



**HAL**  
open science

# Vers l'optomécanique quantique en arséniure de gallium : dissipation nanomécanique et opération pulsée

Mehdi Hamoumi

## ► To cite this version:

Mehdi Hamoumi. Vers l'optomécanique quantique en arséniure de gallium : dissipation nanomécanique et opération pulsée. Physique [physics]. Université Sorbonne Paris Cité, 2018. Français. NNT : 2018USPCC310 . tel-02935335v2

**HAL Id: tel-02935335**

**<https://theses.hal.science/tel-02935335v2>**

Submitted on 11 Sep 2020

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Spécialité : Physique

École doctorale : « Physique en Île-de-France (ED 564) »

réalisée au

Laboratoire Matériaux et Phénomènes Quantiques (Équipe DON)

Sujet de la thèse :

Vers l'optomécanique quantique en arséniure de  
gallium : dissipation nanomécanique et opération  
pulsée

présentée par

**Mehdi HAMOUMI**

dirigée par

**Ivan FAVERO**

Présentée et soutenue publiquement

à Paris le 5 septembre 2018

devant le jury composé de :

M.	Eddy COLLIN	CR	Institut Néel	Rapporteur
M.	David VITALI	PR	Università di Camerino	Rapporteur
Mme.	Marie FORET	PR	Université Montpellier II	Examinatrice
M.	Bernard PERRIN	DR	INSP, Paris	Examineur
M.	Cristiano CIUTI	PR	Université Paris Diderot	Président
M.	Ivan FAVERO	DR	Université Paris Diderot	Directeur



# Table des matières

<b>Introduction</b>	<b>1</b>
<b>I Outils théoriques de l'optomécanique</b>	<b>7</b>
I.1 Optomécanique et refroidissement par bande latérale . . . . .	7
I.1.1 Système optomécanique fermé et hamiltonien . . . . .	7
I.1.2 Équations de Langevin et régime linéarisé . . . . .	10
I.1.3 Refroidissement par bande latérale . . . . .	15
I.2 Effets absorbitifs et thermiques . . . . .	20
I.2.1 Absorption optique linéaire . . . . .	20
I.2.2 Absorption non-linéaire . . . . .	21
I.2.3 Effet thermo-optique . . . . .	24
I.2.4 Force photothermique et équations du mouvement . . . . .	25
<b>II Nano-résonateurs à disques en arséniure de gallium</b>	<b>29</b>
II.1 Cavité optique à modes de galerie . . . . .	29
II.1.1 Modes optiques de galerie - WGM . . . . .	29
II.1.2 Sources de dissipation optique . . . . .	32
II.2 Mécanique des résonateurs à disques . . . . .	37
II.2.1 Modes de respiration radiale - RBM . . . . .	37
II.2.2 Sources de dissipation mécanique . . . . .	41
II.3 Constantes de couplage optomécanique . . . . .	43
II.3.1 Point de réduction du mode mécanique . . . . .	44
II.3.2 Constante de couplage géométrique . . . . .	44
II.3.3 Constante de couplage photoélastique . . . . .	45
II.3.4 Simulations numériques . . . . .	45
II.4 Limites du refroidissement par bande latérale des disques GaAs	47
II.4.1 Nombre minimal de phonons théorique . . . . .	47
II.4.2 Nombre de photons à injecter . . . . .	48

<b>III Nano-fabrication &amp; techniques expérimentales</b>	<b>51</b>
III.1 Guides suspendus : couplage optique . . . . .	51
III.1.1 Principe du couplage évanescent . . . . .	51
III.1.2 Injection de la lumière dans le guide . . . . .	55
III.2 Étapes de nano-fabrication . . . . .	58
III.2.1 Épitaxie par jet moléculaire . . . . .	58
III.2.2 Définition des structures : enrésinement et lithographie	61
III.2.3 Gravure sèche ICP . . . . .	64
III.2.4 Sous-gravure des piédestaux : acide fluorhydrique . .	70
III.2.5 Résine optique et gravure <i>mesa</i> . . . . .	71
III.3 Techniques expérimentales . . . . .	74
III.3.1 Cryostat à tube pulsé : cryogénie et couplage optique	74
III.3.2 Dispositifs expérimentaux typiques . . . . .	76
<b>IV Disque à bouclier mécanique et pertes par ancrage</b>	<b>83</b>
IV.1 Pertes mécaniques par ancrage : disque simple . . . . .	83
IV.1.1 Formule analytique . . . . .	83
IV.1.2 Simulations numériques et mesures expérimentales . .	84
IV.2 Disques à bouclier mécanique . . . . .	87
IV.2.1 Principe du bouclier phononique . . . . .	88
IV.2.2 Optimisation de la géométrie : algorithme génétique .	90
IV.2.3 Mesures expérimentales . . . . .	95
<b>V Dissipation mécanique intrinsèque</b>	<b>99</b>
V.1 Interaction entre phonons acoustiques et thermiques . . . . .	100
V.1.1 Viscoélasticité des phonons : effet Akhiezer . . . . .	100
V.1.2 Gradients de température et effet thermo-élastique . .	104
V.2 Défauts microscopiques et systèmes à deux niveaux . . . . .	106
V.2.1 Théorie des systèmes à deux niveaux - TLS . . . . .	106
V.2.2 Types de défauts et régimes de relaxation . . . . .	108
V.3 Mesures expérimentales . . . . .	111
V.3.1 Épitaxie, passivation et statistiques . . . . .	111
V.3.2 Comparaison avec le modèle . . . . .	114
<b>VI Refroidissement optomécanique en régime pulsé</b>	<b>121</b>
VI.1 Étude bibliographique . . . . .	122
VI.1.1 Refroidissement sans post-sélection . . . . .	122
VI.1.2 Refroidissement par la mesure . . . . .	125
VI.2 Refroidissement sub-période mécanique . . . . .	126
VI.2.1 Méthodes numériques . . . . .	127

VI.2.2 Premier résultat : état initial cohérent . . . . .	130
VI.2.3 État initial thermique . . . . .	133
VI.3 Refroidissement continu par morceaux . . . . .	135
VI.3.1 Motivation et modèle simplifié . . . . .	135
VI.3.2 Stratégie pour s'affranchir de l'instabilité thermo-optique	137
VI.4 Premiers résultats expérimentaux en pulsé . . . . .	140
VI.4.1 Caractérisation des temps de relaxation thermique . .	140
VI.4.2 Puissance moyenne maximale injectée . . . . .	146
<b>Conclusion</b>	<b>151</b>
<b>Bibliographie</b>	<b>153</b>



# Introduction

La physique quantique est une théorie visant à expliquer le comportement de systèmes, notamment atomiques et sub-atomiques, à des échelles d'énergie faibles. Cette discipline qui a vu naissance au début du XX<sup>e</sup> siècle avec la résolution du problème du rayonnement du corps noir par Max Planck [1], repose entre autres sur la quantification des niveaux d'énergie des objets étudiés et la nature intrinsèquement probabiliste de leur comportement.

Plusieurs aspects de la physique quantique sont donc contre-intuitifs, et ne s'appliquent pas *a priori* au monde classique macroscopique. Nous pouvons par exemple citer le principe d'incertitude de Heisenberg [2] qui affirme qu'il n'est pas possible de mesurer avec une précision infinie à la fois la position et la quantité de mouvement d'une particule, ou encore l'intrication quantique [3] qui est un phénomène où deux systèmes quantiques semblent dépendants l'un de l'autre quelle que soit la distance qui les sépare. De la même manière il semble hautement non-intuitif qu'un système classique macroscopique puisse se trouver dans une superposition de deux états, ce qui est tout à fait standard pour un système quantique.

Ainsi, de nombreuses expériences de pensée ont été conçues tout au long du XX<sup>e</sup> siècle pour mettre en évidence le caractère non intuitif de la physique quantique, dont les fameux paradoxes EPR [3], de la boîte à photons de Einstein [4], et du chat de Schrödinger [5]; et grâce aux progrès technologiques en optique et en cryogénie des 40 dernières années, ces expériences ont été implémentées sur des systèmes atomiques ou photoniques réels [6–8].

En revanche, alors que le comportement quantique des systèmes atomiques et subatomiques est maintenant tenu pour acquis expérimentalement, la transition entre le monde quantique et le monde classique reste un sujet de recherche actuel. En particulier, un système classique macroscopique ne présente aucun effet quantique alors que ses constituants atomiques, lorsqu'ils sont isolés, présentent ce type de comportements. Pour étudier le phénomène de destruction des effets quantiques lors de ce changement d'échelle, dont une théorie est celle de la décohérence [9], nous pourrions donc en-



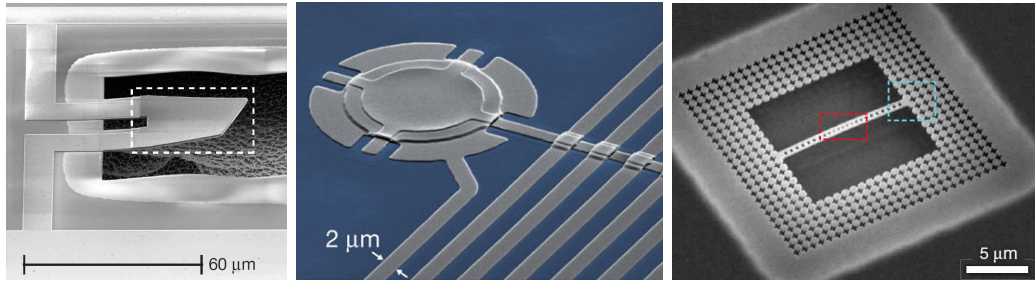


FIG. A – Premiers systèmes ayant atteint l’état fondamental quantique d’un mode de vibration mécanique. **Gauche** : Membrane en AlN entre deux couches d’aluminium [12]. **Centre** : Membrane en Al suspendue vibrant avec un mode de tambour, refroidie “optomécaniquement” par un circuit LC micro-ondes [13]. **Droite** : Nano-poutre de silicium accueillant un mode optique et une mode mécanique. Un bouclier phononique isole le mode mécanique du substrat [14]

visager d’augmenter progressivement le nombre d’atomes constituant d’un système jusqu’à observer une transition. Cette expérience de pensée est difficilement réalisable, d’autant plus que la décohérence est en réalité observée expérimentalement même sur des systèmes atomiques simples [10, 11] à cause de l’isolation imparfaite de ceux-ci par rapport à leur environnement. Une autre manière de procéder consiste alors à partir d’un système classique macroscopique puis de le refroidir suffisamment jusqu’à ce que certains de ses degrés de liberté adoptent un comportement quantique.

Les dispositifs optomécaniques nano- et micrométriques sont des candidats de choix pour cette tâche. En effet l’optomécanique, qui étudie l’interaction entre un champ électromagnétique et les degrés de libertés mécaniques d’un système physique, permet notamment de refroidir un degré de vibration mécanique jusqu’à l’observation de comportements quantiques. Cette discipline, dont l’origine est à chercher dans les années 1960 avec les travaux de Braginsky [15], a connu un essor important cette dernière décennie grâce à des progrès importants en nano- et micro-fabrication, en revêtements optiques et en sources laser ou micro-ondes. L’optomécanique a des applications notables :

- **Interférométrie gravitationnelle** : Les interféromètres à haute sensibilité requièrent un excellent contrôle de l’interaction entre la lumière et le mouvement des miroirs qui ferment l’interféromètre. Les travaux de Braginsky et Caves [16, 17] ont déterminé les limites théoriques de la mesure optique interférentielle du déplacement d’une masse. Un grand succès de cette approche est la détection d’ondes gravitationnelles par de tels interféromètres depuis 2016 [18].

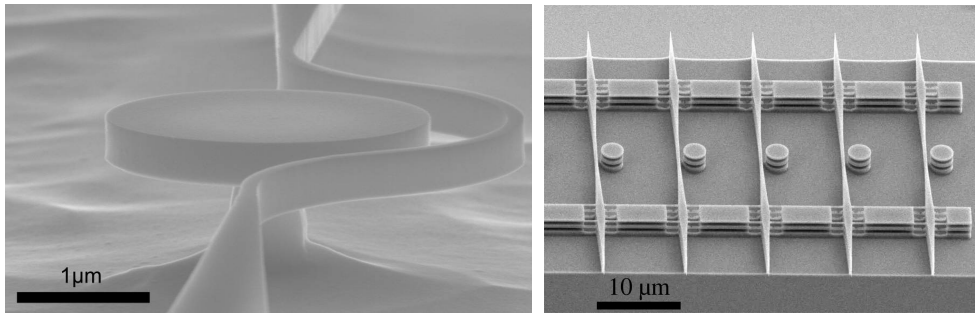


FIG. B – Image au microscope à balayage électronique (MEB) de systèmes utilisés dans notre groupe pour les expériences d’optomécanique. **Gauche** : Gros plan sur un nano-résonateur en GaAs, avec un guide d’onde sur sa droite. **Droite** : Section d’un échantillon avec plusieurs nano-résonateurs à disques et guides d’ondes à proximité.

- **Détection de petites forces et masses** : Les dispositifs optomécaniques nano- et micrométriques permettent de détecter des masses de l’ordre du femtogramme [19,20], des forces par des techniques AFM [21] ou des accélérations dans les accéléromètres [22].
- **Information quantique** : Les systèmes optomécaniques pourraient devenir des transducteurs entre photons optiques et radiofréquences. Par ailleurs le refroidissement optomécanique permet, comme nous l’avons évoqué plus haut, de préparer un système mécanique mésoscopique dans son état fondamental quantique [12–14], ce qui permet des expérimentations quantiques sur ce type de systèmes (intrication, superposition . . .) [23–25].

Ce travail de thèse porte sur la réalisation et la caractérisation de dispositifs nano-optomécaniques semi-conducteurs en arséniure de gallium (GaAs), optimisés *a priori* pour le refroidissement optomécanique d’un degré de liberté mécanique vers son état quantique fondamental (ou de manière plus réaliste vers un état où le nombre moyen de phonons est inférieur à 1). Nous analysons les limites du refroidissement optomécanique en régime continu, insistant sur le rôle central de la dissipation mécanique pour pouvoir observer des effets quantiques. Nous avons dans cette thèse construit une vision détaillée et cohérente des mécanismes de dissipation en nano-mécanique, de leurs bases physiques à leurs aspects technologiques. Finalement, dans la partie finale de cette thèse nous nous intéressons à des schémas de refroidissement optomécanique alternatifs reposant sur de la lumière pulsée.

La préparation d’un système mécanique dans son état fondamental quantique a déjà été réalisée sur plusieurs catégories de systèmes (*cf.* figure A) :

tout d’abord sans optomécanique, c.-à-d. sans optique, avec un dispositif mécanique piézo-électrique vibrant à 6 GHz refroidi dans un cryostat à dilution et mesuré par un qubit à jonction Josephson [12]; ensuite de manière électromécanique avec une membrane en aluminium vibrant à 10 MHz couplée à un circuit micro-ondes supraconducteurs [13]; et également de manière optomécanique et intégrée sur une nano-poutre en silicium vibrant à 3.5 GHz et constituant une cavité optique résonante à  $\approx 1550$  nm [14].

Nos nano-résonateurs à disques en arséniure de Gallium (GaAs) supportent quant à eux des modes optiques proche infrarouges ( $\approx 1550$  nm) et des modes mécaniques vibrant à des fréquences entre 100 MHz et quelques GHz. Leur particularité est double : géométrique car leur forme présente une symétrie axiale assurant *a priori* un bon couplage entre optique et mécanique, et matérielle car le GaAs est un semi-conducteur appartenant à la famille III-V qui présente des effets photo-élastiques forts favorables au couplage photon-phonon, et par ailleurs permet la réalisation de structures hybrides actives avec puits ou boîtes quantiques au sein des résonateurs.

Les nano-résonateurs à disques en GaAs sont donc *a priori* de bons candidats pour l’optomécanique quantique, mais nous verrons qu’il est indispensable de poursuivre l’amélioration de leur contrôle pour atteindre les effets quantiques.

Pour comparaison, le tableau A recense les paramètres optomécaniques et performances en terme de refroidissement optomécanique des différents dispositifs présentés dans cette introduction, photographiés en 2017.

Dispositif	$f_m$ [MHz]	$Q_{opt}$	$Q_m \times f_m$ (Hz)	$g_0/2\pi$ [MHz]	$\bar{n}_{phonons}$
Membrane AlN [12]	6000	-	$1.5 \cdot 10^{12}$	-	0.07
“Tambour” Al [13]	10	$3 \cdot 10^6$	$3.3 \cdot 10^{12}$	$2 \cdot 10^{-4}$	0.35
Nano-poutre Si [14]	3600	$5 \cdot 10^5$	$3.6 \cdot 10^{14}$	0.91	0.8
<b>Disques GaAs</b>	100-5000	$10^4 - 5 \cdot 10^6$	$10^{11} - 10^{14}$	0.05 – 3	-
<b>Un disque GaAs</b>	1000	$3 \cdot 10^4$	$6 \cdot 10^{13}$	0.2	$\approx 20$

TAB. A – Paramètres optomécaniques et nombre de phonons atteint par refroidissement optomécanique par bande latérale sur différents systèmes.  $Q_{opt}$  : facteur de qualité optique.  $Q_m$  : facteur de qualité mécanique.  $f_m$  : fréquence mécanique.  $g_0/2\pi$  : constante de couplage optomécanique.

## Organisation du manuscrit :

Nous commencerons par introduire au **chapitre 1** les outils théoriques de base de l'optomécanique quantique avec en particulier la théorie du refroidissement par bande latérale de l'oscillateur mécanique. Nous exposerons également les effets absorptifs et thermiques qui jouent un rôle important dans les cavités optomécaniques semi-conductrices comme nos nano-résonateurs en GaAs. Nous présenterons ensuite au **chapitre 2** notre plateforme expérimentale, les nano-résonateurs à disques en GaAs, en concluant sur les limitations de celle-ci quant au refroidissement par bande latérale continu. Nous poursuivrons par un **chapitre 3** expérimental comportant les techniques de couplage de la lumière avec les nano-résonateurs, les procédés de nano-fabrication et les techniques de caractérisation et de contrôle de notre système optomécanique. Les **chapitres 4 et 5** s'intéresseront respectivement aux pertes mécaniques par ancrage avec le développement de boucliers phononiques, et aux pertes mécaniques intrinsèques au matériau semi-conducteur, à sa surface et dans son cœur. Nous passons ensuite à l'exploration du refroidissement optomécanique en régime pulsé au **chapitre 6**, où nous mettrons en évidence ensuite les paramètres expérimentaux les plus importants pour implémenter les idées associées sur nos résonateurs.



# Chapitre I

## Outils théoriques de l'optoméca- nique

### I.1 Équations de l'optomécanique et refroidisse- ment par bande latérale

#### I.1.1 Système optomécanique fermé et hamiltonien

##### a) Système optomécanique générique

Nous allons dans un premier temps décrire un système optomécanique générique afin de visualiser les différents paramètres qui le caractérisent et écrire les équations qui gouvernent son évolution. Nous montrerons alors dans le chapitre suivant que notre système expérimental précis obéit aux mêmes équations.

Considérons la cavité optique Fabry-Pérot représentée dans la figure I.1. Le miroir d'entrée est fixe et partiellement réfléchissant, permettant ainsi à la lumière d'entrer et sortir de la cavité. Le deuxième miroir est quant à lui mobile et totalement réfléchissant, avec une position d'équilibre située à une distance  $L$  du premier miroir.

A l'équilibre mécanique, une onde électromagnétique monochromatique de pulsation  $\omega_l$  (ou de longueur d'onde  $\lambda_l$ ) incidente sur l'entrée de la cavité ne peut conduire à une onde stationnaire dans la cavité que sous la condition de suivante :

$$\lambda_l = \frac{2\pi c}{\omega_l} = \frac{2L}{n} \quad \text{où } n \in \mathbb{N} \quad (\text{I.1})$$

Nous pouvons donc définir l'ensemble des pulsations propres  $\omega_c$  de la

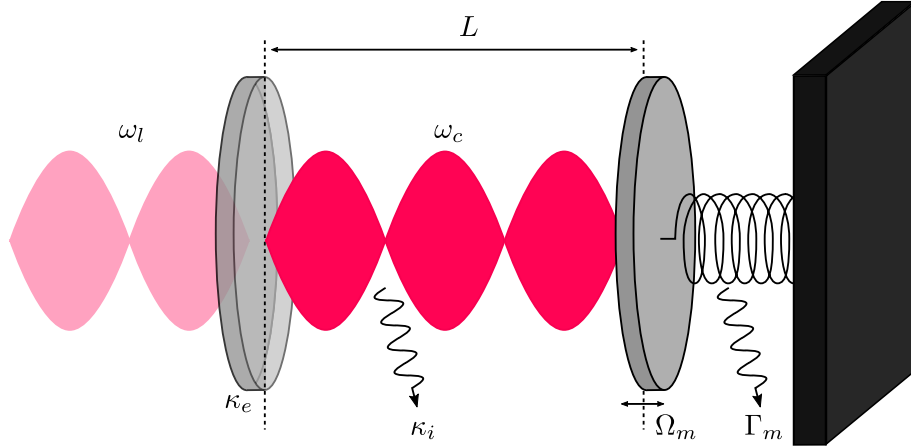


FIG. I.1 – Système optomécanique générique : cavité Fabry-Pérot avec miroir mobile.

cavité optique, à l'équilibre mécanique :

$$\omega_c \in \left\{ \frac{\pi n c}{L}, n \in \mathbb{N} \right\} \quad (\text{I.2})$$

Le miroir d'entrée étant partiellement réfléchissant, nous caractérisons celui-ci par un taux de dissipation optique extrinsèque  $\kappa_e$ . Par ailleurs la cavité optique peut également avoir des sources de pertes intrinsèques représentées par le taux de dissipation  $\kappa_i$  (absorption intra-cavité, diffusion hors du mode de la cavité). L'une des conséquences physiques de ces taux de dissipation est la suivante : si l'on éteint la source lumineuse, l'intensité intra-cavité décroît comme  $e^{-(\kappa_i + \kappa_e)t}$ .

Le second miroir constitue le système mécanique. Celui-ci peut-être modélisé comme une masse  $m$  attachée à un ressort de raideur  $k$ , avec un taux de dissipation de l'énergie mécanique  $\Gamma_m$ . Nous utiliserons par la suite la pulsation mécanique caractéristique  $\Omega_m = \sqrt{k/m}$  plutôt que la masse et la raideur.

Lorsque ce second miroir se déplace légèrement, d'une distance  $\delta x$ , par rapport à la position d'équilibre, la longueur totale de la cavité optique change, modifiant ses pulsations optiques propres comme  $\delta\omega_c \approx -\delta x \cdot \omega_c/L$ . Si la source lumineuse était initialement à résonance ( $\omega_l = \omega_c$ ) l'intensité intra-cavité est donc réduite. Par ailleurs, la lumière intra-cavité exerce une force optique sur le miroir mobile qui dépend de l'intensité lumineuse dans la cavité. Plus celle-ci est élevée, plus le miroir sera déplacé par rapport à sa position d'équilibre.

Nous avons donc un couplage mutuel entre mouvement mécanique et

intensité lumineuse dans la cavité, qui peut être paramétré par une première constante de couplage optomécanique :

$$g_{om} = -\frac{\partial\omega_c}{\partial x} \quad \left( = \frac{\omega_c}{L} \text{ dans le cas de la cavité Fabry-Pérot} \right) \quad (\text{I.3})$$

### b) Hamiltonien du système optomécanique fermé

En vue d'obtenir les équations qui gouvernent la dynamique du système optomécanique, commençons par écrire le hamiltonien du système couplé { optique + mécanique }. Par souci de simplicité nous ne considérerons qu'un seul mode propre de la cavité optique, dont la pulsation  $\omega_c$  est la plus proche de celle de la lumière laser incidente  $\omega_l$ . De la même manière nous nous restreignons à un seul mode vibration mécanique du miroir mobile, caractérisé par sa pulsation  $\Omega_m$  et sa dissipation  $\Gamma_m$ .

Nous modélisons ces deux modes de vibration par des oscillateur harmoniques quantiques dont les opérateurs annihilation-crédation de photons (resp. de phonons) sont  $\hat{a}$  et  $\hat{a}^\dagger$  pour l'optique (resp.  $\hat{b}$  et  $\hat{b}^\dagger$  pour la mécanique). La procédure de quantification du champ électromagnétique dans une cavité optique, ainsi que celle d'un oscillateur harmonique mécanique, sont maintenant bien connues, et ont été abondamment présentées par exemple dans [26–28]. On définit ainsi en particulier la fluctuation de point zéro  $x_{ZPF}$  de déplacement de l'oscillateur mécanique :

$$x_{ZPF} = \sqrt{\langle 0|\hat{x}^2|0\rangle} = \sqrt{\frac{\hbar}{2m\Omega_m}} \quad \text{où} \quad \hat{x} = x_{ZPF} \cdot (\hat{b} + \hat{b}^\dagger) \quad (\text{I.4})$$

Le hamiltonien du système { optique + mécanique } non couplé s'écrit :

$$\hat{H}_0 = \hbar\omega_c\hat{a}^\dagger\hat{a} + \hbar\Omega_m\hat{b}^\dagger\hat{b} \quad (\text{I.5})$$

Or, comme nous l'avons mentionné dans le paragraphe précédent, le mouvement du miroir mobile modifie la pulsation propre de la cavité optique. Au premier ordre cela s'écrit :

$$\omega_c(\hat{x}) = \omega_c + \hat{x} \cdot \underbrace{\frac{\partial\omega_c}{\partial\hat{x}}}_{-g_{om}} + \dots \quad (\text{I.6})$$

Nous pouvons alors écrire le hamiltonien du système couplé, en remplaçant  $\omega_c$  par  $\omega_c(\hat{x})$  dans le hamiltonien non couplé. On introduit alors le hamiltonien d'interaction  $\hat{H}_{int}$  :



$$\hat{H} = \underbrace{\hbar\omega_c\hat{a}^\dagger\hat{a} + \hbar\Omega_m\hat{b}^\dagger\hat{b}}_{\hat{H}_0} - \underbrace{\hbar g_0\hat{a}^\dagger\hat{a}(\hat{b} + \hat{b}^\dagger)}_{\hat{H}_{int}} + \dots \quad (\text{I.7})$$

où  $g_0 = x_{ZPF} \cdot g_{om}$  est la constante de couplage optomécanique à un photons (homogène à une fréquence).

Notons au passage que la force de pression de radiation peut s'obtenir à partir de la dérivée du hamiltonien d'interaction par rapport au déplacement du miroir :

$$\hat{F} = -\frac{\partial \hat{H}_{int}}{\partial \hat{x}} = \hbar g_{om} \hat{a}^\dagger \hat{a} \quad (\text{I.8})$$

La force de pression de radiation moyenne est bien proportionnelle au nombre moyen de photons dans la cavité  $\bar{n}_{cav} = \langle \hat{a}^\dagger \hat{a} \rangle$ , comme nous l'avons évoqué au paragraphe précédent.

Le hamiltonien du système couplé (I.7) décrit ainsi aussi bien l'impact du mouvement mécanique sur la cavité optique, que celui de l'intensité lumineuse intra-cavité sur le déplacement du miroir.

## I.1.2 Équations de Langevin et régime linéarisé

### a) Système quantique ouvert et équations de Langevin

Dans le paragraphe précédent, nous avons établi le hamiltonien du système optomécanique fermé, et donc sans pertes. Or la cavité optique et l'oscillateur mécanique interagissent avec leur environnement et possèdent donc des pertes :

- $\kappa = \kappa_e + \kappa_i$  : le taux de dissipation de l'énergie de la cavité optique
- $\Gamma_m$  : le taux de dissipation de l'énergie de l'oscillateur mécanique

**Bain optique** Comme dans [29], nous modélisons l'environnement optique par un ensemble d'oscillateurs harmoniques de pulsations  $\omega_q$  avec des opérateurs annihilation-création  $(\hat{\alpha}_q, \hat{\alpha}_q^\dagger)$ . Chacun de ces oscillateurs se couple au mode optique de la cavité avec une constante  $\sqrt{\kappa_q}$ . La partie optique du hamiltonien s'écrit alors :

$$\hat{H}_{opt} = \hbar\omega_c\hat{a}^\dagger\hat{a} + \int_q dq \left[ \hbar\omega_q\hat{\alpha}_q\hat{\alpha}_q^\dagger + i\hbar\sqrt{\kappa_q}(\hat{\alpha}_q\hat{a}^\dagger - \hat{\alpha}_q^\dagger\hat{a}) \right] \quad (\text{I.9})$$

Considérons maintenant l'action du laser exciteur qui peuple le mode  $\omega_{q=l}$  d'un état cohérent, représenté par  $|\alpha_l(t)\rangle$  avec  $\hat{\alpha}_l|\alpha_l(t)\rangle = \alpha_l(t)|\alpha_l(t)\rangle$  et

$\alpha_l(t) = \alpha_{in} \exp(-i\omega_l t)$ , où  $\alpha_{in}$  est l'amplitude constante du champ cohérent laser incident, que l'on considérera comme réelle sans perte de généralité. Ce mode est couplé à la cavité optique avec la constante  $\sqrt{\kappa_l} = \sqrt{\kappa_e}$ . On fait également l'approximation que le spectre du couplage au bain optique est plat, c'est-à-dire que les constantes de couplage ne dépendent pas de la fréquence  $\sqrt{\kappa_l} = \sqrt{\kappa_e}$ .

Si l'on applique la transformation unitaire donnée par l'opérateur déplacement  $\hat{D}(\alpha_l(t)) = \exp[\alpha_l(t)\hat{\alpha}_l^\dagger - \alpha_l(t)^*\hat{\alpha}_l]$  au hamiltonien (I.9), nous obtenons à une constante près :  $\left(\hat{H}_{opt} = \hat{D}(\alpha_l(t))\hat{H}_{opt}\hat{D}(\alpha_l(t))^\dagger + i\hbar\frac{\partial\hat{D}(\alpha_l(t))}{\partial t}\right)$

$$\begin{aligned} \hat{H}_{opt} = & \hbar\omega_c\hat{a}^\dagger\hat{a} + i\hbar\sqrt{\kappa_e}\alpha_{in}\left(e^{-i\omega_l t}\hat{a}^\dagger - e^{i\omega_l t}\hat{a}\right) \\ & + \int_q dq \left[\hbar\omega_q\hat{\alpha}_q\hat{\alpha}_q^\dagger + i\hbar\sqrt{\kappa_i}(\hat{\alpha}_q\hat{a}^\dagger - \hat{\alpha}_q^\dagger\hat{a})\right] \end{aligned} \quad (\text{I.10})$$

Cette transformation permet ainsi d'isoler le champ cohérent laser incident des modes électromagnétiques du vide de l'environnement.

Nous nous plaçons enfin dans le référentiel tournant à la pulsation du laser  $\omega_l$  en appliquant la transformation unitaire  $\hat{U} = \exp(i\omega_l\hat{a}^\dagger\hat{a}t)$  au hamiltonien (I.10) :  $\left(\hat{H}_{opt} = \hat{U}\hat{H}_{opt}\hat{U}^\dagger + i\hbar\frac{\partial\hat{U}}{\partial t}\right)$

$$\begin{aligned} \hat{H}_{opt} = & -\hbar\Delta\hat{a}^\dagger\hat{a} + i\hbar\sqrt{\kappa_e}\alpha_{in}(\hat{a}^\dagger - \hat{a}) \\ & + \int_q dq \left[\hbar\omega_q\hat{\alpha}_q\hat{\alpha}_q^\dagger + i\hbar\sqrt{\kappa_i}(\hat{\alpha}_q\hat{a}^\dagger - \hat{\alpha}_q^\dagger\hat{a})\right] \end{aligned} \quad (\text{I.11})$$

Cette transformation permet de s'affranchir de la pulsation laser dans le hamiltonien et de ne seulement tenir compte de  $\Delta$ , le désaccord entre la pulsation du laser et la pulsation propre de la cavité :

$$\Delta = \omega_l - \omega_c \quad (\text{I.12})$$

**Hamiltonien total** Nous appliquons le même raisonnement à l'oscillateur harmonique mécanique, avec un bain mécanique composé d'un ensemble d'oscillateurs harmoniques de pulsations  $\Omega_p$ , des opérateurs création-annihilation  $(\hat{\beta}_q, \hat{\beta}_q^\dagger)$ , et un couplage avec le système mécanique indépendant de la fréquence  $\sqrt{\Gamma_m}$ .

Nous obtenons alors un hamiltonien total dans le référentiel tournant à la pulsation du laser, tenant compte du couplage de l'optique et de la mécanique à leurs environnements respectifs, mais aussi du couplage optomécanique :

$$\begin{aligned}
\hat{H} = & -\hbar\Delta\hat{a}^\dagger\hat{a} + \hbar\Omega_m\hat{b}^\dagger\hat{b} - \hbar g_0\hat{a}^\dagger\hat{a}(\hat{b} + \hat{b}^\dagger) \\
& + i\hbar\sqrt{\kappa_e}\alpha_{in}(\hat{a}^\dagger - \hat{a}) \\
& + \int_q dq \left[ \hbar\omega_q\hat{\alpha}_q\hat{\alpha}_q^\dagger + i\hbar\sqrt{\kappa_i}(\hat{\alpha}_q\hat{a}^\dagger - \hat{\alpha}_q^\dagger\hat{a}) \right] \\
& + \int_p dp \left[ \hbar\Omega_p\hat{\beta}_p\hat{\beta}_p^\dagger + i\hbar\sqrt{\Gamma_m}(\hat{\beta}_p\hat{b}^\dagger - \hat{\beta}_p^\dagger\hat{b}) \right]
\end{aligned} \tag{I.13}$$

La première ligne du hamiltonien (I.13) correspond au hamiltonien du système optomécanique fermé (I.7) dans le référentiel tournant à la pulsation du laser. La seconde ligne correspond à l'interaction entre le mode de la cavité optique et la source laser. Enfin, les deux dernières lignes sont respectivement l'interaction avec le bain optique et le bain mécanique.

**Équations de Langevin** Écrivons maintenant les équations d'évolution des opérateurs  $\hat{a}$  et  $\hat{b}$  dans la représentation de Heisenberg :

$$\begin{aligned}
\hbar\frac{d\hat{a}(t)}{dt} &= -i[\hat{a}(t), \hat{H}] \\
\hbar\frac{d\hat{b}(t)}{dt} &= -i[\hat{b}(t), \hat{H}]
\end{aligned} \tag{I.14}$$

En injectant le hamiltonien de l'équation (I.13), nous obtenons :

$$\begin{aligned}
\dot{\hat{a}} &= i\Delta\hat{a} + ig_0\hat{a}(\hat{b} + \hat{b}^\dagger) + \sqrt{\kappa_e}\alpha_{in} + \int_q dq\sqrt{\kappa_i}\hat{\alpha}_q \\
\dot{\hat{b}} &= -i\Omega_m\hat{b} + ig_0\hat{a}^\dagger\hat{a} + \int_p dp\sqrt{\Gamma_m}\hat{\beta}_p
\end{aligned} \tag{I.15}$$

Enfin nous suivons la procédure décrite dans [30], qui consiste à écrire les équations de Heisenberg pour les opérateurs de création-annihilation de l'environnement optique et mécanique  $(\hat{\alpha}_q, \hat{\beta}_p)$ , puis à les intégrer formellement, afin d'obtenir les équations de Langevin du système optomécanique :

$$\begin{aligned}
\dot{\hat{a}} &= -\frac{\kappa}{2}\hat{a} + i\Delta\hat{a} + ig_0\hat{a}(\hat{b} + \hat{b}^\dagger) + \sqrt{\kappa_e}\alpha_{in} + \sqrt{\kappa_i}\hat{\xi}_c(t) \\
\dot{\hat{b}} &= -i\Omega_m\hat{b} - \frac{\Gamma_m}{2}\hat{b} + ig_0\hat{a}^\dagger\hat{a} + \sqrt{\Gamma_m}\hat{\xi}_m(t)
\end{aligned} \tag{I.16}$$

où nous rappelons que  $\kappa = \kappa_e + \kappa_i$  est le taux de dissipation de l'énergie de la cavité optique, et  $\Gamma_m$  celui de l'oscillateur mécanique. Les  $(\hat{\xi}_j(t) \mid j = c, m)$  sont des opérateurs agissant sur l'environnement, représentant le bruit que l'environnement introduit dans le système optomécanique. En particulier,

ces termes correspondants à des forces de Langevin ont une valeur moyenne nulle, et leur spectres de bruit vérifient les relations de commutation et d'anti-commutation suivantes :

$$\langle [\hat{\xi}_j(t), \hat{\xi}_j^\dagger(t')] \rangle = \delta(t - t') \quad (\text{I.17})$$

$$\langle \hat{\xi}_j^\dagger(t) \hat{\xi}_j(t') \rangle = \frac{1}{e^{\hbar\omega_j/k_B T} - 1} \delta(t - t') \quad (\text{I.18})$$

Nous utiliserons également par la suite l'équivalent classique des équations (I.16), qui décrit l'évolution des valeurs moyennes des opérateurs  $\alpha(t) = \langle \hat{a}(t) \rangle$  et  $x(t) = \langle \hat{x}(t) \rangle = x_{ZPF}(\langle \hat{b} \rangle + \langle \hat{b}^\dagger \rangle)$  :

$$\begin{cases} \dot{\alpha} = -\frac{\kappa}{2}\alpha + i\Delta\alpha + ig_{om}\alpha x + \sqrt{\kappa_e}\alpha_{in} \\ m\ddot{x} = -m\Omega_m^2 x - m\Gamma_m\dot{x} + \hbar g_{om}|\alpha|^2 \end{cases} \quad (\text{I.19})$$

## b) Équations linéarisées

Les équations de Langevin couplées (I.16) sont non-linéaires en  $\hat{a}$ . Si nous nous limitons à une amplitude d'entrée  $\alpha_{in}$  constante, nous pouvons alors les linéariser autour d'un point de fonctionnement stationnaire, ce qui nous permettra par la suite de les résoudre analytiquement. Nous réécrivons  $\hat{a}$  et  $\hat{b}$  comme :

$$\begin{aligned} \hat{a}(t) &= \alpha + \delta\hat{a}(t) \\ \hat{b}(t) &= \beta + \delta\hat{b}(t) \end{aligned} \quad (\text{I.20})$$

où  $\alpha$  et  $\beta$  sont les valeurs moyennes stationnaires, et  $\delta\hat{a}$  et  $\delta\hat{b}$  les opérateurs des fluctuations du système autour de son point de fonctionnement stationnaire, vérifiant  $\langle \delta\hat{a} \rangle = \langle \delta\hat{b} \rangle = 0$ .

Nous commençons par résoudre les équations du régime stationnaire en prenant la valeur moyenne des équations de Langevin (I.16) :

$$\begin{aligned} 0 &= -\frac{\kappa}{2}\alpha + i\Delta\alpha + ig_0\alpha(\beta + \beta^*) + \sqrt{\kappa_e}\alpha_{in} \\ 0 &= -i\Omega_m\beta - \frac{\Gamma_m}{2}\beta + ig_0|\alpha|^2 \end{aligned} \quad (\text{I.21})$$

On obtient alors le système d'équations suivant :

$$\begin{cases} \kappa_e |\alpha_{in}|^2 &= \left(\Delta^2 + \frac{\kappa^2}{4}\right) |\alpha|^2 + \frac{4\Delta g_0^2 \Omega_m}{\Omega_m^2 + \frac{\Gamma_m^2}{4}} (|\alpha|^2)^2 + \frac{4g_0^4 \Omega_m^2}{\left(\Omega_m^2 + \frac{\Gamma_m^2}{4}\right)^2} (|\alpha|^2)^3 \\ \beta &= \frac{ig_0 |\alpha|^2}{i\Omega_m + \frac{\Gamma_m}{2}} \end{cases} \quad (\text{I.22})$$

La première équation est un polynôme d'ordre 3 en  $|\alpha|^2$ , et peut conduire à plusieurs points de fonctionnement pour une intensité suffisamment importante de la source laser, si  $\Delta < \sqrt{3}/2 \cdot \kappa$ . Nous nous placerons par la suite sur un point de fonctionnement stable  $(\alpha, \beta)$ .

Nous incorporons enfin les fluctuations (I.20) dans les équations de Langevin (I.16), et obtenons en nous limitant au termes au premier ordre en  $\delta\hat{a}$  et  $\delta\hat{b}$  :

$$\begin{cases} \delta\dot{\hat{a}} = -\frac{\kappa}{2}\delta\hat{a} + i\bar{\Delta}\delta\hat{a} + ig_0\alpha(\delta\hat{b} + \delta\hat{b}^\dagger) + \sqrt{\kappa_i}\hat{\xi}_c(t) \\ \delta\dot{\hat{b}} = -\frac{\Gamma_m}{2}\delta\hat{b} - i\Omega_m\delta\hat{b} + ig_0\alpha(\delta\hat{a} + \delta\hat{a}^\dagger) + \sqrt{\Gamma_m}\hat{\xi}_m(t) \end{cases} \quad (\text{I.23})$$

où  $\bar{\Delta} = \Delta + g_0(\beta + \beta^*)$  est le désaccord non linéaire du laser par rapport à la cavité optique. En effet la présence d'un nombre photons stationnaire dans la cavité  $|\alpha|^2$  déplace statiquement l'oscillateur mécanique, qui à son tour déplace la pulsation propre de la cavité optique, modifiant le désaccord.

Nous écrivons enfin l'équivalent classique linéarisé de ces équations, en définissant :

$$\begin{aligned} \alpha(t) &= \bar{\alpha} + \delta\alpha(t) \\ x(t) &= \bar{x} + \delta x(t) \end{aligned} \quad (\text{I.24})$$

De manière analogue au cas quantique, nous résolvons d'abord les équations stationnaires puis réinjectons le tout dans (I.19). Finalement, on obtient :

$$\begin{aligned} \delta\dot{\alpha} &= -\frac{\kappa}{2}\delta\alpha + i\bar{\Delta}\delta\alpha + ig_{om}\bar{\alpha}\delta x \\ m\delta\ddot{x} &= -m\Omega_m^2\delta x - m\Gamma_m\delta\dot{x} + \hbar g_{om}\bar{\alpha}(\delta\alpha + \delta\alpha^*) \end{aligned} \quad (\text{I.25})$$

avec  $\bar{\Delta} = \Delta + g_{om}\bar{x}$ . Nous retrouvons ainsi le désaccord non-linéaire quantique en identifiant  $\bar{x} = x_{ZPF}(\beta + \beta^*)$ .

Il est également utile d'écrire les équations (I.25) dans le domaine de Fourier :

$$\begin{aligned}
-i\omega\delta\alpha[\omega] &= -\frac{\kappa}{2}\delta\alpha[\omega] + i\bar{\Delta}\delta\alpha[\omega] + ig_{om}\bar{\alpha}\delta x[\omega] \\
-m\omega^2\delta x[\omega] &= -m\Omega_m^2\delta x[\omega] + i\omega m\Gamma_m\delta x[\omega] \\
&\quad + \hbar g_{om}\bar{\alpha}(\delta\alpha[\omega] + \delta\alpha^*[\omega])
\end{aligned} \tag{I.26}$$

où nous rappelons que  $\delta\alpha^*[\omega] = (\delta\alpha[-\omega])^*$

### 1.1.3 Refroidissement par bande latérale

#### a) Taux de dissipation optomécanique

Les équations (I.26) font apparaître les susceptibilités optique  $\chi_c(\omega)$  et mécanique  $\chi_m(\omega)$  définies par :

$$\begin{aligned}
\chi_c^{-1} &= \frac{\kappa}{2} - i\omega - i\bar{\Delta} \equiv \left. \frac{\delta\alpha[\omega]}{F_{opt}[\omega]} \right|_{\delta x=0} \\
\chi_m^{-1} &= \underbrace{m[(\Omega_m^2 - \omega^2) - i\Gamma_m\omega]}_{\chi_{m,0}^{-1}} + \Sigma(\omega) \equiv \frac{\delta x[\omega]}{F_m[\omega]}
\end{aligned} \tag{I.27}$$

où  $F_{opt}[\omega]$  et  $F_m[\omega]$  sont des forces optiques et mécaniques externes ajoutées au terme de droite de chacune des deux équations (I.26). Nous avons au passage défini  $\chi_{m,0} \equiv \left. \frac{\delta x[\omega]}{F_m[\omega]} \right|_{g_{om}=0}$ , la susceptibilité de l'oscillateur harmonique mécanique en l'absence de couplage avec l'optique, et  $\Sigma(\omega)$ , la modification de cette susceptibilité due au couplage avec l'optique :

$$\Sigma(\omega) = -i\hbar g_{om}^2 |\bar{\alpha}|^2 [\chi_c(\omega) - \chi_c^*(-\omega)] \tag{I.28}$$

Nous pouvons réécrire cette dernière équation de manière à faire apparaître le décalage de la fréquence mécanique due au couplage optomécanique  $\delta\Omega_m(\omega)$  et le taux de dissipation mécanique induit par le couplage optomécanique  $\Gamma_{om}(\omega)$ , en exploitant notamment la relation  $\hbar g_{om}^2 = \hbar g_0^2/x_{ZPF} = 2m\Omega_m g_0^2$  :

$$\Sigma(\omega) = m\omega(2\delta\Omega_m(\omega) - i\Gamma_{om}(\omega)) \tag{I.29}$$

avec :

$$\begin{aligned}
\delta\Omega_m(\omega) &= \frac{g_0^2|\bar{\alpha}|^2\Omega_m}{\omega} \left[ \frac{\bar{\Delta} + \omega}{(\bar{\Delta} + \omega)^2 + \kappa^2/4} + \frac{\bar{\Delta} - \omega}{(\bar{\Delta} - \omega)^2 + \kappa^2/4} \right] \\
\Gamma_{om}(\omega) &= \frac{g_0^2|\bar{\alpha}|^2\Omega_m}{\omega} \left[ \frac{\kappa}{(\bar{\Delta} + \omega)^2 + \kappa^2/4} - \frac{\kappa}{(\bar{\Delta} - \omega)^2 + \kappa^2/4} \right]
\end{aligned} \tag{I.30}$$

La susceptibilité mécanique totale s'écrit alors :

$$\chi_m^{-1} = m \left( \Omega_m^2 + 2\omega\delta\Omega_m(\omega) - \omega^2 - i\omega[\Gamma_m + \Gamma_{om}(\omega)] \right) \tag{I.31}$$

Nous voyons apparaître un taux de dissipation effectif de l'oscillateur mécanique  $\Gamma_{eff}(\omega) = \Gamma_m + \Gamma_{om}(\omega)$ . Pour un couplage optomécanique faible et un facteur de qualité mécanique suffisamment élevé, le taux de dissipation induit par l'interaction optomécanique peut être approché en  $\omega = \omega_m$  :

$$\begin{aligned}
&\Gamma_{eff} = \Gamma_m + \Gamma_{om} \\
&\Gamma_{om} = g_0^2|\bar{\alpha}|^2 \left[ \frac{\kappa}{(\bar{\Delta} + \Omega_m)^2 + \kappa^2/4} - \frac{\kappa}{(\bar{\Delta} - \Omega_m)^2 + \kappa^2/4} \right]
\end{aligned} \tag{I.32}$$

Comme nous pouvons le voir sur la figure I.2, le taux de dissipation optomécanique  $\Gamma_{om}$  prend des valeurs positives lorsque le laser est désaccordé dans le rouge par rapport à la cavité ( $\Delta < 0$ ), ce qui correspond à une augmentation du taux de dissipation mécanique, et à un refroidissement de l'oscillateur mécanique comme nous l'expliquerons par la suite. En revanche, lorsque le laser est désaccordé dans le bleu ( $\Delta > 0$ ),  $\Gamma_{om}$  prend des valeurs négatives ce qui correspond à une réduction de la dissipation mécanique, et donc à un gain (une amplification du mouvement mécanique produite par le couplage optomécanique).

D'un point de vue classique, l'oscillateur mécanique est initialement à une température  $T$ , couplé à son environnement avec un taux de dissipation  $\Gamma_m$  lorsqu'il n'y pas d'interaction optomécanique. En revanche lorsque l'on envoie de la lumière dans la cavité, le taux de dissipation devient  $\Gamma_{eff} = \Gamma_m + \Gamma_{om}$ , de telle sorte que sa température effective  $T_{eff} = \frac{\Gamma_m}{\Gamma_{eff}}T$ . Nous voyons ainsi qu'une valeur positive de  $\Gamma_{om}$  conduit à une réduction de la température de l'oscillateur mécanique. Cette approche classique laisse à penser que l'on pourrait atteindre une température aussi faible que l'on désire pour peu

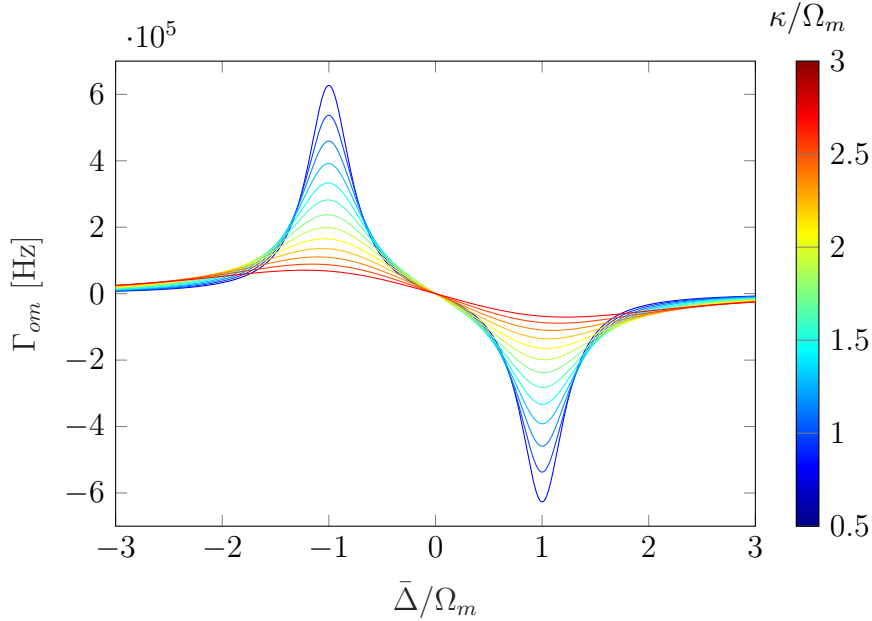


FIG. I.2 – Taux de dissipation optomécanique  $\Gamma_{om}$  en fonction du désaccord normalisé  $\bar{\Delta}/\Omega_m$ . Des valeurs typiques des paramètres sont utilisées :  $g_0 = 1$  MHz,  $|\bar{\alpha}|^2 = 500$ ,  $\Omega_m = 2\pi \cdot 1$  GHz

que la valeur de  $\Gamma_{om}$  soit suffisamment élevée. Ceci est faux car on ne tient pas compte des fluctuations quantiques du champ électromagnétique, que nous considérons dans les paragraphes suivants afin d'obtenir la limite de ce refroidissement optomécanique.

### b) Règle d'or de Fermi

Pour déterminer le nombre minimal de phonons que l'on peut atteindre via refroidissement optomécanique par bande latérale, nous allons écrire l'équation d'évolution du nombre moyen de phonons de l'oscillateur mécanique. Dans cette équation, il convient de connaître les taux de transition entre les différents états nombres de phonons. Pour déterminer ces derniers, nous effectuerons un traitement perturbatif, autrement connu sous le nom de règle d'or de Fermi.

Considérons en tout généralité le hamiltonien  $\hat{H} = \hat{H}_0 + \lambda \hat{\Theta} \cdot \hat{F}(t)$  qui décrit un système perturbé par une force bruitée.  $\hat{H}_0$  est le hamiltonien du système non perturbé,  $\hat{\Theta}$  est un opérateur agissant sur le système,  $\hat{F}(t)$  est l'opérateur bruité qui perturbe le système, et  $\lambda$  est le taux de couplage entre les deux. Si le hamiltonien non perturbé  $\hat{H}_0$  possède une base propre d'états



nombres  $\{|n\rangle, n \in \mathbb{N}\}$  avec les valeurs propres  $\omega_n$ , alors l'état du système non perturbé peut s'écrire à tout instant  $t$  comme  $|\psi(t)\rangle = \sum_n C_n(t) |n\rangle$ .

Notre objectif est de connaître la probabilité pour que le système se trouvant initialement ( $t = t_0$ ) dans l'état  $|q\rangle$  évolue vers l'état  $|n\rangle$  à l'instant  $t$ . Nous introduisons d'abord l'amplitude de probabilité pour que le système se trouve dans l'état  $|n\rangle$  à l'instant  $t$ ,  $b_n(t) = C_n(t)e^{i\omega_n t}$ . Au premier ordre en  $\lambda$  nous avons [31] :

$$b_n(t) = \frac{\lambda \Theta_{nq}}{i\hbar} \int_{t_0}^t d\tau \hat{F}(\tau) e^{-i\omega_{qn}\tau} + \mathcal{O}(\lambda^2) \quad (\text{I.33})$$

où  $\Theta_{nq} = \langle n | \Theta | q \rangle$  et  $\omega_{qn} = \omega_q - \omega_n$ . Nous moyennons ensuite sur la source de bruit, et obtenons la probabilité que le système se trouve dans l'état  $|n\rangle$  à l'instant  $t$  :

$$P_n(t) = |b_n(t)|^2 = \frac{\lambda^2 |\Theta_{nq}|^2}{\hbar^2} \int_{t_0}^t \int_{t_0}^t d\tau d\tau' e^{-i\omega_{qn}(\tau-\tau')} \langle \hat{F}(\tau) \hat{F}(\tau') \rangle \quad (\text{I.34})$$

Nous introduisons ensuite la densité spectrale de bruit pour la perturbation :

$$S_{FF}[\omega] = \int d\tau e^{i\omega\tau} \langle \hat{F}(\tau) \hat{F}(0) \rangle \quad (\text{I.35})$$

En supposant que l'on se trouve dans un état stationnaire,  $\langle \hat{F}(\tau) \hat{F}(\tau') \rangle = \langle \hat{F}(\tau - \tau') \hat{F}(0) \rangle$ , nous pouvons alors écrire :

$$P_n(t) = \frac{\lambda^2 |\Theta_{nq}|^2}{\hbar^2} \int d\omega \int_{t_0}^t \int_{t_0}^t d\tau d\tau' e^{i(\omega - \omega_{qn})(\tau - \tau')} S_{FF}[\omega] \quad (\text{I.36})$$

La double intégrale temporelle peut s'approcher par  $(t - t_0)\delta(\omega - \omega_{qn})$ , et nous obtenons enfin le taux de transition entre l'état  $|q\rangle$  et l'état  $|n\rangle$  :

$$\Gamma_{q \rightarrow n} = \frac{dP_n(t)}{dt} = \frac{\lambda^2 |\Theta_{nq}|^2}{\hbar^2} S_{FF}[\omega_q - \omega_n] \quad (\text{I.37})$$

### c) Transitions optiquement induites et refroidissement

Appliquons maintenant ce résultat général à notre système optomécanique. D'après le hamiltonien (I.13), la source de bruit est la force optique  $\hat{F} = \hat{a}^\dagger \hat{a}$ , l'opérateur agissant sur le système (mécanique) est  $\Theta = (\hat{b} + \hat{b}^\dagger)$ , et la constante de couplage est la constante optomécanique  $\lambda = -\hbar g_0$ .

La densité spectrale de bruit de photons dans la cavité  $S_{nn}[\omega]$  s'obtient en écrivant  $\hat{a} = (\bar{\alpha} + \delta\hat{a})$  dans le référentiel tournant à la pulsation du laser,

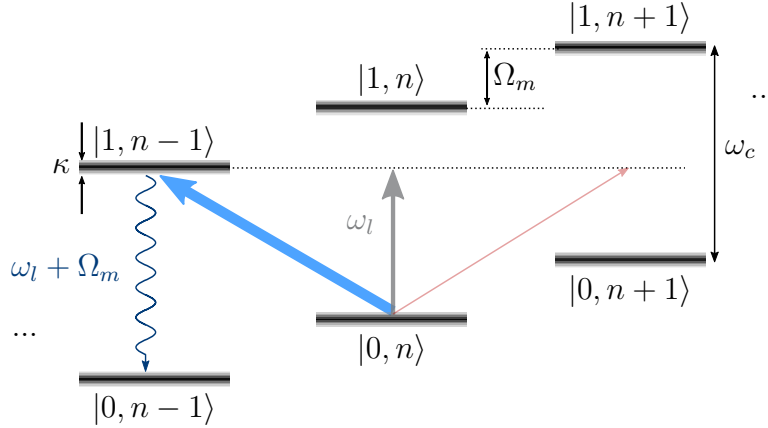


FIG. I.3 – Illustration du refroidissement optomécanique. Lorsque le laser est désaccordé dans le rouge par rapport à la cavité optique de  $\Delta = -\Omega_m$ , le processus de refroidissement de l'oscillateur mécanique est favorisé par rapport au processus d'amplification. En effet si  $|n_{photons}, n_{phonons}\rangle$  représente l'état du système optomécanique, le laser provoque les transitions de type  $|0, n\rangle \rightarrow |1, n-1\rangle$  qui se désexcite vers  $|0, n-1\rangle$  en émettant un photon à la pulsation propre de la cavité. On passe donc d'un état où le système mécanique possède  $n$  phonons à un état où il en possède  $n-1$ .

et  $\langle \delta \hat{a}(t) \delta \hat{a}(0) \rangle = \exp(i\bar{\Delta}t - \kappa/2 \cdot |t|)$  d'après les équations de Langevin linéarisées (I.23) où l'on omet la partie mécanique, ce qui conduit à la densité spectrale de bruit :

$$S_{nn}[\omega] = \frac{\kappa}{(\omega + \bar{\Delta}) + \frac{\kappa^2}{4}} |\bar{\alpha}^2| \quad (\text{I.38})$$

Étant donné que l'opérateur  $\Theta$  couple l'état  $|n\rangle$  aux états  $|n-1\rangle$  et  $|n+1\rangle$ , nous nous limiterons aux taux de transition  $\Gamma_+ = \Gamma_{n \rightarrow n+1}/(n+1)$  et  $\Gamma_- = \Gamma_{n \rightarrow n-1}/n$  qui s'écrivent :

$$\begin{aligned} \Gamma_- &= g_0^2 \frac{\kappa}{(\Omega_m + \bar{\Delta}) + \frac{\kappa^2}{4}} |\bar{\alpha}^2| \\ \Gamma_+ &= g_0^2 \frac{\kappa}{(-\Omega_m + \bar{\Delta}) + \frac{\kappa^2}{4}} |\bar{\alpha}^2| \end{aligned} \quad (\text{I.39})$$

Nous remarquons au passage que le taux de dissipation optomécanique défini classiquement à l'équation (I.32) est exactement  $\Gamma_{om} = \Gamma_- - \Gamma_+$ .

