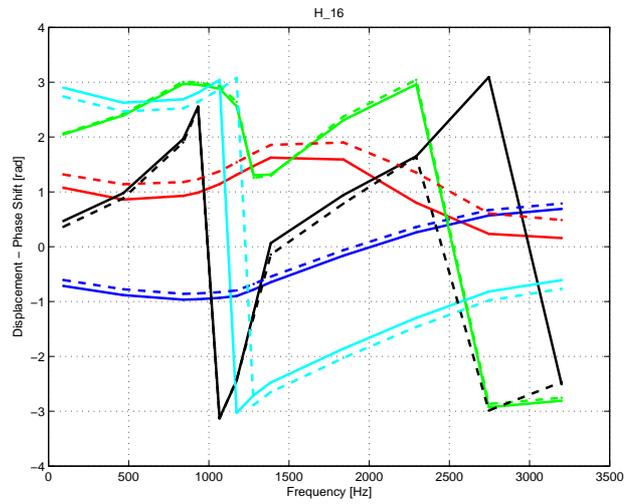
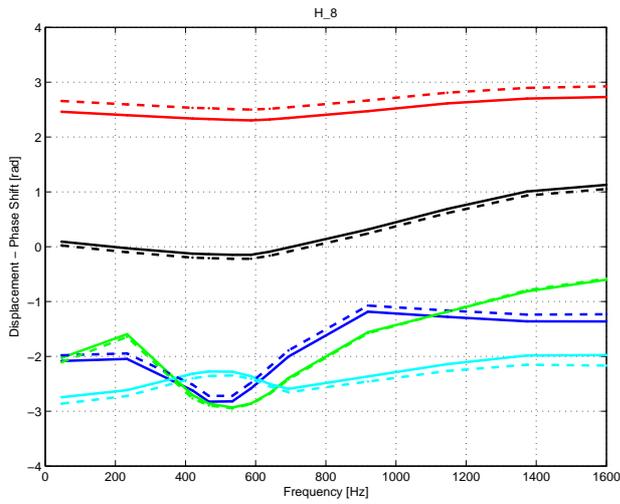
### Réponse dynamique : Montée en régime - Rpm (MRV 12/8)

