



HAL
open science

Modélisation et analyse d'un système de dégivrage électromécanique en aéronautique

Melissa Estopier Castillo

► **To cite this version:**

Melissa Estopier Castillo. Modélisation et analyse d'un système de dégivrage électromécanique en aéronautique. Energie électrique. Université Grenoble Alpes, 2018. Français. NNT : 2018GREAT121 . tel-02944074

HAL Id: tel-02944074

<https://theses.hal.science/tel-02944074>

Submitted on 21 Sep 2020

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

THÈSE

Pour obtenir le grade de

DOCTEUR DE LA COMMUNAUTE UNIVERSITE GRENOBLE ALPES

Spécialité : **Génie Electrique**

Arrêté ministériel : 25 mai 2016

Présentée par

Melissa ESTOPIER CASTILLO

Thèse dirigée par **Édith CLAVEL**,
codirigée par **Nicolas GALOPIN** et **Frédéric WURTZ**

préparée au sein du **Laboratoire de Génie Electrique de
Grenoble, G2Elab**
dans **l'École Doctorale Electrotechnique Electronique
Automatique et Traitement du Signal, EEATS**

Modélisation et analyse d'un système de dégivrage en aéronautique

Thèse soutenue publiquement le **23 Octobre 2018**,
devant le jury composé de :

M. Hubert PIQUET

Professeur, Laboratoire Laplace Toulouse, Rapporteur

M. Patrick KUO-PENG

Professeur, Université Fédérale de Santa Catarina, Rapporteur

M. Claude MARCHAND

Professeur, Laboratoire GeePs Paris, Président

M. Éric BELOT

Ingénieur, Zodiac Aerospace, Examineur

Mme. Édith CLAVEL

Maître de Conférences, Université Grenoble Alpes, Directrice de thèse

M. Nicolas GALOPIN

Maître de Conférences, Université Grenoble Alpes, Codirecteur de thèse

M. Frédéric WURTZ,

Directeur de Recherche, CNRS, Codirecteur de thèse



A mi tan querida familia :

Ma. Antonieta, Vicente, Jesús

Remerciements

Je voudrais commencer par mes trois encadrants de thèse, Edith, Nicolas et Fred, merci pour les années passées à échanger sur ces recherches et pour l'opportunité et la confiance que vous m'avez donnée en m'acceptant dans votre équipe. Je garderais une grande leçon et le souvenir des moments positifs et agréables du projet. Merci à vous d'avoir partagé vos connaissances avec moi, pour avoir fait preuve d'engagement et patiente jusqu'à la dernière phase de la thèse.

Ma reconnaissance à l'organisme CONACyT, Mexique, pour son apport lors des démarches de mon intégration en France, son soutien a été un facteur important pour mon séjour dans ce pays.

Merci à l'équipe de R&D de Zodiac Aerospace pour votre contribution à ce projet. Spécialement à M. Stéphane LeGarrec et M. Éric Belot. Vous avez toujours été à disposition pour mes questionnements. Votre participation fait partie de la richesse de mon expérience de thèse.

Un remerciement spécial à M. Jean Paul Ferrieux pour avoir soutenu mes candidatures dans la recherche d'un projet de thèse, et même avant, pour mon entrée en M2R à l'ENSE3 en 2011. En tant qu'étrangère, inconnue des institutions françaises, c'est grâce à vous que j'ai eu l'énorme chance d'intégrer G2Elab, je vous serais toujours reconnaissante. Merci également à M. Yves Lembeye pour votre encadrement de grande qualité pendant de mon premier stage en 2012 à G2Elab, je garde un agréable souvenir de nos échanges. Votre grande vocation en tant qu'enseignants, votre qualité humaine, et votre éthique professionnelle rare, ont définitivement contribué à confirmer mon désir de me lancer dans l'aventure de la recherche.

Je tiens à remercier M. Olivier Chadebec pour votre soutien et conseil lors des CSI de fin de ma thèse, avec ceux de Yves Lembeye, vos remarques et propositions si pertinentes ont été un élément clé pour l'aboutissement de mes travaux de rédaction.

Je ne pourrais pas oublier de mentionner M. Pedro Bañuelos Sanchez, mon premier menteur en électronique de puissance. À travers votre exemple, vous m'avez inspirée à suivre ce chemin de découvertes et défis. Gracias por haber creído en mí y por su amistad!

À tous les membres de l'équipe EP, enseignants, doctorants, stagiaires, post doc des différentes générations que j'ai pu croiser : merci pour ce partage ! j'ai toujours passé des super moments dans la bonne ambiance qui règne chez nous, là où ça sent le composant cramé oui.

Merci à l'ensemble du laboratoire G2Elab, à l'équipe informatique et technique, mes copines du service RH et du service financier (petite pensée pour Florence, Nadine, Cathy et pour toi ma Lili <3), merci pour votre écoute et votre travail dévoués.

Un souvenir spécial pour les grandes amitiés que j'ai pu cultiver au long de ces années au labo : Manel, Geneviève, Johan, Fabien, Gatien, Guillaume, Ekaitz, Antoine, Selle, Stéphane, Jeremy, Victor, Yafang, Hakim, Max, Clem, Guillaume, Antho, Bob, Vincent, Vihn, mon cousin Farshid, Yunxia, Nils, Sandrine, Olivier, Thibaut, Long, Becka, Badr ma chérie, Andrés, Clara, Olga, Zaki, Baoling..... uffff vous êtes nombreux, j'ai de la chance ! vous êtes le plus grand trésor que je garderais de cette expérience de 5 ans.

À toi aussi mon Benny, parce que tu as su m'accompagner et m'écouter à la toute fin de ma thèse (quand c'est moins évident hein ?), pour tes mots toujours pertinents, pour ton positif, pour ton sourire qui m'a aidé à garder un esprit de réussite pendant les derniers moments de stress. Merci <3

Mais c'est avant tout grâce à Dieux/l'Univers qui m'a concédé la santé, la force, la musique, la paix et l'occasion de vous rencontrer tous, que je peux maintenant dire avec joie et fierté que cet objectif est accompli. Une nouvelle étape se profile dans le paysage...merci pour le souffle de vie.

Table des matières

Introduction : Enjeux de l'avion plus électrique.....	2
Projet CORAC-GENOME	4
La problématique du givre en aéronautique.....	5
Présentation de la solution ZODIAC Aerospace	6
Objectifs de la thèse et la stratégie adoptée	6
Structure du manuscrit	7
Chapitre 1 : Le dégivrage en aéronautique et ses technologies	9
I.1 Introduction.....	11
I.2 Etat de l'art des dispositifs d'antigivrage et de dégivrage	12
I.2.a Fluides antigivrages	12
I.2.b Boudins pneumatiques.....	13
I.2.c Flux d'air chaud.....	15
I.2.d Systèmes électrothermiques	17
I.2.e Systèmes électromécaniques.....	18
I.2.f Autres technologies en développement.....	21
I.3 Description de la technologie proposée	24
I.3.a Principes physiques de fonctionnement	25
I.3.b Conditions de fonctionnement du dispositif.....	26
I.3.c Définition géométrique et matérielle du démonstrateur Zodiac	28
I.3.d Tests : Courbes d'alimentation et déformation.....	32
I.4 Cahier des charges.....	36
I.5 Conclusion.....	37
Chapitre 2 : Analyse du dégivreur et modèle électromagnétique.....	41
II.1 Introduction.....	43
II.2 Définition du problème	43
II.3 Modélisation électromagnétique	45
II.3.a Calcul de la force de Laplace.....	49

II.3.b	Modèle électromagnétique retenu et outil de calcul retenu pour l'approche quasi statique.....	54
II.4	Conclusions sur la modélisation électromagnétique.....	63
Chapitre 3 : Modélisation mécanique.....		65
III.1	Introduction.....	67
III.2	Cadre théorique de l'étude mécanique.....	67
III.2.a	Mécanique des milieux continus et mécanique des structures.....	68
III.2.b	Comportement élastique.....	68
III.2.c	Relations d'équilibre.....	70
III.3	Modèle poutre.....	71
III.3.a	Cinématique d'Euler-Bernoulli.....	73
III.3.b	Conditions aux limites.....	74
III.3.c	Prise en compte d'une discrétisation le long de la poutre.....	76
III.3.d	Prise en compte de l'hétérogénéité de la structure via le calcul d'une rigidité équivalente.....	77
III.3.e	Prise en compte du feuilletage des conducteurs.....	79
III.3.f	Conclusions sur l'approche « poutre ».....	84
III.4	Modèle plaque.....	85
III.4.a	Plaques de Kirchhoff - Love.....	85
III.4.b	Equations d'équilibre.....	86
III.4.c	Résolution par la méthode des bandes.....	87
III.4.d	Modélisation du tapis de dégivrage.....	92
III.4.a	Conclusions.....	100
Chapitre 4 : Etude énergétique et modèle électrique.....		103
IV.1	Introduction.....	105
IV.2	Analyse énergétique.....	105
IV.3	Modélisation électrique.....	106
IV.3.a	Equation du circuit électrique et modélisation du courant d'alimentation ...	107

IV.3.b	Calcul de l'inductance du serpentín.....	108
IV.3.c	Estimation de l'impédance de la charge mécanique	109
IV.3.d	Evaluation du modèle électrique	110
IV.3.e	Analyse des pertes par courants de Foucault parasites au niveau de la surface à dégivrer.....	111
IV.5	Assemblage des modèles et approche statique avec boucle de calcul.....	114
IV.6	Conclusions sur la modélisation électrique.....	116
Chapitre 5 : Analyse dynamique et résultats		119
II.5	Introduction.....	121
II.6	Synthèse des analyses de sensibilité réalisées au cours du projet sur la base des modèles numériques développés	122
V.2.a	Etude de sensibilité aux paramètres topologiques et géométriques à partir du modèle statique	123
V.2.b	Etude de sensibilité avec la définition des éléments plots	131
V.2.c	Principaux résultats des analyses de sensibilité.....	136
II.7	Analyse du comportement dynamique du déplacement.....	137
V.3.a	Essai expérimental 1 : identification d'un déplacement en régime forcé et en régime libre	138
V.3.b	Essai expérimental 2 : le déplacement est imposé par les forces générées au niveau des lignes des conducteurs	139
II.8	Proposition d'une approche par différence finie	142
V.4.a	Développement d'un modèle de résolution par différences finies en vue de la prise en compte des dynamiques mécaniques.....	143
V.5	Conclusions	146
Conclusion générale et perspectives.....		149
Perspectives.....		154

Table des illustrations

Figure i - Répartition de la consommation énergétique d'un avion commercial A330.	3
Figure ii - Givre blanc a) et verglas b) [7].....	5
Figure 1-1. Application d'un fluide antigivrant [2].	12
Figure 1-2. Boudins pneumatiques dégivrants en caoutchouc sur le bord d'attaque d'une aile [6].	13
Figure 1-3 Boudins pneumatiques en néoprène en position initiale-dégonflés a) et actionnés b) [7].....	14
Figure 1-4. Evolution de la taille des avions [11].....	15
Figure 1-5. Système de circulation d'air chaud dans le bord d'attaque des ailes implanté sur des avions Airbus, Dassault et Boeing [15] [16].....	16
Figure 1-6. Depuis le B787 de Boeing, antigivrage par tapis électrothermique [15].....	17
Figure 1-7. Avion de petite taille à usage particulier turbo propulsé avec protection antigivrage hybride.....	18
Figure 1-8. Configuration du dégivreur électromécanique conçu par Cox & Company, Inc [19].....	19
Figure 1-9. Schématiques du dégivreur électro expulsif attaché, conçu par Goodrich Corporation [20].	20
Figure 1-10. Exemple de la nouvelle génération d'actionneurs pour le dégivrage [29].....	21
Figure 1-11. Principe d'expulsion de la glace proposé par l'équipe R&D de Zodiac Aerospace [31].	24
Figure 1-12. Disposition des pistes conductrices pour la génération des efforts mécaniques [33].....	25
Figure 1-13. Domaine des conditions givrantes rencontrées par un avion commercial selon FAR25 [31].	26
Figure 1-14. Taille de goutte en fonction de l'humidité pour quatre températures [31].	27
Figure 1-15. Assemblage du tapis expérimental de dégivrage développé par Zodiac [33].	29
Figure 1-16. Vue en coupe latérale A A avant vulcanisation [33].	31
Figure 1-17. Vue en coupe latérale AA après vulcanisation [33].....	31
Figure 1-18. Plaque en aluminium et points de mesure, le tapis expulse est situé en-dessous [38].....	33
Figure 1-19. Courant et tension d'alimentation pour une activation du tapis dégivrant [38].	34

Figure 1-20. Déplacement en fonction du temps mesuré sur le point B pour un cycle d'activation [38].	34
Figure 1-21. Déplacement en fonction du temps mesuré au point C pour un cycle d'activation [38].	34
Figure 1-22. Déformation de la plaque d'aluminium (Zodiac), pour $t = 0,0712$ ms [39].	35
Figure 1-23. Déformation de la plaque d'aluminium (Zodiac), pour $t = 0,4722$ ms [39].	36
Figure 2-1. Vue supérieure, plan XY, du serpentín en cuivre à modéliser.	44
Figure 2-2. Vue latérale, plan YZ ; du serpentín en cuivre à modéliser et sa vue en détail.	44
Figure 2-3. Vue en section d'une ligne conductrice avec les lamelles fusionnées.	45
Figure 2-4. Disposition des conducteurs massifs du serpentín.	45
Figure 2-5. Coupe transversale du serpentín sur un plan YZ (pour une valeur d'abscisse constante).	46
Figure 2-6. Modèle de conducteur filiforme infiniment long, à section nulle a) et à section circulaire non nulle b).	47
Figure 2-7. Induction magnétique pour un conducteur filiforme et à section rectangulaire et les simulations InCa3D.	48
Figure 2-8. Simplification de la géométrie du serpentín pour le modèle électromagnétique.	49
Figure 2-9. Géométrie simulée sur InCa3D, vue isométrique et plan XZ.	51
Cette valeur de courant correspond à l'amplitude maximale atteinte par l'impulsion de courant (Figure 1-10). La force résultante est en conséquence importante, et reste purement indicative.	51
Figure 2-11. Composants de la force produite sur trois périodes.	54
Figure 2-12. Définition 3D de la géométrie sur McMMems, deux conducteurs parallèles.	57
Figure 2-13. Force de Laplace produite sur les conducteurs en fonction du courant d'alimentation.	58
Figure 2-14. Force de Laplace produite sur les conducteurs en fonction de l'écart (avec $I = 500$ A).	59
Figure 2-15. Force de Laplace produite sur les conducteurs en fonction de l'écart (avec $I = 3500$ A).	60
Figure 2-16. Force de Laplace produite sur les conducteurs en fonction de l'écart (avec $I = 7000$ A).	60
Figure 2-17. Force de Laplace produite sur les conducteurs en fonction de l'épaisseur ($I = 500$ A).	61
Figure 2-18. Force de Laplace produite sur les conducteurs en fonction de l'épaisseur ($I = 3500$ A).	62

Figure 2-19. Force de Laplace produite sur les conducteurs en fonction de l'épaisseur ($I = 7000 \text{ A}$).	62
Figure 3-1. Définition du domaine, frontières, efforts et déplacements d'un milieu continu.	68
Figure 3-2. Exemple d'un tronçon de poutre et représentation des projections de la force de réaction.	70
Figure 3-3. Motif élémentaire pour l'analyse de poutres, réduction du domaine d'étude par symétrie $\frac{1}{4}$	71
Figure 3-4. Réactions et convention d'axes pour l'élément poutre.....	72
Figure 3-5. Déplacement analytique pour un chargement uniforme d'une poutre bi-appuyée (à gauche) ou bi-encastree (à droite).	75
Figure 3-6. Représentation graphique des modèles d'une poutre discrétisée en n-éléments, appui et encastrement.....	76
Figure 3-7. Déformation pour une poutre bi-encastree et une poutre bi-appuyée, pour un seul élément poutre a) et avec une discrétisation en 3 éléments b), avec le modèle discrétisé pour un chargement non uniforme et des conditions aux limites d'appui c) ou d'encastrement d).....	77
Figure 3-8. Section de la poutre 3D, segment de blindage en aluminium (suffixe alu) et conducteur longitudinal en cuivre (suffixe cui).	78
Figure 3-9. Décomposition des conducteurs du modèle en deux lamelles par ligne.	79
Figure 3-10. Mise en évidence d'une interférence entre les conducteurs C2 et C3, déplacement avec conditions aux limites du type appui a) et du type encastrement b). ...	83
Figure 3-11. Instantané du film fourni par ZODIAC montrant le déplacement de la structure à l'instant.....	85
Figure 3-12. Définitions des bandes et poutres dans le modèle mécanique plaque.....	89
Figure 3-13. Plaque chargée sur plusieurs lignes // Oy.	92
Figure 3-14. Déformation au niveau de la ligne $y = b/2$ des 5 situations – application du théorème de superposition.....	93
Figure 3-15. Déformation de la plaque en 3D du cas 1.....	94
Figure 3-16. Données d'entrée pour l'évaluation du modèle plaque avec 4 chargements linéiques et 4 poutres en cuivre.....	94
Figure 3-17. Déformations issues du modèle plaque avec 4 chargements sans a) et avec b) des poutres en cuivre et 4 encastrements comme conditions aux limites.....	95
Figure 3-18. Position des plots de rappel par rapport, vue supérieure sur le plan XY.....	95
Figure 3-19. Comparaison pour la prise en compte des plots par des ressorts équivalents : l'approche analytique à gauche, modèle COMSOL® à droite.....	96

Figure 3-20. Comparaison approche éléments finis et semi-analytique sur une ligne au niveau des conducteurs.....	97
Figure 3-21. Comparaison approche éléments finis et semi-analytique sur une ligne au niveau des plots.....	97
Figure 3-22. Comparaison approche éléments finis et semi-analytique sur une ligne transversale au milieu du dispositif.	98
Figure 3-23. Déplacement sur une ligne au niveau des plots en fonction du nombre de termes dans la somme.....	99
Figure 3-24. Déplacement sur une ligne au niveau des conducteurs en fonction du nombre de termes dans la somme.....	99
Figure 3-25. Nombre d'inconnues en fonction du nombre de terme de la série.....	100
Figure 4-1. Pertes présentes dans système réel.	106
Figure 4-2. Schéma électrique équivalent du dispositif étudié.....	107
Figure 4-3. Evolution des caractéristiques parasites du serpent in en fonction de la fréquence.....	109
Figure 4-4. Courant de décharge – Comparaisons mesures, modélisation.	110
Figure 4-5. Distribution des courants de Foucault [A/m^2] induites sur la plaque pour le premier harmonique à 625 Hz.....	112
Figure 4-6. Algorithme de résolution pas à pas dans le temps.	115
Figure 4-7. Evolution du déplacement de 5 points du tapis (Figure 0-8) en fonction du temps.	116
Figure 5-1. Géométrie initiale a), modifiée b).	124
Figure 5-2. Déformation pour la configuration à 6 conducteurs.	125
Figure 5-3. Géométrie initiale a), modifiée à droite b).....	126
Figure 5-4. Déformation pour 4 conducteurs plus larges (cas 2).	126
Figure 5-5. Déformation dans le cas 3.	128
Figure 5-6. Déformation dans le cas d'un tapis moins large (cas 4).	129
Figure 5-7. Déformation dans le cas de conducteurs plus longs (cas 5).....	130
Figure 5-8. Déformation dans le cas de conducteurs plus longs (cas 5bis).	130
Figure 5-9. Déformation le long d'une ligne au niveau d'un conducteur en fonction du nombre de plots.	132
Figure 5-10. Déplacement maximal en fonction du nombre de plots, avec $m = 14$	133
Figure 5-11. Relation entre le nombre de plots, la densité de force et le courant d'alimentation garantissant une valeur de déplacement imposée ($W_{max} = 0,0044 m$).	134
Figure 5-12. Comparaison pour la prise en compte des plots comme des ressorts : approche analytique, modèle Comsol à droite.	135

Figure 5-13. Déplacement maximal en fonction du module d'Young du matériau du plot élastomère.	135
Figure 5-14. Déplacement maximal en fonction du diamètre des plots.	136
Figure 5-15. Déplacement d'une ligne au droit des plots en fonction du temps.	138
Figure 5-16. Déplacement d'une ligne au droit d'un conducteur en fonction du temps. ...	139
Figure 5-17. Emplacement des points de mesure sur le tapis.	140
Figure 5-18. Position des points de mesure sur le dispositif de dégivrage (conducteurs et plots), plan XY du système.	140
Figure 5-19. Déplacement des points B et D (conducteurs) et courant en fonction du temps.	141
Figure 5-20. Déplacement des points A, C et E (plots) et courant en fonction du temps.	141
Figure 5-21. Algorithme de résolution par la méthode aux différences finies [2].	143
Figure 5-22. Evolution du déplacement obtenu par la méthode aux différences finies.	144
Figure 5-23. Evolution du déplacement avec la méthode par différences finies et la force de contact.	145

Liste de Tableaux

Tableau 1-1. Classement de taille de cabine d'un avion selon la FAA [9].....	14
Tableau 1-2. Comparatif des technologies existantes.....	23
Tableau 1-3. Descriptif de la constitution du tapis par couches matérielles [33].....	30
Tableau 1-4. Propriétés des matériaux de construction pour le démonstrateur [33].	32
Tableau 1-5. Cahier de charges.....	37
Tableau 2-1. Valeurs d'entrée pour les paramètres géométriques et physiques des premières simulations pour la force.....	51
Tableau 2-2. Valeurs d'entrée pour les paramètres géométriques et physiques du 1 ^{er} scenario.....	58
Tableau 2-3. Valeurs d'entrée pour les paramètres géométriques et physiques du 2 ^{ème} scenario.....	59
Tableau 2-4. Valeurs d'entrée pour les paramètres géométriques et physiques du 3 ^{ème} scenario.....	61
Tableau 3-1. Traduction des conditions aux limites au niveau des grandeurs mécaniques.....	75
Tableau 3-2. Calcul comparatif de différents $E \cdot I_z$ pour un nombre d'éléments n.....	79
Tableau 3-3. Description des trois cas comparatifs pour l'étude du feuilletege des conducteurs.....	80
Tableau 3-4. Données géométriques pour l'analyse de l'impact du feuilletege des conducteurs.....	81
Tableau 3-5. Cas étudiés pour la décomposition des conducteurs en multiples lamelles.....	82
Tableau 3-6. Conditions de continuité pour une arête $x = xi$	90
Tableau 3-7. Conditions aux limites au niveau des arêtes $x = 0$ et $x = xN$	91
Tableau 4-1. Bilan des énergies dans le système.....	109
Tableau 4-2. Pertes totales dans la plaque dues aux courants induits liées à l'impulsion de courant.....	112
Tableau 4-3. Energie et pertes au niveau de la surface à dégivrer.....	113
Tableau 4-4. Résumé sur l'analyse énergétique de l'ensemble du système.....	113
Tableau 5-1. Comparaison entre la configuration initiale et la structure avec 6 conducteurs.....	124
Tableau 5-2. Comparaison entre le cas initial et la structure avec conducteurs de largeur double.....	126
Tableau 5-3. Comparaison entre le cas initial et la structure avec moins de plots.....	127
Tableau 5-4. Comparaison entre le cas initial et la structure avec un tapis moins large.....	128

Tableau 5-5. Comparaison entre le cas initial et la structure avec des conducteurs plus longs.	129
Tableau 5-6. Récapitulatif des résultats obtenus avec le modèle statique.	1310

Notations

Modèle électromagnétique

B Induction magnétique [T]

I Courant électrique [A]

F Force de Laplace [N]

Modèle mécanique

Ω Domaine d'un milieu continu

S Déformation

σ Contrainte

u, w Déplacement [m]

C Tenseur d'élasticité

λ^*, μ^* Coefficients de Lamé

R Réaction

N Effort normal

V Effort tranchant

M Moment de torsion ou de flexion [°/m]

ρ Masse volumique [kg/m]

\vec{p} Force appliqué par unité de longueur [N/m]

$\vec{\Gamma}$ Couple par unité de longueur [N·m]

I_z Moment quadratique [m⁴]

θ Angle de rotation [°]

G_{xy} Coefficient de cisaillement

W Déformation d'une plaque [m]

Modèle électrique

W, E Énergie [J]

V Potentiel électrique [V]

I Courant électrique [A]

P Puissance [W]

C Capacité [F]

R Résistance [Ohm]

L Inductance [H]

Z Impédance [Ω]

T Période [s⁻¹]

Paramètres physiques

μ_0 Constante de perméabilité magnétique dans le vide $4\pi \times 10^{-7}$ (H/m)

E Module d'Young

ν Coefficient de Poisson

Introduction :

Enjeux de l'avion plus électrique

Introduction générale : Enjeux de l'avion plus électrique

Projet CORAC-GENOME	4
La problématique du givre en aéronautique.....	5
Présentation de la solution ZODIAC Aerospace	6
Objectifs de la thèse et la stratégie adoptée	6
Structure du manuscrit.....	7

Dans une époque où on s'intéresse à l'utilisation consciente et raisonnable des ressources énergétiques, l'industrie aéronautique est mobilisée pour concevoir l'avion de demain, *l'avion plus électrique*.

Actuellement, dans le fonctionnement d'un avion commercial, deux types d'énergie sont employées : électrique et mécanique (hydraulique, pneumatique). L'estimation de leur répartition est montrée sur la figure i, pour l'exemple d'un avion A330 [1].

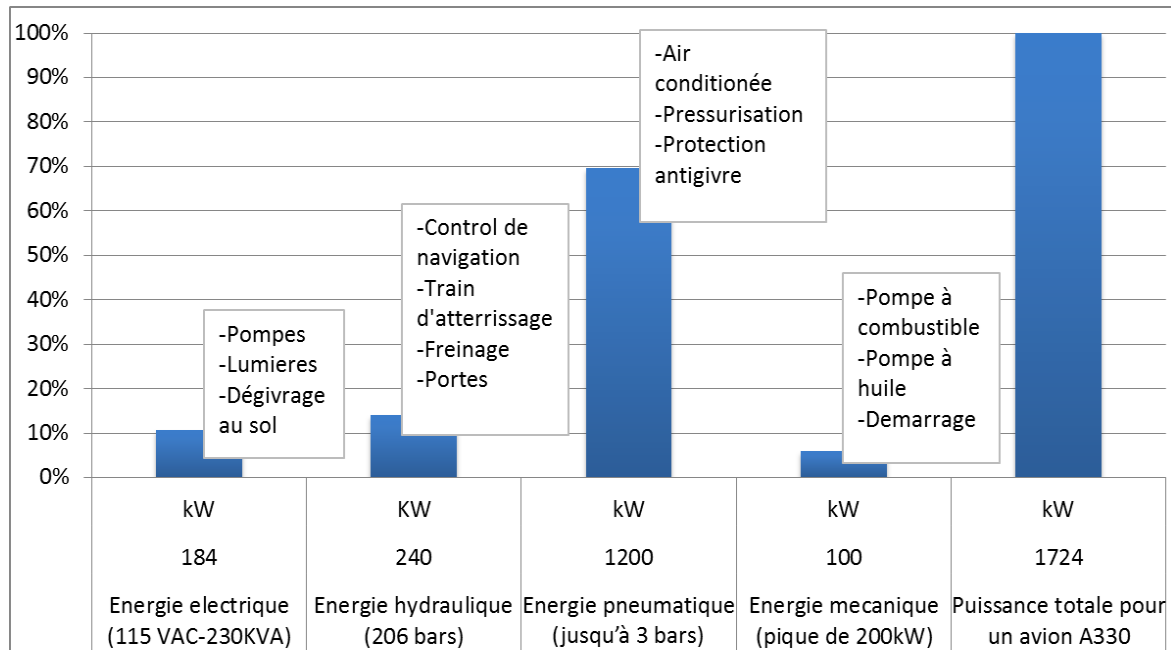


Figure i - Répartition de la consommation énergétique d'un avion commercial A330.

La conception d'un avion plus électrique entraîne l'élimination d'une partie importante des tuyaux liés aux systèmes mécaniques, ce qui conduit à une réduction de poids et volume et ainsi que de la consommation énergétique [2]. En contrepartie, remplacer les dispositifs classiques par des dispositifs électriques implique la gestion des problèmes liés à la CEM, ainsi que la recherche de solutions de stockage d'énergie et le développement de convertisseurs beaucoup plus performants, nécessaires pour répondre aux nouveaux besoins énergétiques.

Le développement durable des transports aériens est un objectif ambitieux tant technique qu'économique. Pour l'atteindre, la recherche collaborative s'avère un élément clé. Pendant la conférence sur le climat de 2009 à Copenhague, les acteurs du secteur aérien ont adopté le compromis d'améliorer l'efficacité énergétique de 1.5% par an et de stabiliser le volume de CO² émis jusqu'en 2020, et diviser par deux ces émissions pour 2050. Les progrès de l'aéronautique ces cinquante dernières années sont loin d'être négligeables : diminution de 80 % de la consommation de kérosène, bruit à la source amoindri de 20dB, émissions d'oxydes d'azote divisées par 4, hydrocarbures imbrûlés

pratiquement éliminés, diminution du taux des victimes par passager par km d'un facteur 10 [3].

Les principaux axes d'amélioration qui intéressent actuellement la filière aérienne concernent l'augmentation de la performance, la réduction de la consommation de carburant, la baisse des coûts d'opération, la diminution des émissions, du bruit et d'autres impacts sur le climat, le renforcement de la sécurité et la robustesse. Le sujet de recherche de cette thèse répond aux besoins d'accroître l'efficacité énergétique et la sécurité.

Le projet concerne l'étude de faisabilité d'une nouvelle solution pour le dégivrage du bord d'attaque des ailes des avions. Les dispositifs de dégivrage actuellement répandus présentent une efficacité énergétique basse et sont très volumineux. Dans l'optique de l'avion plus électrique et sobre en consommation, il est donc légitime de s'intéresser à cet organe de sécurité incontournable. Les activités développées dans cette thèse sont l'analyse technique approfondie d'une solution proposée par le partenaire industriel, sa modélisation multiphysique et l'identification des éléments conduisant à l'optimisation des paramètres de conception.

Projet CORAC-GENOME

La France, historiquement acteur clé de la recherche aéronautique, a lancé en 2013 le projet Gestion Optimisée de l'Energie «GENOME». GENOME est un projet national de grande envergure développé au sein du Conseil pour la Recherche Aéronautique Civile «CORAC», organisme qui réunit les principaux acteurs de l'industrie aéronautique française [4].

CORAC mène également d'autres projets en recherche et développement tels que EPICE (Engin Propulsif Intégrant des Composantes Environnementales), Aérostructures en composite, AME (Avionique Modulaire Etendue), SEFA (Systèmes Embarqués et Fonctions Avancées), entre autres [3]. Les solutions retenues comme résultat de ces recherches devront répondre à la fois aux besoins de robustesse, fiabilité, facilité de contrôle et d'autres contraintes que le milieu aéronautique impose. Les propositions sont des ruptures technologiques réétudiées, qui seront poussées au niveau TRL 6 (TRL : Technology demonstrated in Relevant environment, level 6) [5].

A l'intérieur du projet GENOME, un axe de recherche concerne la protection contre le givre : ses techniques, ses solutions, ses améliorations. L'objectif principal est

d'analyser les solutions technologiques permettant le dégivrage électrique à faible consommation. La présente thèse s'inscrit dans ce cadre.

La problématique du givre en aéronautique

La formation de givre sur le fuselage et les ailes des aéronefs est un phénomène très préjudiciable pour la sécurité de vol. C'est une problématique bien identifiée et largement étudiée par des organismes spécialisés tel que le Laboratoire International des Matériaux Antigivre « LIMA » au Québec ; certains résultats de ses recherches ont servi de base pour la définition des objectifs de cette thèse.

En fonction de sa densité, la glace cumulée est classifiée en deux types : givre blanc (*rime ice*) et verglas (*glaze ice*). Sur la figure ii des exemples de ces deux types de givre sont observés. L'accumulation du givre peut s'avérer une réelle menace à cause de l'ajout important de poids qu'il représente et son impact néfaste sur l'aérodynamique, pouvant nuire au fonctionnement des dispositifs de navigation. De la même façon, si le givre est formé aux rebords de l'entrée d'air des turbines, un grand morceau de glace solide peut se décrocher, entrer dans la turbine et endommager gravement les pales.

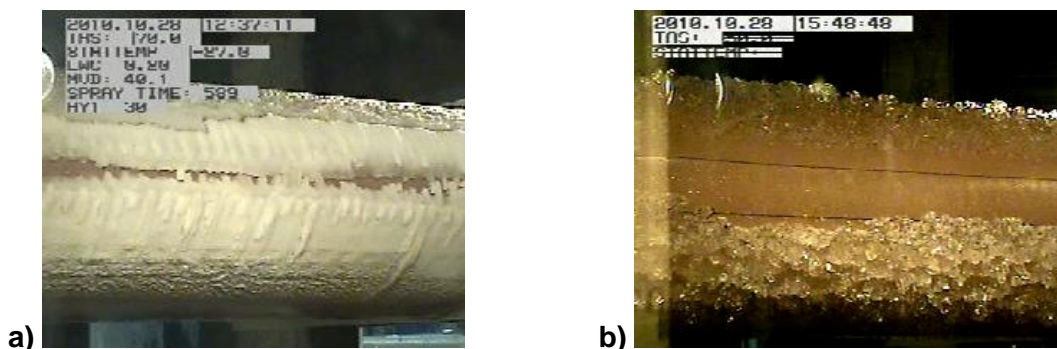


Figure ii - Givre blanc a) et verglas b) [6].

Pour se prémunir de ces effets, il existe des dispositifs de dégivrage au sol et des dispositifs de protection qui opèrent pendant le vol. Les premiers consistent généralement en un bain de substances chimiques qui altèrent le point de solidification de l'eau, notamment le propylène glycol, avec une action qui dure encore quelques minutes après le décollage, le temps que les systèmes d'antigivre et de dégivrage en vol soient actifs.

Le projet présenté dans ce document, s'occupe de l'étude d'une nouvelle technologie de dégivrage en vol qui vise à identifier les lignes d'amélioration possibles qui permettraient d'augmenter les performances et l'intégration de la technologie. Le cahier des charges a été conçu par notre partenaire industriel pour s'adapter aux différents types de givre à partir d'études sur la glace.

Présentation de la solution ZODIAC Aerospace

Ce projet, de la plateforme GENOME, est mené entre le partenaire académique G2elab, Laboratoire de Génie Electrique de Grenoble, en collaboration avec le partenaire industriel Zodiac Aerospace, entreprise française spécialiste dans le développement et production d'équipementier aéronautique tel que : systèmes de sécurité, structures et intérieur de cabines pour les avions commerciaux et militaires.

Zodiac propose une nouvelle technologie électromécanique, dédiée au dégivrage des bords d'attaque des ailes des avions commerciaux. Le principe de fonctionnement de cette technologie repose sur la génération de la déformation élastique d'une surface par des efforts électromagnétiques de haute intensité. L'action électro-expulsive du dispositif va venir déformer le blindage en aluminium de l'aile, surface sur laquelle la glace s'est accrétée. Le mouvement brutal, conduira à briser la glace qui sera finalement balayée par le flux d'air [7].

Objectifs de la thèse et la stratégie adoptée

A partir des travaux préliminaires de prototypage et essais, réalisés par l'équipe de R&D de Zodiac, les objectifs fixés pour cette thèse sont :

- modéliser le système et comparer les résultats aux tests sur les prototypes,
- à partir du modèle validé, identifier les paramètres de conception,
- trouver des pistes pour optimiser le dispositif (explorer les degrés de libertés géométriques, proposer des stratégies de commande pour la source d'alimentation, adaptation du modèle pour une future optimisation).

Ces travaux sont au carrefour de plusieurs disciplines :

- l'électromagnétisme,
- la mécanique,
- l'électronique de puissance.

Pendant les trois années de la thèse, le travail développé s'est principalement concentré sur la compréhension approfondie du phénomène de déformation élastique par action des efforts électromagnétiques afin d'aboutir à un modèle multiphysique adapté permettant d'identifier des paramètres d'optimisation.

La stratégie tout au long de ce projet a été de s'appuyer sur un nombre d'hypothèses définies à partir des résultats d'expériences antérieures, et attaquer l'étude des différents phénomènes physiques. De cette manière il a été possible de décortiquer la

complexité du problème, d'enrichir les modèles dans un second temps selon les précisions des résultats obtenus et le développement de l'analyse.

Les phénomènes physiques ont donc été étudiés séparément, créant des modèles indépendants. Une deuxième étape a porté sur l'assemblage de ces blocs comme éléments constitutifs d'une chaîne de calcul. L'assemblage, achevé dans un premier temps en statique, a permis ainsi de valider la cohérence de leur couplage. L'aspect dynamique ajouté dans un second temps, a mis en évidence la difficulté liée à cette modélisation multiphysique très contraignante.

La modélisation du dispositif a été détaillée sous différents aspects :

- modélisation électromagnétique,
- modélisation mécanique,
- modélisation électrique.

Structure du manuscrit

Le manuscrit de thèse se divise en cinq chapitres :

- le chapitre 1 présente un état de l'art des technologies de dégivrage, décrit la technologie étudiée et présente le cahier des charges.
- le chapitre 2 aborde l'analyse du principe de fonctionnement de la technologie et comprend la définition du modèle électromagnétique.
- le chapitre 3 montre la démarche de développement du modèle mécanique retenu.
- le chapitre 4 présente le circuit électrique équivalent du système et contient une étude énergétique permettant d'établir un modèle électrique de la charge.
- le chapitre 5 fait une analyse sur l'intérêt de la prise en compte des relations dynamiques et présente les résultats des différentes études de sensibilité réalisées ainsi que les résultats finaux obtenus avec la modélisation retenue.

Une conclusion générale termine ce manuscrit en rappelant l'ensemble des résultats obtenus et présente des perspectives à ces travaux.

- [1] Airbus, "Specifications avion A330-200." .
- [2] X. Roboam, B. Sareni, and A. Andrade, "More Electricity in the Air: Toward Optimized Electrical Networks Embedded in More-Electrical Aircraft," *IEEE Industrial Electronics Magazine*, pp. 6–17, 2012.
- [3] V. SNECMA, "Présentation des axes de recherche et des démonstrateurs technologiques de l'avion du futur." 23-Oct-2014.
- [4] CORAC, "Le COncil pour la Recherche AéronautiqueCivile (CORAC), Historique-Missions-Travaux." .
- [5] NASA, "Technology Readiness Level," 28-Oct-2012. .
- [6] Zodiac Aerospace France, "Recherche de Nouveaux Actionneurs Recherche de Nouveaux Actionneurs pour un Dégivrage Electro Mécanique," Plaisir France, 17-May-2013.
- [7] E. Belot, "Dossier technique de définition d'un actionneur expulse," Zodiac Aerospace, Plaisir, France, 7N–17211, Apr. 2013.

Chapitre 1 :

Le dégivrage en aéronautique et
ses technologies

Chapitre I : Le dégivrage en aéronautique et ses technologies

I.1	Introduction	11
I.2	Etat de l'art des dispositifs d'antigivrage et de dégivrage	12
I.2.a	Fluides antigivrages.....	12
I.2.b	Boudins pneumatiques	13
I.2.c	Flux d'air chaud	15
I.2.d	Systèmes électrothermiques.....	17
I.2.e	Systèmes électromécaniques.....	18
I.2.f	Autres technologies en développement	21
I.3	Description de la technologie proposée.....	23
I.3.a	Principes physiques de fonctionnement.....	24
I.3.b	Conditions de fonctionnement du dispositif.....	25
I.3.c	Définition géométrique et matérielle du démonstrateur Zodiac	27
I.3.d	Tests : Courbes d'alimentation et déformation.....	31
I.4	Cahier des charges.....	36
I.5	Conclusion	37

I.1 Introduction

L'indésirable phénomène de givrage lève une problématique dans le domaine de l'aéronautique. La croissance de givre sur les surfaces d'un avion vient notamment modifier l'aérodynamique des ailes et des gouvernes arrières, rajouter un poids important à l'ensemble de l'aéronef et altérer le fonctionnement de ses dispositifs de navigation, compromettant son fonctionnement et son contrôle. Historiquement, ces complications sont la source d'accidents que l'on cherche à éviter.

Au fil des années, l'industrie aéronautique a développé plusieurs méthodes contre le givrage. Ces dispositifs sont souvent classifiés en deux types : antigivrage et dégivrage. Les systèmes d'antigivrage sont des dispositifs qui vont empêcher la formation de la glace sur l'avion ; tandis que les systèmes de dégivrage sont des solutions qui vont venir éliminer la glace lorsque celle-ci est déjà formée.

Dans ce premier chapitre on retrouve un résumé des multiples solutions actuellement utilisées, ainsi qu'un petit aperçu des technologies en voie de développement. Comme spécifié dans le cadre du projet, on se focalise principalement sur les solutions destinées aux avions de ligne en mode vol. Parmi les solutions contre le givre en vol les plus populaires sont :

- les substances d'antigivrage,
- les boudins pneumatiques,
- la circulation de flux d'air chaud,
- les systèmes électrothermiques,
- les systèmes électromécaniques.

Dans la suite, nous allons présenter un résumé de ces solutions pour essayer de mieux comprendre leur mode de fonctionnement. Les industriels sont conscients que la solution optimale pourrait se trouver dans un système hybride combinant plusieurs d'entre elles. Le choix de la solution sera ainsi un compromis entre les différents critères : technologiques, disponibilité des matières premières, coût, impact écologique, modularité et maintenance, sécurité, robustesse, entre autres.

Dans la seconde partie de ce chapitre (1.3), on présente le principe d'opération de la nouvelle technologie proposée et le cahier des charges imposé. Ces spécifications ont été définies à partir d'une analyse des conditions givrantes réalisée par le partenaire industriel, ainsi que d'une maquette construite et testée. Ces données serviront de base pour expliquer les hypothèses initiales qui ont permis d'aborder les travaux réalisés pour cette thèse.

I.2 Etat de l'art des dispositifs d'antigivrage et de dégivrage

I.2.a Fluides antigivrages

Cette solution consiste à traiter les surfaces susceptibles d'être givrées avec des substances qui empêchent la glace de s'y fixer, appliqués au chaud. Il s'agit souvent de fluides à base de glycol visant à se mélanger avec les particules d'eau en contact avec la surface et modifier leur point de fusion vers une température beaucoup plus basse [1].



Figure 1-1. Application d'un fluide antigivrant [2].

Usuellement on utilise des mécanismes externes à l'avion pour appliquer ces substances à pression sur l'ensemble des surfaces de l'avion, mais principalement au niveau des bords d'attaque des ailes, la dérive et aux rebords des turbines comme illustré sur la Figure 1-1.

L'utilité principale des fluides d'antigivrage est d'empêcher le givrage pendant la phase de décollage, moment pendant lequel les dispositifs d'antigivrage en vol ne sont pas encore 100% opérationnels ; surtout en cas de conditions météorologiques givrantes comme la neige, la grêle et le brouillard. Quant aux substances dégivrantes, elles sont plus communément utilisées pour effectuer le dégivrage au sol et garantir un *avion propre* juste avant le décollage. Néanmoins, il existe aussi des implantations avec des membranes transpirantes installées au niveau des ailes et ailerons fournissant des fluides d'antigivrage tout au long du vol.

Ces fluides contiennent des glycols, de l'eau et des substances anticorrosion. Par ailleurs, pour le cas des fluides antigivrants, ils peuvent être mélangés avec des polymères

pour leur conférer une meilleure viscosité ; ce qui se traduit par une meilleure tenue sur les surfaces malgré les changements de pression.

Selon la Société d'Ingénieurs Automobiles (SAE), spécialisée dans la caractérisation des fluides mécaniques, les substances antigivrantes/dégivrantes sont classifiées en 4 types. Les Type I ne contenant pas de polymères, newtoniens¹, sont d'application simple mais tenue plus courte. Les Type II, III et IV, selon la génération, sont des fluides non-newtoniens qui offrent une meilleure et plus longue tenue, mais aussi nécessitent un nettoyage profond des surfaces avant application pour une adhésion correcte, et de la même manière, ils sont plus difficiles à retirer [3].

Des normes ISO 11078 :2007 et AMS1428G définissent les standards actuels de sécurité, qualité et emploi pour ces produits [4] [5]. Ces solutions sont combinées aux autres méthodes pour accroître leur efficacité. Il n'en demeure pas moins important de prendre en considération la pollution liée à la synthèse et l'utilisation de telles substances.

1.2.b Boudins pneumatiques

Les boudins pneumatiques sont une solution mécanique de dégivrage. Connectés à un système d'actionnement pneumatique et contrôlés par un système de capteurs, les boudins sont disposés sur le bord d'attaque des ailes d'un avion comme le montre la Figure 1-2.



Figure 1-2. Boudins pneumatiques dégivrants en caoutchouc sur le bord d'attaque d'une aile [6].

En présence de conditions givrantes, les boudins sont gonflés pendant quelques instants pour expulser la couche de glace indésirable à travers le choc mécanique généré au moment de son expansion. La Figure 1-3 représente les deux positions possibles.

¹ En aéronautique, un fluide dit Non-newtonien c'est quand il est mélangé avec des polymères pour altérer sa viscosité, et Newtonien quand il ne contient pas des polymères ajoutés.

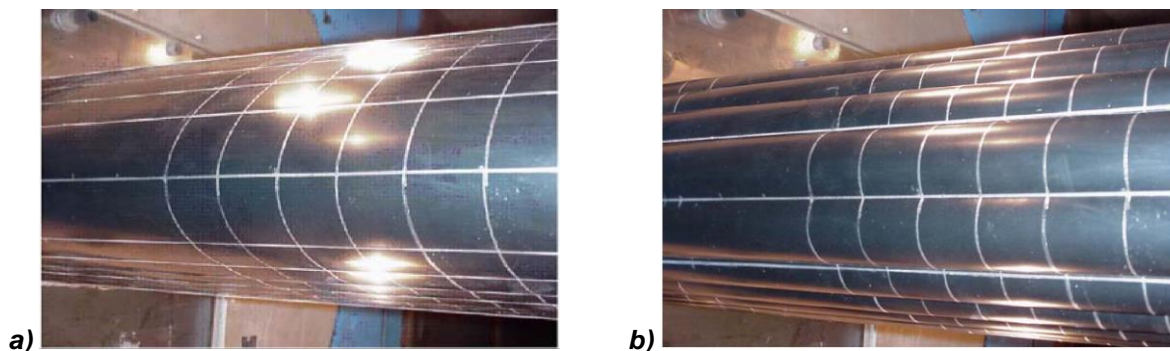


Figure 1-3 Boudins pneumatiques en néoprène en position initiale-dégonflés a) et actionnés b) [7].

Cette technologie est une des premières solutions contre le givre imaginées et elle est utilisée encore de nos jours [8]. Cependant, cette solution est plus adaptée aux avions turbopropulsés de taille petite à moyenne à cause des contraintes volumiques imposés par le système pneumatique. On peut consulter le Tableau 1-1 pour voir le classement par taille de cabine selon l'Administration Fédérale d'Aviation américaine.

Tableau 1-1. Classement de taille de cabine d'un avion selon la FAA [9].

Nombre de passagers en cabine	Classement FAA
≥71	Grand
30-70	Moyen
5-29	Petit

Dans des conditions de fonctionnement optimales, cette technologie a démontré son efficacité et sa robustesse. Par contre, cette solution rencontre plusieurs limitations :

- pas adaptée pour dégivrer les ailerons et gouvernes arrières ; les contraintes de volume et de poids imposées en aéronautique rendent cette solution inadaptée pour être utilisée au niveau des surfaces sensibles au givrage autres que les ailes de l'avion,
- interférence avec l'aérodynamique ; au moment de son activation, le pilote peut sentir une perturbation dans le contrôle de la direction de l'aéronef,
- problèmes de blocage mécanique ; il est arrivé que sous conditions de givrage extrêmes les boudins restent bloqués à cause de la glace, soit en position initiale, soit en position d'activation ; dans ces situations il est impossible de récupérer le fonctionnement normal ; situation rare mais très dangereuse,
- non viable pour les avions à turboréacteurs à double flux (turbine) ; quand on parle des avions commerciaux, d'une taille au-delà de 100 tonnes, le système n'est plus envisageable car le poids et la taille du compresseur et des connexions nécessaires

pour le système pneumatique deviendraient trop importants comparés à la solution de flux d'air chaud disponible pour les avions à propulsion par turbine.

Ces désavantages limitent l'utilisation des boudins pneumatiques à des avions privés de propulsion à turbo moteur et moteur à pistons. Les tendances en termes d'avions de ligne sont de concevoir des avions de tailles modérées à grandes [10], comme mis en évidence sur la Figure 1-4. D'où la nécessité de trouver des solutions nouvelles.

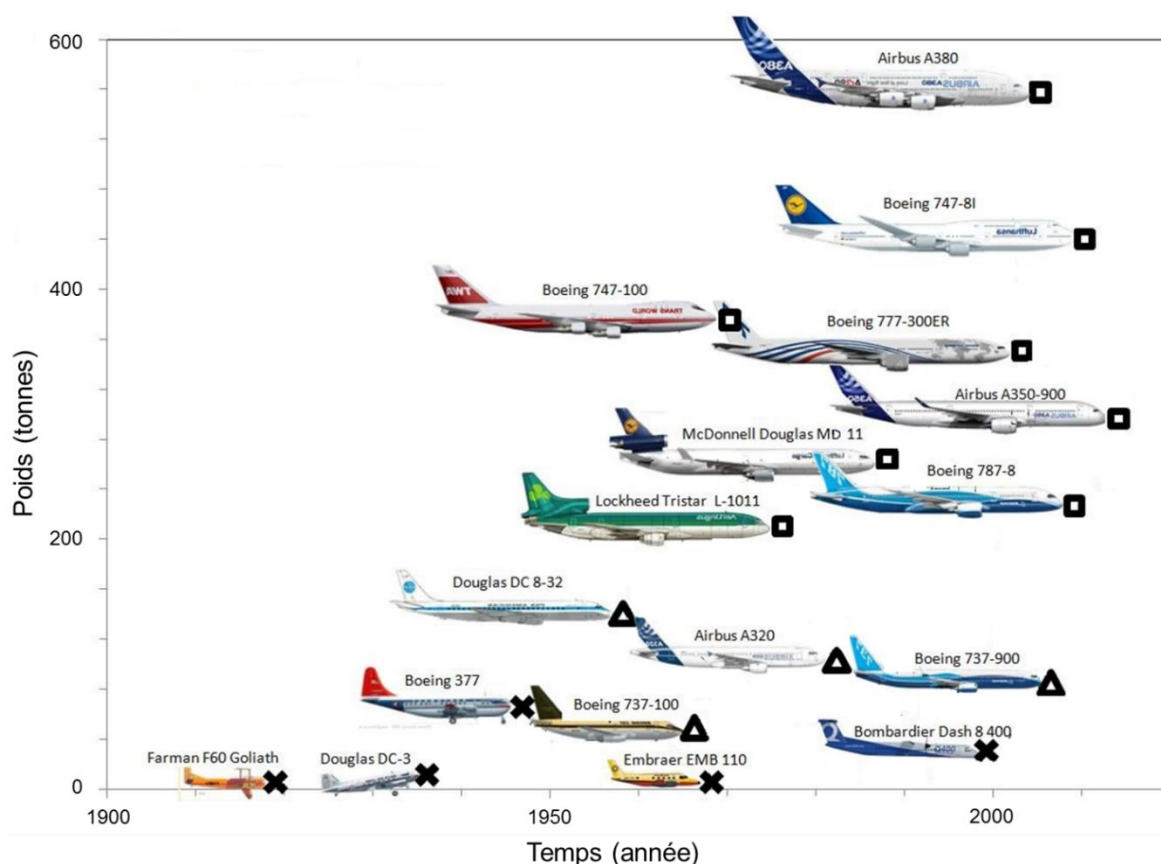


Figure 1-4. Evolution de la taille des avions [11].

Cette technologie démontre néanmoins qu'une action mécanique est très efficace pour réaliser le travail de dégivrage. Plusieurs études sur la glace portent sur les effets des efforts mécaniques sur les surfaces givrées [12]. Ces faits appuient la recherche de nouvelles solutions hybrides avec action mécanique.

1.2.c Flux d'air chaud

Méthode d'antigivrage réservée aux avions de propulsion à turbine, elle consiste à faire circuler de l'air chaud, prélevé de la turbine, tout au long de l'intérieur creux de l'aile et des ailerons de l'avion, afin de garantir que la température de la surface externe du blindage soit toujours supérieure à 0°C de façon à éviter la formation de givre.

C'est une solution très fiable même sous conditions givrantes sévères, l'idée a eu ses origines dans les années 1920 [13], depuis l'apparition des avions à turboréacteurs à double flux, et a été largement répandue vers les années 1940 [14]. On trouve cette technologie dans pratiquement tous les avions commerciaux contemporains. La Figure 1-5 représente une vue transversale de l'aile dans laquelle la direction du flux d'air est montrée.

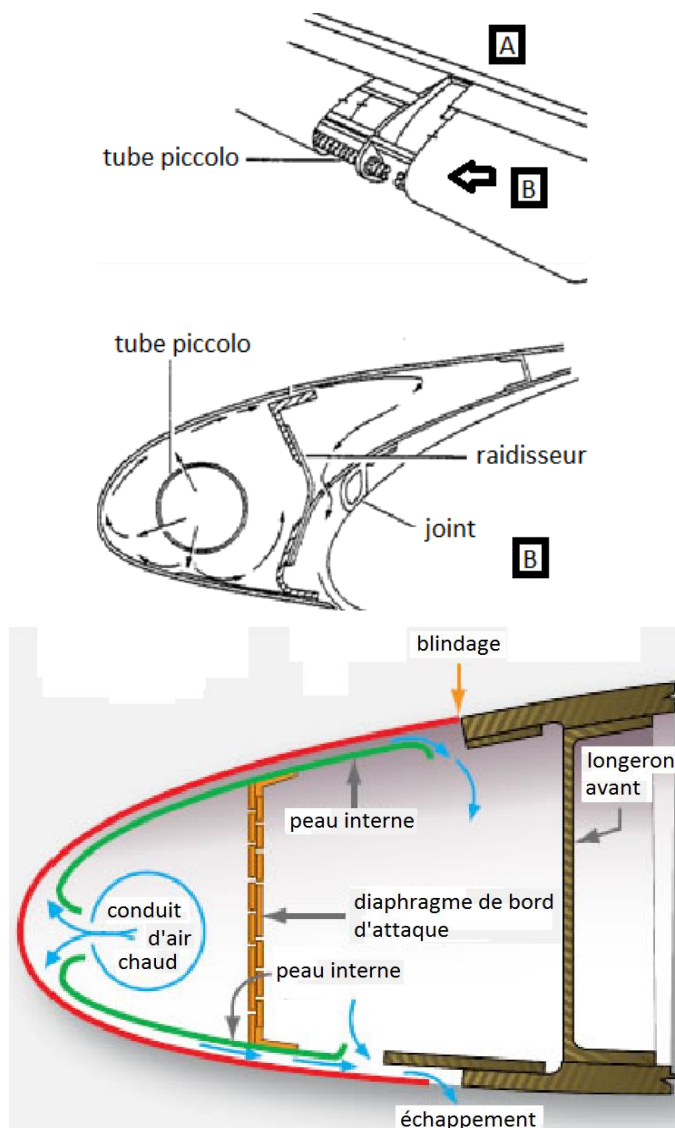


Figure 1-5. Système de circulation d'air chaud dans le bord d'attaque des ailes implanté sur des avions Airbus, Dassault et Boeing [15] [16].

L'air chaud est conduit vers les tuyaux, surfaces et systèmes givrés. Le matériau du blindage du bord d'attaque de l'aile est souvent un alliage d'aluminium ; les conduits d'air chaud en titane ou acier inoxydable sont typiquement isolés avec de la fibre de verre, résistant au feu et hautement isolant. En fonctionnement, la température externe des parties protégées par le système antigivrage est de 60°C. La température maximale de sécurité est de 180°C du côté intérieur et de 100°C du côté extérieur de l'aéronef [16]. La pression est aussi un paramètre très surveillé dans ces systèmes.

Bien que cette technique soit très performante pour le travail d'antigivrage, la solution reste :

- hautement énergivore,
- exclusivement adaptée aux avions à turbine.

Elle impose de surdimensionner les turbines et entraîne une augmentation importante de la consommation de carburants. L'objectif est alors de trouver des alternatives adaptées à l'avion plus électrique.

1.2.d Systèmes électrothermiques

Les systèmes électrothermiques, ou ETIPS pour Electro Thermal Ice Protection System, sont des dispositifs électriques d'antigivrage avec le même objectif que la solution antérieure, garder une température extérieure du blindage supérieure à 0°C. On trouve souvent ces systèmes sous forme de tapis fins situés sous le blindage des ailes et autres surfaces de l'avion comme illustré sur la Figure 1-6.

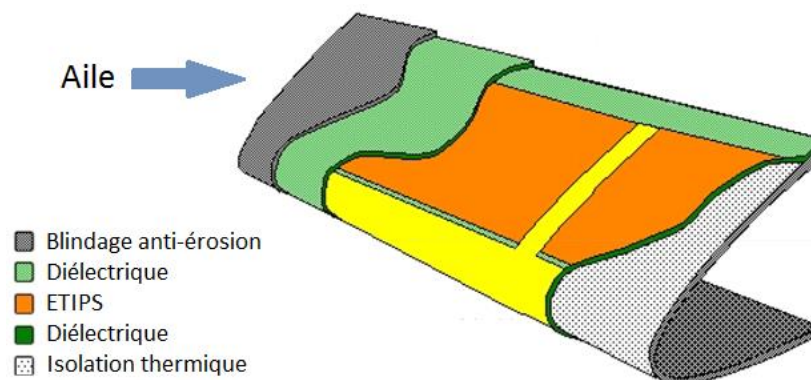


Figure 1-6. Antigivrage par tapis électrothermique, pour le B787 de Boeing [15].

Les ETIPS peuvent intégrer une des deux technologies suivantes pour augmenter la température : résistive ou par induction. La technologie résistive utilise une configuration d'éléments résistifs qui vont chauffer via la circulation d'un courant continu, contrôlé électroniquement et transférer la chaleur par conduction vers la surface à dégivrer. La technologie inductive repose sur la circulation de courants induits pour chauffer directement la surface à dégivrer. Le contrôle des champs électromagnétiques est également effectué électroniquement. L'utilisation de cette technologie nécessite une modélisation rigoureuse, les courants électriques et les charges électromagnétiques pouvant interférer avec les autres dispositifs.

Les principaux désavantages des ETIPS sont :

- ajout important de poids, dès lors que ce type de système doit couvrir l'intégralité de la surface des ailes et des ailerons,
- énergivores, ce sont des systèmes indépendants, dédiés, non intégrés aux autres fonctions de l'avion qui absorbent une grande quantité d'énergie pour réaliser le travail. Leur consommation énergétique n'est pas optimale,
- besoin d'une source d'alimentation dédiée.

Les avions turbopropulsés, comme celui de la Figure 1-7, sont un exemple d'avion utilisant une combinaison de systèmes électrothermiques et boudins pneumatiques pour la protection contre le givre. De cette façon, on trouve un bon compromis entre la consommation énergétique et l'efficacité de la protection antigivrage [6].



Figure 1-7. Avion de petite taille à usage particulier turbo propulsé avec protection antigivrage hybride.

1.2.e Systèmes électromécaniques

Il s'agit de systèmes de dégivrage avec un principe de fonctionnement électromécanique. Les solutions par forces mécaniques appliquées pour le dégivrage ont prouvé leur efficacité (voir 1.2.b), et les systèmes électromécaniques apportent un rendement énergétique intéressant [12] [17] [18]. Malheureusement, dans le passé ces idées ont souvent été abandonnées à cause des contraintes d'intégration, de poids et de volume.

La Figure 1-8 suivante détaille un premier exemple. Il s'agit de la technologie de dégivrage par expulsion électromagnétique proposée en 1998 par la Cox & Company, Inc. Elle emploie des actionneurs électromagnétiques montés sur la face interne du blindage de l'aile, fabriqués à partir de bandes conductrices, isolées par un diélectrique, enroulées sur elles-mêmes et alimentées à basse tension. Le principe consiste à générer un mouvement expansif pour réaliser le travail de déformation conduisant au dégivrage de la surface de l'aile.

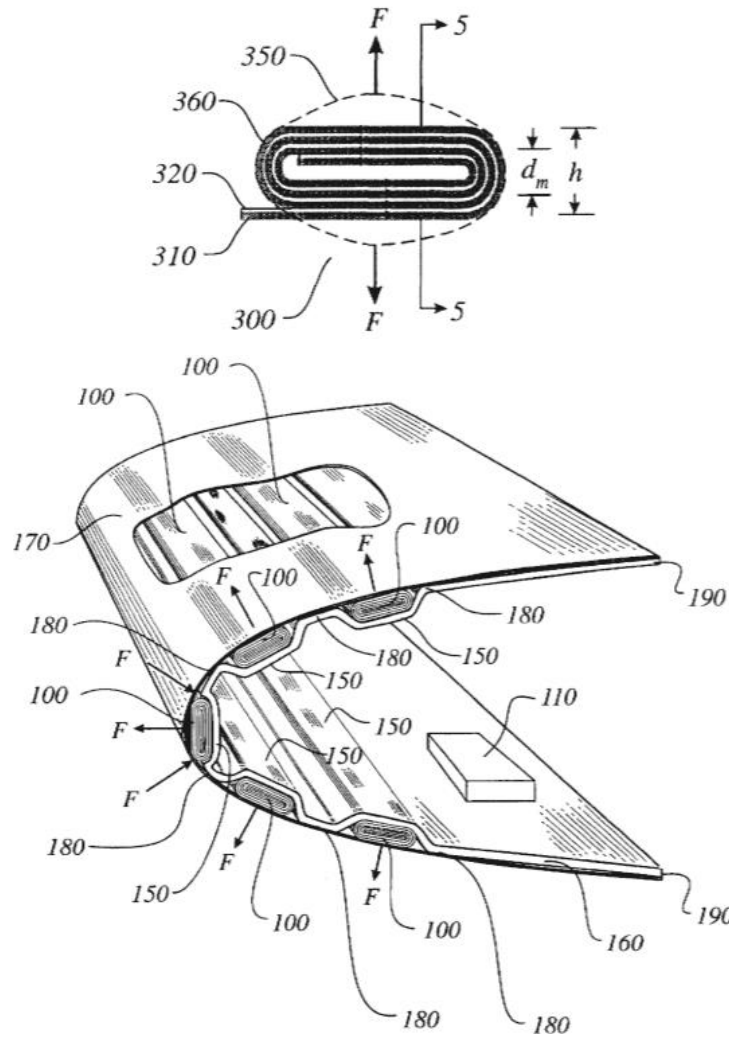


Figure 1-8. Configuration du dégivreur électromécanique conçu par Cox & Company, Inc [19].

Comme deuxième exemple, nous pouvons citer le brevet déposé en 2003 par la Goodrich Corporation, compagnie spécialisée dans les systèmes de dégivrage et antigivrage. Cette fois on peut se rendre compte, sur la Figure 1-9, qu'il s'agit d'une structure de dégivreur plus compacte, qui est aussi fixée sous le blindage de l'aile. Il est prévu d'espacer les actionneurs pour couvrir une surface plus importante de dégivrage.

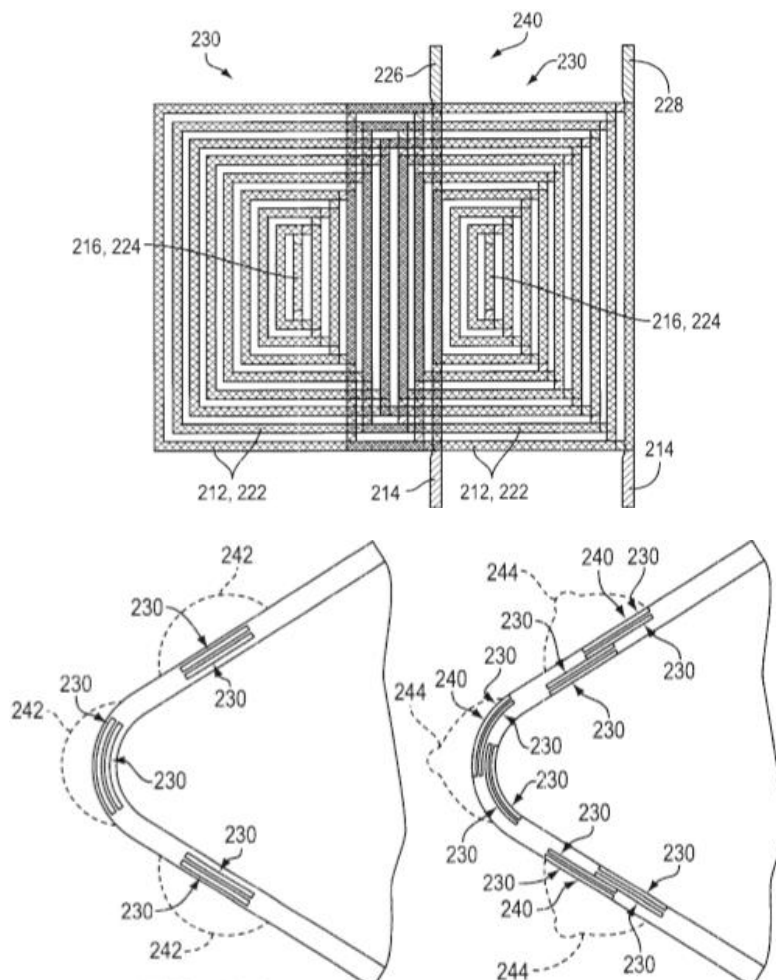


Figure 1-9. Schématisques du dégivreur électro expulsif attaché, conçu par Goodrich Corporation [20].

Le principe de ces technologies est d'injecter des courants de forte intensité et de sens contraire, à travers les spires conductrices, de sorte à générer une force de répulsion entre les spires, qui va venir s'appliquer à l'aile pour réaliser le dégivrage.

La principale contrainte pour l'implantation de ces technologies est le poids ajouté et la faible capacité d'intégration du système. Dans le cas de l'exemple de la Figure 1-8, les dispositifs doivent être installés tout au long de l'aile et autres parties de l'avion à dégivrer car cette solution n'a pas une surface d'action assez importante. Pour le cas de l'exemple de la Figure 1-9, l'actionneur en lui-même est de taille modérée, mais le poids et la taille de la source d'alimentation nécessaire pour activer le dispositif sont inadapés selon les contraintes aéronautiques.

Au cours des dernières années, l'électronique n'a cessé d'évoluer et aujourd'hui les systèmes électriques sont de taille plus réduite. Si en plus on cherche à repenser et optimiser le mode de fonctionnement de ce type de solutions, il peut être intéressant de reprendre cette technologie pour arriver à la conception d'un dispositif performant et compatible avec l'avion plus électrique.

I.2.f Autres technologies en développement

De nombreuses solutions sont imaginées, mais elles nécessitent une validation pour évaluer leur faisabilité, performance, consommation énergétique et intégrabilité. Les efforts pour arriver à la conception de l'avion électrique poussent ces recherches vers l'avant. Dans cette section, on présente une liste non exhaustive des technologies prometteuses qui sont en voie de test et développement, parallèlement à la technologie étudiée dans cette thèse (Figure 1-10).



Figure 1-10. Exemple de la nouvelle génération d'actionneurs pour le dégivrage [21].

Surfaces hydrophobiques et glacephobiques. - Il s'agit d'une solution passive qui propose l'utilisation de matériaux avec des caractéristiques moléculaires spécifiques pour diminuer l'adhérence des particules d'eau. Selon le type de matériaux, ils pourront être appliqués comme revêtement, tel qu'une couche imperméabilisante sur le blindage de l'avion, directement alliés aux matériaux métalliques du blindage ou bien par traitement des matériaux des lamelles constituant le blindage [22] [23]. Cette solution est très intéressante si on pense à la coupler avec une solution électromécanique car elle pourrait minimiser la quantité d'énergie nécessaire pour le dégivrage [24]. Néanmoins ce type de solution ne peut pas être autonome, car les études sur la glace ont montré que même dans le cas de surfaces complètement hydrophobes, les conditions de vol telles que la température, la vitesse et l'humidité peuvent favoriser la solidification instantanée de particules d'eau infimes et ainsi démarrer le phénomène de givrage [25].

Matériaux piézoélectriques et électrostrictifs. – Ces matériaux présentent la propriété de se déformer avec l'action d'un champ électrique. Ces comportements ont fait l'objet de nombreuses études et différents types de matériaux ont été conçus. Bien que les déformations obtenues avec ces matériaux restent relativement faibles, comparativement aux déformations générées par la technologie pneumatique, des technologies d'amplification mécanique peuvent être mises en œuvre. Cette solution présente également l'avantage de pouvoir fonctionner à haute fréquence et d'être peu consommatrice du point de vue énergétique [26].

Peintures chauffantes. - L'idée est d'envelopper une série d'électrodes fines entre deux couches de peinture de l'avion. Ces électrodes sont ensuite alimentées électriquement conduisant à un échauffement par effet Joule [27]. Cela présenterait l'avantage d'un système intégré dans la structure d'origine, avec un poids réduit.































Amélioration des tapis électrothermiques. – Il s'agit principalement ici de chercher à diminuer les contraintes précédemment mentionnées, liées à la solution (§ I.2.d). Une proposition consiste à intégrer les composants chauffants directement dans la plaque métallique du blindage, de sorte à optimiser le transfert de chaleur, éviter les interférences avec l'aérodynamique et réduire le poids net du système [28].

Dispositifs de dégivrage électromécanique améliorés. - La solution de dégivrage électromécanique est très prometteuse et plusieurs acteurs et centres de recherche étudient ces alternatives. Souvent, il s'agit d'améliorations technologiques qui font appel à l'évolution des matériaux et des composants électroniques. Il s'agit aussi souvent de systèmes hybrides (électrothermique et électromécanique). Par exemple, un système électrothermique d'antigivrage partiel qui sous conditions givrantes extrêmes assure de conserver l'eau à état liquide, sans forcément la vaporiser comme dans le cas des ETIPS classiques. Cette eau formera une fine couche de liquide qui entourera l'aile et les ailerons de l'avion sans nuire à l'aérodynamisme. Une fois les conditions de givrage extrêmes passées, le système chauffant électrothermique est désactivé pour permettre à la glace de se solidifier. Le système de dégivrage électromagnétique est ensuite activé pour expulser la fine plaque solide de glace restante. Ce dernier aura à fournir un moindre effort en comparaison à un système électromécanique classique en charge du dégivrage complet [29].

Les recherches pointent donc vers l'intégration des technologies pour concevoir des systèmes hybrides capables de fournir une somme d'avantages en essayant de minimiser les inconvénients. Pour récapituler, le Tableau 1-2 permet de visualiser qualitativement les

points forts et points faibles des principales technologies contre le givre actuellement employées.

Tableau 1-2. Comparatif des technologies existantes.

Technologie	Intégrabilité électrique	Rendement énergétique	Efficacité du dégivrage	Volume / poids	Autonomie
<i>Fluides d'antigivrage</i>					
<i>Boudins pneumatiques</i>					
<i>Flux d'air chaud</i>					
<i>Systèmes électrothermiques</i>					
<i>Systèmes électromécaniques</i>					
<i>Surfaces hydrophobes</i>					

Pour concevoir l'avion plus électrique, il est donc pertinent de choisir et de développer les technologies à haute intégration électrique. En complément, il sera important de prendre en considération l'impact écologique intrinsèque à chacune de ces solutions, car l'objectif ultime de tous ces efforts menés par l'industrie aéronautique est celui de retenir les solutions les moins polluantes. Il convient ensuite de cibler l'efficacité énergétique, paramètre de première importance. C'est de cette façon que l'on justifie la pertinence de ce projet de thèse.

L'objectif de la thèse est donc d'explicitier les phénomènes en jeu, pour déterminer les fonctions de sensibilité permettant d'ajuster la conception de la technologie. Le dispositif de dégivrage imaginé par Zodiac, repose sur une action électromécanique. On posera les bases de sa modélisation en vue de dégager des pistes vers l'optimisation de cette technologie. Les détails de ce principe et le dispositif imaginé sont présentés dans le paragraphe suivant.

1.3 Description de la technologie proposée

Cette thèse s'attache à l'étude de faisabilité d'une solution de dégivrage électromécanique, basée sur le principe d'une interaction électromagnétique qui aura une action expulsive de la glace. Le dispositif imaginé est inspiré des multiples brevets déposés antérieurement mais dont différents obstacles technologiques ont limité la réalisation [30].

L'intention est de développer une nouvelle technologie électromécanique de dégivrage qui sera adaptée aux besoins actuels, en l'occurrence aux contraintes de l'avion plus électrique.

A travers un long travail d'analyse et de modélisation multiphysique de cette nouvelle technologie, on posera les bases pour l'optimisation d'un système qui se veut plus performant. Ce dispositif sera dédié au dégivrage du bord d'attaque des ailes d'avions et la solution pourrait éventuellement être incorporée dans un système hybride.

Les besoins sont d'assurer [15]:

- un haut rendement énergétique,
- un dégivrage optimal,
- une haute intégrabilité à l'avion tout électrique.

Pour respecter ces conditions, le principe choisi consiste à générer un effort mécanique à partir d'un phénomène électromagnétique. Cet effort sera appliqué à la surface à dégivrer pour induire la rupture de la pellicule de glace et l'éliminer complètement à l'aide de la pression aérodynamique qui viendra naturellement la balayer. La Figure 1-11 montre la procédure envisagée.

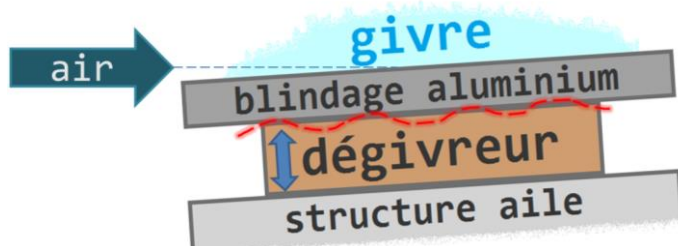


Figure 1-11. Principe d'expulsion de la glace proposé par l'équipe R&D de Zodiac Aerospace [31].

Le système est placé dans l'espace compris entre la structure rigide de l'aile de l'avion et le blindage extérieur en aluminium qui la recouvre, au niveau des bords d'attaque. Autrement dit, la structure de l'aile sera le support sur lequel le système va reposer et le blindage sera la surface sur laquelle le travail mécanique sera appliqué. Il faut toutefois veiller à ne pas affecter les caractéristiques mécaniques du blindage pour ne pas générer une déformation permanente qui pourrait nuire à l'aérodynamique des ailes de l'avion.

1.3.a Principes physiques de fonctionnement

Le principe de fonctionnement de la technologie étudiée repose sur l'interaction électromagnétique entre conducteurs, en l'occurrence la génération de forces de Laplace.

Deux conducteurs parallèles sont disposés en vis-à-vis et parcourus par un courant I de haute intensité et de circulation opposée. Ceci génère des champs magnétiques B

autour des conducteurs. Les conducteurs sont alors le siège d'efforts mécaniques, les forces de Laplace, liées à l'interaction des courants électriques et du champ magnétique [32]. Les efforts agissent de manière opposée sur chaque conducteur, selon la configuration illustrée dans la Figure 1-12.