Nous pouvons maintenant écrire l'équation d'évolution du nombre moyen de phonons  $\bar{n}$  comme une équation de taux. Celle-ci peut par exemple s'obtenir en prenant les valeurs diagonales de l'équation maîtresse sur la ma-

trice densité mécanique  $\{\rho_{mm}(t) \mid m \in \mathbb{N}\}$ , et en les injectant dans  $\bar{n}(t) = \sum_m m \rho_{mm}(t)$  [32] :

$$\dot{\bar{n}} = (\bar{n} + 1)(n_{th}\Gamma_m + \Gamma_+) - \bar{n}((n_{th} + 1)\Gamma_m + \Gamma_-) \quad (\text{I.40})$$

où  $n_{th} = (\exp(\hbar\Omega_m/k_B T) - 1)^{-1}$  est le nombre moyen de phonons à l'équilibre thermodynamique, en l'absence de lumière dans la cavité.

Le régime stationnaire nous donne le nombre minimal de phonons que l'on peut atteindre en présence d'un environnement thermique et du bruit de photons :

$$\boxed{\begin{aligned} \bar{n}_f &= \frac{n_{th}\Gamma_m + n_{min}\Gamma_{om}}{\Gamma_m + \Gamma_{om}} \\ n_{min} &= \frac{\Gamma_+}{\Gamma_{om}} = \left( \frac{\kappa^2/4 + (\bar{\Delta} - \Omega_m)^2}{\kappa^2/4 + (\bar{\Delta} + \Omega_m)^2} - 1 \right)^{-1} \end{aligned}} \quad (\text{I.41})$$

où nous  $n_{min}$  est le nombre minimal de phonons que l'on peut atteindre par refroidissement optomécanique en l'absence de couplage de l'oscillateur mécanique avec son environnement thermique.

## I.2 Effets absorptifs et thermiques

### I.2.1 Absorption optique linéaire

Dans les dispositifs optomécaniques à semi-conducteurs, il convient également de considérer l'absorption linéaire de photons. En effet, les photons ne participent pas seulement à l'interaction optomécanique représentée par l'équation (I.8), mais une fraction d'entre eux est aussi absorbée par la cavité et convertie en augmentation de température. Si l'on a  $N_{cav}(t) = |\alpha(t)|^2$  photons dans la cavité, la température au sein de la cavité varie selon :

$$\frac{d\Delta T}{dt} = -\frac{\Delta T}{\tau_{th}} + \frac{\hbar\omega_l}{mC_{th}}\kappa_{abs}N_{cav}(t) \quad (\text{I.42})$$

où  $\tau_{th}$  est le temps caractéristique thermique, qui dépend des propriétés du matériau du résonateur et de son lien avec son environnement thermique. Le taux  $\kappa_{abs}$  s'écrit aussi  $\kappa_{abs} = \varepsilon\kappa_i$  où  $\varepsilon$  est la fraction des pertes optiques intrinsèques  $\kappa_i$  qui correspond à l'absorption linéaire des photons,  $C_{th}$  est la capacité calorifique volumique du matériau, et  $m$  la masse du résonateur.

Avec l'arséniure de gallium (GaAs), qui est le matériau que nous utilisons dans ce travail, nous travaillons à une longueur d'onde laser d'environ  $1.5 \mu\text{m}$

$\leftrightarrow$  0.82 eV correspondant à une énergie plus faible le gap  $E_{gap,GaAs} \simeq 1.42$  eV (à température ambiante), et l'absorption linéaire résiduelle (très faible) peut être due à l'ionisation d'impuretés dans la matériau [33], aux contraintes induites par des sites vacants dans le cristal, ou à des défauts de surface [34]. Ceux-ci provoquent l'apparition d'états au milieu du gap qui peuvent générer des transitions optiques absorptives à notre longueur d'onde (*cf.* figure I.4).

## I.2.2 Absorption non-linéaire

À grande puissance optique, il est aussi important de considérer les phénomènes d'absorption optique non-linéaire. En particulier, nous nous intéresserons à l'absorption à deux photons (TPA - Two Photon Absorption en anglais) et à l'absorption par porteurs libres photo-générés (FCA - Free Carrier Absorption en anglais).

### a) Absorption à deux photons - TPA

La TPA consiste en l'absorption simultanée de deux photons sub-bandgap, permettant ainsi à un électron de la bande de valence d'être excité vers la bande de conduction du semi-conducteur. Le taux d'absorption à deux photons s'écrit [35] :

$$\kappa_{TPA} = \frac{\beta_{TPA} \cdot c^2}{n^2 V_{TPA}} \hbar \omega_l N_{cav} \quad (I.43)$$

où  $n$  est l'indice optique du matériau et  $c$  la vitesse de la lumière dans le vide. Nous remarquons que ce taux d'absorption est d'autant plus grand que le nombre de photons dans la cavité est élevé, ce qui est typique d'un phénomène d'absorption non-linéaire.

Le coefficient  $\beta_{TPA}$  est le coefficient d'absorption à deux photons défini par l'équation d'évolution de l'intensité lumineuse dans un solide [36] :

$$\frac{dI(z)}{dz} = \beta_{lin} I + \beta_{TPA} I^2 \quad (I.44)$$

Enfin, le coefficient  $V_{TPA}$  est le volume effectif d'absorption à deux photons défini par [35] :

$$V_{TPA} = \frac{(\iiint n^2(\mathbf{r}) |\mathbf{E}(\mathbf{r})|^2 d\mathbf{r})^2}{\iiint n^4(\mathbf{r}) |\mathbf{E}(\mathbf{r})|^4 d\mathbf{r}} \quad (I.45)$$

où les intégrales sont effectuées sur l'ensemble de la cavité optique semi-conductrice,  $n(\mathbf{r})$  est l'indice de réfraction local, et  $\mathbf{E}(\mathbf{r})$  est l'amplitude complexe du champ électrique du mode résonant de la cavité. Ce volume peut

par exemple être calculé par simulation par éléments finis, comme nous le verrons par la suite.

### b) Absorption par porteurs libres - FCA

La FCA consiste en l'absorption d'un ou plusieurs photons, permettant ainsi un porteur libre (électron ou trou) de passer à un autre niveau d'énergie au sein de la même bande. Contrairement à l'absorption à deux photons ou à l'absorption linéaire présentées ci-dessus il s'agit donc d'une absorption *intra bande*, par opposition à *inter bande*.

Par ailleurs, dans notre cas précis où l'énergie du gap est supérieure à celle des photons et où le semi-conducteur est intrinsèque (pas de dopage intentionnel), les porteurs libres ne peuvent être créés que par absorption à deux photons. Autrement dit, pour notre système, il n'y aurait pas de FCA en l'absence de TPA. Le taux d'absorption par porteurs libres s'écrit [35] :

$$\kappa_{FCA} = \frac{c \sigma_{FCA}}{n} N_{FC} \quad (\text{I.46})$$

où  $N_{FC}$  est la densité de porteurs libres, et  $\sigma_{FCA}$  la section efficace d'absorption des porteurs libres.

De plus la population de porteurs libres suit l'équation différentielle suivante [37] :

$$\begin{aligned} \frac{dN_{FC}(t)}{dt} &= -\frac{N_{FC}}{\tau_{FC}} + \frac{V_{TPA}}{2V_{FCA}^2} \kappa_{TPA}(t) N_{cav}(t) \\ &= -\frac{N_{FC}}{\tau_{FC}} + \frac{\beta_{TPA} c^2 \hbar \omega_l}{2n^2 V_{FCA}^2} N_{cav}^2(t) \end{aligned} \quad (\text{I.47})$$

où  $\tau_{FC}$  est le temps de relaxation des porteurs libres, et  $V_{FCA}$  est le volume effectif d'absorption par porteurs libres défini par [35] :

$$V_{FCA}^2 = \frac{(\iiint n^2(\mathbf{r}) |\mathbf{E}(\mathbf{r})|^2 d\mathbf{r})^3}{\iiint n^6(\mathbf{r}) |\mathbf{E}(\mathbf{r})|^6 d\mathbf{r}} \quad (\text{I.48})$$

que l'on peut également calculer par simulation par éléments finis.

### c) Évolution de la température de la cavité

Nous pouvons faire apparaître tous les types d'absorption optique dans l'équation différentielle pour la variation de température de la cavité optique, en ajoutant au taux d'absorption linéaire de l'équation (I.42) les deux taux d'absorption non-linéaires, qui sont d'autant plus élevés que le nombre de photons dans la cavité et de porteurs libres sont élevés :

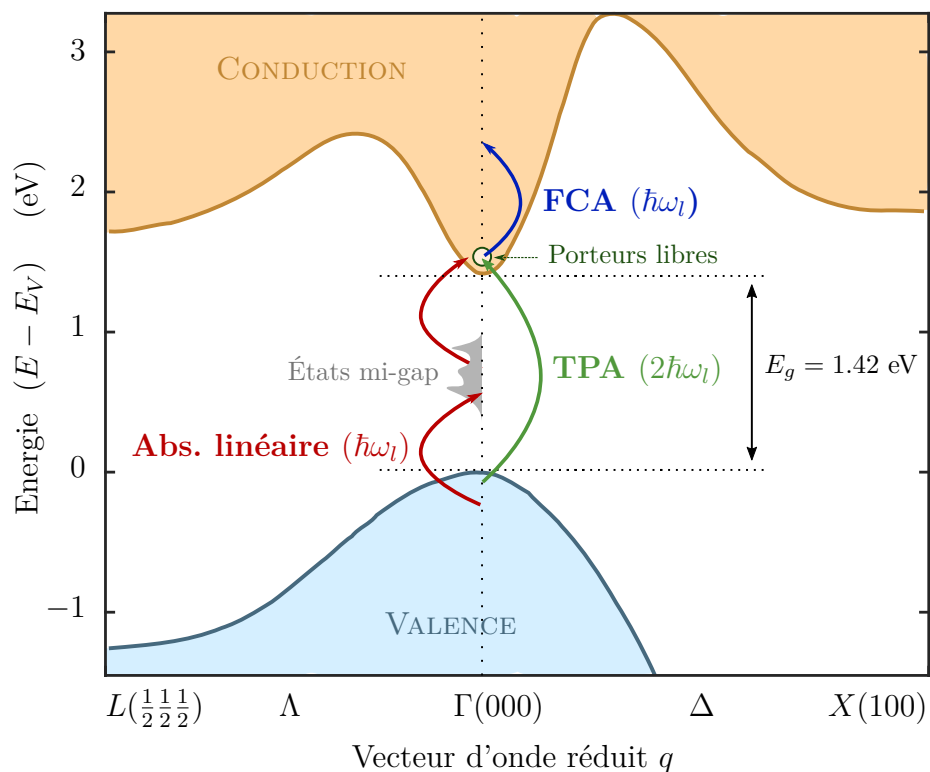


FIG. I.4 – Illustration des trois types d'absorption optique qui provoquent une élévation de température  $\Delta T$  au sein de la cavité. La structure de bandes du GaAs est représentée à une température de 300 K, et tirée de [34]. L'absorption résiduelle linéaire (en rouge) repose sur des transitions optiques entre des états de ces bandes et des états au milieu de gap, qu'ils soient présents dans le cœur ou à la surface du matériau. L'absorption à deux photons (en vert) permet d'élever des photons de la bande de valence directement vers la bande de conduction. Les porteurs libres ainsi créés dans la bande de conduction peuvent alors eux-aussi donner lieu à une absorption *intrabande* (en bleu).

$$\frac{d\Delta T}{dt} = -\frac{\Delta T}{\tau_{th}} + \frac{\hbar\omega_l}{mC_{th}} \left[ \kappa_{abs} + \kappa_{TPA}(t) + \kappa_{FCA}(t) \right] N_{cav}(t) \quad (\text{I.49})$$

où l'on voit alors l'apparition de couplages non linéaires entre température et nombre de photons via la TPA et la FCA.

### I.2.3 Effet thermo-optique

Les trois mécanismes d'absorption des photons dans nos résonateurs GaAs impactent non seulement la température du système, mais aussi l'évolution du champ intra-cavité, et ce doublement.

La première conséquence est une augmentation du taux d'absorption de la cavité optique. Il convient donc de remplacer  $\kappa = \kappa_e + \kappa_i$  dans les équations de Langevin classiques (I.19) par  $(\kappa + \kappa_{TPA} + \kappa_{FCA})$ . Les mécanismes non-linéaires d'absorption sont donc un canal supplémentaire de dissipation, comme nous le verrons par la suite.

La seconde conséquence est la modification de l'indice de réfraction du matériau suite à un changement de température d'une part, et suite à un changement de la densité en porteurs libres d'autre part.

L'effet de la température sur l'indice de réfraction du GaAs a été l'objet de nombreuses publications [38–42]. Celui-ci s'écrit en fonction de la longueur d'onde :

$$n^2(\lambda) = g_0 + \frac{g_1}{\lambda_1^{-2} - \lambda^{-2}} + \frac{g_2}{\lambda_2^{-2} - \lambda^{-2}} + \frac{g_3}{\lambda_3^{-2} - \lambda^{-2}} \quad (\text{I.50})$$

où les longueurs d'ondes  $\lambda_i$  et les coefficients  $g_i$  dépendent de la température comme le montre le tableau I.1

L'effet de l'absorption par porteurs libres sur l'indice de réfraction peut quant à lui être calculé simplement à l'aide du modèle de Drude [43, 44]. Le changement d'indice de réfraction en fonction de la densité en porteurs libres s'écrit :

$$\frac{dn}{dN_{FC}} = -\frac{1}{2n\omega_l^2 N_{FC}} \underbrace{\left( \frac{e^2 N_{FC}}{\varepsilon_0 m^*} \right)^2}_{\text{Pulsation Plasma}} \quad (\text{I.51})$$

Le changement d'indice de réfraction provoque un changement de la pulsation propre de la cavité optique selon :

$$\omega_c \longrightarrow \omega_c - \left( \frac{\omega_c}{n} \frac{dn}{dT} \Delta T \right) - \left( \frac{\omega_c}{n} \frac{dn}{dN_{FC}} N_{FC} \right) \quad (\text{I.52})$$

Paramètre	Valeur
$\lambda_1$ ( $\mu\text{m}$ )	$0.4431307 + 0.000050564 \cdot \Delta T$
$\lambda_2$ ( $\mu\text{m}$ )	$0.8746453 + 0.0001913 \cdot \Delta T - 4.882 \cdot 10^{-7} \cdot \Delta T^2$
$\lambda_3$ ( $\mu\text{m}$ )	$36.9166 - 0.011622 \cdot \Delta T$
$g_0$	5.372514
$g_1$	27.83972
$g_2$	$0.031764 + 4.35 \cdot 10^{-5} \cdot \Delta T + 4.664 \cdot 10^{-7} \cdot \Delta T^2$
$g_3$	0.00143636

TAB. I.1 – Coefficients permettant de calculer l'indice de réfraction du GaAs en fonction de l'écart en température  $\Delta T$  par rapport à la température de référence 22°C, tiré de [42].

Ainsi l'équation de Langevin classique sur l'optique (I.19) est modifiée lorsque l'on ajoute les effets d'absorption non-linéaires et devient :

$$\begin{aligned} \dot{\alpha} = & - \frac{\kappa + \kappa_{TPA} + \kappa_{FCA}}{2} \alpha \\ & + i \left( \Delta + g_{om} x + \frac{\omega_c}{n} \frac{dn}{dT} \Delta T + \frac{\omega_c}{n} \frac{dn}{dN_{FC}} N_{FC} \right) \alpha \\ & + \sqrt{\kappa_e} \alpha_{in} \end{aligned} \quad (\text{I.53})$$

## I.2.4 Force photothermique et équations du mouvement

L'augmentation de la température via absorption de photons provoque une déformation thermoélastique de notre résonateur GaAs. L'effet de cette déformation est analogue à celui d'une force agissant sur le système mécanique : on l'appelle la force photothermique.

Plus précisément, dans un matériau semi-conducteur cristallin, cette force repose sur la propriété de dilatation thermique qui relie la variation de température  $\Delta T$  au tenseur de déformation  $\varepsilon_{ij}^{th} = \zeta_{ij} \Delta T$  où  $\zeta_{ij}$  est le tenseur de dilatation thermique. Le tenseur de contraintes lié à un changement de température s'écrit donc :

$$\begin{aligned} \sigma_{ij}^{th} &= C_{ijkl} \cdot \zeta_{kl} \cdot \Delta T \\ &= \frac{E \cdot \zeta \cdot \delta_{ij}}{1 - 2\nu} \Delta T \quad \text{dans un matériau homogène isotrope} \end{aligned} \quad (\text{I.54})$$

où  $C_{ijkl}$  est le tenseur d'élasticité du matériau, qui relie les contraintes aux déformations via la loi de Hooke généralisée ( $\sigma_{ij} = C_{ijkl} \cdot \varepsilon_{kl}$ ), et  $(E, \nu, \zeta)$  sont



respectivement le module de Young, le coefficient de Poisson, et le coefficient de dilatation thermique dans le cas d'un matériau homogène isotrope.

Finalement la force photothermique s'écrit :

$$F_{th} = \Delta T \cdot \underbrace{\frac{\iiint \sum \sigma_{ij}^{th}(\mathbf{r}) \varepsilon_{ij}(\mathbf{r}) d\mathbf{r}}{\Delta x \Delta T_0}}_{G_{th}} \quad (\text{I.55})$$

où l'intégrale triple correspond au produit de la contrainte liée à une augmentation de température  $\Delta T_0$  avec une déformation mécanique d'amplitude  $\Delta x$ . Si l'on fait l'hypothèse d'une contrainte photothermique homogène et isotrope, nous pouvons alors calculer ce terme par simulation par éléments finis. Nous introduisons alors  $G_{th}$  comme constante de couplage photothermique, et réécrivons l'équation de Langevin classique sur la mécanique (I.19) comme :

$$m\ddot{x} = -m\Omega_m^2 x - m\Gamma_m \dot{x} + \hbar g_{om} |\alpha|^2 + G_{th} \Delta T \quad (\text{I.56})$$

Finalement, nous regroupons les équations (I.47, I.49, I.53, I.56) pour obtenir les équations de Langevin généralisées, incluant les canaux d'absorption optique, l'effet des porteurs libres, l'effet thermo-optique et la force photothermique :

$$\begin{aligned} \dot{\alpha} &= -\frac{\kappa + \kappa_{TPA} + \kappa_{FCA}}{2} \alpha + \sqrt{\kappa_e} \alpha_{in} \\ &\quad + i \left( \Delta + g_{om} x + \frac{\omega_c}{n} \frac{dn}{dT} \Delta T + \frac{\omega_c}{n} \frac{dn}{dN_{FC}} N_{FC} \right) \alpha \\ m\ddot{x} &= -m\Omega_m^2 x - m\Gamma_m \dot{x} + \hbar g_{om} |\alpha|^2 + G_{th} \Delta T \\ \frac{d\Delta T}{dt} &= -\frac{\Delta T}{\tau_{th}} + \frac{\hbar \omega_l}{m C_{th}} \left( \kappa_{abs} + \kappa_{TPA}(t) + \kappa_{FCA}(t) \right) |\alpha|^2 \\ \frac{dN_{FC}}{dt} &= -\frac{N_{FC}}{\tau_{FC}} + \frac{\beta_{TPA} c^2 \hbar \omega_l}{2n^2 V_{FCA}^2} |\alpha|^4 \end{aligned} \quad (\text{I.57})$$

Ce jeu d'équations, plus complexe et riche que les deux seules équations couplées de l'optomécanique standard, est celui qu'il faut manier pour appréhender toute la dynamique des systèmes nano-optomécaniques semi-conducteurs.

À basse température, où la dilatation thermique s'annule ( $G_{th} \rightarrow 0$ ) et à basse puissance optique, où la TPA et donc la FCA s'annulent, on tend à retrouver le comportement de l'optomécanique standard (équation (I.19)).

Dans ce chapitre nous avons défini les paramètres et établi les équations de base de l'optomécanique, qui nous serviront tout au long de ce travail. Le chapitre suivant sera quant à lui axé sur la présentation de notre système optomécanique précis ainsi que ses limites s'agissant du refroidissement par bande latérale.



# Chapitre II

## Nano-résonateurs à disques en arséniure de gallium : système et limitations

Les dispositifs optomécanique sur lesquels nous travaillons sont des nano-résonateurs à disques en arséniure de gallium (GaAs), reposant sur un piédestal en arséniure de gallium-aluminium (AlGaAs), avec une concentration en aluminium de 80%. Le rayon des disques en GaAs varie entre 0.5 et 10  $\mu\text{m}$ , et l'épaisseur entre 200 nm et 400 nm, en fonction des applications. Un schéma de principe, ainsi qu'une observation au microscope électronique à balayage (MEB) d'un résonateur typique sont montrés sur la figure II.1.

Ces disques jouent aussi bien le rôle de cavité optique, supportant des modes optiques de galerie (ou Whispering Gallery Modes - WGM, en anglais), que de résonateur mécanique supportant des modes mécaniques de respiration radiale (ou Radial Breathing Modes - RBM, en anglais). Dans ce chapitre nous étudierons la physique des modes de galerie optiques et de respiration radiale mécanique, ainsi que leur couplage. Nous terminerons enfin par une analyse des limites de ces dispositifs s'agissant du refroidissement par bande latérale.

### II.1 Cavité optique à modes de galerie

#### II.1.1 Modes optiques de galerie - WGM

##### a) Définition et classification

Les modes de galerie optiques existent dans des cavités à géométrie concave, comme les sphères ou les disques dans notre cas. Ils peuvent être

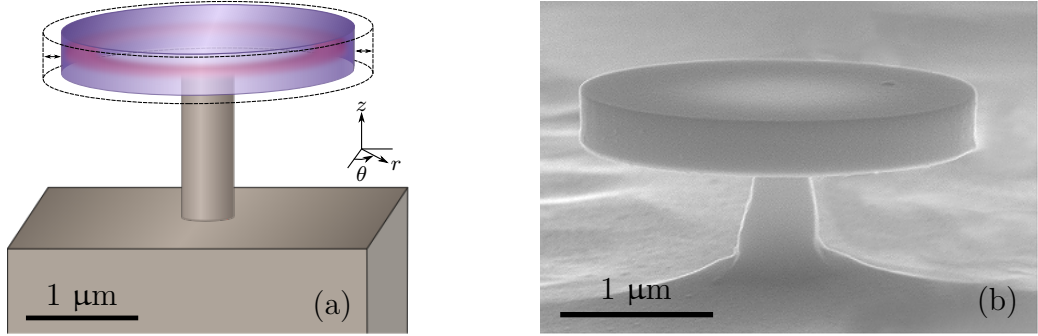


FIG. II.1 – (a) Schéma de principe d'un nano-résonateur à disque en GaAs, reposant sur un piédestal en  $\text{Al}_{0,8}\text{Ga}_{0,2}\text{As}$ . Le mode de vibration mécanique RBM est représenté par le disque en pointillés. Le mode optique WGM est représentée au sein du disque, en rouge. (b) Image au microscope à balayage électronique d'un dispositif expérimental, de rayon  $R_d \simeq 2,6 \mu\text{m}$  et d'épaisseur 320 nm.

décrits comme une réflexion totale de la lumière sur les parois latérales de la cavité [45]. En particulier, de la même manière que dans la cavité Fabry-Pérot générique de la figure I.1, les modes propres WGM d'un disque de rayon  $R_d$  doivent vérifier une condition de résonance :

$$2\pi n_\xi R_d = m\lambda_c \quad (\text{II.1})$$

où  $n_\xi$  est l'indice de réfraction effectif du disque [46],  $\lambda_c$  la longueur d'onde du mode WGM, et  $m \in \mathbb{N}$  son ordre azimutal.

La résolution des équations de Maxwell pour une géométrie de disques donnée, avec les coordonnées cylindriques  $(r, \theta, z)$ , amène souvent à classer les WGM en distinguant les deux polarisations [47] :

**Transverse électrique (TE)** Le champ électrique est polarisé parallèlement au plan du disque. Seules les composantes  $E_r$ ,  $E_\theta$  et  $H_z$  du champ électromagnétique sont non-nulles.

**Transverse magnétique (TM)** Le champ électrique est polarisé perpendiculairement au plan du disque. Seules les composantes  $E_z$ ,  $H_r$  et  $H_\theta$  du champ électromagnétique sont non-nulles.

Dans les deux cas, nous pouvons classifier ensuite les WGM grâce à trois nombres entiers  $(p, q, m)$  en écrivant l'expression de la composante perpendiculaire au plan du disque ( $H_z$  pour les modes TE, et  $E_z$  pour les modes TM)  $F_z$  :

$$F_z(r, \theta, z) = J_p(kn_\xi r)G_q(kn_\xi z)e^{im\theta} \quad \text{pour } r < R_d \quad (\text{II.2})$$

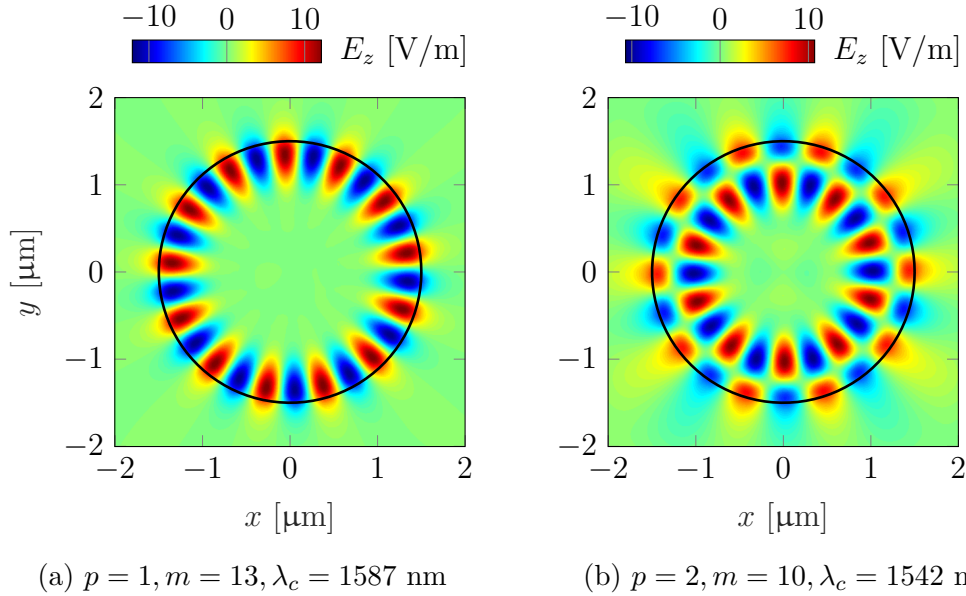


FIG. II.2 – Simulations numériques 2D de modes optiques de galerie WGM dans des disques de rayon  $1,5 \mu\text{m}$ . La polarisation considérée est transverse magnétique TM.

où  $J_p$  est la fonction de Bessel d'ordre  $p$ ,  $n_{xi}$  l'indice de réfraction effectif du "slab" de même épaisseur que le disque (cet indice dépend de la polarisation TE ou TM choisie),  $G_q$  la distribution verticale d'ordre  $q$  du champ le "slab", et  $m$  le nombre azimutal déjà défini plus haut [47]. Nous pouvons interpréter les entiers  $(p, q, m)$  en terme de nombre de nœuds et de maxima du champ.  $(p - 1)$  est le nombre de nœuds dans la direction radiale  $r$ ,  $(q - 1)$  dans la direction axiale  $z$ , et  $m$  est le nombre de maxima dans la direction azimutale  $\theta$ . Ainsi pour des disques de rayon  $R_d \simeq 1 \mu\text{m}$  et d'épaisseur environ  $300 \text{ nm}$ , les WGM qui nous intéressent en général correspondent à  $(p = 1, q = 1, m \approx 10)$ .

### b) Simulations numériques

Afin d'obtenir la longueur d'onde des différents modes WGM, nous résolvons numériquement les équations de Maxwell dans notre structure, par une méthode par éléments finis. Pour cela, nous utilisons le logiciel COMSOL<sup>®</sup>, et nous limitons dans un premier temps à une simulation à deux dimensions en utilisant l'indice de réfraction effectif ( $n_\xi$  avec  $\xi = \text{TE}$  ou  $\text{TM}$ ) du disque, au lieu de l'indice de réfraction du cœur du matériau [46]. Nous pouvons ainsi simuler différentes valeurs des paramètres  $(p, m)$  des modes WGM, comme

sur la figure II.2.

Cette approche numérique 2D nous permet de déterminer approximativement la longueur d'onde résonante des modes WGM que nous observons expérimentalement. Pour avoir une valeur plus précise il convient néanmoins d'effectuer une simulation tridimensionnelle, plus gourmande en ressources de calcul.

Une autre approche que nous utiliserons pour réduire la dimension du problème, consiste à exploiter la géométrie axiale  $\mathbf{E}(r, \theta, z) = \mathbf{E}(r, z)e^{im\theta}$  de notre système, et à simuler une section du disque parallèle à son axe de symétrie au lieu de sa totalité. Nous présenterons les résultats d'une telle simulation axi-symétrique dans la section II.1.2.a.

### II.1.2 Sources de dissipation optique

L'énergie électromagnétique stockée dans un mode de galerie ne reste pas indéfiniment confinée dans la cavité. Elle est dissipée via différents canaux, avec un taux de dissipation  $\kappa_{tot}$  qui est la somme des taux de dissipation de chaque canal. Nous définissons ainsi les facteurs de qualité total  $Q_{opt}$ , et par canal  $Q_{opt,canal}$  de telle sorte que :

$$\frac{\omega_c}{Q_{opt}} = \kappa_{tot} = \sum \kappa_{canal} = \sum \frac{\omega_c}{Q_{opt,canal}} \quad (\text{II.3})$$

avec  $\omega_c$  la pulsation résonante de la cavité. Les principaux canaux de dissipation optique sont les pertes dues au rayon de courbure de la cavité, les pertes par diffusion sur les rugosités nanométriques des parois du disque, et les pertes par absorption linéaire et non-linéaire que nous avons évoquées à la section I.2.

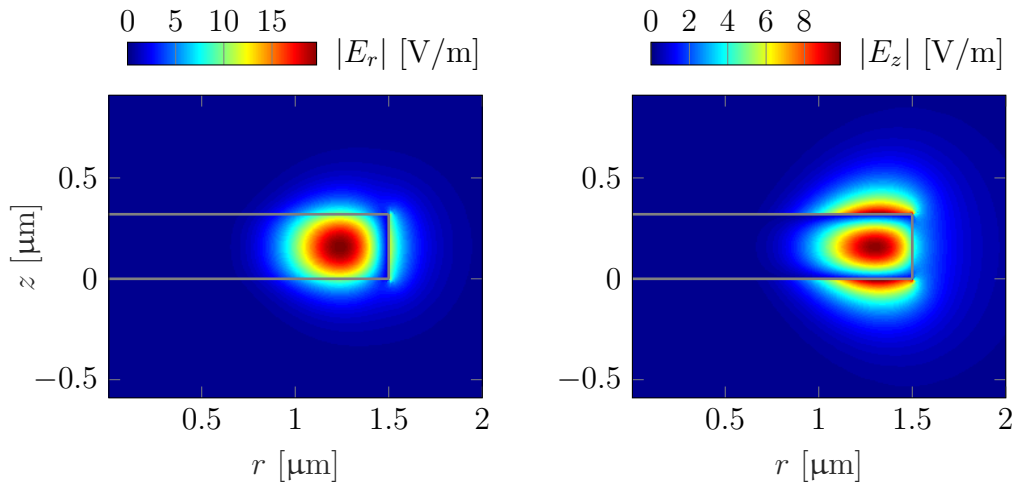
#### a) Pertes par courbure

Nos nano-résonateurs à disque ont des dimensions de l'ordre de la longueur d'onde de la lumière que nous y injectons ( $\lambda_l \simeq 1550$  nm). Ainsi, les modes de galerie WGM dissipent leur énergie à cause du rayon de courbure faible des disques. Cet effet est géométrique, et par conséquent non impacté par une augmentation de la qualité de la nano-fabrication.

Pour obtenir une estimation des pertes optiques par courbure, nous effectuons une simulation par éléments finis axi-symétrique, comme évoqué dans la section II.1.1.b. Plus précisément, nous utilisons une couche absorbante parfaitement adaptée [48] (Perfectly matched layer - PML, en anglais) pour simuler le vide qui s'étend à l'infini autour de notre disque. L'utilisation des

PML est doublement avantageuse. Elle permet d'une part de tronquer l'espace simulé et donc d'économiser des ressources de calculs. D'autre part, elle ajoute une partie imaginaire à la fréquence de résonance des modes de galerie WGM simulés, nous permettant ainsi de calculer les pertes par courbure via la formule  $Q_{opt,courb} = \text{Re}(\omega_c)/|2 \cdot \text{Im}(\omega_c)|$ .

La figure II.3 montre deux exemples de simulations axisymétriques, pour les deux polarisations TE et TM, et la figure II.4 montre l'influence du rayon du disque et de son épaisseur sur les pertes par courbures. En particulier, nous retiendrons que pour travailler à une longueur d'onde de 1550 nm et avoir un facteur de qualité optique par courbure qui dépasse  $10^6$  aussi bien pour les modes TE que TM, les disques de rayon 1.3  $\mu\text{m}$  doivent avoir une épaisseur d'au moins 350 nm. Pour un épaisseur de 200 nm, les disques doivent avoir un rayon d'au moins 1.5  $\mu\text{m}$ . Ainsi nous nous assurons que les pertes par courbures ne sont pas limitantes dans le facteur de qualité total  $Q_{opt}$ .



(a)  $p = 1, m = 13, \lambda_c = 1568 \text{ nm}$ , TE      (b)  $p = 1, m = 11, \lambda_c = 1567 \text{ nm}$ , TM

FIG. II.3 – Simulations numériques axi-symétriques de modes optiques de galerie WGM dans des disques de rayon 1,5  $\mu\text{m}$  et d'épaisseur 320 nm.

### b) Pertes par diffusion

Comme dans tout système produit par nano-fabrication, des imperfections géométriques existent et introduisent de nouveaux canaux de dissipation. En particulier les parois des disques que nous fabriquons ne sont pas infiniment lisses. Des rugosités sont présentes aussi bien sur les parois supé-



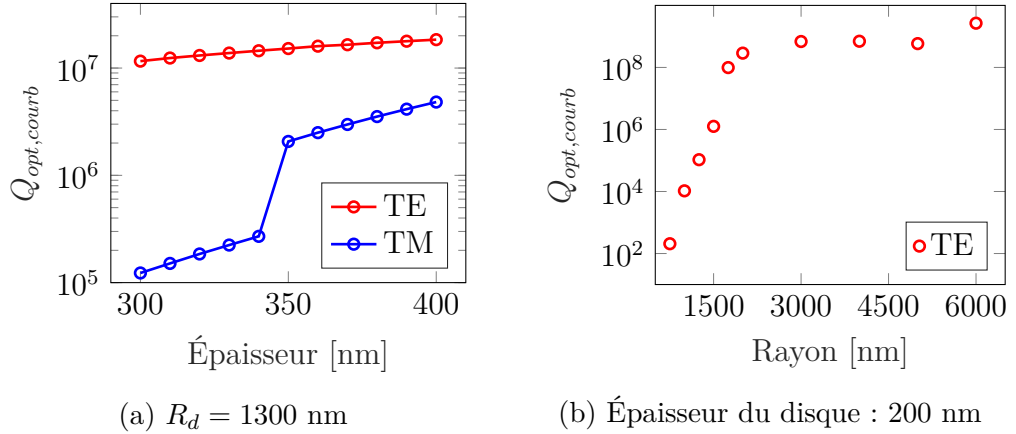


FIG. II.4 – Dépendance des pertes par courbure en fonction de la géométrie des disques. Nous ne considérons que des modes dont les longueurs d’ondes se trouvent entre 1500 et 1600 nm. (a) Le saut de facteur de qualité pour les modes TM à 350 nm correspond à l’apparition d’un nouveau nombre azimutal plus élevé dans notre plage de longueur d’ondes. (b) Seuls les modes TE sont supportés par un disque aussi fin.

rière et inférieure que latérales, dues pour les premières à l’irrégularité de l’épitaxie par jets moléculaires, et pour les secondes aux irrégularités dues au processus de fabrication.

Le procédé d’épitaxie par jets moléculaires est très régulier. Ainsi les rugosités des parois supérieure et inférieure ont une taille dont la moyenne quadratique (Root Mean Square - RMS, en anglais) est inférieure au nanomètre [49]; nous négligerons donc ce canal de dissipation par la suite. Les rugosités des parois latérales ont, quant à elles, une taille RMS d’environ 10–50 nm, en fonction la qualité de fabrication. Une étude systématique [50] de ces dernières a déjà été effectuée dans notre équipe, et a montré que pour des disques de 2.5  $\mu\text{m}$  rayon, les pertes par diffusion sur les rugosités latérales donnent un facteur de qualité  $Q_{opt,diff} \gtrsim 10^6$ . Pour des disques de plus petit rayon, comme nous le voyons sur la figure II.5 le mode optique WGM est plus intense aux interfaces latérales, et donc plus sensible aux rugosités. Ainsi les pertes par diffusion sont potentiellement plus élevées, et nous les évaluons à  $Q_{opt,diff} \gtrsim 10^5$ .

### c) Pertes par absorption

Le dernier canal de dissipation optique que nous considérerons est l’absorption linéaire et non-linéaire des photons. Les concepts de l’absorption (linéaire, à deux photons et par porteurs libres) ayant déjà été exposés à

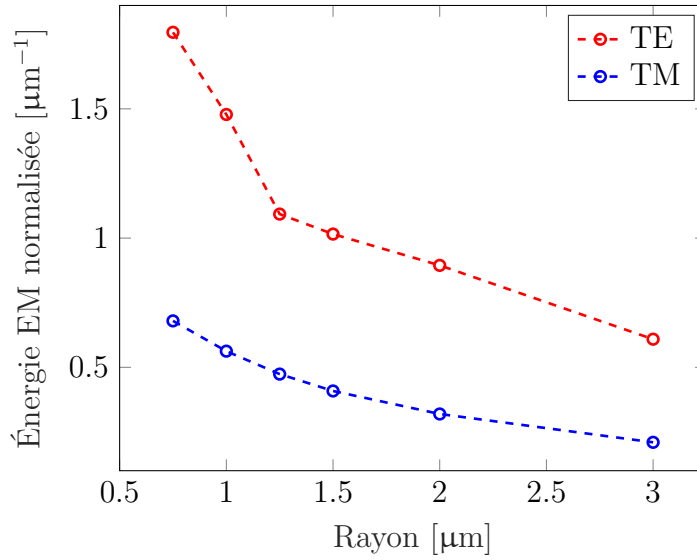


FIG. II.5 – Simulation FEM de l'énergie électromagnétique intégrée sur la paroi latérale du disque, normalisée par l'énergie électromagnétique intégrée sur tout le volume du disque. Celle-ci est plus élevée pour des disques de petit rayon, et plus importante pour les modes TE que TM.

la section I.2, nous nous intéresserons ici d'une part à la localisation de ces mécanismes de pertes dans les disques en GaAs (à la surface ou dans le cœur du matériau), et d'autre part à la déformation de la résonance optique lorentzienne en un triangle thermo-optique sous l'effet de cette absorption.

**Absorption de surface** La structure de bandes est une propriété du matériau massif GaAs, ou autrement dit du cristal infini. Dans le cas d'une nano-structure, le cristal se réorganise au niveau des surfaces, modifiant ainsi localement la structure de bandes. Par ailleurs, les surfaces du GaAs interagissent avec les éléments chimiques environnants (l'oxygène ou l'azote par exemple), et une couche de reconstruction se crée. Cette réorganisation cristallographique et chimique des surfaces crée des états au milieu du gap qui permettent l'absorption linéaire de photons à des longueurs d'onde optiques normalement situées dans la plage de transparence. Nous estimons que ces pertes limitent le facteur de qualité optique à  $Q_{opt,abs} \gtrsim 10^5$ .

Une manière de limiter l'absorption de surface est d'améliorer le contrôle des surfaces en les passivant. Ce type de procédé permettrait idéalement de réduire non seulement l'absorption du surface, mais aussi les pertes par diffusion. Deux procédés ont été expérimentés dans notre équipe [51, 52] afin d'atteindre cet objectif; la déposition d'une couche atomique amorphe

d'alumine ( $\text{Al}_2\text{O}_3$ ) étant le plus concluant. Nous avons en effet ainsi obtenu des facteurs de qualité optique dépassant le million grâce à ce procédé, sur des disques de rayon  $5\ \mu\text{m}$  et de  $200\ \text{nm}$  d'épaisseur [53].

**Absorption dans le cœur** Dans le cœur du matériau, des défauts de croissance (impuretés chimiques, sites vacants) pourraient aussi créer des états au milieu du gap et donc de l'absorption linéaire de photons sous le gap. En pratique, étant donnée la qualité de l'épitaxie par jets moléculaires, ces défauts sont pratiquement absents. L'absorption dans le cœur est principalement due aux phénomènes non-linéaires que sont la TPA et la FCA, présentés à la section I.2.

L'absorption non-linéaire est d'autant plus importante que l'intensité lumineuse incidente est élevée, mais la TPA (et donc la FCA) peut limiter le facteur de qualité optique dès de faibles puissances incidentes ( $\approx 50\ \mu\text{W}$ ). Ces mécanismes d'absorption ne peuvent pas être atténués par une amélioration de la qualité de la nano-fabrication, mais par un travail à des longueur d'ondes plus élevées, où le coefficient d'absorption non-linéaire  $\beta_{TPA}$  est plus faible, ou par l'utilisation d'un autre matériau comme l'arséniure de gallium-aluminium (AlGaAs) [54] ou le phosphore d'indium-gallium (InGaP) [55].

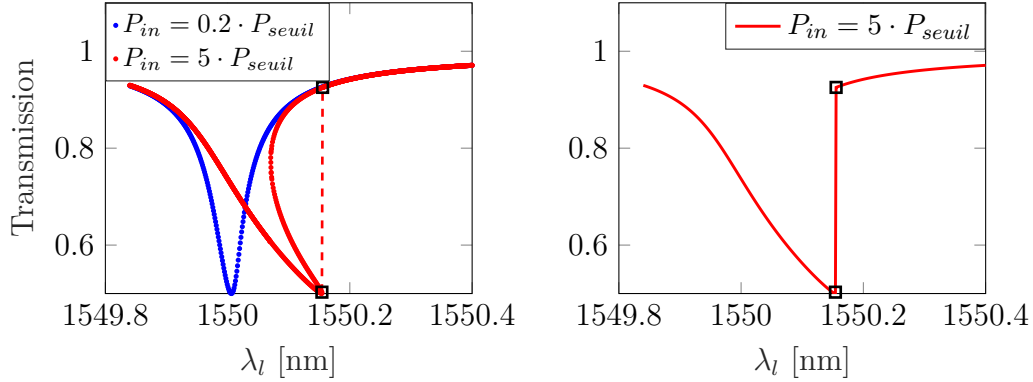
**Triangle thermo-optique** En présence d'absorption, la forme de la résonance optique WGM dans une expérience de spectroscopie est modifiée. Cette modification peut être interprétée comme un changement de la longueur d'onde et de la dissipation du mode, comme dans la section I.2.3. Dans ce paragraphe, nous modélisons cet effet en décrivant le régime stationnaire des équations de l'optique et de la thermique (I.57), pour chaque longueur d'onde du laser incident, et ainsi obtenir la transmission du système optomécanique. Par souci de simplicité, nous ne considérerons que l'absorption linéaire, ce qui conduit à résoudre un polynôme du troisième degré en  $|\alpha|^2$ . Le cas général avec la TPA et la FCA nécessite lui de résoudre un polynôme du septième degré, et sera considéré au chapitre VI sur l'étude des temps de réponse thermiques du système. Le régime stationnaire est décrit par l'équation :

$$\left| \frac{\kappa}{2} - i \left( \Delta + \frac{\omega_c}{n} \frac{dn}{dT} \frac{\tau_{th} \hbar \omega_c}{m C_{th}} \kappa_{abs} |\alpha|^2 \right) \right|^2 |\alpha|^2 = \kappa_e |\alpha_{in}|^2 \quad (\text{II.4})$$

Il existe une puissance lumineuse incidente seuil à partir de laquelle l'instabilité thermo-optique est déclenchée. Celle-ci est calculable à partir de l'équation polynomiale du troisième degré, comme étant la puissance à laquelle son discriminant s'annule, pour  $\Delta = -\frac{\sqrt{3}\kappa}{2}$ . Elle vaut :

$$P_{seuil} = \frac{\kappa^3 / (\kappa_{abs} \kappa_e)}{3\sqrt{3} R_{th} \frac{\omega_c}{n} \frac{dn}{dT}} \cdot \hbar \omega_c \quad (\text{II.5})$$

où  $R_{th} = \tau_{th} \cdot \hbar \omega_c / (m C_{th})$ . A partir de cette puissance incidente, le spectre de transmission du système devient une lorentzienne déformée illustrée à la figure II.6a. Expérimentalement, la courbe de transmission que nous observons est celle de la figure II.6b. En effet, la lorentzienne déformée présente une plage de longueurs d'ondes où trois points de fonctionnement du système existent donnant lieu à une bi-stabilité et un comportement hystérétique dans les expériences. Le spectre observé expérimentalement dépend du sens de balayage de notre longueur d'onde laser, pour parcourir l'hystérésis en un sens donnée. La courbe de transmission obtenue est alors ce que l'on appelle un triangle thermo-optique (figure II.6b), où le système saute abruptement d'un état stable à l'autre.



(a) Points de fonctionnement, obtenus en résolvant l'équation (II.4).

(b) Résonance optique WGM balayée par la longueur d'onde laser  $\lambda_l$ .

FIG. II.6 – Courbes de transmission optique pour deux puissances laser incidentes. Au delà de la puissance  $P_{seuil}$  on observe un triangle thermo-optique.

## II.2 Mécanique des résonateurs à disques

### II.2.1 Modes de respiration radiale - RBM

#### a) Définition et approche analytique

Les nano-résonateurs à disques en arséniure de gallium supportent plusieurs modes de vibration, que l'on peut classer en deux catégories : les

modes hors du plan du disque, et les modes planaires. Nous nous intéresserons principalement aux modes planaires et plus particulièrement aux modes de respiration radiale (RBM), qui se couplent le plus efficacement aux modes optiques WGM, comme nous le verrons à la section II.3.

Un mode mécanique est caractérisé par sa pulsation propre  $\Omega_m$  et son profil de déplacement  $\mathbf{u}(\mathbf{r})$ . Nous faisons l'approximation que le champ de déplacement temporel s'écrit  $\mathbf{u}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{u}(\mathbf{r}) \cos(\Omega_m t)$ . Cette approximation harmonique reste valide tant que le déplacement maximal  $\max_{\mathbf{r}}(|\mathbf{u}(\mathbf{r})|)$  est très inférieur aux dimensions du disque, ce qui est le cas dans nos systèmes. Les modes de respiration radiale correspondent à une augmentation et une diminution périodiques du rayon du disque, qui modifie la longueur de la cavité optique WGM.

Dans le cas d'un disque sans piédestal, la solution analytique du profil de déplacement des modes RBM a été calculée [56, 57] et s'exprime en fonction de la distance au centre du disque  $r$  :

$$\begin{cases} \mathbf{u}(\mathbf{r}) = u(r)\mathbf{e}_r = C\alpha_p J_1(\alpha_p r)\mathbf{e}_r \\ \alpha_p = \Omega_m \sqrt{\frac{\rho_{GaAs}}{\left(\frac{E}{1+\sigma}\right) + \left(\frac{E\sigma}{1-\sigma^2}\right)}} \end{cases} \quad (\text{II.6})$$

où  $C$  est une constante de normalisation et  $J_1$  la fonction de Bessel de première espèce d'ordre 1. Le paramètre  $\alpha_p$  dépend de la densité du matériau  $\rho_{GaAs}$ , du module d'Young  $E$ , du module de Poisson  $\sigma$  et de la pulsation propre du mode  $\Omega_m$ . La pulsation propre  $\Omega_m$  prend différentes valeurs en fonction de l'ordre radial  $p$  du mode RBM, ce qui explique l'indice  $p$  dans  $\alpha_p$ .

Les équations qui permettent d'obtenir la pulsation propre du mode RBM d'ordre  $p$  s'écrivent quant à elles :

$$\frac{\zeta J_0(\zeta/\xi)}{\xi J_1(\zeta/\xi)} = 1 - \sigma \quad \text{avec} \quad \begin{cases} \xi = \sqrt{\frac{2}{1-\sigma}} \\ \zeta = \Omega_m R_d \sqrt{\frac{\rho_{GaAs}(2+2\sigma)}{E}} \end{cases} \quad (\text{II.7})$$

avec  $R_d$  le rayon du disque. Ces équations peuvent s'écrire de manière à mettre en évidence la dépendance en  $1/R_d$  de la pulsation des modes RBM :

$$\Omega_m = \frac{K_p}{R_d} \sqrt{\frac{E}{\rho_{GaAs}(1-\sigma^2)}} \quad (\text{II.8})$$

où les  $K_p$  sont sans dimension et dépendent seulement de l'ordre  $p$  du mode RBM et du module de Poisson. Les trois premières valeurs sont présentées dans le tableau II.1 pour l'arséniure de gallium.

$K_1$	$K_2$	$K_3$
2.055	5.391	8.573

TAB. II.1 – Paramètres  $K_p$  permettant de calculer la pulsation des trois premiers modes RBM.

## b) Simulations numériques

L'approche analytique est utile pour acquérir une intuition quant à la dépendance de la pulsation des modes RBM en fonction de la géométrie du disque (principalement du rayon). En revanche, étant donnée la présence du piédestal, nous verrons plus bas que la dépendance purement radiale du profil de déformation de l'équation (II.6) est insuffisante pour comprendre certains aspects de notre système. Par ailleurs, l'approche analytique repose sur l'hypothèse d'un matériau homogène et isotrope. Les paramètres expérimentaux du GaAs [34, 58] mettent en évidence l'anisotropie élastique de ce matériau, et il est donc indispensable d'utiliser le tenseur d'élasticité complet, au lieu du module d'Young et de la constante de Poisson, pour décrire convenablement les modes RBM.

Nous simulons numériquement le mode mécanique pour déterminer la pulsation propre  $\Omega_m$  des modes RBM, ainsi que le facteur de qualité lié aux pertes par ancrage  $Q_{m,ancr}$  que nous présenterons à la section II.2.2.b. Nous utilisons une méthode numérique de simulation par éléments finis sur le logiciel COMSOL<sup>®</sup>. Contrairement au cas de l'optique où nous nous satisfaisons d'une simulation bidimensionnelle axi-symétrique, nous effectuerons pour la mécanique des simulation complètes tridimensionnelles. En revanche, nous profiterons de la symétrie cubique du GaAs cristallin, pour réduire la section du disque simulée à 1/8<sup>ème</sup> du disque complet.

Nous présentons dans la figure II.7 les profils de déformation simulés des deux premiers modes RBM, qui sont les modes d'intérêt pour nos expériences. En plus d'obtenir la pulsation propre de ces modes et leur facteur de qualité par ancrage, ces profils seront utiles pour calculer numériquement la constante de couplage optomécanique à la section II.3. Nous remarquons dans cette figure l'effet de l'anisotropie sur les vues de haut, ainsi que celui de la présence d'un piédestal sur les coupes latérales.

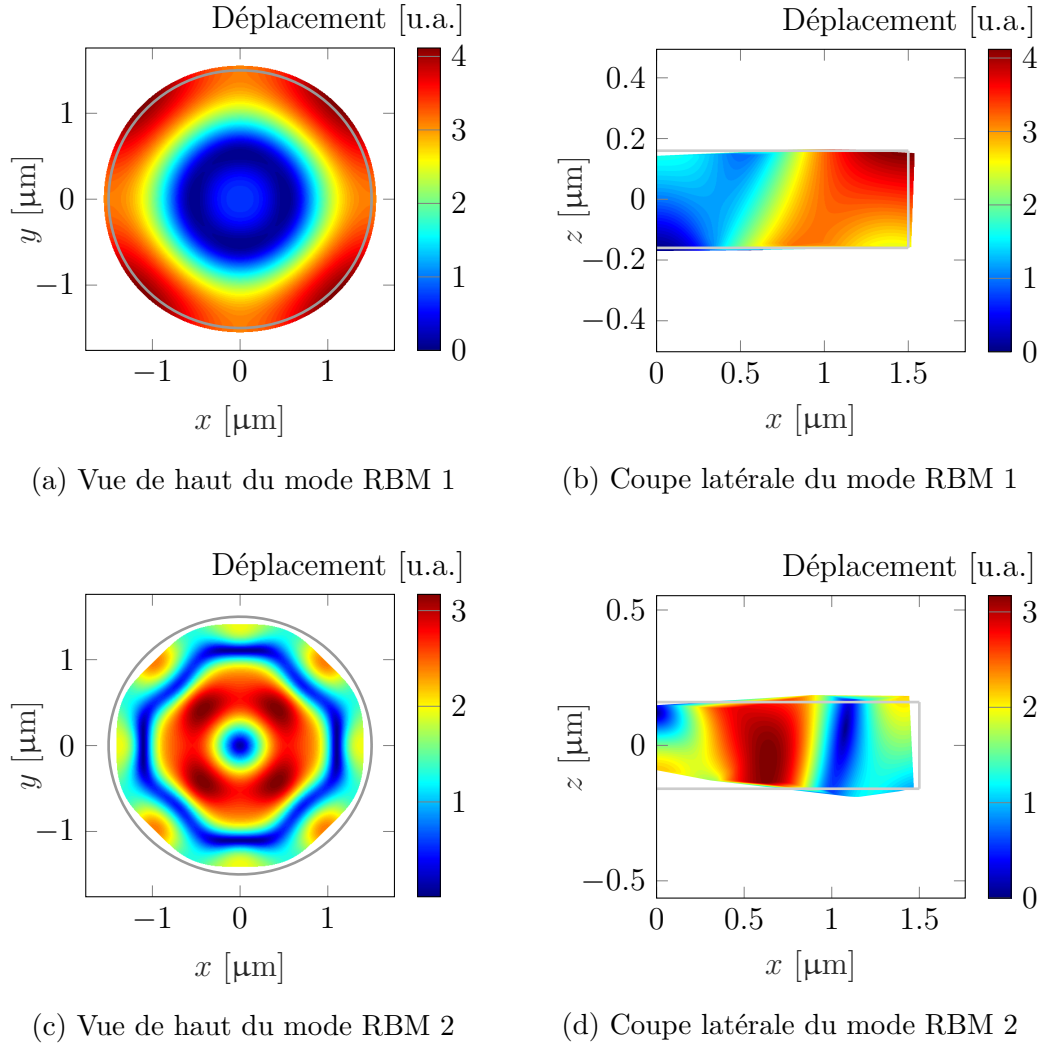


FIG. II.7 – Vues de coupe des profils de déformation des deux premiers modes RBM pour un disque de rayon  $1.5 \mu\text{m}$ , d'épaisseur  $320 \text{ nm}$ , avec un piédestal cylindrique de rayon  $300 \text{ nm}$ . Leurs fréquences simulées sont respectivement :  $\Omega_{m,1}/2\pi \simeq 942.5 \text{ MHz}$  et  $\Omega_{m,2}/2\pi \simeq 2.607 \text{ GHz}$ .

### II.2.2 Sources de dissipation mécanique

De la même manière que pour l'optique, il existe différents canaux de dissipation d'énergie pour les modes mécaniques RBM. Le taux de dissipation mécanique total  $\Gamma_m$  est la somme des taux de dissipation de chaque canal,  $\Gamma_{m,canal}$ , et nous définissons, comme pour l'optique, les facteurs de qualité total  $Q_m$ , et par canal  $Q_{m,canal}$  de telle sorte que :

$$\frac{\Omega_m}{Q_m} = \Gamma_m = \sum \Gamma_{m,canal} = \sum \frac{\Omega_m}{Q_{m,canal}} \quad (\text{II.9})$$

Les principaux canaux de dissipation mécanique que nous considérerons sont les pertes dues à l'amortissement fluide, négligeable dans les expériences cryogéniques sous vide, les pertes par ancrage, et enfin les pertes intrinsèques au matériau.

#### a) Amortissement fluide

Lorsque le disque se trouve dans un environnement fluide, le mouvement de ses parois produit un travail sur le liquide ou le gaz qui l'entoure. L'énergie ainsi stockée dans le fluide est dissipée par amortissement fluide, dû à la viscosité notamment.

