



**HAL**  
open science

# Apparition de rugosités de surface lors de l'ablation d'un matériau composite en régime de transition entre laminaire et turbulent

Xavier Lamboley

► **To cite this version:**

Xavier Lamboley. Apparition de rugosités de surface lors de l'ablation d'un matériau composite en régime de transition entre laminaire et turbulent. Matériaux. Université de Bordeaux, 2019. Français. NNT : 2019BORD0334 . tel-02930613

**HAL Id: tel-02930613**

**<https://theses.hal.science/tel-02930613>**

Submitted on 4 Sep 2020

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Thèse présentée pour obtenir le grade de

Docteur de l'Université de Bordeaux

École Doctorale des Sciences Chimiques  
Physico-Chimie de la Matière Condensée

**Apparition de rugosités de surface lors  
de l'ablation d'un matériau composite en  
régime de transition entre laminaire et  
turbulent**

par **Xavier Lamboley**

sous la direction de **Gérard Vignoles** et **Julien Mathiaud**

Soutenue le 11 décembre 2019 devant un jury composé de :

M. Philippe Bonneton	Directeur de recherche CNRS	Président du jury
M. Philippe Claudin	Directeur de recherches CNRS	Rapporteur
M. François Chedevergne	Ingénieur-chercheur ONERA	Rapporteur
M. Philippe Villedieu	Directeur de recherche ONERA	Examineur
M. Gérard Vignoles	Professeur Université de Bordeaux	Co-directeur
M. Julien Mathiaud	Ingénieur-chercheur CEA	Co-directeur
M. Jacques Couzi	Ingénieur-chercheur CEA	Invité
M. Bruno Dubroca	Directeur de recherches CEA	Invité
Mme Than-Hà Nguyen'Bui	Ingénieur-chercheur CEA	Invitée



## Résumé

Durant la phase de descente d'un véhicule de **rentrée atmosphérique**, la surface du corps de rentrée est soumise à des pressions très élevées et des flux de chaleur intenses ( $> 100 \text{ MW m}^{-2}$ ). Pour soutenir ces conditions extrêmes, des protections thermiques en **matériaux composites carbone-carbone** sont utilisées. De nombreux phénomènes vont avoir lieu à la surface du matériau, en particulier des réactions chimiques hétérogènes d'oxydation et de nitruration du carbone et, dans les cas les plus extrêmes, de sublimation de celui-ci. Ces réactions vont conduire à l'**ablation** de la protection thermique.

Lors des différents régimes d'écoulement du laminaire au turbulent, une **rugosité multi-échelle** va se développer sur le matériau. Le régime laminaire est associé à une rugosité microscopique, due à l'architecture du matériau composite. Cet état de surface va alors favoriser localement le déclenchement de la **transition laminaire-turbulent**, et donner naissance à des structures macroscopiques, de l'échelle du centimètre. Enfin lorsque la turbulence de l'écoulement est pleinement développée, des ondulations régulières se mettent en place, non plus localisées mais généralisées à la surface complète. Ces structures sont connues sous le nom de "**coups de gouge**". Ces structures augmentent le flux de chaleur et la vitesse de consommation du matériau ; la compréhension de leur formation est un enjeu majeur pour une conception plus efficace des protections thermiques.

Une approche numérique a été employée pour déterminer la stabilité d'une perturbation de la surface du matériau en fonction du régime d'écoulement, de la micro-rugosité du matériau, et de la réactivité de celui-ci. Le code **SURRF**, basé sur le logiciel open-source OpenFOAM, a été développé dans cette optique. Grâce à l'emploi du modèle de turbulence  $\gamma - \overline{Re}_{\theta t}$  qui permet la modélisation de la transition laminaire-turbulent, nous déterminons les paramètres qui permettent le développement et la croissance des coups de gouge à la paroi du matériau.

**Mots-clefs** : rentrée atmosphérique ; ablation ; turbulence ; transition laminaire-turbulent ; composite carbone/carbone ; coups de gouge

## Unité de recherche

Laboratoire des Composites ThermoStructuraux, UMR CNRS 5801,  
3 allée de la Boétie, 33600 Pessac

## Abstract

During the descent of an **atmospheric reentry** vehicle, very high pressure and heat fluxes ( $> 100 \text{ MW m}^{-2}$ ) are reached at the surface of the body. In order to withstand these extreme conditions, thermal protective systems are used. These are composed of **carbon-carbon composite materials**. Numerous phenomena occur at the material surface, including heterogeneous chemical reactions of oxidation and nitriding of the carbon. In the most extreme cases, sublimation also occurs. These reactions lead to the **ablation** of the thermal protection.

Along the different flow regimes from laminar to turbulent, a **multiscale roughness** is developed on the material. The laminar regime is associated with a microscopic roughness due to the architecture of the carbonated composite. This surface condition then favours locally the laminar to turbulent transition, leading to macroscopic structures, of the centimeter scale. Finally when the turbulence is fully developed, regular waves appear no more localised but this time generalised to the whole surface. These characteristic patterns are known as "**scallops**". They are able to increase the heat transfer and the recession rate by a factor more than 2; therefore understanding their formation and behaviour is a necessity for a better design of the thermal protection.

A numerical approach has been considered in order to identify the stability regimes of a surface perturbation according to the flow regime, the micro-roughness of the material, and its reactivity. The code **SURRF**, based on the open-source software OpenFOAM has been developed in this context. Thanks to the turbulence model  $\gamma - \overline{Re}_{\theta t}$  which models the laminar-turbulent transition, the parameters which enable the development and growth of the scallops at the material surface have been determined.

**Mots-clefs** : atmospheric reentry ; ablation ; turbulence ; laminar/turbulent transition ; carbon/carbon composite ; scallops

# Remerciements

Ces travaux de thèse ont été réalisés au sein du Laboratoire des Composites ThermoStructuraux à Pessac, et financés par le Commissariat à l'Énergie Atomique.

Je souhaite témoigner toute ma gratitude aux personnes qui ont contribué de près ou de loin, directement ou indirectement, à la réussite de ce travail de thèse.

À commencer par Gérard Vignoles, pour m'avoir accueilli à bras ouverts dans son laboratoire, et dirigé ma thèse (et mon stage avant ça) toujours avec justesse et efficacité. Nos échanges ont toujours été très agréables et fructueux, et le contexte scientifique très enrichissant. Avec Julien Mathiaud qui a co-dirigé cette thèse et Jacques Couzi qui l'a encadré, vous m'avez fourni un encadrement complet et un environnement de travail très agréable y compris dans les moments les plus durs. Merci à vous.

Je remercie l'ensemble des membres du jury, en particulier les deux rapporteurs Philippe Claudin et François Chedevergne, qui ont pris la peine de relire et d'évaluer assidûment mon travail. Merci à tous pour avoir partagé avec nos discussions vos connaissances scientifiques.

Un grand merci à Bruno Dubroca, pour toujours avoir pris le temps de me fournir toute l'aide nécessaire sur le numérique en cas de besoin. Ta disponibilité et ta bienveillance m'ont fait chaud au coeur. Merci pour ces bons moments passés au bureau, à titiller "Monsieur Patrimoine" (il se reconnaîtra), et animer par ta bonne humeur notre open-space. Je remercie également Thanh-Hà Nguyen-bui qui a toujours su trouver du temps à me consacrer et me parler des "bidouilles" de la turbulence.

Plus généralement merci à tout le personnel du LCTS pour votre efficacité et votre disponibilité : Guillaume, Roger, Thierry, Florence, Hervé, David, Christian... Merci également aux équipes du MCIA (Mésocentre de Calcul Intensif Aquitain) pour l'efficacité de votre plateforme de calcul et pour votre réactivité, qui ont permis de faire de cette thèse ce qu'elle fût.

Après les permanents, les étudiants ! Je commencerais bien sûr par le bureau dans lequel j'ai passé ces trois années, et toutes les personnes qui l'ont côtoyé : Léonard, Cyril, Gaëtan, Vincent, Amaury, et jusqu'à Marina sur les derniers jours... et même Carole assez régulièrement :) Grâce à vous venir travailler le matin a pu être aussi un plaisir.

Plus généralement je remercie l'ensemble des doctorants, stagiaires, contractuels et autres sans pouvoir vous mentionner tous... Je ne citerai que quelques équipes réunies pour l'occasion ; la "Team Promo" : Jean, Clémence, Manon, Floriane, Amine et Héloïse, la "Team Anciens de l'ENSEIRB" :

---

Guillaume, Félix, Julie, Damien, Marie-Marthe, Mickaël, Valentin, Claire, Laurent... et la fameuse "Team Titi" : Léonard, Arthur, Clément, Constance, Victor, Carole, et tant d'autres. Content de voir que le flambeau a été passé, les traditions doivent perdurer ! On aura ~~jamais~~ pas souvent gagné, mais on aura bien rigolé.

Nos aventures s'étendent de l'Espagne à la Pologne en passant par l'Irlande, à pied, en voiture, en avion et même en hélicoptère... Autant de souvenirs que je n'oublierai jamais. Merci pour ça.

J'en terminerai avec la famille, qui m'a apporté un soutien constant même si la turbulence ça ne parle pas à tous. Votre entourage m'a fait chaud au cœur, même si je n'ai pas toujours su vous le montrer autant que je l'aurais voulu. Un grand merci en particulier à mon père, qui a pris le temps de s'intéresser de près à mon mémoire et d'en avoir corrigé un grand nombre de fautes. À mes parents et à tous mes frères et soeurs je souhaite un bon vent dans vos aventures...

---

*L'homme de science le sait bien, lui, que seule la science a pu, au fil  
des siècles, lui apporter l'horloge pointeuse et le parcmètre automatique  
sans lesquels il n'est pas de bonheur terrestre possible !*

Pierre Desproges



# Table des matières

<b>Introduction générale</b>	12
Contexte historique et industriel . . . . .	12
Contexte scientifique . . . . .	12
Plan du mémoire . . . . .	13
<b>I. Description des phénomènes et étude bibliographique</b>	15
1.1 Données expérimentales . . . . .	15
1.1.1 Dans le contexte de la rentrée atmosphérique . . . . .	16
1.1.2 Dans d'autres contextes . . . . .	22
1.1.3 Corrélations entre la taille des coups de gouge et l'écoulement . . . . .	29
1.1.4 Conclusions sur les observations . . . . .	33
1.2 Modélisations existantes . . . . .	34
1.2.1 Travaux sur la transition laminaire-turbulent . . . . .	34
1.2.2 Modélisation et influence de la micro-rugosité . . . . .	43
1.2.3 Études sur la stabilité du couplage entre écoulement transitionnel réactif et recul de surface . . . . .	46
1.2.4 Simulations numériques . . . . .	52
1.2.5 Conclusion sur les modélisations . . . . .	53
1.3 Objectifs de la thèse . . . . .	54
<b>II. Cadre de l'étude et modèles employés</b>	55
2.1 Définition du cas de calcul et hypothèses . . . . .	55
2.1.1 Hypothèses . . . . .	55
2.1.2 Enchaînement des phénomènes . . . . .	58
2.1.3 Démarche scientifique . . . . .	58
2.1.4 Mise en place du cas de calcul . . . . .	60
2.2 Mise en équations du couplage écoulement-récession . . . . .	62
2.2.1 Équations dans la phase fluide . . . . .	62
2.2.2 Réaction hétérogène et recul de surface . . . . .	63
2.3 Modélisation de la turbulence . . . . .	64
2.3.1 Revue générale des modèles de turbulence et de transition . . . . .	64
2.3.2 Le modèle $k - \omega$ SST de Menter . . . . .	66

2.3.3	$\gamma - \overline{Re_{\theta t}}$ de Langtry-Menter . . . . .	67
2.3.4	Prise en compte de la micro-rugosité . . . . .	78
2.4	Conclusion partielle . . . . .	84
<b>III.</b>	<b>Méthodes numériques</b> . . . . .	<b>86</b>
3.1	Présentation générale du code OpenFoam . . . . .	86
3.2	Maillage du domaine de calcul . . . . .	87
3.3	Méthodes numériques stationnaires . . . . .	89
3.3.1	Résolution des équations de Navier-Stokes stationnaires . . . . .	89
3.3.2	Implémentation de la condition limite de réaction hétérogène . . . . .	90
3.4	Méthodes numériques instationnaires . . . . .	91
3.4.1	Algorithme PIMPLE et nombre de Courant . . . . .	91
3.4.2	Maillage mobile . . . . .	92
3.4.3	Problème du point d'arrêt . . . . .	93
3.5	Code SURRF . . . . .	94
3.6	Moyens de calcul . . . . .	95
3.7	Conclusion partielle . . . . .	96
<b>IV.</b>	<b>Étude numérique de la stabilité d'une ondulation de la surface</b> . . . . .	<b>97</b>
4.1	Vitesse de récession sans écoulement . . . . .	97
4.2	Paramètres de l'étude de l'écoulement autour d'une perturbation de surface . . . . .	99
4.3	Étude de l'écoulement stationnaire autour d'une ondulation . . . . .	100
4.3.1	Définition de la vitesse de frottement . . . . .	100
4.3.2	Amplitude de la perturbation et du nombre de Reynolds . . . . .	101
4.3.3	Micro-rugosité . . . . .	109
4.3.4	Gradient de pression . . . . .	110
4.3.5	Variations de la hauteur de la sous-couche visqueuse . . . . .	112
4.4	Identification des paramètres du modèle de Hanratty . . . . .	113
4.4.1	Présentation . . . . .	113
4.4.2	Reconstruction de la longueur de mélange . . . . .	114
4.4.3	Détermination de $k_1$ . . . . .	116
4.4.4	Détermination de $k_2$ . . . . .	117
4.5	Conclusion partielle . . . . .	119
<b>V.</b>	<b>Étude numérique de la stabilité d'une surface récessive</b> . . . . .	<b>121</b>
5.1	Rappel des paramètres . . . . .	121
5.2	Étude du recul global d'une surface non perturbée . . . . .	122
5.2.1	Calcul de la vitesse de récession sans écoulement . . . . .	122
5.2.2	Résultats . . . . .	123
5.3	Évolution d'une perturbation au cours du temps . . . . .	126
5.3.1	Profils de la surface . . . . .	126

---

5.3.2	Taux de croissance en fonction des paramètres . . . . .	127
5.4	Une incursion dans le domaine non-linéaire . . . . .	131
5.4.1	Apparition d'une recirculation . . . . .	131
5.4.2	Défaut de concentration au point de décollement . . . . .	133
5.4.3	Abscisses de la recirculation selon l'amplitude . . . . .	134
5.5	Essais CEA au jet de plasma . . . . .	134
5.5.1	Moyen d'essai et matériau . . . . .	134
5.5.2	Conditions expérimentales . . . . .	135
5.5.3	Modélisation de l'écoulement . . . . .	137
5.5.4	Rugosité laminaire . . . . .	139
5.5.5	Régime réactif . . . . .	140
5.5.6	Corrélation des résultats . . . . .	141
5.6	Conclusion partielle . . . . .	142
	<b>Conclusion générale</b> . . . . .	146
	Bilan des travaux . . . . .	146
	Perspectives . . . . .	148
	<b>Bibliographie</b> . . . . .	158

# Table des figures

.1	Rugosités à la surface d'un corps de rentrée en fonction du régime d'écoulement . . .	13
I.1	Exemples de vitesses de rentrée en fonction de l'altitude pour plusieurs sondes spatiales . . . . .	16
I.2	Résultats de l'essai TATER sur une pointe d'ogive [HW76] . . . . .	18
I.3	Mise en évidence de la région laminaire au point d'arrêt sur des géométries transitionnelles . . . . .	19
I.4	Corrélation de PANT au voisinage du point d'arrêt . . . . .	20
I.5	Observations de gouges sur différents matériaux . . . . .	21
I.6	Coups de gouge de grande dimension dus au tissage (communication privée) . . . . .	22
I.7	Observations du phénomène de <i>cross-hatching</i> sur différents matériaux . . . . .	23
I.8	Observations de regmaglyptes pour quelques météorites . . . . .	24
I.9	Schéma de la formation de regmaglyptes . . . . .	25
I.10	Différents types d'instabilités dans les écoulements sur du sable . . . . .	26
I.11	Observations de parois de cavernes karstiques ou de glace . . . . .	27
I.12	Schéma proposé par [BC74] pour l'interaction entre un écoulement turbulent et un creux de paroi . . . . .	28
I.13	Mesures en différentes situations de l'espacement entre les rides $\lambda$ en fonction du paramètre $\frac{\nu}{u_*}$ . . . . .	30
I.14	Corrélation entre la pression de surface et la longueur d'onde . . . . .	32
I.15	Forme d'un spot turbulent initié par un arc électrique . . . . .	35
I.16	Schéma des mécanismes de la transition laminaire-turbulent . . . . .	36
I.17	Coefficient de frottement et expérimentaux en fonction de $Re_x$ pour les cas T3B, T3A et T3A- et [SK55] . . . . .	37
I.18	Spot turbulent résolu par DNS . . . . .	38
I.19	Profils de pression et cisaillement normalisés en fonction de $x/\lambda$ . . . . .	40
I.20	Coefficient de cisaillement $C_f$ avec le modèle $\gamma - \overline{Re}_{\theta t}$ comparé à la campagne de mesures T3A ERCOFTAC . . . . .	42
I.21	Abcisses de décollement et de recollement en fonction de l'amplitude de l'ondulation [DAJ04] . . . . .	42
I.22	Coefficient de frottement en fonction du Reynolds pour différentes rugosités . . . . .	44

I.23	Lois de paroi $u^+$ fonction de $y^+$ pour différentes rugosités . . . . .	45
I.24	Courbe neutre $c_i = 0$ dans le plan $Re - F$ . . . . .	47
I.25	Phase des maxima de perturbation de cisaillement, flux de chaleur et pression . . .	48
I.26	Composantes en phase et en quadrature du cisaillement . . . . .	50
I.27	Stabilité du couplage entre écoulement turbulent-récession à la limite $\frac{\alpha}{u_*} \rightarrow 0$ . . .	52
II.1	Positionnement du domaine de calcul sur un corps de rentrée . . . . .	56
II.2	Caractéristiques géométriques des coups de gouge en fonction de la distance au point d'arrêt dans le cas TATER . . . . .	57
II.3	Schéma récapitulatif des différents phénomènes en présence . . . . .	59
II.4	Différents cas selon la phase de la surface avec le flux d'oxydant pariétal . . . . .	59
II.5	Schéma du domaine de calcul . . . . .	60
II.6	Corrélations pour $Re_{\theta_c}$ et $F_{length}$ . . . . .	69
II.7	Maillages des domaines de calcul dans les cas à pression uniforme et avec gradient de pression T3C . . . . .	74
II.8	Coefficients de frottement fonction de $Re_x$ et taux de turbulence fonction de $x$ . . .	76
II.9	Vitesse adimensionnée de l'écoulement moyen $\frac{U}{U_\infty}$ le long de la plaque plane dans les cas T3C . . . . .	77
II.10	Lois de vitesse avec le modèle de [KEC09] pour différentes rugosités comparés au résultats théoriques . . . . .	82
II.11	Coefficients de frottement fonction de $Re_x$ et hauteur de grain de sable équivalent .	84
III.1	Régions de la loi de vitesse dans la couche limite turbulente . . . . .	87
III.2	Maillage du domaine de calcul . . . . .	88
III.3	Description de l'algorithme instationnaire PIMPLE . . . . .	92
III.4	Erreurs de maillage avec une vitesse de recul trop importante . . . . .	93
III.5	Schéma de la vitesse de recul proche du point d'arrêt . . . . .	94
III.6	Boucle de calcul SURRF . . . . .	95
IV.1	Régimes de diffusion en fonction du nombre de Damköhler . . . . .	98
IV.2	Dimensions caractéristiques du calcul . . . . .	99
IV.3	Nombre d'onde adimensionnée $k^+$ fonction du Reynolds $Re$ sur paroi lisse . . . . .	101
IV.4	Schéma du domaine de calcul . . . . .	102
IV.5	Distribution de cisaillement et de concentration le long d'une période pour $\frac{2a}{\lambda} = 1.25\%$ . . . . .	103
IV.6	Distribution de cisaillement et de concentration le long d'une période pour $\frac{2a}{\lambda} = 3.12\%$ . . . . .	104
IV.7	Distribution de cisaillement et de concentration le long d'une période pour $\frac{2a}{\lambda} = 5\%$ . . . . .	105
IV.8	$\Phi_\tau$ en fonction de $k^+$ pour différentes valeurs de $\frac{2a}{\lambda}$ . . . . .	108
IV.9	$\Phi_C$ en fonction de $k^+$ pour différentes valeurs de $\frac{2a}{\lambda}$ . . . . .	108

IV.10	$\Phi_C$ et $\Phi_\tau$ en fonction de $k^+$ pour différentes valeurs de $k_s^+$ . . . . .	110
IV.11	Gradient de pression adimensionné fonction du paramètre $a_p$ . . . . .	111
IV.12	$\Phi_\tau$ et $\Phi_C$ en fonction de $k^+$ pour différentes valeurs de $a_p$ . . . . .	111
IV.13	Iso-contours de $\gamma = 5\%$ autour d'une ondulation pour différents nombres de Reynolds $k^+$ . . . . .	112
IV.14	Profils de longueur de mélange adimensionnée pour $k^+ = 1.88 \times 10^{-3}$ . . . . .	115
IV.15	Paramètre $A^+$ le long de la paroi sur une ondulation . . . . .	116
IV.16	Coefficient $k_1$ selon la coordonnée verticale $y^+$ . . . . .	117
IV.17	Coefficient $k_2$ . . . . .	118
V.1	Dimensions caractéristiques des cas de calcul . . . . .	122
V.2	Contours de vitesse de récession . . . . .	124
V.3	$\frac{v_{r,eff}}{k_r}$ en fonction du nombre de $Da$ pour différentes rugosités . . . . .	124
V.4	$\frac{v_{r,eff}}{k_r}$ en fonction du nombre de $Re$ pour différentes rugosités . . . . .	125
V.5	Augmentation de la vitesse de récession avec la rugosité en fonction de $Re$ . . . . .	126
V.6	Évolution temporelle de la surface et de la concentration dans plusieurs régimes d'écoulement . . . . .	128
V.7	Taux de croissance en fonction de $k^+$ . . . . .	129
V.8	Contours de taux de croissance . . . . .	130
V.9	Lignes de courant en fonction du régime d'écoulement pour $\frac{2a}{\lambda} = 10\%$ . . . . .	132
V.10	Champs de concentration dans les différents régimes d'écoulement . . . . .	133
V.11	Abscisses de décollement et recollement de la couche limite en fonction de l'amplitude de la perturbation . . . . .	135
V.12	Échantillon en cours d'essai au jet de plasma (NASA) . . . . .	136
V.13	Observations de l'échantillon 2 au microscope . . . . .	136
V.14	Modélisation de l'écoulement autour de l'échantillon 2 en régime turbulent . . . . .	138
V.15	Micro-rugosité du matériau 3D C/C ([Gil17]) . . . . .	139
V.16	Micrographies de fils de composites C/C ablatés . . . . .	140
V.17	Débit d'ablation du carbone en fonction de la température de paroi . . . . .	141
V.18	Corrélation de [Tho79] comparée aux différents résultats obtenus . . . . .	143

# Liste des tableaux

I.1	Quelques matériaux fantômes utilisés pour des essais au sol . . . . .	17
I.2	Conditions d'écoulement sur plaque plane sans gradient de pression dans la campagne ERCOFTAC . . . . .	36
II.1	Constantes de modélisation du modèle $k - \omega SST$ . . . . .	67
II.2	Constantes de modélisation pour $\gamma$ . . . . .	70
II.3	Constantes de modélisation pour $Re_{\theta t}$ . . . . .	71
II.4	Paramètres géométriques pour les cas de validation ERCOFTAC et [SK55] . . . . .	74
II.5	Conditions d'entrée pour les cas de validation ERCOFTAC et [SK55] . . . . .	74
II.6	Constantes de modélisation pour $Ar$ . . . . .	80
III.1	Schémas numériques utilisés dans OpenFoam . . . . .	90
IV.1	Conditions expérimentales de [ZCH77] . . . . .	101
IV.2	Paramètres $k_1$ et $k_2$ dans la littérature . . . . .	114
V.1	Conditions expérimentales lors des essais au jet de plasma . . . . .	137
V.2	Données aérodynamiques issues de la simulation numérique dans le cas d'étude 2 . . . . .	138





# Introduction générale

## Contexte historique et industriel

Au XX<sup>ème</sup> siècle, le développement spatial et balistique a connu un essor important : des premiers missiles dans les années 1940 à la course à l'espace entre les États-Unis et l'URSS des années 1950 à 1970, est apparu un intérêt certain pour le vol spatial. Dans ce contexte, la recherche s'est également orientée vers la rentrée atmosphérique de ces véhicules pour garantir leur intégrité alors qu'ils rejoignent la Terre.

Les rentrées atmosphériques se font en effet à de très hautes vitesses, de l'ordre d'une dizaine de kilomètres par seconde, ce qui implique un échauffement intense du corps de rentrée : les espèces présentes dans l'atmosphère acquièrent un fort pouvoir oxydant. C'est pourquoi il est nécessaire d'employer une protection thermique capable de résister à cet environnement. Les matériaux céramiques se sont distingués pour cette application, du fait de leur bonne résistance aux flux de chaleur et de leur légèreté. Les matériaux composites carbone-carbone en particulier sont très utilisés dans le domaine de la rentrée.

Ces travaux de thèse ont été réalisés au sein du Laboratoire des Composites ThermoStructuraux (LCTS), qui est une unité mixte de recherche (UMR 5801) entre le groupe SAFRAN, le Commissariat à l'Énergie Atomique et aux Énergies Alternatives (CEA), l'Université de Bordeaux et le Centre National de la Recherche Scientifique (CNRS). Le LCTS a été fondé en 1988 et a pour mission d'étudier la synthèse et la caractérisation des matériaux composites carbones et céramiques.

## Contexte scientifique

Les matériaux composites carbone-carbone conservent leurs propriétés mécaniques jusqu'à des températures avoisinant les 2000 K. En revanche dès 800 K le carbone subit une oxydation significative sous air, puis se sublime à haute température de fonctionnement. La dissipation d'énergie due à ces réactions retarde la pénétration de la chaleur au sein du matériau, et permet ainsi de protéger la structure, au prix de la perte d'une couche du matériau composant le bouclier thermique. L'ensemble des phénomènes relatifs à la consommation du matériau et conduisant au recul de la paroi sont regroupés sous le terme d'ablation.

Ces phénomènes sont notamment responsables du développement d'une rugosité de la surface du corps de rentrée, de nature différente suivant le régime d'écoulement. Celle-ci augmente les trans-

ferts de masse et de chaleur à l'interface, que l'on cherche justement à limiter. C'est pourquoi la compréhension de l'interaction matériau-écoulement est primordiale pour le dimensionnement des boucliers thermiques.

Le régime d'écoulement laminaire se caractérise par une rugosité de faible dimension, de l'ordre du micromètre. Elle favorise la transition de l'écoulement vers la turbulence dans la couche limite entourant le bouclier thermique. La transition laminaire-turbulent donne alors naissance à des motifs de plus grande dimension, de l'ordre du millimètre. Leur forme caractéristique leur a valu la dénomination de "coups de gouge" (ou "scallops" en anglais). Ceux-ci sont caractéristiques du régime de transition entre laminaire et turbulent. Ils peuvent disparaître en régime de turbulence pleinement développée pour être remplacés par une rugosité de plus petite taille.

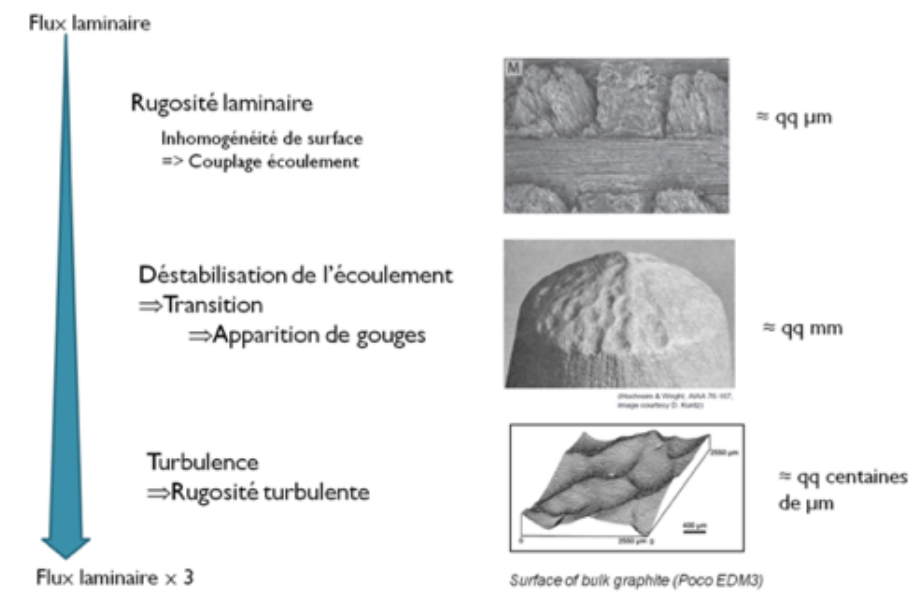


FIGURE .1 – Rugosités à la surface d'un corps de rentrée en fonction du régime d'écoulement

L'objectif de ce travail de thèse est de fournir une meilleure compréhension de l'apparition de ces structures macroscopiques à la transition laminaire-turbulent, par la modélisation numérique de l'écoulement et de la surface rugueuse.

## Plan du mémoire

Ce manuscrit est organisé en cinq chapitres. Le premier propose une synthèse bibliographique des données expérimentales pour lesquelles des coups de gouge ont pu être observés, que ce soit au sol ou en vol. Un lien est fait également avec d'autres domaines dans lesquels ce couplage entre écoulement turbulent et récession de paroi conduit à des motifs similaires. Les travaux antérieurs concernant la modélisation de la transition laminaire-turbulent et l'interaction avec une paroi érodable sont également présentés.

L'objectif du deuxième chapitre est de fixer un cadre d'étude pour la modélisation de l'écoulement, et de présenter les modèles utilisés pour la transition laminaire-turbulent et la micro-rugosité

de la surface. La validation de ces modèles a également été réalisée.

Le troisième chapitre expose les méthodes numériques qui ont été employées, pour la résolution des équations qui régissent l'écoulement d'une part, et pour la gestion du recul de la surface d'autre part.

Le quatrième chapitre s'attache à l'analyse de l'écoulement autour d'une paroi ondulée dans les différents régimes d'écoulement. Le but est de déterminer les critères sur l'écoulement, la micro-rugosité de la surface et la réactivité du matériau qui permettent de déstabiliser la paroi. Différentes approches concernant la modélisation de la transition laminaire-turbulent seront confrontées.

Enfin, le chapitre V. présente le cas d'étude complet avec surface récessive. Dans un premier temps, une étude sur la vitesse de recul en fonction des paramètres est présentée. Nous confirmons ensuite les résultats obtenus au chapitre IV. sur la stabilité d'une perturbation de la surface. Pour finir, un cas d'étude sur un matériau carbone-carbone est présenté et confronté aux résultats numériques.

# Chapitre I.

## Description des phénomènes et étude bibliographique

Dans ce chapitre, nous allons décrire les différents phénomènes qui entrent en jeu dans le contexte de l’ablation de matériaux grâce à une analyse bibliographique détaillée. Nous nous attacherons tout particulièrement à la formation de structures caractéristiques sur la surface du matériau, que ce soit dans le contexte des rentrées atmosphériques ou dans des domaines qui comportent des phénomènes voisins.

Nous verrons l’importance de la structure de l’écoulement autour du matériau, notamment le phénomène de transition laminaire-turbulent, et les travaux qui s’y réfèrent. Nous terminerons par l’exposé de la problématique de cette thèse et des objectifs qui en découlent.

### 1.1 Données expérimentales

Les deux domaines d’utilisation principaux des systèmes de protection thermique sont les rentrées de sondes spatiales et celles de corps de rentrée balistiques, et se situent dans une gamme de vitesses toujours très élevées : quelques milliers ou dizaines de milliers de  $\text{m s}^{-1}$  (fig. I.1, [Duf10]). Elles génèrent des conditions très sévères pour le matériau : des flux thermiques de plusieurs dizaines de  $\text{MW m}^{-2}$ , et des pressions de plusieurs dizaines de bars. Dans cet environnement, les hautes températures favorisent les réactions chimiques endothermiques du matériau composant la protection thermique avec l’air et des changements d’état de ce matériau, menant à sa gazéification. Il y a donc un recul de la paroi, ce qui modifie la géométrie du corps de rentrée.

Dans l’objectif de maîtriser la trajectoire de la rentrée atmosphérique et de garantir l’intégrité de la charge utile, de nombreux essais en vol ou au sol ont été menés dans les années 1960 sur différents types de matériaux. Plus particulièrement, un des enjeux est d’observer la morphologie de la surface du matériau durant l’essai et le développement de structures caractéristiques.

Schneider [Sch06] montre à travers l’analyse de plusieurs rentrées atmosphériques de sondes spatiales (Mars [ELH<sup>+</sup>08], Mercury [SSC60], Gemini [MMA67], Apollo [Kru68]) que la transition laminaire-turbulent influe sur l’aérodynamique du corps de rentrée. Nous verrons également qu’elle

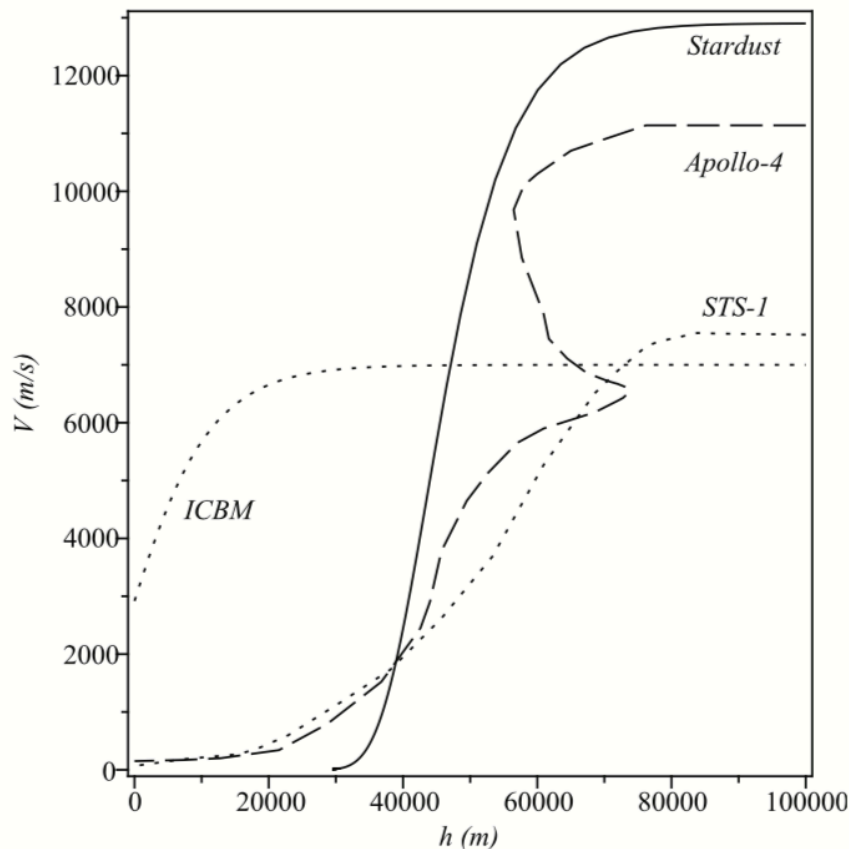


FIGURE I.1 – Exemples de vitesses de rentrée en fonction de l'altitude pour plusieurs sondes spatiales ([Duf10])

joue un rôle primordial dans la formation de rugosités macroscopiques.

### 1.1.1 Dans le contexte de la rentrée atmosphérique

#### 1.1.1.1 Matériaux

Deux stratégies peuvent être employées pour la rentrée : les systèmes réutilisables dans lesquels l'énergie reçue est réémise sous forme convective et radiative, et les systèmes ablatifs dans lesquels le matériau est consommé sous l'effet des phénomènes physico-chimiques, notamment l'oxydation ou la sublimation. Cette dernière méthode est la plus couramment utilisée.

Les conditions extrêmes de la rentrée atmosphérique imposent l'emploi de matériaux capables de soutenir des températures extrêmement élevées, dits réfractaires. Parmi ceux-ci les matériaux Composites à Matrice Céramique (CMC) ont rapidement émergé pour répondre à ce besoin. Ils sont constitués d'un ensemble de fibres incorporées dans une matrice céramique. Les fibres sont généralement constituées de carbone ou de carbure de silicium SiC, ou parfois de verre. Pour la matrice, on utilise soit des matériaux réfractaires tels que le carbone ou le SiC, soit des polymères comme les résines phénoliques par exemple.

Si les essais en vol de corps de rentrée sont coûteux et complexes à mettre en œuvre, les essais

au sol s'avèrent être une bonne alternative pour l'étude de l'ablation, quoique plus limités dans les sollicitations exercées. En effet, l'utilisation de matériaux de rentrée peut s'avérer compliquée compte tenu des flux élevés nécessaires pour oxyder ou sublimer ces matériaux. C'est pourquoi des matériaux dits "fantômes" sont parfois utilisés à basse température, en s'assurant de la représentativité de ceux-ci. La table I.1 présente quelques-uns de ces matériaux et leurs caractéristiques. Afin d'améliorer la compréhension de la sublimation de ces matériaux, quelques essais ont tout de même été réalisés en vol.

Matériau	Température de gazéification (K)	Masse volumique (g/cm <sup>3</sup> )	Source
PTFE (Téflon)	600 (décomposition)	2.16	[BK93]
Camphre	453 (sublimation)	0.99	[O'N89]
PMMA (Plexiglas)	623 (décomposition)	1.19	[PN08]
polycarbonates (Lexan)	413 (décomposition)	1.2	[BL03]

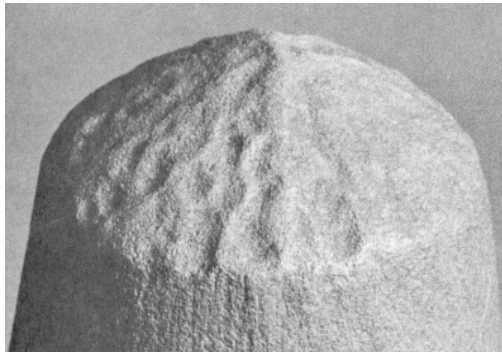
TABLE I.1 – Quelques matériaux fantômes utilisés pour des essais au sol

### 1.1.1.2 Données en vol

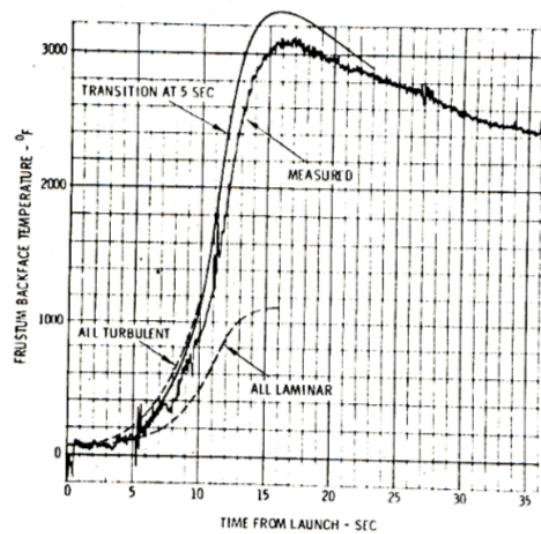
Peu de données expérimentales en vol sont disponibles sur ce type d'étude. Une référence importante est Hochrein [HW76], dans laquelle un essai en vol instrumenté a été mis en place embarquant une pointe d'ogive de graphite ATJ-S ([TK70]) de 1 cm de rayon grâce au lanceur TATER, conçu pour atteindre des vitesses élevées à faible altitude en phase ascendante. Une altitude d'environ 3.5 km a été atteinte, pour un nombre de Reynolds par mètre allant jusqu'à  $1.6 \times 10^7 \text{ m}^{-1}$  et les données concernent 30 s de vol. L'objectif de cet essai était de mesurer les vitesses de récession au cours du vol et d'étudier le comportement de la couche limite durant la transition laminaire-turbulent. Nous pouvons également citer [WW72] et [Eng76], qui ont réalisé des essais en vol sur un composite carbone phénolique.

L'analyse après vol de la pointe avant du corps de rentrée de l'essai TATER a permis de montrer dans un premier temps la modification globale de la géométrie, qui va prendre une forme conique associée à un écoulement pleinement turbulent ([Bak72], [Woo75]). Mais surtout, des creusements réguliers sont observés sur la pointe de l'objet (fig. I.2a), que l'on appelle des coups de gouge (ou *scallops* en anglais). Il s'agit là d'une première observation de ce phénomène sur un essai en vol, qui avait cependant déjà été obtenu au sol [WG73]. Ces ondulations du matériau mesurent entre 1 et 4 mm de longueur, pour une profondeur environ 10 fois plus faible.

Les mesures de température par thermocouple au cours du vol (fig. I.2b) permettent de mettre en évidence l'apparition de la transition laminaire-turbulent au bout de 5 s, caractérisée par une augmentation drastique du flux de chaleur et donc de la température. Le régime pleinement turbulent est alors atteint. Il semble dès lors que la transition laminaire-turbulent joue un rôle déterminant dans l'apparition de ces creusements du carbone.



(a) Photographie de la pointe avant de l'essai TATER présentant des coups de gouge



(b) Mesure de thermocouple au cours du temps

FIGURE I.2 – Résultats de l'essai TATER sur une pointe d'ogive [HW76]

### 1.1.1.3 Essais au sol

#### Programme PANT

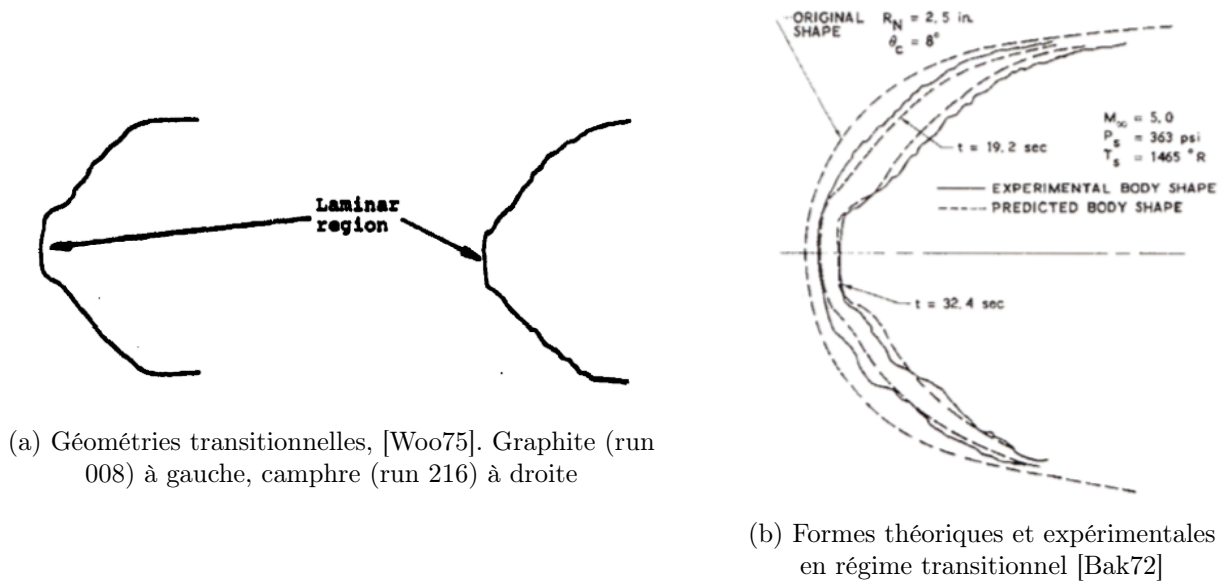
Dans les années 1971-1973, la NASA a mis en place un programme d'étude consacré à l'étude en soufflerie de la réponse à un écoulement de matériaux de pointes avant, le programme PANT (PAssive Nosetip Technology, [DW74], [Woo75]), qui constitue une véritable référence dans le domaine.

Ce programme a permis de montrer l'influence de la rugosité de la surface du matériau sur le déclenchement de la transition laminaire-turbulent. Des essais ont été menés sur des maquettes de différentes formes correspondant à des géométries ablatées en régime laminaire (ellipsoïde-cône) ou turbulent (biconique). Les matériaux employés sont du graphite ou du camphre.

Dans un premier temps, les essais menés en régime transitionnel sur du graphite ou du camphre ont montré qu'il subsiste une région laminaire du point d'arrêt au point sonique. Celle-ci est suivie par une région pleinement turbulente, avec l'apparition de structures macroscopiques (fig. I.3a). Ce résultat a également été montré par Baker [Bak72] avec des essais sur du camphre (fig. I.3b). Cette zone laminaire subsiste car l'écoulement n'a pas encore atteint dans cette région la transition laminaire-turbulent.

Le deuxième résultat majeur de cette campagne d'essais fut que ces coups de gouge accroissent de manière significative les flux de chaleur pariétaux en régime turbulent, et donc le taux de récession du matériau. C'est pourquoi la modélisation de ce phénomène est primordiale pour le bon dimensionnement des systèmes de rentrée atmosphérique.

Enfin, la compilation des essais sur des maquettes métalliques sablées a permis de dégager un critère empirique entre la hauteur de rugosité  $k_s$ , la hauteur de quantité de mouvement  $\theta$  et la



(a) Géométries transitionnelles, [Woo75]. Graphite (run 008) à gauche, camphre (run 216) à droite

(b) Formes théoriques et expérimentales en régime transitionnel [Bak72]

FIGURE I.3 – Mise en évidence de la région laminaire au point d'arrêt sur des géométries transitionnelles

température pour la prédiction du point de transition ([And74]) :

$$\theta = \int_0^{+\infty} \frac{U}{U_\infty} \left(1 - \frac{U}{U_\infty}\right) dy \quad (\text{I.1})$$

$$Re_\theta \left(\frac{k_s T_e}{\theta T_w}\right)^{0.7} = \begin{cases} 255 & \text{au point sonique (a)} \\ 215 & \text{au point de transition (b)} \end{cases} \quad (\text{I.2})$$

où  $Re_\theta = \frac{U_\infty \theta}{\nu}$  est le nombre de Reynolds basé sur l'épaisseur de quantité de mouvement  $\theta$ , la vitesse amont de l'écoulement  $U_\infty$  et sa viscosité cinématique  $\nu$ .  $T_e$  est la température au bord de la couche limite et  $T_w$  la température de paroi. Ce critère est largement utilisé pour la prédiction de la transition laminaire-turbulente et présente une très faible dispersion par rapport aux données expérimentales (fig. I.4).

### Autres essais

De nombreux auteurs se sont également intéressés à la formation de rugosités macroscopiques sous l'effet de l'écoulement. Souvent les moyens d'essai ne permettent pas d'atteindre des flux de chaleur suffisants pour l'ablation du carbone (plusieurs  $\text{MW m}^{-2}$ ) et beaucoup d'auteurs emploient des matériaux dits "fantômes", comme ceux listés dans la table I.1.

Dès la fin des années 1960 plusieurs articles fondateurs ([LM68, CTW68]) se sont intéressés à ces structures observées sur des échantillons récupérés après vol, et se sont attachés à les reproduire. Par la suite et en particulier dans la décennie suivante, ce type d'essai a été poursuivi sur une grande variété de matériaux et de conditions d'essai ([LN69, Nes71, Wil71, Bak72, WG73, Shi74, RG95,



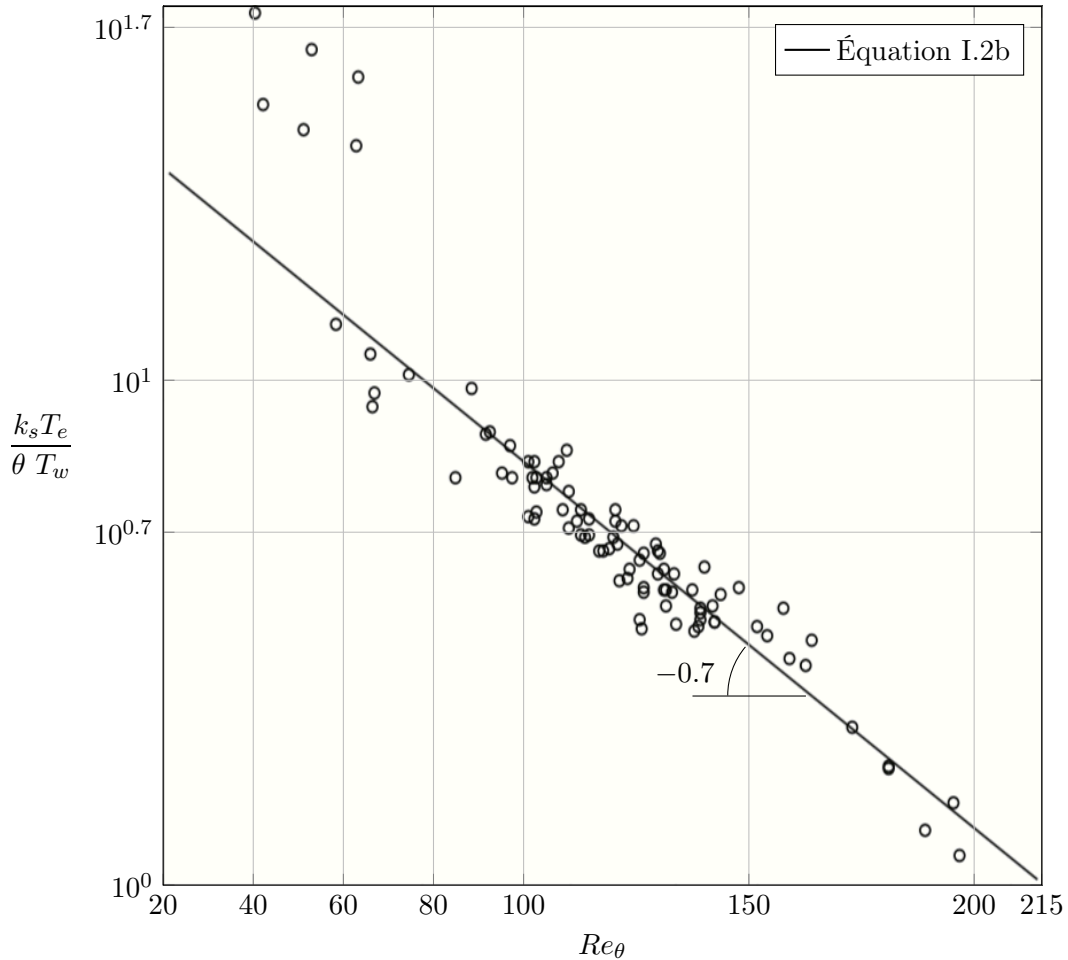


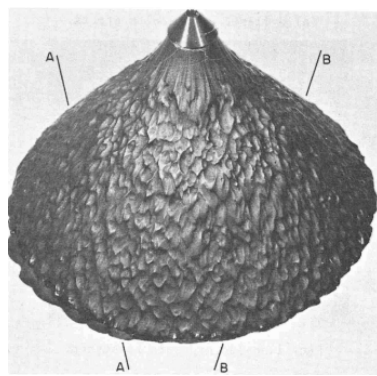
FIGURE I.4 – Corrélation de PANT au voisinage du point d'arrêt [Woo75]

MP96, Pow11]), avec pour objectif de reproduire et caractériser les coups de gouge.

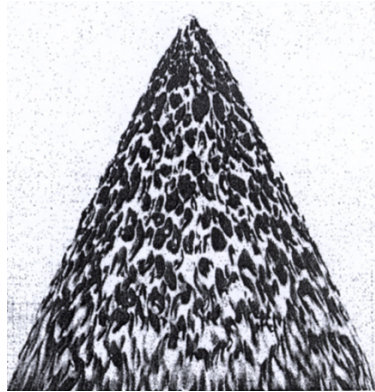
Certains de ces essais ne correspondent pas à une action chimique mais plutôt à un changement d'état, ici la sublimation; c'est le cas pour les matériaux dont la température de sublimation est suffisamment faible, comme le camphre par exemple. Dans le cas du Téflon, il s'agit d'une décomposition. Dans quelques cas une étape de fusion peut également apparaître ([Aue77], [MSHD76]).

De ces observations ont émergé une première caractérisation ainsi qu'un scénario de formation pour ces rugosités de la surface. Ainsi, Powars [Pow11] propose le déroulé suivant :

- L'écoulement laminaire provoque l'apparition d'une micro-rugosité, liée à l'inhomogénéité du matériau ([Lac06, Lev17]). Pour un composite carbone-carbone, elle est liée à la manière dont le matériau est tissé. Elle affecte peu les flux pariétaux de chaleur et de masse. Typiquement, c'est cette hauteur de rugosité qui est le paramètre influant dans le critère PANT.
- Cet état de surface favorise la transition de l'écoulement laminaire vers la turbulence. Dès lors des "spots" turbulents apparaissent. Ils correspondent au déclenchement localisé de la transition laminaire-turbulent.
- Les zones transitionnelles subissent un flux pariétal plus important, et réagissent davantage



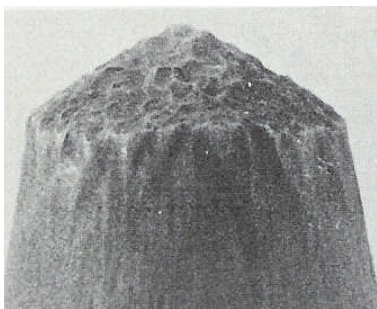
(a) Camphre [LM68]



(b) Téflon [WG73]



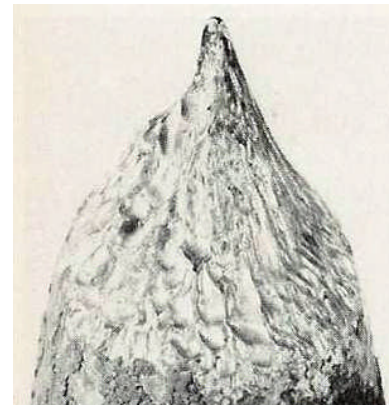
(c) PMMA [MP96]



(d) Graphite ATJ-S [Shi74]



(e) Téflon [Pow11]



(f) Nylon phénolique [Nes71]

FIGURE I.5 – Observations de gouges sur différents matériaux

avec le matériau : c'est ce qui crée la macro-rugosité, ou les coups de gouge qui font l'objet de cette étude.

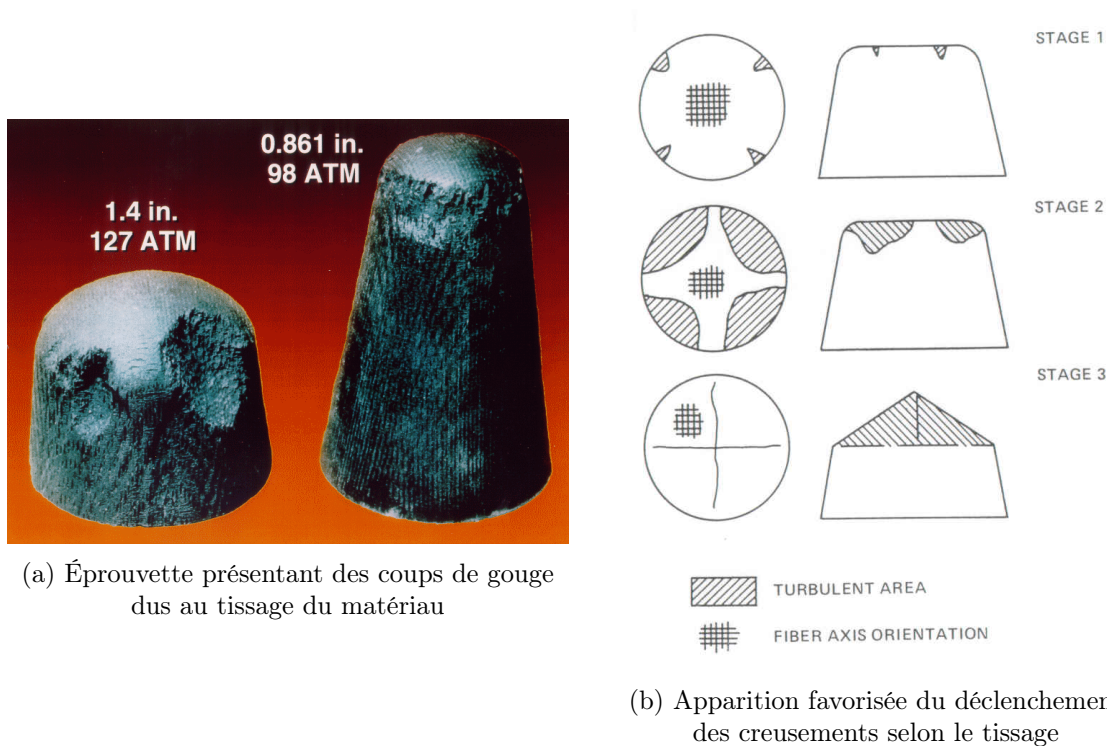
Dans ce scénario, la micro-rugosité n'agit que comme un "catalyseur" de la transition laminaire-turbulent, et la macro-rugosité se superpose à la micro-rugosité. Comme nous l'avons vu dans [HW76] et [Woo75], elle augmente drastiquement les flux de chaleur et de masse.

### **Influence du tissage du matériau**

Sur des matériaux de pointe avant, nous pouvons également observer des creusements d'une échelle encore supérieure. Ce phénomène reste très localisé sur la surface du matériau : à la différence des cas précédents, il ne s'agit pas d'ondulations régulières de la surface. En examinant des profils d'éprouvettes passées au jet de plasma, on constate l'apparition dispersée de coups de gouge (fig. I.6a).

Les phénomènes sous-jacents semblent toutefois être similaires, avec le déclenchement de la transition laminaire-turbulent qui provoque un pic de flux localisé. Comme nous l'avons vu, c'est la micro-rugosité qui joue le rôle de catalyseur dans la transition. Il y a dans le cas présent une influence visible de l'état de surface du matériau : les trous apparaissent très nettement selon l'orientation de la fibre. La dispersion de la micro-rugosité n'est pas homogène et le tissage provoque donc un

déclenchement favorisé de la transition à  $45^\circ$  (fig. I.6b).



(a) Éprouvette présentant des coups de gouge dus au tissage du matériau

(b) Apparition favorisée du déclenchement des creusements selon le tissage

FIGURE I.6 – Coups de gouge de grande dimension dus au tissage (communication privée)

#### 1.1.1.4 Cross-hatching

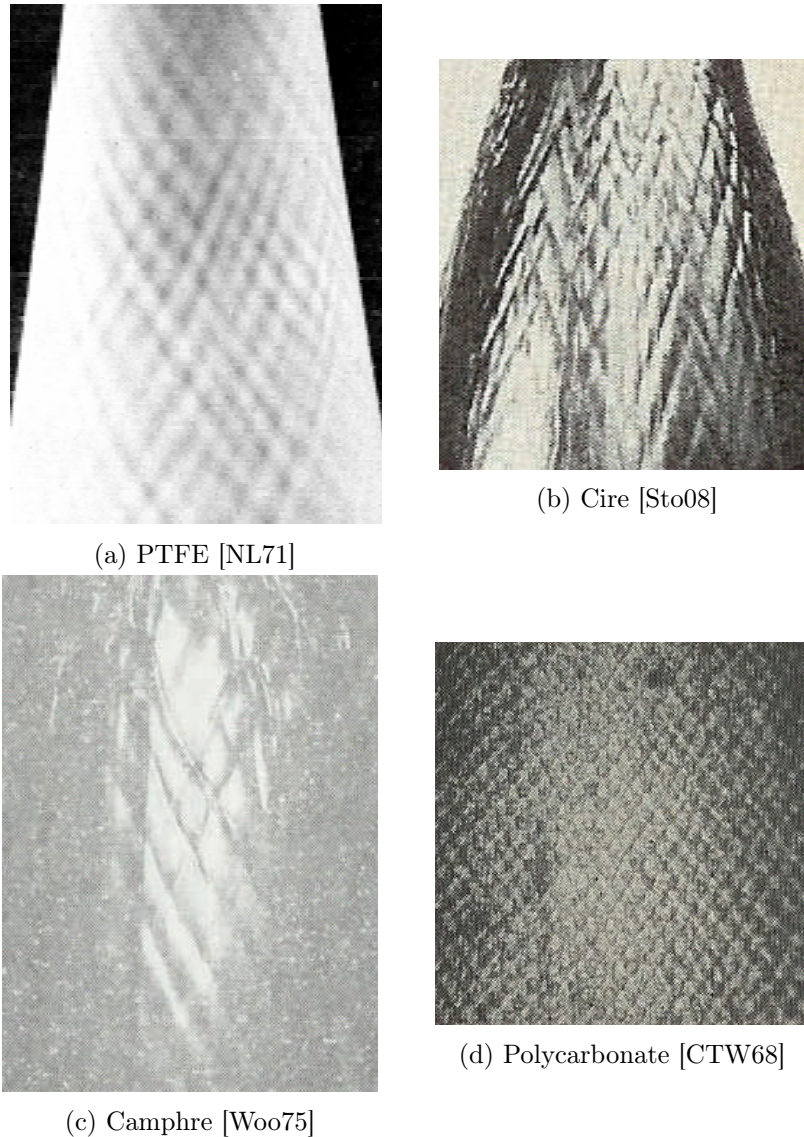
Les structures décrites jusqu'à présent sont à distinguer avec attention d'autres motifs, dus au caractère supersonique de l'écoulement. Il s'agit du *cross-hatching* (ou hachures croisées), qui sont un autre type de rugosité macroscopique *a priori* non lié au régime de turbulence de l'écoulement.

Là aussi, de nombreux essais ont été réalisés dans les années 1970 ([NL71], [Sto08], [Woo75], [CTW68], [LN69]). Il ressort de cette bibliographie qu'il s'agit d'un effet dû au choc dans un écoulement supersonique. Ces creusements de faible profondeur dégénèrent ensuite en coups de gouge, effaçant alors les hachures croisées qui auraient pu se développer.

Les deux effets semblent dès lors indépendants. De plus, des coups de gouge sont également susceptibles de se développer dans un environnement incompressible, comme nous allons le montrer dans la partie suivante.

#### 1.1.2 Dans d'autres contextes

Bien que l'application principale étudiée ici soit les coups de gouge observés sur des corps de rentrée carbonés, ce phénomène de creusement régulier dû à l'interaction solide-fluide est observé également dans des domaines tout à fait différents. Nous nous proposons ici d'étudier le cas des météorites, des dunes de sable ou encore des cavernes karstiques ou de glace.

FIGURE I.7 – Observations du phénomène de *cross-hatching* sur différents matériaux

### 1.1.2.1 Météorites

Le cas des météorites est peut-être le plus proche de l'application centrale de cette étude, puisqu'il s'agit aussi de rentrées atmosphériques. Cependant les matériaux rencontrés sont différents : il s'agit souvent de pierre (chondrites), de métal (fer/nickel) ou d'un mélange des deux. La température à partir de laquelle commence leur ablation est bien moins élevée que pour le carbone (1800 K pour le fer par exemple). Il peut y avoir avant la sublimation une étape de fusion de la météorite, et donc la formation d'une couche liquide à sa surface. Celle-ci se solidifie alors, pour former une "croûte de fusion" ([Ram67], [GG99]).

L'observation et l'analyse des météorites est toutefois plus aisée puisque l'on dispose de beaucoup plus d'échantillons. Il a été observé sur de nombreuses météorites des structures similaires à celles observées sur les essais en vol ou au sol dans le cadre des rentrées atmosphériques de systèmes de

protection thermique. Pour les météorites, ces creusements sont appelés des regmaglyptes.



(a) "Lafayette", nakhlite



(b) "Lewis Cliff 85320",  
fer-chondrite



(c) "Stromboli Stone",  
chondrite



(d) "Adamana", chondrite



(e) "Cabin Creek", fer

FIGURE I.8 – Observations de regmaglyptes pour quelques météorites<sup>1</sup>

Ainsi, les deux régimes laminaire et turbulent semblent reproduire les mêmes conséquences sur la surface de l'objet, avec le développement d'une rugosité de faible profondeur dans le cas laminaire, et de regmaglyptes dans le cas turbulent, toujours liés aux flux de chaleur importants dans cette phase.

