



**HAL**  
open science

# Modélisation de la mise en forme des renforts fibreux cousus (NCF) : Etude expérimentale et numérique de l'influence de la couture

Quentin Steer

► **To cite this version:**

Quentin Steer. Modélisation de la mise en forme des renforts fibreux cousus (NCF) : Etude expérimentale et numérique de l'influence de la couture. Matériaux. Université de Lyon, 2019. Français. NNT : 2019LYSEI115 . tel-02935601v1

**HAL Id: tel-02935601**

**<https://theses.hal.science/tel-02935601v1>**

Submitted on 10 Sep 2020 (v1), last revised 16 Dec 2020 (v2)

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



# INSA

N° d'ordre NNT : 2019LYSEI115

## THESE de DOCTORAT DE L'UNIVERSITE DE LYON

opérée au sein de

**L'Institut National des Sciences Appliquées de Lyon**

Ecole Doctorale N° 162

**Mécanique, Energétique, Génie civil, Acoustique**

Spécialité/ discipline de doctorat :

**Génie Mécanique**

Soutenue le 05 décembre 2019, par :

**Quentin STEER**

---

### **MODELISATION DE LA MISE EN FORME DES RENFORTS FIBREUX COUSUS (NCF) : ETUDE EXPERIMENTALE ET NUMERIQUE DE L'INFLUENCE DE LA COUTURE**

---

Devant le jury composé de :

OLIVIER Philippe	Professeur (Université Toulouse III)	Rapporteur
COMAS-CARDONA Sébastien	Professeur (Ecole Centrale Nantes)	Rapporteur
RICHARD Caroline	Professeure (Université de Tours)	Présidente
BEL Sylvain	Maître de Conférences (Université de Lyon)	Examineur
BOISSE Philippe	Professeur (INSA Lyon)	Directeur de thèse
COLMARS Julien	Maître de Conférences (INSA Lyon)	Co-directeur de thèse



**Département FEDORA – INSA Lyon - Ecoles Doctorales – Quinquennal 2016-2020**

<b>SIGLE</b>	<b>ECOLE DOCTORALE</b>	<b>NOM ET COORDONNEES DU RESPONSABLE</b>
<b>CHIMIE</b>	<b>CHIMIE DE LYON</b> <a href="http://www.edchimie-lyon.fr">http://www.edchimie-lyon.fr</a> Sec. : Renée EL MELHEM Bât. Blaise PASCAL, 3e étage <a href="mailto:secretariat@edchimie-lyon.fr">secretariat@edchimie-lyon.fr</a> INSA : R. GOURDON	<b>M. Stéphane DANIELE</b> Institut de recherches sur la catalyse et l'environnement de Lyon IRCELYON-UMR 5256 Équipe CDFA 2 Avenue Albert EINSTEIN 69 626 Villeurbanne CEDEX <a href="mailto:directeur@edchimie-lyon.fr">directeur@edchimie-lyon.fr</a>
<b>E.E.A.</b>	<b>ÉLECTRONIQUE, ÉLECTROTECHNIQUE, AUTOMATIQUE</b> <a href="http://edeea.ec-lyon.fr">http://edeea.ec-lyon.fr</a> Sec. : M.C. HAVGOUDOUKIAN <a href="mailto:ecole-doctorale.eea@ec-lyon.fr">ecole-doctorale.eea@ec-lyon.fr</a>	<b>M. Gérard SCORLETTI</b> École Centrale de Lyon 36 Avenue Guy DE COLLONGUE 69 134 Écully Tél : 04.72.18.60.97 Fax 04.78.43.37.17 <a href="mailto:gerard.scorletti@ec-lyon.fr">gerard.scorletti@ec-lyon.fr</a>
<b>E2M2</b>	<b>ÉVOLUTION, ÉCOSYSTÈME, MICROBIOLOGIE, MODÉLISATION</b> <a href="http://e2m2.universite-lyon.fr">http://e2m2.universite-lyon.fr</a> Sec. : Sylvie ROBERJOT Bât. Atrium, UCB Lyon 1 Tél : 04.72.44.83.62 INSA : H. CHARLES <a href="mailto:secretariat.e2m2@univ-lyon1.fr">secretariat.e2m2@univ-lyon1.fr</a>	<b>M. Philippe NORMAND</b> UMR 5557 Lab. d'Ecologie Microbienne Université Claude Bernard Lyon 1 Bâtiment Mendel 43, boulevard du 11 Novembre 1918 69 622 Villeurbanne CEDEX <a href="mailto:philippe.normand@univ-lyon1.fr">philippe.normand@univ-lyon1.fr</a>
<b>EDISS</b>	<b>INTERDISCIPLINAIRE SCIENCES-SANTÉ</b> <a href="http://www.ediss-lyon.fr">http://www.ediss-lyon.fr</a> Sec. : Sylvie ROBERJOT Bât. Atrium, UCB Lyon 1 Tél : 04.72.44.83.62 INSA : M. LAGARDE <a href="mailto:secretariat.ediss@univ-lyon1.fr">secretariat.ediss@univ-lyon1.fr</a>	<b>Mme Sylvie RICARD-BLUM</b> Institut de Chimie et Biochimie Moléculaires et Supramoléculaires (ICBMS) - UMR 5246 CNRS - Université Lyon 1 Bâtiment Curien - 3ème étage Nord 43 Boulevard du 11 novembre 1918 69622 Villeurbanne Cedex Tel : +33(0)4 72 44 82 32 <a href="mailto:sylvie.ricard-blum@univ-lyon1.fr">sylvie.ricard-blum@univ-lyon1.fr</a>
<b>INFOMATHS</b>	<b>INFORMATIQUE ET MATHÉMATIQUES</b> <a href="http://edinfomaths.universite-lyon.fr">http://edinfomaths.universite-lyon.fr</a> Sec. : Renée EL MELHEM Bât. Blaise PASCAL, 3e étage Tél : 04.72.43.80.46 <a href="mailto:infomaths@univ-lyon1.fr">infomaths@univ-lyon1.fr</a>	<b>M. Hamamache KHEDDOUCI</b> Bât. Nautibus 43, Boulevard du 11 novembre 1918 69 622 Villeurbanne Cedex France Tel : 04.72.44.83.69 <a href="mailto:hamamache.kheddouci@univ-lyon1.fr">hamamache.kheddouci@univ-lyon1.fr</a>
<b>Matériaux</b>	<b>MATÉRIAUX DE LYON</b> <a href="http://ed34.universite-lyon.fr">http://ed34.universite-lyon.fr</a> Sec. : Stéphanie CAUVIN Tél : 04.72.43.71.70 Bât. Direction <a href="mailto:ed.materiaux@insa-lyon.fr">ed.materiaux@insa-lyon.fr</a>	<b>M. Jean-Yves BUFFIÈRE</b> INSA de Lyon MATEIS - Bât. Saint-Exupéry 7 Avenue Jean CAPELLE 69 621 Villeurbanne CEDEX Tél : 04.72.43.71.70 Fax : 04.72.43.85.28 <a href="mailto:jean-yves.buffiere@insa-lyon.fr">jean-yves.buffiere@insa-lyon.fr</a>
<b>MEGA</b>	<b>MÉCANIQUE, ÉNERGÉTIQUE, GÉNIE CIVIL, ACOUSTIQUE</b> <a href="http://edmega.universite-lyon.fr">http://edmega.universite-lyon.fr</a> Sec. : Stéphanie CAUVIN Tél : 04.72.43.71.70 Bât. Direction <a href="mailto:mega@insa-lyon.fr">mega@insa-lyon.fr</a>	<b>M. Jocelyn BONJOUR</b> INSA de Lyon Laboratoire CETHIL Bâtiment Sadi-Carnot 9, rue de la Physique 69 621 Villeurbanne CEDEX <a href="mailto:jocelyn.bonjour@insa-lyon.fr">jocelyn.bonjour@insa-lyon.fr</a>
<b>ScSo</b>	<b>ScSo*</b> <a href="http://ed483.univ-lyon2.fr">http://ed483.univ-lyon2.fr</a> Sec. : Véronique GUICHARD INSA : J.Y. TOUSSAINT Tél : 04.78.69.72.76 <a href="mailto:veronique.cervantes@univ-lyon2.fr">veronique.cervantes@univ-lyon2.fr</a>	<b>M. Christian MONTES</b> Université Lyon 2 86 Rue Pasteur 69 365 Lyon CEDEX 07 <a href="mailto:christian.montes@univ-lyon2.fr">christian.montes@univ-lyon2.fr</a>

\*ScSo : Histoire, Géographie, Aménagement, Urbanisme, Archéologie, Science politique, Sociologie, Anthropologie





# Modélisation de la mise en forme des renforts fibreux cousus (NCF) : étude expérimentale et numérique de l'influence de la couture

Les composites à fibres continues (carbone, verre) sont régulièrement employés dans les industries du transport (automobile, aéronautique) pour leurs excellentes performances mécaniques rapportées à leur masse. Alors que les renforts tissés sont largement utilisés et étudiés, on constate un intérêt croissant pour les renforts cousus appelés « *non crimp fabric* » (NCF). Ces renforts sont constitués de plis de fibres unidirectionnels juxtaposés, non tissés, mais cousus entre eux à l'aide d'un fil de couture. Ils permettent une plus grande variété d'empilements et optimisent les propriétés du composite en réduisant l'entrelacement des fibres.

La fabrication de pièces composites par des procédés automatisés tel que le RTM (*Resin Transfert Molding*) implique de mettre en forme les renforts fibreux pour obtenir des géométries 3D complexes. La mise en forme des NCF est fortement impactée par la présence de la couture. Le développement d'outils de simulation adaptés doit permettre d'optimiser la fabrication de ces produits.

Ce travail s'intéresse au rôle mécanique de la couture lors de la mise en forme. L'étude porte sur différents renforts NCF, des essais expérimentaux et des simulations par éléments finis en dynamique explicite. En s'inspirant de travaux antérieurs sur les renforts tissés, différentes approches de modélisation sont proposées pour les NCF à l'échelle macroscopique : intégration du fil et du motif de couture dans les lois de comportement ; développement de modèles mixant des éléments finis continus pour les nappes de fibres, et semi-discrets pour les coutures. Les performances de ces différentes approches sont confrontées aux résultats expérimentaux.

Enfin, une nouvelle contribution est apportée pour la prise en compte de la rigidité de flexion dans le plan des renforts fibreux, en généralisant l'utilisation des éléments finis de coque dit « rotation-free » pour le calcul de l'ensemble des courbures (hors plan et dans le plan).

**MOTS-CLES:** Composites, Non Crimp Fabric, NCF, mise en forme, renfort composite, éléments finis, simulation, modélisation, rotation-free



## Remerciements

Je tiens à remercier en premier lieu Philippe Boisse qui m'a donné l'opportunité de faire cette thèse mais aussi Julien Colmars, codirecteur de ce travail. Merci à eux pour leurs conseils, leur suivi et leur disponibilité.

Merci à mes parents et ma famille.

Des remerciements particuliers vont à celle qui partage ma vie, pour son soutien inconditionnel dans les folies que j'entreprends et que je lui fais subir.

Merci à tous les collègues du labo Naim, Nahiene, Philippe Chaudet, Isabelle et à tous les doctorants avec qui j'ai partagé ces trois années : Yvan qui nous a fait découvrir PUBG, Tarek pour sa gentillesse, Ismael qui a largement contribué à ma compréhension de la mécanique, Eduardo pour les bières bues ensemble et son expertise de PlasFib ; mais également à Jie, ma collègue de bureau, à Thibaut pour ses deux derniers mois passés dans le bureau à se marrer ; à Meriem, Jin, Renzi, Bo, et à tous les autres.

Un *big up* aux potes de la grimpe et leurs blagues légendaires : le bon exutoire qui fait retrouver la banane dans les passages à vide.



# Table des matières

<b>TABLE DES MATIERES.....</b>	<b>1</b>
<b>TABLE DES FIGURES .....</b>	<b>3</b>
<b>INTRODUCTION .....</b>	<b>7</b>
<b>1. MISE EN CONTEXTE ET INTRODUCTION AUX MATERIAUX COMPOSITES .....</b>	<b>9</b>
1. LES MATERIAUX COMPOSITES .....	10
1.1 <i>Introduction</i> .....	10
1.2 <i>Les matrices</i> .....	11
1.3 <i>Les renforts fibreux</i> .....	13
1.4 <i>Echelles d'études</i> .....	19
2. PROJET INCREASE .....	23
2.1 <i>Présentation</i> .....	23
2.2 <i>Pièce démonstratrice</i> .....	24
2.3 <i>Procédé de fabrication</i> .....	25
2.4 <i>Travail du LaMCoS</i> .....	25
<b>2. COMPORTEMENTS MECANIQUES DES NCF ET CARACTERISATIONS EXPERIMENTALES.....</b>	<b>27</b>
1. ETUDE DU COMPORTEMENT DES RENFORTS NCF .....	28
1.1 <i>Modes de déformation à l'échelle macroscopique</i> .....	28
1.2 <i>Influence de la couture</i> .....	31
2. CARACTERISATIONS EXPERIMENTALES .....	39
2.1 <i>Présentation des renforts étudiés</i> .....	39
2.2 <i>Tension</i> .....	40
2.3 <i>Cisaillement</i> .....	40
2.4 <i>Flexion</i> .....	60
2.5 <i>Traction sur le fil de couture</i> .....	64
3. CONCLUSION DU CHAPITRE 2.....	66
<b>3. MODELISATION DU COMPORTEMENT DES NCF .....</b>	<b>67</b>
1. INTRODUCTION A LA MODELISATION DES NCF.....	69
1.1 <i>Modèles de NCF existants: étude bibliographique</i> .....	69
1.2 <i>Enjeux d'une modélisation spécifique aux NCF</i> .....	70
2. STRATEGIES DE MODELISATION DE LA COUTURE .....	71
2.1 <i>Approche continue</i> .....	71
2.2 <i>Approches discrètes</i> .....	73
3. ELEMENT FINI DE COQUE TRIANGULAIRE S3.....	85
3.1 <i>Schéma temporel de résolution</i> .....	85
3.2 <i>Elément fini lagrangien</i> .....	87
4. VALIDATION DES APPROCHES .....	96
4.1 <i>Prise en compte de flexion des fibres dans le plan</i> .....	96
4.2 <i>Identification de la loi de cisaillement des fibres</i> .....	97
4.3 <i>Couture tricot T1.5mm</i> .....	99
4.4 <i>Couture tricot T2.5mm</i> .....	104
4.5 <i>Couture tricot T3.3mm</i> .....	107

5. CONCLUSION DU CHAPITRE 3.....	112
<b>4. PRISE EN COMPTE DE LA FLEXION DES FIBRES .....</b>	<b>113</b>
1. INTRODUCTION A LA FLEXION .....	114
2. FLEXION HORS PLAN.....	116
2.1 <i>Approche de poutre pour la prise en compte de la flexion</i> .....	116
2.2 <i>Calcul des rotations de corps rigide à partir des déplacements</i> .....	117
2.3 <i>Calcul de la courbure dans une direction particulière</i> .....	118
3. FLEXION DANS LE PLAN .....	120
3.1 <i>Considérations préliminaires</i> .....	120
3.2 <i>Calcul des rotations à partir des déplacements</i> .....	120
3.3 <i>Prise en compte des conditions aux limites</i> .....	123
3.4 <i>Travail et forces internes de flexion dans plan</i> .....	124
4. PRISE EN COMPTE DE LA FLEXION LORS DU BET .....	125
4.1 <i>Gradient de cisaillement</i> .....	125
4.2 <i>Correction des formules de BET</i> .....	126
5. CONCLUSION DU CHAPITRE 4.....	134
<b>5. MISES EN FORME DES NCF .....</b>	<b>135</b>
1. MISE EN FORME HEMISPHERIQUE .....	136
1.1 <i>Dispositif expérimental</i> .....	136
1.2 <i>Mesure du cisaillement</i> .....	137
2. SIMULATIONS VS EXPERIMENTALES.....	139
2.1 <i>Mise en donnée de la simulation</i> .....	139
2.2 <i>Couture T1.5mm</i> .....	140
2.3 <i>Couture T2.5mm</i> .....	144
2.4 <i>Couture T3.3mm</i> .....	148
3. CONCLUSION DU CHAPITRE 5.....	153
<b>CONCLUSION GENERALE ET PERSPECTIVES .....</b>	<b>155</b>
<b>REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES.....</b>	<b>157</b>

# Table des figures

FIGURE 1-1: COMPARAISON DES CARACTERISTIQUES DES MATERIAUX COMPOSITES ET DE METAUX [CHATAIN 2001]	10
FIGURE 1-2: EVOLUTION DU POURCENTAGE DE MATERIAUX COMPOSITES UTILISE EN AERONAUTIQUE .....	11
FIGURE 1-3: PYRAMIDE DES THERMOPLASTIQUES.....	13
FIGURE 1-4: DIFFERENTS MOTIFS DE TISSAGE POSSIBLES .....	15
FIGURE 1-5: COMPORTEMENT BIAXIALE D'UN TISSE CARBONE [BUET-GAUTIER ET AL. 2001].....	16
FIGURE 1-6: PROCEDE DE FABRICATION DES RENFORTS NCF [SCHNABEL ET AL. 2011]: A) DETAILS DU DISPOSITIF DE DEPOT DES FIBRES, B) DETAILS DE L'ETAPE DE COUTURE.....	17
FIGURE 1-7: NCF A) 0°/90° ET B) QUELCONQUE .....	18
FIGURE 1-8: ILLUSTRATIONS DES COUTURES A) TRICOT ET B) CHAINETTE .....	18
FIGURE 1-9: TYPES DE COUTURES LES PLUS COURANTES [GRIESER ET AL. 2017]: A) TRICOT, B) CHAINETTE, C) MIXTE TRICOT-CHAINETTE.....	18
FIGURE 1-10: MODELISATION A L'ECHELLE MICROSCOPIQUE [DURVILLE 2009] .....	19
FIGURE 1-11: MODELISATION GEOMETRIQUE D'UN INTERLOCK PAR MICROTOMOGRAPHIE [NAOUAR ET AL. 2016]..	20
FIGURE 1-12: MODELISATION D'UNE PARTICULE O : A) CONNECTEE A SES QUATRE VOISINS, B) AVEC MODELISATION DE L'ELONGATION, C) ET D) DU CISAILLEMENT ET E) DE LA FLEXION [SZE ET AL. 2005] .....	22
FIGURE 1-13: A) METHODE DU FILET [VAN DER WEEËN 1991], B) EXEMPLE DE SIMULATION DE DRAPAGE [BOROUCHAKI ET AL. 2003].....	22
FIGURE 1-14: COLLABORATEURS DU PROJET INCREASE .....	23
FIGURE 1-15: REPRESENTATION 3D DE LA PIECE DEMONSTRATRICE EN TOLE (A) ET EN COMPOSITE (B) AVEC MISE EN EVIDENCE DES RENFORCEMENTS SURMOULES .....	24
FIGURE 1-16: SCHEMATISATION DU PROCEDE DE FABRICATION C-RTM AVEC UNE ETAPE PRELIMINAIRE DE PREFORMAGE DE L'EMPILEMENT FIBREUX .....	26
FIGURE 2-1: DIFFERENTS MODES DE DEFORMATION CONSIDERES A L'ECHELLE MASCROSCOPIQUE : A) CELLULE ELEMENTAIRE NON DEFORMEE, B) CISAILLEE, C) EN TRACTION, D) EN FLEXION HORS PLAN .....	29
FIGURE 2-2: ILLUSTRATION DE L'EFFET DE LA COUTURE SUR LE COMPORTEMENT EN CISAILLEMENT.....	30
FIGURE 2-3: MISE EN FORME HEMISPHERIQUE A) D'UN TISSE, B) D'UN NCF .....	30
FIGURE 2-4: VERIFICATION DE LA CONSERVATION DES POINTS DE PIQUAGE PENDANT UN ESSAI DE CISAILLEMENT (BIAS EXTENSION TEST). .....	32
FIGURE 2-5: SCHEMA DE LA COUTURE VU EN 2D EN NEGLIGEANT L'EPAISSEUR DU RENFORT : A) TRICOT, B) CHAINETTE .....	32
FIGURE 2-6: A) PARAMETRES DE FABRICATION DE LA COUTURE, B) DIMENSIONS CALCULEES DANS UN MOTIF DE COUTURE .....	34
FIGURE 2-7: TRANSFORMATION EN CISAILLEMENT DE LA BASE DES FIBRES .....	35
FIGURE 2-8: DEFORMATIONS DE LA COUTURE POUR UN RENFORT DONT LES FIBRES SONT ORIENTEES A $\mp 45^\circ$ : A) REPRESENTATION TOPOLOGIQUE EN FONCTION DE L'ANGLE $\Delta$ (CF. FIGURE 2-4B ET EQ. 2.5), B ) COUPE POUR UN ANGLE $\Delta$ DE $63.43^\circ$ , B) COUPE POUR UN ANGLE $\Delta$ DE $68.5^\circ$ .....	38
FIGURE 2-9: PRESENTATION DES RENFORTS ETUDIES .....	39
FIGURE 2-10: TRACTION DANS LA DIRECTION DE FIBRES D'UN NCF ORIENTE A $\mp 45^\circ$ [BEL 2011] .....	40
FIGURE 2-11: ILLUSTRATION DES PHENOMENES MESOSCOPIQUES A L'ANGLE DE BLOCAGE SUR LA COURBE DE CISAILLEMENT : 1) ROTATION SANS DEFORMATION DES MECHEs, 2) MISE EN CONTACT DES MECHEs VOISINES, 3) COMPACTION LATERALE DES MECHEs [ZOUARI ET AL. 2006] .....	42
FIGURE 2-12: A) MONTAGE EXPERIMENTALE, B) SCHEMA DE PRINCIPE DU PICTURE FRAME .....	43
FIGURE 2-13: RELAXATION DU RENFORT DUE A LA TENSION DANS LE FIL DE COUTURE EN SORTIE DE LIGNE DE FABRICATION .....	43
FIGURE 2-14: ILLUSTRATION D'UNE EPROUVETTE DE BIAS EXTENSION (DONT LES FIBRES SONT OTHOGONALES) A L'ETAT INITIALE (EN HAUT) ET A L'ETAT DEFORME (EN BAS).....	45



FIGURE 2-15: EFFET DES MARQUAGES SUR LES RESULTATS D'ESSAI DE BET D'EPROUVETTES NCF DE 240x80MM ...	46
FIGURE 2-16: EPROUVETTE NCF DE 240x80MM AVEC MOUCHETIS (EN HAUT) ET GRILLE DE POINTS (EN BAS) ECLAIREES PAR LAMPE UV POUR SUIVI OPTIQUE. ....	47
FIGURE 2-17: AFFICHAGE DE L'ANGLE DE CISAILLEMENT DETERMINE PAR SUIVI DE GRILLE.....	48
FIGURE 2-18: PRINCIPE DU SUIVI EN DEUX ETAPES DES POINTS D'UNE SEQUENCE D'IMAGES D'UN ECHANTILLON PRISES EN COURS D'ESSAI. ....	49
FIGURE 2-19: ANGLES DE CISAILLEMENT EXPERIMENTAUX (MESURES) VS THEORIQUES (CALCULES PAR DEPLACEMENT DE LA MACHINE). ....	50
FIGURE 2-20: DEFORMATION PARTICULIERE D'UNE EPROUVETTE DE NCF A COUTURE CHAINETTE SOLLICITEE A) DANS LA DIRECTION DE COUTURE LORS DE L'ESSAI DE BET, B) DANS LA DIRECTION PERPENDICULAIRE A LA COUTURE SUR LE NCF CHAINETTE .....	52
FIGURE 2-21: ESSAIS DE PF A) DANS LA DIRECTION DE COUTURE, B) DANS LA DIRECTION OPPOSEE A LA COUTURE ...	53
FIGURE 2-22: SCHEMA DE MISE EN TENSION DES BOUCLES DE COUTURE AUTOUR DES FIBRES REPRESENTES EN BLEU. .....	53
FIGURE 2-23: EFFORTS DE CISAILLEMENT RESULTANT DU PF A) DANS LE SENS PERPENDICULAIRE A LA COUTURE, B) DANS LE SENS DE COUTURE .....	54
FIGURE 2-24: EFFORT MESURE EN FONCTION DE LA DEFORMATION DE LA COUTURE DANS UN BRIN DE COUTURE DURANT L'ESSAI DE PF (EN ORANGE) ET ISSU DE LA TRACTION SUR LE FIL DE COUTURE SEUL (EN BLEU) .....	55
FIGURE 2-25: COUPLES CALCULES A PARTIR DE DIFFERENTES METHODES DE CARACTERISATION SUR LE RENFORT NCF TRICOT T25 .....	55
FIGURE 2-26: EPROUVETTE DE PF DECOUPE AUX BORDS (SUIVANT LES TRAITS ROUGES) AFIN DE LIMITER LES EFFETS DE TENSION DANS LES FIBRES .....	56
FIGURE 2-27: A) FACE AVANT NON MARQUEE, B) FACE ARRIERE MARQUEE EN NOIR LAISSANT APPARAITRE DES PARTIES DE FIL NON MARQUEES, C) DISPOSITIF EXPERIMENTAL [COLIN ET AL. 2018] .....	56
FIGURE 2-28 : A) DISPOSITIF EN PLEXIGLASS CONTRAIGNANT L'EPROUVETTE DU BET DANS LE PLAN, B) MISE EN EVIDENCE DE LA FLEXION HORS PLAN DE L'EPROUVETTE T25, C) INFLUENCE DU DISPOSITIF SUR LES RESULTATS DU BET .....	57
FIGURE 2-29: COMPARAISON DES COUPLES DE CISAILLEMENT OBTENUS PAR BET POUR LES NCF T1.5, T2.5 ET T3.3 .....	59
FIGURE 2-30: DEFORMATION DE LA COUTURE EN FONCTION DE L'ANGLE DE CISAILLEMENT DETERMINEE DE MANIERE ANALYTIQUE .....	59
FIGURE 2-31: SCHEMA DE POUTRE EN FLEXION .....	60
FIGURE 2-32: EXTRACTION DE LA LIGNE MOYENNE PAR METHODE OPTIQUE .....	61
FIGURE 2-33: PROCEDURE DE CALCUL DU MOMENT EN FONCTION DE LA COURBURE .....	62
FIGURE 2-34: PARAMETRES DE CALCUL POUR LE MOMENT DE FLEXION DU RENFORT .....	63
FIGURE 2-35: FLEXION 3 POINTS SUR UN RENFORT EPAIS INTERLOCK [CHARMETANT ET AL. 2012] .....	63
FIGURE 2-36: A) DISPOSITIF DE FLEXION KAWABATA [LOMOV ET AL. 2003] ET B) SCHEMA DU PRINCIPE [SACHS ET AL. 2017] .....	64
FIGURE 2-37: MOYENNE DES RESULTATS DE TRACTION DE SIX ESSAIS DE TRACTION DU FIL DE COUTURE.....	65
FIGURE 3-1: MODELE MESCOSCOPIQUE DEVELOPPE DANS [CREECH ET AL. 2006] .....	69
FIGURE 3-2: REPRESENTATION DE LA BASE DES FIBRES DEFORMEE (A GAUCHE) ET DU VECTEUR DIRECTEUR DU FIL $k\alpha$ DANS LA BASE DES FIBRES (A DROITE) .....	73
FIGURE 3-3: REPERAGE D'UN POINT P PAR SES COORDONNEES BARYCENTRIQUES DANS LE TRIANGLE ABC .....	75
FIGURE 3-4: A) REPRESENTATION DES LONGUEURS CALCULEES DANS L'ELEMENT DE COUTURE (BANDE DE COUTURE JAUNE) ET MISE EN EVIDENCE DES GLISSEMENTS AUX POINTS DE PIQUAGE (BANDE DE COUTURE DE GAUCHE BLEUE), B) TENSION DANS LE FIL DE COUTURE REDISTRIBUEE AUX NŒUDS DE L'ELEMENT DE COUTURE .....	76
FIGURE 3-5: SUPERPOSITION DES ELEMENTS DE COUTURE ET DE FIBRES .....	76
FIGURE 3-6: NUMEROTATION DES NŒUDS ET DES BRINS DE COUTURE (REPRESENTES EN 1D) .....	78
FIGURE 3-7: PRINCIPE DU CABESTAN .....	80
FIGURE 3-8: ILLUSTRATION DU TRANSFERT DE FIL AUX NOEUDS .....	81

<b>FIGURE 3-9: ELEMENT FINI SEMI-DISCRET TRIANGULAIRE A DEUX DIRECTIONS QUELCONQUES DE FIBRES .....</b>	<b>88</b>
<b>FIGURE 3-10: ELEMENT TRIANGULAIRE DE REFERENCE .....</b>	<b>89</b>
<b>FIGURE 3-11: VARIATION DES ANGLES DE CISAILLEMENT POUR CHACUNE DES DIRECTIONS DE FIBRES .....</b>	<b>93</b>
<b>FIGURE 3-12: A) PHENOMENES NON PHYSIQUE OBSERVES LORS D'UNE SIMULATION D'UN BET, B) STABILISES PAR L'AJOUT D'UNE RIGIDITE DE FLEXION DES FIBRES DANS LE PLAN DES ELEMENTS .....</b>	<b>97</b>
<b>FIGURE 3-13: EFFORTS RESULTANTS DU BET DANS LE SENS PARALLELE A LA DIRECTION DE COUTURE POUR T1.5MM ET DANS LE SENS PERPENDICULAIRE A LA DIRECTION DE COUTURE POUR T2.5MM ET T3.3MM DANS LEQUEL, SELON LES HYPOTHESES DES MODELES, LA COUTURE NE FOURNIT PAS DE CONTRIBUTION.....</b>	<b>98</b>
<b>FIGURE 3-14: COUPLES DE CISAILLEMENT CALCULES A PARTIR DES ESSAIS DE BET DANS LE SENS PARALLELE POUR T1.5MM (CISAILLEMENT POSITIF) ET DANS LE SENS PERPENDICULAIRE (CISAILLEMENT NEGATIF) A LA DIRECTION DE COUTURE POUR T2.5MM ET T3.3MM ET LOIS DE COMPORTEMENT EN CISAILLEMENT.....</b>	<b>99</b>
<b>FIGURE 3-15: EXEMPLE DE DISTORTION DE L'EPROUVETTE SIMULE POUR UN NCF T1.5MM DE TENSION SEUIL 0.5 N. SUR CHAQUE IMAGE, LE CISAILLEMENT EST AFFICHE A GAUCHE, LA DEFORMATION DES BRINS DE FIL A DROITE. ....</b>	<b>100</b>
<b>FIGURE 3-16: COMPARAISON DES EFFORTS ISSUS DU BET EXPERIMENTAL ET SIMULE AVEC L'APPROCHE CONTINUE (EN HAUT), L'APPROCHE DISCRETE A TENSION SEUIL (AU MILIEU), L'APPROCHE DISCRETE A CABESTAN (EN BAS) POUR UN NCF DE COUTURE T1.5MM.....</b>	<b>102</b>
<b>FIGURE 3-17: DEFORMATION D'UNE EPROUVETTE DE NCF T15MM SIMULEE AVEC COUTURE SANS FROTTEMENT LORS D'UN BET : SUR CHAQUE IMAGE SONT AFFICHES LE CISAILLEMENT (A GAUCHE) ET LA DEFORMATION DANS LE FIL DE COUTURE (A DROITE) .....</b>	<b>103</b>
<b>FIGURE 3-18: EXEMPLE DE DISTORTION DE L'EPROUVETTE SIMULE POUR UN NCF T1.5MM A CABESTAN DE <math>\mu = 0.5</math> : SUR CHAQUE IMAGE SONT AFFICHES LE CISAILLEMENT (A GAUCHE) ET LA DEFORMATION DANS LE FIL DE COUTURE (A DROITE) .....</b>	<b>103</b>
<b>FIGURE 3-19: COMPARAISON DES EFFORTS ISSUS DU BET EXPERIMENTAL ET SIMULE AVEC L'APPROCHE CONTINUE (EN HAUT), L'APPROCHE DISCRETE A TENSION SEUIL (AU MILIEU), L'APPROCHE DISCRETE A CABESTAN (EN BAS) POUR UN NCF DE COUTURE T2.5MM.....</b>	<b>106</b>
<b>FIGURE 3-20: COMPARAISON DE LA REPARTITION DES DEFORMATIONS DANS LES BRINS DE COUTURE T2.5MM A 60% ET A 80% DE LA SIMULATION POUR DIFFERENTES VALEURS DE COEFFICIENT DE FROTTEMENT. ....</b>	<b>107</b>
<b>FIGURE 3-21: COMPARAISON DE LA REPARTITION DES DEFORMATIONS DANS LES BRINS DE COUTURE T3.3MM A 80% DE LA SIMULATION ET POUR DIFFERENTES VALEURS DE COEFFICIENT DE FROTTEMENT. ....</b>	<b>109</b>
<b>FIGURE 3-22: COMPARAISON DES EFFORTS ISSUS DU BET EXPERIMENTAL ET SIMULE AVEC L'APPROCHE CONTINUE (EN HAUT), L'APPROCHE DISCRETE A TENSION SEUIL (AU MILIEU), L'APPROCHE DISCRETE A CABESTAN (EN BAS) POUR UN NCF DE COUTURE T3.3MM.....</b>	<b>110</b>
<b>FIGURE 4-1: PARAMETRES ET GEOMETRIES DU TRIANGLE ET DE SES VOISINS.....</b>	<b>115</b>
<b>FIGURE 4-2: POUTRE D'EULER BERNOULLI FORMEE PAR LES HAUTEURS DU TRIANGLE ET DE SON VOISIN .....</b>	<b>116</b>
<b>FIGURE 4-3: CALCUL DES ROTATIONS DES HAUTEURS DES TRIANGLES VOISINS ASSIMILEES A LA FLEXION D'UNE POUTRE .....</b>	<b>120</b>
<b>FIGURE 4-4: DETAILS DES ROTATIONS PRISES EN COMPTE POUR LE CALCUL DE <math>\alpha_1</math> .....</b>	<b>121</b>
<b>FIGURE 4-5: GESTION D'UNE CONDITION D'ENCASTREMENT AU BORD LIBRE DU MAILLAGE .....</b>	<b>123</b>
<b>FIGURE 4-6: GESTION D'UNE CONDITION DE SYMETRIE EN ROTATION AU BORD LIBRE DU MAILLAGE .....</b>	<b>124</b>
<b>FIGURE 4-7: DEFORMATION THEORIQUE DU BIAS EXTENSION TEST (A GAUCHE) ; EFFET DE L'APPARITION D'UNE BANDE DE TRANSITION (A DROITE).....</b>	<b>125</b>
<b>FIGURE 4-8: MISE EN EVIDENCE D'UNE ZONE DE TRANSITION LORS D'UN BET SUR UNE EPROUVETTE DE G1151 [D'AGOSTINO ET AL. 2015] .....</b>	<b>125</b>
<b>FIGURE 4-9: DETAILS DE PARAMETRES UTILISES POUR LE CALCUL DE LA FLEXION .....</b>	<b>128</b>
<b>FIGURE 4-10: EVOLUTION DE LA LONGUEUR DE LA FIBRE AC (FIGURE 4-9) EN FLEXION DANS LA BANDE DE TRANSITION POUR DIFFERENTES VALEURS DE RAYON DE COURBURE .....</b>	<b>129</b>
<b>FIGURE 4-11: EVOLUTION DE <math>\gamma</math> EN FONCTION DU DEPLACEMENT IMPOSE A L'EPROUVETTE POUR DIFFERENTES VALEURS DE RAYON DE COURBURE .....</b>	<b>129</b>
<b>FIGURE 4-12: EVOLUTION DE L'ANGLE DE CISAILLEMENT EN FONCTION DU DEPLACEMENT .....</b>	<b>131</b>

**FIGURE 4-13: COMPARAISON DE LA FORCE NECESSAIRE AU BET ISSUE DE LA SIMULATION (EN BLEUE) ET ESTIMEE A PARTIR DES FORMULES ANALYTIQUES (EN ORANGE) ..... 131**

**FIGURE 4-14: SIMULATION DE BET : A) SANS FLEXION (ANGLE DE CISAILLEMENT), AVEC FLEXION (ANGLE DE CISAILLEMENT) ET C) AVEC FLEXION (COURBURE DANS LA DIRECTION CHAINE DES FIBRES)..... 133**

**FIGURE 4-15: DISTRIBUTION DE L'ANGLE DE CISAILLEMENT SUR LA COUPE MNP (FIGURE 4-15) POUR UN BET SIMULE AVEC ET SANS FLEXION ..... 133**

**FIGURE 5-1: SCHEMA DU DISPOSITIF EXPERIMENTAL ..... 136**

**FIGURE 5-2: MESURE DU CHAMP DE CISAILLEMENT SUR LE RENFORT T2.5MM A PARTIR DU SUIVI DE LA GRILLE DE POINTS POUR UN DEPLACEMENT DU POIÇON DE 0MM, 37.5MM ET 75MM. .... 137**

**FIGURE 5-3: GEOMETRIE ET MAILLAGE DE L'OUTILLAGE ET DU RENFORT A METTRE EN FORME A L'ETAT INTIAL ..... 139**

**FIGURE 5-4: MESURE DE L'ANGLE DE CISAILLEMENT SUR LA MISE EN FORME HEMISPHERIQUE DU RENFORT T1.5MM ..... 140**

**FIGURE 5-5: EVOLUTION DE L'ANGLE DE CISAILLEMENT MOYEN DANS LES ZONES DE PLUS FORT CISAILLEMENT LORS DE LA MISE EN FORME HEMISPHERIQUE DU RENFORT T1.5MM ..... 141**

**FIGURE 5-6: ANGLE DE CISAILLEMENT (A GAUCHE) ET DEFORMATION DE LA COUTURE (A DROITE) A L'ISSU DE LA MISE EN FORME HEMISPHERIQUE DU RENFORT T1.5MM POUR LE MODELE CONTINU (HAUT) ET LE MODELE DISCRET SANS FROTTEMENT (BAS)..... 142**

**FIGURE 5-7: ANGLE DE CISAILLEMENT (A GAUCHE) ET DEFORMATION DE LA COUTURE (A DROITE) A L'ISSU DE LA MISE EN FORME HEMISPHERIQUE DU RENFORT T1.5MM POUR LES MODELES DISCRETS AVEC FROTTEMENT PAR CABESTAN (HAUT) ET PAR TENSION SEUIL (BAS)..... 143**

**FIGURE 5-8: MESURE DE L'ANGLE DE CISAILLEMENT SUR LA MISE EN FORME HEMISPHERIQUE DU RENFORT T2.5MM ..... 144**

**FIGURE 5-9: EVOLUTION DE L'ANGLE DE CISAILLEMENT MOYEN DANS LES ZONES DE PLUS FORT CISAILLEMENT SUR LA MISE EN FORME HEMISPHERIQUE DU RENFORT T2.5MM..... 145**

**FIGURE 5-10: ANGLE DE CISAILLEMENT (A GAUCHE) ET DEFORMATION DE LA COUTURE (A DROITE) A L'ISSU DE LA MISE EN FORME HEMISPHERIQUE DU RENFORT T2.5MM POUR LE MODELE CONTINU (HAUT) ET LE MODELE DISCRET SANS FROTTEMENT (BAS)..... 146**

**FIGURE 5-11: ANGLE DE CISAILLEMENT (A GAUCHE) ET DEFORMATION DE LA COUTURE (A DROITE) A L'ISSU DE LA MISE EN FORME HEMISPHERIQUE DU RENFORT T2.5MM POUR LES MODELE DISCRETS AVEC FROTTEMENT PAR CABESTAN (HAUT) ET PAR TENSION SEUIL (BAS)..... 147**

**FIGURE 5-12: MESURE DE L'ANGLE DE CISAILLEMENT SUR LA MISE EN FORME HEMISPHERIQUE DU RENFORT T3.3MM ..... 148**

**FIGURE 5-13: EVOLUTION DE L'ANGLE DE CISAILLEMENT MOYEN DANS LES ZONES DE PLUS FORT CISAILLEMENT SUR LA MISE EN FORME HEMISPHERIQUE DU RENFORT T3.3MM..... 149**

**FIGURE 5-14: ANGLE DE CISAILLEMENT (A GAUCHE) ET DEFORMATION DE LA COUTURE (A DROITE) A L'ISSU DE LA MISE EN FORME HEMISPHERIQUE DU RENFORT T3.3MM POUR LE MODELE CONTINU (HAUT) ET LE MODELE DISCRET SANS FROTTEMENT (BAS) ..... 150**

**FIGURE 5-15: ANGLE DE CISAILLEMENT (A GAUCHE) ET DEFORMATION DE LA COUTURE (A DROITE) A L'ISSU DE LA MISE EN FORME HEMISPHERIQUE DU RENFORT T3.3MM POUR LES MODELE DISCRETS AVEC FROTTEMENT PAR CABESTAN (HAUT) ET PAR TENSION SEUIL (BAS)..... 151**

# Introduction

Les préoccupations liées au changement climatique et à la pollution de l'air dans les grandes agglomérations sont des thématiques qui animent les débats actuels. Les rapports des différents groupes d'experts se rejoignent pour affirmer l'impact des activités humaines sur le réchauffement lié aux émissions de gaz à effet de serre (CO<sub>2</sub>, le N<sub>2</sub>O, le CH<sub>4</sub>, l'O<sub>3</sub>...). Selon le rapport du GIEC<sup>1</sup> de 2007, la part du transport représenterait 13,1% de ces émissions des gaz responsables de la captation d'une partie des rayonnements infrarouges solaires renvoyés par la Terre. Par ailleurs, les effets de la pollution de l'air sont plus locaux et soulèvent des questions de santé publique. Le transport routier serait responsable en région Auvergne-Rhône-Alpes de 54% des émissions d'oxydes d'azotes (NOx) et de 17% des émissions de particules fines<sup>2</sup>. Face à ces constatations, les normes européennes sur les émissions de polluants liées aux transports routiers sont de plus en plus contraignantes, notamment pour les nouveaux véhicules en circulation. Par ailleurs, d'autres stratégies d'incitation sont à l'étude par France Stratégie<sup>3</sup>, institution rattachée au Premier ministre, inspirées du bonus-malus instauré par la Norvège pour dissuader l'achat de véhicules lourds. Pour répondre à ces nouvelles réglementations, la réduction de la masse des véhicules est une des pistes de travail des constructeurs automobiles pour limiter la consommation.

Les matériaux composites, déjà massivement utilisés dans l'industrie aéronautique, ont des caractéristiques intrinsèques favorables pour répondre à ces problématiques d'allègement : une faible masse volumique (entre 1000 et 2000 kg/m<sup>3</sup> contre 7800 kg/m<sup>3</sup> pour l'acier et 2700 kg/m<sup>3</sup>) offrant des performances mécaniques similaires avec un gain de masse de l'ordre de 30% à 50% [PICCIRELLI ET AL. 2011]. Les enjeux de l'industrie automobile concernent principalement les cadences de production atteignables avec les procédés actuels de fabrication de pièces composites. Le projet dans lequel s'inscrit cette thèse vise à développer un procédé de fabrication compatible avec les exigences de l'industrie en s'inspirant des procédés d'injection plastique pour imprégner le renfort fibreux. Le renfort fibreux est préalablement mis en forme pour conformer une géométrie tridimensionnelle à partir d'un renfort plan. La drapabilité d'un renfort est surtout liée à sa capacité à se déformer en cisaillement. Les grandes déformations qu'il subit ont une influence directe sur la perméabilité du renfort pendant la phase d'imprégnation et la résistance mécanique de la pièce finale. Des déformations excessives peuvent aussi conduire à l'apparition de défauts impactant la qualité mécanique de la pièce.

Dans ce contexte, des outils numériques se développent pour simuler la déformation des renforts fibreux pendant la mise en forme. L'orientation des fibres, responsables de la résistance mécanique de la pièce, peut être ainsi cartographiée et la

---

<sup>1</sup> [https://www.ipcc.ch/site/assets/uploads/2018/03/ar4\\_wg3\\_full\\_report-1.pdf](https://www.ipcc.ch/site/assets/uploads/2018/03/ar4_wg3_full_report-1.pdf)

<sup>2</sup> <https://www.atmo-auvergnerhonealpes.fr/article/transport-et-mobilite>

<sup>3</sup> <https://www.strategie.gouv.fr/sites/strategie.gouv.fr/files/atoms/files/fs-na78-2019-emissions-voitures-meilhan-20juin-bat.pdf>

densité de fibres peut aussi être déterminée. Les résultats générés sont des données nécessaires à une phase d'optimisation de la géométrie de la pièce toute en limitant les campagnes d'essais-erreurs.

A la différence des renforts tissés, les *Non Crimp Fabric* (NCF) ont une construction particulière cousue qui autorise une multitude d'architectures. La motivation première du travail de cette thèse est de développer une modélisation intégrant l'élaboration d'une architecture optimale de NCF lors de la conception de la pièce. Dans cette perspective générale, ce travail s'est focalisé sur la compréhension du mécanisme de déformation des NCF en cisaillement, et plus particulièrement sur l'influence de la couture lors de la déformation.

Le premier chapitre est consacré à la présentation des renforts composites avec une partie dédiée aux renforts cousus dits *Non Crimp Fabric*. Nous aborderons les échelles d'études et de modélisation et enfin le contexte de ce travail sera détaillé. Le second chapitre détaillera les méthodes expérimentales de caractérisation et se focalisera sur l'étude du comportement des NCF. Dans une troisième partie, nous présenterons les différentes approches de modélisation prenant en compte la couture à partir d'une formulation continue au sein de l'élément et une formulation discrète, dans un élément de couture dédié piloté en déplacement. Dans le quatrième chapitre sera détaillée la méthode des éléments voisins pour le calcul d'un tenseur de courbure. Un nouveau mode de flexion des fibres dans le plan (*drilling*) est intégré à l'aide de cette méthode. Enfin le dernier chapitre se concentrera sur des résultats pratiques de mises en forme hémisphériques. Les simulations seront confrontées aux résultats de mises en forme expérimentales.

# 1. Mise en contexte et introduction aux matériaux composites

1. LES MATERIAUX COMPOSITES .....	10
1.1 Introduction .....	10
1.2 Les matrices .....	11
1.2.1 Thermodurcissables .....	11
1.2.2 Thermoplastiques .....	12
1.3 Les renforts fibreux.....	13
1.3.1 Les fibres.....	13
1.3.2 Architectures des renforts.....	14
1.3.2.1 Tissés .....	14
1.3.2.2 Non Crimp Fabric (NCF) .....	16
1.4 Echelles d'études .....	19
1.4.1 Microscopique.....	19
1.4.2 Mésoscopique .....	19
1.4.3 Macroscopique .....	21
2. PROJET INCREASE .....	23
2.1 Présentation .....	23
2.2 Pièce démonstratrice.....	24
2.3 Procédé de fabrication.....	25
2.4 Travail du LaMCoS.....	25

# 1. Les matériaux composites

## 1.1 Introduction

Un matériau composite par définition compte au moins deux constituants généralement un renfort et une matrice qui une fois assemblés fournissent des performances supérieures aux deux composants pris indépendamment. Dans le cas des composites à matrice organique, la matrice est un polymère et le renfort peut être des fibres discontinues, continues ou des charges particulières. Le renfort est généralement le plus résistant des constituants et son rôle est d'apporter la résistance mécanique à la pièce finale. La matrice agit plutôt comme un liant, elle donne de la cohésion au renfort et garantit la forme de la pièce finale. La qualité d'adhésion à l'interface entre les deux constituants est aussi déterminante pour les performances finales du matériau composite.

Le principal intérêt des matériaux composites s'expliquent par un rapport performances mécaniques/masse supérieur aux alliages métalliques (Figure 1-1). Il motive son utilisation dans diverses industries comme l'aérospatiale, l'aéronautique, le transport (automobile, nautique, ferroviaire...) ou encore l'énergie avec la possibilité de fabriquer des pièces de grandes dimensions et de géométrie complexe (pâles d'éolienne, voilure d'avion par exemple). Leur bonne résistance à la fatigue et à la corrosion en fait aussi des matériaux massivement employés en aéronautique avec plus de 50% en masse de composites pour le récent Airbus A350 XWB (illustré Figure 1-2).

Caractéristiques	Métaux			Composites à matrices organiques (1)					Composites à matrice métallique (1)
	Acier 35 NCD 16	Alliage aluminium AU 4 SG	Alliage titane TA 6 V	Bore/ résine époxyde	Carbone HR/ résine époxyde	Carbone HM/ résine époxyde	Aramide/ résine époxyde	Verre R/ résine époxyde	Bore/ aluminium
Caractéristiques en traction :									
Résistance à la rupture $R_m$ ..... (MPa)	1 850	500	1 000	2 000	1 000 à 1 300	1 000	1 300 à 1 800	1 800 à 2 000	1 250 à 1 800
Module d'Young $E$ ..... (GPa)	200	72	110	220	130	200	75	53	230
Masse volumique $\rho$ ..... (g/cm <sup>3</sup> )	7,9	2,8	4,45	2,1	1,5	1,7	1,37	2	2,7
Résistance à la rupture massique $R/\rho g$ ..... (km)	24	18	23	95	65 à 85	60	95 à 130	90 à 100	45 à 65
Module d'Young massique $E/\rho g$ ..... (km)	2 500	2 600	2 500	10 500	8 700	11 800	5 500	2 650	8 500
Coefficient de dilatation linéique (K <sup>-1</sup> )									
longitudinal ..... (K <sup>-1</sup> )	$12 \cdot 10^{-6}$	$23 \cdot 10^{-6}$	(2)	(2)	$-0,2 \cdot 10^{-6}$	$-0,8 \cdot 10^{-6}$	$-5 \cdot 10^{-6}$	$6 \cdot 10^{-6}$	(2)
transversal ..... (K <sup>-1</sup> )	$12 \cdot 10^{-6}$	$23 \cdot 10^{-6}$	(2)	(2)	$35 \cdot 10^{-6}$	$35 \cdot 10^{-6}$	$60 \cdot 10^{-6}$	$31 \cdot 10^{-6}$	(2)

(1) Composites unidirectionnels à 60 % en volume de fibre.  
 (2) Valeurs inconnues de l'auteur.  
 g : accélération due à la pesanteur.

Figure 1-1: Comparaison des caractéristiques des matériaux composites et de métaux [CHATAIN 2001]

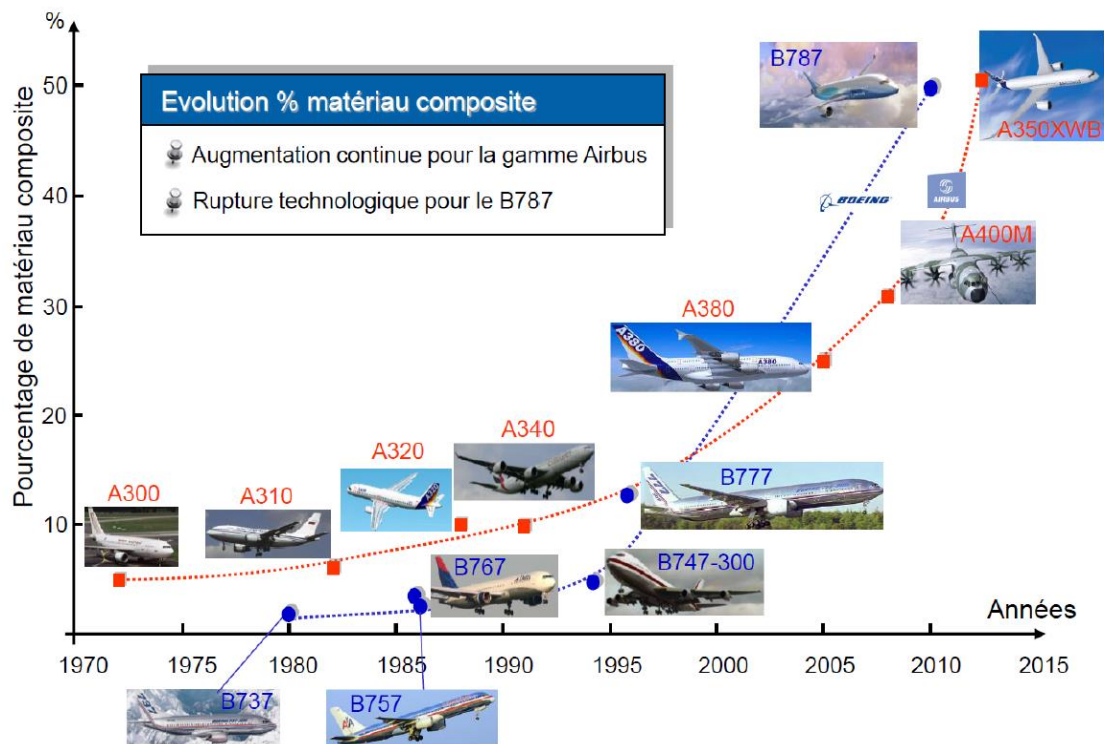


Figure 1-2: Evolution du pourcentage de matériaux composites utilisé en aéronautique<sup>4</sup>

## 1.2 Les matrices

Les matrices polymères utilisées pour la fabrication des composites peuvent être de deux natures : thermoplastiques ou thermodurcissables.

### 1.2.1 Thermodurcissables

Les matrices thermodurcissables sont des matrices réactives : un précurseur, typiquement une résine oligomère (chaines polymères de quelques monomères) et un catalyseur qui amorce la réaction sont mélangés et injectés pour imprégner le renfort. Une réaction irréversible de réticulation s'opère formant un réseau de chaînes polymères tridimensionnelles permanent. Cette structure infusible et insoluble présente une bonne résistance thermomécanique et chimique mais rend quasiment impossible le recyclage de ces matériaux.

Parmi les résines thermodurcissables les plus employées peuvent être citées : les résines époxydes qui présentent de bonnes caractéristiques mécaniques et justifient leur

<sup>4</sup> Source : [http://sites.onera.fr/aussois2011/sites/sites.onera.fr.aussois2011/files/presentations/introduction\\_compositev2.pdf](http://sites.onera.fr/aussois2011/sites/sites.onera.fr.aussois2011/files/presentations/introduction_compositev2.pdf)



emploi pour l'aéronautique (voilures et fuselages d'avion), l'automobile ou encore les voiliers; les résines polyesters insaturées destinées à usage général car plus économiques ; les résines vinylester ayant des propriétés et un coût intermédiaire entre les deux précédentes ; ou encore les résines phénoliques ayant une bonne tenue au feu (usage intérieur des habitacles).

La plupart des composites employés pour des applications structurales sont fabriqués à partir de matrices thermodurcissables car elles présentent une meilleure résistance mécanique que les matrices thermoplastiques. Les mélanges réactifs sont également fluides (viscosité inférieure à 1 Pa.s) et imprègnent facilement le renfort. Cependant, ces polymères sont plus fragiles et donc plus sensibles aux chocs que les thermoplastiques. Les composites pré-imprégnés d'une résine réactive présentent également des contraintes de stockage à basse température. Les temps de polymérisation et de cuisson rendent leur utilisation peu viable pour des industries à fortes cadences.

---

### 1.2.2 Thermoplastiques

Contrairement aux thermodurcissables, les matrices thermoplastiques ne sont pas réactives et sont généralement vendues sous forme de semi produit (granulés, poudres). Les thermoplastiques sont des polymères composés d'un ensemble de chaînes pratiquement linéaires. Les liaisons entre ces macromolécules (faibles de type Van Der Waals) assurent la cohésion de l'ensemble en dessous de la température de transition vitreuse. Avec l'augmentation de la température, l'agitation thermique rompt ces liaisons et donne de la mobilité aux chaînes. Le polymère dit amorphe peut alors être assimilé à une assiette de spaghettis pouvant glisser les uns par rapport aux autres au fur et mesure que la température augmente. Le composite peut être mise en forme au-delà de la température de transition vitreuse ( $T_G$ ) de la matrice, puis refroidit pour retrouver un état solide.

Certains polymères thermoplastiques peuvent être semi-cristallins. Une partie des chaînes s'arrangent régulièrement les uns par rapport aux autres. La proportion de ces chaînes organisées définit le taux de cristallinité du polymère. Ces polymères possèdent donc également une température de fusion ( $T_F$ ). La  $T_F$  correspond à la température à laquelle l'énergie thermique apportée est suffisante pour rompre les liaisons entre molécules dans ces zones cristallines (liaison fortes hydrogène). La température de fusion est ainsi supérieure à la  $T_G$  des régions amorphes. La cristallinité est un paramètre complexe dépendant de l'histoire mécanique et thermique du polymère et de sa composition (masse moléculaire, particules, etc.) [BOURBAN 2004].

Ces polymères semi-cristallins présentent généralement de bonnes propriétés mécaniques pour des températures de service élevées (même au-delà de leur  $T_G$ ) et une bonne résistance chimique [PARKER ET AL. 2012]. On peut notamment citer le polyétheréthercétone (PEEK) et le polysulfure de phénylène (PPS) réservés à des applications hautes performances associés à un renfort à fibres de carbone.

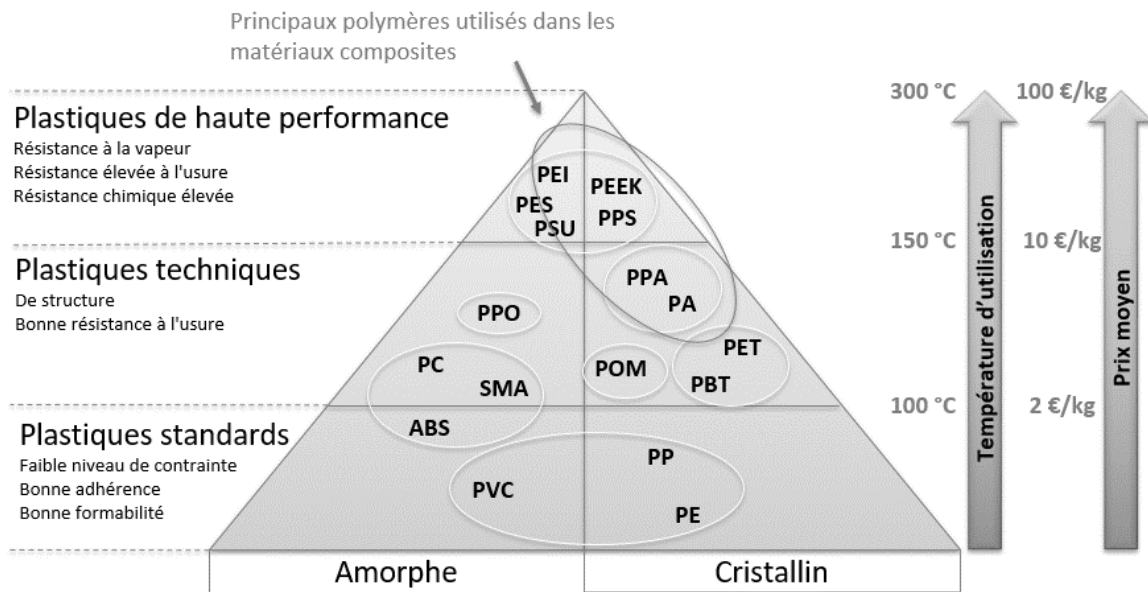


Figure 1-3: Pyramide des thermoplastiques<sup>5</sup>

Leur viscosité (supérieure à 10 Pa.s) à l'état fluide est un frein à leur utilisation dans les procédés de fabrication de composites à matrice thermodurcissable comme le moulage par transfert de résine (RTM) car des fortes pressions d'injection sont nécessaires en compensation. Des problèmes d'imprégnation du cœur des fibres peuvent également survenir en raison de leur viscosité. Le procédé Compression-RTM est une adaptation du procédé RTM traditionnel combinant des technologies issues de l'injection plastique capable de contourner ces difficultés.

## 1.3 Les renforts fibreux

### 1.3.1 Les fibres

Les fibres constituantes des renforts peuvent être de différentes natures : verre, carbone, aramide, etc. Elles peuvent être également fabriquées à partir de matières naturelles comme le lin, le chanvre, le jute, etc. Pour les textiles, les mèches sont constituées d'une multitude de fibres de plusieurs dizaines de milliers de fibres (20k, 50k...).

La fibre de verre présente le meilleur compromis entre coût et performance mécanique avec un module de Young de l'ordre de 70 GPa (fibre type E). Leur diamètre varie entre 10 et 24  $\mu\text{m}$ . Elle a néanmoins une densité plus élevée que le carbone. Ce sont donc les fibres les plus utilisées pour la fabrication de matériaux composites. Les fibres de verre sont fabriquées en continue lors de l'étape dit de fibrage du verre. Le verre en fusion et ses constituants s'écoulent dans des filières de 1 à 2 mm puis sont étirées à haute vitesse tout

<sup>5</sup> Source : <http://www.bloomoon.eu/fr/actualites/lettres-de-veille-et-white-papers/materiaux-composites-tendances>

en subissant un refroidissement formant ainsi la fibre en continue [BERTHEREAU ET AL. 2008]. La masse volumique de la fibre est d'environ 2,5 g/cm<sup>3</sup>.

Les fibres de carbone sont réservées aux applications hautes performances car leur coût est bien plus élevé que le verre. Elles sont classées en cinq catégories suivant leur module de traction : les fibres à usage générale (UG,  $E < 200$  GPa), à haute résistance (HR,  $200 < E < 250$ ), à module intermédiaire (IM,  $250 < E < 350$  GPa), à haut module (HM,  $350 < E < 550$  GPa) et à très haut module (THM,  $E > 550$  GPa). Elles ont un diamètre compris entre 5 et 10  $\mu\text{m}$ . Les fibres de carbones sont produites en continue par pyrolyse de fibres organiques appelées précurseur (PAN par exemple) dont les chaînes polymères sont préférentiellement orientées lors de procédés de filage [DUPUPET 2008]. Les traitements thermiques spécifiques (oxydation, carbonisation, graphitisation) permettent de former la structure carbonée qui confère les propriétés à la fibre. La masse volumique de la fibre est d'environ 1,6 g/cm<sup>3</sup>.

La fibre aramide (communément appelées par son nom commercial Kevlar) est une fibre synthétique obtenue par polymérisation (polycondensation d'une diamine aromatique et d'un dichlorure d'acide aromatique). Le polymère est dissout dans un acide fort et soumis à une extrusion dans une filière qui oriente les chaînes [PINZELLI 1995]. La fibre aramide est utilisée par ses caractéristiques de bonne résistance à l'abrasion et aux chocs (d'où son utilisation en balistique). Son caractère non cassant la rend difficile à couper. Elle est également sensible aux rayonnements ultraviolets. Sa masse volumique est de 1,44 g/cm<sup>3</sup>.

D'autres fibres sont également étudiées notamment les fibres naturelles comme le lin ou le chanvre qui présentent un intérêt pour la réalisation de matériaux composites recyclables voire biodégradables. La fibre de basalte possède également des propriétés intéressantes équivalentes à la fibre de verre type R.

Les fibres subissent généralement un traitement de surface, l'ensimage, qui consiste à déposer un agent de liaison assurant la cohésion entre les filaments et facilitant les manipulations lors du tissage. L'ensimage utilisé peut également avoir un impact (positif ou négatif) sur la liaison physico-chimique entre la fibre et la matrice.

---

### 1.3.2 Architectures des renforts

Ce sont les fibres qui constituent le renfort. Ces fibres sont bien souvent conditionnées en bobine d'une mèche de plusieurs dizaines de milliers de fibres (20K, 50K...) dit *roving*. Les bobines alimentent les lignes de production pour la fabrication de mats, de tissés ou de renforts cousus (NCF). Les mats sont des nappes de fibres continues ou discontinues disposées aléatoirement dont les propriétés sont isotropes dans le plan. On se concentrera sur les architectures structurées.

#### 1.3.2.1 Tissés

Une variété d'armures textiles existent : du tissage plan 2D, aux interlocks (2,5D), aux tissages tridimensionnels (3D). Les tissés plans possèdent deux orientations de fibres perpendiculaires : la chaîne (dans le sens de la longueur) et la trame (dans le sens de la largeur). Les tissés 3D possèdent une troisième direction de fibres tissées dans l'épaisseur.

---

Les interlocks ont comme les renforts 2D deux directions de fibres mais les mèches de trame croisent les mèches de chaîne sur plusieurs épaisseurs afin de lier les couches. Ce type de renfort présente une grande résistance aux délaminages. On se limitera aux textiles 2D.

Les renforts textiles 2D peuvent être tissés avec différents motifs dont les plus courants sont présentés Figure 1-4 :

- le taffetas (ou toile) : chaque mèche de chaîne passe alternativement au-dessus puis en dessous de chaque mèche de trame ;
- le sergé ( $n \times m$ ) : le fil de trame passe au-dessus de  $n$  mèches puis en dessous de  $m$  mèches de chaîne. On décale d'une mèche de chaîne à chaque changement de mèche de trame ;
- le satin : les points de croisement de la chaîne et de la trame sont disséminés de façon à atténuer l'effet de diagonale présent sur le sergé. Le fil de trame passe au-dessus de  $n$  mèches puis en dessous d'une mèche de chaîne ;

Les tissés peuvent être construit avec un déséquilibre entre la chaîne et la trame. Le cas le plus extrême est présenté Figure 1-4 avec un tissé unidirectionnel. La densité de fils de trame est minoritaire est permet uniquement de donner de la cohésion au renfort.

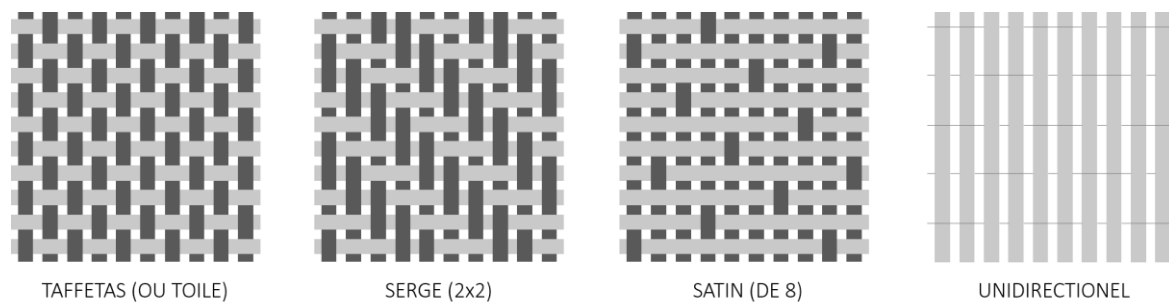


Figure 1-4: Différents motifs de tissage possibles

L'armure des tissés a une forte influence sur son comportement en tension [BUET-GAUTIER ET AL. 2001] due à l'ondulation effectuée par les mèches, appelé l'embuvage. Il se définit comme par le rapport :

$$S = \frac{\text{longueur de la mèche} - \text{longueur tissu}}{\text{longueur tissu}} \quad \text{Eq. 1.1}$$

Lors de la traction uniaxiale, une réduction de l'embuvage a lieu dans la direction des mèches sollicitées tandis que l'embuvage s'accroît dans l'autre. Une fois l'embuvage disparu, les mèches sollicitées se mettent en tension. Le comportement en traction biaxiale a également été étudié [BUET-GAUTIER 1998]. Le rapport d'élongation

$$k = \frac{\epsilon_{orth}}{\epsilon_{obs}} \quad \text{Eq. 1.2}$$

entre la direction de mèche observée et la direction de mèche orthogonale permet de quantifier leur interaction (Figure 1-5). L'embuvage affecte les propriétés mécaniques en diminuant la rigidité du renfort en début de sollicitation. Pour certaines applications, les UD

seront donc préférés. L'intérêt des renforts Non Crimp Fabric (NCF) est de conserver les qualités mécaniques des UD avec la facilité de manutention et la drapabilité des tissés.