Notre équipe a récemment développé un modèle pour exprimer analytiquement les pertes par amortissement fluide d'un mode RBM [59], dont la formule est :

$$Q_{m,fluid} = \frac{3.34 \cdot 10^5 / \sqrt{\rho_{fluid} \mu_{fluid}}}{3.18 / \sqrt{R_d} + \sqrt{R_d} / h_d} \quad (\text{II.10})$$

où  $\rho_{fluid}$  et  $\mu_{fluid}$  sont respectivement la densité et la viscosité dynamique du fluide environnant.

Nous obtenons ainsi  $Q_{m,fluid} \simeq 5000$  sur un disque de rayon  $R_d = 5.5 \mu\text{m}$  et d'épaisseur  $h_d = 200 \text{ nm}$ , entouré d'air à pression et température ambiantes ( $\rho_{fluid} = 1.2 \text{ kg/m}^3$ ,  $\mu_{fluid} = 18.6 \mu\text{Pa} \cdot \text{s}$ ). Expérimentalement, un tel disque possède à température ambiante un facteur de qualité mécanique de  $Q_m \simeq 2500$  à pression ambiante, et  $Q_m \simeq 5500$  à une pression  $P \ll 1 \text{ mbar}$  (où l'amortissement fluide est négligeable, *cf.* section II.2.2.c). Nous pouvons alors estimer la pression ambiante :

$$\frac{1}{Q_{m,fluid}} + \frac{1}{\underbrace{Q_{m,autres}}_{1/5500}} = \frac{1}{2500} \quad \implies \quad Q_{m,fluid} \simeq 4600 \quad (\text{II.11})$$



Dans la suite de notre travail, nous négligerons le canal de dissipation mécanique fluide en travaillant en permanence sous vide ( $P \in [10^{-6}, 10^{-5}$  mbar]).

### b) Pertes par ancrage

Les pertes par ancrage correspondent à la dissipation “acoustique” de l’énergie du mode RBM vers le substrat via le piédestal. Ces pertes dépendent de la géométrie du disque et du piédestal, ainsi que des propriétés acoustiques des matériaux utilisés. Ces paramètres ne changeant que d’environ 2% entre 2 K et 300 K pour le GaAs et l’AlGaAs [58,60], nous pouvons donc considérer que les pertes par ancrage sont quasiment indépendantes de la température, dans la plage où nous nous situons dans nos expériences.

Les pertes par ancrage d’un disque ont été déterminées analytiquement dans le cas d’un mode plan dont le profil de déformation ne varie pas selon  $z$  [61], ce qui est valable pour des disques avec un ratio d’aspect  $R_d/h_d \gg 1$ . En revanche, dans nos disques où l’épaisseur n’est pas négligeable devant le rayon, il est plus judicieux de simuler numériquement ce canal de pertes.

Comme évoqué à la section II.2.1.b, nous effectuons une simulation tridimensionnelle par éléments finis, et utilisons une couche absorbante parfaitement adaptée (PML) afin d’obtenir une pulsation complexe des modes RBM et le facteur de qualité par ancrage via la formule  $Q_{m,ancl} = \text{Re}(\Omega_m)/|2 \cdot \text{Im}(\Omega_m)|$ , comme dans le cas des pertes par courbures pour le mode optique de galerie WGM.

La figure II.8 montre le profil de déplacement de l’ensemble de la structure {disque + piédestal + substrat}, et met ainsi en évidence la dissipation acoustique d’énergie dans le substrat via le piédestal. On y illustre également la dépendance du facteur de qualité par ancrage en fonction du rayon du piédestal. Il en ressort immédiatement que nous avons intérêt à fabriquer des piédestaux les plus fins possibles pour que les pertes par ancrage ne limitent pas le facteur de qualité mécanique total  $Q_m$ . Il s’agit là d’un défi de nano-fabrication comme nous le verrons au chapitre III.

En revanche, il est également important de ne pas avoir un piédestal trop fin, pour garantir un canal de dissipation de la chaleur accumulée par l’absorption des photons et ainsi limiter l’effet thermo-optique. Nous devons donc trouver un compromis pour pouvoir effectuer un refroidissement par bande latérale efficace (section II.4).

### c) Pertes intrinsèques au matériau

Les résonateurs en arséniure de gallium présentent également des sources de pertes mécaniques intrinsèques  $\Gamma_{m,intr}$ . Ces pertes peuvent avoir lieu dans

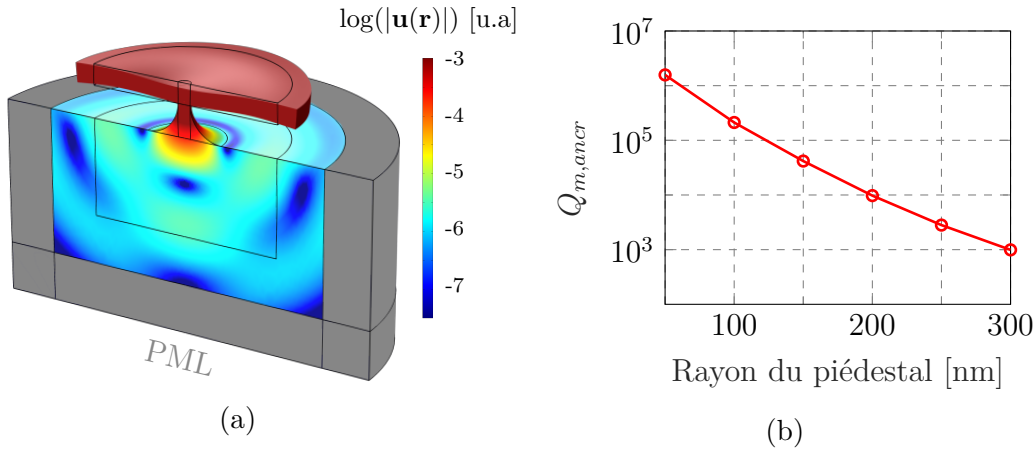


FIG. II.8 – (a) Profil de déplacement du mode RBM 1 pour un disque de rayon  $1.5 \mu\text{m}$ , d'épaisseur  $300 \text{ nm}$ , avec un piédestal de rayon  $100 \text{ nm}$  et de hauteur  $500 \text{ nm}$ . (b) Facteur de qualité des pertes par ancrage en fonction du rayon du piédestal, pour un disque de rayon  $1.5 \mu\text{m}$ , d'épaisseur  $300 \text{ nm}$ , avec un piédestal de hauteur  $500 \text{ nm}$ .

le matériau semi-conducteur massif, où à la surface des résonateurs. Elles ont longtemps été sujets à débat, car leur rôle est difficile à déconvoluer. C'est un des travaux importants de cette thèse que de les comprendre en profondeur, ce qui est l'objet du chapitre V.

## II.3 Constantes de couplage optomécanique

Après avoir décrit séparément les modes optiques WGM et mécaniques RBM des nano-résonateurs à disque en GaAs, nous allons à présent décrire le couplage optomécanique entre ceux-ci

Comme nous l'avons vu dans le modèle générique de l'optomécanique à la section I.1.1.a, la constante optomécanique  $g_{om}$  couple le mode optique de la cavité décrit classiquement par l'amplitude du champ  $\alpha$ , avec le mode mécanique décrit classiquement par le déplacement unidimensionnel  $x$ . Or nous avons jusqu'à présent décrit la mécanique des disques en GaAs par un profil de déplacement tridimensionnel  $\mathbf{u}(\mathbf{r})$ . Pour retrouver la description générique 1D de l'optomécanique nous définirons donc d'abord le point de réduction du mode mécanique RBM. Nous décrirons ensuite deux types de couplages optomécaniques non dissipatifs dans le disque : les couplages géométrique et photoélastique.

### II.3.1 Point de réduction du mode mécanique

Lorsque notre disque en GaAs se déforme selon le profil  $\mathbf{u}(\mathbf{r})$  du mode RBM, tous ses atomes ne subissent pas le même déplacement  $\partial x$ , et la définition de la constante de couplage optomécanique  $g_{om} = -\frac{\partial \omega_c}{\partial x}$  devient ambiguë. En d'autres termes, la valeur de la constante optomécanique dépend du point  $\mathbf{r}$  du disque que l'on considère. Pour s'affranchir de cette ambiguïté, nous utiliserons plutôt la constante  $g_0 = x_{ZPF} \cdot g_{om}$  où  $x_{ZPF}$  dépend également du point considéré de telle sorte que  $g_0$  en est indépendant. Nous définissons ainsi  $x_{ZPF}$  de la manière suivante : si l'on a un profil de déformation  $\mathbf{u}(\mathbf{r})$ , tel que l'énergie élastique correspondant à cette déformation est  $\hbar\Omega_m/2$ , alors  $x_{ZPF} = |u(\mathbf{r})|$ . Ceci nous permet de définir au passage la masse effective au point  $\mathbf{r}$  grâce à l'expression  $x_{ZPF} = \sqrt{\hbar/(2m_{eff}\Omega_m)}$ .

Pour exprimer la constante  $g_{om}$  nous choisirons typiquement dans nos simulations par éléments finis un point de réduction  $\mathbf{r}$  sur la paroi latérale du disque. En ce point,  $g_{om}$  est inversement proportionnel à  $u(\mathbf{r})$  alors que  $x_{ZPF}$  y est proportionnel, ce qui explique l'indépendance de  $g_0$  par rapport au point de réduction, et en fait donc une constante moins ambiguë de notre problème.

### II.3.2 Constante de couplage géométrique $g_{om}^{geo}$

Lorsque notre disque se déforme selon un mode RBM, la longueur cavité optique change également, modifiant la pulsation propre  $\omega_c$ . Nous avons vu à la section I.1.1.a sur une cavité Fabry-Pérot générique, que cela correspond à une constante de couplage optomécanique géométrique  $g_{om}^{geo} = \omega_c/L$ . Pour un disque, qui est un système solide complexe, celle-ci s'écrit [62] :

$$g_{om}^{geo} = \frac{\omega_c}{4} \iint_S (\mathbf{q} \cdot \mathbf{n}) \left[ \Delta \varepsilon_{12} |\mathbf{E}_{\parallel}|^2 - \Delta(\varepsilon_{12}^{-1}) |\mathbf{D}_{\perp}|^2 \right] dA \quad (\text{II.12})$$

où l'intégrale est calculée sur la surface  $S$  du disque,  $\mathbf{q}$  est le vecteur de déplacement normalisé,  $\mathbf{n}$  est le vecteur normal à la surface,  $\mathbf{E}_{\parallel}$  (resp.  $\mathbf{D}_{\perp}$ ) est le champ électrique tangentiel (resp. le champ de déplacement électrique orthogonal) à la surface, et  $\Delta \varepsilon_{12} = \varepsilon_1 - \varepsilon_2$  est la différence de constante diélectrique entre le matériau (1) et l'environnement qui l'entoure (2).

Une autre méthode, moins intéressante numériquement, consiste à écrire la force de pression de radiation optique comme  $F_{opt} = N_{cav} \hbar g_{om}^{geo}$  ( $N_{cav}$  étant le nombre de photons dans la cavité), obtenu par conservation de l'énergie. Nous calculons alors indépendamment le travail exercé par un seul photon  $W = \iiint_V \sum \sigma_{ij}^{opt,1} S_{ij}^{\mathbf{u}} dV$  où  $\sigma_{ij}^{opt,1}$  est le tenseur de contrainte exercée par un

seul photon et  $S_{ij}^{\mathbf{u}}$  le tenseur de déformation lié au profil  $\mathbf{u}$ . Nous avons alors au point de réduction  $\mathbf{r}_0$  :

$$g_{om}^{geo} = \frac{\iiint_V \sum \sigma_{ij}^{opt,1} S_{ij}^{\mathbf{u}} dV}{\hbar |\mathbf{u}(\mathbf{r}_0)|} \quad (\text{II.13})$$

Enfin, une troisième méthode consiste à simuler numériquement par éléments finis le mode optique en l'absence puis en présence de déformation. On extrait alors la constante de couplage en écrivant :

$$g_{om}^{geo} = -(\omega_{c,\text{déformé}} - \omega_{c,\text{repos}})/|\mathbf{u}(r)| \quad \text{pour} \quad |\mathbf{u}(r)| \rightarrow 0 \quad (\text{II.14})$$

Cette méthode, plus intuitive, requiert encore plus de ressources numériques car elle impose de simuler deux fois l'optique et une fois la mécanique, contrairement aux deux autres qui ne requièrent qu'une seule simulation.

### II.3.3 Constante de couplage photoélastique $g_{om}^{pe}$

Le changement de dimensions de la cavité optique sous l'effet de la déformation mécanique s'accompagne d'une modification des constantes de maille du cristal, qui provoque à son tour une modification de l'indice optique du matériau et déplace la pulsation de résonance optique. Si l'on note  $\varepsilon_{GaAs}$  la constante diélectrique du matériau, nous pouvons alors définir la constante de couplage photoélastique  $g_{om}^{pe} = -\frac{\omega_c}{\varepsilon_{GaAs}} \frac{\partial \varepsilon_{GaAs}}{\partial x}$ .

Pour calculer celle-ci nous pouvons appliquer les deux dernières méthodes présentées au paragraphe précédent, à savoir :

$$g_{om}^{pe} = \frac{\iiint_V \sum \sigma_{ij}^{pe,1} S_{ij}^{\mathbf{u}} dV}{\hbar |\mathbf{u}(\mathbf{r}_0)|} \quad (\text{II.15})$$

où  $\sigma_{ij}^{pe,1}$  est le tenseur de contrainte électrostrictive (due à l'effet photoélastique) exercée par un seul photon.

La deuxième méthode purement numérique consiste à simuler par éléments finis la modification d'indice optique du matériau sous l'effet de la déformation, puis la pulsation propre optique en l'absence et en présence de cette dernière. Nous obtenons ainsi la même formule que l'équation (II.14), pour  $g_{om}^{pe}$ .

### II.3.4 Simulations numériques

Pour simuler numériquement la constante de couplage optomécanique, nous appliquons la deuxième méthode pour les deux types de couplages.

Étant donné que le GaAs est isotrope optiquement dans le régime linéaire, nous simulerons l'optique par une approche axi-symétrique, et la mécanique par une approche tridimensionnelle anisotrope. Cela nous permet d'économiser des ressources de calcul sans détériorer le résultat des simulations. Une fois les différents tenseurs de contrainte et de déformation calculés, nous sommes alors les formules des équations (II.13, II.15), pour obtenir  $g_0 = x_{ZPF} \cdot (g_{om}^{geo} + g_{om}^{pe})$ .

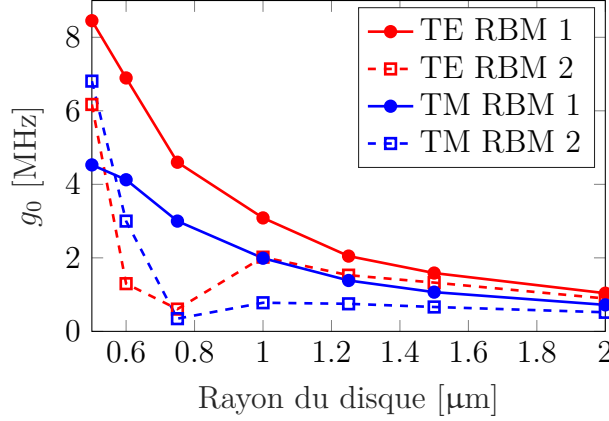


FIG. II.9 – Constante de couplage optomécanique  $g_0$  simulée par éléments finis en fonction du rayon du disque  $R_d$ .

Le résultat des simulations pour les polarisation TE et TM, en fonction du rayon du disque, est présenté à la figure II.9, pour une épaisseur de disque de 320 nm. Les modes de galerie considérés sont TE ( $p = 1, m = 13$ ) et TM ( $p = 1, m = 11$ ) et les modes mécaniques les deux premiers RBMs. Nous tirons deux conclusions de telles simulations :

1. Plus le disque est petit plus le couplage optomécanique est important. Cela concorde avec la dépendance de  $g_{om}^{geo}$  en  $1/|\mathbf{u}(\mathbf{r})|$ . En revanche, il existe des situations, particulièrement pour le mode mécanique RBM d'ordre 2, où la contribution de la constante de couplage  $g_{om}^{pe}$  est négative et réduit donc le couplage optomécanique total. Il s'agit de situations à éviter dans la conception des dispositifs.
2. Pour des rayons de disques supérieurs à 1  $\mu\text{m}$ , les modes TE ont des constantes de couplage plus élevées que les modes TM aussi bien pour le RBM 1 que le RBM 2. En revanche, à polarisation de la lumière fixée (TE ou TM), le mode RBM 1 présente un couplage plus élevé. Pour des rayons plus faibles cette hiérarchie ne tient plus, en raison de la contribution négative de  $g_{om}^{pe}$ .

## II.4 Limites du refroidissement par bande latérale des disques GaAs

Nous avons à présent tous les outils pour déterminer les limites théoriques du refroidissement par bande latérale sur nos dispositifs.

### II.4.1 Nombre minimal de phonons théorique

Rappelons tout d'abord la formule du nombre de phonons que l'on peut atteindre en présence d'un environnement thermique et du bruit de photons (équation (I.41)) :

$$\bar{n}_f = \frac{n_{th}\Gamma_m + n_{min}\Gamma_{om}}{\Gamma_m + \Gamma_{om}} \quad (\text{II.16})$$

Il est clair d'après cette équation que pour atteindre le nombre minimal de photons dû au bruit de photons dans la cavité  $n_{min}$ , nous devons faire en sorte que le taux de dissipation mécanique  $\Gamma_m$  soit le plus faible possible, et le taux de dissipation optomécanique  $\Gamma_{om}$  le plus élevé. D'après l'équation (I.32), si nous nous plaçons au désaccord  $\bar{\Delta} = -\sqrt{\kappa^2/4 + \Omega_m^2}$  (c.-à-d. dans le rouge) tel que  $\Gamma_{om}$  soit maximal nous avons :

$$\Gamma_{om} = g_0^2 |\bar{\alpha}|^2 \frac{8}{\kappa \sqrt{\frac{\kappa^2}{4\Omega_m^2} + 1}} \quad (\text{II.17})$$

Nous avons donc intérêt à travailler avec une constante de couplage optomécaniques  $g_0$  élevée et des facteurs de qualité optique  $Q_{opt} = \omega_c/\kappa \gg 1$  et mécanique  $Q_m = \Omega_m/\Gamma_m \gg 1$ . Par ailleurs, l'équation (II.17) met en évidence le rapport  $\frac{\kappa^2}{4\Omega_m^2}$  qui devrait idéalement être très inférieur à 1 (c'est la limite des "bandes latérales résolues" - good cavity limit, ou resolved sideband regime, en anglais).

Une fois les paramètres décrits ci-dessus fixés, il apparaît que nous pouvons rendre  $\Gamma_{om}$  arbitrairement élevé en augmentant le nombre de photons dans la cavité  $|\bar{\alpha}|^2$ , mais cela est malheureusement rendu impossible par l'instabilité thermo-optique décrite à la section II.1.2.c. Celle-ci nous empêche d'injecter autant de photons que l'on veut lorsque l'on est désaccordé dans le rouge, et en particulier au désaccord optimal  $\bar{\Delta} = -\sqrt{\kappa^2/4 + \Omega_m^2}$ . En pratique nous estimons la limite du nombre de photons avant de déclencher l'instabilité à environ  $10^3$  (pour un disque de dimensions :  $R_d = 1.3 \mu\text{m}$ ,  $h_d = 320 \text{ nm}$ , avec un  $Q_{opt} \simeq 10^5$ ), sachant que ce nombre dépend grandement des dimensions du piédestal du disque, qui dissipe la chaleur accumulée

dans ce dernier dans le substrat, et du niveau d'absorption optique résiduel dans le disque qui dépend des états de surface.

### II.4.2 Nombre de photons à injecter pour atteindre $n_{\text{phonons}} < 1$

Avec tous ces éléments, il est donc pertinent de déterminer le nombre de photons à injecter dans la cavité pour descendre en dessous de  $\bar{n}_f = 1$  phonon mécanique, ce qui correspond à une probabilité de 50% d'être dans l'état fondamental quantique pour l'oscillateur mécanique.

La figure II.10 représente ce nombre de photons en fonction des facteurs de qualité mécanique et optique, pour un disque de géométrie  $R_d = 1.3 \mu\text{m}$  et  $h_d = 320 \text{ nm}$ , les modes RBM 1 ( $f_m \simeq 1.05 \text{ GHz}$ ) et RBM 2 ( $f_m \simeq 2.9 \text{ GHz}$ ), et les deux polarisations TM et TE . Les valeurs de  $g_0$  sont tirées des simulations numériques de la section II.3.

Cette figure nous permet de situer nos dispositifs actuels et d'évaluer les améliorations à effectuer pour atteindre l'état fondamental quantique par refroidissement par bande latérale. Ainsi, les meilleurs dispositifs que nous avons fabriqués jusqu'à présent ont des paramètres de :

- $Q_{opt} \simeq 3 \cdot 10^5$  ,  $Q_m \simeq 7 \cdot 10^3$  ,  $R_d = 1.3 \mu\text{m}$
- $Q_{opt} \simeq 6 \cdot 10^6$  ,  $Q_m \simeq 3 \cdot 10^3$  ,  $R_d = 5 \mu\text{m}$  [53, 55]
- $Q_{opt} \simeq 7 \cdot 10^4$  ,  $Q_m \simeq 5 \cdot 10^4$  ,  $R_d = 5.5 \mu\text{m}$  (cf. chapitre V)

Les deux derniers dispositifs ont des rayons plus grands et donc des fréquences mécaniques et des constantes optomécaniques  $g_0$  plus faibles que les disques de  $R_d = 1.3 \mu\text{m}$ . Dans les trois cas, pour atteindre 1 phonon, il faudrait injecter plus de  $10^4$  photons dans la cavité, ce qui est difficile expérimentale. En pratique, sur un disque de  $R_d = 1.3 \mu\text{m}$ , nous ne sommes pas parvenus à injecter plus de  $10^3$  photons sans déclencher l'instabilité thermo-optique. Il faut au moins atteindre un facteur de qualité mécanique de  $10^5$  pour pouvoir passer en dessous de 1 phonon mécanique en injectant  $N_{cav} \lesssim 10^3$  photons avec un facteur de qualité optique raisonnablement élevé  $Q_{opt} \gtrsim 10^5$ .

C'est pourquoi le travail qui suit s'articule autour de deux axes principaux :

1. L'amélioration de la nano-fabrication pour augmenter le facteur de qualité mécanique, et la compréhension des sources de dissipation mécaniques intrinsèques.
2. Le contournement des limites de refroidissement par bande latérale par l'utilisation de lumière pulsée.

## II.4 LIMITES DU REFROIDISSEMENT PAR BANDE LATÉRALE DES DISQUES GAAs49

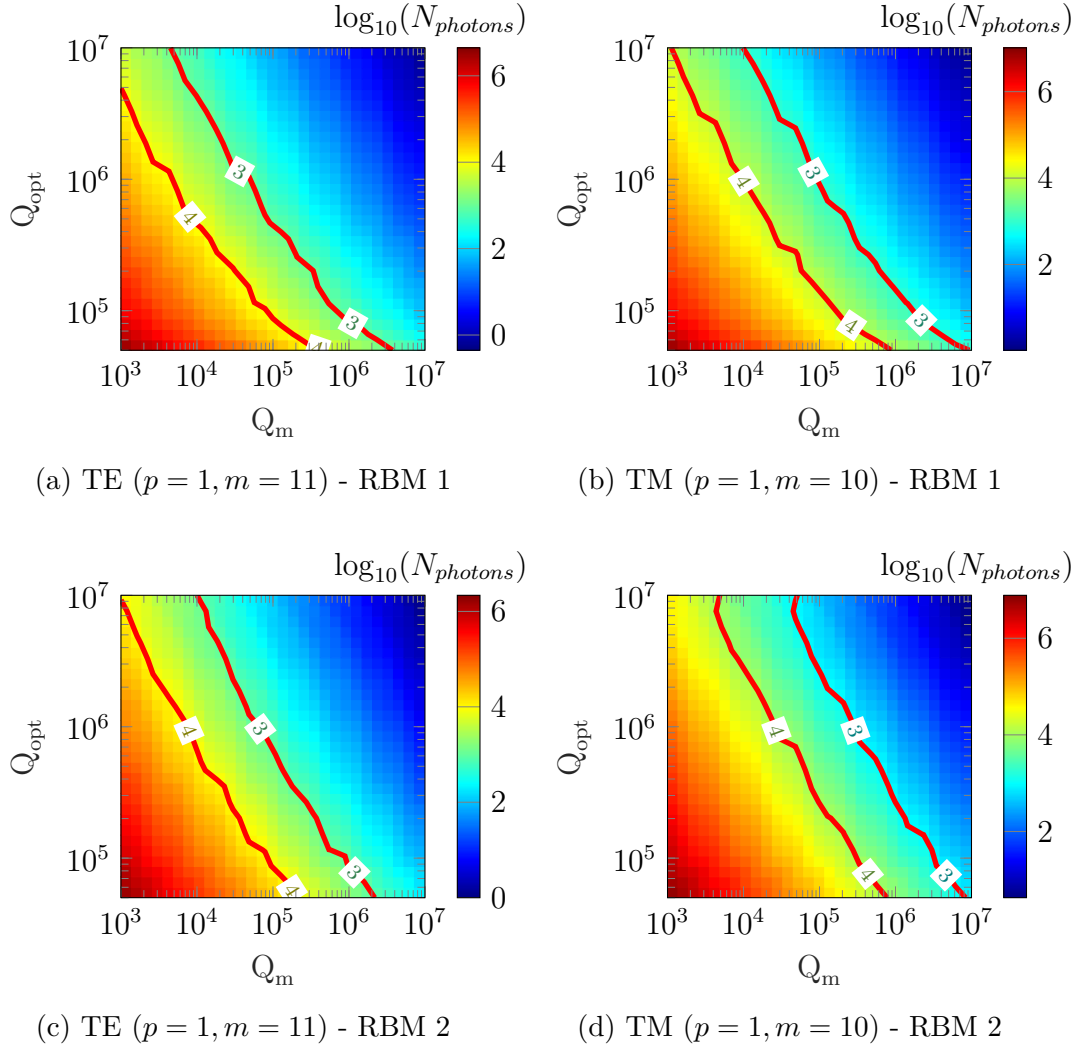


FIG. II.10 – Nombre de photons à injecter pour atteindre 1 phonon en moyenne *via* le refroidissement par bande latérale. Les valeurs de  $g_0$  sont tirées des simulations numériques de la section II.3. Les modes RBM 1 et RBM 2 sont ceux d'un disque de rayon  $R_d = 1.3 \mu\text{m}$  et d'épaisseur 320 nm.





# Chapitre III

## Nano-fabrication & techniques expérimentales

Dans ce chapitre nous abordons les différentes techniques expérimentales utilisées dans ce travail de thèse. Nous expliquons d'abord comment nous couplons la lumière dans nos nano-résonateurs à disques, *via* des guides suspendus. Nous nous intéressons ensuite à la nano-fabrication des dispositifs, en insistant sur l'amélioration du contrôle de celle-ci afin d'atteindre des facteurs de qualité optique et mécanique plus élevés. Enfin, nous exposerons le dispositif expérimental de caractérisation et de manipulation optique des disques optomécaniques, dans un environnement cryogénique.

### III.1 Guides suspendus : couplage optique

#### III.1.1 Principe du couplage évanescent

Une solution pour coupler efficacement de la lumière laser à  $1.5 \mu\text{m}$  vers un mode optique WGM du disque est de disposer un guide d'onde à proximité de celui-ci. Si la constante de propagation  $\beta$  de l'onde se propageant dans le guide d'onde correspond à l'ordre azimutal  $2\pi R_d/m$  du mode WGM, le couplage évanescent peut avoir lieu de manière efficace.

##### a) Théorie des modes couplés

La théorie des modes couplés est une approche perturbative permettant de modéliser le couplage évanescent entre le mode optique WGM du disque et le mode optique du guide. Ceux-ci sont d'abord considérés individuellement, puis le champ électromagnétique total lorsque le disque et le guide sont mis en interaction est calculé comme une perturbation du cas isolé. Nous

verrons que le taux de couplage extrinsèque du WGM  $\kappa_e$ , aussi appelé taux de dissipation extrinsèque du disque, s'obtient en calculant l'intégrale du champ électromagnétique des modes du disque et du guide, dans la région où ceux-ci se superposent.

**Transmission** Nous pouvons calculer la réponse du mode optique WGM du disque en écrivant les équations d'évolution du champ intra-cavité  $\alpha(t)$  et du champ sortant  $\alpha_{out}(t)$  (cf. figure III.1a) [63] :

$$\begin{aligned}\frac{d\alpha(t)}{dt} &= -i\Delta\alpha(t) - \left(\frac{\kappa_e}{2} + \frac{\kappa_i}{2}\right)\alpha(t) + \sqrt{\kappa_e}\alpha_{in} \\ \alpha_{out}(t) &= \alpha_{in} + \sqrt{\kappa_e}\alpha(t)\end{aligned}\quad (\text{III.1})$$

où les notations sont les mêmes qu'au chapitre I ( $\Delta$  le désaccord entre le laser et la cavité,  $\kappa_e$  le taux de couplage extrinsèque,  $\kappa_i$  le taux de dissipation intrinsèque du WGM,  $\alpha_{in}$  l'amplitude du champ laser incident).

Le régime stationnaire de ces équations nous permet d'obtenir la transmission  $T$  du guide (en puissance) :

$$\begin{aligned}\alpha &= \frac{\sqrt{\kappa_e}\alpha_{in}}{-i\Delta + \left(\frac{\kappa_e}{2} + \frac{\kappa_i}{2}\right)} \\ T &= \frac{|\alpha_{out}|^2}{|\alpha_{in}|^2} = \frac{\Delta^2 + \left(\frac{\kappa_e}{2} - \frac{\kappa_i}{2}\right)^2}{\Delta^2 + \left(\frac{\kappa_e}{2} + \frac{\kappa_i}{2}\right)^2}\end{aligned}\quad (\text{III.2})$$

Le contraste du signal transmis, représenté sur la figure III.1b, vaut 100% lorsque  $\kappa_e = \kappa_i$ , c'est le couplage *critique*. Autant d'énergie est alors dissipée par les canaux de dissipation intrinsèque (exposés à la section II.1.2) que par le couplage avec le guide. Lorsque  $\kappa_e < \kappa_i$  (régime *sous-couplé*), le contraste est inférieur à 100% et la largeur observée du mode est inférieure à celle du couplage critique (cf. figure III.1b). Lorsque  $\kappa_e > \kappa_i$  (régime *sur-couplé*), le contraste est inférieur à 100% et la largeur observée du mode est supérieure à celle du couplage critique.

**Taux de couplage extrinsèque  $\kappa_e$**  Le taux de couplage extrinsèque  $\kappa_e$  peut-être calculé dans le cadre de l'approche perturbative de la théorie des modes couplés [64], et vaut pour un disque couplé à un guide d'onde :

$$\sqrt{\kappa_e} = -i\varepsilon_0 \frac{\omega_l}{4} \int_{-z_1}^{z_1} dz \iint_{x,y} dx dy (n_{GaAs,eff}^2 - 1) \mathbf{e}_{\text{WGM}}^* \mathbf{e}_+ e^{-i\beta z} \quad (\text{III.3})$$

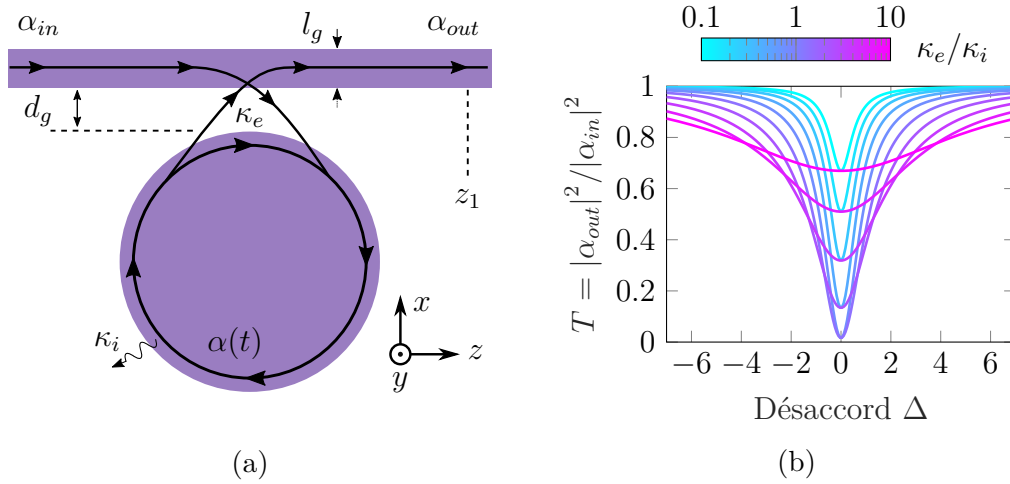


FIG. III.1 – Illustration du couplage guide/disque et transmission du système.

où  $z$  est la direction de propagation de l'onde dans le guide d'onde (cf. figure III.1a),  $\mathbf{e}_{\text{WGM}}$  le champ du mode optique WGM normalisé à puissance unitaire,  $\mathbf{e}_+ e^{-i\beta z}$  le champ du mode du guide d'onde normalisé à énergie unitaire, et  $n_{\text{GaAs,eff}}$  l'indice de réfraction effectif du milieu [46]. Pour un mode optique WGM donné,  $\kappa_e$  dépend de la largeur du guide d'onde  $l_g$  qui impacte la constante de propagation  $\beta$ , et de la distance entre le guide d'onde et le disque  $d_g$  qui modifie la période d'oscillation azimutale du mode WGM vue par le guide.

Il est souvent préférable de travailler au couplage critique, qui permet d'avoir un contraste important et donc une grande sensibilité de mesure, et également avec une distance guide/disque  $d_g$  importante, pour s'affranchir des défauts de proximité lors de la nano-fabrication.

## b) Géométrie du guide et simulations numériques

**Géométrie du guide** Comme nous l'avons vu dans le paragraphe précédent, les dimensions du guide d'onde (largeur  $l_g$  et épaisseur  $h_g$ ) et la distance entre le guide et le disque  $d_g$  impactent la constante de couplage extrinsèque  $\kappa_e$ . Expérimentalement, nous pouvons varier  $l_g$  et  $d_g$  lors de la définition du masque de résine (cf. section III.2.2) mais l'épaisseur du guide est forcément la même que celle du disque, et est choisie lors de la croissance par épitaxie (cf. section III.2.1).

Une remarque importante est que nous souhaitons guider un seul mode dans le guide d'onde. En effet, bien que des modes du guide d'ordre supérieur à 1 puissent se coupler au mode optique WGM du disque, cela ren-

draît l'interprétation des résultats expérimentaux bien plus complexe. C'est pourquoi nous avons simulé numériquement l'épaisseur et la largeur à partir desquelles plus d'un mode sont supportés par le guide. Par exemple, pour un guide d'épaisseur 320 nm, nous avons une largeur maximale de 450 nm pour la polarisation TE et 380 nm pour la polarisation TM.

Nous avons également expérimenté différentes géométries du guide d'onde (figure III.2), en partant du principe qu'un guide d'onde qui épouse la symétrie du disque et de son mode optique WGM permet de coupler plus efficacement la lumière. Expérimentalement, les meilleurs résultats en terme de couplage et de facteur de qualité optique ont été obtenu avec les guides droits, à 120°C, et en forme d'oeil.

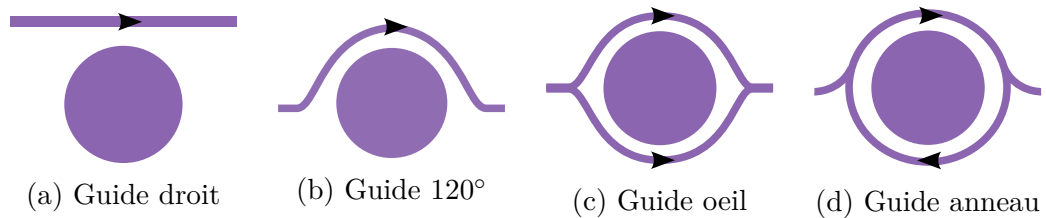


FIG. III.2 – Différentes géométries de guide possibles pour le couplage

**Simulations numériques** Par ailleurs, l'approche analytique tirée de la théorie des modes couplés n'est pas adaptée à toutes les situations expérimentales, en particulier lorsque la distance entre le disque et le guide  $d_g$  est réduite. En effet, l'approche perturbative n'est plus valide et il est plus pertinent de simuler le couplage numériquement par éléments finis.

Nous utilisons alors COMSOL<sup>®</sup> pour effectuer une simulation bidimensionnelle dans le plan disque/guide, en utilisant l'indice de réfraction effectif du GaAs [46]. La simulation consiste d'abord à simuler le mode du guide à une pulsation proche de la pulsation du mode optique WGM du disque  $\omega_c$ . Nous injectons ensuite la lumière dans le guide, balayons les pulsations laser autour de  $\omega_c$ , et déterminons la transmission du système {guide + disque} en fonction de la pulsation. La courbe de transmission du guide nous permet ainsi d'obtenir le contraste  $C = [1 - T(\Delta = 0)]$  et la largeur du mode optique (c.-à-d.  $\kappa = \kappa_e + \kappa_i$ ). La figure III.3 représente le résultat de simulations numériques par éléments finis du système {disque + guide droit} comparé à la théorie des modes couplés. Ces simulations nous permettent en particulier de choisir la distance guide/disque  $d_g$  de manière à maximiser  $Q_{opt} \times C$ , quantité directement liée à la sensibilité des mesures optomécaniques. Pour un guide droit nous obtenons  $d_g \simeq 575$  nm et pour un guide en forme d'œil

$d_g \simeq 820$  nm.

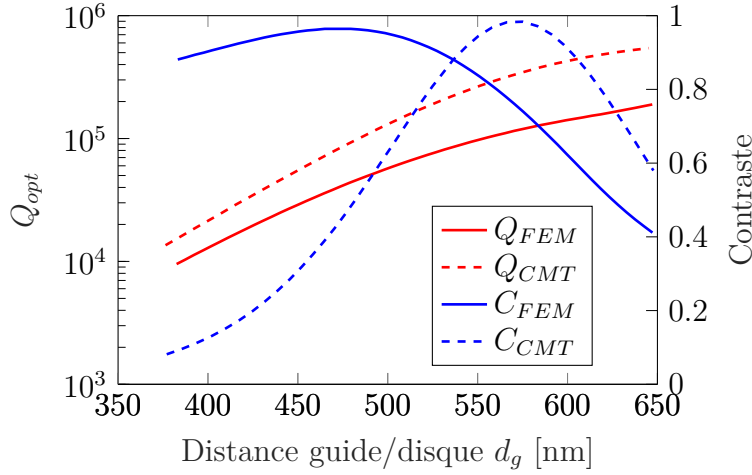


FIG. III.3 – Comparaison des simulations numériques (FEM) et de la théorie des modes couplés (CMT) pour le facteur de qualité optique et le contraste du mode optique en sortie du guide d’onde. Ces résultats sont obtenus pour un disque de rayon  $R_d = 1 \mu\text{m}$  et d’épaisseur  $h_d = 320$  nm. Le guide a une largeur de 100 nm.

Les différences importantes entre théorie des modes couplés et simulations numériques par éléments finis sont dues au fait que le rayon du disque et la largeur du guide ne sont pas très éloignés. Leurs indices de réfraction respectifs étant élevés, il n’est donc plus correct de décrire leur couplage avec une théorie perturbative comme la théorie des modes couplés. En revanche, notre équipe a montré l’excellence prédictive de la théorie des modes couplés lorsque un disque plus grand ( $R_d \approx 3.5 \mu\text{m}$ ) est perturbé par une fibre en silice de faible indice de réfraction [50].

### III.1.2 Injection de la lumière dans le guide

Nous avons jusqu’à présent seulement discuté du couplage entre le disque et le guide d’onde. Il est également important d’étudier la manière dont on injecte la lumière dans ce dernier.

#### a) Guides suspendus et *tapers* inversés

Notre équipe a développé lors d’une précédente thèse des guides d’ondes suspendus dont les extrémités sont pointues, pour faciliter le couplage aux fibres microlentillées qui injectent et collectent la lumière. Nous appelons ces pointes des *tapers* inversés, par analogie avec la zone du guide d’onde

où celui-ci s'affine, appelée *taper* en anglais (entre les points d'attache du guide, et la zone de couplage guide/disque). La figure III.4 représente un échantillon typique avec les fibres microlentillées, ainsi qu'un agrandissement correspondant à un disque unique et son guide d'onde suspendu.

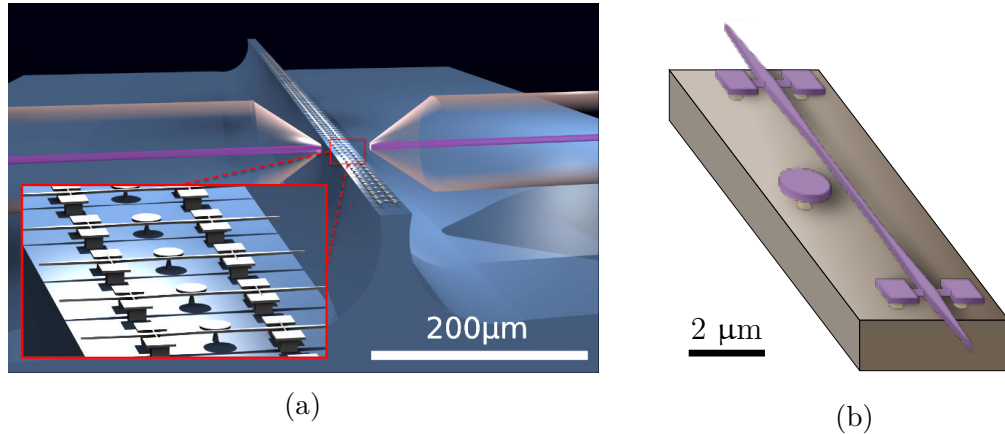


FIG. III.4 – (a) Illustration d'un échantillon avec guides suspendus et fibres microlentillées. Les fibres microlentillées peuvent être approchées des pointes des guides suspendus grâce à la gravure *mesa* (section III.2.5) qui réduit suffisamment la largeur de l'échantillon sur les bords. (b) Gros-plan sur un disque et son guide suspendu.

L'utilisation d'un guide suspendu avec *tapers* inversés présente plusieurs avantages :

- Un guide suspendu, par opposition à un guide reposant sur de l'AlGaAs, présente un contraste d'indice de réfraction élevé avec l'air environnant. Cela favorise le guidage de la lumière et minimise les pertes dans le substrat.
- Le guide suspendu est beaucoup plus court ( $\simeq 40 \mu\text{m}$ ) que la largeur d'un échantillon ( $\simeq 2 \text{ mm}$ ). La probabilité qu'une imperfection se retrouve à l'intérieur ou à la surface du guide est donc grandement réduite.
- L'indice de réfraction effectif diminue progressivement lorsque l'on s'approche des pointes du *taper* inversé, réduisant le coefficient de réflexion aux extrémités du guide et donc les oscillations Fabry-Pérot parasites dans le guide. Par ailleurs, la période en longueur d'onde laser de ces oscillations est de l'ordre de 10 nm à  $1.55 \mu\text{m}$ , pour un guide de  $40 \mu\text{m}$  de long. Les spectres optiques mesurés expérimentalement sont donc

beaucoup plus lisibles que pour les précédentes générations de dispositifs.

- La largeur des pointes peut être contrôlée lors de la nano-fabrication, nous permettant ainsi d'améliorer le couplage entre le mode gaussien des fibres microlentillées et le guide d'onde. Nous verrons au paragraphe suivant qu'il est ainsi possible d'atteindre des efficacités de couplage de l'ordre de 70%.

### b) Efficacité de couplage : simulations numériques

Afin de choisir au mieux la taille de la pointe des *tapers* inversés nous avons simulé numériquement l'efficacité de couplage entre le mode gaussien de diamètre  $2\ \mu\text{m}$  créé par une fibre microlentillée et le mode guidé du guide d'onde. La méthode utilisée est celle des différences finies dans le domaine temporel (Finite Difference Time Domain - FDTD, en anglais) [65, 66]. Nous nous plaçons à une longueur d'onde centrale de 1550 nm avec une largeur spectrale de 100 nm, et nous simulons la transmission entre le mode gaussien produit par la fibre microlentillée et le mode du guide d'onde au niveau des points d'ancrage, c.-à-d. là où le guide est le plus large. Plus précisément, nous développons le champ électromagnétique simulé dans la base des modes propres du guide ; la transmission correspond alors à la composante du mode d'ordre 0 [46]. Ce mode d'ordre 0 est le seul qui peut se propager dans la partie étroite du guide d'onde à proximité du disque (le *taper*), qui est monomode.

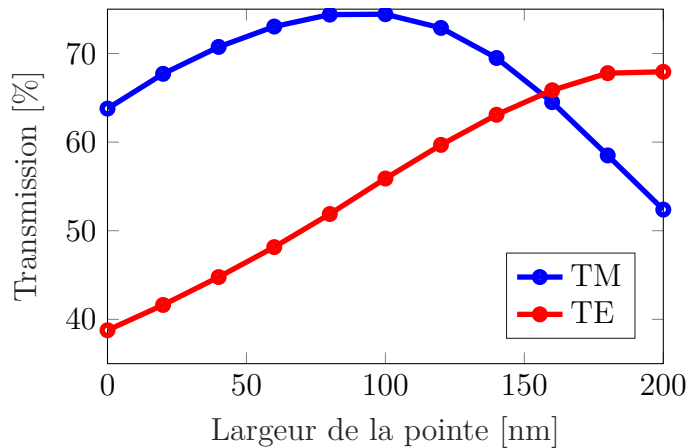


FIG. III.5 – Transmission d'un *taper* inversé en fonction de la largeur de la pointe. L'épaisseur du guide considérée est de 320 nm et la longueur d'onde à laquelle nous travaillons est de  $1.55\ \mu\text{m}$ .



Le résultat de ces simulations est présenté sur la figure III.5 pour un guide d'épaisseur 320 nm, un *taper* inversé qui s'évase linéairement jusqu'à atteindre une largeur maximale de 1  $\mu\text{m}$  au niveau des points d'attache puis se rétrécit jusqu'à atteindre 150 nm au niveau du *taper*, et pour les deux polarisation TE et TM. Pour une pointe de largeur 160 nm nous avons ainsi une transmission de 65% par *taper* inversé, ce qui correspond à une transmission totale pour le guide d'onde (si l'on fait abstraction des pertes linéiques) de  $(65\%)^2 = 42.25\%$  aussi bien pour la polarisation TE que TM. Ces simulations sont un bon point de départ pour le choix des dimensions lors de la nano-fabrication.

Enfin, nous avons simulé l'influence des points d'ancrage sur la transmission d'un guide, selon la même méthode FDTD. Le résultat est que ceux-ci réduisent de 2% la transmission pour des guides de largeur inférieur à 600 nm (TE) et 300 nm (TM). Étant donné que nous les disposons à un endroit où la largeur du guide est de 1  $\mu\text{m}$ , nous négligerons donc leur impact dans la suite.

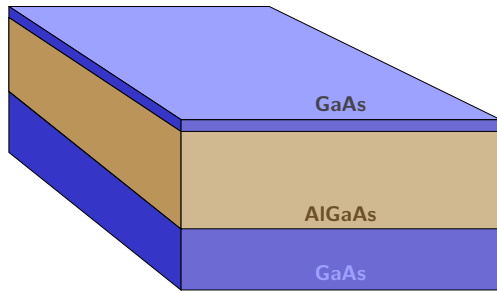
## III.2 Étapes de nano-fabrication

Dans cette section nous détaillerons les étapes de nano-fabrication, en insistant sur les améliorations possibles permettant d'augmenter les facteurs de qualité optique et mécanique de nos nano-résonateurs à disques. Le travail de nano-fabrication a principalement été effectué dans la salle blanche du laboratoire Matériaux et Phénomènes Quantiques à l'université Paris Diderot, à l'exception de la croissance des galettes de semi-conducteurs par épitaxie (Centre de Nanosciences et de Nanotechnologies à Marcoussis, et III-V Lab à Palaiseau).

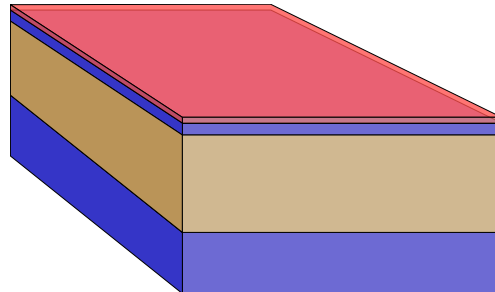
Les figures III.6 et III.7 illustrent les différentes étapes de nano-fabrication, pour un disque simple avec un guide droit.

### III.2.1 Épitaxie par jet moléculaire

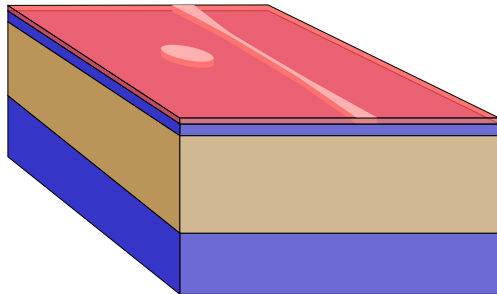
Les galettes de GaAs sur lesquelles la croissance par épitaxie des hétérostructures GaAs/AlGaAs est effectuée ont une épaisseur de 600  $\mu\text{m}$ . En fonction des géométries adoptées pour nos résonateurs (disque simple ou à bouclier), nous avons une superposition d'une ou deux couches d' $\text{Al}_{0.8}\text{Ga}_{0.2}\text{As}$  avec une ou deux couches de GaAs. La couche supérieure de GaAs est la couche centrale dans laquelle l'optomécanique a lieu, et doit donc être uniforme et pure, pour minimiser les pertes mécaniques et optiques.



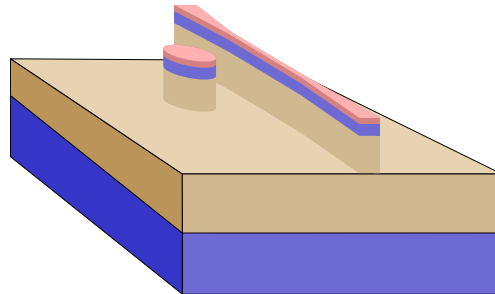
(a) Épitaxie par jet moléculaire.



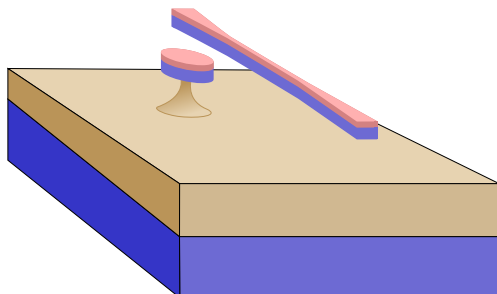
(b) Enrésinement (ma-N ou HSQ).



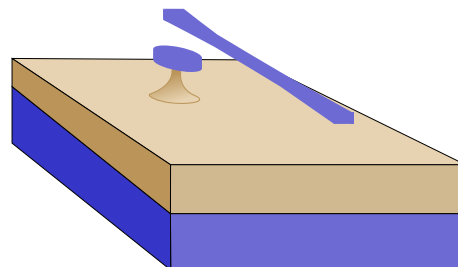
(c) Lithographie électronique.



(d) Développement et gravure ICP.



(e) Sous-gravure HF du piédestal.



(f) Nettoyage de la résine.

FIG. III.6 – Étapes de nano-fabrication (1/2). Gros plan sur une seule structure disque/guide. Seule une portion du guide d'onde est représentée. En particulier, les points d'attache qui lui permettent de tenir après la gravure HF ne le sont pas.

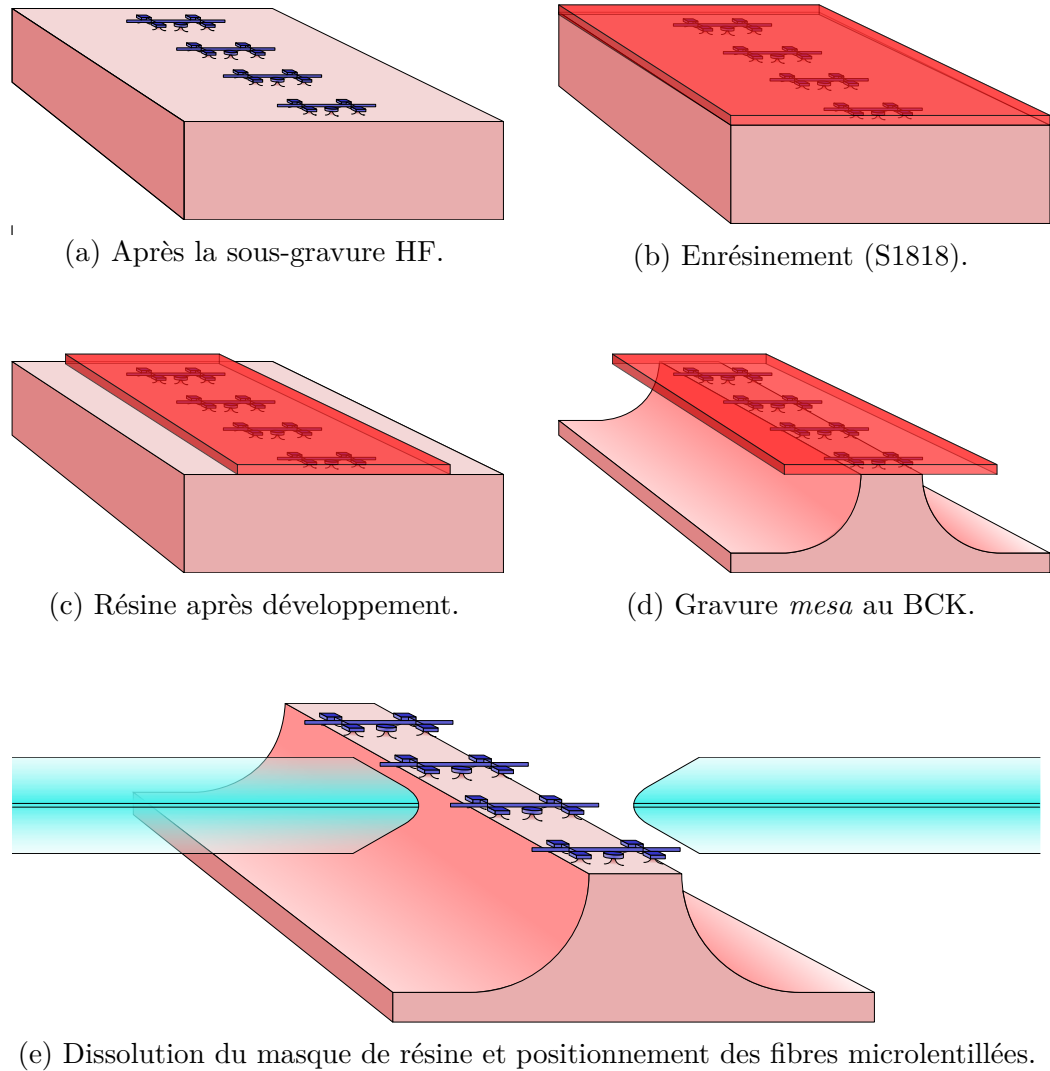


FIG. III.7 – Étapes de nano-fabrication (2/2). Vision d'ensemble de l'échantillon. Par souci de lisibilité, les illustrations ne sont pas à l'échelle. En particulier la taille de l'échantillon et des fibres micro-lentillées sont bien plus grandes par rapport aux structures.

Les croissances effectuées au Centre de Nanosciences et de Nanotechnologies à Marcoussis, ont typiquement un dopage positif résiduel de l'ordre de  $10^{14} \text{ cm}^{-3}$ . Celles effectuées au III-V Lab à Palaiseau, ont un dopage résiduel similaire, mais la méthode utilisée pour la croissance de l'AlGaAs est celle de l'alliage digital, où des couches nanométriques de GaAs et d'AlAs sont superposées pour obtenir l' $\text{Al}_{0.8}\text{Ga}_{0.2}\text{As}$  [67]. Comme nous le verrons dans le chapitre sur la dissipation mécanique intrinsèque, les croissances effectuées au III-V Lab ont donné lieu aux facteurs de qualité mécaniques les plus élevés mesurés jusqu'à présent dans notre équipe.

Le choix de la concentration de 80% d'aluminium dans l'AlGaAs est dû à deux facteurs. Le premier est la sélectivité de la sous-gravure HF ( $10^7$ ) de  $\text{Al}_{0.8}\text{Ga}_{0.2}\text{As}$  par rapport au GaAs [68]. Le second est l'oxydation réduite de  $\text{Al}_{0.8}\text{Ga}_{0.2}\text{As}$  dans l'air par rapport aux des concentrations supérieures en aluminium [69], ce qui permet d'éviter la fragilisation des piédestaux.

### III.2.2 Définition des structures : enrésinement et lithographie

Lors de ce travail de thèse, deux familles de résines ont été utilisées pour la définition des structures (disques, guides d'ondes) :

- Les résines de type ma-N 2400, originellement conçues pour être utilisées en lithographie optique UV, mais donnant de bons résultats en lithographie électronique
- La résine HSQ qui présente l'avantage de se transformer en silice lorsqu'elle est exposée électroniquement ce qui permet de la retirer plus facilement *a posteriori*. La HSQ est également plus résistante à notre procédé de gravure sèche ICP, ce qui permet une gravure plus profonde sans endommager le masque de résine.