Pour le cas laminaire (I.8a, I.8d), nous remarquons une orientation dans le sens de l'écoulement ; ceci est probablement dû au fait qu'il s'agit de fusion et non de sublimation. Ainsi, une fine couche liquide reste sur la surface de la météorite qui s'oriente selon l'écoulement, et se solidifie alors avec cette orientation. Les regmaglyptes observés (I.8b, I.8c, I.8e) sont similaires à ceux présentés sur la figure I.5, quoique plus profonds toutefois. Cet effet d'orientation semble également se retrouver dans les cas de Stromboli Stone et Cabin Creek ; il était visible également dans les essais sur matériaux "fantômes" (I.5a, I.5b, I.5e).

Enfin, le cas I.8d présente les deux types de rugosité, avec près du point d'arrêt une faible rugosité puis à partir d'une distance bien marquée des creusements réguliers plus profonds. Cela peut

---

1. images issues de <https://meteoritical.org>

correspondre à l'abscisse à partir de laquelle la transition laminaire-turbulent apparaît, provoquant une augmentation de flux et une déstabilisation de l'écoulement.

Cette observation correspond au scénario développé dans Lin & Qun [LQ87] (fig. I.9), dans lequel des "spots" turbulents apparaissent pour donner lieu à cette macro-rugosité. Dans ce schéma, un spot turbulent donne naissance à une paire d'ondes, créant un cône dans lequel l'écoulement est turbulent et donc dans lequel le recul de surface est plus important. Lorsque deux sillages de spots turbulents se rencontrent, une onde de choc se crée, entraînant encore un différentiel de récession. Ces ondes peuvent également interagir entre elles, pour créer de nouveaux points avec une vitesse de récession plus importante, et donc des creusements localisés à la surface.

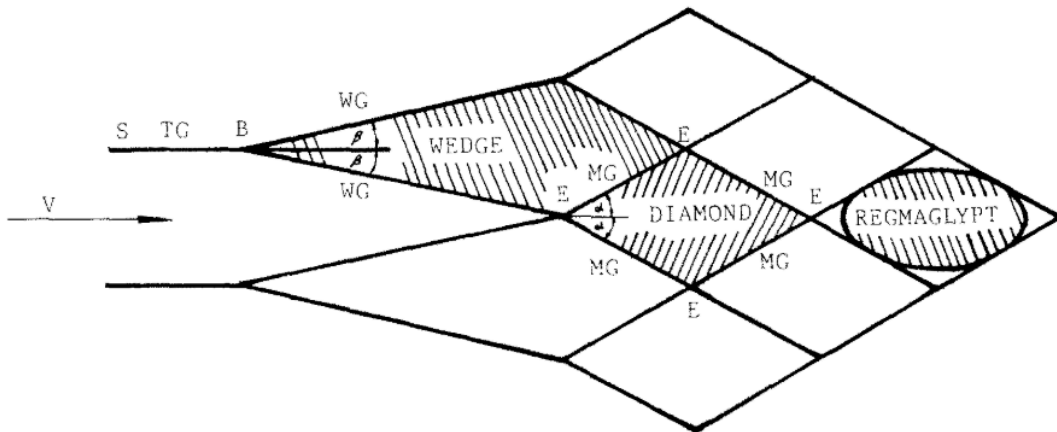


Fig. 7. Schematic of formation of regmaglypt:

$V$ : On coming velocity,	$B$ : Bifurcation of trailing vortex.	$\alpha$ : Mach angle,
$S$ : Turbulent spot,	$wg$ : Wedge vortex groove.	$\beta$ : Half wedge angle,
$tg$ : Trailing vortex groove,	$E$ : Emerged disturbance,	$mg$ : Mach vortex groove.

FIGURE I.9 – Schéma de la formation de regmaglyptes [LQ87]

### 1.1.2.2 Dunes de sable

Dans un autre ordre d'idée, les formes qui apparaissent dans le cadre des rentrées atmosphériques rappellent beaucoup le cas des dunes de sable. En effet, il s'agit là aussi d'une interaction entre l'écoulement d'un fluide (de l'air ou de l'eau) au-dessus d'une paroi érodable. À la différence des exemples précédemment présentés, il n'y a aucune réaction chimique entre le fluide et la paroi ni changement d'état ; à la place, les grains de sable sont arrachés à la surface. Bien que les mécanismes d'érosion de la surface soient de nature différente, une analogie cohérente entre les deux applications se dégage.

Dans le cas des écoulements sur fond granulaire, les grains arrachés de la surface vont être en suspension dans le fluide, avant de se redéposer : c'est la saltation ([ACD02]). Il s'agit là d'une différence avec l'ablation des matériaux carbonés, durant laquelle la matière perdue ne se redépose pas plus loin : il n'y a donc ici pas de perte de masse. Pour conserver l'analogie entre les deux cas, il faut considérer la vitesse moyenne de l'interface sous l'effet de l'ablation ; dans un référentiel mobile qui suit la surface, l'analogie avec la formation des dunes de sable est conservée.

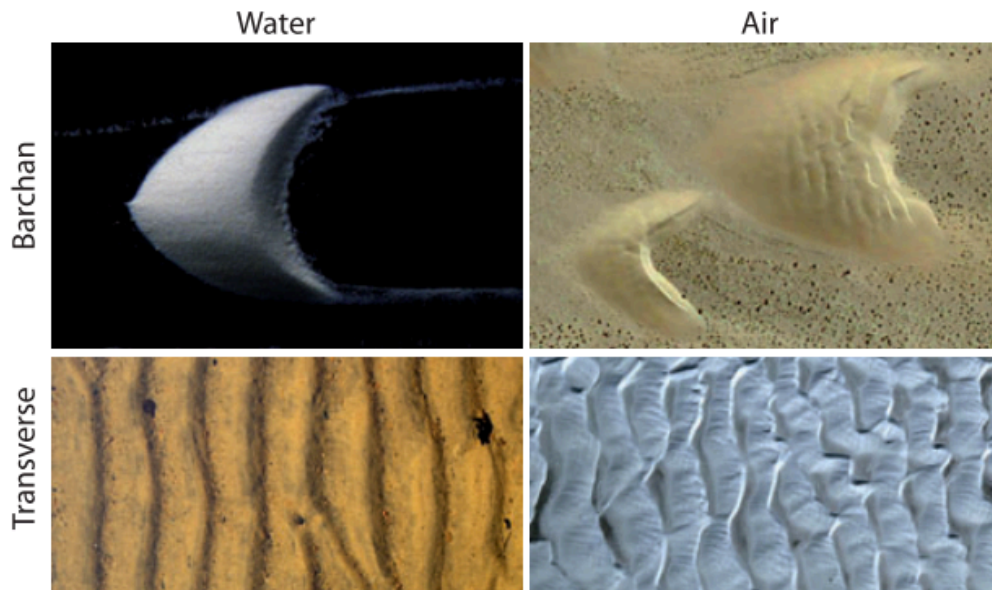


FIGURE I.10 – Différents types d'instabilités dans les écoulements sur du sable

Plusieurs environnements peuvent amener la formation de ces structures dans le sable ; les plus remarquables sont les écoulements dans les rivières ([Fou09, Bes05]) ou bien l'écoulement de l'air dans les déserts de sable ([Bag41]), qui amènent à des échelles spatiales allant du centimètre à la centaine de mètres. À partir de là se dégagent deux types majeurs de structures :

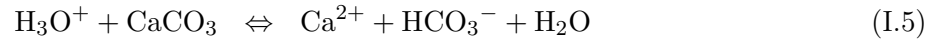
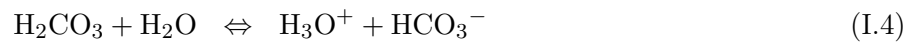
- les barchanes (fig. I.10 ligne du haut), qui sont le résultat de l'érosion de la face avant qui se redépose par saltation à l'arrière ; le sable est redistribué par avalanche sur les côtés.
- les rides sur lit de sable (fig. I.10 ligne du bas), qui vont retenir ici notre attention puisque ce sont des structures qui semblent similaires aux coups de gouge dans le cas du carbone.

Ces dernières ont pour origine le cisaillement de l'écoulement sur la surface de sable, qui vient modifier localement le flux de particules de sable qui sont arrachées ou redéposées. Dans ce mécanisme, la turbulence et plus particulièrement la transition du laminaire au turbulent joue un rôle majeur ([CAC13b]). De nombreuses analyses pour prévoir l'apparition et la stabilité de telles structures ont été menées dans les années 2000 ([Col04, CAC13b]) ; quelques résultats en sont présentés au paragraphe 1.2.3.

### 1.1.2.3 Cavernes de glace et de karst

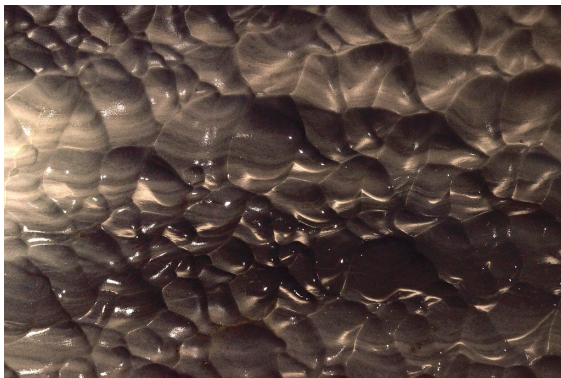
Un autre domaine marquant dans lequel le couplage fluide-solide produit de telles ondulations de la surface est celui des karsts, qui sont des structures naturelles résultant de l'érosion chimique et hydraulique de roches carbonatées (calcaire, marbre. . .). Au cours de la circulation de l'eau dans la roche, celle-ci se charge en dioxyde de carbone  $\text{CO}_2$  pour former de l'acide carbonique  $\text{H}_2\text{CO}_3$ .

Celui-ci se dissocie dans l'eau, pour mener à l'attaque acide du carbonate de calcium  $\text{CaCO}_3$  :



Un réseau complexe de galeries et de grottes dans lequel une circulation d'eau ou d'air s'établit par dissolution de la roche carbonée, et c'est le couplage diffusion-réaction entre la roche et l'écoulement turbulent de l'eau qui provoque ces ondulations sur la roche (fig. I.11a, fig. I.11b, [Cur74]).

Un couplage similaire est observé dans les cavernes de glace en présence d'un écoulement turbulent d'air (fig. I.11c, fig. I.11d, [ABF<sup>+</sup>98, Lei48]). Il s'agit alors dans ce cas de sublimation et non pas directement d'action chimique.



(a) Grotte de Korallgrottan (marbre), Suède [SSH07]



(b) Memekay River Valley, Canada, British Columbia<sup>2</sup>



(c) Sandy Glacier, USA, Oregon [PCM<sup>+</sup>17]



(d) Cratère de Saint-Helens, USA, Washington, [ABF<sup>+</sup>98]

FIGURE I.11 – Observations de parois de cavernes karstiques ou de glace

2. image issue de [https://www.geocaching.com/geocache/GC2AGFY\\_scallop-cave](https://www.geocaching.com/geocache/GC2AGFY_scallop-cave)



## 1.1.2.4 Autres

Pour terminer, le phénomène de coups de gouge se retrouve aussi dans le cas d'écoulements dans des tuyaux métalliques, en acier au carbone notamment [VZL01]. Dans ce contexte et afin d'étudier l'évolution des motifs de la paroi obtenus en fonction de l'écoulement, des expériences ont été réalisées sur du plâtre de Paris [BC74, VZL05]. Celles-ci fixent les idées sur le rôle et l'interaction de la turbulence dans la formation de rides à la surface d'un matériau érodable. En effet, de ces expériences ont permis de construire un modèle expliquant la stabilité des creusements observés (fig. I.12) :

- la zone externe (1) est l'écoulement turbulent établi, largement in affecté par la géométrie de la surface.
- la structure de la couche limite turbulente comporte une sous-couche laminaire (2), qui se décolle de la paroi sur la face arrière de l'ondulation ; elle subit alors une transition vers la turbulence en (3).
- En rejoignant la paroi, l'écoulement instable recolle en (4). La zone de recollement est celle dans laquelle le flux de masse est le plus important, et donc avec lui la vitesse de recul de la surface.
- Ce recollement provoque une zone de recirculation sur la face arrière de l'ondulation (5 – 6) dans laquelle le fluide n'a pas assez d'énergie pour rejoindre l'écoulement en (2). Le mélange turbulent y est intense. Une autre partie recolle sur la paroi (7) et poursuivre vers l'aval.
- La rencontre de la zone de recirculation (5) avec la sous-couche laminaire (2) provoque de petits vortex en (8), qui seront naturellement atténués par l'écoulement moyen en (3).

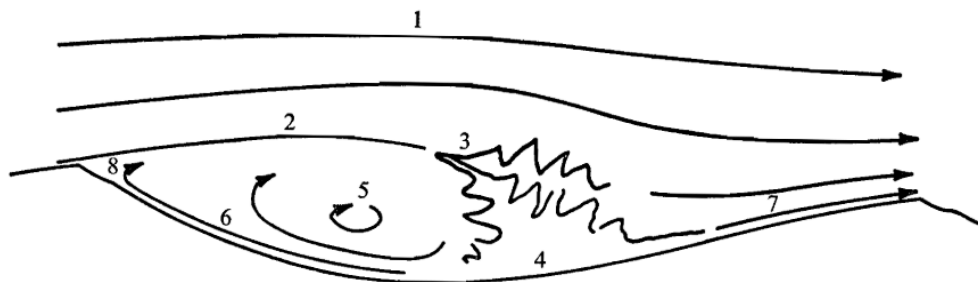


FIGURE I.12 – Schéma proposé par [BC74] pour l'interaction entre un écoulement turbulent et un creux de paroi

Ainsi, l'augmentation de flux due au décollement et recollement va provoquer un recul plus important dans ces régions. Selon la position des points (4) et (8) par rapport aux bosses, l'ondulation pourra être amplifiée ou atténuée.

Ce schéma provoque donc une géométrie de la paroi ayant la face amont allongée par rapport à la face arrière de l'ondulation, avec un point singulier qui sépare les deux (au point (8)). Cette forme semble compatible avec les observations des parois des cavernes (fig. I.11).

### 1.1.3 Corrélations entre la taille des coups de gouge et l'écoulement

#### 1.1.3.1 Données expérimentales [Tho79]

Nous avons vu jusqu'à présent les éléments majeurs menant à la formation d'ondulations de surface, ainsi que la diversité de ces exemples. Pour mieux comprendre le phénomène, il a alors fallu établir un lien entre les dimensions caractéristiques des ondulations de la surface et l'écoulement.

Des travaux dans ce sens ont été menés dans le domaine des formations naturelles dans les cavernes. [Tho79] propose une corrélation fondamentale pour prédire la taille caractéristique des motifs en fonction d'un paramètre lié à l'écoulement. En compilant différents résultats expérimentaux tant en laboratoire que sur le terrain, il parvient à relier l'espacement entre les creux  $\lambda$  à  $\frac{\nu}{u_*}$ , où  $\mu$  et  $\nu = \frac{\mu}{\rho}$  sont les viscosités dynamique et cinématique du fluide,  $\rho$  sa masse volumique, et  $u_*$  est la vitesse de frottement définie par le cisaillement pariétal  $\tau_w$  :

$$\tau_w = \mu \left( \frac{\partial U}{\partial y} \right)_{y=0} \quad (\text{I.6})$$

$$u_* = \sqrt{\frac{\tau_w}{\rho}} \quad (\text{I.7})$$

La quantité  $\frac{\nu}{u_*}$  correspond à l'inverse d'un nombre de Reynolds par mètre basé sur la vitesse de frottement. Thomas montre ainsi que l'on a  $\lambda \simeq 10^3 \frac{\nu}{u_*}$  : plus le nombre de Reynolds augmente, plus les structures seront de petite dimension. En raisonnant sur le nombre d'onde  $k = \frac{2\pi}{\lambda}$  de la perturbation de surface, nous avons  $\frac{k\nu}{u_*} \simeq 6.3 \times 10^{-3} = \text{cste}$ . Cette variable, qui est l'inverse du nombre de Reynolds basé sur  $u_*$  et la dimension des creusements, va être importante dans la suite de ce mémoire.

Nous pouvons d'ores et déjà établir un lien entre la longueur caractéristique des ondulations et la taille de couche limite ; en effet, le paramètre  $\frac{\nu}{u_*}$  est proportionnel à la taille de la sous-couche visqueuse d'un écoulement turbulent.

La dispersion reste assez importante puisque l'on a sur certains points un écart avoisinant une décade qui peut être justifié par les disparités de la micro-rugosité de la surface entre les différents cas. Cependant une tendance très nette peut être retenue.

Des essais au jet de plasma ont été menés au CEA en parallèle de la thèse. Au cours de ceux-ci, des creusements macroscopiques ont été obtenus, et ce en bon accord avec la corrélation de [Tho79]. Ils seront détaillés dans le chapitre V.

L'ablation des différentes surfaces choisies n'est pas dans tous les cas de même nature ; sublimation sur de la glace, saltation sur des écoulements autour de surfaces granulaires, dissolution des parois en pierre des cavernes... La diversité des données et de la nature des parois montre un caractère universel de cette corrélation pour prévoir la taille des coups de gouge selon l'écoulement et prouve la pertinence de l'analogie évoquée entre ces différents domaines.

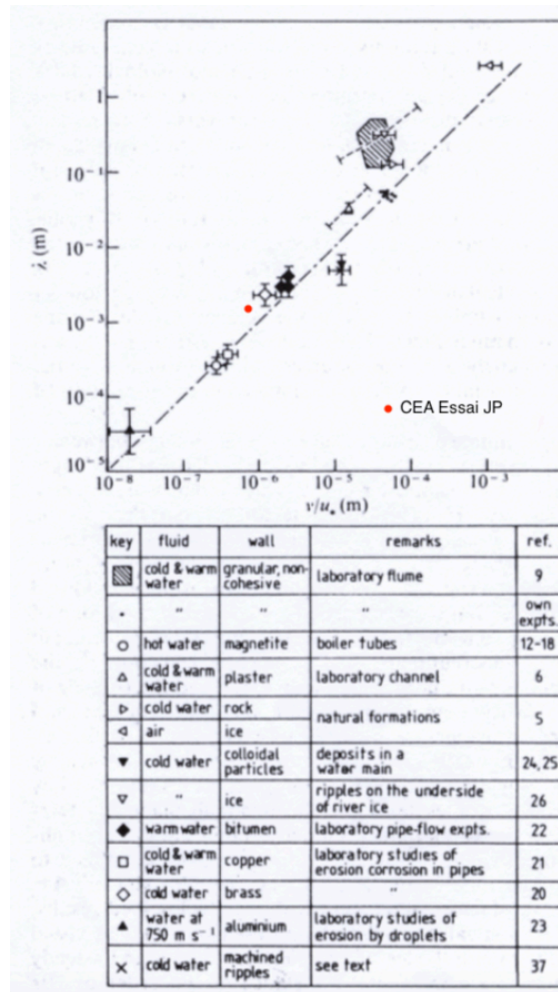


FIGURE I.13 – Mesures en différentes situations de l’espacement entre les rides  $\lambda$  en fonction du paramètre  $\frac{\nu}{u_*}$  [Tho79]

### 1.1.3.2 Essais en soufflerie [WG73]

Des travaux menés dans le cadre des rentrées atmosphériques ont également été menés pour décrire l’évolution de la taille caractéristique des coups de gouge obtenus par rapport à l’écoulement, dans le but d’estimer l’augmentation des flux de chaleur et ainsi améliorer le dimensionnement. [WG73] présente une comparaison d’expériences dans différentes situations et différents matériaux : en vol ou sur divers moyens d’essai (soufflerie, arc-jet...). Le point notable est la présence de matériaux "fantômes" tels que le Téflon notamment, mais aussi de carbone graphite dans les échantillons choisis. Cela renforce en effet la pertinence d’études sur des matériaux non carbonés, dont les mécanismes d’ablation ne sont pas ceux du carbone. Ses résultats sont également comparés à un modèle théorique, qui procède à une analyse linéaire de stabilité pour prévoir la longueur d’onde de la perturbation.

Dans cette étude à la différence d’autres travaux similaires ([Col04], [CAC13a]), une couche liquide de matériau de hauteur  $\delta_L$  est nécessaire pour expliquer le phénomène. Le calcul est de

plus mené dans un écoulement compressible : la viscosité cinématique n'est donc pas constante. La couche liquide interagit avec la sous-couche visqueuse pour donner lieu à l'instabilité de la paroi. Notons que la stabilité dépend directement de la hauteur de la couche liquide  $\delta_L$  dans le résultat final I.14. Il ne s'agit donc pas à proprement parler du même cas d'étude que la corrélation de [Tho79]. Cependant, par une approximation de la hauteur de la couche liquide  $\delta_L$ , des résultats qui rejoignent ceux présentés au paragraphe précédent peuvent être obtenus.

Le résultat majeur de l'analyse de stabilité est la détermination d'une corrélation entre la longueur d'onde des coups de gouge  $\lambda$  dans le sens de l'écoulement et les grandeurs liées à l'écoulement évaluées à la surface : la masse volumique  $\rho_w$ , le cisaillement  $\tau_w$  et la viscosité dynamique  $\mu_w$  :

$$\lambda = 0.75 \delta_L^3 \rho_w \frac{\tau_w}{\mu_w^2} \quad (\text{I.8})$$

En utilisant la loi des gaz parfaits  $\rho_w = \frac{p_e M}{RT_w}$  et une loi pour la viscosité dynamique  $\mu_w \sim M^{0.5} T_w^{0.6}$  avec  $p_e$  la pression au bord de la couche limite,  $M$  la masse molaire du gaz,  $T_w$  la température de surface et  $R = 8.314 \text{ J mol}^{-1} \text{ K}^{-1}$ , l'auteur obtient :

$$\lambda \sim \delta_L^3 p_e \frac{\tau_w}{T_w^{2.2}} \quad (\text{I.9})$$

En considérant finalement que pour un écoulement turbulent on a  $\tau_w \sim p_e^{-0.85}$  ([And06]) et que la hauteur de la couche liquide suit  $\delta_L \sim \frac{1}{\tau_w}$ , on obtient la relation entre la longueur d'onde des creusements et la pression au bord de la couche limite (fig. I.14) :

$$\lambda \sim p_e^{-0.7} \quad (\text{I.10})$$

Ce résultat est en bon accord avec les expériences dans lesquelles l'auteur obtient  $\lambda \sim p_e^{-0.77}$ . Nous pouvons ajouter sur cette corrélation l'essai CEA au jet de plasma sur un matériau graphite, pour lequel une pression de surface de  $6 \times 10^6$  a été obtenue sur la surface de l'échantillon, pour une longueur d'onde comprise entre 1 et 2 mm. En prolongeant la courbe obtenue pour le graphite donnée par  $\lambda = 5.9 p_e^{-0.77}$  l'accord avec les expériences de White [WG73] est satisfaisant.

L'augmentation de la taille des coups de gouge en diminuant la pression avait déjà été observée ([Wil71]). Cette relation linéaire dépend ici encore du matériau choisi, bien que la pente  $\lambda_L \sim p_e^{-0.77}$  semble elle universelle. De plus, le taux de croissance des perturbations décroît également avec la pression ; c'est pourquoi des coups de gouge de grande taille ne peuvent être observés puisqu'il faudrait des échelles de temps trop grandes pour les générer, et que le régime d'écoulement devient laminaire.

Pour rejoindre les résultats de Thomas [Tho79], nous pouvons réécrire l'équation I.8 en termes de vitesse de frottement  $u_*$  et de viscosité cinématique  $\nu$  en exprimant le cisaillement  $\tau_w = \rho_w u_*^2$  et

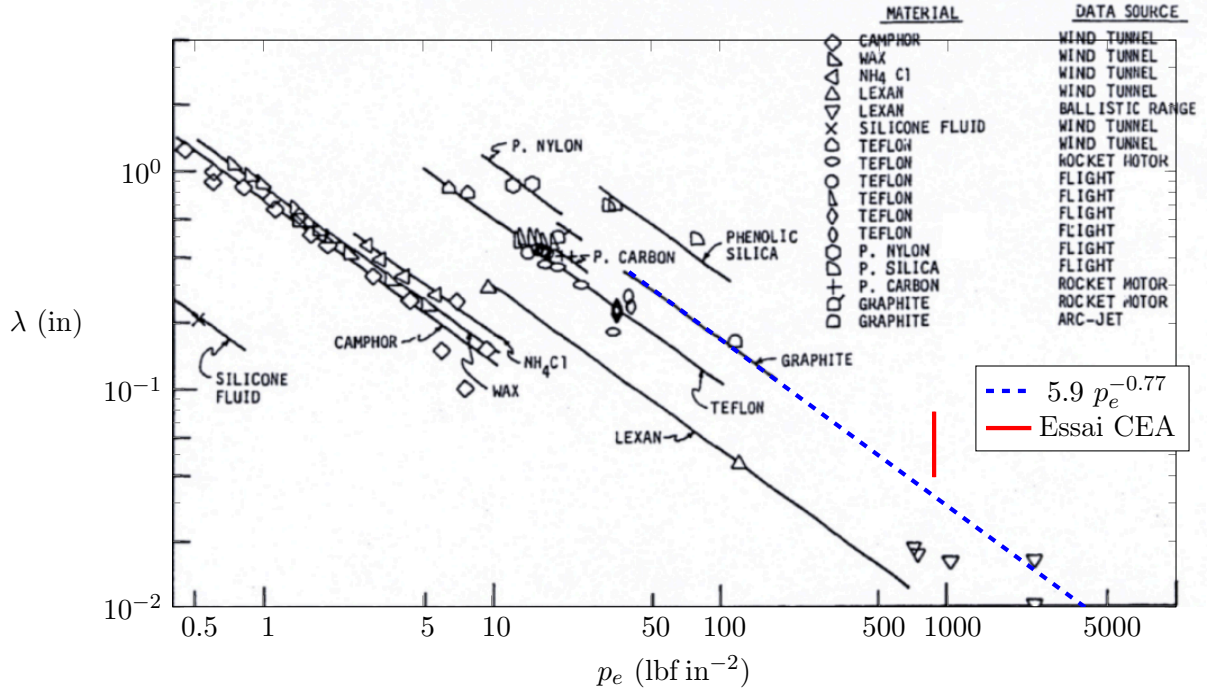


FIGURE I.14 – Corrélation entre la pression de surface et la longueur d’onde [WG73]

la viscosité dynamique  $\nu = \frac{\mu_w}{\rho_w}$ . On obtient :

$$\lambda = 0.75 \delta_L^3 \left( \frac{u_*}{\nu} \right)^2 \quad (\text{I.11})$$

L’auteur suggère ensuite que la hauteur de la couche liquide  $\delta_L$  est proportionnelle à  $\frac{1}{\tau_w}$ . Si on considère que celle-ci est plutôt proportionnelle à  $\frac{\nu}{u_*}$  qui semble une grandeur plus pertinente vis-à-vis de la littérature, on obtient :

$$\delta_L = A \frac{\nu}{u_*} \quad (\text{I.12})$$

$$\lambda = 0.75 A^3 \frac{\nu}{u_*} \quad (\text{I.13})$$

Dans cette hypothèse, on retrouve le fait que la longueur d’onde des motifs de la surface est reliée à la grandeur hydrodynamique  $\frac{\nu}{u_*}$ . Pour la corrélation de Thomas notamment, on obtiendrait  $A \simeq 11$ .

Finalement, la longueur d’onde sélectionnée est fonction des perturbations de pression, elles-mêmes dépendant de l’épaisseur de la couche limite. Ceci rejoint les résultats de Thomas [Tho79] pour qui la taille caractéristique des perturbations de surface est également reliée à  $\frac{\nu}{u_*}$ , qui est proportionnel à l’épaisseur de la sous-couche visqueuse.

Cependant, le manque de justifications de certaines de ces hypothèses ainsi que la nécessité d’une couche liquide rendent ces travaux difficilement exploitables dans notre cas. Elles ne seront

pas utilisés par la suite.

#### 1.1.4 Conclusions sur les observations

Dans le contexte des rentrées atmosphériques, le dimensionnement du bouclier thermique est une contrainte majeure pour garantir l'intégrité de la charge utile. C'est pourquoi l'étude de l'ablation du matériau qui le constitue est un enjeu fort pour le **dimensionnement des TPS** (Systèmes de Protection Thermique). En particulier il faut pouvoir prévoir et modéliser les flux de masse et de chaleur à la surface.

**Les macro-rugosités qui apparaissent lors de l'ablation** jouent un rôle majeur dans ce domaine, puisqu'elles peuvent augmenter drastiquement les flux pariétaux, conduisant à une dégradation prématurée du bouclier thermique et peuvent influencer sur la trajectoire du corps de rentrée. On les appelle *scallops*, ou coups de gouge en français. Beaucoup de travaux s'y rapportant ont été menés dans les années 1970 notamment lors d'essais en vol ou sur moyens d'essai au sol sur des matériaux "fantômes".

Il faut prendre garde de bien distinguer deux types de structures qui peuvent se développer : **les coups de gouge sont des creusements macroscopiques relativement réguliers et circulaires**, qui peuvent être orientés suivant les cas dans le sens de l'écoulement ; mais dans le cas des écoulements supersoniques il peut également apparaître du *cross-hatching*, qui se caractérise par des stries dans le sens de l'écoulement, et qui constitue un domaine d'étude et met en jeu des mécanismes de formation qui ne sont pas le sujet de ce travail.

Ces phénomènes d'ondulations de la surface sont similaires dans leurs mécanismes de formation et leur développement à ce qui peut **s'observer par ailleurs dans la nature** : les parois de certaines cavernes, les écoulements d'eau ou d'air sur des surfaces granulaires, les météorites... Dans ces domaines d'étude qui semblent éloignés, nous avons identifié des points communs quant aux formes qui apparaissent à la surface bien que les phénomènes responsables du recul de la paroi ne soient pas de même nature. Il peut s'agir d'oxydation pour le carbone, de dissolution pour les karsts et le plâtre, de sublimation pour les cavernes de glace ou d'arrachage de grains pour le sable.

À travers ces différents cas d'étude nous avons pu dégager les éléments essentiels à la croissance d'une perturbation de la paroi. Au premier chef, l'instabilité de l'écoulement va provoquer la **transition du régime laminaire au régime turbulent**. La naissance d'une perturbation se fait par le déclenchement localisé de la transition laminaire-turbulent sur des zones préférentielles, qui peuvent être favorisées par la micro-rugosité préexistante. Le scénario déterminé est que la croissance et le maintien de ces motifs passent par le décollement et le recollement de la couche limite dans un creux de la surface, qui provoque un différentiel de flux entre les creux et les sommets de l'ondulation. Pour certains jeux de paramètres, un **flux maximal dans un creux et minimal sur les sommets** peut être obtenu, ce qui a pour conséquence une amplification de la perturbation de la surface.

Bien que les rentrées atmosphériques se déroulent dans le cadre d'écoulements supersoniques

voire hypersoniques, le nombre de Mach ne semble pas avoir d'impact sur la croissance ou la fréquence des perturbations : ces coups de gouge ont été observés lors d'**écoulements subsoniques incompressibles** sur des matériaux autres que le carbone. Il ne s'agit donc pas d'un effet dû à la compressibilité de l'écoulement, mais bien aux variations locales de la turbulence au sein de cet écoulement.

Enfin, les paramètres physiques qui permettent de prédire les caractéristiques de ces structures sont naturellement liés à la turbulence de l'écoulement : plus particulièrement, **la taille de la couche limite semble jouer un rôle essentiel** dans ce cas. La réactivité ou la micro-rugosité de la surface seront d'autres éléments importants pour la modélisation de ce couplage fluide-solide.

## 1.2 Modélisations existantes

À travers les différents exemples cités, nous avons pu dégager les phénomènes majeurs qui conduisent à l'apparition de perturbations d'une surface érodable sous l'effet d'un écoulement. Les enjeux identifiés de la modélisation de tels systèmes sont :

- l'apparition d'instabilités dans le fluide, qui passe par la modélisation de la turbulence et plus particulièrement les phénomènes de transition laminaire-turbulent localisés ;
- la structure et les dimensions de la couche limite turbulente à la surface ;
- la dimension de la rugosité microscopique qui a une influence sur les flux pariétaux et sur la réponse de la surface ;
- le mécanisme qui conduit au recul de la paroi. Celui-ci peut être de nature chimique ou non.

Nous allons voir dans cette partie les approches présentes dans la littérature pour apporter une modélisation de ces phénomènes, que ce soit sur la simulation de la transition laminaire-turbulent ou bien sur l'étude théorique de la stabilité d'une perturbation initiale du système.

### 1.2.1 Travaux sur la transition laminaire-turbulent

Commençons tout d'abord par les travaux portant sur la prédiction de la position et la longueur de la transition laminaire-turbulent. Pour cela, nous distinguerons les résultats de référence expérimentaux ou de DNS (Direct Numerical Simulation) et les simulations approchées avec les méthodes dites RANS (Reynolds Averaged Navier-Stokes).

#### 1.2.1.1 Cas de référence pour la prédiction de l'abscisse de transition

##### Mesures expérimentales et campagnes ERCOFTAC

La prédiction de la transition laminaire-turbulent est un très large domaine de recherche, et de nombreux auteurs ont contribué à déterminer les paramètres et conditions d'écoulement pour la caractériser. Les dernières décennies ont vu le développement de nombreuses modélisations de la turbulence pour prendre en compte la transition. Cependant, cela reste encore un enjeu majeur puisque les mécanismes la déclenchant sont multiples (voir chapitre suivant).

Un des pionniers dans ce domaine est Schubauer [SK55], qui a réalisé des expériences sur plaque plane pour mesurer les fluctuations de vitesse le long de la plaque. En perturbant artificiellement l'écoulement grâce à un arc électrique, il a pu déclencher l'apparition d'un spot turbulent sur la paroi et le représenter (fig. I.15) à partir des mesures de fluctuations de vitesse. Nous remarquons en particulier l'allongement du spot dans le plan  $(x, y)$  ; il y a un maximum d'étalement pour  $y = \delta_L$  la taille de la sous-couche visqueuse. Notons également la présence de deux bords de fuite de part et d'autre du spot. Cette forme caractéristique a été reproduite et validée par la suite ([SG13]).

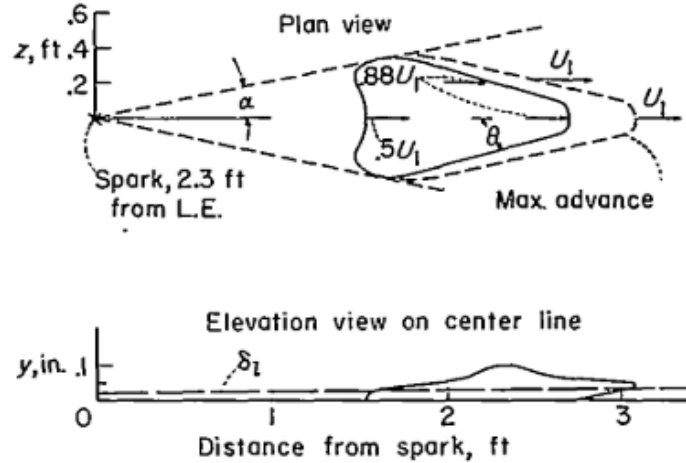


FIGURE I.15 – Forme d'un spot turbulent initié par un arc électrique [SK55]

Au début des années 1990 une campagne de mesures expérimentales a débuté pour fournir une base de données pour la prédiction de la transition laminaire-turbulent. Il s'agit de la campagne ERCOFTAC T3 (European Research Community on Flow, Turbulence and Combustion), initiée par Rolls Royce ([Sav93], [Sav96]). Cette base de données est toujours très utilisée de nos jours pour servir de référence lors du développement d'un modèle de turbulence et de transition.

Les mesures ont été effectuées en soufflerie sur une plaque plane avec un bord d'attaque arrondi. Deux séries d'essais ont été menées : avec (T3C) ou sans gradient de pression (T3A, T3B, T3A-) dans l'écoulement. La table I.2 répertorie les conditions de cette campagne de mesure ; dans tous les cas, la masse volumique est  $\rho = 1.2 \text{ kg m}^{-3}$ , la viscosité dynamique est  $1.8 \times 10^{-5} \text{ Pa s}$  et la longueur de la plaque est de  $L = 1.5 \text{ m}$ .

Il a été identifié que l'abscisse de la transition de la couche limite dépend essentiellement de l'intensité turbulente dans l'écoulement extérieur, par le biais de deux paramètres à l'amont du point d'arrêt :

- l'intensité turbulente  $I = \frac{\|\mathbf{u}'\|}{\|\mathbf{U}\|}$  où  $\|\mathbf{u}'\|$  est la norme des fluctuations de vitesse et  $\|\mathbf{U}\|$  est la norme de la vitesse moyenne de l'écoulement ;
- le rapport de viscosité turbulente  $\frac{\nu_t}{\nu}$  qui indique l'influence de la viscosité turbulente  $\nu_t$  par rapport à la viscosité moléculaire  $\nu$ . Il est relié à une échelle caractéristique de la turbulence.

La transition laminaire-turbulent peut être de différentes natures selon les conditions extérieures ([SG79], fig. I.16). Nous distinguerons ainsi majoritairement :



Numéro cas	Vitesse d'entrée $U_\infty$ ( $\text{m s}^{-1}$ )	Intensité turbulente $I$ (%)	Rapport de viscosité $\frac{\nu_t}{\nu}$
T3A-	19.8	0.87	8.72
T3A	5.4	3.3	12
T3B	9.4	6.5	100
[SK55]	50.1	0.3	1
T3C2	5.29	3	11
T3C3	4.0	3	6
T3C4	1.37	3	8
T3C5	9.0	4	15

TABLE I.2 – Conditions d'écoulement sur plaque plane sans gradient de pression dans la campagne ERCOFTAC

- lorsque l'intensité turbulente est faible ( $< 1\%$ ), la couche limite devient naturellement instable et des ondes dites de Tollmien-Schlichting (ou ondes TS) apparaissent. Ce phénomène reste linéaire. Le taux de croissance de ces ondes est faible et leur développement se fait sur une grande distance. Les ondes de surface vont alors dégénérer en structures tridimensionnelles jusqu'à l'apparition de spots turbulents identifiés ci-dessus. On parle de transition naturelle.
- avec une intensité turbulente importante ( $> 1\%$ ), l'écoulement extérieur ne permet pas le développement d'ondes de TS, et la transition se fait directement avec l'apparition de spots turbulents. La transition est alors dite "by-pass".

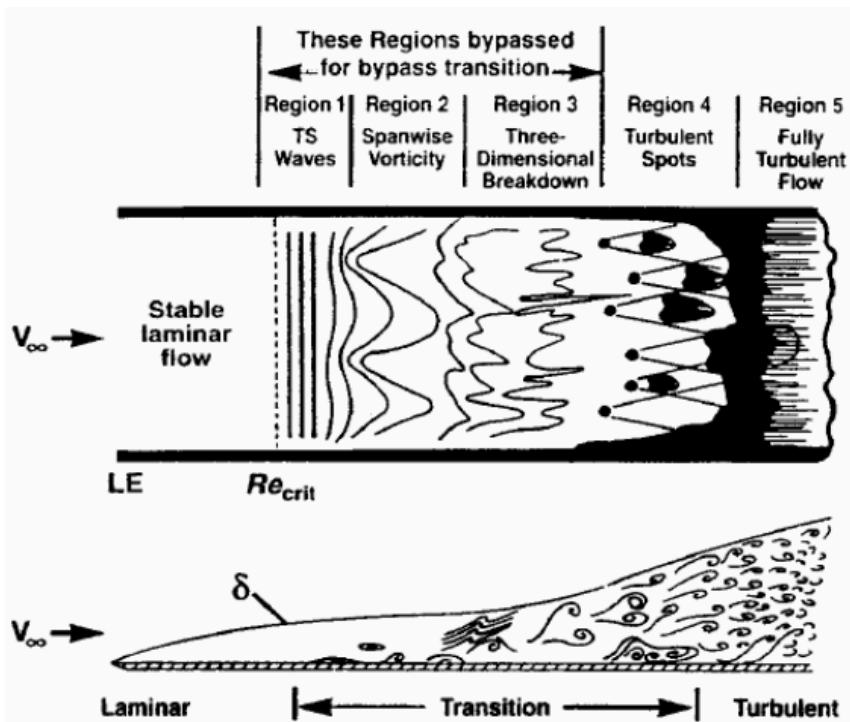


FIGURE I.16 – Schéma des mécanismes de la transition laminaire-turbulent ([SG79])

Il est d'usage d'observer l'abscisse de la transition laminaire-turbulent grâce au coefficient de frottement  $C_f = \frac{\tau_w}{\frac{1}{2}\rho U_\infty^2}$  : la transition débute lorsque le cisaillement s'écarte de la loi laminaire. Les lois théoriques des régimes laminaire et pleinement turbulent sont connues ; en laminaire, la théorie de Blasius nous donne  $C_f = \frac{0.664}{\sqrt{Re_x}}$  ([Bla08]), et il peut être approché par  $C_f = 0.0576x^{-1/5}$  en régime turbulent ([SG79]). Nous constatons bien que les zones avant transition dans les différents cas s'alignent avec l'approximation laminaire et avec l'approximation turbulente après la transition.

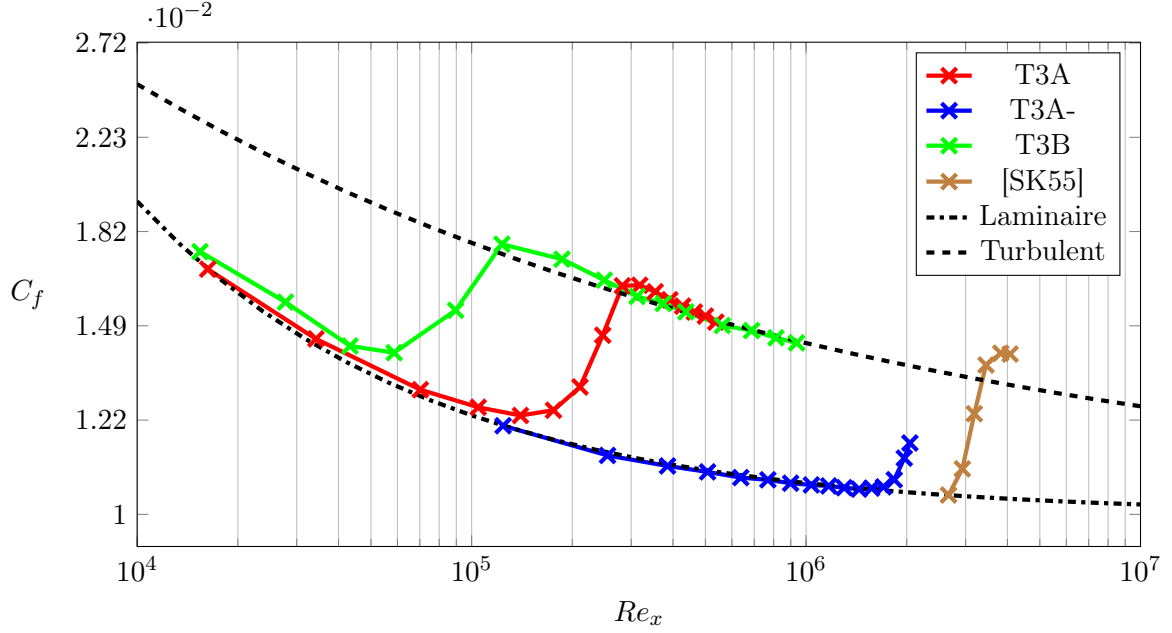


FIGURE I.17 – Coefficient de frottement  $C_f$  expérimentaux en fonction de  $Re_x$  pour les cas T3A, T3A- et T3B [Sav93] et [SK55]

En traçant en fonction de  $Re_x = \frac{U_\infty x}{\nu}$  où  $x$  évolue le long de la plaque, nous observons que la transition intervient d'autant plus tôt que l'intensité turbulente extérieure est importante : la perturbation de l'écoulement extérieur favorise l'apparition de la transition.

Une approche récurrente pour déterminer l'abscisse de transition, comme le critère de PANT [Woo75] par exemple, est un critère basé sur l'épaisseur de quantité de mouvement  $\theta$  en incompressible :

$$\theta = \int_0^\delta \frac{U(y)}{U_\infty} \left( 1 - \frac{U(y)}{U_\infty} \right) dy$$

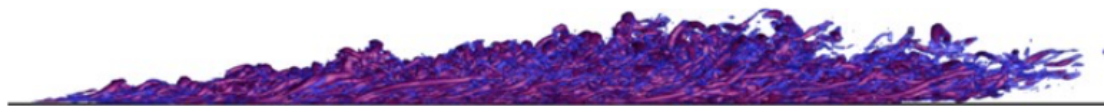
En pratique, un nombre de Reynolds  $Re_\theta$  basé sur cette grandeur est utilisé ; la transition est alors déclenchée au point où  $Re_\theta = Re_{\theta c}$ ,  $Re_{\theta c}$  étant un critère qui dépend du modèle choisi. Cela sera détaillé dans le chapitre II.

### Calculs DNS

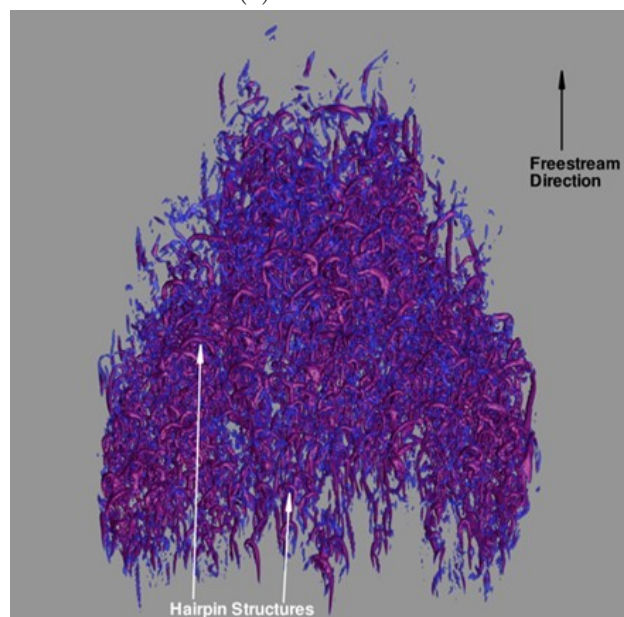
La simulation numérique des écoulements turbulents est un enjeu majeur dans le domaine de la mécanique des fluides. En effet, la turbulence se caractérise par une grande diversité des échelles aux-

quelles se déroulent les phénomènes. L'écoulement subit un mouvement moyen, et l'aspect chaotique se traduit par des structures de plus petite échelle au sein de l'écoulement moyen. En raisonnant en termes d'énergie, [Ric22] a théorisé la "cascade" d'énergie, modèle dans lequel l'énergie cinétique des grands tourbillons est transmise aux échelles plus petites. La plus petite échelle, qui est celle de la dissipation de cette énergie est la dimension de Kolmogorov, du nom du physicien qui a déterminé les lois d'autosimilarité qui régissent les différentes échelles de la turbulence ([Kol41a], [Kol41b], [Kol41c], [Kol41d]), en particulier le fait que la plus petite échelle de la turbulence dépend du nombre de Reynolds de l'écoulement.

La méthode DNS, pour *Direct Numerical Simulation*, est une méthode de simulation numérique qui consiste à résoudre toutes les échelles de la turbulence, des grands tourbillons jusqu'à la dimension de Kolmogorov. Ce type de calcul permet donc de fournir des données de référence extrêmement précises, jusqu'au détail des petits tourbillons turbulents. Pour y parvenir, la discrétisation du domaine de calcul doit fournir une taille de maille suffisante pour capturer les plus petites échelles dans tout le domaine de simulation, ce qui génère des coûts de calcul souvent très élevés, voire prohibitifs.



(a) Vue de côté



(b) Vue de dessus

FIGURE I.18 – Spot turbulent résolu par DNS ([SG13])

Des calculs DNS ont permis de reproduire l'apparition de spots turbulents sur une plaque plane ([SG13]). Nous retrouvons bien la structure obtenue expérimentalement (fig. I.15), avec deux bords de fuite à l'arrière et une excroissance à l'avant du spot (fig. I.18). Cette structure est composée

d'une multitude de petits tourbillons turbulents, en accord avec la théorie de la "cascade d'énergie" de Richardson [Ric22].

Comme nous l'avons vu précédemment au travers des exemples fournis par l'essai TATER [HW76] notamment (fig. I.2b), la transition provoque la première instabilité de la surface par l'augmentation locale du cisaillement pariétal due à la transition laminaire-turbulent. La stabilité de la couche limite ne doit pas être confondue avec la stabilité de la surface : la déstabilisation de la couche limite provoque la transition laminaire-turbulent, et génère un premier creusement dans le matériau. Ensuite seulement la perturbation peut être amplifiée ou diminuée, selon le régime d'écoulement.

Nous nous intéressons donc à présent aux données de référence sur la structure de l'écoulement au sein d'une ondulation de la surface, c'est-à-dire lorsqu'une perturbation a déjà été amorcée par la transition laminaire-turbulent. Des calculs de DNS ont également été menés dans cette configuration [MS96, CNHM98]. Ces simulations, basées sur les expériences de Hudson [HDH96], ont été menées avec un Reynolds  $Re = \frac{U_\infty a}{\nu} = 2390$  et un rapport  $\frac{2a}{\lambda} = 0.05$ , où  $2a$  est l'amplitude des ondulations et  $\lambda$  leur longueur d'onde.

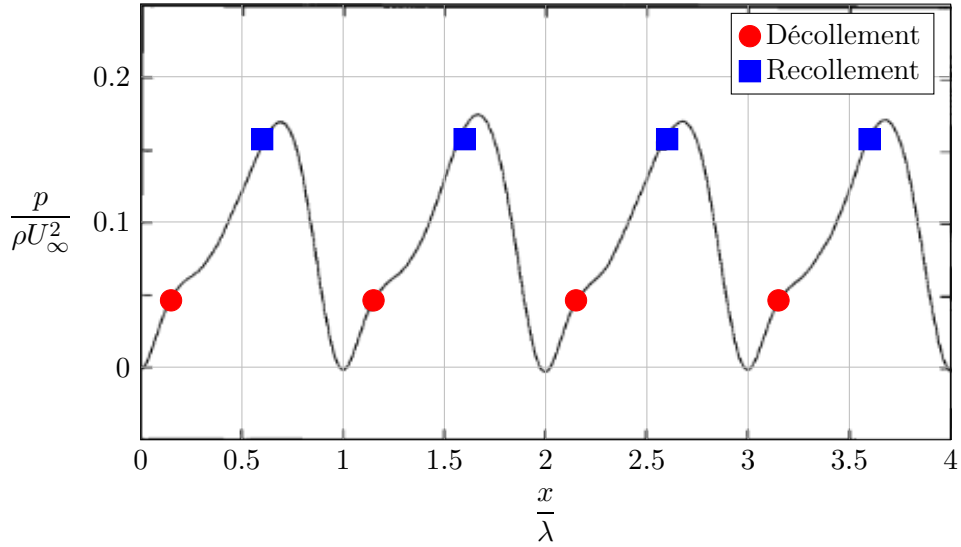
Dans ces conditions de calcul, le nombre de Reynolds est suffisant pour observer un décollement de la couche limite sur l'arrière d'une ondulation et ainsi créer une recirculation. Nous aurons également sur l'amont d'une bosse un recollement de la couche limite. Il s'agit là du scénario décrit dans Blumberg [BC74].

La figure I.19 ([CNHM98]) présente les profils de pression et de cisaillement moyens en fonction de l'abscisse adimensionnée  $\frac{x}{\lambda}$  (l'origine correspond à une bosse). En premier lieu, nous observons que les ondulations produisent toutes les mêmes perturbations sur la pression et le cisaillement. Cela signifie qu'un régime permanent a été atteint et que la hauteur de couche limite n'évolue plus. Le décollement et le recollement de la couche limite, définis par l'annulation du taux de cisaillement, se produisent respectivement à  $0.14\lambda$  ( $50^\circ$ ) et  $0.59\lambda$  ( $212.4^\circ$ ). Nous observons également que le maximum de cisaillement se produit légèrement en amont de l'ondulation. Ce résultat est en accord avec l'expérience ([ZCH77]). Les phases de décollement et recollement sont fonction du nombre de Reynolds. Cela conditionne la stabilité ou l'instabilité de la surface quand elle est récessive.

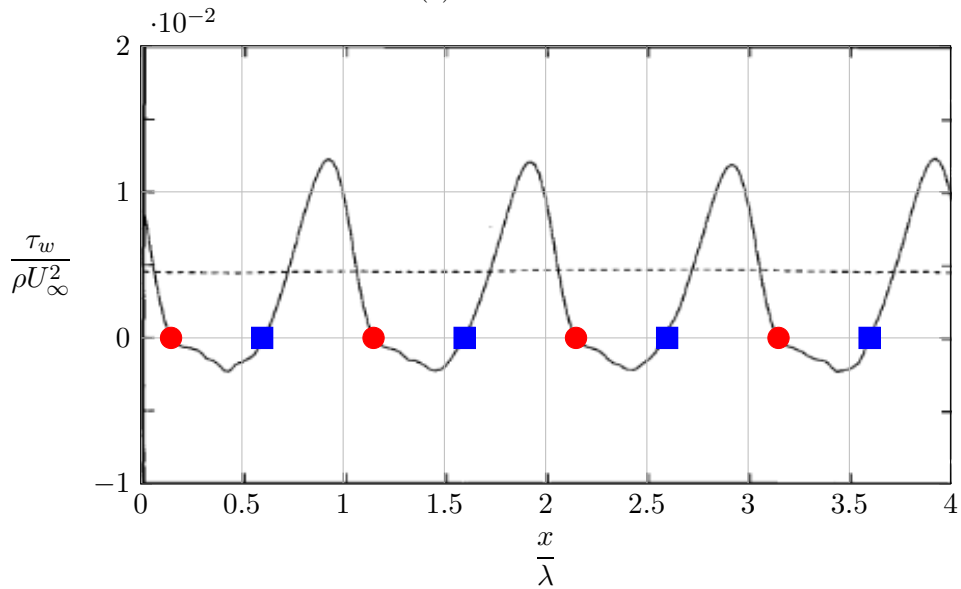
### 1.2.1.2 Approches RANS

Si les calculs DNS permettent une résolution exacte de l'écoulement, ils sont souvent bien trop coûteux pour être utilisés systématiquement. C'est pourquoi des méthodes approchées sont nécessaires.

Une première approche consiste à modéliser les plus petites échelles de la turbulence par filtrage de l'énergie cinétique turbulente et de fournir une approximation de la viscosité turbulente sous-maille, avec un modèle adapté au problème choisi. Les grandes échelles de la turbulence sont elles résolues de manière exacte. Cette méthode proposée par [Sma63] est appelée dans la littérature la LES (Large Eddy Simulation) ; bien qu'elle soit moins coûteuse que la simulation directe, elle reste encore assez lourde en termes de temps de calcul.



(a) Pression



(b) Cisaillement

FIGURE I.19 – Profils de pression et cisaillement normalisés en fonction de  $x/\lambda$  [SS48]

La méthode la plus classique et qui ne nécessite pas des temps de calculs trop importants est la modélisation RANS (Reynolds Averaged Navier-Stokes), qui repose sur une moyenne d'ensemble des équations de Navier-Stokes ([Rey95]). Pour un fluide incompressible, celles-ci s'expriment ainsi pour la vitesse  $\mathbf{U}$  et la pression  $p$  de l'écoulement :

$$\begin{aligned} \partial_i U_i &= 0 \\ \partial_t U_i + U_j \partial_j U_i &= -\frac{1}{\rho} \partial_i p + \partial_i (\nu \partial_j U_i) \end{aligned} \quad (\text{I.14})$$

Le principe est de décomposer les variables en une partie moyenne et une partie de fluctuations

autour de cette moyenne :

$$\begin{aligned} U_i(\mathbf{x}, t) &= \bar{U}_i(\mathbf{x}, t) + U'_i(\mathbf{x}, t) \\ p(\mathbf{x}, t) &= \bar{p}(\mathbf{x}, t) + p'(\mathbf{x}, t) \end{aligned}$$

Les équations I.14 sont alors moyennées, pour obtenir après simplification les équations sur les grandeurs moyennes :

$$\begin{aligned} \partial_t \bar{U}_i &= 0 \\ \partial_t \bar{U}_i + \bar{U}_j \partial_j \bar{U}_i &= -\frac{1}{\rho} \partial_i \bar{p} + \partial_i (\nu \partial_j \bar{U}_i) - \partial_j \overline{U'_i U'_j} \end{aligned} \quad (\text{I.15})$$

Se pose alors le problème de la fermeture du système pour les termes non-linéaires  $R_{ij} = -\overline{U'_i U'_j}$ , que l'on appelle les contraintes de Reynolds. C'est l'objet des modèles de turbulence qui ont pour but d'approcher ces contraintes de Reynolds en fonction de l'écoulement moyen. Il existe une grande diversité de tels modèles. Ils sont construits le plus souvent de manière empirique ou par rapport aux calculs DNS existants.

Pour le problème de la transition laminaire-turbulent sur une plaque plane, peu de modèles usuels sont capables de modéliser correctement ce phénomène. En effet, ceux-ci sont souvent adaptés pour des écoulements en turbulence développée mais ne sont pas capables de simuler la zone intermédiaire entre le régime laminaire et le régime turbulent. Nous pouvons citer tout de même deux classes de modèles notables ([KBCH19]) :

- les modèles bas Reynolds : ils reposent sur la modification des équations près des parois par le biais de fonctions d'amortissement entre la zone de turbulence développée et la sous-couche laminaire. Citons les modèles de [JL72, RS85, Chi82] ou encore [NT90]. Ces modèles présentent cependant deux inconvénients : en premier lieu ils sont peu efficaces pour la prédiction de la transition naturelle ; ils sont de plus peu pertinents pour la prédiction de la relaminarisation de l'écoulement.
- les modèles avec une équation d'intermittence : comme nous l'avons vu précédemment, la turbulence admet un aspect intermittent. C'est la direction choisie par cette classe de modèles, dans lesquels le taux d'intermittence  $\gamma$  de l'écoulement est calculé en tout point du domaine de simulation. Un pionnier dans ce domaine fut le modèle  $\gamma - \overline{Re}_{\theta t}$  de [Lan06], capable de prédire l'apparition de la transition naturelle ou la transition *bypass* sur plaque plane avec un bon accord. Les bons résultats de ce modèle en transition naturelle sont liés à la calibration de celui-ci ; en effet, il a été développé à l'origine pour des cas de transition *bypass* et a été étendu à des cas de faible intensité turbulente.

Des calculs RANS sur plaque ondulée sont également disponibles dans la bibliographie. [DAJ04] utilise le modèle de turbulence [JL72] dans le cas de la plaque ondulée, avec en plus un transfert de chaleur dans le fluide.

Les abscisses de décollement et de recollement de la couche limite varient linéairement avec l'amplitude de l'ondulation, jusqu'à la limite inférieure de  $0.4H$  ( $H$  étant la hauteur du domaine)

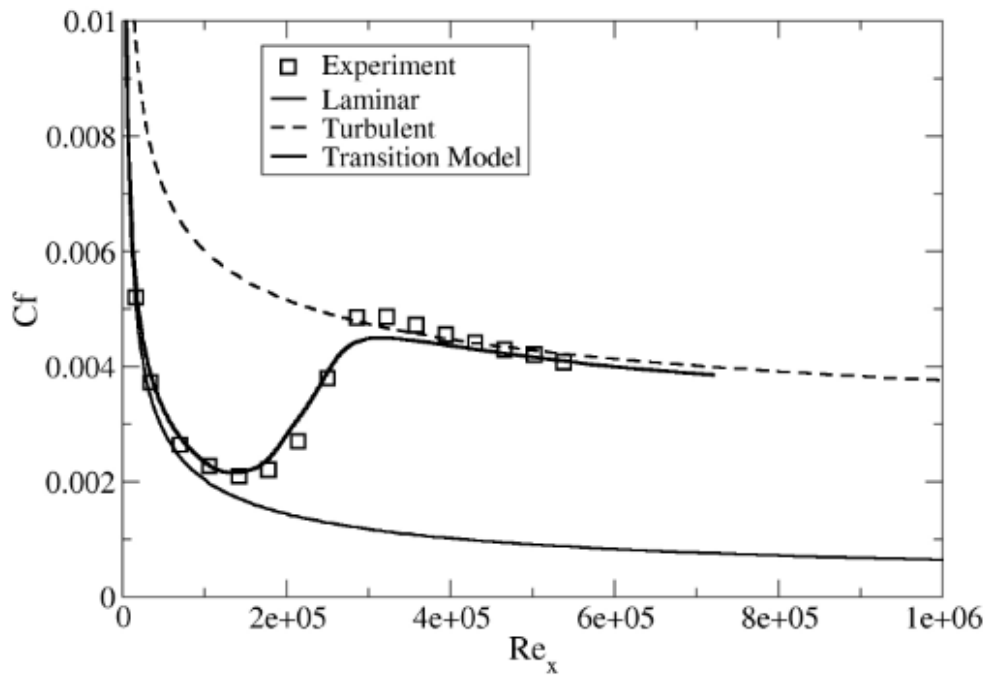


FIGURE I.20 – Coefficient de cisaillement  $C_f$  avec le modèle  $\gamma - \overline{Re}_{\theta t}$  comparé à la campagne de mesures T3A ERCOFTAC [Sav93, Sav96]

pour laquelle aucune séparation n'est plus observée, en bon accord avec les calculs de DNS de [MS96] et les expériences de [HDH96]. Enfin, le maximum de cisaillement avant un sommet s'accompagne d'un maximum de température; il existe un déphasage entre ces deux maxima, qui dépend du rapport d'aspect de l'ondulation et des coefficients de convection et de conduction.

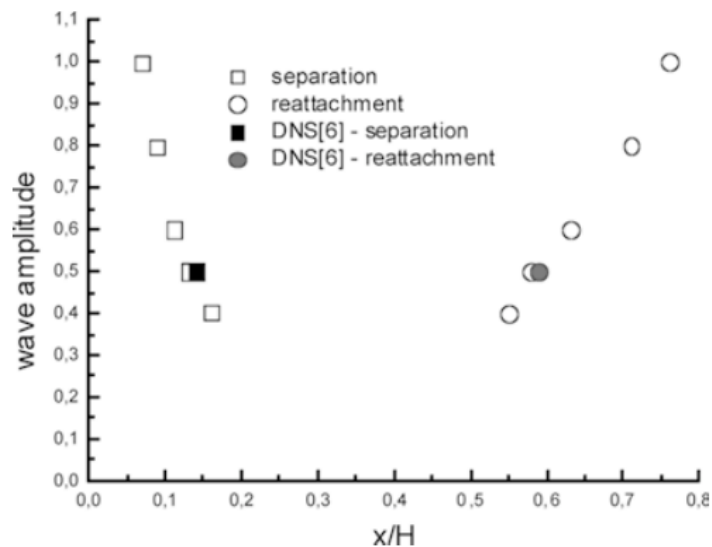


FIGURE I.21 – Abscisses de décollement et de recollement en fonction de l'amplitude de l'ondulation [DAJ04]

Si les différentes échelles de la turbulence ne sont pas calculées, le calcul RANS peut tout de

même fournir des simulations dans lesquelles l'écoulement moyen est en bon accord avec l'expérience à moindre coût de calcul et qui sont adaptées pour les études d'ingénieur. Cependant, la construction même des modèles de turbulence pour les équations RANS, qui passe par des corrélations empiriques, impose une validation systématique des résultats.

### 1.2.2 Modélisation et influence de la micro-rugosité

Nous avons vu jusqu'à présent la modélisation de la turbulence et son rôle dans le décollement et recollement de la couche limite. Cette partie a pour but d'étudier les modélisations et l'influence de la micro-rugosité de la paroi, qui constitue un paramètre supplémentaire de l'étude.