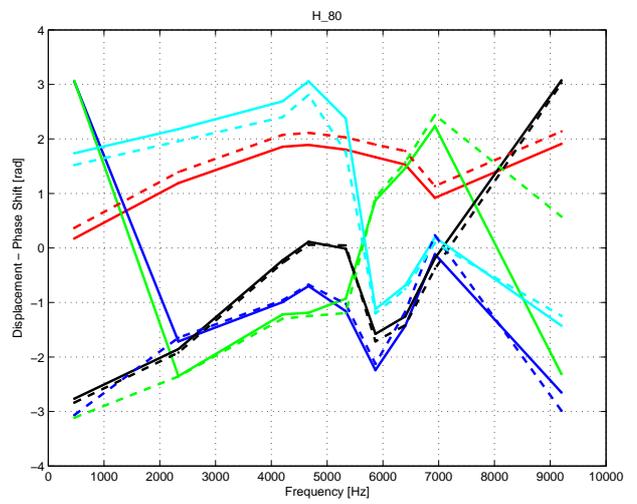
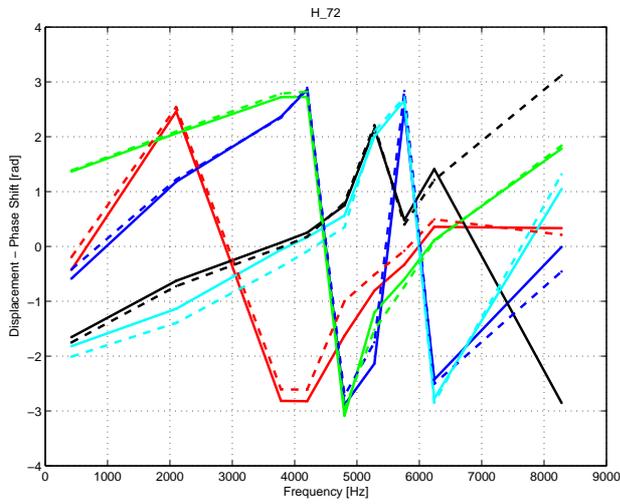
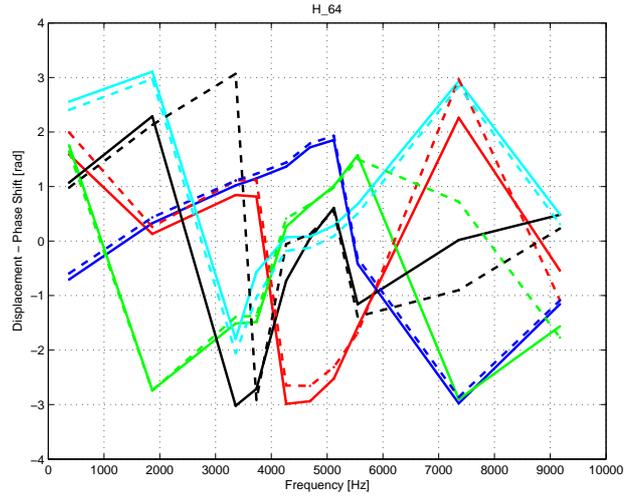
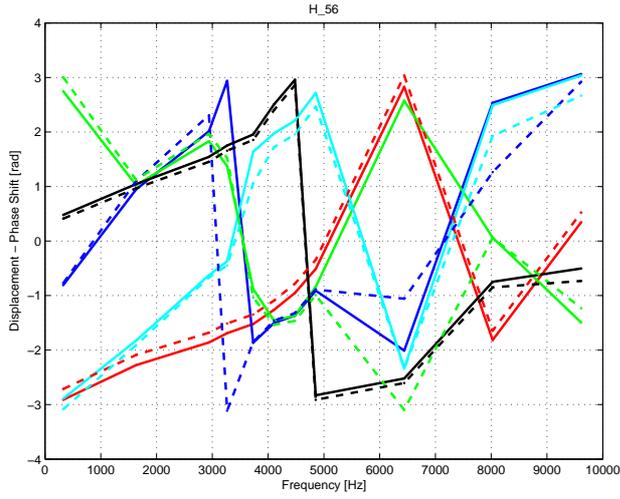
Comparaison des amplitudes :





Comparaison des phases :

