



HAL
open science

Stratégies de calcul pour la prévision de durée de vie des structures composites soumises à des chargements complexes : Application aux composites Oxyde/Oxyde

Orianne Sally

► To cite this version:

Orianne Sally. Stratégies de calcul pour la prévision de durée de vie des structures composites soumises à des chargements complexes : Application aux composites Oxyde/Oxyde. Matériaux. Université Paris-Saclay, 2020. Français. NNT : 2020UPASN024 . tel-02945904

HAL Id: tel-02945904

<https://theses.hal.science/tel-02945904>

Submitted on 22 Sep 2020

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Stratégies de calcul pour la prévision de la durée de vie de structures composites soumises à des chargements complexes : Application aux composites oxyde/oxyde

Thèse de doctorat de l'université Paris-Saclay

École doctorale n°579 : sciences mécaniques et énergétiques, matériaux et géosciences (SMEMAG)

Spécialité de doctorat: Mécanique des matériaux

Unité de recherche : Université Paris-Saclay, ENS Paris-Saclay, CNRS, LMT - Laboratoire de Mécanique et Technologie, 94235, Cachan, France

Référent : ENS Paris-Saclay

Thèse présentée et soutenue à Châtillon, le 26/06/2020, par

Orianne SALLY

Composition du Jury

Alain THIONNET

Professeur, École des Mines de Paris/Université de Bourgogne

Président

Khemais SAANOUI

Professeur, Université de Technologie de Troyes

Rapporteur

Laurent GORNET

Maître de conférences HDR, École Centrale de Nantes

Rapporteur

Emmanuel BARANGER

Chargé de recherche CNRS, LMT – Laboratoire de Mécanique et Technologie

Examineur

Rodrigue DESMORAT

Professeur, ENS Paris-Saclay

Directeur de thèse

Cédric JULIEN

Ingénieur de recherche, ONERA Châtillon

Encadrant

Frédéric LAURIN

Ingénieur de recherche HDR, ONERA Châtillon

Encadrant

Florent BOUILLON

Ingénieur Safran Ceramics

Invité (encadrant industriel)

NOMENCLATURE

Abréviations et sigles

CMO Composites à Matrice Organique

CMC Composites à Matrice Céramique

CIN Corrélation d'Images Numériques

ODM Onera Damage Model

EF Éléments Finis

UD unidirectionnels

TCS Théorie Classique des Stratifiés

EA Émission Acoustique

MEB Microscope Électronique à Balayage

VER Volume Élémentaire Représentatif

Conventions

x	Variable scalaire
\mathbf{x}	tenseur d'ordre 2
\mathbb{X}	tenseur d'ordre 4
$\langle x \rangle_+$	Partie positive de x
$ x $	Valeur absolue de x
Δx	Variation de x
\dot{x}	Dérivée temporelle de la variable x
x^0	Valeur initiale de la grandeur x
x^{eff}	Valeur effective de la grandeur x
x^{min}	Valeur minimale de la variable x
x^{max}	Valeur maximale de la variable x
\bar{x}	Valeur moyenne de la variable x
x_r	Valeur à rupture de la grandeur x

Notations

E	Module
\mathbb{S}	Tenseur de souplesse
\mathbb{C}	Tenseur de rigidité
$\boldsymbol{\sigma}$	Tenseur des contraintes
$\boldsymbol{\varepsilon}$	Tenseur des déformations
$\boldsymbol{\varepsilon}^r$	Tenseur des déformations résiduelles
y	Force motrice
ε_{eq}	Déformation équivalente
$\varepsilon_0^{s/f}$	Seuil d'endommagement statique / de fatigue
d	Variable d'endommagement matriciel
D	Variable d'endommagement fibre
$\mathbb{H}^{(m)}$	Tenseur d'effet des endommagements matriciels
N	Nombre de cycles
R	Rapport de charge
$\overline{\Delta N}$	Taille de saut de cycles
$\overline{\Delta N}^g$	Taille de saut de cycles globale
N^e	Nombre de cycles d'entraînement
$N^{\text{contrôle}}$	Nombre de cycles de contrôle
Δd	Incrément d'endommagement maximal autorisé

Notation de Voigt : $(\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3, \varepsilon_4, \varepsilon_5, \varepsilon_6) = (\varepsilon_{11}, \varepsilon_{22}, \varepsilon_{33}, 2\varepsilon_{23}, 2\varepsilon_{13}, 2\varepsilon_{12})$.

Les indices xx, yy, xy font écho au repère du stratifié et les indices numériques 11, 22, 12 au repère du matériau à l'échelle locale (du pli ou du point).

Liste des modèles ODM existants développés par l'Onera

ODM-CMC	Onera Damage Model pour les composites à matrice céramique [Hemon, 2013]
ODM-CMCf	Onera Damage Model pour les composites à matrice céramique étendu en fatigue [Hemon, 2013]
ODM-CMO	Onera Damage Model pour les composites à matrice organique [Marcin, 2010, Elias, 2015, Hurmane et al., 2016]
ODM-CMO _f	Onera Damage Model pour les composites à matrice organique étendu à la fatigue [Rakotoarisoa, 2013]
ODM-CMO	Onera Damage Model pour les composites à matrice organique avec un formalisme incrémental [Angrand, 2016]
ODM-O _x /O _x	Onera Damage Model pour les composites oxyde/oxyde [Ben Ramdane, 2014]

REMERCIEMENTS

Je voudrais remercier dans ces quelques lignes les personnes qui m'ont aidé à mener à bien ce projet de thèse, trois années formatrices tant qu'un point de vue scientifique qu'humain et dont ce mémoire est l'aboutissement.

Cette thèse, financée par Safran Ceramics, s'est déroulée au sein de l'Onera Châtillon et du LMT. Je tiens à remercier les directeurs de laboratoires pour les excellentes conditions dans lesquelles j'ai pu réaliser mes travaux.

Pour l'intérêt qu'ils ont porté à mon travail et pour les échanges scientifiques enrichissant qui ont pu en découler lors de la soutenance, je tiens à remercier les membres du jury. Merci à Laurent Gornet et Khemais Saanouni pour la relecture attentive de mon manuscrit et la qualité de leurs retours. Merci à Alain Thionnet d'avoir accepté de présider le jury et à Emmanuel Baranger d'avoir examiné mon travail. Merci à tous aussi pour avoir accepté de repousser ma soutenance, dont la préparation et le déroulé ont été quelque peu perturbés par un petit malin appelé Covid19.

Cette thèse représente le fruit d'un travail collectif, aussi je souhaite remercier mes encadrants. S'ils ne m'ont pas convertie au Judo m'ont transmis le goût du travail bien fait, la curiosité scientifique et m'ont appris que le milieu de la recherche est composé de gens passionnés et passionnants, avec une touche d'humour et d'auto-dérision. Je m'adresse en particulier à Rodrigue, mon directeur de thèse, pour ses précieuses explications scientifiques. Point besoin de bureau pour de la science de haut vol. Je tiens également à exprimer ici toute ma gratitude envers Frédéric et Cédric pour leur suivi au jour le jour, leurs conseils avisés, leur disponibilité, et aussi pour nos franches parties de rigolade. C'était un réel plaisir de travailler avec eux ! Comme dit le dicton, toutes les bonnes choses ont une fin, mais j'espère avoir l'occasion de collaborer avec eux dans ma vie professionnelle future. Enfin, je tiens à remercier Florent Bouillon, qui a suivi l'avancée de ces travaux et leur intégration à Safran Ceramics. J'ai beaucoup apprécié nos échanges sur les tenants et les aboutissants de ma thèse, sur les CMC et les pratiques de modélisation. J'en profite pour remercier mes deux collègues doctorants sur les composites oxydes Marion Broutelle et Nicolas Guel pour les échanges que l'on a eus autour du matériau.

Ce travail, comportant des aspects numériques et expérimentaux, n'aurait pas pu être aussi complet sans l'aide et le travail d'Anne Mavel, de Pascal Paulmier et de Camille Liard, qui ont réalisé les essais mécaniques présentés dans ce manuscrit, mais aussi de Céline Le Sing pour les séances MEB. Plus largement je souhaite remercier l'intégralité de l'équipe MC2 pour nos échanges et leur bonne humeur, en particulier Jean-François, Cédric, François-Henri, Martin, Myriam, Christian, Antoine, François-Xavier. C'est un environnement très agréable

pour réaliser sa thèse et a été le lieu de belles rencontres! Merci également à Florence et Laurence, que j'ai sollicitées à de nombreuses reprises pour des aspects administratifs.

Ensuite, je souhaite remercier mes collègues et amis doctorants qui ont rendu ces trois années riches en enseignement également bigrement amusantes. Tout particulièrement merci à Cécile, Narindra, Victor, Robin, Yann et Aurélien pour les soirées "sous le vent"; à Florent, Salim, Claire, Thibault pour les afterwork-billard; à mes camarades du bureau des rotors Jérémy et Thibault, mais aussi Laura, Florence et Julie, avec qui j'ai partagé les montagnes russes émotionnelles de la fin de thèse.

J'ai eu la chance de partager de très agréables moments de détente au cours de ses trois années. Merci à mes amis des Mines, Marion, François, Bruno et Johannès, fidèles au poste pour un séjour au ski ou des soirées impromptues. Merci à Salim, Quentin et Paul avec qui j'ai pu comparer les mondes de la mécanique et des mathématiques au cours de nos randonnées dans les Alpes, de nos après-midi jeux ou nos parties de DST. Merci à Florence également de nous faire partager sa passion de la musique. Merci à Marine et Raphaël pour nos parties de Gloomhaven. Merci à Quentin, Adrien et Tarik pour nos retrouvailles cartésiennes aux pots de thèses. Merci enfin à Chloé, Camille et Romain, mes amis de toujours.

Mes derniers remerciements vont à ma famille qui m'a encouragé dans ce projet. À mes parents et à mon frère Paul, qui ont suivi mes avancées, sans toujours tout comprendre mais avec la plus grande attention. À Anita et Jean-Christophe pour leur accueil à Meung et à Pordic, les repas aux milles conversations et les petites douceurs. À Stéphanie et Claude pour le partage de leur expérience et une sensibilisation aux enjeux climatiques. Enfin, je remercie de tout cœur mon compagnon Romain, pour son soutien indéfectible. Il s'est montré invariablement patient et compréhensif et a sans aucun doute contribué à sa manière au bon déroulé de ma thèse.

En l'absence de pot de thèse, j'espère que tous reconnaîtront ici mes remerciements et mon sincère attachement.



TABLE DES MATIÈRES

Nomenclature	i
Remerciements	iii
Introduction générale	5
I Rappel des notions clés	9
I.1 Présentation des matériaux composites	10
I.1.1 Généralités	10
I.1.2 Les composites à matrice céramique	11
I.2 Présentation du matériau composite oxyde/oxyde de l'étude	13
I.2.1 Description	13
I.2.2 Mécanismes d'endommagement	14
I.3 Notions de mécanique	18
I.3.1 Quantités clés statiques	18
I.3.2 Définition des notions clés de fatigue	20
I.4 Conclusion	37
Étude du matériau composite oxyde/oxyde	39
II Mise en place d'un modèle matériau de prévision de durée de vie	41
Introduction	43
II.1 État de l'art des modèles de prévision de durée de vie	45
II.1.1 Modèles d'endommagement statiques	45
II.1.2 Modèles d'estimation de la durée de vie en fatigue	49
II.2 Description générale du modèle proposé	57
II.3 Endommagement de la matrice	58
II.3.1 Seuil de l'endommagement, forces motrices et déformations équivalentes	58
II.3.2 Caractère unilatéral des dommages et définition des tenseurs d'effets	60
II.3.3 Relation d'évolution de l'endommagement matriciel	63
II.4 Déformations résiduelles	67

II.4.1	Déformations résiduelles de ODM-CMO	67
II.4.2	Déformations résiduelles de ODM-CMO	68
II.5	Effet de contrainte moyenne	71
II.5.1	Cahier des charges	72
II.5.2	Moyenne évolutive de Angrand	72
II.5.3	Versions alternatives	74
II.5.4	Effet du choix de la moyenne sur le cumul des dommages	77
II.5.5	Conclusions	82
II.6	Critère de rupture	84
II.7	Implémentation à l'échelle matériau	86
II.8	Conclusions	89
 III Étude du comportement du composite oxyde/oxyde étudié et identification des paramètres du modèle		91
III.1	Présentation de la campagne expérimentale quasi-statique	93
III.1.1	Caractérisation du comportement statique	93
III.1.2	Résultats des essais statiques	100
III.2	Présentation de la campagne expérimentale de fatigue	105
III.2.1	Caractérisation du comportement de fatigue	105
III.2.2	Résultats des essais de fatigue	112
III.3	Présentation de la campagne expérimentale de performances résiduelles	121
III.3.1	Caractérisation des propriétés résiduelles	121
III.3.2	Résultats des essais de performances résiduelles	122
III.4	Protocole d'identification	124
III.4.1	Propriétés d'élasticité	124
III.4.2	Saturation de l'endommagement matriciel	124
III.4.3	Comportement statique	125
III.4.4	Comportement de fatigue	129
III.4.5	Critère de rupture	133
III.5	Validation de l'identification	134
III.5.1	Essais de fatigue	134
III.5.2	Performances résiduelles	136
III.6	Conclusions	138
 Étude des structures composites oxyde/oxyde		141
 IV Proposition d'une stratégie de calcul efficace pour la prévision de la durée de vie		143
IV.1	Introduction : sur la nécessité d'utiliser une stratégie de calcul en fatigue	145
IV.2	État de l'art des stratégies de calcul	147
IV.2.1	Méthodes de réduction de modèles	147
IV.2.2	Méthodes de sauts de cycles	148
IV.3	Proposition d'une méthode de saut de cycles non-linéaire dédiée à un modèle d'endommagement incrémental pour les matériaux composites	152
IV.3.1	Description de la méthode d'extrapolation non-linéaire	153
IV.3.2	Application sur un point d'intégration soumis à des chargements de complexité croissante	155

IV.4	Optimisation de la taille des sauts de cycles	170
IV.4.1	Description de la méthode de sauts de cycles non-linéaire de taille adaptative	170
IV.4.2	Application sur un point d'intégration soumis à un chargement cyclique de traction uniaxiale	171
IV.4.3	Application sur un point d'intégration soumis à un chargement cyclique de traction biaxiale	173
IV.4.4	Proposition d'une méthode pour déterminer les paramètres Δd_k optimaux	176
IV.5	Implantation dans un code Éléments Finis	179
IV.5.1	Procédure implémentée en deux étapes	179
IV.5.2	Décomposition du chargement	182
IV.6	Application sur une structure académique	184
IV.6.1	Description de la géométrie utilisée	184
IV.6.2	Sous chargement cyclique crête-crête	184
IV.6.3	Chargements aléatoires répétés uniaxiaux	190
IV.7	Conclusion	192
V	Application sur cas structuraux	195
V.1	Cas test académique	196
V.1.1	Présentation des essais sur éprouvettes trouées	196
V.1.2	Résultats des essais	199
V.1.3	Comparaisons essais/calculs	207
V.2	Cas test industriel	215
V.2.1	Description du cas test	215
V.2.2	Application de la stratégie numérique sur une structure industrielle	217
V.3	Conclusions	222
	Conclusion générale et perspectives	223
	Annexes	229
A	Démonstrations sur le cumul des dommages	230
A.1	Conditions pour obtenir un cumul linéaire des dommages	230
A.2	Cas particulier d'un endommagement non nul préalable au chargement de fatigue : cumul non-linéaire	232
B	Moyennes : démonstrations	233
B.1	Moyenne évolutive	233
B.2	Moyenne exponentielle	233
C	Calcul de la matrice tangente cohérente	241
D	Annexe confidentielle : paramètres identifiés du modèle	243
E	Calculs analytiques de la procédure de saut de cycles non-linéaire	244
E.1	Intégration analytique des incréments des contributions statique et de fatigue à l'endommagement pour un chargement triangulaire	244
E.2	Intégration de l'endommagement sur un saut de cycles	244

INTRODUCTION GÉNÉRALE

Dans le contexte d'un trafic aérien en pleine expansion, qui génère aujourd'hui à lui seul 2% à 3% des émissions de CO₂ mondial, la maîtrise de l'empreinte environnementale des aéronefs est un enjeu majeur auquel est confrontée l'industrie aéronautique. L'allègement des structures s'avère l'un des principaux leviers pour réduire les émissions des aéronefs, notamment par le biais de structures en matériaux composites. Les pièces composites se révèlent, en effet, bien plus légères que leurs équivalents en alliages métalliques et conservent de bonnes performances mécaniques. Ces avancées technologiques permettent une réduction conséquente de la consommation de carburant des avions, d'environ 20% pour les récents Airbus 350 et Boeing 787, composés à plus de 50% de matériaux composites.

Le groupe Safran s'inscrit également dans cette démarche d'allègement des structures aéronautiques, au travers du développement et de l'introduction de matériaux composites dans ses moteurs. L'exemple principal est l'utilisation de Composites à Matrice Organique (CMO) tissés 3D pour les aubes de soufflantes du moteur LEAP. De plus, dans les parties chaudes des moteurs, les Composites à Matrice Céramique (CMC) sont envisagés pour remplacer les superalliages métalliques. Ces CMC tolèrent des températures de fonctionnement bien plus élevées sans système de refroidissement additionnel, les gains de performances seraient donc multiples et significatifs, grâce à la réduction de la masse du moteur et l'augmentation du rendement des moteurs.

Parmi les CMC, sont distingués d'une part les CMC à fibres en carbure de silicium ou en carbone et d'autre part les CMC oxyde/oxyde. Si les premiers sont plutôt destinés à des applications à hautes températures (supérieures à 1200°C) et sous chargements mécaniques élevés, les CMC oxyde/oxyde sont envisagés pour des pièces d'arrière-corps de moteurs civils travaillant à températures intermédiaires de l'ordre de 800°C et pour des niveaux de sollicitations moindres (figure 1).

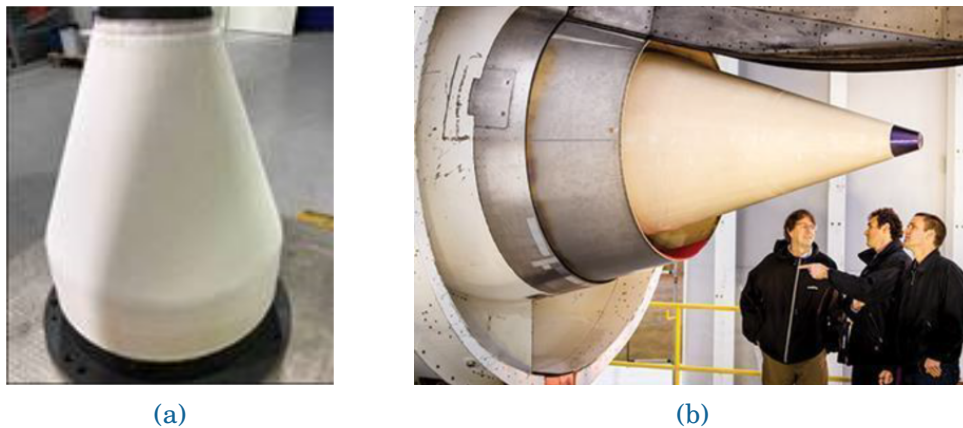


FIGURE 1 – (a) Cône d'éjection en CMC oxyde/oxyde développé par Safran Ceramics et (b) tuyère développée lors du projet CLEEN par Boeing.

Pour cette application, les composites oxyde/oxyde présentent l'avantage d'avoir des propriétés mécaniques stables en température, d'être insensibles à l'environnement oxydant du moteur et d'utiliser un procédé de fabrication à coût modéré.

La mise en circulation de ces pièces requiert néanmoins une maîtrise de la durée de vie pour les différentes sollicitations qu'elles seront amenées à rencontrer. Au cours d'un vol, les pièces sont confrontées à des chargements stationnaires (vol de croisière), transitoires (décollage, atterrissage), des événements aléatoires (rafales de vent, ingestion d'oiseau), ainsi que des sollicitations vibratoires et thermiques. De plus, la tendance actuelle est d'utiliser les structures composites à des niveaux de chargement toujours plus élevés, pour des durées en service souhaitées plus longues (hausse du nombre de cycles de vol). La prévision de la durée de vie des pièces composites constitue donc un enjeu industriel majeur. Dans cette thèse, seuls les phénomènes de fatigue dus à la répétition des chargements mécaniques seront étudiés (pas d'effets d'environnement).

Dans l'industrie, la durée de vie de structures composites est actuellement estimée majoritairement à l'aide de longues et coûteuses campagnes expérimentales. Dans l'optique de pouvoir prévoir la durée de vie et de réduire le nombre d'essais, la simulation numérique s'impose naturellement comme un outil complémentaire à ces campagnes d'essais.

Il est alors nécessaire d'étudier les mécanismes d'endommagement du matériau composite sous les sollicitations de fatigue en service et de les prendre en compte dans des modèles reposant sur des bases physiques. Les modèles de prévision de durée de vie se doivent également de tenir compte des chargements de fatigue réels, c'est-à-dire multiaxiaux et potentiellement aléatoires. Il existe dans la littérature des modèles pour les matériaux composites à matrice organique, qui permettent de prévoir la durée de vie sous chargements cycliques [Hochard and Thollon, 2010, Rakotoarisoa, 2013, Caous, 2017] ou bien (quasi-)aléatoires [Angrand, 2016] à l'aide d'un formalisme incrémental. En revanche, il n'existe, à notre connaissance, aucun modèle de fatigue dédié aux composites oxyde/oxyde, dont les mécanismes spécifiques d'endommagement en fatigue sont peu connus et peu traités dans la littérature.

De plus, dans l'optique d'être utilisés en bureaux d'études, les modèles doivent respecter certaines contraintes, en termes de robustesse et de coût de calcul. Cette dernière exigence, en particulier, représente un défi. En effet, les pièces ont habituellement des durées de vie de l'ordre de plusieurs millions de cycles de chargement. Avec les moyens de calcul actuels, les simulations de fatigue polycyclique sur des pièces de géométrie complexe sont alors invisibles en bureaux d'études. Il est donc nécessaire de considérer des stratégies de calcul pour traiter des structures représentatives de cas industriels. En l'absence de méthode de prévision

de la durée de vie et des performances résiduelles pour les structures composites soumises à des chargements de fatigue complexes, des facteurs de sécurité très importants sont appliqués lors du dimensionnement pour garantir la sûreté et la tenue des pièces, ce qui constitue un frein à leur optimisation et réduit d'autant le gain de masse final.

Cette problématique fait partie d'un Plan de Recherche Concertée (PRC-Mecacomp), piloté par Safran et faisant intervenir le groupe Safran, la DGAC, l'Onera et de nombreux autres laboratoires de recherche du CNRS. Il s'agit d'un projet d'une durée de cinq ans, faisant suite au PRC-Composites, qui avait pour but de proposer des modèles pour la simulation du comportement mécanique, de la durabilité et des procédés de fabrication de matériaux composites, à matrice organique et céramique. Le PRC-Mecacomp est, quant à lui, divisé en trois axes :

- Axe A :** Stratégie de modélisation multi-échelle des pièces composites afin de prendre en compte l'hétérogénéité intrinsèque de ces matériaux ;
- Axe B :** Modélisation et validation du comportement des interfaces, des assemblages et des liaisons mécaniques ;
- Axe C :** Méthodes de dimensionnement des pièces composites sous sollicitations complexes, axe dans lequel s'inscrivent mes travaux de thèse.

C'est dans ce contexte que s'inscrit ce travail de thèse. Il consiste à développer une stratégie de calcul efficace en fatigue (cyclique ou aléatoire) sur structures en matériaux composites, en particulier pour les composites oxyde/oxyde, afin d'être en mesure de prévoir leur durée de vie et leurs propriétés résiduelles.

La démarche proposée dans ce mémoire est décomposée en deux parties, l'une dédiée au développement d'un modèle de fatigue à l'échelle du matériau et l'autre dédiée au passage à la structure. Après un premier chapitre introductif, présentant les notions clés pour la statique et la fatigue, la première partie, composée des chapitres II et III, présente la démarche mise en place pour proposer un modèle de prévision de la durée de vie prenant en compte les spécificités des composites oxyde/oxyde. Dans la seconde partie, les chapitres IV et V se focalisent sur la proposition d'une stratégie de calcul sur structure et son application sur des cas tests représentatifs des problématiques industrielles.

Le chapitre I s'attache, dans un premier temps, à présenter le matériau étudié. L'objectif est, en particulier, d'identifier ses mécanismes d'endommagement spécifiques sous chargements statiques et de fatigue, en s'appuyant sur une étude bibliographique et sur des données d'essais disponibles dans le PRC-Mecacomp. Dans un second temps, ce chapitre présente les caractéristiques des chargements rencontrés (statique, fatigue et performances résiduelles), ainsi que les notions importantes à la bonne compréhension de la suite de ce manuscrit. Il s'agit, notamment, de s'intéresser aux paramètres influençant le comportement en fatigue du composite étudié et aux outils classiques de prévision de la durée de vie utilisés en bureaux d'études.

Le chapitre II débute par une analyse bibliographique des principaux modèles d'endommagement pour les matériaux composites subissant des chargements statiques et de fatigue. L'idée est ensuite de proposer un modèle adapté aux composites oxyde/oxyde, tenant compte des mécanismes d'endommagement et des différents paramètres influents mis en évidence au chapitre I. Le modèle a vocation à prendre en compte les chargements statiques et de fatigue, potentiellement tridimensionnels et aléatoires. La relation d'endommagement proposée utilise donc un formalisme incrémental. L'idée étant par la suite de l'appliquer au calcul de structures, on soulignera certains choix dans la formulation du modèle qui ont pour but de faciliter son implémentation dans un code Éléments Finis (EF).

Le chapitre III consiste à identifier les paramètres matériau du modèle et à le valider sur différents cas tests. Dans un premier temps, la campagne expérimentale mise en place pour déterminer le comportement du composite étudié est présentée. Une réflexion est ensuite menée pour proposer un protocole d'identification dédié. Enfin, des simulations à l'échelle matériau permettent d'identifier à proprement parler les paramètres du modèle à l'aide de comparaisons essais/calculs. Enfin, les capacités prédictives du modèle sous chargements statiques ou de fatigue sont évaluées au travers de comparaisons essais/calculs.

L'objectif du chapitre IV est de proposer une stratégie de calcul, dédiée à la fatigue des composites et compatible avec le modèle d'endommagement incrémental présenté au chapitre II, afin d'être en mesure de prévoir la durée de vie de structures composites avec des temps de calcul acceptables en bureaux d'études. Une rapide étude bibliographique nous permet d'évaluer les principales stratégies disponibles dans la littérature pour accélérer les simulations en fatigue. L'idée est ensuite d'adapter la méthode la plus prometteuse –la méthode de sauts de cycles– de façon à tirer profit des spécificités du modèle d'endommagement incrémental utilisé. Une attention particulière est portée à l'implémentation de cette stratégie dans un code de calcul de structures, notamment à son caractère non-intrusif et à sa simplicité d'utilisation. Les performances de cette stratégie, en termes de précision et de gain de temps, sont évaluées, à l'échelle matériau mais également à l'échelle de la structure, à la fois par rapport à une simulation de référence n'utilisant aucune stratégie de calcul et par rapport à une méthode classique de la littérature.

Enfin, le chapitre V a pour but d'évaluer le caractère prédictif de la stratégie numérique mise en place sur des cas structuraux. Dans un premier temps, l'idée est de réaliser des essais de fatigue supplémentaires sur éprouvettes trouées et de comparer les prévisions du modèle aux résultats expérimentaux. Le but est de s'assurer que le modèle rend correctement compte du comportement d'une structure présentant des gradients de contraintes. Dans un second temps, un cas concret, représentant un arrière-corps étudié par Safran Ceramics, est considéré dans l'optique de démontrer l'applicabilité de la stratégie de prévision de durée de vie proposée sur des structures industrielles.

CHAPITRE I

RAPPEL DES NOTIONS CLÉS

L'objet de ce premier chapitre est de présenter certains éléments de compréhension du manuscrit. Dans un premier temps, les matériaux composites seront décrits, en mettant en avant les spécificités du matériau d'étude. La seconde partie du chapitre est consacrée à la présentation des notions clés de mécanique, se rapportant à des chargements statiques, de fatigue, ou bien à l'étude des performances résiduelles du matériau.

Sommaire

I.1	Présentation des matériaux composites	10
I.1.1	Généralités	10
I.1.2	Les composites à matrice céramique	11
I.2	Présentation du matériau composite oxyde/oxyde de l'étude	13
I.2.1	Description	13
I.2.2	Mécanismes d'endommagement	14
I.3	Notions de mécanique	18
I.3.1	Quantités clés statiques	18
I.3.2	Définition des notions clés de fatigue	20
I.3.2.1	Sous chargement uniaxial	21
I.3.2.1.1	Notion de cycle et description d'un chargement de fatigue	21
I.3.2.1.2	Influence de la contrainte maximale : courbe S-N	24
I.3.2.1.3	Limite d'endurance ou limite de fatigue	25
I.3.2.1.4	Influence de la contrainte moyenne : Diagramme de Haigh	26
I.3.2.1.5	Effet de cumul des dommages	28
I.3.2.1.6	Performances résiduelles fatigue-statique	31
I.3.2.1.7	Suivi de l'endommagement	32
I.3.2.1.8	Autres paramètres influents	33
I.3.2.2	Sous chargement multiaxial	35
I.4	Conclusion	37

I.1 Présentation des matériaux composites

I.1.1 Généralités

Un matériau composite résulte de l'association de deux matériaux de nature différente. Il est généralement constitué d'un renfort noyé dans une matrice. La matrice assure le maintien de l'assemblage et les transferts de charge entre les renforts, qui eux assurent la tenue mécanique du composite. Le matériau composite a donc des propriétés spécifiques (propriétés mécaniques rapportées à la masse volumique) supérieures à celles des constituants pris séparément.

Les matériaux composites peuvent être classés selon la nature de leur matrice (organique, céramique ou métallique) ou suivant la forme de leurs renforts (particules, fibres courtes ou fibres longues). La nature des constituants sera notée de façon abrégée sous la forme : composites *renfort / matrice*. La nature des constituants, leur proportion, ainsi que l'arrangement des renforts et leur orientation permettent de moduler le comportement mécanique du composite en fonction des caractéristiques souhaitées (rigidité, résistance à la rupture, résistance à l'impact...). L'architecture du composite lui confère ses propriétés souhaitées, la nature des composants étant imposée par les conditions environnementales d'utilisation.

Les renforts les plus utilisés dans les industries automobile, aéronautique et spatiale se présentent sous forme de fibres continues. Ces dernières sont regroupées en torons de plusieurs milliers de fibres chacun. Majoritairement, les renforts fibreux sont agencés sous forme de nappes, aussi appelées plis. Il existe principalement trois types de plis :

- les unidirectionnels (UD), où les renforts sont alignés dans une direction principale pour y obtenir des performances élevées ;
- les plis tissés 2D, dont les motifs les plus connus sont le sergé, le satin et le taffetas. On parle de tissu équilibré quand les mèches de chaîne et de trame sont identiques (ou très semblables) et que l'armure est symétrique ;
- les plis tissés 3D, plus résistants aux impacts.

Les pièces structurales sont généralement réalisées par empilement de ces nappes imprégnées de résine, afin de créer un composite dit stratifié. Les orientations de ces plis peuvent varier afin d'optimiser les propriétés du composite en fonction des charges auxquelles il sera soumis. La figure I.1 illustre les armures classiquement utilisées.

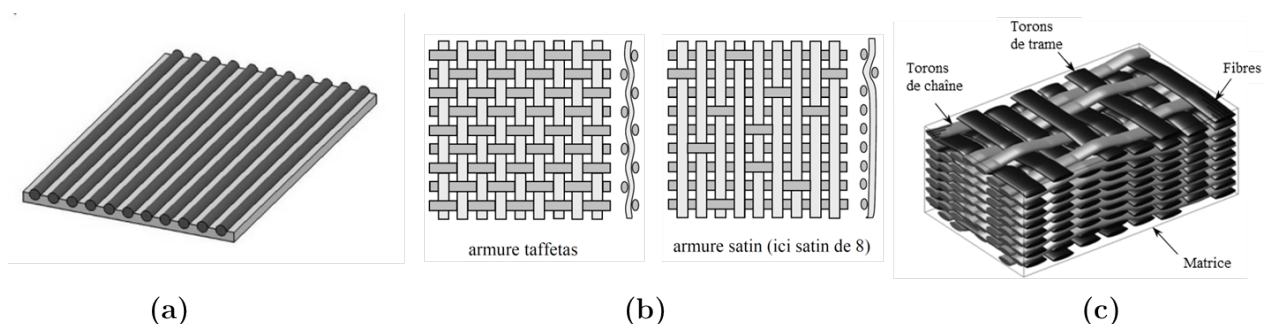


FIGURE I.1 – Exemples d'armures : (a) unidirectionnelle (UD), (b) tissée 2D ou (c) tissée 3D.

Dans l'industrie aéronautique, les composites les plus utilisés sont constitués d'une matrice organique epoxy renforcée par des fibres longues en carbone. Ils sont cependant restreints à des applications à basse température (inférieure à 150°C). Pour des applications à haute température, proches de l'environnement des moteurs, ces CMO se dégradent fortement et il est nécessaire de se tourner vers des composites thermostructuraux.

I.1.2 Les composites à matrice céramique

Les céramiques s'imposent comme les constituants idéaux pour des applications soumises à de fortes sollicitations thermomécaniques, puisqu'elles sont résistantes à la température. Des CMC ont donc été développés dans l'optique d'obtenir des matériaux qui gardent de bonnes propriétés mécaniques à haute température [Keller et al., 2005, Zawada et al., 2003, Ruggles-Wrenn et al., 2006].

Il existe principalement trois types de renforts utilisés dans les CMC : les fibres de carbone, les fibres de carbure de silicium (SiC) et les fibres oxyde. Le choix de la nature de la fibre est déterminé par l'application visée et en particulier par la température d'utilisation. Les fibres oxyde sont stables en température jusqu'à environ 800°C (en particulier, leurs propriétés d'élasticité) et conservent de bonnes propriétés jusqu'à 1100°C. Au delà, leur résistance mécanique se trouve significativement diminuée (en particulier leur résistance au fluage) [Keller et al., 2005, Zok FW, 2001, Ruggles-Wrenn et al., 2006]. C'est pourquoi, pour des gammes de températures supérieures, il convient de leur préférer des fibres carbone ou SiC. Les fibres carbone, utilisées à très hautes températures, pour des applications militaires ou sur frein par exemple, sont moins étudiées dans la littérature ; ainsi dans la suite de ce paragraphe, seuls les composites SiC/SiC seront décrits plus en détail.

Les constituants des CMC, qu'ils soient oxydes ou non-oxydes (SiC/SiC), ont un comportement quasi-fragile. La résistance de ces composites est améliorée par l'intermédiaire d'un mécanisme permettant de dévier les fissures au niveau de l'interface fibre-matrice. Il existe pour cela deux méthodes.

La première requiert la présence d'une interphase faible [Davis et al., 1993], possédant un module faible, entre les fibres et la matrice qui ont des modules plus élevés (figure I.2a). Cette méthode est privilégiée pour les CMC non-oxyde comme les SiC/SiC. L'interphase revêtant les fibres joue également le rôle de barrière protectrice [Naslain, 1993], ce qui empêche ou retarde l'oxydation des fibres dont l'effet est dévastateur sur leurs propriétés, notamment à température intermédiaire (conditions d'utilisation à 800°C). Cette interphase étant généralement déposée par couche gazeuse, le procédé de fabrication des SiC/SiC est donc relativement onéreux [Jurf and Butner, 2000].

L'autre possibilité est d'utiliser une matrice de faible module grâce à laquelle la déviation s'effectue directement au niveau de l'interface avec la fibre, de module plus élevé [Evans, 1990, Bansal, 2005] (figure I.2b). Les composites oxyde/oxyde, insensibles par nature à l'oxydation,

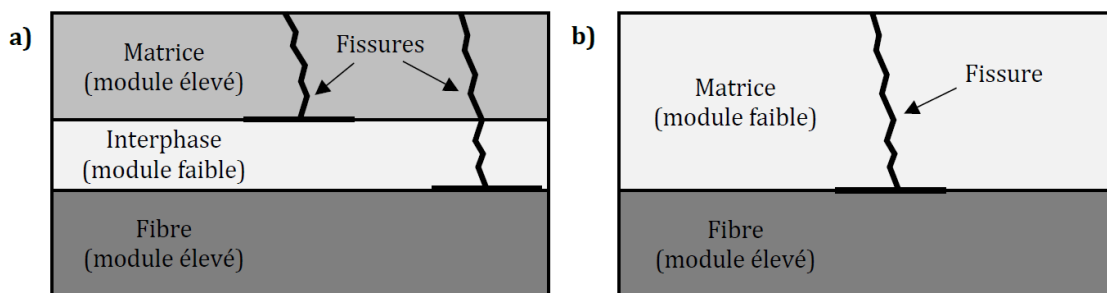


FIGURE I.2 – Schéma représentant la déviation de fissure dans les composites à matrice céramique ; a) CMC à interphase faible, déviation de la fissure à l'interface fibre-interphase ou à l'interface matrice-interphase ; b) CMC à matrice de faible module, déviation de la fissure à l'interface fibre-matrice [Guel, 2018].

utilisent très majoritairement cette seconde option pour dévier les fissures matricielles autour des fibres. Il faut alors abaisser le module d'Young et la ténacité de la matrice pour obtenir un

comportement endommageable. Cependant les propriétés doivent rester suffisamment élevées pour assurer la tenue structurelle et mécanique de la structure. Il s'agit alors de trouver le bon équilibre lors de la fabrication. La figure I.3 présente la courbe délimitant les domaines de rupture fragile et non-fragile des CMC.

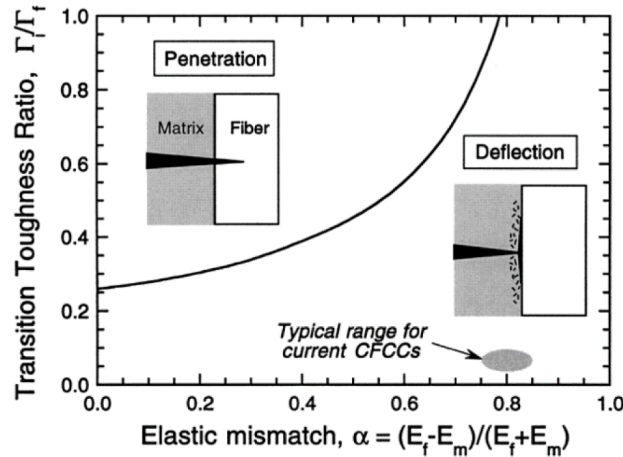


FIGURE I.3 – Schéma représentant la propagation d'une fissure matricielle au niveau d'une interface fibre-matrice en fonction des propriétés mécaniques des constituants; (E_f : Module d'Young de la fibre; E_m : Module d'Young de la matrice; Γ_f ténacité de la fibre; Γ_i ténacité de l'interface fibre-matrice; CFCC : Continuous Fiber-reinforced Ceramic Composite) [Zok FW, 2001].

La technique la plus courante pour abaisser les propriétés de la matrice est d'y insérer de manière contrôlée des microporosités par frittage partiel. En effet, la porosité matricielle doit être suffisamment fine et répartie de manière homogène afin de ne pas créer des sites préférentiels à la formation de fissures. Le taux de porosité doit être compris entre 20% et 40 % pour optimiser la résistance mécanique [Ruggles-Wrenn et al., 2008b, Zok FW, 2001, Keller et al., 2005]. La figure I.4 montre un exemple de matrice microporeuse utilisée dans les composites oxyde/oxyde. La température de frittage est donc un paramètre assez sensible, qui

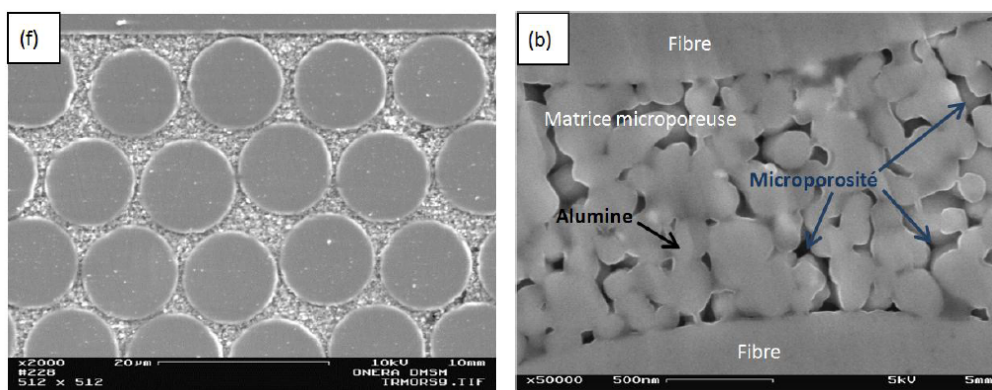


FIGURE I.4 – Images MEB montrant la microporosité de la matrice du composite Nextel610/alumine fabriqué dans la thèse de Ben Ramdane [Ben Ramdane, 2014].

influe directement sur les propriétés mécaniques finales du composite [Yoshitaka et al., 1996]. Plus la température est élevée, plus le comportement résultant est fragile.

Ainsi les composites oxyde/oxyde peuvent utiliser des procédés bien moins onéreux que ceux des CMC non-oxydes. Bien qu'ayant des propriétés mécaniques inférieures à ces derniers, les

composites oxydes sont privilégiés pour des applications thermostructurales à températures intermédiaires (<1000°C). Les oxydes les plus utilisés sont l'alumine, la mullite, la silice, la zirconne, ainsi que des mélanges alumine-silice, mullite-silice et mullite-alumine. Notons enfin que la majorité des composites oxyde utilisent des renforts tissés [Keller et al., 2005, Zawada et al., 2003, Simon and Danzer, 2006, Parlier et al., 2011].

I.2 Présentation du matériau composite oxyde/oxyde de l'étude

I.2.1 Description

Le matériau étudié au cours de cette thèse est un composite oxyde/oxyde développé et fabriqué par Safran Ceramics, où les renforts et la matrice sont en alumine. Les torons sont constitués de fibres longues Nextel 610 et la matrice est microporeuse pour augmenter la résistance aux dommages. Pour des raisons de confidentialité, certaines informations sur le matériau sont omises (taux de fibres dans les torons, taux de torons). Le taux de microporosité mesuré est de l'ordre de 25% dans la matrice (figure I.5), sans macropores ni macro-défauts. Au sortir

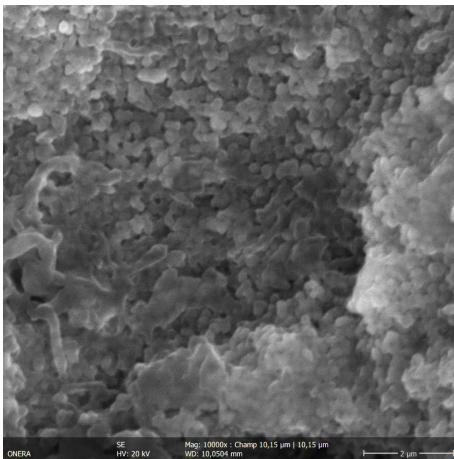


FIGURE I.5 – Image MEB montrant la microporosité de la matrice du composite étudié.

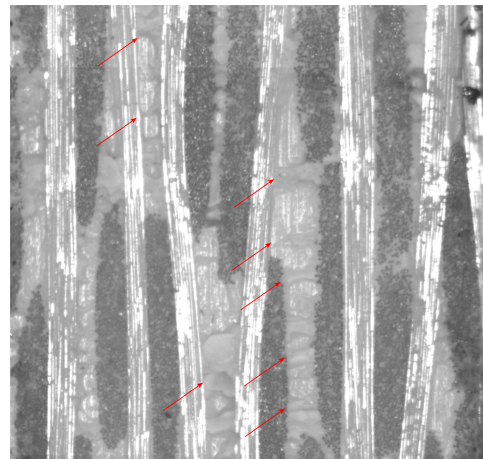


FIGURE I.6 – Image au microscope optique de la tranche d'une éprouvette Image MEB montrant la présence de fissures de retrait.

du procédé de fabrication, le matériau présente cependant des fissures de retrait thermique au sein des poches de matrice (figure I.6), induites par le retrait différentiel entre les fibres et la matrice au cours du frittage. Ces fissures sont également recensées dans de nombreux travaux sur les composites oxyde/oxyde [Zawada et al., 2003, Carelli et al., 2002, Di Salvo et al., 2015, Guel, 2018, Broutelle, 2019]. D'après [Guel, 2018], ces fissures ont peu d'impact sur le comportement mécanique, bien qu'aucune publication n'ait été trouvée dans la littérature sur ce sujet, tant pour des chargements statique que de fatigue. Elles constituent néanmoins des sites privilégiés pour l'initiation ou la propagation de fissures matricielles.

L'architecture du matériau étudié consiste en un stratifié de plis tissés 2D de satin de 8, chacun d'une épaisseur de 0,35 mm. Ce tissage est moins sensible au délaminage que des plis UD. Étant facilement déformable, il est de plus bien adapté au moulage de formes complexes. Le volume de fibres dans le sens chaîne est identique à celui dans le sens trame, le pli est donc supposé équilibré (*i.e.* mêmes propriétés dans le sens chaîne et dans le sens trame). Toutes

les éprouvettes présentées par la suite sont constituées de 8 plis, pour une épaisseur totale moyenne de 2,8 mm. L'empilement choisi consiste en une alternance de plis dans l'axe des fibres –à 0° et à 90° ([0/90]_{2s}). Des éprouvettes quasi-isotropes, d'empilements de 8 plis à 0° et 45° seront également utilisées pour des essais de validation à Safran Ceramics. Le Volume Élémentaire Représentatif (VER) géométrique, correspondant au plus petit volume de matière permettant de reconstituer l'intégralité du matériau par répétition dans le plan (taille du motif de tissage), est d'environ 7,3 mm × 7,3 mm.

Le comportement global du stratifié est déterminé à partir du comportement des plis, dans le cadre de la théorie classique des stratifiés. Le composite peut donc être décrit à différentes échelles :

- à l'échelle microscopique (échelle des constituants, ordre de grandeur de quelques μm), les composants du matériau –les fibres et la matrice– sont distingués. Il s'agit du niveau d'observation des premiers stades d'endommagement. Bien que très précises, les simulations à cette échelle demandent trop de ressources pour réaliser des calculs de structure.
- à l'échelle mésoscopique (échelle du tissage, ordre de grandeur de quelques mm) , les torons et la matrice sont distingués. Les torons, constitués de fibres et de matrice, sont considérés homogènes. Dans les calculs multi-échelles, des simulations à cette échelle sont réalisés pour déterminer les propriétés homogénéisées d'un VER, afin d'alimenter un modèle macroscopique. Cependant, les calculs de structure eux-même restent encore trop coûteux.
- à l'échelle macroscopique (échelle du pli tissé, ordre de grandeur de quelques mm), le matériau est considéré comme un empilement de différents torons entrelacés. Les plis tissés sont alors considérés homogènes. L'attractivité de cette échelle réside en la possibilité de réaliser des calculs de structure à coûts modérés, pour différentes stratifications sans avoir à modifier les paramètres matériaux. Il s'agit de l'échelle de modélisation choisie pour cette étude.
- à l'échelle super-macroscopique (échelle de la structure/du stratifié, ordre de grandeur supérieur au cm), le composite est représenté comme un matériau homogène, sans distinction des couches de l'empilement. Il convient donc de ré-identifier les propriétés matériau pour chaque stratification étudiée. Les calculs de structure sont aisés mais manquent de souplesse vis-à-vis des modifications des empilements des plis.

Ce composite, appelé dans la suite composite oxyde/oxyde pour des raisons de simplicité, est considéré insensible à la température en dessous d'environ 800°C, c'est-à-dire que ses propriétés d'élasticité ne sont pas modifiées par une évolution de la température (comme c'est le cas pour un composite Nextel720/alumine [Ruggles-Wrenn and Braun, 2008]). Dans les conditions d'utilisation visée (aux alentours de 700° - 800°C [Bouillon et al., 2019]), ce matériau possède les mêmes caractéristiques qu'à l'ambiante, ce qui justifie le parti pris dans cette étude de se focaliser sur une étude à l'ambiante. De plus, l'étude est restreinte à un environnement air, puisque le matériau, déjà oxydé, est insensible à l'environnement dans les durées et conditions d'utilisation d'un plug. L'endommagement est donc considéré comme la seule source de non-linéarité du comportement observé.

I.2.2 Mécanismes d'endommagement

La complexité des matériaux composites amène à considérer que la dégradation de leurs propriétés est due à plusieurs phénomènes physiques, aussi appelés mécanismes d'endommagement. Concernant les composites oxyde/oxyde, la littérature regroupe un nombre restreint

de publications faisant état des divers mécanismes d'endommagement [Kostopoulos et al., 2003, Ben Ramdane, 2014, Guel, 2018].

Guel [Guel, 2018] et Ben Ramdane [Ben Ramdane, 2014] ont tous deux proposé des scénarios d'endommagement détaillés pour des composites Nextel610/alumine à renforts 2D en satin de 8. La composition et l'architecture des matériaux sont identiques au composite oxyde/oxyde de notre étude, les mécanismes d'endommagement mis en lumière sont donc vraisemblablement activés dans notre cas également. Au cours de sa campagne expérimentale, Ben Ramdane observe les mécanismes d'endommagements suivants, par ordre d'apparition : (i) fissuration matricielle et ouverture des fissures de retrait, (ii) propagation des fissures matricielles, (iii) décohésions torons/matrices (délaminage), (iv) décohésions intra-fil et (v) rupture de fibres.

Il convient cependant de noter que les matériaux étudiés par ces deux auteurs ont des microstructures différentes du matériau étudié dans cette thèse. Or, la microstructure influe sur les mécanismes d'endommagement mis en jeu. N. Guel a étudié trois nuances de composites oxyde/oxyde et il conclut que la présence de macropores favorise l'amorçage du délaminage. Aussi, le scénario d'endommagement proposé par Guel sur une nuance proche du matériau de l'étude, basé sur des observations microstructurales, le comportement mécanique et l'activité acoustique des essais, servira de scénario de référence.

Des essais *in-situ* au synchrotron lui ont permis d'observer finement les mécanismes d'endommagement. Il utilise également le suivi acoustique d'essais de traction pour obtenir une chronologie d'activation de chaque mécanisme, par classification et labellisation des signaux d'émission acoustique [Guel, 2018]. La figure I.7 synthétise le scénario d'endommagement envisagé pour un chargement en traction quasi-statique dans l'axe des fibres. Guel propose également un scénario pour une sollicitation orientée à $\pm 45^\circ$ par rapport à l'axe des fibres (figure I.8), représentative d'un chargement de cisaillement à l'échelle du pli. Pour de forts niveaux de contraintes, les mécanismes critiques pour la tenue de ce matériau en traction sont le délaminage (décohésions interplis) et la rupture de torons. Néanmoins, dans ces travaux, les niveaux de contraintes considérés sont proches des niveaux réels relevés par l'industriel sur la pièce et les phénomènes de délaminage sont négligés.

Le matériau oxyde/oxyde de cette étude étant néanmoins légèrement différent, il convient donc de vérifier que les mécanismes d'endommagement observés par Guel sont effectivement actifs dans notre cas. Un essai de traction incrémentale dans l'axe des fibres a donc été effectué dans cette thèse sur le matériau étudié, en collaboration avec N. Guel, en utilisant les techniques de suivi acoustique mises en place au MATEIS. Les résultats obtenus sont proches de ceux obtenus dans sa thèse, ce qui tend à valider le scénario d'endommagement proposé.

Il convient également de remarquer que les fissures matricielles engendrées par la sollicitation mécanique sont orientées dans la direction des torons. L'orientation des dommages dépend donc de la microstructure du matériau composite. Ceci est classiquement observé lorsqu'il y a un fort contraste entre les propriétés des renforts et de la matrice. Ces observations, menées par Guel et Ben Ramdane, ont également été faites sur le composite oxyde/oxyde de notre étude (figure I.9) : les fissures matricielles observées au Microscope Électronique à Balayage (MEB) dans les poches de matrices sont orientées (perpendiculaires ou parallèles) dans la direction des torons de fibres et non dans la direction du chargement. Grâce à la microporosité de leur matrice, les composites oxyde/oxyde s'endommagent donc de façon similaire aux composites à matrice organique, tout en faisant abstraction de la viscosité de ces derniers. Il convient de noter la rareté des fissures visibles, tant au MEB qu'au synchrotron, ce qui indique que l'endommagement est très diffus et de petite taille (μm).

Concernant la fatigue des composites oxyde/oxyde, peu de travaux ont étudié finement les mécanismes d'endommagement mis en jeu au cours d'essais de fatigue à température am-

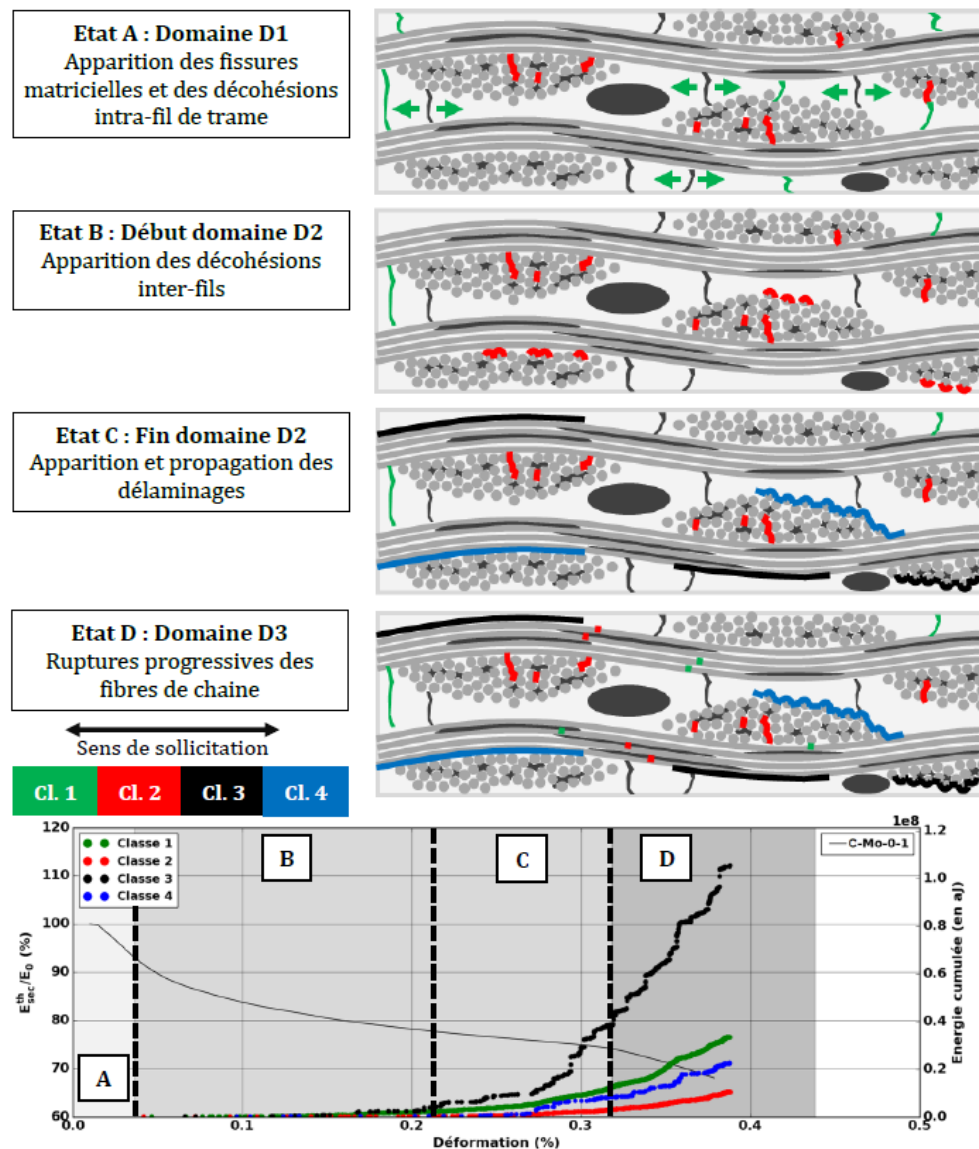


FIGURE I.7 – Scénario d'endommagement des composites oxyde/oxyde en traction dans l'axe des fibres [Guel, 2018].

biante. La majorité des études sur les composites oxyde en fatigue se placent dans des conditions haute température avec ou sans vapeur d'eau [Ruggles-Wrenn et al., 2008b, Ruggles-Wrenn et al., 2006, Ruggles-Wrenn and Lanser, 2015, Mehrman and Ruggles-Wrenn, 2007]. Plusieurs d'entre elles montrent que, dans ce cas, le matériau s'endommage majoritairement dans les premiers cycles (baisse de 5 à 10% de la raideur), puis qu'il se dégrade ensuite très lentement voire se stabilise [Ruggles-Wrenn et al., 2008b, Zawada et al., 2003], suggérant ainsi que l'endommagement en fatigue est diffus, très progressif et vraisemblablement limité à des fissures matricielles additionnelles. Lanser observe en outre que la zone d'endommagement est plus étendue en fatigue qu'en statique, mais que le faciès de rupture est identique [Lanser and Ruggles-Wrenn, 2015], ce qui mène à la conclusion que les endommagements, bien que plus diffus en fatigue, sont similaires pour les deux types de sollicitations.

Pour vérifier cette hypothèse pour le composite oxyde/oxyde étudié dans cette thèse, des observations *post-mortem* au MEB ont été réalisées sur une éprouvette orientée à $22,5^\circ$ ayant rompu en fatigue (figure I.10). Il est important de remarquer ici que les fissures matricielles,

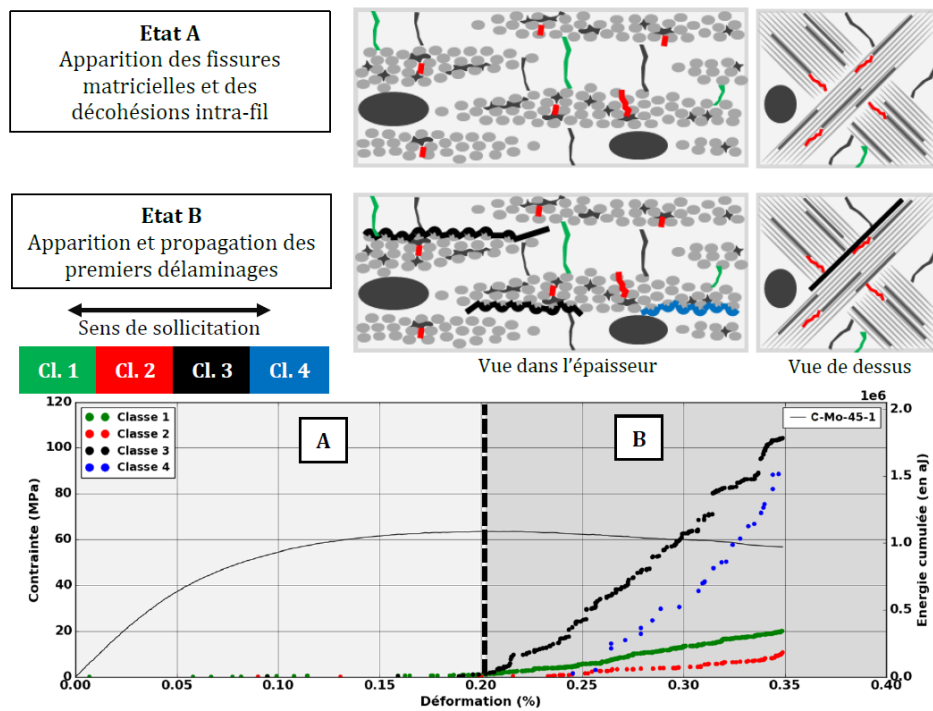


FIGURE I.8 – Scénario d'endommagement des composites oxyde/oxyde en traction à $\pm 45^\circ$ par rapport à l'axe des fibres [Guel, 2018].

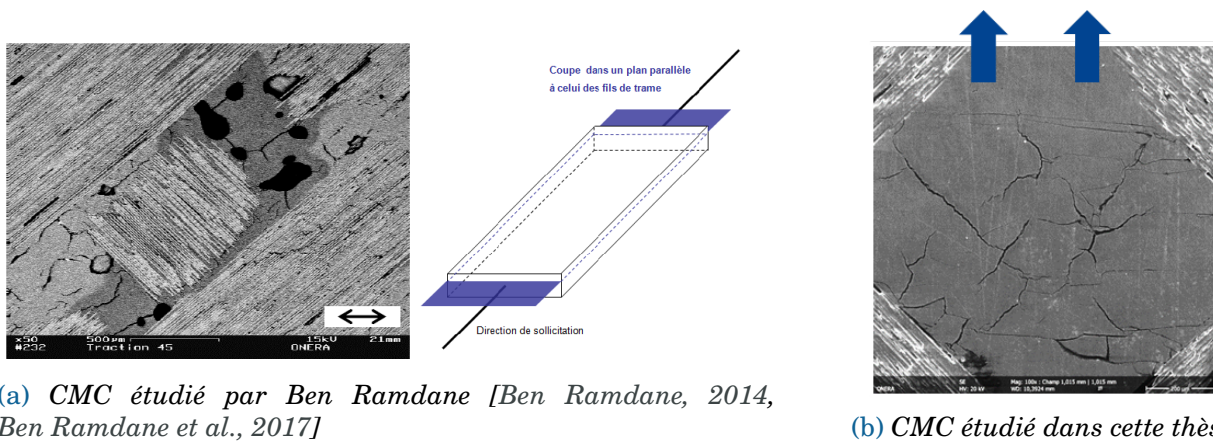


FIGURE I.9 – Observations post-mortem au MEB du composite sollicité en traction à rupture dans la direction à 45° : endommagement orienté par la microstructure.

observées proche de la zone de rupture, sont bien plus nombreuses que celle observées après un chargement statique (cf figure I.9b). La rupture en fatigue a alors lieu une fois que la matrice est saturée de fissures. De plus, les fissures matricielles sont orientées par la microstructure, le mécanisme d'endommagement mis en jeu semble donc identique à celui rencontré au cours de chargements statiques. On peut noter également la présence de fissuration matricielle au sein des torons de fibres. Il semble alors cohérent de supposer que les mécanismes d'endommagement mis en jeu au cours des chargements statiques et de fatigue sont similaires, comme fait usuellement [Henry, 2013, Revest, 2011, Rakotoarisoa, 2013]. Les mécanismes d'endommagement des composites oxyde/oxyde en fatigue étant assez peu étudié dans la littérature, ce point fera l'objet d'une vérification dans ce travail de thèse (chapitre III), qui s'annonce d'ores et déjà complexe vu la taille des endommagements.

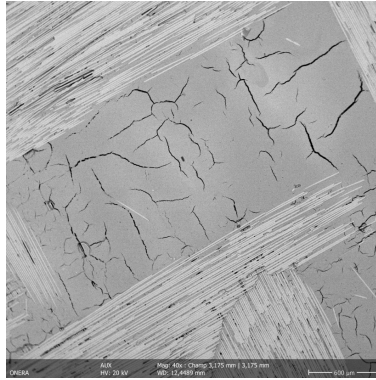


FIGURE I.10 – Observations post-mortem au MEB dans le plan du tissage, après un chargement de fatigue cyclique à rupture dans la direction à $22,5^\circ$.

I.3 Notions de mécanique

Afin de dimensionner au plus juste des pièces composites, les industriels cherchent à déterminer leur tenue et leur durée de vie le plus précisément possible, la pièce pouvant être soumise à différents types de chargements. On distingue les chargements quasi-statiques, appelés (abusivement) chargements statiques dans la suite de ce manuscrit, et les chargements cycliques (ou répétés), appelés chargements de fatigue. La sollicitation peut être appliquée dans l'axe des renforts (chaîne à 0° ou trame 90°) ou bien hors des axes des renforts.

Cette section a vocation à présenter les caractéristiques de chaque type de chargement et les notions déterminantes pour la prévision de la durée de vie. Cette thèse se focalise sur des chargements de traction, la pièce étudiée pour Safran travaillant principalement sous ce type de sollicitation. Les compressions dépassent donc notre spectre d'étude et ne seront pas abordées. Rappelons également que l'endommagement est la seule source de non-linéarité dans le comportement du composite étudié, ce dernier étant stable d'un point de vue chimique et thermomécanique jusqu'à environ 800°C .

I.3.1 Quantités clés statiques

Les chargements statiques peuvent être soit monotones à rupture (figure I.11a) soit incrémentaux, avec des décharges intermédiaires (figure I.11b).

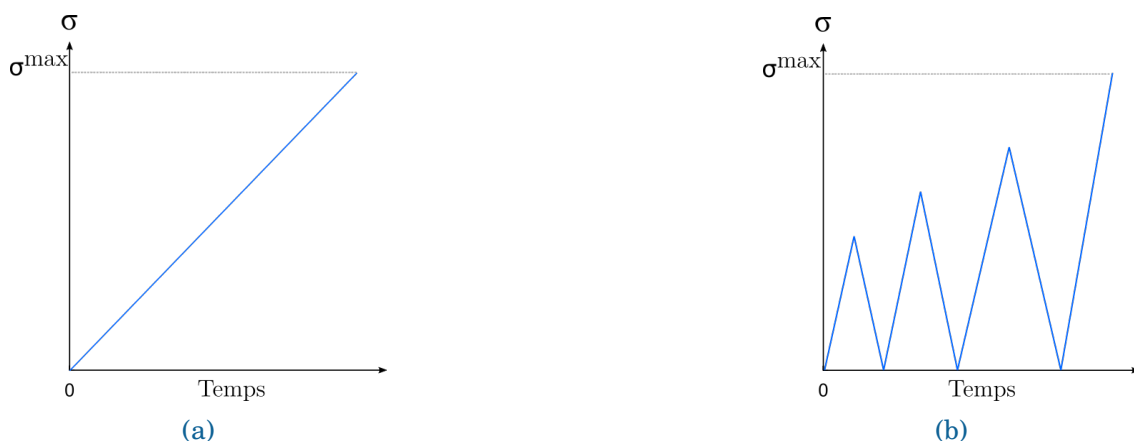


FIGURE I.11 – Types de chargements statiques rencontrés : (a) monotones et (b) incrémentaux

La figure I.12 illustre l'allure du comportement du composite oxyde/oxyde soumis à un essai de traction incrémentale dans l'axe des torons. La courbe de comportement est essentiel-

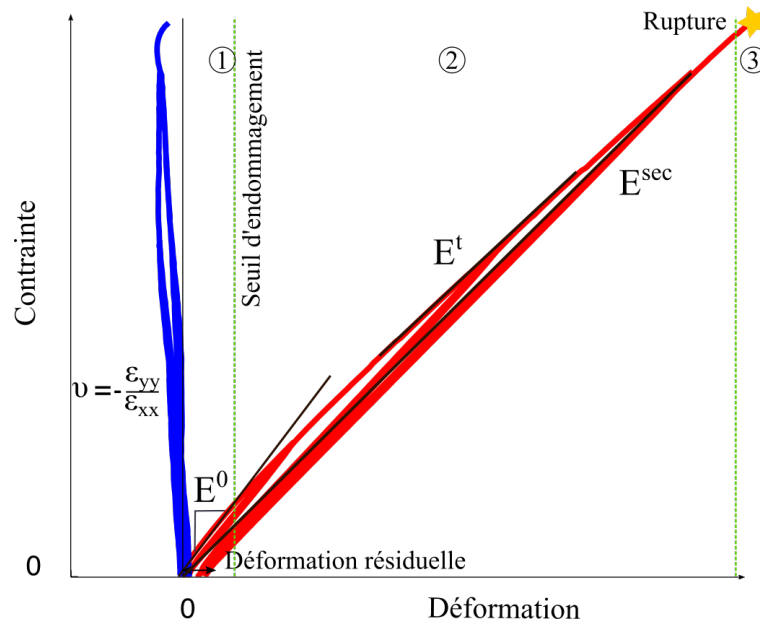


FIGURE I.12 – Exemple d'une courbe de comportement issue d'un essai de traction incrémentale à 90°, sur laquelle les quantités statiques utilisées sont schématisées.

lement linéaire. Elle peut néanmoins être décomposée en trois phases : un domaine élastique, où la réponse est linéaire (1), un domaine faiblement non-linéaire dans lequel le matériau s'endommage (2) et une phase de rupture du composite (3) pouvant être annoncée par une augmentation notable de la non-linéarité.

Ces essais permettent de déterminer les propriétés mécaniques (élasticité et endommagement) du composite, par ordre d'apparition :

- **Le module de Young E^0 ou module élastique.** Cette quantité se mesure dans le domaine linéaire (1) de la courbe contrainte/déformation. Elle correspond à la pente à l'origine. La question du nombre de points à prendre en compte pour calculer cette pente peut se poser, notamment lorsque la non-linéarité n'est pas franche, comme dans notre cas. Ainsi, il peut être difficile de le mesurer à cause du bruit de mesure et des faibles déformations du matériau étudié. Lorsque l'essai est réalisé à 0° (resp. 90°) par rapport à l'axe des fils de chaîne, le module calculé est E_{11} (resp. E_{22}).
- **Le coefficient de Poisson.** Cette valeur caractérise la déformation du matériau perpendiculairement à la direction de l'effort appliqué. Dans un essai de traction selon x, il est possible de déterminer le coefficient ν_{12} à l'aide des valeurs des déformations transverses et longitudinales, mesurées à une contrainte donnée :

$$\nu_{12} = -\frac{\epsilon_{yy}}{\epsilon_{xx}}. \quad (\text{I.1})$$

Le coefficient de Poisson est une quantité intéressante pour déterminer le seuil d'endommagement. En effet, sa valeur diminue lorsque le composite s'endommage [Ladeveze and Le Dantec, 1992], alors même que le module longitudinal, lui, peut ne pas subir de forte variation [Talreja, 1986]. Cette quantité est néanmoins difficile à mesurer, puisqu'il est nécessaire de connaître précisément les déformations longitudinales et transverses. Ces dernières peuvent être déterminées par des jauges placées dans la direction transverse ou bien par Corrélation d'Images Numériques (CIN). Pour les composites oxyde/oxyde, les

déformations, notamment transverses, sont très faibles, possiblement de l'ordre du bruit de mesure. Il faut donc considérer les mesures du coefficient de Poisson avec précaution.

- **Le seuil d'endommagement.** Il correspond à la déformation à partir de laquelle le matériau s'endommage et dont les effets sont visibles sur la courbe de comportement au niveau de la première non-linéarité. Pour les CMC, et dans notre cas les composites oxyde/oxyde, ce seuil apparaît très tôt en déformation et l'inflexion associée sur la courbe contrainte/déformation est relativement faible. Cette quantité peut donc être difficile à mesurer précisément, d'autant plus que les déformations associées sont très faibles. Le seuil d'endommagement peut également être détecté par suivi de l'émission acoustique au cours de l'essai (il s'agit du moment où les premiers événements acoustiques sont enregistrés). Le suivi de l'échauffement local du matériau, mesuré avec une caméra thermique est également une méthode couramment utilisée pour les CMO, mais qui est très difficile à mesurer pour les CMC de par leur très faible capacité à dissiper la chaleur.
- **Évolution de l'endommagement par le suivi du module effectif.** Au cours du chargement, dans le domaine non-linéaire (2), le module diminue progressivement. Le module tangent E^t peut être utilisé pour suivre l'évolution de l'endommagement. Il s'agit de la pente de la courbe contrainte/déformation à chaque instant. Le suivi de l'endommagement peut également être mené à l'aide du module sécant, défini comme $E^{\text{sec}} = \frac{\sigma_{xx}}{\varepsilon_{xx}}$, calculable à chaque point et dont l'évolution est généralement moins bruitée.
- **La déformation résiduelle.** Dans le cas de chargements incrémentaux, les déformations résiduelles, aussi appelées déformations permanentes, correspondent aux déformations qui demeurent après décharge à contrainte nulle. Pour les composites oxyde/oxyde, elles sont exclusivement dues à l'endommagement (irréversible) du matériau. Les déformations résiduelles sont encore une fois difficiles à mesurer expérimentalement, de par la faible déformation du matériau étudié dans les axes des renforts. En revanche, pour des essais hors-axes, le matériau se déforme beaucoup plus. Les déformations résiduelles sont bien plus importantes et facilement mesurables. Au cours d'un essai, les déformations résiduelles longitudinales peuvent être mesurées à l'aide d'un extensomètre ou bien avec la CIN, qui est également l'instrumentation privilégiée pour déterminer les déformations transverses. Les déformations résiduelles transverses sont extrêmement faibles et leurs valeurs sont de l'ordre du bruit de mesure, ce qui les rend difficilement exploitables.
- **La contrainte et la déformation à rupture.** Cela correspond aux coordonnées du point de décrochage, pour lequel la contrainte est maximale avant une chute brutale de l'effort, symbolisé avec une étoile sur le graphe I.12. Les CMC oxyde ont souvent des contraintes à rupture d'environ 200-250 MPa et des déformations à rupture inférieures à 1% [Bansal, 2005].

I.3.2 Définition des notions clés de fatigue

La fatigue peut être décrite comme la dégradation progressive d'un matériau sous une sollicitation répétée de cycles de chargement, qui sont en réalité souvent irréguliers. Face à la répétition des chargements, le matériau se dégrade et peut rompre, même pour des niveaux de contraintes inférieures à la contrainte à rupture, voire à la limite d'élasticité. Les matériaux composites ont longtemps été considérés insensibles à la fatigue. Pourtant, des endommagements diffus (comme de la fissuration matricielle dans notre étude) peuvent être à l'origine de dégradations préjudiciables pour la tenue des pièces composites. Un dimensionnement en fatigue est donc devenu incontournable vis-à-vis des exigences de sécurité.

La durée de vie en fatigue est classiquement définie comme étant le nombre de cycle de chargement (N) que peut subir la pièce avant de perdre sa fonctionnalité. Cette perte de fonc-

tionnalité peut être définie comme la rupture du matériau, une perte de raideur trop importante, ou bien la modification d'une fréquence propre... Dans ces travaux, elle est reliée à une perte de raideur, c'est pourquoi on s'intéresse au suivi de l'endommagement au cours du chargement. Dans la suite, on appelle (abusivement) nombre de cycle à rupture (N_r) le nombre de cycles subis avant que la pièce perde sa fonctionnalité. Il est alors nécessaire de comprendre quels sont les facteurs influençant la durée de vie en fatigue du matériau. Cette partie vise à en présenter les notions clés.

Une distinction est faite concernant le type chargement appliqué. D'abord, les notions et méthodes classiques de fatigue sont présentées dans le cadre d'un chargement uniaxial (appliqué dans une direction). En particulier, la notion de cycle, caractéristique des chargements de fatigue cyclique est définie. Les quantités clés de fatigue, reposant sur cette définition, relatives à la durée de vie ou aux performances résiduelles du matériau sont également présentées. Ensuite, une seconde partie s'intéresse à l'extension de ces notions pour des chargements structuraux et multiaxiaux (appliqués dans plusieurs directions). Notamment, il s'agit de déterminer si la notion de cycle et les méthodes de prévision de la durée de vie présentées restent valables et de montrer les difficultés rencontrées.

I.3.2.1 Sous chargement uniaxial

I.3.2.1.1 Notion de cycle et description d'un chargement de fatigue

Notion de cycle

Classiquement, un chargement de fatigue consiste en la répétition d'un cycle, ou séquence de chargement, au cours du temps. La figure I.13 présente les caractéristiques d'un cycle sinusoïdal. Ces paramètres sont directement transférables à d'autres cycles simples, triangulaires ou créneaux.

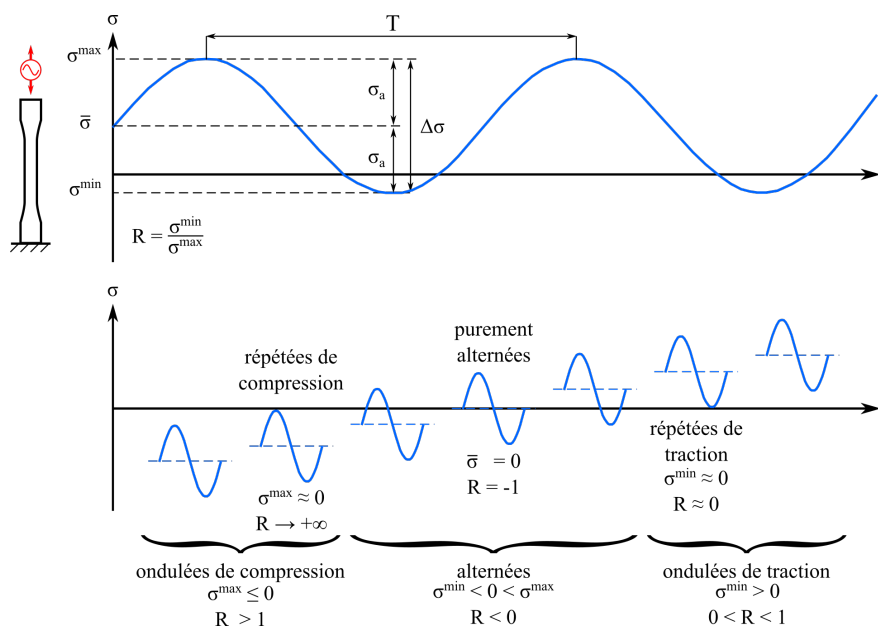


FIGURE I.13 – Types de sollicitations sinusoïdales de fatigue à amplitude constante et à contrainte imposée

Ainsi, un cycle est décrit par plusieurs paramètres :

- la contrainte maximale appliquée σ^{\max} ,
- la contrainte minimale appliquée σ^{\min} ,

- le rapport de charge, R_σ , la contrainte moyenne $\bar{\sigma}$, et l'amplitude σ_a , découlant des paramètres précédents et définis par :

$$R_\sigma = \frac{\sigma^{\min}}{\sigma^{\max}} \quad (\text{I.2})$$

$$\bar{\sigma} = \frac{\sigma^{\max} + \sigma^{\min}}{2} \quad (\text{I.3})$$

$$\sigma_a = \frac{\sigma^{\max} - \sigma^{\min}}{2} \quad (\text{I.4})$$

- la période T entre deux cycles consécutifs, représentant également la durée d'un cycle.

Tous ces paramètres sont présentés à partir de cycles de chargement pilotés en contrainte, mais tous peuvent également être exprimés en déformation.

Il existe différents domaines de fatigue en fonction du rapport de charge R appliqué (l'indice σ – ou ε – est omis dans un souci de lisibilité) :

- Fatigue traction-traction pour $0 < R < 1$, ou domaine de sollicitations ondulées de traction. Il s'agit de sollicitations à contraintes positives.
- Fatigue traction-compression où $R < 0$. Les contraintes sont alternées : la valeur minimale est négative alors que la valeur maximale est positive. Le cas $R = -1$ correspond à des sollicitations purement alternées où la contrainte moyenne est nulle.
- Fatigue compression-compression où $R > 1$.

L'étude est ici limitée au domaine traction-traction, puisque la pièce envisagée est dimensionnée de manière à travailler dans cette plage de sollicitation. Les notions présentées par la suite sont donc restreintes à ce domaine d'étude.

Notons ici que la notion de cycle est facilement décrite pour un chargement uniaxial mais qu'il est bien plus difficile d'élargir cette notion à un chargement multiaxial, où les sollicitations dans les différentes directions ne sont pas nécessairement en phase. Par ailleurs, au cours d'essais sur des éprouvettes droites ou haltères, le chargement n'est maîtrisé que dans la zone utile, pour une consigne au niveau structural. Dès qu'il y a apparition d'un gradient de contrainte au sein de la pièce (par exemple dans les congés de raccordement des éprouvettes haltères ou autour d'un trou), le chargement n'est pas traduit identiquement en chaque point de la structure [Dubouquet, 2018], devient multiaxial ou peut perdre sa périodicité.

Description d'un chargement de fatigue

On distingue plusieurs familles de chargements de fatigue, illustrées sur la figure I.14, (basées sur la classification établie dans [Jabbado, 2006]) :

- **signal d'amplitude constante (simplement cyclique) de forme sinusoïdale ou triangulaire.** Il est souvent admis que la forme exacte des oscillations est sans effet sur la durée de vie. Il s'agit des chargements les plus fréquents pour des essais de fatigue. Leurs différents paramètres sont décrits au prochain paragraphe.
- **signal à deux blocs de chargement d'amplitude constante.** Le premier bloc consiste en un signal d'amplitude constante contenant un nombre fixé de cycles. Le second bloc, d'amplitude constante lui aussi, est maintenu jusqu'à rupture. Entre les deux blocs, l'amplitude et/ou la charge maximale diffère. Ce type de signal est généralement utilisé pour étudier l'influence de l'historique du chargement sur la durée de vie et le cumul de l'endommagement, en comparant des séquences grande amplitude – faible amplitude avec les séquences inverses.

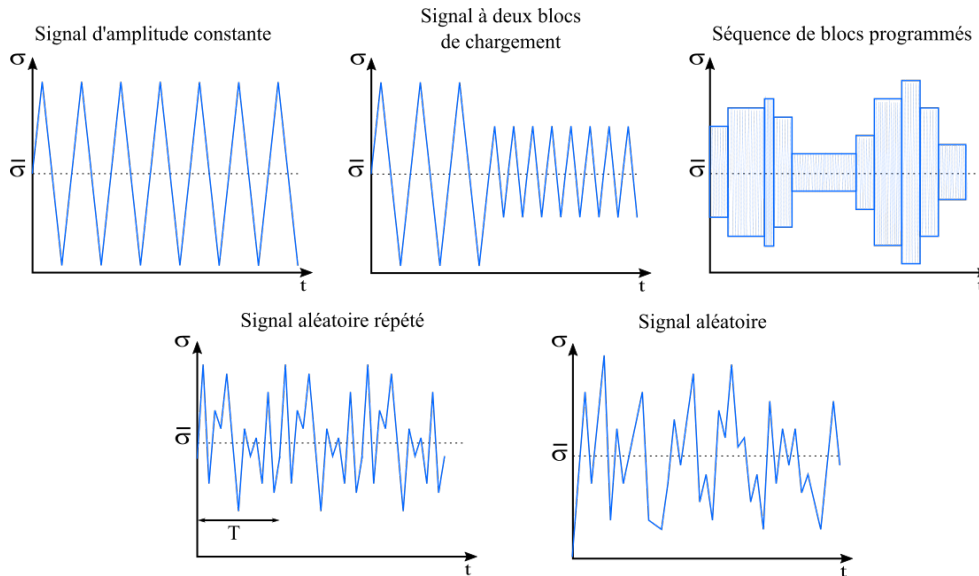


FIGURE I.14 – Différents types de chargement de fatigue

- **signal de blocs programmés.** Le signal est constitué de plusieurs blocs d'amplitude constante. La méthode la plus connue pour obtenir ce type de signal est la méthode des blocs programmés [Gassner, 1973]. Cette méthode est utilisée pour transformer un chargement aléatoire en un chargement par blocs par une méthode de comptage de cycles [Power, 1977, Power, 1978, Downing and Socie, 1982] et en déterminer les effets sur la durée de vie à l'aide notamment de la loi de Miner (*cf.* section I.3.2.1.5).
- **signal aléatoire répété, où chaque cycle élémentaire est d'amplitude variable (spectral).** Il s'agit de signaux représentatifs d'un spectre de vol. L'exemple le plus commun est le cycle décollage-vol-descente relevés sur des pièces aéronautiques. Ce type de chargement, bien que représentatif des conditions de vol, est tout de même idéalisé puisque des événements extérieurs (comme des chocs ou bien l'ingestion d'oiseaux) peuvent perturber le signal, rompant ainsi sa répétabilité.
- **signal d'amplitude variable (totalement aléatoire).** Il s'agit des signaux réellement relevés en service, qui comprennent donc des événements extérieurs. De plus, ce signal est en général multiaxial.

Dans la suite de ce document, on appelle chargement complexe un chargement rentrant dans les deux dernières familles.

Bien que seuls les chargements complexes soient représentatifs des sollicitations réelles, les essais effectués en laboratoire restent très majoritairement des essais de fatigue cyclique d'amplitude constante, à un ou deux blocs de chargement. Ils peuvent être pilotés en contrainte (ou force) imposée, comme c'est le cas généralement, ou bien en déformation imposée. Il convient de noter que ce dernier mode d'asservissement nécessite un suivi précis de la déformation, et donc que le matériau doit se déformer suffisamment pour s'affranchir des bruits de mesure. Les essais pilotés en déformation sont ainsi rarement réalisés sur des CMC. On leur préfère un pilotage en force imposée, représentatif des conditions réelles subies par les pièces.

Les quantités et notions présentées dans la suite de cette partie correspondent à des outils d'analyse du comportement en fatigue. Elles sont néanmoins restreintes à des chargements cycliques d'amplitude constante. Il s'agit de leur domaine de validité, puisque ces outils reposent sur la notion de cycle de chargement (σ^{\max} , R). Notons que pour un chargement aléatoire répété, il est possible de définir un « cycle » équivalent, caractérisé par sa période, mais pour

lequel il est impossible de définir un rapport de charge. Les notions classiques présentées par la suite ne sont alors pas transposables à de tels chargements.

I.3.2.1.2 Influence de la contrainte maximale : courbe S-N

L'un des principaux outils pour déterminer la durée de la vie d'une pièce consiste à tracer la courbe d'endurance S-N (Stress - Number of cycles), aussi appelée courbe de Wöhler. Cette courbe décrit la relation entre la sollicitation appliquée et le nombre de cycles à rupture (N_r), pour des chargements cycliques d'amplitude constante. Pour les matériaux composites, la contrainte maximale correspond à la valeur la plus critique vis-à-vis de l'endommagement que l'amplitude du chargement. Cette méthode est utilisée en bureaux d'études pour dimensionner des structures. Chaque point (σ^{\max}, N_r) de cette courbe correspond à un essai de fatigue à amplitude constante. Seul le paramètre de la contrainte maximale appliquée ou l'amplitude varie. Ainsi, avec un nombre suffisant d'essais, on peut tracer la courbe de Wöhler, dont l'allure est donnée sur la figure I.15.

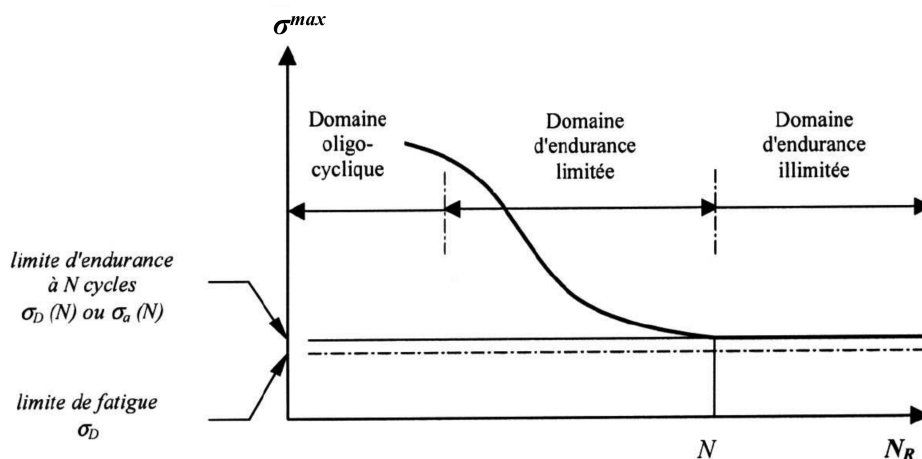


FIGURE I.15 – Courbe de Wöhler et les différents domaines de fatigue [Jabbado, 2006]

Cette courbe peut être décrite en fonction du chargement maximal σ^{\max} (ou bien de l'amplitude du chargement σ_a) à rapport de charge R_σ constant. Elle traduit donc l'influence de la contrainte maximale sur la durée de vie : plus la contrainte augmente (chargement maximal ou amplitude du chargement), plus la durée de vie est courte.

On distingue trois domaines de fatigue :

- Domaine de fatigue oligocyclique, dans lequel la rupture intervient après un faible nombre de cycles (soit par exemple pour des durées de vie inférieures à 10^5 cycles). Il correspond à des contraintes élevées.
- Domaine d'endurance limitée, où la rupture survient après un nombre limité de cycles (10^5 à 10^7). Dans ce régime, le nombre de cycles N_r croît quand la contrainte maximale σ^{\max} décroît.
- Domaine polycyclique, qui correspond aux contraintes les plus faibles (inférieures au seuil d'endommagement statique, voire de fatigue).

Il convient cependant de noter qu'obtenir une telle courbe est très coûteux en temps et en nombre d'éprouvettes. Son utilisation est de plus restreinte aux conditions d'essais testées. Ainsi, elle dépend des données expérimentales. Dès qu'un paramètre varie (température, R_σ), il faut réaliser de nouveaux essais et tracer une nouvelle courbe.

Des modèles dits empiriques ont été développés pour obtenir une expression analytique de la courbe S-N par ajustement avec des points expérimentaux. Ils ont pour but d'extrapoler la relation contrainte appliquée - nombre de cycles à rupture au delà des essais réalisés. D'abord utilisés pour les matériaux métalliques, ils ont été par la suite adaptés aux composites. Plusieurs expressions analytiques ont été proposées pour représenter ces courbes. Shen en fait un résumé quasiment exhaustif [Shen, 2012]. Trois modèles parmi les plus répandus sont décrits ci-dessous.

Les modèles de type Wöhler sont des fonctions linéaires semi-logarithmiques dans le repère S-log(N) et prévoient la durée de vie dans le domaine d'endurance limitée :

$$\sigma_a = \sigma_u - B \cdot \log(N) \quad (\text{I.5})$$

où σ_u est la contrainte ultime de traction (à $N_r = 1$). Le paramètre σ_a représente la contrainte alternée (amplitude) et B est un coefficient matériau à identifier.

Le modèle de Basquin [Basquin, 1910] prévoit la durée de vie dans le domaine d'endurance limitée de la courbe S-N à l'aide d'une relation linéaire dans un repère (logS-logN) :

$$\log(N_r) = \log(C) - m \cdot \log(\sigma_a) \quad (\text{I.6})$$

où σ_a est la demi-amplitude de la contrainte appliquée ; C et m sont les paramètres à identifier par régression linéaire. L'une des limitations de l'équation de Basquin vient de l'absence d'une asymptote horizontale, représentant la limite d'endurance, lorsque $N \rightarrow \infty$.

Enfin, Bastenaire [Bastenaire, 1972] décrit le domaine polycyclique à l'aide de l'équation :

$$N_r = \frac{A}{\sigma_a - \sigma_D} \quad (\text{I.7})$$

où σ_D est la limite d'endurance du matériau.

Les modèles de ce type sont souvent utilisés chez les industriels de par leur simplicité et leur rapidité de calcul. Basés sur de vastes campagnes expérimentales, ils n'incluent aucun biais de modélisation dans leurs résultats. Ce point positif est aussi un défaut puisque les essais sont très coûteux (éprouvettes et temps). Ils sont souvent employés dans les phases de pré-dimensionnement, lorsque les mécanismes d'endommagement du matériau ne sont pas encore connus avec précision. Une marge de sécurité élevée est alors appliquée. En revanche, ces approches sont non-prédictives (car basées sur des courbes expérimentales) et leur utilisation est restreinte aux configurations déjà testées (matériau et sollicitation). En particulier, l'influence du rapport de charge sur la durée de vie n'est pas prise en compte. Enfin, il convient de souligner que ces méthodes sont basées sur la notion de fatigue cyclique, et ne peuvent pas être étendues à des chargements plus complexes.

I.3.2.1.3 Limite d'endurance ou limite de fatigue

Les chargements auxquels sont soumises des pièces sollicitées en fatigue sont souvent faibles par rapport à la contrainte à rupture du matériau, parfois même plus faibles que le seuil d'endommagement statique. Pourtant la pièce peut rompre à cause de la répétition des cycles. On introduit donc la notion de limite de fatigue, définie comme la contrainte en dessous de laquelle la ruine du matériau ne sera jamais atteinte, même pour un nombre de cycles infini.

Cette limite est généralement inférieure à la limite d'élasticité (ou seuil d'endommagement statique) du matériau. Sur la courbe S-N, cette valeur est déterminée comme l'asymptote de la courbe de Wöhler quand N tend vers l'infini, comme illustré dans le paragraphe suivant sur la figure I.15.

Cependant, cette limite peut ne pas exister, ou être mal définie, pour certains matériaux [Bathias, 1999]. Concernant le matériau étudié dans cette thèse, présentant des fissures à l'état initial, il convient de se demander si la notion même de limite de fatigue a un sens. Dans ce cas, la notion de limite d'endurance à 10^n cycles est introduite. Il s'agit cette fois de déterminer la valeur de la contrainte en dessous de laquelle le matériau ne rompra pas pour les 10^n cycles appliqués. Cette puissance n est habituellement prise égale à 7 ou 8, puisque dans le cadre du dimensionnement en fatigue, les structures sont souvent confrontées à un grand nombre de cycles de l'ordre de 10^5 à 10^8 cycles.

Expérimentalement, la limite d'endurance est déterminée pour un nombre de cycles fixé. On répète alors les essais de fatigue en abaissant la contrainte maximale appliquée, jusqu'à obtenir un matériau qui reste sain pendant tout l'essai. Cette méthode dépend donc du choix du nombre de cycles maximal. Pour les matériaux métalliques, on peut également citer d'autres méthodes dites statistiques, qui nécessitent la connaissance de l'ordre de grandeur de la limite recherchée : la méthode des probits, la méthode de l'escalier ou bien la méthode des K-éprouvettes non rompues [Rabbe et al., 2000]. La majeure partie de ces méthodes nécessite néanmoins un nombre important d'éprouvettes. Pour estimer rapidement la limite d'endurance, il existe une autre méthode dite de Locati [Bonnet et al., 2016, Rabbe et al., 2000]. L'essai consiste à soumettre la pièce à des paliers de chargement croissants jusqu'à défaillance du matériau. L'écart entre chaque niveau de chargement, ainsi que le nombre de cycles appliqués à chaque niveau, sont constants. Pour déterminer la valeur recherchée, il est nécessaire cependant de supposer que la courbe S-N correspond à un modèle de Basquin et d'en connaître la pente. Une méthode dérivée est proposée dans le chapitre III pour déterminer le seuil d'endommagement en fatigue. Enfin, il existe une nouvelle approche, très rapide, qui repose sur la dissipation d'énergie sous forme de chaleur, sous l'influence de l'endommagement. Il s'agit des méthodes d'auto-échauffement, déjà appliquées sur des métaux, puis transférées à certains CMO [Westphal, 2014, Peyrac et al., 2015, Gornet et al., 2018]. Cette méthode repose sur une hausse de la température de l'éprouvette au cours de la sollicitation due aux endommagements. Toutefois, le composite oxyde/oxyde étudié s'échauffe peu et ne semble donc pas un bon candidat pour utiliser cette méthode, qui n'a d'ailleurs pas encore été appliquée à un CMC à notre connaissance.

I.3.2.1.4 Influence de la contrainte moyenne : Diagramme de Haigh

Un autre paramètre influant sur la durée de vie des pièces soumises à des chargements de fatigue est la contrainte moyenne du chargement [Chaboche and Lesne, 1988]. Cette valeur est souvent quantifiée à l'aide du rapport de charge R , puisque pour un chargement cyclique, $\bar{\sigma} = \frac{\sigma^{\min} + \sigma^{\max}}{2}$. Une modification du rapport de charge peut ainsi entraîner des variations de durée de vie d'un ou plusieurs ordres de grandeur. Dans le cas de sollicitations de fatigue traction/traction ($0 < R < 1$), plus la contrainte moyenne est élevée à contrainte maximale fixée, plus la durée de vie du matériau augmente. Cette observation a été faite pour différents matériaux ([Chaboche and Lesne, 1988] pour les aciers A201 et A517, [Tao G, 2007] pour un polymère epoxy ou bien, pour les CMO tissés 3D, [Angrand, 2016]).

Pour analyser l'effet de la contrainte moyenne sur la durée de vie, il est possible de tracer les courbes S-N pour plusieurs rapports de charge ou bien de tracer un diagramme de Haigh (ou de Goodman). Ces derniers font partie des outils souvent utilisés pour le dimensionnement en fatigue des structures. Le diagramme de Haigh (aussi appelé diagramme CFL pour Constant Fatigue Life) à N_r fixé, représente la variation de la contrainte alternée σ^a (demi-amplitude) en fonction de la contrainte moyenne $\bar{\sigma}$. Le diagramme de Goodman, équivalent, représente les contraintes maximales et minimales en fonction de la contrainte moyenne. Pour un nombre de cycles à rupture N_r fixé, ils sont construits par report des points expérimentaux des courbes S-N à différents rapports de charge, comme l'illustre la figure I.16. Ces points permettent de

tracer une enveloppe délimitant un domaine rompu (à l'extérieur) et un domaine non-rompu (à l'intérieur de l'enveloppe). A chaque nombre de cycles à rupture N_r correspond une enveloppe du diagramme de Haigh.

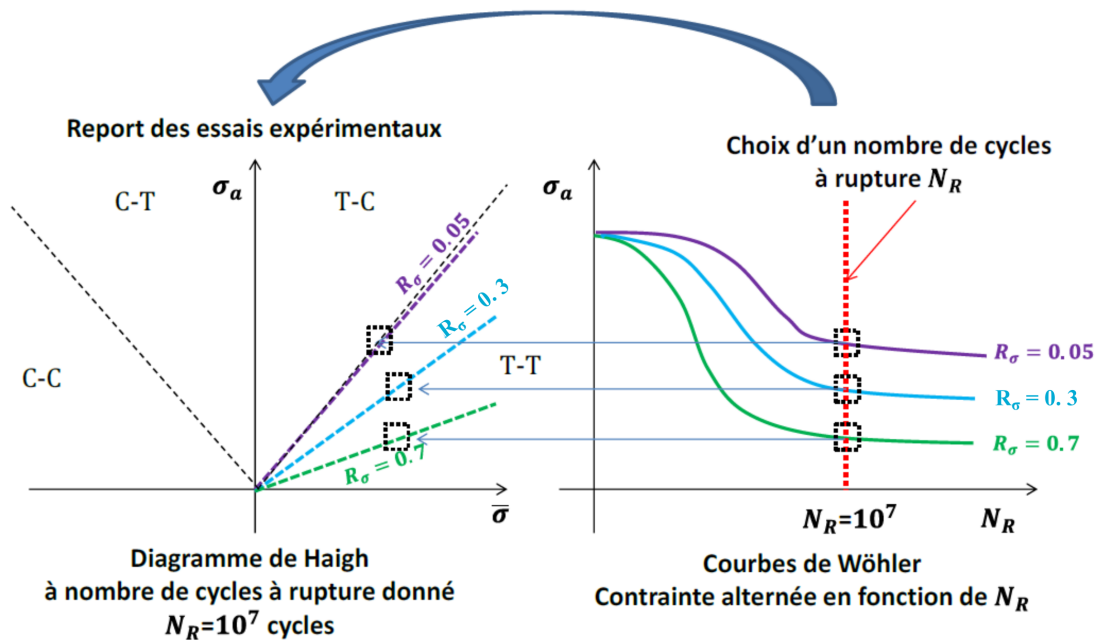


FIGURE I.16 – Relation entre les courbes de Wöhler et le diagramme de Haigh [Angrand, 2016].

Bien que construites à partir de points expérimentaux, les enveloppes du diagramme de Haigh peuvent être décrites par des modèles simplifiés, linéaires ou non, comme la droite de Goodman [Goodman, 1899], le modèle de Soderberg [Soderberg, 1930] ou le modèle de Gerber [Gerber, 1874], comme l'illustre la figure I.17.

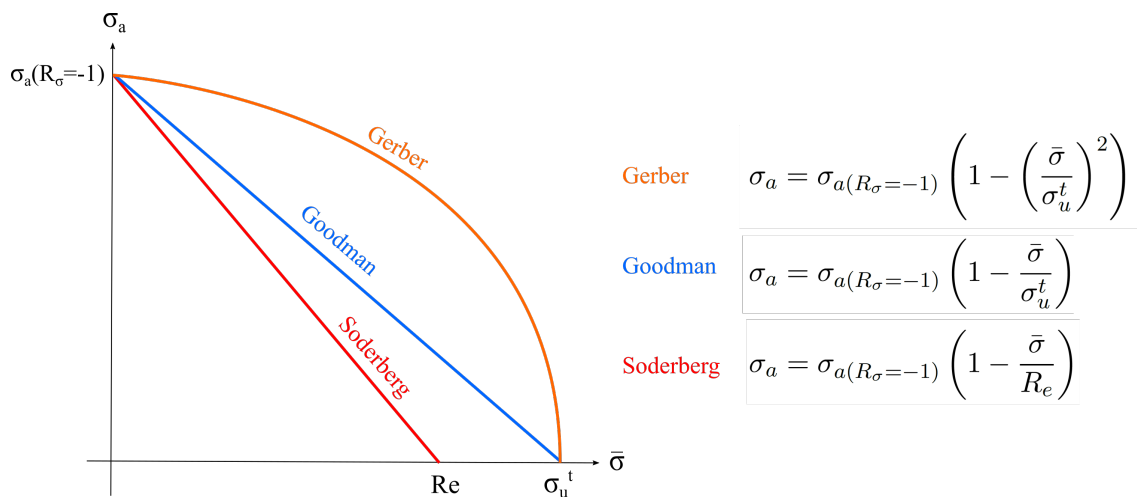


FIGURE I.17 – Représentation des modèles simplifiés prévoyant les enveloppes du diagramme de Haigh et des équations associées, où σ_u^t représente la contrainte ultime de traction, R_e la limite d'élasticité et $(\sigma_{a(R_\sigma=-1)}, 0)$ la contrainte à rupture pour un chargement symétrique alterné ($R = -1$).

Des conditions de fonctionnement, déterminées par le couple $(\sigma_a, \bar{\sigma})$, sont considérées acceptables pour une pièce si elles correspondent à un point compris en dessous de l'enveloppe du

diagramme.

Rappelons une fois encore que ce sont des méthodes empiriques, initialement développés pour les matériaux métalliques sous chargements uniaxiaux. Pour les matériaux composites, anisotropes, ce type d'outil n'est pas prédictif, dans la mesure où un changement de l'orientation du chargement ou une modification de la stratification nécessitent une nouvelle campagne expérimentale. Pour pallier cette limitation, il conviendrait alors de se diriger vers un modèle intégrant les quantités physiques déterminantes pour la durée de vie du matériau ; pour les composites oxyde/oxyde, il s'agit de l'endommagement.

Dans la littérature, les études sur les composites oxyde/oxyde portent principalement sur l'influence de la température sur la durée de vie, au détriment de l'influence du rapport de charge, bien que ce soit un paramètre à considérer dans ce matériau (*cf.* chapitre III).

I.3.2.1.5 Effet de cumul des dommages

La plupart des études menées sur la durée de vie en fatigue cyclique sont basées sur des essais à amplitude constante, bien que ce type de chargement soit rarement observé sur pièces en service. En effet, les essais sous conditions réelles (chargements aléatoires ou aléatoires répétés) sont difficiles à étudier, puisque les phénomènes mis en jeu sont difficilement dissociables. Ainsi les chargements sont souvent simplifiés en des chargements cycliques par blocs, à l'aide de méthodes de comptage de cycles (*cf.* section II.1.2.2.1).

Prenons l'exemple d'un chargement à deux blocs, aux niveaux de contraintes maximales respectifs σ_1 et σ_2 , comme illustré sur la figure I.18. $N_{r,1}$ et $N_{r,2}$ représentent les nombres de cycles à rupture pour des chargements cycliques à amplitude constante à la contrainte maximale σ_1 et σ_2 respectivement. Il est crucial de savoir si l'ordre des séquences de chargement influe sur la durée de vie du composite, et si oui, dans quelle mesure.

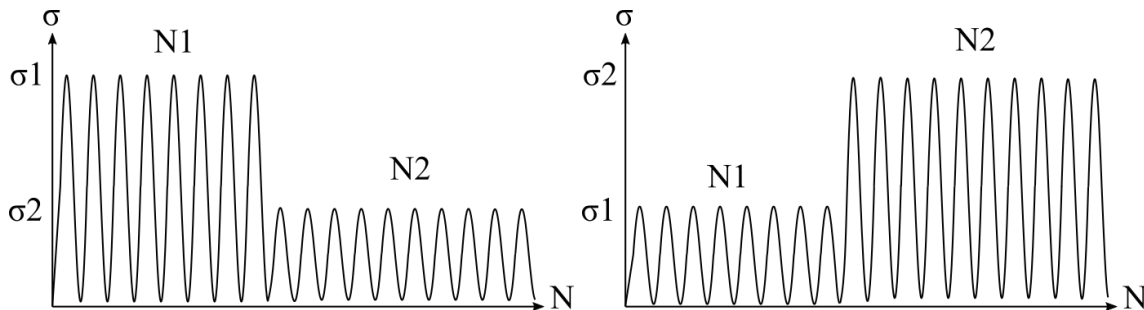


FIGURE I.18 – Représentation des chargements appliqués pour l'étude du cumul des dommages. Séquences haut-bas (gauche) et bas-haut (droite).

La méthode la plus répandue pour étudier ce genre de sollicitations est la règle de Palmgren-Miner [Miner, 1945] (équation I.8), selon laquelle l'ordre d'apparition des niveaux de chargement n'a pas d'influence sur la durée de vie totale.

$$\frac{n_1}{N_{r,1}} + \frac{n_2}{N_{r,2}} = 1 \quad (\text{I.8})$$

Cette règle considère comme variable d'endommagement la somme des fractions de vie (nombre de cycles subis n_i à un niveau de charge σ_i divisé par le nombre de cycles à rupture à ce même niveau $N_{r,i}$). Le matériau est considéré rompu lorsque l'endommagement atteint la valeur 1. Il s'agit d'une règle de cumul linéaire de l'endommagement (la durée de vie correspond à la somme des durées de vie des deux chargements pris indépendamment). Ainsi, le niveau d'endommagement cumulé devient indépendant de la séquence de chargement. Ceci correspond à

une courbe unique de l'évolution de l'endommagement, indépendante de l'amplitude du chargement, si l'endommagement est tracé en fonction de la fraction de durée de vie $\frac{n_i}{N_{r,i}}$. Cette règle est fréquemment utilisée dans l'industrie, car elle permet d'extrapoler simplement les résultats d'essais de fatigue cyclique à amplitude constante et d'obtenir un premier ordre de grandeur de la durée de vie de chargements plus complexes. Elle peut en effet être généralisée à plusieurs niveaux de chargement pour déterminer la durée de vie de chargements par blocs, ces derniers étant possiblement reconstitués à partir de signaux aléatoires uniaxiaux par une méthode de comptage de cycles (*cf* section II.1.2.2.1). Il convient néanmoins d'ajouter que cette règle n'est applicable, pour un même matériau, que pour une configuration fixée (géométrie, sollicitation, rapport de charge, ...). Toute modification de la configuration nécessite de ré-identifier les paramètres $N_{r,i}$ de la relation.

Lemaitre a formalisé mathématiquement les conditions pour obtenir un cumul linéaire des dommages, lorsque l'on considère un modèle d'endommagement incrémental [Lemaitre and Chaboche, 1985, Lemaitre, 1992]. La règle de Miner (équation (I.8)) n'est alors plus une règle mais est une conséquence des propriétés du modèle. La relation de fatigue doit pouvoir s'écrire comme une équation différentielle à variables séparables avec des conditions initiales et finales constantes. Examinons les facteurs qui déterminent la linéarité du cumul des dommages sur à un chargement à deux niveaux. La démonstration, donnée dans l'annexe A, est menée sur la l'équation d'évolution suivante, écrite en déformation et à variables ε et d séparables :

$$\dot{d} = g_d(d)g_\varepsilon(\varepsilon, \bar{\varepsilon})\langle \dot{\varepsilon} \rangle_+. \quad (\text{I.9})$$

Quatre hypothèses majeures sont nécessaires à un cumul linéaire des dommages :

1. La relation d'endommagement est une équation différentielle à variables séparables.
2. L'endommagement débute dès le premier cycle (*i.e.* il n'y a pas de nombre de cycles seuil à partir duquel l'endommagement débute).
3. Au cours du chargement de fatigue, l'endommagement varie entre 0 et d_c , qui est un paramètre identique quel que soit le chargement appliqué.
4. La quantité $[G_\varepsilon(\varepsilon^{Max}, \bar{\varepsilon}) - G_\varepsilon(\varepsilon^{Min}, \bar{\varepsilon})]$, G_ε étant une primitive de g_ε , est constante pour chaque cycle d'un même chargement. Cela se traduit localement par une amplitude de chargement constante.

Une hypothèse supplémentaire, supposant que la valeur de l'endommagement varie peu sur un cycle, est fréquemment effectuée en fatigue pour simplifier la résolution de l'équation (I.9) et obtenir une relation d'endommagement formulée en nombre de cycles [Lemaitre, 1992].

Cependant, de nombreuses campagnes expérimentales ont été menées sur divers matériaux, qui montrent que, dans la grande majorité des cas, la durée de vie est impactée par la séquence de chargement. Pour les matériaux métalliques, l'effet de cumul obtenu est non-linéaire, où des niveaux croissants (la contrainte de bas niveau appliquée en premier est suivie de la contrainte de haut niveau) ont une durée de vie plus longue ($\frac{n_1}{N_{r,1}} + \frac{n_2}{N_{r,2}} \leq 1$) que des niveaux décroissants ($\frac{n_1}{N_{r,1}} + \frac{n_2}{N_{r,2}} \geq 1$). Ces observations ont été faites, par exemple, sur l'acier maraging 3000 CVM et l'acier SAE 4130 [Manson and Halford, 1981], sur acier inoxydable 316 [Chaboche and Kaczmarek, 1981] et sur acier 4340 [Chaboche and Lesne, 1988].

Pour les matériaux composites, Van Papegem [Van Papegem and Degrieck, 2002] résume plusieurs études expérimentales et montre que le comportement vis-à-vis du cumul des dommages dépend du matériau composite étudié. Par exemple, Revest [Revest, 2011] montre qu'un chargement fort suivi d'un chargement faible est plus endommageant que la réciproque pour un composite stratifié de plis UD épais carbone/epoxy, comme l'illustre la figure I.19a. En revanche, Found et Quaresimin ont observé l'effet contraire sur des composites stratifiés de 8

plis tissés en satin de 5 carbone/epoxy [Found and Quaresimin, 2002] (figure I.19b). La figure I.19 trace la fraction de durée de vie restante du second bloc de chargement en fonction de la fraction de vie initiale du premier bloc (diagramme de cumul des dommages) pour ces deux matériaux. La droite correspond à un cumul linéaire régi par la règle de Miner. En revanche, à notre connaissance, aucune étude n'a été menée spécifiquement sur le cumul des dommages des composites oxyde/oxyde.