Il existe plusieurs méthodes pour modéliser un écoulement turbulent sur paroi rugueuse :

- en simulation directe DNS, la micro-rugosité intervient directement dans la géométrie et la discrétisation du domaine de calcul. Cette méthode, déjà coûteuse sur paroi lisse, augmente encore les temps de calcul. Il faut de plus être capable de caractériser précisément la géométrie de ces rugosités à ces échelles.
- en calcul RANS, le calcul est ramené à une hauteur moyenne de rugosité, dite hauteur de grain de sable équivalent. Cette méthode permet de ne pas modifier les équations de transport du modèle de turbulence ni la géométrie du domaine de calcul, mais joue simplement sur les conditions aux limites du calcul des variables turbulentes transportées. La hauteur moyenne de la rugosité n'est ainsi qu'un paramètre de la condition à la limite pariétale du calcul.

Dans les années 1930, [Nik33] et [Nik37] ont présenté des travaux de référence sur la modélisation par hauteur de grain de sable équivalent. Si  $k_s$  est la hauteur moyenne des rugosités, différents régimes peuvent être identifiés selon la valeur du paramètre  $k_s^+ = \frac{k_s u_*}{\nu}$  :

- le régime hydrauliquement lisse pour  $k_s^+ < 3.5$  : la rugosité ne joue quasiment aucun rôle, le taux de frottement n'est pas modifié.
- le régime transitoire pour  $3.5 < k_s^+ < 68$  :
- le régime rugueux pour  $k_s^+ > 68$  : la rugosité devient prépondérante et augmente drastiquement le taux de frottement, le nombre de Reynolds et la viscosité n'ont plus d'effet.

Nikuradse a effectué des essais pour des tubes de différentes rugosités et a compilé les résultats visibles sur la figure I.22, dans laquelle le coefficient de frottement  $\lambda = 4C_f$  est tracé en fonction du nombre de Reynolds pour différentes valeurs du paramètre de rugosité  $\frac{\nu}{k_s}$ . Nous observons en premier lieu une augmentation importante du coefficient de frottement à partir de  $\log(Re) = 3.4$ , qui correspond à la transition laminaire-turbulent. Ensuite, le régime laminaire se caractérise par une évolution linéaire de  $\lambda Re$  quelle que soit la rugosité, selon la loi :

$$\lambda = \frac{64}{Re} \tag{I.16}$$

Lorsque l'écoulement devient turbulent, le frottement est toujours indépendant de la rugosité et suit la corrélation :

$$\lambda = \frac{0.316}{Re^{1/4}} \tag{I.17}$$



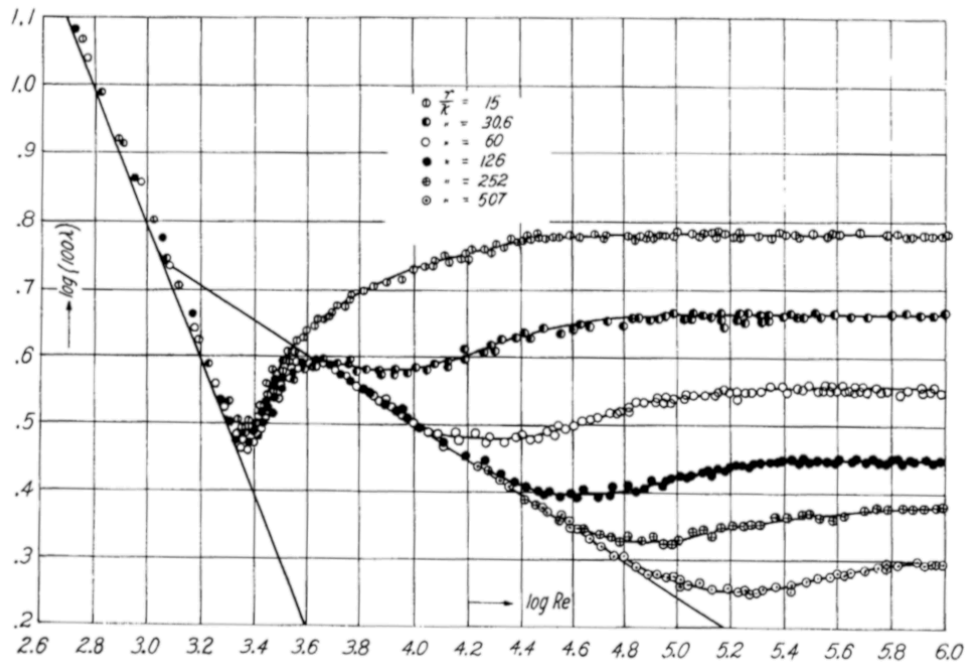


FIGURE I.22 – Coefficient de frottement en fonction du Reynolds pour différentes rugosités [Nik37]

À partir d'un certain Reynolds critique dépendant de la rugosité, le frottement s'écarte de cette corrélation pour devenir indépendant du Reynolds (régime rugueux). Le nombre de Reynolds critique semble suivre l'évolution :

$$\log\left(\frac{\nu}{k_s}\right) = 2.6 \log(Re_c) - 6.5 \quad (\text{I.18})$$

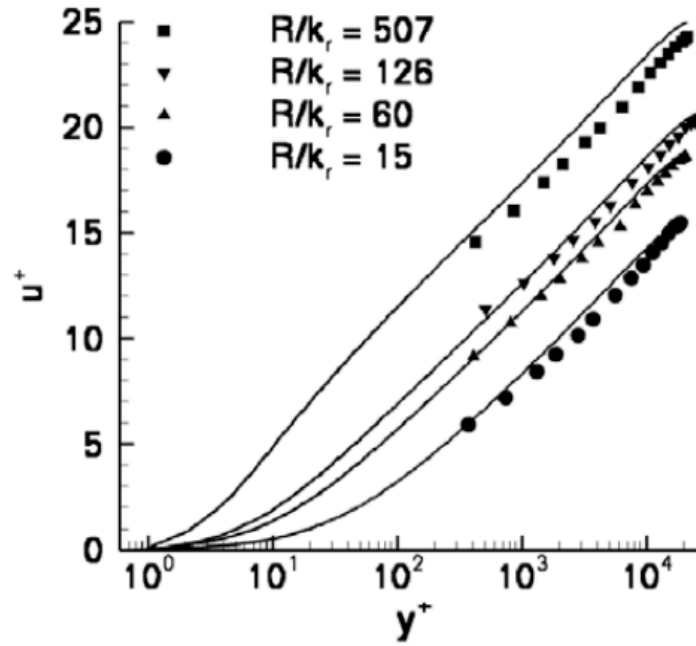
Pour caractériser l'évolution de la vitesse au sein de la couche limite turbulente, les variables adimensionnées à la paroi  $y^+$  et  $u^+$  sont généralement utilisées :

$$y^+ = \frac{u_* y}{\nu}$$

$$u^+ = \frac{U}{u_*}$$

Pour un écoulement sur paroi lisse, trois régions dans la couche limite turbulente peuvent être distinguées ([SG79]) :

- la sous-couche visqueuse, dans laquelle la viscosité est dominante ; elle correspond à  $y^+ < 5$  et où l'on a  $u^+ = y^+$  ;
- la zone logarithmique dans laquelle la viscosité devient moins importante et la turbulence se développe ;
- la zone externe pour laquelle la turbulence est pleinement développée et dans laquelle les effets de viscosité sont négligeables.


 FIGURE I.23 – Lois de paroi  $u^+$  fonction de  $y^+$  pour différentes rugosités [Nik37]

Dans la zone logarithmique, le profil de vitesse est déterminé par :

$$u^+ = \frac{1}{\kappa} \ln y^+ + C^+ \quad (\text{I.19})$$

avec  $\kappa = 0,41$  la constante de von Kármán et  $C^+ = 5$  (il y a de légères déviations selon les sources).

D'après les expériences de Nikuradse, la rugosité a une influence sur la région interne de la couche limite ; la région externe est similaire, et se raccorde à la couche interne. En particulier, la rugosité augmente le coefficient de frottement, ce qui a pour effet d'augmenter les valeurs de  $u_*$ . En pratique, un décalage de la zone logarithmique de  $u^+$  est couramment employé :

$$u^+ = \frac{1}{\kappa} \ln y^+ + C^+ - \Delta u^+(k_s^+) \quad (\text{I.20})$$

En régime pleinement rugueux, nous retrouvons le fait que la viscosité n'a plus d'importance ; d'après les expériences ([SG79]) lorsque la rugosité augmente, la limite est :

$$C^+ - \Delta u^+(k_s^+) \xrightarrow{k_s^+ \rightarrow +\infty} 8 - \frac{1}{\kappa} \ln k_s^+ \quad (\text{I.21})$$

La micro-rugosité a donc pour effet principal d'augmenter le taux de cisaillement à la paroi, ainsi que les flux de chaleur et de masse, ce qui est un paramètre important pour la croissance de perturbations de la surface.

En modélisation RANS, la loi de paroi modifiée est prise en compte par la rugosité via une

modification des conditions aux limites des variables de turbulence ( $k$  et  $\omega$  par exemple pour un modèle  $k - \omega$ ) [CA17], [KEC09]. Cela sera détaillé dans le chapitre II.

### 1.2.3 Études sur la stabilité du couplage entre écoulement transitionnel réactif et recul de surface

D’après ce que nous avons décrit jusqu’à présent, les rides sur une surface mobile couplée à un écoulement sont dues à la turbulence de l’écoulement. Nous répertorions ici les études théoriques qui permettent de décrire les conditions qui amènent des instabilités, tout d’abord pour le déclenchement de la transition laminaire-turbulent sur une paroi non récessive, puis dans le couplage avec une réaction du premier ordre avec recul de paroi.

#### 1.2.3.1 Déclenchement de la transition

Sur plaque plane, la transition découle de la déstabilisation de la couche limite sous l’effet de la viscosité, dans laquelle vont se développer des ondes de Tollmien-Schlichting ([Sch33], [Tol36]). L’apparition de la déstabilisation peut être décrite par l’analyse linéaire de stabilité, dont le principe repose sur l’introduction d’une perturbation dans les équations de Navier-Stokes en régime laminaire. L’état de référence (non perturbé)  $U(y)$  est solution des équations de Blasius ([Bla08]). En exprimant avec la fonction de courant  $\Psi(y)$ , sa perturbation  $\Psi'(x, y)$  de nombre d’onde  $k$  et de vitesse  $c$  s’écrit :

$$\Psi'(x, y) = \Psi_1(y)e^{ik(x-ct)} \quad (\text{I.22})$$

Après développement, nous aboutissons au résultat classique de Orr-Sommerfeld ([McF07], [Som09]) :

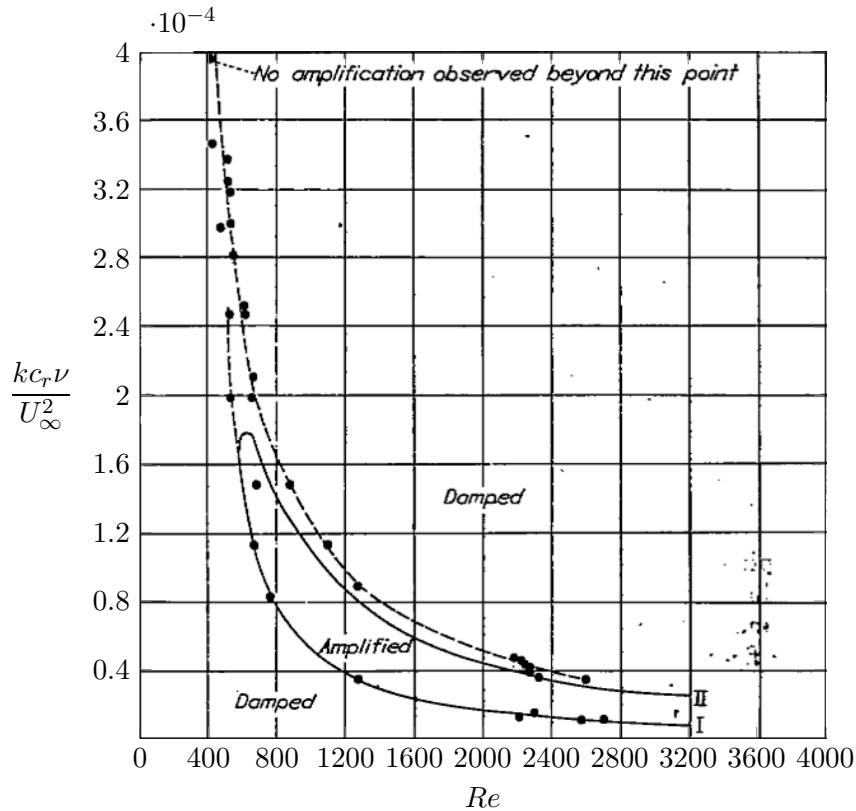
$$\left[ (U - c) \left( \frac{d^2}{dy^2} - k^2 \right) - \frac{d^2 U}{dy^2} - \frac{1}{ikRe} \left( \frac{d^2}{dy^2} - k^2 \right)^2 \right] \Psi_1 = 0 \quad (\text{I.23})$$

On définit ainsi un problème aux valeurs propres pour  $c$  et  $\Psi(y)$  les valeurs et vecteurs propres. En analyse temporelle, la vitesse de phase  $c$  est considérée complexe : la partie réelle  $c_r$  est la vitesse angulaire et  $c_i$  va donner le taux de croissance ou de décroissance de la perturbation. La stabilité du système dépend du signe de la partie imaginaire :

- si  $c_i > 0$  : le régime est stable, la perturbation s’atténue jusqu’à disparaître ;
- si  $c_i < 0$ , le régime est instable et la perturbation s’amplifie. En analyse linéaire, seules de petites oscillations sont considérées.

On peut dès lors tracer les iso-contours du taux d’amplification temporelle  $F = \frac{kc_r \nu}{U_\infty^2}$  en fonction du nombre de Reynolds  $Re$ , pour identifier les zones stables ou instables (fig. I.24). Le Reynolds utilisé est basé sur l’épaisseur de quantité de mouvement  $\theta = \int_0^{+\infty} \frac{U}{U_\infty} \left( 1 - \frac{U}{U_\infty} \right) dy$ .

La reproduction expérimentale s’avère particulièrement complexe à mettre en œuvre en raison de la grande sensibilité à l’écoulement en dehors de la couche limite. De plus, il s’agit d’une étude portant sur la transition naturelle, donc à des taux de turbulence faibles. La courbe théorique est

FIGURE I.24 – Courbe neutre  $c_i = 0$  dans le plan  $Re - F$  [SS48]

comparée aux données de [SS48], obtenue en excitant la couche limite avec une onde sonore venant d'un haut-parleur.

D'après ces résultats, il existe un Reynolds critique  $Re_c = 420$  en dessous duquel l'écoulement reste toujours stable. Ensuite, l'axe en Reynolds est bijectif avec la position sur la plaque : le trajet d'un paquet d'onde est alors représenté par un déplacement de la gauche vers la droite sur une ligne horizontale. Un train d'onde est initialement stable, puis atteint la branche gauche de la courbe neutre, et devient alors instable. Pour des taux de croissance suffisamment importants, il redevient stable à partir de la branche droite de la courbe.

### 1.2.3.2 Modèle de l'ablation différentielle

Nous nous intéressons à présent au couplage entre la récession de la surface et l'écoulement turbulent. Dans ce contexte, le taux de récession en un point de la surface est fonction du flux de chaleur ou d'oxydant en ce point. C'est pourquoi, en régime incompressible, température et concentration en oxydant jouent des rôles similaires.

L'écoulement sur une surface ondulée est donc étudié, afin d'en déterminer la stabilité. En particulier, nous nous intéressons à la phase des différentes variables par rapport à la surface, qui définissent si le système est stable ou non. Ainsi, Inger [Ing70] développe les équations de stabilité linéaire dans le cas compressible et schématise les maxima des perturbations de cisaillement  $\tau'$ ,

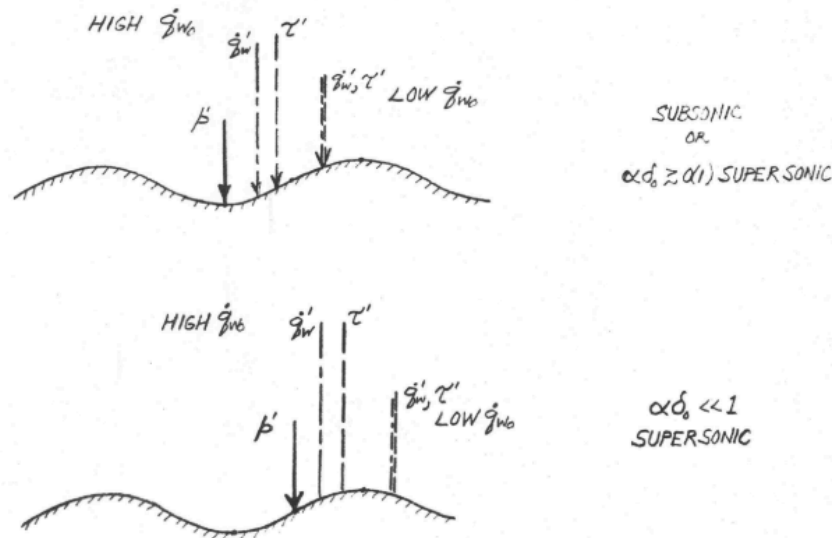


FIGURE I.25 – Phase des maxima de perturbation de cisaillement, flux de chaleur et pression [Ing70]

pression  $p'$  et de flux de chaleur  $\dot{q}'_w$  (fig. I.25).

Les auteurs ont remarqué dans un premier temps que les effets de compressibilité sont négligeables dans les hypothèses considérées, c'est-à-dire un écoulement stationnaire parallèle et de perturbations de faible amplitude. Les deux paramètres étudiés sont le nombre d'onde  $\alpha$  adimensionné par la hauteur de couche limite  $\delta_0$ , et le flux de chaleur  $\dot{q}_{w0}$  à l'état stationnaire.

Pour des perturbations de grande longueur d'onde ( $\alpha\delta_0 \ll 1$ ), les maxima de perturbations restent proches d'un sommet de l'ondulation. La pression ne dépend pas du flux de chaleur  $\dot{q}_{w0}$  et reste en aval de la perturbation. En revanche pour un flux important le cisaillement et le flux de chaleur sont maximaux en amont du sommet, et maximaux en aval pour un flux faible.

Dans le cas d'ondulations de plus petite longueur d'onde  $\alpha\delta_0 \gtrsim O(1)$ , la pression avance dans le creux et  $\tau'$  et  $\dot{q}'_w$  restent en aval d'un sommet. L'augmentation du flux de chaleur  $\dot{q}_{w0}$  a alors pour effet de décaler  $\tau'$  et  $\dot{q}'_w$  dans le creux.

C'est dans cette dernière situation que la perturbation peut s'amplifier en temps; en effet la perturbation s'amplifie si la vitesse de récession, qui est fonction du flux de chaleur, est maximale dans le creux (déphasage entre  $\frac{\pi}{2}$  et  $\frac{3\pi}{2}$ ).

Ces travaux ont par la suite été repris par White et Grabow ([GW73, WG73]), qui les ont appliqués au phénomène de *cross-hatching* (paragraphe 1.1.1.4) ainsi qu'aux coups de gouge obtenus sur des matériaux de type Téflon. Ils ont ainsi identifié trois mécanismes menant à la formation de motifs à la surface du matériau :

- l'ablation différentielle : l'amplification de la perturbation est due au différentiel de température dans les creux et les sommets, qui correspond au cas présenté ci-dessus.
- la déformation inélastique : l'effet retenu est la perturbation du cisaillement à l'intérieur

d'un matériau viscoélastique souple. Cette théorie est applicable à des matériaux facilement ablatables tels que les matériaux fantômes présentés précédemment, mais n'est pas pertinente dans le cas de l'ablation du composite carbone/carbone.

- l'écoulement de surface : pour certains matériaux une couche liquide se forme au cours de l'ablation. Elle interagit avec un écoulement supersonique. Ce mécanisme semble être lié à la formation de *cross-hatching*, et ne sera pas étudié non plus.

### 1.2.3.3 Études linéaires de stabilité

Dans le cadre de l'ablation différentielle, la majorité de la bibliographie traite de la formation des dunes et antidunes, qui repose sur le même mécanisme (voir paragraphe 1.1.2.2) de déphasage entre le transport de sédiments (ici équivalent à un flux de chaleur ou d'oxydant) et la surface. Dans les années 1960, [Ken63], puis [Ken69] a été le premier à considérer les motifs d'une surface récessive comme une perturbation périodique de celle-ci, dont la croissance dépend d'une instabilité. Il a pu de cette manière déterminer la longueur d'onde obtenue en fonction de l'écoulement. Ces travaux restent cependant incomplets puisqu'ils se limitent à l'étude d'un écoulement potentiel.

La méthode a alors été reprise par de nombreux auteurs dans les années 1970-1980 pour différents types d'écoulements. La turbulence notamment a été modélisée par l'hypothèse de Boussinesq, dans laquelle la fermeture turbulente est établie par une viscosité turbulente  $\nu_t$  et une longueur de mélange  $l_m$  :

$$\tau_{ij} = \rho(\nu_l + \nu_t) \dot{\gamma}_{ij} - \frac{1}{3} \rho \chi^2 l_m^2 |\dot{\gamma}|^2 \delta_{ij} \quad (\text{I.24})$$

$$\nu_t = l_m^2 |\dot{\gamma}| \quad (\text{I.25})$$

$$\dot{\gamma}_{ij} = \partial_x U_y + \partial_y U_x \quad ; \quad |\dot{\gamma}| = \sqrt{\frac{1}{2} \dot{\gamma}_{ij} \dot{\gamma}_{ij}} \quad (\text{I.26})$$

où  $y$  est la distance par rapport à la paroi,  $\chi$  est une constante de modélisation comprise entre 2 et 3,  $\tau_{ij}$  est le tenseur des contraintes et  $\delta_{ij}$  le symbole de Kronecker. Il reste encore à choisir un modèle de longueur de mélange dans lequel intervient la rugosité de la paroi de dimension caractéristique  $k_s$ .

En prenant  $l_m = y + k_s$ , où  $y$  est la hauteur par rapport à la paroi, un profil de vitesse logarithmique loin de la paroi est alors obtenu ([Col04, Fou09]) :

$$U_x = \frac{u_*}{\kappa} \ln \left( \frac{y}{k_s} \right) + K = \frac{u_*}{\kappa} \ln \left( \frac{y}{z_0} \right) \quad (\text{I.27})$$

où  $\kappa = 0.4$  est la constante de von Karmán. La constante d'intégration  $K = 8.5$  est déterminée expérimentalement et permet de fournir une valeur pour la rugosité hydrodynamique  $z_0 = \frac{k_s}{30}$  ; celle-ci définit la hauteur à partir de laquelle le profil de vitesse s'annule.

À partir de l'équation de quantité de mouvement, il est également possible d'adopter une longueur de mélange de type van Driest ([Pop00]), qui est linéaire loin de la paroi et exponentielle à

proximité, ce qui correspond à la sous-couche visqueuse. [CDA17] proposent ainsi :

$$l_m = \kappa (y + rk_s) \left[ 1 - \exp \left( - \frac{\sqrt{\frac{\tau_x z}{\rho}} (y + sk_s)}{\nu_l A^+} \right) \right] \quad (\text{I.28})$$

Ici,  $r = \frac{1}{30}$  correspond à la constante déterminée pour la rugosité hydrodynamique  $z_0$ , et  $s = \frac{1}{3}$  contrôle la réduction de la sous-couche visqueuse par l'augmentation de la rugosité. La variable  $A^+$ , appelé le nombre de van Driest, est généralement choisie constante à  $A^+ = 25$ . Or, si cela est en accord avec les mesures expérimentales en régime pleinement turbulent, cela reste insuffisant durant la transition laminaire-turbulent [Han81].

Pour pallier ce défaut, [CAC13a] et [CDA17] emploient une dépendance du nombre de van Driest  $A^+$  par rapport au gradient de pression local, d'après les travaux de Hanratty ([AH85, FH88]).  $A^+$  subit un retard par rapport au gradient de pression suivant l'équation de relaxation :

$$a \frac{\nu_l}{u_*} \partial_x \mathcal{H} = \frac{\nu_l}{u_*^3} \partial_x (\tau_{xx} - p) - \mathcal{H} \quad (\text{I.29})$$

La variation relative de  $A^+$  par rapport au gradient de pression est alors donnée par

$$A^+ = A_0^+ (1 + b\mathcal{H}) \quad (\text{I.30})$$

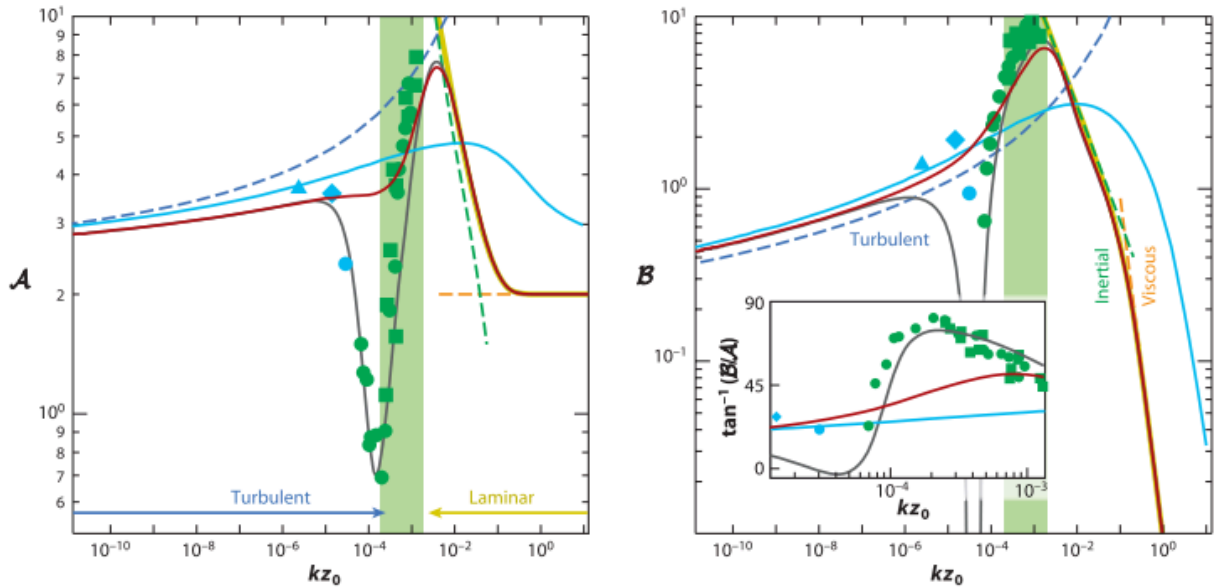


FIGURE I.26 – Composantes en phase et en quadrature de la perturbation du cisaillement [CAC13a]

Les constantes  $A_0^+ = 25$ ,  $a = 2000$  et  $b = 35$  sont déterminées expérimentalement. Sur la figure I.26 sont tracées les composantes en phase et en quadrature du cisaillement :  $\tau' = \tau_0 kh (\mathcal{A} + i\mathcal{B})$  en

fonction de la rugosité hydrodynamique adimensionnée  $kz_0$ . Le trait rouge correspond au profil de van Driest classique (eq. I.28 avec  $r = s = 0$ ), le gris au modèle de Hanratty, le bleu à l'équation I.27. Les points et cercles verts correspondent aux données de [FH88] et [ZCH77] respectivement, et les triangles, losanges et cercles bleus à [CWA13], [PKAR07] et [FRBA90] respectivement. Le modèle linéaire de longueur de mélange correspondant à l'équation I.27 donne des résultats peu satisfaisants par rapport aux expériences. Le profil van Driest classique est en bon accord en régime laminaire, mais ne capture pas la transition laminaire-turbulent. En revanche, le modèle de Hanratty s'aligne correctement sur les données expérimentales.

Si ce dernier prévoit de très bonne manière le comportement du cisaillement  $\tau_w$  dans le régime de transition, peu de justifications y sont apportées.  $A^+$  est une mesure de l'épaisseur de la sous-couche visqueuse; ainsi, celle-ci va augmenter dans un gradient de pression favorable (compression) et diminuer lorsque celui-ci est défavorable (détente). Une compréhension plus poussée de ce mécanisme doit être apportée.

En poursuivant l'analyse de stabilité linéaire en couplant le modèle hydrodynamique au transport de température ou d'oxydant, [CDA17] reprend la théorie de l'ablation différentielle dans laquelle les différences de flux à la paroi sont dues aux variations du coefficient de diffusion. En effet, celui-ci s'exprime par rapport aux nombres laminaire  $\beta_\nu$  et turbulent  $\beta_t$  de Prandtl (pour une température) ou de Schmidt (pour une concentration en oxydant) :

$$D = \frac{l_m^2 |\dot{\gamma}|}{\beta_t} + \frac{\nu_l}{\beta_\nu} \quad (\text{I.31})$$

La diffusion à la surface amène un flux d'oxydant  $q$  proportionnel au coefficient de diffusion et au gradient de concentration à la surface. D'autre part, il faut considérer la consommation d'oxydant à la surface; celle-ci dépend de la concentration à la surface et d'une constante de réaction  $\alpha$ . Avec une concentration à saturation  $C_{sat}$ , le flux s'écrit :

$$-D\partial_y C|_0 = \alpha(C_{sat} - C_0) \quad (\text{I.32})$$

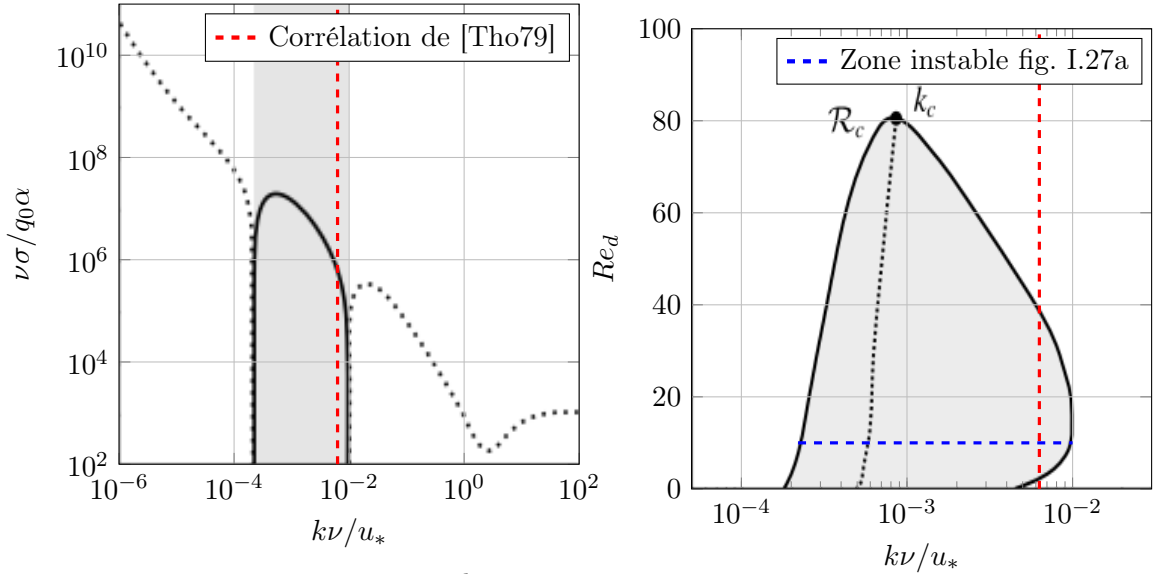
La vitesse de récession de l'interface fluide-solide est proportionnelle à ce flux d'oxydant.

Lorsque  $\frac{k\nu}{u_*}$  est grand (voir fig. I.27a), la taille de la sous-couche visqueuse est plus grande que la longueur d'onde et les maxima de concentration se rapprochent des crêtes. Puisque le régime est laminaire,  $D$  est constant et le flux, proportionnel à la concentration, est maximal sur les crêtes : cette situation ramène le système vers l'équilibre. Pour les petites valeurs de  $\frac{k\nu}{u_*}$ , le maximum de concentration a lieu légèrement en amont de la crête, ce qui amène une situation stable aussi.

Dans le domaine intermédiaire ( $10^{-4} < \frac{k\nu}{u_*} < 10^{-2}$ ), la viscosité turbulente est maximale proche d'un creux, ce qui augmente également le coefficient de diffusion. Le flux se trouve donc plus important dans les creux que sur les crêtes, le régime est donc instable.

En faisant varier la rugosité, Claudin trace en figure I.27b la courbe de taux de croissance nul en fonction du Reynolds basé sur la rugosité  $Re_d = \frac{k_s u_*}{\nu}$  et  $\frac{k\nu}{u_*}$ . La plage instable représentée en





(a) Taux de croissance en fonction de  $\frac{k\nu}{u_*}$  pour  $Re_d = 10$ . Les pointillés indiquent des valeurs négatives. (b) Courbe neutre du taux de croissance dans le plan  $(\frac{k\nu}{u_*} - Re_d)$

FIGURE I.27 – Stabilité du couplage entre écoulement turbulent-récession à la limite  $\frac{\alpha}{u_*} \rightarrow 0$  [CDA17]

gris sur la figure I.27a se retrouve donc pour  $Re_d = 10$  sur la figure I.27b. La gamme de  $\frac{k\nu}{u_*}$  pour laquelle le régime est instable augmente avec la rugosité jusqu'à une valeur critique. Ensuite, l'augmentation de  $Re_d$  diminue cette plage d'instabilité, jusqu'à sa disparition complète pour  $Re_d \simeq 80$ . Le maximum de taux de croissance varie peu avec  $Re_d$ , et se situe autour de  $\frac{k\nu}{u_*} \simeq 1 \times 10^{-3}$ .

Ces résultats sont à comparer avec les mesures expérimentales recensées par Thomas [Tho79] qui obtient un régime instable pour  $\frac{k\nu}{u_*} = 6 \times 10^{-3}$ . La micro-rugosité, absente de la corrélation de Thomas [Tho79], semble jouer un rôle mineur sur la longueur d'onde déterminée. Un accord satisfaisant est obtenu, compte tenu des difficultés de mesure du phénomène en ce qui concerne la vitesse de frottement  $u_*$  notamment.

## 1.2.4 Simulations numériques

Les résultats présentés dans le paragraphe précédent sont issus de l'analyse linéaire des équations qui régissent le couplage ; des simulations numériques ont également été effectuées afin de reproduire le phénomène. C'est notamment le cas de [DBMG16], qui a étudié la formation de ridules de sable au fond des rivières. Un modèle 2D RANS (Reynolds-Averaged Navier-Stokes) couplé à un modèle de turbulence  $k - \omega$  a été utilisé.

Cette modélisation permet notamment de simuler l'évolution de petites perturbations de la surface au cours du temps. Celles-ci sont croissantes dans un premier temps, puis s'équilibrent au bout de quelques secondes pour former un champ d'ondulations régulières. Une recirculation ne semble

pas nécessaire pour créer l'instabilité de la surface mais apparaît plus tard dans le développement des ondulations de la paroi.

### 1.2.5 Conclusion sur les modélisations

L'apparition de macro-rugosités sur une paroi ondulée est intimement liée à la transition de l'écoulement vers la turbulence. Les mécanismes qui mènent à la transition de la couche limite peuvent être de différentes natures selon les conditions extérieures de l'écoulement : nous retiendrons en particulier la transition naturelle avec le développement d'ondes de Tollmien-Schlichting (TS) et la transition by-pass avec l'apparition de spots turbulents sans passer par le développement d'ondes TS. Les calculs DNS permettent de décrire la forme de ces spots turbulents. **L'augmentation locale du cisaillement et du flux d'oxydant** due à la transition est à l'origine d'une **première instabilité de la surface**.

La micro-rugosité a également pour effet d'augmenter le cisaillement à la paroi. En considérant que celle-ci est uniforme sur la surface, il n'y a pas d'effet local mais elle joue sur l'amplitude de la perturbation initiale. Trois régimes peuvent être identifiés selon la dimension caractéristique de la rugosité par rapport à l'épaisseur de la sous-couche laminaire ; en particulier lorsque cette dimension est trop importante, **les effets de la rugosité deviennent indépendants du nombre de Reynolds**.

L'outil privilégié pour prédire la croissance ou la relaxation d'une perturbation est l'analyse linéaire de stabilité. En considérant les équations de Navier-Stokes en régime laminaire nous obtenons l'équation d'Orr-Sommerfeld qui permet de déterminer un Reynolds critique à partir duquel la couche limite va devenir instable.

Une fois la première perturbation de la surface créée, il faut déterminer si celle-ci se résorbe ou s'amplifie. C'est pourquoi nous nous intéressons à l'écoulement auprès d'une paroi ondulée et à la structure de la couche limite turbulente. Dans le modèle de l'ablation différentielle, une **vitesse de récession de l'interface plus importante dans les creux que sur les crêtes** provoque l'amplification de l'ondulation initiale. La position du maximum de concentration ou de température est donc déterminante : s'il se situe sur une bosse l'ondulation va tendre vers une surface plane, et s'il est dans un creux son amplitude va augmenter.

La prédiction de la croissance d'une perturbation dans ce système passe également par une analyse linéaire de stabilité, cette fois avec les équations de Navier-Stokes et l'utilisation d'un modèle de turbulence. Le choix de ce dernier joue un rôle déterminant dans les résultats obtenus, en particulier dans la modélisation de la transition laminaire-turbulent. **Le modèle de Hanratty a été présenté** afin de prendre en compte l'épaississement de la sous-couche visqueuse sous l'influence du gradient de pression. Ce modèle est empirique et reste insatisfaisant pour la compréhension des mécanismes en jeu. Enfin, la micro-rugosité a tendance à diminuer le domaine d'instabilité, jusqu'à l'annuler complètement à partir d'une dimension caractéristique critique.

### 1.3 Objectifs de la thèse

À travers les différents aspects du problème que nous avons présenté, l'objectif de ce travail de thèse est d'**obtenir une meilleure compréhension des mécanismes par lesquels le couplage entre l'écoulement turbulent et la récession du matériau carboné conduit à la formation de coups de gouge**. En effet, les précédentes études dans le domaine de la rentrée atmosphérique n'apportent pas de réponse assez satisfaisante pour expliquer l'apparition des coups de gouge.

D'un point de vue théorique tout d'abord, l'enjeu est d'apporter une modélisation de l'écoulement turbulent et du recul de surface afin de déterminer les conditions qui amènent à un régime instable.

Le modèle de Hanratty, qui propose une modélisation du retard de la turbulence par rapport à la pression, a été développé et étudié dans le cadre des dunes de sable. Nous souhaitons ici adapter et utiliser ce modèle dans le cadre des rentrées atmosphériques qui nous intéressent dans ce travail.

Comme nous l'avons discuté, ce modèle employé pour la prédiction de la stabilité du système n'est pas satisfaisant du point de vue de sa justification. C'est pourquoi notre objectif est de fournir une **simulation numérique complète** grâce à un modèle RANS qui prenne en compte **l'aspect local de la transition laminaire-turbulent**. Nous pourrons alors comparer nos résultats à ceux de la modélisation de Hanratty. Ainsi, nous chercherons à déterminer les critères d'apparition de la transition laminaire-turbulent et l'apparition d'ondulations de l'interface d'une part et les plages de stabilité sur une paroi ondulée d'autre part.

## Chapitre II.

# Cadre de l'étude et modèles employés

L'étude bibliographique nous amène à présent à formuler des choix de simulation numérique et des hypothèses pour reproduire numériquement la formation de gouges. Nous nous attacherons en particulier à la modélisation de la turbulence et de la transition laminaire-turbulent ainsi qu'à la micro-rugosité, qui jouent un rôle essentiel dans le phénomène.

Nous commencerons donc par situer le cadre de l'étude ainsi que les conditions d'écoulement retenues, avant de mettre en équations les phénomènes en jeu. Pour finir, nous détaillerons les modèles de turbulence et de micro-rugosité employés pour la simulation numérique.

### 2.1 Définition du cas de calcul et hypothèses

#### 2.1.1 Hypothèses

##### Incompressibilité

Avant d'explicitier l'enchaînement des mécanismes menant à l'instabilité de la paroi récessive, il faut détailler les hypothèses avec lesquelles les calculs vont être menés. En effet, la bibliographie nous a permis de déterminer les régimes d'écoulement susceptibles d'amener la formation de coups de gouge.

Tout d'abord, dans la majorité des exemples évoqués de formation de coups de gouge ou de creusements similaires, l'écoulement peut être considéré comme subsonique et incompressible. En effet, la compressibilité de l'écoulement n'a pas d'influence sur la formation des gouges mais est associée au phénomène de cross-hatching, qui est un autre type de macro-rugosité.

Dans notre application, l'écoulement en amont de l'objet est bel et bien supersonique, voire hypersonique ; cependant, le couplage écoulement-matériau se situe dans la poche subsonique (fig. II.1), dans laquelle le nombre de Mach est inférieur à 1. Pour illustrer le choc détaché qui a lieu durant la rentrée atmosphérique, nous avons mené une simulation numérique des essais menés par [Bak72] pour un nombre de Mach amont de 5 à incidence nulle. Les vitesses derrière l'onde de choc sont relativement faibles et le nombre de Mach inférieur à 0.3, l'écoulement est donc subsonique proche du point d'arrêt. Bien que l'écoulement ne puisse pas être considéré incompressible, nous avons

fait le choix dans ce travail de le considérer comme tel à des fins de compréhension des mécanismes de formation des coups de gouge sans alourdir les calculs numériques.

Il s'agit là d'une hypothèse simplificatrice forte mais qui permettra de s'affranchir d'une complexité supplémentaire qui n'est pas à l'origine du phénomène étudié. Une étude plus complète du phénomène des coups de gouge nécessitera la prise en compte de la compressibilité de l'écoulement.

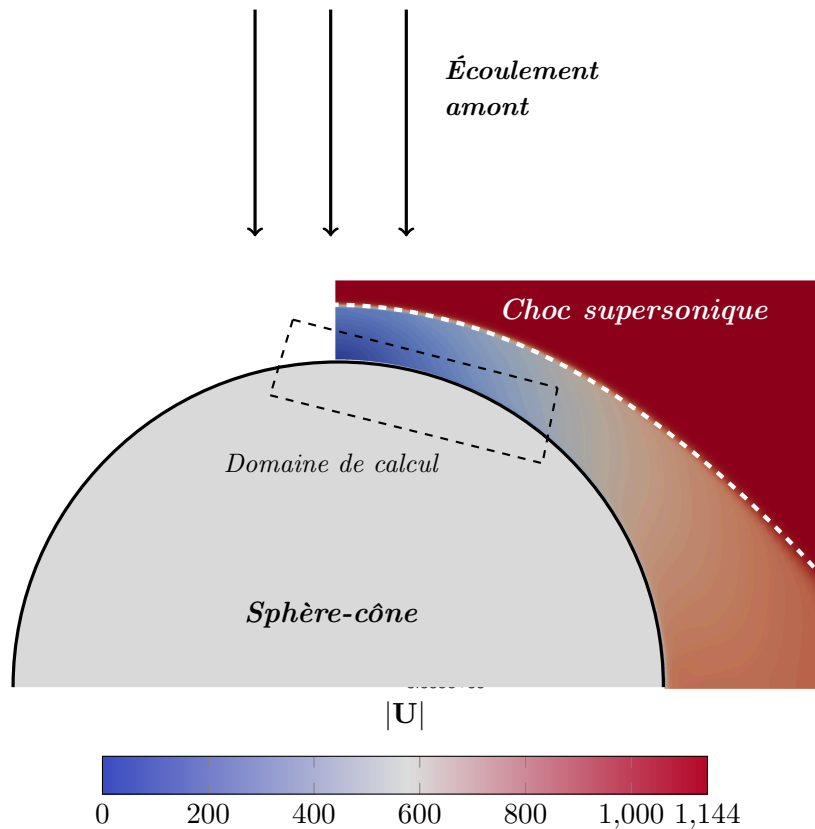
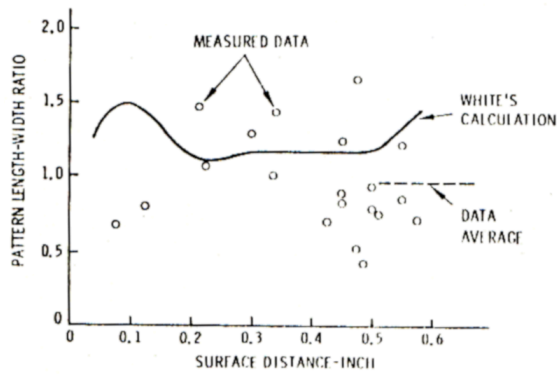


FIGURE II.1 – Champs de vitesse dans un choc détaché et positionnement du domaine de calcul sur un corps de rentrée [Bak72]

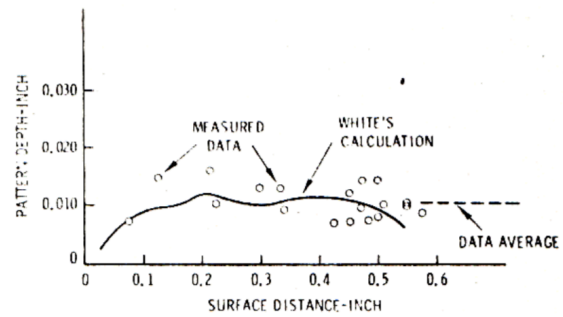
### Calcul bidimensionnel

Les coups de gouge sont un phénomène tridimensionnel, comme nous le montrent les exemples de la figure I.5. En effet, les creusements se développent en ondulations suivant les deux directions de la surface. Cependant, il est observé sur les échantillons carbonés que le rapport longueur sur largeur de ces ondulations reste toujours proche de 1, pour un rapport profondeur sur largeur toujours proche de 0.1 (fig. I.2a, I.5d) : les creusements se font de manière symétrique. Par contre dans le cas des matériaux fantômes, on observe un allongement des creusements dans le sens de l'écoulement (fig. I.5b, I.5e) ; cela s'explique par le fait que pour ces matériaux une sous-couche liquide se forme durant l'ablation et s'oriente dans le sens de l'écoulement. Ce dernier point n'est pas étudié dans le cadre de cette étude.

Nous nous intéressons dans ce travail à l'apparition d'une ondulation de la surface, et à sa stabilité. Étant donné que le creusement se développe de la même manière dans les deux directions de



(a) Rapport longueur sur largeur



(b) Profondeur

FIGURE II.2 – Caractéristiques géométriques des gouges en fonction de la distance au point d'arrêt dans le cas TATER [HW76]

la surface, il apparaît dès lors pertinent de ne considérer qu'un modèle simplifié bidimensionnel dans lequel les structures tridimensionnelles ne seront pas modélisées, mais pour lequel on ne s'intéresse qu'aux mécanismes d'instabilité de la surface. Cela nous permettra en outre de réaliser un gain de temps de calcul conséquent.

### Espèces oxydantes

Dans l'atmosphère autour du corps de rentrée, de nombreuses espèces sont présentes et vont réagir entre elles et avec le carbone du matériau, en particulier les réactions d'oxydation et de nitruration.



Dans ce travail on s'intéresse principalement à la répartition du flux pariétal des espèces oxydantes, en particulier sous l'effet d'un régime d'écoulement transitionnel. Les interactions entre ces espèces ne sont pas considérées. Afin de simplifier le modèle, nous avons choisi de n'avoir qu'une seule espèce oxydante dans la phase fluide, qui est seulement transportée dans le fluide. Elle joue donc le rôle d'un scalaire passif.

### Thermique

Ensuite, puisque l'écoulement est incompressible, le rôle de la température est identique à celui de la concentration, et aura donc les mêmes effets sur la stabilité du système. En effet, température et concentration sont transportées de la même façon par l'écoulement. Nous n'étudierons donc que le transport d'un scalaire passif suivant une réaction du premier ordre avec le matériau, qui va provoquer un recul de la surface.

### 2.1.2 Enchaînement des phénomènes

Comme nous l'avons vu, la naissance et la croissance de creusements réguliers sur la surface résultent de la conjonction de plusieurs caractéristiques liées au matériau et à l'écoulement. Nous résumons ici les différents phénomènes qui mènent à la naissance et au maintien d'une instabilité de la surface à partir d'une plaque plane.

Tout d'abord, le déclenchement initial de la perturbation de la surface provient de la transition laminaire-turbulent sur la surface du matériau, initialement plane. Celle-ci peut-être de différentes natures (naturelle ou by-pass, voir section 1.2.1) selon le taux de turbulence extérieure, et elle est grandement favorisée par la présence d'une micro-rugosité du matériau considéré. Cette micro-rugosité est issue de l'état de surface et des irrégularités du matériau. La transition dépend également de la présence d'un gradient de pression global dans l'écoulement. Si celui-ci est favorable (croissant de l'amont à l'aval, compression) l'abscisse de transition est déportée vers l'amont et s'il est défavorable (détente), la transition aura lieu plus vers l'aval ([SG79, Fei56]).

Le flux pariétal d'oxydant va alors devenir plus important localement et donc provoquer une perte de masse plus importante ; cela va donc générer une première ondulation de la surface. Cette modification de la géométrie va alors entraîner l'apparition d'un gradient de pression au sein de l'ondulation, et peut provoquer selon l'amplitude atteinte un décollement de la couche limite. Dans la recirculation qui en découle, la turbulence va être plus importante, et donc augmenter le flux d'oxydant dans cette zone. Selon la phase du flux pariétal avec l'ondulation initiale, la perturbation va avoir tendance à se restabiliser ou bien à croître.

On suit alors le modèle de l'ablation différentielle (voir fig. I.25) : si un maximum de concentration coïncide avec le creux de la surface, le recul de paroi sera plus important dans le creux que sur le sommet, et le creusement initial va alors s'amplifier. À l'inverse si le maximum de flux est sur le sommet, l'ondulation de la surface va avoir tendance à s'aplatir.

Pour finir, la phase du flux d'oxydant par rapport à la surface peut également générer une vitesse de groupe de l'ondulation initiale (fig. II.4).

Dans le cadre d'une rentrée atmosphérique d'un objet dont la paroi est en composite carbone-carbone, les conditions d'écoulement sont telles que la transition est bypass, sous l'action de la micro-rugosité du matériau qui favorise également beaucoup la transition laminaire-turbulent. Ce n'est pas le cas lors d'essais au sol, dans lesquels les taux de turbulence sont déjà élevés. Le gradient de pression global va également jouer un rôle important dans le déclenchement de la transition vers la turbulence. Dans le cas présent celui-ci est négatif (haute pression au point d'arrêt), et va avoir tendance à retarder la transition.

### 2.1.3 Démarche scientifique

Il est important de distinguer dans notre étude les différents types d'instabilité qui ont lieu :

- en premier lieu **l'instabilité de la couche limite** : il s'agit de la propension de la couche limite laminaire à basculer vers la transition et la turbulence. Celle-ci dépend donc du taux de

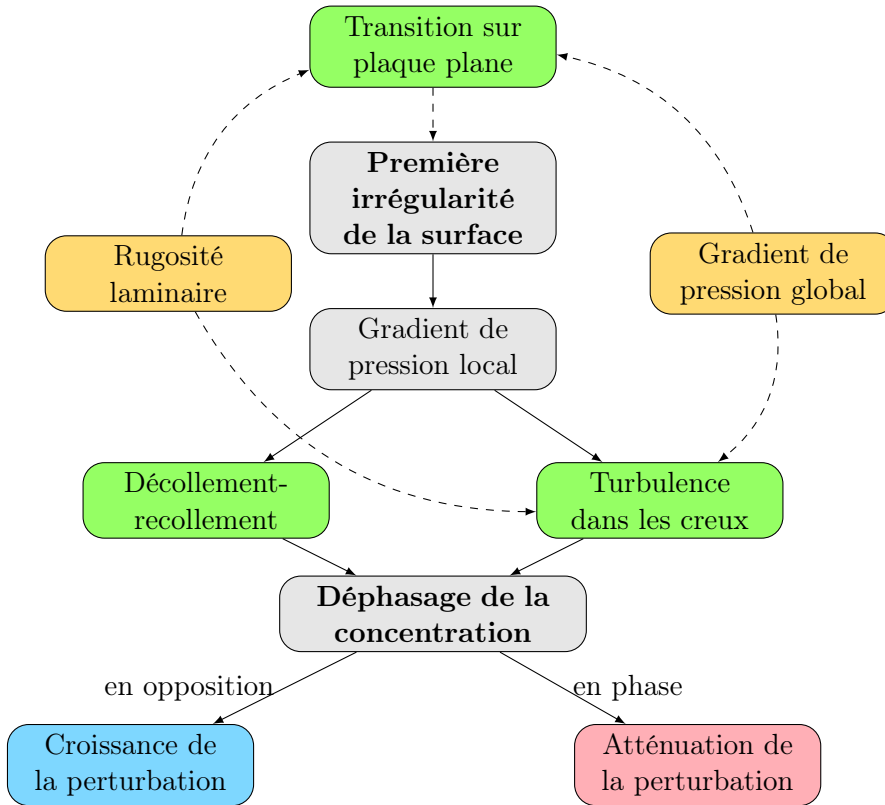


FIGURE II.3 – Schéma récapitulatif des différents phénomènes en présence

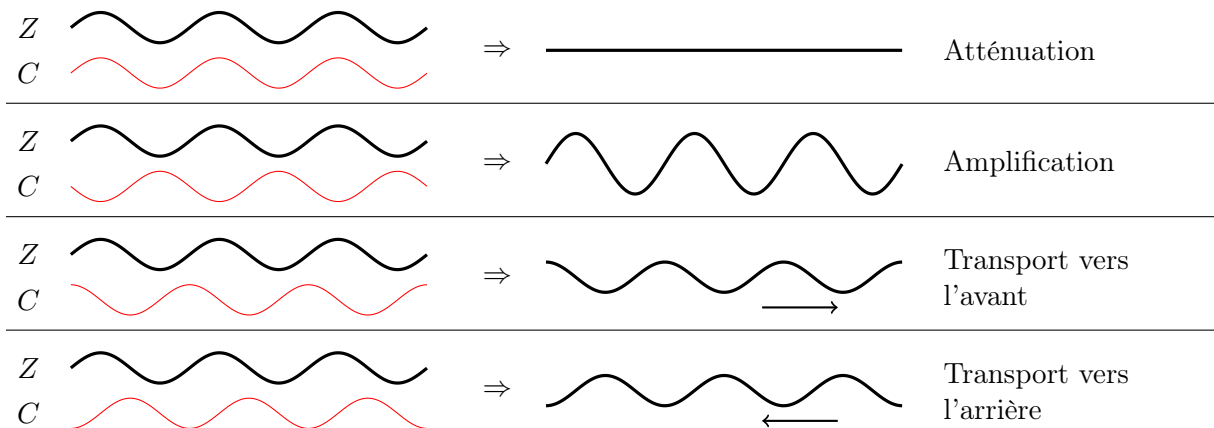


FIGURE II.4 – Différents cas selon la phase de la surface avec le flux d'oxydant pariétal

turbulence extérieure, de la distribution de pression à l'extérieur de la couche limite, de l'état de surface du matériau, et surtout du nombre de Reynolds de l'écoulement. La stabilité de la couche limite est décrite par l'équation de Orr-Sommerfeld pour le déclenchement linéaire de la transition, c'est-à-dire la transition naturelle. Pour la transition by-pass l'analyse linéaire des équations n'est pas suffisante, et il est nécessaire de passer par d'autres méthodes pour prévoir la transition by-pass théoriquement. On pourra notamment citer la méthode de la perturbation optimale ([ABH99]).



- **la stabilité de l'ondulation de la surface** : c'est la capacité de la surface à amplifier une première perturbation de sa géométrie, en fonction du régime d'écoulement, de la rugosité et de la réactivité du matériau. La surface n'est pas forcément instable lorsque la couche limite l'est ; on peut en effet avoir une surface qui reste stable (qui tend vers la plaque plane) alors que la couche limite à cet endroit est instable. L'inverse n'est en revanche pas possible ; il faut une transition laminaire-turbulent pour déclencher une instabilité de la surface.

Le sujet principal de ce travail est donc la stabilité de la surface, qui est donc très conditionnée par l'instabilité de la couche limite.

Comme nous l'avons vu, il faut un premier creusement dans le matériau pour initier une ondulation de la surface ; il est généré par la transition laminaire-turbulent.

La stratégie retenue afin de déterminer les zones de stabilité est de considérer une surface déjà ondulée, c'est-à-dire une perturbation de la surface déjà présente. À partir de cette configuration, on peut déterminer par l'analyse de stabilité linéaire ou directement par le calcul numérique les conditions sur les différents paramètres pour que cette perturbation initiale perdure ou non.

Notons que les résultats obtenus sur la stabilité de la surface dépendent toujours du modèle de turbulence utilisé ; la pertinence et la validité d'un tel modèle sont donc primordiales.

#### 2.1.4 Mise en place du cas de calcul

##### Zones de calcul

Nous souhaitons donc simuler numériquement l'écoulement turbulent ou transitionnel incompressible autour d'une plaque ondulée. La masse volumique est  $\rho$ , la viscosité dynamique est notée  $\mu_l$  et la viscosité cinématique est  $\nu_l = \frac{\mu_l}{\rho}$ . La géométrie de calcul retenue est présentée sur la figure II.5.

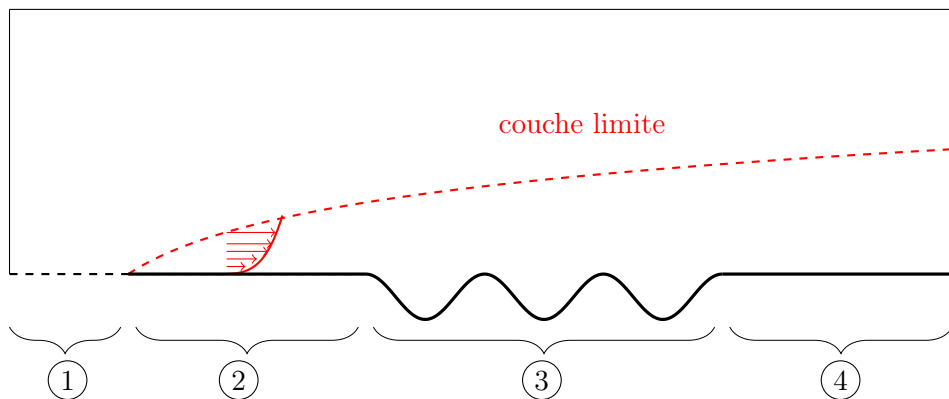


FIGURE II.5 – Schéma du domaine de calcul

On cherche à simuler numériquement un écoulement semi-infini : la hauteur du domaine est prévue de manière à ce qu'il n'y ait pas d'interaction du bord avec la couche limite, et une condition limite de glissement est utilisée sur la partie supérieure du domaine de calcul. La surface est composée de quatre régions :

- ① : une zone d'écoulement libre qui précède la plaque étudiée, et qui permet de prendre en compte le point d'arrêt et ainsi de représenter la naissance et le développement de la couche limite.
- ② : une plaque plane qui précède la surface d'intérêt : son rôle est de permettre le développement de la couche limite afin d'avoir une turbulence pleinement développée à l'entrée de la zone ondulée.
- ③ : c'est la zone d'intérêt, qui comporte donc des ondulations régulières. Le nombre d'ondulations est choisi de manière à reproduire au mieux une même structure d'écoulement d'une ondulation sur l'autre. En effet la hauteur de la couche limite étant croissante le long de la plaque, les conditions d'écoulement ne sont pas exactement les mêmes sur toutes les ondulations. Il faut donc suffisamment d'ondulations pour que la couche limite devienne suffisamment peu variable.
- ④ : une zone de relaxation, qui permet d'éviter les effets de bord dus à la condition limite de sortie.

### **Turbulence extérieure**

Les paramètres permettant de spécifier la turbulence extérieure sont le taux de turbulence  $I$  et le rapport de viscosité  $\frac{\nu_t}{\nu_l}$ . Ces conditions doivent être spécifiées au point d'arrêt de la plaque plane ; or la turbulence décroît naturellement dans la zone amont ①. Pour pallier ce problème, on utilise le taux de décroissance du taux de turbulence pour déterminer quelles sont les valeurs à utiliser à l'entrée du domaine (annexe de [Lan06]) en fonction de la vitesse à l'entrée du domaine  $U_\infty$  et de l'abscisse dans l'écoulement  $x$  :

$$I = I_{in} \left( 1 + \frac{3U_\infty x \beta_2 I_{in}^2}{2\nu_t} \right)^{-\frac{\beta^*}{2\beta}} \quad (\text{II.3})$$

dans lequel  $\beta = 0.09$  et  $\beta^* = 0.0828$  sont des constantes du modèle  $k-\omega$  SST (tab. II.1). Le rapport  $\frac{\nu_t}{\nu_l}$  contrôle le taux de décroissance du taux de turbulence selon la direction de l'écoulement.

Les conditions limites d'entrée sur  $k$  et  $\omega$  sont calculées avec  $I$  et  $\frac{\nu_t}{\nu_l}$  :

$$k_{in} = \frac{3}{2} U_\infty^2 I_{in}^2 \quad ; \quad \omega_{in} = \frac{k_{in}}{\nu_l \frac{\nu_t}{\nu_l}} \quad (\text{II.4})$$

### **Gradient de pression**

Afin de simuler l'évolution linéaire de la pression le long du domaine de calcul, une modification de la forme du bord supérieur est utilisée. De manière à obtenir un gradient de pression uniforme, le bord supérieur  $Z_t(x)$  suit l'équation suivante ([DKF10]) :

$$Z_t(x) = Z_{t0} (1 - P_G(x))^{-\frac{1}{4}} \quad ; \quad P_G(x) = \frac{p(x) - p_0}{q_0} \quad (\text{II.5})$$

où  $p_0$  et  $q_0$  sont respectivement la pression dynamique et statique à l'entrée du domaine de calcul, et  $Z_{t0}$  la hauteur du bord supérieur en l'absence de gradient de pression. Cette méthode permet donc de simuler un gradient de pression positif ou négatif dans l'écoulement.

## 2.2 Mise en équations du couplage écoulement-récession

### 2.2.1 Équations dans la phase fluide

#### Équations de Navier-Stokes

Pour un écoulement incompressible et subsonique, les équations qui régissent le fluide sont celles de Navier-Stokes en incompressible. Si  $U$  et  $p$  sont respectivement la vitesse et la pression locale de l'écoulement :

$$\frac{\partial U}{\partial x_j} = 0 \quad (\text{II.6})$$

$$\rho \frac{\partial U}{\partial t} + \rho U_j \frac{\partial U_i}{\partial x_j} = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial T_{ij}}{\partial x_j} \quad (\text{II.7})$$

où  $T_{ij}$  est le tenseur des contraintes, qui s'exprime en fonction du tenseur de cisaillement  $S_{ij}$  et de la viscosité dynamique :

$$T_{ij} = 2\mu_l S_{ij} \quad ; \quad S_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) \quad (\text{II.8})$$

On ajoute à ces équations une équation de transport pour la concentration en oxydant  $C$ , qui est donc un scalaire passif dans l'écoulement auquel est associé un analogue vectoriel au tenseur de cisaillement  $T_{c,i} = \rho D_l \frac{\partial C}{\partial x_i}$  correspondant au phénomène de diffusion :

$$\rho \frac{\partial C}{\partial t} + \rho U_j \frac{\partial C}{\partial x_j} = \frac{\partial T_{c,i}}{\partial x_j} \quad (\text{II.9})$$

#### Modélisation RANS

Afin de s'affranchir des phénomènes qui ont lieu à de petites échelles de temps dans le fluide et obtenir des équations sur l'évolution moyenne de la vitesse, l'outil utilisé est la décomposition de Reynolds. C'est la différence entre la résolution DNS (Direct Numerical Simulation) dans laquelle toutes les échelles sont résolues, et la simulation RANS qui nous concerne ici, pour laquelle on n'obtient que l'évolution moyenne des variables.

L'idée est de décomposer les grandeurs de l'écoulement en une partie moyenne notée  $\bar{\varphi}$ , à laquelle s'ajoute les fluctuations autour de cette moyenne, notée  $\varphi'$  et qui représente les variations rapides autour de la moyenne :

$$\varphi = \bar{\varphi} + \varphi' \quad (\text{II.10})$$

Cette moyenne permet de s'affranchir des termes de fluctuation rapide ; les termes instationnaires des fluctuations  $\frac{\partial \phi'}{\partial t}$  disparaissent mais il reste cependant l'évolution lente de l'écoulement moyen  $\frac{\partial \bar{U}}{\partial t}$ .