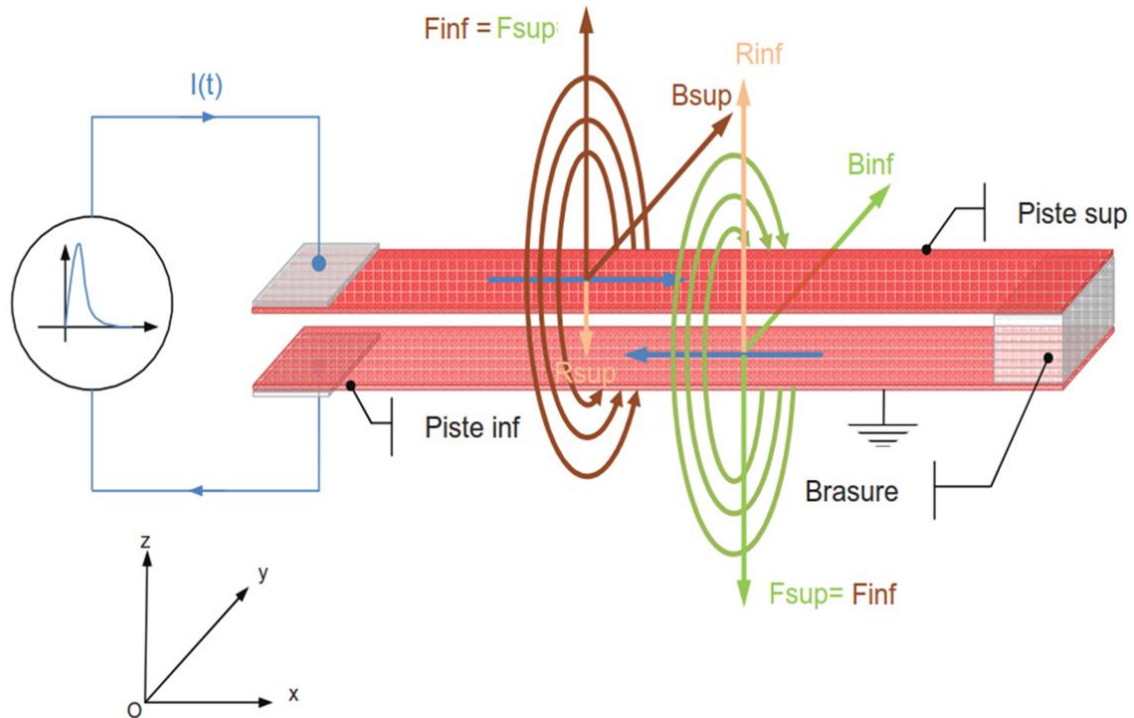


Figure 1-12. Disposition des pistes conductrices pour la génération des efforts mécaniques [33].

Le conducteur inférieur correspond à la *Piste inf* et le conducteur supérieur correspond à la *Piste sup*. La distance entre conducteurs est très faible de sorte que chaque conducteur se retrouve soumis au champ électromagnétique généré par son homologue, *Binf* et *Bsup*.

Pour fournir l'effort surfacique nécessaire au travail de dégivrage, ce motif sera répété plusieurs fois sur le plan XY grâce à un circuit en forme de serpent (§ 1.3.c). Le principe de fonctionnement de la technologie, sous-tend que la disposition des éléments du circuit va orienter la manière dont la déformation se réalisera. Les paramètres géométriques seront donc à optimiser.

1.3.b Conditions de fonctionnement du dispositif

Les paramètres liés à la croissance de la glace tels que la rapidité de formation, l'épaisseur et le type de glace, sont définis par des facteurs comme la température, la vitesse, l'humidité et l'altitude de navigation.

Conformément à la norme FAR 25 Appendice C [34] un dispositif contre le givre doit être capable de garantir la protection dans tout le domaine des conditions de vol, ce qui

comprend un panel de températures et d'altitudes variées. La Figure 1-13 caractérise le nuage *gros cumulo nimbus*, continu ou intermittent, qu'un avion de ligne rencontre typiquement pendant son vol.

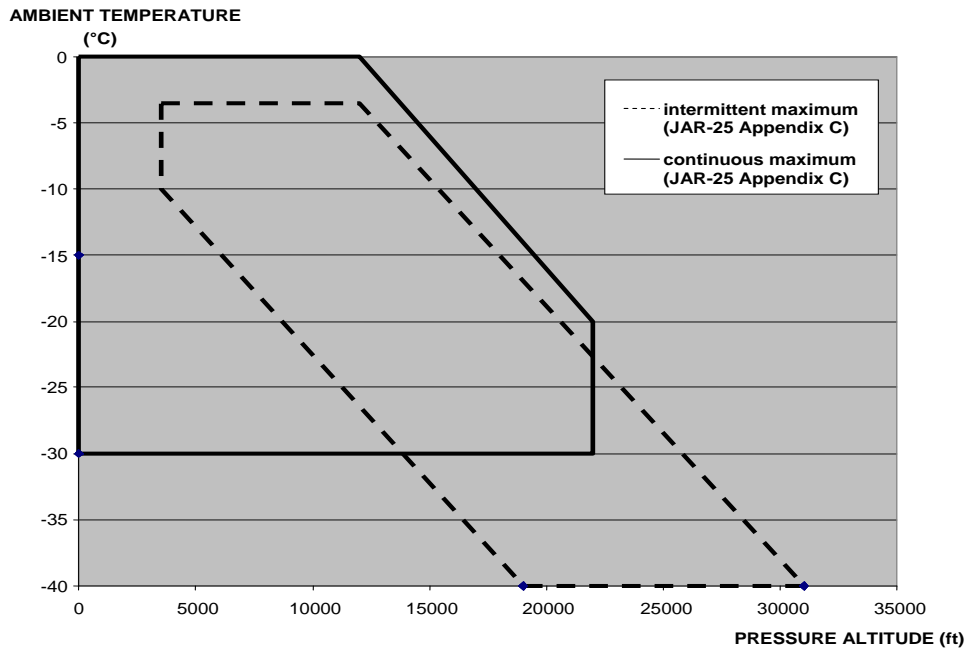


Figure 1-13. Domaine des conditions givrantes rencontrées par un avion commercial selon FAR25 [31].

Pour le domaine des conditions atmosphériques contenu dans le graphique ci-dessus, la quantité d'eau peut aller de 0,2 à 0,8 g/m³ et le diamètre des gouttes de 15 à 40 µm, comme illustre sur la Figure 1-14.

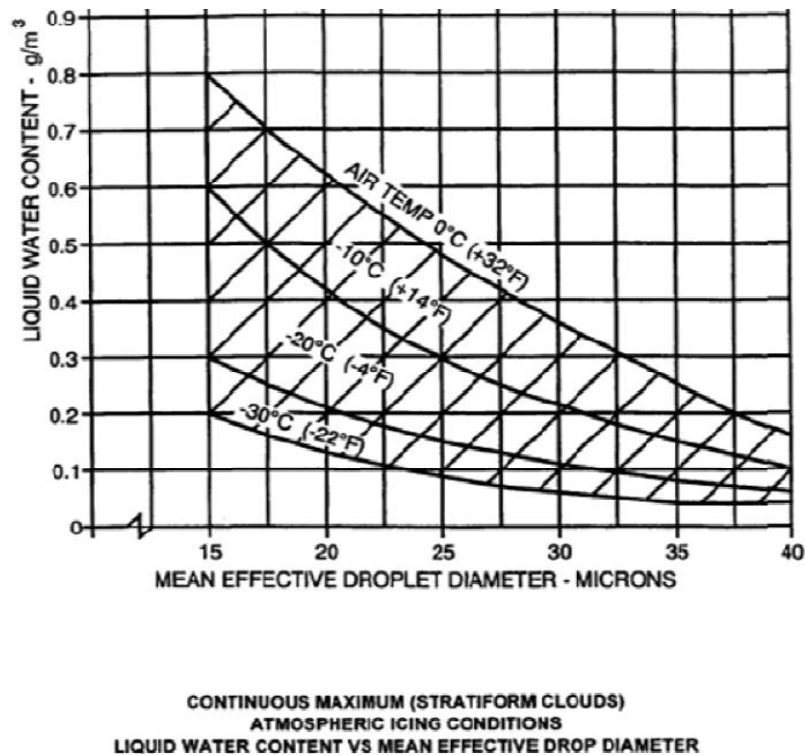


Figure 1-14. Taille des gouttes en fonction de la quantité d'eau liquide pour quatre températures [31].

En fonction de la variation de ces paramètres, la glace pourra prendre des aspects différents, englobés dans deux grandes catégories :

- verglas ou *glaze ice* : il s'agit d'un type de glace qui se forme quand la température au moment de l'impact de l'eau sur l'aile est positive ; dans ce cas, une fraction d'eau gèle lors de l'impact, le reste de la goutte ruisselle et gèle au long de sa trajectoire formant un verre de glace dense et transparent,
- givre blanc ou *rime ice* : ce type de glace se forme quand la température ambiante est négative au moment de l'impact des particules de glace contre le profil de l'aile ; l'eau gèle alors instantanément et forme un givre blanc et opaque, peu dense.

Le verglas, quand la couche est peu épaisse, est plus facile à briser avec une action mécanique, car il présente une rigidité plus prononcée. Le givre blanc a plus d'élasticité. Il absorbe donc les efforts mécaniques ce qui le rend plus difficile à expulser par l'application de forces [17].

Un autre facteur environnemental à considérer pour la conception d'un dispositif électronique en aéronautique est l'altitude. A une altitude de vol, en moyenne de 9 km pour un vol commercial, la densité de l'air est jusqu'à 4 fois plus faible qu'au niveau du sol². Pour des tels conditions, il faut tenir compte de la dépendance entre la densité du milieu gazeux et le niveau maximal de tension électrique toléré. La loi de Paschen définit le niveau de tension propice pour l'apparition d'un arc électrique en fonction de la densité du milieu gazeux et la distance entre les électrodes [34-36]. Pour des questions de sécurité, il ne faudra pas dépasser une tension de rupture calculée pour une altitude de 16 800 m.

1.3.c Définition géométrique et matérielle du démonstrateur Zodiac

Un démonstrateur a été conçu et testé par l'équipe Zodiac Aerospace en 2013. Les informations présentées dans les paragraphes 1.3.c et 1.3.d ont été fournis et sont propriété de la société Zodiac Aerospace.

Le dispositif construit par l'entreprise a été imaginé avec la forme d'un tapis parallélépipédique d'épaisseur faible pour faciliter l'intégration. La Figure 1-15, représente l'assemblage final du tapis *expulser* ayant servi pour les premiers essais en soufflerie de la technologie. On y trouve la description des différentes couches constitutives. Comme

² Cette altitude est convenable pour diminuer la résistance de l'air, minimiser la consommation du carburant et éviter les zones de haute précipitation.

mentionné dans la description du principe physique, l'axe Z sera l'axe de référence pour définir la direction de déplacement principale pour le dégivrage [31].

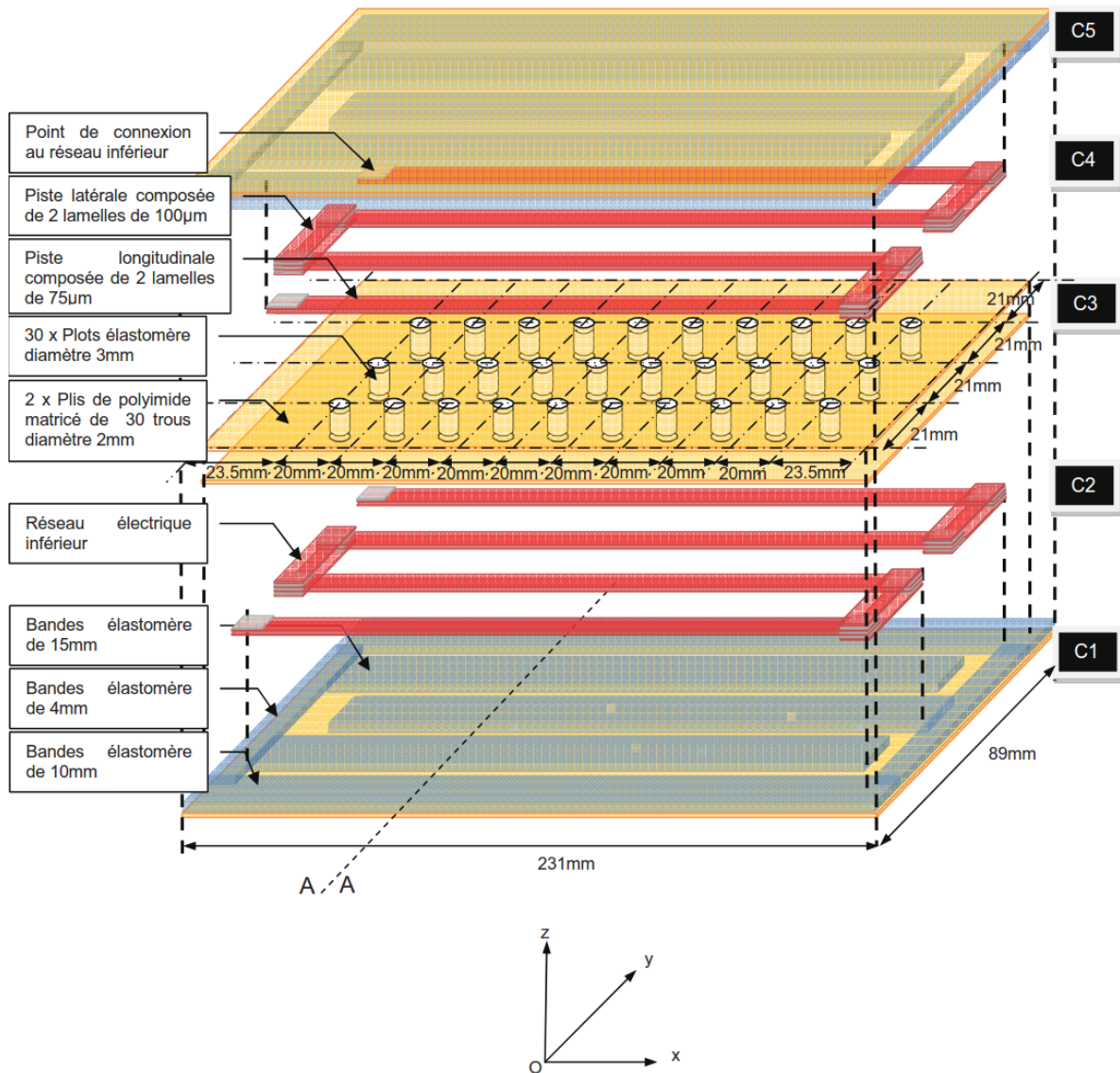


Figure 1-15. Assemblage du tapis expérimental de dégivrage développé par Zodiac [33].

Les pistes en rouge sont les conducteurs, disposés en forme de serpentin, qui vont se déformer sous l'action des forces de Laplace. Les plots en polyamide auront le rôle de ressorts mécaniques pour assurer le retour des éléments conducteurs à leur position initiale après chaque activation. Le reste des éléments sont des matériaux de structure et de conditionnement qui vont néanmoins avoir un impact sur le comportement mécanique du système complet.

La source d'alimentation et les connectiques ne sont pas illustrées sur la Figure 1-15, seulement l'actionneur. Le Tableau 1-3 contient la description plus détaillée et les

caractéristiques de cet assemblage. On distingue 5 couches différentes, marquées par les lettres C1, C2, C3, C4 et C5 respectivement.

Tableau 1-3. Descriptif de la constitution du tapis par couches matérielles [33].

COUCHES	ELEMENTS	DEFINITION / FONCTIONS	MATERIAUX	DIMENSIONS
C1 à C5	Actionneur	L'actionneur est le résultat de l'assemblage du circuit (1), de l'écran (2), des supports supérieur et inférieur (3), les bandes inter-piste (4) ainsi que des plots de rappels (5). Il transforme l'énergie électrique en énergie mécanique de translation dans l'axe Z.		Parallélogramme à 31° de 231mm x 89mm
C2 et C4	(1) Circuit	Le circuit, ou plus exactement circuit électromagnétique, correspond à l'intégration des réseaux électriques une fois reliés. Ici nous avons deux réseaux, un réseau inférieur et un réseau supérieur. Il transforme la combinaison des champs magnétiques de chaque réseau en un déplacement mécanique de translation selon Z.	Cuivre + brasure étain/plomb	
C2 ou C4	Réseau	Le réseau correspond à l'association de plusieurs pistes longitudinales et de plusieurs pistes latérales suivant un motif déterminé. Il détermine la topologie de la déformée.	Cuivre + brasure étain/plomb	
C2 ou C4	Piste longitudinale et latérale	Les pistes sont constituées de deux lamelles conductrices superposées, non isolées et soudées entre elles. Elles sont de deux catégories : les pistes dites longitudinales et les pistes dites latérales. Elles ont pour fonction de propager avec le minimum de perte l'énergie électrique dans tout le circuit. Leur nombre est fonction de la configuration de réseau choisi (pas mécanique de la déformée).	Cuivre + brasure étain/plomb	
C2 ou C4	Lamelle longitudinale	Une lamelle longitudinale est l'élément unitaire d'une piste longitudinale et est découpée dans une feuille de cuivre de 75µm. Ce sont surtout ces lamelles qui sont considérées comme «motrices» au sein du tapis car leur rayon d'action est plus important.	Cuivre	223mm x 3mm x 75µm
C2 ou C4	Lamelle latérale	Une lamelle latérale est l'élément unitaire d'une piste latérale et est découpée dans une feuille de cuivre de 100µm. Elles permettent l'ajustement de la valeur de la résistance finale du réseau. Elles ne participent que très peu au déplacement et sont donc considérées comme immobile (pertes).	Cuivre	24mm x 5mm x 100µm
C3	(2) Ecran	Constitué de deux plis d'isolants électriques eux mêmes percés de 30 trous de diamètre 2mm permettant le collage des plots de rappel sur les bandes inter-piste. Il a pour fonction le rappel mécanique de la couche supérieur C5 et l'isolation électrique des deux réseaux inférieur et supérieur.	Polyimide (Kapton)	227mm x 84mm x 25µm
C1 ou C5	(3) Support inférieur et supérieur	Feuille de polyimide découpée à la forme d'un parallélogramme avec un angle de 31°. Joue le rôle de support mécanique et d'isolant électrique vis-à-vis de l'extérieur.	Polyimide (Kapton)	231mm x 89mm x 25µm
C1 ou C5	(4) Bandes inter-piste	L'inter-piste est l'espace compris entre deux pistes successives. Dans le cas présent il est constant. Par extension, la bande inter-piste est le matériau résilient collé dans cette espace. Il garantit à la fois l'isolement électrique entre pistes et délimite leur jeu mécanique latéral. Ce sont sur ces bandes que sont collés les plots de rappel.	Gomme élastomère	250µm
C3	(5) Plots de rappel	Disposés en matrice de 3x10 et réalisés dans un morceau de tapis élastomère sous forme de plot de 3mm de diamètre. Essentiellement destinés à maintenir le réseau supérieur en position de repos. Ils agissent comme un ressort afin de ramener la partie supérieure de l'actionneur dans son état initial.	Gomme élastomère	2 x 250µm
	Motif / Topologie	Le motif ou topologie impose les emplacements de liaison des pistes (connexion électrique), l'interpiste ainsi que la largeur de celles-ci. Il détermine la longueur d'onde de la déformation mécanique.		

La configuration finale du tapis est réalisée par compression et vulcanisation de l'ensemble des couches. La Figure 1-16 montre la coupe latérale (plan AA de la Figure 1-15) avec les positions et épaisseurs des matériaux pour l'empilement réel des éléments.

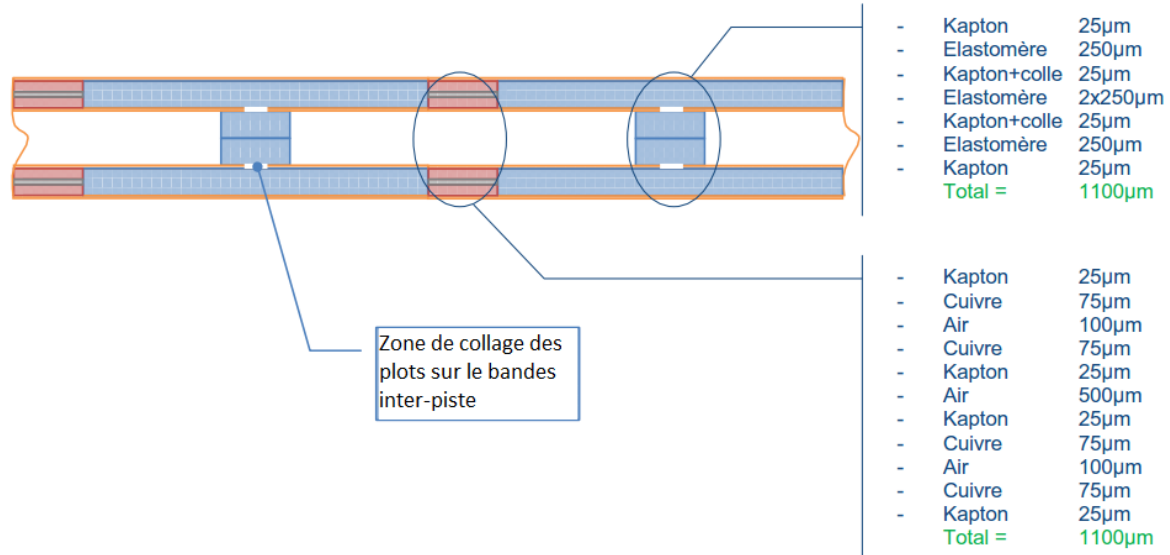


Figure 1-16. Vue en coupe latérale A|A avant vulcanisation [33].

Le dispositif est vulcanisé dans l'intérêt de rapprocher les lignes de conducteurs pour minimiser l'écart entre eux et maximiser l'amplitude des forces de Laplace générées, mais aussi pour garantir sa robustesse face aux déformations consécutives. En conséquence, les plots élastomères sont également comprimés. Sur la Figure 1-17 on peut apprécier le sens d'application de la pression pendant la vulcanisation.

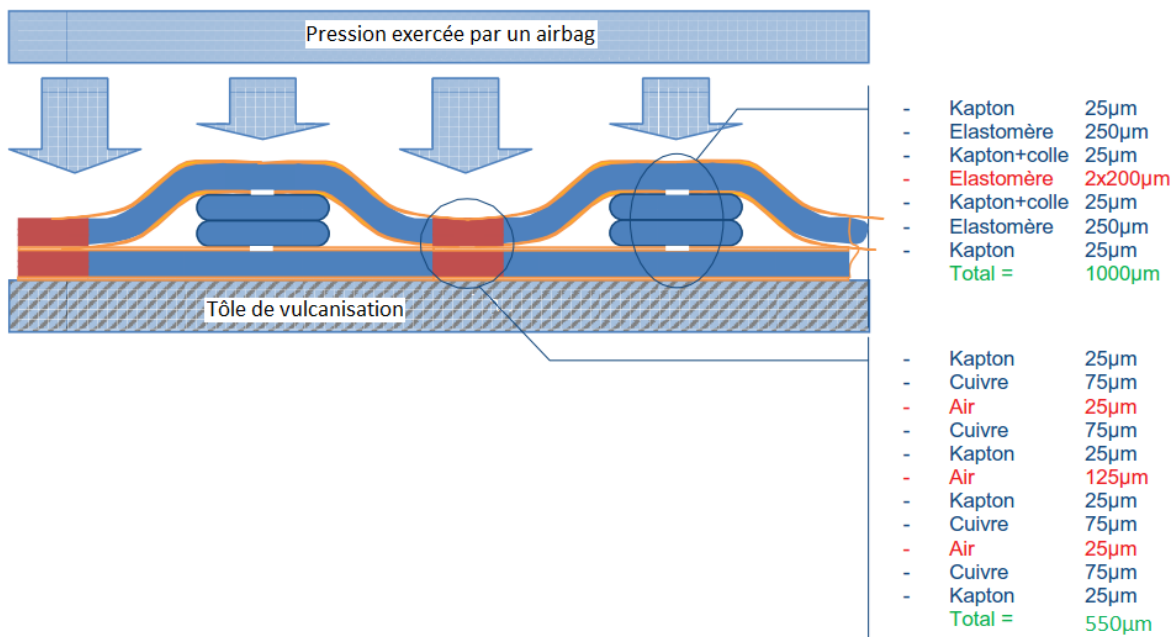


Figure 1-17. Vue en coupe latérale AA après vulcanisation [33].

La compression est réalisée sans vide d'air afin de ne pas réduire la déformation du dispositif. La face en contact avec la face interne du blindage en aluminium correspond au côté plat de la tôle de vulcanisation.

Les valeurs des épaisseurs après vulcanisation sont estimées, mais aucune mesure n'a été réalisée après vulcanisation. Il faut aussi noter que ces informations sont valables sous la condition qu'aucun élément ne s'est déplacé pendant la procédure de vulcanisation.

Tous les éléments élastomères sont collés avec de la colle néoprène. Un tissu polyamide calandré recouvre les lamelles latérales pour assurer une meilleure isolation électrique. La contribution de ces lamelles à la déformation est minime, elles ont principalement pour but d'assurer la continuité du circuit électrique entre les lignes de lamelles longitudinales.

Pour finaliser, le Tableau 1-4 résume les propriétés des matériaux utilisés pour la fabrication de ce tapis démonstrateur.

Tableau 1-4. Propriétés des matériaux de construction pour le démonstrateur [33].

MATERIAUX / PROPRIETES			Cuivre	25 µm Polyimide	Gomme élastomère
Electrique	Resistance diélectrique @ 25µm	Rd (kV/mm)		300	
	Résistivité @ 20°C	ρ ($\Omega \cdot m$)	$1,7 \cdot 10^{-8}$	$1,5 \cdot 10^{19}$	
	Conductivité @ 20°C	σ (%IACS)	100		
Thermique	Coef. de T° de 0 à 100°C	K ($10^{-3}/^{\circ}C$)	3,9	$20 \cdot 10^{-3}$	
	Specific Heat	(J/kg/K)	385	1090	2176
	Conductivité @ 20°C	η (W/m/k)	389	0,12	0,192
Mécanique	Masse volumique @ 20°C	δ (kg/dm ³)	8,92	1,42	1,25
	Coefficient de Poisson	$\sigma \rho$	0,31	0,34	0,499
	Module d'Young	E (Gpa)	115	2,5@23°C	0,004
	Module de cisaillement	G (Gpa)	44	0,93@23°C	0,0025
	Limite élastique	(Mpa)	60-440	230@23°C	
	Allongement à la rupture	A (%)	55	72@23°C	

1.3.d Tests : Courbes d'alimentation et déformation

L'équipe de Zodiac Aerospace a mené une série d'expériences sur le démonstrateur, pour donner un nombre de conclusions préliminaires et valider le fonctionnement du principe technologique. Le paramètre de référence est le déplacement selon l'axe Z, noté $v(z)$ par la suite, lié à la déformation mécanique principale du tapis.

Le tapis électro-expulse est installé sous une plaque en aluminium type 2024 de 0.5 mm d'épaisseur qui simule le blindage de l'avion [37]. Pendant les tests, le système n'est pas chargé avec du givre. Il opère alors à vide. Les mesures du déplacement sont réalisées avec un capteur laser aptes à mesurer le déplacement sur une position à la fois. Pour

réaliser ces mesures, des points de référence ont été définis. Les coordonnées de ces points A, B, C, D, E, qui se trouvent au milieu de la longueur du tapis, sont définis sur la Figure 1-18.

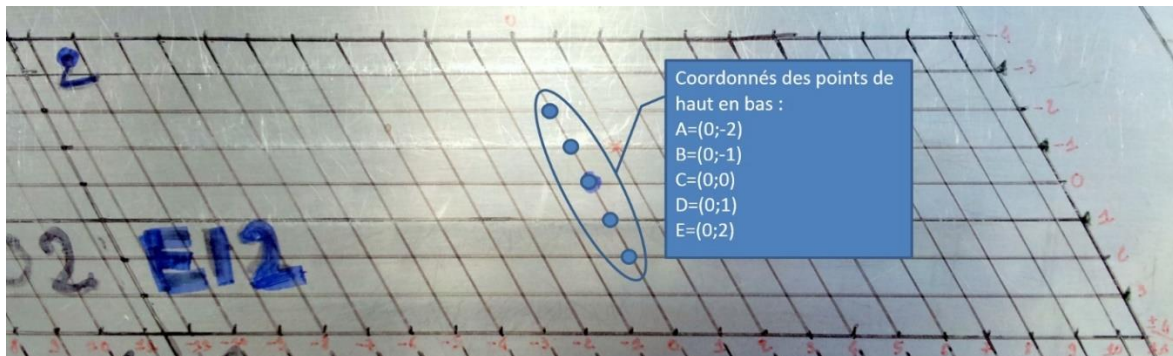


Figure 1-18. Plaque en aluminium et points de mesure, le tapis expulse est situé en-dessous [38].

Les points B et D sont alignés avec la position des lamelles conductrices du serpentin du tapis. Les points A, C et E sont alignés avec la position des plots de rappel décrits sur la Figure 1-15.

Le tapis expulsant est raccordé à une source d'alimentation électrique. Un banc de condensateurs préalablement chargés à une tension comprise entre 400 V et 800 V, fournit une impulsion de courant entre 4 kA et 10 kA. La source est provisoire et a été utilisée à des fins pratiques pour mener les expériences. Une source d'alimentation dédiée doit être conçue, avec les caractéristiques nécessaires à une application aéronautique. Il convient tout de même de rester vigilants aux contraintes électriques à ne pas dépasser pour des raisons de faisabilité électronique, tels que : le volume, poids, tensions (loi de Paschen), rayonnement électromagnétique et énergie disponible entre autres.

La Figure 1-19 contient les formes d'onde des courbes de tension et courant pour un cycle d'activation d'une période estimée de $T = 1,6$ ms.

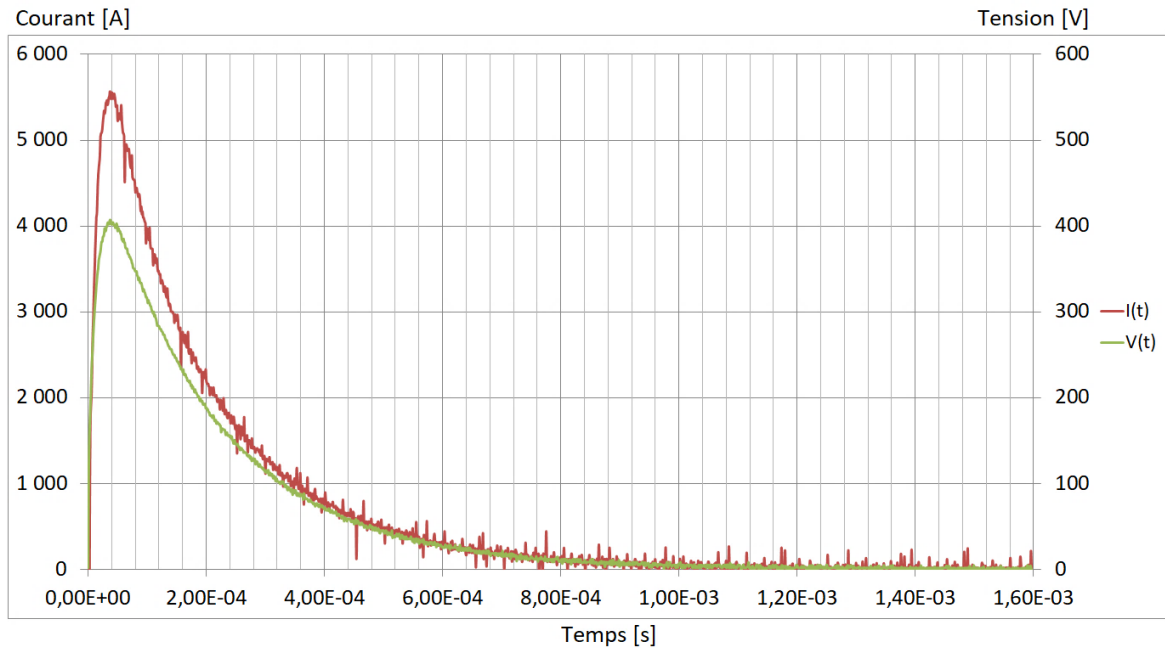


Figure 1-19. Courant et tension d'alimentation pour une activation du tapis dégivrant [38].

La Figure 1-20 montre les résultats de mesure du déplacement au point B (0,-1), position d'une ligne de plots de rappel, consécutif à un cycle d'alimentation. La Figure 1-21 montre les résultats de mesure pour le déplacement au niveau du point central C (0,0) correspondant à la position d'une lamelle du serpent.

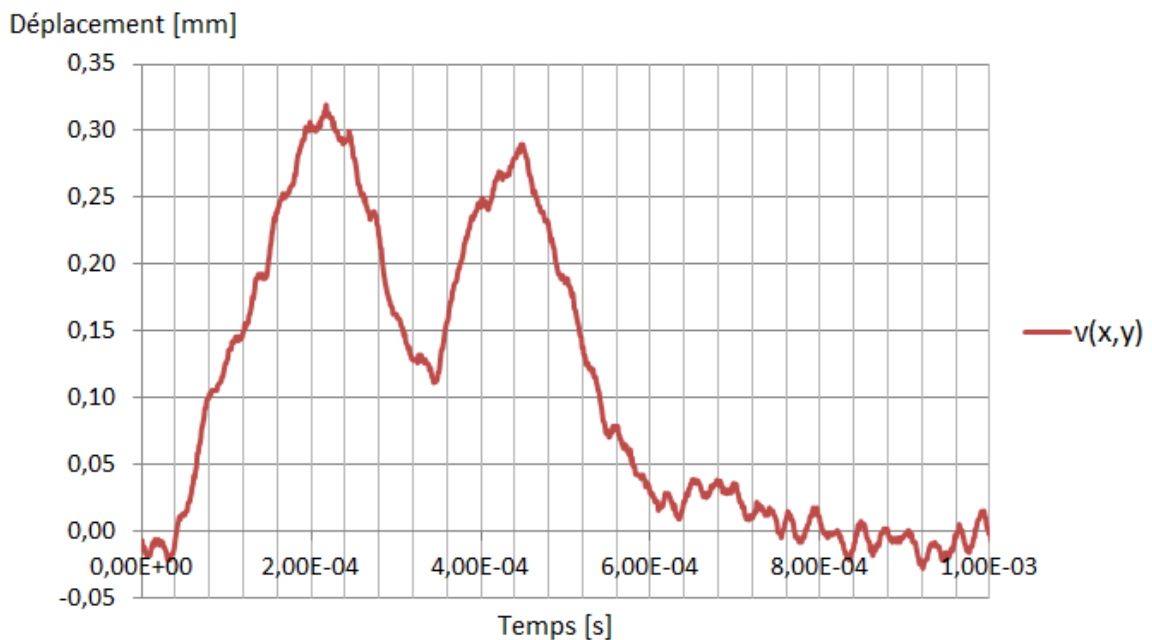


Figure 1-20. Déplacement en fonction du temps mesuré sur le point B pour un cycle d'activation [38].

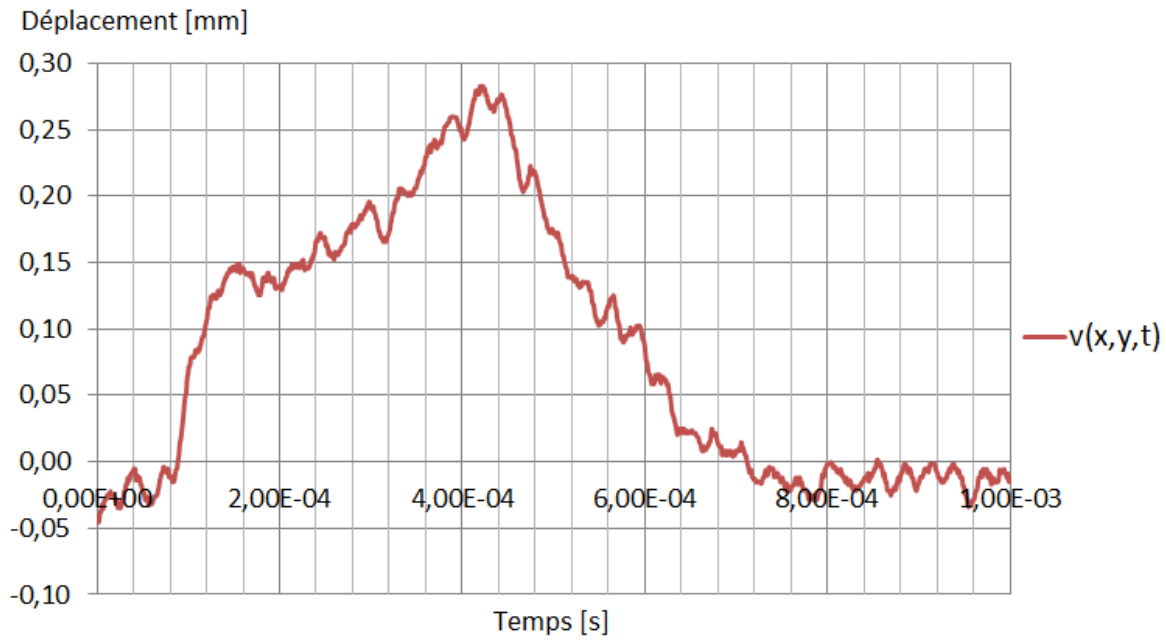


Figure 1-21. Déplacement en fonction du temps mesuré au point C pour un cycle d'activation [38].

On observe un déplacement au niveau des conducteurs, pour le point B, plus important qu'au niveau des plots du point C ; ce qui est conforme avec l'action des forces de Laplace. On peut également apprécier que le pic de déformation ne se passe pas au même moment que le pic de courant, cela signifie qu'il existe un décalage entre l'excitation du circuit électrique et la déformation mécanique, qui correspond au temps de réponse du système à la sollicitation envoyée.

L'équipe Zodiac a créé une animation de la déformation, à partir de la matrice de résultats de mesures, qui permet de mieux visualiser la forme et l'évolution de la déformation de l'ensemble de la plaque d'aluminium. La Figure 1-22 présente la déformation obtenue pour l'instant $t = 0,0712 \text{ ms}$ et la Figure 1-23 à l'instant $t = 0,4722 \text{ ms}$. La composition des deux figures montre une déformation ondulée, ainsi qu'un régime forcé où les efforts électromagnétiques imposent la déformation du tapis, et un régime libre où les forces électromagnétiques ne sont plus suffisantes pour s'opposer aux efforts de rigidité structurelle et correspondent à une réponse amortie de la déformation.

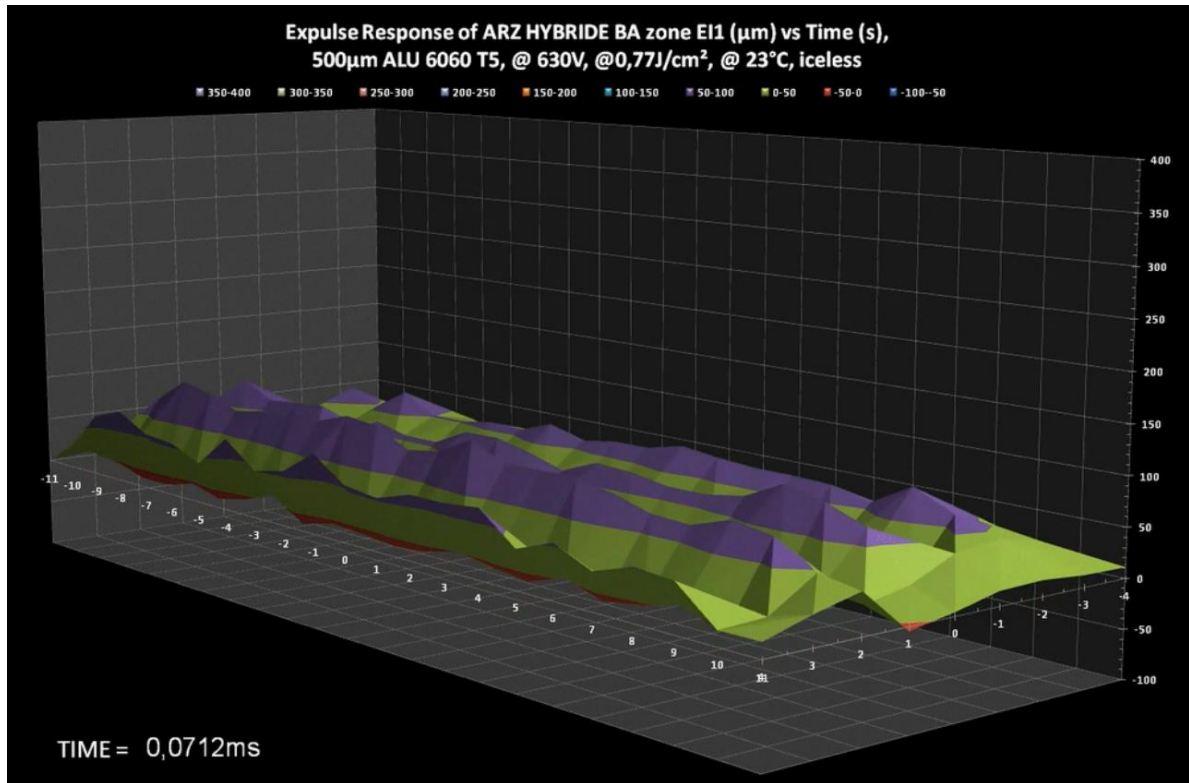


Figure 1-22. Déformation de la plaque d'aluminium (Zodiac), pour $t = 0,0712$ ms [39].

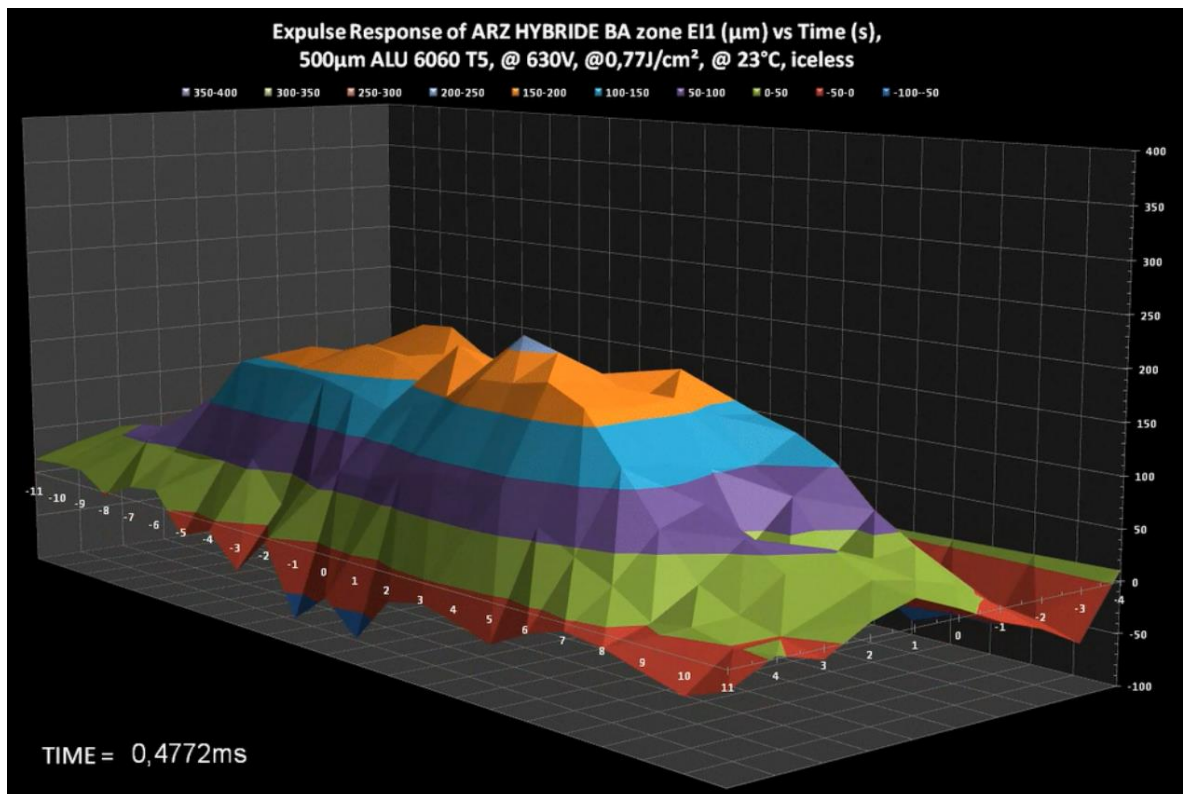


Figure 1-23. Déformation de la plaque d'aluminium (Zodiac), pour $t = 0,4772$ ms [39].

Ces tests ont permis d'illustrer le principe physique et d'obtenir des premiers résultats pour démontrer la faisabilité de la technologie. Mais pour valider sa faisabilité et

obtenir un système performant et optimisé, il est nécessaire d'établir une modélisation du tapis de dégivrage.

Celle-ci doit s'appuyer sur une description multiphysique afin d'identifier les paramètres sensibles de conception adaptés aux travaux d'optimisation pour déterminer le futur de la technologie.

I.4 Cahier des charges

Le retour d'expérience de Zodiac conduit aux constats suivants :

- l'effet de dégivrage obtenu avec de multiples actionneurs rapprochés est plus important que celui d'un seul actionneur avec plus de puissance,
- les différentes conditions environnementales font varier les caractéristiques de la couche de glace formée
- une glace trop épaisse ou trop fine est plus difficile à enlever,
- plus la température est élevée plus il est difficile de réaliser le dégivrage.

A partir de ces constats s'impose le cahier des charges suivant (Tableau 1-5):

Tableau 1-5. Cahier de charges.

Matériel du bord d'attaque de l'aile	Aluminium 6060-T5
Epaisseur du blindage	0.5-2 mm
Energie disponible	0.9 J/cm ²
Epaisseur maximale de givre	2 mm
Déplacement à fournir	0.3-1 mm
Durée du cycle d'actionnement	45 s
Epaisseur maximale de l'actionneur	3mm

En plus de s'adapter au cahier des charges, l'actionneur devra respecter des critères de masse, de volume et de durée de vie, être modulaire pour ne pas impacter le *Mean Time Between Failure* ou taux de panne, de telle sorte que la solution reste intégrable.

Dans cette thèse nous allons donc nous focaliser sur la modélisation d'un dispositif de dégivrage et l'identification des paramètres de conception sensibles qui permettront d'atteindre les objectifs imposés par le cahier des charges.

I.5 Conclusion

Dans la première partie de ce chapitre les différentes possibilités technologiques pour répondre aux besoins du dégivrage aéronautique ont été présentées. On y trouve des solutions mécaniques, électriques, chimiques, thermiques, hybrides. Ces solutions présentent des avantages et des limitations particulières.

Les tendances actuelles de l'aéronautique visent la recherche de nouvelles solutions moins énergivores, plus efficaces et de haute intégration avec l'avion plus électrique. Dans cette optique, on s'intéresse à l'étude de faisabilité d'une technologie électromécanique basée sur la génération d'une déformation mécanique, qui serait intéressante du point de vue intégration, efficacité énergétique et robustesse.

La solution a été décrite dans la deuxième partie du présent chapitre, elle a été évaluée au préalable par le partenaire industrielle Zodiac à travers la construction et le test d'un démonstrateur. Les données expérimentales issues de ce prototype appuient les travaux d'analyse et de modélisation dans une perspective d'optimisation du dispositif. On présume qu'avec une correcte conception de cette solution, la quantité d'énergie utilisée peut être optimisée.

Pour ce faire, un modèle multiphysique du dispositif est nécessaire. L'objectif est de développer un modèle de nature multiphysique pour le démonstrateur expérimental, qui une fois validé, pourra servir pour l'identification des paramètres sensibles de conception, l'évaluation de la performance de la solution, et l'analyse de la faisabilité technologique notamment en terme énergétique.

Etant donnée la complexité du problème, la stratégie adoptée a été de décortiquer les étapes de modélisation pour commencer à identifier les enjeux principaux. Les modèles de nature physique différente seront au début développés indépendamment, pour finalement être intégrés un par un dans une chaîne de modélisation pour constituer le système complet. C'est-ce qu'on a appelé une *stratégie de complexification progressive*.

Cette démarche est intéressante dans la mesure où elle devrait permettre d'assurer l'obtention d'un modèle le plus simple possible, avec le minimum de paramètres nécessaires pour représenter les phénomènes et la construction du dispositif, sans pour autant être

moins adapté à la représentation de son comportement ou compromettre la précision des résultats.

Dans le chapitre 2 les travaux de modélisation électromagnétique seront présentés. On aborde la description de forces de Laplace, qui est liée tant au comportement magnétique que mécanique.

- [1] The Dow Chemical Company, "A Guide to Glycols." 2003.
- [2] "Plan d'hiver Paris Aeroports." [Online]. Available: <http://planhiver.parisaeroport.fr/#intro>. [Accessed: 31-Jan-2018].
- [3] D. KOTKER, "Deicing/Anti-Icing," *Aero Safety*, vol. 3, BOEING COMMERCIAL AIRPLANES GROUP, p. 9.
- [4] International Organization for Standardization, "De-icing/anti-icing methods on the ground," 2012. .
- [5] SAE International, "Fluid, Aircraft Deicing/Anti-Icing, Non-Newtonian (Pseudoplastic), SAE Types II, III, and IV AMS1428G." .
- [6] B. Landsberg, "Aircraft Deicing and Anti-icing Equipment," *Safety Advisor*, vol. Weather, no. No.2, 2004.
- [7] Eugene Hill & all., "Investigations of Performance of Pneumatic Deicing Boots, Surface Ice Detectors, and Scaling of Intercycle Ice," Office of Aviation Research and Development Washington, DC, Virginia, Technical report DOT/FAA/AR-06/48, Nov. 2006.
- [8] W. & B. Curtiss, "Popular Mechanics," *Chicago, USA*, vol. Fevrier, p. 234, Feb-1931.
- [9] U.S. Department of transportation, "Aircraft weight and balance control." Flight Standards Service, 2005.
- [10] Airbus, "Aircraft Characteristics," 2017-2009. [Online]. Available: <http://www.airbus.com/aircraft/support-services/airport-operations-and-technical-data/aircraft-characteristics.html>. [Accessed: 20-Jan-2018].
- [11] Phys Org., "Law of physics governs airplane evolution," 22-Jul-2014. [Online]. Available: <https://phys.org/news/2014-07-law-physics-airplane-evolution.html>.
- [12] C. Laforte, "Déformation à la rupture adhésive par traction, flexion et torsion d'un substrat givré," Ph.D. Ingénierie, Université du Québec à Chicoutimi, Québec Canada, 2008.
- [13] L. A. Rodert and R. Jackson, "A description of ju 88 airplane anti-icing equipment," NACA, 1942.
- [14] R. Chauvin, "Un modèle unifié pour les phénomènes de givrage en aéronautique et les systèmes de protection thermiques," Diplome de l'Institut Supérieur de l'Aéronautique et de l'Espace (ISAE), Université de Toulouse, Toulouse France, 2015.
- [15] Zodiac Aerospace France, "Recherche de Nouveaux Actionneurs pour un Dégivrage Electro Mécanique," Plaisir France, 17-May-2013.
- [16] Aviation Safety Bureau, "Chapter 15. Ice and Rain Protection," in *Airframe Handbook - Volume 2*, 2010.
- [17] C. Laforte and J.-L. Laforte, "Deicing Strains and Stresses of Iced Substrates," *Journal of Adhesion Science and Technology*, UK, pp. 603–620, 2012.
- [18] C. Laforte and J.-L. Laforte, "Tensile, torsional and bending strain at the adhesive rupture of an iced substrat," *Proceedings of the ASME 28th International Conference on Ocean Offshore and Arctic Engineering*, Honolulu Hawaii, p. 8, Jun-2009.
- [19] Richard B. Ingram, G. W. Codner, and Joseph J. Gerardi, "Electro-magnetic expulsion de-icing system," 5.782.435, 21-Jul-1998.
- [20] Lowell J. Adams, N. A. Weisend, and Thomas E. Wohlwender, "Attachable electro-impulse de-icer," US RE38.024 E, 11-Mar-2003.

- [21] Anne de Becco, "Rapport annuel Zodiac Aerospace France 2012-2013," Plaisir France, Communication, 2013.
- [22] P. Kim, T.-S. Wong, and & al., "Liquid-infused Nanostructured Surfaces with Extreme Anti-ice and Anti-Frost Performance," presented at the ACS Nano, 2012, pp. 6569–6577.
- [23] Vahid Hejazi, Konstantin Sobolev, and Michael Nosonovsky, "From superhydrophobicity to icephobicity: forces and interaction analysis," *Nat. Res. J.*, vol. Scientific Reports 3, Jul. 2013.
- [24] C. Antonini, M. Innocenti, T. Horn, M. Marengo, and A. Amirfazli, "Understanding the effect of superhydrophobic coatings on energy reduction in anti-icing systems," *Cold Regions Science and Technology*, vol. 67, pp. 59–67, Feb-2011.
- [25] Yoshinori Furukawa and John S. Wettlaufer, "Snow and ice crystals," *Physics Today*, vol. 60, no. 12, p. 2, 2007.
- [26] S.V. Venna and Y.-J. Lin, "Mechatronic Development of Self-Actuating In-Flight Deicing Structures," in *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, 2006, vol. 11, pp. 585–592.
- [27] J. Henrion, M. Claire, "Peinture chauffante améliorée, Brevet A1, Published on June 2014, 19th.," WO2014091161 A1, 19-Jun-2014.
- [28] Strehlow, R. and Moser, R., "Capitalizing on the Increased Flexibility that Comes from High Power Density Electrothermal Deicing," *Aerospace Technology Conference and Exposition*, 2009.
- [29] T. Wright, "Electro-mechanical Deicing," *Air & Space Magazine*, Mar-2004. .
- [30] Haslim, "IN/ARZIN/ARZ: Réévaluation d'un brevet NASA," 44690 69035335.
- [31] S. L. Garrec, E. Belot, and A. Delehelle, "Spécification d'un Actionneur Electromécanique," Zodiac Aerospace, Intertechnique 7N–17079, Oct. 2013.
- [32] J. D. Jackson, *Classical Electrodynamics*. New York, USA: John Wiley & Sons, 1962.
- [33] E. Belot, "Dossier technique de définition d'un actionneur expulse," Zodiac Aerospace, Plaisir, France, 7N–17211, Apr. 2013.
- [34] Federal Aviation Administration, "eCFR Regulations." [Online]. Available: <https://www.ecfr.gov/cgi-bin/text-idx?SID=a8bb87823ac0ab79d7adae35710d7c44&mc=true&node=pt14.1.25&rgn=div5>
- [35] C. Lange, J. Baldzuhn, S. Fink, R. Heller, M. Hollik, and W. H. Fietz, "Paschen Problems in Large Coil Systems," presented at the IEEE Transactions on applied superconductivity, 2012, vol. 22.
- [36] G. R. Govinda Raju and R. Hackam, "Note on Paschen Law and the Similarity Theorem at the minimum breakdown voltage," *IEEE transactions on Plasma Science*, pp. 63–66, 1974.
- [37] ALCOA, "ALLOY 2024 SHEET AND PLATE." Alcoa Mill Products Inc.
- [38] Eric Belot, "Réponse_BA_HY_NRC2012_EI1_@630V.exe." Zodiac Services Europe - Groupe Zodiac, 04-Nov-2013.
- [39] Zodiac Aerospace France, *BA_HY_EI1_LargeAngle Animation du résultat des mesures de déplacement pour le démonstrateur du actionneur expulse*. 2013.

Chapitre 2 :

Analyse du dégivreur et modèle
électromagnétique

Chapitre 2 : Analyse du dégivreur et modèle électromagnétique

II.1	Introduction	43
II.2	Définition du problème	43
II.3	Modélisation électromagnétique	45
II.3.a	Calcul de la force de Laplace	49
II.3.b	Modèle électromagnétique retenu et outil de calcul retenu pour l'approche quasi statique	54
II.4	Conclusions sur la modélisation électromagnétique	63

II.1 Introduction

Le fonctionnement du tapis de dégivrage repose sur la génération d'une déformation mécanique de la surface à dégivrer. Cette déformation est obtenue par la répulsion entre conducteurs électriques. Le calcul des efforts de répulsion, forces de Laplace, nécessite le calcul du champ magnétique généré par l'impulsion de courant.

Ce chapitre aborde l'analyse des principes physiques au cœur du fonctionnement et s'attache à expliquer la modélisation électromagnétique du dispositif; ainsi que la méthode de résolution retenue. Le modèle est validé vis-à-vis des résultats expérimentaux obtenus par le partenaire industriel Zodiac.

Le phénomène de forces de Laplace est la base de la technologie sélectionnée pour la tâche de dégivrage ; il va induire une relation entre des grandeurs de l'électromagnétisme et de la mécanique. A partir du modèle électromagnétique on va alors obtenir les expressions nécessaires pour donner suite à l'étude mécanique du système que l'on présente dans le chapitre 3.

Dans la perspective d'optimisation du dispositif, une modélisation simple mais suffisamment précise est mise en place, permettant de piloter les paramètres sensibles identifiés. Au long de ce chapitre on va expliquer comment l'étude électromagnétique a conduit à des hypothèses simplificatrices intéressantes.

Deux approches ont été abordées. La première est une approche harmonique pour prendre en compte la dynamique du signal électrique d'alimentation, qui va être abandonnée pour des raisons qui seront expliquées. Une deuxième approche, de type calcul en statique, a été retenue. Celle-ci a été intégrée dans une plateforme adaptée pour un calcul quasi-statique qui permettra la prise en compte partielle de la dynamique des phénomènes électromagnétiques. Cette plateforme acceptera, dans un deuxième temps, l'intégration du modèle multiphysique complet final.

II.2 Définition du problème

D'un point de vue électromagnétique, il s'agit de déterminer l'amplitude, la direction et le sens de la force de Laplace subie par les conducteurs du serpentín du dispositif, liée au courant de décharge circulant dans les conducteurs. Cet effort représente la réponse du modèle électromagnétique et une donnée d'entrée pour le modèle mécanique.

Le domaine d'étude est constitué de deux séries de conducteurs en forme de serpentín disposées en face à face. La Figure 2-1 montre une vue supérieure du serpentín, et la Figure 2-2 une vue latérale permettant d'apprécier la superposition des couches conductrices et de ses jonctions aux extrémités.

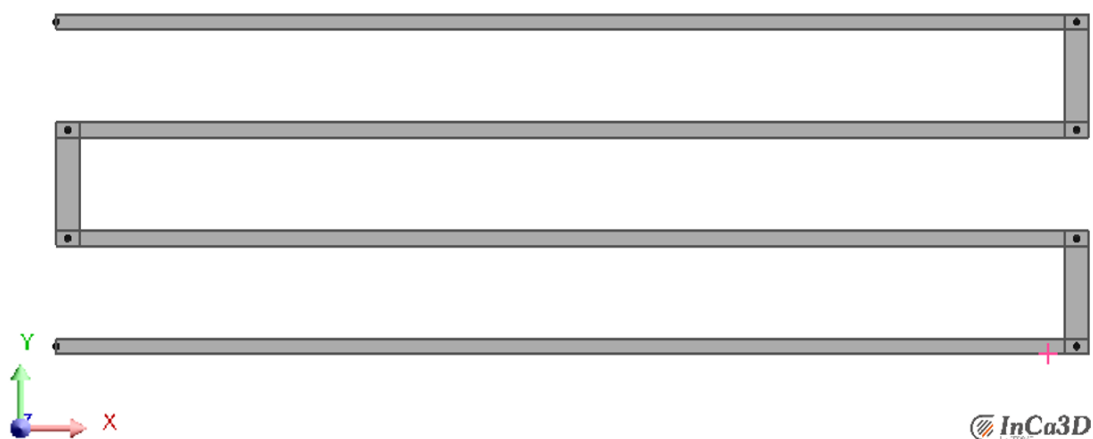


Figure 2-1. Vue supérieure, plan XY, du serpentín en cuivre à modéliser.

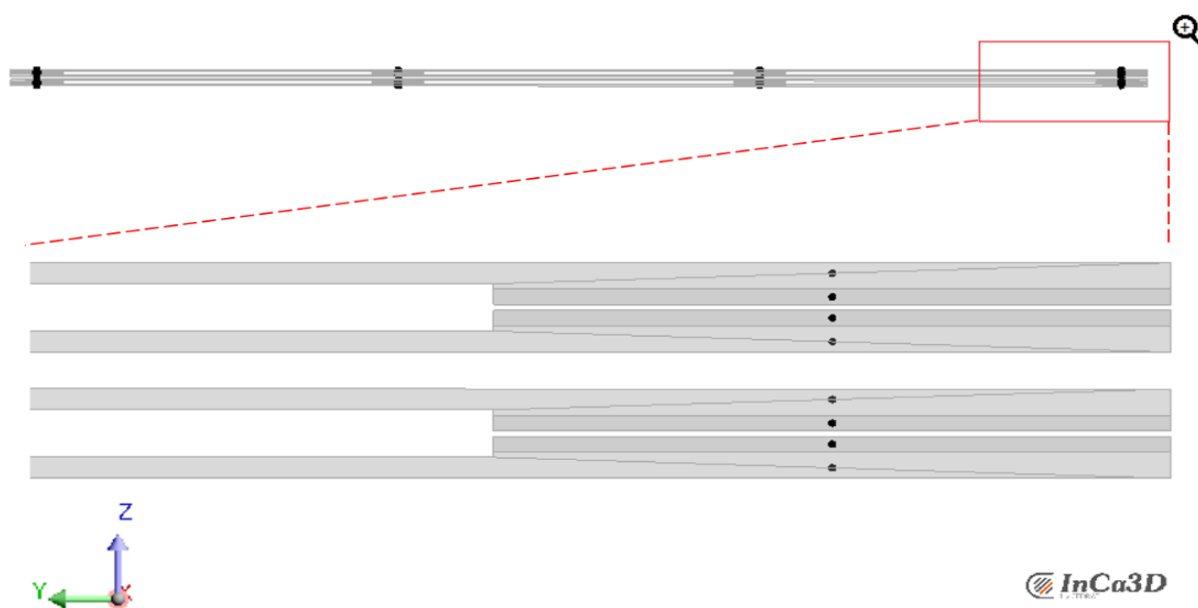


Figure 2-2. Vue latérale, plan YZ ; du serpentín en cuivre à modéliser et sa vue en détail.

Ces serpentíns sont alimentés par une impulsion de courant d'amplitude suffisamment importante pour que la force de répulsion engendrée entre les conducteurs puisse les déformer, et en conséquence, déformer aussi la surface à dégivrer. La déformation mécanique doit rester dans le domaine élastique des matériaux, de façon à ce que la glace accrétée sur le bord d'attaque de l'aile de l'avion puisse être expulsée à chaque activation du dégivreur [1].

II.3 Modélisation électromagnétique

Pour mener la modélisation électromagnétique, des hypothèses sont posées pour simplifier la modélisation de la structure, tout en veillant à atteindre une précision suffisante.

Hypothèse 1 : Conducteurs massifs

Chacun des deux conducteurs du serpentin du prototype est constitué de deux lamelles soudées aux extrémités. En première approximation, les deux lamelles d'un tour du serpentin, sont réduites à une seule lamelle conductrice d'épaisseur le double d'une lamelle (Figure 2-3).

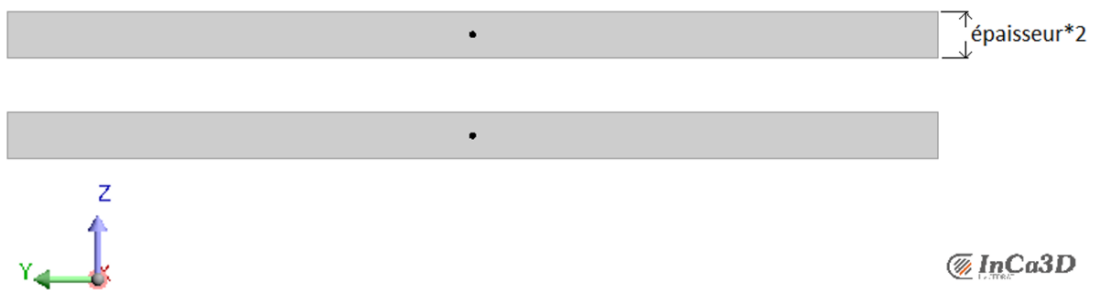


Figure 2-3. Vue en section d'une ligne conductrice avec les lamelles fusionnées.

La Figure 2-4 montre la géométrie de l'ensemble de conducteurs du circuit constitué selon cette l'hypothèse. Dans cette géométrie, d est la distance totale entre le centre des conducteurs aux extrémités, et e est l'écart entre les serpentins supérieur et inférieur.

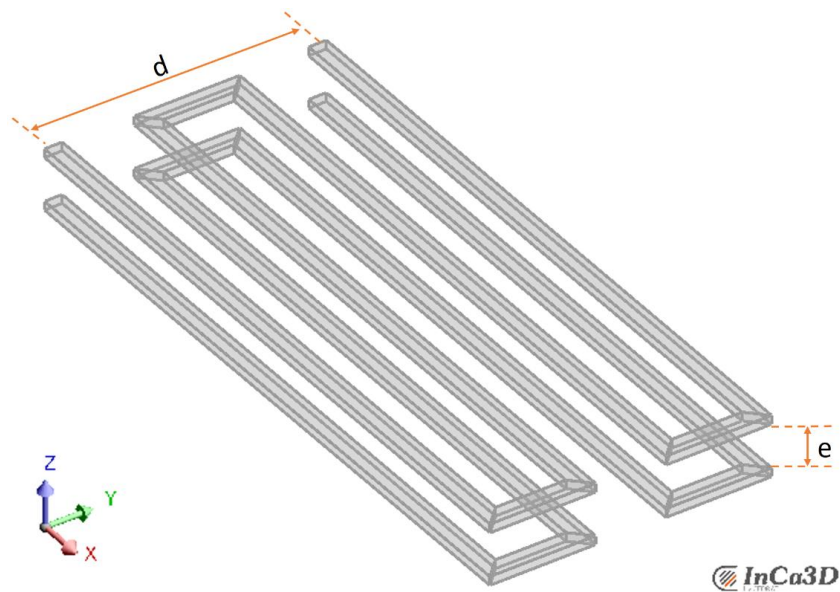


Figure 2-4. Disposition des conducteurs massifs du serpentin.

La Figure 2-5 indique la direction du courant (signalée avec un point ou une croix pour des sens contraires de circulation du courant) ainsi qu'un exemple de la force et de l'induction magnétique produite par l'interaction entre deux conducteurs quelconques dans le plan YZ.

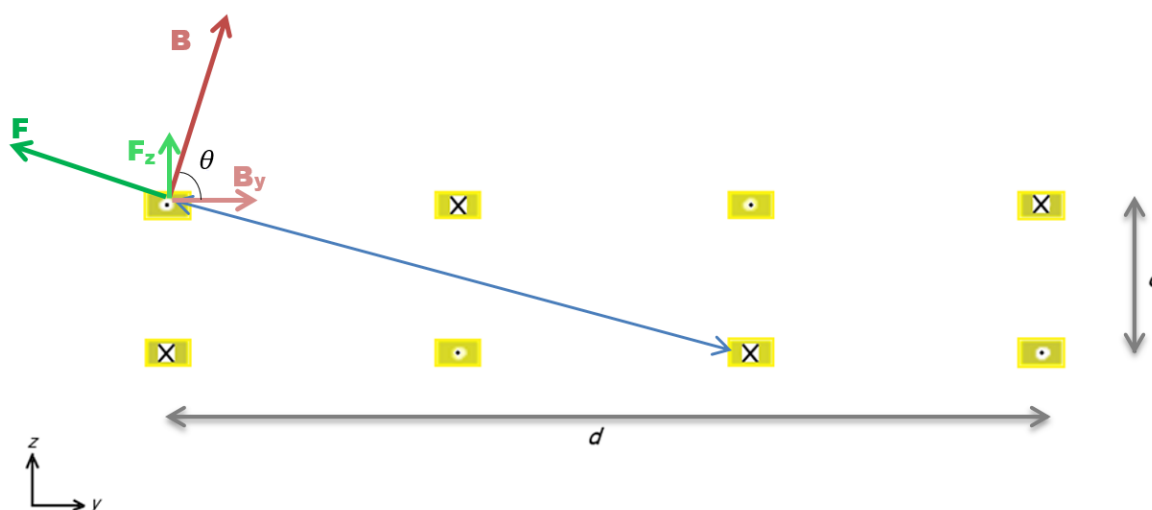


Figure 2-5. Coupe transversale du serpentín sur un plan YZ (pour une valeur d'abscisse constante).

Selon la convention d'axes retenue, il ressort que c'est la composante Y du champ B qui va créer la composante Z de la force qui induira la déformation de la structure (ANNEXE A). L'induction magnétique totale vue pour un conducteur résulte de la contribution de tous les courants associés aux conducteurs selon la disposition de la Figure 2-5.

Il conviendra de vérifier la pertinence de cette hypothèse pour les analyses mécanique et dynamique.

Hypothèse 2 : Section des conducteurs

La section originale des conducteurs du démonstrateur est rectangulaire. La mise en équation pour une telle géométrie peut s'avérer complexe sans apporter un bénéfice important sur la solution en change obtenue. Des hypothèses simplificatrices sur la section sont donc posées.

Sous l'hypothèse de conducteurs infiniment longs (Figure 2-6.a), l'induction magnétique, créée à une distance r du conducteur parcouru par une densité de courant uniforme, est décrite par :

$$B = \frac{\mu_0 * I}{2\pi * r} \quad (2-1)$$

où μ_0 est la constante de perméabilité magnétique dans le vide $4\pi \times 10^{-7}$ [H/m], r est la distance entre le point d'analyse et la source qui génère le champ [m].

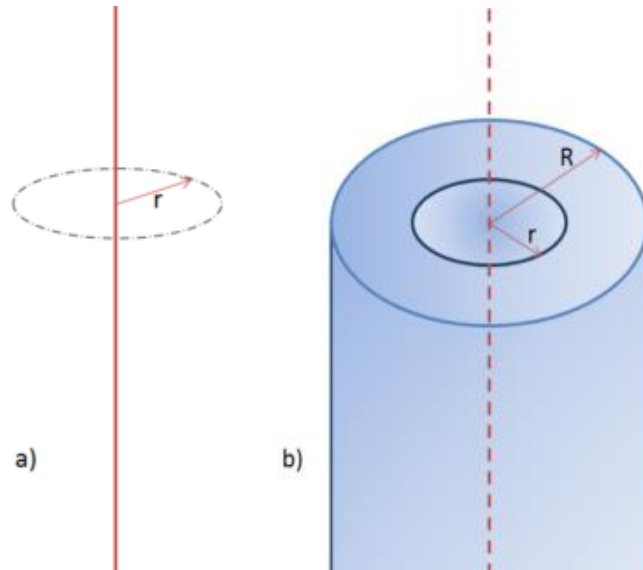


Figure 2-6. Modèle de conducteur filiforme infini long, à section nulle a) et à section circulaire non nulle b).

Une évaluation plus précise de l'induction magnétique implique la prise en compte de la section des conducteurs. Il convient donc de distinguer deux zones, selon que l'on se trouve à l'intérieur ou à l'extérieur du conducteur, Figure 2-6.b. On obtient la relation suivante :

$$B(r) = \begin{cases} \left(\frac{\mu_0 \cdot I \cdot r}{2\pi \cdot R^2} \right) & \text{si } 0 \leq r \leq R \\ \left(\frac{\mu_0 \cdot I}{2\pi \cdot r} \right) & \text{pour } r > R \end{cases} \quad (2-2)$$

Cependant, la section des conducteurs du dispositif étudié n'est pas circulaire mais rectangulaire, et la densité de courant n'est pas uniforme du fait des effets peau et de proximité. L'approche analytique s'avère donc insuffisante. Pour la suite des modélisations électromagnétiques un modèle semi-analytique est mise en œuvre. La méthode de résolution PEEC (Partial Element Equivalent Circuit), ou résolution par intégration d'éléments partiels d'un circuit électrique, est utilisée. Cette modélisation repose sur une résolution harmonique pour le calcul rapide de circuits impédants [2].

Le logiciel InCa3D, (co-développé par l'entreprise Cedrat et le G2Elab est devenu Flux PEEC après son rachat par Altair Engineering Inc.), implémentant la méthode PEEC, a été choisi. Grâce à cet outil, un modèle conforme aux géométrie et disposition réelles des conducteurs du serpentin a été défini. La méthode permet de calculer les grandeurs électromagnétiques avec plus de finesse que par l'approche analytique de conducteurs circulaires (Equation 2-2). Pour des informations additionnelles concernant la construction du modèle et les tests menés sur InCa3D, on pourra consulter l'ANNEXE B.

L'induction magnétique évaluée avec le modèle analytique de fils filiformes et par le logiciel de simulation InCa3D prenant en compte la section rectangulaire des conducteurs, constitués d'une seule lamelle massive selon l'hypothèse 1, est représentée Figure 2-7. La position des conducteurs est indiquée par des rectangles en couleur cuivre.

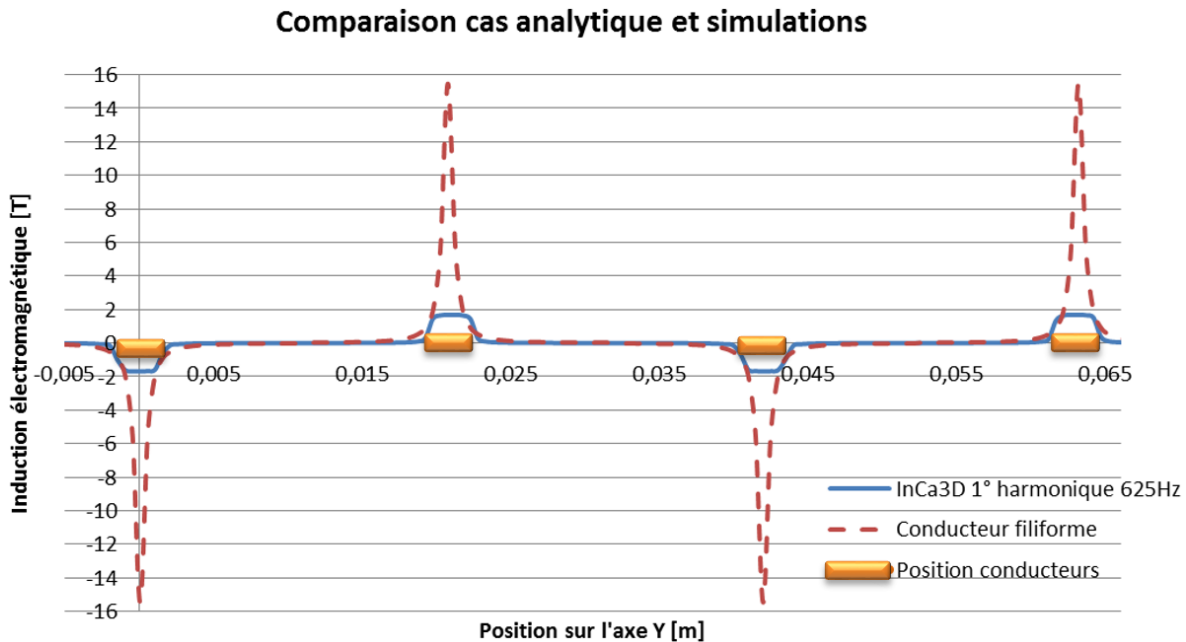


Figure 2-7. Induction magnétique pour un conducteur filiforme et à section rectangulaire et les simulations InCa3D.

La différence d'amplitude pour le champ magnétique B entre les deux modélisations s'explique principalement par le fait que dans un cas on fait l'hypothèse de conducteurs filiformes. L'induction au droit des conducteurs n'évolue pas en $1/r$ (r étant la distance entre le point de calcul et le conducteur) mais selon une évolution beaucoup plus faible et non singulière. La caractéristique 3D des conducteurs est donc prise en compte plus finement dans la modélisation avec *InCa3D*.

Par ailleurs, la simulation *InCa3D* présente les résultats seulement pour le premier harmonique ($f= 625$ Hz) du courant d'alimentation. La prise en compte de l'effet peau et de proximité a été effectuée pour cette fréquence uniquement. La comparaison des ordres de grandeur entre les deux approches n'a pas d'intérêt, cependant son évolution permettrait de valider la direction et le sens du champ magnétique de ces deux approches.

Ces résultats (Figure 2-7) permettent surtout de conclure que l'influence du conducteur en vis-à-vis est prépondérante dans le calcul du champ d'induction magnétique rayonné sur un élément conducteur. En effet, la contribution d'un conducteur sur un autre situé sur une même ligne d'ordonnée Y est quasi-nulle du fait d'une distance de séparation trop importante.

