



Modélisation et simulation d'ondes T : modes de Rayleigh et effets 3D

Jean Lecoulant

► To cite this version:

Jean Lecoulant. Modélisation et simulation d'ondes T : modes de Rayleigh et effets 3D. Sciences de la Terre. Université de Bretagne occidentale - Brest, 2019. Français. NNT : 2019BRES0046 . tel-02953022

HAL Id: tel-02953022

<https://theses.hal.science/tel-02953022>

Submitted on 29 Sep 2020

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

THESE DE DOCTORAT DE

L'UNIVERSITE
DE BRETAGNE OCCIDENTALE
COMUE UNIVERSITE BRETAGNE LOIRE

ECOLE DOCTORALE N° 598
Sciences de la Mer et du littoral
Spécialité : Géosciences marines

Par

Jean LECOULANT

Modélisation et simulations d'ondes T : modes de Rayleigh et effets 3D

Thèse présentée et soutenue à Brest, le 25 septembre 2019
Unité de recherche : Laboratoire Géosciences Océan UMR6538

Rapporteurs avant soutenance :

Emile OKAL

Professeur émérite
Northwestern University

Jean VIRIEUX

Professeur émérite
Université Grenoble-Alpes



Composition du jury :

Président du jury :
Xavier CARTON

Professeur, UBO, LOPS

Paul CRISTINI
Emile OKAL
Jean VIRIEUX

Chargé de recherche, CNRS, LMA
Professeur Emérite, NWU, Dpt E.P.S.
Professeur Emérite, UGA, ISTerre

Invité :

Dominique FATTACCIOLI

Ingénieur, DGA

Directeur de thèse :

Jean-Yves ROYER Directeur de recherche, CNRS, LGO

Co-directeurs de thèse :

Claude GUENNOU
Laurent GUILLON

Maître de conférence UBO, LGO
Maître de conférence, EN, IRENAV



Et l'unique cordeau des trompettes marines.

Guillaume Apollinaire

Résumé

Lorsqu'un séisme se produit sous l'océan, les ondes sismiques se transforment à l'interface croûte/océan en ondes acoustiques basses fréquences, appelées ondes T, qui peuvent se propager dans la colonne d'eau sur de très grandes distances. Ces ondes sont d'une grande importance pour la surveillance de l'activité sismique et volcanique sous-marine car elles comblent un manque d'information dans les données sismologiques terrestres. La localisation de la source acoustique peut être déduite par trilatération à partir des temps d'arrivée de l'onde T sur plusieurs hydrophones et une magnitude acoustique peut être dérivée des niveaux reçus. Toutefois, les informations obtenues à partir des signaux des ondes T restent incomplètes car les mécanismes de génération des ondes T, leur mode de propagation, et l'importance des effets 3D dans le processus sont mal connus. Pour traiter ces questions, cette thèse utilise un modèle analytique de la génération et de la propagation des ondes T et un code spectral aux éléments finis (SPECFEM) capable d'effectuer des simulations en forme d'onde complète des ondes sismiques dans la croûte terrestre et des ondes acoustiques dans l'océan.

Le modèle analytique développé dans cette thèse décrit des ondes T qui se propagent sous forme de modes de Rayleigh ; ce modèle prédit également le spectre des ondes PN et SN, qui sont les précurseurs des ondes T dans les enregistrements d'événements de forte magnitude. Dans une configuration 2D avec un fond plat et un océan uniforme, les modes théoriques (solution analytique) et simulés (SPECFEM) d'ondes T et les spectres d'ondes PN et SN montrent un très bon accord. Le modèle numérique peut donc être appliqué avec confiance à des configurations pour lesquelles un modèle analytique ne peut pas être simplement dérivé : une interface croûte/océan avec un mont sous-marin, avec ou sans canal SOFAR dans l'océan, et un fond marin plat avec une rugosité à courte longueur d'onde. Ces simulations mettent en évidence les conditions nécessaires à la génération d'ondes T énergétiques et confirment le rôle prédominant des modes de Rayleigh dans leur propagation. Les résultats du modèle avec un fond marin rugueux sont très comparables aux données hydroacoustiques d'un séisme majeur survenu sous une plaine abyssale. La version 3D de SPECFEM permet enfin d'étudier l'importance des effets 3D dans la génération des ondes T. À distance, les amplitudes et les temps d'arrivée diffèrent selon qu'un événement sismique se produit sous un mont sous-marin ou sous une dorsale. Par conséquent, les localisations de la source à partir de temps d'arrivée peuvent être biaisées par des effets topographiques en 3D à proximité de la région de l'épicentre.

Abstract

When an earthquake occurs below the ocean, seismic waves convert at the crust/ocean or solid/fluid interface into low-frequency acoustic waves, known as T waves, which can propagate in the water column over very long distances. These waves are of great importance for monitoring the submarine seismic and volcanic activity, as they fill a gap of information in the land-based seismological records. The localization of the acoustic source can be deduced by trilateration from T-wave arrival-times at several hydrophones and an acoustic magnitude can be derived from the recorded levels. Beyond that, the information obtained from T-wave signals remains incomplete since the mechanisms for generating T waves, the way they propagate and the importance of 3D-effects in the process are poorly known.

To investigate these issues, this thesis uses a spectral finite element code (SPECFEM) able to perform full wave-form simulations of both seismic waves in the crust and acoustic waves in the ocean. The analytical model developed in this thesis describes propagating T waves as Rayleigh modes; this model also predicts the spectrum of PN and SN waves, which are precursors of T waves in records from high magnitude events. In a 2D configuration with a flat bottom and a uniform ocean, the theoretical (analytical solution) and simulated (SPECFEM) T-wave modes and PN- and SN-wave spectra show a very good agreement. The numerical model is thus applied with confidence to configurations for which an analytical model cannot be simply derived : a crust/ocean interface with a seamount, with or without a SOFAR channel in the ocean, and a flat seabed with a short-wavelength roughness. These simulations highlight the conditions necessary for the generation of energetic T waves and confirm the predominant role of Rayleigh modes in their propagation. The outputs from the model with a rough sea-bottom compare well with hydroacoustic records from a major earthquake occurring below an abyssal plain. Finally, a 3D version of SPECFEM is used to investigate the importance of 3D-effects in the generation of T waves. At large distances, different amplitudes and arrival-times are obtained depending on whether a seismic event occurs below a seamount or below a ridge. Hence, source localizations from arrival-times can be biased by 3D topographic effects in the vicinity of the epicenter region.

En un neubeud pojou

Pé gren an douar ba-dan ar mour an dra-se ra trous ba'r mour, da lared 'h a ar gwagennou sizmik in gwagennou-son ba-foñs ar mour, lem douch an dour an douar. Ar gwagennou-son-se zo isel o frekañs ha vé gwraet gwagennou T deuhoute. Ar re-se zo gouest da veajiñ pell-pell ba'n dour. Hag important eign hardi blam da surveilhañ ar mod gren an douar hag ar mineiou-tan zo ba-dan ar mour, pugur zo voien da ouïed, grass d'ar gwagennou T, traou ha' jom skoachet 'vid ar sizmo-metrou zo wa'n douar-bras. Deus 'b'lec'h tà ar son, an dra-mañ zo voien da galkuliñ 'naoñ deus ar vomed zigouèv ar son ba meurd a idrofon. Ha memes-mod, deus nivo ar son ba un idrofon zo voien da ouïed hag-eñw na krenet kreñw an douar. Med hall ket an deññ gouïed kement-se a draou doc'h ar gwagennou T, pugur ouïer ket pe-sort-mod vègn stummet just-ha-just, na pe-sort-mod veaj-hè, na pe-sort-mod jañch o stumm doc'h an teir dimañsion. Blam da ouïed hirroc'h, an desenn amañ-gi-mañ ra ga ur c'hod eñformatik (SPECFEM) ha' zivis an douar hag ar mour 'tre kemend a elemañchou bihan zo emm 'vid kalkuliñ ar mod veaj ar gwagennou sizmik hag ar gwagennou-son.

Añvantet meump ur vesson da galkuliñ ga'n dorn ar mod veaj ar gwagennou T ha meump ka't lar veaj-hè 'vel mojou Rayleigh. Gis-se hallomp aneo 'è ar spèkchou doc'h gwagennou ha' veaj-hè vounnissoc'h 'vid ar gwagennou T : gwagennou KN (kentañ normal) ha gwagennou EN (eil normal). O-dow weler digoueiñ raok ar gwagennou T 'benn gren an douar gwall greñw. Pé vé gwraet ga diw zimansion, ur foñs plad, ha pé vé ker vounnus ar son ba-partoud, ar gwagennou T kalkulet ga SPECFEM veaj 'vel mojou Rayleigh hag ar spèkchou deus ar gwagennou KN ha EN zo hañwal-bew doc'h ar re kalkulet ga'n dorn. An dra-se zeuskeuv doc'h lar hallomp fiañ ba SPECFEM da galkuliñ traou ha' n'omp ket walc'h 'vid kalkuliñ 'nè ga'n dorn. Hag e-se meump laket SPECFEM da galkuliñ ar pezh zigouèv pé vé un duchenn ba-foñs ar mour, pé vé ur c'hanol SOFAR ha' 'h a ar son doustadikoc'h barzh-ennoñ, ha pé vé rijenned foñs ar mour. Ar pezh meump bet gis-se bermet domp da gompren ga pe-sort kondissionou zo lañs ga'r gwagennou T hag an dra-se a brouv lar ar gwagennou T veaj 'vel mojou Rayleigh. Ar pezh meump bet ga'r foñs rijenned zo tre memes-mod 'vel gwagennou T añrejistret ur wech ha' na krenet an douar kreñw-kreñw ba-dan plênennou zo ba'r mour don. 'Benn ar fin, pé vé gwraet ga SPECFEM 'n-or daolañ kont deus an teir dimañsion, zo voien da studiañ hag-eñw vern an teir dimañsion-se, pé vé stummet ar gwagennou T. Pell deus ar soursenn, jañch ar lañs zo ga'r gwagennou T ma gren an douar ba-dan un duchenn dizro pe ba-dan ur regennad mineiou hag ar vomed zigouèv ar gwagennou T ba un idrofon jañch memes-mod. Se zo kaos vê mankadennou blam deus form foñs ar mour 'benn vèr 'kalkuliñ plass ar soursenn doc'h ar vomed zigouèv ar son.

Remerciements

Je tiens à remercier tous ceux qui m'ont soutenu et m'ont permis de mener cette thèse à bien.

Tout d'abord, je remercie la Direction Générale de l'Armement (DGA) et la Région Bretagne pour avoir financé ce projet, ainsi que l'Institut Universitaire Européen de la Mer (IUEM) et le Laboratoire Géosciences Océan (LGO) pour m'avoir accueilli dans leurs locaux.

Ma reconnaissance va tout particulièrement à mon directeur de thèse Jean-Yves Royer et à mes deux co-directeurs Claude Guennou et Laurent Guillon. Je veux ici rappeler le plaisir que j'ai eu à travailler avec eux et souligner leur disponibilité, tant au quotidien tout au long de la thèse, que lors des derniers mois d'intense rédaction.

Je remercie mes deux rapporteurs Émile Okal et Jean Virieux pour leur lecture attentive du manuscrit ainsi que les autres membres du jury : Dominique Fattaccioli, Xavier Carton et Paul Cristini. Un autre merci va à ces deux derniers pour les bons avis donnés lors des comités de suivi individuel.

J'assure de ma gratitude toutes les personnes qui m'ont aidé par des discussions scientifiques à progresser dans la compréhension des ondes T. Je pense d'abord à Fabrice Ardhuin et à Charles Peureux pour le développement du modèle analytique et ensuite à Julien Bonnel, Nathalie Favretto-Cristini, Cédric Ody et Julie Perrot. Deux mercis particuliers pour mes amis Mathieu Morvan et Antoine Laudrain, qui ont fait avancer ma réflexion à travers de nombreuses discussions informelles. Pour leur aide technique au quotidien, je tiens à remercier Christophe Martin, Charlotte Quinio, Margot Sauvadet et Carole Le Hir. Pour avoir rendu possible la mission OHASISBIO, je remercie également Mickaël Beauverger et tout l'équipage du Marion Dufresnes.

Pour leur soutien inconditionnel, je remercie du fond du cœur ma famille : ma mère, mon père, ma grand-mère, ma sœur et ma nièce. J'adresse également un salut chaleureux aux compagnes de travail qui ont égayé ma vie au bureau : Emmanuelle, Sabrina, Maëlle et Judith. Pour les mêmes raisons, je me souviens avec bonheur de la crèche du Marion : Maëlle, Coraline, Cédric, Baptiste, Jonathan et Apolline, ainsi que de nos aînés, en particulier Philippe Koubi. Je remercie plus largement les doctorants du LGO qui m'ont accompagné dans mon combat pour la science : Marion Giusti, Charles, Ruth, Jean-Michel, Laurine, Lena, Denovan et Massimo ; nos bons collègues Marion Jaud, Arnaud Agranier, Elda Miramontes Garcia et Marceau ; et mes amies du LOBS Pauline et Houda. Pour leur conseils financiers et vidéoludiques, je remercie les frères de Lavernette : Mathieu et Eymeric. Enfin, j'adresse un merci tout spécial à mes amis à la ville : Romain et Narindra.

Table des matières

Introduction	13
I État de l'art de la modélisation et des simulations d'ondes T	17
I.A Les ondes T et leur intérêt pour la sismicité océanique	17
I.A.1 Les ondes T	17
I.A.2 Surveillance de la sismicité océanique	19
I.B Modèles	23
I.B.1 Ondes élastiques dans la croûte	23
I.B.2 Ondes acoustiques dans l'océan	26
I.B.3 Modèles d'ondes T	31
I.C Simulations des ondes T	34
II Application de la méthode des éléments spectraux à la problématique des ondes T	39
II.A Équations en milieux élastique et acoustique	40
II.A.1 Domaine élastique	40
II.A.2 Domaine acoustique	42
II.B Méthode des éléments spectraux (MES)	44
II.B.1 Idée générale de la méthode	44
II.B.2 Notions nécessaires à l'utilisation de SPECSEM	45
II.C Gestion des limites du domaine de calcul	48
II.C.1 Conditions absorbantes	48
II.C.2 Couches absorbantes parfaitement adaptées	49
II.D SPECSEM2D, SPECSEM2,5D et SPECSEM3D	50
II.E Discretisation spatiale	51
II.E.1 Caractéristiques communes aux modèles 2D et 3D	52
II.E.2 Modèles 2D	53
II.E.3 Modèles 3D	54
II.F Résultats préliminaires	55
II.F.1 Différences SPECSEM2D/SPECSEM3D	55
II.F.2 Réfraction horizontale	56

III	Modèle analytique de propagation modale des ondes T	61
III.A	Équations d'ondes et conditions aux limites	62
III.B	Modes de Rayleigh	68
III.B.1	Recherche des modes de Rayleigh et comportement dispersif	68
III.B.2	Transfert de l'énergie du forçage sismique aux modes de Rayleigh	72
III.C	Ondes PN et SN	74
III.D	Conclusion	79
IV	Étude numérique de la propagation modale des ondes T	81
IV.A	Comparaison des modèles par fond plat	82
IV.A.1	Choix des sorties nécessaires à la validation du modèle	82
IV.A.2	Forçages sismiques	83
IV.A.3	Ondes générées dans la colonne d'eau	85
IV.A.4	Spectres des ondes PN	88
IV.A.5	Domaine temporel	92
IV.B	Ondes T générées sur les pentes d'un mont gaussien	94
IV.B.1	Choix des paramètres du modèle	94
IV.B.2	Ondes simulées	94
IV.C	Effet du canal SOFAR sur la propagation des ondes T	100
IV.C.1	Choix des paramètres du modèle	100
IV.C.2	Ondes simulées	101
IV.D	Ondes T générées sur une plaine abyssale avec une bathymétrie rugueuse	108
IV.D.1	Choix des paramètres du modèle	108
IV.D.2	Ondes T abyssales simulées	109
IV.E	Indices d'un comportement modal d'ondes T abyssales observées	113
IV.E.1	Signaux observés	115
IV.E.2	Ondes PN et SN	117
IV.F	Conclusion	120
V	Effets 3D sur la génération des ondes T	121
V.A	Modélisation sans atténuation	122
V.A.1	Modélisation 3D des ondes acoustiques générées dans l'océan par un séisme dans des configurations simplifiées (article JASA)	122
V.A.2	Limites des résultats obtenus en ultra-basses fréquences	134
V.B	Influence de l'atténuation sur la localisation de la source par trilatération	135
V.B.1	Comparaison du signal avec et sans atténuation	135
V.B.2	Effets de l'atténuation sur les temps d'arrivée	137
V.B.3	Effets de l'atténuation sur les localisations	139
V.C	Conclusion	142

Conclusion	145
A Activités complémentaires accomplies au cours de mon doctorat	149
B <i>Supplementary material</i> de l'article JASA	151
C Article dans les <i>proceedings</i> de l'UACE2017 : <i>3-D modeling of the generation and propagation of acoustic T-waves at seafloor spreading ridges</i>	159
D Article dans les <i>proceedings</i> du CFA2018 : <i>Les ondes acoustiques (ondes T) générées par les séismes sous-marins</i>	165
E Article dans les <i>proceedings</i> d'OCEAN2019 : <i>Modal propagation of ocean acoustic waves generated by earthquakes</i>	171

Liste des abréviations

NEAMS	N ord- E st AM Sterdam
OBS	O cean B ottom S ismometer
OHASISBIO	O bservatoire H ydro A coustique de la SIS micit� et de la BIO diversité
PML	P erfectly M atched L ayers
SPECFEM	SPEC tral F inite E lement M ethod
SOFAR	SO und F ixing A nd R anging
SWAMS	S outh- W est AM Sterdam

Introduction

La planète Terre est une machine thermique qui évacue par sa surface la chaleur interne emmagasinée lors de sa formation et maintenue par la désintégration des éléments radioactifs qu'elle renferme. L'évacuation de cette chaleur engendre de vastes mouvements de convection internes qui entraînent en surface le mouvement de plaques rigides qui se séparent, convergent ou coulissent les unes par rapport aux autres.