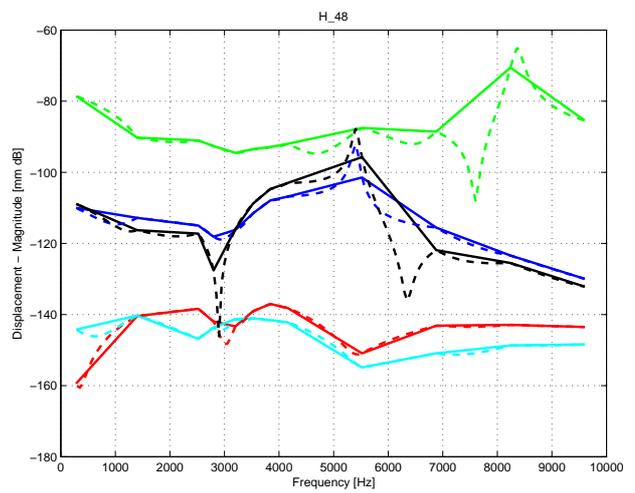
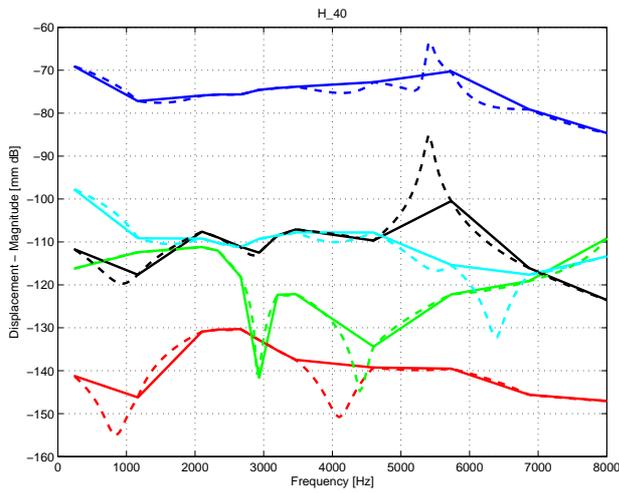
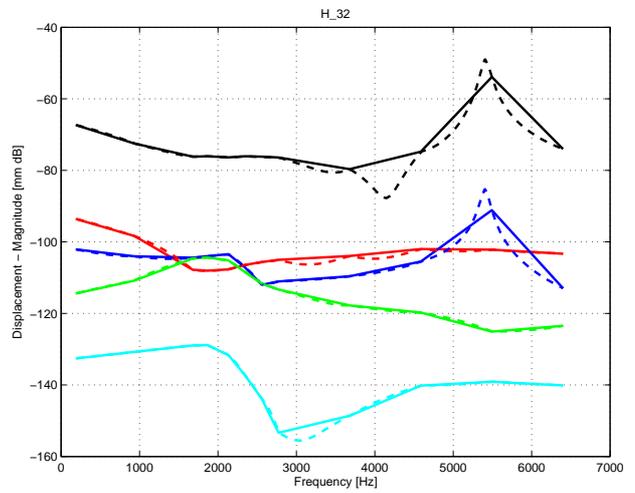
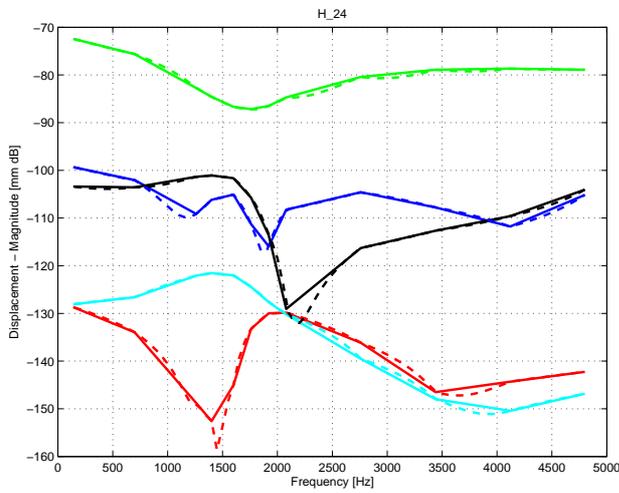
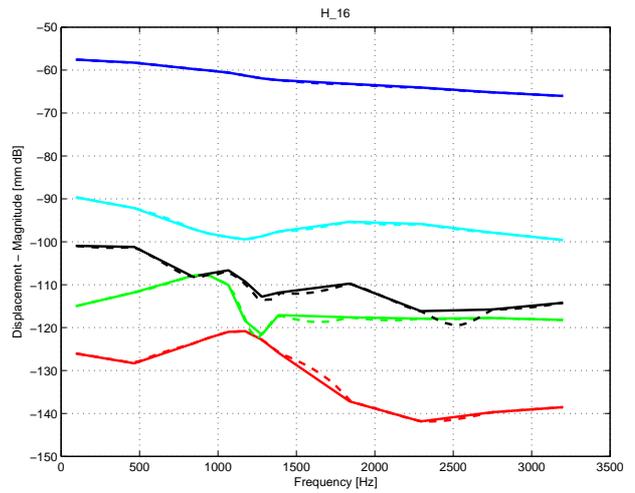
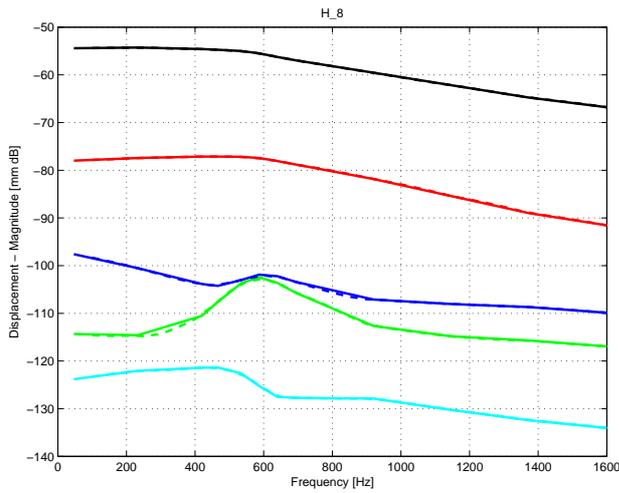
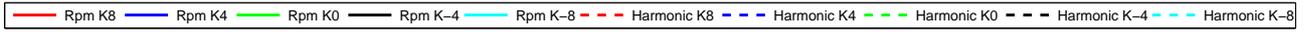