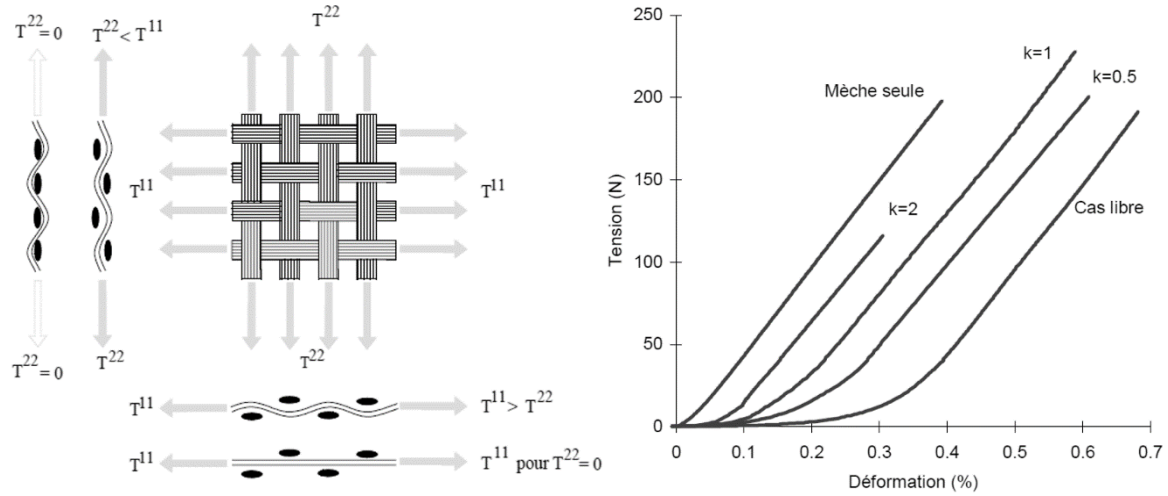


Figure 1-5: Comportement biaxiale d'un tissé carbone [BUET-GAUTIER ET AL. 2001]

### 1.3.2.2 Non Crimp Fabric (NCF)

Les renforts NCF sont constitués d'un empilement de plis unidirectionnel (UD) (ou de mats) liés entre eux par un fil cousu dans l'épaisseur. Chaque pli UD est orienté avec un angle souhaité par rapport au sens de fabrication de la machine (sens chaîne à 0°). La couture est cousue dans le sens chaîne de déroulement de la machine. Elle est donc toujours orientée à 0°. L'architecture des NCF laisse ainsi deviner facilement que la couture joue un rôle déterminant dans le comportement en déformation du renfort lors de la mise en forme.

Différents types de couture existent, les plus courants sont les coutures chainettes, tricot ou une combinaison des deux par alternances tricot-chainette présentées Figure 1-9. Le fil de couture est continu et se propage dans le renfort dans la direction de couture. Il définit une succession de boucles (schématisées Figure 1-8) qui maintiennent les fibres de l'empilement Figure 1-8. Le motif caractéristique du type de couture est visible en face avant tandis que la face arrière laisse apparaître un enchaînement de « bouclettes ».

Le procédé de fabrication des renforts NCF en continu est illustré Figure 1-6. Des bobines de « roving » alimentent la ligne de production. Les mèches sont étalées en bandes de fibres à l'orientation désirée par des têtes automatisées (Figure 1-6a). Un empilement de plis est ainsi construit au fur et à mesure de l'avancement de la ligne. L'empilement est finalement cousu par une rangée d'aiguilles dont l'espacement est déterminé. La longueur du point de piquage est un paramètre d'entrée de la ligne. Le détail de la formation de la boucle est illustré Figure 1-6b. La couture tricot est réalisée par un décalage d'un rang des barres de guidage du fil de couture (à l'opposé supérieure des aiguilles) à chaque piquage.

L'orientation des plis UD et les paramètres de couture influencent l'organisation des fibres dans le renfort. A chaque point de piquage, les fibres vont être écartées par les aiguilles créant des espacements (appelés *fisheyes* en anglais et schématisés Figure 1-7b). Lorsque la grille formée par les points de piquage de la couture sur les plis est alignés avec

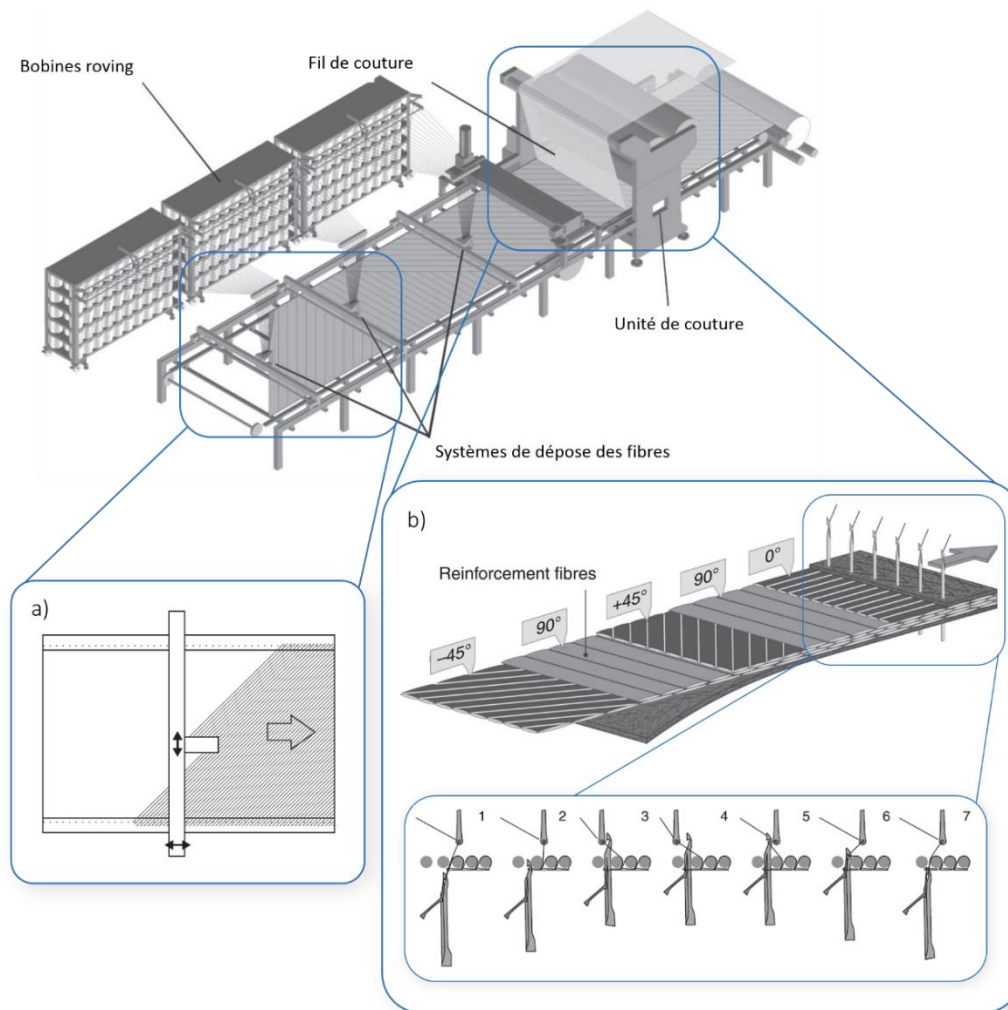


Figure 1-6: Procédé de fabrication des renforts NCF [SCHNABEL ET AL. 2011]: a) détails du dispositif de dépôt des fibres, b) détails de l'étape de couture

les fibres, ces espacements forment des canaux (Figure 1-7a). Les fibres sont alors organisées en paquet et définissent des mèches. Ce phénomène s'observe sur des architectures particulières pour lesquelles les points de la grille de piquage sont alignés avec la direction des fibres. Le cas le plus courant concerne les renforts NCF biaxiaux dont les fibres sont orientées à  $0^\circ/90^\circ$ . Les précédents travaux du laboratoire sur les renforts NCF se focalisent sur l'étude du  $0^\circ/90^\circ$  qui présente de fortes aptitudes aux glissements entre les plis lors de la mise en forme [BEL ET AL. 2012a].

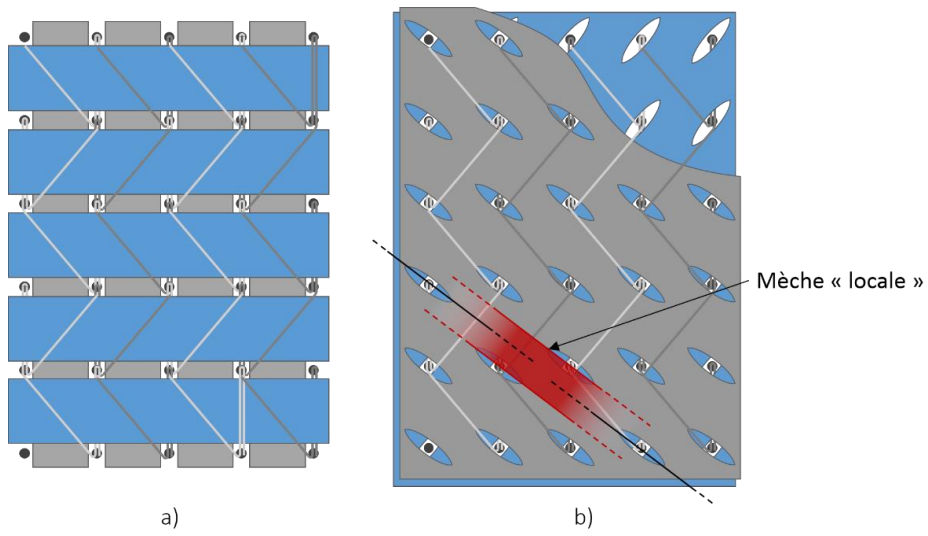


Figure 1-7: NCF a)  $0^{\circ}/90^{\circ}$  et b) quelconque

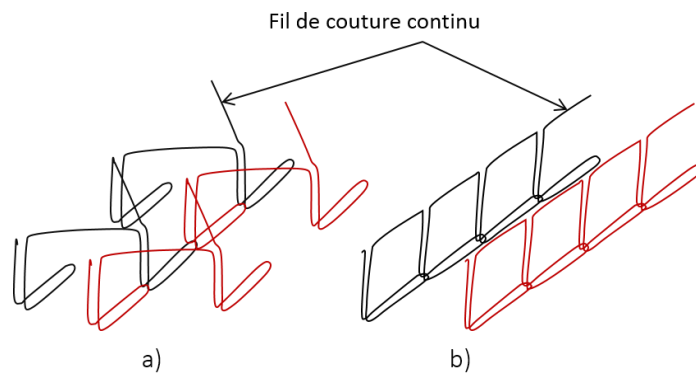


Figure 1-8: Illustrations des coutures a) tricot et b) chaînette

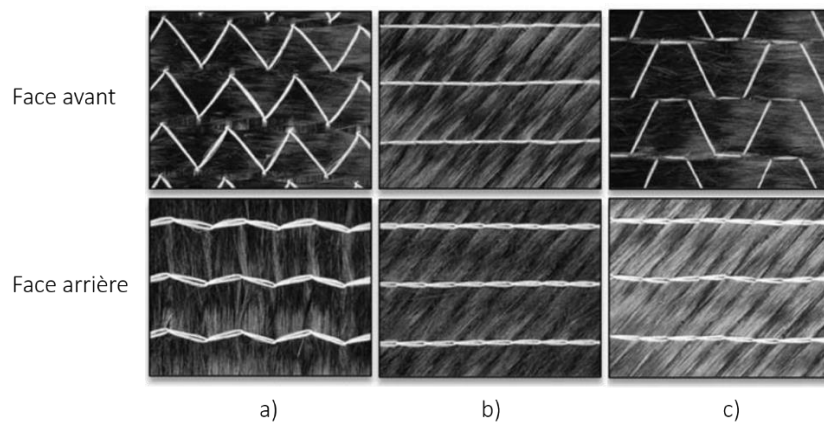


Figure 1-9: Types de coutures les plus courantes [GRIESER ET AL. 2017]: a) tricot, b) chaînette, c) mixte tricot-chaînette



## 1.4 Echelles d'études

Les composites sont des matériaux fortement multi-échelles : les phénomènes que l'on modélise sont dépendants de l'échelle à laquelle le renfort est observé. Les renforts fibreux sont étudiés aux échelles : microscopique, l'échelle de la fibre (quelques dizaines de micromètre) ; macroscopique, l'échelle de la mèche (de l'ordre de la dizaine de millimètres) ; et macroscopique, l'échelle du renfort (de l'ordre de la dizaine voir la centaine de centimètre). Pour chaque échelle, on définit un matériau équivalent représentatif par des modèles de milieux continus dans lesquels les phénomènes hérités des échelles inférieures ne sont pas explicitement représentés mais intégrés dans la loi de comportement.

---

### 1.4.1 Microscopique

L'échelle microscopique permet d'étudier la microstructure du matériau, et ainsi de simuler à une échelle suffisamment fine des mécanismes localisés comme la déformation d'une fibre ou bien leurs interactions. C'est donc l'échelle la plus précise. Néanmoins, le coût de la précision se compte en temps de calcul. Pour la simulation d'une mèche contenant 50 000 filaments de carbone, la difficulté réside dans la gestion de l'interaction de toutes ces fibres entre elles car les algorithmes de contact nécessitent de la ressource de calcul. En pratique pour limiter temps de calcul et ce même l'échelle microscopique, seulement quelques dizaines de fibres sont modélisées pour simuler une mèche réelles de plusieurs dizaines de milliers de fibres.

Quelques travaux se focalisent sur l'étude des renforts fibreux pour les composite à l'échelle microscopique notamment Durville [DURVILLE 2009, 2010, 2011] (Figure 1-10) et Zhou [ZHOU ET AL. 2004]. Dans [DINH ET AL. 2017], une approche micro-méso est présenté.

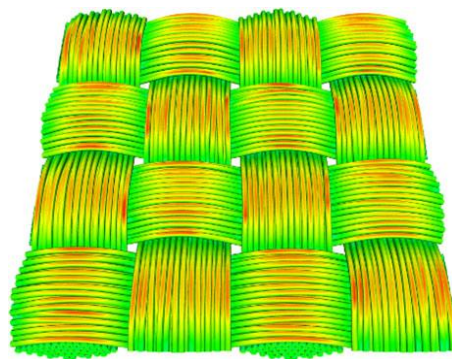


Figure 1-10: Modélisation à l'échelle microscopique [DURVILLE 2009]

### 1.4.2 Mésoscopique

L'échelle mésoscopique se focalise sur l'étude de quelques cellules élémentaires du motif (CER) de répétition (volume élémentaire représentatif – VER – pour les tissés 3D). La mèche est considérée comme un milieu continu. La simulation à cette échelle permet de

---



prédire la déformation de quelques cellules élémentaires représentatives après sollicitation. Ces résultats ont un intérêt particulier pour l'étude de la perméabilité des renforts sur des géométries déformées.

Les mèches sont modélisées à partir d'un maillage tridimensionnel dont la géométrie peut être construite numériquement à partir des données géométriques théoriques des renforts, d'hypothèses géométriques et mécaniques [LOMOV ET AL. 2000, HIVET ET AL. 2005, 2008, VERPOEST ET AL. 2005] ou expérimentalement à partir de traitement d'images in-situ de micro tomographie [NAOUAR ET AL. 2014, 2015, 2016, WENDLING ET AL. 2015] dont un exemple est présenté Figure 1-11. Une approche mésoscopique pour les renforts cousus est développé dans [CREECH ET AL. 2006]. Les modèles mésoscopiques restent peu adaptés à la simulation de mise en forme compte tenu des temps de calculs nécessaires pour simuler plusieurs CER. Un modèle de mèches à partir d'éléments de coque allégé en degrés de liberté a également été développé par Gatouillat [GATOUILLAT ET AL. 2013] dans cette perspective d'optimiser les temps de calcul pour la mise en forme. Ces difficultés conduisent également au développement d'approches multi-échelle (micro-méso ou méso-macro) faisant intervenir une étape d'homogénéisation [EL SAID ET AL. 2016, DINH ET AL. 2017].

Les lois de comportement associées aux mèches sont décrites par des modèles hypoélastiques [BADEL ET AL. 2008] ou des modèles hyperélastique – au travers d'invariants décrivant la traction dans le sens longitudinale, le cisaillement transverse (dans le plan de la section de la mèche), le cisaillement longitudinal, la compression transverse (compaction) et la flexion de la mèche [CHARMETANT ET AL. 2011]. L'identification des paramètres par le biais d'essais expérimentaux sur les mèches restent cependant compliquée.

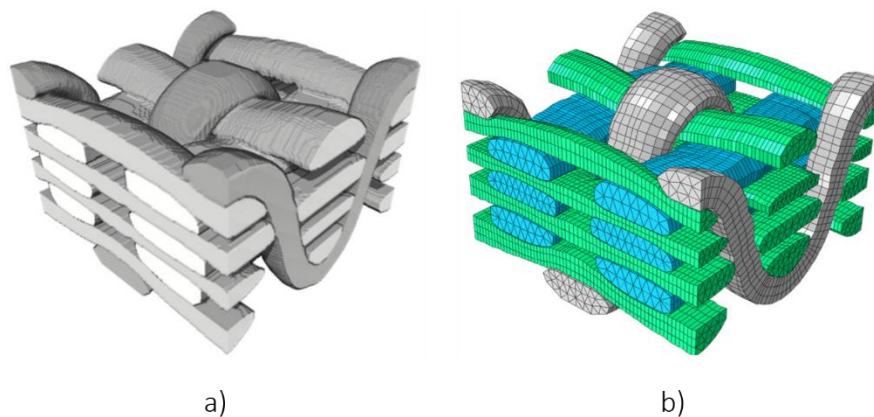


Figure 1-11: Modélisation géométrique d'un interlock par microtomographie [NAOUAR ET AL. 2016]

L'échelle mésoscopique est bien définie pour les tissés mais reste floue dans le cadre de la modélisation des renforts NCF. Certaines architectures possédant des géométries particulières de couture et d'orientation des fibres (comme les NCF 0/90°), laissent clairement apparaître des mèches (décrit précédemment) tandis que la majorité des architectures n'ont pas de découpage évident du pli unidirectionnel (difficulté à définir un motif de répétition). Localement, deux points de piquage regroupent un paquet de fibres semblable à une mèche (Figure 1-7b) pour un observateur dont le champ de vision serait de quelques dizaines de millimètres. Considérons cet observateur se déplaçant dans la direction

des fibres sur un chemin de largeur la mèche. Il lui faut quelques centimètres pour rencontrer un nouveau point de piquage au milieu de la mèche sur laquelle il se déplace. Les fibres de la mèche divisée rejoignent alors deux nouveaux paquets de fibres de part et d'autres du point de piquage. Modéliser un paquet de fibres par des mèches de solides continues reviendrait donc à diviser le pli de fibre UD indéfiniment, autant de fois qu'un point de piquage est rencontré. La mèche ne modéliserait finalement que quelques fibres à une échelle pratiquement microscopique.

Une autre possibilité consiste donc à prendre plus de recul dans l'échelle d'étude et d'assimiler le pli de fibres UD à un milieu continu équivalent pour lequel les espacements (les *fisheyes*) des point de piquage ne sont plus représentés. Les stratégies de modélisation seront discutées dans les prochains chapitres.

---

#### 1.4.3 Macroscopique

A l'échelle macroscopique, la mise en forme d'un renfort composite peut être simulée dans sa globalité. L'objectif est de prédire la position des fibres ou encore l'apparition de défauts propres à cette échelle comme les plissements du renfort. La simulation nous donne donc une cartographie des déformations du renfort nécessaire pour anticiper les propriétés finales de la pièce comme sa perméabilité pour la phase d'injection par exemple.

Deux approches de modélisation existent : l'approche géométrique et l'approche mécanique. L'approche géométrique ou cinématique est connue sous l'appellation d'algorithme du filet (*fishnet algorithm*) [WANG ET AL. 1999, POTLURI ET AL. 2001, BOROUCAKI ET AL. 2003]. Le tissé peut être vu comme une grille de segments représentant les fibres à déposer sur une surface courbe. Intrinsèquement, cette approche repose sur les hypothèses fortes d'inextensibilité des mèches, de non-glissement entre les directions chaines et trames, de rotation libres des points de croisement du réseau ou encore l'absence de glissement entre l'outillage et le tissé (pas de possibilité de simulé des serre-flancs). Chaque position du point C de croisement de la grille est calculée de proche en proche comme l'intersection des deux géodésiques issues des points A et B (Figure 1-13a). Le choix de la position du point initial et de la première direction de la géodésique est donc primordiale et influence le résultat du drapage. L'absence de considération mécanique fait que les résultats seront identiques quelles que soient les armures choisies. Néanmoins ce type d'approche fournit très rapidement des résultats intéressants en première approximation.

Dans les approches mécaniques, nombres de travaux [CHEROUAT ET AL. 2001, SHARMA ET AL. 2004, SZE ET AL. 2005, SKORDOS ET AL. 2007, BEN BOUBAKER ET AL. 2007] considèrent le textile de manière discrète comme un réseau de barres et/ou de ressorts reliés entre eux aux points croisements (réseaux de pantographes [MADEO ET AL. 2016]). Ce réseau de ressorts et de barres modélise les comportements en cisaillement, tension, torsion ou flexion du renfort. Ces considérations mécaniques enrichissent la méthode du filet.

---

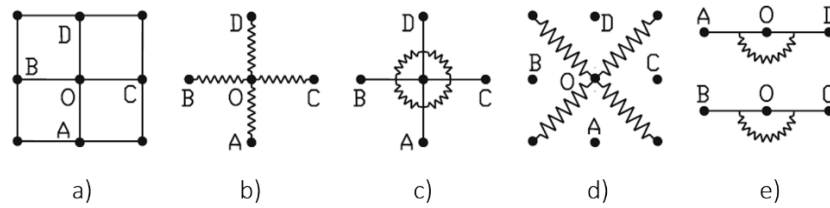


Figure 1-12: Modélisation d'une particule O : a) connectée à ses quatre voisins, b) avec modélisation de l'élongation, c) et d) du cisaillement et e) de la flexion [SZE ET AL. 2005]

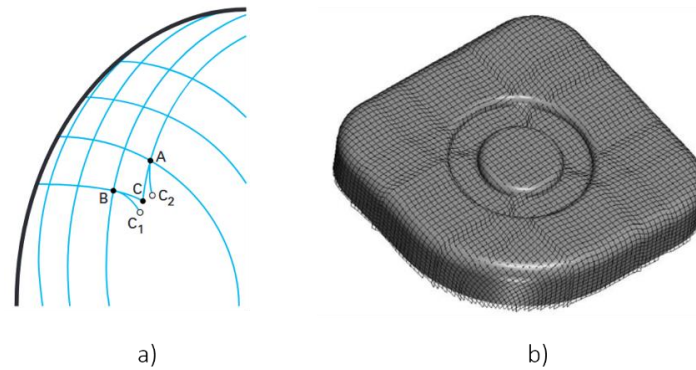


Figure 1-13: a) Méthode du filet [VAN DER WEEËN 1991], b) exemple de simulation de drapage [BOROUCHAKI ET AL. 2003]

Les approches mécaniques continues considèrent le renfort comme un milieu homogène continu et reposent généralement sur l'hypothèse de non glissement du réseau de mèches. L'anisotropie et la mécanique des renforts sont introduites par des lois de comportement spécifiques de type hypo-élastiques, hyper-élastiques ou viscoélastiques pour la simulation de mise en forme de préimprégnés comme par exemple dans [GUZMAN-MALDONADO ET AL. 2015, 2016]. Le milieu est généralement discrétisé en éléments de coque ou de membrane pour les tissés fins ou en éléments volumique pour les tissés épais 3D et interlocks. Ces lois de comportement ont l'avantage de pouvoir être intégrées dans des codes éléments finis commerciaux.

L'approche semi-discrète est une formulation particulière de l'approche continue précédente. Elle repose sur une formulation discrétisée des contributions à l'énergie interne de l'élément, soit la somme des contributions de chaque cellules élémentaires de tissé [BOISSE ET AL. 1997]. Cette approche est reprise dans [ZOUARI ET AL. 2006] (intégration du cisaillement) et [HAMILA ET AL. 2009] (intégration de la flexion) pour enrichir le comportement mécanique de l'élément de tissé. Ces travaux ont également été adaptés pour la modélisation de renfort NCF [BEL ET AL. 2012b] pour modéliser un unique pli unidirectionnel.

## 2. Projet INCREASE

### 2.1 Présentation

Cette thèse s'inscrit dans le cadre de travail du projet INCREASE retenu au 20<sup>e</sup> appel à projets du Fonds Unique Interministériel (FUI) destiné à soutenir la recherche appliquée. Ce projet regroupe huit collaborateurs complémentaires (Figure 1-14) avec pour objectif le développement d'un procédé de fabrication de pièces composites à matrice thermoplastique pour des marchés de grandes séries comme le transport.

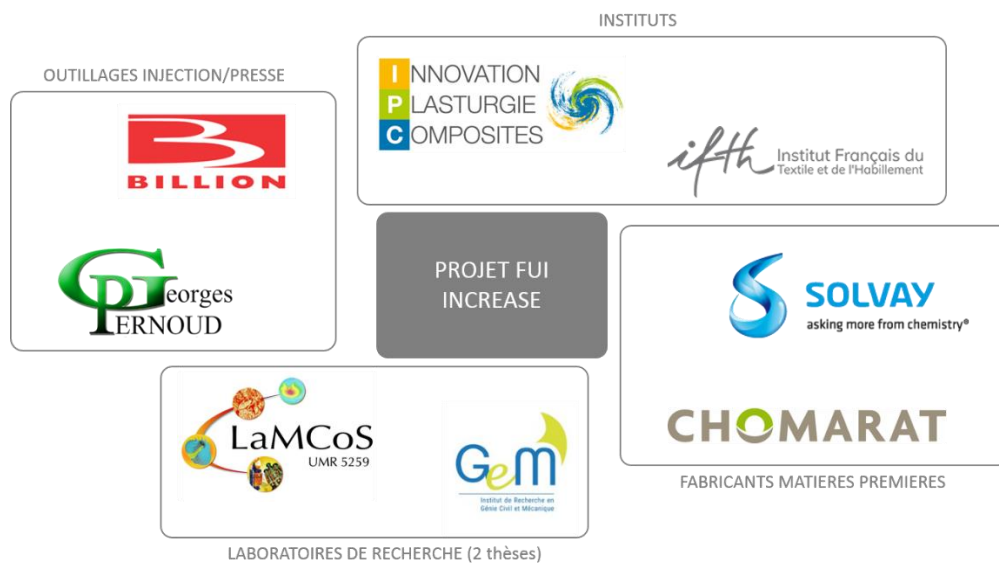


Figure 1-14: Collaborateurs du projet INCREASE

L'industrie automobile nécessite en effet des procédés à grandes cadences de production pour la fabrication de pièces répondant aux exigences actuelles d'allègement des véhicules. L'utilisation de technologies issues de l'injection plastique éprouvées en termes de cadence, de coûts et de processabilité est la base du développement du procédé dit C-RTM (pour *Compression Resin Transfert Molding*) pour la fabrication de pièce en matériaux composite. C'est une adaptation du procédé RTM de fabrication de pièces composites à matrice thermodurcissable nécessitant des temps de cycle de l'ordre de trente minutes dûs à la phase de polymérisation. L'utilisation de matrice thermoplastique a pour objectif de limiter les temps de cycle à quelques minutes.

Le projet tourne autour de plusieurs enjeux :

- le développement des équipements spécifiques (presse, outillage double poste régulé en température) pour l'implémentation d'une ligne pilote (acteurs : Billion, Pernoud, IPC, IFTH) ;
- le développement de matières premières adaptées au procédé : nouveau grade

de polymères thermoplastiques (PA6, PPS) avec les meilleurs compromis fluidité/performances mécaniques, et optimisation des renforts fibreux Non Crimp Fabric (NCF) à fibres de verre et carbone (acteurs : Solvay, Chomarat, GeM, LaMCoS) ;

- le développement d'outils de simulation prédictifs afin d'optimiser les choix de conception des équipements et de la pièce à fabriquer (acteurs : GeM, LaMCoS).

## 2.2 Pièce démonstratrice

Afin de valider la technologie, une pièce démonstratrice a été fournie par un partenaire « sponsor » de l'industrie automobile : une rehausse d'un siège conducteur de camion actuellement fabriquée par assemblage de tôles embouties. Dans un objectif d'allègement de structure, une pièce de même fonctionnalité a été conçue en composite (Figure 1-15). L'enjeu des partenaires est de fabriquer la pièce démonstratrice sur la ligne pilote au terme du projet.

La pièce composite est renforcée par un empilement de plis NCF continu recouvrant la face avant, supérieure et arrière et imprégnée de la matrice thermoplastique. Les flans latéraux comme les sur-moulures sont injectés en polymère de même nature que la matrice chargée de fibres courtes.

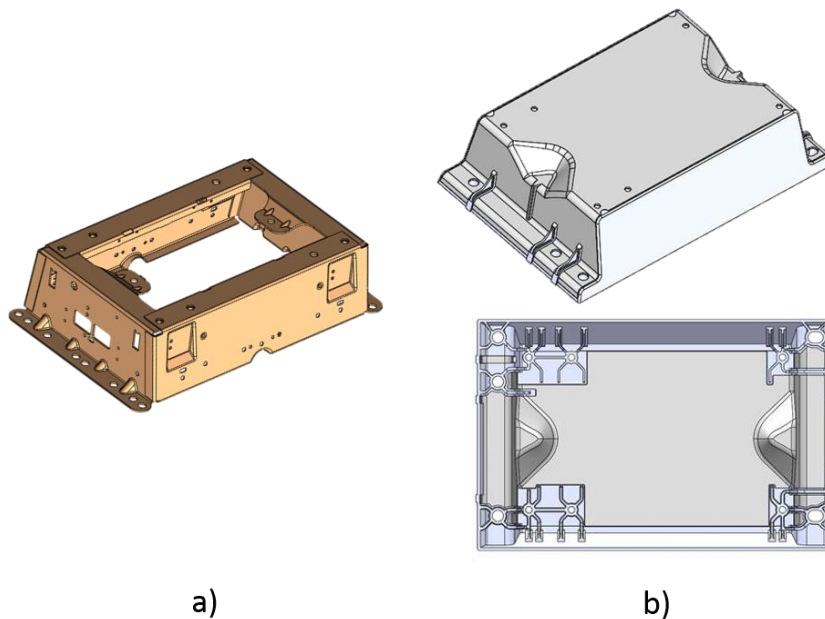


Figure 1-15: Représentation 3D de la pièce démonstratrice en tôle (a) et en composite (b) avec mise en évidence des renforcements surmoulés

## 2.3 Procédé de fabrication

La pièce démonstratrice est fabriquée par un procédé en deux étapes :

- le préformage de l'empilement fibreux : l'empilement est embouti dans un outillage spécifique à la géométrie 3D souhaité puis détourné ;
- l'injection de la matrice : la préforme est placée dans l'outillage d'injection lui-même séquencé en deux opérations durant lesquelles la préforme est imprégné en C-RTM (décrit Figure 1-16) puis les parties renforcées en fibres courtes sont injectées (procédé à double postes).

Le procédé par transfert de résine (RTM) est le plus adapté pour fabriquer des pièces composites en grande série de manière automatisée. Les résines thermoplastiques présentent la propriété d'être beaucoup moins fluides par rapport aux résines réactives thermodurcissables. Des pressions d'injection plus élevées (pouvant atteindre 80 bars) sont donc nécessaires pour obtenir un taux d'imprégnation suffisant dans l'ensemble des cavités de la pièce. Cependant l'augmentation de la pression peut générer un entrainement des fibres (essentiellement autour des points d'injection) pouvant dégrader les caractéristiques mécaniques de la pièce finale.

La spécificité du procédé C-RTM (Compression Resin Transfer Molding) consiste à injecter la matrice alors que le moule n'est que partiellement fermé, libérant une cavité pour l'écoulement de la résine et limitant la pression d'injection. Cependant, la préforme n'est imprégnée que superficiellement en surface ; la pression dans le moule n'est pas suffisante pour une complète imprégnation des fibres. Une étape de compression achève la fermeture du moule à la cote finale. La pression de fermeture fait alors fluée la résine dans l'épaisseur de la préforme pour obtenir une imprégnation totale des fibres.

La perméabilité des renforts suivant l'épaisseur est déterminante dans ce procédé. La déformation des renforts pendant l'étape de préformage fait varier l'orientation locale des fibres dans les zones cisailées ainsi que la fraction volumique de fibres. Le laboratoire GeM de Nantes étudie et modélise la perméabilité des renforts dans ces circonstances tandis que le travail du LaMCoS se focalise sur la mécanique de déformation de ces renforts pendant l'étape de préformage.

---

## 2.4 Travail du LaMCoS

Dans le cadre de ce projet le travail du LaMCoS se focalise sur le développement de modèles mécaniques pour la simulation de mise en forme des renforts fibreux. Alors que les renforts tissés ont déjà largement été étudiés, les travaux sur les renforts cousus Non Crimp Fabric (NCF), restent encore minoritaires, en particulier à l'échelle macroscopique pour la simulation de mise en forme. L'enjeu de ce travail est de comprendre les mécanismes de déformation propre à ce type de renfort, d'en proposer une formulation mécanique et de l'implémenter dans un code de calcul éléments finis.

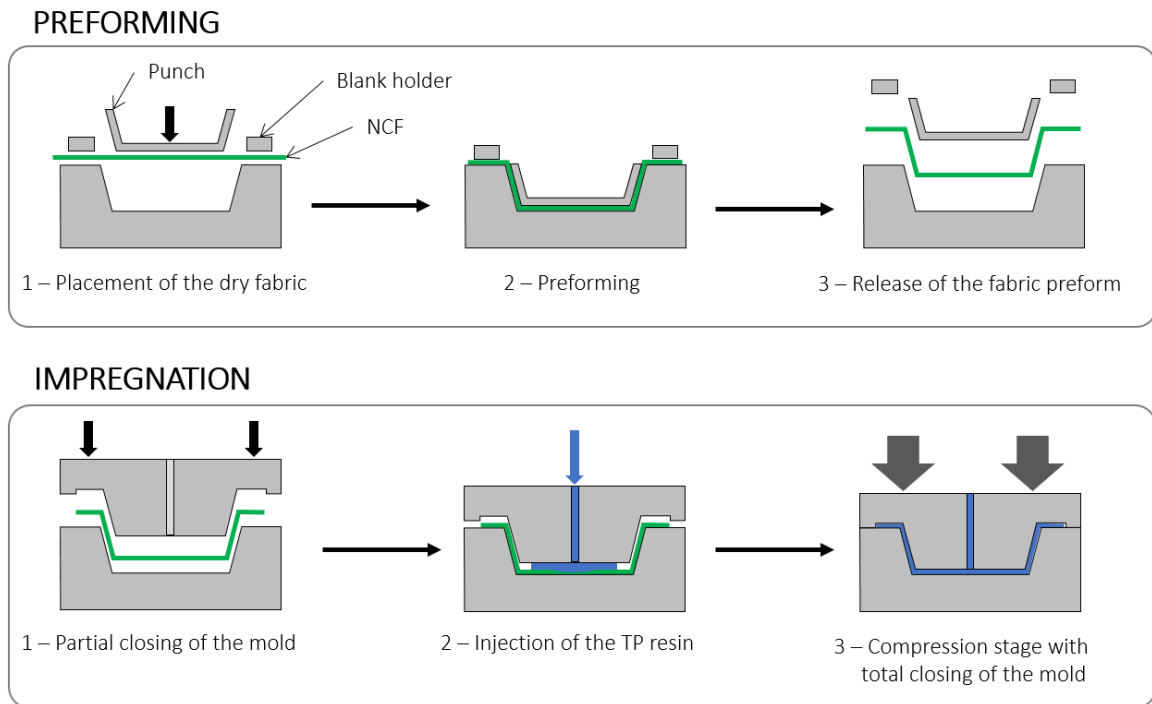


Figure 1-16: Schématisation du procédé de fabrication C-RTM avec une étape préliminaire de préformage de l'empilement fibreux

La simulation de la mise en forme des renforts fibreux vise à établir une cartographie de la position et de l'orientation des fibres après déformation mais également à prédire des défauts comme l'apparition de plis dans les renforts, néfastes à la tenue mécanique de la pièce finale. Ces simulations permettent alors d'optimiser la géométrie de la pièce et de l'outillage pour limiter l'apparition de ces défauts. Ces résultats sont également essentiels pour alimenter des codes de calculs simulant l'étape d'imprégnation car ils permettent de calculer la perméabilité locale du renfort déformé.

## 2. Comportements mécaniques des NCF et caractérisations expérimentales

1. ETUDE DU COMPORTEMENT DES RENFORTS NCF .....	28
1.1 Modes de déformation à l'échelle macroscopique .....	28
1.1.1 Cas des tissés .....	28
1.1.2 Comportements macroscopique des NCF .....	29
1.2 Influence de la couture .....	31
1.2.1 Description 2D de la couture .....	31
1.2.2 Calcul de la déformation du fil de couture .....	33
1.2.2.1 Expression de la déformation totale du fil .....	33
1.2.2.1 Transformation de la grille des points de piquage .....	34
1.2.2.2 Résultats de l'étude analytique de la couture .....	36
2. CARACTERISATIONS EXPERIMENTALES .....	39
2.1 Présentation des renforts étudiés .....	39
2.2 Tension .....	40
2.3 Cisaillement .....	40
2.3.1 Picture Frame .....	41
2.3.1.1 Principe de l'essai .....	41
2.3.1.2 Détermination du couple de cisaillement .....	43
2.3.2 Bias extension test .....	44
2.3.2.1 Principe de l'essai .....	44
2.3.2.2 Mesure optique par suivi de points .....	45
2.3.2.3 Angle de cisaillement théorique vs expérimental .....	50
2.3.2.4 Détermination du couple de cisaillement .....	51
2.3.3 Résultats des essais .....	52
2.3.3.1 NCF couture chaînette .....	52
2.3.3.2 NCF couture tricot .....	54
Bias extension test vs picture frame test .....	54
Glissement du fil de couture aux points de piquage .....	56
Flexion hors plan de l'éprouvette pendant le BET .....	57
Comparaison des NCF à couture tricot .....	57
2.4 Flexion .....	60
2.4.1 Essais <i>cantilever</i> .....	60
2.4.1.1 Méthode de Pierce .....	60
2.4.1.2 Méthode optique .....	61
2.4.2 Essais de flexion trois points .....	63
2.4.3 Dispositif Kawabata .....	64
2.5 Traction sur le fil de couture .....	64
3. CONCLUSION DU CHAPITRE 2 .....	66



---

# 1. Etude du comportement des renforts NCF

Dans cette étude les nappes de fibres sont assimilées à un milieu continu dont les mécanismes de déformation sont une conséquence de la composition fibreuse du matériau aux échelles inférieures. Le fil de couture, propre aux NCF, sera tantôt intégré au comportement de la nappe, tantôt considéré séparément. Les modes de déformation de l'ensemble nappe de fibres plus fils, sont définis dans la suite en fonction des mécanismes de déformation réels du renfort, observés dans des tests de caractérisation. Les mécanismes de déformation ayant lieu à des échelles inférieures (mésoscopique et microscopique) ne seront pas tous représentés par nos lois de comportement homogénéisées et continues à l'échelle macroscopique.

Dans le cadre de ce travail, l'objectif est d'établir des modèles pour simuler la mise en forme de renfort NCF. L'échelle macroscopique semble la plus appropriée. Nous verrons dans quelle mesure elle est parfois insuffisante pour décrire l'influence du fil de couture. La stratégie choisie consiste donc à étudier le renfort à l'échelle globale macroscopique, avec pour certaines approches une description plus raffinée de la couture à une échelle proche du mésoscopique.

---

## 1.1 Modes de déformation à l'échelle macroscopique

---

### 1.1.1 Cas des tissés

Le comportement des tissés à l'échelle macroscopique est généralement piloté par trois principaux modes de déformation illustrés Figure 2-1:

- la tension dans la direction des fibres ;
- le cisaillement qui décrit la variation d'angle entre les directions de fibres ;
- la flexion hors plan du renfort dans la direction des fibres.

Un quatrième mode associé à la courbure des fibres dans le plan des nappes (Figure 2-1d) sera ajouté dans ce travail ; ce mode de déformation fera l'objet d'une description plus précise dans le chapitre 4.

Les paramètres matériau associés à ces comportements sont déterminés par les méthodes classiques de caractérisation des tissés : tension uni ou bi-axiale, picture frame test ou bias extension test, et test de compression [LOMOV ET AL. 2005].

Ces modes de déformation reposent sur certaines hypothèses fortes validées par des observations expérimentales [BOISSE ET AL. 1995] : on admet un non-glissement relatifs entre les réseaux chaînes et trames, c'est-à-dire qu'il y a conservation des points de croisement des mèches durant la déformation. C'est sur cette hypothèse que se basent les formulations des modèles continus de renforts 2D de tissés à l'aide d'éléments de coque ou

de membrane. D'autres travaux [PARSONS ET AL. 2013] prennent en compte le glissement des mèches. La transformation est calculée à partir des points de croisements des mèches mais ce ne sont plus des points « matériel » attachés aux mèches. Ces formulations mixtes (semblables aux formulations ALE – *Arbitrary Lagrangian Eulerian*) sont confrontées à la difficulté de gestion des conditions aux limites.

L'intérêt pour les renforts fibreux est surtout lié à la grande rigidité des fibres en traction. Leur déformation est faible de l'ordre de 1 à 3% avant rupture mais elle génère des efforts de traction importants prédominants devant le cisaillement et la flexion. Néanmoins ces modes de faible rigidité sont primordiaux pour simuler avec précision la capacité d'un renfort à se conformer à une géométrie 3D. Ils permettent également d'anticiper l'apparition de défauts comme les plis. En effet, l'apparition de plissements est liée à une compétition entre la traction, la flexion et le cisaillement [HAMILA ET AL. 2009, BOISSE ET AL. 2011]. La prise en compte de la flexion (hors plan du renfort) joue donc un rôle primordial [BOISSE ET AL. 2018].

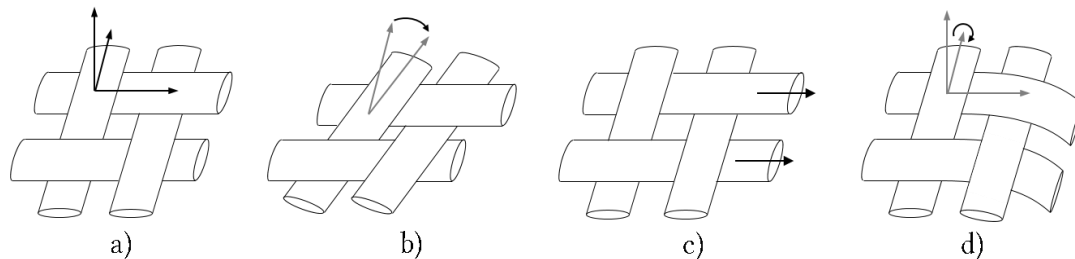


Figure 2-1: Différents modes de déformation considérés à l'échelle macroscopique : a) cellule élémentaire non déformée, b) cisailée, c) en traction, d) en flexion hors plan

### 1.1.2 Comportements macroscopique des NCF

Les renforts dits Non Crimp Fabric (NCF) présentent une architecture particulière non tissée, constituée d'une ou plusieurs nappes de fibres unidirectionnelles (UD) maintenues par un fil de couture. Les fibres restent droites (sans embuvage). Ces renforts tirent donc un meilleur parti des propriétés mécaniques des fibres que dans le cas des renforts tissés. Ils présentent également des aptitudes à conformer des géométries complexes [LOMOV ET AL. 2002]. La construction spécifique cousue rend possible une multitude d'architectures pour un grammage de fibres et un fil de couture donnés. En effet, le type de couture (tricot, chaînette...), l'orientation des fibres et les paramètres de piquage de la couture sont des variables ajustables lors de la fabrication [LOMOV ET AL. 2002]. Une architecture particulière peut ainsi être choisie en fonction de l'application.

Nous faisons l'hypothèse que le comportement des NCF peut être décrit à partir des trois modes de déformation cités précédemment. La conservation des points de croisement des fibres est cependant une hypothèse forte et sera discutée expérimentalement (voir partie 2). On sait déjà qu'elle ne peut satisfaire toutes les constructions possibles car certaines architectures ont une tendance naturelle au glissement des nappes de fibres lors de la mise en forme [BEL ET AL. 2012a]. Néanmoins, la tendance de ces renforts à générer des défauts

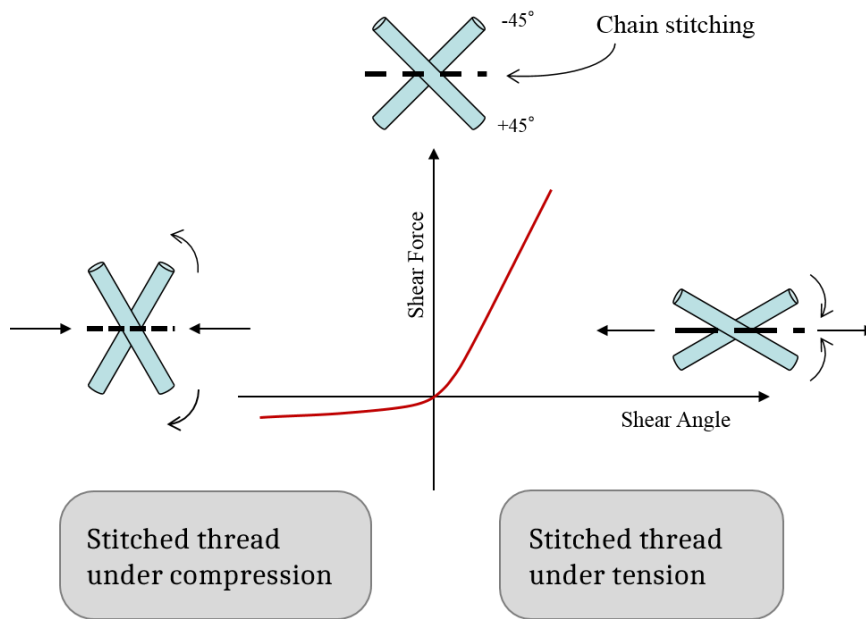


Figure 2-2: Illustration de l'effet de la couture sur le comportement en cisaillement

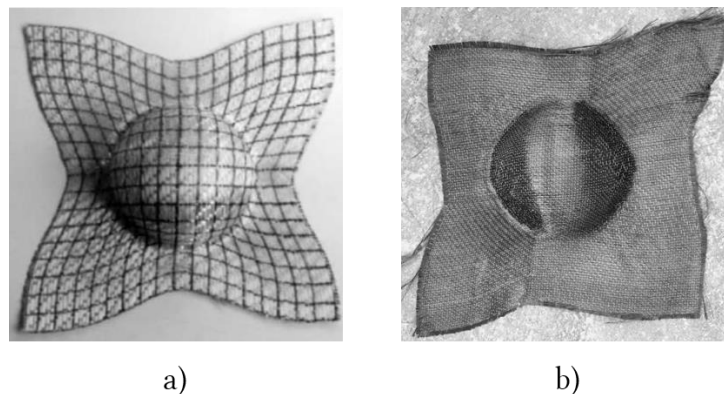


Figure 2-3: Mise en forme hémisphérique a) d'un tissu, b) d'un NCF

(apparition de larges espaces entre les fibres) les rend peu appropriés pour des applications de mise en forme.

Les renforts NCF présentent un comportement dissymétrique en cisaillement lié à la sollicitation du fil de couture en tension [SAMIR ET AL. 2014, CHEN ET AL. 2016]. Ce phénomène est mis en évidence lors d'une mise en forme hémisphérique visible Figure 2-3 [LONG ET AL. 2002, HU ET AL. 2002, LEE ET AL. 2007, CHEN ET AL. 2016]. La particularité des renforts NCF peut être alors intégrée dans les lois de comportement. L'exemple le plus évident est illustré Figure 2-2 avec un NCF dont les fibres sont orientées à  $\pm 45^\circ$  et cousu (à  $0^\circ$ ) par une couture chainette. Lorsque que le renfort se cisaille positivement, la sollicitation en traction du fil de couture nécessite un effort de cisaillement important tandis que pour un angle négatif la couture est sollicitée en compression l'effort nécessaire à la déformation est faible. Ainsi dans [CHEN ET AL. 2016] la contribution du fil de couture à l'effort de

cisaillement est déterminée par comparaison d'essais de caractérisation en cisaillement (*picture frame*) avec et sans fil de couture.

Le comportement en cisaillement englobe donc des contributions diverses liées à l'interaction entre les fibres, les fibres et le fil de couture, le fil de couture sur lui-même (aux points de piquage) et la sollicitation du fil de couture en traction (que l'on peut considérer négligeable en compression). Mais l'effort de cisaillement est majoritairement impacté par le fil de couture lorsqu'il est sollicité en traction. La stratégie la plus courante dans la littérature est de caractériser chaque produit NCF avec sa couture pour identifier une loi de comportement intégrant tous ces aspects. La contrepartie d'une telle méthode est de produire un grand nombre d'essais pour comprendre le comportement de différents produits dont on a fait varier le fil de couture ou les points de piquage. A contrario, l'idéal serait de pouvoir prédire l'influence du fil de couture sur le comportement à partir de son architecture et de la nature du fil. Cela permettrait dans un premier temps de simplifier les campagnes expérimentales de caractérisation, puis d'envisager une optimisation du produit NCF pour chaque application et chaque géométrie à draper.

---

## 1.2 Influence de la couture

La couture a un impact important sur le comportement en cisaillement. Il a donc été choisi de se focaliser sur la compréhension des mécanismes de déformation propre à la couture.

---

### 1.2.1 Description 2D de la couture

Quel que soit le type de couture, les points de piquage des aiguilles sur les nappes unidirectionnelles peuvent être assimilés à une grille de points matériels fixes sur les fibres. C'est-à-dire que l'on fait raisonnablement l'hypothèse que les points de piquage, c'est-à-dire les points où le fil de couture transperce le renfort, ne glissent pas pendant la déformation en cisaillement contrairement à ce qui est proposé dans [BEL ET AL. 2012a]. Ils sont donc pilotés par le mouvement des fibres. Cette hypothèse nous permet d'étudier analytiquement la déformation du fil de couture pour un certain angle de cisaillement. Afin de vérifier cette hypothèse, un essai de déformation en cisaillement est conduit sur un NCF à couture tricot avec prise d'images (Figure 2-4). Une grille de points d'une couture, construite à partir des données géométriques théoriques de la couture (Figure 2-6a), est superposée à l'image expérimentale à l'aide d'un point de piquage de référence (RP). La transformation dans la base des fibres (mesurée expérimentalement à 53° dans le cas présenté Figure 2-4) est appliquée à cette grille de points tel que :

$$\bar{x} = F\bar{X} \quad \text{Eq. 2.1}$$

Les fibres du renfort étudié sont initialement perpendiculaires donc la fonction de transformation en cisaillement est de la forme:

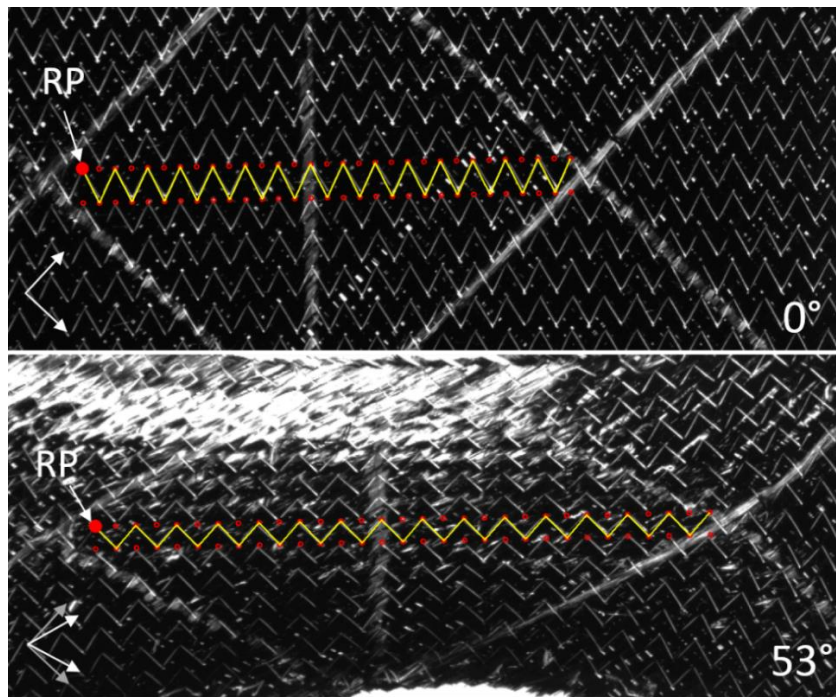


Figure 2-4: Vérification de la conservation des points de piquage pendant un essai de cisaillement (bias extension test).

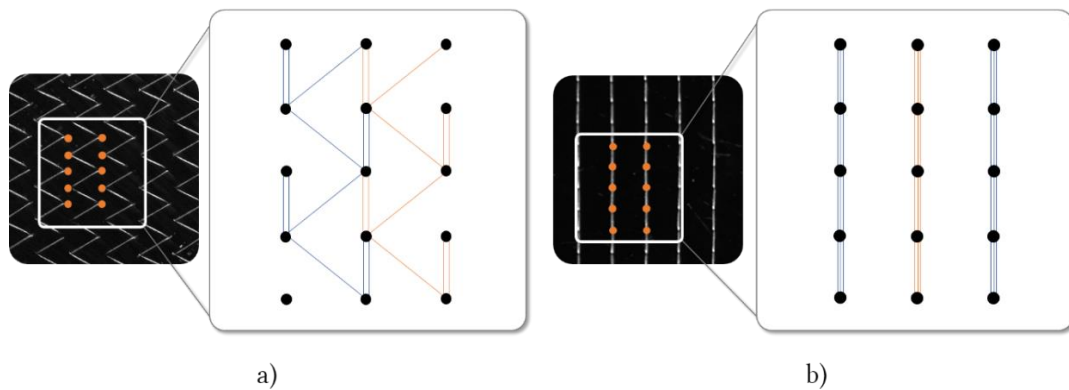


Figure 2-5: Schéma de la couture vu en 2D en négligeant l'épaisseur du renfort : a) tricot, b) chainette

$$F = \begin{pmatrix} \cos \frac{\gamma}{2} & \sin \left( \frac{\gamma}{2} \right) \\ \sin \frac{\gamma}{2} & \cos \left( \frac{\gamma}{2} \right) \end{pmatrix} \quad \text{Eq. 2.2}$$

Le renfort étudié est un  $\mp 45^\circ$  dont les paramètres de couture présentés Figure 2-6a sont :  $L_s = 2.5mm$  et  $L_g = 5mm$ . On constate sur la Figure 2-4 une superposition de la position théorique et expérimentale des points de piquage après déformation.

La différence entre les types de couture étudiés (chainette et tricot) ne concerne finalement que la façon dont les brins de fil formant la couture relient chaque point de piquage. La grille de piquage étant considérée fixe dans le référentiel des fibres, la position

des points est connue à chaque instant de la déformation. En négligeant l'épaisseur du renfort, l'élongation de chaque brin peut être calculée le long d'un fil de couture. La grille de piquage relié par les brins d'un même fil de couture sont représentés Figure 2-5.

## 1.2.2 Calcul de la déformation du fil de couture

### 1.2.2.1 Expression de la déformation totale du fil

La première approche consiste à considérer la déformation dans le fil de couture uniforme. Cela revient à considérer la déformation s'opérant dans le même fil complètement déplié et mis à plat. Les effets de frottement qui s'opère aux points de piquage sont pour l'instant négligés dans cette approche.

Pour cela, la déformation d'un motif de couture est étudiée dans un référentiel confondu avec la base matérielle des fibres. La déformation totale du fil de couture d'un motif représenté Figure 2-6 s'exprime en fonction des longueurs des brins du fil de couture du motif :

$$\varepsilon_{tot} = \frac{L_{tot}}{L_{tot}^0} - 1 \quad \text{Eq. 2.3}$$

Avec :

$$L_{tot} = L_1 + L_2 + L_3 + L_4 + L_5 + L_6 = 4L_1 + L_3 + L_4 \quad \text{Eq. 2.4}$$

Or les longueurs à l'état initial ( $t = 0$ )  $L_3^0$  et  $L_4^0$  peuvent s'exprimer en fonction des paramètres de fabrication de la couture  $L_s = L_1^0$  et  $L_g$ , respectivement la longueur du point de piquage et l'espacement entre deux aiguilles de piquage<sup>6</sup> avec :

$$\tan(\delta) = \frac{L_g}{L_s} \quad \text{Eq. 2.5}$$

$$L_3^0 \times \cos(\delta) = L_4^0 \times \cos(\delta) = L_1^0 \quad \text{Eq. 2.6}$$

Ainsi on peut calculer la déformation en traction totale dans le fil de couture en fonction de la déformation dans chacun des brins du motif:

$$\varepsilon_{tot} = \frac{(4L_1 + L_3 + L_4) - (4L_1^0 + L_3^0 + L_4^0)}{4L_1^0 + L_3^0 + L_4^0}$$

$$\varepsilon_{tot} = \frac{2(L_1 - L_1^0)}{L_1^0 \left(2 + \frac{1}{\cos(\delta)}\right)} + \frac{(L_3 - L_3^0)}{2L_3^0(2\cos(\delta) + 1)} + \frac{(L_4 - L_4^0)}{2L_4^0(2\cos(\delta) + 1)} \quad \text{Eq. 2.7}$$

$$\varepsilon_{tot} = \frac{2\varepsilon_1 \cdot \cos(\delta)}{(2\cos(\delta) + 1)} + \frac{\varepsilon_3}{2(2\cos(\delta) + 1)} + \frac{\varepsilon_4}{2(2\cos(\delta) + 1)} \quad \text{Eq. 2.8}$$

L'approche développée est similaire à celle présentée dans [KRIEGER ET AL. 2018]. L'auteur étudie la déformation d'une cellule élémentaire d'un demi-motif de couture. La

<sup>6</sup> L'espacement entre deux aiguilles est déduite de la valeur de gauge qui définit nombre d'aiguilles par unité de longueur (en pouce soit 25.4mm).

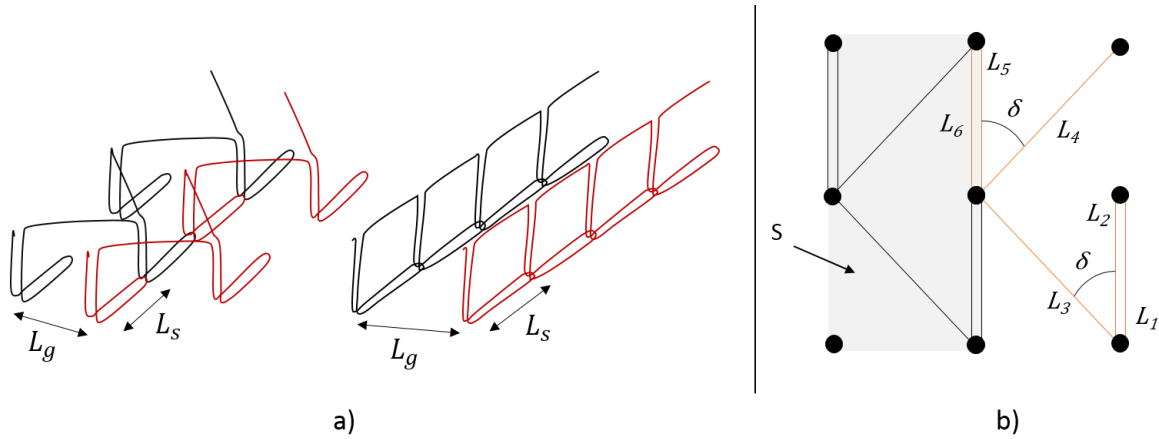


Figure 2-6: a) Paramètres de fabrication de la couture, b) Dimensions calculées dans un motif de couture

formulation présentée par [KRIEGER ET AL. 2018] se restreint à des renforts dont les fibres sont placées symétriquement par rapport à l'axe de fabrication à  $0^\circ$  ( $+/-45^\circ$ ,  $+/-30^\circ$ ) mais donne des résultats intéressants présentés dans la suite.

Dans notre approche, qui se veut être une généralisation de l'exemple de Krieger, la transformation du motif peut être calculée dans la base des fibres quelle que soit l'orientation des deux directions de fibres par rapport à la direction de couture.

### 1.2.2.1 Transformation de la grille des points de piquage

Chaque longueur de brin du fil de couture est calculée à partir de la position des points de piquage. Pour étudier le comportement de la couture en cisaillement, chaque point de cette grille subit la transformation en cisaillement dans la base des fibres (Figure 2-7).

On rappelle les propriétés des vecteurs covariants et contravariants représentés à la Figure 2-7:

$$\overline{G}_1 \cdot \overline{G}_2 = 0, \overline{G}_2 \cdot \overline{G}^1 = 0, \overline{G}_1 \cdot \overline{G}^1 = 1 \text{ et } \overline{G}_2 \cdot \overline{G}^2 = 1 \quad \text{Eq. 2.9}$$

Les vecteurs  $\overline{G}^1$  et  $\overline{G}^2$  peuvent être exprimés dans la base orthogonale  $(\overline{e}_x, \overline{e}_y)$  tels que:

$$\begin{aligned} \overline{G}^1 &= \cos\left(\alpha_0 - \frac{\pi}{2}\right) \overline{e}_x + \sin\left(\alpha_0 - \frac{\pi}{2}\right) \overline{e}_y \\ \overline{G}^2 &= \sin(\alpha_0) \overline{e}_x - \cos(\alpha_0) \overline{e}_y \end{aligned} \quad \text{Eq. 2.10}$$

Si l'on pose  $\overline{G}_1 = \overline{e}_x$ , on cherche le coefficient C tel que les relations de Eq. 2.9 soient respectées :

$$\overline{G}^1 = C(\sin(\alpha_0) \overline{e}_x - \cos(\alpha_0) \overline{e}_y) \quad \text{Eq. 2.11}$$

Avec  $C = \frac{1}{\sin(\alpha_0)}$

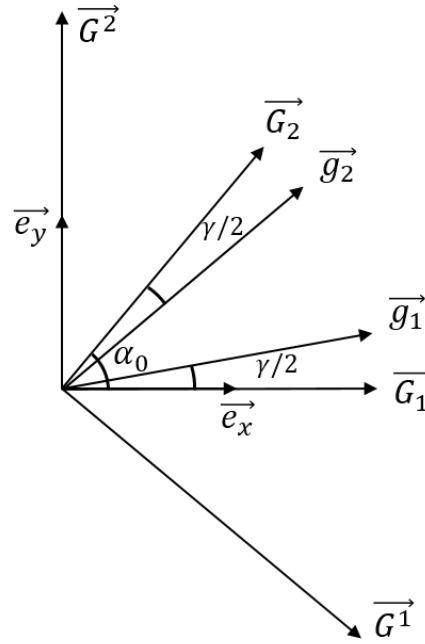


Figure 2-7: Transformation en cisaillement de la base des fibres

$$\overline{G^1} = \overline{e_x} - \frac{\cos(\alpha_0)}{\sin(\alpha_0)} \overline{e_y} \quad \text{Eq. 2.12}$$

$\overline{G^1} \cdot \overline{G^1} = 1$  est vérifié.

De la même manière,

$$\overline{G^2} = \frac{1}{\sin(\alpha_0)} \overline{e_y} \quad \text{Eq. 2.13}$$

Le gradient de transformation s'écrit en fonction des vecteurs covariants et contravariants d'une base quelconque à l'état initial et transformé :

$$F = \overline{g_1} \otimes \overline{G^1} + \overline{g_2} \otimes \overline{G^2} \quad \text{Eq. 2.14}$$

Pour une transformation en cisaillement des fibres du renfort, on a :

$$\overline{g_1} = \cos\left(\frac{\gamma}{2}\right) \overline{e_x} + \sin\left(\frac{\gamma}{2}\right) \overline{e_y} \quad \text{Eq. 2.15}$$

Et,

$$\overline{g_2} = \cos\left(\alpha_0 - \frac{\gamma}{2}\right) \overline{e_x} + \sin\left(\alpha_0 - \frac{\gamma}{2}\right) \overline{e_y} \quad \text{Eq. 2.16}$$

Avec  $\gamma$  l'angle de cisaillement.

Finalement en développant Eq. 2.14, tout vecteur exprimé dans la base  $(\overline{e_x}, \overline{e_y})$  subira la transformation donnée par Eq. 2.17 pour un cisaillement  $\gamma$  des fibres :



$$F = \begin{vmatrix} \cos \frac{\gamma}{2} & -\cos \left( \frac{\gamma}{2} \right) \frac{\cos(\alpha_0)}{\sin(\alpha_0)} + \frac{\cos \left( \alpha_0 - \frac{\gamma}{2} \right)}{\sin(\alpha_0)} \\ \sin \frac{\gamma}{2} & -\sin \left( \frac{\gamma}{2} \right) \frac{\cos(\alpha_0)}{\sin(\alpha_0)} - \frac{\sin \left( \alpha_0 - \frac{\gamma}{2} \right)}{\sin(\alpha_0)} \end{vmatrix} \quad \text{Eq. 2.17}$$

Avec  $\alpha_0$  l'angle initial entre les fibres.

### 1.2.2.2 Résultats de l'étude analytique de la couture

Malgré les diverses hypothèses formulées (points de la grille pilotées par les fibres, pas de considération des effets aux points de piquage...), ce modèle analytique nous permet de visualiser les effets des paramètres de construction des NCF sur la déformation de la couture. Pour cela, l'énergie de cisaillement est découpée en deux contributions, l'une liées à l'interaction des fibres dans le NCF et l'autre à l'énergie de déformation du fil :

$$W_{cis} = W_{fibres} + W_{stitch} \quad \text{Eq. 2.18}$$

On s'intéresse ici à la contribution de la couture :

$$W_{stitch} = \int_0^{L_{tot}} T_{stitch} \varepsilon_{tot} dl \quad \text{Eq. 2.19}$$

avec  $T_{stitch}$ , la loi de comportement du fil telle que (cf. partie 2.5) :

$$\begin{aligned} T_{stitch} &= f(\varepsilon_{tot}) \text{ si } \varepsilon_{tot} \geq 0 \\ T_{stitch} &= 0 \quad \text{sinon} \end{aligned} \quad \text{Eq. 2.20}$$

Une routine Matlab permet de visualiser l'influence de paramètres de fabrication de la couture pour une orientation de fibres données. Les résultats de [KRIEGER ET AL. 2018] pour une orientation de fibres de  $\mp 45^\circ$  (Figure 2-8) sont retrouvés puis généralisés avec le modèle présenté précédemment. L'angle  $\delta$  utilisé dans le travail de Krieger est défini Figure 2-6b et correspond à l'angle formé par le motif de la couture tricot (Eq. 2.5).