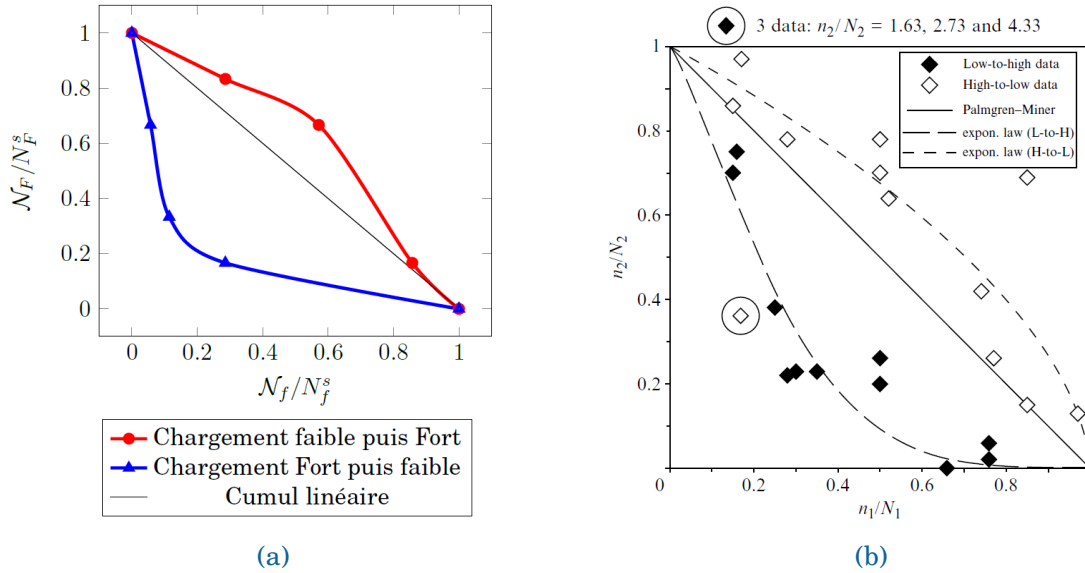


FIGURE I.19 – Différents cumuls des dommages observables pour des matériaux composites stratifiés carbone/epoxy (a) à plis épais fibres longues [Revest, 2011] et (b) de 8 plis tissés satin de 5 [Found and Quaresimin, 2002].

D'un point de vue mathématique, il peut y avoir plusieurs sources de cumul non-linéaire dans la formulation du modèle. Elles sont listées ci-dessous, en considérant toujours la relation d'endommagement incrémentale de l'équation I.9 :

- La relation d'endommagement n'est pas à variables séparables [Chaboche, 1979, Lemaitre and Chaboche, 1985, Lemaitre et al., 1992, Chaboche and Lesne, 1988].
- Présence d'un seuil en nombre de cycles : l'endommagement démarre après un certain nombre N_i^0 de cycles, pour chaque niveau de chargement. Deux cas sont distingués en fonction de l'amorçage de l'endommagement durant le premier ou le second palier.
 - Si l'endommagement débute durant le premier niveau de chargement ($N_1^0 < N_1$) Alors la règle de cumul obtenue est la suivante :

$$\frac{N_1 - N_1^0}{N_{r,1} - N_1^0} + \frac{N_2}{N_{r,2} - N_2^0} = 1 \quad (\text{I.10})$$

- Si l'endommagement débute lors du second niveau de chargement ($N_1^0 > N_1$), le nombre de cycles à rupture est donné par :

$$\frac{N_1}{N_1^0} + \frac{N_2}{N_2^0} = \frac{N_{r,2}}{N_2^0} \quad (\text{I.11})$$

La règle de cumul obtenue est bilinéaire, dont le point anguleux correspond au cas $N_1^0 = N_1$. La démonstration est faite dans [Desmorat and Lemaitre, 2001, Desmorat, 2000, Lemaitre and Desmorat, 2005, Lemaitre, 1992]. La règle de Miner n'est alors valide que pour les cas particuliers $N_1^0 = N_2^0 = 0$ et $\frac{N_1^0}{N_{r,1}} = \frac{N_2^0}{N_{r,2}}$.

- L'endommagement n'est pas nul au début de la fatigue (à la fin de la première montée en charge) $d = d_i^0$. La démonstration est donnée dans l'annexe A.
- La contrainte moyenne n'est pas mise à jour instantanément. Ce point fera l'objet d'une étude détaillée dans la section II.5.

L'effet de cumul des dommages est un point essentiel à prendre en compte dans les modèles de prévision de durée de vie, en particulier pour des chargements complexes. Il est cependant nécessaire, pour chaque matériau étudié, de réaliser une campagne expérimentale dédiée, afin de déterminer à quel effet de cumul des dommages il obéit. Notons qu'il est nécessaire de réaliser beaucoup d'essais pour étudier ce phénomène : les cas de chargement de niveaux croissants et décroissants sont à étudier et plusieurs essais sont requis pour une même configuration afin de s'affranchir de la variabilité expérimentale.

I.3.2.1.6 Performances résiduelles fatigue-statique

Les essais de performances résiduelles s'attachent à déterminer si le chargement de fatigue a dégradé les propriétés statiques du matériau, en particulier son module et/ou sa contrainte à rupture. La méthode usuelle pour déterminer les performances résiduelles d'une pièce consiste à lui faire subir un certain nombre de cycles de fatigue à un niveau de chargement fixé, puis de réaliser une traction monotone à rupture (figure I.20). La baisse sur la contrainte à rupture obtenue par rapport à un essai quasi-statique monotone à rupture représente la perte de performance résiduelle induite par la fatigue. La notion de cycle est liée à la sollicitation globale (et uniaxiale) au niveau de la structure. Il s'agit ici d'obtenir un niveau d'endommagement après fatigue. Le chargement statique détermine ensuite à quel point il est critique pour la survie de la structure.

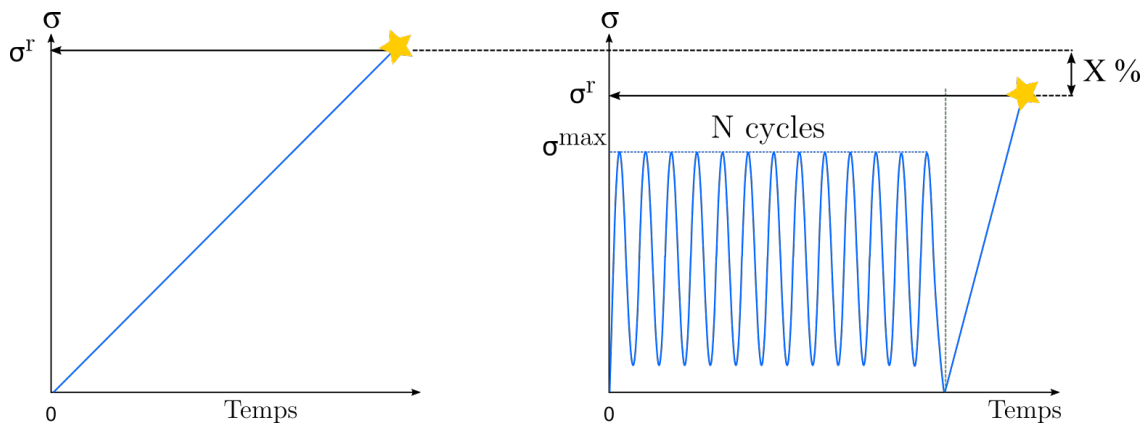


FIGURE I.20 – Représentation d'un chargement statique à rupture (gauche) et de performance résiduelle après fatigue (droite).

Cette information est très importante pour l'industriel. En effet, si le dimensionnement des pièces est réalisé en fatigue, il faut s'assurer qu'après avoir subi N cycles de fatigue, la pièce garde une raideur suffisante pour éviter les problématiques de flambement et pour ne pas générer des reports de charges pouvant modifier le scénario d'endommagement. De plus, la résistance résiduelle doit être supérieure aux contraintes pouvant être rencontrées au cours d'événements exceptionnels (par exemple une rafale de vent ou une ingestion d'oiseau).

En réalisant cet essai fatigue-statique combiné pour un même niveau de chargement σ^{\max} mais pour des nombres de cycles de fatigue différents, il est possible d'obtenir une courbe de résistance résiduelle. La figure I.21 illustre la relation entre la courbe S-N et les performances résiduelles pour deux niveaux de contrainte maximale appliquée différentes.

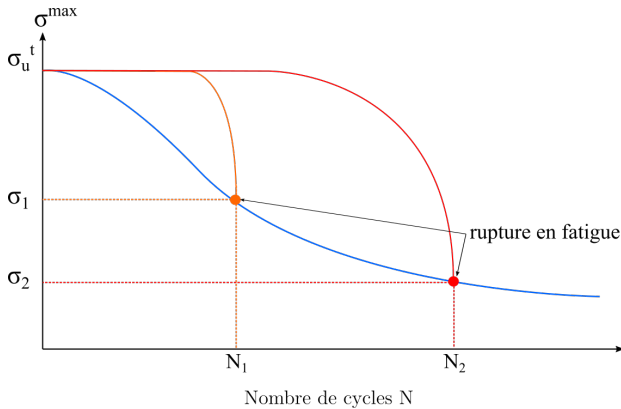


FIGURE I.21 – Courbes de performances résiduelles et lien avec la courbe S-N.

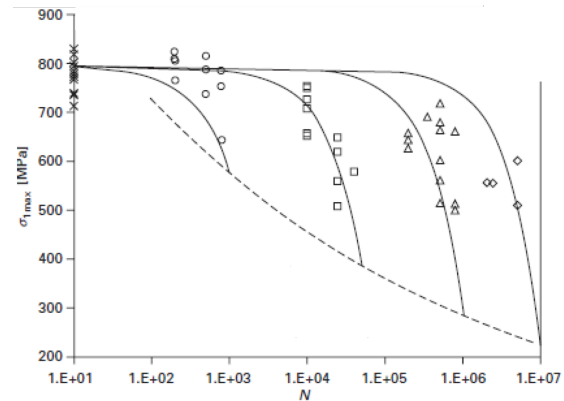


FIGURE I.22 – Données expérimentales de la résistance résiduelle d'un composite stratifié d'UD Verre/Polyester soumis à de la fatigue à $R = 0.1$ [Philippidis and Eliopoulos, 2010].

Ce type d'étude est classiquement réalisé sur les CMO (figure I.22). En revanche, à notre connaissance, peu de publications traitent de ce point pour les composites oxyde/oxyde et de façon parcellaire. En particulier, les études sont alors menées à haute température (à 1200°C), contrairement à ce travail réalisé à température ambiante. Le composite Nextel720/Alumine présente d'excellentes propriétés après fatigue : il n'y a pas de réduction de la résistance en traction après 10^5 cycles de fatigue (domaine traction-traction ou traction-compression) à 1200°C [Ruggles-Wrenn et al., 2006, Lanser and Ruggles-Wrenn, 2015]. Un résultat similaire est donné pour un composite à fibres Nextel610 et une matrice d'aluminosilicate [Zawada et al., 2003]. Cela suggère que les fibres n'ont pas été endommagées durant le chargement de fatigue (la matrice microporeuse dévie encore les fissures). Les légères pertes de raideur observées après fatigue seraient donc liées à de la fissuration matricielle supplémentaire. Ces tendances à haute température seront confrontées aux essais menés à température ambiante dans ces travaux de thèse (*cf.* chapitre III).

I.3.2.1.7 Suivi de l'endommagement

Tous les outils présentés jusqu'ici reposent sur la rupture du composite, au travers du nombre de cycles à rupture ou la contrainte maximale appliquée pour les différentes configurations testées. Cependant, d'autres indicateurs peuvent être utilisés pour définir la perte de fonctionnalité d'une pièce.

Pour les matériaux composites, l'endommagement représente une quantité influant au premier ordre sur la durée de vie. La baisse de la raideur de la pièce, témoignant de la dégradation progressive du matériau, peut alors devenir un critère décisif sur la nécessité de changer la pièce. Les différents outils présentés (courbe S-N, diagramme de Haigh, cumul des dommages) peuvent donc être redéfinis à l'aide d'un critère de rupture en perte de raideur, de module ou d'endommagement maximal.

La méthode la plus classique pour suivre l'évolution de l'endommagement et l'état de dégradation est de suivre l'évolution de la raideur apparente de l'éprouvette. Cette raideur est caractérisée par un module de fatigue, introduit pour la première fois par Hwang [Hwang and Han, 1986]. Il existe différentes méthodes d'estimation du module en fatigue, dont les noms peuvent varier d'une étude à l'autre. Pour clarifier les notations utilisées, les principaux modules sont rappelés dans la suite et illustrés sur la figure I.23.

— Le module d'Young E^0 , aussi appelé module initial ou élastique, correspond graphique-

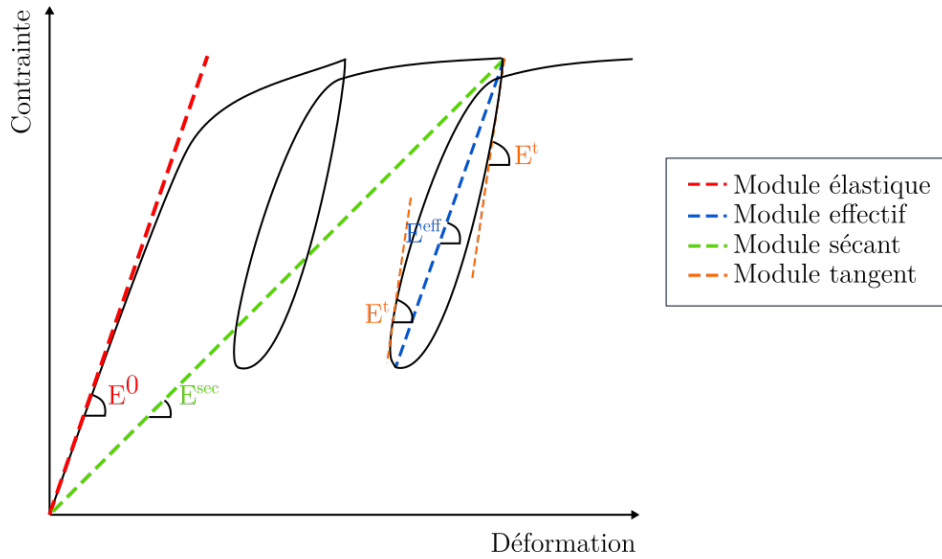


FIGURE I.23 – Définition des différents modules de fatigue

ment à la pente à l'origine de la courbe contrainte/déformation.

- Le module sécant E^{sec} , déjà défini dans la section I.3.1, correspond à la pente de la droite reliant l'origine et la contrainte maximale du cycle. Il se définit avec la contrainte et la déformation maximale de chaque cycle.

$$E^{\text{sec}} = \frac{\sigma^{\text{max}}}{\varepsilon^{\text{max}}} \quad (\text{I.12})$$

- Le module effectif du cycle E^{eff} , encore appelé module apparent ou module crête-crête, correspond au module estimé à l'aide des déformations et contraintes extrémales de chaque cycle. Contrairement au module sécant, il ne caractérise que la baisse de rigidité due à l'endommagement et non due à la présence éventuelle de déformations résiduelles.

$$E^{\text{eff}} = \frac{(\sigma^{\text{max}} - \sigma^{\text{min}})}{(\varepsilon^{\text{max}} - \varepsilon^{\text{min}})} \quad (\text{I.13})$$

- Module tangent E^t en charge ou en décharge : pente de la tangente à l'origine des charges et décharges de chaque cycle de fatigue. Ils sont difficiles à évaluer, expérimentalement et numériquement.

$$E^t = \left. \frac{d\sigma}{d\varepsilon} \right|_{\varepsilon_0} \quad (\text{I.14})$$

Il faut tout de même noter que le matériau étudié présente peu de déformations permanentes dans l'axe des fibres [Guel, 2018], les différentes formulations du module donneront alors des résultats assez semblables. En revanche, elles seront différentes lorsque le matériau présente des déformations résiduelles notables, comme pour les composites oxyde/oxyde sollicités hors des axes principaux [Guel, 2018] ou bien d'autres CMC (SiC/SiC fabriqués par Infiltration par Voie Chimique (CVI) ou C/C) [Cady et al., 1995, Hemon, 2013].

Dans ces travaux, le module effectif est utilisé, notamment pour les comparaisons essais/calculs.

I.3.2.1.8 Autres paramètres influents

Nous avons présenté les paramètres mécaniques influant sur la durée de vie du matériau. Bien sûr, il convient de noter qu'une modification dans le procédé de fabrication, la nature des

composants ou l'architecture (notamment la stratification) du composite a un effet de premier ordre sur le comportement en fatigue.

Sur les CMO, d'autres paramètres se sont avérés influents sur la fatigue. Il convient donc d'examiner leur effet sur les composites oxyde/oxyde.

La fréquence : Pour les CMO, une hausse de la fréquence a un effet néfaste sur la durée de vie, notamment pour des sollicitations hors des axes principaux où le comportement est dominé par la matrice : plus la fréquence augmente, plus la durée de vie du matériau diminue [Pandita et al., 2001]. L'effet de la fréquence est lié à deux phénomènes : la température et le couplage fatigue/fluage [Perreux and Thiébaud, 2003].

Pour les composites oxyde/oxyde, Mall et Ahn montrent qu'une hausse de la fréquence (entre 1 et 900 Hz) à l'ambiante et sous air augmente la durée de vie [Mall and Ahn, 2008]. Cet effet est d'autant plus important que le chargement est faible. Pour le composite qu'ils ont étudié, à savoir un composite Nextel720/Alumine, l'auto-échauffement entre 1 et 100 Hz reste faible (5°C). Cependant à 1200°C, la fréquence ne semble plus avoir d'impact majeur sur la durée de vie [Ruggles-Wrenn et al., 2008a].

Dans notre étude, l'effet de la fréquence sur la durée de vie n'est donc pas considéré (les essais de fatigue ont été réalisés à 5 ou 10 Hz).

La température : Les CMO voient la rigidité de leurs matrices chuter lorsque la température s'approche ou dépasse leur température de transition vitreuse. Pour une même sollicitation, la durée de vie chute donc lorsque la température augmente.

Dans le cas du composite oxyde de cette étude, ce phénomène est bien moins marqué. Les contraintes résiduelles sont dues au procédé de fabrication et conduisent à des fissures de retrait (*cf.* section I.2). De plus, Di Salvo a observé que la résistance en fatigue oligocyclique sous air de composites Nextel720/alumine augmente avec la température (entre 20 et 1200°C) [Di Salvo et al., 2015]. Il note également que la zone de rupture, avec une présence accrue d'arrachement des fibres, est plus étendue à haute température qu'à l'ambiante. Cela laisse penser que les contraintes internes sont relâchées à haute température, améliorant les propriétés en fatigue des composites oxyde/oxyde. Les bonnes propriétés en fatigue des composites oxyde/oxyde sont maintenues sur une grande plage de température. Cependant, pour des températures supérieures, la résistance en fatigue chute très rapidement à cause du frittage de la matrice [Keller et al., 2005].

Dans cette étude, le matériau est considéré insensible à la température sous les 800°C, c'est pourquoi l'ensemble des essais a été effectué à l'ambiante.

L'humidité : Perreux et al. ont montré l'effet de l'humidité et de la composition de l'atmosphère sur les CMO en immergeant des stratifiés verre/époxy dans l'eau pendant différentes durées. L'humidité diminue la durée de vie à cause de la dégradation par vieillissement [Perreux and Thiébaud, 2003].

Ruggles-Wrenn [Ruggles-Wrenn et al., 2006] montre qu'à 1200°C, la vapeur d'eau dégrade les performances de tenue à la fatigue des composites oxyde/oxyde, tant en terme de durée de vie que de module. Aucune étude n'a cependant été trouvée sur ce sujet pour des températures inférieures à 1000°C.

Le composite, étant résistant à l'oxydation par nature, est donc considéré insensible à l'humidité dans la gamme de température considérée (<800°C).

Dans les conditions de fonctionnement envisagées pour le composite oxyde/oxyde étudié, les paramètres décrits ne semblent pas avoir d'impact majeur sur la tenue en fatigue. Aussi, ils ne seront pas pris en compte dans ces travaux, qui se focalisent sur des essais mécaniques (effet du chargement appliqué) à température ambiante et sous air.

I.3.2.2 Sous chargement multiaxial

L'ensemble des notions de fatigue expliquées jusqu'ici est fondé sur la définition d'un cycle de chargement. Pour un chargement uniaxial cyclique, il est très aisé de définir un cycle (σ^{\max} , R). Dès lors que le chargement se complexifie, la notion de cycle peut déjà s'avérer caduque. Néanmoins, pour un chargement aléatoire répété, on peut définir un cycle élémentaire correspondant au motif répété au cours du chargement. Cependant, les outils d'analyse présentés jusqu'ici ne peuvent pas s'appliquer à de tels chargement, à cause de l'absence de définition, entre autres, du rapport de charge.

Pour des chargements multiaxiaux, cette définition est bien moins évidente : comment transférer ces notions sur des chargements 3D d'amplitude variable? Dans le cas des matériaux composites, matériaux fortement anisotropes, la direction de la sollicitation est d'une importance majeure sur l'évolution de l'endommagement. Ainsi le chargement est appelé multiaxial lorsque deux composantes du tenseur de contrainte sont non nulles. En considérant un tel état local de contraintes, il est possible de définir différents types de chargements :

- des chargements cycliques de fréquence identique. Ils peuvent être en phase, proportionnels (figure I.24a), ou déphasés lorsque leurs extremums ne sont pas atteints en même temps (figure I.24b). La notion de cycle, définie pour un signal uniaxial, est alors directement applicable. Il est possible de considérer un indicateur scalaire, rendant compte de l'état multiaxial du chargement, comme la contrainte de Von Mises ou bien des forces thermodynamique, dont l'évolution est cyclique (il est possible de définir une valeur maximale et un rapport de charge).
- des chargements cycliques de fréquences différentes. Si le ratio des fréquences est un nombre rationnel, alors il est possible de trouver un motif de plus longue durée, répété périodiquement, qui définira un « cycle » équivalent (figure I.24c). Dans le cas contraire (figure I.24d), la notion de cycle n'existe pas. Sans notion de cycle, comment définir un nombre de cycle à rupture ou plus simplement un rapport de charge ?
- des chargements non périodiques, d'amplitude et de fréquence variables ou qui sont tout simplement aléatoires. Dans ce cas, la notion de cycle n'a pas non plus de sens, puisque le chargement ne se répète pas au cours du temps, même composante par composante.

Ainsi, les notions de cycle et de rapport de charge sont des notions initialement uniaxiales, qui ne peuvent pas toujours s'appliquer à des chargements multiaxiaux.

La multiaxialité du chargement a plusieurs causes possibles. D'une part, la sollicitation globale appliquée à la structure peut être multiaxiale (par exemple une éprouvette cruciforme soumise à une traction biaxiale). D'autre part, une sollicitation globale uniaxiale peut engendrer des états locaux de contraintes multiaxiales. Duboquet illustre, sur des éprouvettes entaillées en composites stratifiés, la multiaxialité induite par une sollicitation globale uniaxiale [Duboquet, 2018]. Le chargement local diffère de la sollicitation globale de par son intensité (concentration ou gradient de contrainte possible, reports de charge au sein de la structure), sa direction (le tenseur de contrainte est multiaxial) et sa consigne temporelle (si le comportement est sensible aux effets de vitesse). Pour une structure, dans le cas général, l'état local de contrainte est donc multiaxial, quelque soit la sollicitation structurale, et la notion de cycle est *a priori* perdue au niveau local.

Pour déterminer la durée de vie de pièces composites, des modèles de comportement, basés sur la mécanique de l'endommagement, sont souvent utilisés (cf section II.1.2). Les lois de fatigue sont écrites au niveau local mais font parfois appel à des grandeurs structurales comme le nombre de cycles ou le rapport de charge, dont le sens n'est pas valable à cette échelle. Duboquet liste même dans ses travaux les conditions à remplir pour pouvoir utiliser la mécanique de l'endommagement pour des problèmes de fatigue structurale [Duboquet, 2018].

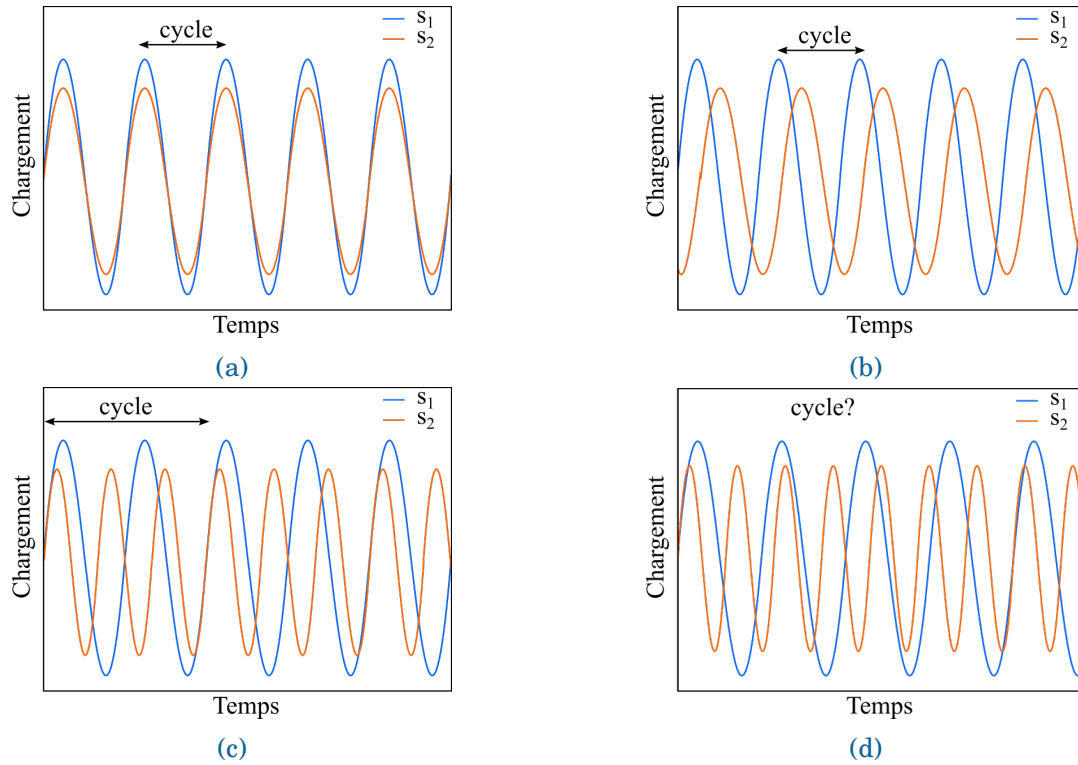


FIGURE I.24 – Sollicitations multiaxiales où les composantes s_1 et s_2 ont : (a) la même période et sont en phase, (b) ont la même période et sont déphasées, (c) ont des périodes différentes, dont le rapport donne un nombre rationnel (d) ont des périodes différentes et dont le rapport est un nombre irrationnel

Dans ces travaux de thèse portant sur le calcul de structure, il convient donc de porter attention à la validité des quantités manipulées (notamment de cycle et de rapport de charge) et de les définir avec précaution.

I.4 Conclusion

Ce chapitre a présenté le matériau oxyde/oxyde considéré ainsi que ses spécificités vis-à-vis des chargements mécaniques. En particulier, il n'est pas sensible aux effets de la température et de l'environnement dans les conditions d'application visées. L'endommagement peut donc être considéré comme la seule source de non-linéarité de son comportement. Un scénario d'endommagement, basé sur des travaux précédents menés sur des composites oxyde/oxyde en quasi-statique, a également été proposé.

Les notions clés de statique et de fatigue ont été rappelées. Il convient d'insister sur le fait que les méthodes d'analyse des essais de fatigue reposent majoritairement sur la notion de cycle de fatigue. Or, il peut être difficile de définir un cycle de chargement au niveau local, en particulier pour du calcul de structure où l'état local des contraintes est multiaxial.

En vue de prévoir la durée de vie de structures composites soumises à des chargements réels, il est donc nécessaire de proposer un modèle de prévision de durée de vie ne nécessitant pas la définition d'un cycle. Le chapitre suivant s'attache à présenter le modèle utilisé pour répondre à cette problématique.

Première partie

**Étude du matériau composite
oxyde/oxyde**

CHAPITRE II

MISE EN PLACE D'UN MODÈLE MATÉRIAU DE PRÉVISION DE DURÉE DE VIE

L'objet de ce chapitre est de décrire le modèle matériau proposé dans cette thèse. Un rapide état de l'art sur les différents modèles de prévision de durée de vie est mené afin de mettre en avant les spécificités du modèle utilisé. Ce dernier permet de déterminer la durée et vie et/ou les propriétés résiduelles des composites oxyde/oxyde sous des chargements complexes de statique et de fatigue. Il s'agit d'un modèle d'endommagement continu utilisant un formalisme incrémental. Ce chapitre décrit les phénomènes physiques pris en compte dans ce modèle et passe en revue l'ensemble des équations, en insistant sur les points spécifiques.

Sommaire

Introduction	43
II.1 État de l'art des modèles de prévision de durée de vie	45
II.1.1 Modèles d'endommagement statiques	45
II.1.1.1 Modèles à densité de fissures	45
II.1.1.2 Modèles à variables d'effet	46
II.1.1.2.1 Modèles à variables d'effet tensorielles	46
II.1.1.2.2 Modèles à variables d'effet scalaires	47
II.1.2 Modèles d'estimation de la durée de vie en fatigue	49
II.1.2.1 Modèles sous chargements cycliques : modèles en nombre de cycles	49
II.1.2.1.1 Modèle en nombre de cycles à relation d'endommagement modifiée en fatigue	49
II.1.2.1.2 Modèle en nombre de cycles à deux relations d'endommagement	50
II.1.2.2 Modèles sous chargements complexes	52
II.1.2.2.1 Méthodes de comptage de cycles : méthode Rainflow	52
II.1.2.2.2 Modèles d'endommagement incrémentaux	54
II.2 Description générale du modèle proposé	57
II.3 Endommagement de la matrice	58

II.3.1	Seuil de l'endommagement, forces motrices et déformations équivalentes	58
II.3.2	Caractère unilatéral des dommages et définition des tenseurs d'effets	60
II.3.3	Relation d'évolution de l'endommagement matriciel	63
II.4	Déformations résiduelles	67
II.4.1	Déformations résiduelles de ODM-CMO	67
II.4.2	Déformations résiduelles de ODM-CMO	68
II.5	Effet de contrainte moyenne	71
II.5.1	Cahier des charges	72
II.5.2	Moyenne évolutive de Angrand	72
II.5.3	Versions alternatives	74
II.5.3.1	Moyenne exponentielle	75
II.5.3.2	Moyenne mixte	76
II.5.4	Effet du choix de la moyenne sur le cumul des dommages	77
II.5.5	Conclusions	82
II.6	Critère de rupture	84
II.7	Implémentation à l'échelle matériau	86
II.8	Conclusions	89

Introduction

Dans le milieu industriel, le dimensionnement en fatigue des pièces composites repose majoritairement sur des approches empiriques, dérivées des méthodes développées pour les matériaux métalliques. Une méthode fréquemment utilisée consiste à ne pas tolérer d'endommagement en fatigue. Des outils simples, basés sur les concepts de fatigue présentés dans le chapitre I (courbes S-N, diagrammes de Haigh, règle de Miner entre autres), sont alors utilisés pour vérifier que les contraintes générées par les sollicitations mécaniques sont inférieures à la limite d'endurance du matériau en tout point de la structure. Ces méthodes nécessitent des campagnes expérimentales importantes et coûteuses, qui dépendent à la fois des sollicitations imposées et de la géométrie de la pièce testée. Ces approches peuvent alors montrer rapidement leurs limites dans une optique de pré-dimensionnement, lorsque la géométrie ou l'empilement du composite stratifié ne sont pas encore fixés. Enfin, il s'agit d'outils, développés initialement pour des matériaux métalliques, qui ne sont pas adaptés aux spécificités et aux mécanismes d'endommagement des matériaux composites, pour lesquels l'endommagement débute dès les premières sollicitations. Il convient donc plutôt de chercher à suivre l'évolution de l'endommagement et des propriétés résiduelles du matériau au cours de la vie de la pièce composite.

Pour décrire au mieux les phénomènes physiques, il semble donc plus intéressant de se tourner vers des modèles d'endommagement progressif, permettant une approche locale, basée sur les mécanismes de dégradation du composite. Deux approches sont distinguées en fonction des dimensions et de la morphologie des endommagements. S'ils sont de l'ordre de grandeur du Volume Élémentaire Représentatif (VER), les modèles s'inscrivent généralement dans le cadre de la Mécanique de la Rupture. Ces modèles permettent d'étudier l'initiation et la propagation des délaminages, que l'on rencontre dans les composites oxyde/oxyde à des hauts niveaux de contraintes. Au contraire, lorsqu'il s'agit de fissuration diffuse (de dimensions inférieures), les approches privilégiées reposent sur la Mécanique de l'Endommagement Continu [Thionnet et al., 2004]. A des niveaux de contraintes représentatifs des conditions en service des pièces industrielles, le composite oxyde/oxyde étudié présente de la fissuration matricielle dans le plan. Ces endommagements étant de petite dimension, l'approche privilégiée dans ces travaux de thèse s'inscrit dans le cadre de la Mécanique de l'Endommagement Continu. Les modèles doivent être en mesure de décrire le comportement non-linéaire des matériaux composites, soumis à des chargements quasi-statiques et/ou de fatigue, afin de prévoir l'apparition et l'évolution des dommages et de s'assurer qu'ils n'atteignent pas un niveau critique provoquant une perte de fonctionnalité de la structure (par exemple une perte de raideur trop importante ou une perte d'intégrité due à la rupture de torons de fibres induite par les reports de charges).

Des modèles d'endommagement ont été proposés aux différentes échelles des composites, décrites au chapitre I. A l'échelle du stratifié, le matériau est considéré homogène, sans distinction entre les différents plis. Bien que les calculs à l'échelle de la structure soient aisés, il n'est pas possible de prendre en considération l'effet de la séquence d'empilement sur la réponse du matériau. A l'inverse, les modèles à l'échelle mésoscopique représentent fidèlement la structure et son anisotropie en distinguant les torons de fibres et la matrice dans chaque pli. Ils sont néanmoins complexes à mettre en œuvre sur des structures de grande ampleur, de part l'important coût de calcul requis. La prise en compte d'effet de l'empilement offre des possibilités en terme d'optimisation des structures. C'est pourquoi l'échelle intermédiaire du pli tissé est privilégiée, puisque, tout en prenant en compte l'anisotropie du matériau induite par la stratification, les temps de calcul restent raisonnables sur des structures représentatives des problématiques industrielles.

Ces travaux de thèse s'attachent donc à proposer un modèle d'endommagement progressif,

qui puisse déterminer le comportement, la tenue et la durée de vie de structures composites soumises à des chargements complexes, représentatifs de sollicitations réelles, afin d'aider au pré-dimensionnement de structures composites. Ce chapitre débute par une revue bibliographique des principaux modèles d'endommagement existants –il s'agit souvent de modèles initialement dédiés aux sollicitations statiques– et des possibilités pour les adapter au calcul de tenue et de durée de vie. La connaissance de ces différentes approches nous permet ensuite de proposer un modèle, décrivant le comportement des composites oxyde/oxyde sous chargements statiques et de fatigue complexe. Enfin, les choix d'implémentation, guidés par la rapidité d'exécution du calcul, seront présentés et discutés.

II.1 État de l'art des modèles de prévision de durée de vie

Cette section décrit différents modèles d'endommagement progressifs permettant de déterminer la durée de vie d'un matériau composite. Elle se focalise sur les modèles à l'échelle du pli, basés sur la mécanique de l'endommagement. Une première partie décrit les modèles d'endommagement dédiés aux chargements statiques. Une seconde partie détaille ensuite les modèles de prévision de durée de vie en fatigue. Le but étant de déterminer à la fois les performances résiduelles et la durée de vie en fatigue, seuls les modèles unifiés de fatigue cohérents avec les modèles statiques seront présentés. Au sein de ces modèles de fatigue, une distinction est faite entre les modèles en nombre de cycles dédiés aux chargements cycliques et les modèles pour chargements complexes.

II.1.1 Modèles d'endommagement statiques

Les approches basées sur la mécanique de l'endommagement introduisent des variables pour représenter l'état d'endommagement du matériau. Ce type de modèle considère le pli du composite comme homogène et fait abstraction de l'architecture du composite. Dans la littérature des modèles dédiés aux matériaux composites soumis à des chargements quasi-statiques, deux approches sont distinguées : les modèles à densité de fissures et les modèles d'endommagement à variables d'effet. Dans les premiers, les variables décrivent les endommagements physiques (taille, densité et direction des fissures); dans les seconds, les variables décrivent les effets de ces endommagements sur le comportement macroscopique du matériau.

II.1.1.1 Modèles à densité de fissures

Ces modèles mettent l'accent sur l'état physique du matériau et s'attachent à représenter les endommagements observés expérimentalement. Ils permettent ainsi de décrire l'évolution des densités de fissures ou des tailles des zones endommagées au cours du chargement. Les mécanismes d'endommagement doivent donc être connus précisément.

Ce type d'approche a été étudié dans la littérature, pour plusieurs types de renforts, mais en particulier pour les stratifiés de plis UD. En effet, les mécanismes d'endommagement des stratifiés UD sous chargements quasi-statiques ont fait l'objet de nombreuses études et sont connus avec précision. Cette microstructure induit une propagation fissures matricielles sur toute la longueur des plis, parallèlement aux fibres, jusqu'au bord de l'éprouvette. Elles sont alors facilement observables, par exemple par balayage au microscope optique sur la tranche de l'éprouvette (figure II.1). Il est, par conséquent, possible de déduire la densité de fissures associée, par comptage des fissures.

Plusieurs modèles, basés sur la mécanique de l'endommagement continu, s'attachent à prévoir les densités de fissures et le taux de délaminage associé [Lubineau, 2002, Ladeveze and Lubineau, 2002, Berthelot, 2003, Huchette, 2005, Laurin et al., 2013]. Leur implémentation dans un code EF est aisée, mais leur identification peut s'avérer complexe. Talreja, puis Thionnet et Renard [Thionnet and Renard, 1993], considèrent une approche directionnelle de l'endommagement. Leur modèle prend en compte les différents modes de chargement et s'intéresse en particulier à la fissuration intra-laminaire. Ils décrivent ainsi l'état d'endommagement par un vecteur caractérisant la densité et la direction du réseau de fissures.

Cette approche par densité de fissures est, de plus, moins utilisée pour les stratifiés de plis tissés, les mécanismes d'endommagement des tissées étant plus complexes que ceux des

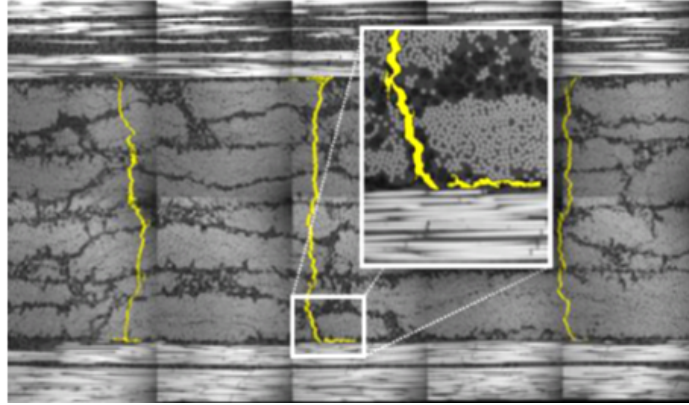


FIGURE II.1 – Fissures transverses et microdélaminages observées par microscope optique sur chant d'une éprouvette stratifiée CMO T700/M21 [Huchette, 2005].

stratifiés UD. Les endommagements observés sur le chant des éprouvettes tissés peuvent, en effet, être différents de ceux à cœur, rendant l'identification du modèle plus difficile. Couegnat [Couegnat, 2008] a néanmoins proposé un modèle dédié aux composites tissés 3D (constitué d'un seul pli) basé sur les densités de fissures. Sa méthode repose sur un procédé multi-échelle : il enrichit le comportement super-macroscopique du matériau avec des résultats obtenus par calcul EF à l'échelle mésoscopique. Notons que, les méthodes de comptage de fissures sont rarement appliquées aux CMC, les fissures matricielles étant très petites à la différence des CMO. Cette approche est donc très peu utilisée pour les CMC.

II.1.1.2 Modèles à variables d'effet

Dans les modèles à variables d'effet, les variables d'endommagement ne traduisent pas directement l'état physique du matériau mais l'effet de l'endommagement sur le comportement du pli (elles affectent la souplesse ou la rigidité effective du pli). Ce type de modèle est aisément appliqué à un calcul de structure par EF, à l'aide de relations de comportement et d'endommagement.

Le choix des variables d'endommagement est piloté par les mécanismes d'endommagement observés, et leurs effets sur le comportement. Les endommagements des Composites à Matrice Céramique thermostructuraux peuvent être, soit orientés par la microstructure –c'est le cas des composites oxyde/oxyde– soit orientés par le chargement, comme pour les composites SiC/SiC (figure II.2). Dans le premier cas, l'orientation de l'endommagement est connue et fixe, des variables d'endommagement scalaires sont alors suffisantes pour bien décrire l'endommagement [Chaboche and Maire, 2002]. Dans le second cas, il est nécessaire d'insérer une information relative à la direction de l'endommagement (et du chargement) au sein des variables d'endommagement, il convient alors d'utiliser des variables tensorielles.

II.1.1.2.1 Modèles à variables d'effet tensorielles

Lorsque l'endommagement n'est pas orienté par la microstructure mais par le chargement, les variables d'endommagement doivent être tensorielles, d'ordre 2 ou 4 pour décrire correctement l'anisotropie du matériau [Chaboche, 1979, Maire and Chaboche, 1997].

Ainsi Talreja [Talreja, 1991] propose un modèle qui rend compte des endommagements observés dans des CMC unidirectionnels, à savoir des fissures matricielles, des décohésions fibre/matrice et des glissements à l'interface fibre/matrice. Ces dommages sont caractérisés par une combinaison de variables tensorielles d'ordre 2.

Pour rendre compte de l'effet directionnel des fissures dans les CMC, une autre approche,

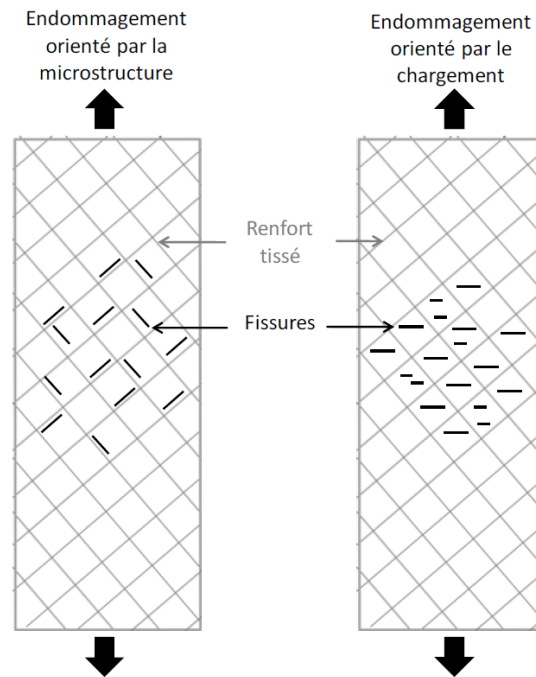


FIGURE II.2 – Schéma représentatif de l'orientation des endommagements lorsqu'elle est pilotée par la microstructure (gauche) ou le chargement (à droite), pour des essais dans la direction $\pm 45^\circ$ [Ben Ramdane, 2014].

développée par Ladeveze [Ladeveze, 2002], consiste à décrire l'endommagement par des tenseurs d'ordre 4, qui ont la même symétrie que le tenseur de souplesse. Néanmoins, une difficulté quant à l'identification des paramètres du modèle a rapidement été soulevée : le modèle rendant compte à la fois du caractère unilatéral des dommages et leur anisotropie, réaliser uniquement des essais uniaxiaux monotones à rupture se révèle insuffisant pour identifier l'ensemble des paramètres [Gasser et al., 1996, Baranger, 2017].

Dans le cas des CMC SiC/SiC et C/SiC constitués de plis tissés 2D, Maire et Chaboche [Chaboche and Maire, 2002, Maire and Chaboche, 1997] ont une approche mixte : ils utilisent un tenseur des effets d'ordre 4 pour rendre compte de l'effet de l'endommagement sur le comportement du matériau et se limitent à une description de l'endommagement avec des variables scalaires et un tenseur d'ordre 2.

II.1.1.2.2 Modèles à variables d'effet scalaires

De nombreux modèles à variables d'effet scalaires ont été développés pour les CMO à l'échelle des plis, considérés orthotropes. De par le contraste de propriétés matériaux entre les constituants, l'orientation des fissures est pilotée par la microstructure et l'endommagement est décrit au travers de variables scalaires. L'ensemble des modèles présentés rendent compte du caractère unilatéral des dommages.

Pour les stratifiés UD, citons en particulier le « méso-modèle d'endommagement pour stratifiés » [Ladeveze and Le Dantec, 1992] et le modèle Onera Progressive Failure Model [Laurin et al., 2007]. Les variables d'endommagement définissent des pertes de rigidité associées aux mécanismes d'endommagement des stratifiés UD, c'est-à-dire la rupture de fibres longitudinales (endommagement dans la direction longitudinale), la fissuration matricielle (endommagement dans la direction transverse) et le délaminage entre les plis. Certains modèles se restreignent à une approche 2D en utilisant une hypothèse de contraintes planes [Maimi et al.,

2007], ne prenant alors pas en compte les phénomènes 3D comme le délaminage.

Afin d'être applicable aux stratifiés de plis tissés, le méso-modèle a été adapté au cas des tissés 2D équilibrés par le LMA-Marseille [Hochard et al., 2001], puis généralisé à tous les tissés 2D, même déséquilibrés [Thollon and Hochard, 2009]. Cette dernière extension considère le comportement du pli tissé comme équivalent à celui d'un stratifié UD $[0^\circ/90^\circ]$ dont les épaisseurs de plis correspondent au ratio chaîne/trame (figure II.3), le modèle du pli UD équivalent étant basé sur le méso-modèle du LMT-Cachan.

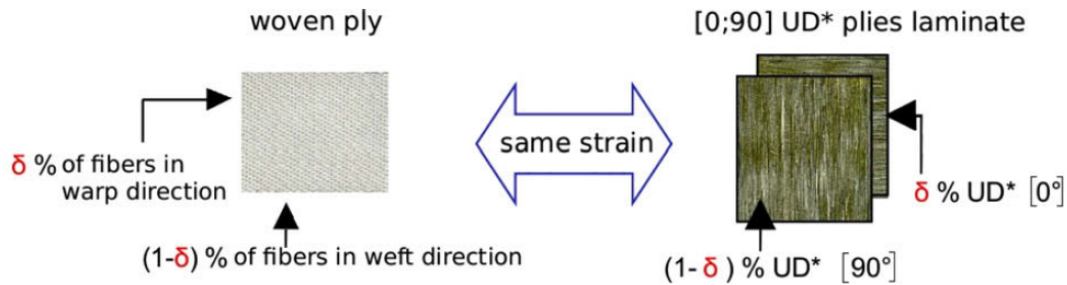


FIGURE II.3 – Généralisation du méso-modèle UD à des tissés 2D [Thollon and Hochard, 2009]

Les trois variables d'endommagement retranscrivent les pertes progressives des modules longitudinal (d_1), transverse (d_2) et de cisaillement (d_{12}). Le domaine d'application de ces modèles est restreint aux composites de faible épaisseur dans lesquels il n'y a pas de délaminage, puisque l'hypothèse de contraintes planes est utilisée. De plus, la première rupture de pli en mode fibre est considérée catastrophique, menant à la ruine du stratifié et de la structure.

Un modèle à variables d'effet a également été développé pour les composites tissés 3D : le modèle Onera Damage Model pour les CMO (ODM-CMO) développé à l'Onera [Marcin, 2010]. Afin d'être en mesure de déterminer le comportement d'une structure jusqu'à sa ruine, des variables scalaires d'endommagement matriciel plan et hors-plan (d_1 , d_2 et d_3) et de rupture des torons (D_1^f et D_2^f) ont été introduites. Elles sont gouvernées par des forces motrices différentes des forces thermodynamiques dérivant du potentiel thermodynamique (le modèle ODM-CMO est donc inscrit dans un cadre thermodynamique dit non standard). L'endommagement a un effet sur les propriétés mécaniques du composite, en particulier augmentant certaines composantes du tenseur des souplesses effectives. Afin de rendre compte de l'anisotropie du matériau, cet effet est retranscrit à l'aide de tenseurs d'effet d'ordre 4. Il a également été étendu à des sollicitations de fatigue par [Rakotoarisoa, 2013] pour les CMO (modèle ODM-CMO_f, dont une description plus détaillée sera réalisée dans la partie II.1.2.1 consacrée aux modèles de prévision de durée de vie en fatigue).

Sur les composites stratifiés oxyde/oxyde, en majorité composés de plis tissés 2D, les fissures dues à la charge mécanique sont peu visibles [Ben Ramdane, 2014]. Le recours au MEB ou à la tomographie est nécessaire pour suivre l'évolution de la fissuration ([Guel, 2018, Ben Ramdane et al., 2017]), ce qui complexifie significativement le déroulement des essais et la procédure d'identification. Il est donc très difficile de mesurer une densité de fissures. Cette remarque nous amène à privilégier des modèles à variables d'effet pour cette étude. Ce type de modèle requiert, en effet, pour son identification des variables plus facile à mesurer, comme la perte de module au cours de l'essai (*cf.* section I.3.2.1.7). De plus, les observations montrent que les fissures matricielles sont orientées dans la direction des torons : l'endommagement est orienté par la microstructure. Ceci nous conduit à l'utilisation de modèles à variables d'effet scalaires puisque la direction des fissures est déjà connue. L'Onera a

d'ailleurs adapté le modèle ODM-CMO aux composites oxyde/oxyde (modèle ODM-ox/ox) dans les travaux de Ben Ramdane [Ben Ramdane, 2014].

II.1.2 Modèles d'estimation de la durée de vie en fatigue

Bien qu'il existe plusieurs approches possibles (le lecteur est invité à se référer à la revue détaillée [Degrieck and Van Paepegem, 2001]), l'étude bibliographique est restreinte aux modèles d'endommagement progressif basés sur un modèle statique (section II.1.1). Cela permet, en effet, d'assurer la continuité et la redistribution des contraintes entre les deux types de chargements. De plus, cela permet de prévoir les performances résiduelles de la structure étudiée. Pour modéliser le comportement des composites en fatigue, les mécanismes d'endommagement mis en jeu lors de chargements statiques et de fatigue sont classiquement supposés les mêmes [Henry, 2013, Caous, 2017, Rakotoarisoa, 2013, Angrand, 2016, Thionnet et al., 2002, Renard, 2010].

Dans cette revue bibliographique sur les modèles de prévision de durée de vie en fatigue, les modèles seront classés en fonction des chargements qu'ils sont capables de prendre en compte. Seront distingués dans un premier temps les modèles dits en nombre de cycles, où l'évolution de l'endommagement dépend du nombre de cycles. Les chargements pris en compte sont alors nécessairement cycliques. Dans un second temps, des modèles permettant de prendre en compte des chargements plus complexes sont présentés. On entend, dans toute la suite, par chargement complexe, un chargement aléatoire répété ou totalement aléatoire, possiblement multiaxial (*cf.* section I.3.2.1.1). Citons en particulier dans cette deuxième catégorie, les modèles dits incrémentaux ou temporels, qui s'affranchissent de la notion de cycle. Bien que nos travaux se focalisent sur les matériaux composites, quelques méthodes dédiées aux matériaux métalliques seront également mentionnées, notamment au sujet des modèles incrémentaux.

II.1.2.1 Modèles sous chargements cycliques : modèles en nombre de cycles

Les modèles en nombre de cycles permettent de déterminer le comportement en fatigue sous sollicitations cycliques. Ces chargements peuvent être d'amplitude constante à un ou plusieurs niveaux de chargement. Le comportement de la structure est déterminé après chaque cycle, mais son évolution au cours d'un cycle ne peut pas être décrite.

On recense dans la littérature deux méthodes possibles pour étendre un modèle d'endommagement statique à des sollicitations de fatigue. La première consiste à faire dépendre les paramètres statiques régissant la loi d'évolution de l'endommagement en fonction des paramètres du chargement de fatigue. La seconde méthode utilise deux relations différentes pour décrire les évolutions de l'endommagement en statique et en fatigue.

II.1.2.1.1 Modèle en nombre de cycles à relation d'endommagement modifiée en fatigue

Certains auteurs font dépendre les paramètres matériau de la loi d'évolution en fonction du nombre de cycles et des paramètres du chargement [Thionnet, 1991, Revest, 2011, Duboquet, 2018, Carraro et al., 2017]. Par exemple, un modèle à densité de fissures pour les stratifiés d'UD, soumis à des chargements statiques et de fatigue, a été proposé par Thionnet en 2D [Thionnet et al., 2002], puis étendu en 3D par Revest [Revest, 2011]. Détaillons ce modèle statique afin d'illustrer son extension à la fatigue. Une variable scalaire α , reliée à une densité de fissure normalisée du pli, décrit l'état d'endommagement et quantifie le niveau de fissuration atteint. Son évolution est conditionnée au respect du critère en énergie : $c(\varepsilon, \alpha, m, r) = A^c(\alpha, m, r) - A(\varepsilon, \alpha, m, r) \leq 0$, où (m, r) sont des variables tenant compte de

la géométrie des fissures et du fait que l'énergie nécessaire à la fissuration dépend du mode de chargement. La variable A^c représente le seuil d'endommagement. La relation d'évolution de l'endommagement dépend donc de ce seuil. Il est fonction de paramètres intrinsèques du matériau (à identifier avec des données expérimentales) et du niveau d'endommagement α (équation (II.1)).

$$A^c(\alpha, m, r) = -b(m, r) \exp \left(\frac{\ln \left[-\ln \left(1 - \frac{\alpha}{c(m,r)} \right) \right]}{a(m, r)} \right) \quad (\text{II.1})$$

Lors du passage en fatigue, seule la fonction seuil est modifiée : sa forme est conservée mais ses paramètres (a, b, c) dépendent alors également des caractéristiques du chargement de fatigue (le nombre de cycles N , le rapport de charge local R , la fréquence f).

$$A^c(\alpha, m, r, N, R, f) = -b(m, r, N, R, f) \exp \left(\frac{\ln \left[-\ln \left(1 - \frac{\alpha}{c(m,r,N,R,f)} \right) \right]}{a(m, r, N, R, f)} \right) \quad (\text{II.2})$$

Lorsque $N = 0$, le seuil est le seuil statique, il existe donc un unique seuil critique, valable en statique et en fatigue. L'évolution de l'endommagement est possible en fatigue car le seuil critique décroît avec le nombre de cycles N . Les auteurs montrent également qu'il leur est possible de prendre en compte l'influence de l'ordre d'apparition des niveaux de chargement sur le cumul des dommages [Thionnet et al., 2002, Revest, 2011].

Toutefois ce modèle peut être complexe à identifier, notamment en ce qui concerne l'expression du seuil d'endommagement. Il est nécessaire de réaliser des essais sur différents empilements [Revest, 2011], de déterminer les densités de fissures à plusieurs instants au cours du chargement, pour ensuite trouver les paramètres par comparaison essais/calculs. En fatigue, il y a en outre plusieurs seuils à identifier (pour différents nombre de cycles). Cela nécessite donc une instrumentation dédiée, obligeant à stopper ou ralentir l'essai le temps de la prise d'images.

L'approche développée par Revest est élégante avec une base énergétique forte, qui s'applique également à des cas de chargement 3D. Toutefois, en pratique, la principale difficulté s'avère d'identifier les paramètres a, b et c pour toutes les multiaxialités locales, décrites par les paramètres (r, N, R, f), rencontrées au cours du chargement 3D. Cela nécessite un très grand nombre de données expérimentales, qui sont rarement disponibles pour les composites. Ce modèle ne nous semble alors pas transférable dans les bureaux d'études, dans la mesure où le coût et la durée de l'identification du modèle sont très élevés.

II.1.2.1.2 Modèle en nombre de cycles à deux relations d'endommagement

Cette famille de modèles contient majoritairement des modèles à variables d'effet. Des lois de fatigue ont été proposées pour différentes architectures de composites. Les phénomènes statiques et de fatigue sont découplés. Les paramètres qui régissent les équations d'évolution, exprimées comme des taux d'incrément d'endommagement par cycle, sont différents. La cinétique d'évolution de l'endommagement en fatigue est généralement plus lente que celle en statique.

Pour les composites stratifiés UD, citons par exemple le modèle de fatigue développé au LMA-Marseille [Payan and Hochard, 2002], qui étend le méso-modèle du LMT-Cachan. L'impact des décohésions fibres-matrice et du délaminage est pris en compte à l'aide de deux variables d'endommagement d' , pour la dégradation du module d'Young transverse, et d , pour la dégradation du module de cisaillement. Lors de sollicitations cycliques, une contribution due à la fatigue d^{fat} est superposée à l'endommagement dû à des chargements monotones d^{mon} :

$$d = d^{\text{mon}} + d^{\text{fat}}, \quad d' = d'^{\text{mon}} + d'^{\text{fat}}. \quad (\text{II.3})$$

La même hypothèse de cumul des contributions est effectuée dans la thèse de Caous, pour le calcul de structures éoliennes [Caous, 2017].

Les modèles présentés dans [Hochard et al., 2006, Hochard and Thollon, 2010] sont des extensions des modèles statiques pour les stratifiés de plis tissés [Hochard et al., 2001, Thollon and Hochard, 2009], présentés dans la section II.1.1.2. La relation d'endommagement en fatigue, reportée dans l'équation (II.4) et formulée à l'aide des forces thermodynamiques Y , dépend à la fois du chargement maximal (comme dans [Payan and Hochard, 2002]) et de l'amplitude du chargement.

$$\frac{\delta d^{\text{fat}}}{\delta N} = c \left\langle \left(\sqrt{Y_{\text{max}}} - \sqrt{Y_{\text{min}}} \right)^\alpha \cdot \left(\sqrt{Y_{\text{max}}} \right)^\beta - Y_{0f} \right\rangle_+, \quad (\text{II.4})$$

avec $Y_{\text{max}}(t) = \sup_{\tau \in \text{cycle}(t)} (Y)$ and $Y_{\text{min}}(t) = \min_{\tau \in \text{cycle}(t)} (Y)$,

où Y_{0f} correspond au seuil d'endommagement du matériau et les coefficients (c, α, β) sont des paramètres matériau. Miot [Miot, 2009] a étendu ce modèle pour le rendre capable de prévoir la rupture de structures composites (type plaque trouée) pour des chargements statiques et de fatigue.

Le modèle d'endommagement ODM-CMO de l'Onera pour les CMO tissés 3D a été étendu aux chargements de fatigue par Rakotoarisoa (modèle ODM-CMO_f) [Rakotoarisoa, 2013]. Les mécanismes d'endommagement en statique et en fatigue sont supposés similaires, différant uniquement par leur relation d'évolution. La relation d'endommagement statique n'a pas été modifiée. Pour chaque mécanisme d'endommagement k , l'endommagement est la somme de deux contributions, l'une statique dont la relation d'évolution est donnée par l'équation (II.6), l'autre de fatigue donnée par l'équation (II.7). Il convient de noter que la valeur de la saturation de l'endommagement (d_c) et les effets de l'endommagement sur la souplesse sont considérés identiques pour des dommages dus à des chargements statiques ou de fatigue.

$$d_k^{\text{total}} = d_k^{\text{mon}} + d_k^{\text{fat}} \quad (\text{II.5})$$

$$d_k^{\text{mon}} = d_{c,k} \left(1 - \exp \left(- \left(\frac{\langle \sqrt{y_k^{\text{max}}} - \sqrt{y_{0,k}} \rangle_+}{\sqrt{y_{c,k}}} \right)^{p_k} \right) \right) \quad (\text{II.6})$$

$$\frac{\partial d_k^{\text{fat}}}{\partial N} = (d_k^{\text{fat}} - d_k^{\text{total}})^{\gamma_k} \left(\frac{\langle (1 - R_{y_k})^{\beta_k} y_k^{\text{max}} - y_{0,k}^{\text{fat}} \rangle_+}{y_{c,k}^{\text{fat}}} \right)^{\delta_k} \quad (\text{II.7})$$

Cette loi d'évolution en fatigue, écrite en nombre de cycles, est également gouvernée par les forces motrices. Elle fait appel à des grandeurs locales caractéristiques du chargement, en particulier le rapport des forces motrices R_y qui rend compte de l'effet de rapport de charge pour chaque mécanisme d'endommagement. Cette valeur est réactualisée après chaque bloc de cycles, durant lequel elle est supposée constante. La loi est alors utilisable dans les cas où le chargement local n'est pas stabilisé et peut se généraliser à des chargement cycliques multiaxiaux. Ce modèle permet donc de réaliser des calculs sur des structures soumises à des chargements cycliques.

Ces deux familles de modèles diffèrent dans leur prévision du comportement résiduel après fatigue. La figure II.4 illustre les tendances prévues par les deux types de modèles. Dans les modèles avec des lois d'endommagement distinctes en statique et en fatigue, l'évolution de l'endommagement durant la traction monotone suivant le chargement de fatigue est déterminée par la loi statique, qui ne dépend que de la valeur de l'endommagement. Le comportement

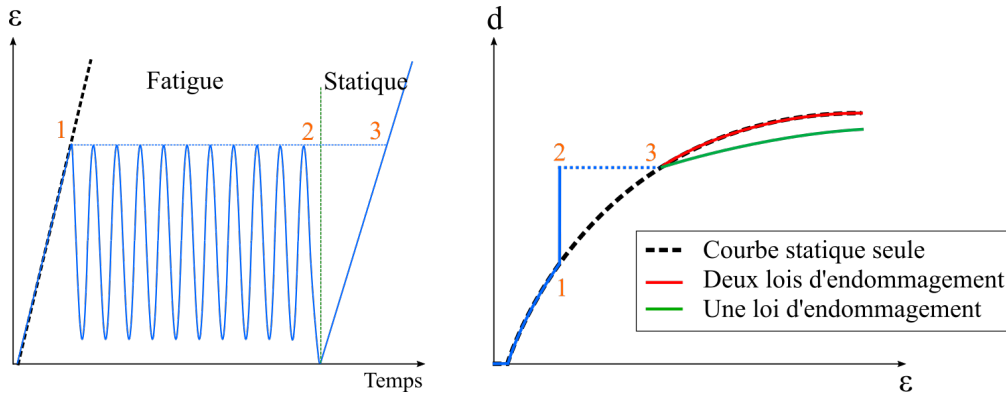


FIGURE II.4 – Différences entre les comportements prévus pendant une traction statique après un chargement de fatigue entre un modèle à une loi d'endommagement en vert et à deux lois (de type ODM-CMO) en rouge.

statique résiduel après un chargement de fatigue, ayant induit un certain niveau d'endommagement sera donc quasi-identique, quelques soient les propriétés dudit chargement de fatigue (σ^{\max} , R , N), du moment que le niveau d'endommagement de fatigue est inférieur au niveau d'endommagement maximal généré en statique (sur la figure II.4, la prévision de l'endommagement durant l'essai statique après fatigue, en rouge, suit la même évolution que celle prévue par un essai statique). A contrario, dans un modèle avec une unique loi d'évolution, les paramètres de la loi sont notablement différents si le niveau d'endommagement est atteint par sollicitation statique ou en fatigue. Le comportement statique est alors affecté par la fatigue (courbe verte sur la figure II.4). Le comportement résiduel est donc un point discriminant dans le choix du modèle.

II.1.2.2 Modèles sous chargements complexes

Les différents modèles exposés jusqu'ici sont écrits en nombre de cycles et permettent de traiter des problèmes de fatigue cyclique par bloc, chaque bloc étant défini par une charge maximale et une contrainte moyenne. Cependant, pour prévoir précisément la durée de vie de pièces composites, il est nécessaire de réaliser des simulations qui reproduisent les sollicitations réelles, souvent bien plus complexes, où la notion de cycle n'existe plus. Des approches complémentaires, qui s'affranchissent de cette notion, permettent de prévoir la durée de vie sous chargements réels, au cours desquels la contrainte varie aléatoirement au cours du temps. Deux stratégies peuvent être envisagées : soit utiliser des méthodes de comptage de cycles afin de décomposer le chargement en plusieurs blocs de cycles élémentaires, soit développer des modèles incrémentaux, donnant l'évolution des propriétés de façon continue au cours du chargement.

II.1.2.2.1 Méthodes de comptage de cycles : méthode Rainflow

Afin de pouvoir traiter des chargements variables ou spectraux avec des méthodes en nombre de cycles, des méthodes de comptage de cycles ont été développées dès les années 70 afin de transformer un signal temporel aléatoire en un signal par blocs de chargements d'amplitudes constantes.

Il existe plusieurs méthodes de comptage de cycles, qui donnent des résultats similaires. D'abord introduite par Endo et Matsuihui [Matsuiishi and Endo, 1968], la méthode Rainflow est la plus utilisée depuis les travaux de Dowling [Dowling, 1972]. Elle permet d'extraire les cycles élémentaires contenus dans un chargement aléatoire. Différents algorithmes sont pré-

sents dans la littérature [Downing and Socie, 1982, Amzallag et al., 1994, Pitoiset, 2001], qui reposent sur le concept de boucle d'hystérésis contrainte/déformation fermée, ou bien sur une analogie avec une goutte d'eau chassée par le vent.

La décomposition du signal se déroule en quatre étapes, décrites dans [Amzallag et al., 1994]. Le pseudo-algorithme de la figure II.5 présente le principe de cet algorithme. Les résultats du comptage de cycles sont stockés dans une matrice Rainflow renseignant la moyenne, l'amplitude et le nombre de chaque type de cycle élémentaire. La figure II.6 donne un exemple d'application de la procédure Rainflow. Les cycles entiers détectés sont insérés dans la matrice Rainflow (figure II.6d).

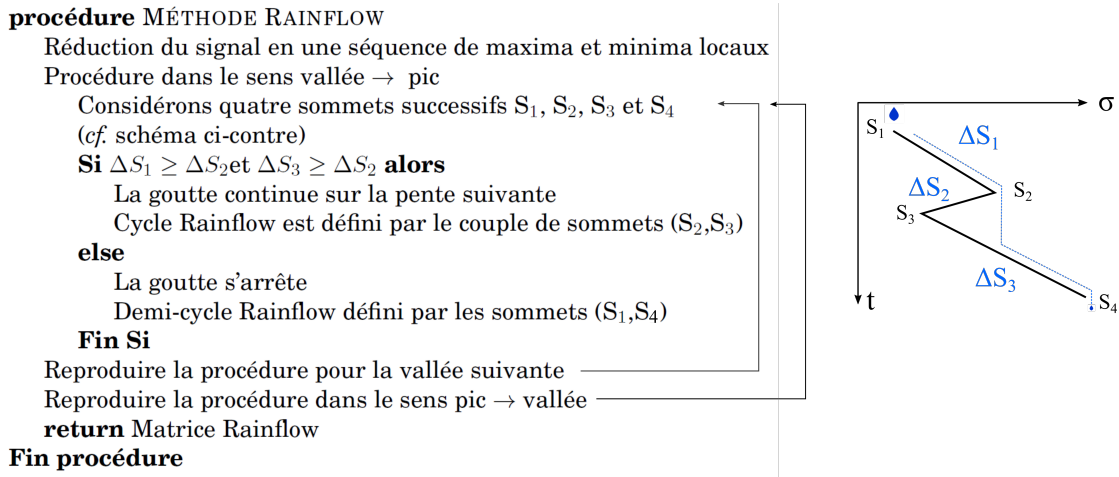


FIGURE II.5 – Pseudo-algorithme de la décomposition en cycles élémentaires par méthode Rainflow.

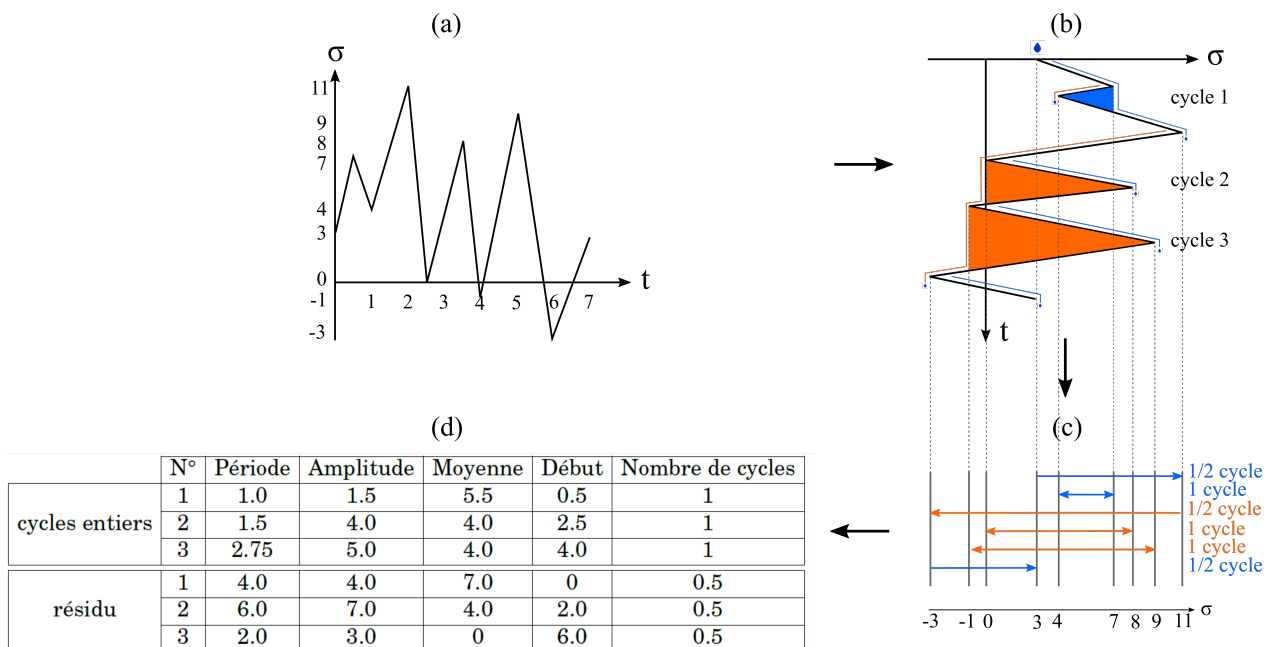


FIGURE II.6 – Exemple de décomposition en cycles à l'aide de la méthode Rainflow. (a) Charge-ment. (b) Méthode de la goutte d'eau. (c) Détection des cycles. (d) Matrice Rainflow.

Les demi-cycles sont ensuite regroupés en un résidu. Pour que l'ensemble du chargement soit traité, y compris le résidu, la procédure Rainflow est ensuite appliquée sur un signal

composé de deux résidus successifs. Le résidu de ce second signal est identique à celui du chargement aléatoire initial. Ainsi, l'ensemble de la séquence de chargement est décomposée en cycles.

Pour en déduire un signal cyclique par blocs équivalent, plusieurs auteurs [Amzallag et al., 1994, Khosrovaneh and Dowling, 1990, Dressler et al., 1997] ont proposé des méthodes de reconstruction, bien qu'aucune ne soit devenue consensuelle. Il est à noter que si cette méthode est très majoritairement utilisée pour des sollicitations unidirectionnelles, Pitoiset [Pitoiset, 2001] l'a adaptée à des chargements multiaxiaux, grâce au domaine fréquentiel.

Avec ce signal reconstruit, il est possible de calculer les contributions à l'endommagement de chaque bloc et la durée de vie associée, à l'aide de règles de cumul des dommages (par exemple, la règle de Miner). Cela permet également d'utiliser des modèles en cycles présentés dans la section II.1.2.1, afin de déterminer l'évolution du comportement et la durée de vie d'un matériau ou d'une pièce soumise à un chargement représentatif des conditions réelles.

L'absence de prise en compte de l'ordre des séquences de chargement sur le cumul des dommages représente l'une des limitations principales de cette approche. Krosnovaneh et Dowling considèrent néanmoins que la durée de vie devrait être similaire, pour différentes séquences de chargement reconstruites, puisqu'elle ont la même matrice Rainflow [Khosrovaneh and Dowling, 1990]. Aussi, Adam et al. ont étudié différents chargements par blocs, alternant les chargements d'amplitudes croissantes (de type bas-haut) et décroissantes (de type haut-bas), dans le domaine traction-traction et ont montré qu'une loi de cumul linéaire était satisfaisante [Adam et al., 1994].

II.1.2.2.2 Modèles d'endommagement incrémentaux

Les modèles incrémentaux, dits aussi temporels, sont des modèles d'endommagement progressif pour lesquels l'évolution des variables d'endommagement est continue au cours du temps. Outre sa capacité à simuler des chargements complexes, l'approche incrémentale permet une extension naturelle aux sollicitations multiaxiales [Desmorat, 2006]. Ce paragraphe présente certaines lois temporelles : les travaux de Lemaitre et Chaboche [Lemaitre and Chaboche, 1985] sur les métaux, ceux de Gornet et Ijaz [Gornet and Ijaz, 2011], qui sont les premiers sur les matériaux composites et en particulier le modèle ODM-CMO de Angrand et al. [Desmorat et al., 2015, Angrand, 2016], qui ont adapté le modèle ODM-CMO au formalisme incrémental.

Remarquons dès à présent qu'il est possible de suivre finement (au cours de chaque cycle) le comportement du matériau étudié, mais que cette précision a un coût. Cette méthode impose des coûts de calcul plus importants qu'une approche en nombre de cycles, et nécessite un traitement numérique spécifique.

II.1.2.2.2.1 Relations d'endommagement temporelles pour les métaux

Les lois incrémentales ont d'abord été introduites pour les matériaux métalliques. Dans les travaux de Lemaitre, Chaboche et Desmorat [Lemaitre and Chaboche, 1985, Lemaitre et al., 1992, Lemaitre and Desmorat, 2005], une relation d'endommagement unifiée temporelle (équation (II.8)) est utilisée pour décrire l'évolution de l'endommagement d , sous sollicitations de fatigue, monotone, ductile ou de fluage.

$$\dot{D} = \left(\frac{Y}{S} \right)^s \dot{p} \quad (\text{II.8})$$

Elle est gouvernée par la déformation plastique cumulée p (variable clé pour les matériaux métalliques, gouvernés par la plasticité) et dépend de la valeur de la force thermodynamique

associée : $Y = -\rho \frac{\partial \psi}{\partial D}$. Les paramètres matériau S et s , rendant compte respectivement de la résistance à l'endommagement et de la triaxialité du chargement, sont à identifier.

Desmorat et al. [Desmorat et al., 2015] utilise la notion de contrainte moyenne évolutive $\check{\sigma}$ pour montrer que la relation d'endommagement cyclique de Chaboche (équation II.9) est une conséquence de la formulation incrémentale (II.10) :

$$\frac{dD}{dN} = G(\sigma^{\max}, \check{\sigma}, D) \quad (\text{II.9})$$

$$\dot{D} = \frac{\partial G(\sigma, \check{\sigma}, D)}{\partial \sigma} \langle \dot{\sigma} \rangle_+ \quad (\text{II.10})$$

où $\langle \cdot \rangle_+$ sont les crochets classiques de Macaulay, permettant de prendre la partie positive. Cette équation, presque identique à la relation cyclique, permet de prendre en considération des chargements complexes, où la contrainte moyenne $\check{\sigma}$ varie au cours du chargement. Remarquons que la relation cyclique peut être ré-obtenue par intégration de la l'équation temporelle sur un cycle, en considérant la contrainte moyenne constante et égale à $\bar{\sigma}$.

II.1.2.2.2 Lois d'endommagement temporelles pour les composites

Gornet et Ijaz [Gornet and Ijaz, 2011] ont développé un modèle d'endommagement capable de simuler la progression du délaminage dans les composites stratifiés carbone/epoxy soumis à des chargements de fatigue polycyclique. L'évolution de l'endommagement, pour chaque mode de rupture, est considérée comme la somme des contributions monotone d^{mon} et de fatigue d^{fat} . La relation de fatigue, basée sur des considérations énergétiques, est construite de la forme suivante (équation II.11) :

$$d^{\text{fat}} = \begin{cases} g\left(d, \frac{Y}{Y_C}\right) \frac{\dot{Y}(t)}{Y_C} & \text{si } \dot{Y} \geq 0 \text{ et } f \geq 0 \\ 0 & \text{si } \dot{Y} < 0 \text{ et } f < 0 \end{cases} \quad (\text{II.11})$$

où f est une fonction définissant le seuil de délaminage en fatigue, g une fonction adimensionnée dépendant du taux de restitution d'énergie Y , de sa valeur critique Y_C et de l'endommagement d .

Le modèle ODM-CMO [Angrand, 2016] a pour but de proposer une alternative incrémentale, complémentaire au modèle en cycle ODM-CMOF [Rakotoarisoa, 2013], dans le cadre du dimensionnement de pièces en CMO tissé 3D. Des simplifications ont été apportées en première approche : la viscosité a ainsi été négligée, tout comme la progressivité de la fermeture des fissures en compression. La formulation des déformations résiduelles a également été simplifiée. Enfin, la durée de vie est déterminée à l'aide d'un critère de rupture en endommagement maximal, contrairement au modèle ODM-CMOF qui utilise un critère de rupture progressive de torons.

Dans le modèle ODM-CMO, une seule variable d'endommagement est nécessaire par mécanisme d'endommagement. En effet, en utilisant des formalismes similaires pour les lois d'évolution en statique et en fatigue, Angrand regroupe ces contributions au sein d'une unique relation d'endommagement et somme leurs taux d'évolution :

$$\dot{d} = \dot{d}^{\text{mon}} + \dot{d}^{\text{fat}}. \quad (\text{II.12})$$

Par construction, ces deux contributions ne peuvent pas évoluer simultanément. En statique, les formulations de ODM-CMOF et de ODM-CMO sont strictement équivalentes, cependant les extensions en fatigue diffèrent. Pour rendre compte de l'effet de contrainte moyenne, en remplacement du rapport des forces motrices, Angrand [Angrand, 2016] introduit au sein de la loi d'évolution de l'endommagement une déformation élastique moyenne [Desmorat et al., 2015]. Cette moyenne, tenant compte de tout l'historique du chargement, permet d'obtenir naturellement un effet de séquence du chargement.

L'objectif de cette thèse est de proposer des outils capables de prévoir le comportement en fatigue de structures composites oxyde/oxyde soumises à des chargements complexes (multiaxiaux et/ou aléatoires répétés) représentatifs des conditions de vol. Le modèle doit donc être en mesure de traiter de tels chargements, pour lesquels la notion de cycle n'est pas nécessairement valable. Les modèles incrémentaux s'appliquent naturellement à des chargements multiaxiaux et permettent de prendre en compte des chargements aléatoires. Ils semblent donc de bons candidats, car ils permettent de s'affranchir des biais induits par des approches de comptage de cycles.

II.2 Description générale du modèle proposé

Le modèle proposé dans cette étude (ODM-Ox/Ox) est inspiré du modèle ODM-CMO [Angrand, 2016], développé conjointement à l'Onera et au LMT Cachan pour les CMO. Ce dernier remplit la majorité des besoins formulés par l'industriel : un modèle d'endommagement à variables d'effet utilisant une loi d'endommagement avec un formalisme incrémental, adapté aux chargements de fatigue complexe. Dans ces travaux, le modèle est adapté aux spécificités des composites oxyde/oxyde et une réelle réflexion a été menée afin d'augmenter ses performances au sein d'un code de calcul de structure, l'industriel ayant besoin de l'appliquer sur des pièces complètes. Les différences par rapport à ODM-CMO ont alors pour but de faciliter l'implémentation et l'utilisation du modèle pour un calcul de structure.

Le modèle est défini à l'échelle du pli tissé 2D, considéré comme orthotrope. Le passage de l'échelle du pli à celle du stratifié peut être réalisé à l'aide de la Théorie Classique des Stratifiés (TCS), basée sur la théorie des plaques de Kirchoff-Love [Berthelot, 2003]. Il s'agit d'une méthode de changement d'échelle, qui permet d'estimer le comportement global du stratifié à partir de la connaissance du comportement du pli élémentaire et de l'empilement. Le changement peut être effectué dans un code EF à l'aide d'éléments coques multi-couches ou en maillant chaque pli avec un élément solide.

Il s'agit d'un modèle d'endommagement, qui s'inscrit dans le cadre de la mécanique de l'endommagement continu, utilisé pour décrire le comportement de composites soumis à des chargements statiques et de fatigue. A ce titre, il doit être en accord avec les principes de la thermodynamique pour garantir une description physique des phénomènes se produisant dans le matériau sollicité. Des variables d'état, appelées variables d'endommagement, sont alors utilisées pour retranscrire la dégradation des propriétés du matériau, sous l'effet des différents types d'endommagement (en particulier de la fissuration matricielle). Les déformations résiduelles dues à l'endommagement, sont également prises en compte dans le modèle. En revanche, les contraintes résiduelles suite au frittage partiel du matériau ne le sont pas dans la version actuelle du modèle, dans un souci de simplicité. Enfin, un critère de rupture des torons est inséré pour piloter la rupture du matériau.

Le modèle est ici écrit en déformation totale de façon à simplifier son implémentation dans les codes de calcul de structure commerciaux, qui utilisent également la déformation totale comme entrée des relations de comportement. La relation de comportement macroscopique du pli, non-linéaire, est décrite par l'équation (II.13a). Elle dérive directement de l'énergie de Helmholtz $\psi(\varepsilon, d_k, D_k)$ (équation II.14).

$$\boldsymbol{\sigma} = \mathbb{C}^{\text{eff}} : \boldsymbol{\varepsilon} - \mathbb{C}^0 : \boldsymbol{\varepsilon}^r \quad (\text{II.13a})$$

$$\text{avec} \quad \mathbb{C}^{\text{eff}} = \left(\mathbb{S}^{\text{eff}} \right)^{-1} = \left(\mathbb{S}^0 + \Delta \mathbb{S}^{(m)} \right)^{-1} \quad (\text{II.13b})$$

$$\text{et} \quad \Delta \mathbb{S}^{(m)} = \sum_{k=1}^3 d_k \mathbb{H}^{(m)}_k \quad (\text{II.13c})$$

$$\rho \psi = \frac{1}{2} \boldsymbol{\varepsilon} : \mathbb{C}^{\text{eff}} : \boldsymbol{\varepsilon} - \boldsymbol{\varepsilon} : \mathbb{C}^0 : \boldsymbol{\varepsilon}^r \quad (\text{II.14})$$

où $\boldsymbol{\sigma}$ est le tenseur de contrainte, \mathbb{C}^{eff} le tenseur de raideur élastique effective, \mathbb{C}^0 le tenseur de raideur élastique initial, $\boldsymbol{\varepsilon}$ le tenseur de déformation totale et $\boldsymbol{\varepsilon}^r$ le tenseur des déformations résiduelles. Les dommages matriciels induisent une augmentation de la souplesse élastique initiale \mathbb{S}^0 par les termes additionnels $\Delta \mathbb{S}^{(m)}$ (équation II.13c). Ce terme dépend des variables d'endommagement d_k et des tenseurs d'effets correspondants $\mathbb{H}^{(m)}_k$, décrits par la suite.

Pour chaque mode de dégradation, la relation d'évolution de l'endommagement comprend trois éléments essentiels : un seuil (apparition des fissures), les effets de cet endommagement

sur le comportement et l'équation déterminant sa cinétique d'évolution (vitesse de propagation). Ces trois éléments sont décrits dans la partie suivante.

Notons que le modèle peut être adapté simplement à d'autres types de composites, sous réserve que l'endommagement y soit également orienté par la microstructure.

II.3 Endommagement de la matrice

Conformément au scénario d'endommagement du matériau et aux observations expérimentales (voir chapitre I), les variables d'endommagement rendent compte des non-linéarités du comportement, dues exclusivement aux mécanismes suivants (figure II.7) :

- Fissuration matricielle dans le plan dans la direction des torons de chaînes (resp. torons de trames), dont la variable d'endommagement est notée d_1 (resp. d_2),
- Décohésions fibre-matrice ou délaminage (représentés par la variable d_3),

En effet, les endommagements sont, rappelons-le, orientés par la microstructure et le matériau est inerte et stable à température ambiante (il n'y a donc pas de viscosité).

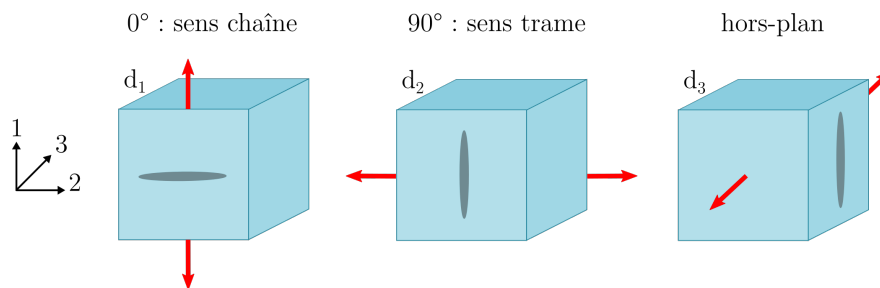


FIGURE II.7 – Représentation des variables d'endommagement matriciel utilisées

La similitude des dommages matriciels observés pour des chargements statiques ou de fatigue permet de faire l'hypothèse, également présente dans [Henry, 2013, Caous, 2017, Rakotoarisoa, 2013, Angrand, 2016], que les mécanismes d'endommagement mis en jeu lors de ces deux types de sollicitations sont similaires. La valeur à saturation des endommagements et leurs effets sur le comportement global sont également supposés identiques. Comme dans [Angrand, 2016], une seule variable d'endommagement est alors nécessaire par mécanisme de dégradation, prenant en compte les deux contributions (statique et fatigue). Seule la relation d'évolution varie, la fatigue dégradant beaucoup plus lentement les propriétés du matériau.

Les différentes équations du modèle seront exprimées en notation de Voigt, notation cohérente avec l'implantation du modèle à la fois dans le code Matlab développé et dans les codes EF commerciaux.

II.3.1 Seuil de l'endommagement, forces motrices et déformations équivalentes

Dans les modèles ODM [Maire and Chaboche, 1997, Marcin, 2010, Hemon, 2013, Rakotoarisoa et al., 2012, Rakotoarisoa, 2013, Ben Ramdane, 2014], dédiés aux matériaux dont l'endommagement est orienté par la microstructure, les forces motrices associées aux variables d'endommagement ne dérivent pas directement du potentiel d'énergie libre de Helmholtz, mais sont définies dans un cadre dit non-standard de la thermodynamique, qui garantit l'admissibilité thermodynamique. Cela permet une plus grande liberté dans l'écriture des forces motrices,

pour reproduire au mieux les résultats d'essais. Il faut toutefois veiller à ce que la formulation choisie respecte les principes de la thermodynamique, en particulier la positivité de la dissipation via l'inégalité de Clausius-Duhem ($\sum_k \dot{d}_k Y_k \geq 0$). L'endommagement ne pouvant que croître ($\dot{d}_k \geq 0$), il faut que les forces thermodynamiques soient positives, ce qui est vérifié grâce à la forme quadratique du potentiel. L'équation (II.15) est retenue pour les forces motrices y_{d_k} associées aux variables d'endommagement matriciel d_k , $k \in [1, 3]$.

$$\begin{cases} y_{d_1} = \frac{1}{2} \left(\varepsilon_1^{d_1^+} C_{11}^0 \varepsilon_1^{d_1^+} + a_{15} \varepsilon_5^{d_1^+} C_{55}^0 \varepsilon_5^{d_1^+} + a_{16} \varepsilon_6^{d_1^+} C_{66}^0 \varepsilon_6^{d_1^+} \right) \\ y_{d_2} = \frac{1}{2} \left(\varepsilon_2^{d_2^+} C_{22}^0 \varepsilon_2^{d_2^+} + a_{24} \varepsilon_4^{d_2^+} C_{44}^0 \varepsilon_4^{d_2^+} + a_{26} \varepsilon_6^{d_2^+} C_{66}^0 \varepsilon_6^{d_2^+} \right) \\ y_{d_3} = \frac{1}{2} \left(\varepsilon_3^{d_3^+} C_{33}^0 \varepsilon_3^{d_3^+} + a_{34} \varepsilon_4^{d_3^+} C_{44}^0 \varepsilon_4^{d_3^+} + a_{35} \varepsilon_5^{d_3^+} C_{55}^0 \varepsilon_5^{d_3^+} \right) \end{cases} \quad (\text{II.15})$$

Elles dépendent des composantes du tenseur de rigidité élastique \mathbb{C}^0 et des paramètres matériau a_{ij} , qui permettent de considérer des déformations seuils différentes pour la traction et les deux cisaillements associés. Leur valeur est calculée automatiquement grâce aux seuils d'endommagements en traction et en cisaillement pur, selon l'équation II.16 pour $i = 1, 2, 3$ et $j = 4, 5, 6$.

$$a_{ij} = \frac{1}{4C_{jj}^0} C_{ii}^0 \left(16 \left(\frac{\varepsilon_i^{0s}}{\varepsilon_j^{0s}} \right)^2 - 1 \right) \quad (\text{II.16})$$

Les forces motrices sont également définies à partir des tenseurs de déformation positive $\varepsilon^{d_k^+}$ liés à chaque mécanisme d'endommagement. Le tenseur de déformation positive correspond à la partie positive du tenseur de déformation ε^{d_k} . Par rapport au tenseur de déformation totale ε , toutes les composantes du tenseur ε^{d_k} sont nulles, exceptées celles susceptibles de créer de l'endommagement, représenté par la variable d_k . La méthodologie appliquée a été initialement proposée par Ju [Ju, 1989] puis utilisée par Rakotoarisoa [Rakotoarisoa, 2013] et les différentes étapes sont reportées dans les équations (II.17) à (II.19) pour ε^{d_1} . Les autres tenseurs de déformation positive ε^{d_2} et ε^{d_3} sont obtenus par permutation des indices.

$$\lambda_{d_1}^+ = \frac{1}{2} \left(\varepsilon_1 + \sqrt{\varepsilon_1^2 + \varepsilon_5^2 + \varepsilon_6^2} \right) \quad (\text{II.17})$$

$$\Omega_{d_1} = (\lambda_{d_1}^+)^2 + \frac{1}{4} (\varepsilon_5^2 + \varepsilon_6^2) \quad (\text{II.18})$$

$$\begin{cases} \varepsilon_1^{d_1^+} = \frac{(\lambda_{d_1}^+)^3}{\Omega_{d_1}} \\ \varepsilon_5^{d_1^+} = \frac{\varepsilon_5 (\lambda_{d_1}^+)^2}{\Omega_{d_1}} \\ \varepsilon_6^{d_1^+} = \frac{\varepsilon_6 (\lambda_{d_1}^+)^2}{\Omega_{d_1}} \end{cases} \quad (\text{II.19})$$

Pour des raisons pédagogiques auprès des bureaux d'études, les forces motrices sont reformulées selon l'équation (II.20) en termes de déformations équivalentes, homogènes à des déformations, comme proposé dans [Angrand, 2016].

$$\varepsilon_{eq,k} = \sqrt{\frac{2y_{d_k}}{C_{kk}^0}} \quad k = 1, 2, 3 \quad (\text{II.20})$$

Le couplage entre traction et cisaillement, induit par les parties positives des tenseurs de déformations positives $\varepsilon^{d_k^+}$ (cf. équation (II.19)), donne la forme de l'enveloppe du seuil d'endommagement (critère quadratique), visible sur le graphe II.8. Ce seuil est dépassé lorsque

$\varepsilon_{eq,k} \geq \varepsilon_k^{0s}$, ε_k^{0s} étant le seuil d'endommagement statique du matériau. L'utilisation des déformations positives se justifie dans le cadre de chargements combinés traction/cisaillement plan ou compression/cisaillement plan. L'enveloppe du seuil d'endommagement en fatigue est supposée avoir la même forme, mais avec des valeurs de seuils d'endommagement différentes en fatigue (plus faibles).

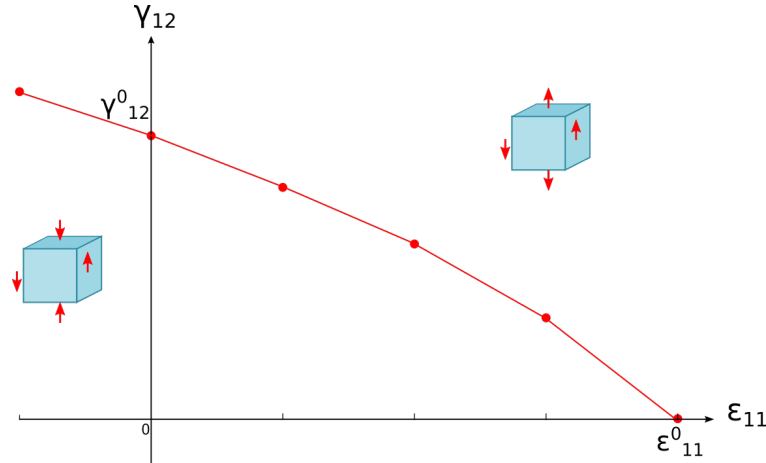


FIGURE II.8 – Enveloppe du seuil d'endommagement d_1 rendant compte du couplage entre traction dans l'axe des chaînes et cisaillement plan.

Il est à noter que les forces motrices, tout comme les déformations équivalentes, dépendent exclusivement des composantes du tenseur de déformation totale, indépendamment de l'endommagement du système, ce qui représente une première différence par rapport au travail de Angrand [Angrand, 2016], où elles sont exprimées en fonction des déformations élastiques. Ce choix rend la formulation du modèle explicite et renforce ses performances au sein de codes de calcul de structure.

II.3.2 Caractère unilatéral des dommages et définition des tenseurs d'effets

L'aspect unilatéral des dommages consiste à distinguer un état actif des fissures lorsqu'elles sont ouvertes et un état passif quand elles sont fermées (elles n'ont alors pas d'effet sur la souplesse du matériau). Cette distinction peut être superflue pour des considérations uniaxiales dans le domaine de traction ($0 < R < 1$ en fatigue). Elle devient par contre indispensable sur éprouvettes élémentaires et pour le calcul de structures, où le matériau peut être localement en compression alors même que la sollicitation globale est de traction.

Un index de désactivation $\eta_k^{(m)}$ est alors introduit pour déterminer l'état des dommages et leur impact sur la souplesse. Les fissures sont considérées ouvertes (resp. fermées) lorsque l'index de désactivation $\eta_k^{(m)} = 1$ (resp. $\eta_k^{(m)} = 0$). Elles passent d'un état à l'autre instantanément. Cela suppose l'absence de frottement entre les lèvres de fissures pendant leur refermeture. D'autres travaux ont, au contraire, opté pour une refermeture progressive des fissures [Rakotoarisoa, 2013, Marcin, 2010].

L'index de désactivation instantané est calculé par un opérateur d'Heaviside selon l'équation :

$$\eta_k^{(m)} = \begin{cases} 1 & \text{si } \sigma_{kk}^\eta \geq 0 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad \text{avec } \sigma^\eta = \mathbb{C}^{\text{eff}} : \varepsilon \quad (\text{II.21})$$

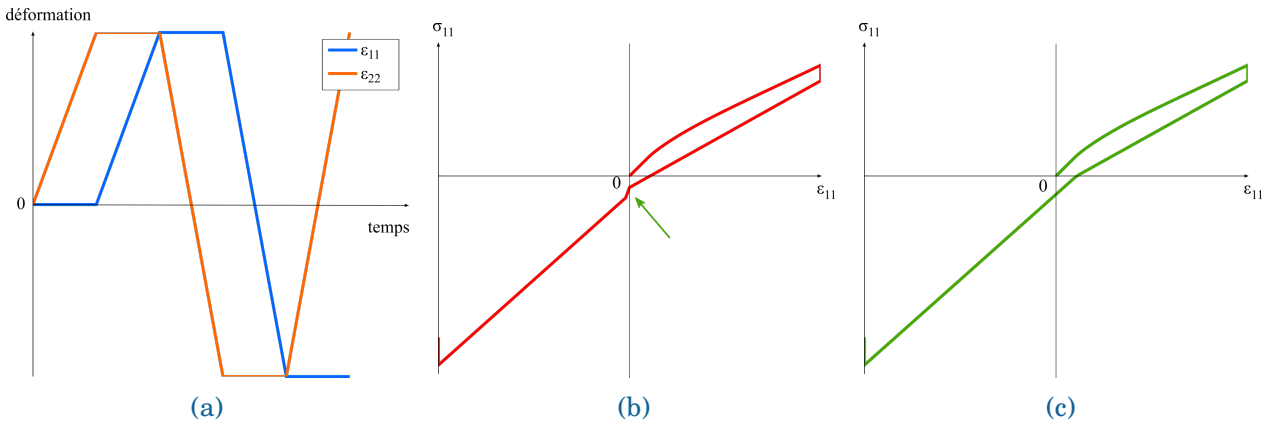


FIGURE II.9 – Mise en évidence du saut de solution induit par la formulation de l'index de désactivation : (a) Chargement de traction/compression biaxiale, (b) réponse avec un index formulé en déformation et (c) réponse avec un index formulé en contrainte (comme dans le modèle proposé).

Cette formulation est non-dissipative (et vérifie le second principe de la thermodynamique). La démonstration est donnée en annexe de la thèse de Angrand [Angrand, 2016].

L'unilatéralité du dommage est imposée à l'aide de l'état de contrainte. Cela permet d'éviter des sauts de solution pour des chargements bi-axiaux de traction/compression, obtenus en considérant la déformation au lieu de la contrainte dans le calcul de l'index de désactivation [Ben Ramdane, 2014] (figure II.9). La discontinuité est due à l'effet Poisson, qui, proche du passage en compression, donne la déformation négative alors que la contrainte est encore positive. Une attention particulière a donc été portée à vérifier l'absence de discontinuité au cours de chargements complexes multiaxiaux contenant des passages d'un état fermé à un état ouvert (ou inversement).

L'équation (II.21) montre que le calcul de l'index de désactivation fait intervenir \mathbb{C}^{eff} , qui dépend lui-même de l'état d'ouverture ou de fermeture des fissures. Son calcul ne peut donc pas être explicite. L'idée est donc de procéder par itération (cf. pseudo-code figure II.10). D'abord, un index de désactivation provisoire est considéré, il est calculé à partir de la contrainte élastique à l'instant considéré. Ensuite, les indices de désactivation sont actualisés à l'aide des tenseurs d'effets et de la souplesse effective calculés au préalable. Si l'index réactualisé est différent de sa valeur provisoire, alors cette seconde valeur est forcément la bonne, puisque l'index ne peut prendre que les valeurs 0 et 1. Il reste à recalculer, le cas échéant, les tenseurs d'effets et de souplesse effective.

```

procédure CALCUL DE  $\eta_k$ 
 $\eta_k^0 \rightarrow \mathcal{H}((\mathbb{C}^0 : \varepsilon)_{kk})$ 
Calcul de  $\mathbb{H}^{(m)}$ 
Calcul de  $\mathbb{S}^{\text{eff}}$ 
Calcul de  $\eta_k(t)$ 
 $\eta_k \rightarrow \eta_k(t)$  // Actualisation
Si  $\eta_k(t) \neq \eta_k^0$  alors
  Calcul de  $\mathbb{H}^{(m)}$  avec  $\eta_k(t)$ 
  Calcul de  $\mathbb{S}^{\text{eff}}$ 
  Calcul de  $\eta_k(t)$ 
   $\eta_k \rightarrow \eta_k(t)$  // Modification
Fin Si
return  $\eta_k$  // Valeur finale puisque  $\eta_k = 0$  ou 1
Fin procédure

```

FIGURE II.10 – Algorithme du calcul des index de désactivation des fissures.

Le tenseur des effets $\mathbb{H}^{(m)}_k$ traduit les effets de l'endommagement d_k sur la souplesse du matériau. Il décrit l'orientation des fissures et les composantes du tenseur de souplesse affectées par l'endommagement matriciel. Pour le mécanisme d'endommagement $k = 1$, il s'écrit alors :

$$\mathbb{H}^{(m)}_1 = \eta_1^{(m)} \mathbb{H}^{(m)+}_1 + (1 - \eta_1^{(m)}) \mathbb{H}^{(m)-}_1 \quad (\text{II.22})$$

$$\text{avec } \mathbb{H}^{(m)+}_1 = \begin{pmatrix} h_{11}^+ \mathbb{S}_{11}^0 & & & \\ & 0 & & (0) \\ & & 0 & \\ & & & 0 \\ (0) & & h_{55}^{d_1+} \mathbb{S}_{55}^0 & \\ & & & h_{66}^{d_1+} \mathbb{S}_{66}^0 \end{pmatrix}$$

$$\text{et } \mathbb{H}^{(m)-}_1 = \begin{pmatrix} 0 & & & \\ & 0 & & (0) \\ & & 0 & \\ & & & 0 \\ (0) & & h_{55}^{d_1+} \mathbb{S}_{55}^0 & \\ & & & h_{66}^{d_1+} \mathbb{S}_{66}^0 \end{pmatrix}$$

Les tenseurs $\mathbb{H}^{(m)}_2$ et $\mathbb{H}^{(m)}_3$ liés aux autres variables d'endommagement sont obtenus par permutation des indices.

La distinction entre les tenseurs des effets actif $\mathbb{H}^{(m)+}$ et passif $\mathbb{H}^{(m)-}$ permet de rendre compte de l'aspect unilatéral des dommages. Lorsque les fissures se referment, le matériau retrouve sa rigidité initiale dans les axes des renforts. Cependant, même si les fissures sont refermées en compression ($\eta^{(m)} = 0$), elles peuvent quand même influencer sur l'anisotropie du matériau et notamment en cisaillement (en considérant que la friction aux lèvres de fissures est négligeable). Ce phénomène est illustré par la figure II.11 dans des cas de traction pure et de traction à 45° (couplant traction et cisaillement), où la rigidité ne recouvre pas sa valeur initiale.

L'absence de termes hors-diagonaux revient à considérer que les fissures sont planes, c'est-à-dire qu'elles n'ont pas d'effet dans la direction perpendiculaire à la direction de la fissure. Le comportement transverse au chargement est alors considéré linéaire. Ce phénomène a été observé pour certains CMC [Marcin, 2010], mais également pour le composite oxyde/oxyde de

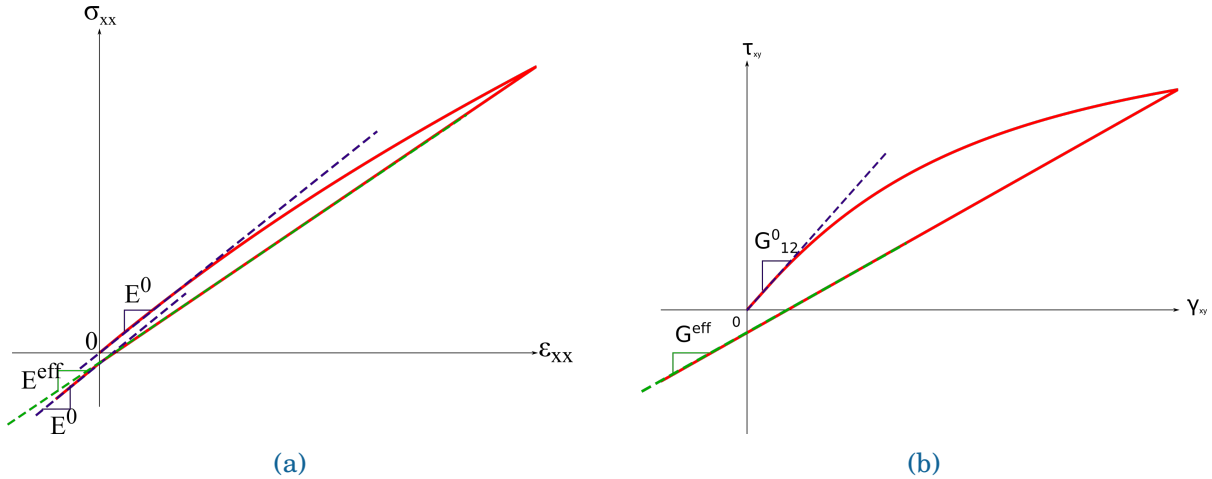


FIGURE II.11 – Mise en évidence du caractère unilatéral des dommages sur des essais (a) de traction dans la direction chaîne et (b) de traction à 45°.

cette étude. Notons toutefois que Rakotoarisoa [Rakotoarisoa, 2013] a relâché cette hypothèse de contrainte de fissures planes afin de pouvoir rendre compte du comportement transverse non-linéaire observé sur les composites tissés 3D à matrice organique.

Enfin, il convient de noter que ces tenseurs $\mathbb{H}^{(m)}$ doivent être définis positifs pour assurer le cadre thermodynamique du modèle (dissipation positive), condition qui est aisément vérifiée par l'usage de tenseurs diagonaux (*cf.* équation II.22).

II.3.3 Relation d'évolution de l'endommagement matriciel

Cette partie constitue l'originalité majeure des modèles d'endommagement incrémentaux. La relation d'évolution des variables d'endommagement est exprimée à l'aide d'un formalisme incrémental, qui décrit l'état d'endommagement à tout instant. Basée sur le travail de thèse de Angrand [Angrand, 2016], l'idée consiste à sommer les taux d'évolution temporels des deux contributions (statique pour le premier terme et de fatigue pour le second) et s'écrit pour chaque mécanisme d'endommagement k selon l'équation (II.23).

$$\begin{aligned} \dot{d}_k = & (d_{\infty,k} - d_k) \left\langle \frac{\varepsilon_{eq,k}^{\max} - \varepsilon_k^{0s}}{S_k^s} \right\rangle_+^{s_k^s} \varepsilon_{eq,k}^{\max} \\ & + (d_{\infty,k} - d_k) \gamma_k \left\langle \frac{\varepsilon_{eq,k} - \varepsilon_{app,k}^{0f}}{S_k^f} \right\rangle_+^{s_k^f} \left(\langle \dot{\varepsilon}_{eq,k} \rangle_+ - \varepsilon_{eq,k}^{\max} \right) \end{aligned} \quad (\text{II.23})$$

$$\text{avec } \varepsilon_{app,k}^{0f} = m_k \check{\varepsilon}_{eq,k} + \varepsilon_k^{0f} \quad (\text{II.24})$$

où $d_{\infty,k}$ correspond à la saturation de l'endommagement, (S_k^s, s_k^s) et $(m_k, S_k^f, s_k^f, \gamma_k)$ sont des paramètres matériau, qui permettent de calibrer respectivement les cinétiques d'endommagement statique et de fatigue. Les paramètres $(\varepsilon_k^{0s}, \varepsilon_{app,k}^{0f})$ représentent respectivement le seuils d'endommagement statique et le seuil d'endommagement apparent de fatigue, où $\langle . \rangle_+$ sont les crochets de Macaulay. Le seuil apparent de fatigue dépend du seuil d'endommagement de fatigue ε_k^{0f} et de la déformation équivalente moyenne $\check{\varepsilon}_{eq,k}$, qui permet de prendre en compte l'influence de la contrainte moyenne sur la cinétique d'endommagement en fatigue. Le paramètre m_k quantifie cet effet de la contrainte moyenne. Le seuil de fatigue ε_k^{0f} , plus faible que celui de statique, correspond à la limite de fatigue du matériau.

Avec la formulation choisie, il faut noter que les deux contributions ne peuvent pas être actives simultanément. En effet, l'évolution de la déformation équivalente maximale du mécanisme k , $\varepsilon_{eq,k}^{\max} = \max_{\tau} (\varepsilon_{eq,k}(\tau))$, qui est la valeur maximale de la déformation équivalente $\varepsilon_{eq,k}$ sur tout l'historique du chargement, permet de passer automatiquement d'une évolution statique à une évolution de fatigue. Afin d'illustrer le principe de la relation d'évolution, considérons un chargement simplifié, piloté en déformation, composé de trois cycles de chargement, dont le troisième présente une sur-déformation (figure II.12).

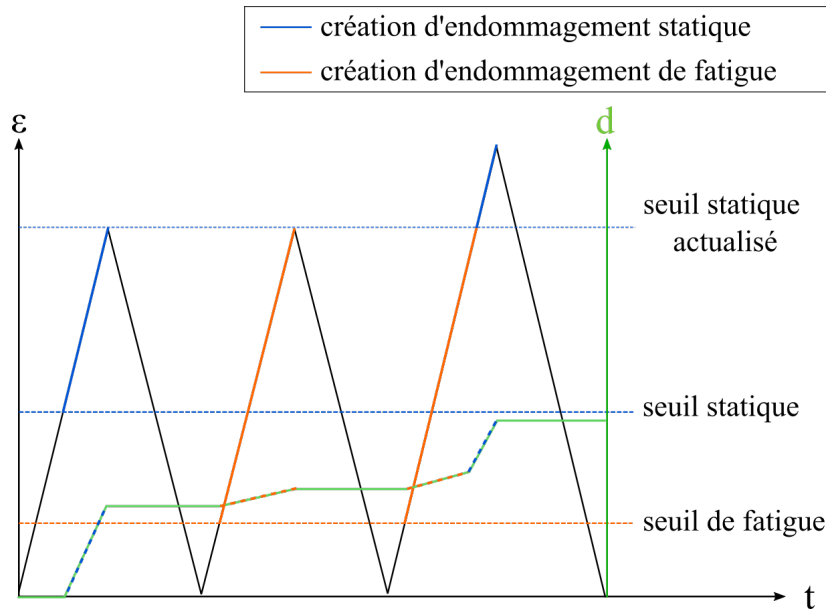


FIGURE II.12 – Schéma simplifié de l'activation des contributions statique et de fatigue à l'endommagement.