L'utilisation de la HSQ étant un développement récent dans notre équipe mais qui a déjà produit d'excellents résultats en terme de qualité du masque de résine, nous exposerons les procédés pour les deux familles de résine.

#### a) Enrésinement

**Clivage et nettoyage** Avant tout, nous clivons à l'aide d'une pointe en diamant un morceau de galette d'environ  $1 \text{ cm}^2$  de la galette initiale de  $5 \text{ cm}$  de diamètre. Nous nettoyons ensuite ce morceau dans un bain à ultrasons, dans de l'acétone (10 min) puis de l'isopropanol (5 min). Une fois nettoyé, nous déshydratons l'échantillon sur une plaque chaude à  $220^\circ\text{C}$  pendant 10

minutes. Enfin, nous appliquons un promoteur d'adhérence (Ti-Prime) par enduction centrifuge à 6000 TPM pendant 30s (puis 2min à 120°C), ce qui améliore grandement l'adhésion de la résine et donc la qualité des structures.

**Enrésinement** Les procédés d'énrésinement sont présentés ci-dessous pour les deux familles de résine utilisées.

#### ma-N

Nous appliquons la ma-N 2401 (ma-N 2403 pour les structures à bouclier) par enduction centrifuge à 3000 TPM pendant 30s. Cela correspond à une épaisseur de résine de 100nm (250nm). Nous mettons ensuite l'échantillon sur une plaque chauffante à 95°C pendant 65s.

#### HSQ

Nous appliquons la HSQ par enduction centrifuge à 4000 TPM pendant 30s. Cela correspond à une épaisseur de résine de 80nm. Nous mettons ensuite l'échantillon sur une plaque chauffante à 95°C pendant 120s.

### b) Lithographie électronique et développement

**Lithographie électronique** La conception des masques pour la lithographie est automatisée *via* RAITH\_GDSII [70], logiciel libre sous licence *Mozilla Public License 2.0* dont nous remercions les auteurs pour le gain en temps et en robustesse dans notre processus. La lithographie électronique permettant de définir les structures est effectuée sur un système RAITH eLine à une tension de 20 kV, qui permet d'avoir une bonne résolution avec une phase de configuration de faisceau d'électrons relativement simple. Nous travaillons avec des champs d'exposition de  $100 \times 100 \mu\text{m}^2$ , et faisons bien attention à ce que les structures critiques (disques et guides) soient totalement contenues dans un seul champ, pour éviter des problèmes de continuité lors du passage d'un champ à l'autre.

#### ma-N

Nous utilisons une dose de  $120 \mu\text{C} \cdot \text{cm}^{-2}$  pour l'exposition.

#### HSQ

Nous utilisons une dose de  $2000 \mu\text{C} \cdot \text{cm}^{-2}$  pour l'exposition, et travaillons en mode *multi-pass*, où nous exposons  $n$  fois chaque champ avec une dose  $D/n$  ( $n = 5$  typiquement), pour éviter les effets de chargement de la gâchette semiconductrice.

Nous faisons également varier progressivement la dose au sein d'une structure, en la diminuant dans les régions denses (zone de couplage guide/disque

& centre du disque et des points d’ancrage) pour minimiser les effets de proximité, et en l’augmentant dans les régions extrêmement fines (pointes des *tapers* inversés, barres d’ancrage et zone fine du guide), pour améliorer la résolution et la régularité du masque de résine. Cette optimisation est effectuée au moment de la conception du masque, en choisissant un indice de dose de 1 pour les régions non fines où il n’y a pas de risque d’effet de proximité, et respectivement 0.6 pour le centre du disque, 0.7 pour la zone du disque proche du guide, 1.5 pour les barres d’ancrage et 5 pour les pointes des *tapers* inversés.

**Développement de la résine** Nous développons enfin la résine dans une solution AZ726 MIF pour la résine ma-N, et 1%NaOH-4%NaCl pour la résine HSQ. Dans les deux cas nous procédons par petites étapes de 10s dans le développeur suivies d’un rinçage à l’eau distillée, et d’un séchage au flux d’azote. Le temps de développement total est typiquement de 50s pour la ma-N et 60s pour la HSQ. Il est crucial d’agiter le moins possible l’échantillon lors du développement pour éviter le décollement de la résine là où le masque est extrêmement fin (c.-à-d. au niveau du guide d’onde). Enfin, pour la ma-N 2401, nous effectuons après développement un recuit de 5 minutes à 145°C pour réduire la rugosité des parois latérales et ainsi améliorer le facteur de qualité optique [71]. Une observation au microscope électronique à balayage (MEB) d’un motif de disque est présentée sur la figure III.8 pour les résines ma-N et HSQ.

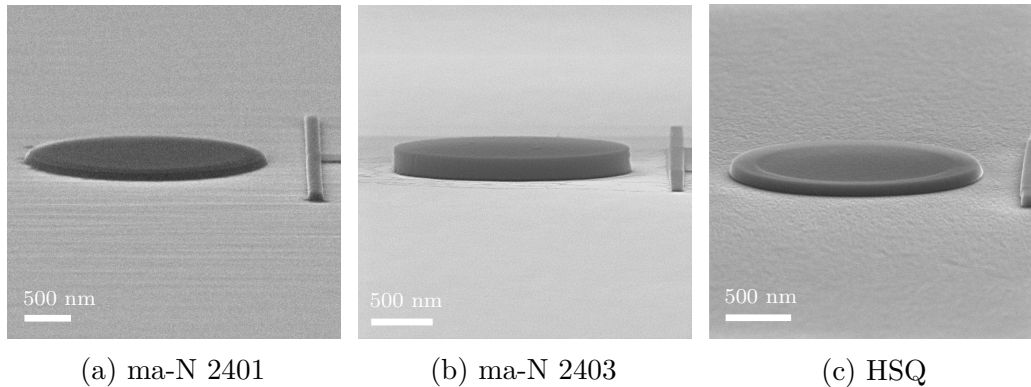


FIG. III.8 – Enrésinements terminés. La résine HSQ est plus régulière sur les bords que les ma-N, ce qui peut permettre en principe d’obtenir de meilleures facteurs de qualité optiques, une gravure ICP plus homogène, et reste à étudier en détail.

### III.2.3 Gravure sèche ICP

#### a) Principe de fonctionnement

La gravure non sélective des motifs (disques, guides, points d'ancrage) est effectuée par ICP-RIE (Inductively Coupled Plasma - Reactive Ion Etching, en anglais). Il s'agit d'une gravure ionique réactive, où un plasma est créé par un champ magnétique [72]. Les espèces réactives de ce plasma sont ensuite accélérées vers l'échantillon à l'aide d'un champ électrique radiofréquence (RF). Plus précisément, les électrons du plasma étant plus mobiles que les ions, ceux-ci sont d'abord attirés vers la surface de l'échantillon, la chargeant négativement (*self-bias*, en anglais) ce qui attire les ions, chargés positivement, à leur tour.

La gravure est sèche [73] (c.-à-d. pas en solution), et hybride : certaines espèces du plasma réagissent chimiquement avec le semiconducteur qu'elles gravent (tétrachlorure de silicium,  $\text{SiCl}_4$ , dans notre cas), d'autres (argon, Ar, dans notre cas) ont une action de bombardement de la surface qui grave physiquement le matériau d'une part, et augmente la température localement, catalysant la gravure chimique d'autre part. Une dernière classe d'espèces peut avoir une fonction passivante (azote,  $\text{N}_2$ , ou dioxygène,  $\text{O}_2$ , dans notre cas) comme nous le verrons dans la section III.2.3.c sur la gravure profonde.

L'avantage d'utiliser une machine ICP-RIE est que nous pouvons séparément contrôler la densité du plasma, *via* la puissance de la source ICP qui crée le champ magnétique, et l'accélération des ions vers la surface *via* la puissance de la source RF. Nous pouvons également atteindre des densités de plasma élevées par rapport aux dispositifs RIE simples où la création du plasma et l'accélération des ions sont effectués par un même champ RF. Un autre avantage est que les bobines qui créent le champ magnétique sont à l'extérieur de la chambre et ne sont ainsi pas contaminées chimiquement par les espèces. La figure III.9 présente un schéma de principe d'un ICP-RIE avec une chimie  $\text{SiCl}_4/\text{Ar}$ .

Une gravure ICP-RIE idéale est parfaitement verticale (ou anisotrope), avec des parois latérales lisses. Plusieurs paramètres entrent en jeu dans la recherche de cette gravure parfaite : espèces chimiques, passivation, dureté de la résine, température de l'échantillon, densité du plasma et accélération des ions. Nous discuterons de cela en particulier à la section III.2.3.c, où la profondeur de la gravure rend le processus plus difficile.

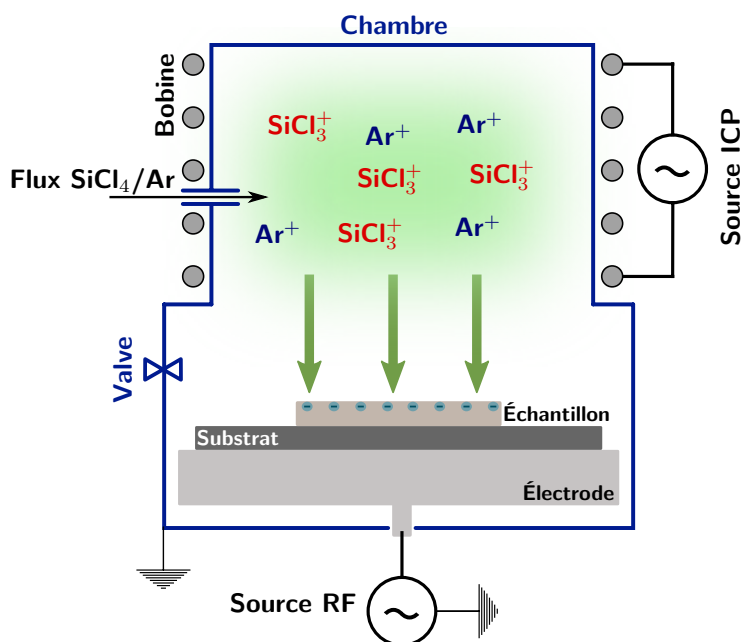


FIG. III.9 – Schéma de principe d'une chambre ICP-RIE. Le substrat est en général une galette de silicium cristallin, et la source RF fonctionne à une fréquence typique de 13.56 MHz.

### b) Gravure peu profonde : disques simples

Le fabrication d'un disque simple est un processus éprouvé dans notre équipe. En effet un long travail d'optimisation de la recette ICP-RIE a été effectué [74], à partir de celle fournie par le fabricant de la machine (Sentech Instruments GmbH), sur un masque de résine ma-N 2401. Le résultat de cette optimisation est présenté au tableau III.1.

Ar (sccm)	SiCl <sub>4</sub> (sccm)	Puiss. ICP (W)	Puiss. RF (W)	Temp. (°C)	Pression (Pa)	<i>Self-bias</i> (V)
3	3	25	17	10	0.1	-100

TAB. III.1 – Recette de gravure peu profonde ICP-RIE pour des disques simples, et un masque de résine ma-N 2401 de 100 nm.

Nous remarquons que la pression de travail est faible. Cela permet de limiter les collisions entre ions dans le plasma, et favorise une trajectoire verticale de ceux-ci et donc une gravure verticale. Par ailleurs, à une température de 10°C, la réaction de gravure chimique du GaAs/AlGaAs par le



$\text{SiCl}_4$  ne peut se produire. Elle est permise par l'augmentation de température locale due au bombardement par les ions  $\text{Ar}^+$ , ce qui favorise à nouveau une gravure verticale. Enfin, les puissances RF et ICP sont choisies de telle sorte que le *self-bias* soit d'environ  $-100$  V, ce qui permet de suffisamment accélérer les ions pour que la gravure ait lieu, mais pas assez pour avoir des collisions parasites qui provoqueraient une gravure isotrope.

Sur un échantillon de  $200$  nm de GaAs sur  $1.8$   $\mu\text{m}$  d'AlGaAs, nous gravons par ICP-RIE à peu près  $800$  nm de profondeur, ce qui correspond à une sélectivité  $\geq 8$  pour le masque de  $100$  nm de ma-N 2401. Un exemple de gravure ICP-RIE pour un disque simple est illustré sur la figure III.10a. Le résultat obtenu est satisfaisant, mais l'utilisation de la HSQ pourrait permettre d'obtenir une qualité d'ICP-RIE encore supérieure, comme le suggère la figure III.10b. Cela reste néanmoins à évaluer avec plus de précision.

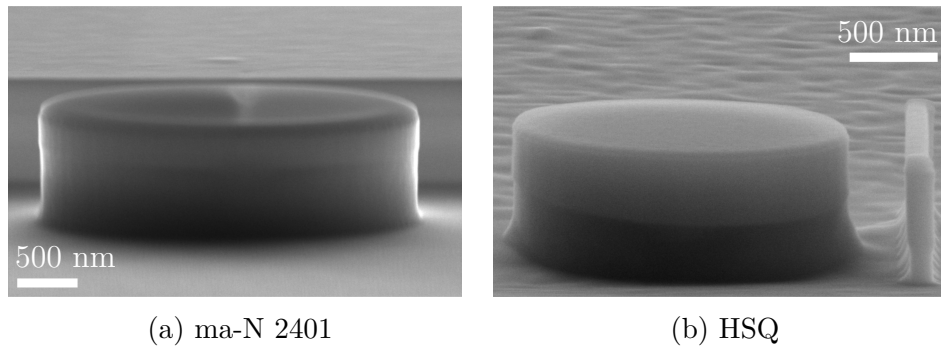


FIG. III.10 – Résultat d'une gravure ICP-RIE pour un disque simple.

### c) Gravure profonde : disque à bouclier

Une gravure ICP-RIE profonde est nécessaire lorsque nous souhaitons réaliser des disques à bouclier. Ces structures, dont nous expliquerons la motivation et le choix des dimensions au chapitre IV, sont composées de quatre couches successives d'AlGaAs et de GaAs, constituant deux piédestaux et deux disques : le disque optomécanique (supérieur) et le bouclier (disque inférieur). Leur hauteur totale est de l'ordre de  $2$   $\mu\text{m}$ , ce qui explique le terme gravure *profonde*.

**Difficultés de la gravure profonde** Obtenir une gravure ICP-RIE verticale et parfaitement lisse avec ces hétérostructures est beaucoup plus complexe que pour des structures peu profondes. En particulier nous rencontrons trois problèmes (la résine utilisée est la ma-N 2403) :

- **Asymétrie de la structure** : Lorsque le double disque est à proximité d'un guide (droit ou  $120^\circ$ ), sa forme circulaire n'est pas totalement conservée par la gravure ICP-RIE. En effet, lors d'une gravure profonde, les ions ont une probabilité de rebondir sur les surfaces latérales des structures. La partie du disque à bouclier à proximité du guide subit donc les rebonds des ions sur la surface latérale de ce dernier, et n'est pas gravée de manière symétrique par rapport au reste du disque à bouclier.
- **Endommagement du disque inférieur (bouclier)** : L'effet de rebond sur les surfaces latérales décrit ci-dessus s'accompagne également d'un endommagement de la partie haute du bouclier. En effet, la gravure latérale de l'AlGaAs due aux rebonds est plus importante que pour le GaAs. Le haut du disque inférieur est donc légèrement exposé et gravé (cf. figure III.11). Nous dévions ainsi d'une géométrie parfaitement cylindrique.
- **Gravure non-verticale** : La gravure ICP-RIE s'accompagne d'un phénomène complexe et peu reproductible de passivation des surfaces latérales [72, 73]. Ce phénomène est indispensable à la protection des surfaces déjà gravées, mais s'il est en excès (resp. trop peu présent), la gravure d'un disque à bouclier a plutôt un profil vertical en "A" (resp. en "V").

Les trois problèmes de la gravure ICP-RIE profonde d'un disque à bouclier sont illustrés sur la figure III.11. Il est important de s'affranchir de ceux-ci, car toute déviation à la géométrie idéale du cylindre parfaitement vertical et symétrique, impacte de manière importante le facteur de qualité mécanique de ces structures (cf. chapitre IV).

**Optimisation de la recette** Le point de départ du travail d'optimisation de l'ICP-RIE pour la gravure profonde était la recette des disques simples du tableau III.1. Avec cette recette nous avons rencontré les trois problèmes ci-dessus. Nous avons donc tenté de modifier les différents paramètres de la recette, en vue de s'approcher d'une gravure idéale :

- **Densité du plasma** : L'augmentation de la densité du plasma doit *a priori* augmenter la probabilité de collisions des ions, et donc réduire la verticalité de la gravure. Expérimentalement, l'influence de ce paramètre n'est pas aussi claire. En effet nous avons trouvé une valeur de la puissance ICP qui semble être un point de fonctionnement satisfaisant. Au-delà *et* en-deçà de celle-ci nous retrouvons des problèmes de verticalité et d'endommagement du disque inférieur. Bien-entendu, nous

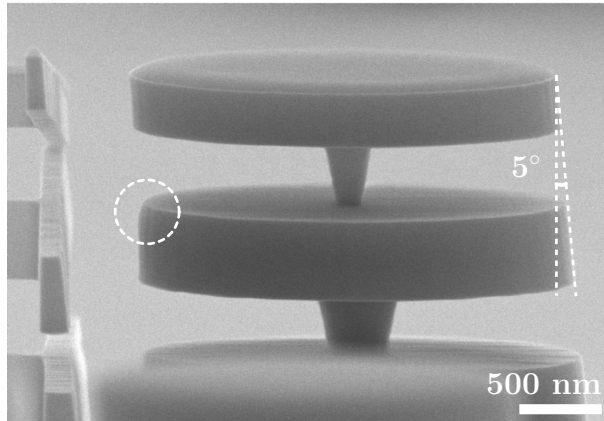


FIG. III.11 – Illustration des trois problèmes de la gravure ICP-RIE profonde : asymétrie - endommagement du disque inférieur servant de bouclier - non verticalité. Cette structure a subi une sous-gravure HF après la gravure ICP-RIE.

adaptons la puissance de la source RF de manière à ce que le *self-bias* reste dans la zone de fonctionnement idéale de  $-100$  V.

- **Flux de gaz** : L'augmentation des flux de gaz augmente les collisions mais réduit la densité de plasma (à puissance ICP constante). Par ailleurs avoir un flux d'Ar beaucoup plus élevé que celui de  $\text{SiCl}_4$  produit une gravure plus physique, et donc *a priori* plus anisotrope (c.-à-d. verticale). Nous avons ainsi remarqué qu'un flux 10 fois supérieur d'Ar permet d'obtenir de meilleurs résultats lors d'une gravure profonde.
- **Température** : La température est un facteur important pour la gravure ICP-RIE. En effet à  $10^\circ\text{C}$ , la réaction chimique de gravure par le  $\text{SiCl}_4$  doit être activée par une augmentation de température locale due à la collision des ions  $\text{Ar}^+$  avec la surface. Nous avons tenté de travailler à la température la plus faible atteignable sur notre machine ( $0^\circ\text{C}$ ), de manière à favoriser encore plus la gravure verticale des surfaces horizontale par rapport à la gravure des surfaces latérales. Nous n'avons pas observé d'amélioration significative du résultat de la gravure par ce bias.
- **Pression** : Comme nous l'avons mentionné pour la gravure peu profonde, notre pression de travail est faible, de manière à minimiser les collisions et la gravure non-verticale. Nous avons tenté de travail à la pression minimale atteignable sur notre machine ( $0.05$  Pa), mais n'avons pas observé d'amélioration significative du résultat de la gravure.

- **Passivation forcée, ajout de  $N_2$  ou  $O_2$**  : Nous avons d’abord introduit du dioxygène dans notre recette et avons obtenu des résultats spectaculaires de passivation avec un profil en “A” très prononcé, et une qualité des surfaces latérales remarquable (figure III.12a). Malheureusement la non-reproductibilité des recettes avec  $O_2$  nous a conduit à les abandonner. Nous nous sommes alors tourné vers le diazote, qui a permis dans la littérature d’atteindre un contrôle élevé de la passivation, et des gravures profondes extrêmement verticales [75]. Nos résultats, bien qu’encourageants en terme de verticalité (figure III.12b), se sont révélés rugueux au niveau des parois latérales des structures. L’hypothèse principale étant que la présence de diazote endommage le masque de résine ma-N 2403, et provoque une passivation trop irrégulière dans notre cas. L’utilisation de la HSQ pourrait permettre d’éviter ce souci, notamment car cette résine est beaucoup plus dure que la ma-N dans face à une chimie  $SiCl_4/Ar/N_2$ .

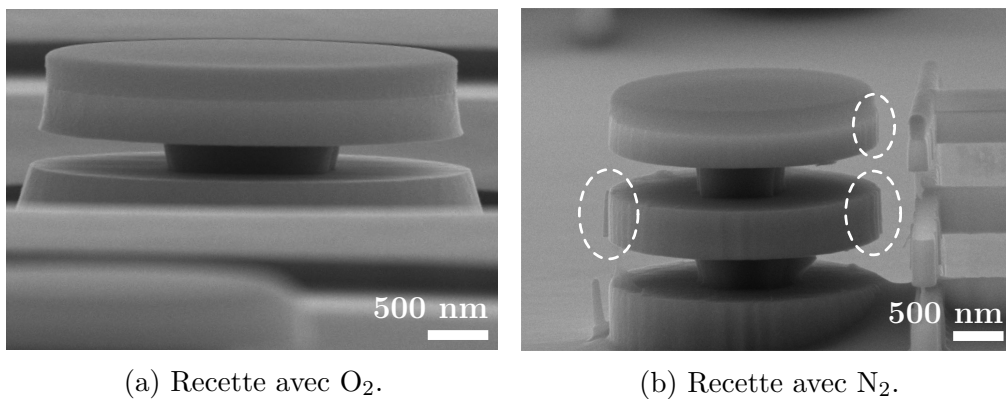


FIG. III.12 – Exemples de gravures ICP-RIE avec passivation forcée.

Le résultat de ce travail d’optimisation est présenté dans le tableau III.2. Nous avons conservé la recette la plus reproductible permettant d’obtenir une gravure satisfaisante. Un exemple de résultat de cette recette est illustré à la figure III.13. Nous gravons  $2 \mu m$  de GaAs/AlGaAs avec  $250 nm$  de résine ma-N 2403 ce qui correspond à une sélectivité de cette résine  $\geq 8$ . On observe que le résultat est globalement satisfaisant mais qu’une asymétrie nette est présente à la fois latéralement (côté proche guide *vs.* côté opposé) et verticalement (piédestal supérieur *vs.* inférieur).

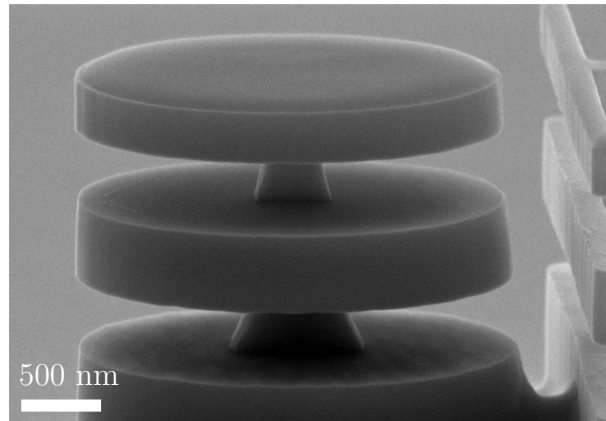


FIG. III.13 – Recette optimisée d’ICP-RIE profond. La sous-gravure HF est déjà effectuée.

Ar (sccm)	SiCl <sub>4</sub> (sccm)	Puiss. ICP (W)	Puiss. RF (W)	Temp. (°C)	Pression (Pa)	<i>Self-bias</i> (V)
30	3	35	15	10	0.1	−100

TAB. III.2 – Recette de gravure profonde ICP-RIE pour des double disques, et un masque de résine ma-N 2403 de 250 nm.

### III.2.4 Sous-gravure des piédestaux : acide fluorhydrique

Une fois la gravure ICP-RIE effectuée, nous disposons les échantillons dans une solution d’isopropanol pour éviter l’oxydation des surface à l’air. L’étape suivante consiste à sous graver les piédestaux en AlGaAs à l’aide d’une solution d’acide fluorhydrique (HF) à 1.25% à 4°C. En effet la sélectivité de la gravure HF sur l’Al<sub>0.8</sub>Ga<sub>0.2</sub>As par rapport au GaAs est de l’ordre de 10<sup>7</sup> [68]; nous pouvons alors sous-graver les piédestaux sans risquer d’endommager les disques. Par ailleurs, le fait de travailler avec une faible concentration de HF et à basse température permet d’obtenir un sous-gravure relativement isotrope pour les disques simples. Pour des structures à bouclier, la forme des piédestaux ressemble plus à des berlingots (figure III.13), ce qui n’est pas idéal mais difficilement évitable, car la diffusion du HF est gênée par la faible épaisseur des couches d’AlGaAs.

Pour des disques de rayon  $R_d \simeq 1.3 \mu\text{m}$ , le temps de sous-gravure HF pour avoir les piédestaux les plus fins possibles est de l’ordre d’1 minute. Nous arrêtons celle-ci en plongeant l’échantillon dans l’eau distillée. Enfin, si la gravure ICP-RIE n’a pas atteint la couche inférieure de GaAs, alors

la surface inférieure de l'échantillon à proximité des structures est constituée d'AlGaAs. Il convient alors de plonger l'échantillon dans une solution aqueuse d'hydroxyde de potassium (KOH:H<sub>2</sub>O à 10g:100mL pendant 2 min) pour nettoyer la surface et éviter que les structures soient "salies" par des morceaux d'AlGaAs.

Une fois ce procédé terminé nous disposons à nouveau l'échantillon dans de l'isopropanol pour éviter l'oxydation.

Les figures III.14 et III.13 montrent le résultat de la sous-gravure HF respectivement pour un disque simple et un disque à bouclier.

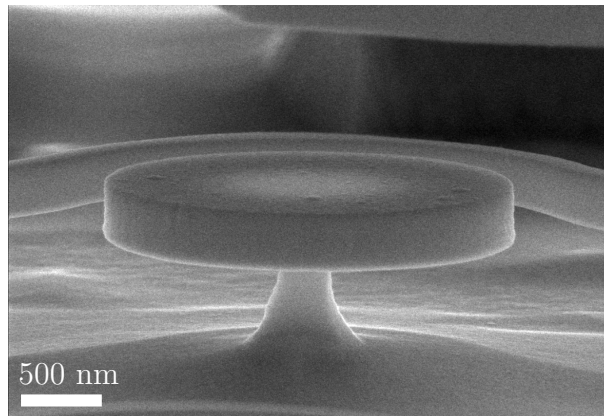


FIG. III.14 – Sous-gravure HF d'un disque simple.

### III.2.5 Résine optique et gravure *mesa*

L'étape suivante consiste à graver les bords de l'échantillon de manière à laisser suffisamment de place aux fibres microlentillées pour venir se coupler optiquement aux pointes des *tapers* inversés. Il s'agit donc de graver verticalement environ 100  $\mu\text{m}$  pour que les fibres microlentillées qui ont un diamètre de 65  $\mu\text{m}$  aient suffisamment de degrés de libertés pour être amenées à proximité de l'extrémité des guides d'ondes (figures III.4 et III.7e). Nous exposerons dans ce paragraphe les différentes étapes de ce procédé. Nous présenterons également une manière d'éliminer partiellement le guide d'onde inférieur des structures à bouclier, pour faciliter le couplage optique sélectif entre la fibre microlentillée et le guide d'onde supérieur.

#### a) Enrésinement et définition du masque

Nous commençons par sécher l'échantillon à la sortie de l'isopropanol, sur une plaque chauffante à 270°C, de manière à éviter la stiction des guides

d'ondes maintenant libérés du substrat. Nous enrésinons ensuite la face utile de l'échantillon à l'aide d'une résine photosensible (Microposit S1818) par enduction centrifuge à 5000 TPM pendant 30 s. Pour éviter que les bords de l'échantillon ne présentent de bourrelets de résine, nous disposons des morceaux de GaAs autour de l'échantillon pour que la résine puisse s'étaler sur une surface plus large. Nous effectuons ensuite un recuit à 110°C pendant 1 minute. Pour être certains de recouvrir complètement les structures, nous déposons une deuxième couche de S1818 selon le même procédé.

Nous procédons ensuite à la définition du masque de résine par lithographie optique (SÜSS MicroTec MJB4). Le masque est simplement un rectangle centré sur les structures dont les bords longs se situent à 40  $\mu\text{m}$  des points d'ancrage des guides d'ondes. Sa largeur est donc de  $\sim 120 \mu\text{m}$ , et sa longueur celle de l'échantillon. Une fois l'exposition effectuée nous développons le masque dans une solution alcaline (Microposit MF319).

Nous enrésinons également la face arrière de l'échantillon à l'aide d'une résine optique moins visqueuse (Microposit S1805) par enduction centrifuge à 5000 TPM pendant 30 s, puis recuison à 110°C pendant 1 minute. Cette étape permet d'éviter que la face arrière soit gravée lors des étapes suivantes, ce qui produirait alors un échantillon trop fin et difficile à manipuler.

Enfin, nous nous assurons que les faces latérales de l'échantillon ne présentent aucune trace de résine, sous peine de perturber la gravure de la *mesa* et de créer des bosses de GaAs qui gêneraient le mouvement des fibres microlentillées.

### b) Gravure de la *mesa* et nettoyage

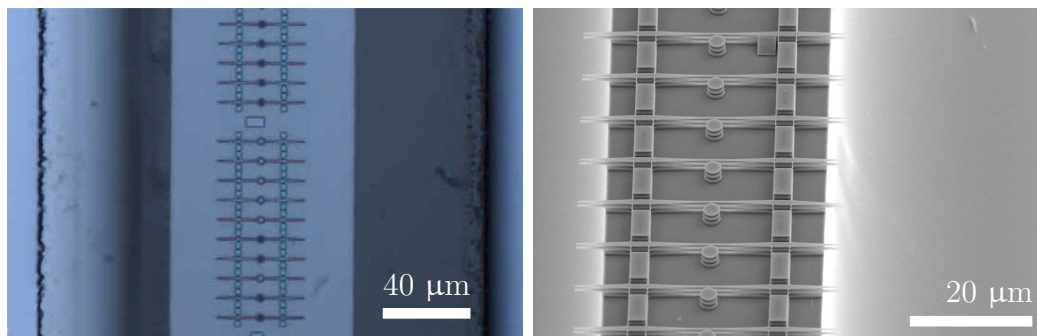
La gravure de la *mesa* est effectuée dans une solution de BCK (1/3 d'acide acétique, 1/3 d'acide bromhydrique, 1/3 de dichromate de potassium). Nous commençons par un passage rapide (5 s) de l'échantillon dans une solution d'acide chlorhydrique, puis (10 s) dans l'eau, avant d'attaquer la gravure de la *mesa* proprement dite dans le BCK.

Les conditions d'agitation sont cruciales pour obtenir une gravure symétrique et droite. Nous disposons l'échantillon dans la solution à l'aide d'une pince en téflon, de manière à ce que le flux de la solution de BCK soit parallèle à la surface de l'échantillon. Nous positionnons l'échantillon de telle sorte que ce flux soit perpendiculaire au front de gravure de la *mesa*. Le sens giratoire d'agitation change toutes les 10 secondes de manière à favoriser la symétrie, et la vitesse d'agitation maximale est de l'ordre de 100 TPM.

Nous contrôlons régulièrement au microscope optique l'avancement du front de gravure (figure III.15a) de manière à s'arrêter dès que celui-ci dépasse

les pointes des *tapers* inversés de quelques microns. La vitesse de gravure horizontale est de l'ordre de  $1-2 \mu\text{m}\cdot\text{min}^{-1}$ , ce qui permet de graver  $\sim 40 \mu\text{m}$  horizontalement (et  $\sim 100 \mu\text{m}$  en profondeur) en  $\sim 20-40$  minutes.

Enfin, nous nettoyons le masque de résine optique dans de l'acétone, puis le disposons dans de l'isopropanol pour effectuer à nouveau un séchage à  $270^\circ\text{C}$ . Dans le cas des résines ma-N, il convient également de nettoyer les restes de résine dans une machine à plasma oxygène (15 minutes, pression d' $\text{O}_2$  : 0.5 mbar, puissance RF : 160 W). Ce procédé élimine très efficacement la résine ma-N, mais détériore le facteur de qualité optique des dispositifs, probablement à cause des oxydes de surfaces créés. Pour atténuer cet effet, nous pouvons faire suivre le traitement plasma par un passage dans de l'ammoniaque ( $\text{NH}_4\text{OH}$ ). La résine HSQ est très avantageuse de ce point de vue, car elle est dissoute directement dans l'acide fluorhydrique. Le résultat d'une gravure de *mesa* typique est illustré sur la figure III.15b.



(a) Progression de la gravure.

(b) Résultat final. Double disques.

FIG. III.15 – Gravure *mesa*.

**Remarque : perspective pour les disques à bouclier** Dans le cas des disques à bouclier, il peut être utile d'inverser les étapes de sous-gravure HF et de gravure de la *mesa*. En effet, cela permet de graver partiellement le guide d'onde inférieur car la solution de BCK peut y accéder via la couche d'AlGaAs qui n'a pas encore été gravée par la solution de HF, ce qui simplifie grandement le couplage optique entre la fibre microlentillée et le guide d'onde supérieur. Cela évite également des problèmes de stiction entre les pointes des deux guides d'ondes. Ce procédé a été testé une seule fois et le résultat est visible sur la figure III.16.



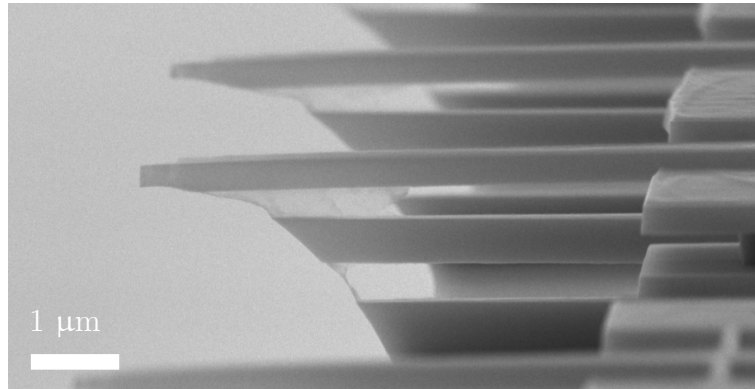


FIG. III.16 – Gros plan sur la gravure sélective du guide inférieur. Elle permet de faciliter le couplage sélectif entre la fibre microlentillée et le guide supérieur, et d’éviter la stiction entre les deux guides supérieur et inférieur.

### III.3 Techniques expérimentales

Après avoir présenté les étapes de nano-fabrication, nous allons à présent décrire les techniques expérimentales de refroidissement et de caractérisation des dispositifs optomécanique.

#### III.3.1 Cryostat à tube pulsé : cryogénie et couplage optique

Travailler à des températures cryogéniques est important pour les expériences d’optomécanique quantique. En effet, si le refroidissement optique par bande latérale permet de réduire le nombre de phonons mécaniques, il est avantageux de partir d’un nombre initial de phonons dû à l’environnement thermique relativement faible (équation (I.41)). Ainsi, travailler à une température de 3 K au lieu de 300 K, permet de diviser par 100 le nombre initial de phonons pour un mode mécanique de fréquence 1 GHz. Un autre avantage que nous mettrons en évidence au chapitre V est la valeur du facteur de qualité mécanique à 3 K, qui est environ 10 fois plus élevée qu’à 300 K. Enfin la variation de l’indice de réfraction de GaAs s’aplatit à basse température [39, 42], ce qui réduit l’effet thermo-optique décrit à la section I.2.3.

##### a) Système de refroidissement

Le système de refroidissement que nous utilisons dans ce travail est un cryostat développé par *Attocube Systems AG*, conçu en collaboration avec notre groupe de recherche. Il est aujourd’hui présent dans le catalogue du

fabricant sous le nom “*Cryogenic Photonic Probe Station*”. La puissance de refroidissement provient d’un système de tube à gaz pulsé [76], qui est particulièrement avantageux par rapport au refroidissement à hélium liquide. En effet, l’hélium qui circule dans le tube est gazeux et en circuit fermé, ce qui élimine le besoin de réapprovisionner le système en hélium, mis à part pour des situations de maintenance. Nous pouvons atteindre avec ce dispositif des températures inférieures à 4 K ; jusqu’à 2.6 K dans notre cas.

La figure III.17 montre le cryostat Attocube utilisé dans nos expériences d’optomécanique. Des flux d’hélium haute et basse pression circulent dans le tube à gaz pulsé, qui refroidit deux étages, l’un à 56 K, l’autre à 2.6 K. Les flèches rouges représentent les flux de chaleur. L’intérieur du cryostat est mis sous vide à une pression  $\sim 10^{-3}$  mbar, de telle manière que les transferts de chaleurs avec les parois extérieures à 300 K soient évités. La chambre à vide dans laquelle l’échantillon est placé est plutôt vers  $10^{-5} - 10^{-6}$  mbar. Par ailleurs un bouclier à radiations en cuivre plaqué d’or protège les parties froides des rayonnements de corps noir extérieurs.

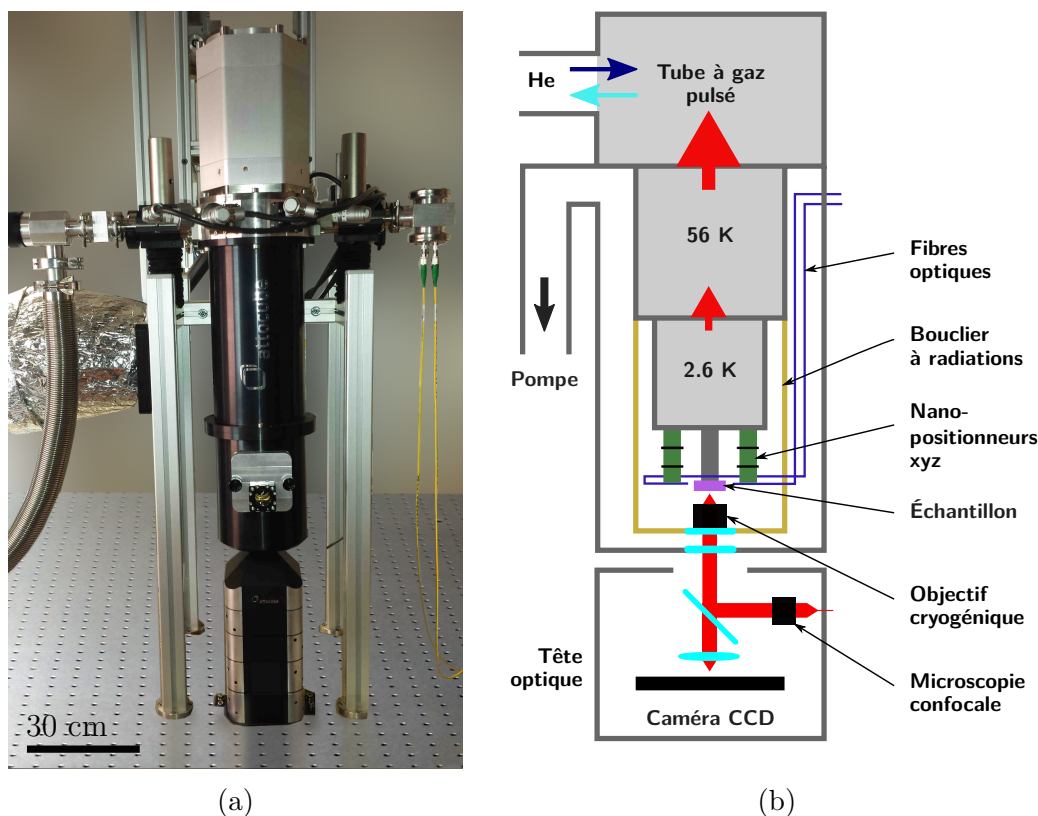


FIG. III.17 – Cryostat à tube pulsé Attocube “*Cryogenic Photonic Probe Station*”.

### b) Nano-positionnement et imagerie

Deux étages de nano-positionnement  $xyz$  [77] sont attachés à l'étage 2.6 K. Il s'agit de positionneurs piézo-électriques à pas, qui fonctionnent grâce à l'effet *stick-slip* ("coller-glisser", en anglais). Chacun porte une fibre microlentillée, et possède une course de plusieurs millimètres tout en permettant de positionner la fibre avec une résolution nanométrique.

Un objectif cryogénique permet d'observer l'échantillon et les fibres microlentillées avec un grossissement de 100. La lumière en sortie de cet objectif est envoyée dans un module externe à température ambiante, et séparée en deux faisceaux. L'un est focalisé sur une caméra CCD, et l'autre est couplé dans une fibre afin de permettre une microscopie confocale.

L'ensemble est doté d'une grande stabilité mécanique. En effet, les nano-positionneurs sont montés sur le même étage que l'échantillon, et les fibres optiques qui amènent la lumière vers l'échantillon et la collectent sont thermalisées à chaque étage. Les mouvements relatifs des fibres microlentillées par rapport à l'échantillon sont donc faibles, et se manifestent par une variation de la transmission optique des guides (à  $\sim 1$  Hz) de moins d'1%, causée par les vibrations imposées par le tube à gaz pulsé. Par ailleurs, aucune déviation thermique lente n'est mesurée après 24h.

La figure III.18 montre un gros-plan de l'étage 2.6 K avec l'objectif cryogénique, ainsi qu'une image d'une fibre microlentillée à proximité d'un guide d'ondes.

### III.3.2 Dispositifs expérimentaux typiques

Nous avons principalement utilisé deux types de montages optiques expérimentaux lors de ce travail de thèse. L'un a permis de caractériser les modes optiques et mécaniques d'un disque, et le second est une modification du premier, qui permet d'obtenir la réponse fréquentielle du système optomécanique.

#### a) Caractérisation des modes optiques et mécaniques

**Montage expérimental** La figure III.19 illustre le montage expérimental utilisé pour caractériser les modes optiques et mécaniques. Un laser continu à diode à cavité externe *Tunics* est utilisé pour générer une onde lumineuse monochromatique dont la longueur d'onde peut varier sans sauts de modes dans la bande télécom ( $1.5 - 1.6 \mu\text{m}$ ). Ce laser ayant une largeur spectrale typique de 400 kHz, il est suffisamment fin pour sonder les modes optiques WGM dont la largeur est typiquement  $1 - 100$  GHz. Nous atténuons ensuite

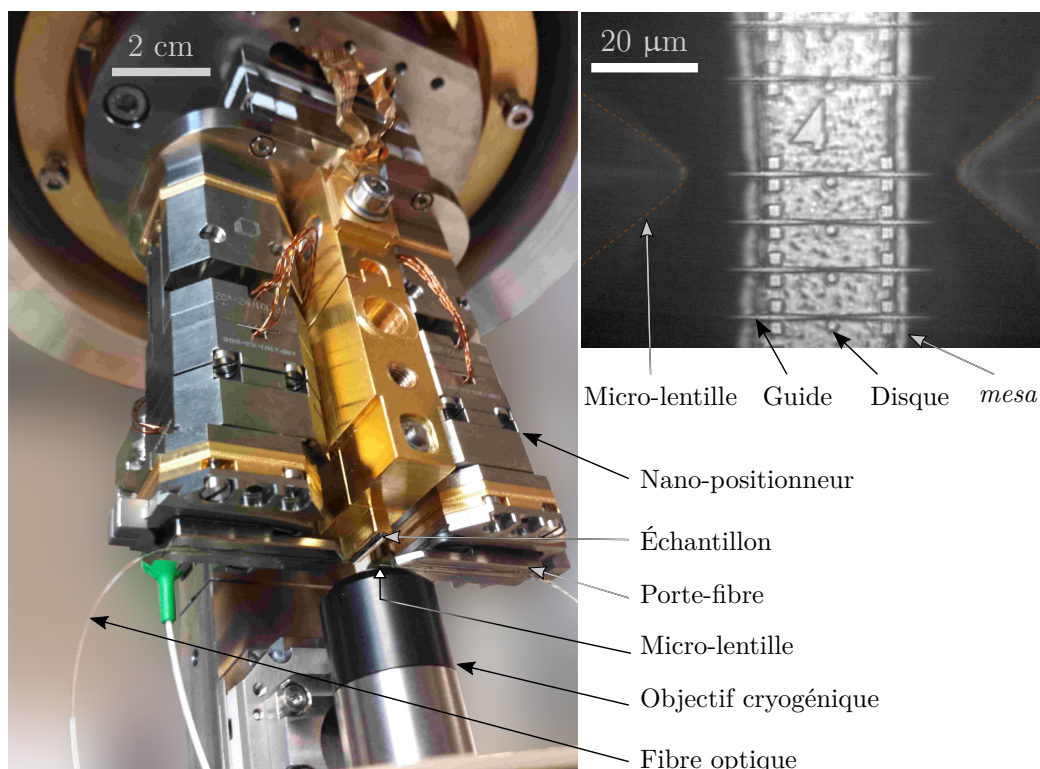


FIG. III.18 – Gros-plan de l'étage 2.6 K, et exemple d'image de l'objectif cryogénique, vue sur la caméra CCD.

la puissance laser à l'aide d'un atténuateur variable fibré (VOA), puis choisissons la polarisation TM ou TE à l'aide d'un contrôleur fibré de polarisation (FPC), et injectons la lumière dans le dispositif à l'aide d'une fibre microlentillée. La lumière sortante, également collectée par une fibre microlentillée, est ensuite divisée dans un séparateur de faisceau fibré à 90/10. La voie à 90% est amplifiée optiquement dans un amplificateur à fibre en erbium dopé (EDFA) *Keopsys CEFA-C-HG*, qui présente un bruit d'entrée extrêmement faible, et pas de bruit Johnson. Elle est ensuite envoyée dans une photodiode rapide (bande-passante de 5 GHz), dont le signal de sortie est envoyé sur un analyseur de spectre électronique *Rhode & Schwarz FSP 3*. Cet analyseur permet de mesurer des densités spectrales de puissance de bruit entre 9 kHz et 3 GHz, avec un bruit d'entrée de  $-150$  dBm/Hz. L'autre voie, à 10% est envoyée sur une photodiode trans-impédance amplifiée (bande-passante de 10 kHz pour un gain de 70 dB), dont le signal est acquis à l'aide d'une carte d'acquisition.

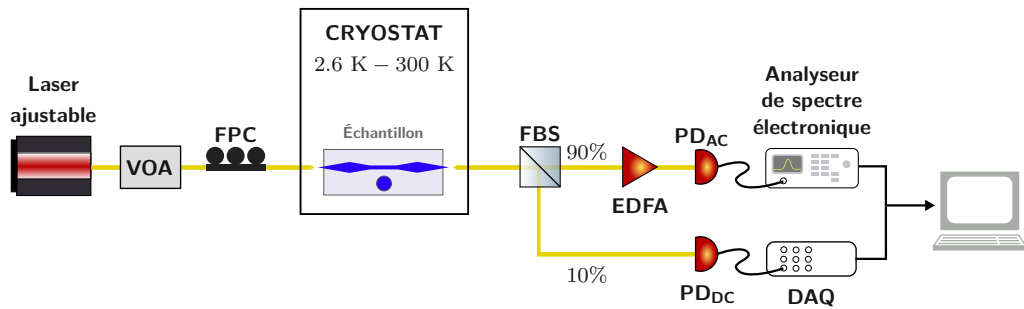
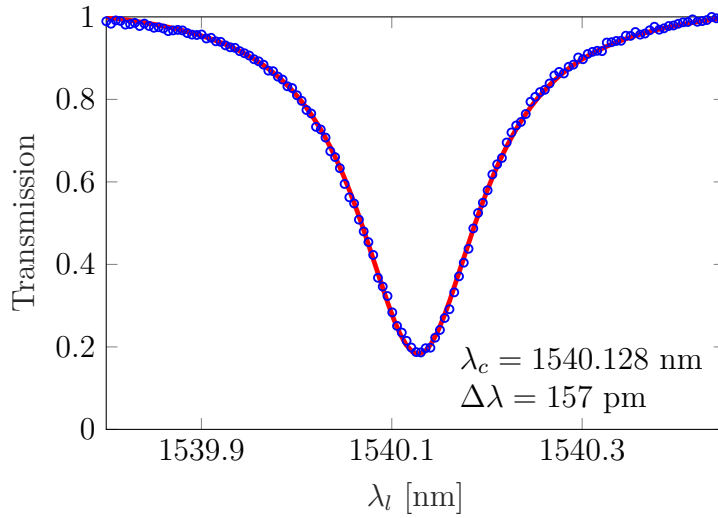


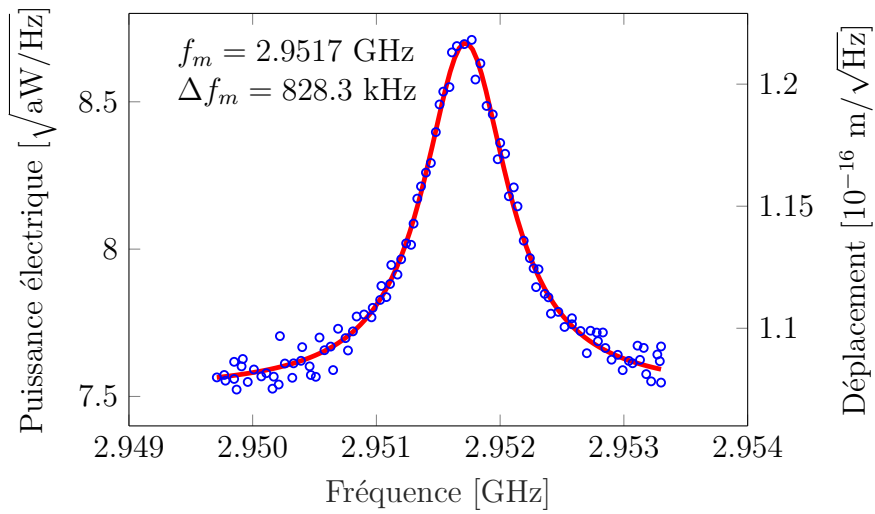
FIG. III.19 – Montage expérimental de caractérisation. VOA : atténuateur optique variable. FPC : contrôleur de polarisation fibré. FBS : séparateur de faisceau fibré. EDFA : amplificateur optique à fibre en erbium dopé. PD<sub>AC</sub> : photodiode rapide. PD<sub>DC</sub> : photodiode lente trans-impédance amplifiée. DAQ : carte d'acquisition

**Caractérisation des modes optiques** Les modes optiques sont mesurés sur la photodiode trans-impédance. Nous balayons la longueur d'onde du laser et mesurons la tension en sortie de la photodiode. Nous obtenons ainsi un signal directement corrélé à la transmission optique du dispositif, et pouvons revenir à la puissance lumineuse circulant dans le guide d'onde en calibrant la transmission des différents étages (*tapers* inversés - fibre microlentillée, puis conversion puissance lumineuse - tension au niveau de la photodiode). Un exemple de mode optique mesuré est illustré sur la figure III.20a. La largeur à mi-hauteur de la lorentzienne  $\Delta\lambda$  correspond au facteur de qualité optique (chargé)  $Q_{opt} = \lambda_c/\Delta\lambda$ .

**Caractérisation des modes mécaniques** La mesure des modes mécaniques s'effectue au niveau de la photodiode rapide, *via* la modulation du signal optique par le déplacement mécanique. Nous positionnons la longueur d'onde laser sur le flanc bleu ( $\Delta > 0$ ) stable de la résonance optique et détectons ainsi les changements de transmission optique dus au mouvement mécanique. Cette mesure repose sur le fait que lorsque l'on sonde le dispositif avec une puissance lumineuse faible, le taux de dissipation optomécanique  $\Gamma_{om}$  est négligeable devant le taux de dissipation mécanique  $\Gamma_m$ , de même que le décalage de la pulsation mécanique  $\delta\omega_m$  est faible devant  $\Omega_m$ . Nous pouvons alors mesurer  $\Gamma_m$  et  $\Omega_m$ , en faisant varier la puissance lumineuse et en extrapolant différentes mesures du mode mécanique à puissance lumineuse nulle. La figure III.20b montre un exemple de mode mécanique. La largeur à mi-hauteur de la lorentzienne  $\Delta f_m$  correspond au facteur de qualité mécanique  $Q_m = f_m/\Delta f_m$ . La calibration de l'étage photodiode - analyseur de spectre est effectuée en plus de la calibration optique décrite



(a) Mode optique.



(b) Mode mécanique RBM 2.

FIG. III.20 – Caractérisation expérimentale des modes optique et mécanique d'un disque GaAs. Les deux courbes sont modélisées par des lorentziennes, qui nous permettent d'extraire les informations sur les pulsations centrales et les facteurs de qualité optique et mécanique.

au paragraphe précédent :

$$W/\text{Hz} \xrightarrow{R=50\Omega} A^2/\text{Hz} \xrightarrow{\text{Responsivité } A/W} W_{opt}^2/\text{Hz} \xrightarrow{g_{om}, Q_{opt}} m^2/\text{Hz}$$

La dernière étape correspond à la conversion de l'intensité optique en déplacement mécanique. Cette calibration permet d'obtenir la masse effective de l'oscillateur mécanique pour ce mode, selon le théorème de fluctuation-dissipation  $\langle x^2 \rangle = k_B T / m_{eff} \Omega_m^2$ .

### b) Expériences de modulation : réponse fréquentielle du système optomécanique

L'étude de la réponse fréquentielle du système optomécanique permet d'extraire un certain nombre d'informations concernant les différents phénomènes en jeu. La transparence optomécaniquement induite (OMIT) a par exemple été d'intérêt pour la communauté [78], et permet notamment d'extraire des informations sur le produit  $N_{cav} \times g_0^2$ . De même que pour la caractérisation des modes mécaniques, nous positionnons la longueur d'onde laser sur le flanc bleu stable de la résonance optique. Dans ce travail de thèse nous analyserons la réponse fréquentielle du système dans le cadre de l'étude des différents temps de relaxation (thermique et des porteurs libres). Nous présentons ici le montage expérimental utilisé, et traiterons en détail de la physique en jeu dans le chapitre VI.

La figure III.21 représente le montage typique utilisé pour les expériences de caractérisation de la réponse fréquentielle. Le laser continu passe par un contrôleur de polarisation avant d'entrer de un modulateur électro-optique (EOM). Nous utilisons un modulateur électro-optique d'intensité en niobate de lithium ( $\text{LiNbO}_3$ ) de la marque *Covega*, qui dispose d'une bande passante de modulation de  $\sim 10$  GHz. Nous nous plaçons en un point de fonctionnement linéaire (en quadrature) du modulateur électro-optique afin de ne pas générer de bande-latérales indésirables. Le signal électrique de modulation provient d'un générateur radiofréquence *Rhode & Schwarz SMB100*, qui permet de balayer les fréquences  $f_{mod} = 9 \text{ kHz} - 3 \text{ GHz}$ . Le signal optique modulé (c.-à-d. avec deux bandes latérales écartées de  $f_{mod}$  de la fréquence laser central) poursuit alors le même chemin que dans le montage de caractérisation de la figure III.19. Il est important de noter que l'analyseur de spectre électronique *FSP 3* est connecté au générateur radiofréquence, et ne mesure donc cette fois-ci que le signal à la fréquence  $f_{mod}$ .

Ce montage, qui associe le générateur *SMB100* et l'analyseur *FSP 3* permet de démoduler le signal en sortie de l'échantillon à la fréquence de modulation  $f_{mod}$ . En pratique cela correspond à une expérience de type "analyseur

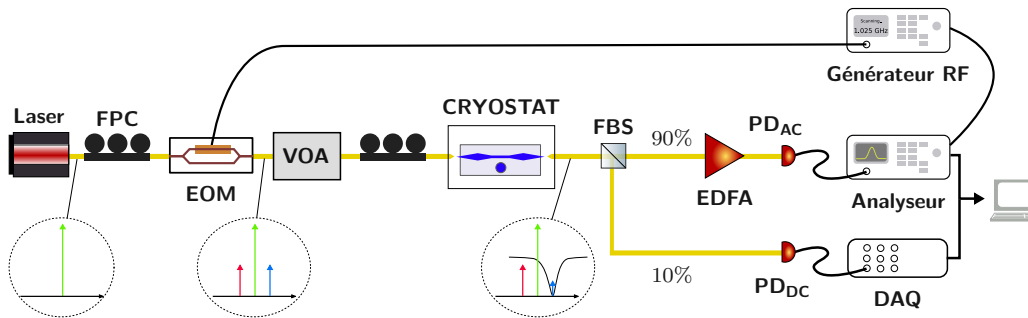


FIG. III.21 – Montage expérimental d’étude de la réponse fréquentielle. EOM : modulateur électro-optique. Le modulateur génère deux bandes latérales de part et d’autre de la fréquence centrale du laser. Le système répond ensuite à cette modulation, et l’analyseur de spectre mesure le battement entre le signal transmis à la fréquence du laser et ceux à la fréquence des bandes latérales.

de réseau scalaire”. Nous avons également à disposition dans notre équipe un analyseur de réseau *Rhode & Schwarz FSL/ZVL* qui permet non seulement d’accéder à l’amplitude mais également à la phase du signal démodulé. Nous avons cependant choisi de travailler avec la combinaison *SMB100/FSP 3* car le bruit d’entrée du *FSL/ZVL* est de  $-140$  dBm/Hz ce qui est 10 fois plus élevé, et incompatible avec nos expériences à basse puissance optique.