L'évolution de la déformation totale est représentée Figure 2-8a en fonction de la valeur de l'angle. Son expression (Eq. 2.8) dépend des déformations de chaque brin de fil. Les graphiques Figure 2-8b et Figure 2-8c précisent les coupes A-A et B-B de la représentation topologique pour deux géométries de couture ( $L_s = 1.95\text{mm}$  et  $L_s = 2.5\text{mm}$ )<sup>7</sup>. Pour un renfort dont les fibres sont symétriquement orientées par rapport à la direction de fabrication de  $0^\circ$ , on a :  $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = \varepsilon_4 = \varepsilon_5$  représentées par les courbes bleues et  $\varepsilon_3 = \varepsilon_6$  par les courbes vertes sur les graphiques. Les courbes bleues décrivent alors la déformation des brins  $L_1, L_2, L_4$  et  $L_5$  dont la direction est invariante lorsque les paramètres géométriques de la couture sont modifiés, elles sont donc identiques.

Le premier cas présenté (Figure 2-8b) est un cas assez général. La couture est sollicitée en traction pour un cisaillement positif et en compression dans le sens inverse. D'après la loi de comportement du fil, la couture impacte l'effort de cisaillement uniquement

<sup>7</sup> En pratique, l'espacement entre les aiguilles dépend de la machine et sa valeur reste fixe ( $L_g = 5\text{mm}$ ). Seule la longueur du point  $L_s$  est modifiée.

lorsqu'elle travaille en traction, dans le cas présent, pour un angle de cisaillement supérieur à  $0^\circ$ .

Le second cas est également intéressant. Il correspond à une configuration géométrique pour laquelle la couture n'est globalement jamais sollicitée en traction. Ainsi, la déformation de la couture n'a pas d'influence sur le comportement en cisaillement du renfort. L'effort nécessaire pour cisailier le renfort devrait être faible et symétrique.

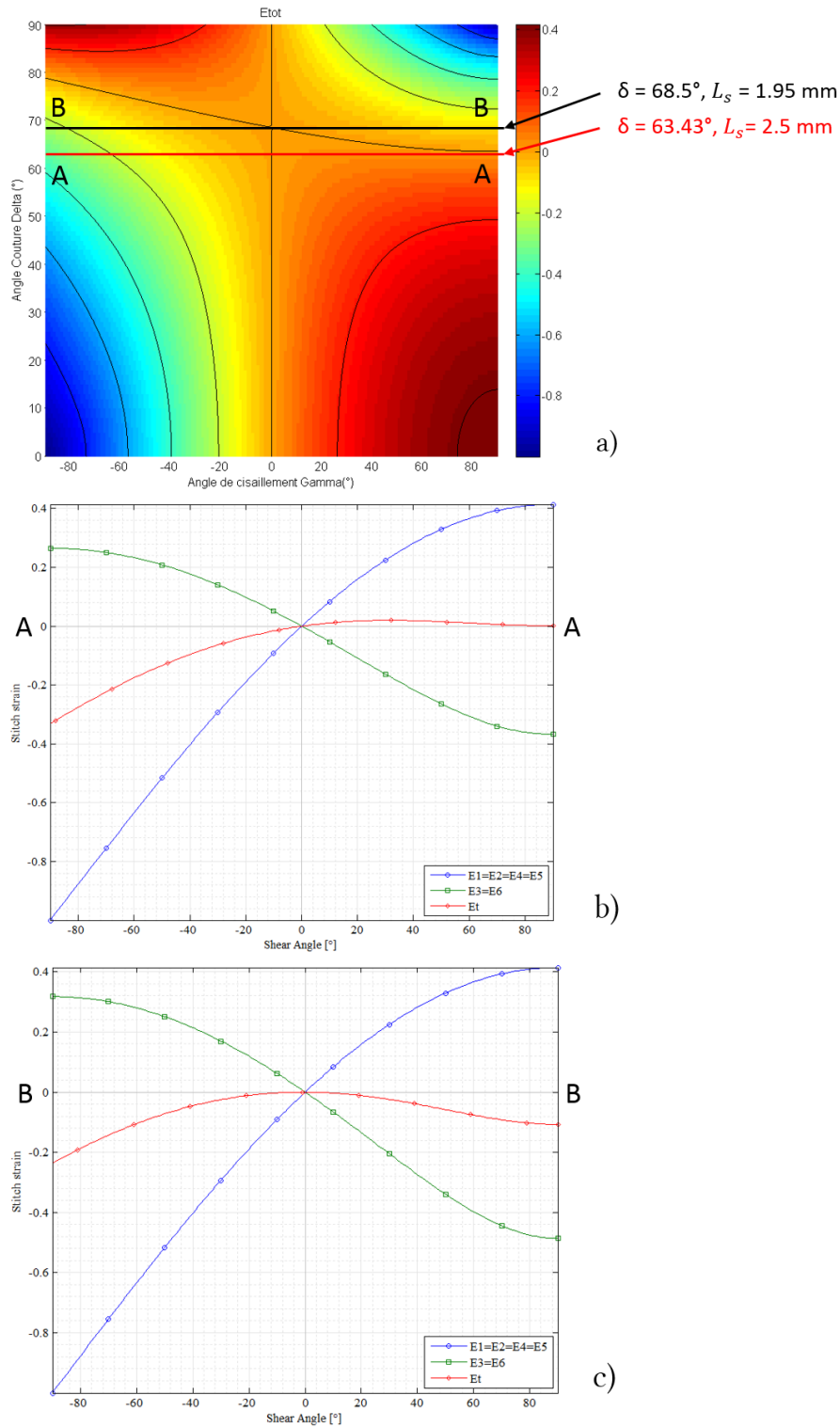


Figure 2-8: Déformations de la couture pour un renfort dont les fibres sont orientées à  $\pm 45^\circ$  : a) représentation topologique en fonction de l'angle  $\delta$  (cf. Figure 2-4b et Eq. 2.5), b) coupe pour un angle  $\delta$  de  $63.43^\circ$ , c) coupe pour un angle  $\delta$  de  $68.5^\circ$

## 2. Caractérisations expérimentales

### 2.1 Présentation des renforts étudiés

Quatre différents renforts visibles Figure 2-9 ont été étudiés dont les caractéristiques sont résumées dans le Tableau 1. Chaque renfort est constitué d'un empilement de deux nappes de fibres en carbone orientées à plus ou moins 45° par rapport à la direction de fabrication (et donc de couture). L'espacement de 5 mm entre chaque ligne de couture est fixé par la machine tandis que la longueur du point est variable d'un renfort à l'autre.

Afin d'étudier l'influence de la couture sur le comportement du renfort, les architectures NCF étudiées sont similaires. Seuls le type et la géométrie de la couture changent.

Tableau 1: Caractéristiques des renforts testés

Référence	Fabricant	Type	Fibres	Caractéristiques
C-Ply SP BX300 C3.4 50K HS	Chomarat	NCF chaînette	Carbone $\mp 45^\circ$	Longueur point 2.5 mm
C-Ply SP BX300 T2.5 50K HS	Chomarat	NCF tricot	Carbone $\mp 45^\circ$	Longueur point 1.5 mm
C-Ply SP BX300 T3.3 50K HS	Chomarat	NCF tricot	Carbone $\mp 45^\circ$	Longueur point 2.5 mm
C-Ply SP BX300 T1.5 50K HS	Chomarat	NCF tricot	Carbone $\mp 45^\circ$	Longueur point 3.3 mm

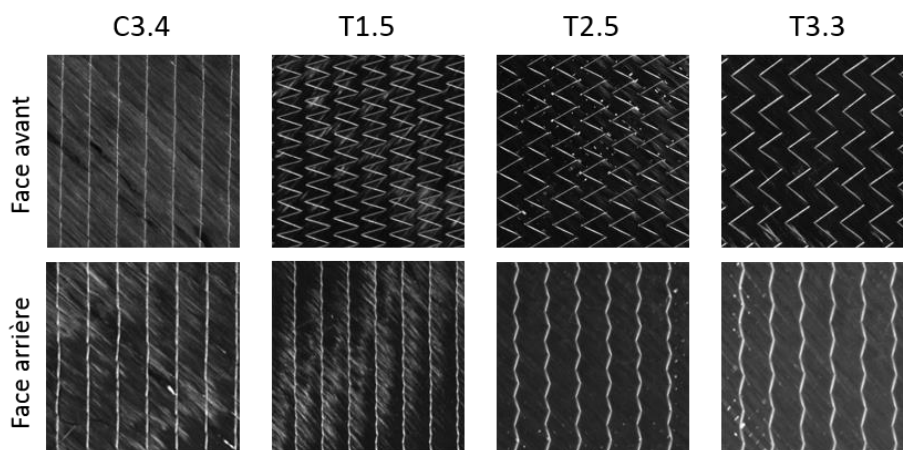


Figure 2-9: Présentation des renforts étudiés

## 2.2 Tension

Le comportement en tension des fibres est mesuré par un essai de traction sur une éprouvette rectangulaire de renfort dont les côtés sont parallèles à la direction des fibres. Chaque extrémité de l'éprouvette à encastrer est collée à des plaques d'aluminium pour éviter tout phénomène de glissement dans les mors de la machine de traction.

La construction des NCF ne laisse apparaître aucun phénomènes d'embuvage lié à l'ondulation des mèches dans les tissés (Figure 2-10). Les fibres sont sollicitées jusqu'à la rupture pour une déformation entre 1.5% à 2% [BEL 2011]. La rigidité est calculée dans la partie linéaire de la courbe avant la rupture progressive des fibres. On considèrera une rigidité linéique des fibres de 10 000 N/mm d'après les résultats d'essais présentés dans [BEL 2011].

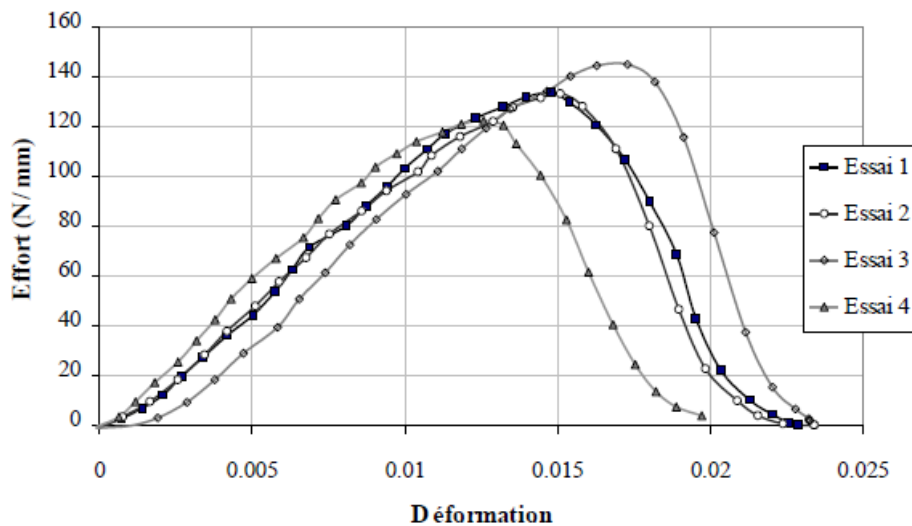


Figure 2-10: Traction dans la direction de fibres d'un NCF orienté à  $\pm 45^\circ$  [BEL 2011]

## 2.3 Cisaillement

Il existe deux essais de référence pour la caractérisation du comportement en cisaillement des renforts composites : le *picture frame test* (PF) et le *bias extension test* (BET). Ces deux méthodes reposent sur les mêmes principes cinématiques mais les conditions aux limites appliquées sur les échantillons diffèrent.

### 2.3.1 Picture Frame

#### 2.3.1.1 Principe de l'essai

Le *picture frame test* (PF) est un cadre articulé constitué de quatre barres rigides de même longueur. Le tissu est encastré dans le cadre tel que les fibres sont parallèles aux bords du cadre (Figure 2-12a). L'échantillon est découpé en forme de croix dont le centre est la zone utile. Il est soumis à une contrainte de cisaillement pure et constante dans le plan du renfort.

Les fibres perpendiculaires sont généralement retirées des branches de la croix. Néanmoins cette opération peut s'avérer délicate lors de la préparation des renforts cousus. Par ailleurs cette opération implique de découper les fils de couture dans ces zones et pose la question de l'encastrement ou non des fils de couture. Ces parties devront être prises en compte dans le calcul de surface de la zone utile de l'échantillon.

Pour les tissés, on distingue différentes phases dans la courbe de cisaillement. Lors de la première phase, les mèches sont en rotation. Les mécanismes à l'origine de l'effort de cisaillement mesuré lors du PF comprennent le frottement entre les fibres lors du cisaillement intra-mèche ainsi que le frottement lié à la rotation des mèches entre elle aux points de croisement [HAGHI KASHANI ET AL. 2018]. La seconde phase est initiée lorsque les mèches sont en rotation jusqu'à un angle critique de blocage au-delà duquel les mèches voisines entrent en contact (Figure 2-11). Ces mèches subissent une compaction latérale visible par prise d'image à l'échelle mésoscopique [BOISSE ET AL. 2005, 2006, ZOUARI ET AL. 2006]. L'effort nécessaire au cisaillement augmente alors significativement et peut conduire à l'apparition de plissement [HOSSEINI ET AL. 2018] lors de la troisième phase.

Dans le cadre des NCF, l'absence d'entrelacement entre des mèches ne contraint pas les fibres au-delà d'un certain angle. Ces renforts ne présentent donc pas d'angle de blocage. Expérimentalement, la difficulté principale de cet essai réside dans l'apparition de tension dans les fibres car elle affecte le comportement en cisaillement [LAUNAY ET AL. 2008]. Des dispositifs de cadres instrumentés présentés dans [LAUNAY ET AL. 2008, NOSRAT-NEZAMI ET AL. 2014, KASHANI ET AL. 2016, HOSSEINI ET AL. 2018] ont été développés pour étudier l'effet de la tension sur la mesure du cisaillement. Le contrôle de la tension à une valeur proche de zéro donne des résultats similaire au BET alors que les résultats issus du PF présentent habituellement des valeurs plus élevées que le BET en particulier pour des angles de cisaillement élevés [HARRISON ET AL. 2004, 2008, MILANI ET AL. 2009, TAHA ET AL. 2013]. Dans ces deux derniers travaux un découpage spécifique de l'éprouvette de PF montre des résultats proches de ceux obtenus par BET.

Plusieurs phénomènes peuvent être à l'origine de cette tension. Pendant le cisaillement, la surface de l'échantillon testé diminue et les fibres sont compactées. La densité de fibres volumiques augmente jusqu'à un point critique où le seul mouvement des fibres est possible dans la direction hors plan. En théorie, les tensions survenues dans les fibres parfaitement alignées avec les barres du cadre (en bleu sur la figure 2) n'affectent pas la force  $F_m$  mesurée par la machine. Les forces générées par cette tension sont supportées

par les barres du cadre parallèles aux fibres. Cependant, la contribution normale au plan du renfort de la tension augmente la force de frottement et impacte l'effort de cisaillement.

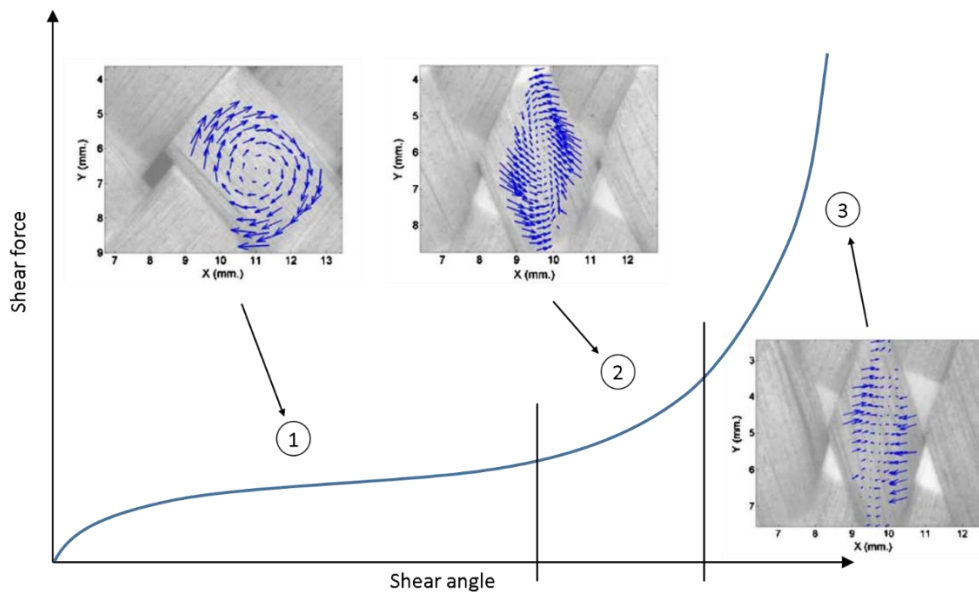


Figure 2-11: Illustration des phénomènes mésoscopiques à l'angle de blocage sur la courbe de cisaillement : 1) rotation sans déformation des mèches, 2) mise en contact des mèches voisines, 3) compaction latérale des mèches [ZOUARI ET AL. 2006]

En pratique, la qualité de fabrication des renforts et les précautions de manipulation des échantillons sont primordiaux pour cet essai car la variabilité dans l'orientation des fibres peut conduire à un mauvais positionnement de fibres dans le cadre, et de la tension. D'autre part si les extrémités des fibres ne sont pas parfaitement placées, la cinématique imposée à l'éprouvette ne correspond pas à un cisaillement pur, les fibres sont étirées et sont ainsi soumises à des tensions parasites représentées en rouge Figure 2-12b. En raison de la forte rigidité des fibres, la tension peut être élevée pour de faibles déformations. Cela est d'autant plus critique que le comportement en cisaillement est faiblement rigide. Une erreur d'alignement des fibres de quelques degrés est susceptible de fortement affecter la mesure [MILANI ET AL. 2007].

Parmi les NCF testés dans le cadre de cette thèse, tous présentent une déviation entre l'angle initial théorique et réel entre les fibres. Cette constatation s'explique probablement par la méthode de fabrication de ces renforts. Lors de l'étape de couture, une tension est appliquée au fil de couture. Une fois le renfort cousu, les bords sont découpés puis le renfort enroulé. C'est sûrement lors de cette étape qu'a lieu une relaxation du renfort en cisaillement liée à la tension dans le fil de couture (Figure 2-13). En effet, les déviations observées sont toujours orientées tel que l'angle entre les deux directions de fibres est plus élevé: par exemple  $\pm 48^\circ$  au lieu de  $\pm 45^\circ$  soit un angle entre les fibres de  $96^\circ$  au lieu des  $90^\circ$  théoriques. Cet écart nécessite donc d'exécuter l'essai avec une configuration initiale du cadre non orthogonale pour limiter l'apparition de tensions parasites dans les fibres.

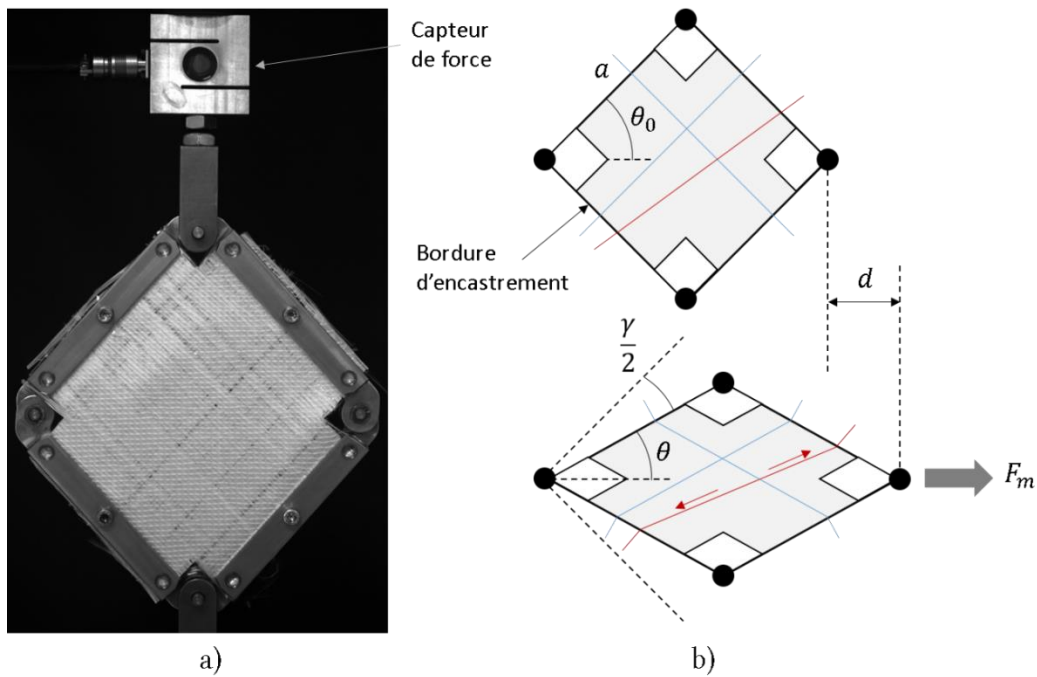


Figure 2-12: a) Montage expérimentale, b) schéma de principe du Picture Frame

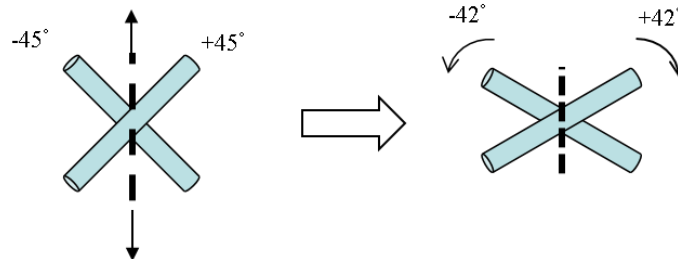


Figure 2-13: Relaxation du renfort due à la tension dans le fil de couture en sortie de ligne de fabrication

### 2.3.1.2 Détermination du couple de cisaillement

L'échantillon étant contraint sur l'ensemble des bords, l'angle de cisaillement est calculé directement à partir du déplacement de la machine  $d$  tel que :

$$\cos(\theta) = \frac{2a \cos(\theta_0) + d}{2a} \quad \text{Eq. 2.21}$$

$$\gamma = 2(\theta_0 - \theta) \quad \text{Eq. 2.22}$$

Avec  $a$  la longueur du côté de la zone utile de l'éprouvette,  $2\theta_0$  l'angle initial entre les fibres et  $\gamma$  l'angle de cisaillement.

Le couple de cisaillement peut être facilement déterminé par approche énergétique en considérant que la puissance nécessaire à la machine pour cisailer le cadre est égale à la puissance de déformation en cisaillement du renfort testé :



$$F_m \dot{d} = (C_{sh}(\gamma) A_\gamma \dot{\gamma}) \quad \text{Eq. 2.23}$$

Avec  $A_\gamma$  l'aire de la zone utile,  $F_m$  la force mesurée par la machine et  $C_{sh}$  le couple de cisaillement.

En dérivant Eq. 2.21,

$$\dot{\theta} = -\frac{\dot{d}}{2 \sin(\theta) a} \quad \text{Eq. 2.24}$$

Et,

$$\dot{\gamma} = -2\dot{\theta} \quad \text{Eq. 2.25}$$

On a donc:

$$C_{sh}(\gamma) = \frac{F_m}{A_\gamma} \sin(\theta) a$$

$$C_{sh}(\gamma) = \frac{F_m}{A_\gamma} \sin\left(\theta_0 - \frac{\gamma}{2}\right) a \quad \text{Eq. 2.26}$$

Lorsque les fibres sont initialement orthogonales  $\theta_0 = \frac{\pi}{4}$  et on retrouve :

$$\gamma = \frac{\pi}{2} - 2\theta \quad \text{Eq. 2.27}$$

$$\cos(\theta) = \frac{a\sqrt{2+d}}{2a} \quad \text{Eq. 2.28}$$

$$C_{sh}(\gamma) = \frac{F_m}{A_\gamma} \sin\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\gamma}{2}\right) a \quad \text{Eq. 2.29}$$

### 2.3.2 Bias extension test

#### 2.3.2.1 Principe de l'essai

Le *bias extension test* (BET) consiste à réaliser un essai de traction sur un renfort textile rectangulaire de telle sorte que la direction de sollicitation définit un axe de symétrie entre les deux directions de fibres. La longueur initiale de l'échantillon doit être plus de deux fois la largeur de l'échantillon pour des fibres initialement orthogonales.

S'il n'y a pas de glissement entre les directions des fibres et en supposant que les fils soient inextensibles, la zone C (Figure 2-14) est en cisaillement pur et subit une cinématique de déformation semblable au PF. Ces fibres dans la zone centrale C sont libres à leurs deux extrémités. L'angle de cisaillement dans les zones B correspond à la moitié de celui de la zone C. La zone A reste indéformée. On suppose que le cisaillement dans le plan est constant dans chaque zone.

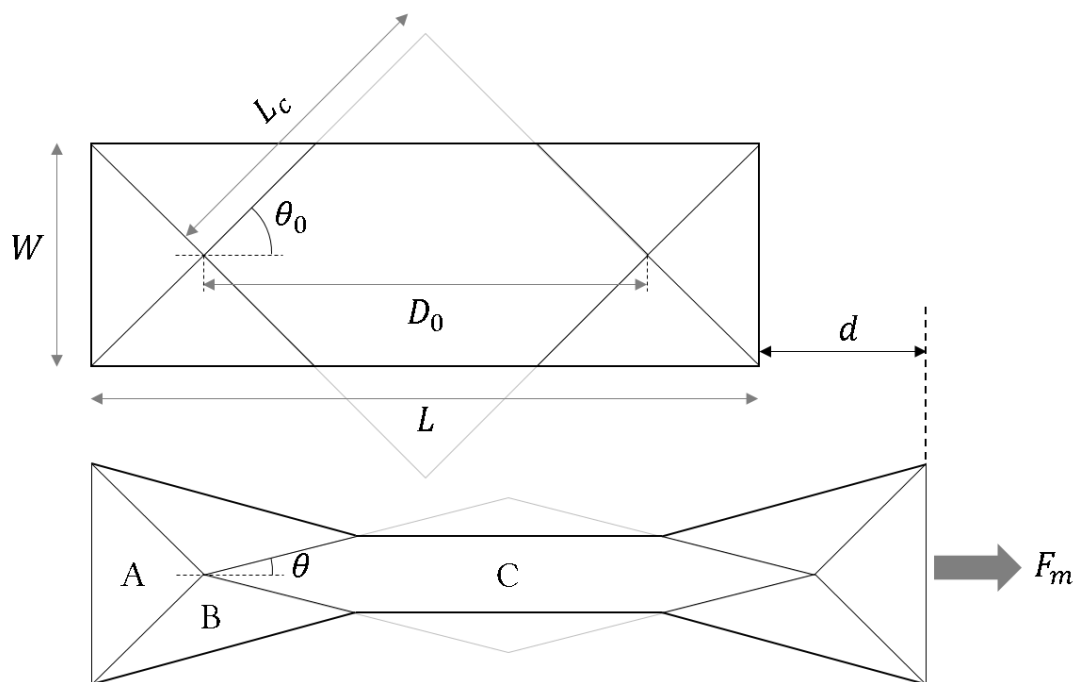


Figure 2-14: Illustration d'une éprouvette de bias extension (dont les fibres sont orthogonales) à l'état initiale (en haut) et à l'état déformé (en bas)

Le BET est un essai aisé à mettre en œuvre qui ne présente pas les difficultés de mise en place du PF. Les bords de l'éprouvette sont libres, et par conséquent les fibres ne sont pas contraintes en tension. La validité du BET repose sur les hypothèses cinématiques suivantes [BOISSE ET AL. 2017]:

- Les fibres sont inextensibles, leur élongation est considéré nulle
- Il n'y a pas de glissement des points de croisements des deux directions de fibres
- La flexion des fibres dans le plan est négligée

Néanmoins, l'apparition possible de glissement à partir d'un angle de cisaillement compris entre  $30^\circ$  et  $40^\circ$  suivant les renforts est l'un des inconvénients majeurs du BET [PAGE ET AL. 2000, ZHU ET AL. 2007, BEL ET AL. 2012a, GATOULLAT ET AL. 2013]. La détermination de l'angle de cisaillement nécessite alors l'emploi de techniques de mesure optique.

### 2.3.2.2 Mesure optique par suivi de points

Comme expliqué précédemment, l'angle de cisaillement expérimental diverge (de manière plus ou moins prononcé suivant les renforts étudié) du théorique pour des valeurs généralement situées entre  $30^\circ$  et  $40^\circ$ .

Le recours à des outils de corrélation d'image permet d'automatiser le traitement des résultats avec moins d'approximation sur la mesure de l'angle, réalisée jusqu'alors à la main pour quelques points de chaque image d'un essai pouvant en comporter une quarantaine.

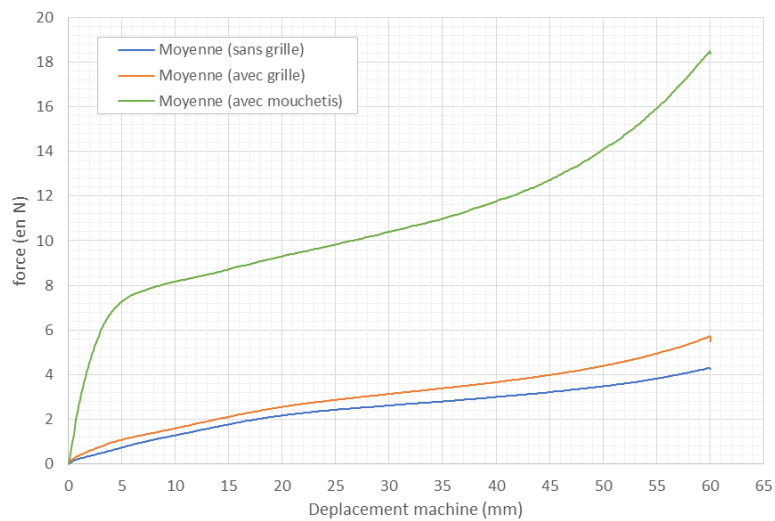


Figure 2-15: Effet des marquages sur les résultats d'essai de BET d'éprouvettes NCF de 240x80mm

Afin de limiter la réflexion de la lumière sur les fibres durant l'essai une lumière noire est utilisée (absorbée par les fibres). Un mouchetis est apposé sur l'échantillon en employant une peinture réfléchissant ces longueurs d'onde. Des essais de BET sont réalisés et la corrélation est conduite par le biais du programme commercial VIC3D. Une méthode similaire a été développée par [DENIS ET AL. 2019] utilisant une poudre photosensible à la lumière UV pour la caractérisation en températures des pré-imprégnés. Cependant la comparaison des résultats avec et sans mouchetis est sans appel pour des renforts dont le comportement en cisaillement est faiblement rigide. Les résultats sont fortement impactés par le mouchetis (Figure 2-15). Afin d'amoindrir ces effets sur les résultats, une grille de points est dessinée sur l'éprouvette. Les points de la grille ont été placés avec attention entre les fils de couture. La grille a un impact limité sur les résultats et laisse supposer que le champ de déformation est cohérent avec un échantillon sans marquage. Pour l'exploitation des résultats, les mesures d'effort sans marquage sont utilisées.

Une méthode de suivi de point a été développée dans Matlab sur la base d'un code en libre distribution de C. Eberl, D.S. Gianola et S. Bundschuh<sup>8</sup>. Le code permet de faire de la corrélation d'image en exploitant la fonction « cpcorr » de Matlab. Une interface graphique a été développée. Le principe de l'outil repose sur le suivi d'une grille de points.

La recherche de points s'effectue sur une séquence d'images de l'éprouvette prises pendant l'essai. L'utilisateur importe la première image de la séquence et sélectionne les points à suivre avec l'outil. La détection des points s'effectue en deux étapes schématisées Figure 2-18 :

- Une première étape incrémentale : l'image de référence précède l'image dans laquelle la recherche de point s'effectue. La résolution des images peut être diminuée d'un facteur pour élargir la fenêtre de recherche autour de chaque

8

<https://fr.mathworks.com/matlabcentral/fileexchange/12413-digital-image-correlation-and-tracking?focused=5171995&tab=function>

point en cas de déplacements importants entre chaque prise. En effet, dans ce cas les points à chercher risquent de se retrouver hors de la zone de recherche. La corrélation est donc plus rapide mais plus approximative car le motif de référence de l'image précédente cumule l'erreur depuis le motif de l'image initiale.

- Une seconde étape plus précise : le motif de référence est toujours celui de l'image initiale. Le motif de référence est recherché pour chaque image de la séquence autour des positions corrélées à la première étape. Cette étape affine donc la position des points trouvés précédemment.

Une fois la corrélation terminée, la position des points pour chaque image de la séquence est stockée dans un fichier de sortie.

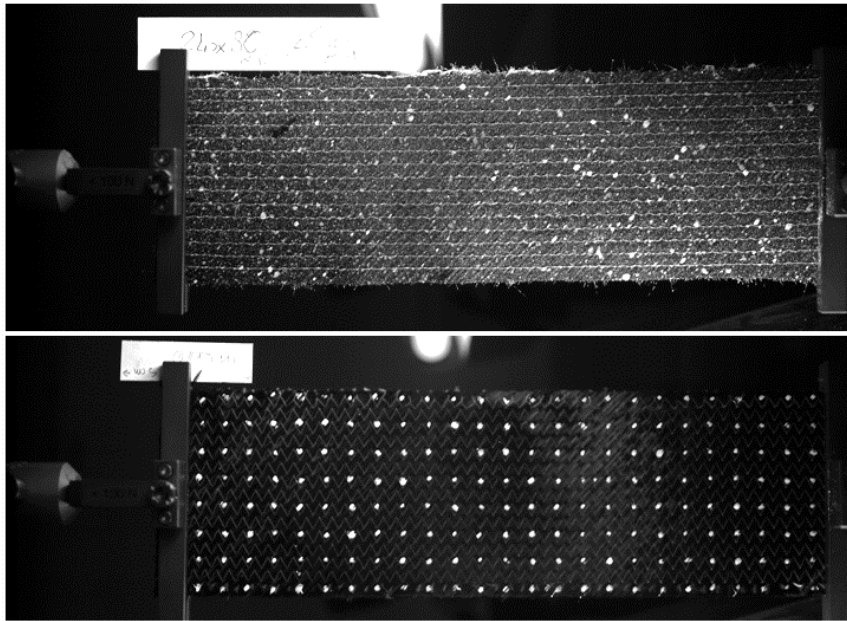


Figure 2-16: Eprouvette NCF de 240x80mm avec mouchetis (en haut) et grille de points (en bas) éclairées par lampe UV pour suivi optique.

Un maillage triangulaire relie les points de la grille. Dans chaque élément est calculé le tenseur de déformation à partir des vecteurs de base définis par deux côtés du triangle :

$$F = \bar{g}_1 \otimes \bar{G}^1 + \bar{g}_2 \otimes \bar{G}^2 \quad \text{Eq. 2.30}$$

$$\bar{\bar{E}} = \frac{1}{2} \left( \frac{\bar{\bar{F}}^T \bar{\bar{F}}}{\bar{\bar{F}}^T \bar{\bar{F}} - \bar{\bar{I}}} \right) \quad \text{Eq. 2.31}$$

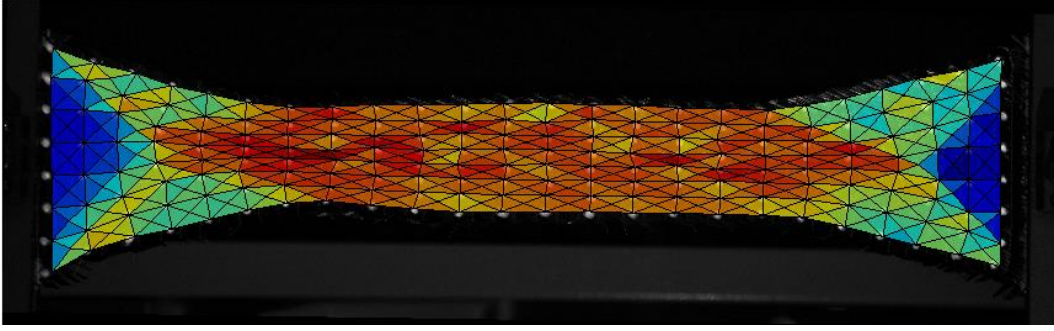


Figure 2-17: Affichage de l'angle de cisaillement déterminé par suivi de grille

Les vecteurs contravariants sont calculés en fonction du vecteur  $\bar{e}_3$  normal au plan de l'image :

$$\begin{aligned}\bar{G}^1 &= \frac{\bar{g}_2 \wedge \bar{e}_3}{\bar{g}_1 \cdot (\bar{g}_2 \wedge \bar{e}_3)} \\ \bar{G}^2 &= \frac{\bar{e}_3 \wedge \bar{g}_1}{\bar{g}_1 \cdot (\bar{g}_2 \wedge \bar{e}_3)}\end{aligned}\quad \text{Eq. 2.32}$$

Une fois projeté dans la direction des fibres, l'angle de cisaillement ou encore l'élongation dans la direction des fibres est calculé.

$$\bar{k}_1 \bar{k}_2 - \bar{K}_1 \bar{K}_2 = 2 \bar{K}_1 \bar{E} \bar{K}_2 = 2E_{12} \quad \text{Eq. 2.33}$$

Et,

$$\bar{k}_1 \bar{k}_2 - \bar{K}_1 \bar{K}_2 = \|\bar{k}_1\| \|\bar{k}_2\| \cos(\alpha_0 - \gamma) - \|\bar{K}_1\| \|\bar{K}_2\| \cos(\alpha_0) \quad \text{Eq. 2.34}$$

Ainsi on a l'angle de cisaillement,

$$\gamma = \alpha_0 - \arccos\left(\frac{2E_{12} + \|\bar{K}_1\| \|\bar{K}_2\| \cos(\alpha_0)}{\|\bar{k}_1\| \|\bar{k}_2\|}\right) \quad \text{Eq. 2.35}$$

Et l'élongation dans la première direction de fibre,

$$\epsilon_{11} = \sqrt{2E_{11} + 1} - 1 \quad \text{Eq. 2.36}$$

Avec

$$E_{11} = \bar{K}_1 \bar{E} \bar{K}_1 \quad \text{Eq. 2.37}$$

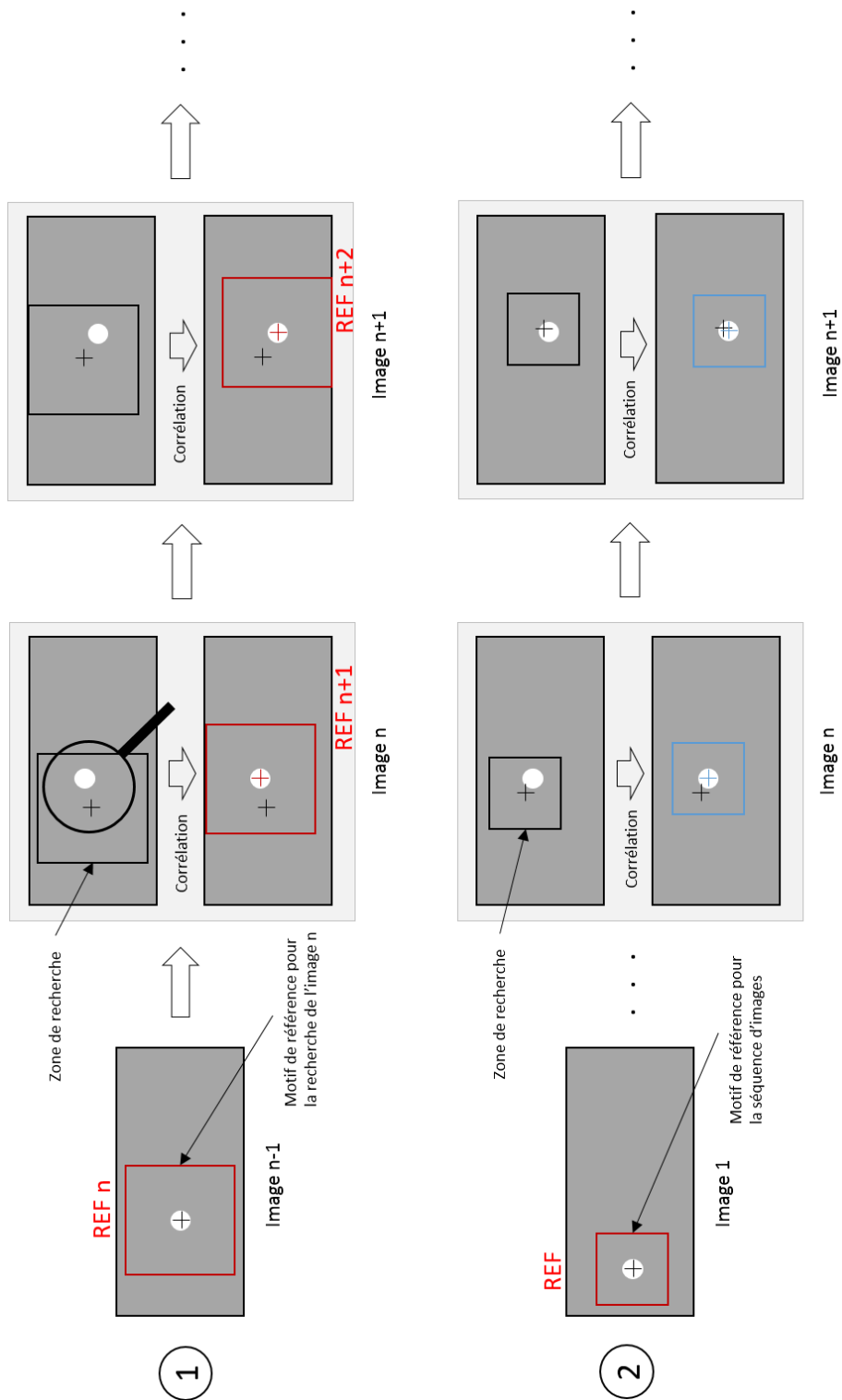


Figure 2-18: Principe du suivi en deux étapes des points d'une séquence d'images d'un échantillon prises en cours d'essai.

### 2.3.2.3 Angle de cisaillement théorique vs expérimental

La mesure de l'angle de cisaillement dans la zone centrale de l'éprouvette de BET a permis de comparer l'angle théorique calculé à partir du déplacement de la machine et l'angle expérimental (Figure 2-19). La variation de l'angle entre les deux a été mesurée et intégré pour corriger l'angle de cisaillement dans le calcul des couples par méthode itérative.

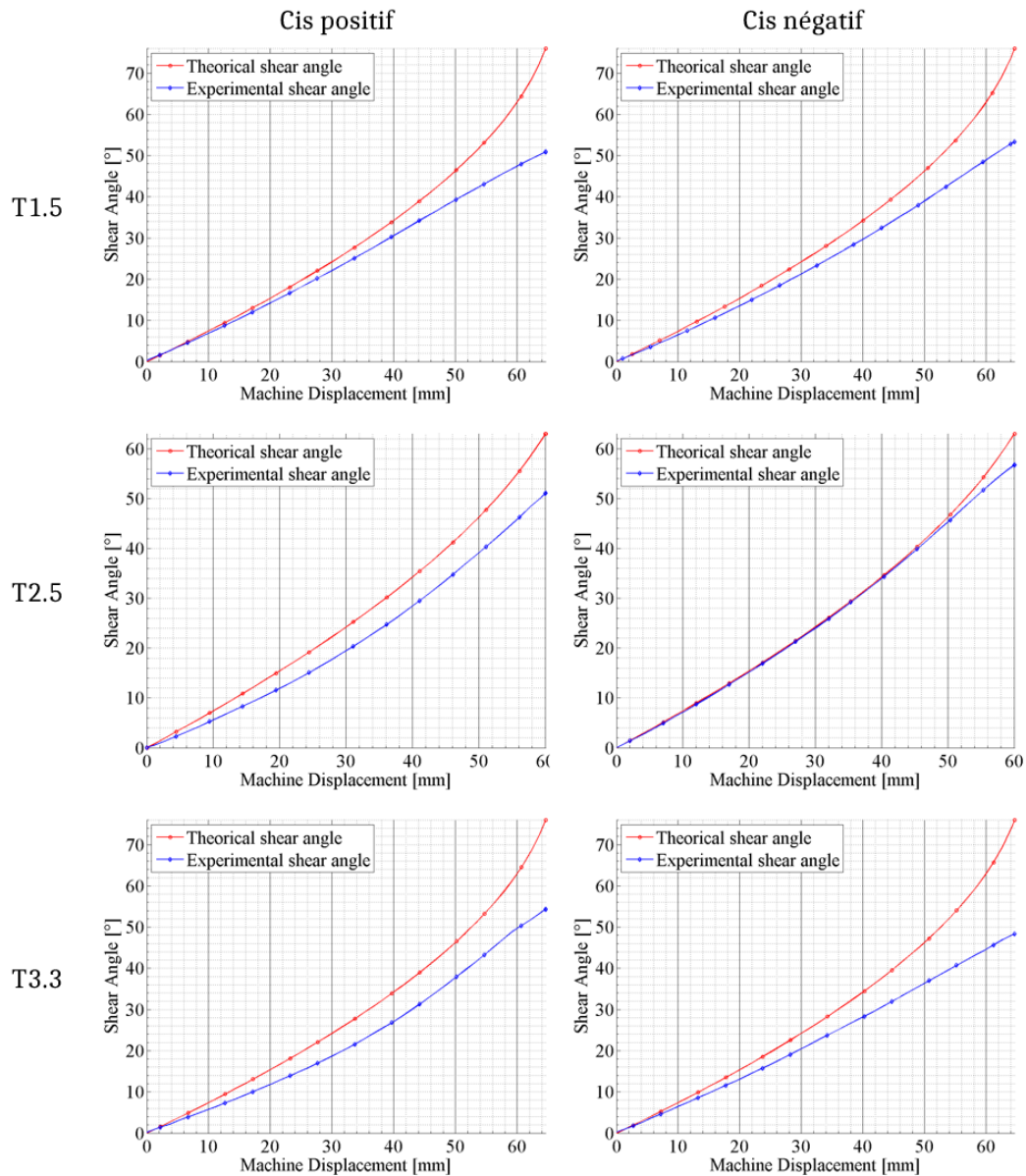


Figure 2-19: Angles de cisaillement expérimentaux (mesurés) vs théoriques (calculés par déplacement de la machine).

### 2.3.2.4 Détermination du couple de cisaillement

L'angle de cisaillement s'exprime en fonction du demi-angle  $\theta$  entre les fibres :

$$\gamma = 2(\theta_0 - \theta) \quad \text{Eq. 2.38}$$

On cherche à exprimer l'angle théorique entre les fibres en fonction des dimensions de l'éprouvette  $W$  et  $L$ , et du déplacement de la machine  $d$ , or :

$$\cos(\theta) = \frac{D_0 + d}{2L_c} \quad \text{Eq. 2.39}$$

Et,

$$L_c = \frac{D_0}{2 \cos(\theta_0)} \quad \text{Eq. 2.40}$$

$$D_0 = L - \frac{W}{\tan(\theta_0)} \quad \text{Eq. 2.41}$$

On obtient donc :

$$\cos(\theta) = \left(1 + \frac{d}{D_0}\right) \cos(\theta_0) \quad \text{Eq. 2.42}$$

$$\cos(\theta) = \left(1 + \frac{d \tan(\theta_0)}{L \tan(\theta_0) - W}\right) \cos(\theta_0) \quad \text{Eq. 2.43}$$

Le couple de cisaillement est calculé, comme précédemment, en considérant que la puissance extérieure de la machine est celle nécessaire à déformer l'éprouvette lors de l'essai de cisaillement dans la zone cisailée C de surface  $A_\gamma$  et les zones demi-cisailées B de surface totale  $A_{\frac{\gamma}{2}}$  :

$$F_m \dot{d} = (C_{sh}(\gamma) A_\gamma \dot{\gamma}) + \left(C_{sh}\left(\frac{\gamma}{2}\right) A_{\frac{\gamma}{2}} \dot{\gamma}\right) \quad \text{Eq. 2.44}$$

L'équation Eq. 2.44 implique le couple cisailé et demi cisailé. La détermination du couple de cisaillement requiert donc une méthode itérative.

En dérivant les membres de gauche et de droite de l'Eq. 2.42,

$$\dot{\theta} \sin(\theta) = -\frac{\dot{d} \cos(\theta_0)}{D_0} \quad \text{Eq. 2.45}$$

La dérivée de l'angle de cisaillement s'écrit en fonction des dimensions de l'éprouvette :

$$\dot{\gamma} = -2\dot{\theta} = \frac{2\dot{d} \cos(\theta_0)}{D_0 \sin(\theta)} = \frac{2\dot{d} \sin(\theta_0)}{(L \tan(\theta_0) - W) \sin(\theta)} \quad \text{Eq. 2.46}$$

Ainsi,

$$F_m \frac{D_0 \sin(\theta)}{2 \cos(\theta_0) A_\gamma} - C_{sh}\left(\frac{\gamma}{2}\right) \frac{A_{\frac{\gamma}{2}}}{2A_\gamma} = C_{sh}(\gamma) \quad \text{Eq. 2.47}$$

$$F_m \frac{(L \tan(\theta_0) - W) \sin\left(\theta_0 - \frac{\gamma}{2}\right)}{2 \sin(\theta_0) A_\gamma} - C_{sh}\left(\frac{\gamma}{2}\right) \frac{A_{\frac{\gamma}{2}}}{2A_\gamma} = C_{sh}(\gamma) \quad \text{Eq. 2.48}$$

Lorsque les fibres sont initialement orthogonales  $\theta_0 = \frac{\pi}{4}$  on retrouve :



$$\gamma = \frac{\pi}{2} - 2\theta \quad \text{Eq. 2.49}$$

$$\cos(\theta) = \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{(L - W) + d}{L - W} \quad \text{Eq. 2.50}$$

$$F_m \frac{(L - W) \sin\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\gamma}{2}\right)}{\sqrt{2}A_\gamma} - C_{sh} \left(\frac{\gamma}{2}\right) \frac{A_\gamma}{2A_\gamma} = C_{sh}(\gamma) \quad \text{Eq. 2.51}$$

### 2.3.3 Résultats des essais

#### 2.3.3.1 NCF couture chainette

Les premiers essais de cisaillement sont réalisés sur le NCF Chainette avec un ratio de deux. Pour une traction dans la direction de couture, l'éprouvette se déforme avec une cinématique qui ne respecte pas les hypothèses des trois zones cisailée, demi cisailée et non cisailée. On observe l'apparition de flambement des fibres entre les lignes de coutures situées au centre de l'éprouvette visible Figure 2-20a. La rigidité et la géométrie de la couture semblent limiter les possibilités de cisaillement du renfort dans la zone centrale.

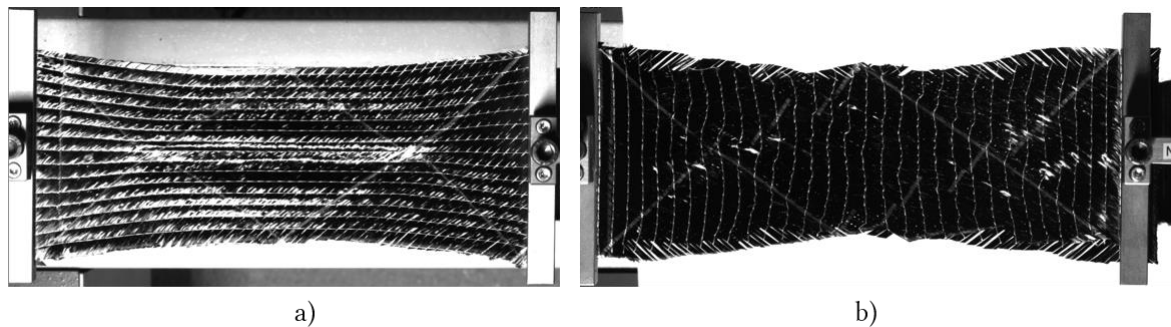


Figure 2-20: Déformation particulière d'une éprouvette de NCF à couture chainette sollicitée a) dans la direction de couture lors de l'essai de BET, b) dans la direction perpendiculaire à la couture sur le NCF chainette

Dans la direction de traction perpendiculaire à la direction de couture, l'essai de n'est pas exploitable : on observe un glissement évident des fibres (Figure 2-20b) dû au relâchement du fil de couture lors de la traction.

Une seconde campagne expérimentale d'essais de PF permet de caractériser le comportement de ce renfort cousu. Les essais ont été conduits sur le même renfort dans la direction de la couture (cisaillement positif) et perpendiculairement à la direction de couture (cisaillement négatif). La comparaison de ces résultats confirme que l'effort de cisaillement est essentiellement dicté par la couture en traction pour un cisaillement positif du NCF - 45/+45 à couture chainette. Pour un cisaillement négatif, la couture est sollicitée en compression et semble peu influencer le comportement du renfort avec un effort palier autour de 2 N. L'augmentation de l'effort autour 30° de cisaillement, variable d'un essai à l'autre, est associée à l'apparition de tensions parasites dans les fibres au fur et à mesure que l'angle de cisaillement augmente. Cela est d'autant plus critique que les efforts à mesurer sont faibles.

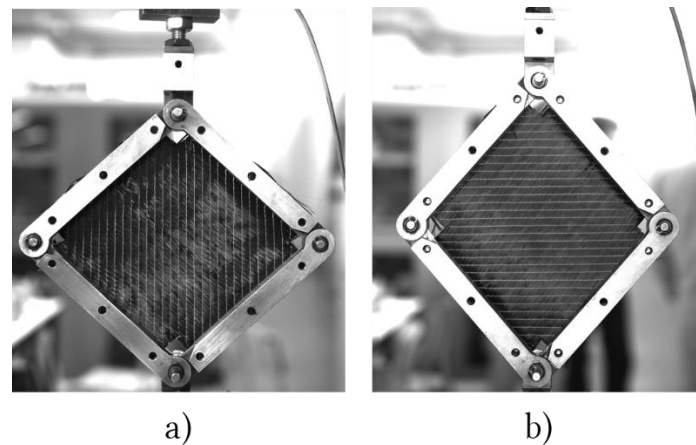


Figure 2-21: Essais de PF a) dans la direction de couture, b) dans la direction opposée à la couture

Pour chaque ligne de couture, trois brins parallèles sont sollicités (dans chaque boucle) et l'éprouvette présente vingt-huit lignes de couture en traction pendant l'essai. Considérant la couture comme principale contribution à l'effort de cisaillement, l'effort mesuré est divisé par le nombre de brins sollicités (soit  $28 \times 3$ ). La Figure 2-24 compare ce résultat à l'effort de traction sur un fil de couture. Les pentes de la partie linéaire de chaque courbe sont en accord. La partie non linéaire est retardée pour les résultats issus de l'essai PF. Cette partie non linéaire est interprétée comme la mise en tension du fil cousu (formant une boucle dans le renfort) lors de l'essai de PF (Figure 2-22).

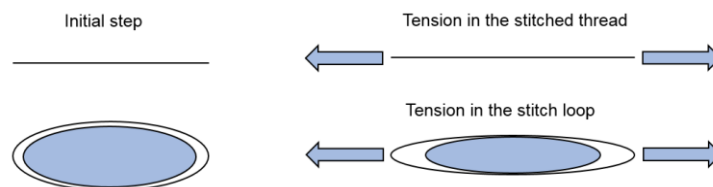


Figure 2-22: Schéma de mise en tension des boucles de couture autour des fibres représentées en bleu.

Ces résultats mettent en évidence une dissymétrie prononcée dans le comportement en cisaillement. La capacité d'un renfort à conformer une géométrie tridimensionnelle est principalement régie par son comportement en cisaillement. Dans des conditions de mise en forme où les bords du renfort sont libres, le renfort se déformera principalement par cisaillement négatif, avec des possibilités de forts glissements des fibres dans chaque pli unidirectionnel difficiles à prédire. D'autre part, un maintien du renfort à l'aide de serre-flans risque d'engendrer des plissements si le renfort est contraint à se cisailer positivement. Ce renfort semble plutôt destiné à draper des géométries à faibles courbures où les déformations mises en jeu sont également faibles.

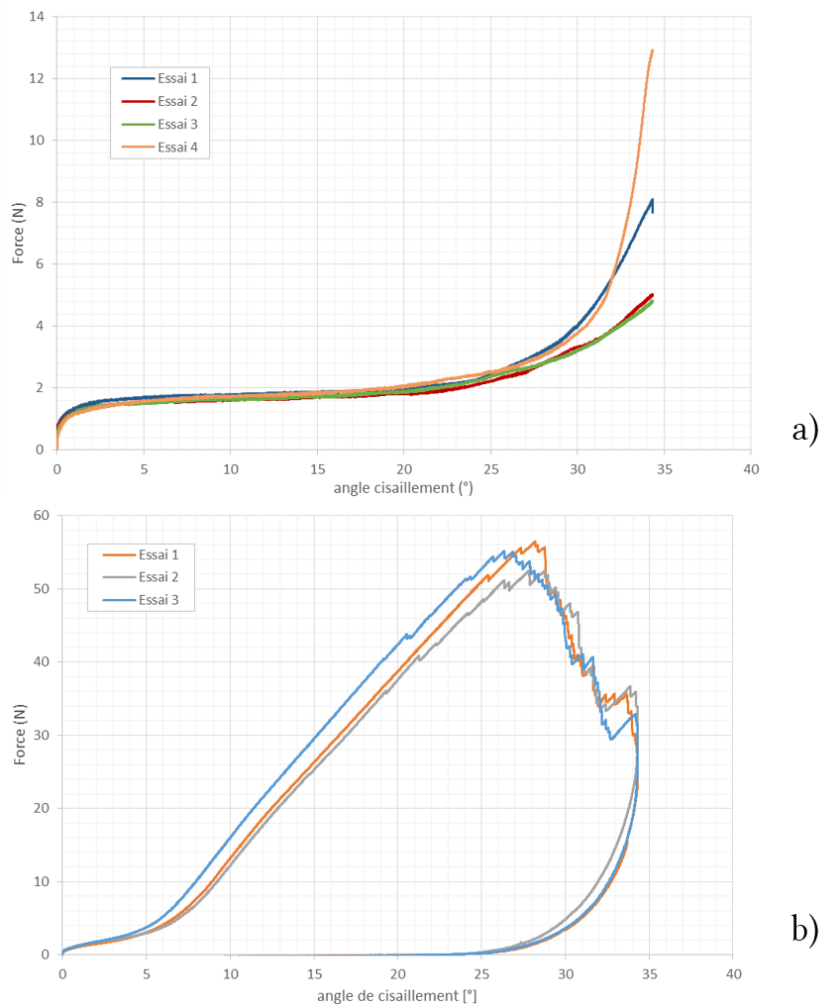


Figure 2-23: Efforts de cisaillement résultant du PF a) dans le sens perpendiculaire à la couture, b) dans le sens de couture

### 2.3.3.2 NCF couture tricot

#### *Bias extension test vs picture frame test*

Le renfort tricot de longueur de point 2.5 mm (T2.5) a été testé par *picture frame test* et *bias extension test*. Les résultats des deux essais ont été comparés. L'influence des conditions a également été étudié en découpant partiellement les bords encadrés des éprouvettes Figure 2-26. Des méthodes similaires sont présentées dans [LEBRUN ET AL. 2003, MILANI ET AL. 2009]. La cinématique est imposée au centre de l'éprouvette par les fibres formant un cadre (zones délimitées par les traits blancs). Les résultats des couples de cisaillement calculés par les différentes méthodes sont présentés Figure 2-25, pour un cisaillement positif (solicitation de la direction de couture) et pour un cisaillement négatif (solicitation dans le sens perpendiculaire à la couture).

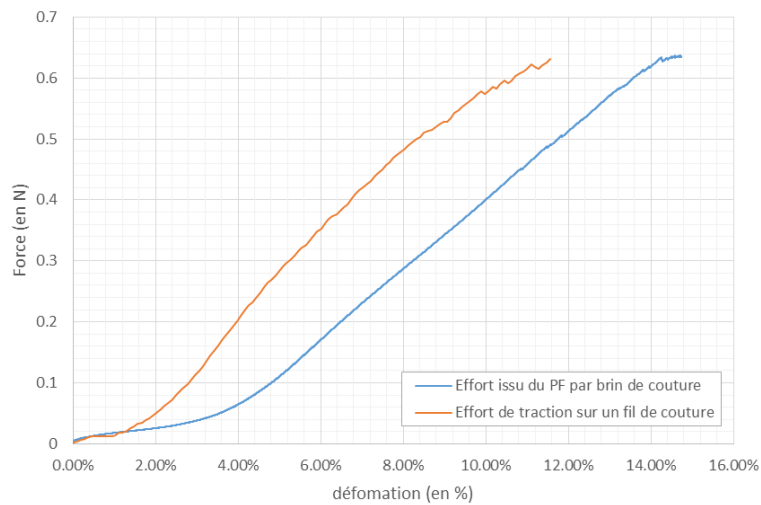


Figure 2-24: Effort mesuré en fonction de la déformation de la couture dans un brin de couture durant l'essai de PF (en orange) et issu de la traction sur le fil de couture seul (en bleu)

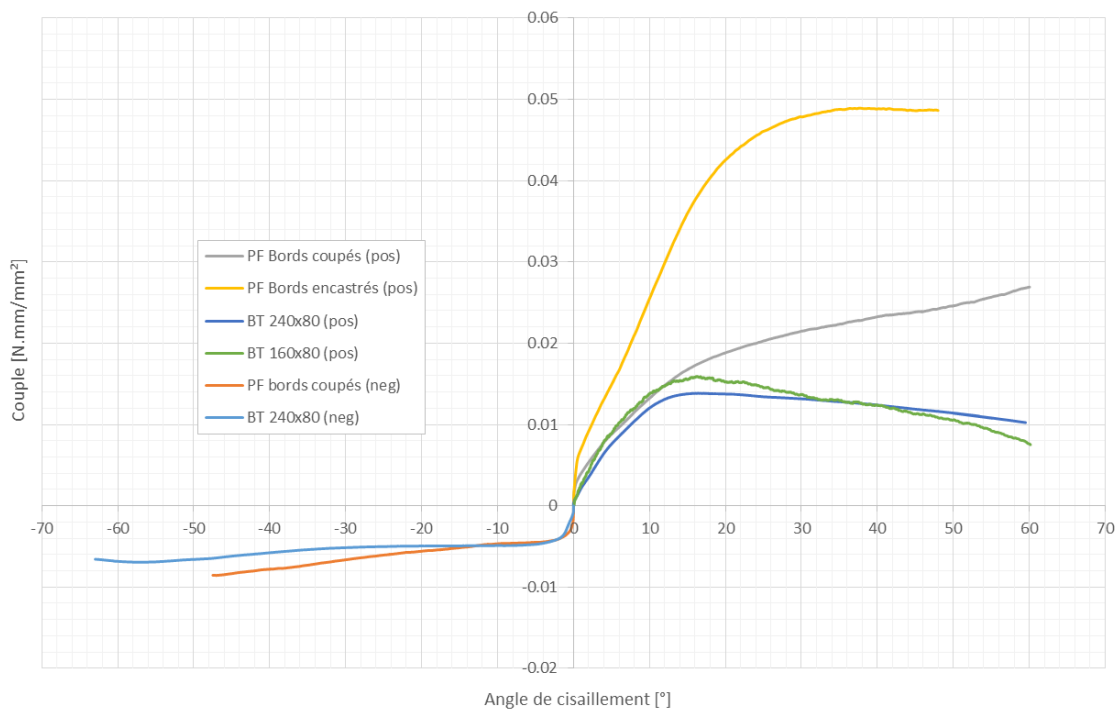


Figure 2-25: Couples calculés à partir de différentes méthodes de caractérisation sur le renfort NCF tricot T25

Les résultats de ces essais sont en adéquation avec ceux présentés dans la littérature, à savoir un comportement en cisaillement observé classiquement plus rigide par la méthode du PF. Les conditions aux limites modifiées du PF *test* se rapprochent de celles du BET (bords de l'éprouvette libres) et diminuent les effets de tensions parasites. Les couples déterminés par BET et PF modifié sont plus cohérents. Cependant au-delà de 15° de cisaillement on observe une divergence des courbes de couples qui peut s'expliquer par la tension résiduelle toujours présente dans les fibres encastrées de l'éprouvette de la Figure

2-26. Par ailleurs, les couples obtenus par la BET sur des éprouvettes de ratio 2 (160x80 mm) et ratio 3 (240x80 mm) sont semblables.

Le couple déterminé pour un cisaillement négatif est nettement plus faible que pour un cisaillement dans le sens opposé. Le comportement en cisaillement présente donc une dissymétrie liée à la direction de sollicitation de la couture.

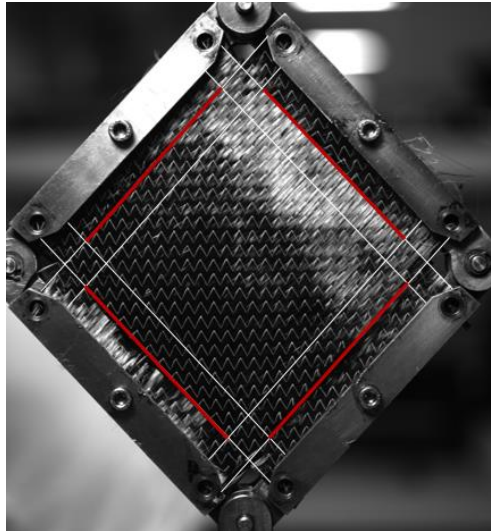


Figure 2-26: Epreuve de PF découpé aux bords (suivant les traits rouges) afin de limiter les effets de tension dans les fibres

#### Glissement du fil de couture aux points de piquage

Dans [COLIN ET AL. 2018] le fil de couture est marqué en noir sur une face et laissé intact sur l'autre. Des essais par PF mettent en évidence un glissement des brins marqués de fil d'une face à l'autre au point de piquage.

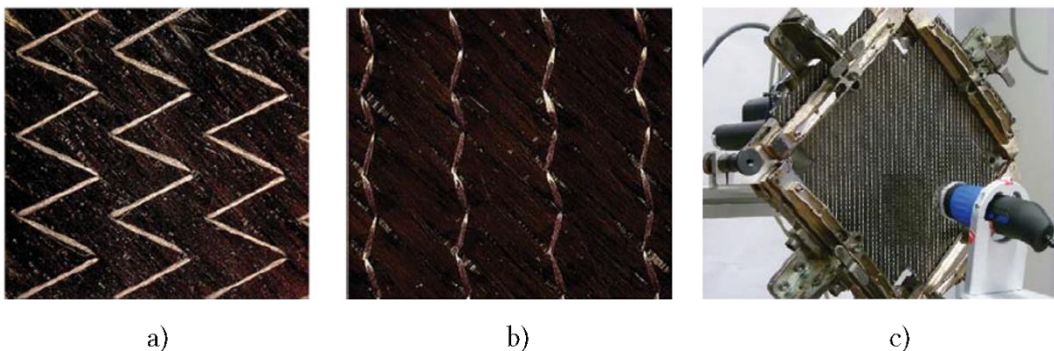


Figure 2-27: a) face avant non marquée, b) face arrière marquée en noir laissant apparaître des parties de fil non marquées, c) dispositif expérimental [COLIN ET AL. 2018]

La comparaison des efforts du BET des renforts à couture chaînette et tricot met en évidence un comportement beaucoup moins rigide du renfort cousu avec une couture tricot. Ce qui confirme un glissement du fil de la face avant (« zigzag ») vers la face arrière sur laquelle les brins de fil de couture sont orientés dans la direction de sollicitation. Si aucun

glissement n'avait lieu on observerait, comme pour le NCF chaînette, un effort mesuré par la machine (ramené au nombre de brins de fil sollicités dans cette direction, soit deux pour un tricot sur la face arrière) dont l'allure et l'ordre de grandeur seraient proches des courbes issues de l'essai de traction sur le fil de couture seul.