Théorisée il y a une cinquantaine d'années, la tectonique des plaques a été difficile à découvrir. L'extrême lenteur des mouvements de l'écorce terrestre les rend indécélables en l'absence d'outils de mesure précis. La complémentarité des limites actuelles des continents suggérait leur ancienne unité et leur lente dispersion, mais le moteur de leur dérive est longtemps demeuré inconnu. Un des freins au progrès de la connaissance a été l'ignorance des principales zones de divergence, les dorsales médio-océaniques, et des principales zones de convergence, les fosses de subduction. Ces structures, fondamentales pour comprendre la tectonique des plaques, sont en effet dissimulées sous les océans, qui ont longtemps soustrait les deux tiers de la surface de la Terre aux investigations des géologues et géophysiciens. Avec le développement des réseaux sismologiques terrestres, elles ont d'abord été révélées par leur sismicité (*e.g.* [Gutenberg and Richter, 1949](#); [Rothé, 1954](#); [Sykes, 1968, 1967](#)).

En dépit des progrès accomplis, la sismicité océanique, notamment associée aux dorsales, reste difficile à étudier. Ces séismes se produisent loin des continents où sont déployés les réseaux sismologiques, et l'atténuation rapide des ondes sismiques dans la croûte dissipe souvent leur énergie avant qu'elles n'atteignent les sismographes. Cependant, les propriétés de l'océan peuvent pallier en partie ces limitations. La grande densité de ce milieu, comparée à celle de l'atmosphère, ses limites spatiales à la surface et au fond, et la faible atténuation intrinsèque que les ondes y subissent en font en effet un excellent guide d'onde pour la propagation des ondes acoustiques basses fréquences produites par les séismes sous-marins, les ondes T. C'est pourquoi, depuis une vingtaine d'années, des réseaux d'hydrophones ont été déployés dans les océans Pacifique, Atlantique et Indien (*e.g.*, respectivement, [Fox et al., 1995](#); [Smith et al., 2003](#); [Tsang-Hin-Sun et al., 2016](#)) pour observer à grande échelle la sismicité de faible magnitude associée aux dorsales océaniques.

Les ondes T enregistrées par les hydrophones déployés en mer permettent de localiser une source sismique par trilatération des temps d'arrivée et de caractériser sa « magnitude » acoustique. Cependant, les informations contenues dans les signaux d'ondes T et leur interprétation sont encore limitées. La localisation d'un événement acoustique peut, par exemple, ne pas correspondre à l'épicentre du séisme à son origine. Les niveaux acoustiques corrigés des pertes par propagation, dont est déduite la « magnitude » acoustique du séisme, peuvent différer d'un hydrophone à l'autre pour un même événement. Ces observations témoignent de notre ignorance des processus exacts qui donnent naissance aux ondes T et de la façon dont elles se propagent.

Cette thèse se propose d'aborder ces questions à l'aide d'un modèle analytique de la propagation d'ondes T et de simulations en forme d'onde complète obtenues grâce à une méthode numérique basée sur les éléments finis spectraux. Elle s'articule autour de deux problématiques :

Comment les ondes T sont-elles générées et comment se propagent-elles ?

Comment la génération des ondes T est-elle influencée par les effets 3D ?

Le présent mémoire de thèse est organisé en cinq chapitres :

- Le chapitre I décrit les ondes T et leur intérêt pour l'étude des dorsales océaniques avant de présenter les modèles analytiques de propagation des ondes sismiques dans la croûte, des ondes acoustiques dans l'océan, et ceux développés afin de rendre compte des ondes T. Enfin, ce chapitre retrace les progrès accomplis ces dernières années dans le domaine des simulations d'ondes T.
- Le chapitre II présente la méthode des éléments finis spectraux, utilisée dans cette thèse pour simuler des ondes T. Il décrit les maillages qui permettent, en 2D comme en 3D, d'obtenir des simulations stables et adaptées à l'étude des phénomènes considérés. Ce chapitre montre finalement quelques résultats préliminaires, qui permettent de comparer les différents modèles étudiés et de s'assurer de leur fiabilité.
- Le chapitre III développe un modèle analytique de propagation des ondes T. Sous l'effet d'un forçage sismique, les conditions aux limites réalistes imposées par un océan de profondeur finie engendrent une onde d'interface composée de modes discrets, dont le comportement rend compte de celui des ondes T observées. Ce chapitre étudie en détail le comportement de ces modes et celui des précurseurs des ondes T : les ondes qui seront appelées ici PN et SN.
- Le chapitre IV valide d'abord le code 2D utilisé pour simuler les ondes T en montrant qu'appliqué à une configuration identique à celle qui a permis de développer le modèle analytique, ce code fait apparaître les modes prédits par la théorie. La comparaison des ondes PN et SN prédites et simulées vient renforcer la validation. Les simulations

permettront ensuite d'étudier des configurations où le modèle analytique ne s'applique plus strictement, mais où certaines de ses prédictions restent valables. Ces configurations plus complexes sont importantes pour comprendre les environnements où sont générées les ondes T observées. Elles modélisent un mont sous-marin dans un océan à vitesse du son homogène ou variable (canal SOFAR) et une plaine abyssale avec un fond rugueux.

- Le chapitre [V](#) étudie des effets 3D dans la génération des ondes T, en appliquant un code 3D à des configurations simplifiées et avec une source de fréquence ultra-basse (1 Hz), pour limiter les temps de calcul. Ces simulations mettent en évidence l'importance des effets 3D dans les amplitudes et les temps d'arrivée des ondes T. Les localisations de sources sismiques par trilatération à partir des temps d'arrivée sont alors biaisées par les effets 3D de la bathymétrie.
- La conclusion dresse un bilan des progrès accomplis au cours de cette thèse et esquisse les perspectives de recherche ouvertes par les travaux présentés.

Chapitre I

État de l'art de la modélisation et des simulations d'ondes T

Le but de ce chapitre est de fixer dans l'esprit du lecteur les notions utiles à la compréhension de la suite de cette thèse. La première partie décrit les ondes T et leur importance pour la surveillance de la sismicité océanique. La deuxième partie introduit les modèles utilisés dans la suite de la thèse pour représenter les ondes sismiques dans la croûte et les ondes acoustiques dans l'océan, ainsi que les modèles développés depuis 60 ans pour expliquer les ondes T. Enfin, la troisième partie de ce chapitre présente un bref historique des simulations d'ondes T.

I.A Les ondes T et leur intérêt pour la sismicité océanique

I.A.1 Les ondes T

Lorsqu'un séisme se produit au fond des océans, par exemple au niveau d'une dorsale médio-océanique ou d'une fosse de subduction, les ondes sismiques émises se convertissent à l'interface fluide/solide en ondes acoustiques capables de se propager dans la colonne d'eau sur de longues distances et que l'on nomme **ondes T**.

La nature des ondes T a été difficile à reconnaître. Avant leur découverte, les géophysiciens connaissaient deux types d'ondes de volume se propageant dans la croûte : des ondes longitudinales ou ondes de compression appelées *ondes P* (ondes primaires), car ce sont les premières visibles sur les enregistrements des sismographes ; et des ondes transversales ou ondes de cisaillements appelées *ondes S* (ondes secondaires), car leur vitesse plus faible fait qu'elles apparaissent sur les enregistrements après les ondes P. La langue anglaise use des appellations *Pressure waves* (*P-waves*) et *Shear waves* (*S-waves*), où l'initiale des processus

physiques mis en jeu a l'avantage de coïncider avec celle des ordinaux *primary* et *secondary*. Les ondes T ont d'abord été découvertes dans des sismogrammes acquis par des stations à terre où la faible vitesse du son dans l'océan par rapport aux vitesses des ondes sismiques les faisait apparaître après l'arrivée des ondes P et les ondes S. C'est donc naturellement que ces ondes ont été nommées *ondes tertiaires*, ou *ondes T*.

Sur le premier enregistrement d'ondes T publié par Jagggar (1930), daté du 24 octobre 1927, les ondes T se distinguent surtout par leur fréquence bien plus élevée que celle des autres ondes sismiques (Figure I.1 gauche). Ceci s'explique par le fait que, alors que les fréquences élevées (≥ 2 Hz) sont très rapidement atténuées dans la croûte, elles peuvent se propager dans l'océan sur de très longues distances, ici de la côte de l'Alaska à celle d'Hawaii (Figure I.1 droite haut). Ces hautes fréquences des ondes T ont survécu à la rétro-conversion des ondes T en ondes sismiques au niveau de la côte nord-est de Hawaii et à un bref trajet dans la croûte jusqu'à la station de Volcano House où elles ont été enregistrées (Figure I.1 droite bas). On verra section I.A.2 que cette capacité des ondes T à conserver des informations sur le champ proche qui sont perdues par les ondes sismiques est d'une grande importance. Cependant, l'interprétation correcte des ondes T n'a été reconnue qu'après la Seconde Guerre Mondiale, grâce à des travaux de Ewing and Worzel (1948) et de Pekeris (1948).

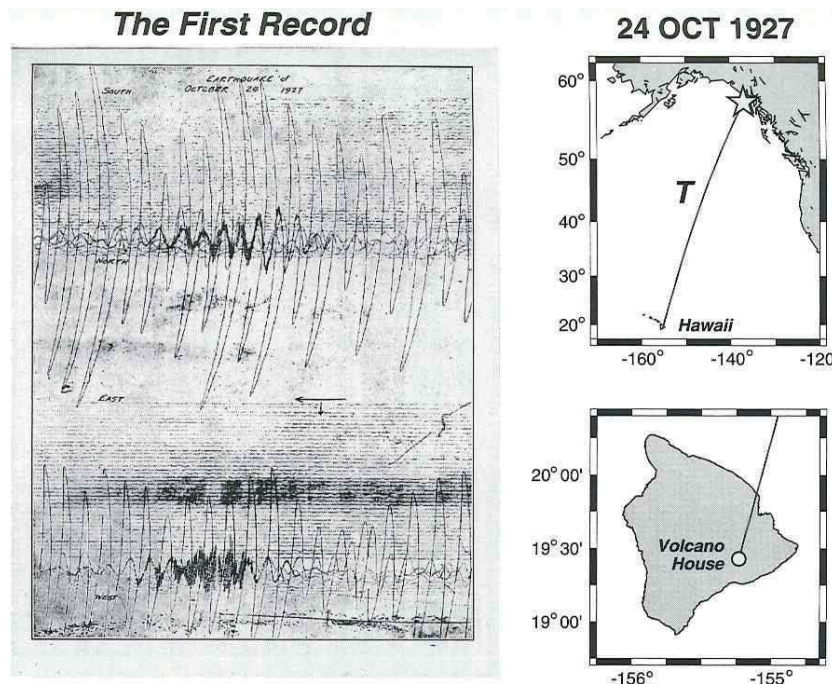


FIGURE I.1 – (Gauche) Premier enregistrement d'ondes T publié par Jagggar (1930). (Droite) Trajet des ondes T à travers l'océan entre l'épicentre du séisme et la station à terre. D'après Okal (2008).

Pour la suite de cet exposé, il est utile de familiariser le lecteur avec l'aspect typique d'un signal d'ondes T acquis par un hydrophone déployé en mer. La Figure I.2 montre un signal généré par un séisme de magnitude 4 localisé sur la dorsale sud-est Indienne et enregistré dans la colonne d'eau par un hydrophone immergé au nord-est de l'île d'Amsterdam (site NEAMS), à 500 km de l'épicentre. Ce signal montre trois arrivées distinctes : d'abord les *ondes PN* (*ondes P normales*), puis les *ondes SN* (*ondes S normales*) et enfin les ondes T. Les deux premières arrivées représentent des ondes sismiques, successivement des ondes P et S, qui se propagent dans la croûte jusqu'au fond de l'océan à l'aplomb de l'hydrophone, où elles se convertissent en ondes acoustiques. Les ondes PN et SN ainsi définies ne doivent pas être confondues avec les ondes Pn et Sn, qui sont des ondes P et S réfractées sur la discontinuité de Mohorovičić. Comme le temps de parcours dans la colonne d'eau, entre le fond de l'océan et l'hydrophone, est négligeable, les ondes PN et SN apparaissent dans les enregistrements avec les temps d'arrivée attendus pour des ondes P et S se propageant dans la croûte. Les ondes T s'en distinguent car la conversion sismo-acoustique ne se produit pas au voisinage de l'hydrophone mais au voisinage de l'épicentre du séisme. Leur trajet dans la colonne d'eau, entre l'épicentre et l'hydrophone, peut donc être très long, parfois de plusieurs centaines à plusieurs milliers de kilomètres, et lent relativement aux ondes P et S, car leur vitesse est celle du son dans l'eau (1500 m.s^{-1}). Les ondes PN et SN n'apparaissent toutefois sur les enregistrements que si elles n'ont pas été atténuées lors de leur trajet dans la croûte ; elles sont très souvent absentes sur les enregistrements de séismes trop lointains et/ou de trop faible magnitude.

I.A.2 Surveillance de la sismicité océanique

Les propriétés acoustiques de l'océan font des ondes T un outil idéal pour étudier la sismicité océanique. La faible atténuation de ces ondes acoustiques dans l'océan permet de détecter des séismes de faible magnitude à grande distance, alors que la forte atténuation des ondes sismiques dans la croûte les rendrait indécélables par des sismomètres déployés à terre. Les ondes T s'avèrent ainsi particulièrement utiles pour la surveillance des dorsales qui sont localisées loin des côtes, au milieu des océans, et dont la dynamique ne peut être comprise sans l'étude de l'activité sismique de faible magnitude dont elle sont le siège (*e.g.* Fox et al., 2001).