# Chapitre IV

## Disque à bouclier mécanique et pertes par ancrage

Dans ce chapitre, nous présenterons plus en détail les pertes mécaniques par ancrage, et les stratégies adoptées pour faire en sorte qu'elle ne soient plus limitantes. En particulier nous présenterons le cas des disques simples, ainsi que les disques à bouclier dans lesquels un disque inférieur produit un bandgap phononique ciblé.

### IV.1 Pertes mécaniques par ancrage : disque simple

#### IV.1.1 Formule analytique

Comme nous l'avons évoqué à la section II.2.2.b, les pertes par ancrage peuvent être déterminées analytiquement dans le cas d'un disque avec un ratio d'aspect élevé  $R_d/h_d \gg 1$ , où le mode mécanique RBM est purement planaire [61]. Bien que cette méthode ne permette pas d'expliquer précisément les pertes par ancrage dans notre cas, où l'épaisseur du disque n'est plus négligeable devant son rayon, elle nous apporte une intuition quant aux paramètres géométriques à optimiser pour réduire ces pertes.

Nous simplifions la formule de [61], pour obtenir :

$$Q_{m,anct} = A \cdot \left(\frac{R_d}{R_p}\right)^4 \cdot \frac{R_d}{h_d} \cdot \sin\left(\frac{2\pi h_p}{c_s}\right)^2 \quad (\text{IV.1})$$

où  $A$  est une constante dépendant des propriétés mécaniques des matériaux et du mode RBM considéré,  $R_p$  et  $h_p$  sont le rayon et la hauteur du piédestal cylindrique, et  $c_s$  la vitesse du son dans le matériau du piédestal. Nous voyons ainsi que les pertes par ancrage dépendent fortement du ratio

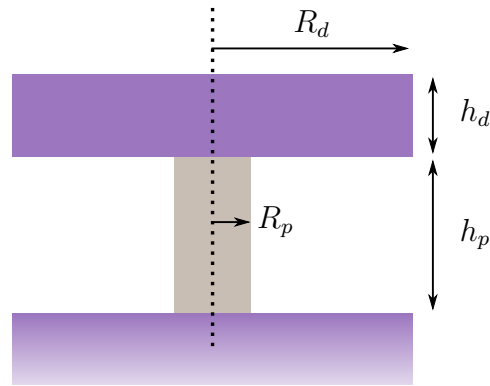


FIG. IV.1 – Géométrie du disque simple en GaAs (violet) sur son piédestal cylindrique en AlGaAs (gris).

$R_d/R_p$ . La dépendance en  $R_d/h_d$  provient du fait qu'une épaisseur plus importante du disque s'accompagne d'un déplacement vertical plus important (*via* le coefficient de Poisson), notamment au niveau de la surface de contact avec le piédestal. Enfin, le terme sinusoïdal dans l'équation (IV.1) est lié à la désadaptation d'impédance acoustique entre le piédestal et le substrat. En effet l'onde acoustique de compression créée dans le piédestal par la vibration du disque se réfléchit à l'interface avec le substrat ; une onde stationnaire se forme alors dans le piédestal. Si la hauteur du piédestal est telle que la surface de contact avec le substrat est un nœud de cette onde, alors  $Q_{m,ancl}$  tend en théorie vers l'infini. En pratique, seule une partie de l'onde dans le piédestal est réfléchi aux interfaces, ce qui assure que  $Q_{m,ancl}$  soit fini.

## IV.1.2 Simulations numériques et mesures expérimentales

### a) Remarques générales

Pour obtenir des résultats cohérents avec les mesures expérimentales nous avons simulé numériquement par éléments finis les pertes par ancrage, comme expliqué à la section II.2.2.b. En particulier, il convient de noter que la méthode analytique présentée ci-dessus repose sur une géométrie de piédestal parfaitement cylindrique. Or les dispositifs à disques simples nano-fabriqués présentent parfois plutôt un piédestal en "trompette" (figure III.14) ; il est donc important de simuler numériquement cette géométrie exacte, pour être au plus proche de l'expérience.

Dans le cas des disques de rayon  $\sim 1 \mu\text{m}$ , nous verrons que la seule manière de réduire les pertes par ancrage est de diminuer le rayon du piédestal. En revanche pour des disques de rayon  $\geq 5 \mu\text{m}$ , il existe des couples

$\{R_d, R_p\}$  où  $Q_{m,ancre} \geq 10^6$  dans les simulations avec un rayon de piédestal relativement élevé. Cela est particulièrement intéressant pour deux raisons :

- Un piédestal extrêmement fin rend les structures fragiles : il est courant que le disque bascule et se colle au substrat, lorsque le rayon du piédestal est plus de 20 fois inférieur à celui du disque.
- La conductance thermique du piédestal évolue en  $R_p^2$ . Il est donc favorable pour la dissipation thermique de la chaleur accumulée dans le disque (par absorption) que le piédestal soit le plus large possible. Cela nous permet notamment d'atténuer l'effet thermo-optique et les instabilités qui y sont liées.

### b) Disques de rayon $\sim 1 \mu\text{m}$

La figure IV.2, tirée de [79], représente le facteur de qualité mécanique expérimental ainsi que les résultats des simulations par éléments finis pour les pertes par ancrage, en fonction du rayon du piédestal, pour un disque de rayon  $R_d = 1 \mu\text{m}$  et d'épaisseur  $h_d = 320 \text{ nm}$ .

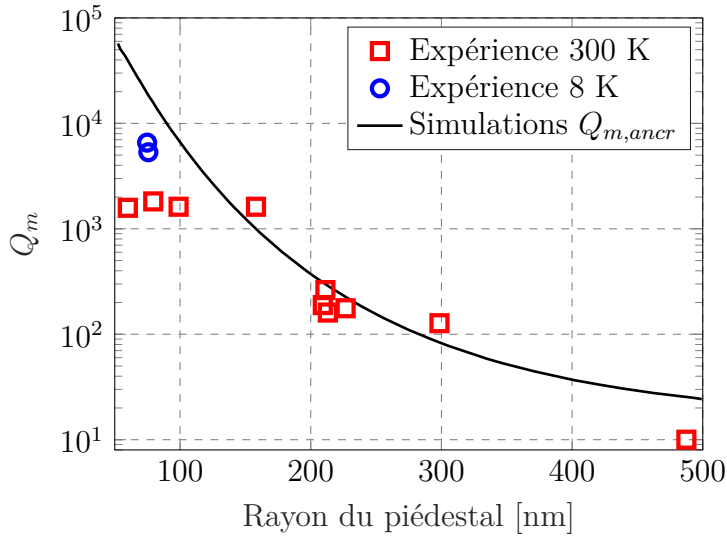


FIG. IV.2 – Mesures expérimentales du facteur de qualité mécanique pour le 1<sup>er</sup> à 8 K et 300 K et simulation numérique par éléments finis. Le système est un disque simple de rayon  $R_d = 1 \mu\text{m}$ , d'épaisseur  $h_d = 320 \text{ nm}$ .

Nous constatons tout d'abord qu'à 300 K, au delà d'un rayon de piédestal de 150 nm, les pertes mécaniques semblent être dominées par les pertes par ancrage, comme le suggèrent le bon accord avec les simulations numériques.

En revanche, nous observons un plateau en deçà de 150 nm (données rouges), qui semble correspondre à un autre canal de pertes limitant. Cela est confirmé par les mesures à 8 K sur les mêmes disques, qui présentent un facteur de qualité mécanique plus important, et suggèrent un canal de dissipation limitant qui dépend de la température.

Si l'on arrivait à s'affranchir de ce canal de dissipation, nous pourrions atteindre sur ces structures, d'après les simulations numériques, un facteur de qualité mécanique  $Q_m \simeq 6 \cdot 10^4$  pour un rayon de piédestal de 50 nm. Or nous rappelons que dans le cadre du refroidissement optique par bande latérale, pour atteindre moins d'un phonon mécanique, nous avons besoin d'au moins  $Q_m \geq 10^5$  (cf. section II.4). Par ailleurs, comme nous l'avons remarqué plus haut, travailler avec un piédestal extrêmement fin n'est pas idéal pour la fragilité de la structure et sa dissipation thermique. Nous allons donc nous intéresser au paragraphe suivant à des disques de rayon plus élevé.

### c) Disques de rayon $\geq 5 \mu\text{m}$

Partant du constat précédent, nous avons recherché des géométries de disques permettant d'avoir  $Q_{m,ancr} \geq 10^5$ , avec des piédestaux relativement larges et une bonne tolérance par rapport aux paramètres géométriques, afin que la nano-fabrication de tels dispositifs soit réalisable. La figure IV.3 illustre cette recherche.

Nous avons tout d'abord exploré des rayons de disque entre 1 et 5  $\mu\text{m}$ , avec des piédestaux de hauteur variable, supérieure à 1.1  $\mu\text{m}$ . Nous avons ainsi trouvé des zones où  $Q_{m,ancr}$  peut atteindre  $10^6$ , mais ces zones sont trop étroites dans l'espace des paramètres pour que nous puissions nano-fabriquer de telles structures avec une tolérance suffisante. En revanche, cette première série de simulations nous a permis d'entrevoir une zone large où  $Q_{m,ancr} \gg 10^5$  pour des disques de rayon supérieur à 5  $\mu\text{m}$ , que nous avons confirmée par une deuxième série de simulations entre 5 et 6.5  $\mu\text{m}$ . En effet, nous avons trouvé une zone de rayons du disque et du piédestal, extrêmement tolérante, permettant de dépasser largement  $Q_{m,ancr} = 10^5$  avec un rayon du piédestal seulement  $\sim 6$  fois inférieur à celui du disque. Cela est excellent aussi bien pour la mécanique que pour la dissipation thermique. C'est pourquoi ces dispositifs ont été utilisés pour caractériser la dissipation mécanique intrinsèque, au delà des pertes par ancrage, dans le chapitre V.

Malheureusement, de tels dispositifs ne sont pas idéaux pour le refroidissement par bande latérale dans le régime quantique pour deux raisons principales :

- La constante de couplage optomécanique  $g_0$  pour des disques aussi

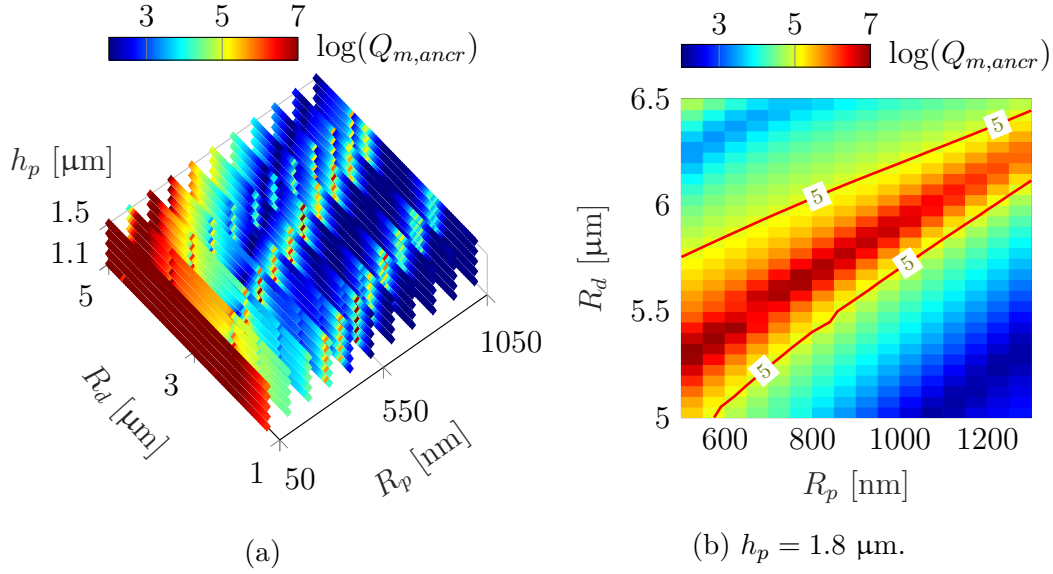


FIG. IV.3 – (a) Recherche de rayons de disque et de piédestal permettant d’avoir  $Q_{m,anct} \geq 10^5$ . (b) Pertes par ancrage simulées pour des disques de rayon supérieur à  $5 \mu\text{m}$  et des piédestaux de rayon supérieur à  $500 \text{ nm}$ . Dans les deux figures l’épaisseur du disque est de  $200 \text{ nm}$ .

grands est beaucoup plus faible ( $\gtrsim 10$  fois) que pour des disques de  $R_d \sim 1 \mu\text{m}$ . Étant donné que ce paramètre est au carré dans le taux de dissipation optomécanique (équation (II.17)), cela est extrêmement handicapant pour le refroidissement.

- La fréquence mécanique du mode mécanique RBM 1 des disques de  $5 \mu\text{m}$  est de l’ordre de  $250 \text{ MHz}$ , contre  $\sim 3 \text{ GHz}$  pour le RBM 2 des disques de  $1 \mu\text{m}$ . Cela augmente de près de 100 le facteur  $\frac{\kappa^2}{\Omega_m^2}$ , et nous éloigne de la limite des bandes latérales résolues qui est importante pour avoir un refroidissement efficace (*cf.* section II.4).

L’ensemble des études effectuées sur disques simples nous a donc conduit à rechercher une autre stratégie pour augmenter le facteur de qualité mécanique sans détériorer les autres paramètres jouant un rôle dans le refroidissement par bande latérale.

## IV.2 Disques à bouclier mécanique

Comme nous avons pu le voir dans le chapitre III, la stratégie adoptée ensuite a été celle de géométries plus complexes dans la direction verticale

(figure III.13). Cette approche repose sur le fait qu'un disque inférieur intégré dans le piédestal agit comme un bouclier phononique, isolant du substrat le mode mécanique RBM du disque supérieur, et réduisant ainsi les pertes par ancrage.

## IV.2.1 Principe du bouclier phononique

### a) Vision simplifiée

Une manière simple d'expliquer le bouclier phononique est illustrée sur la figure IV.4. Lorsque le disque supérieur subit une expansion radiale, le disque inférieur (bouclier) se déforme radialement en opposition de phase. Le disque supérieur réduit son épaisseur en raison du coefficient de Poisson, alors que le bouclier devient plus épais. La hauteur globale du système {disque + bouclier} reste donc constante et aucune onde acoustique de compression n'est transmise dans le piédestal liant le bouclier et le substrat. Cela constitue une réduction importante des pertes par ancrage.

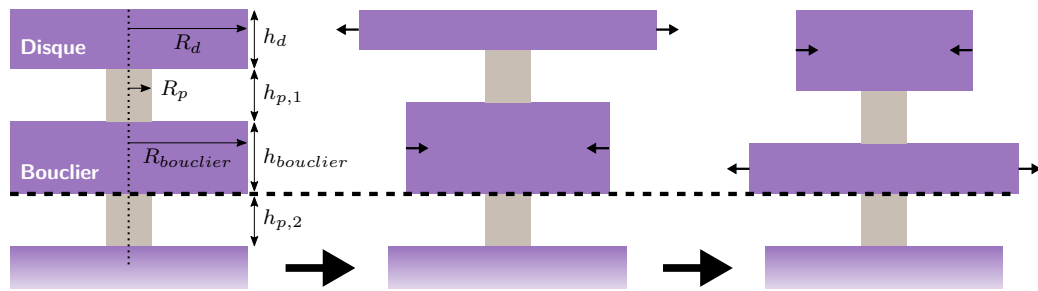


FIG. IV.4 – Principe de fonctionnement du bouclier phononique. Le disque et le bouclier se déplacent radialement en opposition de phase.

### b) Simulations numériques

En raison de l'épaisseur des disques, non négligeable par rapport à leur rayon, la vision simplifiée ci-dessus est insuffisante pour expliquer la physique du problème. En particulier les piédestaux ne supportent pas seulement des ondes acoustiques de compression verticale. Le phénomène de conservation de la hauteur système {disque + bouclier} ne supprime donc pas totalement le déplacement transmis via le piédestal inférieur vers le substrat. En revanche, les simulations numériques par éléments finis, présentées à la section II.2.2.b, tiennent compte de tous ces éléments, et nous montrent que l'on peut tout de même atteindre des facteurs de qualités par ancrage élevés ( $Q_{m,ancre} \geq 10^6$ ) avec des structures à bouclier phononique.

Les paramètres géométriques que nous faisons varier dans les simulations sont les suivants :

- Rayons des disques  $R_d$ ,  $R_{bouclier}$
- Épaisseur du disque  $h_d$
- Épaisseur du bouclier  $h_{bouclier}$
- Rayon des piédestaux  $R_p$
- Hauteurs des piédestaux supérieur et inférieur  $h_{p,1}$  et  $h_{p,2}$

L'objectif de ces simulations est de trouver un jeu de paramètres correspondant à un facteur de qualité mécanique par ancrage supérieur à  $10^5$ , qui soit le plus tolérant possible par rapport aux variations de ces paramètres. En effet notre niveau de contrôle de la nano-fabrication ne permet pas d'atteindre une précision absolue sur les dimensions des structures, et il est important de tenir compte de cela lors des simulations numériques. En particulier, le contrôle des épaisseurs est de l'ordre de  $\pm 3\%$  lors de l'épitaixie, ce qui correspond pour des épaisseurs d'environ 300 – 500 nm à une tolérance de  $\pm 9 - 15$  nm. Le contrôle des rayons des disques et boucliers dépend grandement de la verticalité de la gravure ICP-RIE. Idéalement les deux rayons doivent être égaux, mais en pratique des variations de  $\pm 10 - 30$  nm existent. Les rayons des piédestaux sont quant à eux contrôlés par la sous-gravure HF qui permet d'avoir une précision de l'ordre de 25 nm, sans tenir compte de la forme non-cylindrique qui existe aussi bien souvent. Enfin, pour avoir une bonne dissipation thermique, il est important également de maximiser le rayon des piédestaux.

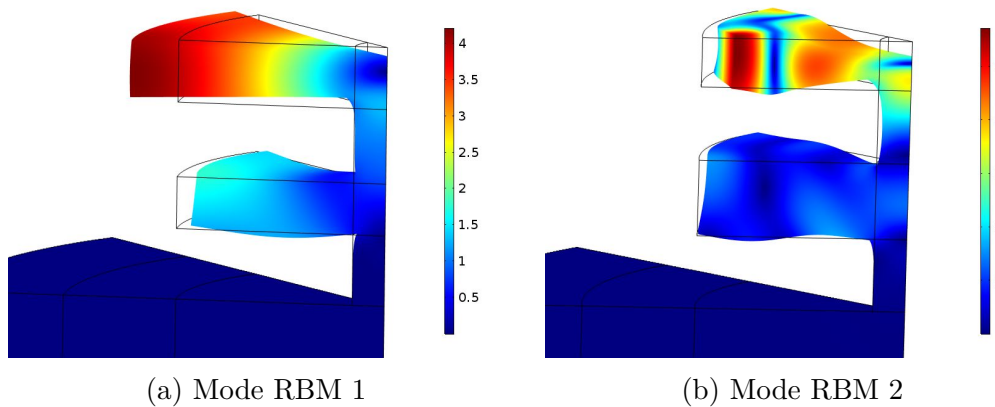


FIG. IV.5 – Simulations numériques par éléments finis des modes mécaniques pour des structures à bouclier phononique. Les échelles de couleur correspondent au déplacement total, en échelle logarithmique, en unités arbitraires.

La figure IV.5 représente les deux structures à bouclier respectivement optimisées pour les modes mécaniques RBM 1 et RBM 2. Nous y voyons



clairement l'influence du bouclier phononique en terme de déplacement du pied du piédestal inférieur, à comparer au déplacement visible pour un simple disque en figure II.8 du chapitre II.

Nous présentons au paragraphe suivant la procédure numérique d'optimisation des paramètres géométriques pour les structures à bouclier phononique.

## IV.2.2 Optimisation de la géométrie : algorithme génétique

### a) Principe de l'algorithme génétique

Étant donné que notre espace de paramètres à optimiser possède une dimension élevée (7), une recherche systématique du maximum de  $Q_{m,ancre}$  par un algorithme déterministe de type gradient serait beaucoup trop longue et hasardeuse, risquant de nous "piéger" dans le premier maximum local rencontré. Par ailleurs nous ne recherchons pas seulement un maximum local, mais un maximum suffisamment tolérant par rapport à notre contrôle de la nano-fabrication. Nous avons donc choisi d'utiliser un algorithme d'optimisation probabiliste, l'algorithme génétique [80].

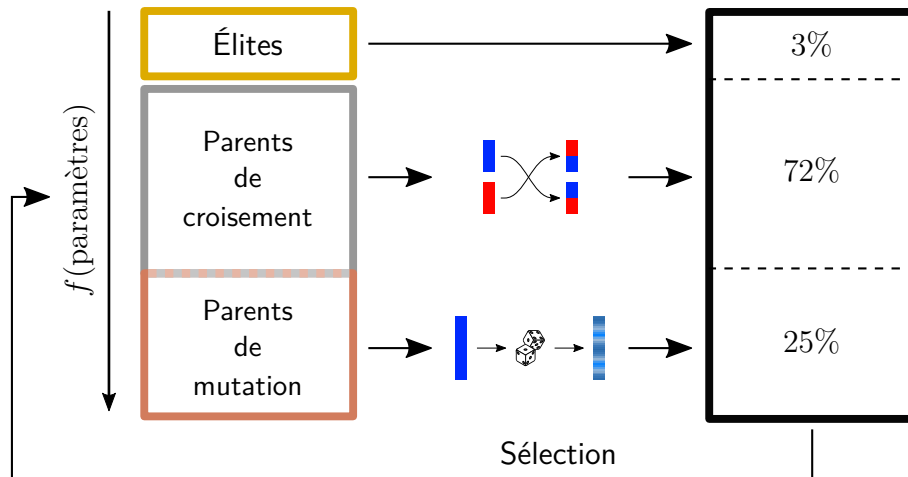


FIG. IV.6 – Principe de l'algorithme génétique. L'objectif est de minimiser la fonction de score  $f$ . Nous partons d'une population de 90 points ("individus"). Les "individus" sont classés par score décroissant. 3% des individus (élites) sont conservés pour la génération suivante. 72% (parents de croisement) se "reproduisent" et donnent des génomes résultant de leurs croisements. 25% subissent des mutations, c.-à-d. des modifications aléatoires de leurs paramètres. Une population de seconde génération est alors créée, qui va à son tour être traitée de la même manière.

Le principe de cet algorithme, résumé sur la figure IV.6, repose sur l'optimisation des paramètres géométriques (regroupés dans un vecteur de dimension 7 appelé *génome*) afin de minimiser une fonction de score. Cette fonction peut simplement correspondre au facteur de qualité mécanique par ancrage  $Q_{m,ancre}$ , mais nous utiliserons un score qui vise à maximiser aussi bien la valeur de ce facteur de qualité que sa tolérance par rapport aux paramètres géométriques. Pour cela à chaque point de l'espace à 7 dimensions, nous calculons les valeurs de  $Q_{m,ancre}$  en faisant varier chaque paramètre, en positif ou négatif, de sa tolérance maximale, tout en gardant les autres paramètres constants. Ainsi chaque génome considéré par l'algorithme correspond au calcul de  $1 + 2 \times 7 = 15$  valeurs de  $Q_{m,ancre}$ .

La fonction de score  $f(h_d, h_{bouclier}, R_d, R_{bouclier}, R_p, h_{p,1}, h_{p,2})$  à minimiser est définie de la manière suivante :

$$f(\text{paramètres}) = -\log \left[ \left( \prod_{i=1}^7 \text{tolérance}(\text{param. } i) \right) \cdot \text{seuil}(\log Q_{m,ancre})^2 \right] \quad (\text{IV.2})$$

où :

$$\begin{aligned} \text{tolérance}(\text{param. } i) &= \prod_{\pm} \text{seuil} \left[ \log Q_{m,ancre}(\text{param. } i \pm \Delta(\text{param. } i)) \right] \\ \text{seuil}(x) &= \begin{cases} \frac{2}{1 + \exp(-10 \cdot (x - \text{seuil}_{min}))} & (x \leq \text{seuil}_{min}) \\ 0.9 + \frac{0.2}{1 + \exp(-10 \cdot (x - \text{seuil}_{min}))} & (x > \text{seuil}_{min}) \end{cases} \\ \text{seuil}_{min} &= \log(2 \cdot 10^5) \end{aligned} \quad (\text{IV.3})$$

La fonction  $\text{seuil}(x)$  est légèrement supérieure à 1 pour un facteur de qualité supérieur à  $2 \cdot 10^5$ , et tend rapidement vers 0 en deçà. Le score final correspond au produit des fonctions  $\text{seuil}(\log Q_{m,ancre})$  pour les 15 valeurs de  $Q_{m,ancre}$  calculées, en favorisant la valeur centrale (au carré dans l'équation (IV.2)). Cette méthode nous permet d'obtenir des pics de  $Q_{m,ancre}$  centrés et tolérants.

## b) Contraintes d'optimisation

La nano-fabrication et le refroidissement par bande latérale induisent les contraintes suivantes :

- Nous souhaitons avoir une fréquence mécanique élevée ( $\gtrsim 1$  GHz) tout en conservant un bon facteur de qualité optique. Nous avons choisi un

	$\Delta h_{p,1}$	$\Delta h_{p,2}$	$\Delta h_d$	$\Delta h_{bouclier}$	$\Delta R_p$	$\Delta R_d$	$\Delta R_{bouclier}$
(nm)	15	15	15	15	50	10	10

TAB. IV.1 – Tolérances de nano-fabrication des différents paramètres géométriques, utilisées pour le calcul de la fonction score  $f$  de l’algorithme génétique.

	$h_{p,1}$	$h_{p,2}$	$h_d$	$h_{bouclier}$	$R_p$	$R_d$	$R_{bouclier}$
min (nm)	450	350	380	200	200	1300	1300
max (nm)	550	450	400	600	260	1300	1300

TAB. IV.2 – Exemple de bornes des différents paramètres géométriques, utilisées pour l’algorithme génétique.

rayon de disque  $R_d = 1.3 \mu\text{m}$  qui donne des modes RBM 1 à  $\sim 1$  GHz et des modes RBM 2 à  $\sim 2.8$  GHz (notre électronique, analyseur de spectre et de réseau, coupe à 3 GHz).

- L’épaisseur du disque doit être suffisamment importante pour ne pas limiter le facteur de qualité optique par courbure. En pratique cela correspond à une épaisseur supérieure à 350 nm, d’après les simulations des pertes par courbure (*cf.* section II.1.2.a).
- L’épaisseur des piédestaux doit être suffisamment importante pour qu’il n’y ait pas de couplage de lumière entre le disque (resp. guide supérieur 1) et le bouclier (resp. guide inférieur 2). Pour cela les hauteurs des piédestaux doivent dépasser 250 nm. Elle ne doivent pas être trop importantes non plus ( $\lesssim 1 \mu\text{m}$ ) ce qui rendrait la gravure ICP-RIE trop profonde, et plus complexe à contrôler.
- Les rayons des piédestaux doivent être les plus importants possibles afin de favoriser la dissipation de la chaleur accumulée dans le disque, ce qui est un point majeur pour éviter les instabilités thermo-optiques.

Des exemples de bornes et de tolérances des paramètres utilisées pour l’algorithme génétique sont présentées dans les tableaux IV.1 et IV.2.

### c) Résultats pour les modes RBM 1 et RBM 2

Les résultats de l’optimisation par algorithme génétique pour les modes mécaniques RBM 1 et RBM 2 sont résumés dans le tableau IV.3.

La figure IV.7 illustre la tolérance de la structure RBM 1 en fonction des différents paramètres géométriques. Nous rappelons que l’objectif est

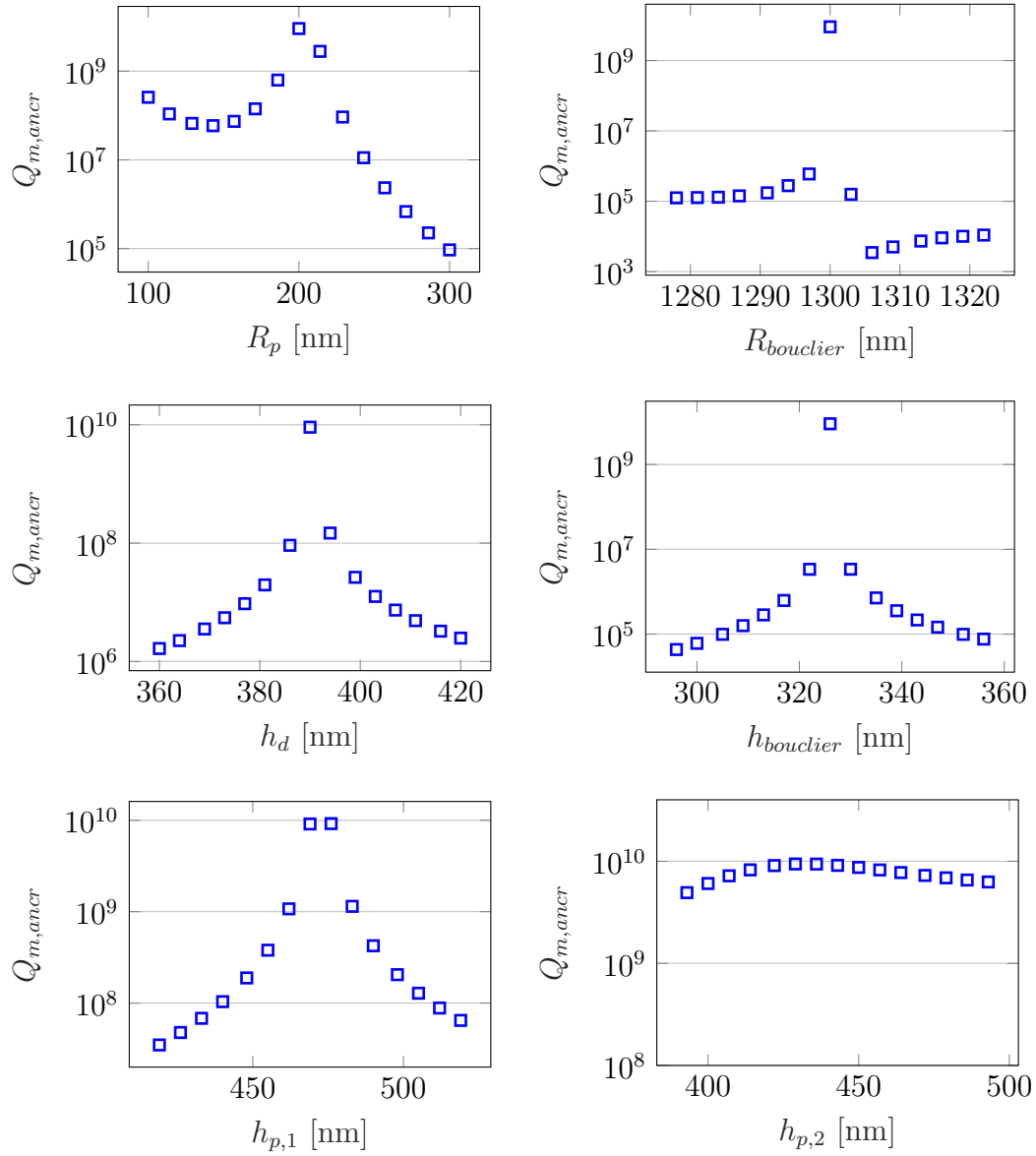


FIG. IV.7 – Tolérance du facteur de qualité mécanique par ancrage simulé par rapport aux paramètres géométriques, pour la structure RBM 1 optimisée avec l’algorithme génétique.

	$h_{p,1}$	$h_{p,2}$	$h_d$	$h_{bouclier}$	$R_p$	$R_d$	$R_{bouclier}$
RBM 1 (nm)	469	443	390	326	250	1300	1300
RBM 2 (nm)	513	380	380	415	200	1300	1300

TAB. IV.3 – Paramètres géométriques des structures optimisées par l’algorithme génétique pour les modes mécaniques RBM 1 et RBM 2.

de dépasser  $Q_{m,ancre} = 10^5$ . Dans les plages de tolérances considérées, trois paramètres sont cruciaux pour le facteur de qualité mécanique par ancrage :

- **$R_{bouclier}$  et  $h_{bouclier}$**  : Cela s’explique par le fait que le facteur de qualité mécanique par ancrage est sensible avant tout à la géométrie du bouclier. En effet lorsque le rayon de celui-ci diffère légèrement de celui du disque (quelques nanomètres), le facteur de qualité diminue fortement, ce qui souligne l’importance d’une gravure ICP-RIE la plus verticale possible (ou éventuellement en “V”). La hauteur du bouclier présente, elle, une tolérance de l’ordre de 40 nm, ce qui est parfaitement réalisable avec l’épithaxie par jet moléculaire.
- **$R_p$**  : Jusqu’à un rayon de piédestal de 300 nm, le facteur de qualité mécanique par ancrage est au delà de  $10^5$ . Par rapport à une structure à disque simple (figure IV.2), nous gagnons ainsi 250 nm sur le rayon du piédestal, ce qui est extrêmement positif pour la dissipation thermique. Il s’agit d’un grand avantage des structures à bouclier phononique.

Les autres paramètres influent moins sur le facteur de qualité mécanique par ancrage ( $Q_{m,ancre} \gg 10^5$ ), dans leurs plages de tolérances. Ils ne sont donc pas limitants lors de la nano-fabrication.

Dans le cas de la structure optimisée pour le mode mécanique RBM 2, étant donné la complexité du profil de déplacement de celui-ci, les tolérances sont inférieures au cas du RBM 1. En particulier, le rayon maximal du piédestal tel que  $Q_{m,ancre} \geq 10^5$  est de 230 nm, ce qui est moins avantageux. Par ailleurs d’autres défauts de symétrie (décentrage du piédestal, forme en berlingot) sont beaucoup plus dommageables pour la structure RBM 2 que pour la structure RBM 1.

Pour finir, nous présentons sur la figure IV.8 le facteur de qualité mécanique par ancrage en fonction de deux paramètres des moins tolérants,  $R_p$  et  $h_{bouclier}$ , pour les deux structures. Nous confirmons ainsi le fait que le mode RBM 1 est plus tolérant que le RBM 2. Nous pouvons comprendre cela intuitivement par le fait que le déplacement vertical dans le disque et le piédestal supérieur est plus important pour le mode RBM 2 ; le bouclier

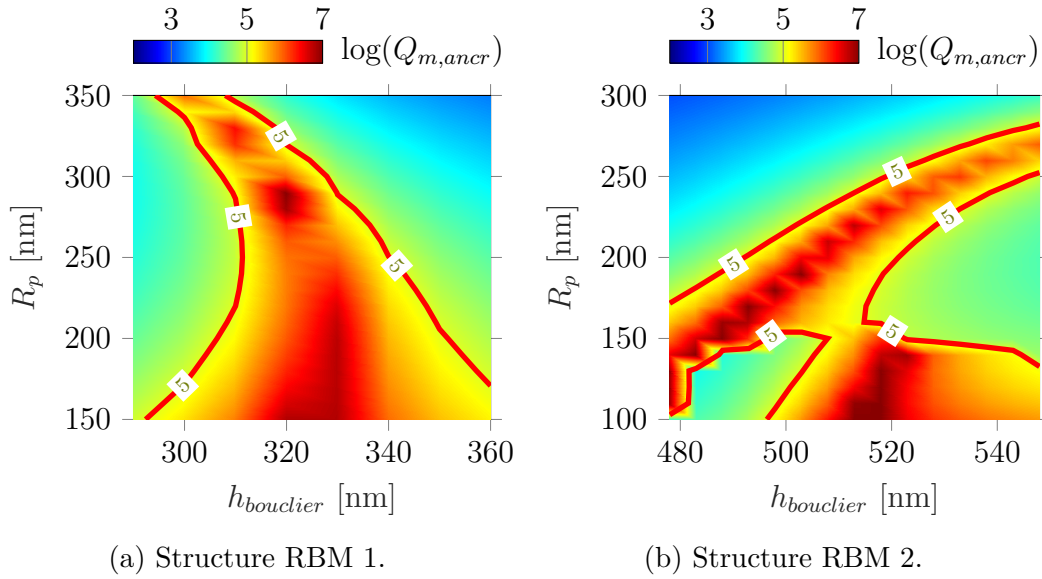


FIG. IV.8 – Facteur de qualité mécanique par ancrage simulé en fonction de deux des paramètres les moins tolérants  $R_p$  et  $h_{bouclier}$ , pour les deux structures (RBM 1 et RBM 2) présentées au tableau IV.3.

doit donc compenser un déplacement plus important, tâche plus difficile à effectuer sur une large plage de paramètres géométriques.

### IV.2.3 Mesures expérimentales

#### a) Première génération de disques à bouclier

La première génération de résonateurs à bouclier, non optimisée par algorithme génétique, est une structure de hauteur totale  $4.3 \mu\text{m}$ , dont la géométrie est résumée dans le tableau IV.4.

	$h_{p,1}$	$h_{p,2}$	$h_d$	$h_{bouclier}$	$R_p$	$R_d$	$R_{bouclier}$
(nm)	2000	500	320	1500	200	1000	1000

TAB. IV.4 – Dimensions de la première génération de double disques.

Cette structure présente déjà une amélioration du facteur de qualité mécanique mesuré, par rapport aux disques simples [81]. En effet, elle permet de gagner environ un ordre de grandeur pour des piédestaux de rayon supérieur à 200 nm, et d'atteindre jusqu'à  $Q_m \simeq 2 \cdot 10^3$  contre  $Q_m \simeq 2 \cdot 10^2$  pour des disques simples. En revanche, sa hauteur importante la rend fragile, ce qui

empêche de travailler avec des piédestaux plus fins, et surtout augmente les problèmes de gravure d'ICP-RIE exposés à la section III.2.3.c. La figure IV.9 montre une image au microscope à balayage électronique de cette structure à bouclier de première génération, ainsi que les mesures du facteur de qualité mécanique en fonction du rayon du piédestal, tirées de [81].

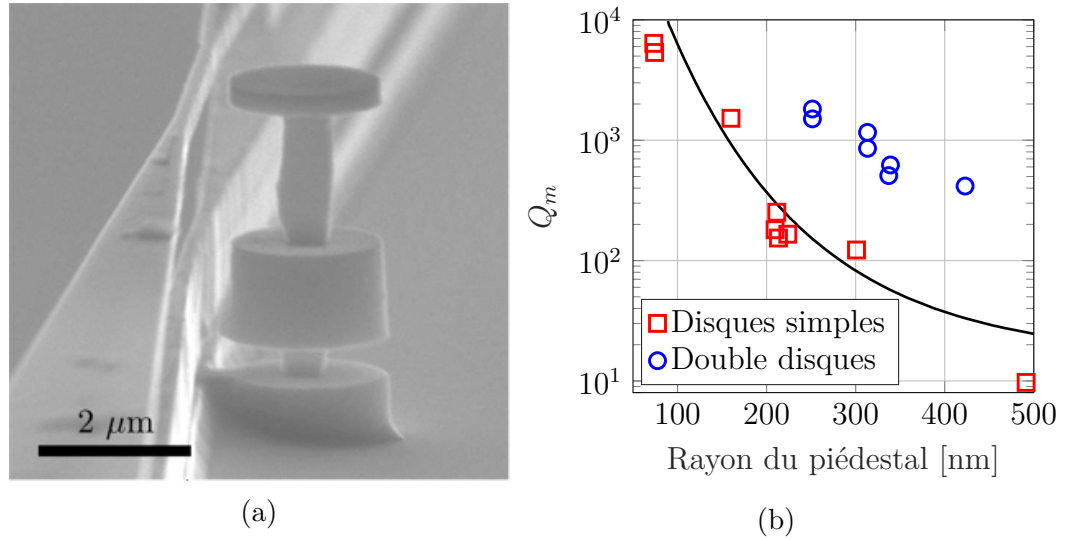


FIG. IV.9 – (a) Image MEB de la structure à bouclier de première génération. (b) Comparaison des mesures expérimentales de  $Q_m$  pour des disques simples et la structure à bouclier de première génération, en fonction du rayon du piédestal.

### b) Structures optimisées numériquement pour le RBM 2

Les premières structures optimisées par algorithme génétique que nous avons fabriquées sont celles optimisées pour le RBM 2. Une image au microscope à balayage électronique d'une telle structure est présentée au chapitre III sur la figure III.13. Le rayon des piédestaux est d'environ 200 nm. Nous mesurons la largeur mécanique  $\Gamma_{m,eff}$  en fonction de la puissance lumineuse injectée et extrapolons à puissance nulle à  $T = 3$  K (figure IV.10) pour éviter les modifications de  $\Gamma_m$  par la lumière.

Pour un mode mécanique RBM 2 d'une fréquence  $f_m = 2.95$  GHz, nous obtenons  $\Gamma_m/2\pi = 387 \pm 5$  kHz, ce qui correspond à un facteur de qualité mécanique  $Q_m \simeq 7600$ . Nous sommes loin des  $Q_m \gtrsim 10^5$  simulés par algorithme génétique, ce qui peut s'expliquer par la sensibilité du mode RBM 2 aux défauts de symétrie (centrage du piédestal, profil en "A" de la gravure ICP-RIE, forme en berlingot du piédestal).

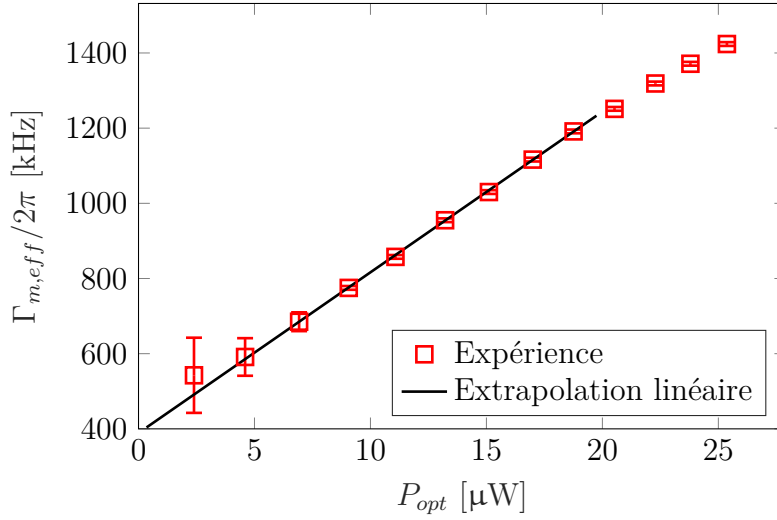


FIG. IV.10 – Taux de dissipation mécanique effectif  $\Gamma_{m,eff} = \Gamma_m + \Gamma_{opt}$ , mesuré en fonction de la puissance lumineuse injectée dans le disque  $P_{opt}$ , à  $T = 3$  K, pour un mode RBM 2 à  $f_m = 2.95$  GHz. L'extrapolation linéaire donne  $\Gamma_m/2\pi = 387 \pm 5$  kHz.

Nous avons mesuré le mode RBM 1 sur cette même structure, et avons obtenu :  $f_m = 1.07$  GHz,  $\Gamma_m/2\pi = 50.5 \pm 1$  kHz et  $Q_m \simeq 21000$ . Cette structure à bouclier phononique, *a priori* non optimisée pour le RBM 1, donne un meilleur résultat pour ce mode que pour le RBM 2, ce qui s'explique par sa plus grande tolérance aux défauts de symétrie cités ci-dessus.

Notons enfin que les deux facteurs de qualité (RBM 1 et RBM 2) sont plus élevés que pour toutes les structures déjà fabriquées (disques simples et première génération de disques à bouclier), et sont à l'état de l'art en terme de produit  $Q_m \times f_m$  pour les résonateurs nano-mécaniques en GaAs ( $Q_m \times f_m \simeq 2.25 \cdot 10^{13}$ ). Ils sont néanmoins encore insuffisants pour le refroidissement par bande latérale, où nous avons besoin de  $Q_m \geq 10^5$  ( $Q_m \times f_m \geq 10^{14}$ ). Nous verrons au chapitre suivant que d'autres canaux de dissipation, intrinsèques au cristal de GaAs et à ses surfaces, peuvent expliquer pourquoi nos structures à géométrie optimisée ne permettent pas encore de s'envoler largement au delà de  $Q_m = 10^5$ .





# Chapitre V

## Dissipation mécanique intrinsèque dans les nano-résonateurs GaAs

Dans ce chapitre nous étudions la dissipation mécanique intrinsèque de nos nano-résonateurs. En particulier, nous travaillons avec une structure à disque simple de rayon  $R_d = 5.5 \mu\text{m}$ , d'épaisseur  $h_d = 200 \text{ nm}$ , reposant sur un piédestal de rayon  $R_p \simeq 500 \text{ nm}$  et de hauteur  $h_p = 1.8 \mu\text{m}$  (exemple sur la figure V.1). Nous nous sommes concentrés sur le mode mécanique RBM 1 de fréquence  $f_m \simeq 260 \text{ MHz}$ . Comme nous l'avons vu à la figure IV.3, cette structure présente un facteur de qualité mécanique par ancrage simulé de  $Q_{m,ancre} \geq 5.5 \cdot 10^5$ , ce qui correspond à  $\Gamma_{m,ancre} \leq 2\pi \cdot 470 \text{ Hz}$ . Avec de telles valeurs, nous ne sommes pas limités par les pertes par ancrage, et notre tolérance de fabrication pour cette structure nous assure que ces valeurs sont atteintes. Ce disque est donc une structure de choix pour étudier les pertes mécaniques intrinsèques.

Dans ce chapitre, il sera systématiquement mesuré sous vide ( $10^{-5} - 10^{-6}$  mbar) afin de s'assurer que la dissipation fluïdique du mouvement est également négligeable, donnant ainsi un accès direct à la dissipation intrinsèque.

Nous considérons deux mécanismes de dissipation : l'un est dû à l'interaction phonon-phonon entre phonons "acoustiques" (à la fréquence mécanique  $f_m$ ) et "thermiques" (à la fréquence  $\sim k_B T/h$ ) dans le cœur du matériau, l'autre à l'interaction des phonons acoustiques avec des "défauts" microscopiques modélisés par des systèmes à deux niveaux. Nous présentons dans un premier temps les deux modèles de dissipation mécanique, puis comparons avec nos mesures expérimentales dans un second temps. Le travail exposé dans ce chapitre est l'objet d'une publication [82].

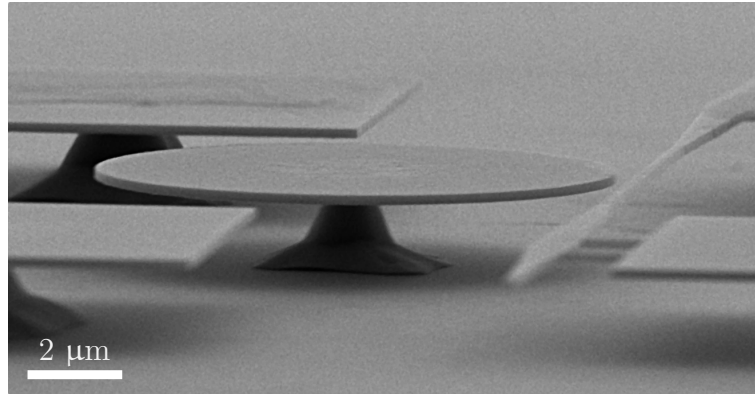


FIG. V.1 – Image au microscope à balayage électronique de la structure utilisée pour les mesures de dissipation mécanique intrinsèque.

## V.1 Interaction entre phonons acoustiques et thermiques

Dans un matériau cristallin, comme le GaAs, l'énergie acoustique (mécanique) peut être dissipée de deux manières. L'une est associée au réajustement irréversible des populations de phonons thermiques lorsqu'elles sont perturbées de leur équilibre par la déformation acoustique. Il s'agit de l'effet Akhiezer décrit dans [83, 84]. L'autre est associée au transfert irréversible de chaleur entre des zones de déformation non homogènes dans la cristal. C'est l'effet thermo-élastique (TED) [84–88].

### V.1.1 Viscoélasticité des phonons : effet Akhiezer

#### a) Équation de Boltzmann

Pour décrire l'atténuation mécanique dans le cristal, nous commençons par définir ses modes de vibration, correspondant aux phonons dits thermiques. Ils sont caractérisés par un vecteur d'onde  $\mathbf{q}$  et un indice de polarisation  $p$  que l'on note  $\lambda = (\mathbf{q}, p)$ . Chaque mode possède un nombre de phonons à l'équilibre donné par la distribution de Bose-Einstein  $n(\omega_\lambda) = 1/[\exp(\hbar\omega_\lambda/k_B T) - 1]$ . En revanche, lorsqu'une vibration mécanique ("acoustique") déforme légèrement le cristal, la fréquence de chaque mode  $\omega_\lambda$  est modifiée localement ainsi que le nombre de phonons à l'équilibre, ce qui donne au premier ordre [84] :

$$\begin{cases} \omega_\lambda(\vec{x}, t) = \omega_\lambda[1 - \gamma_{\lambda,ij} \eta_{ij}(\vec{x}, t)] \\ \bar{n}_\lambda(\vec{x}, t) = \frac{1}{\exp\left(\frac{\hbar\omega_\lambda(\vec{x}, t)}{k_B T(\vec{x}, t)}\right) - 1} \end{cases} \quad (\text{V.1})$$

où  $\vec{x}$  est la vecteur position,  $\eta_{ij}(\vec{x}, t)$  est le tenseur de déformations lié au mode mécanique, et les  $\gamma_{\lambda,ij}$  sont les coefficients de Grüneisen du mode  $\lambda$ .

Cependant, étant donné que les temps de relaxation des phonons sont finis, la distribution  $\bar{n}_\lambda(\vec{x}, t)$  n'est pas forcément atteinte, et l'on écrit la distribution réelle comme :

$$N_\lambda(\vec{x}, t) = n(\omega_\lambda) + \Delta N_\lambda(\vec{x}, t) \quad (\text{V.2})$$

Cette distribution est solution de l'équation de Boltzmann [84] :

$$\begin{cases} \frac{\partial N_\lambda}{\partial t} + \frac{1}{\hbar} \left[ \frac{\partial N_\lambda}{\partial x_i} \frac{\partial H_\lambda}{\partial q_i} - \frac{\partial N_\lambda}{\partial q_i} \frac{\partial H_\lambda}{\partial x_i} \right] = \left[ \frac{\partial N_\lambda}{\partial t} \right]_{coll} \\ H_\lambda(\vec{x}, t) = \hbar\omega_\lambda(\vec{x}, t) \end{cases} \quad (\text{V.3})$$

où  $(x, q)$  sont les variables conjuguées *position* et *quantité de mouvement*, et  $H_\lambda(\vec{x}, t)$  est le hamiltonien du phonon  $\lambda$  isolé [89] ; le terme de droite décrit l'interaction du phonon  $\lambda$  avec les autres phonons. Chaque mode  $\lambda$  se rééquilibre avec un temps caractéristique  $\tau_\lambda$ , et si l'on effectue l'approximation du temps de collision, où tous les  $\tau_\lambda$  sont égaux à un temps moyen  $\tau_{ph}$ , on a alors :

$$\left[ \frac{\partial N_\lambda}{\partial t} \right]_{coll} = -\frac{\Delta N_\lambda(\vec{x}, t)}{\tau_{ph}} \quad (\text{V.4})$$

Le coefficient d'atténuation du mode mécanique *via* interaction avec les phonons thermiques peut alors être obtenu exactement [83, 84] (nous omettons les vecteurs de base  $\hat{e}_i \hat{e}_k \hat{q}_j \hat{q}_l$  sur lesquels sont projetés les tenseurs, par soucis de lisibilité. Les sommes sur  $i, j, k, l$  sont donc implicites) :

$$\begin{aligned} \alpha_{ph-ph} &\equiv \frac{\Omega_m}{2 Q_{m,ph-ph} \bar{c}} \\ &= \frac{C_{th} T}{2 \rho_{GaAs} \bar{c}^3} \text{Re} \left[ \left\langle \frac{\gamma_{ij} \gamma_{kl}}{1 + i\Omega_m \tau_{ph} (1 - \zeta)} \right\rangle + \right. \\ &\quad \left. \frac{\left\langle \frac{\gamma_{ij}}{1 + i\Omega_m \tau_{ph} (1 - \zeta)} \right\rangle \left\langle \frac{\gamma_{kl}}{1 + i\Omega_m \tau_{ph} (1 - \zeta)} \right\rangle}{1 + \left\langle [1 + i\Omega_m \tau_{ph} (1 - \zeta)]^{-1} \right\rangle} \right] \Omega_m^2 \tau_{ph} \end{aligned} \quad (\text{V.5})$$

où  $C_{th}$  est la capacité calorifique volumique du matériau et  $\rho_{GaAs}$  sa densité.  $3/\bar{c}^3 = 1/c_l^3 + 2/c_t^3$  est la vitesse du son de Debye moyenne, où  $c_l$  (resp.  $c_t$ ) est la vitesse du son longitudinale (resp. transversale), et  $\zeta_\lambda = \frac{\bar{v}_\lambda \hat{q}}{\bar{c}}$  avec  $\bar{v}_\lambda$  la vitesse de groupe des phonons excités dans le mode  $\lambda$ . Les valeurs moyennes sont définies comme  $\langle \cdot \rangle = \sum_\lambda \frac{C_{th,\lambda}}{C_{th}} (\cdot)_\lambda$ , où  $C_{th,\lambda}$  est la chaleur spécifique associée au mode  $\lambda$ .

### b) Limite $\Omega_m \tau_{ph} \ll 1$ et temps de relaxation de surface

#### Validité de l'équation de Boltzmann

Décrire l'interaction entre les phonons mécaniques et les phonons thermiques par une équation de Boltzmann est une approche valide tant que  $k_B T \gg \hbar \Omega_m$  [83], ce qui est vérifié dans notre cas où nous étudions la dissipation mécanique au delà de  $T = 3$  K, pour un mode mécanique à  $f_m = 260$  MHz. En effet, cette approche présuppose que les phonons thermiques sont des paquets d'ondes localisés de longueur d'onde caractéristique bien inférieure à celle des phonons mécaniques. En d'autres termes le champ de déformation induit par le mode mécanique doit varier de manière négligeable sur une échelle de distance correspondant à la longueur d'onde des phonons thermiques.

#### Expression simplifiée pour $\Omega_m \tau_{ph} \ll 1$

L'expression (V.5) de l'atténuation devient dans la limite  $\Omega_m \tau_{ph} \ll 1$  (la somme sur  $i, j, k, l$  est toujours implicite) :

$$\alpha_{ph-ph} = \frac{C_{th} T}{2 \rho_{GaAs} \bar{c}^3} \cdot \frac{\Omega_m^2 \tau_{ph}}{1 + (\Omega_m \tau_{ph})^2} \times \left\{ \underbrace{[\langle \gamma_{ij} \gamma_{kl} \rangle - \langle \gamma_{ij} \rangle \langle \gamma_{kl} \rangle]}_{(\Delta\gamma)^2} + \langle \gamma_{ij} \rangle \langle \gamma_{kl} \rangle \frac{\sum_{m,n} v_m v_n \hat{q}_m \hat{q}_n}{\bar{c}^2} \right\} \quad (V.6)$$

Le premier terme correspond à la viscosité du gaz de phonons thermiques. Le second terme correspond à l'effet thermo-élastique, que nous préférons simuler numériquement pour tenir compte de la géométrie précise de notre système, comme nous le verrons au paragraphe suivant. Nous obtenons finalement le facteur de qualité mécanique dû à l'interaction phonon-phonon décrite par l'effet Akhiezer :

$$Q_{m,ph-ph}^{-1} = \frac{C_{th} T}{\rho_{GaAs} \bar{c}^2} \cdot \frac{\Omega_m \tau_{ph}}{1 + (\Omega_m \tau_{ph})^2} \cdot (\Delta\gamma)^2 \quad (V.7)$$

L'effet Akhiezer requiert une variance finie du coefficient de Grüneisen sur les modes  $\lambda$  ( $\Delta\gamma \neq 0$ ), que nous approcherons [90] par  $(\Delta\gamma)^2 = 1.5\bar{\gamma}^2$ , où  $\bar{\gamma}$  est le coefficient de Grüneisen moyen, et le facteur 1.5 est choisi pour reproduire l'atténuation acoustique dans le GaAs massif autour de 300 MHz [90]. Le taux de dissipation mécanique dû à l'effet Akhiezer est représenté sur la figure V.3.

### Temps de relaxation de surface

La relaxation des phonons thermiques s'effectue aussi bien dans le cœur du nano-résonateur qu'à sa surface. Nous décomposons ainsi  $\tau_{ph}$  comme :

$$\tau_{ph}^{-1} = \tau_{coeur}^{-1} + \tau_{surf}^{-1} \quad (\text{V.8})$$

où  $\tau_{coeur} = 3\kappa_{th}/C_{th}\bar{c}^2$  est le temps de relaxation dans le cœur dépendant de la température [91] avec  $\kappa_{th}$  la conductivité thermique du matériau, et  $\tau_{surf}$  le temps de relaxation de surface qui est gouverné par la géométrie du nano-résonateur. Nous choisissons, dans le même esprit que d'autres travaux réalisés sur des micro- et nano-résonateurs [88,92],  $\tau_{surf} = \sqrt[3]{V_R}/\bar{c}$  où  $V_R$  est le volume du résonateur.

La dépendance en température de  $\tau_{ph}$  est principalement gouvernée par  $\kappa_{th}$  et  $C_{th}$  [34], et dans une seconde mesure par  $\bar{c}$  [58], ce qui conduit à l'évolution de  $\Omega_m\tau_{ph}$  représentée à la figure V.2.

