



HAL
open science

Métamodèles pour l'étude fiabiliste des systèmes mécatroniques

Hamid Hamdani

► **To cite this version:**

Hamid Hamdani. Métamodèles pour l'étude fiabiliste des systèmes mécatroniques. Mécanique [physics.med-ph]. Normandie Université; Université Hassan Ier (Settat, Maroc), 2019. Français. NNT : 2019NORMIR12 . tel-02923958

HAL Id: tel-02923958

<https://theses.hal.science/tel-02923958>

Submitted on 27 Aug 2020

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



Normandie Université

جامعة الحسن الأول
UNIVERSITÉ HASSAN 1^{er}



THESE

Pour obtenir le diplôme de doctorat
Spécialité Mécanique

Préparée au sein de
Institut National des Sciences Appliquées de Rouen Normandie
ET
Faculté des Sciences et Techniques de Settat

Métamodèles pour l'étude fiabiliste des systèmes mécatroniques

Présentée et soutenue par
Hamid HAMDANI

Thèse soutenue publiquement le 08 juillet 2019
devant le jury composé de

M. Nabil HMINA	Professeur des Universités, Président de l'Université Sultan Moulay Slimane, Beni Mellal, Maroc.	Président
M. Abdellah EL MOUDNI	Professeur des Universités, Université de technologie de Belfort Montbéliard, France	Rapporteur
M. Bouazza BRAIKAT	Professeur des Universités, Faculté des Sciences Ben M'sik de Casablanca, Maroc	Rapporteur
M. Mhamed ITMI	Maître de conférences HDR, INSA de Rouen Normandie, France.	Examineur
M. Bouchaïb RADI	Professeur des Universités, Faculté des Sciences et Techniques de Settat, Maroc.	Directeur de thèse
M. Abdelkhalak EL HAMI	Professeur des Universités, INSA de Rouen Normandie, France.	Directeur de thèse

Thèse dirigée par Pr. Abdelkhalak EL HAMI (LMN) et Pr. Bouchaïb RADI (LIMII)

Aux étoiles de mes nuits

Aux lumières de ma vie

Mes chers parents ...

Remerciements

Le travail présenté dans ce mémoire a été effectué dans le cadre d'une convention de cotutelle de thèse entre le Laboratoire de Mécanique de Normandie (LMN) de l'INSA de Rouen et le Laboratoire Ingénierie, Management Industriel et Innovation (IMII) de l'Université Hassan Premier de Settat.

C'est avec beaucoup de plaisir que je profite de l'occasion qui m'est offerte ici de remercier un certain nombre de personnes qui ont contribué à mon travail de recherche et m'ont ainsi permis d'aboutir à l'élaboration et à la soutenance de cette thèse.

En tout premier lieu, je souhaite remercier chaleureusement mes directeurs de thèse, qui m'ont fait confiance en acceptant de diriger ce travail. J'exprime ma profonde gratitude et reconnaissance à :

Mr. Bouchaïb RADI, professeur à la faculté des Sciences et Techniques de Settat, pour sa grande disponibilité dans la direction de cette thèse. Il a éclairé ce travail de ses conseils judicieux, il m'a prodigué ses encouragements tout au long de la thèse et il a su me faire partager ses nombreuses connaissances, sa vision toujours claire et synthétique.

Mr. Abdelkhalak EL HAMI, professeur à l'INSA de Rouen, pour son accueil et sa disponibilité pendant mes séjours au Laboratoire LMN, durant ma thèse et pour son aide et ses précieux conseils.

Je remercie également **Mr. Nabil HMINA**, président de l'université Sultan Moulay Sliman, Béni Mellal, d'avoir accepté de présider le jury de cette thèse.

Je remercie aussi **Mr. Abdellah EL MOUDNI**, professeur à l'UTBM, **Mr. Bouazza BRAIKAT** professeur à la FS Ben M'sik de Casablanca et **Mr. El Hassan BOUTYOUR**, professeur à la FST Settat d'avoir accepté la lourde tâche de rapporter cette thèse.

Je remercie **Mr. Mhamed ITMI**, professeur à l'INSA de Rouen Normandie d'avoir accepté d'examiner ce mémoire.

Je remercie chacun des membres du Laboratoire LMN et de l'équipe MSNSC du Laboratoire IMII pour leur soutien et leur disponibilité. Mon amicale reconnaissance s'adresse à tous mes camarades thésards pour l'ambiance très sympathique et le climat d'entraide qu'ils ont su créer au sein des deux Laboratoires.

Enfin, je tiens à remercier sincèrement tous les membres de ma famille pour leur soutien et leurs encouragements et toutes les personnes qui ont contribué de près ou de loin à la réalisation de ce travail.

Résumé

Les défaillances des systèmes mécatroniques sont souvent causées par la rupture par fatigue des joints de brasure de ses composants électroniques. Avec la miniaturisation croissante des boîtiers électroniques, la sollicitation des joints de brasure, qui assurent la liaison entre les sorties du composant et la carte, peut devenir problématique. En effet, les joints de brasures peuvent accepter des taux de déformation importants, mais une accumulation des sollicitations répétées provoquent leur vieillissement prématuré pouvant conduire à la rupture de joints brasés (phénomène de fatigue thermomécanique). Ainsi, les études basées sur la simulation par les méthodes des éléments finis sont menées pour étudier numériquement la durée de vie des boîtiers montés sur circuit imprimé (fiabilité de deuxième niveau). Le coût de calcul élevé de la résolution de ce type de problèmes peut rendre la procédure d'optimisation et d'évaluation de la fiabilité irréalisable en raison de la grande consommation de temps de calcul de la simulation multiphysique par la méthode des éléments finis.

Cette thèse propose d'une part, une adaptation de la méthode CMA-ES Assisté par le métamodèle de krigeage pour l'optimisation globale d'un problème. La mise en œuvre de cet algorithme proposé a été réalisée dans l'optimisation globale des joints de brasure d'un boîtier de type PQFP. Les résultats des études numériques montrent que l'algorithme KA-CMA-ES proposé est plus efficace et plus performant que l'algorithme CMA-ES standard.

D'autre part, une méthodologie générale pour l'analyse de la fiabilité en fatigue est proposée dans ce manuscrit. Elle s'appuie sur la modélisation des incertitudes (chargement, propriétés du matériau, géométrie) et vise à quantifier le niveau de fiabilité du système étudié pour un scénario de défaillance en fatigue. Une méthode basée sur les techniques de métamodélisation est précisément proposée pour remédier à la complexité des systèmes mécatroniques dans la résolution du problème de fiabilité. Le métamodèle est utilisé pour imiter le comportement du modèle mécanique tout en satisfaisant en même temps l'efficacité et la précision de ce dernier. la mise en oeuvre de cette méthodologie est appliquée pour l'analyse de fiabilité d'un boîtier de type T-CSP

Mots-clés :

Système mécatronique; Boîtier électronique; Joint de brasure; Méthodes des éléments finis; Fatigue; Métamodèle; KA-CMA-ES; Fiabilité; Optimisation; Incertitude.

Abstract

Mechatronic system failures are often caused by fatigue failure of the solder joints of its electronic devices. With the increasing miniaturization of electronic devices, the stress on solder joints, which provide the connection between the component outputs and the PCB, has become a major challenge. Indeed, solder joints can accept high deformation rates, but an accumulation of repeated stresses causes their premature ageing which can lead to the rupture of solder joints (thermomechanical fatigue phenomenon). Thus, the studies based on finite element simulation methods are performed to numerically investigate the lifetime of PCB-mounted devices (second-level reliability). The high computational costs required to solve such problems may make the optimization and reliability assessment procedure impracticable due to the high computation time of multi-physics finite element simulation.

This thesis proposes on the one side, an adaptation of the CMA-ES method Assisted by the kriging metamodel for the global optimization of a given problem. The implementation of this proposed algorithm was performed in the global optimization of the solder joints in a PQFP package. The results of the numerical studies show that the proposed KA-CMA-ES algorithm is more efficient and more efficient than the standard CMA-ES algorithm.

On the other side, a general methodology for reliability analysis in fatigue is proposed in this manuscript. It is based on the uncertainty modeling (loading, material properties, geometry) and aims to quantify the reliability level of the system studied for a fatigue failure scenario. A method based on metamodeling techniques is precisely proposed to address the complexity of mechatronic systems in solving the reliability problem. The metamodel is used to emulate the mechanical model behaviour while satisfying both the its efficiency and accuracy. The implementation of the proposed methodology is applied for the reliability analysis of a T-CSP package.

Keywords :

Mechatronic system ; Electronic packaging ; Solder joint ; Finite element method ; Fatigue ; Meta-model ; KA-CMA-ES ; Reliability ; Optimization ; Uncertainty.

Table des matières

Introduction générale	1
1 Comportement thermomécanique et fiabilité des packagings mécatroniques	4
1.1 Introduction	6
1.2 Système mécatronique	6
1.2.1 Définition	7
1.2.2 Cycle de développement	8
1.2.2.1 Analyse/Spécification	9
1.2.2.2 Conception	9
1.2.2.3 Réalisation	10
1.2.2.4 Vérification	10
1.2.2.5 Validation	10
1.3 Présentation des équipements électroniques	11
1.3.1 Rôle et fonctions du packaging électronique	11
1.3.2 Niveaux de packaging et d'interconnexion des produits électroniques	11
1.3.3 Assemblage et technologies d'interconnexion	12
1.3.4 Types de boîtiers électroniques	15
1.3.4.1 Boîtiers par insertion	15
1.3.4.2 Boîtiers pour montage en surface (à grille métallique)	15
1.3.4.3 Boîtiers de type QFN	16
1.3.4.4 Boîtiers matriciels (de type BGA)	17
1.3.4.5 Chip Scale Packages (CSP)	18
1.3.5 Les phases du cycle de vie d'un équipement électronique	18

1.4	Mécanismes de défaillance	19
1.4.1	Fatigue thermique	21
1.4.2	Fracture fragile	21
1.4.3	Déformation plastique	22
1.4.4	Le délaminage	23
1.5	Essais de vieillissement thermomécanique appliqués aux équipements électroniques	23
1.6	Lois de comportement des alliages de brasure	23
1.6.1	Comportement en fluage	25
1.6.2	Comportement viscoplastique avec modélisation de l'écrouissage	27
1.6.2.1	Modèle d'Anand	27
1.6.2.2	Modèle de Busso	28
1.6.2.3	Modèle de Lemaître et Chaboche	29
1.7	Fiabilité des assemblages électroniques	30
1.7.1	Fonction de performance et probabilité de défaillance	30
1.7.2	Méthode de simulation de Monte Carlo	31
1.7.3	Méthodes d'approximation FORM et SORM	33
1.7.4	Couplage mécano-fiabiliste	34
1.8	Conclusion	35
2	Algorithmes évolutionnaires assistés par métamodèles	37
2.1	Introduction	39
2.2	Présentation des stratégies évolutionnaires	40
2.2.1	Principes des stratégies d'évolution	40
2.2.2	Opérateurs évolutionnaires	41
2.2.2.1	Opérateurs de sélection	41
2.2.2.2	Opérateurs de recombinaison	41
2.2.2.3	Opérateurs de Mutation	42
2.3	Covariance Matrix Adaptation Evolution Stratégie (CMA-ES)	43
2.3.1	Mutation ou échantillonnage	44
2.3.2	Sélection et recombinaison	44

2.3.3	Adaptation de la taille du pas et de la matrice de covariance	45
2.4	Techniques de métamodélisation	47
2.4.1	Notations et mise en œuvre d'un métamodèle	48
2.4.2	Plans d'expérience et échantillonnage de l'espace des paramètres	49
2.4.2.1	Plans d'expérience usuels	51
2.4.2.2	Méthodes de remplissage de l'espace (Space Filling Design)	53
2.4.3	Différents types de métamodèles	54
2.4.3.1	Régression polynomiale	55
2.4.3.2	Le métamodèle de krigeage	56
2.4.3.3	Réseaux à fonctions de bases radiales (RBF)	59
2.4.3.4	Autres métamodèles	61
2.4.4	Validation	61
2.5	CMA-ES assistée par le krigeage	61
2.5.1	Gestion et mesure de la qualité du krigeage	62
2.5.1.1	Gestion du krigeage	62
2.5.1.2	Mesure de la qualité du krigeage	62
2.5.2	Algorithme KA-CMA-ES	63
2.5.3	Tests numériques	65
2.6	Conclusion	69
3	Optimisation globale des joints de brasure via l'algorithme KA-CMA-ES	70
3.1	Introduction	72
3.2	Présentation du système étudié	72
3.2.1	Cas des fils de connexion (wire bonding)	74
3.2.2	Cas des joints de brasure	74
3.3	Modèles de fatigue thermique des joints de brasure	76
3.3.1	Modèle de Coffin-Manson	77
3.3.2	Modèle de Morrow	78
3.3.3	Modèle de Coffin-Manson modifié en fréquence	79
3.3.4	Modèle Morrow modifié en fréquence	79

3.3.5	Modèle de Darveaux	80
3.4	Modélisation et analyse par la méthode des éléments finis du boîtier PQFP	81
3.4.1	Modélisation	81
3.4.2	Propriétés des matériaux	82
3.4.3	Chargement thermique	83
3.4.4	Modèle de fatigue choisi pour les joints de brasure	84
3.4.5	Résultats numériques	85
3.5	Optimisation globale des joints de brasure du boîtier PQFP	85
3.5.1	Formulation du problème	85
3.5.2	Simulations numériques	87
3.6	Conclusion	90
4	Analyse de la fiabilité basée sur les métamodèles d'un boîtier de type T-CSP	92
4.1	Introduction	93
4.2	Description du packaging CSP étudié	94
4.3	Simulation déterministe par la méthode des éléments finis du boîtier T-CSP	95
4.3.1	Modèle des joints de brasure	95
4.3.2	Propriétés des matériaux	97
4.3.3	Modèle de prédiction de la durée de vie en fatigue	100
4.3.4	Résultats numériques et discussion	101
4.4	Méthode probabiliste pour l'évaluation de fiabilité	102
4.5	Évaluation de la fiabilité du boîtier T-CSP	104
4.5.1	Incertitudes dans les CSP	104
4.5.2	Construction et validation du métamodèle	105
4.5.2.1	Plan d'expériences	105
4.5.2.2	Validation du métamodèle	106
4.5.3	Simulation de Monte Carlo basée sur le métamodèle de krigeage	108
4.6	Conclusion	110
	Conclusion générale et perspectives	113

Annexe A Introduction à R & RStudio	115
Bibliographie	125

Table des figures

1.1	Système mécatronique	7
1.2	Schéma du composant dans son systèmes mécatronique [27].	8
1.3	Cycle en V	9
1.4	Différents niveaux de packaging [81]	12
1.5	Techniques d'interconnexion [23]	13
1.6	Dual in-line package (DIP)	15
1.7	Boîtier PQFP - 100 Leads (au pas de 0,5mm) et détail du cambrage gull wing . . .	16
1.8	Exemple d'un boîtier QFN et son schéma [23]	17
1.9	Exemple d'un boîtier BGA et son schéma de principe [23]	18
1.10	Exemple d'un boîtier WLCSP fan-out et son schéma de principe [23]	19
1.11	Courbe en baignoire	20
1.12	Défaillances des composants électroniques.	21
1.13	Rupture du substrat d'un module [5].	22
1.14	Profil de cycle thermique typique utilisé pour des essais de vieillissement accéléré [38]	24
1.15	Exemple d'essai de cyclage thermique de QFN monté sur circuit imprimé (QFN 9 × 9 à cavité) [23]	24
1.16	Évolution typique de la déformation lors d'un essai de fluage ($\sigma = cte$)	25
1.17	Domaines de sûreté et de défaillance dans le cas de deux variables de conception .	31
1.18	Représentation de la simulation de Monte Carlo pour le calcul de la probabilité de défaillance	33
1.19	Principe des méthodes d'approximations FORM/SORM	33
1.20	Schéma du principe du couplage mécano-fabliste	35

2.1	Opérateurs de mutations gaussiennes dans les stratégies d'évolution.	43
2.2	Positionnement du métamodèle au sein du contexte de la modélisation du réel [65].	47
2.3	Représentation schématique d'un modèle de substitution [65].	48
2.4	Schéma du processus d'élaboration d'un métamodèle.	50
2.5	Plan factoriel complet 3^3 (27 points) [65].	51
2.6	Plans fractionnaires issus du plan complet 3^3 [65].	52
2.7	Plan composite centré pour 3 paramètres et 2 niveaux [65].	52
2.8	Plan de Box-Behnken pour 3 paramètres [65].	53
2.9	Exemple de 5 sites obtenus par LHS [65].	54
2.10	Structure du métamodèle RBF.	60
2.11	Courbes de convergence de $f_1 \sim f_4$	68
2.12	Courbes de convergence de $f_5 \sim f_8$	68
2.13	Courbes de convergence de $f_9 \sim f_{11}$	69
3.1	Schéma du composant dans son systèmes mécatronique [27].	73
3.2	Structure du boîtier PQFP (type des joint de brasure)	73
3.3	Décollement des fils de connexion [5].	74
3.4	Schématisation des efforts sur les joints brasés due au gauchissement des cartes à chaud [38]	75
3.5	Exemple de rupture d'un joint de brasure [5]	75
3.6	Évolution contrainte-déformation d'une éprouvette de torsion en cisaillement d'un alliage SAC305 à 25°C en fatigue oligocyclique pour une fréquence de 0.05 Hz pour $\Delta\gamma_t = 1.3\%$ 1er et 500ème cycles	77
3.8	Modèle local des joints de brasure	81
3.7	Modèle global des joints de brasure et maillage adopté	81
3.9	Cycle de chargement thermique	84
3.10	Conditions aux limites appliquées au sous-modèle	85
3.11	Historique de la déformation plastique	86
3.12	Vue latérale de la répartition des déformations plastiques dans le joint de brasure après le dernier cycle de chargement.	86
3.13	Description des paramètres d'optimisation	87

3.15	Distribution de la déformation inélastique avant (a) et après (b) la procédure d'optimisation.	89
3.16	Courbe moyenne de $\Delta\varepsilon_{in}$ en fonction du nombre de simulations numériques.	90
3.14	Organigramme de la méthodologie d'optimisation globale	91
4.1	Schéma simplifié du boîtier T-CSP (a) et dimensions des couches du circuit imprimé (b)	95
4.2	Sous modèle et les conditions aux limites appliquées	96
4.3	Modèle du joint de brasure pour la configuration du boîtier T-CSP	97
4.4	Cycle de température	102
4.5	Organigramme de la méthode probabiliste proposée	104
4.6	Résultats de la validation des métamodèles de krigeage pour la prédiction de la fiabilité du T-CSP	109
4.7	Qualité d'ajustement pour différentes distributions ajustées par des lois continus (distributions de Weibull, gamma et log-normale) de la durée de vie en fatigue du joint de brasure/PCB (Ball/Test Board Solder Joint)	111
4.8	Qualité d'ajustement pour différentes distributions ajustées par des lois continus (distributions de Weibull, gamma et log-normale) de la durée de vie en fatigue du joint de brasure/substrat (Ball/substrat Solder Joint)	112
A.1	Les fenêtres RStudio	117
A.2	Installation et chargement des packages à l'aide de l'onglet Packages	124
A.3	Installation et chargement des packages à l'aide de lignes de Commande	124

Liste des tableaux

1.1	Les 5 niveaux d'interconnexion.	12
1.2	Description des technologies d'interconection.	14
1.3	CDT des matériaux utilisés en microélectronique [23]	22
1.4	Paramètres du modèle d'Anand pour plusieurs alliages	28
2.1	Fonctions de test pour les tests numériques	67
3.1	Coefficient de dilatation thermique de matériaux utilisés en microélectronique . . .	75
3.2	paramètre du modèle de Coffin-Manson [58, 59]	78
3.3	Paramètres du modèle d'Anand [38]	83
3.4	Propriétés des matériaux	83
3.5	Limites supérieure et inférieure des variables d'optimisation	87
3.6	Comparaison des performances des deux algorithmes CMA-ES et KA-CMA-ES . .	88
4.1	Détails de la configuration du Packaging T-CSP [106].	96
4.2	Propriétés des matériaux du modèle	98
4.3	Propriétés des matériaux de la bande (Tape)	98
4.4	Propriétés des matériaux du "Die Attach"	99
4.5	Propriétés des matériaux du Mold Compound	99
4.6	Constantes de Darveaux modifiées à partir de celles d'Anand [19]	99
4.7	Constantes de Darveaux de corrélation de croissance des fissures [19].	100
4.8	Résultats détaillés de la simulation du T-CSP	103
4.9	Les paramètres de probabilité des variables aléatoires.	105
4.10	Paramètres de la loi Log-normale	110

4.11 Probabilités de défaillance 110

Introduction générale

Le développement rapide du secteur mécatronique et un résultat du couplage de l'électronique et de la mécanique, cela permet aux acteurs industriels de ce secteur de réduire le volume, la masse, la consommation et le coût des systèmes embarqués et donc de gagner des parts de marché. Pour Concevoir de nouveaux systèmes mécatroniques, les fabricants sont confrontés à de nombreux défis. En plus de la compétitivité en termes de coût et de temps de développement, les industriels doivent répondre à un ensemble d'exigences qui sont exprimées par un donneur d'ordre via un cahier des charges, qui est le document qui regroupe ces exigences, précise les conditions et les phases d'utilisation, les performances, les conditions opérationnelles et environnementales, les conditions de stockage et de transport et les niveaux de fiabilité qui sont attendus. Pour répondre à cet ensemble d'exigences, le fabricant doit assurer un haut niveau de performance et de bon fonctionnement dans des conditions d'exploitation de plus en plus sévères et sur des périodes d'exploitation de plus en plus longues.

Cependant, une mauvaise évaluation des risques peut produire des équipements qui peuvent ne pas fonctionner correctement dans les conditions d'emploi, cela peut accroître les non-conformités pendant les périodes de garantie et impacter négativement la rentabilité de leurs activités industrielles. Pour réduire ces risques industriels et financiers et atteindre les niveaux de fiabilité et de performances exigés, des processus d'optimisation et d'évaluation de la fiabilité prévisionnelle doivent être intégrés dans le processus de conception.

Dans les dernières années, le couplage des modèles mécaniques et des approches probabilistes reconnaît un grand intérêt dans la littérature. Plus précisément, le domaine de la fiabilité des structures qui vise à fournir des méthodes efficaces pour l'évaluation de fiabilité des structures tout en tenant compte de la variabilité des différents paramètres décrivant la structure (paramètre géométrique, propriétés des matériaux, chargements appliqués, etc.). L'introduction de la fiabilité des structures dans le domaine industriel allant de l'ingénierie mécanique, civile et aérospatiale, a conduit à une ingénierie basée sur la performance.

Avec le développement des méthodes numériques et de la technologie informatique, l'ingénierie de conception est largement basée sur des simulations numériques, telles que les méthodes des éléments finis (MEF). Cependant, l'optimisation de la conception, l'évaluation de la fiabilité et la quantification des incertitudes sont maintenant impliquées dans un grand nombre d'applications

industrielles. Cependant, l'application de ces méthodes s'accompagne de plusieurs difficultés qui entraînent des coûts de calcul élevés.

L'optimisation de la conception fait généralement partie des problèmes d'optimisation dits coûteux. Le coût de calcul dans ce genre de problème d'optimisation coûteux et généralement dus aux éléments suivants :

- Le modèle mécanique, évalué sur la base d'une simulation numérique par la méthode des éléments finis, constitue la fonction objectif, cela peut être coûteux (il nécessite quelques minutes, des heures, voire des jours de calcul pour chaque simulation). Par conséquent, le grand nombre d'évaluations des fonctions objectifs nécessaire dans le processus d'optimisation rend le coût de calcul très élevé.
- Il n'y a pas d'expression analytique explicite pour la fonction objectif ou ses dérivées. Ainsi, des algorithmes sans dérivées sont nécessaires pour résoudre ce problème d'optimisation de type boîte noire. En général, sans l'aide d'informations sur les dérivées, les algorithmes sans dérivées nécessitent plus d'évaluations de la fonction objectif que les algorithmes avec dérivées.
- La résolution des problèmes d'optimisation des systèmes en ingénierie est souvent basée sur des simulations multiphysiques complexes. Cependant, l'allure de la fonction objectif peut être non lisse, multimodal, discontinue et mal conditionnée. Ces difficultés entraînent également des coûts de calcul élevés pour trouver un optimum.

Ainsi, dans le domaine de la fiabilité, les méthodes utilisées sont basées sur des appels répétés au système étudié. Par exemple la simulation de Monte Carlo est basée sur l'échantillonnage des paramètres d'entrée en fonction de leur distribution et l'évaluation de la réponse du modèle mécanique ou de performance du système pour chacune des réalisations. Ce grand nombre d'appels requis pour des prédictions précises n'est généralement pas compatible avec les modèles de calcul coûteux tels que les modèles par éléments finis, même lorsque des plates-formes de calcul de haute performance sont disponibles.

Ce genre de problèmes a ouvert un nouveau champ de recherche appelé métamodélisation. Un métamodèle (ou modèle de substitution) est un modèle mathématique explicite destiné à imiter le comportement d'un modèle de calcul, tel que un modèle d'éléments finis en mécanique, tout en étant moins coûteux à évaluer, contrairement au modèle mécanique original qui peut prendre des heures, voire des jours, de traitement numérique.

Dans ce travail de thèse notre objectif est de proposer et d'adopter des approches basées sur les techniques de métamodélisation pour remédier à la complexité des simulations multiphysiques par éléments finis des systèmes mécatroniques au cours des processus d'optimisation et d'évaluation de la fiabilité prévisionnelle.

Ce manuscrit est organisé en quatre chapitres.

Le premier chapitre donne un état de l'art sur les systèmes mécatroniques. Des notions de base sur les systèmes mécatroniques et leur développement sont fournis, puis on présente les

composants électroniques qui constituent une partie principale de l'architecture de base des systèmes mécatroniques, la deuxième partie du chapitre décrit les différents modes de défaillances des produits électroniques au niveau des joints de brasure, et les méthode d'évaluation de la fiabilité sont ensuite détaillées.

Le deuxième chapitre présente les algorithmes évolutionnaires assisté par métamodèles, de l'introduction aux stratégies évolutionnaires et leurs principes de base, les techniques de métamodélisation et le processus général de construction des métamodèles à la méthode CMA-ES assisté par le métamodèle de krigeage (KA-CMA-ES).

Le troisième chapitre est consacré à l'adaptation de l'algorithme KA-CMAE-ES pour l'optimisation globale des performances thermomécaniques des joints de brasure des composants électroniques dans le but de maximiser le nombre de cycles de vie. Un modèle numérique pour simuler le comportement thermomécanique des joints de brasure a été développé. Cette simulation utilise le modèle d'Anand pour prendre en compte le comportement viscoplastique des joints de brasure. Finalement, la formulation de la méthodologie d'optimisation est décrite et les résultats de sa performance sont présentés.

Le quatrième chapitre est dédié à l'analyse de la fiabilité basée sur les métamodèles des boîtiers à échelle de puce (en anglais : Chip-Scale Packages ou CSP). Une méthode probabiliste basée sur les métamodèles est développée et appliquée pour évaluer la fiabilité d'un T-CSP, tout en tenant compte de la variabilité des propriétés des matériaux. La méthode proposée combine le métamodèle de krigeage, les simulations de Monte-Carlo (MCS) et les méthodes des éléments finis. Premièrement, une analyse déterministe tridimensionnelle par éléments finis a été réalisée pour déterminer la réponse en fatigue des joints de brasure dépendant du temps d'un boîtier de type T-CSP dans des conditions de chargement, deuxièmement, le métamodèle approprié est construit en fonction des paramètres d'entrée et de leurs réponses de simulations déterministes. Enfin, le métamodèle construit est validé est utilisé pour effectuer la MCS et analyser la fiabilité du boîtier T-CSP

Chapitre 1

Comportement thermomécanique et fiabilité des packagings mécatroniques

Sommaire

1.1 Introduction	6
1.2 Système mécatronique	6
1.2.1 Définition	7
1.2.2 Cycle de développement	8
1.2.2.1 Analyse/Spécification	9
1.2.2.2 Conception	9
1.2.2.3 Réalisation	10
1.2.2.4 Vérification	10
1.2.2.5 Validation	10
1.3 Présentation des équipements électroniques	11
1.3.1 Rôle et fonctions du packaging électronique	11
1.3.2 Niveaux de packaging et d'interconnexion des produits électroniques	11
1.3.3 Assemblage et technologies d'interconnexion	12
1.3.4 Types de boîtiers électroniques	15
1.3.4.1 Boîtiers par insertion	15

1.3.4.2	Boîtiers pour montage en surface (à grille métallique)	15
1.3.4.3	Boîtiers de type QFN	16
1.3.4.4	Boîtiers matriciels (de type BGA)	17
1.3.4.5	Chip Scale Packages (CSP)	18
1.3.5	Les phases du cycle de vie d'un équipement électronique	18
1.4	Mécanismes de défaillance	19
1.4.1	Fatigue thermique	21
1.4.2	Fracture fragile	21
1.4.3	Déformation plastique	22
1.4.4	Le délaminage	23
1.5	Essais de vieillissement thermomécanique appliqués aux équipements électroniques	23
1.6	Lois de comportement des alliages de brasure	23
1.6.1	Comportement en fluage	25
1.6.2	Comportement viscoplastique avec modélisation de l'érouissage	27
1.6.2.1	Modèle d'Anand	27
1.6.2.2	Modèle de Busso	28
1.6.2.3	Modèle de Lemaître et Chaboche	29
1.7	Fiabilité des assemblages électroniques	30
1.7.1	Fonction de performance et probabilité de défaillance	30
1.7.2	Méthode de simulation de Monte Carlo	31
1.7.3	Méthodes d'approximation FORM et SORM	33
1.7.4	Couplage mécano-fiabiliste	34
1.8	Conclusion	35

1.1 Introduction

En vue de produire des dispositifs plus petits et bien contrôlables, l'intégration de l'électronique dans les systèmes mécaniques est en forte expansion, cela conduit à des nouveaux dispositifs mécatroniques qui permettent aux acteurs industriels de réduire le volume, la masse, la consommation et le coût des systèmes embarqués. Tout en réduisant le coût et la durée de développement, un système mécatronique doit assurer un bon fonctionnement et un niveau de performance élevée pendant des longues durées d'exploitation et dans les conditions d'utilisation qui sont de plus en plus sévères, ce qui nécessite une maîtrise à la fois de la conception et de la validation.

En principe, la conception d'un nouveau système mécatronique s'effectue à base d'un ensemble des exigences exprimées par un donneur d'ordre par le biais d'un cahier des charges. Ces exigences précisent les performances demandées, les conditions opérationnelles et environnementales d'utilisation ainsi que le niveau de fiabilité attendu. Suite à une analyse des contraintes qui répond aux exigences du cahier des charges, les concepteurs précisent les blocs et les modules qui peuvent réaliser les fonctions et répondre aux exigences demandées. Ce processus de traduction des exigences fonctionnelles est reconduit jusqu'aux éléments de l'architecture de base du système mécatronique qui comporte une caractérisation et une spécification des équipements électroniques, qui le constitue, et leurs composants.

Généralement, un système mécatronique est dit fiable s'il réalise les fonctions attendues dans les conditions d'emploi et de durée de vie. Les sollicitations opérationnelles et environnementales se traduisent au niveau des structures de base de l'architecture par des contraintes d'origine thermique, mécanique, électrique, électromagnétique ou chimique. Ces contraintes peuvent interagir et engendrer des mécanismes de défaillance complexes dans les composants électroniques ou dans les matériaux utilisés pour les connexions ou pour les assemblages. On dit qu'un système mécatronique est défaillant si un de ses composants est défectueux.

Dans ce premier chapitre nous effectuons une illustration des notions de système mécatronique et les éléments de son architecture de base, on s'intéresse plus précisément aux équipements électroniques et leurs composants ; ainsi on présente les différents mécanismes de défaillance engendrés dans les composants électroniques ou dans les matériaux utilisés pour leur assemblage ou connexions. A la fin, une brève introduction sur les notions de fiabilité est présentée.

1.2 Système mécatronique

Les systèmes mécatroniques sont très utilisés dans la conception et la fabrication des systèmes complexes, ils constituent une grande révolution qui a affecté le monde industriel avec ses différents secteurs. L'introduction de ces systèmes dans le monde du transport et en particulier le secteur automobile a profondément amélioré les processus de développement et de fabrication. Ainsi, la fabrication des voitures n'est plus reposée sur des dispositifs purement mécaniques contrôlés par

quelques commandes électroniques, mais sur l'intégration de sous-systèmes et des composants de technologies différentes [12, 72].

1.2.1 Définition

La mécatronique (mechatronics en anglais) a été utilisé la première fois pour désigner le contrôle des moteurs électriques, le terme, proposé par un ingénieur de Yaskawa Electric Co. du Japon en 1969, a par la suite évolué et eu un caractère multidisciplinaire qui associe plusieurs secteurs d'activité de technologies différentes dans la conception et la fabrication d'un produit. Selon le Comité Consultatif de Recherche Industrielle et de Développement de la Communauté Européenne - Industrial Research and Development Advisory Committee of the European Community) [39, 73]. La mécatronique est « la combinaison synergique de l'ingénierie mécanique de précision, de la commande électronique et du système informatique dans la conception des produits et des processus de fabrication ».

La mécatronique n'est pas intrinsèquement une science ou une technologie, elle doit être considérée comme une attitude, une manière fondamentale de regarder et de faire des choses et, par sa nature, elle exige une approche unifiée [74].

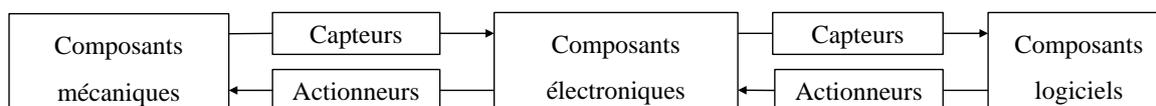


FIGURE 1.1 Système mécatronique

La figure 1.1 présente le schéma d'un système mécatronique qui intègre de la mécanique, de l'électronique et du logiciel. Et également des systèmes pneumatique, hydraulique et des systèmes thermiques. Cet exemple montre que le système mécatronique soit conçu comme un ensemble autant que possible. La synergie induite par les systèmes mécatroniques conduit à une combinaison intelligente de technologies. Cette synergie mène alors à des solutions et à des performances supérieures, qui ne pourraient pas être obtenues par des applications séparées. L'avènement des systèmes mécatroniques dans l'industrie (en particulier l'industrie automobile) a entraîné de nouvelles contraintes, telles que :

- l'assimilation de plusieurs technologies ;
- les interactions entre les différentes entités fonctionnelles ;
- la prise en compte de la dynamique du système (le fonctionnement en temps réel, événementiel et l'intégration de nombreux états possibles) ;
- l'impossibilité de réaliser des tests exhaustifs.

Au-delà de ces contraintes, la mécatronique apporte des avantages indéniables tels que la satisfaction client par les solutions innovantes proposées, la baisse des coûts, ainsi que la réponse positive à des exigences sociales de plus en plus importantes - pollution, consommation, sécurité des passagers et piétons. Le développement des produits mécatroniques nécessite un travail collaboratif des équipes pluridisciplinaires avec des langages et des méthodes différentes [73]. La fiabilité et la sûreté de fonctionnement sont essentielles dans le développement. Les équipements électroniques font partie de l'architecture de base des systèmes mécatroniques et leur défaillance entraîne automatiquement la défaillance du système complet. Ainsi, leur fiabilité et sûreté de fonctionnement doivent être garanties.

La figure 1.2 présente l'emplacement d'un équipement électronique dans un système mécatronique (automobile), et le mécanisme de défaillance du composant de base qui cause la panne du système complet [27].

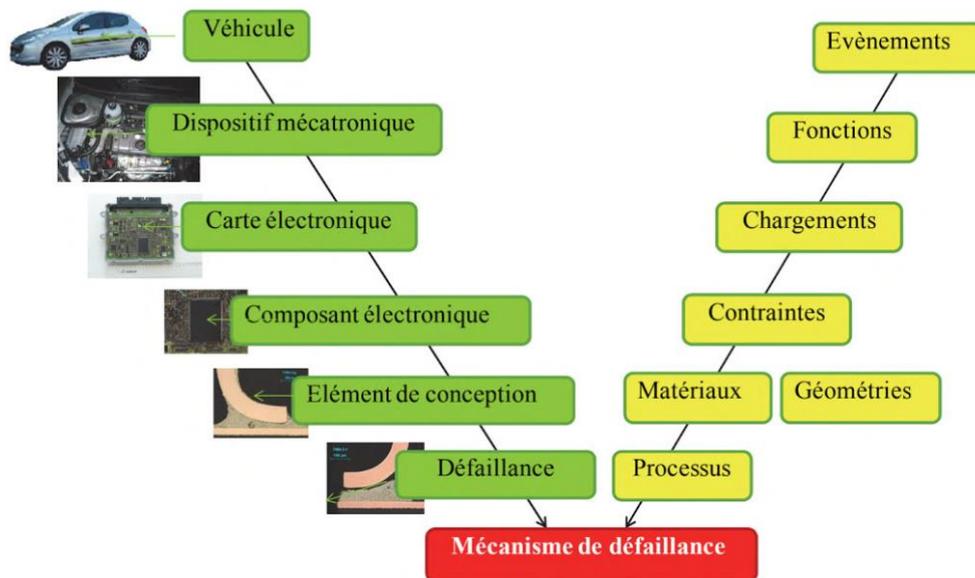


FIGURE 1.2 Schéma du composant dans son système mécatronique [27].

1.2.2 Cycle de développement

La caractéristique principale des systèmes complexes est qu'ils résultent d'une combinaison de sous-systèmes de technologies différentes. Dans les différentes technologies : mécanique, électronique ou logiciel, le cycle en V est le premier modèle utilisé pour leur développement, ensuite, ce cycle a été généralisé au développement des systèmes complexes, en particulier des systèmes mécatroniques, afin d'avoir une terminologie commune et de proposer une méthodologie globale, avec des étapes communes aux différentes technologies [90]. Le modèle de développement selon le cycle en V intègre les différentes phases de développement, depuis la spécification jusqu'à la validation du produit (cf. FIGURE 1.3) [72].

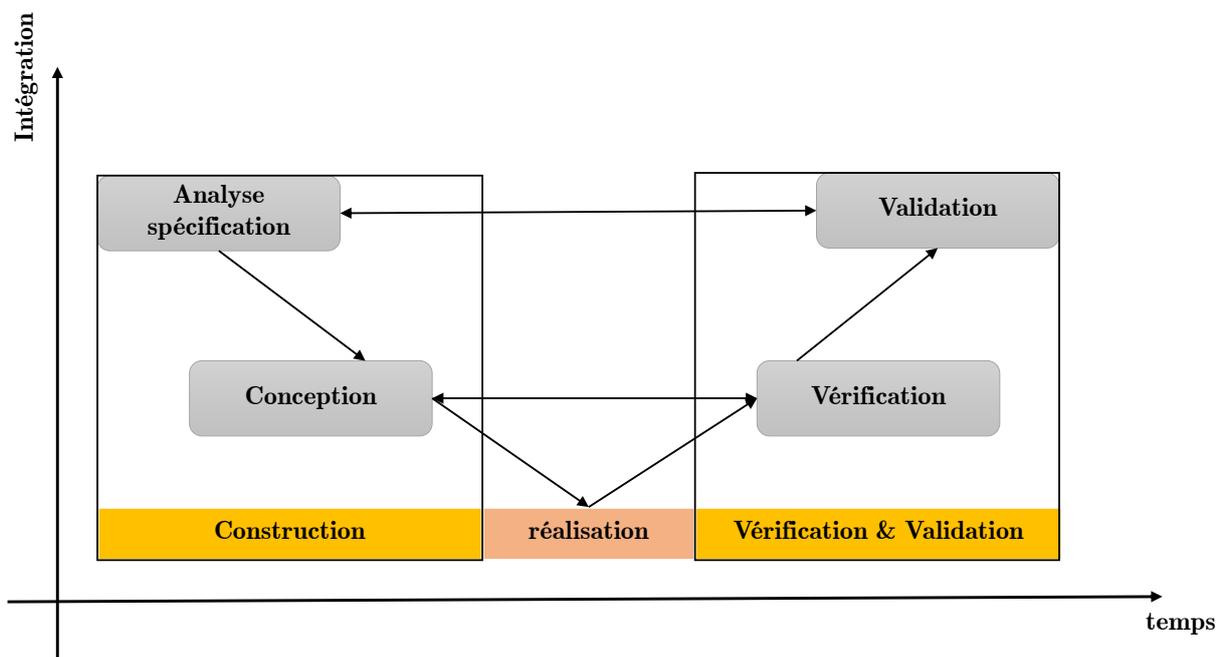


FIGURE 1.3 Cycle en V

Dans la figure ci-dessus, l'axe horizontal représente le temps et l'axe vertical représente le niveau d'intégration du système. Le développement commence par le bloc de construction du système, la partie descendante du cycle en V, où le système est graduellement décomposé en ses divers sous-systèmes et modules jusqu'au niveau composant. La partie montante du cycle en V comprend le bloc de vérification et validation (V & V) du système où les composants une fois réalisés sont intégrés dans des ensembles et des sous-systèmes graduellement plus grands, jusqu'à ce que le système complet soit construit.

1.2.2.1 Analyse/Spécification

C'est la première phase dans le développement d'un système. Elle consiste à la réalisation de l'analyse des besoins et des spécifications. Cette phase propose la définition des fonctionnalités, des interfaces, des contraintes et des exigences du système, la préparation du plan qualité, du plan de validation, de l'étude de faisabilité, la définition du niveau de la fiabilité souhaitée du système. La traduction de la spécification système en spécifications particulières, pour chaque composant selon les différentes technologies, est la difficulté majeure des systèmes mécatroniques [90].

1.2.2.2 Conception

La conception constitue la deuxième phase de développement d'un système. Elle débute par la définition de l'architecture du système, puis des sous-systèmes et de leur fonctionnement, du

plan de tests et d'essais et de l'analyse des risques. Dans le cas des systèmes mécatroniques, une simulation du futur système englobant toutes les technologies est effectuée [90].

1.2.2.3 Réalisation

Cette phase consiste à passer du résultat de la conception à un ensemble d'activités d'industrialisation permettant la fabrication et l'assemblage des composants. Même si techniquement les spécifications des composants pour le système mécatronique sont précises, un fournisseur ou un fabricant des composants est toujours susceptible d'interpréter les spécifications légèrement différemment et, en conséquence, de livrer des composants qui ne sont pas conformes aux spécifications [73, 90].

1.2.2.4 Vérification

Cette phase consiste à vérifier et tester tous les composants et sous-systèmes par rapport à la conception. Cette vérification a un caractère complémentaire avec l'assemblage des composants et sous-systèmes jusqu'au système final. Dans cette phase, il est difficile de tester la synchronisation des différents modules ou sous-systèmes du système mécatronique. De plus, des ambiguïtés par rapport à la conception peuvent accroître cette difficulté de synchronisation. En même temps, il est extrêmement difficile de détecter des changements de conception (modules ou sous-systèmes non conformes à la conception) tant que le système mécatronique n'est pas entièrement construit pour exécuter des essais avec le système complet [73, 90].

1.2.2.5 Validation

La validation fonctionnelle est une phase importante, où sont constatées les fonctionnalités et le niveau de qualité par rapport aux spécifications/analyse de besoins. Pour un système mécatronique, la validation est un point sensible dû à la combinaison, à la synchronisation et à l'interaction des différentes technologies. Ces contraintes rendent plus difficile le diagnostic et l'entretien du système mécatronique [90].

Lors du développement d'un système, le constructeur spécifie non seulement les fonctionnalités, mais aussi les objectifs à atteindre en termes de fiabilité. Ainsi, il est de plus en plus nécessaire d'intégrer la fiabilité dans l'approche système, très en amont dans les projets, dès la première phase du cycle de développement. Tout au long du développement du système mécatronique, des méthodes et des techniques spécifiques de fiabilité et d'optimisation fiabiliste devront être appliquées pour atteindre les objectifs exigés [73].

1.3 Présentation des équipements électroniques

Un équipement électronique est constitué d'un ensemble de plusieurs cartes électroniques assemblées, interconnectées entre elles afin de réaliser les fonctions souhaitées. Chaque carte électronique est composée par trois sous-éléments ; la carte électronique nue, les composants ou packages électroniques et les joints de brasure qui permettent de faire la liaison mécanique et électrique entre les composants et la carte.

1.3.1 Rôle et fonctions du packaging électronique

Le rôle principal du packaging électronique est de fournir au circuit intégré l'environnement nécessaire pour stocker et traiter de l'information, et ceci par l'intermédiaire des interconnexions qui permettent de lier la puce avec l'environnement extérieur. En plus de la liaison électrique, le packaging électronique doit :

- Assurer la liaison mécanique et jouer le rôle du support du composant sur la carte (PCB) (deuxième niveau de packaging).
- Assurer la liaison thermique, par la création des chemins permettant la dissipation thermique de la chaleur générée au cours de la phase de fonctionnement.
- Garantir un niveau de protection mécanique et chimique pour assurer la fiabilité attendue du composant.
- Assurer un compromis entre le coût d'assemblage et l'offre commerciale.

1.3.2 Niveaux de packaging et d'interconnexion des produits électroniques

Un procédé de packaging électronique comprend toutes les étapes de fabrication partant des puces élémentaires à la production de l'équipement final. Durant ce procédé, on peut distinguer cinq niveaux de packaging et les interconnexions associées. Le tableau 1.1 présente ces différents niveaux et les interconnexions utilisées dans chacun entre eux avec l'exemple d'un ordinateur (cf. FIGURE 1.4) pour illustrer ce classement.

Les études que nous avons réalisées durant ce travail de thèse couvrent le procédé de packaging et d'interconnexion du premier et du deuxième niveaux. Ce procédé concerne l'assemblage des puces dans les boîtiers ainsi que leurs connexions avec le circuit imprimé.

Niveau	Packaging	Type d'interconnexions	Rôle
0	Puce élémentaire – au niveau du substrat (wafer level)	Niveaux intermétalliques	Fonction élémentaire
1	Boîtier, puces découpées et empilées, interposeur	Connexion filaire ou soudure des entrées/sorties de puces	Bloc opérationnel comprenant plusieurs CI, passifs intégrés
2	Carte élémentaire	Composants Montés en Surface (CMS), brasés sur un circuit imprimé qui réalise les interconnexions entre les composants	Fonction (sous-système)
3	Carte mère, fond de panier	Plug, connecteurs carte à carte	Plusieurs fonctions
4	Machine, produit, équipement	Câblage interne par fils, circuits imprimés flexibles	Interaction avec l'environnement extérieur

TABLEAU 1.1 Les 5 niveaux d'interconnexion.