#### *Flexion hors plan de l'éprouvette pendant le BET*

Les essais sur le renfort T2.5 laissent apparaître un gondollement de l'éprouvette. La tension engendrée dans le fil de couture fait fléchir l'éprouvette hors du plan du renfort (Figure 2-26b) car la couture tricot diffère sur chaque face. Sur la face arrière, la tension dans le fil de couture génère des efforts dans la direction de traction ( $0^\circ$ ) tandis que sur la face avant où le fil « zigzag » se situe, les efforts ont une contribution perpendiculaire à la direction de couture. En admettant que le fil est excentré d'une demi-épaisseur de renfort, ces contributions génèrent un couple qui incite le renfort à fléchir.

Afin de quantifier l'influence de la flexion sur les résultats de BET, un dispositif en plexiglass visible sur la Figure 2-28a contraint l'éprouvette à rester dans le plan pendant l'essai [HARRISON ET AL. 2018]. Les données brutes des essais de BET avec et sans plexiglass sont comparées sur la Figure 2-28c. On remarque une légère augmentation de l'effort nécessaire à la machine pour cisailer entre  $22^\circ$  et  $60^\circ$ . Néanmoins les valeurs de dispersion extrêmes des deux essais étant proches, on négligera l'effet de la flexion sur les résultats. La flexion hors plan ne sera constatée que pendant l'essai du NCF T2.5.

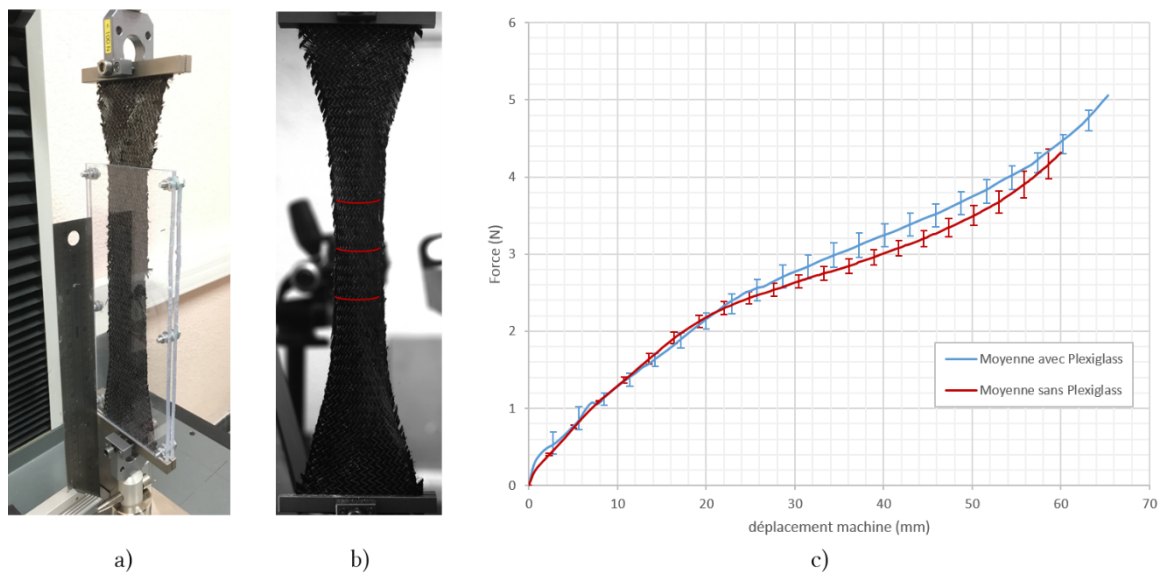


Figure 2-28 : a) dispositif en plexiglass contraignant l'éprouvette du BET dans le plan, b) mise en évidence de la flexion hors plan de l'éprouvette T25, c) influence du dispositif sur les résultats du BET

#### *Comparaison des NCF à couture tricot*

Deux autres NCF de construction similaire avec une couture tricot de longueur de point 1,5 mm (T1.5) et 3,3 mm (T3.3) ont également été caractérisés par *bias extension test* (BET) afin d'être comparés et d'observer l'influence de la géométrie de la couture. Les



---

couples de cisaillement calculés à partir des essais de BET sur les trois renforts sont regroupés sur la Figure 2-29.

Plus la longueur du point s'allonge plus le comportement en cisaillement devient dissymétrique. La configuration d'un point de couture long tend vers le comportement du NCF à couture chaînette. On remarque une inversion de ce phénomène pour le renfort cousu dont la longueur de point est de 1,5 mm. Le couple nécessaire à cisailier le renfort dans le sens perpendiculaire à la couture est plus élevé que pour un cisaillement engendré par la traction de l'éprouvette dans le sens de la couture.

Sur la Figure 2-30 on trace la déformation de la couture en fonction de l'angle de cisaillement à partir du modèle analytique présenté précédemment dans la section 1.2.2. Le modèle permet de calculer la déformation totale du fil de couture en considérant que le fil circule librement à chaque point de piquage (absence de frottement). Si l'on considère que le fil ne travaille qu'en tension (loi présentée dans la partie 2.5) seules les parties épaisses des courbes de la Figure 2-30 rentrent en jeu. Les résultats analytiques s'accordent avec les résultats expérimentaux. Les couples de cisaillement sont les plus élevés lorsque la tension de la couture l'est également d'après le modèle analytique. La déformation en traction de la couture T1.5 ne s'opère que jusqu'à  $-43^\circ$ , or le couple expérimental reste croissant et laisse supposer que d'autres phénomènes rentrent en jeu comme le frottement aux points de piquage du fil (frottement inter-couture).

D'après la loi du fil (cf. partie 2.5), le fil ne travaille pas en déformation lorsque la couture est en compression et seulement des phénomènes de frottement inter-fibres et entre fibres et fil de couture interviennent. Dans ce cas, on s'aperçoit que le couple de cisaillement suit un palier autour de  $0,004 \text{ N.mm.mm}^{-2}$  pour T3.3 (cisaillement négatif),  $0,006 \text{ N.mm.mm}^{-2}$  pour T2.5 (cisaillement négatif) et  $0,007 \text{ N.mm.mm}^{-2}$  pour T1.5 (cisaillement positif). Intuitivement si la couture ne travaille pas en déformation, ces couples devraient être sensiblement les mêmes. Or on constate une augmentation de couple avec la diminution de la longueur du point qui peut s'expliquer par une densité surfacique de couture croissante. La densité de la couture affecte sûrement le frottement entre les différents composants du renfort. De plus, la couture est considérée comme glissant librement aux points de piquage. Si ce n'est pas le cas, des tensions peuvent survenir localement dans les brins du fil. Le frottement inter-couture sera par conséquent pris en compte dans le développement des modèles présentés ultérieurement.

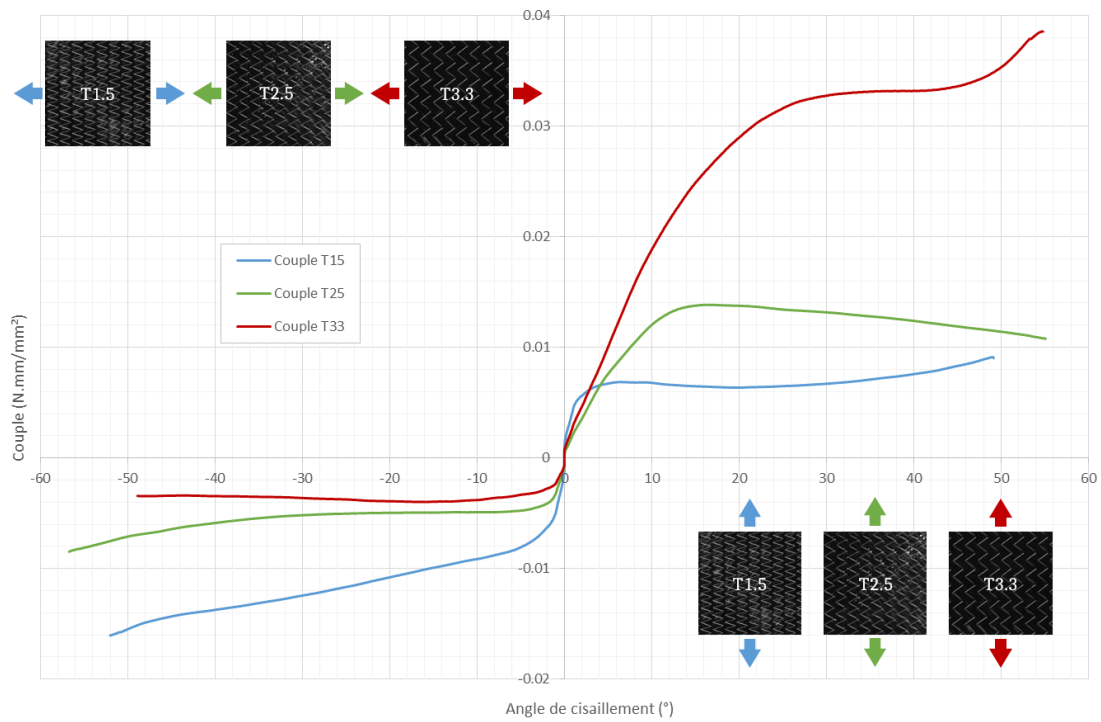


Figure 2-29: Comparaison des couples de cisaillement obtenus par BET pour les NCF T1.5, T2.5 et T3.3

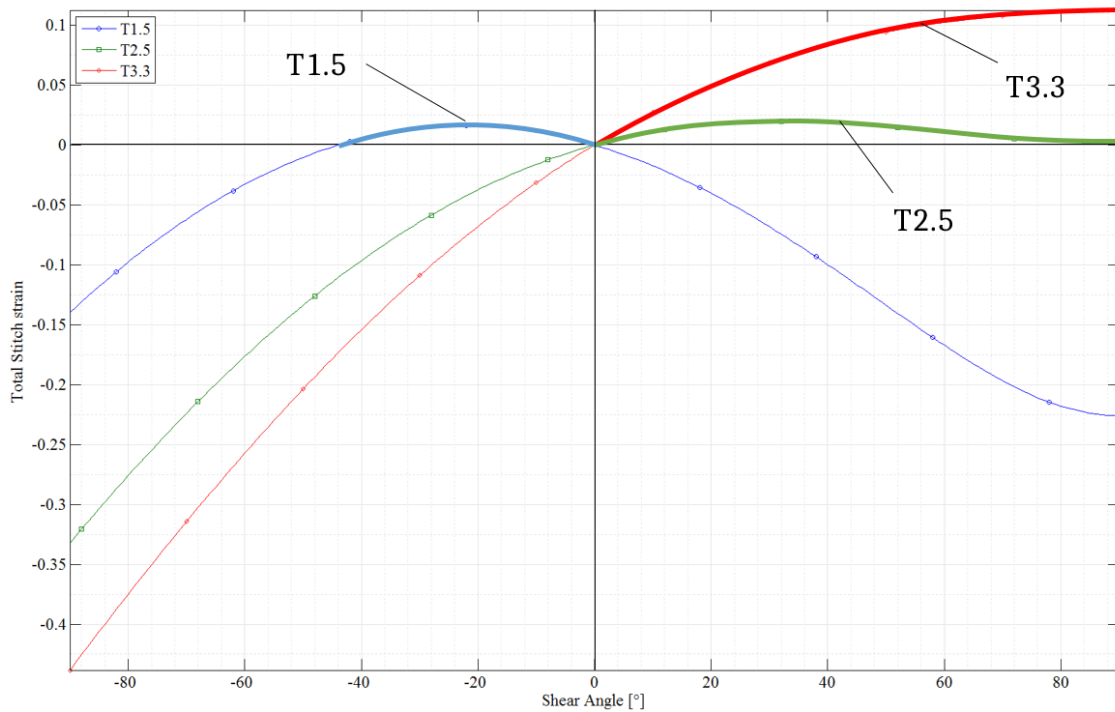


Figure 2-30: Déformation de la couture en fonction de l'angle de cisaillement déterminée de manière analytique



## 2.4 Flexion

### 2.4.1 Essais *cantilever*

#### 2.4.1.1 Méthode de *Pierce*

Peirce [PEIRCE 1930] fait initialement le constat que la façon dont un tissu se drape ou fléchit sous son propre poids dépend de sa rigidité, c'est-à-dire de sa résistance à la flexion et de sa masse.

En supposant un comportement élastique linéaire du matériau, l'échantillon est considéré comme une poutre d'épaisseur fine dont la courbure est proportionnelle au moment de la courbure.

Partant de ces hypothèses, Peirce introduit le rapport de la rigidité en flexion par unité de largeur sur la charge linéique :

$$S = \frac{G}{w} \quad \text{Eq. 2.52}$$

Peirce reprend le principe de la théorie des poutres adaptée à des déformations de grandes amplitudes. Dans le cas d'une poutre à faible déformation, le rapport  $S$  s'exprime en fonction de la flèche tel que :

$$S = \frac{l^4}{8\delta} = \frac{l^3}{8\tan\theta} \quad \text{Eq. 2.53}$$



Figure 2-31: Schéma de poutre en flexion

Une expression corrigée pour de grandes déformations est proposée par l'introduction d'un facteur égal à 1 lorsque  $\theta = 0$  et décroissant avec  $\theta$ . Ce facteur correspond à  $\cos(m\theta)$  avec  $m$  un terme fractionnel à déterminer tel que :

$$S_c = \frac{l^3 \cos(m\theta)}{8\tan\theta} \quad \text{Eq. 2.54}$$

D'autre part, la théorie des poutres pour des déformations de grandes amplitudes permet l'obtention d'une équation différentielle du second degré :

$$\begin{aligned} \frac{d^2\varphi}{ds^2} &= -s \cdot \cos(\varphi) \frac{w}{G} \\ \frac{d^2\varphi}{ds^2} &= -\frac{s \cdot \cos(\varphi)}{S} \end{aligned} \quad \text{Eq. 2.55}$$

L'équation laborieuse à résoudre a été approximée à l'époque par Hummel et Morton [HUMMEL ET AL. 1927] quelques années auparavant par un développement en série. A partir de ses données expérimentales, Peirce établira un rapport empirique de la rigidité sur la masse tel que :

$$S_c = \frac{l^3 \cos\left(\frac{\theta}{2}\right)}{8 \cdot \tan\theta} \quad \text{Eq. 2.56}$$

Il confirmera la validité de cette expression par comparaison des résultats obtenus avec le travail de Hummel et Morton.

Un travail plus récent [LAMMENS ET AL. 2014] a montré qu'une résolution numérique de l'équation différentielle donnait des résultats plus précis pour l'essai de Peirce.

Le banc de Peirce consiste à faire fléchir une éprouvette de tissu soumise à son poids propre jusqu'à ce que l'extrémité libre soit en contact avec un plan incliné à 41.5°. La valeur de l'inclinaison simplifie l'équation de Peirce Eq. 2.56 telle que :

$$S_c \approx \frac{l^3}{8} \quad \text{Eq. 2.57}$$

Le rapport  $S$  nous permet d'en déduire une rigidité constante de flexion

$$G \approx w \frac{l^3}{8} \quad \text{Eq. 2.58}$$

Et la loi de comportement en flexion sera de la forme

$$M(\kappa) = G \times b \times \kappa \quad \text{Eq. 2.59}$$

Avec  $b$  la largeur de l'éprouvette et  $\kappa$  la courbure.

On détermine expérimentalement la rigidité en flexion moyenne des NCF par la méthode de Pierce. On retiendra une la valeur de rigidité par unité de largeur de  $G = 0.51 \text{ N.mm}$ .

#### 2.4.1.2 Méthode optique

Une seconde méthode décrite dans [LIANG ET AL. 2014] permet de déterminer le moment de flexion en fonction de l'éprouvette. Un banc avec des résultats similaires est développé dans [DE BILBAO ET AL. 2010]. Une mesure optique de la flexion de l'éprouvette apporte une mesure précise de la courbure le long de la ligne moyenne (Figure 2-32).



Figure 2-32: Extraction de la ligne moyenne par méthode optique

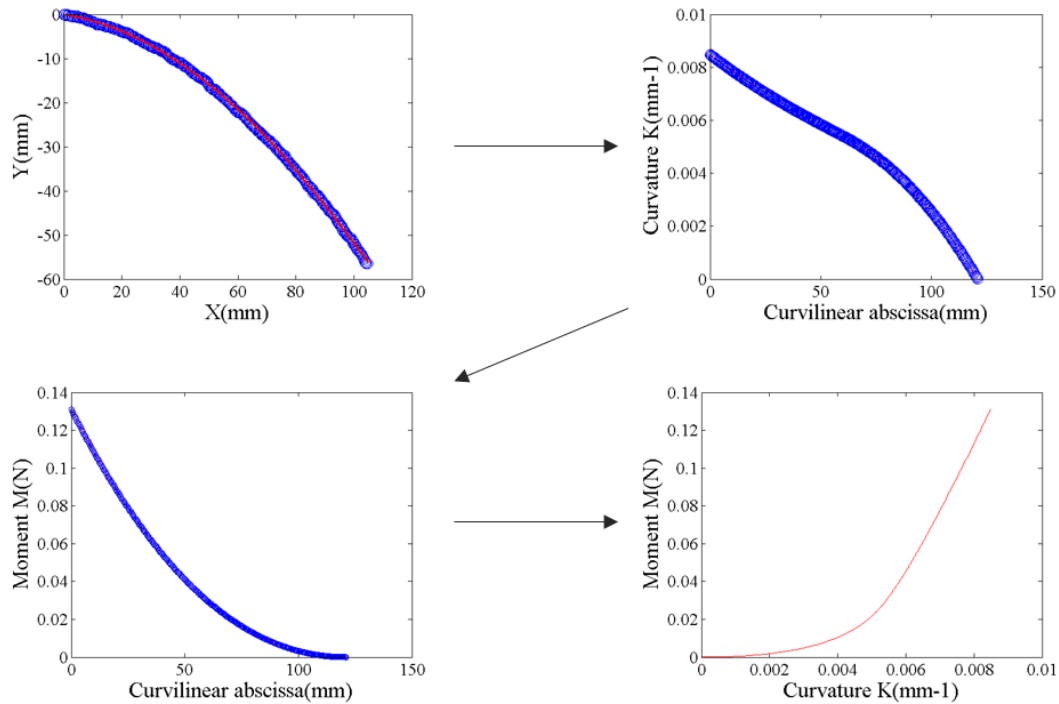


Figure 2-33: Procédure de calcul du moment en fonction de la courbure

Cette ligne moyenne est interpolée par un ou plusieurs polynômes (B-splines) permettant le calcul de la courbure.

Le moment est calculé à l'abscisse curviligne  $s$  :

$$M_A(s) = \left\| \int_s^L \overrightarrow{AB} \wedge \vec{q} \, du \right\| \quad \text{Eq. 2.60}$$

Or s'appuyant sur la Figure 2-34,

$$\overrightarrow{AB} = L_{AB} \vec{T} = (u - s) \vec{T} \quad \text{Eq. 2.61}$$

Et,

$$\vec{q} = w(-\sin(\varphi) \vec{T} + \cos(\varphi) \vec{N}) \quad \text{Eq. 2.62}$$

Le moment s'exprime aussi :

$$M_A(s) = \left\| \int_s^L (u - s) \cos(\varphi) \vec{y} \, du \right\| \quad \text{Eq. 2.63}$$

Un programme Matlab développé par B.Liang réalise la procédure illustrée Figure 2-33. La courbure et le moment de flexion sont calculés en fonction de l'abscisse curviligne, ainsi on détermine le moment pour différentes valeurs de courbure.

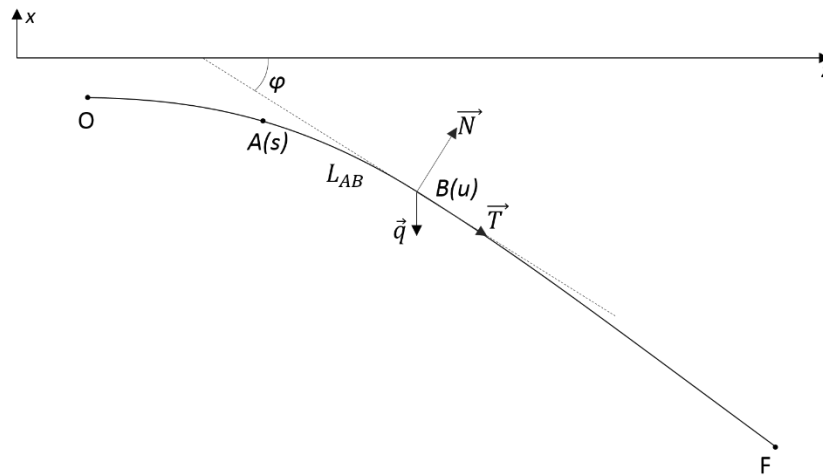


Figure 2-34: Paramètres de calcul pour le moment de flexion du renfort

#### 2.4.2 Essais de flexion trois points

L'essai de flexion en trois points est largement utilisé pour étudier la flexion des matériaux composites [YU ET AL. 2008, LIU ET AL. 2016, 2017]. Pour les renforts textiles, la rigidité à la flexion doit être suffisamment grande. L'essai de flexion trois points peut être utilisé soit pour des renforts textiles suffisamment épais [MARTIN ET AL. 1995, 1997, CHARMETANT ET AL. 2012, MARGOSSIAN ET AL. 2015] soit pour de petits échantillons.

Il est bien adapté pour analyser les déformations dans l'épaisseur du renfort par une méthode optique (Figure 2-35).

Cet essai est également utilisé pour l'étude du comportement irréversible des renforts composites en flexion [ABDUL GHAFOUR 2018, ABDUL GHAFOUR ET AL. 2019].

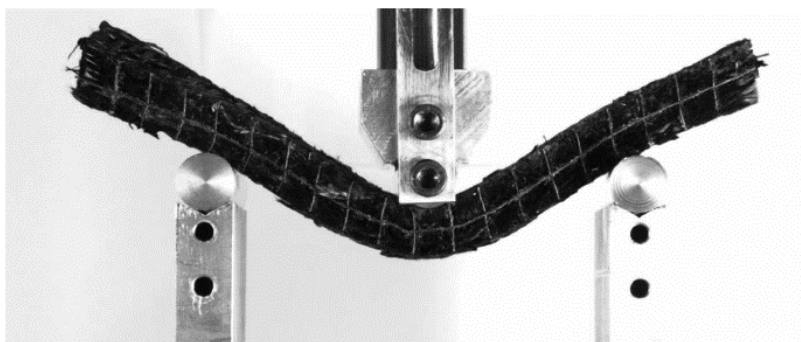


Figure 2-35: Flexion 3 points sur un renfort épais interlock [CHARMETANT ET AL. 2012]

### 2.4.3 Dispositif Kawabata

L'essai de flexion Kawabata (KES-FB2) constitue une autre famille d'essais de flexion. Le test KES-FB2 a été développé en 1980 [LOMOV ET AL. 2003] et implique une courbure constante imposée à un échantillon textile par la rotation d'un des mors. La Figure 2-36 montre un diagramme illustrant le principe de l'essai. Le moment de flexion est mesuré directement par l'appareil.

Cet essai, comme la flexion 3 points, permet d'imposer une vitesse de courbure. Il est utilisé pour l'étudier l'effet de la température sur le comportement en flexion de pré imprégné en intégrant un rhéomètre dans le dispositif [SACHS ET AL. 2017]. Un tel cycle de chargement est moins facile à réaliser avec un essai *cantilever*.

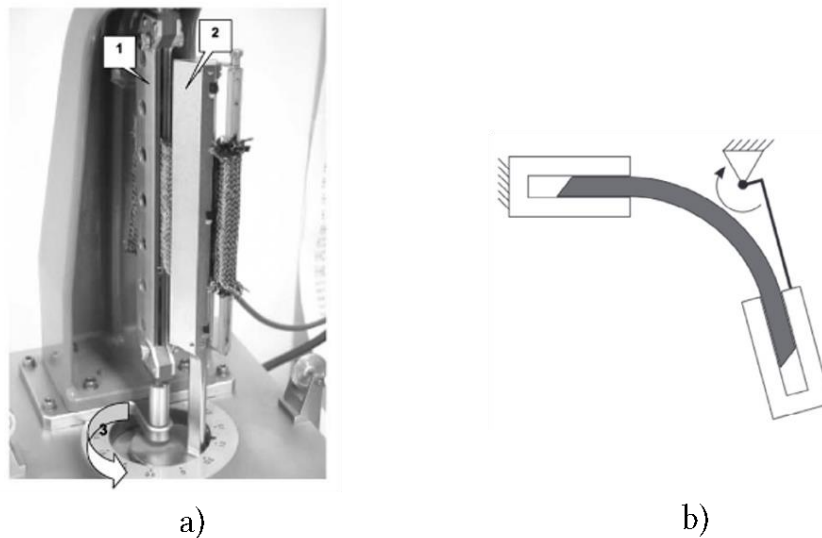


Figure 2-36: a) Dispositif de flexion Kawabata [LOMOV ET AL. 2003] et b) schéma du principe [SACHS ET AL. 2017]

## 2.5 Traction sur le fil de couture

Le comportement du fil de traction a été déterminé par essais de traction sur le fil de couture. Dans notre cas, il s'agit d'un fil polyester formé d'un ensemble de filaments. Le fil testé est prélevé du renfort en étant méthodiquement décousu.

Les résultats moyennés sur six essais de fil de couture sont reportés Figure 2-37. La dispersion aurait sans doute pu être réduite pour des essais conduits sur un fil non cousu fourni par le fabricant.

On y observe un comportement pratiquement linéaire avec une inflexion en début de courbe qui s'explique par la mise en tension successive de l'ensemble des filaments composant le fil. On constate un début de rupture entre 11% et 16% de déformation suivant les cas.

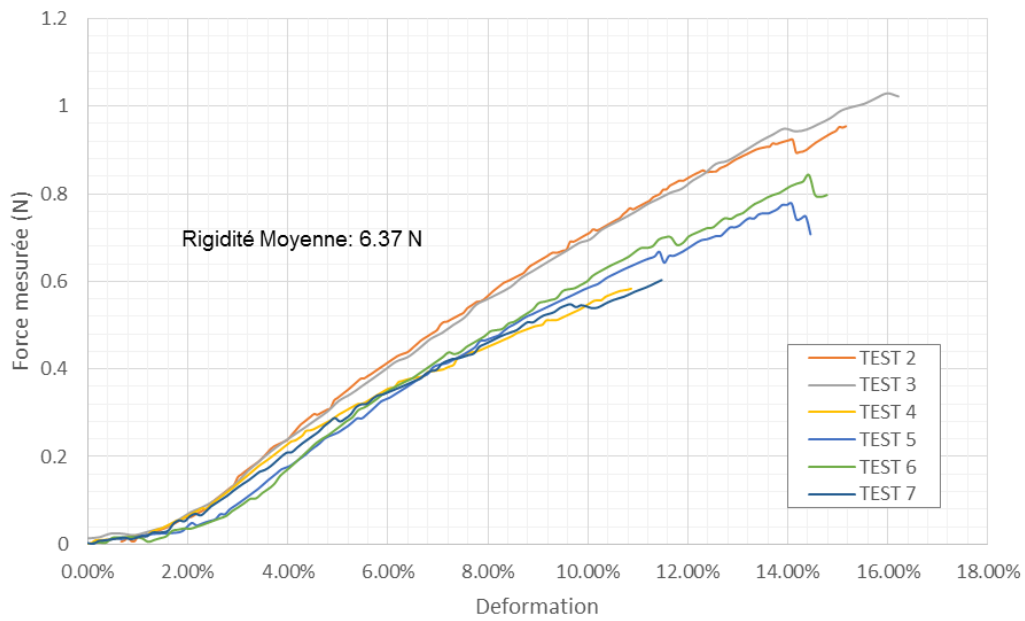


Figure 2-37: Moyenne des résultats de traction de six essais de traction du fil de couture

En première approximation on considère un comportement linéaire du fil de couture tel que :

$$T_{stitch} = K\varepsilon_{tot} \quad \text{Eq. 2.64}$$

Lorsque  $\varepsilon_{tot} \geq 0$ ,  $T = 0$  sinon, avec  $K$  une rigidité exprimée en  $N$ .

---

### 3. Conclusion du chapitre 2

Les renforts dits *Non Crimp Fabric* (NCF) sont constitués de nappes de fibres unidirectionnelles cousues entre elles. Les géométries des coutures chaînette et tricot ont été présentées. Par rapport aux tissés, la présence de la couture affecte particulièrement le comportement en cisaillement qui est dissymétrique. On différencie alors les deux directions de cisaillement positif et négatif qui ont des rigidités différentes.

Les observations expérimentales et la littérature montre que les NCF ont un comportement macroscopique spécifique qui dépend fortement des paramètres de fabrication de la couture. Les différentes méthodes de caractérisation expérimentale ont été présentées pour déterminer le comportement macroscopique en tension, cisaillement et en flexion.

Les modes de déformation en cisaillement, en flexion et en tension serviront de base à l'élaboration d'une modélisation des renforts NCF cousus. Les hypothèses de non-glissement entre les directions de fibres nous permettent d'admettre également que la grille des points de piquage de la couture se conserve sur les fibres pendant la déformation. Cette hypothèse est vérifiée expérimentalement pour des renforts NCF orientés à  $\pm 45^\circ$ .

La déformation de la grille de piquage nous permet d'élaborer une relation analytique entre la déformation du fil – considéré glissant au point de piquage – et l'angle de cisaillement en fonction des paramètres géométriques de fabrication de la couture tricot.

Plusieurs campagnes expérimentales ont permis de caractériser le comportement en cisaillement de trois renforts NCF à la construction similaire dont seule la longueur de piquage de la couture tricot varie. Les essais ont mis en évidence les différences de comportement entre ces renforts en lien avec les résultats du modèle analytique.

A partir de ces observations, plusieurs approches de modélisation sont proposées pour tenter de prédire l'influence de la couture sur le comportement en cisaillement.

# 3. Modélisation du comportement des NCF

1. INTRODUCTION A LA MODELISATION DES NCF.....	69
1.1 Modèles de NCF existants: étude bibliographique .....	69
1.2 Enjeux d'une modélisation spécifique aux NCF.....	70
2. STRATEGIES DE MODELISATION DE LA COUTURE .....	71
2.1 Approche continue .....	71
2.1.1 Couture chaînette.....	71
2.1.2 Couture tricot.....	71
2.1.2.1 Calcul d'une déformation dans la base des fibres .....	71
2.1.2.2 Contribution de la couture à la loi cisaillement .....	73
2.2 Approches discrètes.....	73
2.2.1 Élément de couture .....	74
2.2.1.1 Description d'une bande de couture .....	74
2.2.1.2 Pilotage des nœuds et redistribution des efforts.....	74
2.2.2 Prise en compte du frottement.....	75
2.2.2.1 Tension seuil.....	77
Identification des nœuds glissants .....	77
Prise en compte du glissement du fil de couture : actualisation des Longueurs initiales .....	77
Résolution des systèmes .....	78
Implémentation.....	79
2.2.2.2 Modèle de cabestan .....	79
Présentation de la méthode .....	80
Résolution.....	81
Implémentation de la méthode .....	83
Limites de la méthode.....	83
Redéfinition de la variable à déterminer .....	83
3. ELEMENT FINI DE COQUE TRIANGULAIRE S3.....	85
3.1 Schéma temporel de résolution .....	85
3.1.1 Cadre général .....	85
3.1.2 Equation de la dynamique .....	86
3.1.3 Stabilité du schéma.....	86
3.2 Élément fini lagrangien.....	87
3.2.1 Éléments de cinématiques.....	87
3.2.1.1 Les différents repères utilisés .....	87
3.2.1.2 Discrétisation élément fini .....	89
3.2.2 Calcul des déformations.....	90
3.2.2.1 Déformation dans une direction $i$ .....	90
3.2.2.2 Angle de cisaillement .....	91
3.2.2.3 Courbure hors plan .....	92
3.2.3 Lois de comportement .....	93
3.2.3.1 Tension.....	93
3.2.3.2 Cisaillement .....	93
3.2.3.3 Flexion .....	93
3.2.4 Travail des efforts internes.....	94
3.2.5 Calcul des forces internes.....	94
3.2.5.1 En tension .....	94



3.2.5.2 En cisaillement.....	94
3.2.5.3 En flexion .....	95
4. VALIDATION DES APPROCHES.....	96
4.1 <i>Prise en compte de flexion des fibres dans le plan</i> .....	96
4.2 <i>Identification de la loi de cisaillement des fibres</i> .....	97
4.3 <i>Couture tricot T1.5mm</i> .....	99
4.3.1 Modèle continu .....	99
4.3.2 Modèle discret avec frottement par tension seuil.....	100
4.3.1 Modèle discret avec frottement par cabestan .....	101
4.4 <i>Couture tricot T2.5mm</i> .....	104
4.4.1 Modèle continu .....	104
4.4.2 Modèle discret avec frottement par tension seuil.....	104
4.4.3 Modèle discret avec frottement par cabestan .....	105
4.5 <i>Couture tricot T3.3mm</i> .....	107
4.5.1 Modèle continu .....	107
4.5.2 Modèle discret avec frottement par tension seuil.....	108
4.5.3 Modèle discret avec frottement par cabestan .....	108
5. CONCLUSION DU CHAPITRE 3.....	112

# 1. Introduction à la modélisation des NCF

## 1.1 Modèles de NCF existants: étude bibliographique

Les renforts dits *non crimp fabric* (NCF) sont peu étudiés en comparaison aux renforts tissés. L'intérêt que portent les industriels pour ce type de renfort fait fleurir les études sur le sujet. Les travaux de recherche tentent d'apporter des réponses à la compréhension de la mécanique de déformation des NCF. Les comportements identifiés sont implémentés dans des programmes de simulations éléments finis.

Plusieurs approches macroscopiques ont été développées pour la simulation de renforts NCF. Dans [CHEN ET AL. 2016], le comportement en cisaillement a pu être décomposé en deux contributions liées à la rotation des fibres et à la sollicitation de la couture pour un renfort NCF à couture chaînette avec une orientation de fibres à  $\pm 45^\circ$  par rapport à la direction de couture. Ces résultats sont déduits de la différence des résultats entre des essais de *picture frame* avec et sans couture. La loi de comportement en cisaillement spécifique au NCF est intégrée à un modèle de tissu adapté. Une approche similaire est décrite dans [YU ET AL. 2005] : une loi de comportement initialement développée pour les tissés et prenant en compte l'anisotropie du milieu est intégrée à un élément classique continu d'un code commercial. [KHIEM ET AL. 2016] propose un modèle hyper-élastique prenant en compte la dispersion des fibres dans la direction des fibres pour la simulation d'un renfort NCF à couture chaînette. Ces modèles de coque reposent sur les mêmes hypothèses que les tissés : il y a conservation des points de croisement des deux directions de fibres, le glissement inter-plies est donc négligé. Les comportements en cisaillement sont recalés sur les essais de *picture frame* et *bias extension test*. Il a été mis en évidence que certaines architectures particulières de renfort NCF comme les  $0^\circ/90^\circ$  sont sujettes à de forts glissements entre les nappes de fibres unidirectionnelles lors de la mise en forme [BEL ET AL. 2012a]. Bel [BEL ET AL. 2012] a développé un modèle macroscopique spécifique prenant en compte ces phénomènes. Deux surfaces d'éléments de coque modélisent de manière continue les deux nappes de fibres UD. Des éléments barres entre ces deux surfaces régissent le comportement inter-plies d'UD.

Pour prendre en compte les phénomènes observables à l'échelle de la mèche comme les interactions mèches/mèches, couture/mèches ou encore couture/couture plusieurs

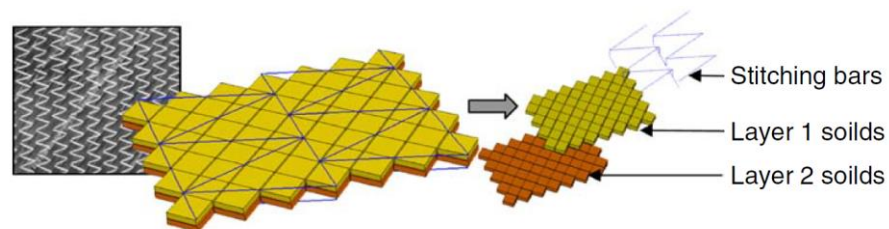


Figure 3-1: Modèle mésoscopique développé dans [CREECH ET AL. 2006]

travaux se focalisent sur la modélisation des renforts NCF à l'échelle mésoscopique [CREECH ET AL. 2006]. La plupart repose sur la modélisation des mèches en élément volumique tandis que la couture est modélisée par des éléments barres [LI ET AL. 2014, THOMPSON ET AL. 2018]. Néanmoins ces architectures sont spécifiques et décrites comme formant des canaux dans le premier chapitre. Les modèles mésoscopiques sont également déterminant pour la simulation de la phase d'imprégnation [SIRTAUTAS ET AL. 2013, WU ET AL. 2019].

Plusieurs approches mécaniques sont décrites dans [WIGGERS ET AL. 2003, HARRISON ET AL. 2003, 2011, KRIEGER ET AL. 2018] afin de prédire le comportement de la couture lors d'une déformation en cisaillement.

---

## 1.2 Enjeux d'une modélisation spécifique aux NCF

Les modèles macroscopiques actuels sont alimentés par des données de caractérisation qui nécessitent des essais pour chaque nouvelle géométrie du renfort NCF. Les modèles mésoscopiques sont encore peu nombreux et limités à des architectures particulières avec une représentation volumique des mèches.

L'objectif des approches décrites dans la suite de ce chapitre est d'établir un modèle macroscopique adapté à la simulation de mises en forme et capable de prédire le comportement d'un renfort cousu a priori. L'avantage d'un tel modèle serait de pouvoir choisir l'architecture de NCF la plus adaptée à la mise en forme souhaitée par la simulation. Cependant, les architectures possibles des NCF sont vastes et les comportements induits variés. Il est donc évident que des concessions devront être faites sur les champs d'application du modèle. Ces limites devront alors être discutées.

---

## 2. Stratégies de modélisation de la couture

La construction des NCF implique une phase de couture entre les nappes de fibres unidirectionnelles. La couture assure la cohésion du renfort mais influence son comportement lors de la mise en forme. Plusieurs approches sont proposées dans ce chapitre pour prendre en compte les spécificités de la couture. La contribution de la couture à l'énergie de cisaillement est intégrée dans une première formulation continue. La seconde approche est un élément de couture dédié superposé au maillage des éléments de fibré. Ces éléments discrets de couture sont pilotés et de dimensions réelles. Dans chacune des approches, la contribution de la couture est prédite à partir de ses caractéristiques mécaniques et géométriques.

---

### 2.1 Approche continue

#### 2.1.1 Couture chainette

Les premiers développements se sont concentrés sur l'intégration du comportement de la couture chainette dans une formulation continue. La couture chainette est modélisée comme une direction de contrainte supplémentaire dans l'élément. L'énergie de déformation liée à la couture s'écrit :

$$W_{stitch} = 3A_e \varepsilon_s T_s n \quad \text{Eq. 3.1}$$

Avec  $A_e$  l'aire de l'élément,  $\varepsilon_s$  la déformation de la couture,  $T_s$  la tension dans le fil de couture et  $n$  le nombre de ligne de couture par unité de longueur. Le fil est impliqué trois fois par boucle de couture donc la rigidité dans la direction de couture équivaut à trois fois celle du fil.

#### 2.1.2 Couture tricot

L'approche continue consiste à intégrer le développement analytique présenté au chapitre précédent pour calculer l'énergie de déformation de la couture. Les déformations sont homogènes dans l'élément. La déformation de la couture peut être exprimée en fonction de l'angle de cisaillement. Le comportement en cisaillement se calcule à partir d'un couple équivalent dû à la déformation de la couture et du couple de cisaillement des fibres à chaque pas de temps.

##### 2.1.2.1 Calcul d'une déformation dans la base des fibres

La déformation totale de la couture est calculée (cf. chapitre 2) :

$$\varepsilon_{tot} = \frac{2\varepsilon_1 \cdot \cos(\delta)}{2\cos(\delta) + 1} + \frac{\varepsilon_3}{2(2\cos(\delta) + 1)} + \frac{\varepsilon_4}{2(2\cos(\delta) + 1)} \quad \text{Eq. 3.2}$$

On rappelle l'hypothèse faite sur la cinématique de déformation de la couture sorte que les points de piquage se conservent pendant la déformation. Les déformations dans les trois directions sont donc uniquement dépendantes de l'angle de cisaillement. Dans la base des fibres (Figure 3-2) orientées par les vecteurs  $\vec{G}_1$  et  $\vec{G}_2$ , le tenseur des déformations de Green Lagrange sera de la forme :

$$\begin{aligned}\bar{\bar{E}} &= E_{ij}(\vec{G}^i \otimes \vec{G}^j) \\ \bar{\bar{E}} &= E_{12}(\vec{G}^1 \otimes \vec{G}^2) + E_{21}(\vec{G}^2 \otimes \vec{G}^1)\end{aligned}\quad \text{Eq. 3.3}$$

La déformation dans une direction portée par le vecteur  $\vec{K}_\alpha$  s'exprime en fonction du tenseur de déformation tel que:

$$E_{\alpha\alpha} = \vec{K}_\alpha \cdot \bar{\bar{E}} \cdot \vec{K}_\alpha = \bar{\bar{E}} : (\vec{K}_\alpha \otimes \vec{K}_\alpha) \quad \text{Eq. 3.4}$$

Par définition, la différence de produit scalaire appliquée aux vecteurs de base est:

$$\begin{aligned}\vec{g}_1 \cdot \vec{g}_2 - \vec{G}_1 \cdot \vec{G}_2 &= 2 \cdot \vec{G}_1 \cdot \bar{\bar{E}} \cdot \vec{G}_2 = \cos(\alpha) - \cos(\alpha_0) \\ \vec{G}_1 \cdot \bar{\bar{E}} \cdot \vec{G}_2 &= \frac{1}{2}(\cos(\alpha_0 - \gamma) - \cos(\alpha_0)) \\ E_{12} &= \frac{1}{2}(\cos(\alpha_0 - \gamma) - \cos(\alpha_0))\end{aligned}\quad \text{Eq. 3.5}$$

Avec  $\alpha_0$  l'angle entre les directions de fibres à l'état initial.

Le vecteur  $\vec{K}_\alpha$  projeté dans la base des fibres, s'écrit :

$$\begin{aligned}\vec{K}_\alpha &= a^1 \vec{G}_1 + a^2 \vec{G}_2 \\ (a^1 = \vec{K}_\alpha \cdot \vec{G}^1 \text{ et } a^2 = \vec{K}_\alpha \cdot \vec{G}^2)\end{aligned}\quad \text{Eq. 3.6}$$

Avec  $a^1$  et  $a^2$  les composantes contravariantes.

Ainsi la déformation dans une direction de couture est calculée telle que:

$$\begin{aligned}E_{\alpha\alpha} &= \vec{K}_\alpha \cdot \bar{\bar{E}} \cdot \vec{K}_\alpha \\ &= \vec{K}_\alpha \cdot (E_{12}(\vec{G}^1 \otimes \vec{G}^2) + E_{21}(\vec{G}^2 \otimes \vec{G}^1)) \cdot \vec{K}_\alpha \\ &= (E_{12}a^k \vec{G}^1 (\vec{G}^2 \cdot \vec{G}_k) + E_{21}a^k \vec{G}^2 (\vec{G}^1 \cdot \vec{G}_k)) \cdot \vec{K}_\alpha \\ &= (E_{12}a^1 \vec{G}^1 \sin(\alpha_0) + E_{21}a^2 \vec{G}^2 \sin(\alpha_0)) \cdot \vec{K}_\alpha \\ &= (E_{12}a^1 \sin(\alpha_0) \vec{G}^1 + E_{21}a^2 \sin(\alpha_0) \vec{G}^2) \cdot a^k \vec{G}_k \\ &= E_{12}a^1 \sin(\alpha_0) a^k \vec{G}^1 \cdot \vec{G}_k + E_{21}a^2 \sin(\alpha_0) a^k \vec{G}^2 \cdot \vec{G}_k \\ &= E_{12}a^1 a^2 \sin^2(\alpha_0) + E_{21}a^1 a^2 \sin^2(\alpha_0)\end{aligned}\quad \text{Eq. 3.7}$$

Et donc finalement :

$$E_{\alpha\alpha} = 2 \times E_{12}a^1 a^2 \sin^2(\alpha_0) \quad \text{Eq. 3.8}$$

En remplaçant l'expression de l'Eq. 3.5 dans l'Eq. 3.8:

$$E_{\alpha\alpha} = a^1 a^2 \sin^2(\alpha_0) (\cos(\alpha_0 - \gamma) - \cos(\alpha_0)) \quad \text{Eq. 3.9}$$

En déformation linéarisée :

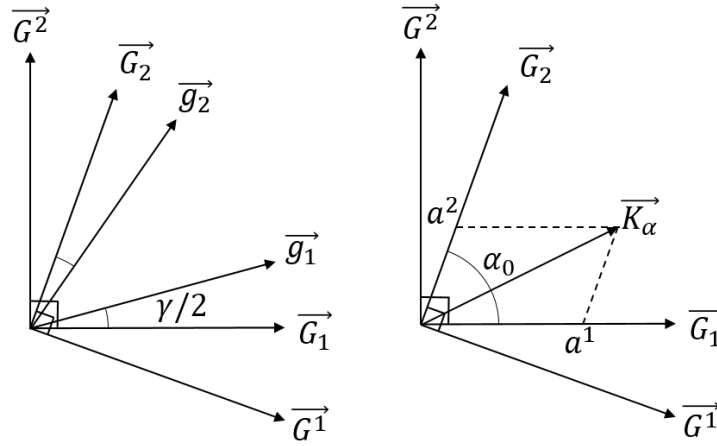


Figure 3-2: Représentation de la base des fibres déformée (à gauche) et du vecteur directeur du fil  $\vec{k}_\alpha$  dans la base des fibres (à droite)

$$\varepsilon_{\alpha\alpha} = \sqrt{2 \cdot E_{\alpha\alpha} + 1} - 1 \quad \text{Eq. 3.10}$$

Les déformations dans les trois directions de la couture tricot peuvent donc être calculées à partir de la valeur de l'angle de cisaillement pour un champ de déformation homogène.

### 2.1.2.2 Contribution de la couture à la loi cisaillement

La contribution de la couture sur le comportement en cisaillement est introduite avec une approche énergétique : d'après les hypothèses établies, l'énergie totale de cisaillement du renfort comprend une contribution des fibres et une contribution du fil de couture en tension. Ainsi :

$$W_{cis} = W_{fibres} + W_{stitch} \quad \text{Eq. 3.11}$$

$$\int C_{cis} d\gamma = \int C_{fibres} d\gamma + \int C_{equ} d\gamma \quad \text{Eq. 3.12}$$

Avec  $W_{stitch}$  l'énergie surfacique telle que :

$$W_{stitch} = \frac{L_{tot}}{S} \int T d\varepsilon_{tot} \quad \text{Eq. 3.13}$$

On peut définir un couple équivalent lié à la couture tel que :

$$C_{equ} = \frac{dW_{stitch}}{d\gamma} \quad \text{Eq. 3.14}$$

Il vient finalement,

$$C_{cis} = C_{fibres} + \frac{dW_{stitch}}{d\gamma} \quad \text{Eq. 3.15}$$

## 2.2 Approches discrètes

L'approche discrète consiste à superposer des éléments discrets de couture aux

éléments triangulaires qui décrivent les fibres de manière continue. Les maillages des éléments de couture et des éléments triangulaires sont non-conformes. Les nœuds des éléments de couture sont pilotés par les éléments de couture.

Une telle approche permet de s'affranchir des limites de la formulation continue pour décrire la couture par définition limitée aux frontières de l'élément. Le glissement du fil de couture peut ainsi être calculé dans l'élément discret indépendamment de la taille du maillage des éléments de fibrés.

## 2.2.1 Élément de couture

### 2.2.1.1 Description d'une bande de couture

Chaque « bande » de couture formée par un fil est décrite par un élément discret de couture dont les nœuds correspondent aux points de la grille de piquage de la couture (Figure 3-4). Les longueurs des brins de couture sont calculées dans l'élément et correspondent aux distances qui relient deux points de la grille. Cependant le fil n'est pas « accroché » aux nœuds, ainsi les brins peuvent s'échanger du fil à chaque point de piquage.

L'élongation totale du fil dans l'élément se calcule facilement en considérant en premier lieu un échange de fil sans frottement aux points de piquage. La déformation du fil dans la bande de couture se calcule donc à partir des élongations de chacun des brins :

$$L_{tot} = L_1 + L_2 + L_3 + \dots + L_n \quad \text{Eq. 3.16}$$

$$\varepsilon_{tot} = \frac{L_{tot} - L_{tot}^0}{L_{tot}^0} \quad \text{Eq. 3.17}$$

La tension dans le fil de couture est calculée à partir de la loi de comportement du fil :

$$\begin{aligned} T &= K_s \varepsilon_{tot} \quad \text{si } 0 \leq \varepsilon_{tot} \text{ (traction)} \\ T &= 0 \quad \text{si } \varepsilon_{tot} < 0 \text{ (compression)} \end{aligned} \quad \text{Eq. 3.18}$$

La tension dans le fil de couture génère des efforts aux nœuds de l'élément de couture qui sont illustrés Figure 3-4b.

### 2.2.1.2 Pilotage des nœuds et redistribution des efforts

Les nœuds des éléments discrets de couture ne sont pas conformes avec les nœuds des éléments triangulaires (Figure 3-5). Chacun de ces nœuds est piloté par un élément triangulaire « maître » dans lequel il se trouve. Sa position est actualisée par interpolation, à chaque pas de temps, en fonction du déplacement des nœuds de l'élément triangulaire « maître ».

La position des nœuds de l'élément discret est repérée par leurs coordonnées barycentriques dans les éléments « maîtres ». Elle est déterminée par méthode des aires dans la phase d'initialisation du calcul. En considérant la base formée par les vecteurs  $(\vec{AB}, \vec{AC})$ , les coordonnées barycentriques normalisées du point  $P$  se calculent telles que :

$$\begin{cases} N_1 = \frac{\text{Aire}(PBC)}{\text{Aire}(ABC)} \\ N_2 = \frac{\text{Aire}(PCA)}{\text{Aire}(ABC)} \\ N_3 = \frac{\text{Aire}(PAB)}{\text{Aire}(ABC)} \end{cases} \quad \text{Eq. 3.19}$$

L'aire d'un triangle se calcule à l'aide du déterminant :

$$\text{Aire}(ABC) = \frac{1}{2} |\det(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})| \quad \text{Eq. 3.20}$$

Pendant cette phase d'initialisation, l'élément « maître » est identifié et sauvegardé pour chaque nœud « esclave » en vérifiant que le point P appartient bien au triangle ABC.

Pour se faire, les coordonnées doivent vérifier :

$$N_1 + N_2 + N_3 = 1 \quad \text{Eq. 3.21}$$

Une fois les forces nodales calculées dans l'élément de couture, les efforts sont redistribués dans l'élément « maître » en tant que force externe à l'aide des fonctions d'interpolation (coordonnées barycentriques normalisées). Ainsi, l'effet de transfert de fil à chaque point de piquage est pris en compte sur l'ensemble de la bande de couture indépendamment des frontières des éléments du maillage triangulaire.

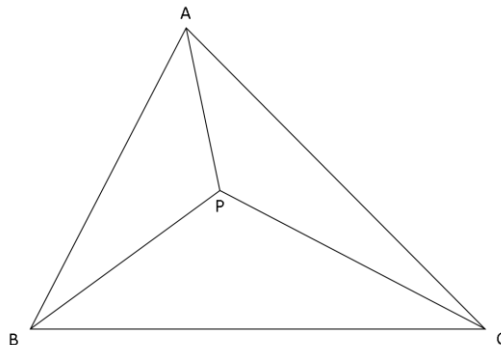


Figure 3-3: Repérage d'un point P par ses coordonnées barycentriques dans le triangle ABC

### 2.2.2 Prise en compte du frottement

Par soucis de simplicité, le glissement du fil aux points de piquage est dans un premier temps considéré parfait (échange de fil libre sans frottement). Néanmoins sur des pièces de grandes tailles de plusieurs dizaines de centimètres, il paraît peu probable que les brins du fil couture traversant des zones plus ou moins cisailées puissent s'équilibrer sans contrainte. Pour enrichir le modèle, deux stratégies sont développées pour pénaliser l'échange de matière entre les brins du fil de couture à chaque point de piquage : la prise en compte d'une tension seuil au-delà de laquelle se met à glisser le fil au point de piquage ; puis par la suite une loi de frottement au point de piquage basée sur le modèle du cabestan.



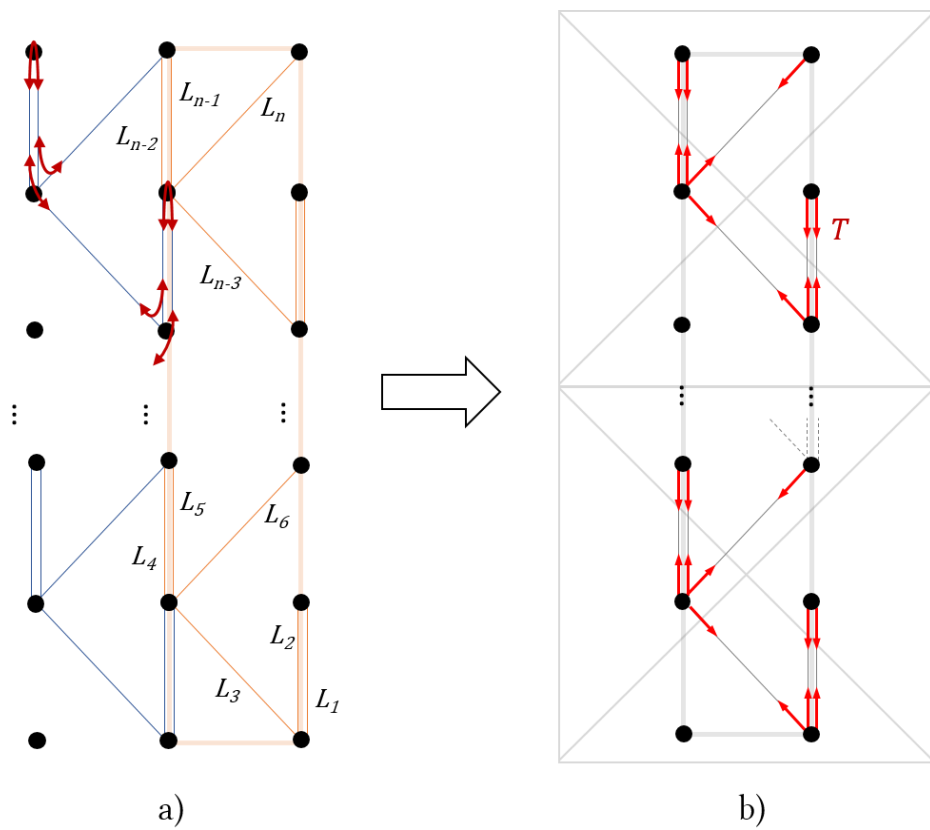


Figure 3-4: a) Représentation des longueurs calculées dans l'élément de couture (bande de couture jaune) et mise en évidence des glissements aux points de piquage (bande de couture de gauche bleue), b) tension dans le fil de couture redistribuée aux nœuds de l'élément de couture

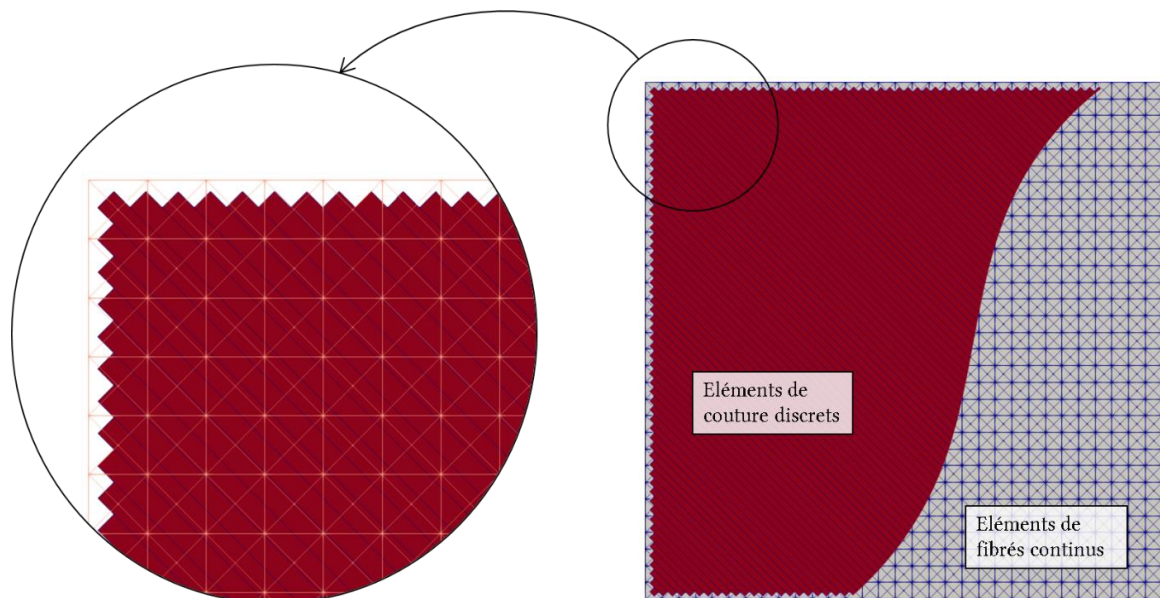


Figure 3-5: Superposition des éléments de couture et de fibrés

### 2.2.2.1 Tension seuil

#### Identification des nœuds glissants

La déformation de la couture n'est plus calculée de manière globale sur l'ensemble de la bande de couture comme précédemment mais pour chaque brin  $i$  de couture :

$$\varepsilon_i = \frac{L_i}{L_{i,0}} - 1 \quad \text{Eq. 3.22}$$

Et la tension associée dans le brin :

$$T_i = K_s \varepsilon_i \quad \text{Eq. 3.23}$$

A chaque pas de temps, on vérifie si le nœud est glissant suivant les conditions :

<ul style="list-style-type: none"> <li>- Si <math>T_i - T_{i-1} \geq T_{Seuil}</math> (ou <math>T_i - T_{i-1} \leq -T_{Seuil}</math>)                      Alors le nœud est <b>glissant</b>,  <math>Nœuds\_Glissants(i) = 1</math> (ou <math>-1</math>)</li> <li>- Si <math>-T_{Seuil} \leq T_i - T_{i-1} \leq T_{Seuil}</math>                      Alors le nœud est <b>bloquant</b>,  <math>Nœuds\_Glissants(i) = 0</math></li> </ul>	Eq. 3.24
---	----------

La tension seuil est par la suite considérée la même à chaque point de piquage mais pourrait être considérée variable d'un nœud à l'autre.

#### Prise en compte du glissement du fil de couture : actualisation des Longueurs initiales

Si le nœud est détecté glissant, un transfert de fil s'opère entre les deux brins jusqu'à ce que les tensions s'ajustent à la tension seuil:

$$T'_i - T'_{i-1} = +(-)T_{Seuil} \quad \text{Eq. 3.25}$$

Avec,

$$T'_i = K_s \varepsilon'_i \quad \text{Eq. 3.26}$$

Et,

$$\varepsilon'_i = \frac{L_i^t}{L_{i,0}^t} - 1 \quad \text{Eq. 3.27}$$

L'Eq. 3.28 peut s'écrire :

$$\frac{L_i^t}{L_{i,0}^t} - \frac{L_{i-1}^t}{L_{i-1,0}^t} = +(-) \frac{T_{Seuil}}{K_s} \quad \text{Eq. 3.28}$$

Les longueurs  $L_i^t$  sont constantes à l'instant  $t$  et correspondent aux longueurs réelles entre deux nœuds en configuration déformée. On cherche donc à équilibrer les longueurs non déformées  $L_{i0}^t$  des brins  $i$  et  $i-1$  à l'instant  $t$  autour du nœud  $i$  pour prendre en compte le glissement du fil à ce point (la succession de nœuds est représentée en 1D Figure 3-6).

Le nombre de nœuds glissants successifs définit le nombre de brins à équilibrer. Par exemple :

$$Nœuds\_glissants(i)=[0, \underline{1}, \underline{-1}, 0, \underline{1}, \underline{1}, 0, \underline{-1}, 0]$$

donne trois systèmes (sur cinq nœuds glissants) respectivement de 3 brins, 3 brins et 2 brins dont les longueurs  $L_i^{t0}$  sont à déterminer. Il y a également conservation de la longueur initiale du fil donc en prenant l'exemple du premier système dont les nœuds 2 et 3 sont glissants, on a :

$$L_{1,0}^t + L_{2,0}^t + L_{3,0}^t = L_{1,0}^{t-1} + L_{2,0}^{t-1} + L_{3,0}^{t-1} \quad Eq. 3.29$$

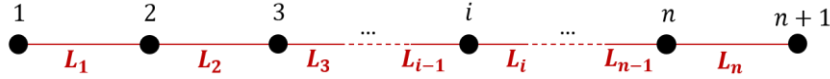


Figure 3-6: Numérotation des nœuds et des brins de couture (représentés en 1D)

De manière plus générale, chaque système d'équations, impliquant les nœuds glissants successifs de  $i$  à  $j$ , se construit tel que:

$$\text{Système } K \left\{ \begin{array}{l} \frac{L_i^t}{L_{i,0}^t} - \frac{L_{i-1}^t}{L_{i-1,0}^t} = +(-) \frac{T_{Seuil}}{K_s} \\ \vdots \\ \frac{L_j^t}{L_{j,0}^t} - \frac{L_{j-1}^t}{L_{j-1,0}^t} = +(-) \frac{T_{Seuil}}{K_s} \\ L_{i,0}^t + \dots + L_{j,0}^t = L_{i,0}^{t-1} + \dots + L_{j,0}^{t-1} \end{array} \right. \quad Eq. 3.30$$

#### Résolution des systèmes

On cherche à déterminer les longueurs  $L_{i-1,0}^t, L_{i,0}^t, \dots, L_{j-1,0}^t, L_{j,0}^t$  dans notre système. Ce système peut être directement résolu avec une méthode de Newton.

Par souci d'efficacité de calcul, ce système peut être réduit à une inconnue. En reprenant l'exemple précédent :

$$\text{Système } 1 \left\{ \begin{array}{l} \frac{L_2^t}{L_{2,0}^t} - \frac{L_1^t}{L_{1,0}^t} = + \frac{T_{Seuil}}{K_s} \\ \frac{L_3^t}{L_{3,0}^t} - \frac{L_2^t}{L_{2,0}^t} = - \frac{T_{Seuil}}{K_s} \\ L_{1,0}^t + L_{2,0}^t + L_{3,0}^t = L_{1,0}^{t-1} + L_{2,0}^{t-1} + L_{3,0}^{t-1} \end{array} \right. \quad Eq. 3.31$$

L'Eq. 3.31 peut s'écrire en sommant les deux premières équations :

$$\text{Système } 1 \left\{ \begin{array}{l} \frac{L_2^t}{L_1^t + \frac{T_{Seuil}}{K_s} L_{1,0}^t} L_{1,0}^t = L_{2,0}^t \\ \frac{L_3^t}{L_1^t + \left(-\frac{T_{Seuil}}{K_s} + \frac{T_{Seuil}}{K_s}\right) L_{1,0}^t} L_{1,0}^t = L_{3,0}^t \\ L_{1,0}^t + L_{2,0}^t + L_{3,0}^t = L_{1,0}^{t-1} + L_{2,0}^{t-1} + L_{3,0}^{t-1} \end{array} \right. \quad Eq. 3.32$$

En généralisant pour  $i < m \leq j$  :

$$L_{m,0}^t = \frac{L_m^t}{L_i^t + \left( \sum_{k=i+1}^m \text{sign}_k \left( \frac{T_{\text{Seuil}}}{K_s} \right) \right) L_{i,0}^t} L_{i,0}^t \quad \text{Eq. 3.33}$$

Et donc (en allégeant l'écriture à la seule  $m$ -ième équation),

$$\text{Système } K \begin{cases} L_{m,0}^t = \frac{L_m^t}{L_i^t + \left( \sum_{k=i+1}^m \text{sign}_k \left( \frac{T_{\text{Seuil}}}{K_s} \right) \right) \frac{T_{\text{Seuil}}}{K_s} L_{i,0}^t} L_{i,0}^t \\ L_{i,0}^t - L_{i,0}^{t-1} + \sum_{m=i+1}^j (L_{m,0}^t - L_{m,0}^{t-1}) = 0 \end{cases} \quad \text{Eq. 3.34}$$

Il nous reste alors seulement à déterminer l'inconnue  $L_{i,0}^t$ .

$L_{i,0}^t$  est déterminé à l'aide d'une méthode numérique de Newton-Raphson :

$$F(X_n) + d_{X_n} F(X_n)(X - X_n) = 0 \quad \text{Eq. 3.35}$$

Avec

$$\begin{aligned} X_n &= L_{i,0}^t \\ F &= L_{i,0}^t - L_{i,0}^{t-1} + \sum_{m=i+1}^j (L_{m,0}^t - L_{m,0}^{t-1}) \\ dF &= 1 + \sum_{m=i+1}^j \frac{L_m^t L_i^t}{\left[ L_i^t + \left( \sum_{i+1}^m \text{sign}_m \left( \frac{T_{\text{seuil}}}{K_s} \right) \right) \frac{T_{\text{seuil}}}{K_s} L_{i,0}^t \right]^2} \end{aligned} \quad \text{Eq. 3.36}$$

Implémentation

1. Calcul de  $F(X_n)$  et  $dF(X_n)$
2. Actualisation de la variable :  
 Détermination de  $dX_{n+1} = -F(X_n)/dF(X_n)$   
 Actualisation de  $X_{n+1} = X_n + dX_{n+1}$
3. Estimation erreur  $err = \text{norm}(F(X_n) - F(X_{n+1}))$
4. Evaluation du critère d'arrêt :  
 If  $err \leq \text{crit\_stop}$  : sortie de la boucle  
 Else : Retour à l'étape 1 avec  $X_n = X_{n+1}$

### 2.2.2.2 Modèle de cabestan

Le principe du cabestan est souvent utilisé sur les navires (winch d'écoute par exemple). Il consiste à enrouler une corde autour d'un cylindre fixe pour retenir de fortes charges. Le frottement généré entre la corde et le cylindre permet de diminuer la tension nécessaire d'un côté du cylindre pour équilibrer la tension de l'autre.

L'idée de ce modèle de frottement est d'intégrer une approche plus physique que la précédente en intégrant un frottement variable de type Coulomb à chaque point de piquage.