- Lorsque le chargement maximum augmente –tel que $(\dot{\varepsilon}_{eq,k}^{\max} > 0)$ – comme c'est le cas durant la première charge sur la figure II.12, seule la première partie de l'équation (II.23) est non nulle $(\dot{\varepsilon}_{eq,k}^{\max} = \dot{\varepsilon}_{eq,k})$. Ainsi, seule la contribution statique est activée et il y a création d'endommagement dû à un chargement statique (appelé par la suite endommagement statique et représenté en bleu sur la figure), depuis le seuil statique jusqu'au pic de chargement, (c'est-à-dire tant que $\varepsilon_{eq,k}^{\max} - \varepsilon_{eq,k}^{0s} > 0$).
- À la décharge, aucune des deux contributions n'est activée et aucun dommage n'est créé, de par l'introduction des crochets de Maucauley autour des vitesses de déformation équivalente.
- Lorsque la déformation équivalente augmente à nouveau durant le deuxième cycle, mais sans dépasser le précédent maximum $(\dot{\varepsilon}_{eq,k} > 0, \dot{\varepsilon}_{eq,k}^{\max} = 0)$, la seconde partie de l'équation (II.23) s'active et il y a création d'endommagement dû à un chargement de fatigue (appelé endommagement de fatigue et représenté en orange sur le graphe) dès lors que le seuil de fatigue est dépassé.
- Lorsque la déformation équivalente $\varepsilon_{eq,k}$ augmente et dépasse le précédent maximum $\varepsilon_{eq,k}^{\max}$, on se retrouve dans un cas similaire à la première montée statique $(\dot{\varepsilon}_{eq,k}^{\max} = \dot{\varepsilon}_{eq,k} > 0)$: il y a création d'endommagement statique, comme illustré sur la seconde partie de la troisième montée en charge. La déformation équivalente maximale, qui ne peut qu'augmenter, joue alors le rôle d'un seuil d'endommagement statique actualisé.

Il convient de noter que l'endommagement de fatigue ne peut pas commencer dès le premier cycle. De plus, dans toutes les situations, l'endommagement ne peut que croître (entre 0 et $d_{\infty,k}$), conformément au second principe de la thermodynamique.

Cette formulation incrémentale permet naturellement au modèle de simuler tout type de chargement, qu'il soit statique, cyclique ou spectral [Angrand, 2016, Desmorat et al., 2015]. De plus, Angrand [Angrand, 2016] démontre que cette formulation est équivalente aux relations d'endommagement utilisées dans ODM-CMO [Rakotoarisoa, 2013] dans le cas de chargements statiques et dans le cas d'un chargement de fatigue pour $R = 0$ et $R = 1$.

D'un point de vue algorithmique, il convient de distinguer différents cas en fonction du type de chargement subi pendant l'intervalle de temps considéré (défini par l'évolution des déformations équivalentes et de leurs maximums). Si le chargement correspond à une décharge, une charge statique ou une charge de fatigue, le calcul est relativement aisé : il faut intégrer la partie correspondante de la relation d'évolution sur l'intervalle de temps considéré. Cependant, il arrive que les deux contributions statique et de fatigue soient successivement activées au cours d'un même incrément. Cela signifie que le seuil statique apparent (ε_k^{0s} ou $\varepsilon_{eq,k}^{max}$) est contenu dans la plage de déformation équivalente parcourue pendant cet incrément. Dans ce cas, il faut décomposer l'incrément en une partie de fatigue jusqu'à l'ancien maximum de déformation équivalente, puis en une partie statique jusqu'à la fin de l'incrément. Il faut alors faire usage d'une valeur intermédiaire de l'endommagement d_k^* , à la fin de la partie fatigue. Le pseudo-code suivant (figure II.13) explique comment la séparation des cas est réalisée.

```

procédure CALCUL DE  $d_k(\varepsilon_{eq}^{max}(t), \varepsilon_{eq}(t), \varepsilon_{eq}^{max}(t - \Delta t), \varepsilon_{eq}(t - \Delta t))$ 
     $d_k(t) = d_k(t - \Delta t)$  // Initialisation
     $\Delta\varepsilon_{eq} = \varepsilon_{eq}(t) - \varepsilon_{eq}(t - \Delta t)$ 
     $\Delta\varepsilon_{eq}^{max} = \varepsilon_{eq}^{max}(t) - \varepsilon_{eq}^{max}(t - \Delta t)$ 
    Si  $\Delta\varepsilon_{eq} > 0$  alors // Charge
        Si  $\Delta\varepsilon_{eq}^{max} = \Delta\varepsilon_{eq}$  alors
             $d_k(t)$  // Contribution statique
        else
            Si  $\Delta\varepsilon_{eq}^{max} = 0$  alors
                 $d_k(t)$  // Contribution de fatigue pure
            else
                 $d_k^*$  // Contribution de fatigue (valeur intermédiaire)
                 $d_k(t)$  // Contribution statique
            Fin Si
        Fin Si
    Fin Si
    return  $d_k(t)$ 
Fin procédure
    
```

FIGURE II.13 – Algorithmie de la relation d'endommagement matriciel.

Au sein de chaque appel à la relation d'endommagement, est évaluée soit la contribution statique soit la contribution de fatigue. Pour chaque contribution, l'équation d'évolution s'intègre analytiquement. En fatigue, cette intégration analytique se fait au prix d'une hypothèse sur la déformation équivalente moyenne $\check{\varepsilon}_{eq}$, présentée dans la section II.5, qui est supposée constante sur l'intervalle de temps considéré.

Pour un chargement cyclique, le type de pilotage (en déformation ou en contrainte) détermine l'effet de l'endommagement sur la réponse du matériau (figure II.14) et, par conséquent, quelles contributions seront calculées. Au cours d'un chargement cyclique à déformation im-

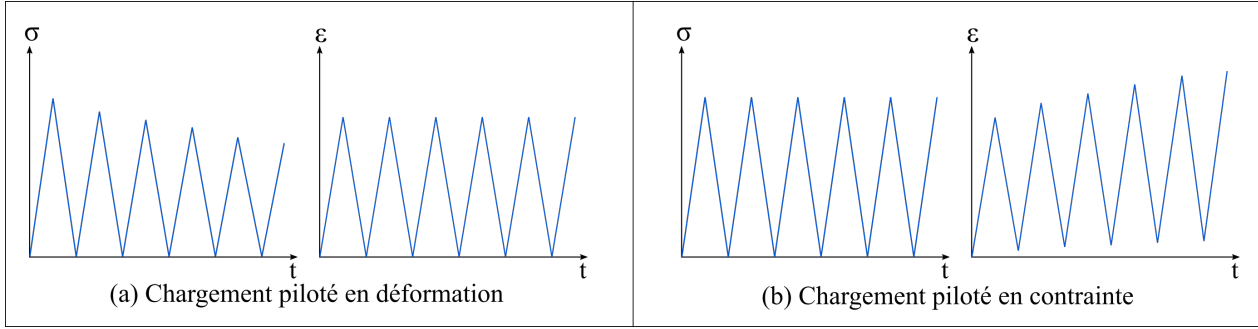


FIGURE II.14 – Schéma de principe de l'évolution des contraintes et des déformations en fonction du pilotage du chargement.

posée (a), la déformation équivalente maximale n'évolue plus après la première montée en charge. L'endommagement dû à la statique prévu par le modèle n'évoluera donc plus. Toute évolution de l'endommagement subséquente sera due exclusivement à la fatigue. En revanche, au cours d'un chargement de fatigue cyclique à contrainte imposée (b), à cause de l'endommagement, les déformations continuent d'évoluer. L'endommagement, au cours de chaque charge, comprendra donc majoritairement une partie de fatigue, complétée par une petite contribution statique. Remarquons qu'alors, la déformation équivalente moyenne augmente légèrement au cours du chargement et ne peut donc jamais se stabiliser. Lors des simulations de fatigue polycyclique, pour lesquelles chaque cycle est simulé en deux incréments (l'un pour la charge, l'autre pour la décharge) pour limiter les coûts de calcul, il est nécessaire de réaliser à la fois un calcul de fatigue et un calcul statique pendant l'incrément de charge.

Il est usuel en bureau d'études d'utiliser des variables d'endommagement qui évoluent entre 0 et 1, où $d = 0$ correspond à un état sain et $d = 1$ à une matrice complètement endommagée. Or, dans les équations présentées, les variables d'endommagement évoluent entre 0 et $d_{\infty,k} \in \mathbb{R}^+$. Dans l'optique de faciliter l'utilisation du modèle en milieu industriel, d'autres variables d'endommagement, d^{BE} , sont alors proposées, obtenues par un changement de variable réalisé en post-traitement. Issues de la formulation de la souplesse effective dans un cas unidirectionnel (équations II.13b et II.25a), elles évoluent entre 0 et $\frac{d_{\infty,k}}{1+d_{\infty,k}}$ (équations II.25b et II.25a).

$$E_k^{\text{eff}} = (1 - D_k^{BE}) E_k^0 \quad \Longleftrightarrow \quad E_k^{\text{eff}} = \frac{E_k^0}{1 + d_k} \text{ en considérant } h_{kk}^+ = 1 \quad (\text{II.25a})$$

$$D_k^{BE} = \frac{d_k}{1 + d_k} \quad (\text{II.25b})$$

II.4 Déformations résiduelles

Le modèle proposé rend également compte des déformations résiduelles observables après décharge, au travers du tenseur ε^r . Elles sont dues exclusivement à l'endommagement matriciel au sein du matériau. Les déformations résiduelles sont déterminées différemment dans ODM-CMO [Rakotoarisoa, 2013] et ODM-CMO [Angrand, 2016]. Les spécificités de chaque formulation sont détaillées dans cette section.

II.4.1 Déformations résiduelles de ODM-CMO

Dans le modèle ODM-CMO, le tenseur de déformations résiduelles est calculé par l'équation (II.26) :

$$\dot{\varepsilon}^r = \mathbb{S}^0 : \left[\left(\sum_k \chi_k \dot{d}_k \mathbb{R}_k \right) : \varepsilon \right], \quad \text{avec } \mathbb{R}_k = \mathbb{C}^{\text{eff}} : \mathbb{H}^{(m)}_k : \mathbb{C}^{\text{eff}} \quad (\text{II.26})$$

Cette formulation prend en compte l'état actif ou passif des fissures, au travers du tenseur des effets $\mathbb{H}^{(m)}$ dans l'expression du tenseur de forme \mathbb{R}_k . Un paramètre matériau χ_k permet de pondérer la relation entre l'endommagement d_k et les déformations résiduelles. L'utilisation du taux d'endommagement implique qu'elles augmentent seulement lorsque l'endommagement croît (figure II.15). Ainsi, il n'y aura pas de création de déformations résiduelles au cours des décharges. Remarquons que leurs valeurs dépendent du niveau de déformation appliqué.

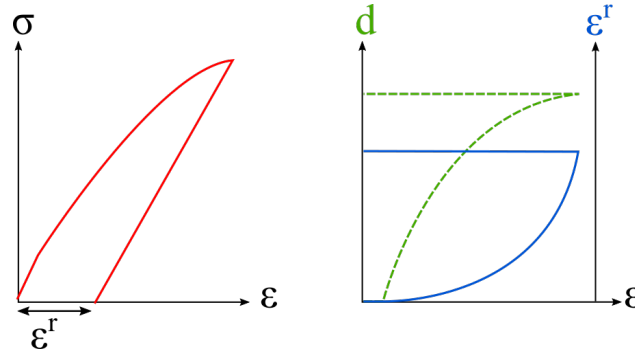


FIGURE II.15 – Schéma de principe de l'évolution des déformations résiduelles.

Cette formulation fait intervenir à la fois \mathbb{C}^{eff} et d , valeurs couplées représentant l'endommagement du matériau et qui évoluent en sens contraire. Afin de découpler ces phénomènes et faciliter l'identification des paramètres du modèle, une possibilité serait de remplacer \mathbb{C}^{eff} par \mathbb{C}^0 . De cette façon, seules les variables d'endommagement et la déformation varient. L'identification des paramètres χ_k devient cependant plus délicate car plus sensible.

D'un point de vue implémentation, les déformations résiduelles sont calculées à l'aide d'une quadrature de Gauss par morceaux [Rakotoarisoa, 2013, Hemon, 2013], afin de limiter la dépendance au nombre d'incrément observée au cours de l'intégration avec une formule d'Euler. Néanmoins, une telle dépendance est encore visible avec une quadrature de Gauss-Legendre d'ordre 3, notamment lorsque l'intervalle considéré contient un seuil d'endommagement. Dans ce cas particulier, l'idée envisagée dans ces travaux pour augmenter la précision a d'abord été de déterminer la déformation seuil $\varepsilon^{\text{seuil}}$ à partir de laquelle l'endommagement augmente. Le calcul est alors mené sur l'intervalle $[\varepsilon^{\text{seuil}}, \varepsilon^{t+dt}]$. Cette valeur seuil est déterminée avec une méthode de Newton-Raphson, de façon à annuler la fonctionnelle $\varepsilon_{eq,k}^0 - \varepsilon_{eq,k}(\varepsilon^{\text{seuil}})$. Cette méthode n'est toutefois pas concluante : elle rallonge le temps de calcul et ne rend pas la solution

totalemment indépendante du nombre d'incrément. Or pour l'application visée du modèle, le temps de calcul est bien plus discriminant que la précision du calcul des déformations résiduelles, qui, rappelons-le, sont très faibles dans les axes des renforts pour ce matériau.

II.4.2 Déformations résiduelles de ODM-CMO

Dans ODM-CMO, la formulation des déformations résiduelles a été modifiée dans l'optique d'améliorer le temps de calcul [Angrand, 2016]. Comme précédemment, les évolutions des déformations résiduelles et de l'endommagement sont simultanées. Le taux d'évolution des déformations résiduelles est, de plus, directement relié aux variables d'endommagement d_k , et est décrit par l'équation :

$$\dot{\varepsilon}^r = \sum_{k=1}^3 \left[\chi_k e^{r_k d_k} \dot{d}_k \mathbb{R}_k e_k^* \right] \quad (\text{II.27})$$

avec $e_k^* = \frac{\varepsilon}{|\max_i \varepsilon_{ki}|}$, $i = [1, 3]$ et $\mathbb{R}_k = \mathbb{H}^{(m)}_k$

où χ_k et r_k sont deux paramètres matériaux, qui permettent de déterminer leur cinétique d'évolution. Avec maintenant deux paramètres pour décrire l'évolution des déformations résiduelles, l'identification est légèrement plus complexe que dans la formulation précédente. Afin d'intégrer analytiquement l'équation (II.27), la direction e^* est considérée constante au cours de l'incrément de temps. Cela permet d'intégrer l'équation de manière analytique et donc de réduire de manière conséquente les temps de calcul, même sur des simulations quasi-statiques, conformément au besoin initial de réduction des coûts de calcul en fatigue.

Cette formulation, développée pour les chargements 1D, permet en effet un calcul rapide et exact des déformations résiduelles pour les chargements uniaxiaux, où seule la première composante de ε est non nulle. La direction e^* est alors constante, de valeur 1. En revanche, au cours d'un chargement 3D, les autres composantes de e^* varient (même si le chargement est uniaxial), bien qu'elles soient considérées constantes au cours de l'intégration. Dans un calcul de structure, cela induit une dépendance de la valeur des déformations résiduelles à la taille de l'incrément.

Notons toutefois que cette seconde formulation des déformations résiduelles (équation II.27) est indépendante de la valeur de la déformation et que seule sa direction a une importance. Cela revient à supposer qu'à un niveau d'endommagement donné, les déformations résiduelles sont identiques, que le matériau ait été sollicité en statique ou en fatigue, à haut ou à faible niveau de chargement. C'est une hypothèse forte qui est à vérifier expérimentalement. La figure II.16 illustre ce phénomène, qui représente une différence majeure avec ODM-CMO.

Pour ce modèle, le choix est fait de privilégier le temps de calcul, conformément aux attentes de l'industriel. Ainsi, les déformations résiduelles utilisent la formulation de ODM-CMO (équation II.27), qui néglige l'influence du niveau de déformation sur les déformations résiduelles. Remarquons que Payan [Payan, 2004] note une corrélation nette entre l'endommagement et les déformations résiduelles –prise en compte par les deux formulations– mais pas entre la charge maximale et les déformations résiduelles. Par ailleurs, les déformations résiduelles sont difficiles à mesurer dans les axes des renforts sur le matériau étudié, de part sa faible déformabilité. L'étude n'a donc pas été poussée plus loin. Néanmoins, l'évolution des déformations résiduelles est un sujet à étudier de manière approfondie dans le futur sur un matériau plus propice tel que le CMO tissé 3D.

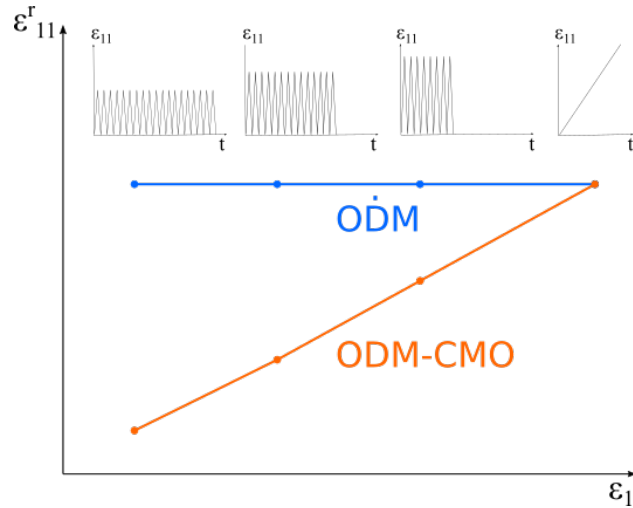


FIGURE II.16 – Évolution de la valeur finale de la déformation résiduelle longitudinale après des chargements de déformation maximale croissante, pour un niveau d'endommagement fixé. L'arrêt des calculs est piloté par un critère en endommagement maximal.

Le choix du tenseur \mathbb{R}_k , dans l'équation (II.27), permet de déterminer quelles sont les composantes du chargement qui influent sur l'évolution des déformations résiduelles, et les éventuels couplages entre elles. Par exemple, en fonction de la forme du tenseur \mathbb{R}_k , une sollicitation longitudinale peut engendrer, ou non, des déformations résiduelles dans le sens transverse. Il s'agit d'un point important puisque CMO et CMC exhibent des comportements différents. La forme du tenseur \mathbb{R}_k influe donc sur les déformations résiduelles prévues par le modèle.

Diverses possibilités ont donc été envisagées. Choisir $\mathbb{R}_k = \mathbb{H}^{(m)}_k$, un tenseur diagonal connu et fixe où seules les composantes relatives au mécanisme d'endommagement en jeu sont non nulles (comme dans les travaux de Angrand [Angrand, 2016]) ne permet pas de créer de déformation résiduelle transverse sous sollicitation longitudinale. L'évolution des déformations résiduelles transverses est uniquement due aux déformations transverses induites par effet Poisson. Les mêmes conclusions sont tirées lorsque le tenseur $\mathbb{R}_k = \mathbb{H}^{(m)}_k : \mathbb{C}^0$, non-symétrique, est utilisé. En revanche, en considérant $\mathbb{R}_k = \mathbb{C}^0 : \mathbb{H}^{(m)}_k$ ou bien les tenseurs symétriques de type $\mathbb{R}_k = \mathbb{C}^0 : \mathbb{H}^{(m)}_k : \mathbb{C}^0$ ou $\mathbb{R}_k = \frac{1}{2}(\mathbb{H}^{(m)}_k : \mathbb{C}^0 + \mathbb{C}^0 : \mathbb{H}^{(m)}_k)$, des déformations résiduelles transverses sont créées lorsque le matériau est sollicité dans le sens chaîne.

Les mesures expérimentales des déformations résiduelles transverses permet donc de statuer sur le choix du tenseur \mathbb{R}_k . Les résultats d'essais, exposés dans le chapitre III, montrent que peu de déformations résiduelles sont créées dans le sens transverse. Ainsi, le tenseur considéré dans le modèle est donné par l'équation :

$$\mathbb{R}_k = \mathbb{H}^{(m)}_k : \mathbb{C}^0. \quad (\text{II.28})$$

Par exemple dans la direction des chaînes, ce tenseur est de la forme :

$$\mathbb{R}_1 = \begin{pmatrix} h_{11}^+ S_{11}^0 C_{11}^0 & h_{11}^+ S_{11}^0 C_{12}^0 & h_{11}^+ S_{11}^0 C_{13}^0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & h_{55}^{d_1^+} S_{55}^0 C_{66}^0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & h_{66}^{d_1^+} S_{66}^0 C_{66}^0 \end{pmatrix} \quad (\text{II.29})$$

Quelque soit la formulation du tenseur \mathbb{R}_k , la positivité de la dissipation doit impérativement être vérifiée. Cette démonstration est effectuée dans la thèse de Angrand [Angrand,

2016] pour un tenseur diagonal. Plus généralement, la dissipation d'énergie est positive si la matrice $\mathbb{C}^0 : \mathbb{R}_k$ est définie positive. L'ensemble des possibilités listées ci-dessus, et donc la formulation retenue, vérifie cette condition.

II.5 Effet de contrainte moyenne

La contrainte moyenne au cours d'un chargement est connue pour avoir un impact significatif sur la durée de vie en fatigue, que ce soit pour les matériaux métalliques [Kamaya and Kawakubo, 2015, Stephens et al., 2001, Ince, 2016], ou composites [Angrand, 2016, Flore and Wegener, 2016, Mallick and Zhou, 2004, Zhang et al., 2016]. Il est donc primordial de prendre l'effet de contrainte moyenne en compte au sein du modèle. Cependant, dans les composites oxyde/oxyde, peu d'études montrent l'impact de la contrainte moyenne (ou du rapport de charge) sur la durée de vie à température ambiante.

Dans le cas d'un chargement cyclique, la première idée pour rendre compte de cet effet est d'intégrer la moyenne arithmétique du cycle, notée $\bar{\sigma}$ et définie au chapitre I, au sein de la relation d'endommagement. L'influence de la contrainte moyenne est alors reliée à celle du rapport de charge et peut être déduite des diagrammes de Haigh. Toutefois, cette notion classique n'est pas applicable ici puisque le modèle incrémental proposé a vocation à s'appliquer à tout type de chargements, y compris 3D et/ou aléatoires, pour lesquels il n'existe pas de notion de cycle et donc de rapport de charge. Il n'est donc pas pertinent d'utiliser $\bar{\sigma}$, ou tout autre paramètre ne tenant pas compte de l'évolution potentiellement non-cyclique du chargement local, pour rendre compte de l'effet de la contrainte moyenne sur la durée de vie du matériau.

Angrand et al. ont proposé une méthode originale pour prendre en compte cet effet dans une relation incrémentale d'évolution de l'endommagement, au travers d'une quantité moyenne qui évolue à chaque pas de temps en fonction du chargement appliqué [Desmorat et al., 2015, Angrand, 2016]. Cette méthode, également valable pour des sollicitations complexes incluant les chargements aléatoires, est introduite dans le modèle pour le calcul d'une déformation équivalente moyenne évolutive, notée $\check{\varepsilon}_{eq}$. Elle intervient dans la l'équation d'évolution de l'endommagement en modifiant le seuil apparent d'endommagement de fatigue (et donc pas conséquent la limite d'endurance apparente du matériau) :

$$\varepsilon_{app,k}^{0f} = m_k \check{\varepsilon}_{eq,k} + \varepsilon_k^{0f} \quad (\text{II.30})$$

Le paramètre matériau m_k quantifie cet effet de contrainte moyenne. Il peut être identifié avec des essais de fatigue à différents rapports de charge. Cependant, la méthode d'identification mise en œuvre ici est différente et sera décrite dans le chapitre III. La déformation équivalente moyenne évolutive introduite a deux conséquences supplémentaires dans le modèle : elle influence l'évolution de l'endommagement, y compris pendant des chargements aléatoires et modifie le cumul des dommages (il s'agit de la cinquième source de cumul non-linéaire évoquée dans la section I.3.2.1.5).

Il convient de noter que, le modèle étant écrit en déformation totale, cette moyenne rend compte d'un effet de déformation moyenne et non pas d'un effet de contrainte moyenne (comme décrit dans le travail de [Angrand, 2016], dans lequel la déformation équivalente est basée sur la déformation élastique, reliée à la contrainte). Si pour les matériaux métalliques, il est communément admis qu'on observe un effet de contrainte moyenne, aucune étude ne permet de l'affirmer pour les matériaux composites (*cf.* section I.3.2.1.5). Appliquer la moyenne sur les déformations totales équivalentes est un choix qui n'influence probablement pas la durée de vie au premier ordre dans les matériaux composites. Par simplicité, cet effet de « déformation moyenne » restera tout de même appelé effet de contrainte moyenne. Ce choix est justifié d'une part par le fait que les déformations résiduelles sont faibles pour le matériau considéré et la facilité d'implémentation dans un code EF (calcul explicite) et d'autre part par la prise en compte de la multiaxialité du chargement dans le calcul du seuil d'endommagement apparent en fatigue. En effet, l'effet de contrainte moyenne est alors pris en compte à la fois en

traction et en cisaillement (alors que pour les métaux cet effet est souvent négligeable en cisaillement [Davoli et al., 2003]). Les seuils d'endommagement de fatigue en cisaillement sont alors directement calculés par le modèle. A l'inverse, Angrand, qui fait porter la moyenne sur la déformation élastique, doit définir les seuils d'endommagement en fatigue en traction mais également en cisaillement.

Cette section vise à présenter les caractéristiques auxquelles doit répondre la moyenne évolutive pour rendre compte de l'effet de contrainte moyenne pour tout type de chargement. La formulation de la moyenne évolutive proposée dans [Desmorat et al., 2015, Angrand, 2016] est décrite. Ses avantages et limites seront explicités et deux autres méthodes seront proposées pour calculer la moyenne. L'impact de chaque moyenne sur le cumul des dommages est étudié. Nous notons dans ce qui suit, pour alléger les notations, z le chargement, \tilde{z} la moyenne évolutive du chargement au sens de [Desmorat et al., 2015, Angrand, 2016] et \bar{z} la moyenne arithmétique (pour un chargement cyclique). Il suffit donc de substituer ε_{eq} à z pour l'appliquer au modèle proposé.

II.5.1 Cahier des charges

Pour appliquer une moyenne à un chargement quelconque, Desmorat et al. proposent une moyenne évolutive [Desmorat et al., 2015]. Elle requiert plusieurs caractéristiques, listées ci-dessous :

- Indépendance vis-à-vis de la discrétisation en temps (et de la fréquence) : la moyenne ne doit pas dépendre directement du temps.
- Indépendance vis-à-vis de la forme du chargement : la moyenne ne doit dépendre que des pics du chargement. Ainsi, elle doit prendre des valeurs identiques aux extremums des chargements triangulaire ou sinusoïdal.
- Convergence vers la moyenne arithmétique du chargement, dans le cas d'un chargement cyclique :

$$\tilde{z} \xrightarrow[\text{chargement cyclique}]{t \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{1 \text{ cycle}} z dt = \bar{z} = \frac{1}{2} (z^{min} + z^{max}) \quad (\text{II.31})$$

- Adaptable à des chargements aléatoires.

On peut ajouter à ce cahier des charges une condition concernant la rapidité de calcul de la relation d'endommagement : la moyenne doit être constante –ou varier très peu– sur un cycle pour pouvoir intégrer analytiquement la partie de fatigue de la relation d'endommagement. Ainsi, suite à une forte variation du chargement, la moyenne doit alors rapidement converger rapidement vers sa nouvelle valeur théorique (lorsqu'elle existe) pour ensuite se stabiliser et pour ne pas fausser le calcul de l'endommagement. Plus la moyenne dépend d'un nombre élevé de valeurs antérieures (appelé historique), plus la moyenne sera lente à atteindre cette valeur théorique. Dans ce qui suit, on appelle inertie le temps nécessaire à la moyenne pour converger, propriété liée à l'historique pris en compte dans le calcul de la moyenne.

II.5.2 Moyenne évolutive de Angrand

Desmorat et Angrand proposent l'utilisation d'une moyenne évolutive [Desmorat et al., 2015, Angrand, 2016], inspirée des modèles de plasticité et notée \tilde{z} , qui répond à chaque point du cahier des charges.

Elle est définie par l'équation (II.32) :

$$\check{z}(t) = \frac{I}{z^{ac}} \quad \text{avec} \quad I = \int_0^t z|\dot{z}|d\tau \quad \text{et} \quad z^{ac} = \int_0^t |\dot{z}|d\tau. \quad (\text{II.32})$$

où z^{ac} est la valeur cumulée de la grandeur z au long du chargement. Elle fait office de temps fictif pour calculer la moyenne. Cette moyenne considère tout l'historique des valeurs du chargement passé et est solution de l'équation différentielle (II.33) (voir annexe B pour la démonstration).

$$\frac{d\check{z}}{dz} = \frac{z - \check{z}}{z^{ac}} \quad (\text{II.33})$$

De plus, sa valeur après un chargement monotone croissant partant de zéro est donné par l'équation :

$$\check{z} = \frac{z^{max}}{2}. \quad (\text{II.34})$$

Ainsi, pour un chargement cyclique avec $R = 0$ débutant après cette première montée en charge jusqu'à la charge maximale, la moyenne possède d'ores et déjà la valeur souhaitée (valeur arithmétique).

L'implémentation numérique de cette moyenne est peu coûteuse. En effet, la valeur est obtenue de façon exacte grâce au schéma numérique suivant :

$$\left\{ \begin{array}{l} z_{(n+1)}^{ac} = z_{(n)}^{ac} + |z_{(n+1)} - z_{(n)}| \\ I_{(n+1)} = I_{(n)} + \frac{1}{2} (z_{(n+1)} + z_{(n)}) |z_{(n+1)} - z_{(n)}| \\ \check{z}_{(n+1)} = \frac{I_{(n+1)}}{z_{(n+1)}^{ac}} \end{array} \right. \quad (\text{II.35})$$

D'un pas sur l'autre, son calcul ne nécessite donc de sauvegarder que deux scalaires par mécanisme d'endommagement (I_k, z_k^{ac}).

Pour des raisons de simplicité, le comportement de cette moyenne est présenté sur des chargements triangulaires. Le lecteur est convié à se référer à [Desmorat et al., 2015, Angrand, 2016] pour visualiser des exemples d'application sur des chargements aléatoires. Dans tous les graphes qui suivent, les déformations équivalentes ont été normées par rapport à leur valeur après la première montée en charge. La figure II.17 présente l'application de cette moyenne à des chargements cycliques de rapport de charge $R = 0$ et $R = 0.7$ respectivement. La moyenne évolutive est très performante pour des rapports de charge faible. En particulier, elle est exacte dès la première montée en charge pour un chargement à $R = 0$ (figure II.17a), conformément à l'équation (II.34). Plus généralement, elle converge très rapidement vers la moyenne théorique (si elle existe) lorsqu'il y a peu de variations des valeurs minimales et maximales du chargement. Cependant, plus le rapport de charge est important, plus la moyenne est lente à atteindre la moyenne arithmétique (figure II.17b).

En outre, si des oscillations sont présentes au début du chargement, elles s'atténuent très rapidement grâce au poids de l'historique. Enfin l'avantage majeur d'une telle formulation est sa facilité à prendre en compte tout type de chargement, même complexe et multiaxial.

En revanche, l'effet de l'historique sur les valeurs de la moyenne se révèle problématique pour des applications sur des chargements de fatigue complexe. La moyenne possède de fait une trop grande inertie lors des chargements à plusieurs paliers, où il y a un fort effet de l'historique (figure II.18), ce qui peut fausser complètement la valeur de l'endommagement et son évolution. En effet, lorsque la moyenne est sous-estimée, le seuil de fatigue apparent est également sous-estimé ce qui entraîne un surplus d'endommagement, d'après l'équation d'endommagement (II.23). Inversement, lorsque la moyenne est sur-estimée, l'endommagement est sous-estimé. La moyenne évolutive de Angrand est donc peu adaptée à des chargements par blocs de niveaux sensiblement différents (de type décollage, vol, atterrissage).

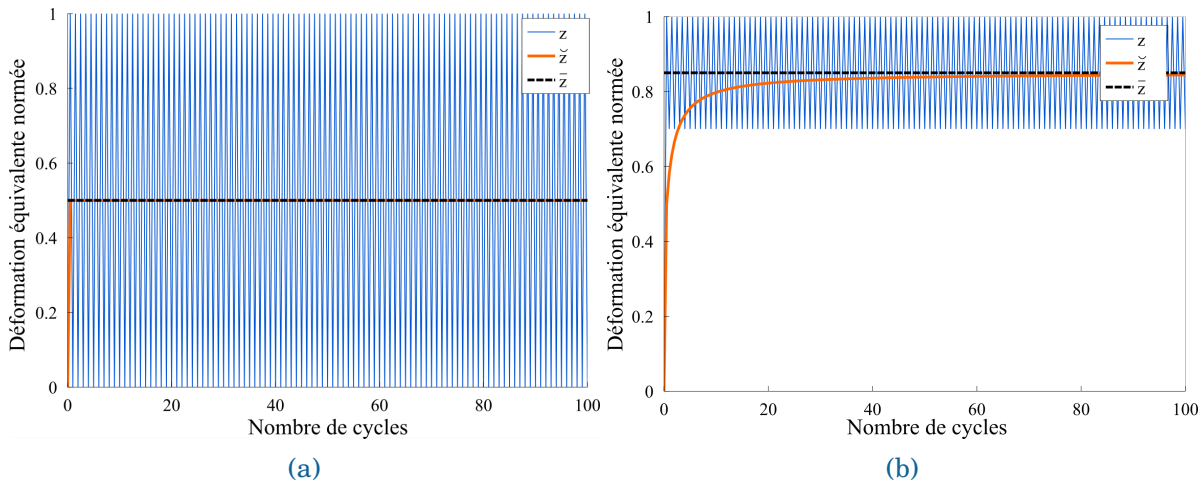


FIGURE II.17 – Évolution de la moyenne évolutive \tilde{z} (en rouge) pour des chargements cycliques à déformation imposée pour des rapports de charge en déformation croissants (a) $R = 0$ et (b) $R = 0.7$. La moyenne arithmétique (exacte) est représentée en noir.

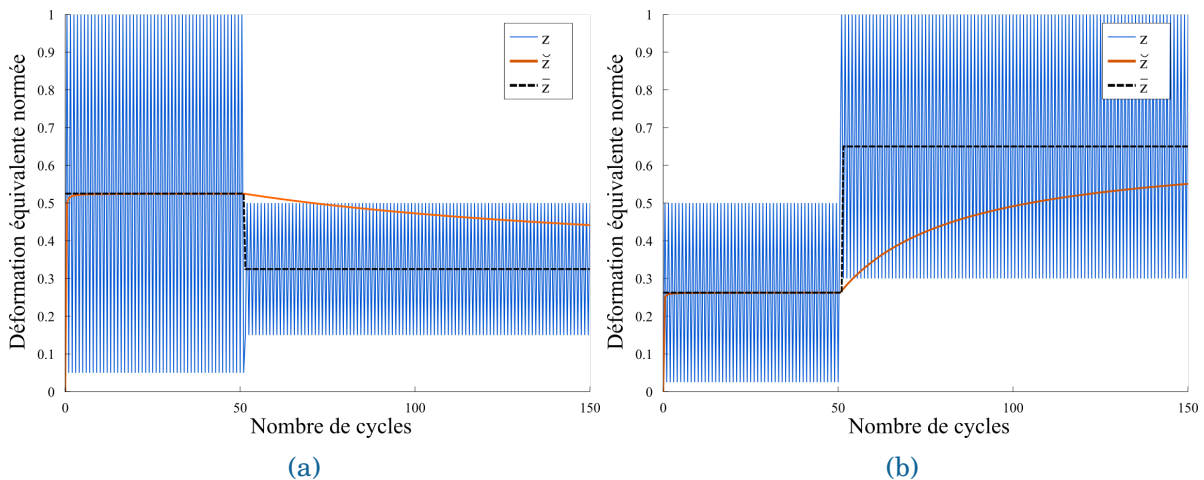


FIGURE II.18 – Évolution de la moyenne évolutive \tilde{z} (en rouge) pour des chargements cycliques à déformation imposée pour des séquences de chargement de type haut-bas (a) et bas-haut (b). La moyenne arithmétique est représentée en noir.

II.5.3 Versions alternatives

Deux autres versions de moyenne évolutive, au sens où la valeur de la moyenne évolue au cours du chargement, sont proposées. L'objectif est de réduire l'inertie de la moyenne évolutive observée au paragraphe II.5.2 pour des chargements par blocs d'amplitudes différentes. Pour cela, une définition « glissante » de la moyenne est ici utilisée : seule la partie la plus récente de l'historique est prise en compte.

L'idée première a été de s'inspirer des moyennes glissantes, aussi appelées moyennes mobiles (utilisées en finance), dans lesquelles la valeur moyenne est calculée sur un intervalle de temps fixé [Hansun, 2013]. Seuls les n derniers points sont considérés (n correspond à la taille de la fenêtre glissante). Chaque valeur de z se voit associée un poids de plus en plus faible à mesure que cette valeur est « ancienne ». L'inconvénient de telles méthodes est la dépendance au pas de discrétisation du chargement au cours du temps. Elles nécessitent, de plus, de sauvegarder beaucoup de valeurs et ne sont donc pas appropriées pour un grand nombre de cycles.

Les moyennes proposées dans la suite ont, *a contrario*, une formulation continue. Elles sont solutions d'équations différentielles, proches de celle de la moyenne évolutive.

II.5.3.1 Moyenne exponentielle

Dans un premier temps, une moyenne \bar{z}^{exp} , appelée moyenne exponentielle, solution de l'équation différentielle (II.36), est considérée.

$$\frac{d\bar{z}^{\text{exp}}}{dz} = \frac{z - \bar{z}^{\text{exp}}}{p_0} \quad (\text{II.36})$$

Cette équation diffère de l'équation (II.33) par le remplacement de z^{ac} par un paramètre p_0 , qui correspond à la taille de la fenêtre temporelle de l'historique. Ainsi, seules les n dernières valeurs permettant à z^{ac} d'atteindre le seuil p_0 sont prises en compte.

Cette équation différentielle est résolue de façon exacte dans l'annexe B. La moyenne est calculée de façon itérative, pour chaque pas de temps n , à l'aide du schéma numérique suivant :

$$\bar{z}^{\text{exp}(n+1)} = \left(\bar{z}^{\text{exp}(n)} - z^{(n)} + \text{sgn}(\Delta z)p_0 \right) \exp\left(-\frac{|\Delta z|}{p_0}\right) + z^{(n+1)} - \text{sgn}(\Delta z)p_0. \quad (\text{II.37})$$

La valeur au temps t^n ne dépend alors que des valeurs du pas de temps précédent, ce qui est optimal en terme de vitesse d'exécution.

Chaque point du cahier des charges (indépendance en temps, indépendance de la forme du chargement, convergence vers la moyenne arithmétique $\bar{z} = \frac{1}{2} \frac{z^{\text{min}} + z^{\text{max}}}{2}$ pour des chargements cycliques) est détaillé en annexe B. Reprenons ici les résultats principaux de ces démonstrations.

Il apparaît que pour un chargement cyclique, les valeurs de la moyenne exponentielle \bar{z}^{exp} tendent vers \bar{z} . Cependant, les valeurs de la moyenne oscillent autour de cette valeur cible (voir figure II.19a). L'amplitude de ces oscillations est bornée et connue analytiquement. Dans le cas d'un chargement crête-crête (sans point de calcul intermédiaire), elle est donnée par :

$$\text{Amp} = \frac{|\Delta z|}{2} + p_0 \frac{e\left(-\frac{|\Delta z|}{p_0}\right) - 1}{e\left(-\frac{|\Delta z|}{p_0}\right) + 1}. \quad (\text{II.38})$$

L'amplitude des oscillations dépend donc à la fois de l'amplitude du chargement et du paramètre p_0 choisi. Plus p_0 est faible, plus les oscillations sont importantes mais plus la moyenne converge rapidement vers \bar{z} , et inversement, comme l'illustre la figure II.19. Lorsque le paramètre p_0 est trop grand, la vitesse de convergence est tellement lente que la moyenne n'a pas encore atteint la valeur arithmétique à la fin du premier palier (ici de 100 cycles). Il s'agit donc de trouver le bon équilibre entre vitesse de convergence et taille des oscillations. Les figures II.19c et II.19d présentent l'évolution de la moyenne exponentielle, pour différentes valeurs de p_0 sur les mêmes chargements à deux niveaux que précédemment.

Sur les valeurs testées, seule la valeur $p_0 = 0.0005$ permet une convergence aussi rapide qu'en utilisant la moyenne exacte. Cependant, pour cette valeur, l'amplitude des oscillations augmente artificiellement la moyenne prise en compte dans le calcul de l'endommagement.

Une méthode d'identification robuste de ce paramètre p_0 , très influant sur les valeurs de la moyenne, reste à mettre au point. C'est une limitation qu'il convient de dépasser pour pouvoir appliquer une telle moyenne dans la relation d'endommagement. Précisons néanmoins que pour chaque valeur de p_0 , il est possible de modifier les paramètres cinétiques pour obtenir les évolutions de l'endommagement attendues.

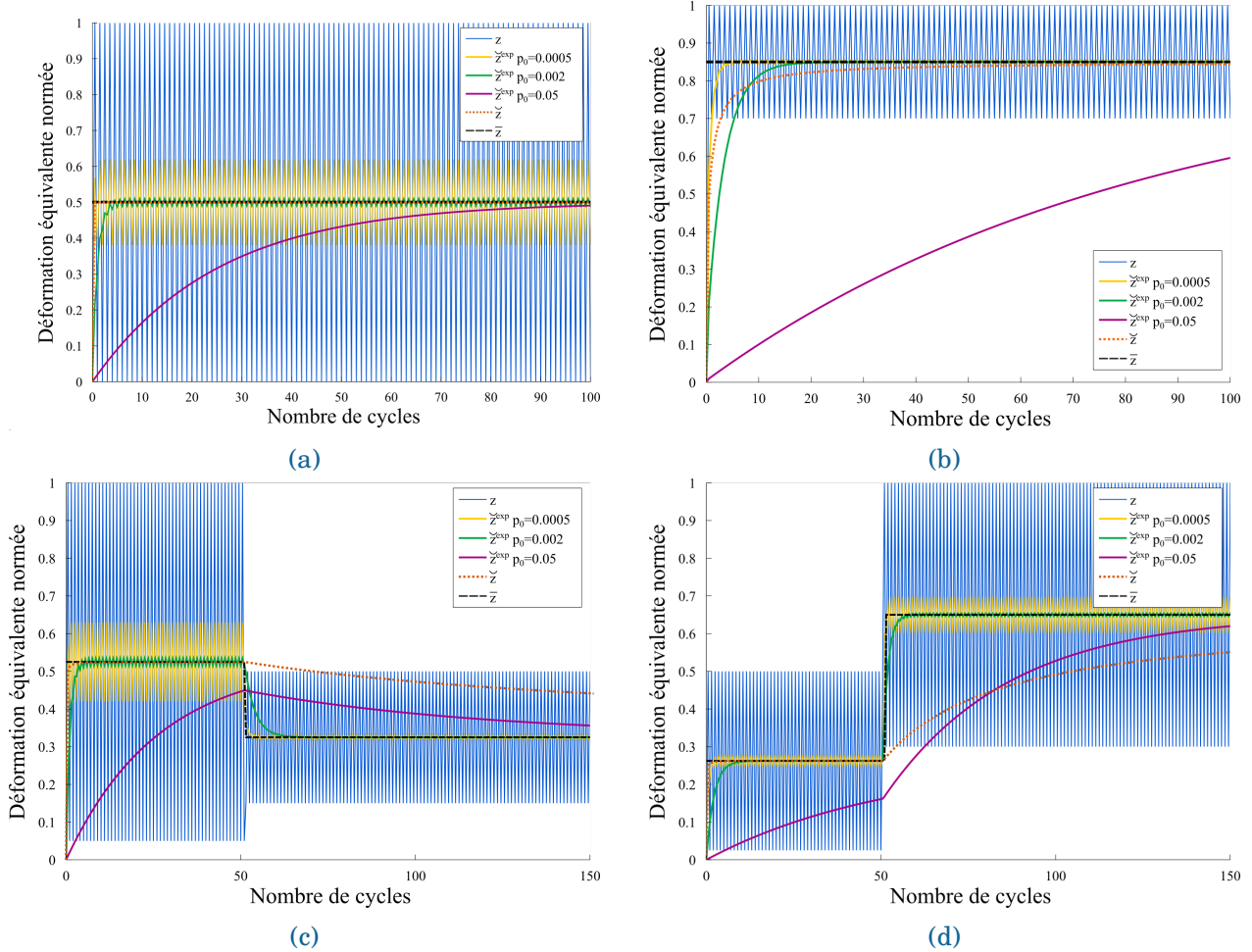


FIGURE II.19 – Évolution de la moyenne exponentielle \bar{z}^{exp} pour différentes valeurs de p_0 sur des chargements cycliques à déformation imposée pour des rapports de charge en déformation croissants (a) $R=0$ et (b) $R=0.7$). Les figures (c) et (d) représentent leur évolution sur des chargements de type haut-bas et bas-haut. La moyenne arithmétique (exacte) est représentée en noir et la moyenne évolutive en pointillés orange.

II.5.3.2 Moyenne mixte

L'idée suivante est de regrouper les deux formulations précédentes en une troisième moyenne, appelée moyenne mixte \bar{z}^{mixte} .

Elle est solution de l'équation différentielle (II.39) :

$$\frac{d\bar{z}^{mixte}}{dz} = \frac{z - \bar{z}^{mixte}}{\min(z^{ac}, p_0)} \quad (\text{II.39})$$

Ainsi la moyenne calculée aura la formulation de la moyenne exponentielle tant que $z^{ac} \leq p_0$ et la moyenne exponentielle prendra le relais ensuite. Les avantages à la fois des moyennes évolutive et exponentielle sont donc présents : la moyenne est exacte au cours de la première montée en charge et elle peut également être très réactive lors des changements de paliers puisque l'inertie est réglée par le paramètre p_0 . Bien sûr, comme les deux moyennes évolutive et exponentielle remplissent l'intégralité des besoins listés au paragraphe II.5.1, la moyenne mixte également.

La figure II.20 présente l'évolution de la moyenne mixte, pour différentes valeurs de p_0 sur les mêmes chargements que précédemment. La taille des oscillations, dès que la moyenne

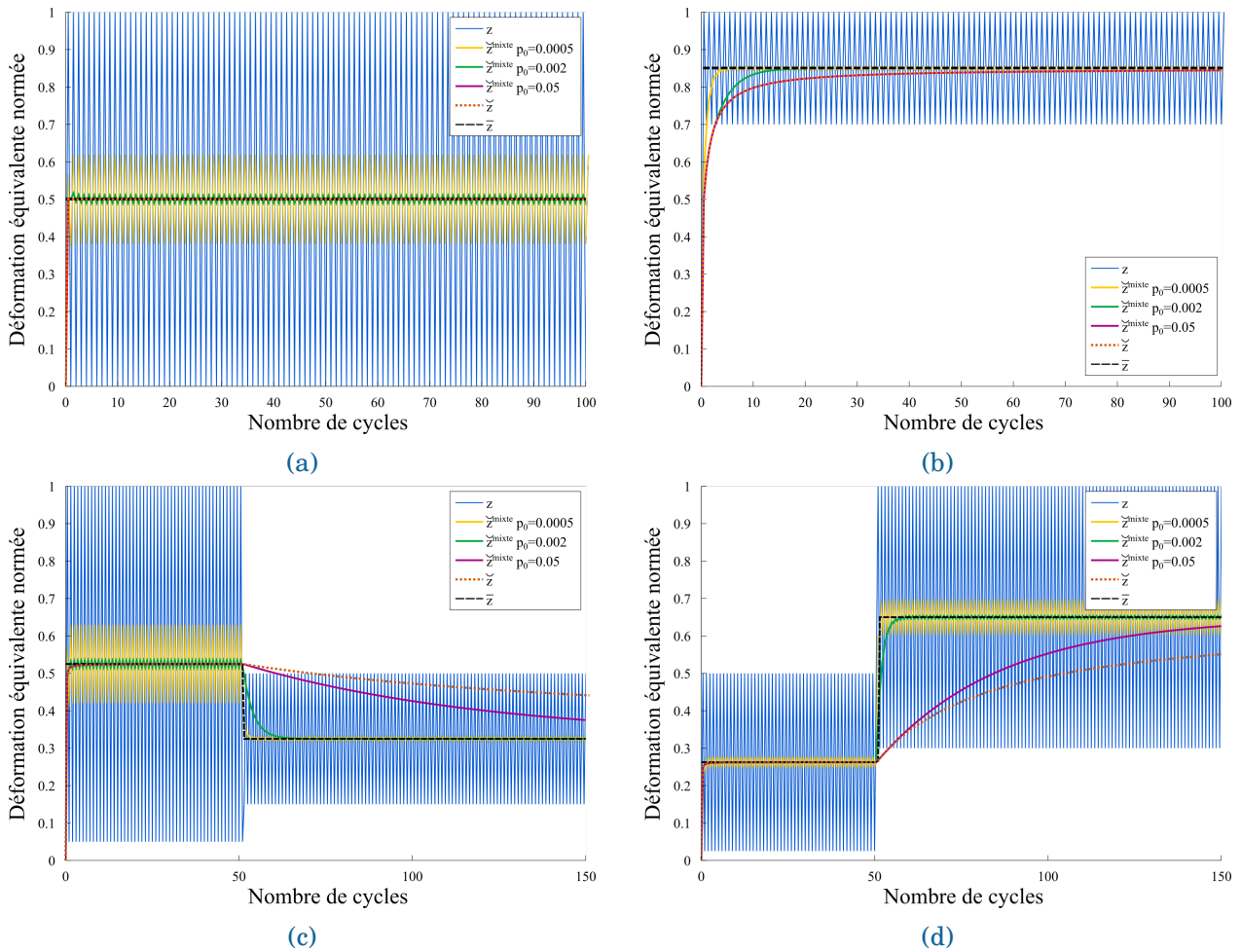


FIGURE II.20 – Évolution de la moyenne mixte \bar{z}^{mixte} pour différentes valeurs de p_0 sur des chargements cycliques à déformation imposée pour des rapports de charge en déformation croissants (a) $R=0$ et (b) $R=0.7$). Les figures (c) et (d) représentent leurs évolutions sur des chargements de type haut-bas et bas-haut. La moyenne arithmétique (exacte) est représentée en noir et la moyenne évolutive en pointillés orange.

exponentielle reprend la main, reste identique à celle obtenue au paragraphe précédent. Il convient également de remarquer que, sur un chargement cyclique à un niveau d'amplitude constante, les évolutions de la moyenne, obtenues avec la moyenne évolutive et la moyenne mixte, sont identiques, aux oscillations près. Le jeu de paramètres identifiés peut donc être identique.

Encore une fois, le paramètre p_0 est complexe à identifier. L'implémentation de cette moyenne reste, néanmoins, simple à mettre en œuvre.

II.5.4 Effet du choix de la moyenne sur le cumul des dommages

Lorsque les dommages dus à des séquences de chargements cycliques de différentes amplitudes peuvent s'additionner indépendamment de leur ordre d'apparition, le cumul des dommages est dit linéaire. C'est la règle de Palmgreen-Miner, détaillée dans la section I.3.2.1.5. En revanche, si l'historique de chargement importe, on parle de cumul non-linéaire.

La section I.3.2.1.5 présente les causes possibles entraînant un cumul non-linéaire des dommages pour un modèle incrémental, rappelées ci-dessous :

- La relation d'endommagement n'est pas à variables séparables.
- L'amplitude du chargement local varie.
- Présence d'un seuil en nombre de cycles : l'endommagement démarre après un certain nombre N_i^0 de cycles, pour chaque niveau de chargement.
- L'endommagement n'est pas nul au début de la fatigue (à la fin de la première montée en charge) $d = d_i^0$.
- La contrainte moyenne n'est pas mise à jour instantanément.

Dans notre modèle, plusieurs sources de non-linéarité sont mises en jeu simultanément. D'une part la relation d'endommagement (équation II.40) n'est pas à variables séparables, à cause de la somme des deux contributions statique et de fatigue.

$$\begin{aligned} \dot{d}_k = & (d_{\infty,k} - d_k) \left\langle \frac{\varepsilon_{eq,k}^{\max} - \varepsilon_k^{0s}}{S_k^s} \right\rangle_+^{s_k} \langle \dot{\varepsilon}_{eq,k}^{\max} \rangle_+ \\ & + (d_{\infty,k} - d_k)^{\gamma_k} \left\langle \frac{\varepsilon_{eq,k} - m_k \check{\varepsilon}_{eq,k} - \varepsilon_k^{0f}}{S_k^f} \right\rangle_+^{s_k} \left(\langle \dot{\varepsilon}_{eq,k} \rangle_+ - \dot{\varepsilon}_{eq,k}^{\max} \right) \end{aligned} \quad (\text{II.40})$$

D'autre part, dans les conditions d'usage, la charge maximale imposée en fatigue est supérieure au seuil d'endommagement statique, vu que ce dernier est très faible pour les composites oxyde/oxyde. La contribution statique activée implique donc que l'endommagement ne soit pas nul au début du chargement de fatigue (troisième source). Enfin, la déformation équivalente moyenne $\check{\varepsilon}_{eq}$, introduite pour rendre compte de l'effet de contrainte moyenne, n'est pas constante (le chargement étant souvent piloté en contrainte et pouvant être aléatoire) et n'est pas mise à jour instantanément (cinquième source). Cette moyenne peut d'ailleurs être mise en regard avec l'effet mémoire introduit par Chaboche [Chaboche et al., 1979] dans un modèle de plasticité cyclique, rendant compte du cumul non-linéaire observé. Les sources de non-linéarité proviennent donc de la relation à variables non-séparables et de la contrainte moyenne non-instantanée introduite dans le modèle.

Dans ces conditions et dans l'optique de découpler les différentes causes du cumul non-linéaire, une situation idéalisée est considérée pour étudier l'influence de la moyenne sur le cumul des dommages :

- Les chargements considérés sont cycliques, uniaxiaux et pilotés en déformation (fatigue pure), de façon à ce que la contribution statique ne soit pas activée. La déformation équivalente, sur laquelle est calculée la moyenne, est de fait également cyclique ;
- Le seuil d'endommagement statique est artificiellement rehaussé de façon à ne pas avoir d'endommagement préalable à la fatigue. La charge maximale est ainsi comprise entre le seuil d'endommagement de fatigue et celui de statique.

Ces conditions sont représentatives des sollicitations en fatigue polycyclique. Notons que dans ces conditions, en choisissant le paramètre $m_k = 0$, le cumul des dommages devient linéaire (l'amplitude de la déformation équivalente est constante pour chaque cycle, condition n° 5 pour obtenir un cumul linéaire). En revanche, si le chargement est imposé en contrainte, toutes autres conditions identiques, le cumul ne peut plus être linéaire puisque l'amplitude de la déformation équivalente augmente sur chaque cycle, sous l'effet de l'endommagement.

Dans toute la suite de cette section, on considère un chargement cyclique uniaxial à deux niveaux de charge de durée N_1 et N_2 cycles respectivement (comme dans la section I.3.2.1.5). Les prévisions du modèle en terme de cumul des dommages, pour les trois moyennes étudiées, seront comparées à la règle de Palmgreen-Miner.

Impact de la moyenne évolutive sur le cumul des dommages

Dans un premier temps, la moyenne évolutive est considérée. Sa valeur ne dépendant d'aucun paramètre, le rôle du paramètre m est également étudié.

Le cas $m = 0$, pour lequel il n'y a pas d'effet de contrainte moyenne dans le modèle, permet d'illustrer, que sous le cas de chargement choisi, avec toutes les restrictions énoncées précédemment, le cumul est bien linéaire (figure II.21). La durée de vie (nombre de cycles à rupture) est déterminée par un critère en endommagement maximal. Les abscisses et ordonnées représentent les portions de vie relatives de chaque palier. Les durées de vie obtenues (en rouge) se superposent avec la droite noire en pointillés représentant la règle de Miner, le cumul est donc bien linéaire. Pour montrer l'influence de l'endommagement initial, le cas où le seuil d'endommagement statique est inférieur à la déformation maximale appliqué est ajouté (en bleu). Lorsque les niveaux de chargements sont croissants, le cumul est fortement non-linéaire. En effet, lors du changement de palier, la relation d'endommagement statique est à nouveau utilisée pour atteindre le haut niveau de chargement, ce qui entraîne la rupture du matériau bien plus tôt que prévu, voire au cours de la montée en charge. En revanche pour des niveaux de chargements décroissants, le cumul reste quasi-linéaire et l'endommagement initial a peu d'influence (le matériau rompt légèrement plus tôt que pour un cumul linéaire).

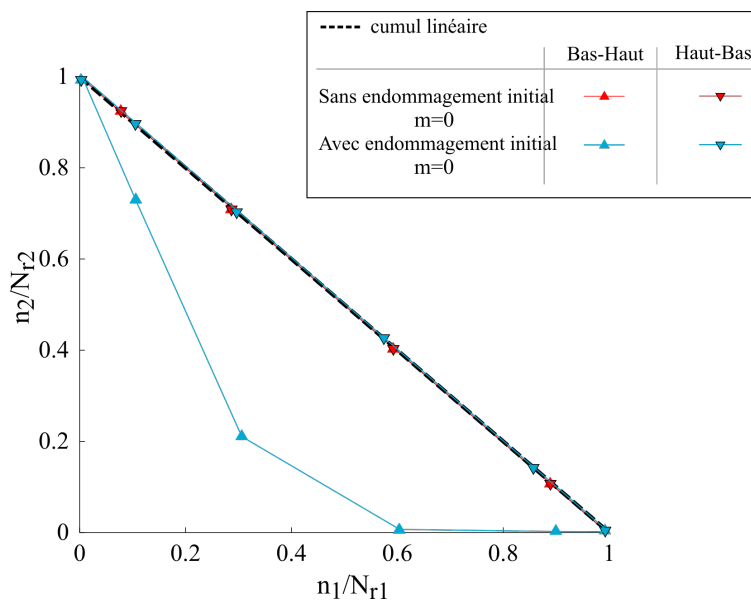


FIGURE II.21 – Courbes de cumul des dommages obtenues avec la moyenne évolutive sur des chargements cyclique à déformation imposée, $R=0$ et $m = 0$. La droite noire en pointillés représente un cumul linéaire. Les triangles ▲ (resp. ▼) correspondent à des niveaux de charge croissants (resp. décroissants), de durées de vie plus courtes (resp. longues) que la simple somme des durées de vie.

L'impact de l'endommagement initial est donc loin d'être négligeable, puisqu'en plus de s'activer lors de la première montée en charge, il l'est également lors du changement de niveau bas-haut. Le critère en endommagement maximal est donc directement vérifié (la cinétique statique est bien plus rapide qu'en fatigue).

Dans un second temps, l'intérêt se porte plus particulièrement sur la forme du cumul des dommages observée avec la moyenne évolutive et sur l'impact que peut avoir le paramètre m . La figure II.22 montre les courbes de cumul obtenues avec $m = 0,94$ et $m = 0,5$, en utilisant la moyenne évolutive.

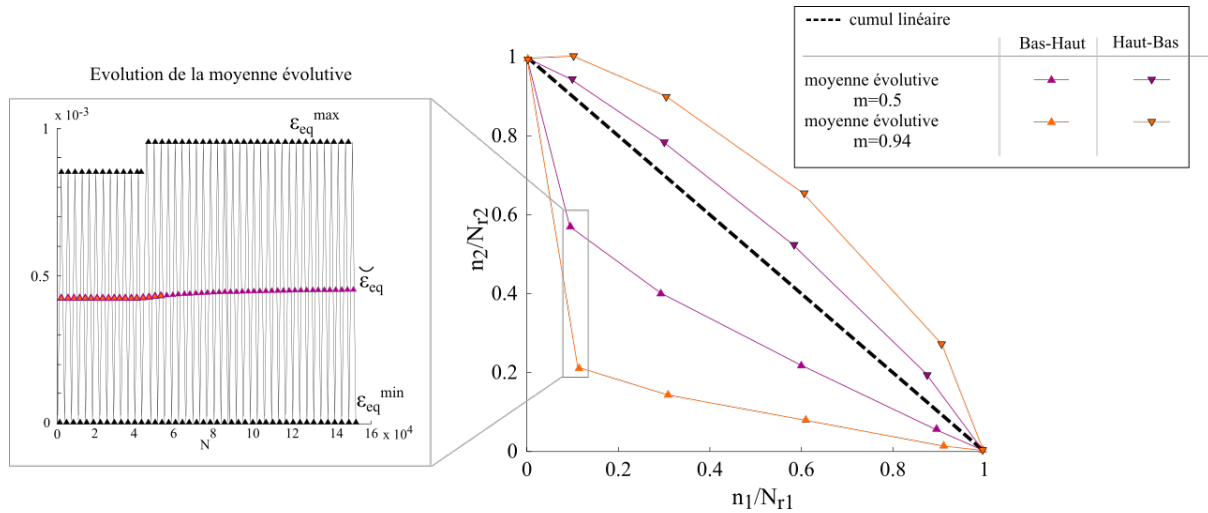


FIGURE II.22 – Courbes de cumul des dommages obtenues avec la moyenne évolutive sur des chargements cyclique à déformation imposée et $R=0$. La droite noire en pointillés représente un cumul linéaire. Les triangles ▲ (resp. ▼) correspondent à des niveaux de charge croissants (resp. décroissants), de durées de vie plus courtes (resp. longues) que la simple somme des durées de vie. Le graphe à gauche représente l'évolution de la moyenne équivalente.

Le cumul obtenu est non-linéaire, et ce d'autant plus que le paramètre m est élevé. En effet, plus m est élevé, plus la déformation équivalente influe sur le seuil apparent de fatigue et la cinétique d'endommagement. Ce paramètre pourrait donc également être identifié à l'aide d'une campagne expérimentale sur le cumul des dommages. Les niveaux croissants (bas-haut) ont des durées de vie plus courtes que des niveaux décroissants (haut-bas), ce qui est l'inverse de l'effet observé pour les matériaux métalliques. Ce comportement est dû à l'inertie de la déformation équivalente moyenne : pour des niveaux de contrainte décroissants, la moyenne est sur-estimée après le changement de palier. Le seuil de fatigue apparent est donc sur-estimé et l'endommagement est sous-estimé. Par conséquent, la durée de vie est plus longue qu'avec un cumul linéaire des dommages (domaine au dessus de la courbe en pointillé sur la figure II.22). Inversement, pour des niveaux croissants, la moyenne est sous-estimée, l'endommagement sur-estimé et la durée de vie plus courte (domaine en dessous de la courbe en pointillé). La formulation de la moyenne évolutive, de par son inertie, impose la forme (non-linéaire) du cumul des dommages.

Impact des moyennes alternatives sur le cumul des dommages

Les deux moyennes alternatives proposées réduisent l'inertie de la moyenne. Le cumul des dommages devrait donc être plus linéaire. Pour étudier l'influence des moyennes et du paramètre p_0 , le paramètre m est identique pour toutes les simulations et fixé à $m = 0.94$.

La figure II.23 présente les courbes obtenues avec la moyenne exponentielle pour différents paramètres p_0 .

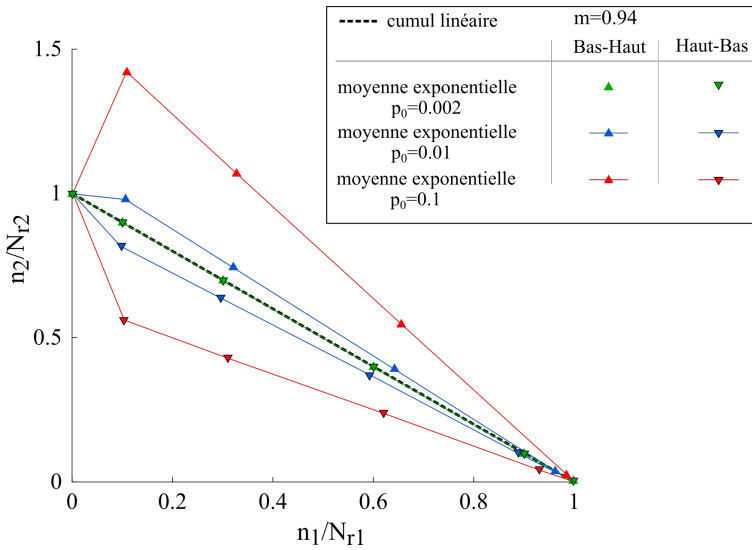


FIGURE II.23 – Courbes de cumul des dommages obtenues avec la moyenne exponentielle. La droite en tirets noirs représente un cumul linéaire. Les triangles ▲ (resp. ▼) correspondent à des niveaux de charge croissants (resp. décroissants), de durées de vie plus longues (resp. courtes) que la simple somme des durées de vie.

Il convient d'abord de remarquer que l'effet de contrainte moyenne est inversé par rapport à la moyenne évolutive : les niveaux croissants (bas-haut) ont des durées de vie plus longues que des niveaux décroissants (haut-bas). Malgré une réduction de l'inertie (notamment sur le second niveau de chargement), le cumul des dommages reste non-linéaire.

Toutefois, l'inertie de la moyenne exponentielle durant le premier palier ralentit la cinétique d'endommagement et introduit un biais dans le calcul du cumul des dommages, qui peut être à l'origine de l'inversion de l'effet de cumul. On observe de plus que la forme des courbes de cumul est linéaire. La valeur du paramètre p_0 joue, de plus, un rôle du premier ordre sur l'écart à la linéarité. Plus p_0 est faible et plus le cumul est linéaire. Cette observation était attendue au vu de l'influence de ce paramètre sur l'inertie de la moyenne.

La figure II.24 présente les courbes obtenues avec la moyenne mixte pour différents paramètres p_0 . Afin d'exacerber les écarts à la linéarité, un second graphe est ajouté, pour lequel l'axe des ordonnées correspond à l'écart au cumul linéaire $\frac{n_2}{N_{r2}} - (1 - \frac{n_1}{N_{r1}})$, et non à la fraction de durée de vie du second niveau de chargement $\frac{n_2}{N_{r2}}$. L'absence d'inertie de la moyenne mixte permet d'obtenir trouver un comportement quasi-linéaire (règle de Miner applicable). L'écart à la linéarité, constant quel que soit la fraction de durée de vie du premier niveau de chargement, dépend de la valeur de p_0 . Pour de faibles valeurs de p_0 , la moyenne est considérée instantanée, les pré-requis pour obtenir un cumul linéaire remplis et, par conséquent, le cumul obtenu est considéré linéaire.

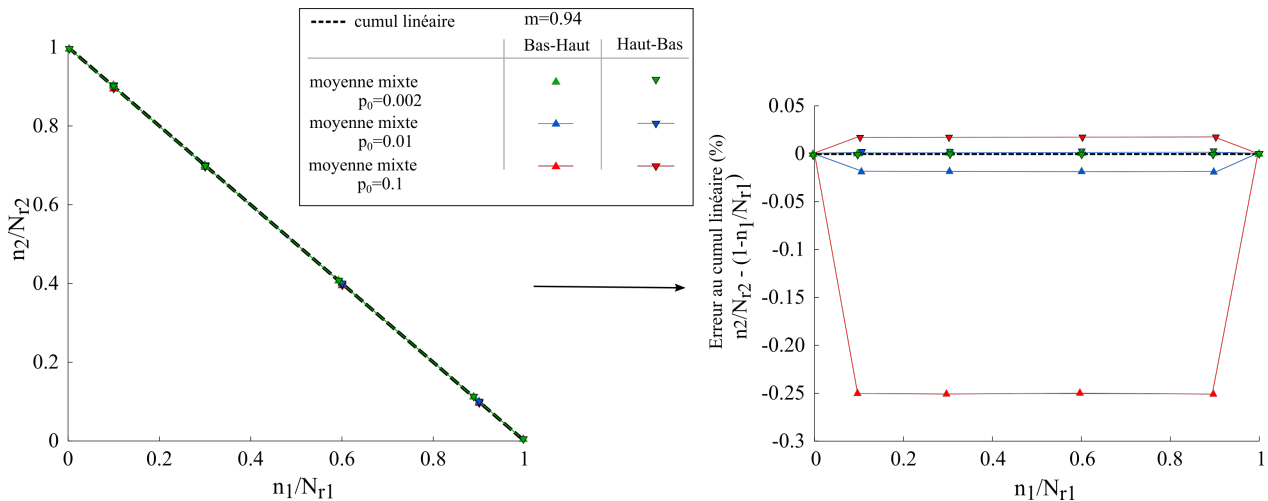


FIGURE II.24 – Courbes de cumul des dommages et d'écart au cumul linéaire obtenues avec la moyenne mixte. La courbe en tirets noirs représente un cumul linéaire. Les triangles ▲ (resp. ▼) correspondent à des niveaux de charge croissants (resp. décroissants).

Lorsque l'une ou l'autre de ces moyennes sont utilisées, le paramètre p_0 permet d'obtenir un cumul non-linéaire plus ou moins prononcé.

Le paramètre p_0 permet de raccourcir l'historique du chargement pris en compte et donc de régler l'inertie de la moyenne exponentielle (et de la moyenne mixte) et de fait donc comportement vis-à-vis du cumul des dommages. D'un point de vue pratique, il convient de se demander la nature de ce paramètre : dépend-il du chargement, auquel cas il est nécessaire de l'identifier pour chaque nouveau chargement, ou bien est-ce un paramètre matériau, pour lequel il faudrait définir un protocole d'identification ? Dans ces travaux de thèse, on postule qu'il s'agit d'un paramètre matériau, qui peut être identifié au travers d'essais de cumul (il détermine l'écart à la linéarité, comme l'illustre la figure II.23). Toutefois, le nombre d'éprouvettes à disposition ne nous a pas permis de mener une telle campagne expérimentale, qui requiert au minimum une vingtaine d'essais, et qui reste complexe à mettre en place quelque soit le matériau étudié.

II.5.5 Conclusions

Il a été vu dans la section I.3.2.1.5 que les matériaux composites présentent un cumul non-linéaire des dommages au cours de chargements à plusieurs blocs. Les trois formulations de la moyenne étudiées induisent une réponse différente du point de vue du cumul des dommages. En utilisant la moyenne évolutive, le cumul est fortement non-linéaire puisque la moyenne présente une très forte inertie lors de la transition entre les deux blocs de chargement. Les chargements à deux niveaux de chargements croissants (de type bas-haut) présentent des durées de vie plus courtes que les chargements réciproques (de type haut-bas). La moyenne exponentielle présente, elle, un cumul non-linéaire d'effet inverse : un chargement de type petite amplitude - grande amplitude est moins dommageable que la réciproque. La moyenne mixte présente, quant à elle, un cumul quasi-linéaire. Il serait néanmoins intéressant de mener une analyse de sensibilité plus poussée sur l'influence des différentes moyennes étudiées sur le cumul des dommages, dans des situations représentatives des sollicitations réelles.

Toutefois, à l'heure actuelle, il est impossible de déterminer quelle formulation de la moyenne est la plus pertinente. Ce choix doit reposer sur une campagne expérimentale dédiée. Une telle campagne nécessitant un nombre élevé d'essais, elle n'a pas pu être entreprise dans ces tra-

vaux de thèse. De plus, aucune étude sur le cumul des dommages n'a été recensée dans la littérature sur des composites oxyde/oxyde.

Sur des chargements cycliques à faible rapports de charge, les trois formulations de la moyenne donnent des résultats similaires. Dans la suite de cette étude, la moyenne privilégiée est la plus simple, à savoir la moyenne évolutive, comme proposée par Desmorat et Angrand [Desmorat et al., 2015, Angrand, 2016], dans la mesure où elle n'introduit pas de paramètre supplémentaire. Ce paramètre p_0 utilisé dans les formulations exponentielles et mixte est, de plus, difficile à identifier et induit des oscillations dans la réponse de la moyenne qui peuvent affecter la cinétique d'endommagement. Ce choix a été également motivé par sa réponse sur des chargements aléatoires répétés, représentatifs de chargements réels. Les résultats de la moyenne évolutive sont satisfaisants et peu sensibles à la variation du chargement dans chaque « cycle » du chargement (figure II.25). Il s'agit d'une propriété intéressante pour l'intégration de la relation d'endommagement.

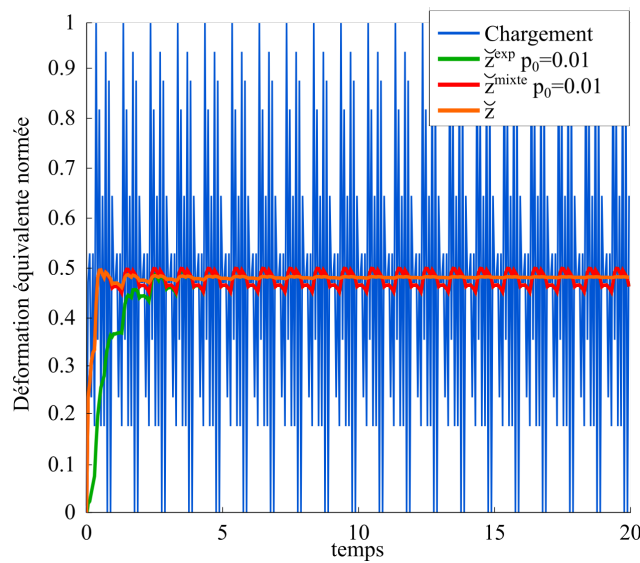


FIGURE II.25 – Évolution des trois formulations de la moyenne sur un chargement aléatoire répété de vingt périodes.

II.6 Critère de rupture

Dans l'optique de prévoir la tenue du matériau et ses propriétés résiduelles après fatigue, le modèle doit être associé à un critère de rupture. Dans la littérature, plusieurs critères permettant de déterminer le moment de la ruine sont recensés.

Le critère le plus simple consiste à arrêter le calcul une fois une valeur critique atteinte par la contrainte ou la déformation [Berthelot, 2010], correspondant phénoménologiquement à la première rupture de toron. La structure est alors considérée rompue instantanément. Cette méthode est très facile à implémenter et est facilement généralisable aux chargements multiaxiaux. Pour des chargements de fatigue de faible chargement, la structure est dimensionnée par rapport à sa raideur. Ainsi un critère en rigidité effective minimale, directement lié à l'endommagement, peut être pertinent.

Néanmoins, cette méthode ne permet pas de prendre en compte une potentielle influence de l'endommagement sur la rupture des torons et donc de prévoir les résistances résiduelles. En effet, l'endommagement matriciel, notamment en fatigue, affecte les reports de charge entre les torons de fibres. Il peut alors y avoir des ruptures de torons de fibres prématurées, bien que la déformation ou la contrainte à rupture des essais de traction monotone ne soit pas encore atteinte. Ainsi, plusieurs auteurs ont proposé des critères de rupture de torons en contrainte abattus en fonction du niveau d'endommagement [Hochard, 2012, Caous, 2017].

Un critère similaire est retenu dans ses travaux, exprimé cependant en déformation, valeur mesurable au cours des essais. En effet, au cours de la campagne expérimentale menée dans cette thèse, et présentée au chapitre III, une dépendance de la déformation à rupture a été observée au travers de l'analyse des essais de performances résiduelles et des essais statiques à rupture. La déformation à rupture en traction semble dépendre du niveau d'endommagement matriciel. Elle s'exprime, dans chaque direction des renforts ($k = 1, 2$) selon l'équation II.41.

$$\tilde{\varepsilon}_{kk}^{rt} = \varepsilon_{kk}^{rt0} \left(\frac{\langle d_k^r - d_k \rangle_+}{d_k^r} \right) \quad (\text{II.41})$$

Il s'agit d'un critère avec deux paramètres (ε_{kk}^{rt0} et d_k^r), représentant respectivement la déformation à rupture en considérant un endommagement matriciel nul ($d_k = 0$) et l'évolution du critère de rupture avec l'endommagement. La déformation à rupture $\tilde{\varepsilon}_{kk}^{rt}$ diminue donc linéairement avec l'endommagement matriciel (figure II.26) et la présence des crochets de Macaulay garantissent que sa valeur reste positive.

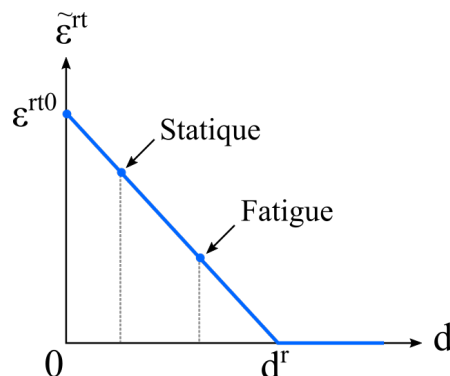


FIGURE II.26 – Schéma de principe de l'évolution de la déformation à rupture en fonction du niveau d'endommagement matriciel.

Le critère peut donc être utilisé en post-traitement pour vérifier si le matériau a rompu. Toutefois, pour le calcul de structure, il mène à sous-estimer la tenue de la structure lorsqu'il est appliqué localement sur une structure avec des concentrations de contraintes. Une

approche non-locale, basée sur un Volume Caractéristique de Rupture [Miot, 2009, Miot et al., 2010] est alors à privilégier et sera présenté dans la seconde partie de cette thèse.

II.7 Implémentation à l'échelle matériau

Le modèle est implémenté dans l'outil Onera-LdC-3D, développé à l'Onera. Il s'agit d'un outil de Théorie Classique des Stratifiés étendue au non-linéaire. Il permet de déterminer le comportement d'un élément de volume, quelque soit la stratification du composite considéré. Cela permet donc de réaliser rapidement des comparaisons essais/calculs à l'échelle locale (des points de Gauss), ce qui en fait un outil utile pour l'identification du modèle.

Schéma numérique général

Le formalisme de cet outil est très similaire à celui des éléments finis, de manière à faciliter le transfert vers des codes de calcul de structure. Comme dans un code EF, ce logiciel assure l'équilibre global d'un élément de volume et vérifie la relation de comportement locale. Les deux résolutions sont effectuées séparément.

La relation de comportement, conformément aux logiciels EF, associe de façon explicite un incrément de contrainte à un incrément de déformation donné. Le modèle a d'ailleurs été formulé en déformation totale de façon à ce que la résolution locale soit explicite, donc facile à implémenter et rapide. Le calcul des différentes grandeurs de la relation de comportement dépend uniquement de la déformation (variable d'état) et des variables internes du pas précédent. Les différentes étapes du calcul local ainsi que les équations associées sont rassemblées dans la figure II.27, à l'intérieur du cadre en pointillés. En post-incrément, un test est mené sur le critère de rupture pour vérifier s'il est rempli. Le cas échéant, le calcul est arrêté.

Garantir l'équilibre global de l'élément de volume revient à assurer la commande du chargement imposé. Ce dernier peut être piloté en déformation, en contrainte, ce qui est généralement le cas durant les essais mécaniques. Lorsqu'il est appliqué en déformation, la vérification de l'équilibre est immédiate et la résolution est explicite. Au contraire, lorsque le chargement est appliqué en contrainte, il faut vérifier que la contrainte calculée par la relation de comportement est identique à celle donnée en entrée par l'utilisateur. Un schéma de résolution implicite est donc requis. Une méthode de Newton-Raphson est utilisée. La résolution du schéma implicite requiert le calcul de la matrice tangente cohérente, spécifique à la relation de comportement appliquée.

La figure II.27 illustre le fonctionnement du logiciel dans les deux cas.

Il convient de remarquer que des simulations hors-axes sont également possibles. Un changement de repère, à l'aide de matrices de rotations, permet de passer du repère global de l'éprouvette dans lequel est imposé le chargement, au repère local (directions principales du matériau). Ce même procédé permet de prendre en compte l'orientation des plis.

Notons enfin que l'implémentation est identique pour des chargements statiques ou de fatigue. La seule différence concerne l'activation ou non de la partie fatigue de la relation d'endommagement.

Calcul de la matrice tangente cohérente

La vérification de l'équilibre global de l'élément de volume nécessite le calcul de la matrice tangente cohérente, en particulier pour un chargement piloté en contrainte. Notons que les codes de calcul par éléments finis avec un solveur implicite (Abaqus/Standard, Zebulon, Samcef) utilisent une résolution implicite pour garantir l'équilibre global des structures. Cette matrice est donc également nécessaire pour l'implémentation du modèle dans un code EF avec solveur implicite.

La matrice tangente cohérente \mathbb{L} peut se définir à l'aide de l'équation

$$\mathbb{L} = \frac{\partial \Delta \boldsymbol{\sigma}}{\partial \Delta \boldsymbol{\varepsilon}} = \frac{\partial \boldsymbol{\sigma}}{\partial \boldsymbol{\varepsilon}} = \mathbb{C}^{\text{eff}} - \mathbb{C}^{\text{eff}} : \frac{\partial \mathbb{S}^{\text{eff}}}{\partial \boldsymbol{\varepsilon}} : \mathbb{C}^{\text{eff}} : \boldsymbol{\varepsilon} - \mathbb{C}^0 : \frac{\partial \boldsymbol{\varepsilon}^r}{\partial \boldsymbol{\varepsilon}}. \quad (\text{II.42})$$

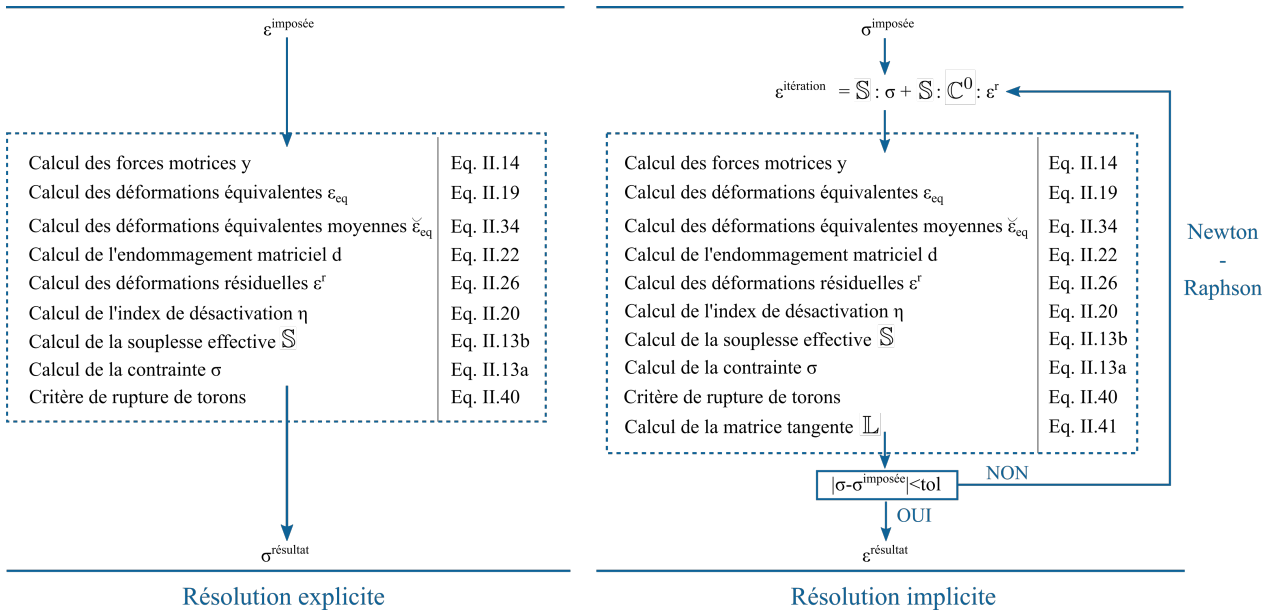


FIGURE II.27 – Schéma de résolution du modèle en fonction du pilotage du chargement : en déformation (gauche) ou en contrainte (droite). L'encadré en pointillé regroupe les étapes du calcul de la relation de comportement.

Dans le modèle utilisé, cette matrice est calculée analytiquement au sein de la loi de comportement. Le calcul exact de cette matrice permet de garantir une vitesse de convergence optimale. Dans un code de calcul de structure, le nombre d'itérations nécessaires à chaque incrément est donc réduit, ce qui permet d'envisager des temps de calculs compatibles avec les besoins industriels (particulièrement en fatigue où le nombre d'incrément est très élevé). Le détail du calcul de l'équation (II.42) est donné en annexe C.

Pour s'assurer de la validité de son calcul et de son implémentation, la matrice tangente analytique est comparée avec la matrice déterminée par perturbation numérique. Différents cas-tests ont été définis pour vérifier le calcul de la matrice tangente cohérente, composante par composante. Ils ont été choisis de façon à activer progressivement les différents mécanismes et paramètres du modèle. Ils sont au nombre de trente-neuf. Ainsi des chargements statiques de traction, de compression et de cisaillement monotones –potentiellement superposés– dans et hors des directions principales du composite sont appliqués. Ensuite, pour chaque type de sollicitation, des chargements de fatigue en déformation imposée, sont appliqués de façon à vérifier qu'il n'y a pas d'endommagement créé durant les décharges et que l'endommagement de fatigue se déclenche au bon moment. Par la suite, les mêmes chargements de fatigue sont appliqués en contrainte imposée afin de s'assurer qu'à chaque cycle, l'endommagement statique débute au bon moment.

Les différentes composantes, numériques et analytiques, sont comparées à l'aide d'un outil Matlab interne de l'Onera, sur un élément de volume (figure II.28).

Notons que la matrice tangente cohérente du modèle est non-symétrique. Il est alors possible de rencontrer des instabilités dans le comportement du matériau, même si le comportement n'est pas adoucissant, qui enfreignent le critère de stabilité $\dot{\epsilon}^T \dot{\sigma} > 0$ et mènent à la localisation de l'endommagement au cours de calculs de structure. Il est difficile de déterminer dans quelles situations ce phénomène apparaît, néanmoins, cela peut être le cas lorsque l'effet de l'endommagement est bien plus élevé en cisaillement que dans l'axe des fibres. Cette perte de stabilité, ou d'unicité, est associée mathématiquement avec la perte du caractère défini-positif de la matrice tangente cohérente \mathbb{L} . Un critère permettant de détecter ces instabilités

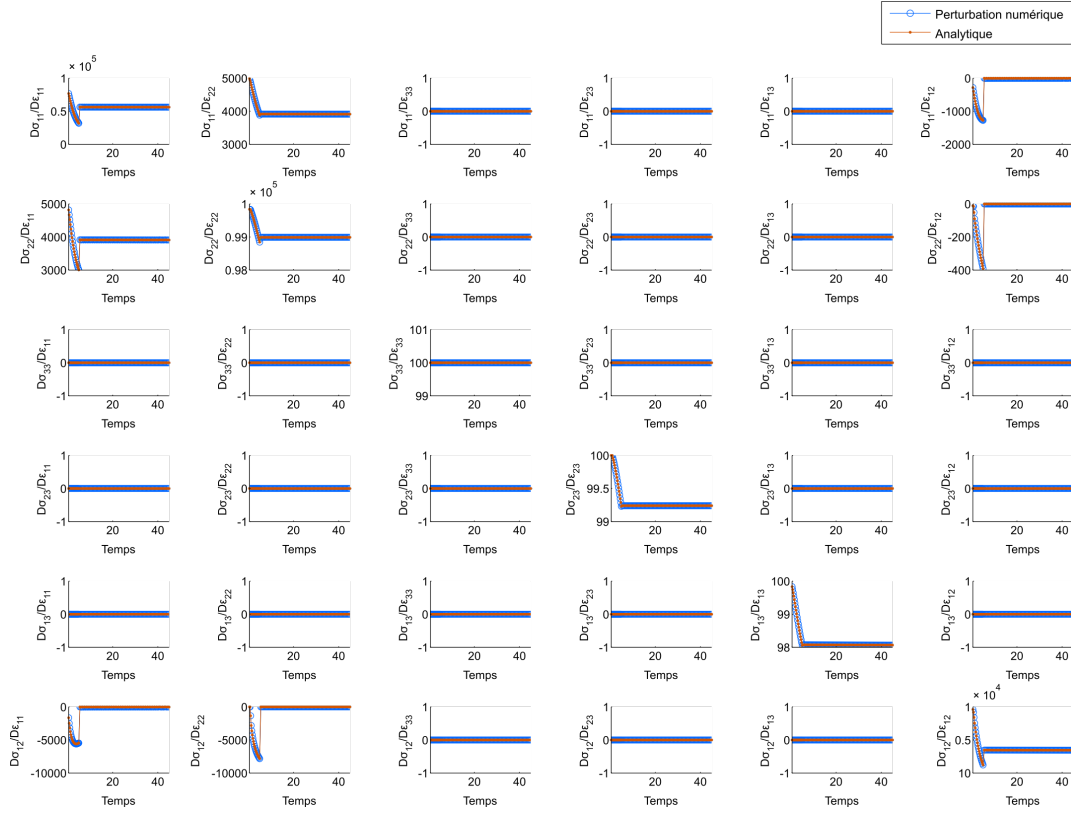


FIGURE II.28 – Exemple de comparaison des évolutions des composantes de la matrice tangente pour un chargement de fatigue de 50 cycles avec de la traction (11) et du cisaillement plan (12).

est donnée par l'équation (II.43) [De Borst et al., 1993, De Borst et al., 2012, Forest and Lorentz, 2004, Besson et al., 2010] :

$$\det(\mathbb{L} + \mathbb{L}^T) = 0. \quad (\text{II.43})$$

Ce critère permet, à l'échelle de l'élément de volume, de s'assurer que le jeu de paramètres choisi n'introduit pas de problèmes numériques. Au cours d'un calcul de structure, cela peut permettre de vérifier que le calcul s'est déroulé comme escompté ou bien de détecter les instabilités, pouvant entraîner des bifurcations de modes. Une étude plus approfondie de ce critère est menée dans d'autres travaux de thèse à l'Onera [Germain, 2020].

II.8 Conclusions

Les similitudes entre les mécanismes d'endommagement sous chargements statiques et de fatigue permettent de considérer un modèle d'endommagement unifié qui rend compte des dommages avec une unique variable d'endommagement pour chaque mécanisme d'endommagement. Le modèle proposé, nommé ODM-O α /O α , est basé sur le modèle ODM-CMO de Angrand [Angrand, 2016]. Il rend compte de l'endommagement matriciel, des déformations résiduelles et de la rupture des torons, à l'aide d'un critère en déformation maximale. La spécificité de ce modèle réside dans le formalisme incrémental de sa relation d'endommagement ($\dot{d} = \dots$), lui permettant d'être appliqué à des chargements aléatoires. Cette équation décrit l'évolution de l'endommagement au cours de sollicitations statiques et de fatigue à l'aide de deux contributions, qui ne sont jamais actives en même temps. Ainsi le modèle rend compte automatiquement de la différence de cinétique d'endommagement pour ces deux types de chargement. De plus, la relation d'endommagement prend en compte les phénomènes suivants :

- l'effet de la charge maximale, considéré comme le plus influent sur le comportement des composites,
- l'effet de contrainte moyenne, permettant de rendre compte de l'évolution de la durée de vie au cours de chargements de rapports de charge différents.

Ce dernier point est appliqué à l'aide d'une moyenne évolutive au sein de la relation d'endommagement. Cette moyenne est très performante pour des chargements de fatigue cyclique mais présente une forte inertie, inhérente à sa formulation, qui peut poser problème pour des chargements à plusieurs niveaux. Pour y pallier, deux versions alternatives ont été considérées. Cependant, sans campagne expérimentale dédiée, aucune conclusion ne peut être tirée sur la formulation à adopter.

Ce modèle d'endommagement permet donc de déterminer la durée de vie et les performances résiduelles de structures soumises à des chargements complexes, potentiellement aléatoires et multiaxiaux.

Ce modèle est, de plus, aisé à implémenter. Le passage au calcul de structure est presque immédiat puisque seule la relation de comportement est à intégrer à l'échelle locale d'un code Éléments Finis. Les simulations sont rapides, grâce à l'intégration exacte et explicite de chaque brique du modèle. Ainsi, chaque charge, ou décharge, peut être résolue en un unique incrément de temps. Toutefois, les modèles incrémentaux sont coûteux en temps de calcul, puisqu'ils décrivent l'intégralité du chargement, contrairement aux modèles de fatigue en nombre de cycles. Une stratégie de calcul devra donc être considérée pour réaliser des simulations sur structure à très grand nombre de cycles en des temps raisonnables pour les bureaux d'études (*cf.* chapitre IV).

La prochaine étape consiste à identifier les cinquante-quatre paramètres plans du modèle sur des cas-tests élémentaires et à voir dans quelle mesure les mécanismes insérés dans le modèle expliquent les résultats expérimentaux. Pour cela, le prochain chapitre présente la campagne expérimentale réalisée et propose un protocole d'identification des paramètres du modèle.

CHAPITRE III

ÉTUDE DU COMPORTEMENT DU COMPOSITE OXYDE/OXYDE ÉTUDIÉ ET IDENTIFICATION DES PARAMÈTRES DU MODÈLE

L'objet de ce chapitre est en premier lieu de présenter le comportement du matériau oxyde/oxyde étudié sous sollicitations statiques et de fatigue et d'identifier les paramètres du modèle. La campagne expérimentale mise en place est d'abord présentée, ainsi que les résultats obtenus. Un protocole d'identification du modèle est ensuite proposé. Enfin, les comparaisons essais/calculs effectuées seront présentées, afin d'évaluer les capacités prédictives du modèle.

Sommaire

III.1 Présentation de la campagne expérimentale quasi-statique	93
III.1.1 Caractérisation du comportement statique	93
III.1.1.1 Instrumentation	93
III.1.1.1.1 Émission Acoustique (EA)	94
III.1.1.1.2 Corrélation d'Images Numériques (CIN)	94
III.1.1.1.3 Microscope Électronique à Balayage (MEB)	95
III.1.1.2 Essais de caractérisation quasi-statique	96
III.1.1.3 Essais de validation	99
III.1.1.4 Synthèse des essais réalisés	99
III.1.2 Résultats des essais statiques	100
III.1.2.1 Comportement dans l'axe des torons de fibres	100
III.1.2.2 Comportement hors-axes	103
III.2 Présentation de la campagne expérimentale de fatigue	105
III.2.1 Caractérisation du comportement de fatigue	105
III.2.1.1 Dispositif expérimental	105
III.2.1.2 Instrumentation en fatigue	105

III.2.1.2.1 Émission Acoustique	105
III.2.1.2.2 Extensomètre	106
III.2.1.2.3 Corrélation d'Images Numériques	106
III.2.1.3 Essais de caractérisation	107
III.2.1.4 Essais de validation en fatigue	109
III.2.1.5 Synthèse des essais de fatigue réalisés	111
III.2.2 Résultats des essais de fatigue	112
III.2.2.1 Contrôle du chargement appliqué	112
III.2.2.2 Détection du seuil d'endommagement de fatigue	113
III.2.2.3 Suivi de l'endommagement	115
III.2.2.3.1 Évolution des hystérèses	115
III.2.2.3.2 Suivi du module effectif	116
III.2.2.3.3 Déformations résiduelles	119
III.2.2.4 Courbe S-N et faciès de rupture	120
III.3 Présentation de la campagne expérimentale de performances résiduelles	121
III.3.1 Caractérisation des propriétés résiduelles	121
III.3.2 Résultats des essais de performances résiduelles	122
III.4 Protocole d'identification	124
III.4.1 Propriétés d'élasticité	124
III.4.2 Saturation de l'endommagement matriciel	124
III.4.3 Comportement statique	125
III.4.3.1 Seuil d'endommagement statique	126
III.4.3.2 Cinétique d'endommagement et composantes des tenseurs des effets	126
III.4.3.3 Déformations résiduelles	127
III.4.3.4 Comparaisons essais/calculs	127
III.4.4 Comportement de fatigue	129
III.4.4.1 Seuil de fatigue et effet de la contrainte moyenne	129
III.4.4.2 Cinétique de fatigue	130
III.4.4.3 Comparaisons essais/calculs	131
III.4.5 Critère de rupture	133
III.5 Validation de l'identification	134
III.5.1 Essais de fatigue	134
III.5.2 Performances résiduelles	136
III.6 Conclusions	138

Ce chapitre est consacré à la campagne expérimentale sur éprouvettes élémentaires menée dans ces travaux de thèse. Son but n'est pas d'obtenir une caractérisation exhaustive du comportement du matériau, mais d'identifier le modèle proposé, c'est-à-dire de trouver un jeu de paramètres du modèle permettant de décrire au mieux le comportement du composite oxyde/oxyde étudié. Le champ d'étude est alors restreint aux conditions d'application visées par l'industriel : des structures minces sous sollicitations planes. La campagne expérimentale se limite donc à des essais dans le plan. Les chargements appliqués sont quasi-statiques ou de fatigue. Le domaine de fatigue est limité aux sollicitations de traction-traction ($0 < R < 1$). Le matériau étant insensible à la température, jusqu'à environ 700°C [Ruggles-Wrenn and Braun, 2008], l'ensemble de la campagne expérimentale est mené à température ambiante.

Le but des trois premières sections est de décrire les essais réalisés et l'instrumentation associée pour caractériser le matériau. La matrice d'essais de caractérisation du matériau peut être décomposée en trois parties : essais statiques, essais de fatigue et évaluation des performances résiduelles.

III.1 Présentation de la campagne expérimentale quasi-statique

III.1.1 Caractérisation du comportement statique

Le composite oxyde/oxyde étudié présente un comportement statique de traction qui, comme présenté dans le chapitre I, se décompose en trois phases :

- comportement linéaire, tant que le seuil d'endommagement n'est pas dépassé ;
- comportement non-linéaire, au cours duquel le matériau s'endommage ;
- rupture du matériau due à la rupture des torons.

Les propriétés d'élasticité du matériau (modules de Young, coefficient de Poisson, module de cisaillement) sont déterminées durant la phase linéaire du comportement. La phase non-linéaire du comportement, permet de déterminer la cinétique d'évolution des dommages et des déformations résiduelles.

Le comportement statique des composites oxyde/oxyde a déjà fait l'objet d'un certain nombre d'études. En particulier, dans [Ben Ramdane, 2014] puis dans [Guel, 2018, Broutelle, 2019], les matériaux étudiés sont de composition voisine et de microstructures très proches du composite étudié dans nos travaux. Toutefois, les bases de données d'essais disponibles n'ont pas été pensées pour identifier un modèle, et ont été réalisées sur des nuances de matériau proches mais différentes. Il a donc été nécessaire de réaliser des essais statiques sur éprouvettes oxyde/oxyde permettant d'identifier le modèle pour différentes directions de chargement.

III.1.1.1 Instrumentation

Ces essais statiques ont été richement instrumentés pour bien suivre l'endommagement et faciliter l'étape d'identification avec :

- de l'émission acoustique,
- de la corrélation d'images numériques,
- un extensomètre,
- le déplacement de la traverse,
- la force mesurée par la cellule d'effort.

III.1.1.1.1 Émission Acoustique (EA)

L'émission acoustique est une technique permettant un suivi continu de l'évolution de l'endommagement dans le volume de l'éprouvette. En effet, une onde acoustique est générée lors de la création ou la propagation d'une fissure au sein du matériau. La signature acoustique de ces événements, définie par différents descripteurs (énergie, amplitude, ...) [Godin et al., 2004, Guel, 2018], permet de discriminer, dans une certaine mesure, les différents endommagements intervenant au cours de l'essai. Cette technique permet donc de détecter l'apparition des premiers dommages, correspondant aux premiers événements acoustiques détectés.

Lorsqu'un seul capteur est utilisé, le principal désavantage de cette technique est d'enregistrer tous les signaux acoustiques, qu'ils proviennent de la zone utile de l'éprouvette ou de la partie de l'échantillon prise dans les mors de la machine d'essai. L'utilisation de deux capteurs permet de localiser la source de l'événement, si celui-ci a lieu entre les deux capteurs. Ainsi, seuls les événements provenant de la zone utile peuvent être conservés.

Pour chaque éprouvette, deux capteurs Nano30 sont donc disposés de part et d'autre de la zone utile. Une chaîne d'acquisition du groupe Mistras permet d'enregistrer en temps réel les signaux émis dans le matériau. Les événements acoustiques sont filtrés à partir de 40 dB, de façon à s'affranchir du bruit induit par la machine électro-mécanique Zwick de capacité 150kN et d'enregistrer exclusivement les signaux des événements intervenant dans l'éprouvette lors du chargement mécanique.

III.1.1.1.2 Corrélation d'Images Numériques (CIN)

La technique de CIN permet de mesurer les déplacements en surface d'une éprouvette à l'aide d'images prises par des caméras à des instants successifs [Hild and Roux, 2006]. Les images sont comparées à une image de référence, prise avant toute sollicitation. Les différences entre l'image « déformée » et celle de référence permettent de déterminer le champ de déplacement en surface de l'éprouvette dû au chargement mécanique. Pour améliorer la comparaison entre les images, il peut être utile de réaliser un mouchetis aléatoire sur la face de l'éprouvette observée. Pour détecter d'éventuels déplacements hors-plan, un système de stéréo-corrélation (3D) d'images est utilisé, à l'aide de deux caméras de résolution de 2000×2000 pixels encodés sur 12 bits. Le traitement des images est réalisé à l'aide du logiciel commercial VIC-3D.

Les déformations macroscopiques induites par le chargement mécanique sont ensuite déduites à l'aide d'extensomètres virtuels, positionnés comme sur la figure V.6b (en couleurs les extensomètres longitudinaux, en cercle noir un extensomètre transverse).

Une étude de convergence sur la taille des extensomètres virtuels a été menée sur l'essai de traction incrémentale à 90° . Les résultats de cette étude (figure III.1) montrent que pour des tailles d'extensomètre virtuel inférieures à 15 mm, les déformations mesurées oscillent et s'écartent légèrement des mesures effectuées pour des tailles plus grandes. Cette valeur critique est inférieure à la taille de l'extensomètre physique utilisé (25mm), ce qui renforce la fiabilité des résultats de mesure obtenus. La taille des extensomètres virtuels utilisée dans la suite est de 15 mm.

Notons dès à présent que pour des géométries plus complexes, la CIN présente l'avantage de donner l'ensemble du champ de déplacement sur la zone observée, contrairement aux extensomètres ou aux jauges qui ne donnent que des informations ponctuelles.

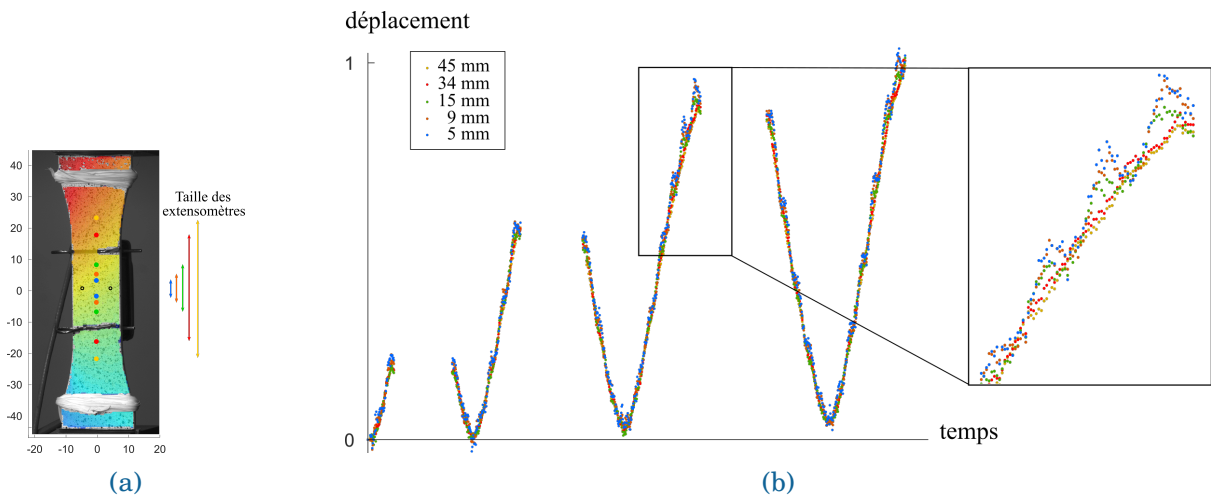


FIGURE III.1 – Étude de convergence sur la taille de l'extensomètre virtuel :(a) position des extensomètres virtuels : les longueurs considérées sont 5mm (bleu), 9mm (orange), 15mm (vert), 34mm (rouge) et 45mm (jaune) et (b) suivi de la déformation longitudinale durant un essai de traction à 0° .

III.1.1.1.3 Microscope Électronique à Balayage (MEB)

Des micrographies *post-mortem* ont également été réalisées sur des essais menés à rupture, avec diverses orientations (0° , 45° et $67,5^\circ$). Possédant un grossissement plus important qu'un microscope optique, le MEB permet de visualiser les différents types de dommages, de petites tailles, présents dans le matériau d'étude et illustrés sur la figure III.2 :

- fissuration matricielle, orientée par la microstructure (figure III.2a);
- fissuration matricielle intra-torons orthogonale (figure III.2b) ou parallèle aux fibres(figure III.2c);
- décohésions entre la matrice et les torons de fibres (figure III.2d);
- délaminages et extractions de fibres (figure III.2e);

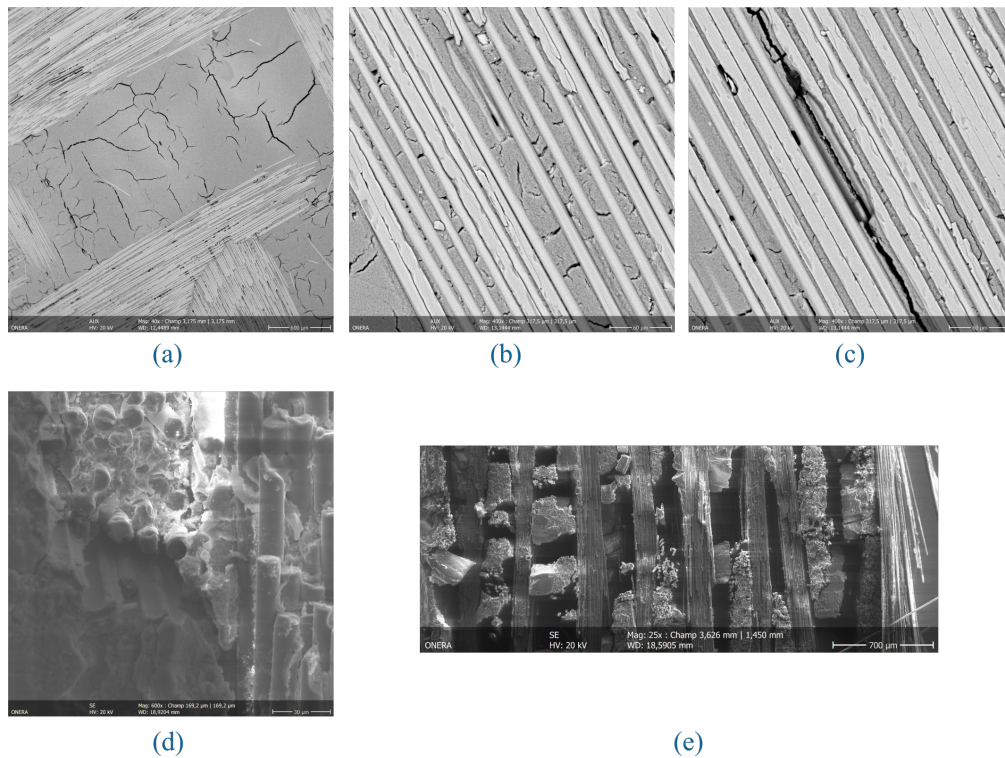


FIGURE III.2 – Différents types de dommages observés au MEB, avec des grossissements allant de 25 à 600.

III.1.1.2 Essais de caractérisation quasi-statique

Des essais préliminaires de traction monotone jusqu'à la rupture ont été réalisés à Safran Ceramics sur des éprouvettes orientées à 0° et 45° . Ils permettent de déterminer les différentes phases du comportement (linéaire et non-linéaire), ainsi que la déformation à rupture du matériau. Cependant, aucune information sur l'évolution des déformations résiduelles n'est accessible. C'est pourquoi les essais réalisés dans cette thèse possèdent des décharges intermédiaires avant rupture. Finalement, il suffit de trois essais de traction incrémentale (*cf.* section I.3.1), menés à rupture sur des éprouvettes orientées à 0° (direction des chaînes), 90° (direction des trames) et hors-axes à 45° pour déterminer l'ensemble du comportement statique. Les paliers de chargement ont été fixés à 25%, 50% et 75% de la force à rupture constatée sur les essais réalisés préalablement par Safran Ceramics.

Ces essais ont été réalisés à l'Onera sur une machine électromécanique Zwick, de capacité maximale 150 kN. Ils sont pilotés en déplacement à une vitesse de 0,1 mm/min. Les éprouvettes testées ont été fournies et dimensionnées par Safran Ceramics. Leur géométrie, en forme d'haltère, a été choisie de façon à ce que la rupture soit localisée dans la zone utile de l'éprouvette. La largeur de l'éprouvette est supérieure à la taille d'un VER. Cette géométrie est commune à tous les essais statiques réalisés dans cette thèse (figure III.3).

Pour pouvoir comparer les résultats d'essais avec les prévisions du modèle, il est nécessaire de connaître la contrainte vraie appliquée au matériau, et donc la section efficace de l'éprouvette en zone utile. Celle-ci est alors mesurée à l'aide d'un micromètre, en trois points différents de mesure.