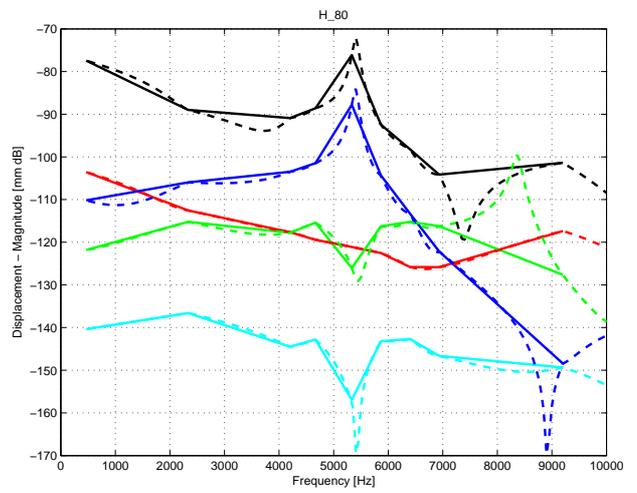
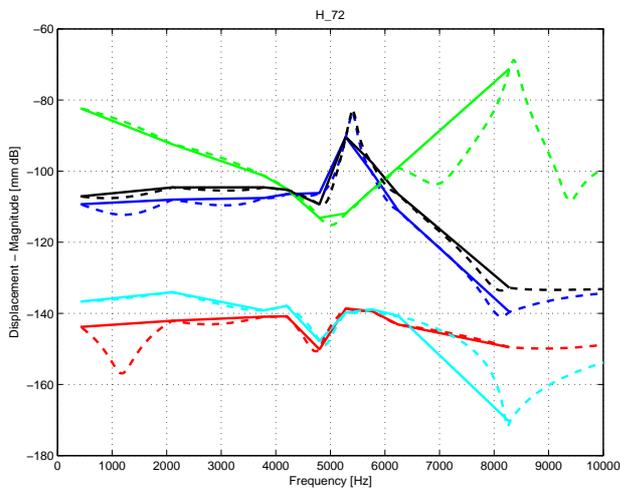
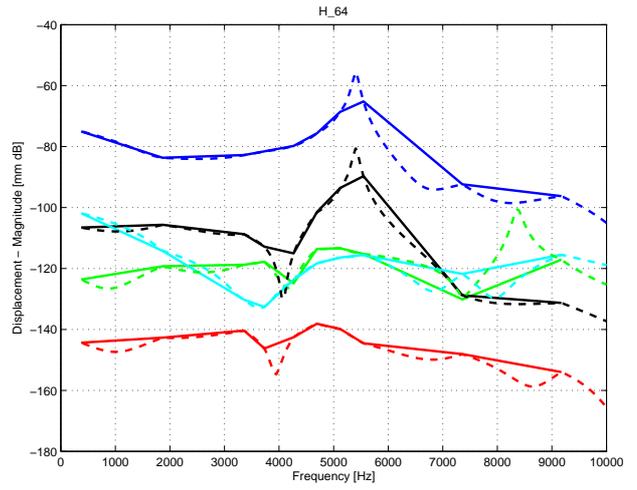
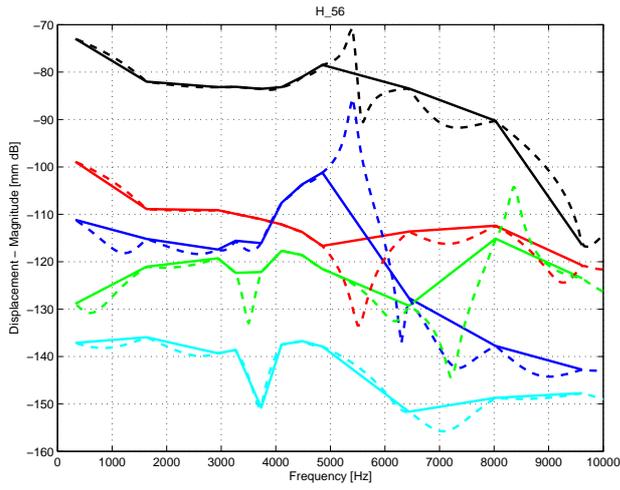
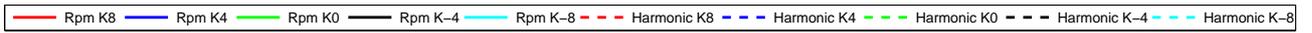