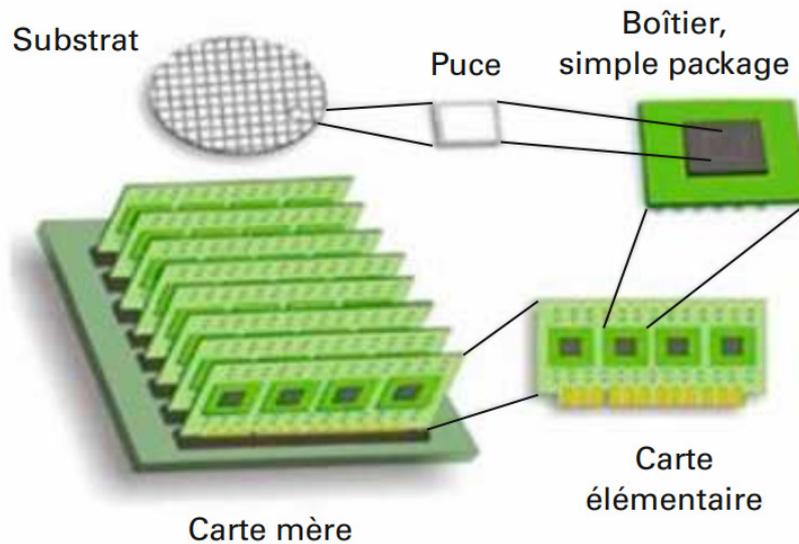


FIGURE 1.4 Différents niveaux de packaging [81]

1.3.3 Assemblage et technologies d'interconnexion

L'interconnexion est la première étape qui intervient après la fabrication des substrats et leur découpe. Il constitue l'une des quatre technologies de base dans le domaine de l'assemblage

électronique et défini comme étant le procédé qui permet de connecter électriquement les plots de connexion entrées/sorties (I/O) des puces. C'est l'un des points chauds de la recherche dans l'industrie internationale de la microélectronique. L'assemblage des circuits comporte trois parties :

- Le plot métallique de la puce,
- Un élément métallique de connexion entre la puce et son substrat,
- Le plot métallique sur le package.

La soudure par brasage a été la première technique d'interconnexion utilisée dans l'ingénierie électronique. Pour répondre aux exigences de miniaturisation de l'industrie microélectronique, trois types de technologies d'interconnexion, présenté dans la figure 1.5, ont été développés et sont largement utilisés. Il s'agit de :

- Wire bonding : interconnexion filaire,
- Tape Automated Bonding (TAB) : interconnexion à l'aide d'un circuit flexible,
- Flip Chip Bonding (FCB) : interconnexion à l'aide de micro-billes fusibles

La technologie d'interconnexion a une influence significative sur les performances des dispositifs. En particulier, l'interconnexion des puces est cruciale pour une fiabilité à long terme des composants électroniques. Environ un dysfonctionnement sur trois ou quatre des dispositifs IC est causé par une défaillance d'interconnexion des puces.

L'émergence de ces différentes techniques d'interconnexions est le résultat de l'évolution dynamique des technologies de packaging des semi-conducteurs. Par exemple, une diminution importante du pas des interconnexions, à cause de la miniaturisation et l'accroissement du nombre d'entrées/sorties des composants, a imposé une modification de leur répartition périmétrique (**wire bonding**) à une répartition surfacique (**flip chip**)

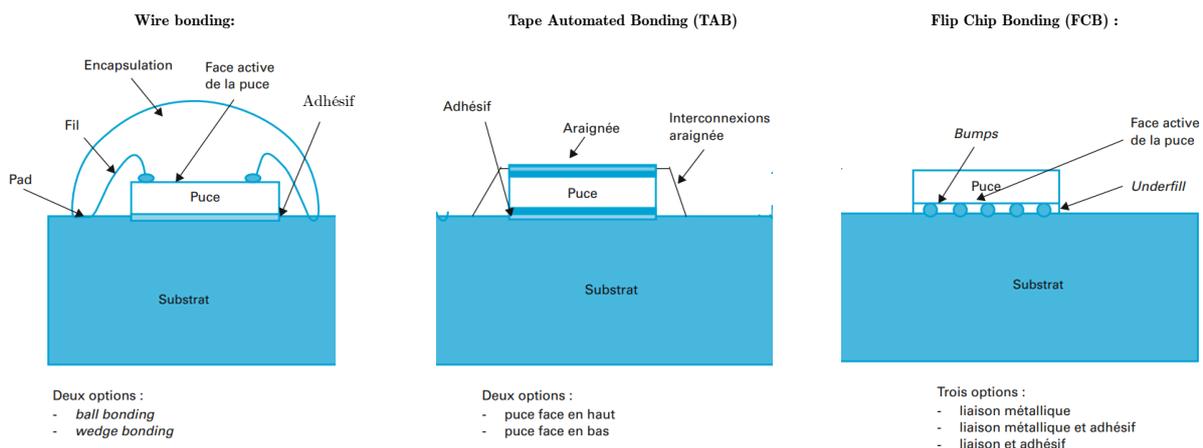


FIGURE 1.5 Techniques d'interconnexion [23]

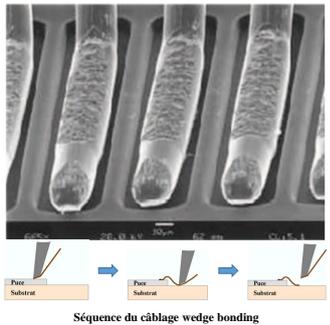
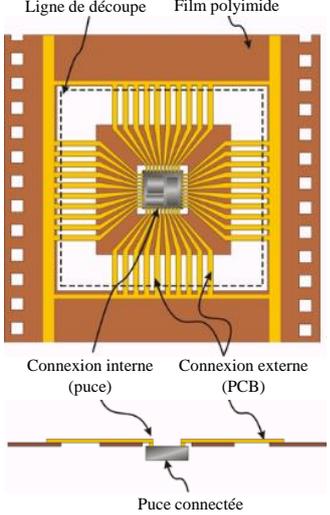
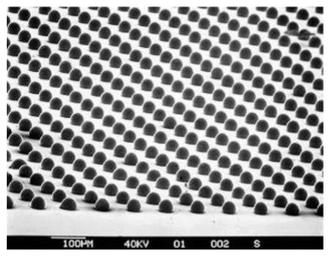
	Description de l'interconnexion	Illustration
Câblage filaire (Wire-bonding)	<p>Le câblage filaire (wire-bonding) est une technique par laquelle la puce, avec une surface active tournée vers le haut, est fixée sur un boîtier ou un substrat, puis les plots de connexion entrées/sorties (I/O) de la puce sont connectés avec les fils (I/O) du boîtier ou les plots de câblage sur le substrat avec un fil fin. En 2017, plus de 75% des circuits intégrés sont toujours connectés par le «wire-bonding» [23], ce qui rend cette technologie, la plus répandue dans l'assemblage électronique. Les fils de connexions sont généralement en aluminium, or, cuivre ou argent. Deux techniques de base sont utilisées : le wedge bonding (figure en face) et le ball bonding [57].</p>	 <p>Séquence du câblage wedge bonding</p>
Tape Automated Bonding (TAB)	<p>Une technique qui consiste à assembler des puces de microsystèmes sur un ruban de polymère flexible métallisé, qui est un film métallisé en polyimide qui joue le rôle de support et de fil de connexion entre la puce et les circuits voisins.</p>	 <p>Ligne de découpe Film polyimide Connexion interne (puce) Connexion externe (PCB) Puce connectée</p>
Flip-chip Bonding	<p>C'est un procédé dans lequel les bosses sont fabriquées sur l'électrode d'une puce nue et ensuite interconnectées avec le substrat emballé en utilisant la soudure ou d'autres techniques avec la face active de la puce en dessous. Cette technologie remplace les fils d'interconnexion par des bossages (bumps), qui sont utilisés pour connecter le circuit intégré au substrat d'accueil. La liaison Flip-chip présente de nombreux avantages, tels que la haute précision, la petite taille de la puce intégrée, la haute densité des E/S, les fils d'interconnexion courts et les petits paramètres parasites.</p>	 <p>100µm 40KV 01 002 S</p>

TABLEAU 1.2 Description des technologies d'interconnexion.

1.3.4 Types de boîtiers électroniques

Après avoir présenté les principales technologies d'interconnexion, cette section vise à évoquer les différents boîtiers électroniques, qui restent le moyen habituel d'encapsulation des circuits intégrés. Le DPL (Device Level Package), également appelé single chip package, sont les plus utilisés. Ce genre de boîtier encapsule un circuit ou une puce unique, c'est le moyen qui permet de lui fournir les connexions électroniques nécessaires, le support mécanique, la gestion thermique, la protection contre les éléments nuisibles et une interface pour avoir un produit fini pour les applications futures. Cependant, il est de plus en plus courant d'encapsuler un ensemble de deux ou plusieurs puces dans un seul module, pour réaliser une fonction complète et de donner à cet ensemble la forme d'un boîtier, ce genre est généralement appelé boîtier multi-puce (multichip package) ou module multi-puce (multichip module). En revanche, l'apparition des nouvelles familles de boîtiers contribue progressivement à une croissance du marché de la microélectronique et ne remplace pas définitivement les boîtiers existants.

1.3.4.1 Boîtiers par insertion

En anglais "through hole packages", les boîtiers par insertion constituent la première famille de boîtiers développés. Ils sont insérés dans la carte et soudés soit manuellement, soit à la vague. D'une part, l'inconvénient de ce genre de boîtiers réside dans le montage qui est difficile à automatiser et le diamètre des trous réalisés dans la carte du circuit imprimé qui doit être suffisamment grand (0,8 à 1mm). ce type de boîtiers tel que les DIL ou DIP (dual-in-line/dual in line plastic) (cf. FIGURE 1.6), sont devenus très marginaux dans la production actuelle.

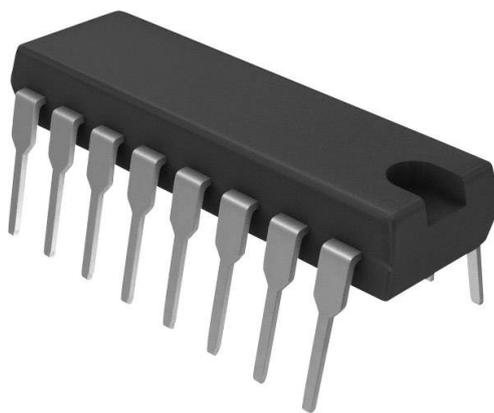


FIGURE 1.6 Dual in-line package (DIP)

1.3.4.2 Boîtiers pour montage en surface (à grille métallique)

Dans les années 1980, la technologie de montage en surface a fait une révolution dans l'industrie d'assemblage électronique. Dès 1993, les boîtiers pour montage en surface sont devenus populaires

et leur volume mondial a dépassé celui des boîtiers par insertion; la mise en forme de leurs connexions en aile de mouette (gull wing) est plus simple et la fiabilité des composants montés sur le PCB est très élevée (fiabilité de deuxième niveau). En plus de la facilité de montage. Les boîtiers QFP (Quad Flat Package) a été le type le plus utilisé pour ses avantages : conditionnement à haute densité, pas fin (de 0,8mm, 0,65mm, 0,5mm ou 0,4mm), faible coût et adaptation au montage en surface. Ces boîtiers existent sous plusieurs formats de taille et d'épaisseur différentes (PQFP, LQFP et TQFP). La figure 1.7 présente l'exemple d'un boîtier PQFP et le détail de son cambrage gull wing.

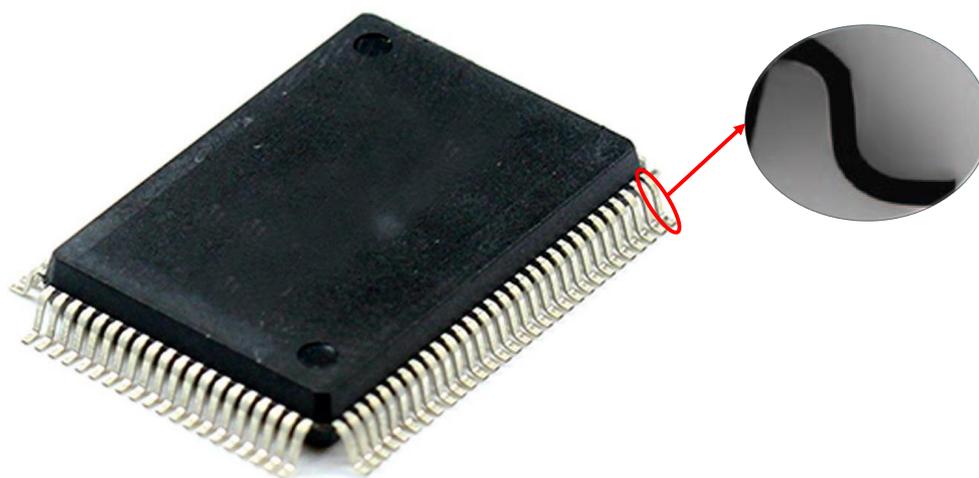


FIGURE 1.7 Boîtier PQFP - 100 Leads (au pas de 0,5mm) et détail du cambrage gull wing

1.3.4.3 Boîtiers de type QFN

Les boîtiers QFN (Quad Flat packages Noleaded) sont apparus au cours des années 2000. Ce type de boîtiers est conçu sur le même principe des boîtiers QFP, leur avantage est qu'ils sont de faible épaisseur avec des connexions sans cambrage qui ne dépasse pas le corps du boîtier moulé (cf. FIGURE 1.8). Ce qui renforce les performances électriques (inductances réduites du fait de la longueur de connexion réduite) et thermiques (la plateforme centrale, sur laquelle la puce est reportée, peut être soudée sur le circuit imprimé). En 2017, les boîtiers QFN représentent plus de 15% des boîtiers micro-électroniques [23]. L'inconvénient majeur de ce genre de boîtier et l'absence des connexions qui peuvent jouer le rôle d'amortisseur avec le PCB pour protéger le composant contre les vibrations et les chocs mécaniques. Cela a une grande influence sur la durée de vie de la connexion du composant avec le circuit imprimé.

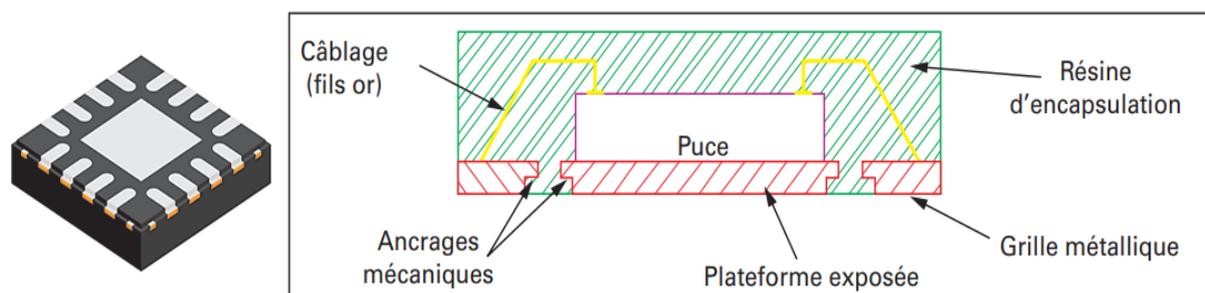


FIGURE 1.8 Exemple d'un boîtier QFN et son schéma [23]

1.3.4.4 Boîtiers matriciels (de type BGA)

Avec la croissance d'intégration et l'attitude envers des composants avec un nombre d'E/S plus élevés et facile à placer sur le PCB. Il est imposé de recourir à des boîtiers dans les connexions n'étaient plus uniquement périphériques comme dans le cas des QFP. Des fournisseurs majeurs de composants ont proposé des boîtiers avec des sorties matricielles de billes de soudure (cf. FIGURE 1.9). les BGA (Ball Grid Array) sont des boîtiers qui se montent directement par refusion sur une empreinte matricielle équivalente prévue sur le circuit imprimé (sorties matricielles). La caractéristique la plus remarquable de BGA est qu'elle est toujours applicable dans le processus SMT (Surface Mount technologie).

Les boîtiers BGA existent sous plusieurs catégories, telles que le CBGA (Ceramic BGA) où le substrat est en céramique, BGA amélioré (**Enhanced BGA**) où les performances sont améliorées en ajoutant du matériau à la structure du boîtier, le Petit BGA (**Tiny BGA**) où le rapport puce/surface du boîtier non inférieure à 1/1.14 et le PBGA (**Plastic BGA**), ce dernier est le boîtier le plus populaire en production (cf. FIGURE 1.9). Ses principales caractéristiques sont :

- La puce est directement collée sur le substrat ;
- La puce est reliée au substrat par une liaison filaire (wire bonding) ;
- Le plastique moulé pourrait encapsuler la puce, les fils d'interconnexion sont sur la surface du substrat ;
- Les billes de soudure (généralement des matériaux eutectiques) sont soudées au bas du substrat ;

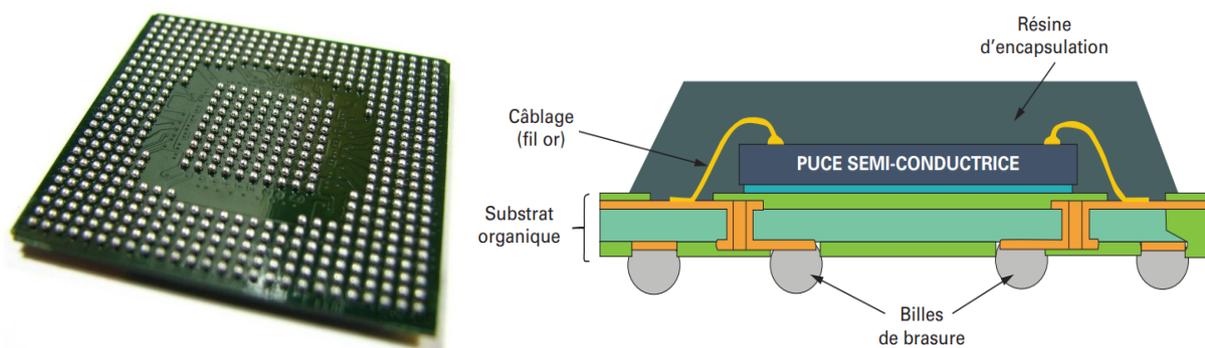


FIGURE 1.9 Exemple d'un boîtier BGA et son schéma de principe [23]

1.3.4.5 Chip Scale Packages (CSP)

Les CSP (Chip Scale Package) sont développés à base du BGA. C'est un boîtier dont le rapport puce/surface totale est supérieur à 1/1,14. Avec son petit volume, sa taille mince et son chemin efficace, la structure du CSP favorise la dissipation thermique, ce qui améliore grandement la fiabilité de la puce mémoire après un fonctionnement à long terme. Comparés aux BGA, les CSPs ont de meilleures performances électriques et une meilleure fiabilité. Ainsi, le nombre de billes dans les CSPs est évidemment plus grand sous la même surface du substrat, ce qui entraîne une forte augmentation du nombre d'E/S.

Les boîtiers de type CSP sont reliés électriquement à l'extérieur par un réseau de billes soudées à un substrat. La surface de contact entre la bille de soudure et le substrat est plus grande, la chaleur générée par la puce en fonctionnement peut être facilement transférée au substrat et ensuite dissipée.

Il existe de nombreux types de boîtiers CSP [57] qui sont différents dans leur conception, leurs matériaux et leurs applications. Ces boîtiers peuvent être classés en quatre catégories : **Flex** ou **Tape** (bande) où les puces sont déposées sur une bande ou un matériau flexible ; **Rigide** (les puces reposent sur un substrat stratifié ou céramique), **Lead frame** (les puces sont déposées sur un cadre) et **Wafer Level** (cf. FIGURE 1.10).

1.3.5 Les phases du cycle de vie d'un équipement électronique

Les boîtiers électroniques sont susceptibles d'être soumis à des mécanismes de défaillance en fonctionnement, ces derniers peuvent être fonctionnels (liés aux conditions de fonctionnement) ou environnementaux (liés à l'environnement, électrique ou non, du composant). La défaillance d'un boîtier électronique peut se produire durant sa durée de vie qui peut être caractérisée par trois phases principales. Chaque phase est définie par un taux de défaillance spécifique suivant une courbe en baignoire divisé en trois zones décrit ci-dessous [5, 71] :

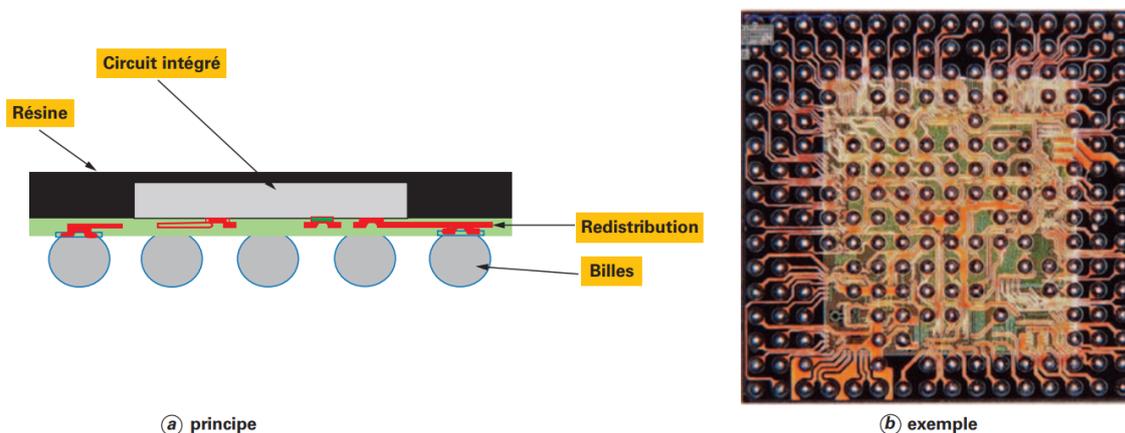


FIGURE 1.10 Exemple d'un boîtier WLCSP fan-out et son schéma de principe [23]

- **Zone de jeunesse** : Appelée aussi en électronique période de déverminage ou période de rodage pour les matériels mécaniques, cette période traduit souvent les défaillances précoces dues à des défauts lors du processus de fabrication ou des problèmes de conception (mauvais dimensionnement d'un composant...). Pendant cette période, le taux de défaillance décroît rapidement avec le temps et les composants les plus fragiles ou présentant des défauts sont éliminés.
- **Zone de vie utile** : C'est la période d'exploitation qui doit être supérieure ou égale à la durée de vie du composant. Elle est caractérisée par un taux de défaillance constant et l'occurrence de la défaillance est aléatoire et ne peut intervenir qu'instantanément (d'une manière brutale, accidentelle). Ces modes de défaillance sont principalement dus à des causes externes au module et principalement lorsque les conditions d'utilisation dépassent la capacité de l'équipement.
- **Zone d'usure ou de vieillissement** : C'est la période qui caractérise le vieillissement du composant ou le taux de défaillance augmente avec le temps à cause des sollicitations et du temps de fonctionnement composant. La prédiction du vieillissement consiste à observer la croissance du taux de défaillance. Ainsi, deux paramètres déterminants peuvent caractériser le vieillissement : l'instant d'apparition du vieillissement et la cinétique du vieillissement, une fois celui-ci est déclenché.

1.4 Mécanismes de défaillance

Comme évoqué précédemment, la défaillance d'un système mécatronique se produit souvent, dans les sous-systèmes constituant ce dernier. Par exemple, une automobile peut ne pas démarrer lorsqu'elle est mise en service. Bien qu'il s'agit d'une panne de haut niveau, la cause sous-jacente peut être la défaillance de l'un des sous-systèmes du système mécatronique, plus précisément la

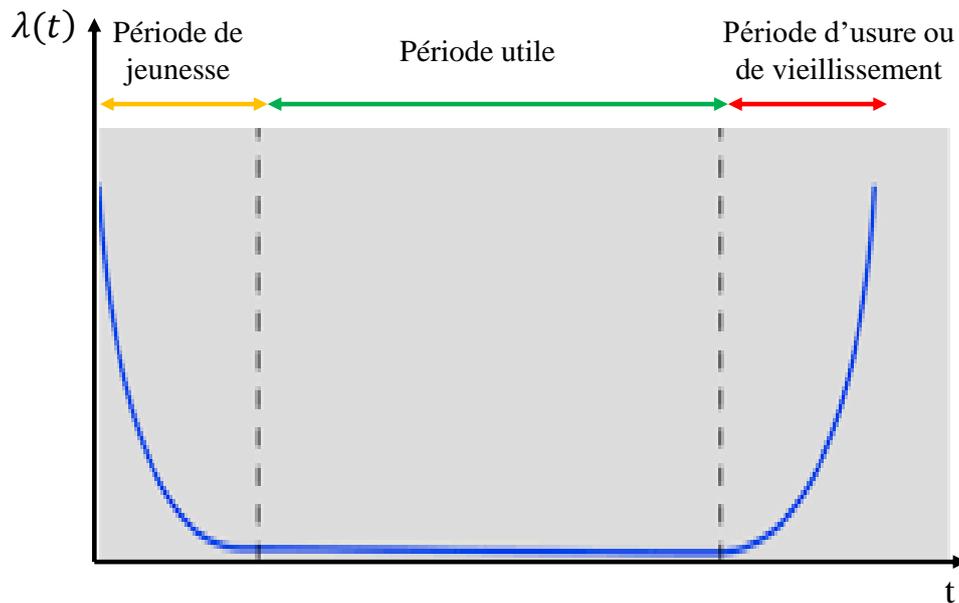


FIGURE 1.11 Courbe en baignoire

fissuration ou la rupture des joints de brasure et cela en raison d'une contrainte thermique ou d'une ouverture électrique des interconnexions due à la corrosion ou d'un court-circuit causé par l'humidité ou des rejets électrostatiques. Ces mécanismes de défaillance ont un impact négatif sur la fiabilité du sous-système et par la suite sur le système mécatronique complet. Pour prévenir de telle défaillance, une analyse de fiabilité des assemblages électroniques en phase de conception est une étape nécessaire.

Les mécanismes de défaillance des microsystèmes peuvent être classés en deux catégories : mécanismes d'usure et mécanismes de surcharge. Les mécanismes d'usure impliquent que l'action de défaillance est progressive et répétée sur une longue période pour entraîner la panne du système. Celle-ci pourra se produire même à des niveaux de contraintes plus faibles. Tandis que les mécanismes de surcharge ou de contrainte se produisent en un seul événement, où la contrainte dépasse la force ou la capacité du composant et provoque une panne du système. La figure 1.12 présente les différents mécanismes de défaillance dont les origines peuvent être divisées en trois catégories : mécanique, électrique et chimique [8, 10].

Lors du fonctionnement des systèmes mécatroniques, les chargements thermiques de l'environnement et la chaleur générée par effet joule constituent les principales causes des défaillances thermomécaniques au niveau des microsystèmes. Dans la suite, on présente les principaux mécanismes de défaillances thermomécaniques. Plus précisément : la fatigue, la fracture fragile, la déformation plastique et le délaminage.

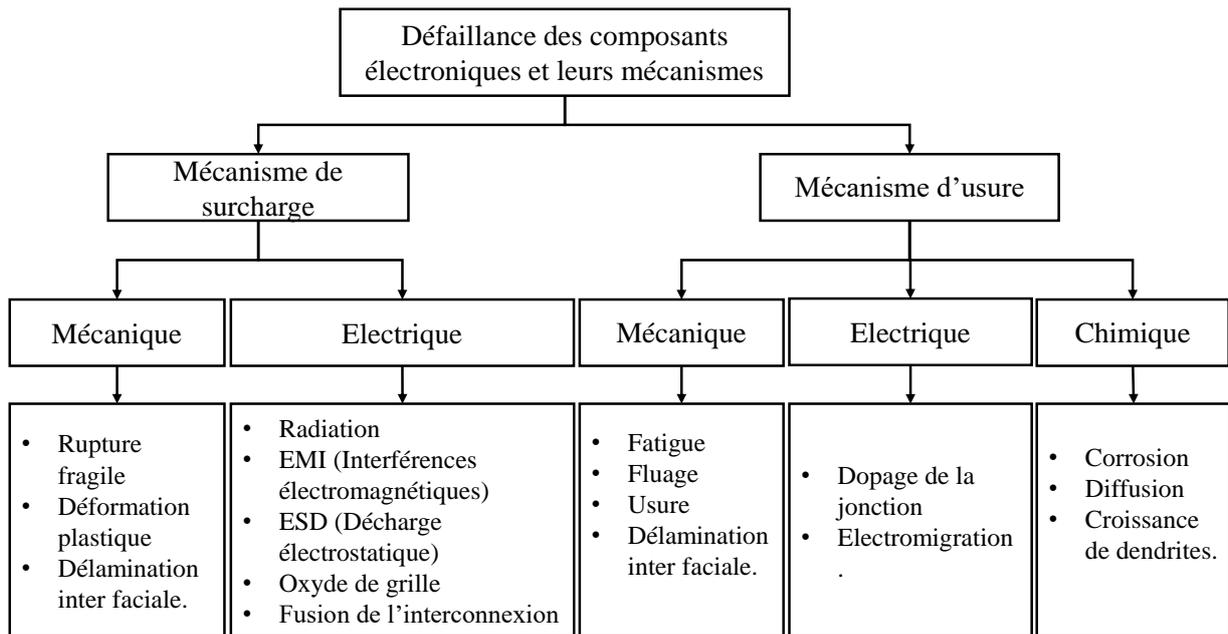


FIGURE 1.12 Défaillances des composants électroniques.

1.4.1 Fatigue thermique

Le packaging des boîtiers électroniques nécessite un assemblage de matériaux dissemblables. Ces matériaux ont des propriétés très variées, en particulier, leurs coefficients de dilatation thermique (CDT) (cf. tableau 1.3). Pendant la fabrication ou le fonctionnement, les boîtiers électroniques sont soumis à des amplitudes thermiques différentes qui peuvent être :

- des amplitudes thermiques importantes, mais apparaissant juste lors de la mise sous tension du module : le module passe alors d'une température ambiante, voire froide dans certains cas, à la température de fonctionnement ;
- des amplitudes thermiques plus faibles, mais répétées tout au long du parcours lors des différentes sollicitations sur un profil de mission donné en fonction de la puissance demandée.

La variation de température, avec la différence de CDT, provoque l'apparition des contraintes mécaniques aux sein de ces matériaux ou au niveau de leurs interfaces de contact. L'accumulation de ces contraintes peut conduire à une destruction de l'un des éléments de l'assemblage, ce qui a une influence sur la durée de vie en fatigue.

1.4.2 Fracture fragile

Appelé aussi rupture fragile, ce mécanisme se produit lorsque la contrainte induite dans le boîtier électronique dépasse la résistance à la rupture du matériau. C'est un mécanisme qui se produit d'une manière rapide et sans avertissement dans des matériaux fragiles tels que les céramiques,

Coefficient de dilatation thermique (CDT) (en $ppm.^{\circ}C^{-1}$)			
Alumine	7	Molybdène	5.5
Aluminium	22	Or	13.2
Béryllium	8	Porcelaine	4.1
Cuivre	18	Polyimide	40 à 50
Diamant	1.18	Silicium	2.8
Kovar	6	Brasure tendre	~21
Verre époxyde	11 à 15 (plan XY) et 60 à 80 (axe Z)		

TABLEAU 1.3 CDT des matériaux utilisés en microélectronique [23]

les verres et le silicium avec peu de déformation plastique. En effet, les substrats en céramique et les circuits intégrés de silicium sont sujets à la rupture fragile. Le critère le plus utilisé pour prédire l'échec dans les matériaux fragiles est la contrainte principale maximale dans le corps. L'occurrence de la défaillance est supposée lorsque la contrainte principale maximale atteint une valeur critique. La figure 1.13 montre la rupture du substrat en alumine d'un module IGBT, soumis au cyclage thermique [17].

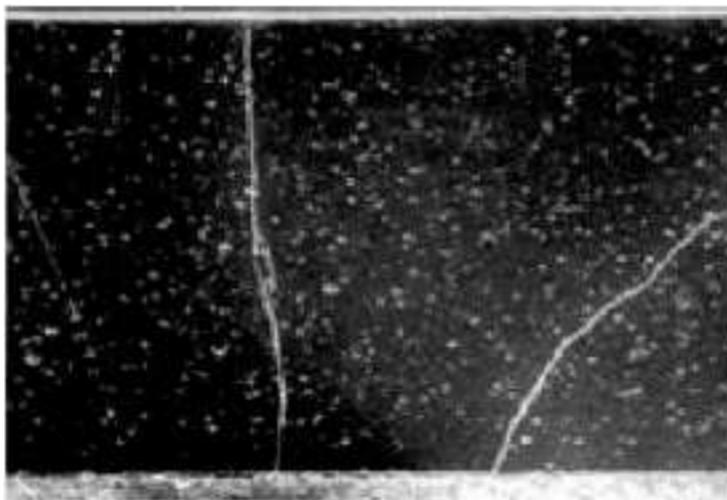


FIGURE 1.13 Rupture du substrat d'un module [5].

1.4.3 Déformation plastique

À des températures élevées, un matériau soumis à une contrainte inférieure ou supérieure à sa limite d'élasticité, présente une déformation plastique évoluant dans le temps et pouvant conduire éventuellement à la rupture [8]. Ce phénomène, appelé fluage, peut donc être à l'origine de la diminution de la durée de vie de certains matériaux dont la température de fusion est faible.

1.4.4 Le délaminage

Le délaminage figure parmi les modes de défaillance mentionnés précédemment. Il représente une préoccupation majeure, car il peut favoriser la corrosion en créant une ou plusieurs voies pour l'entrée de l'humidité. Le délaminage ou la perte d'adhérence entre les interfaces constitue souvent une première étape vers une défaillance d'un package, qu'il s'agisse de l'élévation du fil du bonding ou la fissuration de la puce. Parmi les causes du délaminage, on citera notamment la contamination de la surface et les contraintes thermiques. Le délaminage peut entraîner des points chauds qui pourraient provoquer une surchauffe ou une dégradation thermique de la puce. Les zones délaminées peuvent permettre des concentrations de contraintes, ce qui pourrait entraîner la formation de fissures dans la puce. La séparation est souvent causée par des contraintes de désadaptation de la dilatation thermique des matériaux constituant le package.

1.5 Essais de vieillissement thermomécanique appliqués aux équipements électroniques

Les tests de cycle de température, qui appliquent une différence de température supérieure à celle normalement subie par le dispositif, sont efficaces comme tests accélérés pour évaluer la fiabilité des assemblages électroniques [94]. Lors de ces tests, l'appareil est soumis à des changements de température extrêmes répétés afin de déterminer la résistance aux changements de température. Les modes de défaillance qui se produisent pendant les tests comprennent l'ouverture ou l'apparition des fissures au niveau des connexions. Un suivi électrique des joints de brasure est effectué afin de déterminer la durée de vie des composants (temps à la défaillance). Ensuite, l'exploitation des données collectées permet de mettre en évidence l'influence des différents paramètres des assemblages comme les types de boîtier de composant, les technologies, les matériaux de circuit imprimé et les caractéristiques des cycles thermiques. Finalement, les résultats sont exploités et analysés. La figure 1.14 présente le résultat d'un tel essai d'un boîtier de type QFN monté sur le circuit imprimé : l'échelle des ordonnées est représentée par une loi statistique de Weibull à deux paramètres.

1.6 Lois de comportement des alliages de brasure

Le calcul des contraintes et déformations mécaniques des assemblages électroniques nécessite l'utilisation des lois de comportement pour modéliser les brasures sous sollicitations thermomécaniques. Ces contraintes et déformations permettent de prédire la durée de vie des assemblages électroniques à travers les modèles de fatigue. Trois comportements sont couramment identifiés pour les alliages de brasage :

- le comportement élasto-plastique en traction monotone ou en cisaillement monotone,

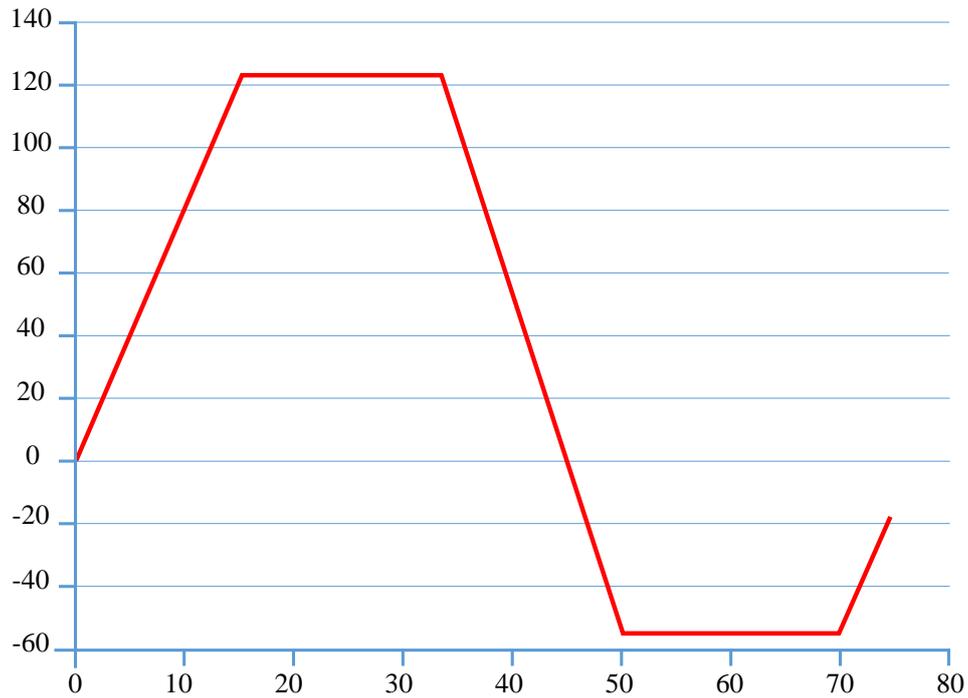


FIGURE 1.14 Profil de cycle thermique typique utilisé pour des essais de vieillissement accéléré [38]

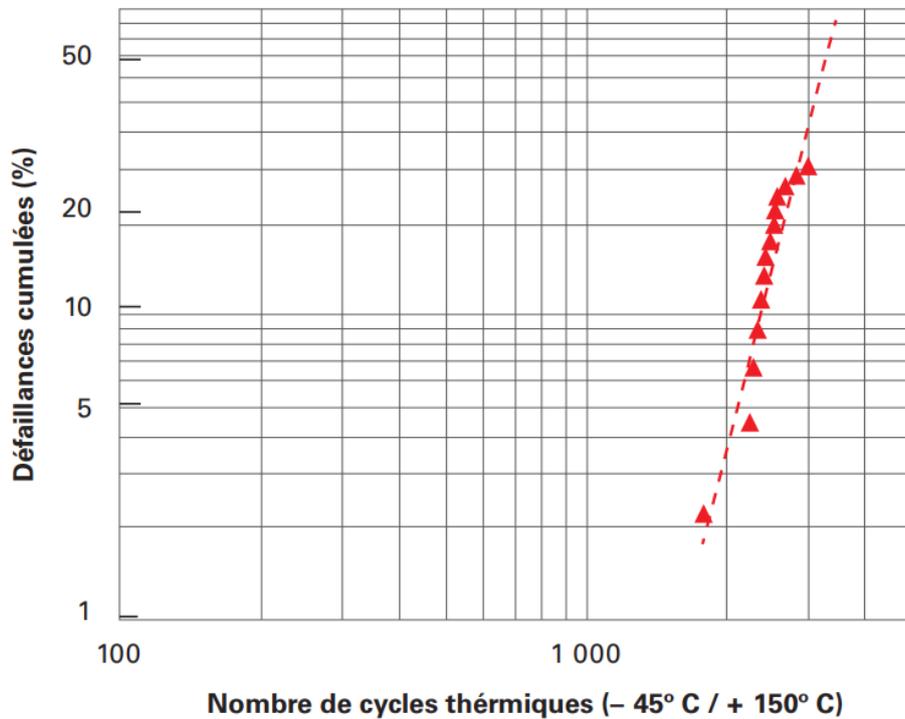


FIGURE 1.15 Exemple d'essai de cyclage thermique de QFN monté sur circuit imprimé (QFN 9×9 à cavité) [23]

- le comportement en fluage primaire et secondaire,
- le comportement viscoplastique à écoulement.

Les alliages de brasure étant fortement viscoplastiques. Dans la littérature, le comportement élasto-visco-plastique est rarement étudié pour les alliages de brasage. Les alliages étant fortement viscoplastiques et les essais ne permettent pas toujours d'identifier un module d'élasticité. Les calculs de durée de vie des joints de brasure utilisent principalement des lois de comportement en fluage ou viscoplastique à écoulement [38].

1.6.1 Comportement en fluage

La prise en compte du fluage dans la modélisation du comportement des alliages de brasure rend les lois de fluage très nombreux dans la littérature. C'est un phénomène physique qui provoque des déformations irréversibles du matériau sous une contrainte constante σ_0 . L'évolution de la déformation en fonction du temps peut être caractérisée par trois niveaux principaux, comme indiqué sur la figure 1.16. Le premier niveau ou fluage primaire, présente une vitesse de déformation qui diminue rapidement et tend à se stabiliser. Ce phénomène est lié à la création et à la propagation des dislocations. Le deuxième niveau, ou fluage secondaire, a la particularité de présenter une vitesse de déformation quasi constante. Le dernier niveau ou fluage tertiaire, possède une évolution rapide de la déformation liée au phénomène de striction et à l'apparition des fissures et cavités aux joints de grains qui mènent à la rupture.

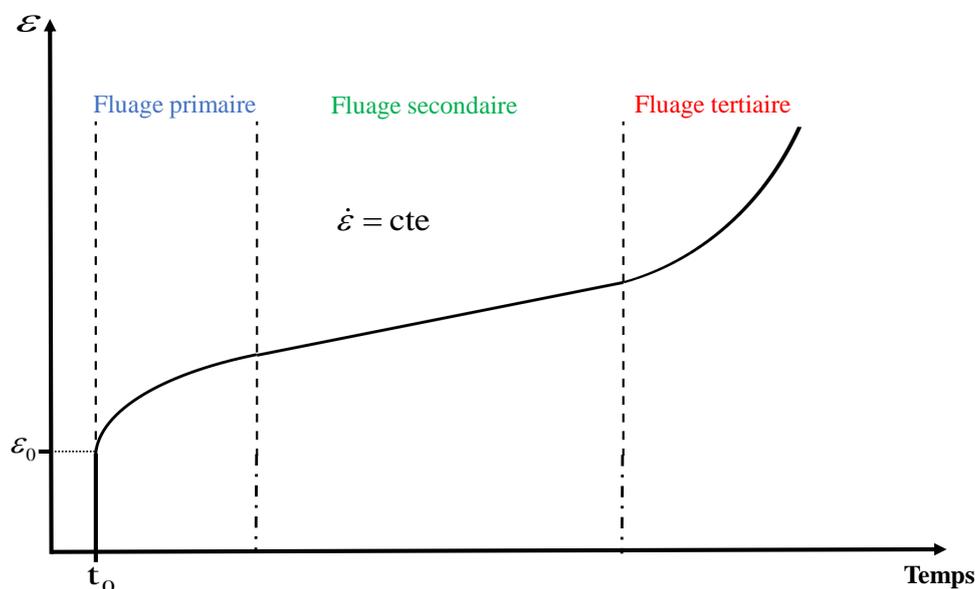


FIGURE 1.16 Évolution typique de la déformation lors d'un essai de fluage ($\sigma = \text{cte}$)

Dans les lois de comportement, l'effet du fluage primaire sur l'endommagement est négligé devant le fluage secondaire pour les alliages de brasage de type Sn-Pb [9]. Ce qui simplifie les lois de

comportement et le calcul des contraintes et déformations. Suite à des observations expérimentales, deux modèles sont proposés. Ces lois qui ne tiennent pas en compte d'un quelconque écrouissage servent à rendre en compte le comportement en fluage secondaire. Les deux modèles proposés sont :

- **Modèle en sinus hyperbolique,**

$$\dot{\epsilon}_{cr} = A[\sinh(\alpha\sigma)]^n \exp\left(\frac{-H_1}{kT}\right) \quad (1.1)$$

avec :

- $\dot{\epsilon}_{cr}$: Vitesse de déformation de fluage (s^{-1})
- A : Constante du matériau (s^{-1})
- n : Exposant de viscosité
- H_1 : Energie d'activation (J/atome)
- α : Inverse du niveau de contrainte au changement de pente (MPa^{-1})
- T : Température (K)
- σ : Contrainte (MPa)
- k : Constante de Boltzmann ($J.K^{-1}$)

- **Modèle en double loi puissance.**

$$\dot{\epsilon}_{cr} = A_1 \exp\left(\frac{-H_1}{kT}\right) \left(\frac{\sigma}{\sigma_n}\right)^{n_1} + A_2 \exp\left(\frac{-H_2}{kT}\right) \left(\frac{\sigma}{\sigma_n}\right)^{n_2} \quad (1.2)$$

avec :

- $\dot{\epsilon}_{cr}$: Vitesse de déformation de fluage (s^{-1})
- A_1, A_2 : Constantes du matériau (s^{-1})
- n_1, n_2 : Exposant de viscosité
- H_1, H_2 : Energie d'activation (J/atome)
- α : Inverse du niveau de contrainte au changement de pente (MPa^{-1})
- T : Température (K)
- σ : Contrainte (MPa)
- σ_n : Contrainte d'adimensionnement (MPa)
- k : Constante de Boltzmann ($J.K^{-1}$)

Le modèle en double loi puissance est formulé pour rendre compte d'un changement de comportement lié à deux phénomènes microstructuraux : la montée des dislocations et la diffusion des lacunes [38].

1.6.2 Comportement viscoplastique avec modélisation de l'écrouissage

Les lois de comportement en fluage, décrit précédemment, ne tiennent pas en compte de l'écrouissage du matériau. Ce phénomène physique correspond au durcissement du matériau lié à la déformation plastique. De nombreux modèles sont proposés pour les alliages de brasage et qui tiennent en compte, à la fois, du phénomène d'écrouissage, de la température et de la vitesse de déformation [2, 15]. La modélisation des différents types d'écrouissage cinématique et isotrope permet d'avoir des modèles plus performants.