La recherche sur les ondes T a longtemps tiré parti d'hydrophones déployés à des fins militaires (*e.g.* Johnson et al., 1963). L'intérêt croissant pour les ondes T et leur importance pour la surveillance des dorsales a motivé le déploiement de réseaux d'hydrophones *ad hoc*. La taille de ces réseaux, qui peuvent couvrir un bassin océanique entier, illustre bien combien l'atténuation que subissent les ondes T est faible et combien ces ondes peuvent voyager

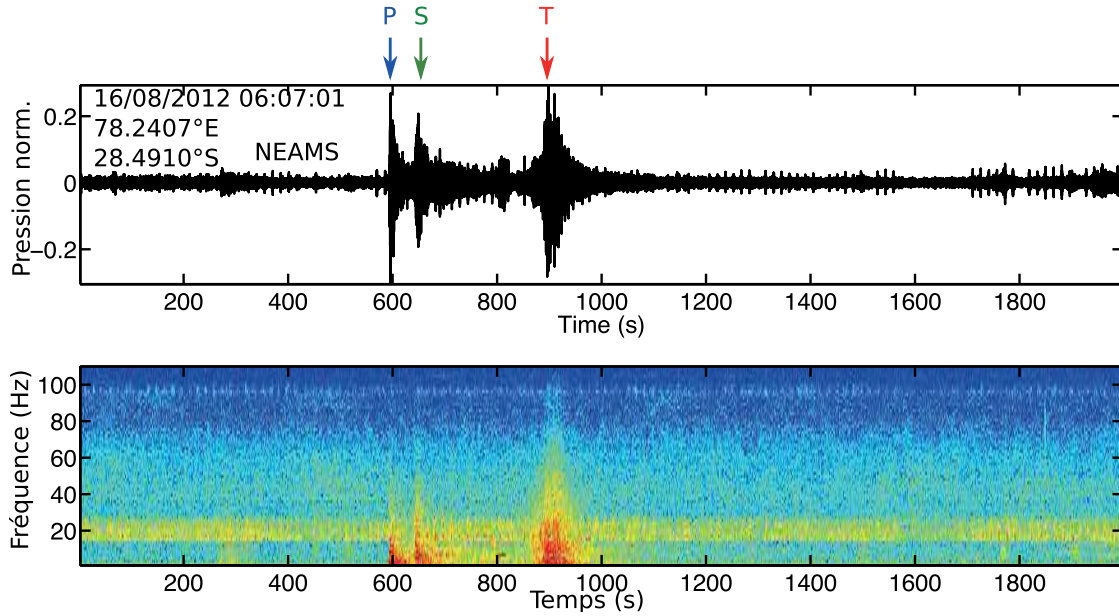


FIGURE I.2 – Série temporelle (haut) et spectrogramme (bas) d'un signal généré par un séisme de magnitude 4 localisé sur la dorsale sud-est Indienne et enregistré dans la colonne d'eau à 500 km de l'épicentre, par l'hydrophone du site NEAMS du réseau OHASISBIO. D'après Tsang-Hin-Sun (2016).

sur de longues distances, tout en propageant de l'information sur des séismes de faible magnitude. La taille des réseaux d'hydrophones est communément de quelques centaines de kilomètres (*e.g.* Giusti et al., 2018), voire d'un millier de kilomètres (*e.g.* Fox et al., 2001; Royer et al., 2015; Smith et al., 2003; Tsang-Hin-Sun et al., 2016), quand celle des réseaux d'OBS (*Ocean Bottom Seismometers*) dévolus à l'étude des mêmes séismes va plutôt de quelques kilomètres (Bohnenstiehl et al., 2008) à une cinquantaine de kilomètres (Schlindwein and Schmid, 2016), tant les ondes sismiques des séismes de faible magnitude sont vite atténuées. La notion de *magnitude de complétude* permet de comparer les sensibilités d'un réseau d'hydrophones et d'un réseau de sismomètres fond de mer : il s'agit de la plus faible magnitude pour laquelle un catalogue de séismes est supposé complet. D'après Giusti (2019), les magnitudes de complétude pour la dorsale médio-Atlantique nord diffèrent de presque deux ordres de grandeur entre les catalogues terrestres (magnitude de complétude $\simeq 4$) et hydroacoustiques (magnitude de complétude $\simeq 2,4$). Que ce soit dans l'Atlantique ou l'océan Indien, les réseaux mis en place captent ainsi près de 40 à 50 fois plus d'événements sur les dorsales que les réseaux terrestres (*e.g.* Goslin et al., 2012; Tsang-Hin-Sun et al., 2016).

Le signal présenté Figure I.2 et les données exploitées au chapitre IV proviennent d'enregistrements du réseau OHASIBIO (Figure I.3 bas). Ce réseau d'hydrophones est déployé depuis 2010 et comporte une dizaine de sites répartis dans l'océan Indien austral (Royer et al., 2015; Tsang-Hin-Sun et al., 2016). Chaque site comprend une ligne de mouillage constituée d'une bouée immergée qui abrite l'hydrophone, d'une ligne faite de sections en polyester et en fibre

de carbone, et d'un largueur acoustique à sa base, qui permet de libérer la ligne du lest qui la maintient sur le fond (Figure I.3). La bouée immergée sert ainsi à la fois à maintenir la ligne en tension et donc à maintenir l'hydrophone à une profondeur constante, et à faire remonter la ligne en fin d'expérience. La longueur de la ligne est ajustée de façon à placer l'instrument dans l'axe du canal SOFAR. L'hydrophone proprement dit est un transducteur acoustique raccordé à un cylindre de titane abritant le système d'acquisition et des batteries au lithium, qui garantissent une autonomie de 12 à 24 mois, selon leur quantité (schéma à gauche, Figure I.3). Pour le réseau OHASISBIO, les batteries et les cartes mémoires des hydrophones sont changées chaque année, à l'occasion de la rotation du N.O. Marion Dufresne vers les îles australes françaises.

La localisation de la source d'un événement acoustique (séisme, craquement d'iceberg) est réalisée à partir des temps d'arrivée des ondes T produites par l'événement aux différents hydrophones, et à partir de la position connue des hydrophones (*e.g.* Fox et al., 2001). Cela suppose que les instruments sont synchronisés entre eux. A cet effet, leur horloge interne est synchronisée avec l'heure GPS avant déploiement et dès la récupération de l'instrument. On peut alors estimer la dérive éventuelle de l'horloge interne (supposée linéaire entre ces 2 instants et d'environ 2 à 3 s par an) et corriger les temps d'arrivée. Une fois l'événement localisé, il est possible d'estimer une « magnitude » acoustique ou niveau source (*source level*) de l'événement à partir des niveaux acoustiques du signal d'ondes T reçu par les hydrophones, en les corrigeant des pertes par transmission (*e.g.* Fox et al., 2001; Royer et al., 2015). Cette « magnitude » permet dans certains cas de faire des hypothèses sur le mécanisme de rupture (Dziak, 2001), de même que la forme du signal peut donner des indications sur la profondeur de la source sismique (Schreiner et al., 1995).

Ces dernières caractéristiques restent cependant très spéculatives. Ainsi l'information que l'on tire des ondes T est encore très sommaire, même si elle est déjà très utile pour comprendre la dynamique de l'expansion océanique. Pour aller plus loin, il faudrait pouvoir retrouver la forme d'onde à la source des ondes T, c'est-à-dire à proximité immédiate de l'épicentre, et de là, remonter à la forme d'onde au foyer du séisme pour caractériser son mécanisme, sa profondeur et sa magnitude. Dans l'état actuel des connaissances, ces deux étapes paraissent inaccessibles. D'où la démarche de s'intéresser au problème direct, par la modélisation, pour tenter de mieux comprendre les ondes T et les paramètres qui gouvernent leur propagation, la forme et l'amplitude de leur signal.

Schéma d'un mouillage hydroacoustique 2015

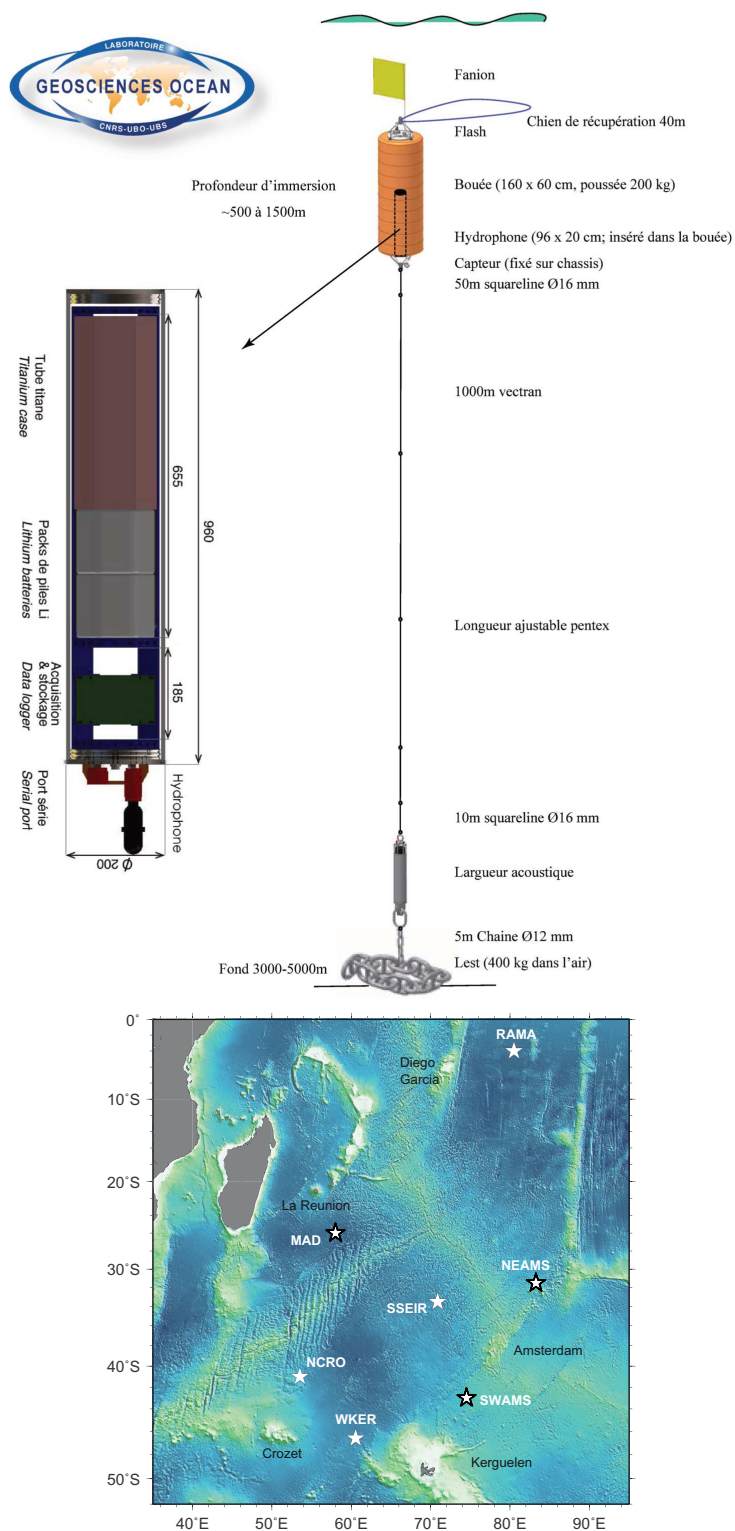


FIGURE I.3 – Plan d'un hydrophone (en haut à gauche) et schéma des mouillages (en haut à droite) déployés dans le réseau OHASISBIO (carte en bas). D'après Tsang-Hin-Sun (2016).

I.B Modèles

La complexité de la modélisation des ondes T tient à ce qu'elle doit considérer simultanément la propagation d'ondes sismiques dans un milieu solide, la croûte, et d'ondes acoustiques dans un milieu fluide, l'océan, et la conversion sismo-acoustique des premières dans les secondes à l'interface croûte/océan. La modélisation des ondes T se fonde donc sur les lois de propagation des ondes élastiques dans la croûte et des ondes acoustiques dans l'océan. Après avoir défini le cadre analytique qui permet d'aborder cette question, nous présenterons dans cette section une brève revue des différents modèles analytiques d'ondes T.

I.B.1 Ondes élastiques dans la croûte

Lorsqu'un séisme se produit, différentes ondes sismiques sont générées. Les ondes de volume se divisent en deux types principaux : des ondes longitudinales ou ondes de compression appelées *ondes P* ou ondes primaires, car ce sont les premières arrivées sur les enregistrements des sismographes ; et des ondes transversales ou ondes de cisaillement appelées *ondes S* ou ondes secondaires, car elles apparaissent après les ondes P sur les enregistrements, en raison de leur vitesse de propagation plus lente.

Aux interfaces entre la croûte et d'autres milieux, l'océan ou l'atmosphère, des ondes d'interface peuvent apparaître, limitées au voisinage immédiat des dites interfaces puisque leur amplitude décroît en s'éloignant de ces interfaces. Les ondes sismiques à l'interface avec l'atmosphère sont appelées ondes de surface ; elles constituent le cas le plus simple, car l'interface peut être considérée comme une surface libre, au vu de la faible masse volumique de l'atmosphère comparée à celle de la croûte. Les ondes d'interfaces sont des compositions d'ondes de compression et d'ondes de cisaillement. Les *ondes de Rayleigh* entraînent les particules de la croûte dans un mouvement elliptique parallèle à la propagation. Les mouvements qui animent les particules dans la croûte et à l'interface au passage des différents types d'ondes sismiques sont représentés de façon schématique sur la Figure (I.4).

Que parmi les ondes sismiques, les ondes de volume se divisent entre ondes longitudinales et transversales et que les ondes d'interface puissent se ramener à des sommes de ces deux types d'ondes suggère une forte analogie avec la décomposition de Helmholtz-Hodge. Dans le cadre de cette décomposition, on considère que tout champ de vecteur $\vec{V}$ peut s'écrire comme la somme d'une composante irrotationnelle pure et d'une composante rotationnelle pure :

$$\vec{V} = \overrightarrow{\text{rot}}(\vec{A}) + \overrightarrow{\text{grad}}(B), \quad (\text{I.1})$$

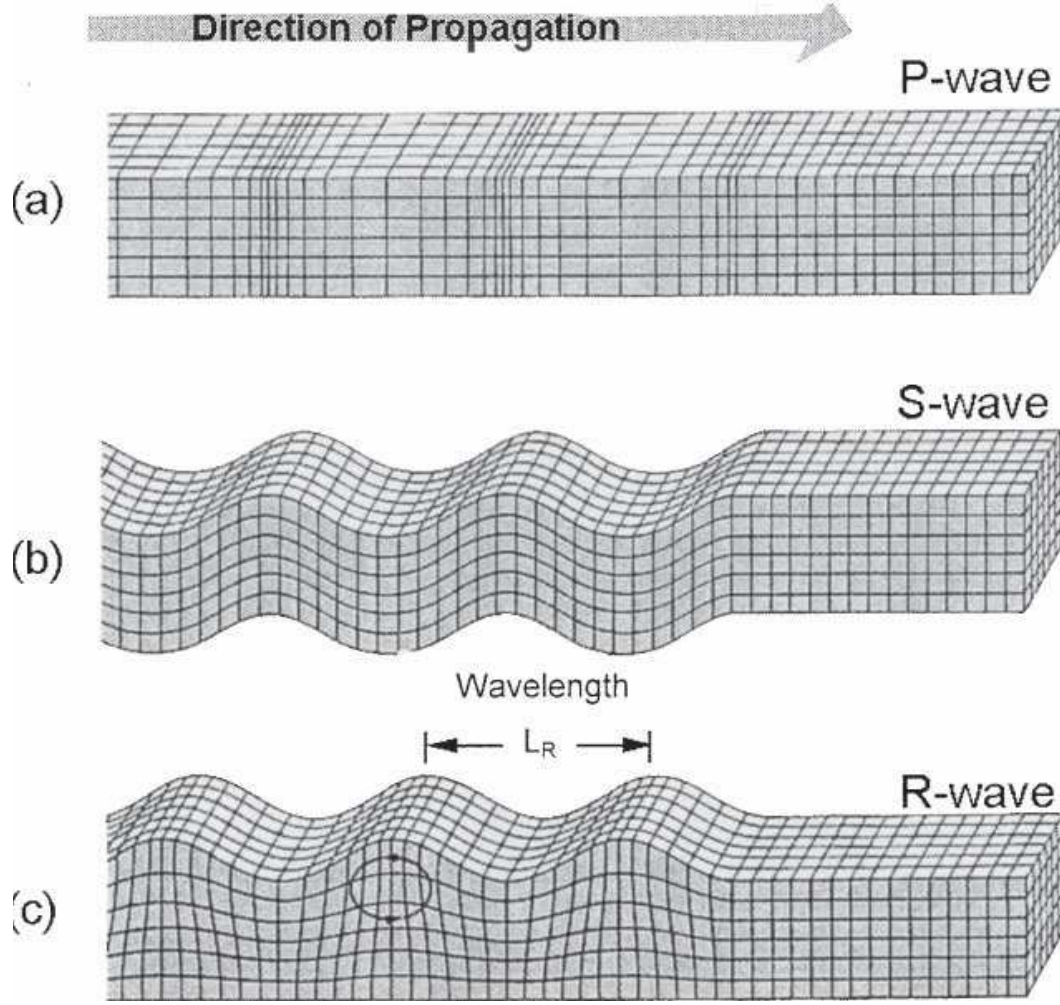


FIGURE I.4 – Représentation schématique des différents types d'ondes, de volumes et de surfaces, générés lors d'un séisme : les ondes P (a), les ondes S (b), les ondes de Rayleigh (c). D'après Bolt (1988).

où $\vec{A}$ le potentiel vectoriel de la partie rotationnelle pure et B est le potentiel scalaire de la partie irrotationnelle pure. $\overrightarrow{\text{grad}}(B)$ est analogue au champ de déplacement dû aux ondes P et $\overrightarrow{\text{rot}}(\vec{A})$ au champ de déplacement dû aux ondes S. Les signes devant le rotationnel et le gradient sont conventionnels, il importe seulement de conserver cette convention dans tous les milieux.