#### Présentation de la méthode

Dans [SHIRYAEV ET AL. 2017, 2018], une loi de frottement issue du modèle du cabestan est utilisée pour modéliser le frottement dans un renfort tricoté. La même méthode est employée pour notre application. A l'équilibre, le rapport des tensions de part et d'autre du cabestan dépend exponentiellement d'un coefficient de frottement  $\mu$  et de l'angle d'enroulement  $\phi$  du fil autour de ce cabestan tel que :

$$\frac{T_1}{T_2} = e^{\mu\phi} \quad \text{Eq. 3.37}$$

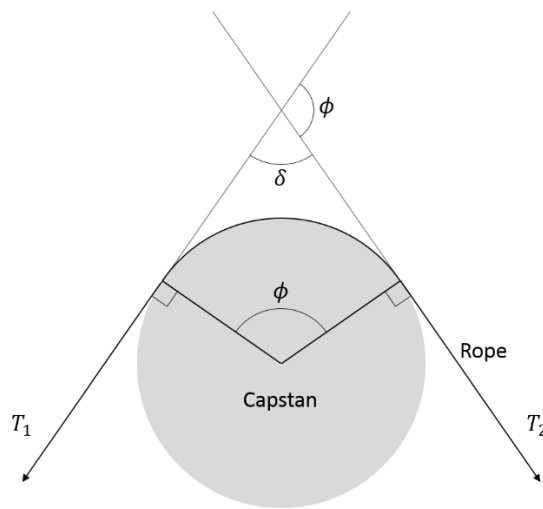


Figure 3-7: Principe du cabestan

L'angle d'enroulement autour du cabestan se calcule dans notre cas à partir de l'angle entre deux brins de couture de part et d'autre du point de piquage :

$$\phi = \pi - \delta \quad \text{Eq. 3.38}$$

Pour rappel la loi de tension dans le fil de couture est définie en fonction de la déformation  $E_i$  dans le brin de fil telle que :

$$T_i = KE_i = K \left( \frac{l_i}{l_i^0} - 1 \right) \quad \text{Eq. 3.39}$$

La loi de frottement est appliquée au fil de couture au point piquage de sorte que si le rapport des tensions des deux brins de fil à un point de piquage répond aux conditions de l'inéquation ci-dessous, alors le point de piquage est bloquant.

$$e^{-\mu\phi_{i+1}} \leq \frac{T_i}{T_{i+1}} \leq e^{\mu\phi_{i+1}} \quad \text{Eq. 3.40}$$

L'inéquation de non glissement peut également s'exprimer:

$$\begin{aligned} T_i - e^{\mu\phi_{i+1}}T_{i+1} &\leq 0 \\ T_{i+1} - e^{\mu\phi_{i+1}}T_i &\leq 0 \text{ (ou } T_i - e^{-\mu\phi_{i+1}}T_{i+1} \geq 0) \end{aligned} \quad \text{Eq. 3.41}$$

Dans le cas où la tension d'un côté est supérieure à la tension de rétention de l'autre, un glissement du fil a lieu au point de piquage. Pour un glissement « à droite »,

$$\begin{aligned} T_i - e^{\mu\phi_{i+1}}T_{i+1} &\leq 0 \\ T_{i+1} - e^{\mu\phi_{i+1}}T_i &\geq 0 \text{ (ou } T_i - e^{-\mu\phi_{i+1}}T_{i+1} \leq 0) \end{aligned} \quad \text{Eq. 3.42}$$

et pour un glissement « à gauche »,

$$\begin{aligned} T_i - e^{\mu\phi_{i+1}}T_{i+1} &\geq 0 \\ T_{i+1} - e^{\mu\phi_{i+1}}T_i &\leq 0 \text{ (ou } T_i - e^{-\mu\phi_{i+1}}T_{i+1} \geq 0) \end{aligned} \quad \text{Eq. 3.43}$$

Les longueurs initiales de brins de fil sont alors actualisées afin de prendre en compte l'échange de matière avec les brins de fil voisins (Figure 3-8) :

$$l_i^{t,0} = L_i^0 + \Delta L_i^{t,0} - \Delta L_{i-1}^{t,0} \quad \text{Eq. 3.44}$$

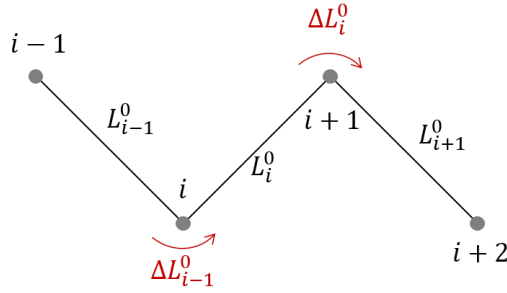


Figure 3-8: Illustration du transfert de fil aux noeuds

Sur l'ensemble d'un fil de couture parcourant le renfort, on définit une fonction à minimiser de la somme des écarts de tension au carré à chaque point de piquage dont les variables sont les longueurs de fil glissant à chaque nœud. Elle est définie telle que :

$$H(\Delta L^0) = \sum_{i=1}^{N-1} \max((T_i - e^{\mu\phi_{i+1}}T_{i+1})_+, (T_{i+1} - e^{\mu\phi_{i+1}}T_i)_+)^2 \quad \text{Eq. 3.45}$$

avec  $\Delta L^0 = \{\Delta L_1^0, \dots, \Delta L_N^0\}$  et  $T_i = f(\Delta L_i^0, \Delta L_{i-1}^0)$  et  $T_{i+1} = f(\Delta L_{i+1}^0, \Delta L_i^0)$ .

### Résolution

Pour résoudre le problème, on fait appel à des méthodes de minimisation comme la méthode des moindres carrés non linéaire (méthode de Gauss-Newton). Soit  $Y$  le vecteur cible et  $F(X + dX)$  la fonction à optimiser pour minimiser le vecteur  $h$ :

$$h = (Y - F(X + dX))^2 \quad \text{Eq. 3.46}$$

En dérivant et linéarisant (développement Taylor),

$$\frac{\partial h}{\partial(\Delta L^0)} = 2J(Y - F(X + dX)) \quad \text{Eq. 3.47}$$

$$\frac{\partial h}{\partial(\Delta L^0)} = 2J(Y - F(X) + JdX)$$

On minimise  $h$  lorsque la dérivée s'annule donc lorsque que :

$$J(Y - F(X) + JdX) = 0 \quad \text{Eq. 3.48}$$

$$dX = \frac{J(Y - F(X))}{H} = \frac{J\varepsilon}{H} \quad \text{Eq. 3.49}$$

avec  $J = \nabla F = \text{grad}(F) \neq 0$  et  $H = J^T J$  le Hessien. A chaque itération de l'algorithme est cherché  $dX$  tel que le résidu soit le plus faible possible. L'arrêt s'effectue lorsque la différence entre le résidu  $\varepsilon$  de deux incréments successifs est inférieure à un critère de valeur souhaitée (ou lorsque le nombre d'itérations atteint est trop grand).

Dans notre cas :  $dX = d(\Delta L^0) = \{d(\Delta L_1^0), \dots, d(\Delta L_N^0)\}$ . Reste alors à déterminer le gradient de la fonction  $F(X)$ .

On pose :

$$F(X) = \max_{i=0}^N \left\{ \max \left( (f_1^i)_+, (f_2^i)_+ \right) \right\} \quad \text{Eq. 3.50}$$

Avec,

$$\begin{aligned} f_1^i &= T_i - e^{\mu\phi_{i+1}} T_{i+1} \\ f_2^i &= T_{i+1} - e^{\mu\phi_{i+1}} T_i \end{aligned} \quad \text{Eq. 3.51}$$

Donc,

$$\begin{aligned} J_1^i &= \frac{\partial f_1^i}{\partial \Delta L^0} \\ J_2^i &= \frac{\partial f_2^i}{\partial \Delta L^0} \end{aligned} \quad \text{Eq. 3.52}$$

Or les composantes des tenseurs  $J_1^i$  et  $J_2^i$  sont seulement différentes de zéro pour  $\Delta L_{i-1}^0$ ,  $\Delta L_i^0$  et  $\Delta L_{i+1}^0$  alors :

$$J_1^i = \left\{ \frac{\partial f_1^i}{\partial \Delta L_{i-1}^0}, \frac{\partial f_1^i}{\partial \Delta L_i^0}, \frac{\partial f_1^i}{\partial \Delta L_{i+1}^0} \right\} \quad \text{Eq. 3.53}$$

On a donc,

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{\partial f_1^i}{\partial \Delta L_{i-1}^0} &= \frac{\partial T_i}{\partial \Delta L_{i-1}^0} \\ \frac{\partial f_1^i}{\partial \Delta L_i^0} &= \frac{\partial T_i}{\partial \Delta L_i^0} - e^{\mu\phi_{i+1}} \frac{\partial T_{i+1}}{\partial \Delta L_i^0} \\ \frac{\partial f_1^i}{\partial \Delta L_{i+1}^0} &= -e^{\mu\phi_{i+1}} \frac{\partial T_{i+1}}{\partial \Delta L_{i+1}^0} \end{aligned} \right. \text{ et } \left\{ \begin{aligned} \frac{\partial f_2^i}{\partial \Delta L_{i-1}^0} &= -e^{\mu\phi_{i+1}} \frac{\partial T_i}{\partial \Delta L_{i-1}^0} \\ \frac{\partial f_2^i}{\partial \Delta L_i^0} &= \frac{\partial T_{i+1}}{\partial \Delta L_i^0} - e^{\mu\phi_{i+1}} \frac{\partial T_i}{\partial \Delta L_i^0} \\ \frac{\partial f_2^i}{\partial \Delta L_{i+1}^0} &= \frac{\partial T_{i+1}}{\partial \Delta L_{i+1}^0} \end{aligned} \right. \quad \text{Eq. 3.54}$$

Soit l'expression du gradient :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial f_1^i}{\partial \Delta L_{i-1}^0} = -K \frac{l_i}{(l_i^0)^2} \\ \frac{\partial f_1^i}{\partial \Delta L_i^0} = K \frac{l_i}{(l_i^0)^2} + e^{\mu\phi_{i+1}} \frac{l_{i+1}}{(l_{i+1}^0)^2} \\ \frac{\partial f_1^i}{\partial \Delta L_{i+1}^0} = -K e^{\mu\phi_{i+1}} \frac{l_{i+1}}{(l_{i+1}^0)^2} \end{array} \right. \text{ et } \left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial f_2^i}{\partial \Delta L_{i-1}^0} = K e^{\mu\phi_{i+1}} \frac{l_i}{(l_i^0)^2} \\ \frac{\partial f_2^i}{\partial \Delta L_i^0} = -K \frac{l_{i+1}}{(l_{i+1}^0)^2} - K e^{\mu\phi_{i+1}} \frac{l_i}{(l_i^0)^2} \\ \frac{\partial f_2^i}{\partial \Delta L_{i+1}^0} = K \frac{l_{i+1}}{(l_{i+1}^0)^2} \end{array} \right. \quad \text{Eq. 3.55}$$

Le jacobien  $J$  est ainsi construit à partir des  $J^i = J_1^i$  ou  $J_2^i$  suivant le maximum de la composante  $i$  du vecteur  $h$ .

*Implémentation de la méthode*

5. Calcul de  $F(X_n)$
6. Actualisation de la variable :
  - Calcul de  $J = \text{grad}(F(X_n))$  et de  $H = J^T J$
  - Calcul de  $B = -J^T F(X_n)$
  - Détermination de  $dX_{n+1} = H^{-1} B$
  - Actualisation de  $X_{n+1} = X_n + dX_{n+1}$
7. Estimation erreur  $err = \text{norm}(F(X_n) - F(X_{n+1}))$
8. Evaluation du critère d'arrêt :
  - If*  $err \leq \text{crit\_stop}$  : sortie de la boucle
  - Else* : Retour à l'étape 1 avec  $X_n = X_{n+1}$

*Limites de la méthode*

Cette méthode permet de directement évaluer la quantité de fil qui transfère d'un brin à l'autre à chaque nœud à chaque pas de temps du calcul.

Néanmoins la taille des éléments de couture pouvant atteindre plusieurs centaines de brins sur une mise en forme, la méthode s'est révélée peu efficace en temps de calcul (durées 6 à 7 fois plus longues que pour la méthode des tensions seuil) avec un grand nombre de variables à déterminer et des opérations matricielles trop lourdes.

*Redéfinition de la variable à déterminer*

Pour optimiser le temps de calcul, le choix de la variable à déterminer suit une stratégie similaire à la méthode des tensions seuil. On résout un système des nœuds de  $i$  à  $j$  successifs glissants. Le signe du terme de l'exponentielle change pour un glissement à « droite » ou à « gauche » (symbolisé par  $\pm$ ) :



$$\text{Système } K \begin{cases} T_i^t - e^{(\pm)\mu\phi_i} T_{i+1}^t = 0 \\ \vdots \\ T_j^t - e^{(\pm)\mu\phi_j} T_{j+1}^t = 0 \\ L_{i,0}^t + \dots + L_{j,0}^t = L_{i,0}^{t-1} + \dots + L_{j,0}^{t-1} \end{cases} \quad \text{Eq. 3.56}$$

Pour  $i < m \leq j$ ,

$$\begin{aligned} T_m^t - e^{(\pm)\mu\phi_m} T_{m+1}^t = 0 &\Leftrightarrow \left( \frac{L_m^t}{L_{m,0}^t} - 1 \right) - e^{(\pm)\mu\phi_m} \left( \frac{L_{m+1}^t}{L_{m+1,0}^t} - 1 \right) = 0 \\ &\Leftrightarrow L_{m+1,0}^t = \frac{L_{m+1}^t}{e^{-(\pm)\mu\phi_m} E_m^t + 1} \end{aligned} \quad \text{Eq. 3.57}$$

avec  $E_m^t = \left( \frac{L_m^t}{L_{m,0}^t} - 1 \right)$ .

Or,

$$E_m^t = \frac{E_{m-1}^t}{e^{(\pm)\mu\phi_{m-1}}} \quad \text{Eq. 3.58}$$

Ce qui nous permet d'écrire :

$$L_{m+1,0}^t = \frac{L_{m+1}^t}{e^{-A_m} E_i^t + 1} \quad \text{Eq. 3.59}$$

avec  $A_m = \sum_{k=i+1}^m (\pm)\mu\phi_k$

Ainsi, il nous reste une seule variable  $E_i^t$  à déterminer.

Le problème est résolu avec la méthode de Newton-Raphson (Eq. 3.35) :

$$\begin{aligned} X_n &= E_i^t \\ F &= L_{i,0}^t - L_{i,0}^{t-1} + \sum_{m=i+1}^j (L_{m,0}^t - L_{m,0}^{t-1}) \\ &= \frac{L_i^t}{E_i^t + 1} - L_{i,0}^{t-1} + \sum_{m=i+1}^j \left( \frac{L_m^t e^{A_{m-1}}}{E_i^t + e^{A_{m-1}}} - L_{m,0}^{t-1} \right) \\ dF &= -\frac{L_i^t}{(E_i^t + 1)^2} - \sum_{m=i+1}^j \frac{L_m^t e^{A_{m-1}}}{(E_i^t + e^{A_{m-1}})^2} \end{aligned} \quad \text{Eq. 3.60}$$

### 3. Élément fini de coque triangulaire S3

L'élément fini de coque utilisé est dérivé de l'élément triangulaire S3 [SABOURIN ET AL. 2006]. Il est dédié à la mise en forme des tôles et étendu aux renforts textiles dans [HAMILA ET AL. 2009] avec la prise en compte de la flexion hors plan des éléments. Cet élément est intégré dans un code explicite appelé PLASFIB.

#### 3.1 Schéma temporel de résolution

##### 3.1.1 Cadre général

Le code élément fini PLASFIB développé au LaMCoS depuis une quinzaine d'années utilise un schéma d'intégration temporelle  $\beta$  de Newmark [ZIENKIEWICZ ET AL. 2010, BEL 2011]. La description de l'algorithme est faite dans [BELYTSCHKO ET AL. 2013]. La valeur des deux paramètres  $\beta_1$  et  $\beta_2$  permet d'obtenir un schéma d'intégration implicite ou explicite. Dans notre cas, une méthode par différence centrée est utilisée,  $\beta_1 = 1/2$  et  $\beta_2 = 0$ .

Avec le schéma de Newmark, le champ de déplacement et ses dérivées sont discrétisés par des développements de Taylor :

$$\begin{aligned} \{u_{n+1}\} &= \{\tilde{u}_n\} + \beta_2 \frac{\Delta t^2}{2} \{\ddot{u}_{n+1}\} \\ \{\dot{u}_{n+1}\} &= \{\dot{\tilde{u}}_n\} + \beta_1 \Delta t \{\ddot{u}_{n+1}\} \\ \{\ddot{u}_{n+1}\} &= \{\ddot{u}_n\} + \{\ddot{u}_{n+1}\} \end{aligned} \quad \text{Eq. 3.61}$$

Avec,

$$\begin{aligned} \{\tilde{u}_n\} &= \{u_n\} + \Delta t \{\dot{u}_n\} + \frac{\Delta t^2}{2} (1 - \beta_2) \{\ddot{u}_n\} \\ \{\dot{\tilde{u}}_n\} &= \{\dot{u}_n\} + (1 - \beta_1) \Delta t \{\ddot{u}_n\} \end{aligned} \quad \text{Eq. 3.62}$$

Le pas de temps vaut :

$$\Delta t = t_{n+1} - t_n \quad \text{Eq. 3.63}$$

Avec la méthode explicite par différence centrée,  $\beta_1 = 1/2$  et  $\beta_2 = 0$ , on obtient les expressions du déplacement et de la vitesse au pas  $n + 1$ :

$$\begin{aligned} \{u_{n+1}\} &= \{u_n\} + \Delta t \{\dot{u}_n\} + \frac{\Delta t^2}{2} \{\ddot{u}_n\} \\ \{\dot{u}_{n+1}\} &= \{\dot{u}_n\} + \frac{\Delta t}{2} (\{\ddot{u}_n\} + \{\ddot{u}_{n+1}\}) \end{aligned} \quad \text{Eq. 3.64}$$

### 3.1.2 Equation de la dynamique

L'équation de la dynamique au pas  $n$  s'écrit sous la forme:

$$[M]\{\ddot{u}_n\} + [C]\{\dot{u}_n\} + \{F_n^{int}\} = \{F_n^{ext}\} \quad \text{Eq. 3.65}$$

avec  $[M]$  la matrice de masse,  $[C]$  la matrice d'amortissement (égale à  $\alpha[M]$ ),  $\{F_n^{int}\}$  les forces internes et  $\{F_n^{ext}\}$  les forces externes.

Les conditions initiales sont connues :

$$\begin{aligned} \{u_{t=0}\} &= \{u_0\} \\ \{\dot{u}_{t=0}\} &= \{\dot{u}_0\} \end{aligned} \quad \text{Eq. 3.66}$$

L'équation d'évolution Eq. 3.65 est satisfaite en fin de pas de temps :

$$[M]\{\ddot{u}_{n+1}\} + [C]\{\dot{u}_{n+1}\} + \{F_{n+1}\} = 0 \quad \text{Eq. 3.67}$$

En intégrant les Eq. 3.61 dans l'Eq. 3.67, on obtient :

$$([M] + \beta_1 \Delta t [C])\{\ddot{u}_{n+1}\} = -([C]\{\dot{u}_n\} + \{F_{n+1}\}) \quad \text{Eq. 3.68}$$

Soit, la valeur de l'accélération :

$$\{\ddot{u}_{n+1}\} = -[A]^{-1}(\alpha[M]\{\dot{u}_n\} + \{F_{n+1}\}) \quad \text{Eq. 3.69}$$

avec  $[A] = [M](1 + \beta_1 \Delta t \alpha)$ .

Après cette étape, les valeurs de  $\{u_{n+1}\}$  et  $\{\dot{u}_{n+1}\}$  peuvent être déterminées à partir de l'Eq. 3.61.

La résolution de l'Eq. 3.69 ne nécessite que l'inversion de la matrice de masse, diagonalisée par des méthodes d'approximation (mass lumping) [ZIENKIEWICZ ET AL. 2000].

### 3.1.3 Stabilité du schéma

La stabilité du schéma de Newmark dépend des valeurs de paramètres  $\beta_1$  et  $\beta_2$ . Il est conditionnement stable pour  $\beta_2 = 0$  et  $1/2 \leq \beta_1 \leq 1$ . La valeur du pas de temps ne peut excéder une valeur critique de pas de temps donnée par la condition de Courant-Friedrich-Levy :

$$\Delta t_{crit} = \min_e \frac{l_e}{c_e} \quad \text{Eq. 3.70}$$

avec  $l_e$  la longueur caractéristique de l'élément et  $c_e$  la vitesse d'une onde de pression dans l'élément.

Pour les plaques, la célérité de l'onde peut se calculer en fonction de la rigidité et de la masse volumique :

$$c_e = \sqrt{\frac{E}{\rho(1 - \eta^2)}} \quad \text{Eq. 3.71}$$

Ainsi, plus une structure sera finement maillée, plus le pas de temps critique sera faible et par conséquent le calcul long. De même, le pas de temps critique diminue quand la vitesse d'une onde augmente donc la masse volumique et la raideur de l'élément influence la vitesse de calcul. En pratique, la rigidité prédominante est celle des fibres. Le recours à du *mass scaling* (augmentation de la masse) peut être envisagé pour accélérer le calcul dans des configurations quasi-statiques (exclu pour des problèmes à réponse haute fréquence). Des précautions devront néanmoins être prises pour limiter les effets dynamiques de masse qui pourraient affecter le résultat du calcul. Ainsi l'énergie cinétique doit rester largement minoritaire devant l'énergie interne de déformation par exemple.

### 3.2 Élément fini lagrangien

L'élément fini triangulaire de coque est initialement développé pour prendre en compte la spécificité des renforts fibreux [BOISSE ET AL. 1997], puis enrichi dans [ZOUARI ET AL. 2006] et [HAMILA ET AL. 2009].

La formulation proposée dans [HAMILA ET AL. 2009] somme les énergies de chaque cellule élémentaire représentative (CER) de tissu qui compose l'élément. Si la notion de CER est généralement aisée à définir dans le cadre des tissés, elle s'avère moins évidente dans notre cas où les éléments triangulaires modélisent des nappes de fibres. Les grandeurs mécaniques calculées seront donc exprimées par unité de surface élémentaire comme explicité dans [BEL 2011] et sont constantes dans l'élément (les contraintes sont intégrées dans l'épaisseur).

#### 3.2.1 Éléments de cinématiques<sup>9</sup>

##### 3.2.1.1 Les différents repères utilisés

L'élément utilisé est à direction de mèches quelconques. Plusieurs repères sont définis. Un référentiel spatial invariant défini  $(O, \vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3)$  permet de repérer la position d'un point  $M$  :

$$\vec{x} = \overrightarrow{OM} = x^1 \vec{e}_1 + x^2 \vec{e}_2 + x^3 \vec{e}_3 \quad \text{Eq. 3.72}$$

Les vecteurs directeurs des fibres  $\vec{k}_i$  forment une base matérielle paramétrée à l'aide de  $(r^1, r^2)$  pour  $i \in [1,2]$  et  $j \in [1,3]$  :

$$\vec{k}_i = \frac{\partial x^j}{\partial r^i} \vec{e}_j \quad \text{Eq. 3.73}$$

La base duale contravariante est définie telle que  $\vec{k}_i \cdot \vec{k}^j = \delta_i^j$  et les vecteurs normés dans la direction des fibres par :

<sup>9</sup> Pour les doctorants qui s'aventureraient dans la lecture de ce manuscrit, je ne peux que conseiller la lecture de ce cours de calculs tensoriels qui m'a bien aidé : [https://dournac.org/sciences/Tensor\\_Calculus.pdf](https://dournac.org/sciences/Tensor_Calculus.pdf)

$$\vec{h}_i = \frac{\vec{k}_i}{\|\vec{k}_i\|} \quad \text{et} \quad \vec{h}^i = \frac{\vec{k}^i}{\|\vec{k}^i\|} \quad \text{Eq. 3.74}$$

Les vecteurs de la base covariante  $(\vec{g}_1, \vec{g}_2)$  sont portés par les côtés de l'élément et définissent un repère isoparamétrique de l'élément fini de paramètres  $(\xi^1, \xi^2)$  pour  $i \in [1,2]$  et  $j \in [1,3]$ :

$$\vec{g}_i = \frac{\partial x^j}{\partial \xi^i} \vec{e}_j \quad \text{et} \quad \vec{g}^i = \frac{\partial \xi^i}{\partial x^j} \vec{e}_j \quad \text{Eq. 3.75}$$

Ainsi, tout point P dans l'élément pourra être repéré dans les différentes bases :

$$\vec{M}_1 \vec{P} = \xi^1 \vec{g}_1 + \xi^2 \vec{g}_2 = r^1 \vec{k}_1 + r^2 \vec{k}_2 \quad \text{Eq. 3.76}$$

Les vecteurs  $\vec{k}_1$  et  $\vec{k}_2$  peuvent être exprimés en fonction des vecteurs  $\vec{g}_1$  et  $\vec{g}_2$  tels que **10**:

$$\vec{k}_i = \frac{\partial \xi^j}{\partial r^i} \vec{g}_j = \frac{\partial \xi^j}{\partial x^k} \frac{\partial x^k}{\partial r^i} \vec{g}_j = (\vec{g}^j \cdot \vec{k}_i) \cdot \vec{g}_j \quad \text{Eq. 3.77}$$

$$\vec{k}_i = (\vec{k}_i \cdot \vec{g}^1) \cdot \vec{g}_1 + (\vec{k}_i \cdot \vec{g}^2) \cdot \vec{g}_2 \quad \text{Eq. 3.78}$$

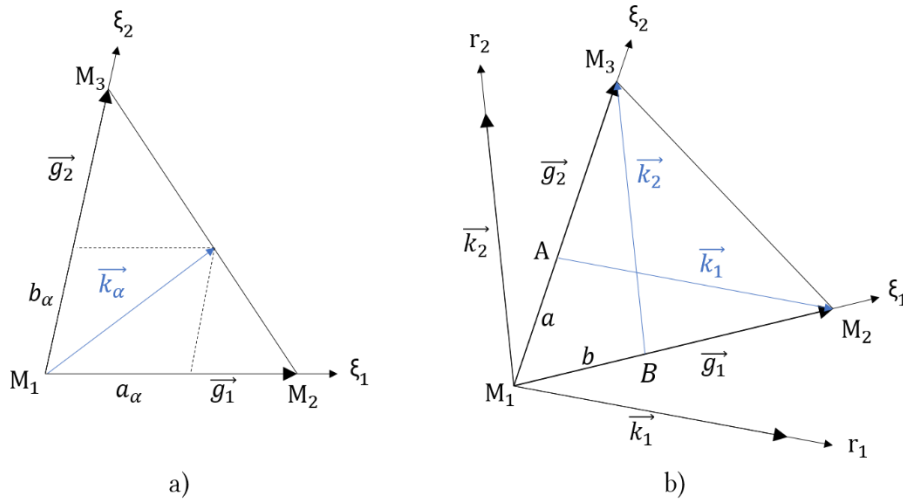


Figure 3-9: Elément fini semi-discret triangulaire à deux directions quelconques de fibres

On peut exprimer les vecteurs directeurs des fibres dans l'élément d'après le cas général présenté Figure 3-9a :

$$\begin{aligned} \vec{k}_1 &= a_1 \vec{g}_1 + b_1 \vec{g}_2 \\ \vec{k}_2 &= a_2 \vec{g}_1 + b_2 \vec{g}_2 \end{aligned} \quad \text{Eq. 3.79}$$

Dans [HAMILA ET AL. 2009], le choix est fait de simplifier le cas de référence selon la

**10** Le vecteur  $\vec{x}$  peut être exprimé par ses composantes contravariantes sur la base formée par les vecteurs  $(\vec{e}_i)$  tel que  $\vec{x} = x^i \vec{e}_i$  et ses composantes covariantes  $x_i = \vec{x} \cdot \vec{e}_i$ . Sur la base réciproque  $(\vec{e}^i)$ , les composantes contravariantes sont telles que  $\vec{x} = x_i \vec{e}^i$  et les covariantes  $x^i = \vec{x} \cdot \vec{e}^i$

configuration présentée Figure 3-9b tel que :

$$\begin{aligned}\vec{k}_1 &= \vec{g}_1 - a\vec{g}_2 \\ \vec{k}_2 &= \vec{g}_1 - b\vec{g}_2\end{aligned}\quad \text{Eq. 3.80}$$

### 3.2.1.2 Discrétisation élément fini

Tout point appartenant à l'élément peut être repéré à partir des positions  $x_j^i$  des nœuds  $J$  ( $J \in [1,3]$ ) de l'élément et de ses coordonnées normalisées dans l'élément isoparamétrique (à travers les fonctions de forme  $N_j$ ). L'expression de ses coordonnées nous donne :

$$\vec{x} = x^i \vec{e}_i = N_j(\xi^1, \xi^2) x_j^i \vec{e}_i = \begin{Bmatrix} N_j(\xi^1, \xi^2) x_j^1 \\ N_j(\xi^1, \xi^2) x_j^2 \\ N_j(\xi^1, \xi^2) x_j^3 \end{Bmatrix}\quad \text{Eq. 3.81}$$

Et ses déplacements :

$$\vec{\eta} = \eta^i \vec{e}_i = N_j(\xi^1, \xi^2) \eta_j^i \vec{e}_i\quad \text{Eq. 3.82}$$

Avec pour un élément triangulaire dont l'élément de référence est présenté Figure 3-10, les fonctions de forme qui s'expriment:

$$\{N_j\} = \begin{Bmatrix} N_1(\xi^1, \xi^2) \\ N_2(\xi^1, \xi^2) \\ N_3(\xi^1, \xi^2) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 1 - \xi^1 - \xi^2 \\ \xi^1 \\ \xi^2 \end{Bmatrix}\quad \text{Eq. 3.83}$$

Et leurs dérivées :

$$\begin{aligned}\left[ \frac{\partial N_j}{\partial \xi^1} \right] &= [-1 \quad 1 \quad 0] \\ \left[ \frac{\partial N_j}{\partial \xi^2} \right] &= [-1 \quad 0 \quad 1]\end{aligned}\quad \text{Eq. 3.84}$$

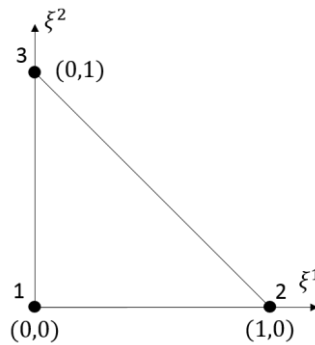


Figure 3-10: Elément triangulaire de référence

Les vecteurs de la base isoparamétrique de l'Eq. 3.75 pourront alors être écrits :

$$\vec{g}_i = \frac{\partial x^k}{\partial \xi^i} \vec{e}_k = \frac{\partial N_j(\xi^1, \xi^2)}{\partial \xi^i} x_j^k \vec{e}_k\quad \text{Eq. 3.85}$$

D'après l'Eq. 3.77, on calcule l'expression des dérivées partielles des déplacements :

$$\frac{\partial \vec{\eta}}{\partial r^1} = \frac{\partial \vec{\eta}}{\partial \xi^j} \frac{\partial \xi^j}{\partial r^1} = \frac{\partial N_J(\xi^1, \xi^2)}{\partial \xi^j} \frac{\partial \xi^j}{\partial r^1} \eta_j^i \vec{e}_i = \frac{\partial N_J(\xi^1, \xi^2)}{\partial \xi^j} (\vec{k}_1 \cdot \vec{g}^j) \eta_j^i \vec{e}_i \quad \text{Eq. 3.86}$$

Or (somme sur les  $i$ ),

$$\begin{aligned} \frac{\partial N_J(\xi^1, \xi^2)}{\partial \xi^i} (\vec{k}_1 \cdot \vec{g}^i) &= \frac{\partial N_J(\xi^1, \xi^2)}{\partial \xi^1} (\vec{k}_1 \cdot \vec{g}^1) + \frac{\partial N_J(\xi^1, \xi^2)}{\partial \xi^2} (\vec{k}_1 \cdot \vec{g}^2) \\ &= [-a_1 \quad a_1 \quad 0] + [-b_1 \quad 0 \quad b_1] \\ &= [-(a_1 + b_1) \quad a_1 \quad b_1] \end{aligned} \quad \text{Eq. 3.87}$$

Sous forme matricielle en utilisant l'Eq. 3.79, on obtient pour une direction  $\alpha$  (somme sur les  $k$ ) :

$$\begin{aligned} \frac{\partial \vec{\eta}}{\partial r^\alpha} &= [-(a_\alpha + b_\alpha) \quad a_\alpha \quad b_\alpha] \begin{Bmatrix} \eta_1^k \\ \eta_2^k \\ \eta_3^k \end{Bmatrix} \vec{e}_k \\ &= (-(a_\alpha + b_\alpha) \eta_1^k + a_\alpha \eta_2^k + b_\alpha \eta_3^k) \vec{e}_k \end{aligned} \quad \text{Eq. 3.88}$$

Dans la configuration de référence de la Figure 3-9b :  $a_1 = 1$ ,  $b_1 = -a$ ,  $a_2 = -b$  et  $b_1 = 1$  d'où,

$$\begin{aligned} \frac{\partial \vec{\eta}}{\partial r^1} &= [a - 1 \quad 1 \quad -a] \begin{Bmatrix} \eta_1^k \\ \eta_2^k \\ \eta_3^k \end{Bmatrix} \vec{e}_k \\ \frac{\partial \vec{\eta}}{\partial r^2} &= [b - 1 \quad -b \quad 1] \begin{Bmatrix} \eta_1^k \\ \eta_2^k \\ \eta_3^k \end{Bmatrix} \vec{e}_k \end{aligned} \quad \text{Eq. 3.89}$$

### 3.2.2 Calcul des déformations

#### 3.2.2.1 Déformation dans une direction $i$

On définit le gradient  $\bar{\nabla} \vec{\eta}$  pour tout champ de déplacement virtuel  $\vec{\eta}(\xi^1, \xi^2)$  tel que :

$$d\vec{\eta} = \bar{\nabla} \vec{\eta} \cdot d\vec{x} \quad \text{Eq. 3.90}$$

Le gradient s'exprime par ses composantes covariantes **11**:

$$\bar{\nabla} \vec{\eta} = \frac{\partial \vec{\eta}}{\partial r^i} \cdot \vec{k}_j (\vec{k}^i \otimes \vec{k}^j) \quad \text{Eq. 3.91}$$

On détermine la déformation axiale dans la direction des fibres à partir du gradient du déplacement:

$$\varepsilon_{\alpha\alpha} = \vec{h}_\alpha \cdot \bar{\nabla} \vec{\eta} \cdot \vec{h}_\alpha = \frac{1}{\|\vec{k}_\alpha\|^2} \frac{\partial \vec{\eta}}{\partial r^\alpha} \cdot \vec{k}_\alpha \quad \text{Eq. 3.92}$$

En exploitant l'Eq. 3.88, on définit une matrice  $B$  de passage des déplacements des nœuds de l'élément à la déformation dans la direction recherchée de telle sorte que :

**11** Un tenseur  $\bar{S} = S^{ij} (\vec{e}_i \otimes \vec{e}_j) = S_{ij} (\vec{e}^i \otimes \vec{e}^j)$  et les composantes covariantes du tenseur gradient  $\nabla \vec{u} = \frac{\partial u_i}{\partial e^j} (\vec{e}^i \otimes \vec{e}^j)$  se calculent par le produit scalaire  $\frac{\partial u_i}{\partial e^j} = \frac{\partial \vec{u}}{\partial e^j} \cdot \vec{e}_i$ , soit  $\nabla \vec{u} = \frac{\partial \vec{u}}{\partial e^j} \cdot \vec{e}_i (\vec{e}^i \otimes \vec{e}^j) = \frac{\partial \vec{u}}{\partial e^j} \otimes \vec{e}^j$

$$\begin{aligned}
 \varepsilon_{\alpha\alpha} &= \frac{\partial \vec{\eta}}{\partial r^\alpha} = \frac{1}{\|k_\alpha\|^2} \left( \frac{\partial N_j(\xi^1, \xi^2)}{\partial \xi^j} (\vec{k}_\alpha \cdot \vec{g}^j) \eta_j^i \vec{e}_i \right) \cdot \vec{k}_\alpha \\
 &= \left( \begin{bmatrix} -(a_\alpha + b_\alpha) & a_\alpha & b_\alpha \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \eta_1^i \\ \eta_2^i \\ \eta_3^i \end{Bmatrix} \vec{e}_i \right) \cdot \vec{k}_\alpha \\
 &= \frac{1}{\|k_\alpha\|^2} \left( k_\alpha^i \begin{bmatrix} -(a_\alpha + b_\alpha) & a_\alpha & b_\alpha \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \eta_1^i \\ \eta_2^i \\ \eta_3^i \end{Bmatrix} \right) \\
 &= \frac{1}{\|k_\alpha\|^2} B_{\alpha ij} \eta_j^i
 \end{aligned} \tag{Eq. 3.93}$$

avec  $\alpha$  l'indice de la direction cherchée,  $i$  la  $i$ -ième coordonnée et  $J$  le numéro de l'élément nœuds.

Dans la première direction de fibre ( $a_1 = 1, b_1 = -a$ ), on a :

$$B_{1i1} = k_1^i(a - 1); \quad B_{1i2} = k_1^i; \quad B_{1i3} = -ak_1^i \tag{Eq. 3.94}$$

Dans la seconde direction ( $a_2 = -b, b_2 = 1$ ), ce qui mène à :

$$B_{2i1} = k_2^i(b - 1); \quad B_{2i2} = -bk_2^i; \quad B_{2i3} = k_2^i \tag{Eq. 3.95}$$

### 3.2.2.2 Angle de cisaillement

L'angle de cisaillement correspond à la variation d'angle entre les deux directions de fibres. On calcule donc la variation d'angle  $\gamma_1$  et  $\gamma_2$  pour chaque direction de fibres entre les vecteurs matériels  $\vec{dx}_i$  devenus  $\vec{\delta x}_i$  une fois soumis au champ de déplacement  $\vec{\eta}(\xi^1, \xi^2)$  tel que  $\vec{\delta x}_i = \vec{dx}_i + \vec{d\eta}$ . Par définition du produit scalaire, on obtient :

$$\sin(\gamma_1) = \frac{\vec{\delta x}_1 \cdot \vec{k}^2}{\|\vec{\delta x}_1\| \|\vec{k}^2\|} = \frac{\vec{d\eta}_1 \cdot \vec{k}^2}{\|\vec{\delta x}_1\| \|\vec{k}^2\|} \tag{Eq. 3.96}$$

car  $\vec{\delta x}_i$  est orienté selon  $\vec{k}_1$  donc orthogonal à  $\vec{k}^2$ . Pour un petit déplacement, on fait l'approximation que  $\|\vec{\delta x}_1\| = \|\vec{dx}_1\|$  et  $\sin(\gamma_1) = \gamma_1$ . En faisant de même pour  $\gamma_2$ , on a finalement :

$$\gamma_1 = \frac{\vec{d\eta}_1 \cdot \vec{h}^2}{\|\vec{dx}_1\|} \quad \text{et} \quad \gamma_2 = \frac{\vec{d\eta}_2 \cdot \vec{h}^1}{\|\vec{dx}_2\|} \tag{Eq. 3.97}$$

En intégrant l'expression du gradient du déplacement :

$$\vec{d\eta}_1 = \vec{\bar{v}} \vec{\eta} \cdot \vec{dx}_1 = \vec{\bar{v}} \vec{\eta} \cdot dx_1 \vec{h}_1 \tag{Eq. 3.98}$$

On obtient :

$$\gamma_1 = (\vec{\bar{v}} \vec{\eta}_1 \cdot \vec{h}_1) \vec{h}^2 = \frac{\vec{k}^2 \cdot \vec{\bar{v}} \vec{\eta} \cdot \vec{k}_1}{\|\vec{k}^2\| \|\vec{k}_1\|} \tag{Eq. 3.99}$$

$$\gamma_1 = \frac{1}{\|\vec{k}^2\| \|\vec{k}_1\|} \left( \frac{\partial \vec{\eta}}{\partial r^1} \cdot \vec{k}_1 (\vec{k}^2 \cdot \vec{k}^1) + \frac{\partial \vec{\eta}}{\partial r^2} \cdot \vec{k}_1 (\vec{k}^2 \cdot \vec{k}^2) \right) \tag{Eq. 3.100}$$

Soit :



$$\gamma_1 = \left( \frac{\partial \vec{\eta}}{\partial r^1} \cdot \vec{k}_1 \right) \frac{\vec{k}^2 \cdot \vec{k}^1}{\|\vec{k}^2\| \|\vec{k}_1\|} + \left( \frac{\partial \vec{\eta}}{\partial r^2} \cdot \vec{k}_1 \right) \frac{\|\vec{k}^2\|}{\|\vec{k}_1\|} \quad \text{Eq. 3.101}$$

En faisant de même avec  $\gamma_2$  :

$$\gamma_2 = - \left( \left( \frac{\partial \vec{\eta}}{\partial r^2} \cdot \vec{k}_2 \right) \frac{\vec{k}^1 \cdot \vec{k}^2}{\|\vec{k}^1\| \|\vec{k}_2\|} \left( \frac{\partial \vec{\eta}}{\partial r^1} \cdot \vec{k}_2 \right) \frac{\|\vec{k}^1\|}{\|\vec{k}_2\|} \right) \quad \text{Eq. 3.102}$$

Finalement, la variation d'angle entre les deux directions s'exprime:

$$\gamma = \gamma_1 - \gamma_2 = \vec{h}^2 \cdot \vec{\nu} \vec{\eta} \cdot \vec{h}_1 + \vec{h}^1 \cdot \vec{\nu} \vec{\eta} \cdot \vec{h}_2 \quad \text{Eq. 3.103}$$

On cherche à exprimer l'angle de cisaillement en fonction des déplacements des nœuds comme le cas précédente :

$$\gamma = \left( B_{1ij} \frac{\vec{k}^2 \cdot \vec{k}^1}{\|\vec{k}^2\| \|\vec{k}_1\|} + B_{3ij} \frac{\|\vec{k}^2\|}{\|\vec{k}_1\|} + B_{2ij} \frac{\vec{k}^1 \cdot \vec{k}^2}{\|\vec{k}^1\| \|\vec{k}_2\|} + B_{4ij} \frac{\|\vec{k}^1\|}{\|\vec{k}_2\|} \right) \eta_j^i \quad \text{Eq. 3.104}$$

Avec  $B_{1ij}$  et  $B_{2ij}$  définis dans la section précédente et :

$$\begin{aligned} B_{3i1} &= k_1^i (b - 1) & B_{3i2} &= -bk_1^i & B_{3i3} &= k_1^i \\ B_{4i1} &= k_2^i (a - 1) & B_{4i1} &= k_2^i & B_{4i1} &= -ak_2^i \end{aligned} \quad \text{Eq. 3.105}$$

### 3.2.2.3 Courbure hors plan

L'intégration de la flexion pour l'élément de renfort [HAMILA ET AL. 2009] repose sur la méthode explicitée dans les travaux de Sabourin et Brunet [BRUNET ET AL. 1995, SABOURIN ET AL. 2006] sur l'élément S3. Les rotations sont calculées à partir des éléments voisins et ne fait intervenir que les degrés de liberté de déplacement.

La courbure peut s'exprimer en fonction d'une matrice  $\langle B_{hh} \rangle$  et du déplacement des nœuds :

$$\chi_{hh} = \frac{1}{\|\vec{k}_h\|^2} \langle B_h^b \rangle \{ \eta \} = \frac{1}{\|\vec{k}_h\|^2} B_{hij}^b \eta_j^i \quad \text{Eq. 3.106}$$

La matrice  $\langle B_{hh}^b \rangle$ , comme les calculs, sera explicitée dans le prochain chapitre.

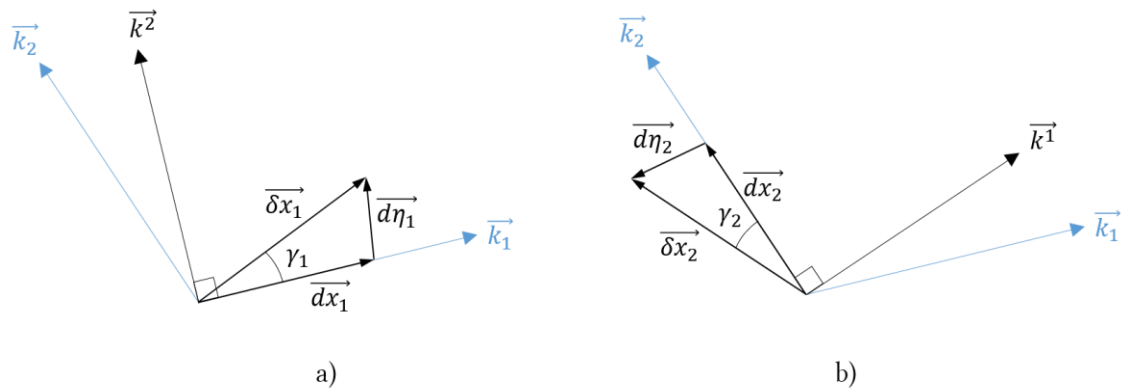


Figure 3-11: Variation des angles de cisaillement pour chacune des directions de fibres

### 3.2.3 Lois de comportement

Chacune des trois contributions – la tension, le cisaillement et la flexion – est régie par des lois de comportement élastiques détaillées dans cette partie. Elles peuvent être modifiées suivant les besoins.

#### 3.2.3.1 Tension

On considère les tensions indépendantes dans les deux directions de fibres si bien que :

$$T^{11}(\varepsilon_{11}, \varepsilon_{22}) = T^{11}(\varepsilon_{11}) \quad \text{et} \quad T^{22}(\varepsilon_{11}, \varepsilon_{22}) = T^{22}(\varepsilon_{22}) \quad \text{Eq. 3.107}$$

Le comportement est linéaire et symétrique en traction/compression :

$$\begin{aligned} T^{11} &= C_1 \varepsilon_{11} \\ T^{22} &= C_2 \varepsilon_{22} \end{aligned} \quad \text{Eq. 3.108}$$

avec les tensions et  $C_1$ ,  $C_2$  exprimées en  $N/mm$  (tension par unité de largeur de nappe de fibres).

#### 3.2.3.2 Cisaillement

Le couple de cisaillement calculé dépend de l'angle de cisaillement par l'intermédiaire d'une loi polynomiale de degré impaire qui devient négative quand l'angle de cisaillement l'est également  $C(-\gamma) = -C(\gamma)$  :

$$C_\gamma = k_1 \gamma + k_3 \gamma^3 + k_5 \gamma^5 \quad \text{Eq. 3.109}$$

avec le couple de cisaillement exprimé par unité de surface de renfort en  $N.mm/mm^2$ .

#### 3.2.3.3 Flexion

Le comportement en flexion est découplé dans les deux directions de fibres et suit une loi polynomiale d'ordre deux:

$$\begin{aligned} M_1 &= b_1 \chi_{11} + b_2 \chi_{11}^2 \\ M_2 &= b'_1 \chi_{22} + b'_2 \chi_{22}^2 \end{aligned} \quad \text{Eq. 3.110}$$

Le moment de flexion est exprimé par unité de largeur de nappe de fibre soit en  $N.mm/mm$ .

### 3.2.4 Travail des efforts internes

Le travail virtuel des efforts internes dans l'élément de fibrés est décomposé en trois contributions faisant intervenir la tension dans la direction des fibres, le cisaillement dans le plan du renfort et la flexion hors plan du renfort :

$$W_{int}^{*t} = W_{tens}^{*t} + W_{cis}^{*t} + W_{flex}^{*t} \quad \text{Eq. 3.111}$$

Chacune de ces contributions peut s'exprimer quel que soit le champ de déplacement virtuel  $\vec{\eta}$  :

$$W_{tens}^{*t} = \{F_{tens}^t\} \cdot \langle \eta \rangle = A_e (T^{11}(\varepsilon_{11}, \varepsilon_{22}) \varepsilon_{11}(\vec{\eta}) + T^{22}(\varepsilon_{11}, \varepsilon_{22}) \varepsilon_{22}(\vec{\eta})) \quad \text{Eq. 3.112}$$

$$W_{cis}^{*t} = \{F_{cis}^t\} \cdot \langle \eta \rangle = A_e (C_\gamma \gamma(\vec{\eta})) \quad \text{Eq. 3.113}$$

$$W_{flex}^{*t} = \{F_{flex}^t\} \cdot \langle \eta \rangle = A_e (M_1 \chi_{11}(\vec{\eta}) + M_2 \chi_{22}(\vec{\eta})) \quad \text{Eq. 3.114}$$

Avec  $T^{11}$  ( $T^{22}$ ) et  $\varepsilon_{11}$  ( $\varepsilon_{22}$ ) respectivement la tension et la déformation dans la direction  $\vec{k}_1$  (dans la direction  $\vec{k}_2$ ) des fibres,  $C_\gamma$  le couple de cisaillement et  $\gamma$  l'angle de cisaillement,  $M_1$  ( $M_2$ ) et  $\chi_{11}$  ( $\chi_{22}$ ) respectivement le moment de flexion et la courbure dans la direction  $\vec{k}_1$  (dans la direction  $\vec{k}_2$ ) des fibres.

### 3.2.5 Calcul des forces internes

Les forces internes globales de chaque élément sont la somme des forces internes calculées pour chaque contribution :

$$\{F_{int}^t\} = \{F_{tens}^t\} + \{F_{cis}^t\} + \{F_{flex}^t\} \quad \text{Eq. 3.115}$$

#### 3.2.5.1 En tension

En exploitant le résultat de l'Eq. 3.93, le travail des efforts de tension dans les fibres devient :

$$W_{tens}^{*t} = \{F_{tens}^t\} \cdot \langle \eta \rangle = A_e \left( T^{11}(\varepsilon_{11}, \varepsilon_{22}) \frac{B_{1ij}}{\|k_1\|^2} + T^{22}(\varepsilon_{11}, \varepsilon_{22}) \frac{B_{2ij}}{\|k_2\|^2} \right) \cdot \langle \eta \rangle \quad \text{Eq. 3.116}$$

Soit, par identification :

$$\{F_{tens}^t\} = A_e \left( T^{11}(\varepsilon_{11}, \varepsilon_{22}) \frac{B_{1ij}}{\|k_1\|^2} + T^{22}(\varepsilon_{11}, \varepsilon_{22}) \frac{B_{2ij}}{\|k_2\|^2} \right) \quad \text{Eq. 3.117}$$

#### 3.2.5.2 En cisaillement

De même avec les résultats de l'Eq. 3.104, on obtient :

$$\begin{aligned}
 W_{cis}^{*t} &= \{F_{cis}^t\} \cdot \langle \eta \rangle \\
 W_{cis}^{*t} &= A_e C_\gamma \left( B_{1ij} \frac{\vec{k}^2 \cdot \vec{k}^1}{\|\vec{k}^2\| \|\vec{k}^1\|} + B_{3ij} \frac{\|\vec{k}^2\|}{\|\vec{k}^1\|} + B_{2ij} \frac{\vec{k}^1 \cdot \vec{k}^2}{\|\vec{k}^1\| \|\vec{k}^2\|} + B_{4ij} \frac{\|\vec{k}^1\|}{\|\vec{k}^2\|} \right) \langle \eta \rangle
 \end{aligned} \quad Eq. 3.118$$

Ainsi, on trouve :

$$\{F_{cis}^t\} = A_e C_\gamma \left( B_{1ij} \frac{\vec{k}^2 \cdot \vec{k}^1}{\|\vec{k}^2\| \|\vec{k}^1\|} + B_{3ij} \frac{\|\vec{k}^2\|}{\|\vec{k}^1\|} + B_{2ij} \frac{\vec{k}^1 \cdot \vec{k}^2}{\|\vec{k}^1\| \|\vec{k}^2\|} + B_{4ij} \frac{\|\vec{k}^1\|}{\|\vec{k}^2\|} \right) \quad Eq. 3.119$$

### 3.2.5.3 En flexion

Pour la flexion, l'Eq. 3.106 nous permet d'avoir :

$$W_{flex}^{*t} = \{F_{flex}^t\} \cdot \langle \eta \rangle = A_e \left( M_1 \frac{B_{1ij}^b}{\|\vec{k}^1\|^2} + M_2 \frac{B_{2ij}^b}{\|\vec{k}^2\|^2} \right) \langle \eta \rangle \quad Eq. 3.120$$

L'expression des forces internes de flexion est donnée par :

$$\{F_{flex}^t\} = A_e \left( M_1 \frac{B_{1ij}^b}{\|\vec{k}^1\|^2} + M_2 \frac{B_{2ij}^b}{\|\vec{k}^2\|^2} \right) \quad Eq. 3.121$$

---

## 4. Validation des approches

Le *bias extension tests* (BET) sert de test pour confronter les modèles avec la réalité expérimentale. Pour cela, des simulations de l'essai sont réalisées avec les quatre approches de modélisation continue, discrète sans frottement de la couture, et discrètes avec frottement par tension seuil et par cabestan. Les résultats de simulations sont comparés aux essais des trois NCF dont la longueur de point de couture varie de 1.5 mm, 2.5 mm et 3.3 mm. Les échantillons mesurent 240 mm de longueur et 80 mm de largeur (ratio de trois). Pour les modèles avec prise en compte de frottement du fil de couture aux points de piquage, différentes valeurs de coefficient sont employées afin de visualiser leur impact sur les efforts d'un BET simulé.

Les nœuds au bord de l'éprouvette sont encastrés d'un côté tandis que ceux du côté opposé subissent un déplacement imposé suivant  $x$ . A la fin de la simulation, le déplacement maximal est de 62,5 millimètres. Les angles de cisaillement sont calculés à partir des déplacements imposés des nœuds du bord de l'éprouvette. Le déplacement maximal correspond à un angle de cisaillement d'environ  $70^\circ$  en fin de simulation.

Les brins de couture sont représentés par des vecteurs entre deux points de piquage afin de visualiser les résultats à l'aide du logiciel Paraview. Les valeurs de déformation de ces brins sont bien calculées à partir de longueurs entre les nœuds de l'élément de couture. Elles sont récupérées à des fins de visualisation. Il ne s'agit pas d'éléments barres indépendants.

---

### 4.1 Prise en compte de flexion des fibres dans le plan

Le calcul de la flexion des fibres dans le plan a été intégré dans l'élément S3 et sera explicité au chapitre suivant. Il présente un intérêt pour enrichir les modèles de renforts composites.

L'intégration de ce nouveau mode de déformation a été motivée par l'apparition de phénomènes numériques qui au-delà de présenter une certaine esthétique graphique (Figure 3-12a) ne sont pas physiques. Ce résultat s'explique par le comportement en cisaillement faiblement rigide et dont l'allure présente un palier (c'est le cas pour des lois logarithmiques). Le couple calculé est sensiblement le même pour une large plage de valeurs d'angle de cisaillement. En ajoutant la contribution de la couture, il apparaît des zones où le couple de cisaillement apparent (contribution des fibres et de la couture additionnée) devient décroissant.

Sur la Figure 3-12, les fibres – orientées à  $\pm 45^\circ$  par rapport à la direction de traction – sont libres de fléchir (la contrainte de cisaillement est constante). La prise en compte de la flexion des fibres dans le plan de l'élément apporte donc une rigidité supplémentaire qui intervient entre deux zones dont les valeurs de cisaillement diffèrent. Elle a comme conséquence directe la disparition de ces phénomènes dans la zone de cisaillement centrale sur la Figure 3-12b.

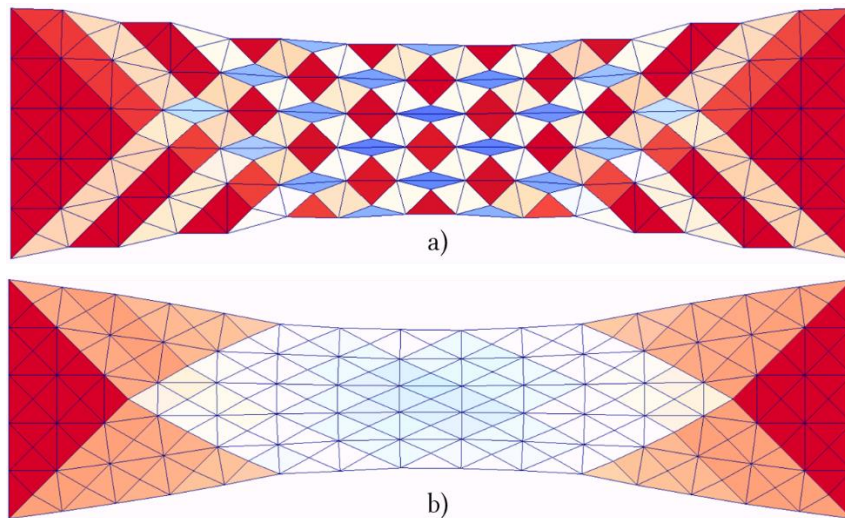


Figure 3-12: a) Phénomènes non physiques observés lors d'une simulation d'un BET, b) stabilisés par l'ajout d'une rigidité de flexion des fibres dans le plan des éléments

## 4.2 Identification de la loi de cisaillement des fibres

On part du principe que le comportement en cisaillement dans les éléments de fibrés englobe des phénomènes ayant lieu entre les nappes de fibres indépendamment de la géométrie de la couture (frottements entre les plis de fibres, frottements intra-pli de fibres). On choisit ainsi d'étudier l'influence des paramètres de couture lors d'une déformation en cisaillement. La déformation du fil dépend des paramètres géométriques de fabrication de la couture et génère une contribution complémentaire aux efforts de cisaillement de « fibrés ».

Pour les trois paramètres de couture étudiés, il existe une direction de traction lors du BET qui tend à solliciter en compression l'ensemble du fil d'une bande de couture. Cette direction de traction est parallèle à la direction de couture pour T1.5mm (cisaillement négatif), et perpendiculaire pour T2.5mm et T3.3mm (cisaillement positif). D'après les modèles de couture présentés (avec et sans frottement), si la couture est globalement sollicitée en compression, alors seule la contribution des fibres intervient dans l'effort de cisaillement : l'ensemble des sollicitations des brins conduit à une compression globale du fil de couture. Ainsi d'après les hypothèses formulées, l'effort résultant d'un BET simulé dans la direction parallèle à la couture T1.5mm (cisaillement négatif) et perpendiculaire à la couture T2.5mm et T3.3mm (cisaillement positif) devrait être identique car la couture ne génère pas de contribution.

Expérimentalement, les trois courbes d'effort résultant de l'essai de BET sont présentées Figure 3-13. L'angle de cisaillement est affiché en valeur absolue afin de comparer les résultats sur un même graphique. Ces résultats sont d'un ordre de grandeur équivalent, on constate cependant une différence entre les trois NCF. Si la déformation du fil de couture joue un rôle mineur dans les trois cas, cette différence pourrait s'expliquer par les interactions couture-fibres ici non prises en compte. Or, la densité surfacique de couture est la plus élevée pour la couture T1.5mm, et la plus faible pour la couture T3.3mm. Cela semble

en accord avec l'effort mesuré le plus élevé pour la couture T15mm et le plus faible pour la couture T3.3mm. Par ailleurs, l'étude de la couture en deux dimensions conduit également à négliger l'effet de compaction des fibres par la couture. D'après le modèle analytique de déformation de la couture décrit dans le chapitre précédent, on sait que la couture se relâche le plus pour T3.3mm. Expérimentalement, un affaiblissement du maintien de fibres pour cette géométrie de couture est observé avec les prémices d'une apparition d'un glissement de fibres.

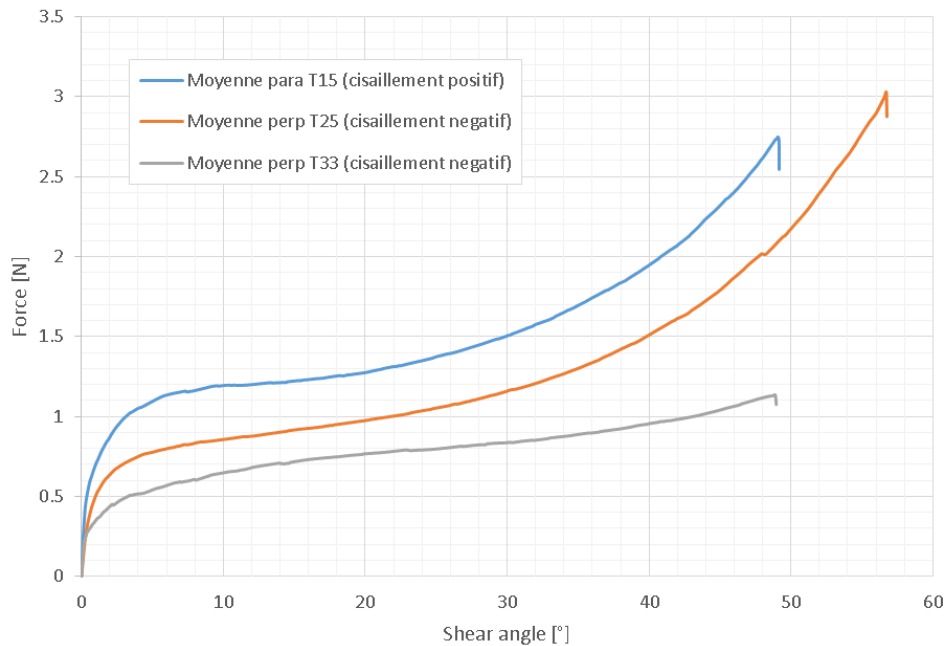


Figure 3-13: Efforts résultants du BET dans le sens parallèle à la direction de couture pour T1.5mm et dans le sens perpendiculaire à la direction de couture pour T2.5mm et T3.3mm dans lequel, selon les hypothèses des modèles, la couture ne fournit pas de contribution.

Au regard de la stratégie suivie, on choisit de considérer un comportement – lié aux mécanismes d'interaction entre les fibres – identique pour les trois renforts. On considère une loi de comportement en cisaillement exponentiel :

$$C(\gamma) = A(1 - e^{-B\gamma}) + C\gamma \quad \text{Eq. 3.122}$$

dont les paramètres pour un angle de cisaillement en radian sont de telle sorte que la loi soit toujours croissante.

$$A = 0.0043; B = 50; C = 0.0045 \quad \text{Eq. 3.123}$$

Les couples calculés à partir des résultats expérimentaux de la Figure 3-13 sont tracés sur la Figure 3-14. L'allure de la loi représentée sur la Figure 3-14. Les paramètres sont choisis pour obtenir un comportement cohérent avec les couples de la couture T15 et T25.

Des lois de comportement polynomiale d'ordre cinq impaire ou à valeur d'angle logarithmique (de type  $k_n \ln(\gamma)^n$ ) ont également été testées. Malgré un ajustement au plus près de la courbe expérimentale (Figure 3-14) pour cette dernière, le palier (légèrement

décroissant) dans la loi de comportement pose des difficultés numériques présentées dans la partie 4.1. De larges déformations sont possibles à variation d'énergie interne pratiquement constante.

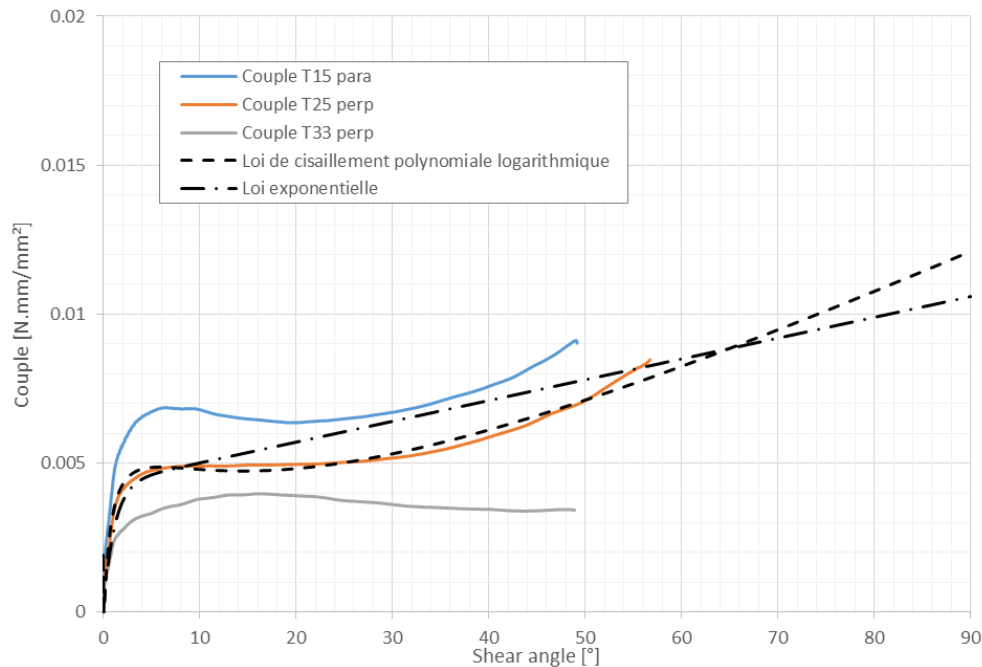


Figure 3-14: Couples de cisaillement calculés à partir des essais de BET dans dans le sens parallèle pour T1.5mm (cisaillement positif) et dans le sens perpendiculaire (cisaillement négatif) à la direction de couture pour T2.5mm et T3.3mm et lois de comportement en cisaillement.

## 4.3 Couture tricot T1.5mm

Les résultats des simulations du *bias extension test* (BET) avec les différentes approches pour la couture T1.5mm sont comparés aux données expérimentales sur la Figure 3-16. La couture affecte l'effort résultant du BET uniquement pour un cisaillement négatif. Ainsi seuls les résultats dans cette direction de sollicitation perpendiculaire à la direction de couture sont présentés. L'angle de cisaillement est affiché en valeur absolue.

### 4.3.1 Modèle continu

La Figure 3-16a compare la courbe d'effort d'un BET simulé avec le modèle continu (en bleu) et la courbe expérimentale (en rouge). La courbe grise correspond à la contribution des fibres sans couture. La contribution des fibres au cisaillement est tracée en gris afin de mieux visualiser la contribution de la couture. La simulation du modèle continu donne un bon ordre de grandeur mais sous-estime l'effort requis pour cisailier l'éprouvette de BET réelle. Pour cette géométrie de couture, l'influence de la tension dans le fil de couture n'est pas prédominant avec une déformation maximum du fil dans les éléments de 1.6%. La contribution de la couture au couple de cisaillement n'est effective que jusqu'à 40°. Au-delà



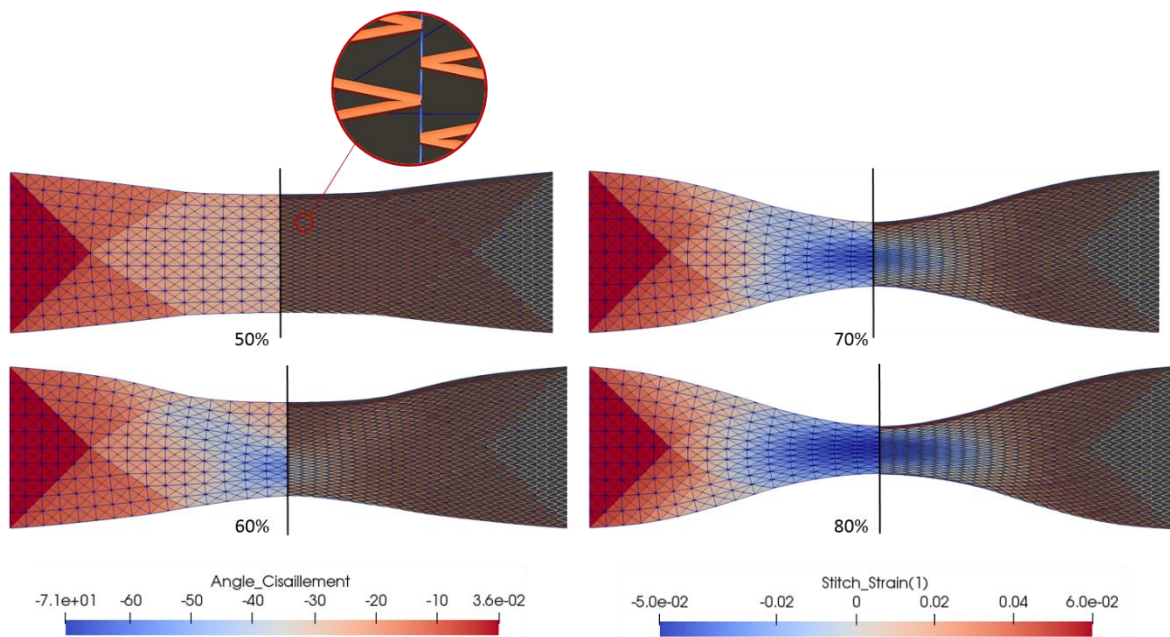


Figure 3-15: Exemple de distortion de l'éprouvette simulé pour un NCF T1.5mm de tension seuil 0.5 N. Sur chaque image, le cisaillement est affiché à gauche, la déformation des brins de fil à droite.

de cet angle, la couture en compression dans la zone centrale a une contribution pratiquement nulle conformément aux résultats du modèle analytique présenté sur la Figure 2-30 du Chapitre 2.