En appliquant cet opérateur aux équations de Navier-Stokes et après utilisation des propriétés de cette moyenne, on obtient finalement les équations RANS sur les variables dynamiques  $U$  et  $p$  et le scalaire passif  $C$  :

$$\frac{\partial \bar{U}_j}{\partial x_j} = 0 \quad (\text{II.11})$$

$$\frac{\partial \rho \bar{U}}{\partial t} + \rho \bar{U}_j \frac{\partial \bar{U}_i}{\partial x_j} = -\frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left( T_{ij} - \rho \overline{U'_i U'_j} \right) \quad (\text{II.12})$$

$$\frac{\partial \rho \bar{C}}{\partial t} + \rho \bar{U}_j \frac{\partial \bar{C}}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left( T_{c,ij} - \rho \overline{U'_i C'} \right) \quad (\text{II.13})$$

Nous avons fait ici apparaître les termes  $-\rho \overline{U'_i U'_j}$  et  $-\rho \overline{U'_i C'}$ , qui représentent le transport de la quantité de mouvement (et du scalaire passif) associé aux fluctuations de la turbulence. On les appelle les flux turbulents, et ils constituent le tenseur de Reynolds  $T_{R,ij} = -\rho \overline{U'_i U'_j}$  et son analogue pour la diffusion turbulente de la concentration  $T_{cR,i} = -\rho \overline{U'_i C'}$ . Ces termes nécessitent une modélisation spécifique, qui sera traitée dans la section 2.3.

## 2.2.2 Réaction hétérogène et recul de surface

### Coefficient de diffusion et condition mixte

La réaction hétérogène de la concentration en oxydant  $C$  est représentée par une condition limite mixte à la paroi. Celle-ci dépend de la réactivité du matériau  $k_r$  (exprimée en  $\text{m s}^{-1}$  pour une réaction du premier ordre), et du coefficient de diffusion total  $D_T$  :

$$D_T \nabla \bar{C}_0 \cdot \mathbf{n} = k_r \bar{C}_0 \quad ; \quad D_T = D_l + D_t \quad (\text{II.14})$$

où  $\mathbf{n}$  est le vecteur unitaire normal à la paroi. Le coefficient de diffusion est la somme de sa composante moléculaire  $D_l$  déterminé par le nombre de Schmidt laminaire  $Sc$ , et de sa composante turbulente issue de la modélisation de la turbulence sous l'hypothèse de Boussinesq (voir paragraphe 2.3.1).

La prise en compte de la turbulence à la paroi joue un rôle majeur dans la stabilité de la surface. En effet, la micro-rugosité du matériau produit une turbulence non nulle à la paroi, ce qui va entraîner une augmentation significative de la turbulence pariétale, et donc un flux plus important. Le coefficient de diffusion turbulente  $D_t$  est déterminé à partir de la viscosité turbulente  $\nu_t$  et d'un nombre de Schmidt turbulent  $Sc_t$ , qui est choisi constant et égal à 0.9 ([GAB<sup>+</sup>17]) :  $D_t = \frac{\nu_t}{Sc_t}$ .

### Réactivité de la paroi

Nous avons choisi de considérer la réactivité  $k_r$  comme une constante ; en réalité, celle-ci est

fonction de la température à la paroi  $T_0$  et répond à une loi d'Arrhenius avec le coefficient pré-exponentiel  $A$  et l'énergie d'activation  $E_a$  :

$$k_r(T_0) = A \exp\left(-\frac{E_a}{R T_0}\right) \quad (\text{II.15})$$

En pratique, cette dépendance de la réactivité à la température n'est pas modélisée. En effet, il est supposé que l'énergie dégagée par l'ablation du matériau est négligeable devant celle transportée dans le fluide, et que les variations de température n'influent pas sur la réactivité : cela revient à considérer une énergie d'activation très faible, et que l'on a donc  $k_r \simeq \text{cste}$ .

### Récession de paroi

Enfin, la surface du matériau carboné va subir un recul de paroi sous l'effet de la réaction hétérogène entre l'oxydant  $C$  et le carbone qui constitue la surface. La vitesse de recul locale de la surface peut être exprimée en fonction du volume molaire du matériau  $v_s$ , de la réactivité du matériau  $k_r$  et de la concentration d'oxydant à la paroi  $[KCN^{+94}]$ . La récession se fait suivant la normale à la paroi  $\mathbf{n}$  :

$$\mathbf{v} = -v_s k_r \overline{C}_0 \mathbf{n} \quad (\text{II.16})$$

## 2.3 Modélisation de la turbulence

### 2.3.1 Revue générale des modèles de turbulence et de transition

Comme nous l'avons vu, les équations de Navier-Stokes en régime turbulent moyenné (RANS) ne forment pas un système fermé : c'est pour cette raison qu'une modélisation de ces termes de turbulence doit être apportée. En modélisation RANS, il existe trois classes de modèles :

- en se plaçant dans les hypothèses de Boussinesq, le tenseur de Reynolds peut être obtenu par :

$$-\rho \overline{U'_i U'_j} = 2\mu_t S_{ij} - \frac{2}{3}\rho k \delta_{ij} \quad (\text{II.17})$$

avec  $k = \frac{1}{2} \overline{U'_i U'_i}$  l'énergie cinétique turbulente et  $\delta_{ij}$  le symbole de Kronecker. On définit avec cette hypothèse une viscosité turbulente  $\mu_t$  qui vient s'ajouter à la viscosité moléculaire. Plusieurs modèles peuvent alors être utilisés pour modéliser  $\mu_t$ .

- en dehors de l'hypothèse de Boussinesq, il est encore possible d'utiliser le concept de viscosité turbulente via une modélisation non linéaire du tenseur de Reynolds :

$$-\rho \overline{U'_i U'_j} = 2\mu_t \mathcal{F}_{nl}(S_{ij}, \Omega_{ij}, \dots) \quad (\text{II.18})$$

- enfin, l'approche la plus complète reste la méthode Reynolds Stress Model (RSM), dans laquelle les termes du tenseur de Reynolds sont résolus via des équations de transport. Ce

modèle est particulièrement efficace dans les cas de turbulence anisotrope, mais qui engendre des coûts de calcul importants.

Les modèles à viscosité turbulente non linéaires et la méthode RSM sont majoritairement utilisées pour modéliser l'anisotropie de la turbulence. Ce n'est pas notre objectif dans ce travail, pour lequel nous cherchons à modéliser surtout l'aspect local de la turbulence de l'écoulement. Pour cela un modèle à viscosité turbulente linéaire semble le plus approprié, et c'est ce que nous utiliserons ici.

Il reste encore à modéliser la viscosité turbulente ; pour cela, diverses approches sont possibles :

- les modèles algébriques ou à zéro équation : une relation algébrique est définie entre la viscosité turbulente et les variables de l'écoulement moyen. Si cette approche reste très simple, elle ne permet pas de modéliser la convection ou la diffusion de l'énergie turbulente, et n'est utilisée que dans des cas simples.
- les modèles à équations de transport : afin de prendre en compte les effets convectifs et diffusifs de la turbulence, une ou plusieurs équations de transport sont résolues en parallèle des équations de Navier-Stokes, ce qui permet d'utiliser les variables locales pour calculer la turbulence. Les modèles les plus classiques sont à une ou deux équations. Les constantes de modélisation sont obtenues le plus souvent par des corrélations empiriques. Parmi ces modèles on compte les familles de modèles  $k - \epsilon$  et  $k - \omega$  qui sont largement utilisés dans l'industrie.

De plus, nous avons vu que notre modélisation requiert de bien reproduire la transition laminaire-turbulent, qui n'est généralement pas prise en compte dans les modèles de turbulence classiques. Pour ce faire, il faut apporter un élément supplémentaire. Plusieurs méthodes ont été envisagées :

- la méthode  $e^N$  : on utilise la théorie de la stabilité linéaire de la couche limite avec le profil de vitesse local, pour obtenir les taux d'amplification de l'onde la plus instable grâce à l'équation d'Orr-Sommerfeld. La transition est déclenchée lorsque le facteur d'amplification dépasse une valeur critique.
- les modèles bas Reynolds : ils sont généralement basés sur le modèle à deux équations  $k - \epsilon$ , dont les fonctions d'amortissement ont été modifiées pour inclure les effets de la transition. Cependant, les résultats obtenus pour modéliser la transition naturelle notamment ne sont pas satisfaisants ; ces modèles ne semblent pas fiables pour modéliser la transition, et une approche plus complète pour reproduire le déclenchement de celle-ci est nécessaire.
- la modélisation de l'intermittence : on utilise une fonction appelée "intermittence" qui varie entre 0 et 1, et qui représente la proportion de turbulence locale. Ces modèles utilisent des corrélations empiriques pour calibrer les coefficients de modélisation. Selon les cas, ces corrélations empiriques se basent sur des variables locales ou non-locales, ce qui peut amener à considérer une ou des équations de transport supplémentaires.

Après cette revue des différents modèles de turbulence et de transition laminaire-turbulent, nous avons retenu pour le calcul numérique le modèle de transition local à quatre équations dit " $\gamma - \overline{Re}_{\theta t}$ "

[Lan06], puisqu'il permet une modélisation de l'intermittence de l'écoulement et est reconnu pour ses performances et sa robustesse numérique. Celui-ci est basé sur le modèle " $k - \omega$  SST" [Men93], que nous allons maintenant détailler.

### 2.3.2 Le modèle $k - \omega$ SST de Menter

Le modèle  $k - \omega$  SST est un modèle à deux équations, portant sur l'énergie cinétique turbulente  $k$  et le taux de dissipation spécifique de la turbulence  $\omega$ . Il se base sur le modèle  $k - \omega$  original développé par [Wil88] en proche paroi, mais utilise un modèle  $k - \epsilon$  [JL72] dans la partie supérieure de la couche limite. Les équations de transport du modèle, qui dépendent des coefficients  $\beta$ ,  $\sigma_k$ ,  $\sigma_\omega$  et  $\alpha$ , qui sont déterminées empiriquement (voir tab. II.1), s'expriment ainsi :

$$\rho \frac{\partial k}{\partial t} + \rho U_j \frac{\partial k}{\partial x_j} = P_k - D_k + \frac{\partial}{\partial x_j} \left( (\mu_l + \sigma_k \mu_t) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right) \quad (\text{II.19})$$

$$\rho \frac{\partial \omega}{\partial t} + \rho U_j \frac{\partial \omega}{\partial x_j} = \frac{\alpha}{\nu_t} P_k - \beta \rho \omega^2 + \frac{\partial}{\partial x_j} \left( (\mu_l + \sigma_\omega \mu_t) \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right) \quad (\text{II.20})$$

$$+ (1 - F_1) 2\rho\sigma_\omega \frac{1}{\omega} \frac{\partial k}{\partial x_j} \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \quad (\text{II.21})$$

avec les termes de production  $P_k$  et de dissipation  $D_k$  de turbulence qui dépendent du module du tenseur des contraintes  $S$  :

$$S^2 = 2S_{ij}S_{ij} \quad (\text{II.22})$$

$$S_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) \quad (\text{II.23})$$

$$P_k = \min(\mu_t S^2, 10D_k) \quad (\text{II.24})$$

$$D_k = \beta^* \rho \omega k \quad (\text{II.25})$$

$F_1$  est la fonction de raccord entre les modèles  $k - \omega$  et  $k - \epsilon$ , qui vaut 1 dans la couche limite et 0 en dehors :

$$F_1 = \tanh(\arg_1^4) \quad (\text{II.26})$$

$$\arg_1 = \min \left( \max \left( \frac{\sqrt{k}}{\beta^* \omega y}, \frac{500\nu}{y^2 \omega} \right), \frac{4\rho\sigma_\omega k}{CD_{k\omega} y^2} \right) \quad (\text{II.27})$$

$$CD_{k\omega} = \max \left( 2\rho\sigma_\omega \frac{1}{\omega} \frac{\partial k}{\partial x_j} \frac{\partial \omega}{\partial x_j}, 1 \times 10^{-10} \right) \quad (\text{II.28})$$

$$(\text{II.29})$$

Finalement, la viscosité turbulente s'exprime par  $\mu_t = \frac{\rho k}{\omega}$ . Cependant, afin d'éviter une surestimation du cisaillement turbulent lorsqu'il y a de forts écarts entre la production et la dissipation

de la turbulence,  $\mu_t$  est limité via une autre fonction de raccord  $F_2$  :

$$\mu_t = \min\left(\frac{\rho k}{\omega}, \frac{a_1 \rho k}{SF_2}\right) \quad (\text{II.30})$$

$$F_2 = \tanh(\text{arg}_2^2) \quad (\text{II.31})$$

$$\text{arg}_2 = \max\left(2\frac{\sqrt{k}}{\beta^* \omega y}, \frac{500\nu}{y^2 \omega}\right) \quad (\text{II.32})$$

Les coefficients  $\sigma_k$ ,  $\sigma_\omega$ ,  $\alpha$  et  $\beta$  dépendent du modèle utilisé entre le modèle  $k - \epsilon$  et le modèle  $k - \omega$ , et donc de la fonction de raccord  $F_1$  (tab. II.1). Ils sont donc données par la relation :

$$\phi = F_1 \phi_1 + (1 - F_1) \phi_2 \quad (\text{II.33})$$

	$\kappa$	$\beta^*$	$a_1$	
	0.41	0.09	0.31	
	$\sigma_{ki}$	$\sigma_{\omega i}$	$\alpha_i$	$\beta_i$
$\phi_1$	1.176	2	0.5532	0.075
$\phi_2$	1	1.168	0.4403	0.0828

TABLE II.1 – Constantes de modélisation du modèle  $k - \omega$  SST

Par exemple, on a  $\sigma_k = F_1 \sigma_{k1} + (1 - F_1) \sigma_{k2}$ , et les autres coefficients suivent la même règle.

### 2.3.3 $\gamma - \overline{Re_{\theta t}}$ de Langtry-Menter

Ce modèle réutilise les deux équations de transport du modèle  $k - \omega$  SST, et y adjoint deux autres équations sur l'intermittence  $\gamma$  et le nombre de Reynolds de transition  $Re_{\theta t}$ .

Afin de déterminer la position de la transition laminaire-turbulent, le modèle  $\gamma - \overline{Re_{\theta t}}$  propose de déterminer si un point donné du domaine voit un écoulement laminaire ou turbulent. Pour ce faire, il utilise l'intermittence, qui représente la probabilité que l'écoulement soit turbulent en chaque point et chaque instant. Elle est comprise entre 0 et 1, de laminaire à turbulent pleinement développé. C'est elle qui va limiter la production de turbulence dans les zones laminaires.

Il faut ensuite déterminer un critère pour piloter la position de cette transition. C'est ici qu'intervient le nombre de Reynolds basé sur l'épaisseur de quantité de mouvement  $Re_\theta$ , que l'on va comparer au nombre de Reynolds qui déclenche la transition  $\overline{Re_{\theta t}}$ . L'épaisseur de quantité de mouvement est définie par :

$$\theta = \int_0^{+\infty} \frac{U}{U_\infty} \left(1 - \frac{U}{U_\infty}\right) dy \quad (\text{II.34})$$

Lorsque  $Re_\theta$  dépasse  $\overline{Re_{\theta t}}$ , le modèle va activer les termes de production de turbulence. Il y a également une équation de transport sur  $\overline{Re_{\theta t}}$  puisque le critère de transition est local, et on a donc une valeur en chaque point et à chaque instant du nombre de Reynolds de transition.



### 2.3.3.1 Équations sur $\gamma$

L'équation sur l'intermittence s'écrit de la manière suivante avec le coefficient empirique  $\sigma_f$  (II.2) :

$$\rho \frac{\partial \gamma}{\partial t} + \rho U_j \frac{\partial \gamma}{\partial x_j} = P_\gamma - E_\gamma + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_f} \right) \frac{\partial \gamma}{\partial x_j} \right] \quad (\text{II.35})$$

Le terme de production d'intermittence  $P_\gamma$  est conçu pour être nul dans la couche limite laminaire avant la transition via la fonction  $F_{onset}$ , et actif ailleurs : c'est donc le critère de transition du modèle.

$$P_\gamma = F_{length} c_{a1} \rho S (\gamma F_{onset})^{0.5} (1 - c_{e1} \gamma) \quad ; \quad S = |S_{ij}| \quad (\text{II.36})$$

$$F_{onset} = \max(F_{onset,2} - F_{onset,3}, 0) \quad (\text{II.37})$$

$$F_{onset,2} = \min(\max(F_{onset,1}, F_{onset,1}^4), 2) \quad (\text{II.38})$$

$$F_{onset,3} = \max\left(1 - \left(\frac{R_T}{2.5}\right)^3, 0\right) \quad (\text{II.39})$$

$$R_T = \frac{\rho k}{\mu \omega} \quad (\text{II.40})$$

$$F_{onset,1} = \frac{Re_\nu}{2.193 Re_{\theta c}} \quad (\text{II.41})$$

$$Re_\nu = \frac{\rho y^2 S}{\mu} \quad (\text{II.42})$$

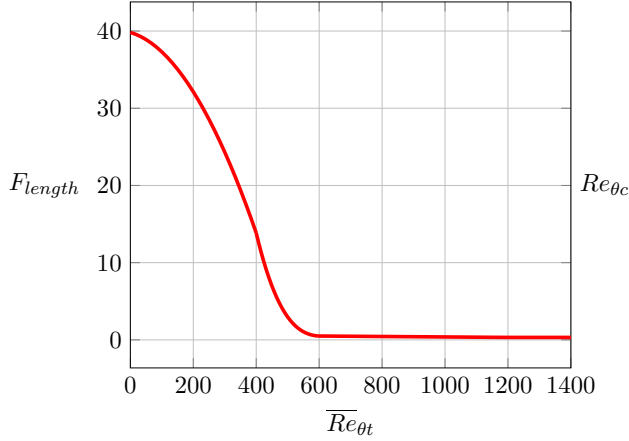
La fonction  $F_{onset}$  est définie par le rapport entre le nombre de Reynolds de vortacité  $Re_\nu$  et le nombre de Reynolds critique  $Re_{\theta c}$ , qui correspond au nombre de Reynolds à l'abscisse où l'on déclenche la production de turbulence. Ce dernier dépend de  $\overline{Re_{\theta t}}$  et est déterminé par une corrélation expérimentale (fig. II.6b) :

$$Re_{\theta c} = \begin{cases} \overline{Re_{\theta t}} - 396.035 \times 10^{-2} + 120.656 \times 10^{-4} \overline{Re_{\theta t}} \\ - 868.23 \times 10^{-6} \overline{Re_{\theta t}}^2 + 696.506 \times 10^{-9} \overline{Re_{\theta t}}^3 \\ - 174.105 \times 10^{-12} \overline{Re_{\theta t}}^4 & \text{si } \overline{Re_{\theta t}} \leq 1870 \\ \overline{Re_{\theta t}} - 593.11 - 0.482 (\overline{Re_{\theta t}} - 1870) & \text{sinon} \end{cases} \quad (\text{II.43})$$

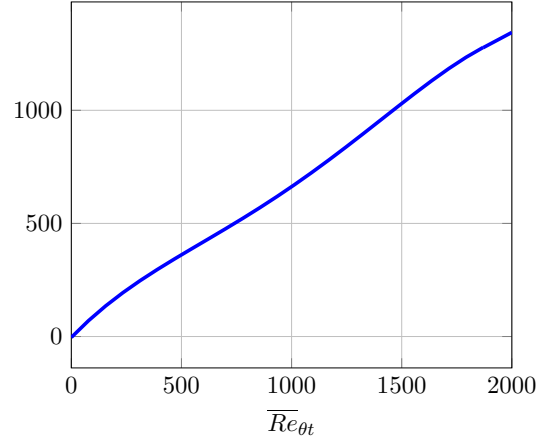
Le terme  $F_{length}$  représente la longueur de la zone transitionnelle, et fait également l'objet d'une

corrélation empirique (fig. II.6a) :

$$F_{length} = \begin{cases} 398.189 \times 10^{-1} - 119.27 \times 10^{-4} \overline{Re_{\theta t}} \\ -132.567 \times 10^{-6} \overline{Re_{\theta t}}^2 & \text{si } \overline{Re_{\theta t}} < 400 \\ 263.404 - 123.939 \times 10^{-2} \overline{Re_{\theta t}} \\ +194.548 \times 10^{-5} \overline{Re_{\theta t}}^2 - 101.695 \times 10^{-8} \overline{Re_{\theta t}}^3 & \text{si } 400 \leq \overline{Re_{\theta t}} < 596 \\ 0.5 - 3 \times 10^{-4} (\overline{Re_{\theta t}} - 596) & \text{si } 596 \leq \overline{Re_{\theta t}} < 1200 \\ 0.3188 & \text{si } 1200 \leq \overline{Re_{\theta t}} \end{cases} \quad (\text{II.44})$$



(a)  $F_{length} = f(\overline{Re_{\theta t}})$



(b)  $Re_{\theta c} = f(\overline{Re_{\theta t}})$

FIGURE II.6 – Corrélations pour  $Re_{\theta c}$  et  $F_{length}$  en fonction de  $\overline{Re_{\theta t}}$

Cette corrélation est corrigée de manière à éviter une augmentation trop rapide du cisaillement dans la couche limite après la transition :

$$F_{length} = F_{length} (1 - F_{sublayer}) + 40F_{sublayer} \quad (\text{II.45})$$

$$F_{sublayer} = e^{-\left(\frac{R_w}{0.4}\right)^2} \quad (\text{II.46})$$

$$R_w = \frac{\rho y^2 \omega}{500\nu} \quad (\text{II.47})$$

Ensuite, le terme de destruction  $E_\gamma$  s'exprime ainsi :

$$E_\gamma = c_{a2} \rho \Omega \gamma F_{turb} (c_{e2} \gamma - 1) \quad (\text{II.48})$$

$$F_{turb} = e^{-\left(\frac{R_T}{4}\right)^4} \quad (\text{II.49})$$

Il s'active dans la couche limite laminaire avant la transition et dans la couche limite turbulente lorsqu'il se produit une relaminarisation. Le terme  $F_{turb}$  permet de désactiver ce terme à l'extérieur de la couche limite et dans la sous-couche visqueuse.

Pour finir, on donne dans la table II.2 les constantes de modélisation pour l'équation de transport de l'intermittence :

$c_{e1}$	$c_{a1}$	$c_{e2}$	$c_{a2}$	$\sigma_f$
1	2	50	0.06	1

 TABLE II.2 – Constantes de modélisation pour  $\gamma$ 

### 2.3.3.2 Équation sur $\overline{Re_{\theta t}}$

La détermination de la position de la transition laminaire-turbulent repose sur un critère portant sur le nombre de Reynolds basé sur l'épaisseur de quantité de mouvement  $Re_{\theta}$  : la transition est déclenchée lorsque celui-ci dépasse un nombre de Reynolds critique  $Re_{\theta t}$  (différent de  $\overline{Re_{\theta t}}$ ), qui correspond au moment où le profil de vitesse s'écarte de la loi laminaire. Dans les données expérimentales ou les corrélations classiques comme celle de PANT ([And74]) par exemple, ce critère est global.

Cela ne permet pas de prendre en compte d'éventuelles relaminarisations ou retransitions. L'idée de cette équation supplémentaire est de transporter ce nombre de Reynolds  $\overline{Re_{\theta t}}$  afin d'en faire un critère local, qui servira au calcul de l'abscisse de la transition, comme le nombre de Reynolds critique  $Re_{\theta c}$  et la longueur de transition  $F_{length}$ .

Cette équation de transport dont les coefficients sont résumés dans la table II.3 s'écrit donc :

$$\rho \frac{\partial \overline{Re_{\theta t}}}{\partial t} + \rho U_j \frac{\partial \overline{Re_{\theta t}}}{\partial x_j} = P_{\theta t} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \sigma_{\theta t} (\mu + \mu_t) \frac{\partial \overline{Re_{\theta t}}}{\partial x_j} \right] \quad (\text{II.50})$$

Le terme de production  $P_{\theta t}$  est conçu de manière à ce que  $\overline{Re_{\theta t}}$  rejoigne la valeur déterminée de manière empirique  $Re_{\theta t}$  en dehors de la couche limite, via le terme  $Re_{\theta t} - \overline{Re_{\theta t}}$ . C'est le point essentiel pour la modélisation de la transition laminaire-turbulent : c'est la production de  $\overline{Re_{\theta t}}$  qui permet d'augmenter localement  $\gamma$ , et de déclencher ainsi la transition.

$$P_{\theta t} = c_{\theta t} \frac{\rho}{t} (Re_{\theta t} - \overline{Re_{\theta t}}) (1 - F_{\theta t}) \quad (\text{II.51})$$

$$t = \frac{500\mu}{\rho U^2} \quad (\text{II.52})$$

$t$  est une échelle de temps, et le terme  $1 - F_{\theta t}$  sert à annuler le terme source dans la couche limite. C'est donc une fonction de mélange qui vaut 1 dans la couche limite et 0 en dehors. Celle-ci est déterminée grâce à des calibrations basées sur l'intermittence locale  $\gamma$ , ainsi que sur la hauteur de couche limite calculée avec  $\overline{Re_{\theta t}}$  lui-même. Le terme  $F_{wake}$  sert à discriminer les régions de sillage.

$$F_{\theta t} = \min \left( \max \left( F_{wake} e^{-\left(\frac{y}{\delta}\right)^4}, 1 - \left( \frac{\gamma - 1/c_{e2}}{1 - 1/c_{e2}} \right)^2 \right), 1 \right) \quad (\text{II.53})$$

$$F_{wake} = e^{-\left(\frac{Re_{\omega}}{10^5}\right)^2} ; \quad Re_{\omega} = \frac{\rho \omega y^2}{\mu} \quad (\text{II.54})$$

$$\delta = \frac{50\Omega y}{U} \delta_{BL} ; \quad \delta_{BL} = \frac{15}{2} \theta_{BL} ; \quad \theta_{BL} = \frac{\overline{Re_{\theta t}} \mu}{\rho U} \quad (\text{II.55})$$

La corrélation empirique pour  $Re_{\theta t}$  (non transporté, en dehors de la couche limite) est fonction de deux paramètres : l'accélération dans le sens de l'écoulement  $\lambda_\theta = \frac{\rho\theta^2}{\mu} \frac{dU}{ds}$  et le taux de turbulence local  $I = 100 \frac{\sqrt{2k/3}}{U} \cdot \frac{dU}{ds}$  est calculé à partir des dérivées des composantes de vitesse :

$$U = \sqrt{u^2 + v^2 + w^2} \quad (\text{II.56})$$

$$\frac{dU}{dx} = \frac{1}{2} (u^2 + v^2 + w^2)^{-1/2} \left( 2u \frac{du}{dx} + 2v \frac{dv}{dx} + 2w \frac{dw}{dx} \right) \quad (\text{II.57})$$

$$\frac{dU}{dy} = \frac{1}{2} (u^2 + v^2 + w^2)^{-1/2} \left( 2u \frac{du}{dy} + 2v \frac{dv}{dy} + 2w \frac{dw}{dy} \right) \quad (\text{II.58})$$

$$\frac{dU}{dz} = \frac{1}{2} (u^2 + v^2 + w^2)^{-1/2} \left( 2u \frac{du}{dz} + 2v \frac{dv}{dz} + 2w \frac{dw}{dz} \right) \quad (\text{II.59})$$

$$\frac{dU}{ds} = \left( \frac{u}{U} \frac{dU}{dx} + \frac{v}{U} \frac{dU}{dy} + \frac{w}{U} \frac{dU}{dz} \right) \quad (\text{II.60})$$

La dépendance à  $\lambda_\theta$  permet en particulier de prédire la modification de l'abscisse de transition sous l'action d'un gradient de pression extérieur, ce qui nous servira par la suite. On peut alors écrire la corrélation pour  $Re_{\theta t}$  :

$$F(\lambda_\theta) = \begin{cases} 1 - [-12.986\lambda_\theta - 123.66\lambda_\theta^2 - 405.689\lambda_\theta^3] e^{-(\frac{I}{1.5})^{1.5}} & \text{si } \lambda_\theta \leq 0 \\ 1 + 0.275 (1 - e^{-35\lambda_\theta}) e^{-\frac{I}{0.5}} & \text{sinon} \end{cases} \quad (\text{II.61})$$

$$Re_{\theta t} = \begin{cases} \left( 1173.51 - 589.428I + \frac{0.2196}{I^2} \right) F(\lambda_\theta) & \text{si } I \leq 1.3 \\ 331.5 (I - 0.5658)^{-0.671} F(\lambda_\theta) & \text{sinon} \end{cases} \quad (\text{II.62})$$

Finalement, la table II.3 donne les constantes associées à l'équation de transport de  $\overline{Re_{\theta t}}$  :

$c_{\theta t}$	$\sigma_{\theta t}$
0.03	2

TABLE II.3 – Constantes de modélisation pour  $Re_{\theta t}$

### 2.3.3.3 Couplage avec le modèle $k - \omega$ SST

Les corrélations qui ont été employées dans ce modèle possèdent des domaines de validité : des valeurs extrêmes de taux de turbulence, de Reynolds critique  $Re_{\theta t}$  ou de paramètre d'accélération  $\lambda_\theta$  peuvent mener à des erreurs numériques. C'est pourquoi les limites suivantes sont préconisées pour l'emploi de ce modèle :

$$-0.1 \leq \lambda_\theta \leq 0.1 \quad (\text{II.63})$$

$$I \geq 0.027 \quad (\text{II.64})$$

$$Re_{\theta t} \geq 20 \quad (\text{II.65})$$

Le calcul de l'intermittence va à présent servir à limiter les termes de production et destruction de turbulence dans l'équation sur  $k$ , afin de passer d'un état laminaire à un état turbulent. Les variables modifiées sont notées avec un tilde :

$$\rho \frac{\partial k}{\partial t} + \rho U_j \frac{\partial k}{\partial x_j} = \tilde{P}_k - \tilde{D}_k + \frac{\partial}{\partial x_j} \left( (\mu + \sigma_k \mu_t) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right) \quad (\text{II.66})$$

$$\rho \frac{\partial \omega}{\partial t} + \rho U_j \frac{\partial \omega}{\partial x_j} = \frac{\gamma}{\nu_t} P_k - \beta \rho \omega^2 + \frac{\partial}{\partial x_j} \left( (\mu + \sigma_\omega \mu_t) \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right) \quad (\text{II.67})$$

$$+ (1 - \tilde{F}_1) 2\rho \sigma_{\omega 2} \frac{1}{\omega} \frac{\partial k}{\partial x_j} \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \quad (\text{II.68})$$

Notons que les termes de production et de destruction de  $\omega$  ne sont pas modifiés. La modification des termes sources de  $k$  s'exprime ainsi :

$$\tilde{P}_k = \gamma_{eff} P_k \quad (\text{II.69})$$

$$\tilde{D}_k = \min(\max(\gamma_{eff}, 0.1), 1) D_k \quad (\text{II.70})$$

$\gamma_{eff}$  est une correction sur  $\gamma$  pour les cas où l'on a décollement de la couche limite laminaire. En effet, le modèle tel quel prévoit un recollement de cette dernière trop éloigné des mesures expérimentales, en raison d'une croissance trop lente de l'énergie cinétique turbulente  $k$  dans ces zones. Ceci est un défaut reconnu des modèles RANS en règle générale ([KJ14]). Cette correction permet donc d'autoriser  $\gamma$  à prendre des valeurs supérieures à 1, pour que  $k$  croisse plus rapidement. Elle est basée sur la comparaison du nombre de Reynolds de vorticité  $Re_\nu$  au nombre de Reynolds critique  $Re_{\theta c}$  :

$$\gamma_{eff} = \max(\gamma, \gamma_{sep}) \quad (\text{II.71})$$

$$\gamma_{sep} = \min \left( s_1 \max \left( 0, \frac{Re_\nu}{3.235 Re_{\theta c}} - 1 \right) F_{reattach}, 2 \right) F_{\theta t} \quad ; \quad s_1 = 2 \quad (\text{II.72})$$

$$F_{reattach} = e^{-\left(\frac{Re_\nu}{20}\right)^4} \quad (\text{II.73})$$

Pour finir, une dernière correction sur la fonction de raccord  $F_1$  est nécessaire afin de traiter les zones transitionnelles avec le modèle  $k - \omega$  et non avec le modèle  $k - \epsilon$ . On redéfinit donc ainsi la fonction de raccord  $\tilde{F}_1$  :

$$\tilde{F}_1 = \max(F_1, F_3) \quad (\text{II.74})$$

$$F_3 = e^{-\left(\frac{R_y}{120}\right)^8} \quad (\text{II.75})$$

$$R_y = \frac{\rho y \sqrt{k}}{\mu} \quad (\text{II.76})$$

Ce modèle a été validé et calibré grâce à de nombreux cas tests, détaillés dans la thèse de R. B. Langtry [Lan06], tant sur des cas de calcul bidimensionnels que tridimensionnels.

Du fait de la modélisation locale de la transition laminaire-turbulent, il n'est pas possible d'uti-

liser de loi de paroi avec ce modèle de turbulence. Il est donc nécessaire de discrétiser suffisamment toute la couche limite, en particulier la sous-couche laminaire. Ceci est généralement résumé dans le critère  $y_{num}^+ = \frac{\delta y \nu_l}{u_*} < 1$ , où  $\delta y$  est la hauteur de première maille et  $u_*$  la vitesse de frottement. En effet, on considère généralement que la hauteur de la sous-couche laminaire est atteinte pour  $y^+ = 5$  et ce critère permet donc de s'assurer que la sous-couche laminaire est suffisamment bien discrétisée. D'autres recommandations d'utilisation sont également prodiguées par Langtry, qui seront détaillées et étudiées dans le chapitre II.

#### 2.3.3.4 Validation

L'ajout majeur de ce modèle de turbulence est la prise en compte de la transition laminaire-turbulent. Bien que cette modélisation de la transition ait déjà été validée, nous souhaitons tout de même retrouver les résultats obtenus dans la version originale avec l'implémentation que nous en avons faite dans le logiciel de simulation numérique OpenFoam. Afin de valider ce modèle, on utilise classiquement les données de la campagne de mesure expérimentale ERCOFTAC ([Sav96]), qui propose une série de cas tests pour plusieurs types de transition.

Pour les cas avec un gradient de pression nul, nous avons testé notre implémentation du modèle  $\gamma - \overline{Re_{\theta t}}$  sur les cas tests T3A, T3B pour la transition by-pass, et T3A- et les données de Schubaueur et Klebanoff ([SK55]) pour la transition naturelle à faible taux de turbulence. Ensuite, les mesures ERCOFTAC proposent également des données pour des écoulements avec un gradient de pression favorable ou défavorable. Il s'agit des cas tests T3C, qui sont eux en transition by-pass. Nous étudierons les cas T3C1, T3C2 et T3C5. Dans ces essais, la turbulence extérieure est générée par l'emploi d'une grille en amont de l'écoulement.

La géométrie du cas-test est composée d'une plaque de longueur 1.5 m pour les cas sans gradient de pression et 1.65 m pour la série T3C. Afin de s'affranchir le plus possible de la décroissance de la turbulence dans la zone amont ① évoquée au paragraphe 2.1.4, la longueur de celle-ci est réduite à 0.04 m dans le premier cas, et 0.15 m pour la série T3C puisque le gradient de pression réduit beaucoup la décroissance de la turbulence. La hauteur de domaine est fixée à 0.8 m pour la première série. Elle est variable dans le deuxième cas pour obtenir le gradient de pression expérimental ; à l'amont, la hauteur du domaine est de 0.3 m. La table II.4 résume les paramètres géométriques pour les cas tests des deux séries.

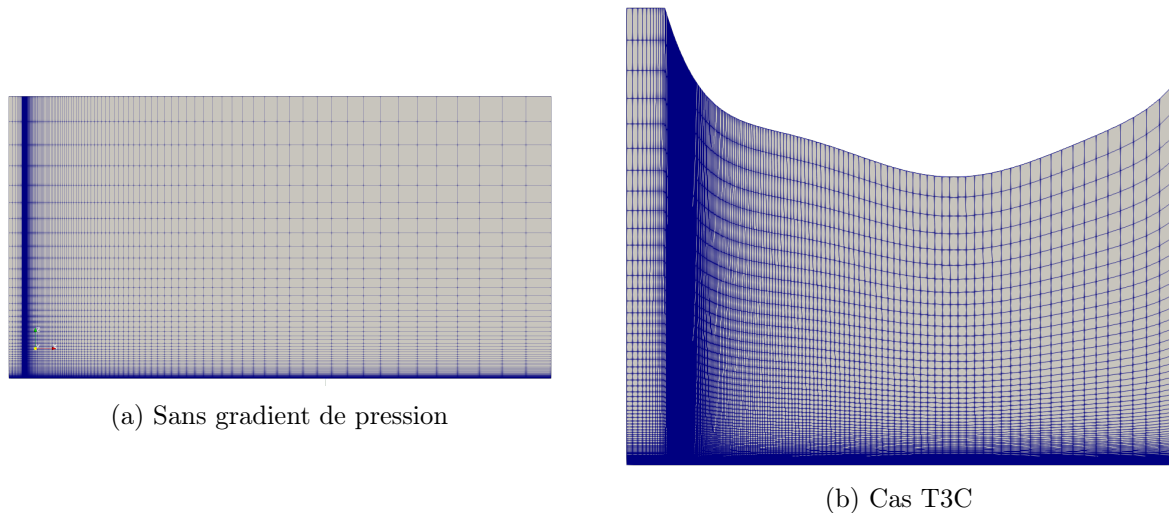


FIGURE II.7 – Maillages des domaines de calcul dans les cas à pression uniforme et avec gradient de pression T3C

Les contraintes en terme de maillage pariétal ont été respectées, on a dans tous les cas  $y^+ < 1$ ; les domaines sont composés respectivement de  $170 \times 110$  mailles et  $230 \times 125$  mailles. Le rapport d'expansion des mailles est de 1.1 dans la direction verticale et de 1.05 selon l'horizontale depuis le point d'arrêt. La figure II.7 présente les maillages utilisés.

Numéro cas	Zone amont ①	Plaque plane ②	Hauteur du domaine
$\frac{dp}{dx} = 0$	0.04	1.5	0.8
T3C	0.15	1.65	$h(x)$ , $D = 0.3$

TABLE II.4 – Paramètres géométriques pour les cas de validation ERCOFTAC et [SK55]

Les conditions amont de la turbulence  $I_{in}$  et  $\frac{\nu_t}{\nu}$  sont rappelées dans la table II.5. En pratique, ces conditions sont ajustées afin de se positionner sur les courbes de décroissance de  $I$  le long de la plaque pour se rapprocher le plus possible des conditions expérimentales.

Numéro cas	Vitesse d'entrée $U_\infty$ ( $\text{m s}^{-1}$ )	Intensité turbulente	
		$I_{in}$ (%)	Rapport de viscosité $\frac{\nu_t}{\nu}$
T3A-	19.8	0.87	8.72
T3A	5.4	3.3	12
T3B	9.4	6.5	100
[SK55]	50.1	0.3	1
T3C2	5.29	3	11
T3C1	6.0	10	50
T3C2	5	3.7	12
T3C5	8.6	4.3	17

TABLE II.5 – Conditions d'entrée pour les cas de validation ERCOFTAC et [SK55]

Pour la série T3C, le gradient de pression est généré par une modification du bord supérieur

du domaine. La hauteur du domaine  $h$  rapportée à la hauteur à l'entrée  $D$  à été déterminée par ajustement afin de correspondre à l'expérimental par [SDJ09], avec  $x$  la distance par rapport au point d'arrêt :

$$\frac{h(x)}{D} = \min(1.231x^6 - 6.705x^5 + 14.061x^4 - 14.113x^3 + 7.109x^2 - 1.900x + 0.950, 1) \quad (\text{II.77})$$

Le gradient de pression généré par cette géométrie est d'abord favorable près du point d'arrêt, puis devient défavorable lorsque le domaine s'élargit.

Nous nous intéressons ici à l'abscisse de la transition laminaire-turbulent en fonction des conditions extérieures de turbulence. La transition est mise en évidence sur le coefficient de frottement  $C_f$  en fonction du nombre de Reynolds local  $Re_x$  :

$$C_f = \frac{\tau_w}{\frac{1}{2}\rho U^2} \quad (\text{II.78})$$

$$Re_x = \frac{U_\infty x}{\nu_l} \quad (\text{II.79})$$

Les coefficients de frottement obtenus par le modèle  $\gamma - \overline{Re_{\theta t}}$  sont tracés sur la figure II.8 pour les différents cas de transition naturelle (II.8a), by-pass (II.8c), ou induite par un gradient de pression (II.8e). On trace également le taux de turbulence  $I$  fonction de l'abscisse  $x$  le long de la plaque pour ces différents cas :

$$I = \frac{\sqrt{\frac{2k}{3}}}{U} \quad (\text{II.80})$$

Les conditions d'entrée de la turbulence  $I_{in}$  et  $\frac{\nu_t}{\nu_l}$  sont ajustées jusqu'à avoir un accord satisfaisant avec la décroissance de la turbulence le long de la plaque plane. Nous ne disposons pas des données pour les cas T3A- et S&K pour le taux de décroissance de la turbulence.

La tendance générale qui se dégage de l'utilisation de ce modèle montre que plus le taux de turbulence extérieur est élevé, plus le déclenchement de la transition est proche du point d'arrêt.

Concernant les cas de transition naturelle, nous pouvons voir que la transition tend à être déclenchée trop tôt par rapport aux mesures expérimentales. Cela peut s'expliquer par la plus grande sensibilité de l'abscisse de transition pour les faibles taux de turbulence : une petite variation de  $I$  peut avoir une grande incidence sur l'abscisse de transition. D'autre part, nous ne disposons pas des données de décroissance de la turbulence le long de la plaque dans ces cas-ci : seules les conditions amont ont été récupérées dans la bibliographie. Ainsi, il est possible que le rapport  $\frac{\nu_t}{\nu_l}$ , qui contrôle la décroissance de  $I$ , ne corresponde pas tout à fait aux données expérimentales. La longueur de transition dans le cas S&K semble également sous-estimée ; c'est un effet connu du modèle pour les taux de turbulence faibles, qui avait été mis en évidence par [Lan06].

Les taux de turbulence dans les cas de transition by-pass sont eux correctement ajustés aux



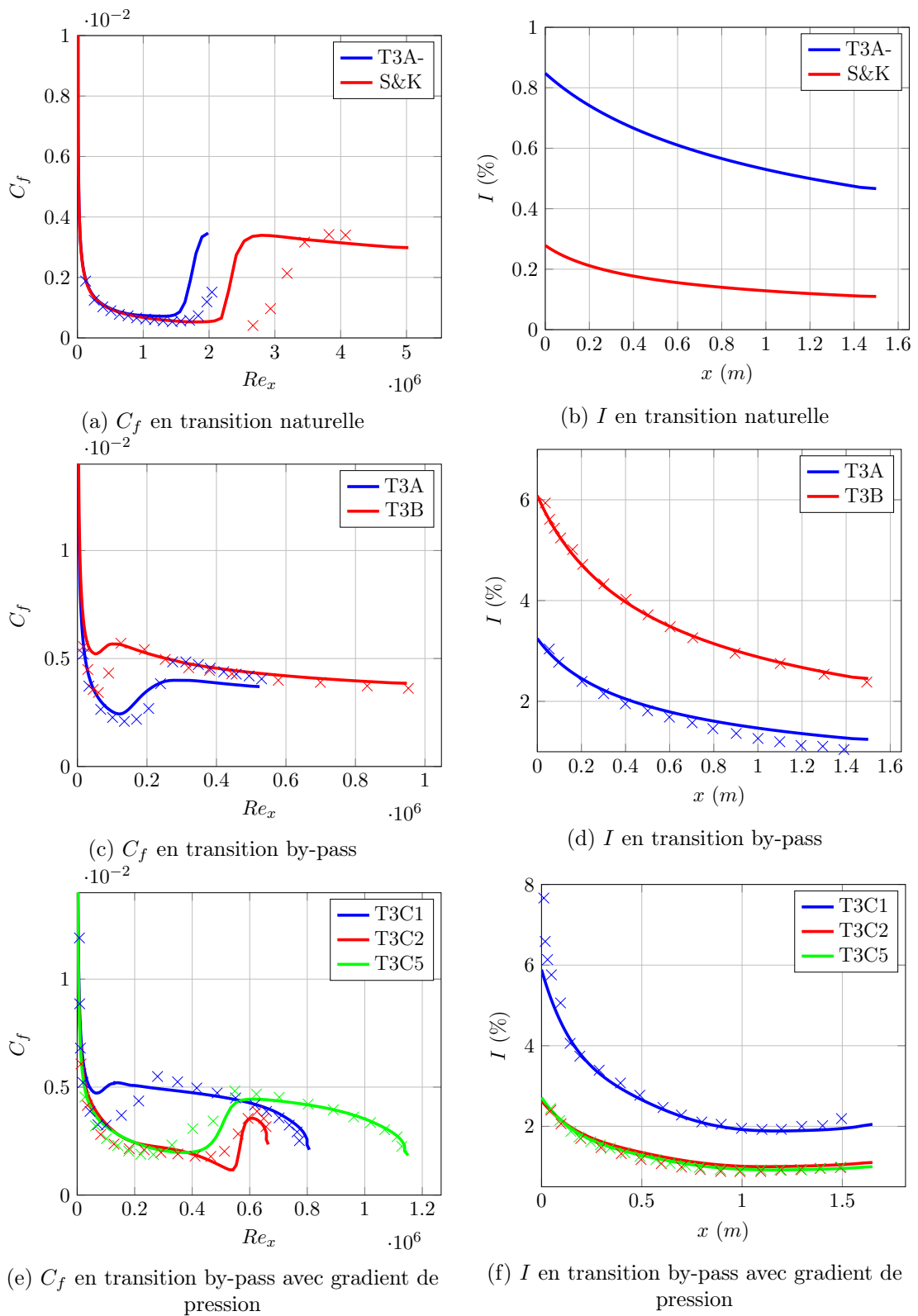


FIGURE II.8 – Coefficients de frottement fonction de  $Re_x$  et taux de turbulence fonction de  $x$  donnés par le modèle  $\gamma - \overline{Re}_{\theta t}$  (traits pleins) et expérimentaux (croix)

données expérimentales. Les abscisses de transition donnent un accord très satisfaisant dans les deux cas T3A et T3B, de même que les longueurs de transition obtenues. Dans le cas à forte intensité turbulente T3B, on observe que le coefficient de frottement ne descend pas jusqu'aux valeurs expérimentales dans la zone transitionnelle : cela est dû aux fortes valeurs du rapport de viscosité qu'il est nécessaire d'imposer à l'entrée du domaine, et qui amènent cette surestimation du cisaillement laminaire.

Enfin dans les cas T3C, le gradient de pression est favorable dans la première partie du domaine, avant de s'inverser vers la fin de la plaque plane. En effet, la vitesse dans l'écoulement loin de la paroi (fig. II.9) augmente jusqu'à  $x = 1.1$  m, ce qui induit  $\frac{dp}{dx} < 0$ , et on a donc jusqu'à la fin du domaine un gradient de pression défavorable (écoulement décéléré,  $\frac{dp}{dx} > 0$ ) qui a tendance à favoriser la transition laminaire-turbulent.

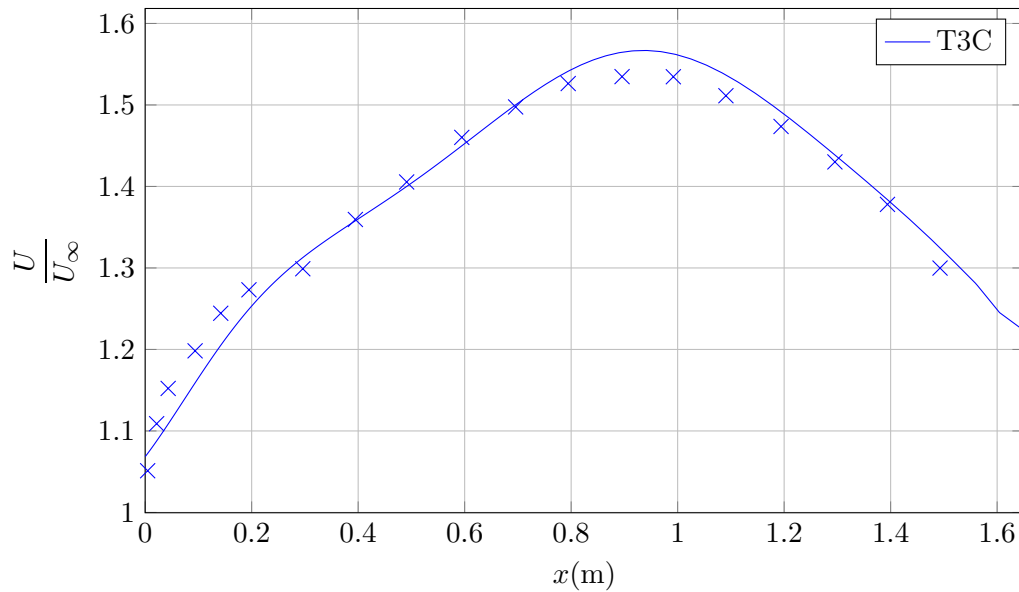


FIGURE II.9 – Vitesse adimensionnée de l'écoulement moyen  $\frac{U}{U_\infty}$  le long de la plaque plane dans les cas T3C

Ainsi, la transition a lieu au sein du gradient de pression favorable dans les cas T3C1 et T3C5, et dans le gradient adverse pour le cas T3C2. L'accord obtenu pour le déclenchement de la transition laminaire-turbulent est tout à fait satisfaisant dans les trois cas considérés. La longueur de la zone transitionnelle est largement sous-estimée dans le cas T3C1 : cela est encore dû aux forts taux de turbulence et rapport de viscosité imposés en amont nécessaires pour se rapprocher des conditions expérimentales.

Pour conclure, nous pouvons voir que la modélisation apportée par le modèle  $\gamma - \overline{Re}_{\theta t}$  donne un accord satisfaisant pour le déclenchement de la transition laminaire-turbulent, en particulier pour la transition by-pass avec un taux de turbulence extérieure élevée. Les cas de transition naturelle pour  $I < 1\%$  par ondes de Tollmien-Schlichting sont plus éloignés des données expérimentales ; en effet le modèle  $\gamma - \overline{Re}_{\theta t}$  est prévu pour des taux de turbulence élevés, la transition naturelle

n'étant traitée que par la calibration du modèle. Malgré de légères déviations par rapport aux données expérimentales, les abscisses de transition sont en règle générale bien déterminées. Ceci nous permet de valider l'utilisation de ce modèle dans nos simulations.

### 2.3.4 Prise en compte de la micro-rugosité

D'après ce que nous avons appris de la bibliographie, le phénomène de gouges repose sur deux échelles de rugosité : l'une microscopique qui est due à l'écoulement laminaire et à l'état de surface du matériau issu du procédé de fabrication, et l'autre qui sont les creusements macroscopiques que nous étudions.

Notre cas de calcul se situe à l'échelle de la seconde, c'est-à-dire que la discrétisation du domaine va mailler les creusements macroscopiques mais pas la micro-rugosité.

Ainsi, la micro-rugosité va faire l'objet d'une modélisation sous-maille : elle ne sera pas directement résolue mais prise en compte par l'intermédiaire d'une modification du modèle de résolution, sans prendre en compte chaque détail de l'état de surface du matériau.

Nous faisons par conséquent ici l'hypothèse que cette micro-rugosité reste régulière. Le modèle couramment utilisé est celui du grain de sable équivalent, qui permet de corrélérer différents types de rugosités entre elles de manière à obtenir un unique paramètre d'étude. L'idée est de se ramener à une rugosité de type grain de sable, dont le diamètre  $k_s$  amènerait le même coefficient de frottement que cette rugosité. On utilise généralement plutôt le paramètre adimensionné :

$$k_s^+ = \frac{k_s u_*}{\nu_l} \quad (\text{II.81})$$

Plusieurs modèles sont alors envisageables pour modéliser cette rugosité régulière. Dans le cas d'un modèle de turbulence  $k - \omega$ , cette modélisation va intervenir sur les conditions limites à la paroi de l'énergie cinétique turbulente  $k$  et sur le taux spécifique de dissipation  $\omega$ .

#### 2.3.4.1 Le modèle de Wilcox

La modification la plus classique des conditions limites pour prendre en compte la micro-rugosité de la surface est celle de Wilcox [Wil98], qui ne modifie que  $\omega$  :

$$k_w = 0 \quad (\text{II.82})$$

$$\omega_w = S_R \frac{u_*^2}{\nu_l} \quad (\text{II.83})$$

$$S_R = \begin{cases} \left(\frac{50}{k_s^+}\right)^2 & \text{si } k_s^+ < 25 \\ \frac{100}{k_s^+} & \text{si } k_s^+ \geq 25 \end{cases} \quad (\text{II.84})$$

Un défaut majeur de cette modification est le critère de maillage pour obtenir une convergence convenable. Le critère  $y^+ < 1$  n'est ici pas suffisant, et il faut parfois descendre jusqu'à  $10^{-2}$  voire  $10^{-3}$  pour les valeurs de  $k_s^+$  les plus élevées, ce qui impose des tailles de première maille extrêmement

faibles.

De plus, la condition  $k = 0$  implique que la viscosité turbulente  $\nu_t = \frac{k}{\omega}$  soit nulle à la paroi, ce qui n'est pas vérifié dans le modèle d'une surface équivalente pour une surface rugueuse. Enfin, ce modèle a été implémenté dans le cadre de la version originale du modèle  $k - \omega$ , et n'est pas compatible avec son évolution, le modèle  $k - \omega SST$ , qui est à la base du modèle de transition  $\gamma - \overline{Re}_{\theta t}$ . C'est pourquoi celui-ci n'est pas utilisable dans le cadre de ce travail.

### 2.3.4.2 Le modèle de Knopp

Pour pallier ce problème, Knopp [KEC09] propose une nouvelle formulation pour les parois rugueuses, ne nécessitant pas de raffinement de maillage par rapport au cas lisse. Ce modèle a de plus été développé dans le cadre du modèle de turbulence  $k - \omega SST$ .

Avec l'approche du grain de sable équivalent, nous considérons une surface homogène équivalente aux variations locales de hauteur de la surface. La sous-couche visqueuse est perturbée par la micro-rugosité : en particulier, la turbulence se développe dans le détail des aspérités de la paroi. Pour représenter cela la viscosité turbulente ne doit pas s'annuler sur la surface équivalente, et doit dépendre de la vitesse de frottement. Knopp propose :

$$k_{rough} = \frac{u_*^2}{\sqrt{\beta^*}} \quad (\text{II.85})$$

Afin de raccorder au cas lisse pour lequel l'énergie cinétique turbulente à la paroi  $k_w = 0$ , la condition limite de Knopp sur  $k$  s'écrit alors :

$$k_w = \Phi_{r1} k_{rough} \quad (\text{II.86})$$

$$\Phi_{r1} = \min\left(1, \frac{k_s^+}{90}\right) \quad (\text{II.87})$$

Afin de capturer correctement l'écart  $\Delta u^+$  entre le le profil lisse de la courbe  $u^+ = f(y^+)$  et le profil rugueux (voir fig. I.23), Knopp propose la modification suivante pour  $\omega$  :

$$\omega_w = \min\left(\frac{u_*}{\sqrt{\beta_k} \kappa \tilde{d}_0}, \frac{60\nu_l}{\beta_\omega \delta y^2}\right) ; \quad \tilde{d}_0 = 0.03 k_s \Phi_{r2} \quad (\text{II.88})$$

$$\Phi_{r2} = \min\left(1, \left(\frac{k_s^+}{30}\right)^{2/3}\right) \min\left(1, \left(\frac{k_s^+}{45}\right)^{1/4}\right) \min\left(1, \left(\frac{k_s^+}{60}\right)^{1/4}\right) \quad (\text{II.89})$$

### 2.3.4.3 Le modèle de Dassler, Kožulović et Fiala

La micro-rugosité influe de manière significative sur l'abscisse de la transition laminaire-turbulent. Si le modèle précédent donne de bons résultats sur les lois de paroi  $u^+ = f(y^+)$ , la détermination de l'abscisse de transition n'est elle pas concernée par la modification des conditions limites envisagées.

En effet, c'est le modèle de turbulence  $\gamma - \overline{Re}_{\theta t}$  qui provoque la transition ; en particulier, c'est

la corrélation empirique de  $Re_{\theta t}$  en fonction de  $I$  et  $\lambda_{\theta}$  qui est le déclencheur, et qui doit ainsi être adaptée au cas rugueux. Deux approches sont dès lors possibles :

- Utiliser une corrélation empirique modifiée pour  $Re_{\theta t}$  qui dépende aussi de  $k_s^+$ . Une telle corrélation existe dans le développement du modèle  $\gamma - \overline{Re}_{\theta t}$ , mais n'a pas été diffusée. En effet, ce modèle à été développé pour le logiciel de CFD Ansys, qui n'a pas mis à disposition de la communauté cette partie du modèle.
- L'autre approche est de modifier le critère de transition via le terme de production dans l'équation en  $\overline{Re}_{\theta t}$  par l'ajout d'un critère local de déclenchement prématuré de la transition. Un critère local implique une nouvelle équation de transport, qui devra être résolue dans le système; il s'agit de l'"amplification due à la rugosité" (ou roughness amplification dans la bibliographie originale). Proposée initialement par [DKF10], ce modèle a été enrichi quelques années plus tard par [LCvD<sup>+</sup>14]. Ce modèle a été développé pour le modèle de turbulence  $\gamma - \overline{Re}_{\theta t}$ , et possède donc les mêmes limitations quant à la reproduction de la transition naturelle.

C'est cette dernière méthode que nous allons utiliser, puisqu'elle permet de ne pas avoir à modifier les corrélations originales du modèle de transition de Langtry. Ainsi la variable  $Ar$  suit l'équation de transport suivante :

$$\frac{\partial \rho Ar}{\partial t} + \frac{\partial \rho U_j Ar}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \sigma_{Ar} (\mu + \mu_t) \frac{\partial Ar}{\partial x_j} \right) \quad (\text{II.90})$$

On note en premier lieu l'absence de terme de production dans cette équation; en effet, la seule provenance d'amplification est la surface rugueuse, la source passe donc par la condition aux limites sur la surface, définie par  $Ar_w = c_{Ar1} k_s^+$ .

Ensuite, la variable  $Ar$  va avoir une influence sur le terme de production de  $\overline{Re}_{\theta t}$ , afin de déclencher la transition plus tôt et donc pour des  $Re_{\theta t}$  plus faibles, via la fonction  $F_{Ar}$  :

$$\tilde{P}_{\theta t} = c_{\theta t} \frac{\rho}{t} [(Re_{\theta t} - \overline{Re}_{\theta t}) (1 - F_{\theta t}) - F_{Ar}] \quad (\text{II.91})$$

Cette fonction est déterminée analytiquement via la modification de l'épaisseur de quantité de mouvement provoquée par la micro-rugosité. L'auteur aboutit à l'expression :

$$F_{Ar} = \begin{cases} c_{Ar2} Ar^3 & \text{si } Ar < C_{Ar} \\ c_{Ar3} (Ar - C_{Ar}) + c_{Ar2} C_{Ar}^3 & \text{si } Ar \geq C_{Ar} \end{cases} \quad (\text{II.92})$$

Les constantes de calibration du modèle sont données dans la table suivante :

$c_{Ar1}$	$c_{Ar2}$	$c_{Ar3}$	$C_{Ar}$	$\sigma_{Ar}$
8	0.0005	2	$\sqrt{\frac{c_{Ar3}}{3c_{Ar2}}}$	10

TABLE II.6 – Constantes de modélisation pour  $Ar$

Notons finalement que l'ajout de ce modèle ne joue que sur la position de la transition laminaire-

turbulent, et qu'il est donc toujours nécessaire de prendre en compte la modification de la loi de paroi par l'emploi du modèle de Wilcox ou de Knopp.

#### 2.3.4.4 Validation

La validation des modèles choisis pour la rugosité doit retrouver d'une part l'évolution de la vitesse dans la couche limite via les profils  $u^+ = f(y^+)$ , et la modification de l'abscisse de transition d'autre part. Pour ce faire, nous allons utiliser les données expérimentales de [LM86] pour la première partie et celles de [Fei56] pour la deuxième.

#### Lois de paroi

Afin de valider la modification des conditions limites pour modéliser la micro-rugosité, nous allons comparer les résultats de notre implémentation à celle de l'auteur.

La rugosité modifie en particulier le profil de vitesse dans la couche limite. Pour cela, nous nous intéressons à la vitesse adimensionnée  $u^+$  par rapport à la vitesse de frottement  $u_*$  fonction de la coordonnée verticale adimensionnée  $y^+$  :

$$y^+ = \frac{yu_*}{\nu_l} \quad ; \quad u^+ = \frac{U}{u_*} \quad (\text{II.93})$$

Nous allons développer dans un premier temps les relations théoriques du profil de vitesse dans la zone logarithmique pour y confronter la modélisation présentée. Comme nous l'avons vu au chapitre I., l'analyse des équations de couche limite amène le profil de vitesse suivant :

$$u^+ = y^+ \quad \text{dans la sous-couche visqueuse} \quad (\text{II.94})$$

$$u^+ = \frac{1}{\kappa} \ln y^+ + C^+ \quad \text{dans la zone logarithmique} \quad (\text{II.95})$$

où  $\kappa = 0.41$  et  $C^+$  vaut 5. Pour une paroi rugueuse dont la hauteur de grain de sable équivalent est  $k_s$ , le profil de vitesse dans la zone logarithmique est modifié et peut être décrit par :

$$u^+ = \frac{1}{\kappa} \ln \left( \frac{y}{k_s} \right) + B^+ \quad (\text{II.96})$$

On peut alors faire apparaître un décalage de la loi de paroi  $\Delta u^+$  en réécrivant cette équation sous la forme :

$$u^+ = \frac{1}{\kappa} \ln y^+ + C^+ - \Delta u^+ \quad (\text{II.97})$$

$$\Delta u^+ = C^+ - B^+ + \frac{1}{\kappa} \ln k_s^+ \quad (\text{II.98})$$

En se basant sur les expérimentations de [Nik33], [LM86] propose alors la forme suivante pour

$B^+$  :

$$B^+ = \left( C^+ + \frac{1}{\kappa} \ln k_s^+ \right) \left( 1 - \sin \left( \frac{\pi g}{2} \right) \right) + 8.5 \sin \left( \frac{\pi g}{2} \right) \quad (\text{II.99})$$

$$g = \begin{cases} \frac{\ln \left( k_s^+ / k_{s,S}^+ \right)}{\ln \left( k_{s,R}^+ / k_{s,S}^+ \right)} & \text{si } k_{s,S}^+ k_s^+ < k_{s,R}^+ \\ 1 & \text{si } k_s^+ \geq k_{s,R}^+ \\ 0 & \text{si } k_s^+ \leq k_{s,S}^+ \end{cases} \quad (\text{II.100})$$

avec  $k_{s,R} = 90$  et  $k_{s,S} = 2.25$  des paramètres du modèle dont les valeurs sont données ici pour une rugosité type grain de sable ([LM86]).

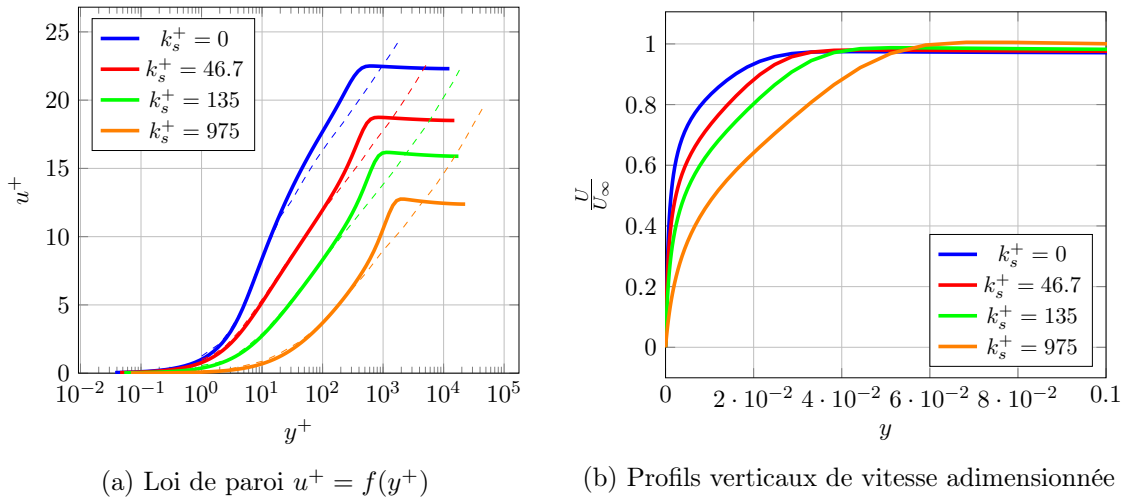


FIGURE II.10 – Lois de vitesse avec le modèle de [KEC09] (traits pleins) pour différentes rugosités comparés au résultats théoriques (traits pointillés)

Les résultats obtenus avec le modèle de [KEC09] sont présentés sur la figure II.10 ; dans le cas lisse en premier lieu, on voit que la sous-couche laminaire pour  $y^+ < 5$  est correctement modélisée, de même que la zone buffer, comprise entre  $y^+ = 5$  et  $y^+ = 30$  qui correspond également aux valeurs théoriques. La pente de la zone logarithmique est, elle, légèrement surévaluée. On observe finalement avant la zone de turbulence pleinement développée un écart par rapport à la loi logarithmique, qui correspond à la zone externe (defect layer) de la couche limite.