Dans nos modélisations analytiques des ondes élastiques dans la croûte, nous nous restreignons aux configurations de symétrie cylindrique qui peuvent aussi bien être traitées en deux dimensions sans perte de généralité. Le champ de déplacement dans la croûte $\vec{\xi}$ peut alors s'écrire :

$$\vec{\xi} = \xi_x \vec{e}_x + \xi_z \vec{e}_z, \quad (\text{I.2})$$

où ξ_x est le déplacement horizontal, $\vec{e}_x$ le vecteur unitaire selon la direction horizontale, ξ_z le déplacement vertical et $\vec{e}_z$ le vecteur unitaire selon la direction verticale. On applique ensuite la décomposition du champ de vitesse entre un potentiel ϕ_c relatif aux ondes P et un potentiel ψ relatif aux ondes S. Ces potentiels sont liés aux composantes du champ de déplacement par :

$$\begin{cases} \partial_t \xi_x = \partial_x \phi_c - \partial_z \psi \\ \partial_t \xi_z = \partial_z \phi_c + \partial_x \psi \end{cases} \quad (\text{I.3})$$

où les signes devant les dérivées partielles des potentiels dépendent de la convention adoptée équation I.1.

Si l'on considère la masse volumique ρ_s du solide comme constante, ainsi que la vitesse c_P des ondes P et la vitesse c_S des ondes S, on peut montrer que les potentiels ϕ_c et ψ obéissent aux équations d'onde (Jensen et al., 2011) :

$$\partial_t^2 \phi_c = c_P^2 [\partial_x^2 + \partial_z^2] \phi_c \quad (\text{I.4})$$

et :

$$\partial_t^2 \psi = c_S^2 [\partial_x^2 + \partial_z^2] \psi. \quad (\text{I.5})$$

Ces équations admettent plusieurs types de solution, dont les *ondes planes*. Les solutions plus complexes peuvent se décomposer en une somme infinie d'ondes planes monochromatiques de pulsation ω , qui se propagent selon un vecteur d'onde $\vec{K}_s$. La solution la plus simple est une solution en ondes planes :

$$\phi_c(\vec{r}, t) = A_0 e^{i(\pm \vec{K}_s \cdot \vec{r} - \omega_s t)}, \quad (\text{I.6})$$

où A_0 est une constante d'intégration. Les solutions plus complexes peuvent se décomposer sur une base d'ondes planes.

La constante d'intégration de la solution (I.6) se calcule grâce aux conditions aux limites du solide et en exprimant la solution générale sous une forme plus adaptée à ces conditions. Dans le cas fréquent d'un solide limité selon la direction verticale, mais infini selon la direction horizontale, il peut être pratique d'écrire la solution comme le produit d'une fonction dépendant de x et d'une fonction dépendant de z .

À ses limites, le domaine solide échange avec les domaines voisins à travers des interfaces via la vitesse $\partial_t \vec{\xi}$ et le tenseur des contraintes σ . Ces deux grandeurs doivent être égales de

part et d'autre de l'interface entre deux milieux. Aux frontières entre un solide et un fluide, seule la composante normale de la vitesse doit être égale de part et d'autre :

$$\partial_t \vec{\xi} \cdot \vec{n} = \vec{v} \cdot \vec{n}, \quad (\text{I.7})$$

où $\vec{n}$ est le vecteur unitaire normal à l'interface et $\vec{v}$ la vitesse dans le fluide. La contrainte tangentielle qui s'exerce sur cette même interface est nulle :

$$\sigma \cdot \vec{s} = \vec{0} \quad (\text{I.8})$$

où $\vec{s}$ est le vecteur unitaire colinéaire à l'interface, et les contraintes normales qui s'exercent de part et d'autre de l'interface se compensent :

$$\sigma \cdot \vec{n} = -p \vec{n}, \quad (\text{I.9})$$

où p est la pression acoustique dans le fluide. Il faut encore compter parmi les conditions aux limites l'impossibilité pour les potentiels de diverger à l'infini.

I.B.2 Ondes acoustiques dans l'océan

Dans l'océan qui repose sur la croûte solide, nous ne nous intéressons qu'aux ondes acoustiques, laissant ainsi de côté les ondes internes et les ondes de surface. Le modèle analytique développé dans cette thèse découle des mêmes hypothèses simplificatrices de symétrie cylindrique qui permettent de traiter le problème en deux dimensions. Il suppose également une masse volumique ρ_w constante et une vitesse du son constante c_w . À ces hypothèses s'ajoute celle d'un océan sans viscosité et avec un champ de vitesse irrotationnel, ce qui permet de dériver la vitesse du fluide $\vec{v}$ et la pression acoustique p d'un unique potentiel scalaire ϕ :

$$\begin{cases} v_x = \vec{v} \cdot \vec{e}_x = \partial_x \phi \\ v_z = \vec{v} \cdot \vec{e}_z = \partial_z \phi \end{cases}, \quad (\text{I.10})$$

$$p = -\rho_w \partial_t \phi. \quad (\text{I.11})$$

Ce potentiel vérifie l'équation d'onde :

$$\partial_t^2 \phi = c_w^2 [\partial_x^2 + \partial_z^2] \phi. \quad (\text{I.12})$$

Cette équation admet plusieurs types de solutions basées sur différentes hypothèses et approches ; un panorama presque exhaustif en a été dressé par [Jensen et al. \(2011\)](#). Parmi ces solutions, une des plus utilisées est sans doute l'approche géométrique qui permet, par tracé

des rayons, d'avoir très rapidement une vision claire de la répartition spatiale de l'énergie acoustique dans un océan variable à partir d'une source. Une évaluation de la méthode la plus appropriée à la modélisation des ondes T a déjà été faite par [Jamet \(2014\)](#), qui a écarté l'approche géométrique comme limitée aux hautes fréquences pour lui préférer l'approche modale. Nous détaillerons ici l'approche modale qui sert de base au modèle analytique développé chapitre [III](#).

L'onde plane monochromatique solution de cette équation a la même forme que dans le solide :

$$\phi(\vec{r}, t) = C_0 e^{i(\pm \vec{K} \cdot \vec{r} - \omega t)}. \quad (\text{I.13})$$

L'océan est un guide d'onde limité en haut par sa surface, en bas par son fond, d'épaisseur h et invariant par translation horizontale. Par convention, les z décroissent avec la profondeur, la surface de l'océan est à $z = 0$, et le fond de l'océan à $z = -h$. Cette géométrie conduit à écrire la solution de l'équation [\(I.13\)](#) comme le produit d'une fonction dépendant de x et d'une fonction dépendant de z :

$$\phi = (C e^{il(z+h)} + D e^{-il(z+h)}) e^{i(Kx - \omega t)}, \quad (\text{I.14})$$

où K est la composante horizontale, l la composante verticale du vecteur d'onde $\vec{K}$, et C et D des constantes d'intégration. Le signe $+$ devant le facteur Kx provient de ce qu'on ne s'intéresse qu'aux solutions progressives. Dans la partie dépendant de z , le terme en e^{+ilz} représente les ondes ascendantes et le terme en e^{-ilz} les ondes descendantes. Cette somme d'ondes ascendantes et descendantes dans un guide d'onde de profondeur finie engendre des ondes stationnaires verticales appelées *modes*. À un x donné, pour décrire la variation verticale d'une onde acoustique qui se propage horizontalement, on la décompose en une somme d'un nombre théoriquement infini de modes. Cette somme infinie se ramène cependant à une somme finie de modes propagatifs, les autres étant évanescents. Chaque mode est, en effet, caractérisé par une fréquence de coupure en-dessous de laquelle il ne peut se propager. Dans cette situation, les ondes sont dispersives et la relation entre ω , K et l est donnée par l'équation différentielle [\(I.12\)](#) :

$$[-\omega^2 + c_w^2(K^2 + l^2)] = 0. \quad (\text{I.15})$$

La relation entre K et ω , qui permet ensuite d'obtenir l est donnée par les conditions aux limites, dont on déduit aussi C et D . Les choix de conditions aux limites plus ou moins idéalisées permettent de définir différents modèles modaux.

Les différents modèles modaux ont en commun de considérer la surface de l'océan comme une surface libre, où la pression acoustique s'annule :

$$p|_{z=0} = 0. \quad (\text{I.16})$$

Les modes du guide d'onde parfait sont engendrés par un fond parfaitement rigide, ce qui revient à imposer une condition de vitesse normale au fond nulle :

$$\partial_z \phi|_{z=-h} = 0. \quad (\text{I.17})$$

Si l'on définit à partir de l'équation I.15 le vecteur d'onde vertical l comme :

$$l = \sqrt{\frac{\omega^2}{c_w^2} - K^2}, \quad (\text{I.18})$$

alors les conditions aux limites du système permettent de trouver les n vecteurs d'ondes l et K (Jensen et al., 2011) :

$$l_n = \frac{(2n-1)\pi}{2h}, \quad K_n = \sqrt{\frac{\omega^2}{c_w^2} - \left(\frac{(2n-1)\pi}{2h}\right)^2}, n \in \mathbb{N}^* \quad (\text{I.19})$$

et les n fonctions modales sur quoi se décompose le signal (Jensen et al., 2011) :

$$\Psi_n = \sqrt{\frac{2\rho_w}{h}} \sin(lz). \quad (\text{I.20})$$

La Figure I.5 haut montre les quatre premières fonctions modales normalisées, calculées avec une vitesse du son dans l'eau $c_w = 1500 \text{ m.s}^{-1}$ et une profondeur $h = 3000 \text{ m}$. Ces modes passent le long de la colonne d'eau par des nœuds, où leur amplitude est nulle, et des ventres, où leur amplitude est maximale ou minimale. L'ordre d'un mode est égal au nombre de ventres et de nœuds qu'il présente dans la colonne d'eau.

Une fois déterminée la relation entre K et ω grâce aux conditions aux limites, on peut dériver ω en fonction de K pour obtenir la vitesse de groupe de chaque mode : $v_g = \partial\omega/\partial K$ et diviser ω par K pour obtenir la vitesse de phase de chaque mode : $v_\phi = \omega/K$. En raison du caractère dispersif des ondes dans le guide d'onde de l'océan, les vitesses de groupe et de phase des modes dépendent de la fréquence, comme le montre la Figure I.5 bas.

Les modes suivant peuvent être considérés comme des modes du guide d'onde parfait avec de petites corrections.

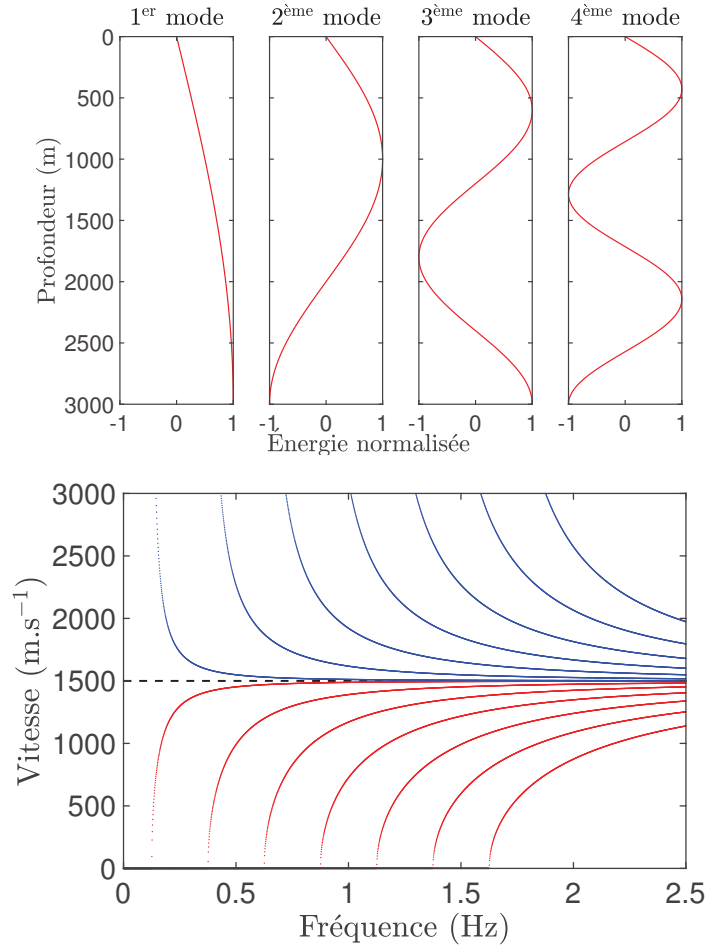


FIGURE I.5 – (Haut) Quatre premières fonctions modales normalisées d'un guide d'onde parfait à 1 Hz. (Bas) Vitesses de phase (bleu) et de groupe (rouge) des sept premiers modes d'un guide d'onde parfait. La ligne horizontale en pointillé indique la vitesse du son dans l'eau.

Les modes de Pekeris sont engendrés par un fond où l'on suppose que le champ d'onde de cisaillement est nul. L'interface au fond se ramène alors à une interface fluide/fluide avec égalité de part et d'autre de la pression p et de la vitesse normale $\vec{v} \cdot \vec{n}$. Si la vitesse des ondes de compression dans le fond est égale à c_P et la masse volumique du fond à ρ_s , alors l et K sont reliés par la relation de dispersion (Jensen et al., 2011) :

$$\tan(lh) = -\frac{\rho_s}{\rho_w} \frac{l}{\sqrt{K^2 - \omega^2/c_P^2}} \quad (\text{I.21})$$

Cette équation n'a pas de solution exacte, mais elle peut être résolue numériquement. On peut alors en déduire les fonctions modales, proportionnelles à $\sin(lz)$, (Figure I.6 haut) et les vitesses de phase et de groupe (Figure I.6 bas). Les résultats présentés à la Figure I.6 sont obtenus avec $c_P = 3000 \text{ m.s}^{-1}$, $\rho_s = 3200 \text{ kg.m}^{-3}$ et $\rho_w = 1000 \text{ kg.m}^{-3}$. La ressemblance des fonctions modales avec celles obtenues dans un guide d'onde parfait est frappante. De façon intéressante, les vitesses de groupe des modes montrent un minimum à une fréquence

appelée *phase d'Airy*.

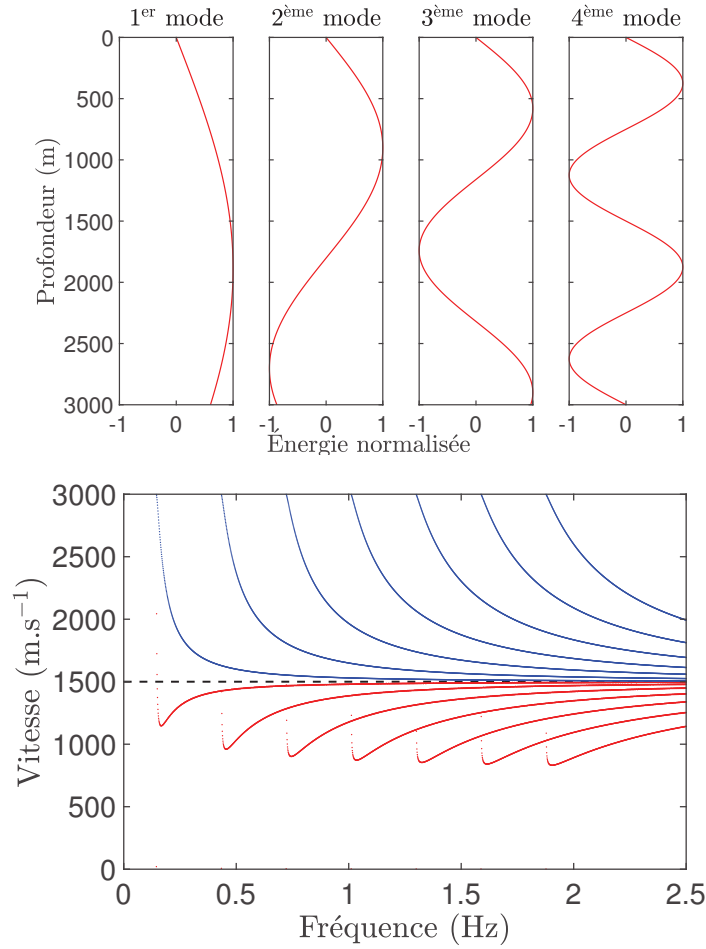


FIGURE I.6 – (Haut) Quatre premières fonctions modales normalisées d'un guide de Pekeris à 1 Hz. (Bas) Vitesses de phase (bleu) et de groupe (rouge) des sept premiers modes d'un guide de Pekeris. La ligne horizontale en pointillé indique la vitesse du son dans l'eau.