Pour suivre l'évolution du comportement du matériau, les essais ont été multi-instrumentés avec les moyens de mesure précédemment présentés. La figure III.4 montre le montage expé-

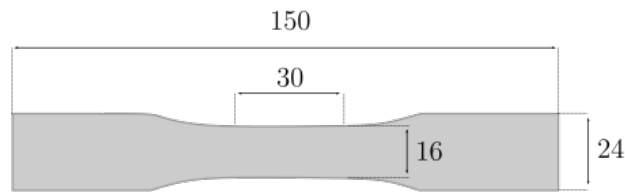


FIGURE III.3 – Dimensions en millimètres des éprouvettes haltères utilisées au cours de cette étude

rimental mis en place à l’Onera. Les informations à extraire des essais au travers des moyens de mesure utilisés sont listés ci-dessous :

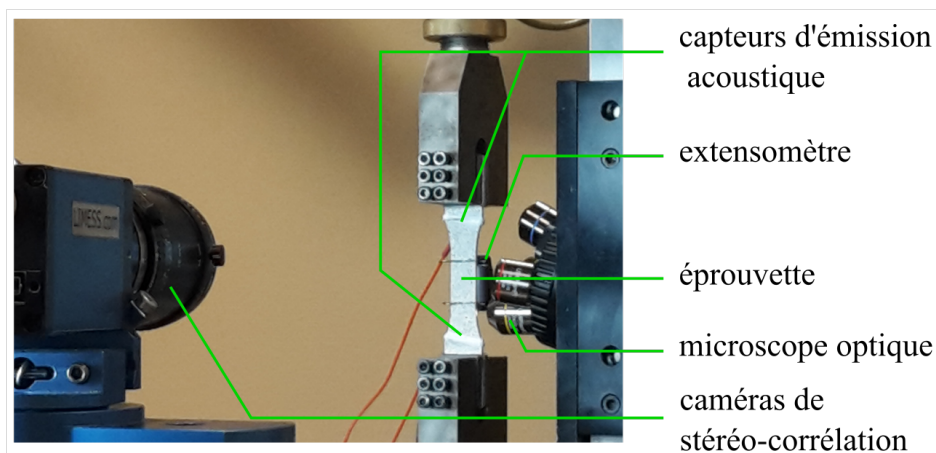


FIGURE III.4 – Montage utilisé pour les essais statiques de traction incrémentale

Propriétés d'élasticité : Pour déterminer les propriétés d'élasticité du matériau, mesurables sur la partie linéaire des courbes contrainte-déformation (cf. figure I.12), il est nécessaire d'avoir accès aux contraintes et aux déformations du matériau.

Si les contraintes s'obtiennent directement à partir de la force machine et de la section de l'éprouvette, il est en revanche nécessaire d'utiliser un moyen de mesure dédié pour suivre l'évolution de la déformation, avec des niveaux de déformation faibles. Les essais ont donc été instrumentés avec un extensomètre Schenk de zone utile 25 mm, mesurant le déplacement longitudinal et permettant de calculer la déformation dans la direction de la sollicitation. Un suivi de l'essai par Corrélation d'Images Numériques (CIN) est également mis en place afin d'être en mesure de déterminer l'évolution des déformations transverses et de confirmer la mesure des déformations longitudinales.

Déformations résiduelles : Pour déterminer l'évolution des déformations résiduelles, un suivi des déformations est également nécessaire. Les informations issues à la fois de l'extensomètre et de la CIN sont utilisées pour extraire les informations voulues dans les directions longitudinale et transverse respectivement. Les déformations résiduelles sont obtenues par la mesure de la déformation à contrainte nulle (à la fin des décharges). Notons cependant que ces déformations sont très faibles pour les essais dans les axes matériau, les mesures sont donc à considérer avec précaution. En particulier, la mesure des déformations résiduelles transverses réalisée uniquement à partir des résultats de CIN, au cours des essais dans les axes des renforts notamment, peut parfois être du même ordre de grandeur que le bruit de mesure de la CIN. Ce dernier, de l'ordre de 0.005% en

déformation, est déterminé à l'aide des premières images de l'essai, prises avant l'application de l'effort.

Seuil d'endommagement statique : Les seuils d'endommagement statique dans les sens chaîne, trame et en cisaillement plan sont déterminés à l'aide d'essais statiques réalisés sur des éprouvettes orientées respectivement à 0° , 90° et 45° . Ces seuils correspondent à la valeur de la déformation à partir de laquelle le comportement devient non-linéaire (inflexion de la courbe contrainte/déformation), sous l'influence des dommages matriciels. Ces déformations sont très faibles pour les composites oxyde/oxyde et sont donc difficilement mesurables avec précision.

Pour augmenter la confiance en cette mesure, un suivi acoustique est également mené au cours des essais. Le seuil d'endommagement correspond à la déformation à partir de laquelle les premiers événements acoustiques sont répertoriés ou, de façon équivalente, au moment où la courbe d'énergie acoustique cumulée commence à augmenter notablement.

Cinétique d'endommagement statique : En vue de suivre l'évolution des endommagements au cours du chargement, plusieurs méthodes peuvent être appliquées.

D'une part, le suivi acoustique de l'essai permet d'évaluer l'évolution de l'endommagement au sein du matériau, *a minima* qualitativement. Par exemple, le suivi de l'endommagement peut être associé à l'évolution de la courbe d'énergie cumulée acoustique. Les différents types d'endommagement peuvent également être déterminés à partir de leur signature acoustique (amplitude, énergie, durée, vitesse), en utilisant des méthodes de clusterisation [Godin et al., 2004, Guel, 2018].

D'autre part, la CIN peut également être utilisée pour détecter des endommagements surfaciques au cours d'un essai. Les cartes d'erreur de corrélation permettent de surveiller d'éventuelles décorrélations du champ de déplacement, pouvant être induites par une fissure. Toutefois, étant donné la taille des endommagements diffus (quelques micromètres), cette instrumentation n'a pas permis de détecter directement les fissures. De plus, cette technique ne permet pas de suivre l'endommagement au cœur du matériau. Il faudrait pour cela réaliser des essais interrompus avec passage au tomographe à différents stades de l'endommagement ou bien réaliser directement l'essai *in-situ*. La taille des endommagements étant faible, la résolution des tomographies doit être très faible (de l'ordre de quelques micromètres).

Enfin, un suivi optique au microscope sur la tranche de l'éprouvette peut être réalisé au cours des essais de traction incrémentale : à chaque pic de chargement, un maintien en charge est tenu et le microscope balaye la tranche de l'éprouvette. Les images sont ensuite assemblées et comparées à l'état initial (voir figure III.5a). Le matériau ne présentant pas de phénomènes dissipatifs, on suppose que les temps de maintien n'influencent ni le comportement ni la tenue du matériau, malgré une dérive de la force. Cette méthode n'a néanmoins permis de détecter aucune nouvelle fissure. Ceci peut être dû à leur très petite taille, ou au fait qu'elles n'atteignent pas le bord de l'éprouvette. Pour le vérifier, certaines éprouvettes ont donc été polies et passées au MEB post-mortem. Les différents types d'endommagement ont ainsi été observés : fissuration matricielle orientée par la microstructure, rupture de fibre, extraction de fibres. La figure III.5b montre la zone de rupture observée au MEB.

Rupture : Enfin, la rupture de l'éprouvette est caractérisée par la déformation et la contrainte à rupture, mesurés respectivement à partir des données de l'extensomètre et de la cellule de force de la machine. Le faciès de rupture est également observé, au microscope et au MEB, de façon à s'assurer qu'il est cohérent avec le scénario d'endommagement. Le mécanisme prépondérant est la rupture de torons de fibres, malgré la présence de délaminages et de fissuration matricielle.

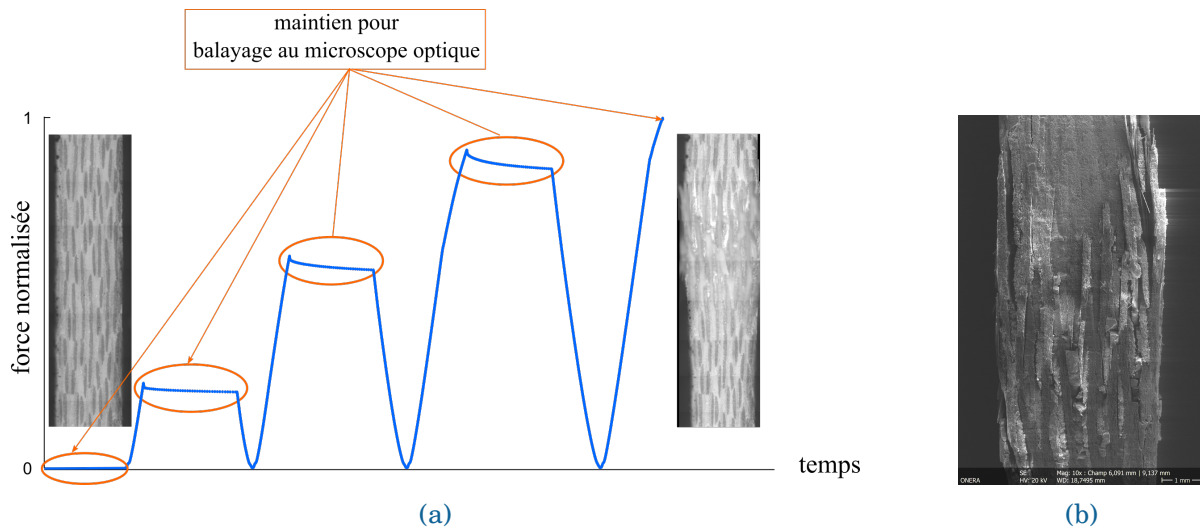


FIGURE III.5 – Méthode de suivi de l'endommagement au microscope. (a) Courbe de force appliquée en fonction du temps avec des paliers de chargements pour balayer le chant de l'éprouvette et acquérir des images au microscope optique. Des images reconstruites de la zone de rupture sont présentes à l'état initial et à l'état rompu. (b) Image MEB post-mortem de la zone de rupture.

Le but de cette campagne n'étant pas d'obtenir une description fine des mécanismes d'endommagement, mais simplement de déterminer le comportement statique du matériau, ces essais de traction incrémentale n'ont pas été répétés. Des informations complémentaires ont été apportées par la thèse de N. Guel [Guel, 2018], menée en parallèle, qui avait pour but d'analyser finement le comportement mécanique des composites oxyde/oxyde sous chargements statiques.

III.1.1.3 Essais de validation

Si ces trois essais de traction incrémentale suffisent à identifier le comportement du matériau, et *a fortiori* à effectuer l'identification des paramètres du modèle statique, des essais complémentaires ont été réalisés pour valider le jeu de paramètres ainsi identifié. Ainsi des essais de traction incrémentale ont été réalisés hors des axes principaux du matériau, sur la même géométrie d'éprouvette, mais cette fois orientées à $22,5^\circ$ et $67,5^\circ$. La même instrumentation que précédemment a été utilisée.

De plus, un essai de traction incrémentale a également été réalisé à Safran Ceramics sur un stratifié quasi-isotrope d'empilement $[0/45/90/-45]_s$. En effet, cette stratification est sans doute plus représentative des empilements choisis pour l'application finale industrielle. Cette stratification permet également de vérifier que le modèle prend bien en compte les reports de charge entre les différents plis, dus aux endommagements. Toutefois, cet essai a été réalisé trop tardivement pour être pris en compte dans ces travaux de thèse.

III.1.1.4 Synthèse des essais réalisés

Les tableaux III.1 et III.2 synthétisent les essais menés, l'instrumentation associée ainsi que les coefficients à identifier.

Éprouvette	Chargement	Instrumentation	Paramètres identifiables (cf. chapitre II)
151-0-Rep1	traction monotone à 0°	EX (extensomètre)	$E_1, \varepsilon_1^{0s}, S_1^s, s_1^s, h_{11}, d_{\infty 1}$
3211-0-Rep1	traction incrémentale à 0°	EX, EA, CIN, MEB	$E_1, \nu_{12}, \varepsilon_1^{0s}, S_1^s, s_1^s, h_{11}, \chi_1, r_1, d_{\infty 1}$
3211-0-Rep2	traction incrémentale à 0°	EA, CIN	$E_1, \nu_{12}, \varepsilon_1^{0s}, S_1^s, s_1^s, h_{11}, \chi_1, r_1, d_{\infty 1}$
3211-90-Rep1	traction incrémentale à 90°	EX, EA, CIN, MEB	$E_2, \varepsilon_2^{0s}, S_2^s, s_2^s, h_{22}, \chi_2, r_2, d_{\infty 2}$
3211-45-Rep1	traction incrémentale à 45°	EX, EA, CIN, MEB	$G_{12}, \varepsilon_{12}^{0s}, h_{66}^{d_1}, h_{66}^{d_2}$
3214-19	traction incrémentale à 45°	EX	$G_{12}, \varepsilon_{12}^{0s}, h_{66}^{d_1}, h_{66}^{d_2}$
3214-20	traction monotone à 45°	EX	$G_{12}, \varepsilon_{12}^{0s}, h_{66}^{d_1}, h_{66}^{d_2}$
3214-21	traction monotone à 45°	EX	$G_{12}, \varepsilon_{12}^{0s}, h_{66}^{d_1}, h_{66}^{d_2}$

TABLE III.1 – Liste des essais statiques réalisés pour caractériser et identifier le matériau.

Éprouvette	Chargement	Instrumentation	Paramètres identifiables (cf. chapitre II)
3211-22.5-Rep1	traction incrémentale à 22,5°	EX, EA, CIN, MEB	$h_{66}^{d_1}, h_{66}^{d_2}$
3211-67.5-Rep1	traction incrémentale à 67,5°	EX, EA, CIN, MEB	$h_{66}^{d_1}, h_{66}^{d_2}$
QI	traction incrémentale à 0°	EX, EA, CIN	-

TABLE III.2 – Liste des essais statiques de validation.

III.1.2 Résultats des essais statiques

III.1.2.1 Comportement dans l'axe des torons de fibres

Les figures III.6 et III.7 présentent le comportement du matériau au cours des essais de traction incrémentale à 0° (éprouvette 3211-0-Rep1) et 90° (éprouvette 3211-90-Rep1), respectivement. Les essais ont été interrompus après les premières ruptures de torons de fibres faisant chuter brutalement la force appliquée.

Dans les deux directions de renforts, quatre phases de comportement sont remarquables, conformément au scénario d'endommagement présenté dans le chapitre I :

- une phase élastique, trop réduite pour être clairement visible sur les figures III.6a et III.7a. Elle est délimitée par le seuil d'endommagement statique. Ce dernier est détectable par l'inflexion de la courbe d'endommagement, peu prononcée sur les courbes obtenues. Il est donc déterminé à l'aide de l'émission acoustique. Les premiers événements localisés se situent aux alentours de 8% de la déformation à rupture, et sont cohérents avec l'évolution de la courbe contrainte/déformation.
- une phase d'endommagement matriciel, caractérisée par une activité acoustique très faible, jusqu'à environ 35% de la déformation à rupture. Les dommages subis sont vrai-

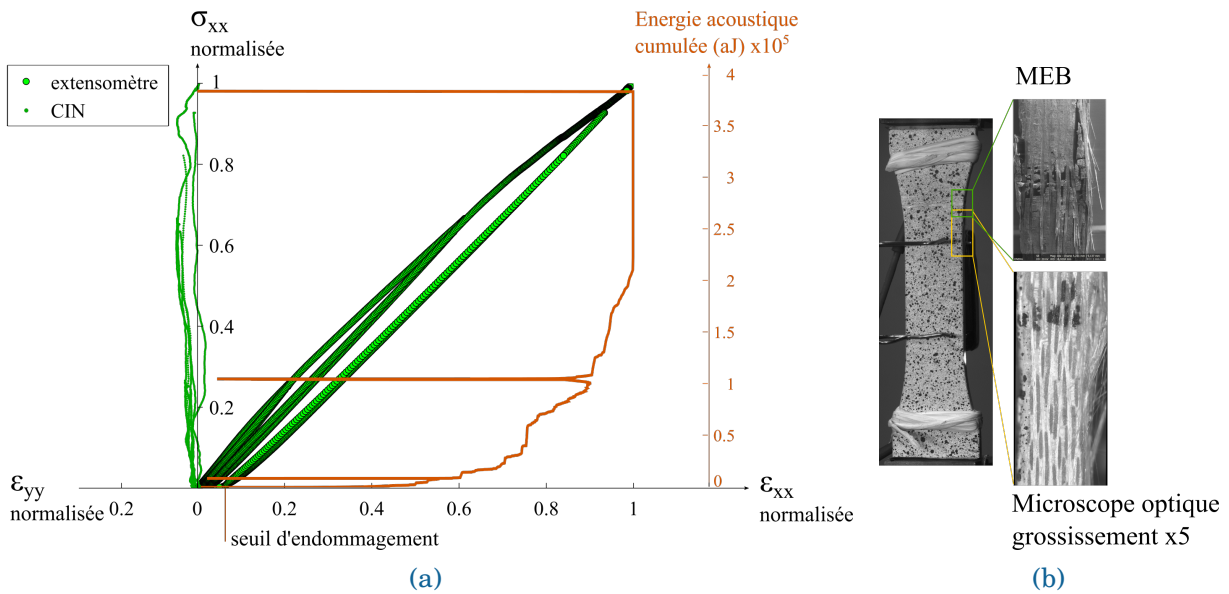


FIGURE III.6 – Résultats de l'essai de traction incrémentale à 0° sur l'éprouvette 3211-0-Rep1. (a) courbe de comportement et évolution de l'énergie acoustique cumulée. (b) Images et microscopies de la zone de rupture.

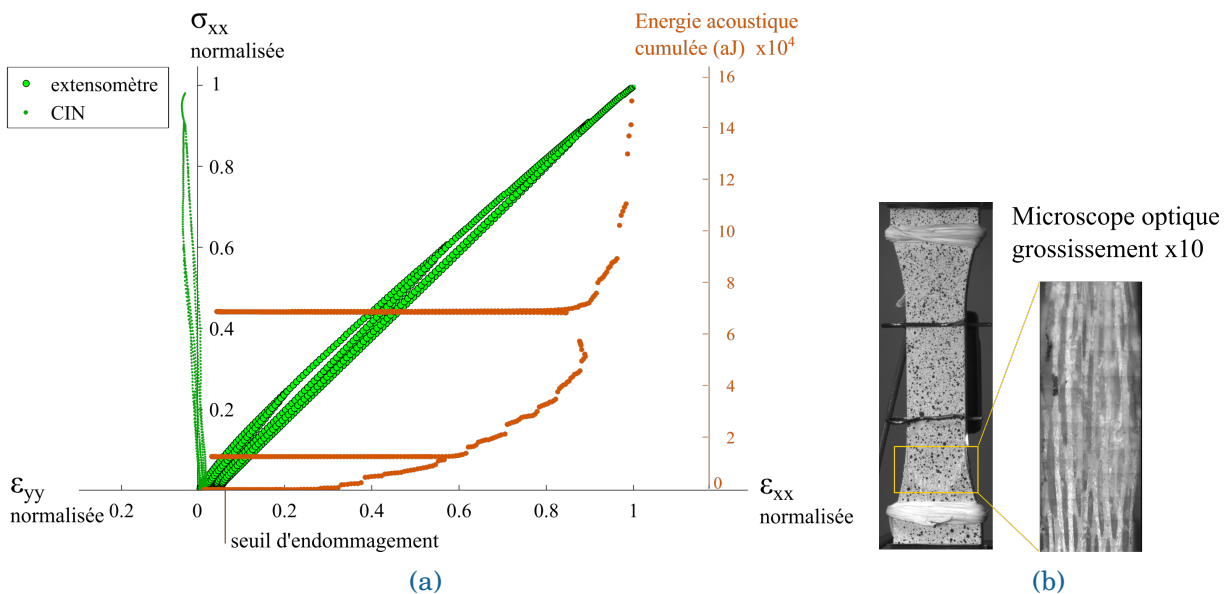


FIGURE III.7 – Résultats de l'essai de traction incrémentale à 90° sur l'éprouvette 3211-90-Rep1. (a) courbe de comportement et évolution de l'énergie acoustique cumulée. (b) Images et microscopies de la zone de rupture.

semblablement dus à l'ouverture des fissures de retrait, à des micro-fissurations matricielles ainsi qu'à des décohésions fibres/matrice. Le comportement macroscopique reste toutefois quasiment linéaire.

- une phase d'endommagement avec une nette augmentation de l'énergie des événements acoustiques, *a priori* dus à de la fissuration matricielle mais surtout à de l'endommagement hors-plan (délaminage).
- une phase de rupture, détectable à la cassure de la courbe d'énergie acoustique cumulée. Les événements sont reliés à la rupture des torons de fibres.

Par ailleurs, il convient de remarquer que les décharges sont caractérisées, sur la courbe d'énergie acoustique cumulée, par un nombre négligeable d'événements détectés. Le matériau ne s'endommage donc pas au cours des décharges, corroborant ainsi l'hypothèse émise dans la formulation de la relation d'endommagement (parties positives de l'équation II.23).

Pour ces deux essais, la rupture a eu lieu en sortie des congés de raccordement (figures III.6b et III.7b). Une rupture en zone utile pourrait possiblement être atteinte avec un meilleur alignement des mors.

Par ailleurs, un gonflement important est observé au niveau de la zone de rupture. Il s'agit d'un mécanisme d'endommagement hors-plan de type délaminage entre les plis tissés 2D, qui n'est pas pris en compte dans le modèle. En effet, dans les conditions de service de l'application envisagée, ce mode d'endommagement n'est pas censé s'activer (les contraintes étant faibles, seules les deux premières phases de la courbe de comportement sont observées).

Les observations *post-mortem* au MEB ont montré un fort taux d'extraction de fibres dans la zone de rupture. Guel [Guel, 2018] et Broutelle [Broutelle, 2019] ont également observé un faciès de rupture très accidenté après des essais de traction quasi-statiques menées à rupture complète de l'éprouvette. Ces extractions de fibres témoignent du caractère endommageable du matériau, lié à la microporosité de sa matrice.

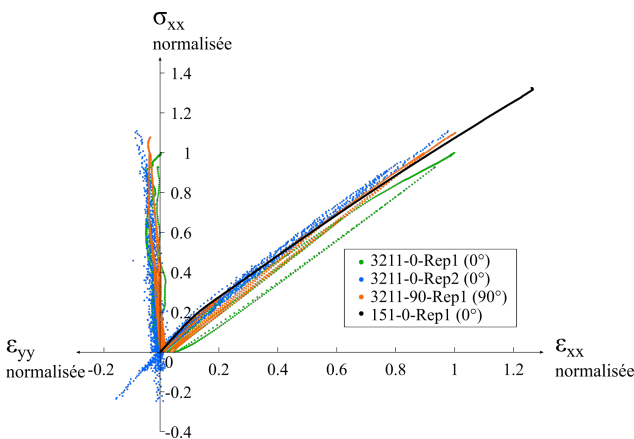


FIGURE III.8 – Comparaison des courbes de comportement dans l'axe des torons de fibres. Les valeurs sont normalisées par rapport aux déformation et contrainte à rupture de l'éprouvette 3211-0-Rep1.

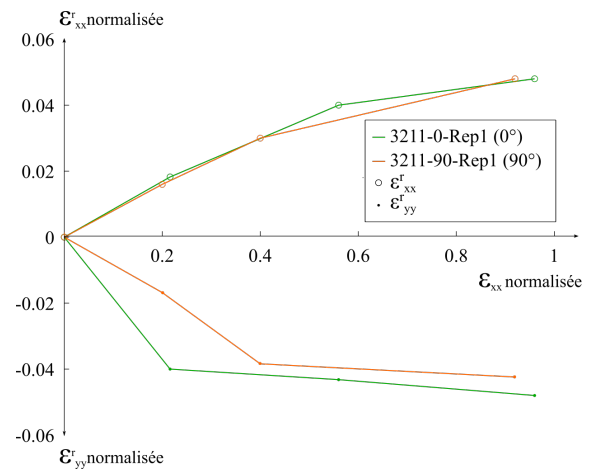


FIGURE III.9 – Evolution des déformations résiduelles pour les essais à 0° et 90°. Les valeurs sont normalisées par rapport à la déformation à rupture de l'éprouvette 3211-0-Rep1.

La figure III.8 superpose les courbes de comportement obtenues lors des différents essais réalisés dans l'axe des renforts, que ce soit à l'Onera ou à Safran Ceramics. Les résultats présentent un bon accord entre eux, avec une faible dispersion. Le comportement dans la direction des torons de chaînes est très proche de celui dans la direction des torons de trames. C'est un résultat attendu puisque le tissu étudié est équilibré.

La figure III.9 montre l'évolution des déformations résiduelles, relevées à chaque retour à contrainte nulle, au cours des essais de traction incrémentales. À première vue, cette évolution semble suivre une loi puissance, alors que le modèle impose une équation d'évolution exponentielle. Il faut cependant noter que les valeurs de ces déformations résiduelles restent faibles (inférieures à 6 % de la déformation à rupture). Il sera alors nécessaire de confirmer cette tendance par des essais supplémentaires avant de modifier le modèle.

L'essai 3211-0-Rep2 comporte des passages en compression après les décharges, en vue d'obtenir des informations sur la refermeture des fissures. Toutefois, une perte d'asservisse-

ment de la machine pendant les passages en compression ne nous a pas permis d'observer ce phénomène. Il serait néanmoins intéressant de mener cette étude dans une direction hors-axe où les déformations résiduelles sont plus élevées, le matériau étant plus souple hors des axes des renforts.

III.1.2.2 Comportement hors-axes

La figure III.10 présente les résultats des essais de traction sur les éprouvettes orientées à 22,5° et 67,5°. D'ores et déjà, il est possible d'affirmer que le comportement est notablement plus non-linéaire pour des sollicitations hors-axes que dans l'axe des fibres. L'évolution des endommagements au cours des tractions incrémentales est très marquée, visible sur la figure III.10a au travers de la baisse de module au cours des décharges. Ceci s'explique principalement du fait que la matrice, qui est ici fortement sollicitée, a une propension à s'endommager plus grande que les fibres, à cause de sa microporosité. Ce type de chargement hors-axe génère dans le repère matériau de la traction et du cisaillement.

La rupture des éprouvettes est également moins brutale, comme en témoigne la présence d'un court plateau à contrainte maximale, suivi d'un comportement adoucissant dû aux ruptures progressives des torons de fibres.

Il convient également de remarquer que, contrairement aux essais réalisés dans l'axe des torons de fibres, le comportement des éprouvettes 3211-22.5-Rep1 et 3211-67.5-Rep1, orientées respectivement à 22,5° et 67,5°, est sensiblement différent. C'est pourquoi une partie des paramètres du modèle sera différente dans les directions chaîne et trame.

Le matériau se déforme donc plus pour des sollicitations hors-axes et les boucles d'hystères sont plus ouvertes. Les déformations étant plus grandes, leur mesure est alors plus aisée et fiable. L'évolution des déformations résiduelles, tracée sur la figure III.10b, est alors un peu plus marquée. Une progression nette dans le sens longitudinal, suivant une loi polynomiale, est reconnaissable. Cependant, dans le sens transverse, où les déformations résiduelles sont faibles, aucune tendance n'est facilement identifiable.

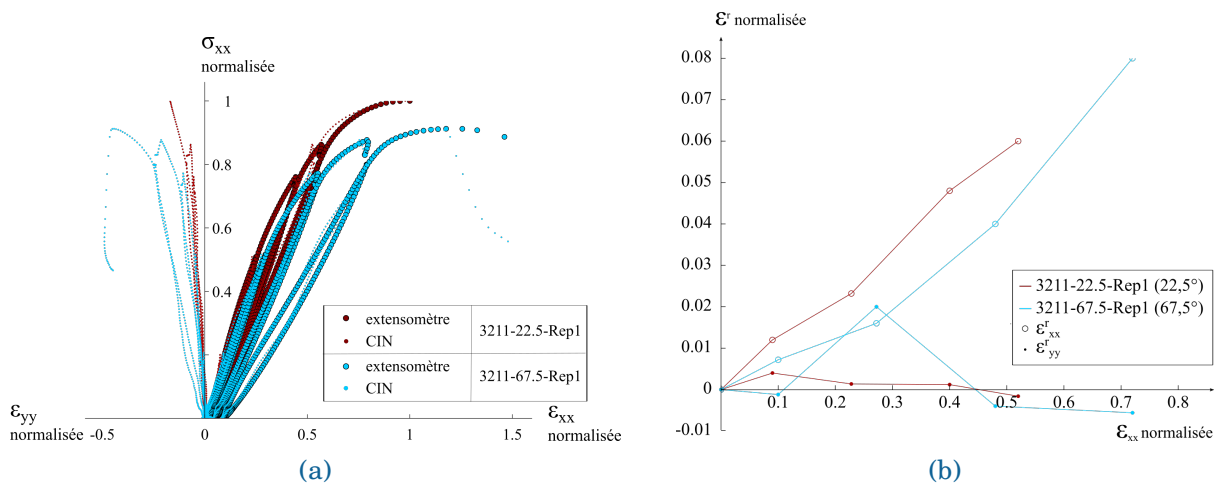


FIGURE III.10 – Résultats des essais de traction incrémentale à 22,5° (rouge) et 67,5° (bleu) : (a) courbes de comportement et (b) évolutions des déformations résiduelles en fonction du chargement. Les valeurs sont normalisées par rapport aux déformation et contrainte à rupture de l'éprouvette 3211-0-Rep1.

La figure III.11b superpose l'ensemble des courbes contraintes-déformations des essais réalisés sur des éprouvettes orientées à 45°. Ces essais sont représentatifs localement d'un char-

gement de cisaillement. La contrainte à rupture de l'essai 3211-45-Rep1, réalisé à l'Onera, est notablement plus faible que celles des essais réalisés à Safran Ceramics (éprouvettes 3214). Les résultats obtenus sont cependant cohérents avec les essais hors-axe réalisés dans la thèse de Broutelle [Broutelle, 2019]. Cela pourrait être dû à la stratification des éprouvettes (alternance de plis à 0° et 90° ou uniquement des plis à 0°), différentes entre les essais réalisés à l'Onera et à Safran Ceramics.

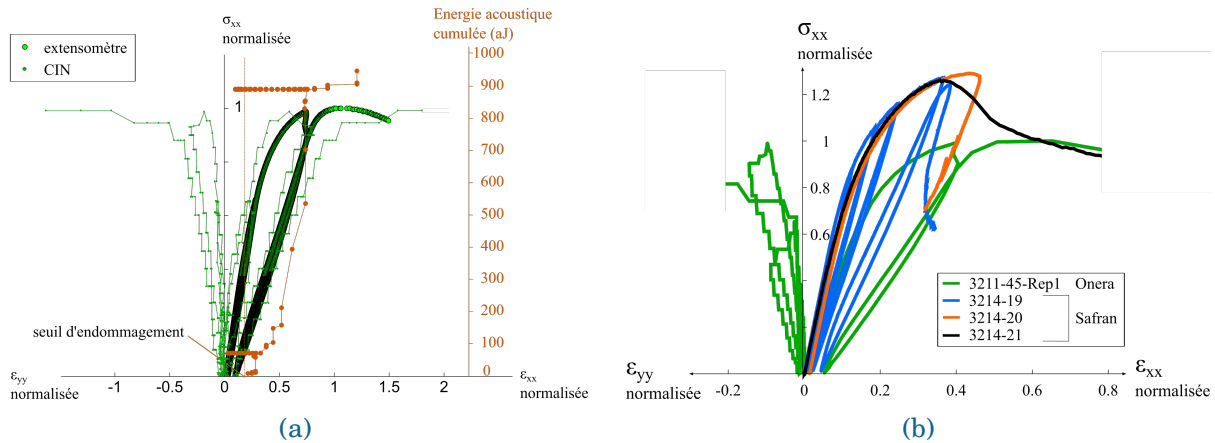


FIGURE III.11 – Courbes de comportement des éprouvettes orientées à 45° : (a) essai de traction incrémentale réalisé pendant cette thèse et (b) comparaison avec les essais réalisés chez l'industriel. Les valeurs sont normalisées par rapport à la déformation et à la contrainte, respectivement, à rupture de l'essai 3211-0-Rep1.

Enfin, la figure III.12 montre les faciès de rupture obtenus au cours des essais statiques hors-axes. Il est à noter que les ruptures sont intervenues dans la zone utile des éprouvettes, loin du congé de raccordement.

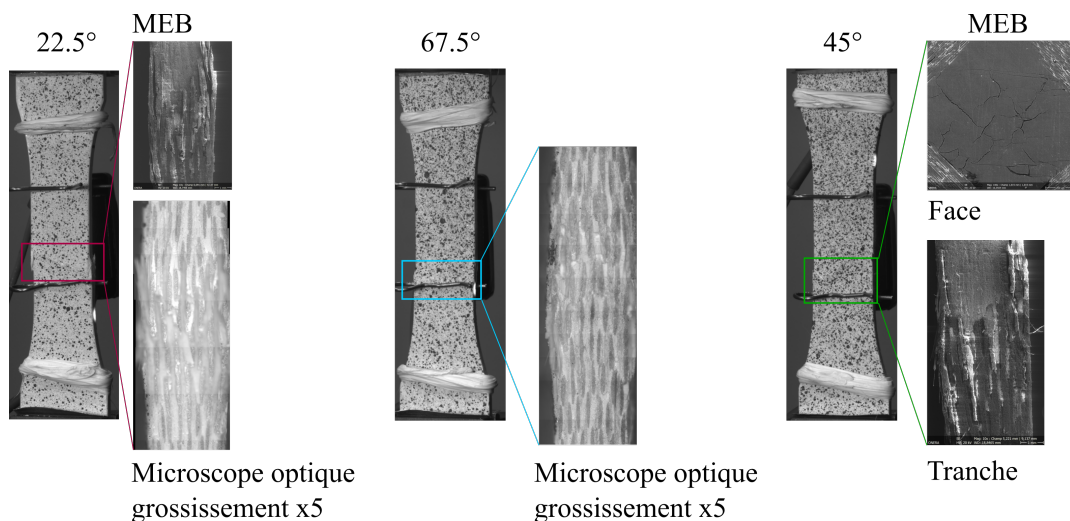


FIGURE III.12 – Images des zones de rupture des essais de traction incrémentale hors-axes.

III.2 Présentation de la campagne expérimentale de fatigue

III.2.1 Caractérisation du comportement de fatigue

Il existe nettement moins d'études dans la littérature sur le comportement en fatigue des composites oxyde/oxyde à température ambiante que sur leur comportement statique. Il semble cependant que ces matériaux soient relativement peu sensibles à la fatigue, le module de fatigue évoluant peu et principalement durant les premiers cycles [Zawada et al., 2003, Ruggles-Wrenn et al., 2008a, Mall and Ahn, 2012].

Deux informations sont critiques pour identifier le modèle :

- Le seuil d'endommagement en fatigue (ou limite de fatigue), c'est-à-dire la déformation à partir de laquelle le matériau va s'endommager sous chargement répété. Cette valeur est généralement inférieure au seuil d'endommagement statique ;
- La cinétique d'endommagement en fatigue. Elle est soumise à l'influence de la contrainte maximale et de la contrainte moyenne. Elle est déterminée à l'aide du suivi du module effectif durant les essais de fatigue.

III.2.1.1 Dispositif expérimental

Les essais ont été réalisés sur deux machines de fatigue différentes. Dans un premier temps, une machine hydraulique MTS 810 de capacité 100 kN à mors hydrauliques a été utilisée (figure III.13a). Suite à l'achat d'une nouvelle machine dédiée à l'étude des matériaux composites en fatigue, la campagne expérimentale s'est poursuivie sur une machine hydraulique INSTRON 8802 de capacité 100 kN (figure III.13b), à mors hydrauliques également.

Les essais de fatigue sont pilotés en force. Tous les essais sont interrompus après un million de cycles, pour des raisons de temps d'utilisation des machines. Le matériau étant considéré insensible à la fréquence, les essais ont tous été réalisés à une fréquence de 5Hz. Notons que contrairement aux CMO, la température n'a pas d'influence sur les propriétés du matériau (<700°C [Ruggles-Wrenn and Braun, 2008]). Par conséquent, les essais peuvent être réalisés sans système de refroidissement. De plus, à de telles vitesses de chargement, la fréquence d'acquisition des moyens de mesures utilisés pour des chargements quasi-statiques est trop faible. Une stratégie d'instrumentation spécifique à la fatigue est donc mise en œuvre.

III.2.1.2 Instrumentation en fatigue

III.2.1.2.1 Émission Acoustique

Pour détecter le seuil d'endommagement de fatigue et suivre l'évolution de l'endommagement au cours de l'essai, les éprouvettes ont été instrumentées avec des capteurs d'émission acoustique.

Les machines de fatigue sont des machines hydrauliques, plus bruyantes que la machine électromécanique Zwick utilisée pour les chargements statiques. Le seuil de filtrage est donc plus élevé que celui utilisé lors des essais statiques, ce qui rend la détection du seuil de fatigue plus difficile, d'autant plus que ce dernier est supposé plus faible que le seuil statique.

De plus, avec la répétition des cycles de chargement, le volume de données du suivi acoustique peut devenir rapidement très important. Pour des raisons d'encombrement sur la machine INSTRON, dû aux différents moyens de mesure utilisés, seul un capteur d'émission

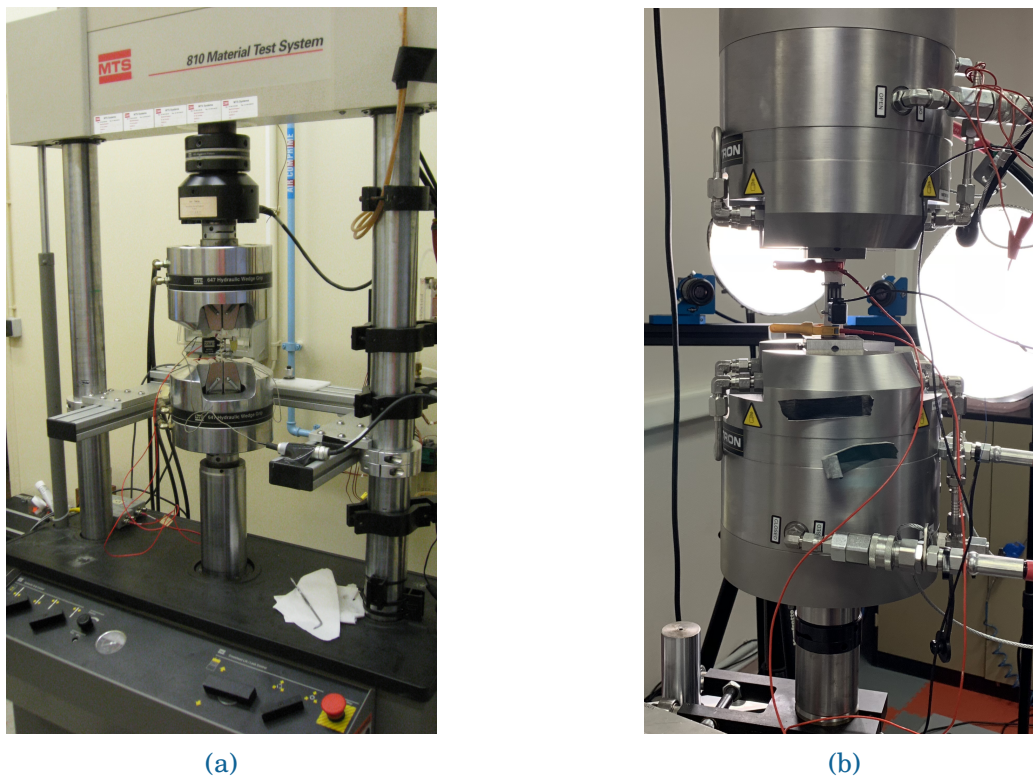


FIGURE III.13 – Machines (a) MTS et (b) INSTRON utilisées pour les essais de fatigue.

acoustique a pu être placé, empêchant de localiser les événements acoustiques. Toutes les sources ont donc été considérées pour le traitement des données acoustiques.

Afin de déterminer plus précisément quels sont les types d'endommagements rencontrés au cours des essais de fatigue, il pourrait être intéressant d'appliquer une méthode de clustérisation des signaux acoustiques, similaire aux travaux de Guel sur des chargements statiques [Guel, 2018]. Cette étude n'a toutefois pas été menée dans ces travaux.

III.2.1.2.2 Extensomètre

Pour suivre l'évolution de la déformation au cours de l'essai et obtenir celle du module par post-traitement, un extensomètre est positionné sur la partie utile de l'éprouvette. L'extensomètre utilisé pour les essais statiques a cependant une fréquence d'acquisition trop lente pour suivre correctement le signal en fatigue. Au cours des essais réalisés sur la machine MTS, un extensomètre de base 10 mm, de fréquence d'acquisition plus haute (5 Hz), a donc été utilisé. L'étude de convergence sur la taille de l'extensomètre virtuel au cours d'un essai statique (figure III.1) nous met cependant en garde quant à la fiabilité des résultats pour des tailles d'extensomètres inférieures à 15 mm.

Par la suite, l'Onera a fait l'acquisition d'un nouvel extensomètre INSTRON base 25 mm de fréquence 5Hz, pour être en mesure de suivre la déformation en fatigue (à 5 Hz) sur la nouvelle machine INSTRON. La question de la cohérence des résultats de mesure des extensomètres entre eux s'est alors posée et sera discutée plus tard dans ce chapitre.

III.2.1.2.3 Corrélation d'Images Numériques

La CIN est le seul moyen de mesure capable d'obtenir le champ de déplacement, pour des structures plus complexes que des éprouvettes lisses. Elle est donc utilisée sur certains es-

sais en fatigue pour suivre l'évolution des déformations longitudinales et transverses, à l'aide d'extensomètres virtuels de longueurs 25 mm et 10 mm respectivement. Les caméras sont identiques à celles utilisées en statique mais le suivi est limité par la capacité d'acquisition de la caméra, ainsi que par le nombre d'images à traiter (mémoire).

Une réflexion sur le chargement à appliquer a donc été menée afin qu'il soit compatible avec l'utilisation de ce moyen de mesure. Lorsque la CIN est utilisée, le chargement est donc constitué d'une alternance de cycles lents, dédiés à la mesure, et de cycles rapides. L'acquisition des images a été synchronisée avec les cycles lents du chargement. Les cycles lents sont toujours réalisés par paire, de façon à obtenir au minimum une décharge et une charge complètes (soit un cycle complet), nécessaires à une estimation correcte du module effectif. Les cycles lents forment un signal triangulaire, de vitesse de charge 20 MPa/s, de façon à enregistrer une quinzaine d'images par cycle. Le rapport de charge des cycles lents est nul ($R = 0$), pour être en mesure de suivre l'évolution des déformations résiduelles au cours du chargement. Les cycles rapides, quant à eux, ont un signal sinusoïdal de rapport de charge fixé par l'utilisateur.

Le nombre de cycles rapides entre chaque paire de cycles lents augmente au cours de l'essai, de façon à avoir un suivi, quasi-logarithmique, de l'évolution du module effectif. Le tableau III.3 explicite l'évolution du nombre de cycles rapides. La première ligne se lit de la manière suivante : "Entre les cycles 1 et 200, 20 paquets de 8 cycles rapides sont chacun entrecoupés de 2 cycles lents".

Nombre de cycles rapides par paquets	Nombre de paquets de cycles rapides	Cycle de début N_1	Cycle de fin N_2
8	20	1	200
48	16	200	1 000
98	10	1 000	2 000
498	16	2 000	10 000
998	40	10 000	50 000
9 998	15	50 000	200 000
48 998	16	200 000	1 000 000

TABLE III.3 – Espacement des cycles lents au cours d'un chargement de fatigue d'un million de cycles.

Ce type de chargement a pu être considéré puisque l'effet des changements de fréquence sur le comportement et sur la durée de vie est négligé, le nombre de cycles lents restant très faible par rapport au nombre total de cycles effectués.

Lorsque l'essai est instrumenté avec de la CIN, le module effectif est uniquement déterminé pendant les cycles lents, puisque l'acquisition des images est restreinte à ces cycles, et en particulier lors de la décharge du premier cycle lent. La déformation est alors mesurée à l'aide d'extensomètres virtuels sur les champs de déplacements. La valeur de la contrainte est issue de la force mesurée par la cellule d'effort et de la section vraie mesurée sur l'éprouvette. Notons que les valeurs du module effectif calculées à partir des valeurs de la déformation issues de la CIN sont plus bruitées que celles issues de l'extensomètre.

III.2.1.3 Essais de caractérisation

La géométrie des éprouvettes est identique à celle des éprouvettes testées en statique. Comme précédemment, l'épaisseur des éprouvettes est mesurée afin d'avoir accès à la contrainte

vraie en zone utile. Le nombre d'éprouvettes fournies par Safran Ceramics dans le cadre de cette thèse est cependant restreint par rapport à l'ensemble des phénomènes à observer. Ainsi, le choix a été fait dans cette campagne expérimentale de ne pas opérer de redondance dans les essais, afin de couvrir le plus de configurations possibles. Il s'agit d'une décision importante, puisqu'il est de fait impossible de prendre en compte la dispersion expérimentale due aux machines, à l'instrumentation utilisée et à la variabilité matériau. En conséquence, il est à craindre que certaines grandeurs issues des essais soient incohérentes entre elles. Par exemple, les modules initiaux des essais de fatigue, après la première montée en charge, sont parfois incohérents avec les essais statiques, les extensomètres utilisés étant différents.

Chaque essai est instrumenté au minimum avec un extensomètre et des capteurs d'émission acoustique. La CIN est parfois ajoutée, en complément de l'extensomètre, afin de mesurer les déformations longitudinales et transverses (comme précisé dans les tableaux III.4 et III.5).

Seuil d'endommagement en fatigue

Pour déterminer le seuil d'endommagement de fatigue, aussi appelé limite de fatigue, la méthode classique consiste à réaliser plusieurs essais de fatigue cyclique à des contraintes inférieures au seuil d'endommagement statique. En général, chaque essai successif est réalisé à une contrainte maximale inférieure au précédent, jusqu'à identifier le niveau de contrainte pour lequel aucun endommagement n'est créé pour une durée de vie donnée. Ce niveau de contrainte correspond à la limite d'endurance. On peut également encadrer au plus près la valeur du seuil en procédant par dichotomie [Renard, 2010].

Toutefois, au vu du nombre réduit d'éprouvettes à notre disposition, des essais spécifiques ont été réalisés dans cette thèse, pour déterminer rapidement le seuil d'endommagement de fatigue du matériau avec peu d'échantillons. Ils sont inspirés des essais Locati [Bonnet et al., 2016, Rabbe et al., 2000, Dengel and Harig, 1980], qui se basent sur l'hypothèse de cumul linéaire des dommages pour estimer rapidement la limite d'endurance avec un nombre réduit d'éprouvettes. Durant un essai Locati, l'éprouvette est soumise à des paliers de chargement croissants jusqu'à défaillance. L'écart entre les paliers et le nombre de cycles à chaque niveau restent constants. Le rapport de charge est fixe tout au long de l'essai (figure III.14). Les essais Locati réalisés comportent sept paliers de chargement, exprimés en fonction de la force à rupture en traction (UTS), à 5,4% UTS, 7,2% UTS, 9% UTS, 10,8% UTS, 12,6% UTS, 14,4% UTS et 16,2% UTS. Les paliers sont distants de 5 MPa et comprennent chacun 50 000 cycles. La limite d'endurance apparente à 50 000 cycles est donc déterminée à 5 MPa près. La gamme de chargement comprend le seuil d'endommagement statique, déterminé au cours des essais statiques et estimé à environ 8% UTS. Le rapport de charge est non-nul, de façon à éviter les passages en compression et les glissements dans le montage. La limite d'endurance est identifiée par l'apparition d'une non-linéarité dans la courbe de comportement –ou dans l'évolution du module effectif– ou bien par l'apparition des premiers événements acoustiques enregistrés. Le seuil d'endurance en fatigue, homogène à une déformation, est ensuite déduit par une simple relation élastique, connaissant la contrainte appliquée.

En réalisant ces essais avec deux rapports de charge différents, $R = 0.05$ et $R = 0.3$, le seuil d'endurance apparent est connu pour deux valeurs de contrainte moyenne. Il est alors possible de remonter au seuil d'endommagement de fatigue ε_k^{0f} et au paramètre régissant l'impact de la contrainte moyenne (m_k), au travers la relation d'endommagement en fatigue (voir section III.4.4.1 sur l'identification des paramètres du modèle).

Cinétique d'endommagement en fatigue

Pour déterminer l'influence du chargement maximal appliqué sur la cinétique d'endommagement en fatigue, des essais de fatigue cyclique d'amplitude constante sont réalisés. La

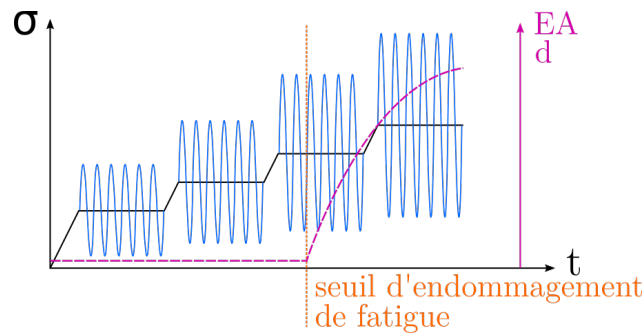


FIGURE III.14 – Description des essais « Locati » effectués.

contrainte maximale varie d'un essai à l'autre mais le rapport de charge reste identique à $R = 0.05$. Le suivi du module effectif est la quantité choisie pour suivre l'évolution de l'endommagement au cours de ces essais. Pour rappel, il est calculé indépendamment sur chaque cycle, selon l'équation III.1.

$$E^{\text{eff}} = \frac{\sigma^{\text{max}} - \sigma^{\text{min}}}{\varepsilon^{\text{max}} - \varepsilon^{\text{min}}}. \quad (\text{III.1})$$

Les valeurs de la déformation, issues de la mesure de l'extensomètre, peuvent être données par le fichier d'acquisition continue sur les cycles lents, ou bien données par un fichier d'enregistrement automatique crête-crête durant les cycles rapides (enregistrement de la déformation aux efforts maximal et minimal tous les cent cycles). Les résultats obtenus à partir des cycles lents sont moins bruités, ils seront donc utilisés par la suite pour les comparaisons essais/calculs.

Bien que seuls deux essais, avec des contraintes maximales différentes et un rapport de charge fixe, soient en théorie suffisants pour identifier la cinétique d'endommagement en fatigue du modèle, cinq amplitudes de chargement différentes, pour un rapport de charge fixé à $R = 0.05$, ont été testées. Cela permet de retenir les essais les plus fiables pour l'identification des paramètres du modèle et garder les autres pour la validation des paramètres identifiés. En effet, les essais n'ayant pas été répétés, des incohérences peuvent être relevées dans les résultats et le modèle permet de sélectionner les plus physiquement cohérents, malgré les nombreuses sources de variabilité.

III.2.1.4 Essais de validation en fatigue

Afin de s'assurer que le modèle retranscrit correctement le comportement du matériau en fatigue, des essais visant à mettre en avant l'effet de contrainte moyenne et la réponse du matériau sous sollicitations multiaxiales ont été réalisés.

Tout d'abord, des essais de fatigue cyclique ont été effectués à un rapport de charge $R = 0.3$. Pour ces chargements, la contrainte moyenne est plus élevée que pour le rapport $R = 0.05$. D'après la relation d'endommagement, la cinétique à $R = 0.3$ devrait être plus lente qu'à $R = 0.05$, avec un retard éventuel à l'amorçage de l'endommagement. Ces essais permettent donc de vérifier l'identification du paramètre dédié à la contrainte moyenne déterminé à l'aide des essais Locati et les valeurs des paramètres de la cinétique obtenus sur les essais de fatigue cyclique à $R = 0.05$.

Pour s'assurer que le modèle décrit correctement l'évolution des endommagements en fonction du niveau de charge, des essais de fatigue multi-paliers, aussi appelés essais de fatigue incrémentale, ont été réalisés à Safran Ceramics. Il s'agit d'essais de fatigue où la contrainte maximale appliquée croît régulièrement au cours de l'essai après un nombre fixe de cycles, jusqu'à rupture. À chaque niveau, le matériau est soumis à des chargements cycliques pendant 30 heures à 10 Hz, soit environ 1,08 million de cycles (figure III.15).

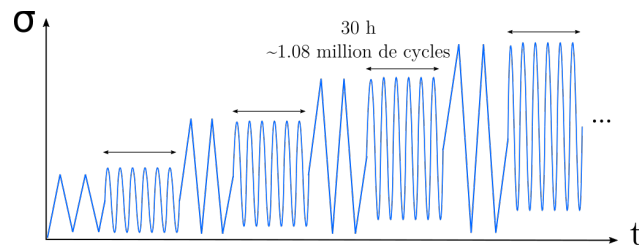


FIGURE III.15 – Description du chargement appliqué pour les essais de fatigue multi-paliers.

Ce type de chargement peut également être utilisé pour étudier le cumul des dommages. Néanmoins, la méthode privilégiée reste de réaliser des essais à deux niveaux de chargement d'amplitudes croissantes ou décroissantes (cf. section I.3.2.1). Une telle étude permettrait de valider à la fois le modèle (et l'identification des paramètres) mais également la prise en compte de l'effet de contrainte moyenne (i.e. la forme de la moyenne évolutive insérée dans le modèle). Toutefois, une étude fine du cumul non-linéaire des dommages nécessiterait une vaste campagne expérimentale avec plusieurs dizaines d'éprouvettes. Elle est donc laissée pour de futurs travaux.

Ensuite, un essai de fatigue cyclique orienté à $22,5^\circ$ est réalisé, générant dans les plis un chargement multiaxial permettant de s'assurer que le couplage traction-cisaillement est bien pris en compte dans le modèle. Le matériau étant plus sensible en cisaillement, les déformations sont bien plus importantes hors des axes principaux du composite qu'en traction pure dans l'axe des fibres. Elles sont donc bien plus facilement mesurables.

Enfin, un essai de fatigue spectrale a été réalisé, dans l'optique de montrer l'intérêt d'un modèle incrémental pour décrire des chargements complexes et réalistes. Il s'agit d'un essai où une séquence de chargement aléatoire est répétée au cours du temps.

Le nombre de cycles a été limité à 80 000 cycles, pour une question de disponibilité machine. Cette valeur reste toutefois cohérente avec l'ordre de grandeur du nombre de cycles que doivent subir les pièces durant les essais de certification. La séquence de chargement aléatoire a été générée à partir des 25 premières décimales de π . L'amplitude du chargement et la contrainte moyenne souhaitée sont ensuite obtenues en dénormalisant les valeurs générées avec les décimales de π .

La figure III.16 présente la séquence de chargement aléatoire répétée. Toutefois, cet essai

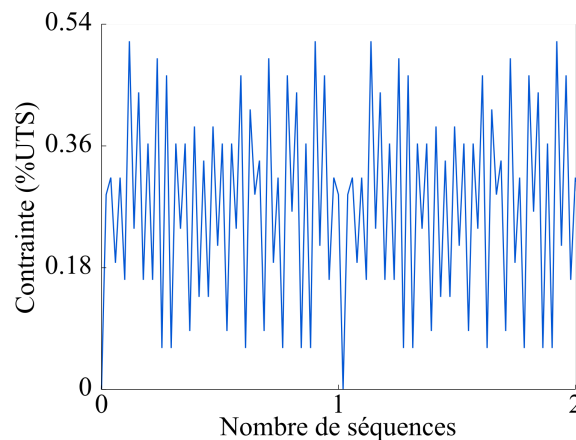


FIGURE III.16 – Description du chargement spectral appliqué.

ayant été réalisé en fin de thèse, l'exploitation des résultats n'a pas pu être menée à temps pour ce manuscrit.

III.2.1.5 Synthèse des essais de fatigue réalisés

Les tableaux III.4 et III.5 synthétisent l'ensemble des essais de fatigue réalisés et l'instrumentation utilisée, dédié respectivement à la caractérisation du comportement et à la validation de l'identification. Tous les niveaux de contraintes maximales sont exprimés en pourcentage de la résistance statique (% UTS pour Ultimate Tensile Strength en anglais), identifiée sur l'essai de traction monotone à rupture dans l'axe des renforts de chaîne.

Éprouvette	Chargement	Instrumentation	Paramètres identifiables (cf. chapitre II)
3238-Rep1	fatigue cyclique à 0° $R = 0.05$ et 72% UTS	EX, EA	$S_1^f, s_1^f, \gamma_1, d_{\infty 1}$
3238-Rep2	fatigue cyclique à 0° $R = 0.05$ et 47% UTS	EX, EA, CIN	$S_1^f, s_1^f, \gamma_1, d_{\infty 1}$
3238-Rep3	fatigue cyclique à 0° $R = 0.05$ et 63% UTS	EX, EA, CIN	$S_1^f, s_1^f, \gamma_1, d_{\infty 1}$
3238-Rep4	fatigue cyclique à 0° $R = 0.5$ et 72% UTS	EX, EA	$S_1^f, s_1^f, \gamma_1, d_{\infty 1}$
3238-Rep5	fatigue cyclique à 0° $R = 0.05$ et 22% UTS	EX, EA	$S_1^f, s_1^f, \gamma_1, d_{\infty 1}$
3238-Rep6	fatigue cyclique à 0° $R = 0.05$ et 63% UTS	EX, EA	$S_1^f, s_1^f, \gamma_1, d_{\infty 1}$
3238-Rep10	fatigue cyclique à 0° $R = 0.05$ et 54% UTS	EX, EA	$S_1^f, s_1^f, \gamma_1, d_{\infty 1}$
3433-Rep6	fatigue cyclique à 0° $R = 0.3$ et 54% UTS	EX, EA	$S_1^f, s_1^f, \gamma_1, m_1$
3433-Rep7	Locati 0° $R = 0.05$	EX, EA	$de f_1^{0f}, m_1$
3433-Rep8	Locati 0° $R = 0.3$	EX, EA	$de f_1^{0f}, m_1$
3433-Rep9	fatigue cyclique à 90° $R = 0.3$ et 47% UTS	EX, EA	$S_1^f, s_1^f, \gamma_1, m_1$

TABLE III.4 – Liste des essais de fatigue réalisés pour caractériser le comportement en fatigue du matériau.

Éprouvette	Chargement	Instrumentation	Paramètres identifiables (cf. chapitre II)
151-0-Rep2	fatigue cyclique multi-paliers à 0°	EX	S_1^f, s_1^f, γ_1
3213-0	fatigue cyclique multi-paliers à 0°	EX	S_1^f, s_1^f, γ_1
3211-22.5-Rep2	fatigue cyclique à 22,5° $R = 0.05$ et 14% UTS	EX, EA, CIN	-
3238-Rep7	fatigue spectrale à 0°	EX, EA	-

TABLE III.5 – Liste des essais de fatigue de validation.

III.2.2 Résultats des essais de fatigue

III.2.2.1 Contrôle du chargement appliqué

Les essais de fatigue, de part la quantité de données générées, sont complexes à analyser. L'une des premières vérifications à mener est de s'assurer du respect de la consigne de chargement au cours de l'essai. Les essais sont pilotés en force et il arrive que cette dernière dérive au cours de l'essai, comme l'illustre la figure III.17. Le non-respect de cette consigne est utilisé pour discriminer les essais les moins fiables et par conséquent pour déterminer lesquels prendre en compte pour l'identification, car une certaine incohérence des essais entre eux a été observée. Ainsi, les résultats de l'essai de fatigue 3238-Rep5, de par la dérive du chargement, ne seront pas pris en compte pour l'identification du modèle. Par ailleurs, le signal de la force maximale appliquée est plus bruité pour les essais 3433-Rep6 et 3433-Rep9 réalisés sur la nouvelle machine INSTRON, mais sans affecter la précision de la consigne. Enfin, en ce qui concerne l'essai 3238-Rep10, bien que la force appliquée soit légèrement inférieure à la valeur demandée, la dérive de l'effort est inexistante. Finalement, à l'exception de l'essai sur l'éprouvette 3238-Rep5, les résultats sont considérés conformes aux spécifications du chargement.

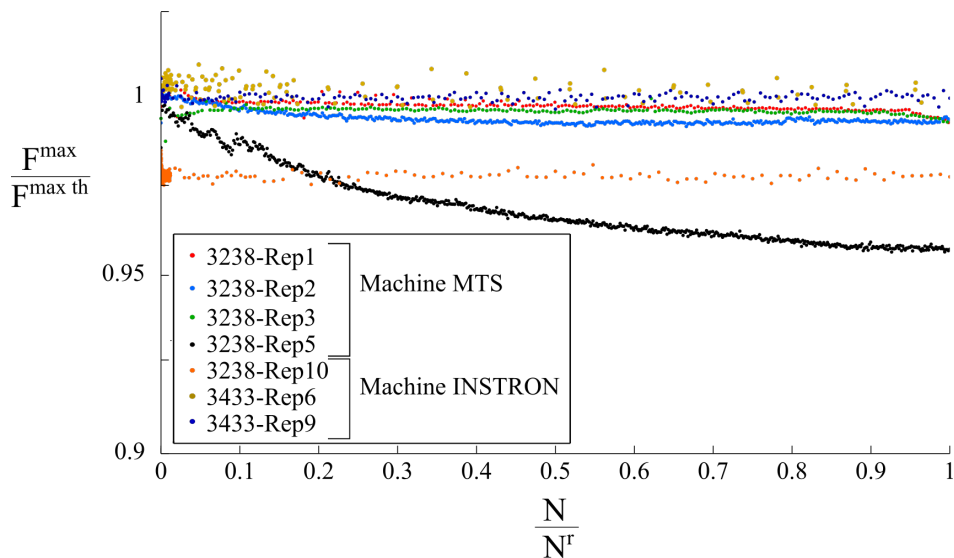


FIGURE III.17 – Évolution de la force maximale imposée au cours des essais de fatigue cyclique.

III.2.2.2 Détection du seuil d'endommagement de fatigue

Le seuil d'endommagement en fatigue est déterminé à partir des seuils d'endommagement apparents, détectés sur les essais Locati à $R = 0.05$ et $R = 0.3$ (éprouvettes 3433-Rep7 et 3433-Rep8 respectivement). Comme évoqué précédemment, les deux méthodes présentées au paragraphe III.2.1.3 pour détecter le seuil d'endommagement en fatigue sont appliquées. Les figures III.18 et III.19 présentent les résultats de ces deux essais.

Ces essais étant les premiers effectués sur la machine INSTRON, les seuils de filtrage d'émission acoustique ont été relevés (60-70 dB) au début de l'essai par rapport aux essais statiques, à cause du bruit de la machine hydraulique (figures III.18a et III.19a). Ce faisant, on observe une hausse instantanée des événements acoustiques détectés, sans qu'il soit possible de savoir s'ils sont réellement dus à de l'endommagement. Dans toute la suite de la courbe d'énergie acoustique, les événements peuvent être attribués à de l'endommagement ou à du bruit, sans possibilité de distinction. De plus, le seuil de filtrage des données acoustiques étant très élevé, il convient de se demander si les événements enregistrés correspondent bien à un seuil de fatigue apparent, ou bien si ce dernier est déjà dépassé. Par conséquent, les courbes d'énergies cumulées acoustiques obtenues sont impropres à l'identification du seuil apparent de fatigue.

Les essais sont donc également instrumentés avec un extensomètre pour pouvoir détecter le seuil d'endommagement apparent en fatigue sur l'évolution de la déformation et du module effectif au cours de l'essai et ainsi de confirmer ou infirmer la détection du seuil par émission acoustique. Toutefois, l'enregistrement des données de l'extensomètre au cours de l'essai Locati à $R = 0.05$ (éprouvette 3433-Rep7) n'a malheureusement pas fonctionné (il s'agissait du premier essai avec le nouvel extensomètre INSTRON et l'appariement avec la machine nécessitait des manipulations supplémentaires), aussi l'évolution du module n'a pas pu être déterminée.

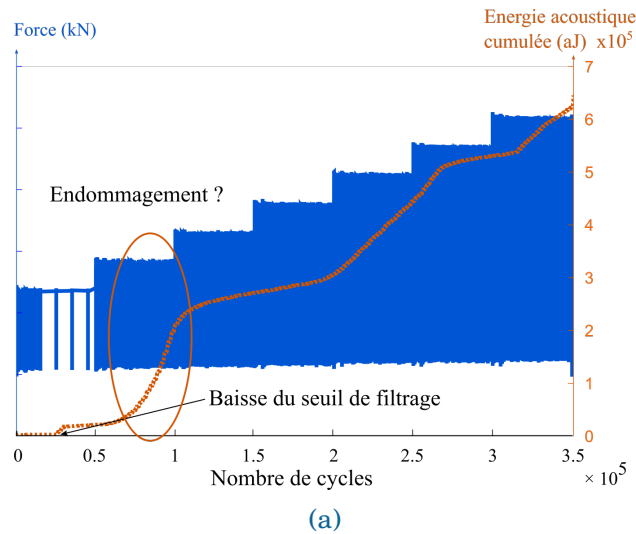


FIGURE III.18 – Données expérimentales de l’essai Locati à $R = 0.05$ sur l’éprouvette 3433-Rep7 : (a) évolution de l’énergie acoustique cumulée superposée à la force imposée au cours du chargement.

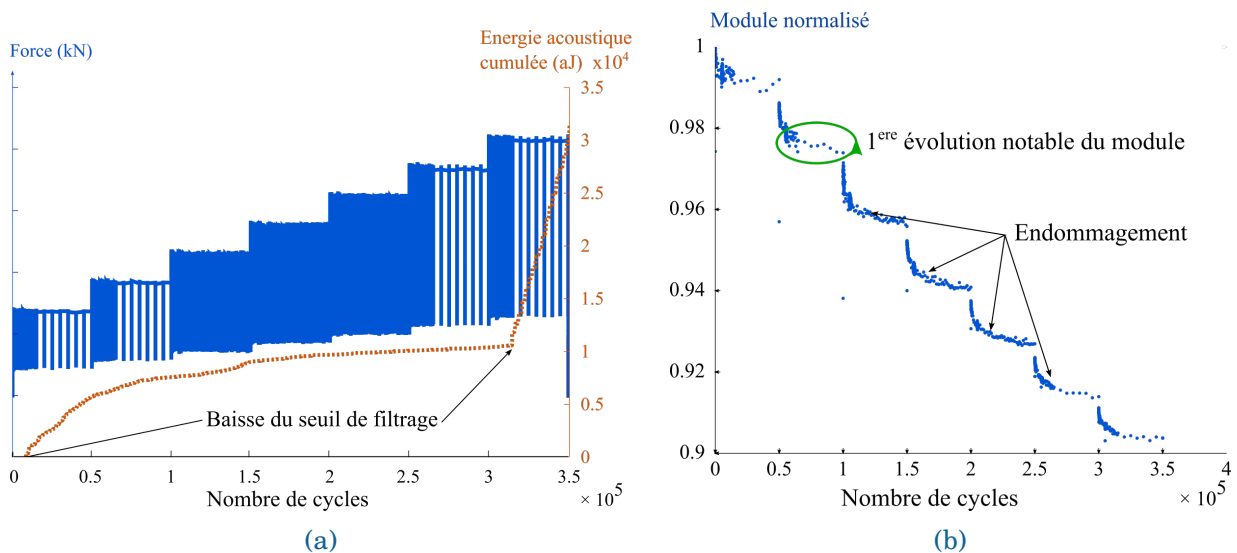


FIGURE III.19 – Données expérimentales de l’essai Locati à $R = 0.3$ sur l’éprouvette 3433-Rep8 : (a) évolution de l’énergie acoustique cumulée superposée à la force imposée au cours du chargement et (b) évolution du module effectif en fonction du nombre de cycles.

Sur l’essai à $R = 0.05$, le suivi de l’émission acoustique semble indiquer que le seuil d’endommagement apparent est dépassé au cours du second palier de chargement. Toutefois, sans évolution de la déformation associée, il n’est pas possible de le confirmer.

Pour le second essai à $R = 0.3$, la courbe d’énergie acoustique cumulée augmente progressivement au cours de l’essai sans accélération brutale. Le suivi acoustique ne permet donc pas de déterminer un seuil d’endommagement de fatigue. En revanche, la figure III.19b montre une évolution du module effectif au cours du second bloc de cycle, ce qui semble indiquer un seuil d’endommagement de fatigue apparent compris entre le premier et le second niveau de chargement. Durant les chargements de niveaux plus élevés, le module baisse progressivement, du fait de l’évolution de l’endommagement de fatigue.

D’après l’équation (II.23) du modèle, le seuil apparent devrait augmenter avec le rapport

de charge appliqué. Or, d'après les données récoltées, les premiers endommagements interviennent au cours du même palier de chargement. En l'état, il n'est pas aisé de déterminer la valeur du seuil d'endommagement de fatigue.

De plus, il convient de se rappeler que le matériau présente des fissures de retrait au sortir du procédé de fabrication. Sous la sollicitation mécanique, les lèvres des fissures peuvent frotter les unes contre les autres, ce qui impliquerait un seuil d'endommagement en fatigue nul. La précision des résultats montrés ici ne permet pas de rejeter cette hypothèse. Au vu de la difficulté d'évaluer avec précision des seuils apparents avec les essais réalisés, il serait intéressant de refaire des essais Locati à des contraintes plus basses, avec des paliers plus rapprochés et sur une machine moins bruyante, de façon à obtenir des résultats plus précis.

III.2.2.3 Suivi de l'endommagement

L'endommagement étant très diffus et n'étant pas visible en surface par CIN ou avec un suivi optique, il est observé indirectement, pour chaque essai, à l'aide de l'évolution des courbes d'hystérèses et de l'évolution du module effectif. Les contraintes maximales appliquées sur les essais de fatigue cyclique sont supérieures au seuil d'endommagement statique. Un suivi acoustique permet également de suivre qualitativement la progression de l'endommagement.

III.2.2.3.1 Évolution des hystérèses

La figure III.20 montre l'évolution des courbes d'hystérèses sur la courbe de comportement de l'essai de fatigue cyclique 3238-Rep10 à 0° avec $R = 0.05$ et pour un niveau de contrainte 54% UTS, mené jusqu'à rupture.

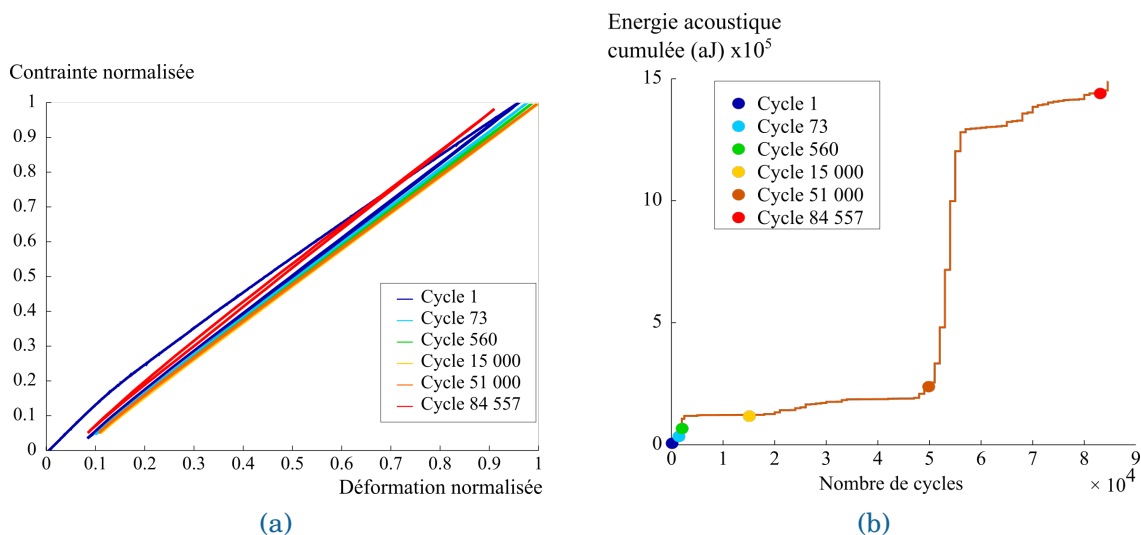


FIGURE III.20 – Évolution des hystérèses (a) et suivi acoustique (b) au cours de l'essai de fatigue cyclique 3238-Rep10.

L'inflexion, caractéristique de l'endommagement, est bien visible au cours du premier cycle (bleu). Sur les cycles suivants, les boucles d'hystérèses restent très fermées (quasi-linéaires, à la précision de mesure près) et leur forme n'évolue pas. L'ouverture des boucles d'hystérésis pourrait être détectée par la différence entre les modules tangents et effectifs de chaque cycle. Cependant pour le matériau d'étude, les valeurs des modules sont trop bruitées – à cause des faibles niveaux de déformations – pour noter cette divergence. Entre les cycles 73 et 15 000, une faible baisse du module est visible sur les pentes des hystérèses, témoignant de l'évolution de l'endommagement. Elle est à mettre en relation avec la courbe d'énergie cumulée acous-

tique (figure III.20b), qui augmente entre ces cycles. En revanche, entre les cycles 15 000 et 51 000, aucune différence de comportement n'est observée, et de fait, cette période correspond à un plateau sur la courbe d'énergie acoustique. Ces observations s'accordent avec de précédentes études, qui affirment que les composites oxyde/oxyde s'endommagent principalement au cours des premiers cycles de fatigue [Ruggles-Wrenn et al., 2008b, Zawada et al., 2003]. Le matériau étudié résiste donc bien à la fatigue, au sens où sa raideur est peu impactée par le chargement. Enfin, la rupture est annoncée par une forte hausse de l'émission acoustique du matériau (figure III.20b) et par la légère modification de la forme des hystérèses. Cette soudaine augmentation de l'EA peut être due à l'apparition des premiers délaminages. Il est à noter que le matériau gagne en raideur juste avant la rupture, du fait de la saturation de l'endommagement matriciel. L'ensemble de l'effort est donc repris par les torons de fibres.

La courbe de comportement de l'essai 3211-Rep2, orienté à $22,5^\circ$ présente des boucles d'hystérèses dont à la fois l'ouverture et la forme évoluent au cours de l'essai, sous l'influence de l'endommagement (*cf.* figure III.21). Une coupure électrique au cours de l'essai ayant modifié fortement les valeurs subséquentes de la déformation longitudinale mesurée par l'extensomètre, les courbes d'hystérèses, dont la forme ne tient compte que de l'évolution de la déformation et non de sa valeur, ont été simplement juxtaposées sans tenir compte des écarts réels de déformation entre elles. L'évolution des courbes d'hystérèses, notable proche de la rupture, est plus visible sur cet essai à $22,5^\circ$ qu'au cours des essais dans les axes des renforts, de par les plus grandes déformations du matériau.

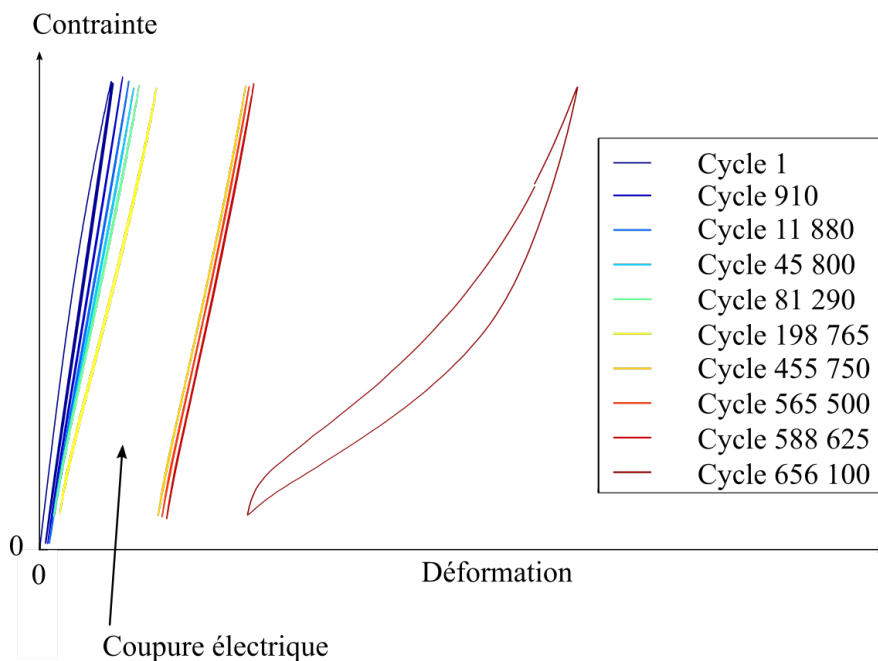


FIGURE III.21 – Évolution des hystérèses au cours de l'essai de fatigue cyclique 3211-Rep2 orienté à $22,5^\circ$.

III.2.2.3.2 Suivi du module effectif

Pour déterminer précisément l'influence de la fatigue sur la raideur du matériau, les courbes de perte de module effectif au cours du chargement sont tracées. Notons d'ores et déjà que les fluctuations de la déformation impactent de façon similaire les valeurs minimale et maximale d'un cycle, et n'influencent donc pas les valeurs du module effectif, calculées indépendamment sur chaque cycle de fatigue.

La figure III.22 synthétise les évolutions du module effectif des essais de fatigue cyclique à $R = 0.05$ dans l'axe des fibres (à 0° et 90°). Deux catégories se distinguent :

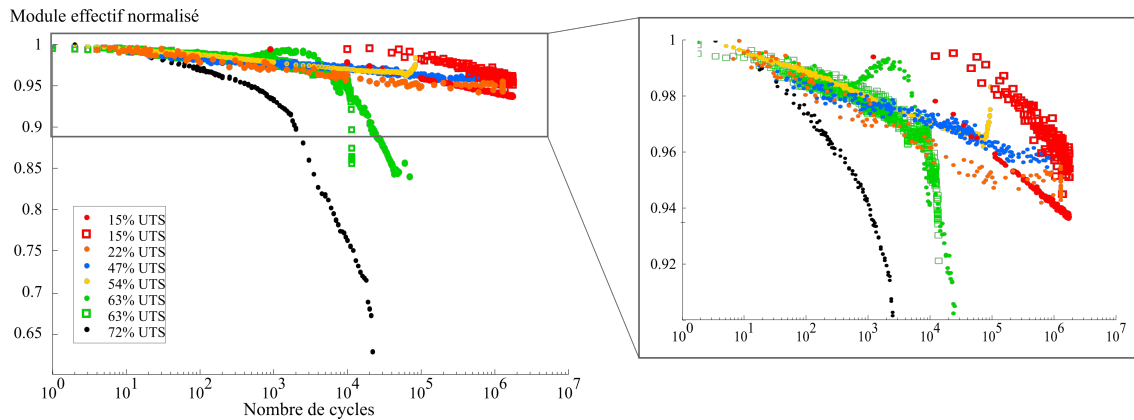


FIGURE III.22 – Évolution des modules effectifs des essais de fatigue cyclique à $R = 0.05$. Les modules sont normalisées par le module du premier cycle de chaque essai.

- Les essais à faible contrainte maximale (comprise entre 15% et 54% de la résistance statique), dont la perte de module au bout d'un million de cycles reste très faible (inférieure à 5%). Il s'agit des niveaux de chargement représentatifs des conditions d'utilisation industrielle. L'évolution du module en fatigue est logarithmique. Cela a également été observé par Zawada et Ruggles-Wrenn à haute température sur d'autres composites oxyde/oxyde [Zawada et al., 2003, Ruggles-Wrenn et al., 2008a]. La perte de module est donc rapide dans les premiers cycles, puis ralentit au fur et à mesure de l'essai. Elle est associée à de l'endommagement matriciel. La pente des courbes est, en outre, similaire quelque soit la contrainte maximale appliquée. Toutefois, il faudrait réaliser plus d'essais pour confirmer cette tendance.
- Les essais à forte contrainte maximale, qui débutent également par une évolution logarithmique du module effectif, sont cependant suivies d'une perte plus brutale, probablement liée à d'autres phénomènes d'endommagement comme du délaminage ou de la rupture de torons de fibres, menant à la rupture de l'éprouvette.

Pour l'essai de fatigue cyclique sur une éprouvette orientée à $22,5^\circ$, la perte de module est bien plus prononcée, de l'ordre de 35% (figure III.23). La matrice, plus sollicitée au cours d'essais hors-axe que dans l'axe des torons de fibres, est donc plus sujette à l'endommagement en fatigue que les fibres.

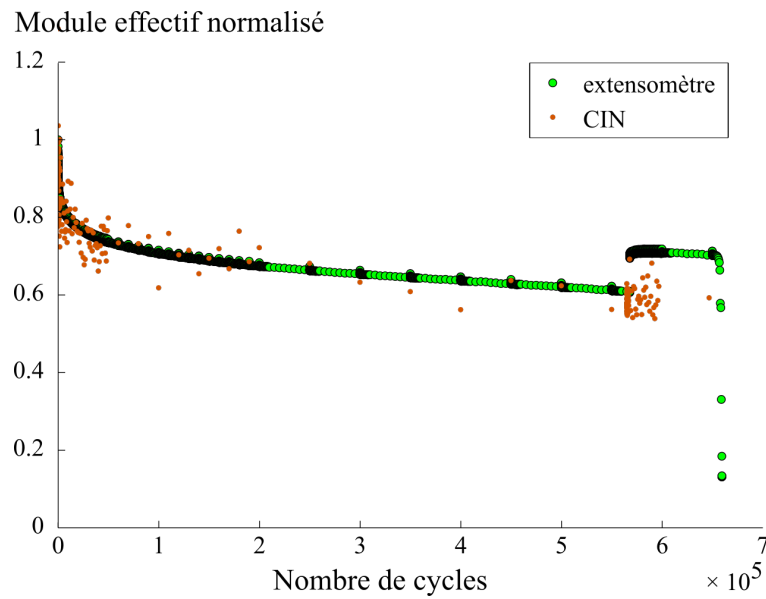


FIGURE III.23 – Évolution du module effectif normalisé de l'éprouvette 3211-Rep2 orientée à 22,5° au cours de l'essai de fatigue cyclique.

Les courbes de perte de module sont également un bon moyen de visualiser l'influence de la contrainte moyenne, au travers d'un éventuel retard à l'endommagement et/ou d'une cinétique d'endommagement différente. La figure III.24 compare l'influence du rapport de charge pour deux contraintes maximales différentes :

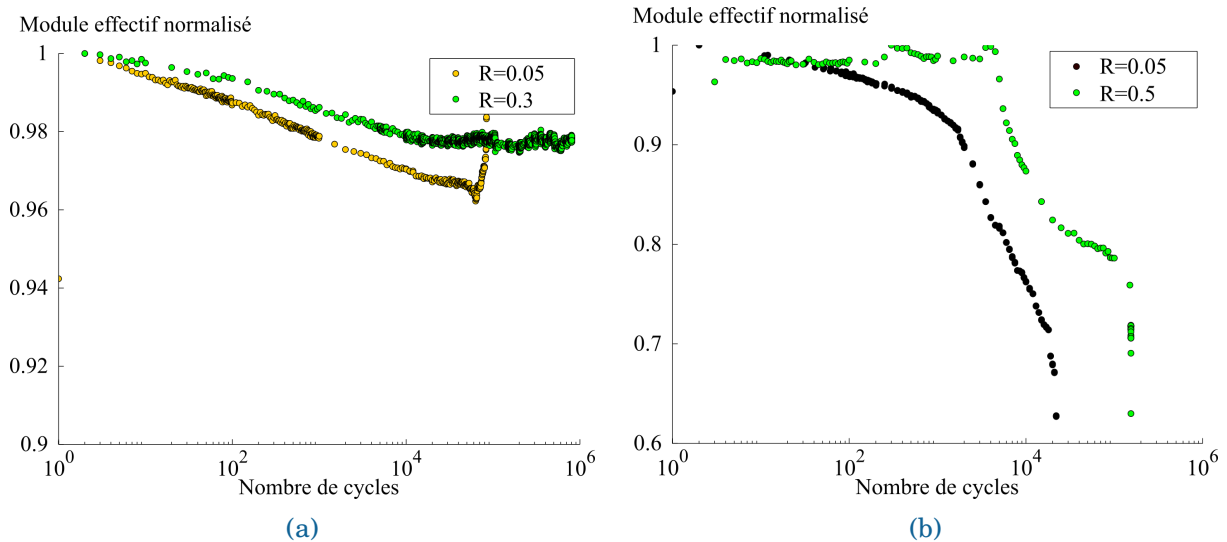


FIGURE III.24 – Évolution de la perte de module effectif normalisée par sa valeur au premier cycle pour une contrainte maximale de (a) 54% UTS (essais 3238-Rep10 et 3433-Rep6) et (b) 72% UTS (essais 3238-Rep1 et 3238-Rep4).

- À 54% UTS (figure III.24a), la différence des pentes signifie qu'une plus grande amplitude de chargement (R plus faible) est plus endommageante. De fait, contrairement à l'essai à $R = 0.05$ (éprouvette 3238-Rep10), l'essai à $R = 0.3$ (éprouvette 3433-Rep6) n'a pas rompu. Une contrainte moyenne plus élevée semble donc avoir un effet bénéfique sur la résistance en fatigue.
- À 72% UTS, les mêmes effets sont visibles : l'endommagement démarre plus tard pour

un rapport de charge plus élevé. Rappelons, cependant, que l'endommagement observé n'est vraisemblablement pas exclusivement de l'endommagement matriciel, en raison de la haute contrainte maximale. Des délaminages entre couches sont probables.

Une même comparaison a également été menée à 47% UTS, entre des rapports de charge $R = 0.05$ et $R = 0.3$ obtenus sur les éprouvettes 3238-Rep2 et 3433-Rep9, orientées respectivement à 0° et 90° . Néanmoins, les résultats sont moins concluants et en opposition avec les résultats espérés, puisque l'essai à $R = 0.05$ s'endommage moins qu'à $R = 0.3$. Outre la dispersion expérimentale, deux explications sont envisageables. D'une part, l'orientation des éprouvettes est différente, ce qui peut expliquer une partie des différences bien que le tissu soit équilibré. Et d'autre part, la machine d'essai (MTS ou INSTRON) et l'extensomètre (longueur utile de 10 mm et 25 mm) diffèrent entre les deux essais, entraînant probablement des incohérences entre les deux résultats.

III.2.2.3.3 Déformations résiduelles

L'évolution des déformations résiduelles est suivie lors des essais de fatigue instrumentés avec des caméras pour la CIN, pour lesquels le chargement appliqué comprend des cycles lents régulièrement espacés, dont les décharges descendent jusqu'à force nulle. Néanmoins, seules les déformations résiduelles dans le sens longitudinal ont pu être mesurées, les déformations transverses étant trop faibles pour permettre une mesure fiable. La figure III.25 présente les évolutions des déformations résiduelles en fonction du nombre de cycles au cours des essais 3238-Rep2 (orienté à 0°) et 3211-22.5-Rep2 (orienté à 22.5°).

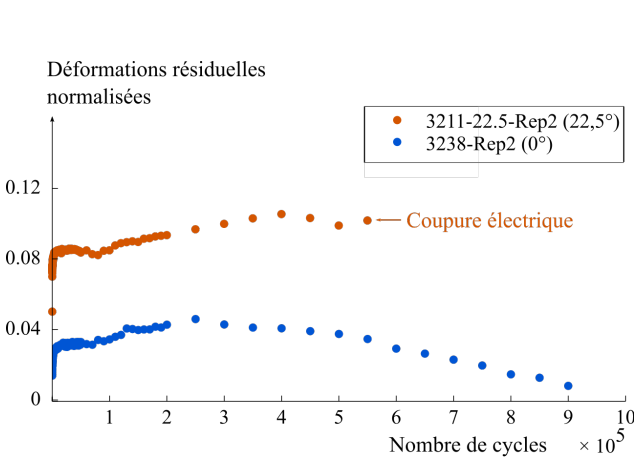


FIGURE III.25 – Évolution des déformations résiduelles longitudinales au cours des essais de fatigue cyclique. Les valeurs sont normalisées par rapport à la déformation à rupture statique de l'éprouvette 3211-0-Rep1.

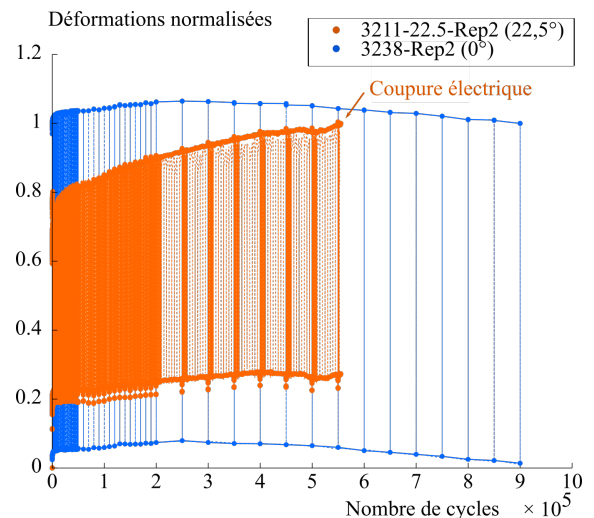


FIGURE III.26 – Évolution des déformations longitudinales au cours des essais de fatigue cyclique. Les valeurs sont normalisées par rapport aux déformations maximales à la fin du chargement.

Pour l'essai orienté à 0° , les déformations résiduelles longitudinales n'évoluent pas comme attendu : les déformations résiduelles devraient augmenter continument, or ici, elles se stabilisent puis décroissent. Ce phénomène peut s'expliquer en partie par les fluctuations observées sur les courbes de déformations totales mesurées par l'extensomètre (figure III.26), dont on ne connaît toutefois pas la cause (problème probable de mesure).

En revanche, pour l'essai orienté à $22,5^\circ$, où les déformations sont plus importantes et ne présentent pas de fluctuations intempestives, il est possible d'obtenir l'évolution des défor-

mations résiduelles comme attendu. Leur niveau dépasse celui atteint en statique. Le niveau d'endommagement obtenu serait donc supérieur après un chargement de fatigue en comparaison d'un chargement statique.

III.2.2.4 Courbe S-N et faciès de rupture

La figure III.27 présente la courbe S-N obtenue et synthétise les nombres de cycles à rupture des essais de fatigue cyclique réalisés à $R = 0.05$:

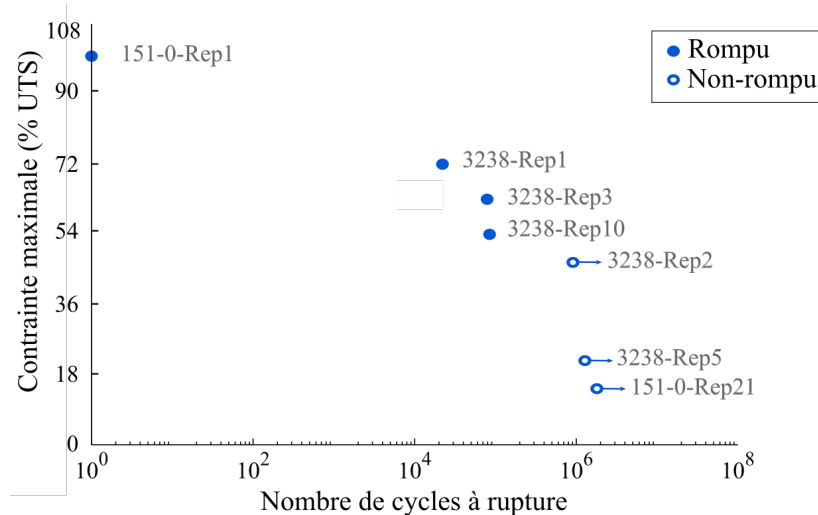


FIGURE III.27 – Courbe S-N obtenue à $R = 0.05$.

Dans un premier temps, il convient de remarquer que pour obtenir une courbe S-N fiable, il est souhaitable d'avoir au moins trois points par contrainte maximale testée, pour s'affranchir de la dispersion matériau au moment de la rupture. Dans cette étude, en revanche, le nombre d'éprouvettes est trop faible pour répéter les essais. Bien plus d'essais seraient donc nécessaires pour confirmer la tendance de cette courbe et envisager de l'utiliser pour identifier le modèle.

Aussi, la limite d'endurance à 10^6 cycles issue de la courbe S-N (entre 47% UTS et 54% UTS) est bien supérieure à la limite de fatigue identifiée à l'aide des essais Locati. Plus le nombre de cycles maximal est élevé, plus la limite d'endurance tend vers la limite de fatigue. Le nombre de cycles maximal utilisé ici est alors vraisemblablement trop faible pour donner une indication fiable de la limite de fatigue.

La rupture, pour les éprouvettes concernées, est localisée dans la zone utile, contrairement aux essais statiques orientés à 0° . La figure III.28 montre le faciès de rupture obtenu à 0° pour l'éprouvette 3238-Rep1. Il est comparé aux faciès de rupture obtenus en statique. L'image utilisée en statique est extraite de la thèse de Broutelle [Broutelle, 2019] car, en statique, les essais réalisés au cours de ces travaux ont été stoppés dès la baisse de la force, sans rupture totale de l'éprouvette. L'extraction des fibres est bien plus importante en fatigue et la zone de rupture plus large. Ce phénomène a également été observé sur d'autres composites oxyde/oxyde [Mall and Ahn, 2012, Ruggles-Wrenn et al., 2008a].

La figure III.29 expose les faciès de rupture obtenus en fatigue sur l'éprouvette orientée à $22,5^\circ$. La rupture est orientée par l'orientation du tissage et traverse toute l'épaisseur de l'éprouvette. L'extraction de fibres est à nouveau très importante. On notera également des délaminages conséquents entre plis.

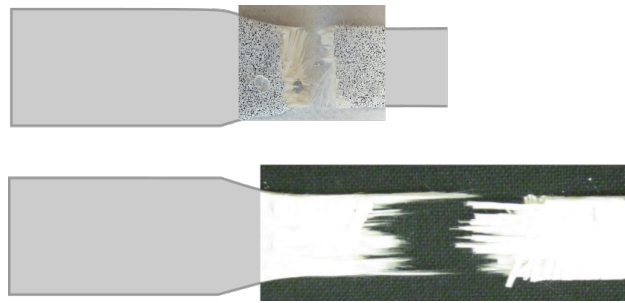


FIGURE III.28 – Faciès de rupture obtenus après un essai statique (haut) [Broutelle, 2019] et de fatigue (bas) sur l'éprouvette 3238-Rep1.

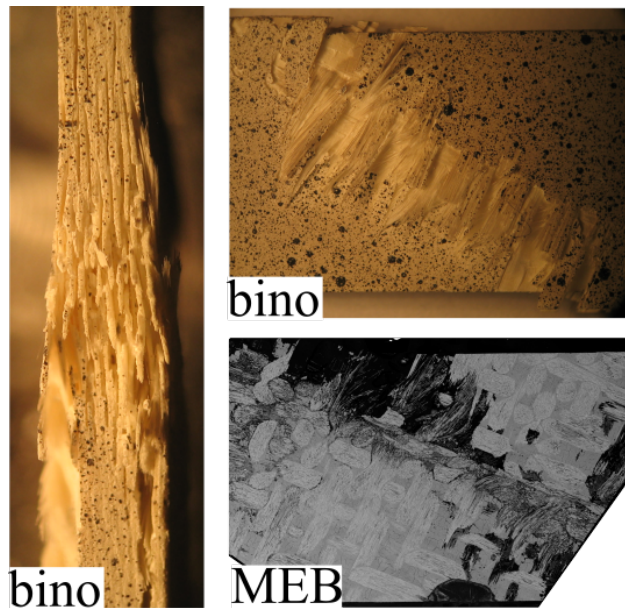


FIGURE III.29 – Observations du faciès de rupture de l'éprouvette 3211-Rep2 orientée à 22,5° au microscope binoculaire et au MEB.

III.3 Présentation de la campagne expérimentale de performances résiduelles

III.3.1 Caractérisation des propriétés résiduelles

Les essais de performances résiduelles s'intéressent à la rupture des éprouvettes, en complément des essais statiques menés jusqu'à rupture. En particulier, leur but est de déterminer le couplage éventuel entre l'endommagement matriciel, généré en fatigue, et la tenue du matériau.

Pour ce faire, les éprouvettes n'ayant pas rompu au cours du chargement de fatigue, sont soumises à une traction monotone jusqu'à rupture, conformément aux essais usuels (cf. section I.3.2.1.6). Les essais sont instrumentés avec un extensomètre Schenk base 25 mm, identique à celui utilisé pour les essais statiques. Les valeurs d'intérêt pour ces essais sont la raideur initiale, la contrainte et la déformation à rupture.

Les éprouvettes testées (3238-Rep2, 3433-Rep6 et 3433-Rep9) ont subi au préalable un million de cycles de fatigue (tableau III.6). Parmi ces trois essais, deux sont réalisés au même rapport de charge mais avec des contraintes maximales différentes, et deux ont la même

contrainte maximale avec deux rapports de charge différents. Bien que les orientations des éprouvettes ne soient pas toutes identiques, les essais permettent donc, en supposant les comportements à 0° et 90° identiques, de déterminer l'impact de la contrainte maximale appliquée en fatigue, comme celui du rapport de charge (*i.e.* de la contrainte moyenne), sur la tenue statique du matériau.

Éprouvette	Chargement	Instrumentation	Paramètres identifiables (<i>cf.</i> chapitre II)
3238-Rep2	traction à rupture 0° après fatigue à $R = 0.05$ et 47% UTS	EX, EA	ε_1^{0R} , cinétique de rupture (ε_1^{rt} , d_1^r)
3433-Rep9	traction à rupture 90° après fatigue à $R = 0.3$ et 47% UTS	EX, EA	ε_1^{0R} , cinétique de rupture (ε_1^{rt} , d_1^r)
3433-Rep6	traction à rupture 0° après fatigue à $R = 0.3$ et 54% UTS	EX, EA	ε_1^{0R} , cinétique de rupture (ε_1^{rt} , d_1^r)

TABLE III.6 – Liste des essais de performances résiduelles réalisés.

III.3.2 Résultats des essais de performances résiduelles

Les trois éprouvettes n'ayant pas rompu en fatigue ont été soumises à une traction monotone à rupture pour déterminer leurs performances résiduelles, en particulier leur module de Young et leur résistance à la traction. L'éprouvette 3433-Rep9, fatiguée à 47% de la force à rupture statique et $R = 0.3$, est orientée à 90° . Ses résultats sont tout de même comparés aux autres essais réalisés à 0° , dans la mesure où le tissu est équilibré.

La figure III.30a présente les courbes de contrainte-déformation, normalisées par rapport à un essai statique de référence et la figure III.30b quantifie les différences en terme de module et de tenue (contrainte et déformation à rupture). Le module de Young a été calculé par régression linéaire sur les 2000 premiers points des courbes contrainte/déformation expérimentales (sous le seuil d'endommagement détecté par l'émission acoustique). L'essai statique de référence est la traction monotone à rupture (151-0-Rep1), dans la mesure où l'essai de traction incrémentale (3211-0-Rep1) a été soumis à des décharges et donc a déjà créé de l'endommagement de fatigue.

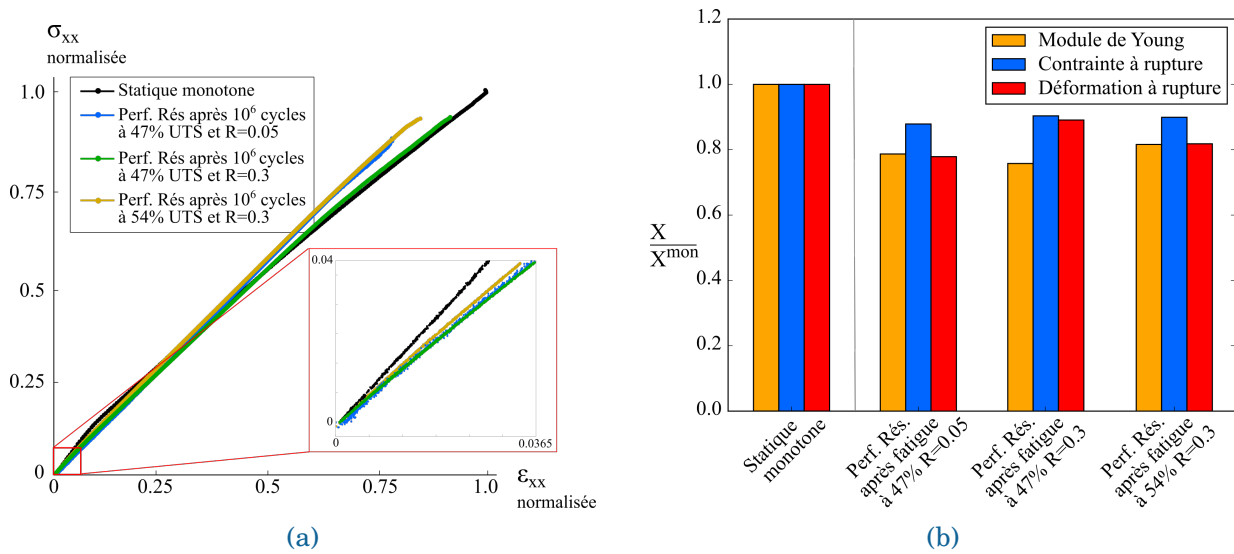


FIGURE III.30 – Synthèse des résultats expérimentaux des essais de performances résiduelles sur éprouvettes haltères soumises à 10⁶ cycles de fatigue au préalable. (a) Courbes contrainte-déformation et (b) Pertes de module, de résistance et de déformation à rupture en traction. Les résultats sont normalisés par rapport à ceux de l'éprouvette 151-0-Rep1 sollicitée en statique.

Le comportement des courbes contrainte-déformation est quasi-linéaire. On note l'absence d'un seuil d'endommagement visible (inflexion de la courbe), contrairement à l'essai statique. Le chargement de fatigue a impacté le module d'Young des éprouvettes, comme attendu au vu des pertes de module effectif observées au cours des essais de fatigue correspondants (section III.2.2.3). De plus, contrairement à certaines études de la littérature [Zawada et al., 2003], la fatigue réduit également à la fois la contrainte et la déformation à rupture des éprouvettes en composite oxyde/oxyde.

Lorsque l'on compare les résultats d'essais des éprouvettes fatiguées à 47%, le module d'Young est légèrement plus faible lorsque le rapport de charge est fixé à $R = 0.3$ que lorsque $R = 0.05$, ce qui est contraire à l'évolution prédite par le modèle. Toutefois, la contrainte à rupture est plus élevée lorsque $R = 0.3$ que lorsque $R = 0.05$. Ce résultat s'accorde avec l'effet de contrainte moyenne inséré dans le modèle : plus le rapport de charge est élevé, plus l'endommagement est retardé et évolue lentement. Le matériau garde donc une plus grande rigidité et rompt plus tardivement. L'évolution de la déformation à rupture entre ces deux essais est également cohérente avec le choix du critère de rupture du modèle, à savoir que la déformation à rupture est diminuée par le niveau d'endommagement matriciel.

D'autre part, en considérant les deux éprouvettes fatiguées à $R = 0.3$, la perte de module est plus prononcée pour l'essai réalisé à la plus faible contrainte, contrairement à ce qui était attendu avec le modèle. En revanche, la contrainte à rupture est la plus élevée pour l'essai générant le moins d'endommagement, à savoir celui à la plus faible contrainte appliquée (47% UTS), comme attendu. L'évolution des déformations à rupture est également cohérente avec notre choix de critère de rupture puisque la déformation à rupture diminue avec la contrainte maximale appliquée, et donc avec le niveau d'endommagement prévu par le modèle.

Toutefois, il faudrait davantage de données expérimentales pour confirmer les tendances observées et le choix du critère de rupture inséré dans le modèle.

III.4 Protocole d'identification

Cette section a pour but de présenter à la fois l'ordre dans lequel identifier les paramètres du modèle, et la méthode pour extraire ces informations des essais décrits précédemment. Le champ d'application étant restreint aux sollicitations planes, seuls les paramètres du comportement plan seront identifiés. L'ordre proposé est le suivant :

- propriétés d'élasticité ;
- saturation de l'endommagement matriciel ;
- évolution de l'endommagement en statique ;
- déformations résiduelles ;
- seuil d'endommagement de fatigue ;
- évolution de l'endommagement de fatigue ;
- critère de rupture.

Les valeurs des paramètres identifiés sont synthétisées dans le tableau de l'annexe confidentielle D et les comparaisons essais/calculs sont présentées à la suite.

III.4.1 Propriétés d'élasticité

Les propriétés d'élasticité, en fonction desquelles s'exprime le tenseur de souplesse élastique \mathbb{S}^0 , sont identifiées sur les parties linéaires des courbes de comportement sens chaîne et trame. Cette partie linéaire comprend peu de points et correspond à des valeurs de déformations très faibles, ce qui peut engendrer des imprécisions sur le calcul des modules de Young, et plus encore sur le coefficient de Poisson.

Un essai de traction dans le sens chaîne permet de déterminer le module de Young E_1 et le coefficient de Poisson ν_{12} , d'après les équations suivantes :

$$E_1 = \frac{\sigma_{xx}}{\varepsilon_{xx}} ; \quad \nu_{12} = -\frac{\varepsilon_{yy}}{\varepsilon_{xx}} \quad (\text{III.2})$$

Réciproquement, un essai dans le sens trame permet de déterminer le module transverse E_2 et le coefficient de Poisson ν_{21} . Ce dernier peut également se déduire de la relation d'orthotropie : $-\frac{\nu_{21}}{E_2} = -\frac{\nu_{12}}{E_1}$.

Pour un essai orienté à 45°, le module de cisaillement se déduit de la contrainte longitudinale σ_{xx} et des déformations longitudinales ε_{xx} et transverses ε_{yy} , exprimée dans le repère de l'éprouvette (équation III.3).

$$G_{12} = \frac{\sigma_{xx}}{2(\varepsilon_{xx} - \varepsilon_{yy})} \quad (\text{III.3})$$

III.4.2 Saturation de l'endommagement matriciel

Les valeurs de saturation de l'endommagement diffus $d_{\infty,k}$, pour chaque mécanisme d'endommagement $k = 1, 2$, sont choisies identiques en statique et en fatigue et influent les deux cinétiques d'endommagement. Rakotoarisoa, dans ses travaux de thèse portant sur le modèle ODM-CMO, montre que ce paramètre peut être identifié sur la courbe de perte de module d'un essai de fatigue cyclique à faible rapport de charge [Rakotoarisoa, 2013] (figure III.31).

Une procédure similaire peut être appliquée ici. En effet, d'après les équations du modèle (II.13c) et (II.22), en ne considérant que la première composante du tenseur de souplesse effective dans le cas d'un chargement uniaxial sens chaîne, on obtient :

$$\frac{E_{11}^0}{E_{11}^{\text{eff}}} - 1 = d_1 h_{11} \quad \Rightarrow \quad d_1 = \frac{1}{h_{11}} \left(\frac{E_{11}^0}{E_{11}^{\text{eff}}} - 1 \right). \quad (\text{III.4})$$

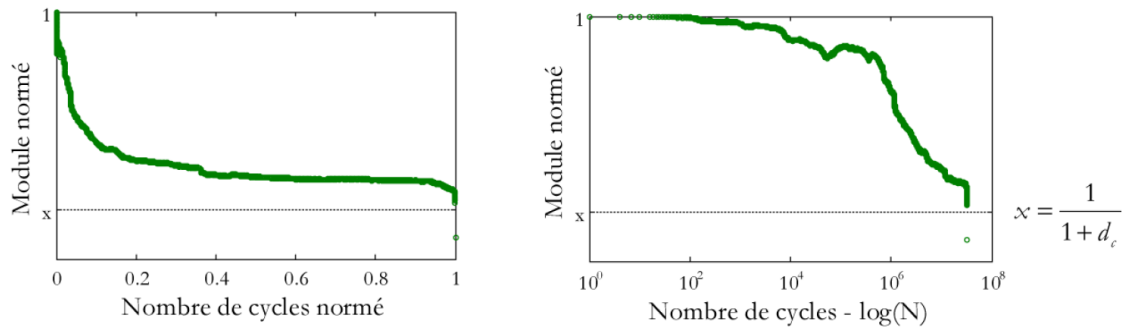


FIGURE III.31 – Évolution du module effectif en fonction du nombre de cycles et son lien avec la valeur de la saturation de l'endommagement [Rakotoarisoa, 2013].

À saturation d'un essai de fatigue dans le sens chaîne, l'endommagement atteint sa valeur maximale, $d_1 = d_{\infty,1}$, et le module effectif atteint une valeur E^{sat} , relevée sur la courbe de perte du module effectif. En considérant $h_{11} = 1$ [Rakotoarisoa, 2013, Angrand, 2016], il est possible d'en déduire la valeur de la saturation de l'endommagement dans le sens 1. La même procédure est à appliquer dans le sens trame pour obtenir $d_{\infty,2}$.

Cependant, au cours des essais réalisés, où le nombre maximal de cycles appliqué est de 10^6 cycles, peu d'essais ont atteint la saturation, comme en témoigne la figure III.22. Cette méthode a donc été appliquée uniquement sur un essai à très forte contrainte maximale (figure III.32). La valeur du module à saturation est prise avant l'intervention d'autres mécanismes d'endommagement (délaminage ou rupture des torons), responsables de l'ultime perte de module avant la rupture finale.

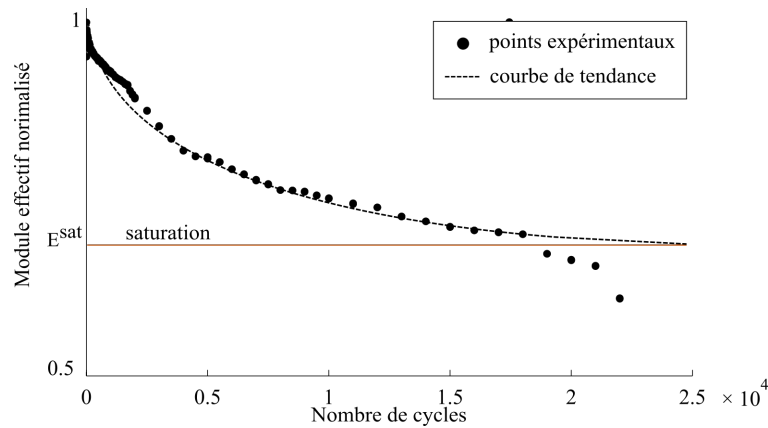


FIGURE III.32 – Détermination du module effectif saturé sens chaîne.

En l'absence d'essai adéquat dans le sens trame et en supposant un comportement en fatigue similaire dans la direction chaîne et trame, la valeur de la saturation sens trame $d_{\infty,2}$ est prise égale à celle déterminée dans le sens chaîne.

III.4.3 Comportement statique

Dans l'optique de déterminer les paramètres de la partie statique de la relation d'endommagement, rappelons l'équation d'évolution de l'endommagement pour ce type de chargement.

$$\dot{d}_k = (d_{\infty,k} - d_k) \left\langle \frac{\varepsilon_{eq,k} - \varepsilon_{eq,k}^{0s}}{S_k^s} \right\rangle_+^{s_k} \dot{\varepsilon}_{eq,k}^{\max} \quad (\text{III.5})$$

III.4.3.1 Seuil d'endommagement statique

Deux méthodes complémentaires sont utilisées pour identifier les seuils d'endommagement statiques ε_1^{0s} et ε_2^{0s} :

- Ils correspondent au premier changement de pente de la courbe de comportement statique à 0° et 90° , respectivement.
- Ils sont également directement déterminés sur les courbes d'énergie acoustique cumulées, comme les déformations associées aux premiers événements énergétiques.

Comme évoqué précédemment (au paragraphe III.1.2.1), la méthode acoustique est ici privilégiée pour fixer la valeur du seuil d'endommagement statique, de par le bruit de mesure des déformations, faibles pour ce matériau.