Hypothèse 3 : Réduction par symétrie de l'espace à modéliser

À la vue des résultats de l'étude précédente, du point de vue électromagnétique, il est tout à fait légitime de simplifier la géométrie étudiée en ne considérant qu'un conducteur et son voisin en vis-à-vis appartenant à l'autre serpentin. Ce constat simplificateur est valable de la même manière pour le reste des grandeurs électromagnétiques dépendantes de l'induction magnétique, notamment pour le calcul des efforts entre conducteurs. Il conviendra de s'assurer que cette hypothèse reste toujours valable dans les autres phases de modélisation du système.

La présence du reste des conducteurs dans l'évaluation du champ magnétique peut donc être négligée, ce qui réduit le domaine d'étude à une ligne de conducteurs soit $\frac{1}{4}$ du serpentin original (Figure 2-8).

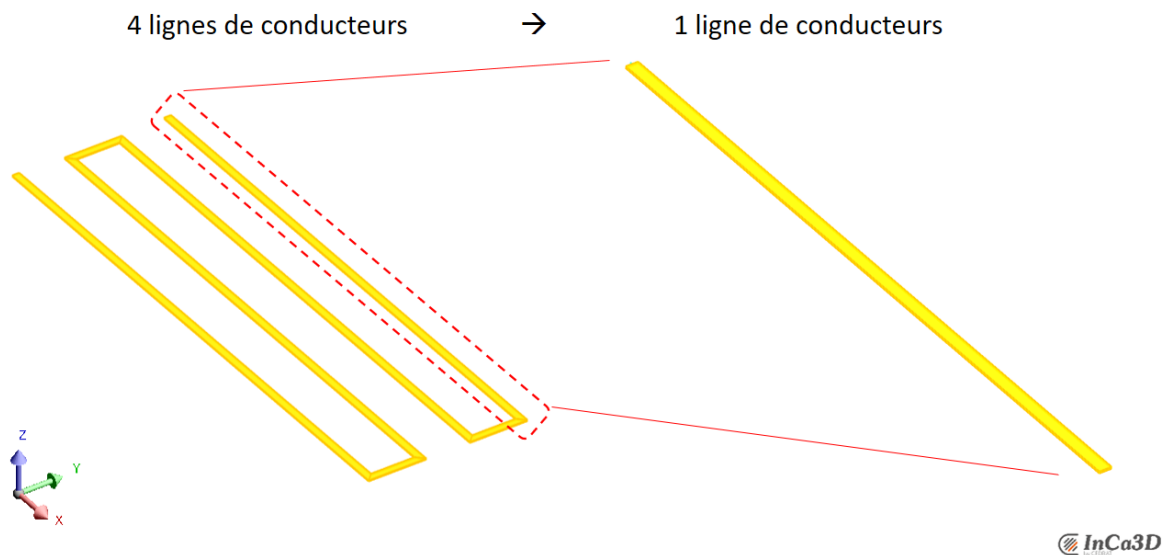


Figure 2-8. Simplification de la géométrie du serpentin pour le modèle électromagnétique.

Cependant, le calcul de B n'est que le point de départ dans l'analyse électromagnétique. In fine, c'est bien la force de Laplace entre les deux conducteurs qui nous intéresse.

II.3.a Calcul de la force de Laplace

Dans ce paragraphe, la force de Laplace entre les deux serpentins conducteurs est évaluée. La force électromécanique permet le travail mécanique à l'origine du dégivrage. Elle représente l'effort fourni par le système, et sera une donnée d'entrée pour le développement du modèle mécanique.

Dans un conducteur électrique soumis à un champ magnétique B , les charges électriques parcourant le conducteur sont affectées par des forces. La contribution des

efforts au niveau microscopique conduit, au niveau macroscopique, aux forces de Laplace définies par [3] :

$$d\vec{F} = I * d\vec{l} \wedge \vec{B} \quad (2-3)$$

où $d\vec{F}$ représente la densité de Force de Laplace par unité de longueur en [N/m], I correspond au courant électrique en [A], $d\vec{l}$ représente une élément de longueur en [m] et \vec{B} est l'induction magnétique en [T].

Le calcul des forces de Laplace, à partir de l'obtention de l'induction magnétique, va être illustré pour deux cas :

- une modélisation pour un courant constant,
- une modélisation pour l'impulsion de courant alimentant le dispositif, ce qui implique la prise en compte de la dynamique électrique.

Cas d'un courant constant

La force, calculée à partir du champ d'induction électromagnétique B , est obtenue via le calcul PEEC pour un courant d'alimentation constant.

Comme signalé dans l'hypothèse 1, un seul conducteur d'épaisseur 150 μm par couche est considéré au lieu de deux conducteurs d'épaisseur 75 μm par couche. La Figure 2-9 montre la géométrie simulée, correspondant à une ligne de deux conducteurs longitudinaux du dispositif.

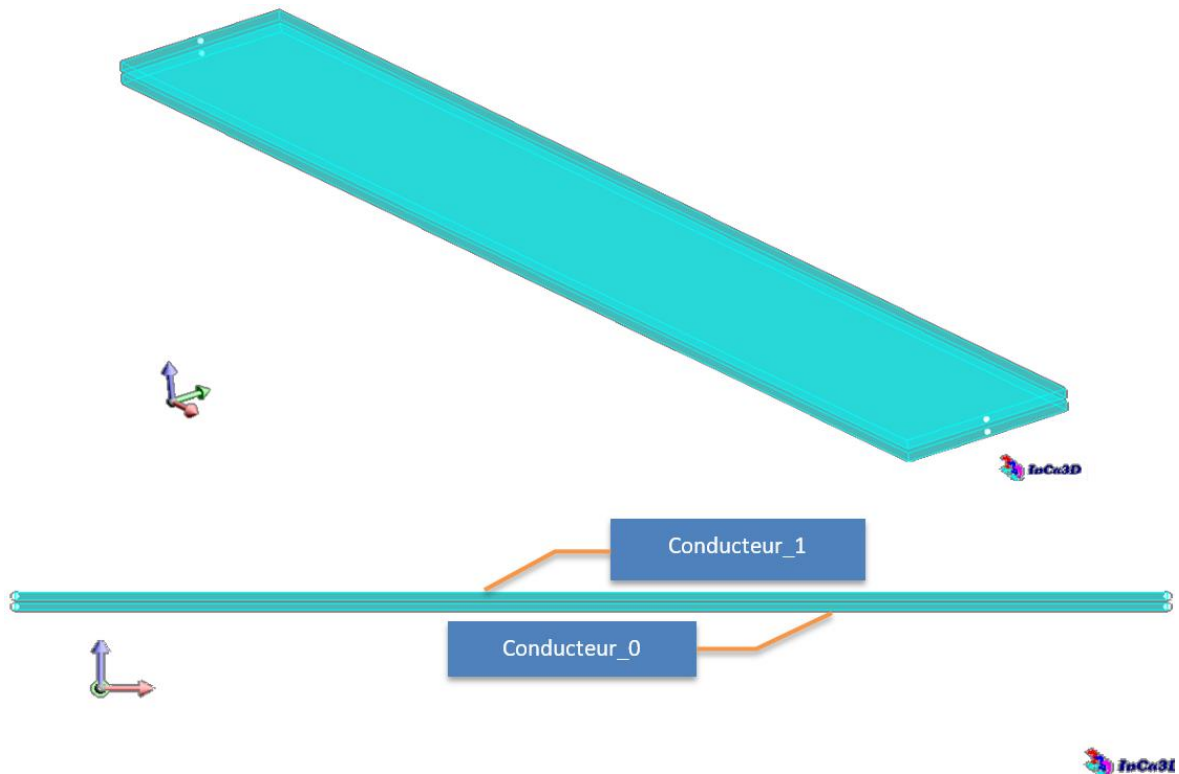


Figure 2-9. Géométrie simulée sur InCa3D, vue isométrique et plan XZ.

Le Tableau 2-1 indique les données d'entrée de cette modélisation ainsi que le résultat obtenu. Ce résultat correspond à la force moyenne par conducteur pour un circuit alimenté avec un signal de courant DC.

Tableau 2-1. Valeurs d'entrée pour les paramètres géométriques et physiques des premières simulations pour la force.

Paramètres d'entrée	Description
$I = 6000 \text{ A}$	Courant continu
$Ecart = 75 \mu\text{m}$	Séparation selon l'axe Z entre les deux conducteurs
$Long = 223 \text{ mm}$	Longueur des conducteurs selon l'axe X
$Larg = 3 \text{ mm}$	Largeur des conducteurs selon l'axe Y
$Epcui = 150 \mu\text{m}$	Epaisseur des conducteurs en cuivre
$F = 1397,19 \text{ N}$	Force moyenne par conducteur, calculée avec FluxPEEC

Cette valeur de courant correspond à l'amplitude maximale atteinte par l'impulsion de courant (Figure 1-19). La force résultante est en conséquence importante, et reste purement indicative.

Cas d'un courant impulsionnel

La forme d'onde du courant d'alimentation du dispositif résulte de la décharge de condensateurs dans le circuit électrique formé par les serpentins. La simulation doit être capable de fournir la réponse complète intégrant toutes les composantes spectrales du signal.

Le spectre harmonique de l'impulsion du courant d'alimentation est continu, alors que l'outil PEEC choisi (InCa3D) réalise un calcul spectral discret. Une analyse mathématique est nécessaire pour vérifier que les composants issus de l'interaction entre les harmoniques du signal de courant soient correctement représentés dans la réponse du logiciel.

Décomposition harmonique

Comme précédemment indiqué, InCa3D réalise une modélisation harmonique. Aussi, pour travailler dans le domaine fréquentiel la transformée de Fourier rapide (FFT) du signal du courant est effectuée. La procédure appliquée est la suivante : chaque harmonique de courant est utilisé comme courant d'alimentation dans la modélisation PEEC et le principe de superposition est utilisé pour reconstruire la réponse dans sa totalité. Une transformée inverse (FFT^{-1}) est ensuite appliquée pour revenir à une description temporelle.

Une analyse spectrale de la composition de la réponse est nécessaire. Pour un signal constant ou purement sinusoïdal, on est en mesure de calculer la densité de force de Laplace intégrant deux termes : le premier est la composante moyenne du résultat et le deuxième est la composante appelée pulsatoire. L'outil InCa3D offre la possibilité de calculer ces deux valeurs.

Limites et impossibilités de l'approche harmonique

Pour le cas d'un courant $I(t)$ non sinusoïdal, comportant donc une certaine richesse harmonique, la décomposition harmonique du courant s'écrit :

$$I(t) = I_0 + \sum_{k=1}^{\infty} \sqrt{2} I_k \cos(\omega_k t + \varphi_k) \quad (2-4)$$

où k est le nombre d'harmoniques de la série. Le calcul de l'effort élémentaire, selon le principe de l'équation 2.3, fait intervenir le produit des harmoniques. Par exemple pour $k=2$, les équations 2-3 et 2-4 conduisent à l'expression de l'équation 2-5, à un coefficient près³.

Les composantes continues (en rouge) et pulsatoire (en bleu) sont bien calculées par InCa3D, mais les *autres* termes (en vert), faisant intervenir deux harmoniques différents simultanément, ne sont pas pris en compte dans InCa3D.

$$\begin{aligned}
 dF(t) = & I_o^2 + I_1^2 + I_2^2 \\
 & + I_1^2 \cos(2\omega_1 t + 2\varphi_1) + I_2^2 \cos(2\omega_2 t + 2\varphi_2) \\
 & + 2\sqrt{2}I_o I_1 \cos(\omega_1 t + \varphi_1) + 2\sqrt{2}I_o I_2 \cos(\omega_2 t + \varphi_2) \\
 & + 2I_1 I_2 [\cos((\omega_1 + \omega_2)t + \varphi_1 + \varphi_2) + \cos((\omega_1 - \omega_2)t + \varphi_1 - \varphi_2)] \quad (2-5)
 \end{aligned}$$

La décomposition de Fourier de l'impulsion de courant de l'alimentation comporte un grand nombre d'harmoniques. Il en résulte que l'interaction entre ces harmoniques, origine des composantes *autres*, s'avèrent avoir un impact sur la réponse totale qui n'est pas calculée par la méthode PEEC de l'outil InCa3D.

Pour compléter cette analyse, une décomposition harmonique de l'impulsion de courant a été réalisée et uniquement les deux premiers harmoniques plus la composante continue sont retenus pour ce calcul de l'expression précédente. Les valeurs de l'amplitude pour les trois composantes ont été normalisées tel que $I_o = 1 A$ pour ainsi évaluer l'influence de chaque terme. Sur la Figure 2-10 les formes d'onde sont présentées, sur trois périodes, pour les différentes composantes qui constituent le signal de force totale (Equation 2-5).

³ Le coefficient $\frac{\mu_0 \cdot dl}{2\pi \cdot r}$, devant chacune des composantes, a été mis à 1 pour plus de simplicité et clarté dans la comparaison.

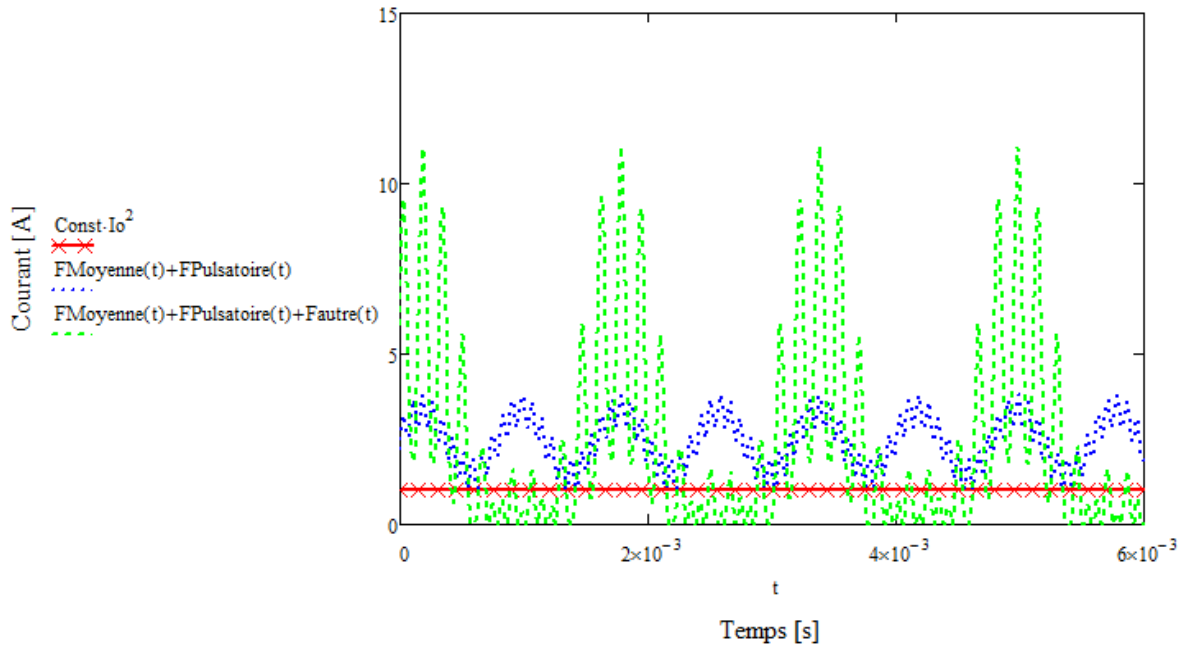


Figure 2-10. Composants de la force produite sur trois périodes.

Pour des conducteurs alimentés par des courants de sens contraire et constitués d'un fondamental et de deux harmoniques, il est possible d'apprécier le terme d'interaction entre harmoniques. La Figure 2-10 indique clairement que cette interaction entre harmoniques ne peut pas être négligée dans le calcul de la force magnétique. Le modèle PEEC intégré dans l'outil InCa3D ne peut pas être retenu pour la modélisation électromagnétique. Une solution pour contourner cette difficulté repose sur l'utilisation d'une modélisation statique dans un schéma itératif dans le temps.

II.3.b Modèle électromagnétique retenu et outil de calcul retenu pour l'approche quasi statique

Les développements précédents ont permis de conclure que malgré l'impossibilité d'établir les expressions mathématiques exactes du phénomène électromagnétique étudié pour la configuration du dispositif de dégivrage, il est tout à fait pertinent de s'appuyer sur des solutions numériques pour mener ces travaux.

Le choix d'un modèle harmonique décrivant la dynamique du courant d'alimentation a été abandonné. Un modèle analytique statique est dérivable. Il permettra de réduire le temps de calcul dans une perspective d'optimisation.

Dans un second temps, il sera nécessaire de trouver une solution pour reconsidérer la dépendance au temps. Comme il est indiqué dans le chapitre 4, une méthode de résolution itérative, pas à pas dans le temps, a été mise en œuvre.

Modèle numérique et méthode de résolution

La création d'un modèle à travers un logiciel numérique pour un problème si imbriqué comme le dégivreur étudié, offre l'avantage de pouvoir représenter la géométrie de façon plus précise que par une approche purement analytique sujette à plusieurs hypothèses simplificatrices (approche imaginée pour cette application dans un premier temps).

Une méthode de calcul numérique est proposée pour la résolution des équations mathématiques pour le système. La résolution du modèle sera en mode quasi-statique.

Choix d'un outil pour le calcul statique de la force

Pour la résolution numérique du problème les logiciels McMMems + CADES ont été retenus. Cette combinaison apporte une solution pour l'optimisation permettant particulièrement :

- de calculer les gradients des sorties du modèle, et en particulier des forces, ce qui pourrait être utile pour une optimisation de type déterministe,
- de générer des composants logiciels pilotables dans d'autres plate-forme (MATLAB, EXCEL, ...) important pour les futurs travaux d'intégration des modèles de nature différente construits pour l'application étudiée,
- à la différence d'une approche de type harmoniques, de choisir une approche temporelle de type quasi statique.

McMmems est un logiciel de simulation en électromagnétisme statique développé au G2ELab, spécialement conçu pour la simulation de microsystèmes magnétiques *MEMS* et il est aussi bien adapté au calcul de force de Laplace. Le logiciel a été développé dans le cadre de la thèse de H. L. Rakotoarison, pour la conception et la simulation de micro-actionneurs [4]. Il est basé sur la méthode des moments magnétiques *MoM* [5] qui permet d'évaluer la sensibilité magnétique et les zones actives identifiées. Seules ces dernières sont maillées et un modèle léger représenté par les dérivées des expressions formelles des comportements magnétiques est obtenu. Des algorithmes d'optimisation du type gradient peuvent ainsi être appliqués par la suite [6].

L'interface de ce logiciel permet de définir une géométrie rapidement et de remonter à un ensemble d'interactions électromagnétiques entre conducteurs, conducteurs et aimants, etc. Il est également possible de travailler avec des paramètres pour piloter la modélisation et obtenir, tout comme pour InCa3D, une étude de sensibilité.

CADES est un ensemble de solutions de calcul et édition multiphysique, conçu au G2Elab, qui permet de réaliser le dimensionnement et l'optimisation grâce à une définition formelle des équations [7]. Le logiciel CADES permet de calculer de manière exacte le Jacobien de toutes les sorties du modèle en fonction des entrées. Ceci fournit un calcul de sensibilité formel qui permettra de faire des optimisations avec des algorithmes d'optimisation déterministes, de type gradient, autorisant des optimisations avec un grand nombre de paramètres et de contraintes. En plus, ses différentes plateformes donnant accès aux étapes de définition d'équations, édition de code, définition des valeurs d'entrée, répondent aux besoins spécifiques des diverses applications tels que le dégivreur modélisé pour cette thèse.

Le modèle retenu est créé à l'aide des logiciels de simulations dédiés énoncés antérieurement et ensuite décrits plus en détail.

Mise en œuvre

Le modèle électromagnétique retenu est construit à partir de la définition géométrique de deux conducteurs, motif élémentaire extrait du serpentin original (§ II.3 Hypothèse 3), et réalisée avec le logiciel McMMems.

La procédure de résolution est la suivante. Les formulations pour la force de Laplace moyenne et la densité de Force de Laplace sont insérées dans le logiciel par l'utilisateur. Une fois le code généré pour le modèle géométrique avec ses équations pour le calcul des grandeurs électromagnétiques, il est exporté vers le logiciel CADES qui réalise sa conversion en composant logiciel (extension *.icar*). Il s'agit d'un composant contenant toutes les équations nécessaires pour les calculs électromagnétiques et des densités de force de Laplace. Cette approche facilitera l'intégration du modèle final et l'éventuelle implémentation des algorithmes d'optimisation futurs. Plus de détails concernant la chaîne de calcul sont indiqués sur ANNEXE C.

Validation de la modélisation et son implémentation

Pour tester la modélisation et l'implémentation proposée, une étude pour vérifier la cohérence des résultats pour la force générée a été mise en place.

A partir du modèle électromagnétique retenu, une étude de sensibilité a été lancée pour commencer à analyser l'influence des paramètres intervenant dans le phénomène de génération des forces de Laplace. A cet état de développement, le modèle contient des paramètres de nature géométrique et électrique.

Trois scénarii sont définis, au cours desquels est évalué l'impact :

- du courant (pour un écart entre conducteurs et une épaisseur des conducteurs fixes),
- de l'écart entre les conducteurs (pour plusieurs valeurs du courant),
- de l'épaisseur des conducteurs (pour plusieurs valeurs du courant).

Pour cette première étude, la description des conducteurs reste très simple : le changement de position généré par la déformation mécanique n'est pas pris en compte, un seul conducteur massif non déformable est défini. Les calculs ont été comparés à ceux de InCa3D dans le cas d'un courant d'amplitude constante et validés avec des pourcentages d'erreur négligeables pour le calcul de la force (erreur<0.1%).

La Figure 2-11 montre la géométrie simulée. Elle représente deux conducteurs longitudinaux du dispositif, massifs et parallèles.

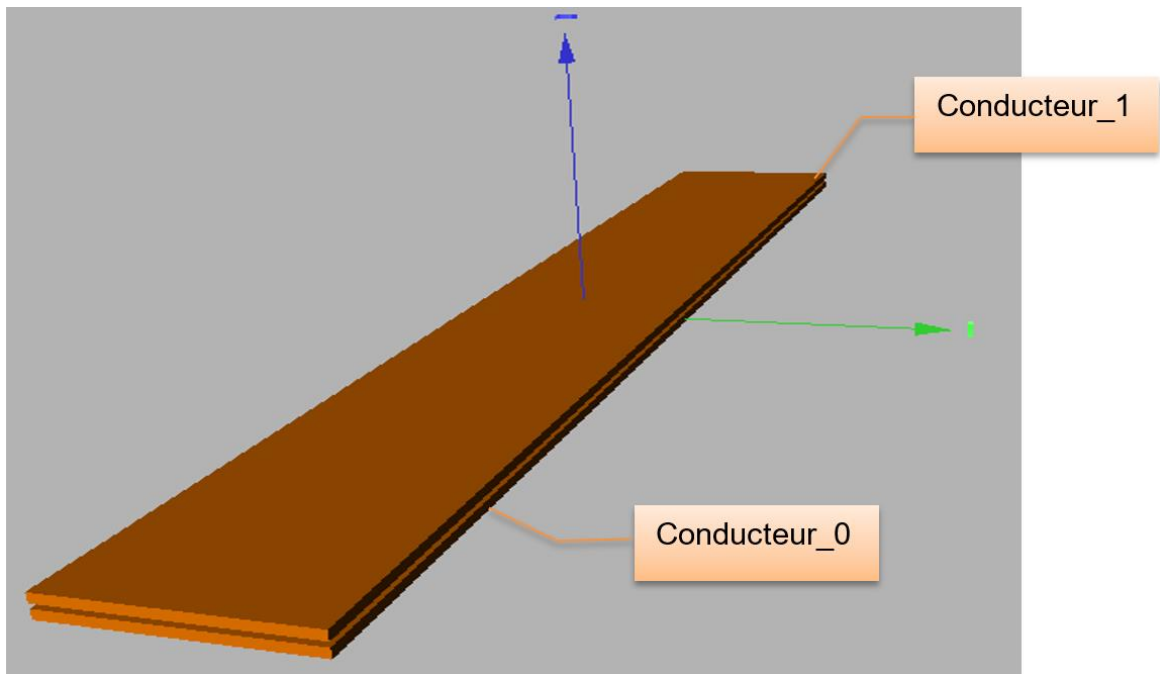


Figure 2-11. Définition 3D de la géométrie sur McMMems, deux conducteurs parallèles.

Scénario 1

Le Tableau 2-2 contient les données d'entrée du premier scénario. Les résultats pour la force par conducteur en fonction de la variation du courant DC d'alimentation du circuit sont présentés sur la Figure 2-12.

Tableau 2-2. Valeurs d'entrée pour les paramètres géométriques et physiques du 1^{er} scénario.

Paramètres d'entrée	Description
$I = 500 \text{ A à } 7000 \text{ A}$	Courant continu, varié par pas de 500 A
$Ecart = 75 \mu\text{m}$	Séparation selon l'axe Z entre les deux conducteurs
$Long = 223 \text{ mm}$	Longueur des conducteurs selon l'axe X
$Larg = 3 \text{ mm}$	Largeur des conducteurs selon l'axe Y
$Epcui = 150 \mu\text{m}$	Épaisseur des conducteurs en cuivre

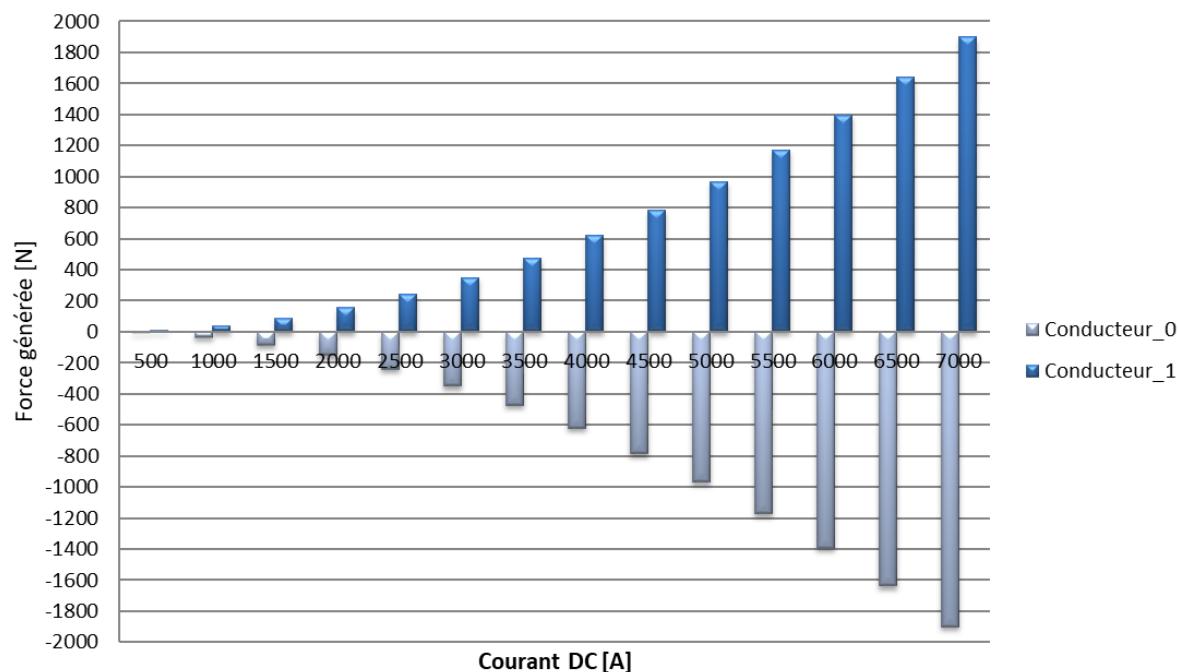


Figure 2-12. Force de Laplace produite sur les conducteurs en fonction du courant d'alimentation.

La convergence des résultats obtenus avec les deux logiciels, InCa3D et CADES Calculator avec le composant *.icar valide la modélisation développée. Comme attendu, l'amplitude de la force de Laplace est proportionnelle au produit carré de l'intensité du courant d'alimentation, pendant que le sens de la force est contraire entre les deux conducteurs. Une première piste pour l'optimisation de la conversion d'énergie serait alors de réduire l'impédance de notre dispositif pour avoir un courant maximal.

Scénario 2

Le Tableau 2-3 indique les données d'entrée du deuxième scénario pour la géométrie du cas étudié. La force par conducteur en fonction de l'écart entre conducteurs a été calculée pour 3 valeurs du courant d'alimentation. Les résultats pour un courant de $I = 500 \text{ A}$, $I = 3500 \text{ A}$ et $I = 7000 \text{ A}$, sont représentés sur les Figure 2-13, Figure 2-14 et Figure 2-15 respectivement.

Tableau 2-3. Valeurs d'entrée pour les paramètres géométriques et physiques du 2^{ème} scénario.

Paramètres d'entrée	Description
$I = 500 \text{ A}, 3500 \text{ A et } 7000 \text{ A}$	Courant continu DC d'alimentation du circuit
$Ecart = 25 \mu\text{m} \text{ à } 200 \mu\text{m}$	Variable par pas de $25 \mu\text{m}$
$Long = 223 \text{ mm}$	Longueur des conducteurs selon l'axe X
$Larg = 3 \text{ mm}$	Largeur des conducteurs selon l'axe Y
$Epcui = 150 \mu\text{m}$	Epaisseur des conducteurs en cuivre

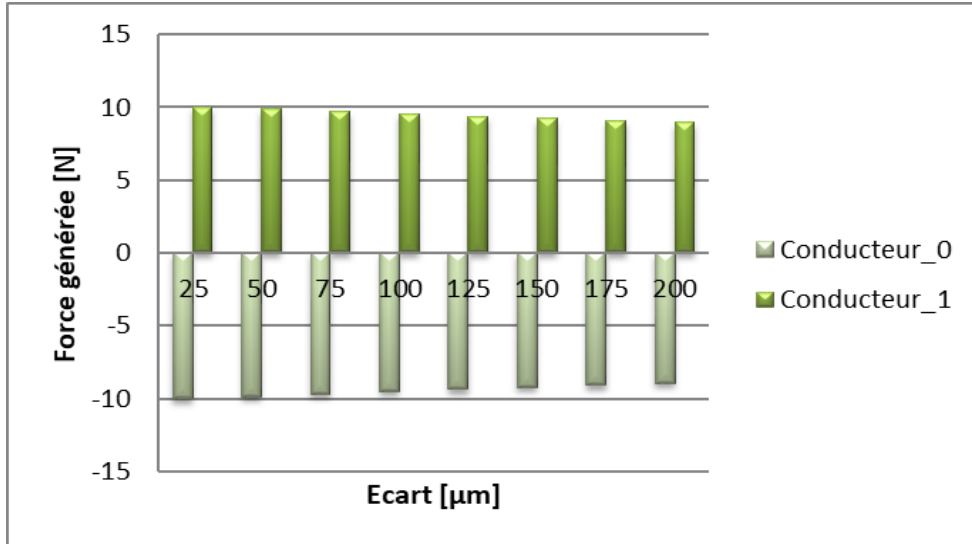


Figure 2-13. Force de Laplace produite sur les conducteurs en fonction de l'écart (avec $I = 500 \text{ A}$).

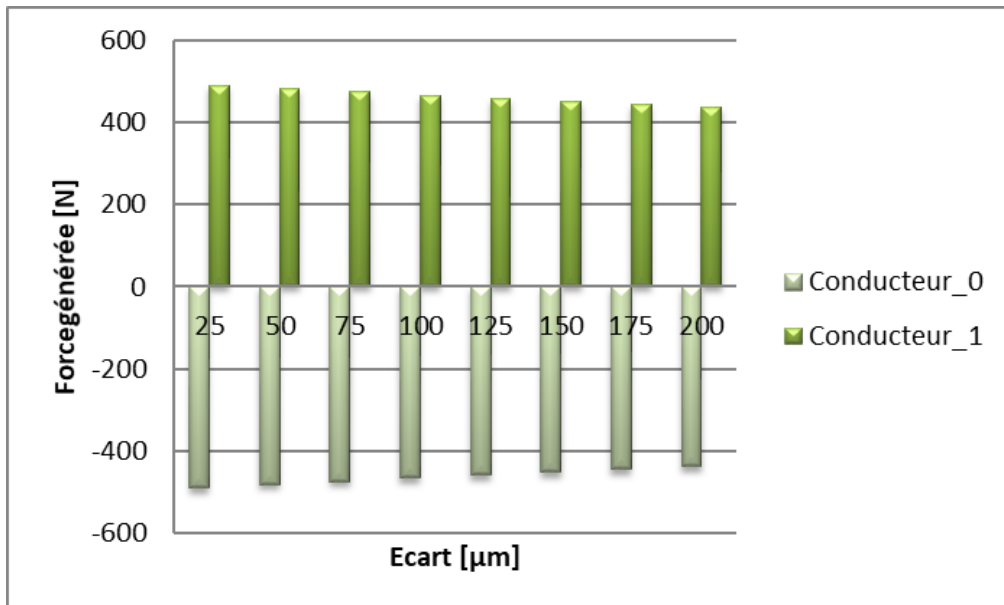


Figure 2-14. Force de Laplace produite sur les conducteurs en fonction de l'écart (avec $I = 3500 \text{ A}$).

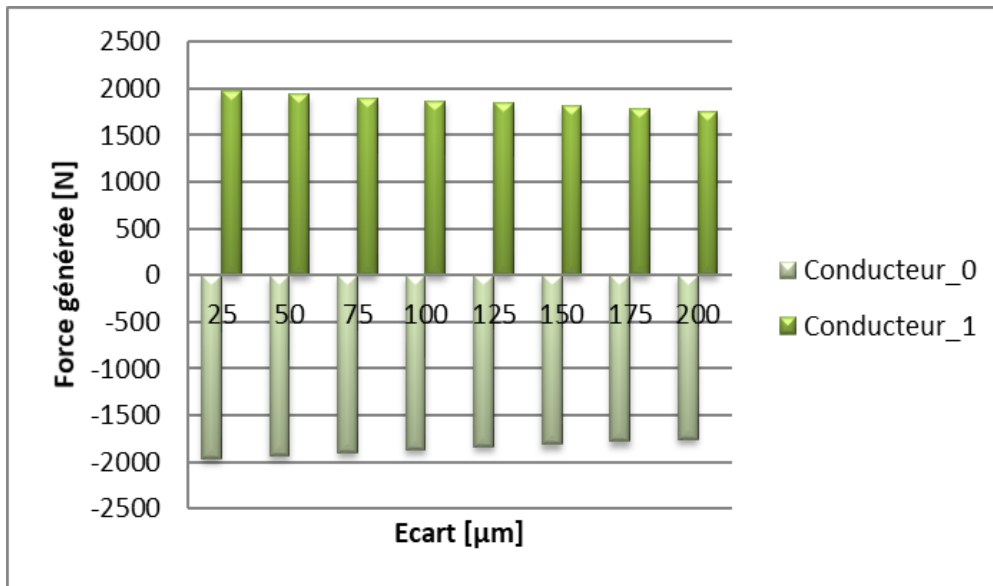


Figure 2-15. Force de Laplace produite sur les conducteurs en fonction de l'écart (avec I = 7000 A).

L'écart entre conducteurs est un paramètre qui a beaucoup d'influence sur l'amplitude de la force résultante disponible pour effectuer le travail de dégivrage.

Scénario 3

Le Tableau 2-4 indique les données d'entrée du troisième scénario. Comme pour le scénario 2, 3 valeurs du courant d'alimentation ont été testées. Les résultats concernant la force par conducteur en fonction de la variation de l'épaisseur des conducteurs en cuivre sont représentés sur les Figure 2-16, Figure 2-17 et Figure 2-18.

Tableau 2-4. Valeurs d'entrée pour les paramètres géométriques et physiques du 3^{ème} scénario.

Paramètres d'entrée	Description
$I = 500 \text{ A}, 3500 \text{ A et } 7000 \text{ A}$	Courant continu DC d'alimentation du circuit
$Ecart = 75 \mu\text{m}$	Séparation selon l'axe Z entre les deux conducteurs
$Long = 223 \text{ mm}$	Longueur des conducteurs selon l'axe X
$Larg = 3 \text{ mm}$	Largeur des conducteurs selon l'axe Y
$Epcui = 25 \mu\text{m} \text{ à } 200 \mu\text{m}$	Epaisseur variable par pas de 25 µm

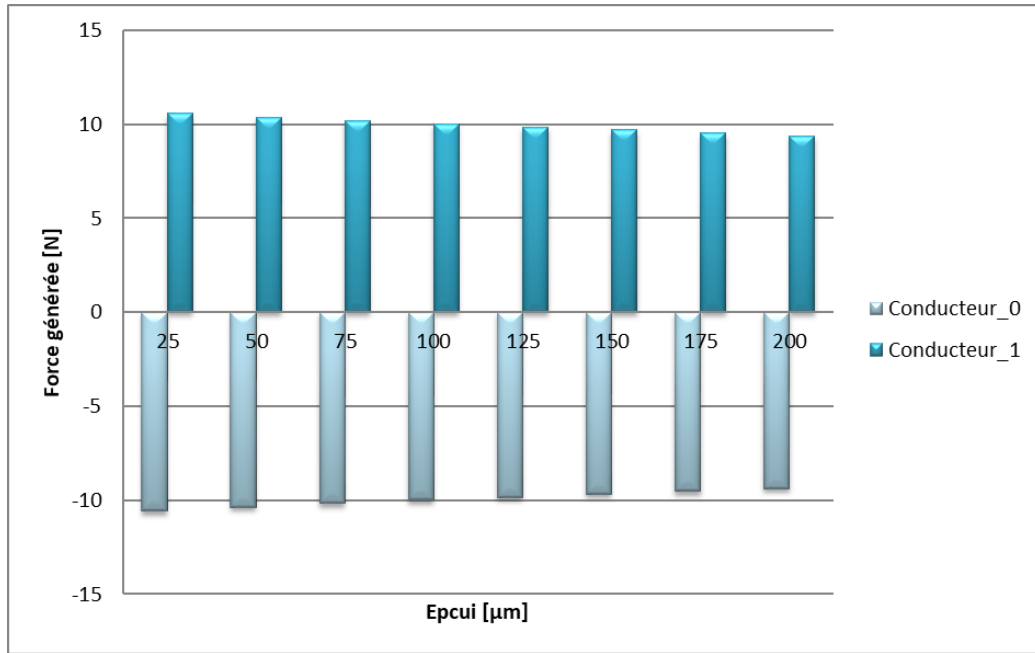


Figure 2-16. Force de Laplace produite sur les conducteurs en fonction de l'épaisseur ($I = 500 \text{ A}$).

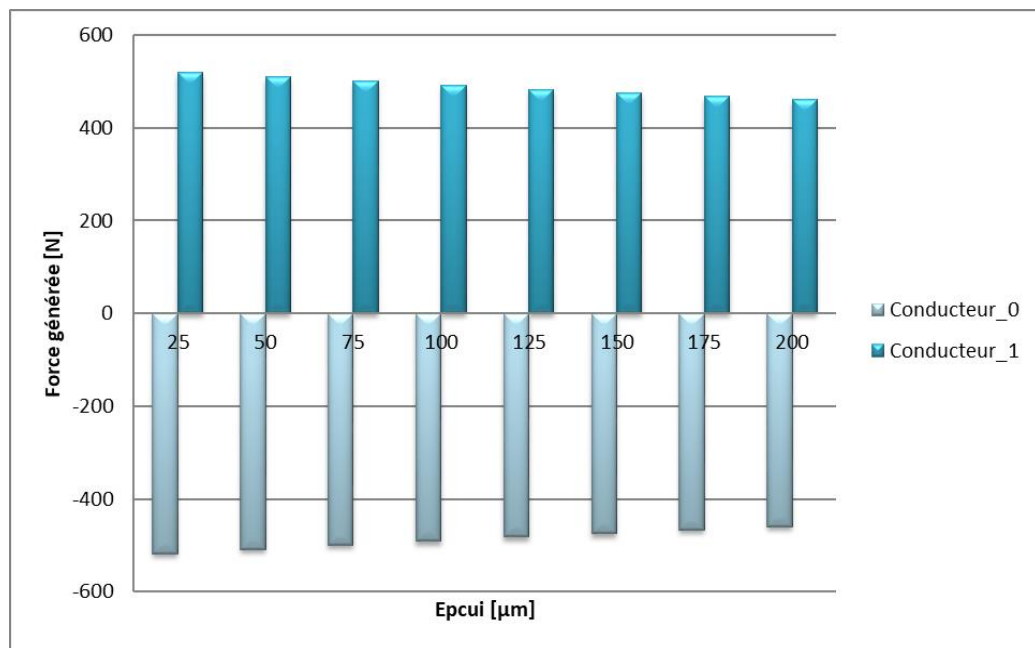


Figure 2-17. Force de Laplace produite sur les conducteurs en fonction de l'épaisseur ($I = 3500 \text{ A}$).

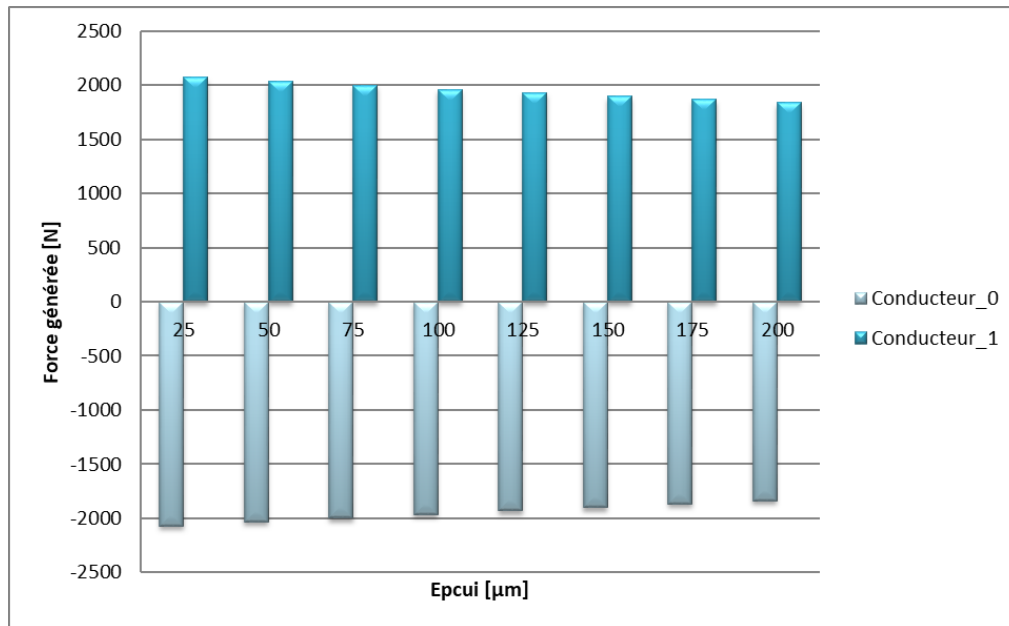


Figure 2-18. Force de Laplace produite sur les conducteurs en fonction de l'épaisseur ($I = 7000 \text{ A}$).

Conclusions

Le dispositif étudié est alimenté par le courant de décharge d'un condensateur. La conséquence en est la création d'efforts de répulsion électromagnétiques entre les différents conducteurs qui le constituent. Un modèle qui permet d'évaluer les efforts électromagnétiques entre les conducteurs de ce dispositif pour une valeur de courant donnée a été mis en place.

Des hypothèses simplificatrices pour les calculs électromagnétiques sont retenues, et un modèle analytique en quasi-statique a été mis en place. Ce modèle est construit avec le logiciel McMMems et résolu avec une méthode de résolution en quasi-statique utilisant la plateforme CADES, qui sont des logiciels en développement. Un ensemble de tests a permis de valider ce modèle pour l'évaluation des grandeurs électromagnétiques. On observe que :

- l'effort entre les conducteurs augmente de façon parabolique avec le courant, (Figure 2-12).
- l'effort décroît lorsqu'on éloigne les deux conducteurs,
- l'effort décroît quand la section des conducteurs augmente.

La méthode de résolution par une décomposition harmonique à partir du logiciel InCa3D a été abandonnée du fait de l'approximation réalisée pour le type de signal électrique de cette application. Toutefois, les résultats pour une valeur de courant constante avec le modèle construit sur InCa3D sont précis et ont servi pour le calcul de l'impédance du serpentin car

la géométrie fidèle du dispositif est reprise pour générer un modèle statique qui a été évalué et a permis de valider les résultats obtenus avec les logiciels expérimentaux.

On a in fine expliqué et justifié le choix de la solution semi analytique pour ce modèle, et on a retenu la solution développée avec les logiciels McMMems et CADES.

II.4 Conclusions sur la modélisation électromagnétique

Ce chapitre a posé la modélisation électromagnétique mise en œuvre pour l'étude du dispositif de dégivrage. L'objectif étant de parvenir au calcul de l'interaction entre les conducteurs, décrite par la force de Laplace. A cette fin, il a préalablement été effectué une résolution magnétostatique par l'approche PEEC, dans l'objectif d'identifier le champ d'induction magnétique produit par la circulation des courants dans le serpentin de conducteurs.

Une stratégie de résolution mettant en œuvre une décomposition harmonique, a été proposée. Cependant, des limitations de l'outil utilisée, liées à la prise en compte du terme pulsatoire multi-harmonique, n'ont pas permis de valider cette approche. La stratégie retenue met en œuvre une approche temporelle reposant sur une résolution quasi-statique. Il est ainsi possible de remonter aux densités de force agissant sur les conducteurs. Cette densité constituera le terme source de la modélisation mécanique, qui fera l'objet du chapitre suivant.

La modélisation électromagnétique a validé l'hypothèse de simplification conduisant à la considération d'un seul motif élémentaire. Ce motif est constitué de deux conducteurs en vis-à-vis, au lieu de l'intégralité du serpentin (simplification par symétrie). Par ailleurs, la constitution en lamelle des conducteurs a été réduite à un conducteur massif. Cette hypothèse devra faire l'objet d'une vérification au chapitre 3.

Une première analyse a permis d'identifier quelques paramètres sensibles. Une analyse plus complète reste cependant à mener, notamment de par le couplage avec la mécanique et le circuit d'alimentation électrique.

- [1] E. Belot, "Dossier technique de définition d'un actionneur expulse," Zodiac Aerospace, Plaisir, France, 7N-17211, Apr. 2013.
- [2] E. Clavel, "Vers un Outil de Conception de Câblage : Le Logiciel InCa.," Electric power, Institut National Polytechnique de Grenoble, France, 1996.
- [3] J. D. Jackson, *Classical Electrodynamics*. New York, USA: John Wiley & Sons, 1962.
- [4] H. L. RAKOTOARISON, "Méthode et outil de génération automatique de modèle pour l'optimisation fortement contrainte des microsystèmes magnétiques," Université Joseph Fourier, Grenoble France, 2007.
- [5] H. L. Rakotoarison, V. Ardon, O. Chadebec, B. Delinchant, and S. Guérin, "Formal Sensitivity Computation of Magnetic Moment Method.," *IEEE Transactions on Magnetics, Institute of Electrical and Electronics Engineers*, pp. 1014-1017, Jun-2008.
- [6] H. L. Rakotoarison, F. Wurtz, B. Stephanek, and O. Cugat, "Integration of the volume segmentation method into an optimization process: application to the sizing of a micro-actuator for deformable mirrors," presented at the IEEE Transactions on Magnetics, vol. 42, pp. 1163-1166.
- [7] P. PHAM-QUANG, "Modélisation magnéto-mécanique d'un nano commutateur. Optimisation sous contraintes de fiabilité par dérivation automatique des programmes en Java," Ph.D. Génie Electrique, Université de Grenoble, Grenoble France, 2011.

Chapitre 3 :

Modélisation mécanique

Chapitre 3 : Modélisation mécanique

III.1 Introduction.....	67
III.2 Cadre théorique de l'étude mécanique	67
III.2.a Mécanique des milieux continus et mécanique des structures	68
III.2.b Comportement élastique	69
III.2.c Relations d'équilibre.....	71
III.3 Modèle poutre.....	71
III.3.a Cinématique d'Euler-Bernoulli	73
III.3.b Conditions aux limites	74
III.3.c Prise en compte d'une discrétisation le long de la poutre.....	76
III.3.d Prise en compte de l'hétérogénéité de la structure via le calcul d'une rigidité équivalente.....	78
III.3.e Prise en compte du feuilletage des conducteurs	80
III.3.f Conclusions sur l'approche « poutre »	84
III.4 Modèle plaque	85
III.4.a Plaques de Kirchhoff - Love	86
III.4.b Equations d'équilibre.....	86
III.4.c Résolution par la méthode des bandes	88
III.4.d Modélisation du tapis de dégivrage	92
III.5 Conclusions	100

III.1 Introduction

Ce chapitre concerne la modélisation mécanique du dispositif de dégivrage. Tout d'abord, on présente un résumé des concepts en mécanique nécessaires à cette étude. Ensuite, la définition des modèles et sa progression sont expliquées, pour finalement présenter les performances du modèle mécanique résultant.

Le modèle électromagnétique a permis d'évaluer les efforts électromagnétiques agissant sur les conducteurs. Le travail de modélisation mécanique consiste à définir la relation entre l'effort appliqué et les paramètres liés à la déformation de la surface à dégivrer. Il s'agit d'une analyse de mécanique des milieux continus.

Inspirés des hypothèses simplificatrices validées dans le chapitre précédent, la première approche de modélisation mécanique a été réalisée à partir d'une analyse de déformation des poutres. On constate par la suite que ce premier modèle s'avère trop simpliste ; les hypothèses simplificatrices valables en électromagnétisme ne sont pas toutes assimilables pour le comportement mécanique. Toutefois, le modèle poutre a permis de réaliser une analyse qualitative et d'atteindre une meilleure compréhension du phénomène mécanique.

Un deuxième modèle pour l'analyse de la déformation d'une plaque est étudié et retenu. La définition du modèle plaque a été enrichie au fur et à mesure, en ajoutant des éléments au modèle pour prendre en compte plus de détail et de précision, jusqu'à l'obtention d'une réponse satisfaisante pour le modèle mécanique final.

Tout comme dans le cas de la modélisation électromagnétique, la stratégie a été d'enrichir progressivement la description du modèle selon la pertinence. Notamment, on verra que la cinématique 3D se ramène à une cinématique 1D, pour le cas de la poutre ; et l'équivalent aboutit avec le modèle plaque où la définition d'un solide 3D est réduite à un comportement en 2D [1]. Cette démarche est présentée et justifiée dans ce qui suit.

III.2 Cadre théorique de l'étude mécanique

Dans cette partie, le cadre de l'étude et les notions de mécanique des milieux continus et de mécanique des structures sont rappelés. Ces notions sont la base pour l'étude de la déformation de la plaque à modéliser. Sous les hypothèses de déformation

élastique linéaire et de petites déformations pour un élément de matériau homogène, un modèle idéalisé de la structure est défini pour l'étude ; le degré d'idéalisation sera mis en regard de la précision du résultat.

III.2.a Mécanique des milieux continus et mécanique des structures

La mécanique des milieux continus s'attache à définir le comportement plastique de solides ou fluides (au sens des milieux continus) soumis à des sollicitations extérieures (forces volumique \vec{f} ou surfacique \vec{f}^s , déplacement \vec{u}^s). Le milieu continu est associé à un domaine Ω (Figure 3-1), dont les frontières ($\partial\Omega$) sont en contact avec l'extérieur. Dans le cas des solides, ces contacts peuvent être des déplacements imposés (sur $\partial\Omega^u$) ou des efforts imposés (sur $\partial\Omega^f$). Des équations d'équilibre décrivent alors l'équilibre de tout élément de matière du domaine Ω . En présence de milieux élastiques, des relations de comportement lient les déformations $\underline{\underline{S}}(\vec{x})$ et les contraintes $\underline{\underline{\sigma}}(\vec{x})$ en tout point du domaine Ω .

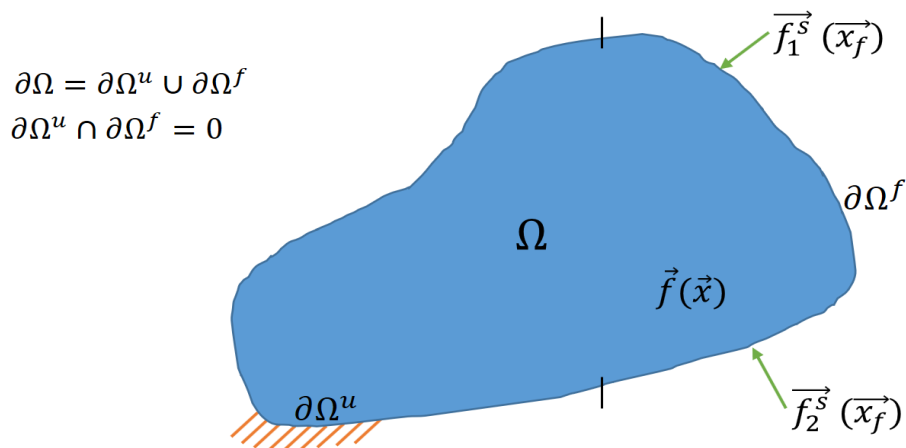


Figure 3-1. Définition du domaine, frontières, efforts et déplacements d'un milieu continu.

La mécanique des structures est la mécanique des solides de dimensions finies. Elle découle de la mécanique des milieux continus et exploite une caractéristique essentielle des structures : une dimension au moins est faible devant les autres. En d'autres termes, les trois dimensions d'une structure ne sont pas du même ordre de grandeur. Les géométries les plus communes sont les poutres (1D), les plaques et les coques (2D). La contrepartie à cette simplification est une perte de généralité : la mécanique des structures donne une représentation satisfaisante sous conditions qu'un certain nombre d'hypothèses soient satisfaites. La définition de ces hypothèses *cinématiques* est la

principale difficulté. Elle doit être suffisamment riche pour décrire tous les phénomènes observés et assez simple pour permettre des résolutions analytiques.

III.2.b Comportement élastique

Pour toute étude, des milieux continus homogènes et isotropes sont considérés. Le tenseur de Green-Lagrange définit les changements relatifs de longueur du domaine Ω par rapport à un état de référence. Dans le cas de petites perturbations avec de petits déplacements, ce tenseur définit une relation linéaire entre les déplacements et les déformations :

$$S_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \quad i, j = 1, 2, 3. \quad (3-1)$$

Le tenseur de déformation ne prend en compte que les aspects géométriques de la déformation et ne tient pas compte des aspects mécaniques, puisque sa définition n'inclut aucune caractéristique mécanique du milieu considéré. Son dual, le tenseur de contraintes $\underline{\underline{\sigma}}$ caractérise en tout point du domaine Ω les efforts intérieurs mis en jeu entre les portions déformées du milieu. La relation entre le tenseur de déformation $\underline{\underline{S}}$ et le tenseur de contraintes $\underline{\underline{\sigma}}$ définit le comportement du milieu. Cette étude se place dans le cadre de l'élasticité linéaire. La relation contraintes-déformations, est donc définie par la loi de Hooke généralisée :

$$\underline{\underline{\sigma}} = \underline{\underline{C}} : \underline{\underline{S}}, \quad (3-2)$$

Où $\underline{\underline{C}}$ est un tenseur d'ordre 4 qui spécifie les coefficients élastiques du matériau.

Du fait des propriétés de symétrie, le tenseur $\underline{\underline{C}}$ peut-être représenté (notation de Voigt) sous la forme d'une matrice 6x6 où les directions représentent les directions de déformation. Dans le cas des milieux isotropes, le tenseur d'élasticité est défini à partir des coefficients de Lamé λ^* et μ^* :

$$C_{ijkl} = \lambda^* \delta_{ij} \delta_{kl} + 2\mu^* \delta_{ik} \delta_{jl}, \quad (3-3)$$

$$\text{où : } \lambda^* = \frac{\nu \cdot E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \quad \mu^* = \frac{E}{2(1+\nu)}$$

avec E le module d'Young (Pa) et ν le coefficient de Poisson du matériau.

En mécanique des structures, plutôt que de travailler avec le tenseur de contraintes (une grandeur locale), des grandeurs macroscopiques sont utilisées. Ces grandeurs macroscopiques, au sens où elles ne dépendent pas de la position dans une section donnée, sont dénommées efforts intérieurs. Les efforts intérieurs sont les projections des efforts de réaction R (Equation 3-4) et M (Equation 3-5) dans un repère orthogonal $(\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3)$ lié à une abscisse curviligne Υ (Figure 3-2). Ils se décomposent en contraintes généralisées de membrane (Equation 3-4) et de flexion (Equation 3-5) issues respectivement de l'intégration des contraintes sur la section et de l'intégration des contraintes prenant en compte l'éloignement du point considéré par rapport au centre de gravité de la section.

$$R = \underbrace{\left(\int_{\Sigma} (\underline{\underline{\sigma}} \cdot \vec{n}) \cdot \vec{e}_1 ds \right)}_N \vec{e}_1 + \underbrace{\left(\int_{\Sigma} (\underline{\underline{\sigma}} \cdot \vec{n}) \cdot \vec{e}_2 ds \right)}_{V_y} \vec{e}_2 + \underbrace{\left(\int_{\Sigma} (\underline{\underline{\sigma}} \cdot \vec{n}) \cdot \vec{e}_3 ds \right)}_{V_z} \vec{e}_3 \quad (3-4)$$

$$M = \int_{\Sigma} \begin{pmatrix} 0 \\ y \\ z \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} (\underline{\underline{\sigma}} \cdot \vec{n}) \cdot \vec{e}_1 \\ (\underline{\underline{\sigma}} \cdot \vec{n}) \cdot \vec{e}_2 \\ (\underline{\underline{\sigma}} \cdot \vec{n}) \cdot \vec{e}_3 \end{pmatrix} ds$$

$$= \underbrace{\left(\int_{\Sigma} (y (\underline{\underline{\sigma}} \cdot \vec{n}) \cdot \vec{e}_3 - z (\underline{\underline{\sigma}} \cdot \vec{n}) \cdot \vec{e}_2) ds \right)}_{M_x} \vec{e}_1 + \underbrace{\left(\int_{\Sigma} (z (\underline{\underline{\sigma}} \cdot \vec{n}) \cdot \vec{e}_1) ds \right)}_{M_y} \vec{e}_2$$

$$+ \underbrace{\left(\int_{\Sigma} (-y (\underline{\underline{\sigma}} \cdot \vec{n}) \cdot \vec{e}_1) ds \right)}_{M_z} \vec{e}_3 \quad (3-5)$$

Les efforts intérieurs se décomposent en effort normal N , efforts tranchants V_y et V_z respectivement dans les directions y et z , moment de torsion M_x et moment de flexion M_y et M_z respectivement selon les directions y et z .

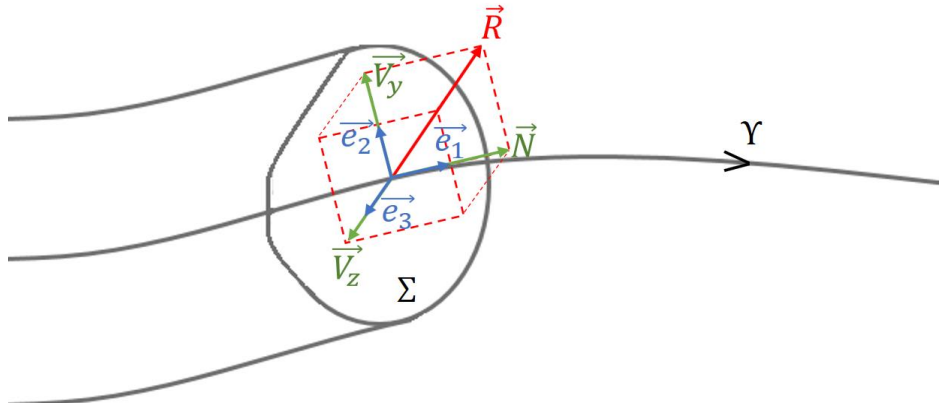


Figure 3-2. Exemple d'un tronçon de poutre et représentation des projections de la force de réaction.

III.2.c Relations d'équilibre

Dans le cadre de la mécanique des milieux continus, l'équilibre de tout élément de volume est défini par le principe fondamental de la dynamique :

$$\rho \frac{d^2 u(\vec{x}, t)}{dt^2} = \rho \vec{f}(\vec{x}, t) + \overrightarrow{\text{div}} \underline{\underline{\sigma}}(\vec{x}, t) \quad \forall \vec{x} \in \mathfrak{R} \quad (3-6)$$

Cette relation d'équilibre est complétée par des conditions aux limites cinématiques (Equation 3-7) et des contraintes (Equation 3-8) :

$$\vec{u}(\vec{x}, t) = \vec{u}^s(\vec{x}, t) \quad \forall \vec{x} \in \partial\Omega^u \quad (3-7)$$

$$\sigma_{ij}(\vec{x}, t) n_j(\vec{x}) = \vec{f}_i^s(\vec{x}, t) \quad \forall \vec{x} \in \partial\Omega^f \quad (3-8)$$

III.3 Modèle poutre

Lors de la modélisation électromagnétique, un motif élémentaire constitué de deux conducteurs en vis-à-vis a été identifié (Figure 3-3). Le motif correspond à une seule ligne de conducteurs longitudinaux du serpentín du dispositif.

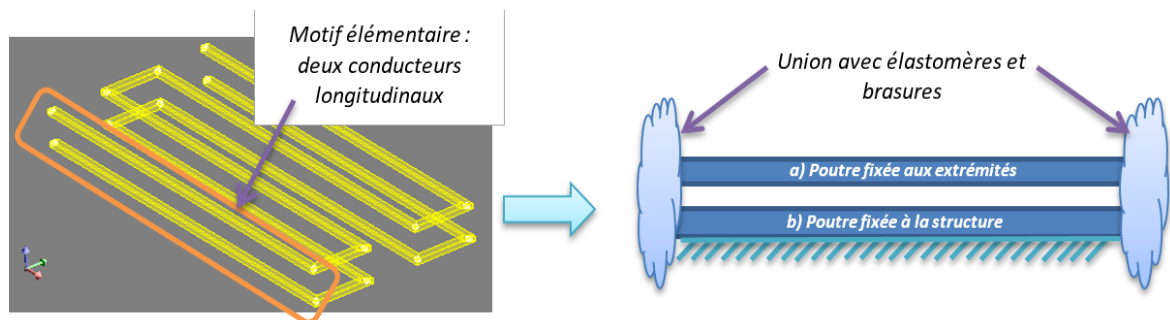


Figure 3-3. Motif élémentaire pour l'analyse de poutres, réduction du domaine d'étude par symétrie $\frac{1}{4}$.

Le conducteur inférieur, collé à la structure rigide de l'aile de l'avion, reste immobile, pendant que le conducteur supérieur, fixé uniquement à ses extrémités, subit une déformation élastique sur sa longueur induite par les forces de répulsion électromagnétiques.

Les conducteurs électriques étant long comparativement à leur largeur et épaisseur, un modèle de type poutre est considéré dans un premier temps. Seul le conducteur supérieur est considéré ici car c'est ce dernier qui est mobile et en contact avec la surface à dégivrer et qui réalisera donc le travail d'expulsion de la glace non-désirée.

Une poutre est un élément de structure allongé, de section réduite, avec un centre de gravité G sur la longueur, soumise à des conditions à ses extrémités. La section de la poutre est petite face à sa longueur, de sorte que le champ de déplacement \vec{U} et l'état de contrainte σ du solide peuvent être approchés uniquement par la valeur de sa composante en direction de la ligne moyenne du corps. Les déplacements, déformations et rotations seront considérés petits.

De cette façon, le calcul de la déformation des conducteurs se réduit à un problème de poutres droites à plans moyen chargées dans un plan. Selon la Figure 3-4, les efforts internes en tout point d'abscisse x , contenus dans le plan du chargement sont :

- une réaction \vec{R} dans le plan O_{xy} ,
- un moment \vec{M} dirigé selon O_z .

La réaction \vec{R} se décompose en un effort normal \vec{N} [N] et un effort tranchant \vec{T} [N], tandis que le moment \vec{M} est un moment de flexion [N·m].

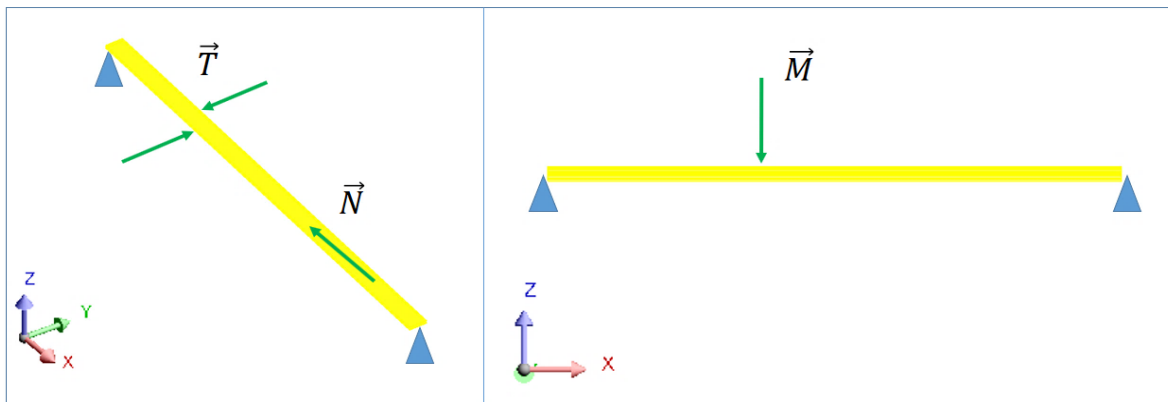


Figure 3-4. Réactions et convention d'axes pour l'élément poutre.

Les déplacements de tout point de la poutre sont définis par :

- le vecteur déplacement de la fibre moyenne \vec{u} dans le plan O_{xy} . Les deux composantes non nulles de \vec{u} sont notés $u_x = u$ (déplacement normal) et $u_y = v$ (flèche),
- le vecteur rotation $\vec{\gamma}$ de section selon O_z , dont la composante non nulle est notée $\gamma_z = \theta$ (rotation).

Les équations d'équilibre de la poutre s'écrivent :

$$N'(x) + p_x(x) = 0 \quad (3-9)$$

$$T'(x) + p_y(x) = 0 \quad (3-10)$$

$$M'(x) + T(x) + \Gamma_z(x) = 0 \quad (3-11)$$

avec p_x et p_y les composantes de l'effort \vec{p} (force par unité de longueur) et Γ_z la composante non nulle du couple $\vec{\Gamma}$ (couple par unité de longueur), constituant le chargement réparti sur la fibre moyenne de la poutre.

III.3.a Cinématique d'Euler-Bernoulli

La géométrie des conducteurs, de grande longueur comparativement à leur section, conduit à adopter la cinématique de Bernoulli. Dans cette cinématique, le déplacement de tout point m de la section est une combinaison des déplacements plans du centre de gravité ($u(x)$, $v(x)$) de la section et de la rotation ($\theta(x)$) de cette section. Dans la cinématique de Bernoulli les sections restent normales à la ligne moyenne et le cisaillement n'est pas pris en compte. Le déplacement d'un point m est donc défini par la cinématique suivante :

$$u_m(x, y) = u(x) - y \frac{dv(x)}{dx} \quad (3-12)$$

$$v_m(x, y) = v(x) \quad (3-13)$$

$$\text{avec : } \frac{dv(x)}{dx} = \theta(x)$$

Dans le cadre de cette cinématique, les relations d'équilibre (Equation 3-6 à 3-8) que doivent vérifier le déplacement de tout point m d'une section, se réduisent à l'équation d'Euler-Bernoulli⁴ [2].

$$\frac{d^2}{dx^2} \left(I_z \cdot E \cdot \frac{d^2 v(x)}{dx^2} \right) = p_y(x) \quad (3-14)$$

Avec E le module d'Young du matériel et I_z le moment quadratique de la section s par rapport à O_z défini par :

$$I_z = \int_s y^2 ds \quad (3-15)$$

Considérant un matériau homogène et isotrope, linéique et élastique, la flèche de la poutre vérifie l'équation d'équilibre :

$$I_z \cdot E \cdot \frac{d^4 v(x)}{dx^4} = p_y(x) \quad (3-16)$$

III.3.b Conditions aux limites

La poutre est soumise à des conditions aux limites à ses extrémités ($x = 0$ et $x = l$). Les conditions aux limites naturelles portent sur les déplacements, rotations, efforts et moments fléchissant, imposés aux extrémités conformément aux relations (Equations 3-15 et 3-18 à 3-20) [2]:

$$\frac{d}{dx} \left(I_z \cdot E \cdot \frac{d^2 v(x)}{dx^2} \right) \Big|_{x_0} = T \quad (3-17)$$

$$I_z \cdot E \cdot \frac{d^2 v(x)}{dx^2} \Big|_{x_0} = M \quad (3-18)$$

$$\frac{dv(x)}{dx} \Big|_{x_0} = \theta(x_0) \quad (3-19)$$

avec $x_0 = \{0, 2\}$

Les conditions aux limites s'écrivent d'une manière générale :

⁴ L'étude de cette équation d'équilibre repose sur le fait que la contribution du terme de cisaillement est inférieur au terme de rotation $\theta(x)$ lors du calcul de la flèche $v(x)$ et peut donc être négligé.

$$u = u_d \text{ ou } \vec{n} \cdot \vec{N}_1 = F_{d1} \quad (3-20)$$

$$v = v_d \text{ ou } \vec{n} \cdot \vec{N}_2 = F_{d2} \quad (3-21)$$

$$\theta = \theta_d \text{ ou } \vec{n} \cdot T = M_{dx} \quad (3-22)$$

$$v_{1x} = \theta_d \text{ ou } \vec{n} \cdot \vec{M} = M_{dz} \quad (3-23)$$

Dans le cadre du problème traité ici, la constitution de la structure du tapis de dégivrage rend délicate la définition des conditions aux limites. Aussi, pour ce premier modèle simple dont l'objectif est de permettre de visualiser l'interférence de différents paramètres, nous considérons deux types de conditions aux limites qui permettront de définir un encadrement de la solution :

- une poutre bi-appuyée, qui va représenter le cas du déplacement maximal ;
- une poutre bi-encastée, qui sera équivalente au cas du déplacement minimal.

Le Tableau 3-1 définit les conditions aux limites associées à ces deux types de comportement.

Tableau 3-1. Traduction des conditions aux limites au niveau des grandeurs mécaniques.

Appui simple		Encastrement	
$v(x_0) = 0$	Déplacement nul aux extrémités	$v(x_0) = 0$	Déplacement nul aux extrémités
$v''(x_0) = 0$	Moment fléchissant nul aux extrémités	$v'(x_0) = 0$	Flexion nulle aux extrémités

Le traitement de l'équation 3-13 tenant compte de ces conditions aux limites respectives pour ces deux cas, conduit aux solutions analytiques du déplacement pour une poutre bi-appuyée (Equation 3-24) et bi-encastée (Equation 3-25) :

$$v(x) = \frac{P_y}{24 \cdot E \cdot I_z} (x^4 - 2Lx^3 + L^3x) \quad (3-24)$$

$$v(x) = \frac{1}{24 \cdot E \cdot I_z} (x^4 - Lx^3 + L^2x^2) \quad (3-25)$$

La Figure 3-5 illustre le déplacement d'une poutre de longueur unitaire pour ces deux types de conditions aux limites.

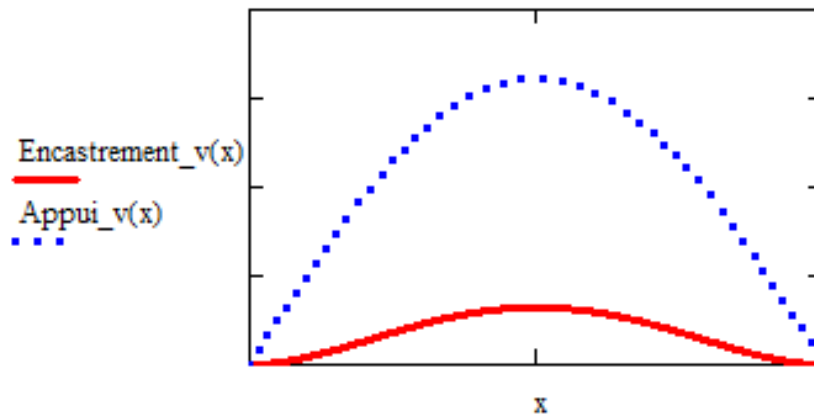


Figure 3-5. Déplacement analytique pour un chargement uniforme d'une poutre bi-appuyée ou bi-encastree.

On observe clairement que pour une donnée d'entrée du chargement de la même amplitude, les conditions plus restrictives dues à l'encastrement résultent en un déplacement plus petit par rapport au cas de l'appui. Notre résultat sera en effet encadré par ces deux cas, malgré la méconnaissance du type d'encastrement réel.

III.3.c Prise en compte d'une discrétisation le long de la poutre

La modélisation électromagnétique montre que l'effort électromagnétique agissant sur le conducteur n'est pas distribué uniformément en fonction du temps. Le déplacement sur chaque point est variable selon la position x sur la poutre, ce qui veut dire que l'écart sur chaque point n'est pas uniforme et donc, l'effort électromagnétique résultant est non uniforme aussi. Cette non-uniformité est par ailleurs accentuée au cours de l'évolution de la déformation des conducteurs. Une décomposition de la poutre en un ensemble d'éléments plus petits permet la prise en compte de cette non-uniformité du chargement Figure 3-6.

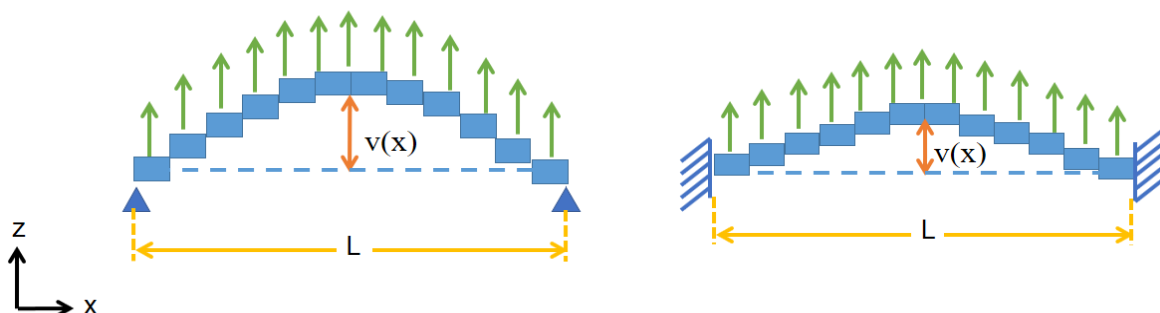


Figure 3-6. Représentation graphique des modèles d'une poutre discrétisée en n-éléments, appui et encastrement.

La condition de passage d'un élément à un autre sur le moment fléchissant (Equation 3-19), l'effort tranchant (Equation 3-18), l'angle (Equation 3-20) et le déplacement, assure la continuité de la déformation d'un élément à un autre sur la même poutre. Le traitement des équations dérivées pour tous les éléments est effectué par résolution d'un système matriciel (ANNEXE D).

La Figure 3-6 illustre la prise en compte de cette discrétisation de la poutre avec des conditions aux limites de type encastrement et appui-simple. Dans le cas d'un chargement uniforme, la solution est identique au cas non discrétisé Figure 3-7 a) et b). Pour le cas du chargement non-uniforme, avec une régularité suffisamment proche du problème traité ici, la convergence vers la solution est obtenue avec peu d'éléments.