1.6.2.1 Modèle d'Anand

Le modèle d'Anand exprime le comportement viscoplastique des matériaux, il a initialement été développé pour le comportement à chaud des matériaux. Amagai [2] détermine des paramètres du modèle d'Anand [3] pour les alliages sans plomb Sn-3,5Ag-0,75Cu et Sn-2,0Ag-0,5Cu. La vitesse de déformation plastique s'exprime comme suit :

$$\dot{\epsilon}_p = A \left[\sinh \left(\xi \frac{\sigma}{s} \right) \right]^{1/m} \exp \left(\frac{-Q}{kT} \right) \quad (1.3)$$

avec :

- $\dot{\epsilon}_p$: Vitesse de déformation plastique (s^{-1})
- σ : Contrainte (fluage secondaire) (MPa)
- A : Constante du matériau (s^{-1})
- m : Exposant de viscosité
- Q/k : Energies d'activation/constante de Boltzmann (K^{-1})
- T : Température (K)
- S : Variable de résistance à la déformation (écrouissage)
- ξ : Multiplicateur de contrainte

La résistance à la déformation plastique, exprimé par la variable interne s , représente l'écrouissage du matériau et la loi de son évolution est décrit par l'équation suivante :

$$\dot{s} = h_0 \left(1 - \frac{s}{s_0} \right)^a \dot{\epsilon}_p \quad (1.4)$$

$$s^* = \hat{s} \left[\frac{\dot{\epsilon}_p}{A} \exp\left(\frac{Q}{kT}\right) \right]^n \quad (1.5)$$

avec :

s_0 : Valeur initiale de s (MPa)

\hat{s} : Coefficient de résistance à la déformation (MPa)

n : Exposant de sensibilité à la déformation

a : Exposant de sensibilité à l'écroutissage

h_0 : Constante d'écroutissage (MPa)

s^* : Valeur d'équilibre de la variable s en régime stationnaire (MPa)

Les paramètres A , Q , m , n , a , h_0 et s_0 sont identifiés à travers des essais à vitesse de déformation et température constantes [2]. Contrairement aux modèles de fluage, ce type de modèle ne tient pas compte d'un seuil de déformation plastique. la variable interne exprime l'état microstructural du matériau par sa dépendance au paramètre h_0 (état d'écroutissage du matériau). Le tableau 1.4 présente les valeurs des paramètres pour l'alliage $Sn - 37Pb$ étudié dans le troisième chapitre, ainsi que les valeurs pour quatre alliages sans plomb.

Constantes	Sn-3.5Ag [38]	Sn-3.8Ag-0.7Cu [38]	Sn-4.0Ag-0.5Cu [69]	Sn-3.0Ag-0.5Cu [38]	Sn-37Pb [106]
s_0 (MPa)	39.09	40.16	20	2.15	12.41
Q/k (K^{-1})	8900	8400	10561	9970	9400
A (s^{-1})	$2.23 \cdot 10^4$	4.61.106	325	17.99	4.106
ξ	6	4.6	10	0.35	1.5
m	0.1872	0.162	0.32	0.15	0.303
h_0 (MPa)	3321.15	3090	800000	1525	1378.95
\hat{s} (MPa)	73.81	14.37	42.1	2.53	13.79
a	0.018	0.038	2.57	0.028	1.3
n	1.82	1.56	0.02	1.69	0.07

TABLEAU 1.4 Paramètres du modèle d'Anand pour plusieurs alliages

1.6.2.2 Modèle de Busso

Le modèle de Busso [15] est un modèle constitutif viscoplastique développé pour les alliages de type Sn-40Pb. Il a pour but de décrire le comportement monotone et cyclique de l'alliage

à différentes températures en tenant compte de l'écroissage cinématique (équation 1.7) (effet Bauschinger) et du phénomène d'accommodation au cours des cycles. La formulation uni-axiale de la loi est exprimée par l'équation suivante :

$$\dot{\epsilon}_p = \dot{\epsilon}_0 \exp \left[\frac{-F_0}{RT} \left[1 - \left(\frac{|\sigma - B|}{\sigma G / G_0} \right)^p \right]^q \right] \text{sgn}(\sigma - B) \quad (1.6)$$

$$\dot{\mathbf{B}} = h\dot{\epsilon}_p - rB|\dot{\epsilon}_p| \quad (1.7)$$

avec :

- $\dot{\epsilon}_p$: Vitesse de déformation plastique (s^{-1})
- $\dot{\epsilon}_0$: Vitesse de déformation plastique (s^{-1})
- F_0 : Constantes du matériau (J/mol)
- p, q : Exposants du matériau
- G : Module de cisaillement à la température considérée (MPa)
- G_0 : Module de cisaillement à 0 K (MPa)
- B : Variable d'écroissage "back stress"
- T : Température (K)
- h, r : Modules d'écroissage (MPa)
- R : Constante de Boltzman ($J.K^{-1}$)

La variable \mathbf{B} , dont l'expression est donné dans l'équation 1.7, est celle qui permet d'introduire l'écroissage cinématique. L'évolution de \mathbf{B} dépend de la température et de la vitesse de déformation. Le premier terme représente l'écroissage cinématique linéaire (Prager) et le second permet de prendre en compte de la stabilisation des cycles et de la mémoire du trajet de la déformation [67].

1.6.2.3 Modèle de Lemaître et Chaboche

Proposé par Lemaître [67], il s'agit d'un modèle à écroissage cinématique, qui utilise la théorie de la thermodynamique des milieux continus pour introduire des variables d'écroissage qui prennent en considération l'effet des variables d'états, telles que la déformation et la température, dans le comportement du matériau. Même s'il n'est pas encore utilisé dans la modélisation des joints de brasure, ce modèle permet de décrire correctement le comportement viscoplastique des matériaux. La loi constitutive est formulée en multiaxial par les quatre équations suivantes :

$$\dot{\epsilon}_p = \frac{3}{2} \dot{p} \frac{\sigma' - \mathbf{X}'}{J_2(\sigma - \mathbf{X})} \quad (1.8)$$

$$\dot{p} = \left\langle \frac{J_2(\sigma - \mathbf{X}) - k}{K} \right\rangle^n \quad (1.9)$$

$$X = \frac{2}{3}C\alpha \quad (1.10)$$

$$\dot{\alpha} = \dot{\epsilon}_p - \gamma\alpha\dot{p} \quad (1.11)$$

La variable interne d'écrouissage α s'exprime en fonction de la température γ ($\gamma = f(T)$) et de la vitesse de déformation $\dot{\epsilon}$.

1.7 Fiabilité des assemblages électroniques

La fiabilité d'un objet est évaluée par le temps pendant lequel il remplit la fonction pour laquelle il a été construit. Le niveau de fiabilité requis par un ensemble électronique dépend bien évidemment du domaine d'application. La norme AFNOR [77] définit la fiabilité comme étant l'aptitude d'un dispositif à accomplir une fonction requise dans des conditions données. La fiabilité d'une structure a pour objectif d'évaluer la probabilité qu'une structure, soumise à des aléas (vibration, chocs, fatigue, etc.), soit capable de satisfaire l'intégralité de ces besoins et ce pour une durée de vie donnée.

1.7.1 Fonction de performance et probabilité de défaillance

Dans l'analyse de fiabilité des structures, la performance d'un tel système est mathématiquement décrite par un critère de défaillance qui dépend de :

- La réponse mécanique (incertaine) du système, dite \mathcal{M} ;
- Éventuellement d'autres paramètres déterministes d (p. ex. un seuil codifié) ou des variables aléatoires X' (p. ex. une résistance incertaine).

Le critère de défaillance est mathématiquement représenté par une fonction d'état limite (aussi appelée fonction de performance) qui est conventionnellement définie comme suit :

- L'ensemble des paramètres $\{x, x', d\}$ tel que $g(\mathcal{M}(x, x', d)) > 0$ définit *le domaine de sécurité* \mathcal{D}_S ;
- L'ensemble des paramètres $\{x, x', d\}$ tel que $g(\mathcal{M}(x, x', d)) \leq 0$ définit *le domaine de défaillance* \mathcal{D}_f ;
- *La surface de l'état limite* correspond au niveau zéro de la fonction g .

En rassemblant tous les paramètres en une seule notation $x \in \mathcal{D}_X \subset \mathbb{R}^M$ dans le but de simplifier, la probabilité de défaillance du système est définie par :

$$P_f = \mathbb{P}[g(X) \leq 0] = \int_{\mathcal{D}_f = \{x; g(x) \leq 0\}} f_X(x) dx \quad (1.12)$$

La principale difficulté dans l'évaluation de la probabilité de défaillance dans l'équation 1.12 réside dans le fait que le domaine d'intégration est défini de façon *implicite*. De plus, la dimension de l'intégrale est égale au nombre de paramètres incertains qui est généralement grand.

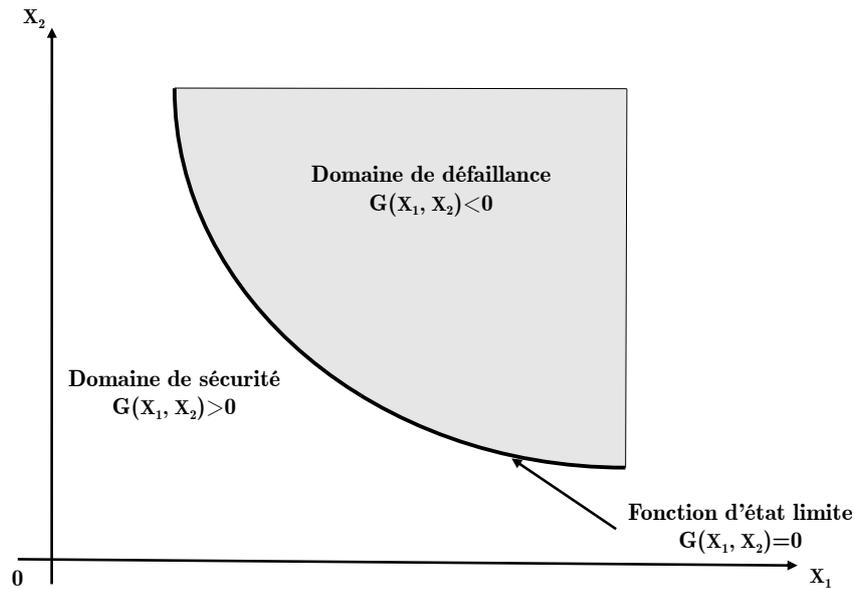


FIGURE 1.17 Domaines de sûreté et de défaillance dans le cas de deux variables de conception

1.7.2 Méthode de simulation de Monte Carlo

La fonction de performance $G(x)$ caractérise la réponse du système où la sûreté et la défaillance s'expriment respectivement par une valeur négative ou positive de la fonction de performance. La frontière entre le domaine négatif et positif s'appelle l'état limite ($G(x) = 0$). En effet pour évaluer la probabilité de défaillance, plusieurs méthodes existent, dont la simulation de Monte Carlo reste la plus commune d'entre eux [85]. Il s'agit d'une population aléatoire de taille n_{MC} pour laquelle la fonction de performance est évaluée. Une estimation de la probabilité de défaillance P_f est alors obtenue comme le rapport entre $n_{G \leq 0}$, le nombre d'échantillons donnant une valeur G négative ou nulle et la taille de l'échantillon n_{MC} .

$$P_f = \frac{n_{G \leq 0}}{n_{MC}} \quad (1.13)$$

La simulation de Monte Carlo est l'approche de base et universelle pour résoudre le problème de fiabilité [85].

$$P_f = \int_{\mathbb{R}^M} \mathbf{1}_{\mathcal{D}_f}(\mathbf{x}) f_X(\mathbf{x}) d\mathbf{x} \equiv \mathbb{E} [\mathbf{1}_{\mathcal{D}_f}(\mathbf{X})] \quad (1.14)$$

la probabilité de défaillance est égale à l'espérance de la fonction indicatrice du domaine de défaillance, à laquelle on peut attribuer l'estimateur suivant en utilisant N -échantillon $\mathfrak{X} = \{X^{(k)}, k = 1, \dots, N\}$ composé de N copies indépendantes de X .

$$\hat{P}_f = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \mathbf{1}_{\mathcal{D}_f}(X^{(k)}) = \frac{N_f}{N} \quad (1.15)$$

où N_f est le nombre d'échantillons qui appartiennent au domaine de défaillance. Cet estimateur est non biaisé et moyen-carré convergent, puisque sa variance est $\text{Var} [\hat{P}_f] = P_f (1 - P_f) / N$.

Le coefficient de variation de l'estimateur est le suivant :

$$CV_{P_f} \equiv \frac{\sqrt{\text{Var} [\hat{P}_f]}}{\mathbb{E} [\hat{P}_f]} \approx \frac{1}{\sqrt{NP_f}} \quad (1.16)$$

De l'équation ci-dessus, on peut voir qu'une évaluation typique d'une probabilité de défaillance de l'ordre de grandeur 10^{-r} avec $CV_{P_f} \leq 10\%$ nécessite environ 10^{r+2} simulations. Ce nombre n'est pas abordable pour les faibles probabilités (10^{-3} - 10^{-6}) dès que le coût de calcul de chaque évaluation de g (qui inclut une série de M) n'est pas négligeable, par exemple lorsqu'une analyse par éléments finis est utilisée.

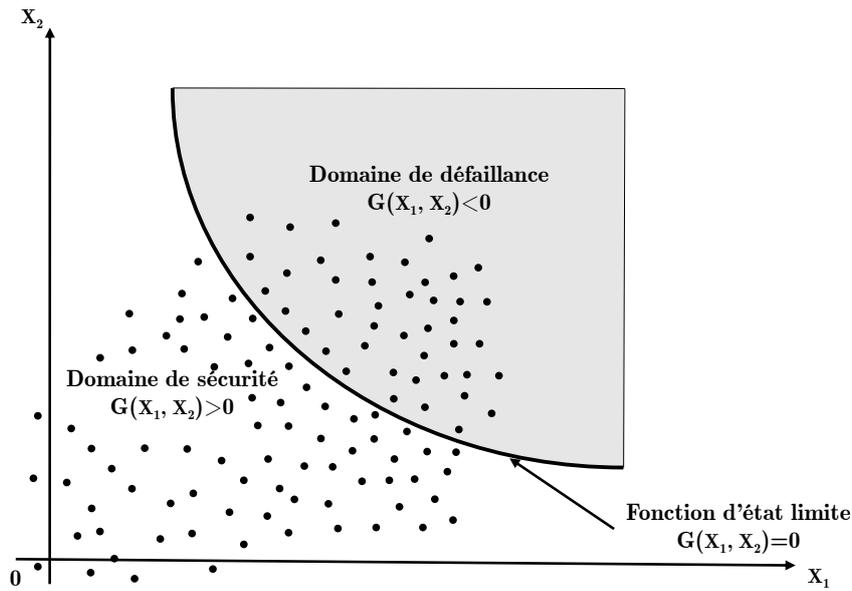


FIGURE 1.18 Représentation de la simulation de Monte Carlo pour le calcul de la probabilité de défaillance

1.7.3 Méthodes d'approximation FORM et SORM

Ces méthodes s'attachent à déterminer la probabilité de défaillance d'une structure dans des cas où une simulation directe de Monte Carlo (MC) serait très difficile à mettre en œuvre [31]. Pour ce faire, quelle que soit la densité de probabilité des variables physiques aléatoires X , on se ramène toujours dans un espace où les variables (notées U) sont Gaussiennes, normées et centrées, c'est-à-dire de moyenne nulle et d'écart type unitaire.

La fonction de performance physique $G(X)$ est transformée en une fonction $H(U)$ dans l'espace normé (cf. FIGURE 1.19).

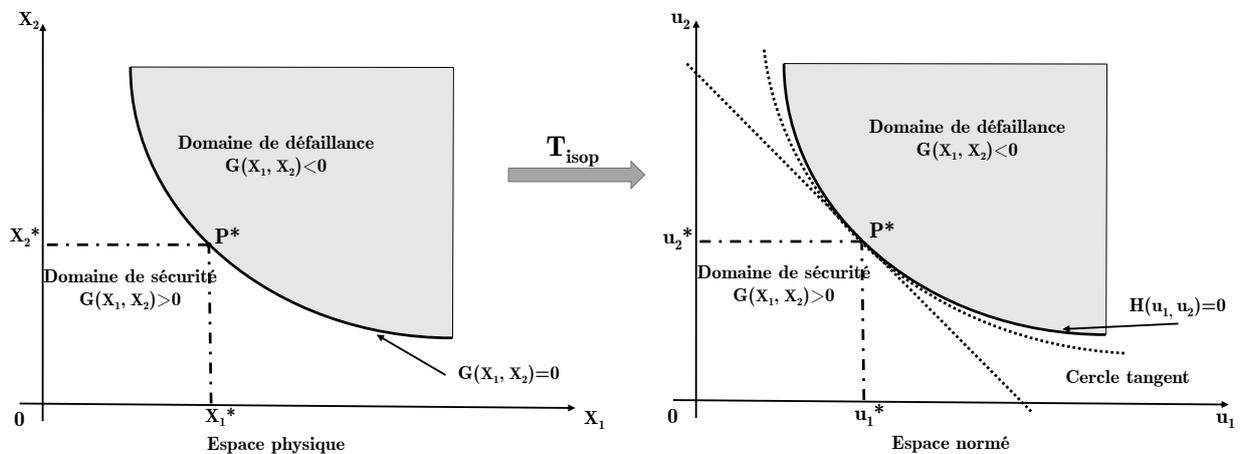


FIGURE 1.19 Principe des méthodes d'approximations FORM/SORM

Dans ce nouvel espace, ces techniques d'approximations sont appliquées pour se rapprocher de l'état-limite qui décrit le critère de défaillance. Classiquement la probabilité de défaillance est estimée par l'intermédiaire du calcul de l'indice de fiabilité β de Hasofer. En effet on cherche le point P^* , appelé point de conception. Graphiquement l'indice de défaillance β est la distance OP^* indiquée sur la figure 1.19. Géométriquement l'indice de défaillance est défini comme étant le minimum de la distance de l'origine de l'espace des variables normées construit à la fonction d'état-limite $H(U)$, ce qui donne :

$$\beta = \min_{H(U) \leq 0} \sqrt{U^T \cdot U} \quad (1.17)$$

Connaissant alors le point de conception, on peut évaluer la probabilité de défaillance :

Soit par une approximation *FORM* du premier ordre [24] : en remplaçant la fonction d'état-limite par un hyperplan tangent au P^* (cf. FIGURE 1.19).

$$P_f = \Phi(-\beta) = 1 - \Phi(\beta) \quad (1.18)$$

Soit par une approximation *SORM* de second ordre qui prend en compte les courbures principales de la fonction de performance, la fonction d'état-limite est approchée par une courbe plus riche au voisinage du point de conception P^* (cf. FIGURE 1.19).

$$P_f = \Phi(-\beta) \prod_{i=1}^{n-1} (1 + \beta k_i)^{-1/2} \quad (1.19)$$

Pour l'évaluation de la probabilité de défaillance à l'aide des méthodes d'approximation, on doit auparavant évaluer l'indice de défaillance β , c'est-à-dire déterminer le point de conception. Ce qui se traduit par un problème d'optimisation sous la contrainte suivante : trouver le point de conception P^* associé aux paramètres de la fonction d'état-limite dans l'espace normé $H(U)$ telle que $H(U) = 0$, qui minimise la distance OP^* .

Dans ce contexte, plusieurs algorithmes ont été développés pour trouver efficacement le point de conception P^* . Citons celui de Rackwitz-Fiessler qui est basé sur le calcul des gradients de chaque variable [82, 83]. Il a été amélioré par Abdo [1] qui prend en compte les termes du second ordre. Connaissant les gradients, on peut alors estimer linéairement le point de conception, et reprendre la même stratégie autour de ce nouveau point P^* jusqu'à la convergence.

1.7.4 Couplage mécano-fiabiliste

Dans les problèmes de calcul de la fiabilité mécanique, les algorithmes de calcul de fiabilité (méthode de simulation, indice de fiabilité, ...), suppose que la fonction d'état limite est disponible sous forme explicite dans l'espace des variables de base. Par contre, dans les problèmes mécatroniques

qui tiennent en compte de la non linéarité géométrique ou mécanique, les expressions analytiques des fonctions d'état limite en fonction des variables d'entrée sont indisponibles. Et le calcul ne peut être abouti que sous forme implicite (modèle par la méthode des éléments finis).

Le couplage mécano-fiabiliste consiste à associer les méthodes de fiabilité aux simulations par éléments finis, le code élément fini est piloté par le modèle fiabiliste qui permet d'analyser les résultats et de prendre continuellement les décisions appropriées. Les principales tâches du modèle mécanique consistent à évaluer la fonction de performance, quant aux tâches du modèle fiabiliste consistent à estimer l'indice de fiabilité et la probabilité de défaillance du modèle mécatronique étudié.

Pour réaliser ce couplage, il existe deux méthodes de pilotage

- Le couplage direct, dans lequel le code fiabiliste appelle le code élément fini chaque fois que le calcul de g est nécessaire ;
- Le couplage par métamodèle, dans lequel un plan d'expériences numériques permet de construire une réponse explicite approchée de la fonction de performance G ou du modèle élément finis, ce couplage peut être réalisé de plusieurs manières [97] ;

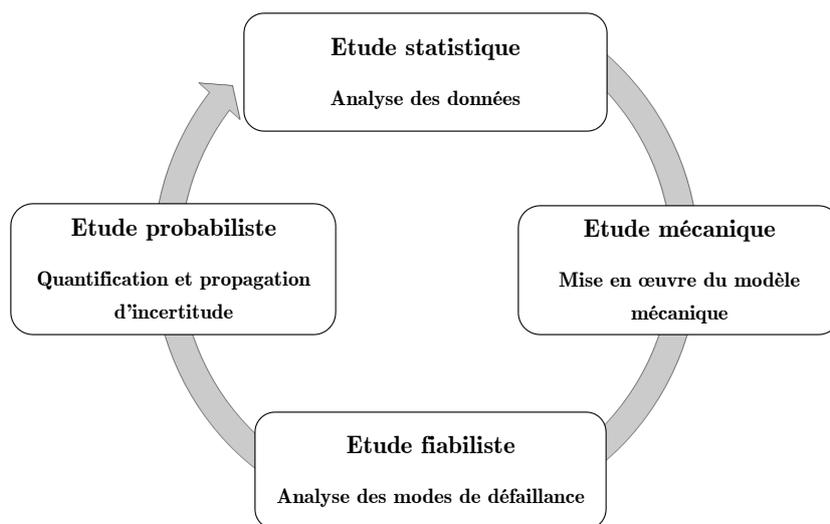


FIGURE 1.20 Schéma du principe du couplage mécano-fiabiliste

1.8 Conclusion

Ce premier chapitre avait pour but de définir et fournir des notions de base sur les systèmes mécatroniques, leur développement ainsi que les équipements électroniques qui constituent une partie principale de son architecture de base. En effet, un bon fonctionnement d'un système mécatronique signifie aussi un bon fonctionnement de son architecture de base qui doit être fiable et répond aux exigences de spécification. L'évaluation de la fiabilité d'un tel équipement nécessite

la connaissance de tous les mécanismes de défaillance des composants électroniques et des lois de probabilité associées.

Les équipements électroniques sont soumis à différents modes de défaillance qui dépendent principalement des conditions d'utilisation. Étudier la fiabilité lors du processus de conception permet de réduire les risques de défaillance des composants électroniques. Cette étape permet un gain de temps et de coût lors du développement d'un microsystème. La défaillance électrique d'un système électronique est produite par la défaillance mécanique, thermomécanique, chimique ou électrique. Ces facteurs de défaillance peuvent agir séparément ou simultanément.

Les outils de simulation numérique permettent d'optimiser les composants électroniques et d'évaluer les zones critiques. Ils constituent une aide considérable durant la phase de conception. Le chapitre suivant présente des notions sur les algorithmes évolutionnaires et les techniques de métamodélisation, puis une méthodologie basée sur la combinaison de la méthode CMA-ES et le métamodèle de Krigeage, pour l'optimisation globale d'un problème, est détaillée.

Chapitre 2

Algorithmes évolutionnaires assistés par métamodèles

Sommaire

2.1	Introduction	39
2.2	Présentation des stratégies évolutionnaires	40
2.2.1	Principes des stratégies d'évolution	40
2.2.2	Opérateurs évolutionnaires	41
2.2.2.1	Opérateurs de sélection	41
2.2.2.2	Opérateurs de recombinaison	41
2.2.2.3	Opérateurs de Mutation	42
2.3	Covariance Matrix Adaptation Evolution Stratégie (CMA-ES)	43
2.3.1	Mutation ou échantillonnage	44
2.3.2	Sélection et recombinaison	44
2.3.3	Adaptation de la taille du pas et de la matrice de covariance	45
2.4	Techniques de métamodélisation	47
2.4.1	Notations et mise en œuvre d'un métamodèle	48
2.4.2	Plans d'expérience et échantillonnage de l'espace des paramètres	49
2.4.2.1	Plans d'expérience usuels	51
2.4.2.2	Méthodes de remplissage de l'espace (Space Filling Design)	53
2.4.3	Différents types de métamodèles	54

2.4.3.1	Régression polynomiale	55
2.4.3.2	Le métamodèle de krigeage	56
2.4.3.3	Réseaux à fonctions de bases radiales (RBF)	59
2.4.3.4	Autres métamodèles	61
2.4.4	Validation	61
2.5	CMA-ES assistée par le krigeage	61
2.5.1	Gestion et mesure de la qualité du krigeage	62
2.5.1.1	Gestion du krigeage	62
2.5.1.2	Mesure de la qualité du krigeage	62
2.5.2	Algorithme KA-CMA-ES	63
2.5.3	Tests numériques	65
2.6	Conclusion	69

2.1 Introduction

Généralement, dans l'optimisation de conception des structures ou l'optimisation de conception basée sur la fiabilité (RBDO) [29, 32], les algorithmes à base des dérivées sont les méthodes les plus utilisées. Ces méthodes nécessitent un calcul des dérivées. Par rapport à d'autres méthodes, le principal avantage de ces méthodes est qu'elles nécessitent un nombre d'itérations beaucoup plus faible pour converger vers un optimum. Néanmoins, seule la convergence vers un minimum local est garantie. Cependant, les algorithmes sans dérivées, qui sont basés uniquement sur la fonction objectif sont avérés être des outils puissants pour une recherche globale des optimums et sont donc largement utilisés dans la résolution des problèmes du monde réel telle que l'optimisation en ingénierie. Les stratégies d'évolution (SEs) sont des algorithmes puissants sans dérivées et populaires pour l'optimisation des boîtes noires, où aucune expression de fonction dite objectif ni connue et aucune dérivée ne peut être calculée [63]. L'utilisation des stratégies d'évolution dans les applications réelles prouvent leur puissance [6]. Cependant, l'inconvénient des SEs est le grand nombre d'évaluations de la fonction objectif pour obtenir une solution satisfaisante. De plus, dans les applications d'ingénierie telles que les systèmes mécatroniques, les évaluations des fonctions objectifs sont effectuées à l'aide des moyens coûteuses telles que les méthodes numériques (méthodes des éléments finis). Par conséquent, le coût de calcul produit par un grand nombre d'évaluations de la fonction objectif demeure le principal défi dans l'application des SEs.

Les stratégies d'évolution assistées par métamodèle (SE-AM) ont été développées pour surmonter les simulations numériques coûteuses par éléments finis. Le métamodèle est conçu pour s'approcher et être utilisé avec la fonction coûteuse originale (code des éléments finis). Plusieurs techniques de stratégies d'évolution assistées par métamodèle (SE-AM) ont été présentées par plusieurs chercheurs [52, 56]. plus précisément les SE-AM, peuvent être utilisées avec plusieurs types de métamodèles pour approcher la fonction objectif originale [41], tel que le métamodèle de krigeage, les fonctions à bases radiales (RBF), les machines à vecteurs de support (SVM), la méthode K -nearest neighbor (KNN) et les réseaux de neurones artificiels (ANN). Cependant, la gestion et la sélection du métamodèle, qui dépendent principalement du problème à traiter, restent les deux principaux enjeux du développement et de l'application des ES-AM.

Les principales caractéristiques de la méthode CMA-ES (covariance matrix adaptation evolution strategy) assisté par métamodèle sont présentées dans la suite de ce chapitre. La section 2.2 présente une introduction aux stratégies évolutionnaires et leurs principes, puis dans la section 2.4, on présente les techniques de métamodélisation et le processus général de construction des métamodèles. La méthode CMA-ES assisté par le métamodèle de krigeage est détaillé dans la dernière section 2.5 [49].

2.2 Présentation des stratégies évolutionnaires

Les stratégies d'évolution (SEs) sont des méthodes d'optimisation stochastiques sans dérivées. Ces méthodes sont appropriées et efficaces pour l'optimisation continue des boîtes noires, c'est-à-dire pour les scénarios d'optimisation où aucune expression analytique de la fonction objectif n'est explicitement donnée et où les dérivées ne sont pas disponibles [64]. De plus, les SEs ont la capacité de converger vers un optimum global pour les problèmes multimodaux, ce qui rend les SEs de plus en plus populaires pour la résolution des problèmes d'optimisation du monde réel.

Les SEs appartiennent à la famille des algorithmes évolutionnaires (AEs). Ce sont des modèles de recherche inspirés par les principes de l'évolution biologique. Leur principe consiste à aborder les problèmes d'optimisation en implémentant un processus répété de variations stochastiques suivi d'une sélection. À chaque génération (itération), de nouveaux individus, dits enfants (solutions) sont générés à partir de leurs parents (solutions déjà obtenues), puis leur image par la fonction objectif est évaluée et les meilleurs individus sont sélectionnés pour devenir les parents de la génération suivante [46].

Les SEs sont appliqués souvent au problème d'optimisation continue de boîte noire où l'espace de recherche est un domaine continu \mathbb{R}^d , les solutions dans le domaine de recherche sont des vecteurs de dimension d , désignées par $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^d$ et la fonction à minimiser est sous la forme de $f : \mathbb{R}^d \rightarrow \mathbb{R}, \mathbf{x} \mapsto f(\mathbf{x})$. Il n'y a pas d'hypothèses spécifiques sur la fonction objectif, sauf qu'elle soit évaluable pour chaque point x . Ce type de problème de recherche est appelé optimisation par boîte noire, où l'objectif est de générer des solutions (vecteur x) avec des valeurs faibles de la fonction objectif tout en utilisant un petit nombre d'évaluations.

2.2.1 Principes des stratégies d'évolution

Les SEs sont des mécanismes inspirés par les principes de l'évolution biologique qui utilisent un processus répété composé d'opérateurs évolutionnaires qui imitent les mécanismes de la théorie darwinienne de l'évolution pour résoudre les problèmes d'optimisation. Une population P se compose d'un ensemble d'individus qui subit des cycles d'évolution au cours de chaque génération (itération) de recherche évolutionnaire. En règle générale, une boucle de génération peut être résumée en trois étapes :

- Un ou plusieurs parents sont sélectionnés dans la population (sélection) et les nouveaux individus sont générés par recombinaison de ces parents.
- Les nouveaux individus subissent une mutation et deviennent de nouveaux membres de la population.
- Une sélection réduit la population à sa taille originale en choisissant les meilleurs individus.

Cette séquence est répétée jusqu'à la satisfaction de l'un des critères de convergence de l'algorithme qui peut être l'atteinte d'un nombre maximum d'évaluations de la fonction objectif, l'atteinte d'une valeur cible de la fonction ou la stagnation du processus évolutif.

Afin de mettre en oeuvre des algorithmes évolutifs, les principes décrits précédemment doivent être spécifiés dans des opérateurs évolutifs concrets afin de former des schémas de recherche évolutifs. Les opérateurs de sélection, de recombinaison et de mutation sont les trois opérateurs utilisés.

2.2.2 Opérateurs évolutifs

2.2.2.1 Opérateurs de sélection

L'opérateur de sélection, est directement lié au concept de sélection environnementale donne une direction à la recherche évolutif. Dans chaque génération, l'opérateur de sélection choisit les meilleures solutions en sélectionnant un sous-ensemble d'individus en fonction de leurs images par la fonction objectif pour former la nouvelle population parentale utilisée dans la génération suivante. Habituellement, la sélection est utilisée pour indiquer le nombre d'individus dans la population parentale (aussi appelé la taille de la population parentale), et pour indiquer le nombre d'individus générés dans chaque génération. Les stratégies d'évolution utilisent deux types de sélection qui sont :

- **Sélection par Plus** : (indiquée par «+» et notée $(\mu + \lambda) - ES$) cette stratégie sélectionne les μ meilleurs individus (solutions) de l'union de la dernière population parentale (μ individus dans la population des individus parents) et de la population des individus actuels (λ individus dans la population courante "enfants").
- **La sélection par virgule** : (indiquée par «,» et notée $(\mu, \lambda) - ES$) cette stratégie sélectionne les μ meilleurs individus (solutions) uniquement de la population courante des individus (λ individus dans la population des individus enfants), en négligeant la population parentale.

2.2.2.2 Opérateurs de recombinaison

Dans les stratégies d'évolution, la recombinaison permet de combiner les informations de plusieurs parents pour générer une nouvelle génération d'enfants. Habituellement, la recombinaison multiparentale est utilisée lorsque plus de deux parents sont combinés. Les types de recombinaison les plus importants et les plus couramment utilisés dans les stratégies d'évolution comprennent :

- **La recombinaison dominante** : appelée aussi recombinaison discrète et dénotée par $(\mu/\rho_D, \lambda)$. Dans cette recombinaison, pour chaque variable (composante du vecteur de la variable de conception x), un parent isolé est tiré au hasard parmi tous les ρ parents choisis pour le processus de recombinaison, plus précisément : avec ρ parents $\mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_\rho$,

la combinaison dominante crée le nouveau individus x' par un choix aléatoire de la $j^{\text{ème}}$ composante.

$$x'_j = x_{ij}, \quad j \in \text{random} \{1, \dots, \rho\} \quad (2.1)$$

où x_{ij} et la $j^{\text{ème}}$ composante du $i^{\text{ème}}$ individu parent.

- **La recombinaison intermédiaire** : dénotée par $(\mu/\rho_D, \lambda)$. Cette recombinaison prend la valeur moyenne des ρ individus parents i.e

$$x'_j = \frac{1}{\rho} \sum_{i=1}^{\rho} x_{ij}, \quad \text{or } \mathbf{x}' = \frac{1}{\rho} \sum_{i=1}^{\rho} \mathbf{x}_i \quad (2.2)$$

- **La recombinaison pondérée** : dénotée par $(\mu/\rho_w, \lambda)$. cette recombinaison est une forme généralisée de la recombinaison intermédiaire qui prend souvent le nombre total des individus parents, i.e $\rho = \mu$, elle s'exprime comme une moyenne pondérée de tous les parents ρ .

$$\mathbf{x}' = \sum_{i=1}^{\rho} w_i \mathbf{x}_i \quad (2.3)$$

avec $w_i, i = 1, \dots, \rho$ sont les poids de pondération qui vérifient $\sum_{i=1}^{\rho} w_i = 1$. les valeurs de ces poids dépendent du classement effectué à partir des valeurs de la fonction objectif f

2.2.2.3 Opérateurs de Mutation

L'opérateur de mutation constitue le moyen qui introduit des variations en ajoutant une perturbation au résultat de la recombinaison, c'est la principale source de variation (changements évolutionnaires) des individus dans les stratégies d'évolution.

Dans les stratégies d'évolution, les opérateurs de mutation sont basés sur la distribution multinormale (normale multivariée) [84]. Les trois opérateurs de mutation couramment utilisés sont :

- Mutation gaussienne isotrope ou sphérique.
- Mutation gaussienne anisotrope ou parallèle aux axes
- Mutation gaussienne corrélée.

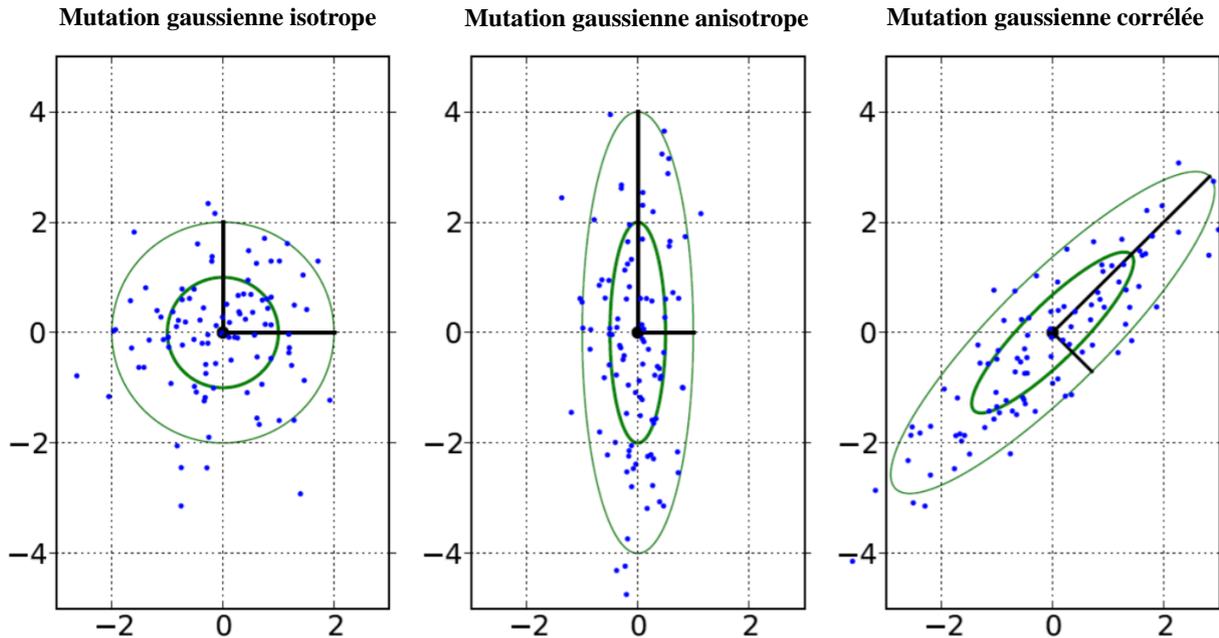


FIGURE 2.1 Opérateurs de mutations gaussiennes dans les stratégies d'évolution.

2.3 Covariance Matrix Adaptation Evolution Stratégie (CMA-ES)

La méthode CMA-ES (Covariance Matrix Evolution Strategy) est l'une des meilleures stratégies d'évolution en optimisation sans dérivées. Il est devenu un standard pour l'optimisation évolutionnaire continue boîte noire. L'opérateur de mutation corrélée adopté par CMA-ES en fait un algorithme d'optimisation puissant par rapport aux autres algorithmes qui utilisent la mutation isotrope. CMA-ES, est basée sur une distribution normale multivariée paramétrée comme modèle de distribution d'une population des candidats, à chaque génération de CMA-ES, les λ candidats descendants sont générés à partir de μ parent. À la génération suivante, l'ensemble des nouveaux parents (μ) est sélectionné parmi les candidats descendants (λ) par une sélection de type (λ, μ) . Les meilleurs candidats μ sont sélectionnés en fonction de leur classement en fonction de la fonction objectif. L'algorithme CMA-ES (λ, μ) utilise deux techniques, à savoir l'adaptation de la matrice de covariance (CMA) et l'adaptation cumulative de la taille de l'étape (CSA) respectivement pour l'adaptation de la matrice de covariance de la mutation et de la taille de pas.

Plus précisément, soit $\mathcal{N}(m^{(g)}, K^{(g)})$ une distribution normale multivariée avec une moyenne $m^{(g)}$ et une matrice de covariance $K^{(g)}$. Dans CMA-ES, la séquence de moyenne $m^{(g)}$ représente la solution préférée à génération g ou la meilleure estimation de l'optimum. À la génération g , la matrice de covariance $K^{(g)}$ est factorisée en deux parties : $C^{(g)} \in \mathbb{R}^{n \times n}$ et $\sigma^{(g)} \in \mathbb{R}^+$, où $C^{(g)}$ représente une matrice de covariance (matrice définie positive) et $\sigma^{(g)}$ est un facteur scalaire pour contrôler la longueur du pas de l'itération.

2.3.1 Mutation ou échantillonnage

Dans la méthode CMA-ES (λ, μ) les λ individus sont générés selon l'équation suivante :

$$x_k^{(g)} = m^{(g)} + \sigma^{(g)} \mathcal{N}_d(0, C^{(g)}) = m^{(g)} + \sigma^{(g)} \left(C^{(g)}\right)^{\frac{1}{2}} z_k \quad \text{pour } k = 1, \dots, \lambda \quad (2.4)$$

avec

$g \in \mathbb{N}^0$: un conteur du nombre de générations.

$\lambda \geq 2$: la taille de la population (nombre d'individus). Sa valeur par défaut est $\lambda = 4 + \lfloor 3 \ln(d) \rfloor$ (d est la dimension du problème)

x_k : le $k^{\text{ème}}$ individu.

$m^{(g)}$: le vecteur moyen de la distribution (Solution), formé à partir d'une recombinaison pondérée des μ meilleurs individus après initialisation. Sa valeur initiale $m^{(0)}$ est donnée par l'utilisateur.

$\sigma^g \in \mathbb{R}^+$: la taille du pas à la génération g . Sa valeur initiale est donnée selon les bornes de l'espace de recherche.

$C^g \in \mathbb{R}^{d \times d}$: la matrice de covariance (symétrique définit positif) à la génération g . Sa valeur initial est $C(0) = \left(C^{(g)}\right)^{\frac{1}{2}} \in \mathbb{R}^{d \times d}$, la matrice racine carrée de $C^{(g)}$.

$z_k \in \mathbb{R}^d$ sont les vecteurs aléatoires échantillonnés à partir de $\mathcal{N}_d(0, 1)$ i.e $z_k = \mathcal{N}_d(0, 1)$.

Pour définir complètement l'algorithme stochastique itératif de CMA-ES, les termes de l'arborescence notés $m^{(g)}$, $C^{(g)}$ and $\sigma^{(g)}$ ont besoin d'une mise à jour à chaque génération.

2.3.2 Sélection et recombinaison

Après le processus d'échantillonnage, les λ enfants sont évalués et classés en fonction de leurs images par la fonction objectif. Enfin, les μ meilleurs individus sont sélectionnés à partir de λ et la moyenne $m^{(g+1)}$ est ensuite mise à jour en prenant la moyenne pondérée des μ individus.

$$m^{(g+1)} = \sum_{i=1}^{\mu} w_i \mathbf{x}_{i:\lambda}^{(g)} = m^{(g)} + \sigma^{(g)} \left(C^{(g)}\right)^{\frac{1}{2}} z_{i:\lambda} \quad (2.5)$$

$$\sum_{i=1}^{\mu} w_i = 1, \quad w_1 \geq w_2 \geq \dots \geq w_{\mu} > 0 \quad (2.6)$$

où

μ : le nombre des individus sélectionnés de valeur par défaut égale à $\mu = \lfloor \lambda/2 \rfloor$.

$(w_i)_{1 \leq i \leq \mu}$: les μ poids de recombinaison strictement positifs, satisfaisant $\sum_{i=1}^{\mu} (w_i)_{1 \leq i \leq \mu} = 1$. Dans le cas où $w_i = 1/\mu, i = 1, \dots, \mu$, il s'agit de la recombinaison intermédiaire, et pour le CMA-ES standard, les poids super-linéaires sont utilisés avec :

$$w_i = [\ln(\lambda/2 + 1/2) - \ln(i)] / \sum_{j=1}^{\mu} [\ln(\lambda/2 + 1/2) - \ln(j)], \quad i = 1, \dots, \mu.$$

$\mathbf{x}_{i:\lambda}$: le $i^{\text{ème}}$ meilleur individu sélectionné de l'ensemble des individus $\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots, \mathbf{x}_\lambda$ générés par l'équation 2.4. $i : \lambda$ est l'indice du $i^{\text{ème}}$ individu après classement tel que, $f(x_{1:\lambda}) \leq f(x_{2:\lambda}) \leq \dots \leq f(x_{\lambda:\lambda})$, où f est la fonction objectif.

$z_{i:\lambda}$: le vecteur de mutation associé à $\mathbf{x}_{i:\lambda}$.

2.3.3 Adaptation de la taille du pas et de la matrice de covariance

La méthode CMA-ES utilise l'adaptation cumulée de la taille du pas (CSA) et l'adaptation de la matrice de covariance (CMA) successivement pour mettre à jour la taille du pas σ et la matrice de covariance C . Les deux techniques utilisent ce qu'on appelle le chemin d'évolution (evolution paths) pour accumuler des informations sur les paramètres de la stratégie à travers les différentes générations. Les deux chemins d'évolution utilisés dans CMA-ES sont : $p_\sigma \in \mathbb{R}^d$ (équation 2.7) pour l'adaptation de la taille du pas et $p_c \in \mathbb{R}^d$ (équation 2.9) pour l'adaptation de la matrice de covariance C .

Le chemin d'évolution $\mathbf{p}_\sigma^{(g)} \in \mathbb{R}^d$ et la taille du pas σ sont calculé respectivement selon les deux équations suivantes :

$$\begin{aligned} \mathbf{p}_\sigma^{(g+1)} &= (1 - c_\sigma) \mathbf{p}_\sigma^{(g)} + \sqrt{c_\sigma (2 - c_\sigma)} \sqrt{\mu_w} \left(\mathbf{C}^{(t)} \right)^{-\frac{1}{2}} \frac{\mathbf{m}^{(g+1)} - \mathbf{m}^{(g)}}{\sigma^{(t)}} \\ &= (1 - c_\sigma) \mathbf{p}_\sigma^{(g)} + \sqrt{c_\sigma (2 - c_\sigma)} \sqrt{\mu_w} \sum_{i=1}^{\mu} w_i \mathbf{z}_{i:\lambda} \end{aligned} \quad (2.7)$$

$$\sigma^{(g+1)} = \sigma^{(g)} \exp \left(\frac{c_\sigma}{d_\sigma} \left(\frac{\|\mathbf{p}_\sigma^{(g+1)}\|}{\mathbb{E}(\|\mathcal{N}_d(\mathbf{0}, \mathbf{I})\|)} - 1 \right) \right) \quad (2.8)$$

Avec :

$p_\sigma^{(g)} \in \mathbb{R}^d$: le chemin d'évolution pour la taille du pas à la génération g , sa valeur initiale est $\mathbf{p}_\sigma^{(0)} = \mathbf{0}$

$c_\sigma \in [0, 1]$: la constante du temps pour l'adaptation de la taille du pas, sa valeur par défaut est $c_\sigma = (\mu_w + 2) / (d + \mu_w + 5)$.

c_σ : appelé variance masse de sélection effective (variance effective selection mass) , sa valeur est $\mu_w = (\sum_{i=1}^{\mu} w_i)^2 / \sum_{i=1}^{\mu} w_i^2$.