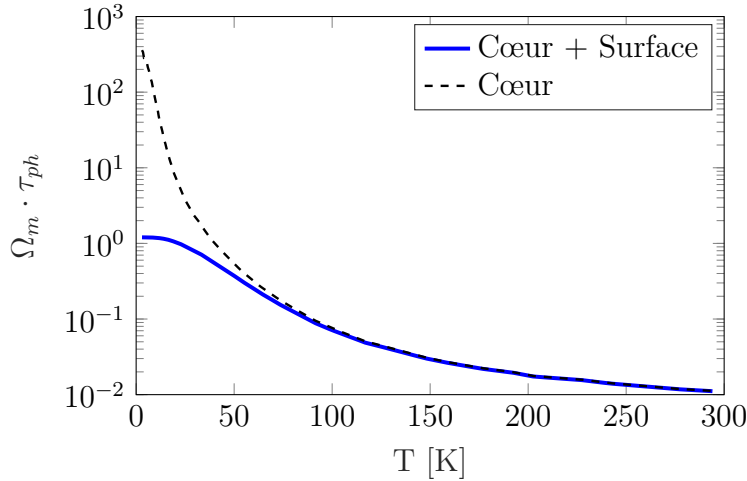


FIG. V.2 – Dépendance en température du paramètre  $\Omega_m\tau_{ph}$  pour un mode mécanique à  $f_m = 260$  MHz dans le GaAs. L'évolution en température de  $\kappa_{th}$ ,  $C_{th}$  et  $\bar{c}$  est tirée de [34,58].

Nous voyons qu'à basse température  $\Omega_m \tau_{ph} \sim 1$  ce qui veut dire que l'expression (V.7), dévie légèrement de la formule exacte. Nous nous satisfaisons néanmoins de celle-ci car nous verrons que la contribution de l'interaction phonon-phonon à basse température est négligeable devant les autres canaux de dissipation mécanique intrinsèque.

## V.1.2 Gradients de température et effet thermo-élastique

### a) Équation de la thermo-élasticité

Le champ de déformation des modes mécaniques RBM n'étant pas uniforme, et le cristal de GaAs étant anharmonique ( $\bar{\gamma} \neq 0$ ) et donc le siège d'une dilatation thermique, des gradients de température s'établissent dans le nano-résonateur lorsqu'il vibre selon un RBM, donnant lieu à des transferts de chaleur irréversibles et donc à de la dissipation.

Nous présentons les éléments clés permettant d'obtenir l'équation de la thermo-élasticité, tirés de [85, 93–95]. Nous écrivons d'abord la première loi de la thermodynamique sous la forme :

$$du = \underbrace{T ds}_{\frac{1}{\rho_{GaAs}} dq} + \frac{1}{\rho_{GaAs}} \boldsymbol{\sigma} : d\boldsymbol{\varepsilon} \quad (\text{V.9})$$

où  $u$  est l'énergie interne massique,  $s$  l'entropie massique,  $q$  la chaleur accumulée par unité de volume,  $\boldsymbol{\sigma}$  est la partie élastique du second tenseur de contrainte de Piola Kirchoff [96]  $\mathbf{p} = \boldsymbol{\sigma} + \boldsymbol{\tau}$ , et  $\boldsymbol{\varepsilon}$  le tenseur de déformation.

La partie inélastique  $\boldsymbol{\tau}$  génère de la chaleur à un taux  $\boldsymbol{\tau} : \frac{d\boldsymbol{\varepsilon}}{dt}$ , ce qui nous donne l'équation de la chaleur :

$$\frac{dq}{dt} = \nabla \cdot (\kappa_{th} \nabla T) + Q + \boldsymbol{\tau} : \frac{d\boldsymbol{\varepsilon}}{dt} \quad (\text{V.10})$$

où  $Q$  est une source de chaleur par unité de volume.

Il s'agit ensuite d'écrire l'équation d'évolution de l'entropie en fonction du temps. Pour cela nous définissons l'énergie libre de Gibbs massique comme  $g = u - Ts - (1/\rho_{GaAs}) \cdot \boldsymbol{\sigma} : \boldsymbol{\varepsilon}$ , et obtenons à partir de l'équation (V.9) :

$$dg = -s dT - \frac{1}{\rho_{GaAs}} \boldsymbol{\varepsilon} : d\boldsymbol{\sigma} \quad (\text{V.11})$$

Cela nous permet de connaître  $[\partial s / \partial \boldsymbol{\sigma}]_T = \partial^2 g / \partial \boldsymbol{\sigma} \partial T = (1/\rho_{GaAs}) [\partial \boldsymbol{\varepsilon} / \partial T]_{\boldsymbol{\sigma}}$ , et en rappelant  $C_{th} = T [\partial s / \partial T]_{\boldsymbol{\sigma}}$  nous obtenons :

$$\frac{ds}{dt} = \frac{1}{\rho_{GaAs}} \left[ \frac{\partial \boldsymbol{\varepsilon}}{\partial T} \right]_{\boldsymbol{\sigma}} : \frac{d\boldsymbol{\sigma}}{dt} + \frac{C_{th}}{T} \frac{dT}{dt} \quad (\text{V.12})$$

Nous pouvons enfin écrire l'équation de la thermo-élasticité, en regroupant les équations (V.9, V.10, V.12) :

$$\rho_{GaAs} C_{th} \frac{dT}{dt} = \nabla \cdot (\kappa_{th} \nabla T) + Q + \boldsymbol{\tau} : \frac{d\boldsymbol{\varepsilon}}{d\boldsymbol{\tau}} - T \left[ \frac{\partial \boldsymbol{\varepsilon}}{\partial T} \right]_{\boldsymbol{\sigma}} : \frac{d\boldsymbol{\sigma}}{dt} \quad (\text{V.13})$$

## b) Simulation numérique

Nous simulons numériquement la thermo-élasticité par éléments finis, selon la même méthode que pour les modes mécaniques et optiques. Nous résolvons ainsi l'équation (V.13) sous sa forme linéarisée dans le domaine fréquentiel, et en déduisons  $Q_{m,TED} = \text{Re}(\Omega_m)/|2 \cdot \text{Im}(\Omega_m)|$ . Nous tenons compte de la dépendance en température du coefficient d'expansion thermique comme dans [97]. La figure V.3 montre la dépendance en température du taux de dissipation mécanique dû à l'interaction entre phonons mécaniques et thermiques, calculé à partir de l'équation (V.7) pour l'effet Akhiezer, et simulé numériquement pour l'effet thermo-élastique (TED). Dans cette figure, il est implicitement fait l'approximation que  $Q_m^{-1} = Q_{m,Akhiezer}^{-1} + Q_{m,TED}^{-1}$ , ce qui semble justifié par l'équation (V.6). Nous notons qu'un précédent travail s'est essayé à englober ces deux contributions dans un unique formalisme d'équation de Boltzmann [86].

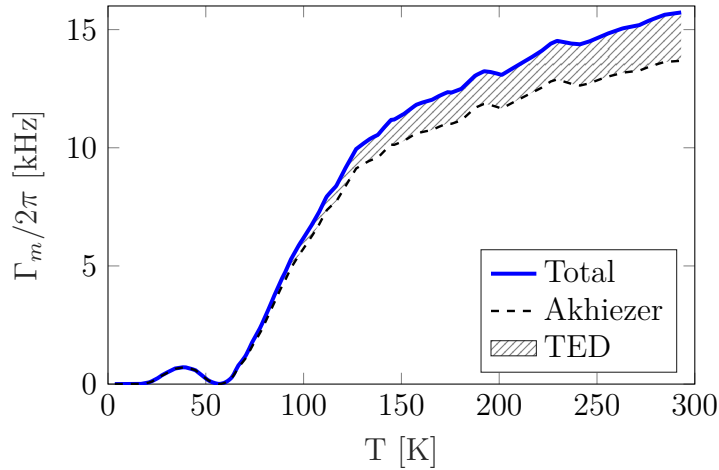


FIG. V.3 – Taux de dissipation mécanique dû à l'interaction phonon-phonon. Les deux contributions (TED et Akhiezer) sont prises en compte. On note que l'atténuation s'annule artificiellement vers  $T = 60$  K à cause de l'approximation  $(\Delta\gamma)^2 = 1.5\bar{\gamma}^2$  (car  $\bar{\gamma}$  s'annule vers cette température). Ce petit artefact n'a pas d'incidence dans l'étude présentée dans ce chapitre.



## V.2 Défauts microscopiques et systèmes à deux niveaux

Nous présentons dans cette section les modèles de dissipation mécanique due à l'interaction avec des “défauts” microscopiques, modélisés par des systèmes à deux niveaux (*Two-Level Systems* - TLS, en anglais).

### V.2.1 Théorie des systèmes à deux niveaux - TLS

#### a) Modèle du double puits de potentiel

Les “défauts” microscopiques dans un matériau cristallin (dopage résiduel, lacunes, défauts interstitiels, dislocations . . .) et les multiples configurations locales d'un matériau amorphe peuvent être modélisés par des puits de potentiel multiples, où plusieurs états stables existent. Nous choisissons dans ce travail le modèle du double puits, détaillé dans [98,99], et représenté sur la figure V.4.

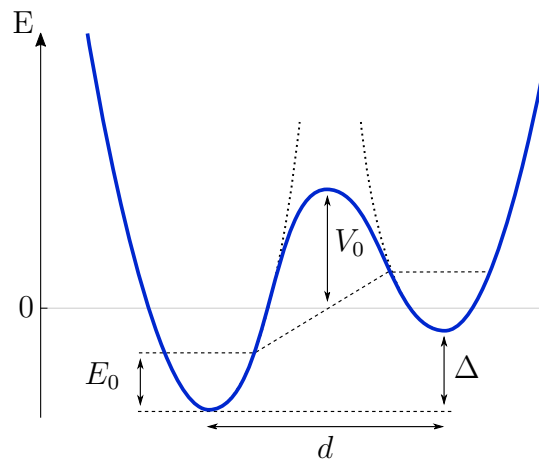


FIG. V.4 – Notations pour le modèle du double puits.

Le hamiltonien du système {TLS + mode mécanique} s'écrit [99] :

$$\hat{H} = \hat{H}_0 + \frac{1}{2}f\hat{\sigma}_z + \hat{H}_B \quad , \quad \text{avec :} \quad \begin{cases} \hat{H}_0 = \frac{1}{2}\Delta_0 \hat{\sigma}_x + \frac{1}{2}\Delta \hat{\sigma}_z \\ f = -2\eta \sum_k \left( i\sqrt{\frac{\hbar k^2}{2m_k\omega_k}} \hat{b}_k + \text{c.c} \right) \\ \hat{H}_B = \sum_k \hbar\omega_k \hat{b}_k^\dagger \hat{b}_k \end{cases} \quad (\text{V.14})$$

où  $\Delta$  est l'asymétrie du double puits et  $\Delta_0 \simeq \frac{2E_0}{\pi} \exp[-d(mV_0/2\hbar^2)^{1/2}]$  est l'amplitude de transition tunnel d'un puits à l'autre, avec  $d$  la séparation entre les deux puits et  $E_0$  l'énergie correspondant à l'état fondamental d'un puits. Le zéro d'énergie est choisi comme la moyenne des énergies des états fondamentaux des deux puits.  $\eta$  est la constante de couplage entre TLS et phonons mécaniques (aussi appelé potentiel de déformation) et les  $k = \omega_k/v$  ( $m_k$  : masse effective du phonon  $k$ ,  $v$  : vitesse de phase du phonon) correspondent aux modes de phonons dont les opérateurs de création sont  $\hat{b}_k^\dagger$ . Les  $\hat{\sigma}_{x,y,z}$  sont les matrices de Pauli définies dans la base des deux états fondamentaux de chaque puits par :  $\hat{\sigma}_x = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ ,  $\hat{\sigma}_y = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}$ ,  $\hat{\sigma}_z = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$ . Nous remarquons que seul  $\hat{\sigma}_z$  se couple aux phonons.

À basse température, seuls les états fondamentaux des deux puits sont peuplés, et le bain thermique (hamiltonien  $\hat{H}_B$  et modes  $k$  "thermiques", autres que le mode mécanique considéré) influe peu sur la dynamique du système. Celui-ci peut alors être décrit avec une excellente approximation par un système à deux niveaux. En revanche, au delà de quelques Kelvins, les états excités de chaque puits se remplissent et contribuent à la dissipation avec un terme proportionnel à  $e^{-E_i/k_B T}$  où  $E_i$  sont les énergies des états excités. Nous verrons au paragraphe suivant que ces deux régimes interviennent avec un scaling différent dans la dissipation mécanique intrinsèque *via* le temps de relaxation des TLS.

## b) Expression générale de l'atténuation

Que cela soit à basse température  $T \ll 1$  K, où les équations de Bloch des systèmes à deux niveaux permettent d'obtenir l'atténuation [98], ou à plus haute température où les états excités entrent également en jeu [99, 100], le facteur de qualité mécanique intrinsèque par interaction avec les TLS s'exprime de la même manière :

$$Q_{m,TLS}^{-1} = \frac{2N_{TLS} \eta^2}{\rho_{GaAs} c_s^2 k_B T} \iint_{\mathbb{R}^+} \frac{\Delta^2}{E^2} \operatorname{sech}^2 \left( \frac{E}{2k_B T} \right) \frac{\Omega_m \tau}{1 + (\Omega_m \tau)^2} P(\Delta, \Delta_0) d\Delta d\Delta_0 \quad (\text{V.15})$$

où  $N_{TLS}$  est le nombre de TLS par unité de volume,  $c_s$  est la vitesse du son dans le GaAs,  $\tau$  le temps de relaxation des TLS (qui dépend de  $\Delta$  et  $\Delta_0$ ),  $E = \sqrt{\Delta^2 + \Delta_0^2}$  et  $P(\Delta, \Delta_0)$  la fonction de distribution des asymétries et amplitudes de transition tunnel. Comme évoqué au paragraphe précédent, la dépendance du temps de relaxation  $\tau$  avec  $\Delta$  et  $\Delta_0$  dépend du régime de température où l'on se trouve, et la distribution de TLS est plus ou moins large selon que l'on considère un matériau amorphe ou cristallin.

## V.2.2 Types de défauts et régimes de relaxation

### a) Distribution de défauts dans les surfaces amorphes

Nous commençons par considérer une classe de défauts correspondant à un matériau amorphe. Nous verrons par la suite que dans nos nano-résonateurs en GaAs, la couche de reconstruction de surface épaisse de quelques nanomètres, ou bien encore une couche atomique d'alumine déposée par nos soins, sont des couches amorphes en surface de nos résonateurs et peuvent donner lieu à ce type de TLS.

### Relaxation thermiquement activée

Le régime thermiquement activé correspond à des températures typiques  $T \geq 10$  K. Dans ce régime, le temps de relaxation des TLS est donné par la distribution suivante :

$$\tau = \tau_0 e^{\frac{V_0}{k_B T}} \operatorname{sech} \left( \frac{\Delta}{2k_B T} \right) \quad (\text{V.16})$$

où  $\tau_0^{-1}$  est de l'ordre de la fréquence de Debye du matériau [99], et  $\Delta \simeq E$ , ce qui conduit à l'expression simplifiée suivante du facteur de qualité mécanique [101] :

$$Q_{m,TLS}^{-1} = \frac{N_{TLS} \eta^2}{\rho_{GaAs} c_s^2 k_B T} \int_{\mathbb{R}} d\Delta \int_{\mathbb{R}^+} dV_0 \operatorname{sech}^2 \left( \frac{\Delta}{2k_B T} \right) \frac{\Omega_m \tau}{1 + (\Omega_m \tau)^2} P(\Delta, V_0) \quad (\text{V.17})$$

avec la distribution de systèmes à deux niveaux :

$$\begin{cases} P(\Delta, V_0) = f(\Delta)g(V_0) \\ g(V_0) = N_g \frac{1}{V_1} \left(\frac{V_0}{V_1}\right)^{-\frac{1}{4}} \exp\left(-\frac{1}{2} \frac{V_0^2}{V_1^2}\right) \\ f(\Delta) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\Delta_1} \exp\left(-\frac{1}{2} \frac{\Delta^2}{\Delta_1^2}\right) \end{cases} \quad (\text{V.18})$$

Les paramètres  $V_1$  et  $\Delta_1$  sont respectivement les largeurs des distributions en  $V_0$  et  $\Delta$ , toutes deux centrées en 0. Le paramètre  $N_g$  est tel que l'intégrale de  $P(\Delta, V_0)$  vaut 1.

Une expression analytique, que nous avons utilisée dans nos calculs numériques, est obtenue en effectuant l'approximation  $\text{sech}(\Delta/2k_B T) = 1$  pour  $|\Delta| > 2k_B T$  et 0 sinon [101] :

$$\begin{aligned} Q_{m,TLS}^{-1} &= \frac{\eta^2 N_{TLS} N_g}{V_1 \rho_{GaAs} c_s^2} \Phi\left(\frac{\sqrt{2}k_B T}{\Delta_1}\right) \frac{1}{k_B T} \times \\ &\int_{\mathbb{R}_+} \left(\frac{V_0}{V_1}\right)^{-\frac{1}{4}} \exp\left(-\frac{1}{2} \frac{V_0^2}{V_1^2}\right) \frac{\Omega_m \tau_0 \exp(V_0/k_B T)}{1 + \Omega_m^2 \tau_0^2 \exp(2V_0/k_B T)} dV_0 \end{aligned} \quad (\text{V.19})$$

où  $\Phi(z) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^z e^{-x^2} dx$  est la fonction d'erreur de Gauss.

### Relaxation cohérente

Le régime cohérent correspond à des températures typiques  $T \ll 10$  K. Dans ce régime, le temps de relaxation des TLS est obtenu à partir de la règle d'or de Fermi, et s'écrit [98, 99, 102] :

$$\tau^{-1} = \frac{\eta^2 \Delta_0^2 E}{2\pi \rho_{GaAs} c_s^5 \hbar^4} \coth\left(\frac{E}{2k_B T}\right) \quad (\text{V.20})$$

Nous considérons *a priori* que la densité de défauts  $N_{TLS}$  est la même que dans le cas "thermiquement activé". En effet, microscopiquement, ce sont les mêmes défauts qui se comportent différemment selon le régime de température. Si l'on choisit plutôt comme paramètres  $E = \sqrt{\Delta^2 + \Delta_0^2}$  et  $r = \Delta_0^2/E^2$ , le facteur de qualité mécanique s'écrit [99] :

$$\begin{aligned} Q_{m,TLS}^{-1} &= \frac{N_{TLS} \bar{P} \eta^2}{2\rho_{GaAs} c_s^2 k_B T} \int \frac{dE}{\tilde{\Gamma}^2 + E^2} \times \\ &\left\{ \int_{r_{min}}^1 dr \left( \frac{\tilde{\Gamma}^2}{\sqrt{1-r}} + \frac{E^2 \sqrt{1-r}}{\cosh^2(E/2k_B T)} \right) \frac{r^2}{r^2 + \Omega_m^2 \tau_{min}^2} \right\} \end{aligned} \quad (\text{V.21})$$

où  $\bar{P}$  est tel que la distribution  $P(E, r) = \bar{P}/2r\sqrt{1-r}$ ,  $r_{min}$  est une borne inférieure finie qui évite la divergence de  $\int dr P(E, r)$  et :

$$\left\{ \begin{array}{l} \tilde{\Gamma} = \begin{cases} \frac{1}{2\pi} \tilde{\eta} E^3 \coth\left(\frac{E}{2k_B T}\right), \text{ pour } T \leq T^* \\ \frac{\pi}{2} \tilde{\eta} (k_B T)^2, \text{ pour } T > T^* \end{cases} \\ \hbar^2 \tilde{\eta}^2 = \frac{\eta^2}{\rho_{GaAs} c_s^5 \hbar} \\ k_B T^* = \frac{2}{\pi \tilde{\eta}} \\ \tau_{min} = \frac{\hbar(E^2 + \tilde{\Gamma}^2)}{E^2 \tilde{\Gamma}} \end{array} \right. \quad (\text{V.22})$$

Il convient également de noter qu'une autre approche, présentée dans [102], spécifique aux matériaux cristallins légèrement désordonnés, considère une distribution de défauts différente, et donne le facteur de qualité suivant :

$$Q_{m, TLS}^{-1} = \frac{N_{TLS} \eta^2}{2\rho_{GaAs} c_s^2 k_B T} \frac{1}{\Omega_m} \int_0^\infty \frac{\Delta^2}{E^2} \text{sech}^2\left(\frac{E}{2k_B T}\right) \tau^{-1} f(\Delta) d\Delta \quad (\text{V.23})$$

où  $f(\Delta)$  est une gaussienne centrée en 0 et de largeur  $\Delta_1$ , et l'amplitude de transition tunnel  $\Delta_0$  est un paramètre fixe.

Nous verrons au paragraphe sur les mesures expérimentales que nous n'avons pas suffisamment de points expérimentaux à basse température pour discriminer ces deux modèles.

### b) Défaut microscopique singulier dans le matériau cristallin (*Single Defect Model*)

Nous considérons également la présence d'un défaut microscopique singulier dans le matériau cristallin [103]. Ce modèle est considéré dans le régime thermiquement activé, ce qui correspond au temps de relaxation des TLS de l'équation (V.16). La distribution de défauts du *single defect model* est telle que  $\Delta$  et  $\Delta_0$  sont fixés, ce qui correspond à  $P(\Delta', \Delta'_0) = \delta(\Delta' - \Delta) \cdot \delta(\Delta'_0 - \Delta_0)$ , où  $\delta$  est la distribution de Dirac. Nous définissons alors un second potentiel de déformation  $D = \frac{\Delta}{E} \eta$  tel que le facteur de qualité mécanique s'écrit :

$$Q_{m, TLS}^{-1} = \frac{N_{TLS} D^2}{2\rho_{GaAs} c_s^2 k_B T} \text{sech}^2\left(\frac{E}{2k_B T}\right) \frac{\Omega_m \tau}{1 + (\Omega_m \tau)^2} \quad (\text{V.24})$$

où  $\tau$  est le temps de relaxation du seul TLS considéré dans ce modèle.

## V.3 Mesures expérimentales

Nous allons à présent confronter nos mesures expérimentales aux modèles. Pour cela nous présentons d'abord les échantillons sur lesquels nous avons travaillé et la statistique des disques mesurés, puis nous ajustons les paramètres des modèles afin d'approcher au mieux les mesures expérimentales.

### V.3.1 Épitaxie, passivation et statistiques

#### a) Échantillons et épitaxie

Au total, nous avons travaillé avec quatre échantillons, dont deux proviennent d'une épitaxie par jet moléculaire réalisée au C2N Marcoussis (ancien LPN) (*Wafer 1*), et deux d'une épitaxie provenant du III-V Lab (*Wafer 2*). Sur chaque échantillon, nous avons mesuré plusieurs disques à 3 K et 300 K afin d'avoir une vision d'ensemble de la qualité de fabrication et pouvoir écarter les cas pathologiques (défaut de fabrication, résonateur pollué, ...). Les meilleurs disques en terme de dissipation mécanique ont ensuite été mesurés entre 3 K et 300 K.

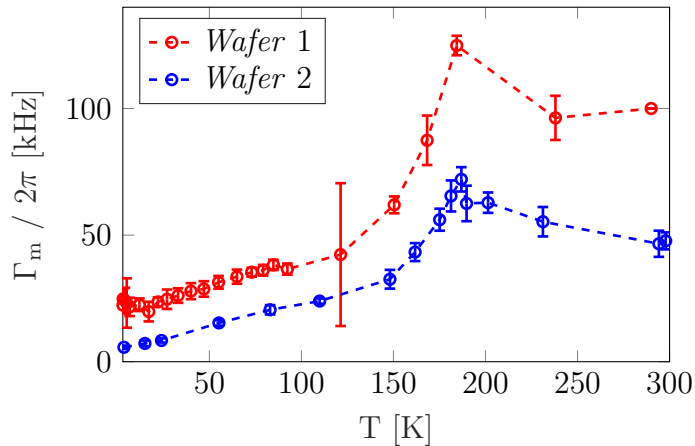


FIG. V.5 – Mesure du taux de dissipation mécanique en fonction de la température pour deux disques représentatifs des deux échantillons issus des deux croissances par épitaxies différentes.

La figure V.5 montre le résultat de telles mesures pour des disques provenant des deux types de croissances (*Wafers 1 et 2*), ayant traversé exactement le même procédé de nano-fabrication. Rappelons que c'est la dissipation intrinsèque du RBM1 qui est mesurée ici, grâce au choix des dimensions de

notre résonateur et à l'opération sous vide. Nous remarquons que le taux de dissipation mécanique mesuré dépend de la température, et présente trois régimes :

1. Entre 3 K et 150 K : Faible croissance du taux de dissipation mécanique
2. Un pic de dissipation autour de 180 K
3. Entre 200 K et 300 K : Un quasi-plateau, où le taux de dissipation mécanique diminue légèrement

Le comportement similaire des deux *wafers* suggère une forme d'universalité du mécanisme causant la dissipation, liée visiblement au matériau (*Wafer* 1 ou 2). Nous avons dans ce travail tenté d'identifier ce mécanisme et de déterminer s'il intervient dans le cœur du matériau ou à sa surface.

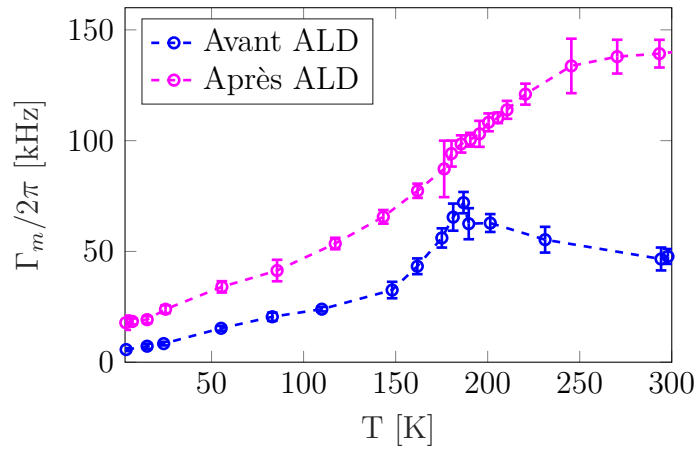


FIG. V.6 – Mesure du taux de dissipation mécanique en fonction de la température avant et après déposition d'une couche atomique d'alumine de 6.5 nm, sur l'échantillon fabriqué à partir du *wafer* 2.

### b) Traitement de surface par déposition de couche atomique - ALD

Afin d'étudier l'influence des surfaces sur le mécanisme de dissipation mécanique, nous avons déposé une couche atomique de 6.5 nm d'alumine ( $\text{Al}_2\text{O}_3$ ) à la surface des nano-résonateurs, par technique d'*Atomic Layer Deposition* (ALD) [53]. La figure V.6 montre le résultat des mesures de dissipation mécanique sur le *wafer* 2, avant et après déposition ALD. Nous remarquons que la dissipation augmente sur toute la plage de températures mesurées, et que le pic à 180 K s'évanouit au profit d'une courbe croissante qui atteint un plateau entre 250 K et 300 K. Ce changement quantitatif et

qualitatif de la courbe de dissipation mécanique nous permet déjà de déduire l'importance des surfaces dans le mécanisme de dissipation. La compréhension complète de ce changement est présentée plus bas.

### c) Statistique des disques mesurés

Comme nous l'avons évoqué plus haut, nous avons mesuré plusieurs disques sur chaque *wafer*, avant et après déposition atomique. Le tableau V.1 résume la statistique du taux de dissipation mécanique pour ces différents disques. Nous remarquons clairement que le *wafer* 2, issu de la croissance effectuée au III-V Lab, présente une dissipation mécanique inférieure et plus homogène que le *wafer* 1. Par ailleurs, la déposition ALD d'alumine de 6.5 nm détériore invariablement le taux de dissipation mécanique.

3 K

Id.	Nb. de disques	$\Gamma_m$ moyen	Écart-type	$\min(\Gamma_m)$	$\max(\Gamma_m)$
1-N-1	14	35.8 kHz	12.1 kHz	20 kHz	61 kHz
1-O-2	16	33.9 kHz	4.7 kHz	29 kHz	46.2 kHz
1-O-1	1	20.5 kHz	-	-	-
2-N-1	1	5.7 kHz	-	-	-
2-N-2	8	6.28 kHz	1.22 kHz	5 kHz	8 kHz
2-O-1	1	17.8 kHz	-	-	-

300 K

Id.	Nb. de disques	$\Gamma_m$ moyen	Écart-type	$\min(\Gamma_m)$	$\max(\Gamma_m)$
1-N-1	12	116 kHz	49.5 kHz	60 kHz	200 kHz
1-O-2	19	139 kHz	17.2 kHz	100 kHz	180 kHz
1-O-1	1	173 kHz	-	-	-
2-N-1	18	51 kHz	4.2 kHz	40 kHz	57 kHz
2-N-2	7	44 kHz	7.9 kHz	35 kHz	60 kHz
2-O-1	1	139 kHz	-	-	-

TAB. V.1 – Statistiques de mesure du taux de dissipation mécanique sur l'ensemble des disques pour les quatre échantillons, avant et après ALD, à 3 K et 300 K. Les identifiants des échantillons correspondent à :  $\langle Wafer \rangle - \langle ALD (Oui \text{ ou } Non) \rangle - \langle \# \text{ échantillon} \rangle$



### V.3.2 Comparaison avec le modèle

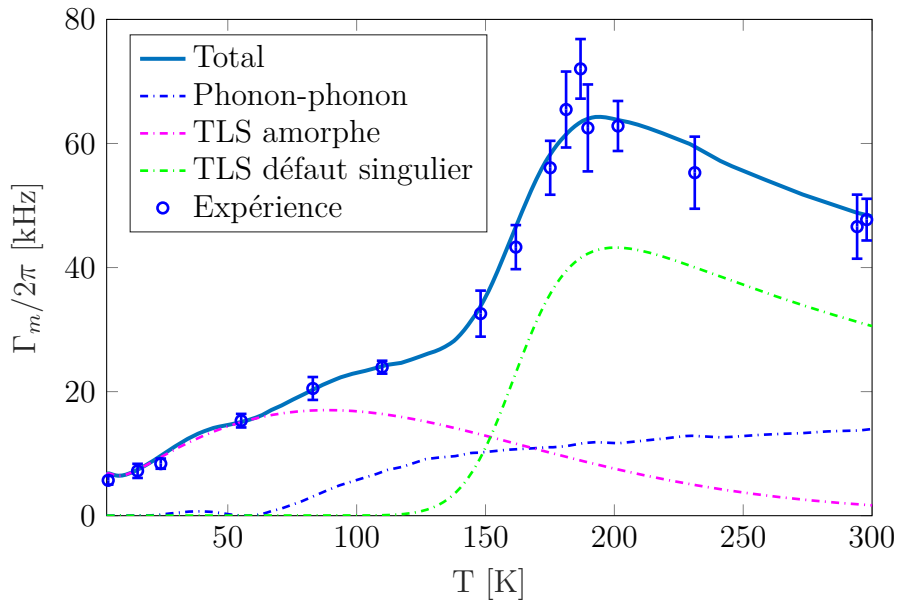
Nous allons à présent essayer de comprendre quantitativement nos résultats expérimentaux à l'aide des modèles introduits au début du chapitre. Si le modèle de dissipation phonon-phonon (section V.1) ne possède pas de paramètre ajustable, le modèle TLS (section V.2) en introduit lui 7 si l'on considère à la fois une distribution de défauts de type "amorphe" et "singulier" :

- $\Delta_1$  : Largeur de la distribution d'asymétries du double puits.
- $V_1$  : Largeur de la distribution de barrières de potentiel du double puits.
- $\tau_0$  : Temps caractéristique de l'ordre de  $1/(\text{fréquence de Debye})$ .
- $E$  : Énergie d'activation pour le modèle du défaut singulier.
- $\eta$  : Potentiel de déformation.
- $D = \frac{\Delta}{E}\eta$  : Potentiel de déformation pour le modèle du défaut singulier.
- $N_{TLS}$  : Densité de systèmes à deux niveaux.

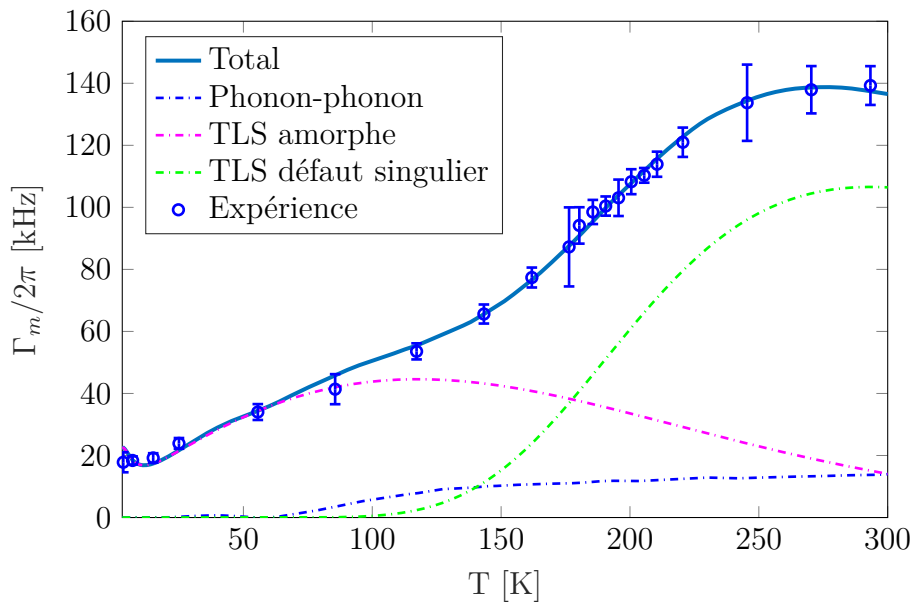
Étant donné que le nombre de paramètres à ajuster est élevé, nous avons eu recours à une optimisation par algorithme génétique pour nous assurer que d'autres jeux de paramètres ne permettent pas d'expliquer les mesures expérimentales, dans la tolérance donnée par les barres d'erreurs de mesure. Nous nous sommes ainsi assurés que notre modèle TLS possède une rigidité mathématique qui résulte en l'évaluation univoque de ses paramètres, dans la zone de l'espace des paramètres explorée.

Les figures V.7 et V.8 montrent le résultat de l'ajustement des modèles aux mesures expérimentales, sur les échantillons #1 des *wafers* 2 et 1, avant et après déposition atomique d'alumine. Nous présentons ensuite le résultat de notre optimisation d'ajustement pour l'échantillon 1 du *wafers* 2 avant et après ALD, ainsi que pour l'échantillon 1 du *wafers* 1 avant et après ALD, dans le tableau V.2.

Le niveau d'accord entre le modèle et les mesures expérimentales donne des indices quant à la nature microscopique des sources de dissipation mécanique intrinsèque. Ainsi, la dissipation sans ALD jusqu'à 100 K est expliquée par le modèle de dissipation TLS amorphe, correspondant probablement à la couche de reconstruction du GaAs, dont la nature amorphe a été observée par microscopie électronique par transmission [104]. Pour modéliser le pic de dissipation à plus haute température, le modèle de défaut singulier doit intervenir. L'énergie d'activation associée est de l'ordre de 0.1 eV pour l'échantillon avant ALD, qui est similaire à celle des centres DX du GaAs [105–107], mais cela reste encore à confirmer expérimentalement.

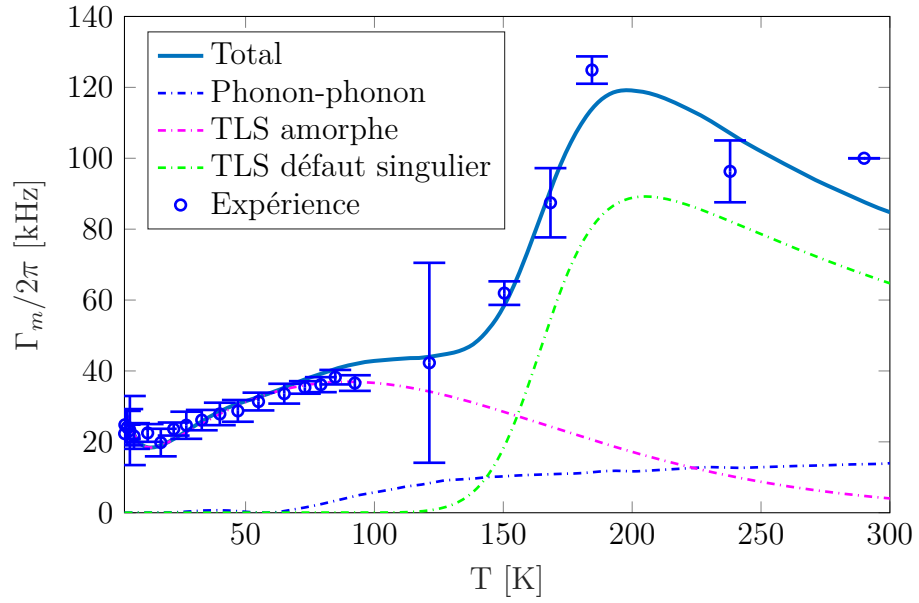


(a) Sans ALD

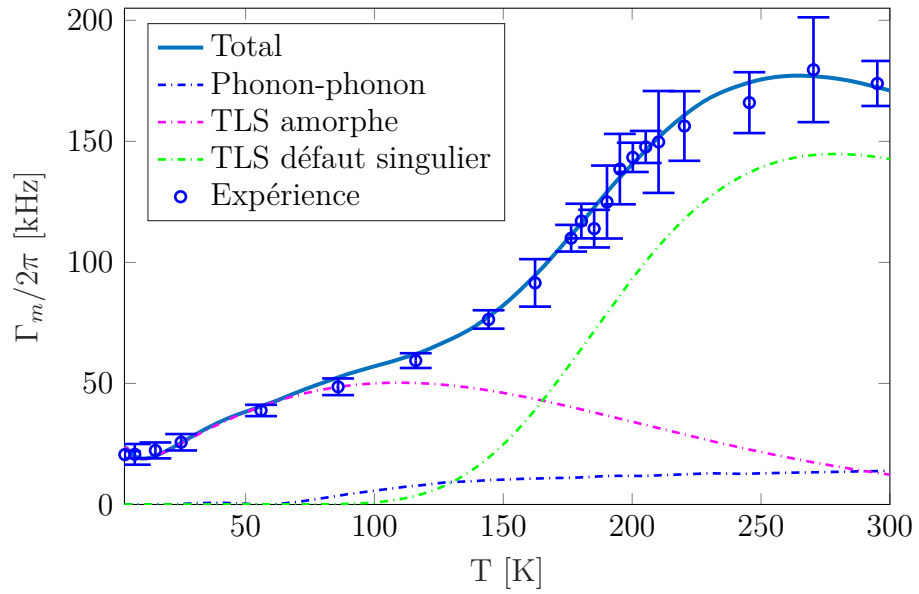


(b) Avec ALD

FIG. V.7 – Modélisation de la dissipation mécanique intrinsèque sur le *wafer* 2 en utilisant les interactions phonon-phonon et les modèles de systèmes à deux niveaux. (a) Avant déposition atomique de 6.5 nm d'alumine. (b) Après déposition.



(a) Sans ALD



(b) Avec ALD

FIG. V.8 – Modélisation de la dissipation mécanique intrinsèque sur le *wafer* 1 en utilisant les interactions phonon-phonon et les modèles de systèmes à deux niveaux. (a) Avant déposition atomique de 6.5 nm d'alumine. (b) Après déposition.

<b>Wafer 2 avant ALD</b>	Amorphe	Défaut singulier
$\Delta_1/k_B$ (K)	1430 $\pm$ 400	-
$V_1/k_B$ (K)	1020 $\pm$ 250	-
$\tau_0$ (s)	1.76 $^{+3.24}_{-1.26}$ · 10 $^{-13}$	3.8 $^{+0.4}_{-0.9}$ · 10 $^{-12}$
$E$ (meV)	-	100 $\pm$ 5
$\eta^2 N_{TLS}$ (eV $^2$ ·m $^{-3}$ )	6.05 $\pm$ 0.5 · 10 $^{25}$	-
$D^2 N_{TLS}$ (eV $^2$ ·m $^{-3}$ )	-	1.24 $^{+0.1}_{-0.3}$ · 10 $^{27}$

<b>Wafer 2 après ALD</b>	Amorphe	Défaut singulier
$\Delta_1/k_B$ (K)	1400 $\pm$ 200	-
$V_1/k_B$ (K)	1300 $\pm$ 200	-
$\tau_0$ (s)	2.57 $^{+2}_{-1}$ · 10 $^{-13}$	4.2 $^{+0.7}_{-0.5}$ · 10 $^{-10}$
$E$ (meV)	-	50 $^{+3}_{-1}$
$\eta^2 N_{TLS}$ (eV $^2$ ·m $^{-3}$ )	1.49 $\pm$ 0.15 · 10 $^{26}$	-
$D^2 N_{TLS}$ (eV $^2$ ·m $^{-3}$ )	-	7.59 $\pm$ 0.5 · 10 $^{25}$

<b>Wafer 1 avant ALD</b>	Amorphe	Défaut singulier
$\Delta_1/k_B$ (K)	1200 $\pm$ 300	-
$V_1/k_B$ (K)	1000 $\pm$ 350	-
$\tau_0$ (s)	2.7 $^{+2.3}_{-2.2}$ · 10 $^{-13}$	4.36 $\pm$ 1 · 10 $^{-12}$
$E$ (meV)	-	100 $\pm$ 4
$\eta^2 N_{TLS}$ (eV $^2$ ·m $^{-3}$ )	1.036 $\pm$ 0.2 · 10 $^{26}$	-
$D^2 N_{TLS}$ (eV $^2$ ·m $^{-3}$ )	-	2.34 $\pm$ 0.4 · 10 $^{27}$

<b>Wafer 1 après ALD</b>	Amorphe	Défaut singulier
$\Delta_1/k_B$ (K)	1220 $\pm$ 200	-
$V_1/k_B$ (K)	1150 $\pm$ 100	-
$\tau_0$ (s)	2.4 $^{+2.5}_{-0.7}$ · 10 $^{-13}$	3.6 $^{+0.3}_{-0.6}$ · 10 $^{-10}$
$E$ (meV)	-	50 $\pm$ 2
$\eta^2 N_{TLS}$ (eV $^2$ ·m $^{-3}$ )	1.4 $^{+0.2}_{-0.1}$ · 10 $^{26}$	-
$D^2 N_{TLS}$ (eV $^2$ ·m $^{-3}$ )	-	1.08 $\pm$ 0.1 · 10 $^{26}$

TAB. V.2 – Paramètres ajustés des modèles TLS, dans le régime thermiquement activé.

Pour un potentiel de déformation de l'ordre de 10 eV, les densités de TLS obtenues par les ajustements sont de l'ordre de  $10^{19} \text{ cm}^{-3}$ , ce qui est bien supérieur au dopage résiduel dans le cœur du GaAs épitaxié ( $10^{14} \text{ cm}^{-3}$ ), et suggère la présence de défauts à la surface avec une densité supérieure à celle du cœur du matériau. Si tous les TLS se situent à la surface, nous pouvons en déduire une densité de surface de l'ordre de  $10^{14} \text{ cm}^{-2}$ , ce qui correspond précisément aux densités d'états de surface rapportées pour le GaAs intrinsèque [108]. Par ailleurs, l'analyse de l'échantillon après ALD permet d'obtenir des informations additionnelles quant à la présence de défauts en surface. En effet sur cet échantillon, les deux distributions de défaut amorphe et unique sont modifiées. Plus exactement la densité de défauts dans la distribution amorphe augmente avec l'ALD, ce qui est cohérent avec la nature amorphe de l'alumine déposée, mais la densité de défaut unique diminue ce qui rappelle les propriétés de passivation de l'ALD [53]. Ceci suggère la présence de ces deux types de défauts en surface de nos nano-résonateurs.

Enfin, le fait que le *wafers* 2 dissipe moins d'énergie mécanique que le *wafers* 1 semble provenir d'une différence de densité de TLS amorphe, ce qui est aussi cohérent avec une localisation de ceux-ci en surface. Le fait que l'absorption optique de surface sur le *wafers* 1 soit plus importante que sur le *wafers* 2 [53], pointe en effet également dans cette direction.

Dans ce chapitre, nous avons présenté une étude systématique de la dissipation mécanique intrinsèque des nano-résonateurs GaAs entre 3 K et 300 K. Les modèles semblent concorder avec une origine microscopique de la dissipation liée principalement aux systèmes à deux niveaux. Cela pourrait sembler en contradiction avec le fait que les matériaux cristallins devraient par définition être moins sensibles que les amorphes à ce type de défauts [109, 110], mais la présence d'une couche de reconstruction amorphe, et le rapport surface/volume de nos nano-résonateurs pourraient expliquer cette observation. En effet nous avons déjà montré que la couche de reconstruction gouverne l'absorption photonique dans les meilleurs résonateurs [104], et nous avons apporté ici des éléments pointant vers l'influence des TLS de surface sur la dissipation mécanique.

Enfin, nos modèles permettent de prédire le gel des systèmes à deux niveaux à des températures de l'ordre du millikelvin, permettant de dépasser  $Q_m \simeq 10^9$  (figure V.9) et d'atteindre un produit  $Q_m \times f_m \approx 10^{17} - 10^{18}$  ce qui rivalise avec les performances de dispositifs cristallins en quartz [111] et en silicium [112].

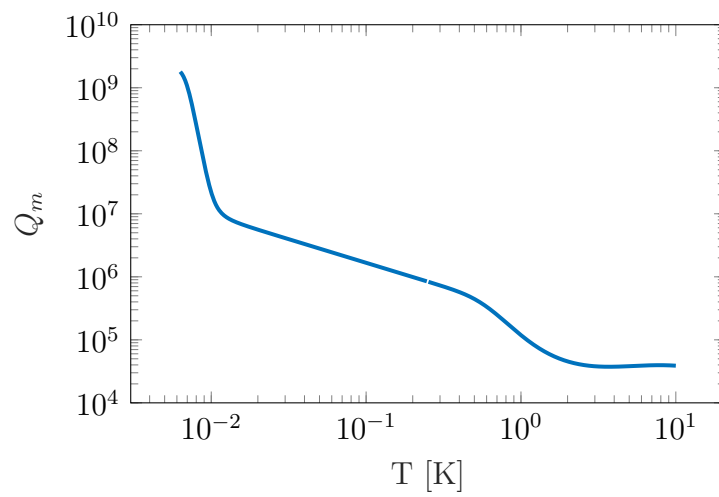


FIG. V.9 – Modélisation du facteur de qualité mécanique intrinsèque sur le *wafer* 2, entre  $T \sim 10$  mK et  $T = 10$  K.



## Chapitre VI

# Refroidissement optomécanique en régime pulsé

Au cours de cette thèse, nous avons été confrontés aux limitations du refroidissement optomécanique par bande latérale en régime continu. En effet, comme nous l'avons vu à la section II.4, pour atteindre un nombre de phonons moyen dans le résonateur inférieur à 1, sans déclencher l'instabilité thermo-optique, il est impératif de travailler avec des nano-résonateurs dotés de facteurs de qualité optique et mécanique supérieurs à  $10^5$ . Les efforts de compréhension des sources de dissipation optique [53, 104] et mécanique (chapitre V, [81, 82]) nous ont permis de conclure que la génération actuelle de dispositifs ne permet pas d'atteindre  $n_{\text{phonons}} \leq 1$  dans un environnement cryogénique à température  $T \simeq 3$  K. Nous avons donc deux options :

1. Travailler à une température de l'ordre de la dizaine de millikelvin, ce qui permettrait de geler les sources de dissipation mécanique intrinsèque (TLS), et d'avoir un nombre de phonons inférieur à 1 sans même utiliser de refroidissement optomécanique, nos résonateurs mécaniques ayant des fréquences supérieures au GHz. Cela nécessite un cryostat un dilution, dont notre équipe sera bientôt équipée.
2. Utiliser une source de lumière pulsée, et exploiter la dynamique du système optomécanique pour atteindre un nombre de phonons inférieur à 1 avant de déclencher l'instabilité thermo-optique.

Nous exposerons dans ce chapitre le travail théorique et expérimental effectué pour évaluer l'efficacité de la deuxième option.



## VI.1 Étude bibliographique

Nous présentons dans un premier temps un bref état des lieux de la littérature quant aux techniques de refroidissement optique pulsé de systèmes optomécaniques.

Le problème du refroidissement optomécanique en régime pulsé a été étudié sous deux angles. Le premier consiste à appliquer une série de pulses de lumière, optimisée *a priori* pour atteindre un nombre de phonons inférieur à 1 en un temps court (sans atteindre pour autant de régime stationnaire). Cette approche fonctionne théoriquement pour plusieurs catégories de systèmes optomécaniques, mais n'a jamais été implémentée expérimentalement à notre connaissance ; nous montrerons par ailleurs que les paramètres de nos nano-résonateurs optomécaniques ne se prêtent pas optimalement à cette approche. Le second consiste à mesurer de manière pulsée la position du système pendant un temps inférieur à la période mécanique, et à post-sélectionner les événements selon la mesure optique en sortie. Ces événements sélectionnés correspondent à des états comprimés (*squeezed*) de l'oscillateur mécanique, dont le nombre de phonons est alors diminué (principe de refroidissement par la mesure).

### VI.1.1 Refroidissement sans post-sélection

Étant donnés les paramètres de notre système optomécanique, nous nous limitons dans nos recherches aux schémas de refroidissement en régime de couplage optomécanique faible ( $g_0 \ll \Omega_m, \kappa, \omega_c$ ).

#### a) Pulse *chirpé*

La première technique considérée repose sur l'utilisation d'un pulse lumineux *chirpé*. Dans [113], les auteurs décrivent le système dans le régime linéarisé, avec des fluctuations faibles lors de l'interaction pulsée ( $\hat{o} = \bar{o} + \delta\hat{o}$ , où  $o \in \{a, b\}$  et  $|\langle \hat{o} \rangle|^2 \gg \langle \delta\hat{o}^\dagger \delta\hat{o} \rangle$ ). L'amplitude et la phase du pulse sont caractérisées par deux fonctions  $\chi(t)$  et  $\phi(t)$ , et la dynamique du système est régie par l'équation d'évolution de la matrice de covariance  $\mathbf{R}(t)$  définie comme (*cf.* [113] pour plus de détail sur le formalisme) :

$$\mathbf{R}_{ll'}(t) = \langle \mathbf{v}_l(t) \mathbf{v}_{l'}(t) \rangle \quad (l, l' = 1, 2, 3, 4), \quad \text{où :}$$

$$\begin{cases} \mathbf{v}(t) = (\delta A(t), \delta B(t), \delta A^\dagger(t), \delta B^\dagger(t))^T \\ \delta A(t) = \delta \hat{a} e^{i[\phi(t) + \int_0^t \Delta(\tau) d\tau]} \\ \delta B(t) = \delta \hat{b} e^{i\Omega_m t} \\ \Delta(t) = (\omega_c - \omega_l) - 2g_0 \text{Re}[\bar{b}(t)] \end{cases} \quad (\text{VI.1})$$

Les pulses chirpés utilisés dans [113] sont caractérisés par :

$$\begin{aligned} \chi(t) &= \chi_0 \text{sech} [\alpha(t - t_0)] \\ \dot{\phi}(t) &= \beta \tanh [\alpha(t - t_0)] \end{aligned} \quad (\text{VI.2})$$

ce qui donne une amplitude laser entrante :

$$\Omega(t) = i\dot{\bar{a}} - \left[ \Delta(t) - i\frac{\kappa}{2} \right] \bar{a}, \quad \text{où :}$$

$$\begin{cases} \bar{a}(t) = \frac{\chi_0}{g_0} \text{sech} [\alpha(t - t_0)] e^{-i[\phi(t) - 2g_0 \int_0^t \text{Re}[\bar{b}(\tau)] d\tau]} \\ \bar{b}(t) = i\frac{\chi_0^2}{g_0} \int_0^t \text{sech}^2 [\alpha(t - t_0)] e^{-(\frac{\Gamma_m}{2} + i\Omega_m)(t-\tau)} d\tau \\ \phi(t) = \frac{\beta}{\alpha} \log \left[ \frac{\cosh [\alpha(t - t_0)]}{\cosh (\alpha t_0)} \right] \end{cases} \quad (\text{VI.3})$$

Les résultats théoriques de [113] sont appliqués aux paramètres expérimentaux suivants :

$$\Omega_m \simeq 2\pi \cdot 73.5 \text{ MHz}, \quad \frac{\Gamma_m}{\Omega_m} \simeq 1.768 \cdot 10^{-5}, \quad \frac{\kappa}{\Omega_m} \simeq 0.0435, \quad \frac{g_0}{\Omega_m} \simeq 1.147 \cdot 10^{-5}$$

Ce jeu de paramètres se trouve largement dans la limite des bandes latérales résolues ( $\frac{\kappa}{\Omega_m} \ll 1$ ), et le facteur de qualité mécanique est de l'ordre de  $10^5$ . Ce mode de refroidissement permet de refroidir le résonateur de 1000 phonons jusqu'à environ 30 phonons, sur une durée de l'ordre de quelques dizaines de périodes mécanique, ce qui est en soi intéressant. En revanche, il ne s'applique pas forcément optimalement à notre situation expérimentale où nous ne sommes pas franchement dans la limite des bandes latérales résolues ( $\frac{\kappa}{\Omega_m} \gtrsim 1$ ), et où le facteur de qualité mécanique n'atteint pas encore  $10^5$ . Afin de comprendre si ce type d'approche pourrait être utile pour nos systèmes nano-mécaniques, nous explorerons donc d'autres travaux théoriques.

### b) Pulse obtenu par contrôle optimal

L'approche décrite dans [114] est plus générale que la précédente, dans le sens où elle doit pouvoir s'appliquer dans le cas d'un couplage optomécanique fort ou faible ( $g_0 \lesssim \Omega_m, \kappa, \omega_c$ ), et dans des cavités optiques fortement ou faiblement dissipatives ( $\kappa \lesssim \Omega_m$ ). Le formalisme de cette approche repose sur un changement de référentiel, se déplaçant avec l'état de la cavité optique. Le hamiltonien linéarisé s'écrit :

$$\hat{H} = \hbar\Delta\hat{a}^\dagger\hat{a} + \hbar\Omega_m\hat{b}^\dagger\hat{b} + \left(G(t)\hat{a} + G^*(t)\hat{a}^\dagger\right)\hat{x} + |G(t)|^2\hat{x} \quad (\text{VI.4})$$

où  $\hat{x} = x_{ZPF}(\hat{b} + \hat{b}^\dagger)$ , et  $G(t) = ig_0e^{-i(\Delta-i\kappa)t} \int_0^t e^{i(\Delta-i\kappa)t'} dt'$ . La méthode de la matrice de covariance est également appliquée. Elle est ici définie comme  $\mathbf{R}(t) = [\hat{X}_c, \hat{P}_c, \hat{x}, \hat{p}]^T$  où  $(\hat{X}_c, \hat{P}_c)$ , resp.  $(\hat{x}, \hat{p})$ , sont les opérateurs de quadrature de la cavité optique, resp. mécanique. Les pulses appliqués sont alors considérés comme des hamiltoniens de contrôle  $\hat{H}_{c,i=1..n}$ , avec  $i$  le numéro du pulse, et le hamiltonien de contrôle équivalent à l'application de tous les pulses  $\hat{H}_c$  est défini par :  $e^{-\frac{i}{\hbar}t_n(\hat{H}_0+\hat{H}_{c,n})} \dots e^{-\frac{i}{\hbar}t_1(\hat{H}_0+\hat{H}_{c,1})} = e^{-\frac{i}{\hbar}(\sum_k t_k)(\hat{H}_0+\hat{H}_c)}$  où  $\hat{H}_0$  est le hamiltonien du système optomécanique fermé.

Afin de refroidir effectivement le résonateur, l'objectif est que le hamiltonien de contrôle équivalent  $\hat{H}_c$  approche au mieux le terme de refroidissement par bande latérale du hamiltonien optomécanique, qui s'écrit  $(\hat{x}\hat{X}_c + \hat{p}\hat{P}_c) \propto (\hat{a}\hat{b}^\dagger + \hat{a}^\dagger\hat{b})$ . Cette procédure d'optimisation est effectuée numériquement en utilisant l'algorithme de contrôle optimal de la librairie développée par l'auteur (QLib [115]).

Le résultat de simulation intéressant dans cette étude concerne le jeu de paramètres suivant :

$$\Omega_m = 2\pi \cdot 1 \text{ MHz}, \frac{\kappa}{\Omega_m} = 0.75, \frac{g_0}{\Omega_m} \simeq 1.19 \cdot 10^{-5}, \frac{\Gamma_m}{\Omega_m} \simeq 4.77 \cdot 10^{-5}$$

et produit un refroidissement du mouvement de 2900 phonons à 0.1 phonon, avec une séquence de 10 pulses portant chacun une énergie de 40 nJ, et durant au total 0.75 période mécanique. En comparaison avec nos nano-résonateurs à disques en GaAs, le facteur de qualité optique utilisé dans cette simulation est de l'ordre de  $10^8$  contre  $10^5$ , et la fréquence mécanique 100 à 1000 fois inférieure à la notre. Cette étude n'en reste pas moins intéressante, car elle se situe à limite du régime des bandes résolues, et permet théoriquement de refroidir très efficacement sur une durée inférieure à la période mécanique. Il reste néanmoins à déterminer si ce contrôle pulsé permet de garder le système dans un état de phonons à occupation faible durablement (disons

un état presque stationnaire), ou si une faible population de phonons n'est atteinte que pendant un temps très court.