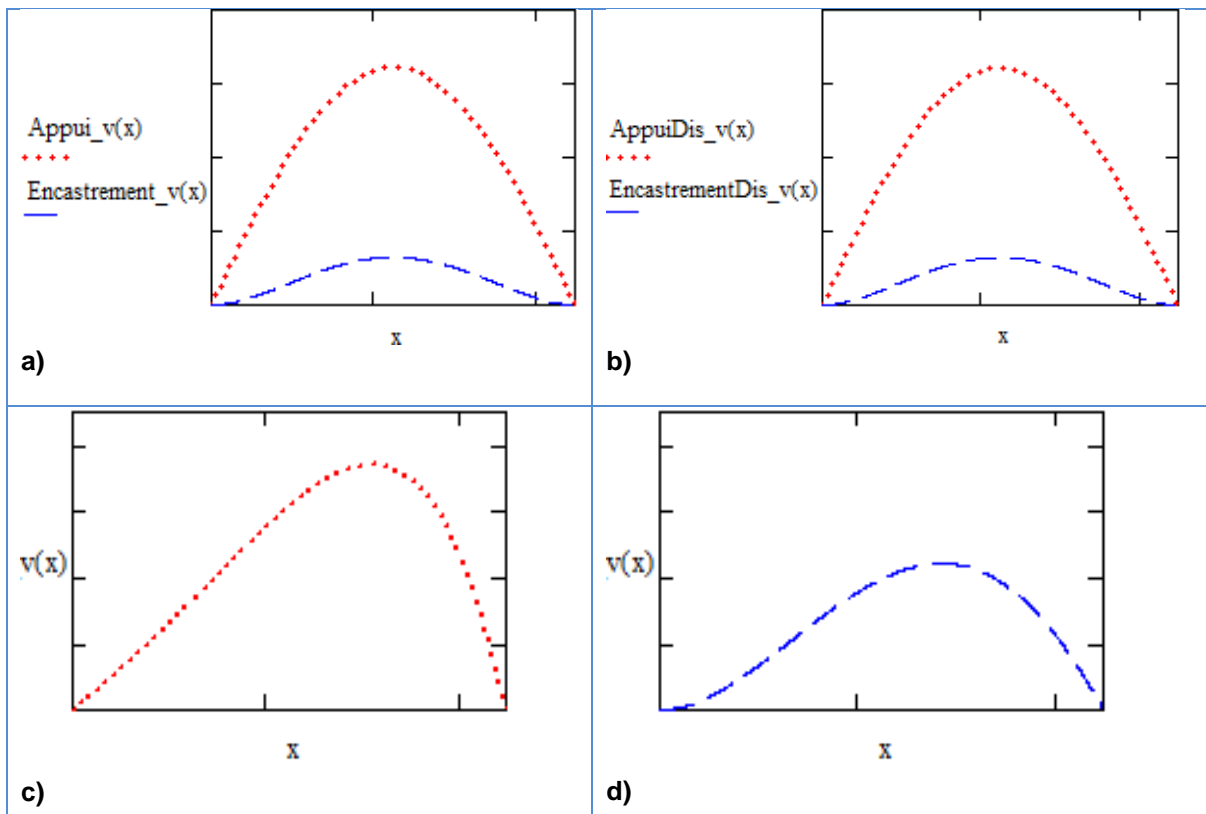


Figure 3-7. Déformation pour une poutre bi-encastrée et une poutre bi-appuyée, pour un seul élément poutre a) et avec une discrétisation en 3 éléments b), avec le modèle discrétisé pour un chargement non uniforme et des conditions aux limites d'appui c) ou d'encastrement d).

Sur la Figure 3-7 c) et d) on observe les courbes de déformation obtenues avec des chargements non-uniformes pour les deux types de condition aux limites considérés, on constate une continuité des courbes liée à une correcte prise en compte des conditions de continuité.

III.3.d Prise en compte de l'hétérogénéité de la structure via le calcul d'une rigidité équivalente

La structure complexe du dispositif de dégivrage (Figure 1.10), n'est pas prise en compte dans cette approche. Il est cependant possible de tenir compte de la charge mécanique, qui représente la plaque en aluminium à dégivrer, agissant sur le conducteur en établissant un produit $E \cdot I_z$ équivalent (produit module de Young et moment quadratique).

Pour cela, une section du blindage, plaque de revêtement en aluminium, est disposée au-dessus du conducteur en cuivre (Figure 3-8). La fine couche de matériau isolant, d'environ 25 μm , positionnée entre le conducteur et la plaque n'est pas prise en compte.

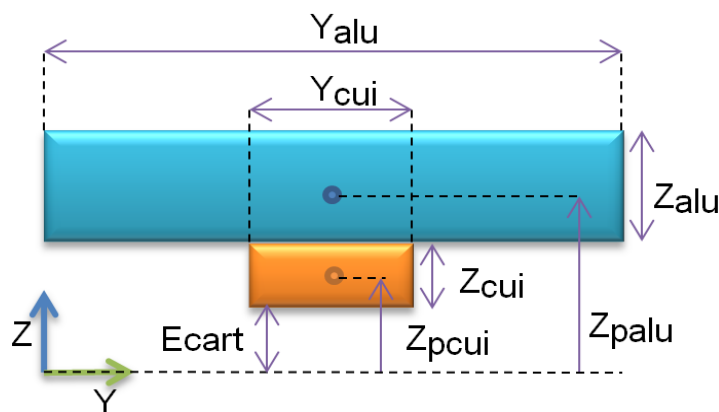


Figure 3-8. Section de la poutre 3D, segment de blindage en aluminium (suffixe alu, $i = 1$) et conducteur longitudinal en cuivre (suffixe cui, $i=2$).

Pour chaque élément i constituant l'empilement de la poutre, la procédure suivante est appliquée.

- 1) Calcul des largeurs équivalentes :

$$Y_{eq\ i} = Y_i \frac{E_i}{E_{ref}} \quad (3-26)$$

- 2) Calcul de la ligne neutre :

$$Z_n = \frac{\sum_{i=1}^n Z_{p i} \cdot Y_{eq i} \cdot Z_i}{\sum_{i=1}^n Y_{eq i} \cdot Z_i} \quad (3-27)$$

3) Calcul des moments quadratiques :

$$I_{n i} = I_{z i} + S_i \cdot d_i^2 \quad (3-28)$$

avec :

$$I_{z i} = \frac{Y_{eq i} \cdot Z_i^3}{12} \quad (3-29)$$

$$d_i = |Z_n - Z_{p i}| \quad (3-30)$$

$$S_i = Y_{eq i} \cdot Z_i \quad (3-31)$$

4) Et finalement, calcul de la valeur $E I_{eq}$ de la poutre :

$$E \cdot I_{eq} = E_{ref} \cdot \sum_{i=1}^n I_{neutre i} \quad (3-32)$$

Le produit $E \cdot I_z$ évolue énormément selon l'hypothèse considérée (Tableau 3-2). C'est un facteur important pour l'évolution du déplacement. Pour cette approche, seuls des aspects qualitatifs pourront donc être analysés.

Tableau 3-2. Calcul comparatif de différents $E \cdot I_z$ pour un nombre d'éléments n.

	Données		Valeur résultante
Poutre simple (n = 1)	Cuivre		$EI = 9,703 \times 10^{-5}$
	Ecu = 115 GPa Ycui = 3 mm Zcui = 150 µm		
Poutre chargée (n = 2)	Cuivre	Aluminium	$EI_z = 0,021$
	Ecu = 115 GPa Ycui = 3 mm Zcui = 150 µm Zpcui = 137,5 µm	Ealu = 71 GPa Ecart = 125 µm Yalu = 21 mm Zalu = 0,5 mm Zpalu = 462,5 µm	

III.3.e Prise en compte du feuilletage des conducteurs

Les conducteurs du serpentin ne sont pas massifs mais constitués de deux lamelles (Figure 3-9). Dans ce paragraphe, la pertinence de l'hypothèse 1 proposée dans le chapitre 1, en relation au comportement mécanique est analysée.

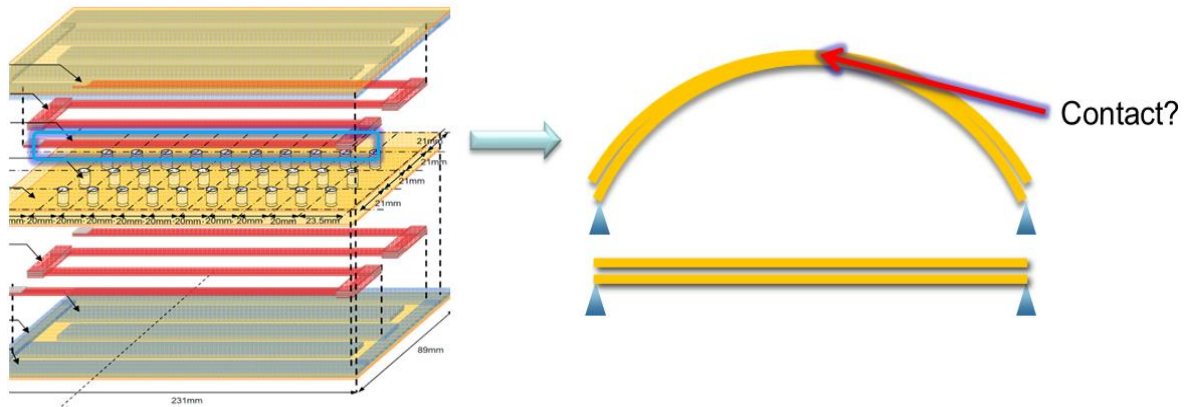


Figure 3-9. Décomposition des conducteurs du modèle en deux lamelles par ligne.

Le découpage est voulu par le partenaire Zodiac pour les raisons suivantes :

- la disponibilité du matériau, certaines épaisseurs de lamelle ne sont pas commercialisées,
- la diminution de la rigidité du conducteur pour augmenter la déformation,
- la diminution des courants induits, grâce à la diminution de l'épaisseur des conducteurs.

Ce feuilletage des conducteurs va conduire à des déformations différentes entre les lamelles. Ce fait est lié d'une part à des champs magnétiques d'intensité différentes agissant sur les lamelles, et d'autre part à une charge mécanique différente entre les conducteurs. Une conséquence est une possible mise en contact mécanique des deux lamelles, ce qui affecterait le comportement mécanique du dispositif.

Dans le but d'identifier si le contact a lieu, trois cas sont considérés par la suite (Tableau 3-3).

Tableau 3-3. Description des trois cas comparatifs pour l'étude du feuilletage des conducteurs.

	<p>Cas 1.- Conducteur inférieur et supérieur massifs.</p>
--	---

	<p>Cas 2.- Conducteur inférieur massif et conducteur supérieur décomposé en 2 lamelles.</p>
	<p>Cas 3.- Conducteur inférieur et supérieur décomposés en 2 lamelles.</p>
<p>C1, C2, C3, C4, sont les conducteurs.</p>	

Pour le cas 2, le conducteur 2 subit des interactions issues des conducteurs 1 et 3 qui s'ajoutent, tandis qu'elles s'opposent pour le conducteur 3. Il en ressort un effort résultant moindre agissant sur le conducteur 3 que sur le conducteur 2. Pour le cas 3, les mêmes analyses et conclusions peuvent être établies.

A ce stade, on est en droit de se demander si le gain obtenu sur la souplesse des conducteurs n'est pas contrebalancé par la réduction des efforts électromagnétiques agissant sur les conducteurs due à son opposition.

Pour l'évolution de ces trois cas, les données géométriques sont indiquées dans le Tableau 3-4. Les données des matériaux sont celles du Tableau 3-2.

Tableau 3-4. Données géométriques pour l'analyse de l'impact du feuilletage des conducteurs.

Données	
<i>I</i> courant d'alimentation par couche/spire/niveau	5800 A
Epaisseur du conducteur massif	150 μm
Epaisseur d'une lamelle	75 μm
Ecart entre les deux conducteurs massifs ou entre les deux lamelles intérieures	125 μm
Brasure (écart entre les deux lamelles du même conducteur)	25 μm
Longueur	223 mm
Largeur	3 mm
Epaisseur du blindage en aluminium	0,5 mm

Largeur du blindage en aluminium de la bande au-dessus d'une ligne conductrice	21 mm
--	-------

Le Tableau 3-5 recueille les résultats du bilan des efforts pour les trois cas, calculés à l'aide du modèle électromagnétique final construit sur les logiciels McMMems et CADES.

Tableau 3-5. Cas étudiés pour la décomposition des conducteurs en multiples lamelles.

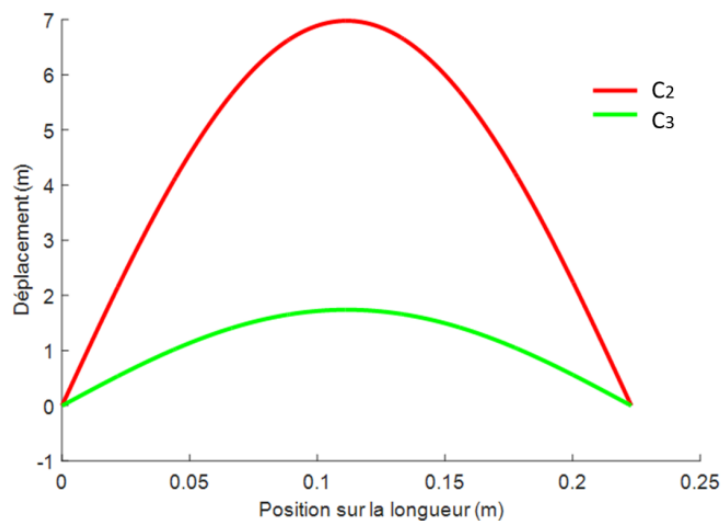
		Cas 1	Cas 2	Cas 3
Déplacement	Efforts	Conducteur supérieur : $(+) DF_{C2} = 5662 \text{ N/m}$ $(+) F_{C2} = 1263 \text{ N}$	Conducteur supérieur interne : $(+) DF_{C2} = 4497 \text{ N/m}$ $(+) F_{C2} = 1003 \text{ N}$ Conducteur supérieur externe : $(+) DF_{C3} = 1122 \text{ N/m}$ $(+) F_{C3} = 250 \text{ N}$	Conducteur supérieur interne : $(+) DF_{C3} = 4475 \text{ N/m}$ $(+) F_{C3} = 998 \text{ N}$ Conducteur supérieur externe : $(+) DF_{C4} = 1103 \text{ N/m}$ $(+) F_{C4} = 246 \text{ N}$
	Modèle appui	$uz_{C2} = 8,79 \text{ m}$	$uz_{C2} = 6,98 \text{ m}$ $uz_{C3} = 1,74 \text{ m}$	$uz_{C3} = 6,94 \text{ m}$ $uz_{C4} = 1,71 \text{ m}$

		$uz_{C2} = 1,76 \text{ m}$	$uz_{C2} = 1,40 \text{ m}$ $uz_{C3} = 0,35 \text{ m}$	$uz_{C3} = 1,39 \text{ m}$ $uz_{C4} = 0,34 \text{ m}$
	Modèle encastre- ment			

On observe que du fait de phénomènes contraires et de l'ajout d'une couche qui contribue à augmenter l'écart avec la source de la force de répulsion, les efforts subis par les différentes lamelles sont diminués quand on compare les cas 2 et 3 par rapport au cas 1 (Tableau 3-5). Quand le conducteur est feuilleté, chaque sous-élément du conducteur subit une force moindre.

Le calcul de la déformation des conducteurs est effectué avec une discrétisation en 5 éléments. On considère le cas 2 comme référence pour la suite, dû à un bon rapport entre précision et complexité.

a)



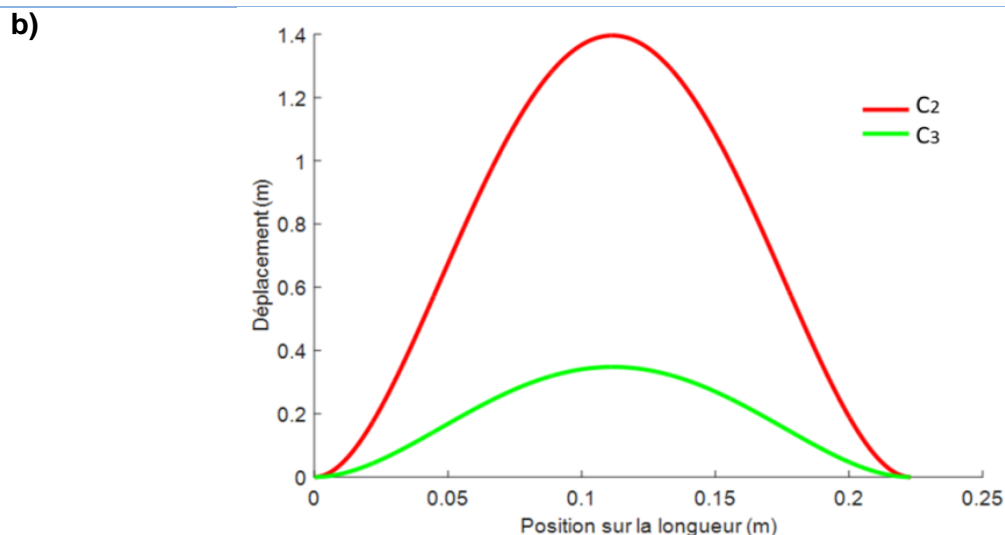


Figure 3-10. Mise en évidence d'une interférence entre les conducteurs C2 et C3, déplacement avec conditions aux limites du type appui a) et du type encastrement b).

Les résultats montrent que l'effort appliqué sur la lamelle intérieure, conducteur C2, est suffisant pour qu'elle entre en contact avec la lamelle extérieure, conducteur C3 (Figure 3-10). Le déplacement calculé pour la lamelle supérieure interne est plus important que celui de la lamelle supérieure externe. Il n'est physiquement pas possible que le déplacement de la lamelle intérieure soit plus important que celui de la lamelle extérieure. Une contrainte est manquante pour définir l'interaction mécanique entre les lamelles des conducteurs à partir du moment où elles entrent en contact.

On observe aussi que les déplacements obtenus avec ce modèle sont de l'ordre du mètre; très éloignés des déplacements mesurés lors des expériences menées par le partenaire Zodiac donnant une valeur approchée du millimètre. Ces valeurs témoignent des limitations de ce modèle et de la difficulté à prendre en compte les conditions aux limites réellement en jeu dans le fonctionnement du dispositif.

Notons finalement qu'il n'y a pas d'isolation électrique (autre que l'air) entre les deux lamelles. Il est difficile de connaître les conséquences électriques et mécaniques de ce contact car pour l'instant il n'est pas possible de déterminer le moment précis où le contact s'établit.

III.3.f Conclusions sur l'approche « poutre »

La modélisation traitée ici repose sur la théorie des poutres qui favorise une direction principale. Bien que les résultats ne soient pas exploitables, d'un point de vue quantitatif liés aux hypothèses sous-jacentes à cette approche, cette première approche simpliste permet une analyse qualitative du comportement du dispositif.

Il a notamment pu être mis en avant l'importance du feuilletage des conducteurs et leur interaction mécanique. La structure complexe du dispositif et la définition des conditions aux limites sont les principales limitations. Une cartographie de la déformation du dispositif effectuée par le partenaire Zodiac met en avant une surface déformée, faisant apparaître des crêtes à l'emplacement des conducteurs et des vallées à l'emplacement des plots en élastomère (Figure 3-11).

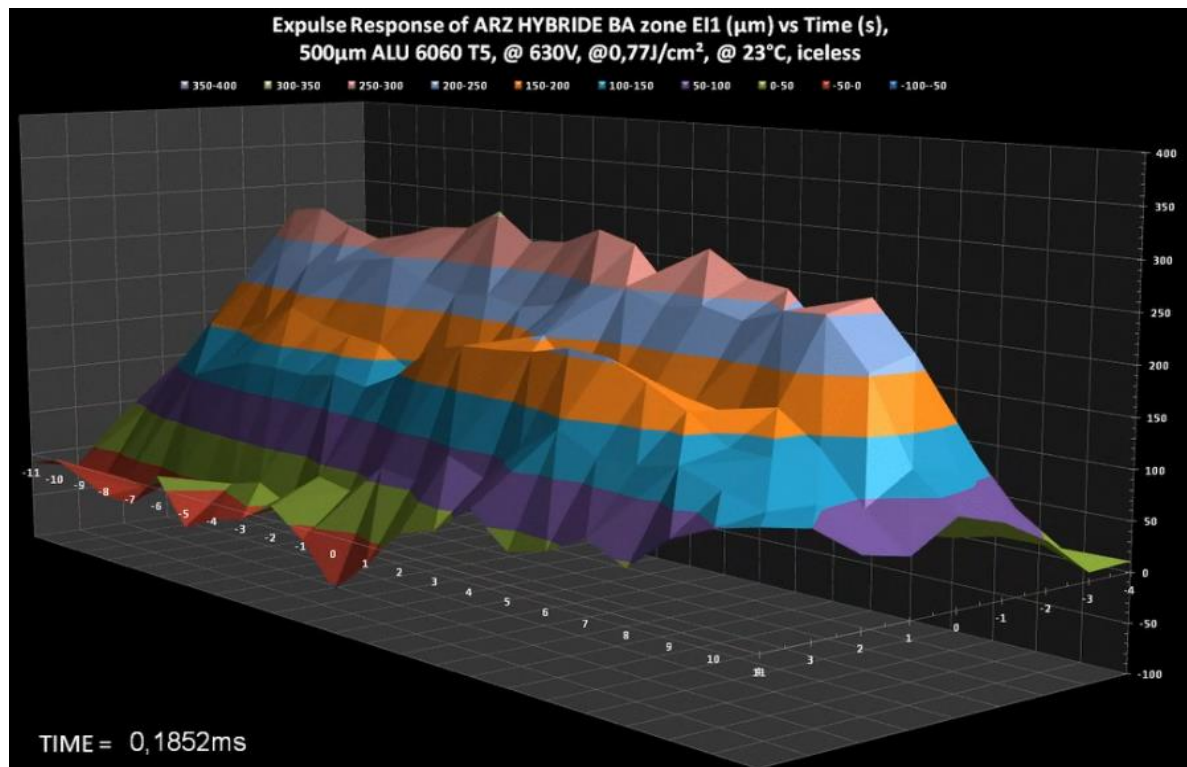


Figure 3-11. Instantané du film fourni par ZODIAC montrant le déplacement de la structure à l'instant $t = 0,185 \text{ ms}$, $v_{max}(x,y) = 0,35 \text{ mm}$ [3] .

Ceci nous conduit à adopter pour la suite de la modélisation une approche de type plaque et la présence d'efforts de rappel imposés par les plots élastomères.

III.4 Modèle plaque

Une plaque est un corps solide dont une des dimensions, l'épaisseur, est petite devant les autres. Cela correspond, typiquement, à un rapport de la taille caractéristique de la plaque sur l'épaisseur $\frac{L}{h} > 5$. La surface de la plaque, ou feuillet moyen, est plane. Comme dans le cas des poutres, les grandeurs ne sont plus définies en 3D, mais selon l'épaisseur et le plan de la plaque. On définit alors des caractéristiques des forces par unité de longueur (des contraintes intégrées sur l'épaisseur de la plaque).

III.4.a Plaques de Kirchhoff - Love

Par la suite, on considère que l'épaisseur de la plaque est supposée très petite devant la taille caractéristique de la plaque. Il en découle que le cisaillement transverse est négligé et les hypothèses suivantes sont ajoutées :

- le feuillet moyen ne subit pas de déformation dans son plan, seul le déplacement transversal noté $w(x, y)$ des points du feuillet moyen est considéré,
- les sections normales au feuillet moyen restent normales lors de la déformation (du fait que le cisaillement est négligé),
- hypothèse des petites déformations.

Il en découle que les hypothèses cinématiques de la plaque de Kirchhoff – Love sont absolument similaires à celles relatives aux poutres de Bernoulli. Ainsi, le déplacement de tout point de la plaque de position $(x, y, z)^t$ s'exprime par :

$$\vec{u}_m = \begin{pmatrix} u_m \\ v_m \\ w_m \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u(x, y) + z \theta_y(x, y) \\ v(x, y) - z \theta_x(x, y) \\ w(x, y) \end{pmatrix} \quad (3-33)$$

$$\text{avec : } \theta_x = \frac{\partial w}{\partial y} \text{ et } \theta_y = -\frac{\partial w}{\partial x}$$

III.4.b Equations d'équilibre

Les relations d'équilibre d'une plaque orthotrope dans le cadre de la théorie de Kirchhoff – Love s'écrivent :

membrane :

$$\frac{\partial N_{\alpha\beta}(x_m)}{\partial \beta} + p_\alpha(x_m) = 0 \quad (3-34)$$

flexion :

$$\frac{\partial^2 M_{\alpha\beta}(x_m)}{\partial \alpha \partial \beta} + p(x_m) = 0 \quad (3-35)$$

avec $(\alpha, \beta) = \{x, y\}$, $p_\alpha(x_m)$ les efforts répartis dans le plan de la plaque, $p(x_m)$ la pression et les relations de comportement pour une plaque orthotrope linéaire :

$$N_{\alpha\beta} = \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_{\alpha\beta} dz = \begin{cases} \frac{E_x \cdot h}{1 - \nu_{xy}\nu_{yx}} \cdot (\varepsilon_{xx} + \nu_{yx} + \varepsilon_{yy}) \\ \frac{E_y \cdot h}{1 - \nu_{xy}\nu_{yx}} \cdot (\varepsilon_{yy} + \nu_{xy} + \varepsilon_{xx}) \\ 2 \cdot G_{xy} \cdot h \cdot \varepsilon_{xy} \end{cases} \quad (3-36)$$

$$M_{\alpha\beta} = \int_{-h/2}^{h/2} z \cdot \sigma_{\alpha\beta} dz = \begin{cases} \frac{E_x \cdot h^3}{12(1 - \nu_{xy}\nu_{yx})} \cdot (k_{xx} + \nu_{yx} + k_{yy}) \\ \frac{E_y \cdot h^3}{12(1 - \nu_{xy}\nu_{yx})} \cdot (k_{yy} + \nu_{xy} + k_{xx}) \\ \frac{2 \cdot G_{xy} \cdot h^3}{12} \cdot k_{xy} \end{cases} \quad (3-37)$$

avec :

$$\varepsilon_{\alpha\beta} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_\alpha}{\partial x_\beta} + \frac{\partial u_\beta}{\partial x_\alpha} \right) \quad \text{et} \quad k_{\alpha\beta} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x_\alpha \partial x_\beta} \right);$$

E_x et E_y sont les modules d'Young (Pa) selon les directions x et y respectivement, ν_{xy} et ν_{yx} les coefficients de Poisson entre les directions x et y , G_{xy} le coefficient de cisaillement et h l'épaisseur de la plaque (m).

En injectant les relations de comportement dans les équations d'équilibre, ces derniers s'expriment en fonction des déplacements uniquement et correspondent aux équations de Navier. Dans le cas de la flexion pure, la relation d'équilibre s'écrit :

$$D_x \frac{\partial^4 w(x, y)}{\partial x^4} + 2(2D_{xy} + D'_{xy}) \frac{\partial^4 w(x, y)}{\partial x^2 \partial y^2} + D_y \frac{\partial^4 w(x, y)}{\partial y^4} + p(x_m) = 0 \quad (3-38)$$

avec :

$$D_x = \frac{E_x \cdot h^3}{12(1 - \nu_{xy}\nu_{yx})}; \quad D_y = \frac{E_y h^3}{12(1 - \nu_{xy}\nu_{yx})}; \quad D_{xy} = \frac{G_{xy} \cdot h^3}{12}; \quad D'_{xy} = \frac{\nu_{yx} \cdot E_x \cdot h^3}{12(1 - \nu_{xy}\nu_{yx})}$$

Dans le cas d'un matériau isotrope, l'équation s'écrit :

$$-D \cdot \Delta^2 w(x, y) + p(x_m) = 0 \quad (3-39)$$

$$\text{avec :} \quad \Delta^2 w(x, y) = \frac{\partial^4 w(x, y)}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 w(x, y)}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w(x, y)}{\partial y^4}$$

$$\text{et } D = \frac{E \cdot h^3}{12(1-\nu^2)} \quad \text{la rigidité de flexion.}$$

III.4.c Résolution par la méthode des bandes

La résolution de (Equation 3-40) pour le calcul de la déformation d'une plaque soumise à une répartition linéique de charge, sans cisaillement et à des conditions aux limites aux bords, peut être obtenue par différentes méthodes analytiques ou numériques. Dans les méthodes analytiques, la solution de Navier repose sur une double décomposition en série trigonométrique pour calculer la déformation d'une plaque soumise à un chargement quelconque. Cette méthode transforme donc l'équation différentielle en équation algébrique. Elle reste cependant limitée à des conditions aux limites de type appui simple.

La méthode de Levy utilise une décomposition de la solution en une solution homogène et une solution particulière. La solution particulière est présumée via l'écriture d'une décomposition en série trigonométrique dont les coefficients sont calculés pour satisfaire l'équation d'équilibre et les conditions aux limites. Comparativement à la méthode de Navier, la méthode de Levy peut résoudre des problèmes avec des conditions aux limites plus compliquées. Elle reste cependant limitée aux plaques ayant au moins deux conditions aux limites de type appui simple.

La méthode de Ritz peut être utilisée pour déterminer une solution approchée pour des conditions aux limites plus générales, tant que des fonctions d'approximation appropriées peuvent être trouvées pour le problème. La principale limitation de la méthode de Ritz est que la solution converge lentement, à moins que la complexité des fonctions d'approximation ne soit augmentée.

Les méthodes numériques, différences finies et éléments finis, sont également utilisées pour résoudre ce type de problème. Elles reposent sur la résolution d'un système d'équations algébriques linéaires. Les résultats obtenus par ces méthodes sont suffisamment précis dès lors qu'un maillage relativement fin est utilisé.

Une méthode analytique, *Analytical Strip Method (ASM)* [4], a été retenue. Cette méthode analytique permet l'analyse de plaques soumises à différents types de chargement (ponctuel, linéique, partiellement uniforme, surfacique, non uniforme). Elle repose sur une décomposition de la plaque en bandes, dont le nombre dépend des discontinuités géométriques, du type et de la localisation des chargements.

La méthode repose sur une séparation des variables, où la solution pour chaque bande de la plaque est exprimée par une décomposition en série de Fourier et les charges sont exprimées par une série correspondante. Le principal avantage de la méthode est que, contrairement aux méthodes numériques, la précision du résultat ne dépend pas de la discrétisation du système, mais du nombre de modes considérés dans la série de Fourier. Le nombre d'équations et la difficulté de calcul sont fortement réduits grâce à cette solution semi-analytique.

Dans le cadre de l'approche ASM, la configuration de la plaque et des chargements associés est présentée Figure 3-12. La plaque peut être chargée de manière ponctuelle ou uniforme, le long de lignes ou d'une surface partielle [5].

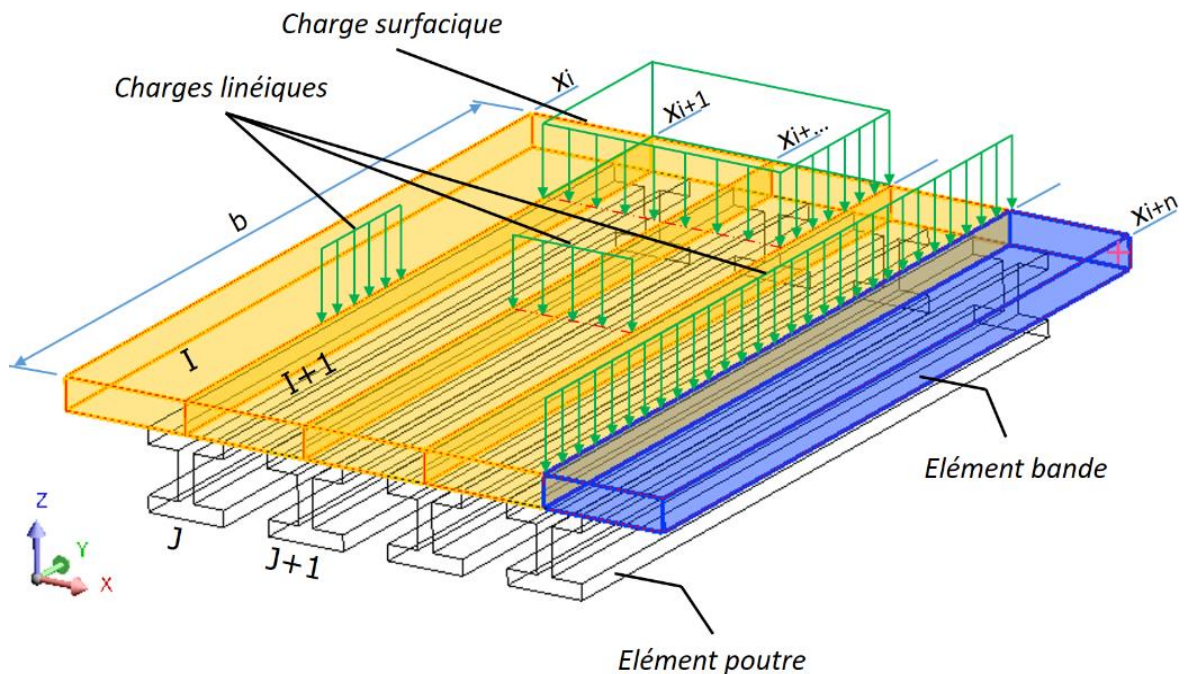


Figure 3-12. Définitions des bandes et poutres dans le modèle mécanique plaque.

La prise en compte de ces chargements repose sur une discrétisation de la plaque en éléments bande. Pour la bande i , la solution générale de (Equation 3-40) peut s'écrire :

$$W_i(x, y) = W_{hi}(x, y) + W_{pi}(x, y) \quad (3-40)$$

avec la solution homogène $W_{hi}(x, y)$ et $W_{pi}(x, y)$ la solution particulière qui dépend directement du type de chargement appliqué à la bande i . Toutes les solutions possibles pour $W_{hi}(x, y)$ sont données en ANNEXE E. On y trouve aussi les solutions particulières $W_{pi}(x, y)$ pour les chargements les plus courants. Si la bande i est soumise à une

combinaison de chargements, la méthode de superposition est employée pour déterminer la solution particulière :

$$W_{pi}(x, y) = \sum_j^k W_{pij}(x, y) \quad (3-41)$$

où k représente le nombre total de chargements appliqués à la bande i.

Prise en compte des supports

Les appuis intermédiaires, autres que les conditions aux limites, sont représentés par des poutres. Dans le problème traité, ces éléments poutres sont associés aux conducteurs sous la plaque. Cela implique un découpage en bandes et la prise en compte d'équations différentielles supplémentaires. Pour la poutre j localisée sur la ligne $x = x_i$, la rotation axiale est supposée totalement retenue aux extrémités de la poutre ($y = 0$ et $y = b$). L'équilibre de la poutre, considérant la flexion, la torsion et les contraintes de déformation, conduit aux deux équations différentielles pour la poutre j :

$$Q_{pj} = E_{pj}I_{pj} \frac{d^4 W_{pj}}{dy^4} \quad (3-42)$$

$$T_{bj} = G_{pj}J_{pj} \cdot \frac{d^2 \theta_{pj}}{dy^2} + E_{pj}C_{pj} \cdot \frac{d^4 \theta_{pj}}{dy^4} \quad (3-43)$$

où Q_p et T_p représentent, respectivement, le chargement latéral et le moment de torsion par unité de longueur, W_p et θ_p la déformation et l'angle de torsion, $E_p I_p$ la rigidité de flexion de poutre, $G_p J_p$ la rigidité de torsion et $E_p C_p$ la rigidité de déformation.

Conditions de continuité et aux limites

Le découpage en bandes de la plaque impose d'assurer la continuité des grandeurs physiques entre bandes. Dans le Tableau 3-6 sont définies les conditions de continuité pour une arête x_i entre deux bandes. Les conditions aux limites sont définies sur le Tableau 3-7.

Tableau 3-6. Conditions de continuité pour une arête $x = x_i$.

Sans présence de poutre	Avec présence de poutre
$W_i = W_{i+1}$	$W_{pj} = W_i = W_{i+1}$

$\frac{\partial W_i}{\partial x} = \frac{\partial W_{i+1}}{\partial x}$	$\theta_{pj} = -\frac{\partial W_i}{\partial x} = -\frac{\partial W_{i+1}}{\partial x}$
$M_{xi} = -M_{x(i+1)}$	$Q_{pj} = R_{x(i+1)} - R_{xi} + J_{mi}$
$R_{xi} = R_{x(i+1)}$	$T_{pj} = M_{x(i+1)} - M_{xi}$

 Tableau 3-7. Conditions aux limites au niveau des arêtes $x = 0$ et $x = x_N$.

Arête	Appui simple	Encastrement	Libre	Présence de poutre
$x = 0$	$W_1 = 0$ $M_{x1} = 0$	$W_1 = 0$ $\frac{\partial W_1}{\partial x} = 0$	$M_{x1} = 0$ $R_{x1} = -J_{m0}$	$W_{p1} = W_1$ $\theta_{p1} = -\frac{\partial W_1}{\partial x}$ $Q_{p1} = R_{x1} + J_{m0}$ $T_{p1} = -M_{x1}$
$x = x_N$	$W_N = 0$ $M_{xN} = 0$	$W_N = 0$ $\frac{\partial W_N}{\partial x} = 0$	$M_{xN} = 0$ $R_{xN} = -J_{mn}$	$W_{pS} = W_N$ $\theta_{pS} = -\frac{\partial W_N}{\partial x}$ $Q_{pS} = -R_{xN} + J_{mn}$ $T_{pS} = -M_{xN}$

Les chargements ponctuels et linéiques contribuent au découpage de la plaque en poutres. Ces chargements, exprimés par une décomposition en séries de Fourier, sont introduits dans la solution comme une discontinuité dans l'effort de cisaillement le long de la ligne

La superposition est employée quand une crête est soumise à une combinaison du chargement afin de déterminer la fonction de chargement sur l'arête :

$$J_{mi}(y) = \sum_{j=1}^p J_{mij}(y) \quad (3-44)$$

où p représente le nombre de chargements appliqués à l'arête x . Le calcul des coefficients J_{mi} est détaillé dans l'ANNEXE E.

III.4.d Modélisation du tapis de dégivrage

Le modèle et son implémentation ont été soumis à différents cas test pour validation pour ensuite adapter le modèle au cas du dispositif étudié.

Plaque chargée sur plusieurs lignes

On considère une plaque soumise à quatre chargements linéiques (Figure 3-13). Les dimensions de la plaque correspondent à celle du tapis de dégivrage.

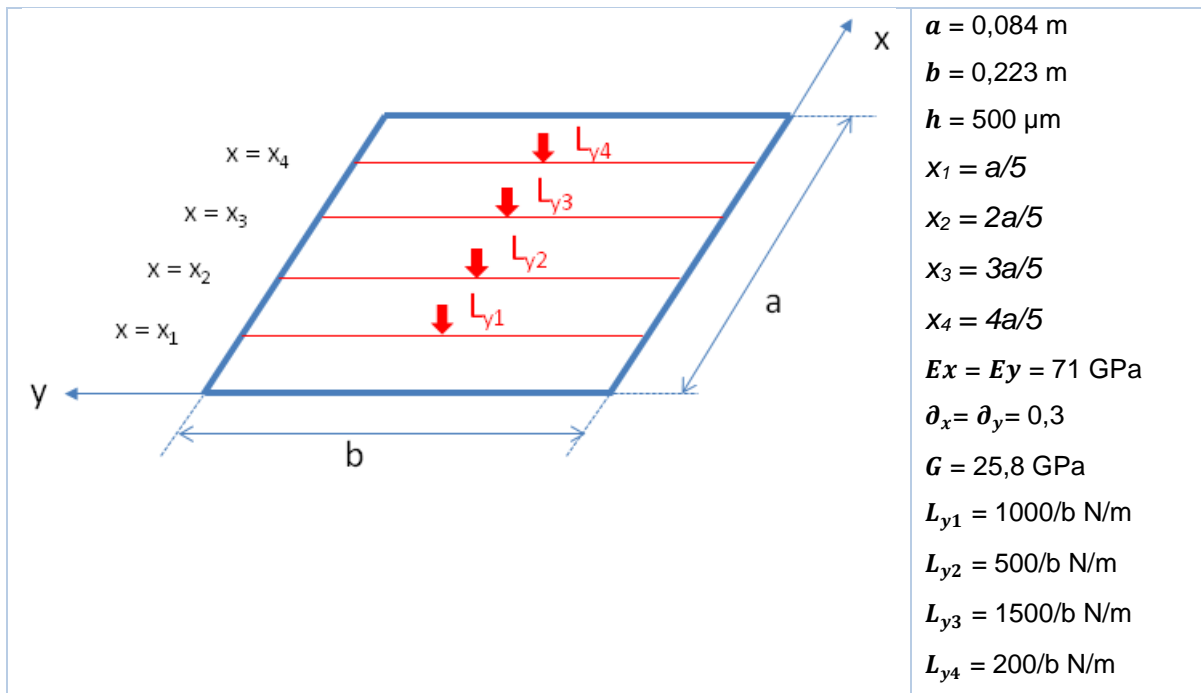


Figure 3-13. Plaque chargée sur plusieurs lignes // Oy.

Le calcul de la déformation de la plaque peut se faire de deux façons :

- calcul avec une discrétisation en bandes et quatre charges définies au niveau des quatre arêtes (cas 1),
- application du principe de superposition sur les déformations obtenues par le calcul des quatre sous-problèmes :
 - o chargement sur L_{y1} , 2 bandes et 4 appuis, (cas 2),
 - o chargement sur L_{y2} , 2 bandes et 4 appuis, (cas 3),
 - o chargement sur L_{y3} , 2 bandes et 4 appuis, (cas 4),
 - o chargement sur L_{y4} , 2 bandes et 4 appuis, (cas 5).

La résolution par superposition des déformations des sous-problèmes conduit à $32 \times m$ inconnues, tandis que la résolution du système global avec cinq bandes et quatre chargements implique $20 \times m$ inconnues.

On constate que les déformations obtenues avec ces deux méthodes, Figure 3-14 pour une ligne en $y = \frac{b}{2}$, sont identiques. Par la suite, la méthode de calcul de la déformation de la plaque dans son ensemble sera retenue, car moins couteuse en temps de calcul.

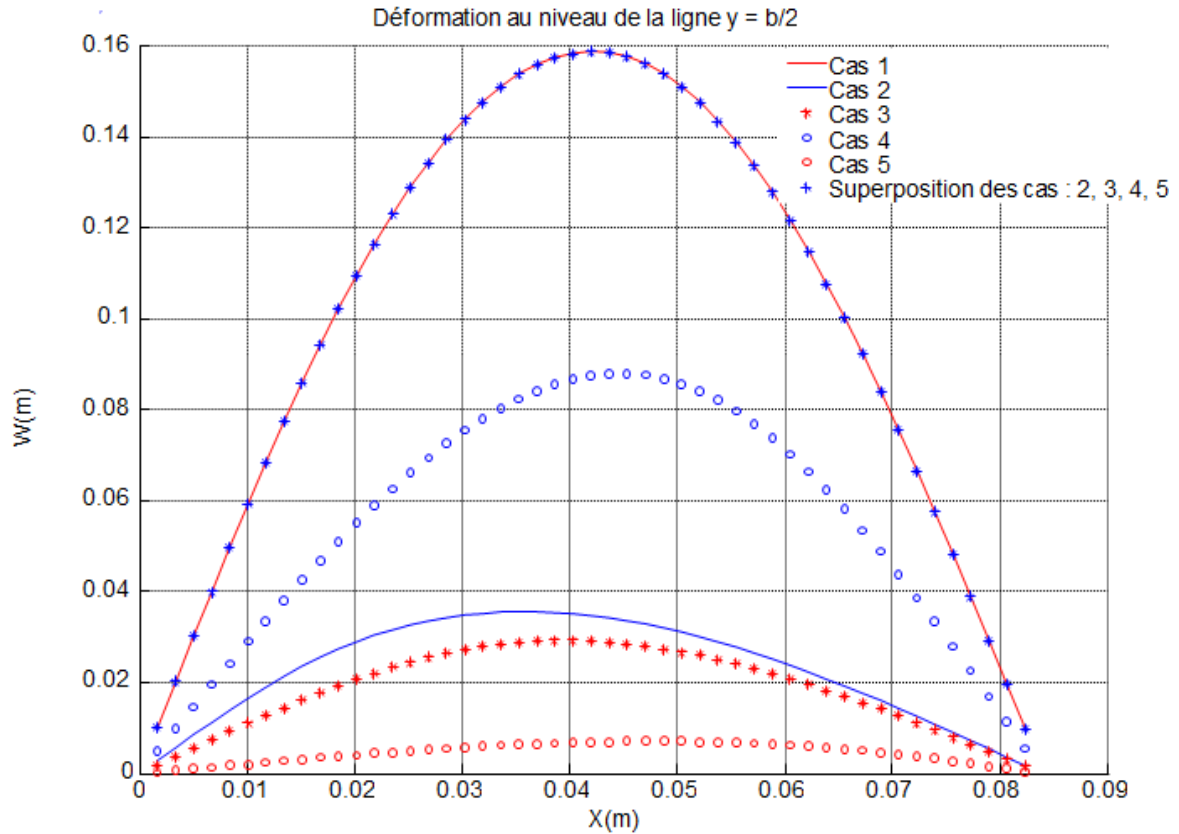


Figure 3-14. Déformation au niveau de la ligne $y = b/2$ des 5 situations – application du théorème de superposition.

La Figure 3-15 représente la déformation de la plaque pour le chargement défini sur la Figure 3-13. Dans ce cas, la déformation de la plaque peut être qualifiée de plan uniforme du fait de l'absence de plots de rappel.

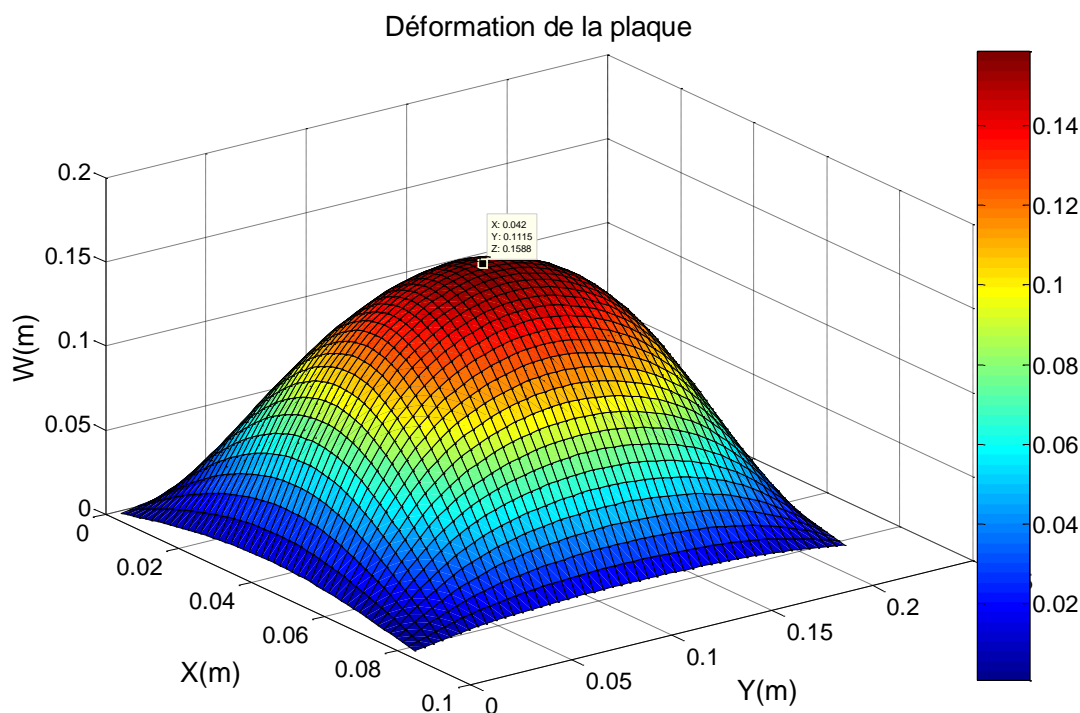


Figure 3-15. Déformation de la plaque en 3D du cas 1.

Plaque chargée avec poutres

On considère la plaque de la section précédente à laquelle ont été associées quatre poutres représentant les conducteurs du dispositif de dégivrage original (Figure 3-16).

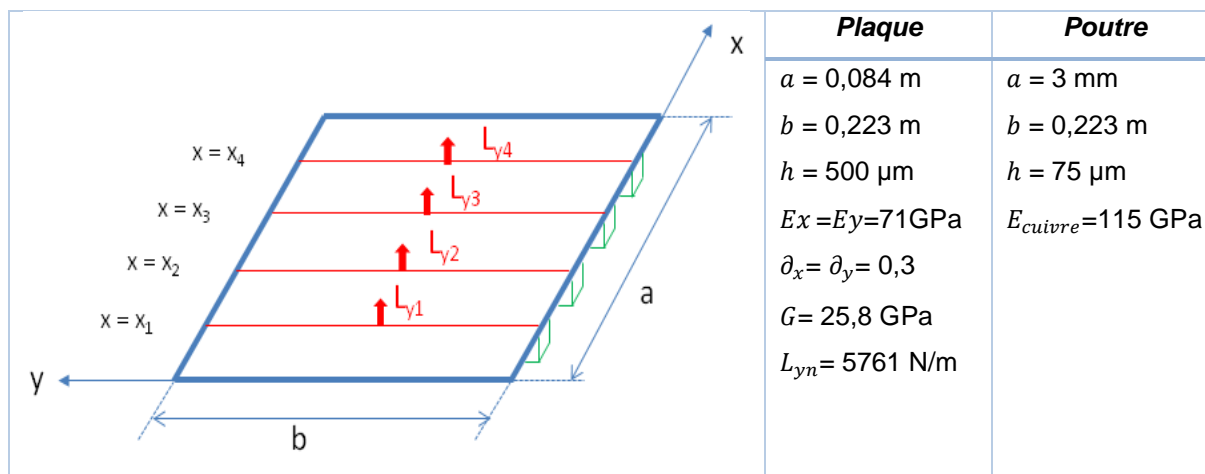


Figure 3-16. Données d'entrée pour l'évaluation du modèle plaque avec 4 chargements linéiques et 4 poutres en cuivre.

La plaque est soumise à quatre chargements linéiques, et des conditions aux limites de type encastrement ont été définies sur les quatre bords de la plaque. Il est visible (Figure 3-17) que la prise en compte des conducteurs sur le calcul de la déformation de la plaque ne modifie que très légèrement le déplacement maximal obtenu.

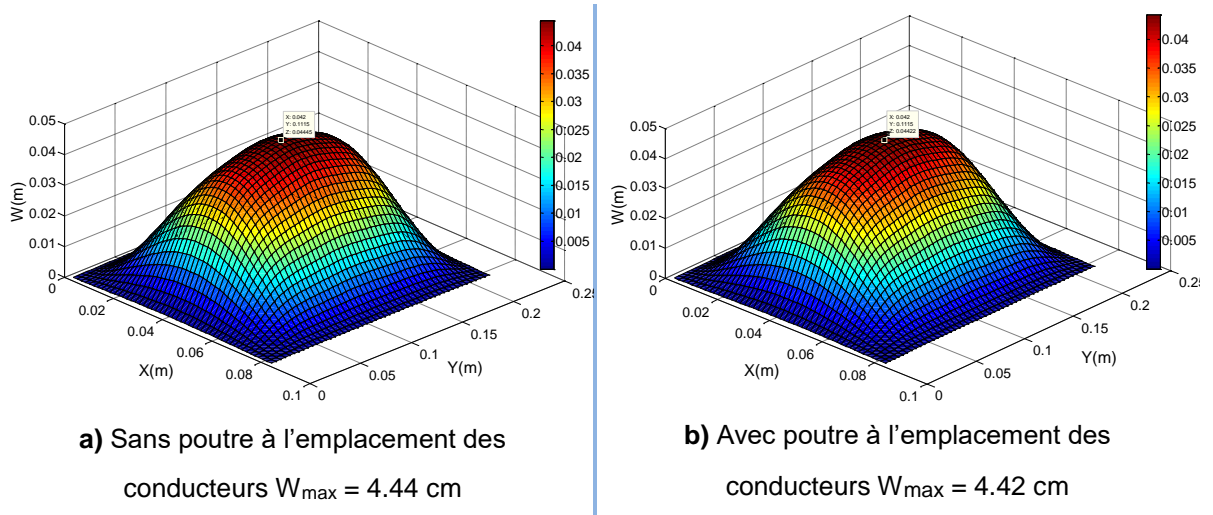


Figure 3-17. Déformations issues du modèle plaque avec 4 chargements sans a) et avec b) des poutres en cuivre et 4 encastresments comme conditions aux limites.

La rigidité faible des conducteurs, vis-à-vis de celle de la plaque, explique le peu d'influence de la modélisation mécanique des conducteurs sur la déformation totale.

Plaque chargée et plots de rappel

Les plots de rappel présents dans la structure du tapis de dégivrage (Figure 3-18) sont maintenant pris en compte dans le calcul de la déformation du tapis.

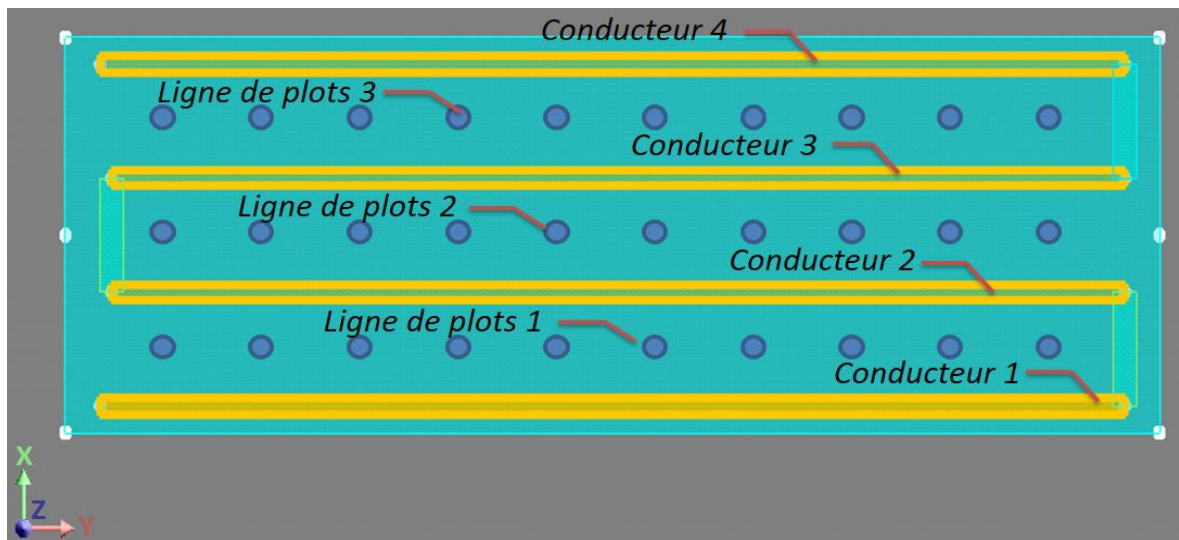


Figure 3-18. Position des plots de rappel, vue supérieure sur le plan XY.

Pour ce faire, chaque plot est assimilé à un ressort dont la raideur équivalente est obtenue à l'aide des caractéristiques des plots. La force élastique résultante est ajoutée dans la fonction de chargement J_{mi} (Equation 3-44) comme force ponctuelle.

$$F_p(w) = k_{eq} \cdot w(x_p, y_p) \quad (3-45)$$

$$\text{avec } k_{eq} = \frac{S \cdot E}{l}$$

où S est la section du plot, l la longueur du plot et E le module d'Young du plot.

La modélisation de la plaque, avec la configuration de conducteurs et de plots de rappel du tapis de dégivrage, est comparée à une modélisation éléments finis issue du logiciel COMSOL® multiphysique. Les conditions de sollicitation ($L_{yi} = 5400 \text{ N/m}$) et les conditions aux limites de type encastrement sont identiques pour les deux approches.

La distribution du champ de déplacement $w(x,y)$ obtenue pour ces deux approches est représentée dans la Figure 3-19.

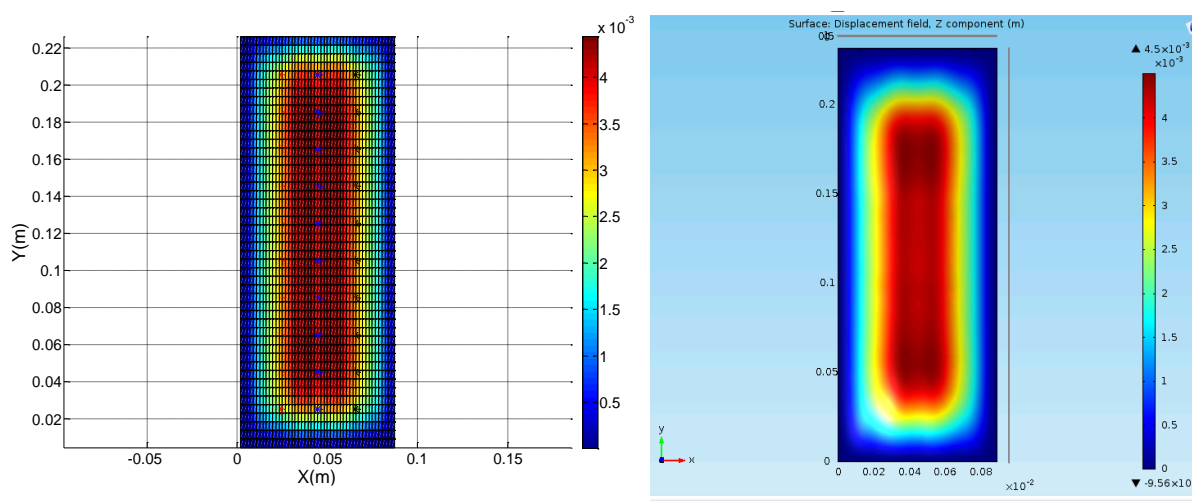


Figure 3-19. Comparaison pour la prise en compte des plots par des ressorts équivalents : l'approche analytique à gauche, modèle COMSOL® à droite.

Les résultats sont très proches, avec un déplacement maximal de 4,5 mm pour l'approche éléments finis et de 4,4 mm avec l'approche analytique.

Les Figure 3-20 à Figure 3-22 donnent des détails de ces résultats le long des lignes :

- au niveau des conducteurs (Figure 3-20),
- au niveau des plots (Figure 3-21),
- sur une ligne transversale (Figure 3-22).

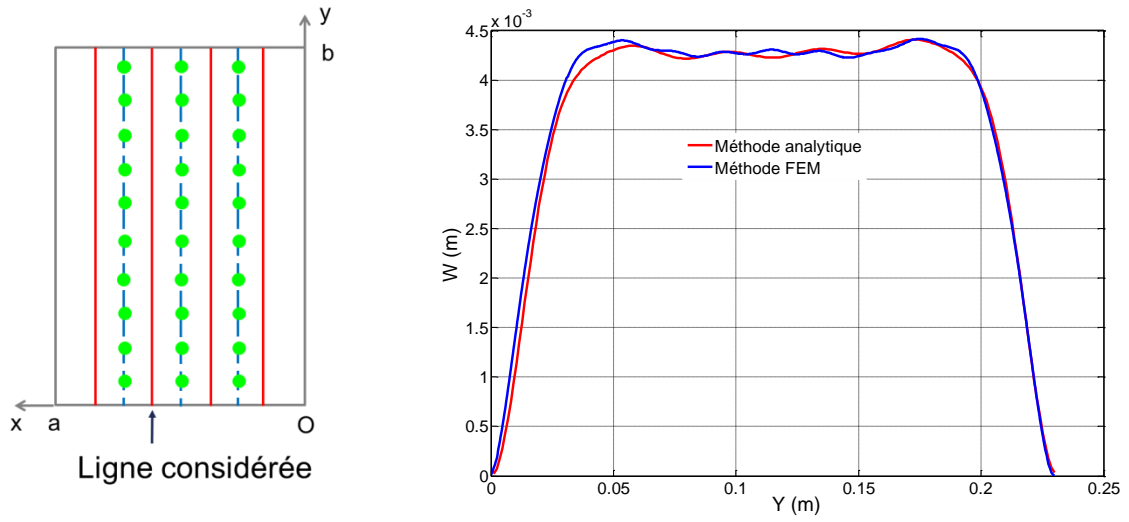


Figure 3-20. Comparaison approche éléments finis et semi-analytique sur une ligne au niveau des conducteurs.

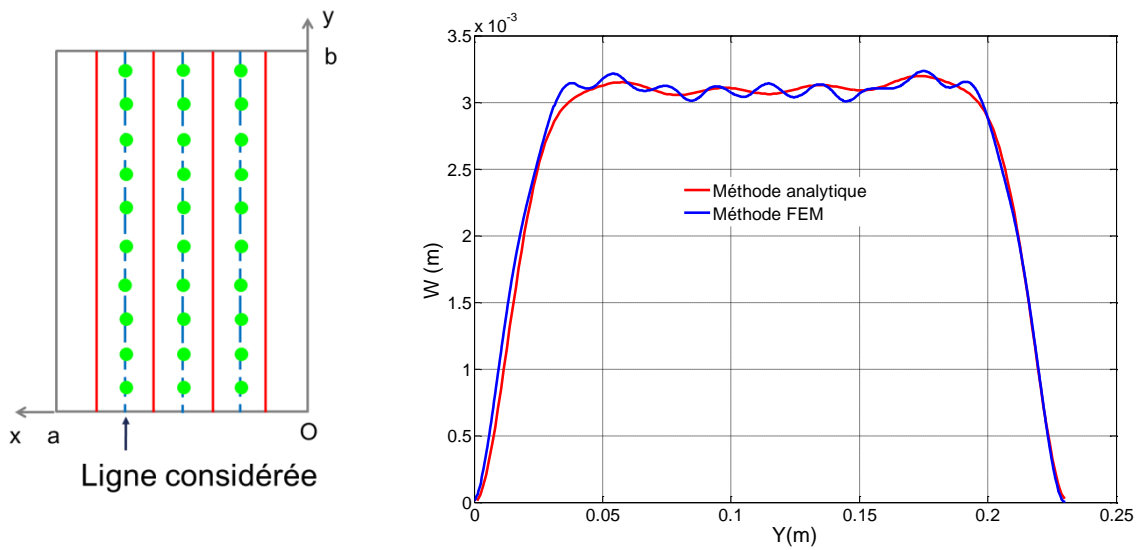


Figure 3-21. Comparaison approche éléments finis et semi-analytique sur une ligne au niveau des plots.

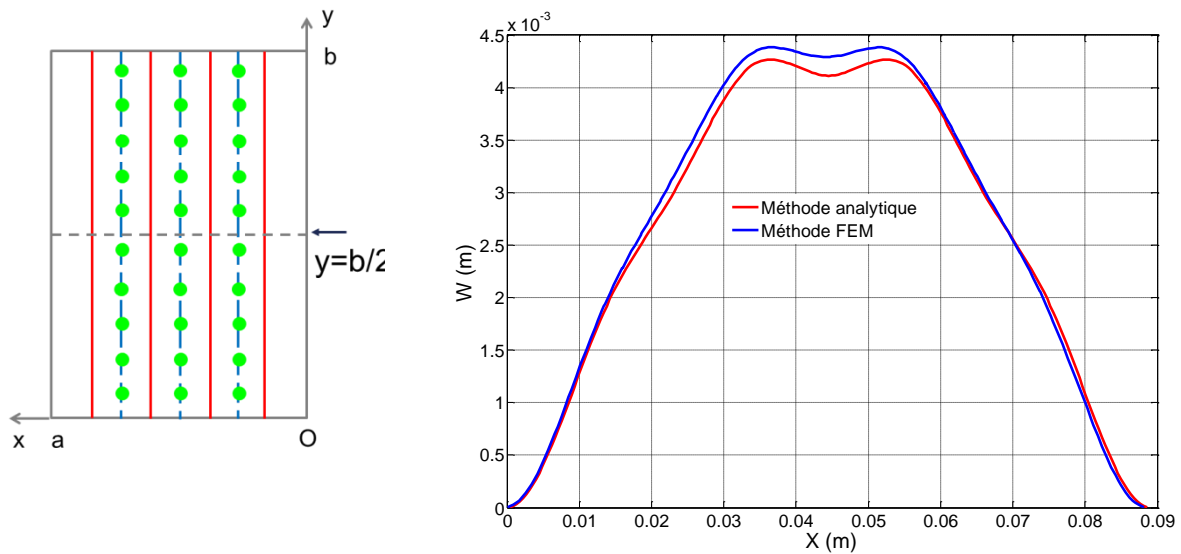


Figure 3-22. Comparaison approche éléments finis et semi-analytique sur une ligne transversale au milieu du dispositif.

Les résultats mettent en avant l'importance des plots dans la déformation de la plaque, via l'action de rappel qu'ils exercent sur la plaque.

Performances de la modélisation analytique

La modélisation analytique développée ici repose sur le calcul d'une somme infinie dans l'évolution des contraintes et du déplacement. D'après les tests avec plusieurs valeurs pour le paramètre m et en fonction de son impact sur le résultat, il a été démontré la possibilité de limiter le nombre de termes de cette somme ($m = 5$) sans perdre en précision. Ceci rend alors particulièrement rapide la résolution du modèle comparativement aux approches numériques. Les Figure 3-23 et Figure 3-24 illustrent l'influence du nombre de termes dans la somme infinie.

Il en ressort que si le nombre de termes est insuffisant, le déplacement est maximisé. L'augmentation du nombre de terme s'accompagne de la convergence vers une solution du problème. La forme de déformation résulte en une ondulation, similaire à la forme de la déformation rencontré lors des essais du partenaire Zodiac (Figure 3-11), avec des crêtes et des vallées.

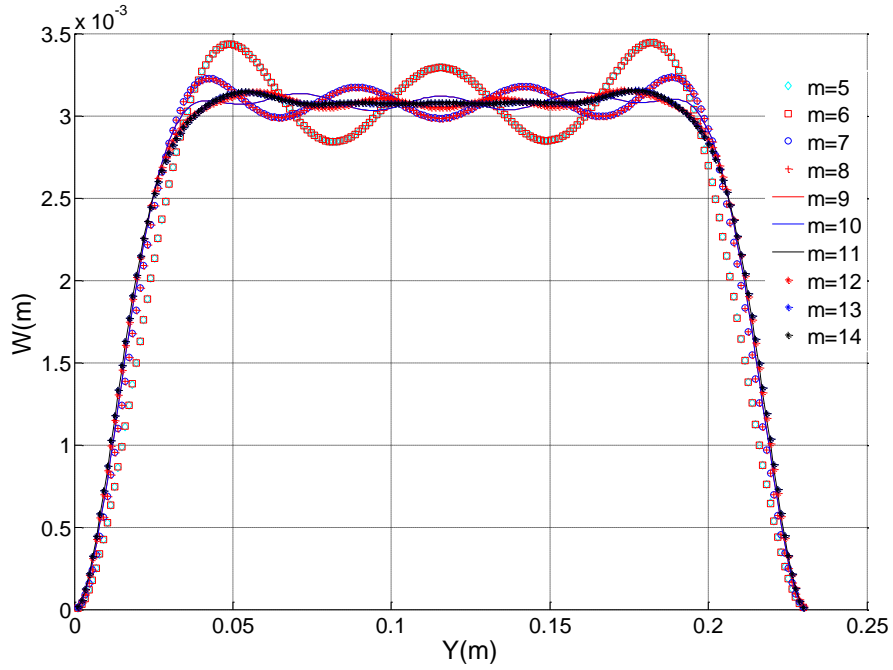


Figure 3-23. Déplacement sur une ligne au niveau des plots en fonction du nombre de termes dans la somme.

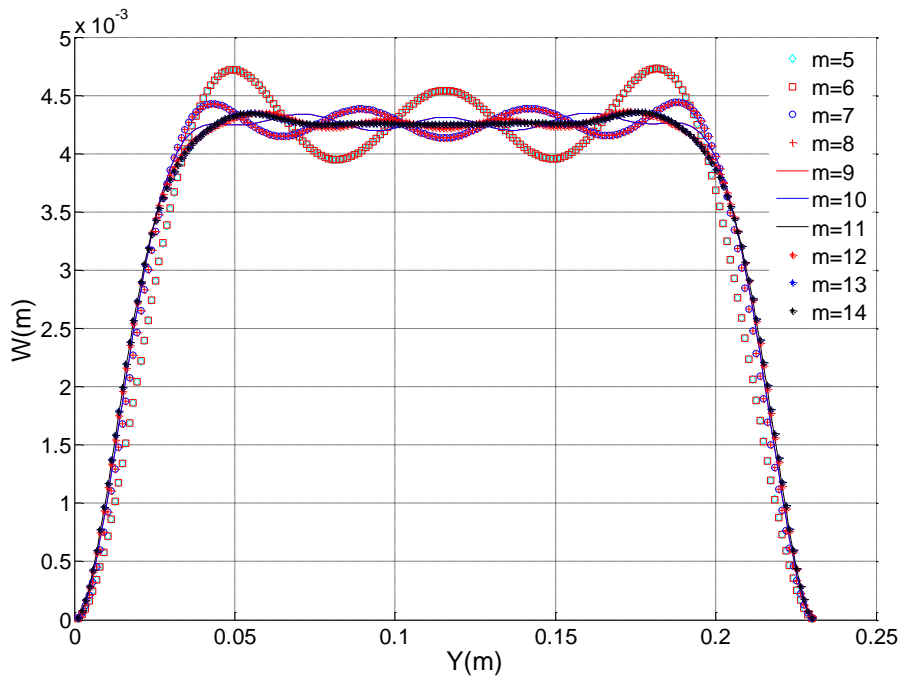


Figure 3-24. Déplacement sur une ligne au niveau des conducteurs en fonction du nombre de termes dans la somme

La contrepartie liée à l'augmentation du nombre de termes est l'augmentation du nombre d'inconnues lors de la résolution (Figure 3-25). Cependant, ce nombre reste en deçà de celui associé à une résolution par éléments finis.

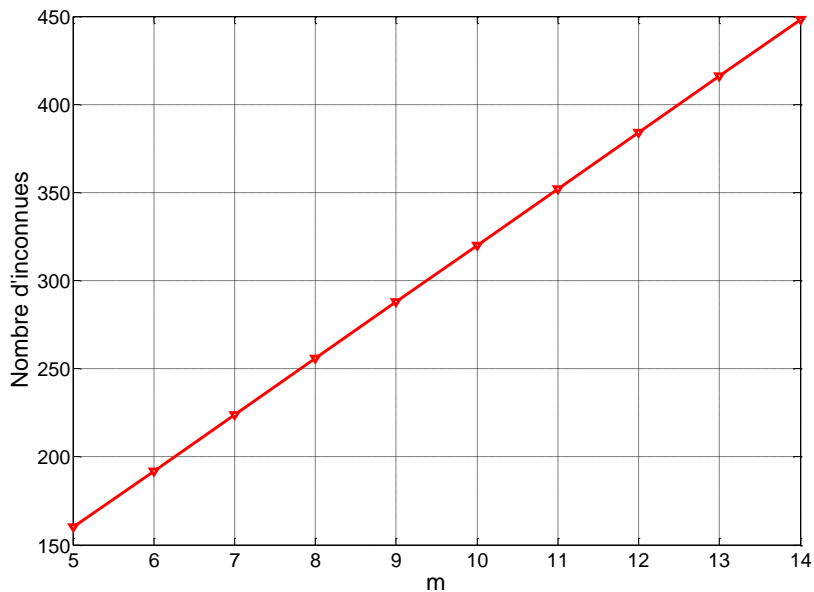


Figure 3-25. Nombre d'inconnues en fonction du nombre de terme de la série.

III.5 Conclusions

Une approche progressive de résolution du problème mécanique a été mise en place.

Dans un premier temps, étant donné qu'un motif élémentaire constitué d'un seul conducteur (avec son vis-à-vis comme source d'effort) avait pu être mis en évidence lors de la modélisation électromagnétique, c'est ce dernier qui a guidé la modélisation mécanique vers une approche poutre. Les hypothèses simplificatrices de cette modélisation, n'ont pas permis de converger vers des résultats exploitables en terme de déplacement. Néanmoins, cette approche a permis de mettre en avant l'impact du feuilletage du conducteur en deux lamelles.

Une approche de type plaque a ensuite été mise en œuvre. Une modélisation analytique reposant sur un découpage en bandes a été retenue et progressivement enrichie. Comparativement à une résolution éléments finis, il a été mis en avant que l'approche analytique reproduit bien le comportement mécanique du tapis de dégivrage. Seulement, l'amplitude des déplacements obtenue reste éloignée des mesures effectuées par le partenaire Zodiac (ceci est également vrai avec la solution éléments finis). Il convient cependant de noter que tous les calculs ont été effectués avec la valeur maximale du courant de décharge (courant pic de 5800 A) en statique. Comme il sera montré par la suite, la dynamique du système met en avant un fort contraste entre les constantes de temps électrique et mécanique. Le différentiel entre les constantes de

temps montre donc la limite de l'approche statique et guide la suite de la modélisation vers la prise en compte des comportements dynamiques.

Un second point de difficulté concerne la définition des conditions aux limites s'exerçant aux bords du tapis. Celles-ci ne sont pas bien définies et impactent fortement les déplacements obtenus.

- [1] S. Drapier and R. Fortunier, "Méthodes numériques d'approximation et de résolution en mécanique." MINES Saint-Etienne, ENISE, 13-Jan-2015.
- [2] S. P. Timoshenko and J. N. Goodier, *Theory of Elasticity*, 3rd ed. McGraw Hill Publishing Company, 1970.
- [3] Eric Belot pour Zodiac Aerospace France, *BA_HY_EI1_LargeAngle Animation du résultat des mesures de déplacement pour le démonstrateur de l'actionneur expulse*. 2013.
- [4] Issam E. Harik, Ghassan L. Salamoun, and A. M. ASCE, "Analytical Strip Solution to Rectangular Plates," *Journal of Engineering Mechanics*, KY USA, pp. 105–118, 1986.
- [5] Issam E. Harik and Ghassan L. Salamoun, "The analytical strip method of solution for stiffened rectangular plates," *Computers & Structures*, vol. 29, no. 2, pp. 288–291, 1988.

Chapitre 4 :

Etude énergétique et modèle
électrique

Chapitre 4 : Etude énergétique et modèle électrique

IV.1 Introduction.....	105
IV.2 Analyse énergétique	105
IV.3 Modélisation électrique	106
IV.3.a Equation du circuit électrique et modélisation du courant d'alimentation	108
IV.3.b Calcul de l'inductance du serpentin	108
IV.3.c Estimation de l'impédance de la charge mécanique	109
IV.3.d Evaluation du modèle électrique	110
IV.3.e Analyse des pertes par courants de Foucault parasites au niveau de la surface à dégivrer	111
IV.4 Assemblage des modèles et approche statique avec boucle de calcul	113
IV.5 Conclusions sur la modélisation électrique	115

IV.1 Introduction

Le dispositif étudié met en jeu des phénomènes magnétiques (génération de forces de Laplace), mécaniques (déplacement, déformation) et électrique. Afin de représenter ces derniers, il est habituel de rechercher un schéma électrique. Via cette représentation, l'alimentation du tapis, ainsi que les différentes pertes pourront être modélisées.

A ce stade, il est important de recenser les différents éléments à modéliser :

- la source d'alimentation qui va générer l'impulsion de courant,
- les imperfections des éléments du dispositif qui vont générer des pertes,
- la charge couplée.

Les éléments disponibles pour modéliser le circuit électrique sont :

- des données géométriques pour définir le chemin de conduction,
- des données électriques de certains composants (source),
- des mesures qui vont nous permettre d'identifier la charge.

Lors du fonctionnement du démonstrateur testé, ce dernier est alimenté avec un courant variant en fonction du temps. L'énergie est transmise aux conducteurs du serpentin, où la déformation mécanique est produite. De cette façon, dans le fonctionnement du dispositif étudié, deux formes d'énergie se manifestent : électrique et mécanique.

IV.2 Analyse énergétique

Le cahier des charges fait mention d'un niveau d'énergie de $0,9 J/cm^2$ nécessaire pour obtenir un déplacement de $350 \mu m$ [3]. Cette donnée a été calculée en prenant en compte l'énergie totale fournie pendant les essais en entrée et ramenée à la surface totale du tapis. En d'autres mots, c'est le rendement global du dispositif.