$(\mathbf{C}^{(t)})^{-\frac{1}{2}}$: l'inverse de $(\mathbf{C}^{(t)})^{\frac{1}{2}}$, la matrice racine carrée symétrique de $C^{(g)}$.

d_σ : le facteur d'amortissement (damping factor), de valeur par défaut définie comme suit :
 $d_\sigma = 1 + 2 \max\left(0, \sqrt{\frac{\mu_w - 1}{d+1}} - 1\right) + c_\sigma$.

$\mathbb{E}(\|\mathcal{N}_d(\mathbf{0}, \mathbf{I})\|)$: l'espérance de la norme euclidienne du vecteur aléatoire $\mathcal{N}_d(\mathbf{0}, \mathbf{I})$, dont l'approximation est donnée comme suit :

$$\mathbb{E}(\|\mathcal{N}_d(\mathbf{0}, \mathbf{I})\|) = \sqrt{2}\Gamma\left(\frac{d+1}{2}\right) / \Gamma\left(\frac{d}{2}\right) \approx \sqrt{d} \left(1 - \frac{1}{4d} + \frac{1}{21d^2}\right).$$

Le chemin d'évolution \mathbf{p}_c et la matrice C sont mis à jour respectivement selon les équations suivantes :

$$\begin{aligned} \mathbf{p}_c^{(g+1)} &= (1 - c_c) \mathbf{p}_c^{(g)} + h_\sigma \sqrt{c_c(2 - c_c)} \sqrt{\mu_w} \frac{\mathbf{m}^{(g+1)} - \mathbf{m}^{(g)}}{\sigma^{(g)}} \\ &= (1 - c_c) \mathbf{p}_c^{(g)} + h_\sigma \sqrt{c_c(2 - c_c)} \sqrt{\mu_w} \sum_{i=1}^{\mu} w_i (\mathbf{C}^{(g)})^{\frac{1}{2}} \mathbf{z}_{i:\lambda} \end{aligned} \quad (2.9)$$

$$\begin{aligned} C^{(g+1)} &= (1 - c_1 - c_u) C^{(g)} + c_1 \left(\mathbf{p}_c^{(g+1)} (\mathbf{p}_c^{(g+1)})^T + \delta(h_\sigma) C^{(g)} \right) \\ &\quad + c_\mu \sum_{i=1}^u w_i \left((\mathbf{C}^{(g)})^{\frac{1}{2}} \mathbf{z}_{i:\lambda} \right) \left((\mathbf{C}^{(g)})^{\frac{1}{2}} \mathbf{z}_{i:\lambda} \right)^T \end{aligned} \quad (2.10)$$

Avec :

$\mathbf{p}_c^{(g)} \in \mathbb{R}^d$: le chemin d'évolution pour la taille du pas à la génération g , sa valeur initiale est $\mathbf{p}_c^{(0)} = \mathbf{0}$

$c_c \in [0, 1]$: la constante d'adaptation de la matrice de covariance, sa valeur par défaut est

$$c_c = (4 + \mu_w/d) / (d + 4 + 2\mu_w/d).$$

h_σ : est la fonction d'Heaviside définie par l'équation suivante :

$$h_\sigma = \begin{cases} 1 & \text{if } \frac{\|\mathbf{p}_c^{(g+1)}\|}{\sqrt{1 - (1 - c_\sigma)^{2(g+1)}}} < \left(1.4 + \frac{2}{d+1}\right) \mathbb{E}(\|\mathcal{N}_d(0, 1)\|) \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (2.11)$$

c_1 et c_μ : exprime le taux d'apprentissage (learning rate) respectivement pour rank-one-update et rank- μ -update $(\mathbf{C}^{(t)})^{\frac{1}{2}}$, leurs valeurs par défaut sont :

$$c_1 = \frac{2}{(d+1.3)^2 + \mu_w}, \text{ et } c_u = \min\left(1 - c_1, 2 \frac{\mu_w - 2 + 1/\mu_w}{(d+2)^2 + \alpha_u \mu_w / 2}\right) \text{ avec } \alpha_\mu = 2.$$

$$\delta(h_\sigma) = (1 - h_\sigma) c_c (2 - c_c).$$

À chaque itération de CMA-ES, la nouvelle population des individus est générée par l'équation 2.4, la sélection et la recombinaison sont effectuées par l'équation 2.5, l'adaptation de la taille

du pas par les deux équations 2.7 et 2.8 et l'adaptation de la matrice de covariance par les deux équations 2.9 et 2.10.

L'itération définit précédemment, se répète jusqu'à ce que l'un des critères de fin soit satisfait.

2.4 Techniques de métamodélisation

Les techniques de métamodélisation sont des approches pour modéliser le comportement (entrées-sorties) d'un modèle de simulation. Les outils de simulation par ordinateur, tels que l'analyse par la méthode des éléments finis (EF) et la dynamique des fluides numériques (CFD), sont largement utilisés dans l'analyse des problèmes d'ingénierie. La majorité des problèmes de conception technique nécessitent un certain nombre de simulations pour atteindre les objectifs de conception. Cependant, la réalisation d'une seule simulation peut prendre plusieurs minutes, des heures, voire des jours. Par conséquent, les tâches de calcul intensif, telles que l'optimisation de la conception, l'analyse de sensibilité et l'analyse de fiabilité, deviennent impraticables ou impossibles, car elles nécessitent des centaines, des milliers, voire des millions de simulations. Ce calcul fastidieux peut-être réduit en construisant des modèles d'approximation, connus sous le nom de modèles de substitution ou métamodèles, qui permettent d'obtenir une approximation la relation entrées-sorties du modèle de simulation tout en étant peu coûteux à évaluer sur le plan du calcul [33]. Ensuite, de nombreuses tâches peuvent être exécutées en utilisant métamodèle construit et le coût de calcul devient beaucoup moins coûteux grâce à l'utilisation d'un métamodèle peu coûteux en évaluation.

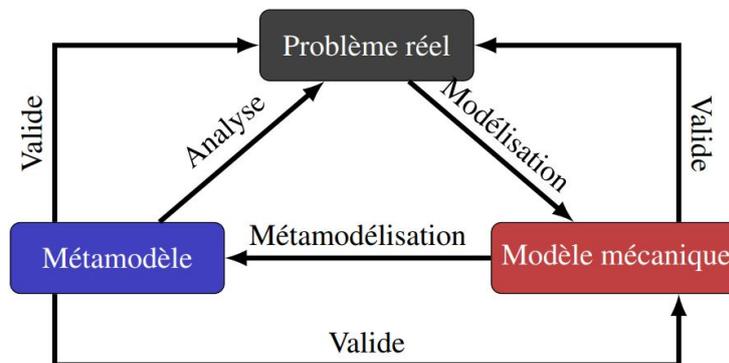


FIGURE 2.2 Positionnement du métamodèle au sein du contexte de la modélisation du réel [65].

Comme l'illustre la figure 2.2, le métamodèle s'intègre dans une approche de modélisation du réel. À ce titre, il est important de garder à l'esprit que l'on cherche à construire une approximation permettant une analyse valide du problème réel qui passe par le fait que l'approximation doit assurer une bonne représentativité de la fonction « réelle » obtenue par le simulateur.

Dans la suite, le principe de construction d'un métamodèle sera rappelé, puis les différentes étapes qui le composent seront évoquées. Quelques méthodes d'échantillonnage de l'espace des paramètres et quelques métamodèles classiques seront en particulier détaillés.

2.4.1 Notations et mise en œuvre d'un métamodèle

La métamodélisation s'intéresse à la construction de modèles mathématiques pour décrire les relations entre un échantillon de points (entrées) et de réponses (sorties) que l'on nommera **échantillon d'apprentissage** E_a , l'ensemble de réponses est obtenu en exécutant le modèle de simulation sur l'ensemble de variables d'entrée soigneusement choisies. Habituellement les modèles de simulation génèrent de multiples (un site) réponses (sorties), et le métamodèle peut être construit pour chacune des sorties. Sans perte de généralité, une seule réponse est considérée dans la suite de description.

Soit \mathbf{x} un site choisi dans l'espace de conception \mathcal{D} ($\mathcal{D} \subset \mathbb{R}^{n_p}$ où n_p est la dimension du problème). Dans la suite, un point de la base d'apprentissage sera noté $\mathbf{x}^{(k)}$ avec $k \in [1, n_s]$, et $\mathbf{x}^{(0)}$ désigne le point courant de l'espace de conception où l'on souhaite obtenir la valeur approchée de la fonction objectif.

$$E_a = \{ \mathbf{x}^{(1)}, y_1, \mathbf{x}^{(2)}, y_2, \dots, \mathbf{x}^{(n_s)}, y_{n_s} \} \text{ où } \forall i \in [1, n_s], \quad y_i = y(\mathbf{x}^{(i)}) \quad (2.12)$$

De manière générale, l'élaboration d'un métamodèle nécessite un échantillon d'apprentissage E_a et un choix de fonctions supports et de paramètres qui sont des éléments spécifiques au type de métamodèle et ne sont pas toujours nécessaires. Par ailleurs, en plus de la réponse approchée, certains métamodèles fournissent une estimation de qualité globale ou locale (soit sur l'ensemble de l'approximation créée soit en un site donné $\mathbf{x}^{(0)}$). Ces éléments sont présentés schématiquement dans la figure 2.3.

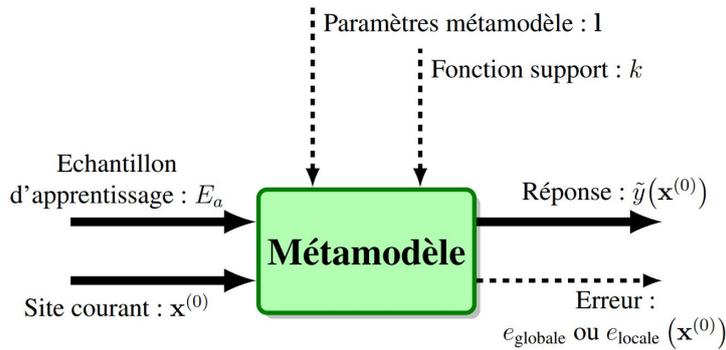


FIGURE 2.3 Représentation schématique d'un modèle de substitution [65].

\tilde{y} est l'approximation, fournie par le métamodèle, de la fonction objectif y et l est un vecteur qui contient l'ensemble des paramètres l_i du métamodèle, ces paramètres ainsi que les fonctions support du métamodèle sont déterminées à travers des procédures spécifiques.

le problème général de construction d'un métamodèle est une démarche qui fait appel à plusieurs techniques issues de divers champs scientifiques. Cette démarche (cf. FIGURE 2.4) peut être résumée dans les étapes suivantes :

- **Plan d'expérience** : C'est une procédure d'échantillonnage qui permet d'obtenir un ensemble de points $\mathbf{x}^{(i)}$ de l'espace de conception \mathcal{D} . Les plans d'expériences sont générés par plusieurs méthodes qui seront rappelées dans la section 2.4.2.
- **Évaluation des réponses exactes** : C'est la procédure qui permet de finaliser la deuxième partie de la base d'apprentissage E_a , cette phase fait appel au modèle mécanique pour calculer les réponses de la fonction objectif aux points obtenus soit par la stratégie de tirages (plans d'expériences) soit par la procédure d'enrichissement.
- **Construction du métamodèle** : C'est la phase principale dans la démarche d'élaboration. Elle nécessite l'emploi de méthodologies spécifiques au métamodèle utilisé. La plupart du temps, lors de la phase de construction, un certain nombre d'opérateurs est construit et ces derniers restent constants lors de l'évaluation du métamodèle (c'est-à-dire pour obtenir $\tilde{y}(\mathbf{x}^{(0)})$ où $\mathbf{x}^{(0)}$ est un point quelconque de \mathcal{D}). Cette phase de construction peut s'avérer particulièrement longue pour certains métamodèles.
- **Validation** : Il s'agit d'un test de convergence du métamodèle. La validation permet de mesurer l'écart entre les réponses du métamodèle et celles du modèle exact en quelques points. Cette phase permet de prendre décision si le métamodèle est bon ou pas et dans le cas où l'approche considérée intègre une procédure d'enrichissement, ce test peut être employé comme critère de décision sur poursuite ou non de l'ajout de nouveaux points pour construire le métamodèle.
- **Enrichissement** : C'est une procédure qui permet d'ajouter des nouveaux sites dans la base d'apprentissage. Cet ajout peut être réalisé sur le plan d'expérience existant (manque de site dans une zone de l'espace de conception) ou en utilisant de façon pertinente les informations fournies par le métamodèle (en employant un indicateur d'enrichissement basé sur la réponse du métamodèle voire un indicateur d'erreur fourni par celui-ci).

Une fois le métamodèle construit, il est alors utilisable et peut fournir à coût extrêmement faible des réponses approchées en n'importe quel point de l'espace de conception.

2.4.2 Plans d'expérience et échantillonnage de l'espace des paramètres

La première étape dans la procédure de construction d'un métamodèle consiste à choisir un site x_i (plan d'expérience) de l'espace de conception et des réponses y_i correspondantes, cet

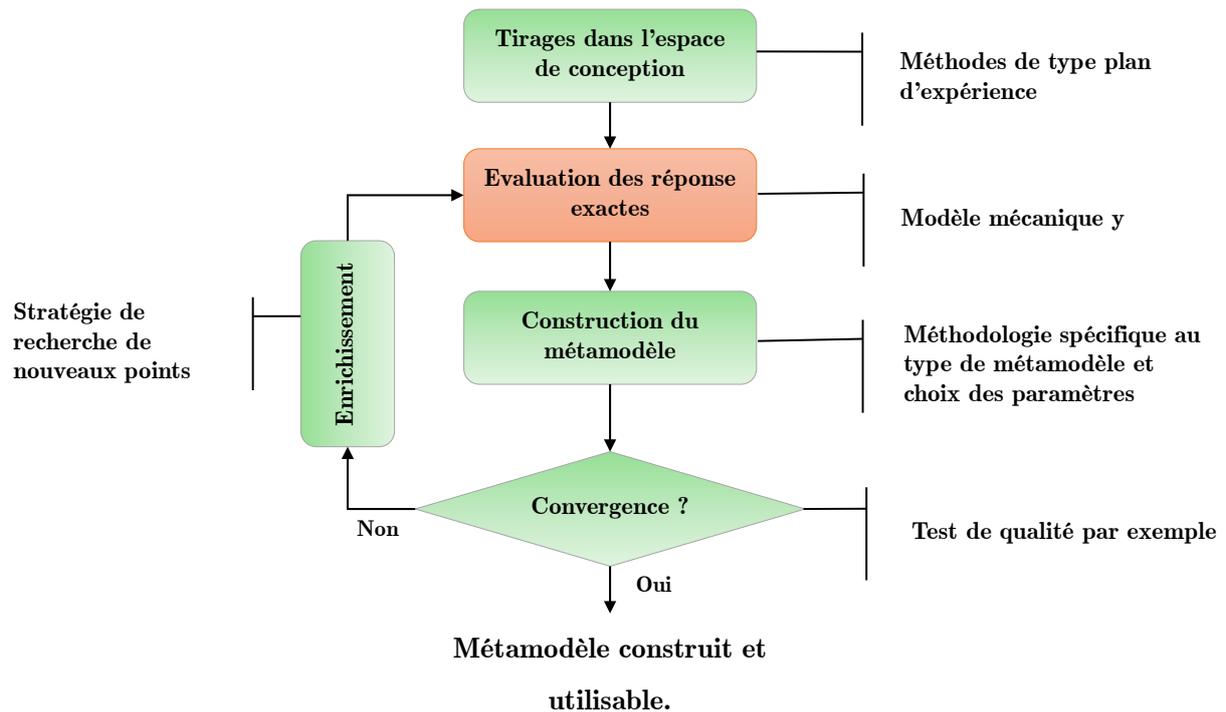


FIGURE 2.4 Schéma du processus d'élaboration d'un métamodèle.

ensemble forme l'échantillon d'apprentissage dont l'obtention est une problématique de recherche à part entière. Les plans d'expériences (en anglais, design of experiments ou DOE) sont introduits initialement pour le traitement de données expérimentales [76, 100], dans le but de minimiser le nombre de manipulations tout en étant capable d'évaluer ou tout du moins de contrôler l'erreur dite de répétabilité, de quantifier l'influence d'un paramètre sur la réponse du modèle ainsi que celle de l'interdépendance entre les paramètres. Dans le présent travail l'objectif des plans numériques est de fournir un bon échantillonnage de l'espace dans le but d'obtenir une meilleure représentabilité de fonction objectif qu'on souhaite approcher par le métamodèle. Les échantillons doivent nous permettre de tirer le maximum d'information du modèle mécanique, Plus précisément les échantillons doivent satisfaire les critères suivants [35] :

- approcher l'orthogonalité des différents paramètres de conception ;
- remplir l'espace de conception, c'est-à-dire que les échantillons doivent former un sous ensemble représentatif de l'espace où varient les paramètres ;
- être obtenus de manière efficace même lorsque le nombre de paramètres est important ;
- assurer l'obtention d'un maximum d'effets d'interactions ;
- être obtenus facilement.

Dans les domaines de fiabilité et d'optimisation, le but est de construire un métamodèle qui donne une bonne représentation de la fonction ou le modèle numérique réel. Pour cela on cherchera

à employer des méthodes d'échantillonnage qui assure une bonne couverture de l'espace de conception et également une bonne uniformité. Les méthodes d'échantillonnage existantes peuvent être classées en trois catégories principales :

- les méthodes de remplissage de l'espace ;
- les méthodes basées sur des critères statistiques ;
- les méthodes basées sur des critères déterministes.

2.4.2.1 Plans d'expérience usuels

Dans cette partie, les plans d'expérience « standards » introduits principalement pour des applications de type surfaces de réponse seront brièvement rappelés. Parmi ceux-ci, on retrouve :

- **Plans factoriels complets** (cf. FIGURE 2.5) qui consistent à remplir l'espace de conception à l'aide d'une grille régulière. Ces plans présentent l'avantage d'offrir un très bon remplissage de l'espace. Ce remplissage n'est cependant valable que pour de faibles dimensions (2 ou 3). En effet, le nombre d'échantillons n_s augmente rapidement avec le nombre de niveaux k choisis par paramètres et la dimension n_p du problème ($n_s = k^{n_p}$). Il peut par ailleurs conduire à de nombreuses informations redondantes lorsque la fonction y est indépendante de certains paramètres.

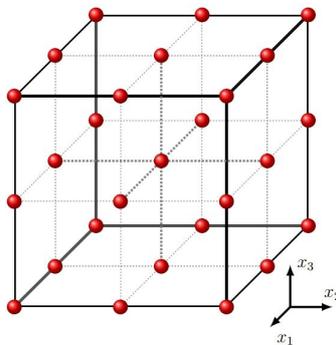


FIGURE 2.5 Plan factoriel complet 3^3 (27 points) [65].

- **Plans factoriels fractionnaires** (cf. FIGURE 2.6) qui consiste à prendre des sous-ensembles de plans factoriels complets. Ils permettent une réduction du nombre de simulations mais des problèmes d'alignement persistent.

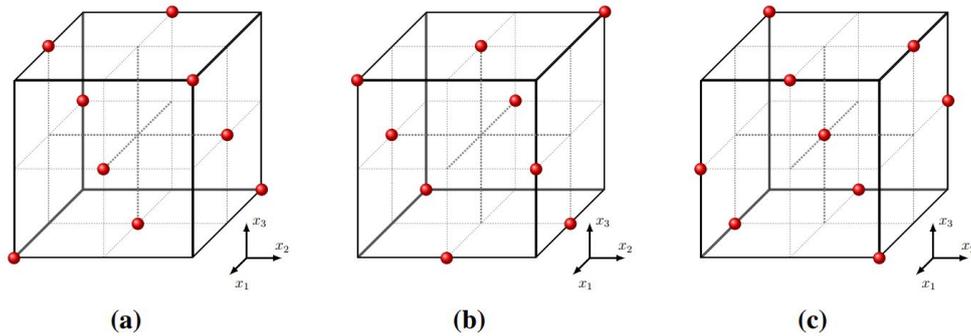


FIGURE 2.6 Plans fractionnaires issus du plan complet 3^3 [65].

- **Plans composites** (cf. FIGURE 2.7) qui cherchent à améliorer certaines propriétés des plans factoriels à deux niveaux. Leur construction s'appuie sur un plan factoriel complet ou fractionnaire et ajoute de nouveaux points. Ces plans d'expérience ont été proposés pour approcher des surfaces de réponse de degré 2. Cependant, ils ne présentent ni un bon remplissage de l'espace, ni surtout une bonne répartition des points. Par ailleurs, le nombre de simulations augmente de façon importante avec le nombre de paramètres.

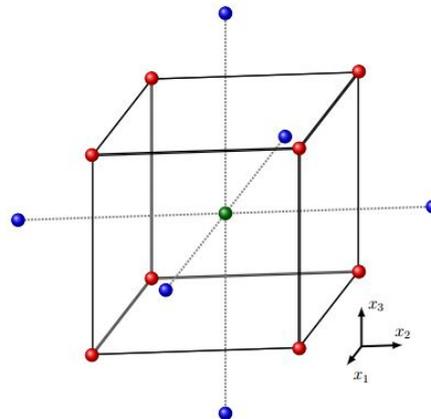


FIGURE 2.7 Plan composite centré pour 3 paramètres et 2 niveaux [65].

- **Plans de Box-Behnken** (cf. FIGURE 2.8) où chaque paramètre ne peut prendre que trois valeurs (trois niveaux). Les tirages obtenus correspondent au milieu des arêtes de l'hypercube formé par l'espace des paramètres \mathcal{D} . À ces points vient s'ajouter le point central de l'hypercube.

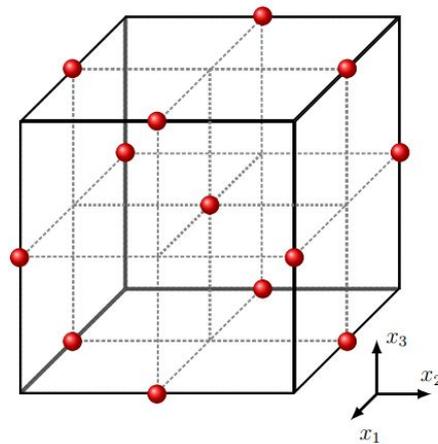


FIGURE 2.8 Plan de Box-Behnken pour 3 paramètres [65].

2.4.2.2 Méthodes de remplissage de l'espace (Space Filling Design)

L'idée principale des méthodes de remplissage de l'espace, appelées en anglais Space Filling Design, est d'avoir un bon compromis entre le nombre de sites fournis par la méthode, le remplissage de l'espace et l'uniformité de ces sites.

- **Méthode Hypercube Latin (LHS) :**

L'échantillonnage hypercube latin (en anglais Latin Hypercube Sampling ou LHS) est l'une des méthodes les plus utilisées dans les plans d'expériences. En particulier, un exemple d'une grille carrée, contenant les points d'échantillonnage possibles, est un carré latin s'il n'y a qu'un seul échantillon dans chaque ligne et chaque colonne. La méthode LHS est une généralisation de ce concept pour une dimension n arbitraire.

En pratique, pour créer un échantillonnage LHS d'une fonction de k variables, la plage de chaque variable est divisée en n intervalles également probables, ensuite les n points de l'échantillonnage sont dessinés de telle sorte qu'un hypercube latin soit créé.

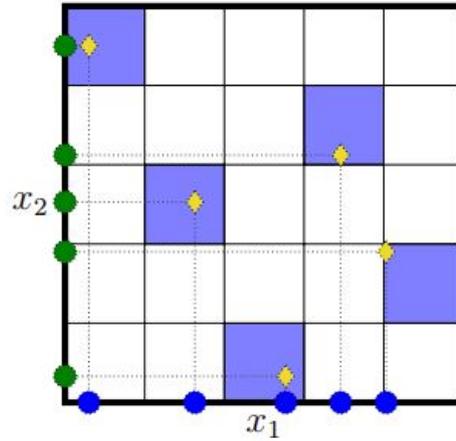


FIGURE 2.9 Exemple de 5 sites obtenus par LHS [65].

Au cours de la phase exploratoire, il est important de s'assurer que le plan d'expérience crée couvre adéquatement le domaine expérimental dans le but de tirer le maximum d'informations du domaine en utilisant un nombre limité de points. Par conséquent, les praticiens utilisent certains critères pour étudier la distance entre les points pour évaluer dans quelle mesure la distribution est proche d'une distribution uniforme. Parmi les critères qui peuvent être utilisés pour caractériser la distribution des points dans le domaine expérimental, deux catégories peuvent être identifiées, des critères qui sont calculés directement à l'aide de la distance entre les paires de points et des critères d'écart (discrepancy measures) qui ont pour objectif de quantifier comment la distribution des points s'écarte d'une distribution parfaitement uniforme. mindist est une mesure de distance qui retourne la distance minimale entre deux points du plan d'expérience. Une petite valeur de mindist signifie qu'il y a une paire de points qui sont proches, tandis qu'une grande valeur signifie que les points sont bien répartis dans le domaine expérimental. La maximisation du critère des mindistes est appelée critère de maximin. Ce critère est couramment utilisé pour optimiser la conception des hypercubes latins afin d'assurer de meilleures propriétés de remplissage de l'espace.

2.4.3 Différents types de métamodèles

Une fois le plan d'expérience est choisi ainsi que l'ensemble des cofacteurs est défini par ce dernier, l'étape qui suit consiste à construire un métamodèle qui décrit la relation entre les entrées et les sorties. Généralement les n échantillons, de dimension d , tiré du plan d'expérience, peuvent être représentés par une matrice X de dimension $n \times d$ et leur réponse par un vecteur Y .

$$X = \begin{bmatrix} x^{(1)} \\ \vdots \\ x^{(n)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1^{(1)} & \dots & x_d^{(1)} \\ \vdots & \dots & \vdots \\ x_1^{(n)} & \dots & x_d^{(n)} \end{bmatrix}, \quad y = \begin{bmatrix} y^{(1)} \\ \vdots \\ y^{(n)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f(X^{(1)}) \\ \vdots \\ f(X^{(n)}) \end{bmatrix} \quad (2.13)$$

où

$x^{(i)}$, $i = 1, \dots, n$ est le $i^{\text{ième}}$ échantillon, composé de de d variables,

$x_{(j)}^{(i)}$, $i = 1, \dots, n$ et $j = 1, \dots, d$ est le $j^{\text{ième}}$ composant de échantillon i .

f est une fonction qui représente le modèle numérique à remplacer par le métamodèle et $y^{(i)}$, $i = 1, \dots, n$ correspondent aux réponses du modèle numérique aux entrées $x^{(i)}$

Notre objectif est de construire un métamodèle qui peut imiter la réponse du modèle numérique couteux, et qu'on utilise ce Métamodèle comme un substitut du modèle numérique dans la prédiction des réponses de ce dernier, dans cette partie on présente les techniques de méta modélisation les plus populaires [88].

2.4.3.1 Régression polynomiale

La surface de réponse polynomiale (SRP), guidée par les séries de Taylor, est une approximation de forme polynomiale. Le nombre de terme dans SRP dépend fortement de la fonction réelle et de l'ordre de précision désiré. La SRP la plus largement utilisée est celle de second ordre, ou la surface de réponse quadratique (QRS) [50]. Le QRS d'une variable de dimension m est détaillé dans ce qui suit :

L'expression générale d'une QRS est :

$$y_s(x) = y(x) + \varepsilon \quad (2.14)$$

Où $y(x)$ est l'approximation polynomiale quadratique et ε est l'erreur aléatoire supposé être distribué suivant une loi normale de moyen zéro et de variance σ^2 .

Le prédicteur QRS $y(x)$ peut être défini comme :

$$y(x) = d_0 + \sum_{i=1}^m d_i x_i + \sum_{i=1}^m \sum_{j>1}^m d_{ij} x_i x_j + \sum_i^m d_{ii} x_i^2 \quad (2.15)$$

Où d_0, d_i, d_{ij} , et d_{ii} sont des coefficients de régressions à déterminer. Soit θ le vecteur contenant les p coefficients inconnus. Ce qui veut dire qu'on est besoin de déterminer les $p = \frac{(m+1)(m+2)}{2}$ coefficients, nécessaire pour la construction du métamodèle QRS.

L'équation 2.14 peut s'écrire sous la forme matricielle suivante :

$$y_s = X\theta \quad (2.16)$$

avec

$$y_s = [y^{(1)} \quad y^{(2)} \quad \dots \quad y^{(n)}]^T \quad (2.17)$$

$$\theta = [d_0 \quad d_1 \quad d_m \dots d_{12} \quad \dots \quad d_{[m-1]m} \quad d_{11} \quad d_{mm}]^T \quad (2.18)$$

$$X = \begin{bmatrix} 1 & x_1^{(1)} & \dots & x_m^{(1)} & x_1^{(1)} & x_2^{(1)} & \dots & x_{m-1}^{(1)} & x_m^{(1)} & (x_1^{(1)})^2 & \dots & (x_1^{(1)})^2 \\ 1 & x_1^{(2)} & \dots & x_m^{(2)} & x_1^{(2)} & x_2^{(2)} & \dots & x_{m-1}^{(2)} & x_m^{(2)} & (x_1^{(2)})^2 & \dots & (x_m^{(2)})^2 \\ \vdots & \vdots \\ 1 & x_1^{(n)} & \dots & x_m^{(n)} & x_1^{(n)} & x_2^{(n)} & \dots & x_{m-1}^{(n)} & x_m^{(n)} & (x_1^{(n)})^2 & \dots & (x_m^{(n)})^2 \end{bmatrix}. \quad (2.19)$$

Afin d'utiliser ce modèle, nous devons déterminer le vecteur θ . On va l'estimer par méthode des moindres carrés. On dispose pour cela d'un échantillon de n observations (X_i, Y_i) et on cherche le vecteur θ qui minimise l'erreur d'estimation au carré : L'estimateur des moindres carrés obtenu est :

$$\theta = (X^T X)^{-1} X^T y_s \quad (2.20)$$

Une fois le vecteur des coefficients θ est déterminé, le modèle d'approximation $y(x)$ à n'importe quel point X , hors des points du plan d'expérience, peut être prédit efficacement par l'équation 2.15. Le métamodèle SRP, résultant, ne passe pas nécessairement à travers les données d'échantillon de formation, c'est-à-dire qu'elle n'a pas nécessairement une erreur zéro lors des points de formation. C'est pourquoi les fonctions PRS sont souvent appelées fonctions d'approximation.

2.4.3.2 Le métamodèle de krigeage

Le métamodèle de krigeage est une technique de modélisation souvent utilisée dans le cadre géostatistique. Le krigeage s'apparente à un modèle linéaire avec résidus non indépendants tout en minimisant la variance de l'erreur d'estimation [61, 89], ceci menant à des interpolations.

Le but est d'exprimer un échantillon des observations $Y_i \quad i = 1, \dots, n$ en fonction d'un ensemble de données $x_i = [x_1 \quad x_2 \quad \dots \quad x_p]$ avec $x_i \in R^n$.

Le modèle de krigeage peut être considéré comme la réalisation d'un modèle de régression et d'un processus aléatoire Z , nous donnant ainsi :

$$y(x) = R(x) + Z(x) \quad (2.21)$$

Où $R(x)$ est une fonction de tendance globale, qui est généralement de forme polynômial et supposée être présentée comme une combinaison linéaire de fonctions de régression choisies (constante, linéaire, quadratique) $f_0(x), f_1(x) \dots f_{p-1}(x)$ avec des coefficients non nuls $\beta_0, \beta_1, \dots, \beta_{p-1}$.

donc :

$$R(x) = \sum_{i=0}^{p-1} \beta_i f_i(x) = f^T(x) \beta \quad (2.22)$$

Le vecteur $\beta = [\beta_0 \ \beta_1 \ \dots \ \beta_{p-1}]^T$ est l'ensemble des paramètres de la régression, et $f(x) = [f_0(x), \ f_1(x), \ f_{p-1}(x)]^T$ est le vecteur des fonctions de régression.

Le processus aléatoire Z , d'espérance nulle (krigeage simple) et de covariance entre $Z(v)$ et $Z(w)$ est donnée par :

$$\text{Cov}(Z(v), Z(w)) = \sigma^2 R(\theta, v, w) \quad (2.23)$$

Où σ^2 est la variance du processus Z et $R(\theta, v, w)$ la fonction de corrélation du paramètre θ . Ces fonctions de corrélation sont définies comme suit :

$$R(\theta, v, w) = \prod_{k=1}^m R_k(\theta_k, v_k, w_k) \quad (2.24)$$

Où v_k et w_k indique respectivement la $k^{\text{ème}}$ composant du point du plan d'expérience v et w et m est la dimension du plan d'expérience. Il existe plusieurs fonctions de corrélations dans la littérature, dont les plus appliquées sont [88] :

$$\begin{aligned} R(\theta, v, w) &= \exp(-\theta_k |v_k - w_k|) \\ R(\theta, v, w) &= \exp(-\theta_k |v_k - w_k|^2) \end{aligned} \quad (2.25)$$

Où $\theta_k (k = 1, 2, \dots, m)$ sont des paramètres de la fonction de corrélation, et $|v_k - w_k|$ et la distance absolue entre v_k et w_k , en remplaçant les expressions de l'équation 2.25 dans 2.24 on obtient :

$$\begin{aligned} R(\theta, v, w) &= \exp \left[- \sum_{k=1}^m \theta_k |v_k - w_k| \right] \\ R(\theta, v, w) &= \exp \left[- \sum_{k=1}^m \theta_k |v_k - w_k|^2 \right] \end{aligned} \quad (2.26)$$

Nous utilisons un vecteur $\theta = [\theta_1 \ \theta_2 \ \dots \ \theta_m]^T$ de dimension $m \times 1$ pour représenter les paramètres inconnus des fonctions de corrélation.

Finalement, le modèle de prédiction de krigeage pour tout point x peut se mettre sous la forme suivante :

$$\hat{y}(x) = f^T(x)\beta + r^T(x)R^{-1}(y_s - F^T\beta) \quad (2.27)$$

avec :

$f^T(x)$ est le vecteur des fonctions de régression ;

β est le vecteur des paramètres de la régression ;

$r(x)$ est le vecteur des fonctions de corrélations entre les points d'observation (équation 2.29) ;

R est une matrice de dimension $n \times n$ de l'ensemble de données (équation 2.30) ;

y_s est le vecteur des réponses observées correspondent à l'ensemble des entrées ;

F est la matrice des fonctions de régression (équation 2.28).

$(y_s - F^T\beta)$ indique le vecteur des erreurs (résidus), de l'ensemble des données lorsque le terme du processus aléatoire est éliminé.

$$F = [f^{(T)}(X^{(1)}) \quad f^{(T)}(X^{(2)}) \quad \dots \quad f^{(T)}(X^{(n)})]^T \quad (2.28)$$

$$r(x) = \begin{bmatrix} R(X, X^{(1)}) \\ R(X, X^{(2)}) \\ \vdots \\ R(X, X^{(n)}) \end{bmatrix} \quad (2.29)$$

$$R(x) = \begin{bmatrix} R(X^{(1)}, X^{(1)}) & R(X^{(1)}, X^{(2)}) & \dots & R(X^{(1)}, X^{(n)}) \\ R(X^{(2)}, X^{(1)}) & R(X^{(2)}, X^{(2)}) & \dots & R(X^{(2)}, X^{(n)}) \\ \vdots & \dots & \dots & \dots \\ R(X^{(n)}, X^{(1)}) & R(X^{(n)}, X^{(2)}) & \dots & R(X^{(n)}, X^{(n)}) \end{bmatrix} \quad (2.30)$$

Pour construire le métamodèle de krigeage, il faut déterminer les coefficients de régression β les paramètres de corrélation θ ainsi que la variance du processus aléatoire σ^2 , pour se faire la méthode du maximum de vraisemblance est utilisée.

Le métamodèle de krigeage suppose que les observations (réponse) sont obtenues à partir d'un processus gaussien, les réponses aux sites d'échantillonnage sont considérées comme des fonctions aléatoires, corrélées avec la fonction de vraisemblance correspondante donnée par :

$$L(\beta, \sigma^2, \theta) = \frac{1}{(2\pi\sigma^2)^{n/2} |R|^{1/2}} \times \exp \left[-\frac{(y_s - F^T \beta) R^{-1} (y_s - F^T \beta)}{2\sigma^2} \right] \quad (2.31)$$

$$\ln(L) = -\frac{n}{2} \ln(2\pi) - \frac{n}{2} \ln(\sigma^2) - \frac{1}{2} \ln |R| - \frac{(y_s - F^T \beta) R^{-1} (y_s - F^T \beta)}{2\sigma^2} \quad (2.32)$$

Nous obtenons le maximum de vraisemblance par dérivation de l'équation 2.32 par rapport à β et σ^2 .

ainsi :

$$\hat{\beta} = (F^T R^{-1} F)^{-1} F^T R^{-1} y_S \quad (2.33)$$

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{1}{n} (y_s - F^T \hat{\beta})^T R^{-1} (y_s - F^T \hat{\beta}) \quad (2.34)$$

En remplaçant les équations 2.33 et 2.34 dans l'équation 2.32 nous obtenons :

$$\ln(L) = -\frac{n}{2} \ln(2\pi) - \frac{n}{2} \ln(\hat{\sigma}^2) - \frac{1}{2} |R| \quad (2.35)$$

Finalement, l'estimateur $\hat{\theta}$ du vecteur θ est obtenu par maximisation de l'équation 2.35 sous la contrainte $\theta_L > 0, L = 1, 2, \dots, m$, autrement dit le vecteur θ est obtenu par résolution d'un problème d'optimisation suivant :

$$\begin{cases} \text{Max}_{\theta} L(\theta) \\ \text{s.c. } \theta_l > 0, l = 1, 2, \dots, m \end{cases} \quad (2.36)$$

Ce problème d'optimisation peut être résolu numériquement, Des méthodes de recherche de l'optimum global, comme l'algorithme génétique, donne de bons résultats.

Une fois l'estimateur θ est obtenu, $\hat{\beta}$ et $\hat{\sigma}^2$ sont obtenu à partir des équations 2.33 et 2.34.

Finalement, tous les inconnus nécessaires à la construction du modèle de krigeage sont déterminés et le modèle peut être complètement construit. La prédiction par le métamodèle peut être estimée par l'équation 2.27

2.4.3.3 Réseaux à fonctions de bases radiales (RBF)

Appelées aussi réseaux de neurones à fonctions radiales de base, sont des réseaux de neurones qui utilisent des bases radiales comme des fonctions d'activation (cf. FIGURE 2.10).

Les RBF sont composées de trois couches principales : une couche d'entrée, une couche cachée composée de fonctions noyaux et une couche de sortie [105], dont les neurones sont généralement animés par une fonction d'activation linéaire.

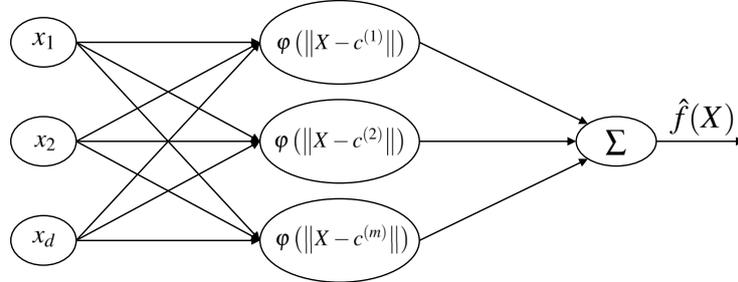


FIGURE 2.10 Structure du métamodèle RBF.

Chaque neurone de la couche cachée réalise une fonction noyau. Ces neurones calculent la distance de l'entrée X à leurs noyaux $c^{(i)}$ et répondent par une activation en proportion de cette distance. Le modèle prédicteur RBF pour tout point X est donné par une combinaison des fonctions de bases radiales :

$$f(X) = \sum_{i=1}^m w_i \varphi(\|X - c^{(i)}\|) \quad (2.37)$$

avec w_i est le poids du $i^{\text{ème}}$ fonction de base radial.

Les fonctions de base non-paramétrique les plus utilisées [70] sont :

- Linéaire : $\varphi(r) = r$
- Cubique : $\varphi(r) = r^3$
- Spline de plaque fine : $\varphi(r) = r^2 \ln(r)$

Des fonctions de base paramétrique peuvent être utilisées pour améliorer les propriétés de généralisation du modèle :

- Multi-quadratique : $\varphi(r) = (r^2 + \sigma^2)^{1/2}$
- Gaussien : $\varphi(r) = e^{-r^2/(2\sigma^2)}$
- Inverse multi quadratique : $\varphi(r) = (r^2 + \sigma^2)^{-1/2}$

Après le choix des fonctions de base à utiliser (paramétrique ou non-paramétrique), le vecteur des poids $W = [w_1, \dots, w_m]^T$ peut être évalué via la condition d'interpolation [34]. Avec $X = [X^{(1)}, \dots, X^{(n)}]^T$ est l'ensemble des données d'apprentissage et $y = [y^{(1)}, \dots, y^{(n)}]^T$ leur réponses correspondante. La condition d'interpolation peut s'écrire sous forme matricielle suivante :

$$\varphi W = y \quad (2.38)$$

avec

$$\varphi = \begin{bmatrix} \varphi \left(\left\| X^{(1)} - c^{(1)} \right\| \right) \varphi \left(\left\| X^{(1)} - c^{(2)} \right\| \right) \dots \varphi \left(\left\| X^{(1)} - c^{(m)} \right\| \right) \\ \varphi \left(\left\| X^{(2)} - c^{(1)} \right\| \right) \varphi \left(\left\| X^{(2)} - c^{(2)} \right\| \right) \dots \varphi \left(\left\| X^{(2)} - c^{(m)} \right\| \right) \\ \vdots \\ \varphi \left(\left\| X^{(n)} - c^{(1)} \right\| \right) \varphi \left(\left\| X^{(n)} - c^{(2)} \right\| \right) \dots \varphi \left(\left\| X^{(n)} - c^{(m)} \right\| \right) \end{bmatrix} \quad (2.39)$$

A noter que si $m = n$ les noyaux des fonctions de bases coïncident avec les données d'apprentissages, $C^{(i)} = X^{(i)}$, $i = 1, \dots, n$, φ est une matrice carrée ordinaire, et le système a une solution unique.

$$W = \varphi^{-1}y \quad (2.40)$$

2.4.3.4 Autres métamodèles

De plus des métamodèles cités précédemment, d'autres techniques de métamodélisation y compris les réseaux de neurones, le modèle MARS (multivariate adaptative regression splines [36], le modèle PolyMARS (polychotomous regression based on MARS [62]) peuvent être trouvées dans la littérature.

2.4.4 Validation

Le type de métamodèle, sa qualité et la quantité de données sont des paramètres qui affectent la précision d'un métamodèle. Avant la phase d'exploitation, le métamodèle construit doit être validé. Dans le cas où l'objectif est de remplacer la fonction objectif par un métamodèle global, les deux méthodes les plus utilisées pour évaluer la précision d'un métamodèle sont les mesures d'erreur et la validation croisée. Ces deux méthodes sont détaillées dans le quatrième chapitre. Autrement, la validation ou l'évaluation de la qualité du métamodèle dépend des informations souhaitées de l'évaluation de la fonction objectif originale.

2.5 CMA-ES assistée par le krigeage

En résumé, une bonne gestion de l'utilisation du métamodèle avec prudence pour le maintenir en haute qualité au cours du processus d'optimisation constitue le principal atout de l'utilisation de métamodèle avec des algorithmes de stratégies évolutives. Dans cette section, la gestion et la qualité du métamodèle seront abordées et les éléments de l'algorithme CMA-ES assisté par krigeage (KA-CMA-ES) seront présentés [51].

2.5.1 Gestion et mesure de la qualité du krigeage

2.5.1.1 Gestion du krigeage

Dans le calcul évolutionnaire, l'utilisation du métamodèle pour approcher la fonction objectif n'est pas aussi simple qu'on pourrait le supposer. Son utilisation soulève deux grandes préoccupations.

- la convergence de l'algorithme évolutionnaire vers l'optimum global de la fonction objectif doit être assurée.
- le coût de calcul de l'algorithme évolutionnaire, qui est le principal but derrière l'application du métamodèle, devrait être réduit autant que possible [52, 56].

L'un des principaux problèmes pour remplacer la fonction objective par un métamodèle global est qu'il est très difficile de construire un métamodèle précis qui puisse se rapprocher efficacement de la fonction originale, il peut arriver que l'algorithme évolutionnaire converge vers un faux optimum [53]. Pour éviter ce problème, le métamodèle et la fonction originale doivent être utilisés conjointement (en parallèle) ; cela signifie que dans le calcul, la fonction objectif originale est utilisée pour évaluer tous les individus d'une génération (génération contrôlée) ou certains des individus (individu contrôlé) [52]. Cette technique est le principal enjeu de la gestion du métamodèle, qui se divise généralement en trois approches principales.

- La première est ce qu'on appelle "**l'évolution sans contrôle**", où le métamodèle est supposé être de haute qualité et où aucun individu ou génération n'est contrôlé, c'est-à-dire que la fonction objectif originale n'est pas utilisée dans le calcul évolutionnaire.
- La deuxième est "**le Contrôle d'évolution fixe**", où la fréquence du contrôle d'évolution est fixe. Pour ce faire, il existe généralement deux approches, l'une est le contrôle basé sur les individus [55, 56], la seconde est le contrôle basé sur la génération [55, 56].
- La dernière approche est ce qu'on appelle "**le contrôle adaptatif de l'évolution**" où le contrôle de l'évolution dépend de la qualité du métamodèle.

2.5.1.2 Mesure de la qualité du krigeage

En plus de réduction du coût de calcul, la qualité ou la fidélité du métamodèle est la problématique principale dans la construction et la mise en œuvre des métamodèles pour le calcul évolutionnaire. Par conséquent, pour mesurer la qualité du métamodèle en évitant le problème du coût de calcul, il n'est pas recommandé d'utiliser une approximation quantitative étroite pour évaluer sa qualité. Dans le calcul évolutionnaire, pour être fidèle, le métamodèle devrait plutôt permettre à l'algorithme évolutionnaire de sélectionner les meilleurs individus en termes de leurs images par la fonction objectif originale. Dans [54], plusieurs mesures de qualité ont été introduites.