Pour les cas sur paroi rugueuse, on constate en effet un décalage de la zone intermédiaire pour  $u^+$ . Les pentes des régions logarithmiques sont très bien ajustées aux résultats théoriques dans les trois cas considérés.

### Abscisse de transition

Nous voulons à présent valider la modélisation de l'avance de la transition laminaire-turbulent sous l'influence de la micro-rugosité de la surface, ainsi qu'en présence d'un gradient de pression dans l'écoulement. Nous étudions donc le coefficient de frottement en fonction du Reynolds local  $Re_x$ . Les résultats de notre implémentation du modèle à 5 équations sont présentés sur la figure

II.11, confrontés aux résultats de l'auteur [DKF10] et dans les mêmes conditions d'écoulement. Le nombre de Reynolds est de  $1.34 \times 10^6$ , et la hauteur de grain de sable équivalent est variable entre 0 et  $40 \mu\text{m}$ .

Nous vérifions bien que l'augmentation de la hauteur de grain de sable équivalent  $k_s$  permet de déclencher la transition plus tôt sur la plaque plane. L'abscisse atteinte se décale d'autant plus rapidement que  $k_s$  est élevé. Nous observons également que la longueur de la transition se rétrécit lorsque  $k_s$  augmente. Pour les rugosités élevées, des points erronés apparaissent : cela est dû à notre implémentation du modèle, qui diverge pour des valeurs de  $k_s$  élevées.

Un gradient de pression négatif le long de la plaque va retarder la transition (fig. II.11b) par rapport au cas avec une pression homogène, à l'inverse du cas  $\frac{\partial p}{\partial x} > 0$  qui la favorise. Dans le cas des rentrées atmosphériques, la pression est plus importante au point d'arrêt, ce qui induit un gradient de pression décroissant le long du corps de rentrée : c'est un facteur qui va donc retarder la transition de l'écoulement vers la turbulence.

Lorsque la rugosité augmente, la pression a de moins en moins d'influence : pour  $k_s = 40 \mu\text{m}$ , la même abscisse  $Re_x \simeq 2 \times 10^5$  est atteinte quel que soit le gradient de pression.

Nos calculs montrent un assez bon accord avec les résultats de l'auteur quant à l'abscisse de la transition, d'autant que les incertitudes expérimentales ne sont pas disponibles. Lorsque la rugosité est faible, notre implémentation a tendance à surestimer l'abscisse de transition dans les cas de pression homogène ou croissante et à la sous-estimer pour les pressions décroissantes. Une erreur d'implémentation interdit l'utilisation de ce modèle pour des rugosités élevées. Compte tenu de la sensibilité du modèle au maillage utilisé et des incertitudes expérimentales, les résultats obtenus nous permettent de valider l'utilisation de ce modèle.



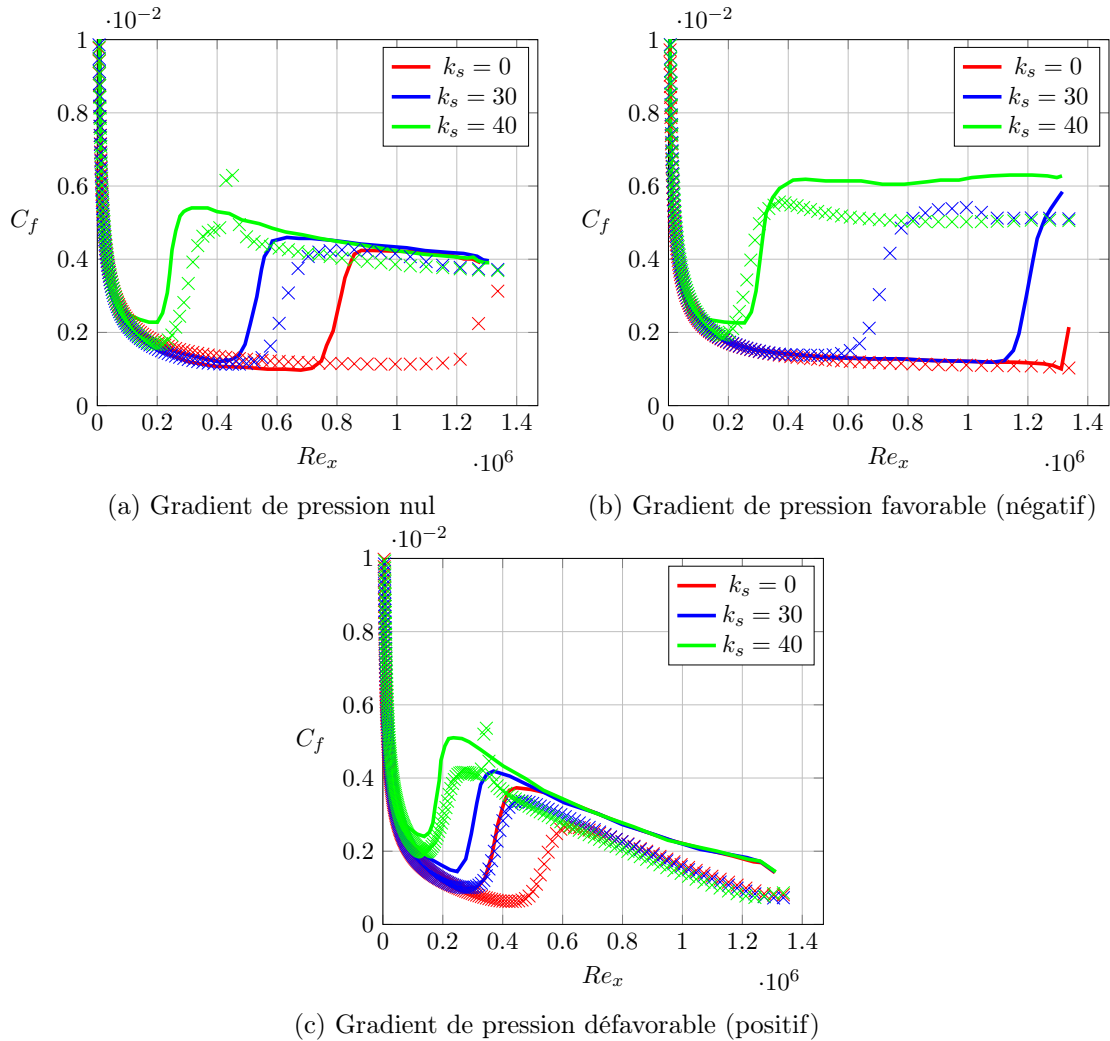


FIGURE II.11 – Coefficients de frottement fonction de  $Re_x$  et hauteur de grain de sable équivalent issus de [DKF10] (traits pleins) et de nos calculs (croix)

## 2.4 Conclusion partielle

Dans ce chapitre nous avons tout d'abord identifié les différents paramètres qui régissent le phénomène d'instabilité de la paroi sous les hypothèses considérées, et en avons proposé une modélisation validée.

Tout d'abord, la surface initialement plane va subir une **première perturbation** sous l'action d'une **augmentation locale du flux d'oxydant due à la transition laminaire-turbulent**. Celle-ci est influencée par la présence de micro-rugosité de la surface et par un gradient de pression le long de la plaque.

Le premier creusement de la surface apparu, un gradient de pression local va être généré, et ainsi favoriser le décollement de la couche limite ainsi qu'une augmentation de la turbulence et donc du flux d'oxydant dans le creusement. Selon la longueur du creusement généré et les conditions

d'écoulement, la position du maximum de flux va varier au sein de la perturbation ; si celui-ci se trouve sur un sommet de la surface, le recul de surface y sera plus important et la perturbation va disparaître. À l'inverse, elle sera amplifiée si la concentration est maximale dans un creux.

Le premier enjeu de modélisation est bien sûr la turbulence et **la transition laminaire-turbulent**. Pour y répondre, nous utilisons le modèle  $\gamma - \overline{Re}_{\theta t}$ , basé sur des corrélations empiriques. Celui-ci est capable de reproduire avec un accord satisfaisant l'augmentation du cisaillement pariétal dans les différents cas de transition, en particulier la transition by-pass qui nous concerne ici. Nous avons également montré que ce modèle est adapté dans les cas d'écoulement en présence d'un gradient de pression le long de la plaque plane.

Ensuite, le deuxième phénomène majeur à prendre en compte est **la micro-rugosité de la surface**. Sa prise en compte passe par deux modèles : la modification de la loi de vitesse à la paroi dans la couche limite et le déclenchement prématuré de la transition laminaire-turbulent. Le premier cas est traité avec le modèle de [KEC09], qui présente un accord tout à fait satisfaisant avec les lois théoriques. **La transition induite par la rugosité** est déterminée par le modèle de Dassler [DKF10], qui passe par l'ajout d'une cinquième équation au modèle  $\gamma - \overline{Re}_{\theta t}$  pour modifier le critère de déclenchement de la transition. Ici aussi une validation de cette modélisation a été apportée, y compris en présence d'un gradient de pression favorable ou adverse.

Pour conclure, nous avons ici développé **les outils nécessaires à la reproduction du phénomène des coups de gouge**. Ceux-ci seront utilisés pour déterminer les domaines de stabilité ou d'instabilité des creusements de la surface en fonction des paramètres identifiés.

## Chapitre III.

# Méthodes numériques

Notre routine de calcul, développée au sein du code SURRF, est basée en grande partie sur le code de calcul open-source OpenFoam [WTJF98], qui implémente la méthode des Volumes Finis. Nous allons décrire brièvement le fonctionnement général de cette bibliothèque de calcul. Nous présenterons ensuite les méthodes numériques pour un écoulement stationnaire, notamment pour la modélisation de la réaction hétérogène à la surface, et enfin celles pour un calcul instationnaire, en particulier en ce qui concerne le recul de la paroi.

### 3.1 Présentation générale du code OpenFoam

OpenFoam est un code de calcul libre basé sur la méthode des Volumes Finis, développé par [WTJF98]. Il s'agit d'un code numérique écrit en C++, conçu de manière à pouvoir implémenter de manière simple et efficace les équations à résoudre, ainsi que les méthodes numériques avec lesquelles elles sont résolues grâce aux fonctionnalités du C++, en particulier la Programmation Orientée Objet. Il permet ainsi une grande modularité quant aux équations résolues ou aux méthodes numériques utilisées.

Ce code étant open-source, il est possible de développer des modules en utilisant la bibliothèque déjà existante. De nouvelles équations de transport ou de nouvelles conditions aux limites par exemple peuvent être implémentées aisément grâce à la surcharge des opérateurs qui permet de manipuler facilement les champs scalaires ou vectoriels. À titre d'exemple, l'équation de transport sur  $C$  :

$$\frac{\partial C}{\partial t} + U_j \frac{\partial C}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( D_l + \frac{\nu_t}{Sc_t} \right) \frac{\partial C}{\partial x_j} \right]$$

peut se coder simplement ainsi dans OpenFoam :

```
fvm::ddt(C) + fvm::div(phi, C) ==  
fvm::laplacian(D_l + turbulence->nut() / Sc_t, C)
```

L'équation est donc représentée facilement de manière symbolique dans le code de calcul, pour y appliquer par la suite un schéma numérique que l'on peut choisir dans les paramètres du cas de calcul.

La variable  $phi$  représente le flux de convection. Cette représentation des équations permet également une souplesse au niveau du choix du modèle de turbulence. En effet, celui-ci est défini de manière indépendante, et l'on récupère alors la viscosité turbulente via le terme  $turbulence \rightarrow nut()$ , qui correspond au choix du modèle de turbulence sélectionné.

Il est également possible de choisir un traitement explicite ou implicite pour le calcul de chaque terme dans la méthode des Volumes Finis, en le faisant précéder de  $fv$  :: (explicite) ou  $fvm$  :: (implicite). Cette modularité permise par le code de calcul permet de ne gérer que des paramètres définissant les modèles employés, tout en résolvant les mêmes équations générales.

### 3.2 Maillage du domaine de calcul

La simulation numérique d'un écoulement turbulent nécessite un soin particulier, afin de modéliser correctement la région interne de la couche limite. En effet, celle-ci est composée de trois strates ([SG79]) :

- la sous-couche visqueuse dans laquelle les fluctuations turbulentes sont faibles et où seule la viscosité moléculaire  $\nu$  joue un rôle.
- elle est suivie de la zone tampon, dans laquelle les effets de la viscosité sont du même ordre de grandeur que les fluctuations turbulentes.
- la zone logarithmique pour laquelle les effets visqueux peuvent être négligés.

Ces régions de la couche limite sont caractérisées par le profil de vitesse adimensionnée  $u^+ = \frac{U}{u_*}$  en fonction de l'ordonnée adimensionnée  $y^+ = \frac{yu_*}{\nu}$ , rendues sans dimension par la viscosité  $\nu$  et la vitesse de frottement  $u_*$ . On a alors dans la sous-couche visqueuse pour  $y^+ < 5$  :  $u^+ = y^+$ , et dans la zone logarithmique  $u^+ = \frac{1}{\kappa} \log(y^+) + 5$  pour  $y^+ > 30$ .

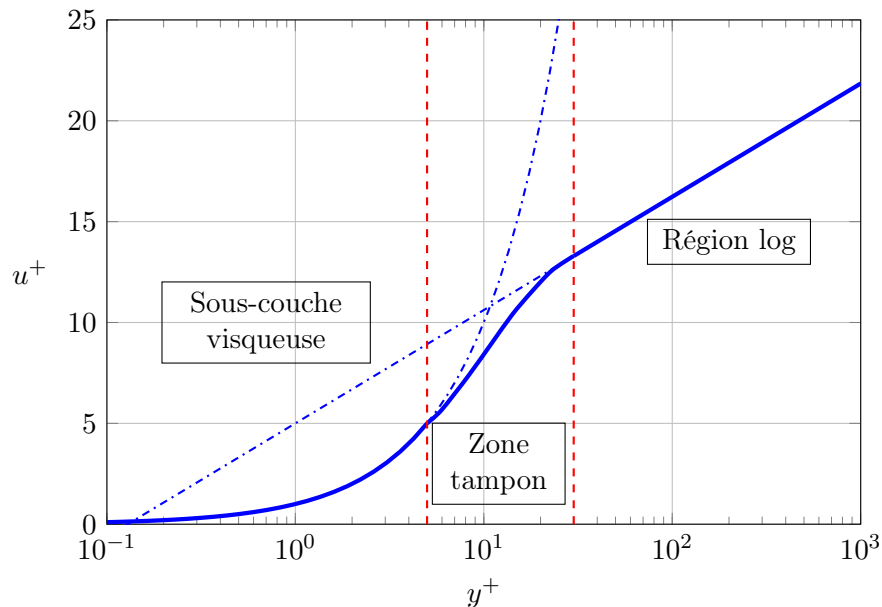


FIGURE III.1 – Régions de la loi de vitesse dans la couche limite turbulente

Deux stratégies existent pour modéliser la couche limite avec la méthode RANS (Reynolds Averaged Navier-Stokes) :

- en utilisant une loi de paroi, la couche limite est modélisée par une relation empirique qui remplace les équations du modèle de turbulence proche de la paroi. Le choix de la loi de paroi dépend de l'application considérée et du modèle de turbulence choisi afin de raccorder avec l'écoulement de turbulence développée. Cela permet un gain de temps considérable puisque la zone proche de la paroi n'est pas explicitement résolue par le modèle de turbulence.
- la résolution complète de la couche limite, dans laquelle les équations du modèle sont résolues dans la zone proche de la paroi. Cette méthode est coûteuse puisqu'elle requiert un maillage du domaine de calcul très raffiné proche de la paroi afin d'inclure les différentes strates de la couche limite turbulente.

Afin d'apporter une modélisation la plus complète de la couche limite qui est de première importance dans le problème physique considéré, nous avons choisi la deuxième approche avec la résolution complète de la couche limite.

Le maillage doit donc être suffisamment raffiné près de la paroi pour résoudre correctement la couche limite, en particulier la sous-couche visqueuse. Un critère communément utilisé est de placer la première maille à l'intérieur de cette dernière, ce qui fournit le critère  $y_{num}^+ = \frac{\delta y u_*}{\nu} < 1$  où  $\delta y$  est la hauteur de première maille.

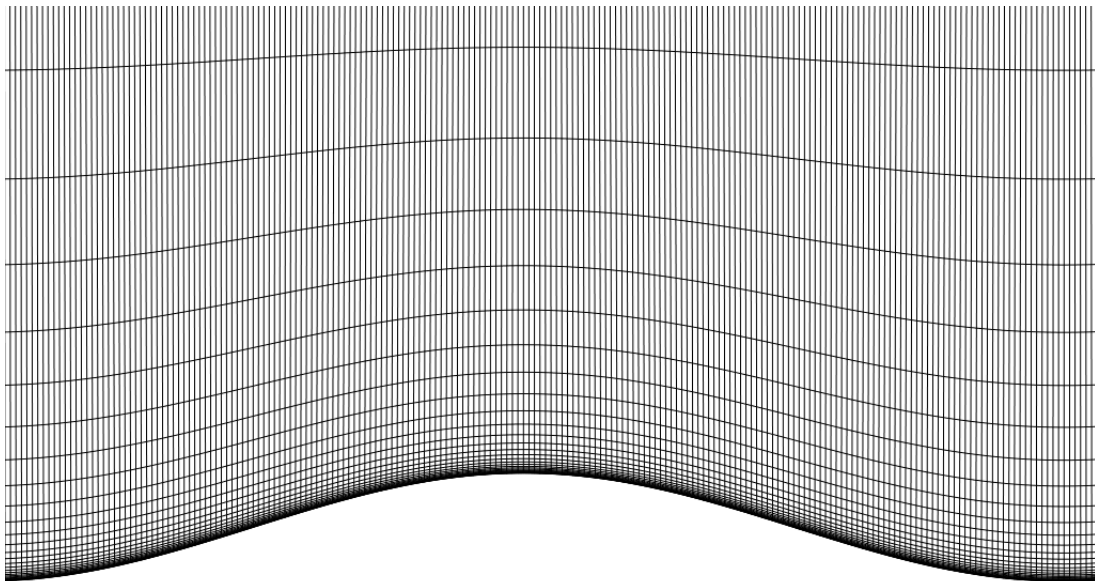


FIGURE III.2 – Maillage du domaine de calcul autour d'une ondulation avec un rapport amplitude sur longueur d'onde de 10 %

En pratique, nous avons utilisé  $y_{num}^+ = 0.2$  afin de s'assurer que celui-ci soit toujours inférieur à 1 y compris lorsque la hauteur de la sous-couche visqueuse varie, dans le cas d'une plaque ondulée. La taille des mailles dans la direction verticale est ensuite déterminée par une expansion géométrique de rapport 1.2, ce qui permet une bonne discrétisation de la couche limite turbulente dans OpenFoam.

Dans la direction horizontale la largeur de la maille a été déterminée de manière à avoir 100

mailles par période de l'ondulation de la surface. Une représentation du maillage utilisé est présenté sur la figure III.2.

Le maillage a été réalisé avec *blockMesh*, qui est un logiciel de maillage hexaédrique par blocs proposé dans OpenFoam ([WTJF98]). Le maillage complet du domaine de calcul contient environ 125 000 nœuds et 60 000 mailles.

### 3.3 Méthodes numériques stationnaires

Le code OpenFoam propose une résolution numérique des équations aux dérivées partielles que constituent les équations de Navier-Stokes par la méthode des Volumes Finis pour la partie spatiale des lois de conservation. Celle-ci permet de ramener un système d'équations aux dérivées partielles généralement non-linéaires à un système d'équations linéaires qui peuvent être résolues par des solveurs usuels de systèmes matriciels. La partie temporelle est quant à elle résolue par la méthode des différences finies.

#### 3.3.1 Résolution des équations de Navier-Stokes stationnaires

Nous utiliserons dans ce chapitre les équations de Navier-Stokes en incompressible, dans les cas stationnaire et instationnaire :

$$\begin{aligned} \partial_t U_i &= 0 \\ \partial_t U_i + U_j \partial_j U_i &= -\frac{1}{\rho} \partial_i p + \nu \partial_i \partial_j U_i \end{aligned} \quad (\text{III.1})$$

avec  $U$  et  $p$  la vitesse et la pression dans l'écoulement, et  $\rho$  et  $\nu$  la masse volumique et la viscosité cinématique du fluide.

Dans le cas stationnaire, nous utilisons l'algorithme de résolution SIMPLE (Semi-Implicit-Method for Pressure-Linked Equations, développé initialement par [PS72]) et mis en place dans le solveur *simpleFoam*. Il s'agit d'un algorithme itératif de couplage pression-vitesse conçu pour des écoulements incompressibles, dont le principe est brièvement exposé ici :

- à partir du champ de pression  $p^*$  de l'itération précédente ou issu des conditions initiales, on calcule un champ de vitesse intermédiaire  $u^*$  grâce aux équations de transport.
- on utilise l'équation de continuité pour déterminer une correction  $p'$  sur la pression :  $p = p^* + p'$ , puis l'équation de quantité de mouvement pour la correction sur la vitesse  $u'$ .
- les autres équations de transport (pour la turbulence par exemple) sont résolues avec les champs de vitesse  $u^*$  et pression  $p^*$  intermédiaires.
- revenir à la première étape jusqu'à convergence de toutes les variables.

Dans les faits, la correction  $p'$  est généralement surestimée par cette méthode, ce qui peut poser des problèmes de stabilité des calculs. Pour y remédier, on peut utiliser la méthode de sous-relaxation, qui consiste à baisser artificiellement cette correction :  $p = p^* + \alpha_p p'$ , avec  $\alpha_p$  compris entre 0 et 1. Le coefficient  $\alpha_p$  est déterminé empiriquement, de manière à obtenir la convergence de

la pression. À la suite des travaux de Patankar et Spalding [PS72], l'algorithme a été amélioré pour mieux estimer la correction de pression avec l'algorithme SIMPLEC (SIMPLE Consistent) [VR84], que nous utiliserons dans les simulations présentées ici.

De plus, la qualité du maillage et en particulier des mailles non-orthogonales peuvent également poser des problèmes de convergence ; c'est pourquoi plusieurs corrections de pression peuvent être effectuées à la deuxième étape de l'algorithme (paramètre *nonOrthogonalCorrectors* dans OpenFoam).

Enfin, il reste à choisir les méthodes numériques qui interviennent lors de l'approximation des intégrales dans la méthode des Volumes Finis, ainsi que pour la résolution des matrices pour les systèmes linéaires obtenus au cours du calcul. Celles-ci sont définies dans les paramètres du cas de calcul, et ont été testées de manière à obtenir des calculs fonctionnels. Les schémas utilisés pour le calcul des intégrales sont détaillés dans la table III.1 pour une variable  $\Psi$  :

Terme	Méthode
$\frac{\partial \Psi}{\partial t}$	<i>Euler</i>
$\nabla \Psi$	<i>Gauss linear</i>
$\nabla \cdot \Psi$	<i>bounded Gauss linear</i>
$\nabla^2 \Psi$	<i>Gauss linear corrected</i>
$\frac{\partial \Psi}{\partial n}$	<i>corrected</i>

TABLE III.1 – Schémas numériques utilisés dans OpenFoam

Il faut spécifier dans OpenFoam le schéma numérique à utiliser pour chaque terme des équations. Tous les schémas en espace utilisent la méthode de Gauss avec une interpolation linéaire, qui est un schéma du deuxième ordre. Le terme *bounded* pour les termes de divergence  $\nabla \cdot \Psi$  permet une limitation de ces termes pendant la convergence pour empêcher que ces termes ne divergent. Le terme *corrected* pour les termes de laplacien  $\nabla^2 \Psi$  ainsi que pour les termes de gradient normal  $\frac{\partial \Psi}{\partial n}$  indique une correction pour prendre en compte la non-orthogonalité du maillage.

### 3.3.2 Implémentation de la condition limite de réaction hétérogène

La condition limite de réaction hétérogène à la paroi porte sur la concentration à la paroi  $C_0$  et s'écrit ainsi :

$$D_T \nabla C_0 \cdot \mathbf{n} = k_r C_0 \quad (\text{III.2})$$

où  $D_T = D_l + \frac{\nu_t}{Sc_t}$  est le coefficient de diffusion total  $\nu_t$  composé de la diffusivité moléculaire  $D_l$

et turbulente  $D_t = \frac{\nu_t}{Sc_t}$ ,  $\nu_t$  la viscosité turbulente,  $Sc_t$  le nombre de Schmidt turbulent et enfin  $k_r$  la réactivité de la paroi.

Cette condition limite est de type mixte, à savoir qu'elle fait intervenir la valeur de la variable (condition de Dirichlet) et sa dérivée (condition de Neumann). Dans le cas général pour une condition limite mixte, OpenFoam propose un calcul de la valeur de la variable  $C$  sur la face de la surface par

$$C_{face} = f.valueExpr + (1 - f)(C_{centre} + gradExpr.\delta) \quad (III.3)$$

avec  $f$  la fraction entre une condition limite de Dirichlet ( $f = 1$ ) et de Neumann ( $f = 0$ ),  $valueExpr$  et  $gradExpr$  les expressions des conditions limites pour les cas extrêmes  $f = 0$  et  $f = 1$ , et  $\delta$  la distance entre le centre de la face et le centre de la maille.  $C_{face}$  est la valeur sur la face, et  $C_{centre}$  la valeur sur le centre de la première maille.

En développant au premier ordre la condition limite III.2, nous obtenons :

$$D_T \frac{C_{centre} - C_{face}}{\delta} = k_r C_{face} \quad (III.4)$$

soit en identifiant les paramètres à la relation III.3, nous faisons apparaitre le nombre de Damköhler de maille  $Da_\delta = \frac{k_r \delta}{D_T}$  :

$$\begin{aligned} valueExpr &= gradExpr = 0 \\ f &= (1 + Da_\delta^{-1})^{-1} \end{aligned}$$

Cette condition limite est alors facile à implémenter dans OpenFoam ; en se basant sur la condition mixte originale, il suffit alors de changer les paramètres par ceux que nous avons déterminés.

## 3.4 Méthodes numériques instationnaires

### 3.4.1 Algorithme PIMPLE et nombre de Courant

Dans le cas instationnaire, l'algorithme PIMPLE est utilisé ; il s'agit d'un algorithme qui combine les méthodes SIMPLE présentée plus haut et PISO (Pressure Implicit with Splitting Operators) utilisée pour des simulations transitoires (fig. III.3). Ainsi, le calcul instationnaire est décomposé en une succession de résolutions stationnaires via l'algorithme SIMPLE. Le pas de temps  $dt$  est calculé grâce au nombre de Courant maximal dans le domaine de calcul :

$$Co = \max \left( \frac{|U|dt}{dx} \right)$$

Il est possible d'utiliser un pas de temps variable recalculé à chaque itération temporelle, en fixant un critère sur le nombre de Courant. En pratique, nous fixons initialement le pas de temps à une faible valeur au début du calcul instationnaire afin de s'assurer que le nombre de Courant visé ne soit pas atteint. Ensuite le pas de temps augmente progressivement avec un taux de croissance



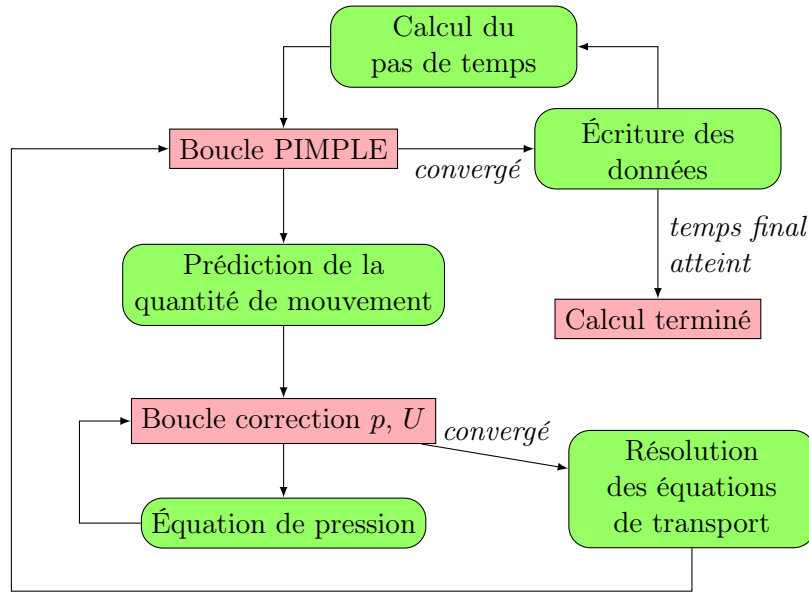


FIGURE III.3 – Description de l’algorithme instationnaire PIMPLE

de 0.2 entre deux itérations jusqu’à atteindre le nombre de Courant voulu.

L’intérêt principal de l’algorithme PIMPLE est de pouvoir mener des simulations transitoires tout en utilisant la méthode de sous-relaxation, qui permet d’utiliser un nombre de Courant plus grand que 1. L’algorithme consiste en deux boucles de convergence ; la boucle interne est la boucle correcteur-prédicteur présentée précédemment dans l’algorithme SIMPLE (nombre d’itérations :  $nCorrectors$ ), dans laquelle on corrige la pression, puis on résout les autres variables transportées pour la turbulence notamment.

La boucle PIMPLE externe possède  $nOuterCorrectors$  itérations, et consiste à prévoir la quantité de mouvement puis effectuer la boucle de correction et résoudre les équations de transport, jusqu’à convergence des résidus. Dans notre cas le maillage est faiblement non-orthogonal, c’est pourquoi nous avons fixé ce paramètre à 1.

### 3.4.2 Maillage mobile

Enfin, la récession de la surface réactive est modélisée par un maillage mobile du domaine de calcul. Le solveur OpenFoam correspondant est *pimpleDyMFoam* ("DyM" signifie Dynamic Mesh). La variable  $v_{mesh}$  spécifie la vitesse de chaque maille du domaine fluide et de la surface, et est également résolue au cours du calcul. La vitesse sur les mailles est ensuite interpolée linéairement sur les nœuds du domaine de calcul. La vitesse de l’interface  $\partial_t Z$  est spécifiée via une condition limite sur cette variable, qui dépend de la concentration à la paroi et de la normale à la surface  $\mathbf{n}$  :

$$\partial_t Z = v_s k_r C_w \mathbf{n} \quad (\text{III.5})$$

Une équation est ensuite utilisée pour résoudre le déplacement des mailles du domaine fluide

au-dessus de la surface. Il s'agit d'une équation de Laplace avec une diffusivité  $D_{mesh}$  variable :

$$\nabla \cdot (D_{mesh} \nabla v_{mesh}) = 0 \quad (\text{III.6})$$

La diffusivité est calculée par une méthode basée sur l'inverse de la distance à la paroi. En effet, le déplacement de la surface est faible devant les dimensions du domaine de calcul, ce qui permet de reculer la surface sans bouger les autres bords du domaine de calcul, tout en conservant un maillage correct proche de la surface, en particulier en conservant le critère  $y_{num}^+ = \frac{y u_*}{\nu_l} < 1$ .

La vitesse de recul se faisant suivant la normale à la paroi, il peut arriver si la surface est trop perturbée que le maillage mobile provoque des erreurs numériques durant le recul de paroi. En particulier si la vitesse de recul est trop importante, des nœuds peuvent se croiser et mener à des résultats erronés.

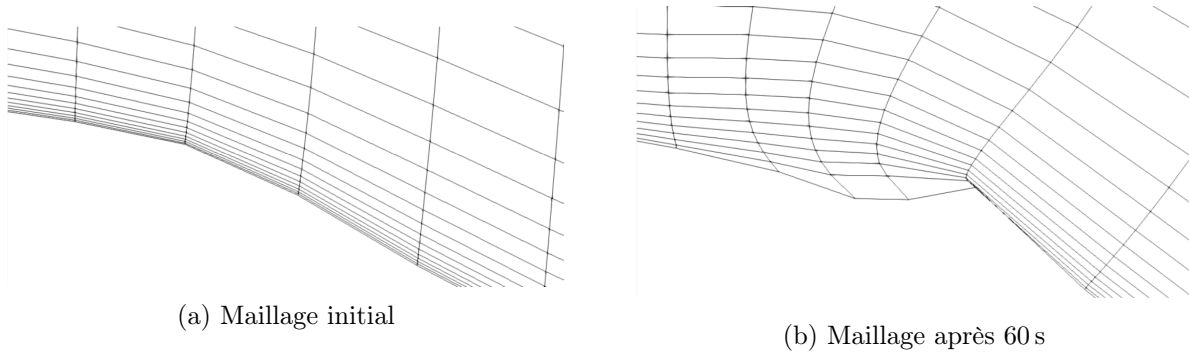


FIGURE III.4 – Erreurs de maillage avec une vitesse de recul trop importante

Pour régler ce problème, la vitesse de récession numérique est limitée par rapport à la vitesse physique d'un facteur  $A$ , pour se ramener à une déformation du maillage limitée. La vitesse de recul effective est recalculée en tenant compte de ce facteur. Cela est possible car nous nous intéressons en premier lieu à la croissance d'une perturbation de la géométrie, ce sur quoi la vitesse de recul globale n'a pas d'influence.

### 3.4.3 Problème du point d'arrêt

Notre domaine de calcul inclut une zone en amont de la plaque et contient donc le point d'arrêt, qui va ainsi inclure la croissance de la couche limite au-dessus de la plaque plane. Le point d'arrêt de la plaque va provoquer une forte surconcentration au début de celle-ci. Nous avons également vu que la vitesse de récession  $v_r$  est proportionnelle à la concentration pariétale ; le recul de paroi est donc maximal au point d'arrêt.

Numériquement, cela pose problème car la paroi va se retrouver très déformée en quelques itérations seulement, ce qui provoque des difficultés de convergence pour le solveur *pimpleDyMFoam* : le calcul diverge rapidement. Pour pallier ce problème, la condition limite sur la vitesse de déplacement du maillage à la surface est modifiée. On introduit une vitesse de recul corrigée  $v_{r,corr}$ , qui

est limitée en amont de l'abscisse  $x_{a,min}$  par la vitesse de recul en ce point (fig. III.5) :

$$v_{r,corr} = \begin{cases} v_r(x_{a,min}) & \text{pour } x < x_{a,min} \\ v_r(x) & \text{pour } x > x_{a,min} \end{cases} \quad (\text{III.7})$$

Cette méthode permet de s'affranchir de la surconcentration liée au point d'arrêt, et de modéliser malgré tout la transition laminaire-turbulent en amont de la zone ③. En pratique, l'abscisse  $x_{a,min}$  devient un paramètre numérique choisi en amont de l'abscisse de transition laminaire-turbulent.

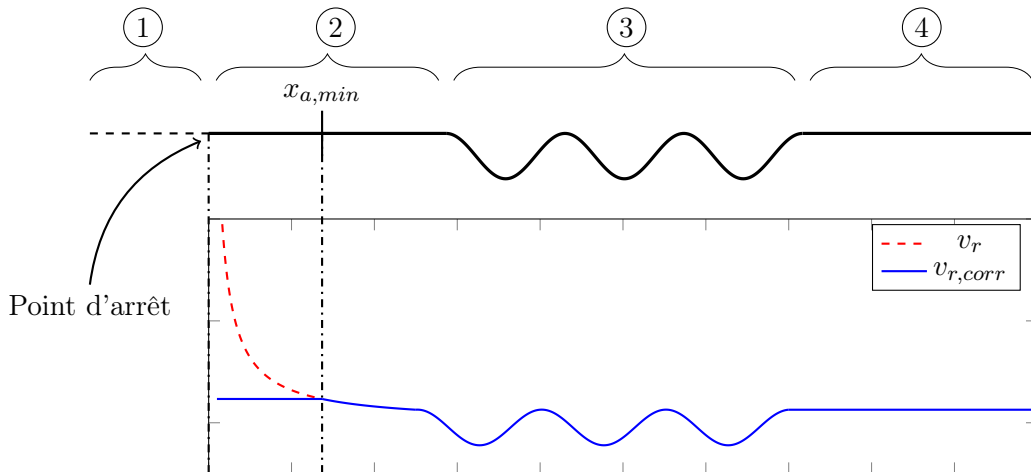


FIGURE III.5 – Schéma de la vitesse de recul proche du point d'arrêt

### 3.5 Code SURRF

L'objectif de l'étude est de déterminer les plages de paramètres pour lesquels la surface va être stable ou instable. Il faut donc pouvoir effectuer des études paramétriques sur les différentes variables du problème. C'est le but du code SURRF (SURface Recession under Reactive Flow, développé en Python), qui va avoir pour rôle de créer et d'exécuter des cas de calcul OpenFoam en faisant varier un ou plusieurs paramètres spécifiquement, et de traiter les résultats selon ce ou ces paramètres : fréquence de l'ondulation de surface, viscosité, réactivité de la paroi... Ce code permet de mettre en place de manière simple et pratique un grand nombre de cas de calcul, que ce soit pour un calcul stationnaire ou instationnaire, ce qui serait particulièrement fastidieux à faire manuellement.

Pour fonctionner, seul un fichier d'initialisation est nécessaire, qui contient les paramètres du calcul en termes de géométrie, maillage, paramètres numériques et données physiques. Cette approche permet aussi de visualiser rapidement l'ensemble des paramètres d'un cas de calcul, et de les conserver pour les relancer ultérieurement.

La boucle de calcul comprend ainsi (fig. III.6) :

- la génération du maillage par blocs grâce à l'utilitaire *blockMesh*, avec la taille de première maille et rapport d'expansion proche de la paroi spécifiés. Les blocs correspondent à ceux présentés sur la figure II.5.

- la résolution stationnaire de l'écoulement jusqu'à convergence avec les paramètres physiques pour le fluide grâce au solveur *simpleFoam*.
- le cas échantant, la résolution instationnaire avec maillage mobile avec les paramètres physiques du matériau grâce au solveur *pimpleDyMFoam*.

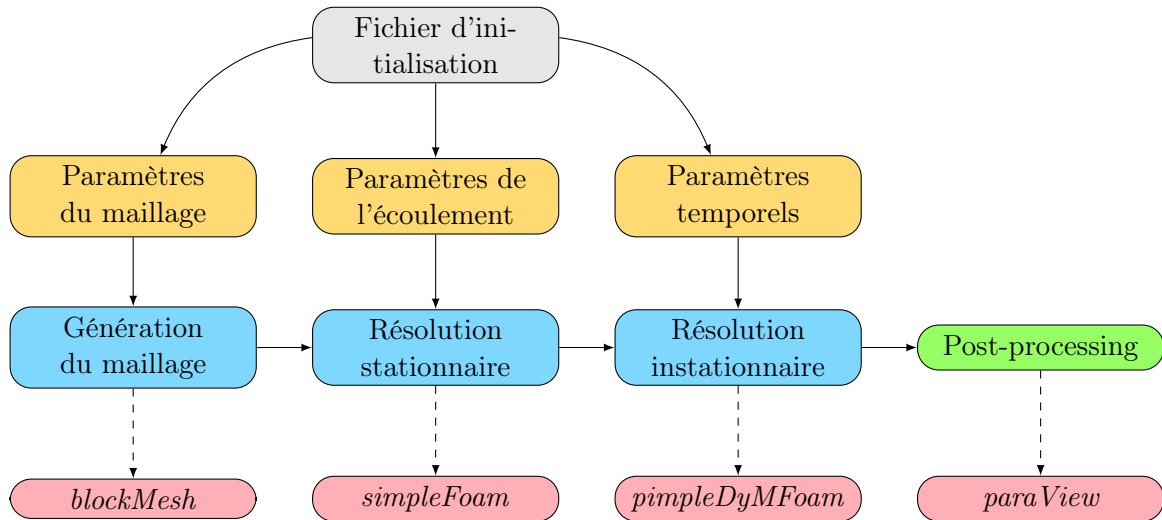


FIGURE III.6 – Boucle de calcul SURRF

### 3.6 Moyens de calcul

Les simulations numériques ont été effectuées sur les clusters de calcul de l'Université de Bordeaux : la machine Avakas dans un premier temps, puis Curta lorsque le changement de machine a eu lieu en avril 2018.

Nous avons cherché dans cette étude à étudier l'influence des paramètres sur la stabilité de la surface : c'est pourquoi nous avons eu recours à des études paramétriques. Ainsi, des simulations numériques nombreuses sont nécessaires, mais chacune utilisant peu de ressources de calcul. Les plateformes collaboratives Avakas et Curta sont très adaptées à ce besoin, puisqu'elles disposent de nombreux cœurs de calcul, dont voici les caractéristiques :

- Avakas : 264 nœuds avec 2 processeurs hexacœurs (12 cœurs par nœud), Intel® Xeon® x5675 cadencés à 3.06 GHz, 48 GB de RAM par nœud
- Curta : 336 nœuds avec 2 processeurs hexadécacœurs (32 cœurs par nœud), Intel® Xeon® Gold SKL-6130 cadencés à 2.1 GHz, 96 GB de RAM par nœud.

Après le changement de plateforme de Avakas à Curta, les processeurs ont perdu en fréquence, mais les cœurs sont bien plus nombreux, ce qui nous a permis de réaliser des études paramétriques avec plus de résolution, pour une différence en temps de calcul très faible.

### 3.7 Conclusion partielle

Dans ce chapitre, nous avons exposé les méthodes numériques stationnaires et instationnaires que nous avons utilisées pour calculer l'écoulement autour d'une plaque ondulée. Nous avons utilisé le **solveur OpenFoam basé sur la méthode des Volumes Finis**, qui utilise l'algorithme SIMPLE pour résoudre les équations de Navier-Stokes dans les cas stationnaires lorsque la surface est fixe, et son adaptation *pimpleDyMFoam* pour un écoulement instationnaire sur paroi récessive. La convection de l'oxydant et la réaction hétérogène ont été implémentées et validées dans ce code de calcul.

Afin de pouvoir lancer un grand nombre de cas de calcul en faisant varier un ou plusieurs paramètres, le **code de calcul SURRF** a été développé en Python. La boucle de calcul SURRF comporte toutes les étapes du calcul depuis la génération du maillage jusqu'à l'exploitation des résultats, et peut être utilisée pour des cas stationnaires ou instationnaires. Le fait de pouvoir **mettre en place des études paramétriques de manière simple** sera primordial par la suite.

Une des principales difficultés de notre boucle de calcul provient du fait que **le point d'arrêt est inclus dans le domaine de calcul**. Cela est nécessaire afin de modéliser correctement la transition laminaire-turbulent en amont de la zone d'ondulations, mais nous empêche d'utiliser des conditions limites périodiques sur les côtés du domaine de calcul. Pour s'affranchir du point d'arrêt, la vitesse de recul est limitée en amont de la zone ondulée, empêchant une déformation trop importante du maillage.

Pour une simulation instationnaire, un autre problème provient du fait que **la vitesse de recul est dirigée suivant la normale à la paroi** et peut provoquer des erreurs numériques lorsque la paroi est très déformée. Cette difficulté numérique est évitée en limitant globalement la vitesse de recul.

## Chapitre IV.

# Étude numérique de la stabilité d'une ondulation de la surface

Nous avons décrit jusqu'ici qualitativement le mécanisme de stabilité de la paroi. Nous nous attaquons ici à la simulation numérique de l'écoulement turbulent au-dessus d'une paroi ondulée. Nous utiliserons et confronterons pour ce faire les modèles de turbulence de Hanratty [Han81] et le modèle  $\gamma - \overline{Re}_{\theta t}$  [Lan06]; afin de bien mettre en évidence le rôle de la transition laminaire-turbulent, nous comparerons également les résultats du modèle  $\gamma - \overline{Re}_{\theta t}$  au modèle  $k - \omega SST$  qui ne prend pas en compte la transition laminaire-turbulent.

Après avoir présenté les codes de calcul utilisés, nous nous intéresserons rapidement aux liens entre la réactivité de la surface et la vitesse de récession du matériau. Les calculs sur plaque ondulée seront ensuite validés par rapport à l'expérimental et aux calculs DNS menés dans ces conditions.

Sur ces bases, nous détaillerons les champs de cisaillement et de concentration dans la zone ondulée sur paroi fixe pour en déduire les régimes susceptibles d'amplifier la perturbation initiale. Nous nous intéresserons en particulier au critère de linéarité de la réponse aérodynamique à la perturbation de la surface. Grâce à une étude paramétrique, nous pourrions faire varier la micro-rugosité de la surface ainsi que le gradient de pression global de l'écoulement pour en étudier l'influence sur la stabilité de la paroi.

Enfin, nous proposerons un lien entre nos simulations numériques et le modèle de Hanratty concernant l'interaction de la turbulence avec l'ondulation de la surface.

### 4.1 Vitesse de récession sans écoulement

Nous nous intéressons dans un premier temps au cas de calcul sur plaque plane sans écoulement pour déterminer l'influence de la diffusion d'espèces dans la couche limite. Dans ces conditions, il ne reste que les phénomènes de diffusion dans la direction normale à la paroi et la réaction chimique hétérogène sur la surface.

Considérons le domaine unidimensionnel au-dessus d'une surface plane à  $z = 0$ , de hauteur  $h$  dans lequel diffuse un oxydant à la concentration  $C(z)$  avec la diffusivité  $D_l$ . La concentration est

notée  $C_\infty$  en haut du domaine et  $C_w$  à la paroi, et la réactivité de la surface est  $k_r$ . Le système d'équations stationnaire se réduit à :

$$\frac{\partial^2 C}{\partial z^2} = 0 \quad (\text{IV.1})$$

$$D_l \frac{\partial C}{\partial z} = k_r C_w \quad \text{en } z = 0 \quad (\text{IV.2})$$

$$C = C_\infty \quad \text{en } z = h \quad (\text{IV.3})$$

La solution de ce système est analytique, et dépend du nombre de Damköhler  $Da = \frac{k_r h}{D_l}$  :

$$\frac{C(z)}{C_\infty} = \frac{1 + Da \frac{z}{h}}{1 + Da} \quad (\text{IV.4})$$

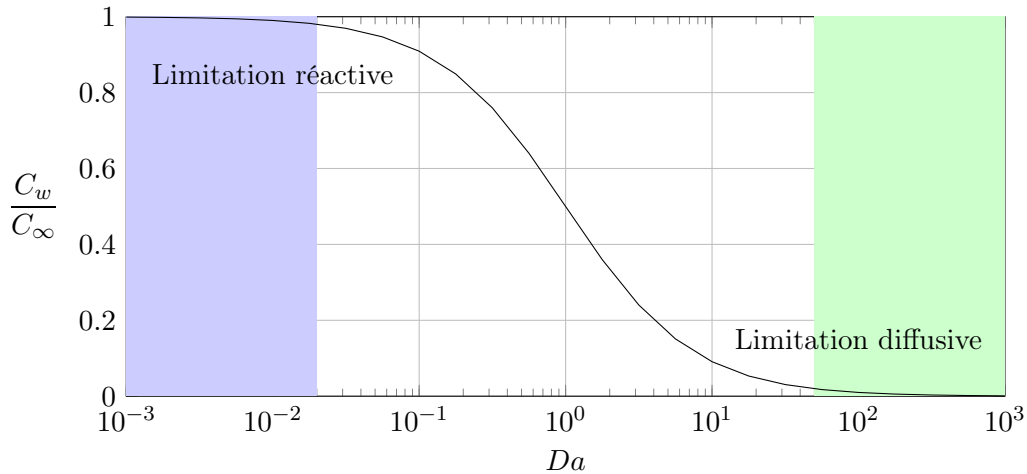


FIGURE IV.1 – Régimes de diffusion en fonction du nombre de Damköhler

À la surface, la concentration est donc  $C_w = \frac{C_\infty}{1 + Da}$ . Ce résultat nous indique déjà que la vitesse moyenne de récession, proportionnelle à la concentration pariétale  $C_w$ , va atteindre une valeur limite en fonction du nombre de Damköhler ; on distingue ainsi trois régimes pour la récession de la surface :

- limitation réactive : pour  $Da \rightarrow 0$ , la diffusion est prépondérante par rapport à la réaction chimique. Tout l'oxydant diffuse jusqu'à la paroi et la réaction n'est pas suffisante pour le consommer.
- limitation diffusive : pour  $Da \rightarrow +\infty$ , la réaction chimique est plus importante que la diffusion, et tout l'oxydant à la surface est consommé.
- entre ces deux régimes, il y a compétition entre diffusion et réaction.

## 4.2 Paramètres de l'étude de l'écoulement autour d'une perturbation de surface

Nous avons présenté au chapitre II. les différents éléments qui interviennent dans la croissance d'une perturbation de la surface. Nous allons à présent étudier leurs influences respectives, comparées lorsque cela est possible aux données expérimentales.

Nous étudions donc l'écoulement à la vitesse  $U_\infty$  en dehors de la couche limite et à la viscosité cinématique  $\nu_l$ , au-dessus d'un champ d'ondulations de longueur d'onde  $\lambda$  (de nombre d'onde  $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ ) et de hauteur  $2a$  (fig. IV.2). L'oxydant  $C$  est à la concentration  $C_\infty$  hors de la couche limite, et diffuse avec un coefficient de diffusion moléculaire  $D_l$ . La concentration à la surface est notée  $C_w$ , et la vitesse de frottement  $u_*$  est définie par :

$$u_* = \sqrt{\frac{\tau_w}{\rho}} \quad (\text{IV.5})$$

où  $\tau_w$  est le cisaillement pariétal obtenu par

$$\tau_w = \rho (\nu_l + \nu_t) \left. \frac{\partial U}{\partial y} \right|_{y=0} \quad (\text{IV.6})$$

En l'absence de rugosité de surface, la viscosité turbulente  $\nu_t$  s'annule à la surface; le flux d'oxydant pariétal est au contraire augmenté lorsque la surface est rugueuse. Cette rugosité de la surface ondulée est décrite par sa hauteur de grain de sable équivalent  $k_s$ , qui représente la hauteur équivalente de rugosité régulière (type grain de sable) qui fournit la même augmentation de frottement.

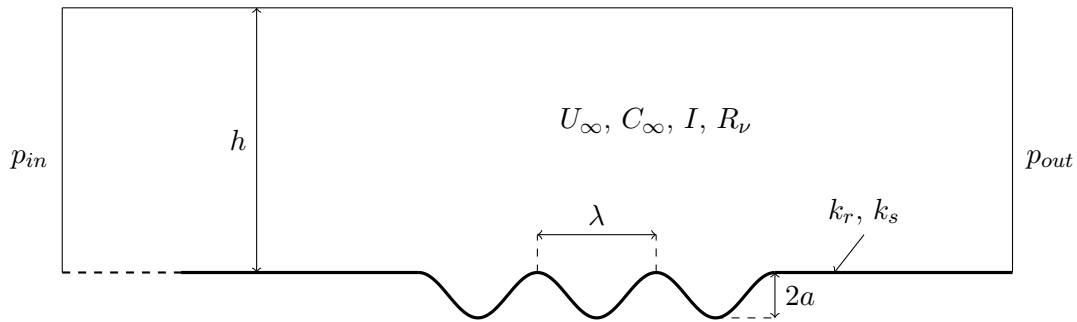


FIGURE IV.2 – Dimensions caractéristiques du calcul

Nous définissons ainsi les nombres adimensionnés qui régissent le problème en l'absence de recul de paroi :

- $k^+ = \frac{k\nu_l}{u_*}$  : c'est l'inverse d'un nombre de Reynolds basé sur la vitesse de frottement et sur le nombre d'onde des ondulations. Il compare le nombre d'onde de la perturbation à la hauteur de sous-couche visqueuse, proportionnelle à  $\frac{\nu_l}{u_*}$  (on a  $y^+ = \frac{y\nu_l}{u_*} = 5$  pour la sous-couche visqueuse)



- $\frac{2a}{\lambda}$  : c'est le rapport d'aspect de l'ondulation. Nous cherchons à étudier la croissance de perturbations linéaires de la surface, c'est pourquoi nous choisirons ce paramètre de manière à rester dans le domaine linéaire.
- $k_s^+ = \frac{k_s u_*}{\nu_l}$  : c'est également un nombre de Reynolds basé sur la hauteur de grain de sable équivalent  $k_s$  et sur la vitesse de frottement. Pour  $k_s^+ < 5$  on considère que le régime est hydrauliquement lisse, c'est-à-dire que le frottement pariétal n'est pas modifié. À l'inverse pour  $k_s^+ > 90$  le régime est dit rugueux et la rugosité n'a plus d'effet.
- $Sc = \frac{\nu_l}{D_l}$  : le nombre de Schmidt, qui représente le rapport de la hauteur de couche limite de diffusion par rapport à la hauteur de couche limite dynamique. Nous nous limiterons dans cette étude à  $Sc = 1$ , qui correspond à la plupart des cas de rentrée atmosphérique [Duf10].
- $Sc_t = \frac{\nu_t}{\nu_l}$  : c'est le nombre de Schmidt turbulent, qui quantifie la diffusion de masse turbulente par rapport à la viscosité turbulente du fluide. Ce paramètre sera également choisi constant égal à 0.9 [GAB<sup>+</sup>17].
- $Da = \frac{k_r}{k D_l}$  : le nombre de Damköhler, qui compare les temps caractéristiques des phénomènes diffusifs par rapport à la réaction chimique.
- $\frac{p_{out} - p_{in}}{\rho u_*^2}$  : il s'agit d'un gradient de pression global dans l'écoulement le long de la plaque. En effet les corps de rentrée sont généralement soumis à des gradients de pression favorables (négatifs).

Les deux paramètres caractérisant la turbulence extérieure sont également rappelés, mais ne semblent pas jouer de rôle dans la distribution du cisaillement et de la concentration dans une ondulation :

- $I = \frac{u'}{U_\infty}$  : le taux de turbulence de l'écoulement. Il conditionne la capacité à provoquer la transition laminaire-turbulent, et l'abscisse de cette transition sur plaque plane.
- $R_\nu = \frac{\nu_t}{\nu_l}$  : le rapport des viscosités, qui conditionne la décroissance du taux de turbulence le long de la plaque plane.

Ces deux derniers paramètres ont été étudiés au chapitre II. pour déterminer l'abscisse de la transition laminaire-turbulent. Dans les simulations présentées ici, ils sont ajustés de manière à obtenir la transition laminaire-turbulent en amont de la plaque ondulée, afin que l'écoulement qui arrive sur les ondulations de la surface soit turbulent. De ce fait, les paramètres qui contrôlent la transition n'influent pas sur l'augmentation ou la décroissance locale de la turbulence.

## 4.3 Étude de l'écoulement stationnaire autour d'une ondulation

### 4.3.1 Définition de la vitesse de frottement

Comme nous l'avons vu, la définition de la vitesse de frottement est primordiale pour la définition des paramètres  $k^+$  et  $k_s^+$ . En effet, le frottement  $\tau_w$  augmente le long de la paroi, et il faut donc définir une référence pour obtenir une valeur unique de celui-ci.

Afin de déterminer une référence, nous utilisons les données expérimentales obtenues dans

[ZCH77], qui a réalisé des essais dans un canal d'eau. Les conditions expérimentales, que nous utilisons ici, sont détaillées dans la table IV.1. Nous avons choisi de définir la vitesse de frottement  $u_*$  par sa valeur moyenne le long d'une période. En effet, bien que le cisaillement augmente le long de la paroi, on peut supposer que celui-ci évolue peu lorsque la couche limite est bien établie.

Viscosité dynamique $\mu_l$	$8.7 \times 10^{-4} \text{ Pa s}$
Masse volumique $\rho$	$1023 \text{ kg m}^{-3}$
Viscosité cinématique $\nu_l$	$8.67 \times 10^{-7} \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$
Période $\lambda$	$0.0508 \text{ m}$
Hauteur du domaine $h$	$0.0508 \text{ m}$

TABLE IV.1 – Conditions expérimentales de [ZCH77]

La figure IV.3 montre la relation entre le nombre d'onde adimensionné (basé sur  $u_*$ ) et le nombre de Reynolds (basé sur  $U_\infty$ ) obtenus sur paroi lisse dans nos simulations et dans les expériences de Zilker [ZCH77]. L'accord obtenu est tout à fait satisfaisant, et permet d'obtenir une relation entre  $k^+$  et  $Re$  :

$$\log(k^+) = -0.9704 \log(Re) + 1.63 \quad (\text{IV.7})$$

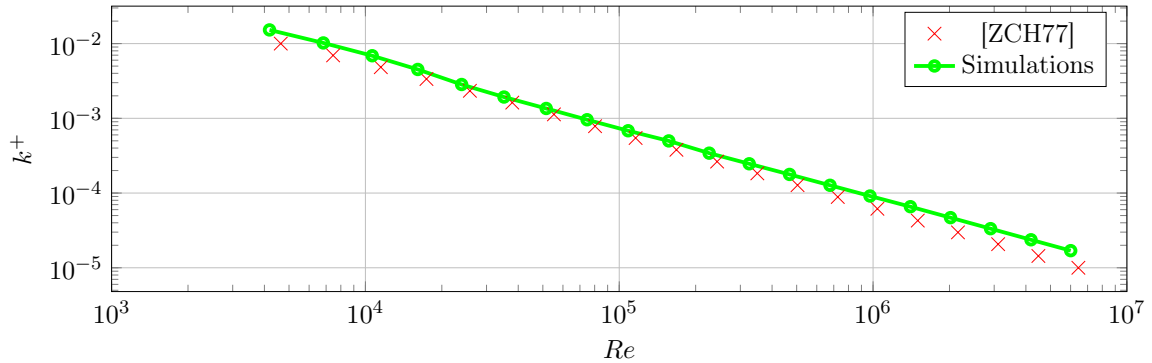


FIGURE IV.3 – Nombre d'onde adimensionnée  $k^+$  fonction du Reynolds  $Re$  sur paroi lisse

Nous conserverons cette définition du frottement pariétal également dans le cas d'une surface rugueuse. En effet, la micro-rugosité de la surface va causer l'augmentation du frottement à la paroi, et donc modifier la vitesse de frottement moyenne; cette définition permet de prendre en compte cette augmentation tout en conservant un paramètre commun.

Enfin, l'adimensionnement de la concentration est réalisé de la même manière en utilisant la concentration moyenne sur une ondulation  $C_0$ .

### 4.3.2 Amplitude de la perturbation et du nombre de Reynolds

Le domaine de calcul retenu possède dix périodes le long de la surface. La distance avant le point d'arrêt est de longueur  $2\lambda$  (zone ① sur la figure IV.4), et la zone de plaque plane en amont des ondulations est de longueur  $3\lambda$  (zone ②). Le maillage possède 1000 mailles sur la zone ondulée ③, soit 100 mailles par période. Dans la direction verticale, la taille de première maille adimensionnée

$y_{num}^+$  est toujours inférieure à 1 : nous avons choisi  $y_{num}^+ = 0.2$  dans tous les calculs.

Plaçons-nous tout d'abord dans le cas d'une plaque lisse, sans micro-rugosité. En utilisant les paramètres dans la table IV.1, nous faisons varier l'amplitude des ondulations  $2a$  ainsi que le nombre de Reynolds. Pour cela, nous avons choisi de faire varier la vitesse d'entrée  $U_\infty$ . On s'intéresse à la phase du cisaillement pariétal et de la concentration pariétale, ainsi qu'à l'apparition d'une recirculation au sein de l'ondulation.

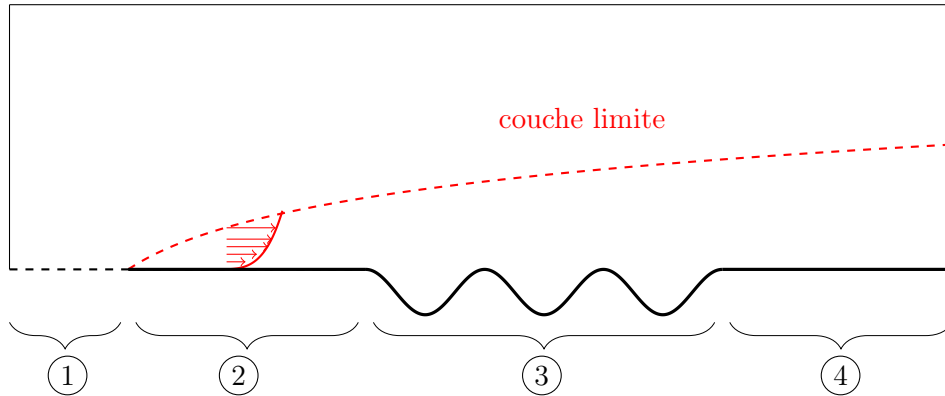


FIGURE IV.4 – Schéma du domaine de calcul

#### 4.3.2.1 Profils de cisaillement et de concentration

Les distributions de cisaillement obtenues avec les deux modèles  $k - \omega SST$  et  $\gamma - \overline{Re}_{\theta t}$  sont comparées à celles qui ont été obtenues expérimentalement par [ZCH77]. Nous présentons également les profils de concentration que nous calculons. Ces données sont adimensionnées par la vitesse de frottement  $u_*$  et la concentration moyenne  $C_0$ . Pour les calculs menés avec le modèle de transition laminaire-turbulent  $\gamma - \overline{Re}_{\theta t}$ , nous nous sommes assurés que la transition a eu lieu en amont des ondulations, et que l'écoulement en amont de la surface d'intérêt est bien turbulent.

Lorsque l'amplitude de l'ondulation de la surface est faible tout d'abord (fig. IV.5), on observe que la réponse du cisaillement pariétal est linéaire : pour une surface sinusoïdale, la distribution du cisaillement l'est également. Les deux modèles de turbulence employés ont un comportement très similaire et reproduisent très correctement l'évolution de  $\tau_w$  le long de la paroi. Celui-ci reste positif, ce qui est cohérent avec l'absence de recirculation dans ce cas-là ; la vitesse de l'écoulement n'est en effet pas suffisante pour obtenir le décollement de la couche limite.

Les maxima de cisaillement et de concentration se situent légèrement en amont du sommet de l'ondulation, pour  $\frac{x}{\lambda} \simeq 0.85$  et  $\frac{x}{\lambda} \simeq 0.8$  respectivement. En effet, l'existence de la perturbation provoque un gradient de pression au sein de l'ondulation : la face descendante va avoir tendance à augmenter la vitesse de l'écoulement dans la couche limite, et donc à augmenter la pression (gradient de pression défavorable,  $\frac{\partial p}{\partial x} > 0$ ). À l'inverse, la couche limite sur la face ascendante va ralentir, et donc diminuer la pression (gradient de pression favorable,  $\frac{\partial p}{\partial x} < 0$ ) pour retrouver la valeur du début de la période. La concentration à la surface est elle aussi sinusoïdale pour une amplitude

faible (fig. IV.5b) et son maximum se situe proche de celui de  $\tau_w$ .