Le seuil d'endommagement en cisaillement ε_{12}^{0s} est identifié de façon similaire sur les essais hors-axes, en priorité sur un essai à 45° . Il convient de noter que la valeur de la déformation longitudinale mesurée n'est pas directement égale au seuil, car cet essai n'est pas un essai de cisaillement pur. On identifie le seuil d'endommagement en cisaillement après avoir identifié les autres seuils statiques, de par les couplages introduits dans la force motrice.

Le seuil d'endommagement hors-plan est, quant à lui, fixé à une valeur arbitraire très élevée, de façon à ne jamais générer d'endommagement hors-plan. Il s'agit, en effet, d'un phénomène non pris en compte dans cette étude, et qui n'apparaît pas dans des conditions de fatigue polycyclique.

III.4.3.2 Cinétique d'endommagement et composantes des tenseurs des effets

L'identification des cinétiques des variables d'endommagement d_1 et d_2 est réalisée sur les essais de traction incrémentale dans les directions des torons de fibres (0° et 90°), bien qu'elle puisse être également menée sur des essais de traction monotone. Les paramètres à déterminer, pour chaque mécanisme d'endommagement matriciel, sont : s_k^s , S_k^s et h_{kk} , $k = 1, 2$.

Les cinétiques d'endommagement sens chaîne et trame sont choisies différentes, de façon à pouvoir retranscrire les différences dans les cinétiques d'endommagement observées sur les essais dans les directions hors-axes (à $22,5^\circ$ et $67,5^\circ$). Les paramètres sont néanmoins très proches, puisque d'une part, le tissu utilisé est équilibré et d'autre part, les comportements dans les directions chaînes et trames sont relativement similaires. En particulier, la puissance s_k^s est choisie identique dans chaque direction.

La détermination des deux paramètres couplés s_k^s et S_k^s fait l'objet d'un processus itératif. La puissance s^s joue sur la forme de l'évolution de l'endommagement et S^s sur sa vitesse. L'influence de ces paramètres sur la courbe de comportement est illustrée sur la figure III.33.

Les paramètres h_{11} et h_{22} permettent de déterminer l'effet des variables d'endommagement sur la souplesse du matériau. Dans ces travaux, leurs valeurs sont fixées à 1, de façon à découpler les paramètres h_{kk} et $d_{\infty,k}$, $k = 1, 2$. Il est toutefois possible de relâcher cette contrainte pour faciliter l'identification de la cinétique, en particulier des chargements hors-axes.

Enfin, les coefficients $h_{66}^{d_1}$ et $h_{66}^{d_2}$ représentent l'effet du dommage d_1 (resp. d_2) sur le comportement en cisaillement plan. Ils sont identifiés sur les courbes de comportement des tractions incrémentales à $22,5^\circ$ et $67,5^\circ$. Les cinétiques d'endommagement dans les directions des renforts étant fixées au préalable, ces paramètres d'effets hors-axes expliquent en grande partie les différences entre les deux essais à $22,5^\circ$ et $67,5^\circ$. Les deux coefficients ont donc des valeurs distinctes.

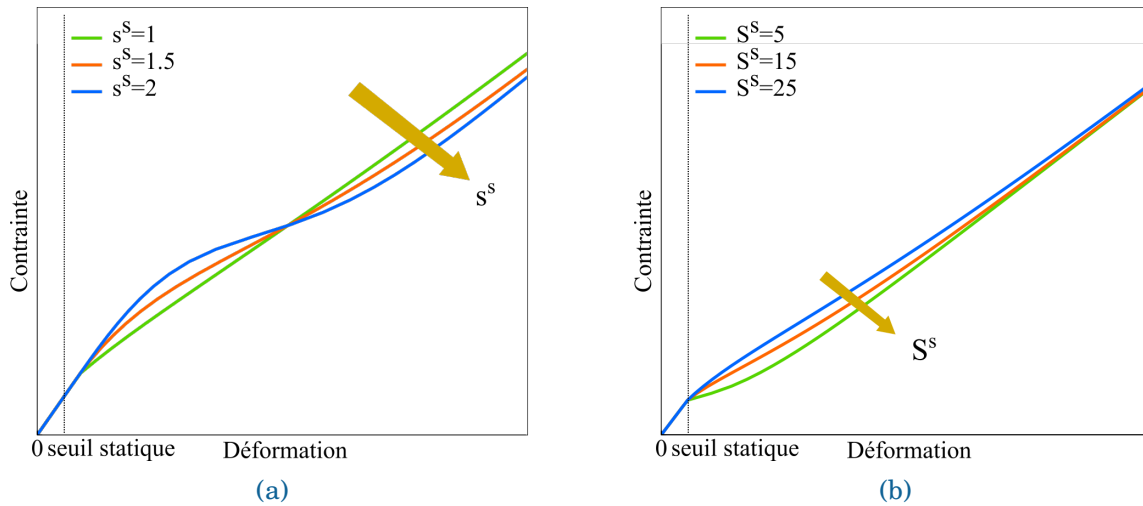


FIGURE III.33 – Influence des paramètres (a) s_1^s et (b) S_1^s sur le comportement endommageable sens chaîne.

III.4.3.3 Déformations résiduelles

Les déformations résiduelles sont identifiées sur les tractions incrémentales à 0° et 90° , à l'aide des valeurs des déformations à contrainte nulle, lors des différentes décharges.

D'après l'équation (II.27), reportée ci-dessous, elles dépendent du niveau d'endommagement, elles doivent donc être identifiées après la cinétique d'endommagement statique. Les observations expérimentales ont déterminé que les déformations résiduelles transverses restent très faibles, la formulation du modèle (en particulier des tenseurs \mathbb{R}_k) a donc été choisie en fonction de ces résultats (cf. section II.4.2).

$$\dot{\varepsilon}^r = \sum_{k=1}^3 \left[\chi_k e^{r_k d_k} \dot{d}_k \mathbb{R}_k \mathbf{e}_k^* \right] \quad (\text{III.6})$$

avec $\mathbf{e}_k^* = \frac{\varepsilon}{|\max_i \varepsilon_{ki}|}$, $i = [1, 3]$ and $\mathbb{R}_k = \mathbb{H}^{(m)}_k : \mathbb{C}^0$

Deux paramètres décrivent l'évolution des déformations résiduelles : r_k et χ_k . Le premier est une puissance et permet de donner la forme de l'évolution. Le second est un facteur multiplicatif influant sur l'amplitude des déformations résiduelles.

Enfin, il est nécessaire de noter que la présence des déformations résiduelles affecte la cinétique d'endommagement, puisqu'elle affecte la déformation totale. Quelques itérations entre les paramètres des cinétiques d'endommagement et des déformations résiduelles doivent donc être effectuées pour retranscrire au mieux les courbes de comportement statique.

III.4.3.4 Comparaisons essais/calculs

L'accord entre les données expérimentales et les prévisions du modèle, présenté sur la figure III.34, est globalement satisfaisant sur les essais d'identification.

Néanmoins, il est difficile de bien décrire la non-linéarité des courbes hors-axes, puisque les paramètres cinétiques sont identifiés à l'aide des essais dans les axes principaux, quasi-linéaires.

La figure III.35 présente le résultat de la comparaison essai/calcul sur l'essai à 45° , qui n'a pas servi à l'identification des paramètres et qui permet donc de valider l'identification effectuée. Les déformations résiduelles sens longitudinal sont légèrement sous-estimées.

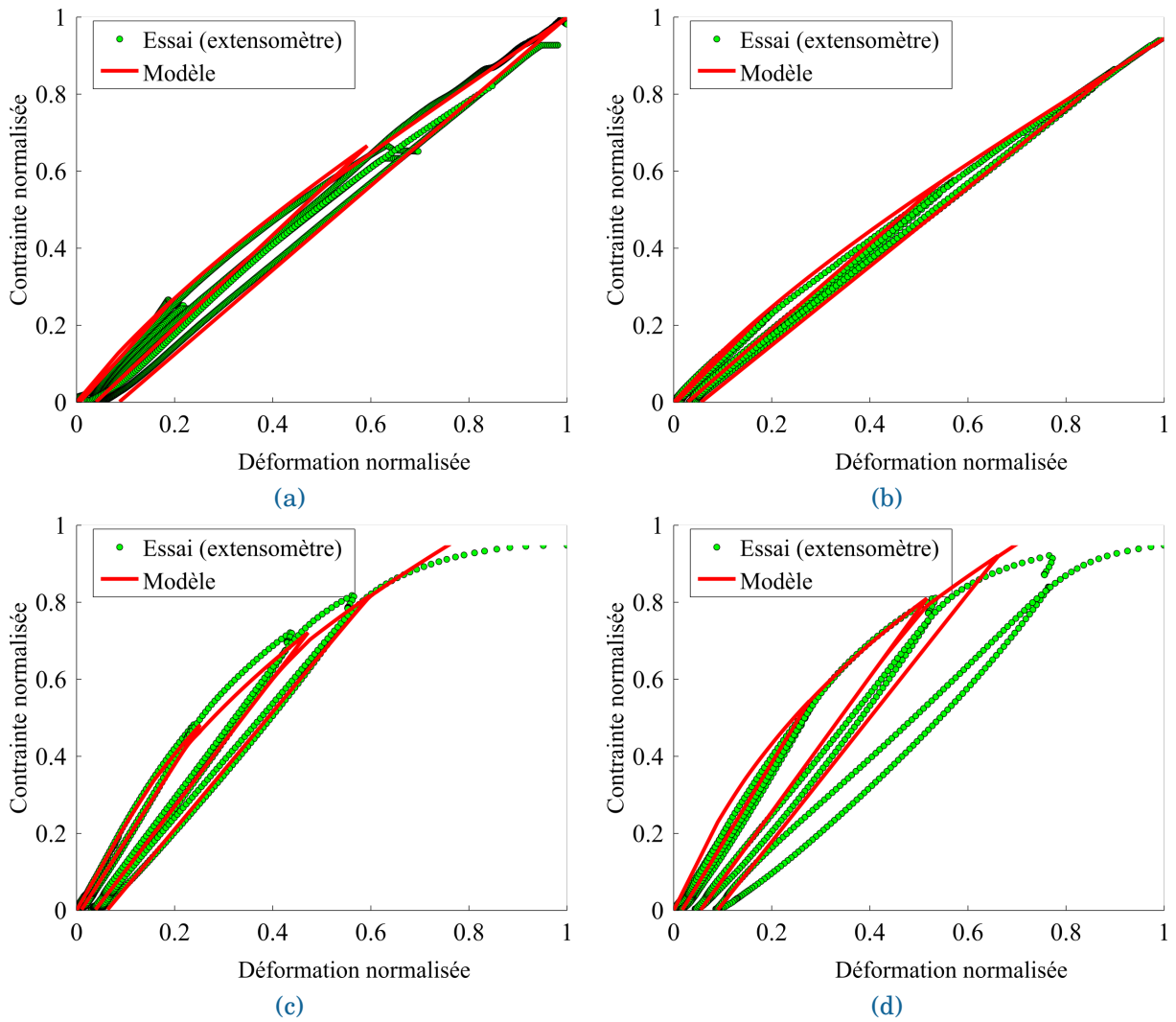


FIGURE III.34 – Comparaisons essais/calculs sur les tractions incrémentales (a) sens chaîne (0°), (b) sens trame (90°), (c) orientée à $22,5^\circ$ et (d) orientée à $67,5^\circ$.

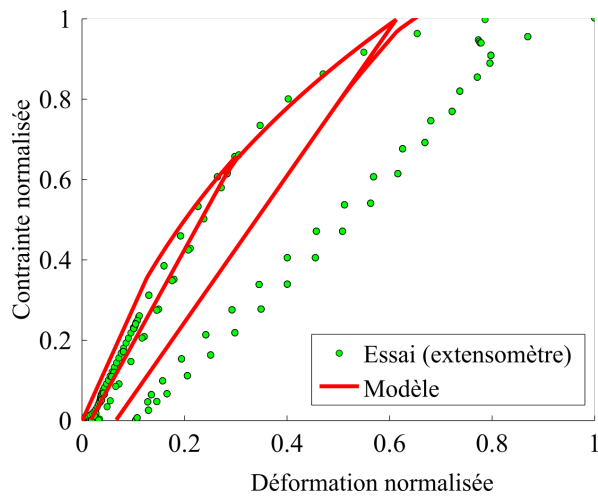


FIGURE III.35 – Comparaisons essai/calcul sur l'essai de traction incrémentale à 45° .

L'identification des paramètres statique est donc satisfaisante, bien qu'imparfaite. Elle pourrait être améliorée avec plus d'essais à disposition pour augmenter la cohérence des essais entre eux et s'affranchir de la dispersion expérimentale.

Toutefois, l'identification des paramètres étant réalisée sur des essais de traction incrémentales (avec des charges/décharges régulières), faisant intervenir la partie fatigue de la relation d'endommagement au cours des recharges, il convient de s'assurer par la suite que l'identification statique reste satisfaisante après l'identification des paramètres de fatigue. Toute cette étape peut donc faire l'objet d'un processus itératif entre identification des paramètres cinétiques statiques et des paramètres de fatigue.

III.4.4 Comportement de fatigue

La partie fatigue de la relation d'endommagement est rappelée ci-dessous :

$$\dot{d}_k = (d_{\infty,k} - d_k)^{\gamma_k} \left\langle \frac{\varepsilon_{eq,k} - m_k \check{\varepsilon}_{eq,k} - \varepsilon_{eq,k}^{0f}}{S_k^f} \right\rangle_+^{s_k^f} \left(\langle \dot{\varepsilon}_{eq,k} \rangle_+ - \dot{\varepsilon}_{eq,k}^{\max} \right) \quad (\text{III.7})$$

Pour identifier les paramètres de la relation d'endommagement en fatigue, il est nécessaire de déterminer le seuil d'endommagement en fatigue ($\varepsilon_{eq,k}^{0f}$), l'effet de la déformation équivalente moyenne (m_k), puis la cinétique d'endommagement (γ_k, s_k^f, S_k^f).

III.4.4.1 Seuil de fatigue et effet de la contrainte moyenne

Les valeurs du seuil d'endommagement de fatigue $\varepsilon_{eq,k}^{0f}$ et de l'effet de contrainte moyenne m_k peuvent être déduits de la formulation du modèle. En dessous du seuil de fatigue, le comportement est linéaire. Dès qu'il y a création d'endommagement, la fonctionnelle $f = \varepsilon_{eq,k} - m_k \check{\varepsilon}_{eq,k} - \varepsilon_{eq,k}^{0f}$ devient positive. Le seuil d'endommagement apparent est donc déterminé au moment où cette fonction s'annule. Comme évoqué au paragraphe III.2.1.3 (figure III.14), les essais Locati donnent des informations sur le seuil d'endommagement apparent en fatigue. Le niveau de contrainte σ^s auquel l'endommagement de fatigue débute est associé, par une relation linéaire, à une déformation seuil et par conséquent à $\varepsilon_{eq,k}^s$, l'essai étant uniaxial. Cette valeur de $\varepsilon_{eq,k}$ intervient dans la fonctionnelle f et équivaut à un seuil d'endommagement apparent. Par conséquent, il est possible d'obtenir à la fois les paramètres $\varepsilon_{eq,k}^{0f}$ et m_k à l'aide de deux essais Locati à deux rapports de charge R différents, en résolvant le système d'équations (III.8).

$$\begin{cases} \varepsilon_{eq,1}^{s,R=0.05} - m_1 \varepsilon_{eq,1}^{s,R=0.05} - \varepsilon_{eq,1}^{0f} = 0 \\ \varepsilon_{eq,1}^{s,R=0.3} - m_1 \varepsilon_{eq,1}^{s,R=0.3} - \varepsilon_{eq,1}^{0f} = 0 \end{cases} \quad (\text{III.8})$$

où $\varepsilon_{eq,1}^{s,R=0.05}$ (resp. $\varepsilon_{eq,1}^{s,R=0.3}$) correspond à la déformation équivalente, au niveau du seuil d'endommagement en fatigue, pour l'essai à $R = 0.05$ (resp. $R = 0.3$), et $\varepsilon_{eq,1}^{s,R=0.05/0.3}$ aux déformations équivalentes moyennes.

Cependant, dans les essais réalisés, les seuils d'endommagement apparents sont détectés au même niveau de contrainte. Le système n'admet alors pas de solution. Nous sommes donc contraints de formuler une hypothèse forte pour obtenir la valeur du seuil d'endommagement en fatigue. Le seuil d'endommagement en fatigue est alors considéré nul, à cause du nombre important de fissures de retrait, comme évoqué au paragraphe III.2.2.2. Ce choix revient à donc considérer que ces fissures de retrait, déjà présentes à l'état initial, frottent dès les premières sollicitations.

En supposant un seuil d'endommagement en fatigue nul, les valeurs du paramètre m_1 identifiées à partir de l'une ou l'autre des équations du système sont différentes, ce qui rend l'identification de ce paramètre délicate. Une méthode différente est alors considérée pour déterminer la valeur du paramètre m_1 de façon plus claire et avec plus de confiance. Cette méthode, proposée dans les travaux de Angrand [Angrand, 2016], est basée sur les diagrammes de Haigh simplifiés. Le paramètre m_1 correspond à la pente du diagramme dans la partie traction-traction, comme l'illustre la figure III.36.

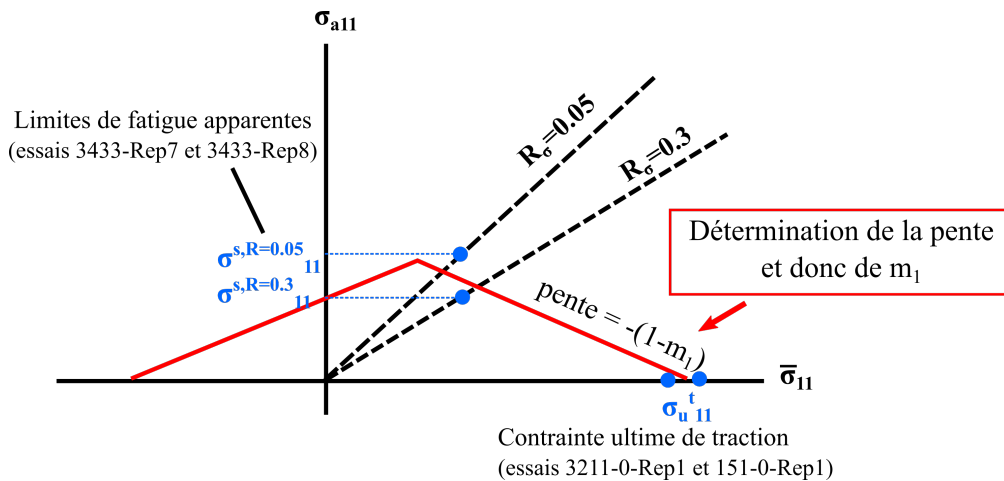


FIGURE III.36 – Détermination du paramètre m_1 à l'aide du diagramme de Haigh simplifié [Angrand, 2016]. Les points bleus correspondent à des résultats d'essais.

Cette portion du diagramme est déterminée grâce à deux points caractéristiques. Le premier $(0, \sigma_u^t)$, est fourni directement par un essai de traction à rupture. Le deuxième $(\sigma_a^{R\sigma}, \bar{\sigma}^{R\sigma})$ s'obtient grâce à un essai Locati à un rapport de charge R_σ donné, à partir du niveau de chargement σ^s associé au seuil d'endommagement de fatigue apparent. Les deux points issus des essais Locati sont de part et d'autre de l'enveloppe du diagramme de Haigh simplifié obtenu.

Par ailleurs, aucun essai Locati n'ayant été réalisé à 90° , les paramètres $\varepsilon_{eq,k}^{0f}$ et m_k sont supposés identiques dans le sens chaîne et le sens trame.

III.4.4.2 Cinétique de fatigue

Afin d'identifier les paramètres régissant la cinétique d'endommagement en fatigue, en particulier l'influence de la contrainte maximale sur cette cinétique, il est nécessaire de savoir comment évolue l'endommagement, ou le module effectif, au cours de deux essais de fatigue cyclique de contraintes maximales différentes mais de même rapport de charge. De plus, afin que l'identification soit la plus précise possible dans la gamme de contrainte subie en service, les contraintes maximales appliquées correspondent, idéalement, aux bornes du domaine de chargement visé. Dans notre cas, l'identification est menée à partir :

- de l'essai 3238-Rep2 à 47% UTS au rapport de charge $R = 0.05$ (cf. tableau III.4);
- du premier palier de chargement (15% UTS) de l'essai 3213-0 (cf. tableau III.5).

Le choix d'un essai multipalier plutôt que de l'essai 3238-Rep5 à 22% UTS s'explique par la dérive de la force appliquée observée au cours de ce second essai.

Les paramètres de fatigue sens chaîne (s_1^f , S_1^f et γ_1) sont couplés. Leur identification est donc réalisée par itérations successives (modification d'un paramètre puis ajustement des autres pour recalibrer la courbe de perte de module effectif). Pour aider l'utilisateur à déterminer quels paramètres modifier et comment ils influent sur le comportement du matériau,

la figure III.37 illustre l'influence de chaque paramètre cinétique sur l'évolution du module en fatigue.

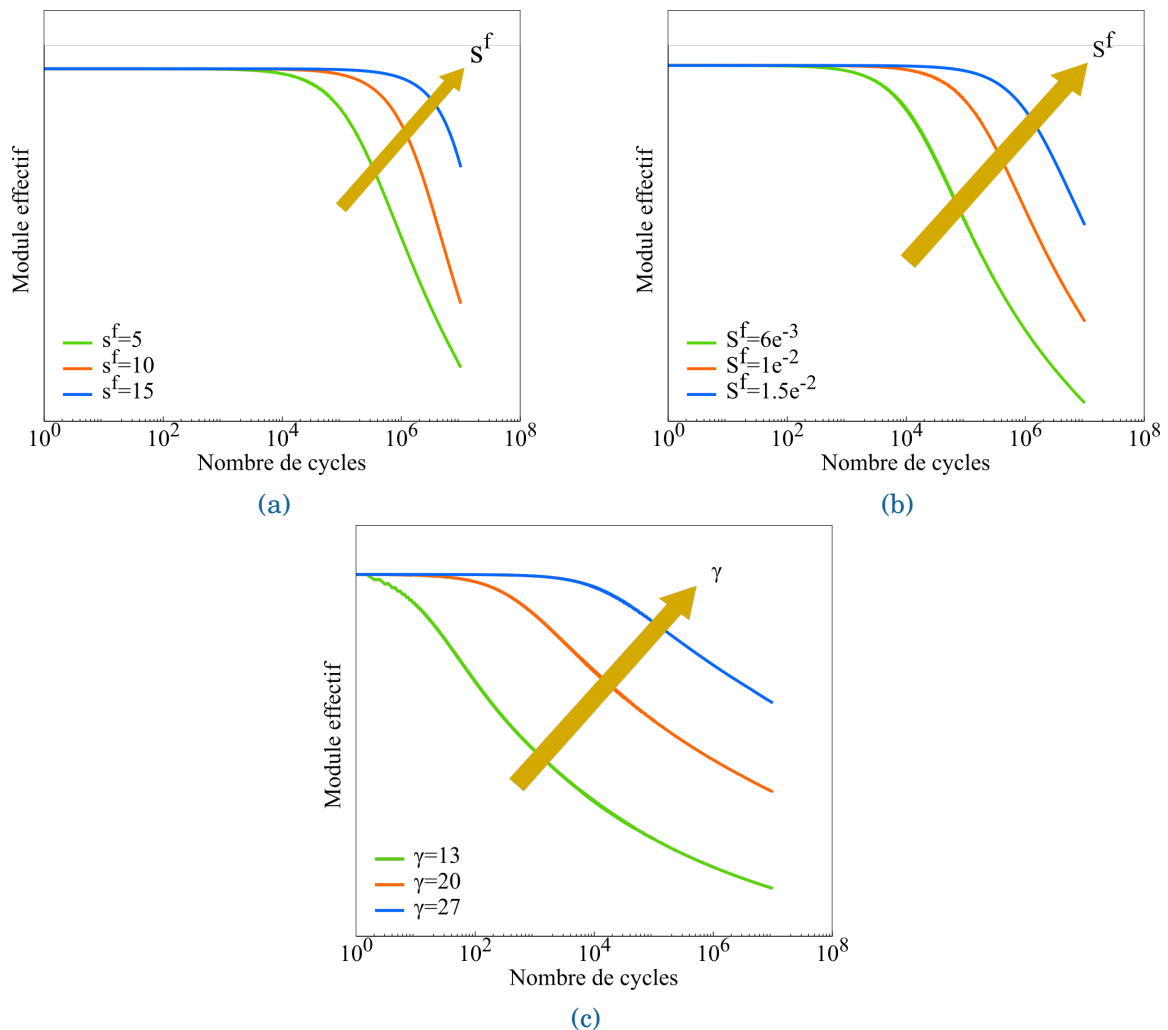


FIGURE III.37 – Influence des paramètres (a) s_1^f , (b) S_1^f et (c) γ_1 sur l'évolution du module effectif.

Notons que l'effet de la contrainte moyenne, permettant de retranscrire les bonnes cinétiques d'endommagement à différents rapport de charge, est figé dès que les paramètres $\varepsilon_{eq,k}^{0f}$, m_k , ainsi que la cinétique d'endommagement sont identifiés.

Seul un essai a été réalisé à 90° , il n'est donc pas envisageable de déterminer les paramètres de la cinétique d'endommagement dans le sens trame de la même manière. Ils ont donc été fixés de manière à retranscrire une évolution du module satisfaisante pendant l'essai de fatigue cyclique à $22,5^\circ$ (figure III.39), qui fait intervenir les paramètres de cinétique du sens chaîne comme du sens trame.

III.4.4.3 Comparaisons essais/calculs

La figure III.38 présente les résultats de l'identification sur les trois essais utilisés. Dans la pratique, le paramètre s_k^f , qui détermine la pente de l'évolution du module effectif en fatigue, influence également fortement la perte de module au cours d'un changement de niveau de chargement (comme dans l'essai multi-paliers représenté sur la figure III.38b). Le modèle

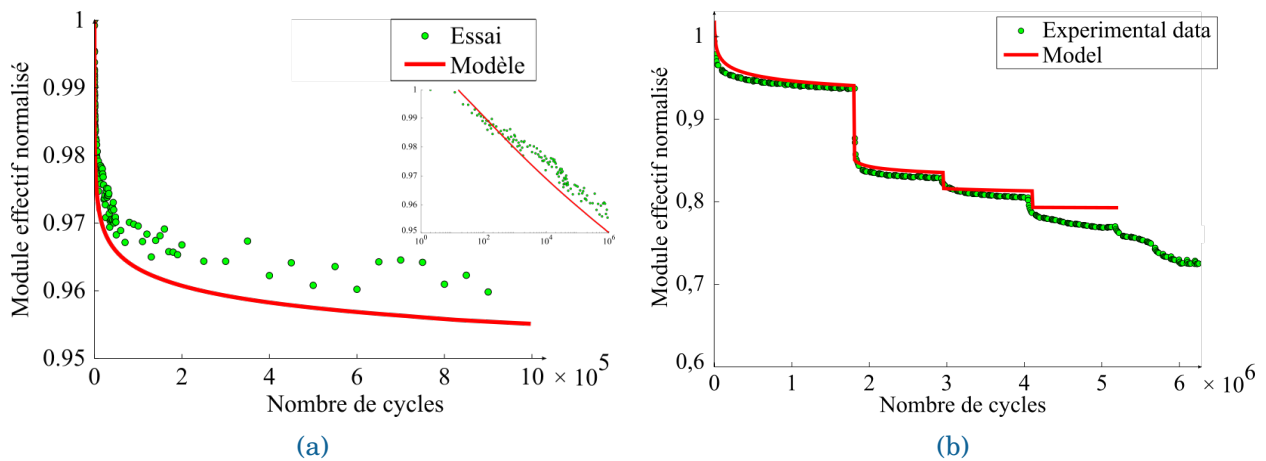


FIGURE III.38 – Comparaisons essais/calculs en fatigue (a) cyclique à 47% de la résistance statique (3238-Rep2), (b) multi-paliers (3213-0) à $R = 0.05$. Les modules sont normalisés par rapport au module initial, expérimental (a) et numérique (b).

semble retranscrire correctement l'effet de contrainte maximale dans le sens chaîne.

Néanmoins, la forte baisse de module en fatigue à $22,5^\circ$, représentée sur la figure III.39, est plus difficile à capter, de par les très faibles pertes de modules dans la direction des torons de fibres. En effet, les paramètres de couplage entre traction et cisaillement sont identifiés sur les essais statiques et les cinétiques d'endommagement sens chaîne et trame sont censées être déterminés au préalable. Aucun paramètre ne joue sur la cinétique d'endommagement de cisaillement en fatigue. Il s'agit peut être d'un point d'amélioration pour le modèle ODM-Ox/Ox pour les CMC oxyde/oxyde. Bien sur, des essais supplémentaires sont nécessaires pour s'assurer d'une telle tendance et s'affranchir de la dispersion des résultats.

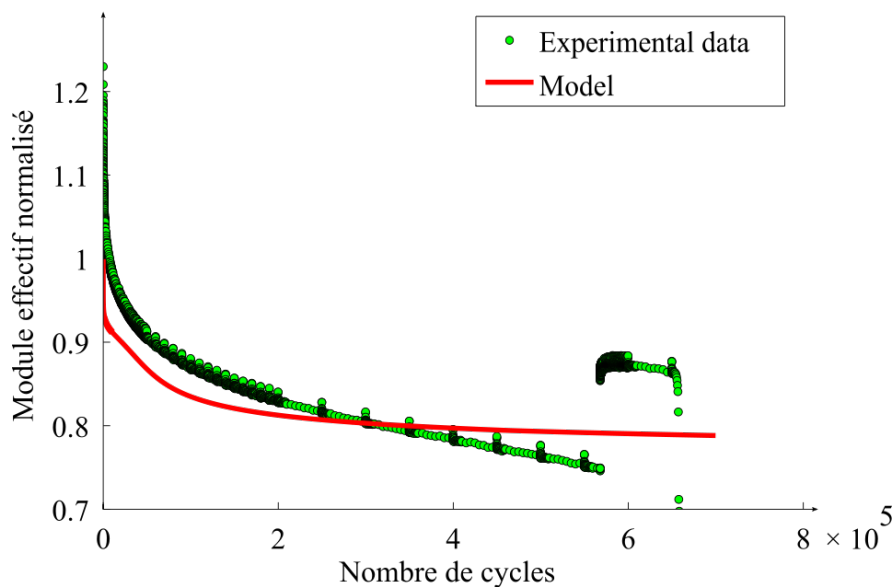


FIGURE III.39 – Comparaison essai/calcul sur l'essai de fatigue à $22,5^\circ$. Les modules sont normalisés par rapport au module numérique initial (plus cohérent avec les essais statiques que le module initial expérimental).

D'autres comparaisons essais/calculs sont menées dans la section III.5, afin de valider

l'identification sur d'autres configurations et de voir comment le modèle retranscrit les effets de contrainte moyenne.

III.4.5 Critère de rupture

Rappelons le critère de rupture choisi (*cf.* section II.6 :

$$\tilde{\varepsilon}_{kk}^{rt} = \varepsilon_{kk}^{rt0} \left(\frac{\langle d_k^r - d_k \rangle_+}{d_k^r} \right). \quad (\text{III.9})$$

Dans la direction chaîne, les deux paramètres d_1^r et ε_{11}^{rt0} sont identifiés à l'aide de deux essais menés à rupture, selon les équations (III.10) et (III.11).

$$d_1^r = \frac{1}{\frac{\varepsilon_{11}^{\text{stat}}}{\varepsilon_{11}^{\text{res}}} - 1} \left(d_1^{\text{res}} \frac{\varepsilon_{11}^{\text{stat}}}{\varepsilon_{11}^{\text{res}}} - d_1^{\text{stat}} \right) \quad (\text{III.10})$$

$$\varepsilon_{11}^{rt} = \frac{\varepsilon_{11}^{\text{stat}} d_1^r}{d_1^r - d_1^{\text{stat}}} \quad (\text{III.11})$$

Les paramètres portant l'indice « stat » (resp. « res ») correspondent au niveau d'endommagement d_1^{stat} (resp. d_1^{res}) et de déformation $\varepsilon_{11}^{\text{stat}}$ (resp. $\varepsilon_{11}^{\text{res}}$) numériques relevés à la fin de la simulation de l'essai de traction monotone à rupture 151-0-Rep1 (resp. l'essai de performance résiduelle après fatigue 3238-Rep2), lorsque le niveau de contrainte atteint la contrainte à rupture expérimentale. Les données du second essai « res » auraient également pu être extraite des simulations d'un essai de fatigue mené à rupture. Cependant, au cours de la campagne expérimentale menée dans ces travaux, les éprouvettes ayant rompu durant le chargement de fatigue ont été sollicitées à des hauts niveaux de contrainte, pour lesquels l'identification du modèle n'est pas satisfaisante (*cf.* section III.5), probablement du fait de l'apparition de décohésions inter-torons.

Les paramètres du critère de rupture sont identifiés sur seulement deux essais. Des essais complémentaires seraient donc nécessaires pour consolider l'identification des paramètres et réduire la dispersion introduite par le faible nombre d'essais utilisés. Comme précédemment, au vu du très faible nombre d'essais réalisés à 90°, les paramètres du critère de rupture sens trame sont supposés identiques à ceux du sens chaîne.

III.5 Validation de l'identification

III.5.1 Essais de fatigue

Afin de valider l'identification du modèle, des comparaisons essais/calculs sont menées sur les pertes de module des autres essais de fatigue effectués, pour des contraintes maximales et des rapports de charge différents.

D'abord, il convient de vérifier que l'effet de contrainte maximale est correctement retranscrit (figure III.40).

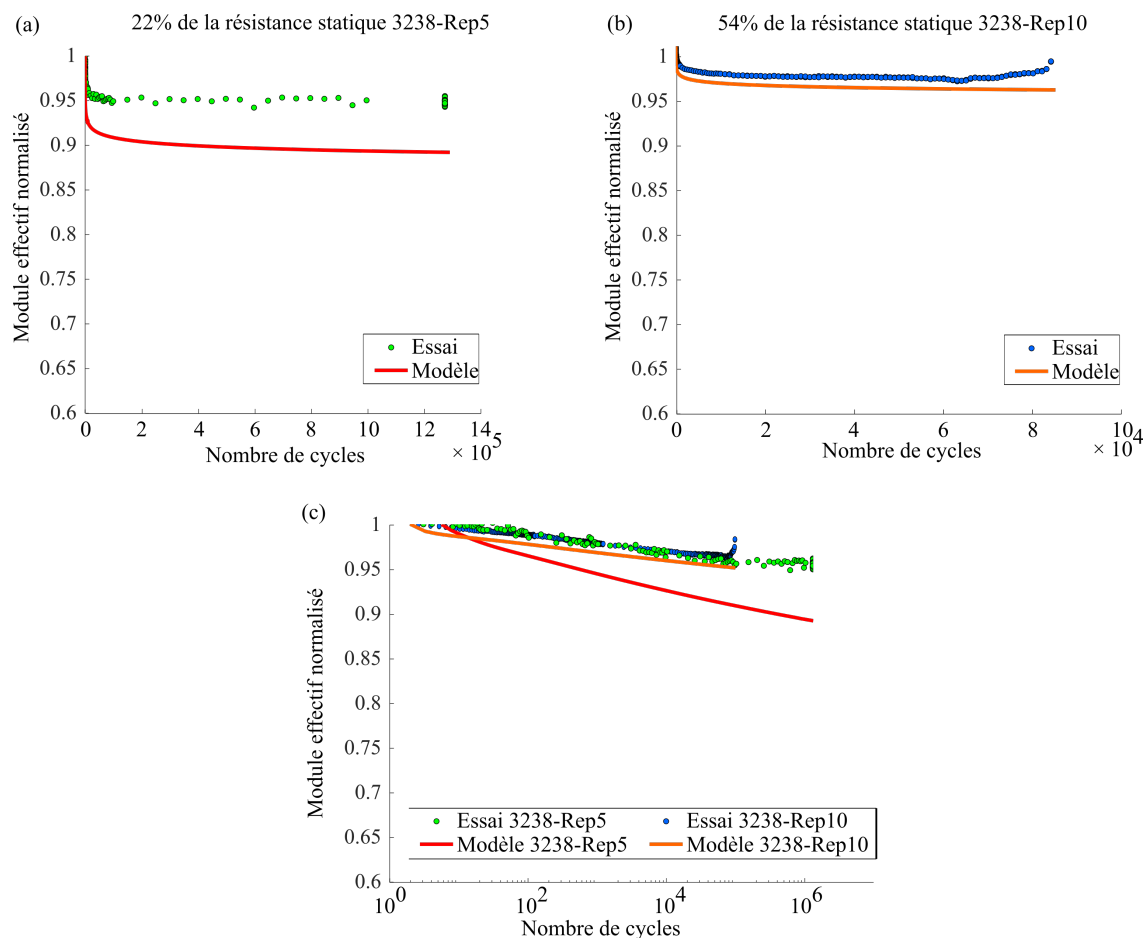


FIGURE III.40 – Comparaisons essais/calculs sur essais de fatigue cyclique à $R = 0.05$ et (a) 22% UTS, (b) 54% UTS. La figure (c) donne l'évolution des modules sur une échelle logarithmique. Les modules sont normalisés par rapport à leurs valeurs initiales (à la première décharge).

Lorsque la contrainte maximale augmente, le modèle capte la bonne tendance d'évolution du module effectif mais prévoit des pertes de module en fatigue plus élevées que les essais. Il convient ici de remarquer que les modules expérimentaux calculés après le premier cycle de chargement ne sont pas toujours cohérents avec les essais statiques, ce qui engendre des différences entre les pertes de modules prévues par le modèle est celles observées expérimentalement après la première montée en charge et durant les premiers cycles (figure III.40). Les résultats expérimentaux et numériques étant chacun normalisés par rapport à leurs valeurs après la première décharge, une partie de cette erreur pourrait être imputée à la détermination de la valeur initiale du module effectif expérimental. Le modèle semble donc exposer un

effet de contrainte maximale plus prononcé qu'observé expérimentalement. Notons cependant que les erreurs obtenues restent de l'ordre de 5% du module initial et que le plus grand écart est obtenu sur l'essai à 22 % de la force à rupture (3238-Rep5), au cours duquel une dérivée de la force appliquée a été observée, réduisant la confiance envers les résultats mesurés.

Toutefois, lorsque les efforts appliqués sont plus élevés (éprouvettes 3238-Rep3, 3238-Rep6 et 3238-Rep1, à 63 % et 72% de la résistance statique), le modèle ne parvient absolument pas à décrire le comportement en fatigue, comme en témoigne la figure III.41. Au moment de l'identification du modèle, une plus grande attention a, en effet, été portée sur les bas niveaux de contraintes, représentatifs des chargements envisagés sur l'application industrielle. Or, à de telles sollicitations, le matériau résiste très bien à la fatigue. En conséquence, la valeur du paramètre γ_1 , permettant de déterminer la vitesse relative de l'endommagement en fatigue par rapport aux chargements statiques, est très élevée. Ainsi, sur les essais à fortes contraintes où le matériau après la charge statique est déjà très endommagé, ce paramètre élevé limite fortement l'évolution de l'endommagement de fatigue. De plus, l'endommagement matriciel n'est sûrement pas le seul mécanisme d'endommagement en jeu et le modèle n'inclut pas ces mécanismes supplémentaires (tels que le délaminage), ce qui explique aussi la non-représentativité du modèle sur de tels chargements.

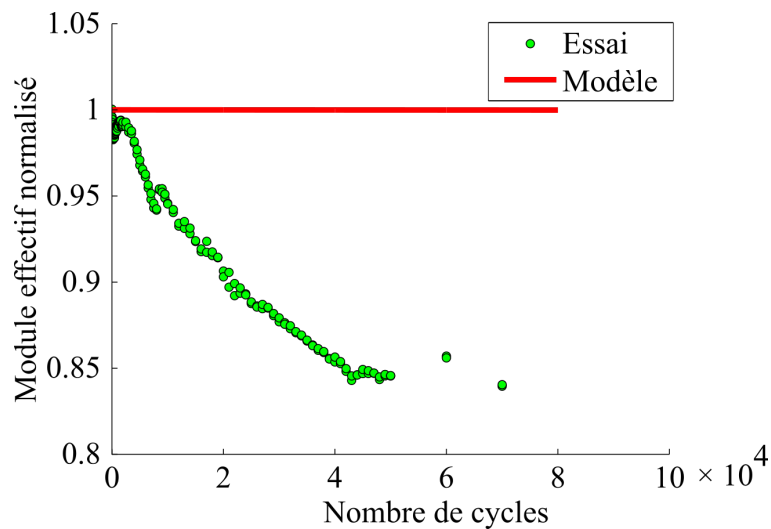


FIGURE III.41 – Comparaison essai / calcul sur essais de fatigue cyclique à $R = 0.05$ à 63% de la force à rupture statique. Les modules sont normalisés par rapport à leurs valeurs respectives au premier cycle.

Dans un second temps, la figure III.42 montre que, lorsque le rapport de charge augmente, à contrainte maximale fixée, l'effet de contrainte moyenne est convenablement représenté par le modèle, bien qu'il y ait des écarts entre les prévisions numériques et les essais.

Finalement, malgré des limitations liées à la stratégie d'identification ainsi qu'au nombre limité d'essais de fatigue disponibles et de qualité, le comportement global du matériau reste satisfaisant pour être appliqué sur un calcul de structure.

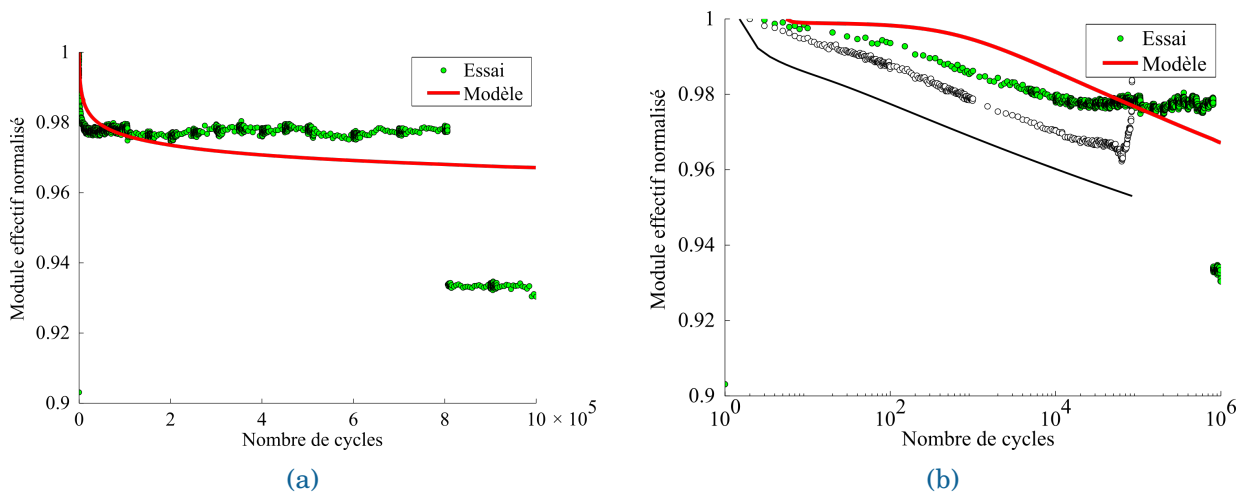


FIGURE III.42 – (a) Comparaison essai / calcul sur l'essai de fatigue cyclique à 54% de la force à rupture statique et $R = 0.3$. (b) Comparaison en échelle log entre les essais à $R = 0.3$ (en couleur) et à $R = 0.05$ (en noir).

III.5.2 Performances résiduelles

Le but est ici de comparer les prévisions du modèle et les résultats expérimentaux sur les tractions monotones à rupture qui ont suivi les essais de fatigue non rompus. Les simulations sont stoppées une fois le critère de rupture atteint. La figure III.43 regroupe les trois courbes contrainte-déformation obtenues.

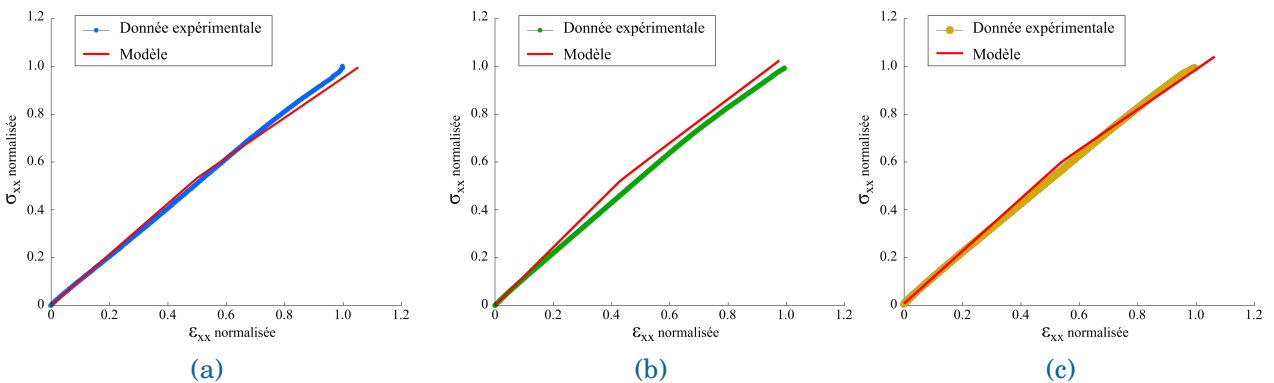


FIGURE III.43 – (a) Comparaisons essais/calculs sur les essais de performances résiduelles des éprouvettes (a) 3238-Rep2, (b) 3433-Rep9 et (c) 3433-Rep6 ayant subi au préalable des essais de fatigue cyclique à 47% UTS et $R = 0.05$, 47% UTS et $R = 0.3$ et 54% UTS et $R = 0.3$, respectivement. Les axes sont normalisés par rapport aux valeurs à rupture des données expérimentales.

Le modèle prévoit une forte inflexion lorsque la cinétique statique reprend après le chargement de fatigue, ce qui n'est pas visible sur les courbes expérimentales. Les modules d'Young initiaux après fatigue prévus par le modèle sont en bonne adéquation avec les données d'essais, comme l'illustre l'histogramme de la figure III.44, ce qui confirme que le modèle prévoit correctement les endommagements générés pendant les chargements de fatigue. Sur les éprouvettes orientées à 0° (3238-Rep2 et 3433-Rep6, ayant subi des essais de performances résiduelles respectivement à 47% UTS, $R = 0.05$ et 54% UTS, $R = 0.3$), les prévisions à rupture du modèle sont satisfaisantes. L'écart sur la prévision de la déformation à rupture de l'essai 3238-Rep2

provient de l'identification du critère de rupture, menée de façon à obtenir une bonne corrélation sur la contrainte à rupture, comme illustré sur le graphe III.44. En revanche, pour l'éprouvette 3433-Rep9 orientée à 90°, ayant subi un essai de performance résiduelles à 47% UTS et $R = 0.3$, le comportement prévu par le modèle est plus raide que celui observé expérimentalement.

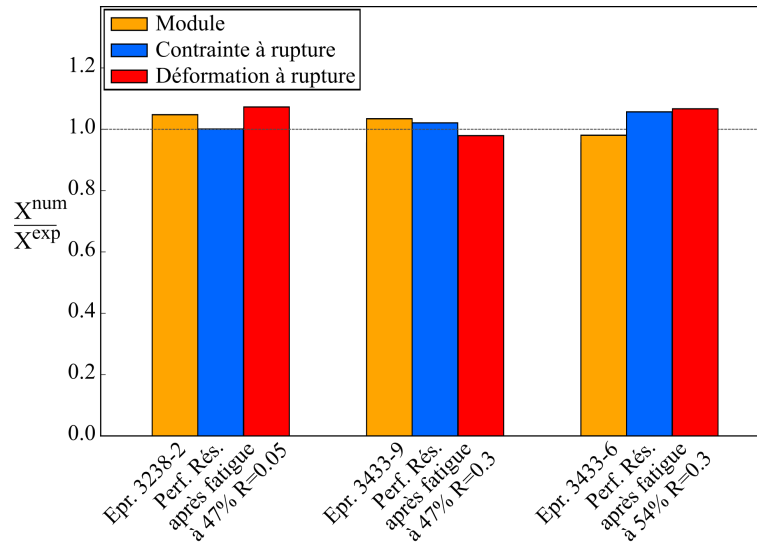


FIGURE III.44 – Écarts entre les prévisions du modèle et les données expérimentales en terme de module, de contrainte et de déformation à rupture pour les essais de performances résiduelles.

Les résultats des comparaisons essais/calculs sont encourageants. Le critère de rupture est donc applicable et permet de prévoir la durée de vie et performances résiduelles du composite oxyde/oxyde étudié.

III.6 Conclusions

Ce chapitre a présenté la campagne expérimentale réalisée dans l'optique de caractériser le comportement du matériau sous chargements statiques et de fatigue. Les essais ont mis en évidence un comportement statique quasi-linéaire dans l'axe des fibres. Le matériau résiste de plus très bien à des chargements de fatigue de contraintes inférieures à 60 % de la résistance statique : les éprouvettes n'ont pas rompu après un million de cycles et la perte de module est inférieure à 5% et intervient majoritairement dans les premiers cycles. Hors des axes principaux, cependant, le matériau se déforme et s'endommage nettement plus.

Le second but de cette campagne expérimentale est d'identifier les paramètres du modèle. À ce titre, un protocole d'identification, spécifique au modèle d'endommagement incrémental présenté au chapitre II, a été mis en place. Une réflexion a été menée afin de limiter le nombre d'essais nécessaires :

- trois essais de traction incrémentales orientées à 0°, 90° et 45° ;
- quatre essais de fatigue dans chaque direction principale, dont deux essais Locati à deux rapports de charge différents et deux essais de fatigue cyclique à un même rapport de charge mais deux contraintes maximales différentes.
- deux essais menés à rupture (un statique et un de fatigue) pour identifier le critère de rupture. Ces deux essais peuvent potentiellement être compris dans les deux groupes précédents.

Cependant, les aléas expérimentaux nous ont amené à utiliser d'autres essais pour l'identification du modèle. De plus, des essais dans la direction des torons de trame seraient nécessaires pour identifier correctement le comportement de fatigue sens trame.

L'exploitation des données expérimentales a mis en évidence la difficulté d'extraire correctement les informations souhaitées, en particulier au cours des essais de fatigue, en raison des faibles niveaux de déformations du matériau et des difficultés de mesure associées. Rappelons également que les essais de fatigue réalisés n'ont pas été répétés, ce qui ne permet pas de déterminer si les variations observées sont le fait du comportement du matériau ou de la dispersion expérimentale. Les seuls essais disponibles ont donc été multi-instrumentés (par exemple, suivi du module par un extensomètre et par corrélation d'images numériques), afin de pouvoir utiliser les résultats avec confiance. Il a ainsi été possible de proposer un jeu complet de paramètres, permettant une bonne adéquation entre les essais et les simulations, sur la plage de sollicitations représentatives des conditions en service de l'application visée.

Le caractère prédictif du modèle a ensuite été évalué sur le reste des essais de fatigue et de performances résiduelles. En particulier, il a été montré la bonne prise en compte de l'effet de contrainte moyenne. Néanmoins le modèle ne semble pas capable à l'heure actuelle de rendre compte du comportement du matériau soumis à des chargements de fatigue à hautes contraintes, qui font vraisemblablement intervenir des mécanismes d'endommagement non pris en compte dans cette étude, tels que le délaminage. De plus, le couplage traction/cisaillement plan, pris en compte à l'aide du tenseur des effets, ne permet pas totalement de rendre compte des non-linéarités observés dans les directions hors-axes principaux. Une identification des paramètres plus fine, reposant sur une campagne expérimentale plus fournie, ou bien une modification du modèle pourraient être envisagées.

Des essais complémentaires seraient intéressants pour valider des aspects du modèle non abordés dans cette campagne expérimentale, en particulier sur l'évolution des déformations résiduelles et sur le cumul des dommages (forme de la moyenne évolutive à utiliser). De plus, au vu des faibles déformations dans l'axe des torons, il serait plus pertinent d'effectuer ces essais dans des directions hors-axes afin de pouvoir suivre facilement l'évolution des déformations et de l'endommagement.

Finalement, en considérant l'ensemble des essais réalisés, le modèle décrit globalement bien le comportement du matériau, malgré des lacunes sur le comportement en fatigue à hautes contraintes appliquées. La prochaine étape consiste donc à s'assurer de son caractère prédictif sur une structure, en vue d'être capable de prévoir le comportement en fatigue, l'évolution de l'endommagement et la durée de vie de structures composites soumises à des chargements complexes. Ce point fera l'objet du chapitre V. Toutefois, les simulations de structures composites soumises à des chargements de fatigue polycyclique étant très coûteuses numériquement, il est nécessaire de mettre en place une méthode d'accélération des calculs en fatigue. Le chapitre IV a donc pour but de présenter la stratégie développée pendant cette thèse pour répondre à ce besoin.

Deuxième partie

Étude des structures composites oxyde/oxyde

CHAPITRE IV

PROPOSITION D'UNE STRATÉGIE DE CALCUL EFFICACE POUR LA PRÉVISION DE LA DURÉE DE VIE

L'objet de ce chapitre est de présenter la stratégie mise au point pour accélérer les calculs de structure en fatigue, afin de pouvoir utiliser le modèle proposé en bureaux d'études. Une brève introduction revient sur la nécessité d'utiliser une stratégie de calcul. Après un état de l'art des différentes méthodes disponibles dans la littérature, la stratégie proposée dans ce travail est détaillée. Elle s'apparente à une méthode de sauts de cycles, basée sur la relation d'endommagement du modèle, présentée dans le chapitre II. Enfin, la méthode d'implantation dans un code éléments finis est présentée.

L'efficacité de la stratégie de calcul proposée est illustrée à la fois à l'échelle du point d'intégration et sur une structure académique.

Sommaire

IV.1 Introduction : sur la nécessité d'utiliser une stratégie de calcul en fatigue	145
IV.2 État de l'art des stratégies de calcul	147
IV.2.1 Méthodes de réduction de modèles	147
IV.2.2 Méthodes de sauts de cycles	148
IV.3 Proposition d'une méthode de saut de cycles non-linéaire dédiée à un modèle d'endommagement incrémental pour les matériaux composites	152
IV.3.1 Description de la méthode d'extrapolation non-linéaire	153
IV.3.2 Application sur un point d'intégration soumis à des chargements de complexité croissante	155
IV.3.2.1 Chargement crête-crête cyclique de traction uniaxiale	156
IV.3.2.1.1 Chargement en déformation imposée	157
IV.3.2.1.2 Chargement en contrainte imposée	159
IV.3.2.2 Chargement uniaxial aléatoire répété	163

IV.3.2.2.1	Chargement aléatoire répété piloté en déformation	163
IV.3.2.2.2	Chargement aléatoire répété piloté en contrainte	164
IV.3.2.3	Chargement activant plusieurs mécanismes d'endommagement simultanément	167
IV.4	Optimisation de la taille des sauts de cycles	170
IV.4.1	Description de la méthode de sauts de cycles non-linéaire de taille adaptative	170
IV.4.2	Application sur un point d'intégration soumis à un chargement cyclique de traction uniaxiale	171
IV.4.3	Application sur un point d'intégration soumis à un chargement cyclique de traction biaxiale	173
IV.4.4	Proposition d'une méthode pour déterminer les paramètres Δd_k optimaux	176
IV.5	Implantation dans un code Éléments Finis	179
IV.5.1	Procédure implémentée en deux étapes	179
IV.5.2	Décomposition du chargement	182
IV.6	Application sur une structure académique	184
IV.6.1	Description de la géométrie utilisée	184
IV.6.2	Sous chargement cyclique crête-crête	184
IV.6.2.1	Sauts de cycles de taille constante $\overline{\Delta N}^g$	186
IV.6.2.2	Sauts de cycles de tailles variables	188
IV.6.3	Chargements aléatoires répétés uniaxiaux	190
IV.7	Conclusion	192

IV.1 Introduction : sur la nécessité d'utiliser une stratégie de calcul en fatigue

Déterminer la durée de vie de structures composites est l'un des enjeux majeurs pour l'industrie aéronautique. Cependant, les méthodes classiques pour déterminer la durée de vie des structures ont été initialement développées pour les matériaux métalliques. Or, les mécanismes d'endommagement sont différents entre ces deux familles de matériaux.

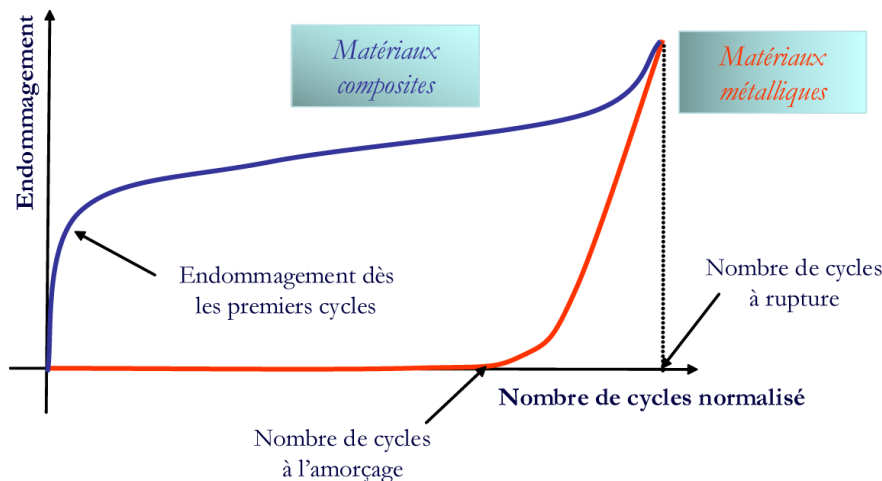


FIGURE IV.1 – Comparaison des évolutions schématisées de l'endommagement au sein des matériaux métalliques et composites [Rakotoarisoa, 2013].

En effet, pour les métaux, aucune détérioration macroscopique due à la sollicitation mécanique n'est visible pendant une grande partie de la durée de vie. En particulier, il n'y a pas de réduction apparente de la raideur du matériau. La ruine du matériau est néanmoins très rapide après l'initiation de la première fissure macroscopique (courbe rouge de la figure IV.1). La durée de vie recherchée peut donc correspondre à l'apparition de la première macrofissure, afin d'en avoir une prévision conservatrice. Durant la première partie de leur durée de vie, la majeure partie des matériaux métalliques atteignent un état stabilisé (phénomènes d'accommodation ou d'adaptation). Les modèles pour matériaux métalliques, reposant sur des lois plastiques, visent donc à atteindre un cycle stabilisé, à partir duquel la durée de vie de la structure est obtenue par post-traitement. Ainsi le nombre de cycles à simuler pour déterminer la durée de vie reste limité.

Au contraire, pour les matériaux Composites à Matrice Organique (CMO), l'endommagement débute dès le début du chargement et évolue progressivement jusqu'à la rupture de la structure. Ainsi, à cause des reports de charge au sein de la structure et de l'augmentation progressive de l'endommagement, la raideur évolue continuellement et il n'existe pas de cycle stabilisé. Il est alors nécessaire de simuler l'intégralité du chargement pour prévoir l'état final de la structure et sa durée de vie. Les coûts de calcul de fatigue sont donc très élevés, tant en terme de temps que de volume de données, ce qui représente une difficulté majeure pour les bureaux d'études.

A la lecture du chapitre III et du suivi expérimental du module effectif au cours des chargements de fatigue, une évolution progressive de l'endommagement en fatigue est également constatée sur les composites oxyde/oxyde, montrant à nouveau que les méthodes développées pour les matériaux métalliques (cycle stabilisé) ne sont pas valables dans cette étude.

Ce travail vise donc à déterminer le comportement et la durée de vie de structures composites soumises à des chargements complexes. Dans ce but, le modèle d'endommagement

présenté au chapitre II a été implanté dans un code Éléments Finis (EF). Il permet de décrire l'évolution des propriétés d'une structure en composite oxyde/oxyde au cours du chargement. Une simulation de 1020 cycles de chargement triangulaire, avec un rapport de charge $R_F = 0$, sur une plaque trouée de 2500 éléments dure environ 3,5 heures, en utilisant quatre processeurs. Les temps de calculs nécessaires pour des simulations de fatigue polycyclique (10^6 à 10^8 cycles) sont donc bien trop élevés pour les moyens actuels à disposition en bureaux d'études, lorsque tous les cycles sont simulés –et encore moins lorsque la simulation requiert plusieurs incréments par cycle). Des stratégies de calcul doivent donc être envisagées pour simuler des chargements de fatigue à grand nombre de cycles.

Après un rapide état de l'art sur les stratégies de calcul pour accélérer les simulations en fatigue, la méthode développée dans ces travaux est détaillée. Sa performance est évaluée sur des cas tests de complexité croissante, par comparaison avec des simulations où l'intégralité du chargement est simulé en utilisant le modèle incrémental.

IV.2 État de l'art des stratégies de calcul

Différentes stratégies sont présentes dans la littérature pour réduire les coûts de calcul des simulations de fatigue sur structures. Cette partie en présente une brève revue bibliographique. Deux méthodes seront présentées : les méthodes de réduction de modèle et les méthodes de sauts de cycles.

IV.2.1 Méthodes de réduction de modèles

Les méthodes de réduction de modèles ont pour but de réduire la complexité des problèmes numériques. En effet, plus les paramètres et les degrés de liberté sont nombreux, plus les simulations sont complexes et coûteuses, notamment pour des problèmes non-linéaires. Les méthodes de réduction de modèles sont souvent utilisées pour adresser des problèmes avec un très grand nombre de degrés de liberté, dû à un nombre élevé de paramètres, à des structures de grande taille, qui s'étendent sur une grande échelle de temps.

Ces techniques réduisent la dimension des problèmes en approchant la solution exacte (souvent issue d'une simulation EF) de grande dimension par une autre solution de dimension plus faible, conservant une haute fidélité. Prenons l'exemple d'un problème spatio-temporel, représentatif des problèmes de fatigue. La solution est recherchée sous la forme d'une fonction à variables séparées comme la somme de produits de fonctions du temps et de l'espace :

$$u(\mathbf{x}, t) \approx u_R(\mathbf{x}, t) = \sum_{k=1}^R a_k(t) \phi_{\mathbf{x}}^k \quad (\text{IV.1})$$

où les coefficients $\{a_k\}$ sont associés à la base réduite de rang R $\{\phi_k\}$. Seuls les R premiers modes, représentatifs des phénomènes principaux, sont alors pris en compte dans le modèle, tandis que les phénomènes de moindre importance ne sont pas représentés.

Il existe plusieurs familles de méthodes pour construire ces approximations. Deux d'entre elles sont présentées par la suite.

Les méthodes de réduction *a posteriori*, pour lesquelles la base réduite est construite avant la simulation, durant une phase d'apprentissage, à l'aide de données partielles issues de données expérimentales ou numériques. La méthode la plus connue est la Décomposition Orthogonale en modes Propres – Proper Orthogonal Decomposition (POD) en anglais–, qui établit une base orthogonale, de façon optimale et ordonnée [Lumley, 1967, Chatterjee, 2000, Nasri, 2017]. Au cours du calcul, il s'agit alors de rechercher le jeu de paramètres $\{a_k\}$ permettant d'approcher au mieux la solution.

Pour appliquer cette méthode au calcul de fatigue sur structure, l'idée serait de simuler complètement (à l'aide du modèle incrémental) quelques cycles d'apprentissage par la méthodes des EF. À partir de la réponse obtenue, il est possible de construire une base réduite, sur laquelle est résolue la suite du chargement.

Le défaut principal de cette méthode (d'après Ryckelynck) est l'absence de procédure adaptative permettant de modifier la base réduite selon un critère de contrôle attestant de la qualité de l'approximation [Ryckelynck et al., 2011]. De plus, lorsqu'elle est appliquée à la mécanique des matériaux composites, une autre limitation, inhérente aux mécanismes d'endommagement des composites, est rencontrée. La POD permet d'accélérer fortement les calculs tant que la base réduite reste inchangée, *i.e.* tant que les mécanismes mis en jeu restent identiques tout au long de la simulation. Cependant, en fatigue, certains mécanismes de dégradation, comme le délaminage ou la rupture de fibres,

peuvent se déclarer au cours du chargement, par couplage avec l'endommagement matriciel. Il faudrait alors pouvoir enrichir la base réduite en cours de calcul, ce qui est très coûteux.

Les méthodes de réduction *a priori*, pour lesquelles la construction de la base réduite ne nécessite aucune connaissance préalable de la solution. Citons en particulier la méthode de Décomposition Généralisée en modes Propres –Proper Generalized Decomposition (PGD) en anglais. La PGD vise à approcher le problème en construisant la base réduite $\{\phi_k\}$ et en trouvant ses coefficients $\{a_k\}$ simultanément au cours du calcul, selon un processus d'enrichissement itératif de l'approximation (ajout d'un terme supplémentaire dans l'équation IV.1), jusqu'à ce qu'un critère de qualité soit vérifié [Ladeveze, 1999, Nouy, 2010, Chinesta et al., 2010a, Chinesta et al., 2010b, Chinesta et al., 2011, Nasri, 2017]. Contrairement à la POD, cette méthode permet aisément d'intégrer d'autres mécanismes d'endommagement au cours du calcul.

L'usage et le coût de l'une ou l'autre de ces méthodes dépend de l'application visée et de l'évolution du problème (*i.e.* du besoin d'enrichir la base de réduite).

Cependant ces méthodes seules ne sont pas adaptées pour résoudre des problèmes non-linéaires. Pour traiter ces problèmes, dans le cadre des modèles réduits, l'approche usuelle consiste à linéariser les équations. Parmi les différentes méthodes disponibles dans la littérature, citons en particulier la méthode à grands incréments de temps LATIN (LArge Time INcrement) [Ladeveze, 1999], qui sépare les équations du problème en deux espaces distincts dits global et local, et propose de les résoudre séparément. Classiquement, l'espace global contient les équations d'équilibres (conditions d'admissibilité) et les lois d'état linéaires, qui sont linéaires et globales dans l'espace. L'espace local contient les équations de comportement, qui sont non-linéaires. Contrairement aux méthodes présentées dans la partie précédente qui résolvent le problème pas à pas dans le temps, la méthode LATIN recherche la solution sur tout l'intervalle temporel étudié en un seul (grand) incrément, de façon itérative. Chaque incrément de la méthode fournit alors une approximation de la solution sur toute l'histoire temporelle. De plus, un couplage avec la PGD a été introduit initialement pour découpler le problème linéaire (global) en temps et en espace, en vue d'en accélérer la résolution. Le problème local, lui, est déjà peu coûteux à résoudre puisque les équations, bien que non-linéaires, sont locales en temps et en espace. La méthode LATIN/PGD a ainsi été appliquée à des problèmes visco-plastiques non-linéaires [Cognard and Ladeveze, 1993]. Boisse et al. l'utilisent pour des problèmes de plasticité sur des structures soumises à des chargements cycliques afin de réduire les temps de calcul [Boisse et al., 1991]. Plus récemment, la méthode LATIN/PGD a été utilisée par Bhattacharyya pour la modélisation de l'endommagement en fatigue cyclique [Bhattacharyya, 2018, Bhattacharyya et al., 2019].

Les méthodes de réduction de modèle sont très intéressantes d'un point de vue de l'accélération des calculs. En particulier la méthode LATIN/PGD permet également de prendre en compte des problèmes non-linéaires comme le comportement de matériaux composites. Les méthodes de réduction de modèle sont toutefois fortement intrusives dans les codes de calcul, puisqu'il s'agit de modifier la forme de la solution. Elles sont donc difficilement implémentables dans un code EF commercial. De plus, ces approches nécessitent de simuler tous les cycles du chargement et ne tirent donc pas profit de la périodicité des chargements de fatigue, prise en compte dans la deuxième stratégie de calcul présentée.

IV.2.2 Méthodes de sauts de cycles

Une alternative possible consiste à considérer une méthode de sauts de cycles, qui est relativement simple à implémenter dans un code EF. Elle se base sur la répétition des cycles de

chargements pour réduire les coûts de calcul, tout en maintenant les capacités prédictives des modèles. Pour ce faire, le nombre de cycles réellement simulés est diminué : après des cycles d'entraînement entièrement simulés, la simulation « saute » des blocs entiers de cycles intermédiaires, tout en approchant l'évolution des variables internes durant ce saut. Cette méthode devrait donc être plus rapide que les méthodes de réduction de modèle, notamment lorsque le nombre total de cycles –et le nombre de cycles sautés– sont élevés.

Pour rendre compte des cycles non-simulés, les variables internes sont extrapolées. Pour les matériaux métalliques, les variables d'intérêt sont en premier lieu la déformation plastique et en second lieu les variables d'endommagement. Pour les matériaux composites, le choix se porte généralement sur les variables d'endommagement, responsables de la dégradation des propriétés du matériau.

Le principe de cette méthode de sauts de cycles repose donc sur des extrapolations successives entrecoupées d'un ou plusieurs cycles d'actualisation, comme illustré sur la figure IV.2.

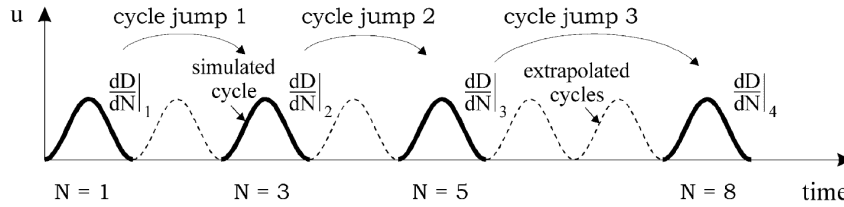


FIGURE IV.2 – Illustration du principe de la méthode de sauts de cycles [Van Paepegem et al., 2001].

La méthode de sauts de cycles a d'abord été développée par Lesne et Savalle [Lesne and Savalle, 1989] à la fin des années 80 pour les matériaux métalliques, puis par Lemaitre et Doghri [Lemaitre and Doghri, 1994] peu de temps après. Elle permet d'atteindre rapidement un état (un cycle de contrainte/déformation) stabilisé et/ou de déterminer les conditions d'amorçage de fissures dans des simulations viscoplastiques sur des matériaux métalliques soumis à des chargements cycliques. Ces auteurs proposent des méthodes d'extrapolation polynomiales, basées sur des développements de Taylor à l'ordre un ou deux. Après un saut de taille $\overline{\Delta N}$ cycles, les variables sont calculées à l'aide de l'une des expressions suivantes, données pour une variable d'endommagement d .

$$d^{N+\overline{\Delta N}} = d^N + \frac{dd}{dN} \overline{\Delta N} \quad (\text{IV.2})$$

$$d^{N+\overline{\Delta N}} = d^N + \frac{dd}{dN} \overline{\Delta N} + \frac{d^2d}{dN^2} \frac{\overline{\Delta N}^2}{2} \quad (\text{IV.3})$$

La méthode d'ordre deux a été utilisée par Bogard et al. [Bogard et al., 2008] puis Labergere et al. [Nesnas and Saanouni, 2000, Labergere et al., 2015] pour déterminer la durée de vie en fatigue oligo-cyclique d'éprouvettes cylindriques en acier 316L.

À l'ordre un, le plus classiquement utilisé, la variable d est supposée évoluer linéairement pendant le saut, avec une pente $\frac{dd}{dN}$ égale à l'incrément de d au cours du dernier cycle entièrement simulé (il s'agit du cycle précédant le saut). Dans les matériaux composites, l'évolution de la variable d'endommagement étant de forme concave, la variable d'endommagement extrapolée est usuellement surestimée.

Afin de limiter l'erreur au cours du calcul, la taille de saut $\overline{\Delta N}$ peut varier au cours de la simulation (*i.e.* elle peut être différente d'un saut à l'autre en fonction de l'évolution des propriétés du matériau). Ainsi, si le matériau s'endommage rapidement, les tailles de sauts

seront faibles et inversement si le système n'évolue presque plus, la taille des sauts augmente. Les auteurs ont fourni dans [Lesne and Savalle, 1989] différentes méthodes pour en calculer la valeur optimale en fonction de l'état du matériau. Cette méthode de sauts de cycles a été implémentée dans le code EF Zset par Sai [Sai, 1993].

Kiewel [Kiewel et al., 2000] a, quant à lui, développé une méthode de sauts de cycles durant lesquels les variables internes, de chaque point d'intégration de la structure, sont extrapolées suivant des fonctions polynomiales ou des fonctions splines. Les cycles d'apprentissages sont intégrés à l'aide d'une formule de Runge-Kutta d'ordre quatre ou cinq.

Van Paepegem [Van Paepegem et al., 2001] a été le premier à appliquer une méthode de sauts de cycles au calcul de structures composites. La méthode d'extrapolation repose sur une formule d'Euler explicite, équivalente à un développement de Taylor à l'ordre un. La taille de saut est également adaptative. Localement, elle est calculée, comme dans [Lesne and Savalle, 1989, Lemaitre and Doghri, 1994], à l'aide de la formule d'Euler pour un incrément d'endommagement maximal autorisé $\Delta d = d^{N+\Delta N} - d^N$ donné.

$$\overline{\Delta N} = \frac{\Delta d}{\frac{dd}{dN}} \quad (\text{IV.4})$$

L'approche la plus simple pour déterminer la taille optimale du saut à l'échelle de la structure, identique en chaque point de la structure, consiste à la choisir comme le minimum des tailles de saut optimales locales en chaque point d'intégration. Toutefois, la taille de saut globale serait toujours faible puisqu'il y a, en tout temps, des points dont l'évolution de l'endommagement est notable. Pour augmenter l'utilité de cette procédure, l'auteur propose une nouvelle technique basée sur la distribution cumulative des fréquences relatives d'apparition des tailles de saut locales. La valeur globale appliquée correspond au quantile à 10%, comme l'illustre la figure IV.3. Ainsi pour certains points, la taille de saut appliquée sera plus élevée que la taille

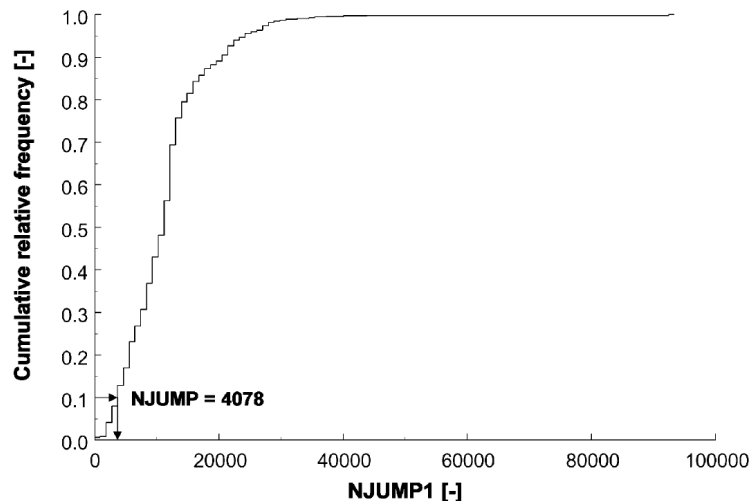


FIGURE IV.3 – Méthode pour déterminer la taille de saut globale $NJUMP$ à partir de la distribution cumulative des fréquences relatives des tailles de saut locales $NJUMP1$ [Van Paepegem et al., 2001].

recommandée au niveau local, ce qui entraîne des erreurs d'extrapolation, considérées sans impact par l'auteur puisque ces points sont les plus endommagés. Ce postulat peut néanmoins être remis en cause dans le cas de structures de géométries complexes, où les points les plus endommagés sont localisés aux points de concentrations de contraintes et où la rupture est la

plus probable. Ces erreurs d'extrapolation conduisent donc à prévoir une rupture anticipée et sous-estiment la tenue de la structure.

Fish et Yu [Fish and Yu, 2002] ont également utilisé une méthode d'Euler pour extrapoler les variables d'endommagement de fatigue dans un modèle dédié aux matériaux composites fragiles. La taille de saut est cette fois calculée à l'aide d'une formule d'Euler modifiée. Le nombre de cycles de contrôle peut également varier, de façon à minimiser l'erreur de la procédure.

Enfin, Cojocararu a proposé une méthode de saut de cycles dédiée aux modèles structuraux dont les propriétés évoluent [Cojocararu and Karlsson, 2006]. Sa méthode est basée sur des lignes de tendance des évolutions des variables du modèle, établie pendant l'analyse EF des cycles d'apprentissage. Cette tendance est ensuite utilisée pour extrapoler les variables d'intérêt, à l'aide de l'intégrateur de Heun. L'état extrapolé est ensuite utilisé comme état initial pour la simulation EF suivante. Cette procédure fonctionne cependant comme un bloc de post-traitement et nécessite de réaliser plusieurs simulations successives.

Pour conclure cette synthèse bibliographique, deux stratégies différentes ont été présentées : les méthodes de réduction de modèles et les méthodes de sauts de cycles. L'objectif étant d'introduire la stratégie retenue dans un code de calcul EF, la stratégie qui semble la plus adéquate consiste en la méthode la moins intrusive et la plus rapide pour des chargements à grand nombre de cycles. En conséquence, l'approche retenue est une méthode de sauts de cycles. Cependant, les méthodes de sauts de cycles comportent aussi certains désavantages. A cause de l'extrapolation des variables d'intérêt (ici l'endommagement d), elles induisent des erreurs de calcul dans les simulations, quelque soit la taille de saut appliquée, erreurs qui peuvent être rédhibitoires pour les prévisions de durée de vie. En outre, il est nécessaire de simuler des cycles de contrôle régulièrement espacés afin de capter la non-linéarité du comportement de la structure. Le nombre de cycles de contrôle peut donc s'avérer important et influencer sur les coûts de calcul. A terme, il pourrait donc être intéressant de coupler une méthode de sauts de cycles avec une méthode de réduction de modèle (POD) pour accélérer les calculs des cycles de contrôle. Enfin, ces méthodes se basent sur des formes cycliques de la relation d'endommagement $\frac{dd}{dN} = \dots$ (obtenues immédiatement pour des modèles écrits en nombre de cycles), même lorsque la loi d'endommagement utilisée est temporelle. Il n'y a, à notre connaissance, aucune stratégie de saut de cycles basée directement sur un modèle incrémental en $\dot{d} = \dots$, autorisant une prise en compte naturelle des chargements aléatoires répétés.

IV.3 Proposition d'une méthode de saut de cycles non-linéaire dédiée à un modèle d'endommagement incrémental pour les matériaux composites

Pour appliquer la stratégie de sauts de cycles, le chargement appliqué est décomposé en quatre étapes :

- une montée en charge quasi-statique ;
- plusieurs cycles d'entraînement (N^e), entièrement simulés, pour établir une première évolution des variables d'endommagement ;
- un saut de cycles ($\overline{\Delta N}$), à la fin duquel les variables d'endommagement sont extrapolées selon la méthode décrite dans la suite ;
- un ou plusieurs cycles d'actualisation, appelés par la suite cycles de contrôle ($N^{\text{contrôle}}$), entièrement simulés, afin de mettre à jour les incréments d'endommagement nécessaires pour le prochain saut de cycles.

Pour réduire les erreurs d'extrapolation générées par les méthodes classiques (formule d'Euler par exemple), l'approche proposée dans ces travaux de thèse consiste en une nouvelle méthode de sauts de cycles où l'extrapolation est non-linéaire. Elle porte sur les variables d'endommagement d_k , $k = 1, 2, 3$, puisque qu'elles pilotent la dégradation du matériau étudié (l'endommagement étant la seule source de non-linéarité du comportement). Cette méthode d'extrapolation, détaillée au prochain paragraphe, repose sur la relation d'endommagement incrémentale décrite dans la section II.3.3 et utilise le même principe de séparation des chargements statique et de fatigue.

Pour des raisons pédagogiques, la méthode est exposée sur des chargements cycliques crêtes-crêtes (chargements triangle ou sinusoidaux entre deux valeurs minimale et maximale). Il doit cependant être souligné que la procédure de saut de cycles proposée s'applique également à des chargements aléatoires répétés (figure IV.4) et/ou multiaxiaux, comme dans [Desmorat et al., 2007], pour lesquels il est possible de définir un cycle élémentaire (cf. section I.3.2.2).

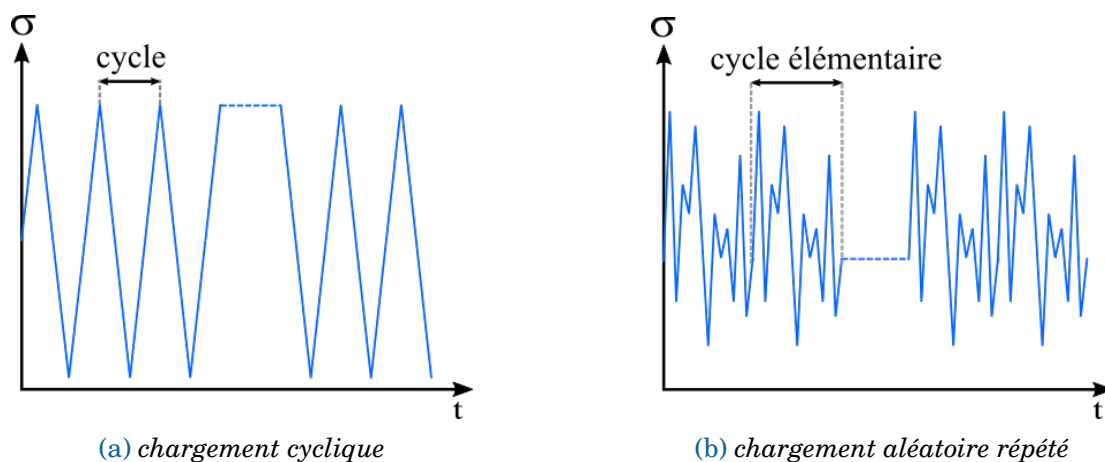


FIGURE IV.4 – Types de chargements uniaxiaux pris en compte par la stratégie de sauts de cycles proposée.

En effet, dans la suite, seule la périodicité du chargement appliqué est importante (sans restriction sur l'évolution des autres variables du modèle), que les conditions limites soient imposées en effort ou en déplacement. Ainsi, la notion de cycle contrainte/déformation stabilisé

n'est pas utile. En revanche, il est nécessaire de supposer une évolution faible de l'endommagement (par rapport à sa valeur à saturation d_∞ ou à une valeur critique d_c) sur un cycle (ou un cycle élémentaire).

Un des avantages de l'utilisation d'un modèle incrémental est d'être capable de simuler continûment (pas de temps par pas de temps dans un code EF) chaque cycle du chargement. En conséquence, une simulation calculant explicitement chaque cycle est considérée exacte d'un point de vue numérique. Elle peut alors être prise comme référence face à laquelle il est possible d'évaluer les performances de la stratégie de calcul mise en place (précision et gain de temps).

Dans ce qui suit, l'indice k est omis et l'on note respectivement $d^N = d(t^N)$ et $d^{N+\Delta N} = d(t^{N+\Delta N})$, les valeurs de l'endommagement avant et après un saut.

IV.3.1 Description de la méthode d'extrapolation non-linéaire

La méthode est basée sur l'hypothèse du modèle d'endommagement incrémental, selon laquelle les contributions à l'endommagement dues à la statique et à la fatigue évoluent consécutivement. La contribution statique (monotone) de l'endommagement est notée \mathcal{M} et celle de fatigue, \mathcal{F} .

La relation d'endommagement (équation II.23) peut alors être ré-écrite de la façon suivante :

$$\dot{d} = (d_\infty - d) \frac{d\mathcal{M}}{dt} + (d_\infty - d)^\gamma \frac{d\mathcal{F}}{dt} \quad (\text{IV.5})$$

$$\text{avec } \frac{d\mathcal{M}}{dt} = \left\langle \frac{\varepsilon_{eq}^{max} - \varepsilon_{eq}^{0s}}{S^s} \right\rangle_+^{s^s} \frac{d\varepsilon_{eq}^{max}}{dt} = f(\varepsilon_{eq}^{max}) \quad (\text{IV.6})$$

$$\frac{d\mathcal{F}}{dt} = \left\langle \frac{\varepsilon_{eq} - m\check{\varepsilon}_{eq} - \varepsilon^{0f}}{S^f} \right\rangle_+^{s^f} \left\langle \frac{d\varepsilon_{eq}}{dt} \right\rangle_+ = f(\varepsilon_{eq})$$

Rappelons que, comme exprimé dans l'équation (IV.7), lorsque la partie statique est activée, il n'y a pas de création d'endommagement de fatigue, et inversement ; ce qui justifie la modification de la contribution de fatigue de la relation d'endommagement dans l'équation (IV.6).

$$\begin{cases} \frac{d\mathcal{M}}{dt} > 0 \Rightarrow \frac{d\mathcal{F}}{dt} = 0 \\ \frac{d\mathcal{F}}{dt} > 0 \Rightarrow \frac{d\mathcal{M}}{dt} = 0 \end{cases} \quad (\text{IV.7})$$

Le même principe de séparation des contributions est appliqué durant les sauts. Il est ainsi possible de déterminer sa valeur après le saut de cycles sans aucune hypothèse sur l'évolution de la variable d'endommagement elle-même. Dans un souci de pédagogie, la relation d'endommagement incrémentale est d'abord exprimée en un incrément d'endommagement par cycle ($\frac{dd}{dN} = \dots$), afin de construire la méthode d'extrapolation non-linéaire.

Dans un premier temps, il est possible de déterminer l'incrément d'endommagement par cycle (équation IV.8), en supposant que l'endommagement d évolue très peu durant un cycle et que son effet sur les propriétés mécaniques peut être négligé en première approximation. Bien que l'endommagement évolue (lentement) durant un cycle, l'hypothèse d'une évolution négligeable est souvent effectuée en fatigue [Lemaitre et al., 1992] afin de permettre une résolution simple de l'équation différentielle IV.5. Cette hypothèse est supposée valide dans notre cas, car l'augmentation de l'endommagement sur un cycle est très faible après quelques cycles d'entraînement, ce qui est également observable expérimentalement. En effet, la forme de

l'évolution de l'endommagement étant concave, il évolue vite au cours des premiers cycles de chargement. Il est donc nécessaire, pour que l'hypothèse énoncée ci-dessus soit valide, de simuler entièrement les premiers cycles (ou cycles d'entraînement) et de n'entamer la procédure de sauts de cycles que lorsque l'évolution de l'endommagement est suffisamment lente. Nous sommes toutefois conscients qu'il s'agit d'une approximation, dont il conviendrait de quantifier l'impact dans des travaux ultérieurs.

L'incrément d'endommagement par cycle (équation IV.8) est alors calculé par intégration de l'équation (IV.5) sur un cycle, en fonction des incréments de ses contributions statique et de fatigue.

$$\frac{dd}{dN} \approx (d_\infty - d) \frac{dM}{dN} + (d_\infty - d)^\gamma \frac{dF}{dN} \quad (\text{IV.8})$$

où $\frac{dM}{dN}$ et $\frac{dF}{dN}$ représentent les incréments des contributions à l'endommagement dus respectivement à la statique et la fatigue. Dans le cas général, le calcul des incréments des contributions statiques et de fatigue est réalisé numériquement, pas de temps par pas de temps sur le cycle précédent le saut (entre les temps t_{N-1} et t_N), sans hypothèse simplificatrice. Cependant, pour des chargements cycliques pilotés en déformation, il est possible d'intégrer analytiquement $\frac{dM}{dt}$ et $\frac{dF}{dt}$ sur un cycle, afin de calculer les quantités $\frac{dM}{dN}$ et $\frac{dF}{dN}$. Pour le détail des intégrations analytiques sur des chargements triangulaires ou sinusoïdaux, le lecteur est invité à se référer à l'annexe E.1.

Dans un second temps, les évolutions des incréments des contributions à l'endommagement $\frac{dM}{dN}$ et $\frac{dF}{dN}$ sont considérées constantes lors du saut de cycles $\overline{\Delta N}$. Il s'agit de l'hypothèse principale de la méthode, qui permet de calculer analytiquement la valeur de la variable d'endommagement après le saut, par intégration de l'équation (IV.9).

$$\int_{d^N}^{d^{N+\overline{\Delta N}}} \frac{dd}{(d_\infty - d) \frac{dM}{dN} + (d_\infty - d)^\gamma \frac{dF}{dN}} = \int_N^{N+\overline{\Delta N}} dN \quad (\text{IV.9})$$

Deux cas sont alors distingués :

- Si le chargement cyclique est piloté en déformation, alors il ne peut pas y avoir de création d'endommagement dû à un chargement statique ($\frac{dM}{dN} = 0$ et $\varepsilon_{eq}^{N \max} = \varepsilon_{eq}^{N-1 \max}$), étant donné que le modèle est formulé en déformation totale. De plus, l'incrément $\frac{dF}{dN}$ est effectivement constant durant le saut. En effet, la déformation équivalente évolue de façon cyclique et la déformation équivalente moyenne $\check{\varepsilon}_{eq}$ converge très rapidement vers la valeur moyenne d'un cycle $\bar{\varepsilon}_{eq}$ après quelques cycles. Dans ce cas, l'extrapolation de la valeur de l'endommagement est quasi-exacte, comme illustré dans la section IV.3.2.1.1. Par extrapolation quasi-exacte, il faut entendre que la résolution de l'équation différentielle (IV.9) est exacte mais que l'hypothèse d'un endommagement constant sur un cycle reste une approximation.
- A l'inverse, lorsque le chargement est piloté en contrainte, la déformation maximale et la déformation équivalente moyenne, supposées constantes durant le saut de cycles, évoluent en réalité, sous l'influence de l'endommagement. L'incrément de la contribution de fatigue à l'endommagement $\frac{dF}{dN}$ n'est alors pas constant durant le saut et l'approximation faite induit une erreur, directement reliée à la taille du saut.

Les détails de l'intégration analytique de l'équation (IV.9) sont présentés dans l'annexe E.2. Les équations (IV.10) et (IV.11) présentent les deux expressions analytiques donnant la valeur de la variable d'endommagement après le saut de cycles, en fonction du type de pilotage du chargement (et donc de la création ou non d'endommagement dû à des chargements statiques). L'extrapolation obtenue est non-polynomiale et décrit au mieux l'évolution de l'endommagement :

Si $\frac{dM}{dN} = 0$,

$$d^{N+\overline{\Delta N}} = d_\infty - \left[-\overline{\Delta N}(1-\gamma) \frac{dF}{dN} + (d_\infty - d^N)^{1-\gamma} \right]^{\frac{1}{1-\gamma}} \quad (\text{IV.10})$$

Si $\frac{dM}{dN} > 0$,

$$d^{N+\overline{\Delta N}} = d_\infty - \left[\exp \left(-\overline{\Delta N} \frac{dM}{dN} (1-\gamma) \right) \left((d_\infty - d^N)^{1-\gamma} + \frac{dF}{dN} \right) - \frac{dF}{dN} \right]^{\frac{1}{1-\gamma}} \quad (\text{IV.11})$$

Dans les deux cas, on peut démontrer à partir des équations (IV.10) et (IV.11) que l'endommagement ne peut que croître : $d^{N+\overline{\Delta N}} > d^N$. En outre, contrairement aux extrapolations polynomiales présentées dans la synthèse bibliographique, la valeur de l'endommagement ne peut pas excéder sa valeur à saturation : $d^{N+\overline{\Delta N}} \leq d_\infty$. Cette observation assure la convergence de la simulation, quelque soit la taille de saut utilisée. De plus, un seul incrément suffit pour le saut de cycle, grâce au calcul analytique de la variable d'endommagement extrapolé.

Les équations (IV.10) et (IV.11) permettent donc d'appliquer la méthode de sauts de cycles non-linéaire directement sur la relation d'endommagement incrémentale, sans passer par une expression en cycles, en tirant profit de la séparation des contributions statiques et de fatigue. Le calcul des variables d'endommagement extrapolée repose sur une intégration analytique n'insérant pas d'erreurs numériques additionnelles, contrairement aux méthodes classiques utilisant une méthode d'Euler explicite.

Rappelons ici les points originaux de cette méthode :

- Stratégie de saut de cycles appliquée à une relation d'endommagement incrémentale, sans passage par une formulation en cycles ;
- Séparation des contributions statique et de fatigue à l'endommagement ;
- Expression analytique de la valeur extrapolée de l'endommagement.

IV.3.2 Application sur un point d'intégration soumis à des chargements de complexité croissante

Dans cette section, l'idée est d'évaluer la performance de la stratégie de saut de cycles non-linéaire proposée en la comparant à la fois avec la référence incrémentale (sans saut de cycles) et avec une méthode de saut de cycles classique utilisant une extrapolation linéaire (équation IV.2) [Lesne and Savalle, 1989, Lemaitre and Doghri, 1994, Van Paeppegem et al., 2001]. En particulier, il s'agit de comparer la précision de leurs résultats pour des coûts de calcul comparables, *i.e.* pour le même nombre de cycles simulés. En conséquence, la taille de saut $\overline{\Delta N}$ est fixée par l'utilisateur et reste constante tout au long de la simulation, pour faciliter l'évaluation.

Dans un souci de pédagogie, la méthode de sauts de cycles non-linéaire est d'abord appliquée à l'échelle matériau, sur un point d'intégration soumis à des chargements de complexité croissante. Toutes les simulations sont effectuées avec Matlab sur le même ordinateur de bureau avec un processeur.

Les simulations avec sauts de cycles sont comparées avec la simulation de référence, comme illustré sur la figure IV.5. Les valeurs finales de l'endommagement sont utilisées pour estimer l'écart relatif entre les deux simulations, définie par l'équation (IV.12), puisque ces valeurs sont les plus pertinentes pour la prévision de la durée de vie de structures composites.

$$\text{err} = \frac{|d_{\text{jump}}^f - d_{\text{ref}}^f|}{d_{\text{ref}}^f} \quad (\text{IV.12})$$

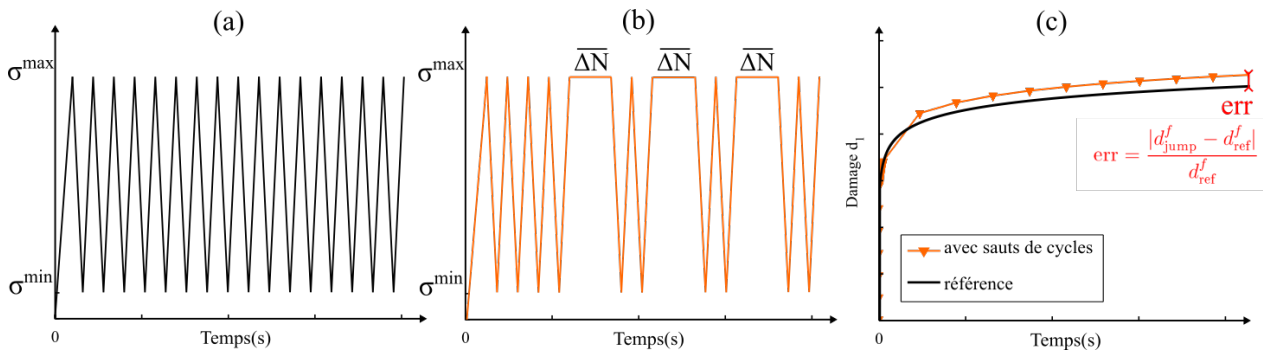


FIGURE IV.5 – Description schématique de la comparaison entre (a) une simulation de référence et (b) une simulation avec des sauts de cycles. L'erreur relative due aux sauts est reportée sur la figure (c).

Les quantités d_{ref}^f et d_{jump}^f correspondent respectivement aux valeurs finales de l'endommagement dans la simulation de référence et dans une simulation avec sauts de cycles. Un autre indicateur, comme l'erreur moyenne quadratique, aurait pu être utilisé, sans influence sur les conclusions tirées ici.

Notons que les sauts sont réalisés à la valeur maximale du chargement. Les résultats ainsi obtenus sont plus proches de la référence qu'avec des sauts réalisés à chargement minimal. Ceci est dû à la valeur de la déformation équivalente moyenne au début des cycles de contrôle : si les cycles de contrôle débutent par une charge (sauts à chargement minimal), la valeur de la déformation équivalente moyenne, non-extrapolée, n'a pas eu le temps d'être actualisée avant le calcul de l'endommagement. Ce dernier est donc sur-estimé sur le premier cycle de contrôle. Au contraire, si l'on commence par une décharge, durant laquelle aucun endommagement n'est généré, la moyenne est actualisée sans impact sur la valeur de l'endommagement. Une perspective d'amélioration consisterait à actualiser la valeur de la déformation équivalente moyenne pendant le saut de cycles. Cela nécessiterait la connaissance de la valeur de l'endommagement à la fin du saut, qui dépend lui-même de la valeur de la déformation équivalente moyenne à la fin du saut. Un schéma explicite, tel que celui utilisé, ne peut pas rendre compte de cet effet. Il faudrait alors considérer une résolution implicite du calcul de l'endommagement pendant le saut de cycle. Une telle méthode n'est pas triviale et constitue un travail conséquent. De plus, le calcul serait plus lent qu'avec la résolution proposée. Le but étant d'accélérer au maximum les calculs de fatigue, malgré quelques petites imprécisions dans le calcul, la résolution explicite est jugée suffisante, pour le moment, pour l'application visée.

IV.3.2.1 Chargement crête-crête cyclique de traction uniaxiale

Dans un premier temps, des chargements de fatigue cyclique sont considérés. Il s'agit de chargements crête-crête uniaxiaux (dans la direction des chaînes) à 1 Hz. Le chargement est piloté soit en déformation soit en contrainte. Le rapport de charge est fixé à $R_{\varepsilon/\sigma} = 0,05$. Dans chaque cas, le chargement est choisi de façon à obtenir une valeur finale de l'endommagement du même ordre de grandeur (environ 0,2). Pour toutes les simulations avec des sauts de cycles, les sauts débutent après $N^e = 100$ cycles et chaque saut est suivi de $N^{\text{contrôle}} = 2$ cycles de contrôle, afin d'actualiser les incréments des contributions statique et de fatigue ($\frac{dM}{dN}$ et $\frac{dF}{dN}$ pour la méthode non-linéaire ou $\frac{dd}{dN}$ pour la méthode linéaire). Le nombre de cycles de contrôle a été choisi égal à deux pour pouvoir actualiser la déformation équivalente moyenne (sur le premier cycle) sans influencer le calcul des incréments des contributions statique et de fatigue (calculés sur le second cycle), tout en minimisant le nombre de cycles à simuler entièrement. L'impact de ce choix, faible sur des chargements triangulaires, sera illustré sur un chargement

aléatoire répété dans la section IV.3.2.2.

Dans les exemples suivants, les tailles de saut $\overline{\Delta N}$ données correspondent à la somme des cycles sautés et des deux cycles de contrôle.

IV.3.2.1.1 Chargement en déformation imposée

Dans un premier temps, le chargement est piloté en déformation. Comme expliqué précédemment, il n'y a pas d'endommagement statique créé au cours du chargement de fatigue (donc après la première montée en charge). Les figures IV.6a et IV.6b montrent qu'une valeur précise de l'endommagement final peut être atteinte, même en un seul saut, pour deux chargements cycliques d'amplitudes différentes. Cela corrobore l'affirmation de la section précédente selon laquelle l'extrapolation non-linéaire est quasi-exacte pour des chargements de fatigue pilotés en déformation. Différentes tailles de sauts ont été utilisées en vue de déterminer l'évolution de la précision obtenue. Une comparaison plus quantitative permet de relier l'erreur relative des simulations avec la taille de saut utilisée (figures IV.7a et IV.7b). La courbe noire (resp. rouge) correspond aux simulations utilisant une extrapolation du premier ordre utilisant l'équation (IV.2) (resp. une extrapolation non-linéaire utilisant l'équation (IV.10)). Certains résultats aberrants, obtenus avec l'extrapolation du premier ordre sont omis des graphes. Ils correspondent à des simulations où l'endommagement $d^{N+\overline{\Delta N}}$ excède la valeur de saturation d_∞ dans l'équation (IV.2), pour de grandes tailles de saut $\overline{\Delta N}$ (figures IV.6c et IV.6d). De telles simulations ne peuvent alors pas converger.

A l'inverse, l'erreur relative induite par la méthode non-linéaire reste limitée et d'autant plus faible que la taille de saut appliquée est faible. La plus faible erreur possible correspond à une simulation avec des tailles de sauts $\overline{\Delta N} = 1$, et est de $3,8 \times 10^{-5}\%$ pour le deuxième cas.

Comme les erreurs de la méthode non-linéaire restent de l'ordre du bruit numérique, les simulations sont à la fois plus précises et bien plus rapides que la méthode classique du premier ordre. La figure IV.8 présente en effet les gains de temps possibles en fonction de l'erreur finale admise. Le gain est d'autant plus grand que l'erreur admissible est faible.

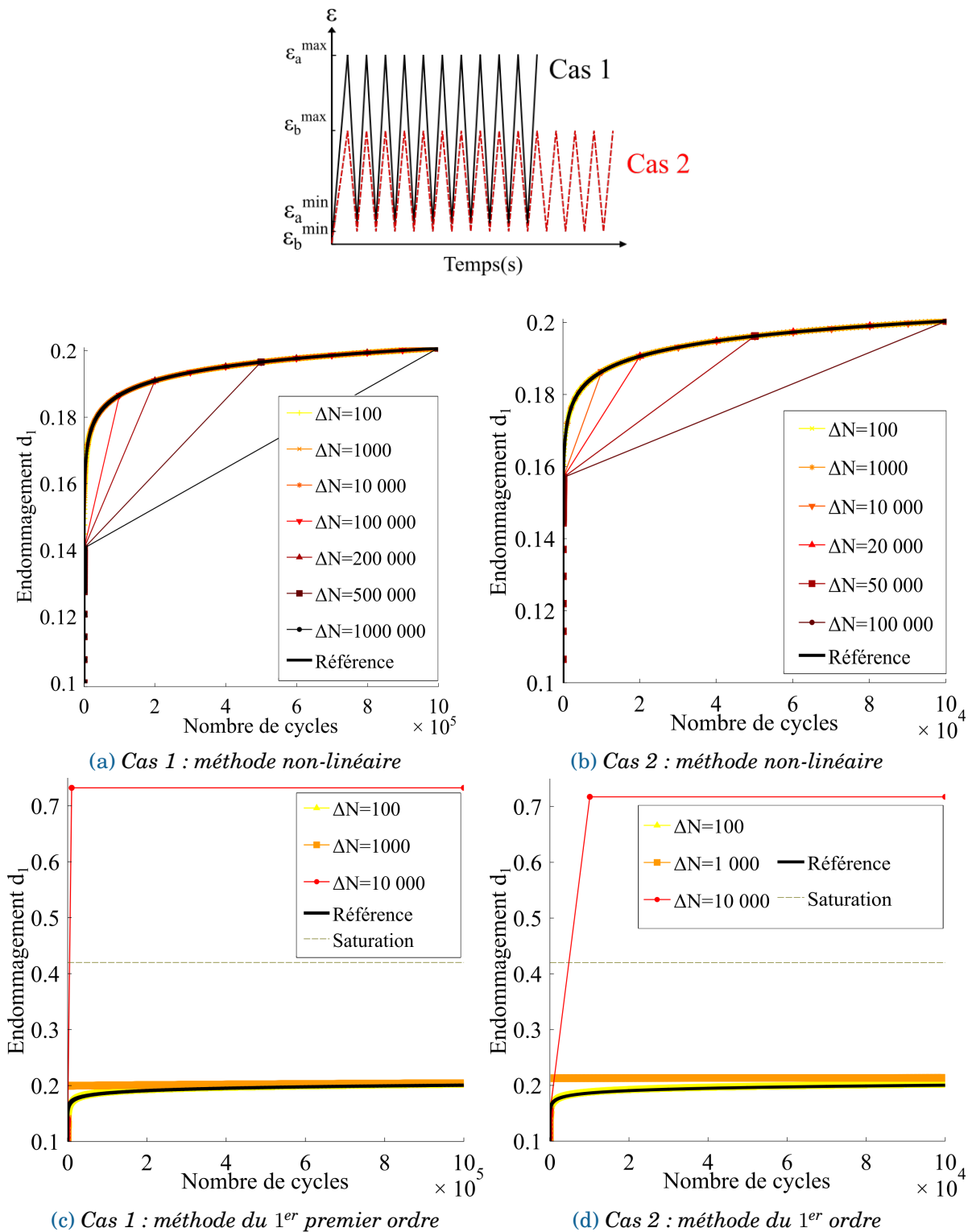


FIGURE IV.6 – Procédure de saut de cycles appliquée à des chargements de fatigue pure avec différentes déformations maximales appliquées : (a, c) $\epsilon_a^{\max} = 0.78 \times 10^{-3}$ (10^6 cycles) et (b, d) $\epsilon_b^{\max} = 0.88 \times 10^{-3}$ (10^5 cycles). Les figures (a) et (b) donnent les évolutions de l'endommagement de la simulation de référence et de la simulation avec sauts de cycles non-linéaire et les figures (c) et (d) avec des sauts de cycles linéaires.

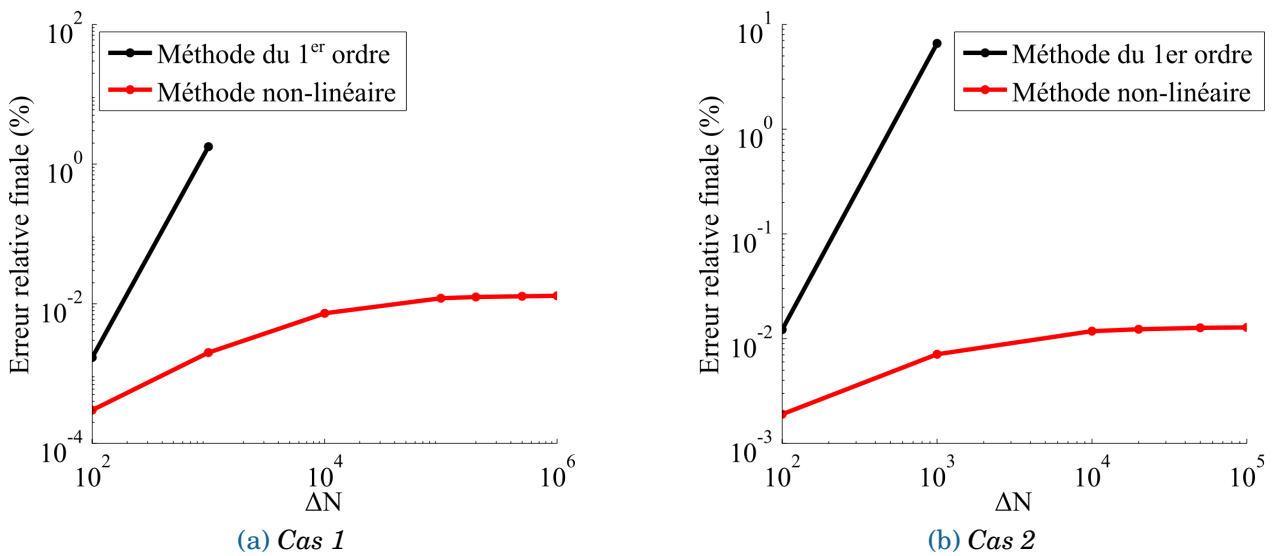


FIGURE IV.7 – Évolutions des erreurs relatives en fonction de la taille de saut fixée pour les deux cas de chargements (a) $\varepsilon_a^{\max} = 0.78 \times 10^{-3}$ (10^6 cycles) et (b) $\varepsilon_b^{\max} = 0.88 \times 10^{-3}$ (10^5 cycles). Les points rouges correspondent aux simulations avec une méthode non-linéaire et les points noirs aux mêmes simulations avec une extrapolation du premier ordre, en omettant ceux présentant des résultats aberrants.

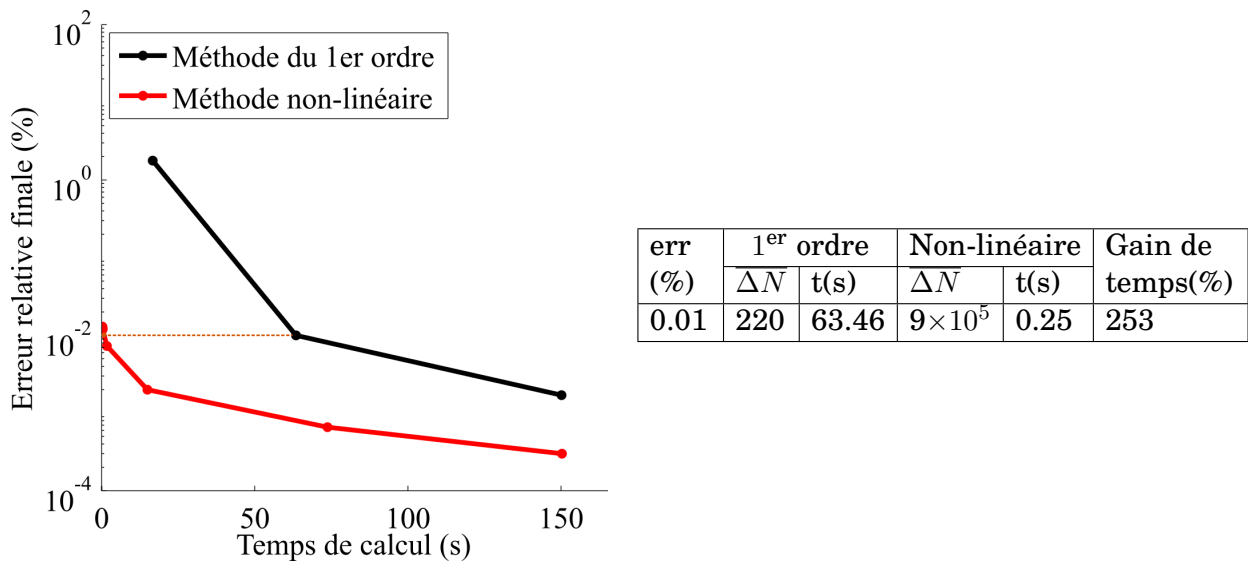


FIGURE IV.8 – Efficacité de la méthode de sauts de cycles proposée en fonction du temps de calcul pour le cas où la déformation maximale appliquée est fixée à $\varepsilon_b^{\max} = 0.88 \times 10^{-3}$ (figure IV.6b).