## Réponse dynamique : Montée en régime - GRIMM Rpm Vs GRIMM Harmonique

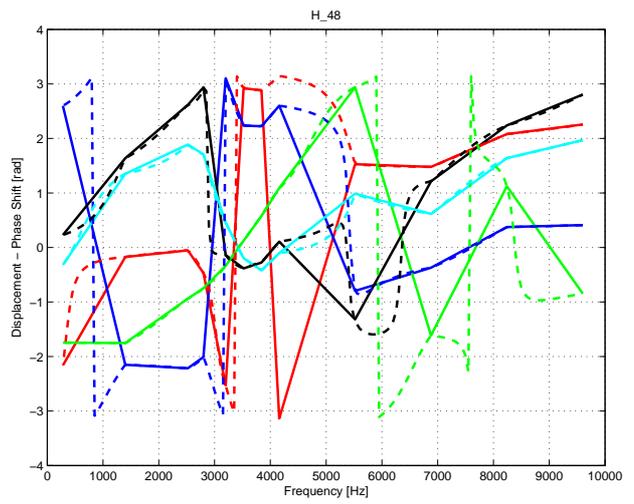
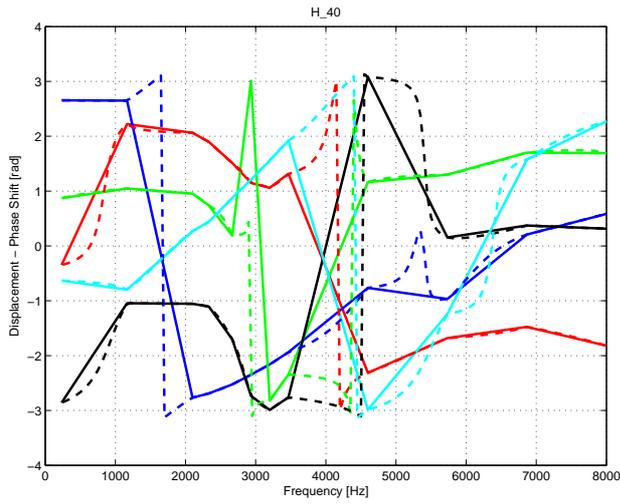
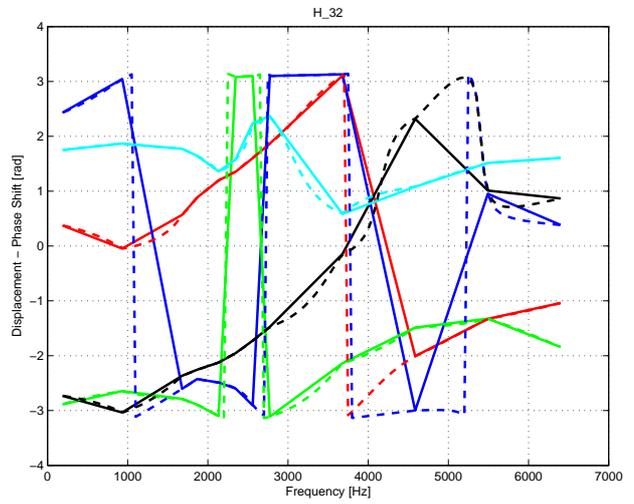
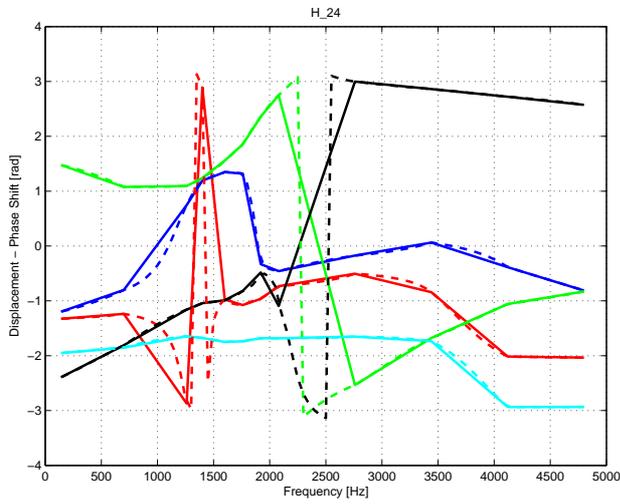
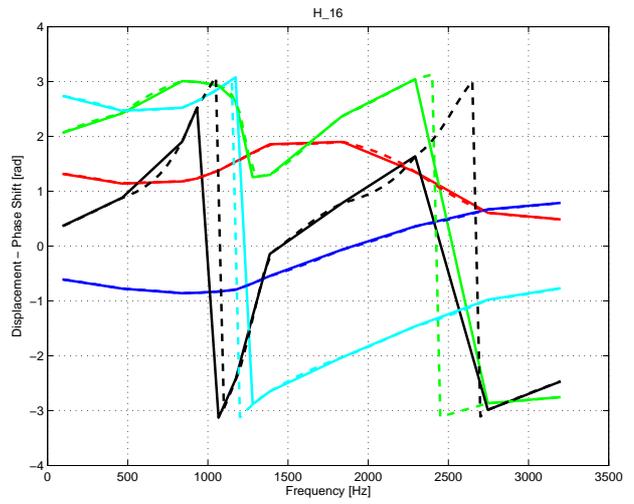
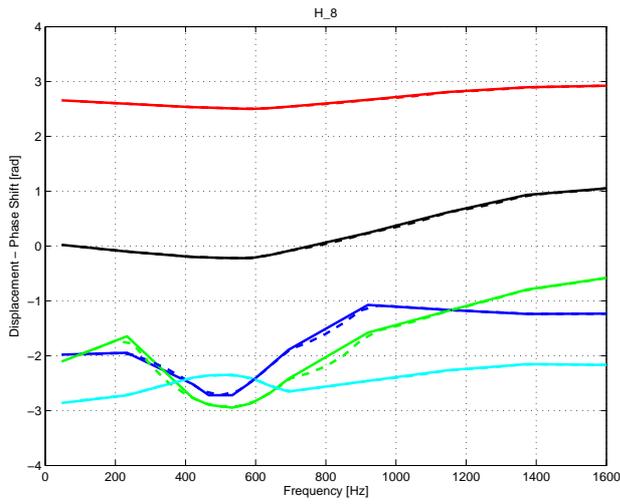
Dans ce qui suit, nous comparons les mêmes résultats que ceux présentés dans la section précédente, la seule différence est qu'une interpolation en harmonique est effectuée sur les résultats. Nous commençons par valider la fonction d'interpolation développée dans GRIMM en comparant les anciennes amplitudes et phases des déplacements vibratoires issues de GRIMM en mode "par régime" avec celles issues de GRIMM en mode "interpolé par Harmonique" [1].