Dans CMA-ES, la fonction objectif est évaluée pour chaque individu de la génération et la progression de l'algorithme est basée principalement sur le classement des individus (sélection par

classement), qui est la seule information obtenue à partir de l'évaluation de la fonction objectif. Dans ce sens, il est normal que la qualité du métamodèle soit mesurée en fonction de sa capacité à bien classer les individus de la population [86].

La **procédure de classement approximatif** (approximate ranking procedure) [86], qui peut être classée parmi les mécanismes adaptatifs de contrôle de l'évolution, est l'une des meilleures méthodes pour contrôler la qualité du métamodèle par sa capacité de classer les individus de la population sans utiliser le classement exact de la population entière.

Dans la procédure de classement approximatif, un seul individu est choisi pour être évalué par la fonction d'origine dans chaque itération, puis le métamodèle est mis à jour et le site des individus est choisi à base du métamodèle mis à jour. Cette boucle est arrêtée dans le cas où tous les individus de la génération ont été réévalués ou si le site des individus parents ne change pas. Néanmoins, dans le cas de problèmes de grande dimension ou multimodaux, la taille de la population λ est importante. En outre, la quantité d'information ajoutée à chaque itération peut entraîner des changements sans importance, même dans le cas d'un métamodèle avec de mauvaises prédictions de classement. Pour combler cette lacune, Huang [51] propose quelques modifications pour la procédure de classement approximatif originale.

- La première modification consiste à sélectionner $n_{init} = \max(1, \lfloor 0.3\lambda \rfloor)$ individus, au lieu d'un seul, à réévaluer par la fonction originale pour mettre à jour le métamodèle. Notamment, plus d'informations seront ajoutées par ce changement.
- La deuxième modification est que, dans la boucle d'itération de la procédure de classement approximatif, la taille du lot (batch size) $n_b = \max(1, \lfloor \lambda/10 \rfloor)$ proportionnelle à λ est utilisé.

L'objectif principal de la procédure de classement approximatif est de déterminer le nombre d'individus à contrôler dans chaque génération. Cependant, les individus sont sélectionnés pour être évalués par la fonction objectif en fonction de leur classement approximatif (classement par le métamodèle) et ensuite ajoutés à l'ensemble d'entraînement \mathcal{T} , puis cette opération est répétée jusqu'à ce que la sélection des individus parents par le métamodèle reste inchangée dans deux itérations successives. Dans l'algorithme 1, n_b est un lot d'individus à évaluer à chaque itération de la procédure de classement approximatif et la taille du lot utilisé est $n_b = \lfloor \lambda/10 \rfloor$ [60].

2.5.2 Algorithme KA-CMA-ES

Dans cette étude, la stratégie d'évolution assistée par métamodèle utilise l'intégration du métamodèle de krigeage dans l'algorithme CMA-ES en utilisant la procédure de classement approximatif comme méthode de contrôle de la qualité du métamodèle.

Le krigeage choisi utilise une fonction de corrélation gaussienne et des fonctions de base quadratiques. Ainsi, pour construire un métamodèle de krigeage, il y a n_k points requis, qui représente le nombre de paramètres libres dans la fonction de base quadratique. $n_k = p = \frac{1}{2}(n+1)(n+2)$. Par

Algorithme 1 Procédure de classement approximatif (Approximate Ranking Procedure)

-
- 1: Approximer : construire $\hat{f}(x)$ basé sur le site d'entraînement \mathcal{T} et prédire $\hat{f}(x_k)$, $k = 1, \dots, \lambda$
 - 2: Classer et déterminer le site des individus parents $\mathcal{P}_1 \equiv \left\{ x_{i:\lambda}^{(g+1)} \right\}_{i=1}^{\mu}$
 - 3: Évaluer f (fonction originale) en n_b meilleurs individus (évaluation par la fonction d'origine) et ajouter l'ensemble à \mathcal{T}
 - 4: **pour** $n_{ic} = 2$ *to* (λ/n_b) **faire**
 - 5: Approximer : construire $\hat{f}(x)$ basé sur \mathcal{T} et prédire $\hat{f}(x)$, $k = 1, \dots, \lambda$
 - 6: Classer et déterminer le site des individus parents $\mathcal{P}_{n_{ic}} \equiv \left\{ X_{i:\lambda}^{(g+1)} \right\}_{i=1}^{\mu}$
 - 7: **si** $\mathcal{P}_{n_{ic}-1} \neq \mathcal{P}_{n_{ic}}$ **alors**
 - 8: (le site des individus parents a changé)
 - 9: évaluer f des n_b meilleurs individus non évalués et ajouter à \mathcal{T}
 - 10: **sinon**[(le site des individus parents reste inchangé)]
 - 11: (sortir de la boucle)
 - 12: **fin si**
 - 13: **fin pour**
-

conséquent, la procédure de classement approximatif sera effectuée dans le cas où le nombre de points requis est assuré, autrement, le nombre de points $|\mathcal{T}|$ dans l'ensemble d'entraînement est supérieur ou égal à n_k .

Le site des données d'entraînement \mathcal{T} , contient tous les individus évalués précédemment. Cependant, il n'est pas nécessaire d'utiliser tous les points évalués précédemment comme site d'entraînement, car le temps de calcul pour construire un métamodèle augmente avec le nombre de points de formation $|\mathcal{T}|$ [14]. Dans l'algorithme CMA-ES basé sur le krigeage, l'objectif principal du métamodèle construit est de prédire les valeurs, par la fonction objectif, des individus (population) de la génération actuelle, il est donc raisonnable de choisir la population actuelle comme site d'entraînement. Pour l'algorithme CMA-ES, où la distribution multi-normale est utilisée, la distance mahalanobis $\Delta_{x_i}^2 = (x_i - m^{(g)})^T \left((\sigma^{(g)})^2 C^{(g)} \right)^{-1} (x_i - m^{(g)})$, est convenable pour sélectionner l'ensemble de données de formation [84]. L'expression Mahalanobis donne la distance entre chaque point évalué et la moyenne courante $m^{(g)}$. Enfin l'ensemble de formation (d'entraînement) peut être déterminé comme suit :

$$\mathcal{T} \leftarrow \left\{ (x, f) \in \mathcal{S} \mid \Delta_x^2 \leq \chi_n^2(p) \right\} \quad (2.41)$$

Où \mathcal{S} est un archive contenant tous les points évalués précédemment, et $\chi_n^2(p)$ est la fonction quantile pour la probabilité p de la distribution du chi carré avec n degrés de liberté. Il se pourrait que $|\mathcal{T}| \leq n_k$ même si le nombre de données de formation $|\mathcal{S}|$ est supérieur ou égal à n_k . Dans ce cas, les n_k points requis sont sélectionnés dans l'archive \mathcal{S} en modifiant la fonction quantile $\chi_n^2(p)$ par r_{n_k} , les n_k points de \mathcal{S} qui ont la plus petite distance de mahalanobis. Par conséquent, l'ensemble de formation \mathcal{T} peut être sélectionné comme suit :

$$\mathcal{T} \leftarrow \{(x, f) \in \mathcal{S} \mid \Delta_x^2 \leq r^2\} \quad (2.42)$$

Où

$r^2 = \max(\chi_n^2(p), n_k)$. Enfin, le problème a été contourné et l'algorithme 2 présente l'algorithme CMA-ES assisté par le métamodèle de krigeage.

Algorithme 2 CMA-ES assisté par krigeage (kriging-assisted CMA-ES "KA-CMA-ES")

Initialiser chemin de l'évolution $p_\sigma^{(0)} = 0$, $p_c^{(0)} = 0$, la matrice de covariance $C^{(0)} = I$, la largeur de pas $\sigma^{(0)}$ et les paramètres de sélection selon [45].

Initialiser le vecteur moyen $m^{(0)}$ à un candidat au hasard (random candidate)

$g \leftarrow 0$

tant que Le critère de convergence n'est pas satisfait **faire**

$x_k^{(g+1)} = m^{(g)} + \sigma^{(g)} \mathcal{N}(0, C^{(g)})$ for $k = 1, \dots, \lambda$

$\mathcal{T} \leftarrow \{(x, f) \in \mathcal{S} \mid (x - m^{(g)})^T \left((\sigma^{(g)})^2 C^{(g)} \right)^{-1} (x - m^{(g)}) \leq r^2\}$

si $|\mathcal{T}| < n_k$ **alors**

\hookrightarrow **Évaluation par la fonction original**

$f_k \leftarrow f(x_k^{(g+1)})$ $k = 1, \dots, \lambda$

$\mathcal{S} = \mathcal{S} \cup \{(x_k^{(g+1)}, f_k)\}_{k=1}^\lambda$

$\mathcal{T} \leftarrow \{(x, f) \in \mathcal{S} \mid (x - m^{(g)})^T \left((\sigma^{(g)})^2 C^{(g)} \right)^{-1} (x - m^{(g)}) \leq r^2\}$

sinon

\hookrightarrow **Évaluation basée sur le métamodèle**

 Exécuter la procédure de classement approximatif selon l'Algorithme 1.

fin si

$m^{(g+1)} = \sum_{i=1}^\mu w_i x_{i:\lambda}^{(g)}$

$p_\sigma^{(g+1)} = (1 - c_\sigma) p_\sigma^{(g)} + \sqrt{c_\sigma(2 - c_\sigma)} \mu_{eff} (C^{(g)})^{-\frac{1}{2}} \frac{m^{(g+1)} - m^{(g)}}{\sigma^{(g)}}$

$\sigma^{(g+1)} = \sigma^{(g)} \exp\left(\frac{c_\sigma}{d_\sigma} \left(\frac{\|p_\sigma^{(g+1)}\|}{E(\|\mathcal{N}(0, I)\|)} - 1\right)\right)$

$p_c^{(g+1)} = (1 - c_c) p_c^{(g)} + h_\sigma \sqrt{c_c(2 - c_c)} \mu_{eff} \frac{m^{(g+1)} - m^{(g)}}{\sigma^{(g)}}$

$C^{(g+1)} = (1 - c_1 - c_u + c_1 \delta(h_\sigma)) C^{(g)} + c_1 p_c^{(g+1)} (p_c^{(g+1)})^T \dots$

$+ c_\mu \sum_{i=1}^u w_i \left(\frac{x_{i:\lambda}^{(g+1)} - m^{(g)}}{\sigma^{(g)}}\right) \left(\frac{x_{i:\lambda}^{(g+1)} - m^{(g)}}{\sigma^{(g)}}\right)^T$

fin tant que

retourne le meilleur individu x_{best}

2.5.3 Tests numériques

Pour évaluer un algorithme de façon exhaustive, les études expérimentales sont importantes pour valider et comparer l'algorithme suggéré avec d'autres algorithmes existants sur une bonne gamme de fonctions de test. Dans [51], le KA-CMA-ES proposé utilisant l'ARP, le KA-CMA-ES utilisant

la présélection (PS) et le contrôle basé sur la génération fixe (fixed generation-based control-FGC) ont été étudiés et comparés avec l'algorithme CMA-ES pour montrer l'efficacité de l'algorithme proposé.

Pour évaluer l'algorithme proposé, on a utilisé l'ensemble des fonctions de test comprenant de nombreuses fonctions ayant des caractéristiques différentes. Le test contient un ensemble de 12 fonctions continues, qui présentent un problème d'optimisation défini comme suit :

$$\begin{cases} \min f(X), X = [x_1, x_2, \dots, x_D]^T \\ s.c X \in S = [X_{LB}, X_{UB}] \end{cases} \quad (2.43)$$

Où $f(x)$ est la fonction objectif, S est le domaine de recherche qui est défini par ses bornes inférieure et supérieure $X_{LB} \in R_D$ et $X_{UB} \in R_D$, et D est la dimension du problème.

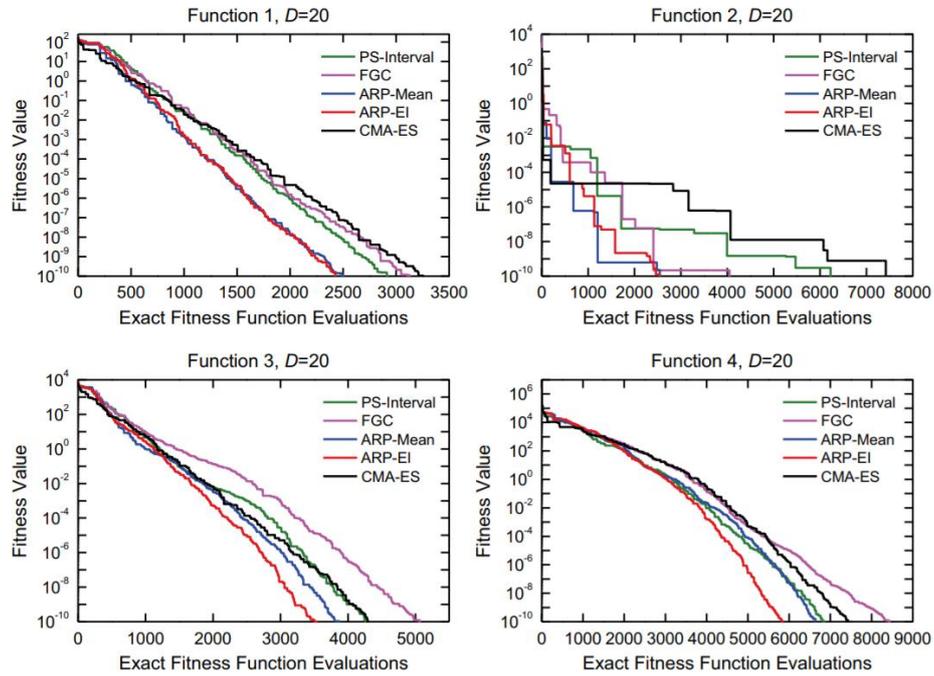
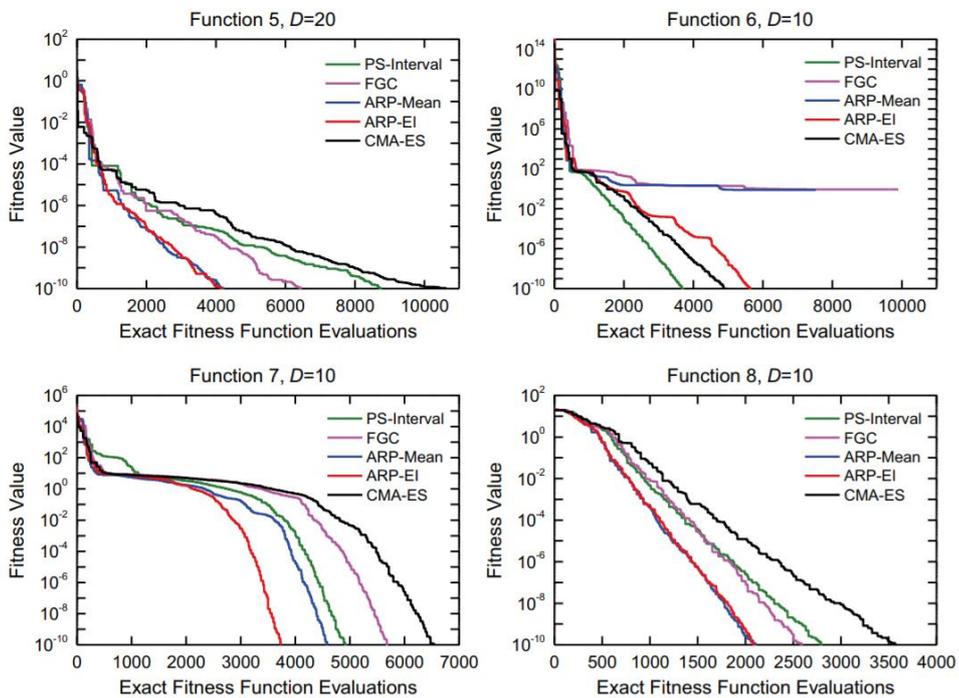
Pour la prise en compte des contraintes dans le problème, la méthode de ré-échantillonnage est adoptée, c'est-à-dire le ré-échantillonnage de toute solution infaisable en attendant que cela devienne faisable.

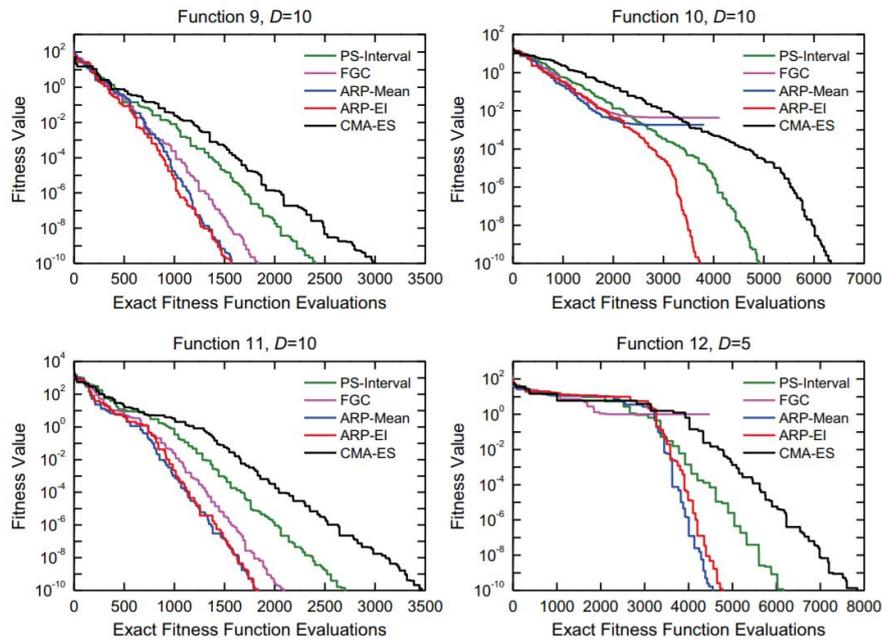
Les 12 fonctions de test sont listées dans le tableau 2.1, dans lequel $f1 \sim f7$ sont des fonctions unimodales et $f8 \sim f12$ sont des fonctions multimodales. Toutes les fonctions de test ont zéro comme optimum global, soit $f(X^*) = 0$, qui est situé à $X^* = [0, 0, \dots, 0]$ sauf la fonction de Rosenbrock, dont l'optimum est à $X^* = [1, 1, 1, \dots, 1]^T$. Dans les tests numériques, pour $f1 \sim f5$, la dimension de l'espace de recherche est $D = 20$; pour $f6 \sim f11$, $D = 10$, et $f12$ a la dimension $D = 5$.

Finalement, Chaque fonction de test avec chaque dimension peut être considérée comme un problème d'optimisation.

Fonction	Expression	Domaine
Sphere	$f_1(x) = \sum_{i=1}^D x_i^2$	$[-5, 5]^D$
Bent Cigar	$f_2(x) = x_1^2 + 10^4 \sum_{i=2}^D x_i^2$	$[-100, 100]^D$
Sum Squares	$f_3(x) = \sum_{i=1}^D (i \cdot x_i^2)$	$[-10, 10]^D$
Schwefel 1.2	$f_4(x) = \sum_{i=1}^D \left(\sum_{j=1}^D x_j^2 \right)^2$	$[-100, 100]^D$
Power Sum	$f_5(x) = \sum_{i=1}^D x_i ^{(i+1)}$	$[-1, 1]^D$
Schwefel Absolute	$f_6(x) = \sum_{i=1}^D x_i + \prod_{i=1}^D x_i $	$[-100, 100]^D$
Rosenbrock	$f_7(x) = \sum_{i=1}^D \left[100 (x_{i+1} - x_i^2)^2 - (x_i - 1)^2 \right]$	$[-5, 5]^D$
Ackley	$f_8(x) = -20 \exp \left(-0.2 \sqrt{\frac{1}{D} \sum_{i=1}^D x_i^2} \right) - \exp \left(\frac{1}{D} \sum_{i=1}^D \cos(2\pi x_i) \right) + 20 + \exp(1)$	$[-32, 32]^D$
Levy	$f_9(x) = \sin^2(\pi z_1) + \sum_{i=1}^{D-1} (z_i - 1)^2 [1 + 10 \sin^2(\pi z_i + 1)] + (z_D - 1)^2 [1 + \sin^2(\pi z_i + 1)]$	$[-10, 10]^D$
Weierstrass	$f_{10}(x) = \sum_{i=1}^{D-1} \left(\sum_{k=1}^{kmax} [a^k \cos(2\pi b^k (x_i + 0.5))] \right)$ $D \sum_{k=1}^{kmax} [a^k \cos(2\pi b^k (x_i - 0.5))]$ where $a = 0.5, b = 3, kmax = 20$	$[-0.5, 0.5]^D$
Bohachevsky	$f_{11}(x) = \sum_{i=1}^{D-1} [x_i^2 + 2x_{i+1}^2 - 0.3 \cos 3\pi x_i - 0.3 \cos 3\pi x_{i+1} + 0.7]$	$[-15, 15]^D$
Rastrigin	$f_{12}(x) = 10D + \sum_{i=1}^D [x_i^2 - 10 \cos(2\pi x_i)]$	$[-5, 5]^D$

TABLEAU 2.1 Fonctions de test pour les tests numériques

FIGURE 2.11 Courbes de convergence de $f_1 \sim f_4$ FIGURE 2.12 Courbes de convergence de $f_5 \sim f_8$

FIGURE 2.13 Courbes de convergence de $f_9 \sim f_{11}$

Les figures 2.11, 2.12 et 2.13 présentent les courbes de convergence des algorithmes KA-CMA-ES et du CMA-ES standard [51] où l'amélioration des performances de KA-CMA-ES est clairement illustrée. Les graphiques présentent la performance médiane des 25 tests pour chaque fonction. Les courbes de convergence indiquent également que le KA-CMA-ES utilisant ARP-EI converge plus rapidement parmi les autres. D'une part, l'algorithme KACMA-ES proposé utilisant ARP-EI (approximate ranking procedure) est plus efficace que le KA-CMA-ES utilisant la présélection (PS) et le contrôle de génération fixe (FG) et d'autre part, l'efficacité du CMA-ES est bien améliorée.

2.6 Conclusion

Ce deuxième chapitre met l'accent sur les stratégies évolutionnaires assistées par les métamodèles ainsi que leur intérêt dans le traitement des problèmes d'optimisation de conception, ces méthodes fournissent des caractéristiques intéressantes pour leur application dans les problèmes d'ingénieries. Les deux caractéristiques majeures sont : la possibilité de convergence vers un optimum global et la réduction du temps de calcul. Les tests numériques montrent que l'algorithme CMA-ES assisté par le métamodèle de krigeage qui utilise l'ARP (approximate ranking procedure) présente des performances élevées par rapport aux autres méthodes. Dans le chapitre suivant, les performances de cet algorithme sont exploitées et implémentées pour l'optimisation globale des joints de brasure dans les systèmes mécatroniques embarqués.

Chapitre 3

Optimisation globale des joints de brasure via l'algorithme KA-CMA-ES

Sommaire

3.1 Introduction	72
3.2 Présentation du système étudié	72
3.2.1 Cas des fils de connexion (wire bonding)	74
3.2.2 Cas des joints de brasure	74
3.3 Modèles de fatigue thermique des joints de brasure	76
3.3.1 Modèle de Coffin-Manson	77
3.3.2 Modèle de Morrow	78
3.3.3 Modèle de Coffin-Manson modifié en fréquence	79
3.3.4 Modèle Morrow modifié en fréquence	79
3.3.5 Modèle de Darveaux	80
3.4 Modélisation et analyse par la méthode des éléments finis du boîtier PQFP	81
3.4.1 Modélisation	81
3.4.2 Propriétés des matériaux	82
3.4.3 Chargement thermique	83
3.4.4 Modèle de fatigue choisi pour les joints de brasure	84

3.4.5	Résultats numériques	85
3.5	Optimisation globale des joints de brasure du boîtier PQFP	85
3.5.1	Formulation du problème	85
3.5.2	Simulations numériques	87
3.6	Conclusion	90

3.1 Introduction

La forte croissance des systèmes mécatroniques avec des dispositifs de plus en plus petits rend la fiabilité de ces systèmes un défi majeur. La plupart des défaillances des dispositifs mécatroniques sont dues à la fatigue des joints de brasure au niveau des composants électroniques. Cependant, pour répondre aux exigences de fiabilité, le composant doit être optimisé de manière fiable, la robustesse des joints de brasure doit être évaluée et leurs connexions doivent être validées. Les tests de cyclage thermique sont les essais les plus couramment utilisés pour évaluer la fiabilité thermomécanique des joints de brasure. Le but de ces essais est d'étudier l'aptitude des joints de brasure à supporter les contraintes mécaniques qui sont un mécanisme de rupture majeur pouvant entraîner une rupture par fatigue des joints de brasure [4, 48, 78, 87, 103]. Les contraintes thermomécaniques, induites par des cycles thermiques alternés [36], peuvent conduire à une déformation plastique dont l'accumulation peut provoquer une défaillance du joint de brasure et par conséquent une défaillance du système complet. Pour éviter les défaillances opérationnelles et réduire les coûts de garantie, une optimisation robuste et une validation des joints critiques doivent être effectuées dans la conception et la fabrication des dispositifs mécatroniques. La robustesse de cette validation comprend l'optimisation de la conception dans le but de maximiser le nombre de cycles de vie en fatigue des dispositifs.

Dans ce troisième chapitre, l'algorithme KA-CMAE-ES est utilisé pour optimiser les performances thermomécaniques des joints de brasure en maximisant le nombre de cycles de vie. La première partie consiste à développer un modèle numérique pour simuler le comportement thermomécanique des joints de brasure [4]. Le logiciel d'analyse par la méthode des éléments finis ANSYS [40] est l'outil utilisé pour modéliser le système. Le comportement viscoplastique des joints est pris en compte à l'aide du modèle d'Anand. La deuxième partie vise à présenter les résultats d'une simulation de la déformation inélastique due à la variation thermique et à décrire la formulation de la méthodologie d'optimisation afin d'optimiser la performance thermomécanique des joints en maximisant le nombre de cycles thermiques à la rupture.

3.2 Présentation du système étudié

Dans cette étude, le système analysé est un microcontrôleur plastique de type "Plastic Quad Flat Package" (PQFP), c'est un composant de grandes dimensions (40 mm par 28 mm) et de pas de broche très fin (0,5 mm) (cf. FIGURE 3.2). Ce type de composant est implémenté dans plusieurs nomenclatures telle que celle des unités de contrôle moteur dans les automobiles. Le risque redouté pour ce composant au cours de la vie du dispositif mécatronique est l'ouverture des joints de brasure connectant électriquement les broches du composant au circuit imprimé la contrainte déclenchant le mécanisme de défaillance est l'accumulation de cycles de variation de température. Le mécanisme de défaillance est la fissuration du joint de brasure par fatigue causée par les cycles de contraintes thermomécaniques dans le matériau de ce joint et dans ses interfaces.

La figure 3.1 présente l'emplacement du microcontrôleur PQFP dans le système mécatronique (automobile), et le mécanisme de défaillance du composant de base qui cause la panne du système complet

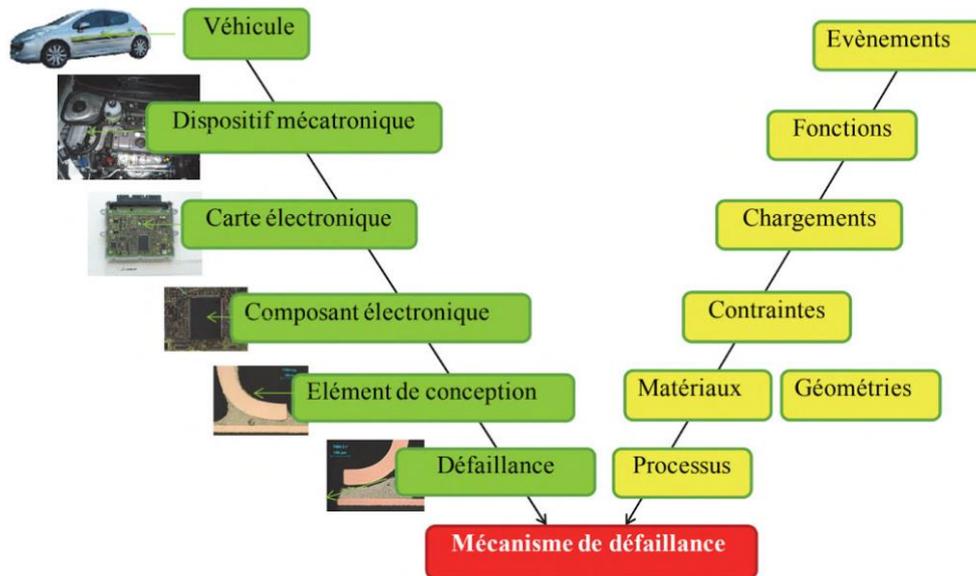


FIGURE 3.1 Schéma du composant dans son systèmes mécatronique [27].

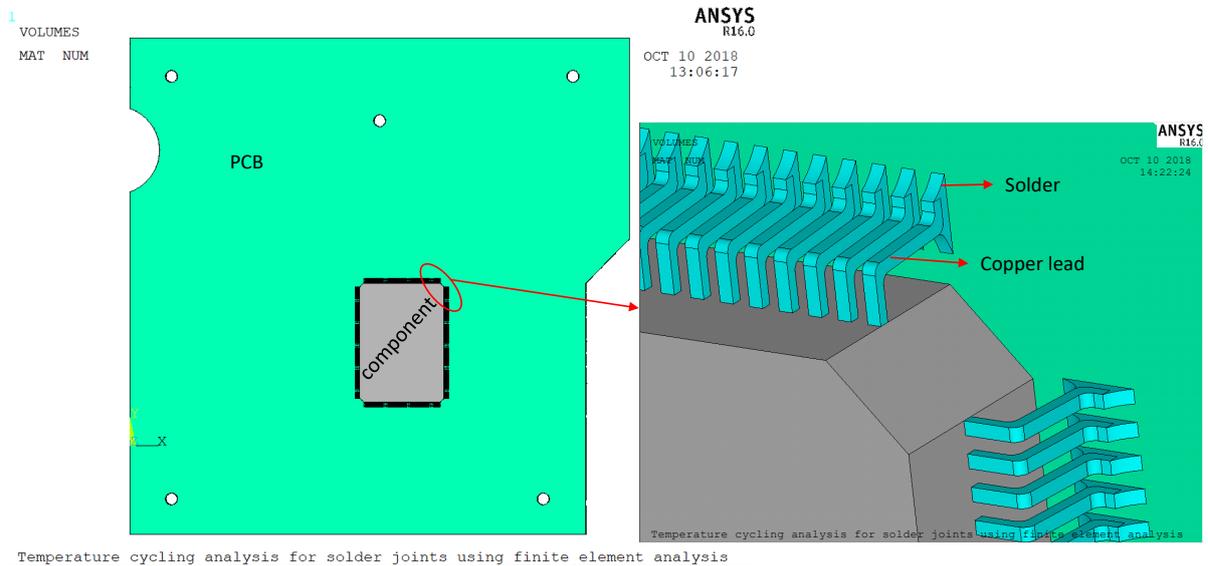


FIGURE 3.2 Structure du boîtier PQFP (type des joint de brasure)

Pour les appareils mécatroniques de puissance, la plage de température à laquelle les appareils sont exposés est très large. Ainsi, les propriétés thermomécaniques des dispositifs, en particulier celles des soudures, sont importantes pour la fiabilité des systèmes d'interconnexion, car les dispositifs

sont soumis à une très grande variation de température [68]. La contrainte thermomécanique dans les joints de brasure due à la différence de propriétés des matériaux, en particulier le coefficient de dilatation thermique (CTE) entre les broches, les joints de soudure et les matériaux de substrat, peut entraîner des dommages et donc la défaillance du dispositif mécatronique. La performance de ces structures dépend aussi beaucoup de paramètres de conception.

3.2.1 Cas des fils de connexion (wire bonding)

La contrainte thermomécanique dans les liaisons filaires est due au déséquilibre du coefficient de la dilatation thermique (CTE) entre le fil métallique, les plots de connexion et les matériaux de substrat. Cette différence peut entraîner une apparition de micro-fissures au niveau de la soudure entre le fil de connexion et la puce et par conséquent le décollement du fil de connexion [68, 93].

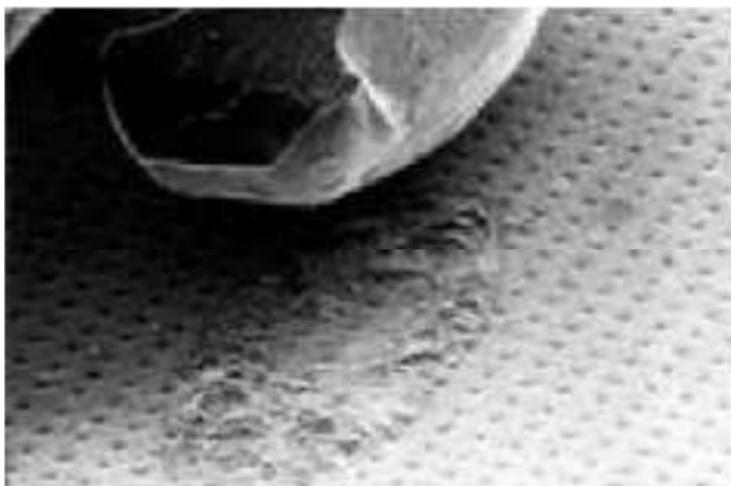


FIGURE 3.3 Décollement des fils de connexion [5].

3.2.2 Cas des joints de brasure

Les joints de brasure utilisés pour le montage des boîtiers sur le PCB est un exemple concret d'un assemblage avec des CDT différents (cf. Tableau 3.1). Ces joints sont le moyen qui assure la liaison entre le boîtier et la carte. Cependant, avec la croissance de la miniaturisation en vue d'avoir des produits plus petits, les sollicitations des brasures deviennent une problématique et un défi majeur. C'est le cas pour les boîtiers QFN, BGA, CSP, QFP, etc. Les brasures utilisées peuvent accepter des taux de déformation et de contraintes importants. Ces contraintes thermomécaniques se traduisent par le gauchissement des cartes électroniques (cf. Figure 3.4). Le mode de sollicitations des joints est alors majoritairement du cisaillement même si la traction/compression intervient également. Toutefois une répétition des sollicitations (Cycles thermiques), entraînent leur vieillissement et par conséquent, la rupture des joints brasés (phénomène de fatigue thermomécanique)(cf. FIGURE 3.5).

Coefficient de dilatation thermique (CDT) (en $ppm.^{\circ}C^{-1}$)			
Alumine	7	Molybdène	5.5
Aluminium	22	Or	13.2
Béryllium	8	Porcelaine	4.1
Cuivre	18	Polyimide	40 à 50
Diamant	1.18	Silicium	2.8
Kovar	6	Brasure tendre	~ 21
Verre époxyde	11 à 15 (plan XY) et 60 à 80 (axe Z)		

TABLEAU 3.1 Coefficient de dilatation thermique de matériaux utilisés en microélectronique

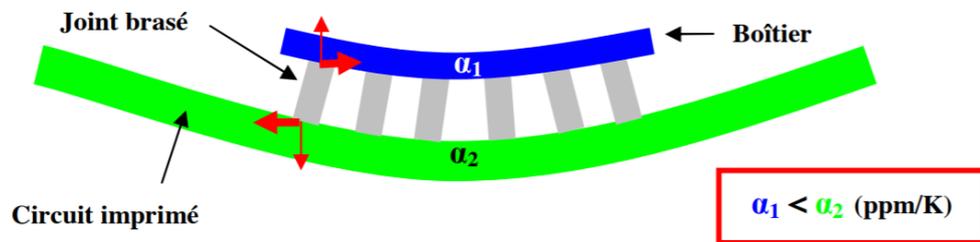


FIGURE 3.4 Schématisation des efforts sur les joints brasés due au gauchissement des cartes à chaud [38]

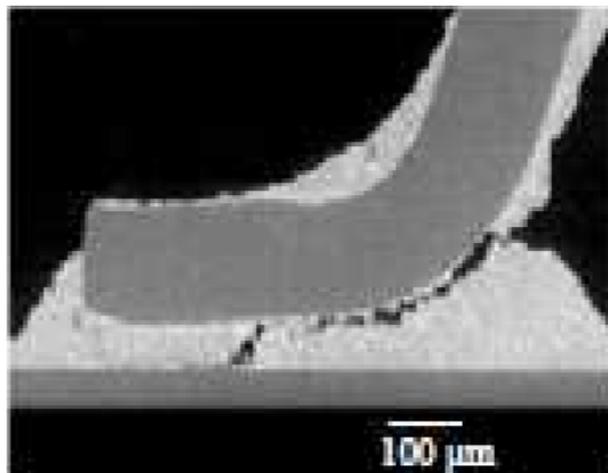


FIGURE 3.5 Exemple de rupture d'un joint de brasure [5]

Afin d'obtenir une optimisation et une augmentation des performances des structures mécaniques, un grand nombre de simulations EF devront être exécutées dans les algorithmes d'optimisation.

Cependant, l'utilisation de la simulation EF dans l'analyse thermomécanique des dispositifs mécatroniques est un problème non linéaire complexe et il faut plus de temps pour effectuer une simulation non linéaire complexe. Par conséquent, l'utilisation d'un code basé sur la MEF dans le processus d'optimisation sera coûteuse en termes de temps de calcul. L'objectif principal est donc de bénéficier de la performance des algorithmes d'optimisation assistés par métamodèle pour développer une méthodologie d'optimisation de conception afin d'améliorer la performance et la fiabilité des composants mécatroniques, tout en évitant le coût de calcul généré par la MEF.

L'amélioration de performance s'effectue par l'augmentation de la durée de vie en fatigue, cette dernière qui se calcule à travers modèles de fatigue thermique.

3.3 Modèles de fatigue thermique des joints de brasure

Les modèles de fatigue permettent de prédire la durée de vie en fatigue des alliages de brasure. Les modèles proposés dans la littérature peuvent être généralement classés en cinq catégories principales [66] selon le mécanisme considéré comme source de défaillance des alliages :

- Approche basée sur la déformation plastique,
- Approche basée sur la contrainte,
- Approche basée sur l'énergie,
- Approche basée sur le fluage,
- Approche basée sur l'endommagement.

Dans le domaine de la fiabilité en électronique, les modèles en loi de puissance sont les plus utilisés et cela à cause de leur simplicité d'identification et d'application. Le nombre de cycles à rupture est exprimé en fonction du niveau de la sollicitation cyclique appliquée. L'approche empirique et la première méthode utilisée, où le nombre de cycles à rupture est exprimé en fonction du niveau de la sollicitation cyclique appliquée. leur expression est donnée comme suit :

$$\Delta X (N_f)^b = A \quad (3.1)$$

avec :

ΔX : Amplitude du paramètre indicateur du niveau de sollicitation.

A : Coefficient de ductilité en fatigue.

N_f : Nombre de cycles à la rupture

b : Exposant de ductilité en fatigue.

La détermination du nombre de cycles de vie en fatigue N_f nécessite le choix et la connaissance d'un paramètre physique cyclique (ΔX). Les paramètres physiques utilisés (cf. FIGURE 3.6) sont :

- L'amplitude de déformation inélastique ($\Delta\gamma_{in}$) [92];
- L'amplitude de déformation totale ($\Delta\gamma_t$) [18];
- La densité de travail plastique par cycle (W_p) [19, 75];
- La déformation viscoplastique cumulée par cycle [98] (calculée via les lois de comportement).

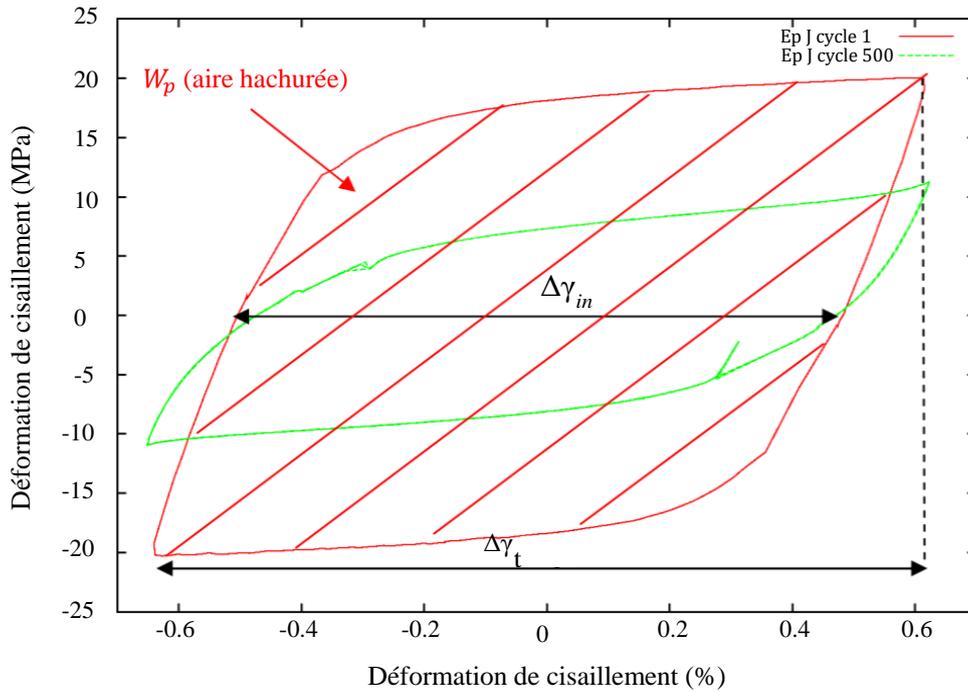


FIGURE 3.6 Évolution contrainte-déformation d'une éprouvette de torsion en cisaillement d'un alliage SAC305 à 25°C en fatigue oligocyclique pour une fréquence de 0.05 Hz pour $\Delta\gamma_t = 1.3\%$ 1er et 500ème cycles

Dans la suite, on présente les principaux types de modèles de fatigue.

3.3.1 Modèle de Coffin-Manson

C'est l'un des modèles les plus utilisés dans la prédiction de la durée de vie en fatigue [18]. Le nombre total de cycles à la défaillance, N_f est exprimé en fonction de l'amplitude de déformation plastique $\Delta\varepsilon$. Il est généralement exprimé par l'équation suivante :

$$\Delta\varepsilon_p N_f^\alpha = \theta \quad (3.2)$$

avec :

- $\Delta\varepsilon_p$: Amplitude de déformation plastique.
 θ : Coefficient de ductilité en fatigue.
 N_f : Nombre de cycles à la rupture
 α : Exposant de ductilité en fatigue.

le coefficient de ductilité en fatigue θ et l'exposant de ductilité de la fatigue α sont déterminés expérimentalement. Le tableau 3.2 présente un exemple des valeurs de ces deux paramètres pour trois types d'alliage de brasure.

alliage	α	θ
SnPb	0.68	0.85
SAC305	0.73	3.7
SnAg3.5	0.93	21.9

TABLEAU 3.2 paramètre du modèle de Coffin-Manson [58, 59]

L'amplitude de déformation de cisaillement plastique $\Delta\gamma_p$, ou totale $\Delta\gamma_t$ peuvent être utilisés à la place de l'amplitude de déformation plastique $\Delta\varepsilon_p$ [92]. Dans le cas des déformations multiaxiales, il est recommandé d'adopter une déformation équivalente exprimée comme suit [7] :

$$\Delta\varepsilon_p = \frac{\sqrt{2}}{3} \left[(\Delta\varepsilon_1 - \Delta\varepsilon_2)^2 + (\Delta\varepsilon_2 - \Delta\varepsilon_3)^2 + (\Delta\varepsilon_3 - \Delta\varepsilon_1)^2 \right] \quad (3.3)$$

3.3.2 Modèle de Morrow

Le modèle de Morrow [75] utilise le travail inélastique dissipé pendant un cycle W_{in} comme paramètre physique cyclique à la place de la déformation plastique. Ce modèle a l'avantage de prendre en compte à la fois de la déformation et la contrainte. Il est exprimé sous la forme suivante :

$$W_{in} \cdot N_f^\alpha = \theta \quad (3.4)$$

avec :

- W_{in} : Travail inélastique dissipé pendant un cycle (MPa).
 θ : Coefficient de ductilité en fatigue.
 N_f : Nombre de cycles à la rupture
 α : Exposant de ductilité en fatigue.

3.3.3 Modèle de Coffin-Manson modifié en fréquence

Dans ce modèle, la fréquence de sollicitation est intégrée au modèle et $N_f v^{k-1}$ est défini comme la « durée de vie modifiée en fréquence ». Cette variable peut être exprimée différemment selon la gamme de fréquences comme le propose Pang [79] en introduisant deux paramètres k_1 et k_2 . L'exposant k dépend de la température [91] pour des essais à température constante. La prise en compte de la fréquence permet de tenir compte de la vitesse de déformation qui affecte considérablement le comportement et l'endommagement des alliages fortement viscoplastiques.

$$\left(N_f v^{k-1}\right)^\alpha \Delta \varepsilon_p = \theta \quad (3.5)$$

avec :

$\Delta \varepsilon_p$: Amplitude de déformation plastique.

v : Fréquence de la sollicitation (Hz).

k : Exposant de fréquence .

θ : Coefficient de ductilité en fatigue (unité dépend de k).

N_f : Nombre de cycles à la rupture.

α : Exposant de ductilité en fatigue.

3.3.4 Modèle Morrow modifié en fréquence

De même modèle de CoffinManson modifié en fréquence, la fréquence est intégrée de la même manière dans ce modèle et $N_f v^{k-1}$ est désigné comme durée de vie modifiée en fréquence. Le modèle est exprimé sous la forme :

$$\left(N_f v^{k-1}\right)^\alpha W_{in} = \theta \quad (3.6)$$

avec :

W_{in} : Densité d'énergie de déformation inélastique accumulée pendant un cycle ($J.m^{-3}$).

v : Fréquence de la sollicitation (Hz).

k : Exposant de fréquence .

θ : Coefficient de ductilité en fatigue (unité dépend de k).

N_f : Nombre de cycles à rupture

α : Exposant de ductilité en fatigue.

3.3.5 Modèle de Darveaux

Darveaux [19] a pu établir deux équations ainsi que quatre constantes de corrélation de la croissance des fissures (K_1 à K_4), où les résultats des simulations par éléments finis peuvent être utilisés pour calculer la vitesse de propagation des fissures par cycle thermique ainsi que le nombre de cycles de fissuration. Les équations ci-dessous (équation 3.7 et 3.8) permettent de calculer respectivement le nombre de cycles pour l'initiation de la fissure macroscopique " N_0 " et l'évolution de la longueur de la fissure en fonction du nombre de cycles " $\frac{da}{dN}$ ". Darveaux montre que les valeurs des constantes dépendent de l'épaisseur de la zone de calcul choisie dans les modélisations par la méthodes des éléments finis.