Les modes de Rayleigh sont engendrés par un fond solide, avec les hypothèses simplificatrices présentées section (I.B.1). Les conditions imposées au fond sont alors l'égalité des vitesses normales à l'interface :

$$\vec{v} \cdot \vec{n} = \partial_t \vec{\xi} \cdot \vec{n} \quad (\text{I.22})$$

et l'égalité des contraintes normales appliquées à l'interface :

$$-p\vec{n} = \boldsymbol{\sigma} \cdot \vec{n}. \quad (\text{I.23})$$

Du fait des deux conditions aux limites au fond, il est plus difficile d'établir les relations de dispersion des modes de Rayleigh. En raison de la complexité de ce calcul, de l'importance des modes de Rayleigh pour la suite de cette thèse et de la nouveauté de leur application à

la problématique des ondes T, leur dérivation sera présentée en détail chapitre III.

Une fois déterminées les vitesses de groupe des modes, il ne reste plus qu'à diviser la distance r_h entre la source acoustique et l'hydrophone par ces vitesses de groupe pour obtenir les temps d'arrivée des modes en fonction de la fréquence. À partir des sorties d'un modèle ou de données réelles, on peut construire un spectrogramme : une représentation dans un plan de l'énergie acoustique en fonction du temps et de la fréquence. Que l'énergie suive des courbes semblables à celles, théoriques, des temps d'arrivée des modes en fonction de la fréquence est la signature d'une propagation modale (Figure (I.7) Gauche).

Il peut être utile de savoir quelle part de l'énergie acoustique est transportée par un mode donné ou, à partir d'un signal, de tracer le signal d'un seul des modes qui le composent. Pour ce faire, on a besoin d'appliquer un filtre modal, dont il existe une grande variété présentée par Bonnel (2010). On présente ici un seul d'entre eux : le *warping*. L'application d'une transformation non-linéaire du temps $h(t)$ appelée *warping* permet de mieux séparer les modes dans le plan temps-fréquence (Bonnel et al., 2010) :

$$h(t) = \sqrt{t^2 + \frac{r^2}{c_w^2}}. \quad (\text{I.24})$$

Après application du *warping*, les modes du guide d'ondes parfait apparaissent dans le spectrogrammes le long de droites parallèles à l'axe des abscisses (Figure (I.7) Droite), à des fréquences égales aux fréquences de coupure des modes :

$$f_n = \frac{c_w(2n-1)}{4h}, \quad n \in \mathbb{N}^*, \quad (\text{I.25})$$

où n est l'ordre du mode. Si l'on somme le spectrogramme sur l'axe des fréquences, on obtient le spectre du signal. Ainsi, après *warping*, le spectre devient un peigne de fréquences. Le *warping* est un outil parfaitement adapté aux modes du guide d'onde parfait, mais il est suffisamment robuste pour donner de bons résultats sur d'autres types de modes.

I.B.3 Modèles d'ondes T

Une excellente revue des différents modèles d'ondes T a été faite par Okal (2008). En français, le lecteur se rapportera avec profit à la thèse de Balanche (2010) pour son exposé historique sur la question, ainsi que, dans la même langue, à la thèse de Jamet (2014) et, en anglais, à la thèse de Bottero et al. (2018). Cette section n'en présente que quelques éléments utiles à la compréhension des problèmes physiques abordés par la suite.

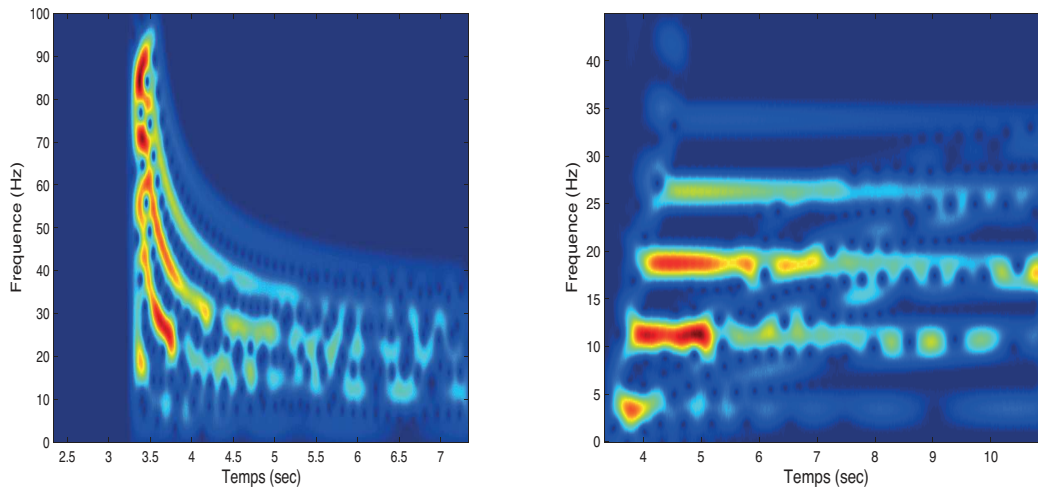


FIGURE I.7 – (Gauche) Spectrogramme d'un signal reçu à 5 km d'une source acoustique dans un guide d'onde parfait de 100 m d'épaisseur. (Droite) Spectrogramme du signal warpé. D'après [Bonnell \(2010\)](#).

Dans les décennies qui ont suivi la première publication d'un sismogramme montrant une arrivée d'ondes T par [Jaggard \(1930\)](#), ces ondes ont été comprises soit comme des ondes se propageant dans l'océan à la vitesse du son ([Tolstoy and Ewing, 1950](#)), ce qu'on sait désormais être l'explication correcte, soit comme des ondes piégées dans la couche de sédiments sous-marins (*e.g.* [Leet et al., 1951](#)). Ce sont surtout les travaux de l'Université d'Hawaii à partir de données acquises par des hydrophones déployés par la Marine américaine qui ont permis de faire avancer la connaissance des ondes T et qui ont mené à l'élaboration du modèle de conversion sur un plan incliné, dit *downslope conversion* (« conversion sur un fond en pente ») par [Johnson et al. \(1963\)](#). Ce modèle se fonde uniquement sur l'acoustique géométrique pour comprendre la génération des ondes T. Pour se propager sur de longues distances, les ondes T doivent arriver sur le fond de l'océan avec un angle de rasance inférieur à l'angle critique, ce qui garantit que l'onde T est entièrement réfractée vers la colonne d'eau, sans pertes dans la croûte. Avec les valeurs de vitesses de propagation choisies par [Johnson et al. \(1963\)](#) à 1500 m.s^{-1} dans l'océan et à 6600 m.s^{-1} dans la croûte, cet angle critique est de 13° . Cependant, les lois de Descartes impliquent aussi qu'avec une telle différence de vitesse, les ondes T sont émises, à leur conversion, à une incidence presque normale au fond de l'océan. Le modèle de la *downslope conversion* (Figure I.8) suppose donc que l'onde T atteint un angle d'au moins 13° après plusieurs réflexions sur un fond d'une pente inférieure ou environ égale à 10° , chaque réflexion la faisant dévier de la verticale d'un angle double de celui de la pente. La Figure I.8 montre comment ce modèle explique élégamment la *coda* du signal : plusieurs angles sont possibles, donc plusieurs points d'entrée dans la colonne d'eau (A et B), qui donnent des temps d'arrivée différents. Le rayon qui entre dans la colonne d'eau au point B a perdu plus d'énergie dans la croûte suite à des réflexions avec de plus grands

angles. Il arrivera donc après le rayon issu de A et avec une énergie moindre. Le modèle de la *downslope conversion* permet également de relier la forme du signal à l'inclinaison de la pente qui a permis la conversion des ondes T, les pentes douces générant des signaux où l'arrivée des ondes T est progressive et les pentes brusques des arrivées plus impulsives (e.g. [Talandier and Okal, 1998](#)).

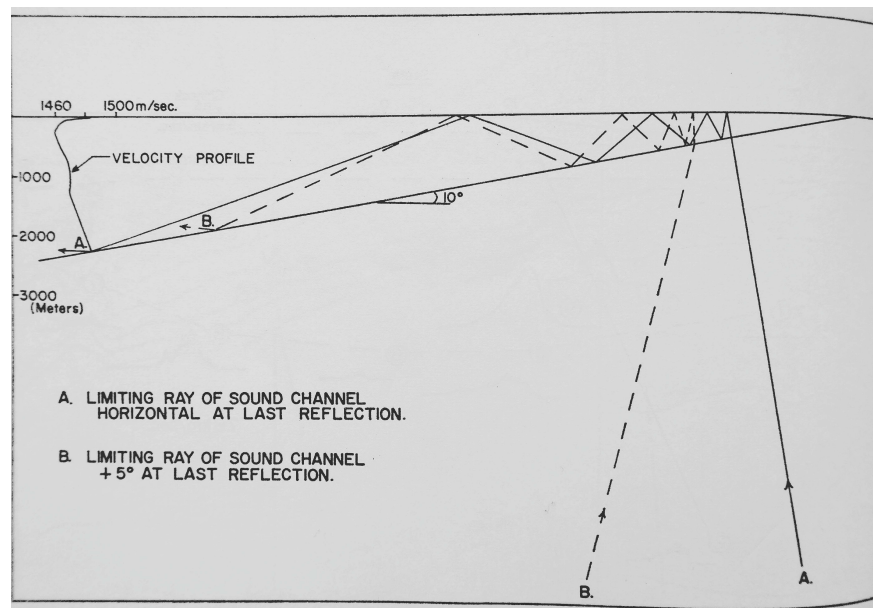


FIGURE I.8 – Schéma explicatif de la *downslope conversion*, avec deux rayons extrêmes, qui rendent compte de la longueur du signal d'onde T. D'après [Johnson et al. \(1963\)](#)

Le modèle de conversion sur un plan incliné (*downslope conversion*) est cependant impuissant à expliquer la formation des ondes T abyssales qui ont d'abord été mises en évidence par [Johnson and Norris \(1968\)](#), avec des temps d'arrivée moindres et une fréquence plus élevée que les ondes T générées sur une pente lors du même événement. Le rôle de la diffusion dans la génération des ondes T abyssales a été immédiatement pressenti, même si [Johnson and Norris \(1968\)](#) ont d'abord attribué la diffusion à la rugosité créée par les vagues à la surface de l'océan. Ces observations ont ouvert la voie à des explications non-géométriques de la génération des ondes T, notamment au modèle de [Fox et al. \(1994\)](#), qui explique dans un formalisme modal la génération des ondes T comme un phénomène de diffusion par un fond rugueux. L'une des principales difficultés de ce type de modèle est d'expliquer le fait que, alors que l'énergie d'une source dans la croûte est préférentiellement transférée vers les modes d'ordres élevés, ce sont les modes d'ordres bas qui assurent la propagation longue distance des ondes T. Dans un environnement invariant par translation horizontale, un transfert d'énergie entre modes est impossible à cause de l'orthogonalité des fonctions modales. Toutefois, une variation latérale de la bathymétrie, que ce soit sous la forme d'une pente ou d'une rugosité aléatoire, peut créer un couplage entre les modes qui permet de

transférer de l'énergie vers les modes qui se propagent sur de longues distances (Park and Odom, 1999). Ce modèle de diffusion de l'énergie sismique par le fond de l'océan dans un formalisme modal a permis d'obtenir des simulations de l'enveloppe des signaux d'ondes T proches d'enveloppes observées (de Groot-Hedlin and Orcutt, 1999; Yang and Forsyth, 2003).

Avec le progrès des moyens de calcul, la modélisation d'ondes T par la méthode des éléments spectraux permet maintenant de résoudre les équations du mouvement dans le fluide et dans le solide, avec des conditions aux limites réalistes à l'interface entre les deux milieux (Jamet et al., 2013; Bottero et al., 2018). Il est très impressionnant que ces modèles génèrent des simulations réalistes d'ondes T en forme d'onde complète alors qu'ils ne reposent, contrairement aux précédents, sur aucune hypothèse *a-priori* sur l'origine des ondes T.

I.C Simulations des ondes T

Il est important de distinguer modèles d'ondes T et simulations d'ondes T ; les simulations reproduisent informatiquement, avec une plus ou moins grande fidélité, les phénomènes naturels pour produire des signaux simulés. Le modèle géométrique de production des ondes T, par exemple, offre une compréhension *a-posteriori* du phénomène, mais ne produit pas de signaux synthétiques qui puissent être comparés aux signaux naturels. Seul le modèle de diffusion par un fond rugueux et le modèle basé sur la méthode des éléments spectraux permettent de simuler des ondes T, avec des limitations qu'illustrent les cas présentés ci-dessous.

Le modèle proposé par de Groot-Hedlin and Orcutt (1999) pour simuler un signal d'onde T est un modèle de diffusion par le fond en ce qu'il considère chaque point d'une grille au voisinage de l'épicentre du séisme comme une source d'émission d'ondes T. Le temps d'arrivée des ondes sismiques et l'énergie sismique sont calculés en chaque point de cette grille, en ne tenant compte que des ondes P, supposées se propager à une vitesse qui est typique du manteau supérieur (8000 m.s^{-1}). L'énergie sismique est calculée en chaque point de la grille en fonction de sa distance à la source et sous l'hypothèse que l'énergie décroît dans la lithosphère par divergence sphérique. L'énergie acoustique de chacun des modes en chaque point de la grille est ensuite calculée en multipliant l'énergie sismique par l'amplitude de chaque mode à la profondeur du point et par le facteur de transmission sismo-acoustique propre à chaque mode. L'amplitude des modes est calculée avec un profil de vitesse variable dans l'océan. Les temps de parcours dans l'océan sont ensuite obtenus en intégrant la lenteur de groupe de chaque mode le long des trajets géodésiques. Une somme pondérée des énergies des modes permet finalement d'obtenir l'enveloppe du signal synthétique. Cette enveloppe est comparée Figure I.9 au signal réel généré près des îles Andreanof et acquis par

un hydrophone près de l'atoll de Wake. La méthode de [de Groot-Hedlin and Orcutt \(1999\)](#) prend en compte la contribution de tous les points de la surface 2D autour de l'épicentre du séisme, puis la propagation 3D des ondes T depuis ces points, ce qui revient à prendre en compte les effets 3D. Le bon accord entre signaux réel et synthétique, en particulier pour la longue *coda*, s'explique sans doute par cette prise en compte des effets 3D. [de Groot-Hedlin and Orcutt \(1999\)](#) expliquent l'arrivée d'ondes T plus précoce dans le signal synthétique par une composante du signal qui est atténuée dans la nature, mais pas dans la simulation, à cause de l'absence de prise en compte des couplages entre modes dans les pertes dans l'océan. Le très bon accord dans la simulation de [de Groot-Hedlin and Orcutt \(1999\)](#) a été vu comme une validation du modèle de diffusion modale ([Park et al., 2001](#)). Il a été repris et complexifié par [Yang and Forsyth \(2003\)](#) pour prendre en compte la contribution des ondes S.