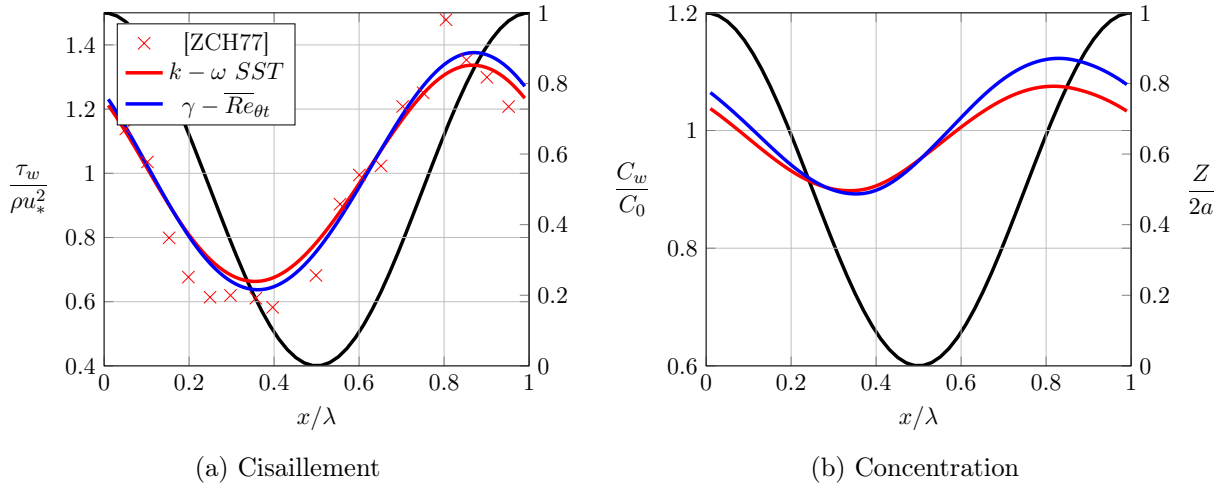


FIGURE IV.5 – Distribution de cisaillement et de concentration le long d'une période pour  $k^+ = 5.84 \times 10^{-3}$  et  $\frac{2a}{\lambda} = 1.25\%$ . La surface est représentée en trait noir.

En augmentant l'amplitude des oscillations de surface pour  $\frac{2a}{\lambda} = 3.12\%$  (fig. IV.6), on observe que la réponse du cisaillement à la perturbation de la surface n'est plus linéaire pour les valeurs les plus faibles de  $k^+$  (fig. IV.6a, IV.6c), soit les vitesses les plus élevées. Cet écart est visible sur la face aval de l'ondulation, où les variations de  $\tau_w$  sont plus importantes. Le cisaillement restant toujours positif, il n'y a pas là non plus de recirculation.

L'amplitude des variations de cisaillement déterminée par les modèles numériques correspond tout à fait aux données expérimentales. En revanche, ils ne prévoient pas l'augmentation non-linéaire soudaine du cisaillement à partir de  $\frac{x}{\lambda} = 0.25$ . En effet, on voit sur les figures IV.6a et IV.6b que les deux modèles ont un comportement similaire qui décrit de trop faibles valeurs de  $\tau_w$  dans la zone aval. Le plus grand écart aux données expérimentales se situe proche du creux de l'ondulation, vers  $\frac{x}{\lambda} = 0.4$ .

Cet écart est pris indirectement en compte par le modèle  $\gamma - \overline{Re}_{\theta t}$ , qui permet de modéliser une augmentation de l'intermittence  $\gamma$  à la paroi dans cette zone ; il met en évidence une augmentation de la turbulence dans le creux, et y augmente ainsi le cisaillement. La concentration à la paroi est elle corrigée par le modèle  $\gamma - \overline{Re}_{\theta t}$ , avec un défaut de  $C_w$  accentué dans la zone de non-linéarité comme on peut le voir sur les figures IV.6b et IV.6d.

On remarque enfin que grâce à la modélisation de l'intermittence, le maximum de  $C_w$  se décale légèrement vers le creux par rapport au modèle  $k-\omega SST$ , ce qui va permettre d'obtenir des régimes instables.

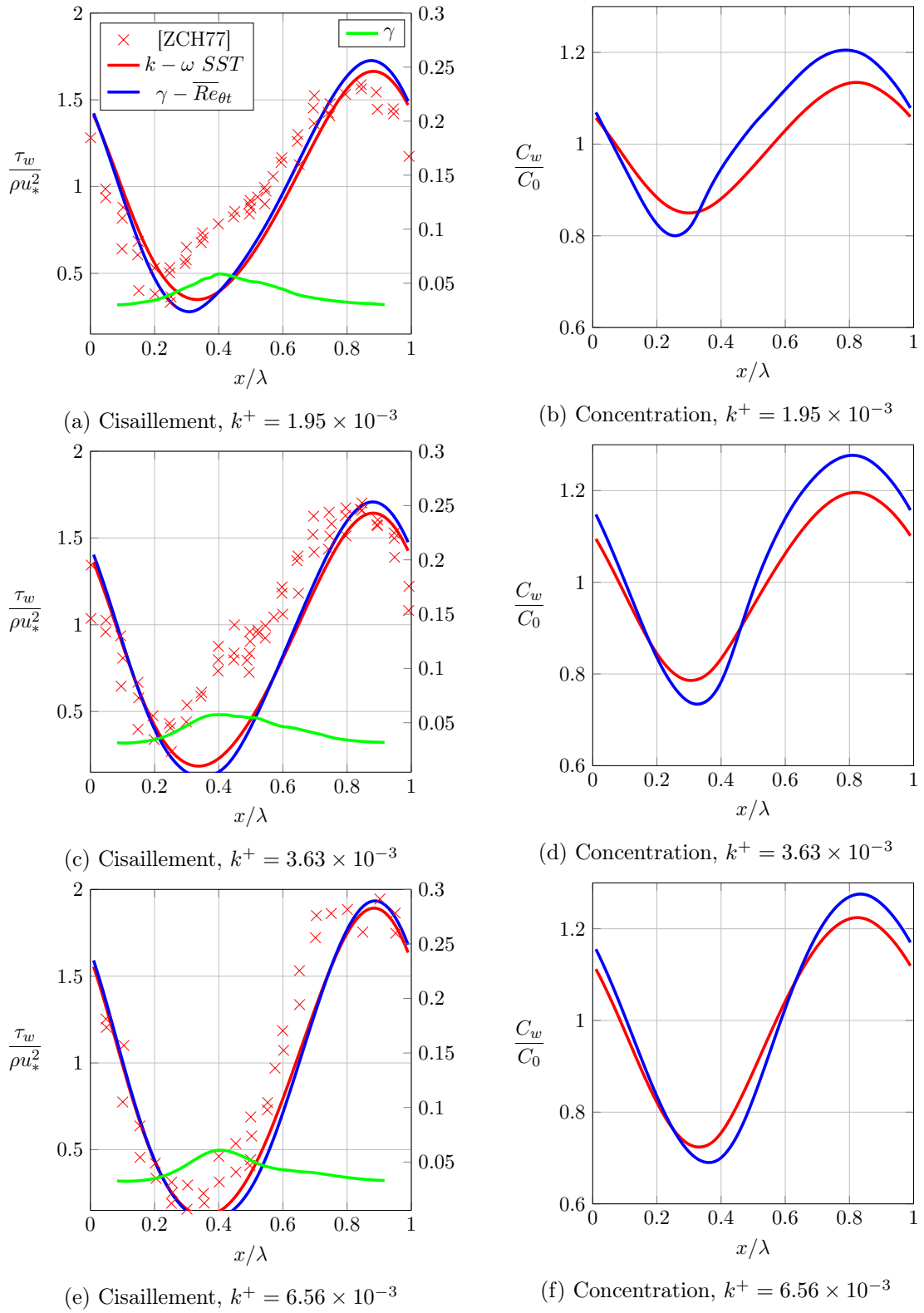


FIGURE IV.6 – Distribution de cisaillement et de concentration le long d'une période pour  $\frac{2a}{\lambda} = 3.12\%$

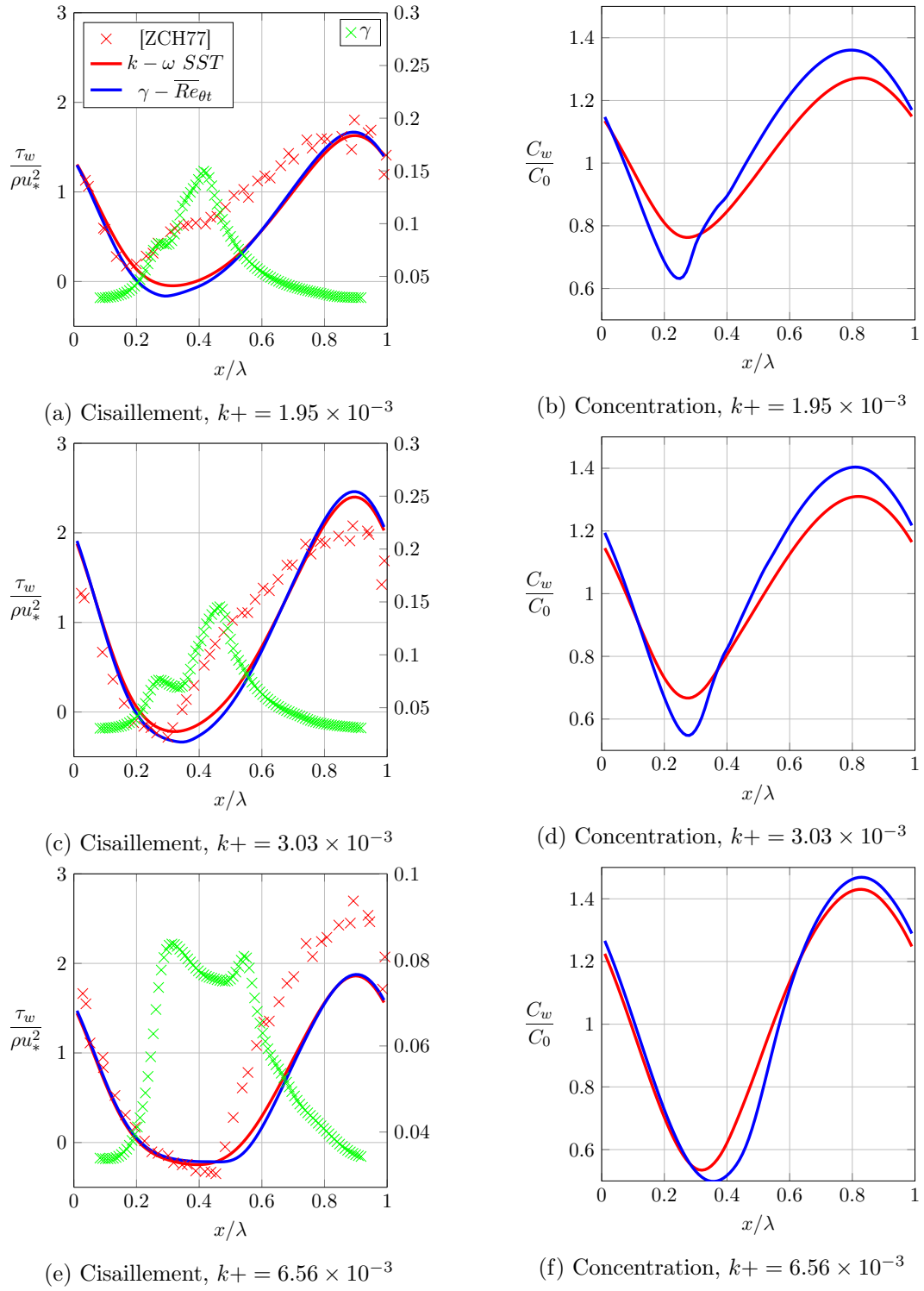


FIGURE IV.7 – Distribution de cisaillement et de concentration le long d'une période pour  $\frac{2a}{\lambda} = 5\%$

Enfin, pour  $\frac{2a}{\lambda} = 5\%$ , l'amplitude est telle qu'elle permet l'apparition d'une recirculation dans le creux pour les vitesses d'écoulement les plus rapides (fig. IV.7c, IV.7e), avec une réponse toujours non linéaire à la perturbation de la surface. Le point de décollement défini par l'abscisse où  $\tau_w$  devient négatif a toujours lieu sur la face aval ( $\frac{x}{\lambda} < 0.5$ ), et le recollement sur la face amont ( $\frac{x}{\lambda} > 0.5$ ). Les deux modèles prédisent correctement les abscisses de décollement et recollement dans le cas  $k^+ = 6.56 \times 10^{-3}$ ; en revanche, le recollement dans le cas  $k^+ = 3.03 \times 10^{-3}$  est largement surestimé. Cette surestimation est propre au modèles de la famille  $k - \omega$ , qui est en effet adapté aux zones de gradient de pression adverse et de séparation de couche limite mais donne de moins bons résultats pour un gradient de pression favorable. Ce régime de non-linéarité n'est cependant pas au coeur de cette étude.

Finalement, nous avons vu que la réponse du cisaillement et de la concentration pariétale sont linéaires tant que l'amplitude de la perturbation et la vitesse de l'écoulement sont suffisamment faibles. Ceci peut être exprimé avec un critère sur  $a^+ = \frac{au_*}{\nu_l}$ , qui compare la hauteur de la perturbation avec la hauteur hydrodynamique  $\frac{\nu_l}{u_*}$ . Ainsi dans nos simulations nous déterminons une limite de linéarité pour  $a^+ \simeq 27$ .

Les écarts à la linéarité sont capturés de manière satisfaisante avec le modèle  $\gamma - \overline{Re}_{\theta t}$  qui modélise les variations d'intermittence de l'écoulement, ce qui permet de prendre en compte l'augmentation de la turbulence dans la recirculation et donc les plus fortes variations de  $\tau_w$  et  $C_w$ .

Cependant nous cherchons ici à étudier la croissance de perturbations de faible amplitude et donc dans le domaine linéaire, de la même manière que cela a été fait dans l'analyse linéaire de stabilité à laquelle nous cherchons à confronter nos résultats. Ainsi, nous utiliserons dans la suite des amplitudes de perturbation de la surface les plus petites possible. Une contrainte qui apparaît en utilisant des amplitudes trop faibles est constituée par le bruit numérique qui apparaît alors.

#### 4.3.2.2 Phase par rapport à la surface

Afin de prédire la stabilité de l'ondulation initiale, nous cherchons à présent à décrire la position des maxima de cisaillement et de concentration par rapport à la surface. Nous l'exprimerons sous la forme des angles  $\Phi_\tau$  et  $\Phi_C$ , définis par

$$\Phi_\tau = 360 \frac{x_{Z,max} - x_{\tau_w,max}}{\lambda} \quad (\text{IV.8})$$

$$\Phi_C = 360 \frac{x_{Z,max} - x_{C,max}}{\lambda} \quad (\text{IV.9})$$

où  $x_{\tau_w,max}$ ,  $x_{C,max}$ ,  $x_{Z,max}$  sont respectivement les abscisses des maxima de cisaillement, concentration et surface sur une période.

Pour  $-90^\circ < \Phi_C < 90^\circ$  la concentration est en phase avec la surface et le maximum se situe sur une crête : la perturbation va s'atténuer et la surface est alors dite stable. À l'inverse pour  $\Phi_C > 90^\circ$  ou  $\Phi_C < -90^\circ$ , la concentration est maximale dans les creux ce qui va amplifier la perturbation initiale ; dans ce cas la surface est instable.

Nous faisons également varier la hauteur de la perturbation via le paramètre  $\frac{2a}{\lambda}$ . Nous avons en effet vu précédemment que la réponse hydrodynamique devient non linéaire pour des amplitudes d'ondulation trop importante. De plus, les résultats obtenus par stabilité linéaire se situent dans le régime linéaire également, à la limite d'une perturbation infinitésimale.

Enfin, les deux modèles de turbulence  $k - \omega$  *SST* et  $\gamma - \overline{Re}_{\theta t}$  sont comparés, afin d'évaluer l'apport de la modélisation de la turbulence locale dans l'écoulement au sein de l'ondulation sur  $\Phi_\tau$  et  $\Phi_C$ .

Les figures IV.8 et IV.9 présentent l'évolution de  $\Phi_\tau$  et  $\Phi_C$ . Nous avons recherché dans la zone  $k^+ = 1 \times 10^{-5}$  à  $1 \times 10^{-2}$  puisque c'est dans cette zone que les régimes instables peuvent exister d'après ce qui a été vu dans la littérature [Tho79].

On remarque tout d'abord sur les figures IV.8a et IV.8b qu'un maximum de phase est atteint pour  $k^+ \simeq 2 \times 10^{-3}$ , avec les deux modèles de turbulence employés. La valeur de ce maximum diminue lorsque l'amplitude de la perturbation augmente, jusqu'à s'atténuer presque complètement pour les amplitudes les plus importantes. Ceci illustre le fait que l'hypothèse des petites perturbations devient invalide. Il en est de même pour la phase de la concentration  $\Phi_C$  (figures IV.9a et IV.9b), qui diminue pour les amplitudes les plus élevées.

De plus, l'emploi du modèle  $\gamma - \overline{Re}_{\theta t}$  modifie peu la position du maximum sur l'axe  $k^+$ , mais permet d'atteindre des déphasages plus importants qu'avec le modèle  $k - \omega$  *SST* dans la zone  $k^+ = 1 \times 10^{-4}$  à  $1 \times 10^{-2}$  : pour l'amplitude la plus faible, le déphasage maximal de  $\tau_w$  passe de  $50^\circ$  à  $60^\circ$ . Ceci met bien en évidence le rôle de la transition laminaire-turbulent qui permet d'atteindre des régimes instables. Cet effet reste faiblement visible sur le cisaillement ; en effet, le modèle de transition modélise les phénomènes d'augmentation locale de turbulence via la fonction d'intermittence  $\gamma$ , qui ne sont pas pris en compte dans le cisaillement  $\tau_w$ .

Lorsque le régime est complètement turbulent ( $k^+ \rightarrow 0$ ), le frottement pariétal tend vers une asymptote ; la phase décroît lentement vers  $15^\circ$  pour les deux modèles de turbulence considérés. Dans ce régime un équilibre est atteint entre le frottement pariétal et l'accélération due à la face aval de l'ondulation, et il n'y a plus d'effets de la transition laminaire-turbulent dans ce régime. Ceci est en accord avec la bibliographie ([HLR88], [KSH02], [WHC<sup>+</sup>91]).

L'emploi du modèle de transition laminaire-turbulent a un effet encore plus marqué sur la phase de la concentration que pour le cisaillement : on observe sur la figure IV.9b une zone de phase  $\Phi_C$  négative autour de  $k^+ = 6 \times 10^{-4}$  ( $\Phi_C = -73^\circ$  pour  $\frac{2a}{\lambda} = 0.5\%$ ), ce qui correspond à un maximum de concentration sur l'aval de la perturbation. Cet effet n'est cependant pas suffisant pour déclencher l'instabilité de la surface. Ce maximum passe à l'amont en augmentant  $k^+$ , jusqu'à atteindre des valeurs supérieures à  $90^\circ$  pour les amplitudes les plus faibles autour de  $k^+ = 2 \times 10^{-3}$ . On prédit bien dans ce cas-ci l'amplification de la perturbation de la surface. Lorsque le régime d'écoulement tend vers le régime laminaire ( $k^+ \rightarrow +\infty$ ), le déphasage tend vers 0, et l'on sort de la zone instable. Il n'y a plus en effet dans ce cas de transition susceptible de déphaser le cisaillement par rapport à la surface.



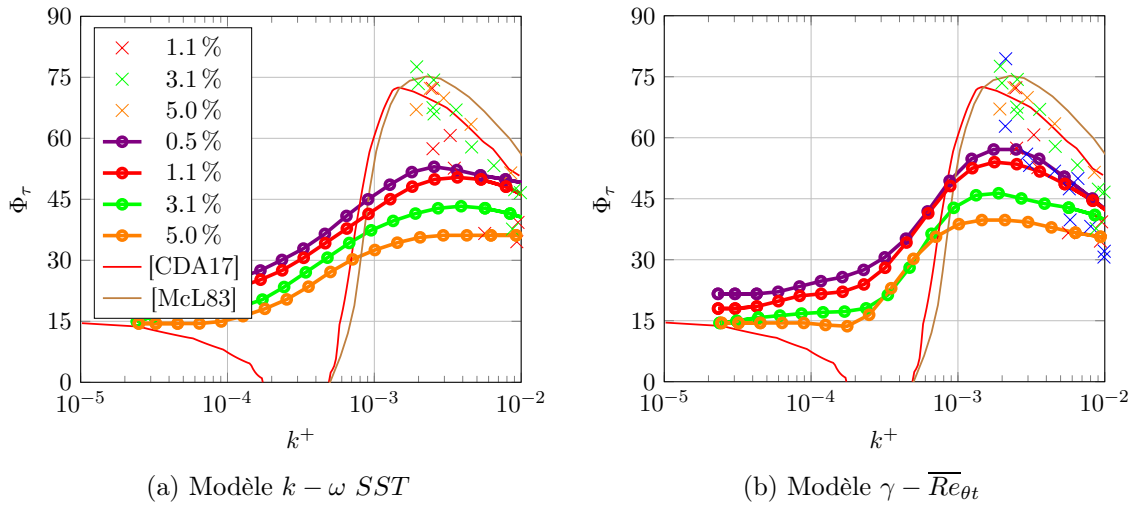


FIGURE IV.8 – Phase  $\Phi_\tau$  du cisaillement par rapport à la surface en fonction de  $k^+$  pour différentes valeurs de  $\frac{2a}{\lambda}$ . Les croix sont les données expérimentales de [ZCH77]

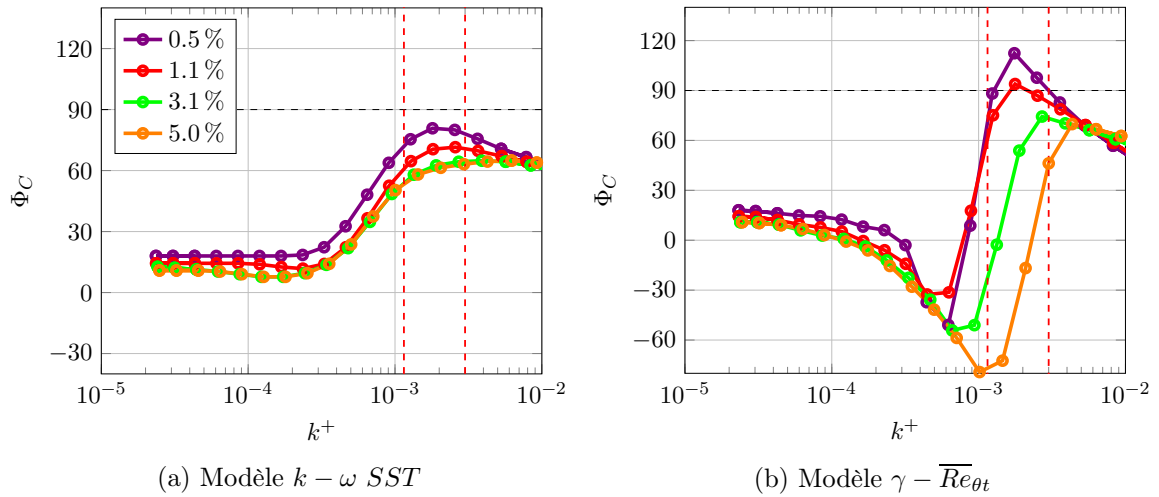


FIGURE IV.9 – Phase  $\Phi_C$  de la concentration par rapport à la surface en fonction de  $k^+$  pour différentes valeurs de  $\frac{2a}{\lambda}$

Ces résultats sont également à comparer à ceux obtenus par stabilité linéaire par [McL83] et [CDA17], qui se situent donc à la limite d'une perturbation infinitésimale de la surface. Ce modèle est employé pour rendre compte des variations de la hauteur de sous-couche visqueuse dues au gradient de pression local de l'écoulement. Il sera étudié plus en détail dans la section 4.4. Dans l'analyse de stabilité de [CDA17], le cisaillement pariétal est considéré comme complexe et s'exprime par :

$$\tau_w = \mathcal{A} + i\mathcal{B} \quad (\text{IV.10})$$

Les variables  $\mathcal{A}$  et  $\mathcal{B}$  sont donc respectivement les composantes en phase et en quadrature du cisaillement pariétal par rapport à la surface. Pour comparer à nos résultats, la phase (en radians)

se calcule avec :

$$\Phi_\tau = \arctan\left(\frac{\mathcal{B}}{\mathcal{A}}\right) \quad (\text{IV.11})$$

Nos calculs numériques sont en bon accord avec les données expérimentales et théoriques quant à la position du déphasage maximal du cisaillement (fig. IV.8), pour  $k^+ \simeq 2 \times 10^{-3}$ . Le modèle transitionnel améliore l'accord avec les données issues de la littérature pour l'amplitude de ce maximum, que nous avons déterminé autour de  $\Phi_\tau \simeq 60^\circ$  contre  $\Phi_\tau \simeq 75^\circ$  pour [CDA17] et [McL83].

Cet écart peut s'expliquer par l'amplitude de la perturbation de surface dans nos calculs qui, bien que choisie la plus faible possible, ne correspond pas à l'amplitude infinitésimale utilisée dans le travail théorique d'analyse linéaire. En effet, il ne nous est pas possible de choisir une amplitude de l'ondulation plus petite en raison du bruit numérique. Les résultats obtenus sont en tout cas satisfaisants en tenant compte de ce qu'il nous est possible de simuler numériquement, et l'évolution de  $\Phi_\tau$  selon  $\frac{2a}{\lambda}$  sur la figure IV.8b tend vers les résultats théoriques présentés.

De plus, nous pouvons noter l'existence d'une zone pour laquelle la phase de la concentration est négative, c'est-à-dire que la concentration en oxydant est en avance de phase par rapport à la surface. Ceci se traduit par une concentration maximale en aval de la crête, et donc une vitesse de propagation des ondulations dans le sens inverse de l'écoulement. Ce résultat sera vérifié dans le chapitre suivant (chapitre V.).

L'étude paramétrique sur l'amplitude  $\frac{2a}{\lambda}$  a ainsi permis de montrer que pour un nombre de Reynolds donné, si une perturbation infinitésimale de la surface est dans un régime instable, le fait que son amplitude augmente va la rendre stable petit à petit. Ceci montre donc qu'un régime instable va admettre une amplitude limite au cours de sa croissance, qui se situe autour de  $\frac{2a}{\lambda} = 1\%$  selon nos simulations. Ceci est compatible avec les observations, notamment avec Baker [Bak72], dans lequel l'amplitude mesurée des creusements est d'un dixième de la longueur d'onde (voir chapitre II.).

### 4.3.3 Micro-rugosité

Nous nous intéressons à présent au rôle de la micro-rugosité de la surface sur la stabilité de la paroi. D'après les résultats du paragraphe précédent, la croissance d'une perturbation de la surface doit être étudiée avec l'amplitude la plus faible possible ; nous avons donc choisi  $\frac{2a}{\lambda} = 1\%$ , qui présente une faible amplitude en balance avec un bruit numérique assez faible. Le modèle de transition induite par la rugosité de [DKF10] est pris en compte.

Le paramètre étudié est  $k_s^+ = \frac{k_s u_*}{\nu_l}$ , qui régit l'amplitude de la hauteur de grain de sable équivalent  $k_s$  par rapport à la dimension hydrodynamique  $\frac{\nu_l}{u_*}$ . En premier lieu nous observons sur la figure IV.10a que nos résultats sur la phase du cisaillement  $\Phi_\tau$  sont toujours sous-estimés par rapport aux données de stabilité linéaire, du fait de l'amplitude de la perturbation. L'erreur commise sur le déphasage maximal peut être estimée à environ 20 % pour toutes les valeurs de  $k_s^+$ .

Pour des rugosités faibles, nous retrouvons le maximum de  $\Phi_\tau$  autour de  $k^+ = 2 \times 10^{-3}$ , qui

caractérise le régime transitionnel. En augmentant  $k_s^+$ , la transition entre les régimes laminaire et turbulent tend graduellement à disparaître, comme en témoigne l'atténuation des extrema de  $\Phi_\tau$ .

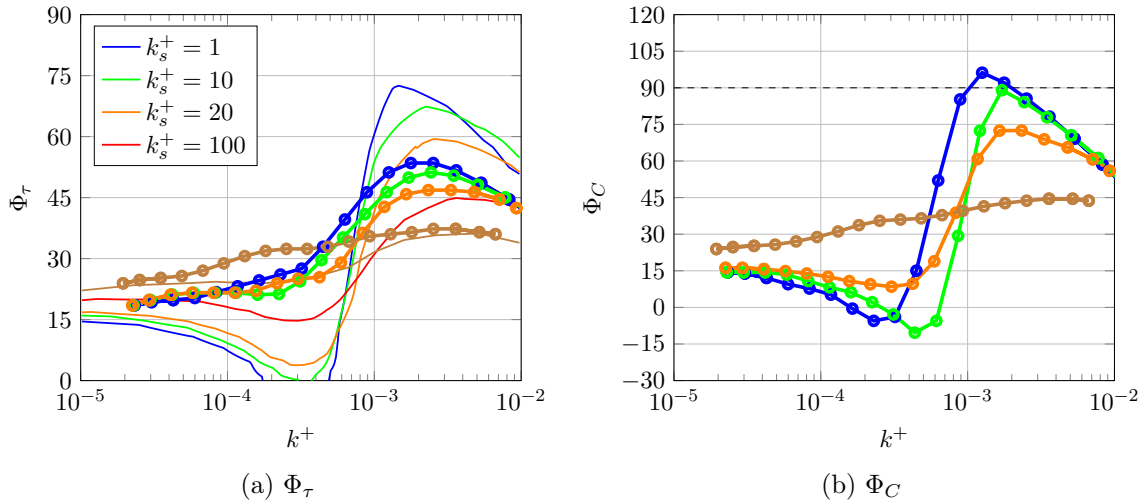


FIGURE IV.10 – Déphasages du cisaillement et de la concentration par rapport à la surface en fonction de  $k^+$  pour différentes valeurs de  $k_s^+$ , comparées aux données de [CDA17] (traits). Les points correspondent au calcul numérique.

À propos de la phase de la concentration (fig. IV.10b), le même phénomène est observé avec la décroissance de  $\Phi_C$  en augmentant la rugosité de paroi. De cette manière, le déphasage de  $C$  devient inférieur à  $90^\circ$  dès  $k_s^+ = 20$ , ce qui rend ainsi le régime stable pour la perturbation de la surface.

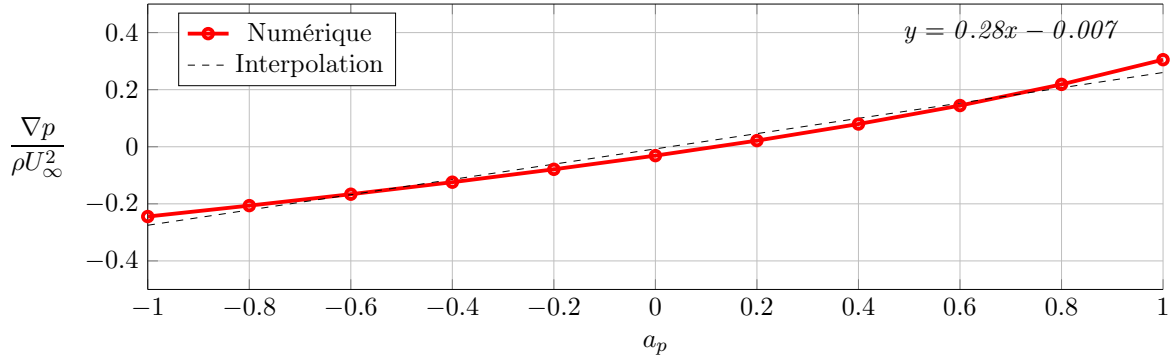
Nous pouvons ainsi prévoir que la stabilité d'une perturbation initiale de la surface est conditionnée à la fois par le régime d'écoulement qui doit se trouver dans la zone transitionnelle, mais également par la micro-rugosité de la surface. Une rugosité de trop grande dimension va ainsi empêcher la croissance d'une ondulation de la surface.

#### 4.3.4 Gradient de pression

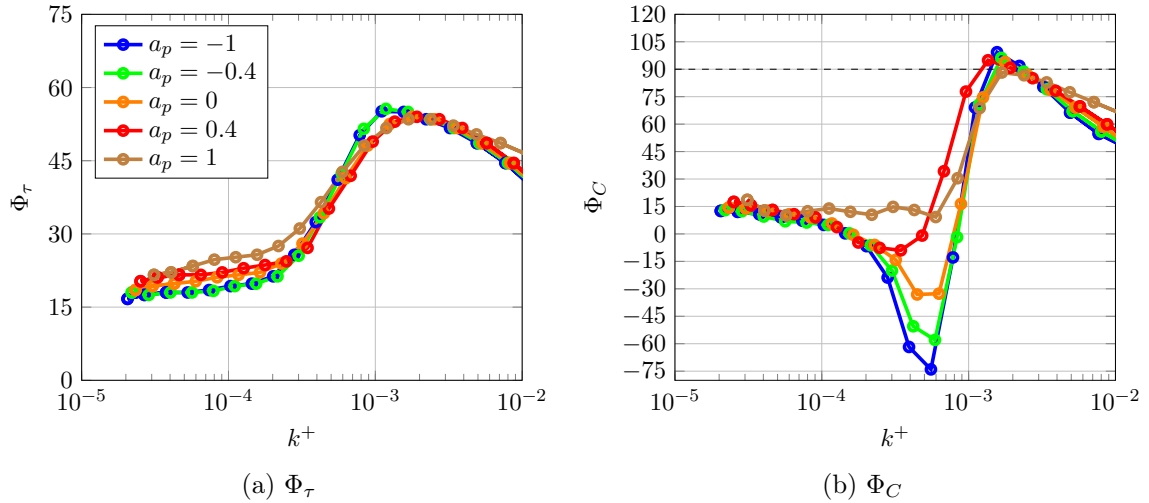
Nous étudions enfin l'influence d'un gradient de pression linéaire global dans la direction de l'écoulement, qu'il soit adverse ou favorable. Pour rappel, un paramètre  $a_p$  est utilisé pour définir la valeur du gradient de pression souhaité. Celui-ci est appliqué dans la simulation par une modification du bord supérieur du domaine de calcul :

$$Z_t(x) = \sqrt{\frac{Z_{t0}^2}{\sqrt{1 - P_G(x)}}} ; \quad P_G(x) = a_p x \quad (\text{IV.12})$$

Il est possible de cette manière de générer un gradient de pression favorable ou défavorable selon le signe de  $a_p$ . La différence de pression en haut du domaine de calcul le long de la zone ondulée est tracée en fonction du paramètre  $a_p$  sur la figure IV.11. La loi utilisée pour le bord supérieur du domaine semble satisfaisante ; en effet, l'évolution du gradient de pression est très proche d'une loi linéaire avec le paramètre  $a_p$ , ce qui signifie que la modification de la géométrie fournit bien un gradient de pression linéaire.


 FIGURE IV.11 – Gradient de pression adimensionné fonction du paramètre  $a_p$ 

Nous avons utilisé ici aussi l'amplitude d'oscillation la plus petite possible, avec  $\frac{2a}{\lambda} = 1\%$  afin de s'affranchir au mieux des non-linéarités. Des gradients favorables et défavorables sont utilisés, afin de mesurer leur effet sur la distribution de cisaillement et de concentration. Les phases  $\Phi_\tau$  et  $\Phi_C$  sont tracées sur la figure IV.12.


 FIGURE IV.12 – Déphasages du cisaillement et de la concentration par rapport à la surface en fonction de  $k^+$  pour différentes valeurs de  $a_p$ 

Dans un premier temps, nous pouvons affirmer que l'ajout d'un différentiel de pression entre l'amont et l'aval du domaine n'influe pas sur la phase du cisaillement. En effet, nous avons vu que le cisaillement calculé par le modèle  $\gamma - \overline{Re}_{\theta t}$  ne tient pas compte des zones d'augmentation locale de la turbulence.

En revanche sur  $C$  (fig. IV.12b), un gradient adverse ( $\frac{\partial p}{\partial x} > 0$ ) a tendance à empêcher le passage du maximum de concentration sur la face arrière de la perturbation autour de  $k^+ = 6 \times 10^{-4}$ . À l'inverse le gradient de pression favorable exacerbe ce décalage. Le maximum autour de  $k^+ = 2 \times 10^{-3}$  n'est en revanche pas affecté par le différentiel de pression, qu'il soit positif ou négatif, et les asymptotes pour les régimes pleinement turbulent et laminaire ne sont pas non plus impactées. En effet, un gradient de pression global va atténuer les variations locales de pression au sein d'une

ondulation ; ainsi, la phase de la concentration qui est fonction du gradient de pression va s'en trouver modifiée.

Ce résultat permet de justifier plus précisément le déphasage local entre la turbulence dans l'ondulation et le gradient de pression, tel que le modélise le modèle de Hanratty.

#### 4.3.5 Variations de la hauteur de la sous-couche visqueuse

Grâce au modèle de transition  $\gamma - \overline{Re}_{\theta t}$ , nous avons accès à l'intermittence  $\gamma$  de l'écoulement en tout point de la simulation. Cela va nous permettre d'évaluer la hauteur de la couche limite le long de la perturbation, et en particulier la hauteur de la sous-couche visqueuse notée  $\delta_\nu$ . En effet, nous savons par la littérature que la sous-couche visqueuse croît lorsque le gradient de pression est favorable, et décroît lorsqu'il est défavorable [SG79, ZCH77].

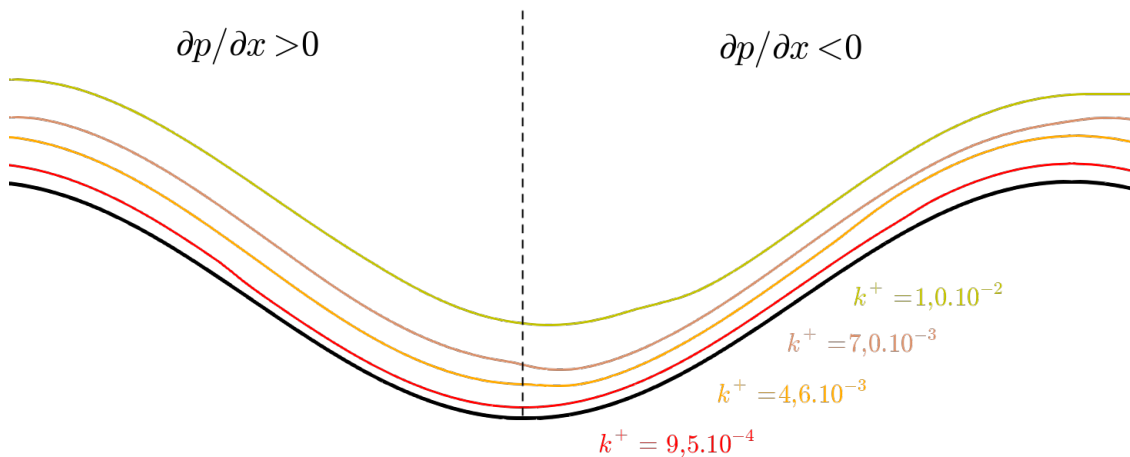


FIGURE IV.13 – Iso-contours de  $\gamma = 5\%$  autour d'une ondulation pour différents nombres de Reynolds  $k^+$ . L'échelle en  $x$  est réduite d'un facteur 10

Ceci est illustré sur la figure IV.13, dans laquelle les contours de  $\gamma = 5\%$  sont tracés pour des Reynolds de  $9.5 \times 10^{-4}$  à  $1.0 \times 10^{-2}$ . Ce contour délimite les zones les moins turbulentes proches de la paroi, et permet ainsi de décrire l'évolution  $\delta_\nu$  en fonction de  $k^+$ . Sur la face descendante  $\frac{\partial p}{\partial x}$  est positif, la sous-couche laminaire est donc décroissante en taille. Sur le côté ascendant, la pression décroît et la couche limite est donc croissante.

D'une manière générale, on retrouve bien le fait que plus l'écoulement est turbulent ( $k^+$  petit), plus la sous-couche visqueuse est petite. Enfin, l'abscisse pour laquelle le gradient de pression change de signe est également fonction du nombre de Reynolds ; plus l'écoulement est laminaire, plus l'inversion de la tendance est décalée sur la face ascendante.

## 4.4 Identification des paramètres du modèle de Hanratty

### 4.4.1 Présentation

Nous avons présenté ici les résultats obtenus avec le modèle de transition  $\gamma - \overline{Re}_{\theta t}$ , qui permet de modéliser les phénomènes de relaminarisation au sein de la couche limite grâce à la variable d'intermittence  $\gamma$ . Nous pouvons alors procéder à l'analyse inverse, qui consiste à réidentifier les paramètres du modèle de Hanratty. La viscosité turbulente  $\nu_t$ , disponible au post-processeur dans nos calculs, s'exprime avec la fermeture turbulente par

$$\nu_t = l_m^2 \left| \frac{\partial U}{\partial y} \right| \quad (\text{IV.13})$$

avec  $l_m$  la longueur de mélange de Prantl. Celle-ci s'exprime avec le profil classique de van Driest :

$$l_m = \kappa y \left( 1 - \exp \left( -\frac{y^+}{A^+} \right) \right) \quad (\text{IV.14})$$

où  $y^+ = \frac{y u_*}{\nu_l}$  est la coordonnée verticale adimensionnée et  $\kappa = 0.41$  est la constante de von Kármán. Le coefficient  $A^+$  représente une mesure de la hauteur de la sous-couche visqueuse. [Han81], à la suite de [AKM72], préconise que ce coefficient soit fonction du gradient de pression, afin de représenter la croissance de la sous-couche visqueuse dans un gradient de pression favorable ( $\frac{\partial p}{\partial x} < 0$ ) et sa décroissance lorsque celui-ci est défavorable ( $\frac{\partial p}{\partial x} > 0$ ). Nous avons en effet mis en évidence cette variation dans la section 4.3.2. Il propose ainsi pour un gradient de pression faible, soit pour une amplitude de la perturbation faible :

$$A^+ = A_0^+ \left( 1 + k_1 \frac{\partial p}{\partial x} \right) \quad (\text{IV.15})$$

avec  $k_1 < 0$  et  $A_0^+ = 25$ . La pression  $p$  est adimensionnée par  $p = \frac{p^*}{\rho u_*^2}$ , et la dimension  $x$  par  $\frac{\nu_l}{u_*}$ .

Finalement pour un écoulement hors équilibre, c'est-à-dire lorsque le gradient de pression varie le long de la surface, les variations de  $A^+$  se décalent par rapport aux variations de pression ; la réponse de la sous-couche visqueuse est en retard par rapport au gradient de pression. Un gradient de pression effectif  $\mathcal{H} = \left( \frac{\partial p}{\partial x} \right)_{eff}$  doit alors être utilisé dans l'équation IV.15. Celui-ci doit répondre à une équation de relaxation :

$$k_2 \frac{\nu_l}{u_*} \frac{\partial \mathcal{H}}{\partial x} = \frac{\partial p}{\partial x} - \mathcal{H} \quad (\text{IV.16})$$

avec une constante de relaxation  $k_2$ . Plusieurs auteurs proposent des valeurs pour les paramètres, qui sont rappelées dans la table IV.2.

Afin de déterminer ces deux paramètres du modèle avec nos calculs, nous allons étudier l'amplitude et la position de l'anomalie due à la transition laminaire-turbulent dans une ondulation. Nous

Source	$k_1$	$k_2$
[AKM72]	-30	3000
[Han81]	-60	3000
	-30	1500
[McL83]	-28	1500
[CAC13a]	-35	2000

 TABLE IV.2 – Paramètres  $k_1$  et  $k_2$  dans la littérature

pouvons en effet analyser les champs de pression  $p$  et de viscosité turbulente  $\nu_t$  afin d'inverser la loi de longueur de mélange IV.14.

#### 4.4.2 Reconstruction de la longueur de mélange

Dans les simulations numériques, le champ de pression accessible par le post-processeur est le champ final  $p_{eff}$ , qui correspond au gradient de pression déphasé par l'équation de relaxation IV.16. Ceci va nous permettre de recalculer aisément la variable  $A^+$  pour remonter à  $k_1$ .

Dans un premier temps nous nous intéressons au profil de longueur de mélange  $l_m$ . Celle-ci peut être calculé ainsi :

$$l_{m,inv} = \sqrt{\frac{\nu_t}{\left| \frac{\partial U}{\partial y} \right|}} \quad (\text{IV.17})$$

Proche de la paroi la viscosité turbulente tend vers 0 et le gradient de vitesse  $\frac{\partial U}{\partial y}$  tend vers une valeur finie : la longueur de mélange s'annule à la paroi, ce qui est cohérent avec l'expression IV.14. Sur la figure IV.14 nous traçons les profils verticaux des longueurs de mélange (adimensionnés par  $\kappa y$ ), pour plusieurs longueurs de mélange :

- $l_{m,inv}$  déterminée par le modèle numérique,
- $l_{m,ref}$  la longueur de mélange de van Driest correspondant à l'expression IV.14 avec le terme  $A^+ = A_0^+$ ,
- $l_{m,th}$  qui est calculée avec la même expression mais avec le terme  $A^+$  corrigé par l'expression IV.15 calculée avec la pression obtenue par le modèle numérique, avec  $k_1 = 35$ .

Dans la sous-couche visqueuse, les profils de longueur de mélange varient suivant l'abscisse considérée ; en  $\frac{x}{\lambda} = 0$  et  $\frac{x}{\lambda} = 0.5$  (figures IV.14a, IV.14c), le profil théorique  $l_{m,th}$  se confond avec le profil de référence. En effet, le gradient de pression est très faible dans ces zones, et on a donc  $A^+ = A_0^+$ . Le résultat obtenu par reconstruction  $l_{m,inv}$  est lui décalé par rapport au profil de référence ; cela est dû au fait qu'il faut prendre en compte le déphasage du coefficient  $A^+$  sur lequel il est basé, qui sera déterminé avec le coefficient  $k_2$ .

En  $\frac{x}{\lambda} = 0.25$  le gradient de pression est positif, ce qui diminue  $A^+$  et augmente donc la croissance de la longueur de mélange ( $A^+$  décroît). Ceci se vérifie naturellement très bien sur le profil théorique. Sur le profil inversé, on observe bien que la croissance est au-dessus du profil de référence jusqu'à  $y^+ \simeq 3$ , avant de repasser en-dessous. Ceci signifie que le coefficient  $A^+$  dans nos simulations

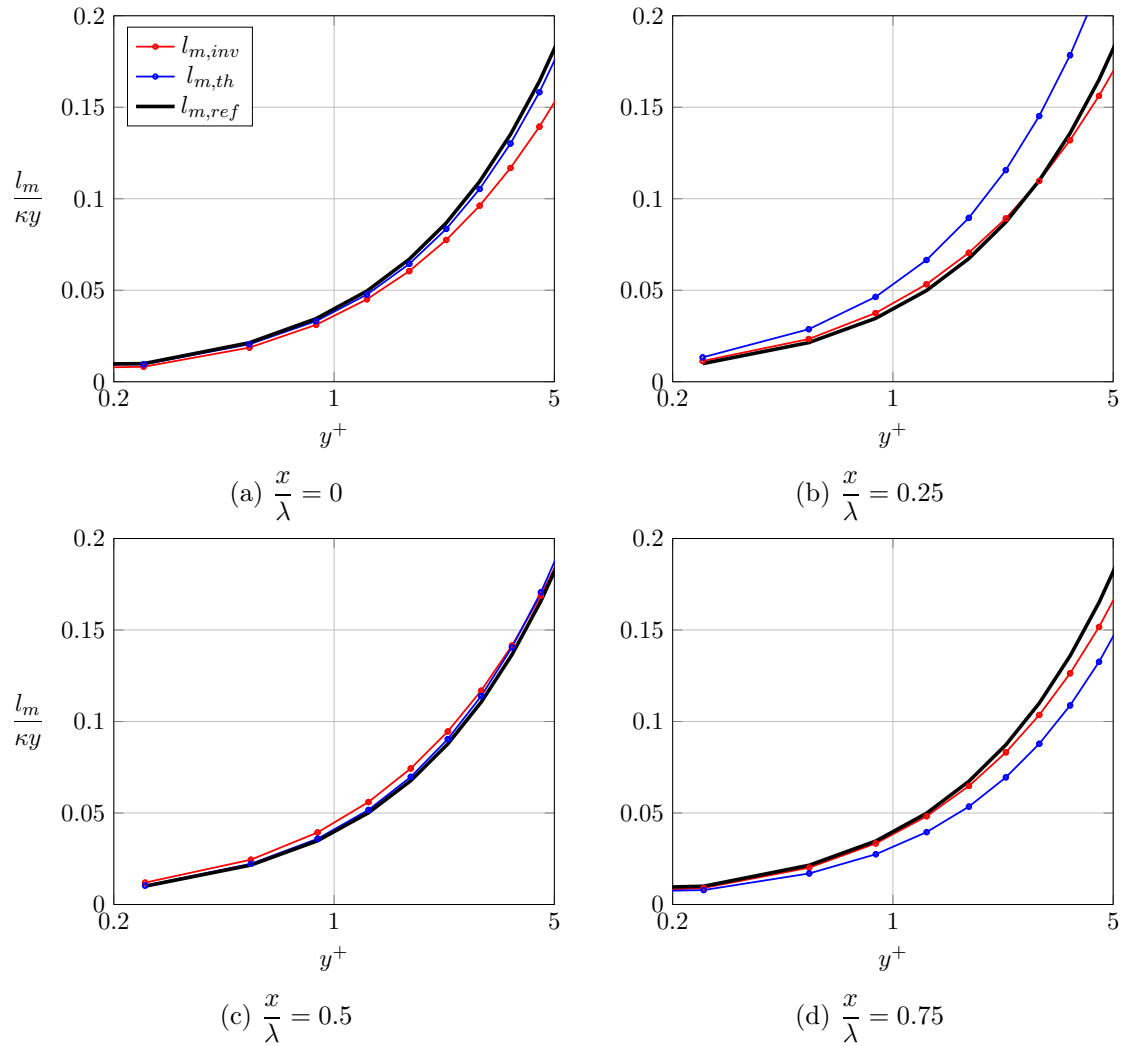


FIGURE IV.14 – Profils de longueur de mélange adimensionnée  $\frac{l_m}{\kappa y}$  obtenus par inversion du modèle numérique ( $l_{m,inv}$ ), avec le coefficient  $k_1 = 35$  ( $l_{m,th}$ ), et de référence avec  $k_1 = 0$  ( $l_{m,ref}$ ) le long de l'ondulation pour  $k^+ = 1.88 \times 10^{-3}$

numériques est également une fonction de la distance à la paroi à la différence du modèle d'Hanratty [Han81]. De plus, l'amplitude avec laquelle la courbe s'écarte de la courbe de référence est inférieure à celle obtenue avec la valeur  $k_1 = 35$ . En effet à une abscisse donnée, les profils présentés ne correspondent pas tout à fait au gradient de pression de référence, compte tenu du déphasage du paramètre  $A^+$  avec  $\frac{\partial p}{\partial x}$ .

De la même manière pour  $\frac{x}{\lambda} = 0.75$ , la pression est décroissante, ce qui a pour effet d'augmenter le paramètre d'ajustement  $A^+$ .



#### 4.4.3 Détermination de $k_1$

Avec la longueur de mélange  $l_{m,inv}$  ainsi déterminée, nous pouvons remonter au coefficient  $A^+$  obtenu numériquement :

$$A_{inv}^+ = -\frac{y^+}{\ln\left(1 - \frac{l_{m,inv}}{\kappa y}\right)} \quad (\text{IV.18})$$

Les résultats obtenus sont présentés sur la figure IV.15 pour plusieurs valeurs de  $y^+$  dans la sous-couche visqueuse.

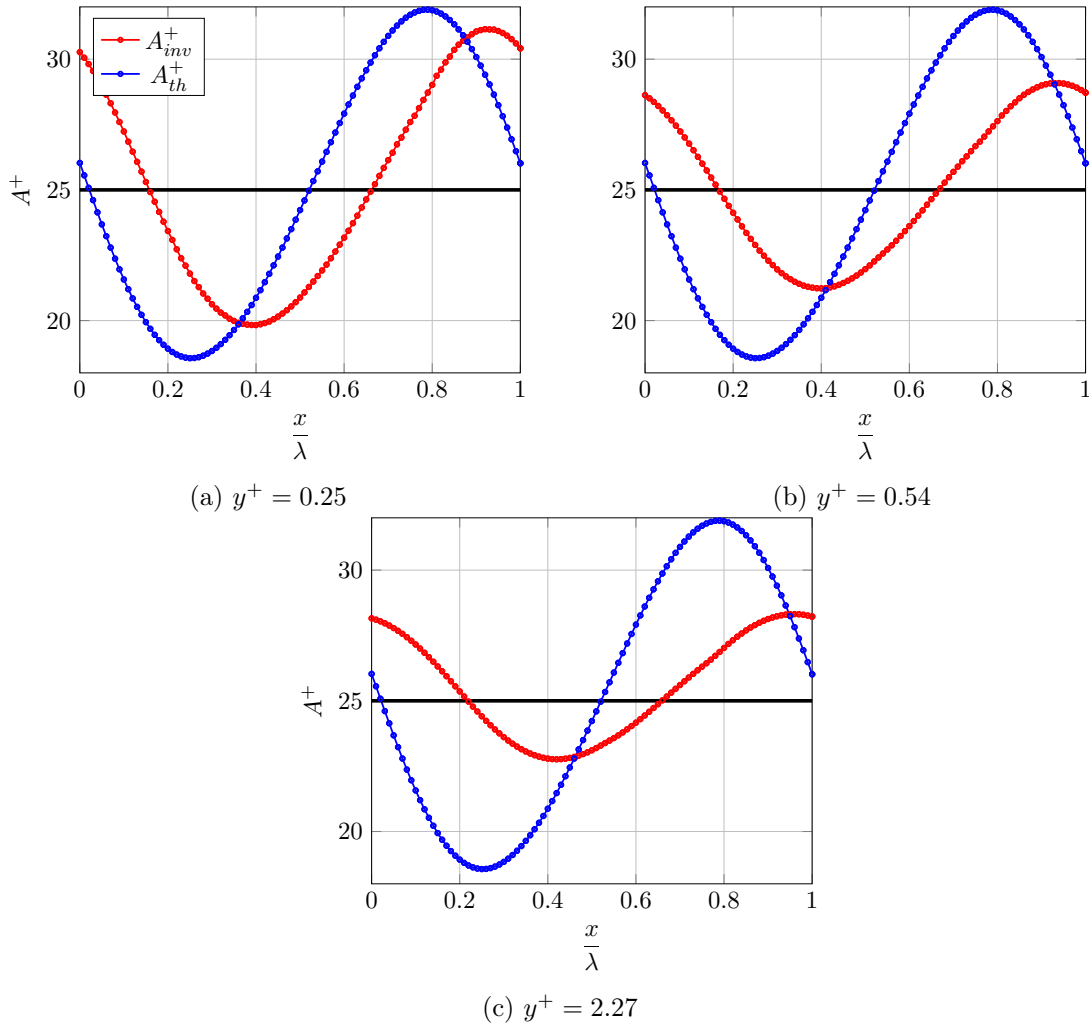


FIGURE IV.15 – Paramètre  $A^+$  le long de la paroi sur une ondulation

Dans un premier temps, nous vérifions que les deux coefficients, théorique et inversé, sont bien centrés autour de  $A_0^+ = 25$ , qui est la valeur de référence pour une paroi non perturbée. Contrairement au profil théorique calculé avec une valeur de  $k_1 = 35$  constante, nous observons que le coefficient  $A_{inv}^+$  issu de nos simulations diminue en amplitude avec la distance à la paroi  $y^+$  : nous retrouvons bien ici la dépendance de la longueur de mélange à  $y^+$  que nous avons observée sur la figure IV.14. De plus, nous pouvons observer le déphasage évoqué précédemment entre  $A_{inv}^+$  et  $A_{th}^+$  ;

ceci sera étudié plus en détail au paragraphe suivant.

Finalement, plus on s'éloigne de la paroi moins la correction de la longueur de mélange a d'influence sur l'écoulement. Ce résultat semble physiquement cohérent : en s'éloignant de la surface l'écoulement rejoint progressivement l'écoulement permanent, pour lequel le coefficient de correction  $A^+$  correspond à celui obtenu sur une plaque plane,  $A_0^+$ . Ceci est aussi en accord avec le fait que la pression tend à s'uniformiser en s'écartant de la paroi, puisque celle-ci a de moins en moins d'influence.

Nous pouvons à présent comparer nos résultats par rapport au modèle proposé par [Han81]. En effet, l'équation IV.15 nous donne :

$$\frac{A_{inv}^+}{A_0^+} - 1 = k_1 \frac{\partial p}{\partial x} \quad (\text{IV.19})$$

Nous avons déjà vérifié que la relation entre  $\frac{A_{inv}^+}{A_0^+} - 1$  et  $\frac{\partial p}{\partial x}$  est bien linéaire, c'est-à-dire que le profil de  $A^+$  est bien centré autour de  $A_0^+$ . En comparant l'amplitude de ces deux variables, nous pouvons alors reconstruire le coefficient  $k_1$  proposé dans la littérature IV.2. Les résultats selon la coordonnée verticale sont présentés sur la figure IV.16.

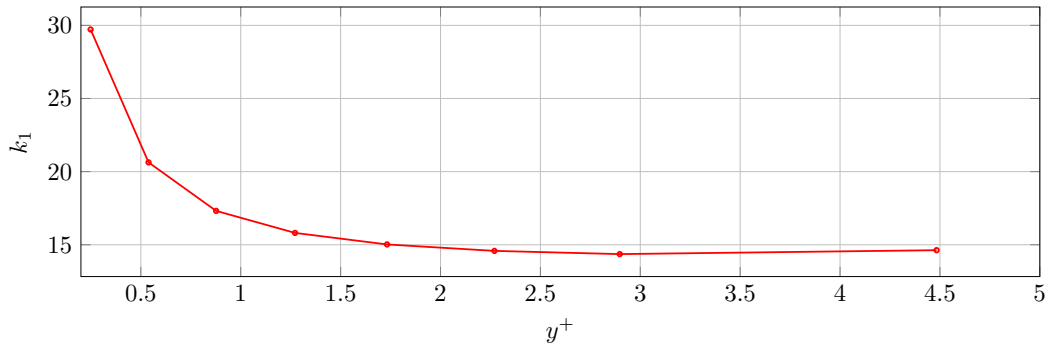


FIGURE IV.16 – Coefficient  $k_1$  selon la coordonnée verticale  $y^+$

Comme attendu, nous obtenons une forte dépendance à la distance à la paroi  $y^+$ , jusqu'à un facteur 2 entre la surface et le haut de la sous-couche visqueuse.  $k_1$  est rapidement décroissant près de la paroi, puis tend à se stabiliser à partir de  $y^+ = 2$ . Le coefficient  $k_1$  ne tend pas vers 0 en s'éloignant de la surface ; cependant le retour de  $A^+$  vers la valeur de  $A_0^+$  est assurée par la décroissance du gradient de pression en s'éloignant de la surface.

La valeur obtenue de  $k_1 = 30$  sur la première maille pour  $y^+ = 0.25$  est en très bon accord avec les valeurs proposées dans la littérature IV.2. Notre modèle a de plus permis de montrer la décroissance rapide ce coefficient avec  $y^+$ .

#### 4.4.4 Détermination de $k_2$

Nous avons ainsi pu identifier la constante  $k_1$  grâce à l'amplitude de modification du profil turbulent dans la couche limite visqueuse. À présent nous allons pouvoir remonter à la variable  $k_2$ , qui créé un déphasage sur le profil de  $A^+$  le long de l'ondulation. Nous allons pour cela mesurer le

déphasage obtenu entre  $A_{inv}^+$  qui est basé sur le gradient de pression effectif  $\mathcal{H}$ , et  $A_{th}^+$  qui est lui obtenu avec le gradient de pression calculé  $\frac{\partial p}{\partial x}$ .

Pour cela, exprimons les deux gradients de pression calculé et effectif par une perturbation harmonique :

$$\frac{\partial p}{\partial x} = P_0 e^{i(kx + \varphi_p)} \quad (IV.20)$$

$$\mathcal{H} = P_0 e^{i(kx + \varphi_H)} \quad (IV.21)$$

L'équation IV.16 devient alors :

$$k_2 \frac{\nu_l}{u_*} \partial_x \mathcal{H} = \partial_x p - \mathcal{H} \quad (IV.22)$$

$$\Rightarrow k_2 \frac{k \nu_l}{u_*} i e^{i\varphi_H} = e^{i\varphi_p} - e^{i\varphi_H} \quad (IV.23)$$

dans lequel les gradients de pression  $\partial_x p$  et  $\mathcal{H}$  sont déjà adimensionnés par  $\frac{\nu_l}{\rho u_*^3}$ .

Nous pouvons finalement exprimer le coefficient  $k_2$  en fonction de la différence de phase entre  $\mathcal{H}$  et  $\frac{\partial p}{\partial x}$  en repassant dans le domaine réel :

$$k_2 = \frac{1 + \sin(\varphi_p - \varphi_H)}{k^+} \quad (IV.24)$$

En pratique, nous déterminons numériquement les déphasages  $\varphi_p$  et  $\varphi_H$  respectivement sur  $A_{th}^+$  et  $A_{inv}^+$ , qui sont à la même phase. L'évolution de  $k_2$  dans la sous-couche visqueuse est présentée sur la figure IV.17.

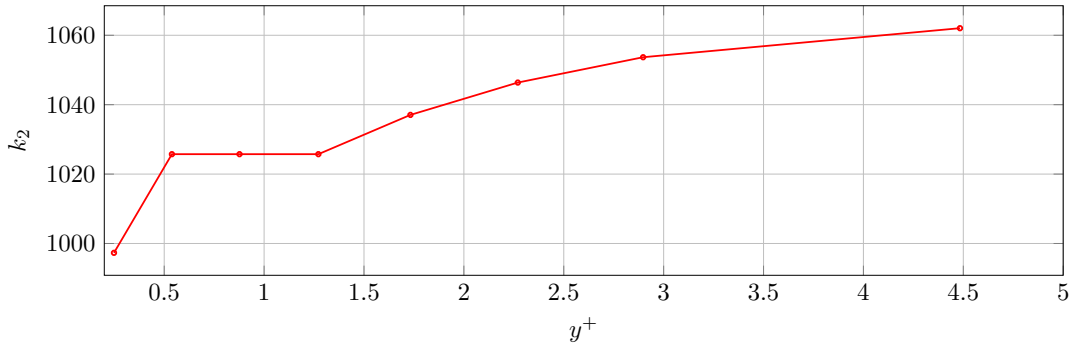


FIGURE IV.17 – Coefficient  $k_2$

Nous constatons en premier lieu que l'évolution suivant la verticale est cette fois beaucoup moins marquée que dans le cas du coefficient  $k_1$ , avec une croissance d'environ 6% seulement entre la surface et le haut de la sous-couche visqueuse. Les points irréguliers pour  $y^+ = 0.54$  et  $0.88$  sont dus aux imprécisions du calcul, en particulier de la discrétisation horizontale du domaine de calcul.

La valeur déterminée  $k_2 \simeq 1000$  près de la surface en  $y^+ = 0.25$  est également proche de ce que préconise la littérature. Nous validons ainsi avec nos simulations l'approche du "retard" de la

turbulence par rapport au gradient de pression avec ce gradient de pression effectif  $\mathcal{H}$ .

## 4.5 Conclusion partielle

Dans ce chapitre, nous avons tout d'abord présenté rapidement une solution au système simplifié sans écoulement, dans lequel seule intervient la diffusion d'espèce. Ceci nous a permis de déterminer les régimes réactifs en fonction du nombre de Damköhler.

Les distributions de cisaillement et de concentration le long de la plaque ondulée ont ensuite été étudiées en fonction des paramètres qui régissent le système. La première étape a été de déterminer les contraintes qu'il est nécessaire de se fixer pour **rester dans le domaine linéaire**, c'est-à-dire obtenir des profils de cisaillement et de concentration de la même forme que la perturbation de la surface. Cette limitation peut s'exprimer par  $a^+ = \frac{au_*}{\nu_l} < 27$ .

Dans cette étude, nous avons en particulier mis en évidence une région sur  $k^+ = \frac{k\nu_l}{u_*}$  pour laquelle **la concentration entre en opposition de phase par rapport à la surface**, ce qui se traduit par une surface instable lorsque celle-ci est récessive. Nous avons déterminé que **le système est instable pour  $k^+ \simeq 2 \times 10^{-3}$** . Ce résultat est en bon accord avec les analyses théoriques de ce couplage.

La comparaison des deux modèles de turbulence  $k - \omega SST$  et  $\gamma - \overline{Re}_{\theta t}$  a permis de souligner le **rôle de la transition laminaire-turbulent** dans le phénomène de déstabilisation de la surface. En effet, aucune instabilité ne peut être obtenue avec le modèle  $k - \omega SST$ , tandis que le modèle  $\gamma - \overline{Re}_{\theta t}$  qui modélise les phénomènes de transition et relaminarisation fait apparaître ces instabilités.