Les dimensions du tapis étudié sont de $89 mm \times 231 mm$, soit une surface de $205.6 cm^2$. L'énergie théorique totale W stockée dans les condensateurs d'alimentation peut être calculée à partir de l'équation 4-1 :

$$W = \frac{1}{2} CV^2 \quad (4-1)$$

où C et V représentent la capacité des condensateurs et la tension de charge des condensateurs.

Pour le prototype réalisé la valeur de la capacité du banc de condensateurs de la source est de $C = 2000 \mu F$, tandis que la tension à pleine charge s'élève à $V = 600 V$. A partir de ces données on obtient une énergie totale de $360 J$ soit $1.75 J/cm^2$. Cette valeur est bien plus élevée que l'estimation de notre partenaire industriel. Cette énergie disponible est transformée selon le schéma bien connu suivant (Figure 4-1) :

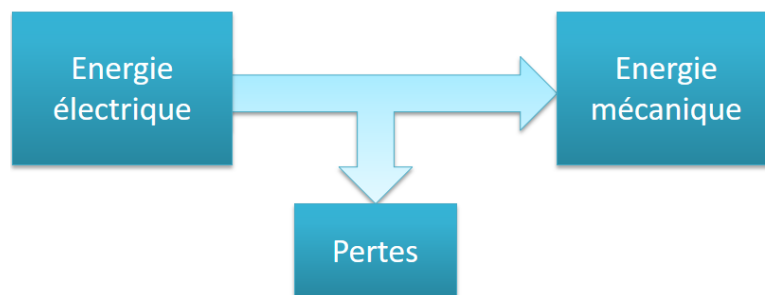


Figure 4-1. Pertes présentes dans système réel.

Les pertes proviennent essentiellement des éléments parasites électriques (capacitance entre conducteurs, inductance du serpentin, caractéristiques des éléments électriques) et des pertes mécaniques par frottement (constitution interne du tapis dégivrant construit).

L'enjeu de cette partie est d'arriver à estimer la part des différentes énergies dans le but de savoir si :

- le prototype réalisé n'est pas surdimensionné,
- les pertes pourront être optimisées en identifiant précisément leurs provenances et la sensibilité du fonctionnement vis-à-vis du(des) paramètre(s) associé(s).

Pour ce faire, un schéma électrique équivalent va être recherché pour permettre :

- de prendre en compte les pertes,
- de modéliser les formes d'onde (en courant).

IV.3 Modélisation électrique

Le circuit électrique génère une impulsion de courant durant 1ms avec des crêtes de 4 kA à 10 kA (de durée 40 μs à 50 μs), issue de la décharge de condensateurs de capacité 800 μF -2000 μF préalablement chargé sous une tension de 400 VDC à 800 VDC [5].

La décharge se fait dans un serpentin constitué de conducteurs de cuivre disposés en deux couches en vis-à-vis.

Ainsi, il est possible de proposer le schéma électrique de la Figure 4-2 sur lequel apparaissent les éléments parasites du serpentin, le modèle du condensateur ainsi que la charge du système. Cette charge, modélisée à l'aide d'une impédance équivalente, traduit l'énergie mécanique consommée nécessaire à la déformation.

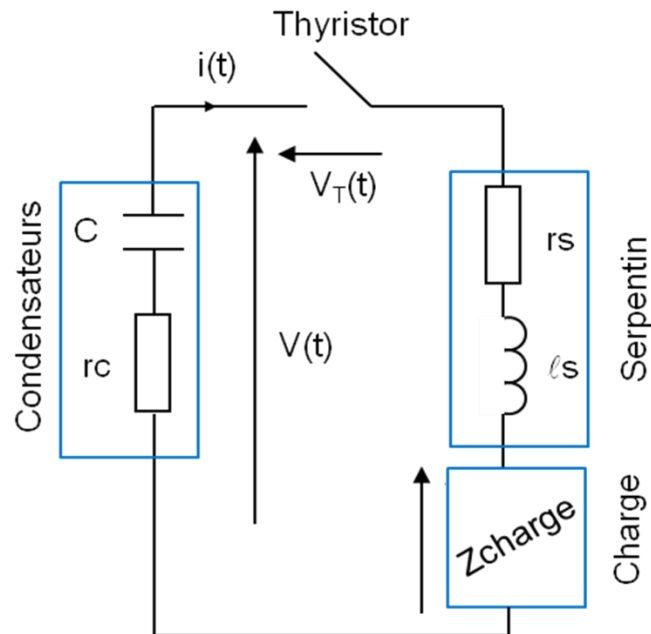


Figure 4-2. Schéma électrique équivalent du dispositif étudié.

La nature de cette impédance peut être exprimée par l'association d'un élément résistif en série avec une inductance : la résistance représente les pertes, l'inductance représente la dynamique du dispositif.

Concernant la fonction condensateur, deux condensateurs de chez Leclanché (référence EC1000 μ 900d116136) ont été connectés en parallèle. D'après les données du constructeur, ils présentent une résistance série (r_c) très faible comparée à celle du serpentin et une inductance série négligeable (mise égale à 0 pour cette modélisation).

Dans une logique de conception d'un modèle viable pour les démarches d'optimisation, une expression analytique des grandeurs électriques est recherchée.

IV.3.a Equation du circuit électrique et modélisation du courant d'alimentation

Les caractéristiques de l'impulsion du courant d'alimentation sont étroitement liées au circuit électrique du dispositif et à la charge, notamment :

- aux caractéristiques des condensateurs,
- aux caractéristiques parasites des conducteurs,
- au modèle de la charge.

Le schéma électrique équivalent du système établi (Figure 4-2) conduit à une équation différentielle du second ordre pour le courant :

$$(ls + Lcharge)C \frac{d^2 i(t)}{dt^2} + (Rcharge + rs + rc)C \frac{di(t)}{dt} + i(t) = 0 \quad (4-2)$$

Par intégration de l'équation 4-2, l'expression de la forme d'onde du courant peut être obtenue. La résolution analytique est atteignable pour l'équation qui régit ce circuit, la solution analytique de (Equation 4-2) pour ce circuit est définie par (Equation 4-3) :

$$i(t) = \frac{V_0 - V_T}{(ls + Lcharge)(\alpha_1 - \alpha_2)} (e^{\alpha_1 t} - e^{\alpha_2 t}) \quad (4-3)$$

avec les racines de la solution s'exprimant :

$$\alpha_1 = -\frac{1}{\sqrt{(ls + Lcharge)C}}$$

$$\alpha_2 = \frac{-(Rcharge + rs + rc)C - \sqrt{(Rcharge + rs + rc)C^2 - 4(ls + Lcharge)C}}{2(ls + Lcharge)C}$$

où V_0 correspond à la valeur de pré-charge des condensateurs et V_T à la chute de tension à l'état passant du thyristor.

IV.3.b Calcul de l'inductance du serpent

Pour le serpent, les éléments parasites (résistance (rs) et inductance (ls)) peuvent être évalués à l'aide d'une modélisation PEEC. La Figure 4-3 donne l'évolution en fonction de la fréquence des caractéristiques parasites du serpent.

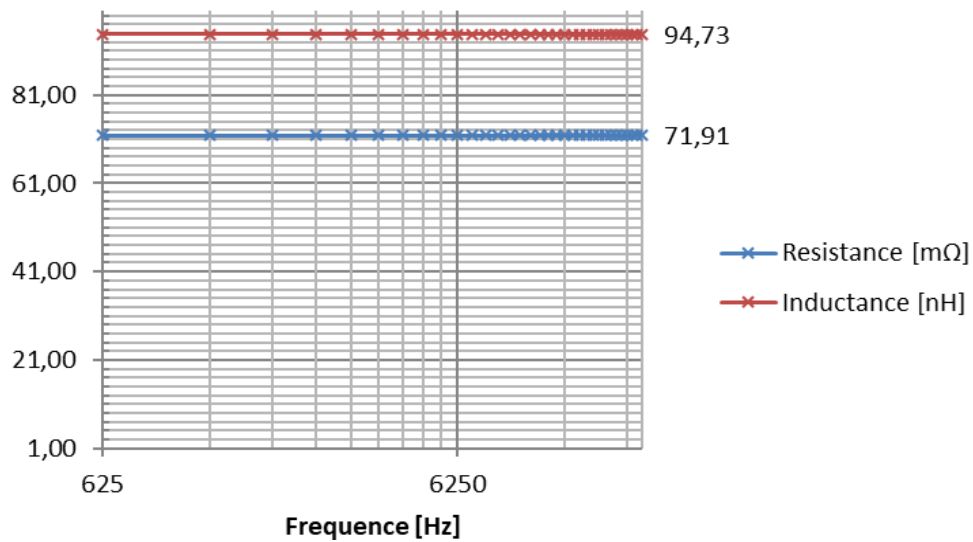


Figure 4-3. Evolution des caractéristiques parasites du serpent en fonction de la fréquence.

Pour la gamme de fréquences d'intérêt, ces paramètres ont une valeur : $r_s = 72 \text{ m}\Omega$ $l_s = 95 \text{ nH}$. L'inductance parasite l_s est très faible, ce qui est conforme à la constitution du dispositif qui utilise largement le phénomène de *self/anti-self*. Ceci conduit à profiter de l'effet mutuel entre les conducteurs parcourus par des courants en sens opposé pour limiter la valeur de l'inductance de la boucle ainsi constituée.

IV.3.c Estimation de l'impédance de la charge mécanique

Pour modéliser la charge, les valeurs des mesures disponibles (tension et courant d'alimentation), issues des essais effectués par notre partenaire industriel, sont utilisées. Pour compléter l'analyse énergétique, on s'appuie aussi des résultats de modélisation précédents.

Une intégration numérique permet d'estimer l'énergie obtenue et l'énergie dissipée par effet Joule. La différence des deux donne une estimation de l'énergie mécanique développée dans le dispositif. Les résultats obtenus pour un pas de temps constant $\Delta t = 1 \mu\text{s}$ (fréquence d'échantillonnage des mesures) sont détaillés dans le Tableau 4-1.

Tableau 4-1. Bilan des énergies dans le système.

L'énergie absorbée par le tapis :	$E_{abs} = \sum_i V(i\Delta t) * I(i\Delta t) * \Delta t$	$E_{abs} = 283 \text{ J}$ soit $1,38 \text{ J/cm}^2$
L'énergie consommée par effet Joule dans les conducteurs :	$E_{Joules} = \sum_i R * I^2(i\Delta t) * \Delta t$	$E_{Joules} = 262,5 \text{ J}$
L'énergie mécanique disponible pour sa transformation :	$E_{meca} = E_{abs} - E_{Joules}$	$E_{meca} = 20,5 \text{ J}$

Du Tableau 4-1, il ressort que pour une énergie absorbée de 283 J soit 1,38 J/cm², une énergie mécanique de 20,5 J est obtenue. Ramenée à la surface totale du tapis, cela correspond à une densité de 0,1 J/cm². Donc, 0,1 J/cm² d'énergie mécanique ont été suffisants pour assurer la fonction désirée du système, c'est-à-dire, la déformation de la surface du tapis.

En supposant que la puissance mécanique est définie comme $P_{meca} = R_{charge} \cdot I^2$ on obtient $R_{charge} = 5.7 \text{ m}\Omega$, à noter que la valeur de la résistance électrique de la charge mécanique est une estimation et pas une donnée connue. Pour la partie inductive, une régression des courbes issues des mesures et du calcul conduit à obtenir $L_{charge} = 600 \text{ nH}$.

Ces quelques calculs montrent qu'une très grosse partie, 93 %, de l'énergie absorbée est dissipée dans les résistances parasites du dispositif. Cette grandeur est donc très intéressante à évaluer car, dans une optique de développement de la technologie, une minimisation des pertes amènera un meilleur rendement de la structure.

IV.3.d Evaluation du modèle électrique

La Figure 4-4 présente la forme d'onde théorique du courant obtenue grâce à l'évaluation de l'expression du circuit obtenue, en comparaison avec la forme d'onde du courant d'alimentation fournie par la source réelle.

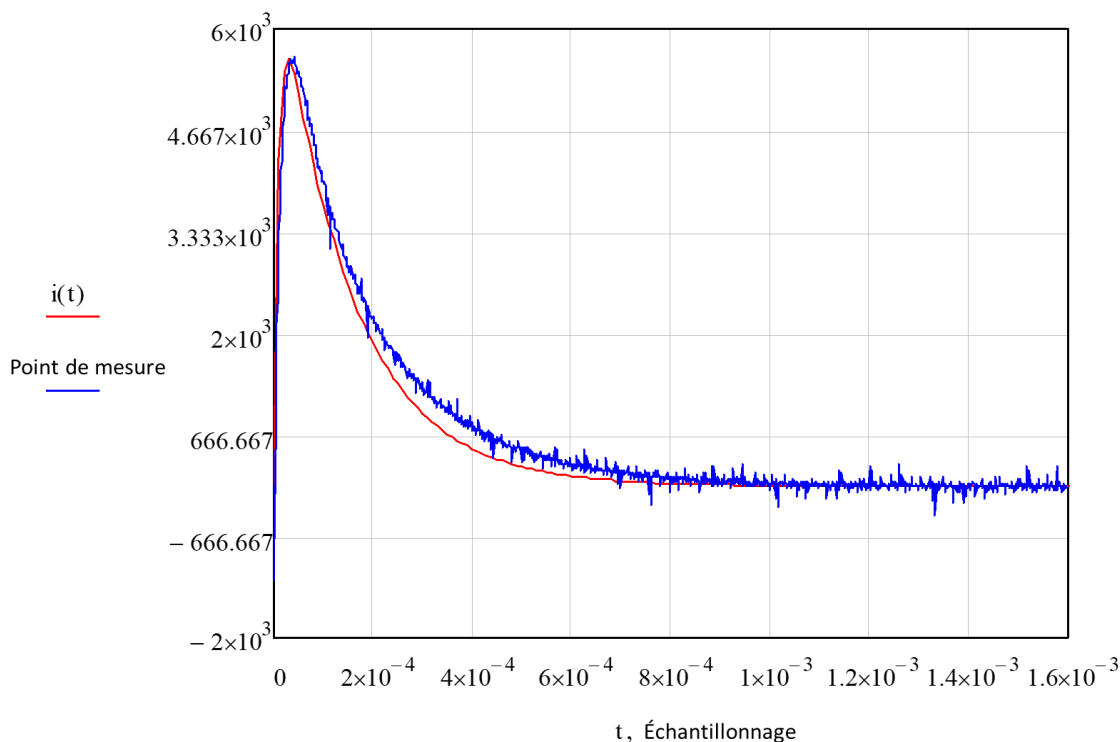


Figure 4-4. Courant de décharge – Comparaisons mesures, modélisation.

Il est montré que la modélisation effectuée est satisfaisante. Les équations pour le modèle électrique sont validées.

A noter que l'impédance de la charge ainsi obtenue, quoique convenable, ne pourra pas être utilisée dans un processus d'optimisation car pour l'instant aucun lien n'est fait entre la valeur obtenue et les caractéristiques mécaniques du tapis. En effet, cette impédance totale varie avec la déformation du tapis car l'inductance est dépendante de la distance entre les conducteurs. Le modèle de Z_{charge} adopté, issu d'une identification sur les mesures réalisées en position initiale, ne permet pas la prise en compte de sa variation avec le déplacement de la structure.

IV.3.e Analyse des pertes par courants de Foucault parasites au niveau de la surface à dégivrer

L'étude énergétique a montré que l'énergie totale fournie au dispositif se scinde en deux parties. Une grande partie est dissipée dans les éléments parasites du serpentin et des composants, tandis que le reste va être transformé en énergie mécanique.

Pour compléter l'étude énergétique, il s'avère nécessaire d'évaluer les pertes par courants de Foucault induites sur le blindage en aluminium. Ce dernier, étant à proximité du dispositif de dégivrage, est affecté par le rayonnement du champ électromagnétique.

Des simulations pour la plaque en aluminium soumise au champ magnétique généré par le courant circulant dans les conducteurs ont été menées à l'aide du logiciel InCa3D. La décomposition harmonique du signal d'alimentation, montre que la prise en compte de 33 harmoniques est suffisante pour donner une bonne représentation de la réponse, voir ANNEXE G. La Figure 4-5 montre la répartition des courants induits dans la plaque par les conducteurs alimentés (non visible sur la figure) pour une valeur de fréquence de 625 Hz pour la période $T = 1.6ms$ de la forme d'onde du spectre des mesures.

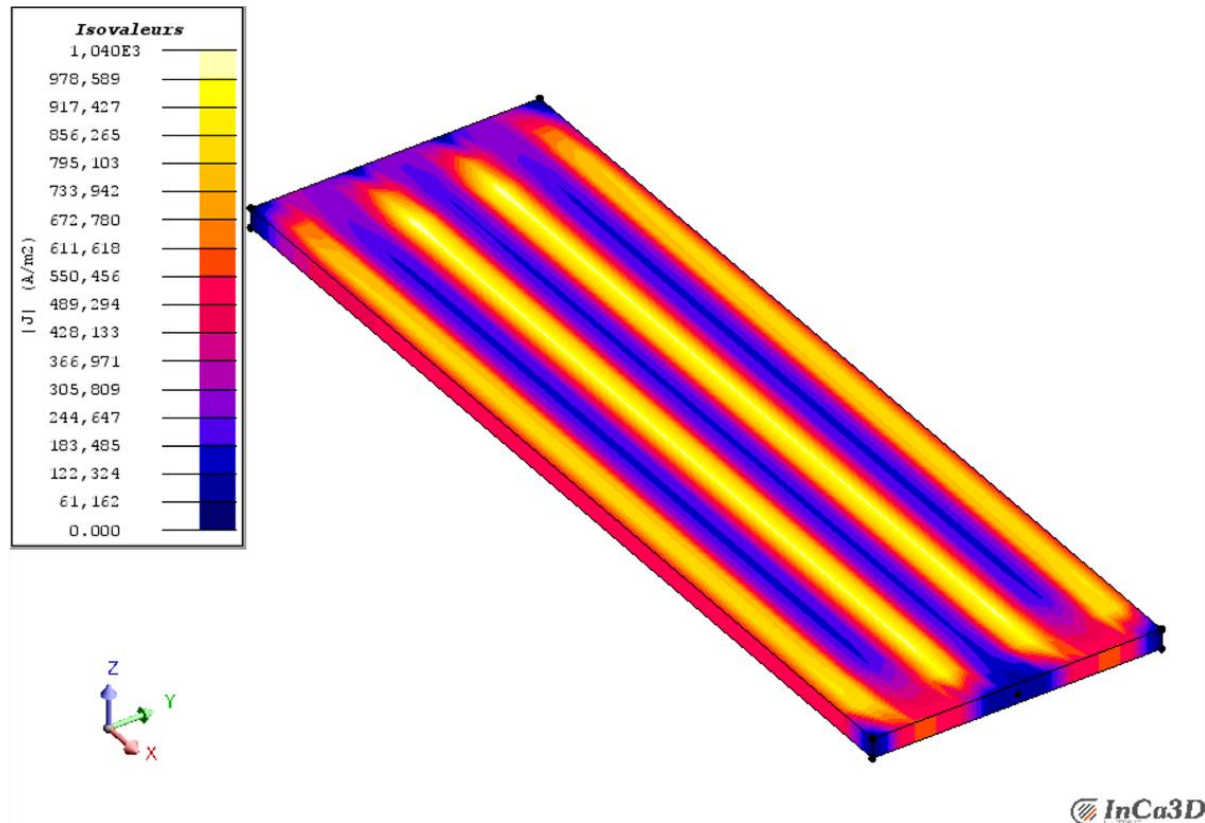


Figure 4-5. Distribution des courants de Foucault [A/m²] induites sur la plaque pour le premier harmonique à 625 Hz.

Le Tableau 4-2 liste les valeurs des pertes issues des courants induits dans la plaque pour chaque harmonique.

Tableau 4-2. Pertes totales dans la plaque dues aux courants induits liées à l'impulsion de courant.

No. Harmonique	Fréquence [Hz]	Pertes dans plaque [W]	No. Harmonique	Fréquence [Hz]	Pertes dans plaque [A]
1	625	9,25712E-07	18	11250	1,48E-08
2	1250	8,82729E-07	19	11875	1,16E-08
3	1875	6,76E-07	20	12500	8,82E-09
4	2500	4,98E-07	21	13125	6,78E-09
5	3125	3,70E-07	22	13750	5,00E-09
6	3750	2,77E-07	23	14375	3,48E-09
7	4375	2,11E-07	24	15000	2,46E-09
8	5000	1,64E-07	25	15625	1,81E-09
9	5625	1,28E-07	26	16250	1,10E-09
10	6250	9,92E-08	27	16875	6,79E-10
11	6875	7,84E-08	28	17500	4,55E-10
12	7500	6,16E-08	29	18125	2,03E-10
13	8125	4,95E-08	30	18750	9,01E-11

14	8750	3,93E-08	31	19375	5,08E-11
15	9375	3,10E-08	32	20000	2,26E-11
16	10000	2,43E-08	33	20625	2,26E-11
17	10625	1,89E-08			

A partir de cette décomposition harmonique des pertes par courant de Foucault, il est possible d'estimer l'énergie associée sur un cycle de fonctionnement (Tableau 4-3).

Tableau 4-3. Energie et pertes au niveau de la surface à dégivrer.

Pertes au niveau du blindage pour la section à dégivrer	
Puissance perdue par courants de Foucault	4,591E-06 W
Energie totale perdue (pour une période de décharge $T = 1.6 \mu\text{s}$)	$7,34565 \times 10^{-9} \text{ J}$

On observe qu'au niveau de la zone à dégivrer, les pertes associées aux courants de Foucault développées dans la plaque sont négligeables. Elles ne représentent donc pas une grandeur pertinente à considérer en vue d'une optimisation de la consommation du dispositif.

Tableau 4-4. Résumé sur l'analyse énergétique de l'ensemble du système.

Répartition de l'énergie consommée en entrée du système	
Énergie absorbée à la source	283 J
Pertes Joule (au niveau des conducteurs)	262,5 J
Pertes par courants de Foucault (au niveau du blindage)	$7,34565 \times 10^{-9} \text{ J}$
Énergie mécanique	20,499 J

IV.4 Assemblage des modèles et approche statique avec boucle de calcul

A ce stade, des modèles indépendants permettant de calculer les grandeurs électromagnétiques, mécaniques et électriques sont disponibles. Pour obtenir un modèle intégral du comportement du dégivreur, il est pertinent de les assembler pour obtenir un modèle multiphysique unique.

Une première approche repose sur une succession d'états statiques dans une boucle temporelle, selon le schéma proposé Figure 4-6. Boucle évaluée n fois, avec n le nombre d'échantillons de la courbe de courant.

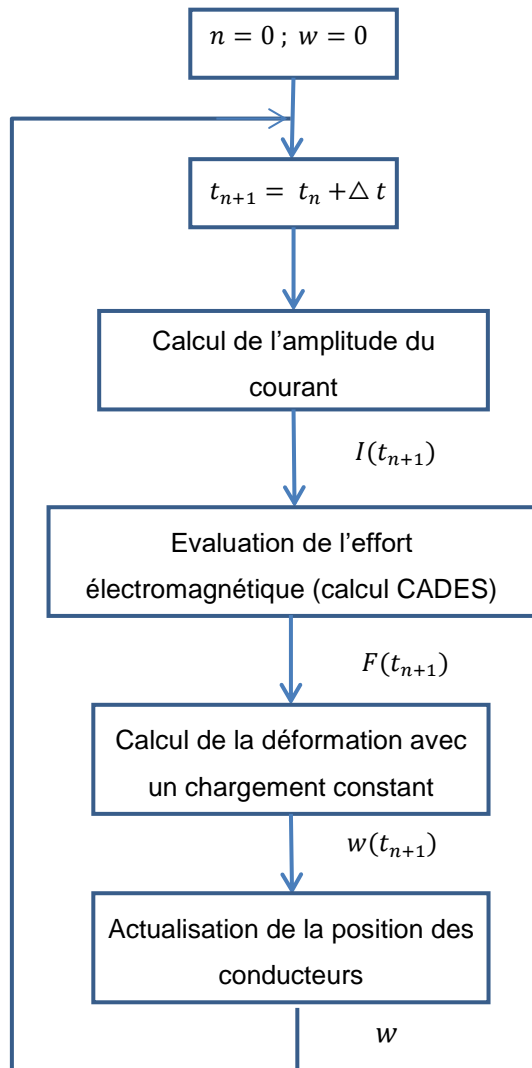


Figure 4-6. Algorithme de résolution pas à pas dans le temps.

La mise en œuvre de cette stratégie est techniquement réalisable et ne représente en soi pas un verrou. La seule question est le choix du pas de temps, qui permette de converger en un temps raisonnable, ainsi que l'impact lié au calcul de la déformation. Cette approche conduit à résoudre en statique en réactualisant à la fois la valeur du courant et celle de la position des conducteurs au cours du temps. C'est une méthode peu adaptée à être incluse dans un processus d'optimisation.

Elle a été mise en œuvre sur la géométrie initiale du dispositif. Les résultats obtenus sont présentés dans la Figure 4-7 et montrent que cette approche permet de retrouver les premiers résultats pour la valeur du déplacement.

Avec cette approche, il est observé que la dynamique de la déformation suit celle du courant. Ceci est conforme à l'utilisation d'une approche statique, ne prenant pas en compte la dynamique de la réponse mécanique pour le déplacement. Ainsi, on observe que cette approche ne reflète pas totalement la réalité puisque le retard de la réponse mécanique (l'inertie mécanique), par rapport à la sollicitation électrique, n'apparaît pas. Il s'en suit une sur-évaluation du déplacement obtenu.

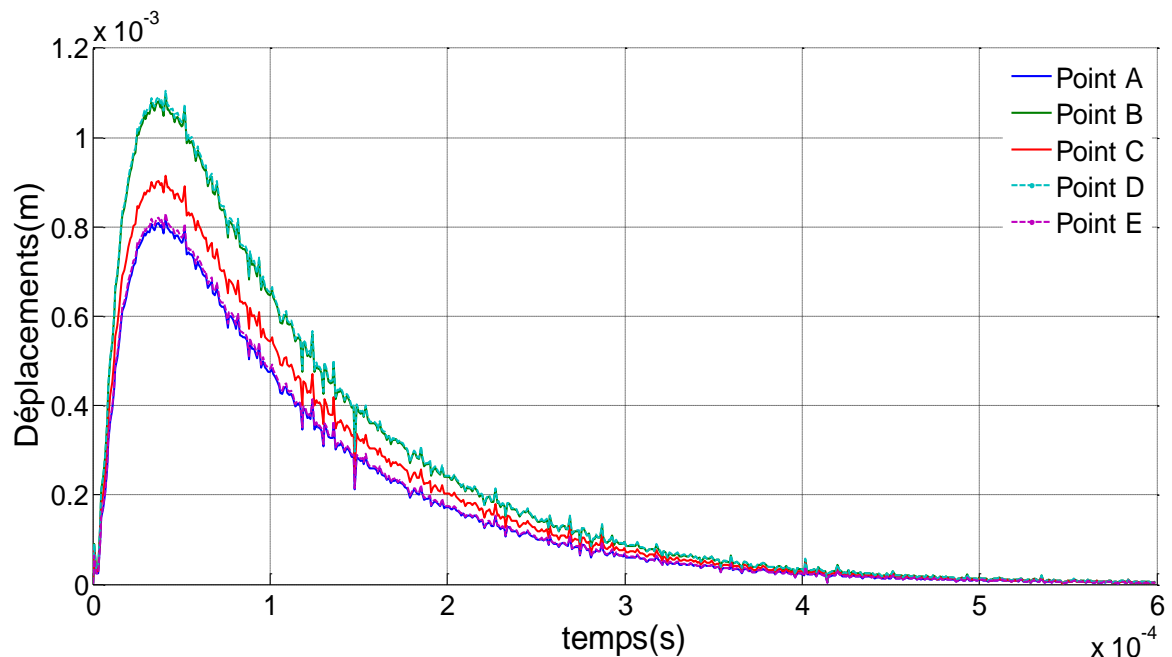


Figure 4-7. Evolution du déplacement en fonction du temps pour les 5 points de référence sur le tapis (d'après la Figure 1-8).

IV.5 Conclusions sur la modélisation électrique

Ce chapitre a présenté l'identification du circuit électrique équivalent du système constitué par l'association du tapis de dégivrage électromagnétique et de la source d'alimentation. Cette identification a reposée sur une approche énergétique afin de définir les éléments du circuit et de la charge associée à la conversion électromagnétique.

Le modèle électrique conçu peut être couplé au reste des modèles précédemment développés.

L'analyse des pertes a mis en évidence la possibilité d'une optimisation énergétique. Cette optimisation pourrait améliorer la conversion électromécanique pour obtenir un rendement plus adapté aux contraintes de l'aéronautique.

A ce stade, l'origine de ces pertes ne peut pas être identifiée avec plus de précision mais elle pourrait se trouver au niveau des pertes Joule dans les conducteurs, ou encore, être liées aux restrictions mécaniques issues de la constitution structurelle du tapis dégivreur.

Les valeurs des éléments du circuit électrique équivalent ont été obtenues à l'aide des mesures. La principale limitation reste sur l'identification des éléments équivalents de la plaque qui ne tient pas compte du développement des conducteurs lors d'un cycle d'activation.

- [1] S. L. Garrec, E. Belot, and A. Delehelle, "Spécification d'un Actionneur Electromécanique," Zodiac Aerospace, Intertechnique 7N-17079, Oct. 2013.

Chapitre 5 :

Analyse dynamique et résultats

Chapitre 5 : Analyse dynamique et résultats

V.1	Introduction	121
V.2	Synthèse des analyses de sensibilité réalisées au cours du projet sur la base des modèles numériques développés.....	122
V.2.a	Etude de sensibilité aux paramètres topologiques et géométriques à partir du modèle statique.....	123
V.2.b	Etude de sensibilité avec la définition des éléments plots	131
V.2.c	Principaux résultats des analyses de sensibilité	136
V.3	Analyse du comportement dynamique du déplacement	137
V.3.a	Essai expérimental 1 : identification d'un déplacement en régime forcé et en régime libre	137
V.3.b	Essai expérimental 2 : le déplacement est imposé par les forces générées au niveau des lignes des conducteurs.....	139
V.4	Proposition d'une approche par différence finie.....	141
V.4.a	Développement d'un modèle de résolution par différences finies en vue de la prise en compte des dynamiques mécaniques	142
V.5	Conclusions.....	145

V.1 Introduction

La modélisation des dispositifs de dégivrage a été détaillée dans les précédents chapitres, que ce soit la partie électromagnétique, mécanique ou électrique. Dans le chapitre précédent, l'assemblage de ces trois modèles en un seul modèle multiphysique est détaillé avec un calcul itératif à pas de temps fixe. Ceci a mis en évidence la nécessité d'une meilleure prise en compte de la dynamique du comportement mécanique.

Jusqu'alors, la modélisation effectuée et l'étude qui a suivi se sont focalisées sur une succession de cas statiques à vide. En effet, la charge mécanique et électrique que représente la glace sur le dispositif à dégivrer n'a pas été prise en compte. De ce fait, les déplacements obtenus avec cette modélisation ne peuvent être que des déplacements maximisés.

Etant donnée la nature multiphysique de notre problème, dans un premier temps, le choix s'est porté vers une modélisation simple en régime statique. Maintenant que tous ces aspects ont été décortiqués et une certaine compréhension sur le comportement électromagnétique et mécanique du dispositif a été atteinte, il est possible d'aborder l'étude du comportement dynamique.

Il est essentiel de considérer les aspects dynamiques pour évaluer l'impact de la dynamique sur les phénomènes physiques et leur interaction en jeu dans le fonctionnement du dispositif.

Dans un premier temps, des études de sensibilité, menées en utilisant les modèles précédemment établis, sont présentés. Par la suite une analyse des données expérimentales fournies par Zodiac va permettre de visualiser l'évolution des grandeurs en fonction du temps et cerner les détails du comportement du déplacement en fonction du temps.

Il sera donc possible d'aborder la prise en compte de la dynamique dans le modèle final, en cherchant une solution qui apporte un équilibre entre les contraintes d'implémentation, les besoins de précision de la modélisation et la complexité du modèle final adapté aux démarches d'optimisation futures.

En conclusion de ce chapitre un bilan sur les résultats du modèle complet retenu est donné.

V.2 Synthèse des analyses de sensibilité réalisées au cours du projet sur la base des modèles numériques développés

Des études de sensibilité ont été lancées au cours du projet avec les différents modèles indépendamment : électromagnétique, mécanique, électrique. Le but étant d'avoir des premières analyses de sensibilité.

L'approche semi-analytique développée dans ce travail a le gros avantage de naturellement faciliter l'étude de sensibilité sur certains paramètres. Dans ce cadre, il est beaucoup plus rapide d'effectuer des plans d'expérience que via une approche numérique type éléments finis.

Il s'avère utile d'identifier les enjeux qui peuvent avoir de l'importance dans la définition des grandeurs optimales de conception pour le dispositif. Une typologie des paramètres de l'espace de recherche d'optimisation est proposée :

Paramètres topologiques

- Le nombre de lignes de conducteurs,
- la densité de plots,
- définition du type de jonction aux extrémités du tapis,
- disposition du circuit serpentin.

Paramètres géométriques

- Les dimensions géométriques du tapis,
- les dimensions géométriques des conducteurs et des plots,
- l'épaisseur du blindage en aluminium.

Paramètres physiques

- Caractéristiques mécaniques, tels que le module de Young ou le module de cisaillement, des matériaux des conducteurs, du blindage, des élastomères.

Paramètres d'excitation

- Forme d'onde du courant : amplitude, temps de montée, temps de descente,
- stratégie de commande : une seule impulsion, plusieurs impulsions, etc.

Les études de sensibilité suivantes s'attaquent à l'analyse du comportement d'un ou plusieurs de ces paramètres.

V.2.a Etude de sensibilité aux paramètres topologiques et géométriques à partir du modèle statique

Une question légitime est de savoir comment faire évoluer la géométrie du tapis pour à la fois optimiser la consommation énergétique et s'assurer de fournir l'énergie demandé, de 0.1 J/cm², pour la transformation mécanique.

D'un point de vue topologique, pour une surface totale du tapis fixe, il est possible de faire varier :

- le nombre de conducteurs (cas 1),
- la largeur des conducteurs (cas 2),
- le nombre de plots (cas 3).

Pour une surface variable du tapis, il est possible de :

- diminuer la largeur du dispositif (cas 4),
- augmenter la longueur des conducteurs (cas 5 et cas 5bis).

Le but est de trouver les paramètres influents en vue d'identifier des pistes pour l'optimisation du dispositif.

Dans tous les cas, on cherche comment va évoluer la déformation du tapis, ainsi que les circuits équivalents et la force électromagnétique résultante.

Pour le modèle électrique utilisé dans les tests suivants, une forme d'onde de courant avec un modèle, ne prenant pas en compte l'élément impédance de charge couplé, est utilisé.

Cette étude préliminaire a été effectuée avant la définition d'un modèle électrique final mais elle est toutefois utile dans les objectifs d'analyse du fonctionnement. Elle permet en effet d'apprécier les variations directement liées aux modifications géométriques imaginées pour le dispositif.

Cas 1 : Augmentation du nombre de conducteurs

Augmenter le nombre de conducteurs aura pour conséquence d'augmenter l'impédance équivalente parasite du dispositif. Le courant résultant va donc diminuer et la résistance équivalente augmenter. Etant donné que les pertes Joules sont directement liés à la définition géométrique du serpent, il est pertinent de vérifier ici l'évolution des valeurs électriques selon les modifications du patron conducteur.

Chapitre V : Analyse dynamique et résultats

Deux conducteurs supplémentaires sont insérés, comme illustré sur la Figure 5-1. Par ailleurs, pour une même surface de tapis, dans cette configuration, le nombre de lignes de chargement mécanique est augmenté, ainsi que le nombre de lignes de plots de rappel.

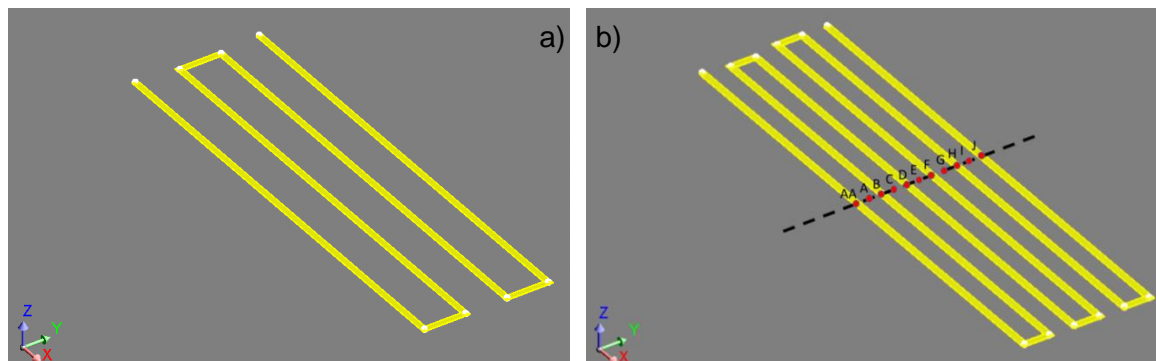


Figure 5-1. Géométrie initiale a), modifiée b).

Une modélisation InCa3D a permis d'évaluer les nouvelles valeurs du schéma électrique équivalent du dispositif : $R_{serpentin} = 105 \text{ m}\Omega$ et $L_{serpentin} = 138 \text{ nH}$, valeurs considérées constantes pour la gamme de fréquences étudiée.

Avec ces nouvelles valeurs, la réponse électrique du circuit a été évaluée et le courant obtenu a servi de donnée d'entrée à la chaîne de modélisation. Dans le Tableau 5-1, les valeurs maximales du courant et du déplacement sont présentées. Les éléments résistifs et inductifs indiquées sont les éléments propres du serpentin et n'incluent pas le couplage avec la charge mécanique.

Tableau 5-1. Comparaison entre la configuration initiale et la structure avec 6 conducteurs.

Paramètres	Tapis original	Cas 1
Surface du tapis [cm^2]	205,6	205,6
Nombre de plots	3 lignes de 10 plots	5 lignes de 10 plots
Résistance : R [$\text{m}\Omega$]	71,95	105,1
Inductance : L [nH]	94,75	138,2
Courant max : I_{max} [A]	5360	3720
Déplacement max : W_{max} [mm]	1,02	0,53

Le courant a logiquement diminué par rapport à la configuration de référence du fait de l'augmentation de l'impédance du serpentin. Un calcul d'énergie montre également une diminution de l'énergie absorbée par cm^2 . Cette valeur, plus faible comparée au cas de référence du fait de la diminution du courant, laisse présager une non-amélioration des performances.

Le modèle mécanique constitué de 6 chargements linéiques et de 5 rangées de plots donne un déplacement maximal de 0,53 mm comparé au 1,02 mm pour le tapis original. Sur la Figure 5-2, le déplacement de différents points pris le long d'une ligne au milieu du dispositif (Figure 5-1 b, au niveau des conducteurs ou des plots) est tracé en fonction du temps.

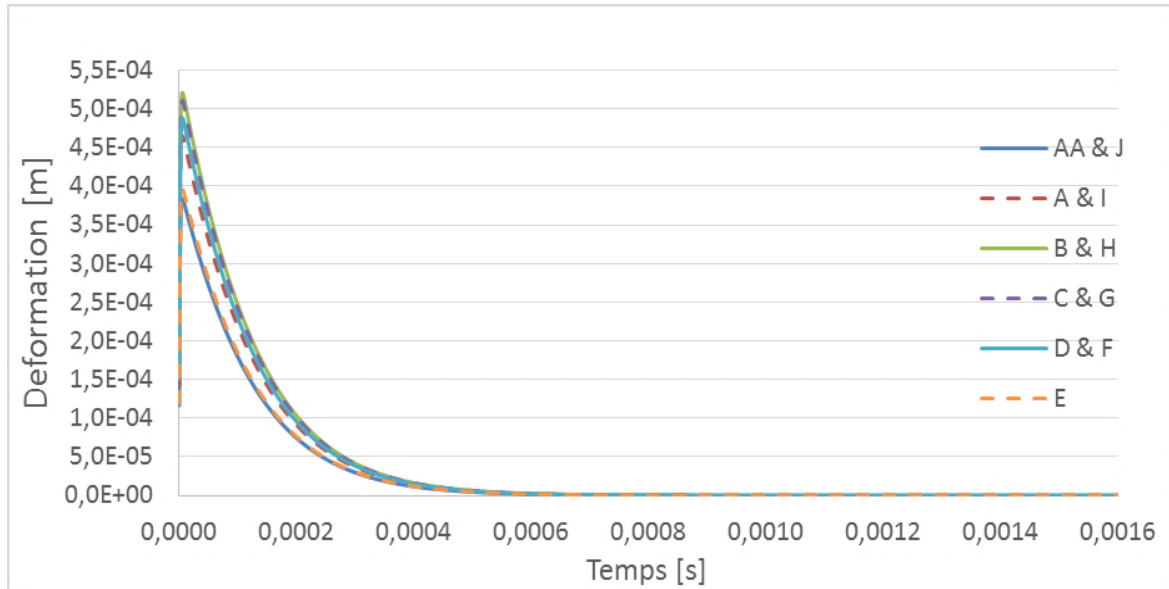


Figure 5-2. Déformation pour la configuration à 6 conducteurs.

Cas 2 : Augmentation de la largeur des conducteurs

Dans cette configuration, la variation de la largeur des conducteurs impacte directement la section des conducteurs. L'augmenter aura pour conséquence de diminuer la résistance et ainsi d'augmenter le courant. Pour ce test la largeur des conducteurs a été doublée. Elle passe de 3 mm à 6 mm (Figure 5-3).

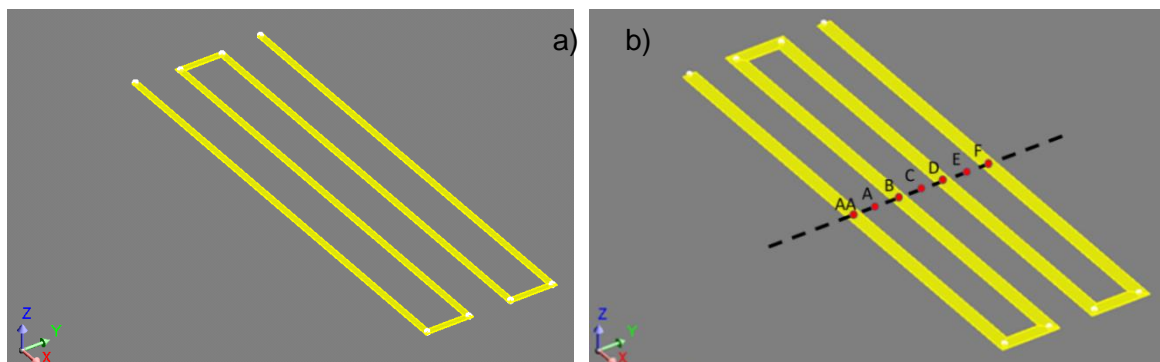


Figure 5-3. Géométrie initiale a), modifiée à droite b).

Le Tableau 5-2 présente les principaux résultats obtenus pour cette configuration.

Tableau 5-2. Comparaison entre le cas initial et la structure avec conducteurs de largeur double.

Paramètres	Tapis original	Cas 2
Surface du tapis [cm ²]	205,6	205,6
Nombre de plots	3 lignes de 10 plots	3 lignes de 10 plots
Résistance : R [m Ω]	71,95	36,1
Inductance : L [nH]	94,75	51,1
Courant max : I_{max} [A]	5360	10220
Déformation max : W_{max} [mm]	1,02	1,98

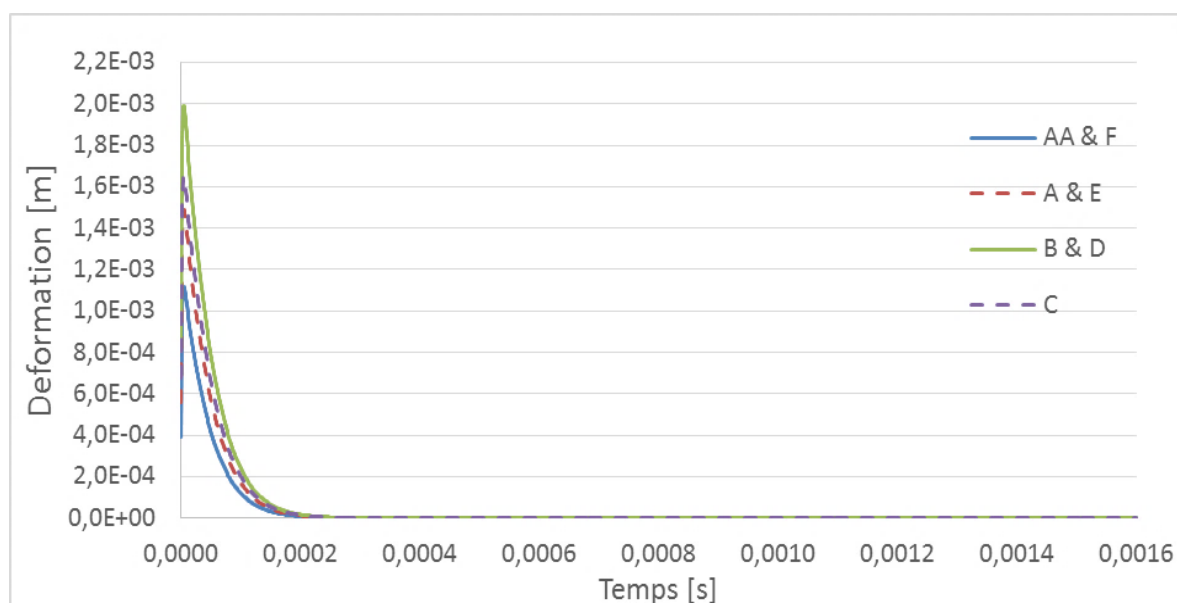


Figure 5-4. Déformation pour 4 conducteurs plus larges (cas 2).

La Figure 5-4 présente le déplacement des différents points pris le long d'une ligne au milieu du dispositif (Figure 5-1 b) en fonction du temps. Du fait du courant plus élevé, la force électromagnétique est plus grande et donc le déplacement plus important. Cette configuration est donc très intéressante. L'inconvénient majeur réside dans l'augmentation de la masse de cuivre nécessaire, qui serait intéressant d'évaluer.

Cas 3 : Diminution du nombre de plots

Dans cette configuration, le nombre de plots de rappel entre les conducteurs est diminué à 5 plots par ligne.

Comme attendu, moins il y a de plots plus la déformation maximale est importante (Figure 5-5 et Tableau 5-3). La diminution du nombre de plots réduit les efforts de rappel et conduit à une structure plus souple.

Cette configuration est intéressante mais il faudra veiller à ne pas trop diminuer le nombre de plots dont la présence a un intérêt pour la structure, qui est de garantir le retour des conducteurs à leur position initiale après chaque activation du dégivreur.

Tableau 5-3. Comparaison entre le cas initial et la structure avec moins de plots.

Paramètres	Tapis original	Cas 3
Surface du tapis [cm ²]	205,6	205,6
Nombre de plots	3 lignes de 10 plots	3 lignes de 5 plots
Résistance : R [m Ω]	71,95	71,95
Inductance : L [nH]	94,75	94,75
Courant max : I_{max} [A]	5360	5360
Déformation max : W_{max} [mm]	1,02	1,6

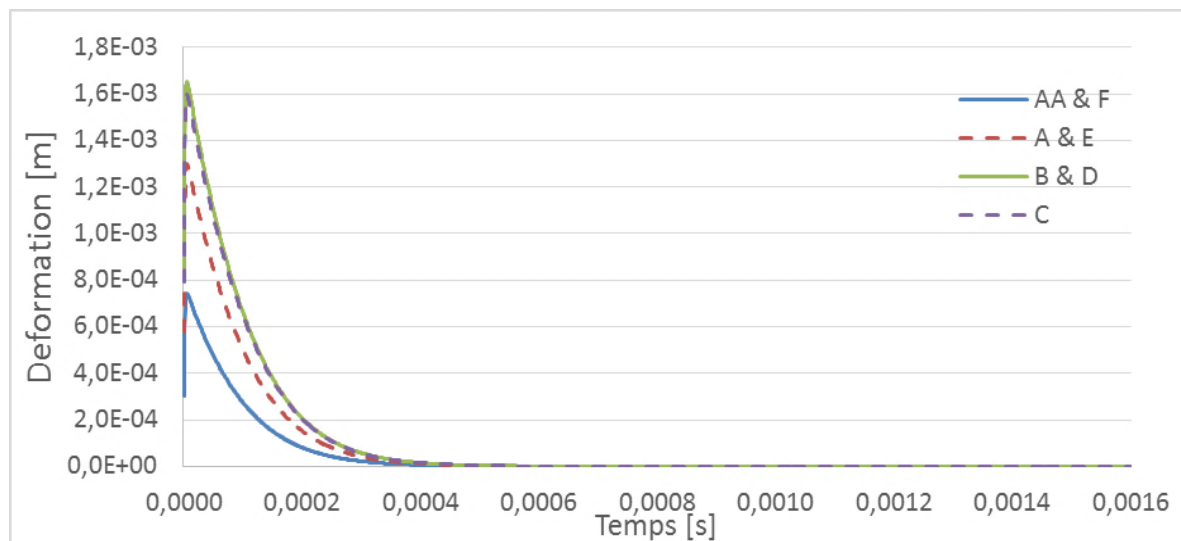


Figure 5-5. Déformation dans le cas 3.

Cas 4 : Réduction de la largeur du tapis

Réduire la largeur du tapis et conserver le nombre de conducteurs pour le même signal d'excitation électrique, aura pour conséquence d'augmenter la densité d'effort électromécanique surfacique disponible. Cette réduction conduit au rapprochement des lignes des conductrices. Dans le cas traité, il a été choisi de diminuer la largeur du tapis d'un tiers, (Tableau 5-4).

Tableau 5-4. Comparaison entre le cas initial et la structure avec un tapis moins large.

Paramètres	Tapis original	Cas 4
Surface du tapis [cm ²]	205,6	137
Nombre de plots	3 lignes de 10 plots	3 lignes de 10 plots
Résistance : R [m Ω]	71,95	70,4
Inductance : L [nH]	94,75	92,8
Courant max : I_{max} [A]	5360	5430
Déformation max : W_{max} [mm]	1,02	0,92

Dans ce cas, le déplacement maximal (Figure 5-6) a diminué car le fait de réduire la surface du tapis rend la structure plus rigide. Certes, par rapport au tapis original les pertes ont diminué mais l'augmentation de la densité d'énergie surfacique n'a pas été suffisante pour contrecarrer l'augmentation de la rigidité. Aussi, la valeur de la densité d'énergie surfacique n'est pas le seul indicateur de la possible adéquation du tapis réalisé au cahier des charges.

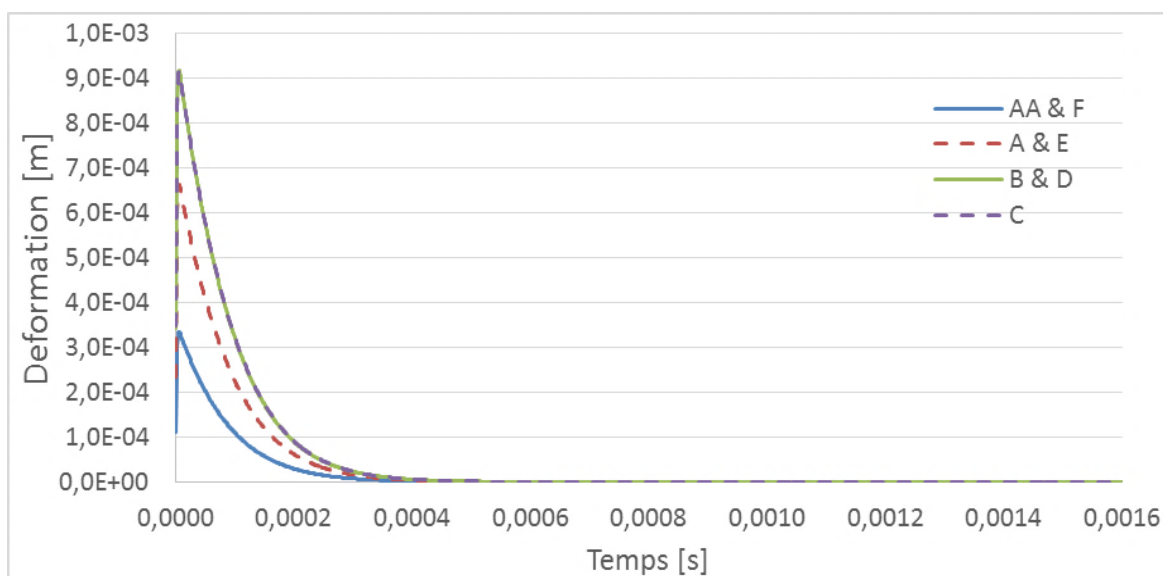


Figure 5-6. Déformation dans le cas d'un tapis moins large (cas 4).

Cas 5 : Augmentation de la longueur des conducteurs

Au vue des résultats précédents, un dernier test porte sur l'augmentation de la longueur des conducteurs. Cela aura pour conséquence de rendre le tapis plus souple pour se déformer.

Néanmoins, du point de vue électrique il faut noter que l'augmentation de la longueur conduit à augmenter l'impédance ainsi que les pertes, réduisant le courant

maximal. Le test mise en œuvre propose de vérifier si la souplesse gagnée compense les pertes énergétiques pour une longueur de conducteurs augmentée de 50 %. Le Tableau 5-5 montre les principaux résultats obtenus.

Tableau 5-5. Comparaison entre le cas initial et la structure avec des conducteurs plus longs.

Paramètres	Tapis original	Cas 5	Cas 5bis
Surface du tapis [cm ²]	205,6	308,4	308,4
Nombre de plots	3 lignes de 10 plots	3 lignes de 10 plots	3 lignes de 15 plots
Résistance : R [m Ω]	71,95	106	106
Inductance : L [nH]	94,75	140	140
Courant max : I_{max} [A]	5360	3700	3700
Déformation max : W_{max} [mm]	1,02	0,83	0,62

Tout d'abord le nombre de plots est resté constant (cas 5, Figure 5-7). Dans ce cas, le tapis est plus souple, non seulement parce qu'il est rallongé mais aussi car il y a moins de plot rapportés à la surface. Le cas 5bis représente la même configuration mais avec une densité de plots constante (Figure 5-8).

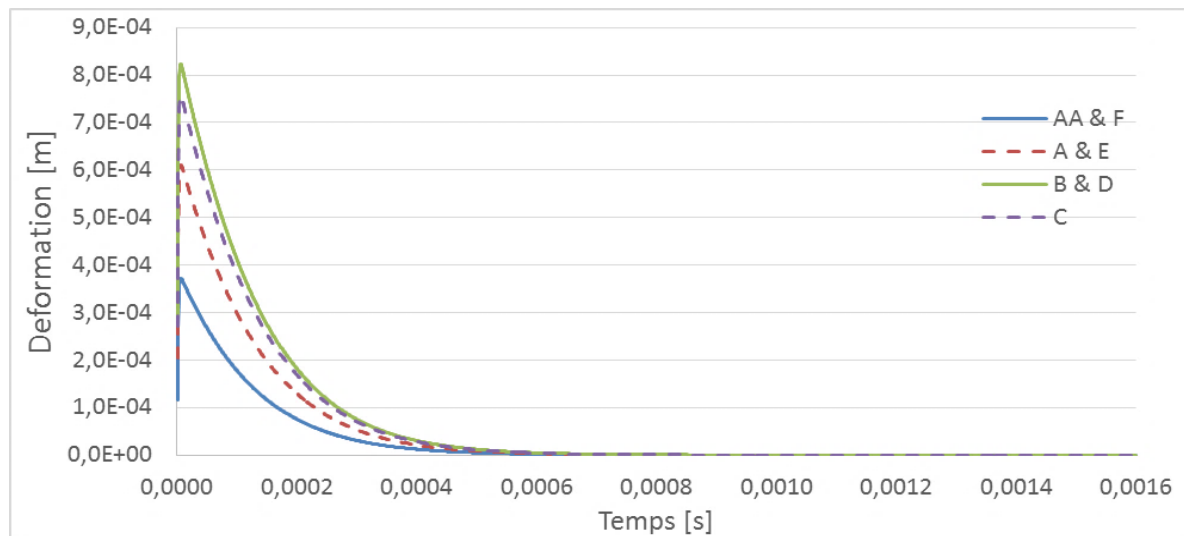


Figure 5-7. Déformation dans le cas de conducteurs plus longs (cas 5).

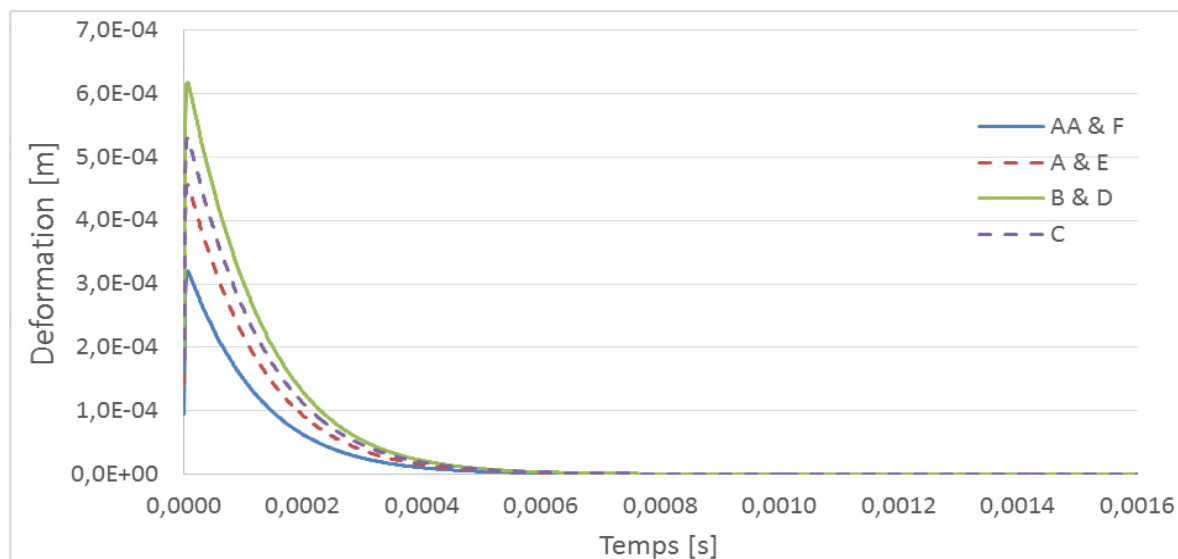


Figure 5-8. Déformation dans le cas de conducteurs plus longs (cas 5bis).

La souplesse gagnée en allongeant le tapis n'a pas permis de contrecarrer la diminution du courant et donc de la force électromagnétique subie par les conducteurs.

Récapitulatif des résultats

Le Tableau 5-6 récapitule les principaux résultats. La première ligne correspondant aux valeurs pour le tapis original, sera considérée comme la référence de comparaison.

Tableau 5-6. Récapitulatif des résultats obtenus avec le modèle statique.

Cas analysé	Résultats	Observations
Tapis original avec 4 conducteurs	$I_{max} = 5360 \text{ A}$ $W_{max} = 1,02 \text{ mm}$	Données de référence. Cette structure a permis en essai de casser la glace.
6 conducteurs (surface inchangée)	$I_{max} = 3720 \text{ A}$ $W_{max} = 0,53 \text{ mm}$	Moins de courant donc déformation moindre.
4 conducteurs section double (surface inchangée)	$I_{max} = 10220 \text{ A}$ $W_{max} = 1,98 \text{ mm}$	Plus de courant donc déformation plus importante.
4 conducteurs et moins de plots (surface inchangée)	$I_{max} = 5360 \text{ A}$ $W_{max} = 1,6 \text{ mm}$	Tapis plus souple, déformation plus importante (attention à la limite élastique).
4 conducteurs rapprochés	$I_{max} = 5430 \text{ A}$ $W_{max} = 0,92 \text{ mm}$	Tapis plus étroit donc plus rigide, déformation moindre.
4 conducteurs plus longs	$I_{max} = 3690 \text{ A}$ $W_{max} = 0,83 \text{ mm} \text{ \& } 0,62 \text{ mm}$	Tapis plus long, plus souple mais moins de courant donc déformation moindre.

Il est observé une influence importante sur les valeurs de déplacement pour le changement de la taille du tapis et pour le nombre de plots. La géométrie des conducteurs reste aussi un paramètre de poids parce qu'elle est directement liée aux grandeurs électriques telles que la résistance et en conséquence le courant.

V.2.b Etude de sensibilité avec la définition des éléments plots

Une série de calculs afin d'étudier la sensibilité en fonction des paramètres caractérisant la définition des plots a été effectuée. Trois études ont été choisies et sont présentées dans la suite.

Pour cette étude, le modèle mécanique présenté dans le paragraphe III.4.d, est pris en compte. Les calculs sont effectués pour une densité de force linéique fixe ($L_{yi} = 5400 \text{ N/m}$) et des conditions aux limites de type encastrement sur les 4 bandes de la plaque sont considérées.

Influence du nombre de plots

L'influence du nombre de plots sur la valeur du déplacement est analysée dans un premier temps afin de pouvoir optimiser ce paramètre.

Pour une géométrie et un matériau donnés, le nombre de plots par ligne varie de 3 à 10, les plots sont disposés de manière uniforme sur 3 lignes parallèles pour un nombre de termes m dans la somme de l'équation 3-34, suffisamment élevé pour s'affranchir d'une quelconque erreur liée à ce facteur a été pris en compte ($m=14$). Sur la Figure 5-9, les résultats pour le déplacement le long d'une ligne au niveau d'un conducteur sont représentés.

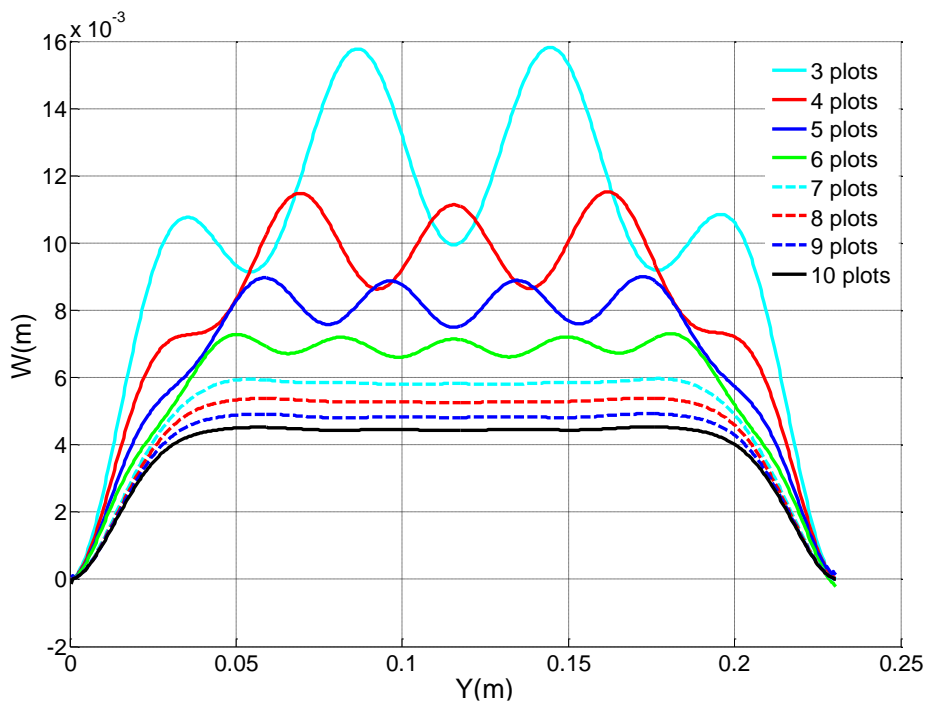


Figure 5-9. Déformation le long d'une ligne au niveau d'un conducteur en fonction du nombre de plots.

Il est constaté que plus le nombre de plots est important, plus le déplacement est faible. La force de rappel exercée par les plots limite le déplacement. Le déplacement maximal obtenu en fonction du nombre de plots confirme ce résultat (Figure 5-10)

Ceci justifie que pour maximiser le déplacement il est nécessaire de minimiser le nombre de plots. Le nombre de plots est un paramètre dit sensible pour l'optimisation et la réalisation du dispositif de dégivrage selon la technologie étudiée.

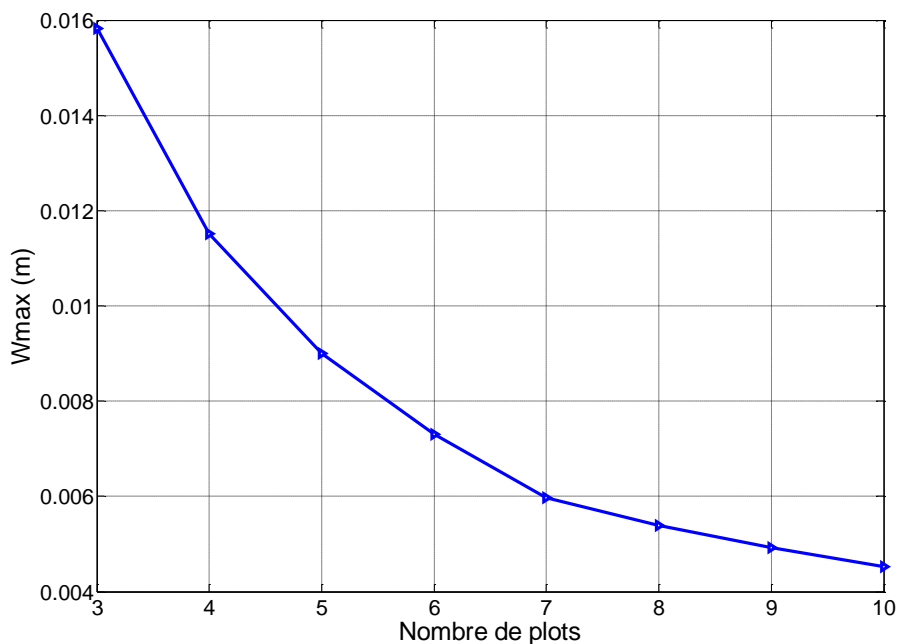


Figure 5-10. Déplacement maximal en fonction du nombre de plots, avec $m = 14$.

Cependant, si le nombre de plots est trop réduit, la force de rappel permettant au tapis de retrouver sa forme d'origine ne sera pas suffisante. Cela pourrait impacter la fiabilité du dispositif après plusieurs cycles d'activation.

Il convient donc de trouver un compromis entre le nombre des plots de rappel et la densité de force nécessaire pour effectuer le déplacement, dans le but d'optimiser la valeur du courant d'alimentation demandé par le système. La Figure 5-11 trace l'évolution du courant et de la densité de force nécessaires pour obtenir une même amplitude du déplacement fixe ($w_{max} = 0,0044 \text{ m}$) en fonction d'un nombre de plots.

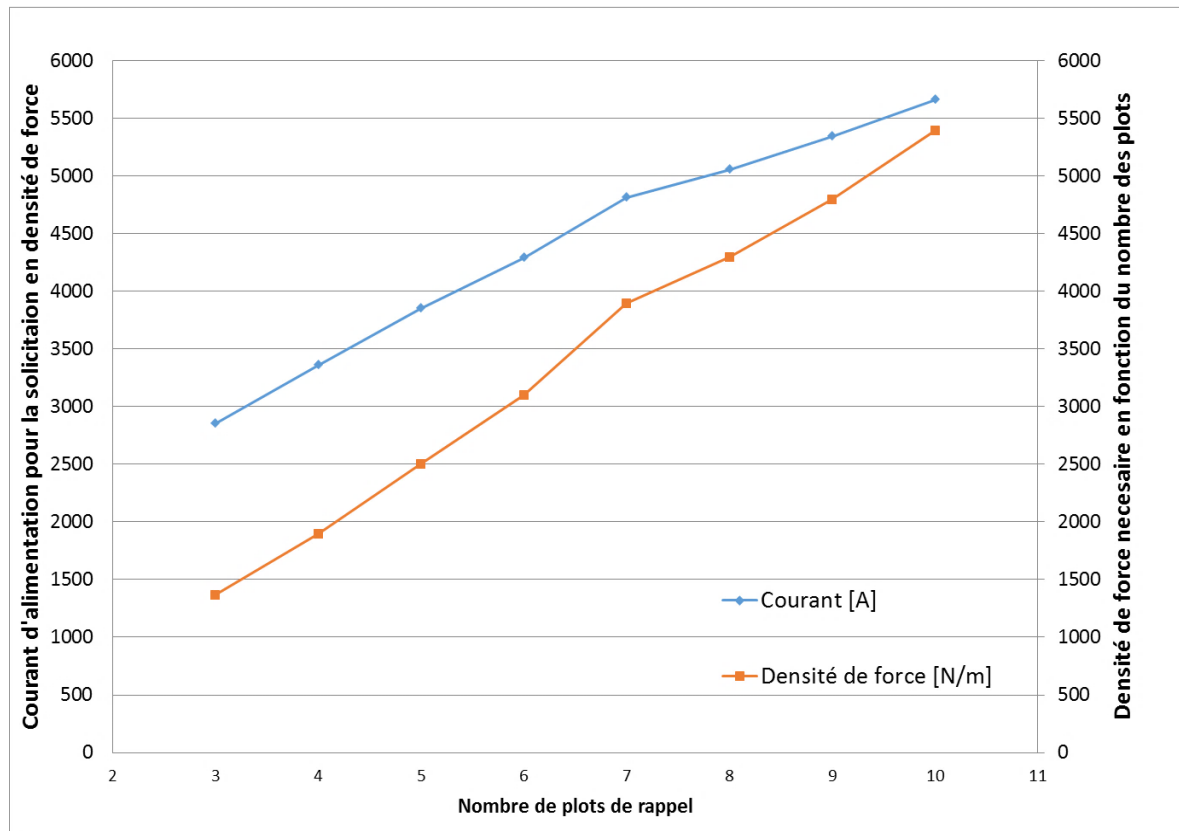


Figure 5-11. Relation entre le nombre de plots, la densité de force et le courant d'alimentation garantissant une valeur de déplacement imposée ($w_{max} = 0,0044 \text{ m}$).

Une relation de proportionnalité est clairement apparente : pour assurer une valeur de déplacement w_{max} donnée, le courant d'alimentation doit être d'autant plus élevé que le nombre de plots est grand. La relation directe entre le courant d'alimentation et la densité de force s'explique facilement du fait de l'équation de force de Laplace (Equation 2-3).

Influence du matériau des plots

Pour réaliser cette analyse, la valeur du module de Young du matériau constituant les plots a été modifiée. L'objectif est de mieux comprendre son influence sur les résultats de déplacement.

Une comparaison a été effectuée une nouvelle fois avec COMSOL® pour confirmer la fiabilité du comportement du modèle développé. La Figure 5-12 montre clairement l'impact des plots sur la déformation du tapis, avec la présence d'une surface ondulée.

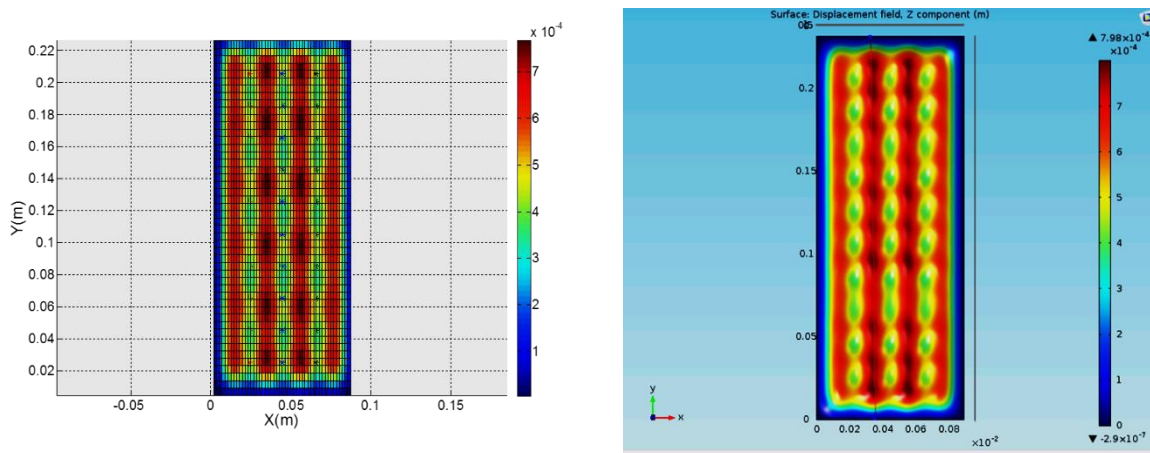


Figure 5-12. Comparaison pour la prise en compte des plots comme des ressorts : approche analytique, modèle Comsol à droite.

Sur la Figure 5-13, l'évolution du déplacement maximal en fonction du module de Young du matériau des plots est représentée. Plus le module d'Young des plots est élevé, plus la rigidité des plots augmente. Cela a pour conséquence une réduction du déplacement maximal atteint.

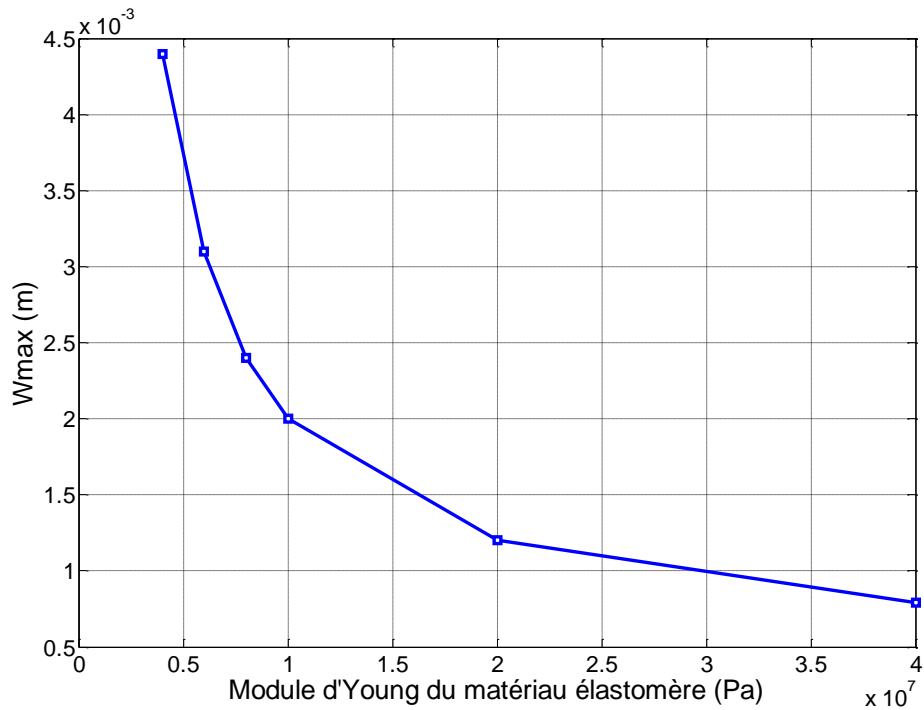


Figure 5-13. Déplacement maximal en fonction du module d'Young du matériau du plot élastomère.

Influence du diamètre des plots

Pour un nombre de plots donné et un matériau donné, il est également possible de faire varier le diamètre des plots. Le déplacement maximal a été tracé en fonction de ce paramètre sur la Figure 5-14. Le diamètre de référence est de 3 mm (Tableau 1-3).