Dans ce cas, prendre en compte uniquement l'effet de tension du fil de la couture dans le plan du renfort ne semble pas suffisant. Il semblerait judicieux de considérer les effets de compaction de la couture ou encore l'interaction fil-fibres pour compenser cette différence entre les résultats mesurés et simulés.

#### 4.3.2 Modèle discret avec frottement par tension seuil

Les résultats du modèle discret à frottement par tension seuil sont présentés sur la Figure 3-16b. Le choix d'une valeur de tension seuil identique à chaque point de piquage du fil de couture génère un glissement soudain du fil de couture sur l'ensemble de l'éprouvette simulée : le caractère binaire d'une telle formulation génère une forte rigidité en début de sollicitation liée aux brins non glissants jusqu'à ce que la tension seuil soit atteinte que la tension chute dans les brins de couture.

La géométrie de la couture génère une chute de tension dans les brins de couture dans la zone centrale (Figure 3-15) à un avancement de 60% de la simulation. Une déformation non réaliste de la zone centrale de l'éprouvette est observée. Ce phénomène coïncide avec le comportement en cisaillement fortement décroissant au-delà de 15 à 20° sur Figure 3-16b. Ce phénomène s'accroît avec l'augmentation de la valeur de tension seuil et ne respecte pas les hypothèses cinématiques pour le calcul de l'angle de cisaillement à partir du déplacement.

---

Par ailleurs, la Figure 3-15 permet aussi de visualiser l'effet d'une tension seuil élevée de 0,5 N qui génère une faible redistribution des déformations des brins de fil dans la bande de couture. C'est notamment le cas à la frontière entre la zones non cisailée et demi-cisailée. L'exemple de la Figure 3-15 montre également que les brins en compression (en bleu) échangent peu de matière avec les brins en traction (en orange).

---

#### 4.3.3 Modèle discret avec frottement par cabestan

Les résultats de la formulation par la méthode du cabestan dépendent de la tension dans chaque brin de couture de part et d'autre d'un point de piquage et d'un coefficient de frottement. La formulation de cette méthode a plus de sens physique. La Figure 3-16a compare la courbe d'effort d'un BET simulé avec le modèle discret par cabestan et la courbe issue de l'essai.

Pour un coefficient de frottement  $\mu = 0$ , chaque brin de fil voisin échange librement de la matière. Le fil subit alors une déformation uniforme dans chaque élément de couture. Ces éléments forment des bandes de couture verticales, visibles sur la Figure 3-17. En reliant la courbe d'effort de la Figure 3-16c et la déformation de l'éprouvette sur la Figure 3-17, on observe que la tension dans les brins de couture est croissante entre  $0^\circ$  et  $22^\circ$  puis décroît entre  $22^\circ$  et  $44^\circ$  jusqu'à être nulle (affiché en blanc puis en bleu à partir de 80% sur Figure 3-17). Au-delà de cet angle, la couture est sollicitée en compression et ne génère plus de contribution (tension nulle).

L'introduction d'une valeur de coefficient de frottement limite les effets de transfert de fil et localise les déformations. Plus le coefficient de frottement  $\mu$  augmente plus l'effort requis pour cisailier le renfort dans la phase de mise en tension du fil est important. En effet, les brins de fil échangent avec plus de difficultés de la matière entres voisins. La tension des brins est donc plus élevée pour un même champ de déformation. Sur la Figure 3-16c, La diminution de l'effort entre  $22^\circ$  et  $44^\circ$  s'accroît également car l'énergie de déformation du fil redevient nulle au-delà de  $44^\circ$ .

Plus le coefficient  $\mu$  croît, plus la courbe d'effort adopte une forme plus prononcée en S due à la contribution d'une couture peu glissante aux points de piquage. L'équilibrage entre les brins devient plus difficile. Dès que les brins en tension se relâchent au-delà d'un certain angle, l'effort de cisaillement nécessaire décroît localement. Le cisaillement est donc plus important dans cette zone. Ce comportement génère des instabilités qui s'illustrent Figure 3-18 par des déformations très localisées des brins qui finissent par s'équilibrer successivement avec leur voisins au cours de la simulation. Pour  $\mu = 0.5$ , la courbe d'effort est chaotique et l'éprouvette subit des déformations non réalistes.

## Validation des approches

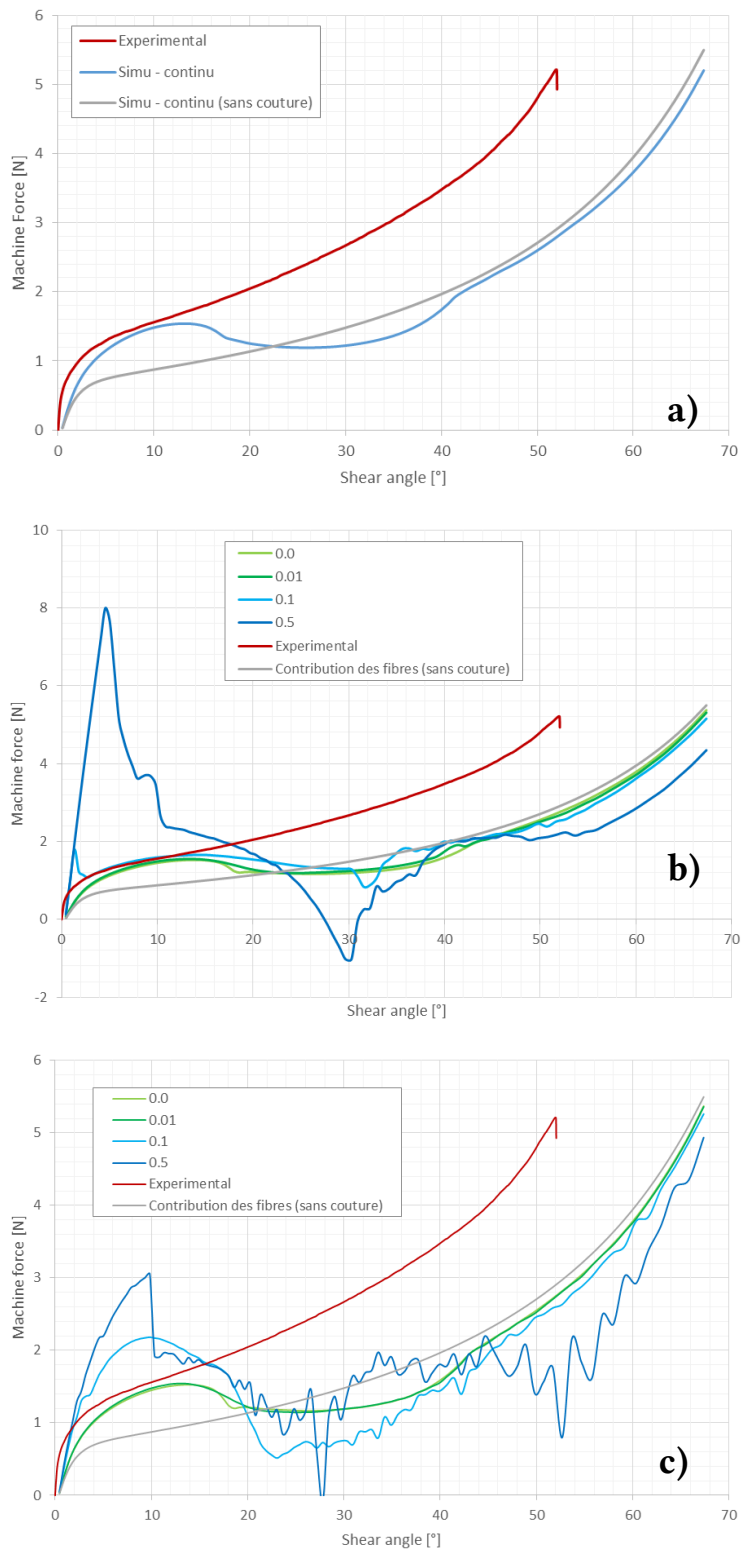


Figure 3-16: Comparaison des efforts issus du BET expérimental et simulé avec l'approche continue (en haut), l'approche discrète à tension seuil (au milieu), l'approche discrète à cabestan (en bas) pour un NCF de couture T1.5mm.

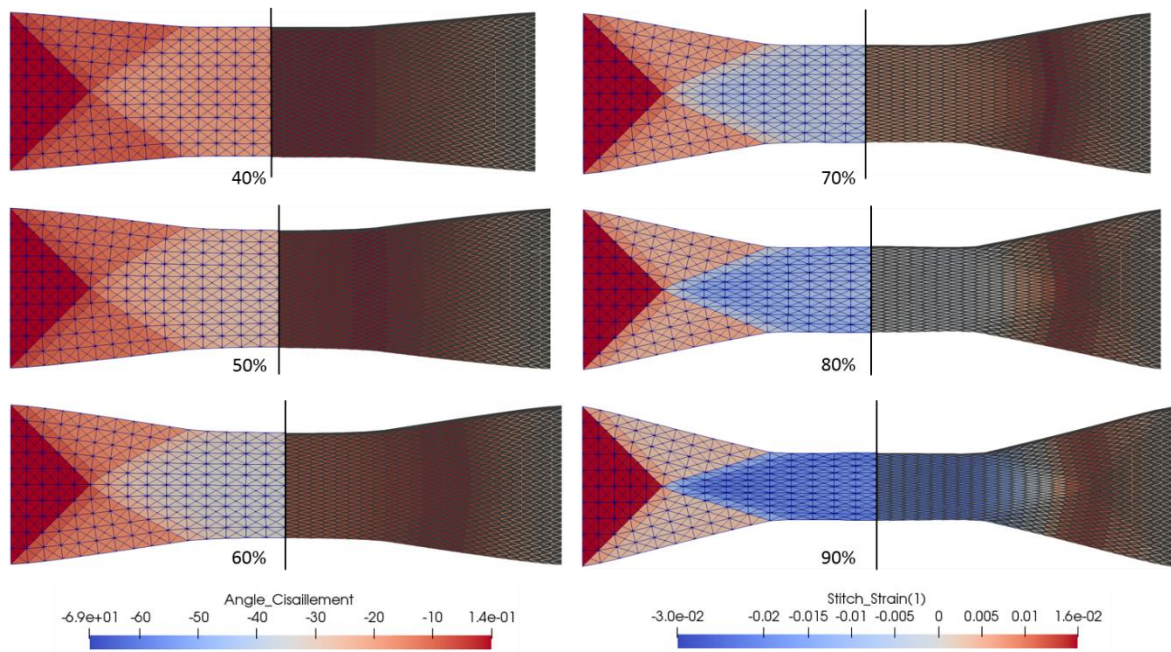


Figure 3-17: Déformation d'une éprouvette de NCF T15mm simulée avec couture sans frottement lors d'un BET : sur chaque image sont affichés le cisaillement (à gauche) et la déformation dans le fil de couture (à droite)

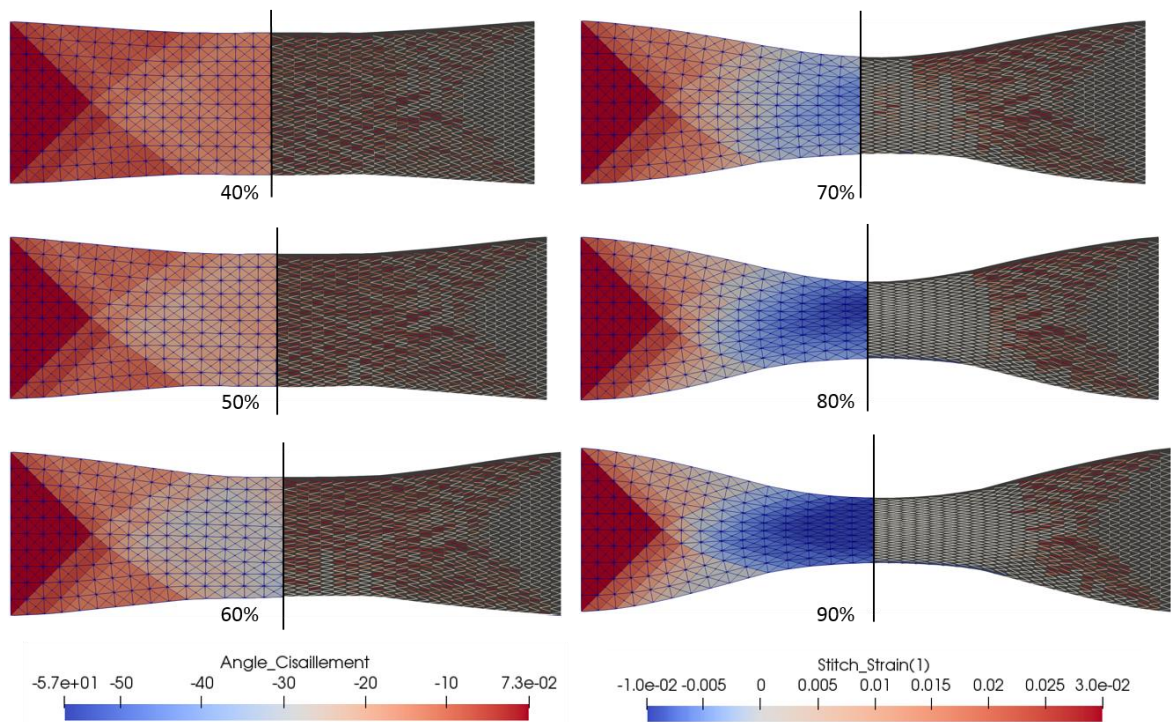


Figure 3-18: Exemple de distortion de l'éprouvette simulé pour un NCF T1.5mm à cabestan de  $\mu = 0.5$  : sur chaque image sont affichés le cisaillement (à gauche) et la déformation dans le fil de couture (à droite)

Synthèse couture T1.5	<p>Pour la couture T1.5mm, la contribution de la couture intervient lors d'un cisaillement négatif du renfort. La prise en compte de la tension dans le fil de couture génère une contribution positive, négative puis nul à l'effort de cisaillement clairement visible sur la Figure 3-16a du modèle continu (en comparant les courbes grise et bleue). Le modèle discret avec un frottement nulle donne des résultats similaires à la formulation continue. L'intégration d'un frottement par tension seuil est peu convaincante pour ce cas. La prise en compte du frottement par la méthode du cabestan accentue cette forme en S de la réponse du BET. Pour <math>\mu &gt; 0,5</math>, les brins de fil atteignent successivement le critère de glissement et génèrent des instabilités. La prise en compte de la tension du fil de couture n'est pas suffisante pour justifier la différence de rigidité entre les deux sens de cisaillement. D'autres mécanismes doivent être considérés pour expliquer cette différence.</p>
-----------------------	---

#### 4.4 Couture tricot T2.5mm

Les résultats des simulations du *bias extension test* avec les différentes approches pour la couture T2.5mm sont comparés aux données expérimentales sur la Figure 3-19. Les résultats sont présentés pour un cisaillement positif dont la direction de traction est parallèle à la direction de couture ( $0^\circ$ ). Dans cette direction, la couture est globalement sollicitée en traction (allongement relatif du fil globalement).

##### 4.4.1 Modèle continu

Les résultats de l'essai simulé avec l'approche continue sont visibles sur la Figure 3-19a. Pour cette longueur de point, le fil de couture est sollicité en traction jusqu'à  $90^\circ$  d'angle de cisaillement. Cependant, l'énergie de déformation est croissante jusqu'à  $35^\circ$ . Sa contribution au comportement en cisaillement s'exprime comme la variation de l'énergie. Elle est donc positive jusqu'à  $35^\circ$  puis négative au-delà.

Le résultat de la simulation pour cette géométrie T2.5mm sous-estime l'effort par rapport à la courbe expérimentale en rouge sur la Figure 3-19a. L'ordre de grandeur est malgré tout cohérent. La contribution de la couture au cisaillement est calculée dans l'ensemble des éléments, la déformation maximale de la couture est de 2%. La variation d'énergie par rapport à l'angle de cisaillement  $\gamma$  due à cette déformation est donc relativement faible (voir 2.1.2.2). Dans les cas T1.5mm et T2.5mm, la contribution majeure du modèle à l'effort du BET reste donc celle du comportement en cisaillement des fibres.

##### 4.4.2 Modèle discret avec frottement par tension seuil

Les résultats du modèle pour la couture T2.5 sont présentés sur la Figure 3-19b. Ce modèle de couture discrète a un effet limité sur la courbe d'effort d'un BET pour de faibles valeurs de tension seuil. On retrouve un comportement rigide en début de déformation lorsque la valeur du critère augmente lié au nombre de brins subissant la même déformation puis se relâchant une fois la tension seuil atteinte.



#### 4.4.3 Modèle discret avec frottement par cabestan

Les efforts présentés Figure 3-19c résultant de l'essai simulé avec le modèle à cabestan sont peu impactés par la variation coefficient de frottement. Le dernier cas  $\mu = 0.5$ , génère des instabilités dues aux relâchements successifs de brins localement très déformés.

Cependant, la Figure 3-20 montre l'effet de la valeur du coefficient de frottement sur la répartition des déformations dans les brins de couture. Pour une valeur nulle, les brins échangent librement de la matière. La déformation s'uniformise dans les bandes de couture, parallèle à la direction de traction sur la Figure 3-20. Plus le coefficient  $\mu$  croit et plus la déformation se localise dans les zones où les brins sont en traction. L'interface entre la zone non cisailée et demi-cisailée nous permet de visualiser cet effet. Un coefficient élevé génère une transition des valeurs de déformation beaucoup plus brutale. Pour une valeur de  $\mu = 0.5$  à un avancement de 60% de la simulation, la déformation est très localisée dans les brins orientés selon  $x$  qui subissent un allongement : les possibilités d'échange de matière sont réduites avec les brins formant le « zigzag », ces derniers étant sollicités en compression.

A 80% de déformation, l'exemple de la Figure 3-20 illustre la cinématique particulière de déformation de cette géométrie de couture tricot: une fois passé la valeur d'environ  $36^\circ$  de cisaillement, la déformation des brins dans la zone centrale tend à décroître comme l'indique le modèle analytique présenté sur la Figure 2-30 du Chapitre 2. Ce phénomène est lié à l'évolution de la tension dans les brins en traction face à celle dans les brins en compression puis à l'échange de fil qui s'opère entre les deux. Un modèle de barres rigides indépendantes n'offrirait pas la possibilité d'un tel comportement.

Synthèse couture T2.5	<p>Pour la couture T2.5 mm, la contribution de la couture intervient lors d'un cisaillement positif du renfort. Les modèles continu et discret sans frottement affichent des résultats similaires : la contribution de la couture à l'effort du BET est positive puis négative. Pour <math>T_s &gt; 0,01</math>, le modèle discret par tension seuil fait apparaître un pic non réaliste en début d'essai. La valeur de <math>\mu</math> n'a finalement peu d'impact sur le résultat avec l'intégration d'un frottement par la méthode du cabestan. Comme pour la couture T1.5 mm, la prise en compte de la tension du fil de couture n'est pas suffisante pour justifier la différence de rigidité entre les deux sens de cisaillement pour la couture T2.5 mm. D'autres mécanismes doivent être considérés pour expliquer cette différence notamment les interactions fil-fibre ou encore l'effet de la tension du fil sur les interactions entre les nappes de fibres (phénomène de compaction).</p>
-----------------------	---

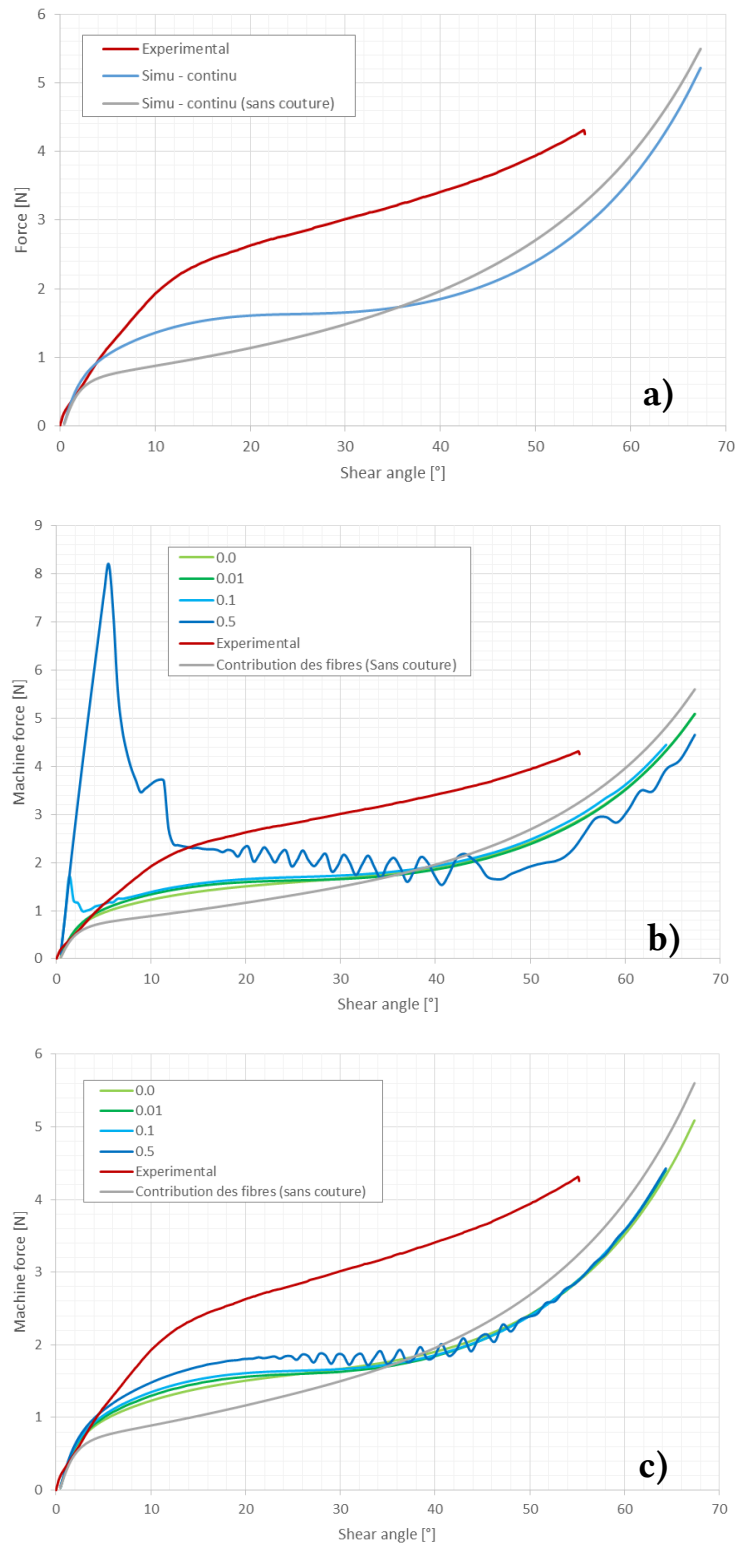


Figure 3-19: Comparaison des efforts issus du BET expérimental et simulé avec l'approche continue (en haut), l'approche discrète à tension seuil (au milieu), l'approche discrète à cabestan (en bas) pour un NCF de couture T2.5mm.

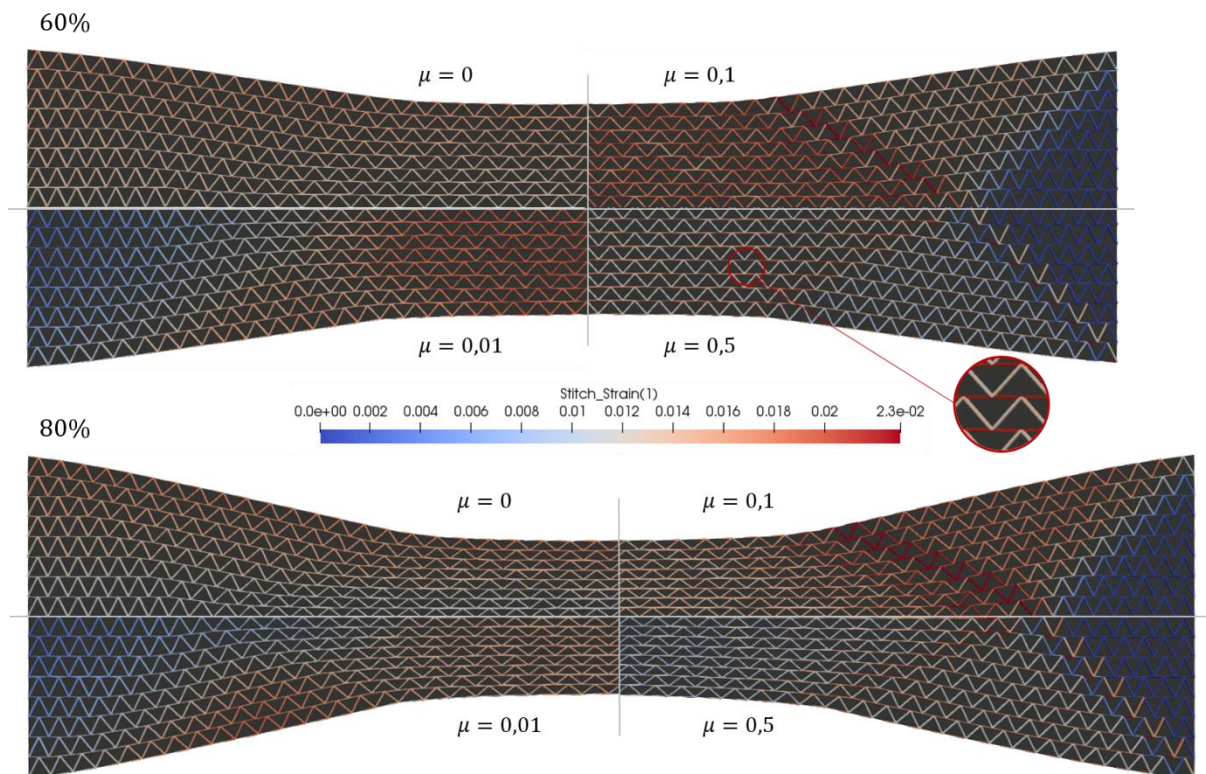


Figure 3-20: Comparaison de la répartition des déformations dans les brins de couture T2.5mm à 60% et à 80% de la simulation pour différentes valeurs de coefficient de frottement.

## 4.5 Couture tricot T3.3mm

Les résultats des simulations du *bias extension test* avec les différentes approches pour la couture T3.3mm sont comparés aux données expérimentales sur la Figure 3-22. Les résultats sont présentés pour un cisaillement positif dont la direction de traction est parallèle à la direction de couture ( $0^\circ$ ). Dans cette direction, la couture est globalement sollicitée en traction.

### 4.5.1 Modèle continu

L'estimation de l'effort issu de la simulation sur la Figure 3-22a est cohérente avec le résultat expérimental pour la couture T3.3mm. On remarque que pour cette géométrie de couture, la contribution de la couture en traction est dominante par rapport aux longueurs de points de 1.5mm et 2.5mm. Contrairement à ces deux cas, le modèle analytique de la Figure 2-30 nous donne une valeur de déformation de la couture T3.3mm croissante jusqu'à un angle de cisaillement de  $90^\circ$ . A 100% de la simulation, la déformation calculée de la couture dans la zone centrale est de près de 11%, proche des valeurs de rupture du fil. Cependant aucune rupture du fil n'est observée expérimentalement. On voit ici apparaître les limites de cette approche qui ne permettent pas d'effets de glissement de la couture aux frontières de l'élément. La courbe grise sur la Figure 3-22a correspond uniquement à la



---

contribution des fibres sans couture.

---

#### 4.5.2 Modèle discret avec frottement par tension seuil

Pour ce modèle, les mêmes phénomènes que précédemment sont observés. La couture est non glissante jusqu'à ce que la différence de tension entre deux brins voisins atteigne la tension seuil. Lorsque la tension seuil augmente, les brins non-glissants sollicités en traction génèrent une forte rigidité en début d'essai.

Malgré ce phénomène, une tension seuil de 0.01N sur la Figure 3-22b donne une bonne estimation de l'effort pour le BET jusqu'à 40° de cisaillement dans la zone centrale.

---

#### 4.5.3 Modèle discret avec frottement par cabestan

Pour le modèle de cabestan, l'effort issu de la simulation de la Figure 3-22c augmente avec le coefficient de frottement. La courbe expérimentale est la plus approchée pour une valeur de  $\mu$  compris entre 0 et 0,01. L'approche discrète par cabestan fournit les résultats les plus intéressants avec cette géométrie de couture T3.3mm.

La cartographie des déformations dans les brins de fil en fonction de  $\mu$  sont exposés sur la Figure 3-21. Un coefficient de frottement nul autorise une redistribution des déformations sur l'ensemble des brins de l'éprouvette. A  $\mu = 0,01$ , les différentes zones de cisaillement apparaissent avec une transition des valeurs de déformation dans les brins sur les frontières de ces zones. La déformation maximale retenue à 9,1% est atteinte pour les brins dans la zone centrale. Pour  $\mu = 0,1$ , les zones de cisaillement dans lesquelles les brins ne subissent pas les mêmes champs de déformation, sont clairement définies. La déformation maximale atteint 10,8% pour les brins orientés selon  $x$  dans la zone centrale. Comme dans les cas précédents, une valeur de  $\mu = 0,5$  ne permet qu'un échange limitée de matière entre les brins voisins : la déformation en traction est localisée dans les brins orientés selon  $x$  et atteint 17%. A cette valeur de déformation, le fil de couture a largement dépassé son point de rupture, comme le cas  $\mu = 1$  présenté à titre indicatif en violet sur la Figure 3-22c.

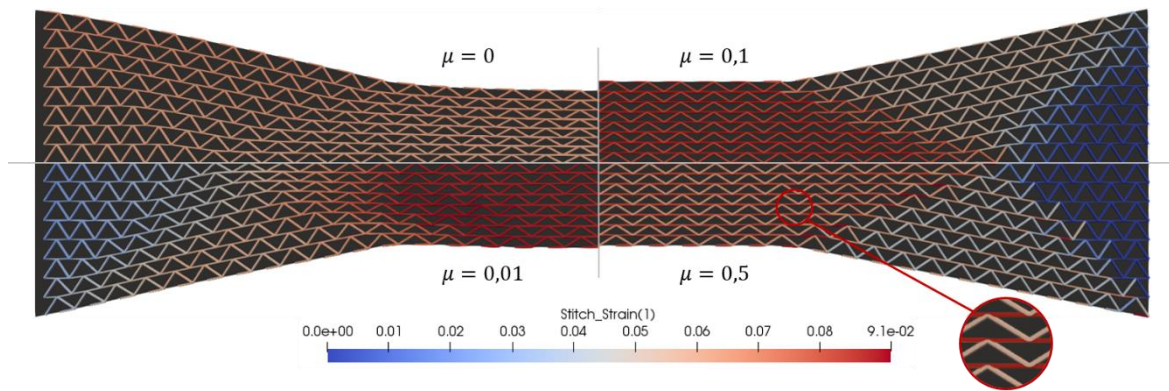


Figure 3-21: Comparaison de la répartition des déformations dans les brins de couture T3.3mm à 80% de la simulation et pour différentes valeurs de coefficient de frottement.

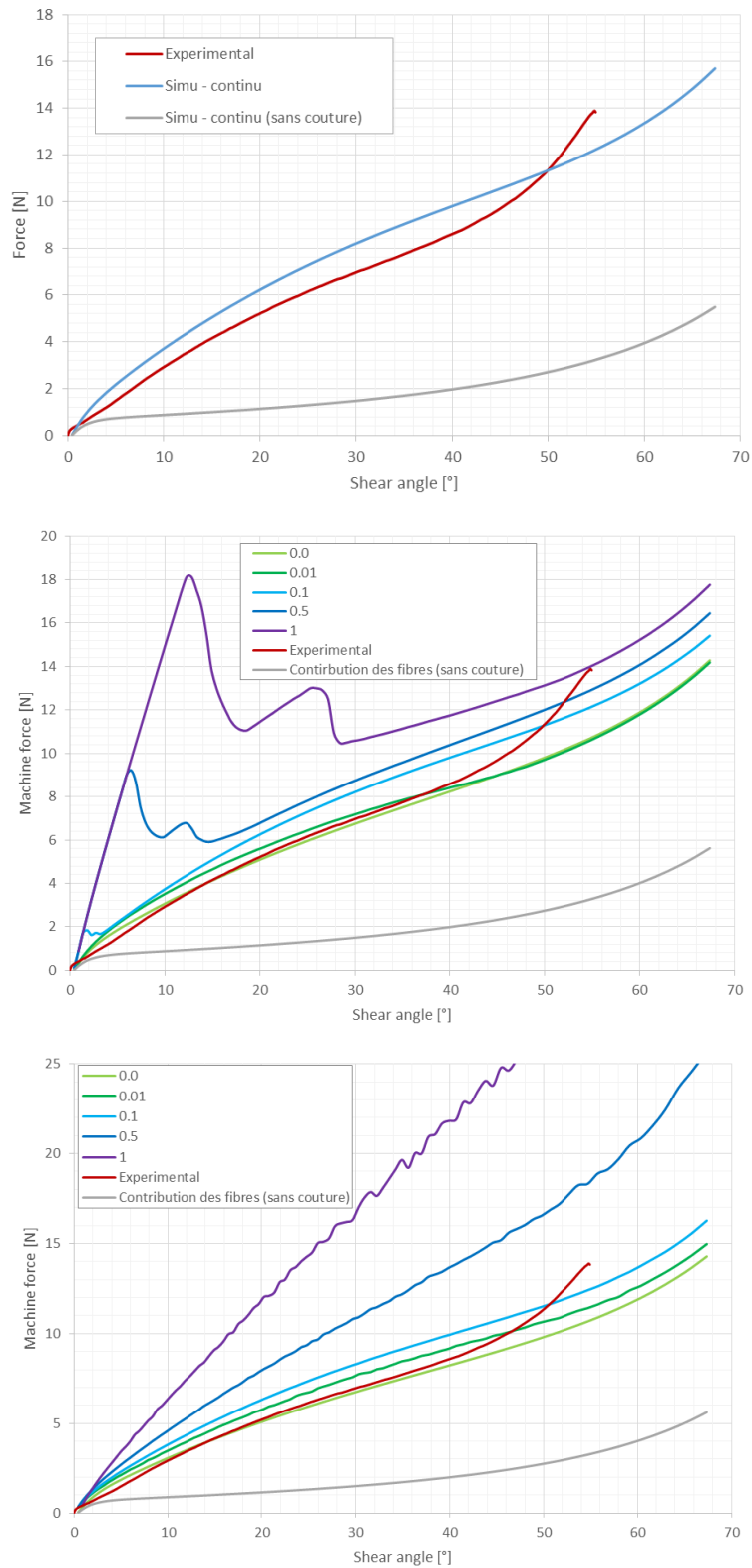


Figure 3-22: Comparaison des efforts issus du BET expérimental et simulé avec l'approche continue (en haut), l'approche discrète à tension seuil (au milieu), l'approche discrète à cabestan (en bas) pour un NCF de couture T3.3mm.

---

Synthèse couture T3.3	<p>Pour la couture T3.3 mm, la contribution de la couture intervient lors d'un cisaillement positif du renfort. La contribution de la couture à l'effort de cisaillement est significativement plus élevée que la contribution des fibres. Le modèle continu surévalue légèrement l'effort par rapport au résultat expérimental mais affiche tout de même une bonne estimation. La simulation avec le modèle discret sans frottement fournit des résultats proches de la courbe expérimentale comme le modèle à cabestan pour <math>\mu = 0,01</math>. Le modèle discret à tension seuil obtient la meilleur estimation pour <math>T_s = 0,01 N</math>. C'est dans les configurations où le fil subit de larges déformations que les résultats sont les plus convaincants. Les résultats de la Figure 3-22 montrent l'intérêt de prendre en compte le frottement du fil aux points de piquage et mettent en avant les effets de l'augmentation du coefficient de frottement.</p>
-----------------------	--

---

## 5. Conclusion du chapitre 3

Ce chapitre propose une démarche pour modéliser des renforts cousus (*Non Crimp Fabric*). Deux grandes approches sont étudiées pour tenter de prédire l'influence de la tension dans le fil de couture sur le comportement en cisaillement. La première consiste à intégrer une contribution de la couture dépendante de l'angle de cisaillement dans la formulation homogénéisée du comportement de l'élément. La seconde consiste à superposer deux couches d'éléments dont les maillages non conformes communiquent par les fonctions de formes des éléments triangulaires. Le comportement de la couture dans le plan du renfort s'affranchit ainsi des frontières du maillage triangulaire. Par ailleurs, on considère une loi de cisaillement de « fibrés » supposée constante qui englobe les phénomènes de frottement entre les nappes de fibres.

La prise en compte du frottement aux points de croisement du fil (les points de piquage) d'une bande couture permet d'enrichir le comportement des éléments discrets de couture. Un premier critère de tension seuil est développé. Les brins de couture échangent du fil et donc deviennent glissant si le critère est atteint. Un second modèle de frottement par cabestan est étudié et permet d'introduire une loi de frottement de type Coulomb. Cette approche nécessiterait de caractériser expérimentalement le frottement fil-fibre et fil-fil, ce qui n'a pu être réalisé dans les délais de ce travail.

Les modèles sont confrontés à la réalité expérimentale en comparant les résultats de *bias extension tests* aux mêmes essais simulés. Trois longueurs de couture tricot sont testées et simulées avec les trois modèles : continu, discret à tension seuil et discret à cabestan. Le modèle analytique du chapitre précédent laissait supposer que la contribution de la couture en tension serait moins importante pour les NCFs T1.5mm et T2.5mm. Cette observation se vérifie sur les courbes d'effort des simulations. D'autres phénomènes à l'origine de ces différences doivent être considérés comme l'effet de compaction de la couture sur le comportement de fibré (frottement entre les nappes de fibres) ou l'interaction couture-fibres. Enfin, les modèles de NCF T3.3mm nous fournissent des résultats en accord avec les mesures expérimentales. Pour cette géométrie, l'allongement important de la couture prédomine sur d'autres formes de contributions.

Enfin, la flexion des fibres dans le plan du renfort est un mode de déformation rajouté dans la formulation de l'élément triangulaire des fibres afin de stabiliser des déformations non réalistes à contrainte constante. La contribution énergétique de la flexion dans le plan est prise en compte dans les résultats d'effort présentés dans ce chapitre. La prise en compte de la flexion dans le plan constitue un point intéressant pour la modélisation des renforts composites qui sera discuté dans la prochaine partie.

# 4. Prise en compte de la flexion des fibres

1. INTRODUCTION A LA FLEXION .....	114
2. FLEXION HORS PLAN.....	116
2.1 <i>Approche de poutre pour la prise en compte de la flexion</i> .....	116
2.2 <i>Calcul des rotations de corps rigide à partir des déplacements</i> .....	117
2.3 <i>Calcul de la courbure dans une direction particulière</i> .....	118
3. FLEXION DANS LE PLAN .....	120
3.1 <i>Considérations préliminaires</i> .....	120
3.2 <i>Calcul des rotations à partir des déplacements</i> .....	120
3.3 <i>Prise en compte des conditions aux limites</i> .....	123
3.3.1 Encastrement .....	123
3.3.2 Plan de symétrie.....	124
3.4 <i>Travail et forces internes de flexion dans plan</i> .....	124
4. PRISE EN COMPTE DE LA FLEXION LORS DU BET .....	125
4.1 <i>Gradient de cisaillement</i> .....	125
4.2 <i>Correction des formules de BET</i> .....	126
4.2.1 Hypothèses .....	126
4.2.2 Détermination de l'angle de cisaillement .....	126
4.2.3 Détermination du comportement par approche énergétique .....	130
4.2.4 Comparaison au modèle numérique .....	131
5. CONCLUSION DU CHAPITRE 4.....	134

---

## 1. Introduction à la flexion

Les premières approches de modélisation des tissés se basent sur des hypothèses membranaires pour lesquelles la flexion n'est pas prise en compte. Il a cependant été montré que l'intégration d'un comportement en flexion par des approches de coques permettait de décrire plus fidèlement l'apparition de plissements souvent considérés comme des défauts lors de la mise en forme [BOISSE ET AL. 2011, SJÖLANDER ET AL. 2016]. La taille et le nombre de plissements dépendent de la rigidité en flexion [LIANG ET AL. 2014]. Une récente publication de revue [BOISSE ET AL. 2018] regroupe les différentes stratégies de modélisation de renforts composites prenant en compte la flexion. Plusieurs modèles exploitent la méthode des éléments voisins [OÑATE ET AL. 2000, BRUNET ET AL. 2006, SABOURIN ET AL. 2006] pour la simulation de renforts tissés 3D interlock par des éléments volumiques [MATHIEU ET AL. 2015, 2016, LIANG ET AL. 2017] et pour la simulation de renforts minces par des éléments de coque [HARRISON 2016, SJÖLANDER ET AL. 2016].

Des formulations de second gradient ont également été développées pour enrichir les modèles de Cauchy avec à la fois la prise en compte de la flexion hors plan et dans le plan du renfort [SPENCER ET AL. 2007, FERRETTI ET AL. 2014, DELL'ISOLA ET AL. 2015, D'AGOSTINO ET AL. 2015, RAHALI ET AL. 2015, GODA ET AL. 2016].

L'élément de tissu intègre la méthode de calcul de flexion de l'élément S3 développée par Sabourin [BRUNET ET AL. 1995, SABOURIN ET AL. 2001, 2006]. La prise en compte de la flexion hors plan a été adaptée par Hamila [HAMILA ET AL. 2009] dans le cas d'un élément de tissu.

L'essor des codes de calcul commerciaux dans les années 90 ont conduit, par soucis d'efficacité, au développement d'éléments à la formulation relativement simple et avec un nombre de degrés de liberté limités. L'élément S3 fait partie d'une catégorie d'éléments de coques appelée *rotation free* comme l'élément BPT développé par Oñate [OÑATE ET AL. 2000] ou tel que développé dans [LAURENT ET AL. 2001]. Ils possèdent uniquement 9 degrés de liberté en translation aux trois nœuds de l'élément. Ces éléments ont un intérêt particulier pour simuler l'emboutissage de tôles minces. La prise en compte de la flexion hors plan est basée sur les hypothèses de Kirchhoff et le cisaillement transverse est négligé.

L'élément de Morley [MORLEY 1971] est un élément triangulaire dont la courbure est constante dans l'élément contrairement à l'élément DKT développé par Batoz [BATOZ ET AL. 1990] (cependant le DKT6 est bien à courbure constante). Ces éléments possèdent des nœuds au milieu des arêtes avec chacun un degré de liberté en rotation. Les éléments *rotation free* comme le S3 [SABOURIN ET AL. 2006] calculent la flexion avec une méthode similaire à l'élément de Morley, seulement la rotation sur chaque côté du triangle est calculée à partir des déplacements des nœuds des éléments voisins. Cette méthode permet de conserver une formulation simple de l'élément triangulaire (fonctions de forme linéaires).

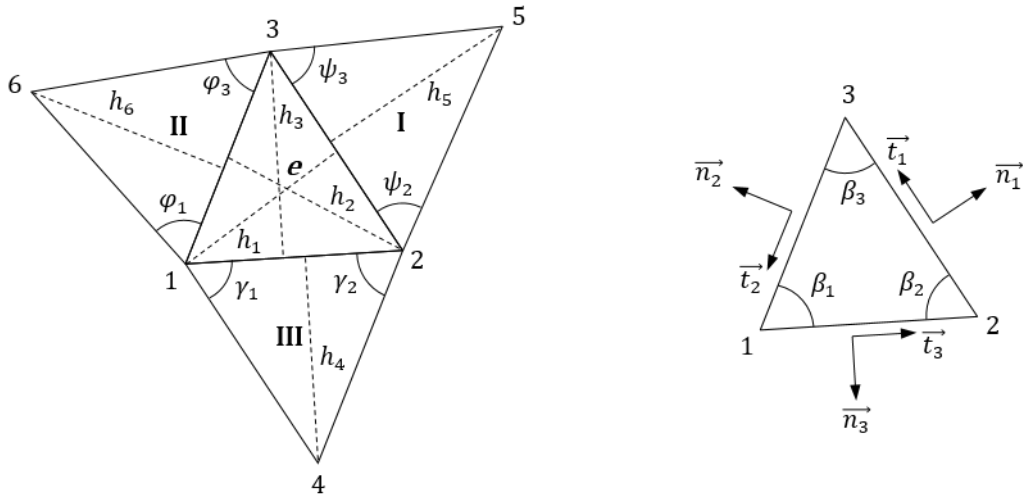


Figure 4-1: Paramètres et géométries du triangle et de ses voisins

Les paramètres de l'élément  $e$  et de ses voisins I, II et III sont précisés sur la Figure 4-1. D'après les travaux de Morley [MORLEY 1971] ou encore de Batoz [BATOZ ET AL. 1990], le tenseur des courbures peut être formulé à partir des rotations sur les bords  $i$  de l'élément [SABOURIN ET AL. 2001, 2006, HAMILA ET AL. 2009] selon:

$$\{\chi\} = \begin{Bmatrix} \chi_{xx} \\ \chi_{yy} \\ 2\chi_{xy} \end{Bmatrix} = - \begin{Bmatrix} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \\ \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \\ 2\frac{\partial^2 w}{\partial xy} \end{Bmatrix} = - \sum_{i=1}^3 \frac{2}{h_i} \begin{bmatrix} -c_i^2 \\ -s_i^2 \\ 2s_i c_i \end{bmatrix} \theta_i \quad \text{Eq. 4.1}$$

avec  $c_i = \vec{n}_i \cdot \vec{e}_x$  et  $s_i = \vec{n}_i \cdot \vec{e}_y$ .

La méthode de calcul est similaire pour la flexion hors plan [HAMILA ET AL. 2009] et dans le plan. Seuls les aspects cinématiques sont spécifiques aux calculs des rotations  $\theta_i$  et font l'objet des deux parties suivantes. Le symbole  $\chi$  fera référence à la courbure hors plan et  $\kappa$  à la courbure dans le plan de l'élément.



## 2. Flexion hors plan

### 2.1 Approche de poutre pour la prise en compte de la flexion

La rotation sur chacun des cotés est calculée à partir du déplacement des nœuds de l'élément et de ses voisins à l'aide d'une approche de poutre d'Euler-Bernoulli [SABOURIN ET AL. 2006]. La poutre est formée par les hauteurs du triangle la courbure est constante sur sa longueur. Le cas est illustré Figure 4-2 pour le côté 2-3. On a alors la rotation sur ce côté :

$$\theta_1 = \gamma - \alpha_1 \quad \text{Eq. 4.2}$$

L'angle  $\gamma$  correspond à la rotation de la section droite de la poutre :

$$\gamma = -w'(h_1) = \alpha_1 \frac{h_5}{h_1 + h_5} + \alpha_5 \frac{h_1}{h_1 + h_5} \quad \text{Eq. 4.3}$$

Donc,

$$\theta_1 = \alpha_1 \frac{h_1}{h_1 + h_5} + \alpha_5 \frac{h_1}{h_1 + h_5} \quad \text{Eq. 4.4}$$

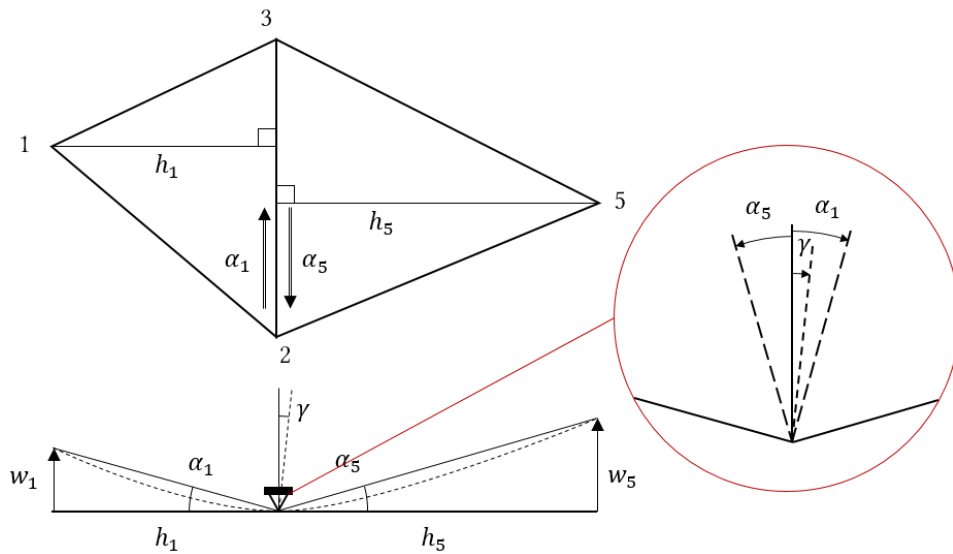


Figure 4-2: Poutre d'Euler Bernoulli formée par les hauteurs du triangle et de son voisin

En procédant de même sur chaque côté, on obtient :

$$\{\theta\} = [H_v]\{\alpha\} \quad \text{Eq. 4.5}$$

Avec la matrice,

$$[H_v] = \begin{bmatrix} \frac{-h_1}{h_1 + h_5} & 0 & 0 & 0 & \frac{-h_1}{h_1 + h_5} & 0 \\ 0 & \frac{-h_2}{h_2 + h_6} & 0 & 0 & 0 & \frac{-h_2}{h_2 + h_6} \\ 0 & 0 & \frac{-h_3}{h_3 + h_4} & \frac{-h_3}{h_3 + h_4} & 0 & 0 \end{bmatrix};$$

Et les rotations de corps rigides :

$$\{\alpha\} = \begin{Bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_3 \\ \alpha_4 \\ \alpha_5 \\ \alpha_6 \end{Bmatrix}$$

## 2.2 Calcul des rotations de corps rigide à partir des déplacements

Les rotations  $\{\alpha\}$  sont calculées à partir de la projection des déplacements  $w_i^e$  dans la direction normale à l'élément  $e$ . En petites déformations, le vecteur des rotations peut s'exprimer en fonction des rotations de chacun des côtés [SABOURIN ET AL. 2001] tel que :

$$\vec{\alpha} = \frac{w_1^e}{h_1} \vec{t}_1 + \frac{w_2^e}{h_2} \vec{t}_2 + \frac{w_3^e}{h_3} \vec{t}_3 \quad \text{Eq. 4.6}$$

La rotation suivant une direction est obtenu par projection dans une direction particulière :

$$\alpha_i = \vec{\alpha} \cdot \vec{t}_i \quad \text{Eq. 4.7}$$

Pour la rotation engendrée par le nœud 1 selon le coté 2-3, on a :

$$\alpha_1 = \vec{\alpha} \cdot \vec{t}_1 = \frac{w_1^e}{h_1} + \frac{w_2^e}{h_2} \vec{t}_2 \cdot \vec{t}_1 + \frac{w_3^e}{h_3} \vec{t}_3 \cdot \vec{t}_1 \quad \text{Eq. 4.8}$$

Sachant que les vecteurs directeurs des deux autres côtés peuvent s'exprimer en fonction de  $\vec{t}_1$  et  $\vec{n}_1$  :

$$\vec{t}_2 = -\sin(\beta_3) \vec{n}_1 - \cos(\beta_3) \vec{t}_1 \quad \text{Eq. 4.9}$$

$$\vec{t}_3 = -\sin(\beta_2) \vec{n}_1 - \cos(\beta_2) \vec{t}_1 \quad \text{Eq. 4.10}$$

On obtient :

$$\alpha_1 = \frac{w_1^e}{h_1} - \frac{w_2^e}{h_2} \cos(\beta_3) - \frac{w_3^e}{h_3} \cos(\beta_2) \quad \text{Eq. 4.11}$$

Finalement, les rotations sur les arrêtes de l'élément s'expriment en fonction des paramètres géométriques précisés Figure 4-1:



$$\bar{\chi} = \begin{bmatrix} \chi_{xx} & \chi_{xy} \\ \chi_{yx} & \chi_{yy} \end{bmatrix} \quad \text{Eq. 4.18}$$

est projeté deux fois pour obtenir la courbure dans une direction particulière  $\vec{h}$  [HAMILA 2007] :

$$\begin{aligned} \chi_{hh} &= \vec{h} \cdot \bar{\chi} \cdot \vec{h} = \chi_{xx} h_x^2 + \chi_{yy} h_y^2 + \chi_{xy} h_x h_y + \chi_{yx} h_x h_y \\ \chi_{hh} &= \sum_{i=1}^3 \frac{2}{h_i} \theta_i c_i^2 h_x^2 + \sum_{i=1}^3 \frac{2}{h_i} \theta_i s_i^2 h_y^2 + 2 \sum_{i=1}^3 \frac{2}{h_i} \theta_i s_i c_i h_x h_y \\ \chi_{hh} &= \sum_{i=1}^3 \frac{2}{h_i} \theta_i (\vec{h} \cdot \vec{n}_i)^2 \end{aligned} \quad \text{Eq. 4.19}$$

Ecrite de manière développée, l'expression de la courbure dans une direction particulière en fonction des rotations des trois côtés du triangle devient:

$$\chi_{hh} = \vec{h} \cdot \bar{\chi} \cdot \vec{h} = - \left\langle \frac{2}{h_1} (\vec{h} \cdot \vec{n}_1)^2 \quad \frac{2}{h_2} (\vec{h} \cdot \vec{n}_2)^2 \quad \frac{2}{h_3} (\vec{h} \cdot \vec{n}_3)^2 \right\rangle \begin{Bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \\ \theta_3 \end{Bmatrix} \quad \text{Eq. 4.20}$$

Donc,

$$\chi_{hh} = \frac{1}{\|\vec{k}_h\|^2} \langle B_h^b \rangle \{u\} \quad \text{Eq. 4.21}$$

Avec la matrice  $\langle B_h^b \rangle$  citée au chapitre précédent :

$$\langle B_h^b \rangle = - \left\langle \frac{2}{h_1} (\vec{k}_h \cdot \vec{n}_1)^2 \quad \frac{2}{h_2} (\vec{k}_h \cdot \vec{n}_2)^2 \quad \frac{2}{h_3} (\vec{k}_h \cdot \vec{n}_3)^2 \right\rangle [H_v][R]$$

---

### 3. Flexion dans le plan

La méthode des éléments voisins pour l'élément de fibré est étendue à la flexion dans le plan (également appelé *drilling*). Elle présente un intérêt dans le cadre des renforts composites et permet de retrouver des résultats d'approches de second gradient tout en conservant une formulation simple.

---

#### 3.1 Considérations préliminaires

L'approche de poutre explicitée dans la partie précédente est reprise pour le calcul de la flexion dans le plan des renforts composites à partir des rotations des hauteurs de l'élément et de son voisin (Figure 4-3). Cela est cependant rendu possible parce que l'on considère le milieu fibreux dans le plan comme un empilement de fibres sans interactions entre elles : la flexion est formulée indépendamment du cisaillement plan. Ainsi peu importe la disposition du plan des fibres, la flexion calculée selon un axe de rotation correspond à la somme des contributions en flexion de chaque fibres.

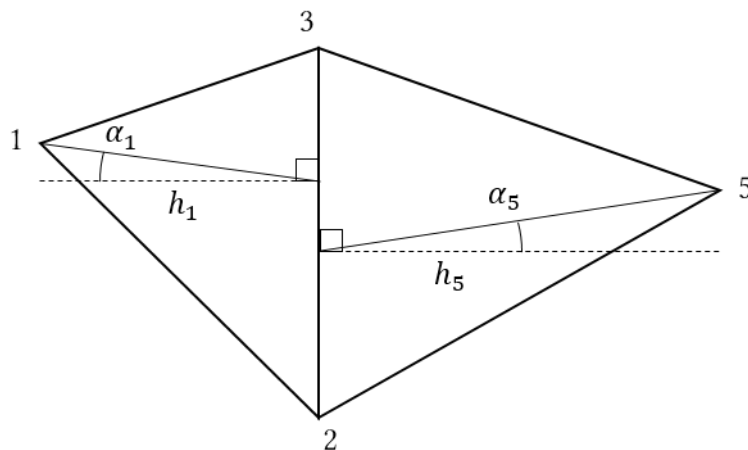


Figure 4-3: Calcul des rotations des hauteurs des triangles voisins assimilées à la flexion d'une poutre

On relie ainsi les rotations des hauteurs  $\alpha$  aux rotations  $\theta$  des sections droites par l'approche de poutre dont résulte l'Eq. 4.5.

---

#### 3.2 Calcul des rotations à partir des déplacements

Les paramètres géométriques sont, comme pour la flexion hors plan, ceux de la Figure 4-1. On cherche à déterminer  $\{\alpha\}$ , les rotations des hauteurs du triangle et celles des triangles voisins calculées depuis l'état initial. La rotation se calcule comme la différence de l'angle de rotation de la hauteur  $\alpha_i^h$  et de l'angle de rotation du côté initialement perpendiculaire  $\alpha_i^f$  avec  $i = \{1, \dots, 6\}$ :

$$\alpha_i = \alpha_i^h - \alpha_i^c \quad \text{Eq. 4.22}$$

Les deux angles  $\alpha_i^h$  et  $\alpha_i^c$  s'expriment en fonction du déplacement des nœuds. L'exemple pour le calcul de  $\alpha_1$  est présenté Figure 4-4 et nous donne :

$$\begin{aligned} \alpha_1^h &= \frac{w_1 - w_{H_1}}{h_1} \\ \alpha_1^c &= \frac{v_3^1 - v_2^1}{L_1} \end{aligned} \quad \text{Eq. 4.23}$$

avec  $w_1$  la composante du vecteur déplacement  $\vec{u}_1$  du nœud 1 projeté sur la direction  $\vec{w}_1$  orthogonale à  $\vec{h}_1$ ,  $w_{H_1}$  le déplacement du point  $H_1$  projeté dans la direction  $\vec{w}_1$ ,  $v_2^1$  et  $v_3^1$  les composantes des vecteurs déplacements  $\vec{u}_2$  et  $\vec{u}_3$  projetés sur la direction normale  $\vec{n}_1$  au côté opposé au nœud 1 et de longueur  $L_1$ .

Remarque :  $h_1$  correspond à la hauteur du triangle seulement à l'état initial  $t = 0$ . Sa rotation est suivie au cours de la déformation. Sa position est repérée sur le côté 2-3 par le point  $H_1$ .

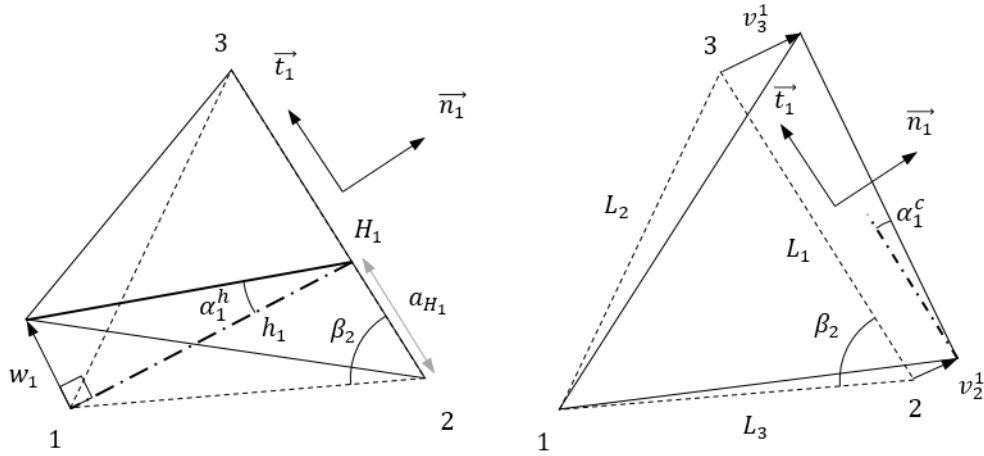


Figure 4-4: Détails des rotations prises en compte pour le calcul de  $\alpha_1$

Pour obtenir la rotation  $\alpha_i$  due au déplacement du nœud  $i$ , on calcule  $w_i$ ,  $w_{H_i}$  et  $v_j^i$  ( $j \neq i$ ) dans l'élément:

$$\begin{aligned} w_1 &= \vec{w}_1 \cdot \vec{u}_1 & w_2 &= \vec{w}_2 \cdot \vec{u}_2 \\ w_{H_1} &= a_{H_1} \vec{w}_1 \cdot \vec{u}_3 + (1 - a_{H_1}) \vec{w}_1 \cdot \vec{u}_2 & w_{H_2} &= a_{H_2} \vec{w}_2 \cdot \vec{u}_1 + (1 - a_{H_2}) \vec{w}_2 \cdot \vec{u}_3 \\ v_2^1 &= \vec{n}_1 \cdot \vec{u}_2 & v_1^2 &= \vec{n}_2 \cdot \vec{u}_1 \\ v_3^1 &= \vec{n}_1 \cdot \vec{u}_3 & v_3^2 &= \vec{n}_2 \cdot \vec{u}_3 \\ w_3 &= \vec{w}_3 \cdot \vec{u}_3 & & \\ w_{H_3} &= a_{H_3} \vec{w}_3 \cdot \vec{u}_2 + (1 - a_{H_3}) \vec{w}_3 \cdot \vec{u}_1 & & \\ v_1^3 &= \vec{n}_3 \cdot \vec{u}_1 & & \\ v_2^3 &= \vec{n}_3 \cdot \vec{u}_2 & & \end{aligned} \quad \text{Eq. 4.24}$$

Et pour chacun des triangles voisins :

$$\begin{aligned}
 w_4 &= \overline{w}_4 \cdot \overline{u}_4 & w_5 &= \overline{w}_5 \cdot \overline{u}_5 \\
 w_{H_4} &= a_{H_4} \overline{w}_4 \cdot \overline{u}_1 + (1 - a_{H_4}) \overline{w}_4 \cdot \overline{u}_2 & w_{H_5} &= a_{H_5} \overline{w}_5 \cdot \overline{u}_2 + (1 - a_{H_5}) \overline{w}_5 \cdot \overline{u}_3 \\
 v_1^4 &= -\overline{n}_3 \cdot \overline{u}_1 & v_2^5 &= -\overline{n}_1 \cdot \overline{u}_2 \\
 v_2^4 &= -\overline{n}_3 \cdot \overline{u}_2 & v_3^5 &= -\overline{n}_1 \cdot \overline{u}_3 \\
 & & w_6 &= \overline{w}_6 \cdot \overline{u}_6 \\
 w_{H_6} &= a_{H_6} \overline{w}_6 \cdot \overline{u}_3 + (1 - a_{H_6}) \overline{w}_6 \cdot \overline{u}_1 \\
 v_1^6 &= -\overline{n}_2 \cdot \overline{u}_1 \\
 v_3^6 &= -\overline{n}_2 \cdot \overline{u}_3
 \end{aligned} \tag{Eq. 4.25}$$

En reprenant l'exemple de  $i = 1$ , en injectant les Eq. 4.23 et Eq. 4.24 dans l'Eq. 4.22, on trouve finalement :

$$\alpha_i = \frac{\overline{w}_1 \cdot \overline{u}_1}{h_1} + \frac{\overline{n}_1 \cdot \overline{u}_2}{L_1} - (1 - a_{H_1}) \frac{\overline{w}_1 \cdot \overline{u}_2}{h_1} - \frac{\overline{n}_1 \cdot \overline{u}_3}{L_1} - a_{H_1} \frac{\overline{w}_1 \cdot \overline{u}_3}{h_1} \tag{Eq. 4.26}$$

Les vecteurs  $\overline{w}_i$  sont obtenus à partir du produit vectoriel des normales aux éléments et des vecteurs directeur des hauteurs:

$$\overline{w}_i = \frac{(\overline{h}_i \times \overline{e}_N^{elem})}{h_i} \tag{Eq. 4.27}$$

avec  $\overline{e}_N^{elem}$  égale à  $\overline{e}_N^e$ ,  $\overline{e}_N^{III}$ ,  $\overline{e}_N^I$  ou  $\overline{e}_N^{II}$  suivant l'élément considéré.

Les rotations de chacune des six hauteurs s'écriront donc en fonction du déplacement des nœuds sous la forme matricielle suivante :

$$\begin{Bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_3 \\ \alpha_4 \\ \alpha_5 \\ \alpha_6 \end{Bmatrix} = [H] \begin{Bmatrix} \overline{u}_1 \\ \overline{u}_2 \\ \overline{u}_3 \\ \overline{u}_4 \\ \overline{u}_5 \\ \overline{u}_6 \end{Bmatrix} \tag{Eq. 4.28}$$

Avec,

$$[H] = \begin{bmatrix} \frac{1}{h_1} \overline{w}_1 & \frac{1}{L_{23}} \overline{n}_1 - \frac{(1 - a_{H_1})}{h_1} \overline{w}_1 & -\frac{1}{L_{23}} \overline{n}_1 - \frac{a_{H_1}}{h_1} \overline{w}_1 & & & & \\ -\frac{1}{L_{13}} \overline{n}_2 - \frac{a_{H_2}}{h_2} \overline{w}_2 & \frac{1}{h_2} \overline{w}_2 & \frac{1}{L_{13}} \overline{n}_2 - \frac{(1 - a_{H_2})}{h_2} \overline{w}_2 & & & & \\ \frac{1}{L_{12}} \overline{n}_3 - \frac{(1 - a_{H_3})}{h_3} \overline{w}_3 & -\frac{1}{L_{12}} \overline{n}_3 - \frac{a_{H_3}}{h_3} \overline{w}_3 & \frac{1}{h_3} \overline{w}_3 & & & & \\ -\frac{1}{L_{12}} \overline{n}_3 - \frac{a_{H_4}}{h_4} \overline{w}_4 & \frac{1}{L_{12}} \overline{n}_3 - \frac{(1 - a_{H_4})}{h_4} \overline{w}_4 & & \frac{1}{h_4} \overline{w}_4 & & & \\ & -\frac{1}{L_{23}} \overline{n}_1 - \frac{a_{H_5}}{h_5} \overline{w}_5 & \frac{1}{L_{23}} \overline{n}_1 - \frac{(1 - a_{H_5})}{h_5} \overline{w}_5 & & \frac{1}{h_5} \overline{w}_5 & & \\ \frac{1}{L_{13}} \overline{n}_2 - \frac{(1 - a_{H_6})}{h_6} \overline{w}_6 & & -\frac{1}{L_{13}} \overline{n}_2 - \frac{a_{H_6}}{h_6} \overline{w}_6 & & & & \frac{1}{h_6} \overline{w}_6 \end{bmatrix}$$

Finalement,

$$\{\theta^p\} = [H_v][H]\{\bar{u}\} \quad \text{Eq. 4.29}$$

Le comportement en flexion est ainsi calculé à partir de la courbure dans les deux directions de fibres :

$$\kappa_{hh} = \sum_{i=1}^3 \frac{2}{h_i} \theta_i^p (\vec{h} \cdot \vec{n}_i)^2 \quad \text{Eq. 4.30}$$

En introduisant la matrice  $\langle B_h^{bP} \rangle$  et en rappelant que  $\vec{h} = \frac{\vec{k}_h}{\|\vec{k}_h\|}$ ,

$$\kappa_{hh} = \frac{1}{\|\vec{k}_h\|^2} \langle B_h^{bP} \rangle \{u\} = \frac{1}{\|\vec{k}_h\|^2} B_{hij}^b \eta_j^i$$

### 3.3 Prise en compte des conditions aux limites

Les conditions aux limites en rotation sont gérées par des nœuds fictifs aux bords du maillage. Des rotations sont calculées aux bords et une courbure est définie dans l'élément lors de la transformation. Si aucune condition aux limites n'est appliquée, la courbure est nulle.