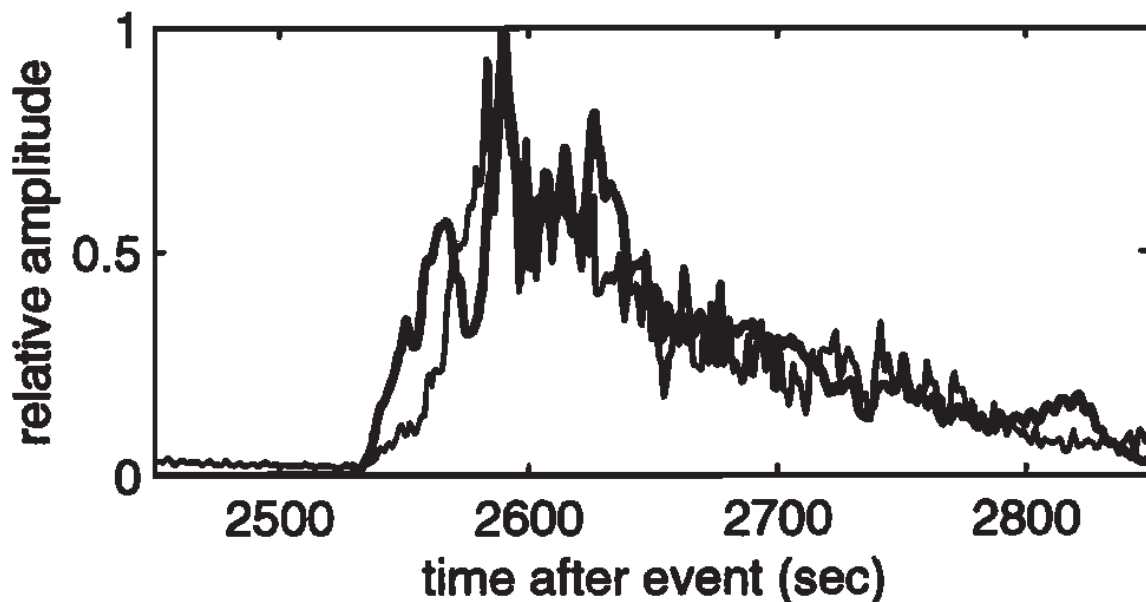


FIGURE I.9 – Enveloppes normalisées d'un signal réel d'ondes T (trait fin) généré par un séisme près des îles Andreanof et d'un signal synthétique (trait gras) obtenu grâce à un modèle basé sur la diffusion par le fond marin. D'après [de Groot-Hedlin and Orcutt \(1999\)](#)

Les simulations basées sur le modèle de diffusion de [de Groot-Hedlin and Orcutt \(1999\)](#) ou de [Park et al. \(2001\)](#) ne donnent accès qu'à l'enveloppe du signal. La première simulation d'ondes T en forme d'onde complète a été obtenue par [Jamet et al. \(2013\)](#) grâce au code SPECFEM2D ([Tromp et al., 2008](#)), basé sur la méthode des éléments finis spectraux. Dans ce code, la croûte et l'océan sont divisés en petits sous-domaines (ici de quelques dizaines de mètres) dont les propriétés sont constantes. Ceci permet de prendre en compte une interface réelle complexe, les profils de vitesses des ondes dans l'océan et dans la croûte, et l'atténuation dans la croûte. Il représente la source par un tenseur des moments, ce qui permet de prendre en compte les ondes P et S avec leur diagramme de radiation. La méthode des

éléments finis spectraux est cependant limitée par son coût numérique important. En 2D, il est possible de le réduire par l'utilisation d'une source relativement basse-fréquence (10 Hz) et d'un modèle sans sédiment (dont la faible vitesse de cisaillement engendre des éléments très fins), mais ces approximations ont des effets visibles sur les résultats de la simulation. Le signal synthétique reproduit correctement le signal réel enregistré par un hydrophone immergé au sud-ouest des Açores dans la forme générale et dans le temps d'arrivée de la composante la plus énergétique (Figure I.10). Le code 2D ne peut cependant pas modéliser les effets 3D à la génération, qui sont probablement responsables de l'arrivée d'ondes T qui précèdent l'arrivée la plus énergétique. De même, la source à 10 Hz génère un signal synthétique énergétique jusqu'à environ 20 Hz, alors que le signal réel est encore énergétique à 40 Hz.

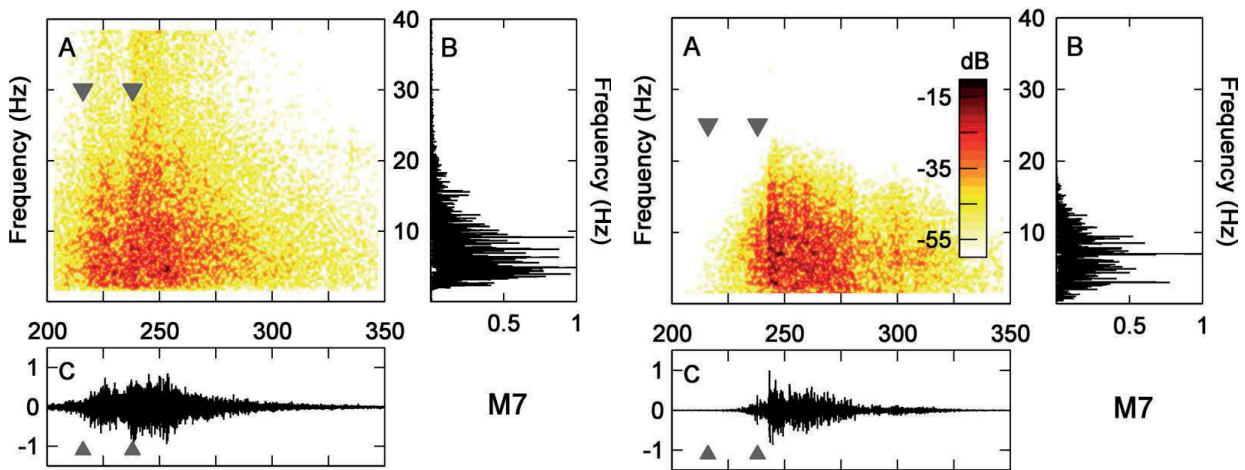


FIGURE I.10 – (Gauche) Spectrogramme (A), spectre (B) et série temporelle (C) d'un signal d'ondes T réel généré au sud-ouest des Açores. (Droite) Spectrogramme (A), spectre (B) et série temporelle (C) d'un signal d'ondes T synthétique obtenu grâce à un modèle aux éléments finis spectraux. D'après [Jamet et al. \(2013\)](#)

Grâce à un code parabolique, [Frank et al. \(2015\)](#) ont produit des simulations d'ondes T pour des environnements 2D variables en distance. Ces simulations reproduisent certains comportements attendus, notamment une diminution des pertes, c'est-à-dire une augmentation de l'efficacité de la conversion sismo-acoustique, avec la pente du fond de l'océan dans le voisinage de la source. Cependant, la prise en compte des milieux variables avec la distance est ici moins facile et précise qu'avec la méthode des éléments finis spectraux. Le code parabolique ne permet par ailleurs que des sorties à une fréquence unique. Produire une forme d'onde complète impliquerait de calculer le champ de pression sur toute une gamme de fréquence et de synthétiser le signal temporel par une transformée de Fourier inverse.

Bottero et al. (2018) ont simulé un signal d'ondes T enregistré par une station à terre en Sicile et généré par un séisme localisé en mer Ionienne, près des côtes grecques. Cette simulation utilise le même code que Jamet et al. (2013), mais dans une configuration à symétrie cylindrique, qui permet de modéliser les pertes géométriques en 3D avec les coûts numériques d'un code 2D (Bottero et al., 2016). Cette géométrie oblige cependant à utiliser une force verticale comme source, au lieu d'un tenseur des moments. Une autre amélioration apportée par Bottero et al. (2018) est la prise en compte des sédiments à faible vitesse de cisaillement. En dépit d'une sous-estimation des vitesses des ondes P et S, les signaux réel et simulé montrent un très bon accord (Figure I.11). Les comparaisons avec des simulations sans sédiment (Bottero et al., 2016) montrent clairement que la forme de la *coda* est mieux reproduite s'ils sont pris en compte (Figure I.11). Par ailleurs, le bon accord entre signal réel et signal synthétique signifie que non seulement la conversion des ondes sismiques en ondes T, mais également la retro-conversion des ondes T en ondes sismiques au niveau de la côte sicilienne ont été correctement modélisées.

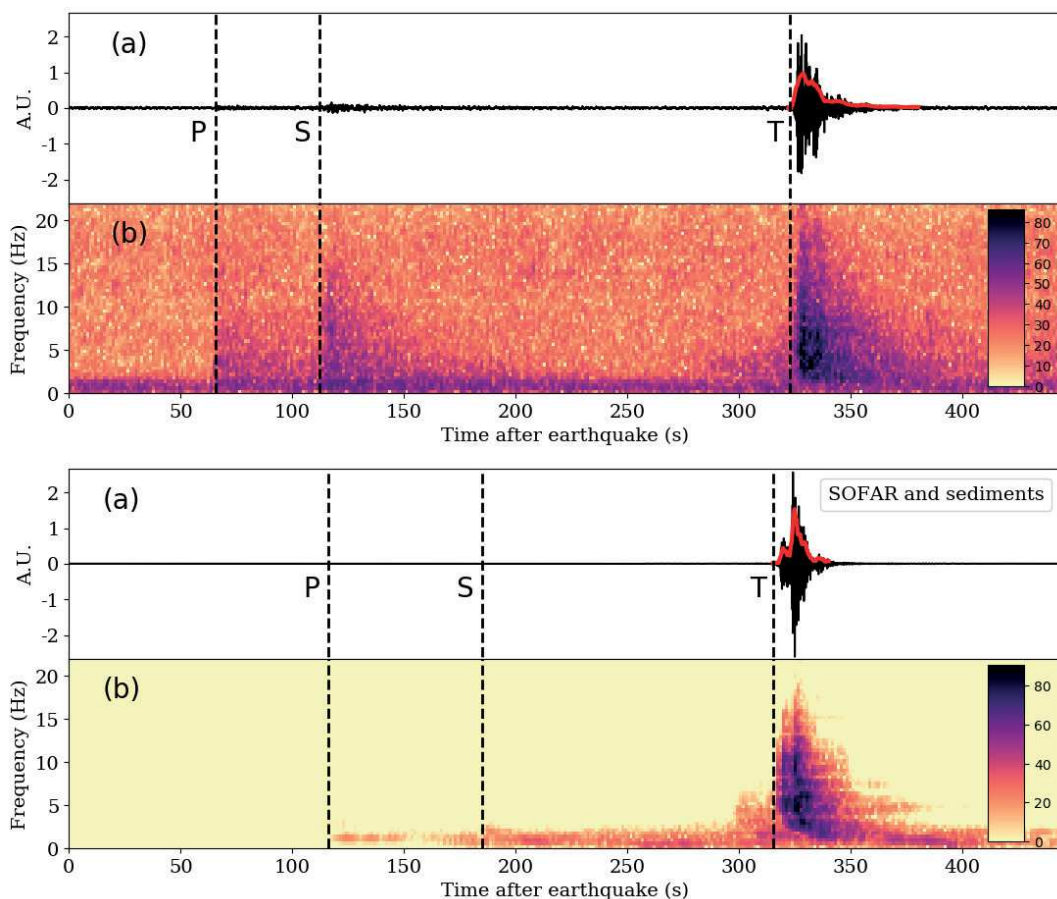


FIGURE I.11 – (Haut) Série temporelle (a) et spectrogramme (b) d'un signal d'ondes T réel généré dans la Mer Ionienne. (Bas) Série temporelle (a) et spectrogramme (b) d'un signal d'ondes T synthétique obtenu grâce à un modèle aux éléments finis spectraux. D'après Bottero et al. (2018)

Chapitre II

Application de la méthode des éléments spectraux à la problématique des ondes T

La génération et la propagation des ondes T sont des phénomènes aux frontières de la sismologie et de l'acoustique sous-marine, ce qui les rend difficiles à modéliser. Ce problème fait intervenir les difficultés propres à la représentation du couplage fluide/solide, à la propagation acoustique longue distance ou encore aux effets 3D. Le choix d'un modèle est compliqué par le fait que la propagation des ondes T met en jeu des échelles spatiales qui sont celles de phénomènes géophysiques (de plusieurs centaines à plusieurs milliers de kilomètres), alors que leur génération en champ proche implique des fréquences relativement élevées (4-40 Hz) par rapport à celles auxquelles travaillent usuellement les sismologues ($\sim 0,1$ Hz).

Beaucoup de modèles acoustiques classiquement utilisés sont à écarter d'emblée, car ils ne peuvent modéliser qu'une source acoustique ponctuelle localisée dans la colonne d'eau. Or, même si la source sismique dans la croûte peut être éventuellement représentée comme ponctuelle, la source acoustique qu'elle engendre est une source surfacique qui s'étend sur une large aire à l'interface fluide/solide : la zone de conversion sismo-acoustique. Les modèles acoustiques sont aussi généralement basés sur une propagation sous forme de rayons ou sous forme de modes. Comme les ondes T peuvent être décrites avec ces deux formalismes, il serait plus approprié de recourir à un code sans fixer un type de propagation *a priori* qui rendrait plus robustes les résultats concernant leur propagation.

Notre choix s'est porté sur un code basé sur la résolution des équations des milieux continus dans le domaine temporel par la Méthode des Éléments Spectraux (MES). La résolution de ces équations évite les hypothèses simplificatrices imposées par les codes basés sur des rayons, des modes normaux ou les équations paraboliques. Par ailleurs, les éléments finis spectraux permettent de modéliser des milieux aux propriétés physiques différentes, dans

notre cas fluide et solide, avec une interface aussi complexe que désirée par l'utilisateur. Enfin, nous avons choisi l'approche SPEC-FEM (*SPECTral Finite Element Method*) pour sa parallélisation rigoureuse qui permet de minimiser les temps de calcul imposés par la MES, son libre accès ([specfem2d](#), [specfem2d](#); [specfem3d](#), [specfem3d](#)), sa fiabilité et sa communauté vivace qui garantit une résolution rapide d'éventuels problèmes numériques.

SPEC-FEM a d'abord été développé comme un modèle de propagation d'ondes sismiques ([Tromp et al., 2008](#)) avant d'être appliqué à l'acoustique sous-marine par [Cristini and Komatitsch \(2012\)](#). Pour la sismologie, les équations ont d'abord été validées en 2D par [Tromp et al. \(2008\)](#), puis en 3D par [Magnoni et al. \(2014\)](#). Depuis lors, l'usage des codes SPEC-FEM s'est largement répandu en sismologie, tant en 2D qu'en 3D, et ce modèle a fait l'objet de nombreuses publications comparant ses résultats à ceux d'autres modèles ou à des données (*e.g.* [Dalton et al., 2014](#); [Kelevitz et al., 2017](#)). En acoustique, des comparaisons avec d'autres modèles dans des configurations classiques ont démontré ses possibilités ([Cristini and Komatitsch, 2012](#)). Le travail le plus probant dans cette direction ([Bottero et al., 2016](#)) montre l'excellent accord entre les résultats de SPEC-FEM et des codes paraboliques ou du modèle COMSOL dans des configurations types, tirées de [Jensen et al. \(2011\)](#). Le modèle SPEC-FEM2D a été utilisé avec succès par [Jamet et al. \(2013\)](#) puis par [Bottero \(2018\)](#) pour modéliser des cas réels de génération et de propagation d'ondes T. Dans ces deux cas, les comparaisons entre résultats numériques et données réelles ont été probantes.

Dans ce chapitre, nous présentons d'abord les équations résolues par le modèle SPEC-FEM (Section [II.A](#)) ; puis nous définissons la Méthode des Éléments Spectraux et nous introduisons les éléments théoriques nécessaires au travail du modélisateur (Section [II.B](#)) ; ensuite nous indiquons les différentes stratégies qui permettent de gérer les frontières du domaine de calcul (Section [II.C](#)) ; puis nous nous penchons sur les différences entre les versions 2D, 2,5D et 3D du code (Section [II.D](#)) ; enfin nous présentons les choix de discrétisation spatiale qui ont permis la production des résultats numériques (Section [II.E](#))

II.A Équations en milieux élastique et acoustique

II.A.1 Domaine élastique

Dans un solide élastique, SPEC-FEM résout l'équation de la dynamique à laquelle est soumis le champ de déplacement $\vec{u}_s$:

$$\rho_s \partial_t^2 \vec{u}_s = \overrightarrow{\text{div}}(\boldsymbol{\sigma}) + \vec{f}_s, \quad (\text{II.1})$$

où ρ_s est la masse volumique du solide, $\boldsymbol{\sigma}$ le tenseur des contraintes et $\vec{f}_s$ le terme source vectoriel.

Le tenseur des contraintes $\boldsymbol{\sigma}$ est relié au tenseur des déformations $\boldsymbol{\epsilon}$ par une loi linéaire, valable dans le domaine où la déformation reste faible, la loi de Hooke généralisée :

$$\boldsymbol{\sigma} = \boldsymbol{\mathcal{C}} : \boldsymbol{\epsilon}, \quad (\text{II.2})$$

où $\boldsymbol{\mathcal{C}}$ est le tenseur de rigidité qui décrit les propriétés élastiques du milieu et « : » le symbole du produit contracté des deux tenseurs $\boldsymbol{\mathcal{C}}$ et $\boldsymbol{\epsilon}$. Toujours pour de petites déformations, le tenseur des déformations $\boldsymbol{\epsilon}$ s'exprime en fonction du déplacement $\vec{u}_s$:

$$\boldsymbol{\epsilon} = \frac{1}{2} (\mathbf{grad}(u_s) + \mathbf{grad}^T(u_s)) \quad (\text{II.3})$$

et injecter l'équation (II.2) dans l'équation (II.1) conduit à une équation différentielle linéaire.

Pour une source sismique ponctuelle classique, le terme source $\vec{f}_s$ peut s'écrire :

$$\vec{f}_s = -\boldsymbol{M} \cdot \overrightarrow{\text{grad}}(\delta(\vec{x} - \vec{x}_s))S(t), \quad (\text{II.4})$$

où $\boldsymbol{M}$ est le tenseur des moments, $\vec{x}_s$ la position de la source et $S(t)$ la fonction temporelle de la source.