IV.3.2.1.2 Chargement en contrainte imposée

La même procédure est ensuite appliquée à des chargements pilotés en contrainte. La figure IV.9 montre les évolutions de l'endommagement obtenues pour les simulations avec des sauts de cycles non-linéaires. Comme dans le cas précédent à déformations imposées, les simulations avec des sauts de cycles non-linéaires convergent vers la référence pour des tailles de saut décroissantes, avec des valeurs de l'endommagement toujours supérieures au cas de référence (les simulations sont conservatives). La valeur finale de l'endommagement n'excède jamais sa

valeur à saturation, même pour un grand nombre de cycles sautés.

Cette fois cependant, toutes les simulations avec des sauts de cycles non-linéaire introduisent une erreur, plus élevée que dans le cas précédent et qui est reliée à la taille de saut utilisée (figures IV.9c et IV.9d). Ceci est dû, comme expliqué dans la section IV.3.1, au fait que les incréments des contributions statique et de fatigue $\frac{dM}{dN}$ et $\frac{dF}{dN}$ ne sont pas constants durant chaque saut de cycles, contrairement à l'hypothèse initiale. Les simulations sont tout de même plus précises qu'avec une extrapolation du premier ordre.

Une grande précision induit donc un fort surcoût numérique, un compromis doit donc être établi. La figure IV.10 illustre la relation entre le temps de calcul et la précision du calcul pour les deux méthodes d'extrapolation. Il faut remarquer que le bénéfice de la méthode non-linéaire par rapport à une méthode classique est moins important pour des petites tailles de sauts mais reste intéressant pour de grands blocs de cycles sautés. Ainsi pour une erreur maximale admissible fixée, la taille de sauts à utiliser est plus grande pour une extrapolation non-linéaire. Par conséquent, les simulations non-linéaires sont plus rapides, comme illustré sur la figure IV.10 pour des erreurs de 1% et 5%. Inversement, si le temps de calcul est l'élément limitant, la méthode proposée permet d'augmenter la précision du calcul, notamment pour des tailles de sauts élevées.

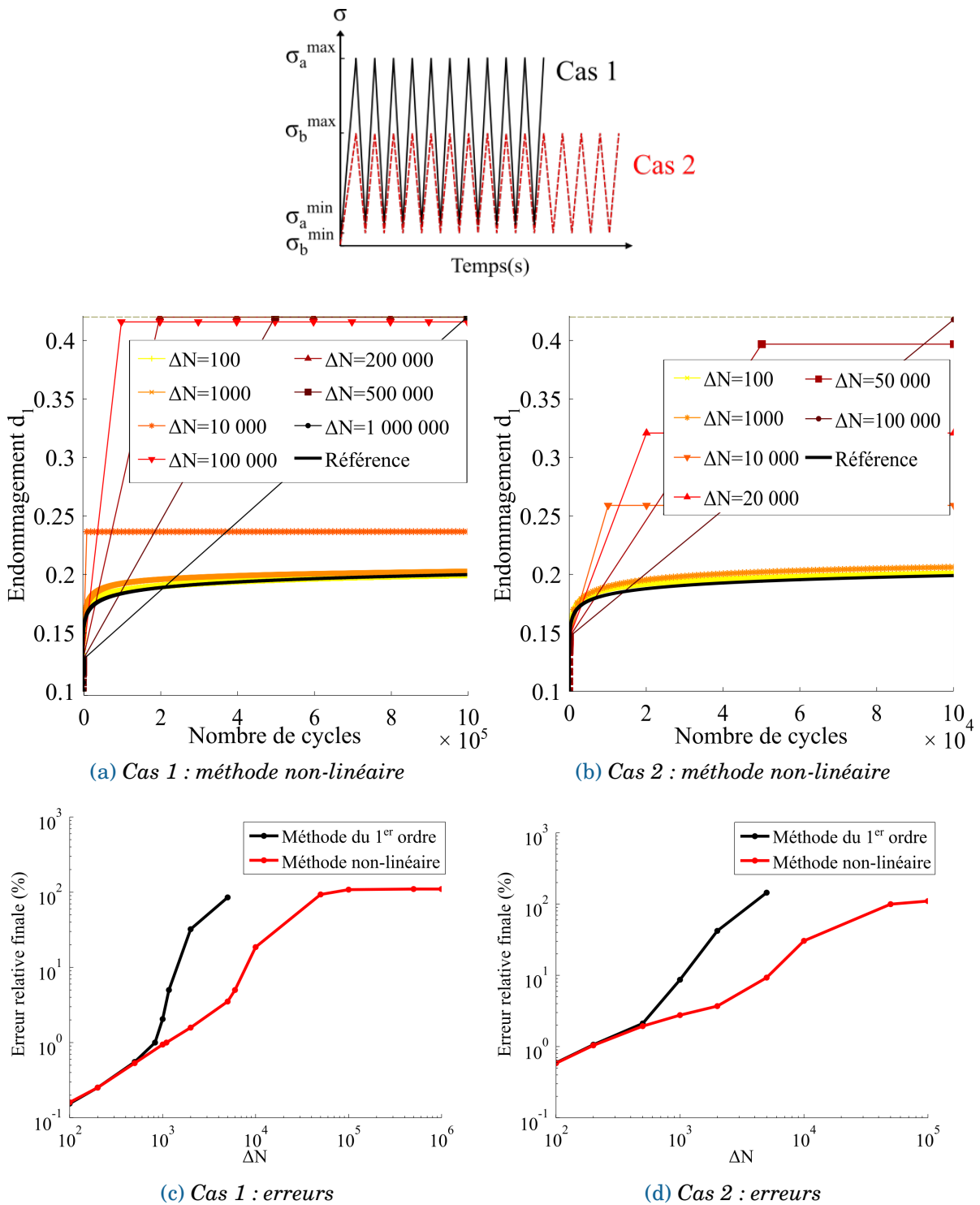
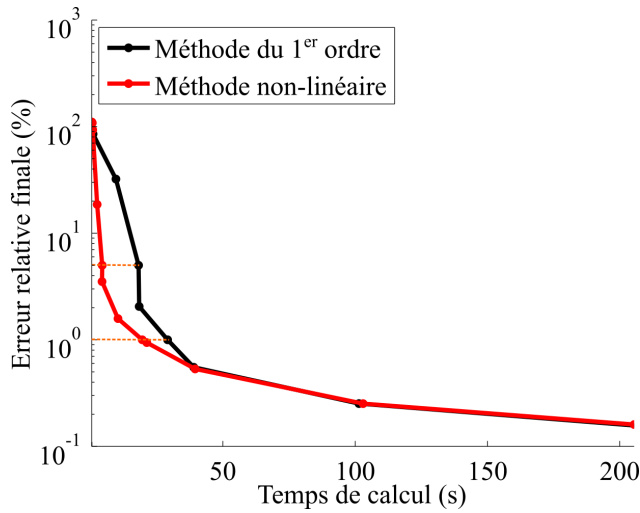


FIGURE IV.9 – Procédure de saut de cycles appliquée à des chargements de fatigue avec différentes contraintes maximales appliquées : (a) $\sigma_a^{max} = 80$ MPa (10^6 cycles) et (b) $\sigma_b^{max} = 90$ MPa (10^5 cycles). Les figures (a) et (b) donnent les évolutions de l'endommagement de la simulation de référence et de la simulation avec sauts de cycles non-linéaire. Les figures (c) et (d) donnent les évolutions des erreurs relatives en fonction de la taille de saut fixée. Les points rouges correspondent aux simulations avec une méthode non-linéaire et les points noirs aux mêmes simulations avec une extrapolation du premier ordre, en omettant ceux présentant des résultats aberrants.



err (%)	1 ^{er} ordre		Non-linéaire		Gain de temps(%)
	ΔN	t(s)	ΔN	t(s)	
1	830	29.0	1080	21.0	27
5	1175	18.5	6000	4.4	76

FIGURE IV.10 – Efficacité de la méthode de sauts de cycles proposée en fonction du temps de calcul pour le cas de chargement 2, où la contrainte maximale appliquée est fixée à $\sigma_b^{max} = 90$ MPa (figure IV.9b).

Pour garantir la qualité des prévisions, l'utilisateur doit alors choisir une taille de saut appropriée, ce qui n'est pas trivial. Cette taille optimale, dans le cas d'une taille de saut unique tout au long du calcul, résulte d'un compromis entre la précision voulue et un temps de calcul acceptable. Une autre solution, qui sera exposée dans la section IV.4, consiste à modifier la taille de saut au fil de la simulation en fonction de l'évolution des propriétés du matériau.

Pour des chargements de fatigue cycliques crête-crête, la méthode de saut de cycles proposée permet de décrire de façon satisfaisante les non-linéarités des courbes d'endommagement et réduit efficacement les coûts de calcul. Les chargements en service étant plus complexes que des chargements triangulaires, la stratégie de sauts de cycles non-linéaire, plus précise qu'une méthode classique du premier ordre, est ensuite appliquée à un chargement uniaxial aléatoire répété.

IV.3.2.2 Chargement uniaxial aléatoire répété

La méthodologie est ensuite appliquée à un chargement périodique plus complexe, appelé chargement aléatoire répété. Il s'agit d'une séquence de chargement aléatoire, jouant le rôle d'un cycle élémentaire, éventuellement représentative d'un spectre de vol, répétée au cours du temps. Un exemple de chargement est représenté sur la figure IV.11.

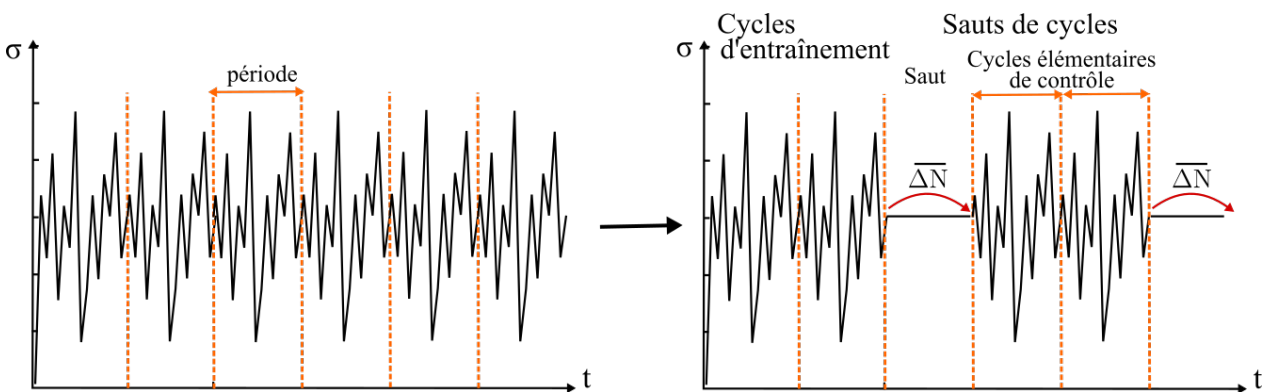


FIGURE IV.11 – Exemple de chargement aléatoire répété, avec des sauts de cycles de taille constante $\Delta \bar{N}$.

Un modèle incrémental, comme celui décrit au chapitre II, permet naturellement de simuler ce type de chargement. Comme le signal est répété, la procédure de saut de cycles est directement applicable, la notion de cycle est simplement remplacée par celle de cycle élémentaire. Plus de détails sur les modifications à mettre en place dans la méthode pour prendre en compte ces chargements seront donnés dans la section IV.5 dédiée à l'implémentation de la stratégie de calcul dans un code EF.

La stratégie de calcul est donc appliquée pour être en mesure de simuler rapidement l'évolution de l'endommagement et pour attester de ses performances sur des chargements aléatoires répétés. Seule la méthode de sauts de cycles non-linéaire est utilisée, sa précision étant supérieure à une méthode du premier ordre sur des chargements cycliques uniaxiaux (cf. paragraphe IV.3.2.1).

IV.3.2.2.1 Chargement aléatoire répété piloté en déformation

La méthode est appliquée sur un chargement aléatoire répété piloté en déformation, dont le cycle élémentaire est présenté sur la figure IV.12. Le cycle élémentaire dure $T = 10$ secondes

et est répété 10^4 fois. Les sauts de cycles débutent après treize cycles. Comme chaque cycle élémentaire comporte un nombre important de points, elle est bien plus longue à calculer qu'un simple cycle crête-crête. Le nombre de cycles de contrôle est donc choisi égal à un ($N^{\text{contrôle}} = 1$) pour limiter au maximum les coûts de calcul.

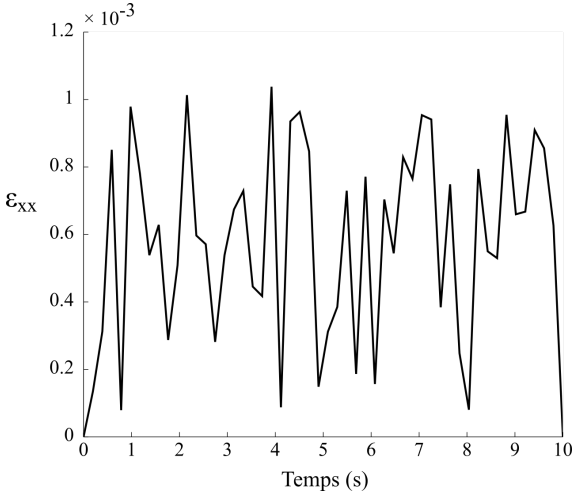


FIGURE IV.12 – Période unitaire de chargement en déformation considérée.

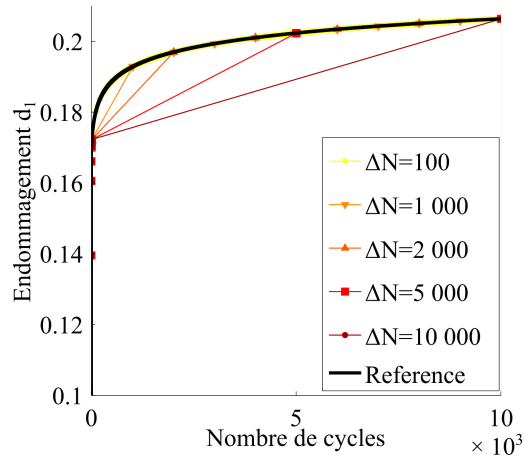


FIGURE IV.13 – Évolution de l'endommagement durant les simulations avec des sauts de cycles élémentaires.

La figure IV.13 montre les évolutions de l'endommagement pour différentes tailles de sauts (les résultats sont exprimés en fonction du nombre de sauts réalisés au cours de la simulation). Les résultats se superposent à la courbe de référence (sans sauts de cycles), la procédure proposée est donc également quasi-exacte pour des chargements aléatoires répétés pilotés en déformation. Il est donc vraisemblable que cette conclusion soit généralisable à tout chargement uniaxial périodique piloté en déformation. Notons toutefois qu'il est préférable de simuler entièrement quelques périodes ($N^e \geq 2$) avant de débiter les sauts de cycles (pour que la déformation équivalente moyenne soit très proche de la valeur moyenne d'un cycle élémentaire $\bar{\varepsilon}_{eq}$).

IV.3.2.2.2 Chargement aléatoire répété piloté en contrainte

La figure IV.15a présente ensuite les résultats de la méthode sur un chargement aléatoire répété piloté en contrainte. Comme précédemment, il est constitué d'un cycle élémentaire de $T = 10$ secondes, illustrée sur la figure IV.14, qui est répété 10^4 fois. Les paramètres de la procédure de saut de cycles sont identiques au cas précédent en déformation, à savoir : $N^e = 13$ et $N^{\text{contrôle}} = 1$.

Néanmoins, en se limitant à un seul cycle élémentaire de contrôle (illustré sur la figure IV.14), la figure IV.15a montre que la valeur de l'endommagement est très largement surestimée et augmente de façon disproportionnée après le premier saut de cycles, même lorsque la taille de saut est très faible. L'explication principale réside –encore une fois– dans la non-actualisation de la déformation équivalente moyenne au cours du saut de cycle. Ce point déjà évoqué précédemment, sur des chargements triangulaires, est illustré sur ce chargement aléatoire répété, d'une part car le temps de calcul requis pour chaque cycle élémentaire de contrôle est élevé et d'autre part car l'impact de la moyenne sur l'endommagement y est plus important (il y a plusieurs charges/décharges au sein d'un cycle élémentaire). Ainsi lorsqu'il n'y a qu'un seul cycle élémentaire de contrôle, la déformation équivalente moyenne est sous-estimée et l'endommagement est surestimé au cours du cycle élémentaire de contrôle. En conséquence,

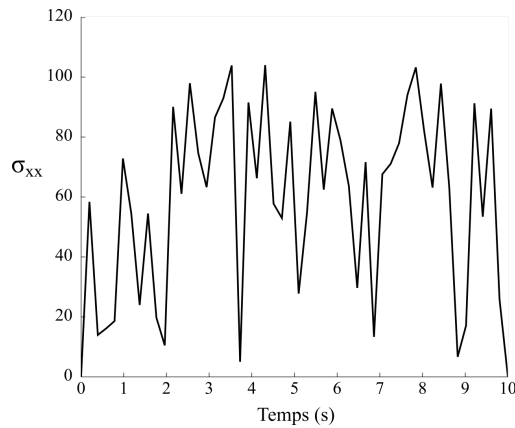


FIGURE IV.14 – Cycle élémentaire de chargement en contrainte considéré.

l'incrément d'endommagement de fatigue $\frac{dF}{dN}$ est également surestimé, ce qui conduit à un emballement de l'endommagement durant le saut de cycle suivant. Finalement, les prévisions en fin de simulation ne sont pas satisfaisantes.

Pour dépasser cette limitation, trois méthodes peuvent être envisagées. La première idée consiste à actualiser la valeur de la déformation équivalente moyenne au cours du saut, à l'aide, par exemple, d'une méthode d'extrapolation linéaire. Cependant, la prévision de l'endommagement pourrait alors être inférieure à la valeur atteinte dans la simulation de référence, puisque la moyenne peut dépasser sa valeur théorique (obtenue sans saut de cycles) et la simulation ne serait plus conservative. La seconde alternative consiste à rendre implicite le calcul du saut de cycles, ce qui, de fait, permettrait d'obtenir la bonne valeur de la déformation équivalente moyenne à la fin du saut. Cependant, cela soulève des difficultés d'implémentation qui n'ont pas pu être abordées dans ces travaux. Enfin, la troisième possibilité, privilégiée dans ces travaux, consiste à augmenter le nombre de cycles élémentaires de contrôle, afin de permettre à la déformation équivalente moyenne de rattraper partiellement la valeur moyenne sur un cycle élémentaire $\bar{\varepsilon}_{eq}$ durant le premier cycle élémentaire de contrôle, avant de calculer les incréments des contributions statique et de fatigue à l'endommagement (durant le second et dernier cycle élémentaire de contrôle). Ainsi, l'erreur engendrée par le saut de cycles suivant est moindre avec deux cycles élémentaires de contrôle, comme l'illustre la figure IV.15b.

Le nombre de périodes de contrôle impacte cependant grandement les temps de calcul. Il est donc nécessaire de trouver le bon équilibre entre précision et gain de temps. Dans ces travaux, le nombre de périodes de contrôle est fixé à $N^{\text{contrôle}} = 2$ pour réduire au maximum des temps de calcul. Ce choix est également guidé par le calcul de structure puisqu'il est nécessaire de prendre en compte les reports de charge au sein de la structure avant de préparer le saut de cycles suivant.

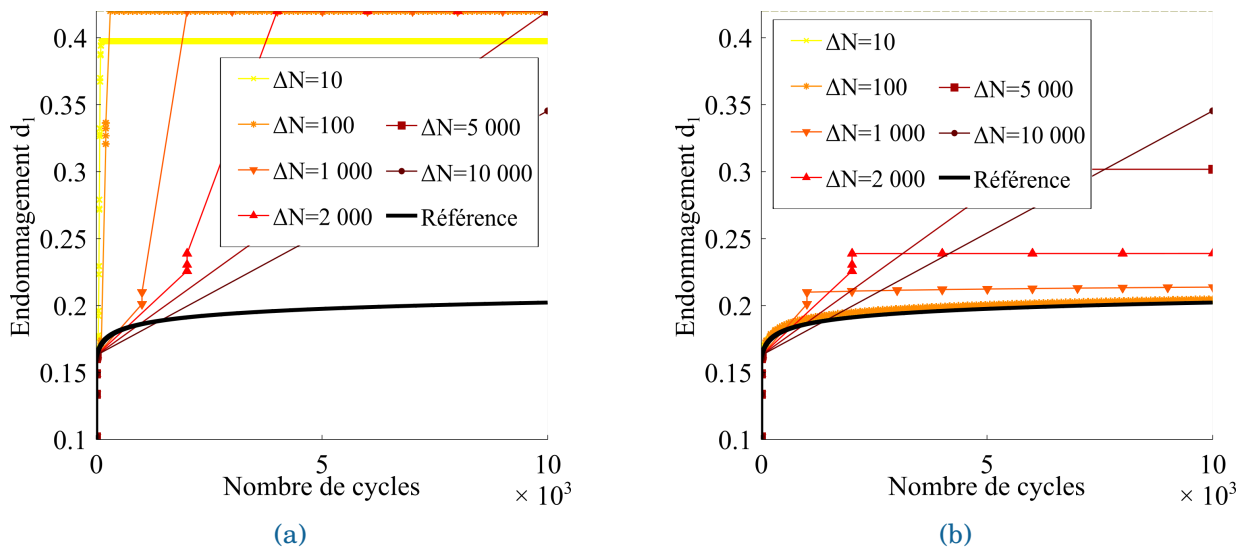


FIGURE IV.15 – Évolution de l'endommagement sur un chargement aléatoire répété durant des sauts de cycles avec (a) un cycle élémentaire de contrôle et (b) deux cycles élémentaires de contrôle.

Pour quantifier les écart aux calculs de référence, la figure IV.16 présente les évolutions de la précision des calculs, avec deux périodes de contrôle, en fonction du temps de calcul pour des simulations pilotées en déformation et en contrainte.

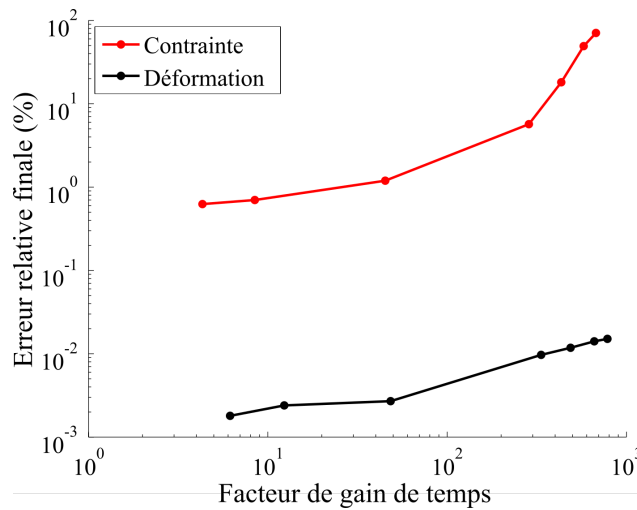


FIGURE IV.16 – Erreur relative sur l'endommagement en fonction de la durée des simulations avec des sauts de cycles avec deux périodes de contrôle.

En conclusion, ce paragraphe permet de démontrer que la procédure de saut de cycles proposée est applicable à n'importe quel chargement de fatigue uniaxial et périodique. Les résultats obtenus sont satisfaisants, tant que le nombre de cycles élémentaires de contrôle est supérieur à deux.

IV.3.2.3 Chargement activant plusieurs mécanismes d'endommagement simultanément

Le dernier chargement considéré est un cisaillement plan, particulièrement nocif pour le matériau étudié.

Un point d'intégration est alors soumis à un chargement triangulaire de cisaillement pur de 10^5 cycles à 1 Hz avec $R = 0.05$. Au niveau local, les déformations équivalentes sont non-nulles dans les directions des chaînes et des trames. En conséquence, les variables d'endommagement d_1 et d_2 augmentent simultanément et affectent le tenseur de souplesse proportionnellement aux valeurs $h_{66}^{d_1^+}$ et $h_{66}^{d_2^+}$. Les résultats de la stratégie de sauts de cycles non-linéaire sont comparés avec ceux de la méthode du premier ordre pour évaluer sa performance sur des chargements multiaxiaux.

Il est d'abord vérifié que la procédure de sauts de cycles non-linéaire est également quasi-exacte pour des chargements pilotés en déformation. La figure IV.17 présente l'évolution de l'endommagement d_1 durant un chargement de cisaillement plan. Les courbes en traits pleins, correspondant à une extrapolation non-linéaire (NL), se superposent à la courbe de référence, contrairement aux courbes en pointillés utilisant une extrapolation polynomiale du premier ordre (L).

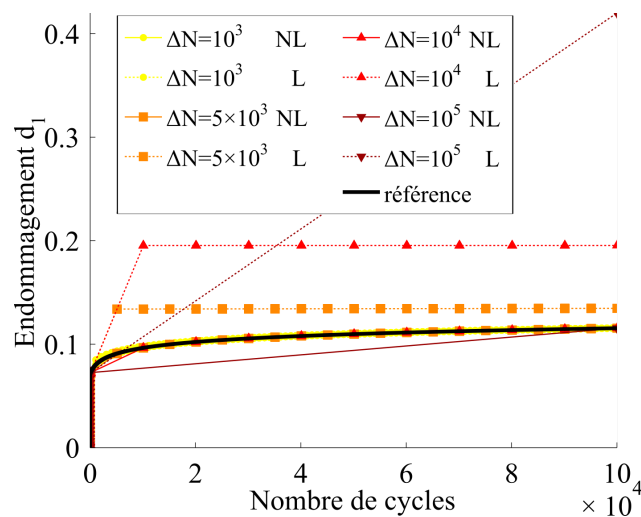


FIGURE IV.17 – Évolution de l'endommagement d_1 durant un chargement de cisaillement plan.

La figure IV.18 synthétise les erreurs obtenues avec les deux méthodes d'extrapolation, pour les deux variables d'endommagement d_1 et d_2 . Sous des chargements pilotés en déformations, la méthode non-linéaire est donc bien plus performante qu'une méthode linéaire, comme pour des chargements uniaxiaux.

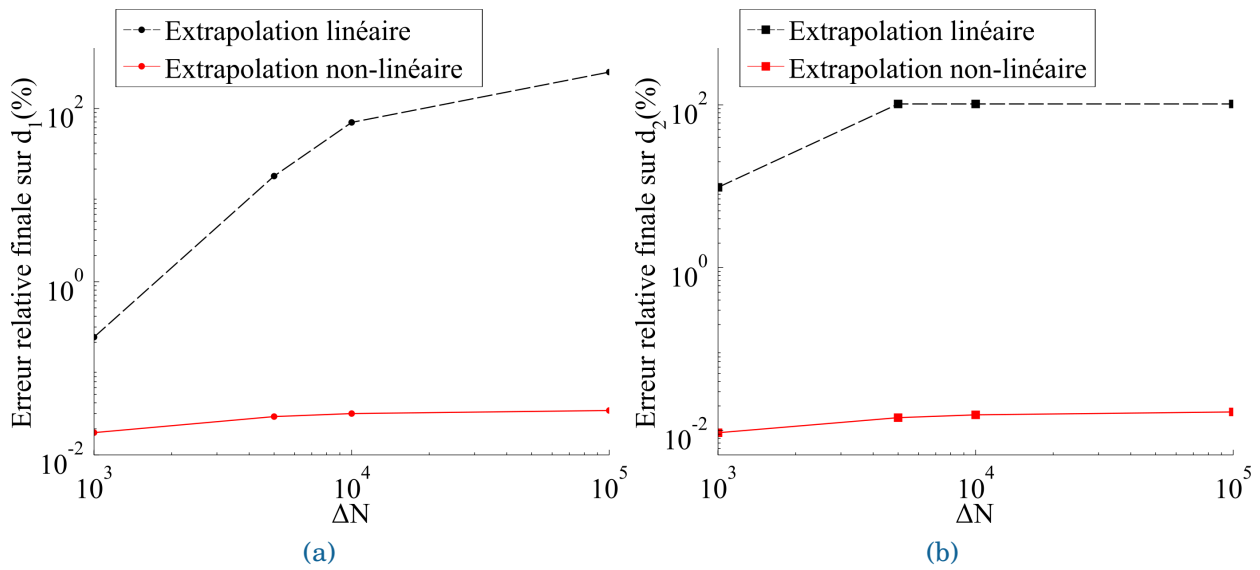


FIGURE IV.18 – Évolution de l'erreur sur les variables d'endommagement (a) d_1 et (b) d_2 en fonction de la taille de saut appliquée sur des simulations de cisaillement plan avec $\varepsilon_{12}^{max} = 1.8 \times 10^{-3}$ pour les deux méthodes d'extrapolation.

Ensuite, un chargement de cisaillement piloté en contrainte est considéré. Comme précédemment, les deux méthodes d'extrapolation induisent des erreurs. En revanche, la méthode non-linéaire proposée n'est pas plus performante qu'une méthode linéaire classique pour la majorité des tailles de sauts étudiées. Si une extrapolation non-linéaire est plus précise durant le premier saut, ce n'est plus nécessairement le cas pour la suite du chargement. Les résultats des deux méthodes restent toutefois très proches en terme de précision, comme l'illustre la figure IV.19. La précision des calculs est de plus du même ordre de grandeur que les erreurs obtenues pour des chargements uniaxiaux.

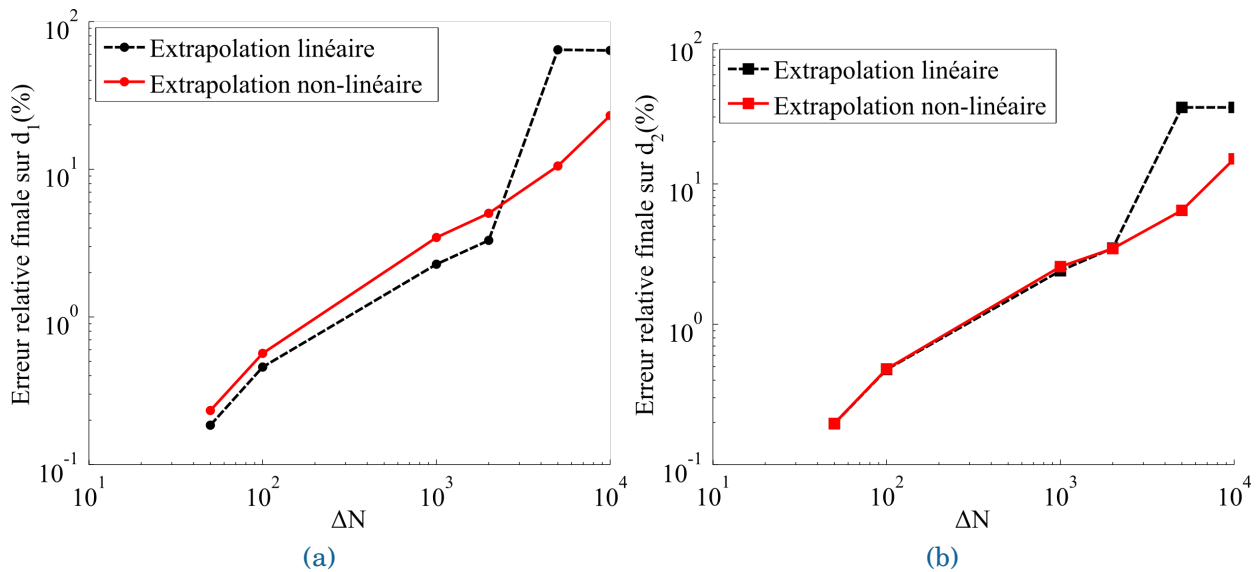


FIGURE IV.19 – Évolution de l'erreur sur les variables d'endommagement (a) d_1 et (b) d_2 en fonction de la taille de saut appliquée sur des simulations de cisaillement plan de maximum 35 MPa pour les deux méthodes d'extrapolation.

Notons toutefois que les différences de précision entre les deux méthodes d'extrapolation

sont sensibles à l'identification des paramètres matériau (notamment des effets de cisaillement). En particulier, dans le plan, cet effet est exacerbé lorsque les paramètres $h_{66}^{d_1^k} \gg h_{kk}$, $k = 1, 2$ (effet de l'endommagement plus fort sur la tenue au cisaillement qu'à la traction).

Ce manque d'amélioration significative par rapport à une extrapolation linéaire peut être dû à la création simultanée d'endommagement d_1 et d_2 . Bien que la stratégie tienne compte de la multiaxialité du chargement, au travers du calcul des incréments des contributions statique $\frac{dM_k}{dN}$ et de fatigue $\frac{dF_k}{dN}$, la baisse de souplesse due à l'endommagement d_1 (resp. d_2) au cours du saut n'est pas prise en compte dans l'extrapolation de la variable d_2 (resp. d_1) au cours de ce même saut. Il serait donc intéressant de mener une étude plus approfondie sur le fonctionnement de la méthode d'extrapolation au cours de chargements activant simultanément plusieurs mécanismes d'endommagement, qui influent sur les mêmes composantes du tenseur de souplesse.

Sur les différents exemples présentés, activant un ou plusieurs mécanismes d'endommagement simultanément, la méthode non-linéaire proposée fournit donc des résultats au moins aussi satisfaisants qu'une méthode classique du premier ordre. Par ailleurs, l'analyse de sensibilité sur la taille de saut utilisée, menée ici sur un point d'intégration, a exacerbé une relation entre précision et temps de calcul. Pour réaliser des prévisions sur un nouveau chargement, il convient de choisir la taille de saut optimale pour ce chargement. Cependant, une taille de saut trop petite rendra les calculs très lourds, notamment sur structure, et à l'inverse une taille trop grande introduira des erreurs de calculs rédhibitoires pour la prévision des propriétés du matériau. La valeur optimale de ce paramètre $\overline{\Delta N}$, garantissant le meilleur compromis temps/précision n'est pas facilement intuitible et dépend de la sollicitation appliquée. De plus, pour s'assurer que les erreurs de calculs restent acceptables, sans information sur les mécanismes d'endommagement activés *a priori*, le choix se porte sur des tailles de sauts assez faibles, faisant exploser les coûts de calcul, notamment sur structures soumises à des chargements polycycliques. L'idée est alors d'adapter la taille des sauts aux propriétés du matériau, le nombre de cycles sautés variant donc au cours de la simulation.

IV.4 Optimisation de la taille des sauts de cycles

Les évolutions de l'endommagement étant non-linéaires, l'utilisation de sauts de cycles de taille constante, *a priori* de petite taille, pénalise la stratégie en termes de coût de calcul. Pour accélérer plus encore les simulations, plusieurs auteurs, contrairement à ce qui a été présenté jusque là, préfèrent donc utiliser des tailles de sauts variables [Lesne and Savalle, 1989, Lemaitre and Doghri, 1994, Van Paepegem et al., 2001]. La taille du saut s'adapte alors automatiquement à l'évolution des propriétés du matériau. Afin de contrôler l'erreur engendrée par la procédure de sauts de cycles, chaque saut est piloté par un incrément d'endommagement maximal Δd . La méthode proposée dans ces travaux de thèse est également capable d'appliquer un tel contrôle de la taille de saut.

IV.4.1 Description de la méthode de sauts de cycles non-linéaire de taille adaptative

Avec la procédure de saut de cycles présentées dans ce chapitre, l'idée est donc d'optimiser la taille du saut en fonction de :

- l'incrément d'endommagement maximal autorisé au cours du saut Δd ,
- des incréments des contributions statique $\frac{dM_k}{dN}$ et de fatigue $\frac{dF_k}{dN}$, représentatifs de l'évolution des propriétés du matériau, puisque l'endommagement est la seule source de non-linéarité insérée dans le modèle.

Dans le but d'obtenir la valeur optimale de la taille de saut au niveau local $\overline{\Delta N}$ pour un incrément d'endommagement $\Delta d = d^{N+\overline{\Delta N}} - d^N$ fixé par l'utilisateur, les équations IV.10 et IV.11 peuvent être inversées. La taille de saut $\overline{\Delta N}$ appliquée correspond à un nombre entier de cycles sautés, il convient donc prendre la partie entière de ces résultats (équations IV.13 et IV.14).

- Pour un chargement de fatigue pure ($\frac{dM}{dN} = 0$),

$$\overline{\Delta N} = \mathbf{E} \left(\frac{1}{(\gamma - 1) \frac{dF}{dN}} \left[(d_\infty - (d^N + \Delta d))^{1-\gamma} - (d_\infty - d^N)^{1-\gamma} \right] \right) \quad (\text{IV.13})$$

- Pour un chargement de fatigue mixte ($\frac{dM}{dN} > 0$),

$$\overline{\Delta N} = \mathbf{E} \left(\frac{1}{(\gamma - 1) \frac{dM}{dN}} \log \left(\frac{(d_\infty - (d^N + \Delta d))^{1-\gamma} + \frac{dF}{dN} \frac{dN}{dM}}{(d_\infty - d^N)^{1-\gamma} + \frac{dF}{dN} \frac{dN}{dM}} \right) \right) \quad (\text{IV.14})$$

Ce calcul doit être réalisé à la fin des cycles de contrôle, après avoir calculé la valeur de l'endommagement d^N et les incréments des contributions $\frac{dM_k}{dN}$ et $\frac{dF_k}{dN}$ générés au cours du dernier cycle précédant le saut. Ensuite, la variable d'endommagement est extrapolée pendant le saut à l'aide des formules IV.10 et IV.11, de la même manière que pour une taille de saut donnée par l'utilisateur. L'hypothèse de constance des incréments des contributions statique et de fatigue à l'endommagement (*cf.* paragraphe IV.3.1) reste donc nécessaire.

Ce calcul est réalisé pour chaque mécanisme d'endommagement, sachant que lorsque la variable d'endommagement n'évolue pas, la taille de saut associée est fixée à un maximum,

donné par l'utilisateur. Ainsi, lorsque plusieurs variables d'endommagement évoluent, un arbitrage est réalisé. La taille de saut locale est choisie comme étant le minimum des tailles de sauts optimales pour chaque mécanisme d'endommagement :

$$\overline{\Delta N} = \min_{k=1,2,3} (\overline{\Delta N}_k) \quad (\text{IV.15})$$

L'utilisateur doit donc donner en paramètres de la simulation des incréments d'endommagement maximums Δd_k pour chaque variable d'endommagement, potentiellement différents, et une taille de saut maximale $\overline{\Delta N}^{\max}$, utile pour s'assurer d'avoir des cycles régulièrement simulés, même lorsque les propriétés du matériau évoluent lentement.

Sur un point d'intégration local, la taille de saut optimale calculée est directement appliquée au saut suivant. Pour illustrer le gain de temps offert par cette méthode de sauts de cycles non-linéaires de tailles variables, elle est appliquée sur les mêmes cas tests qu'au paragraphe IV.3.2.

IV.4.2 Application sur un point d'intégration soumis à un chargement cyclique de traction uniaxiale

Considérons brièvement le cas de chargements pilotés en déformation. Les résultats obtenus grâce aux extrapolations non-linéaires étant quasi-exacts quelque soit la taille de saut fixée, les résultats pour des tailles de sauts variables sont donc quasi-exacts, quelque soit l'incrément d'endommagement maximal imposé. Par conséquent, il est donc possible de simuler l'ensemble du chargement en un seul saut (avec une valeur de Δd suffisamment grande). Il est ainsi possible de réduire drastiquement les temps de calcul par rapport à un calcul cycle par cycle.

Toutefois, dans une structure, le chargement ne correspond jamais à un cas où toutes les composantes du tenseur de déformation sont imposées, il est donc important d'étudier la réponse de cette stratégie sur des chargements en contraintes imposées, pour lesquels chaque saut introduit une erreur par rapport à la simulation de référence. Pour une valeur de Δd fixée, les tailles de sauts varient au cours de la simulation et elles sont d'autant plus grandes que les propriétés évoluent peu (figure IV.20).

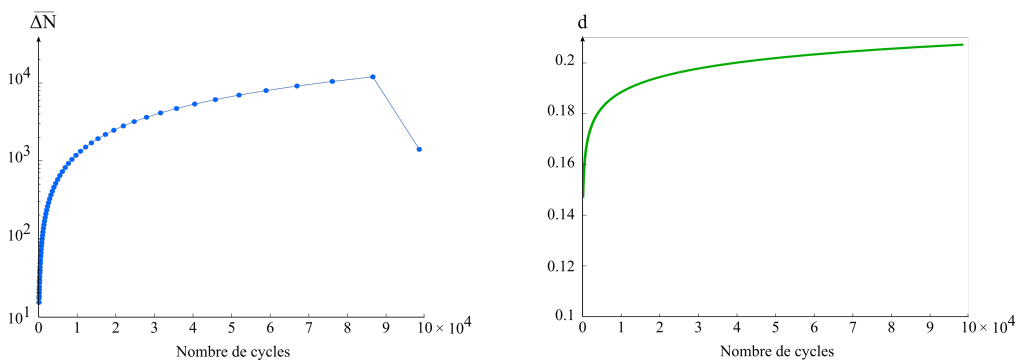


FIGURE IV.20 – Évolution de la taille des sauts de cycles en fonction de l'évolution de l'endommagement.

Reprenons le second cas test présenté dans la section précédente, à savoir un point d'intégration soumis à 10^5 cycles dans la direction des chaînes à 1 Hz. Le rapport de charge est fixé à $R = 0.05$ et la contrainte maximale appliquée est de 90 MPa. Les sauts débutent après cent

cycles et deux cycles de contrôle sont entièrement simulés entre chaque saut. La figure IV.21 illustre l'influence de l'incrément d'endommagement maximal autorisé Δd sur l'évolution de l'endommagement.

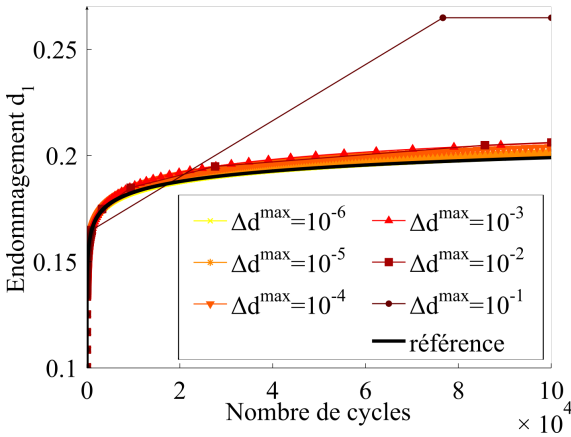


FIGURE IV.21 – Évolution de l'endommagement durant la simulation de référence et des simulations utilisant une procédure de saut de cycles non-linéaire avec des tailles de saut adaptatives.

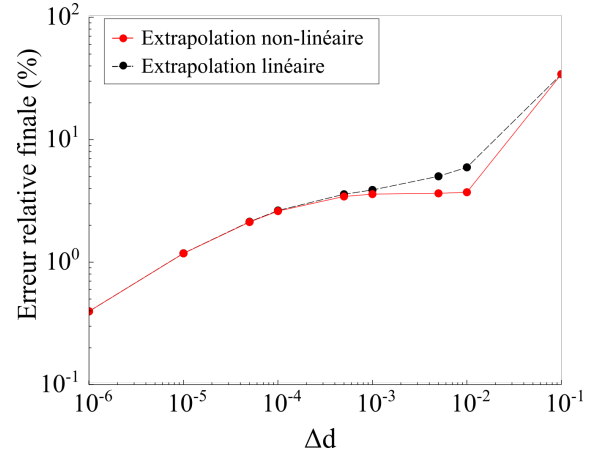


FIGURE IV.22 – Erreur relative sur la variable d'endommagement d_1 en fonction de l'incrément maximal d'endommagement autorisé.

La figure IV.22 présente l'évolution de l'erreur des simulations en fonction du paramètre Δd . Pour comparaison, les résultats obtenus avec une extrapolation linéaire sont ajoutés sur le graphe. Lorsque le paramètre Δd est très petit, les sauts restent également très courts et l'évolution de l'endommagement peut être considérée linéaire sans modification majeure de la réponse du modèle, expliquant ainsi la similarité des résultats entre les deux méthodes d'extrapolation. En revanche, lorsque Δd augmente, la méthode non-linéaire permet d'obtenir des résultats plus précis. Il s'agit du cas où les tailles de sauts peuvent augmenter au fur et à mesure du calcul et donc où les simulations sont plus rapides.

En comparant la précision des résultats obtenus avec une procédure de sauts de cycles de taille constante (figures IV.9b et IV.9d) et des sauts de cycles adaptatifs (figure IV.21 et IV.22), il semble que les variations de Δd impactent moins la réponse du modèle que le paramètre $\overline{\Delta N}$. De plus, sur les courbes d'évolution de l'endommagement, la méthode adaptative est plus précise au début de la simulation. La figure IV.23 compare, en effet, les évolutions de la taille de sauts et de l'erreur relative sur la variable d'endommagement obtenues pour des simulations dont la méthode de calcul de la taille de saut diffère mais dont l'erreur finale est du même ordre.

Lorsque les tailles de sauts restent constantes (figure IV.23a), l'erreur est élevée dès le premier saut, ce dernier étant trop important par rapport à la rapidité de l'évolution de l'endommagement. Dans la suite du calcul, l'endommagement évolue peu de sorte que l'erreur reste plus ou moins constante. Au contraire, lorsque les tailles des sauts varient (figure IV.23b), elles sont d'abord très faibles puis augmentent progressivement à mesure que l'évolution de l'endommagement ralentit. Les erreurs induites par chaque saut se cumulent. La courbe d'évolution de l'endommagement de la référence est donc mieux respectée par une méthode de sauts de taille adaptative. Il s'agit donc de la méthode à privilégier lorsque le nombre de cycles total n'est pas connu, comme c'est le cas pour des simulations de prévision de la durée de vie. De plus, même si les simulations sont plus lentes au début (petites tailles de sauts), elles permettent de réaliser des simulations à très grands nombres de cycles (10^8 ou 10^9 cycles) en

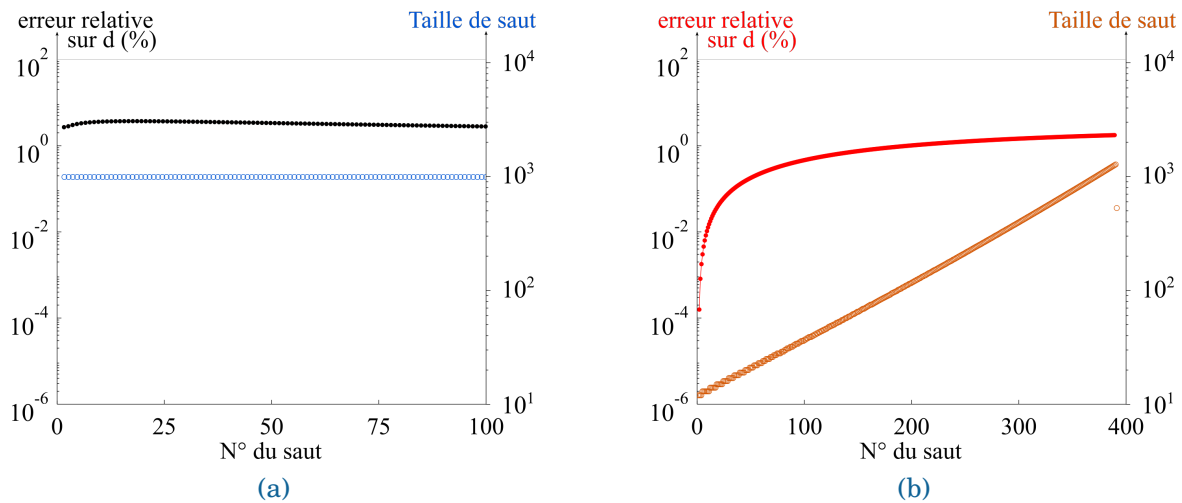


FIGURE IV.23 – Évolution de la taille de saut et de l'erreur sur l'endommagement au cours de simulations avec des tailles de sauts (a) constantes ($\Delta N = 1000$) et (b) variables ($\Delta d = 10^{-4}$).

des temps acceptables, puisque les tailles de sauts vers la fin du calcul seront également très grandes et que le nombre total de cycles explicitement simulés est souvent plus faible (même si ce n'est pas le cas sur l'exemple de la figure IV.23).

Pour synthétiser les performances des différentes méthodes étudiées (extrapolation du premier ordre ou non-linéaire, tailles des sauts constantes ou variables), le tableau IV.1 expose les résultats obtenus pour un chargement cyclique uniaxial de 10^5 cycles au bout duquel l'erreur relative finale atteint 5%. Pour une erreur finale identique, les simulations où la taille de saut

Méthode	Taille fixe		Taille adaptative	
	Linéaire	Non-Linéaire	Linéaire	Non-Linéaire
Nombre de sauts	121	31	24	14
Paramètre d'entrée	$\Delta N = 830$	$\Delta N = 3300$	$\Delta d = 2,5 \times 10^{-3}$	$\Delta d = 5,0 \times 10^{-3}$
Durée (s)	t=2,3	t=0,96	t=0,81	t=0,70

TABLE IV.1 – Table des caractéristiques des simulations de sauts de cycles sur le chargement de 10^5 cycles à contrainte maximale 90 MPa (avec $N^e = 100$), pour une erreur finale de 5%.

varie nécessitent moins de sauts et sont donc plus rapides, bien qu'elles nécessitent des calculs de taille de saut optimale à la fin de chaque incrément. Ce mode de pilotage a d'abord été appliqué sur un chargement triangulaire uniaxial pour des raisons pédagogiques, mais il est également valable pour des chargements aléatoires répétés et/ou multiaxiaux. En particulier, la section suivante traite un exemple de chargement de traction biaxiale (en phase).

IV.4.3 Application sur un point d'intégration soumis à un chargement cyclique de traction biaxiale

Considérons maintenant un point d'intégration soumis à 10^5 cycles de traction biaxiale à 1 Hz. La contrainte maximale dans la direction des chaînes (resp. des trames) vaut 90 MPa (resp. 50 MPa) et les rapports de charges sont fixés à $R = 0.05$. Les sollicitations dans les deux directions sont en phase. Les sauts de cycles débutent après cent cycles et sont suivis de deux

cycles de contrôle. Les paramètres de la simulation Δd_1 et Δd_2 sont choisis identiques et notés Δd . La figure IV.24 montre les évolutions des deux variables d'endommagement d_1 et d_2 au cours de la simulation.

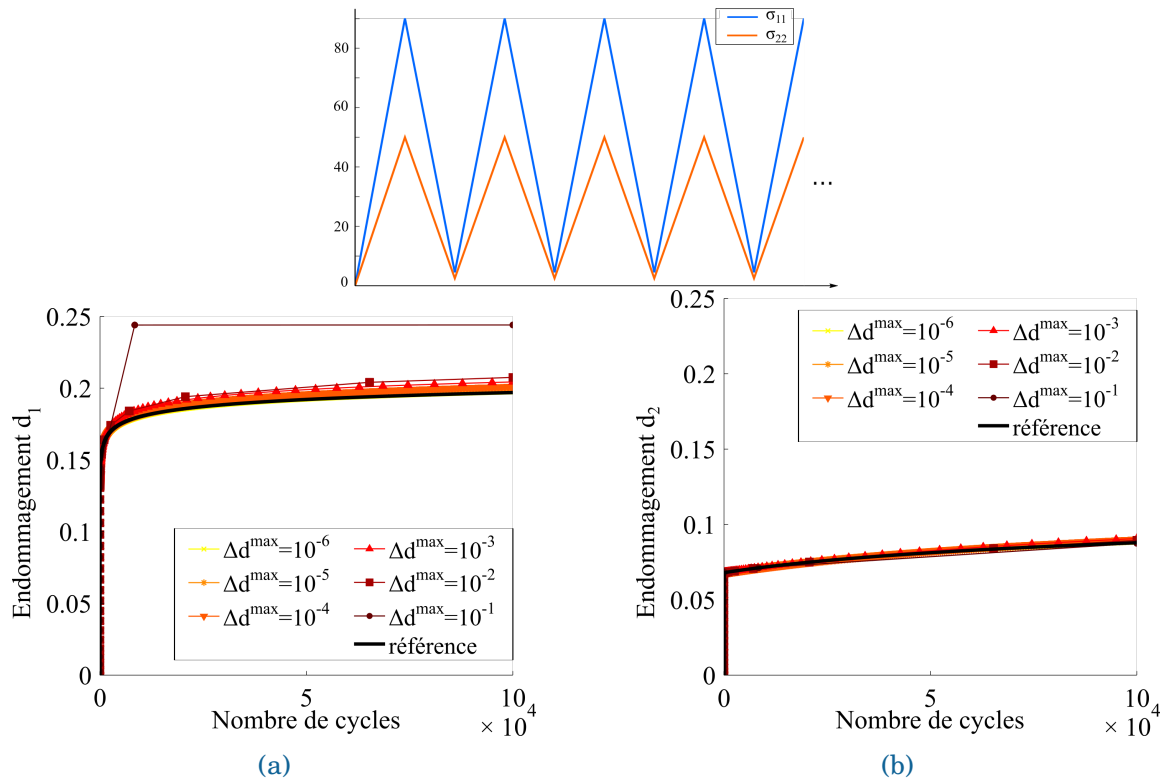


FIGURE IV.24 – Évolution de l'endommagement (a) d_1 et (b) d_2 durant les simulations de traction biaxiale, avec procédure de sauts de cycles non-linéaire de tailles adaptatives.

Il convient de remarquer que, par effet Poisson, les valeurs de la variable d'endommagement d_1 (resp. d_2) est plus faible dans le cas biaxial que dans le cas d'un chargement uniaxial de même intensité.

Les tailles de saut sont croissantes au cours de la simulation (figure IV.25a), puisque l'évolution des variables d'endommagement est de moins en moins rapide (de forme concave). Cependant, la variable qui pilote la taille de saut varie au cours de la simulation. En effet, la figure IV.25b montre les évolutions des tailles optimales pour chaque variable d'endommagement. La taille de saut appliquée correspond à leur minimum, comme évoqué précédemment (équation IV.15). La variable d'endommagement qui pilote la taille de saut est celle évoluant le plus rapidement. Il s'agit ici d'abord de d_2 puis de d_1 .

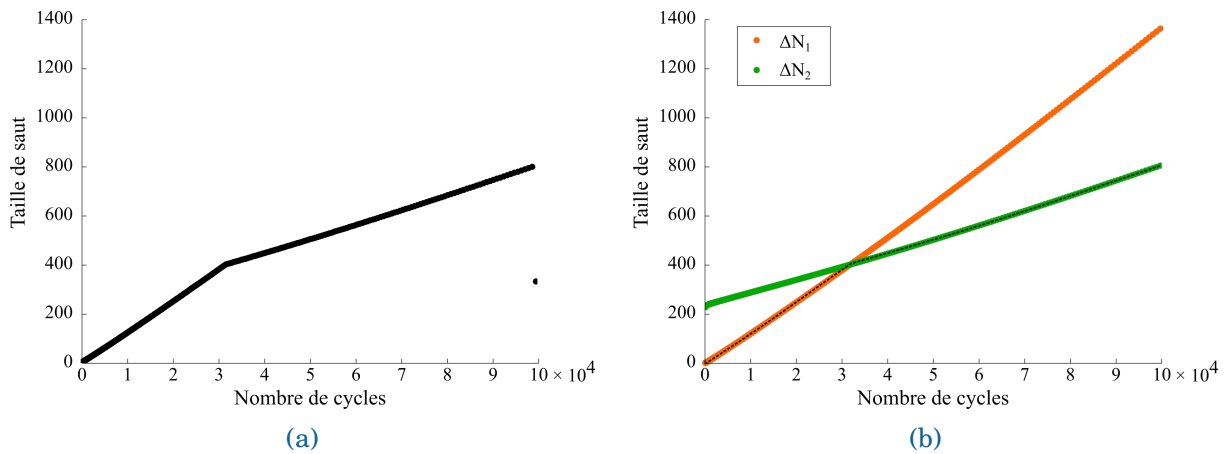


FIGURE IV.25 – (a) Évolution de la taille de saut durant le chargement de fatigue de traction biaxiale. (b) Évolution des tailles de sauts optimales pour les deux variables d'endommagement activées.

La figure IV.26 quantifie les erreurs induites par la procédure sur ce chargement, pour différentes valeurs du paramètre Δd . L'incrément d'endommagement maximal Δd a moins d'influence sur l'évolution de la variable d'endommagement d_2 que sur celle de d_1 , l'endommagement évoluant moins pendant le chargement de fatigue. Il est intéressant de remarquer que l'erreur sur la variable d'endommagement d_1 est un peu plus faible que pour un chargement cyclique uniaxial de même intensité (par comparaison avec la figure IV.23b). C'est également le cas pour la variable d'endommagement d_2 avec une extrapolation non-linéaire (par comparaison avec la figure IV.27 du paragraphe suivant).

Pour des grandes tailles de saut (paramètre Δd élevé), le modèle prévoit un endommagement inférieur à la référence pour la variable d_2 . Ceci est dû à la cinétique de la relation d'endommagement : le modèle incrémental prévoit que les incréments de la contribution de fatigue de l'endommagement d_2 diminuent sur les premiers cycles puis commencent à augmenter à partir du 200^{ème} cycle environ. Lorsque la stratégie de saut de cycles débute, au 100^{ème} cycle, la contribution de fatigue est sur une phase descendante. Le saut de cycle ne capte donc pas de changement de cinétique et sous-estime la valeur de l'endommagement après le saut.

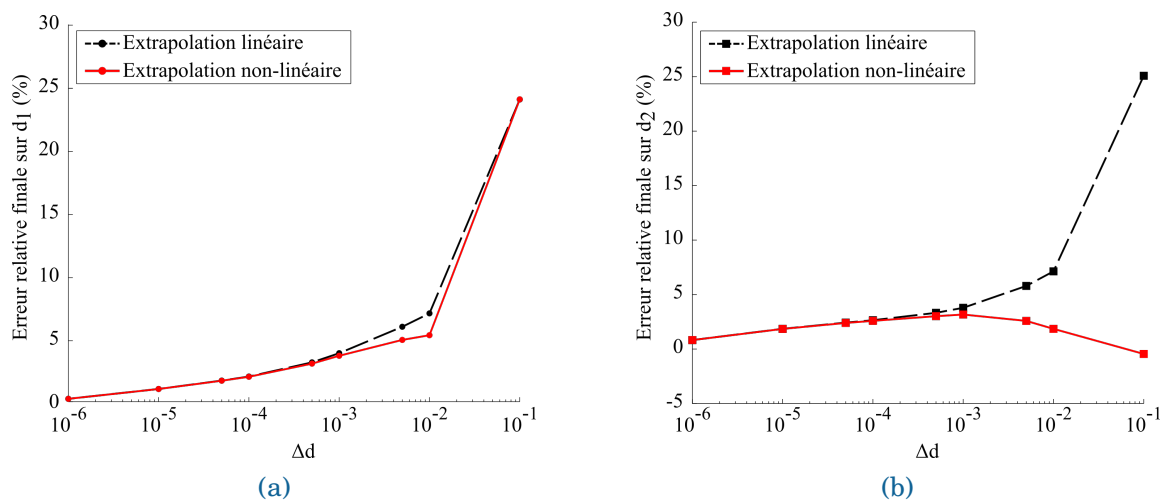


FIGURE IV.26 – Évolution de l'erreur sur l'endommagement (a) d_1 et (b) d_2 en fonction de l'incrément maximal d'endommagement autorisé.

Toutefois, dans un cas de traction biaxiale, les deux mécanismes d'endommagement activés affectent chacun des composantes différentes du tenseur de souplesse. Les deux variables d'endommagement évoluent donc de façon indépendante. Les extrapolations des variables d'endommagement ne sont alors pas influencées par l'activation simultanée de ces deux mécanismes d'endommagement. La performance de la stratégie dépend alors exclusivement de l'identification des paramètres du modèle (notamment des vitesses relatives des cinétiques d'endommagements) et des paramètres choisis par l'utilisateur (Δd_k , N^e , $\overline{\Delta N}^{\max}$).

En revanche, en cisaillement, les variables d'endommagement influent simultanément sur les mêmes composantes du tenseur de souplesse. Dans ce cas, la méthode d'extrapolation non-linéaire ne rend pas compte de l'influence qu'ont les augmentations des variables d'endommagement l'une sur l'autre durant le saut (*cf.* paragraphe IV.3.2.3).

La méthode de sauts de cycles non-linéaires avec des tailles de sauts adaptatives permet donc de déterminer l'évolution des propriétés d'un matériau soumis à des chargements de fatigue polycycliques, potentiellement complexes *-i.e.* aléatoires répétés et/ou multiaxiaux. La comparaison avec les résultats obtenus avec une extrapolation linéaire montrent que, pour des cas de chargements multiaxiaux, qui induisent des niveaux d'endommagement différents, la méthode non-linéaire est toujours compétitive, en particulier pour de très grandes tailles de sauts.

Néanmoins, les valeurs des paramètres Δd_k optimales ne sont pas aisées à déterminer pour les futures simulations, qui n'ont pas fait l'objet d'une étude de sensibilité préalable. La question suivante consiste alors à se demander comment déterminer ces paramètres Δd_k .

IV.4.4 Proposition d'une méthode pour déterminer les paramètres Δd_k optimaux

Pour un chargement donné, les sections précédentes présentent une méthode permettant d'obtenir la relation entre le paramètre Δd choisi et la précision du calcul. Il s'agit de réaliser des simulations avec différentes valeurs de Δd , d'ordres de grandeur différents, et de comparer les résultats à une simulation de référence.

Pour être en mesure d'estimer l'erreur d'une simulation sur un nouveau chargement, l'idée proposée consiste à effectuer des abaques reliant la précision des calculs avec le paramètre Δd choisi, pour différents chargements élémentaires influant sur les valeurs de ε_{eq} et ε_{eq}^{\max} et donc sur $\frac{dM_k}{dN}$ et $\frac{dF_k}{dN}$. Par exemple, dans le cas d'un chargement de fatigue cyclique de motif triangulaire, plusieurs séries de calculs sont menées pour tracer les courbes reliant la valeur de Δd à la précision du calcul pour différentes contraintes maximales (figure IV.27).

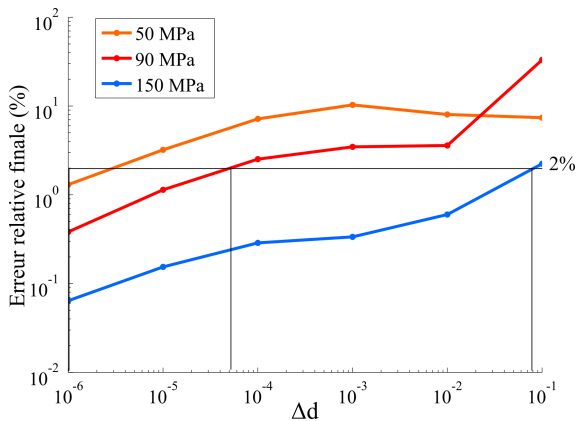


FIGURE IV.27 – Erreur des simulations avec sauts de cycles de tailles adaptatives pour des chargements d'intensité croissante.

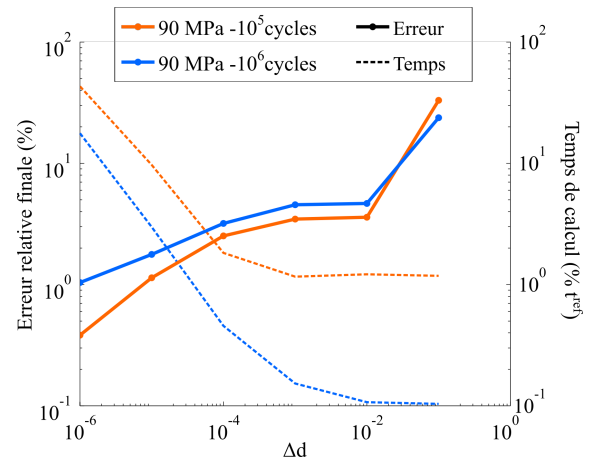


FIGURE IV.28 – Erreur et temps de calcul (en pourcentage de la durée du calcul de référence) des simulations avec sauts de cycles par rapport aux simulations de références pour des simulations de 10^5 et 10^6 cycles.

Il apparaît ainsi qu'outre la valeur du paramètre Δd , la précision de la simulation dépend également de son chargement maximal. Plus précisément, l'erreur engendrée par la procédure de saut de cycles diminue lorsque la contrainte appliquée augmente (la courbe d'endommagement est plus plate). Il est ainsi possible de déterminer la valeur optimale du paramètre Δd en fonction de la précision souhaitée du calcul et du chargement maximal appliqué. Ceci est illustré en fixant l'erreur admissible à 2% sur la figure IV.27.

Il convient également de noter que, dans une moindre mesure, le nombre de cycles total peut également influencer la précision de la simulation : pour une même valeur de Δd , plus le nombre de cycles total est élevé, plus le nombre de sauts de cycles est élevé et par conséquent plus le calcul induit des erreurs importantes. Néanmoins, pour de la fatigue polycyclique, l'endommagement évolue de moins en moins et l'erreur induite à chaque saut est très faible. La précision du calcul ne semble alors pas pâtir du nombre de sauts réalisés (figure IV.28). En revanche, le gain de temps par rapport à un calcul de référence où tous les cycles sont simulés augmente significativement, puisque les derniers sauts sont les plus longs.

Enfin, pour des chargements aléatoires répétés, le concept d'abaques n'est plus directement applicable. En revanche, il est toujours possible de se référer aux abaques des chargements triangulaires. Ainsi, il est conseillé d'utiliser l'abaque obtenue à une contrainte maximale égale à la moyenne des contraintes de crête durant le cycle élémentaire.

Notons que la valeur du paramètre Δd est comprise entre 0 (aucun cycle n'est sauté) et d_∞ (un seul saut suffit). Sa valeur est déterminée pour une identification du tenseur des effets $\mathbb{H}^{(m)}_k$ fixée. Pour s'affranchir de cette dépendance au tenseur des effets, l'idée principale consiste alors à déterminer un indicateur objectif de l'évolution des raideurs apparentes du matériau, y compris lors de chargements multiaxiaux. Dans ce travail, notre choix s'est porté sur les incréments d'endommagement maximaux Δd_k pour des raisons pédagogiques. Toutefois, dans le cadre de chargements où plusieurs mécanismes d'endommagements sont actifs simultanément, tels que le cisaillement, un autre indicateur de type variation de densité d'énergie dissipée pourrait être plus pertinent et permettre de rendre compte de l'état d'endommagement du matériau avec une variable scalaire, tout en étant moins dépendant de la formulation du modèle et de l'identification du tenseur des effets. Ce point pourrait consti-

tuer une perspective à ce travail. Ce changement d'indicateur ne modifierait cependant pas fondamentalement l'implémentation de la stratégie mise en œuvre.

IV.5 Implantation dans un code Éléments Finis

Cette section vise à expliquer les points clés de l'implémentation de la procédure de sauts de cycles non-linéaires dans un code de calcul de structures par Éléments Finis (EF).

Expliquons d'abord comment le modèle d'endommagement incrémental seul est implémenté. Il est formulé à l'aide d'équations constitutives classiques écrites sous forme de taux d'endommagement. Il est donc implémenté à travers une procédure de loi de comportement, utilisant les équations temporelles constitutives présentées dans le chapitre II, applicable à divers codes de calculs par EF commerciaux. Le modèle est ainsi compatible avec des calculs multicoeurs.

La stratégie de sauts de cycles proposée est implémentée de manière suffisamment générale pour être adéquate à la fois pour une taille de sauts $\overline{\Delta N}$ constante, fixée par l'utilisateur, ou bien une taille variable calculée à partir d'incrémentes d'endommagement maximaux autorisés Δd_k . L'implémentation est directement réalisée au sein de la procédure de loi de comportement d'un code EF. Elle ne nécessite pas la création de fichiers additionnels pour obtenir des informations aux points de Gauss. Valable pour tout type d'éléments (coques ou solides), elle est en outre également compatible avec le calcul multi-cœurs, sans besoin de redémarrer l'analyse entre chaque saut (*restart analysis*). Enfin, l'implémentation permet, à partir du choix des paramètres utilisés (Δd ou $\overline{\Delta N}$), d'effectuer le calcul entièrement à l'aide du modèle incrémental ou bien en réalisant des sauts de cycles.

L'implémentation est constituée de deux procédures, détaillées au prochain paragraphe. Cette méthode nécessite, par contre, de décomposer le chargement en plusieurs étapes, afin d'optimiser les coûts de calcul (voir paragraphe IV.5.2).

IV.5.1 Procédure implémentée en deux étapes

Une procédure en deux étapes, synthétisée sur la figure IV.29, est utilisée pour implémenter la stratégie de sauts de cycles non-linéaires au sein d'un code EF :

1. Actualisation de la taille de saut globale $\overline{\Delta N}^g$;
2. Calcul des variables internes à l'aide de la relation de comportement.

D'une part, une procédure en post-incrément calcule la prochaine taille de saut $\overline{\Delta N}^g$ à appliquer à l'ensemble de la structure. Elle est appelée à la fin de chaque incrément, une fois que l'équilibre global de la structure est satisfait. La taille de saut globale $\overline{\Delta N}^g$ est toujours nulle durant le calcul incrémental, sauf à la fin des cycles de contrôle pour préparer le saut de cycles. Sa valeur peut être alors soit une donnée de l'utilisateur ou calculée à l'aide des variables internes issue de l'incrément précédent et des paramètres Δd_k .

Dans ce deuxième cas, les tailles de saut optimales sont différentes pour chaque point de Gauss. Pour contrôler au mieux l'erreur engendrée durant le saut, la taille optimale au niveau global $\overline{\Delta N}^g$ est choisie identique à la taille de saut optimale du point de la structure qui s'endommage le plus au cours du dernier cycle de contrôle, quelque soit le mécanisme d'endommagement pris en compte.

$$\overline{\Delta N}^g = \overline{\Delta N}^i, \quad \text{avec} \quad i = \underset{i \in \text{points de Gauss}}{\operatorname{argmax}} \left(\max_{k \in [1,2,3]} \left(\frac{d d_k^i}{d N} \right) \right) \quad (\text{IV.16})$$

Rappelons que pour chaque point de Gauss, la taille de saut optimale locale $\overline{\Delta N}^i$ correspond au minimum des tailles de saut locales calculées séparément pour chaque mécanisme d'endommagement (équation IV.15). Ainsi, la procédure en post-incrément requiert des informations

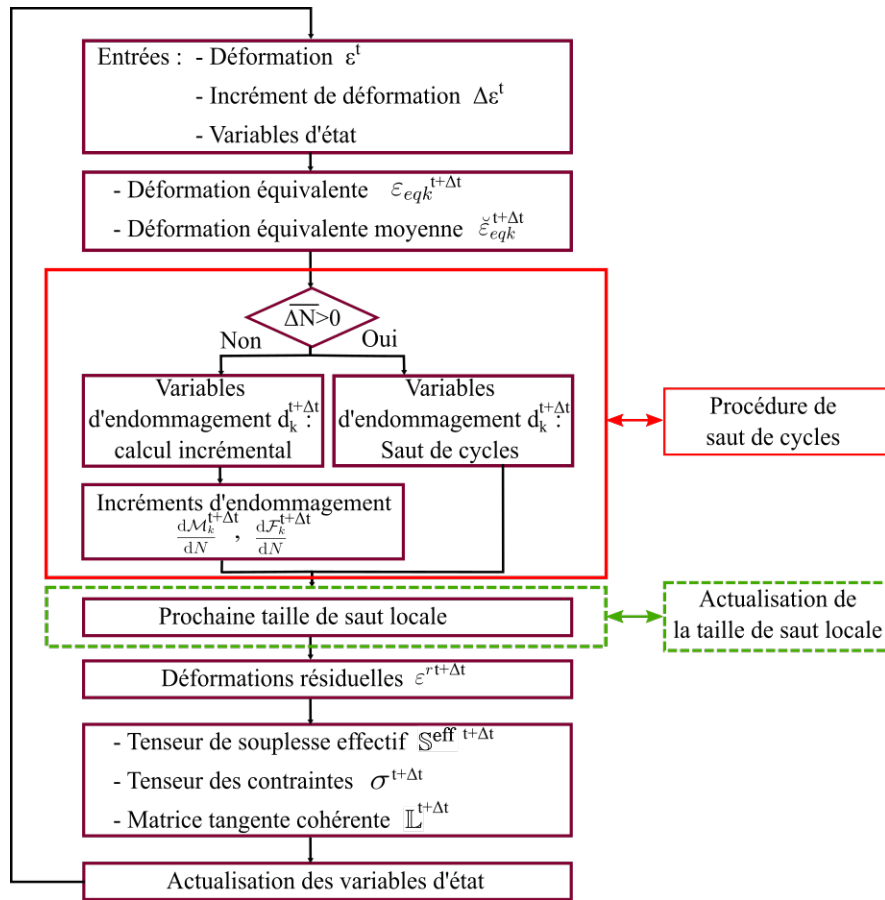


FIGURE IV.29 – Algorithme numérique utilisé pour intégrer les équations constitutives (dont l'endommagement), soit à chaque incrément, soit à l'aide de la stratégie de saut de cycles.

des points de Gauss (les incréments d'endommagement et les tailles de sauts optimaux locales). Plus spécifiquement, la procédure a besoin de connaître la taille de saut optimale du point qui s'est le plus endommagé au cours du dernier cycle, calculée localement (encadré en pointillé vert sur la figure IV.29) dans la procédure de loi de comportement, décrite ci-dessous. La taille de saut globale $\overline{\Delta N}^g$ calculée est alors comprise entre $\overline{\Delta N}^{\min}$ et $\overline{\Delta N}^{\max}$, fixées par l'utilisateur.

Notons cependant qu'au cours de calculs sur structures, contrairement aux calculs sur un point d'intégration, le point qui s'endommage le plus au cours d'un cycle de contrôle peut varier au cours du temps. Les tailles de sauts n'augmentent alors pas nécessairement de façon monotone.

Le calcul de la taille de saut globale dépend donc de cinq paramètres :

- les trois incréments d'endommagements maximaux Δd_k . Plus ils sont élevés, plus les tailles de saut optimales locales seront élevées, et *a priori* la taille de saut globale également. Le paragraphe IV.4.4 propose une méthode pour choisir ces paramètres, sachant que leur valeur doit être inférieure à la valeur à saturation de l'endommagement $d_{\infty,k}$;
- la taille de saut minimale $\overline{\Delta N}^{\min}$. Si $\overline{\Delta N}^g < \overline{\Delta N}^{\min}$, aucun cycle n'est sauté et l'endommagement est calculé à l'aide de la relation incrémentale. Par défaut, la taille de saut minimale est prise égale à un pour les calculs sur structure, pour s'assurer qu'un saut de cycles est réalisé pendant l'incrément de chargement dédié, selon la décomposition du chargement présentée dans la section IV.5.2.
- la taille de saut maximale $\overline{\Delta N}^{\max}$.

Remarquons que si $\overline{\Delta N}^{\min} = \overline{\Delta N}^{\max}$, alors la taille de saut est fixée par l'utilisateur et constante durant toute la simulation.

D'autre part, une seconde procédure décrit la relation de comportement et intègre les équations constitutives, dont la relation d'endommagement. Cette étape reprend, entre autre, l'intégralité des équations du modèle incrémental. Ses paramètres d'entrée consistent en :

- premièrement, les entrées usuelles de modèles incrémentaux : propriétés du matériau, temps, tenseur des déformations, incrément de déformation et variables internes de l'incrément précédent ;
- deuxièmement, la période T du cycle de chargement (donnée par l'utilisateur), la taille de saut $\overline{\Delta N}$ et, spécificité de cette méthode, des incréments par cycle $\frac{d\mathcal{M}_k}{dN}$ et $\frac{d\mathcal{F}_k}{dN}$, pour chaque mécanisme de dégradation k , requis pour la stratégie de sauts de cycles. Pour rappel, ces incréments sont définis par les équations (IV.10) et (IV.11) et calculés durant le dernier cycle de contrôle précédant le saut.

Les variables de sortie sont les valeurs actualisées des variables internes, dont les incréments $\frac{d\mathcal{M}_k}{dN}$ et $\frac{d\mathcal{F}_k}{dN}$, ainsi que le tenseur des contraintes et la matrice tangente cohérente, sorties usuelles des calculs éléments finis. La matrice tangente est calculée analytiquement, à la fois lors de l'usage de la relation incrémentale et pour un saut de cycles.

Notons que toutes les variables de sorties ne sont pas enregistrées à tous les incréments pour ne pas saturer la mémoire. La stratégie de sauts de cycles implémentée requiert néanmoins, au minimum, d'enregistrer les variables à la fin de chaque bloc de cycles de contrôle. De plus, toujours dans l'optique de réduire le coût de stockage, il s'agit de déterminer les variables à sauvegarder, utiles pour le post-traitement ou bien pour les incréments suivants.

Le logigramme, exposé sur la figure IV.29, présente les différentes étapes de l'intégration de la relation de comportement au niveau local, ainsi que la procédure de saut de cycles.

Durant le saut, l'extrapolation est réalisée à l'échelle locale au sein de la sous-procédure d'endommagement durant le saut de cycles (encadré rouge sur la figure IV.29). L'analyse passe automatiquement d'une résolution incrémentale à un saut de cycles en fonction de la valeur de la taille de saut $\overline{\Delta N}$, qui est une donnée d'entrée du programme local intégrant les équations constitutives.

- Lorsque $\overline{\Delta N} = 0$, la simulation utilise les équations incrémentales (temporelles) et l'endommagement est calculé par l'équation (II.23).
- Sinon, si $\overline{\Delta N} > 0$, un saut de cycles est réalisé. L'endommagement est alors déterminé par l'équation (IV.10) ou (IV.11). Les incréments des contributions statique ou de fatigue à l'endommagement $\frac{d\mathcal{M}_k}{dN}$ et $\frac{d\mathcal{F}_k}{dN}$, pour chaque mécanisme k , sont calculés sur le cycle de contrôle précédent le saut, caractérisé par deux indicateurs de temps définissant son début et sa fin, par :

$$\frac{d\mathcal{M}_k}{dN} = \mathcal{M}(t_N) - \mathcal{M}(t_{N-1}), \quad \frac{d\mathcal{F}_k}{dN} = \mathcal{F}(t_N) - \mathcal{F}(t_{N-1}) \quad (\text{IV.17})$$

où t_N (resp. t_{N-1}) correspond au temps de la fin (resp. du début) du cycle N . Les variables \mathcal{M}_k (resp. \mathcal{F}_k) et leurs incréments sur un cycle $\frac{d\mathcal{M}_k}{dN}$ (resp. $\frac{d\mathcal{F}_k}{dN}$) sont actualisés numériquement et stockés au début et à la fin de chaque cycle.

L'extrapolation durant le saut est réalisée sur les variables d'endommagement. Cependant, comme les déformations résiduelles et la souplesse effective dépendent exclusivement des variables d'endommagement (voir équations II.27, II.13b), elles sont automatiquement actualisées. Les contraintes sont ensuite calculées à l'aide de l'équation (II.13a). Le solveur EF, dont

la donnée d'entrée est le tenseur de déformation, itère jusqu'à atteindre l'équilibre global de la structure.

En résumé, les variables stockées utiles d'un incrément sur l'autre, pour chaque point d'intégration sont : (i) les déformations équivalentes $\varepsilon_{eq,k}$, (ii) les déformations équivalentes moyennes $\check{\varepsilon}_{eq,k}$, (iii) les variables d'endommagement d_k et (iv) les déformations résiduelles ε^r . Les variables internes additionnelles requises par la procédure de saut de cycles sont les variables des contributions statique et de fatigue à l'endommagement (\mathcal{M}_k and \mathcal{F}_k) et leurs incréments sur un cycle ($\frac{d\mathcal{M}_k}{dN}$ and $\frac{d\mathcal{F}_k}{dN}$).

Une attention particulière a été portée au schéma numérique, afin de minimiser les coûts de calcul. Ainsi, cette méthode ne fait pas appel à des fichiers annexes, les échanges de données entre les différents programmes sont réalisés à l'aide de variables globales. En particulier, la taille de saut et les indicateurs de temps, caractérisant le dernier cycle de contrôle, sont fréquemment actualisés et doivent être accessibles depuis les deux procédures du code EF.

Ainsi, la stratégie de sauts de cycles non-linéaire proposée dans ces travaux est intégrée dans un code EF et utilise une procédure en post-incrément pour calculer la taille de saut. Cette implémentation présente plusieurs avantages en vue d'une utilisation en bureaux d'études. Premièrement, elle permet des réductions de temps de calculs significatives, dans la mesure où les échanges de données ne nécessitent pas l'écriture de fichiers temporaires. De plus, aucune intervention de l'utilisateur n'est requise en cours de calcul (pas besoin de relancer l'analyse après chaque saut, comme dans [Cojocar and Karlsson, 2006]). Deuxièmement, les codes de calculs par EF commerciaux donnent, dans la grande majorité des cas, la possibilité d'écrire des procédures en post-incrément. Cette stratégie d'implémentation pourrait donc aisément être étendue à d'autres codes de calculs commerciaux. Enfin, cette stratégie pourrait être appliquée à tout type de relation de comportement incrémentale, puisque le calcul de la taille de saut est réalisé en post-incrément et ne modifie pas la relation d'endommagement. Évidemment, les formules utilisées pour calculer la valeur de l'endommagement (ou d'une autre variable d'intérêt) après le saut de cycles seraient alors différentes.

IV.5.2 Décomposition du chargement

Cette méthode d'implémentation requiert toutefois de décomposer le chargement en plusieurs séquences de chargement, afin d'optimiser les coûts de simulation.

La première idée a naturellement été de faire correspondre les séquences de chargements aux différentes phases présentées dans la description de la méthode (section IV.3), à savoir : une montée en charge, des cycles d'entraînement puis une alternance de sauts de cycles et de cycles de contrôle. Chaque saut et chaque couple de cycles de contrôle représente alors une étape de chargement (un *step*). Cependant, cette méthode engendre un nombre d'étapes très élevé, notamment pour des simulations de fatigue polycycliques où le nombre de sauts de cycles est (très) élevé. Les durées de pré-traitement de l'analyse deviennent alors trop conséquentes (18 secondes pour mille sauts) et ralentissent notablement les calculs.

Dans un second temps, toute la procédure de saut de cycles (étapes de sauts et étapes de cycles de contrôle) a été regroupée en une seule étape (*step*) dans le modèle EF. La figure IV.30 présente alors la décomposition du chargement réalisée. Cette décomposition est ici illustrée sur un chargement triangulaire mais des cycles plus complexes peuvent être considérés, sans aucun changement dans la procédure d'implémentation. Les cycles de contrôle sont, en effet, uniquement caractérisés par deux indicateurs de temps marquant leur début et leur fin. Le chargement est donné sous forme d'un tableau de valeurs, générés à l'aide de Python, décrivant les extremums successifs. La méthode de mise en données est alors identique pour des chargements triangulaires ou aléatoires répétés. Dans ces travaux, le nombre de cycles de

contrôle est pris égal à deux, comme évoqué précédemment. Le premier cycle est effectué pour prendre en compte les reports de charge au sein de la structure. En effet, les endommagements générés en fatigue modifient notablement le comportement et le chargement local du point de Gauss considéré, mais également des points de Gauss voisins, par reports de charge. Le second cycle de contrôle permet d'actualiser les incréments des contributions statique et de fatigue à l'endommagement et, en particulier, d'actualiser la valeur de la déformation équivalente moyenne.

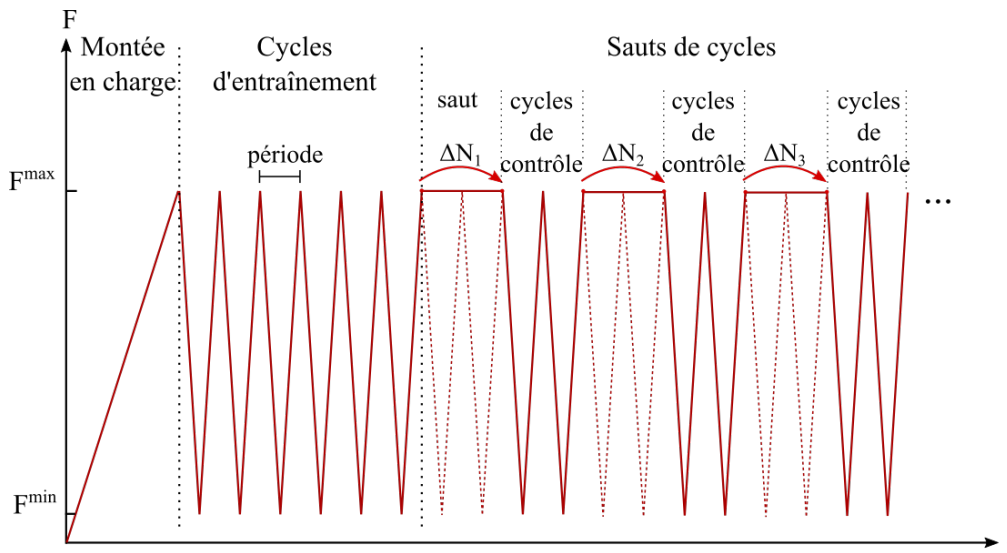


FIGURE IV.30 – Exemple de chargement appliqué pour des simulations avec des sauts de cycles.

Regrouper les séquences de sauts et de cycles de contrôle au sein d'une même étape dans le calcul EF présente néanmoins le désavantage de ne plus connaître le temps réel de la simulation, dans la mesure où la taille des sauts n'est *a priori* pas connue au moment de la mise en données (dans le cas de sauts de cycles de taille adaptative). Le temps du calcul EF n'est alors plus le même que le temps « fictif » perçu par la structure et une variable globale additionnelle représentant le temps fictif de la simulation est nécessaire. En effet, dans le calcul EF, les sauts de cycles se déroulent sur une durée égale à la demi-période. Bien évidemment, sa durée fictive est, elle, de $\overline{\Delta N}^j \times T$. Ce choix d'une durée d'une demi-période permet d'une part de simplifier la gestion des appels à la procédure post-incrément et d'autre part de réaliser les sauts de cycles en un unique incrément. Par ailleurs, les indicateurs de temps caractérisant les cycles de contrôle sont alors facilement actualisables d'un saut à l'autre à l'aide du temps du calcul (ils sont incrémentés de $2,5T$). Cette variable globale donnant le temps fictif permet également d'envisager le rajout de phénomènes dépendant du temps dans le modèle, tout en conservant la stratégie de saut de cycles. Il serait alors possible de considérer des phénomènes de fluage ou bien, dans l'optique d'appliquer le modèle à d'autres matériaux, de prendre en compte la viscosité de la matrice dans les CMO.

Notons enfin que, lorsque la simulation utilise des sauts de cycles, les trois étapes (montée en charge, cycles d'entraînement et sauts de cycles) sont requises. En revanche, pour un chargement incrémental (sans saut de cycles), le nombre de cycle d'entraînement N^e est égal au nombre de cycles total et seules deux étapes sont nécessaires pour décrire le chargement. Ainsi, l'utilisation ou non de la procédure de sauts de cycles est déterminée par les paramètres d'entrées de la simulation, fixés par l'utilisateur (N^e , ΔN^{\min} , ΔN^{\max} , Δd_k).

Afin de vérifier les performances de la stratégie de sauts de cycles à l'échelle de la structure, des cas test sur structures de complexité croissante sont considérés. Les résultats sont comparés par rapport à une simulation de référence (sans saut de cycles).

IV.6 Application sur une structure académique

IV.6.1 Description de la géométrie utilisée

La géométrie choisie, en vue d'évaluer la performance de la stratégie sur une structure académique, est une éprouvette trouée soumise à un chargement de traction cyclique. Elle est constituée d'un unique pli composite tissé orienté à 45°, afin de souligner l'orientation de l'endommagement selon la microstructure du matériau. De plus, cette orientation active simultanément tous les mécanismes d'endommagement plan dans l'ensemble de la structure. Les concentrations de contraintes et les transferts de charge doivent également être pris en compte. La structure est donc représentative de géométries bien plus complexes et se révèle un cas-test discriminant malgré sa simplicité apparente.

La plaque est encastrée sur un bord et l'autre bord est soumis à un effort dans la direction à 0°, comme illustré sur la figure IV.31. Le chargement est imposé en effort, de façon à être représentatif des conditions expérimentales et en service. Bien que le chargement soit uniaxial, l'état de contrainte au niveau local est multiaxial, de par l'orientation des torons de fibres et la géométrie de la pièce.

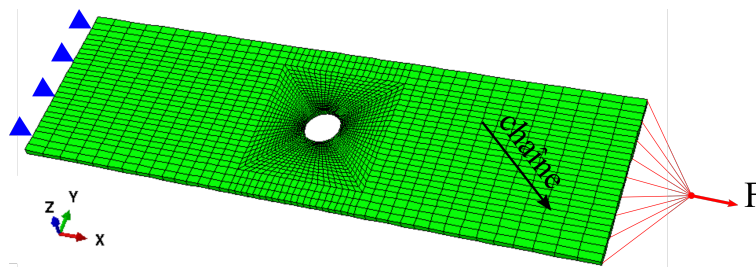


FIGURE IV.31 – Modèle Éléments Finis de l'éprouvette trouée utilisée comme cas-test d'une structure simple. Les dimensions de la plaque sont 100 mm × 30 mm × 1 mm avec un diamètre de trou de 2,18 mm. Le maillage est constitué d'une couche de 2500 éléments hexaédriques et de 5232 nœuds. Le nombre de degrés de liberté s'élève à 15696.

La performance de la stratégie de sauts de cycles est estimée à la fois par sa précision et par le gain de temps par rapport à une simulation cycle par cycle de référence. L'erreur relative sur la variable d'endommagement d_k est calculée pour chaque point d'intégration i par :

$$\text{err}(\%) = \frac{d_{k,\text{jump}}^f - d_{k,\text{ref}}^f}{\max_i d_{k,\text{ref}}^f - \min_i d_{k,\text{ref}}^f} \times 100 \quad (\text{IV.18})$$

Deux cas sont étudiés ici : un chargement triangulaire et un chargement aléatoire répété.

IV.6.2 Sous chargement cyclique crête-crête

Dans un premier temps, un chargement cyclique à 1 Hz de force maximale $F^{\max} = 900$ N et de rapport de charge nul est considéré. Le nombre de cycles appliqué est fixé à 1021 cycles, de façon à être en mesure de réaliser une simulation de référence, où tous les cycles sont simulés. La montée en charge à F^{\max} est réalisée en cinq incréments. Dans la suite, afin de réduire les temps de calcul, l'objectif est de minimiser le nombre d'incrément par séquence de chargement et donc de réaliser chaque demi-cycle en un incrément. Toutes les simulations sont réalisés sur le même serveur de calcul afin d'être en mesure de comparer les durées des calculs.

En premier lieu, la solution étant insensible au nombre de cœurs utilisé et l'implémentation étant compatible avec un traitement multiprocessus, une étude de sensibilité sur le nombre de processeurs à utiliser est menée sur la simulation de référence, afin de déterminer le nombre optimal de cœurs (CPUs) pour les simulations suivantes. La figure IV.32 montre les durées des différentes simulations. Le temps de calcul diminue avec le nombre de cœurs utilisés. Le gain de temps se stabilise à partir d'un nombre de cœurs supérieur ou égal à huit.

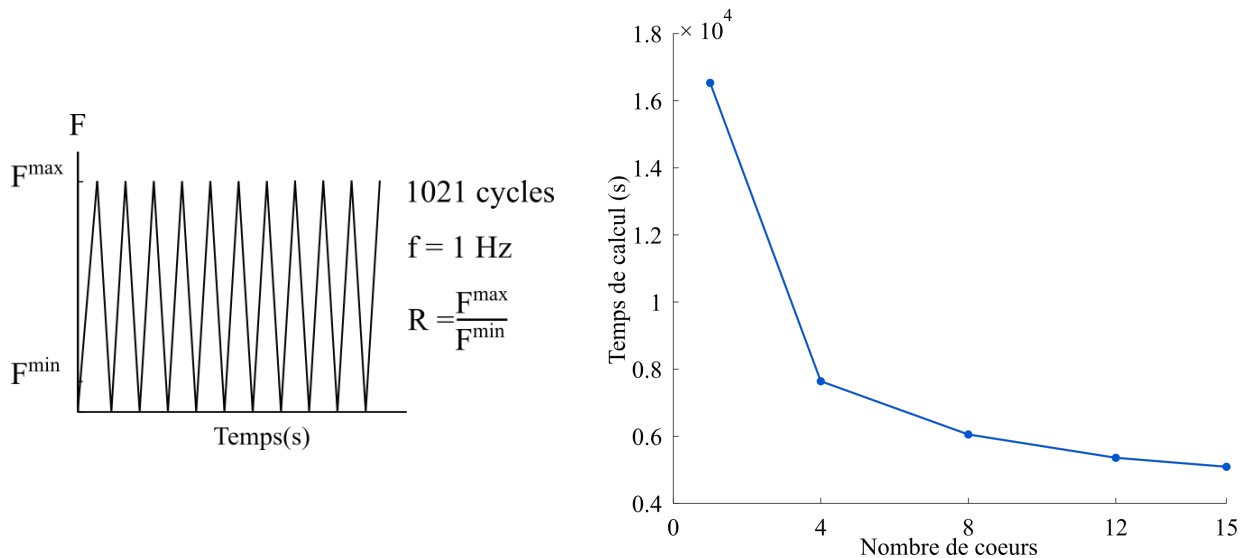


FIGURE IV.32 – Évolution du temps de calcul en fonction du nombre de cœurs utilisé.

Dans la suite, le nombre de CPUs est donc fixé à huit, afin d'optimiser le gain de temps en limitant le nombre de licences requises et pour pouvoir déterminer le gain de temps de la stratégie de sauts de cycles utilisée. La simulation de référence dure alors 6558 secondes.

La figure IV.33 présente les cartes d'endommagement obtenues à la fin de la simulation de référence. Les bandes d'endommagement dans la direction à 45° illustrent bien le fait que l'endommagement est orienté par la microstructure. La montée en charge génère environ 90% de l'endommagement final au point le plus endommagé.

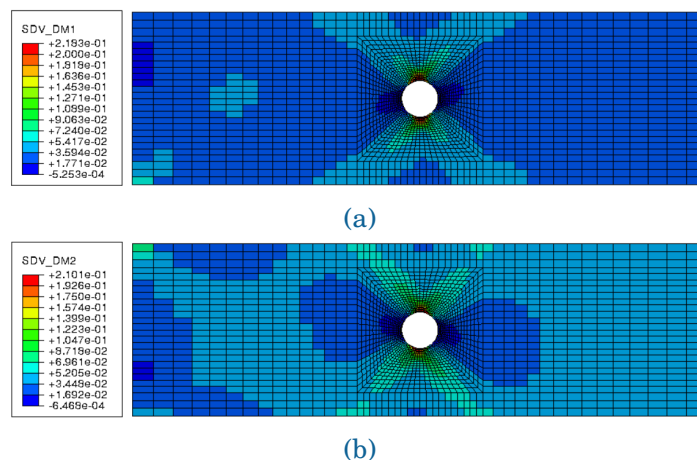


FIGURE IV.33 – Champs d'endommagement d_1 et d_2 après 1021 cycles simulés intégralement avec le modèle incrémental (cartes d'endommagement de référence).

Des simulations avec des sauts de cycles sont ensuite réalisées afin de déterminer les performances de la stratégie de saut de cycles non-linéaire. Dans un premier temps, les tailles de

saut sont constantes durant toute la simulation pour évaluer les erreurs commises et comparer les résultats avec ceux d'une méthode du premier ordre, à nombre de sauts identique. Dans un second temps, les simulations utilisent des tailles de sauts adaptatives afin de déterminer le paramètre optimal Δd sur cette configuration et montrer qu'il est possible de réaliser des simulations de longue durée en des temps raisonnables pour les bureaux d'études.

IV.6.2.1 Sauts de cycles de taille constante $\overline{\Delta N}^g$

Dans cette partie, le nombre de cycles par saut est fixée par l'utilisateur, afin de pouvoir relier le gain de temps au nombre de sauts effectués. De plus, par comparaison avec la simulation de référence, il est possible d'obtenir des cartes d'erreur relative pour les deux variables d'endommagement actives. Plusieurs tailles de sauts ont été appliquées. La figure IV.34 montre un exemple des cartes d'erreurs obtenues pour une taille de saut $\overline{\Delta N}^g = 50$. Les erreurs maximales sont localisées en bord de trou. Il s'agit de zones de concentrations de contraintes, où le chargement majoritaire est en cisaillement et où l'endommagement est maximal.

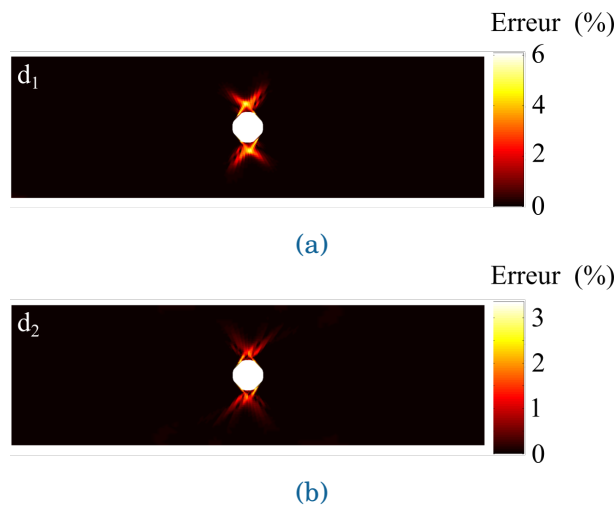


FIGURE IV.34 – Champs d'erreurs relatives sur les variables d'endommagement (a) d_1 et (b) d_2 après 1021 cycles (instant final) obtenus par comparaison entre une simulation de référence et une procédure de sauts de cycles non-linéaire de taille $\overline{\Delta N}^g = 50$ débutant après $N^e = 20$ cycles.

Le tableau IV.2 synthétise les durées des calculs, le nombre de sauts et les erreurs relatives maximales obtenues sur les variables d'endommagement d_1 et d_2 . Ces erreurs maximales ne sont pas nécessairement obtenues à l'endroit où l'endommagement d_1 (resp. d_2) est maximal. Il est possible de déterminer les erreurs minimales induites par la stratégie de sauts de cycles en réalisant un calcul avec une taille de saut $\overline{\Delta N}^g = 1$, plus petite valeur possible de saut. Cette simulation est déjà loin d'être optimale : outre des erreurs non nulles, le calcul est plus lent que la simulation de référence. Cela s'explique aisément par le temps nécessaire à la procédure en post-incrément, qui n'est pas appelée dans des simulations incrémentales et qui n'est pas rentabilisée puisqu'un seul cycle est sauté. Notons que bien que cette procédure post-incrément ne soit pas indispensable lorsque les tailles de saut sont fixées par l'utilisateur, elle est toujours appelée, de façon à avoir une implémentation unifiée quelque soit la méthode de calcul de la taille de saut.

qu'elle est nécessaire pour que la méthode d'implémentation soit unique pour les deux stratégies de calcul de taille de saut. Enfin, la simulation réalisant un unique saut de cycle ($\overline{\Delta N}^g = 1000$) permet d'obtenir le gain de temps maximal, sachant que l'analyse de la montée en charge et des vingt cycles d'entraînement prennent cent secondes.

$\overline{\Delta N}^g$	1	20	50	100	1000
Nombre de sauts	285	50	20	10	1
Durée du calcul (s)	10891	1840	809	449	148
Facteur de gain de temps / référence	-1.66	3,56	8,1	14,6	44,3
Err. max. sur d_1 (%)	1,20	2,36	5,84	10,51	21,87
Err. max. sur d_2 (%)	1,01	1,20	3,48	7,34	40,10
Err. où d_1 est maximal (%)	-0.58	0,42	1,11	2,19	17,63
Err. où d_2 est maximal (%)	-0.46	0,61	2,29	5,37	26.71

TABLE IV.2 – Tableau récapitulatif des simulations avec sauts de cycles non-linéaires, utilisant des tailles de saut constantes.

Pour finir, une comparaison avec des calculs utilisant une méthode d'extrapolation du premier ordre, à l'échelle structurale, est menée. La figure IV.35 montre les cartes d'erreurs obtenues pour une taille de saut $\overline{\Delta N}^g = 50$. Les erreurs maximales atteignent plus de 100%, ce qui est rédhibitoire pour des calculs précis de réponse mécanique et de durée de vie. Pour une taille de saut plus faible ($\overline{\Delta N}^g = 20$), des erreurs du même ordre de grandeur sont également observées. Il conviendrait alors de réduire plus encore la taille de saut, au détriment du temps de calcul. Les variables d'endommagement sont fortement surestimées au cours des

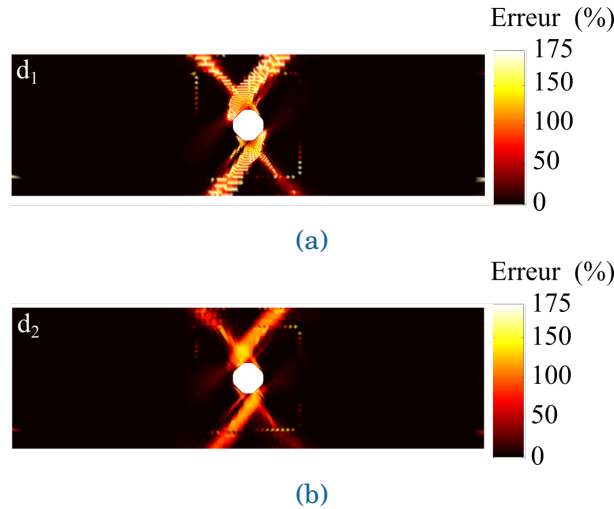


FIGURE IV.35 – Champs d'erreurs relatives sur les variables d'endommagement (a) d_1 et (b) d_2 après 1021 cycles (instant final) obtenus par comparaison entre une simulation de référence et une procédure de sauts de cycles du premier ordre de taille $\overline{\Delta N}^g = 50$ débutant après $N^e = 20$ cycles.

sauts et saturent très rapidement à la valeur $d_{\infty,k}$. Pour que le calcul converge, les valeurs de l'endommagement calculées par l'extrapolation (IV.19), sont, en effet, plafonnées à cette valeur.

$$d_k^{N+\overline{\Delta N}^g} = \min \left(d_{\infty,k}, d_k^N + \frac{dd_k}{dN} \overline{\Delta N}^g \right) \quad (\text{IV.19})$$

Sur une structure présentant de fortes non-linéarités et des concentrations de contraintes, la méthode de sauts de cycles non-linéaire est donc bien plus intéressante que la méthode classique.

Par ailleurs, sur une structure, le choix de la taille de saut optimale pour le calcul, résultant du meilleur compromis entre précision et durée de la simulation, n'est plus aussi simple que sur un point d'intégration. En effet, les zones les plus sollicitées (concentrations de contraintes) auront tendance à préférer des sauts de petite taille et à l'inverse, les zones les moins sollicitées supportent des tailles de sauts bien plus importantes, comme l'illustre la figure IV.36 donnant les tailles de saut optimales au niveau local sur la plaque trouée.

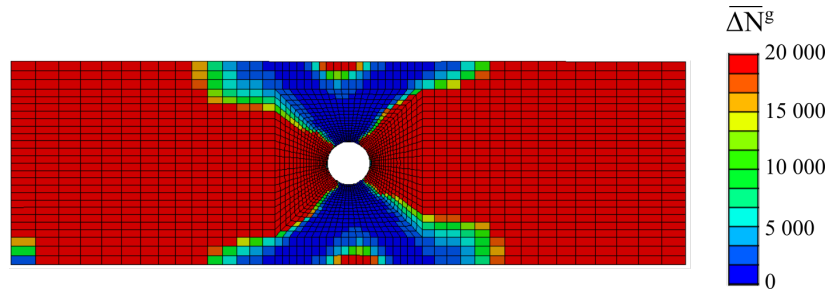


FIGURE IV.36 – Tailles de saut optimales pour chaque point d'intégration de la plaque trouée.

Le choix de la taille de saut globale optimale $\overline{\Delta N}^g$ doit prendre en considération les concentrations de contraintes. Il s'agit d'une information qui dépend de la géométrie même la structure et de l'orientation du matériau. C'est pourquoi il est préférable de considérer la méthode de sauts de cycles adaptative, qui calcule la taille de saut optimale en fonction des propriétés du matériau à chaque point d'intégration.

IV.6.2.2 Sauts de cycles de tailles variables

Ensuite, dans l'optique d'optimiser les temps de calcul, des sauts de taille variable ont été appliqués au même cas test. Dans les simulations réalisées, les paramètres Δd_1 et Δd_2 sont identiques puisque le tissage est équilibré (il sera appelé abusivement Δd par la suite). Il est toutefois possible de les choisir différents afin de s'adapter à différentes orientations, tissages ou géométries. Une étude de convergence sur l'erreur obtenue est réalisée pour des valeurs de Δd décroissantes (figure IV.37). L'erreur est calculée au point d'endommagement maximal, pour chaque mécanisme d'endommagement. Toutefois, les mêmes tendances sont obtenues en sommant les erreurs de chaque point d'intégration.

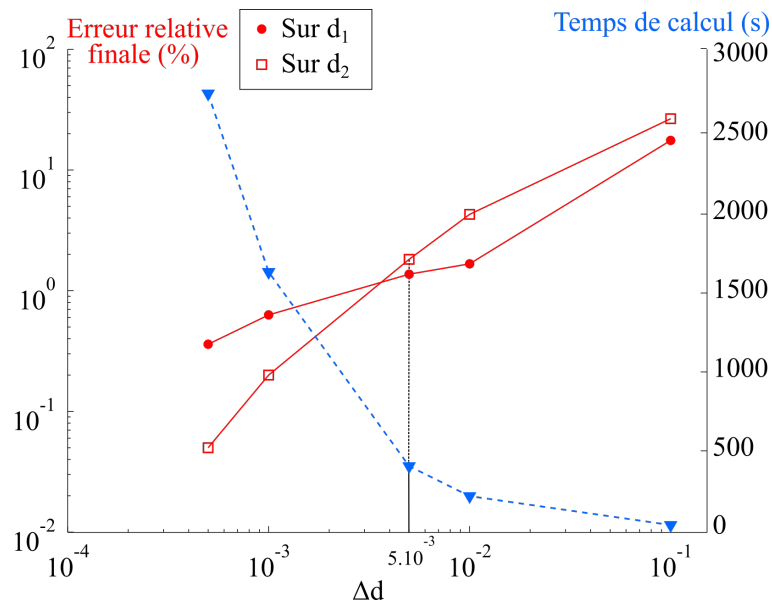


FIGURE IV.37 – Évolution des erreurs relatives finales au point le plus endommagé sur d_1 et d_2 et de la durée des simulations en fonction du paramètre Δd appliqué à la stratégie de sauts de cycles.

L'avantage d'utiliser une stratégie de sauts de cycles de taille variable est de pouvoir réaliser des chargements à très grand nombre de cycles, pour lesquels le modèle incrémental ne permet pas d'obtenir de résultats en des temps acceptables (durée et mémoire). Il a ainsi été possible d'obtenir les champs d'endommagement d'une plaque trouée après 100 000 cycles de chargement triangulaire, variant entre $F^{\min} = 0$ N et $F^{\max} = 900$ N, en 3058 secondes avec huit CPUs (figure IV.38). Les paramètres choisis sont : $N^e = 20$ et $\Delta d_1 = \Delta d_2 = 0,005$. Avec cette valeur de $\overline{\Delta d}$, les erreurs obtenues sur 1021 cycles sont d'environ 2% ; sur 100 000 cycles, elles seront donc *a priori* un peu plus élevées. Par rapport aux simulations précédentes de 1021 cycles utilisant le même paramètre, le nombre de cycles simulé est multiplié par cent alors que le temps de calcul n'a augmenté que d'un facteur six. Il est également possible, en post-traitement, d'obtenir l'évolution des variables internes, comme l'endommagement d_k ou d_k^{BE} , durant tout le calcul, en des points spécifiques de la structure (figure IV.38).

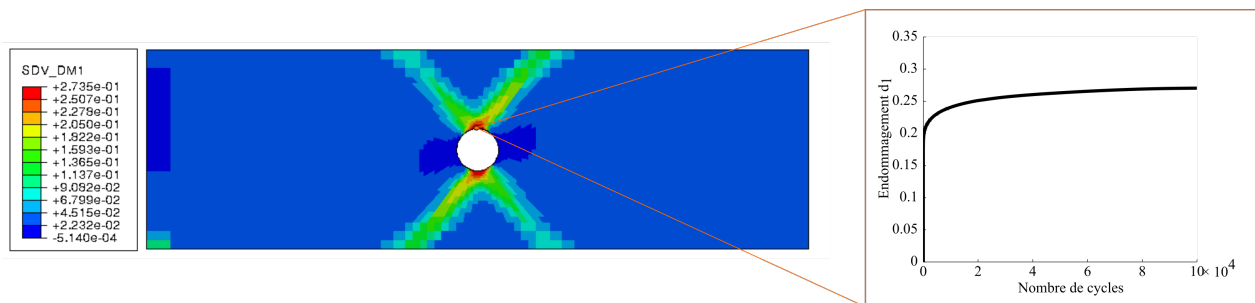


FIGURE IV.38 – Champ d'endommagement d_1 après une simulation de 10^5 cycles utilisant le paramètre $\Delta d = 5.10^{-3}$.

Il convient de remarquer que la taille de saut n'évolue pas de façon monotone au fil de la simulation (*cf.* figure IV.39). En effet, étant liée au point qui s'endommage le plus au cours des cycles de contrôle, elle augmente (ou stagne) tant que ce point est identique d'un saut sur l'autre. Au contraire, si ce point d'intégration est différent, c'est-à-dire si une autre zone

s'endommage plus fortement, alors la taille peut diminuer. Néanmoins, les derniers cycles sont proportionnellement les plus rapides à réaliser, l'endommagement évoluant de moins en moins, c'est pourquoi simuler deux fois plus de cycles ne demanderait pas deux fois plus de temps.