#### 3.3.1 Encastrement

Lorsque des conditions d'encastrement sont imposées, la rotation du triangle voisin fictif est nulle suivant le bord libre du maillage ( $\alpha_4, \alpha_5$  ou  $\alpha_6 = 0$ ). Le cas de la Figure 4-5 présente un encastrement avec une condition en rotation nulle sur les nœuds 1 et 2 :  $\alpha_4 = 0$  et  $h_4 = h_3^{t=0}$  avant transformation.

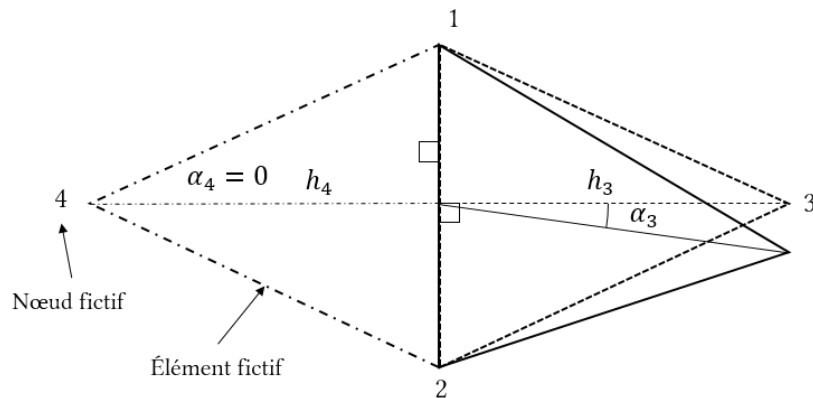


Figure 4-5: Gestion d'une condition d'encastrement au bord libre du maillage



### 3.3.2 Plan de symétrie

La symétrie implique que le nœud fictif est le miroir du nœud opposé. En reprenant l'exemple précédent avec une condition de symétrie (Figure 4-6) alors  $\alpha_4 = \alpha_3$  et  $h_4 = h_3$ .

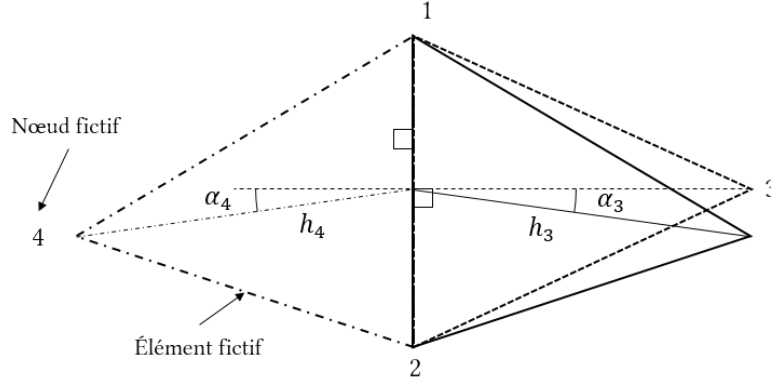


Figure 4-6: Gestion d'une condition de symétrie en rotation au bord libre du maillage

## 3.4 Travail et forces internes de flexion dans plan

La loi de flexion dans le plan est dépendante de la courbure des fibres dans le plan et peut s'exprimer à l'aide d'une loi polynomiale:

$$\begin{aligned} M_1^P &= f(\kappa_{11}) \\ M_2^P &= f(\kappa_{22}) \end{aligned} \quad \text{Eq. 4.31}$$

Le moment de flexion est exprimé par unité de largeur, soit en  $N.mm/mm$ .

L'énergie de déformation liée à la flexion s'exprime :

$$W_{flexP}^{*t} = \{F_{flexP}^t\} \cdot \langle \eta \rangle = A_e (M_1^P \kappa_{11} + M_2^P \kappa_{22}) \quad \text{Eq. 4.32}$$

avec  $M_1^P$  et  $M_2^P$  le moment de flexion dans la plan et  $\kappa_{11}$  et  $\kappa_{22}$  la courbure dans la direction  $\vec{k}_1$  et  $\vec{k}_2$  des fibres.

En développant l'expression de la courbure,

$$W_{flexP}^{*t} = \{F_{flexP}^t\} \cdot \langle \eta \rangle = A_e \left( M_1^P \frac{B_{1ij}^{bP}}{\|\vec{k}_1\|^2} + M_2^P \frac{B_{2ij}^{bP}}{\|\vec{k}_2\|^2} \right) \langle \eta \rangle \quad \text{Eq. 4.33}$$

On en déduit l'expression des forces internes liées à la flexion dans le plan:

$$\{F_{flexP}^t\} = A_e \left( M_1^P \frac{B_{1ij}^{bP}}{\|\vec{k}_1\|^2} + M_2^P \frac{B_{2ij}^{bP}}{\|\vec{k}_2\|^2} \right) \quad \text{Eq. 4.34}$$

## 4. Prise en compte de la flexion lors du BET

### 4.1 Gradient de cisaillement

Dans [D'AGOSTINO ET AL. 2015] et [FERRETTI ET AL. 2014] est mise en évidence l'apparition de bandes de transition entre les zones B et C (Figure 4-8) par rapport à la géométrie théorique du *bias extension test* (BET) rappelée Figure 4-7. La largeur de ces bandes peut être associée à la rigidité de flexion et engendre un gradient de cisaillement.

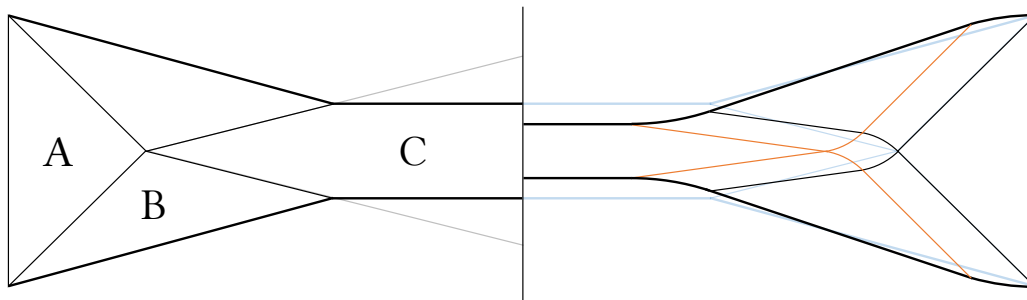


Figure 4-7: Déformation théorique du bias extension test (à gauche) ; effet de l'apparition d'une bande de transition (à droite)

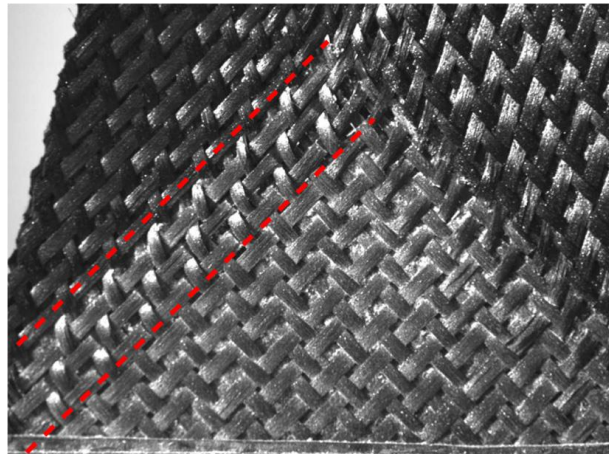


Figure 4-8: Mise en évidence d'une zone de transition lors d'un BET sur une éprouvette de G1151 [D'AGOSTINO ET AL. 2015]

Dans le cas des approches de second gradient, les paramètres du modèle sont généralement recalés par des approches inverses à partir de l'essai expérimental [FERRETTI ET AL. 2014]. Pour la formulation présentée dans ce travail, les paramètres de rigidité des lois de comportement sont déterminés à partir d'essais spécifiques à chaque mode de déformation.

La prise en compte de ce gradient de cisaillement par des approches de second gradient ou par l'intégration de la flexion dans le plan complexifie la caractérisation du

cisaillement par *bias extension test*. La détermination du comportement par approche énergétique présentée au Chapitre 2 doit maintenant faire apparaître un terme lié à la flexion, jusqu'alors négligé. Le *bias extension test* ne fait donc plus exclusivement intervenir le cisaillement mais également la flexion des fibres.

En se basant sur les observations des publications précédentes, la détermination du comportement en cisaillement doit donc prendre en considération des bandes de transition entre :

- les zones A et B où est observé un gradient d'angle de cisaillement de 0 à  $\frac{\gamma}{2}$
- les zones B et C où est observé un gradient d'angle de cisaillement de  $\frac{\gamma}{2}$  à  $\gamma$

L'expression de  $\gamma$  en fonction du déplacement  $d$  (Chapitre 2), déterminée de manière cinématique, ne peut plus être utilisée puisqu'elle ne prend pas en compte la flexion des fibres dans le plan. La valeur de l'angle dans la zone centrale est affectée par les bandes de gradient de cisaillement.

On cherche donc à trouver une nouvelle expression théorique de l'angle de cisaillement dans la zone centrale en fonction du déplacement de la machine et de la largeur  $l$  de la bande de transition.

---

## 4.2 Correction des formules de BET

---

### 4.2.1 Hypothèses

Afin de simplifier le problème, la courbure sera raisonnablement considérée constante dans la bande de gradient entre les zones de cisaillements sachant qu'il n'y a en principe pas de discontinuité dans la courbure de la fibre. Elle est donc tangente à la fibre, droite à l'entrée et la sortie des bandes de transition.

L'expression théorique de l'angle de cisaillement du BET repose sur l'hypothèse d'inextensibilité des fibres. Il y a donc conservation de la longueur des fibres.

---

### 4.2.2 Détermination de l'angle de cisaillement

On s'intéresse à la fibre passant par le point B et O sur la Figure 4-9. Cette fibre correspond aux bords de la zone centrale formant un cadre. La fibre B-O suit les mêmes hypothèses d'inextensibilité et conserve sa longueur. Ce cadre se déforme en losange (comme un *picture frame*) et impose la déformation en cisaillement dans la zone centrale.

Lors du BET, un déplacement  $d$  suivant  $x$  est appliqué au bord de l'éprouvette tandis que l'autre bord est encasté. L'éprouvette se déforme et laisse apparaître une bande de gradient de cisaillement due à la flexion des fibres dans le plan. La largeur de bande  $l$  peut être mesurée expérimentalement [D'AGOSTINO ET AL. 2015]. Connaissant  $l$ , on cherche à exprimer l'angle de cisaillement dans la zone centrale en fonction du déplacement imposé.

---

Dans les hypothèses traditionnelles du BET, le point A et B sont confondus et la diagonale du cadre subit un allongement de  $D + d$ . La prise en compte d'une bande de transition nécessite de calculer la position du point B. La distance  $l_{A-B}$  entre les points A et B évolue au cours de la déformation et dépend de la largeur de la zone de gradient.

A  $t = 0$  :

$$l_{A-B}^{t_0} = l\sqrt{2} \quad \text{Eq. 4.35}$$

Après déformation, la longueur  $l_{A-B}^t$  se calcule en projetant  $v_f$  tel que :

$$l_{A-B}^t = l\sqrt{2} + d_{A-B} \quad \text{Eq. 4.36}$$

avec :

$$d_{A-B} = v_f\sqrt{2} = l \tan\left(\frac{\beta}{2}\right)\sqrt{2} \quad \text{Eq. 4.37}$$

L'angle  $\beta$  sur la Figure 4-9 correspond par définition à l'angle demi-cisaillé :  $\beta = \frac{\gamma}{2}$ .

A un instant  $t$  pendant la déformation, la longueur de l'arc de la fibre en flexion dépend de la courbure  $\kappa = \frac{1}{R}$  et de l'angle de cisaillement :

$$\mathcal{L} = \beta R = \frac{\beta l}{\sin(\beta)} \quad \text{Eq. 4.38}$$

Cette longueur nous permet de trouver la position du point B dans la configuration de référence à  $t = 0$ . Ce point définit les limites de la zone centrale (en orange sur la Figure 4-9) pour laquelle les fibres du contour ne subissent pas de flexion. On peut calculer la longueur  $L_f$  du bord de ce cadre :

$$L_f = \frac{D}{\sqrt{2}} - 2\mathcal{L} \quad \text{Eq. 4.39}$$

Pour exprimer l'angle de cisaillement à  $t$  dans la zone centrale on évalue l'évolution de la demi-diagonale O-B du cadre. A l'instant  $t$  :

$$\begin{aligned} l_{O-B}^t &= l_{O-A}^t - l_{A-B}^t \\ l_{O-B}^t &= \frac{D}{2} + \frac{d}{2} - l_{A-B}^t \\ l_{O-B}^t &= \frac{L-W}{2} + \frac{d}{2} - l\sqrt{2} - l \tan\left(\frac{\beta}{2}\right)\sqrt{2} \\ l_{O-B}^t &= \frac{L-W}{2} + \frac{d}{2} - l\sqrt{2} \left(1 + \tan\left(\frac{\beta}{2}\right)\right) \end{aligned} \quad \text{Eq. 4.40}$$

Or l'angle de cisaillement se formule en fonction de  $\theta$  tel que :

$$\gamma = \frac{\pi}{2} - 2\theta = \frac{\pi}{2} - 2 \cos^{-1}\left(\frac{l_{O-B}^t}{L_f}\right) \quad \text{Eq. 4.41}$$

Donc,

$$L_f \cos\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\gamma}{2}\right) = l_{o-B}^t$$

$$\left(\frac{D}{\sqrt{2}} - 2\frac{\beta l}{\sin(\beta)}\right) \cos\left(\frac{\pi}{4} - \beta\right) = \frac{D}{2} + \frac{d}{2} - l\sqrt{2}\left(1 + \tan\left(\frac{\beta}{2}\right)\right)$$

$$\left(\frac{D}{\sqrt{2}} - 2\frac{\beta l}{\sin(\beta)}\right) \frac{\sqrt{2}}{2} (\cos\beta + \sin\beta) = \frac{D}{2} + \frac{d}{2} - l\sqrt{2}\left(1 + \tan\left(\frac{\beta}{2}\right)\right)$$

$$\frac{D}{2}(\cos\beta + \sin\beta) - \sqrt{2}\beta l\left(\frac{1}{\tan\beta} + 1\right) + l\sqrt{2}\left(\tan\frac{\beta}{2} + 1\right) = \frac{D}{2} + \frac{d}{2} \quad \text{Eq. 4.42}$$

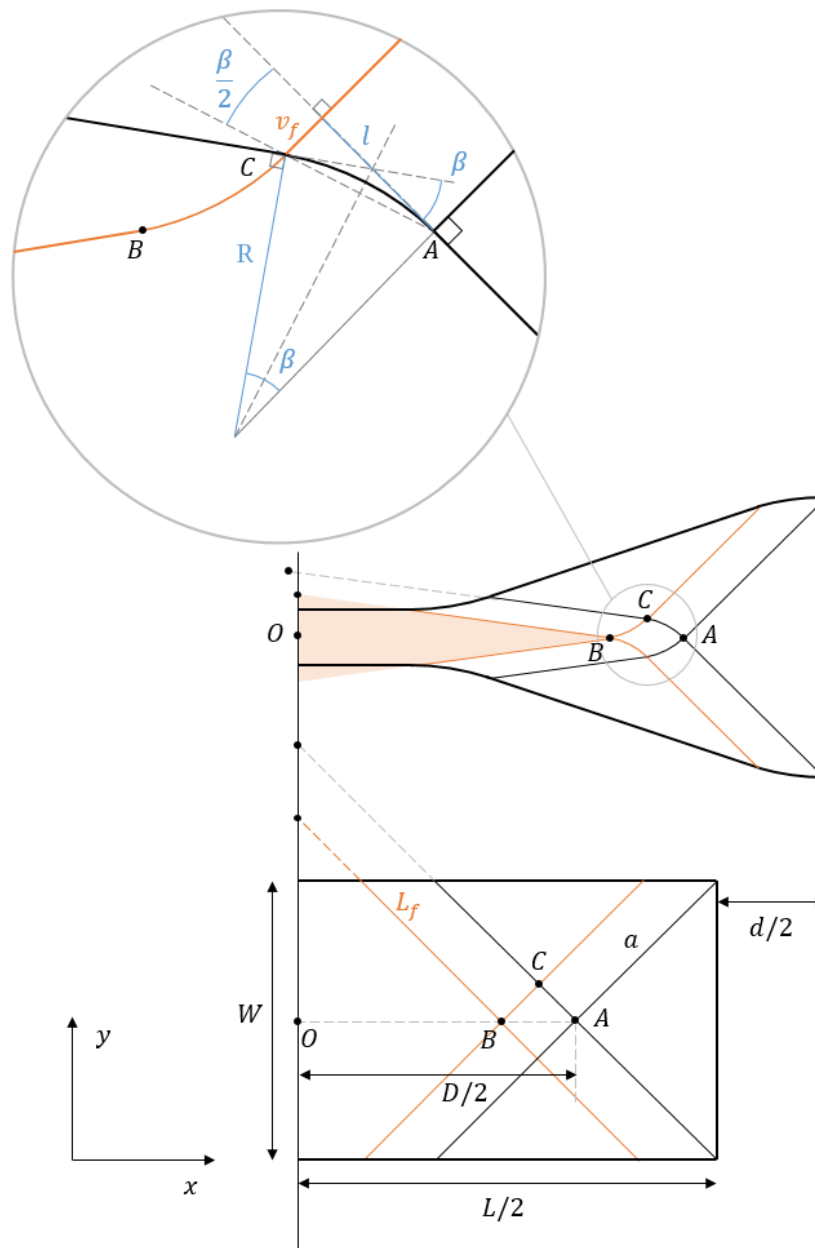


Figure 4-9: Détails de paramètres utilisés pour le calcul de la flexion

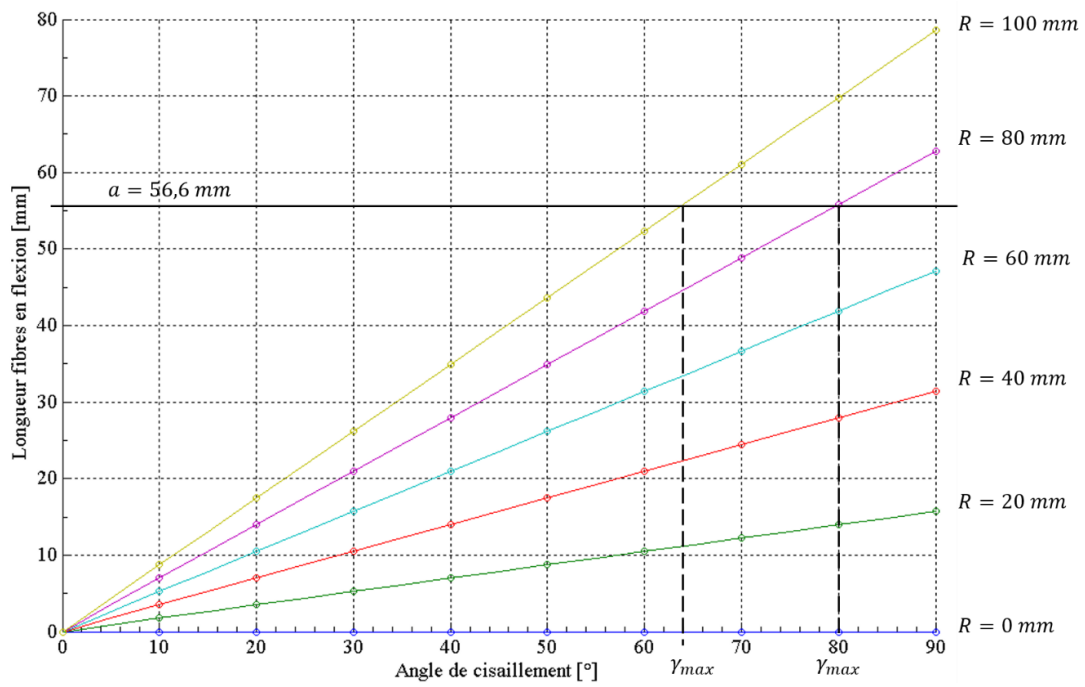


Figure 4-10: Evolution de la longueur de la fibre AC (Figure 4-9) en flexion dans la bande de transition pour différentes valeurs de rayon de courbure

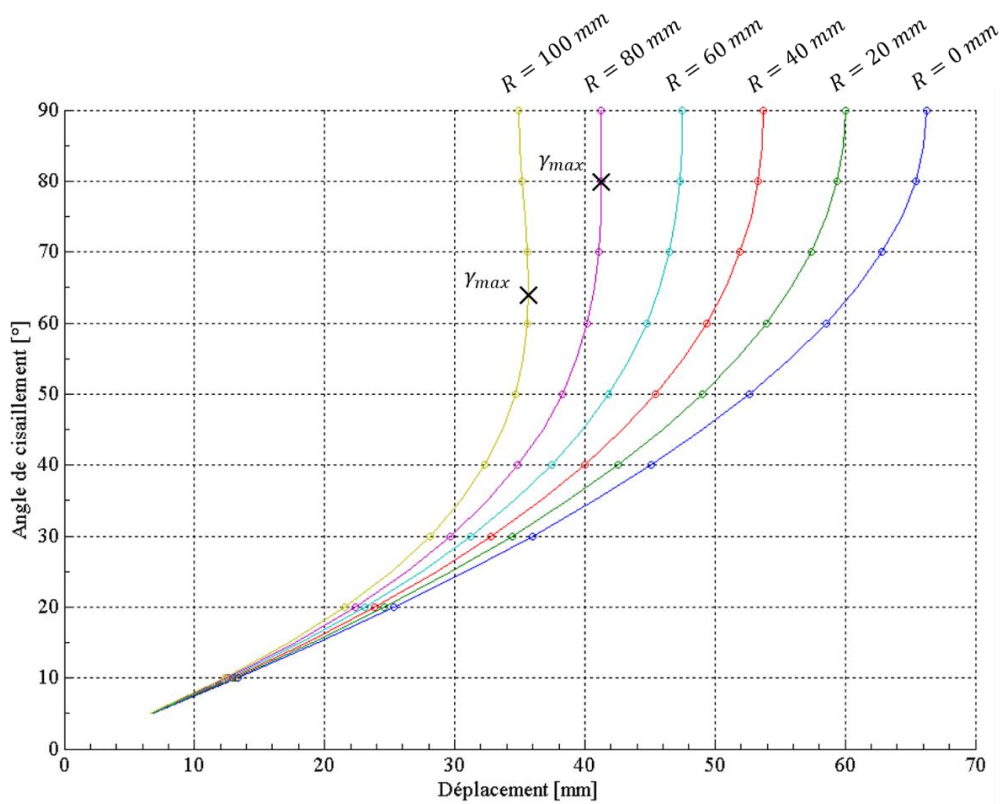


Figure 4-11: Evolution de  $\gamma$  en fonction du déplacement imposé à l'éprouvette pour différentes valeurs de rayon de courbure

En posant  $l = 0$ , on retrouve les équations du chapitre 2 pour un angle  $\theta_0 = \frac{\pi}{2}$  :

$$\cos\left(\frac{\pi}{2} - \beta\right) = \frac{D + d}{\sqrt{2}D} \quad \text{Eq. 4.43}$$

La Figure 4-11 présente graphiquement l'évolution de l'angle de cisaillement en fonction du déplacement  $d$  imposé à l'éprouvette pour différentes valeurs de rayon de courbure. Le cas  $R = 0\text{mm}$ , correspond à la cinématique traditionnelle sans flexion (courbure infinie à la frontière entre les zones de cisaillement). Plus le rayon de courbure augmente, plus l'angle de cisaillement croît dans la zone centrale pour un même déplacement car la bande de transition s'élargit. Deux cas extrêmes sont présentés sur la Figure 4-10 ( $R = 80\text{mm}$  et  $R = 100\text{mm}$ ) pour lesquels un angle de cisaillement maximum est déterminé. A cet angle, l'intégralité de la fibre A-C est en flexion ( $[AC] = a$ ) et le point B est confondu avec le point O. Pour ces deux valeurs de courbure, l'angle de cisaillement maximum serait atteint à respectivement à  $64^\circ$  et  $80^\circ$ .

La valeur de la courbure et de l'angle de cisaillement résulte d'une constante compétition entre le comportement en cisaillement et celui en flexion dans le plan. L'expression de l'énergie interne s'exprime désormais en fonction de ces deux comportements. La difficulté est liée à la détermination des paramètres des lois de comportement sur les essais traditionnels de caractérisation.

#### 4.2.3 Détermination du comportement par approche énergétique

On exprime les différentes contributions au travail dans les différentes zones par :

$$\int F_m \delta dt = \int \left( A_\gamma \gamma C_{shear}(\gamma) + A_{\frac{\gamma}{2}} \frac{\gamma}{2} C_{shear}\left(\frac{\gamma}{2}\right) + \int C_{shear} \gamma dS_1 + \int C_{shear} \gamma dS_2 + \kappa_{11} M_{11} A_{bande} + \kappa_{22} M_{22} A_{bande} \right) dt \quad \text{Eq. 4.44}$$

Avec  $A_{bande}$  l'aire d'une bande de transition pour une direction de fibre,  $S_1$  la surface entre les zones non-cisaillées et demi-cisaillées et  $S_2$  la surface entre les zones demi-cisaillées et cisaillées :

$$A_{bande} = \frac{S_1 + S_2}{2} \quad \text{Eq. 4.45}$$

On cherche à simplifier l'Eq. 4.44 afin de faciliter la détermination des paramètres des lois de comportement. Pour cela, on considère un angle de cisaillement moyen dans la bande pour obtenir :

$$\int C_{shear} \gamma dS_1 = S_1 \frac{\gamma}{4} C_{shear}\left(\frac{\gamma}{4}\right) \quad \text{Eq. 4.46}$$

$$\int C_{shear} \gamma dS_2 = S_2 \frac{3\gamma}{4} C_{shear}\left(\frac{3\gamma}{4}\right) \quad \text{Eq. 4.47}$$

Finalement,

$$\int F_m \delta dt = \int \left( (A_\gamma - S_2) \gamma C_{shear}(\gamma) + (A_{\frac{\gamma}{2}} - S_1) \frac{\gamma}{2} C_{shear}\left(\frac{\gamma}{2}\right) + S_1 \frac{\gamma}{4} C_{shear}\left(\frac{\gamma}{4}\right) + S_2 \frac{3\gamma}{4} C_{shear}\left(\frac{3\gamma}{4}\right) + \kappa_{11} M_{11} A_{bande} + \kappa_{22} M_{22} A_{bande} \right) dt \quad Eq. 4.48$$

#### 4.2.4 Comparaison au modèle numérique

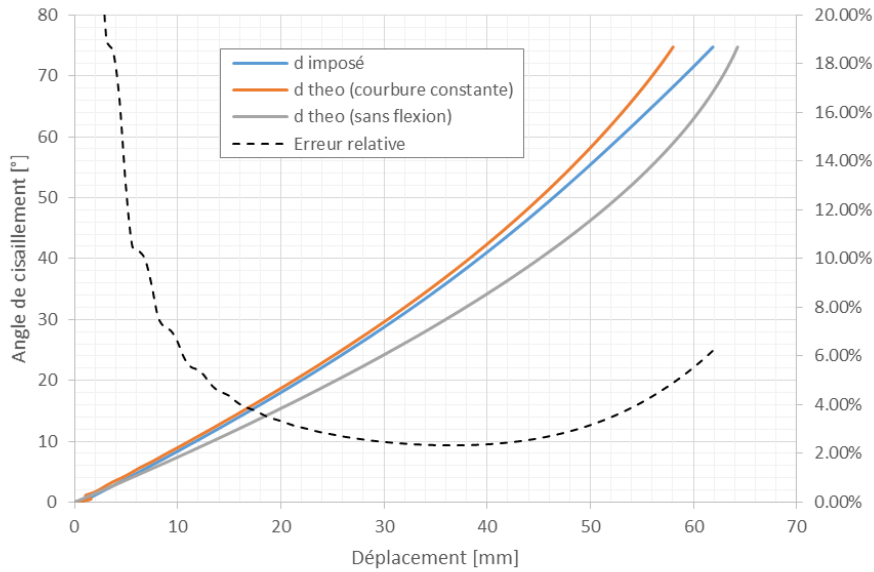


Figure 4-12: Evolution de l'angle de cisaillement en fonction du déplacement

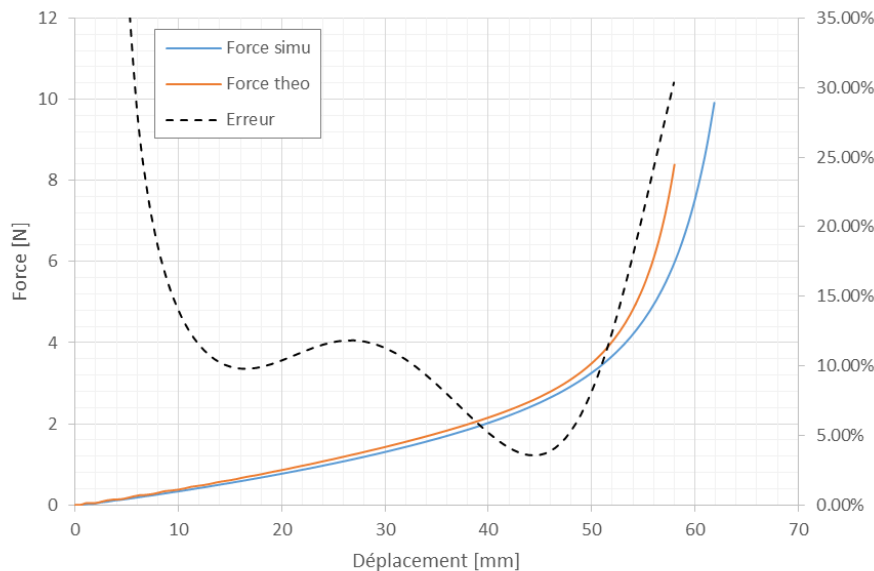


Figure 4-13: Comparaison de la force nécessaire au BET issue de la simulation (en bleue) et estimée à partir des formules analytiques (en orange)



La solution analytique est comparée aux résultats numériques (Figure 4-14). Pour cela, les paramètres des lois de comportement en flexion et en cisaillement sont fixés :

$$C_{shear} = 0.0145\gamma - 0.01\gamma^3 + 0.0042\gamma^5 \quad Eq. 4.49$$

$$M_{kk} = 6\kappa_{kk}$$

La courbure à la frontière de la zone non cisailée et demi-cisailée et l'angle de cisaillement dans la zone centrale alimente l'Eq. 4.42 pour calculer le déplacement.

L'aire est calculée dans la configuration de référence telle que :

$$S_1 = 2aR\beta - (R\beta)^2 \quad Eq. 4.50$$

$$S_2 = 2aR\beta \quad Eq. 4.51$$

Donc,

$$A_{bande} = 2aR\beta - \frac{(R\beta)^2}{2} \quad Eq. 4.52$$

L'évolution de l'angle de cisaillement dans la zone centrale en fonction du déplacement est comparée pour la solution numérique (avec prise en compte de la flexion par la méthode des voisins) et pour la solution analytique sur la Figure 4-12. La courbe théorique angle-déplacement est également tracée à titre indicatif pour la solution analytique sans flexion en gris sur la Figure 4-12. L'erreur relative estimée de la solution analytique en considérant la courbure constante se situe entre 2% et 9.5% pour les déplacements de la machine les plus importants.

A partir de l'Eq. 4.48, on détermine la force issue du BET avec la valeur du déplacement calculé précédemment. Sur Figure 4-13 est tracée l'évolution de la force issue du BET simulé (en bleu) et la force calculée analytiquement en considérant la courbure constante (en orange). La force est particulièrement surévaluée au-delà de 50 mm de déplacement.

Considérer la courbure constante dans une bande de transition semble une hypothèse trop restrictive. En effet, on remarque que l'erreur sur l'estimation de l'angle de cisaillement à partir du déplacement est préjudiciable pour obtenir une estimation théorique juste de la force issue du BET, alors que les paramètres de comportement utilisés sont identiques dans les deux cas. L'erreur augmente significativement pour de grands angles de cisaillement.

Dans la simulation par éléments finis Figure 4-15, la notion de bande de cisaillement n'est plus du tout valable : on a plutôt un gradient continu de cisaillement et de flexion qui traverse les zones classiquement appelées de cisaillement et de demi-cisaillement. Pour l'instant il n'y a pas de caractérisation aussi claire de ce phénomène expérimentalement.

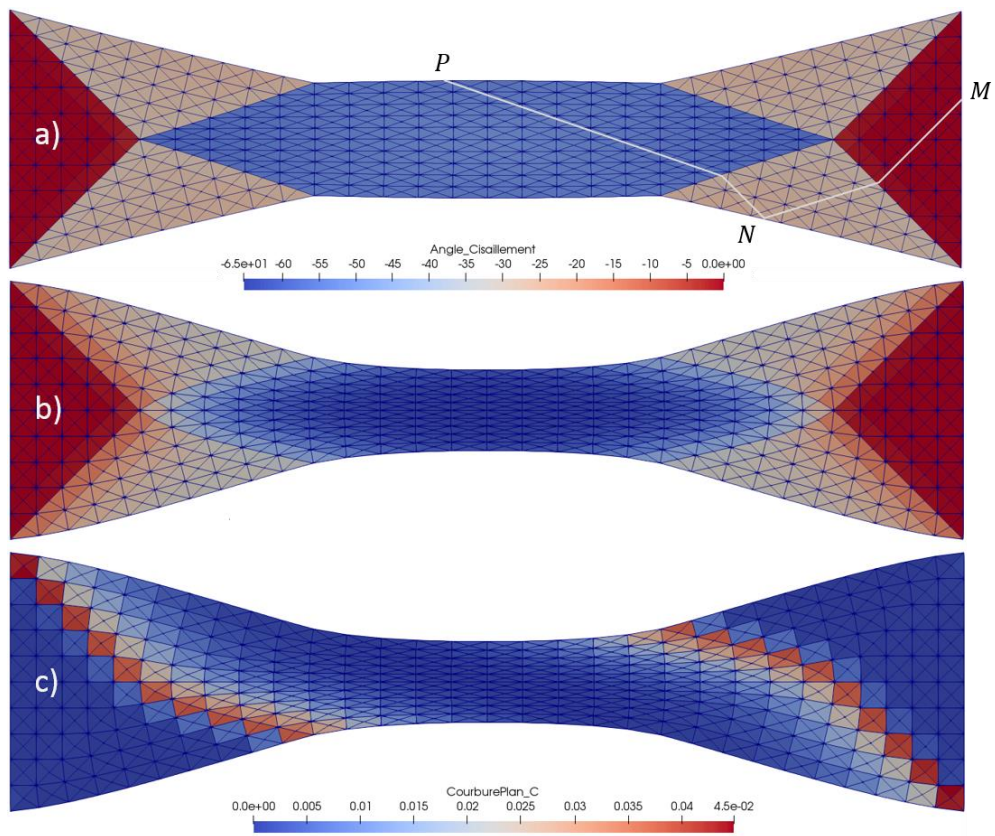


Figure 4-14: Simulation de BET : a) sans flexion (angle de cisaillement), avec flexion (angle de cisaillement) et c) avec flexion (courbure dans la direction chaîne des fibres)

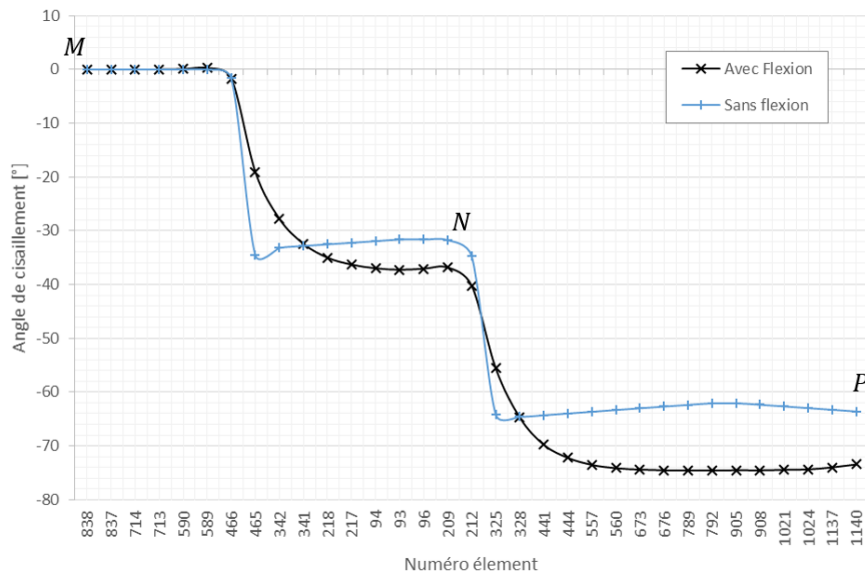


Figure 4-15: Distribution de l'angle de cisaillement sur la coupe MNP (Figure 4-15) pour un BET simulé avec et sans flexion

## 5. Conclusion du chapitre 4

La méthode des éléments voisins est employée pour calculer la courbure dans le plan des fibres. Elle permet d'enrichir le modèle de fibreux actuel basé sur un élément triangulaire simple (fonctions de forme linéaires) sans la lourdeur de calcul et la complexité des approches de second gradient. La formulation membranaire reste de premier gradient (cisaillement, tension) avec des paramètres de comportement déterminés expérimentalement. Les résultats obtenus sont similaires à ceux obtenus par approche de second gradient.

L'intégration d'un comportement en flexion dans le plan remet cependant en question les méthodes traditionnelles de caractérisation du cisaillement et notamment les hypothèses cinématiques du *bias extension test*. La notion de bande de transition explicitée dans la littérature est reprise pour établir une formulation analytique reliant le déplacement de la machine à l'angle de cisaillement dans la zone centrale. En considérant la courbure constante dans la bande de transition, les résultats analytiques et simulés présentent un écart significatif.

Plusieurs solutions peuvent être envisagées :

- Incorporer un comportement en flexion dans la solution analytique pour calculer la courbure de la fibre entre les différentes zones de cisaillement. Cette solution nécessiterait de connaître a priori le comportement en flexion (par un essai spécifique de caractérisation).
- Développer une méthode expérimentale adaptée pour la détermination des champs de courbure et de cisaillement dans toute l'éprouvette.

Le cisaillement peut également être caractérisé par un essai de *picture frame*. Pour cet essai, on considère traditionnellement que les fibres pivotent librement aux points d'encastrement. Cette hypothèse n'est désormais plus valable avec la prise en compte de la flexion des fibres dans le plan. En effet, les fibres en flexion aux points d'encastrement ne sont plus parallèles aux bords du cadre et de la tension apparaît dans les fibres pendant la déformation en cisaillement. Ce modèle offre la possibilité de prendre en compte cette compétition entre flexion dans le plan, tension et cisaillement lors de la simulation de l'essai de *picture frame* et plus généralement lors de simulations de mises en forme.

## 5. Mises en forme des NCF

1. MISE EN FORME HEMISPHERIQUE .....	136
1.1 <i>Dispositif expérimental</i> .....	136
1.2 <i>Mesure du cisaillement</i> .....	137
2. SIMULATIONS VS EXPERIMENTALES.....	139
2.1 <i>Mise en donnée de la simulation</i> .....	139
2.2 <i>Couture T1.5mm</i> .....	140
2.3 <i>Couture T2.5mm</i> .....	144
2.4 <i>Couture T3.3mm</i> .....	148
3. CONCLUSION DU CHAPITRE 5.....	153

## 1. Mise en forme hémisphérique

L'hémisphère est une géométrie à forte double courbure qui permet d'évaluer la drapabilité d'un renfort. La drapabilité est essentiellement liée à la capacité d'un renfort à se cisailer sans apparition de défaut. Lors de mises en forme à forte double courbure, la compétition entre la flexion et le cisaillement peut être à l'origine de plissements plus ou moins importants. Les effets de flexion peuvent être limités en contraignant une partie de du renfort à l'aide de serre-flans (ressorts, masses...) pour favoriser le cisaillement.

Chacun des trois renforts cousus présentés au Chapitre 3 (T1.5mm, T2.5mm et T3.3mm) est embouti par une géométrie hémisphérique afin de confronter la simulation aux observations expérimentales. On met en forme des échantillons de 400 x 400 mm pour chacun des renforts. Le serre-flan utilisé est homogène sur le pourtour de la zone emboutie et sert surtout à empêcher la flexion des bords libres de l'éprouvette pour faciliter les mesures d'angle de cisaillement.

### 1.1 Dispositif expérimental

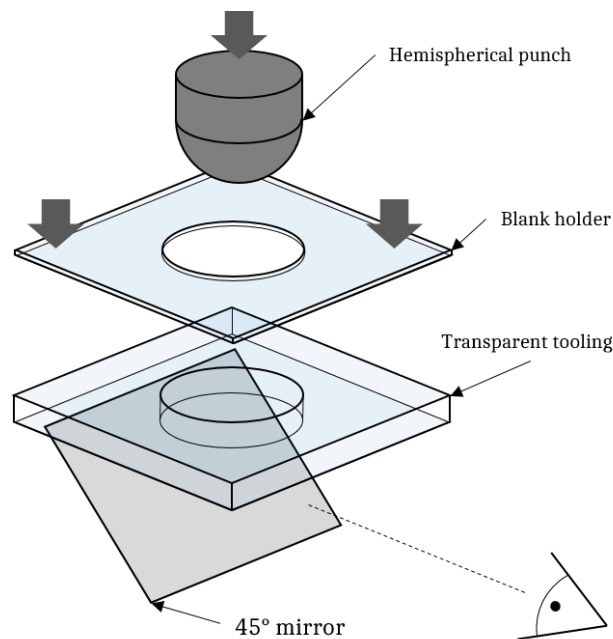


Figure 5-1: Schéma du dispositif expérimental

L'outillage est composé d'une matrice transparente en PMMA dont l'évidement central permet de laisser passer un poinçon de 75mm de diamètre avec un entrefer de 3 mm (Figure 5-1Figure 4-1). Un serre-flan également transparent vient contraindre le renfort sous poids propre. Le poinçon vient emboutir le pli à une vitesse de 100 mm par minute. Un miroir est disposé à 45° sous l'outillage transparent et permet l'acquisition d'images de l'éprouvette



à intervalles réguliers. Le dispositif est monté dans une machine de traction polyvalente (Zwick électromécanique de 100 kN) pour piloter le poinçon en déplacement (la force d'emboutissage peut également être enregistrée).

Au besoin des masses peuvent être ajoutées sur le serre-flan pour accentuer son effet. Différentes géométries d'emboutissage sont également possibles afin d'étudier la déformabilité des renforts : cylindre (pot de yaourt), hémisphère de plus faible diamètre, géométrie en T, tétraèdre (coin de valise)...

## 1.2 Mesure du cisaillement

La méthode de suivi de points présentée au Chapitre 2 est utilisée pour la mesure du champ de cisaillement autour de la zone emboutie. Elle permet de mesurer la déformation

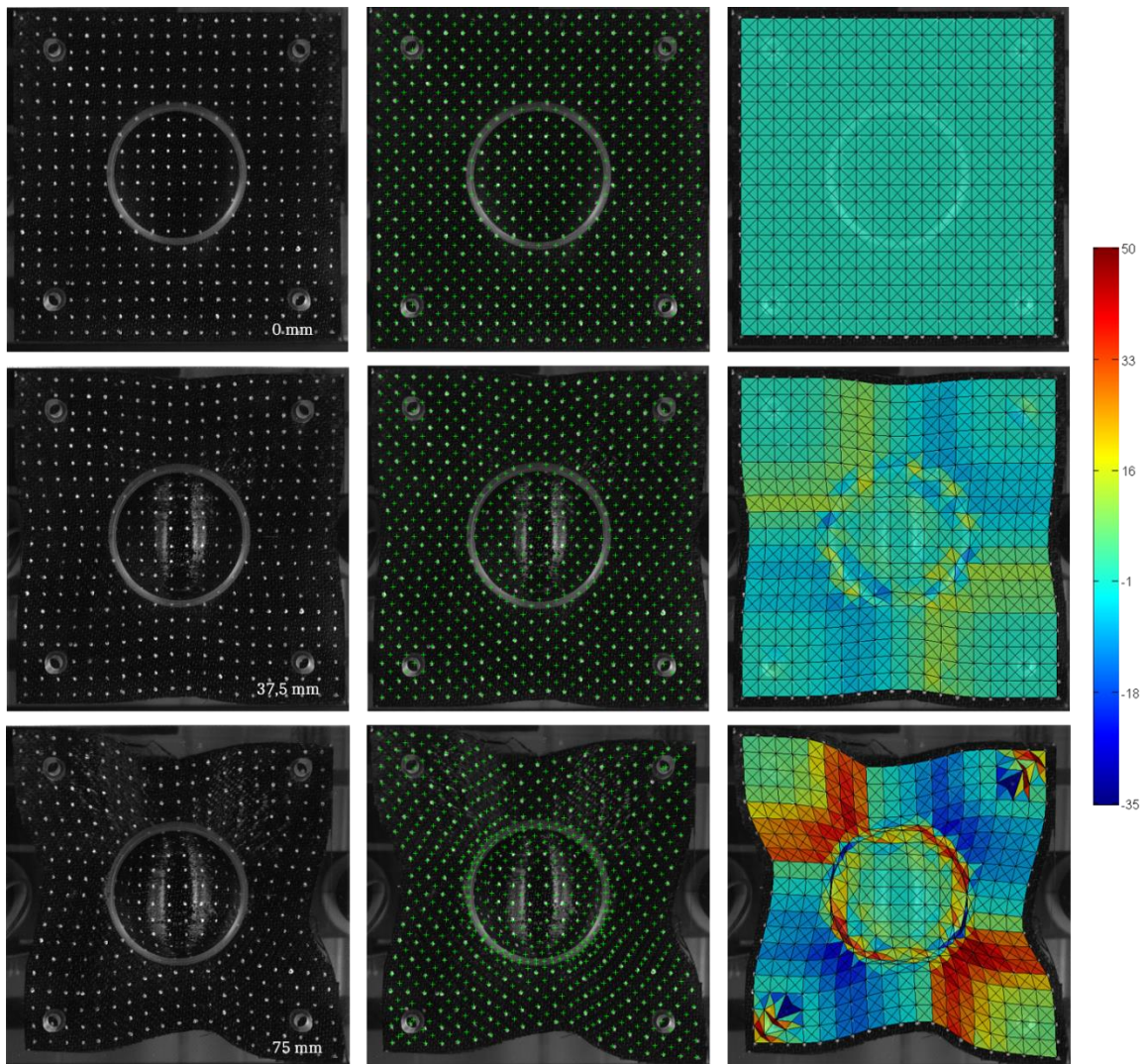


Figure 5-2: Mesure du champ de cisaillement sur le renfort T2.5mm à partir du suivi de la grille de points pour un déplacement du poinçon de 0mm, 37.5mm et 75mm.

particulière des *Non Crimp Fabrics* dans cette zone. Cependant, l'outillage actuel ne permet

pas de suivre les points « avalés » dans la zone centrale pendant l'emboutissage : le pourtour dépoli du trou de l'outillage rend le suivi de points inopérant dans cette zone ainsi que dans les quatre coins de la matrice (trous de vis).

Une grille régulière de points est apposée sur le renfort. Les images prises pendant l'essai sont post-traitées avec la routine Matlab pour suivre la position des points sur chaque image successive. A partir de ce champ de déplacement des points est calculé le champ de cisaillement. La Figure 4-1 présente la mesure pour le renfort T2.5mm.

---

## 2. Simulations vs expérimentales

---

### 2.1 Mise en donnée de la simulation

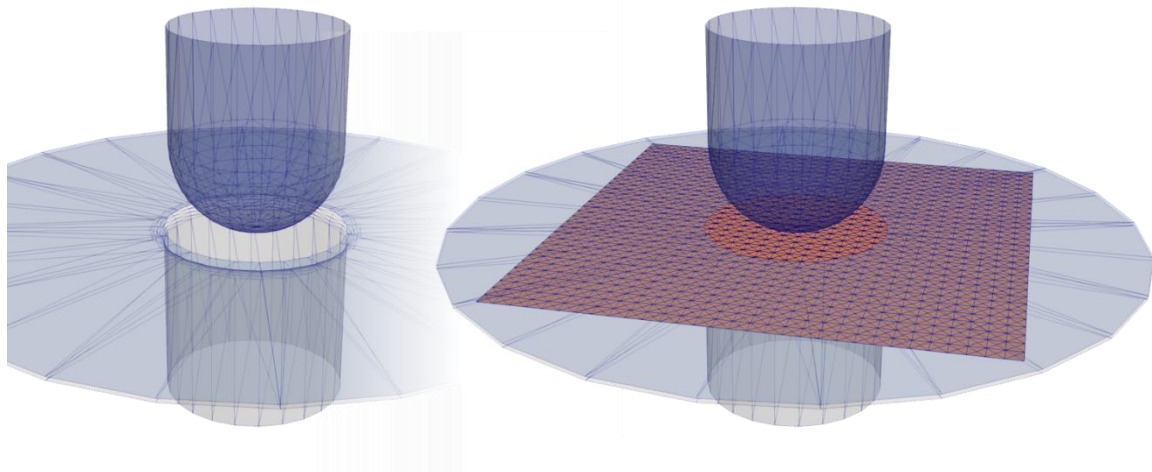


Figure 5-3: Géométrie et maillage de l'outillage et du renfort à mettre en forme à l'état initial

La mise en donnée pour la simulation est visible sur la Figure 5-3. L'outillage est modélisé par des éléments rigides triangulaires. Le renfort est maillé régulièrement avec un maillage triangulaire *cross diagonal* – CD (quadrangles divisés sur les diagonales) de 31 x 31 quadrangles divisés en 4, soient 3844 éléments. Les éléments de couture se superposent à ce maillage. Pour chacun des résultats présentés, la couture est orientée par le vecteur (1,1) dans le plan  $(x, y)$  du renfort.

Pour chacun des renforts, les résultats de simulation des modèles sont comparés à la mesure expérimentale pour un déplacement maximal d'emboutissage de 75 mm. Quatre résultats numériques sont donc présentés pour chaque renfort : continu, discret sans friction, discret avec frottement par cabestan ( $\mu = 0.01$ ), discret avec frottement par tension seuil ( $T_s = 0.01N$ ). Sur les résultats sont cartographiés les angles de cisaillement et la géométrie des bords de l'éprouvette expérimentale est superposée.

Ces données servent de base à la comparaison des résultats. Pour les trois NCF, l'évolution de l'angle moyen dans les zones de plus fort cisaillement est également suivie et tracée sur un même graphique regroupant les résultats de chacun des modèles et l'expérimental.



## 2.2 Couture T1.5mm

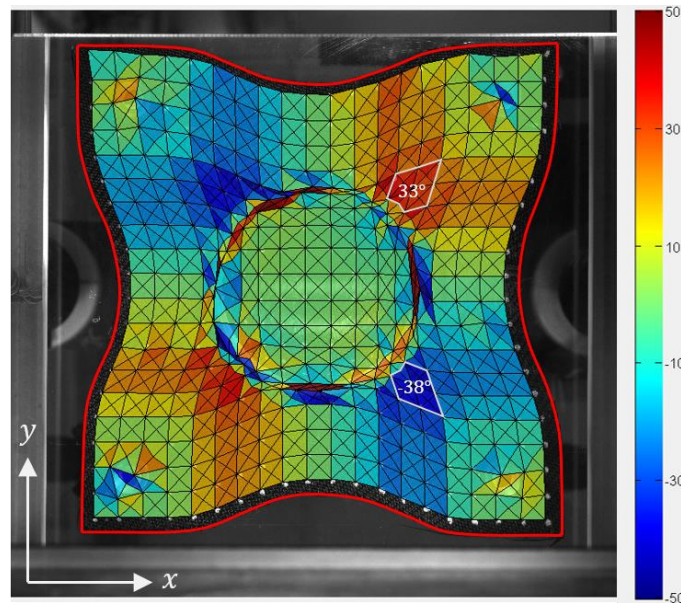


Figure 5-4: Mesure de l'angle de cisaillement sur la mise en forme hémisphérique du renfort T1.5mm

La Figure 5-4 présente la déformation du renfort cousu T1.5mm. Le contour extérieur du renfort est marqué d'une ligne rouge. L'échelle choisie pour le champ de déformation cisaillement s'étend de  $-50^\circ$  à  $50^\circ$ . Elle est identique pour l'affichage du champ de cisaillement des simulations sur la Figure 5-6 et la Figure 5-7. La Figure 5-5 trace l'évolution de l'angle dans les zones de plus fort cisaillement qui sont délimitées d'un contour blanc sur la Figure 5-4. La Figure 5-6 regroupe les résultats de la mise en forme simulée avec le modèle continu et le modèle discret sans frottement. Les résultats des modèles avec frottement (cabestan et tension seuil) sont présentés sur la Figure 5-7. Sur ces deux figures, les images de gauche représentent une cartographie de l'angle de cisaillement et celles de droite la déformation dans le fil de couture.

La mise en forme expérimentale hémisphérique (Figure 5-4) du renfort T1.5mm apparaît à première vue symétrique en observant l'allure du contour extérieur (en rouge sur la figure). Les valeurs de l'angle moyen dans les zones de plus fort cisaillement révèlent une faible dissymétrie sur la Figure 5-5. Le cisaillement négatif est un peu plus prononcé au cours de la mise en forme avec une valeur atteinte en fin d'emboutissage de  $-38^\circ$  contre  $33^\circ$  pour un cisaillement dans la direction de la couture (orientée à  $[1,1]$ ). Ces observations semblent contredire les résultats de *bias extension test* pour lesquels le comportement en cisaillement est plus rigide pour un cisaillement négatif que positif. Or, lors de la mise en forme, l'inverse est observé : la déformation dans les zones de cisaillement négatif semble être privilégiée.

Le contour extérieur des mises en forme simulées affiche une faible dissymétrie pour chacun des modèles. La dissymétrie la plus prononcée est pour le modèle avec frottement par tension seuil. Le contour pour ce dernier modèle est le plus éloigné de la mise en forme expérimentale tandis que les trois autres modèles ont des résultats similaires. Ces

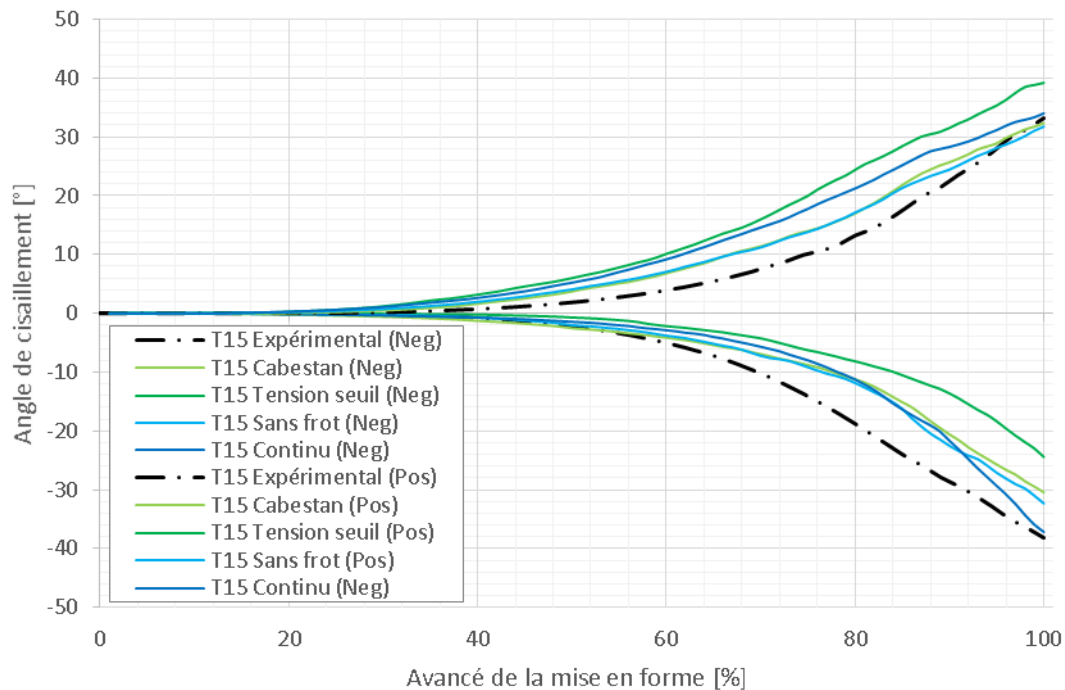


Figure 5-5: Evolution de l'angle de cisaillement moyen dans les zones de plus fort cisaillement lors de la mise en forme hémisphérique du renfort T1.5mm

observations se retrouvent sur la Figure 5-5 pour chacun des modèles. Les résultats inattendus de la mise en forme expérimentale conduisent à des courbes numériques dont la dissymétrie est inversée par rapport à la courbe expérimentale. Pour les modèles numériques, les brins de couture tendent à s'opposer à la déformation en cisaillement dans les zones où le fil en tension (en rouge sur la Figure 5-6 et la Figure 5-7) et donc privilégie le cisaillement positif. Suivant les modèles, la valeur de déformation des brins de fil (et donc de tension) et leur location modifient le champ de cisaillement.

Malgré tout, la déformation globale des renforts simulés est relativement proche de la mise en forme expérimentale pour les trois premières simulations. En effet, comme décrit au chapitre 3, la contribution de la couture en tension pour ce renfort reste minoritaire. Le comportement en cisaillement est pratiquement symétrique.

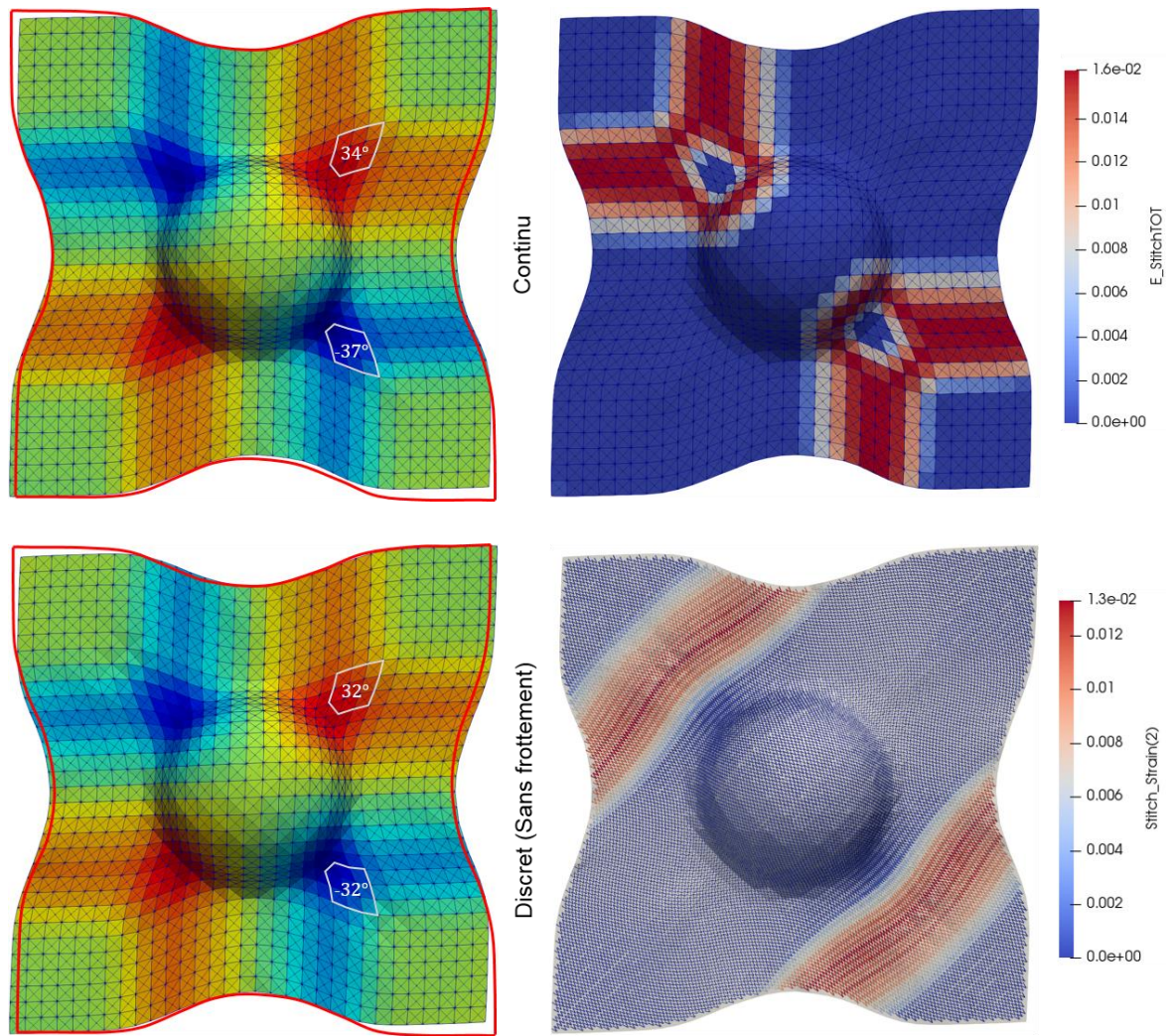


Figure 5-6: Angle de cisaillement (à gauche) et déformation de la couture (à droite) à l'issue de la mise en forme hémisphérique du renfort T1.5mm pour le modèle continu (haut) et le modèle discret sans frottement (bas)



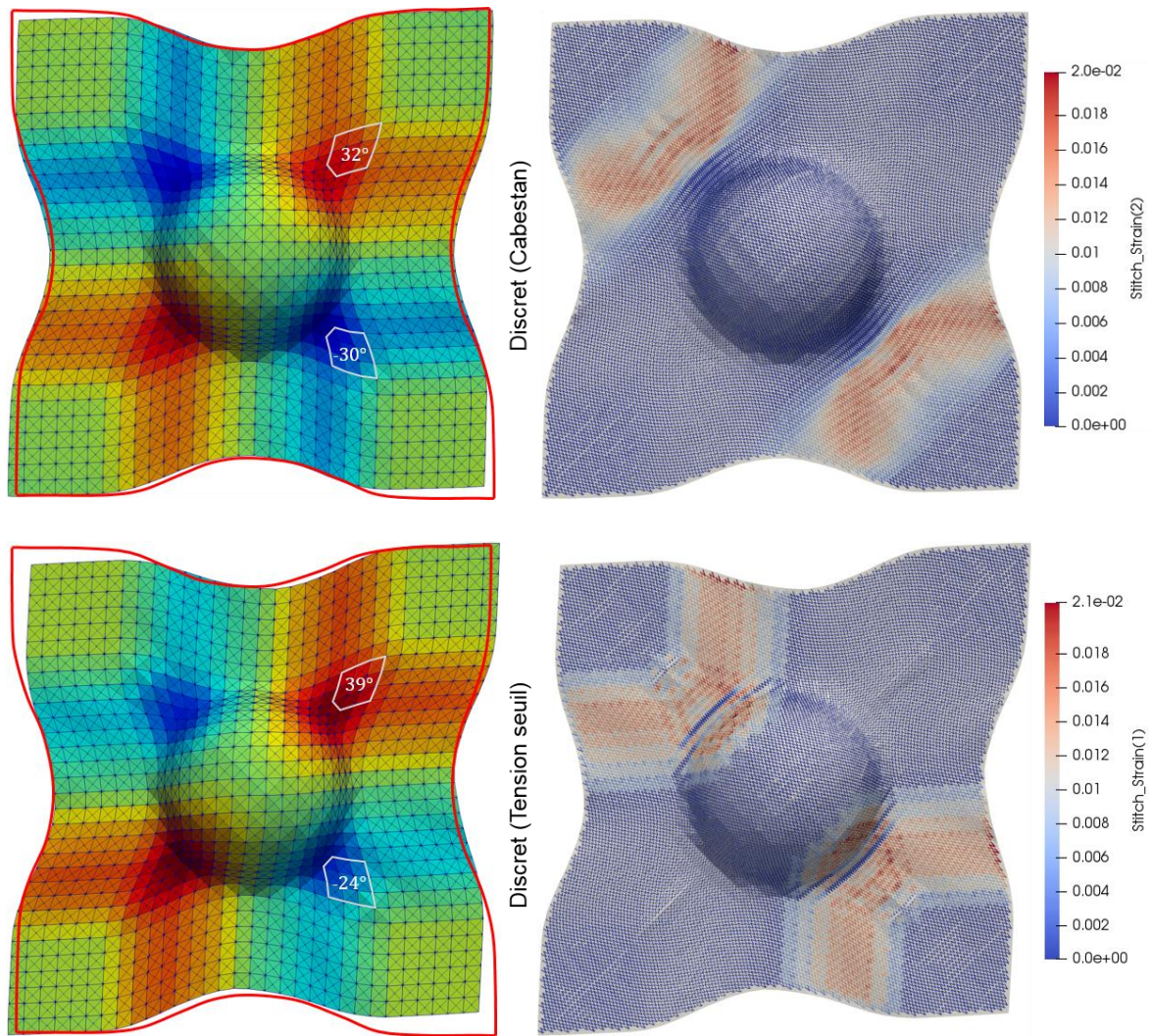


Figure 5-7: Angle de cisaillement (à gauche) et déformation de la couture (à droite) à l'issue de la mise en forme hémisphérique du renfort T1.5mm pour les modèles discrets avec frottement par cabestan (haut) et par tension seuil (bas)

## 2.3 Couture T2.5mm

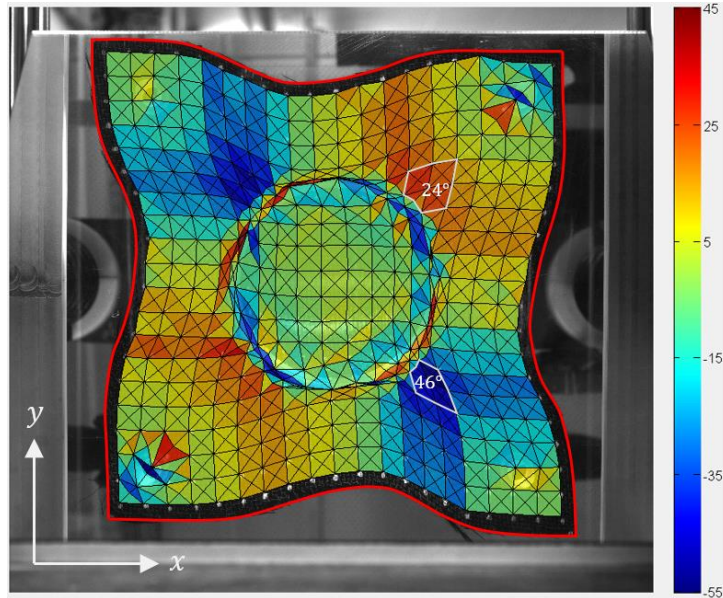


Figure 5-8: Mesure de l'angle de cisaillement sur la mise en forme hémisphérique du renfort T2.5mm

Comme pour le cas précédent, la Figure 5-8 présente la déformation du renfort cousu T2.5mm dont le contour extérieur du renfort est marqué d'une ligne rouge. L'échelle de  $-55^{\circ}$  à  $45^{\circ}$  pour le champ de déformation en cisaillement est identique pour l'affichage du champ de cisaillement des simulations. La Figure 5-9 trace l'évolution de l'angle dans les zones de plus fort cisaillement délimitées d'un contour blanc sur la Figure 5-8. Les deux autres figures (Figure 5-10 et Figure 5-11) regroupent les résultats de la mise en forme simulée respectivement avec le modèle continu et le modèle discret sans frottement puis les modèles avec frottement (cabestan et tension seuil). Sur ces deux figures, les images de gauches représentent une cartographie de l'angle de cisaillement et celles de droite la déformation dans le fil de couture.