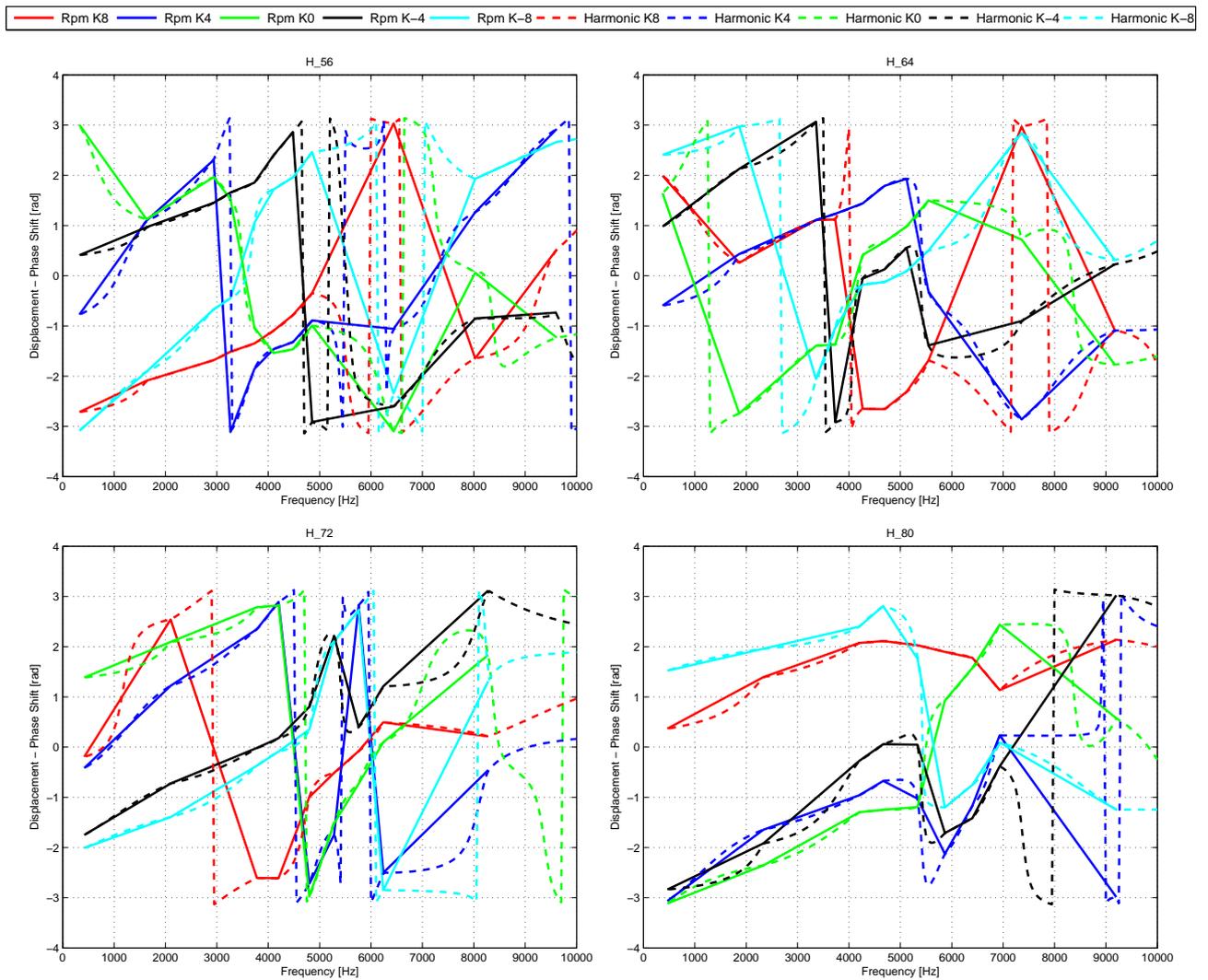
Comparaison des amplitudes :