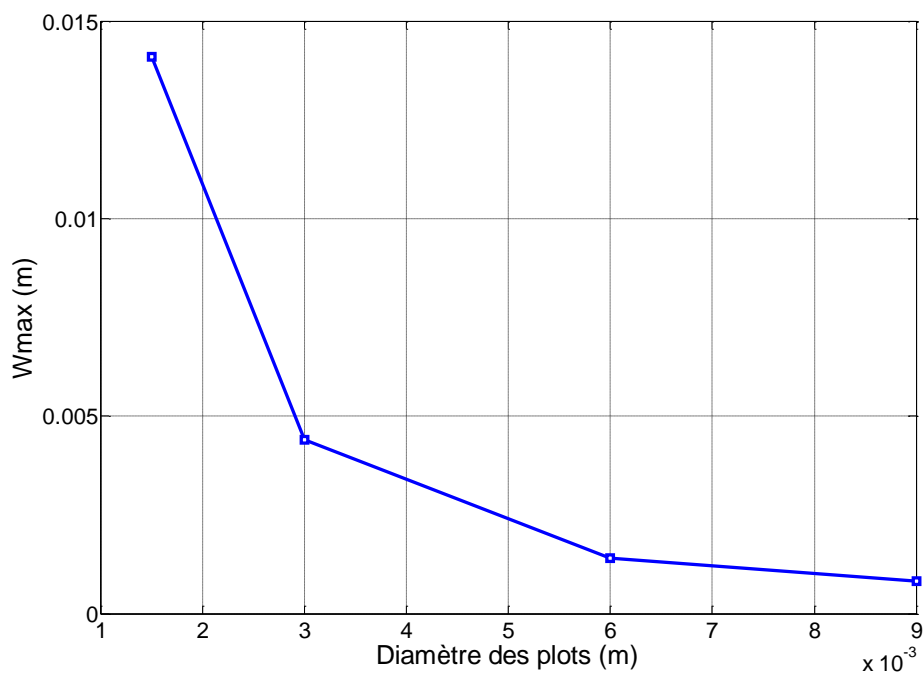


Figure 5-14. Déplacement maximal en fonction du diamètre des plots.

Il est observé une diminution importante du déplacement liée à l'augmentation du diamètre des plots. Ceci a du sens car la force de rappel exercée par les plots est directement proportionnelle à la surface des plots et devient alors plus importante/grande ; cette force s'oppose à la déformation du tapis.

V.2.c Principaux résultats des analyses de sensibilité

Les paramètres géométriques et structurels du dispositif ont un rôle important dans le comportement dynamique. Cela a été remarqué depuis le début quand il a été mis en évidence l'incapacité de représenter le système et sa complexité avec un problème de déformation des poutres 1D. Les paramètres topologiques et d'excitation (alimentation électrique) sont étroitement liés. Seuls les paramètres physiques (géométries, propriétés des matériaux et caractéristiques structurelles) peuvent être considérés indépendants, et dans ce cas-là, les contraintes de réalisation (telles que les matériaux adaptés aux applications aéronautiques, les restrictions de volume et de masse) s'imposent.

Ces études de sensibilité ont permis d'éliminer certaines variables, soit parce qu'elles se sont avérées avoir peu d'influence soit parce qu'elles sont déjà fixées à leur valeur optimale ou à cause des contraintes de fabrication. Seule une optimisation à travers les deux modèles résultants (modèle électrique et modèle électro-magnétique-mécanique), permettra de faire une définition plus précise des grandeurs optimales pour les variables déjà identifiées.

Il a été observé que l'amplitude du courant est un paramètre important : plus celle-ci est élevée, plus l'effort sera important et donc le déplacement également, moyennant de bien prendre en compte les pertes.

De la même façon, l'écart entre conducteurs est un paramètre de grand impact sur le déplacement.

Il est à noter que les différentes analyses de sensibilité sur les paramètres du tapis ont été effectuées avec un modèle d'impédance de charge Z_{charge} constant, déduit de l'identification à partir des mesures (et sans prise en compte de la charge Z_{charge} équivalente dans le cas des études de sensibilité du paragraphe V.2.a). Les paramètres des conducteurs sont pris en compte dans le modèle PEEC ($L_{serpentin}$, $R_{serpentin}$) pour toutes les études de sensibilité présentées. Cependant, à ce stade l'impact de la déformation du tapis sur l'impédance de charge, qui traduirait le couplage électromagnétique, n'est pas pris en compte.

V.3 Analyse du comportement dynamique du déplacement

A partir des résultats des expériences réalisées avant la thèse, et dans le but de mieux cerner les caractéristiques du comportement dynamique de la réponse mécanique et sa relation avec le signal électrique d'alimentation, deux séries d'essais effectuées par le partenaire Zodiac sont reprises ici.

- Essai 1 : Une matrice de points sur un tapis a été créée et le déplacement de chacun de ces points a été enregistré suite à une sollicitation en courant.
- Essai 2 : Sur une ligne transverse au centre du tapis dégivreur, le déplacement de 5 points a été mesuré suite à une sollicitation en courant.

Ces deux essais ont été faits à vide, c'est-à-dire en l'absence de glace, afin de pouvoir mesurer le déplacement maximal fourni par le dispositif. Les résultats complets issus de ces essais sont disponibles dans les documents de référence et rapports, propriétés de Zodiac Aerospace.

V.3.a Essai expérimental 1 : identification d'un déplacement en régime forcé et en régime libre

La procédure de collecte de ces valeurs a été la suivante. A l'aide d'un laser, le déplacement de chaque point a été enregistré indépendamment. Il y a donc autant de décharges de condensateur que de points de mesure (soit 207). Ceci a eu pour conséquence une certaine fatigue mécanique du prototype et des offsets pour certains relevés car le tapis n'a pas toujours repris sa position initiale.

Compte tenu des imprécisions dans la procédure de mesure, pour cette première série d'essais, seul le comportement de la déformation est analysé. Les valeurs de déplacement obtenu ne sont pas considérées pour le moment.

Sur la Figure 5-15 et Figure 5-16, le déplacement d'une ligne au droit des plots et des conducteurs a été tracé en fonction du temps.

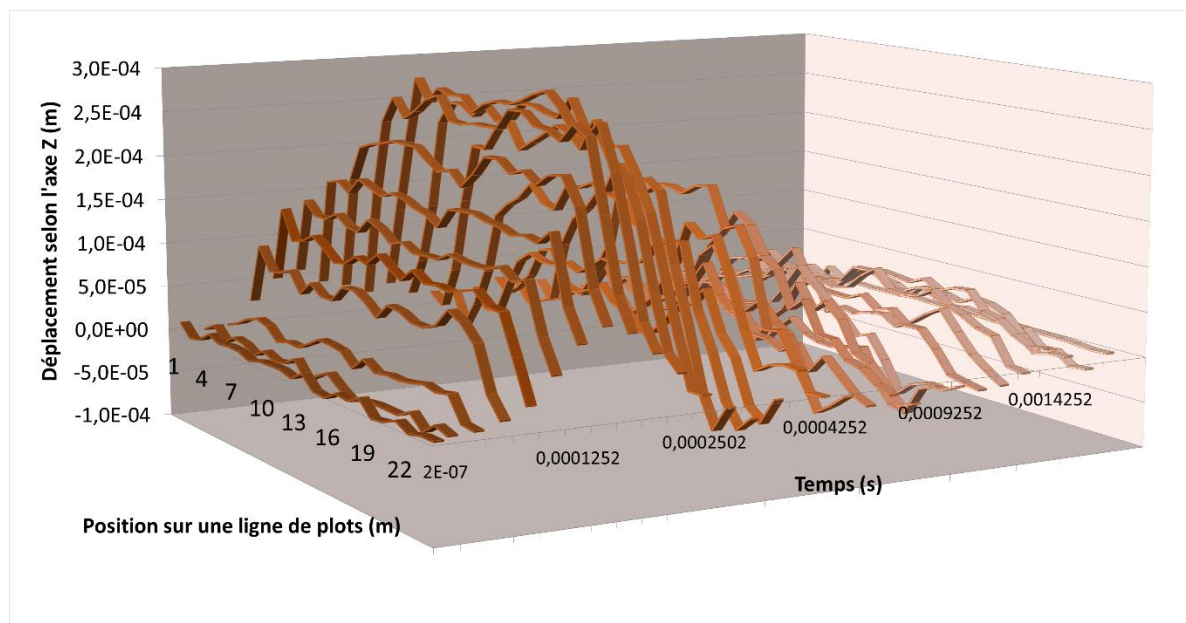


Figure 5-15. Déplacement d'une ligne au droit des plots en fonction du temps.

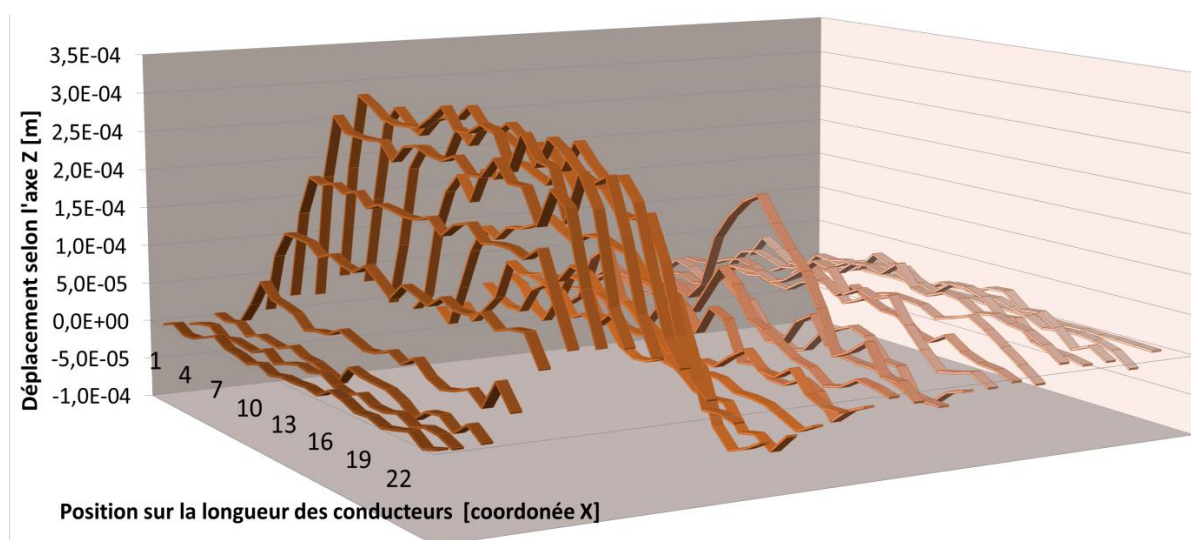


Figure 5-16. Déplacement d'une ligne au droit d'un conducteur en fonction du temps.

Ces deux courbes mettent en évidence deux phases de fonctionnement présentes tant au niveau des conducteurs qu'au niveau des lignes de plots de rappel :

- à l'exception des extrémités les déplacements sont uniformes, tous les points de la ligne se déplacent de la même quantité. Temporellement cela se produit pendant la phase de croissance du courant. Il s'agit donc d'un *régime forcé* de déformation,
- par la suite, les points de la ligne se déplacent de façon plus aléatoire. Le courant décroît jusqu'à s'annuler. Il s'agit d'un *régime libre* au cours duquel la structure libère l'énergie emmagasinée.

V.3.b Essai expérimental 2 : le déplacement est imposé par les forces générées au niveau des lignes des conducteurs

Une autre série d'essais a été effectuée de manière plus précautionneuse sur 5 points d'une même ligne transversale (Figure 5-17 et Figure 5-18). Les points A, C et E se situent au niveau de lignes de plots alors que les points B et D sont au niveau des conducteurs internes du dispositif. Pour cet essai, une série de 5 décharges identiques de deux condensateurs en parallèle chargés sous 600 VDC a été réalisée.

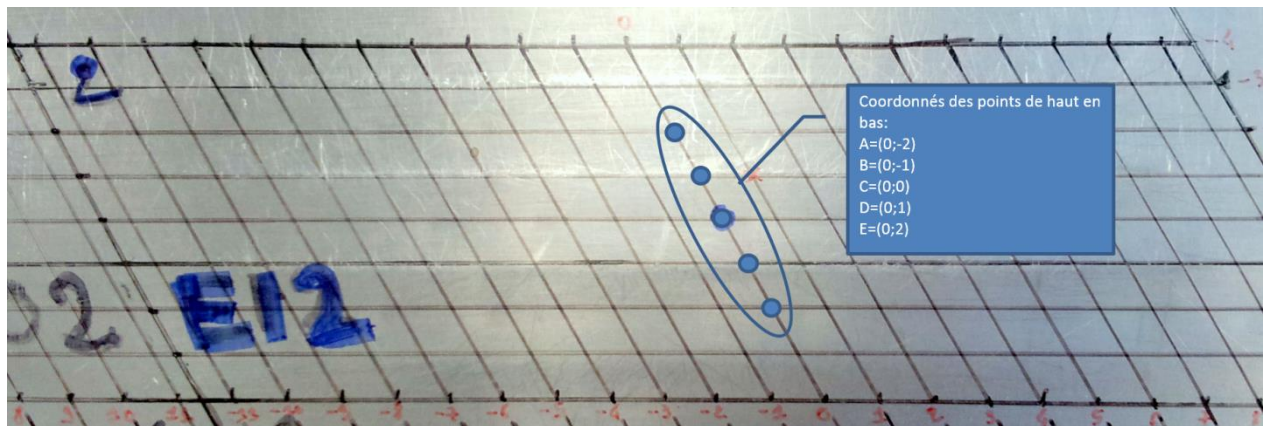


Figure 5-17. Emplacement des points de mesure sur le tapis.

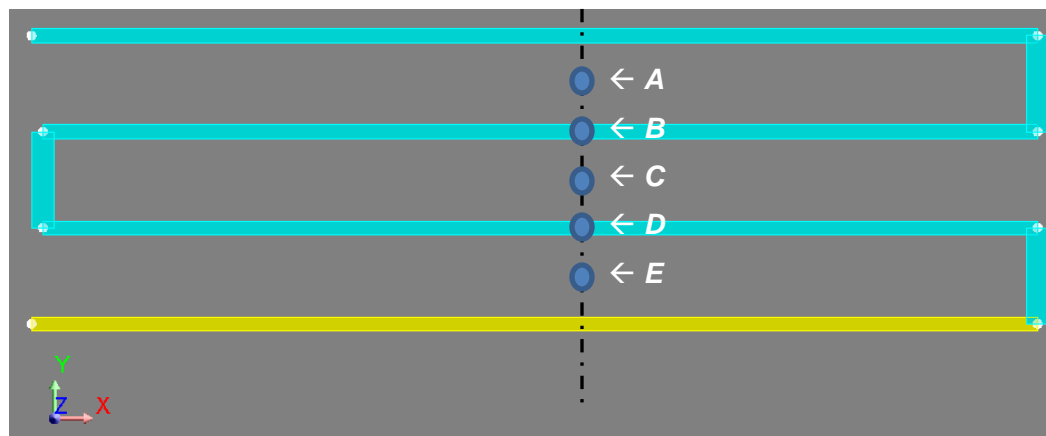


Figure 5-18. Position des points de mesure sur le dispositif de dégivrage (conducteurs et plots), plan XY du système.

Les Figure 5-19 et Figure 5-20 présentent les courbes de déplacement obtenues pour les 5 points en fonction du temps. Au niveau des conducteurs, une certaine symétrie est observée. Au niveau des plots, cette symétrie est moins marquée pour deux des trois points, A et E (points aux extrémités). Le point C qui est au milieu du tapis a un déplacement maximal moindre comparé à celui des points B et D au niveau des lignes de conducteurs, ce qui est cohérent compte tenu de la conception du tapis.

Chapitre V : Analyse dynamique et résultats

Il est constaté une plus grande cohérence et plus d'uniformité dans les courbes relevées à partir de ces essais. Pour cette raison, les résultats de cet essai serviront de référence afin de valider les hypothèses émises et alimenter les analyses.

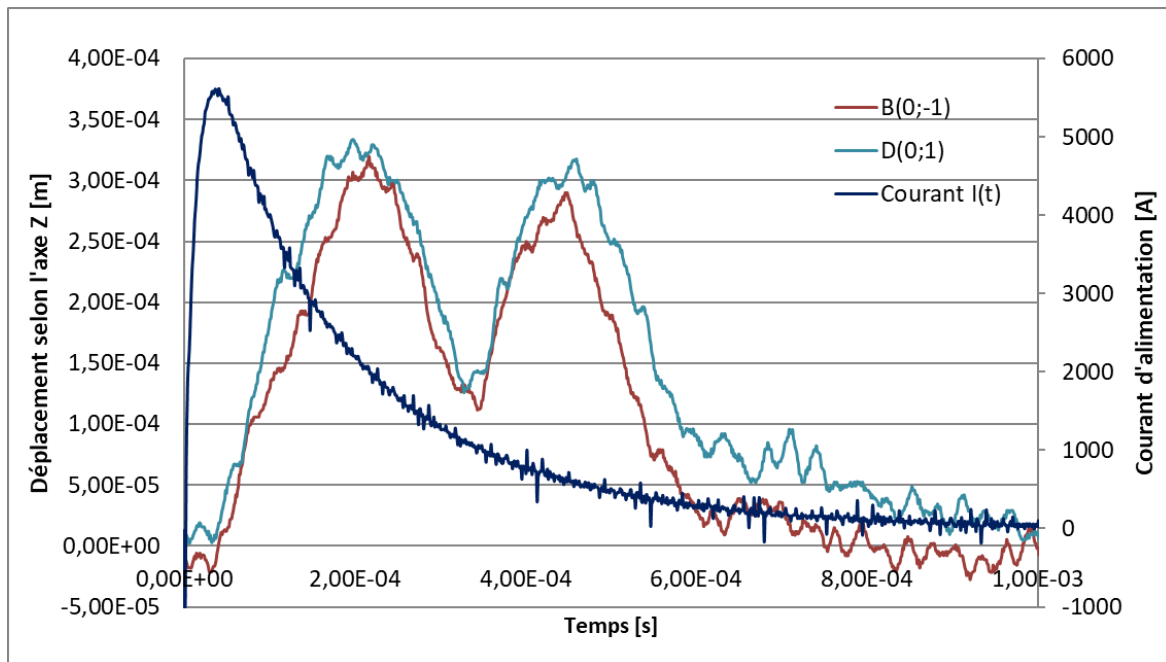


Figure 5-19. Déplacement des points B et D (conducteurs) et courant en fonction du temps.

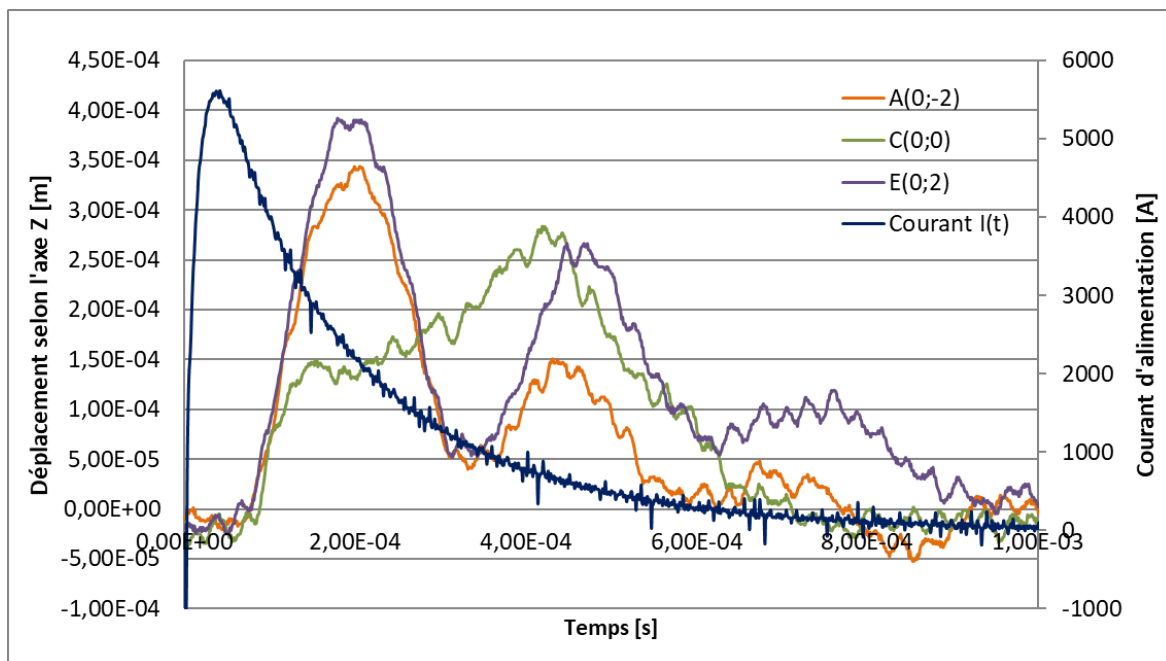


Figure 5-20. Déplacement des points A, C et E (plots) et courant en fonction du temps.

A la lecture de ces courbes, lors de la phase en régime forcé, un retard au démarrage entre la courbe d'excitation électrique et la courbe de la réponse mécanique est clairement observé pour tous les points. En effet, tant que la force électromagnétique

liée au courant de décharge qui augmente progressivement n'est pas suffisante pour contrer la résistance mécanique imposée par la plaque, les conducteurs ne se déplacent pas.

En régime libre, le déplacement du tapis évolue en fonction de l'énergie élastique emmagasinée dans la structure, de la rigidité de la structure et des forces de rappel. Cette seconde phase de la déformation du tapis pourra être étudiée dans un second temps, si par exemple une stratégie de décharge particulière pour créer une onde pouvait s'avérer utile pour la continuité de l'expulsion de la glace résiduelle et pour éviter que les particules s'accrochent à nouveau sous certaines conditions de givrage particulières.

V.4 Proposition d'une approche par différence finie

Les analyses précédentes mettent en évidence que les caractéristiques électriques ne dictent pas la dynamique de la réponse en déformation du tapis. En effet, comme dans tout système de conversion électromécanique, c'est la constante de temps mécanique, paramètre proportionnel à la masse du système, qui fixera la dynamique de la réponse mécanique. Cela se traduira par un retard de la réponse mécanique vis-à-vis de la sollicitation électromagnétique, qui se répercutera également par une réduction de l'amplitude maximale du déplacement.

Jusqu'alors le modèle électro-magnéto-mécanique développé repose sur une approche statique. La prise en compte de la dynamique électrique et mécanique implique l'introduction du paramètre temps dans les équations qui régissent le déplacement.

Si l'on tient compte de la dynamique, l'expression complète de la relation d'équilibre pour la plaque s'écrit [1]:

$$D \cdot \Delta^2 w(x, y, t) + \gamma h \frac{\partial^2 w(x, y, t)}{\partial t^2} - p(x, y, t) = 0 \quad (5-1)$$

$$\text{Avec : } \Delta^2 w(x, y) = \frac{\partial^4 w(x, y, t)}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 w(x, y, t)}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w(x, y, t)}{\partial y^4}$$

où $w(x, y, t)$ est la déflexion normale de la plaque en fonction du temps (m), $p(x, y, t)$ le chargement variable du dispositif (N), γ la densité de masse (kg/m^3), h l'épaisseur de la plaque (m) et D la rigidité de flexion de la plaque.

Cette nouvelle expression inclut un terme quadratique fonction du temps. Pour résoudre cette équation, deux stratégies se dégagent :

- stratégie 1 : Résolution analytique de l'équation différentielle contenant le terme quadratique qui inclut la relation avec le temps,
- stratégie 2 : Résolution à l'aide des différences finies et le schéma de Newmark.

La solution analytique n'étant pas abordable, la stratégie retenue est la résolution par différences finies.

V.4.a Développement d'un modèle de résolution par différences finies en vue de la prise en compte des dynamiques mécaniques

Dans la stratégie abordée jusqu'à présent, la boucle de calcul statique, très facile à mettre en œuvre, ne permet pas de résoudre l'équation 5.1. Pour pallier ce défaut, une autre stratégie est d'utiliser une résolution numérique basée sur la méthode des différences finies avec un maillage spatial bidimensionnel et un algorithme de Newmark dû à la présence d'une équation différentielle d'ordre 2 en temps.

La procédure d'implémentation peut être consultée dans l'ANNEXE H. Le processus de résolution appliqué est présenté Figure 5-21.

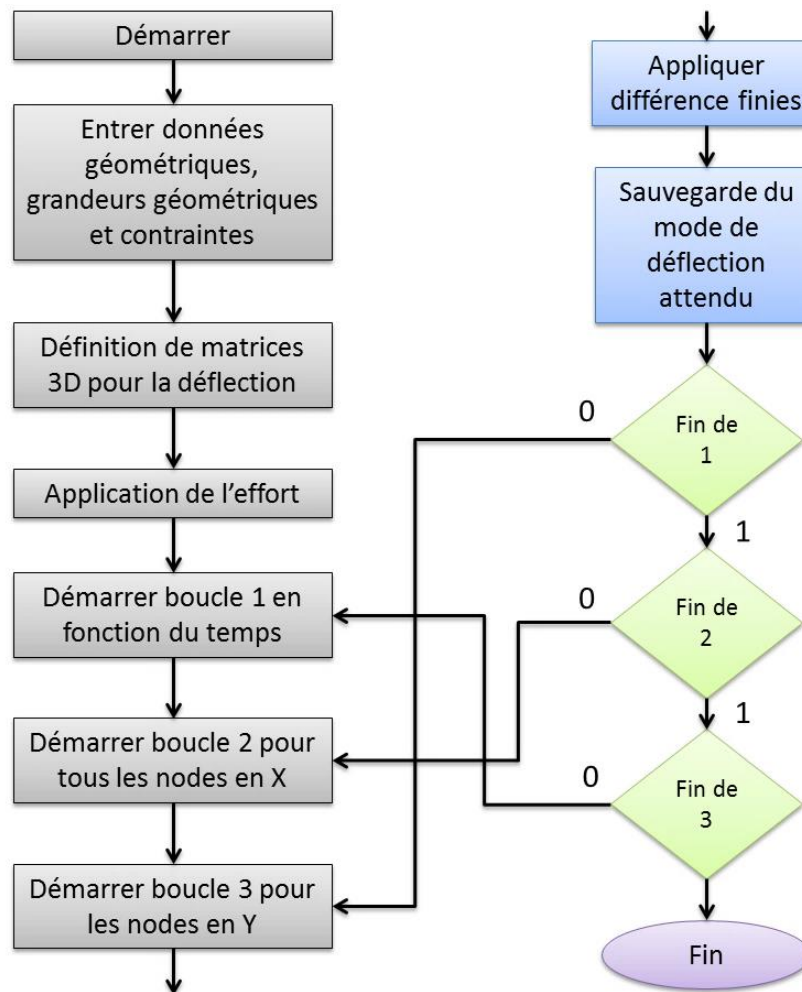


Figure 5-21. Algorithme de résolution par la méthode aux différences finies [2].

Cette procédure a été mise en œuvre sur le dispositif Zodiac étudié et les résultats obtenus pour les déplacements des mêmes 5 points (A, B, C, D, et E) sont présentés sur la Figure 5-22.

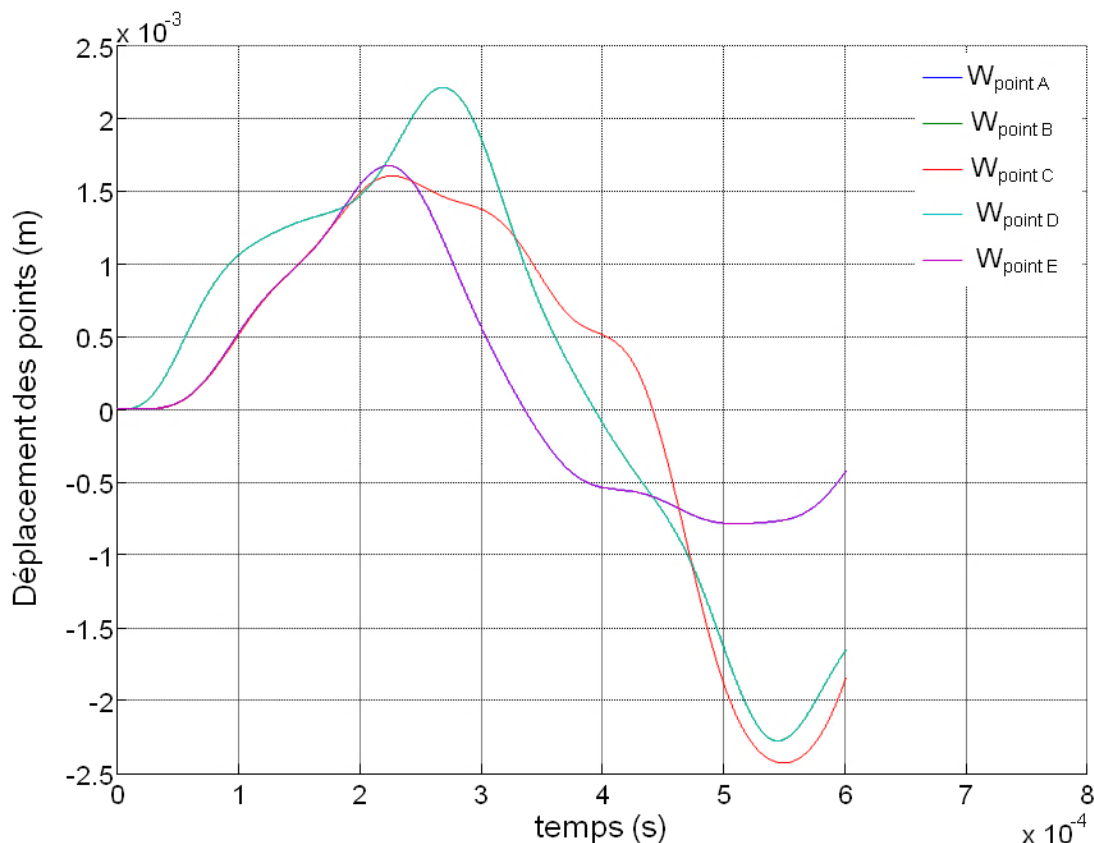


Figure 5-22. Evolution du déplacement obtenu par la méthode aux différences finies.

Les courbes montrent l'apparition d'un retard au démarrage lié au terme temporel de l'équation 5.1. Comparativement aux résultats expérimentaux, l'allure des courbes obtenues au début du cycle est satisfaisante. Il existe une symétrie de la réponse entre les points A-E et B-C, ces courbes se superposent.

Par la suite, au cours de l'évolution de la déformation, des valeurs négatives de déplacement apparaissent, ce qui montre que certaines contraintes sont manquantes. Il convient de signaler qu'un déplacement négatif n'est physiquement pas permis, due à la position fixe d'une moitié du serpent (éléments statiques fixés à la structure de l'aile de l'avion). Ceci met en évidence la nécessité de la prise en compte de contraintes sur le déplacement (contraintes de contact) dans la modélisation adoptée.

Complément au modèle complet- Restriction du déplacement négatif

Afin d'éviter l'apparition de déplacements négatifs, une force de contact a été ajoutée. Cette force, agit dans le sens positif de l'axe Z et son amplitude augmente au fur et à mesure que le déplacement négatif s'approche de la valeur de l'espacement entre conducteurs mobiles et fixes.

Par ailleurs, concernant les problèmes de discrétisation, une modélisation avec une FDTD à pas variable a été développée ANNEXE H. La Figure 5-23 montre l'effet de l'intégration de ces deux compléments sur le résultat du déplacement obtenu. De la même manière que la courbe antérieure, une symétrie de la réponse entre les points A-E et B-C est constatée.

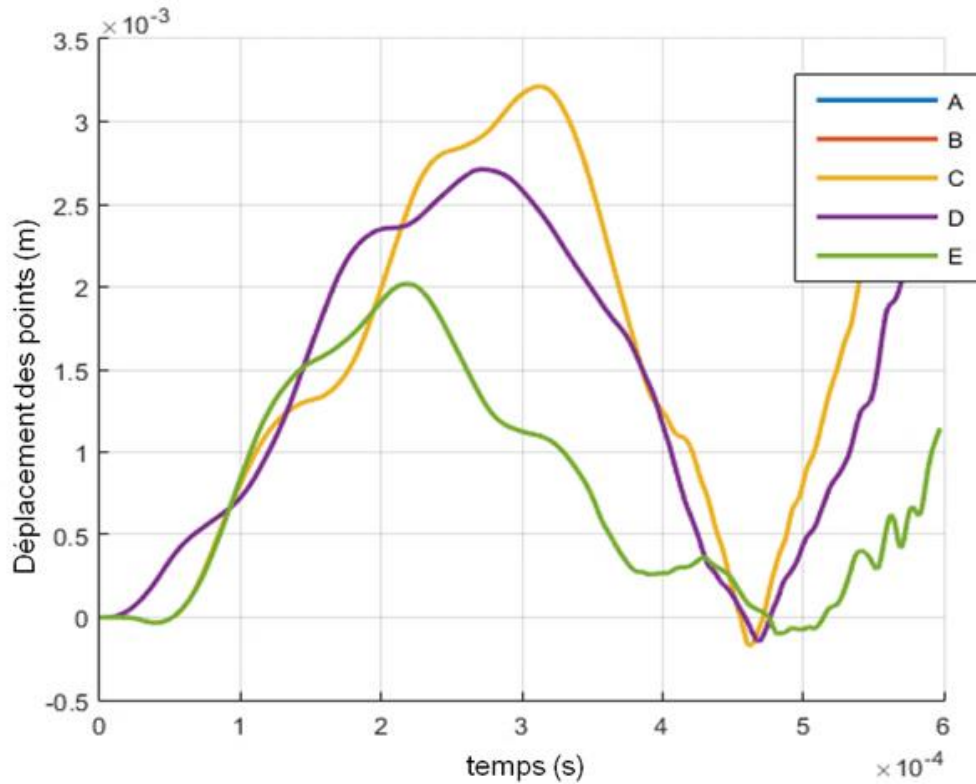


Figure 5-23. Evolution du déplacement avec la méthode par différences finies et la force de contact.

Une augmentation de la valeur du déplacement maximal est constatée. Ceci peut être dû au changement dans la discrétisation.

V.5 Conclusions

La mise en place de la modélisation complète tenant compte de la variation temporelle de la sollicitation électrique a été entreprise à partir d'une résolution par différences finies. Ceci a permis d'obtenir une forme d'onde qui reproduit les ondulations de la déformation dues au retard de la réponse mécanique. Néanmoins, elle a également mis en évidence des imperfections (déplacement négatif, imprécision dans la valeur du déplacement maximale). La prise en compte d'un effort de contact restreint les déplacements admissibles et une déformation en fonction du temps plus réaliste du tapis est ainsi obtenue.

Chapitre V : Analyse dynamique et résultats

Concernant l'ordre de grandeur du déplacement, si l'on compare le déplacement maximal mesuré pendant les expériences (valeurs de référence autour de 0,4 mm) et on le compare aux valeurs obtenus avec le dernier modèle plus détaillé, (résultat déplacement maximal autour de 3 mm) il y a une différence notable avec un écart d'un facteur 10.

Vis-à-vis du déplacement maximal obtenu, la comparaison entre les résultats expérimentaux (autour de 0,4 mm) et de modélisation (autour de 3 mm) met en évidence une différence notable d'un facteur 10. Pour le premier modèle intégré multiphysique montré dans le chapitre 4, avec une résolution d'une équation de déformation de plaque en statique et une implémentation dynamique en boucle de calcul pour la prise en compte du courant, des résultats plus proches en termes d'ordre de grandeur (1 mm) ont été obtenus. Néanmoins, il est évident, au regard des formes d'onde de la réponse en déplacement, que la résolution est moins adaptée et moins précise que la résolution de l'équation avec le terme quadratique qui décrit la dynamique mécanique.

- [1] I. E. Harik, X. Liu, and N. Balakrishnan, "Analytic solution to free vibration of rectangular plates," *Journal of Sound and Vibration*, KY USA, pp. 51–62, 1992.
- [2] A.R. Tavakolpour, I. Z. M. Darus, and M. Mailah, "Numerical Simulation of a Flexible Plate System for Vibration Control," *WSEAS TRANSACTIONS on SYSTEMS and CONTROL*, vol. 4, no. 5, Mar-2009.

Conclusion générale et perspectives

Au long de ce manuscrit de thèse, la démarche de modélisation multiphysique pour une nouvelle technologie de dégivrage dédiée à l'aéronautique a été présentée. Le modèle final obtenu est probant, malgré certaines imprécisions.

Le chapitre 1 introduit la problématique du givre en aéronautique. L'état de l'art des technologies de dégivrage justifie la pertinence de l'étude entreprise pour la technologie proposée dans cette thèse. Cette dernière envisage une plus grande efficacité énergétique comparée aux solutions traditionnelles et une meilleure intégrabilité en termes électronique et électrique. Dans la deuxième partie de ce premier chapitre, le principe de fonctionnement du dispositif ainsi que ses caractéristiques structurelles ont été présentés. Son fonctionnement est basé sur la génération d'une onde de déformation mécanique de la surface à dégivrer, de façon à briser et éliminer la glace non désirée. Les résultats des essais développés par le partenaire industriel sur un démonstrateur sont présentés ainsi que le cahier des charges imposé. Ceux-ci ont servi de guide et d'instrument de validation pour les modélisations développées.

Le chapitre 2 traite les aspects électromagnétiques du fonctionnement du dégivreur. Des hypothèses simplificatrices posent une première modélisation. Grâce à une stratégie d'enrichissement progressif, un modèle électromagnétique pour définir la génération des efforts électromagnétiques a été atteint. Ces premiers travaux ont permis une compréhension plus approfondie du phénomène électromagnétique en jeu. A partir de l'expression des forces de Laplace et la description géométrique et physique du dispositif, des modèles analytiques sont présentés pour une première approche. Néanmoins, ces modèles sont basés sur des hypothèses simplificatrices très restrictives et de ce fait, conduisent à une grande imprécision de calcul. Les modélisations numériques offrent comme avantage la possibilité d'une description détaillée de la géométrie du dispositif analysée. Une modélisation numérique, basée sur la méthode PEEC, a ensuite été proposée. Une contrainte d'adaptation à l'application étudiée avec l'outil de modélisation PEEC a été relevée. Une modélisation numérique par un outil qui offre une description semi-analytique du modèle traité, a finalement été retenue. Le modèle final pour la description électromagnétique, portant sur une stratégie de résolution quasi-statique, a été validé. Ce premier modèle représente seulement un bloc dans la chaîne de modélisation multiphysique imaginée. Sa sortie, l'amplitude de l'effort magnétique, est la donnée d'entrée pour la modélisation mécanique.

Dans le chapitre 3, une approche de modélisation progressive du comportement mécanique a été présentée. La première approche de type poutre, a mis en évidence la nécessité d'une prise en compte globale pour le déplacement du dispositif et du feuilletage

des conducteurs. Les résultats qualitatifs ont permis de conclure que les hypothèses simplificatrices applicables et validées pour la modélisation électromagnétique ne sont pas toutes transférables pour la description mécanique. Une approche de modélisation analytique par déformation de plaques avec une discrétisation en bandes, a ensuite été développée. Des résultats plus satisfaisants ont conduit à sélectionner cette approche et continuer les travaux de définition du modèle; celui-ci a été enrichi avec la définition d'éléments structurels du tapis. Ces calculs restent cependant dans un cadre statique.

La modélisation mécanique a soulevé deux problématiques :

- Le différentiel entre les constantes de temps électrique et mécanique indique la nécessité d'une prise en compte dynamique des phénomènes pour achever une représentation adaptée du fonctionnement du dispositif.
- La définition des conditions aux limites mécaniques est problématique et compromet la modélisation et les résultats.

Une modélisation dynamique a donc été entreprise à la fin des travaux de modélisation, dans la phase d'intégration des modèles. Le chapitre 4 porte sur les travaux de modélisation électrique et de l'analyse énergétique. Le circuit équivalent pour le dispositif de dégivrage est identifié, les paramètres d'impédance de charge pour la surface à dégivrer et le serpentin sont estimés. De la même façon, une étude concernant les pertes par courants induits sur la surface du blindage à dégivrer a été entreprise. Ce chapitre présente en conclusion une analyse énergétique qui montre la possibilité d'une optimisation des pertes. Due à l'approximation liée à certains éléments de ce modèle, notamment la charge couplée, la source de ces pertes ne peut pas être identifiée intégralement; mais les résultats conduisent à conclure que ces dernières sont présentes notamment au niveau des conducteurs du serpentin et des restrictions structurelles pour le déplacement mécanique. Le modèle électrique final est de nature analytique, mais présente comme désavantage la non prise en compte de la relation des paramètres électriques avec les changements structurels dues à l'évolution de la déformation mécanique au cours d'un cycle d'activation. Finalement, l'intégration de l'ensemble des modèles est achevée. Un modèle multiphysique en statique est présenté à la fin de ce chapitre.

Comme premier pas vers l'optimisation, dans le chapitre 5 une série d'études de sensibilité est présentée. Parmi les paramètres topologiques sensibles identifiés, on trouve la section des conducteurs, le nombre de lignes de charge, la densité et diamètre des plots de rappel. Des études de sensibilité concernant les paramètres dits d'extraction ont aussi

montré le grand impact de l'écart entre les conducteurs et du courant d'alimentation sur les résultats.

Le besoin d'une prise en compte de la dynamique est mise en évidence avec une étude sur le comportement des formes d'onde de déformation mesurées lors des essais réalisés précédemment à la thèse. Pour répondre à ce besoin, une modélisation complète basée sur une résolution par la méthode des différences finies a été implémentée. Elle permet la prise en compte de la variation temporelle de la sollicitation électrique et de la réponse mécanique. Grâce à cette procédure, une réponse dynamique plus proche des essais a été obtenue. Pour compléter ces travaux de modélisation, une contrainte de contact pour limiter le déplacement en cohérence avec la structure du dispositif a été ajoutée.

En ce qui concerne le paramètre de référence, le déplacement maximal, une différence d'un facteur 10 (déplacement issu des expériences autour de 0,4mm contre un déplacement maximal autour de 3mm calculé par le modèle final) a été observé. Il est très difficile de définir précisément le type de condition aux limites mécaniques aux extrémités du dispositif. Ceci impact fortement la modélisation associée. Par ailleurs, il n'est pas certain qu'il n'existe pas de contraintes additionnelles provoquées involontairement au cours du processus de collage et vulcanisation des éléments du tapis. Les caractéristiques physiques des matériaux élastomères ont simplement été estimés. L'impact de ces paramètres sur le calcul de la déformation a montré qu'une part de l'écart obtenue en modélisation peut être associée à une relative mauvaise définition des paramètres matériaux. Malgré le fait que des modèles intermédiaires ont pu présenter de meilleurs résultats en terme de précision sur le déplacement maximal, le modèle plaque final retenu, avec résolution temporelle et spatiale par différences finies reste le plus adapté du fait d'une meilleure prise en compte de la dynamique mécanique.

L'étude réalisée dans ces travaux de thèse permet d'affirmer la pertinence d'une technologie électromécanique pour le dégivrage aéronautique. Malgré une modélisation multiphysique complexe, cette solution permet d'estimer les caractéristiques de déformation obtenue pour l'action de dégivrage. Si une optimisation est mise en œuvre, l'efficacité énergétique de cette solution électromécanique pourrait aussi s'avérer meilleure que celle des solutions traditionnelles, du fait que l'énergie est directement transformée et appliquée à la surface à traiter. Néanmoins, il reste à évaluer les possibilités en termes de solutions d'alimentation adaptées à la fois aux contraintes aéronautiques et aux fortes intensités de courant demandées par cette solution.

Perspectives

Pour la suite à donner au développement de cette technologie, il serait pertinent de s'attaquer à :

- Une définition correcte des conditions aux limites : la non identification des caractéristiques précises pour le type de liaison qui existe au bords du tapis démonstrateur a été problématique pour la modélisation et a de ce fait entraînée une imprécision sur les résultats du déplacement. Il faudrait pouvoir effectuer des tests destructifs sur le dispositif afin d'identifier les vraies conditions structurelles. Il est de même en ce qui concerne les matériaux élastomères utilisés pour la construction des plots et la couche de vulcanisation ; des caractérisations mécaniques de ces matériaux permettraient d'identifier précisément leur comportement.

- Développer un modèle dynamique (semi-analytique ou numérique) du système, couplant les résolutions électrique, électromagnétique et mécanique : la modélisation actuelle ne permet pas de considérer l'évolution de la structure mécanique (déplacement et déformation des conducteurs en fonction du temps au long d'un cycle d'actionnement) dans la réponse électrique. Cette modélisation devrait permettre de relier les dynamiques propres de chaque phénomène physique, pour autoriser l'identification des paramètres sensibles en vue d'une optimisation.

- Faire une analyse de sensibilité sur les paramètres d'excitation avec un modèle électrique dynamique : il sera possible de faire des études de sensibilité pour faire une sélection d'une forme d'onde de courant d'excitation la plus adaptée pour obtenir un déplacement maximal. Il est soupçonné que l'inertie mécanique pourrait empêcher le système de répondre au pic d'alimentation électrique maximal, et que la réponse mécanique correspondrait plutôt à une valeur de courant sur la pente descendante de la courbe d'excitation. En d'autres mots, que la dynamique mécanique n'est pas capable de suivre la dynamique électrique. Il ne serait peut-être pas nécessaire d'avoir un pic de courant d'excitation si haut, mais plutôt une forme d'onde de courant avec un plateau et une valeur maintenue pendant une période de temps plus longue. Il s'agirait d'une analyse qui vise à optimiser la puissance d'entrée en maximisant le déplacement.

- L'amplification mécanique : des solutions d'amplification mécanique peuvent être développées. Il conviendra de tenir compte du compromis entre la masse additionnelle et le déplacement supplémentaire apporté.

- Travailler avec une autre structure de conducteurs : l'idée initiale est d'obtenir une configuration reposant sur des structures conductrices élémentaires, de topologie à identifier grâce à l'optimisation des modèles développés, reposant sur la surface totale à dégivrer. Associée à une stratégie de commande de chaque élément, il serait possible d'optimiser le fonctionnement de la technologie vis-à-vis de la déformation produite

- L'optimisation globale du système de dégivrage : il serait pertinent d'implémenter une optimisation de la formulation du modèle final. Quelques essais d'optimisation non concluants, non présentés dans cette thèse, nous ont permis de voir que la surface de réponse pour l'expression du déplacement est bruitée et serait adaptée à l'application d'un algorithme de type génétique. Ceci est possible grâce à la nature semi-analytique du modèle permettant de calculer les gradients pour les paramètres à optimiser. Outre l'optimisation de la structure mécanique pour développer le maximum de déformation, l'optimisation énergétique du système est importante pour aller vers un avion plus électrique et plus sobre.

Annexes

Annexes

ANNEXE A - Mise en évidence d'un motif élémentaire.....	159
ANNEXE B – Implémentation du modèle électromagnétique par la méthode PEEC utilisant le logiciel InCa3D	164
ANNEXE C – Implémentation de la modélisation utilisant les outils McMMems et CADES.....	169
ANNEXE D - Développement matriciel pour la solution du modèle statique de la poutre	176
ANNEXE E - Solutions homogène et particulière selon le cas, pour l'approche plaque	178
ANNEXE F - Implémentation du modèle mécanique plaque.....	182
ANNEXE G - Décomposition spectrale de Fourier.....	203
ANNEXE H – Résolution par différences finies, détail d'implémentation.....	204

ANNEXE A - Mise en évidence d'un motif élémentaire

A partir du calcul de l'induction magnétique B les objectifs de cette étude sont de :

- évaluer l'influence du nombre de conducteurs, son écart et son interaction sur le déplacement du système,
- analyse de sensibilité de certains paramètres géométriques.

On considère les hypothèses suivantes :

- deux serpentins en vis-à-vis identiques parcourus par un courant de même amplitude mais de sens opposé,
- calcul de B pour le cas d'un fil infiniment long de section nulle,
- nombre de fils (ou tours du serpentin) et emplacement variable.

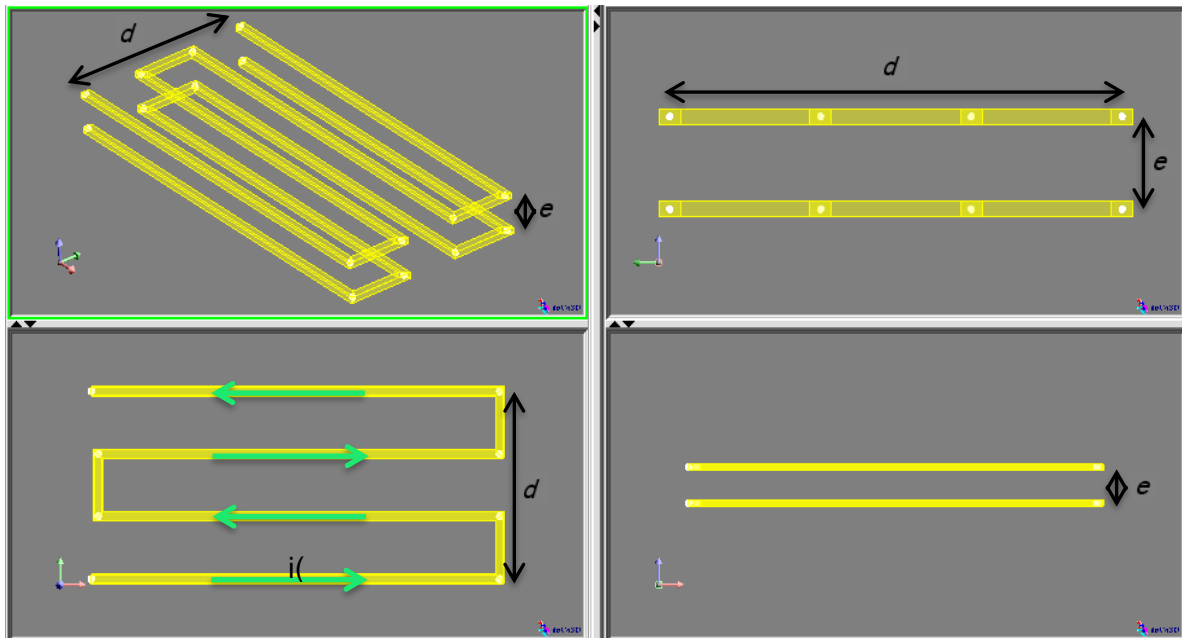


Figure A-1. Vues du système.

On continu par étudier l'influence du nombre des fils du serpentin sur l'induction électromagnétique B , paramètre directement proportionnel à la déformation de notre surface à dégivrer.

La Figure A-2 présente les premiers trois cas à analyser, avec la définition des paramètres d (distance entre conducteurs extérieurs selon l'axe Y) et e (écart sur l'axe Z entre les deux serpentins). Dans un premier instant, on augmente le nombre de fils en respectant toujours la taille totale du tapis (donc les fils s'approchent quand leur nombre augmente), dans la deuxième analyse, on augmente le nombre de fils mais on va faire varier la taille du tapis (la distance entre conducteurs reste égale).

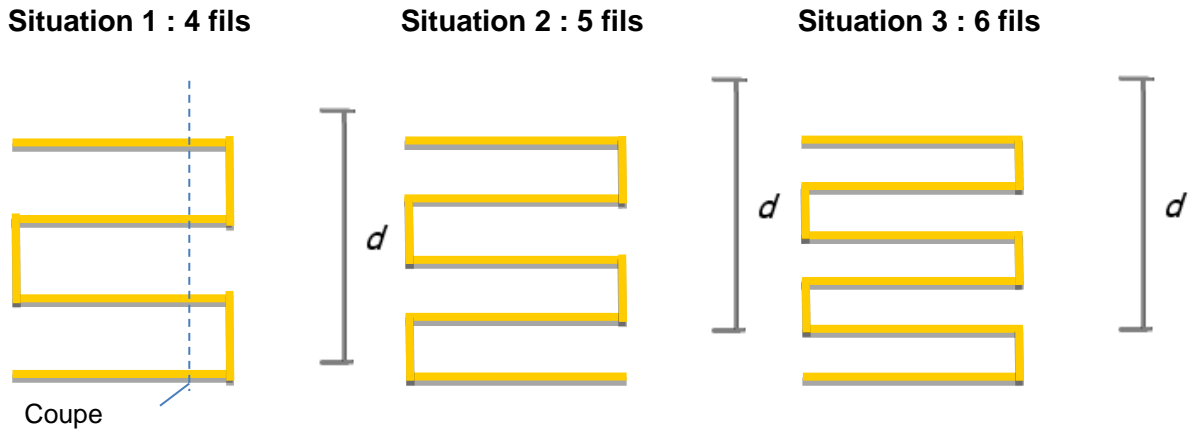


Figure A-2. Augmentation du nombre de fils conducteurs pour une même valeur d .

Avant de passer aux équations, il est nécessaire d'établir la convention des axes, directions et variables à utiliser, ainsi que la géométrie du système et le sens des courants.

Tableau A-1. Description des données et variables d'étude.

Symbol	Grandeur	Valeur (Unités)
B _{tot}	Induction magnétique totale/résultant	(T)
B _y	Composant Y de l'induction magnétique	(T)
F _{tot}	Force totale/résultante	(N)
F _z	Composante Z de la force	(N)
I	Courant maximal d'entrée	5800 (A)
d	Distance entre les conducteurs aux extrémités	(m)
e	Ecart entre les spires dans le sens de l'axe Z	(m)
r	Distance entre le champ et un fil analysé	(m)
μ_0	Constante de perméabilité magnétique dans l'air	$4\pi \times 10^{-7} (T \cdot m/A)$
y	Position sur l'axe Y	(m)

Si l'on se repère sur la Figure 2-5, on souhaite analyser la force qui va générer un déplacement dans la direction Z. De ce fait c'est la composante Y du champ magnétique **B** d'intérêt. Remarque que la contribution **B_y** de n'importe quel élément situé à la même position Z sera nulle ($\theta=90^\circ$, $\cos \theta=0$); l'induction électromagnétique **B_y** sur un fil conducteur sera donc celle créée par la contribution des champs de tous les fils placés dans une position Z différente au fil analysé, en autres termes la force subie par le serpentín du haut n'est due qu'au champ **B** créé par les conducteurs du serpentín du bas

et vice-versa. Pour établir l'expression de l'induction, on fait l'hypothèse de conducteurs infinis et filiformes parcourus par un courant I .

A partir de l'expression de l'équation 2-1, le calcul de l'induction magnétique totale vue par un conducteur du serpentín est effectué dans les trois situations présentées. L'amplitude obtenue est comparée afin de savoir s'il est judicieux d'augmenter le nombre d'allers retours ou non. Suivent les expressions du champ B en fonction de y sur le serpentín du haut.

Situation #1

$$\begin{aligned}
 B_y \text{ (y)} &:= \frac{-\mu_0 \cdot I}{2 \cdot \pi \cdot \sqrt{y^2 + e^2}} \cdot \cos\left(\arctan\left(\frac{y}{e}\right)\right) + \frac{\mu_0 \cdot I}{2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\left(\frac{d}{3} - y\right)^2 + e^2}} \cdot \cos\left(\arctan\left(\frac{\left|\frac{d}{3} - y\right|}{e}\right)\right) \\
 &- \frac{\mu_0 \cdot I}{2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\left(\frac{2 \cdot d}{3} - y\right)^2 + e^2}} \cdot \cos\left(\arctan\left(\frac{\left|\frac{2 \cdot d}{3} - y\right|}{e}\right)\right) + \frac{\mu_0 \cdot I}{2 \cdot \pi \cdot \sqrt{(d - y)^2 + e^2}} \cdot \cos\left(\arctan\left(\frac{|d - y|}{e}\right)\right)
 \end{aligned}$$

Situation #2

$$\begin{aligned}
 B_y \text{ (y)} &:= \frac{-\mu_0 \cdot I}{2 \cdot \pi \cdot \sqrt{y^2 + e^2}} \cdot \cos\left(\arctan\left(\frac{y}{e}\right)\right) + \frac{\mu_0 \cdot I}{2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\left(\frac{d}{4} - y\right)^2 + e^2}} \cdot \cos\left(\arctan\left(\frac{\left|\frac{d}{4} - y\right|}{e}\right)\right) \\
 &- \frac{\mu_0 \cdot I}{2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\left(\frac{2 \cdot d}{4} - y\right)^2 + e^2}} \cdot \cos\left(\arctan\left(\frac{\left|\frac{2 \cdot d}{4} - y\right|}{e}\right)\right) + \frac{\mu_0 \cdot I}{2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\left(\frac{3 \cdot d}{4} - y\right)^2 + e^2}} \cdot \cos\left(\arctan\left(\frac{\left|\frac{3 \cdot d}{4} - y\right|}{e}\right)\right) \\
 &- \frac{\mu_0 \cdot I}{2 \cdot \pi \cdot \sqrt{(d - y)^2 + e^2}} \cdot \cos\left(\arctan\left(\frac{|d - y|}{e}\right)\right)
 \end{aligned}$$

Situation #3

$$\begin{aligned}
 B_y \text{ (y)} &:= \frac{-\mu_0 \cdot I}{2 \cdot \pi \cdot \sqrt{y^2 + e^2}} \cdot \cos\left(\arctan\left(\frac{y}{e}\right)\right) + \frac{\mu_0 \cdot I}{2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\left(\frac{d}{5} - y\right)^2 + e^2}} \cdot \cos\left(\arctan\left(\frac{\left|\frac{d}{5} - y\right|}{e}\right)\right) \\
 &- \frac{\mu_0 \cdot I}{2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\left(\frac{2 \cdot d}{5} - y\right)^2 + e^2}} \cdot \cos\left(\arctan\left(\frac{\left|\frac{2 \cdot d}{5} - y\right|}{e}\right)\right) + \frac{\mu_0 \cdot I}{2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\left(\frac{3 \cdot d}{5} - y\right)^2 + e^2}} \cdot \cos\left(\arctan\left(\frac{\left|\frac{3 \cdot d}{5} - y\right|}{e}\right)\right)
 \end{aligned}$$

$$- \frac{\mu_0 \cdot I}{2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\left(\frac{4 \cdot d}{5} - y\right)^2 + e^2}} \cdot \cos\left(\arctan\left(\frac{\left|\frac{4 \cdot d}{5} - y\right|}{e}\right)\right) + \frac{\mu_0 \cdot I}{2 \cdot \pi \cdot \sqrt{(d - y)^2 + e^2}} \cdot \cos\left(\arctan\left(\frac{|d - y|}{e}\right)\right)$$

Les expressions précédentes montrent une dépendance de l'induction magnétique avec les paramètres d et e . Pour une position Y donnée, on retrouve toujours le même premier terme qui correspond au conducteur situé sous le conducteur analysé (à la position Y) puis viennent le reste des termes liés aux autres conducteurs du serpentín plus éloignés.

Sur la Figure A-3, on montre les valeurs de l'induction magnétique B_y calculées selon la position du conducteur pour les trois cas analysés. On constate que le fait d'augmenter le nombre de fils ne va pas forcément garantir une augmentation du champ magnétique total sur la composante Y pour aucun conducteur.

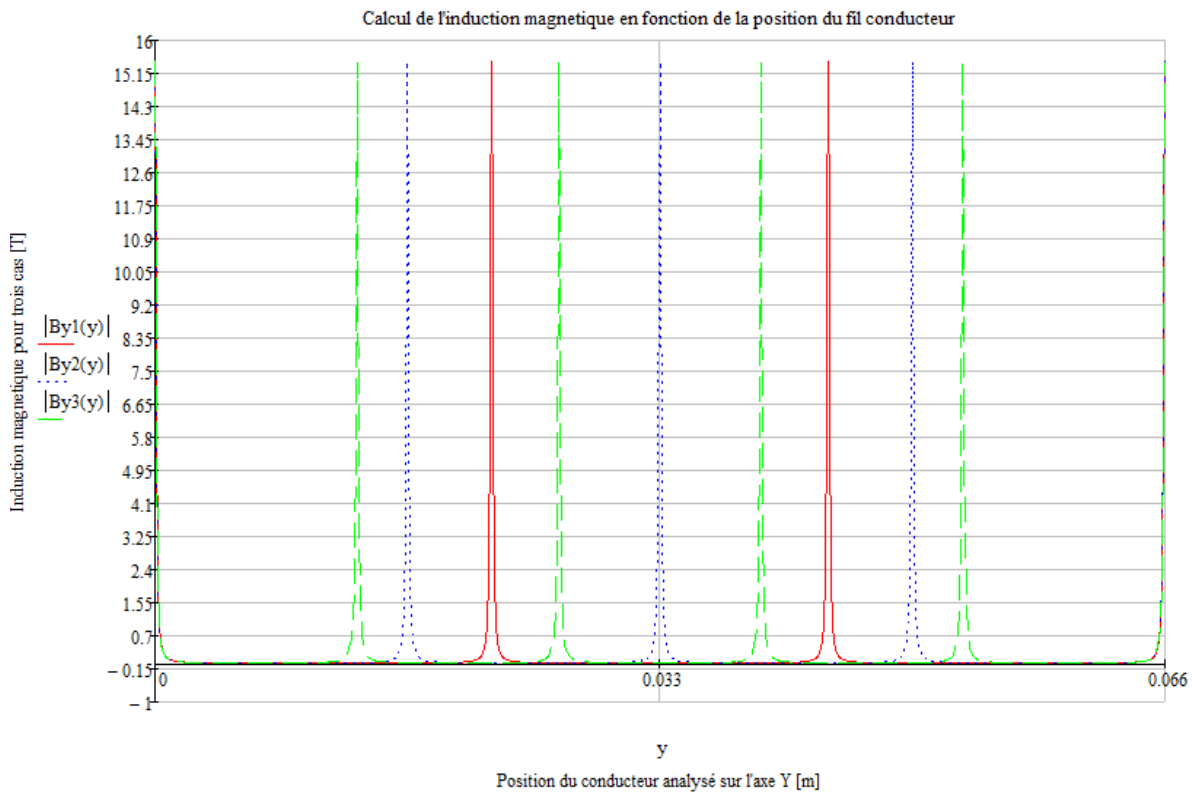


Figure A-3. Courbes résultantes pour les trois situations étudiées (B_{y1} Induction magnétique pour le cas de 4 fils, B_{y2} pour le cas de 5 fils, B_{y3} pour le cas au 6 fils).

Il peut être remarqué que le fait d'augmenter le nombre de fils n'assure pas une modification de l'induction magnétique générée. En effet, l'induction magnétique est trop faible et s'annule entre les conducteurs, ce qui tend à penser que l'influence du conducteur le plus proche est prépondérante.

Sur la Figure A-4, on observe l'induction au niveau d'un seul conducteur isolé, celui au bord du tapis dans les 3 cas précédents et on rajoute le premier terme de ces expressions. On confirme bien que c'est uniquement le conducteur le plus proche qui contribue de manière significative à l'induction. On peut alors négliger non seulement les conducteurs qui se trouvent à la même position sur l'axe Z mais aussi tous les conducteurs qui appartiennent à un autre tour du serpent.

Ce résultat est très intéressant car il permettra sans doute de simplifier la modélisation mécanique du dispositif pour évaluer ensuite le déplacement suite à la force de Laplace générée avec les conditions et caractéristiques des matériaux de notre structure.

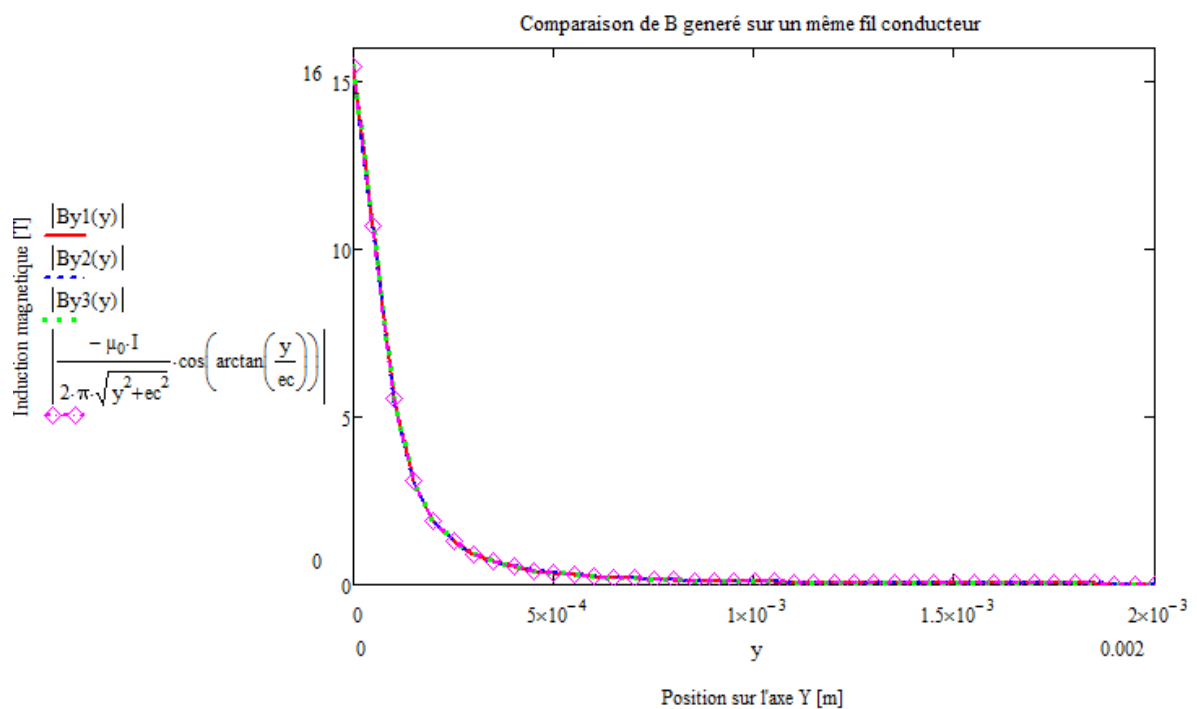


Figure A-4. Comparaison induction magnétique pour tout le système avec la contribution de la spire plus proche.

ANNEXE B - Implémentation du modèle électromagnétique par la méthode PEEC utilisant le logiciel InCa3D

Dans ce qui suit, on rentre plus dans le détail de la géométrie en utilisant InCa3D et en calculant :

- l'impédance des différentes configurations d'une part afin que l'on puisse savoir si la demande énergétique varie avec les paramètres géométriques,
- l'induction magnétique pour les situations 1, 2 et 3 pour faire la comparaison avec les calculs analytiques.

On va utiliser InCa3D sur les géométries précédentes afin d'évaluer l'écart entre le cas théorique (conducteurs filiformes de longueur infinie) et la géométrie réelle.

Pour le calcul de l'impédance Z l'impédance totale du serpentín (Figure A-5) en fonction de la fréquence est évaluée.

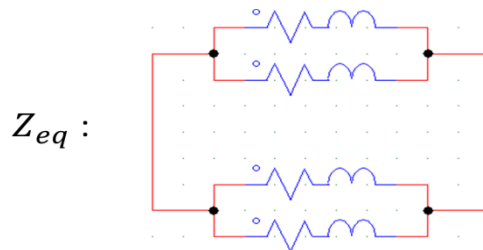


Figure A-5. Schéma pour l'impédance de la spire.

La Figure A-6 présente une superposition des cinq courbes résultantes pour la valeur de l'impédance des différentes situations en prenant la configuration initiale comme référence.

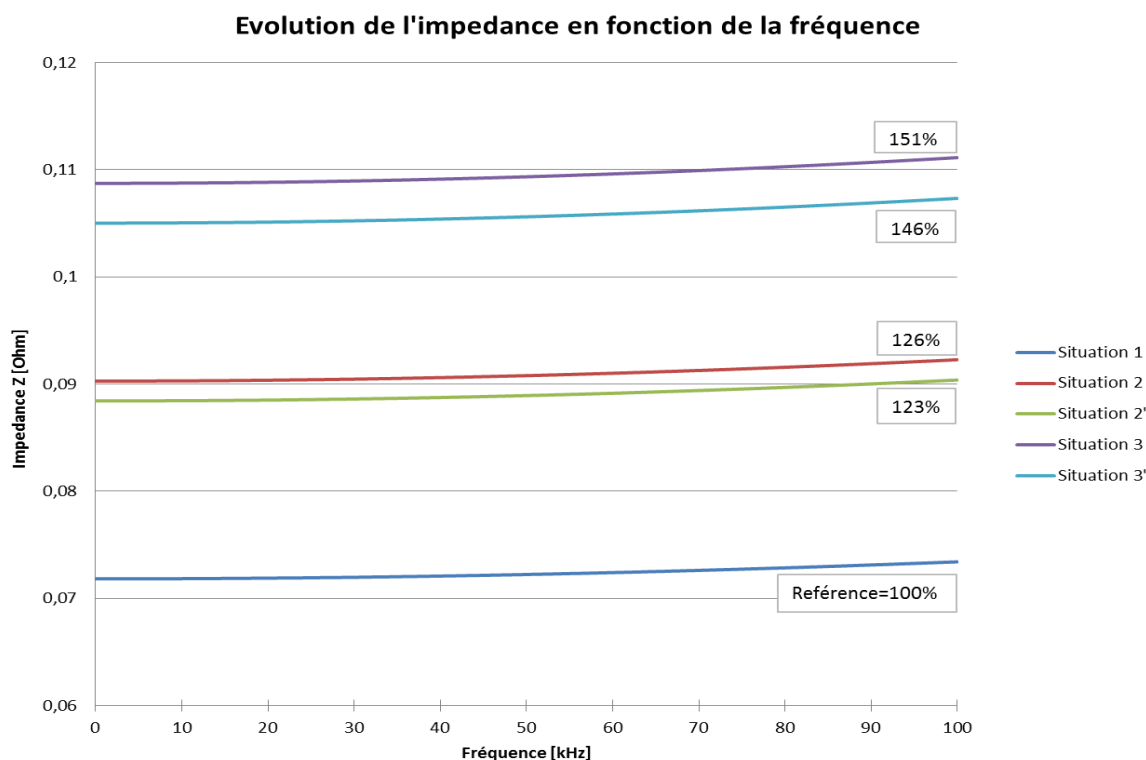


Figure A-6. Valeurs de l'impédance pour les cinq géométries analysées en fonction de la fréquence.

On montre la variation des valeurs de l'impédance du système en fonction du nombre des spires, son écart et la taille totale. On remarque une légère croissance en fonction de la fréquence. En référence à la situation 1, le reste des situations est ramenée à celle-là. Il peut être conclu que si on augmente le nombre de spires, l'impédance augmente et donc si on veut un même courant il faudra une tension d'alimentation plus élevée.

L'hypothèse de conducteurs filiformes (ie section nulle) engendre des valeurs maximales pour l'induction irréalistes (au droit des conducteurs près de 6T !). Plus on s'éloigne des conducteurs, plus cette hypothèse peut être appliquée. Mais effectivement proche du conducteur voire dedans, le calcul analytique avec cette hypothèse de section nulle est faux.

Prenons comme exemple la Figure A-7 qui montre une coupe au milieu du serpent, les iso valeurs montrées appartiennent au calcul de la densité de force de Laplace. On peut clairement remarquer que cette distribution n'est pas uniforme sur toute la section, en conséquence l'induction magnétique ne l'est pas non plus.

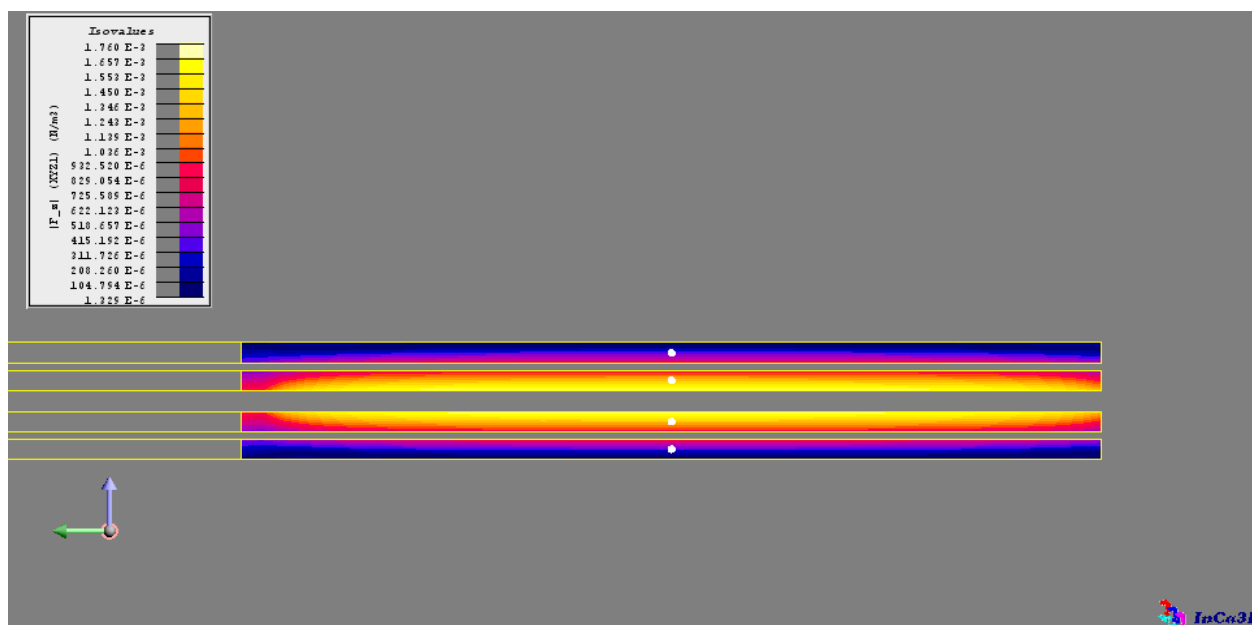


Figure A-7. Distribution de la force de Laplace sur une coupe du système.

Effectivement, dans le cas d'une section non nulle avec une densité de courant *uniforme* il est aisé d'exprimer l'induction pour un conducteur de longueur infinie.

Finalement voici un exemple de courbes 3D qu'on peut obtenir à l'aide de la toute nouvelle version du logiciel InCa3D. Il y a des nouveaux outils qui permettent d'automatiser la procédure de résolution des projets, mais on ne pourra passer aux études de sensibilité que quand on aura établi les paramètres d'entrée pour le signal du courant et de ses harmoniques.

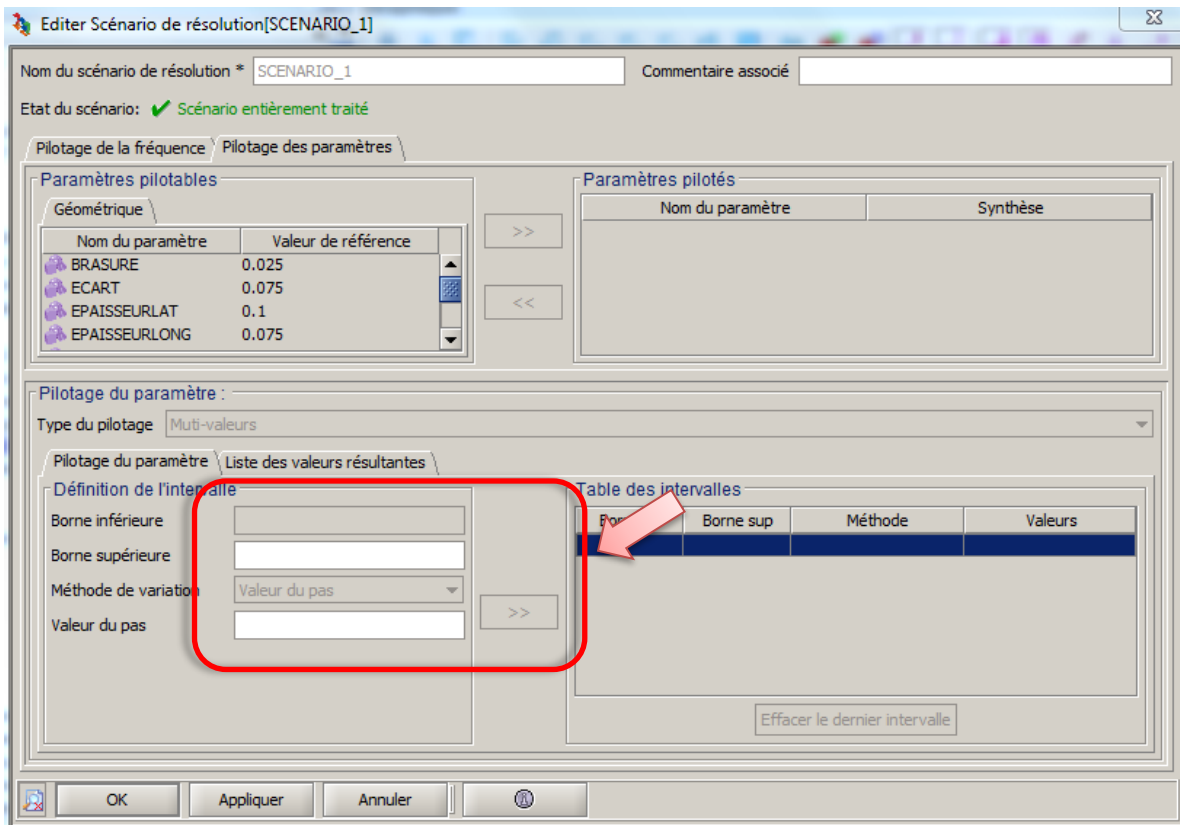


Figure A-8. Edition du scénario de résolution, possibilité de piloter les paramètres géométriques établis comme variables pendant la création de la géométrie.