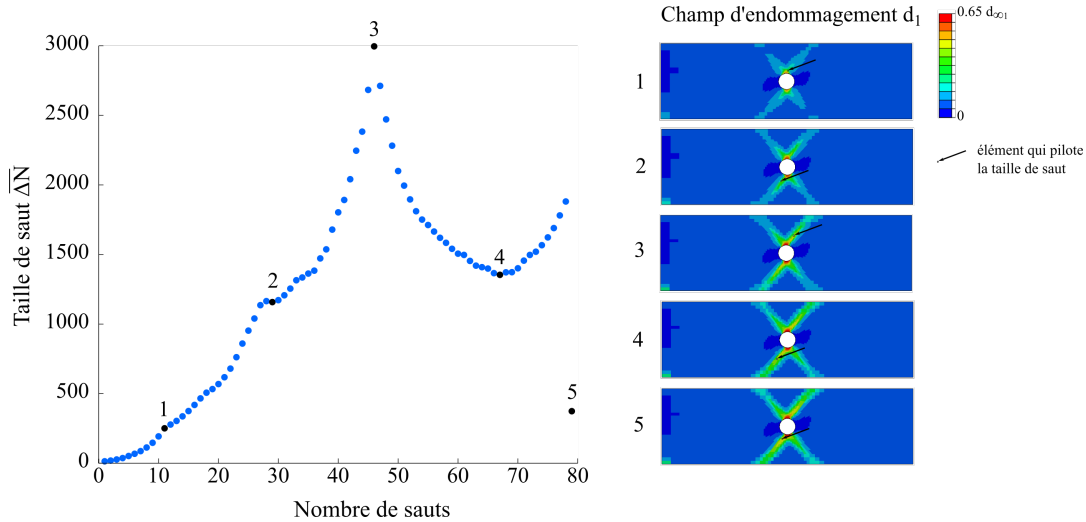


FIGURE IV.39 – Évolution de la taille de saut globale au fur et à mesure de la simulation pour $\Delta d = 5.10^{-3}$.

Il est donc aisé et rapide de réaliser des simulations de structures soumises à des chargements polycycliques. L'enjeu suivant est donc d'appliquer cette stratégie de calcul à des chargements aléatoires répétés, de complexité similaire aux spectres de vols réels.

IV.6.3 Chargements aléatoires répétés uniaxiaux

Afin d'appliquer des chargements représentatifs des conditions en service, la plaque trouée considérée est soumise à une sollicitation aléatoire répétée uniaxiale. Le cycle élémentaire, qui est répété mille fois au cours du temps, est issu d'un tirage aléatoire de vingt points entre une force minimale nulle et une force maximale de valeur identique à la section précédente (900 N). Ce cycle élémentaire est présenté sur la figure IV.40.

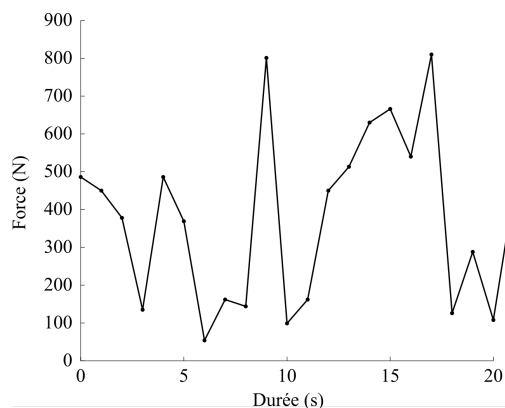


FIGURE IV.40 – Cycle élémentaire aléatoire, de période 20 secondes, répété au cours du chargement.

En choisissant un incrément d'endommagement maximal autorisé $\Delta d = 5.10^{-3}$, valeur présentant une forte réduction du temps de calcul d'après la figure IV.37 et en débutant les

sauts après $N^e = 20$ cycles élémentaires, il est possible, en appliquant la stratégie de sauts non-linéaires, de réduire le temps de calcul d'un facteur neuf par rapport à une simulation de référence où toutes les périodes sont calculées. Les cartes d'erreurs relatives associées sont présentées sur la figure IV.41.

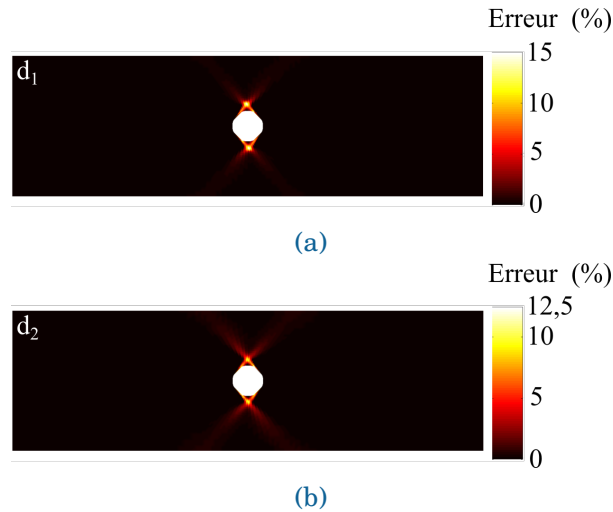


FIGURE IV.41 – Champs d'erreurs relatives sur les variables d'endommagement (a) d_1 et (b) d_2 entre une simulation avec des sauts de cycles non-linéaires ($\Delta d = 0,005$) et la simulation de référence sur éprouvette trouée avec un chargement aléatoire répété.

Bien sûr, pour augmenter la précision des calculs, il conviendrait d'abaisser le paramètre Δd . Au delà des résultats, cet exemple a pour but de démontrer l'applicabilité de la stratégie de saut de cycles non-linéaires proposée sur des structures soumises à des chargements complexes et de longue durée.

IV.7 Conclusion

Ce chapitre présente une nouvelle stratégie de calcul pour réduire les temps de calcul de structures soumises à des chargements de fatigue, qu'ils soient simplement cycliques (signaux triangulaires ou sinusoïdaux) ou plus complexes (aléatoires répétés et multiaxiaux). Elle consiste en une méthode de sauts de cycles non-linéaire implémentée dans un code EF. Développée spécifiquement pour les modèles d'endommagements incrémentaux, elle permet de capter fidèlement les non-linéarités du comportement de la structure composite. Le point clé de cette stratégie réside dans sa méthode d'extrapolation, appliquée ici sur les variables d'endommagement. Elle se base sur la relation d'évolution de l'endommagement présentée dans le chapitre II, et utilise en particulier la propriété de séparation des contributions statique et de fatigue. En supposant, d'une part, que l'endommagement évolue très peu durant un cycle et, d'autre part, que les incréments des contributions statique et de fatigue à l'endommagement sont constants durant le saut de cycles, l'extrapolation des variables d'endommagement, réalisée analytiquement, est non-linéaire et quasi-exacte lorsque les chargements sont pilotés en déformation.

Les performances de la stratégie, tant en termes de précision que de gain de temps, sont évaluées par comparaison avec les simulations de référence, où l'intégralité des cycles de chargement sont explicitement calculés avec le modèle incrémental. Cependant, aucune donnée issue des simulations de référence n'est nécessaire pour des simulations avec des sauts de cycles. Les prévisions de la méthode de sauts de cycles non-linéaire restent proches des simulations de référence pour des chargements uniaxiaux, même aléatoires répétés, tout en réduisant nettement les coûts de calcul. Il convient néanmoins de choisir les paramètres de sauts de cycles de façon adéquate pour trouver un bon compromis entre précision et temps de calcul. En revanche, cette méthode est un peu moins précise pour des chargements multiaxiaux fortement non-linéaires induisant simultanément plusieurs mécanismes d'endommagement (comme le cisaillement plan). Elle pourrait être améliorée en tenant compte du caractère simultané des extrapolations des différentes variables d'endommagement mises en jeu. L'une des possibilités consisterait à rendre l'extrapolation implicite en utilisant, par exemple, un algorithme de Newton-Raphson pour la résolution du problème.

Afin de pouvoir atteindre des chargements de fatigue polycyclique en des temps acceptables pour les bureaux d'études, une méthode d'optimisation de la taille de saut a été mise en place, de façon à réaliser des sauts, dont la taille dépend des propriétés du matériau et d'un incrément d'endommagement maximal autorisé.

Les résultats de la méthode de sauts de cycles non-linéaire sont également comparés à ceux issus d'une méthode de sauts de cycles du premier ordre. Sur l'ensemble des cas-tests étudiés, la performance de cette nouvelle méthode est soit similaire soit meilleure que la méthode classique, ce qui en fait une bonne alternative pour les simulations sur structure utilisant une relation de comportement incrémentale.

La stratégie de saut de cycles non-linéaire est implémentée dans un code Éléments Finis de façon assez générale pour être applicable à la fois à des tailles de saut constantes au cours du calcul, ou bien calculées au fil des simulations. Elle a, de plus, fait l'objet d'une réflexion poussée pour une mise en œuvre simple et pour minimiser les coûts de calcul.

Cette méthode d'extrapolation non-linéaire donne des résultats prometteurs en fatigue, à la fois à l'échelle du point d'intégration et sur une structure simple. Elle permet donc d'obtenir, de façon fiable, l'évolution des propriétés de structures composites soumises à des chargements représentatifs des conditions en service, en des temps acceptables pour un bureau d'études. Il devient alors possible de comparer les résultats de simulation à des données expérimentales, comme le montre le chapitre suivant. En insérant un critère de rupture dans la relation de

comportement, il serait également envisageable de réaliser des prévisions de durée de vie et de performances résiduelles sur structures, comme détaillé dans le chapitre suivant.

CHAPITRE V

APPLICATION SUR CAS STRUCTURAUX

L'objet de ce chapitre est d'appliquer la stratégie de calcul à des cas structuraux. Dans un premier temps, une structure académique est considérée. Des essais de complexité croissante sont réalisés sur des éprouvettes trouées. Des comparaisons essais/calculs sont alors menées dans l'optique d'évaluer le caractère prédictif du modèle et de la stratégie de saut de cycles non-linéaire proposée. Dans un second temps, la stratégie numérique est appliquée à un cas test industriel : un arrière-corps de turboréacteur soumis à des chargements radiaux.

Sommaire

V.1 Cas test académique	196
V.1.1 Présentation des essais sur éprouvettes trouées	196
V.1.2 Résultats des essais	199
V.1.2.1 Statique	199
V.1.2.2 Fatigue	203
V.1.2.3 Performances résiduelles	206
V.1.3 Comparaisons essais/calculs	207
V.1.3.1 Chargement de fatigue	208
V.1.3.2 Performances résiduelles	211
V.2 Cas test industriel	215
V.2.1 Description du cas test	215
V.2.2 Application de la stratégie numérique sur une structure industrielle	217
V.2.2.1 Fatigue cyclique sur un chargement triangulaire	217
V.2.2.2 Fatigue complexe sur chargement représentatif des cycles de vol	219
V.3 Conclusions	222

Les exemples d'application de la stratégie de calcul, présentés au chapitre IV, montrent qu'il est possible de réaliser des simulations de fatigue à grand nombre de cycles sur structure. L'objectif dans ce chapitre est donc, dans un premier temps, de montrer les capacités prédictives de la stratégie numérique –modèle et méthode de sauts de cycles non-linéaire– sur une structure simple (éprouvette trouée) et de comparer les prévisions avec des résultats expérimentaux réalisés à l'Onera. Dans un second temps, la stratégie numérique est mise en œuvre sur une structure représentative des applications industrielles, soumise à deux cas de chargements de fatigue de complexité croissante, dans l'optique de démontrer son applicabilité en bureaux d'études.

V.1 Cas test académique

Dans l'optique de valider la stratégie numérique, il convient de vérifier si les prévisions du modèle sur une structure sont conformes aux résultats d'essais mécaniques. En particulier, il s'agit de s'assurer que le comportement identifié sur éprouvettes lisses est transposable sur une structure plus complexe, notamment en ce qui concerne les mécanismes d'endommagement mis en jeu, étant donné la multiaxialité du chargement et les reports de charge.

On se propose donc de réaliser des essais et des simulations sur éprouvettes trouées, orientées à 0° , composée de huit plis en composite oxyde/oxyde tissé 2D, orientés successivement à 0° et 90° . Le comportement du pli dans le plan a été caractérisé au chapitre III. L'éprouvette trouée est une géométrie relativement simple, sur laquelle les essais sont aisément mis en œuvre en laboratoire et qui présente des zones de concentrations de contraintes avec des chargements multiaxiaux locaux en bord de trou. Cette géométrie fait intervenir l'ensemble des mécanismes d'endommagement plans insérés dans le modèle et semble intéressante pour valider les prévisions, dans la mesure où elle présente les mêmes difficultés numériques que des structures plus complexes. Les dimensions des éprouvettes sont reportées sur la figure V.1. Conformément à la norme ASTM D5766, les dimensions des éprouvettes sont plus élevées que les éprouvettes haltères et le ratio diamètre de trou sur largeur de l'échantillon est fixé à cinq, afin d'éviter de potentielles interactions entre les effets de bord et les gradients de contraintes en bord de trou.

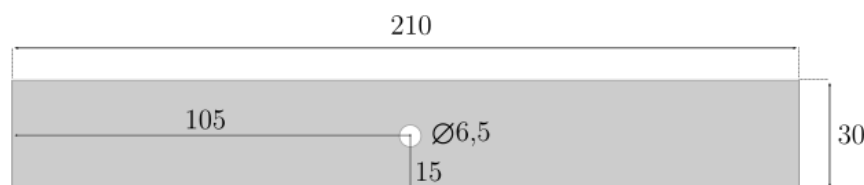


FIGURE V.1 – Dimensions en millimètres des éprouvettes trouées testées.

Cette partie présente successivement les essais mécaniques réalisés, les résultats obtenus puis les comparaisons réalisées avec les prévisions des simulations numériques.

V.1.1 Présentation des essais sur éprouvettes trouées

Le comportement de l'éprouvette trouée est analysé sous des chargements statiques et de fatigue. Les chargements sont, comme précédemment, appliqués exclusivement en traction. Toutes les éprouvettes sont orientées à 0° (direction des chaînes) et sont testées sur une machine hydraulique INSTRON 8802 de capacité 100 kN.

Dans un premier temps, un essai quasi-statique de traction incrémentale, piloté en déplacement à une vitesse de 0,1 mm/min, est réalisé avec des décharges régulières. Les paliers de chargements avant décharge ont été fixés à 14%, 21%, 28% et 35% de la force à rupture (figure V.2b). Cet essai statique a pour but, à la fois de déterminer la force à rupture de l'éprouvette et de vérifier que le modèle prévoit le bon comportement et la bonne cinétique d'endommagement au sein de la pièce. En particulier, il s'agit de vérifier que le scénario d'endommagement présenté au chapitre I.2.2, pour une plaque lisse, est également valable pour une éprouvette trouée.

Ensuite, trois éprouvettes sont soumises à des chargements de fatigue cyclique (de forme sinusoïdale), pilotés en effort à une fréquence de 5 Hz. Les efforts maximaux lors des essais de fatigue sont fixés à 50%, 60% et 70% de la force à rupture statique déterminée au préalable au cours de l'essai de traction statique (figure V.2b). Le rapport de charge choisi est faible ($R = 0.05$) afin de rendre compte d'une grande amplitude de chargement dans le domaine traction-traction mais non nul pour éviter tout phénomène de glissement dans les mors. Ces trois chargements permettent donc d'observer l'influence de la force maximale appliquée sur la réponse de l'éprouvette trouée, notamment en terme d'évolution de la raideur effective de la pièce. Il s'agit donc de vérifier que le modèle prévoit la bonne cinétique d'endommagement en fatigue et en prenant en compte les gradients de contrainte au sein de la structure.

Ces trois éprouvettes n'ayant pas rompu après un million de cycles (nombre de cycles maximal demandé), elles ont ensuite subi un chargement de traction monotone à rupture en vue de déterminer leurs performances résiduelles (raideur et résistance à la traction) après fatigue. Il est ainsi possible de relier le niveau d'endommagement de fatigue, dépendant de la force maximale de la sollicitation de fatigue, à la tenue statique de la pièce sous chargement de traction.

Pour suivre finement l'évolution de l'endommagement au cours des essais, les éprouvettes sont multi-instrumentées, avec des moyens de mesure spécifiques, du fait du gradient de contrainte au sein de l'éprouvette. La figure V.2a présente le montage expérimental utilisé.

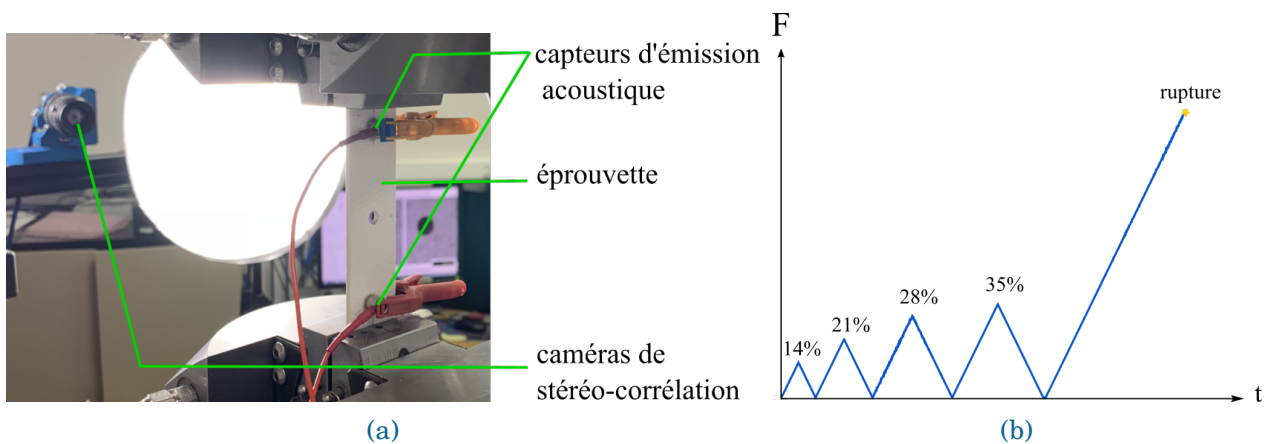


FIGURE V.2 – (a) Montage expérimental des essais sur éprouvettes trouées. (b) Chargement statique appliqué.

Ils sont instrumentés d'une part avec deux capteurs d'énergie acoustique Nano30, pour suivre qualitativement l'évolution de l'endommagement durant les essais et déterminer le seuil d'endommagement statique au sein de la plaque trouée. Deux capteurs sont nécessaires pour avoir la possibilité de localiser les événements acoustiques et de filtrer les événements dans les mors.

D'autre part, deux caméras de résolution 2000×2000 pixels encodés en 12 bits ont été utilisées pour suivre les champs de déplacements (traitement à l'aide du logiciel VIC-3D), dans la mesure où une information ponctuelle issue d'un extensomètre ou d'une jauge n'est plus suffisante pour traduire l'état multiaxial des contraintes au sein de la structure, en raison de la singularité géométrique et des concentrations de contraintes induites. La figure V.3 exhibe, en effet, les gradients de déformations au niveau du trou de l'éprouvette, visualisés par corrélation d'images. Le chargement est donc localement multiaxial dans la partie utile et la multiaxialité évolue tout au long de l'essai du fait des reports de charge au sein de la structure. De plus, l'effort est mesuré à partir de la cellule de force de la machine et le déplacement de la traverse est considéré.

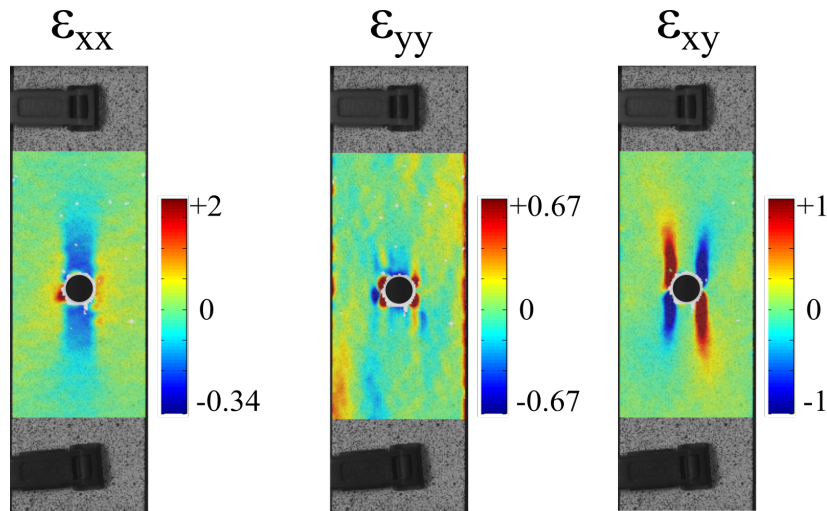


FIGURE V.3 – Champs de déformations dans la partie utile d'une éprouvette trouée, après 10^5 cycles de fatigue, à 60% de la force à rupture, $R = 0.05$ et $f = 5$ Hz. Les valeurs sont normalisées par rapport à la déformation maximale de cisaillement.

Les essais de fatigue étant réalisés à une fréquence trop élevée pour permettre à la caméra de CIN d'acquérir suffisamment d'images sur un cycle, des cycles lents, où la vitesse de charge est réduite à 20 MPa/s, sont insérés au cours du chargement de façon à enregistrer 15 images par cycle lent (comme pour les essais sur éprouvette haltère décrits dans la section III.2.2). Cela permet de suivre la réponse de l'éprouvette sur des cycles régulièrement espacés au cours de l'essai (figure V.4).

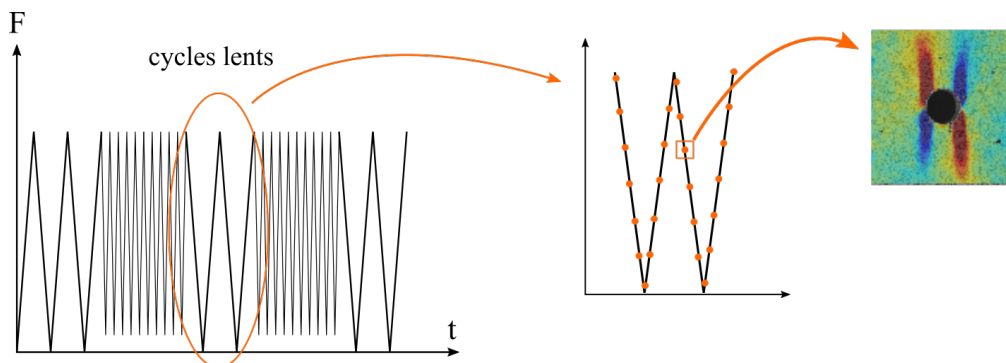


FIGURE V.4 – Principe de l'acquisition des images par CIN.

Synthèse des essais réalisés

Le tableau V.1 synthétise l'ensemble des essais réalisés sur les éprouvettes trouées.

Éprouvette	Chargement	Instrumentation
3433-Rep1	traction incrémentale à rupture 0°	CIN, EA
3433-Rep2	fatigue cyclique à $R=0,05$ et $F^{\max} = 60\%F^{\text{rupture statique}}$, 10^6 cycles à 5 Hz	CIN, EA
3433-Rep3	fatigue cyclique à $R=0,05$ et $F^{\max} = 70\%F^{\text{rupture statique}}$, 10^6 cycles à 5 Hz	CIN, EA
3433-Rep4	fatigue cyclique à $R=0,05$ et $F^{\max} = 50\%F^{\text{rupture statique}}$, 10^6 cycles à 5 Hz	CIN, EA
3433-Rep2	traction monotone à rupture 0° après fatigue	CIN, EA
3433-Rep3	traction monotone à rupture 0° après fatigue	CIN, EA
3433-Rep4	traction monotone à rupture 0° après fatigue	CIN, EA

TABLE V.1 – Liste des essais réalisés sur éprouvettes trouées

V.1.2 Résultats des essais

Cette section a pour but de présenter les résultats d'essais sur éprouvettes trouées réalisés sous sollicitation statique et de fatigue, en insistant particulièrement sur le suivi de l'endommagement, en vue de réaliser des comparaisons essais/calculs dans un second temps.

V.1.2.1 Statique

La figure V.5 présente la réponse statique de l'éprouvette 3433-Rep1, d'un point de vue acoustique.

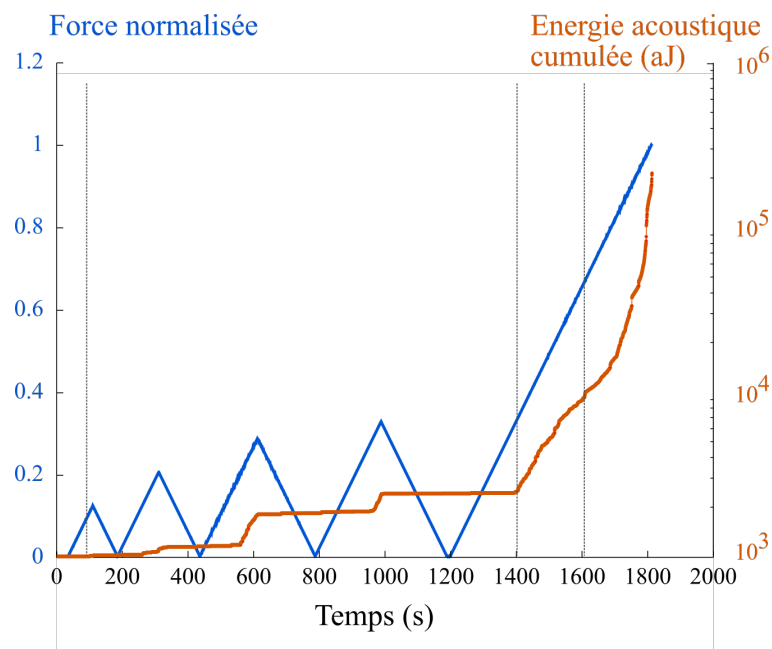


FIGURE V.5 – Évolution simultanée de la force appliquée et de la courbe d'énergie acoustique cumulée.

La courbe d'énergie acoustique (en orange sur la figure V.5), regroupant les informations issues des deux capteurs (non-localisées), présente un comportement en trois phases :

- La courbe d'énergie acoustique cumulée présente d'abord un plateau, représentatif d'un domaine élastique, sans augmentation de l'énergie acoustique cumulée. Le seuil d'endommagement statique représente la limite de ce domaine, dans la mesure où il correspond à la déformation à partir de laquelle la courbe d'énergie acoustique cumulée commence à augmenter. La valeur de ce seuil, ici de 8,3% de la déformation à rupture statique des éprouvettes lisses, est très similaire à la valeur trouvée lors des essais sur éprouvettes lisses (donnée dans la section III.1.2).
- La courbe d'énergie acoustique cumulée augmente ensuite lentement et de façon régulière au cours des quatre incréments de chargement en traction. Les événements acoustiques, peu énergétiques, peuvent raisonnablement être imputés à de la fissuration matricielle.
- Dans un troisième temps, les événements deviennent plus énergétiques et sont imputés à la fois à de la fissuration matricielle, à des endommagements hors-plan, de type délaminage, et à la rupture des torons de fibres, conduisant à la ruine de l'éprouvette.

Le suivi acoustique nous permet également de vérifier qu'il n'y a pas de création d'endommagement durant les décharges.

Il serait bien évidemment intéressant de pousser l'étude des données acoustiques pour, par exemple, localiser les sources acoustiques au sein de l'éprouvette ou bien utiliser des méthodes de clusterisation (considérant différents descripteurs comme l'amplitude) pour associer les événements acoustiques à de la fissuration matricielle ou à de la rupture fibre. Cependant, par manque de temps, ces traitements n'ont pas été entrepris afin de se consacrer aux comparaisons essais/calculs.

Le suivi par corrélation d'images permet de suivre l'évolution de la déformation axiale au cours de l'essai à l'aide d'extensomètres virtuels de longueur 30 mm, positionnés au droit du trou, ainsi qu'à 10 mm de part et d'autre du trou de l'éprouvette, comme illustré sur la

figure V.6b. La taille des extensomètres a été choisie de sorte à minimiser l'influence du trou ainsi que des bords de l'éprouvette. Le maillage EF a également été ajouté en prévision des comparaisons essais/calculs. Les courbes force/déformation associées sont représentées en bleu et vert sur la figure V.6a.

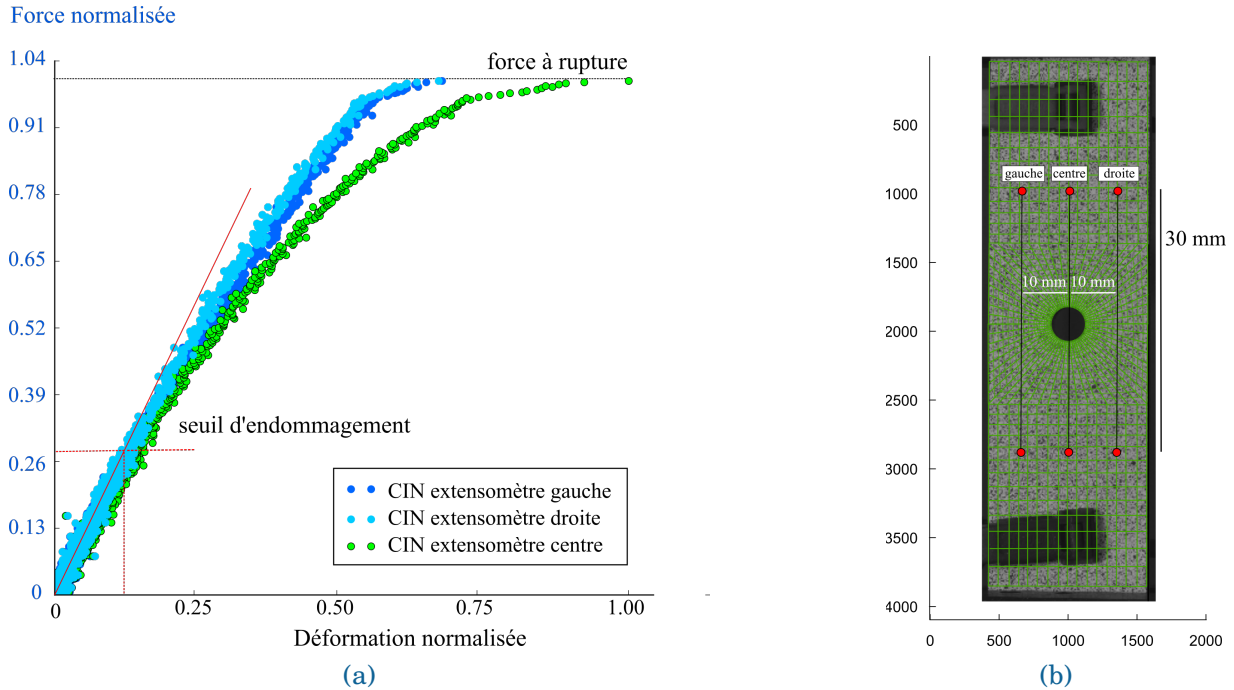


FIGURE V.6 – (a) Courbe force-déformation issue de l'essai statique sur l'éprouvette 3433-Rep1. (b) Position des extensomètres virtuels utilisées pour suivre la déformation.

Le comportement global est quasi-linéaire jusqu'à la rupture, comme pour les éprouvettes lisses orientées dans les axes des torons. La contrainte à rupture, calculée à l'aide de la section réduite (équation V.1) de l'éprouvette au niveau du trou, est abaissée de 17,5% par rapport à l'essai de traction monotone à rupture sur éprouvette haltère.

$$\sigma = \frac{F}{(w - d)e} \quad (\text{V.1})$$

où w est la largeur de l'éprouvette, d le diamètre du trou et e sont épaisseur.

En revanche, les déformations à rupture ne peuvent pas être comparées, puisque sur les éprouvettes trouées, les valeurs issues des extensomètres virtuels, notamment celui au centre, sont plus sensibles aux variations de la déformation de part la présence du trou. Le faciès de rupture, présenté sur la figure V.7, montre que la rupture débute au droit du trou et présente des extractions de fibres.

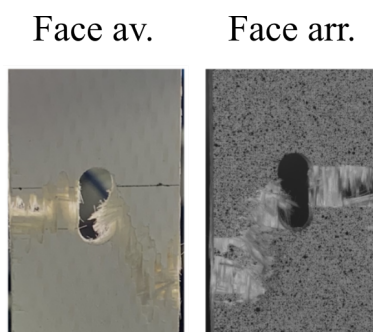


FIGURE V.7 – Faciès de rupture de l'éprouvette trouée 3433-Rep1, soumise à un chargement de traction incrémentale à rupture.

En synthèse de cet essai statique sur éprouvette trouée, le scénario d'endommagement proposé est le suivant (figure V.8). Au début de chargement et durant les premières charges/décharges, l'émission acoustique reste faible. Par la suite, l'endommagement amorce au droit du trou et se propage dans la direction 1 (torons de chaîne) jusqu'à rupture de l'éprouvette. Les fissures de splitting ne sont pas observables avec un suivi optique standard, toutefois la déformation de cisaillement, issue de la CIN, augmente avec la force appliquée, sous l'effet de l'endommagement. Il est alors clairement orienté dans la direction des chaînes, comme attendu pour des fissures de splitting.

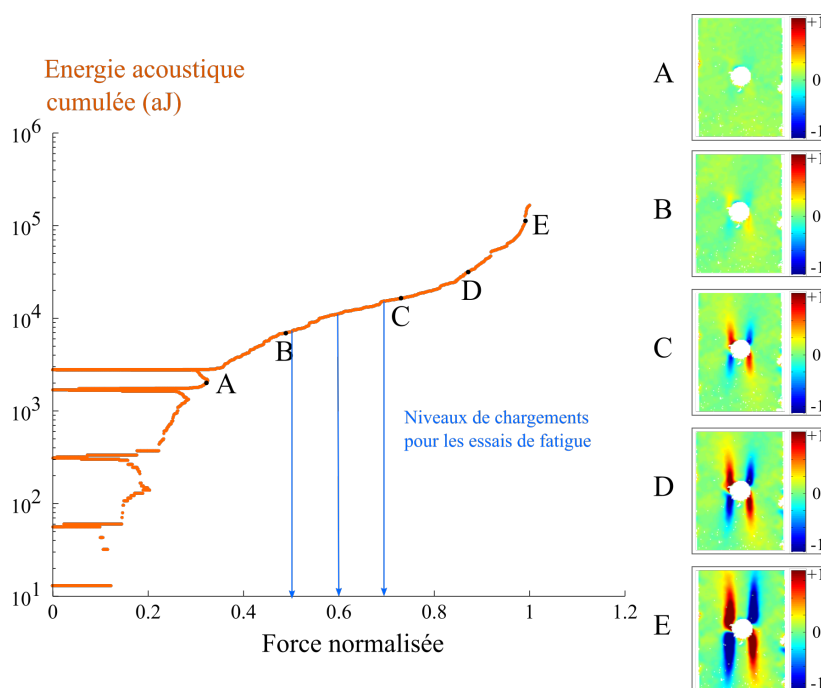


FIGURE V.8 – Évolution des champs de cisaillement plan au cours de l'essai statique 3433-Rep1.

Les niveaux de chargement des essais de fatigue ont été fixés de telle sorte que les niveaux d'endommagement après les premières montées en charge soient différents, afin de voir leur influence sur la réponse en fatigue. Ils ont été choisis entre un niveau d'endommagement faible mais visible par corrélation d'images (point B) d'une part et la rupture, traduite par l'accélération finale de l'énergie acoustique (à partir du point C) d'autre part. Ils correspondent à 50%, 60% et 70% de la force à rupture statique.

V.1.2.2 Fatigue

Durant les essais de fatigue, l'idée est de suivre finement l'évolution de l'endommagement au sein de l'éprouvette trouée, afin de confronter le scénario d'endommagement établi en statique. Les déformations axiales sont issues des données de CIN à l'aide d'extensomètres virtuels, placés aux mêmes endroits que pour l'essai statique (figure V.6b).

La figure V.9 montre l'évolution des boucles d'hystérèses au cours de l'essai 3433-Rep4 à 50% de la force à rupture statique. Le nombre d'images par cycle étant restreint à environ 15 images, pour limiter la quantité de données, les déformations, issues de l'extensomètre virtuel central, ont été lissées à l'aide d'une moyenne mobile pour adoucir les points anguleux des données brutes, comme présenté au chapitre III. La forme des boucles, assez fermée, n'évolue pas (ou peu) au cours du million de cycles de l'essai. Ce même constat est fait sur les deux autres essais de fatigue.

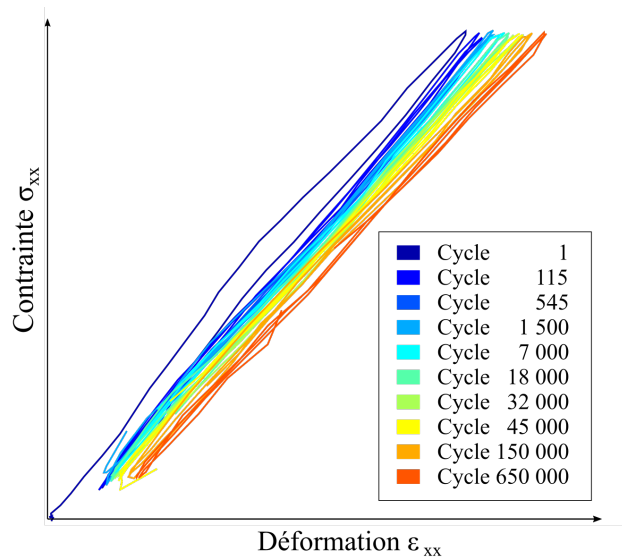


FIGURE V.9 – Évolution des boucles d'hystérèses au cours de l'essai 3433-Rep4 à 50% de la force à rupture statique, $R = 0.05$ et $f = 5$ Hz.

En revanche, l'augmentation de la déformation et la baisse de la raideur témoignent de l'endommagement progressif au sein de l'éprouvette durant le chargement de fatigue. De même, la déformation axiale minimale de chaque cycle augmente, les déformations résiduelles, provoquées par l'endommagement en fatigue, sont donc également non négligeables.

La figure V.10 montre le suivi simultané de la raideur effective, calculée selon l'équation V.2, et du suivi acoustique des trois éprouvettes sollicitées en fatigue, par ordre croissant des charges maximales.

La raideur effective est calculée selon la formule :

$$k^{\text{eff}} = \frac{F^{\text{max}} - F^{\text{min}}}{\varepsilon_{xx}^{\text{max}} - \varepsilon_{xx}^{\text{min}}} \quad (\text{V.2})$$

où la force est donnée par la machine et la déformation correspond à la déformation moyenne entre les deux points de l'extensomètre virtuel central. Seuls les points extrémaux des cycles de contrôle (en particulier ceux du début et de la fin de la décharge du premier cycle de contrôle) sont utilisés pour calculer la raideur de l'éprouvette. Les images de la CIN correspondantes n'étant pas prises exactement aux extrêmes du signal mécanique, les valeurs calculées sont très bruitées. Des courbes de tendances ont alors été rajoutées sur les graphes.

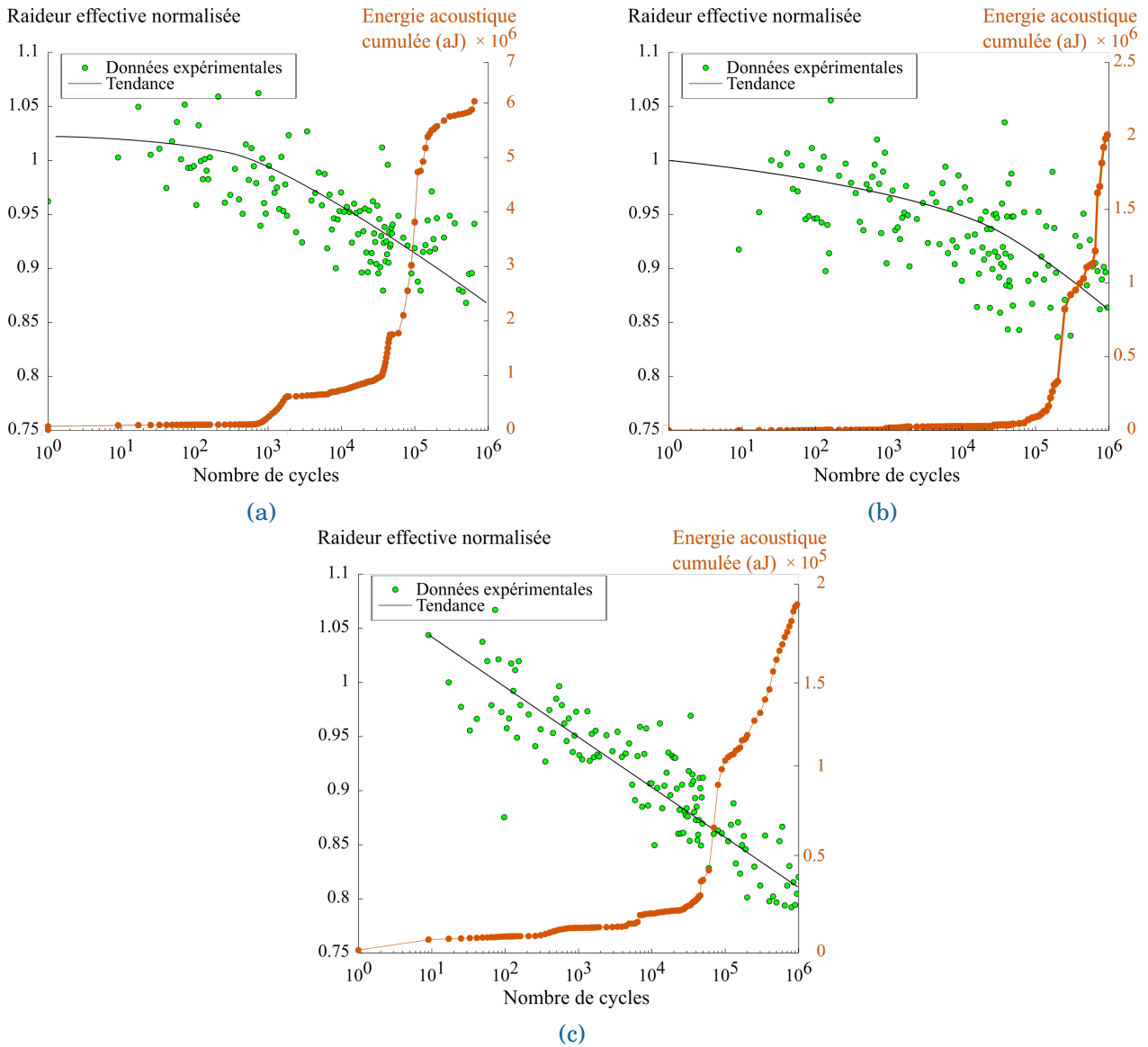


FIGURE V.10 – Évolution des raideurs effectives normalisées par rapport à leurs valeurs initiales, superposée avec l'énergie acoustique cumulée, pour les essais à (a) 50%, (b) 60% et (c) 70% de la force à rupture statique, $R = 0.05$ et $f = 5$ Hz sur plaques trouées.

Toutefois, il serait intéressant de tirer profit de l'information très riche de la CIN, en considérant l'ensemble du champ de déplacement et non uniquement le déplacement entre les deux points de l'extensomètre. En effet, on pourrait envisager de déterminer la raideur effective par identification inverse sur les décharges des cycles lents à l'aide d'une méthode de type FEMU [Hild and Roux, 2006].

L'évolution de la raideur effective k^{eff} de l'éprouvette nous renseigne de façon quantitative sur l'évolution de l'endommagement au cours du chargement de fatigue. Plus la charge maximale est élevée, plus la perte de raideur est importante (entre 13% et 20% de la raideur initiale au bout de 10^6 cycles). L'évolution de cette perte de raideur évolue de façon bilinéaire (ou linéaire) en fonction du nombre de cycles, avec une échelle logarithmique, de façon similaire à ce qui a été observé sur les plaques lisses.

Le suivi acoustique des essais permet d'avoir des renseignements complémentaires sur l'évolution de l'endommagement. Dans les deux premiers essais (à 50% et 60% de la force à

rupture statique), le suivi acoustique permet de déterminer à quel moment l'inflexion de la courbe de raideur a lieu : cela correspond aux évolutions significatives des courbes d'énergies acoustiques. Pour l'éprouvette sollicitée à 70% de la force à rupture, cette inflexion n'est pas visible et l'énergie acoustique cumulée augmente régulièrement dès le début de l'essai. Ces événements acoustiques peu énergétiques sont vraisemblablement dus à de la fissuration matricielle. Les événements acoustiques plus énergétiques visibles à la fin des trois courbes correspondent vraisemblablement à d'autres mécanismes d'endommagement, probablement de la rupture de torons de fibres. Ces endommagements ont lieu au cœur du matériau, puisqu'aucune fissure n'est visible en surface avec un suivi optique standard (la taille des fissures est de l'ordre de quelques micromètres et ne sont observables qu'avec un MEB [Guel, 2018]).

En revanche, on observe une évolution des champs de déformation de cisaillement obtenus par CIN, au fur et à mesure de l'augmentation de l'énergie cumulée, témoignant de l'effet de l'endommagement au bord du trou de l'éprouvette fatiguée à 60% de la force à rupture (figure V.11). Il serait donc pertinent de chercher à localiser les événements, en particulier les plus

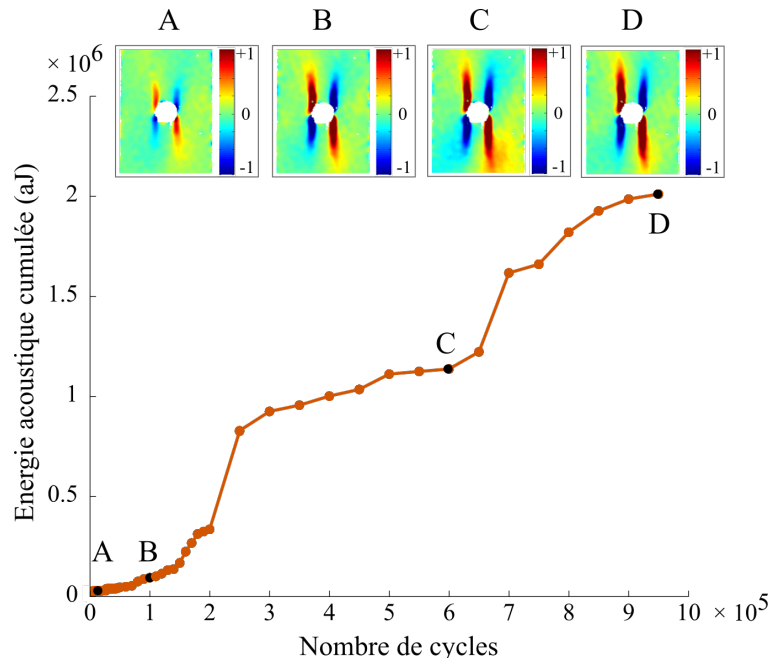


FIGURE V.11 – Évolution des champs de déformation de cisaillement au cours l'essai 3433-Rep2, fatiguée à 60% de la force à rupture.

énergétiques, pour savoir s'ils ont bien lieu dans les zones de concentrations de contraintes en bord de trou.

En synthèse de ces essais sur plaques trouées, on peut proposer le scénario d'endommagement suivant. Le mécanisme principal auquel on attribue la baisse de raideur est la fissuration matricielle. Aucun gonflement dans la direction hors-plan n'étant observé au sortir des essais de fatigue, indicateur de délaminage en bord de perforation, on peut conclure en l'absence d'endommagement hors-plan notable. Quelques ruptures de fibres ont probablement lieu durant l'essai, mais les éprouvettes restent toutes intègres après un million de cycles de fatigue à $R = 0.05$, même sollicitées à 70% de la force à rupture statique. La présence d'un trou au centre de l'éprouvette ne semble pas affecter la résistance en fatigue et la durée de vie des éprouvettes. Ce constat est également observé sur un composite Nextel720/alumine sollicité à 1200°C [Mall and Sullivan, 2011].

V.1.2.3 Performances résiduelles

Enfin, des essais de performances résiduelles sont donc entrepris par la suite pour voir l'influence du niveau d'endommagement sur la tenue des éprouvettes trouées en traction.

La figure V.12a présente les courbes de force/déformation des essais de performances résiduelles en traction après 10^6 cycles et de celle de l'essai statique ajouté comme référence. Notons que cet essai n'est pas monotone à rupture mais a subi quelques charges/décharges. Pour tous les essais, les extensomètres virtuels ont la même longueur et ont été placés au même endroit sur les éprouvettes. La figure V.12b quantifie les différences en termes de raideur et de tenue des trois éprouvettes fatiguées par rapport à l'essai statique, afin de visualiser l'influence de la fatigue sur le comportement résiduel. La raideur est calculée par régression linéaire sur les 150 premiers points des courbes, inférieurs au seuil des premiers événements acoustiques enregistrés lors de l'essai.

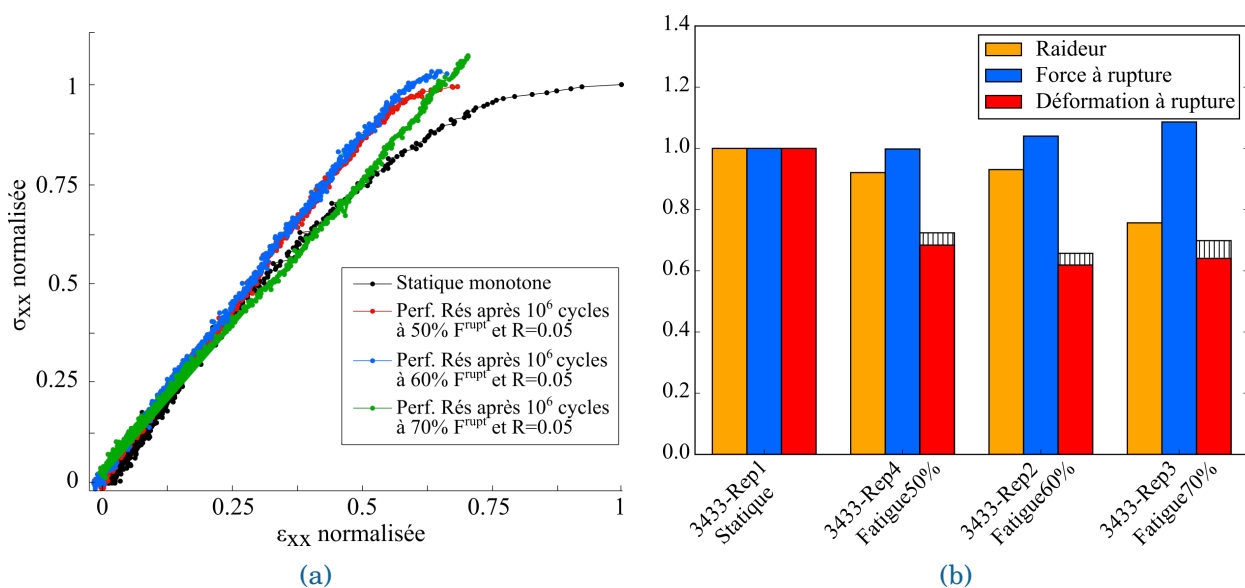


FIGURE V.12 – Synthèse des résultats expérimentaux des essais de performances résiduelles sur éprouvettes trouées soumises à 10^6 cycles de fatigue au préalable. (a) Courbes force/déformation. Les résultats sont normalisés par rapport à ceux de l'essai statique 3433-Rep1 (noir). (b) Pertes de module et de résistance à la traction. Les hachures correspondent à la prise en compte des déformations résiduelles relevées à la fin de l'essai de fatigue.

On constate tout d'abord une réduction de la raideur résiduelle en fonction du niveau de la force maximale appliquée, comme attendu. Ensuite, on notera que la force à rupture tend à légèrement augmenter avec le niveau de chargement maximal en fatigue, probablement du fait de la relaxation des contraintes en bord de trou, elle-même due à l'endommagement. En revanche, les déformations à rupture sont fortement réduites par rapport à l'essai statique, même en prenant en compte les déformations résiduelles à la fin du chargement de fatigue (symbolisé par les hachures sur la figure V.12b). Cette déformation semble diminuer avec le niveau de chargement de fatigue (sur les deux premiers niveaux), et par extension avec le niveau d'endommagement en fatigue.

La figure V.13 présente les faciès de rupture obtenus. Peu de différences sont observées par rapport au faciès de rupture de l'essai de traction incrémentale. Des faciès similaires ont été observés par Mall sur des éprouvettes trouées en composite Nextel720/Alumine sollicitées en fatigue à 1200°C [Mall and Sullivan, 2011]. Le scénario de rupture alors établi est le suivant : l'endommagement débute par des fissures matricielles, qui se propagent le long

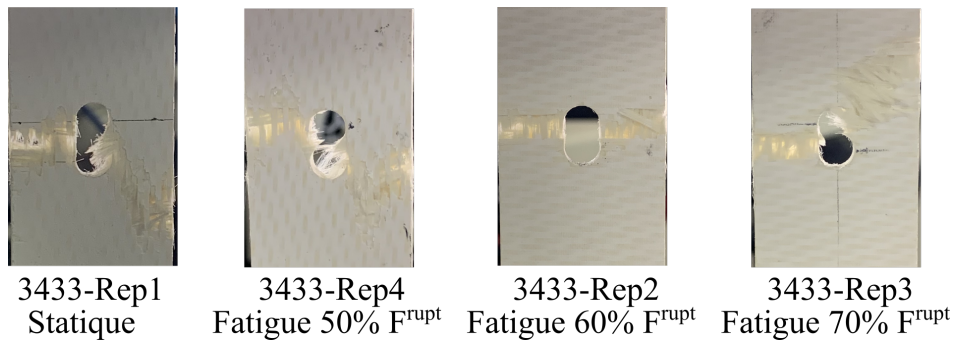


FIGURE V.13 – Faciès de rupture des éprouvettes trouées sollicitées en fatigue qui ont rompu pendant les tractions monotones.

des interfaces fibre/matrice dans la zone où la concentration de contrainte est la plus élevée (au droit du trou). Avec la répétition des cycles, les fissures se développent sur différents plans et fusionnent, conduisant à la rupture des fibres et éventuellement à la rupture totale de l'éprouvette avec un faciès de rupture typique des CMC à interface faible (extractions de fibres, fissuration matricielle non-planaire). Un scénario similaire est tout à fait envisageable pour ce matériau. De plus, la rupture est associée à un gonflement dans la direction hors plan, témoin de délaminages probables en bord de trou.

V.1.3 Comparaisons essais/calculs

Le but de cette section est d'évaluer dans quelle mesure le modèle, présenté au chapitre II, rend compte des résultats expérimentaux sur structures présentant des singularités géométriques induisant des gradients de contrainte en bord de trou. Les paramètres du modèle, identifiés à l'aide des essais sur éprouvettes haltères présentés dans le chapitre III, ne sont pas modifiés. Il s'agit donc de déterminer la fiabilité des prévisions du modèle, dans l'optique de l'appliquer sur d'autres configurations.

Le modèle consiste en une plaque trouée aux dimensions réelles de l'éprouvette. Le maillage est constitué d'éléments coques, dans la mesure où les phénomènes hors-plan ne sont pas pris en compte dans le modèle. Il est constitué de 1856 éléments coques et 5792 nœuds, ce qui mène le nombre total de degrés de liberté à 34572 (figure V.14). En revanche, les éléments sont constitués de huit couches, dont l'orientation alterne entre 0° et 90° , afin de rendre compte de l'ensemble des plis du stratifié.

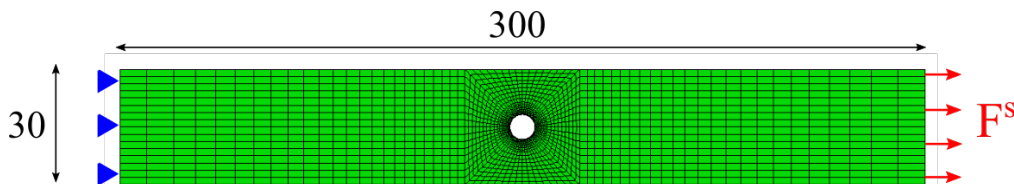


FIGURE V.14 – Maillage Éléments Finis de l'éprouvette trouée utilisée comme cas-test académique. Les dimensions de la plaque sont identiques à celles des essais ($300 \text{ mm} \times 30 \text{ mm}$ avec un diamètre de trou de $6,5 \text{ mm}$).

Les conditions aux limites imposées sont représentatives des conditions expérimentales idéalisées : l'un des bords de l'éprouvette est encasté et l'autre est soumis à un effort dans la direction 0° , réparti sur toute la surface. Le chargement est imposé en effort, comme lors des essais expérimentaux.

V.1.3.1 Chargement de fatigue

La stratégie de sauts de cycles non-linéaire, exposée au chapitre IV, permettant de réaliser des simulations de fatigue polycyclique sur structure en des temps raisonnables, est appliquée pour simuler l'évolution de l'endommagement tout au long du million de cycles de fatigue. Trois calculs sont réalisés de façon à pouvoir comparer les prévisions du modèle sur les trois essais de fatigue sur éprouvettes trouées réalisés.

Les simulations de fatigue sont donc, comme précédemment, décomposées en trois étapes : (i) une montée en charge en cinq incréments, (ii) cent cycles d'entraînement pilotés en effort discrétisés en deux incréments par cycle et (iii) des sauts de cycles, chacun étant suivi de deux cycles de contrôle, jusqu'à atteindre 10^6 cycles. La taille du dernier saut de cycles est ajustée de façon à ce qu'il se termine deux cycles avant le nombre total de cycles fixé, les deux derniers cycles étant simulés intégralement. Le chargement de fatigue est constitué de cycles triangulaires, simplifiés par rapport au signal sinusoïdal de la machine d'essai. Les tailles de sauts de cycles sont pilotées par un incrément d'endommagement maximal autorisé et fixé à $\Delta d_1 = \Delta d_2 = 0,001$.

Les trois calculs à 50%, 60% et 70% de la force à rupture statique ont une durée respective de 5507, 6776 et 6694 secondes avec quatre CPUs, dont quatorze secondes sont allouées à la préparation de l'analyse par le code EF.

Premières comparaisons qualitatives

Une première comparaison consiste à suivre l'évolution de l'endommagement en fonction du nombre de cycles, pour vérifier que le modèle reproduit le scénario d'endommagement observé expérimentalement. Ne pouvant pas suivre directement la fissuration au sein du matériau (aucune fissure n'est visible, de par la petite taille des dommages mis en jeu), la comparaison se base sur l'évolution des déformations de cisaillement en surface rendant compte des effets de l'endommagement. La figure V.15 présente l'évolution des champs de déformation de cisaillement plan en bord de trou obtenus à l'aide de la CIN et de la simulation EF.

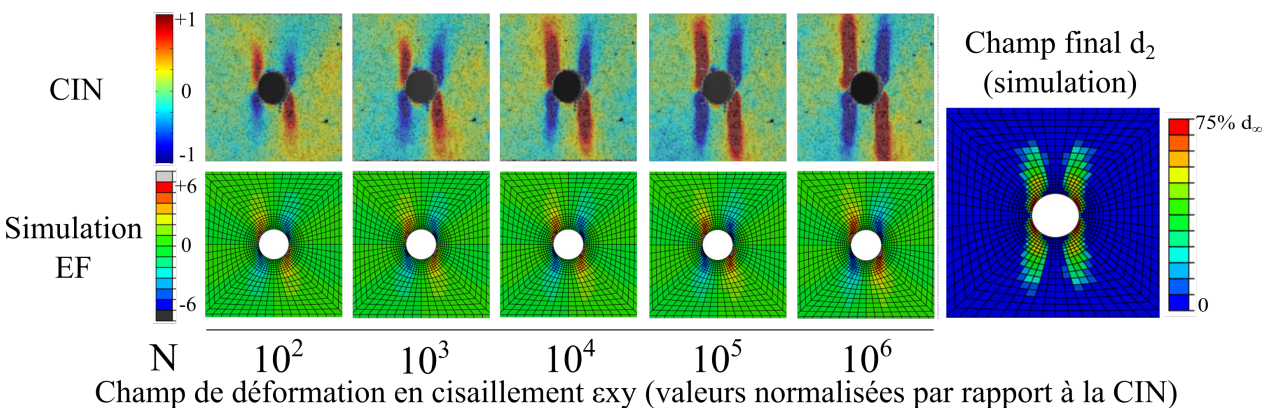


FIGURE V.15 – Suivi de la déformation de cisaillement au cours de l'essai de fatigue sur l'éprouvette 3433-Rep2.

Le modèle reproduit l'évolution du champ de déformation en bord de trou, similaire à des fissures de splitting. Toutefois, le champ d'endommagement d_2 final est ajouté pour montrer que l'évolution du profil des déformations de cisaillement est intimement lié au profil d'endommagement matriciel.

Cette comparaison reste cependant qualitative. En effet, le but n'est pas de comparer directement les valeurs des déformations, dans la mesure où l'on ne maîtrise pas la méthode

de calcul des déformations du logiciel de corrélation d'images VIC-3D, mais uniquement de vérifier que le modèle capture les mécanismes d'endommagement observés.

Comparaisons quantitatives du niveau d'endommagement

Afin de réaliser des comparaisons plus quantitatives, les évolutions des raideurs expérimentales et numériques, obtenues à l'aide des extensomètres virtuels centraux, sont évaluées. En effet, un extensomètre virtuel est également utilisé pour extraire une déformation macroscopique du calcul EF (voir figure V.6b) et en déduire la raideur effective de l'éprouvette, en utilisant à nouveau l'équation V.2. Lorsque les bornes de l'extensomètre ne coïncident pas avec un nœud du maillage EF, les valeurs des déplacements U_{xx} aux nœuds adjacents sont interpolées pour déterminer la valeur exacte du déplacement aux bornes de l'extensomètre. La figure V.16 montre les comparaisons essais/calculs de l'évolution des raideurs effectives au cours des 10^6 cycles de chargement pour les trois différents chargements de fatigue (50%, 60% et 70% de la force à rupture statique).

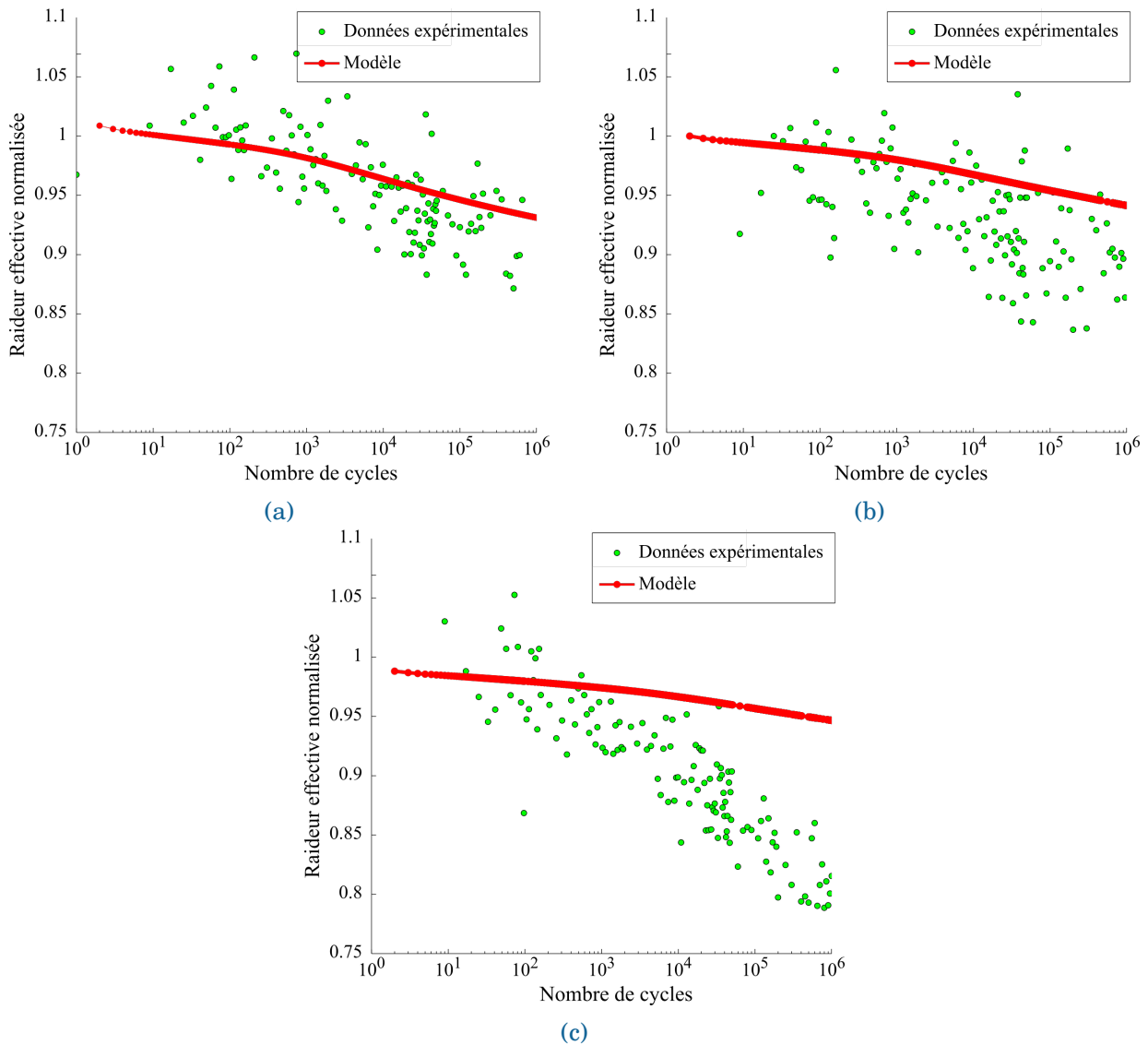


FIGURE V.16 – Comparaisons des évolutions des raideurs effectives entre les prévisions du modèle et les résultats expérimentaux (a) à 50%, (b) à 60% et (c) 70% de la tenue statique.

La prévision du modèle est très satisfaisante sur le plus bas niveau de chargement. En effet, on retrouve bien l'évolution en deux temps de la raideur. Cette évolution s'explique par la mise en place de l'endommagement au début du chargement de fatigue, puis sa lente propagation au cours des cycles suivants. En revanche, la cohérence entre résultat d'essai et simulation se détériore à mesure que la charge maximale augmente. Pour le chargement à 60%, le modèle reproduit l'évolution de la raideur en deux temps, mais sous-estime les effets de l'endommagement sur la réponse globale. Enfin, sur le plus fort niveau de chargement, le modèle ne rend pas compte de la forte chute de raideur et de l'absence de point d'inflexion. Ce résultat pouvait être anticipé. En effet, l'identification des paramètres du modèle étant basée sur des essais à bas niveaux de contraintes, ce dernier capture mal les baisses de raideur induites par les hauts niveaux de contrainte sur éprouvettes lisses (*cf.* section III.5), potentiellement à cause de l'absence de prise en compte du délaminage dans le modèle. Ces comparaisons nous montrent qu'il en est de même sur les éprouvettes trouées.

Toutefois, les prévisions du modèle pourraient être améliorées en décrivant mieux les conditions aux limites du calcul EF en bord de zone utile, en ré-injectant les champs de déplacement mesurés par CIN. De plus, au lieu de comparer des mesures d'extensomètres virtuels, les mesures de champs de déplacement pourraient être directement comparées aux calculs EF, permettant une validation plus approfondie du modèle.

Prévision de l'endommagement dans les différents plis

Les simulations ayant été réalisées avec des éléments coques multi-couches, un suivi de l'évolution du comportement du composite pli par pli, tenant compte des reports de charge, est possible. Afin d'illustrer le potentiel du modèle développé, la figure V.17 montre les champs d'endommagement obtenus dans les plis 1 à 4 d'un composite quasi-isotrope $[0/45/90/-45]_s$ pouvant être envisagés par Safran pour la réalisation de pièces composites.

Il est alors clairement visible que les champs d'endommagement sont orientés par la microstructure, notamment dans les plis à 45° et -45° . Le champ d'endommagement d_2 (resp. d_1) du pli 2, orienté à 45° , est très similaire au champ d'endommagement d_1 (resp. d_2) du pli 4, orienté à -45° . Toutefois, les valeurs de l'endommagement sont légèrement différentes car, bien que le tissu soit équilibré, les paramètres des relations d'évolution des dommages le sont également, comme constaté sur plaques lisses lors des essais hors-axes (*cf.* chapitre III). De plus, les champs d'endommagement des plis de même orientation seront identiques, dans la mesure où aucun phénomène hors-plan n'est pris en compte dans le modèle.

Il serait donc intéressant de comparer les prévisions de simulations sur composite stratifié quasi-isotrope avec des résultats d'essais pour s'assurer que la simulation rend compte convenablement des reports de charge entre les différents plis.

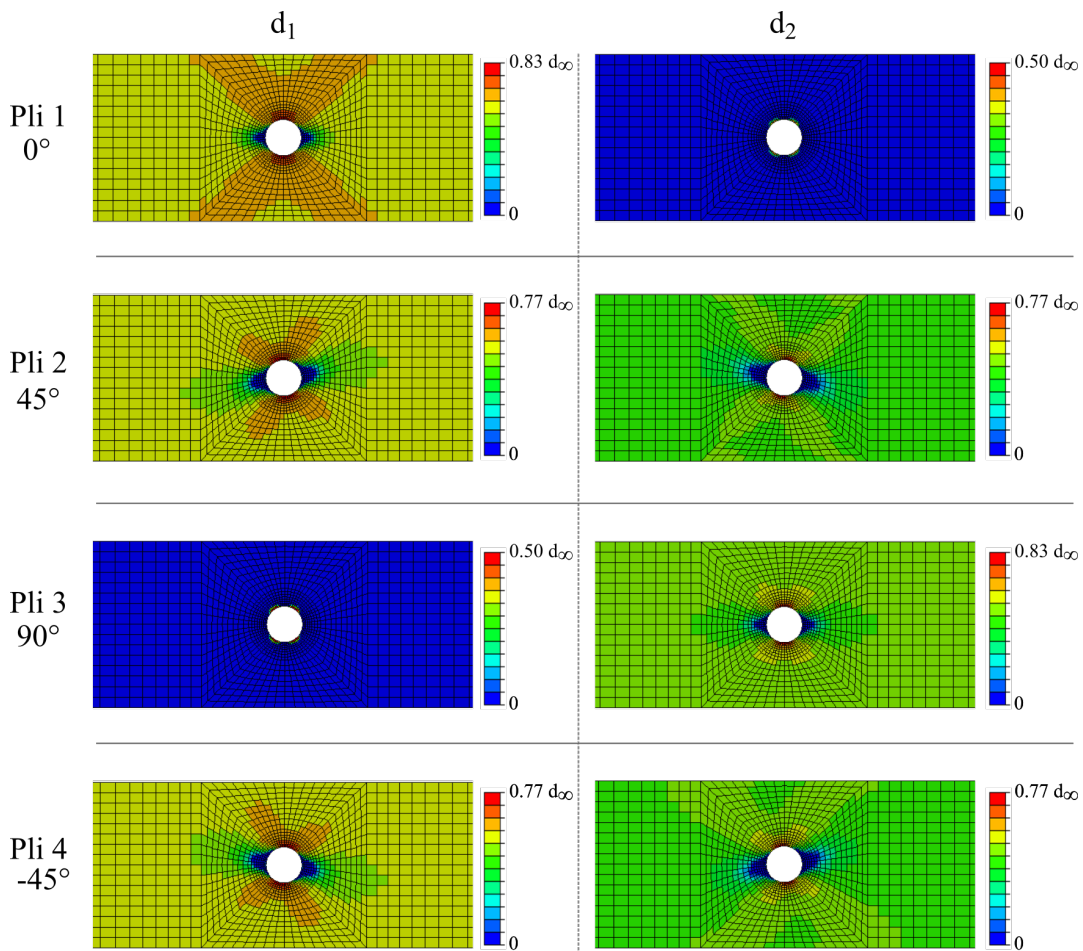


FIGURE V.17 – Champs d'endommagement d_1 et d_2 dans les quatre premiers plis d'un composite stratifié quasi-isotrope après 400 000 cycles de fatigue à $F^{max} = 50\%$ de la force à rupture du composite $[0/90]_{2s}$ et $R = 0.05$.

V.1.3.2 Performances résiduelles

Par la suite, des simulations de traction monotone effectuée à la suite des simulations de fatigue, représentant les essais de performances résiduelles, ont été menées pour chaque configuration. Les simulations conservent les mêmes conditions aux limites que les simulations de fatigue. L'effort maximal imposé dans la simulation est très légèrement supérieur à l'effort à rupture expérimental, de façon à déterminer l'effort à partir duquel le critère de rupture inséré dans le modèle est dépassé.

Ces calculs utilisent la fonction *restart*, présente dans les codes commerciaux de calcul de structure par EF, permettant de redémarrer l'analyse d'un calcul précédent en conservant les valeurs des variables internes. Cette fonctionnalité permet de compléter l'analyse des séquences de chargement lorsque le calcul n'a pas pu être mené à terme ou, comme dans notre cas, d'ajouter des étapes de chargement supplémentaires à un calcul déjà effectué.

L'utilisation d'un critère local, comme défini dans la section II.6, sous-estime grandement la tenue d'une structure stratifiée avec concentrations de contraintes par rapport aux observations expérimentales [Withney and Nuismer, 1976]. Pour des raisons de simplicité numérique, afin de rendre cette méthode utilisable en bureau d'études, il a été décidé d'utiliser une stratégie appliquée en post-traitement, consistant à redéfinir la ruine d'une plaque trouée. Une approche de type Volume Caractéristique de Rupture (VCR) a alors été privilégiée [Miot,

2009, Miot et al., 2010] (figure V.18). Ce critère non-local est alors basé sur une déformation ou une contrainte moyennée sur un volume caractéristique, défini par une longueur interne notée d sur la figure V.18.

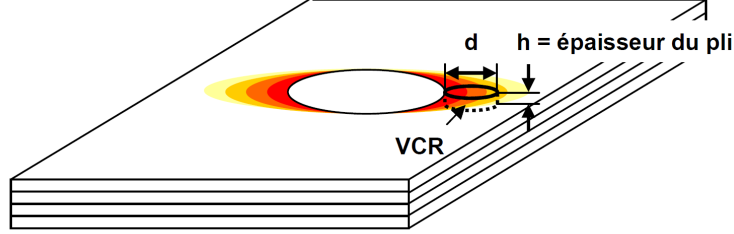


FIGURE V.18 – Illustration du Volume Caractéristique de Rupture [Miot et al., 2010].

Dans notre cas, le modèle étant réalisé avec des éléments coques, une surface circulaire sera utilisée, caractérisée par une longueur l correspondant au diamètre. Cette longueur interne l est identifiée à l'aide de la simulation correspondant à l'essai de traction statique sur plaque trouée. Lorsque $l = 0$, le critère est local et la déformation est comparée point par point à la déformation à rupture (calculée par l'équation II.41). Il s'agit alors d'augmenter progressivement ce paramètre l de façon à ce que le critère de rupture ne soit rempli qu'au dernier incrément, correspondant au niveau de charge à rupture expérimentale. Par la suite, cette longueur l est considérée constante pour appliquer le critère de rupture aux essais de traction après fatigue pour les trois niveaux de chargement maximal considérés. Pour chaque élément, présent dans une couronne autour du trou des éprouvettes, le critère de rupture $\iint_S \max \left(\frac{\varepsilon_{11}}{\varepsilon_{11}^r}, \frac{\varepsilon_{22}}{\varepsilon_{22}^r} \right) dS$ est évalué sur une surface caractéristique S , centrée sur l'élément considéré. Il convient de rappeler que les déformations à rupture dépendent du niveau d'endommagement local, ce qui est pris en compte avec le formalisme proposé (cf. section II.6. La longueur interne l retenue vaut 5,4 mm, valeur qui n'est pas corrélée aux dimensions caractéristiques du VER et du tissage du matériau étudié. La figure V.19 montre l'emplacement de l'élément qui rompt en premier, déterminé à l'aide de ce critère pour l'essai statique. Les champs d'endommagement matriciel d_1 et d_2 sont ajoutés pour illustrer d'une part le couplage entre endommagement matriciel et rupture de torons, induisant un angle de rupture quasiment normal au chargement, et d'autre part le fait qu'un critère local conduirait à une ruine anticipée de la structure.

La figure V.20 compare alors les prévisions du modèle, en terme d'effort à rupture, utilisant cette approche VCR, aux données expérimentales à rupture. La prévision de la force à rupture est calculée selon l'équation (V.3).

$$P_F = \frac{F_r^{\text{VCR}}}{F_r^{\text{exp}}} \quad (\text{V.3})$$

Le modèle prévoit une rupture légèrement prématurée des éprouvettes perforées. L'erreur augmente avec le niveau de la sollicitation appliquée en fatigue, mais reste inférieure à 12%. L'élément qui rompt en premier est identique lors des simulations de performances résiduelles et lors de la simulation statique. Cette approche permet donc d'obtenir une bonne approximation de la tenue résiduelle de structures soumises au préalable à un chargement de fatigue en traction.

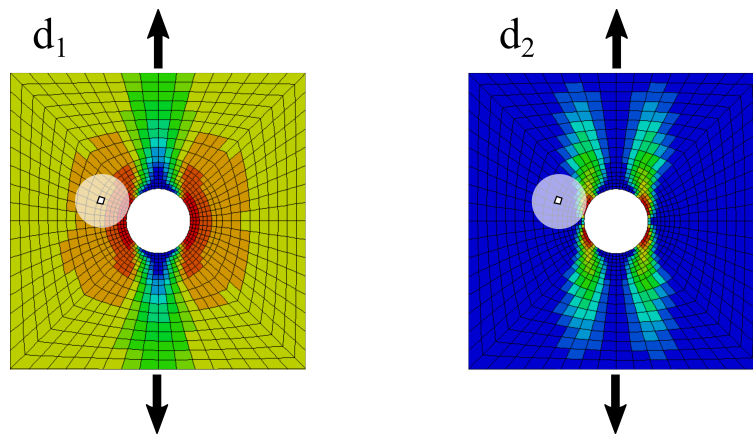


FIGURE V.19 – Zone de rupture statique identifiée en post-traitement.

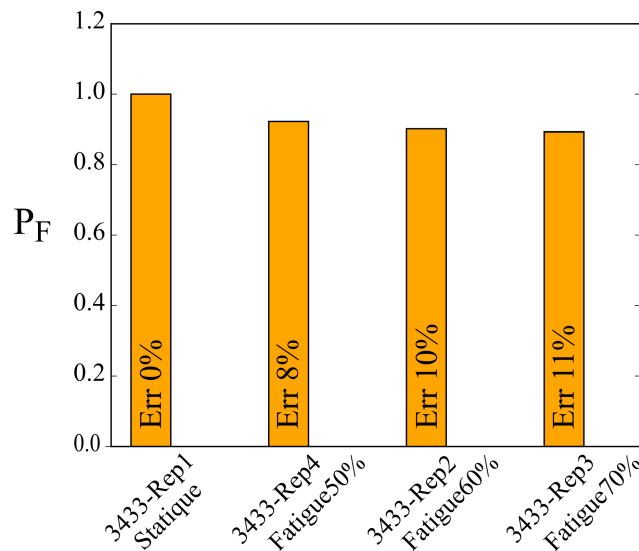


FIGURE V.20 – Comparaison de la force à rupture entre prévisions numériques et données expérimentales pour les trois essais de performances résiduelles sur éprouvettes trouées.

Notons qu'une autre approche pourrait être utilisée pour prévoir la rupture des torons dans une structure composite. Il s'agit d'une approche progressive de la rupture, mise en place dans les modèles ODM-CMC, ODM-CMO et ODM-CMO_f, utilisant des variables de rupture fibres dont le formalisme est similaire aux variables d'endommagement matriciel [Marcin, 2010, Hemon, 2013, Rakotoarisoa, 2013]. Cependant, une telle approche, avec une relation de comportement adoucissante, est délicate à mettre en place sur des calculs de structure par EF et pose de nombreuses difficultés numériques, dont des difficultés de convergence mais aussi de localisation et de dépendance au maillage. Pour pallier ces problématiques, une méthode de régularisation doit être mise en place. Il existe plusieurs méthodes de régularisation, comme les modèles de visco-dommagement, le crack band, les modèles non-locaux ou bien les modèles phase field. Pour plus de détails, le lecteur est invité à se référer aux travaux de thèse de Médeau [Médeau, 2019]. Toutefois, pour l'identification effectuée sur le matériau oxyde/oxyde de cette étude, on assiste à un emballement de l'endommagement matriciel (qui n'est pas régularisé) dès que le seuil de rupture des torons est atteint, menant à une perte de convergence du calcul. Un travail conséquent pour gérer l'endommagement matriciel et la rupture des torons est à prévoir.

Les comparaisons entre les prévisions du modèle et les résultats expérimentaux permettent d'affirmer que le modèle rend bien compte du scénario d'endommagement, tant qu'aucun phénomène de dégradation hors-plan ne rentre en jeu (c'est-à-dire pour des niveaux de chargement relativement faibles, représentatifs des sollicitations de fatigue polycyclique). La stratégie de calcul proposée permet donc de réaliser des comparaisons essais/calculs sur des structures simples soumises à des chargements de fatigue de longue durée en des temps de calcul raisonnables pour un bureau d'études.

V.2 Cas test industriel

Dans un second temps, une autre structure, représentative de pièces industrielles envisagées par Safran, est considérée. Il s'agit d'un cône d'éjection en composite stratifié de plis tissés 2D oxyde/oxyde. Les essais sur cette géométrie (figure V.21) étant confidentiels et restreints à des chargements statiques, cette partie a uniquement pour but de démontrer l'applicabilité de la stratégie numérique proposée en bureaux d'études pour des pièces industrielles.

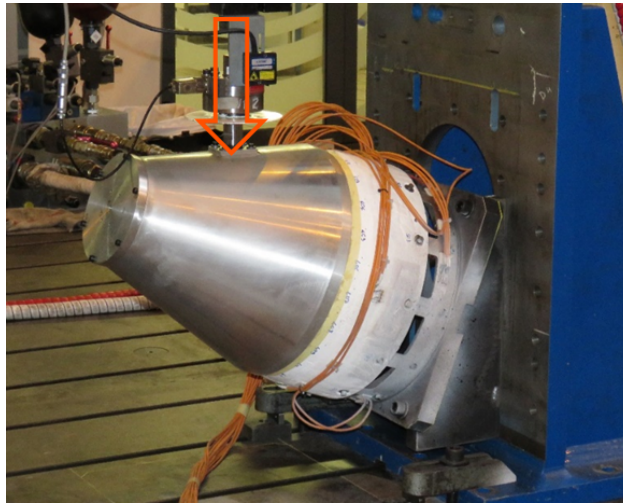


FIGURE V.21 – Montage expérimental d'un essai statique réalisé sur un cône d'éjection en composite oxyde / oxyde.

Le modèle Éléments Finis (EF), représentatif des conditions d'essais, est détaillé dans la section V.2.1 et a été fourni par Safran Ceramics. La stratification du composite considérée est identique à celle utilisée pour l'identification des paramètres du modèle, à savoir 8 plis avec un empilement $[0/90]_{2s}$. La stratégie numérique de sauts de cycles non-linéaire est appliquée pour déterminer l'évolution de l'endommagement au sein du cône d'éjection au cours de deux chargements de fatigue, de complexité croissante (section V.2.2), établis en collaboration avec le partenaire industriel.

V.2.1 Description du cas test

Afin d'être représentatif des essais effectués par Safran sur l'arrière-corps, le modèle EF est composé de plusieurs parties :

- le cône d'éjection (plug) en composite oxyde/oxyde (en bleu sur la figure V.22a) ;
- le support souple, représentatif de l'assemblage du cône d'éjection au reste du moteur (en orange sur la figure V.22a) ;
- une coiffe permettant d'appliquer la sollicitation sans abimer le matériau (en gris).

La figure V.22a présente les divers éléments du modèle EF fourni par Safran Ceramics. Seules les propriétés matériau du composite oxyde/oxyde ont été modifiées par rapport au modèle fourni. Les divers éléments du modèle sont mis en relation à l'aide d'interactions de type contact. Le contact entre la coiffe et le cône en composite est imposé à l'aide d'un *tie* (jonction cinématique parfaite entre les deux parties). Les déplacements des nœuds du cône sont donc les mêmes que ceux de la coiffe à l'interface. Le contact entre les brides du support souple et le cône est réalisé à l'aide d'un couplage cinématique, évitant l'interpénétration entre les deux

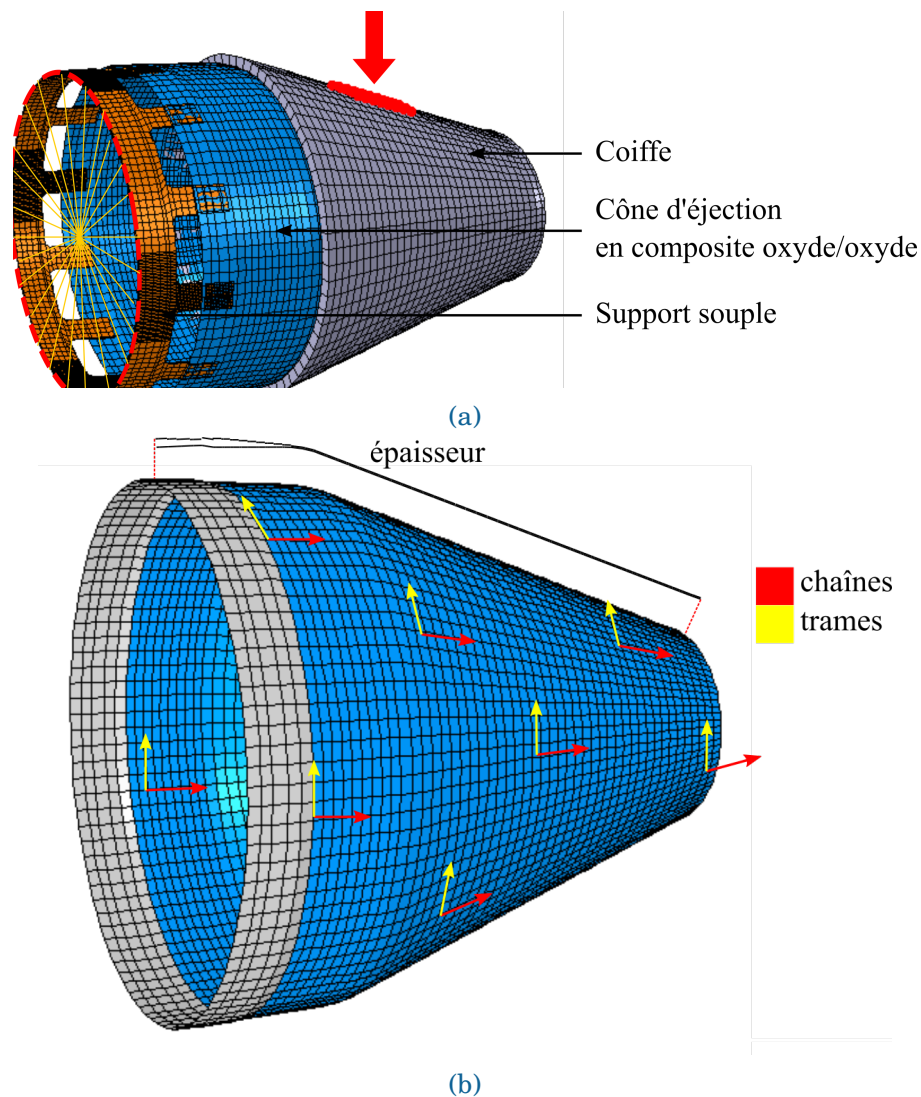


FIGURE V.22 – Description du modèle EF du cône d'éjection utilisé. (a) Différentes pièces et conditions limites. (b) Propriétés et orientation matériau du composite.

parties et permettant d'introduire de la friction (dont le coefficient est ici fixé à 0.34 après discussion avec Safran).

Le cône d'éjection est constitué de 5088 éléments coques. L'épaisseur du composite varie sur la partie cylindrique du plug, selon les épaisseurs mesurées sur la pièce fabriquée par Safran Ceramics. Afin de prévoir le comportement en fatigue de cette structure, les propriétés matériau du cône d'éjection ont été modifiées afin de rendre compte de son comportement non-linéaire. Cependant, pour ne pas biaiser les résultats à cause des concentrations de contraintes au niveau des liaisons boulonnées entre le support souple et le cône, le comportement du composite est considéré élastique sur les cinq premières bandes d'éléments (en gris sur la figure V.22b). Le reste du cône (en bleu sur la figure V.22b) possède un comportement élastique endommageable, qui suit la relation de comportement présentée au chapitre II. Les torons de chaîne sont orientés dans l'axe du cône d'éjection et les torons de trame sont radiaux, comme illustré sur la figure V.22b.

Le support souple et la coiffe, dont le comportement est élastique, sont maillés à l'aide d'éléments solides hexaédriques. Des éléments connecteurs permettent de raccorder les deux types d'éléments. Finalement, le modèle EF comporte 19 848 éléments et 32 378 nœuds, ce qui

élève le nombre de degrés de liberté dans le modèle à 103 989.

Les conditions aux limites sont appliquées sur le support souple et sur la coiffe. D'une part, le support souple est encastré (cercle rouge en pointillés sur la figure V.22a), à l'aide d'un nœud maître au centre de la circonférence extérieure, les traits jaunes représentant la relation de couplage. D'autre part, une force radiale est appliquée sur un groupe de quarante nœuds de la coiffe, mis en évidence en rouge, correspondant à la surface réelle d'application de la force.

Le chargement de fatigue est décomposé en quatre étapes successives :

- mise en pré-tension des connecteurs au niveau de l'assemblage entre le support souple et le cône d'éjection ;
- montée en charge statique ;
- dix premiers cycles de chargement entièrement simulés ;
- suite du chargement de fatigue, à l'aide de la stratégie de sauts de cycles non-linéaire.

V.2.2 Application de la stratégie numérique sur une structure industrielle

V.2.2.1 Fatigue cyclique sur un chargement triangulaire

Dans un premier temps, un chargement cyclique de 10^6 cycles à $R = 0.05$ et $f = 5$ Hz est considéré. L'effort maximal appliqué correspond à 30% de l'effort à rupture de l'essai statique réalisé sur le cône d'éjection. Le paramètre Δd considéré pour la stratégie de sauts de cycles est identique pour chaque mécanisme d'endommagement et est égal à 0,001. La préparation du calcul prend quinze secondes au logiciel EF et l'analyse en elle-même dure 101 977 secondes, soit un peu plus de 28 heures sur huit cœurs.

La figure V.23 présente les champs d'endommagement après la montée statique et les dix premiers cycles de chargement.

Trois zones d'endommagement sont alors clairement identifiées sur la figure V.23 : (1) au niveau de la force appliquée au milieu du cône, (2) lorsque le cône change de section, sous l'influence de la coiffe et (3) au bout du cône, puisque la déformation du composite est limitée par la coiffe. La simulation semble indiquer que l'endommagement macroscopique le plus présent est la fissuration matricielle dans le sens trame, puisque la valeur de la variable d'endommagement d_2 est bien plus élevée que d_1 . Dans la zone d'endommagement 1, située sous la force appliquée, la contrainte maximale équivaut à 50 % de la tenue statique du matériau et le rapport de charge local vaut $R_\sigma = 0.037$. Les chargements subis par la pièce sont donc du même ordre de grandeur que ceux des essais utilisés pour identifier le modèle matériau.

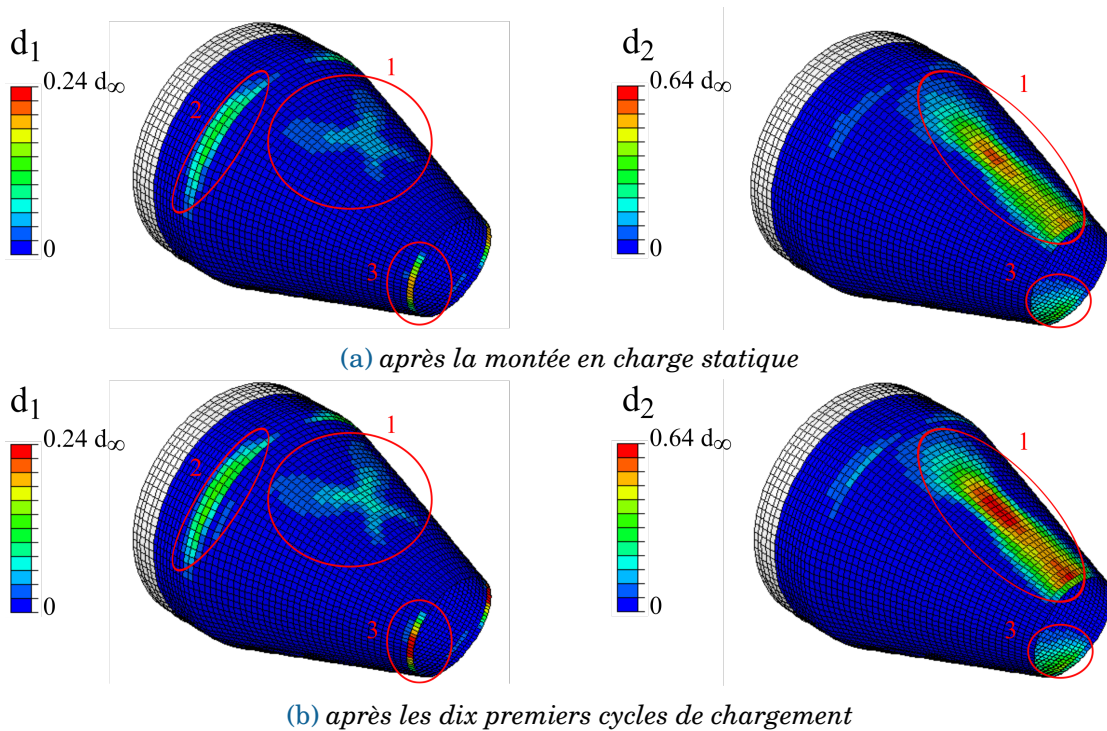


FIGURE V.23 – Champs d'endommagement du cône d'éjection après (a) la montée en charge statique et (b) les dix premiers cycles.

Toutefois, bien que l'endommagement d_2 soit plus important, la variable d'endommagement d_1 est celle qui pilote la taille de sauts de cycles, puisque les zones où les tailles de saut optimales locales sont les plus faibles correspondent aux zones d'endommagement d_1 . Plus particulièrement, il s'agit de zones très localisées au sein de la pièce (zones 2 et 3), liées aux sur-contraintes engendrées par les transferts d'effort entre les différentes pièces du modèle EF (figure V.24).

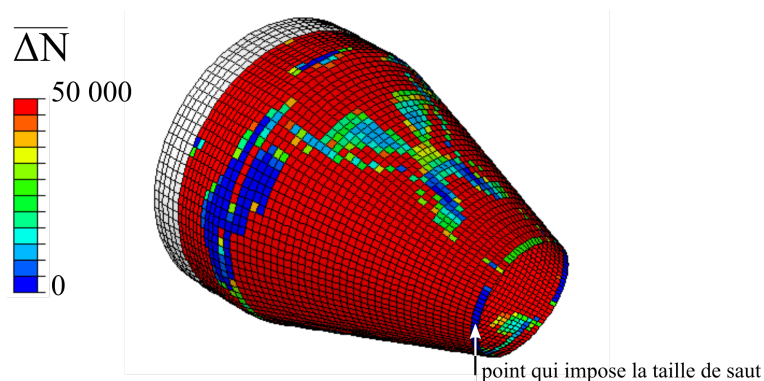


FIGURE V.24 – Champ des tailles de sauts optimales locales avant le premier saut de cycles.

La stratégie de calcul permet de déterminer l'évolution des variables d'endommagement au cours du chargement. La figure V.25 montre celle du champ d'endommagement majoritaire d_2 en fonction du nombre de cycles. La fissuration matricielle, initiée sous le point d'application de la force, se propage majoritairement dans l'axe du cône d'éjection. La zone d'endommagement 1, identifiée sur la figure V.23, sera donc probablement la zone de rupture de la pièce.

Par conséquent, il est possible de déterminer l'évolution du comportement de la pièce au

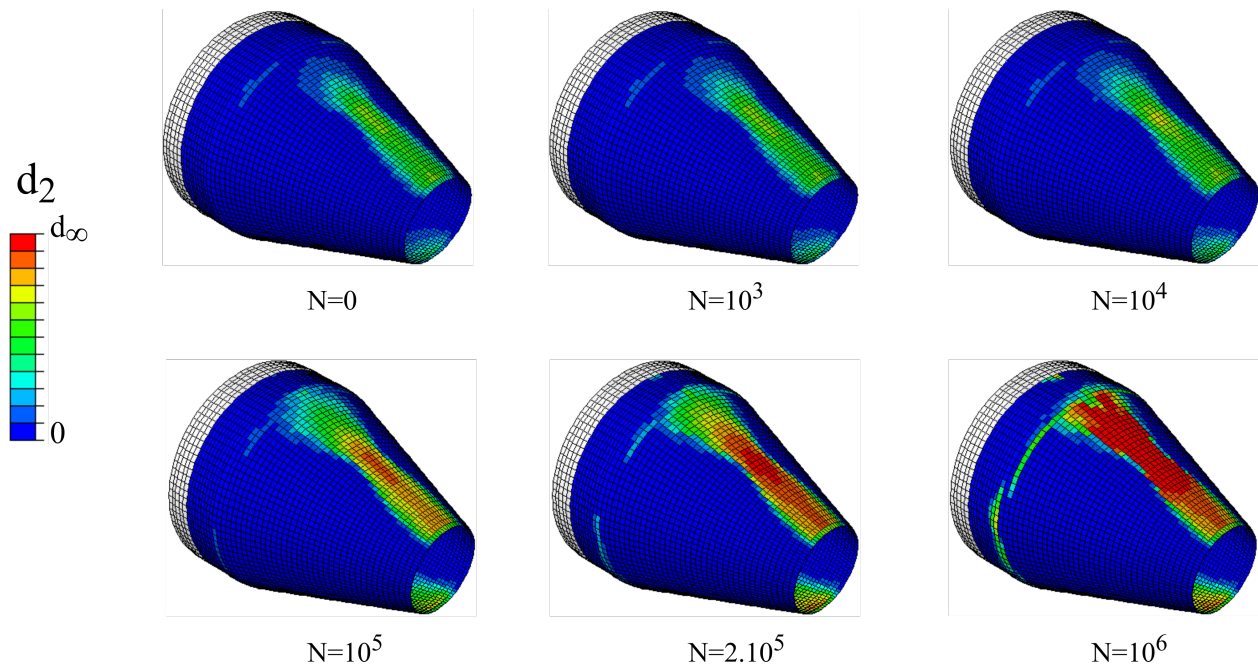


FIGURE V.25 – Évolution du champ d'endommagement d_2 en fonction du nombre de cycles du chargement.

cours des 10^6 cycles du chargement. Il serait également possible de déterminer les performances résiduelles de la pièce en appliquant le critère de rupture proposé en post-traitement d'un chargement statique additionnel.

V.2.2.2 Fatigue complexe sur chargement représentatif des cycles de vol

Dans un second temps, un chargement aléatoire répété fourni par Safran Ceramics, représentatif d'un cycle de vol (« Ground-Air-Ground »), est considéré. La séquence répétée au cours du temps est présentée dans la figure V.26a. Il s'agit d'un cycle de chargement mécanique équivalent idéalisé comprenant une phase (1) de mise en marche des moteurs au sol, (2) le décollage, (3) la phase de vol, (4) une rafale de vent et (5) l'atterrissage et le déplacement au sol. Ce chargement est dit équivalent, dans la mesure où il prend en compte les contraintes dues aux gradients thermiques au sein de la pièce. En revanche, les chargements d'origine vibratoire ne sont pas ici pris en compte.

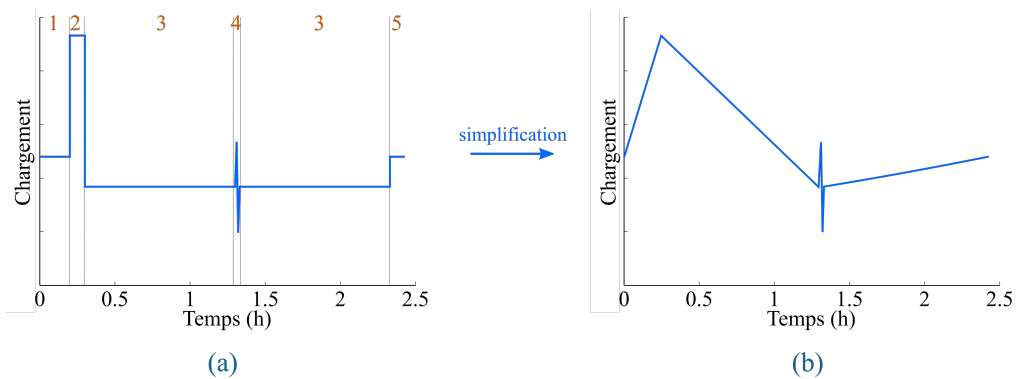


FIGURE V.26 – (a) Cycle de chargement typique « Ground Air Ground » et (b) chargement simplifié.

Le modèle étant indépendant de la discrétisation temporelle du problème, il ne prend pas en compte les endommagements induits par fluage (durant les maintiens à effort constant). Il ne s'agit pas d'une limitation puisque le fluage du matériau oxyde/oxyde dans le domaine d'utilisation de la pièce ($<700^{\circ}\text{C}$) peut être négligé. La séquence de chargement unitaire peut donc être simplifiée comme illustré sur la figure V.26b, sans influence sur la réponse du modèle.

Dans une démarche de dimensionnement, l'industriel réalise des essais de fatigue aléatoires répétés de 80 000 cycles, pour s'assurer de la tenue de la pièce. En revanche, numériquement, les chargements imposés comprennent cinq fois plus de cycles, pour introduire une marge de sécurité en vue de s'affranchir des approximations de modélisation (dispersion matériau, aspect probabiliste de la rupture, non prise en compte des phénomènes d'endommagements minoritaires). Le nombre total de cycles de la simulation est donc de 400 000 cycles. La procédure de sauts de cycles non-linéaire est appliquée sur ce chargement aléatoire répété après dix cycles de vol entièrement simulés avec les paramètres $\Delta d_1 = \Delta d_2 = 0.001$. La simulation dure alors 131 807 secondes (un peu plus de 36h) avec huit CPUs.

La figure V.27 montre les champs d'endommagement après dix cycles élémentaires et à la fin du chargement de fatigue (400 000 cycles).

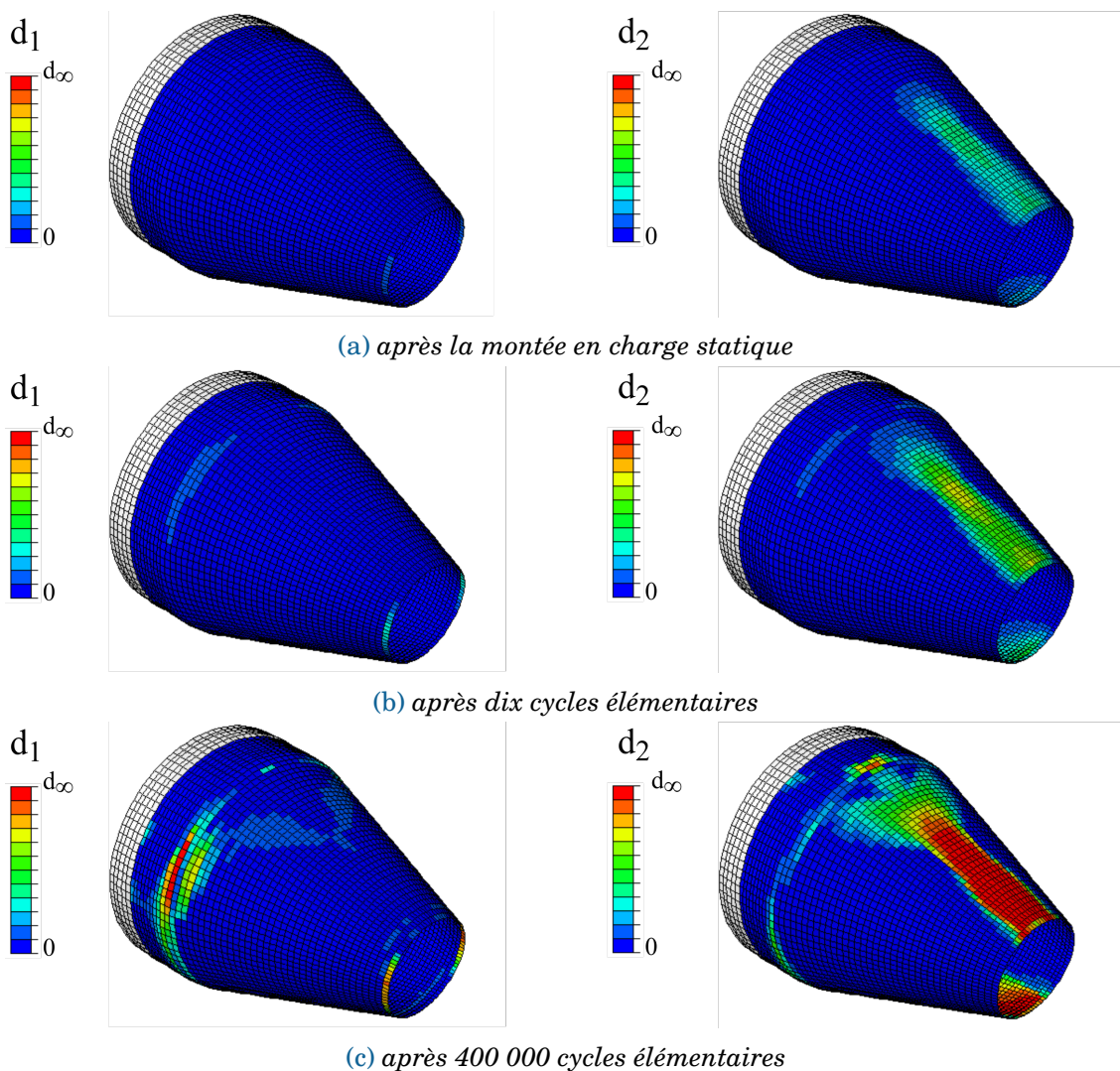


FIGURE V.27 – Champs d'endommagement finaux après (a) la montée en charge statique, (b) dix cycles et (c) 400 000 cycles de vol équivalents.

Les zones d'endommagement sont identiques au cas de chargement précédent, l'effort étant appliqué au même endroit. Cependant, le niveau d'endommagement après dix cycles élémentaires est plus élevé qu'après dix cycles triangulaires à $R = 0.05$ (par rapport à la figure V.23). En effet, le cycle élémentaire contenant plusieurs charges/décharges et l'effort maximal étant plus élevé que celui appliqué pour le chargement cyclique précédent, chaque cycle est par conséquent plus endommageant qu'un simple cycle triangulaire. La fissuration matricielle dans la direction trame (variable d_2) se propage majoritairement de façon axiale et majoritairement en bout de cône. En revanche, la zone endommagée pour la variable d_2 est plus étalée que sous un chargement triangulaire. Notons également que le changement de section du cône représente une zone fortement sollicitée où la fissuration dans le sens chaîne (d_1) est également importante.

A cause de l'étalement de l'endommagement, le point s'endommageant le plus durant les cycles de contrôle change très fréquemment. Les tailles de sauts globales évoluent donc de façon assez erratique et restent faibles (elles sont comprises entre 200 et 1000 cycles).

Au final, le modèle permet de décrire l'évolution de l'endommagement dans des structures de complexité industrielle au cours de chargements de fatigue cyclique ou aléatoire répété, en des temps de calcul acceptables pour les bureaux d'études, même pour des sollicitations avec un très grand nombre de cycles. Ces simulations ne seraient pas réalisables sans la stratégie de calcul proposée, dont la mise en œuvre est aisément transférable chez l'industriel.

V.3 Conclusions

Pour conclure ce chapitre, un bilan des possibilités données par la stratégie de modélisation mise en place est donné. Sur les deux cas structuraux étudiés, à savoir l'éprouvette trouée (cas académique) et un cône d'éjection (cas industriel), le modèle a démontré sa capacité à réaliser des simulations de fatigue, cyclique ou aléatoire répété et de longue durée ($N \geq 10^6$ cycles), en des temps de calcul raisonnables pour les bureaux d'études.

Ainsi, il devient possible d'instaurer un dialogue essais/calculs à l'échelle d'une structure. Les premières comparaisons entre les prévisions du modèle et les données d'essais sur éprouvettes trouées sont satisfaisantes. Toutefois, il serait intéressant de développer de réels protocoles de comparaisons essais/calcul sur structure, tirant profit de la multi-instrumentation des essais. En particulier, il convient de déterminer quels sont les indicateurs et les points de comparaison quantitatifs. Il serait intéressant de mieux exploiter la notion de champs de déplacement et de déformation issus de la CIN et d'en tirer des données comparatives. Une idée serait d'identifier l'évolution des propriétés élastiques pour différents cycles en fatigue, de façon similaire à ce qui a été développé au LMT pour des chargements statiques [Hild and Roux, 2006, Roux and Hild, 2008, Leclerc et al., 2009].

Bien évidemment, des essais complémentaires seraient nécessaires pour une réelle validation du modèle (en considérant par exemple des chargements de multiaxialité différente et/ou avec des rapports de charge différents). La définition de ces autres configurations d'essais pourrait d'ailleurs être guidée par des simulations utilisant ce modèle, puisqu'il est en mesure de déterminer les zones d'endommagement, l'évolution du comportement ainsi que la durée de vie de pièces composites. Le modèle pourrait ainsi devenir un outil d'aide à la conception d'essais discriminants sur des éprouvettes technologiques ou à plus long terme un outil d'aide au dimensionnement.

CONCLUSION GÉNÉRALE ET PERSPECTIVES

Conclusion

Dans l'optique d'améliorer les méthodes de dimensionnement des pièces composites sous sollicitations complexes, l'objectif de cette thèse, menée en collaboration avec Safran Ceramics, était de proposer une stratégie de calcul permettant de déterminer la durée de vie et les propriétés résiduelles de structures composites et de l'appliquer au cas des composites oxyde/oxyde, soumis à des chargements de fatigue.

Pour y répondre, une démarche en deux temps a été mise en place, l'une dédiée au développement d'un modèle d'endommagement en statique et en fatigue à l'échelle matériau, l'autre à son application à une structure avec une stratégie de calcul dédiée.

Le premier objectif était donc de proposer un modèle d'endommagement en fatigue pour les composites oxyde/oxyde.

Pour cela, les mécanismes de dégradation du matériau composite oxyde/oxyde observés sous chargement de traction ont été étudiés, à l'aide d'une étude bibliographique (Chapitre I). Les scénarios d'endommagement identifiés, sous chargement statique et de fatigue, ont été vérifiés par la suite, au cours de la campagne expérimentale.