Comparaison des phases :





Nous pouvons constater qu'au niveau des points communs aux deux modes ("interpolé par harmonique" et "par régime"), les courbes collent parfaitement. Nous pouvons donc conclure que la fonction d'interpolation est validée. D'un autre côté, nous pouvons remarquer l'intérêt de l'interpolation en harmonique puisque'elle nous permet de mieux estimer les pics de résonance. Ce point est très important pour un outil de pré-dimensionnement vibro-acoustique parce que la bonne estimation des résonances mécaniques est un point clé pour la bonne prédiction du bruit rayonné par la structure au final.

Dans la suite, nous passerons toujours par l'interpolation en harmonique dans GRIMM que ce soit pour les résultats vibratoires ou bien acoustiques.

# Méthodologies de simulation et de pré-dimensionnement vibro-acoustique des machines à réluctance variable

## Résumé

Cette thèse de doctorat s'inscrit dans un projet pour le développement du véhicule électrique piloté par la société Renault. Il répond aux prévisions d'exploitation de véhicules électriques pour des déplacements interurbains et urbains afin d'améliorer les aspects environnementaux. L'objectif de nos travaux a été de développer un outil capable de prédire le bruit d'origine électromagnétique produit par des machines à rotor passifs : machine à réluctance variable, sur une large plage de vitesse. Pour cela, le développement d'un modèle vibro-acoustique reposant sur les équations aux dérivées partielles permet d'obtenir une bonne estimation des vibrations et du bruit de la machine pour une force donnée. Cette modélisation analytique couplée à un outil éléments finis, permettant ainsi d'estimer précisément les pressions radiales d'origine magnétique, fournit sous forme de sonagramme le bruit de la machine sur une large plage de vitesse. Cette approche dite hybride « numérique et analytique » offre l'avantage d'un très bon compromis temps de calcul / précision afin de concevoir des machines peu bruyantes. Enfin une analyse des effets de la saturation de ces machines ainsi qu'une analyse harmonique par produit de convolution sont fournis.

**Mots clefs :** véhicule électrique, machine à réluctance variable, méthodologie multi-physique, bruit, électromagnétique, vibro-acoustique, analytique, numérique...

## Vibro-acoustic sizing and simulation methodologies for switched reluctance machines

## Abstract

This thesis is related to the development of an electric car by Renault. This vehicle respects the constraints in order to improve environmental aspects. The aim of this work is to develop a tool capable of predicting electromagnetic noise generated by motors with passive rotor : switched reluctance machine, for a large range of speed. For that, a vibro-acoustic model based on an analytical approach was developed. It gives a good estimation of the vibrations and noise of the machine for a given force. This analytical model is coupled with Finite Element models which allows accurate estimation of radial Maxwell pressure and gives the sonogram of the radiated noise regarding a large range of speed. The advantage of this "hybrid" approach (Finite Element and analytical) is the very good compromise accuracy/computational time in order to design less noisy motors. Finally, an analysis of the saturation effect and harmonic analysis using convolution were performed.

**Keywords :** electric vehicle, switched reluctance machine, multi-physic methodology, noise, electromagnetic, vibro-acoustic, analytical, numerical...