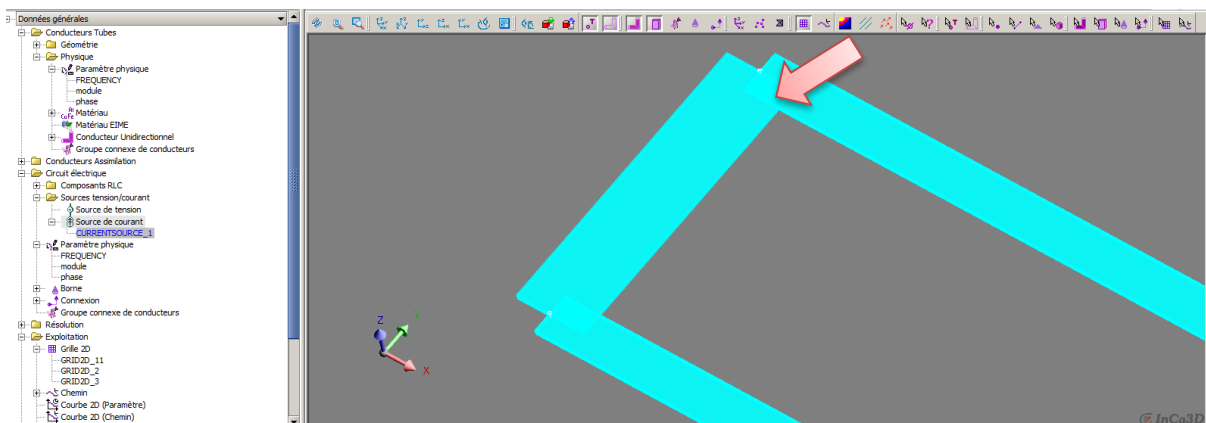
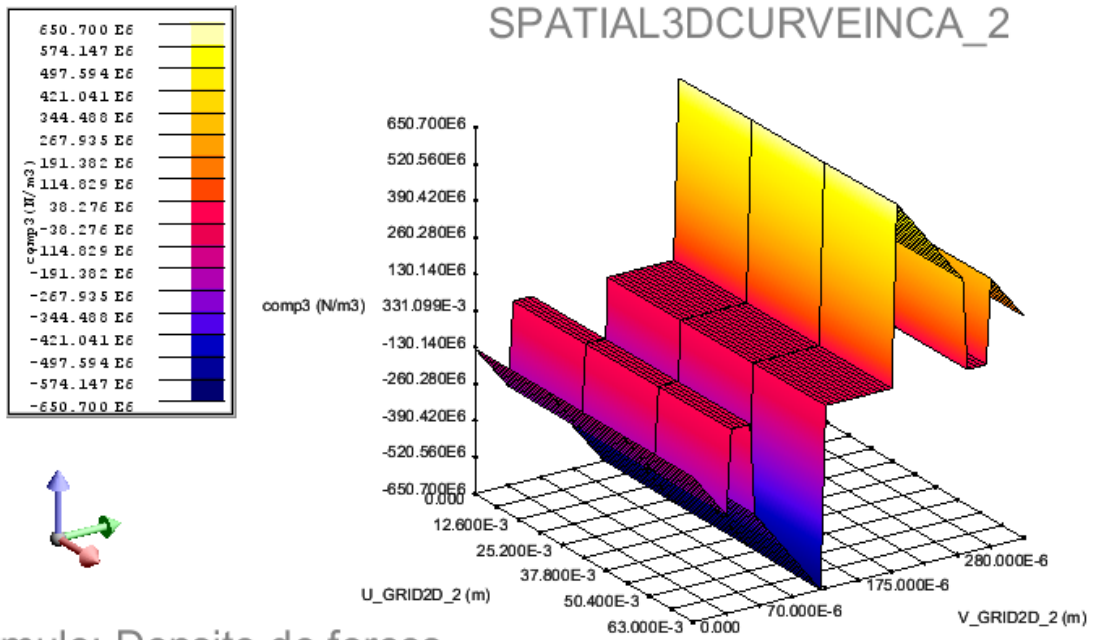


Figure A-9. Modification de la géométrie conseillée par les concepteurs InCa3D.



Formule: Densite de forces

Figure A-10. Exemple de l'évaluation de la Densite de Force volumique sur une grille avec une courbe 3D.
Composant 3 => Axe Z de notre système.

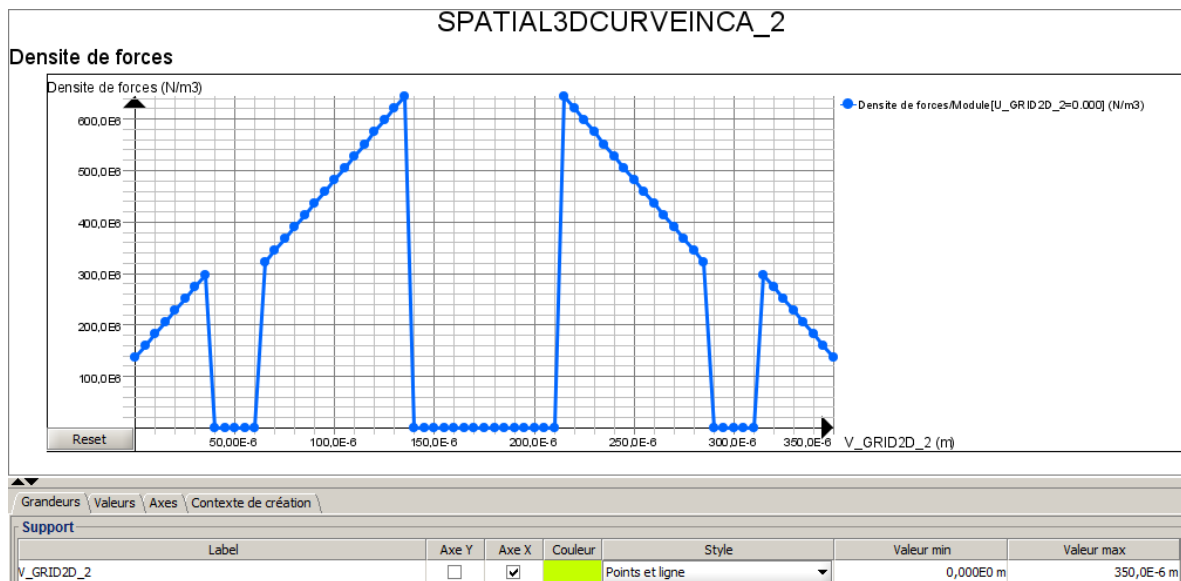


Figure A-11. Possibilité de passer aux courbes 2D pour plus de simplicité et de clarté dans la présentation des résultats.

ANNEXE C – Implémentation de la modélisation utilisant les outils

McMMems et CADES

Dans cette partie, on présente un exemple de l'analyse comparative exhaustive réalisée entre les deux procédures de simulation proposées : *InCa3D* et *McMMems+CADES*. Le but a été de valider les grandeurs électromagnétiques obtenues avec *McMMems+CADES* en utilisant *InCa3D* comme référence. La grandeur sélectionnée pour l'évaluation est la force moyenne sur un conducteur. L'erreur de calcul entre les deux logiciels a été calculée avec l'équation suivante :

$$\%ERREUR = \frac{\text{Resultat InCa3D} - \text{Resultat CADES}}{\text{Resultat InCa3D}} * 100\% \quad \dots\dots\dots (A-1)$$

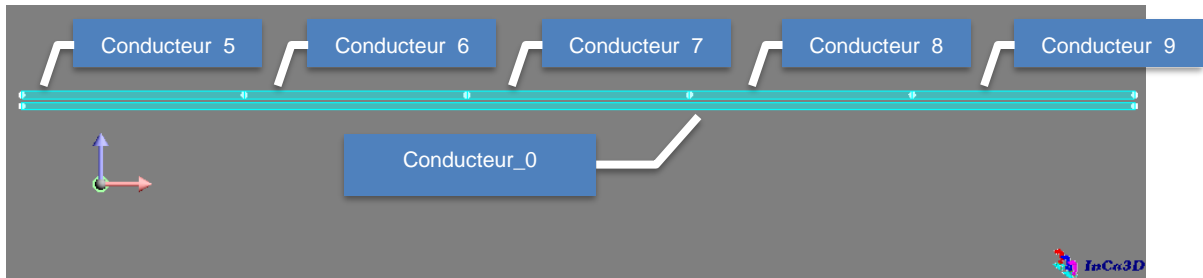
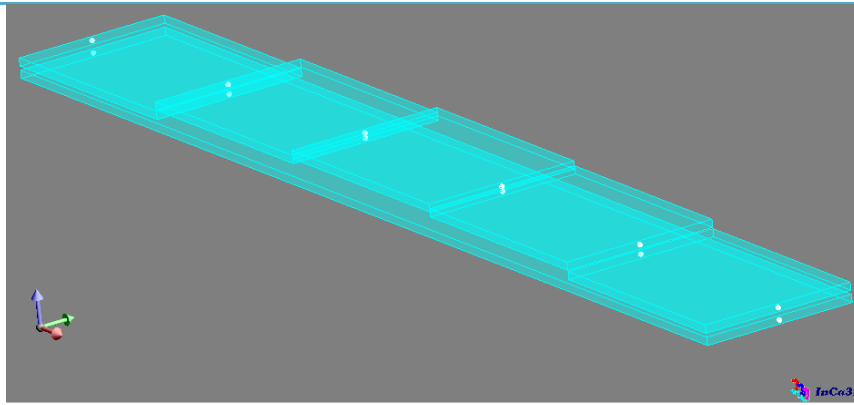
Grâce aux résultats des études précédentes, où on démontrait l'impact prépondérant des conducteurs plus proches pour les calculs électromagnétiques, on a pris en compte uniquement une section du système originalement construit par ZODIAC : deux conducteurs longitudinaux alimentés par le même courant en sens opposé. En vue de simplifier la modélisation mécanique vers l'analyse d'une poutre 2D, on a commencé à considérer un seul conducteur d'épaisseur 150µm par couche au lieu de deux conducteurs d'épaisseur 75µm par couche soudés aux extrémités du dispositif original.

Finalement on a défini trois géométries à simuler avec trois scénarios d'évaluation, dont on montre ici un seul exemple. Les mêmes modélisations ont été effectuées sur les deux logiciels, selon trois scénarii au cours desquels il a été évalué l'impact :

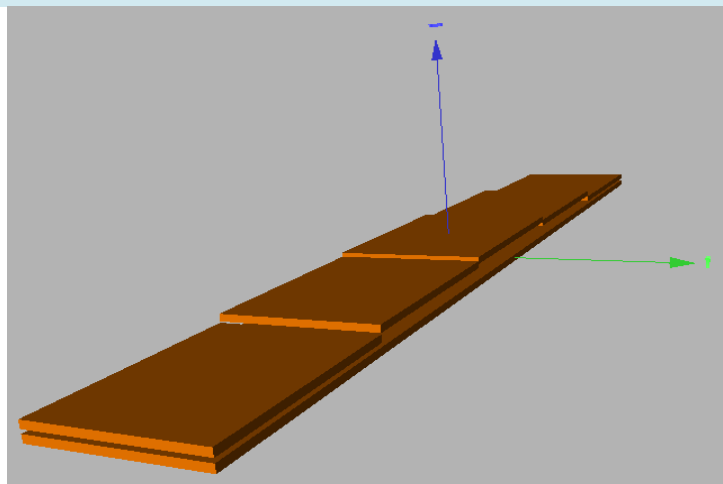
- du courant pour une distance entre conducteurs donnée,
- de l'écart entre les conducteurs (pour plusieurs valeurs du courant),
- de l'épaisseur des conducteurs (pour plusieurs valeurs du courant).

Cas d'analyse 1vs5 : Deux conducteurs parallèles, le premier constitué d'un seul élément et le deuxième divisé en 5 éléments

Comme il a été expliqué dans la section d'analyse mécanique de ce rapport, il est intéressant de discrétiser la longueur des conducteurs pour tenir compte du déplacement du conducteur dans le champ. La Figure A-12 montre la géométrie simulée dans ce cas. Un des conducteurs n'est pas maillé alors que le deuxième conducteur est divisé en 5 éléments sur sa longueur, les éléments sont connectés électriquement.



a) Géométrie InCa3D. Deux conducteurs parallèles alimentés, un d'entre eux discretisé en 5 éléments.



b) Géométrie McMems. Deux conducteurs parallèles alimentés, dont un discretisé en 5 éléments.

Figure A-12. Géométrie simulé pour le cas #2 : a) InCa3D vue 3D et plan XZ b) McMems vue 3D.

Sur le Tableau A-2 on trouve les données d'entrée du premier scenario pour la géométrie du cas 1vs5. Les résultats sont montrés sur les graphiques de Figure A-13 et Figure A-14. La force par conducteur en fonction de la variation du courant DC d'alimentation du circuit est présentée, ainsi que le pourcentage d'erreur estimé entre les deux approches de simulation.

Tableau A-2. Valeurs d'entrée pour les paramètres géométriques et physiques des simulations (Cas 1vs5, 1^{er} scenario).

Paramètres d'entrée	Description
$I=500A$ à $7000A$	<i>Courant continu variable par pas de 500A</i>
$Ecart=0,000075m$	<i>Séparation selon l'axe Z entre les lignes des conducteurs</i>
$Long=0,223m$	<i>Longueur des conducteurs selon l'axe X</i>
$Larg=0,003m$	<i>Largeur des conducteurs selon l'axe Y</i>
$Epcui=0,00015m$	<i>Épaisseur des conducteurs en cuivre</i>

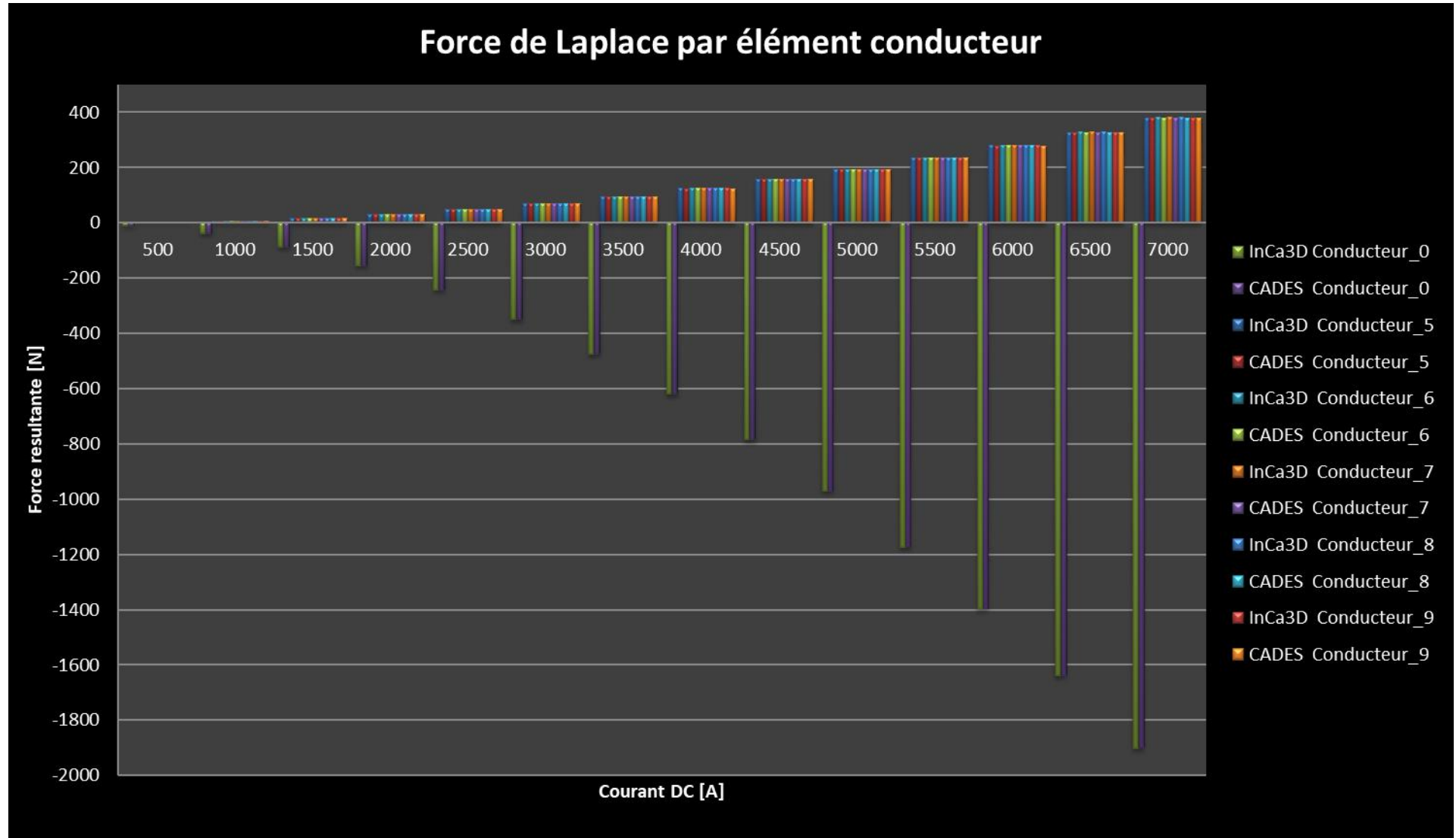


Figure A-13. Force de Laplace produite sur les conducteurs en fonction du courant d'alimentation (Cas #2. 1vs5, 1^{er} scenario).

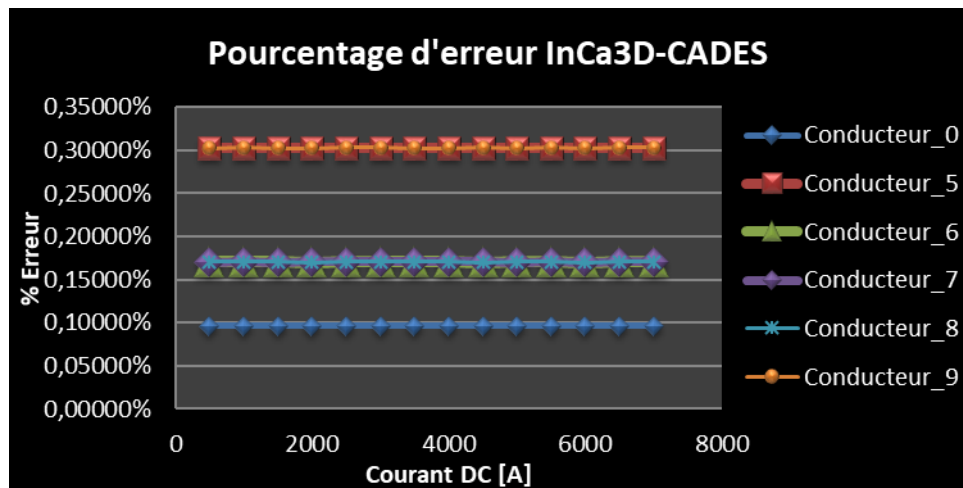


Figure A-14. Pourcentage d'erreur entre les calculs des deux logiciels (Cas #2. 1vs5, 1^{er} scenario).

Cet ensemble de tests a permis de valider l'utilisation du logiciel McMmems et de la plateforme CADES pour l'évaluation des grandeurs électromagnétiques à la place du logiciel InCa3D.

Les avantages sont la facilité pour définir la géométrie, la vitesse de calcul, la récupération des résultats de forme plus accessible, mais principalement la possibilité de faire des calculs multiphysique grâce à l'accès aux équations générées avec le code *.sml.

Les risques sont la manipulation de plusieurs fichiers pour passer d'un outil de la plateforme à l'autre. La création des dossiers n'est pas automatisée et peut favoriser les erreurs humaines.

L'utilisation des McMmems+CADES est une alternative plus avantageuse pour notre problème de simulation, sous réserve de vérifier rigoureusement la chaîne des fichiers, les données, les coefficients de conversion et vérifier régulièrement la grandeur des résultats grâce à des calculs sur InCa3D par exemple. Cela reste tout de même un calcul en statique à chaque fois.

Pour plus de clarté, la nouvelle séquence de simulation peut être décrite suivant les étapes énoncées ci-dessous (Tableau A-3):

- Création d'un fichier XML (extension *.xml) avec le logiciel **McMmems**. Dans ce document on détermine la géométrie et les paramètres du système à évaluer ainsi que des équations additionnelles si on le souhaite.
- Depuis la même interface **McMmems**, on exporte le modèle vers un fichier SML (extension *.sml), code contenant une série d'équations auto générée.

- Édition du code et compilation à l'aide du **Generator** de la plateforme **CADES**. Quand on compile ce dernier, on va obtenir un élément ICAR (extension *.icar), qui est un composant définissant de manière détaillée le modèle.
- Pilotage du composant ICAR. En ce qui concerne l'insertion des valeurs d'entrée d'un scénario, lancer la résolution des équations et l'obtention de la solution, 2 options existent : a) Composant *Calculator* de la plateforme **CADES**, où on peut créer un fichier VAL (extension *.val avec les entrées, lancer l'évaluation des calculs intégrés sur le composant ICAR, ou même tracer des courbes des sorties en fonction des paramètres d'entrée choisis. b) Plug-in Matlab pour appeler le composant ICAR depuis une fonction Matlab.

Tableau A-3. Synthèse de la procédure de simulation McMMems→CADES→Matlab.

Logo et ordre de chainage				
Plate-forme	McMMems	CADES Generator	CADES Calculator	Matlab
Extension du composant	*.xml	*.sml *.icar	*.icar *.val	*.m
Description	Interface pour la définition de la géométrie, ses caractéristiques physiques et énonciation des calculs requis. Une fois compilé, on génère le composant SML.	Interface pour l'édition du code qui définit la géométrie, ses paramètres, unités, équations et variables de sortie. Sa compilation origine les composants ICAR qui pourront ensuite être lus par la calculette CADES ou par un programme Matlab.	Interface pour la définition des valeurs d'entrée des paramètres précédemment définis, lancer des calculs, et tracer des courbes. Les données d'entrée sont sauvegardées en forme de fichier VAL.	Logiciel pour le codage des fonctions de calcul mathématique diverses. A l'aide d'un plug-in dédié, il est possible de piloter les composants ICAR et récupérer ses sorties.

L'avantage du logiciel McMMems est de permettre de calculer de manière exacte le gradient (Jacobien) de toutes les sorties du calcul en fonction des entrées. Ceci fournit un calcul de sensibilité formel qui permettra de faire des optimisations avec des algorithmes d'optimisation déterministes, du type gradient, autorisant des optimisations avec un grand nombre de paramètres et de contraintes. Autres avantages de cette stratégie sont la rapidité de définition de la géométrie, la possibilité d'ajouter les équations désirés pour faire des simulations en multiphysique, l'accès aux logiciels par des futurs utilisateurs.

Il est envisagé d'utiliser cette procédure pour la suite du projet. Néanmoins, *McMMems* et *CADES* ne sont pas des outils commerciaux et il faudra valider son utilisation à chaque étape ; et on pourra alors revenir à faire des calculs sur InCa3D pour comparer les résultats des calculs en statique. Du fait de la gestion de plusieurs fichiers, cette procédure nécessite aussi beaucoup de rigueur et une constante surveillance des équations et coefficients générés entre les différents logiciels pour assurer une exactitude des calculs.

ANNEXE D - Développement matriciel pour la solution du modèle statique de la poutre

Le développement matriciel de ces expressions, pour le cas d'un appui :

$$\mathbf{k} := \begin{bmatrix}
 \left(\frac{L}{3}\right)^3 & \frac{L}{3} & -\left(\frac{L}{3}\right)^3 & -\left(\frac{L}{3}\right)^2 & \frac{-L}{3} & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 \left(\frac{L}{3}\right)^2 & 1 & -\left(\frac{L}{3}\right)^2 & \frac{-L}{3} & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 \frac{L}{3} & 0 & \frac{-L}{3} & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & \left(\frac{2-L}{3}\right)^3 & \left(\frac{2-L}{3}\right)^2 & \frac{2-L}{3} & 1 & -\left(\frac{2-L}{3}\right)^3 & -\left(\frac{2-L}{3}\right)^2 & \frac{-2-L}{3} & -1 \\
 0 & 0 & \left(\frac{2-L}{3}\right)^2 & \frac{2-L}{3} & 1 & 0 & -\left(\frac{2-L}{3}\right)^2 & \frac{-2-L}{3} & -1 & 0 \\
 0 & 0 & \frac{2-L}{3} & 1 & 0 & 0 & \frac{-2-L}{3} & -1 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{L^3}{6} & \frac{L^2}{2} & L & 1 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0
 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{P}_{\text{appui}} := \begin{bmatrix}
 (P2 - P1) \cdot \frac{\left(\frac{L}{3}\right)^4}{24} \\
 (P2 - P1) \cdot \frac{\left(\frac{L}{3}\right)^3}{6} \\
 (P2 - P1) \cdot \frac{\left(\frac{L}{3}\right)^2}{2} \\
 (P2 - P1) \cdot \frac{L}{3} \\
 (P3 - P2) \cdot \frac{\left(\frac{2-L}{3}\right)^4}{24} \\
 (P3 - P2) \cdot \frac{\left(\frac{2-L}{3}\right)^3}{6} \\
 (P3 - P2) \cdot \frac{\left(\frac{2-L}{3}\right)^2}{2} \\
 (P3 - P2) \cdot \frac{2-L}{3} \\
 -P3 \cdot \frac{L^4}{24} \\
 -P3 \cdot \frac{L}{2}
 \end{bmatrix}$$

Pour des conditions d'encastrement aux limites :

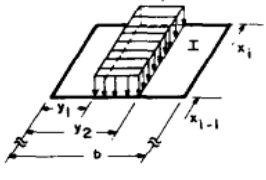
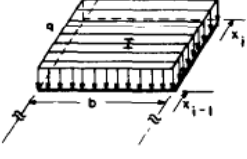
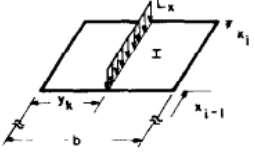
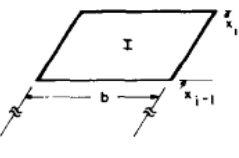
$$\mathbf{k} := \begin{bmatrix}
 \frac{\left(\frac{L}{3}\right)^3}{6} & \frac{\left(\frac{L}{3}\right)^2}{2} & -\frac{\left(\frac{L}{3}\right)^3}{6} & -\frac{\left(\frac{L}{3}\right)^2}{2} & \frac{-L}{3} & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 \frac{\left(\frac{L}{3}\right)^2}{2} & \frac{L}{3} & -\frac{\left(\frac{L}{3}\right)^2}{2} & \frac{-L}{3} & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 \frac{L}{3} & 1 & \frac{-L}{3} & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & \frac{\left(\frac{2-L}{3}\right)^3}{6} & \frac{\left(\frac{2-L}{3}\right)^2}{2} & \frac{2-L}{3} & 1 & -\frac{\left(\frac{2-L}{3}\right)^3}{6} & -\frac{\left(\frac{2-L}{3}\right)^2}{2} & \frac{-2-L}{3} & -1 \\
 0 & 0 & \frac{\left(\frac{2-L}{3}\right)^2}{2} & \frac{2-L}{3} & 1 & 0 & -\frac{\left(\frac{2-L}{3}\right)^2}{2} & \frac{-2-L}{3} & -1 & 0 \\
 0 & 0 & \frac{2-L}{3} & 1 & 0 & 0 & \frac{-2-L}{3} & -1 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{L^3}{6} & \frac{L^2}{2} & L & 1 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{L}{2} & 1 & 0 & 0
 \end{bmatrix}
 \mathbf{P} := \begin{bmatrix}
 (P2 - P1) \cdot \frac{\left(\frac{L}{3}\right)^4}{24} \\
 (P2 - P1) \cdot \frac{\left(\frac{L}{3}\right)^3}{6} \\
 (P2 - P1) \cdot \frac{\left(\frac{L}{3}\right)^2}{2} \\
 (P2 - P1) \cdot \frac{L}{3} \\
 (P3 - P2) \cdot \frac{\left(\frac{2-L}{3}\right)^4}{24} \\
 (P3 - P2) \cdot \frac{\left(\frac{2-L}{3}\right)^3}{6} \\
 (P3 - P2) \cdot \frac{\left(\frac{2-L}{3}\right)^2}{2} \\
 (P3 - P2) \cdot \frac{2-L}{3} \\
 -P3 \cdot \frac{L^4}{24} \\
 -P3 \cdot \frac{L^2}{6}
 \end{bmatrix}$$

ANNEXE E - Solutions homogène et particulière selon le cas, pour l'approche plaque

Tableau A-4. Solution homogène $W_{HI}(x,y)$

Nature of ξ_m^*	Homogeneous solution $W_{HI}(x,y)$
$g_{2m}^2 > \alpha/\beta^2$ Four real and distinct values $\xi_{m1} = -\xi_{m3}, \quad \xi_{m2} = -\xi_{m4}$	$\sum_m^{\infty} [A_{m1} \cosh(\xi_{m1}x) + B_{m1} \sinh(\xi_{m1}x) + C_{m1} \cosh(\xi_{m2}x) + D_{m1} \sinh(\xi_{m2}x)] G_m(y)$ $(m = 1, 2, 3, \dots, \infty)$
$g_{2m}^2 = \alpha/\beta^2$ Two sets of real and equal values $\xi_{m1} = \xi_{m2} = -\xi_{m3} = -\xi_{m4}$	$\sum_m^{\infty} [A_{m1} \cosh(\xi_{m1}x) + B_{m1} x \eta_m \cosh(\xi_{m1}x) + C_{m1} \sinh(\xi_{m1}x) + D_{m1} x \eta_m \sinh(\xi_{m1}x)] G_m(y)$ $(m = 1, 2, 3, \dots, \infty)$
$g_{2m}^2 < \alpha/\beta^2$ Two distinct pairs of complex conjugates $\xi_{m(1,2,3,4)} = \pm \phi_m \pm i\psi_m$ $\phi_m = \eta_m \sqrt{\beta} \sqrt{\left(\frac{\sqrt{\alpha/\beta} + g_{2m}}{2}\right)}$ $\psi_m = \eta_m \sqrt{\beta} \sqrt{\left(\frac{\sqrt{\alpha/\beta} - g_{2m}}{2}\right)}$	$\sum_m^{\infty} [A_{m1} \cosh(\phi_m x) \cos(\psi_m x) + B_{m1} \sinh(\phi_m x) \sin(\psi_m x) + C_{m1} \cosh(\phi_m x) \sin(\psi_m x) + D_{m1} \sinh(\phi_m x) \cos(\psi_m x)] G_m(y)$ $(m = 1, 2, 3, \dots, \infty)$
$\xi_{m(1,2,3,4)} = \pm \eta_m \sqrt{\beta} \sqrt{(g_{2m} \pm \sqrt{(g_{2m}^2 - \alpha/\beta^2)})}, \quad \eta_m = \lambda_m/b$ $g_{2m} = - \int_0^b \frac{d^2 G_m(y)}{dy^2} G_m(y) dy / \eta_m^2 \int_0^b G_m^2(y) dy$	

Tableau A-5. Solution particulière $W_{PI}(x,y)$

Load Case	$W_{PI}(x,y)^\dagger$
Partial Uniform Load q  case 1	$W_{PI} = \frac{2q\delta b^4}{Dy} \sum_m \frac{1}{\lambda_m^5} \left\{ [C_{m1} \cosh(\eta_m y_k) - C_{m2} \sinh(\eta_m y_k)] \sinh(\eta_m \Delta y) \right.$ $\left. - [C_{m3} \cos(\eta_m y_k) - C_{m4} \sin(\eta_m y_k)] \sin(\eta_m \Delta y) \right\} G_m(y)$ $(m = 1, 2, 3, \dots, \infty)$ $y_k = \frac{y_1 + y_2}{2}, \Delta y = \frac{y_2 - y_1}{2}$
Uniform Load q  case 2	$W_{PI} = \frac{2q\delta b^4}{Dy} \sum_m \frac{1}{\lambda_m^5} \left\{ [C_{m1} \cosh\left(\frac{\lambda_m}{2}\right) - C_{m2} \sinh\left(\frac{\lambda_m}{2}\right)] \sinh\left(\frac{\lambda_m}{2}\right) \right.$ $\left. - [C_{m3} \cos\left(\frac{\lambda_m}{2}\right) - C_{m4} \sin\left(\frac{\lambda_m}{2}\right)] \sin\left(\frac{\lambda_m}{2}\right) \right\} G_m(y)$ $(m = 1, 2, 3, \dots, \infty)$
Line Load L_x  case 3	$W_{PI} = \frac{L_x \delta b^3}{Dy} \sum_m \frac{1}{\lambda_m^4} [C_{m1} \cosh(\eta_m y_k) - C_{m2} \sinh(\eta_m y_k)$ $- C_{m3} \cos(\eta_m y_k) + C_{m4} \sin(\eta_m y_k)] G_m(y)$ $(m = 1, 2, 3, \dots, \infty)$
Zero Load  case 4	$W_{PI} = 0$ $(m = 1, 2, 3, \dots, \infty)$

Les coefficients C_{m1} , C_{m2} , C_{m3} , C_{m4} , détaillés dans les Tables A-4 et A-5, dépendent du type de conditions aux limites sur les deux arêtes ($y = 0$ et $y = b$) et de la valeur de m (nombre de termes de la somme infinie). Ces coefficients, la fonction $G_m(y)$ et g_{2m} sont déterminés à partir du Tableau A-6.

Tableau A-6. Fonction $G_m(y)$ et g_{2m}

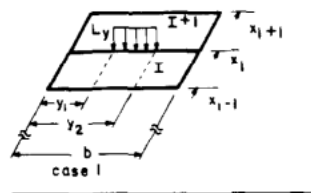
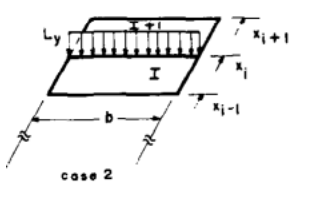
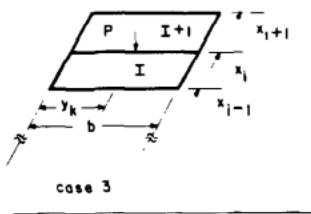
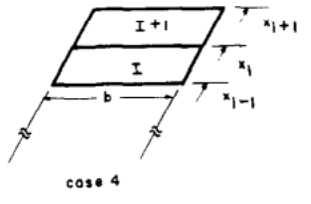
$$G_m(y) = C_{m1} \cosh\left(\frac{\lambda_m y}{b}\right) - C_{m2} \sinh\left(\frac{\lambda_m y}{b}\right) - C_{m3} \cos\left(\frac{\lambda_m y}{b}\right) + C_{m4} \sin\left(\frac{\lambda_m y}{b}\right)$$

Condition†	λ_1	λ_2	λ_3	λ_m
C-C	4.7300	7.8532	10.9956	$\frac{(2m+1)\pi}{2}$
C-S	3.9266	7.0686	10.2102	$\frac{(4m+1)\pi}{4}$
S-S	π	2π	3π	$m\pi$
Condition†	C_{m1}	C_{m2}	C_{m3}	C_{m4}
C-C	1	E_m^\ddagger	1	E_m^\ddagger
C-S	1	E_m^\ddagger	1	E_m^\ddagger
S-S	0	0	0	1
Condition†	g_{21}	g_{22}	g_{23}	g_{2m}
C-C	$\frac{2.6009}{\lambda_1}$	$\frac{5.8639}{\lambda_2}$	$\frac{8.9984}{\lambda_3}$	$\frac{\lambda_m - 2}{\lambda_m}$
C-S	$\frac{2.9317}{\lambda_1}$	$\frac{6.0686}{\lambda_2}$	$\frac{9.2095}{\lambda_3}$	$\frac{\lambda_m - 1}{\lambda_m}$
S-S	1	1	1	1

†C-C = clamped at $y = 0$ and $y = b$
 C-S = clamped at $y = 0$ and simply supported at $y = b$
 S-S = simply supported at $y = 0$ and $y = b$

$$\ddagger E_m = \frac{\cosh(\lambda_m) - \cos(\lambda_m)}{\sinh(\lambda_m) - \sin(\lambda_m)}$$

Tableau A-7. Fonction de chargement sur arête

<p>Partial Line Load L_y</p>  <p>case 1</p>	$J_{mi} = 2\delta L_y \sum_m \frac{1}{\lambda_m} \left\{ [C_{m1} \cosh(\eta_m y_k) - C_{m2} \sinh(\eta_m y_k)] \sinh(\eta_m \Delta y) \right. \\ \left. - [C_{m3} \cos(\eta_m y_k) - C_{m4} \sin(\eta_m y_k)] \sin(\eta_m \Delta y) \right\} G_m(y)$ $(m = 1, 2, 3, \dots, \infty)$ $y_k = \frac{y_1 + y_2}{2}, \Delta y = \frac{y_2 - y_1}{2}$
<p>Line Load L_y</p>  <p>case 2</p>	$J_{mi} = 2\delta L_y \sum_m \frac{1}{\lambda} \left\{ [C_{m1} \cosh\left(\frac{\lambda_m}{2}\right) - C_{m2} \sinh\left(\frac{\lambda_m}{2}\right)] \sinh\left(\frac{\lambda_m}{2}\right) \right. \\ \left. - [C_{m3} \cos\left(\frac{\lambda_m}{2}\right) - C_{m4} \sin\left(\frac{\lambda_m}{2}\right)] \sin\left(\frac{\lambda_m}{2}\right) \right\} G_m(y)$ $(m = 1, 2, 3, \dots, \infty)$
<p>Point Load P</p>  <p>case 3</p>	$J_{mi} = \frac{\delta P}{b} \sum_m [C_{m1} \cosh(\eta_m y_k) - C_{m2} \sinh(\eta_m y_k) \\ - C_{m3} \cos(\eta_m y_k) + C_{m4} \sin(\eta_m y_k)] G_m(y)$ $(m = 1, 2, 3, \dots, \infty)$
<p>Zero Load</p>  <p>case 4</p>	$J_{mi} = 0$ $(m = 1, 2, 3, \dots, \infty)$

Les coefficients C_{m1} , C_{m2} , C_{m3} , C_{m4} et la fonction $G_m(y)$ sont aussi déterminés à partir du Tableau A-6.

ANNEXE F - Implémentation du modèle mécanique plaque

Cas test 1 : plaque chargée ponctuellement

Le cas d'une plaque chargée ponctuellement a été traité ici. Dans un premier temps, ce ne sont pas les valeurs exactes des déplacements qui seront observées mais plutôt le comportement de ce modèle et la vérification de certains cas particuliers pour valider la cohérence des résultats.

Chargement au centre sans poutre

Un chargement de valeur de 1000 N a été appliqué au centre de la plaque rectangulaire déformable qui elle est tenue par 4 appuis simples sur ses 4 côtés. Le Tableau A-8 liste les valeurs des différents paramètres d'entrée définis pour ce cas test et montre une image avec sa représentation dans l'espace.

Tableau A-8. Une plaque chargée ponctuellement au centre et données d'entrée.

Données d'entrée	Disposition géométrique
$a = 0,084\text{ m}$ $b = 0,223\text{ m}$ Epaisseur = $5 \times 10^{-4}\text{ m}$ $E_x = E_y = 71 \times 10^9\text{ Pa}$ $\mu_x = \mu_y = 0,3$ $G = 25,8 \times 10^9\text{ Pa}$ $P = 1000\text{ N}$	

L'expression de la déformation fait apparaître des sommes infinies. La convergence a été obtenue pour un nombre relativement restreint de termes de la série ($m=5$). La déformation a été évaluée le long des deux lignes centrales $x = a/2$ et $y = b/2$ et les résultats sont montrés sur la Figure A-15.

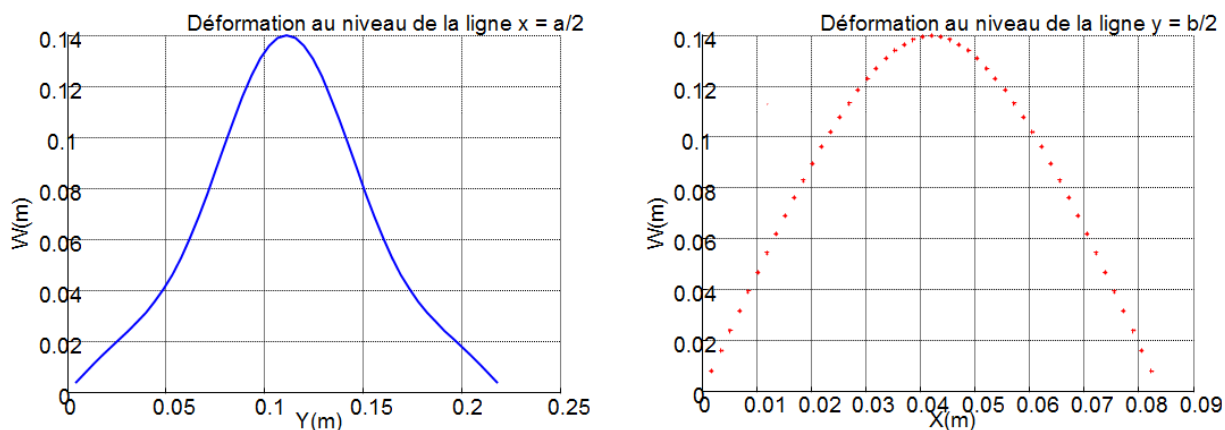


Figure A-15. Déplacement de la plaque soumise à une charge ponctuelle au niveau des lignes ($x = a/2$ et $y = b/2$), 4 appuis.

On observe la forme en cloche de la déformée qui correspond à la ligne centrale parallèle à l'axe Y (sur la longueur de la plaque rectangulaire) et une courbe de déformation parabolique pour la ligne centrale parallèle à l'axe X (sur la largeur de la plaque rectangulaire). Plus tard on va démontrer que cette variation est causée par la différence des mesures des côtés de la plaque rectangulaire (a et b) et en aucun moment par une erreur de la définition mathématique du modèle.

Le tracé du résultat pour la surface de déformation en 3D est montré sur la Figure A-16. On peut y apprécier l'effet des conditions aux limites de type appui sur les bords de la plaque avec un déplacement maximal de $0,14m$ pour les valeurs des données d'entrée citées.

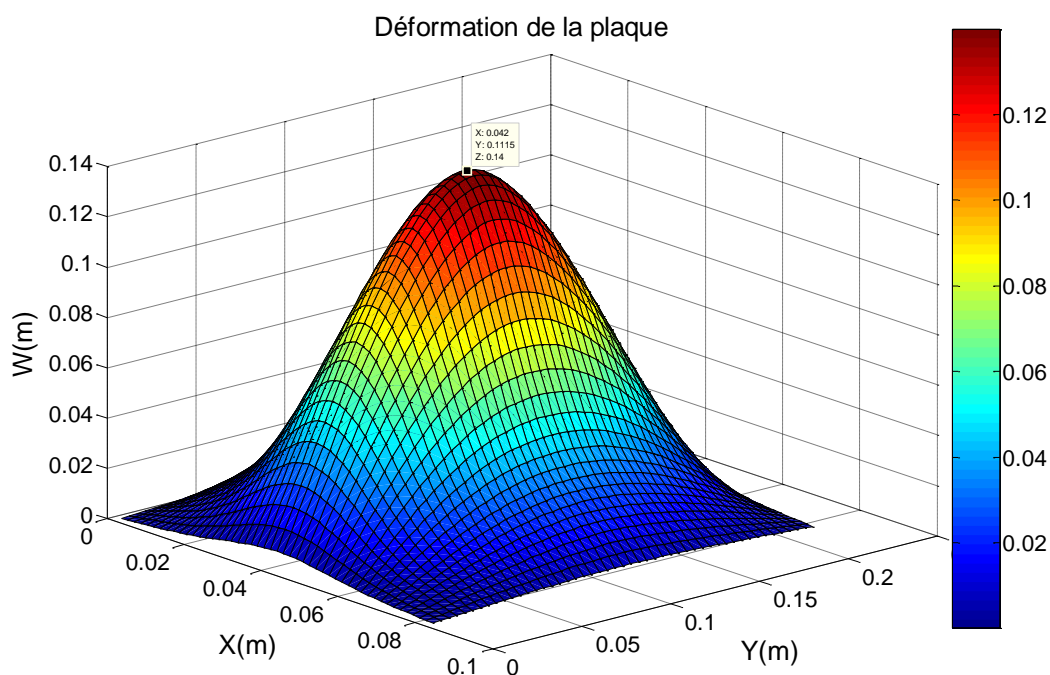


Figure A-16. Déformation de la plaque en 3D soumise à une charge ponctuelle de 1000 N, 4 appuis.

Annexes

On dispose de deux références bibliographiques [1] et [2], pour lesquelles ce cas a été traité, le premier à l'aide d'une approche éléments finis utilisant l'outil numérique Abaqus et le deuxième article avec une approche analytique. On s'est servi de ces deux références pour faire une comparaison avec notre modèle et vérifier que l'implémentation a été bien réalisée. Le Tableau A-9 résume les résultats pour ce cas test traité avec les trois approches différentes.

Tableau A-9. Résultats pour le déplacement maximal de la plaque chargée ponctuellement sur le centre résolu avec 3 méthodes différentes.

	Notre approche analytique (avec $m = 5$)	FEM [6]	Autre approche analytique [7]
$W_{\max}(m)$	0,140	0,149	0,143

Afin de vérifier la symétrie de l'approche, on a refait les calculs avec les mêmes données d'entre mais maintenant pour une plaque carrée ($a = b = 0,223$ m). On prend encore une fois comme référence le tracé pour la déformation de la plaque sur deux lignes centrales. Les résultats de ce cas sont présentés sur la Figure A-17.

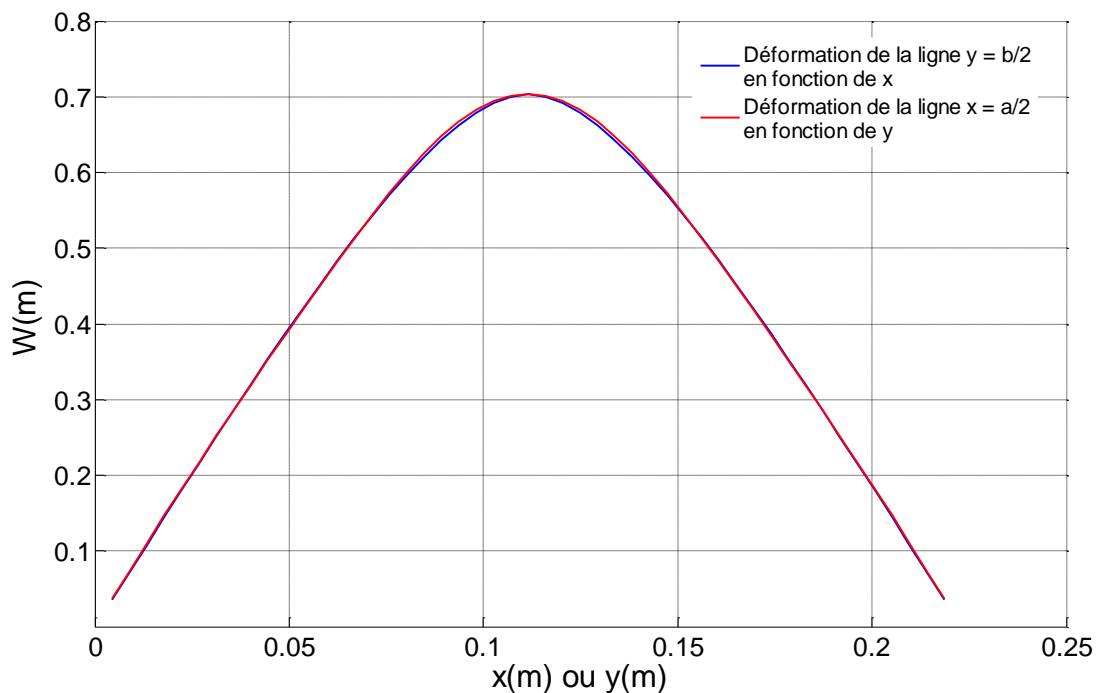


Figure A-17. Déformation sur deux lignes centrales d'une plaque carrée ($a = b = 0,223$ m), charge ponctuelle de 1000 N, 4 appuis.

Les deux courbes sont identiques ce qui met en évidence la symétrie de la déformation entre les deux axes X et Y . On conclut alors que les différences rencontrées entre les courbes de déformation trouvées pour la plaque rectangulaire de la Figure A-15 sont en

effet liées à la différence entre les mesures $a \neq b$, et non à une erreur de représentation du modèle. De cette façon, on valide ce premier modèle et son implémentation.

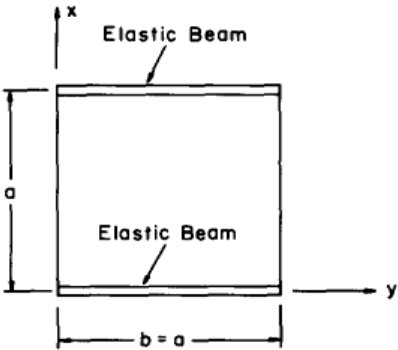
Chargement au centre avec l'inclusion d'un élément poutre

La notion de poutre est nécessaire dans ce modèle car elle sert à définir l'endroit où un effort linéique est appliqué. Pour notre dégivreur, les poutres seront indispensables pour la définition des efforts linéiques générés au niveau des lignes de conducteurs du serpentín.

Ce cas, issu d'une référence bibliographique [3] a été sélectionné pour caler l'implémentation des éléments poutre. Cette fois, sur deux côtés opposés de la plaque carrée, on définit deux poutres pour remplacer les conditions aux limites.

Le chargement a été localisé au centre de la plaque. Le Tableau A-10 résume la géométrie, les paramètres et les valeurs maximales des déplacements pour ce cas, en fonction des conditions aux limites (CL) adoptées.

Tableau A-10. Plaque carrée, avec chargement ponctuel et 2 poutres.

 <p> $\alpha = \beta = 1.0$ $\mu = 0.3$ $K1 = 30$ $K2 = K3 = 0$ </p> <p> SS = Simply Supported at $y = 0$ and $y = b$ CS = Clamped at $y = 0$ and Simply Supported at $y = b$ CC = Clamped at $y = 0$ and $y = b$ </p>	<table border="1"> <thead> <tr> <th>CL</th> <th>$W_{\max}(m)$</th> <th>Reference [5]</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>CC</td> <td>0,4322</td> <td>0,4344</td> </tr> <tr> <td>CS</td> <td>0,5400</td> <td>0,5446</td> </tr> <tr> <td>SS</td> <td>0,7106</td> <td>0,7098</td> </tr> </tbody> </table>		CL	$W_{\max}(m)$	Reference [5]	CC	0,4322	0,4344	CS	0,5400	0,5446	SS	0,7106	0,7098
	CL	$W_{\max}(m)$	Reference [5]											
	CC	0,4322	0,4344											
	CS	0,5400	0,5446											
SS	0,7106	0,7098												

Effectivement, notre modélisation converge avec les résultats de la littérature, ce qui veut dire que les caractéristiques physiques des poutres ont bien été prises en compte.

Influence de la discrétisation en éléments « bande »

On utilise le premier modèle de plaque rectangulaire avec les mêmes données d'entrée du Tableau A-8. Sur ce cas simple, on veut maintenant regarder l'impact du découpage en bandes au niveau de la nouvelle arête ainsi définie.

Sur la Figure A-18, pour le cas de discrétisation de la plaque en 2 et 4 bandes, la continuité de la fonction est respectée au niveau des arêtes et on observe que le résultat ne dépend pas du nombre de bandes car les courbes sont identiques. Il y a une

convergence des résultats par rapport au premier l'analyse pour la plaque rectangulaire non discrétisée de la Figure A-15. L'implémentation de la discrétisation est alors validée.

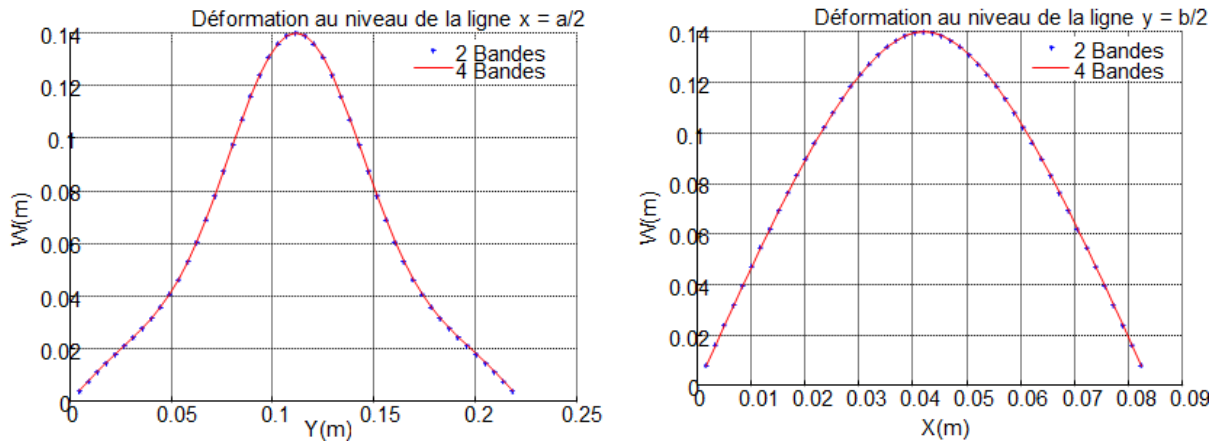


Figure A-18. Déformation au niveau des lignes ($x= a/2$ et $y = b/2$) pour une plaque avec une charge ponctuelle au centre de 1000 N, discrétisation en 2 et 4 bandes, $CL= 4$ appuis.

Il faut noter que le nombre d'inconnues augmente proportionnellement au nombre de bandes. En effet, le nombre d'inconnues est déterminé par la relation :

$$\text{Nombre d'inconnues} = 4 * \text{Nombre de bandes} * m$$

Avec :

m ; nombre de termes de la série.

Ici la valeur est fixée à $m = 5$. Chaque bande a 4 inconnues : A_{ml} , B_{ml} , C_{ml} et D_{ml} (voir Table A3 de l'ANNEXE F). Pour les cas de notre exemple, le nombre d'inconnues est :

- Cas 1, 2 bandes : $\text{nombre d'inconnues} = 4 * 2 * 5 = 40$
- Cas 2, 4 bandes : $\text{nombre d'inconnues} = 4 * 4 * 5 = 80$

On rappelle que le degré de précision du résultat pour cette méthode ne dépend pas du nombre d'éléments de discrétisation ou bandes mais du nombre de termes de la série considérés m . On a alors intérêt à limiter le nombre de bandes de discrétisation au minimum nécessaire pour la définition de toutes les charges et autres caractéristiques de notre système.

Influence des conditions aux limites

On continue avec le modèle plaque rectangulaire avec charge centrale ponctuelle, sauf que pour ce cas de test les conditions aux limites de la plaque seront modifiées. L'objectif de cette étude est d'évaluer la relation entre le type d'ancrage et la déformation de la plaque.

Les deux cas extrêmes identifiés pour encadrer le résultat sont l'appui simple et l'encastrement. Sur les Figure A-19 à Figure A-23, les résultats de la déformation sont montrés pour différentes positions sur la plaque.

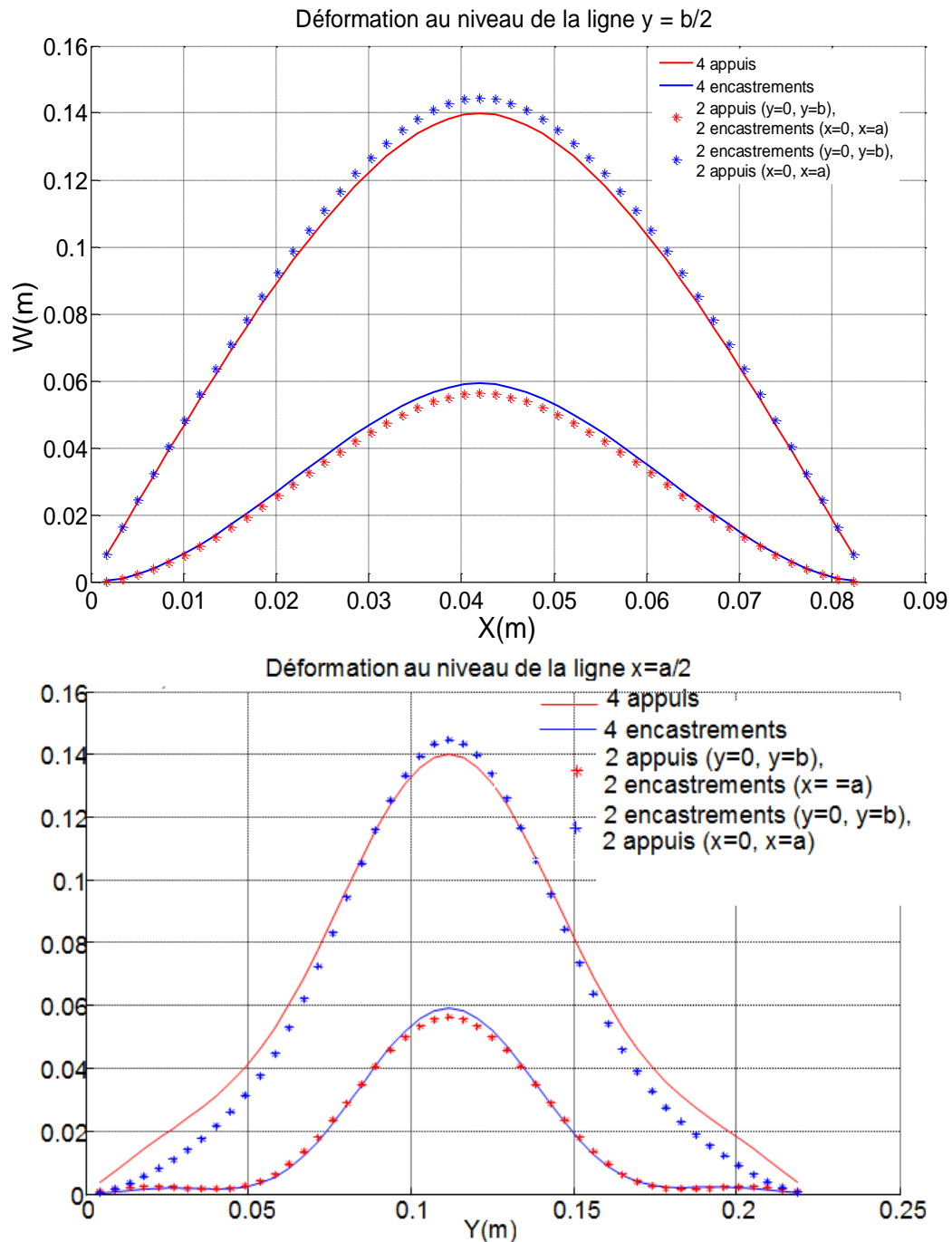


Figure A-19. Déformation de la plaque pour différentes conditions aux limites pour les deux axes d'analyse $y=b/2$ et $x=a/2$.

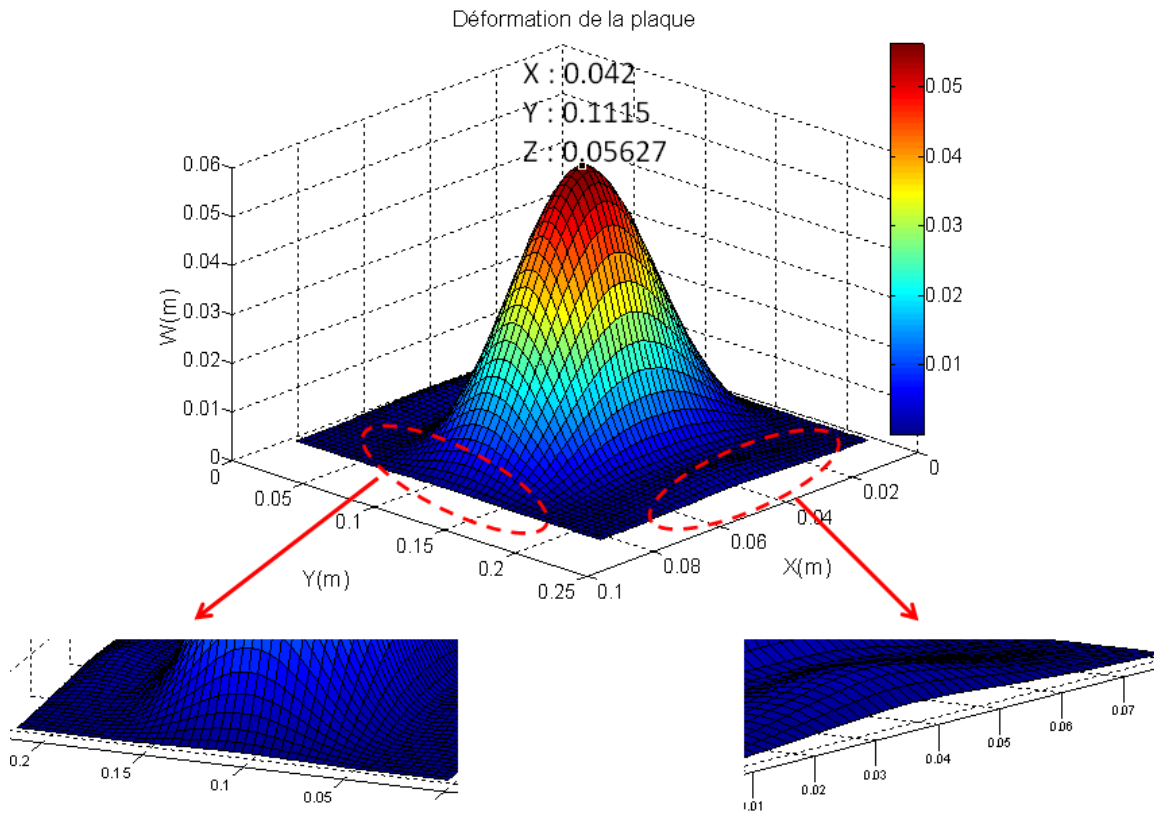


Figure A-20. Déformation de la plaque en 3D du cas : Charge ponctuelle $P = 1000\text{ N}$, 2 appuis (sur deux arêtes $y = 0$ et $y = b$) + 2 encastremets (sur deux arêtes $x = 0$ et $x = a$)

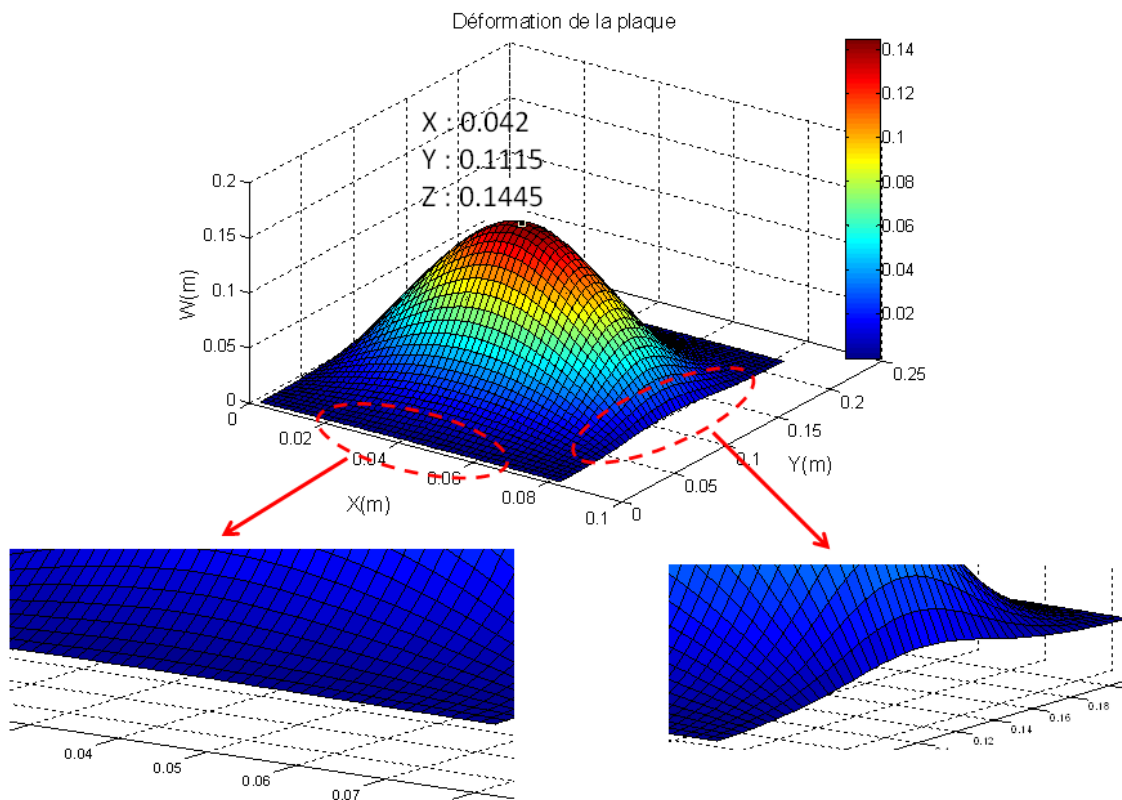


Figure A-21. Déformation de la plaque en 3D du cas : Charge ponctuelle $P = 1000\text{ N}$, 2 encastremets (sur deux arêtes $y = 0$ et $y = b$) + 2 appuis (sur deux arêtes $x = 0$ et $x = a$).

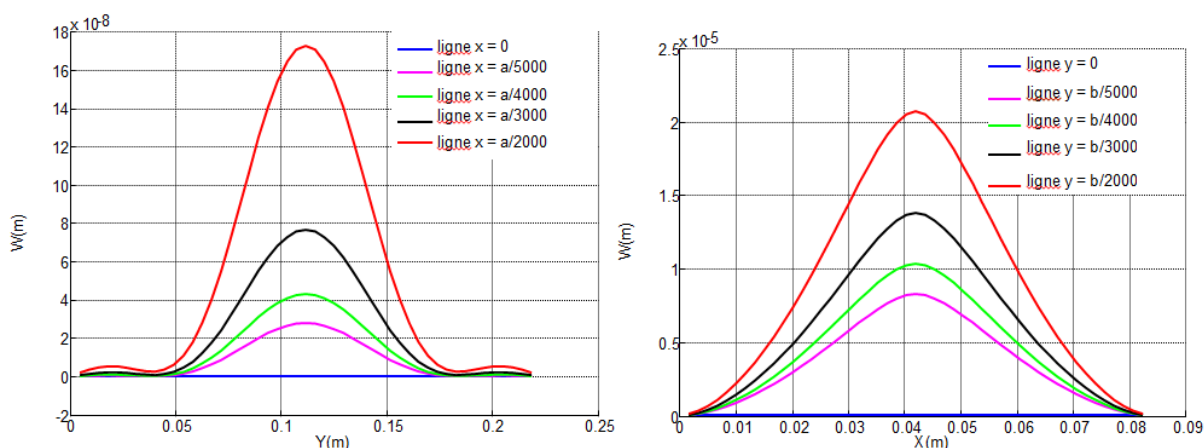


Figure A-22. Déformation sur des lignes proches des bords, charge ponctuelle $P = 1000\text{ N}$, 2 appuis (arêtes $y = 0$ et $y = b$) + 2 encastresments (arêtes $x = 0$ et $x = a$).

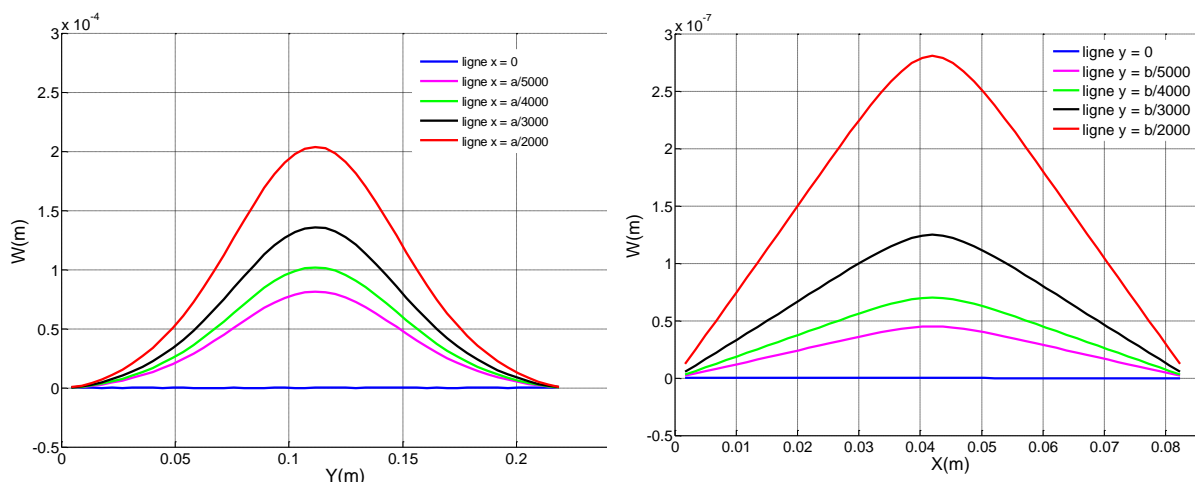


Figure A-23. Déformation des lignes proches des bords, charge ponctuelle $P = 1000\text{ N}$, 2 encastresments (sur deux arêtes $y = 0$ et $y = b$) + 2 appuis (sur deux arêtes $x = 0$ et $x = a$).

Les images courbes 3D sont très parlantes. Pour tous le cas, le changement des conditions aux limites a bien été pris en compte. On peut conclure que pour le modèle actuel on sait contrôler et définir les conditions aux limites.

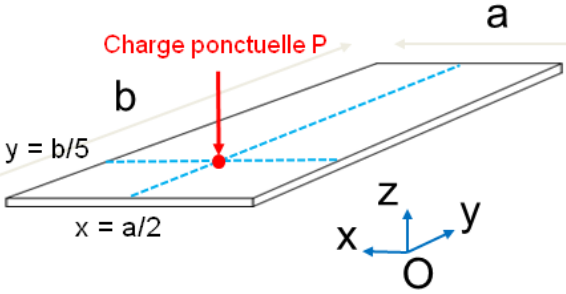
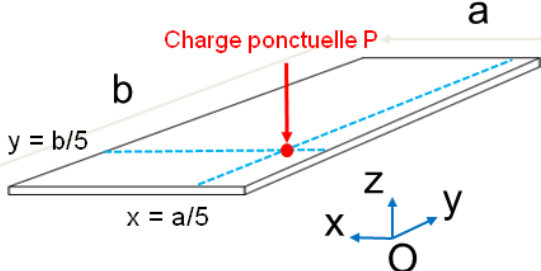
À partir de ces résultats en 2D et en 3D, on constate que le changement des conditions aux limites va influencer fortement la déformation de la plaque et qu'il est donc de grande importance de bien identifier dans quel cas le dispositif étudié se situe.

Influence de la position du chargement

Afin de vérifier qu'il n'y a aucune erreur masquée par la symétrie du cas test traité, cette fois on va faire varier la position du chargement ponctuel sur la plaque pour tester si la

forme de la réponse est cohérente. Les deux cas test du Tableau A-11 ont été évalués pour le modèle de plaque rectangulaire.

Tableau A-11. Changement de la position du chargement ponctuel sur la plaque.

Cas 1	Cas 2
 <p>Pour le premier cas : La déformation de la plaque est symétrique autour de la ligne $x = a/2$.</p>	 <p>Pour le deuxième cas : La déformation de la plaque n'est pas symétrique.</p>

On observe sur les Figure A-24 et Figure A-25, la forme de la surface de réponse pour les déformations engendrées dans les deux cas. Le sens physique est bien conservé, ce qui démontre la bonne utilisation de cette approche.

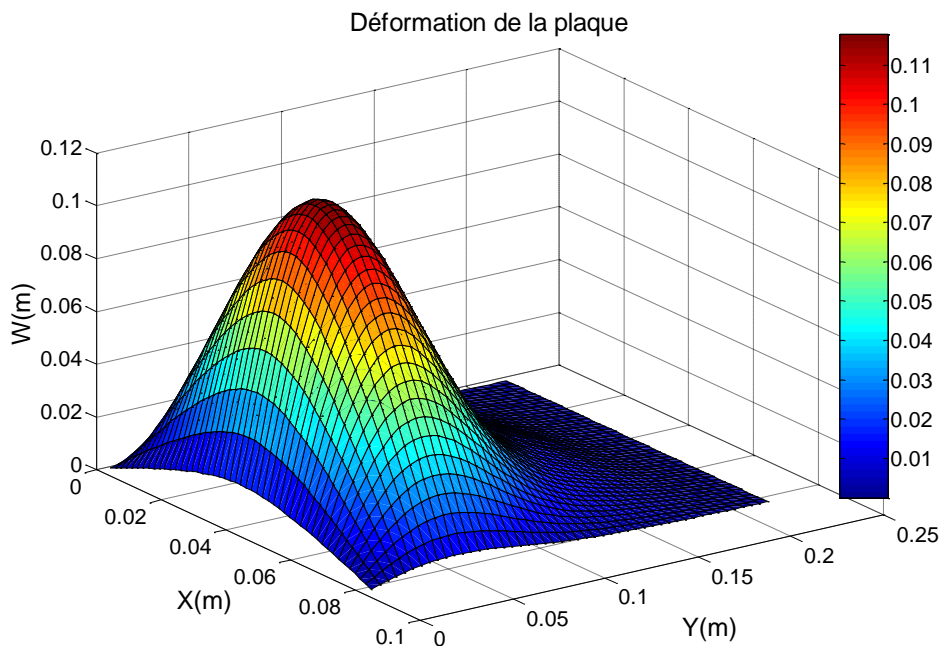


Figure A-24. Déformation de la plaque en 3D pour une charge ponctuelle de 1000 N au point $(x = a/2, y = b/5)$, 4 appuis

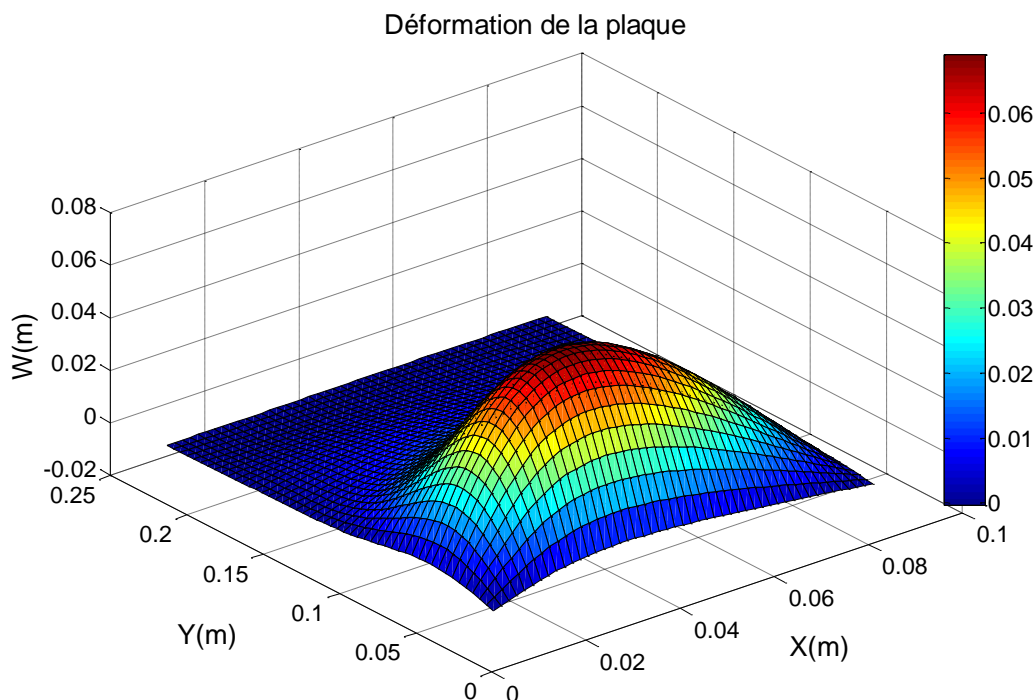


Figure A-25. Déformation de la plaque en 3D pour une charge ponctuelle de 1000 N au point ($x = a/5$, $y = b/5$), 4 appuis

Cas test 2 : plaque chargée sur une ligne

Maintenant que le modèle de plaque rectangulaire créée a passé tous les tests de vérification avec un chargement concentré sur un point, il est temps d'augmenter la complexité de la définition de la charge, vers une charge de type linéique. Pour ce faire, on va se servir de la définition d'éléments poutre car c'est à travers eux qu'on peut représenter les efforts mécaniques appliqués sur une ligne.