Par ailleurs, cette approche pulsée permet certes de refroidir plus rapidement qu'en régime continu du refroidissement par bande latérale, mais elle ne permet pas d'atteindre un nombre de phonons inférieur, à puissance laser incidente moyenne égale. En effet la valeur théorique du nombre phonons final par refroidissement par bande latérale continu, avec la même puissance moyenne (0.5 W), donne  $\bar{n}_f \simeq 0.06$  phonons.

Nous avons tenté de communiquer avec l'auteur [115] afin de simuler nos paramètres expérimentaux à l'aide de sa librairie, et de savoir si les séquences de pulses obtenues par son approche théorique sont expérimentalement réalisables sur notre système. Nous n'avons malheureusement pas pu obtenir de réponse claire dans cet échange, et avons donc choisi d'effectuer notre propre travail de simulation numérique (section VI.2).

### VI.1.2 Refroidissement par la mesure

Une autre approche de refroidissement optique pulsé de l'oscillateur mécanique est décrite dans [116] et repose sur la mesure de sa position pendant une durée inférieure à la période mécanique. Cette méthode permet non seulement d'effectuer la tomographie de l'état de l'oscillateur mécanique, mais aussi d'obtenir des états mécaniques comprimés dont le nombre de phonons est inférieur à 1, en post-sélectionnant les événements selon le résultat de la mesure optique.

Plus précisément, lorsqu'un pulse de durée bien inférieure à la période mécanique est appliqué, le déplacement de l'oscillateur mécanique est négligeable, mais le pulse lumineux est déphasé en sortie proportionnellement à la position de l'oscillateur mécanique. Au même moment, une quantité de mouvement est transférée entre la lumière et l'oscillateur mécanique. L'interaction optomécanique entre le pulse et le système est décrite par les relations entrée-sortie suivantes (avant et après le pulse) :

$$\begin{cases} X_L^{out} = X_L^{in} \\ P_L^{out} = P_L^{in} + \chi X_M^{in} \\ X_M^{out} = X_M^{in} \\ P_M^{out} = P_M^{in} + \chi X_L^{in} + \Omega \end{cases} \quad (\text{VI.5})$$

où l'indice  $L$  ( $M$ ) désigne le mode optique (mécanique),  $X$  et  $P$  sont les opérateurs de quadrature des oscillateurs harmoniques optique et mécanique,  $\chi = 4\pi \cdot x_{ZPF} \cdot \sqrt{N_{photons,pulse}}/\lambda_l$  quantifie l'échange d'information entre l'os-

cillateur mécanique et l'optique, et  $\Omega = 8\pi \cdot x_{ZPF} \cdot N_{photons,pulse}/\lambda_l$  quantifie le transfert de quantité de mouvement entre le pulse lumineux et l'oscillateur mécanique. Après la mesure du pulse, l'état de l'oscillateur mécanique est modifié selon la valeur mesurée de l'impulsion  $P_L$  :

$$\left\{ \begin{array}{l} \langle X_M^{out} \rangle \simeq P_L/\chi \\ \sigma_{X_M^{out}}^2 \simeq \frac{1}{2\chi^2} \\ \langle P_M^{out} \rangle \simeq \Omega \\ \sigma_{P_M^{out}}^2 \simeq \frac{\chi^2 + 1 + 2n_{th}}{2} \end{array} \right. \quad (\text{VI.6})$$

Il y a donc réduction de la variance de la position de l'oscillateur mécanique de  $n_{th}$  vers  $1/(2\chi^2)$ , et l'oscillateur mécanique, qui est alors hors-équilibre avec son environnement thermique, possède un nombre de phonons  $n_{phonons} = (\sigma_{X_M^{out}}^2 \sigma_{P_M^{out}}^2)^{1/2} - 1/2 \simeq (\frac{n_{th}}{2\chi^2})^{1/2}$ . Puis, en attendant un quart de période mécanique, et en appliquant à nouveau un pulse court, l'état de l'oscillateur peut être à nouveau comprimé ce qui réduit encore plus le nombre de phonons. On aboutit ainsi progressivement à un refroidissement efficace.

Le travail théorique et expérimental de [116] s'applique à un système dont les paramètres optomécaniques sont :

$$\Omega_m = 2\pi \cdot 500 \text{ kHz}, \quad \frac{\kappa}{\Omega_m} = 5000, \quad \frac{g_0}{\Omega_m} \simeq 0.17, \quad \frac{\Gamma_m}{\Omega_m} \simeq 1 \cdot 10^{-5}$$

et produit un refroidissement de 10 phonons vers 0.15 phonon. En comparaison avec nos nano-résonateurs GaAs le facteur de qualité mécanique dans ce travail est plus élevé, de même que le taux de dissipation de la cavité optique  $\kappa \gg \Omega_m$ . Cette dernière condition est nécessaire pour que le temps d'interaction entre le pulse lumineux et l'oscillateur mécanique soit bien inférieur à la période mécanique. Elle n'est pas vérifiée dans nos nano-résonateurs en GaAs où la fréquence mécanique est très élevée (GHz). Ainsi, cette méthode de refroidissement par mesure pulsée n'apparaît pas immédiatement comme applicable efficacement à notre système. Nous avons donc opté pour une approche qui ne repose pas sur le concept de post-sélection.

## VI.2 Refroidissement sub-période mécanique

Les méthodes de refroidissement optique pulsé issues de la littérature n'étant pas clairement avantageuses pour nos nano-résonateurs en GaAs, nous avons donc simulé numériquement la dynamique de notre système en régime pulsé, afin de chercher une ou plusieurs séquences de pulses permettant de

descendre en dessous de 1 phonon d'occupation. Nous présentons dans un premier temps les méthodes numériques utilisées, puis nos premiers résultats de simulations.

### VI.2.1 Méthodes numériques

#### a) Distribution de Wigner tronquée

**Matrice densité et équation maîtresse** Alors que nous avons adopté une description de type équations de Langevin pour décrire le système optomécanique et son environnement dans le chapitre I, nous utilisons dans ce chapitre le formalisme de la matrice densité et nous plaçons dans la représentation de Schrödinger, où la dépendance temporelle est encodée dans l'état du système (sa matrice densité) au lieu des observables. Nous notons la matrice densité  $\hat{\rho}$ , et sa dynamique est décrite par l'équation maîtresse [28] :

$$\begin{aligned} \frac{d\hat{\rho}}{dt} = & -i \left[ -\Delta \hat{a}^\dagger \hat{a} + \Omega_m \hat{b}^\dagger \hat{b} - g_0 \hat{a}^\dagger \hat{a} (\hat{b} + \hat{b}^\dagger) + \sqrt{\kappa_e} \alpha_{in} (\hat{a}^\dagger - \hat{a}), \hat{\rho} \right] \\ & + \kappa \left( \hat{a} \hat{\rho} \hat{a}^\dagger - \frac{1}{2} (\hat{a}^\dagger \hat{a} \hat{\rho} + \hat{\rho} \hat{a}^\dagger \hat{a}) \right) \\ & + \Gamma_m (n_{th} + 1) \left( \hat{b} \hat{\rho} \hat{b}^\dagger - \frac{1}{2} (\hat{b}^\dagger \hat{b} \hat{\rho} + \hat{\rho} \hat{b}^\dagger \hat{b}) \right) \\ & + \Gamma_m n_{th} \left( \hat{b}^\dagger \hat{\rho} \hat{b} - \frac{1}{2} (\hat{b} \hat{b}^\dagger \hat{\rho} + \hat{\rho} \hat{b} \hat{b}^\dagger) \right) \end{aligned} \quad (\text{VI.7})$$

où nous rappelons que  $n_{th} = (\exp(\hbar\Omega_m/k_B T) - 1)^{-1}$  est le nombre moyen de phonons dans le résonateur à l'équilibre thermodynamique, en l'absence de lumière dans la cavité, et la notation en crochets  $[\dots, \hat{\rho}]$  correspond au commutateur du hamiltonien du système fermé avec la matrice densité, tiré de l'équation de Schrödinger  $d\hat{\rho}/dt = -\frac{i}{\hbar} [\hat{H}, \hat{\rho}]$ .

**Équation de la distribution de Wigner** La distribution de quasiprobabilité de Wigner a été introduite par Wigner en 1932 [117, 118] pour calculer la valeur moyenne d'une observable à partir d'une représentation de l'état du système dans l'espace des phases. Plus précisément, si l'on a un oscillateur harmonique  $\hat{a}$ , nous définissons la distribution de quasiprobabilité de Wigner  $W(\alpha)$ ,  $\alpha \in \mathbf{C}$  comme :

$$W(\alpha) = \frac{1}{\pi^2} \int_{\mathbf{C}} d\lambda \text{Tr} \left[ \hat{\rho} e^{\lambda \hat{a}^\dagger - \lambda^* \hat{a}} \right] e^{\alpha \lambda^* - \alpha^* \lambda} \quad (\text{VI.8})$$

Si l'on considère une observable  $\hat{O}$  de l'oscillateur harmonique, celle-ci peut être développée en somme de puissances de  $\hat{a}$  et  $\hat{a}^\dagger$ , et l'on définit  $o(\alpha, \alpha^*)$  comme la fonction complexe obtenue en remplaçant  $\hat{a}$  ( $\hat{a}^\dagger$ ) par  $\alpha$  ( $\alpha^*$ ) dans  $\hat{O}$ . La valeur moyenne de  $\hat{O}$ , s'écrit alors :

$$\langle \hat{O} \rangle = \text{Tr}[\hat{\rho}\hat{O}] = \int_{\mathbb{C}} d\alpha o(\alpha, \alpha^*) W(\alpha) \quad (\text{VI.9})$$

Pour un système optomécanique, nous avons deux oscillateurs harmoniques  $\hat{a}$  et  $\hat{b}$ . La distribution de Wigner s'écrit donc en fonction de deux champs complexes  $\alpha$  et  $\beta$ , et vérifie l'équation différentielle suivante, obtenue à partir de l'équation maîtresse (VI.7) :

$$\begin{aligned} \frac{dW(\alpha, \beta; t)}{dt} = & \partial_\alpha \left[ -i\Delta\alpha - ig_0\alpha(\beta + \beta^*) + \frac{\kappa}{2}\alpha + \sqrt{\kappa_e}\alpha_{in} \right] W(\alpha, \beta; t) \\ & + \partial_{\alpha^*} \left[ i\Delta\alpha^* + ig_0\alpha^*(\beta + \beta^*) + \frac{\kappa}{2}\alpha^* + \sqrt{\kappa_e}\alpha_{in} \right] W(\alpha, \beta; t) \\ & + \partial_\beta \left[ i\Omega_m\beta - ig_0\left(|\alpha|^2 - \frac{1}{2}\right) + \frac{\Gamma_m}{2}\beta \right] W(\alpha, \beta; t) \\ & + \partial_{\beta^*} \left[ -i\Omega_m\beta^* + ig_0\left(|\alpha|^2 - \frac{1}{2}\right) + \frac{\Gamma_m}{2}\beta^* \right] W(\alpha, \beta; t) \\ & + \frac{\kappa}{2}\partial_{\alpha^*\alpha}^2 W(\alpha, \beta; t) + \Gamma_m\left(n_{th} + \frac{1}{2}\right)\partial_{\beta^*\beta}^2 W(\alpha, \beta; t) \\ & + i\frac{g_0}{4}\partial_{\beta\alpha^*\alpha}^3 W(\alpha, \beta; t) - i\frac{g_0}{4}\partial_{\beta^*\alpha^*\alpha}^3 W(\alpha, \beta; t) \end{aligned} \quad (\text{VI.10})$$

**Distribution de Wigner tronquée et équations différentielles stochastiques** Dans l'équation (VI.10), les termes de dérivation du second ordre sont responsables de la diffusion de la distribution de Wigner dans l'espace des phases, sous l'effet du couplage dissipatif avec l'environnement. Les termes du troisième ordre donnent lieu à des effets non-linéaires de couplage entre photons et phonons, et à des corrélations non classiques lorsque la constante de couplage optomécanique est plus élevée que les constantes de dissipation, associées à l'environnement. Par la suite, nous tronquons la distribution de Wigner, en négligeant les termes du troisième ordre.

Sans ces termes nous retrouvons une équation de type Fokker-Planck avec une matrice de diffusion définie positive. La dynamique et la statistique d'une telle équation peuvent être retrouvées en considérant les équations différentielles stochastiques suivantes sur les champs scalaires  $\alpha$  et  $\beta$  :

$$\begin{cases} \frac{d\alpha}{dt} = i\Delta\alpha - \frac{\kappa}{2}\alpha + ig_0\alpha(\beta + \beta^*) + \sqrt{\kappa_e}\alpha_{in} + \sqrt{\frac{\kappa}{2}}\xi_c(t) \\ \frac{d\beta}{dt} = -i\Omega_m\beta - \frac{\Gamma_m}{2} + ig_0\left(|\alpha|^2 - \frac{1}{2}\right) + \sqrt{\Gamma_m\left(n_{th} + \frac{1}{2}\right)}\xi_m(t) \end{cases} \quad (\text{VI.11})$$

où  $\xi_c(t)$  et  $\xi_m(t)$  sont des variables aléatoires gaussiennes de valeur moyenne nulle, dont les corrélateurs sont donnés par  $\langle \xi_c(t)\xi_c^*(t') \rangle = \langle \xi_m(t)\xi_m^*(t') \rangle = \delta(t - t')$ .

### b) Simulations Monte-Carlo des équations stochastiques

Nous résolvons numériquement les équations (VI.11) en appliquant une méthode de type Runge-Kutta modifiée pour les équations différentielles stochastiques [119]. Pour un pas de temps  $\Delta t^{-1} \gg \omega_{max}$ , où la pulsation  $\omega_{max} = \max(\Omega_m, \kappa, 2\pi/T_{pulse})$  est la pulsation la plus élevée dans notre système, le schéma d'intégration numérique s'écrit (les pas de temps sont indexés par  $k$ ,  $\alpha(t_k) = \alpha_k$ ,  $\beta(t_k) = \beta_k$  et  $\Delta t = t_{k+1} - t_k$ ) :

$$\begin{cases} \alpha_{k+1} = \alpha_k + \frac{K_{11} + K_{21}}{2} \\ \beta_{k+1} = \beta_k + \frac{K_{12} + K_{22}}{2} \end{cases} \quad (\text{VI.12})$$

où :

$$\begin{cases} A(\alpha_k, \beta_k) = \left[ (i\Delta - \kappa/2) + ig_0(\beta_k + \beta_k^*) \right] \alpha_k \\ B(\alpha_k, \beta_k) = -(i\Omega_m + \Gamma_m/2)\beta_k + ig_0|\alpha_k|^2 - 1/2 \\ K_{11} = \Delta t \left[ A(\alpha_k, \beta_k) + \sqrt{\kappa_e}\alpha_{in,k} \right] + D_{opt}\sqrt{\Delta t}(Z_{1,k} - S_{1,k}) \\ K_{12} = \Delta t B(\alpha_k, \beta_k) + D_m\sqrt{\Delta t}(Z_{2,k} - S_{2,k}) \\ K_{21} = \Delta t \left[ A(\alpha_k + K_{11}, \beta_k + K_{12}) + \sqrt{\kappa_e}\alpha_{in,k+1} \right] + D_{opt}\sqrt{\Delta t}(Z_{1,k} + S_{1,k}) \\ K_{22} = \Delta t B(\alpha_k + K_{11}, \beta_k + K_{12}) + D_m\sqrt{\Delta t}(Z_{2,k} + S_{2,k}) \end{cases} \quad (\text{VI.13})$$

$D_{opt} = \sqrt{\frac{\kappa}{4}}$  et  $D_m = \sqrt{\frac{\Gamma_m}{2}\left(n_{th} + \frac{1}{2}\right)}$  sont les coefficients de diffusion optique et mécanique,  $Z_{j \in \{1,2\},k} = (z + iz')$  où  $(z, z')$  sont des variables aléatoires gaussiennes centrées en 0 et de variance 1, et  $S_{j \in \{1,2\},k} = \pm 1$  avec une probabilité 1/2. La dépendance en  $k$  de ces variables aléatoire signifie qu'un nouveau tirage est effectué à chaque pas de temps.  $\alpha_{in,k} = \alpha_{in}(t_k)$  est l'amplitude du champ entrant dans la cavité. Nous verrons au paragraphe



suivant qu'il peut aussi bien être continu que pulsé, car nous considérons les équations de l'optomécanique non linéarisées.

La résolution de ces équations nous donne une trajectoire temporelle des champs  $\alpha(t)$  et  $\beta(t)$ . Nous appliquons alors une méthode de type Monte-Carlo, en calculant  $N \gg 1$  trajectoires  $(\{\alpha_p(t), \beta_p(t)\}_{1 \leq p \leq N})$ , puis en moyennant les trajectoires des quantités d'intérêt. Dans notre cas, ces quantités sont le nombre de photons et de phonons, et sont calculées comme :

$$\begin{aligned} N_{photons}(t) &= \left\langle |\alpha(t)|^2 - \frac{1}{2} \right\rangle_N = \frac{1}{N} \sum_{p=1}^N |\alpha_p(t)|^2 - \frac{1}{2} \\ N_{phonons}(t) &= \left\langle |\beta(t)|^2 - \frac{1}{2} \right\rangle_N = \frac{1}{N} \sum_{p=1}^N |\beta_p(t)|^2 - \frac{1}{2} \end{aligned} \quad (\text{VI.14})$$

Nous obtenons ainsi l'évolution des nombres de photons et surtout de phonons en fonction du temps. Nous allons à présent vérifier que cette méthode permet tout d'abord d'obtenir à nouveau les résultats de refroidissement par bande latérale en régime continu, puis appliquerons dans un second temps des excitations pulsées, afin de contourner si possible les limitations du régime continu.

## VI.2.2 Premier résultat : état initial cohérent

### a) Vérification de l'approche en régime continu

Avant d'étudier la dynamique du système optomécanique avec une excitation pulsée, nous commençons par vérifier que la méthode de simulation numérique présentée ci-dessus permet de retrouver les résultats théoriques du refroidissement par bandes latérales en régime continu.

Nous utilisons les paramètres suivants pour le système optomécanique :

$T = 3 \text{ K}$ ,  $g_0 = 1 \text{ MHz}$ ,  $\frac{\Omega_m}{2\pi} = 900 \text{ MHz}$ ,  $Q_m = 10^3$ ,  $\frac{\kappa}{\Omega_m} \simeq 0.14$ ,  $\Delta = -\Omega_m$  et utilisons une puissance optique incidente de  $30 \text{ } \mu\text{W}$ , ce qui correspond dans ces conditions à  $\approx 1100$  photons dans la cavité. Le pas de temps pour la résolution de l'équation stochastique est  $\Delta t^{-1} = 1000 \cdot \Omega_m / 2\pi$  et nous moyennons 5000 trajectoires.

Le résultat de cette simulation est présenté sur la figure VI.1. Nous partons d'un état initial avec environ 69 phonons, et atteignons 35 phonons. La valeur finale du nombre de phonons simulée concorde bien avec la valeur théorique  $\bar{n}_f$  de l'équation (I.41). Nous remarquons également que la courbe simulée contient encore des fluctuations, qui peuvent être réduites en moyennant un nombre plus grand de trajectoires.

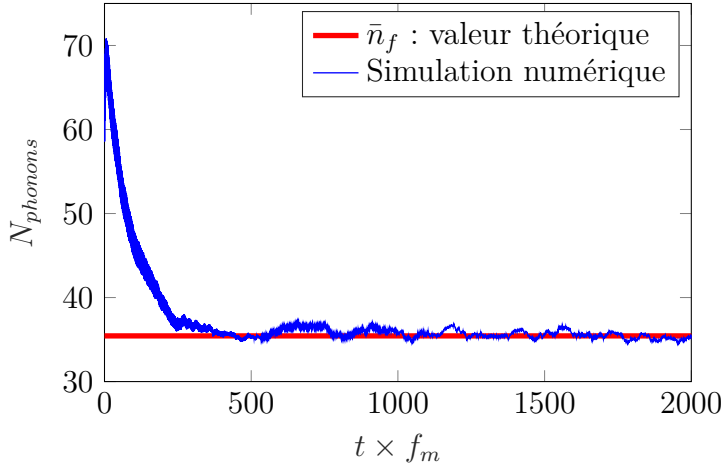


FIG. VI.1 – Nombre de phonons en fonction du temps, simulé avec la méthode {équations différentielles stochastiques + Monte Carlo}. Le nombre de trajectoires moyennées est de 5000.

Il convient de noter que l'approche adoptée ici n'est pas celle de l'optomécanique linéarisée où seules les fluctuations des champs sont considérées et qui donne le nombre final de phonons théorique du refroidissement par bande latérale  $\bar{n}_f$  (équation (I.41)). En effet nous simulons ici le nombre total de phonons qui tient compte du déplacement moyen de l'oscillateur mécanique en plus des fluctuations. Ainsi, lorsque nous injectons plus de  $\approx 5000$  photons dans la cavité, le déplacement moyen de l'oscillateur mécanique dû à l'interaction optomécanique n'est plus négligeable et le nombre final de phonons diverge de la valeur théorique  $\bar{n}_f$ . Néanmoins, cela ne contredit pas la théorie du refroidissement par bande latérale que nous pouvons retrouver simplement en considérant les équations différentielles stochastiques sur les fluctuations des champs au lieu de celles utilisées jusqu'à présent. Nous n'adopterons cependant pas cette approche, car l'instabilité thermo-optique nous empêche d'injecter plus de quelques milliers photons dans la cavité optique pour le résonateur simulé ici.

### b) Premier résultat en pulsé

Après avoir validé l'approche en régime continu, nous avons recherché des séquences de pulses permettant de descendre en dessous de 1 phonon mécanique. Pour cela, nous sommes partis, comme dans le cas du continu d'un état initial des champs  $\alpha$  et  $\beta$  pour la résolution numérique des équations stochastiques donné par :

$$\alpha_0 = \sqrt{\frac{1}{2}} \quad , \quad \beta_0 = \sqrt{n_{th} + \frac{1}{2}} \quad (\text{VI.15})$$

L'état initial est donc un état cohérent du mouvement mécanique avec une amplitude égale à l'amplitude du mouvement Brownien.

Nous avons ensuite recherché par une méthode de type algorithmique générique des séquences de pulses gaussiens paramétrées par :

- $T_{pulse}$  : la durée d'un pulse unique
- $P_{in}$  : la puissance laser moyenne incidente
- La séquence d'allumage des pulses définie par un vecteur à 30 dimensions, dont l'élément  $k$  vaut 0 (ou 1) si le laser incident est éteint (ou allumé) pendant l'intervalle de temps  $[kT_{pulse}, (k+1)T_{pulse}]$ . La durée de la séquence est donc  $30 \cdot T_{pulse}$

Nous avons utilisé les paramètres suivants pour le système optomécanique :

$g_0 = 1$  MHz,  $\frac{\Omega_m}{2\pi} = 900$  MHz,  $Q_m = 10^3$ ,  $\frac{\kappa}{\Omega_m} \simeq 6.9$ ,  $\Delta = -\sqrt{\Omega_m^2 + \frac{\kappa^2}{4}}$  (qui est le désaccord quasi-optimal en régime continu lorsque l'on est dans le cas des bandes latérales non-résolues), et avons trouvé des séquences permettant de descendre en dessous d'un phonon d'occupation (défini comme dans l'équation (VI.14)) en moins d'une période mécanique. La figure VI.2 illustre une telle séquence, où la durée d'un pulse est  $T_{pulse} = 50$  ps, la puissance moyenne incidente est  $P_{in} \approx 0.8$  mW, et la séquence d'allumage est telle que seules les éléments  $k \in \{3, 6, 9, 10, 13, 14\}$  valent 1, et les autres 0. Nous descendons ainsi en deçà de 1 phonon en moins d'une période mécanique, et y restons pendant au moins 0.6 période mécanique. La puissance injectée reste néanmoins trop élevée pour éviter l'instabilité thermo-optique dans notre configuration expérimentale.

Ces résultats de simulations, bien qu'encourageants, possèdent deux limitations majeures. Tout d'abord, les séquences de pulses trouvées ne sont pas robustes à un changement de la phase initiale mécanique. En effet si l'on déphase légèrement l'oscillateur mécanique au temps initial, une séquence de pulses qui permettait auparavant de descendre en dessous de 1 phonon ne fonctionne plus. Il s'agit donc de séquences de diminution optique du nombre de phonons, mais qui ne sont dessinées que pour fonctionner sur un état initial cohérent du mouvement de phase bien déterminée.

Deuxièmement, l'état initial considéré ne correspond pas à un état thermique, mais à un état cohérent déplacé. Bien que nous retrouvions les résultats du régime de refroidissement continu linéarisé avec notre approche

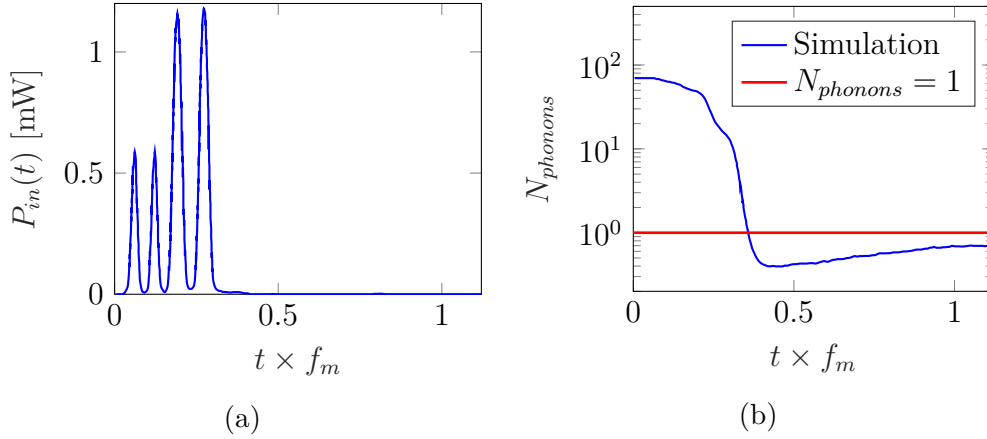


FIG. VI.2 – (a) Séquence de pulses incidente. (b) Évolution du nombre de phonons en fonction du temps. La courbe rouge représente la valeur théorique du nombre minimal de phonons  $\bar{n}_f$  atteignable en régime continu linéarisé à puissance moyenne injectée équivalente.

à basse puissance, cette approximation n'est plus vérifiée en régime pulsé. En effet, en régime continu et à basse puissance, le  $\beta$  simulé par nos soins correspond bien aux fluctuations  $\delta\hat{b}$  (le déplacement moyen de l'oscillateur mécanique est négligeable par rapport aux fluctuations à faible puissance optique incidente) et le fait d'attendre un régime stationnaire permet au bruit thermique présent dans les équations mais pas dans l'état initial de se manifester. En revanche en régime pulsé, nous arrivons à descendre en dessous de 1 phonon car l'état initial est cohérent et ne présente pas de fluctuations thermiques, et le temps de simulation (moins d'une période mécanique) est bien plus court que le temps caractéristique d'établissement du bruit thermique  $1/\Gamma_m$ . Pour mener une comparaison plus complète des capacités de refroidissement (c'est-à-dire de diminution des fluctuations mécaniques), il faut donc également tenir compte des fluctuations thermiques dans l'état initial, et donc considérer plutôt un état initial où  $\beta_0$  est une variable aléatoire gaussienne, dont la variance est liée aux fluctuations thermiques. C'est ce que nous ferons au paragraphe suivant.

### VI.2.3 État initial thermique et comparaison avec le régime continu

Comme évoqué au paragraphe précédent nous partons donc cette fois-ci d'un état initial où  $\beta_0$  est une variable aléatoire gaussienne centrée en 0 et de variance  $(\Delta\beta_0)^2 = n_{th} + \frac{1}{2}$ . La mesure du nombre de phonons à l'instant  $t$  n'est

plus obtenue par la valeur moyenne sur les trajectoires  $\langle |\beta(t)|^2 - 1/2 \rangle_N$ , mais par la variance des quadratures  $X = \frac{1}{2}(\beta + \beta^*)$  et  $P = \frac{i}{2}(\beta^* - \beta)$  [116], afin de ne s'intéresser qu'aux phonons associés à une énergie de fluctuation (et donc à une "température") :

$$N_{\text{phonons}}(t) = \left\langle \sqrt{(\Delta X)^2(t) \cdot (\Delta P)^2(t)} - 1/2 \right\rangle_N \quad (\text{VI.16})$$

Nous avons également recherché des séquences de pulses permettant de refroidir plus efficacement qu'en régime continu et atteindre un nombre de phonons inférieur à 1. Dans l'état actuel de nos explorations par algorithme génétique (pourtant vastes) nous n'avons toujours pas trouvé une telle séquence de pulses. En l'occurrence, même avec d'excellents paramètres opto-mécaniques ( $\frac{\kappa}{\Omega_m} \approx 10^{-6}$ ,  $Q_m = 10^5$ ,  $Q_{opt} = 2 \cdot 10^{11}$ ,  $g_0 = 6 \cdot 10^6$ ), non réalistes, les séquences de pulses simulées n'ont pas permis de refroidir mieux qu'en régime continu, comme cela est illustré sur la figure VI.3.

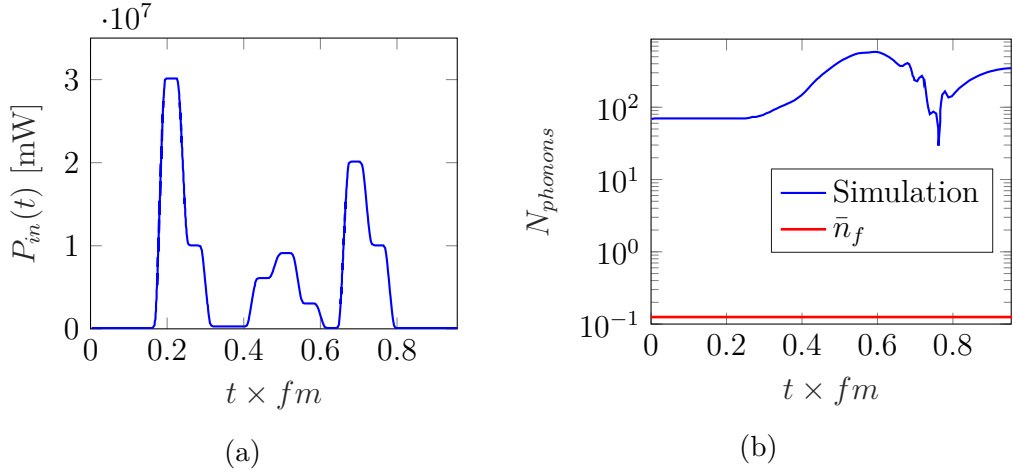


FIG. VI.3 – (a) Séquence de pulses incidente trouvée par optimisation par algorithme génétique. Même pour des puissances extrêmement élevées, inatteignables expérimentalement, les séquences ne font pas mieux que le régime continu. (b) Évolution du nombre de phonons en fonction du temps. La courbe rouge représente la valeur théorique du nombre minimal de phonons  $\bar{n}_f$  atteignable en régime continu linéarisé à puissance moyenne incidente égale.

Ce travail de simulation semble donc confirmer la difficulté d'atteindre l'état fondamental de l'oscillateur mécanique par injection d'une séquence laser pulsée, avec une puissance moyenne raisonnable, ne déclenchant pas d'instabilité thermo-optique. En revanche, il convient de noter que nous avons seulement simulé des séquences de pulses avec une phase constante, ce qui

correspond à un  $\alpha_{in}(t)$  réel dans les équations différentielles stochastiques (VI.11). Or, en toute généralité,  $\alpha_{in}$  est complexe, et il reste donc toute la catégorie des pulses “chirpés” à explorer.

Enfin, il convient d’explorer la possibilité de refroidir optiquement le mouvement sans laisser le temps à l’instabilité thermo-optique de se déclencher, en injectant des pulses plus courts que le temps de réponse thermique du système. C’est ce que nous explorerons au paragraphe suivant. Ceci permettrait de contourner cette instabilité qui est la principal verrou actuel.

## VI.3 Instabilité thermo-optique et refroidissement continu par morceaux

### VI.3.1 Motivation et modèle simplifié

Le verrou principal pour le refroidissement optomécanique de nos nano-résonateurs GaAs est le nombre de photons que l’on peut injecter avant de déclencher l’instabilité thermo-optique. La dynamique de cette instabilité est principalement régie par le temps de relaxation thermique du résonateur  $\tau_{th}$ , défini à l’équation (I.42). Ainsi si nous pouvons “refroidir” efficacement le mouvement de l’oscillateur mécanique pendant une durée  $T_{cool}$ , et le laisser ensuite dissiper la chaleur accumulée par ailleurs en éteignant le laser incident, avant de refroidir son mouvement à nouveau, nous devrions pouvoir contourner cette instabilité et obtenir un refroidissement optique du mouvement efficace.

C’est pourquoi nous considérons un modèle de refroidissement continu par morceaux, où nous allumons le laser pendant une durée  $T_{cool}$ , et réalisons des opérations périodiques, avec une période  $T \geq T_{cool}$ . L’équation d’évolution de l’énergie moyenne de l’oscillateur mécanique s’obtient en partant de l’équation (I.40) d’évolution du nombre moyen de phonons du chapitre I dans le formalisme de l’optomécanique linéarisée ( $k \in \mathbb{N}$ ) :

$$\frac{dE(t)}{dt} = \begin{cases} \Gamma_m E_{th} + \Gamma_{om} E_{min} - \Gamma_{eff} E(t) & \text{Laser allumé : } t \in [kT, kT + T_{cool}] \\ \Gamma_m E_{th} - \Gamma_m E(t) & \text{Laser éteint : } t \in [kT + T_{cool}, (k+1)T] \end{cases} \quad (\text{VI.17})$$

où  $\Gamma_{eff} = \Gamma_m + \Gamma_{om}$  est le taux de dissipation mécanique total, comme défini à l’équation (I.32),  $E_{th} = \hbar\Omega_m n_{th}$  est l’énergie de l’oscillateur mécanique associée au nombre de phonons à l’équilibre thermodynamique, en l’absence de photons dans la cavité, et  $E_{min} = \hbar\Omega_m n_{min}$  est l’énergie minimale que

l'on peut atteindre par refroidissement optomécanique continu en l'absence de couplage avec l'environnement thermique.

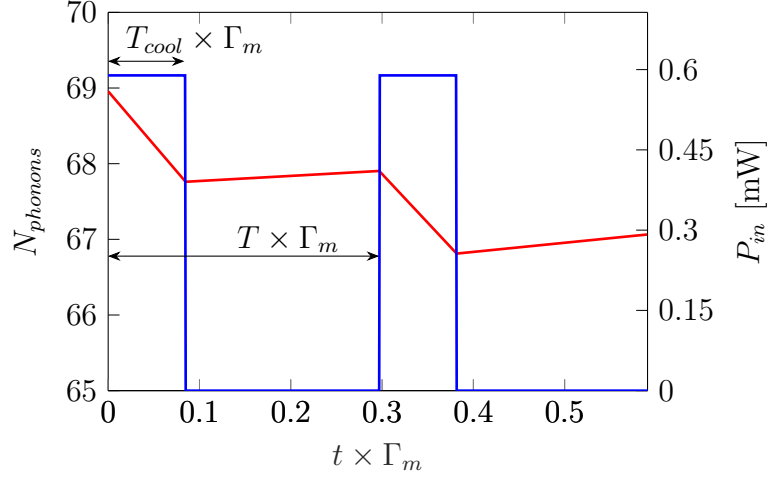


FIG. VI.4 – Principe du refroidissement continu par morceaux. En bleu, la puissance laser incidente, et en rouge le nombre de phonons. Le laser est allumé pendant  $T_{cool}$  et ce avec une période  $T$ . Le nombre de phonons diminue lorsque le laser est allumé sous l'effet de l'interaction optomécanique, puis augmente lorsqu'il est éteint par interaction avec le bain thermique.

Nous discrétisons ensuite ces équations en notant  $E_k = E(kT)$ ,  $E_{k'} = E(kT + T_{cool})$ , et nous obtenons alors en intégrant les équations différentielles (VI.17) sur chaque intervalle :

$$\begin{cases} E_{k'} &= \left( E_k - \frac{E_{th}\Gamma_m + E_{min}\Gamma_{om}}{\Gamma_{eff}} \right) e^{-\Gamma_{eff}T_{cool}} + \frac{E_{th}\Gamma_m + E_{min}\Gamma_{om}}{\Gamma_{eff}} \\ E_{k+1} &= (E_{k'} - E_{th})e^{-\Gamma_m(T-T_{cool})} + E_{th} \end{cases} \quad (\text{VI.18})$$

Nous pouvons alors calculer la limite de l'énergie par refroidissement continu par morceaux  $E_f$ , si une telle limite existe, en écrivant la relation liant  $E_{k+1}$  à  $E_k$ , et en faisant tendre  $k$  vers l'infini. Nous obtenons :

$$E_f = \frac{E_{th}(1 - e^{-\Gamma_m(T-T_{cool})}) + \frac{E_{th}\Gamma_m + E_{min}\Gamma_{om}}{\Gamma_{eff}}(e^{-\Gamma_m(T-T_{cool})} - e^{-\Gamma_m T - \Gamma_{om} T_{cool}})}{1 - e^{-\Gamma_m T - \Gamma_{om} T_{cool}}} \quad (\text{VI.19})$$

Et nous retrouvons bien la valeur théorique du refroidissement par bande latérale continu lorsque  $T = T_{cool}$ ,  $E_f = (E_{th}\Gamma_m + E_{min}\Gamma_{om})/\Gamma_{eff}$ . Nous

allons par la suite utiliser les équations (VI.18) pour simuler numériquement l'évolution de l'énergie de l'oscillateur mécanique.

### VI.3.2 Stratégie pour s'affranchir de l'instabilité thermo-optique

#### a) Comparaison avec le régime continu

La figure VI.5 représente l'évolution de l'énergie de l'oscillateur mécanique (ou encore nombre de phonons  $= \frac{E}{\hbar\Omega_m}$ ) pour quatre séquences de refroidissement continues par morceaux, avec un système optomécanique ayant les paramètres suivants :

$$g_0 = 1 \text{ MHz}, \frac{\Omega_m}{2\pi} = 900 \text{ MHz}, Q_m = 10^5, \frac{\kappa}{\Omega_m} \simeq 5.6, \Delta = -\sqrt{\Omega_m^2 + \frac{\kappa^2}{4}}.$$

Nous pouvons déjà effectuer deux remarques tirées des observations faites lors de cette étude :

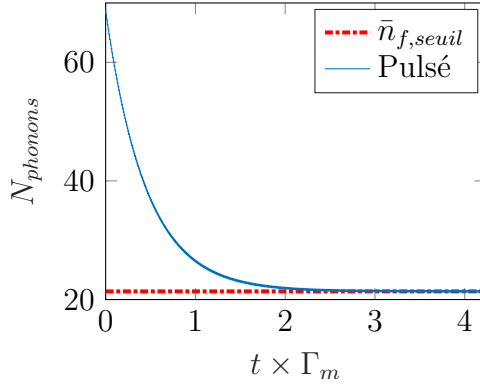
1. La période de répétition des pulses  $T$  doit être bien inférieure au temps caractéristique de dissipation de l'énergie mécanique  $1/\Gamma_m$  ( $\simeq 17 \mu\text{s}$  ici) pour éviter que l'énergie oscille trop fortement autour de son niveau final. Plus précisément, lorsque  $T \gtrsim 1/\Gamma_m$ , réduire le rapport cyclique  $T_{cool}/T$  à puissance moyenne constante augmente l'amplitude des oscillations d'énergie. En revanche, lorsque  $T \ll 1/\Gamma_m$ , le rapport cyclique à puissance moyenne injectée fixée ne joue pas de rôle, et l'oscillation est faible car le résonateur mécanique n'a pas le temps de se réchauffer entre deux périodes de répétition des pulses.
2. Le niveau final de l'énergie mécanique est directement lié à la puissance moyenne injectée, et correspond à l'énergie finale atteinte par refroidissement par bande latérale continu :  $N_{phonons,final} = \bar{n}_{f,moy}$ . Ainsi pour refroidir plus efficacement qu'en continu, nous devons injecter une puissance moyenne supérieure.

#### b) Instabilité thermo-optique

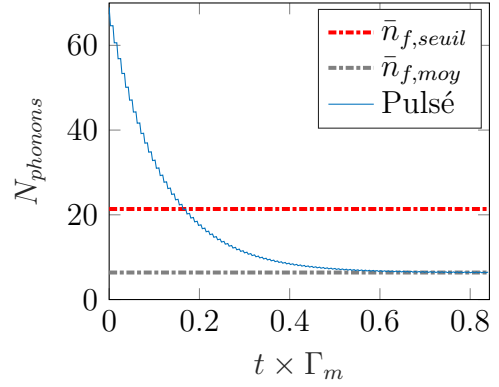
Afin de laisser le temps au système de dissiper la chaleur accumulée par l'absorption de photons pendant le refroidissement optique du mouvement, nous devons éteindre le laser pendant un temps de l'ordre du temps de relaxation thermique  $\tau_{th}$  qui est de l'ordre de  $1 - 10 \mu\text{s}$ , comme nous le verrons plus loin.

En revanche il est important de ne pas laisser le mouvement mécanique se "réchauffer" pendant cette période. Nous devons donc avoir le rapport

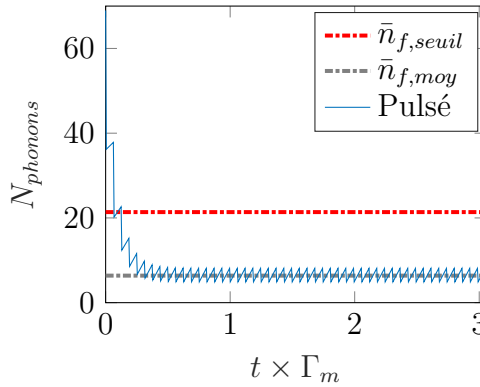




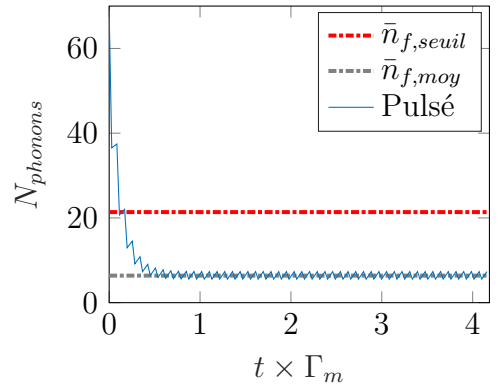
(a)  $T = 0.1 \mu\text{s}$ ,  $T_{cool} = 0.05 \mu\text{s}$ ,  
 $P_{moy} = P_{seuil}$



(b)  $T = 0.1 \mu\text{s}$ ,  $T_{cool} = 0.05 \mu\text{s}$ ,  
 $P_{moy} = 5 \cdot P_{seuil}$



(c)  $T = 1 \mu\text{s}$ ,  $T_{cool} = 0.1 \mu\text{s}$ ,  
 $P_{moy} = 5 \cdot P_{seuil}$



(d)  $T = 1 \mu\text{s}$ ,  $T_{cool} = 0.5 \mu\text{s}$ ,  
 $P_{moy} = 5 \cdot P_{seuil}$

FIG. VI.5 – Évolution du nombre de phonons par refroidissement continu par morceaux. La valeur de  $\bar{n}_{f,seuil}$  correspond à l'occupation phononique théorique que l'on atteint en régime continu linéarisé du refroidissement optomécanique, avec une puissance moyenne incidente égale à la puissance seuil à partir de laquelle l'instabilité thermo-optique est déclenchée (*cf.* équation (II.5)). La valeur de  $\bar{n}_{f,moy}$  correspond à l'occupation phononique théorique que l'on atteint en régime continu par morceaux avec la même puissance moyenne incidente qu'en régime continu par morceaux.

d'échelle suivant sur les différents temps caractéristiques pour le refroidissement continu par morceaux :

$$\tau_{th} \ll T - T_{cool} \ll \frac{1}{\Gamma_m} \quad (\text{VI.20})$$

Avec le système présenté au paragraphe précédent, l'inégalité de droite semble difficile à respecter. Il faut soit rechercher à améliorer le facteur de qualité mécanique, soit réduire le temps de relaxation thermique. Cela est faisable en travaillant à basse température, comme nous le verrons plus loin pour le temps thermique, et comme nous l'avons déjà vu au chapitre V pour la dissipation mécanique.

Dans cette section, nous avons étudié la théorie du refroidissement pulsé des systèmes optomécaniques. Nous avons exploré numériquement des séquences de pulses permettant de refroidir le mouvement, mais qui sont apparues, une fois moyennées dans le temps, moins efficaces qu'un refroidissement par bande latérale en continu. Il reste cependant encore à explorer l'impact de l'utilisation de pulses "chirpés" non seulement modulés en amplitude mais également en phase pour compléter cette partie de l'étude.

Par ailleurs, nous avons étudié la possibilité d'effectuer un refroidissement optique continu par morceau, afin de contourner l'instabilité thermo-optique qui est limitante dans l'ensemble des expériences de refroidissement optomécanique. Le résultat de cette étude est double :

- Il faut laisser suffisamment de temps au système pour dissiper la chaleur accumulée entre chaque pulse, mais pas suffisamment pour que son mouvement se "thermalise" avec le bain. Nous étudierons donc par la suite les temps caractéristiques thermiques de nos nano-résonateurs GaAs.
- Si nous arrivons, en régime continu par morceaux, à injecter dans un résonateur plus de puissance moyenne optique qu'avec un laser continu, sans déclencher l'instabilité thermo-optique, alors les performances atteintes seront meilleures. Nous présentons ensuite les résultats des premières expériences allant dans cette direction.

## VI.4 Premiers résultats expérimentaux en pulsé

Dans cette section nous présentons les premiers résultats expérimentaux concernant d'une part les temps de relaxation thermique de nos nano-résonateurs GaAs, et d'autre part la possibilité d'injecter plus de puissance moyenne en pulsé qu'en continu, avant de déclencher l'instabilité thermo-optique. Ces deux expériences s'inscrivent dans le cadre de la recherche de séquences de pulses permettant de refroidir l'oscillateur mécanique, dont nous avons présenté la théorie précédemment.

### VI.4.1 Caractérisation des temps de relaxation thermique

Comme nous l'avons conclu au chapitre VI, la connaissance des temps de relaxation thermique de nos nano-résonateurs est primordiale pour choisir la durée et la période des séquences de pulses à injecter afin d'éviter de déclencher l'instabilité thermo-optique, et donc avoir la possibilité de refroidir mieux qu'en régime continu.

#### a) Principe de mesure et modèle analytique

Pour caractériser les temps thermiques de nos nano-résonateurs GaAs, nous étudions la réponse fréquentielle de ceux-ci. Pour cela nous utilisons le dispositif expérimental présenté à la figure III.21, où nous modulons le laser incident en amplitude et mesurons le battement entre le signal transmis par le nano-résonateur à la fréquence du laser et ceux à la fréquence des bandes latérales. Plus exactement, si nous modulons le laser à la pulsation  $\omega_{mod}$  d'un pourcentage de son amplitude  $\beta_{mod}$ , nous mesurons la composante à  $e^{i\omega_{mod}t}$  de :

$$\left| t_0 + i \frac{\beta_{mod}}{2} (t_+ e^{-i\omega_{mod}t} + t_- e^{i\omega_{mod}t}) \right|^2 \quad (\text{VI.21})$$

où  $t_{\{0,+,-\}}$  sont respectivement les transmissions complexes du système optomécanique pour la bande centrale du laser incident, et ses bande latérales droite et gauche.

Pour calculer ces transmissions, nous partons des équations complètes de l'optomécanique (I.57), en ne considérant que celles qui relèvent de l'optique et de la thermique.

$$\begin{aligned}
\dot{\alpha} &= -\frac{\kappa + \kappa_{TPA} + \kappa_{FCA}}{2}\alpha + \sqrt{\kappa_e}\alpha_{in} \\
&\quad + i\left(\Delta + \frac{\omega_c}{n}\frac{dn}{dT}\Delta T + \frac{\omega_c}{n}\frac{dn}{dN_{FC}}N_{FC}\right)\alpha \\
\frac{d\Delta T}{dt} &= -\frac{\Delta T}{\tau_{th}} + \frac{\hbar\omega_l}{mC_{th}}\left(\kappa_{abs} + \kappa_{TPA}(t) + \kappa_{FCA}(t)\right)|\alpha|^2 \\
\frac{dN_{FC}}{dt} &= -\frac{N_{FC}}{\tau_{FC}} + \frac{\beta_{TPAC^2}\hbar\omega_l}{2n^2V_{FCA}^2}|\alpha|^4
\end{aligned} \tag{VI.22}$$

Nous écrivons ensuite l'amplitude laser incidente comme  $\alpha_{in}(t) = \bar{\alpha}_{in} + \delta\alpha_{in}(t)$  où  $\delta\alpha_{in}(t) = s_p e^{-i\omega_{mod}t}$ . Nous ne considérons ici qu'une seule bande latérale mais généraliserons sans soucis à l'autre en remarquant que  $t_-(\omega_{mod}) = t_+(-\omega_{mod})$ . Nous remarquons au passage que l'amplitude de modulation s'écrit simplement  $\beta_{mod} = s_p/\bar{\alpha}_{in}$ . Nous linéarisons ensuite le système d'équations (I.53) en écrivant chacune des variables :

$$\alpha = \bar{\alpha} + \delta\alpha(t), \quad \Delta T = \overline{\Delta T} + \delta T(t), \quad N_{FC} = \bar{N}_{FC} + \delta N(t) \tag{VI.23}$$

La procédure à suivre ensuite se divise en deux étapes :

1. Calculer les valeurs stationnaires  $\bar{\alpha}$ ,  $\overline{\Delta T}$ ,  $\bar{N}_{FC}$ , en résolvant un polynôme du septième degré en  $|\bar{\alpha}|^2$ , et en supposant  $\bar{\alpha} \in \mathbb{R}$ .
2. Résoudre les équation différentielles linéarisées (en  $\delta\alpha$ ,  $\delta T$ ,  $\delta N$ ) en prenant comme *ansatz* :

$$\begin{aligned}
\delta\alpha(t) &= s_p A^- \cdot e^{-i\omega_{mod}t} + s_p A^+ \cdot e^{i\omega_{mod}t} \\
\delta T(t) &= K_T \cdot e^{-i\omega_{mod}t} + K_T^* \cdot e^{i\omega_{mod}t} \\
\delta N(t) &= K_N \cdot e^{-i\omega_{mod}t} + K_N^* \cdot e^{i\omega_{mod}t}
\end{aligned} \tag{VI.24}$$

Les relations d'entrée-sortie de la cavité optique s'écrivent [29] :

$$\begin{aligned}
\alpha_{out}(t) &= \alpha_{in}(t) - \sqrt{\kappa_e}\alpha(t) \\
&= (\bar{\alpha}_{in} - \sqrt{\kappa_e}\bar{\alpha}) \\
&\quad + \left[s_p - \sqrt{\kappa_e}s_p\left(A^-(\omega_{mod}) + A^+(-\omega_{mod})\right)\right]e^{-i\omega_{mod}t} \\
&\quad + \left[s_p - \sqrt{\kappa_e}s_p\left(A^-(-\omega_{mod}) + A^+(\omega_{mod})\right)\right]e^{i\omega_{mod}t}
\end{aligned} \tag{VI.25}$$

Nous obtenons ainsi les transmissions de chacune des bandes centrale et latérales :

$$t_0 = 1 - \sqrt{\kappa_e} \cdot (\bar{\alpha} / \bar{\alpha}_{in})$$

$$t_+(\omega_{mod}) = 1 - \sqrt{\kappa_e} (A^-(\omega_{mod}) + A^+(-\omega_{mod})) \quad \text{où :}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} A^-(\omega_{mod}) = \frac{1}{B_1(\omega_{mod}) + \frac{B_2(\omega_{mod})B_4(\omega_{mod})}{B_3(\omega_{mod})}} = (A^+(\omega_{mod}))^* \\ B_1(\omega_{mod}) = -i\omega_{mod} + \frac{\kappa}{2} + \frac{\beta_{TPAC}^2 \hbar \omega_l \bar{\alpha}^2}{n^2 V_{TPA}} + \frac{c \sigma_{FCA}}{2n} (\bar{N} + \bar{\alpha} f_N(\omega_{mod})) - i\Delta \\ \quad - i \frac{\omega_c}{n} \left[ \frac{dn}{dT} (\bar{\alpha} f_T(\omega_{mod}) + \Delta \bar{T}) + \frac{dn}{dN_{FC}} (\bar{N} + \bar{\alpha} f_N(\omega_{mod})) \right] \\ B_2(\omega_{mod}) = -\frac{\beta_{TPAC}^2 \hbar \omega_l \bar{\alpha}^2}{2n^2 V_{TPA}} - \frac{c \sigma_{FCA}}{2n} f_N(\omega_{mod}) \\ \quad + i \frac{\omega_c}{n} \left[ \frac{dn}{dT} \bar{\alpha} f_T(\omega_{mod}) + \frac{dn}{dN_{FC}} \bar{\alpha} f_N(\omega_{mod}) \right] \\ B_3(\omega_{mod}) = B_1^*(\omega_{mod}) - 2i\omega_{mod} \\ B_4(\omega_{mod}) = B_2^*(\omega_{mod}) \\ f_T(\omega_{mod}) = \frac{\hbar \omega_l}{m C_{th}} \cdot \frac{\left[ \kappa_{abs} \bar{\alpha} + 2 \frac{\beta_{TPAC}^2 \hbar \omega_l}{n^2 V_{TPA}} \bar{\alpha}^3 + \frac{c \sigma_{FCA}}{n} (\bar{\alpha}^2 f_N(\omega_{mod}) + \bar{N} \bar{\alpha}) \right]}{1/\tau_{th} - i\omega_{mod}} \\ f_N(\omega_{mod}) = \frac{\beta_{TPAC}^2 \hbar \omega_l}{2n^2 V_{FCA}^2} \cdot \frac{2\bar{\alpha}^3}{1/\tau_{FC} - i\omega_{mod}} \end{array} \right. \quad (VI.26)$$

La quantité mesurée expérimentalement sur notre analyseur de spectre fonctionnant en mode “analyseur de réseau scalaire” (*cf.* section III.3.2.b) est le spectre en amplitude du signal optique transmis. Théoriquement celui-ci s’écrit ( $t_{\{0,+,-\}} = t'_{\{0,+,-\}} + it''_{\{0,+,-\}}$ ) :

$$T_{total}(\omega_{mod}) = \sqrt{T_{cos}^2(\omega_{mod}) + T_{sin}^2(\omega_{mod})} \quad \text{où :}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} T_{cos}(\omega_{mod}) = \frac{\beta_{mod}}{2} [t'_0 t'_+ + t''_0 t''_+ + t'_0 t'_- + t''_0 t''_-] \\ T_{sin}(\omega_{mod}) = \frac{\beta_{mod}}{2} [t''_0 t'_+ - t'_0 t''_+ + t'_0 t''_- - t''_0 t'_-] \end{array} \right. \quad (VI.27)$$

Nous allons comparer ce spectre théorique aux mesures expérimentales au paragraphe suivant, afin d'en déduire les temps caractéristiques thermiques.

## b) Résultats expérimentaux

### Ajustement du modèle analytique aux mesures expérimentales

Comme évoqué plus haut, nous utilisons le montage expérimental présenté sur la figure III.21 pour mesurer la réponse fréquentielle d'un disque simple en GaAs de rayon  $R_d = 1.3 \mu\text{m}$  et d'épaisseur  $h_d = 320 \text{ nm}$ , reposant sur un piédestal en  $\text{Al}_{0.8}\text{Ga}_{0.2}\text{As}$  de hauteur  $h_p = 0.5 \mu\text{m}$  et de rayon  $R_p \simeq 50 \text{ nm}$ . Nous effectuons différentes mesures en fonction de la température ( $T \in \{3, 30, 100, 200, 300\} \text{ K}$ ) et de la puissance laser incidente.

Les paramètres initiaux (avant ajustement) du modèle sont présentés dans le tableau VI.1 :

Paramètre	Unité	Valeur	Source
$\lambda_c$	nm	$\simeq 1550$	Mesure
$\Delta\lambda_c$	pm	$\simeq 92$	Mesure
$\beta_{TPA}$	m/W	$3 \cdot 10^{-10}$	[120]
$V_{TPA}$	$\text{m}^3$	$1.84 \cdot 10^{-17}$	Simulation FEM
$\sigma_{FCA}$	$\text{m}^3$	$1.5 \cdot 10^{-20}$	[121]
$V_{FCA}$	$\text{m}^3$	$1.57 \cdot 10^{-17}$	Simulation FEM
$\frac{dn}{dN_{FC}}$	$\text{m}^3$	$-5 \cdot 10^{-27}$	[44, 122]
$m$	kg	$1.44 \cdot 10^{-14}$	[34]
$C_{th}$	$\text{J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{kg}^{-1}$	327	[34]

TAB. VI.1 – Paramètres initiaux (avant ajustement) du modèle de la réponse fréquentielle du nano-résonateur en GaAs sondé par un laser modulé en amplitude.

Nous commençons tout d'abord par mesurer la réponse basse fréquence, c'est-à-dire jusqu'à 1 – 10 MHz, aux différentes températures et pour plusieurs puissances laser, et déduisons le temps thermique en ajustant les paramètres du modèle sans absorption à deux photons ( $\beta_{TPA} = 0, \sigma_{FCA} = 0$ ). La figure VI.6 illustre un exemple de spectre basse fréquence, et l'évolution du temps thermique  $\tau_{th}$  en fonction de la température.