La durée de vie en fatigue caractéristique du joint de brasure " α " (nombre de cycles jusqu'à 63,2% de défaillance de la population) est exprimée comme la somme de " N_0 " et du nombre de cycles pour la propagation des fissures sur tout le diamètre du joint de brasure " a ", comme indiqué dans l'équation 3.9.

$$N_0 = K_1 (W_{ave})^{K_2} \quad (3.7)$$

$$\frac{da}{dN} = K_3 (W_{ave})^{K_4} \quad (3.8)$$

$$\alpha = N_0 + \frac{a}{da/dN} \quad (3.9)$$

avec :

- N_0 : Nombre de cycles avant initiation de la fissure .
- W_{ave} : Densité moyenne de travail plastique par cycle (psi) .
- a : Longueur de la fissure à défaillance (in) .
- K_1 : Constantes du matériau (cycles/psi^{K 2}) .
- K_2 : Constantes du matériau .
- K_3 : Constantes du matériau (10⁻⁷in/cycle/psi^{K 4}) .
- K_4 : Constantes du matériau .

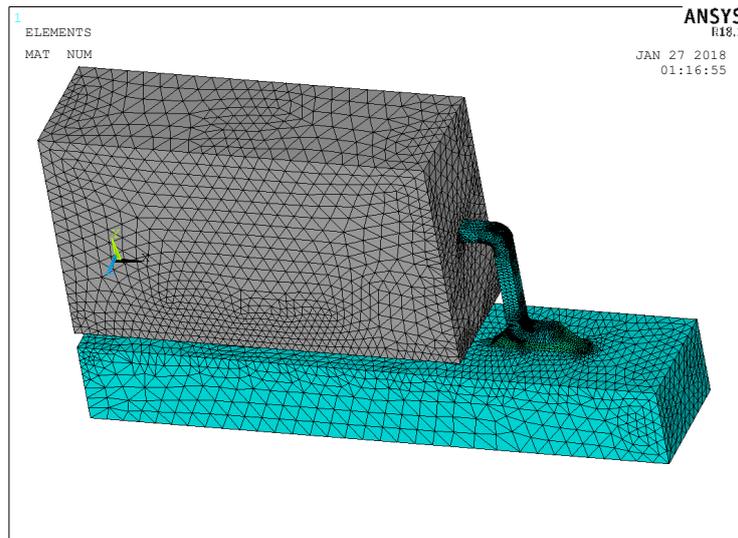


FIGURE 3.8 Modèle local des joints de brasure

3.4 Modélisation et analyse par la méthode des éléments finis du boîtier PQFP

3.4.1 Modélisation

L'analyse par la méthode des éléments finis est utilisée pour quantifier la durée de vie du composant PQFP. Cependant, le calcul à l'aide du modèle global (cf. FIGURE 3.7) de la carte avec le microcontrôleur [28] a un coût de calcul élevé. Dans ce sens, un modèle local 3D a été développé avec la soudure la plus critique, afin de réduire le temps de calcul (cf. FIGURE 3.8) [4].

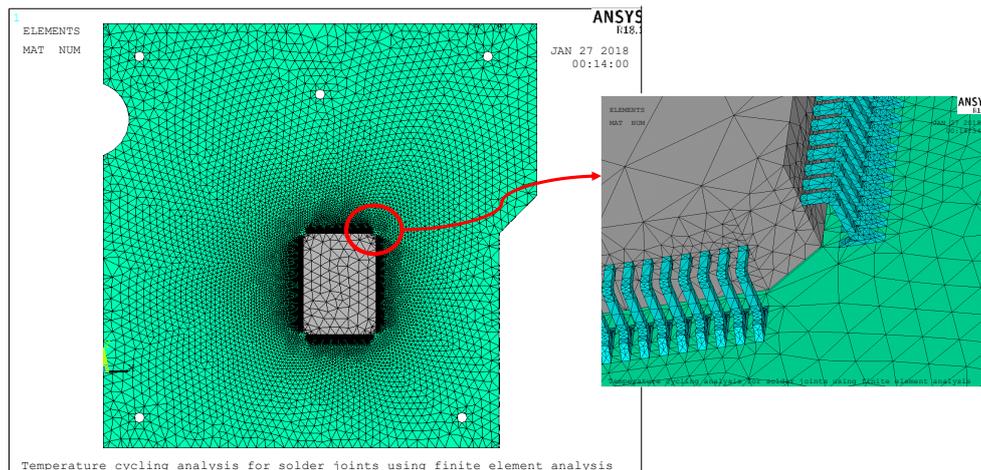


FIGURE 3.7 Modèle global des joints de brasure et maillage adopté

Le modèle local de la zone critique est développé, c'est le joint de brasure le plus sollicité par le chargement thermique. Le sous-modèle local (cf. FIGURE 3.8) est composé d'une carte de circuit imprimé (PCB) FR4, d'un composant résine EPOXY, d'une broche en cuivre et d'un joint de brasure de type SAC305. Les conditions limites de symétrie sont introduites dans la modélisation et le modèle d'Anand est utilisé pour prendre en compte le comportement viscoplastique du joint de brasure [38]. Tous les modèles de cette étude sont développés avec l'outil de simulation par la méthode des éléments finis ANSYSTM [40].

3.4.2 Propriétés des matériaux

Dans l'analyse thermomécanique utilisant le modèle local, on suppose que le matériau du joint de brasure a un comportement viscoplastique. Plusieurs auteurs ont étudié la réponse des joints de brasure sans plomb (SnAgCu) et proposé des équations pour modéliser cette réponse. l'un des modèles développés est le modèle d'Anand [3] qui distingue les déformations élastiques des déformations inélastiques et combine le fluage et les déformations plastiques instantanées [104]. Cependant, le modèle d'Anand exprime le comportement viscoplastique du matériau et son équation est définie comme suit :

$$\dot{\epsilon}_p = A \exp\left(\frac{-Q}{R T}\right) \left[\sinh\left(\xi \frac{\sigma}{s}\right) \right]^{\frac{1}{m}} \quad (3.10)$$

où

A est un facteur pré-exponentiel ($1/s$) ;

T est la température ;

R est la constante de gaz universelle ;

ξ représente la constante des matériaux ;

m est la sensibilité de la contrainte à la déformation.

La variable interne s représente la résistance à la déformation plastique, et son équation d'évolution définie par :

$$\dot{s} = \left\{ h_0 \left| 1 - \frac{s}{s^*} \right|^a \cdot \text{sign}\left(1 - \frac{s}{s^*}\right) \right\} \cdot \dot{\epsilon}_p \quad ; \quad a > 1 \quad (3.11)$$

avec :

$$s^* = \hat{s} \left(\frac{\dot{\epsilon}_p}{A} \exp\left(\frac{Q}{R T}\right) \right)^n \quad (3.12)$$

Les neuf paramètres, A , Q/R , \hat{s} , h_0 , ξ , ξ , m , n , n , a et s_0 , qui sont nécessaires pour identifier l'évolution de la résistance aux déformations de l'équation 3.12 et le taux de déformation dans l'équation 3.11 sont présentés dans le tableau 3.3.

Le tableau 3.4 montre les propriétés des matériaux du modèle local utilisé dans cette étude.

	Parameters	Value	Description
A	(S^{-1})	2.2310 ⁴	Facteur pré-exponentiel
Q/R	(K)	8900	Q = Energie d'activation/ R = Constante de Boltzmann
ξ	(sans)	6	Multiplicateur de stress
m	(sans)	0.182	Taux de sensibilité à l'effort de stress
\hat{s}	(sans)	73.81	Coefficient de la valeur de saturation à la résistance de déformation
n	(sans)	0.018	sensibilité à la vitesse de déformation
h_0	(MPa)	3321.15	Constante de durcissement
a	(sans)	1.82	Taux de sensibilité à l'effort du durcissement
s_0	(MPa)	39.09	Valeur initiale de la résistance à la déformation

TABLEAU 3.3 Paramètres du modèle d'Anand [38]

Material Parameters		SAC305	FR4	Epoxy Resin	Cu
Module de Young	(GPa)	51.3	17	17	115
Coefficient de Poisson	(sans dimension)	0.3	0.3	0.2	0.31
Densité	(Kg/m ³)	740	180	180	8890
CTE	(μ m/K)	20	18	22	17
Module de cisaillement	(GPa)	19	2.4	7.4	44

TABLEAU 3.4 Propriétés des matériaux

3.4.3 Chargement thermique

Le cycle thermique accéléré, recommandé par les normes JEDEC [95], est appliqué comme chargement thermique en analyse par MEF. Le profil de température appliqué varie entre -40° C et 125° C et 30 min pour les temps de séjour bas et haut. Les appareils destinés aux applications automobiles sont généralement testés dans cette plage de température. La figure 3.9 montre le cycle de chargement thermique. Dans le calcul par MEF, la première étape consiste à simuler le processus de brasage par refusion pour prendre en compte les contraintes initiales. Ce procédé consiste à appliquer un profil de température allant de la température de fusion du joint de brasage à la température ambiante de 25° C en 150 secondes. La deuxième étape consiste à appliquer trois

cycles thermiques, entre -40°C et 125°C , comme condition de chargement pour la simulation par MEF.

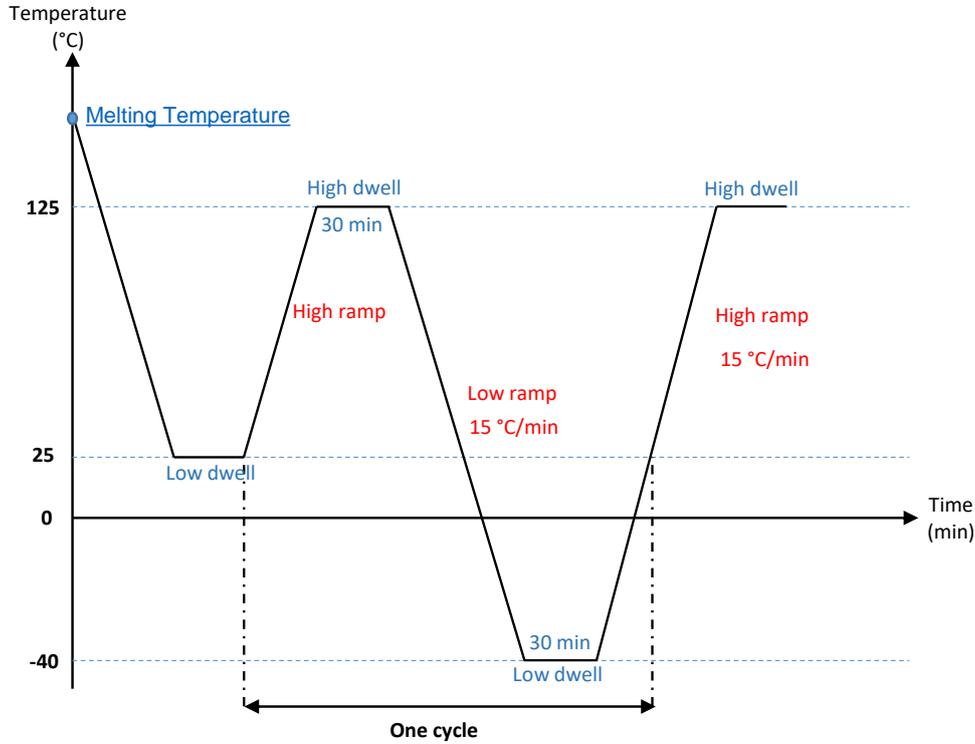


FIGURE 3.9 Cycle de chargement thermique

3.4.4 Modèle de fatigue choisi pour les joints de brasure

La prédiction de la fatigue des joints de brasure nécessite une combinaison des méthodes des éléments finis avec un modèle de fatigue thermique, qui est généralement obtenu à partir de données expérimentales et de tests accélérés. Ce modèle est utilisé pour calculer le nombre de cycles auxquels le système peut résister avant défaillance. Parmi les modèles cités précédemment, le modèle de fatigue de Coffin-Manson, classé dans l'approche de déformation plastique, est l'approche la meilleure et la plus couramment utilisée. Le nombre de cycles N_f est exprimé en fonction de la plage de déformation inélastique $\Delta\varepsilon_{in}$, l'exposant de ductilité de fatigue α (0.73) et le coefficient de ductilité de fatigue θ ($\theta = 3.7$) [58, 59]. La forme du modèle d'Anand utilisé dans la présente analyse est donnée par l'équation suivante :

$$\Delta\varepsilon_{in} N_f^\alpha = \theta \quad (3.13)$$

La plage de déformation inélastique $\Delta\varepsilon_{in}$ est calculée en utilisant une simulation non linéaire par éléments finis basée sur le modèle Anand.

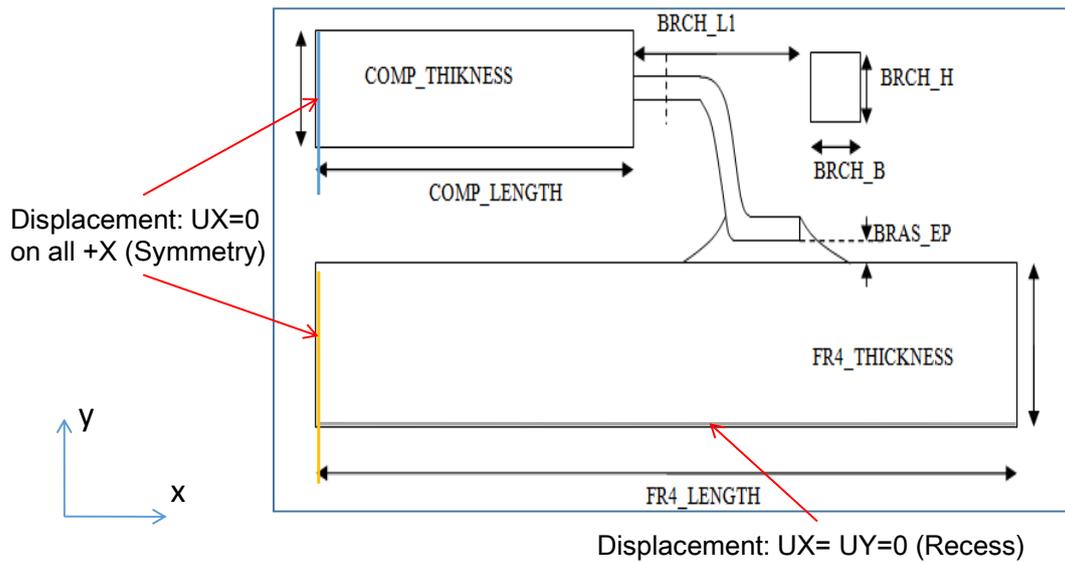


FIGURE 3.10 Conditions aux limites appliquées au sous-modèle

3.4.5 Résultats numériques

Une fois que la conception du sous-modèle est terminée comme indiqué dans la figure 3.8, et que les contraintes de limites ont été appliquées comme indiqué dans la figure 3.10, la solution est configurée par les commandes ANSYSTM. Enfin, trois cycles thermiques sont simulés. Chaque cycle thermique se compose de quatre niveaux de charge (rampe haute, séjour haut, rampe basse et séjour bas). Par conséquent, une simulation complète de trois cycles thermiques contient douze étapes de chargement. Les trois cycles thermiques sont appliqués afin d'obtenir une stabilisation de la déformation inélastique générée par chaque cycle thermique comme indiqué sur la figure 3.11.

3.5 Optimisation globale des joints de brasure du boîtier PQFP

3.5.1 Formulation du problème

Le problème d'optimisation de la conception vise à maximiser le nombre de cycles de vie en fatigue des joints de brasure :

$$\begin{aligned} & \max N_f(\{d\}) \\ & s.c. \left\{ \{d\}^{Lb} \leq \{d\} \leq \{d\}^{Ub} \right. \end{aligned} \quad (3.14)$$

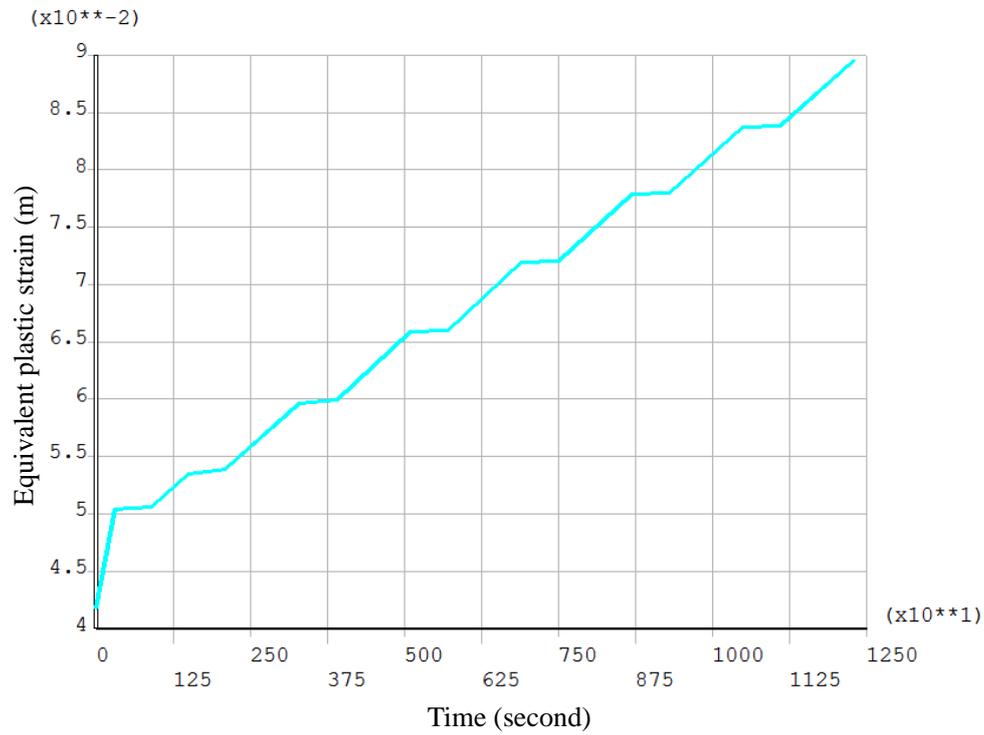


FIGURE 3.11 Historique de la déformation plastique

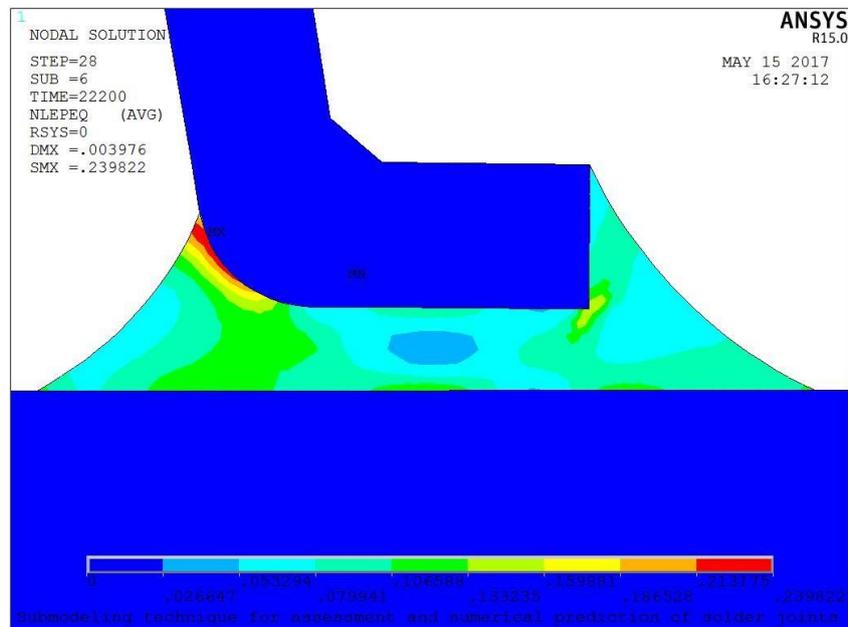


FIGURE 3.12 Vue latérale de la répartition des déformations plastiques dans le joint de brasure après le dernier cycle de chargement.

$\{d\} = \{h_1, h_2, h_3\}$ sont les variables de conception (cf. FIGURE 3.13) qui représentent les trois paramètres de conception qui ont un impact majeur sur la résistance à la fatigue du joint de brasure [4] et N_f représente le nombre de cycles de vie en fatigue.

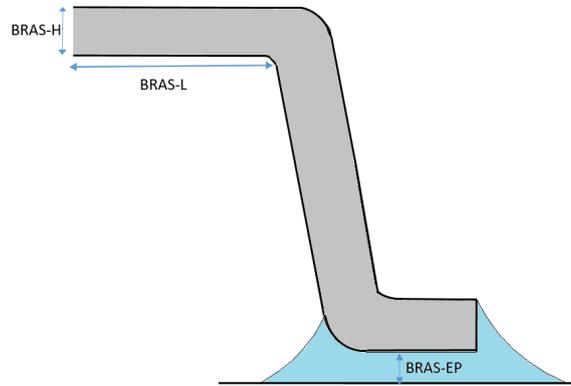


FIGURE 3.13 Description des paramètres d'optimisation

Le nombre de cycles de fatigue N_f est calculé par le biais de la déformation plastique en utilisant le modèle empirique Coffin-Manson. En d'autres termes, maximiser N_f revient à minimiser la déformation plastique $\Delta\varepsilon_{in}$ du joint de brasure due à un cycle thermique en charge active. Par conséquent, la fonction objectif représente la déformation plastique $\Delta\varepsilon_{in}$ du joint de brasure due au dernier cycle de charge thermique [43].

$$\begin{aligned} & \min \Delta\varepsilon_{in}(\{d\}) \\ & s.c. \left\{ \{d\}^{Lb} \leq \{d\} \leq \{d\}^{Ub} \right. \end{aligned} \quad (3.15)$$

Paramètre	limite inférieure (d^{Lb})	Limite supérieure (d^{Ub})
BRAS-EP	0.1	0.25
BRCH-L	0.5	1
BRCH-H	0.1	0.4

TABLEAU 3.5 Limites supérieure et inférieure des variables d'optimisation

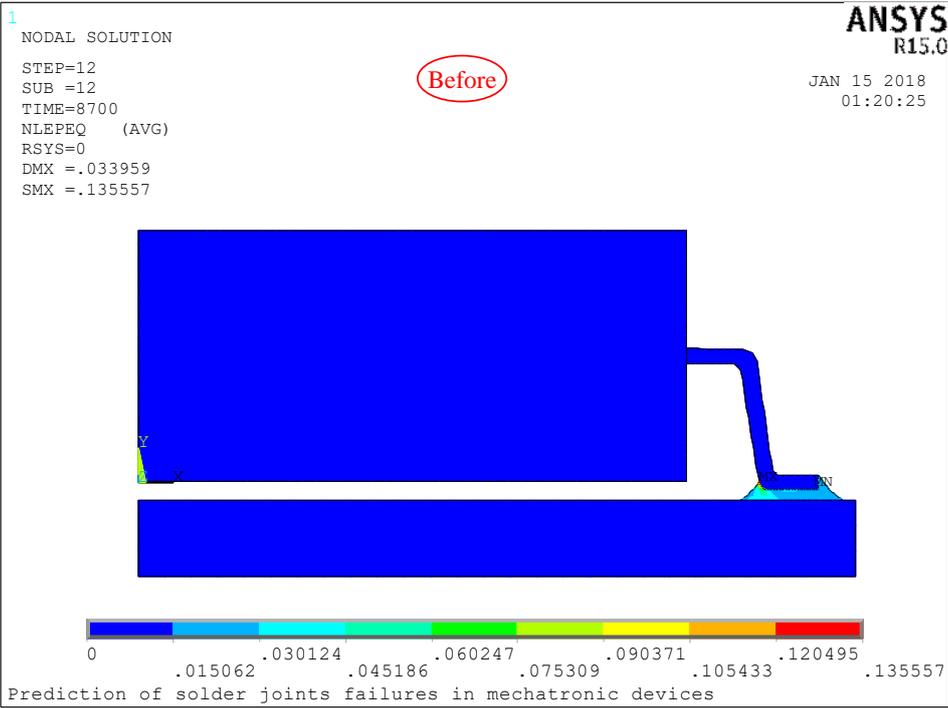
3.5.2 Simulations numériques

Le problème d'optimisation de la conception est réalisé par l'algorithme KA-CMA-ES, implémenté sur Matlab en intégration avec ANSYS.

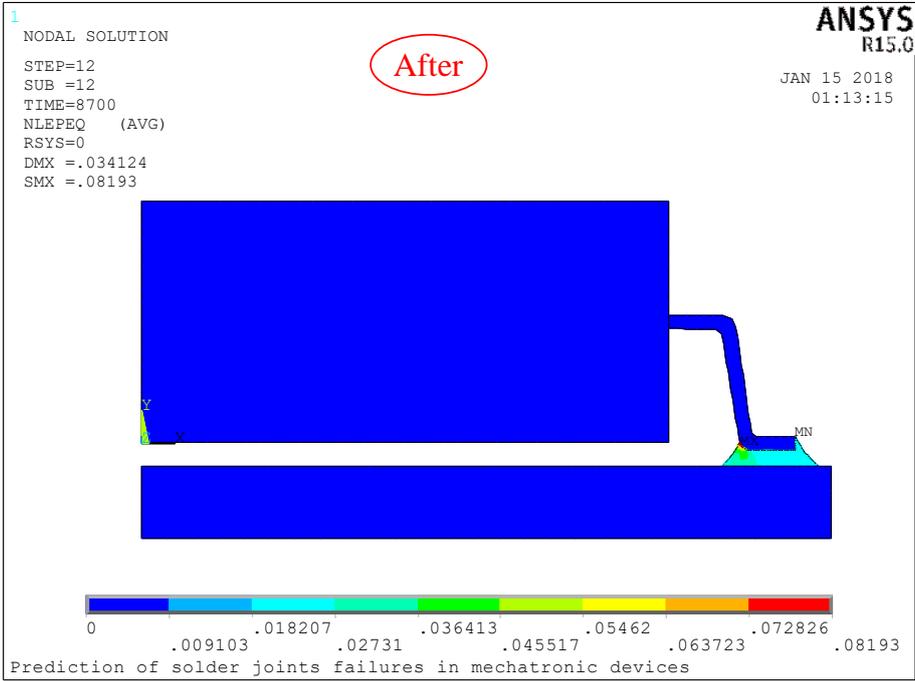
Le tableau 3.6 contient les résultats de la conception optimale et initiale calculée par l'algorithme CMA-ES simple et l'algorithme KA-CMA-ES, aussi les résultats montrent que la fonction objectif (variation de la déformation non plastique $\Delta\varepsilon_{in}$) est minimisée. La figure 3.15 montre la nouvelle conception et la nouvelle distribution de déformation inélastique après l'application de la procédure d'optimisation de la conception. La déformation inélastique maximale (SMX=0,08193) est inférieure à la déformation inélastique dans la configuration initiale (SMX=0,13557). Les historiques de convergence typiques de la déformation plastique $\Delta\varepsilon_{in}$ sont représentés sur la Figure 3.16. Ces graphiques indiquent clairement que le KA-CMA-ES converge plus rapidement que le CMA-ES standard et donne les mêmes résultats [44].

Paramètres	Points initiaux	CMA-ES	KA-CMA-ES
BRAS-EP	0.15	0.24	0.24
BRCH-L	0.7	0.83	0.83
BRCH-H	0.17	0.15	0.15
$\Delta\varepsilon_0$	0.025	0.0135	0.0135
N_f	940	2185	2185
Nombre de simulations	- - - -	341	99
Temps des simulations(s)	- - - -	61380	17820

TABLEAU 3.6 Comparaison des performances des deux algorithmes CMA-ES et KA-CMA-ES



(a)



(b)

FIGURE 3.15 Distribution de la déformation inélastique avant (a) et après (b) la procédure d'optimisation.

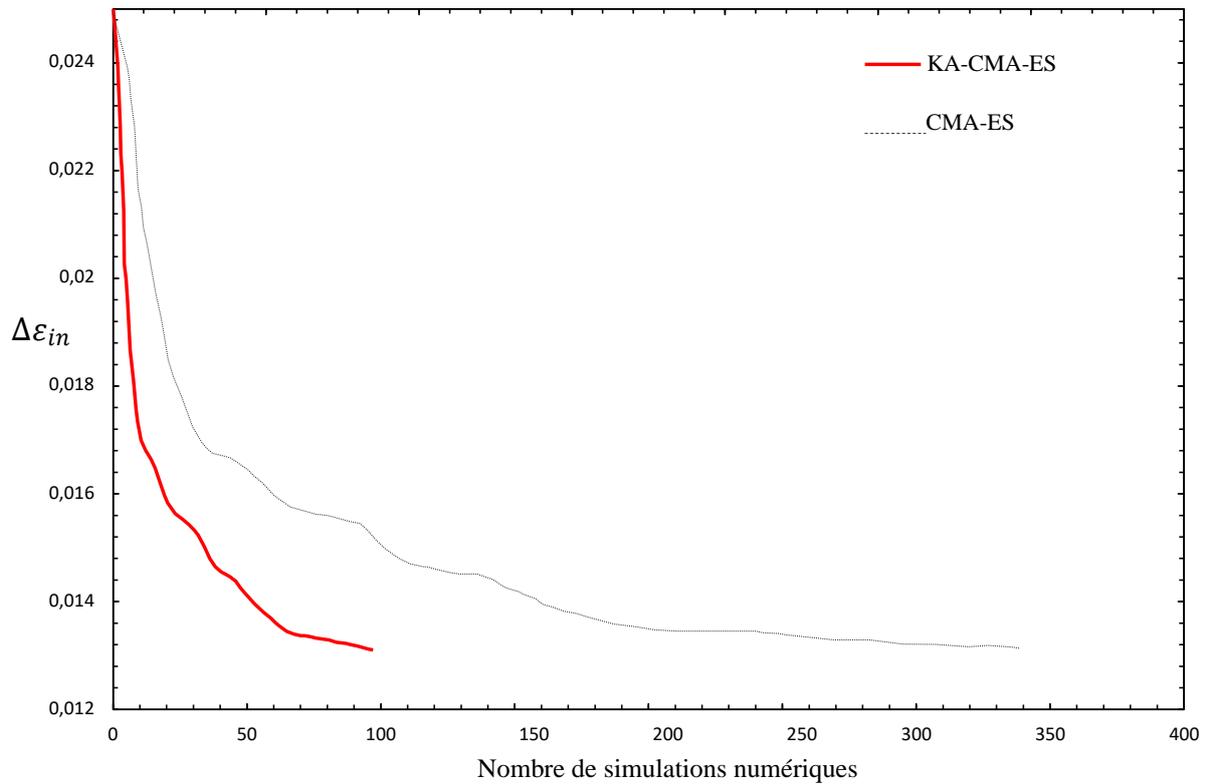


FIGURE 3.16 Courbe moyenne de $\Delta \varepsilon_{in}$ en fonction du nombre de simulations numériques.

3.6 Conclusion

La conception robuste des systèmes mécatroniques complexes induit souvent un problème d'optimisation coûteux. Dans ce chapitre, les performances de l'algorithme CMA-ES ont été utilisées avec le métamodèle de krigeage pour résoudre efficacement le problème de l'optimisation des joints de brasure d'un boîtier de type PQFP. Le modèle développé prend en compte les propriétés non linéaires du comportement viscoplastique des joints de brasure. L'étude réalisée illustre l'intérêt d'utiliser les techniques de métamodélisation avec CMA-ES afin d'améliorer les performances des joints de brasure des dispositifs mécatroniques en évitant le problème du coût de calcul dû à la simulation multiphysique par la MEF. La procédure de classement approximatif, qui est un contrôle adaptatif fiable de l'évolution, a été adoptée pour contrôler la qualité du métamodèle du krigeage. Finalement, l'application de l'algorithme KA-CMA-ES dans l'optimisation globale des joints de brasure a montré son efficacité dans la réduction du nombre de simulations par MEF par rapport à la méthode CMA-ES standard. Le chapitre suivant présente une méthodologie basée sur le métamodèle de kriging pour l'analyse de la fiabilité des boîtiers de type CSP.

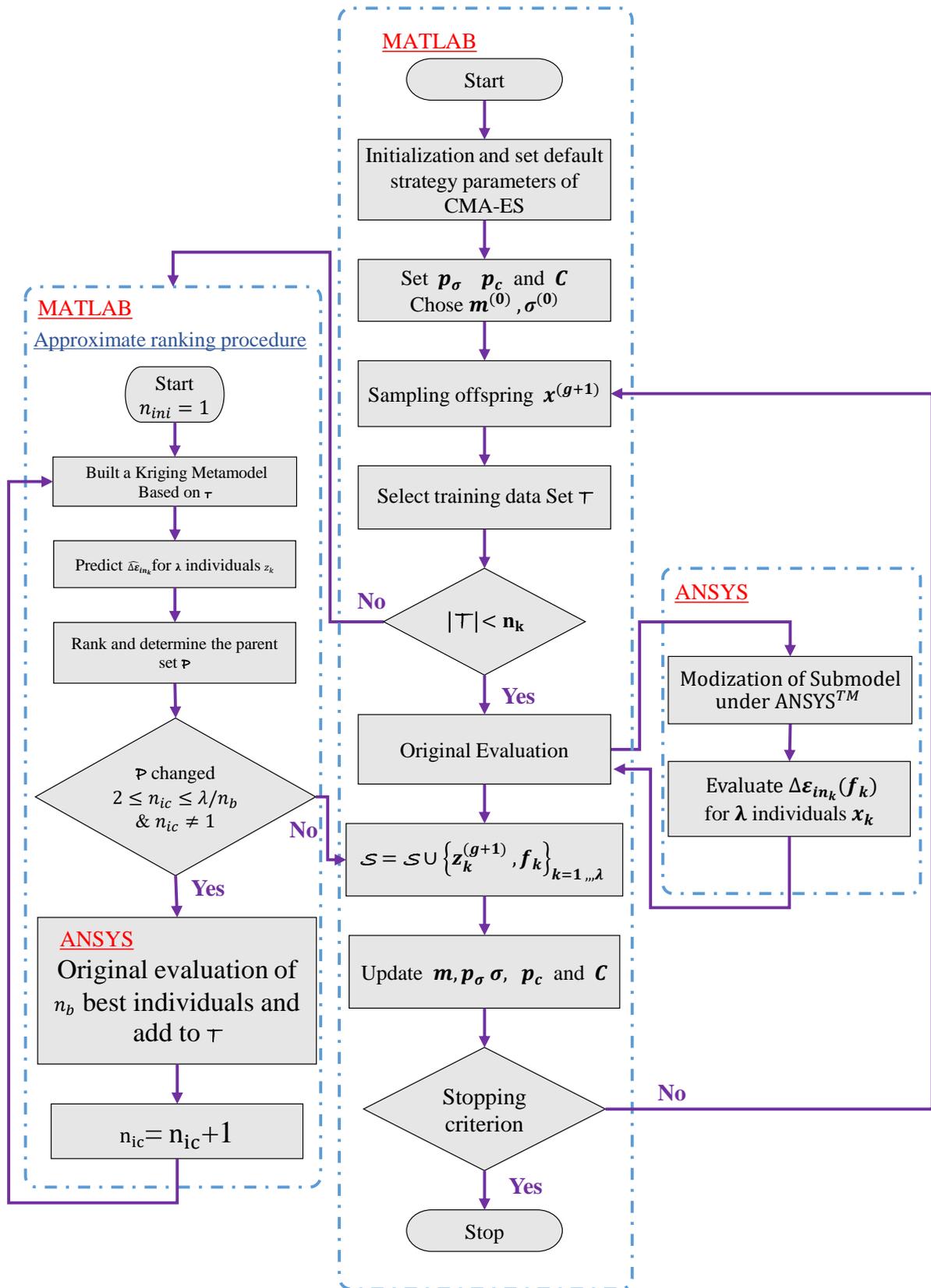


FIGURE 3.14 Organigramme de la méthodologie d'optimisation globale

Chapitre 4

Analyse de la fiabilité basée sur les métamodèles d'un boîtier de type T-CSP

Sommaire

4.1	Introduction	93
4.2	Description du packaging CSP étudié	94
4.3	Simulation déterministe par la méthode des éléments finis du boîtier T-CSP	95
4.3.1	Modèle des joints de brasure	95
4.3.2	Propriétés des matériaux	97
4.3.3	Modèle de prédiction de la durée de vie en fatigue	100
4.3.4	Résultats numériques et discussion	101
4.4	Méthode probabiliste pour l'évaluation de fiabilité	102
4.5	Évaluation de la fiabilité du boîtier T-CSP	104
4.5.1	Incertitudes dans les CSP	104
4.5.2	Construction et validation du métamodèle	105
4.5.2.1	Plan d'expériences	105
4.5.2.2	Validation du métamodèle	106
4.5.3	Simulation de Monte Carlo basée sur le métamodèle de krigeage	108
4.6	Conclusion	110

4.1 Introduction

Les technologies Chip Size (Scale) Package (CSP) « boîtiers de la taille d'une puce » sont largement utilisées dans les produits électroniques, en raison de la demande croissante en systèmes électroniques à la fois compacts et portables. Dans ce type de boîtier, l'empreinte de l'emballage n'excède pas 120% de la taille de la puce en silicium qui a été insérée [106]. L'avantage principal des CSP par rapport aux technologies de packagings électronique traditionnelles de type Ball Grid Array (BGA) [11] est d'économiser un espace considérable. Les technologies CSP peuvent être classées en quatre catégories : Flex ou Tape (bande) où les puces sont déposées sur une bande ou un matériau flexible ; Rigide (les puces reposent sur un substrat stratifié ou céramique), 'Lead frame' (les puces sont déposées sur un cadre) et 'Wafer Level'. Dans ce travail, la technologie CSP à bande (T-CSP) est étudiée. Dans les conditions d'usage, les appareils électroniques sont soumis à de très grandes variations de température. Les contraintes thermomécaniques dans les joints de brasure due à la différence entre les propriétés des matériaux, en particulier le coefficient de dilatation thermique (CTE) entre les multiples matériaux impliqués dans la construction du packaging, peuvent conduire à des dégâts et donc à la rupture des joints de brasure.

Les méthodes des éléments finis (MEF) sont utilisées au cours de la phase de développement des produits mécatroniques pour améliorer la fiabilité d'un packaging microélectronique. Ces méthodes peuvent fournir une description détaillée de la distribution et de l'historique des contraintes/déformations au niveau des joints de brasure sous diverses conditions de chargement. Plusieurs recherches sur la caractérisation de la fiabilité thermomécanique ont été mises en œuvre à base de la simulation MEF [20, 78, 80, 96, 99]. Dans les applications d'ingénierie, l'analyste s'intéresse à la prédiction du nombre de cycles de vie en fatigue, c'est-à-dire au nombre de cycles auxquels le packaging peut résister avant la défaillance. Ces études associent des méthodes d'éléments finis à un modèle de fatigue thermique. Plusieurs méthodologies basées sur les MEF ont été proposées pour prédire la durée de vie des joints de brasure. En plus du modèle de Coffin-Manson utilisé dans le chapitre précédent, l'approche de Darveaux, basée sur l'énergie [20], est très utilisée en raison de sa facilité de mise en œuvre. Dans cette approche, le nombre de cycles à l'initiation d'une fissure et le nombre de cycles nécessaire pour que la fissure se propage à travers le joint brasé, sont exprimés en fonction de la densité d'énergie de déformation accumulée par cycle pendant les chargements thermiques. La précision de la méthodologie de Darveaux a été évaluée et validée dans plusieurs études d'assemblages électroniques. Cette approche est devenue une référence technique pour ce type d'analyses physiques complexes.

Les outils de simulation qui sont généralement utilisés pour prédire la fiabilité des T-CSP sont basés sur des approches déterministes qui ne prennent pas en compte ni la variabilité ni le caractère aléatoire des paramètres d'entrée et des conditions opérationnelles. Par exemple, dans [106], une attention particulière a été portée aux études de l'impact de la différence dans les configurations des T-CSP sur la fiabilité des joints de brasure, cette différence de configurations est due à la diversité des fournisseurs de bandes et des différents composants du package. Cependant ce type

d'étude ne tient pas en considération la variabilité naturelle des paramètres des matériaux et du processus de fabrication. Par conséquent, il est nécessaire d'effectuer une analyse d'incertitude, qui estime la fiabilité à partir des entrées incertaines. Dans ce chapitre, les propriétés des matériaux sont considérées comme des variables aléatoires et leur influence sur la fiabilité de l'ensemble du package est analysée.

Les méthodes probabilistes, non probabilistes et analytiques sont les trois principales catégories de méthodes d'analyse des incertitudes [47]. La méthode de simulation de Monte Carlo (MCS) qui est classée dans les méthodes probabilistes est la plus utilisée. Le principe des MCS repose sur un échantillonnage aléatoire répété des variables d'entrée pour obtenir plusieurs résultats de sortie. Dans la méthode MCS, des milliers voire des millions de simulations déterministes sont effectuées sur un grand nombre d'échantillons afin d'obtenir des résultats précis.

L'analyse par éléments finis non linéaires permettant de déterminer la réponse en fatigue d'un joint de brasure d'un package T-CSP demande des temps de calcul importants et coûte cher. Pour surmonter l'inconvénient du temps de calcul et tenir en compte les incertitudes dans l'évaluation de la fiabilité des packages T-CSP, une approche probabiliste basée sur les techniques de métamodélisation est proposée. Cette approche combine les métamodèles [25, 49], les simulations MCS et la MEF. Plus précisément, une analyse tridimensionnelle par éléments finis a été appliquée pour déterminer la réponse en fatigue des joints de brasure dépendant du temps d'un T-CSP dans des conditions de chargement, puis le métamodèle approprié est construit en fonction des paramètres d'entrée et de leurs réponses de Simulations déterministes. Par la suite, le métamodèle construit est validé et utilisé pour effectuer la MCS [42].

4.2 Description du packaging CSP étudié

Le dispositif analysé est un T-CSP de dimensions $13 \times 13 \text{ mm}$. Ce dispositif est composé de 225 joints de brasure (billes) (matrice complète 15×15), au pas de 0.80 mm. La taille de la matrice a été mesurée à 8.24 mm x 9.12mm. Zahn [106] a étudié l'impact de huit configurations de boîtiers T-CSP sur la fiabilité des joints de brasure. La présente étude vise à analyser la première configuration en prenant en compte les incertitudes résultant des propriétés des matériaux. Les informations relatives aux dimensions du boîtier et de l'épaisseur des couches du circuit imprimé (PCB) sont fournies dans la figure 4.1 [106].

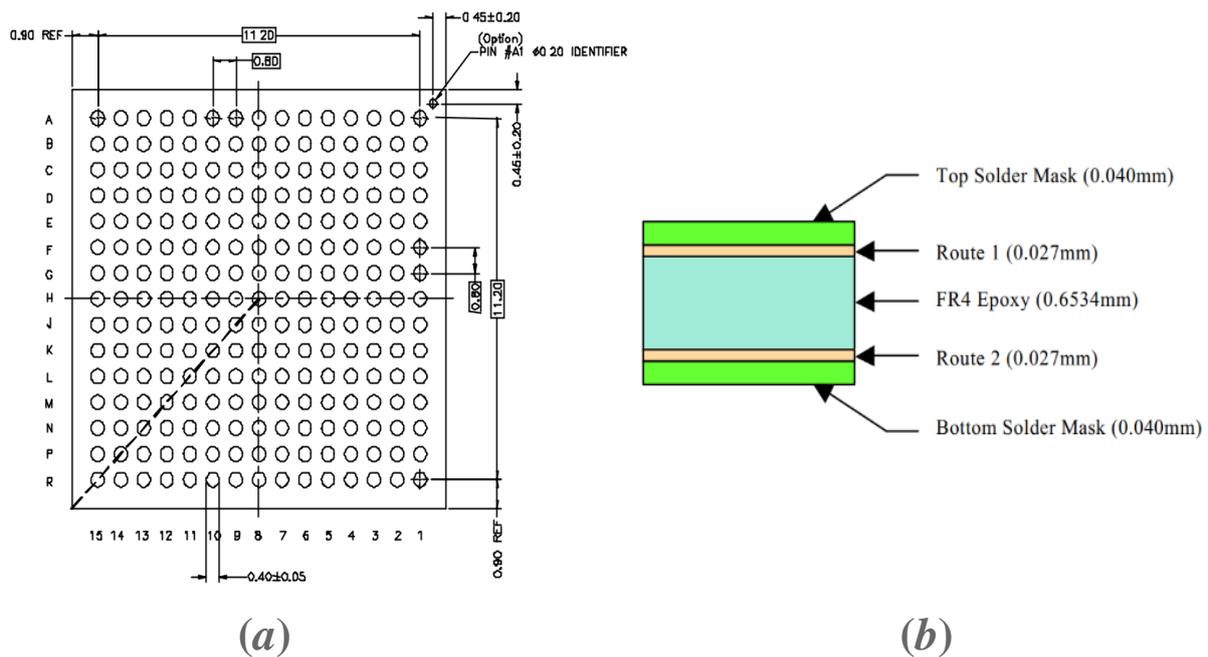


FIGURE 4.1 Schéma simplifié du boîtier T-CSP (a) et dimensions des couches du circuit imprimé (b)

4.3 Simulation déterministe par la méthode des éléments finis du boîtier T-CSP

4.3.1 Modèle des joints de brasure

L'objectif principal de l'étude déterministe est de prédire la fiabilité des joints de brasure de l'ensemble du T-CSP à l'aide des méthodes de simulation par éléments finis. Afin d'éviter les calculs fastidieux dus à la complexité de la physique qui inclut ce type d'analyse par éléments finis non linéaires, seule la coupe en diagonale du packaging étudié a été développée [106]. L'utilisation de la coupe en diagonale, illustrée par la ligne en pointillés de la figure 4.1 permet de simuler la situation la plus défavorable dans laquelle le joint de brasure est situé à la distance la plus éloignée du point neutre central du packaging. La figure 4.2 montre une vue en perspective du modèle de coupe diagonale 3D développé par le logiciel ANSYS [40] avec l'utilisation d'un maillage structuré. La configuration est détaillée dans le tableau 4.1.