Les équations du mouvement dans le milieu élastique sont résolues sous la condition d'un milieu supposé initialement au repos :

$$\vec{u}_s|_{t=0} = \vec{0}, \quad (\text{II.5})$$

$$\partial_t \vec{u}_s|_{t=0} = \vec{0}. \quad (\text{II.6})$$

On tient compte des conditions aux limites qui sont : la condition de traction nulle au niveau d'une surface libre :

$$\boldsymbol{\sigma} \vec{n} = \vec{0} \quad (\text{II.7})$$

où $\vec{n}$ est le vecteur unitaire normal à la surface libre au point considéré.

La continuité de la contrainte normale et du déplacement normal en tout point d'une interface fluide/solide :

$$\boldsymbol{\sigma} \vec{n} = -p \vec{n} \quad (\text{II.8})$$

$$\vec{u}_s \vec{n} = \vec{u}_f \vec{n}; \quad (\text{II.9})$$

où p est la pression dans le fluide et $\vec{u}_f$ le déplacement dans le fluide.

On calcule la forme faible des équations du mouvement que l'on obtient en multipliant l'équation (II.1) par un vecteur test $\vec{w}$ et en intégrant par partie sur le domaine élastique Ω_s :

$$\int_{\Omega_s} \rho_s \vec{w} \cdot \partial_t^2 \vec{u}_s d^3 \vec{x} = \int_{\partial \Omega_s} \boldsymbol{\sigma} \vec{n} \cdot \vec{w} d^2 \vec{x} - \int_{\Omega_s} \text{grad} \vec{w} : \boldsymbol{\sigma} d^3 \vec{x} + \boldsymbol{M} : \text{grad} \vec{w}(\vec{x}_s) S(t), \quad (\text{II.10})$$

où $\partial \Omega_s$ est la limite du domaine élastique. La forme faible des équations du mouvement ne perd pas en généralité par rapport à la forme forte de l'équation de propagation (II.3) car elle est posée pour tout vecteur test.

II.A.2 Domaine acoustique

Dans un fluide acoustique, SPEC-FEM résout l'équation de la dynamique exprimée en fonction du potentiel scalaire ϕ :

$$\kappa^{-1} \partial_t^2 \phi = \text{div}(\rho_w^{-1} \overrightarrow{\text{grad}}(\phi)) + \kappa^{-1} f_f \quad (\text{Tromp et al., 2008}). \quad (\text{II.11})$$

où ρ_w est la masse volumique du fluide, $\kappa = \rho_w c_w^2$ est le module d'incompressibilité avec c_w la vitesse du son dans le fluide et f_f le terme source scalaire. Cette équation est valable sous l'hypothèse d'un océan où le champ de déplacement est irrotationnel, sans viscosité, où les mouvements restent faibles.

À partir du potentiel scalaire ϕ , il est très simple d'écrire le champ de déplacement $\vec{u}_f$, qui nous permettra d'exprimer les conditions limites avec le domaine solide :

$$\vec{u}_f = \rho_w^{-1} \overrightarrow{\text{grad}}(\phi). \quad (\text{II.12})$$

ainsi que p la pression acoustique, grandeur plus familière aux acousticiens car mesurée par les hydrophones et qui permet de comparer les sorties du modèles aux données réelles :

$$p = -\partial_t^2 \phi. \quad (\text{II.13})$$

Pour une source ponctuelle, le terme source peut s'écrire :

$$f_f = -P(t)\delta(\vec{x} - \vec{x}_s), \quad (\text{II.14})$$

où P est la fonction temporelle de la pression imposée par la source.

Les équations du mouvement dans le milieu fluide sont résolues sous la condition d'un milieu supposé initialement au repos :

$$\vec{u}_f|_{t=0} = \vec{0} \text{ et } \partial_t \vec{u}_f|_{t=0} = \vec{0}. \quad (\text{II.15})$$

On tient compte des conditions aux limites qui sont : la pression nulle en tout point d'une surface libre :

$$p = \partial_t^2 \phi = 0, \quad (\text{II.16})$$

ce qui impose comme condition de Dirichlet à la surface libre : $\phi = 0$, $\partial_t \phi = 0$ et $\partial_t^2 \phi = 0$; et la continuité de la pression et de la composante normale du déplacement en tout point d'une interface fluide/solide élastique :

$$p\vec{n} = -\boldsymbol{\sigma}\vec{n}, \quad (\text{II.17})$$

$$\rho_w^{-1} \overrightarrow{\text{grad}}(\phi) \cdot \vec{n} = \vec{u}_s \cdot \vec{n}. \quad (\text{II.18})$$

La méthode des éléments spectraux résout les équations du mouvement sous leur forme faible, que l'on obtient en multipliant l'équation (II.11) par une fonction test w et en intégrant par partie sur le domaine fluide Ω_f :

$$\begin{aligned} \int_{\Omega_f} \kappa^{-1} w \partial_t^2 \phi d^3 \vec{x} = & - \int_{\partial\Omega_f} \rho_w^{-1} w (\vec{n} \cdot \overrightarrow{\text{grad}}(\phi)) d^2 \vec{x} \\ & - \int_{\Omega_f} \rho_w^{-1} \overrightarrow{\text{grad}}(w) \cdot \overrightarrow{\text{grad}}(\phi) d^3 \vec{x} - \kappa^{-1} P(t) w(\vec{x}_s). \end{aligned} \quad (\text{II.19})$$

Cette forme ne perd pas en généralité par rapport à la forme forte de l'équation de propagation (II.11) car elle est posée pour toute fonction test.

II.B Méthode des éléments spectraux (MES)

II.B.1 Idée générale de la méthode

La méthode des éléments spectraux (MES) bénéficie des avantages de deux méthodes plus anciennes : la Méthode des Éléments Finis (MEF) et la Méthode Spectrale (MS).

Dans la *Méthode des Éléments Finis*, le domaine de calcul Ω est divisé en sous-domaines Ω_e sans recouvrement (*i.e.* ayant au plus une face en commun), $e = 1, \dots, n_e$, tels que $\Omega = \cup_e \Omega_e$. Ces sous-domaines Ω_e sont appelés les *éléments finis* et on décompose les intégrales qui apparaissent dans les formes faibles des équations du mouvement en intégrales sur chacun des sous-domaines Ω_e . Dans chaque élément, une solution approchée des équations du mouvement est recherchée sur une base de fonctions et obtenue grâce à une technique de minimisation de l'erreur.

Dans la *Méthode Spectrale*, on recherche les valeurs propres et les fonctions propres de l'opérateur différentiel qui apparaît dans l'équation différentielle que l'on cherche à résoudre. La solution exacte peut alors s'écrire comme la somme de fonctions propres multipliées par les valeurs propres qui leur sont associées. Les valeurs propres et les fonctions propres de l'opérateur différentiel constituent son spectre, d'où le nom de *Méthode Spectrale*. En pratique, on remplace la solution exacte par une interpolation polynomiale : c'est l'approximation pseudo-spectrale.

Dans la *Méthode des Éléments Spectraux*, on discrétise le domaine de calcul comme dans la MEF et on applique sur chaque élément fini la MS, grâce à une approximation pseudo-spectrale qui utilise des polynômes de Legendre d'ordre élevé. Ces polynômes forment une base orthogonale, ce qui permet d'écrire le système différentiel global sous une forme matricielle où toutes les matrices sont diagonales et donc aisément inversibles. Le lecteur intéressé par une présentation rigoureuse de la MES se référera avec profit à [Tromp et al. \(2008\)](#).

II.B.2 Notions nécessaires à l'utilisation de SPECFEM

La méthode des éléments finis peut être appliquée à une grande variété d'éléments : tétraèdres, hexaèdres, pyramides ou prismes, mais SPECFEM impose l'utilisation d'hexaèdres (cubes déformés) en 3D et de quadrilatères en 2D. En réalité, la MES ne résout pas les formes faibles des équations du mouvement sur les éléments tels que définis dans le maillage mais sur Λ , le cube unité de référence $[-1,1]^3$. On doit donc relier de façon unique les points $\vec{x} = (x, y, z)$ à l'intérieur de chaque élément hexaédrique Ω_e aux points $\vec{\xi} = (\xi, \eta, \zeta)$, $-1 \leq \xi, \eta, \zeta \leq 1$ du Λ par la transformation géométrique inversible :

$$\vec{x}(\vec{\xi}) = \sum_{k=1}^{n_k} \vec{x}_k N_k(\vec{\xi}). \quad (\text{II.20})$$

Les n_k points de contrôle $\vec{x}_k = \vec{x}(\xi_k, \eta_k, \zeta_k)$ et les fonctions de forme $N_k(\vec{\xi})$ définissent la géométrie d'un élément Ω_e . En 3D, la géométrie d'un hexaèdre peut être contrôlée soit par les seuls sommets ($n_k = 8$) ; soit par les sommets et les milieux des arêtes ($n_k = 20$) ; soit par les sommets, les milieux des arêtes, les centres des faces et le centre de l'élément lui-même ($n_k = 27$). En 2D, la géométrie d'un quadrilatère peut être contrôlée soit par les seuls sommets ($n_k = 4$) ; soit par les sommets, les milieux des côtés et le centre de l'élément ($n_k = 9$). Seul le choix d'un n_k strictement supérieur à 8 en 3D et à 4 en 2D permet de gérer des éléments courbés. En 2D, nous avons pris $n_k = 9$ afin de représenter correctement certains reliefs qui varient sur une distance comparable à celle de la longueur d'onde du signal. Travailler avec des éléments non-courbés aurait pu avoir des conséquences sur la propagation des ondes. En 3D, à l'inverse, nous avons pris $n_k = 8$ car nos reliefs 3D varient toujours sur des longueurs beaucoup plus grandes que la longueur d'onde du signal. L'absence de prise en compte fine de la courbure de la bathymétrie ne risque donc pas d'avoir d'impact sur la propagation des ondes et un petit n_k permet de réduire le temps de calcul.

Pour passer des intégrales sur Ω_e exprimées en fonction de l'élément de volume $d^3\vec{x} = dx dy dz$ aux intégrales sur Λ exprimées en fonction de l'élément de volume $d^3\vec{\xi} = d\xi d\eta d\zeta$, on a besoin du jacobien J de la transformation géométrique (II.20) :

$$d^3\vec{x} = dx dy dz = J d\xi d\eta d\zeta = J d^3\vec{\xi}, \quad (\text{II.21})$$

avec :

$$J = \left| \frac{\partial(x, y, z)}{\partial(\xi, \eta, \zeta)} \right|. \quad (\text{II.22})$$

On mesure combien il est important que ce jacobien ne s'annule jamais, sans quoi les équations du mouvement sous leur forme faible deviendraient des équations indéterminées du

type 0 = 0. Le mailleur interne de SPECFEM2D ne produit normalement pas de maillage où le jacobien s'annule, mais il faut être très prudent en utilisant des mailleurs externes, par exemple Gmsh ([Geuzaine and Remacle, 2009](#)) pour la 3D. Gmsh propose un outil de vérification du jacobien, mais lorsque celui-ci s'annule, il n'y a pas d'autre remède que de changer les paramètres du maillage.

Dans le cadre de la MES, les fonctions sont représentées sur les éléments par des polynômes de Lagrange de degré élevé, par opposition à la méthode des éléments finis (MEF) usuelle qui les représente par des polynômes d'ordre 1 ou 2. Les points de contrôle $\xi_\alpha, \alpha = 0, \dots, n$ nécessaires à la définition des polynômes de Lagrange de degré n sont définis comme les $n + 1$ points de Gauss-Lobatto-Legendre (GLL), lesquels sont les racines de l'équation :

$$(1 - \xi^2)P'_n(\xi) = 0 \quad (\text{II.23})$$

où P'_n est la dérivée du polynôme de Legendre de degré n . Les $n + 1$ points de GLL sont calculés par la résolution numérique de l'équation (II.23). Le nombre de points de GLL par élément fini peut être choisi par l'utilisateur de SPECFEM. Un choix courant, que nous avons adopté, est d'en prendre 5 pour utiliser des éléments d'une taille typique comparable à la longueur d'onde du signal et ainsi assurer la stabilité de la simulation.

Grâce à l'interpolation polynomiale, les équations du mouvement peuvent se mettre sous une forme discrète, ce qui conduit à un système différentiel global sous forme matricielle :

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{U}} + \mathbf{C}\dot{\mathbf{U}} + \mathbf{K}\mathbf{U} = \mathbf{F}. \quad (\text{II.24})$$

$\mathbf{U}$ représente le vecteur global du déplacement dans le solide; $\dot{\mathbf{U}}$ et $\ddot{\mathbf{U}}$ sont ses dérivées première et seconde. Ce vecteur est composé de U , le vecteur global de déplacement dans le solide et de Φ , le vecteur global du potentiel dans le fluide :

$$\mathbf{U} = \begin{pmatrix} U \\ \Phi \end{pmatrix}. \quad (\text{II.25})$$

Par construction, la MES garantit que la matrice de masse globale $\mathbf{M}$ est diagonale, ce qui simplifie grandement les algorithmes et réduit les temps de calcul ([Komatitsch and Vilotte, 1998](#)). Cette matrice se compose des matrices de masse solide M_s et fluide M_f :

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} M_s & 0 \\ 0 & -M_f \end{bmatrix}. \quad (\text{II.26})$$

La matrice de conditions aux limites globales $\mathbf{C}$ est construite à partir de la matrice de couplage fluide/solide A , dont les termes ne sont non-nuls que pour les éléments situés à l'interface :

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} 0 & A \\ A^T & 0 \end{bmatrix}. \quad (\text{II.27})$$

La matrice de rigidité globale $\mathbf{K}$ se compose des matrices de rigidité solide K_s et fluide K_f :

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} K_s & 0 \\ 0 & -K_f \end{bmatrix}. \quad (\text{II.28})$$

Enfin, le vecteur de source global $\mathbf{F}$ se compose des vecteurs de source solide F_s et fluide F_f :

$$\mathbf{F} = \begin{pmatrix} F_s \\ F_f \end{pmatrix}. \quad (\text{II.29})$$

Le système linéaire d'équations différentielles du second ordre (II.24) peut être résolu par un schéma de Newmark explicite :

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{U}}_{n+1} + \mathbf{C}\dot{\mathbf{U}}_{n+1} + \mathbf{K}\mathbf{U}_{n+1} = \mathbf{F}_{n+1}, \quad (\text{II.30})$$

avec

$$\mathbf{U}_{n+1} = \mathbf{U}_n + \Delta t \dot{\mathbf{U}}_n + \frac{\Delta t^2}{2} \ddot{\mathbf{U}}_n, \quad (\text{II.31})$$

et

$$\dot{\mathbf{U}}_{n+1} = \dot{\mathbf{U}}_n + \Delta t \left[(1 - \gamma) \ddot{\mathbf{U}}_n + \gamma \ddot{\mathbf{U}}_{n+1} \right], \quad (\text{II.32})$$

où Δt est le pas de temps. Ce schéma est conditionnellement stable et n'est précis au second ordre que si et seulement si $\gamma = 0,5$. La condition d'un milieu supposé initialement au repos implique qu'à $t = 0$: $\mathbf{U} = \mathbf{0}$ et $\dot{\mathbf{U}} = \mathbf{0}$. SPEC-FEM propose également d'utiliser un schéma de Runge-Kutta d'ordre 4 en 6 étapes avec un faible stockage censé rendre plus stables les simulations qui comptent un très grand nombre de pas de temps, mais nous n'y avons pas eu recours.

II.C Gestion des limites du domaine de calcul

Dans les équations présentées section II.A, le domaine de calcul est implicitement supposé infini dans les directions horizontales et semi-infini dans la direction verticale négative (ou descendante) avec une surface libre à $z = 0$. Définir numériquement un tel domaine de calcul étant impossible, il est nécessaire de le tronquer, tout en évitant que des réflexions intempêtes sur les limites ne viennent polluer les résultats. À cette fin, diverses techniques ont été développées pour imposer des limites absorbantes au domaine de calcul. Ces techniques diffèrent surtout par leur efficacité et par les temps de calcul qu'elles induisent.

II.C.1 Conditions absorbantes

Une première approche consiste en l'utilisation de conditions absorbantes qui imposent aux limites du domaine un comportement analogue à celui des amortisseurs mécaniques (Komatitsch and Vilotte, 1998). Ceci revient, dans le solide, à relier le tenseur des contraintes à la vitesse :

$$\boldsymbol{\sigma} \cdot \vec{n} = c_p \rho_s \vec{v}_n + c_s \rho_s \vec{v}_t, \quad (\text{II.33})$$

où $\vec{n}$ est le vecteur unitaire normal à la limite absorbante, c_p la vitesse de phase des ondes P, c_s celle des ondes S, $\vec{v}_n$ est la vitesse normale à la surface absorbante et $\vec{v}_t$ la vitesse tangentielle à la surface absorbante.