Ensuite, nous avons mis en évidence le **rôle stabilisateur sur la perturbation de la micro-rugosité de la paroi**, en étudiant le paramètre  $k_s^+ = \frac{k_s u_*}{\nu_l}$ . Là aussi les résultats ont pu être mis en vis-à-vis des résultats théoriques de [CDA17]. La dernière étude paramétrique a concerné un gradient de pression le long de la plaque ondulée, qui vient perturber les variations locales de pression au sein de chaque ondulation. Nous avons ainsi déterminé que **la zone d'instabilité pour  $k^+ \simeq 2 \times 10^{-3}$  n'est pas affectée par l'ajout de ce différentiel de pression**, mais influe sur la localisation de la concentration dans la zone  $10^{-4} < k^+ < 10^{-3}$ . Un gradient de pression favorable va ramener celui-ci sur la face ascendante de l'ondulation, tandis qu'un gradient de pression adverse va le décaler davantage sur la face descendante. De nouvelles zones d'instabilité n'ont cependant pas été identifiées dans ce régime. En poussant encore l'amplitude du gradient de pression négatif, une nouvelle zone d'instabilité pourrait cependant probablement être mise en évidence.

Pour terminer, nous avons mis en évidence **les variations de hauteur de la sous-couche visqueuse au sein d'une ondulation** sous l'effet du gradient de pression local. Ce phénomène a pu être mis en évidence grâce au modèle de transition  $\gamma - \overline{Re}_{\theta t}$ . Fort de ce constat, nous avons cherché à confronter nos résultats numériques au modèle proposé par [AKM72] et [Han81], qui décrit de la même manière une dépendance de la hauteur de couche limite visqueuse au gradient

de pression dans le sens de l'écoulement. Grâce à l'analyse des profils de longueur de mélange obtenus numériquement et en retrouvant le paramètre  $A^+$  proposé, nous avons pu **identifier les paramètres du modèle de Hanratty** avec un accord raisonnable.

Nous avons également mis en évidence que le coefficient  $k_1$ , responsable de l'amplitude de l'écart au profil de référence sur plaque plane, ne peut pas être choisi constant. En effet celui-ci **dépend fortement de l'abscisse verticale  $y^+$** , pouvant diminuer jusqu'à un facteur 2.

## Chapitre V.

# Étude numérique de la stabilité d'une surface récessive

Après avoir étudié l'écoulement stationnaire au-dessus d'une paroi ondulée et pu prédire les régimes de stabilité ou d'instabilité de la paroi dans le chapitre précédent, nous allons vérifier ces résultats en étudiant numériquement le système dynamique avec le recul de la paroi.

Nous présenterons d'abord la vitesse moyenne de recul en fonction des propriétés du matériau et de l'écoulement. L'évolution d'une perturbation de la surface sera ensuite traitée, afin de valider les zones d'instabilité déterminées dans le cas stationnaire. Nous verrons notamment les taux de croissance obtenus dans la zone d'instabilité. La croissance d'une perturbation va nous amener à considérer le comportement en régime non linéaire lorsque l'amplitude de celle-ci augmente. Pour terminer nous confronterons les résultats obtenus à ceux issus de la bibliographie, en particulier les essais menés au jet de plasma par le CEA.

### 5.1 Rappel des paramètres

Nous nous intéressons dans ce chapitre au comportement en temps du couplage écoulement-récession. Les paramètres étudiés seront donc ceux étudiés au chapitre précédent sur paroi immobile, auxquels s'ajoutent ceux propres au caractère instationnaire de la simulation.

Avant de s'intéresser à la croissance d'une perturbation de la surface, nous étudierons le recul moyen de la surface plane. Dans ce cas, les nombres adimensionnés sont basés sur les dimensions du domaine de calcul (fig. IV.2) pertinentes par rapport au phénomène considéré :

- le nombre de Reynolds  $Re = \frac{U_\infty L}{\nu_l}$  : il caractérise le régime d'écoulement laminaire ou turbulent
- le nombre de Damköhler  $Da = \frac{k_r h}{D_l}$  : il compare les temps caractéristiques de la diffusion et de la réaction hétérogène
- le paramètre pour la rugosité  $k_s^+ = \frac{k_s \nu_l}{u_*}$  : il détermine le caractère lisse ou rugueux de la surface, avec le modèle de grain de sable équivalent de dimension caractéristique  $k_s$

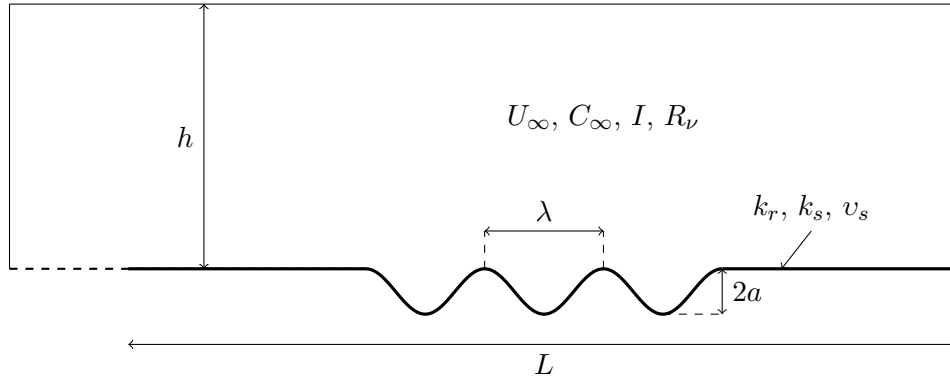


FIGURE V.1 – Dimensions caractéristiques des cas de calcul

- le rapport des concentrations  $\rho_c = v_s C_\infty$  : il compare la concentration en oxydant hors de la couche limite  $C_\infty$  par rapport à la "concentration" du solide  $\frac{1}{v_s}$  l'inverse du volume molaire du matériau.

En présence d'une perturbation de la surface de nombre d'onde spatial  $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ , nous considèrerons à la place du nombre de Reynolds  $Re$  classique, celui basé sur la vitesse de frottement et le nombre d'onde de la perturbation :

$$\frac{1}{k^+} = \frac{u_*}{k\nu_l} \quad (\text{V.1})$$

## 5.2 Étude du recul global d'une surface non perturbée

Avant de s'attaquer à la stabilité d'une perturbation de la surface récessive, nous présentons au préalable une étude du recul moyen de la surface plane en fonction des régimes d'écoulement, de réactivité du matériau et de rugosité de surface.

### 5.2.1 Calcul de la vitesse de récession sans écoulement

La vitesse de récession de la surface peut être déterminée par le calcul dans le cas où il n'y a pas d'écoulement. En effet, celle-ci est donnée par :

$$\partial_t Z = v_{r0} = -v_s J \quad (\text{V.2})$$

où  $v_s$  est le volume molaire du matériau et  $J$  le flux d'oxydant reçu à la paroi. Dans le cas d'une réaction hétérogène du premier ordre, ce dernier s'exprime en fonction de la constante de réaction hétérogène  $k_r$  et de la concentration pariétale  $C_w$  :

$$J = k_r C_w \quad (\text{V.3})$$

Nous avons montré dans le chapitre IV. que la concentration pariétale peut être simplement calculée, dans le cas où seule la diffusion intervient, avec la concentration hors de la couche limite

$C_\infty$  :

$$C_w = \frac{C_\infty}{1 + Da} \quad (\text{V.4})$$

$C_\infty$  est la concentration en oxydant en dehors de la couche limite et  $Da = \frac{k_r h}{D_l}$  est le nombre de Damkhöler calculé avec le coefficient de diffusion moléculaire  $D_l$  et la hauteur de la couche limite  $h$ . En utilisant  $\rho_c = v_s C_\infty$  qui compare la concentration en oxydant  $C_\infty$  par rapport au volume molaire du solide  $v_s$ , la vitesse moyenne de recul de la paroi va alors simplement se calculer avec :

$$\frac{v_{r0}}{k_r} = -\frac{\rho_c}{1 + Da} \quad (\text{V.5})$$

Il s'agit là de la vitesse de recul en l'absence d'écoulement, qui va nous servir de point de comparaison pour quantifier les effets dus à l'environnement extérieur. Dans notre cas d'étude, la vitesse de recul va également être affectée par la formation d'une couche limite au-dessus du matériau, ainsi que par la nature rugueuse de la surface. Nous ne disposons pas d'une expression analytique en présence d'écoulement ou de micro-rugosité, c'est pourquoi nous nous proposons d'étudier l'influence de ces paramètres numériquement.

Sur la plaque plane va avoir lieu la transition laminaire-turbulent, dont l'abscisse a été déterminée dans le chapitre II. en fonction de la turbulence extérieure, et qui va augmenter drastiquement le mélange dans la couche limite une fois l'écoulement devenu turbulent. Ce mélange va augmenter également les échanges avec la paroi, notamment en termes de flux de masse. La vitesse de récession, proportionnelle à ce flux de masse, va donc être plus importante dans la zone turbulente de la couche limite. On s'attend donc à avoir une vitesse de recul de plus en plus importante au fur et à mesure que le nombre de Reynolds de l'écoulement augmente.

La micro-rugosité de la paroi va pour sa part augmenter la surface d'échange de la surface avec l'écoulement, et donc également augmenter le flux de masse apporté au matériau. Cette augmentation de la surface d'échange n'est pas modélisée de manière directe dans nos calculs ; elle est cependant prise en compte par la modélisation de la micro-rugosité avec le modèle du grain de sable équivalent, qui augmente de manière artificielle la viscosité turbulente  $\nu_t$  à la paroi et donc la diffusion turbulente  $D_t$ . Une rugosité de plus grande dimension va donc augmenter la vitesse de récession globale du matériau.

## 5.2.2 Résultats

Nous remarquons que la vitesse de recul de l'interface fluide-solide est directement proportionnelle au paramètre  $\rho_c$ , qui définit le rapport des concentrations du fluide et du solide, et nous n'étudierons que l'influence des paramètres  $Da$ ,  $Re$  et  $k_s^+$ . Celui-ci est choisi égal à  $\rho_c = 1 \times 10^{-3}$  de manière à représenter un solide bien plus dense que le fluide. De plus, pour limiter les erreurs numériques dues à des vitesses de recul trop faibles, cette dernière est multipliée par un facteur numérique  $A$  (voir chapitre III.). Ce dernier est choisi ici égal à 100, ce qui représente un bon compromis entre déformation du maillage et robustesse numérique. Finalement, la vitesse de recul



effective obtenue dans les simulations est  $v_{r,eff} = A v_r$ .

Nous ne nous intéressons ici qu'au flux obtenu après la transition laminaire-turbulent ; la modélisation de la transition n'est donc pas nécessaire dans cette partie, c'est pourquoi nous utiliserons le modèle de turbulence  $k - \omega SST$  qui ne prend pas en compte la transition et qui permet ainsi de s'assurer que l'écoulement considéré correspond bien au régime turbulent sans se préoccuper de l'abscisse de la transition laminaire-turbulent.

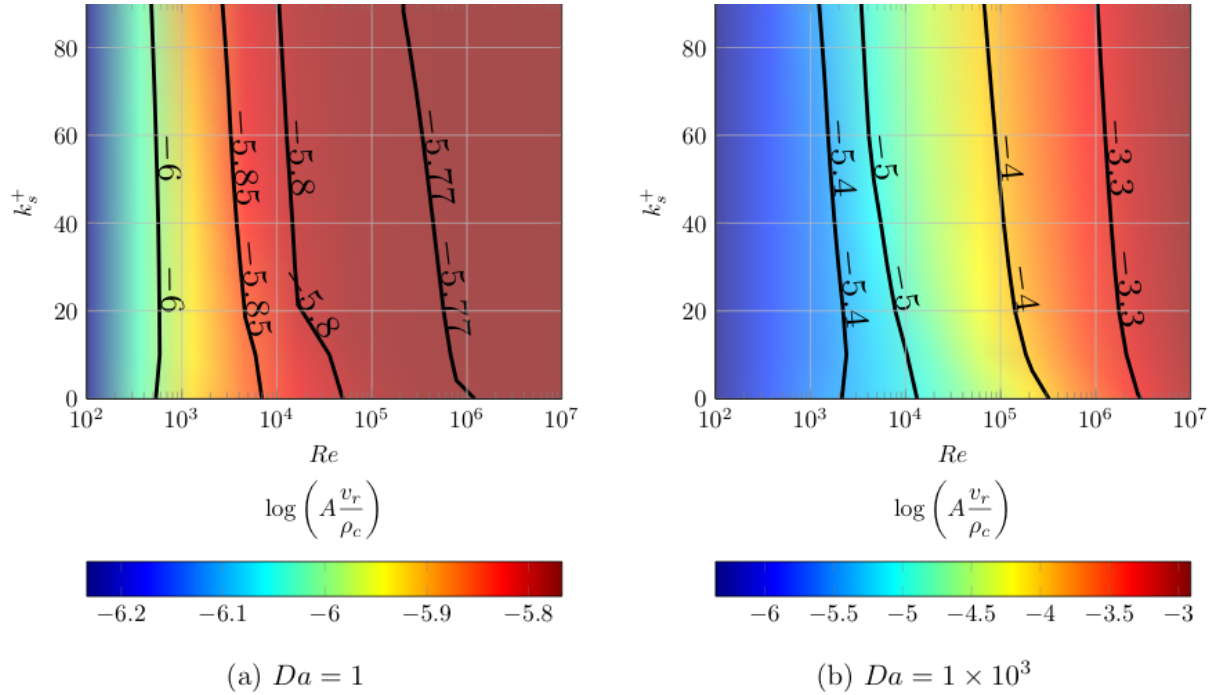


FIGURE V.2 – Contours de vitesse de récession dans le plan  $Re - k_s^+$

Les résultats sont présentés sur la figure V.2 pour  $Da = 1$  et  $Da = 1 \times 10^3$ . Nous constatons en premier lieu que la réaction hétérogène joue un rôle essentiel sur la vitesse de récession : dans le cas d'un écoulement à haut nombre de Reynolds  $Re = 1 \times 10^7$ , celle-ci est multipliée par un facteur environ 1000 entre les cas  $Da = 1$  et  $Da = 1 \times 10^3$ .

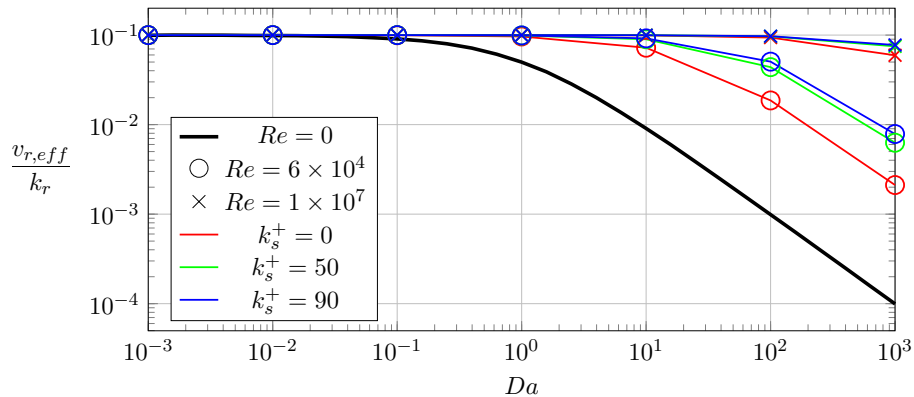


FIGURE V.3 –  $\frac{v_{r,eff}}{k_r}$  en fonction du nombre de  $Da$  pour différentes rugosités

En revanche pour un écoulement à faible  $Re$ ,  $v_r$  n'est plus affecté par le nombre de Damköhler entre les régimes limités par la diffusion ( $Da = 1 \times 10^3$ ) et de compétition diffusion-réaction ( $Da = 1$ ) que nous comparons sur la figure V.2. Pour les régimes faiblement réactifs on retrouve bien la limite  $\frac{v_{r,eff}}{k_r} \rightarrow A\rho_c = 1 \times 10^{-1}$  (fig. V.3) déterminée pour les cas sans écoulement.

Dans le régime faiblement réactif, l'écoulement a peu d'influence sur la concentration pariétale : la vitesse de récession augmente faiblement de  $5.84 \times 10^{-7}$  à  $1.71 \times 10^{-6}$  entre  $Re = 1 \times 10^2$  et  $Re = 1 \times 10^7$  pour  $Da = 1$ . Pour  $Da = 1 \times 10^{-3}$ , aucune variation n'a pu être mise en évidence. Enfin dans le régime très réactif, le nombre de Reynolds devient très important sur la récession : un facteur  $\simeq 2000$  est observé entre  $Re = 1 \times 10^2$  et  $Re = 1 \times 10^7$  (fig. V.4).

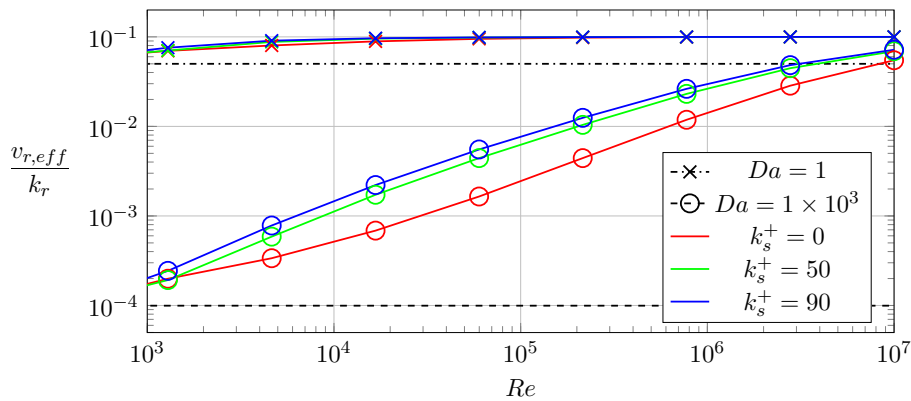


FIGURE V.4 –  $\frac{v_{r,eff}}{k_r}$  en fonction du nombre de  $Re$  pour différentes rugosités. Les lignes pointillées correspondent à la vitesse de recul sans écoulement  $Re = 0$

Pour terminer, nous retrouvons également le fait que la micro-rugosité de la surface augmente la récession. Cet effet est d'autant plus notable que le nombre de Damköhler est grand (fig. V.4). Cette augmentation de flux est cependant moins prépondérante que la vitesse d'écoulement ou la vitesse de réaction : l'augmentation n'est qu'au maximum d'un facteur légèrement supérieur à 3 (fig. V.2, fig. V.5). La réactivité de la surface a une influence importante sur le gain obtenu : en régime contrôlé par la diffusion ( $Da \ll 1$ ) la micro-rugosité n'a plus d'effet sur la vitesse de récession. Un maximum est constaté en fonction du Reynolds, autour de  $Re = 3 \times 10^5$  pour  $Da = 1 \times 10^3$ . Celui-ci correspond au régime transitionnel d'écoulement. Dans les régimes laminaires et pleinement turbulents l'augmentation de vitesse de récession entre les régimes pleinement rugueux et lisse tend à s'annuler.

En résumé, nous avons mis en évidence et pu quantifier l'augmentation du recul de paroi moyen de la surface en présence d'un écoulement sur une paroi rugueuse. La réactivité de la surface n'a plus d'effet lorsque  $Re$  est grand, et la vitesse d'écoulement n'a plus d'effet lorsque  $Da$  est petit. La micro-rugosité n'est pas un paramètre dimensionnant dans tous les cas pour la vitesse moyenne de recul de la surface, et n'a d'influence que lorsque  $Da$  et  $Re$  sont grands.

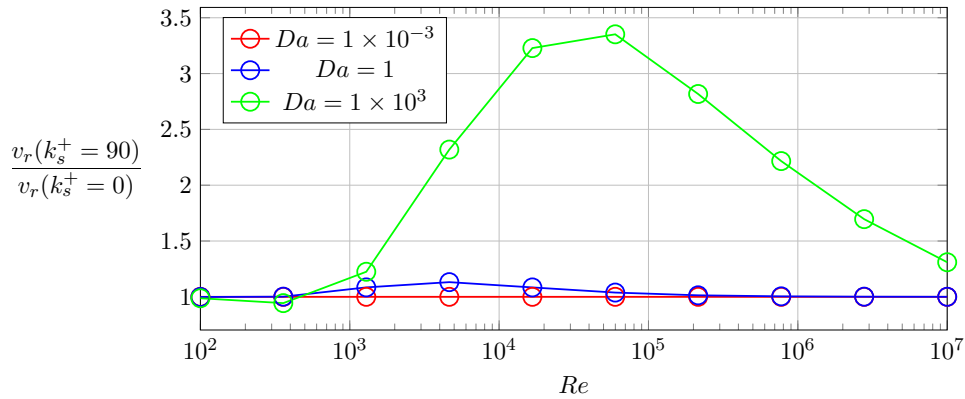


FIGURE V.5 – Augmentation de la vitesse de récession entre  $k_s^+ = 90$  et  $k_s^+ = 0$  en fonction du nombre de Reynolds

### 5.3 Évolution d'une perturbation au cours du temps

Après avoir décrit la vitesse moyenne de la surface, nous allons superposer à ce recul global une ondulation du matériau afin d'étudier la stabilité de celle-ci. En effet, cela nous permettra de valider les résultats obtenus au chapitre IV., dans lequel nous nous sommes intéressés à la distribution de flux d'oxydant et de cisaillement le long d'une période sur paroi fixe. Nous pourrions également étudier la vitesse de croissance ou de décroissance de la perturbation.

#### 5.3.1 Profils de la surface

Nous étudions à présent l'écoulement dans les différents régimes d'écoulement sur une surface sinusoïdale de faible amplitude, de manière à rester dans le domaine linéaire tel que décrit dans le chapitre IV. Comme nous l'avons vu dans la section précédente 5.2, la vitesse de recul moyen de l'interface fluide-solide est très dépendante de la réactivité de la surface et de la vitesse de l'écoulement ; c'est pourquoi  $v_r$  est ajusté par le biais du facteur multiplicatif  $A$ , qui permet d'obtenir une vitesse de recul adaptée aux dimensions du calcul. Le modèle de transition induite par la rugosité est également utilisé dans cette partie.

Dans le cas d'une réactivité élevée, nous avons déterminé que le nombre de Reynolds influe beaucoup sur la vitesse de récession de la surface. C'est pourquoi nous utilisons dans les calculs présentés ici les résultats obtenus dans la section précédente pour déterminer  $A$  de manière à obtenir une vitesse de recul effective  $v_{r,eff}$  indépendante des nombres de Reynolds et de Damköhler, et qui soit bien dimensionnée par rapport à la taille du domaine de calcul. De cette façon, la surface moyenne se trouve toujours à la même position et l'on peut étudier l'évolution de la perturbation au cours du temps. En pratique, nous déterminons le facteur multiplicatif de manière à obtenir un recul de paroi égal à une fois l'amplitude  $2a$  de la perturbation au bout de 40 s.

Nous vérifions sur la figure V.6 que les profils de surface et de concentration restent bien sinusoïdaux de même période au cours du temps : nous restons bien dans le domaine linéaire tout au

long du calcul. Ceci n'est pas tout à fait vérifié lorsque l'amplitude augmente au cours du temps, en temps long (fig. V.6b). En effet comme nous l'avons vu au chapitre IV., le régime linéaire n'est valable que lorsque l'amplitude reste faible, et devient non linéaire lorsque l'amplitude devient trop importante.

Ensuite, nous observons que l'amplitude de la surface ( $Z - v_{r,eff} t$ ) évolue différemment en fonction du paramètre aérodynamique  $k^+$  : elle augmente pour  $k^+ = 2 \times 10^{-3}$ , et diminue dans les autres cas : on met ici d'ores et déjà en évidence l'existence d'instabilités de la surface en fonction de ce paramètre. On remarque en outre une nette différence de vitesse de décroissance entre les régimes totalement turbulent ( $k^+ \rightarrow 0$ , fig. V.6c) et laminaire ( $k^+ \rightarrow +\infty$ , fig. V.6a). Ces deux régimes sont donc instables quant à la perturbation de la surface, mais la décroissance de celle-ci est beaucoup plus rapide dans le cas d'un écoulement laminaire. La vitesse d'évolution de la surface semble être corrélée à l'amplitude de la réponse en concentration ; dans le cas turbulent où la vitesse de décroissance est la plus faible, l'amplitude des variations de concentration est également minimale.

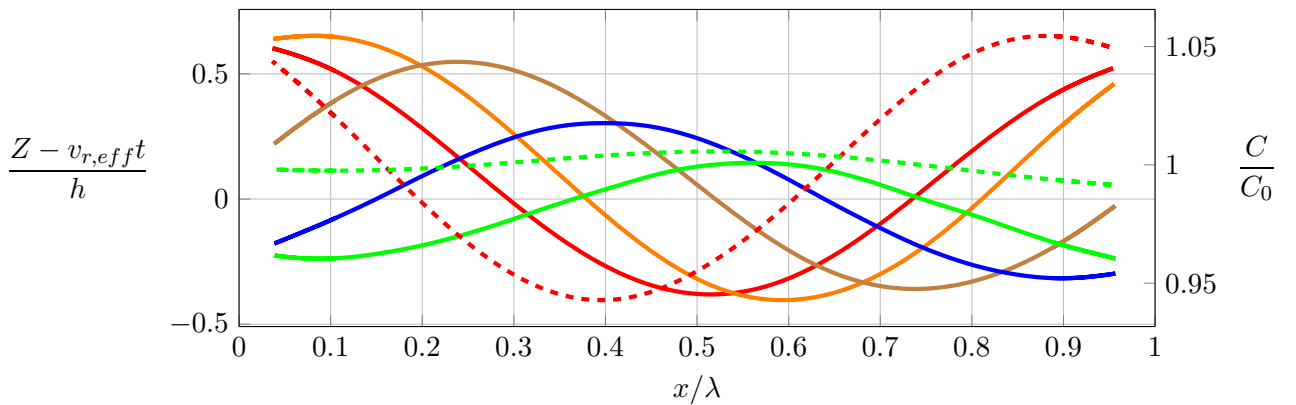
Enfin, nous observons que la perturbation de la surface est mobile au cours du temps : il existe une vitesse de groupe qui fait avancer l'ondulation au cours du temps. Celle-ci est également fonction des paramètres qui régissent la stabilité.

### 5.3.2 Taux de croissance en fonction des paramètres

Nous cherchons à présent à quantifier la vitesse de croissance ou de décroissance  $c_r$  de la perturbation. Celle-ci peut être calculée à un temps de simulation donné  $t$  en mesurant la différence d'amplitude  $dz$  de l'ondulation entre  $t$  et  $t + dt$  :

$$c_r(t) = \frac{dz(t + dt) - dz(t)}{dt} \quad (\text{V.6})$$

Il s'agit là d'un taux de croissance instantané ; nous allons nous intéresser au taux de croissance



(a)  $k^+ = 4.83 \times 10^{-3}$  (légende page suivante)

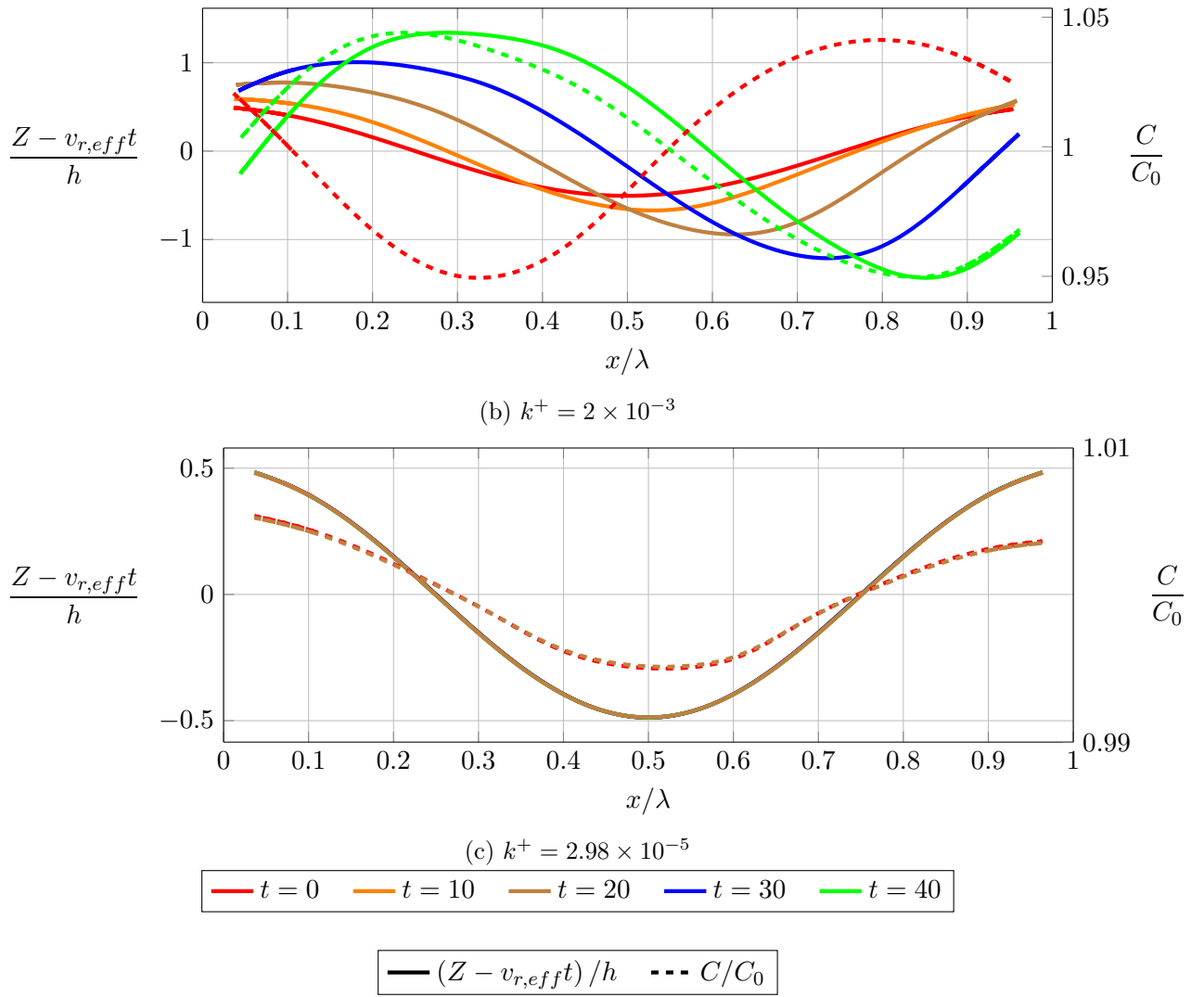


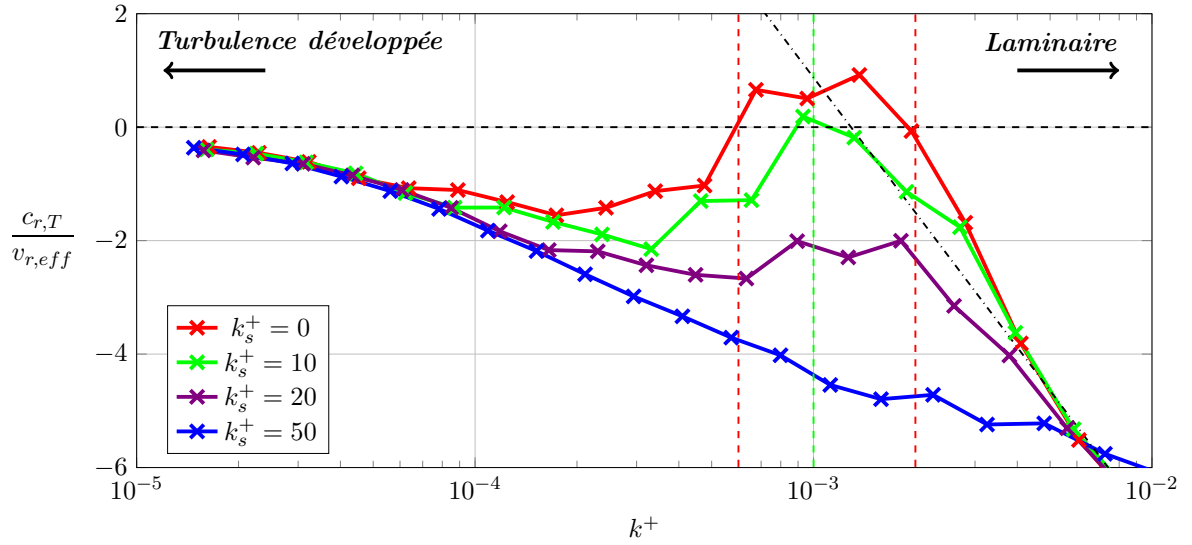
FIGURE V.6 – Évolution du profil de la surface et de la concentration au cours du temps dans plusieurs régimes d'écoulement. Sur la figure V.6c les différents temps sont confondus car la vitesse de croissance est très faible.

global  $c_{r,T}$ , c'est-à-dire sur le temps total de la simulation :

$$c_{r,T} = \int_0^{t_f} c_r(t) dt = \frac{dz(t_f) - dz(0)}{t_f} \quad (\text{V.7})$$

Nous traçons finalement le taux de croissance adimensionné par la vitesse de récession  $\frac{c_{r,T}}{v_r}$  pour différentes rugosités sur la figure V.7. Le signe de celui-ci nous indique donc si la perturbation est amplifiée ( $c_{r,T} > 0$ ) ou atténuée ( $c_{r,T} < 0$ ).

Nous retrouvons bien sur ces courbes la zone d'instabilité sur paroi lisse présentée au paragraphe précédent, pour laquelle l'ondulation de la surface gagne en amplitude. Celle-ci est située entre


 FIGURE V.7 – Taux de croissance adimensionné en fonction de  $k^+$  pour  $Da = 1 \times 10^3$ 

$k^+ = 6 \times 10^{-4}$  et  $k^+ = 2 \times 10^{-3}$ , et correspond parfaitement à ce que nous avons déterminé lors de l'analyse de l'écoulement sur une paroi non récessive, au chapitre IV. Ce résultat valide bien le fait que la phase de la concentration par rapport à la surface conditionne la stabilité de la surface.

Dans le régime pour lequel  $k^+ \rightarrow +\infty$ , le taux de décroissance devient très élevé :  $\frac{c_{r,T}}{v_{r,eff}} = -7$  pour  $k^+ = 1 \times 10^{-2}$  sur paroi lisse. Cela signifie donc que dans le régime laminaire la perturbation est très rapidement atténuée, bien plus rapidement que la surface ne recule elle-même. Une asymptote se dégage dans ce régime (courbe pointillée) pour  $Da = 1 \times 10^3$  :

$$\frac{c_{r,T}}{v_{r,eff}} = -3.43 \log(k^+) - 22.82 \quad (\text{V.8})$$

À l'inverse lorsque  $k^+ \rightarrow 0$ , le taux de décroissance tend vers 0 par valeurs inférieures ; on ne peut donc pas avoir d'instabilité de la surface dans ce régime, cependant une perturbation préexistante se conserve au cours du temps.

En modélisant une micro-rugosité de la surface, nous constatons que celle-ci a tendance à effacer rapidement la zone d'instabilité mise en évidence : dès  $k_s^+ = 20$ , plus aucune instabilité n'apparaît. Nous retrouvons là aussi ce qui avait été établi au chapitre précédent. Ainsi la micro-rugosité augmente la vitesse de récession globale de la surface, mais tend à tuer l'instabilité de la surface.

Le fait que le taux de décroissance tende vers 0 en régime de turbulence pleinement développée nous renseigne beaucoup sur la compréhension du phénomène des coups de gouge : nous pouvons ainsi établir un scénario dans lequel une première irrégularité de la surface apparaît en régime transitionnel, sous l'effet de l'augmentation localisée de flux d'oxydant dû à la transition laminaire-turbulent. Lorsque la vitesse d'écoulement augmente, celle-ci est effectivement atténuée mais avec un temps caractéristique long, préservant ainsi cette instabilité. Enfin lorsque le régime d'écoulement redevient laminaire, il n'y a plus assez de flux de masse à la paroi pour consommer significativement

le matériau. Ainsi bien que la surface soit dans un régime où la perturbation est censée s'atténuer, la vitesse moyenne de récession ne permet pas de l'effacer.

Nous traçons finalement le taux de croissance dans le plan  $k^+ - k_s^+$  sur la figure V.8, pour lequel la vitesse de récession est significative. Nous retrouvons bien la zone d'instabilité comprise entre  $k^+ = 6 \times 10^{-4}$  et  $2 \times 10^{-3}$ , ainsi que la disparition progressive de celle-ci en augmentant la rugosité de la surface. La surface est redevenue stable à partir de  $k_s^+ \simeq 20$ . Par ailleurs, nous avons constaté par ailleurs que le régime réactif ne change pas beaucoup les résultats de stabilité de la surface : celui-ci n'a donc d'influence que sur la vitesse de récession moyenne  $v_r$  de la surface.

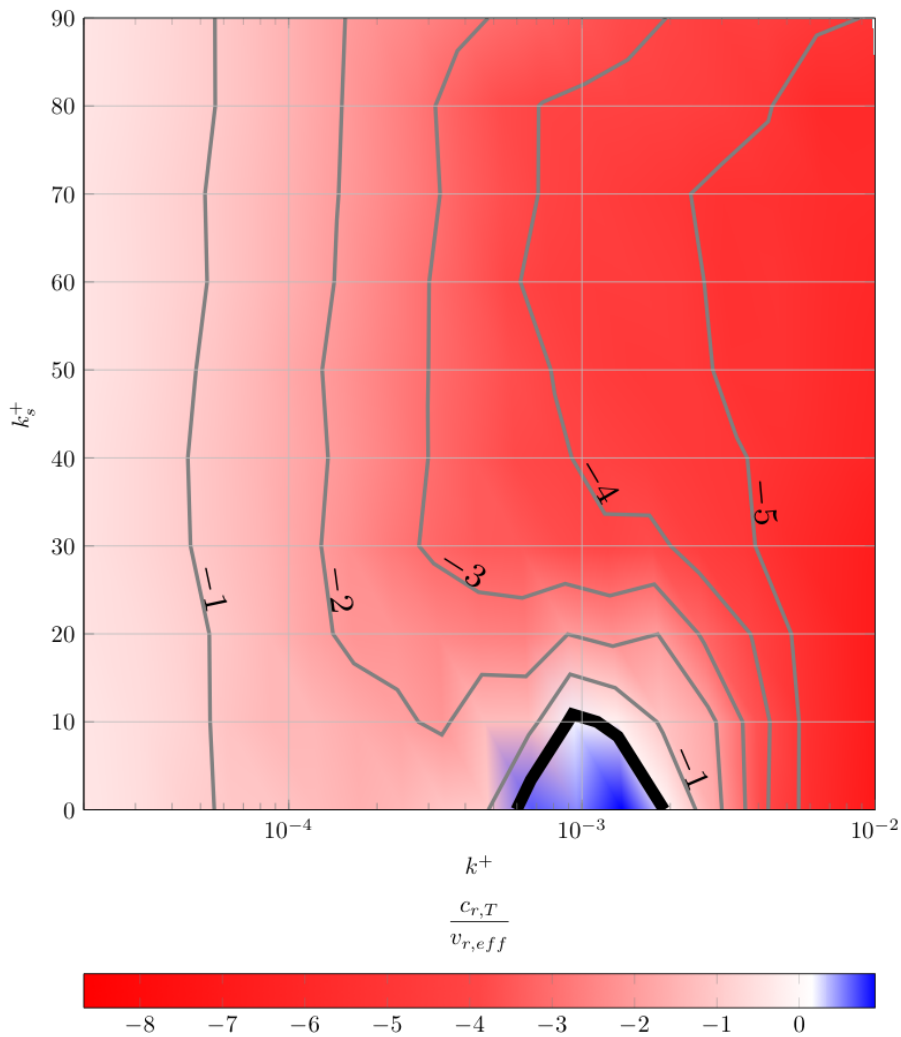


FIGURE V.8 – Contours de taux de croissance dans le plan  $k^+ - k_s^+$

## 5.4 Une incursion dans le domaine non-linéaire

### 5.4.1 Apparition d'une recirculation

Nous sommes restés jusqu'à présent dans le domaine linéaire avec une perturbation de faible amplitude ( $\frac{2a}{\lambda} = 1\%$ ) dans l'optique de déterminer le taux de croissance de la perturbation de la surface. Nous avons cependant observé que pour un cas où la surface est instable, l'amplitude de la perturbation augmente jusqu'à s'écarter du domaine linéaire. Nous cherchons ici à déterminer l'évolution de la géométrie de la surface pour une amplitude plus élevée ; en particulier, il va apparaître une recirculation au sein de l'ondulation qui va venir perturber la répartition de flux de masse et de cisaillement ; les profils obtenus dans de telles conditions ont déjà été étudiées dans le chapitre précédent.

Sur la figure V.9 nous traçons les lignes de courant obtenues pour  $\frac{2a}{\lambda} = 10\%$ , au temps initial (gauche) et au temps  $t_f = 60$  s pour les trois régimes d'écoulement.

Lorsque l'écoulement est pleinement turbulent (fig. V.9a, V.9b), aucune décollement n'a lieu : la réponse aérodynamique reste linéaire, et nous constatons en effet que le recul de la surface se fait bien lui aussi linéairement car la surface reste sinusoïdale. L'amplitude de la perturbation décroît puisque nous sommes en dehors de la zone d'instabilité.

À l'autre extrême pour un écoulement laminaire ( $k^+ = 5.5 \times 10^{-3}$ , fig. V.9e, V.9f), on a cette fois-ci un décollement de la couche limite sur l'aval de l'ondulation, qui vient se recoller sur la face amont. Celle-ci est caractérisée par un cisaillement  $\tau_w$  négatif, et est d'autant plus large que  $k^+$  est élevé. En particulier, le point de décollement est à l'origine de l'apparition d'un point singulier sur la surface au cours du temps qui donne une forme caractéristique à la perturbation initialement sinusoïdale (fig. V.9f).

Ceci s'explique par le fait que dans la couche limite décollée, le mélange devient moins important et permet d'apporter moins d'oxydant à la surface du matériau. Ainsi un défaut de concentration est créé au point de décollement, et on a donc une irrégularité de la vitesse de recul dans cette zone. Le point de recollement ne génère pas en revanche d'irrégularité. De la même façon que dans le régime linéaire que nous avons étudié précédemment, la surface reste stable, avec l'amplitude qui s'atténue au cours du temps. Cette recirculation tend à se rétrécir au cours du temps : le point de décollement rejoint progressivement le recollement. Ceci nous indique que la perturbation va inévitablement disparaître au moment où les deux points se seront rejoints. Pour des raisons de discrétisation de la surface, il ne nous est malheureusement pas possible de simuler jusqu'au bout ce phénomène. En effet le point singulier amène des difficultés quant au recul de paroi qui se fait suivant la normale à la surface (voir chapitre III.).

Enfin pour le régime transitionnel avec  $k^+ = 1 \times 10^{-3}$  (fig. V.9c, V.9d), la recirculation dans le creux est de faible largeur, et reste confinée proche de la paroi. Celle-ci n'est pas suffisante pour perturber notablement le recul de la paroi au point de décollement, et la surface au temps  $t = 60$  s



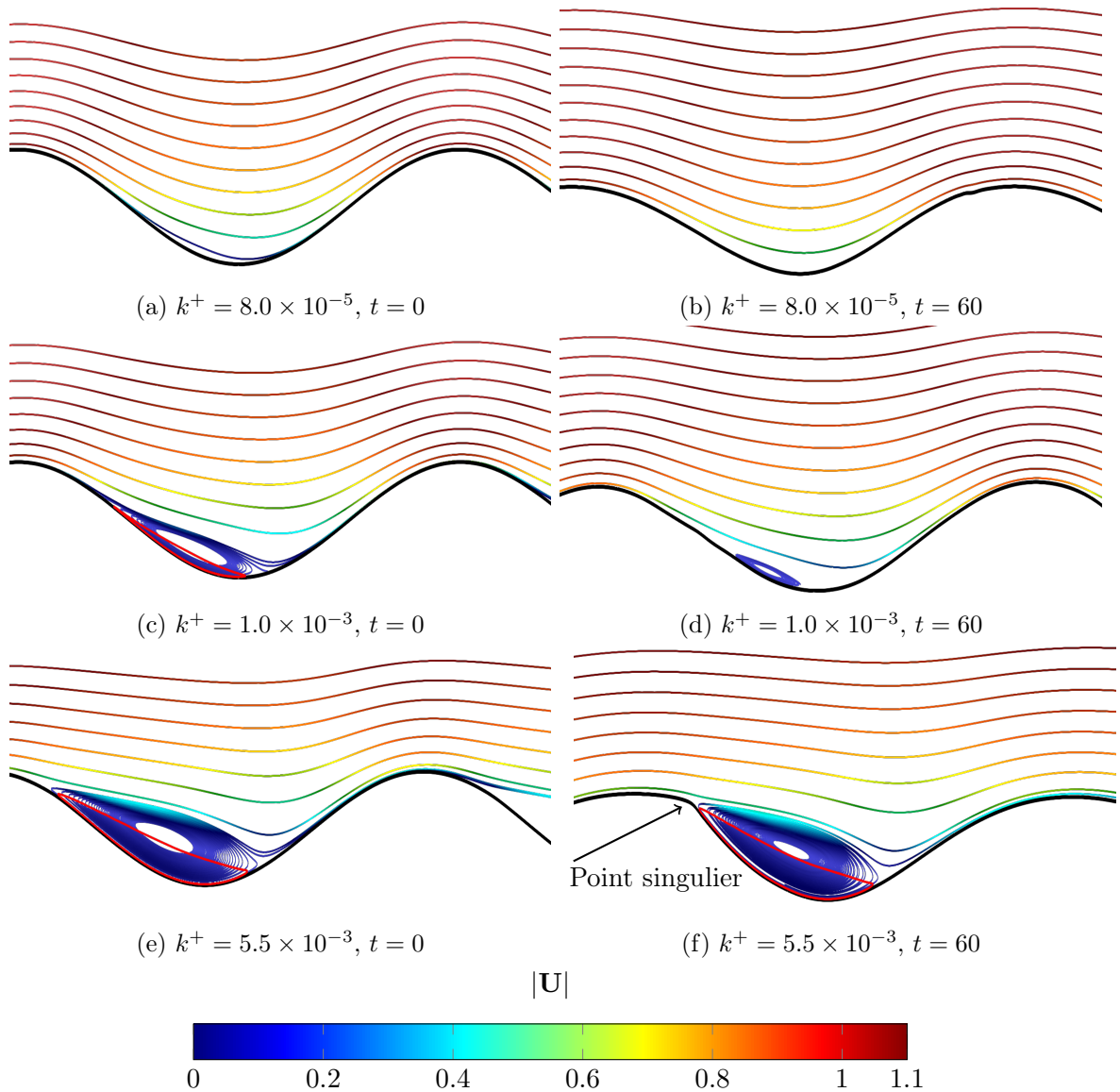


FIGURE V.9 – Lignes de courant en fonction du régime d'écoulement pour  $\frac{2a}{\lambda} = 10\%$ . La zone de vitesse adverse ( $U_x = 0$ ) est représentée en rouge.

n'est quasiment pas déformée. Comme dans le cas laminaire, la zone de vitesse adverse tend à se résorber au cours du temps. Bien que l'on se situe ici dans la région d'instabilité que nous avons précédemment déterminée, nous avons montré au chapitre précédent IV. que l'augmentation de l'amplitude tend à restabiliser la perturbation de la surface en diminuant la phase de la concentration par rapport à la surface. C'est ce que nous observons ici : l'amplitude de la surface décroît au cours du temps.

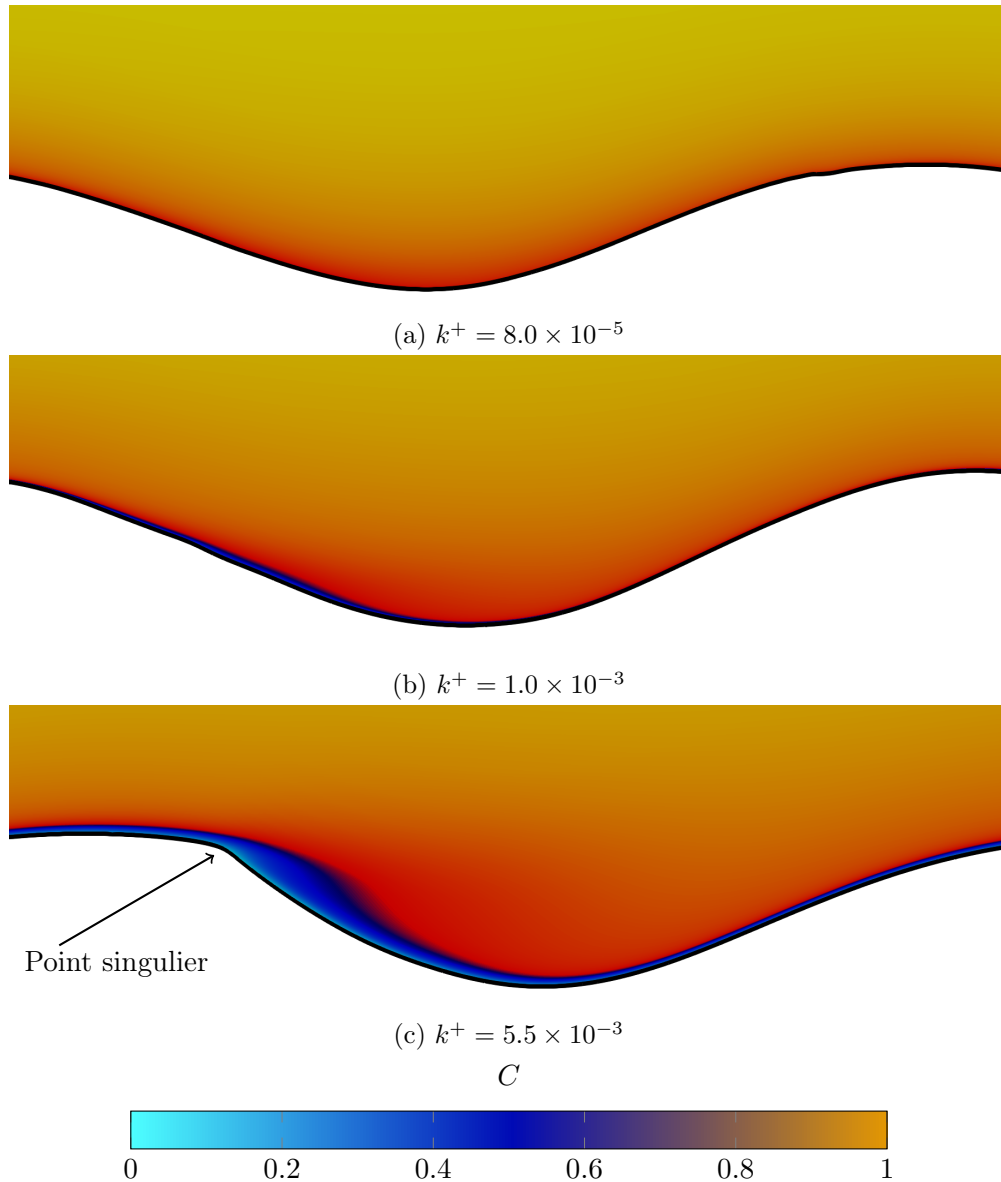


FIGURE V.10 – Champs de concentration dans les différents régimes d'écoulement pour  $\frac{2a}{\lambda} = 10\%$  au temps final  $t = 60$  s

#### 5.4.2 Défaut de concentration au point de décollement

Le champ de concentration au temps final  $t = 60$  s est représenté sur la figure V.10 pour les trois cas considérés. Dans le régime pleinement turbulent le gradient de concentration est uniquement vertical sous l'effet de la diffusion (fig. V.10a). Celle-ci est cependant conditionnée par le nombre de Reynolds comme nous l'avons vu dans la section 5.2. Le défaut de concentration sous l'effet du décollement de la couche limite apparaît nettement dans le cas  $k^+ = 5.5 \times 10^{-3}$  sur la figure V.10c.

Une zone laminaire se développe dans la zone d'écoulement adverse, dans lequel le mélange turbulent ne se fait plus. La prise en compte de ce décollement est permise par la modélisation de la

transition laminaire-turbulent grâce au modèle  $\gamma - \overline{Re}_{\theta t}$ ; la concentration en oxydant suit en effet l'intermittence  $\gamma$  de l'écoulement dans cette région. Dans le cas transitionnel (V.10b) le décollement est très léger, et ne permet pas d'obtenir de variations notables de la concentration à la paroi.

### 5.4.3 Abscisses de la recirculation selon l'amplitude

Enfin, nous avons déterminé les abscisses de décollement et recollement en fonction de l'amplitude de la perturbation (fig. V.11), pour un régime d'écoulement laminaire  $k^+ = 1.5 \times 10^{-2}$ . Les résultats sont comparés aux données de la bibliographie obtenues par DNS ([MS96]) pour l'amplitude  $\frac{2a}{\lambda} = 10\%$ , et avec un modèle  $k - \epsilon$  bas Reynolds ([DAJ04]).

La zone de recirculation s'élargit lorsque l'amplitude de la perturbation augmente; le point de recollement est plus sensible que le point de décollement, qui est peu variable. Les abscisses de ces deux points singuliers tendent vers une limite lorsque l'amplitude de la perturbation augmente: autour de  $\frac{x}{\lambda} = 0.05$  pour le décollement et  $\frac{x}{\lambda} = 0.85$  pour le recollement.

Parmi les différents modèles étudiés, un excellent accord est obtenu entre notre modèle  $\gamma - \overline{Re}_{\theta t}$  et le modèle de [DAJ04], ainsi qu'avec les données DNS pour le cas  $\frac{2a}{\lambda} = 10\%$ . Pour l'abscisse du recollement en revanche, des différences importantes sont obtenues avec le modèle de transition qui en surestime assez largement l'abscisse. En effet, le modèle  $\gamma - \overline{Re}_{\theta t}$  fait partie de la famille des modèles  $k - \omega$ , pour lesquels il est connu que le recollement est difficilement capturé, de même que pour la plupart des modèles RANS classiques ([KJ14]).

Pour résumer, l'augmentation de l'amplitude ne permet pas d'obtenir d'amplification de la perturbation conformément à ce que nous avons déterminé par l'analyse de la distribution de concentration sur paroi fixe, et que nous vérifions ici. Au cours du régime transitoire cependant, l'apparition d'une zone de recirculation de l'écoulement dans le creux donne naissance à un défaut de concentration au point de décollement de la couche limite. Au cours de l'ablation de la surface, une forme caractéristique apparaît avec la formation d'un plateau entre la crête et le décollement.

## 5.5 Essais CEA au jet de plasma

Pour terminer, nous souhaitons comparer nos résultats numériques à la littérature. Nous nous appuyerons en particulier sur la campagne d'essais au jet de plasma menée par le CEA sur un matériau carboné, ainsi que sur les résultats expérimentaux déjà évoqués dans le chapitre I. De plus, les zones d'instabilités obtenues par méthode d'analyse linéaire de stabilité seront également confrontées à nos résultats.

### 5.5.1 Moyen d'essai et matériau

Le phénomène de coups de gouge, étudié jusqu'ici de manière numérique, a également été reproduit expérimentalement sur moyens d'essai au sol. Nous avons déjà présenté dans le chapitre bibliographique I. les essais menés dans les années 1970 sur du carbone ([Shi74], [HW76]) et sur des matériaux plus facilement ablatables tels que du Téflon ([WG73], [Pow11]) ou du camphre ([LM68]).

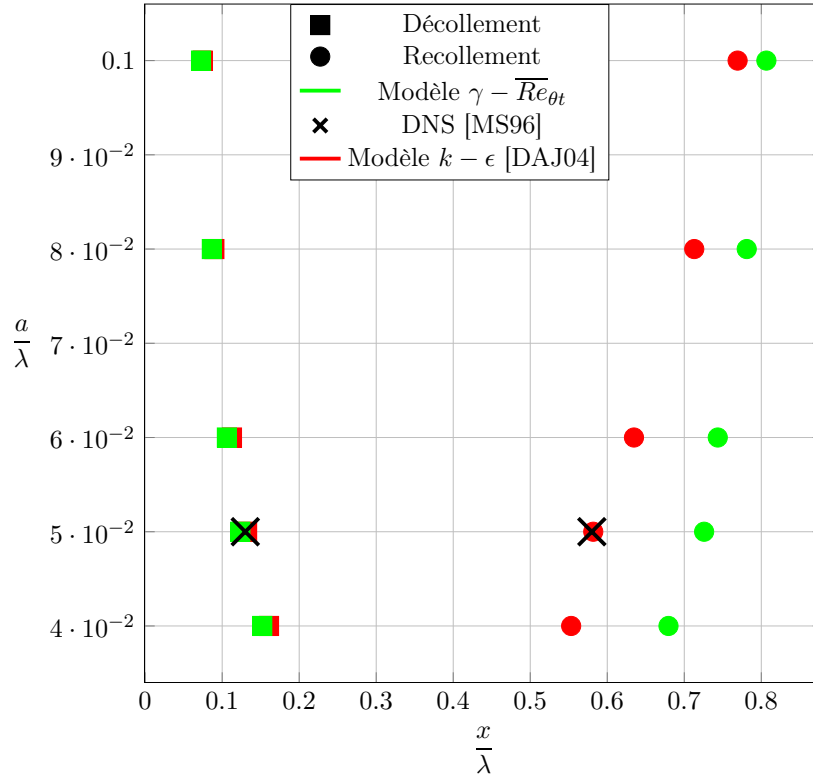


FIGURE V.11 – Abscisses de décollement et recollement de la couche limite en fonction de l'amplitude de la perturbation pour  $k^+ = 1.5 \times 10^{-2}$

Des données ont été apportées par le CEA dans ce domaine, avec une campagne d'essais menée sur un moyen d'essai jet de plasma, dans l'objectif d'apporter plus de compréhension au phénomène des coups de gouge. Des creusements macroscopiques ont en effet été observés lors de cette campagne d'essai.

Le matériau employé est un composite 3D carbone-carbone, et l'échantillon employé est de type cône dont la dimension caractéristique est de l'ordre du centimètre. Des creusements macroscopiques type coups de gouge ont pu être obtenus sur ces échantillons lors d'essais en écoulement face à la pointe avant. Les observations de cet échantillon ont été effectuées au microscope Keyence VHX-2000, qui permet une reconstruction tridimensionnelle de la surface observée. Les images sont présentées sur la figure V.13, et mettent bien en évidence la présence d'une rugosité macroscopique superposée à la micro-rugosité microscopique.

Nous nous proposons ici de corrélérer les grandeurs caractéristiques de l'écoulement avec la dimension des coups de gouge obtenus.

### 5.5.2 Conditions expérimentales

Deux conditions expérimentales notables sont à remarquer lors de cette campagne. La première ① correspond à un régime d'écoulement transitionnel avec une vitesse amont de  $U_\infty = 1000 \text{ m s}^{-1}$ ,

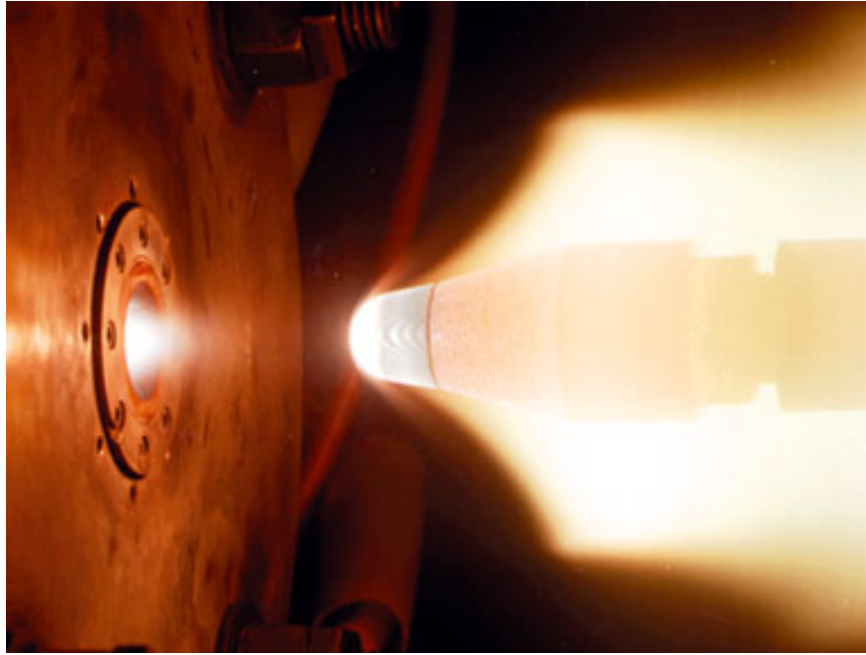
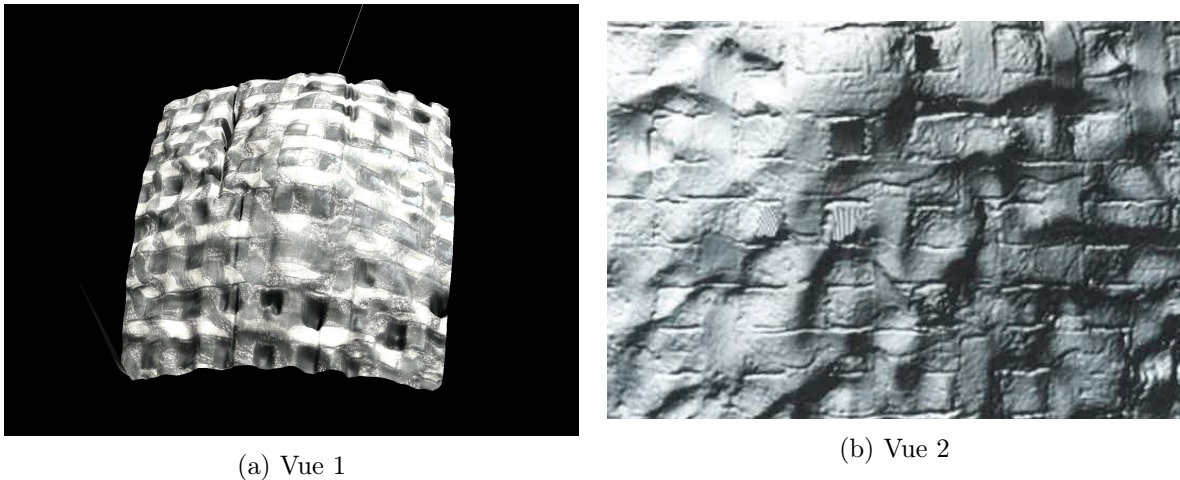


FIGURE V.12 – Échantillon en cours d'essai au jet de plasma (NASA)



(a) Vue 1

(b) Vue 2

FIGURE V.13 – Observations de l'échantillon 2 au microscope

pour lequel des creusements localisés et de grande dimension ont été obtenus. Ceux-ci correspondent à des dissymétries de l'écoulement et ne vont donc pas retenir notre attention par la suite. L'autre ② correspond à un régime turbulent à  $U_\infty = 3000 \text{ m s}^{-1}$ ; c'est sur cet échantillon que des creusements macroscopiques réguliers ont été obtenus, reproduisant le phénomène de coups de gouge. Les conditions expérimentales de ces deux essais sont détaillées sur la table V.1.

L'observation de l'échantillon ② en régime turbulent (fig. V.13) montre tout d'abord un effet important du tissage du matériau (fig. V.13a). En effet il s'agit d'un composite carbone-carbone avec un tissage tridimensionnel, dont les différentes phases présentent des réactivités différentes. C'est ce qui va entraîner une rugosité de petite dimension, dite laminaire, qui sera étudiée plus en

Échantillon	Transitionnel ①	Turbulent ②
$P$ (bar)	8	80
$\rho$ ( $\text{kg m}^{-3}$ )	0.35	3
$\mu$ (Pas)	$1.5 \times 10^{-4}$	$1.6 \times 10^{-4}$
$T_\infty$ (K)	6200	7000
$U_\infty$ ( $\text{m s}^{-1}$ )	1000	3000
$Sc$	1	8.83
Creusements observés	<b>Gros et localisés</b>	<b>Réguliers, autour de 1 ou 2 mm</b>

TABLE V.1 – Conditions expérimentales employées et résultats lors des essais au Jet Plasma

détail dans le paragraphe 5.5.4.