Le modèle d'endommagement proposé, décrit dans le chapitre II, est écrit à l'échelle du pli tissé pour pouvoir s'appliquer à différents stratifiés et tient compte des mécanismes d'endommagements précédemment mis en lumière. En particulier, il rend compte des phénomènes de fissuration matricielle dans la direction des chaînes et des trames, ainsi que des déformations résiduelles dues à l'endommagement. Afin de pouvoir s'appliquer à tout type de chargement, notamment des chargements représentatifs des conditions réelles de vol, le modèle utilise un formalisme incrémental. La relation d'endommagement, point clé de ce modèle, introduit une unique variable d'endommagement scalaire par mécanisme de dégradation et regroupe les contributions à l'endommagement dues à des chargements statiques et de fatigue. Ces deux contributions, de cinétiques différentes, ne sont néanmoins jamais activées simultanément.

Le modèle prend en compte l'influence du chargement maximal et de la contrainte moyenne sur la cinétique de l'endommagement en fatigue. Ce dernier point fait intervenir la déformation équivalente moyenne dans la relation d'endommagement. La moyenne évolutive utilisée présente toutefois une forte inertie durant des chargements avec de fortes variations (chargements à plusieurs niveaux d'effort), ce qui peut fausser la prévision de la durée de vie du modèle. Des versions alternatives à cette moyenne ont été proposées, la moyenne exponentielle et la moyenne mixte. Toutefois, en l'absence d'informations expérimentales sur le cumul

des dommages dans le matériau étudié et dans un souci de simplicité, la formulation initiale (évolutive) a été conservée pour ce travail.

Enfin, un critère de rupture des torons de fibres, formulé en déformation et basé sur le peu de résultats expérimentaux à disposition, a été proposé dans l'optique de pouvoir déterminer les propriétés résiduelles du matériau après un chargement de fatigue.

Afin d'identifier les paramètres matériau du modèle, une campagne d'essais a été menée, à la fois en statique et en fatigue (Chapitre III). Cependant, de par les faibles niveaux de déformation du matériau dans les axes des torons de fibres, des difficultés expérimentales ont été rencontrées pour extraire de façon fiable les informations nécessaires à l'identification, notamment en termes de seuils d'endommagement. De plus, pour pouvoir tester un grand nombre de configurations et ainsi couvrir l'ensemble des phénomènes pris en compte dans le modèle, les essais n'ont pas pu être répétés. Il en résulte des incertitudes sur les paramètres identifiés, puisqu'ils ne tiennent pas compte de la dispersion des résultats, conséquente en fatigue. Des essais complémentaires seraient donc judicieux pour renforcer l'identification des paramètres. Un protocole d'identification, spécifique au modèle d'endommagement incrémental, a été proposé. Il nous a permis d'identifier un jeu de paramètres satisfaisant, permettant d'envisager le passage à la structure. Les capacités prédictives du modèle ont ensuite été évaluées sur des essais qui n'ont pas été utilisés pour l'identification des paramètres.

Le second objectif de ces travaux était de proposer une stratégie de calcul pour accélérer les simulations en fatigue et pouvoir appliquer le modèle sur structures. Pour ce faire, une stratégie de sauts de cycles non-linéaire a été mise en place (Chapitre IV). Cette stratégie tire profit de la répétition des chargements en fatigue. En outre, elle s'applique à des chargement cycliques (triangulaires ou sinusoïdaux) mais également aléatoires répétés. Elle est donc utilisable pour des chargements représentatifs des cycles de vol. Développée spécifiquement pour les modèles d'endommagement incrémentaux, elle permet de capturer les non-linéarités du comportement de la structure composite tout en réduisant le nombre de cycles effectivement simulés. Cette méthode est basée sur la relation d'endommagement incrémentale et utilise, en particulier, la propriété de séparation des contributions statiques et de fatigue. Une méthode d'optimisation de la taille des sauts de cycles en fonction de l'évolution des propriétés du matériau a également été mise en place, afin de contrôler au mieux l'erreur induite par la stratégie de calcul. Cette méthode de sauts de cycles non-linéaire a été insérée au sein d'un code de calcul par Éléments Finis (EF) commercial, de façon à minimiser les coûts de calcul. La mise en œuvre est relativement simple et pourrait être transférée à d'autres codes EF. Les performances de cette stratégie, en termes de gain de temps et de précision, ont été évaluées par rapport à des simulations de référence (sans stratégie de calcul). Cette méthode donne des résultats prometteurs à la fois à l'échelle du point d'intégration et de la structure.

La stratégie mise en place permet d'obtenir l'évolution des propriétés mécaniques au sein de structures composites industrielles en fatigue. Il devient alors possible de valider le modèle et la stratégie de calcul à l'aide de comparaisons avec des résultats d'essais de fatigue sur structure (Chapitre V). Une campagne d'essais sur éprouvettes trouées a été menée dans le but de montrer que le modèle rend compte du comportement en fatigue d'une structure composite, possédant des gradients de contraintes, en comparant ses prévisions avec les résultats expérimentaux autant sur des quantités globales (raideur) que locales (faciès d'endommagement). Enfin, la stratégie de calcul a été appliquée sur une structure industrielle, un arrière-corps développé par Safran Ceramics, pour montrer l'applicabilité de la méthode en bureaux d'études en des temps raisonnables. Finalement, ces deux applications montrent la possibilité d'effectuer des simulations de fatigue polycyclique, potentiellement aléatoire répétée et tridimensionnelle, sur structure en des temps acceptables pour l'industrie.

L'ensemble de la stratégie numérique –modèle incrémental et stratégie de sauts de cycles non-linéaire– est capable de prévoir l'évolution de la réponse de structures composites sous chargements complexes statiques et de fatigue, ainsi que les propriétés résiduelles, en utilisant un critère de rupture en post-traitement.

Perspectives

Suite à cette étude, plusieurs pistes pourraient être envisagées à court ou plus long terme.

D'abord, il serait intéressant de mener des campagnes expérimentales dédiées au cumul des dommages et à l'évolution des déformations résiduelles afin d'approfondir la connaissance de ces phénomènes dans les composites et améliorer leur prise en compte dans le modèle.

- **L'effet de contrainte moyenne** est inséré dans le modèle à l'aide de la déformation équivalente moyenne. Il a été vu que la moyenne évolutive, qui possède une grande inertie, impose la forme du cumul des dommages. Les deux autres formulations, plus réactives, utilisent un paramètre supplémentaire (p_0) pour quantifier la non-linéarité du cumul des dommages. L'évolution de l'endommagement peut être modifiée par le choix de la moyenne et par la valeur de ce paramètre. Il est donc nécessaire de réaliser une étude expérimentale pour déterminer la forme du cumul des dommages du composite oxyde/oxyde, et par conséquent de déterminer quelle est la moyenne à utiliser.
- **La formulation des déformations résiduelles** choisie dans le modèle est indépendante du niveau de déformation. Cela suppose qu'à un niveau d'endommagement donné, les déformations résiduelles sont identiques, que le matériau ait été sollicité en statique ou en fatigue, à haut ou à faible niveau de chargement. Il serait donc intéressant de réaliser des essais instrumentés dans l'optique de déterminer l'évolution réelle des déformations résiduelles dans les matériaux composites et de vérifier cette hypothèse. Dans le cas particulier du composite oxyde/oxyde étudié, il serait préférable de mener cette étude hors des axes principaux pour pouvoir mesurer de manière fiable les niveaux de déformations résiduelles.

De plus, les comparaisons essais/calculs ont montré que le modèle, avec l'identification retenue, a du mal à rendre compte de la non-linéarité du comportement dans les chargements hors des axes principaux, de par la quasi-linéarité du comportement dans l'axe des torons de fibres. Il pourrait être intéressant d'insérer une autre variable d'endommagement, dédiée au cisaillement plan, de façon similaire aux travaux de Hochard [Hochard and Thollon, 2010], pour voir si le modèle est en meilleure adéquation avec les résultats expérimentaux.

Ensuite, pour un transfert vers l'industrie, il pourrait être opportun **d'automatiser la procédure d'identification**, de façon à la rendre moins dépendante de l'utilisateur et plus fiable, notamment en ce qui concerne les paramètres cinétiques. En effet, l'identification est, pour le moment, réalisée à l'aide d'un processus itératif de comparaisons essais/calcul. Deux jeux de paramètres légèrement différents peuvent, cependant, affecter notablement la durée de vie (en particulier s'il s'agit des paramètres de fatigue). De plus, toujours dans l'optique de fiabiliser les prévisions du modèle, il faudrait prendre en compte la dispersion et la variabilité des résultats expérimentaux dans le processus d'identification. Il faudrait alors intégrer une démarche statistique ou probabiliste pour rendre compte des incertitudes de mesure.

A plus long terme, **la gamme de phénomènes et des chargements pris en compte** par le modèle pourrait être élargie, pour rendre compte du comportement de structures soumises à divers chargements.

- Les faciès de rupture font état d'un gonflement du composite, témoignant d'un mécanisme de dégradation hors-plan. Bien qu'il n'apparaisse que pour des niveaux de charges supérieurs à ceux induits dans l'application d'arrière-corps visée par l'industriel, il semble important de l'étudier et d'insérer dans le modèle une variable d'endommagement hors-plan rendant compte de ce phénomène. Du moins, il serait nécessaire de vérifier que les niveaux de contraintes induits dans la pièce sont inférieurs au seuil d'endommagement hors-plan, et donc d'identifier les modules de cisaillement hors-plan G_{13} et G_{23} et les seuils des dommages associés.
- Le modèle proposé ne permet pas de rendre compte du comportement en fatigue du composite à des hauts niveaux de contraintes, où un autre phénomène de dégradation est mis en jeu. Il s'agit vraisemblablement de ruptures de torons de fibres. Il serait donc intéressant de prendre en compte la rupture progressive des torons de fibres dans le modèle, en remplacement du critère de rupture inséré, comme dans le modèle ODM-CMO [Marcin, 2010, Rakotoarisoa, 2013] ou ODM-CMC [Hemon, 2013].
- Dans cette thèse, le comportement en compression est considéré élastique (non-endommageable). Bien que, d'après l'industriel, l'arrière-corps soit sollicité majoritairement en traction, le chargement peut passer localement en compression. Il serait alors intéressant d'enrichir le modèle pour prendre en compte les mécanismes de rupture en compression, afin de consolider le modèle et de pouvoir l'appliquer à d'autres pièces, d'autant plus que pour les composites oxyde/oxyde, la fatigue dans le domaine de traction-compression semble plus endommageante que dans le domaine traction-traction [Lanser and Ruggles-Wrenn, 2015]. Il faudrait alors étudier les mécanismes d'endommagement mis en jeu en compression et les éventuels couplages avec les endommagements en traction.

Quelques pistes d'amélioration seraient également à envisager concernant **la stratégie de calcul** :

- Il a été montré au chapitre IV que la méthode d'extrapolation non-linéaire ne rend pas totalement compte de l'évolution de la multiaxialité au cours du saut de cycles, dans les cas où plusieurs variables d'endommagement évoluent simultanément et affectent les mêmes composantes du tenseur de souplesse (cas du cisaillement plan par exemple). Une légère modification de la méthode serait donc à envisager, afin d'améliorer les prévisions pour ces cas de chargements.
- Afin de réduire au maximum les erreurs au cours du saut de cycles, liées notamment à la non-actualisation de la déformation équivalente moyenne, il serait pertinent de réaliser l'extrapolation implicitement, par exemple à l'aide d'un algorithme de Newton-Raphson ou d'une quadrature de Gauss. L'extrapolation, bien que plus lente, serait alors quasi-exacte, même pour des chargements pilotés en contrainte.
- Comme évoqué dans l'étude bibliographique du chapitre II, la décomposition en modes propres (POD) pourrait être couplée à la stratégie de sauts de cycles non-linéaire proposée pour accélérer plus encore les calculs. Ce serait une méthode performante pour réduire les temps de calcul des cycles d'entraînement et/ou des cycles de contrôle. Les deux limitations évoquées restent toutefois valables : cette méthode est complexe à insérer dans les codes EF commerciaux et il convient de s'assurer régulièrement qu'aucun nouveau mécanisme n'est mis en jeu en cours de calcul.

Enfin, d'un point de vue industriel, il reste à valider le modèle et la stratégie de calcul, à l'aide d'essais complémentaires et discriminants sur éprouvettes technologiques, pour pouvoir l'utiliser dans une démarche de dimensionnement, voire de certification. La stratégie proposée pourrait alors être un outil d'aide à la définition des campagnes d'essais, visant à comprendre

ou à mettre en lumière des phénomènes ciblés (comme le cumul des dommages ou la limite d'endurance). Permettant d'appréhender la fatigue sur composants, elle pourrait également aider à la préparation des essais de certification, en définissant les zones critiques et en optimisant l'instrumentation. Pour finir, rappelons que cette procédure peut être transposable pour d'autres matériaux composites, sous réserve que l'endommagement soit orienté par la microstructure du matériau.

ANNEXES

Sommaire

A	Démonstrations sur le cumul des dommages	230
A.1	Conditions pour obtenir un cumul linéaire des dommages	230
A.2	Cas particulier d'un endommagement non nul préalable au chargement de fatigue : cumul non-linéaire	232
B	Moyennes : démonstrations	233
B.1	Moyenne évolutive	233
B.2	Moyenne exponentielle	233
B.2.1	Démonstration du schéma numérique	233
B.2.2	Démonstration de l'indépendance de la discrétisation temporelle	235
B.2.3	Convergence vers la moyenne arithmétique pour un chargement cyclique	236
C	Calcul de la matrice tangente cohérente	241
D	Annexe confidentielle : paramètres identifiés du modèle	243
E	Calculs analytiques de la procédure de saut de cycles non-linéaire .	244
E.1	Intégration analytique des incréments des contributions statique et de fatigue à l'endommagement pour un chargement triangulaire	244
E.2	Intégration de l'endommagement sur un saut de cycles	244

A Démonstrations sur le cumul des dommages

A.1 Conditions pour obtenir un cumul linéaire des dommages

Lemaitre et al. montrent dans [Lemaitre and Chaboche, 1985] qu'il suffit que la relation d'endommagement de fatigue soit à variables séparables et d'endommagement initial nul, pour que le cumul soit linéaire, c'est-à-dire qu'il vérifie la règle de Miner (équation I.8). La démonstration est ici menée sur une relation d'évolution de l'endommagement A.1, où d représente l'endommagement, ε la déformation et $\bar{\varepsilon}$ la déformation moyenne. Toutes les hypothèses sous-jacentes sont explicitées ci-dessous, dans l'optique d'une adaptation aux matériaux composites, pour lesquels les cycles de contrainte/déformation ne se stabilisent pas, sous l'influence de l'endommagement.

$$\dot{d} = g_d(d)g_\varepsilon(\varepsilon, \bar{\varepsilon})\langle \dot{\varepsilon} \rangle_+ \quad (\text{A.1})$$

En intégrant cette équation (A.1) sur un cycle de chargement, on obtient :

$$\int_{1 \text{ cycle}} \frac{\mathbf{d}d}{g_d(d)} = \int_{1 \text{ cycle}} g_\varepsilon(\varepsilon, \bar{\varepsilon}) \mathbf{d}\varepsilon \quad (\text{A.2})$$

$$\int_{d_N}^{d_{N+1}} \frac{\mathbf{d}d}{g_d(d)} = \int_{\varepsilon^{\min}}^{\varepsilon^{\max}} g_\varepsilon(\varepsilon, \bar{\varepsilon}) \langle \mathbf{d}\varepsilon \rangle_+ \quad (\text{A.3})$$

$$\int_{d_N}^{d_{N+1}} \frac{\mathbf{d}d}{g_d(d)} = [G_\varepsilon(\varepsilon, \bar{\varepsilon})]_{\varepsilon^{\min}}^{\varepsilon^{\max}} \quad (\text{A.4})$$

où G_ε est la primitive de g_ε .

Notons qu'en supposant que l'endommagement varie peu sur un cycle, le terme $\frac{1}{g_d(d)}$ peut être considéré constant dans l'intégrale. Il est alors possible de réécrire la relation d'endommagement formulée en nombre de cycle et d'obtenir l'incrément d'endommagement par cycle (équation A.5).

$$\frac{\delta d}{\delta N} = g_d(d) [G_\varepsilon(\varepsilon, \bar{\varepsilon})]_{\varepsilon^{\min}}^{\varepsilon^{\max}} \quad (\text{A.5})$$

Dans le cadre d'un chargement cyclique d'amplitude constante, le nombre de cycles à rupture peut être calculé par intégration à variables séparables, sous trois hypothèses supplémentaires :

- La valeur de $[G(\varepsilon^{\max}, \bar{\varepsilon}) - G(\varepsilon^{\min}, \bar{\varepsilon})] = \Delta G_\varepsilon$ est constante sur chaque cycle de chargement, ce qui requiert que l'amplitude et la contrainte moyenne du chargement soient constantes ;
- La valeur de l'endommagement évolue entre 0 et sa valeur à rupture d_c , qui est constante ;
- Il n'y a pas de cycle seuil à partir duquel l'endommagement débute (les bornes de l'intégrale du membre de droite sont $N = 0$ et $N = N_r$).

Remarquons que l'hypothèse 1 est directement vérifiée pour un chargement à déformation imposée, puisque le modèle est écrit en déformation ; contrairement à des chargements à contrainte imposée, pour lesquels l'amplitude de chargement peut varier sous l'influence de l'endommagement. On se place donc pour la suite de cette démonstration dans le cas d'un chargement piloté en déformation où l'amplitude du chargement reste constante.

Par intégration, il est donc possible de relier la valeur de l'endommagement au nombre de cycles effectués N_k (équation A.6).

$$\int_0^{d_k} \frac{1}{g_d(x)} \delta x = \sum_{N=0}^{N_k} \int_{d(N)}^{d(N+1)} \frac{\delta x}{g_d(x)} = \Delta G_\varepsilon N_k \quad (\text{A.6})$$

De même, en sommant sur l'intégralité des cycles de chargement, il est possible de relier la valeur de l'endommagement à saturation d_c et le nombre de cycles à rupture (équation A.7).

$$\int_0^{d_c} \frac{1}{g_d(x)} \delta x = \sum_{N=0}^{N_r} \int_{d(N)}^{d(N+1)} \frac{1}{g_d(x)} \delta x = \Delta G_\varepsilon N_r \quad (\text{A.7})$$

Considérons maintenant un chargement à deux niveaux. Pour chaque niveau, N_i représente le nombre de cycles de la séquence de chargement périodique, définie par l'amplitude $\Delta \varepsilon_i$. Le nombre de cycles à rupture N_r correspond, pour un chargement composé de deux séquences successives, à la somme des cycles de chaque séquence, tel que $N_r = \sum N_i$. On note également N_{ri} le nombre de cycles à rupture atteint pour un chargement à un unique niveau de chargement d'amplitude $\Delta \varepsilon_i$.

Les équations (A.6) et (A.7) sont valables pour chaque niveau de chargement i et permettent d'obtenir les équations (A.8) et (A.9).

$$\int_0^{d_i} \frac{1}{g_d^{(i)}(x)} \delta x = \Delta G_\varepsilon^{(i)}(\varepsilon_i^{\max}, \bar{\varepsilon}_i) N_i \quad (\text{A.8})$$

$$\int_0^{d_c} \frac{1}{g_d^{(i)}(x)} \delta x = \Delta G_\varepsilon^{(i)}(\varepsilon_i^{\max}, \bar{\varepsilon}_i) N_{ri} \quad (\text{A.9})$$

Le cumul des dommages pour le chargement considéré est alors décrit par l'équation (A.10) :

$$\int_0^{d_c} \frac{1}{g_d(x)} \delta x = \int_0^{d_1} \frac{1}{g_d^{(1)}(x)} \delta x + \int_{d_1}^{d_c=d_1+d_2} \frac{1}{g_d^{(2)}(x)} \delta x \quad (\text{A.10})$$

$$= \Delta G_\varepsilon^{(1)}(\varepsilon_1, \bar{\varepsilon}_1) N_1 + \Delta G_\varepsilon^{(2)}(\varepsilon_2, \bar{\varepsilon}_2) N_2. \quad (\text{A.11})$$

À l'aide d'une règle de trois, il suit :

$$\int_0^{d_c} \frac{1}{g_d(x)} \delta x = \frac{N_1}{N_{r1}} \int_0^{d_c} \frac{1}{g_d(x)} \delta x + \frac{N_2}{N_{r2}} \int_0^{d_c} \frac{1}{g_d(x)} \delta x. \quad (\text{A.12})$$

En simplifiant l'équation (A.12), on retrouve la règle de Miner (équation A.13).

$$\frac{N_1}{N_{r1}} + \frac{N_2}{N_{r2}} = 1 \quad (\text{A.13})$$

En synthèse, quatre hypothèses sont nécessaires pour démontrer qu'une relation d'endommagement temporelle présente un cumul linéaire des dommages :

1. La relation d'endommagement est une équation différentielle à variables séparables ;
2. L'endommagement débute dès le premier cycle (il n'y a pas de seuil en nombre de cycles) ;
3. L'endommagement varie entre 0 et d_c , sa valeur à rupture, qui est un paramètre identique quel que soit le chargement appliqué ;
4. La quantité $[G(\varepsilon^{\max}) - G(\varepsilon^{\min})] = \Delta G_\varepsilon$ – et donc l'amplitude et la contrainte moyenne du chargement – est constante pour chaque cycle de chargement.

A.2 Cas particulier d'un endommagement non nul préalable au chargement de fatigue : cumul non-linéaire

Considérons maintenant que l'hypothèse 3 énoncée ci-dessus n'est plus vérifiée et que l'endommagement après la première montée en charge n'est plus nul $d = d_i^0 > 0$. La présence d'un endommagement initial correspond à la troisième source de non-linéarité du cumul citée au paragraphe I.3.2.1.5. Démontrons la relation de cumul des dommages obtenue et montrons qu'elle est effectivement non-linéaire.

La démonstration reprend les mêmes étapes qu'au paragraphe précédent et utilise la même relation d'endommagement à variables séparables (équation A.1). Le chargement considéré est également identique et constitué de deux chargements périodiques successifs de niveau et d'amplitude différents. D'après l'équation (A.9), on peut écrire les équations suivantes (A.14) et (A.15) se reportant respectivement au premier et au second niveau de chargement.

$$N_{r1} = \frac{1}{\Delta G_\varepsilon^{(1)}} \int_{d_1^0}^{d_c} \frac{1}{g_d(x)} \delta x \quad (\text{A.14})$$

$$N_{r2} = \frac{1}{\Delta G_\varepsilon^{(2)}} \int_{d_2^0}^{d_c} \frac{1}{g_d(x)} \delta x \quad (\text{A.15})$$

Ainsi lorsque le chargement complet (avec les deux niveaux de charges successifs) est considéré, il suit :

$$\int_{d_1^0}^{d_c} \frac{1}{g_d(x)} \delta x = \int_{d_1^0}^{d_1} \frac{1}{g_d(x)} \delta x + \int_{d_1}^{d_c=d_1+d_2} \frac{1}{g_d(x)} \delta x \quad (\text{A.16})$$

$$= \Delta G_\varepsilon^{(1)} N_1 + \Delta G_\varepsilon^{(2)} N_2 \quad (\text{A.17})$$

$$= \frac{N_1}{N_{r1}} \int_{d_1^0}^{d_c} \frac{1}{g_d(x)} \delta x + \frac{N_2}{N_{r2}} \int_{d_2^0}^{d_c} \frac{1}{g_d(x)} \delta x \quad (\text{A.18})$$

$$= \frac{N_1}{N_{r1}} \int_{d_1^0}^{d_c} \frac{1}{g_d(x)} \delta x + \frac{N_2}{N_{r2}} \left(\int_{d_1^0}^{d_c} \frac{1}{g_d(x)} \delta x - \int_{d_1^0}^{d_2^0} \frac{1}{g_d(x)} \delta x \right) \quad (\text{A.19})$$

En notant $R_1 = \int_{d_1^0}^{d_c} \frac{1}{g_d(x)} \delta x$, on peut réécrire l'équation (A.19) de façon à obtenir la relation de cumul des dommages suivante (équation A.20).

$$\frac{N_1}{N_{r1}} + \left(1 - \frac{\int_{d_1^0}^{d_2^0} \frac{1}{g_d(d)} \delta d}{R_1} \right) \frac{N_2}{N_{r2}} \quad (\text{A.20})$$

Ainsi, le cumul n'est linéaire que dans le cas particulier où $d_1^0 = d_2^0$, ce qui est rarement observé lorsque les niveaux de chargements considérés sont supérieurs au seuil d'endommagement statique du matériau.

Remarquons qu'alors, $\left(1 - \frac{\int_{d_1^0}^{d_2^0} \frac{1}{g_d(d)} \delta d}{R_1} \right)$ est la pente du diagramme de cumul des dommages.

B Moyennes : démonstrations

B.1 Moyenne évolutive

Équation différentielle

Cette section a pour but de démontrer que la moyenne évolutive, définie dans [Desmorat et al., 2015] et dont la formulation est reportée ci-dessous (équation B.1), est solution d'une équation différentielle simple (équation B.7), sur laquelle est basée l'équation différentielle menant au schéma numérique de la moyenne exponentielle.

$$\check{z}(t) = \frac{I}{z^{ac}} \quad \text{avec} \quad I = \int_0^t z|\dot{z}|d\tau \quad \text{et} \quad z^{ac} = \int_0^t |\dot{z}|d\tau \quad (\text{B.1})$$

Cette formulation étant indépendante du temps, elle peut être ré-écrite selon l'équation (B.2).

$$\check{z}(z) = \frac{I}{z^{ac}} \quad \text{avec} \quad I = \int_0^z \zeta|d\zeta| \quad \text{et} \quad z^{ac} = \int_0^z |d\zeta| \quad (\text{B.2})$$

Afin de calculer la dérivée de cette fonction, explicitons d'abord les dérivées de I et de z^{ac} .

$$\frac{dI}{dz} = z \quad (\text{B.3})$$

$$\frac{dz^{ac}}{dz} = 1 \quad (\text{B.4})$$

L'équation (B.5) explicite la dérivée de la moyenne évolutive \check{z} .

$$\frac{d\check{z}}{dz} = \frac{1}{(z^{ac})^2} \left(\frac{dI}{dz} z^{ac} - I \frac{dz^{ac}}{dz} \right) \quad (\text{B.5})$$

$$= \frac{1}{(z^{ac})^2} (z z^{ac} - I) \quad (\text{B.6})$$

$$\frac{d\check{z}}{dz} = \frac{z - \check{z}}{z^{ac}} \quad (\text{B.7})$$

B.2 Moyenne exponentielle

B.2.1 Démonstration du schéma numérique

Ce paragraphe vise à démontrer la forme de la moyenne exponentielle, qui est régie par l'équation différentielle (B.8), proche de l'équation (B.7).

$$\frac{dz^{\text{exp}}}{dz^{ac}} = \frac{z - \check{z}}{p_0} \quad (\text{B.8})$$

Dans toute la suite de cette section, l'exposant $^{\text{exp}}$ est omis pour clarifier les équations. Le terme z^{ac} correspond ici à un temps fictif, défini par les deux relations suivantes, où l'intégration est menée sur l'ensemble de l'histoire du chargement déjà passée :

$$z^{ac} = \int_0^t |dz| \quad dz^{ac} = \pm dz \quad (\text{B.9})$$

L'équation différentielle B.8 est résolue en z et dépend du signe du taux de variation dz^{ac} . On dissocie donc les cas $dz > 0$ et $dz < 0$ dans les deux parties suivantes.

Cas $dz > 0$

L'équation différentielle (B.8) prend alors la forme suivante (équation B.10).

$$\frac{d\check{z}}{dz} = \frac{z - \check{z}}{p_0} \quad (\text{B.10})$$

Les équations (B.11) et (B.12) sont respectivement les solutions homogène et particulière de cette équation différentielle.

$$\check{z}^H = Ae^{-\frac{z}{p_0}} \quad (\text{B.11})$$

$$\check{z}^P = z - p_0 \quad (\text{B.12})$$

L'équation (B.13) représente donc la solution de l'équation différentielle.

$$\check{z} = Ae^{-\frac{z}{p_0}} + z - p_0 \quad (\text{B.13})$$

La constante A est ensuite déterminée sur un pas de temps, soit entre $[t^n, t^{n+1}]$, $[z^{(n)}, z^{(n+1)}]$ et $[z^{ac,(n)}, z^{ac,(n+1)}]$ (équations B.14a à B.14c).

$$z^{(n+1)} = Ae^{-\frac{z^{(n+1)}}{p_0}} + z^{(n+1)} - p_0 \text{ d'une part} \quad (\text{B.14a})$$

$$z^{(n+1)} = \check{z}^{(n)} + \Delta\check{z} = \check{z}^{(n)} + \Delta z + A \left(e^{-\frac{z^{(n+1)}}{p_0}} - e^{-\frac{z^{(n)}}{p_0}} \right) \text{ d'autre part} \quad (\text{B.14b})$$

$$A = \left(\check{z}^{(n)} - z^{(n)} + p_0 \right) \exp \frac{z^{(n)}}{p_0} \quad (\text{B.14c})$$

Finalement, la solution de l'équation (B.10) sur un pas de temps est donnée par l'équation (B.15).

$$\check{z}^{(n+1)} = \left(\check{z}^{(n)} - z^{(n)} + p_0 \right) e^{-\frac{\Delta z}{p_0}} + z^{(n+1)} - p_0 \quad (\text{B.15})$$

Cas $dz < 0$

Dans ce cas, l'équation différentielle (B.8) s'écrit :

$$\frac{d\check{z}}{dz} = \frac{\check{z} - z}{p_0} \quad (\text{B.16})$$

De la même façon que dans le cas précédent, la solution générale de l'équation différentielle est donnée par l'équation (B.17). Notons l'inversion de certains signes par rapport au cas précédent (équation B.13).

$$\check{z} = Ae^{\frac{z}{p_0}} + z + p_0 \quad (\text{B.17})$$

où la constante A est donnée par l'équation (B.18), issue, comme précédemment, de deux formulations différentes de la moyenne à l'instant $t^{(n+1)}$.

$$A = \left(\check{z}^{(n)} - z^n - p_0 \right) e^{-\frac{z^{(n)}}{p_0}} \quad (\text{B.18})$$

L'équation (B.19) donne alors la solution de l'équation différentielle sur un pas de temps.

$$\check{z}^{(n+1)} = \left(\check{z}^{(n)} - z^{(n)} - p_0 \right) e^{\frac{\Delta z}{p_0}} + z^{n+1} + p_0 \quad (\text{B.19})$$

Cas général

Les deux résolutions précédentes peuvent être regroupées en une solution générale sur un pas de temps (équation B.20).

$$\bar{z}^{(n+1)} = (\bar{z}^{(n)} - z^n + p_0 \cdot \text{sgn}(\Delta z)) e^{-\frac{|\Delta z|}{p_0}} + z^{(n+1)} - p_0 \cdot \text{sgn}(\Delta z) \quad (\text{B.20})$$

Cette formule peut également être utilisée comme schéma numérique pour implémenter la moyenne exponentielle au sein du modèle. Comme cette formulation dépend seulement de l'amplitude du chargement, cette moyenne est indépendante du temps et de la vitesse de chargement. Pour répondre totalement au cahier des charges énoncé dans la section II.5.1 de ce manuscrit, il reste à montrer l'indépendance de cette moyenne vis-à-vis de la discrétisation temporelle et sa convergence vers la moyenne arithmétique sur un cycle. Ces deux points font l'objet des deux paragraphes suivants.

B.2.2 Démonstration de l'indépendance de la discrétisation temporelle

La démonstration est menée sur un chargement triangulaire crête-crête allant de z^{\min} à z^{\max} . Différents cas sont abordés successivement en fonction du nombre d'incrément par cycle.

Considérons dans un premier temps un chargement avec un incrément par demi-cycle (figure B.1a).

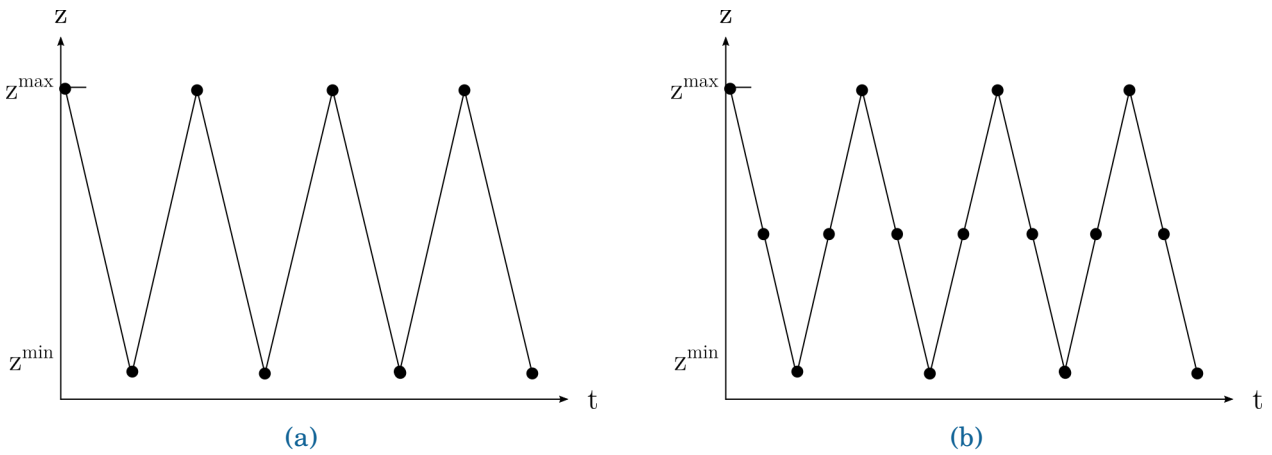


FIGURE B.1 – Schéma d'un chargement triangulaire crête-crête (a) en un incrément, (b) en deux incréments par demi-cycle.

Sur un intervalle de chargement, allant de $z^{(n)} = z^{\min}$ à $z^{(n+1)} = z^{\max}$, l'incrément $\Delta z = z^{\max} - z^{\min}$ est positif. D'après l'équation (B.20), la valeur de la moyenne à $z = z^{\max}$ vaut

$$\bar{z}_1^{(n+1)} = \left(\bar{z}_1^{(n)} - z^{(n)} + p_0 \right) e^{-\frac{|\Delta z|}{p_0}} + z^{(n+1)} - p_0. \quad (\text{B.21})$$

L'indice 1 correspond au nombre d'incrément par demi-cycle utilisé.

Dans un second temps, un chargement triangulaire avec un incrément de calcul supplémentaire par séquence, soit deux incréments par demi-cycle, est considéré, comme sur le schéma B.1b. Sur les deux intervalles de chargement correspondant au même cycle que précédemment, allant de $z^{(n)} = z^{\min}$ à $z^{(n+1/2)} = \bar{z}$ puis de $z^{(n+1/2)} = \bar{z}$ à $z^{(n+1)} = z^{\max}$, les incréments de chargement entre deux points $z^{(kn/2)} - z^{((k+1)n/2)} = \frac{\Delta z}{2}$, sont positifs. Les valeurs de la moyenne

à $z = \bar{z}$ puis à $z = z^{\max}$ sont calculées par récurrence à l'aide de l'équation (B.20). L'indice 2 dans les équations suivantes correspond au nombre d'incrément considéré par demi-cycle.

$$\check{z}_2^{(n+1/2)} = \left(\check{z}_2^{(n)} - z^{(n)} + p_0 \right) e^{-\frac{|\Delta z|}{2p_0}} + z^{(n+1/2)} - p_0 \quad (\text{B.22a})$$

$$\check{z}_2^{(n+1)} = \left(\check{z}_2^{(n+1/2)} - z^{(n+1/2)} + p_0 \right) e^{-\frac{|\Delta z|}{2p_0}} + z^{(n+1)} - p_0 \quad (\text{B.22b})$$

$$= \left[\left(\check{z}_2^{(n)} - z^{(n)} + p_0 \right) e^{-\frac{|\Delta z|}{2p_0}} + z^{(n+1/2)} - p_0 - z^{(n+1/2)} + p_0 \right] e^{-\frac{|\Delta z|}{2p_0}} + z^{(n+1)} - p_0 \quad (\text{B.22c})$$

$$\check{z}_2^{(n+1)} = \left(\check{z}_2^{(n)} - z^{(n)} + p_0 \right) e^{-\frac{|\Delta z|}{p_0}} + z^{(n+1)} - p_0 \quad (\text{B.22d})$$

Les équations (B.21) et (B.22d) sont identiques, ce qui signifie que la valeur de la moyenne au temps $t^{(n+1)}$ est identique, que le chargement ait été discrétisé avec un ou deux incréments par demi-cycle. La même observation est valable quelque soit le nombre d'incrément intermédiaires par séquence de chargement. La valeur de la moyenne exponentielle, aux valeurs extrémales du chargement, est donc exclusivement déterminée par les valeurs extrémales du chargement, et n'est donc influencée ni par la forme ni par la discrétisation temporelle de ce dernier.

A noter que dans le cas dual d'une décharge (allant de $z^{(n)} = z^{\max}$ à $z^{(n+1)} = z^{\min}$), le résultat obtenu est identique. De plus, un chargement constant ($z^{(n+1)} = z^{(n)}$) n'influence pas la valeur de la moyenne : $\check{z}^{(n+1)} = \check{z}^{(n)}$.

B.2.3 Convergence vers la moyenne arithmétique pour un chargement cyclique

Pour montrer que la moyenne exponentielle \check{z} converge vers la moyenne arithmétique d'un cycle $\bar{z} = \frac{z^{\min} + z^{\max}}{2}$, on considère un chargement triangulaire cyclique, évoluant entre z^{\max} et z^{\min} , où chaque demi-cycle est décomposé en q incréments, comme illustré par la figure B.2.

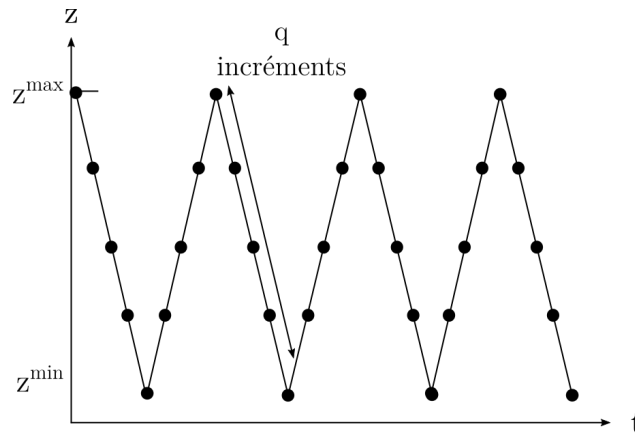


FIGURE B.2

La valeur de la moyenne au $n + 1$ -ième incrément est calculée par récurrence à l'aide de l'équation (B.20) :

$$\check{z}^{(n+1)} = \left(\check{z}^{(n)} - z^n + p_0 \cdot \text{sgn}(\Delta z) \right) e^{-\frac{|\Delta z|}{p_0}} + z^{(n+1)} - p_0 \cdot \text{sgn}(\Delta z) \quad (\text{B.23})$$

Montrons que la moyenne \check{z} tend vers la moyenne arithmétique d'un cycle \bar{z} . Pour un tel chargement, l'incrément de chargement entre deux incréments $|\Delta z| = \frac{|z^{\max} - z^{\min}|}{q}$ est une

constante. Pour des raisons de simplicité d'écriture, on note :

$$\alpha = e^{-\frac{|\Delta z|}{q \cdot p_0}} \quad (\text{B.24})$$

$$g^{(n+1)} = p_0 \cdot \text{sgn}(z^{(n+1)} - z^{(n)}). \quad (\text{B.25})$$

Dans la suite, on considère la suite $u^{(n)} = \check{z}^{(n)} - z^{(n)}$ définie par récurrence, telle que $u^{(n+1)} = \alpha u^{(n)} + (\alpha - 1)g^{(n+1)}$ et $u^{(0)} = 0$.

Il est possible de trouver une formulation explicite à la suite u (équation B.26).

$$\begin{aligned} u^{(n)} &= \alpha^n u^{(0)} + (\alpha - 1) \sum_{k=0}^{n-1} \alpha^k g^{(n-k)} \\ u^{(n)} &= (\alpha - 1) \sum_{k=1}^n \alpha^{n-k} g^{(k)} \end{aligned} \quad (\text{B.26})$$

La démonstration est menée dans un premier temps analytiquement pour les deux cas particuliers $q = 1$ et $q = 2$, puis numériquement pour des chargements avec des discrétisations plus fines.

Cas $q = 1$: chargement crête-crête

Un chargement à $q = 1$ correspond à un chargement crête-crête (aussi appelé min-max), comme celui illustré sur la figure B.1a, souvent utilisé pour les calculs de fatigue polycyclique pour limiter les temps de calcul.

Le chargement et la fonction g s'expriment simplement :

$$z^{(n)} = \bar{z} + \frac{|\Delta z|}{2} (-1)^n \quad (\text{B.27})$$

$$g^{(n)} = p_0 \cdot (-1)^n \quad (\text{B.28})$$

La suite u peut alors se simplifier (équation B.29) et il est possible de trouver une forme équivalente après un grand nombre de cycles (équation B.30).

$$u^{(n)} = (\alpha - 1) p_0 \sum_{k=1}^n \alpha^{n-k} (-1)^k = (\alpha - 1) p_0 (-1)^n \sum_{k=0}^{n-1} (-\alpha)^k \quad (\text{B.29})$$

$$u^{(n)} \underset{n \rightarrow \infty}{\sim} p_0 (-1)^n \frac{\alpha - 1}{\alpha + 1} \quad (\text{B.30})$$

En remplaçant u par son expression en fonction de z et \check{z} , il est possible de déterminer la valeur de la moyenne exponentielle lorsque n tend vers l'infini (équation B.31).

$$\check{z}^{(n)} \underset{n \rightarrow \infty}{\sim} \bar{z} + (-1)^n \left(\frac{|\Delta z|}{2} + p_0 \frac{\alpha - 1}{\alpha + 1} \right) \quad (\text{B.31})$$

Les valeurs de la moyenne \check{z} représentent donc une suite alternée autour de la valeur \bar{z} , avec une amplitude d'oscillation Amp_1 connue (équation B.32).

$$\text{Amp}_1 = \frac{|\Delta z|}{2} + p_0 \frac{e^{-\frac{|\Delta z|}{p_0}} - 1}{e^{-\frac{|\Delta z|}{p_0}} + 1} \quad (\text{B.32})$$

L'amplitude des oscillations est donc liée à la valeur du paramètre p_0 . Si p_0 tend vers 0, alors la moyenne \bar{z} tend vers le chargement z et oscille entre z^{\max} et z^{\min} (équation B.33). Il convient de noter que le passage à la limite de n est effectué avant le passage à la limite de p_0 .

$$\bar{z}^n \underset{n \rightarrow \infty \text{ et } p_0 \rightarrow 0}{\sim} z^n \quad (\text{B.33})$$

En revanche, si p_0 tend l'infini, alors on montre, par un développement limité au premier ordre, que la valeur de l'amplitude des oscillations tend également vers 0 et donc que la moyenne tend vers \bar{z} (équation B.34).

$$\bar{z}^n \underset{n \rightarrow \infty \text{ et } p_0 \rightarrow \infty}{\sim} \bar{z} \quad (\text{B.34})$$

Cas $q = 2$

Dans le cas où $q = 2$, correspondant à un chargement avec deux incréments par demi-cycle, comme illustré sur la figure B.1b, la fonction g s'écrit : $g = (-1, -1, +1, +1, -1, -1, \dots)$. Elle équivaut donc à la suite g définie par l'équation (B.35).

$$g^{(n)} = (-1)^{\lfloor \frac{n-1}{2} \rfloor + 1} \quad (\text{B.35})$$

Ainsi, la suite $u^{(n)} = (\alpha - 1) \sum_{k=1}^n \alpha^{n-k} g^{(k)}$ peut être ré-exprimée selon l'équation (B.36).

$$u^{(n)} = (\alpha - 1) \sum_{k=1}^n \alpha^{n-k} (-1)^{\lfloor \frac{k-1}{2} \rfloor + 1} \quad (\text{B.36})$$

Rappelons qu'ici, le facteur α vaut $\alpha = e^{-\frac{|\Delta z|}{2p_0}}$. Pour expliciter la somme qui apparaît dans cette équation, deux cas sont distingués en fonction de la parité de n .

Si n est pair (chargement extremal), $n = 2m$ où $m \in \mathbb{N}$, alors il est possible de calculer cette somme en fonction de la parité de chaque terme (équations B.37a à B.37c).

$$u^{(n)} = (\alpha - 1) \left[\sum_{k=1, \text{pair}}^m \alpha^{2m-2k} (-1)^{\lfloor \frac{2k-1}{2} \rfloor + 1} + \sum_{k=1, \text{impair}}^m \alpha^{2m-(2k-1)} (-1)^{\lfloor \frac{2k-1-1}{2} \rfloor + 1} \right] \quad (\text{B.37a})$$

$$= (\alpha - 1) \left[\sum_{k=0, \text{pair}}^{m-1} \alpha^{2k} (-1)^{m-k} + \sum_{k=0, \text{impair}}^{m-1} \alpha^{2k+1} (-1)^{m-k} \right] \quad (\text{B.37b})$$

$$u^{(n)} = (\alpha - 1) p_0 (-1)^m (1 + \alpha) \frac{1 - (-\alpha^2)^m}{1 + \alpha^2} \quad (\text{B.37c})$$

Finalement, il est possible de déterminer l'équivalence de la moyenne exponentielle quand n tend vers l'infini (équations B.38a et B.38b).

$$\bar{z}^{(n)} \underset{n \rightarrow \infty}{\sim} z^{(n)} + (\alpha - 1)(\alpha + 1) p_0 (-1)^{\lfloor n/2 \rfloor} \frac{1}{1 + \alpha^2} \quad (\text{B.38a})$$

$$\bar{z}^{(n)} \underset{n \rightarrow \infty}{\sim} \bar{z} + (-1)^{\lfloor n/2 \rfloor} \left(\frac{|\Delta z|}{2} + p_0 \frac{e^{-\frac{|\Delta z|}{p_0}} - 1}{e^{-\frac{|\Delta z|}{p_0}} + 1} \right) \quad (\text{B.38b})$$

Si n est impair (chargement de valeur moyenne), $n = 2m + 1$, alors il est possible de calculer cette somme en fonction de la parité de chaque terme (équations B.39a à B.39c).

$$u^{(n)} = (\alpha - 1) \left[\sum_{k=1, \text{pair}}^m \alpha^{2m+1-2k} (-1)^{\lfloor \frac{2k-1}{2} \rfloor + 1} + \sum_{k=0, \text{impair}}^m \alpha^{2m-2k} (-1)^{\lfloor \frac{2k+1-1}{2} \rfloor + 1} \right] \quad (\text{B.39a})$$

$$= (\alpha - 1) \left[\sum_{k=0, \text{pair}}^{m-1} \alpha^{2k+1} (-1)^{m-k} + \sum_{k=0, \text{impair}}^m \alpha^{2k} (-1)^{m-k+1} \right] \quad (\text{B.39b})$$

$$= (\alpha - 1) p_0 (-1)^m \left(\alpha \frac{(1 - (-\alpha^2)^m)}{1 + \alpha^2} - \frac{(1 - (-\alpha^2)^{m+1})}{1 + \alpha^2} \right) \quad (\text{B.39c})$$

Finalement, il est également possible de déterminer l'équivalence de la moyenne exponentielle quand n tend vers l'infini (équation B.40).

$$\check{z}^{(n)} \sim_{n \rightarrow \infty} z^{(n)} + p_0 (-1)^{\lfloor (n-1)/2 \rfloor} \frac{\left(e^{-\frac{|\Delta z|}{2p_0}} - 1 \right)^2}{e^{-\frac{|\Delta z|}{p_0}} + 1} \quad (\text{B.40})$$

Ainsi dans les deux cas, la moyenne oscille autour de la moyenne arithmétique sur un cycle \bar{z} , comme requis. L'amplitude maximale des oscillations est connue (équation B.41) et obtenue lorsque le chargement est médian (n impair).

$$\text{Amp}_2 = p_0 \frac{\left(e^{-\frac{|\Delta z|}{2p_0}} - 1 \right)^2}{e^{-\frac{|\Delta z|}{p_0}} + 1} \quad (\text{B.41})$$

Cas $q > 2$

Pour des chargements avec une discrétisation plus fine ($q > 2$), la procédure est similaire et nécessite de distinguer q cas en fonction de la valeur de $r = \text{mod}[n, q]$. Toutefois, les calculs analytiques sont fastidieux et n'ont pas été détaillés ici. La figure B.3 montre l'évolution de la moyenne en fonction de la discrétisation du signal.

Cette figure illustre également le fait que la moyenne exponentielle est de forme sinusoïdale et déphasée par rapport au chargement.

Un phénomène de saturation des amplitudes maximales des oscillations est observé sur la figure B.3 avec l'augmentation de la discrétisation. Ceci s'explique du fait de l'annulation de l'équation différentielle de la moyenne lorsque le niveau de chargement égale la valeur de la moyenne (équation B.42), situation définissant l'amplitude maximale de la moyenne.

$$\frac{d\check{z}}{dz} = 0 \Leftrightarrow z = \check{z} \quad (\text{B.42})$$

En pratique, une telle égalité nécessite une discrétisation très fine, rarement utilisée pour des calculs de fatigue.

L'amplitude maximale des oscillations pour le cas $q = 2$, dont l'expression analytique est connue, permet d'estimer les amplitudes maximales des oscillations quelque soit la discrétisation du chargement. Il convient cependant de remarquer que sur un chargement crête/crête ($q = 1$), les oscillations sont très faibles : il s'agit d'un cas dégénéré, pour lequel il est impossible que la valeur du chargement égale la valeur de la moyenne à un même instant de temps (sauf quand $p_0 \rightarrow +\infty$).

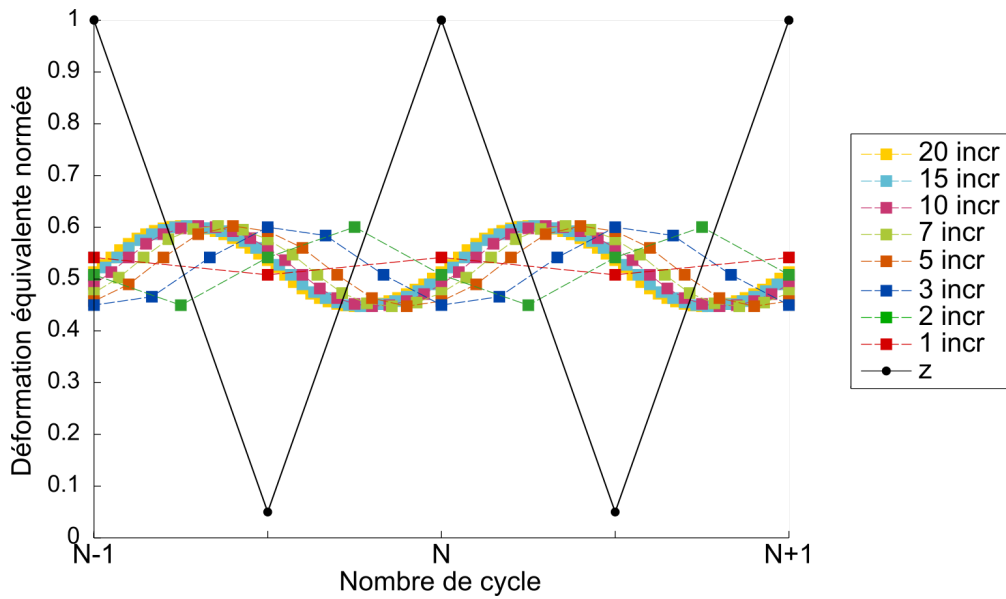


FIGURE B.3 – Evolution de la moyenne exponentielle sur un chargement cyclique pour plusieurs discrétisation du signal. Toutes les valeurs sont normées par rapport au chargement maximal. Dans cette simulation : $z^{max} = 0.7e^{-3}$, $R = 0.05$, $p_0 = 0.001$

L'amplitude des oscillations dépend dans tous les cas de la valeur du paramètre p_0 . Ainsi, plus p_0 est petit, plus la moyenne atteint vite des valeurs proches de \bar{z} . Toutefois, elle présente alors des oscillations d'autant plus grandes. Au contraire, plus p_0 est grand, plus la moyenne tend lentement vers \bar{z} , mais plus les oscillations sont petites. Il s'agit donc de trouver le bon compromis vitesse de convergence et amplitude des oscillations. Une première estimation des bornes acceptables pour les valeurs du paramètre p_0 peut être trouvée graphiquement dans le cas d'un chargement z périodique. La borne supérieure peut être obtenue en se fixant un nombre de cycles N^c , au delà duquel la moyenne doit avoir atteint la valeur \bar{z} , avec une tolérance de $1\%\bar{z}$. On obtient donc l'inégalité $|\bar{z}^{(2qN^c)} - \bar{z}| \leq 1\%\bar{z}$, où q représente le nombre d'incrémentations par demi-cycle. En traçant la fonction croissante $N^c = f(p_0)$, il est possible d'estimer la valeur maximale autorisée du paramètre p_0 . Concernant la borne inférieure, elle peut également être déterminée graphiquement, en limitant l'amplitude maximale des oscillations autorisée à par exemple 1% de la moyenne arithmétique sur un cycle : $\text{Amp}_q \leq 1\%\bar{z}$. En traçant $\text{Amp}_q = h(p_0)$, qui est une fonction décroissante, il est possible de trouver une borne inférieure au paramètre p_0 .

C Calcul de la matrice tangente cohérente

La matrice tangente se calcule analytiquement avec l'équation suivante (équation C.1).

$$\frac{\partial \boldsymbol{\sigma}}{\partial \boldsymbol{\varepsilon}} = \mathbb{C}^{\text{eff}} - \mathbb{C}^{\text{eff}} : \frac{\partial \mathbb{S}^{\text{eff}}}{\partial \boldsymbol{\varepsilon}} : \mathbb{C}^{\text{eff}} : \boldsymbol{\varepsilon} - \mathbb{C}^0 : \frac{\partial \boldsymbol{\varepsilon}^r}{\partial \boldsymbol{\varepsilon}} \quad (\text{C.1})$$

Pour détailler ce calcul, le membre de droite est décomposé en trois termes.

1. Explicitons dans un premier temps le second terme $\mathbb{C}^{\text{eff}} : \frac{\partial \mathbb{S}^{\text{eff}}}{\partial \boldsymbol{\varepsilon}} : \mathbb{C}^{\text{eff}} : \boldsymbol{\varepsilon}$. La dérivée du tenseur de souplesse effective étant un tenseur d'ordre six, on commence par calculer le tenseur d'ordre quatre suivant :

$$\frac{\partial \mathbb{S}^{\text{eff}}}{\partial \boldsymbol{\varepsilon}} : \mathbb{C}^{\text{eff}} : \boldsymbol{\varepsilon} = \left(\sum_{k=1}^3 (\mathbb{H}^{(m)})_k : \mathbb{C}^{\text{eff}} : \boldsymbol{\varepsilon} \right) \otimes \frac{\partial d_k}{\partial \boldsymbol{\varepsilon}} \quad (\text{C.2})$$

2. Ensuite, calculons le troisième terme $\mathbb{C}^0 : \frac{\partial \boldsymbol{\varepsilon}^r}{\partial \boldsymbol{\varepsilon}}$. Pour ce faire, les équations (C.3) et (C.4) rappelle la formulation des déformations résiduelles. La dérivée des déformations résiduelles par rapport à la déformation est alors calculée à l'aide de l'équation (C.5).

$$\boldsymbol{\varepsilon}^r = \sum_{k=1}^3 \left[\chi_k e^{r_k d_k} \dot{d}_k \mathbb{R}_k : \mathbf{e}_k^* \right] \quad (\text{C.3})$$

$$\boldsymbol{\varepsilon}^r = \sum_{k=1}^3 \left[\frac{\chi_k}{r_k} \left(e^{r_k d_k^{(t)}} - e^{r_k d_k^{(t-dt)}} \right) \mathbb{R}_k : \mathbf{e}_k^* \right] \quad (\text{C.4})$$

$$\frac{\partial \boldsymbol{\varepsilon}^r}{\partial \boldsymbol{\varepsilon}} = \left(\sum_{k=1}^3 \left[\chi_k e^{r_k d_k^{(t)}} (\mathbb{R}_k : \mathbf{e}_k^*) \right] \otimes \frac{\partial d_k}{\partial \boldsymbol{\varepsilon}} \right) + \left(\sum_{k=1}^3 \left[\frac{\chi_k}{r_k} \left(e^{r_k d_k^{(t)}} - e^{r_k d_k^{(t-dt)}} \right) \mathbb{R}_k : \frac{\partial \mathbf{e}_k^*}{\partial \boldsymbol{\varepsilon}} \right] \right) \quad (\text{C.5})$$

Sachant que $\mathbf{e}_k^* = \frac{\boldsymbol{\varepsilon}}{|\max_i \varepsilon_{ki}|}$, $i = [1, 3]$, sa dérivée par rapport au tenseur de déformation est alors donnée par l'équation (C.6).

$$\frac{\partial \mathbf{e}_k^*}{\partial \boldsymbol{\varepsilon}} = - \frac{\text{sgn}(\max |\boldsymbol{\varepsilon}|)}{|\max(\boldsymbol{\varepsilon})|^2} \mathbb{E} + \frac{1}{|\max(\boldsymbol{\varepsilon})|} \mathbb{I} \quad (\text{C.6})$$

où \mathbb{E} est un tenseur d'ordre quatre, dont la seule composante non nulle est la composante diagonale correspondant à la composante maximale de la déformation.

Chacun des termes décrits ci-dessous nécessitent de déterminer analytiquement la dérivée de la variable d'endommagement par rapport au tenseur de déformation $\frac{\partial d_k}{\partial \boldsymbol{\varepsilon}}$. Seul le cas $k = 1$, associé au mécanisme de fissuration matricielle dans la direction des trames est détaillé, les autres dérivées sont obtenues par permutation des indices.

Les chargements statiques (équations C.7a à C.7c) et de fatigue (équations C.9 à C.10) sont distingués.

— Chargement statique

$$\dot{d}_1^{(t)} = (d_{\infty,1} - d_1) \left\langle \frac{\varepsilon_{eq,1}^{(t)} - \varepsilon_{eq,1}^{0s}}{S_1^s} \right\rangle_+^{s_1} \left\langle \dot{\varepsilon}_{eq,1}^{\max} \right\rangle_+ \quad (\text{C.7a})$$

$$d_1^{(t)} = d_{\infty,1} - (d_{\infty,1} - d_1) \exp \left(\left\langle \frac{\varepsilon_{eq,1}^{(t)} - \varepsilon_{eq,1}^{0s}}{S_1^s} \right\rangle_+^{s_1+1} - \left\langle \frac{\varepsilon_{eq,1}^{(t-dt)} - \varepsilon_{eq,1}^{0s}}{S_1^s} \right\rangle_+^{s_1+1} \right) \quad (\text{C.7b})$$

$$\frac{\partial d_1^{(t)}}{\partial \boldsymbol{\varepsilon}} = (d_{\infty,1} - d_1) \frac{s_1 + 1}{S_1^s} \left(\left\langle \frac{\varepsilon_{eq,1}^{(t)} - \varepsilon_{eq,1}^{0s}}{S_1^s} \right\rangle_+ \right)^{s_1} \frac{\partial \varepsilon_{eq,1}}{\partial \boldsymbol{\varepsilon}} \quad (\text{C.7c})$$

- Chargement de fatigue La relation d'endommagement en fatigue est rappelée par l'équation (C.9).

$$d_1^{(t)} = (d_{\infty,1} - d_1)^{\gamma_1} \left\langle \frac{\varepsilon_{eq,1}^{(t)} - m_1 \dot{\varepsilon}_{eq,1}^{(t)} - \varepsilon_{eq,1}^{0f}}{S_1^f} \right\rangle_+^{s_1^f} (\langle \dot{\varepsilon}_{eq,1} \rangle_+ - \dot{\varepsilon}_{eq,1}^{\max}) \quad (C.8)$$

Pour simplifier les notations, posons $f_1^{(t)} = \varepsilon_{eq,1}^{(t)} - m_1 \dot{\varepsilon}_{eq,1}^{(t)} - \varepsilon_{eq,1}^{0f}$. Alors $\frac{\partial f_1^{(t)}}{\partial \varepsilon} = 1 - m_1 \frac{\partial \dot{\varepsilon}_{eq,1}^{(t)}}{\partial \varepsilon}$. De plus, la moyenne étant considérée constante sur l'intervalle de temps considéré (cf paragraphe II.3.3), $f_1^{(t-dt)} = \varepsilon_{eq,1}^{(t-dt)} - m_1 \dot{\varepsilon}_{eq,1}^{(t)} - \varepsilon_{eq,1}^{0f}$. Alors, $\frac{\partial f_1^{(t-dt)}}{\partial \varepsilon} = -m_1 \frac{\partial \dot{\varepsilon}_{eq,1}^{(t)}}{\partial \varepsilon}$. La valeur de l'endommagement peut alors être intégrée analytiquement (équation C.9). L'équation (C.10) donne l'expression de la dérivée de l'endommagement par rapport au tenseur de déformation.

$$d_1 = d_{\infty,1} - \left((d_{\infty,1} - d_1)^{1-\gamma_1} + (\gamma_1 - 1) \frac{S_1^f}{s_1^f + 1} \left[\left(\frac{f_1^{(t)}}{S_1^f} \right)^{s_1^f + 1} - \left(\frac{f_1^{(t-dt)}}{S_1^f} \right)^{s_1^f + 1} \right] \right)^{\frac{1}{1-\gamma_1}} \quad (C.9)$$

$$\frac{\partial d_1}{\partial \varepsilon} = (d_{\infty,1} - d_1)^{\gamma_1} \left[\left(\frac{f_1^{(t)}}{S_1^f} \right)^{s_1^f} \frac{\partial f_1^{(t)}}{\partial \varepsilon} - \left(\frac{f_1^{(t-dt)}}{S_1^f} \right)^{s_1^f} \frac{\partial f_1^{(t-dt)}}{\partial \varepsilon} \right] \frac{\partial \varepsilon_{eq,1}}{\partial \varepsilon} \quad (C.10)$$

Afin de s'assurer de la validité du calcul analytique de la matrice tangente, sa valeur est comparée avec la matrice tangente calculée numériquement par perturbation sur une batterie de cas tests couvrant les différentes configurations rencontrées au cours de calculs EF sur une structure. Les différents cas tests définis sont listés ci-dessous :

- Trois tractions, trois compressions et trois cisaillements uniaxiaux, dans les directions principales du matériau, afin de vérifier les évolutions des dommages et de leurs dérivées.
- Trois tractions-compressions dans les directions principales du matériau pour vérifier l'implémentation des déformations résiduelles.
- Trois tractions-cisaillements et trois compressions/cisaillements pour vérifier les couplages entre les différentes variables du modèle.
- Un chargement avec trois tractions et trois cisaillements pour activer simultanément plusieurs modes d'endommagements.
- Un chargement charge-décharge non-proportionnel de traction-cisaillement et une traction biaxiale non-proportionnelle pour vérifier la continuité de la réponse lors de la refermeture des fissures.
- Un chargement hors-axe (45°) pour activer les différents couplages.
- Trois chargements de fatigue en traction et trois en cisaillement pour activer la cinétique de fatigue de chaque variable d'endommagement, vérifier son implémentation, l'évolution de l'endommagement et le calcul de ses dérivées.
- Deux chargements de fatigue de tractions bi-axiales simultanées et quatre chargement de traction-cisaillement (synchrones et asynchrones) pour vérifier les cinétiques d'endommagement et les différents couplages en fatigue.

D Annexe confidentielle : paramètres identifiés du modèle

E Calculs analytiques de la procédure de saut de cycles non-linéaire

E.1 Intégration analytique des incréments des contributions statique et de fatigue à l'endommagement pour un chargement triangulaire

Pour des chargements triangulaires ou sinusoidaux, l'incrément de la contribution statique (monotone) à l'endommagement est calculé sur la partie du chargement, où la relation d'endommagement statique est activée, soit entre $\varepsilon_{eq,N-1}^{\max}$ et $\varepsilon_{eq,N}^{\max}$. Il est donné par l'équation (E.1). Pour des raisons de lisibilité, l'indice k , se référant au mécanisme d'endommagement mis en jeu, est omis.

$$\begin{aligned} \frac{d\mathcal{M}}{dN} &= \int_{t_{N-1}}^{t_N} \frac{d\mathcal{M}}{dt} dt = \int_{\varepsilon_{eq,N-1}^{\max}}^{\varepsilon_{eq,N}^{\max}} \left\langle \frac{\varepsilon_{eq}^{\max} - \varepsilon^{0s}}{S^s} \right\rangle_+^{s^s} d\varepsilon_{eq}^{\max} \\ &= \frac{S^s}{s^s + 1} \left[\left\langle \frac{\varepsilon_{eq,N}^{\max} - \varepsilon^{0s}}{S^s} \right\rangle_+^{s^s+1} - \left\langle \frac{\varepsilon_{eq,N-1}^{\max} - \varepsilon^{0s}}{S^s} \right\rangle_+^{s^s+1} \right] \end{aligned} \quad (\text{E.1})$$

L'équation (E.2) donne, quant à elle, l'incrément de la contribution de fatigue à l'endommagement, calculé sur la partie du cycle où la relation d'endommagement en fatigue est activée.

$$\begin{aligned} \frac{d\mathcal{F}}{dN} &= \int_{t_{N-1}}^{t_N} \frac{d\mathcal{F}}{dt} dt = \int_{\varepsilon_{eq,N-1}^{\min}}^{\varepsilon_{eq,N-1}^{\max}} \left\langle \frac{\varepsilon_{eq} - m\bar{\varepsilon}_{eq} - \varepsilon^{0f}}{S^f} \right\rangle_+^{s^f} \\ &= \frac{S^f}{s^f + 1} \left[\left\langle \frac{\varepsilon_{eq,N-1}^{\max} - m\bar{\varepsilon}_{eq} - \varepsilon^{0f}}{S^f} \right\rangle_+^{s^f+1} - \left\langle \frac{\varepsilon_{eq,N-1}^{\min} - m\bar{\varepsilon}_{eq} - \varepsilon^{0f}}{S^f} \right\rangle_+^{s^f+1} \right] \end{aligned} \quad (\text{E.2})$$

Cette dernière formule est obtenue en considérant que la déformation équivalente moyenne $\bar{\varepsilon}_{eq}$, définie par l'équation II.32 est constante durant le cycle considéré et a atteint sa valeur convergée $\bar{\varepsilon}_{eq}$ (équation II.31).

E.2 Intégration de l'endommagement sur un saut de cycles

La relation d'endommagement, écrite comme une fonction du nombre de cycles (équation IV.8 reportée dans l'équation E.3 ci-dessous), provient de l'intégration de l'équation II.23 sur un cycle de chargement, en supposant la valeur de l'endommagement d quasi-constante durant un cycle.

$$\frac{dd}{dN} \approx (d_\infty - d) \frac{d\mathcal{M}}{dN} + (d_\infty - d)^\gamma \frac{d\mathcal{F}}{dN} \quad \text{où} \quad \frac{d\mathcal{F}}{dN} > 0 \text{ et } \frac{d\mathcal{M}}{dN} \geq 0 \quad (\text{E.3})$$

Les incréments des contributions statique et de fatigue à l'endommagement ($\frac{d\mathcal{M}}{dN}$ et $\frac{d\mathcal{F}}{dN}$) sont calculées numériquement, pas de temps par pas de temps sur le cycle précédent le saut. Toutefois, dans le cas particulier d'un chargement triangulaire ou sinusoidal, ils pourraient être déterminés analytiquement à l'aide des équations (E.1) et (E.2).

Par intégration sur un saut de cycles, la valeur de l'endommagement après le saut, $d_{N+\overline{\Delta N}}$, s'écrit :

$$\int_{d^N}^{d^{N+\overline{\Delta N}}} \frac{dd}{(d_\infty - d) \frac{d\mathcal{M}}{dN} + (d_\infty - d)^\gamma \frac{d\mathcal{F}}{dN}} = \int_N^{N+\overline{\Delta N}} dN \quad (\text{E.4})$$

Deux cas sont alors distingués :

— Si $\frac{dM}{dN} = 0$ (chargement de fatigue pure)

Après quelques cycles d'entraînement, la valeur de la déformation équivalente moyenne est stabilisée et la quantité $\frac{dF}{dN}$ est constante. L'hypothèse selon laquelle les incréments des contributions statique et de fatigue sont constants durant le saut est donc vérifiée. Par intégration de l'équation (E.4), la taille de saut vaut (équation E.5) :

$$\overline{\Delta N} = - \frac{1}{(1-\gamma)\frac{dF}{dN}} \int_{d^N}^{d^{N+\overline{\Delta N}}} \frac{dd(1-\gamma)}{(d_\infty - d)^\gamma} \quad (\text{E.5})$$

La dérivée d'une fonction puissance pouvant être identifiée au sein de l'intégrale dans l'équation (E.5), il est possible d'expliciter la taille de saut et d'inverser l'équation de façon à déterminer la valeur de l'endommagement après le saut de cycles (équation E.7).

$$\overline{\Delta N} = \frac{1}{(1-\gamma)\frac{dF}{dN}} \left[(d_\infty - d^N)^{1-\gamma} - (d_\infty - d^{N+\overline{\Delta N}})^{1-\gamma} \right] \quad (\text{E.6})$$

$$d^{N+\overline{\Delta N}} = d_\infty - \left[(d_\infty - d^N)^{1-\gamma} - \overline{\Delta N}(1-\gamma)\frac{dF}{dN} \right]^{\frac{1}{1-\gamma}} \quad (\text{E.7})$$

— Si $\frac{dM}{dN} > 0$

L'équation (E.4) ne peut, cette fois, pas être simplifiée. Les incréments des contributions statique et de fatigue à l'endommagement $\frac{dM}{dN}$ et $\frac{dF}{dN}$ sont supposés constants. Cette hypothèse n'est toutefois pas vérifiée, à cause de l'évolution de l'endommagement et de la déformation équivalente moyenne. L'équation (E.4) est alors transformée de façon à faire apparaître une fonction logarithme (équation E.8).

$$\begin{aligned} \overline{\Delta N} &= \int_{d^N}^{d^{N+\overline{\Delta N}}} \frac{(d_\infty - d)^{-\gamma} dd}{(d_\infty - d)^{1-\gamma} \frac{dM}{dN} + \frac{dF}{dN}} \\ &= \frac{1}{(1-\gamma)\frac{dM}{dN}} \int_{d^N}^{d^{N+\overline{\Delta N}}} \frac{(1-\gamma)(d_\infty - d)^{-\gamma} dd}{(d_\infty - d)^{1-\gamma} + \frac{\frac{dF}{dN}}{\frac{dM}{dN}}} \end{aligned} \quad (\text{E.8})$$

Par conséquent, pour un paramètre matériau $\gamma \neq 1$, il est également possible de déterminer la valeur de l'endommagement après le saut de cycle (équation E.10).

$$\overline{\Delta N} = - \frac{1}{(1-\gamma)\frac{dM}{dN}} \ln \left(\frac{(d_\infty - d^{N+\overline{\Delta N}})^{1-\gamma} + \frac{\frac{dF}{dN}}{\frac{dM}{dN}}}{(d_\infty - d^N)^{1-\gamma} + \frac{\frac{dF}{dN}}{\frac{dM}{dN}}} \right) \quad (\text{E.9})$$

$$d^{N+\overline{\Delta N}} = d_\infty - \left[\exp \left(-\overline{\Delta N}(1-\gamma)\frac{dM}{dN} \right) \times \left((d_\infty - d^N)^{1-\gamma} + \frac{\frac{dF}{dN}}{\frac{dM}{dN}} \right) - \frac{\frac{dF}{dN}}{\frac{dM}{dN}} \right]^{\frac{1}{1-\gamma}} \quad (\text{E.10})$$

BIBLIOGRAPHIE

- [Adam et al., 1994] Adam, T., Gathercole, N., Reiter, H., and Harris, B. (1994). Life prediction for fatigue of t800/5245 carbon-fibre composites : II. variable-amplitude loading. International Journal of Fatigue, 16(8) :533 – 547.
- [Amzallag et al., 1994] Amzallag, C., Gerey, J., Robert, J., and Bahuaud, J. (1994). Standardization of the rainflow counting method for fatigue analysis. International Journal of Fatigue, 16(4) :287–293.
- [Angrand, 2016] Angrand, L. (2016). Modèle d’endommagement incrémental en temps pour la prévision de la durée de vie des composites tissés 3D en fatigue cyclique et en fatigue aléatoire. Thèse de doctorat, Université Paris-Saclay.
- [Bansal, 2005] Bansal, N. P., editor (2005). Handbook of Ceramic Composites. Kluwer Academic Publishers.
- [Baranger, 2017] Baranger, E. (2017). Extension d’un modèle d’endommagement anisotrope pour cmcs aux chargements multi-axiaux non-proportionnels. In Journées Nationales sur les Composites 2017, Ecole des Ponts ParisTech(ENPC), volume 225, Champs-sur-Marne, France.
- [Basquin, 1910] Basquin, O. (1910). The exponential law of endurance tests. Proceedings of ASTM, 10 :625–630.
- [Bastenaire, 1972] Bastenaire, F. (1972). New method for the statistical evaluation of constant stress amplitude fatigue-test results. Technical report, ASTM, Philadelphia,PA.
- [Bathias, 1999] Bathias, C. (1999). There is no infinite fatigue life in metallic materials. Fatigue and Fracture of Engineering Materials and Structures, 22(7) :559–565.
- [Ben Ramdane, 2014] Ben Ramdane, C. (2014). Etude et modélisation du comportement mécanique de CMC oxyde/oxyde. Thèse de doctorat, Université Bordeaux.
- [Ben Ramdane et al., 2017] Ben Ramdane, C., Julian-Jankowiak, A., Valle, R., Renollet, Y., Palier, M., Martin, E., and Diss, P. (2017). Microstructure and mechanical behaviour of a NextelTM610/alumina weak matrix composite subjected to tensile and compressive loadings. Journal of the European Ceramic Society, 37 :2919–2932.
- [Berthelot, 2003] Berthelot, J.-M. (2003). Transverse cracking and delamination in cross-ply glass-fiber and carbon-fiber reinforced plastic laminates : Static and fatigue loading. Applied Mechanics Reviews, 56(1) :111–147.
- [Berthelot, 2010] Berthelot, J.-M. (2010). Mécanique des matériaux et structures composites.
- [Besson et al., 2010] Besson, J., Cailletaud, G., Chaboche, J.-L., Forest, S., and Blétry, M. (2010). Chapter 8 : Strain localization phenomena, pages 371–406. Springer Netherlands.

- [Bhattacharyya, 2018] Bhattacharyya, M. (2018). A model reduction approach in space and time for fatigue damage simulation. Doctorate thesis, Université de Paris-Saclay, France.
- [Bhattacharyya et al., 2019] Bhattacharyya, M., Fau, A., Desmorat, R., Alameddine, S., Néron, D., Ladeveze, P., and Nackenhorst, U. (2019). A kinetic two-scale damage model for high-cycle fatigue simulation using multi-temporal latin framework. European Journal of Mechanics - A/Solids, 77 :103808.
- [Bogard et al., 2008] Bogard, F., Lestriez, P., and Guo, Y. Q. (2008). Numerical modeling of fatigue damage and fissure propagation under cyclic loadings. International Journal of Damage Mechanics, 17(2) :173–187.
- [Boisse et al., 1991] Boisse, P., Ladeveze, P., Poss, M., and Rougée, P. (1991). A large time increment algorithm for anisotropic plasticity. International Journal of Plasticity, 7 :65–77.
- [Bonnet et al., 2016] Bonnet, P., Hermite, X., Huther, I., and Lefebvre, F. (2016). F2 - estimation rapide de la résistance en fatigue - méthode du cumul de dommage, dite de « locati ». In Cetim/Lavoisier, editor, Guide pour le choix d'une méthode d'essais de fatigue et de l'analyse statistique associés. Collection Performances - Fatigue, Senlis.
- [Bouillon et al., 2019] Bouillon, F., Guel, N., Sally, O., Broutelle, M., and Malenfant, J.-C. (2019). Advanced exhaust design based on new 2D oxide/oxide materials for civil aircraft engine. 10th International Conference on High Temperature Ceramic Matrix Composites — HT-CMC 10.
- [Broutelle, 2019] Broutelle, M. (2019). Etude des mécanismes d'endommagement d'une liaison boulonnée de matériaux composites à matrice céramique oxyde/oxyde. Thèse de doctorat, Institut Supérieur de l'Aéronautique et de l'Espace (ISAE Supaero).
- [Cady et al., 1995] Cady, C., Heredia, F. E., and Evans, A. G. (1995). In-plane mechanical properties of several ceramic-matrix composites. Journal of the American Ceramic Society, 78(8) :2065–2078.
- [Caous, 2017] Caous, D. (2017). Rôle de l'endommagement sur la durée de vie en fatigue des matériaux composites stratifiés : application au domaine éolien. Thèse de doctorat, Arts et Métiers ParisTech.
- [Carelli et al., 2002] Carelli, E., Fujita, H., Yang, J., and FW, Z. (2002). Effects of thermal aging on the mechanical properties of a porous-matrix ceramic composite. Journal of the American Ceramic Society, 85 :595–602.
- [Carraro et al., 2017] Carraro, P., Maragoni, L., and Quaresimin, M. (2017). Prediction of the crack density evolution in multidirectional laminates under fatigue loadings. Composites Science and Technology, 145 :24–39.
- [Chaboche and Lesne, 1988] Chaboche, J. and Lesne, P. (1988). A non-linear continuous fatigue damage model. Fatigue From Engineering Materials and Structures, 11(1) :1–17.
- [Chaboche et al., 1979] Chaboche, J., Van, K. D., and Cordier, G. (1979). Modelization of the strain memory effect on the cyclic hardening of 316 stainless steel. In 5th International Conference on Structural Mechanics in Reactor Technology (SMIRT-5), BERLIN, volume Rapport technique, ONERA TP 1979-109.
- [Chaboche, 1979] Chaboche, J.-L. (1979). Le concept de contrainte effective, appliqué à l'élasticité et à la viscoplasticité en présence d'un endommagement anisotrope. Euromech 115, Grenoble, 225 :5737–760.
- [Chaboche and Kaczmarek, 1981] Chaboche, J. L. and Kaczmarek, H. (1981). On the interaction of hardening and fatigue damage in the 316 stainless steel. In ICF5, Cannes (France).
- [Chaboche and Maire, 2002] Chaboche, J.-L. and Maire, J.-F. (2002). A new micromechanics based CDM model and its application to CMC's ». Aerospace Science and Technology, 6 :131–145.

- [Chatterjee, 2000] Chatterjee, A. (2000). An introduction to the proper orthogonal decomposition. *Current Science*, 78(7) :808–817.
- [Chinesta et al., 2010a] Chinesta, F., Ammar, A., and Cueto, E. (2010a). Proper generalized decomposition of multiscale models. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 83(8-9) :1114–1132.
- [Chinesta et al., 2010b] Chinesta, F., Ammar, A., and Cueto, E. (2010b). Recent advances and new challenges in the use of the proper generalized decomposition for solving multidimensional models. *Archives of Computational Methods in Engineering*, pages 1–24.
- [Chinesta et al., 2011] Chinesta, F., Ladeveze, P., and Cueto, E. (2011). A short review on model order reduction based on Proper Generalized Decomposition. *Archives of Computational Methods in Engineering*, 18 :395–404.
- [Cognard and Ladeveze, 1993] Cognard, J.-Y. and Ladeveze, P. (1993). A large time increment approach for cyclic viscoplasticity. *International Journal of Plasticity*, 9 :141–157.
- [Cojocaru and Karlsson, 2006] Cojocaru, D. and Karlsson, A. (2006). A simple numerical method of cycle jumps for cyclically loaded structures. *International Journal of Fatigue*, 28 :1677–1689.
- [Couegnat, 2008] Couegnat, G. (2008). *Approche multiéchelle du comportement mécanique de matériaux composites à renfort tissé*. Thèse de doctorat, Université Bordeaux I.
- [Davis et al., 1993] Davis, J. B., Löfvander, J. P., Evans, A. G., Bischoff, E., and Emiliani, M. L. (1993). Fiber coating concepts for brittle-matrix composites. *Journal of the American Ceramic Society*, 76(5) :1249–1257.
- [Davoli et al., 2003] Davoli, P., Bernasconi, A., Filippino, M., Foletti, S., and Papadopoulos, I. V. (2003). Independence of the torsional fatigue limit upon a mean shear stress. *International Journal of Fatigue*, 25 :471–480.
- [De Borst et al., 2012] De Borst, R., Crisfield, M. A., Remmers, J. J., and Verhoosel, C. V. (2012). *Nonlinear finite element analysis of solids and structures*. John Wiley & Sons.
- [De Borst et al., 1993] De Borst, R., Sluys, L., Mühlhaus, H.-B., and Pamin, J. (1993). Fundamental issues in finite element analyses of localization of deformation. *Engineering computations*, 10(2) :99–121.
- [Degrieck and Van Paepegem, 2001] Degrieck, J. and Van Paepegem, W. (2001). Fatigue damage modeling of fibre-reinforced composite materials : Review. *Applied Mechanics Reviews*, 54(4) :279–300.
- [Dengel and Harig, 1980] Dengel, D. and Harig, H. (1980). Estimation of the fatigue limit by progressively-increasing load tests. *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures*, 3(2) :113–128.
- [Desmorat, 2000] Desmorat, R. (2000). *Modélisation et estimation rapide de la plasticité et de l'endommagement*. Habilitation à diriger des recherches en mécanique des solides et des structures, Université Pierre et Marie Curie.
- [Desmorat, 2006] Desmorat, R. (2006). Damage and fatigue : continuum damage mechanics modelling for fatigue of materials and structures. *Geomechanics in Energy Production, REGC-10/2006*, pages 849–877.
- [Desmorat et al., 2015] Desmorat, R., Angrand, L., Gaborit, P., Kaminski, M., and Rakotoari-soa, C. (2015). On the introduction of a mean stress in kinetic damage evolution laws for fatigue. *International Journal of Fatigue*, 77 :141–153.
- [Desmorat et al., 2007] Desmorat, R., Kane, A., Seyedi, M., and Sermage, J. (2007). Two scale damage model and related numerical issues for thermo-mechanical high cycle fatigue. *European Journal of Mechanics A/Solids*, 26 :909–935.

- [Desmorat and Lemaitre, 2001] Desmorat, R. and Lemaitre, J. (2001). Section 6.15 - a two-scale model for quasi-brittle and fatigue damage. In Handbook of Materials Behavior Models, pages 525 – 535. Academic Press, Burlington.
- [Di Salvo et al., 2015] Di Salvo, D., Sackett, E., Johnston, R., Thompson, D., Andrews, P., and Bache, M. (2015). Mechanical characterisation of a fibre reinforced oxide/oxide ceramic matrix composite. Journal of the European Ceramic Society, 35(16) :4513–4520.
- [Dowling, 1972] Dowling, N. (1972). Fatigue failure prediction for complicated stress-strain histories. Journal of Materials, 7 :71–87.
- [Downing and Socie, 1982] Downing, S. and Socie, D. (1982). Simple rainflow counting algorithms. International Journal of Fatigue, pages 31–40.
- [Dressler et al., 1997] Dressler, K., Hack, M., and Krüger, W. (1997). Stochastic reconstruction of loading histories from a rainflow matrix. Journal of Applied Mathematics and Mechanics, 77(3) :217–226.
- [Duboquet, 2018] Duboquet, E. (2018). Vers une approche locale du phénomène de fatigue mécanique. Application aux matériaux et aux structures en composites à fibres continues. Thèse de doctorat, Université de Bourgogne.
- [Elias, 2015] Elias, A. (2015). Nocivité des défauts induits par impact pour les structures composites tissées 3D à matrice organique. Thèse de doctorat, Ecole Centrale de Nantes.
- [Evans, 1990] Evans, A. G. (1990). Perspective on the development of high-toughness ceramics. Journal of the American Ceramic society, 73(5) :187–206.
- [Fish and Yu, 2002] Fish, J. and Yu, Q. (2002). Computational mechanics of fatigue and life predictions for composite materials and structures. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 191 :4827–4849.
- [Flore and Wegener, 2016] Flore, D. and Wegener, K. (2016). Modelling the mean stress effect on fatigue life of fibre reinforced plastics. International Journal of Fatigue, 82 :689–699.
- [Forest and Lorentz, 2004] Forest, S. and Lorentz, E. (2004). Localization phenomena and regularization methods. Local approach to fracture, 1 :311–371.
- [Found and Quaresimin, 2002] Found, M. S. and Quaresimin, M. (2002). Two-stage fatigue loading of woven carbon fibre reinforced laminates. Fatigue Fract Engng Mater Struct, 26 :17–26.
- [Gasser et al., 1996] Gasser, A., Ladevèze, P., and Poss, M. (1996). Damage mechanisms of a woven SiC/SiC composite : modelling and identification. Composites Science and Technology, 56 :779–784.
- [Gassner, 1973] Gassner, E. (1973). Zur experimentellen lebensdauerermittlung von konstruktionselementen mit zufallsartigen beanspruchungen. Materialprüfung, 15(6) :197–205.
- [Gerber, 1874] Gerber, H. (1874). Bestimmung der zulässigen spannungen in eisen-constructionen [calculation of the allowable stresses in iron structures]. Zeitschrift des Bayerischen Architekten und Ingenieur-Vereins, 6(6) :101–110.
- [Germain, 2020] Germain, J. (2020). Évaluation des capacités prédictives d'un modèle avancé pour la prévision de la tenue de plaques stratifiées perforées. Thèse de doctorat, Université de Paris-Saclay.
- [Godin et al., 2004] Godin, N., Huguet, S., Gaertner, R., and Salmon, L. (2004). Clustering of acoustic emission signals collected during tensile tests on unidirectional glass/polyester composite using supervised and unsupervised classifiers. NDT & E International, 37(4) :253–264.
- [Goodman, 1899] Goodman, J. (1899). Mechanics applied to engineering (1st ed.). Longmans, Green and Co.

- [Gornet and Ijaz, 2011] Gornet, L. and Ijaz, H. (2011). A high-cyclic elastic fatigue damage model for carbon fibre epoxy matrix laminates with different mode mixtures. Composites Part B : Engineering, 42 :1173–1180.
- [Gornet et al., 2018] Gornet, L., Sudevan, D., and Rozycki, P. (2018). A study of various indicators to determine the fatigue limit for woven carbon/epoxy composites under self heating methodology. Procedia Engineering, 213 :161–172.
- [Guel, 2018] Guel, N. (2018). Comportement mécanique de composites oxydes : relations procédé-microstructure-propriétés. Thèse de doctorat, Université de Lyon.
- [Hansun, 2013] Hansun, S. (2013). A new approach of moving average method in time series analysis. pages 1–4, Tangerang, Indonesia.
- [Hemon, 2013] Hemon, E. (2013). Modèles multi-niveaux de prévision des durées de vie en fatigue des structures composites à matrice céramique pour usage en turbomachines aéronautiques. Thèse de doctorat, Université Bordeaux I.
- [Henry, 2013] Henry, J. (2013). Mécanismes d'endommagement en fatigue dans les tissus multicouches interlocks. Thèse de doctorat, Université de Technologie de Compiègne.
- [Hild and Roux, 2006] Hild, F. and Roux, S. (2006). Digital image correlation : from displacement measurement to identification of elastic properties—a review. Strain, 42(2) :69–80.
- [Hochard, 2012] Hochard, C. (2012). Fatigue of laminated composite structures. In 15th European Conference on Composite Materials.
- [Hochard et al., 2001] Hochard, C., Aubourg, P.-A., and Charles, J.-P. (2001). Modelling of the mechanical behaviour of woven-fabric CFRP laminates up to failure. Composites Science and Technology, 61 :221–230.
- [Hochard et al., 2006] Hochard, C., Payan, J., and Bordreuil, C. (2006). A progressive first ply failure model for woven ply CFRP laminates under static and fatigue loads. International Journal of Fatigue, 28(1) :1270–1276.
- [Hochard and Thollon, 2010] Hochard, C. and Thollon, Y. (2010). A generalized damage model for woven ply laminates under static and fatigue loading conditions. International Journal of Fatigue, 32(1) :158–165.
- [Huchette, 2005] Huchette, C. (2005). Analyse multiéchelle des interactions entre fissurations intralaminaires et interlaminaires dans les matériaux composites stratifiés. Thèse de doctorat, Université Paris VI.
- [Hurmane et al., 2016] Hurmane, A., Mavel, A., Paulmier, P., and Laurin, F. (2016). Combined experimental and modelling approaches for strength analysis of 3D woven composites : from elementary coupons to complex aeronautical structures. Journal Aerospace Lab, 12 :1–11.
- [Hwang and Han, 1986] Hwang, W. and Han, K. S. (1986). Fatigue of composites—fatigue modulus concept and life prediction. Journal of Composite Materials, 20(2) :154–165.
- [Ince, 2016] Ince, A. (2016). A mean stress correction model for tensile and compressive mean stress fatigue loadings. Fatigue and Fracture of Engineering Materials and Structures, 40 :939–948.
- [Jabbado, 2006] Jabbado, M. (2006). Fatigue polycyclique des structures métalliques : durée de vie sous chargements variables. Thèse de doctorat, Ecole polytechnique X.
- [Ju, 1989] Ju, J. (1989). On energy-based coupled elastoplastic damage theories : constitutive modeling and computational aspects. International Journal of Solids and Structures, 25 :803–833.
- [Jurf and Butner, 2000] Jurf, R. and Butner, S. (2000). Advances in oxide-oxide CMC. Journal of Engineering for Gas Turbines and Power, 122 :202–205.

- [Kamaya and Kawakubo, 2015] Kamaya, M. and Kawakubo, M. (2015). Mean stress effect on fatigue strength of stainless steel. International Journal of Fatigue, 74 :20–29.
- [Keller et al., 2005] Keller, K. A., Jefferson, G., and Kerans, R. J. (2005). Oxide-oxide composites. In Handbook of Ceramic Composites, pages 377–421. Springer.
- [Khosrovaneh and Dowling, 1990] Khosrovaneh, A. and Dowling, N. (1990). Fatigue loading history reconstruction based on the rainflow technique. International Journal of Fatigue, 12(2) :99–106.
- [Kiewel et al., 2000] Kiewel, H., Aktaa, J., and Munz, D. (2000). Application of an extrapolation method in thermocyclic failure analysis. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 182 :55–71.
- [Kostopoulos et al., 2003] Kostopoulos, V., Loutas, T., Kontsos, A., and Sotiriadis, G. (2003). On the identification of the failure mechanisms in oxide/oxide composites using acoustic emission. NDT & E International, 36(8) :571–580.
- [Labergere et al., 2015] Labergere, C., Saanouni, K., Sun, Z. D., Dhifallah, M. A., Li, Y., and Duval, J. L. (2015). Prediction of low cycle fatigue life using cycles jumping integration scheme. Applied Mechanics and Materials, 784 :308–316.
- [Ladeveze, 1999] Ladeveze, P. (1999). Nonlinear computational structural mechanics : new approaches and non-incremental methods of calculation. Springer.
- [Ladeveze, 2002] Ladeveze, P. (2002). An anisotropic damage theory with unilateral effects : applications to laminate and three- and four-dimensional composites. Continuum damage mechanics of materials and structures, pages 205–233.
- [Ladeveze and Le Dantec, 1992] Ladeveze, P. and Le Dantec, E. (1992). Damage modelling of the elementary ply of laminated composites. Composites Science and Technology, 43 :257–267.
- [Ladeveze and Lubineau, 2002] Ladeveze, P. and Lubineau, G. (2002). An enhanced mesomodel for laminates based on micromechanics. Composites Science and Technology, 62(4) :533–541.
- [Lanser and Ruggles-Wrenn, 2015] Lanser, R. and Ruggles-Wrenn, M. (2015). Tension-compression fatigue on NextelTM 720/alumina composite at 1200°C in air and in steam. In 10th International Conference on Composite Science and Technology.
- [Laurin et al., 2007] Laurin, F., Carrere, N., and Maire, J.-F. (2007). A multiscale progressive failure approach for composite laminates based on thermodynamical viscoelastic and damage models. Composites : Part A, 38 :198–209.
- [Laurin et al., 2013] Laurin, F., Carrère, N., Huchette, C., and Maire, J.-F. (2013). A multiscale hybrid damage and failure approach for strength predictions of composite structures. Journal of Composite Materials, 47(20–21) :2713–2747.
- [Leclerc et al., 2009] Leclerc, H., Périé, J.-N., Roux, S., and Hild, F. (2009). Integrated digital image correlation for the identification of mechanical properties. In International Conference on Computer Vision/Computer Graphics Collaboration Techniques and Applications, pages 161–171. Springer.
- [Lemaitre, 1992] Lemaitre, J. (1992). A course on damage mechanics. Springer Verlag.
- [Lemaitre et al., 1992] Lemaitre, J., Benallal, A., and Marquis, D. (1992). Lifetime prediction of structures in anisothermal viscoplasticity coupled to damage. Nuclear Engineering and Design, 133 :345–360.
- [Lemaitre and Chaboche, 1985] Lemaitre, J. and Chaboche, J.-L. (1985). Mécanique des matériaux solides. Dunod, english translation 1990 'Mechanics of Solid Materials' Cambridge University Press.

- [Lemaitre and Desmorat, 2005] Lemaitre, J. and Desmorat, R. (2005). Engineering Damage Mechanics. Springer, Berlin, Heidelberg.
- [Lemaitre and Doghri, 1994] Lemaitre, J. and Doghri, I. (1994). Damage 90 : a post processor for crack initiation. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 115 :197–232.
- [Lesne and Savalle, 1989] Lesne, P.-M. and Savalle, S. (1989). An efficient cycles jump technique for viscoplastic structure calculations involving large number of cycles. In 2nd International Conference on "Computational Plasticity" Models Software and Applications, Barcelona, Spain.
- [Lubineau, 2002] Lubineau, G. (2002). Sur un mésomodèle d'endommagement des composites stratifiés : relations micro-méso, possibilités et limites. Thèse de doctorat, Ecole Normale Supérieure de Cachan.
- [Lumley, 1967] Lumley, J. (1967). The structure of inhomogeneous turbulence. Atmospheric Turbulence and Wave Propagation, pages 166–178.
- [Maimi et al., 2007] Maimi, P., Camanho, P., Mayugo, J., and Davila, C. (2007). A continuum damage model for composite laminates : Part I – constitutive model. Mechanics of Materials, 39(10) :897–908.
- [Maire and Chaboche, 1997] Maire, J.-F. and Chaboche, J.-L. (1997). A new formulation of continuum damage mechanics CDM for composite materials. Aerospace Science and Technology, 1(4) :247–257.
- [Mall and Ahn, 2008] Mall, S. and Ahn, J.-M. (2008). Frequency effects on fatigue behavior of NextelTM720/alumina at room temperature. Journal of European Ceramic Society, 28 :2783–2789.
- [Mall and Ahn, 2012] Mall, S. and Ahn, J.-M. (2012). Tension–tension fatigue behavior of NextelTM720/alumina under combustion environment. International journal of applied ceramic technology, 9(1) :159–171.
- [Mall and Sullivan, 2011] Mall, S. and Sullivan, M. A. (2011). Creep rupture and fatigue behavior of a notched oxide/oxide ceramic matrix composite at an elevated temperature. International Journal of Applied Ceramic Technology, 8(2) :251–260.
- [Mallick and Zhou, 2004] Mallick, P. and Zhou, Y. (2004). Effect of mean stress on the stress-controlled fatigue of a short E-glass fiber reinforced polyamide-6,6. International Journal of Fatigue, 26 :941–946.
- [Manson and Halford, 1981] Manson, S. S. and Halford, G. R. (1981). Practical implementation of the double linear damage rule and damage curve approach for treating cumulative fatigue damage. International Journal of Fracture, 17(2) :169–192.
- [Marcin, 2010] Marcin, L. (2010). Modélisation du comportement, de l'endommagement et de la rupture de matériaux composites à renforts tissés pour le dimensionnement robuste de structures. Thèse de doctorat, Université Bordeaux I.
- [Matsuishi and Endo, 1968] Matsuishi, M. and Endo, T. (1968). Fatigue of metals subjected to varying stress. In Japan Society of Mechanical Engineers, Jukvokan Japan.
- [Médeau, 2019] Médeau, V. (2019). Proposition d'une loi d'endommagement et de rupture robuste pour la prévision de la ruine de structures composites tissées 3D à matrice organique. Thèse de doctorat, Institut Supérieur de l'Aéronautique et de l'Espace (ISAE Supaero).
- [Mehrman and Ruggles-Wrenn, 2007] Mehrman, J. M. and Ruggles-Wrenn, M. B. Baek, S. S. (2007). Influence of fold times on the elevated-temperature fatigue behavior of an oxide-oxide ceramic composite in air and in steam environment. Composites Science and Technology, 7 :1425–1438.

- [Miner, 1945] Miner, M. A. (1945). Cumulative damage in fatigue. Journal of Applied Mechanics, pages A-159-164.
- [Miot, 2009] Miot, S. (2009). Rupture de structures composites stratifiées sous chargements statique et de fatigue. Thèse de doctorat, Aix-Marseille Université.
- [Miot et al., 2010] Miot, S., Hochard, C., and Lahellec, N. (2010). A non-local criterion for modelling unbalanced woven ply laminates with stress concentrations. Composite Structures, 92(7) :1574-1580.
- [Naslain, 1993] Naslain, R. (1993). Fibre-matrix interphases and interfaces in ceramic matrix composites processed by CVI. Composite Interfaces, 1(3) :253-286.
- [Nasri, 2017] Nasri, M. A. (2017). Réduction dimensionnelle pour la simulation de la fatigue des métaux. Thèse de doctorat, Ecole Nationale Supérieure d'Arts et Métiers.
- [Nesnas and Saanouni, 2000] Nesnas, K. and Saanouni, K. (2000). A cycle jumping scheme for numerical integration of coupled damage and viscoplastic models for cyclic loading paths. Revue Européenne des Elements Finis, 9(8) :815-891.
- [Nouy, 2010] Nouy, A. (2010). priori model reduction through proper generalized decomposition for solving time-dependent partial differential equations. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 199 :1603-1626.
- [Pandita et al., 2001] Pandita, S. D., Huysmans, G., Wevers, M., and Verpoest, I. (2001). Tensile fatigue behaviour of glass plain-weave fabric composites in on- and off-axis directions. Composites Part A : Applied Science and Manufacturing, 32(10) :1533-1539.
- [Parlier et al., 2011] Parlier, M., Ritti, M. H., and Jankowiak, A. (2011). Potential and perspectives for oxide/oxide composites. AerospaceLab, (3) :1-12.
- [Payan, 2004] Payan, J. (2004). Etude du comportement de composites stratifiés sous chargement statique et de fatigue. Thèse de doctorat, Université Aix-Marseille II.
- [Payan and Hochard, 2002] Payan, J. and Hochard, C. (2002). Damage modelling of laminated carbon/epoxy composites under static and fatigue loadings. International Journal of Fatigue, 24 :299-306.
- [Perreux and Thiébaud, 2003] Perreux, D. and Thiébaud, F. (2003). Chapitre24- fatigue in filament-wound structures. In Harris, B., editor, Fatigue in composites : Science and technology of the fatigue response of fibre-reinforced plastics, pages 644-657.
- [Peyrac et al., 2015] Peyrac, C., Jollivet, T., Leray, N., Lefebvre, F., Westphal, O., and Gornet, L. (2015). Self-heating method for fatigue limit determination on thermoplastic composites. Procedia Engineering, 133 :129-135.
- [Philippidis and Eliopoulos, 2010] Philippidis, T. and Eliopoulos, E. (2010). 11 - a progressive damage mechanics algorithm for life prediction of composite materials under cyclic complex stress. In A.P., V., editor, Fatigue Life Prediction of Composites and Composite Structures, pages 390-436. Woodhead Publishing.
- [Pitoiset, 2001] Pitoiset, X. (2001). Méthodes spectrales pour une analyse en fatigue des structures métalliques sous chargement aléatoires multiaxiaux. Thèse de doctorat, Université Livre de Bruxelles.
- [Power, 1977] Power, E. (1977). A technique for accelerating block load fatigue programmes. Journal Mechanical Engineering Science, 19(5) :193-201.
- [Power, 1978] Power, E. (1978). Cycle counting methods and the development of block load fatigue programmes. Technical report, SAE Technical Paper.
- [Rabbe et al., 2000] Rabbe, P., Lieurade, H.-P., and Galtier, A. (2000). Essais de fatigue - partie I. In de l'ingénieur, T., editor, Matériaux | Etude et propriétés des métaux.

- [Rakotoarisoa, 2013] Rakotoarisoa, C. (2013). Prévision de la durée de vie en fatigue des composites à matrice organique tissés interlock. Thèse de doctorat, Université de Technologie de Compiègne.
- [Rakotoarisoa et al., 2012] Rakotoarisoa, C., Laurin, F., Hirsekorn, M., Maire, J.-F., and Olivier, L. (2012). Development of a fatigue model for 3D woven polymer matrix composites based on a damage model. In 15th European Conference on Composite Materials, Venice, Italy.
- [Renard, 2010] Renard, J. (2010). Fatigue des matériaux composites renforcés de fibres continues. Techniques de l'ingénieur issu de Matériaux Plastiques et composites.
- [Revest, 2011] Revest, N. (2011). Comportement en fatigue de pièces épaisses en matériaux composites. Thèse de doctorat, Ecole Nationale Supérieure des Mines de Paris.
- [Roux and Hild, 2008] Roux, S. and Hild, F. (2008). Digital image mechanical identification (dim). Experimental Mechanics, 48(4) :495–508.
- [Ruggles-Wrenn and Braun, 2008] Ruggles-Wrenn, M. and Braun, J. (2008). Effects of steam environment on creep behavior of NextelTM720/alumina ceramic composite at elevated temperature. Materials Science and Engineering A., 497 :101–110.
- [Ruggles-Wrenn et al., 2008a] Ruggles-Wrenn, M., Hetrick, G., and Baek, S. S. (2008a). Effects of frequency and environment on fatigue behavior of an oxide–oxide ceramic composite at 1200°C. International Journal of Fatigue, 30 :502–516.
- [Ruggles-Wrenn et al., 2008b] Ruggles-Wrenn, M., Radzicki, A., S.S., B., and Keller, K. (2008b). Effect of loading rate on the monotonic tensile behavior and tensile strength of an oxide-oxide ceramic composite at 1200°C. Materials Science and Engineering A., 492 :88–94.
- [Ruggles-Wrenn and Lanser, 2015] Ruggles-Wrenn, M. B. and Lanser, R. L. (2015). Tension-compression fatigue of an oxide/oxide ceramic composite at elevated temperature. Materials Science & Engineering A., 659 :270–277.
- [Ruggles-Wrenn et al., 2006] Ruggles-Wrenn, M. B., Musil, M., Mall, S., and Keller, K. (2006). Creep behavior of NextelTM610/monazite/alumina composite at elevated temperatures. Composites Science and Technology, 66 :2089–2099.
- [Ryckelynck et al., 2011] Ryckelynck, D., Missoum Benziane, D., Cartel, S., and Besson, J. (2011). A robust adaptive model reduction method for damage simulations. Computational Materials Science, 50 :1597—1605.
- [Sai, 1993] Sai, K. (1993). Modèles à grand nombre de variables internes et méthodes numériques associées. Doctorate thesis, Ecole Nationale Supérieure des Mines de Paris, France.
- [Shen, 2012] Shen, C. (2012). Contribution à l'étude du cumul de dommage en fatigue multiaxiale. Thèse de doctorat, Université Lille 1 - Sciences et Technologies.
- [Simon and Danzer, 2006] Simon, R. A. and Danzer, R. (2006). Oxide fiber composites with promising properties for high-temperature structural applications. Advanced Engineering Materials, 8(11) :1129–1134.
- [Soderberg, 1930] Soderberg, C. R. (1930). Factor of safety and working stress. Trans ASME, 52(2) :13–28.
- [Stephens et al., 2001] Stephens, R. I., Fatemi, A., Stephens, A. A., and Fuchs, H. O. (2001). Metals Fatigue in Engineering. John Wiley :New York.
- [Talreja, 1986] Talreja, R. (1986). Stiffness properties of composite laminates with matrix cracking and interior delamination. Engineering Fracture Mechanics, 25(5/6) :751–762.
- [Talreja, 1991] Talreja, R. (1991). Continuum modelling of damage in ceramic matrix composites. Mechanics of Materials, 12 :165–180.

- [Tao G, 2007] Tao G, X. Z. (2007). Mean stress/strain effect on fatigue behavior of an epoxy resin. International Journal of Fatigue, 29 :2180–2190.
- [Thionnet, 1991] Thionnet, A. (1991). Prévision d'endommagement sous chargements quasi-statiques et cycliques des structures composites stratifiées. Thèse de doctorat, Université de Paris VI.
- [Thionnet et al., 2002] Thionnet, A., Chambon, L., and Renard, J. (2002). A theoretical and experimental study to point out the notion of loading mode in damage mechanics : Application to the identification and validation of a fatigue damage modeling for laminates composites. International Journal of Fatigue, 24 :147–154.
- [Thionnet et al., 2004] Thionnet, A., Martin, C., and Barradas, S. (2004). Mécanique et comportement des milieux continus, Applications et théorie des invariants. Editions Ellipses.
- [Thionnet and Renard, 1993] Thionnet, A. and Renard, J. (1993). Meso-macro approach to transverse cracking in laminated composites using Talreja's model. Composites Engineering, 3(9) :851–871.
- [Thollon and Hochard, 2009] Thollon, Y. and Hochard, C. (2009). A general damage model for woven fabric composite laminates up to first failure. Mechanics of Materials, 41(7) :820–827.
- [Van Paepegem and Degrieck, 2002] Van Paepegem, W. and Degrieck, J. (2002). Effect of load sequence and block loading on the fatigue response of fibre-reinforced composites. Mechanics of Advanced Materials and Structures, 9(1) :19–35.
- [Van Paepegem et al., 2001] Van Paepegem, W., Degrieck, J., and De Baets, P. (2001). Finite element approach for modelling fatigue damage in fibre-reinforced composite materials. Composites Part B : Engineering, 32(7) :575–588.
- [Westphal, 2014] Westphal, O. (2014). Analyse thermomécanique de l'endommagement en fatigue de stratifiés carbone/époxy : Détermination de la limite d'endurance à partir d'essais d'autoéchauffement. Thèse de doctorat, Ecole Centrale Nantes.
- [Withney and Nuismer, 1976] Withney, J. and Nuismer, R. (1976). Strain gradient in composite laminate structure. Journal of composite materials, 35 :733–735.
- [Yoshitaka et al., 1996] Yoshitaka, K., Ypshihiro, H., and Satsuo, K. (1996). Preparation and mechanical properties of long alumina fiber/alumina matrix composites. Materials Letter, 28 :161–164.
- [Zawada et al., 2003] Zawada, L. P., Hay, R. S., Lee, S. S., and Staehler, J. (2003). Characterization and high-temperature mechanical behavior of an oxide/oxide composite. Journal of the American Ceramic Society, 86(6) :981–990.
- [Zhang et al., 2016] Zhang, W., Zhou, Z., Scarpa, F., and Zhao, S. (2016). A fatigue damage meso-model for fiber-reinforced composites with stress ratio effect. Materials and Design, 107 :212–220.
- [Zok FW, 2001] Zok FW, L. C. (2001). Mechanical properties of porous matrix ceramic composites. Advanced Engineering Materials, 3 :15–23.

Titre : Stratégie de calcul pour la prévision de la durée de vie de structures composites soumises à des chargements complexes : Application aux composites oxyde/oxyde

Mots clés : Composites, Fatigue, Endommagement, Sauts de cycles

Résumé : Cette étude porte sur la prévision de l'endommagement et de la durée de vie de structures composites oxyde/oxyde, introduites dans les parties chaudes des moteurs d'avions. Elle s'inscrit dans le cadre du projet MECACOMP, piloté par Safran.

Cette thèse a pour but de proposer une stratégie de calcul capable de prévoir la tenue et la durée de vie de structures composites soumises à des chargements de fatigue réels (multi-axiaux, de longue durée et potentiellement aléatoires).

L'approche retenue se décompose en deux étapes. Dans un premier temps, un modèle d'endommagement, utilisant un formalisme incrémental est proposé en vue de retranscrire le comportement observé expérimentalement sur des chargements tant statiques que de fatigue. Un protocole d'identification dédié est proposé.

La campagne d'essais effectuée a permis de caractériser le matériau étudié et d'identifier les paramètres de ce modèle.

Toutefois, les coûts de calcul étant trop élevés pour simuler le comportement d'une structure composite soumise à un chargement de fatigue de longue durée, une stratégie de calcul a été développée dans un second temps pour réduire les temps de calcul et rendre le modèle utilisable en bureaux d'études. Il s'agit d'une méthode de sauts de cycles non-linéaire, basée sur la loi d'endommagement incrémentale proposée. Cette stratégie a été implantée dans un code de calcul de structure par Elements Finis commercial et appliquée à des calculs de fatigue polycyclique sur des structures académiques, pour lesquelles les prévisions du modèle ont été comparées à des résultats d'essais, et de complexité industrielle.

Title : Calculation strategy for predicting the service life of composite structures subjected to complex loading : Application to oxide/oxide composites

Keywords : Composites, Fatigue, Damage, Cycle jumps

Abstract : This study focuses on damage and lifetime prediction of oxide/oxide composite structures, introduced in the hot parts of aircraft engines. It is part of a project named MECACOMP, led by Safran.

This PhD aims to propose a calculation strategy capable of predicting the strength and service life of composite structures subjected to real fatigue loads (multi-axial, long-lasting and potentially random).

A two-step approach is implemented. First, a damage model, using an incremental formalism, is proposed in order to represent the experimental behaviour observed on both static and fatigue loadings. A dedicated identification protocol is proposed. The mechanical test campaign carried out made it possible to characterize the studied material and to identify the parameters of the model.

However, the computational costs being too high to simulate the behaviour of a composite structure subjected to long-term fatigue loadings, a calculation strategy is developed, in a second step, to reduce drastically the computational time and make the model usable in design offices. It consists in a non-linear cycle jumps method, based on the proposed incremental damage law. This strategy was implemented in a commercial Finite Element code and applied to polycyclic fatigue calculations on both academic structures, for which the model predictions are evaluated by comparison with test results, and structures of industrial complexity.