Comme le montre la figure 4.1, le sous modèle étudié contient un jeu complet de joints de brasure et tous les composants principaux, traversant toute l'épaisseur du packaging. Pour les conditions aux limites, le plan du modèle de coupe n'est ni un vrai plan de symétrie ni une surface libre, c'est-à-dire que la surface du plan de coupe doit rester plane et libre dans la direction y . Pour cette raison, le couplage des déplacements en y des nœuds sur le plan de la coupe a été choisi. La figure

4.2 montre les conditions aux limites appliquées au modèle numérique. Pour la présente analyse, la largeur du modèle de tranche coupée est définie à la moitié du pas des joints et la longueur du PCB (dimension x) est choisie à 1,5 fois celle de la tranche coupée contenant les joints de brasure. Le pas des joints de brasures du modèle est l'hypoténuse (1,1314 mm) du vrai pas (0,80 mm).

Mold Cap	Die	Die Attach	Metal Layer	Adhesive Layer	Tape Substrate	Via Type
0.7mm EME7730	0.3048mm Silicon	0.0445mm 84-3MVB	0.025mm Copper	N/A	0.050mm Kapton-E	Generic Etched
Via Plug	Via Hole Top Dia.	Via Hole Bottom Dia.	Substrate Joint Dia.	PCB Joint Dia	Solder Ball Stdoff. Ht.	Solder Ball Ctr. Dia.
N/A	0.2800mm	0.4206mm	0.2800mm	0.2800mm	0.2860mm	0.4640mm

TABLEAU 4.1 Détails de la configuration du Packaging T-CSP [106].

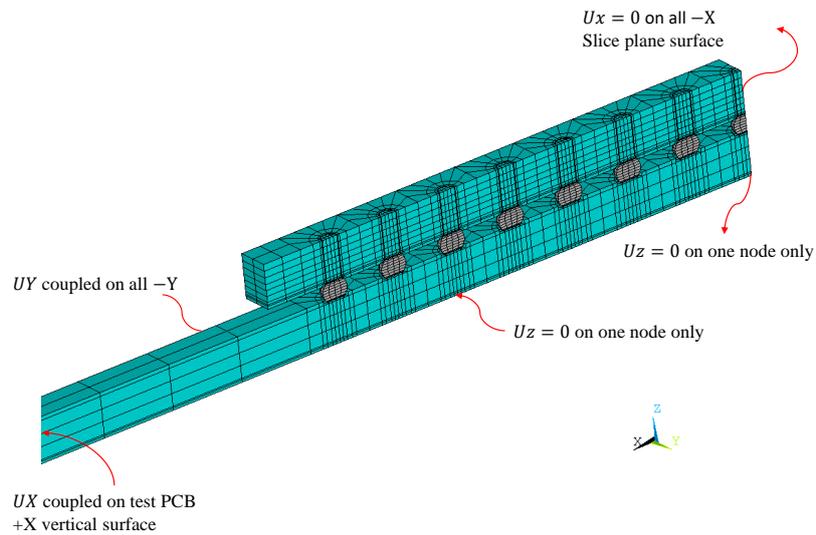


FIGURE 4.2 Sous modèle et les conditions aux limites appliquées

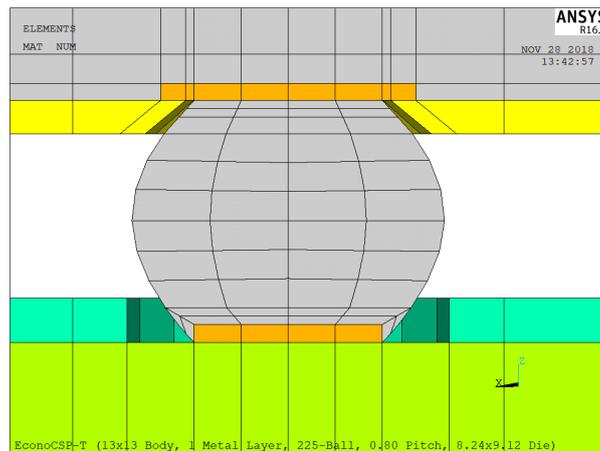


FIGURE 4.3 Modèle du joint de brasure pour la configuration du boîtier T-CSP

4.3.2 Propriétés des matériaux

Dans le modèle d'analyse thermomécanique de la coupe, plusieurs propriétés des matériaux ont été intégrées, qui varient entre plastique et élastique, linéaire et non linéaire, dépendant ou indépendant du temps et de la température. Pour le matériau du joint de brasure, l'évolution de déformations plastiques dépend de la vitesse de chargement. De nombreux auteurs ont étudié la réponse des joints de brasure et ont proposé des équations constitutives. Le modèle constitutif d'Anand [3] qui incorpore la viscoplasticité est l'une des équations développées. En règle générale, la viscoplasticité uniformise le fluage et la plasticité. Cependant, le modèle d'Anand ne prend pas en compte le phénomène d'écrouissage. Ainsi, Darveaux [19] a modifié les constantes du modèle constitutif d'Anand afin de prendre en compte les phénomènes indépendants et dépendants du temps. Le tableau 4.6 montre les constantes d'Anand modifiées qui ont été activées pour le matériau des joints de brasure du CSP étudié.

Component (Material)	Elastic Modulus (MPa)	Shear Modulus (MPa)	CTE (1/K)	Poisson's Ratio (No Units)
Ball (63Sn37Pb)	$75842 - 152T$	–	24.5×10^{-6}	0.35
Chip (Silicon)	162716	–	$-5.88 \times 10^{-6} + 6.26 \times 10^{-8}T - 1.6 \times 10^{-10}T^2 + 1.5 \times 10^{-13}T^3$	0.28
Conductor (Copper)	128932	–	$13.8 \times 10^{-6} + 9.44 \times 10^{-9}T$	0.34
PCB Core (FR4)	$27924 - 37T(XY)$ $12204 - 16T(Z)$	12600 $16.7T(XY)$ 5500 $7.3T(YZ \& XZ)$	– $16.0 \times 10^{-6}(XY)$ – $84.0 \times 10^{-6}(XY)$	0.39(XZ&YZ) 0.11(XY)
PCB Mask (Dry Film)	4137	–	30.0×10^{-6}	0.40

T=Température des propriétés des matériaux en Kelvin

TABLEAU 4.2 Propriétés des matériaux du modèle

T=Tape (Kapton-E)			
Temp (K)	Elastic Moduli (MPa)	CTE (1/K)	Poisson's Ratio (No Units)
233	6624	(XY) 1.20×10^{-5}	0.32
298	5520		0.34
423	1252	(Z) 3.00×10^{-5}	0.33
448	313		0.32

TABLEAU 4.3 Propriétés des matériaux de la bande (Tape)

Die Attach (84-3MVB)			
Temp (K)	Elastic Moduli (MPa)	CTE (1/K)	Poisson's Ratio (No Units)
233	12184	4.40×10^{-5}	0.35
298	6769	4.50×10^{-5}	0.35
353		7.90×10^{-5}	
363		8.90×10^{-5}	
368		9.90×10^{-5}	
373		1.33×10^{-4}	
383		1.34×10^{-4}	
473	207	3.00×10^{-5}	0.35

TABLEAU 4.4 Propriétés des matériaux du "Die Attach"

Mold Compound (EME7730)			
Temp (K)	Elastic Moduli (MPa)	CTE (1/K)	Poisson's Ratio (No Units)
233	28224	9.00×10^{-6}	0.25
298	23520		0.25
403		1.00×10^{-5}	
418		1.70×10^{-5}	
423		2.20×10^{-5}	
428		2.70×10^{-4}	
443		3.40×10^{-4}	
473		3.50×10^{-5}	0.35
513	1764		0.35

TABLEAU 4.5 Propriétés des matériaux du Mold Compound

Parameters	Value	Description
A	(S^{-1})	410^6 Pre-exponential factor
Q/R	(K)	9400 $Q =$ activation energy, $R =$ university energy
ξ	(dimensionless)	1.5 Multiplier of stress
m	(dimensionless)	0.303 Strain rate sensitivity of stress
\hat{s}	(dimensionless)	73.81 Coefficient for deformation resistance saturation value
n	(dimensionless)	0.07 Strain rate sensitivity of saturation value
h_0	(MPa)	1378.95 Hardening constant
a	(dimensionless)	1.3 Strain rate sensitivity of hardening of softening
s_0	(MPa)	12.41 Initial value of deformation resistance

TABLEAU 4.6 Constantes de Darveaux modifiées à partir de celles d'Anand [19]

Constant	Value
K1	22400 <i>cycles/psi</i>
K2	-1.52
K3	5.86×10^{-7} <i>in/cycle/psi</i>
K4	0.98

TABLEAU 4.7 Constantes de Darveaux de corrélation de croissance des fissures [19].

4.3.3 Modèle de prédiction de la durée de vie en fatigue

La prédiction de la durée de vie en fatigue des joints de brasure nécessite de combiner des simulations par éléments finis avec un modèle (méthodologie) de fatigue thermique. Le modèle de fatigue est généralement obtenu en utilisant des données expérimentales et des tests accélérés. Ce modèle est utilisé pour déterminer le nombre de cycles auxquels un CSP peut résister avant d'être défaillant. Parmi les méthodes proposées, Darveaux [19] a pu établir deux équations ainsi que quatre constantes de corrélation de croissance de fissure (K1 à K4), où les résultats de la simulation par éléments finis peuvent être utilisés pour calculer le taux de propagation de la fissure par cycle thermique ainsi que nombre de cycles à l'initiation de la fissure.

Pour la mise en œuvre du modèle, les problèmes de singularité dus à la taille du maillage des éléments finis ont une incidence sur les résultats de la simulation. Cependant, l'analyste doit veiller à la sensibilité de la simulation par éléments finis. Premièrement, l'épaisseur de l'élément à l'interface entre le joint de brasure et le plot de cuivre (copper pad) doit être bien contrôlée. Deuxièmement, cette technique de contrôle de l'épaisseur d'élément doit être utilisée pour déterminer la moyenne volumétrique d'élément qui stabilise le travail inélastique et avec laquelle la simulation sera effectuée. À cet égard, Darveaux a fourni des constantes d'équation pour différentes épaisseurs d'éléments dans l'interface. Pour la présente étude, l'épaisseur de l'élément utilisé était de 0,0254 mm (1 millième de pouce), valeur identique à celle utilisée par Zahn [106] dans ses études de configurations. Cette épaisseur correspond aux deux premières couches d'éléments sur l'interface du joint de brasure/substrat et joint de brasure/PCB (cf. FIGURE 4.3). Il convient également de noter que la méthodologie de Darveaux exige de ne pas joindre les éléments des joints de brasure et celles de la bande dans le modèle par éléments finis. Ceci est dû à la non-adhérence entre les deux matériaux. Darveaux recommande de laisser un espace de 0,0127 mm (0,5 ml) entre le joint de brasure et la bande dans le modèle éléments finis. Cet intervalle est visible dans la figure 4.3. Les constantes de corrélation de croissance des fissures K1 à K4 pour une épaisseur d'élément de joint de brasure de 0,0254 mm sont données dans le tableau 4.7. Les équations pour le calcul des cycles thermiques jusqu'à l'initiation de la fissure et la vitesse de propagation de la fissure par cycle thermique sont définies respectivement par les équations 4.1 et 4.2.

$$N_0 = K1(\Delta W_{ave})^{K2} \quad (4.1)$$

$$\frac{da}{dN} = K3(\Delta W_{ave})^{K4} \quad (4.2)$$

où

ΔW_{ave} est la moyenne volumétrique du travail visco-plastique stabilisé. Ensuite, la durée de vie en fatigue caractéristique α du joint de brasure (nombre de cycles à (62.2%) de défaillance) peut être calculée en faisant la somme des cycles à l'initiation et à la propagation de la fissure sur tout le diamètre du joint de brasure. L'équation [1.8] indique l'expression de α .

$$\alpha = N_0 + \frac{a}{da/dN} \quad (4.3)$$

4.3.4 Résultats numériques et discussion

Le logiciel d'éléments finis ANSYS, régi par la loi de comportement viscoplastique d'Anand, est utilisé pour modéliser le sous modèle du T-CSP, appliquer les conditions aux limites et réaliser la simulation par la MEF. La simulation fournit l'énergie de déformation viscoplastique au niveau du PCB/ joints de brasure et du substrat/joints de brasure. Cette énergie de déformation viscoplastique est utilisée pour calculer la durée de vie caractéristique des joints de brasure au moyen du modèle de Darveaux.

Les cycles thermiques accélérés, recommandés par les normes JEDEC [95], sont appliqués en tant que chargement thermique dans l'analyse par éléments finis. Le profil de température appliqué varie entre -40 °C et 125 °C. La figure 4.4 montre le cycle de chargement thermique où la plus haute température est définie comme température de référence. Deux cycles thermiques sont appliqués en tant que condition de chargement dans l'analyse par éléments finis.

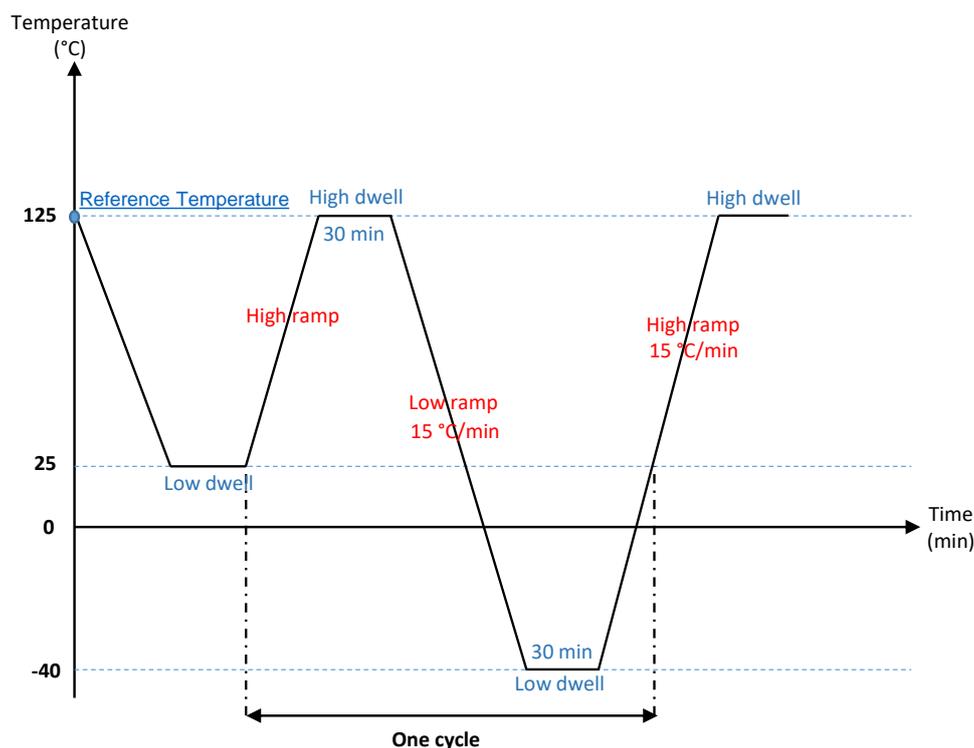


FIGURE 4.4 Cycle de température

Le tableau 4.8 présente les résultats détaillés de la simulation pour la configuration du T-CSP étudié. Le tableau indique l'emplacement du joint de brasure défaillant dans la coupe diagonale du modèle (à partir du centre, y compris le joint de brasure central), la variation de la densité d'énergie de déformation viscoplastique lors de l'application des deux cycles thermiques (c.-à-d. Delta Plastic Work/Cycle), les cycles d'initiation et de propagation des fissures calculés par les équations 4.1 et 4.2 et la durée de vie caractéristique du joint de brasure. Les résultats montrent que le joint de brasure sur le substrat du boîtier (Ball/Substrate Solder Joint) s'est défait en premier avec une durée de vie en fatigue caractéristique de 317 cycles et celle des joints de brasure sur le PCB est de 813 cycles. La défaillance du joint sur le substrat s'est produite au niveau du joint numéro 7, tandis que la défaillance du joint sur le PCB s'est produite au niveau du joint numéro 8 situé à l'extrémité du sous modèle de CSP.

4.4 Méthode probabiliste pour l'évaluation de fiabilité

L'analyse d'incertitude est réalisée pour décrire la plage de sorties possibles en fonction de l'incertitude (des variations) des entrées et pour étudier l'effet du manque de connaissances ou des erreurs du modèle. Comme mentionné précédemment, la simulation de Monte Carlo classée dans les méthodes probabilistes est largement utilisée pour l'analyse des incertitudes [47]. La MCS consiste à générer la plage d'entrée à partir d'une distribution des variables d'entrée à l'aide d'une

Data Description	Results		
	Ball/Substrate Solder Joint	Ball/Test Joint	Board Solder
Failure Joint (From Center)	7	8	
Delta Plastic Work/Cycle (MPa)	0.4987	0.2034	
Delta Plastic Work/Cycle (psi)	72.33	29.51	
Crack Initiation (cycles)	33	131	
Crack Growth Rate (mm/cycle)	0.9883×10^{-03}	0.4104×10^{-03}	
Solder Joint Diameter (mm)	0.2800	0.2800	
Crack Propagation (cycles)	283	682	
Characteristic Life (cycles)	317	813	
Model Size and Run Time Info.			
Total Model Nodes	7035		
Total Model Elements	317		

TABLEAU 4.8 Résultats détaillés de la simulation du T-CSP

des méthodes d'échantillonnage (plans d'expériences), puis les résultats de l'échantillonnage sont utilisés pour calculer les réponses (sorties) du modèle par éléments finis. Cependant, pour obtenir des résultats plus précis, la MCS nécessite un grand nombre d'échantillons d'entrées. Cependant, dans les simulations thermomécaniques, l'analyse par éléments finis transitoires non linéaires, telle que l'analyse de fiabilité CSP, englobe une physique complexe, ce qui rend la simulation onéreuse et impraticable. Pour réduire le temps de calcul, une méthode probabiliste basée sur un métamodèle est proposée. Cette méthode associe les techniques de métamodélisation avec la simulation de Monte Carlo et permet d'analyser les incertitudes avec une grande efficacité. La procédure de la méthode proposée peut être résumée en quatre étapes :

1. Générer les entrées d'échantillonnage à l'aide d'une des méthodes de planification d'expérience ;
2. Obtenir les valeurs de réponse par simulation FEM en utilisant les entrées échantillonnées ;
3. Choisir, construire et valider le métamodèle ;
4. Utilisez le métamodèle construit pour effectuer la simulation de Monte Carlo.

Pour la mise en œuvre de la méthode probabiliste basée sur les métamodèles, l'interconnexion entre le logiciel statistique R [101] et celui de simulation EF ANSYS [40] est effectuée afin de combiner l'analyses par éléments finis, la simulation de Monte-Carlo, et les techniques de métamodélisation. La Figure 4.5 montre l'organigramme d'implémentation de la méthode.

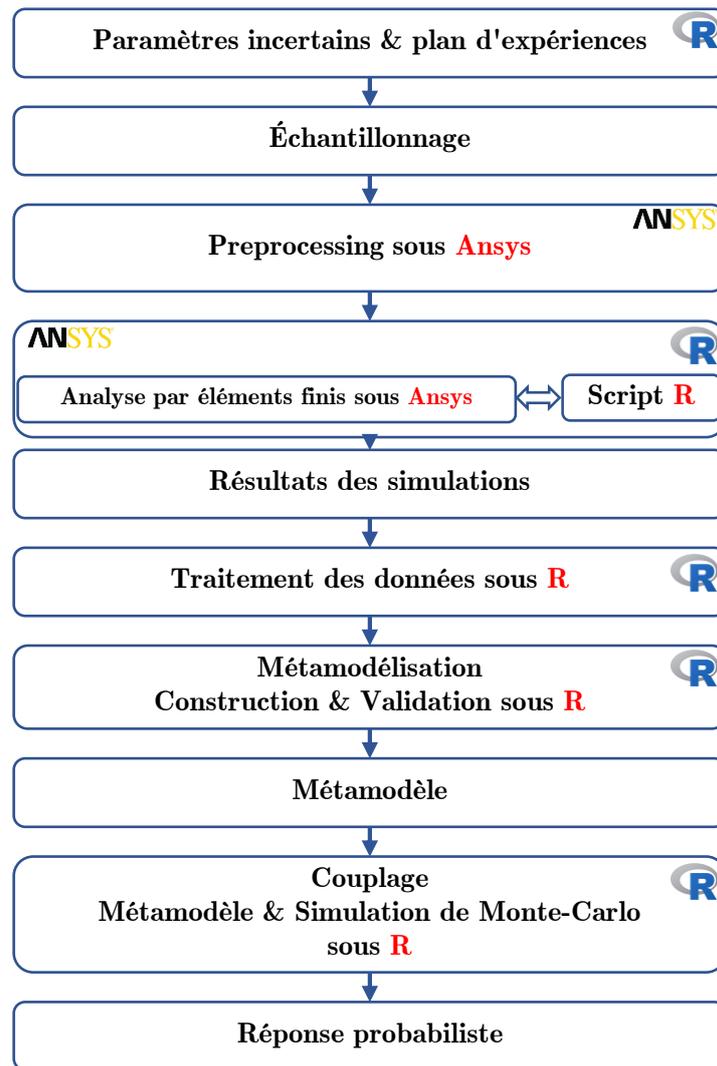


FIGURE 4.5 Organigramme de la méthode probabiliste proposée

4.5 Évaluation de la fiabilité du boîtier T-CSP

4.5.1 Incertitudes dans les CSP

Dans les T-CSP, la variabilité des propriétés des matériaux utilisés pour les bandes et pour l'assemblage du boîtier a un grand impact sur la fiabilité des joints de brasure [106]. La prise en compte des incertitudes consiste alors à considérer les propriétés des matériaux comme des variables soumises à la loi de probabilité normale. Le tableau 4.9 présente les variables aléatoires des propriétés des matériaux considérées dans la présente étude.

Description	Valeur Moyenne	Coefficient de variation	Distribution
Solder ball Elastic Modulus	Table 1.2	0.02	Normal
Solder ball CTE	Table 1.2	0.02	Normal
Solder ball Poisson's Ratio	Table 1.2	0.02	Normal
PCB Core (FR4) Elastic Modulus	Table 1.2	0.02	Normal
PCB Core (FR4) CTE	Table 1.2	0.02	Normal
PCB Core (FR4) Poisson's Ratio	Table 1.2	0.02	Normal
PCB Mask Elastic Modulus	Table 1.2	0.02	Normal
PCB Mask CTE	Table 1.2	0.02	Normal
PCB Mask Poisson's Ratio	Table 1.2	0.02	Normal
Tape (Kapton-E) Elastic Modulus	Table 1.3	0.02	Normal
Tape (Kapton-E) CTE	Table 1.3	0.02	Normal
Tape (Kapton-E) Poisson's Ratio	Table 1.3	0.02	Normal
Conductor (Copper) Elastic Modulus	Table 1.3	0.02	Normal
Conductor (Copper) CTE	Table 1.3	0.02	Normal
Conductor (Copper) Poisson's Ratio	Table 1.3	0.02	Normal

TABLEAU 4.9 Les paramètres de probabilité des variables aléatoires.

4.5.2 Construction et validation du métamodèle

4.5.2.1 Plan d'expériences

Pour créer un métamodèle, on a besoin d'une matrice X qui constitue le plan d'expérience et du vecteur des sorties Y correspondant. Ce dernier sera établi en passant X par le modèle élément finit. Il faut donc que les n observations soient suffisamment bien réparties sur l'ensemble de définition des variables explicatives pour pouvoir créer un bon métamodèle. Le but de ces plans est de maximiser la quantité d'informations obtenues à partir d'une base de données limitée [37]. Dans la littérature, plusieurs méthodes de planification d'expériences sont proposées, telles que les méthodes de remplissage de l'espace contenant l'échantillonnage pseudo-aléatoire (pseudo-random sampling), l'échantillonnage hypercube latin (Latin hypercube sampling), l'échantillonnage par réseau orthogonal (orthogonal array sampling) et l'échantillonnage quasi aléatoire des séquences à faible divergence (quasi-random low-discrepancy sequences) [21].

L'échantillonnage hypercube latin (en anglais Latin Hypercube Sampling ou LHS) est l'une des méthodes les plus utilisées dans les plans d'expériences [30]. En particulier, un exemple d'une grille carrée, contenant les points d'échantillonnage possibles, est un carré latin s'il n'y a qu'un seul échantillon dans chaque ligne et chaque colonne. La méthode LHS est une généralisation de ce concept pour une dimension n arbitraire.

En pratique, pour créer un échantillonnage LHS d'une fonction de k variables, la plage de chaque variable est divisée en n intervalles également probables, ensuite les n points de l'échantillonnage sont dessinés de telle sorte qu'un hypercube latin soit créé.

Au cours de la phase exploratoire, il est important de s'assurer que le plan d'expérience crée couvre adéquatement le domaine expérimental dans le but de tirer le maximum d'informations du domaine en utilisant un nombre limité de points. Par conséquent, les praticiens utilisent certains critères pour étudier la distance entre les points pour évaluer dans quelle mesure la distribution est proche d'une distribution uniforme. Parmi les critères qui peuvent être utilisés pour caractériser la distribution des points dans le domaine expérimental, deux catégories peuvent être identifiées, des critères qui sont calculés directement à l'aide de la distance entre les paires de points et des critères d'écart (discrepancy measures) qui ont pour objectif de quantifier comment la distribution des points s'écarte d'une distribution parfaitement uniforme. *mindist* est une mesure de distance qui retourne la distance minimale entre deux points du plan d'expérience. Une petite valeur de *mindist* signifie qu'il y a une paire de points qui sont proches, tandis qu'une grande valeur signifie que les points sont bien répartis dans le domaine expérimental. La maximisation du critère des *mindistes* est appelée critère de maximin [26]. Ce critère est couramment utilisé pour optimiser la conception des hypercubes latins afin d'assurer de meilleures propriétés de remplissage de l'espace. Dans ce travail la fonction *maximinLHS* [26] (Maximin Latin Hypercube Sample) est choisie comme méthode de planification d'expériences.

Dans le plan d'expériences créé, le nombre d'échantillons doit être correctement défini. En effet, pour déterminer le nombre correct d'échantillons, plusieurs métamodèles de krigeage sont construits à base de différents nombres d'échantillons (de 60 à 180) et chaque métamodèle construit est validé par validation croisée et les méthodes de test du métamodèle.

4.5.2.2 Validation du métamodèle

Le type de métamodèle, sa qualité et la quantité de données sont des paramètres qui affectent la précision d'un métamodèle. Avant la phase d'exploitation, le métamodèle construit doit être validé. Il existe deux méthodes pour évaluer la précision d'un métamodèle : le test de l'ajustement du métamodèle et la validation croisée.

- Mesure d'erreurs

Pour évaluer les performances du métamodèle, la méthode la plus simple consiste à examiner ses erreurs résiduelles [41]. Les méthodes de test des modèles sont appliquées à un ensemble d'observations qui ne sont pas utilisées dans la construction du métamodèle. Elles ont pour objectif de mesurer la différence entre les valeurs observées y et les valeurs prédites \hat{y} . Les deux mesures les plus populaires de l'erreur de métamodèle sont l'erreur quadratique moyenne (*RMSE*), qui est une mesure d'erreur globale, et l'erreur absolue maximale (*MAE*), qui fournit une meilleure interprétation des déviations locales maximales. La *RMSE* et *MAE* sont exprimés comme :

$$\text{RMSE} = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y^{(i)} - \hat{y}^{(i)})^2} \quad (4.4)$$

$$\text{MAE} = \max |y^{(i)} - \hat{y}^{(i)}|, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (4.5)$$

Le coefficient de détermination R^2 est une autre méthode d'évaluation d'erreurs qui fournit une mesure de la façon dont les résultats observés sont reproduits par le modèle. Supposons que $y^{(i)}$ soit la réponse expérimentale, $\hat{y}^{(i)}$ la réponse prévue par le métamodèle et $\bar{y}^{(i)}$ la moyenne de la réponse. Le coefficient R^2 est exprimé par :

$$R^2 = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n (y^{(i)} - \hat{y}^{(i)})^2}{\sum_{i=1}^n (y^{(i)} - \bar{y}^{(i)})^2} = \frac{\sum_{i=1}^n (\hat{y}^{(i)} - \bar{y}^{(i)})^2}{\sum_{i=1}^n (y^{(i)} - \bar{y}^{(i)})^2} \quad (4.6)$$

Où $0 \leq R^2 \leq 1$. Plus R^2 est proche de 1, plus le métamodèle construit est précis.

- Validation croisée

La validation croisée (Cross-validation CV) est un moyen couramment utilisé pour évaluer la qualité d'un métamodèle et de le comparer à d'autre. Le principe de base de cette méthode est d'utiliser le même échantillon pour la construction et la validation du métamodèle. En effet, la validation croisée consiste à diviser de manière aléatoire l'échantillon généré par le plan d'expérience en p sous-ensembles à peu près égaux, puis à écarter chacun de ces sous-ensembles et à construire le métamodèle à base des sous-ensembles restants . Les erreurs résultantes de chaque itération entre le métamodèle construit et le sous ensemble écarté sont calculées et sommées [34]. Cette somme est définie comme erreur par validation croisée, appelée de type "p-fold", pour le métamodèle. L'approche « laisser-k-out » (leave-k-out) est une variante de validation croisée dans laquelle tous les sous-ensembles possibles de taille k sont écartés, et le métamodèle est construit sur la base de l'ensemble restant, et à chaque fois, l'erreur est évaluée aux points écartés. En particulier, dans le cas où, la validation croisée est appelée « Laisser un test » (leave-one-out) [50] et dans ce cas, l'erreur de prédiction par validation croisée est calculée par :

$$\text{RMSE}_{CV} = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y^{(i)} - y_{-i}^{(i)})^2} \quad (4.7)$$

où $y^{(i)}$ est la réponse exacte du modèle EF en $\mathbf{x}^{(i)}$ (à partir des données de l'échantillon) et $y_{-i}^{(i)}$ est la prédiction en $\mathbf{x}^{(i)}$ du métamodèle construit à base de tous les points de l'échantillon sauf $(\mathbf{x}^{(i)}, y^{(i)})$.

- Résultats de validation

Les résultats de la validation des métamodèles sont représentés sur la figure 4.6. On peut remarquer que la taille initiale de l'échantillon pourrait être fixée à 180 puisque la performance du métamodèle de krigeage ne s'améliorerait pas significativement au-delà de cette taille d'échantillon. Les résultats de validation du métamodèle pour un métamodèle krigeage construit à partir de 180 échantillons sont :

- $RMSE_{CV} = 3,3$, $MAE_{CV} = 2,42$ et $R^2 = 0,9$ pour le joint de brasure/substrat.
- $RMSE_{CV} = 1,79$, $MAE_{CV} = 1,30$ et $R^2 = 0,89$ pour celui de joint de brasure /PCB.

Les résultats obtenus indiquent également que le métamodèle construit avec 180 échantillons est suffisamment précis.

4.5.3 Simulation de Monte Carlo basée sur le métamodèle de krigeage

Après la construction et la validation du métamodèle, la simulation de Monte Carlo (MCS), qui constitue la dernière étape de la méthode probabiliste, peut être effectuée à base du métamodèle construit.

L'application de la MCS consiste à générer un échantillonnage de 10^5 des variables aléatoires avec le logiciel **R**, et à calculer la réponse avec le métamodèle de kriging construit. Les résultats de la MCS pour Ball/Substrate Solder Joint et Ball/PCB Solder Joint sont respectivement présentés dans les figures 4.7 et 4.7, ces résultats contiennent quatre graphes classiques de la qualité d'ajustement calculés par les fonctions `denscomp`, `qqcomp`, `cdfcomp` et `ppcomp` du package "fitdistrplus" du logiciel R.

[22] :

1. Un graphe de densité représentant la fonction de densité de la distribution ajustée ainsi que l'histogramme de la distribution empirique "**Histogram and theoretical densities**".
2. Un graphe **CDF** "Cumulative distribution function" de la distribution empirique et de la distribution ajustée "**empirical and theoretical CDFs**".
3. Un graphe **Q-Q** représentant les quantiles empiriques (axe des y) par rapport aux quantiles théoriques (axe des x).
4. Un graphe **P-P** représentant la fonction de distribution empirique évaluée à chaque point de données (axe des y) par rapport à la fonction de distribution ajustée (axe des x).

Les résultats montrent qu'une MCS basée sur le métamodèle de krigeage est plus pratique et efficace qu'une méthode de simulation MCS classique basée sur le modèle par éléments finis. En effet, le temps de calcul nécessaire pour une simulation déterministe avec le modèle éléments finis du T-CSP est d'environ 4 minutes (240s). Pour réaliser une MCS avec les 10^5 échantillons en se basant modèle par éléments finis, le temps de calcul est d'environ 4×10^5 minutes, tandis que la MCS basé sur le métamodèle de kriging réduit fortement le temps de calcul et rend la méthode probabiliste abordable.

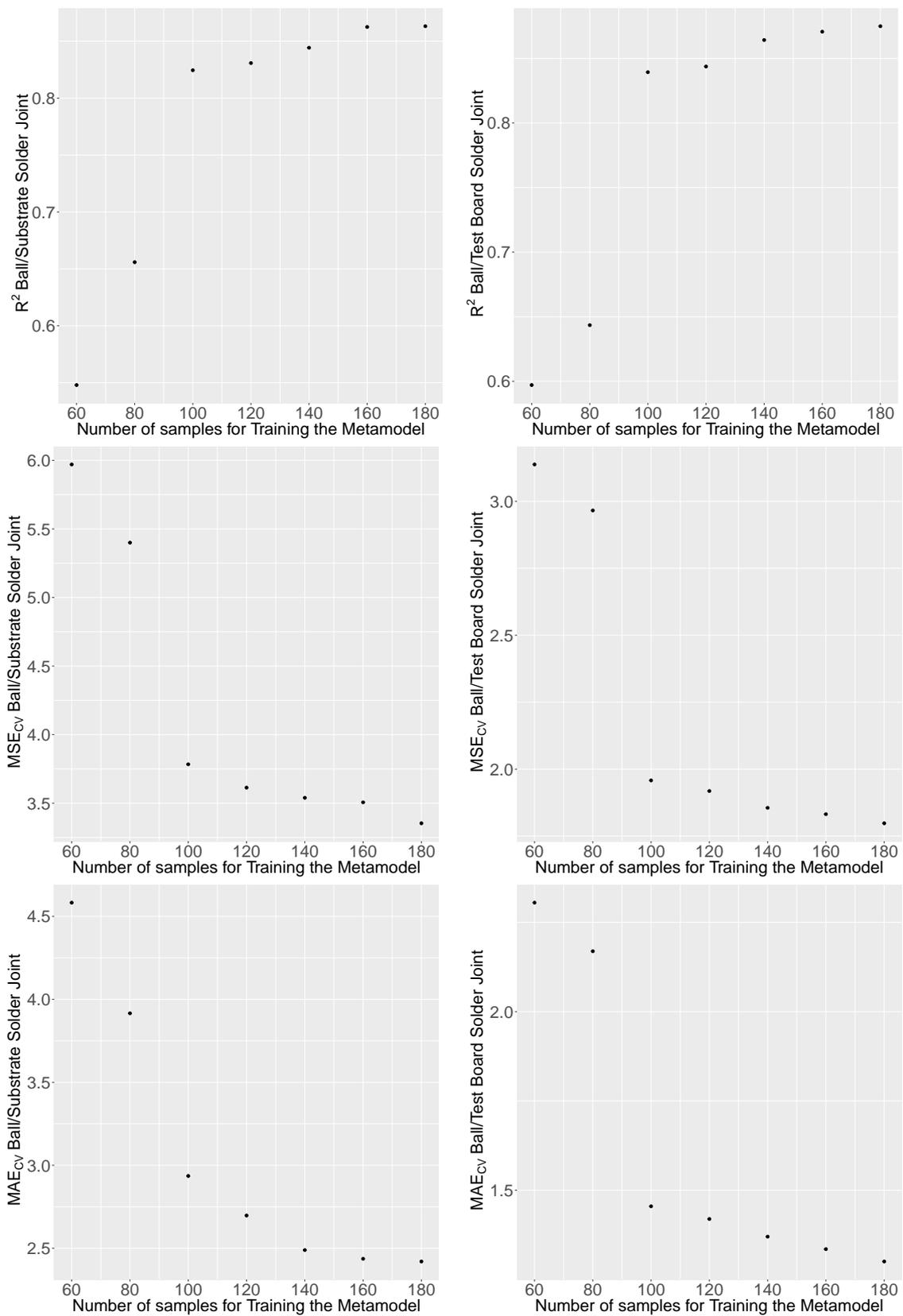


FIGURE 4.6 Résultats de la validation des métamodèles de krigeage pour la prédiction de la fiabilité du T-CSP

La fonction de densité de probabilité de la durée de vie en fatigue (durée de vie caractéristique) du joint de brasure présentée dans la figure 4.7 et 4.8 est estimée avec 10^5 points d'échantillonnage en utilisant des simulations de Monte Carlo. l'estimateur du maximum de vraisemblance est utilisé pour trouver la meilleure distribution de probabilité d'ajustement de la durée de vie en fatigue. La distribution log-normale avec ses deux paramètres (Moyenne, Ecart type) (cf. Tableau 4.10) correspond à la distribution probabiliste de la durée de vie en fatigue. Le tableau 4.11 présente la probabilité de défaillance calculée pour des valeurs cibles du nombre de cycle de vie en fatigue.

	Valeur moyenne (Paramètre d'échelle)	Ecart-type (Paramètre de forme)
Joint de brasure/substrat	5.8926	0.0601
Joint de brasure/PCB	6.8363	0.0832

TABLEAU 4.10 Paramètres de la loi Log-normale

	Valeur cible du nombre de cycle de vie	Probabilité de défaillance
Joint de brasure/substrat	400	0.019326111(\simeq 1.93%)
Joint de brasure/PCB	800	0.034138343(\simeq 3.41%)

TABLEAU 4.11 Probabilités de défaillance

4.6 Conclusion

Dans ce dernier chapitre, on a présenté une méthode probabiliste basée sur les métamodèles pour l'évaluation de la fiabilité des packages électroniques avec une application sur les T-CSP. Un modèle du T-CSP est réalisé et une analyse par éléments finis est effectuée afin de prédire la fiabilité du package grâce au calcul de la durée de vie en fatigue des joints de brasure sous chargement thermique accéléré. Le modèle de taux de croissance des fissures de Darveaux a été appliqué pour calculer la durée de vie caractéristique des joints de soudure en utilisant les résultats simulés de densité d'énergie de déformation viscoplastique au niveau du substrat/ joints de brasure et PCB/joints de brasure. Pour éviter les calculs fastidieux, le métamodèle de krigeage est utilisé pour estimer la relation entre la réponse et les variables d'entrée. Ensuite, la méthode probabiliste basée sur les métamodèles, qui combine le MCS et le métamodèle construit, a été présentée et appliquée pour prendre en compte les incertitudes dans l'évaluation de fiabilité des packages électroniques.

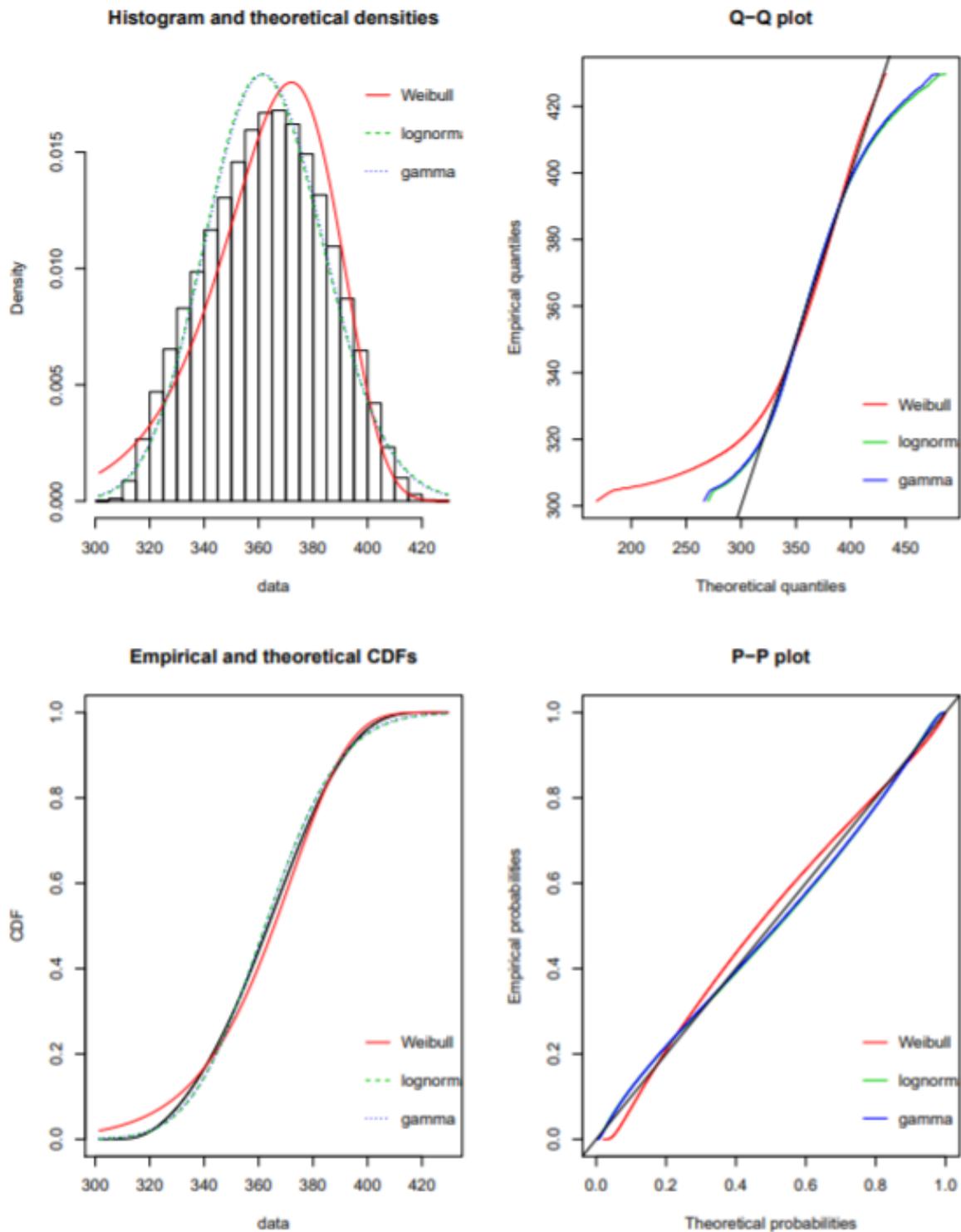


FIGURE 4.7 Qualité d'ajustement pour différentes distributions ajustées par des lois continues (distributions de Weibull, gamma et log-normale) de la durée de vie en fatigue du joint de brasure/PCB (Ball/Test Board Solder Joint)

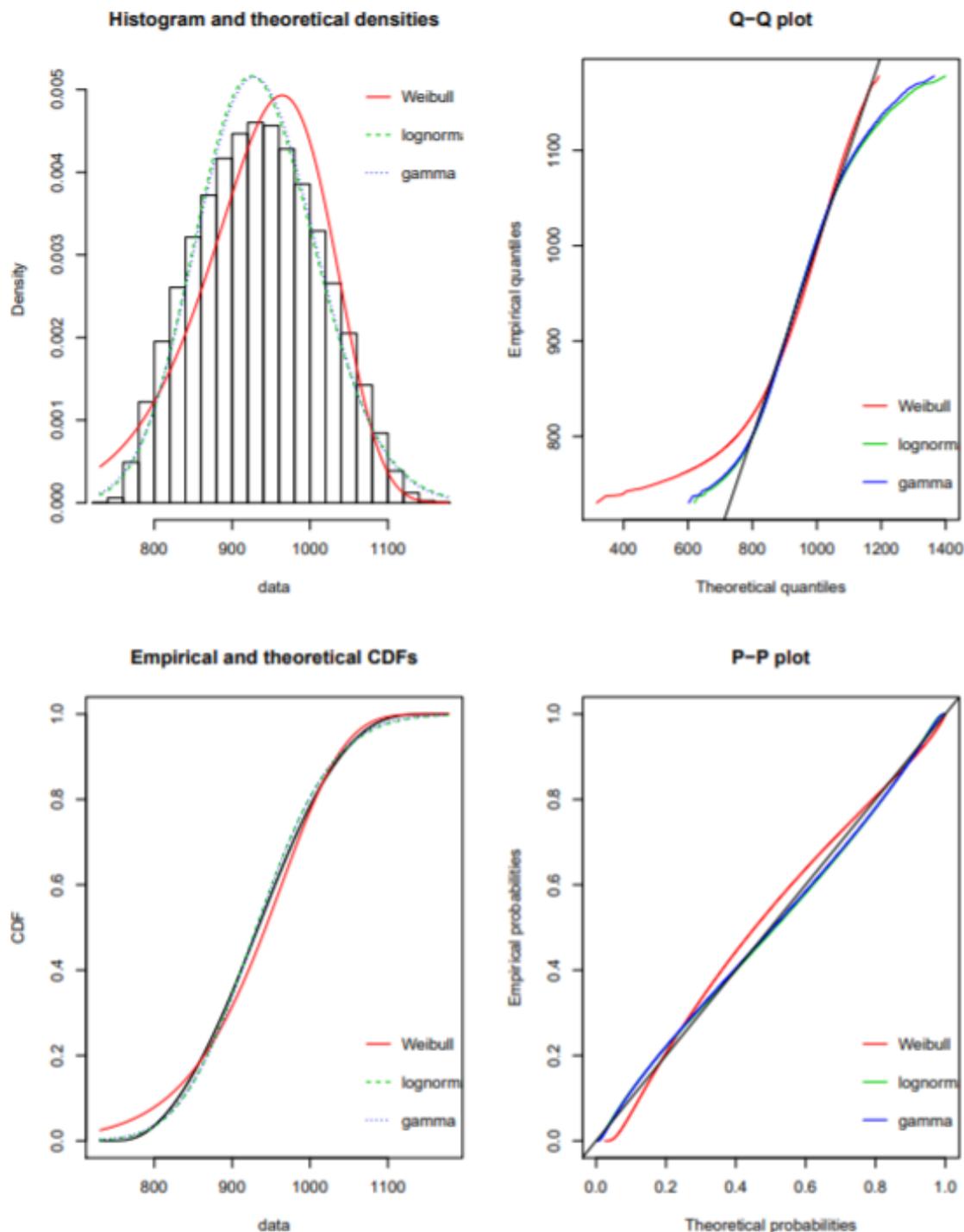


FIGURE 4.8 Qualité d'ajustement pour différentes distributions ajustées par des lois continues (distributions de Weibull, gamma et log-normale) de la durée de vie en fatigue du joint de brasure/substrat (Ball/substrat Solder Joint)

Conclusion générale et perspectives

Les techniques de métamodélisation sont devenues des outils indispensables dans l'ingénierie moderne, puisqu'elles permettent de résoudre les problèmes de fiabilité du monde réel à un coût de calcul abordable. Ce travail de thèse propose des approches pour l'intégration des techniques de métamodélisation plus avancées telles que le krigeage, pour l'étude de la fiabilité et l'optimisation des dispositifs mécatroniques tout en gardant des caractéristiques prometteuses en termes de performance et de précision.