Chargement sur une ligne complète

Dans cette configuration, Figure A-26, le type de chargement est modifié. On conserve la même force totale de 1000 N pour cette occasion elle est répartie de façon uniforme le long d'une ligne centrée, $L_y=1000$ N/m.

Données d'entrée	Disposition géométrique
$a = 0,084$ m, $b = 0,223$ m, Epaisseur = $5E-4$ m $E_x = E_y = 71E9$ Pa $\mu_x = \mu_y = 0,3$ $G = 25,8E9$ Pa $L_y = 1000/b$ N /m	<p style="text-align: center;">Charge L_y sur la ligne centrée ($x = a/2$)</p>

Figure A-26. Une plaque chargée uniformément sur la ligne $x = a/2$.

La déformation a été évaluée le long des deux lignes $x = a/2$ et $y = b/2$ tel que pour la batterie de cas de test 1, ces résultats sont présentés sur les courbes de la Figure A-27. Les tapis de déformation 3D des figures Figure A-28 et Figure A-29 correspondent aux résultats pour les analyses avec des conditions aux limites de type appuis simples ou encastrement respectivement.

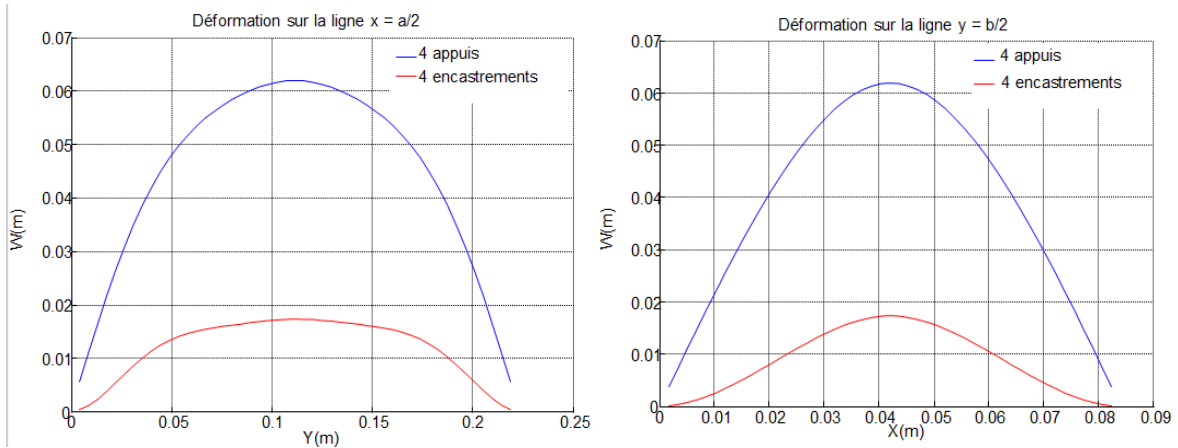


Figure A-27. Déformation de la plaque soumise à une charge uniformément répartie sur la ligne $x=a/2$, au niveau des lignes centrées

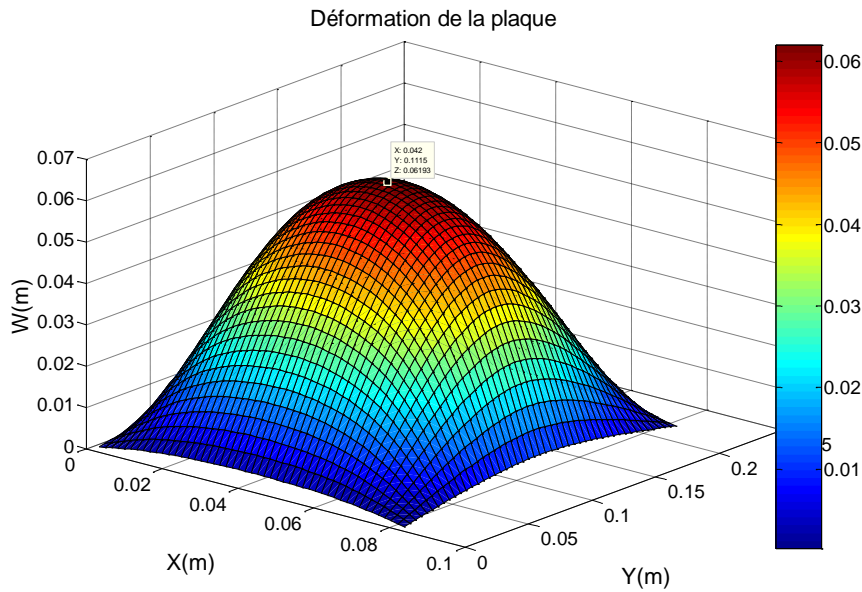


Figure A-28. Déformation de la plaque pour une charge de $1000/b$ N/m sur la ligne $x = a/2$, 4 appuis.

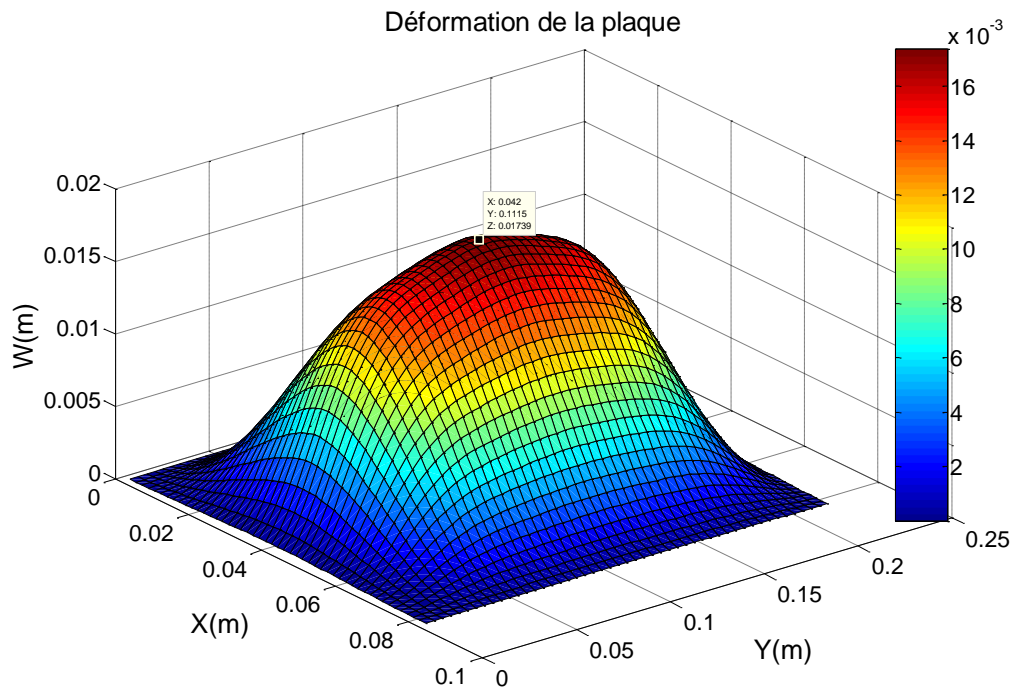


Figure A-29. Déformation de la plaque pour une charge de $1000/b$ N/m sur la ligne $x = a/2$, 4 encastremets.

Chargement sur une ligne partielle

Les trois types de chargements de la plaque existent avec la méthode de résolution choisie : ponctuel, sur une ligne partielle ou sur une ligne complète. Les types de chargements conditionnent les termes J_{mi} . La question soulevée par ces trois expressions concerne la continuité entre les formulations trouvées et la convergence de l'approche entre la définition de charge sur une ligne et charge ponctuelle.

Afin d'analyser ceci, une charge de 1000N uniformément répartie est appliquée, mais cette fois uniquement sur un segment de la longueur totale $2\Delta L$ sur la ligne $x = a/2$ comme le montre la Figure A-30. Quand ΔL tend vers zéro on tend vers la configuration d'un chargement ponctuel et quand ΔL tend vers $b/2$ on se rapproche du chargement sur une ligne complète.

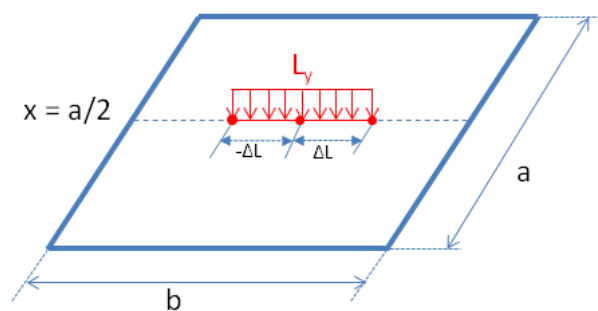


Figure A-30. Chargement de la plaque sur une ligne partielle : définition des grandeurs

S'il y a convergence de cette approche avec ces deux cas extrêmes de charge ponctuelle et charge linéique antérieurement traités on peut alors imaginer n'utiliser que le cas de chargement partiel sur une ligne pour définir tous les cas.

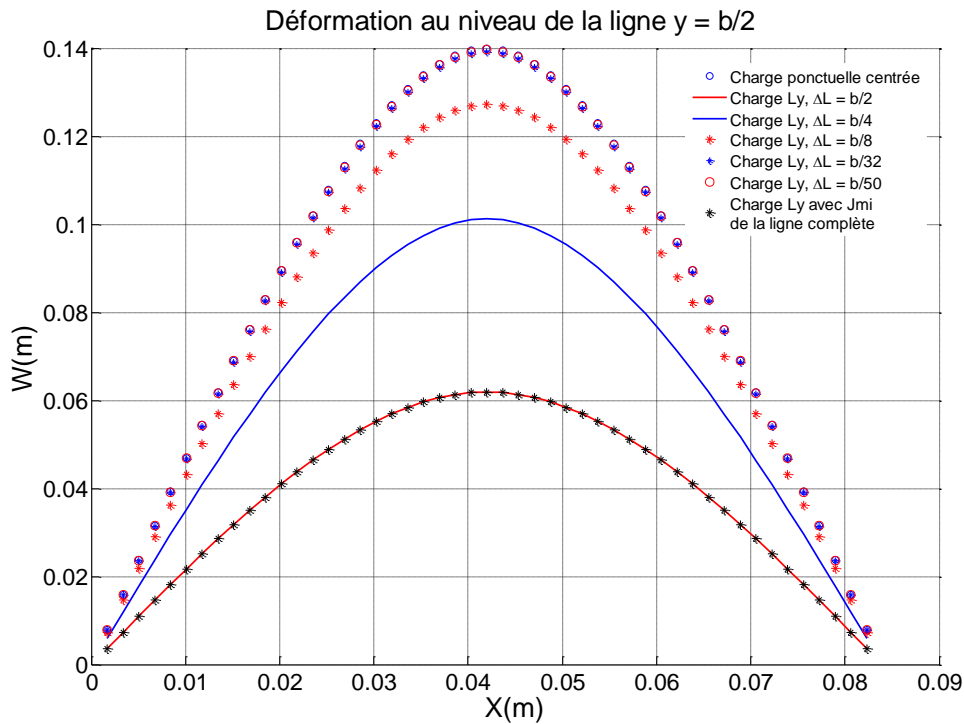


Figure A-31. Déformation au niveau de la ligne $y = b/2$: Charge $L_y = 1000/(2\Delta L)$ N/m sur le morceau $2\Delta L$ de la ligne $x = a/2$

Les résultats du test montrés sur la Figure A-31 confirment la continuité obtenue grâce à cette formulation unique d'une charge uniforme sur une ligne partielle.

Chargement sur une ligne partielle, ajout de poutres

Dans ce paragraphe, tout comme dans le cas du chargement ponctuel l'ajout de poutres pour remplacer deux conditions aux limites a été effectué. Dans [5], le cas présenté a été traité et les valeurs maximales des déplacements sont donc comparées sur le tableau ci-après. Notre modélisation converge avec les résultats de [5].

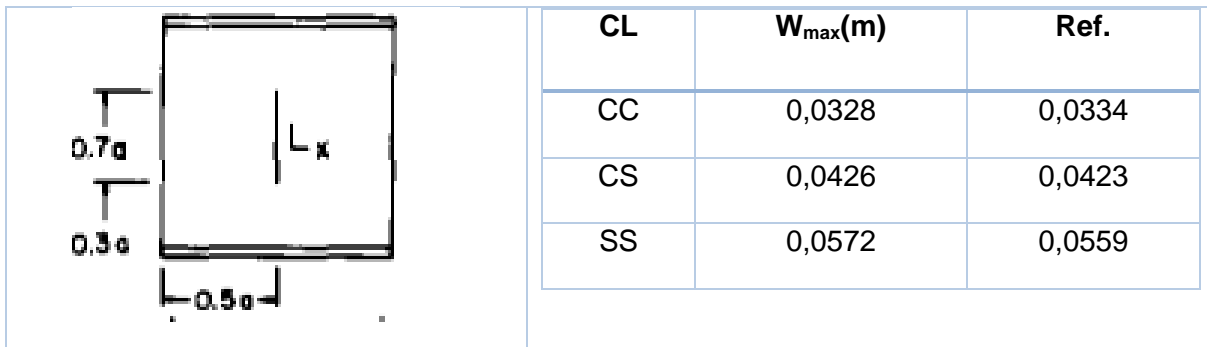


Figure A-32. Plaque carrée, chargement sur une ligne partielle, 2 poutres.

Influence de la position du chargement de la charge linéique

Dans cette partie, la position du chargement est modifiée pour supprimer la symétrie du problème et éliminer d'éventuelles erreurs d'application de la méthode. Les charges sont appliquées uniformément sur la ligne complète aux trois positions différentes : $x = a/4$, $x = a/2$ et $x = 3a/4$. Les résultats sont présentés sur les Figure A-33 et Figure A-34 pour une évaluation de la déformation sur des lignes centrées pour différents types de chargement. Les Figure A-35 et Figure A-36, présentent la déformation en 3D.

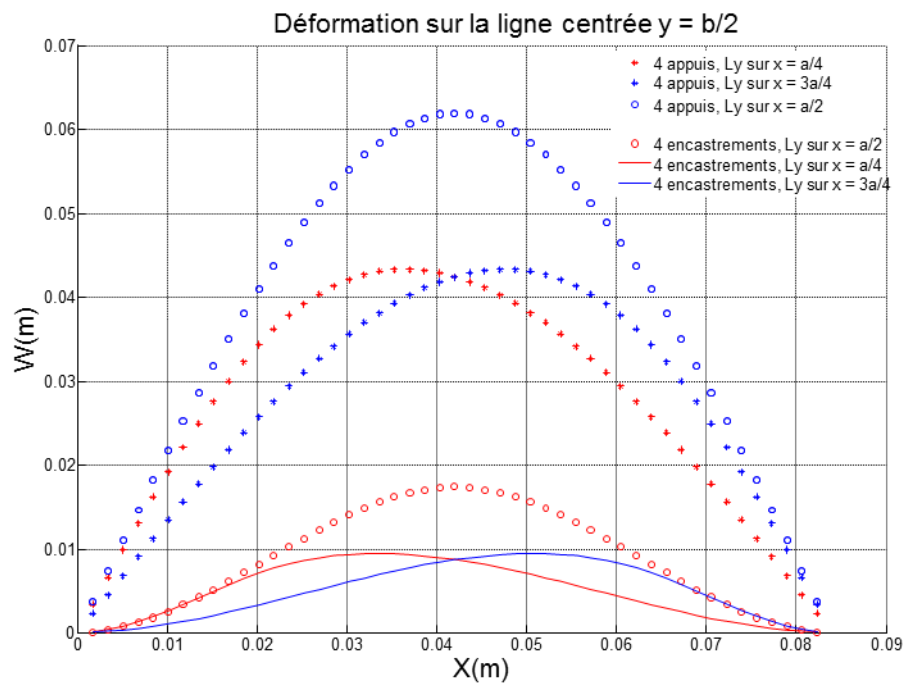


Figure A-33. Déformation au niveau de la ligne $y = b/2$ avec 3 positions de charge sur une ligne complète : $x = a/4$, $x = a/2$ et $3a/4$.

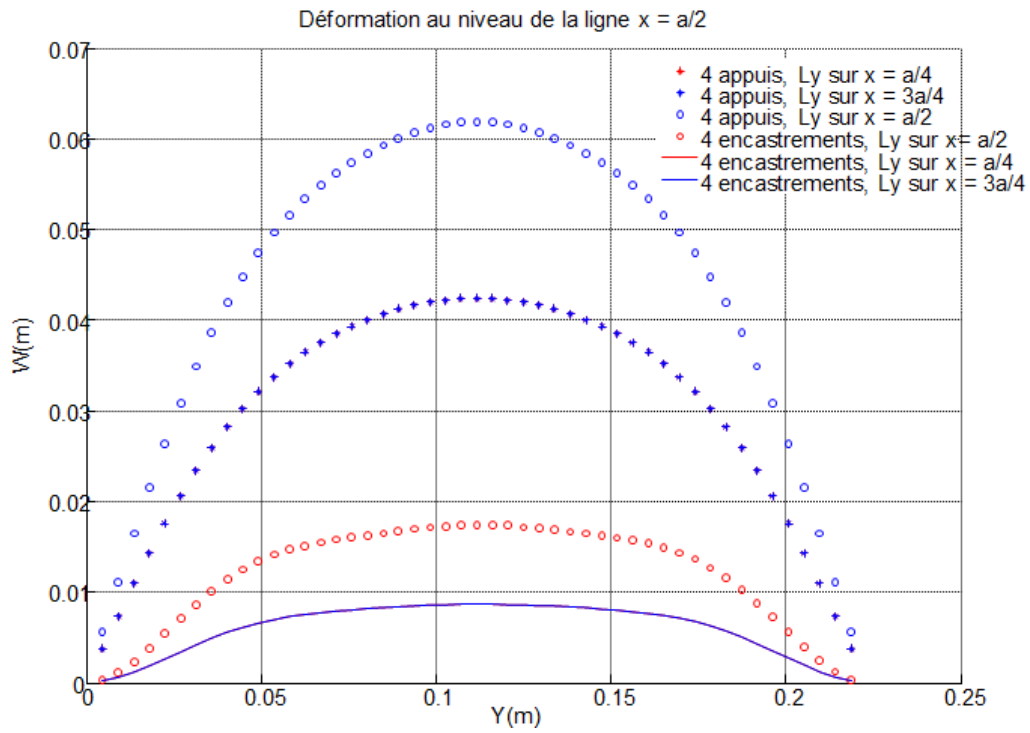


Figure A-34. Déformation au niveau de la ligne $x = a/2$ avec 3 positions de charge sur une ligne complète : $x = a/4$, $x = a/2$ et $3a/4$.

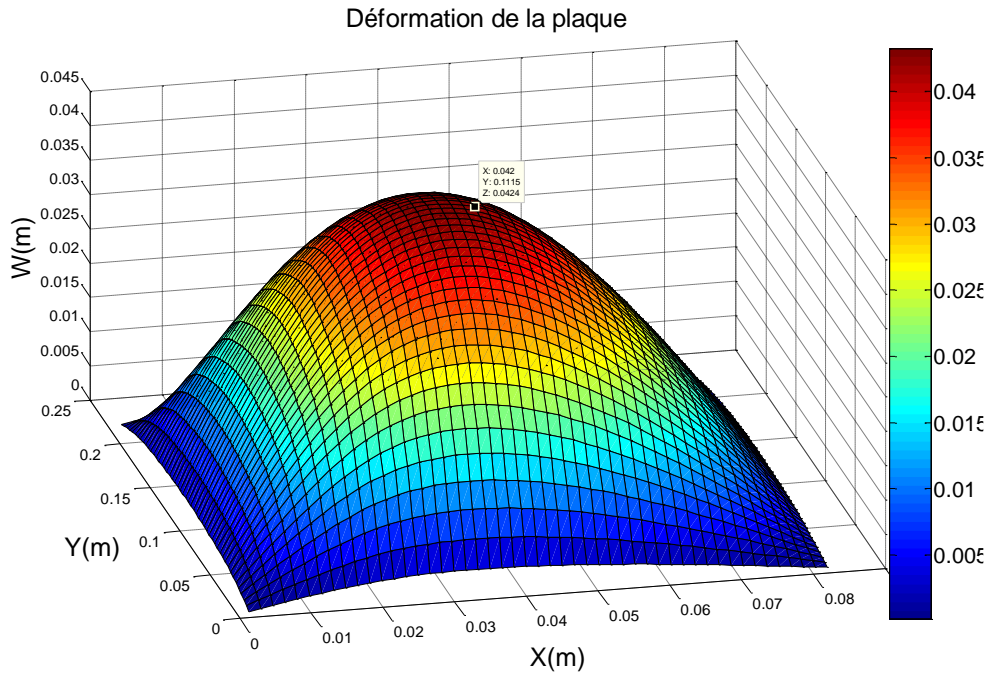


Figure A-35. Déformation de la plaque : 4 appuis, $L_y = 1000/b$ (N/m) sur $x = a/4$.

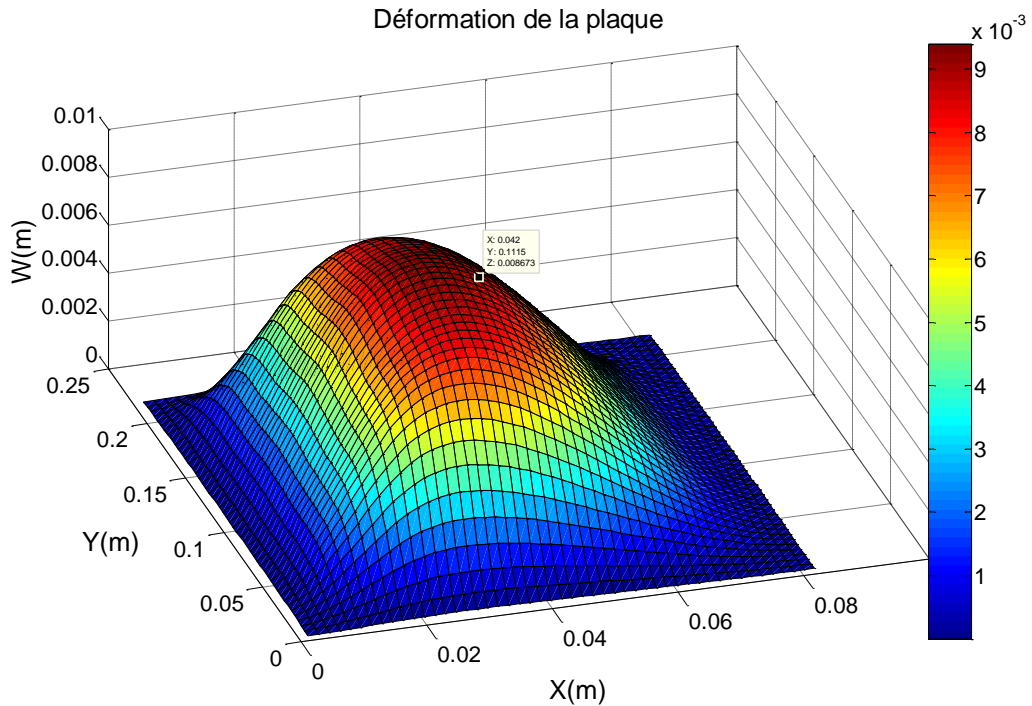


Figure A-36. Déformation de la plaque : 4 encastresments, $L_y = 1000/b$ (N/m) sur $x = a/4$.

A la vue de ces résultats, la physique du phénomène semble bien évaluée.

Influence des conditions aux limites avec une charge linéique

Pour ce cas d'évaluation, on va changer les conditions aux limites qui sont définies sur les arêtes au bord de la plaque, tel que sur le cas 1, à la différence que cette fois on ne vas pas appliquer une charge ponctuelle mais la charge linéique. Les résultats de leur influence sont montrés sur les Figure A-37 à la Figure 40.

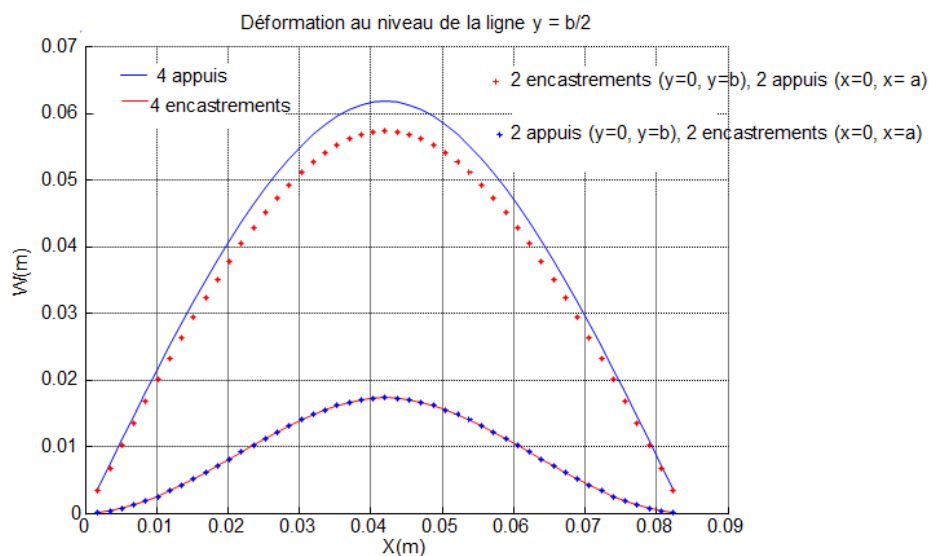


Figure A-37. Déformation au niveau de la ligne $y = b/2$ en fonction des conditions aux limites de la plaque, $L_y = 1000/b$ (N/m) sur $x = a/2$.

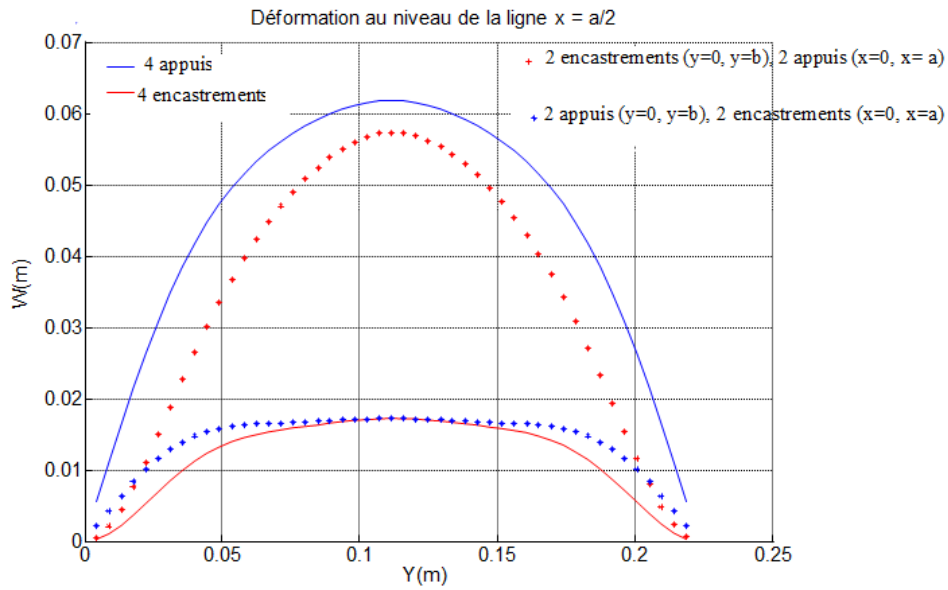


Figure A-38. Déformation au niveau de la ligne $x = a/2$ en changeant les conditions aux limites de la plaque, $L_y = 1000/b$ (N/m) sur $x = a/2$.

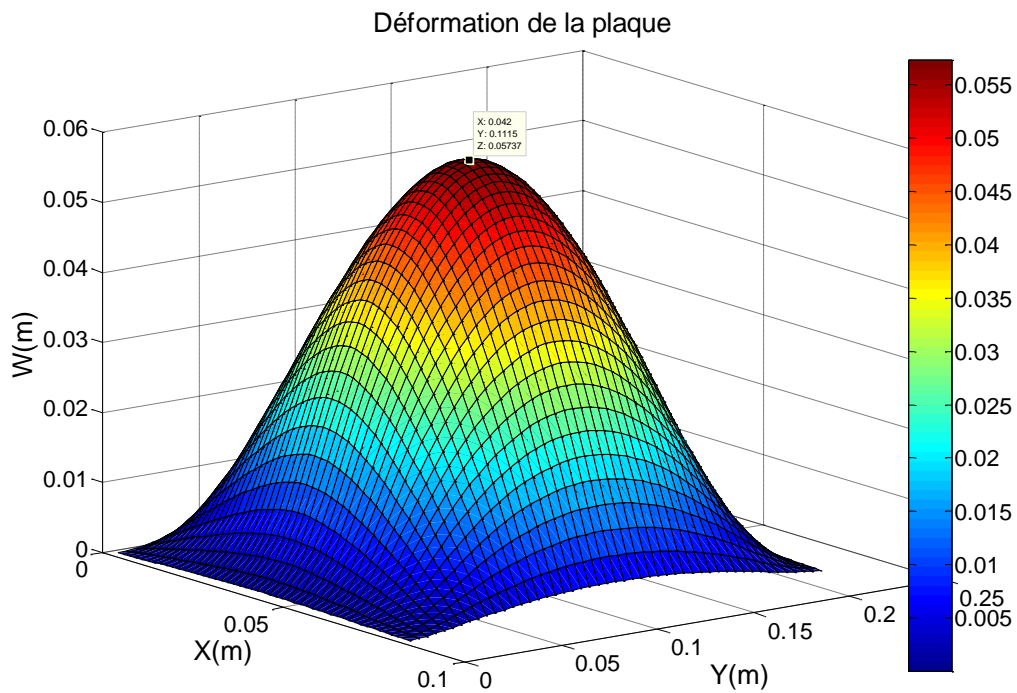


Figure A-39. Déformation de la plaque : 2 encastrement ($y=0$ et $y=b$) et 2 appuis ($x=0$ et $x=a$), $L_y = 1000/b$ (N/m) sur $x = a/2$.

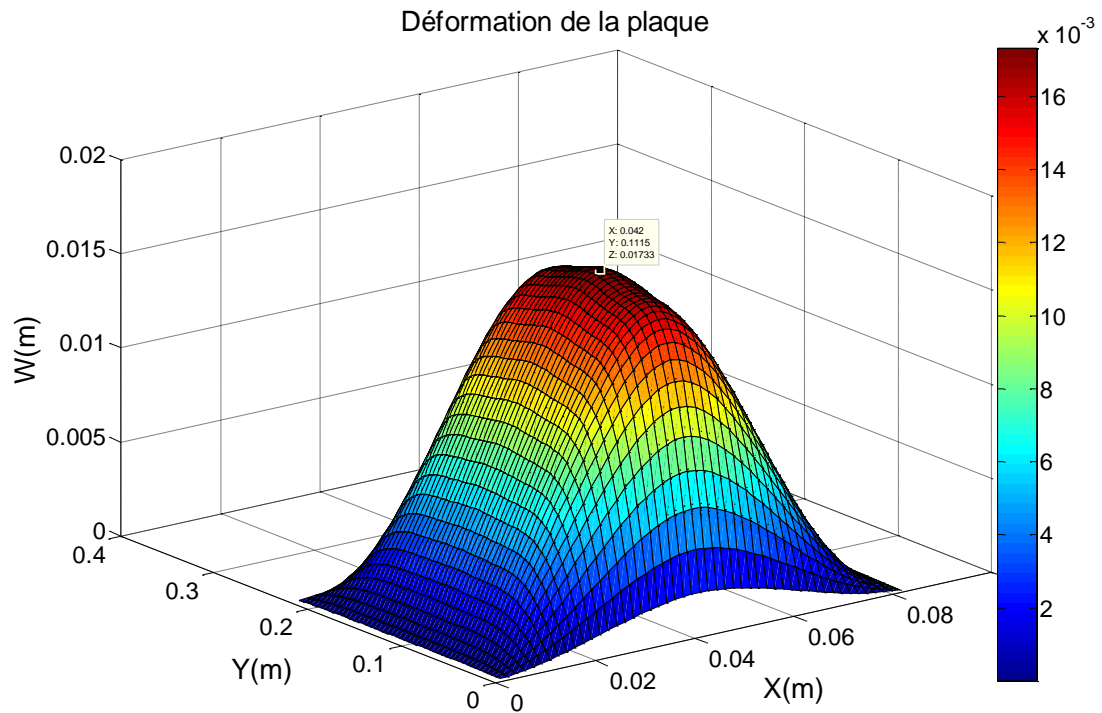


Figure 40. Déformation de la plaque : 2 appuis ($y=0$ et $y=b$) et 2 encastres ($x=0$ et $x=a$), $L_y = 1000/b$ (N/m) sur $x = a/2$.

Les résultats confirment que, pour ce cas aussi, le changement des conditions aux limites influence fortement la déformation de la plaque. Le type de sujétion définie pour les extrémités de notre système reste un paramètre fortement sensible. Paramètre que d'ailleurs on ne connaît pas avec certitude.

Influence d'un chargement non uniforme

Dans cette partie, l'influence d'un chargement non uniforme sera évaluée. Pour y parvenir il faut une définition par segments sur la longueur de la ligne.

Comme on a vu précédemment, il est possible de considérer un chargement sur une ligne partielle. Maintenant, pour modéliser un chargement non uniforme on fait succéder des chargements partiels de valeur différente sur des segments d'une même ligne, selon un découpage de la longueur comme montré sur la Figure A-41.

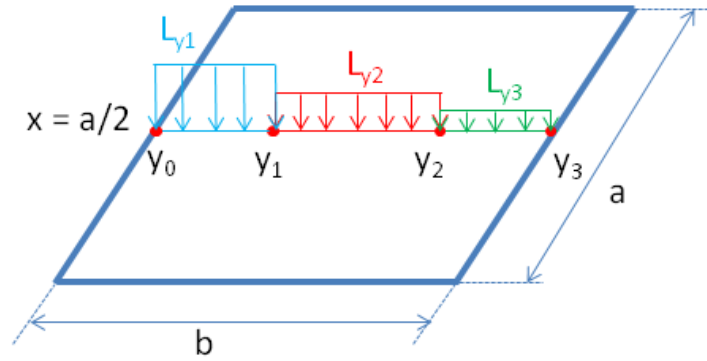


Figure A-41. Définition du par segments pour un chargement linéique non uniforme.

Si les valeurs des chargements uniformes s'égalisent, les résultats convergent vers le cas d'une seule charge sur la ligne complète. On peut ainsi faire une comparaison des résultats avec ceux du cas de charge uniforme sur toute la ligne et valider cette nouvelle implementation.

Il faut noter que quand l'arête x_i est soumise à une combinaison de charges, la méthode de superposition est utilisée pour déterminer la fonction J_{mi} .

$$J_{mi}(y) = \sum_{c=1}^p J_{mic}(y) \quad (A-2)$$

Où :

p ; est le nombre de charges appliquées sur l'arête x_i .

Les trois tests ci-dessous sont évalués avec les valeurs d'entré suivants :

- Situation 1 : $y_0 = 0, y_1 = b/3, y_2 = 2b/3, y_3 = b$;
 $L_{y1} = 2000/b, L_{y2} = 1000/b, L_{y3} = 500/b$
- Situation 2 : $y_0 = 0, y_1 = b/3, y_2 = 2b/3, y_3 = b$;
 $L_{y1} = 1000/b, L_{y2} = 1000/b, L_{y3} = 1000/b$
- Situation 3: $y_0 = 0, y_1 = b; L_{y1} = 1000/b$.

Les résultats obtenus sont présentés sur les Figure A-42 à Figure A-45 pour les 3 cas en 2D et en 3D. On vérifie que le cas 1 tend vers le cas 3 quand les valeurs des charges non uniformes s'homogénéisent ; comme espéré.

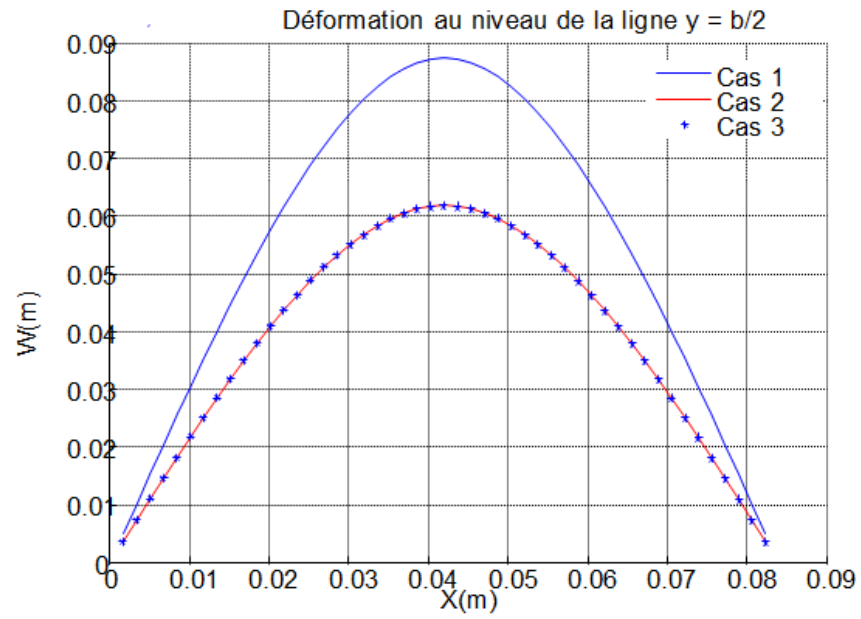


Figure A-42. Déformation au niveau de la ligne $y = b/2$ pour les 3 cas considérés.

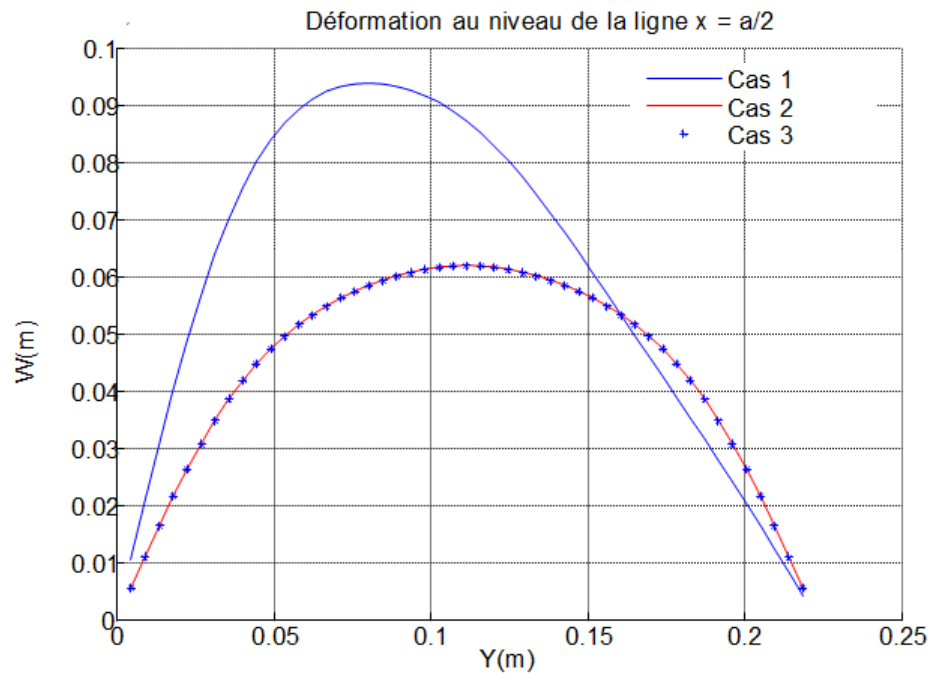


Figure A-43. Déformation au niveau de la ligne $x = a/2$ pour les 3 cas considérés.

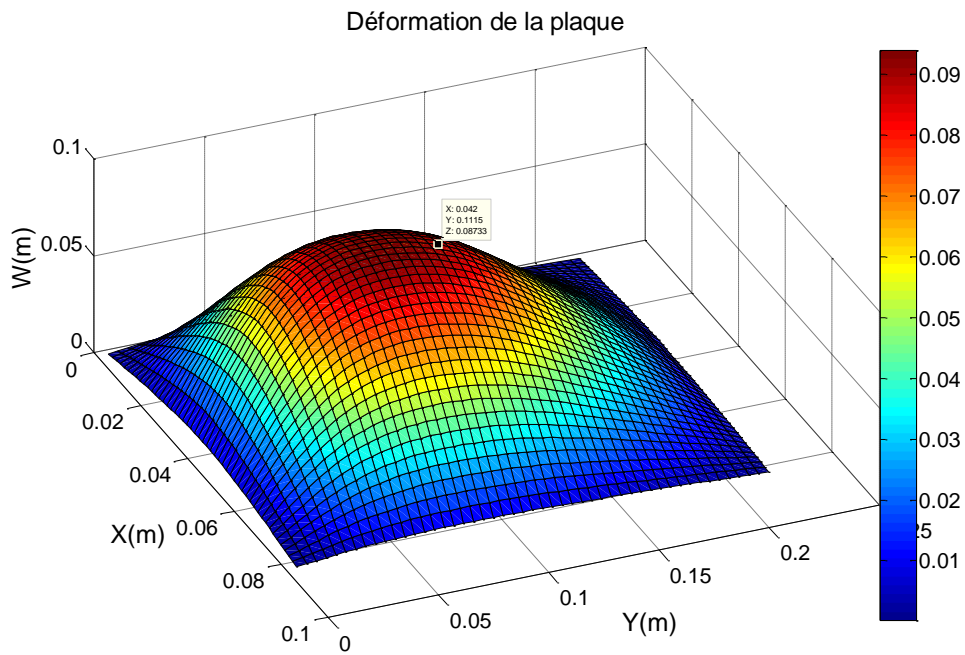


Figure A-44. Déformation de la plaque en 3D du cas 1.

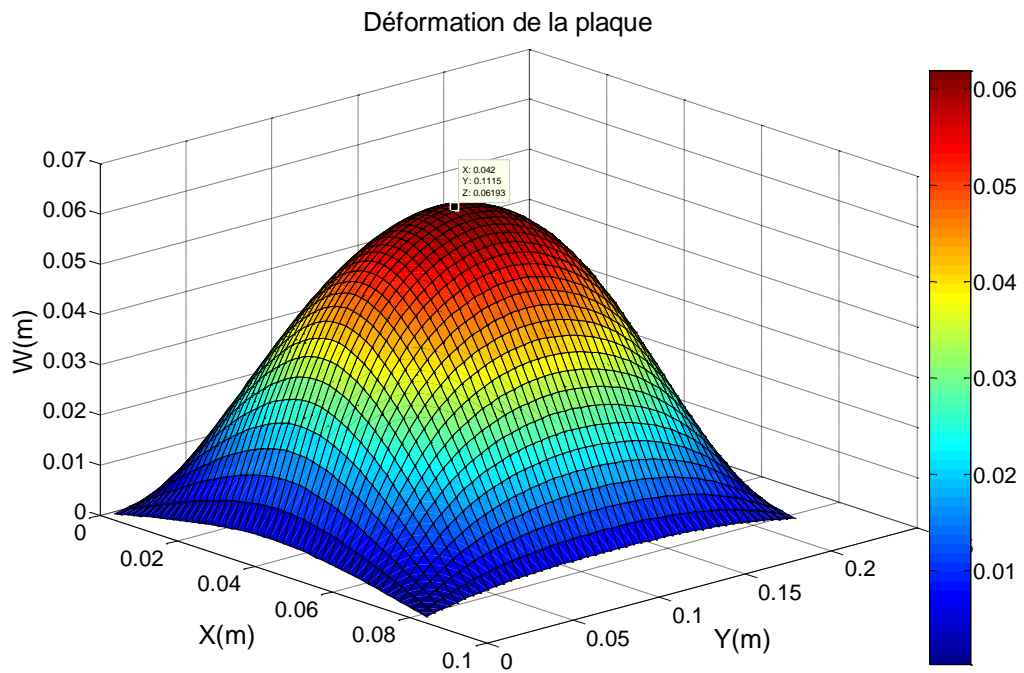


Figure A-45. Déformation de la plaque en 3D du cas 2.

A ce stade on sait définir tous les types d'éléments dont on a besoin pour commencer à définir la mécanique du système qu'on souhaite évaluer. On peut maintenant procéder à l'adaptation de ce modèle pour l'application technologique du dégivreur électromécanique.

ANNEXE G - Décomposition spectrale de Fourier

Calcul de la FFT :

$$T_s := 0.001$$

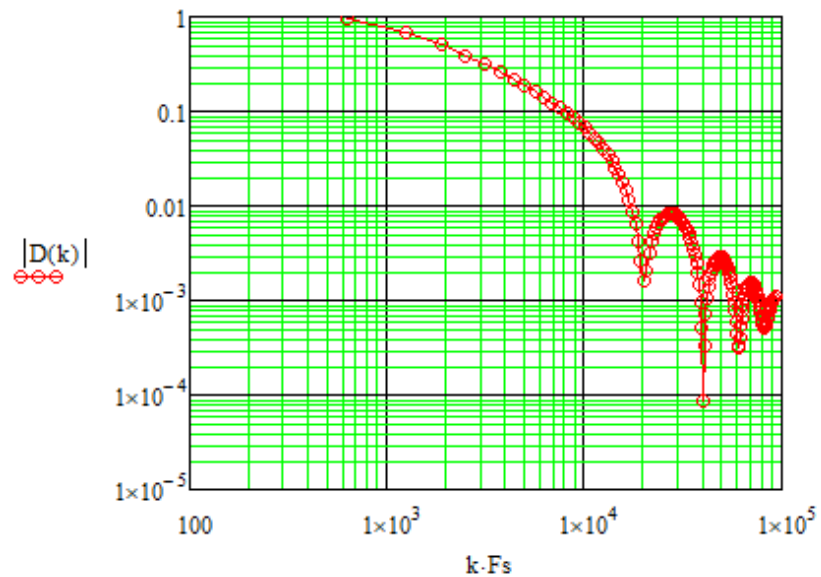
$$F_s := \frac{1}{T_s}$$

$$N_e := 300$$

$$T_e := \frac{T_s}{N_e}$$

$$k := 0, 1, \dots, \frac{N_e}{2}$$

$$F_e := \frac{1}{T_e}$$



$$D(k) := T_e \cdot \sum_{n=0}^{N_e-1} \left(I(n \cdot T_e) \cdot \exp\left(-i \cdot 2 \cdot \pi \cdot k \cdot \frac{n}{N_e}\right) \right)$$

Evaluations de la fondamentale et le dernier harmonique retenu :

$$\text{harmonique} := 1$$

$$\arg(D(\text{harmonique})) = -41.125 \text{ deg}$$

$$|D(\text{harmonique})| = 0.969$$

$$\text{harmonique} := 33$$

$$\arg(D(\text{harmonique})) = -49.671 \text{ deg}$$

$$|D(\text{harmonique})| = 2.066 \times 10^{-3}$$

La valeur pour l'amplitude de chaque harmonique sera une fraction de la valeur de l'amplitude de la forme fondamentale. Il en ressort que les 33 premiers harmoniques sont les plus importants pour une bonne évaluation du signal de courant d'entrée. De cette façon on choisit de négliger les harmoniques suivants pour les calculs.

ANNEXE H – Résolution par différences finies, détail d'implémentation

Pour résoudre l'équation 3-39, une stratégie est d'utiliser une résolution numérique basée sur la méthode des différences finies avec un maillage spatial bidimensionnel et un algorithme de Newmark dû à la présence d'une équation différentielle d'ordre 2 en temps (ou un algorithme Euler implicite pour une équation différentielle du premier ordre).

La première étape est de transformer l'équation. 3-39 et pour cela les variables x , y et t sont redéfinies comme suit, faisant ainsi apparaître les compteurs de boucles spatiales (i et j) et temporelle (k) : $x = i\Delta x$; $y = j\Delta y$; $t = k\Delta t$.

Les éléments différentiels deviennent alors :

$$\left(\frac{\partial w}{\partial x}\right)_{i,j,k} = \frac{w_{i+1,j,k} - w_{i-1,j,k}}{2\Delta x} \quad ; \quad \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}\right)_{i,j,k} = \frac{w_{i+1,j,k} - 2w_{i,j,k} + w_{i-1,j,k}}{\Delta x^2}$$

$$\left(\frac{\partial^4 w}{\partial x^4}\right)_{i,j,k} = \frac{w_{i+2,j,k} - 4w_{i+1,j,k} + 6w_{i,j,k} - 4w_{i-1,j,k} + w_{i-2,j,k}}{\Delta x^4}$$

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2}\right)_{i,j,k} \\ = \frac{4w_{i,j,k} - 2(w_{i+1,j,k} + w_{i,j+1,k} + w_{i-1,j,k} + w_{i,j-1,k}) + w_{i+1,j+1,k} + w_{i+1,j-1,k} + w_{i-1,j-1,k} + w_{i-1,j+1,k}}{\Delta x^2 \Delta y^2} \end{aligned}$$

En remplaçant toutes ces définitions dans Eq. 3-39 on obtient Eq. A-1 :

$$\begin{aligned} w_{i,j,k+1} = & -\frac{D\Delta t^2}{\rho} \left(Pw_{i,j,k} + Q(w_{i+1,j,k} + w_{i-1,j,k}) + R(w_{i,j+1,k} + w_{i,j-1,k}) + \right. \\ & S(w_{i+1,j+1,k} + w_{i-1,j+1,k} + w_{i-1,j-1,k} + w_{i+1,j-1,k}) + T(w_{i+2,j,k} + w_{i-2,j,k}) + \\ & \left. U(w_{i,j+2,k} + w_{i,j-2,k}) \right) + 2w_{i,j,k} - w_{i,j,k-1} + \frac{\Delta t^2 q_{ij}}{\rho} \end{aligned} \quad (A-1)$$

avec :

$$\begin{aligned} P = \frac{6}{\Delta x^4} + \frac{8}{\Delta x^2 \Delta y^2} + \frac{6}{\Delta y^4} \quad ; \quad Q = -\frac{4}{\Delta x^4} - \frac{4}{\Delta x^2 \Delta y^2} \quad ; \quad R = -\frac{4}{\Delta y^4} - \frac{4}{\Delta x^2 \Delta y^2} \quad ; \\ S = \frac{2}{\Delta x^2 \Delta y^2} \quad ; \quad T = \frac{1}{\Delta x^4} \quad ; \quad U = \frac{1}{\Delta y^4} \end{aligned}$$

Les conditions aux limites du déplacement et de sa première dérivée en fonction des variables d'espace sont adoptées :

$$\begin{aligned} w|_{x=0,a} = 0 \quad ; \quad w|_{y=0,b} = 0 \\ \frac{\partial w}{\partial x}|_{x=0,a} = 0 \quad ; \quad \frac{\partial w}{\partial y}|_{y=0,b} = 0 \end{aligned}$$

Dans un premier temps, ce processus a été testé sur un exemple trouvé dans la littérature afin de valider son implantation [4].

L'exemple traité est présenté Figure A-46 [8]. Il s'agit d'une plaque rectangulaire avec un chargement ponctuel q .

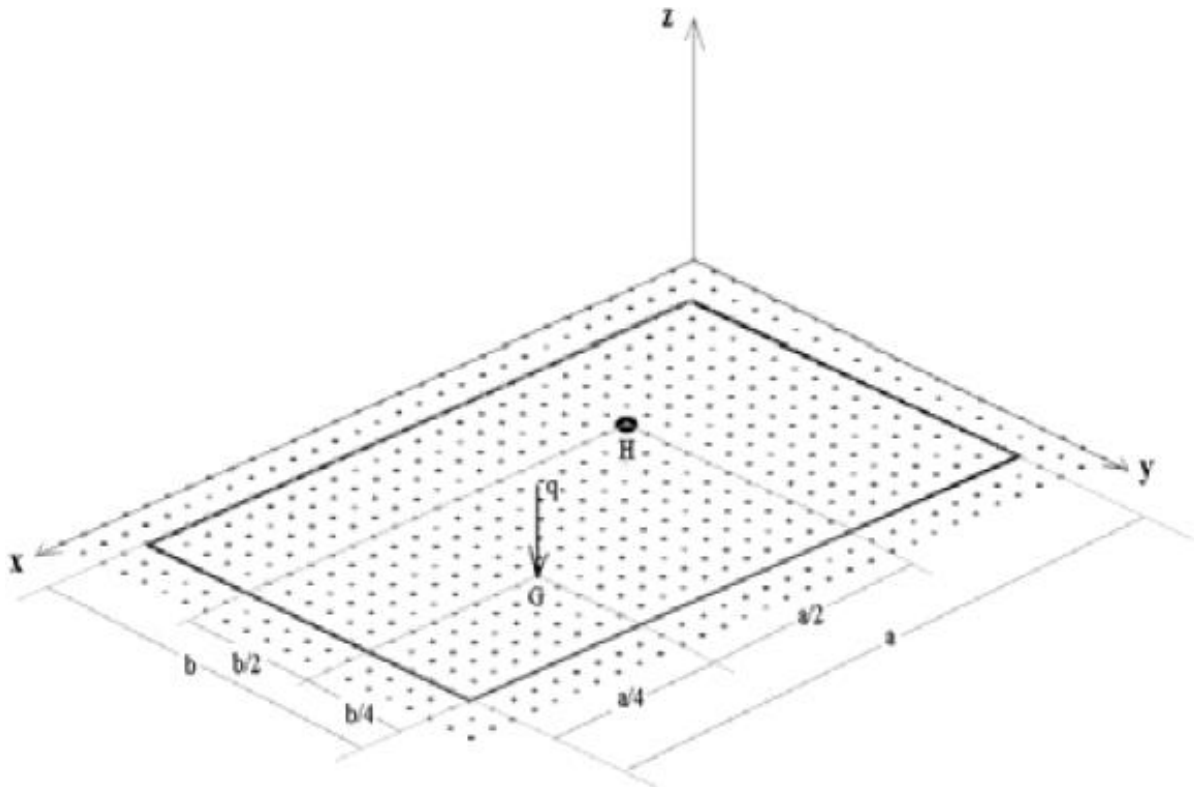


Figure A-46. Algorithme de résolution de la méthode aux différences finies.

Figure A-47, les résultats obtenus sont comparés à ceux de l'exemple trouvé dans la référence bibliographique mentionnée. Il y a des différences en raison du choix de la discrétisation dans le temps et dans l'espace, ce qui semble avoir une influence sur la valeur maximale. Pour gérer la discrétisation en temps et dans l'espace on joue sur les paramètres Δx , Δy et Δt . Il faut aussi respecter la condition de convergence suivante ainsi que le nombre de pas de temps qui gère la durée de la simulation ($k_{\max}=10000$) :

$$0 \leq c \leq \frac{1}{4} \quad \text{avec} \quad c = \left(\frac{D\Delta t^2}{\rho\Delta x^2\Delta y^2} \right) \left(2 + \frac{\Delta y^2}{\Delta x^2} + \frac{\Delta x^2}{\Delta y^2} \right)$$

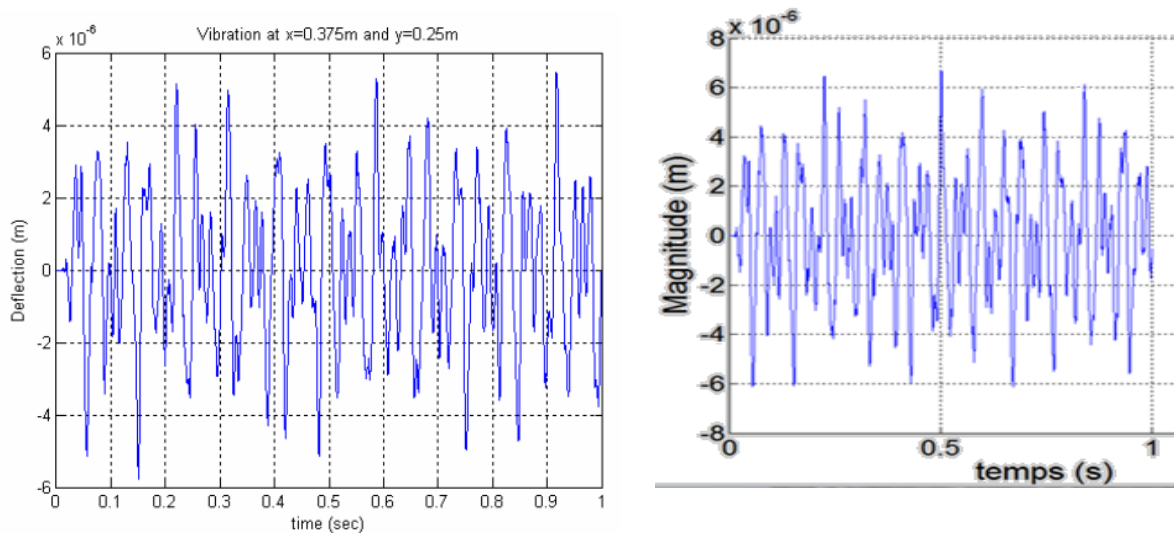


Figure A-47. Comparaison sur un exemple : à gauche la littérature, à droite notre calcul.

Par la suite dans cet article, une FFT est réalisée. La comparaison des résultats est présentée Figure A-48.

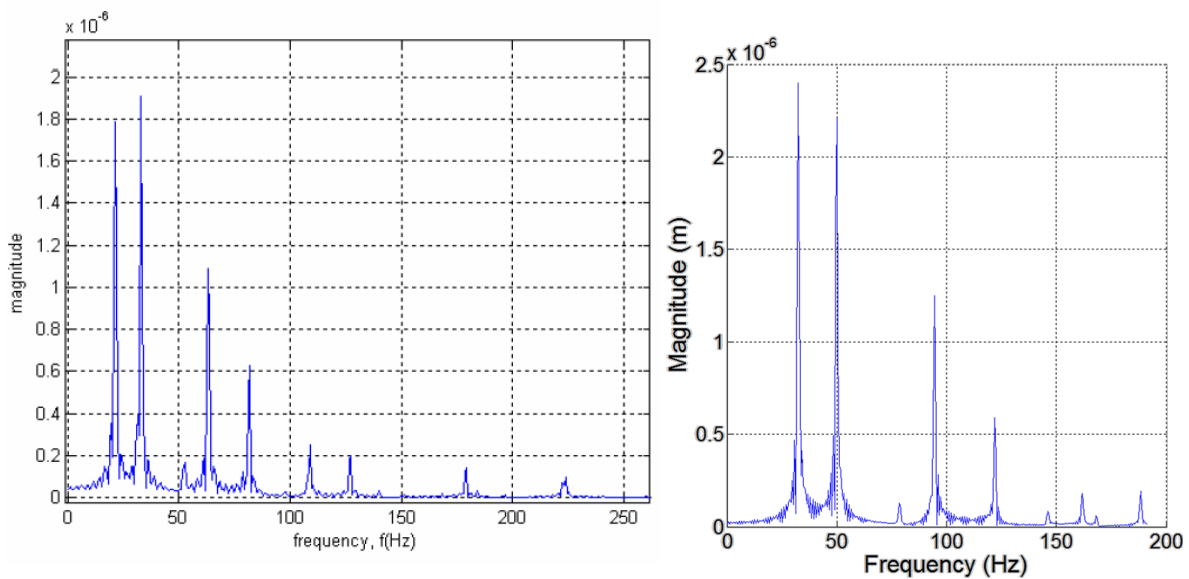


Figure A-48. Comparaison sur un exemple : FFT : à gauche la littérature, à droite notre calcul.

Des différences subsistent dues au fait que la durée de la simulation n'est pas suffisante. Mais cet exemple permet tout de même de valider la démarche.

Pour finir il a été mis en œuvre sur le dispositif Zodiac étudié et les résultats obtenus sont présentés Figure A-49. Le retard au démarrage lié au terme temporel dans l'équation 3-39 est bien pris en compte et l'allure des courbes obtenues au début du cycle sont satisfaisantes. Par la suite, lorsque le temps augmente des valeurs négatives de déplacement apparaissent, ce qui montre que certaines contraintes n'ont pas été prises en compte. Son analyse se poursuit.

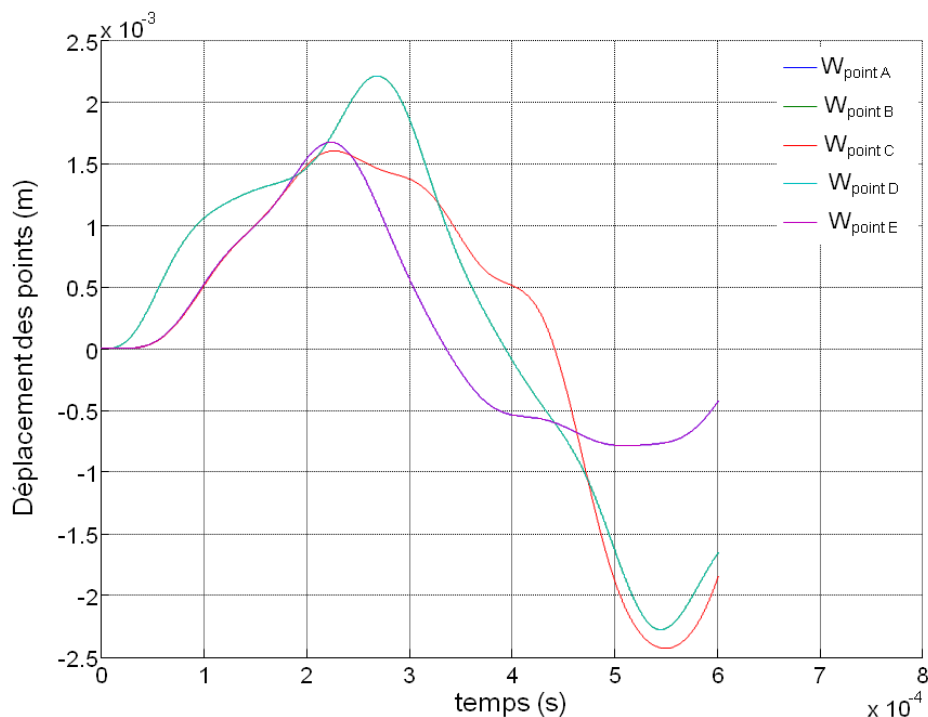


Figure A-49. Evolution du déplacement avec la méthode aux différences finies.

En parallèle, pour réaliser l'optimisation sur le modèle dynamique différences finies, un effort a été réalisé. Cette première tentative a permis de constater que :

- une optimisation sur le modèle différences finies à maillage géométrique régulier ne permet pas de paramétrer le modèle en fonction de la position des conducteurs : faire varier la position des conducteurs amènerait à ce qu'ils se retrouvent en des endroits non compatibles avec le maillage. Ainsi la Figure A-50 montre les conducteurs, les plots, avec leurs positions respectives.

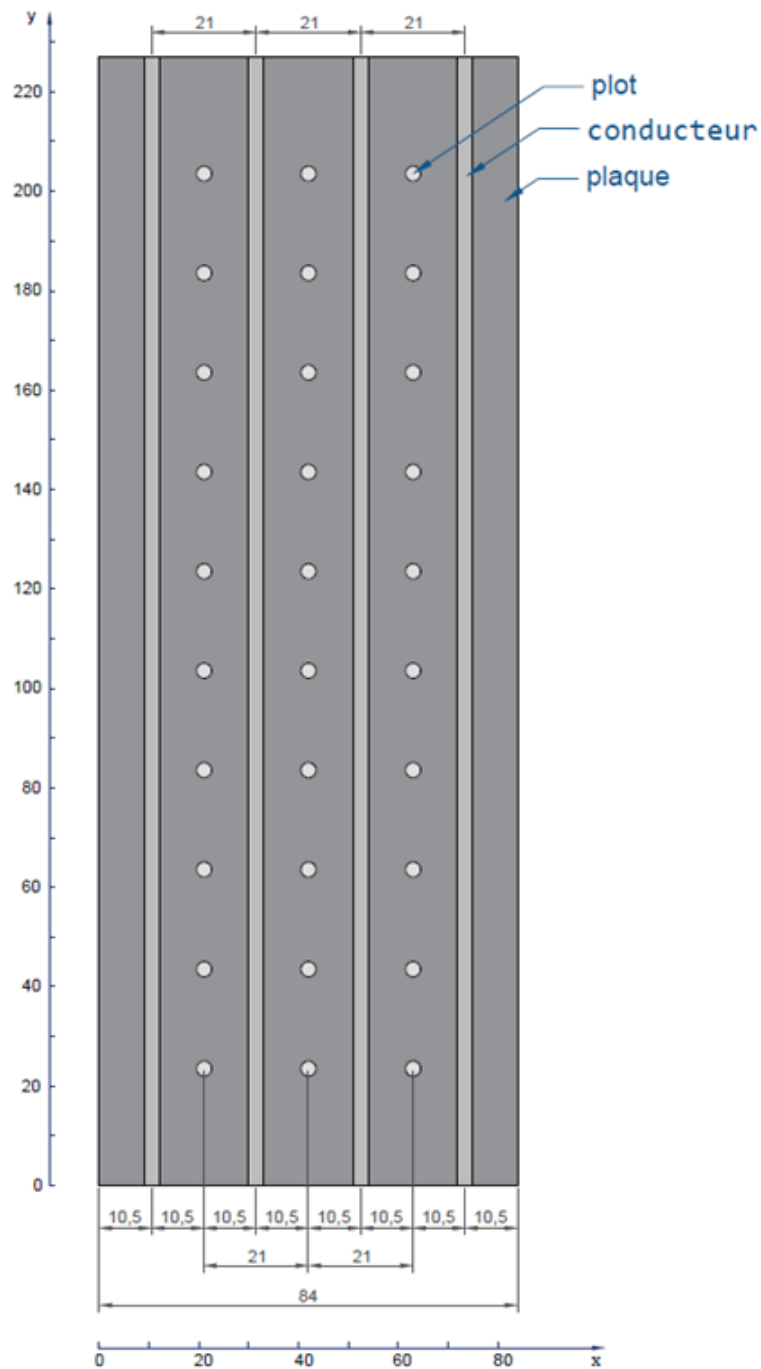


Figure A-50. Position des conducteurs et plots dans la plaque.

Comme le montre par ailleurs la Figure A-51 ci-après, les conducteurs doivent nécessairement se retrouver sur une ligne de discrétisation du maillage du modèle différences finies : changer la position des conducteurs va nécessiter de modifier le maillage.

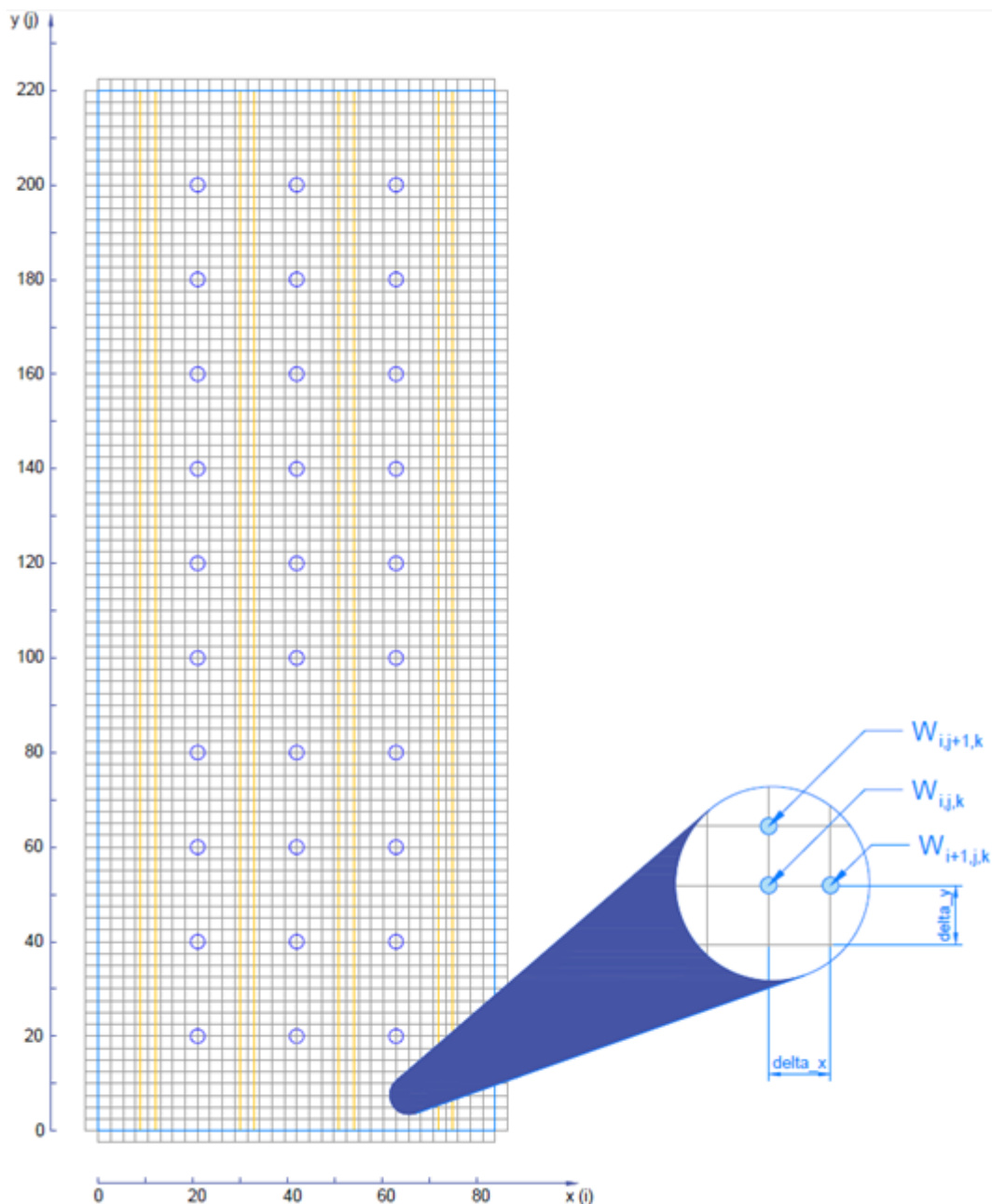


Figure A-51. Index pour construction du maillage en relation à la position des conducteurs et des plots.

Cela amené à développer une formulation avec un maillage déformable, dite approche par différences finies à pas de discrétisation variable. Le modèle représente un préalable nécessaire pour aller vers une optimisation se montrant quantitativement et qualitativement plus réaliste. Un programme Matlab a été réalisé dans ce but.

Un des derniers verrous à lever en vue d'aller vers une optimisation du dispositif, est de pouvoir s'appuyer sur un schéma électrique équivalent, dans lequel le tapis est modélisé par une charge équivalente dont les paramètres dépendent des paramètres de la structure en général, et du tapis en particulier.

- [1] Amar Khennane, *Introduction to Finite Elements Analysis using Matlab and Abaqus*. CRC Press, 2013.
- [2] S. Timoshenko and S. Woinowsky-Krieger, *Theory of plates and shells*. McGraw Hill, 1959.
- [3] Issam E. Harik and Ghassan L. Salamoun, "The analytical strip method of solution for stiffened rectangular plates," *Computers & Structures*, vol. 29, no. 2, pp. 288–291, 1988.
- [4] A.R. Tavakolpour, I. Z. M. Darus, and M. Mailah, "Numerical Simulation of a Flexible Plate System for Vibration Control," *WSEAS TRANSACTIONS on SYSTEMS and CONTROL*, vol. 4, no. 5, Mar-2009.

FR - Modélisation et analyse d'un système de dégivrage en aéronautique

Ce manuscrit de thèse aborde les travaux de modélisation d'une nouvelle technologie électromécanique pour le dégivrage en aéronautique en mode vol.

Le principe de fonctionnement de la technologie étudiée repose sur la déformation mécanique des surfaces à dégivrer à partir d'efforts électromagnétiques générés par une excitation en courant électrique de forte intensité. La solution imaginée par le partenaire industriel Zodiac Aerospace, a conduit à un démonstrateur dont les premiers essais ont été lancés préalablement à cette thèse. À partir des résultats obtenus, l'objectif de ces travaux de thèse a été d'obtenir un modèle adapté pour les futures démarches d'optimisation dans le but ultime d'aller vers une solution de dégivrage plus électrique que les solutions existantes, performante, et plus efficace en termes de rendement énergétique.

Une modélisation multiphysique a été réalisée. Cette modélisation est constituée de plusieurs sous modèles analytiques qui ont été intégrés sur une plateforme de résolution numérique. La modélisation mécanique met en œuvre une approche de type plaque par éléments bande, qui a été résolue en fonction du temps par une méthode de différences finies. Le modèle mécanique résultant est dit semi-analytique. La modélisation électromagnétique repose sur une définition analytique et a présenté comme difficulté la complexité de la définition géométrique du démonstrateur. Un circuit électrique équivalent du dispositif complet a été identifié et les équations du modèle électrique ont été définies ; ceci a permis de réaliser une analyse énergétique pour comprendre la transformation des forces de nature différente et mettre en évidence la possibilité d'une future optimisation.

Les résultats de simulation à partir du modèle final représentent assez bien la dynamique de la déformation mécanique observée expérimentalement mais présentent en revanche des limitations en termes de précision.

Mots clé : Dégivrage électromécanique, aéronautique, modélisation multiphysique, déformation de plaques, force de Laplace.

EN - Modeling and analysis of an electromechanical de-icing system in aeronautics

This thesis report explains the modeling procedure of a new electromechanical de-icing technology in aeronautics for in-flight application.

The operation principle of the technology resides in the mechanical deformation of the working surface caused by the effect of electromagnetic forces generated from a high-intensity current source.

The industrial partner Zodiac Aerospace conceived this solution they carried out the construction of a demonstrator and a series of tests prior to this Ph.D. Based on the obtained results, the aim of this project was to achieve an adequate model of the de-icing system that should be suitable for further optimization of the device, such that a more electric de-icing solution will be proposed, with good performance and with higher energetic efficiency.

A multiphysics model was developed, which comprises multiple analytical submodels that were integrated into a numerical resolution platform. The mechanical submodel implements a strip approach for plates solved via a finite differences method that permits time dependence evaluation, and can be defined as semi analytical. Another submodel is based on the mathematical definition of the electromagnetic behavior, the main complication of which was to consider the complex geometrical definition of the demonstrator. An equivalent electric circuit for the whole system was identified and the equations for an electrical submodel were then established. This allowed the study of the energy transformation and repartition, and reveals the possibility of future optimization.

Simulation results from the final model properly reproduce the dynamics of the mechanical deformation response as were observed during the previous experiments, but also reveals some minor accuracy problems.

Key words : Electromechanical de-icing, aeronautics, multiphysics modeling, deformation of plates, Laplace force.

Les Alpes