Contrairement au renfort précédent, le NCF T2.5mm présente une déformation clairement dissymétrique lors de la mise en forme, favorisant fortement les zones de cisaillement négatif. L'emboutissage conduit à un angle de  $-46^{\circ}$  et de  $24^{\circ}$  dans les zones de plus fort cisaillement.

La Figure 5-9 montre que l'évolution de l'angle dans les zones de plus fort cisaillement n'est pas si dissymétrique que celle des courbes issues des mesures par corrélation. Les simulations avec chacun des modèles (Figure 5-10 et Figure 5-11) ont aussi des difficultés à retranscrire avec précision la déformée du contour.

Or, la déformation en cisaillement du renfort sur l'hémisphère est un équilibre lié à la différence de rigidité dans les deux sens de cisaillement. Ces observations ne sont donc pas une surprise après la lecture des résultats simulés de *bias extension test* du chapitre 3

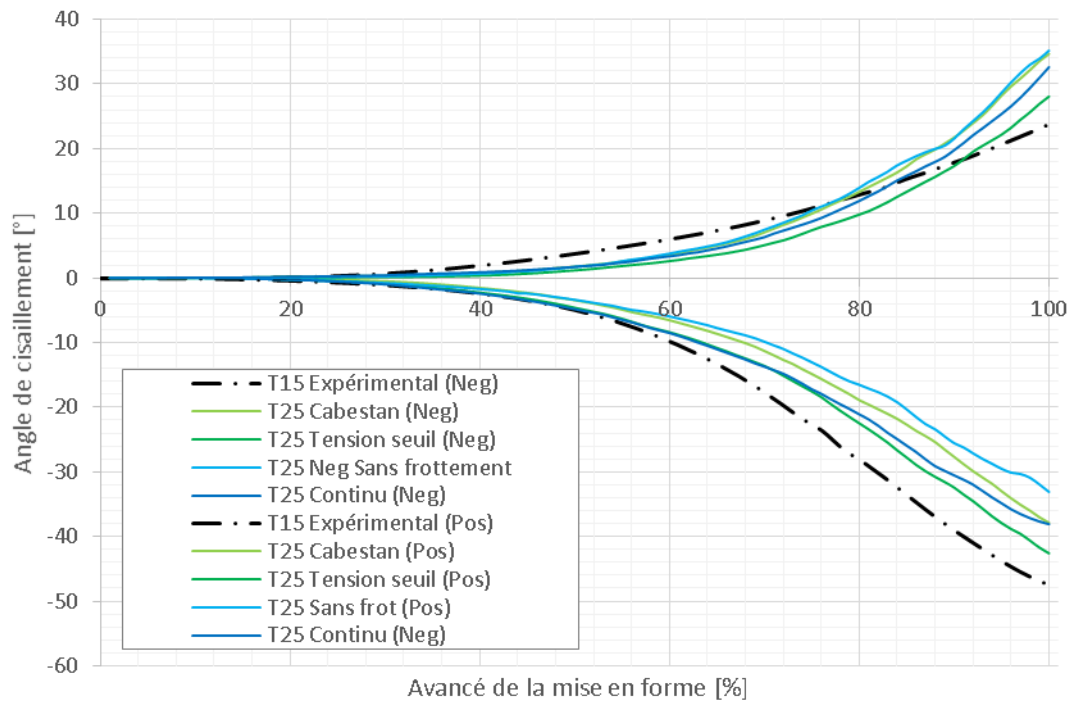


Figure 5-9: Evolution de l'angle de cisaillement moyen dans les zones de plus fort cisaillement sur la mise en forme hémisphérique du renfort T2.5mm

pour ce renfort : la rigidité du comportement en cisaillement pour des angles positifs est sous-estimée malgré les différentes approches développées.

Néanmoins, l'allure générale semble prometteuse. Les modèles, continu et discret à frottement par tension seuil, semblent mieux s'accorder à l'expérimental. La localisation des brins de fil de la couture en tension est similaire pour ces deux modèles et les valeurs de déformation (donc de tension) sont proches. La modélisation de la couture pourra être enrichie pour s'approcher au plus de la réalité expérimentale dans le cas de la couture T2.5mm.



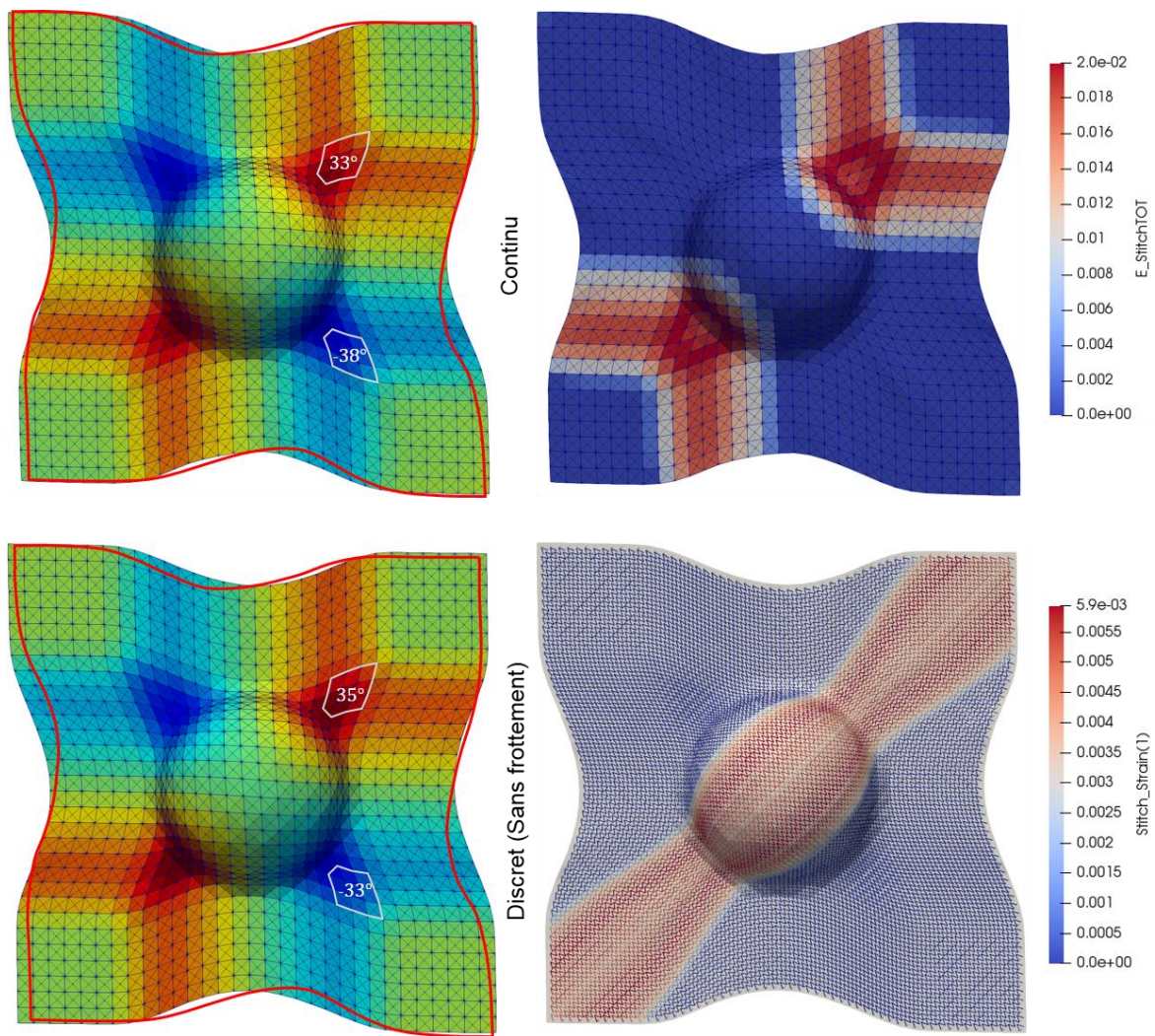


Figure 5-10: Angle de cisailment (à gauche) et déformation de la couture (à droite) à l'issue de la mise en forme hémisphérique du renfort T2.5mm pour le modèle continu (haut) et le modèle discret sans frottement (bas)



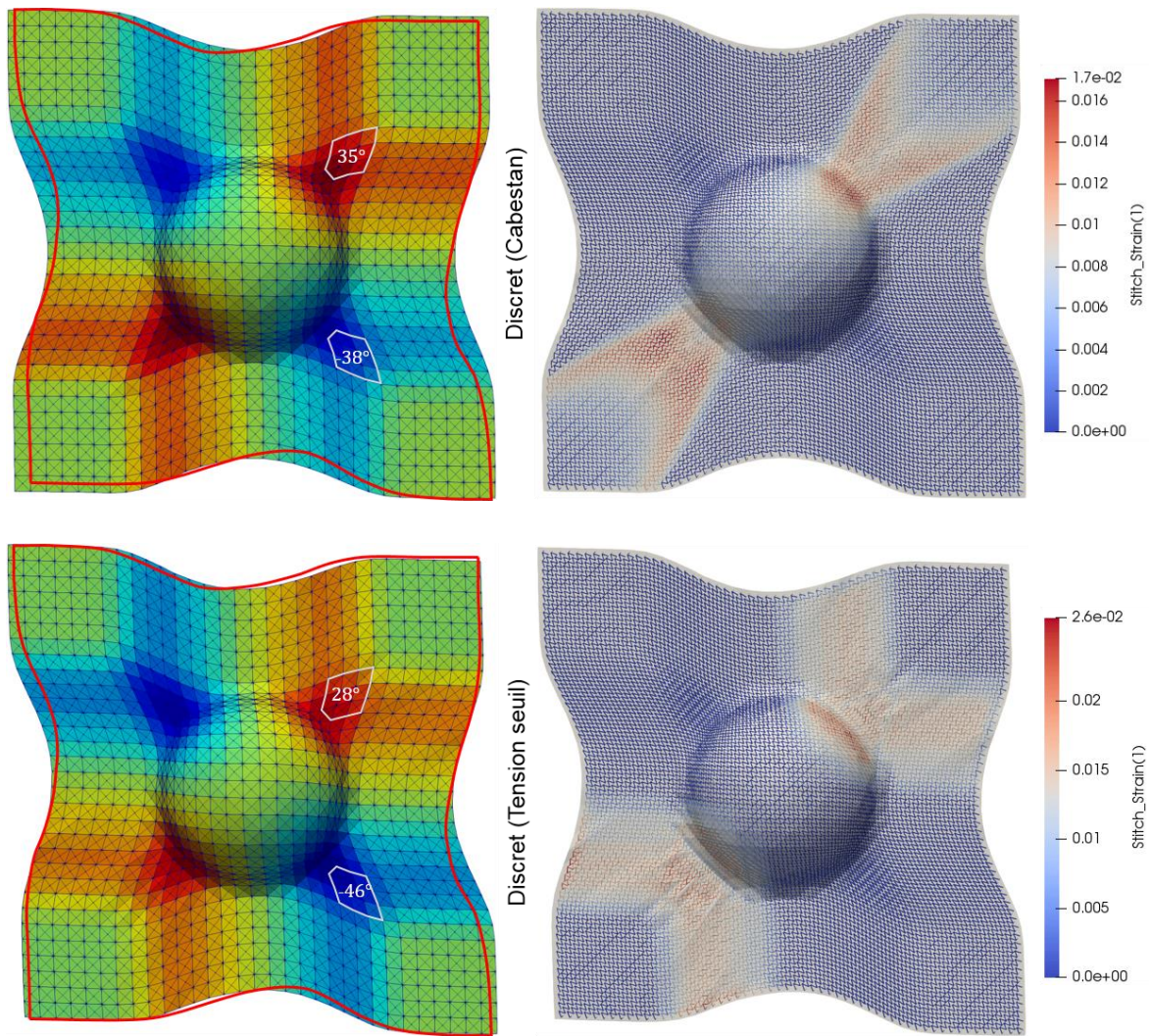


Figure 5-11: Angle de cisaillement (à gauche) et déformation de la couture (à droite) à l'issue de la mise en forme hémisphérique du renfort T2.5mm pour les modèle discrets avec frottement par cabestan (haut) et par tension seuil (bas)



## 2.4 Couture T3.3mm

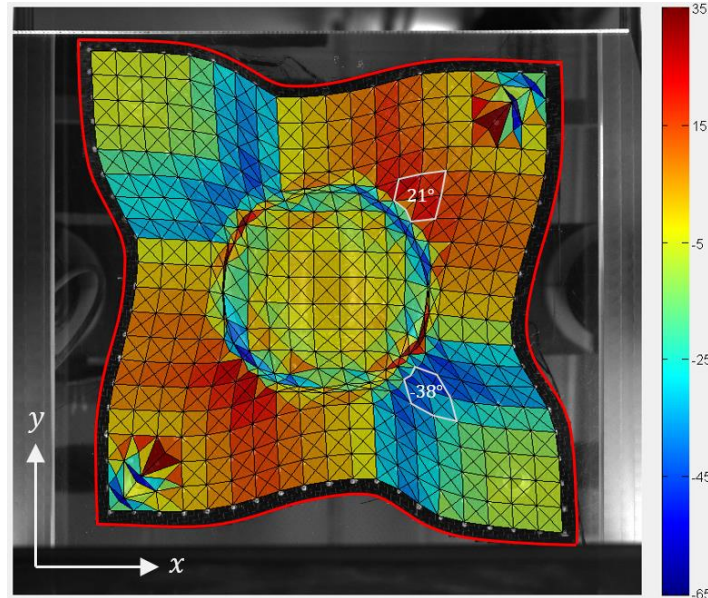


Figure 5-12: Mesure de l'angle de cisaillement sur la mise en forme hémisphérique du renfort T3.3mm

La déformation finale du NCF T3.3mm est présentée Figure 5-12. L'échelle pour le champ de déformation de cisaillement s'étend de  $-65^{\circ}$  à  $35^{\circ}$ . L'évolution des angles de cisaillement au cours de la mise en forme dans les zones délimitées est tracée Figure 5-13. Les figures Figure 5-14 et Figure 5-15 regroupent les résultats de la mise en forme simulée avec le modèle continu et le modèle discret sans frottement pour la première figure et les modèles avec frottement (cabestan et tension seuil) sur la seconde. Sur les deux figures, les images de gauches représentent une cartographie de l'angle de cisaillement et celles de droite la déformation dans le fil de couture.

Le renfort T3.3mm est celui qui présente la dissymétrie la plus prononcée caractéristique des NCF. Le cisaillement positif est limité et n'excède pas localement  $26^{\circ}$  tandis que les zones de cisaillement négatif sont fortement déformées pour permettre au renfort de se conformer à la géométrie hémisphérique. Dans les zones de plus fort cisaillement, les valeurs moyennes de cisaillement atteignent  $21^{\circ}$  et  $-38^{\circ}$ .

Pour cette architecture, la déformation de la couture en traction a un impact majeur sur la rigidification du comportement en cisaillement. Ainsi, la localisation de la couture en tension a un impact significatif sur la déformée du renfort pour chacun des résultats de simulation avec les différentes approches de modélisation de la couture.

La formulation du modèle continu est telle que tous les éléments dans lesquels l'angle est positif subissent une rigidification du comportement en cisaillement. La dissymétrie de la déformation est surévaluée par rapport à la mise en forme expérimentale

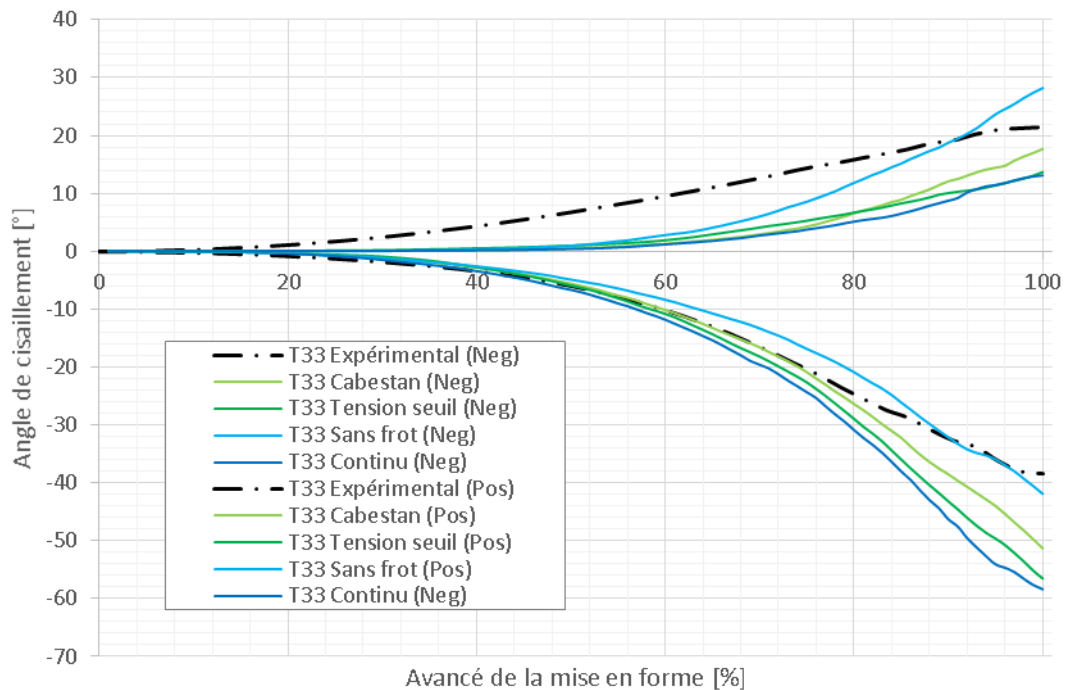


Figure 5-13: Evolution de l'angle de cisaillement moyen dans les zones de plus fort cisaillement sur la mise en forme hémisphérique du renfort T3.3mm

comme le montrent le contour et l'évolution de l'angle dans les deux zones délimitées qui est tracée en bleu foncé sur la Figure 5-13.

L'intérêt de l'approche discrète se révèle ici : la redistribution de la déformation dans les brins de couture se propage le long de la bande de couture indépendamment du maillage triangulaire. Sur la Figure 5-14, la déformation est équilibrée le long de chaque bande de couture (coefficient de frottement nul). Ces bandes de couture traversent différentes zones de cisaillement (positif et négatif) qui sollicitent les brins de couture à la fois en traction ou en compression. Finalement, l'équilibre final conduit à une déformation maximale du fil de couture faible de 0.9% dans les bandes situées le long de la diagonale du renfort.

L'ajout de frottement localise les déformations des brins de couture. Seulement, les deux approches (cabestan et tension seuil de la Figure 5-15) conduisent à une distribution différente des brins de couture en tension.

Les modèles discrets sans frottement et avec frottement par cabestan donnent les résultats les plus probants. En particulier, le modèle avec frottement fournit le champ de cisaillement et le contour extérieur les plus en adéquation avec la mise en forme expérimentale.

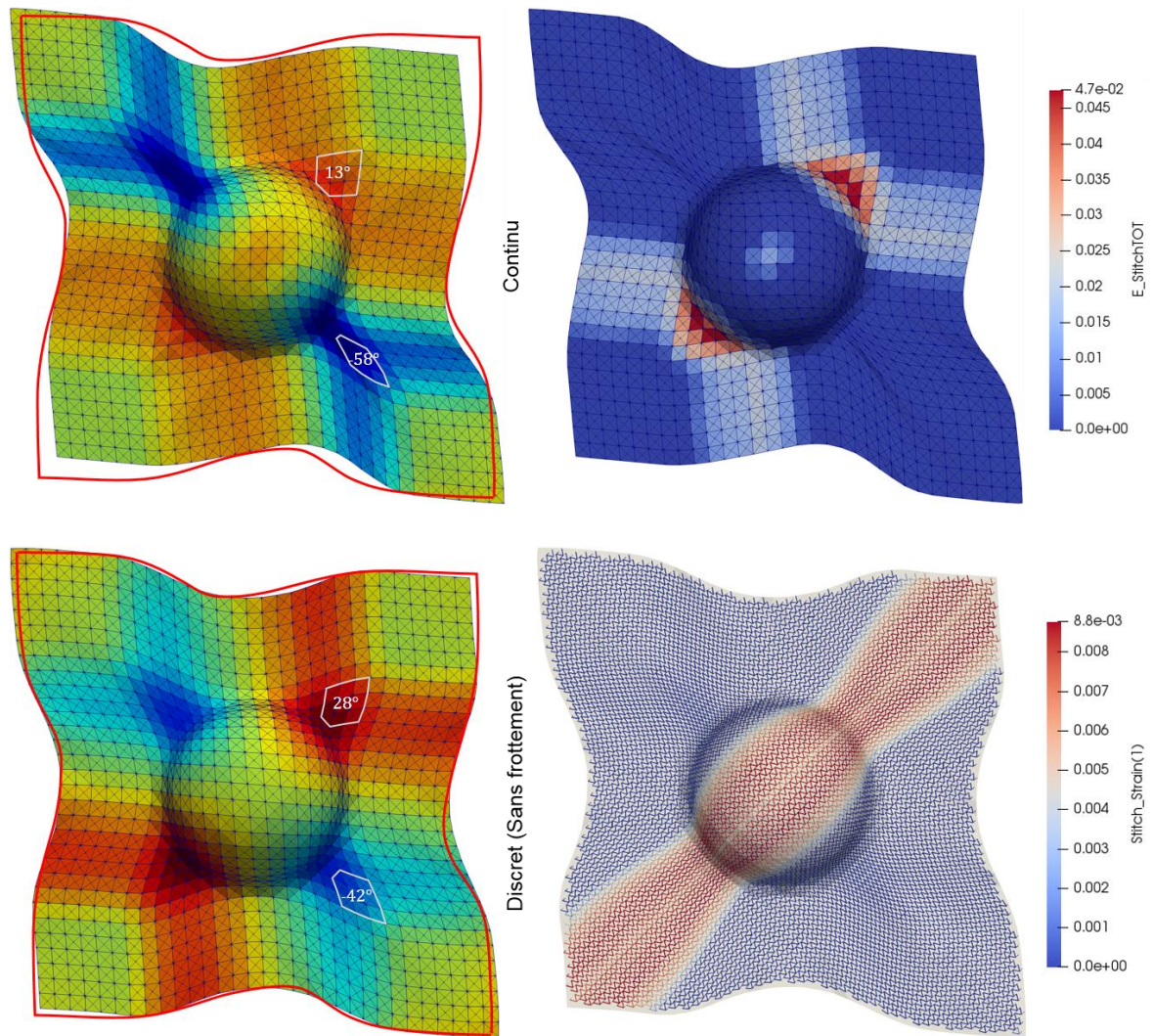


Figure 5-14: Angle de cisailment (à gauche) et déformation de la couture (à droite) à l'issue de la mise en forme hémisphérique du renfort T3.3mm pour le modèle continu (haut) et le modèle discret sans frottement (bas)



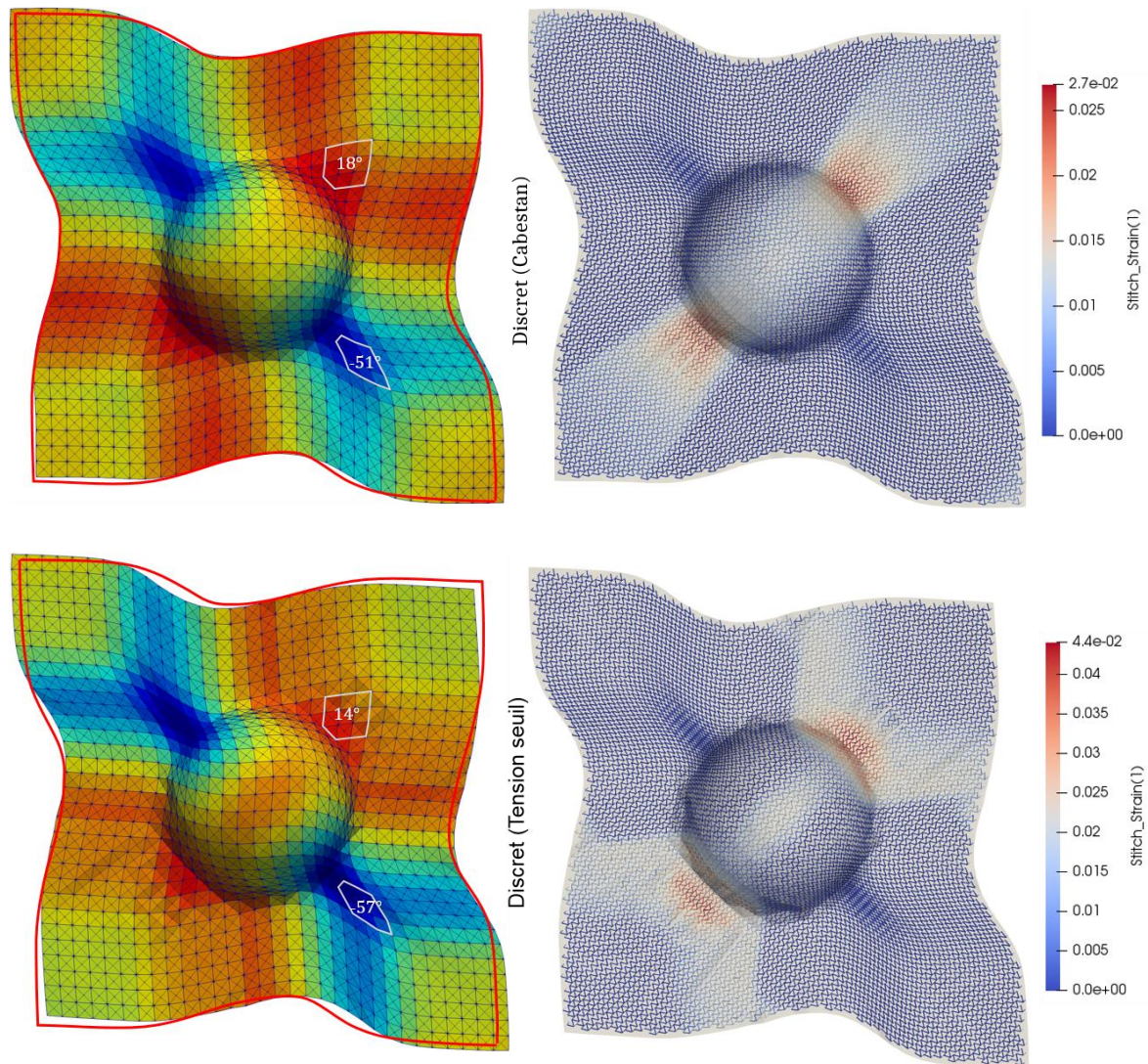


Figure 5-15: Angle de cisaillement (à gauche) et déformation de la couture (à droite) à l'issue de la mise en forme hémisphérique du renfort T3.3mm pour les modèle discrets avec frottement par cabestan (haut) et par tension seuil (bas)

### 3. Mise en forme INCREASE

La mise en forme d'un renfort NCF  $\pm 45^\circ$  T3.3 est simulée sur la géométrie du projet INCREASE. Le renfort déformé est présenté Figure 5-16. Les principales zones de cisaillement sont concentrées dans les décrochements où se logent les points d'injection lors de la fabrication de la pièce. La simulation nous permet alors de prédire la position des fibres pour la tenue mécanique de la pièce finale. Elle apporte également des informations pour l'étude de la phase d'injection de la matrice polymère.

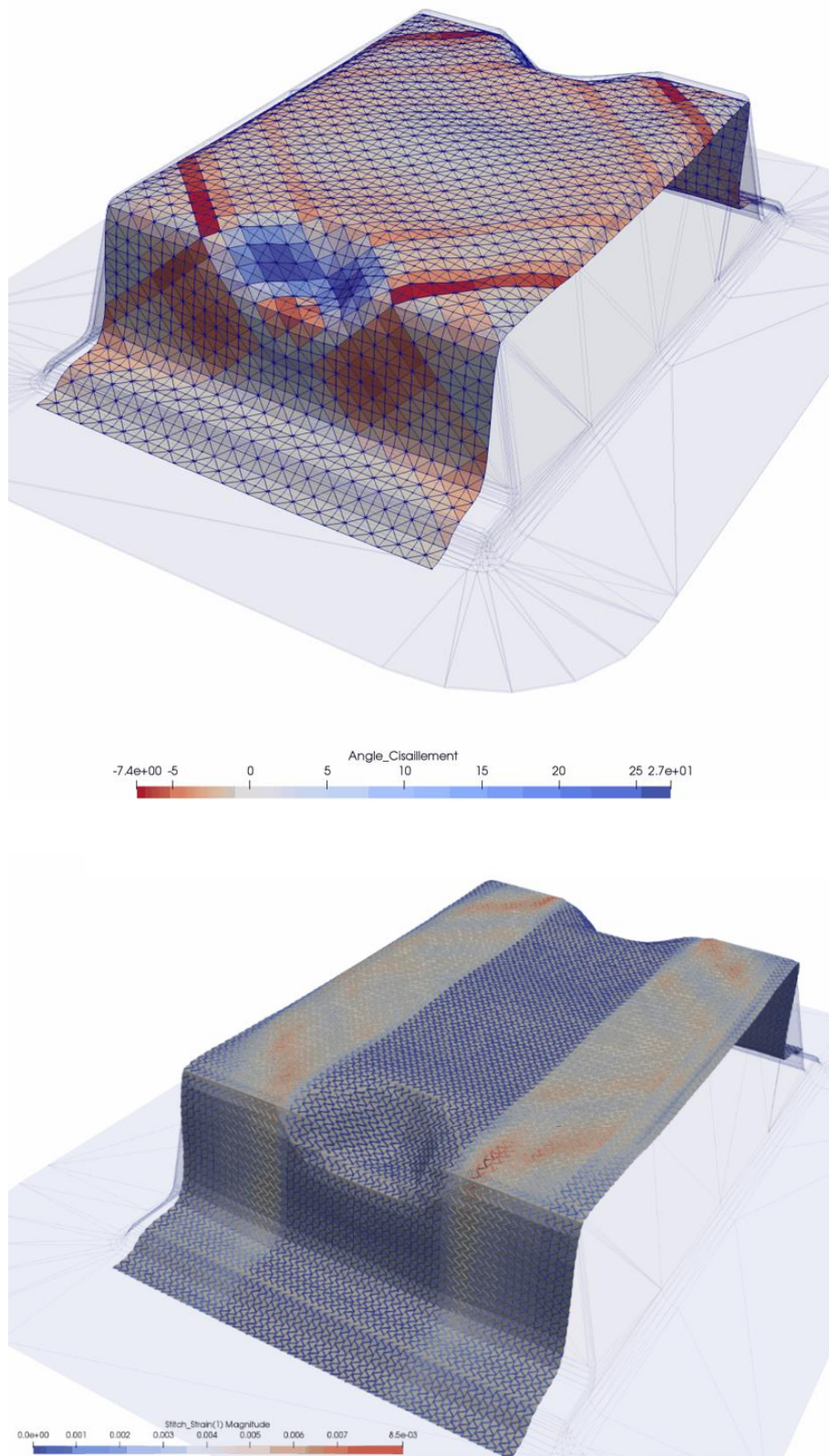


Figure 5-16: Visualisation de l'angle de cisaillement du renfort déformé (en haut) et de la déformation du fil de couture (en bas)

---

## 4. Conclusion du chapitre 5

L'hémisphère est une géométrie à forte double couture, contraignante à draper car elle nécessite une déformation importante du renfort fibreux. La capacité du renfort à draper une géométrie est essentiellement liée à sa capacité à se cisailer (sans apparition de défauts). L'emboutissage hémisphérique sert alors de référence pour tester les approches développées spécifiquement pour les renforts cousus.

Trois renforts similaires dont les paramètres de couture varient (T1.5mm, T2.5mm et T3.3mm) ont été emboutis à l'aide d'un montage permettant l'acquisition d'images. Grâce à la méthode optique par suivi de points, il a été possible d'évaluer les champs de déformation à différents stades de la mise en forme.

Des simulations de l'emboutissage ont été réalisées pour chaque renfort avec quatre approches de modélisation prenant en compte la tension dans le fil de couture. Il s'avère que le premier renfort dont la longueur de point est de 1,5 mm, se déforme presque symétriquement avec un comportement proche des tissés car la couture est peu sollicitée. Les différents modèles donnent donc des résultats similaires. Malgré des incohérences expérimentales, la simulation fournit une estimation raisonnable de la géométrie déformée.

Le second renfort, d'une longueur de point de 2,5 mm, laisse apparaître une dissymétrie qui n'est pas fidèlement reproduite par la simulation malgré une tendance générale pertinente. Ce résultat s'observe dans les résultats de *bias extension test* du chapitre 3 pour lesquels les modèles ne reproduisent pas fidèlement la rigidité du comportement pour un cisaillement positif.

Enfin, le dernier renfort a une longueur de point est de 3.3mm. Pour cette architecture, l'influence de la tension dans la couture est prédominante lors de la déformation en cisaillement. Le modèle avec frottement par approche de cabestan est celui qui fournit les meilleurs résultats avec les paramètres de frottement présentés au chapitre 3. Les simulations de ce dernier renfort montrent que la localisation des brins de couture en tension avec les différentes approches a également un impact considérable sur la déformée finale du renfort.





# Conclusion générale et perspectives

Le travail mené dans ce document poursuit les travaux du LaMCoS sur l'étude et la modélisation du comportement des renforts à fibres continues pour la simulation de mises en forme. Comme partenaire du projet INCREASE, le travail se concentre sur la modélisation des renforts cousus (*Non Crimp Fabric* - NCF).

Les résultats des études expérimentales conduites rejoignent la littérature pour montrer une déformation semblable à celui des tissés. Seulement le comportement en cisaillement présente une dissymétrie, induite par la couture, qui peut être prononcée pour certains paramètres de fabrication. L'étude expérimentale du comportement de trois architectures similaires, dont seule la longueur du point de couture varie, nous a permis de proposer une stratégie de modélisation : la tension, résultant de la déformation du fil couture en traction, génère une contribution supplémentaire au comportement en cisaillement du fibrés (ce dernier est uniquement dépendant des différentes interactions entre les fibres). Il a été également mis en évidence expérimentalement que le fil de couture glissait au point de piquage.

Les NCF sont modélisés avec des éléments triangulaires de coque en se basant sur les hypothèses de non glissement des réseaux de fibres à l'échelle macroscopique. La déformation de la couture est formulée cinématiquement en considérant que les points de piquage de la couture se conservent pendant la déformation. La déformation du fil de couture est calculée en considérant le fil glissant à ces points de piquage. Dans la cadre d'une première formulation continue, la déformation du fil de couture est calculée en fonction de la déformation en cisaillement de l'élément. Cette approche est aussi dépendante de la taille du maillage triangulaire. Elle a montré ses limites lors de mises en forme hémisphériques mais s'intègre aisément dans un élément de tissé. Ensuite nous avons développé une approche discrète du fil, utilisant un maillage non conforme d'éléments de couture pilotés par le maillage triangulaire représentant les nappes de fibres. Des éléments de bandes de fil de couture peuvent de cette manière traverser tout le renfort, et tenir compte de la continuité du fil traversant plusieurs mèches. La déformation du fil de couture n'est donc plus dépendante de la valeur du cisaillement dans un élément triangulaire particulier. Un comportement local plus réaliste de la couture est intégré par des lois de frottement du fil aux points de glissement. Le modèle discret, dont chaque point de glissement est représenté par un cabestan, donne les résultats les plus intéressants lors des mises en forme hémisphériques.

On retiendra des simulations de BET et de mise en forme hémisphérique que la stratégie de modélisation est la plus adaptée lorsque le fil de couture est fortement sollicité en traction. Autrement, le modèle actuel ne décrit pas les mécanismes capables de reproduire le comportement en cisaillement, comme le cas du NCF T2.5mm et T1.5mm.



Plusieurs pistes de travail viendraient enrichir ces résultats :

- Etudier la validité des propositions développées dans ce travail pour des architectures de NCF initialement non orthogonales. Ce qui n'a pu être conduit dans les délais impartis.
- Etudier les effets de compaction entre les deux nappes de fibres sur le comportement en cisaillement résultant du fil de couture en tension, qui est une des propositions pour expliquer les différences de résultats de *bias extension test* du NCF T2.5mm et du NCF T1.5mm.
- Modéliser chaque nappe unidirectionnelle de fibres par deux couches d'éléments de coque permettrait de s'affranchir des hypothèses de non glissement des réseaux de fibres, à l'image du travail proposé par Sylvain Bel. Chaque nappe de fibres serait indépendante. Les interactions entre les nappes fibres, actuellement prises en compte dans la loi de cisaillement de fibrés, seraient alors mieux définies. Un élément de couture tridimensionnel lié à ces deux couches d'éléments permettrait de prendre en compte les mécanismes d'interaction de la couture y compris dans l'épaisseur du renfort. La tension dans le fil de couture serait alors en mesure de retranscrire les effets de compaction affectant les interactions entre les deux nappes de fibres, ce que le modèle actuel peine à faire pour les résultats du NCF T2.5mm.
- L'intégration de la courbure des fibres dans le plan s'est avéré indispensable pour la modélisation des NCFs qui possèdent un comportement en cisaillement très faible (notamment lorsque le fil n'est pas sollicité en traction). L'intégration de ce mode de déformation apporte une contribution énergétique qui tend à stabiliser les calculs.
- Nous avons montré que l'introduction de la flexion plane dans le bias-test change radicalement les solutions cinématiques, et remet en cause les méthodes d'identification traditionnelles pour des tissus ayant une raideur de flexion qui n'est pas négligeable devant le cisaillement. Les méthodes expérimentales de caractérisation en cisaillement (*picture frame* et *bias extension test*) doivent prendre en compte cette contribution énergétique à l'effort mesurée. Une nouvelle méthodologie devra être proposée pour intégrer la contribution de la flexion dans le dépouillement des résultats de l'essai.

# Références bibliographiques

- Abdul Ghafour, T. 2018, November 15. Analyse des Irréversibilités lors de la Mise en Forme des Renforts de Composites. Institut National des Sciences Appliquées de Lyon.
- Abdul Ghafour, T., J. Colmars, and P. Boisse. 2019. The importance of taking into account behavior irreversibilities when simulating the forming of textile composite reinforcements. *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing* 127:105641.
- d'Agostino, M. V., I. Giorgio, L. Greco, A. Madeo, and P. Boisse. 2015. Continuum and discrete models for structures including (quasi-) inextensible elasticae with a view to the design and modeling of composite reinforcements. *International Journal of Solids and Structures* 59:1–17.
- Badel, P., E. Vidal-Sallé, and P. Boisse. 2008. Large deformation analysis of fibrous materials using rate constitutive equations. *Computers & Structures* 86:1164–1175.
- Batoz, J.-L., and D. Gouri. 1990. Modélisation des structures par éléments finis: poutres et plaques. Hermes.
- Bel, S. 2011. Analyse et simulation de la mise en forme des renforts de composites NCF.
- Bel, S., P. Boisse, and F. Dumont. 2012a. Analyses of the Deformation Mechanisms of Non-Crimp Fabric Composite Reinforcements during Preforming. *Applied Composite Materials* 19:513–528.
- Bel, S., N. Hamila, P. Boisse, and F. Dumont. 2012b. Finite element model for NCF composite reinforcement preforming: Importance of inter-ply sliding. *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing* 43:2269–2277.
- Belytschko, T., W. Kam Liu, B. Moran, and K. Elkhodary. 2013. *Nonlinear Finite Elements for Continua and Structures*. 2nd edition. Wiley.
- Ben Boubaker, B., B. Haussy, and J. F. Ganghoffer. 2007. Discrete models of woven structures. Macroscopic approach. *Composites Part B: Engineering* 38:498–505.
- Berthereau, A., and E. Dallies. 2008. *Fibres de verre de renforcement*.
- de Bilbao, E., D. Soulat, G. Hivet, and A. Gasser. 2010. Experimental Study of Bending Behaviour of Reinforcements. *Experimental Mechanics* 50:333–351.
- Boisse, P., M. Borr, K. Buet, and A. Cherouat. 1997. Finite element simulations of textile composite forming including the biaxial fabric behaviour. *Composites Part B: Engineering* 28:453–464.

- Boisse, P., A. Cherouat, J. C. Gelin, and H. Sabhi. 1995. Experimental study and finite element simulation of a glass fiber fabric shaping process. *Polymer Composites* 16:83–95.
- Boisse, P., J. Colmars, N. Hamila, N. Naouar, and Q. Steer. 2018. Bending and wrinkling of composite fiber preforms and prepregs. A review and new developments in the draping simulations. *Composites Part B: Engineering* 141:234–249.
- Boisse, P., N. Hamila, E. Guzman-Maldonado, A. Madeo, G. Hivet, and F. dell’Isola. 2017. The bias-extension test for the analysis of in-plane shear properties of textile composite reinforcements and prepregs: a review. *International Journal of Material Forming* 10:473–492.
- Boisse, P., N. Hamila, E. Vidal-Sallé, and F. Dumont. 2011. Simulation of wrinkling during textile composite reinforcement forming. Influence of tensile, in-plane shear and bending stiffnesses. *Composites Science and Technology* 71:683–692.
- Boisse, P., B. Zouari, and J.-L. Daniel. 2006. Importance of in-plane shear rigidity in finite element analyses of woven fabric composite preforming. *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing* 37:2201–2212.
- Boisse, P., B. Zouari, and A. Gasser. 2005. A mesoscopic approach for the simulation of woven fibre composite forming. *Composites Science and Technology* 65:429–436.
- Borouchaki, H., and A. Cherouat. 2003. Drapage géométrique des composites. *Comptes Rendus Mécanique* 331:437–442.
- Bourban, P.-E. 2004. *Matériaux composites à matrice organique: constituants, procédés, propriétés*. PPUR presses polytechniques.
- Brunet, M., and F. Sabourin. 1995. A simplified triangular shell element with a necking criterion for 3-D sheet-forming analysis. *Journal of Materials Processing Technology* 50:238–251.
- Brunet, M., and F. Sabourin. 2006. Analysis of a rotation-free 4-node shell element. *International Journal for Numerical Methods in Engineering* 66:1483–1510.
- Buet-Gautier, K. 1998. *Analyse et simulation du comportement mécanique des renforts composites tissés*.
- Buet-Gautier, K., and P. Boisse. 2001. Experimental analysis and modeling of biaxial mechanical behavior of woven composite reinforcements. *Experimental Mechanics* 41:260–269.
- Charmetant, A., J. G. Orliac, E. Vidal-Sallé, and P. Boisse. 2012. Hyperelastic model for large deformation analyses of 3D interlock composite preforms. *Composites Science and Technology* 72:1352–1360.
-

- Charmetant, A., E. Vidal-Sallé, and P. Boisse. 2011. Hyperelastic modelling for mesoscopic analyses of composite reinforcements. *Composites Science and Technology* 71:1623–1631.
- Chatain, M. 2001. *Matériaux composites : présentation générale*.
- Chen, S., O. P. L. McGregor, L. T. Harper, A. Endruweit, and N. A. Warrior. 2016. Defect formation during preforming of a bi-axial non-crimp fabric with a pillar stitch pattern. *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing* 91:156–167.
- Cherouat, A., and J. L. Billoët. 2001. Mechanical and numerical modelling of composite manufacturing processes deep-drawing and laying-up of thin pre-impregnated woven fabrics. *Journal of Materials Processing Technology* 118:460–471.
- Colin, D., S. Bel, T. Hans, and M. Hartmann. 2018. On the inter-stitch interaction in biaxial non-crimp fabrics. Page 020004. Palermo, Italy.
- Creech, G., and A. K. Pickett. 2006. Meso-modelling of Non-Crimp Fabric composites for coupled drape and failure analysis. *Journal of Materials Science* 41:6725–6736.
- Denis, Y., E. Guzman-Maldonado, F. Morestin, and N. Hamila. 2019. Ultraviolet Digital Image Correlation for Molten Thermoplastic Composites under Finite Strain. *Experimental Mechanics* 59:439–451.
- Dinh, T. D., A. Rezaei, L. Daelemans, M. Mollaert, D. Van Hemelrijck, and W. Van Paepegem. 2017. A hybrid micro-meso-scale unit cell model for homogenization of the nonlinear orthotropic material behavior of coated fabrics used in tensioned membrane structures. *Composite Structures* 162:271–279.
- Dupupet, G. 2008. *Fibres de carbone*.
- Durville, D. 2009. A Finite Element Approach of the Behaviour of Woven Materials at Microscopic Scale. Pages 39–46 in J.-F. Ganghoffer and F. Pastrone, editors. *Mechanics of Microstructured Solids*. Springer Berlin Heidelberg, Berlin, Heidelberg.
- Durville, D. 2010. Simulation of the mechanical behaviour of woven fabrics at the scale of fibers. *International Journal of Material Forming* 3:1241–1251.
- Durville, D. 2011. Microscopic approaches for understanding the mechanical behaviour of reinforcement in composites. Pages 461–485 *Composite Reinforcements for Optimum Performance*. Elsevier.
- El Said, B., D. Ivanov, A. C. Long, and S. R. Hallett. 2016. Multi-scale modelling of strongly heterogeneous 3D composite structures using spatial Voronoi tessellation. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids* 88:50–71.

- Ferretti, M., A. Madeo, F. dell’Isola, and P. Boisse. 2014. Modeling the onset of shear boundary layers in fibrous composite reinforcements by second-gradient theory. *Zeitschrift für angewandte Mathematik und Physik* 65:587–612.
- Gatouillat, S., A. Bareggi, E. Vidal-Sallé, and P. Boisse. 2013. Meso modelling for composite preform shaping – Simulation of the loss of cohesion of the woven fibre network. *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing* 54:135–144.
- Goda, I., and J.-F. Ganghoffer. 2016. Construction of first and second order grade anisotropic continuum media for 3D porous and textile composite structures. *Composite Structures* 141:292–327.
- Grieser, T., and P. Mitschang. 2017. Investigation of the compaction behavior of carbon fiber NCF for continuous preforming processes. *Polymer Composites* 38:2609–2625.
- Guzman-Maldonado, E., N. Hamila, P. Boisse, and J. Bikard. 2015. Thermomechanical analysis, modelling and simulation of the forming of pre-impregnated thermoplastics composites. *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing* 78:211–222.
- Guzman-Maldonado, E., N. Hamila, N. Naouar, G. Moulin, and P. Boisse. 2016. Simulation of thermoplastic prepreg thermoforming based on a visco-hyperelastic model and a thermal homogenization. *Materials & Design* 93:431–442.
- Haghi Kashani, M., A. Hosseini, F. Sassani, F. K. Ko, and A. S. Milani. 2018. The Role of Intra-Yarn Shear in Integrated Multi-Scale Deformation Analyses of Woven Fabrics: A Critical Review. *Critical Reviews in Solid State and Materials Sciences* 43:213–232.
- Hamila, N. 2007. Simulation de la mise en forme des renforts composites mono et multiplis.
- Hamila, N., P. Boisse, F. Sabourin, and M. Brunet. 2009. A semi-discrete shell finite element for textile composite reinforcement forming simulation. *International Journal for Numerical Methods in Engineering* 79:1443–1466.
- Harrison, P. 2016. Modelling the forming mechanics of engineering fabrics using a mutually constrained pantographic beam and membrane mesh. *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing* 81:145–157.
- Harrison, P., M. J. Clifford, and A. C. Long. 2004. Shear characterisation of viscous woven textile composites: a comparison between picture frame and bias extension experiments. *Composites Science and Technology* 64:1453–1465.
- Harrison, P., E. Taylor, and J. Alsayednoor. 2018. Improving the accuracy of the uniaxial bias extension test on engineering fabrics using a simple wrinkle mitigation technique. *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing* 108:53–61.
- Harrison, P., J. Wiggers, and A. C. Long. 2008. Normalization of Shear Test Data for Rate-independent Compressible Fabrics. *Journal of Composite Materials* 42:2315–2344.
-

- Harrison, P., J. Wiggers, A. C. Long, and C. D. Rudd. 2003. Constitutive modelling based on meso and micro kinematics for woven and stitched dry fabrics. Page 10. San Diego, California, USA.
- Harrison, P., W.-R. Yu, and A. C. Long. 2011. Modelling the deformability of biaxial non-crimp fabric composites. Pages 144–165 *Non-Crimp Fabric Composites*. Elsevier.
- Hivet, G., and P. Boisse. 2005. Consistent 3D geometrical model of fabric elementary cell. Application to a meshing preprocessor for 3D finite element analysis. *Finite Elements in Analysis and Design* 42:25–49.
- Hivet, G., and P. Boisse. 2008. Consistent mesoscopic mechanical behaviour model for woven composite reinforcements in biaxial tension. *Composites Part B: Engineering* 39:345–361.
- Hosseini, A., M. H. Kashani, F. Sassani, A. S. Milani, and F. K. Ko. 2018. Identifying the distinct shear wrinkling behavior of woven composite preforms under bias extension and picture frame tests. *Composite Structures* 185:764–773.
- Hu, J., and Y. Jiang. 2002. Modeling formability of multiaxial warp knitted fabrics on a hemisphere. *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing* 33:725–734.
- Hummel, F. H., and W. B. Morton. 1927. XXXII. *On the large bending of thin flexible strips and the measurement of their elasticity*. The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science 4:348–357.
- dell’Isola, F., and D. Steigmann. 2015. A Two-Dimensional Gradient-Elasticity Theory for Woven Fabrics. *Journal of Elasticity* 118:113–125.
- Kashani, M. H., A. Rashidi, B. J. Crawford, and A. S. Milani. 2016. Analysis of a two-way tension-shear coupling in woven fabrics under combined loading tests: Global to local transformation of non-orthogonal normalized forces and displacements. *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing* 88:272–285.
- Khiêm, V. N., H. Krieger, M. Itskov, T. Gries, and S. E. Stapleton. 2016. An averaging based hyperelastic modeling and experimental analysis of non-crimp fabrics. *International Journal of Solids and Structures*.
- Krieger, H., T. Gries, and S. E. Stapleton. 2018. Shear and drape behavior of non-crimp fabrics based on stitching geometry. *International Journal of Material Forming* 11:593–605.
- Lammens, N., M. Kersemans, G. Luyckx, W. Van Paeppegem, and J. Degrieck. 2014. Improved accuracy in the determination of flexural rigidity of textile fabrics by the Peirce cantilever test (ASTM D1388). *Textile Research Journal* 84:1307–1314.

- Launay, J., G. Hivet, A. V. Duong, and P. Boisse. 2008. Experimental analysis of the influence of tensions on in plane shear behaviour of woven composite reinforcements. *Composites Science and Technology* 68:506–515.
- Laurent, H., and G. Rio. 2001. Formulation of a thin shell finite element with continuity C0 and convected material frame notion. *Computational Mechanics* 27:218–232.
- Lebrun, G., M. N. Bureau, and J. Denault. 2003. Evaluation of bias-extension and picture-frame test methods for the measurement of intraply shear properties of PP/glass commingled fabrics. *Composite Structures* 61:341–352.
- Lee, J. S., S. J. Hong, W.-R. Yu, and T. J. Kang. 2007. The effect of blank holder force on the stamp forming behavior of non-crimp fabric with a chain stitch. *Composites Science and Technology* 67:357–366.
- Li, L., Y. Zhao, H. Vuong, Y. Chen, J. Yang, and Y. Duan. 2014. In-plane shear investigation of biaxial carbon non-crimp fabrics with experimental tests and finite element modeling. *Materials & Design* 63:757–765.
- Liang, B., J. Colmars, and P. Boisse. 2017. A shell formulation for fibrous reinforcement forming simulations. *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing* 100:81–96.
- Liang, B., N. Hamila, M. Peillon, and P. Boisse. 2014. Analysis of thermoplastic prepreg bending stiffness during manufacturing and of its influence on wrinkling simulations. *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing* 67:111–122.
- Liu, C., D. Du, H. Li, Y. Hu, Y. Xu, J. Tian, G. Tao, and J. Tao. 2016. Interlaminar failure behavior of GLARE laminates under short-beam three-point-bending load. *Composites Part B: Engineering* 97:361–367.
- Liu, Q., X. Xu, J. Ma, J. Wang, Y. Shi, and D. Hui. 2017. Lateral crushing and bending responses of CFRP square tube filled with aluminum honeycomb. *Composites Part B: Engineering* 118:104–115.
- Lomov, S. V., M. Barburski, Tz. Stoilova, I. Verpoest, R. Akkerman, R. Loendersloot, and R. H. W. ten Thije. 2005. Carbon composites based on multiaxial multiply stitched preforms. Part 3: Biaxial tension, picture frame and compression tests of the preforms. *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing* 36:1188–1206.
- Lomov, S. V., E. B. Belov, T. Bischoff, S. B. Ghosh, T. Truong Chi, and I. Verpoest. 2002. Carbon composites based on multiaxial multiply stitched preforms. Part 1. Geometry of the preform. *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing* 33:1171–1183.

- Lomov, S. V., A. V. Gusakov, G. Huysmans, A. Prodromou, and I. Verpoest. 2000. Textile geometry preprocessor for meso-mechanical models of woven composites. *Composites Science and Technology* 60:2083–2095.
- Lomov, S. V., I. Verpoest, M. Barbarski, and J. Laperre. 2003. Carbon composites based on multiaxial multiply stitched preforms. Part 2. KES-F characterisation of the deformability of the preforms at low loads. *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing* 34:359–370.
- Long, A. C., B. J. Souter, F. Robitaille, and C. D. Rudd. 2002. Effects of fibre architecture on reinforcement fabric deformation. *Plastics, Rubber and Composites* 31:87–97.
- Madeo, A., G. Barbagallo, M. V. D’Agostino, and P. Boisse. 2016. Continuum and discrete models for unbalanced woven fabrics. *International Journal of Solids and Structures* 94–95:263–284.
- Margossian, A., S. Bel, and R. Hinterhoelzl. 2015. Bending characterisation of a molten unidirectional carbon fibre reinforced thermoplastic composite using a Dynamic Mechanical Analysis system. *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing* 77:154–163.
- Martin, T. A., D. Bhattacharyya, and I. F. Collins. 1995. Bending of fibre-reinforced thermoplastic sheets. *Composites Manufacturing* 6:177–187.
- Martin, T. A., S. J. Mander, R. J. Dykes, and D. Bhattacharyya. 1997. Chapter 9 Bending of continuous fibre-reinforced thermoplastic sheets. Pages 371–401 *Composite Materials Series*. Elsevier.
- Mathieu, S., N. Hamila, F. Bouillon, and P. Boisse. 2015. Enhanced modeling of 3D composite preform deformations taking into account local fiber bending stiffness. *Composites Science and Technology* 117:322–333.
- Mathieu, S., N. Hamila, F. Dupé, C. Descamps, and P. Boisse. 2016. Stability of 3D Textile Composite Reinforcement Simulations: Solutions to Spurious Transverse Modes. *Applied Composite Materials* 23:739–760.
- Milani, A. S., J. A. Nemes, R. C. Abeyaratne, and G. A. Holzapfel. 2007. A method for the approximation of non-uniform fiber misalignment in textile composites using picture frame test. *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing* 38:1493–1501.
- Milani, A. S., J. A. Nemes, G. Lebrun, and M. N. Bureau. 2009. A comparative analysis of a modified picture frame test for characterization of woven fabrics. *Polymer Composites*:NA-NA.



- Morley, L. S. D. 1971. The constant-moment plate-bending element. *Journal of Strain Analysis* 6:20–24.
- Naouar, N., E. Vidal-Salle, E. Maire, J. Schneider, and P. Boisse. 2016. Simulation E.F. à l'échelle mésoscopique de la déformation de renforts composite à partir de microtomographie à rayon X. *Matériaux & Techniques* 104:409.
- Naouar, N., E. Vidal-Sallé, J. Schneider, E. Maire, and P. Boisse. 2014. Meso-scale FE analyses of textile composite reinforcement deformation based on X-ray computed tomography. *Composite Structures* 116:165–176.
- Naouar, N., E. Vidal-Salle, J. Schneider, E. Maire, and P. Boisse. 2015. 3D composite reinforcement meso F.E. analyses based on X-ray computed tomography. *Composite Structures* 132:1094–1104.
- Nosrat-Nezami, F., T. Gereke, C. Eberdt, and C. Cherif. 2014. Characterisation of the shear-tension coupling of carbon-fibre fabric under controlled membrane tensions for precise simulative predictions of industrial preforming processes. *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing* 67:131–139.
- Oñate, E., and F. Zárte. 2000. Rotation-free triangular plate and shell elements. *International Journal for Numerical Methods in Engineering* 47:557–603.
- Page, J., and J. Wang. 2000. Prediction of shear force and an analysis of yarn slippage for a plain-weave carbon fabric in a bias extension state. *Composites Science and Technology* 60:977–986.
- Parker, D., J. Bussink, H. T. van de Grampel, G. W. Wheatley, E.-U. Dorf, E. Ostlinning, K. Reinking, F. Schubert, and O. Jünger. 2012. Polymers, High-Temperature. Page a21\_449.pub3 in *Wiley-VCH Verlag GmbH & Co. KGaA*, editor. *Ullmann's Encyclopedia of Industrial Chemistry*. Wiley-VCH Verlag GmbH & Co. KGaA, Weinheim, Germany.
- Parsons, E. M., M. J. King, and S. Socrate. 2013. Modeling yarn slip in woven fabric at the continuum level: Simulations of ballistic impact. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids* 61:265–292.
- Peirce, F. T. 1930. 26—THE “HANDLE” OF CLOTH AS A MEASURABLE QUANTITY. *Journal of the Textile Institute Transactions* 21:T377–T416.
- Piccirelli, N., and A. Giocosa. 2011. Les composites dans l'industrie automobile.
- Pinzelli, R. 1995. Fibres aramides pour matériaux composites.
- Potluri, P., S. Sharma, and R. Ramgulam. 2001. Comprehensive drape modelling for moulding 3D textile preforms. *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing* 32:1415–1424.
-

- Rahali, Y., I. Giorgio, J. F. Ganghoffer, and F. dell’Isola. 2015. Homogenization à la Piola produces second gradient continuum models for linear pantographic lattices. *International Journal of Engineering Science* 97:148–172.
- Sabourin, F., and M. Brunet. 2006. Detailed formulation of the rotation-free triangular element “S3” for general purpose shell analysis. *Engineering Computations* 23:469–502.
- Sabourin, F., and M. Vives. 2001. Éléments finis triangulaires pour la simulation de l’emboutissage: Aspects de base. *Revue Européenne des Éléments Finis* 10:7–53.
- Sachs, U., and R. Akkerman. 2017. Viscoelastic bending model for continuous fiber-reinforced thermoplastic composites in melt. *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing* 100:333–341.
- Samir, D., and S. Hamid. 2014. Determination of the in-plane shear rigidity modulus of a carbon non-crimp fabric from bias-extension data test. *Journal of Composite Materials* 48:2729–2736.
- Schnabel, A., and T. Gries. 2011. Production of non-crimp fabrics for composites. Pages 3–41 *Non-Crimp Fabric Composites*. Elsevier.
- Sharma, S. B., and M. P. F. Sutcliffe. 2004. A simplified finite element model for draping of woven material. *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing* 35:637–643.
- Shiryayev, V., D. Neusius, and J. Orlik. 2018. Extension of One-Dimensional Models for Hyperelastic String Structures under Coulomb Friction with Adhesion. *Lubricants* 6:33.
- Shiryayev, V., and J. Orlik. 2017. A one-dimensional computational model for hyperelastic string structures with Coulomb friction: V. SHIRYAEV AND J. ORLIK. *Mathematical Methods in the Applied Sciences* 40:741–756.
- Sirtautas, J., A. K. Pickett, and P. Lépicier. 2013. A mesoscopic model for coupled drape-infusion simulation of biaxial Non-Crimp Fabric. *Composites Part B: Engineering* 47:48–57.
- Sjölander, J., P. Hallander, and M. Åkermo. 2016. Forming induced wrinkling of composite laminates: A numerical study on wrinkling mechanisms. *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing* 81:41–51.
- Skordos, A. A., C. Monroy Aceves, and M. P. F. Sutcliffe. 2007. A simplified rate dependent model of forming and wrinkling of pre-impregnated woven composites. *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing* 38:1318–1330.

- Spencer, A. J. M., and K. P. Soldatos. 2007. Finite deformations of fibre-reinforced elastic solids with fibre bending stiffness. *International Journal of Non-Linear Mechanics* 42:355–368.
- Sze, K. Y., and X. H. Liu. 2005. A new skeletal model for fabric drapes. *International Journal of Mechanics and Materials in Design* 2:225–243.
- Taha, I., Y. Abdin, and S. Ebeid. 2013. Comparison of picture frame and Bias-Extension tests for the characterization of shear behaviour in natural fibre woven fabrics. *Fibers and Polymers* 14:338–344.
- Thompson, A. J., B. El Said, J. P.-H. Belnoue, and S. R. Hallett. 2018. Modelling process induced deformations in 0/90 non-crimp fabrics at the meso-scale. *Composites Science and Technology* 168:104–110.
- Van Der Weeën, F. 1991. Algorithms for draping fabrics on doubly-curved surfaces. *International Journal for Numerical Methods in Engineering* 31:1415–1426.
- Verpoest, I., and S. Lomov. 2005. Virtual textile composites software: Integration with micro-mechanical, permeability and structural analysis. *Composites Science and Technology* 65:2563–2574.
- Wang, J., R. Paton, and J. R. Page. 1999. The draping of woven fabric preforms and prepregs for production of polymer composite components. *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing* 30:757–765.
- Wendling, A., J. L. Daniel, G. Hivet, E. Vidal-Sallé, and P. Boisse. 2015. Meshing Preprocessor for the Mesoscopic 3D Finite Element Simulation of 2D and Interlock Fabric Deformation. *Applied Composite Materials* 22:869–886.
- Wiggers, J., A. C. Long, P. Harrison, and C. D. Rudd. 2003. The effects of stitch architecture on the shear compliance of non-crimp fabrics. Pages 851–854. Salerno, Italy.
- Wu, W., and W. Li. 2019. A novel material for simulation on compaction behavior of glass fiber non-crimp fabric. *Composite Structures* 219:8–16.
- Yu, J., E. Wang, J. Li, and Z. Zheng. 2008. Static and low-velocity impact behavior of sandwich beams with closed-cell aluminum-foam core in three-point bending. *International Journal of Impact Engineering* 35:885–894.
- Yu, W.-R., P. Harrison, and A. Long. 2005. Finite element forming simulation for non-crimp fabrics using a non-orthogonal constitutive equation. *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing* 36:1079–1093.
- Zhou, G., X. Sun, and Y. Wang. 2004. Multi-chain digital element analysis in textile mechanics. *Composites Science and Technology* 64:239–244.
-

- Zhu, B., T. X. Yu, and X. M. Tao. 2007. Large deformation and slippage mechanism of plain woven composite in bias extension. *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing* 38:1821–1828.
- Zienkiewicz, O. C., and R. L. Taylor. 2000. *The finite element method*. 5th ed. Butterworth-Heinemann, Oxford ; Boston.
- Zienkiewicz, O. C., R. L. Taylor, and J. Zhu. 2010. *The finite element method*. Vol. 1: Its basis and fundamentals. 6. ed., repr. Elsevier Butterworth-Heinemann, Amsterdam.
- Zouari, B., J.-L. Daniel, and P. Boisse. 2006. A woven reinforcement forming simulation method. Influence of the shear stiffness. *Computers & Structures* 84:351–363.





## FOLIO ADMINISTRATIF

### THESE DE L'UNIVERSITE DE LYON OPEREE AU SEIN DE L'INSA LYON

NOM : STEER

DATE de SOUTENANCE prévue : 05/12/2019

Prénoms : Quentin

TITRE : Modélisation de la mise en forme des renforts fibreux cousus (NCF) : étude expérimentale et numérique de l'influence de la couture

NATURE : Doctorat

Numéro d'ordre : 2019LYSEIXXXX

Ecole doctorale : N° 162 MEGA

Spécialité : Génie mécanique

RESUME : Les composites à fibres continues (carbone, verre) sont régulièrement employés dans les industries du transport (automobile, aéronautique) pour leur excellentes performances mécaniques rapportées à leur masse. Alors que les renforts tissés sont largement utilisés et étudiés, on constate un intérêt croissant pour les renforts cousus appelés « *non crimp fabric* » (NCF). Ces renforts sont constitués de plis de fibres unidirectionnels juxtaposés, non tissés, mais cousus entre eux à l'aide d'un fil de couture. Ces produits permettent une plus grande variété d'empilements et optimisent les propriétés du composite en réduisant l'entrelacement des fibres.

La fabrication de pièces composites par des procédés automatisés tel que le RTM (*Resin Transfer Molding*) implique de mettre en forme les renforts fibreux pour obtenir des géométries 3D complexes. La mise en forme des NCF est fortement affectée par la présence de la couture. Le développement d'outils de simulation adapté doit permettre d'optimiser la fabrication de ces produits.

Ce travail s'intéresse au rôle mécanique de la couture lors de la mise en forme. L'étude porte sur différents renforts NCF, des essais expérimentaux et des simulations par éléments finis en dynamique explicite. En s'inspirant de travaux antérieurs sur les renforts tissés, différentes approches de modélisation sont proposées pour les NCF à l'échelle macroscopique : intégration du fil et du motif de couture dans les lois de comportement ; développement de modèles mixant des éléments finis continus pour les nappes de fibres, et semi-discrets pour les coutures. Les performances de ces différentes approches sont confrontées aux résultats expérimentaux.

Enfin, une nouvelle contribution est apportée pour la prise en compte de la rigidité de flexion dans le plan des renforts fibreux, en généralisant l'utilisation des éléments finis de coque dit « *rotation-free* » pour le calcul de l'ensemble des courbures (hors plan et dans le plan).

MOTS-CLÉS : Composites, Non Crimp Fabric, NCF, mise en forme, renfort composite, éléments finis, simulation, modélisation

Laboratoire (s) de recherche : Laboratoire de Mécanique des Contacts et des Solides  
UMR CNRS 5259 - INSA de Lyon  
Bâtiment Sophie Germain, Avenue Jean Capelle O,  
69100 Villeurbanne Cedex FRANCE

Directeurs de thèse: Philippe BOISSE, Julien Colmars

Président de jury : A définir

Composition du jury :

OLIVIER Philippe  
COMAS Sébastien  
RICHARD Caroline  
BEL Sylvain

Professeur (Université Toulouse III)  
Professeur (Ecole Centrale Nantes)  
Professeure (Université de Tours)  
Maître de Conférences (Université de Lyon)

Rapporteur  
Rapporteur  
Examinatrice  
Examinateur

BOISSE Philippe  
COLMARS Julien

Professeur (INSA Lyon)  
Maître de Conférences (INSA Lyon)

Directeur de thèse  
Co-directeur de thèse