Dans la première partie de ce travail, nous avons proposé une adaptation de la méthode CMA-ES assisté par le métamodèle de krigeage (KA-CMA-ES) pour l'optimisation globale des joints de brasure des dispositifs mécatroniques. Dans le deuxième chapitre, l'algorithme KA-CMA-ES était présenté, cet algorithme se base sur une combinaison de la méthode d'adaptation de la matrice de covariance Covariance « Matrix Adaptation Evolution Strategy (CMA-ES) » et le métamodèle de Krigeage, dans le but de réduire le nombre d'évaluations de la fonction objectif (modèle mécanique) et améliorer l'efficacité de la résolution du problème traité. Dans le CMA-ES assisté par Krigeage (KA-CMA-ES), les modèles de Krigeage sont répétitivement construits à base des points déjà évalués par la fonction objectif (modèle mécanique original), puis utilisé pour prédire la valeur de la fonction objectif des nouveaux individus au lieu des évaluations originales du modèle mécatronique. De cette façon, le nombre d'évaluations coûteuses du modèle mécatronique est considérablement réduit et le coût de calcul aussi.

La mise en œuvre de cet algorithme proposé a été réalisée dans l'optimisation globale des joints de brasure d'un boîtier de type PQFP. Les résultats des études numériques montrent que l'algorithme KA-CMA-ES proposé est plus efficace que l'algorithme CMA-ES standard et a la meilleure performance en terme du temps de calcul. KA-CMA-ES nous a permis, à travers la détermination de la géométrie optimale des joints de brasure, d'améliorer la durée de vie de ces derniers et par conséquent la durée de vie du dispositif complet.

Dans la deuxième partie de cette thèse, nous avons proposé une méthodologie générale pour l'analyse de la fiabilité des boîtiers de type CSP. Cette méthode s'appuie sur la modélisation des incertitudes sur les propriétés des matériaux et vise à quantifier le niveau de fiabilité du système étudié pour un scénario de défaillance en fatigue. Cette méthodologie avait pour objectif d'utiliser les techniques de métamodélisation afin de surmonter efficacement le coût de calcul dû

à l'utilisation direct de la simulation de Monte Carlo "MCS" pour l'analyse des incertitudes et la prédiction de la fiabilité. Le métamodèle de Krigeage est utilisé pour imiter le comportement du modèle d'analyse complexe par éléments finis non-linéaires des T-CSP tout en satisfaisant en même temps l'efficacité et la précision de ce dernier. L'analyse tridimensionnelle par éléments finis a permis de déterminer la réponse en fatigue des joints de brasure dépendant du temps d'un boîtier T-CSP dans des conditions de chargement, puis le métamodèle approprié est construit en fonction des paramètres d'entrée et de leurs réponses de simulations déterministes. Par la suite, le métamodèle construit est validé et utilisé pour effectuer la MCS. Les résultats obtenus ont montré la performance de la méthode proposée pour l'évaluation de la fiabilité des dispositifs mécatroniques.

Perspectives

Les approches proposées dans ce travail de thèse ont permis de bénéficier des techniques de métamodélisation pour l'optimisation et l'étude de la fiabilité des dispositifs mécatroniques. Cependant, plusieurs problématiques ouvertes peuvent être considérées comme perspectives de ce travail :

- La conception de systèmes mécatroniques complexes induit souvent des incertitudes qui doivent être prises en compte dans les problèmes d'optimisation. Une adaptation de l'algorithme d'optimisation KA-CMA-ES est indispensable afin d'une part de gérer efficacement les contraintes en présence des incertitudes et d'autre part ajouter des contraintes de fiabilité dans le processus d'optimisation (Optimisation fiabilisée).
- Pour la méthodologie d'évaluation de la fiabilité proposée, des approches itératives basées sur la simulation de Monte Carlo et le métamodèle Kriging peuvent être utilisées pour évaluer la fiabilité de manière plus efficace.
- Les études que nous avons élaboré concernent des composants de type (CMS) "Composants Montés en Surface", brasés sur un circuit imprimé qui réalise les interconnexions entre les composants, ces études peuvent être appliquées sur les interconnexions de premier niveau qui concerne le câblage filaire "Wire bonding" ou la soudure des entrées/sorties des puces.

Annexe A

Introduction à R & RStudio

L'environnement R

R est un langage de programmation destiné principalement au calcul statistique, analyse de données et des représentations graphiques [102]. De nombreux experts en sciences des données affirment que R peut être considéré comme une application très différente des outils sous licence. Cet outil d'analyse de données a été développé aux Laboratoires Bell par John Chambers et ses collègues [16].

R fournit une grande variété de techniques statistiques comprennent la modélisation linéaire et non linéaire, les tests statistiques classiques, l'analyse des séries chronologiques, le clustering (Partitionnement de données) et la représentation graphique. Il s'agit d'une suite logicielle plus intégrée, destinée à la manipulation, au calcul et à la visualisation des données. L'environnement **R** est plutôt un espace bien développé pour un langage de programmation **R**, comprenant des fonctions récursives définies par l'utilisateur ainsi que des fonctions d'entrée et de sortie.

L'un des plus grands avantages de R est qu'il est entièrement open source. Cela signifie qu'il peut être téléchargé très facilement et qu'il est gratuit. C'est principalement la raison pour laquelle il existe aussi des communautés qui s'efforcent de développer les différents aspects de cet outil. Actuellement, il y a environ 19 développeurs, y compris des professionnels de l'industrie des TI, qui aident à peaufiner ce logiciel. C'est aussi la raison pour laquelle la plupart des derniers développements technologiques, sont les premiers à arriver sur ce logiciel avant qu'ils ne soient vus ailleurs.

R est un outil compatible avec toutes les plates-formes et fonctionne donc sur de nombreux systèmes d'exploitation ainsi que sur le monde matériel. Il peut fonctionner avec la même clarté pour les systèmes d'exploitation Linux et Microsoft Windows.

RStudio

RStudio est un environnement de développement intégré (integrated development environment IDE) libre et open source pour R. Son interface est organisée de façon à ce que l'utilisateur puisse voir clairement les graphiques, les tableaux de données, le script R et les sorties en même temps.

Installation et mise en service de R & RStudio

R peut être téléchargé et installé à partir du site Web du CRAN (Comprehensive R Archive Network) à <http://cran.r-project.org/>. Choisissez le lien approprié pour votre système d'exploitation (Mac OS X, Windows, ou Linux), et suivez les instructions (pas très compliquées).

Dans cette thèse, nous travaillons avec R via RStudio, ce qui facilite notre travail. RStudio peut être téléchargé (après avoir installé R) à partir de : <http://www.rstudio.com/>

Une fois R et RStudio installés, nous n'avons plus qu'à exécuter RStudio.

La figure A.1 est une capture d'écran de RStudio ; elle est constituée de quatre fenêtres [13] :

- Une fenêtre de script en haut à gauche avec le fond sombre. Les commandes doivent toujours être tapées dans un script R. En surlignant le code sélectionné et en cliquant sur Exécuter, nous pouvons exécuter les lignes de code sélectionnées.
- Une fenêtre de console en bas à gauche avec le fond sombre. C'est là que la sortie de R apparaît. Nous pouvons taper et exécuter des commandes dans la console, mais il est préférable d'utiliser des scripts.
- Une fenêtre Environnement ou Historique. C'est la fenêtre supérieure droite qui comporte des onglets Environnement et Historique. Différents objets apparaissent ici lorsque vous les créez. Sous l'onglet Environnement se trouve l'onglet 'Import Dataset', utilisée pour importer des données dans RStudio.
- Une Fenêtre des graphiques, etc. C'est la fenêtre en bas à droite qui comporte les onglets suivants : Fichiers, graphiques, packages, aide et visualiseur. Lorsque des graphiques sont créés, ils peuvent être visualisés ici à l'aide de l'onglet Graphiques. Les Packages peuvent être installés à l'aide de l'onglet Packages.

Les quatre fenêtres peuvent être disposées selon l'endroit où l'utilisateur préfère qu'elles soient en haut ou en bas, à droite ou à gauche.

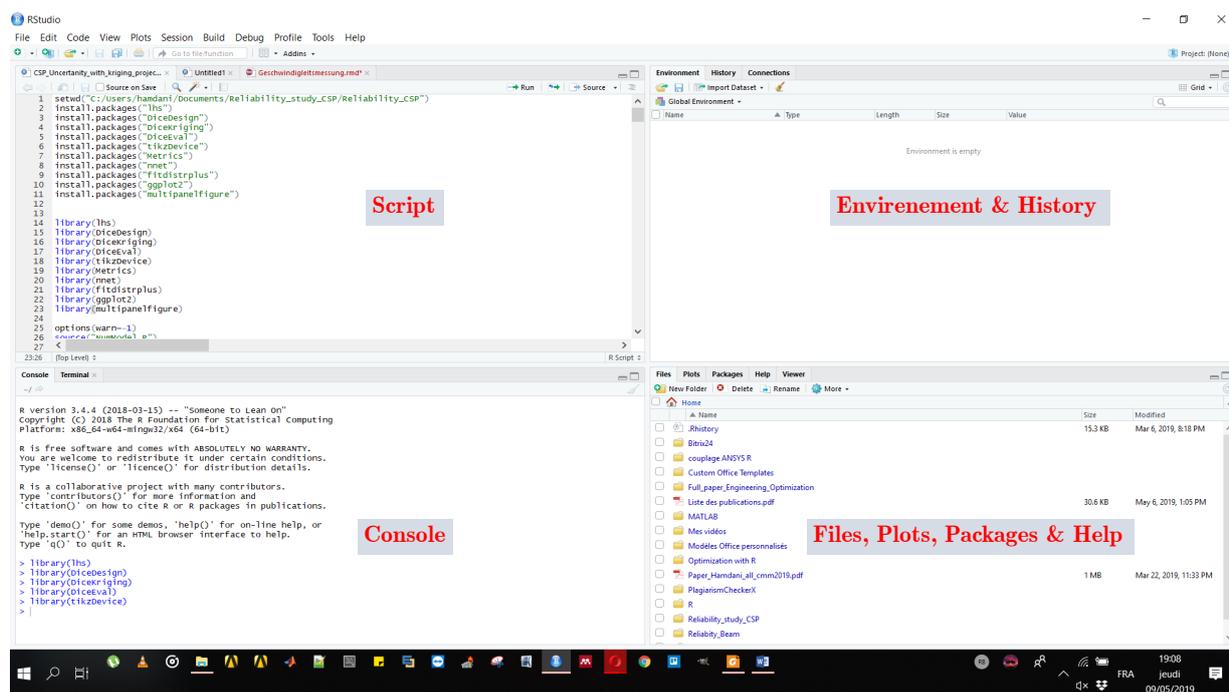


FIGURE A.1 Les fenêtres RStudio

Création de projets et Gestion des données en RStudio

L'une des fonctionnalités les plus utiles de RStudio est la facilité de gestion des projets. Cela aide beaucoup dans le travail ; les fichiers et les répertoires sont bien organisés.

Avant de commencer à travailler dans R, vous devez définir votre répertoire de travail (un dossier pour contenir tous vos fichiers de projet) ; par exemple, "*C:\Reliability analysis\...*". Ce répertoire est l'endroit où tous vos jeux de données d'entrée sont stockés. Il sert également d'emplacement par défaut pour les graphiques et autres objets exportés à partir de R. S'il est défini, il vous permet d'importer des données dans R avec seulement un nom de fichier et non le chemin complet du fichier.

Habituellement, au début de chaque session R, vous devez définir votre répertoire de travail. Pour modifier le répertoire de travail dans RStudio, sélectionnez l'onglet Fichiers > Autres > Définir comme répertoire de travail.

Script R

Avant d'exécuter des fonctions R dans la console, les commandes sont généralement écrites (ou scriptées). Scripter, c'est essentiellement montrer votre travail. La séquence des fonctions nécessaires à l'exécution d'une tâche est scriptée afin de documenter ou d'automatiser une tâche.

Bien que le script puisse sembler encombrant au premier abord, il permet en fin de compte de gagner du temps à long terme, en particulier pour les tâches répétitives. Les avantages comprennent :

- Permettre aux autres de reproduire votre travail.
- Sert de guide ou de aide-mémoire sur la façon d'exécuter une tâche.
- Permettre une itération rapide, ce qui économise du temps et permet l'évaluation des changements incrémentiels.
- Réduction du risque d'erreur humaine.

Un script R est simplement un fichier texte de commandes R que vous avez tapées.

Vous pouvez écrire vos scripts dans l'Editeur R ou dans un autre éditeur tel que Notepad.

Sur RStudio, vous pouvez sauvegarder vos scripts afin de pouvoir les référencer dans le futur, les modifier si nécessaire et garder une trace de ce que vous avez fait. Pour ce faire, cliquez simplement sur le bouton **Enregistrer** de votre onglet script R. Les scripts s'enregistrent avec l'extension .R et R suppose que les fichiers de script sont sauvegardés avec cette seule extension. En cas d'utilisation d'autres éditeurs de texte, vous pouvez ouvrir directement vos fichiers dans l'éditeur de texte RStudio et vous n'aurez pas à vous soucier d'enregistrer vos scripts dans R.

Pour créer et commencer à travailler avec un script dans RStudio, il suffit d'ouvrir un nouveau fichier script R en cliquant sur **Fichier > Nouveau fichier > Script R**. Puis dans l'éditeur de texte, tapez une séquence de fonctions (ex : `2 + sin(3)`) et cliquez sur Exécuter et finalement RStudio imprime le résultat dans la fenêtre Console.

```
> 2+sin(3)
[1] 2.14112
>
```

Quelques conseils de base d'écriture de scripts :

- Placez chaque fonction (par exemple `read.csv()`) sur une ligne séparée.
- Si une fonction a une longue liste d'arguments, placez chaque argument sur une ligne séparée.
- Une commande peut être exécutée à partir de l'éditeur de texte en plaçant le curseur sur une ligne et en tapant *Crtl + Entrée*, ou en cliquant sur le bouton Exécuter.
- Un fichier de script R entier peut être exécuté en cliquant sur le bouton Source.

Différents objets dans R

Dans R, nous travaillons avec des objets de différents types. ci-dessous, nous présentons un exemple simple pour examiner quatre objets les plus importants : vecteur, matrice, dataframe et liste.

Les vecteurs

Nous mettons en place un vecteur appelé *Validation*, composé de quatre points. Nous devons taper ce qui suit dans la fenêtre du script, puis cliquer sur Exécuter pour lancer cette ligne. le résultat apparaît alors dans la fenêtre de la console.

```
> Validation <- c(11, 5, 23)
>
```

Lorsque nous exécutons la commande ci-dessus, nous ne voyons aucune sortie. R crée simplement l'objet appelé *Validation*, et vous pouvez le voir dans la fenêtre Environnement. Pour l'imprimer, nous devons taper *Validation* et lancer la ligne :

```
> Validation
[1] 11523
>
```

Le [1] qui apparaît au début du résultat indique seulement que le premier élément est 11.

R fera la distinction entre *Validation* et *validation*; si nous ne faisons pas attention, nous obtiendrons un message d'erreur.

```
> validation
> Error : object 'validation' not found
>
```

Dans R, les parenthèse () et les crochets [] sont différentes, chacun doit être utilisé de la bonne façon selon le contexte.

```
> > Validation <- c[11, 5, 23]
> Error in c[11, 5, 23] : object of type 'builtin' is not subsettable
>
```

Pour vecteur *Validation*, sous R, on peut :

- Trouver sa longueur :


```
> length(Validation)
[1] 3
>
```
- Extraire l'un ou une partie de ses éléments (le 2^{ème} par exemple) :


```
> Validation[2]
[1] 23
>
> Validation[1 :2]
[1] 5 23
>
```

- Calculer la somme des éléments

```
> Total-Validation <- sum(Validation)
[1] 39
>
```

Les matrices

Dans R, vous pouvez créer des Matrices de manières différentes, soit directement par la fonction *Matrix*, soit par la fonction *cbind* qui permet de mettre un ensemble de vecteur dans les colonnes d'une matrice etc...

On prend l'exemple d'une matrice qui est le résultat de la génération d'un plan d'expérience où le nombre de variables est égal à 3 et la dimension du problème égale à 2.

Pour cela on a besoin d'installer et de charger le package 'DiceDesign' puis de taper la commande suivante :

```
> LHS_Design <- maximinLHS(3, 2, dup=2)
> LHS_Design
      [,1]      [,2]
[1,] 0.98843642 0.50781027
[2,] 0.08720013 0.06038434
[3,] 0.46014670 0.77909376
> class(LHS_Design)
```

On peut vérifier qu'il s'agit bien d'une matrice par la commande *class*

```
> class(LHS_Design)
[1] "matrix"
```

Nous pouvons :

- Extraire la première ligne de la matrice :

```
> LHS_Design[1, ]
[1] 0.9884364 0.5078103
>
```

- Extraire la deuxième colonne

```
> LHS_Design[,2]
[1] 0.50781027 0.06038434 0.77909376
>
```

- Extraire l'élément situé sur la première ligne et la deuxième colonne

```
> LHS_Design [1,2]
[1] 0.5078103
>
```

Les tableaux de données (Data Frames)

L'objet *data.frame* est un type spécifique dédié à la manipulation d'ensemble de données de type « individus × variables » (lignes × colonnes).

On peut le voir comme une liste de vecteurs de même longueur (numérique, factor, etc.). Avec des fonctionnalités spécifiques.

On peut aussi le voir comme une matrice. Cette spécificité peut être exploitée intensivement lorsqu'il s'agit d'accéder aux valeurs.

Les lists

Une liste R est un vecteur permettant de stocker des objets hétérogènes. L'accès indicé est possible. Les « cases » vides correspondent à la valeur NULL (pointeur nul).

L'exemple ci-dessous présente la création d'une liste qui contient des objets hétérogènes, ainsi que des opérations usuelles telles que l'affichage des éléments de la liste (*print(Liste)*), l'accès indicé à l'un des éléments, le nombre des éléments, la longueur de la liste, et la modification implicite de la taille.

```
> #création d'une liste hétérogène
> Liste <- list("Design", 10, TRUE, c(5, 13, 7), c("model", "metamodel"))
> print(class(Liste))
[1] "list"
> print(Liste)
[[1]]
[1] "Design"

[[2]]
[1] 10

[[3]]
[1] TRUE

[[4]]
[1] 5 13 7
```

```
[[5]]
[1] "model"      "metamodel"

> #accès indicé
> print(Liste[[3]])
[1] TRUE
> #nombre d'éléments
> print(length(Liste))
[1] 5
>
> #modification implicite de taille
> Liste[[8]] <- c(6.5,15)
> print(Liste)
[[1]]
[1] "Design"

[[2]]
[1] 10

[[3]]
[1] TRUE

[[4]]
[1] 5 13 7

[[5]]
[1] "model"      "metamodel"

[[6]]
NULL

[[7]]
NULL

[[8]]
[1] 6.5 15.0
>
```

Les cases numéro 6 et 7 son vides et ne pointent sur rien.

Enrichir R avec des Packages

Les packages sont des ensembles de fonctions supplémentaires qui peuvent être chargés à la demande. Elles comprennent généralement des exemples de données qui peuvent être utilisées pour démontrer ces fonctions. Bien que R soit fourni avec de nombreuses fonctions et modèles statistiques courants, la plupart de nos travaux nécessitent des packages supplémentaires. Actuellement, le [CRAN](#) contient plus de 14000 packages disponibles.

Installation des packages

Pour utiliser un package, vous devez d'abord l'installer, puis le charger. Ces étapes peuvent être effectuées à l'aide de l'onglet Packages (cf. A.2) ou en ligne de commande (cf. A.3). Des exemples de ces deux approches sont fournis ci-dessous. Les paquets R ne doivent être installés qu'une seule fois (jusqu'à ce que R soit mis à niveau ou réinstallé). Chaque fois que vous démarrez une nouvelle session R, cependant, vous devez charger chaque package que vous avez l'intention d'utiliser dans cette session.

Dans l'onglet Packages, vous verrez une liste de tous les paquets actuellement installés sur votre ordinateur, et 2 boutons intitulés "Installer" ou "Mettre à jour". Pour installer un nouveau package, cliquez simplement sur le bouton Installer. Vous pouvez entrer installer un ou plusieurs packages à la fois en les séparant simplement par une virgule.

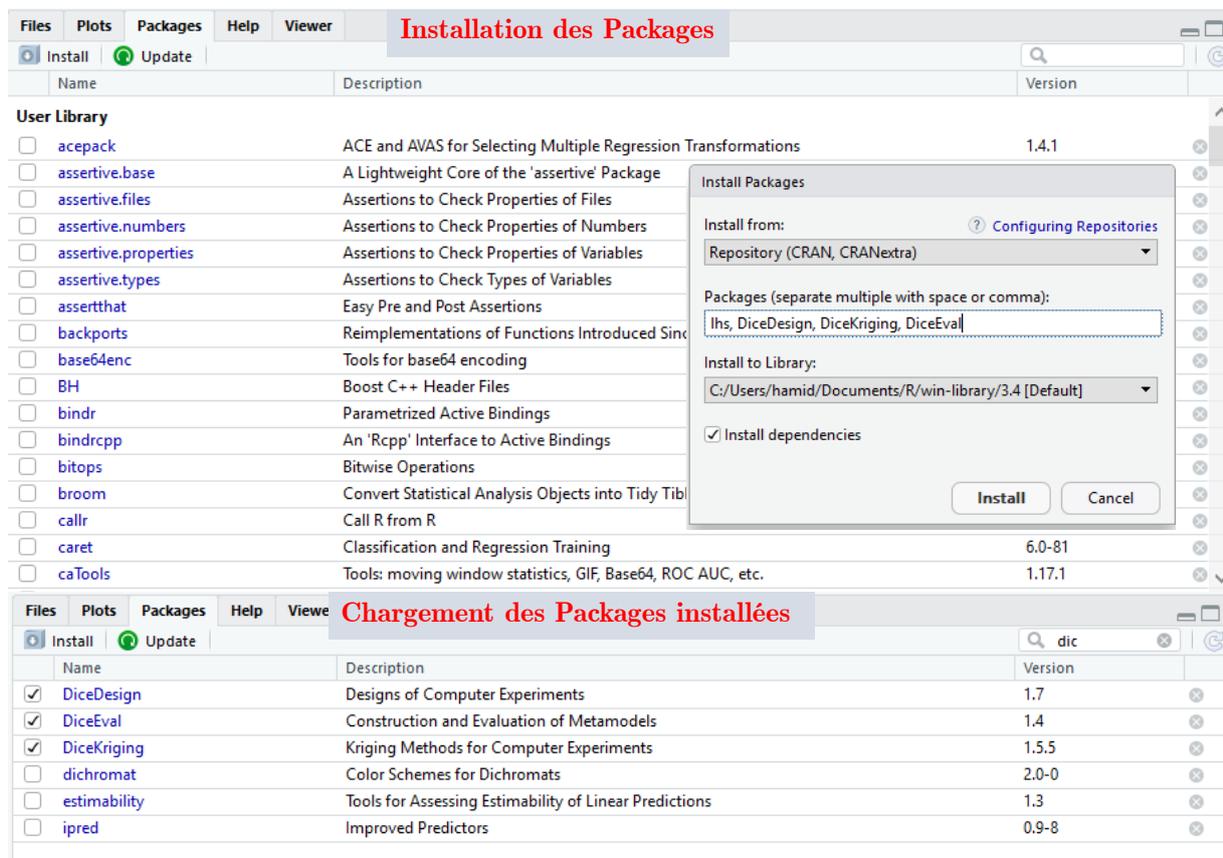


FIGURE A.2 Installation et chargement des packages à l'aide de l'onglet Packages

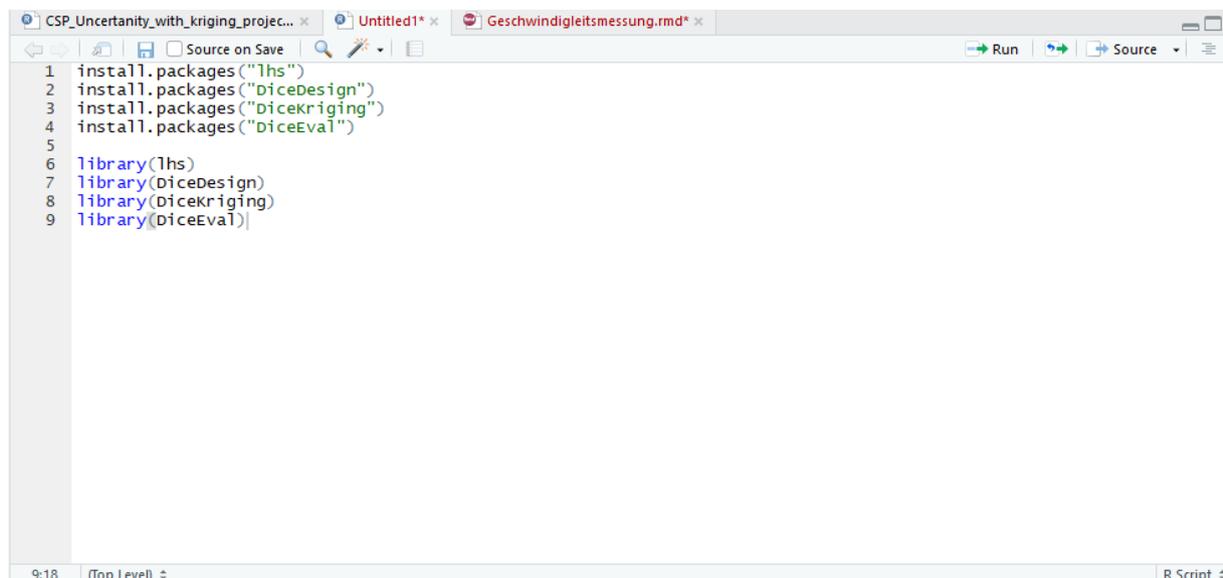


FIGURE A.3 Installation et chargement des packages à l'aide de lignes de Commande

Bibliographie

- [1] ABDO, T., AND RACKWITZ, R. A new beta-point algorithm for large time-invariant and time-variant reliability problems. In *Reliability and Optimization of Structural Systems' 90*. Springer, 1991, pp. 1–12.
- [2] AMAGAI, M., WATANABE, M., OMIYA, M., KISHIMOTO, K., AND SHIBUYA, T. Mechanical characterization of sn–ag-based lead-free solders. *Microelectronics Reliability* 42, 6 (2002), 951 – 966.
- [3] ANAND, L. Constitutive equations for the rate-dependent deformation of metals at elevated temperatures. *Journal of Engineering Materials and Technology(Transactions of the ASME)* 104, 1 (1982), 12–17.
- [4] AOUES, Y., MAKHLOUFI, A., POUUNET, P., AND EL HAMI, A. Probabilistic assessment of thermal fatigue of solder joints in mechatronic packaging. In *Proceedings of the 1st International Symposium on Uncertainty Quantification and Stochastic Modeling, Maresias, SP, Brazil* (2012).
- [5] ASSIF, S. *Reliability and optimization of mechanical structures in uncertain parameters : application to electronic cards*. Theses, INSA de Rouen, Oct. 2013.
- [6] BÄCK, T., FOUSSETTE, C., AND KRAUSE, P. *Contemporary evolution strategies*. Springer, 2013.
- [7] BANNANTINE, J. A., COMER, J. J., AND HANDROCK, J. L. *Fundamentals of metal fatigue analysis*. Prentice Hall, Englewood Cliffs, New Jersey, 1990.
- [8] BARNAT, S. *Etude prédictive de fiabilité de nouveaux concepts d'assemblage pour des " system-in-package " hétérogènes*. Theses, Université Sciences et Technologies - Bordeaux I, Mar. 2011.
- [9] BASARAN, C., AND TANG, H. Implementation of a thermodynamic framework for damage mechanics of solder interconnects in microelectronics packaging. *International Journal of Damage Mechanics* 11, 1 (2002), 87–108.
- [10] BENDAOU, O. *Caractérisation thermomécanique, modélisation et optimisation fiabiliste des packages électroniques*. PhD thesis, INSA Rouen Normandie, 2017.
- [11] BENDAOU, O. *Caractérisation thermomécanique, modélisation et optimisation fiabiliste des packages électroniques*. PhD thesis, INSA Rouen Normandie, 2017.
- [12] BERTRAM, T., BEKES, F., GREUL, R., HANKE, O., HASS, C., HILGERT, J., HILLER, M., ÖTTGEN, O., OPGEN-RHEIN, P., TORLO, M., ET AL. Modelling and simulation for mechatronic design in automotive systems. *Control engineering practice* 11, 2 (2003), 179–190.

-
- [13] BLOOMFIELD, V. A. *Using R for numerical analysis in science and engineering*. Chapman and Hall/CRC, 2014.
- [14] BRANKE, J., AND SCHMIDT, C. Faster convergence by means of fitness estimation. *Soft Computing-A Fusion of Foundations, Methodologies and Applications* 9, 1 (2005), 13–20.
- [15] BUSSO, E. P., KITANO, M., AND KUMAZAWA, T. A Visco-Plastic Constitutive Model for 60/40 Tin-Lead Solder Used in IC Package Joints. *Journal of Engineering Materials and Technology* 114, 3 (jul 1992), 331–337.
- [16] CHAMBERS, J. *Software for data analysis : programming with R*. Springer Science & Business Media, 2008.
- [17] CIAPPA, M. Selected failure mechanisms of modern power modules. *Microelectronics Reliability* 42, 4 (2002), 653 – 667.
- [18] COFFIN, L. F. J. A study of the effects of cyclic thermal stresses on a ductile metal. *Transactions of the American Society of Mechanical Engineers, New York* 76 (1954), 931–950.
- [19] DARVEAUX, R. Effect of simulation methodology on solder joint crack growth correlation. In *Electronic Components & Technology Conference, 2000. 2000 Proceedings. 50th (2000)*, IEEE, pp. 1048–1058.
- [20] DARVEAUX, R., BANERJI, K., MAWER, A., AND DODY, G. Reliability of plastic ball grid array assembly, 1995.
- [21] DEAN, A., MORRIS, M., STUFKEN, J., AND BINGHAM, D. *Handbook of design and analysis of experiments*, vol. 7. CRC Press, 2015.
- [22] DELIGNETTE-MULLER, M. L., DUTANG, C., ET AL. fitdistrplus : An r package for fitting distributions. *Journal of Statistical Software* 64, 4 (2015), 1–34.
- [23] DIOT, J.-L. Packaging des circuits intégrés. *Techniques de l'ingénieur Cartes électroniques : technologies et conception base documentaire : TIB287DUO.*, ref. article : e3400 (2017).
- [24] DITLEVSEN, O., AND MADSEN, H. O. *Structural reliability methods*, vol. 178. Wiley New York, 1996.
- [25] DUBOURG, V., DEHEEGER, F., AND SUDRET, B. Metamodel-based importance sampling for the simulation of rare events. *Applications of Statistics and Probability in Civil Engineering* 26 (2011), 192.
- [26] DUPUY, D., HELBERT, C., FRANCO, J., ET AL. Dicedesign and diceeval : Two r packages for design and analysis of computer experiments. *Journal of Statistical Software* 65, 11 (2015), 1–38.
- [27] EL HAMI, A., AND POUGNET, P. *Embedded Mechatronic Systems, Volume 1*. Elsevier, 2015.
- [28] EL HAMI, A., AND POUGNET, P. *Embedded Mechatronic Systems, Volume 2*. Elsevier, 2015.
- [29] EL HAMI, A., AND RADI, B. Comparison study of different reliability-based design optimization approaches. In *Advanced Materials Research* (2011), vol. 274, Trans Tech Publ, pp. 113–121.
- [30] EL HAMI, A., AND RADI, B. Comparison study of different reliability-based design optimization approaches. In *Advanced Materials Research* (2011), vol. 274, Trans Tech Publ, pp. 113–121.

-
- [31] EL HAMI, A., AND RADI, B. *Incertitudes, optimisation et fiabilité des structures*. Lavoisier, 2013.
- [32] EL HAMI, A., AND RADI, B. *Uncertainty and optimization in structural mechanics*. John Wiley & Sons, 2013.
- [33] FANG, K.-T., LI, R., AND SUDJIANTO, A. *Design and modeling for computer experiments*. CRC Press, 2005.
- [34] FORRESTER, A., KEANE, A., ET AL. *Engineering design via surrogate modelling : a practical guide*. John Wiley & Sons, 2008.
- [35] FRANCO, J. *Planification d'expériences numériques en phase exploratoire pour la simulation des phénomènes complexes*. PhD thesis, Ecole Nationale Supérieure des Mines de Saint-Etienne, 2008.
- [36] FRIEDMAN, J. H. Multivariate adaptive regression splines. *The annals of statistics* (1991), 1–67.
- [37] GIUNTA, A. A., WOJTKIEWICZ, S. F., EL DRED, M. S., ET AL. Overview of modern design of experiments methods for computational simulations. In *Proceedings of the 41st AIAA aerospace sciences meeting and exhibit, AIAA-2003-0649* (2003).
- [38] GRIEU, M. *Étude de la fatigue des joints brasés de composants électroniques soumis à des sollicitations thermomécaniques, vibratoires et combinées*. PhD thesis, École Nationale Supérieure des Mines de Paris, 2010.
- [39] GRIMHEDEN, M., AND HANSON, M. What is mechatronics? : Proposing a didactical approach to mechatronics. In *Proceedings of the 1st Baltic Sea Workshop on Education in Mechatronics* (2001). QC 20100609.
- [40] GUIDE, A. *Ansys structural analysis guide*, 2015.
- [41] HAMDANI, H., ABDELKHALAK, E. H., AND RADI, B. Métamodélisation pour une conception robuste des systèmes mécatroniques. *Incertitudes et fiabilité des systèmes multiphysiques 1*, Numéro 2 (2017).
- [42] HAMDANI, H., EL HAMI, A., AND RADI, B. Reliability analysis of tape based chip-scale packages based metamodel. *Microelectronics Reliability 102* (2019), 113445.
- [43] HAMDANI, H., RADI, B., AND EL HAMI, A. Metamodel assisted evolution strategies for global optimization of solder joints reliability in embedded mechatronic devices. *Microsystem Technologies* (Jun 2019), 1–12.
- [44] HAMDANI, H., RADI, B., AND EL HAMI, A. Optimization of solder joints in embedded mechatronic systems via kriging-assisted cma-es algorithm. *International Journal for Simulation and Multidisciplinary Design Optimization 10* (2019), A3.
- [45] HANSEN, N. The cma evolution strategy : A tutorial. *arXiv preprint arXiv :1604.00772* (2016).
- [46] HANSEN, N., ARNOLD, D. V., AND AUGER, A. Evolution strategies. In *Springer handbook of computational intelligence*. Springer, 2015, pp. 871–898.
- [47] HAYES, K. *Uncertainty and uncertainty analysis methods*. CSIRO, 2011.

- [48] HOSSAIN, M. M., JAGARKAL, S. G., AGONAFER, D., LULU, M., AND REH, S. Design optimization and reliability of pwb level electronic package. *Journal of Electronic Packaging* 129, 1 (2007), 9–18.
- [49] HUANG, C., EL HAMI, A., AND RADI, B. Metamodel-based inverse method for parameter identification : elastic–plastic damage model. *Engineering Optimization* 49, 4 (2017), 633–653.
- [50] HUANG, C., RADI, B., AND EL HAMI, A. Uncertainty analysis of deep drawing using surrogate model based probabilistic method. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology* 86, 9-12 (2016), 3229–3240.
- [51] HUANG, C., RADI, B., EL HAMI, A., AND BAI, H. Cma evolution strategy assisted by kriging model and approximate ranking. *Applied Intelligence* 48, 11 (Nov 2018), 4288–4304.
- [52] JIN, Y. A comprehensive survey of fitness approximation in evolutionary computation. *Soft Computing-A Fusion of Foundations, Methodologies and Applications* 9, 1 (2005), 3–12.
- [53] JIN, Y. Surrogate-assisted evolutionary computation : Recent advances and future challenges. *Swarm and Evolutionary Computation* 1, 2 (2011), 61–70.
- [54] JIN, Y., HÜSKEN, M., AND SENDHOFF, B. Quality measures for approximate models in evolutionary computation. In *GECCO* (2003), pp. 170–173.
- [55] JIN, Y., OLHOFFER, M., AND SENDHOFF, B. On evolutionary optimization with approximate fitness functions. In *Proceedings of the 2nd Annual Conference on Genetic and Evolutionary Computation* (2000), Morgan Kaufmann Publishers Inc., pp. 786–793.
- [56] JIN, Y., AND SENDHOFF, B. Fitness approximation in evolutionary computation—a survey. In *Proceedings of the 4th Annual Conference on Genetic and Evolutionary Computation* (2002), Morgan Kaufmann Publishers Inc., pp. 1105–1112.
- [57] JIN, Y., WANG, Z., AND CHEN, J. *Introduction to microsystem packaging technology*. CRC Press, 2016.
- [58] KANCHANOMAI, C., MIYASHITA, Y., AND MUTOH, Y. Low cycle fatigue behavior and mechanisms of a eutectic sn–pb solder 63sn/37pb. *International Journal of Fatigue* 24, 6 (2002), 671 – 683.
- [59] KANCHANOMAI, C., MIYASHITA, Y., AND MUTOH, Y. Low-cycle fatigue behavior of sn-ag, sn-ag-cu, and sn-ag-cu-bi lead-free solders. *Journal of Electronic Materials* 31, 5 (May 2002), 456–465.
- [60] KERN, S., HANSEN, N., AND KOUMOUTSAKOS, P. Local meta-models for optimization using evolution strategies. In *PPSN* (2006), Springer, pp. 939–948.
- [61] KLEIJNEN, J. P. Kriging metamodeling in simulation : A review. *European journal of operational research* 192, 3 (2009), 707–716.
- [62] KOOPERBERG, C., BOSE, S., AND STONE, C. J. Polychotomous regression. *Journal of the American Statistical Association* 92, 437 (1997), 117–127.
- [63] KRAMER, O. *A Brief Introduction to Continuous Evolutionary Optimization*. Springer, 2014.
- [64] KRAMER, O. *Machine learning for evolution strategies*, vol. 20. Springer, 2016.
- [65] LAURENT, L. *Stratégie multiparamétrique et métamodèles pour l’optimisation multiniveaux de structures*. PhD thesis, École normale supérieure de Cachan-ENS Cachan, 2013.

- [66] LEE, W., NGUYEN, L., AND SELVADURAY, G. S. Solder joint fatigue models : review and applicability to chip scale packages. *Microelectronics reliability* 40, 2 (2000), 231–244.
- [67] LEMAITRE, J., CHABOCHE, J.-L., BENALLAL, A., AND DESMORAT, R. *Mécanique des matériaux solides-3eme édition*. Dunod, 2009.
- [68] LIU, D., CHAO, Y., AND WANG, C. Study of wire bonding looping formation in the electronic packaging process using the three-dimensional finite element method. *Finite Elements in Analysis and Design* 40, 3 (2004), 263–286.
- [69] LIU, Y., LIANG, L., IRVING, S., AND LUK, T. 3d modeling of electromigration combined with thermal–mechanical effect for ic device and package. *Microelectronics Reliability* 48, 6 (2008), 811 – 824. Thermal, Mechanical and Multi-physics Simulation and Experiments in Micro-electronics and Micro-systems (EuroSimE 2007).
- [70] MESSAC, A. *Optimization in practice with MATLAB® : for engineering students and professionals*. Cambridge University Press, 2015.
- [71] MICOL, A. *Approche probabiliste dans la conception des modules de puissance*. PhD thesis, Université de Toulouse, Université Toulouse III-Paul Sabatier, 2007.
- [72] MIHALACHE, A. G. *Modélisation et évaluation de la fiabilité des systèmes mécatroniques : application sur système embarqué*. PhD thesis, Université d’Angers, 2007.
- [73] MIHALACHE, A. G. *Reliability modelling and evaluation for mechatronic systems : application on embedded system*. Theses, Université d’Angers, Dec. 2007.
- [74] MILLBANK, J. Mecha-what. In *Mechatronics forum newsletter* (1993), vol. 6.
- [75] MORROW, J. Cyclic plastic strain energy and fatigue of metals. In *Internal friction, damping, and cyclic plasticity*. ASTM International, 1965.
- [76] MYERS, R. H., MONTGOMERY, D. C., AND ANDERSON-COOK, C. M. *Response surface methodology : process and product optimization using designed experiments*. John Wiley & Sons, 2016.
- [77] NORME, A. X60-500. *Terminologie relative à la Fiabilité-Maintenabilité-Disponibilité* (1988).
- [78] NUBLI ZULKIFLI, M., AZHAR ZAHID JAMAL, Z., AND ABDUL QUADIR, G. Temperature cycling analysis for ball grid array package using finite element analysis. *Microelectronics International* 28, 1 (2011), 17–28.
- [79] PANG, J. H., XIONG, B., AND LOW, T. Low cycle fatigue models for lead-free solders. *Thin Solid Films* 462-463 (2004), 408 – 412. Proceedings of the International Conference on Materials for Advanced Technologies (ICMAT 2003), Symposium L : Advances in Materials for Si Microelectronics - From Processing to Packaging.
- [80] PAO, Y.-H. A fracture mechanics approach to thermal fatigue life prediction of solder joints. *IEEE Transactions on Components, Hybrids, and Manufacturing Technology* 15, 4 (1992), 559–570.
- [81] POUPON, G. Procédés de packaging et d’interconnexion de composants électroniques. *Techniques de l’ingénieur Cartes électroniques : technologies et conception base documentaire : TIB287DUO.*, ref. article : e3401 (2016). fre.
- [82] RACKWITZ, R. Practical probabilistic approach to design. *Bulletin 112, Comité European, du Beton* (1976).

-
- [83] RACKWITZ, R., AND FLESSLER, B. Structural reliability under combined random load sequences. *Computers & Structures* 9, 5 (1978), 489–494.
- [84] RENCHER, A. C. *Methods of multivariate analysis*, vol. 492. John Wiley & Sons, 2003.
- [85] RUBINSTEIN, R. Y., AND KROESE, D. P. *Simulation and the Monte Carlo method*, vol. 10. John Wiley & Sons, 2016.
- [86] RUNARSSON, T. P. Constrained evolutionary optimization by approximate ranking and surrogate models. In *International Conference on Parallel Problem Solving from Nature* (2004), Springer, pp. 401–410.
- [87] SAADOUNE, N., AND RADI, B. Probabilistic study of an embedded system. In *Information Science and Technology (CiSt), 2016 4th IEEE International Colloquium* (2016), IEEE, pp. 756–761.
- [88] SACKS, J., WELCH, W. J., MITCHELL, T. J., AND WYNN, H. P. Design and analysis of computer experiments. *Statistical science* (1989), 409–423.
- [89] SEEGER, M. Gaussian processes for machine learning. *International journal of neural systems* 14, 02 (2004), 69–106.
- [90] SELL, R., AND TAMRE, M. Integration of v-model and sysml for advanced mechatronics system design. In *The 6th International Workshop on Research and Education in Mechatronics REM* (2005), pp. 276–280.
- [91] SHI, X., PANG, H., ZHOU, W., AND WANG, Z. Low cycle fatigue analysis of temperature and frequency effects in eutectic solder alloy. *International Journal of Fatigue* 22, 3 (2000), 217 – 228.
- [92] SOLOMON, H. D. Strain-Life Behavior in 60/40 Solder. *Journal of Electronic Packaging* 111, 2 (jun 1989), 75–82.
- [93] SRIKANTH, N., WEN, Y., LIM, C., KUMAR, B., VATH III, C., AND KUAH, T. Fem based studies of ultra-fine pitch wire bond process. In *Proceedings of International Conference on Advances in Packaging, APACK* (2001), pp. 251–258.
- [94] STANDARD, J. JESD22-a104-b. *Temperature Cycling, July* (2000).
- [95] STANDARD, J. JESD22-A104-B. *Temperature Cycling, July* (2000).
- [96] SUBRAHMANYAN, R. *A damage integral approach for low-cycle isothermal and thermal fatigue*. Cornell University, May, 1990.
- [97] SUDRET, B. Meta-models for structural reliability and uncertainty quantification. *arXiv preprint arXiv :1203.2062* (2012).
- [98] SYED, A. Accumulated creep strain and energy density based thermal fatigue life prediction models for snagcu solder joints. In *2004 Proceedings. 54th Electronic Components and Technology Conference (IEEE Cat. No. 04CH37546)* (2004), vol. 1, IEEE, pp. 737–746.
- [99] SYED, A. R. Creep crack growth prediction of solder joints during temperature cycling—an engineering approach. *Journal of Electronic Packaging* 117, 2 (1995), 116–122.
- [100] TAGUCHI, G. Introduction to quality engineering : designing quality into products and processes. 1986. *The Asian Productivity Organization* (1986).

-
- [101] TEAM, R. C. R : A language and environment for statistical computing. r foundation for statistical computing, vienna, austria. 2013, 2014.
- [102] TEAM, R. C., ET AL. R : A language and environment for statistical computing, 2013.
- [103] VAN DRIEL, W., HOCHSTENBACH, H., AND ZHANG, G. Design for reliability of wafer level packages. In *Thermal, Mechanical and Multiphysics Simulation and Experiments in Micro-Electronics and Micro-Systems, 2006. EuroSime 2006. 7th International Conference on* (2006), IEEE, pp. 1–6.
- [104] WANG, G., CHENG, Z., BECKER, K., AND WILDE, J. Applying anand model to represent the viscoplastic deformation behavior of solder alloys. *Journal of electronic packaging* 123, 3 (2001), 247–253.
- [105] WU, Y., WANG, H., ZHANG, B., AND DU, K.-L. Using radial basis function networks for function approximation and classification. *ISRN Applied Mathematics 2012* (2012).
- [106] ZAHN, B. A. Impact of ball via configurations on solder joint reliability in tape-based, chip-scale packages. In *Electronic Components and Technology Conference, 2002. Proceedings. 52nd* (2002), IEEE, pp. 1475–1483.