En plus de cet effet de tissage, nous observons une rugosité macroscopique qui s'y superpose. Celle-ci est visible en particulier sur la figure V.13b. On observe qu'un îlot laminaire est conservé au point d'arrêt avec un recul de surface moins important et qui se fait de manière homogène, sans faire apparaître de rugosité particulière. En s'éloignant du point d'arrêt, la récession de surface n'est plus homogène, et les creusements réguliers et de faible profondeur apparaissent.

Leur longueur est faiblement variable et a été mesurée autour de 1 ou 2 mm grâce à la reconstruction 3D du microscope Keyence. À partir d'une coupe de la reconstruction de la surface, la distance entre deux crêtes est mesurée. Cette mesure a été effectuée selon plusieurs coupes radiales du matériau afin de s'assurer qu'il s'agit bien d'une dimension caractéristique de l'échantillon. En effet la rugosité due au tissage, qui ne nous intéresse pas ici, perturbe largement la mesure des coups de gouge sur la surface reconstruite.

Il nous reste alors à déterminer le régime d'écoulement afin de savoir si cela correspond à la région d'instabilité déterminée numériquement.

### 5.5.3 Modélisation de l'écoulement

À partir des conditions expérimentales, une modélisation a été effectuée au CEA afin de reconstituer les conditions d'écoulement, et ainsi de déterminer les paramètres que nous avons étudié précédemment dont dépend la stabilité de la surface. Cette modélisation a été effectuée sur les moyens de calcul du CEA sur le cas ② dans lequel des ondulations de la surface sont apparues.

Nous voyons tout d'abord que l'écoulement amont est légèrement supersonique avec un nombre de Mach  $Ma \simeq 2$  (fig. V.14a). En revanche le choc détaché crée une poche subsonique proche de la surface, dans laquelle le nombre de Mach est inférieur à 0.8. De plus la température de paroi est proche de la température de l'écoulement, ce qui nous permet de considérer que la masse volumique est constante et que l'écoulement est incompressible dans cette zone.

Ensuite, la modélisation nous permet de récupérer le taux de cisaillement à la paroi, nécessaire

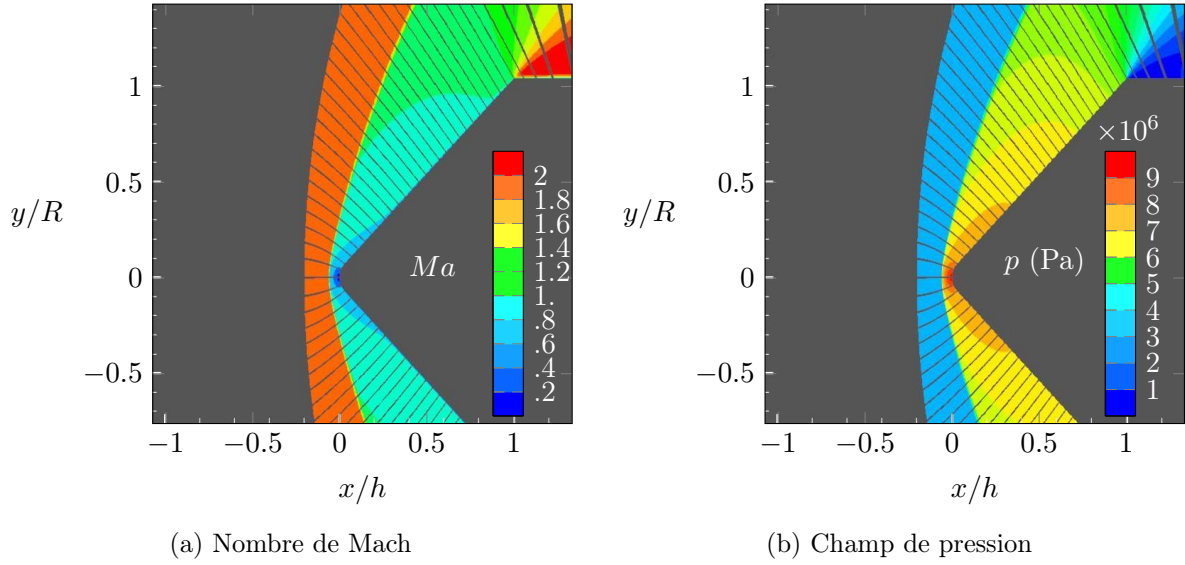


FIGURE V.14 – Modélisation de l'écoulement autour de l'échantillon 2 en régime turbulent (communication privée)

pour déterminer la valeur de  $k^+$ . Celui-ci est lentement variable le long de la surface, mais une valeur moyenne peut être utilisée pour vérifier que l'on se situe dans la région instable que nous avons déterminée numériquement. La table V.2 résume les données aérodynamiques nécessaires dans le cas turbulent (2). La viscosité cinématique est simplement calculée avec la viscosité dynamique  $\mu$  et la masse volumique  $\rho$  :

$$\nu_l = \frac{\mu}{\rho} \quad (\text{V.9})$$

et la vitesse de frottement  $u_*$  grâce à

$$u_* = \sqrt{\frac{\tau_w}{\rho}} \quad (\text{V.10})$$

Enfin, nous disposons également de la vitesse de recul moyenne du matériau ainsi que de la perte de masse instantanée  $\dot{m}$ , résumées aussi dans la table V.2.

Échantillon	Transitionnel (1)	Turbulent (2)
$\tau_w$ (Pa)		$1 \times 10^4$
$u_*$ ( $\text{m s}^{-1}$ )		57.74
$\nu_l$ ( $\text{m}^2 \text{s}^{-2}$ )	$4.3 \times 10^{-4}$	$5.33 \times 10^{-5}$
$T_w$ (K)	4000	4500
$v_r$ ( $\text{m s}^{-1}$ )	$5 \times 10^{-4}$	$4 \times 10^{-3}$
$\dot{m}$ ( $\text{kg m}^{-2} \text{s}^{-1}$ )	1	8

TABLE V.2 – Analyse des données dans les essais au jet de plasma

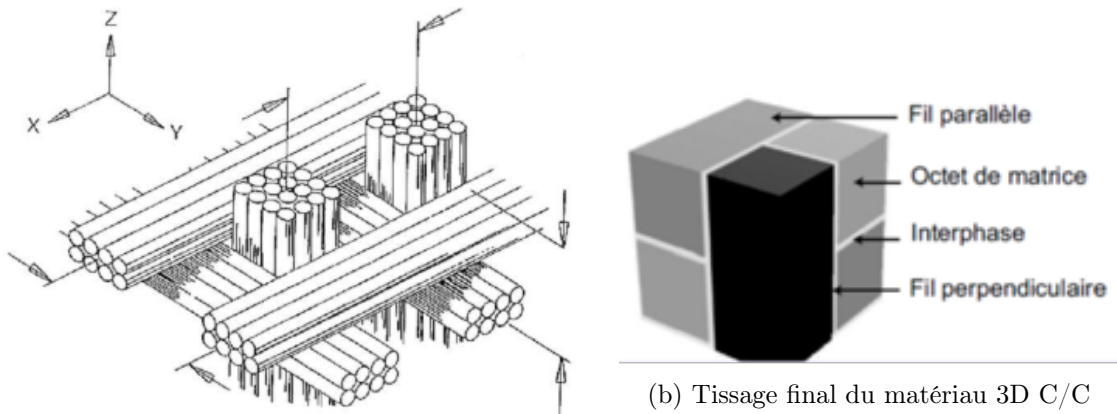
Les valeurs de vitesse de frottement  $u_*$  et de viscosité cinématique  $\nu_l$  permettent de calculer

$\frac{\nu_l}{u_*} = 9.24 \times 10^{-7}$  dans le cas dans lequel des creusements réguliers apparaissent, ce qui permet de remonter à  $k^+ = \frac{k\nu_l}{u_*}$  compris entre  $2.9 \times 10^{-3}$  et  $5.8 \times 10^{-3}$  avec la longueur d'onde des ondulations comprise entre 1 et 2 mm que nous avons mesurée. Cette valeur est proche de la région instable dont nous avons démontré l'existence, qui se situe entre  $6 \times 10^{-4}$  et  $2 \times 10^{-3}$ .

### 5.5.4 Rugosité laminaire

#### Architecture du matériau

Comme nous l'avons dit, le matériau présente, avant d'être soumis à un régime turbulent, une micro-rugosité de faible dimension, due au tissage du matériau. L'architecture de ce matériau ([Gil17]) est présentée sur la figure V.15; il est composé de fibres ex-PAN (PolyAcryloNitrile), qui sont organisées comme décrit sur la figure V.15a et qui constituent la préforme. Celle-ci est ensuite densifiée par imprégnation, pour arriver à la structure finale du matériau dont un motif élémentaire est représenté sur la figure V.15b.



(a) Agencement des fibres avant imprégnation

FIGURE V.15 – Micro-rugosité du matériau 3D C/C ([Gil17])

#### Rugosité laminaire

La préforme et la matrice présentant des réactivités différentes, un écoulement laminaire va conduire à l'ablation du matériau mais avec des vitesses de recul différentes. En particulier, la matrice autour des fibres est beaucoup plus réactive que les fils eux-mêmes, et développe donc une micro-rugosité au cours de l'ablation en forme de "bouquets d'aiguille" (fig. V.16, [Lac06]).

Cette rugosité se situe à l'échelle microscopique. Celle-ci a également pu être mesurée pour les essais au jet de plasma, avec une dimension caractéristique de l'ordre de  $10 \mu\text{m}$ , que nous assimilons ici à la hauteur de grain de sable équivalent  $k_s$ .

Grâce à la modélisation de l'écoulement précédente, nous pouvons finalement remonter au pa-



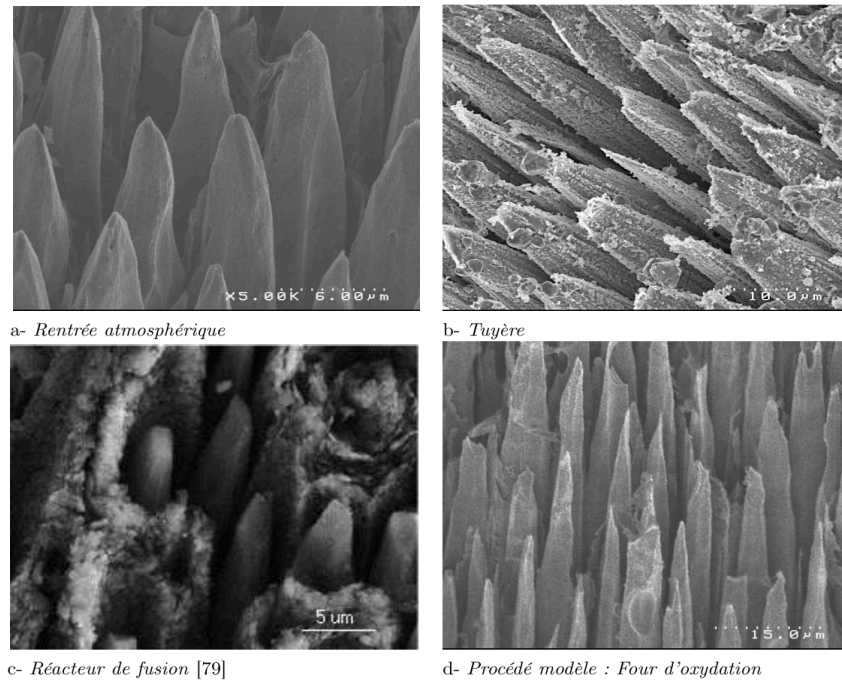


FIGURE V.16 – Micrographies de fils de composites C/C ablatés [Lac06]

ramètre adimensionné  $k_s^+$  :

$$k_s^+ = \frac{k_s u_*}{\nu_l} = 10.8 \quad (\text{V.11})$$

Nous voyons ici que la rugosité est de faible dimension par rapport à la hauteur caractéristique de la taille de la couche limite  $\frac{\nu_l}{u_*}$  mesurée et que le régime est encore essentiellement lisse : la rugosité a peu d'influence sur le frottement pariétal dans ce cas.

### 5.5.5 Régime réactif

Nous avons pu grâce à la modélisation de l'écoulement remonter à la température à la surface de l'échantillon,  $T_w = 4500 \text{ K}$ . Celle-ci nous renseigne sur la ou les réactions majoritaires d'ablation qui y ont lieu ; dans le cas présent, la figure V.17 nous indique que nous sommes dans le domaine de la sublimation du carbone, et que l'oxydation est une réaction minoritaire.

Le fait que nous soyons en régime de sublimation explique les fortes valeur obtenues pour la vitesse de récession et la perte de masse ; le palier de diffusion a été atteint, et la perte de masse due à la sublimation vient s'ajouter à celle qui est est due à d'oxydation, au point de l'éclipser. On pourra donc considérer pour la comparaison avec nos calculs que nous sommes en régime de limitation diffusive, avec un nombre de Damköhler qui prend des valeurs très élevées.

Cependant nous avons montré dans la section 5.3.2 que la réactivité de la paroi influe peu sur la stabilité de la surface dans un écoulement turbulent. La valeur précise du nombre de Damköhler n'est donc pas primordiale pour vérifier si cet essai se situe bien dans la zone d'instabilité prévue par nos calculs, et il nous suffit de savoir que la vitesse de récession est suffisante pour faire apparaître

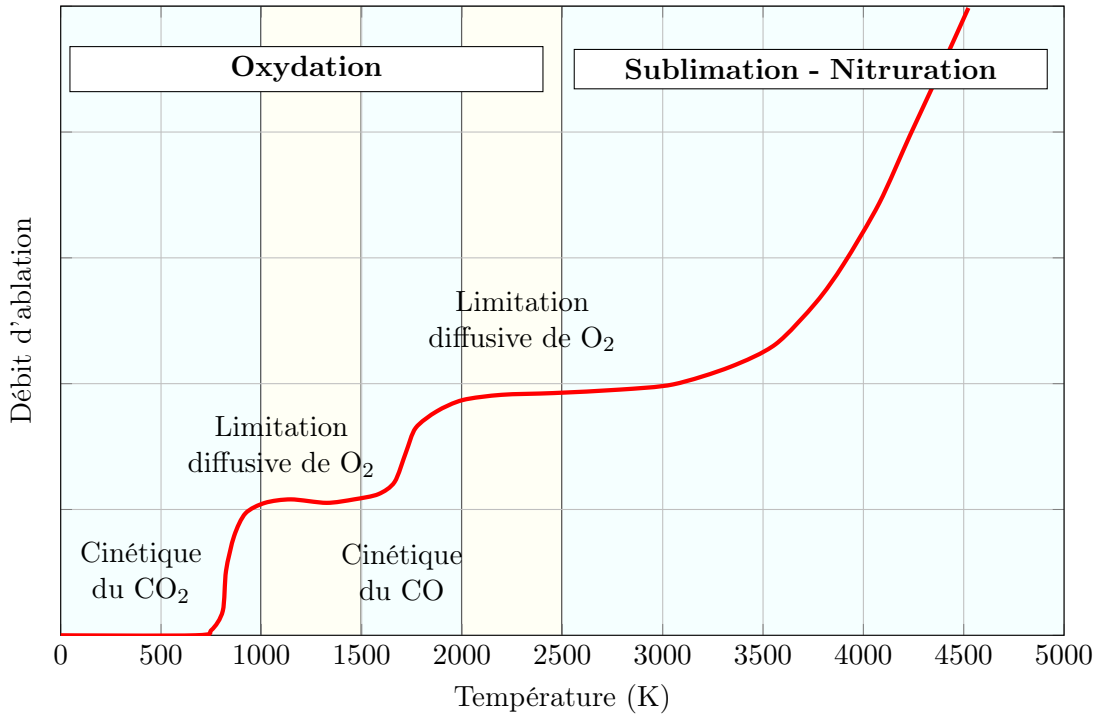


FIGURE V.17 – Débit d'ablation du carbone en fonction de la température de paroi (CEA)

des rugosités macroscopiques.

## 5.5.6 Corrélation des résultats

### 5.5.6.1 Échantillon CEA

L'analyse de ce cas d'étude expérimental va nous permettre de juger de la validité des résultats numériques obtenus. Finalement, nous avons obtenu le jeu de paramètres suivant :

$$k^+ = 3 \times 10^{-3} - 6 \times 10^{-3} \quad ; \quad k_s^+ = 10.8 \quad (\text{V.12})$$

La valeur du nombre de Reynolds de frottement  $k^+$  obtenue est proche de la zone d'instabilité que nous avons déterminée qui se situe entre  $6 \times 10^{-4}$  et  $2 \times 10^{-3}$  pour une paroi non rugueuse.

Nous avons vu dans la section 5.3 que le régime réactif joue peu sur la stabilité de la surface, qui est essentiellement déterminée par le nombre de Reynolds de frottement  $k^+$  et par la micro-rugosité  $k_s^+$ . La rugosité joue pour sa part un rôle important : elle tend à restabiliser la perturbation. Cependant ici le nombre de Reynolds de rugosité  $k_s^+$  prend une valeur faible, et influe donc peu sur la stabilité du couplage. La zone d'instabilité que nous avons établie pour une rugosité de  $k_s^+ = 10$  est réduite à une faible bande autour de  $k^+ = 1 \times 10^{-3}$ . À rugosité égale, nous avons donc un facteur 5 à 10 entre les résultats expérimentaux et numériques. Cet écart reste faible compte tenu des nombreux paramètres dont dépend ce type d'étude, ainsi que des incertitudes expérimentales élevées inhérentes à des essais de cette nature.

Nous pouvons donc affirmer que le phénomène physique des coups de gouge a bien été reproduit tant numériquement qu'expérimentalement, et avec un accord tout à fait satisfaisant entre les calculs et l'expérience.

### 5.5.6.2 Confrontation à la bibliographie

Les résultats obtenus sont placés sur la corrélation [Tho79] sur la figure V.18, qui compile les longueurs d'onde mesurées dans diverses formations naturelles ainsi que dans des expériences au sol, sur plusieurs matériaux. L'échantillon CEA se place très bien sur cette corrélation, qui détermine le paramètre  $k^+ = 6 \times 10^{-3}$ . Nos calculs sont également proches de cette corrélation, bien que légèrement surestimés. Cela traduit encore une fois le caractère universel de la relation entre la longueur d'onde de la perturbation et la longueur visqueuse  $\frac{\nu_l}{u_*}$ .

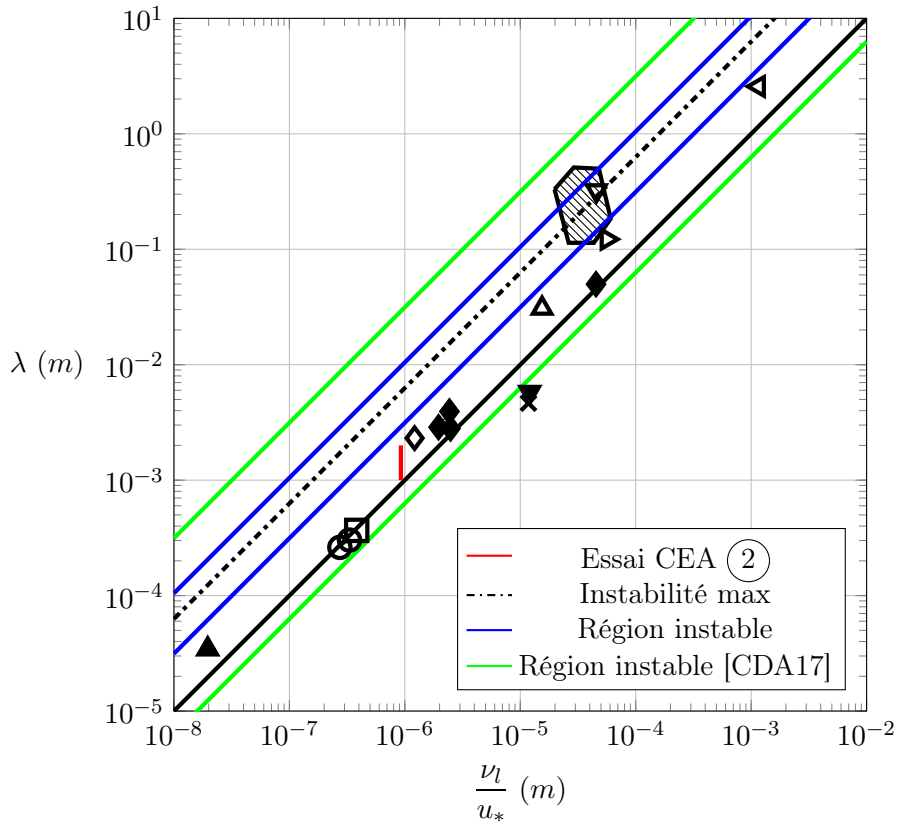
Les résultats issus de l'analyse linéaire de stabilité menée par [CDA17] se situent également dans la région que nous avons mise en évidence autour de  $k^+ = 1 \times 10^{-3}$  toujours centrée au-dessus de [Tho79], avec cependant une bande d'instabilité beaucoup plus large. Cela peut s'expliquer par le fait que les taux de croissance obtenus en bordure du domaine instable sont faibles, si bien qu'il nous est difficile de les capturer numériquement : cela se traduit par un rétrécissement de l'intervalle d'instabilité. Cet intervalle est cependant centré sur le même point dans nos calculs et dans l'analyse de stabilité sur la même valeur de  $k^+ = 1 \times 10^{-3}$ .

Nous sommes donc parvenus à relier différents domaines physiques dans lesquels ce phénomène de coups de gouge dû au couplage diffusion-érosion apparaît, avec des dimensions et des mécanismes d'érosion de nature très différentes, mais qui sont tous reliés par une même corrélation. Compte tenu des imprécisions numériques et des incertitudes expérimentales, nous obtenons un accord très satisfaisant entre nos calculs, les mesures expérimentales étudiées, et les résultats théoriques. L'écart maximal est de l'ordre d'un facteur 10.

En particulier dans le cas du carbone, nous avons pu montrer que la stabilité ne dépend que de l'état de surface du matériau et du régime d'écoulement autour de l'échantillon étudié. Ainsi malgré la complexité du matériau, l'étude de la formation de coups de gouge à la surface des corps de rentrée s'en trouve grandement facilitée.

## 5.6 Conclusion partielle

Dans ce chapitre, nous avons étudié **l'évolution de la surface au cours du temps** sous l'effet de l'ablation du matériau. Nous nous sommes intéressés dans un premier temps à la **vitesse moyenne de recul de la paroi** et à l'influence du régime d'écoulement, de la micro-rugosité de la surface et à sa réactivité sur celle-ci. Nous avons ainsi établi que les deux paramètres qui gouvernent majoritairement le recul de surface sont la vitesse d'écoulement et la constante de réaction de la réaction hétérogène. Lorsque le nombre de Damköhler est faible, l'écoulement ne peut pas apporter d'oxydant à la surface et n'influe pas sur le recul. À l'inverse lorsque la réactivité est



Légende	Fluide	Matériau	Remarques	Référence
	Eau froide ou chaude	Granulaire	Canal de laboratoire	[GSR66]
		Plâtre		[Tho79]
				[BC74]
	Air	Cuivre	Érosion-corrosion dans des tuyaux en laboratoire	[KMR72]
		Glace		Formation naturelle
	Eau froide	Roche	Dépôts dans une conduite	
		Particules colloïdales		[Sic72]
		Laiton	-	[Bru66]
		Aluminium	-	[Ges60]
		Ondulations usinées	-	[Sch68, HHP+78, Sch71]
	Eau chaude	Magnétite	Tuyaux de chaudière	[Bra63]
		Bitume		Ondulations sous une rivière de glace
	-	Glace		

FIGURE V.18 – Corrélation de [Tho79] comparée aux résultats numériques, expérimentaux et issus de la bibliographie. La ligne traitillée représente la longueur d'onde la plus instable à la fois dans [CDA17] et dans les résultats numériques. Le trait noir plein est la corrélation de Thomas.

élevée, l'écoulement peut augmenter fortement la vitesse de récession.

Concernant **la rugosité du matériau**, nous avons mis en évidence son influence significative dans le régime transitionnel. Une fois de plus ce paramètre est inefficace lorsque la surface n'est pas suffisamment réactive. Une augmentation de la vitesse de récession d'un facteur supérieur à 3 a pu être obtenue dans le régime transitionnel.

Nous avons ensuite étudié la **stabilité et l'évolution d'une perturbation de la surface** avec une paroi récessive, afin de vérifier l'existence de la zone d'instabilité que nous avons déterminée au chapitre précédent. Nous avons pu en particulier déterminer le taux de croissance des ondulations de la surface au cours du temps en fonction des paramètres de l'étude. Nous avons ainsi **retrouvé la zone instable obtenue sur paroi fixe pour un régime d'écoulement transitionnel et avec une rugosité peu élevée**, les régimes pleinement turbulent et laminaire conduisant à la disparition de la perturbation.

Nous avons en outre déterminé que **la disparition de la perturbation se fait nettement plus rapidement dans le régime laminaire que dans un écoulement pleinement turbulent**. Nous avons donc mis en évidence qu'un coup de gouge, créé et amplifié en régime transitionnel, peut ainsi survivre à des vitesses plus élevées. Pour des vitesses plus faibles et un écoulement laminaire, les flux pariétaux ne sont pas suffisants pour apporter une ablation significative. Dans ce scénario, il faut et il suffit que **le régime transitionnel ait été atteint pour que les coups de gouge apparus dans ce régime soient conservés** à la surface du matériau. Enfin, nous avons montré que la réactivité du matériau ne joue pas un rôle majeur dans la stabilité des coups de gouge malgré son incidence sur la vitesse d'ablation du carbone.

Ensuite, nous sommes passés à l'étude d'une **perturbation de plus grande amplitude** afin d'étudier une limitation de la croissance de la perturbation. Dans ce domaine, la limite du régime linéaire a été déterminée au chapitre précédent par  $\frac{au_*}{\nu_l} < 27$ . La modélisation RANS nous permettant tout de même de modéliser une réponse non linéaire de l'écoulement, nous avons pu étudier la formation d'une recirculation au sein d'une ondulation. Celle-ci est à l'origine de **l'émergence d'un point singulier au point de décollement** de la couche limite, qui induit l'évolution de l'ondulation initiale avec l'apparition d'un plateau entre la crête et le décollement.

Nous avons finalement étudié le cas d'application qui nous intéresse dans le cadre des rentrées atmosphériques, à savoir un matériau composite 3D carbone-carbone. À travers l'étude d'un **essai au jet de plasma mené par le CEA** en régime de sublimation du carbone, nous avons obtenu l'état de surface ainsi que les dimensions des coups de gouge qui sont apparus sur la surface du matériau au cours de l'essai. Grâce à une modélisation dans les conditions de l'écoulement, nous avons alors pu obtenir les contraintes pariétales pour enfin déterminer le paramètre principal  $k^+$  dont dépend la stabilité de la surface ainsi que les régimes réactif et de rugosité de l'essai.

Grâce à ces modélisations et mesures, nous avons pu vérifier que **les coups de gouge obtenus se situent bien dans la zone d'instabilité obtenue par les études paramétriques** que nous avons menées. Ces résultats concordent également avec les mesures d'ondulations régulières faites

sur le terrain ou en laboratoire dans des champs d'application divers, mais dont la stabilité est régie par les mêmes paramètres.

# Conclusion générale

## Bilan des travaux

L'objectif de ce travail de thèse était d'expliquer et de reproduire numériquement la formation de rugosités macroscopiques qui apparaissent sur la surface des corps de rentrée, que l'on appelle **coups de gouge**. Nous avons montré dans ce travail comment le couplage d'un écoulement transitionnel ou turbulent est susceptible de conduire à la formation de ces motifs caractéristiques.

Par la synthèse bibliographique, nous avons dans un premier temps établi un **parallèle entre le phénomène des coups de gouge** dans le cadre des rentrées atmosphériques et d'**autres situations de couplage d'un écoulement turbulent avec une paroi érodable**. Parmi celles-ci nous avons identifié entre autres les regmaglyptes pour les météorites, les grottes de glace ou karstiques, ou les ridules de sable au fond des rivières. Les dimensions des creusements réguliers qui apparaissent à la surface du matériau dans ces différents exemples ont pu être **reliées au régime d'écoulement** par [Tho79]; nous avons pu vérifier avec l'essai mené par le CEA sur moyen d'essai jet de plasma, que les creusements réguliers qui y ont été observés obéissent à cette corrélation. Ceci confirme qu'il s'agit bien de la même loi d'échelle.

L'approche théorique de stabilité linéaire aboutit également à des résultats proches de l'expérimental [CDA17], mais **nécessite l'emploi du modèle de Hanratty** [Han81] pouvant reproduire une zone d'instabilité dans les régimes transitionnels, en provoquant un retard de la turbulence par rapport au gradient de pression dans l'ondulation. Ce modèle fournit une paramétrisation du phénomène, mais ne repose pas sur une modélisation satisfaisante des variations de la turbulence au sein d'une ondulation.

C'est pourquoi nous avons choisi l'approche de la **simulation numérique de l'écoulement au-dessus d'une paroi ondulée**, avec un modèle de turbulence adapté, afin de retrouver les critères de stabilité de la perturbation de la surface. La clef du phénomène étant la **variation de turbulence dans l'ondulation**, nous avons choisi le modèle de turbulence  $\gamma - \overline{Re}_{\theta t}$  qui implémente la "quantité locale de turbulence"  $\gamma$ , et qui est donc capable de reproduire les résultats du modèle de Hanratty.

Dans ce contexte, nous avons développé le **code SURRF** basé sur le code de calcul open-source OpenFoam, qui nous a permis de mener des études paramétriques sur ce couplage. Nous nous sommes assurés dans un premier temps de rester dans le domaine linéaire, pour lequel nous

avons déterminé une amplitude maximale de la perturbation correspondant à  $\frac{au_*}{\nu_l} < 27$ .

Grâce à ce modèle sur paroi non récessive, nous avons pu mettre en évidence un intervalle du nombre de Reynolds inverse  $k^+$  pour lequel la concentration est maximale dans le creux de l'ondulation, ce qui y amène un recul de paroi plus important que sur la crête. C'est ce critère qui est la cause de l'instabilité de la surface. Pour une paroi lisse, nous avons déterminé que **le régime était instable** pour  $6 \times 10^{-4} < k^+ < 2 \times 10^{-3}$ .

Si le nombre de Reynolds est le critère principal pour la stabilité de la paroi, nous nous sommes également intéressés aux autres facteurs qui interviennent dans le contexte des rentrées atmosphériques. En particulier, nous avons déterminé que la micro-rugosité de la surface, bien qu'elle favorise la transition laminaire-turbulent, peut annuler l'instabilité de la surface. **Une rugosité maximale** de  $k_s^+ \simeq 10$  a été déterminée pour permettre le développement d'une instabilité.

**Un gradient de pression n'altère pas la région instable** identifiée, qu'il soit positif ou négatif. En revanche il conditionne l'existence et l'amplitude d'une zone pour laquelle la concentration est maximale sur l'aval de l'ondulation. Un gradient de pression très négatif serait même susceptible d'aboutir à une nouvelle zone d'instabilité si la phase dépasse les  $-90^\circ$ , bien que cela n'ait pas été obtenu dans ce travail.

Afin de pousser la comparaison entre le modèle de transition que nous avons employé et le modèle de Hanratty, nous avons pu **identifier les paramètres** de ce dernier par l'analyse des profils de longueur de mélange obtenus. Les paramètres déterminés correspondent, avec un accord très satisfaisant, à ceux utilisées dans la bibliographie. Nous avons en outre montré que **ce modèle n'est pas tout à fait satisfaisant tel quel**, puisque les paramètres identifiés varient suivant la verticale dans la sous-couche visqueuse.

Nous avons ensuite étudié le système couplé avec une paroi récessive. L'étude du recul moyen de la surface a montré que les deux paramètres qui influent le plus sur la vitesse de recul sont la réactivité de la paroi et le régime d'écoulement. Une réactivité importante va induire un flux d'oxydant plus important à la paroi ; dans ce régime de limitation diffusive, la vitesse d'écoulement va permettre d'apporter encore plus de flux pariétal, et peut augmenter de façon importante la vitesse de récession.

**La micro-rugosité** de la surface ne joue finalement qu'un **rôle mineur sur la vitesse de recul moyenne**. Nous avons montré que celle-ci n'a une influence que dans le régime d'écoulement transitionnel pour une surface très réactive.

L'étude de l'évolution d'une perturbation a permis de confirmer ce que nous avons déterminé sur paroi fixe, à savoir l'existence d'une zone dans laquelle la perturbation s'amplifie au cours du temps. Dans le régime laminaire, l'amplitude de la perturbation est effectivement décroissante, et décroît rapidement. En revanche dans le régime de turbulence pleinement développée, nous avons montré que la décroissance se fait beaucoup plus lentement.

Ceci nous a permis d'établir un **enchaînement des évènements qui permet d'expliquer la formation des coups de gouge**. La perturbation géométrique, créée par l'augmentation locale de



flux due à la transition laminaire-turbulent, croît lorsque le régime d'écoulement est transitionnel. Lorsque la **turbulence est pleinement développée**, la perturbation géométrique décroît effectivement en amplitude, mais la **faible vitesse de décroissance ne permet pas sa disparition**; lorsque le régime redevient laminaire, c'est la vitesse de recul moyenne qui va limiter la décroissance de la perturbation.

Le cas d'une perturbation de plus grande amplitude nous a permis d'étudier l'apparition d'une **recirculation au sein d'une ondulation**. Nous avons en particulier montré que dans le cas où  $k^+$  est élevé, un défaut de concentration apparaît au point de recollement de la couche limite, ce qui crée un **point singulier sur la surface**.

En revanche lorsque l'on augmente l'amplitude de la perturbation, nous avons mis en évidence que la perturbation de la surface ne peut plus être instable, et qu'elle va avoir tendance au contraire à diminuer en amplitude : cela signifie qu'**il existe une amplitude maximale de la perturbation**, autour d'un dixième de la longueur d'onde, ce qui a été observé dans la bibliographie sur l'essai TATER notamment.

Nous avons terminé ce travail par le cas d'étude de l'essai au jet de plasma mené par le CEA sur un matériau de protection thermique en composite carbone-carbone. Après analyse des creusements macroscopiques apparus à sa surface et modélisation de l'écoulement, nous avons pu déterminer le régime d'écoulement, la réactivité de la surface, ainsi que la micro-rugosité correspondant à cet essai.

Cela nous a permis de montrer que **cet essai est en bon accord avec la loi d'échelle** que nous avons déterminée entre la longueur d'onde des coups de gouge et le régime d'écoulement.

## Perspectives

L'approche bidimensionnelle de la stabilité de la surface face à un écoulement laminaire, transitionnel ou pleinement turbulent a été traitée par le calcul numérique. Il serait intéressant de faire tourner le code de calcul SURRF développé au cours de cette thèse dans un **cas tridimensionnel**, afin de prendre en compte les effets tridimensionnels sur la stabilité de la surface. Pour compléter cette modélisation, un calcul de la stabilité linéaire de la surface devrait également être mené dans le cas tridimensionnel complet. Un cas de calcul dans les conditions d'une application réelle ou d'un essai instrumenté permettrait de valider les résultats obtenus.

De plus, la modélisation de la transition laminaire-turbulent est très dépendante du modèle de turbulence utilisé; elle a été effectuée numériquement par le modèle de Langtry [Lan06], et analytiquement par le modèle de Hanratty [Han81]; une perspective (difficile) serait d'étudier le **modèle de Langtry analytiquement** et celui de Hanratty numériquement, afin de comparer les résultats et de les confronter à d'autres modèles.

La prise en compte de la micro-rugosité repose dans cette étude sur l'hypothèse d'une rugosité homogène sur la surface du matériau; or des **rugosités isolées** peuvent apparaître sur le corps de

rentrée, et favoriser localement la transition laminaire-turbulent et donc l'apparition de creusements irréguliers dues aux dissymétries spatiales de transition ; ce type de phénomène devrait être pris en compte.

Nous avons considéré ici un écoulement subsonique, hypothèse qui repose sur le fait que les mécanismes déstabilisant la surface et la transition laminaire-turbulent ont lieu à l'intérieur de la poche dans laquelle l'écoulement est subsonique. Cependant, il serait intéressant de **simuler un écoulement supersonique** dans les conditions réelles pour pouvoir vérifier cette hypothèse. Cela permettrait en outre de prendre en compte les effets thermiques ; en effet, la cinétique de la réaction d'oxydation dépend de la température via une loi d'Arrhénius : le matériau réagit plus dans les zones chaudes. Cela pourrait suggérer un nouvel élément concernant la stabilité de la surface et la croissance des coups de gouge. La prise en compte des effets thermiques dans la phase solide permettrait également d'obtenir des vitesses de recul cohérentes avec les expériences.

Enfin, la méthode analytique pour déterminer la stabilité de la surface a reposé dans ce travail sur l'analyse de modes linéaires ; or on sait via le calcul numérique que le déclenchement de la transition laminaire-turbulent passe par des phénomènes non-linéaires. Il serait donc pertinent d'approfondir cette analyse par des méthodes plus complètes, du type PSE (Parabolic Stability Equations) par exemple.

# Bibliographie

- [ABF<sup>+</sup>98] Charles H. ANDERSON JR, Christopher J. BEHRENS, Gary A. FLOYD, Mark R. VINING, Christopher J. BEHRENS, Gary A. FLOYD et Mark R. VINING : Crater firn caves of Mount St Helens, Washington. *Journal of Cave and Karst Studies*, 60(1):44–50, apr 1998.
- [ABH99] Paul ANDERSSON, Martin BERGGREN et Dan S. HENNINGSON : Optimal disturbances and bypass transition in boundary layers. *Physics of Fluids*, 11(1):134–150, jan 1999.
- [ACD02] Bruno ANDREOTTI, Philippe CLAUDIN et S. DOUADY : Selection of dune shapes and velocities Part 1 : Dynamics of sand, wind and barchans. *The European Physical Journal B*, 28:321–339, may 2002.
- [AH85] Jonathan ABRAMS et Thomas J. HANRATTY : Relaxation effects observed for turbulent flow over a wavy surface. *Journal of Fluid Mechanics*, 151(-1):443, feb 1985.
- [AK72] George D ASHTON et John F KENNEDY : Ripples on underside of river ice covers. *Journal of the Hydraulics Division*, 98(9):1603–1624, 1972.
- [AKM72] P. S. ANDERSEN, William M. KAYS et Robert J. MOFFAT : The turbulent Boundary Layer on a Porous Plate : An Experimental Study of the Fluid Mechanics for Adverse Free-Stream Pressure Gradients. Rapport technique, 1972.
- [And74] A. D. ANDERSON : Passive Nosedip Technology (PANT) Program, Volume III, Surface Roughness Effects. Rapport technique SAMSO-TR-74-86, 1974.
- [And06] John D. ANDERSON : *Hypersonic and High-Temperature Gas Dynamics, Third Edition*. 2006.
- [Aue77] I. AUEURBACH : Ablation performance of tungsten, copper-infiltrated tungsten and other metal systems in arc heated jets. In *15th Aerospace Sciences Meeting*, Reston, Virigina, jan 1977. American Institute of Aeronautics and Astronautics.
- [Bag41] Ralph BAGNOLD : *The Physics of Blown Sand and Desert Dunes*. 1941.
- [Bak72] R. L. BAKER : Low temperature ablator nosetip shape change at angle of attack. In *10th Aerospace Sciences Meeting*, Reston, Virigina, jan 1972. American Institute of Aeronautics and Astronautics.
- [BC74] Paul N. BLUMBERG et Rane L. CURL : Experimental and Theoretical Studies of Dis-solution Roughness. *Journal of Fluid Mechanics*, 65(4):735–751, 1974.

- [Bes05] Jim BEST : The fluid dynamics of river dunes : A review and some future research directions. *Journal of Geophysical Research : Earth Surface*, 110(F4):n/a–n/a, dec 2005.
- [BK93] Bertil B. BAKER et Daniel J. KASPRZAK : Thermal degradation of commercial fluoropolymers in air. *Polymer Degradation and Stability*, 42(2):181–188, jan 1993.
- [BL03] Jürgen BLUMM et André LINDEMANN : Characterization of the thermophysical properties of molten polymers and liquids using the flash technique. *High Temperatures-High Pressures*, 35/36(6):627–632, 2003.
- [Bla08] H. BLASIUS : Grenzschichten in Flüssigkeiten mit kleiner Reibung. *Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Physik*, 56:1–37, 1908.
- [Bra63] H BRAUER : Flow resistance in pipes with ripple roughness. *Chemische Zeitung (Chemist Review Eng)*, 87:199–210, 1963.
- [Bru66] J. H. BRUNTON : A discussion on deformation of solids by the impact of liquids, and its relation to rain damage in aircraft and missiles, to blade erosion in steam turbines, and to cavitation erosion - High speed liquid impact. *Philosophical Transactions of the Royal Society A : Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, 260(1110):79–85, jul 1966.
- [CA17] François CHEDEVERGNE et Bertrand AUPOIX : Accounting for wall roughness effects in turbulence models : a wall function approach. *7th EUCASS conference*, 2017.
- [CAC13a] François CHARRU, Bruno ANDREOTTI et Philippe CLAUDIN : Sand Ripples and Dunes. *Annual Review of Fluid Mechanics*, 45(1):469–493, oct 2013.
- [CAC13b] François CHARRU, Bruno ANDREOTTI et Philippe CLAUDIN : Viscous Sublayer Code. *Annual Review of Fluid Mechanics*, 45(1):469–493, 2013.
- [CDA17] Philippe CLAUDIN, Orencio DURÁN et Bruno ANDREOTTI : Dissolution Instability and Roughening Transition. *Journal of Fluid Mechanics*, 832:R2, 2017.
- [Chi82] Kuei-Yuan CHIEN : Predictions of Channel and Boundary-Layer Flows with a Low-Reynolds-Number Turbulence Model. *AIAA Journal*, 20(1):33–38, jan 1982.
- [CNHM98] P. CHERUKAT, Y. NA, Thomas J. HANRATTY et J.B. McLAUGHLIN : Direct Numerical Simulation of a Fully Developed Turbulent Flow over a Wavy Wall. *Theoretical and Computational Fluid Dynamics*, 11(2):109–134, may 1998.
- [Col04] M. COLOMBINI : Revisiting the linear theory of sand dune formation. *Journal of Fluid Mechanics*, (502):1–16, 2004.
- [CTW68] T. N. CANNING, M. E. TAUBER et M. E. WILKINS : Ablation patterns on cones having laminar and turbulent flows. *AIAA Journal*, 6(1):174–175, jan 1968.
- [Cur66] Rane L. CURL : Scallops and flutes-Transactions Cave Research Group Great Britain, 7. 1966.

- [Cur74] Rane L. CURL : Deducing Flow Velocity in Cave Conduits from Scallops. *The NSS Bulletin*, 36(2):1–5, 1974.
- [CWA13] Philippe CLAUDIN, G. F. S. WIGGS et Bruno ANDREOTTI : Field Evidence for the Upwind Velocity Shift at the Crest of Low Dunes. *Boundary-Layer Meteorology*, 148(1): 195–206, jul 2013.
- [DAJ04] A. Z. DELLIL, A. AZZI et B. A. JUBRAN : Turbulent flow and convective heat transfer in a wavy wall channel. *Heat and Mass Transfer*, 40(10):793–799, aug 2004.
- [DBMG16] Arnaud DORÉ, Philippe BONNETON, Vincent MARIEU et Thierry GARLAN : Numerical modeling of subaqueous sand dune morphodynamics. *Journal of Geophysical Research : Earth Surface*, pages 1–23, 2016.
- [DKF10] P. DASSLER, D. KOŽULOVIC et A. FIALA : Modelling of Roughness-Induced Transition Using Local Variables. *V European Conference on Computational Fluid Dynamics ECCOMAS CFD*, (July 2010):1–17, 2010.
- [Duf10] Georges DUFFA : *Modélisation des systèmes de protections thermiques ablatives*. 2010.
- [DW74] T. C. DERBRIDGE et M.R. WOOL : Passive Noretip Technology (PANT) Program. Volume XIII. An experimental study to evaluate heat transfer rates to scalloped surfaces—data report. Rapport technique, 1974.
- [ELH<sup>+</sup>08] Karl EDQUIST, Derek S. LIECHTY, Brian R. HOLLIS, Stephen J. ALTER et Mark P. LOOMIS : Aeroheating Environments for a Mars Smart Lander. *Journal of Spacecraft and Rockets*, 43(2):330–339, 2008.
- [Eng76] E. A. ENGLISH : Noretip Recovery Vehicle Postflight Development Report. jan 1976.
- [Fei56] E. G. FEINDT : Untersuchungen ber die Abhngigkeit des Umschlages laminar- turbulent von der Oberflächenrauigkeit und der Druckverteilung. Rapport technique, 1956.
- [FH88] K. A. FREDERICK et Thomas J. HANRATTY : Velocity measurements for a turbulent nonseparated flow over solid waves. *Experiments in Fluids*, 6(7):477–486, jan 1988.
- [Fou09] Antoine FOURRIÈRE : *Morphodynamique des rivières : Sélection de la largeur , rides et dunes*. Thèse de doctorat, Université Paris Diderot, dec 2009.
- [FRBA90] J. J. FINNIGAN, M. R. RAUPACH, E. F. BRADLEY et G. K. ALDIS : A wind tunnel study of turbulent flow over a two-dimensional ridge. *Boundary-Layer Meteorology*, 50(1-4):277–317, mar 1990.
- [GAB<sup>+</sup>17] Carlo GUALTIERI, Athanasios ANGELOUDIS, Fabian BOMBARDELLI, Sanjeev JHA et Thorsten STOESSER : On the Values for the Turbulent Schmidt Number in Environmental Flows. *Fluids*, 2(4):17, 2017.
- [Ges60] W. GESSNER : No Title. *Chemiker-Ztg*, 84:329–333, 394–398, 463–470, 1960.
- [GG99] Matthew J. GENGE et Monica M. GRADY : The fusion crusts of stony meteorites : Implications for the atmospheric reprocessing of extraterrestrial materials. *Meteoritics and Planetary Science*, 34(3):341–356, 1999.

- [Gil17] Adrien GILLARD : *Caractérisation et modélisation du comportement thermomécanique d'un composite 3D carbone / carbone : étude du comportement aux interfaces à haute température*. Thèse de doctorat, Université de Bordeaux, 2017.
- [GSR66] H.P. GUY, D. B. SIMONS et E.V. RICHARDSON : Summary of Alluvial Channel Data From Flume Experiments , 1956-61. *U.S. Geology Survey*, pages 1–104, 1966.
- [GW73] R. M. GRABOW et C. O. WHITE : A Surface Flow Approach for Predicting Crosshatch Patterns. *AIAA Journal*, 11(6):841–847, 1973.
- [Han81] Thomas J. HANRATTY : Stability of Surfaces that are Dissolving or Being Formed by Convective Diffusion. *Annual Review of Fluid Mechanics*, 13(1):231–252, jan 1981.
- [HDH96] J. D. HUDSON, L. DYKHNO et Thomas J. HANRATTY : Turbulence production in flow over a wavy wall. *Experiments in Fluids*, 20(4):257–265, feb 1996.
- [HHP<sup>+</sup>78] R HEIMSCH, E HEGELE, B PFAU, A BURSIK, R RICHTER et H WELTER : Beobachtungen über den Einfluss von Massenstrom, Geschwindigkeit und mechanischer Beanspruchung auf das Schichtwachstum in Heißwasser. *VGB Kraftwerkstechnik*, 58:117–126, 1978.
- [HLR88] J. C. R. HUNT, S. LEIBOVICH et K.J. RICHARDS : Turbulent Shear Flows over Low Hills. *Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society*, 114(484):1435–1470, 1988.
- [HW76] G. J. HOCHREIN et G. F WRIGHT JR : Analysis of the TATER Nositip Boundary Layer Transition and Ablation Experiment. *In 14th Aerospace Sciences Meeting*, numéro 76, Reston, Virigina, jan 1976. American Institute of Aeronautics and Astronautics.
- [Ing70] G. R. INGER : Compressible Boundary Layer Flow Past a Swept Wavy Wall With Heat Transfer and Ablation. Rapport technique December, 1970.
- [JL72] W.P JONES et B.E LAUNDER : The prediction of laminarization with a two-equation model of turbulence. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 15(2):301–314, feb 1972.
- [KBCH19] Unver KAYNAK, Onur BAS, Samet CAKA CAKMAKCIOGLU et Ismail HAKKI TUNCER : Transition Modeling for Low to High Speed Boundary Layer Flows with CFD Applications. *In Boundary Layer Flows - Theory, Applications and Numerical Methods [Working Title]*. IntechOpen, jan 2019.
- [KCN<sup>+</sup>94] I. V. KATARDJIEV, G. CARTER, M. J. NOBES, S. BERG et H.-O. BLOM : Three-dimensional simulation of surface evolution during growth and erosion. *Journal of Vacuum Science & Technology A : Vacuum, Surfaces, and Films*, 12(1):61–68, jan 1994.
- [KEC09] Tobias KNOPP, Bernhard EISFELD et Javier Bartolome CALVO : A new extension for  $k-\omega$  turbulence models to account for wall roughness. *International Journal of Heat and Fluid Flow*, 30(1):54–65, 2009.
- [Ken63] John F. KENNEDY : The mechanics of dunes and antidunes in erodible-bed channels. *Journal of Fluid Mechanics*, 16(4):521–544, aug 1963.

- [Ken69] John F. KENNEDY : The Formation of Sediment Ripples, Dunes, and Antidunes. *Annual Review of Fluid Mechanics*, 1(1):147–168, jan 1969.
- [KJ14] S. KNOTEK et M. JÍCHA : Modeling of shear stress and pressure acting on small-amplitude wavy surface in channels with turbulent flow. *Applied Mathematical Modelling*, 38(15-16):3929–3944, 2014.
- [KMR72] L. KNUTSSON, E. MATTSSON et B-E. RAMBERG : Erosion Corrosion in Copper Water Tubing. *British Corrosion Journal*, 7(5):208–211, sep 1972.
- [Kol41a] A. N. KOLMOGOROV : Dissipation of Energy in the Locally Isotropic Turbulence. *Doklady Akademii Nauk*, 32:16–18, 1941.
- [Kol41b] A. N. KOLMOGOROV : Equations of Turbulent Motion in an Incompressible Fluid. *Doklady Akademii Nauk*, 4, 1941.
- [Kol41c] A. N. KOLMOGOROV : On the Degeneration of Isotropic Turbulence in an Incompressible Viscous Fluid. *Doklady Akademii Nauk*, 31:319–323, 1941.
- [Kol41d] A. N. KOLMOGOROV : The Local Structure of Turbulence in Incompressible Viscous Fluid for Very Large Reynolds Numbers. *Doklady Akademii Nauk*, 30:9–13, 1941.
- [Kru68] Robert L. KRUSE : Transition and Flow Reattachment Behind an Apollo-like Body at Mach Numbers to 9. Rapport technique, 1968.
- [KSH02] K. KROY, G. SAUERMAN et H. J. HERRMANN : Minimal Model for Sand Dunes. *Physical Review Letters*, 88(5), feb 2002.
- [Lac06] Jean LACHAUD : *Modélisation physico-chimique de l’ablation de matériaux composites en carbone*. Thèse de doctorat, Université de Bordeaux1, dec 2006.
- [Lan06] Robin Blair LANGTRY : A Correlation-Based Transition Model using Local Variables for Unstructured Parallelized CFD codes. *Journal of Turbomachinery*, 2006.
- [LCvD<sup>+</sup>14] Christopher M. LANGEL, Raymond CHOW, C. P. van DAM, Mark A. RUMSEY, David C. MANIACI, Robert S. EHRMANN et Edward B. WHITE : A Computational Approach to Simulating the Effects of Realistic Surface Roughness on Boundary Layer Transition. pages 1–16, 2014.
- [Lei48] J. LEIGHLY : Cuspate Surfaces of Melting Ice and Firn. *Geographical Review*, 38(2):300–306, 1948.
- [Lev17] Cyril LEVET : *Ablation de matériaux carbonés sous très haut flux : étude multi-physique de l’interaction avec l’écoulement*. Thèse de doctorat, Université de Bordeaux, apr 2017.
- [LM68] H. K. LARSON et G. G. MATEER : Cross-hatching — A Coupling of Gas Dynamics with the Ablation Process. In *AIAA Fluid and Plasma Dynamics Conference*, 1968.
- [LM86] Phillip M. LIGRANI et Robert J. MOFFAT : Structure of transitionally rough and fully rough turbulent boundary layers. *Journal of Fluid Mechanics*, 162(8):69–98, 1986.
- [LN69] A.L. LAGANELLI et D.E. NESTLER : Surface ablation patterns - A phenomenology study. *AIAA Journal*, 7(7):1319–1325, jul 1969.

- [LQ87] T C LIN et Pu QUN : On the formation of regmaglypts on meteorites. *Fluid Dynamics Research*, 1(3-4):191–199, may 1987.
- [McF07] W MCF. ORR : Stability or instability of the steady-motions of a perfect liquid. *Proceedings of the Royal Irish Academy*, 27:9–138, 1907.
- [McL83] John W. MCLEAN : Computation of turbulent flow over a moving wavy boundary. *Physics of Fluids*, 26(8):2065–2073, 1983.
- [Men93] F. R. MENTER : Zonal Two Equation k-omega Turbulence Models for Aerodynamic Flows. *AIAA Journal*, 1993.
- [MMA67] Willis B. MITCHELL, Owen E. MAYNARD et Donald D. ARABIAN : Gemini Results as Related to the Apollo Program. *Gemini Summary Conference. NASA SP-138, published by NASA, 345 pages, Washington, D.C., page 329, 1967.*
- [MP96] D. S. MIKHATULIN et Yu. V. POLEZHAEV : Simulation of turbulent heat-mass transfer on ablating surfaces. *Fluid Dynamics*, 31(1):114–120, jan 1996.
- [MS96] Carsten MAASS et Ulrich SCHUMANN : Numerical Simulation of Turbulent Flow over a Wavy Boundary. pages 287–297. 1996.
- [MSHD76] H. L. MOODY, D. H. SMITH, R. L. HADDOCK et S. S. DUNN : Tungsten and Molybdenum Ablation Modeling for Re-entry Applications. *Journal of Spacecraft and Rockets*, 13(12):746–753, dec 1976.
- [Nes71] D.E. NESTLER : Compressible Turbulent Boundary-Layer Heat Transfer to Rough Surfaces. *AIAA Journal*, 9(9):1799–1803, sep 1971.
- [Nik33] J. NIKURADSE : *Strömungsgesetze in rauhen Röhren*. Forschungsheft auf dem Gebiete des Ingenieurwesens. VDI-Verlag, 1933.
- [Nik37] J. NIKURADSE : Laws of flows in rough pipes. Technical report. Rapport technique, NACA, WA, 1937.
- [NL71] Philip R. NACHTSHEIM et Howard E. LARSON : Crosshatched Ablation Patterns in Teflon. *AIAA Journal*, 9(8), aug 1971.
- [NT90] Y. NAGANO et M. TAGAWA : An Improved k-epsilon Model for Boundary Layer Flows. *Journal of Fluids Engineering*, 112(1):33, 1990.
- [O’N89] Maryadele J. O’NEIL : *The Merck Index - An Encyclopedia of Chemicals, Drugs, and Biologicals*. 1889.
- [PCM<sup>+</sup>17] Andreas PFLITSCH, Eddy CARTAYA, Brent MCGREGOR, David HOLMGREN et Björn STEINHÖFEL : Climatologic studies inside sandy glacier at mount hood volcano in Oregon, USA. *Journal of Cave and Karst Studies*, 79(3):189–206, 2017.
- [PKAR07] D. POGGI, G. G. KATUL, J. D. ALBERTSON et Luca RIDOLFI : An Experimental Investigation of Turbulent Flows Over a Hilly Surface. *Physics of Fluids*, 19(036601), jan 2007.



- [PN08] Krzysztof PIELICHOWSKI et James NJUGUNA : *Thermal Degradation Of Polymeric Materials*. 2008.
- [Pop00] Stephen B. POPE : *Turbulent Flows*. Cambridge University Press, Cambridge, Cambridge édition, 2000.
- [Pow11] C. POWARS : Overview of Roughness and Blowing Effects in Flows Over Ablating Surfaces. In *Fourth Annual AFOSR/NASA/SNL Ablation Workshop*, Albuquerque, NM, 2011.
- [PS72] S.V PATANKAR et D.B SPALDING : A calculation procedure for heat, mass and momentum transfer in three-dimensional parabolic flows. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 15(10):1787–1806, oct 1972.
- [Ram67] Paul RAMDOHR : Chromite and chromite chondrules in meteorites—I. *Geochimica et Cosmochimica Acta*, 31(10):1961–1967, oct 1967.
- [Rey95] O. REYNOLDS : On the Dynamical Theory of Incompressible Viscous Fluids and the Determination of the Criterion. *Philosophical Transactions of the Royal Society A : Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, 186(0):123–164, jan 1895.
- [RG95] W.G. REINEKE et M.J. GUILLOT : Full Scale Ablation Testing of Candidate Hypervelocity Nose Tip Materials. In *Ballistics International Symposium, vol. 2*, pages 81–88, Jerusalem, 1995.
- [Ric22] Lewis Fry RICHARDSON : *Weather Prediction by Numerical Process*. 1922.
- [RS85] W RODI et Georg SCHEUERER : Calculation of laminar-turbulent boundary layer transition on turbine blades. *NASA STI/Recon Technical Report N*, 86, 1985.
- [Sav93] A. M. SAVILL : Some recent progress in the turbulence modelling of by-pass transition. *Near-wall turbulent flows*, pages 829–848, 1993.
- [Sav96] A. M. SAVILL : One-Point Closures Applied to Transition. In *ERCOFTAC Series*, pages 233–268. 1996.
- [Sch33] Hermann SCHLICHTING : *Zur Entstehung der Turbulenz bei der Plattenströmung*. Sonderdrucke aus den Nachrichten von der Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen : Mathematisch-physikalische Klasse. Weidmann, 1933.
- [Sch68] W SCHOCH : Erfahrungen im Bau und Betrieb eines überkritischen. Mehrweller-Kraftwerksblocks mit doppelter Rauchgaszwischenüberhitzung. *VGB Kraftwerkstechnik*, 48(4):239–253, 1968.
- [Sch71] H SCHUSTER : Magnetitbildung und Druckverlustanstieg im Verdampfer von Bensonkesseln. *All.-Ber. f. Betriebstechn. u. Schadenverh.*, 16:28–36, 1971.
- [Sch06] S. P. SCHNEIDER : Laminar-Turbulent Transition on Reentry Capsules and Planetary Probes. *Journal of Spacecraft and Rockets*, 43(6), nov 2006.
- [SDJ09] Keerati SULUKSNA, Pramote DECHAUMPHAI et Ekachai JUNTASARO : Correlations for modeling transitional boundary layers under influences of freestream turbulence and pressure gradient. *International Journal of Heat and Fluid Flow*, 30(1):66–75, 2009.

- [SG79] Hermann SCHLICHTING et Klaus GERSTEN : *Boundary-Layer Theory*. 1979.
- [SG13] James STRAND et David GOLDSTEIN : DNS of Riblets to Control the Growth of Turbulent Spots. In *45th AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit*, pages 1–17, Reston, Virginia, jan 2013. American Institute of Aeronautics and Astronautics.
- [Shi74] A.B. SHIMIZU : Passive Nosedip Technology (PANT) Program, Volume XII, Nosedip Transition and Shape Change Tests in the AFFDL 50 MW Rent Arc - Data Report. Rapport technique SAMSO-TR-74-86, 1974.
- [Sic72] H. SICK : Die Erosionsbeständigkeit von Kupferwerkstoffen gegenüber strömendem Wasser. *Materials and Corrosion/Werkstoffe und Korrosion*, 23(1):12–18, jan 1972.
- [SK50] R. SEIFERTH et W. KRÜGER : Überraschend hohe Reibungsziffer einer Fernwasserleitung. *VDI-Zeitschrift Bd*, 92:189–191, 1950.
- [SK55] G.B. SCHUBAUER et P.S. KLEBANOFF : Contributions on the Mechanics of Boundary-Layer Transition. Rapport technique, 1955.
- [Sma63] J. SMAGORINSKY : General Circulation Experiments with the Primitive Equations. *Monthly Weather Review*, 91(3):99–164, mar 1963.
- [Som09] A. SOMMERFELD : *Ein Beitrag zur hydrodynamischen Erklärung der turbulenten Flüssigkeitsbewegungen*. 1909.
- [SS48] G.B. SCHUBAUER et H.K. SKHAMSTAD : Laminar Boundary-Layer Oscillations and Transition on a Flat Plate. Rapport technique 909, 1948.
- [SSC60] Simon C. SOMMER, Barbara J. SHORT et Dale L. COMPTON : Free-Flight Measurements of Static and Dynamic Stability of Models of Project Mercury Re-entry Capsule at Mach Numbers 3 and 9.5. Rapport technique, 1960.
- [SSH07] Hanna S. SUNDQVIST, Jan SEIBERT et Karin HOLMGREN : Understanding conditions behind speleothem formation in Korallgrottan, northwestern Sweden. *Journal of Hydrology*, 347(1-2):13–22, 2007.
- [Sto08] Hans W. STOCK : Surface patterns on subliming and liquefying ablation materials. *AIAA Journal*, 13(9):1217–1223, sep 2008.
- [Tho79] R. M. THOMAS : Size of scallops and ripples formed by flowing water. *Nature*, 277:281–283, jan 1979.
- [TK70] R.E. TAYLOR et W.D. KIMBROUGH : Thermophysical properties of atjs graphite at high temperatures. *Carbon*, 8(5):665–671, nov 1970.
- [Tol36] W. TOLLMIEEN : General Instability Criterion of Laminar Velocity Distributions. Rapport technique, 1936.
- [VR84] J. P. VAN DOORMAAL et G. D. RAITHBY : Enhancements of the SIMPLE Method for Predicting Incompressible Fluid Flows. *Numerical Heat Transfer*, 7(2):147–163, apr 1984.

- [VZL01] Benoit VILLIEN, Ying ZHENG et Derek LISTER : The Scalloping Phenomenon in Flow-assisted-corrosion. *In Twenty Sixth Annual CNS-CNA Student Conference*, Toronto, Canada, 2001.
- [VZL05] Benoit VILLIEN, Ying ZHENG et Derek LISTER : Surface Dissolution and the Development of Scallops. *Chemical Engineering Communications*, 192(1):125–136, jan 2005.
- [WG73] C. O. WHITE et R. M. GRABOW : Surface Patterns — Comparison of Experiment with Theory. *AIAA Journal*, 11(9):1316–1322, 1973.
- [WHC<sup>+</sup>91] W. S. WENG, J. C. R. HUNT, D. J. CARRUTHERS, A. WARREN, G. F. S. WIGGS, I. LIVINGSTONE et I. CASTRO : Air flow and sand transport over sand-dunes. *In Acta Mechanica Supplementum*, pages 1–22. 1991.
- [Wie49] W. WIEDERHOLD : Effect of wall deposits on hydraulic loss in pipelines. *Gas WassFach*, 90:634–641, 1949.
- [Wil71] E. P. WILLIAMS : Experimental Studies of Ablation Surface Patterns and Resulting Roll Torques. *AIAA Journal*, 9(7):1315–1321, jul 1971.
- [Wil88] D. C. WILCOX : Reassessment of the scale-determining equation for advanced turbulence models. *AIAA Journal*, 26(11):1299–1310, nov 1988.
- [Wil98] D. C. WILCOX : *Turbulence Modeling for CFD*. Dcw Industries, Incorporated, 1998.
- [Woo75] M.R. WOOL : Passive Noretip Technology (PANT) Program, Volume X, Summary of Experimental and Analytical Results. Rapport technique SAMSO-TR-74-86, 1975.
- [WTJF98] H. G. WELLER, G. TABOR, H. JASAK et C. FUREBY : A tensorial approach to computational continuum mechanics using object-oriented techniques. *Computers in Physics*, 12(6):620, 1998.
- [WW72] T.E. WALTON et W. G. WITTE : Flight Test of Carbon-Phenolic on a Spacecraft Launched by the Pacemaker Vehicle System. Rapport technique, 1972.
- [ZCH77] Daniel P. ZILKER, Gerald W. COOK et Thomas J. HANRATTY : Influence of the amplitude of a solid wavy wall on a turbulent flow. Part 1. Non-separated flows. *Journal of Fluid Mechanics*, 82(1):29–51, aug 1977.