Dans un second temps nous mesurons la réponse jusqu'à  $\approx 2 \text{ GHz}$  et considérons cette fois-ci l'absorption à deux photons. Nous remarquons qu'à basse puissance laser, les effets de l'absorption à deux photons ne sont pas

apparents, nous l'augmentons donc. La figure VI.7 illustre un exemple de spectre, et l'évolution du temps de relaxation des porteurs libres  $\tau_{FC}$  issu du modèle en fonction de la température. Le résultat de l'ajustement du modèle avec les mesures expérimentales modifie légèrement deux paramètres par rapport au tableau VI.1 :  $\sigma_{FCA} = 1.5 \cdot 10^{-19} \text{ m}^3$  et  $V_{FCA} = 3.17 \cdot 10^{-18} \text{ m}^3$ .

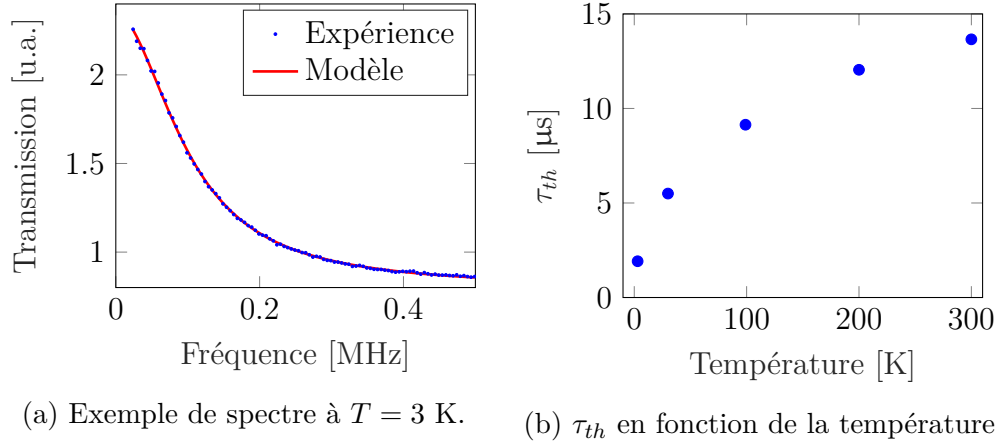


FIG. VI.6 – Caractérisation expérimentale du temps thermique  $\tau_{th}$ .

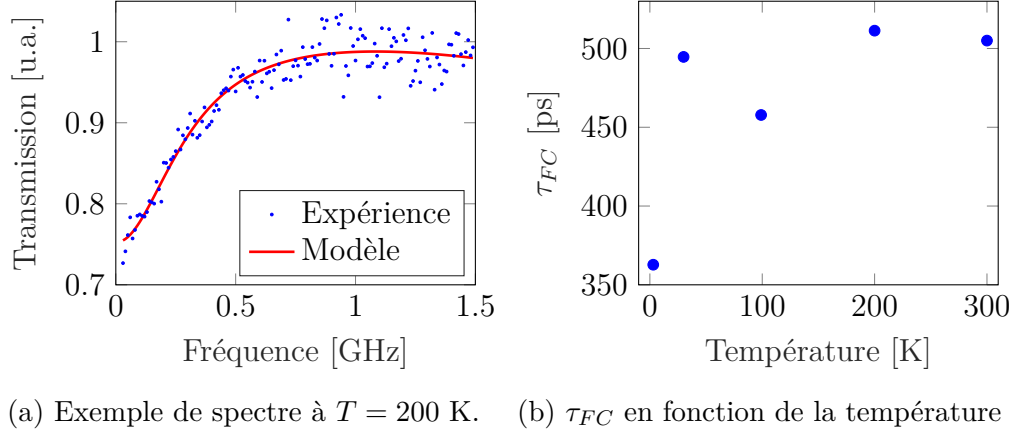


FIG. VI.7 – Caractérisation expérimentale du temps de relaxation des porteurs libres  $\tau_{FC}$ .

Nous avons donc extrait des temps caractéristiques thermiques et de relaxation des porteurs libres présentant une dépendance claire en température. Le temps linéaire  $\tau_{th}$  évolue entre 2  $\mu\text{s}$  et 15  $\mu\text{s}$  entre 3 K et 300 K, et le temps de relaxation des porteurs libres  $\tau_{FC}$  entre 350 ps et environ

500 ps. Ces valeurs sont importantes car elles conditionnent la possibilité d'effectuer un refroidissement optomécanique continu par morceau, ou plus généralement le contrôle pulsé du nano-résonateur optomécanique en GaAs.

Nous comparons au paragraphe suivant ces résultats expérimentaux avec des simulations numériques par éléments finis du temps de relaxation thermique de nos nano-résonateurs.

### Comparaison avec les simulations numériques

Nous simulons le temps de relaxation thermique par éléments finis sur le logiciel COMSOL<sup>®</sup> en positionnant une source de chaleur sur la périphérie du disque (là où le mode optique de galerie WGM se situe), puis en étudiant l'évolution de la température du disque en fonction du temps. Celle-ci atteint un équilibre avec un temps caractéristique correspondant à  $\tau_{th}$ .

Les paramètres principaux qui entrent en jeu dans cette simulation sont la capacité calorifique volumique  $C_{th}$  et la conductivité thermique  $\kappa_{th}$  du matériau. Les valeurs correspondant au GaAs massif (*bulk*) sont tirées de [34], mais un travail récent portant sur des nanofils rugueux de GaAs [123] a mis en évidence une réduction de la conductivité thermique sur les nano-structures, d'autant plus lorsque celles-ci sont rugueuses.

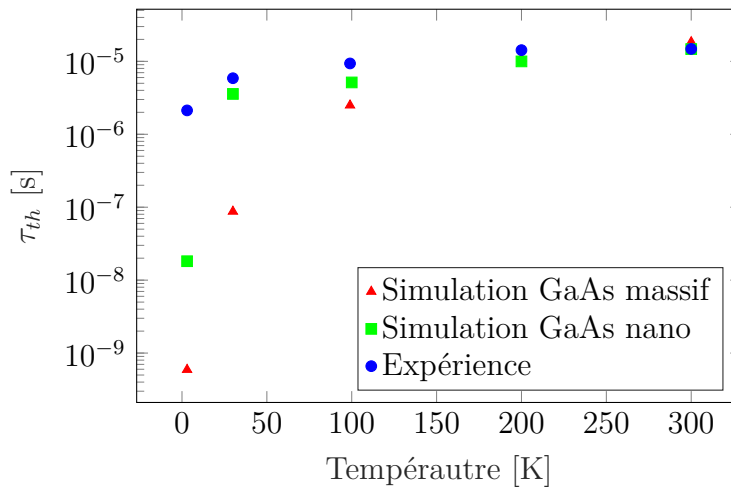


FIG. VI.8 – Comparaison des mesures expérimentales de  $\tau_{th}$  aux valeurs simulées, avec les paramètres thermique du GaAs massif d'une part, et ceux adaptés aux nanostructures d'autre part.

Nous avons donc simulé le temps thermique  $\tau_{th}$  pour les paramètres du GaAs massif, et pour les paramètres adaptés aux nanofils. Le piédestal de



rayon  $R_p \simeq 50$  nm étant le canal principal de dissipation de la chaleur accumulée dans le disque, nous avons utilisé la conductivité thermique des nanofils de 100 nm de largeur. Le résultat de ces simulations est résumé sur la figure VI.8.

Nous observons que les simulations correspondant aux paramètres massifs s'écartent grandement des mesures expérimentales, en particulier pour des températures inférieures à 100 K. L'utilisation des paramètres adaptés aux nanostructures et nanofils permet d'améliorer l'accord des simulations pour les températures supérieures à 30 K, mais la valeur de  $\tau_{th}$  simulée à 3 K reste bien inférieure à la valeur mesurée expérimentalement. Ces résultats confirment la dépendance des paramètres thermiques aux dimensions des systèmes considérés, en particulier pour des nanostructures comme nos résonateurs en GaAs dont les piédestaux sont nanoscopiques. Nos simulations ne peuvent en revanche pas encore être utilisées pour fournir une valeur exacte de  $\tau_{th}$ , aux plus basses températures, vers 3 K.

## VI.4.2 Puissance moyenne maximale injectée

Nous nous intéressons dans cette section à la possibilité d'injecter de manière pulsée une puissance moyenne supérieure au régime continu, avant de déclencher l'instabilité thermo-optique.

### a) Résultats expérimentaux

Pour cette expérience nous commençons par injecter la lumière d'un laser continu dans un nano-résonateur, en commençant avec une puissance laser faible où l'instabilité thermo-optique n'est pas présente. Puis nous augmentons graduellement cette puissance jusqu'à déterminer la puissance seuil expérimentale où l'instabilité thermo-optique est déclenchée en régime continu  $P_{seuil}^{CW}$ . Nous effectuons ce travail à différentes températures entre 3 K et 300 K, mais nous présenterons ici seulement les résultats à 3 K, car ce sont ceux qui nous intéressent pour le refroidissement optomécanique.

Nous utilisons ensuite deux générateurs distincts de pulses électriques pour moduler le laser continu via un modulateur électro-optique, et ainsi générer les pulses lumineux. Les caractéristiques des pulses électriques générés sont les suivantes :

- Générateur *Alnair Labs PPG-100A* : 64 intervalles de 100 ps pendant lesquels le générateur associé au modulateur électro-optique crée un état allumé ou atteint. Nous obtenons donc des séquences de pulses

lumineux courts avec une durée minimale de 100 ps, et une période de répétition maximale de la séquence totale de 6.4 ns.

- Générateur de signaux arbitraires *Agilent 33220A* : Nous générons des pulses de durée minimale  $\approx 50$  ns avec une période de répétition allant de 0.5  $\mu$ s à 5  $\mu$ s.

Avec ces deux générateurs électriques distincts, associés à chaque fois au modulateur électro-optique, nous générons le même type de séquences de pulses optiques, mais à des échelles de temps différentes (figure VI.9). Nous mesurons ensuite avec ces séquences la puissance moyenne seuil injectée en pulsé, au delà de laquelle l'instabilité thermo-optique est déclenchée  $P_{seuil}^{pulse}$ .

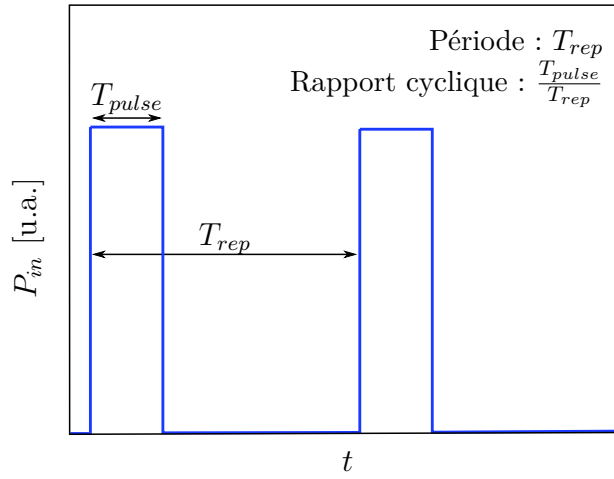


FIG. VI.9 – Paramètres utilisés pour caractériser les séquences de pulses injectées. Avec les deux générateurs électriques utilisés nous faisons en sorte de créer des séquences suivant cette géométrie, de manière à pouvoir les comparer de manière pertinente.

Il est important de noter que le modulateur électro-optique que nous utilisons reste stable à son point de fonctionnement pour un rapport cyclique des pulses  $\frac{T_{pulse}}{T_{rep}} \lesssim 30\%$ . Nous n'avons donc pas pu explorer les rapport cycliques plus élevés.

## Résultats

La figure VI.10 illustre le rapport entre puissances moyennes seuils en pulsé et en continu, pour différentes séquences de pulses. Nous voyons que la plupart des séquences de pulses testées mènent à des valeurs de  $P_{seuil}^{pulse} / P_{seuil}^{CW} <$

1, ce qui signifie que nous ne sommes pas en situation d'injecter dans le résonateur plus de puissance optique moyenne en pulsé qu'en continu, qui pourrait mener à un meilleur refroidissement optique. Seuls deux points de mesure correspondent à une puissance moyenne seuil en pulsé supérieure au continu (en orange et rouge sur la figure). Ceux-ci correspondent à des pulses courts se répétant avec une période inférieure à la nanoseconde. La meilleure séquence permet ainsi d'injecter jusqu'à 140% de la puissance moyenne seuil continue, avec un pulse de durée 100 ps, se répétant toutes les 300 ps.

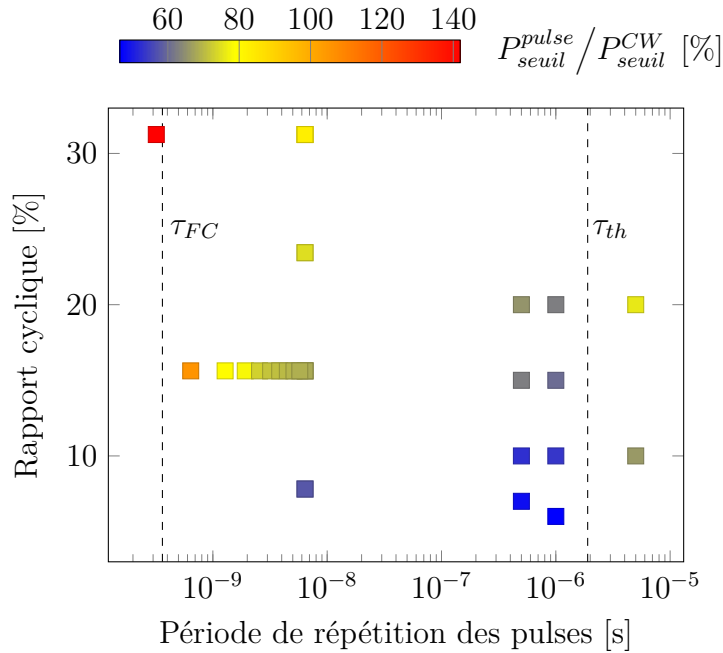


FIG. VI.10 – Puissance moyenne seuil injectée en pulsé par rapport au régime continu, en fonction du rapport cyclique et de la période de répétition des pulses. Les valeurs de  $\tau_{th}$  et  $\tau_{FC}$  indiquées sont celles mesurées expérimentalement à 3 K sur les figures VI.6 et VI.7.

Le nano-résonateur mesuré présente les paramètres optomécaniques suivants :  $\Omega_m/2\pi \simeq 895$  MHz,  $Q_m \simeq 8 \cdot 10^3$ ,  $\kappa/\Omega_m \simeq 12.7$ , ce qui donne en particulier  $1/\Gamma_m \simeq 1.4$   $\mu$ s.

Ces premiers points obtenus dans une zone très spécifique de l'espace des paramètres sont encourageants mais il nous reste à comprendre si ils peuvent être améliorés.

### b) Interprétation et perspectives

Nous travaillons à une température de 3 K, ce qui nous donne d'après la figure VI.6 :  $\tau_{th} \simeq 1.9 \mu\text{s}$ . Sur la figure VI.10, pour des périodes de répétition des pulses de l'ordre de  $\tau_{th}$ , nous remarquons que plus la période est élevée plus nous pouvons injecter de puissance moyenne en pulsé avant de déclencher l'instabilité thermo-optique. Cela est cohérent avec le fait que laisser le temps au nano-résonateur de dissiper la chaleur accumulée (phénomène qui se produit avec le temps caractéristique  $\tau_{th}$ ) permet d'injecter plus de puissance en moyenne. En revanche, la puissance moyenne seuil pulsée reste inférieure à celle du continu, pour des périodes de l'ordre de la microseconde.

Comme nous l'avons vu précédemment, deux points de mesure correspondent à des puissances moyennes seuil en pulsé supérieures au continu, et sont donc intéressants pour le refroidissement pulsé (continu par morceaux) du nano-résonateur. Il s'agit de séquences de pulses dont la période est de l'ordre de quelques centaines de picosecondes (points orange et rouge sur la figure VI.10). Cet effet bénéfique sur ces séquences semble être lié aux porteurs libres, dont le temps de relaxation caractéristique à 3 K est  $\tau_{FC} \simeq 360$  ps (*cf.* figure VI.7). L'augmentation de la puissance seuil peut être liée à deux effets de l'absorption optique non-linéaire, visibles dans les équations (VI.22) :

1. Étant donné que  $\frac{dn}{dN_{FC}} \leq 0$ , l'augmentation du nombre de porteurs libres diminue la longueur d'onde résonante du mode optique, alors que l'augmentation de la température l'augmente. Elle réduit donc l'effet thermo-optique, et retarde le déclenchement de l'instabilité associée.
2. L'absorption non-linéaire élargit la résonance optique via les termes dissipatifs  $\kappa_{TPA}$  et  $\kappa_{FCA}$ , ce qui réduit également la sensibilité de la résonance optique à l'effet thermo-optique et retarde l'instabilité. En revanche, l'élargissement du mode optique est également un problème pour le refroidissement optomécanique continu par morceaux, qui est d'autant plus efficace que le facteur de qualité optique est élevé.

Il est donc important de savoir lequel de ces deux effets prime, pour déterminer l'impact des porteurs libres sur les performances de refroidissement optomécanique.

Intéressons nous enfin à l'inégalité (VI.20), qui suggère une configuration optimale pour le refroidissement pulsé, en tenant seulement compte de l'absorption optique linéaire. Nous avons  $\tau_{th} \simeq 1.9 \mu\text{s} \geq 1/\Gamma_m \simeq 1.4 \mu\text{s}$  ce qui rend cette inégalité impossible. Il semble donc difficile d'allier à la fois l'injection d'une puissance moyenne supérieure au cas continu et un refroidissement optique efficace de l'oscillateur mécanique. Nous nous retrouvons

à nouveau dans une situation où il faut augmenter le facteur de qualité mécanique, et diminuer le temps de relaxation thermique  $\tau_{th}$ , et donc travailler à une température de bain encore plus faible, en dessous de 3 K.

La seule voie de sortie serait de trouver des séquences où la puissance en pulsé seuil deviendrait très grande en pulsé, et où l'effet (1) des porteurs libres serait dominant. Nos premiers résultats en figure VI.10 montrent que si de telles séquences existent, elles sont à chercher en direction de périodes encore plus courtes ( $T_{rep} \ll 10^{-9}$  s), puisque le rapport cyclique maximal de 30% est déjà atteint. Nous n'avons pas exploré plus cette direction, qui devient plus ardue par modulation électro-optique.

Dans cette partie expérimentale, nous avons exploré les paramètres pertinents pour le refroidissement optomécanique en régime pulsé. Nous avons ainsi caractérisé les temps de relaxation thermique et de relaxation des porteurs libres en fonction de la température, et étudié des séquences de pulses permettant d'injecter plus de puissance moyenne qu'en continu, avant de déclencher l'instabilité thermo-optique. Les résultats de cette étude suggèrent deux axes de recherche :

1. Il faut élucider l'influence des porteurs libres sur la puissance moyenne injectée et le refroidissement. En effet, les seules séquences de pulses injectées ayant permis de dépasser la puissance moyenne seuil du régime continu, ont des périodes de l'ordre du temps de relaxation des porteurs libres. Il reste donc à déterminer si l'augmentation de cette puissance moyenne s'accompagne d'une détérioration des performances de refroidissement optomécanique *via* élargissement de la résonance optique. Un travail théorique de 2013 [124] a par ailleurs étudié, dans le régime de couplage fort, une méthode de contrôle dynamique (pulsée et/ou périodique) du bruit thermique d'une cavité optomécanique, notamment en modulant la densité de porteurs libres, permettant d'atteindre un taux de refroidissement optomécanique plus de 50 fois supérieur au régime continu. Si cette étude ne concerne que le régime de couplage fort, l'approche n'en reste pas moins intéressante et mérite d'être étudiée dans notre situation où le couplage optomécanique est faible.
2. Travailler à plus basse température (typiquement de l'ordre du millikelvin) permettra non seulement d'améliorer le facteur de qualité mécanique comme nous l'avons vu au chapitre V, mais également de réduire les temps de relaxation thermiques. Cela permettra de satisfaire l'inégalité (VI.20), et d'injecter efficacement plus de puissance moyenne en pulsé qu'en continu, et donc piloter ou refroidir optiquement nos nano-résonateurs optomécaniques plus efficacement.

# Conclusion

Au cours de ce travail de thèse nous avons optimisé la conception et la fabrication de nano-résonateurs à disques en GaAs en vue de les refroidir par voie optomécanique, et d'atteindre l'état fondamental quantique d'un mode de vibration mécanique. Nous avons mis en évidence les limites du refroidissement par bande latérale en régime continu pour nos dispositifs qui sont à l'état de l'art en terme de nano-fabrication.

En particulier nous avons insisté sur deux aspects qui sont la dissipation nano-mécanique, et le contournement des effets absorptifs et thermiques. Pour le premier aspect, nous avons distingué les différents canaux de pertes mécaniques, et étudié expérimentalement l'influence des pertes intrinsèques au matériau à sa surface ou dans son cœur. Nous avons ainsi mis en évidence l'influence des systèmes à deux niveaux de surface sur la dissipation mécanique intrinsèque, et proposé deux solutions pour réduire ces pertes ; le meilleur contrôle des surfaces (par passivation par exemple) ou la diminution de la température du bain thermique, vers les millikelvins.

Nous avons ensuite envisagé le refroidissement optomécanique pulsé pour contourner les phénomènes absorptifs et thermiques qui limitent également les performances. Pour cela nous avons tout d'abord étudié la théorie de l'excitation pulsée des systèmes optomécaniques, et mis en évidence l'importance de la puissance optique moyenne injectée et du temps caractéristiques des séquences de pulses par rapport aux temps de relaxation thermique du système ou des porteurs libres. Nous avons enfin effectué les premiers travaux expérimentaux visant d'une part à caractériser les temps de relaxation de nos dispositifs, et d'autre part à déterminer la puissance moyenne maximale que nous pouvons injecter en pulsé avant de déclencher une instabilité thermo-optique.

L'ensemble de ces travaux suggère une voie prometteuse pour la manipulation quantique de nos nano-résonateurs, à savoir le travail dans un cryostat à dilution à des températures de l'ordre de la dizaine de millikelvins. En effet à ces températures, les systèmes à deux niveaux qui semblent dominer la dis-

sipation nano-mécanique sont gelés, et les temps de relaxation s'allongent. Par ailleurs, travailler à ces températures permet de se trouver directement avec un nombre de phonons dans le résonateur inférieur à 1, et donc d'entamer des expériences de manipulation quantique des modes mécaniques. Il est également important à ces températures de travailler en régime pulsé, pour éviter de réchauffer le système optiquement, et c'est pourquoi il est primordial de continuer à explorer la dynamique de nos systèmes sous excitation pulsée.

Nous pouvons ainsi citer deux perspectives intéressantes à ce travail. La première est actuellement en cours de développement au sein de notre équipe (Romain De Oliveira) et consiste à étudier des nano-résonateurs optomécaniques hybrides. En effet la plateforme GaAs/AlGaAs se prête bien à l'inclusion puits quantiques dans les structures [125], ce qui ouvre la voie à des dispositifs hybrides optomécanique-QED [126]. Enfin, la seconde perspective, profitant directement de l'avantage de se trouver à l'état fondamental quantique, est la préparation de deux résonateurs dont les modes de vibration mécanique sont intriqués [25, 127, 128]. En effet si l'intrication a été observée expérimentalement sur des systèmes atomiques et photoniques depuis les années 1970, l'intrication de systèmes mécaniques macroscopiques a été observée pour la première fois en 2018 [129] par voie électromécanique, et reste encore à observer par voie optomécanique. Dans [129] deux oscillateurs micro-mécaniques sont couplés à une cavité micro-ondes, qui crée et stabilise l'intrication du mouvement des centres de masse des oscillateurs. En plus d'être un résultat expérimental fascinant en-soi, il permet d'améliorer notre compréhension de la transition entre le monde quantique et le monde classique macroscopique.

# Bibliographie

- [1] M. PLANCK; «On the law of distribution of energy in the normal spectrum»; *Annalen der physik* **4**, p. 1 (1901). 1
- [2] W. HEISENBERG & L. DE BROGLIE; «Les principes physiques de la théorie des quanta»; (1958). 1
- [3] A. EINSTEIN, B. PODOLSKY & N. ROSEN; «Can quantum-mechanical description of physical reality be considered complete?»; *Physical review* **47**, p. 777 (1935). 1
- [4] N. BOHR; «Discussion with Einstein on epistemological problems in atomic physics»; dans «Niels Bohr Collected Works», , tome 7p. 339–381 (Elsevier) (1996). 1
- [5] E. SCHRÖDINGER; «Die gegenwärtige Situation in der Quantenmechanik»; *Naturwissenschaften* **23**, p. 823–828 (1935). 1
- [6] A. ASPECT, P. GRANGIER & G. ROGER; «Experimental realization of Einstein-Podolsky-Rosen-Bohm Gedankenexperiment : a new violation of Bell's inequalities»; *Physical review letters* **49**, p. 91 (1982). 1
- [7] P. BERTET, A. AUFFEVES, P. MAIOLI, S. OSNAGHI, T. MEUNIER, M. BRUNE, J.-M. RAIMOND & S. HAROCHE; «Direct measurement of the Wigner function of a one-photon Fock state in a cavity»; *Physical Review Letters* **89**, p. 200 402 (2002). 1
- [8] D. LEIBFRIED, R. BLATT, C. MONROE & D. WINELAND; «Quantum dynamics of single trapped ions»; *Reviews of Modern Physics* **75**, p. 281 (2003). 1
- [9] H. D. ZEH; «On the interpretation of measurement in quantum theory»; *Foundations of Physics* **1**, p. 69–76 (1970). 1
- [10] M. BRUNE, E. HAGLEY, J. DREYER, X. MAITRE, A. MAALI, C. WUNDERLICH, J. RAIMOND & S. HAROCHE; «Observing the progressive decoherence of the “meter” in a quantum measurement»; *Physical review letters* **77**, p. 4887 (1996). 2



- [11] S. TAKAHASHI, I. TUPITSYN, J. VAN TOL, C. BEEDLE, D. HENDRICKSON & P. STAMP ; «Decoherence in crystals of quantum molecular magnets» ; Nature **476**, p. 76 (2011). 2
- [12] A. D. O'CONNELL, M. HOFHEINZ, M. ANSMANN, R. C. BIALCZAK, M. LENANDER, E. LUCERO, M. NEELEY, D. SANK, H. WANG, M. WEIDES *et al.* ; «Quantum ground state and single-phonon control of a mechanical resonator» ; Nature **464**, p. 697 (2010). 2, 3, 4
- [13] J. TEUFEL, T. DONNER, D. LI, J. HARLOW, M. ALLMAN, K. CİCAK, A. SIROIS, J. D. WHITTAKER, K. LEHNERT & R. W. SIMMONDS ; «Sideband cooling of micromechanical motion to the quantum ground state» ; Nature **475**, p. 359–363 (2011). 2, 3, 4
- [14] J. CHAN, T. M. ALEGRE, A. H. SAFAVI-NAEINI, J. T. HILL, A. KRAUSE, S. GRÖBLACHER, M. ASPELMEYER & O. PAINTER ; «Laser cooling of a nanomechanical oscillator into its quantum ground state» ; Nature **478**, p. 89–92 (2011). 2, 3, 4
- [15] V. BRAGINSKY ; «Classical and quantum restrictions on the detection of weak disturbances of a macroscopic oscillator» ; Zh. Eksp. Teor. Fiz **53**, p. 1434–1441 (1967). 2
- [16] V. B. BRAGINSKII & A. MANUKIN ; «Measurement of weak forces in physics experiments» ; . 2
- [17] C. M. CAVES ; «Quantum-mechanical radiation-pressure fluctuations in an interferometer» ; Physical Review Letters **45**, p. 75 (1980). 2
- [18] B. P. ABBOTT, R. ABBOTT, T. ABBOTT, M. ABERNATHY, F. ACERNESE, K. ACKLEY, C. ADAMS, T. ADAMS, P. ADDESSO, R. ADHIKARI *et al.* ; «Observation of gravitational waves from a binary black hole merger» ; Physical review letters **116**, p. 061 102 (2016). 2
- [19] D. RAMOS, E. GIL-SANTOS, V. PINI, J. M. LLORENS, M. FERNÁNDEZ-REGÚLEZ, A. SAN PAULO, M. CALLEJA & J. TAMAYO ; «Optomechanics with silicon nanowires by harnessing confined electromagnetic modes» ; Nano letters **12**, p. 932–937 (2012). 3
- [20] F. LIU, S. ALAIE, Z. C. LESEMAN & M. HOSSEIN-ZADEH ; «Sub-pg mass sensing and measurement with an optomechanical oscillator» ; Optics express **21**, p. 19 555–19 567 (2013). 3
- [21] K. SRINIVASAN, H. MIAO, M. T. RAKHER, M. DAVANCO & V. AKSYUK ; «Optomechanical transduction of an integrated silicon cantilever probe using a microdisk resonator» ; Nano letters **11**, p. 791–797 (2011). 3

- [22] A. G. KRAUSE, M. WINGER, T. D. BLASIUS, Q. LIN & O. PAINTER ; «A high-resolution microchip optomechanical accelerometer» ; *Nature Photonics* **6**, p. 768–772 (2012). 3
- [23] C. GENES, A. MARI, P. TOMBESI & D. VITALI ; «Robust entanglement of a micromechanical resonator with output optical fields» ; *Phys. Rev. A* **78**, p. 032316 (2008). 3
- [24] A. NUNNENKAMP, K. BØRKJE & S. M. GIRVIN ; «Single-photon optomechanics» ; *Physical review letters* **107**, p. 063602 (2011). 3
- [25] K. BØRKJE, A. NUNNENKAMP & S. M. GIRVIN ; «Proposal for Entangling Remote Micromechanical Oscillators via Optical Measurements» ; *Phys. Rev. Lett.* **107**, p. 123601 (2011). 3, 152
- [26] C. LAW ; «Interaction between a moving mirror and radiation pressure : A Hamiltonian formulation» ; *Physical Review A* **51**, p. 2537 (1995). 9
- [27] G. MILBURN & M. WOOLLEY ; «An introduction to quantum optomechanics» ; *acta physica slovacica* **61**, p. 483–601 (2011). 9
- [28] W. P. BOWEN & G. J. MILBURN ; *Quantum optomechanics* (CRC Press) (2015). 9, 127
- [29] C. GARDINER & M. COLLETT ; «Input and output in damped quantum systems : Quantum stochastic differential equations and the master equation» ; *Physical Review A* **31**, p. 3761 (1985). 10, 141
- [30] C. GARDINER & P. ZOLLER ; *Quantum noise : a handbook of Markovian and non-Markovian quantum stochastic methods with applications to quantum optics* ; tome 56 (Springer Science & Business Media) (2004). 12
- [31] C. COHEN-TANNOUJJI, B. DIU & F. LALOË ; *Mécanique quantique. Tome II* ; chapitre Chapitre XIII : Méthodes d’approximation pour les problèmes dépendant du temps, p. 1275 – 1295 (Hermann) (1997) ; ISBN 2705661212. 18
- [32] F. MARQUARDT, A. CLERK & S. GIRVIN ; «Quantum theory of optomechanical cooling» ; *Journal of Modern Optics* **55**, p. 3329–3338 (2008). 20
- [33] M. STURGE ; «Optical absorption of gallium arsenide between 0.6 and 2.75 eV» ; *Physical Review* **127**, p. 768 (1962). 21
- [34] J. BLAKEMORE ; «Semiconducting and other major properties of gallium arsenide» ; *Journal of Applied Physics* **53**, p. R123–R181 (1982). 21, 23, 39, 103, 143, 145

- [35] P. E. BARCLAY, K. SRINIVASAN & O. PAINTER; «Nonlinear response of silicon photonic crystal microresonators excited via an integrated waveguide and fiber taper»; *Optics express* **13**, p. 801–820 (2005). [21](#), [22](#)
- [36] S. KRISHNAMURTHY, A. SHER & A.-B. CHEN; «Below band-gap optical absorption in semiconductor alloys»; *Journal of Applied Physics* **88**, p. 260–264 (2000). [21](#)
- [37] D. MCMORROW, W. T. LOTSHAW, J. S. MELINGER, S. BUCHNER & R. L. PEASE; «Subbandgap laser-induced single event effects : Carrier generation via two-photon absorption»; *IEEE Transactions on Nuclear Science* **49**, p. 3002–3008 (2002). [22](#)
- [38] M. BERTOLOTTI, V. BOGDANOV, A. FERRARI, A. JASCOW, N. NAZOROVA, A. PIKHTIN & L. SCHIRONE; «Temperature dependence of the refractive index in semiconductors»; *JOSA B* **7**, p. 918–922 (1990). [24](#)
- [39] S. KISTING, P. BOHN, E. ANDIDEH, I. ADESIDA, B. CUNNINGHAM, G. STILLMAN & T. HARRIS; «High precision temperature-and energy-dependent refractive index of GaAs determined from excitation of optical waveguide eigenmodes»; *Applied Physics Letters* **57**, p. 1328–1330 (1990). [24](#), [74](#)
- [40] C. TANGUY; «Temperature dependence of the refractive index of direct band gap semiconductors near the absorption threshold : Application to GaAs»; *Journal of applied physics* **80**, p. 4626–4631 (1996). [24](#)
- [41] F. G. DELLA CORTE, G. COCORULLO, M. IODICE & I. RENDINA; «Temperature dependence of the thermo-optic coefficient of InP, GaAs, and SiC from room temperature to 600 K at the wavelength of 1.5  $\mu\text{m}$ »; *Applied Physics Letters* **77**, p. 1614–1616 (2000). [24](#)
- [42] T. SKAULI, P. KUO, K. VODOPYANOV, T. PINGUET, O. LEVI, L. EYRES, J. HARRIS, M. FEJER, B. GERARD, L. BECOUARN *et al.*; «Improved dispersion relations for GaAs and applications to nonlinear optics»; *Journal of Applied Physics* **94**, p. 6447–6455 (2003). [24](#), [25](#), [74](#)
- [43] C. HENRY, R. LOGAN & K. BERTNESS; «Spectral dependence of the change in refractive index due to carrier injection in GaAs lasers»; *Journal of Applied Physics* **52**, p. 4457–4461 (1981). [24](#)
- [44] B. R. BENNETT, R. A. SOREF & J. A. DEL ALAMO; «Carrier-induced change in refractive index of InP, GaAs and InGaAsP»; *IEEE Journal of Quantum Electronics* **26**, p. 113–122 (1990). [24](#), [143](#)

- [45] A. B. MATSKO & V. S. ILCHENKO ; «Optical resonators with whispering gallery modes I : Basics» ; IEEE J. Sel. Top. Quantum Electron **12**, p. 3 (2006). 30
- [46] A. W. SNYDER & J. LOVE ; *Optical waveguide theory* (Springer Science & Business Media) (2012). 30, 31, 53, 54, 57
- [47] A. ANDRONICO ; *Etude électromagnétique d'émetteurs intégrés infrarouges et Thz en AlGaAs* ; Thèse de doctorat ; Paris 7 (2008). 30, 31
- [48] J.-P. BERENGER ; «A perfectly matched layer for the absorption of electromagnetic waves» ; Journal of computational physics **114**, p. 185–200 (1994). 32
- [49] J. SUDIJONO, M. JOHNSON, C. SNYDER, M. ELOWITZ & B. ORR ; «Surface evolution during molecular-beam epitaxy deposition of GaAs» ; Physical review letters **69**, p. 2811 (1992). 34
- [50] D. PARRAIN ; *Optomécanique fibrée des disques GaAs : dissipation, amplification et non-linéarités* ; Thèse de doctorat ; Paris 7 (2014). 34, 55
- [51] V. BERKOVITS, D. PAGET, A. KARPENKO, V. ULIN & O. TERESHCHENKO ; «Soft nitridation of GaAs (100) by hydrazine sulfide solutions : Effect on surface recombination and surface barrier» ; Applied physics letters **90**, p. 022 104 (2007). 35
- [52] G. DINGEMANS & W. KESSELS ; «Status and prospects of Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>-based surface passivation schemes for silicon solar cells» ; Journal of Vacuum Science & Technology A : Vacuum, Surfaces, and Films **30**, p. 040 802 (2012). 35
- [53] B. GUHA, F. MARSAULT, F. CADIZ, L. MORGENROTH, V. ULIN, V. BERKOVITZ, A. LEMAÎTRE, C. GOMEZ, A. AMO, S. COMBRIÉ *et al.* ; «Surface-enhanced gallium arsenide photonic resonator with quality factor of  $6 \times 10^6$ » ; Optica **4**, p. 218–221 (2017). 36, 48, 112, 118, 121
- [54] S. MARIANI, A. ANDRONICO, A. LEMAÎTRE, I. FAVERO, S. DUCCI & G. LEO ; «Second-harmonic generation in AlGaAs microdisks in the telecom range» ; Optics letters **39**, p. 3062–3065 (2014). 36
- [55] B. GUHA, S. MARIANI, A. LEMAÎTRE, S. COMBRIÉ, G. LEO & I. FAVERO ; «High frequency optomechanical disk resonators in III–V ternary semiconductors» ; Optics express **25**, p. 24 639–24 649 (2017). 36, 48

- [56] A. E. H. LOVE; *A treatise on the mathematical theory of elasticity* (Cambridge university press) (2013). 38
- [57] M. ONOE; «Contour vibrations of isotropic circular plates»; the Journal of the Acoustical Society of America **28**, p. 1158–1162 (1956). 38
- [58] R. t. COTTAM & G. SAUNDERS; «The elastic constants of GaAs from 2 K to 320 K»; Journal of Physics C : Solid State Physics **6**, p. 2105 (1973). 39, 42, 103
- [59] E. GIL-SANTOS, C. BAKER, D. NGUYEN, W. HEASE, C. GOMEZ, A. LEMAÎTRE, S. DUCCI, G. LEO & I. FAVERO; «High-frequency nano-optomechanical disk resonators in liquids»; Nature nanotechnology **10**, p. 810–816 (2015). 41
- [60] S. ADACHI; «GaAs, AlAs, and  $Al_xGa_{1-x}As$  : Material parameters for use in research and device applications»; Journal of Applied Physics **58**, p. R1–R29 (1985). 42
- [61] Z. HAO & F. AYAZI; «Support loss in the radial bulk-mode vibrations of center-supported micromechanical disk resonators»; Sensors and Actuators A : Physical **134**, p. 582–593 (2007). 42, 83
- [62] S. G. JOHNSON, M. IBANESCU, M. SKOROBOGATYI, O. WEISBERG, J. JOANNOPOULOS & Y. FINK; «Perturbation theory for Maxwell’s equations with shifting material boundaries»; Physical review E **65**, p. 066 611 (2002). 44
- [63] H. A. HAUS; *Waves and fields in optoelectronics* (Prentice-Hall,) (1984). 52
- [64] C. MANOLATOU, M. KHAN, S. FAN, P. R. VILLENEUVE, H. HAUS & J. JOANNOPOULOS; «Coupling of modes analysis of resonant channel add-drop filters»; IEEE journal of quantum electronics **35**, p. 1322–1331 (1999). 52
- [65] A. TAFLOVE & S. HAGNESS; «Computational Electromagnetics : The Finite Difference Time Domain Method, chapter 7»; Artech House, Boston, MA, (2000). 57
- [66] D. M. SULLIVAN; *Electromagnetic simulation using the FDTD method* (John Wiley & Sons) (2013). 57
- [67] N. CHO, K. KIM, J. SONG, W. CHOI & J. LEE; «A digital-alloy Al-GaAs/GaAs distributed Bragg reflector for application to surface emitting laser diodes»; Solid State Communications **150**, p. 1955–1958 (2010). 61

- [68] P. KUMAR, S. KANAKARAJU & D. DEVOE; «Sacrificial etching of  $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$  for III–V MEMS surface micromachining»; *Applied Physics A* **88**, p. 711–714 (2007). 61, 70
- [69] F. REINHARDT, B. DWIR & E. KAPON; «Oxidation of GaAs/AlGaAs heterostructures studied by atomic force microscopy in air»; *Applied physics letters* **68**, p. 3168–3170 (1996). 61
- [70] A. HRYCIW; «RAITH\_GDSII MATLAB toolbox»; (2016). [https://github.com/nrc-cnrc/Raith\\_GDSII](https://github.com/nrc-cnrc/Raith_GDSII). 62
- [71] S. JONES & D. WALKER; «Highly anisotropic wet chemical etching of GaAs using  $\text{NH}_4\text{OH} : \text{H}_2\text{O}_2 : \text{H}_2\text{O}$ »; *Journal of the Electrochemical Society* **137**, p. 1653–1654 (1990). 63
- [72] V. M. DONNELLY & A. KORNBLOT; «Plasma etching : Yesterday, today, and tomorrow»; *Journal of Vacuum Science & Technology A : Vacuum, Surfaces, and Films* **31**, p. 050 825 (2013). 64, 67
- [73] K. NOJIRI; *Mechanism of Dry Etching*; p. 11–30 (Springer International Publishing, Cham) (2015); ISBN 978-3-319-10295-5. 64, 67
- [74] C. BAKER; «On-chip nano-optomechanical whispering gallery resonators»; (2013). 65
- [75] M. VOLATIER, D. DUCHESNE, R. MORANDOTTI, R. ARÈS & V. AIMEZ; «Extremely high aspect ratio GaAs and GaAs/AlGaAs nanowaveguides fabricated using chlorine ICP etching with  $\text{N}_2$ -promoted passivation»; *Nanotechnology* **21**, p. 134 014 (2010). 69
- [76] W. E. GIFFORD & R. LONGSWORTH; «Pulse-tube refrigeration»; *Journal of Engineering for Industry* **86**, p. 264–268 (1964). 75
- [77] ATTOCUBE; «attocube | attoMOTION | Premium Line Key Features»; (2018). <http://www.attocube.com/attomotion/premium-line/key-features/>. 76
- [78] S. WEIS, R. RIVIÈRE, S. DELÉGLISE, E. GAVARTIN, O. ARCIZET, A. SCHLIESSER & T. J. KIPPENBERG; «Optomechanically induced transparency»; *Science* **330**, p. 1520–1523 (2010). 80
- [79] D. T. NGUYEN, C. BAKER, W. HEASE, S. SEJIL, P. SENELLART, A. LEMAITRE, S. DUCCI, G. LEO & I. FAVERO; «Ultrahigh Q-frequency product for optomechanical disk resonators with a mechanical shield»; *Applied Physics Letters* **103**, p. 241 112 (2013). 85
- [80] L. DAVIS; «Handbook of genetic algorithms»; (1991). 90
- [81] D. T. NGUYEN, W. HEASE, C. BAKER, E. GIL-SANTOS, P. SENELLART, A. LEMAITRE, S. DUCCI, G. LEO & I. FAVERO; «Improved op-

- tomechanical disk resonator sitting on a pedestal mechanical shield»; *New Journal of Physics* **17**, p. 023 016 (2015). 95, 96, 121
- [82] M. HAMOUMI, P. E. ALLAIN, W. HEASE, L. MORGENROTH, B. GÉRARD, A. LEMAÎTRE, G. LEO & I. FAVERO; «Microscopic nanomechanical dissipation in gallium arsenide resonators»; arXiv preprint arXiv :1801.09078 (2018). 99, 121
- [83] H. J. MARIS; *Physical Acoustics Volume 8; Physical Acoustics*, tome 8; chapitre Chapter 6 : Interaction of Sound Waves with Thermal Phonons in Dielectric Crystals, p. 279 – 345 (Academic Press) (1971). 100, 101, 102
- [84] B. PERRIN; «Ultrasonic attenuation in molecular crystals»; *Physical Review B* **24**, p. 6104 (1981). 100, 101
- [85] C. ZENER; «Internal friction in solids II. General theory of thermoelastic internal friction»; *Physical Review* **53**, p. 90 (1938). 100, 104
- [86] A. KISELEV & G. IAFRATE; «Phonon dynamics and phonon assisted losses in Euler-Bernoulli nanobeams»; *Physical Review B* **77**, p. 205 436 (2008). 100, 105
- [87] R. LIFSHITZ & M. L. ROUKES; «Thermoelastic damping in micro-and nanomechanical systems»; *Physical review B* **61**, p. 5600 (2000). 100
- [88] K. KUNAL & N. ALURU; «Akhiezer damping in nanostructures»; *Physical Review B* **84**, p. 245 450 (2011). 100, 103
- [89] H. JENSEN; «Phonons and Phonon Interactions»; (1964). 101
- [90] R. COTTAM & G. SAUNDERS; «Ultrasonic attenuation in GaAs from 2K to 300K»; *Journal of Physics C : Solid State Physics* **7**, p. 2447 (1974). 103
- [91] A. N. CLELAND; *Foundations of nanomechanics : from solid-state theory to device applications* (Springer Science & Business Media) (2013). 103
- [92] W. FON, K. SCHWAB, J. WORLOCK & M. ROUKES; «Phonon scattering mechanisms in suspended nanostructures from 4 to 40 K»; *Physical review B* **66**, p. 045 302 (2002). 103
- [93] C. ZENER; «Internal friction in solids. I. Theory of internal friction in reeds»; *Physical review* **52**, p. 230 (1937). 104
- [94] V. LUBARDA; «On thermodynamic potentials in linear thermoelasticity»; *International Journal of Solids and Structures* **41**, p. 7377–7398 (2004). 104

- [95] W. YOURGRAU, A. VAN DER MERWE & G. RAW ; *Treatise on irreversible and statistical thermodynamics : an introduction to nonclassical thermodynamics* (Courier Corporation) (2013). 104
- [96] J. BONET & R. D. WOOD ; *Nonlinear continuum mechanics for finite element analysis* (Cambridge university press) (1997). 104
- [97] T. SOMA & K. KUDO ; «Thermal Expansion and Pressure Effect on the Lattice Vibration of Tetrahedrally Covalent Compounds» ; *Journal of the Physical Society of Japan* **48**, p. 115–122 (1980). 105
- [98] W. PHILLIPS ; «Two-level states in glasses» ; *Reports on Progress in Physics* **50**, p. 1657 (1987). 106, 107, 109
- [99] S. RAU, C. ENSS, S. HUNKLINGER, P. NEU & A. WÜRGER ; «Acoustic properties of oxide glasses at low temperatures» ; *Physical Review B* **52**, p. 7179 (1995). 106, 107, 108, 109
- [100] D. TIELBÜRGER, R. MERZ, R. EHRENFELS & S. HUNKLINGER ; «Thermally activated relaxation processes in vitreous silica : An investigation by Brillouin scattering at high pressures» ; *Physical Review B* **45**, p. 2750 (1992). 107
- [101] R. VACHER, E. COURTENS & M. FORET ; «Anharmonic versus relaxational sound damping in glasses. II. Vitreous silica» ; *Physical Review B* **72**, p. 214205 (2005). 108, 109
- [102] W. PHILLIPS ; «Comment on " Two-level systems observed in the mechanical properties of single-crystal silicon at low temperatures" » ; *Physical review letters* **61**, p. 2632 (1988). 109, 110
- [103] S. HUNKLINGER & W. ARNOLD ; *Physical Acoustics Volume 12 ; Physical Acoustics*, tome 12 ; chapitre Chapter 3 : Ultrasonic Properties of Glasses at Low Temperatures, p. 155 – 215 (Academic Press) (1976). 110
- [104] D. PARRAIN, C. BAKER, G. WANG, B. GUHA, E. G. SANTOS, A. LEMAITRE, P. SENELLART, G. LEO, S. DUCCI & I. FAVERO ; «Origin of optical losses in gallium arsenide disk whispering gallery resonators» ; *Optics Express* **23**, p. 19656–19672 (2015). 114, 118, 121
- [105] K. YAMANAKA, S. NARITSUKA, K. KANAMOTO, M. MIHARA & M. ISHII ; «Electron traps in AlGaAs grown by molecular-beam epitaxy» ; *Journal of applied physics* **61**, p. 5062–5069 (1987). 114
- [106] M. ZAZOUI, S. FENG & J. BOURGOIN ; «Nature of the DX center in  $\text{Ga}_{1-x}\text{Al}_x\text{As}$ » ; *Physical Review B* **44**, p. 10898 (1991). 114



- [107] J. A. WOLK ; *DX Centers in III-V Semiconductors under Hydrostatic Pressure* ; Thèse de doctorat ; Department of Physics - University of California (1992). [114](#)
- [108] S. OFFSEY, J. WOODALL, A. WARREN, P. KIRCHNER, T. CHAPPELL & G. PETTIT ; «Unpinned (100) GaAs surfaces in air using photochemistry» ; *Applied physics letters* **48**, p. 475–477 (1986). [118](#)
- [109] T. FAUST, J. RIEGER, M. J. SEITNER, J. P. KOTTHAUS & E. M. WEIG ; «Signatures of two-level defects in the temperature-dependent damping of nanomechanical silicon nitride resonators» ; *Physical Review B* **89**, p. 100 102 (2014). [118](#)
- [110] L. G. VILLANUEVA & S. SCHMID ; «Evidence of surface loss as ubiquitous limiting damping mechanism in SiN micro-and nanomechanical resonators» ; *Physical review letters* **113**, p. 227 201 (2014). [118](#)
- [111] M. GORYACHEV, D. L. CREEDON, E. N. IVANOV, S. GALLIOU, R. BOURQUIN & M. E. TOBAR ; «Extremely low-loss acoustic phonons in a quartz bulk acoustic wave resonator at millikelvin temperature» ; *Applied Physics Letters* **100**, p. 243 504 (2012). [118](#)
- [112] S. M. MEENEHAN, J. D. COHEN, G. S. MACCABE, F. MARSILI, M. D. SHAW & O. PAINTER ; «Pulsed Excitation Dynamics of an Optomechanical Crystal Resonator near Its Quantum Ground State of Motion» ; *Phys. Rev. X* **5**, p. 041 002 (2015). [118](#)
- [113] J.-Q. LIAO, C. LAW *et al.* ; «Cooling of a mirror in cavity optomechanics with a chirped pulse» ; *Physical Review A* **84**, p. 053 838 (2011). [122](#), [123](#)
- [114] S. MACHNES, J. CERRILLO, M. ASPELMEYER, W. WIECZOREK, M. B. PLENIO & A. RETZKER ; «Pulsed laser cooling for cavity optomechanical resonators» ; *Physical review letters* **108**, p. 153 601 (2012). [124](#)
- [115] S. MACHNES ; «QLib-A Matlab package for quantum information theory calculations with applications» ; arXiv preprint arXiv :0708.0478 (2007). [124](#), [125](#)
- [116] M. R. VANNER, I. PIKOVSKI, G. D. COLE, M. KIM, Č. BRUKNER, K. HAMMERER, G. J. MILBURN & M. ASPELMEYER ; «Pulsed quantum optomechanics» ; *Proceedings of the National Academy of Sciences* **108**, p. 16 182–16 187 (2011). [125](#), [126](#), [134](#)
- [117] E. WIGNER ; «On the quantum correction for thermodynamic equilibrium» ; *Physical review* **40**, p. 749 (1932). [127](#)
- [118] D. F. WALLS & G. J. MILBURN ; *Quantum optics* (Springer Science & Business Media) (2007). [127](#)

- [119] A. ROBERTS; «Modify the Improved Euler scheme to integrate stochastic differential equations»; arXiv preprint arXiv :1210.0933 (2012). [129](#)
- [120] M. DINU, F. QUOCHI & H. GARCIA; «Third-order nonlinearities in silicon at telecom wavelengths»; Applied physics letters **82**, p. 2954–2956 (2003). [143](#)
- [121] A. VILLENEUVE, C. YANG, G. STEGEMAN, C. IRONSIDE, G. SCELSI & R. OSGOOD; «Nonlinear absorption in a GaAs waveguide just above half the band gap»; IEEE journal of quantum electronics **30**, p. 1172–1175 (1994). [143](#)
- [122] A. DE ROSSI, M. LAURITANO, S. COMBRIÉ, Q. V. TRAN & C. HUSKO; «Interplay of plasma-induced and fast thermal nonlinearities in a GaAs-based photonic crystal nanocavity»; Physical Review A **79**, p. 043 818 (2009). [143](#)
- [123] P. N. MARTIN, Z. AKSAMIJA, E. POP & U. RAVAIOLI; «Reduced thermal conductivity in nanoengineered rough Ge and GaAs nanowires»; Nano letters **10**, p. 1120–1124 (2010). [145](#)
- [124] Y.-C. LIU, Y.-F. XIAO, X. LUAN & C. W. WONG; «Dynamic dissipative cooling of a mechanical resonator in strong coupling optomechanics»; Physical review letters **110**, p. 153 606 (2013). [150](#)
- [125] E. PETER, P. SENELLART, D. MARTROU, A. LEMAÎTRE, J. HOURS, J. GÉRARD & J. BLOCH; «Exciton-photon strong-coupling regime for a single quantum dot embedded in a microcavity»; Physical review letters **95**, p. 067 401 (2005). [152](#)
- [126] J. RESTREPO, C. CIUTI & I. FAVERO; «Single-polariton optomechanics»; Physical review letters **112**, p. 013 601 (2014). [152](#)
- [127] M. J. HARTMANN & M. B. PLENIO; «Steady state entanglement in the mechanical vibrations of two dielectric membranes»; Physical Review Letters **101**, p. 200 503 (2008). [152](#)
- [128] M. LUDWIG, K. HAMMERER & F. MARQUARDT; «Entanglement of mechanical oscillators coupled to a nonequilibrium environment»; Physical Review A **82**, p. 012 333 (2010). [152](#)
- [129] C. OCKELOEN-KORPPI, E. DAMSKÄGG, J.-M. PIKKALAINEN, M. ASJAD, A. CLERK, F. MASSEL, M. WOOLLEY & M. SILLANPÄÄ; «Stabilized entanglement of massive mechanical oscillators»; Nature **556**, p. 478 (2018). [152](#)

- [130] I. CARUSOTTO & C. CIUTI; «Spontaneous microcavity-polariton coherence across the parametric threshold : Quantum Monte Carlo studies»; *Phys. Rev. B* **72**, p. 125 335 (2005). <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevB.72.125335>. 153
- [131] J. S. RESTREPO; *Theory of quantum optomechanics with unconventional nonlinear coupling schemes*; Theses; Université Paris 7, Sorbonne Paris Cité (2014). <https://tel.archives-ouvertes.fr/tel-01099806>. 153



---

**Sujet : Vers l'optomécanique quantique en arséniure de gallium :  
dissipation nanomécanique et opération pulsée**

---

**Résumé :** Au cours de ce travail de thèse nous avons conçu, fabriqué et caractérisé des nano-résonateurs optomécaniques à disques en arséniure de gallium (GaAs), en milieu cryogénique. Ces disques qui supportent à la fois des modes mécaniques vibrant au GHz et des modes optiques résonant à  $\lambda \approx 1500$  nm fortement couplés ( $g_0 \approx$  MHz), présentent des facteurs de qualité élevés ( $> 10^4$  pour la mécanique et  $> 10^5$  pour l'optique, à 3 K). Malgré ces performances à l'état de l'art, le refroidissement optomécanique par bande latérale du mouvement n'est pas suffisamment efficace pour atteindre l'état fondamental quantique (moins d'1 phonon en moyenne). Nous avons étudié systématiquement les sources de dissipation mécanique qui limitent le refroidissement, et mis en évidence l'impact des systèmes à deux niveaux à la surface des nano-résonateurs. Nous avons également étudié l'excitation optique pulsée de nos systèmes, pour contourner les phénomènes absorbatifs et thermiques qui contrecarrent le refroidissement, et fait ressortir deux propriétés importantes de l'excitation pulsée : la puissance optique moyenne injectée, et la période de répétition des pulses par rapport aux temps de relaxation du système. Des schémas alternatifs de contrôle optique des nano-résonateurs mécaniques émergent, qui pourraient être combinés avec une opération à ultra-basse température ( $\ll 1$  K).

**Mots clés :** Optomécanique, Mode de galerie, Résonateur optique, Mode de respiration, Photonique intégrée, Haut facteur de qualité, Nanofabrication, Cryogénie, Quantique, Dissipation, Arséniure de gallium, Pulsé, Systèmes à deux niveaux, Nanomécanique

---

**Subject : Towards Quantum Optomechanics on Gallium Arsenide:  
Nanomechanical Dissipation and Pulsed Operation**

---

**Abstract:** During this doctoral work, we have designed, fabricated and characterised gallium arsenide (GaAs) optomechanical disk nano-resonators, in a cryogenic environment. These disks which bear highly coupled ( $g_0 \approx$  MHz) GHz mechanical modes and telecom wavelength ( $\lambda \approx 1550$  nm) optical modes, show high mechanical ( $> 10^4$ ) and optical ( $> 10^5$ ) quality factors at 3 K. However, despite these state of the art performances, the optomechanical sideband cooling mechanism of the mechanical motion is not efficient enough to reach the quantum groundstate (less than 1 phonon in average). To determine the limiting factors, we have presented a systematical study of the mechanical dissipation channels and shown that two-level systems (TLS) at the surface of the material play a major role. We have also studied pulsed optical excitation of our resonators, in order to avoid absorption and thermal phenomena which limit the optomechanical cooling. We thus have underlined two main properties of the pulsed excitation : average injected optical power, and repetition period of the pulses with respect to the relaxation times of our systems. Alternative optical control schemes of the mechanical nano-resonators have emerged, which could be coupled to ultra-cold operation ( $T \ll 1$  K).

**Keywords :** Optomechanics, Whispering Gallery Modes, Optical Resonator, Radial Breathing Modes, Integrated Photonics, High Quality factor, Nanofabrication, Cryogenics, Quantum, Dissipation, Gallium Arsenide, Pulsed, Two Level Systems, Nanomechanics