De manière analogue, dans le fluide, on impose :

$$\vec{n} \cdot \vec{\nabla} \phi = -\frac{\partial_t \phi}{c_w}. \quad (\text{II.34})$$

Sous leur forme faible, ces équations conduisent à ajouter un terme :

$$\int_{\partial\Omega_{abs}} \vec{n} \cdot \boldsymbol{\sigma} \vec{w} d^2\vec{x}, \quad (\text{II.35})$$

dans le membre de gauche de l'équation (II.10), et un terme :

$$-\int_{\partial\Omega_{abs}} c_w^{-1} w \partial_t \phi d^2\vec{x} \quad (\text{II.36})$$

dans le membre de droite de l'équation (II.19) ; où $\partial\Omega_{abs}$ représente la limite absorbante du domaine de calcul. Enfin, dans le système différentiel global écrit sous forme matriciel (II.24) la matrice de conditions aux limites globales $\mathbf{C}$ apparaît désormais sous la forme :

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} D_s & A \\ A^T & -D_f \end{bmatrix}, \quad (\text{II.37})$$

où D_s est la matrice des conditions absorbantes dans le solide et D_f la matrice des conditions absorbantes dans le fluide.

Ces conditions absorbantes ne sont cependant pas exactes et de petites réflexions sur les limites du domaine sont attendues, en particulier pour les ondes qui n'arrivent pas sur les limites absorbantes selon une incidence normale. Malgré ces défauts, les conditions absorbantes sont une option toujours proposée aux utilisateurs de SPECFEM3D et peuvent se révéler utiles lorsqu'il est impossible d'imposer des limites absorbantes d'un type plus élaboré.

II.C.2 Couches absorbantes parfaitement adaptées

Pour minimiser l'influence des réflexions sur les frontières du domaine de calcul, nous avons choisi de recourir aux couches absorbantes parfaitement adaptées, appelées PML (de l'anglais *Perfectly Matched Layers*). Par rapport aux conditions absorbantes, les PML offrent l'avantage d'une plus grande efficacité et sont plus adaptées aux limites absorbantes hétérogènes par exemple une interface fluide/solide que l'on rencontre dans la modélisation des ondes T.

Les PML reposent sur un changement de variable qui remplace les coordonnées d'espace par des coordonnées complexes étirées. Les coordonnées x_i avec $i = 1, 2, 3$ ($x_1 = x$, $x_2 = y$ et $x_3 = z$) sont étirées par une fonction complexe $s_i(x_i)$ telle que la coordonnée étirée $\tilde{x}_i$ soit définie par :

$$\tilde{x}_i(x_i) = \int_0^{x_i} s_i(u) du. \quad (\text{II.38})$$

Notons que l'amortissement provient naturellement du caractère complexe de la fonction d'étirement s_i . Celle-ci est construite de façon à améliorer l'atténuation des ondes évanescentes et des ondes qui arrivent sous une incidence rasante et à rendre l'amortissement dépendant de la fréquence.

À la différence de SPECFEM2D, SPECFEM3D permet à l'utilisateur de régler l'amortissement pour le rendre maximal dans le domaine de fréquence des ondes simulées. Une partie du travail de l'utilisateur consiste alors à ajuster la fréquence de l'amortissement par une série de simulations préliminaires qui sont autant d'essais et d'erreurs, jusqu'à éliminer totalement les réflexions sur les frontières du domaine.

La difficulté de dériver les équations qui régissent les PML tient à ce que la formulation la plus simple du changement de variables sur lequel elles reposent s'exprime dans le domaine fréquentiel. Il faut donc écrire les équations du mouvement avec les coordonnées étirées dans le domaine fréquentiel, puis appliquer à ces équations une transformée de Fourier inverse. Les équations qui ont subi cette transformation sont alors exprimées dans le domaine temporel.

On mesure la difficulté de problème, dont une formulation pour une couche absorbante hétérogène (au niveau de l'interface fluide/solide) a été proposée par [Xie et al. \(2016\)](#). [Bottero \(2018\)](#) présente les premières simulations d'ondes T mettant en œuvre des PML de ce type.

La plupart des simulations présentées dans cette thèse utilisent également des PML. De fait, elles sont plus efficaces que les conditions absorbantes, mais elles obligent l'utilisateur à faire de nombreux tests préliminaires avant d'obtenir une configuration convenable. Tout d'abord, il arrive que les PML arrêtent SPECFEM dès la sous-routine qui crée les bases de données servant aux calculs. L'utilisateur doit alors modifier l'épaisseur des PML, jusqu'à trouver une valeur qui permette de passer cette étape. Il arrive qu'on ne trouve jamais une telle épaisseur. Une parade consiste à modifier légèrement le maillage, par exemple, avec une discrétisation spatiale un peu plus fine verticalement, puisque ce sont les couches absorbantes verticales qui sont hétérogènes. On espère alors que le nouveau maillage permette de trouver des PML de bonne épaisseur. Empiriquement, il vaut mieux utiliser les PML les plus fines possibles, mais cette règle ne donne aucune garantie de résultat. Une fois cette étape franchie, il arrive que les PML rendent la simulation instable. Il faut alors modifier encore l'épaisseur des PML ou parfois même le maillage. Enfin, une fois qu'on a obtenu une configuration stable, on peut analyser les résultats pour y chercher des indices de réflexion sur les bords. Si tel est le cas, il faut modifier si possible la fréquence des PML.

II.D SPECFEM2D, SPECFEM2,5D et SPECFEM3D

Le code SPECFEM existe en 3 versions : 2D, 2,5D et 3D. Chacune de ces variantes du code possède ses avantages et ses inconvénients qui, dans le cadre de notre étude, la destinent à

la résolution de problèmes différents.

SPECFEM2D présente l'avantage de nécessiter des maillages qui comptent moins d'éléments finis, puisqu'il n'y a que deux dimensions. Les temps de calcul sont alors considérablement plus courts qu'avec des modèles 3D de taille comparable. De plus, on verra chapitre III que les relations de dispersion des ondes T ne sont pas modifiées par la nature 3D du problème. Il est donc possible d'utiliser SPECFEM2D pour étudier les relations de dispersion à des fréquences proches de celles des ondes T observées pour un faible coût numérique. Toutefois, SPECFEM2D ne peut modéliser correctement les pertes à la transmission et donc les amplitudes des signaux. Enfin, il est évident que SPECFEM2D ne permet pas de modéliser des effets 3D.

SPECFEM2,5D contraint les domaines de calcul à présenter une symétrie cylindrique par rapport à l'axe vertical qui passe par la source. Grâce à un ingénieux changement de variable en coordonnées cylindriques et à une gestion fine du maillage autour de l'axe de symétrie, qui pourrait engendrer des singularités, il permet de modéliser correctement les pertes en 3D à symétrie cylindrique avec les temps de calcul de SPECFEM2D. Cependant, la symétrie cylindrique engendre d'importantes restrictions sur la nature de la source, qui ne peut pas être un tenseur des moments. Ceci empêche de modéliser correctement une source sismique, nous n'avons donc pas eu recours à SPECFEM2,5D.

SPECFEM3D permet naturellement de modéliser des effets 3D et de prendre en compte correctement les pertes à la propagation. Cependant, en 3D, les maillages deviennent rapidement très grands, ce qui augmente très significativement les temps de calcul. Par exemple, doubler la fréquence de la source nécessite de diviser par deux la taille des éléments finis du maillage et la durée du pas de temps pour conserver la stabilité numérique. Cela conduit à multiplier le temps de calcul par $2^4 = 16$ (trois dimensions d'espace, une dimension de temps). Ce problème peut être en partie contourné grâce à la parallélisation du code et au recours à un supercalculateur parallèle; toutefois, le nombre de nœuds accessibles sur un supercalculateur est tout de même limité. SPECFEM3D s'impose donc naturellement quand il s'agit d'étudier les effets 3D, mais nous n'avons pu le mettre en œuvre qu'au prix d'une diminution des fréquences de la source et par conséquent de celles des ondes T simulées.

II.E Discrétisation spatiale

L'utilisateur doit fournir à SPECFEM un maillage qui garantisse la stabilité numérique de la simulation. Cette stabilité dépend de la discrétisation spatiale et n'est valable qu'en-dessous

d'une certaine fréquence. Le guide d'utilisation du code considère que dans le cadre de la MES, un maillage permet une simulation stable si le nombre de points de GLL qui échantillonnent la longueur d'onde la plus courte est d'au moins cinq.

Les résultats numériques présentés dans cette thèse ont été calculés dans deux espaces différents, 2D et 3D, selon la finalité. En 2D, il s'agissait d'abord de valider l'usage du code SPECFEM pour l'étude des ondes T en montrant l'adéquation des relations de dispersion des ondes simulées avec une solution analytique. Cette étape permet d'étudier avec confiance la propagation des ondes T dans des configurations plus complexes où dériver une solution analytique devient problématique voire impossible. La simulation 2D permet aussi de choisir une source dont la fréquence conduit à des fréquences comparables à celles des ondes T observées et une discrétisation spatiale qui rend possible une simulation correcte. La simulation 3D cherchera à mettre en évidence des effets 3D, notamment liés à la bathymétrie, sur la génération des ondes T. Les limitations numériques imposées par la 3D (ou nos capacités de calcul) obligent alors à diminuer la fréquence de la source. Les choix de maillage diffèrent donc dans ces deux espaces, mais ils restent toujours guidés par l'exigence de cinq points de GLL par longueur d'onde de l'onde la plus courte.

II.E.1 Caractéristiques communes aux modèles 2D et 3D

Quelle que soit la géométrie choisie, le modèle est divisé verticalement entre un océan fluide profond de 3000 m et une croûte solide de 7 km d'épaisseur. Afin de faciliter la comparaison avec des solutions analytiques, les valeurs de densité et de célérité dans ces deux couches sont des constantes, choisies à des valeurs typiques : une densité $\rho_w = 1000 \text{ kg.m}^{-3}$ et une vitesse du son $c_w = 1500 \text{ m.s}^{-1}$ dans l'océan et une densité $\rho_s = 3200 \text{ kg.m}^{-3}$, une vitesse des ondes de compression $c_P = 5000 \text{ m.s}^{-1}$ et une vitesse des ondes de cisaillement $c_S = 3000 \text{ m.s}^{-1}$ dans la croûte, valeurs moyennes pour des basaltes de la croûte océanique (Searle, 2013). Ces paramètres sont récapitulés Tableau II.1.

Ce modèle n'inclut pas de couche de sédiments sur le fond marin, car leurs très faibles vitesses requerraient des éléments finis de très petite taille et donc des temps de calcul considérablement plus longs. Dans le contexte de dorsales actives où s'inscrivent nos simulations qui testent le rôle de reliefs accidentés dans la génération des ondes T, négliger la présence de sédiments ne pose que peu de problème. Au niveau des dorsales, la croûte océanique est jeune et à peine recouverte de sédiments pélagiques qui se déposent à un rythme extrêmement lent (Searle, 2013). En revanche, si l'on s'intéresse aux transferts de mode sur une plaine abyssale, où la croûte est suffisamment vieille pour être recouverte par une couche importante de

sédiments pélagiques, cette approximation a des conséquences visibles dont nous reparlerons.

	Croûte	Océan
Épaisseur (m)	7000	3000
Masse volumique (kg.m^{-3})	3200	1000
Vitesse des ondes de compression (m.s^{-1})	5000	1500
Vitesse des ondes de cisaillement (m.s^{-1})	3000	

Tableau II.1 – Tableau récapitulatif des paramètres physiques communs aux modèles 2D et aux modèles 3D.

II.E.2 Modèles 2D

En 2D, on souhaite simuler des ondes dont la fréquence est comparable à celle des ondes T observées. Okal (2008) donne comme fréquences typiques des ondes T l'intervalle 4-40 Hz, mais les données du réseau OHASISBIO montre des fréquences allant jusqu'à 100 Hz pour certains séismes de forte magnitude. On opte finalement pour une fréquence de la source égale à 10 Hz qui permet de générer dans la colonne d'eau des ondes énergétiques jusqu'à 25 Hz, ce qui nous semble un bon compromis entre représentativité du phénomène observé et temps de calcul raisonnable. Le domaine de calcul doit être suffisamment étendu pour permettre aux différentes ondes générées d'acquérir les propriétés qui les caractérisent sans exiger de trop longs temps de calcul. Un domaine de 440 km de longueur et de 10 km d'épaisseur représente un bon compromis.

Des PML épaisses de deux éléments finis sur les limites verticales du domaine et de quatre éléments finis à la base de la croûte nous garantissent contre des réflexions intempestives qui pourraient polluer les résultats. En apparence, le domaine est semi-infini à cause de la PML au fond. La surface de l'océan est une surface libre.

La fréquence la plus élevée que l'on doit simuler est de 25 Hz et la célérité la plus faible est $c_w = 1500 \text{ m.s}^{-1}$; la longueur d'onde est donc de $\lambda \sim 60 \text{ m}$. L'utilisateur peut fixer dans le code le nombre de points de GLL. Par simplification, ce nombre est fixé à 5 et il ne reste plus qu'à obtenir des éléments finis dont la dimension typique est proche de λ dans la croûte et d'une dimension typique d'environ 40 m dans l'océan, afin de conserver une marge de sécurité pour une meilleure stabilité numérique. Avec ces conditions, le mailleur interne de SPECFEM2D permet de créer un domaine de calcul avec 10 193 éléments selon la direction horizontale, 81 éléments dans la croûte et 93 dans l'océan selon la direction verticale. Le

maillage est ainsi constitué de 1 773 582 éléments finis, le nombre minimum de points de GLL par longueur d'onde est de 5,5 et la plus grande fréquence résolue est de 27,4 Hz. Un tel maillage satisfait à nos exigences et permet de simuler un signal d'une durée de 600 s avec un pas de temps de 5.10^{-4} s en sept heures sur 86 processeurs parallèles (3 cœurs). Les paramètres retenus sont rappelés dans le Tableau II.2.

Le temps pour obtenir les résultats de la modélisation dépend non seulement du temps de calcul, mais aussi du temps d'attente pour accéder aux ressources du supercalculateur. Le temps de calcul diminuerait en augmentant le nombre de cœurs, si le temps d'attente n'augmentait pas pour accéder à plus de cœurs. En fin de compte, solliciter plus de capacités de calcul retarde l'accès à nos résultats. Les simulations sont effectuées sur le supercalculateur DATARMOR, d'une puissance de calcul de $426 \text{ teraflops.s}^{-1}$, mis à la disposition de plusieurs partenaires, dont l'IUEM (Institut Universitaire Européen de la Mer) ([Datarmor, 2019](#)).

II.E.3 Modèles 3D

En 3D, on souhaite simuler la propagation d'une onde dont les propriétés acoustiques sont semblables à celle de l'onde en 2D, en dépit des limites numériques imposées par la troisième dimension qui augmente significativement le nombre d'éléments finis. La fréquence de la source doit alors diminuer. Même si la bande de fréquence des ondes T observées est hors d'atteinte, on espère conserver leurs propriétés modales, observer des effets 3D et les erreurs de localisation qui en découlent. La source choisie a donc une fréquence de 1 Hz et les ondes générées dans la colonne d'eau ne sont alors énergétiques que jusqu'à 2,5 Hz.

Le domaine de calcul choisi mesure 200 km de longueur sur 50 km de largeur et 10 km d'épaisseur. Comme dans les modèles 2D, le milieu est divisé verticalement entre un océan fluide profond de 3000 m reposant sur une croûte solide de 7 km d'épaisseur, homogènes et aux mêmes propriétés physiques qu'en 2D. Les PML sont constituées de quatre éléments finis sur les côtés et trois sur le fond. Contrairement à SPECFEM2D, SPECFEM3D permet de choisir la fréquence à laquelle sont calculées les PML. Des tests préliminaires nous ont permis de déterminer que les réflexions étaient le mieux absorbées pour une fréquence des PML égale à 3 Hz.

Puisqu'il y a un facteur 10 en fréquence entre les simulations 2D et 3D, la longueur d'onde la plus faible en 3D est de 600 m. Avec un nombre de points de GLL fixé à cinq par élément fini, si l'on souhaite conserver une marge de sécurité dans la stabilité numérique, les

	2D	3D
Fréquence de la source (Hz)	10	1
Fréquence maximale (Hz)	25	2,5
Dimensions du maillage (km)	$440 \times (7 + 3)$	$200 \times 50 \times (7 + 3)$
Nombre d'éléments	$10\,193 \times (81 + 93) = 1\,773\,582$	$400 \times 100 \times (9 + 5) = 560\,000$
Durée simulée (s)	600	200
Pas de temps (s)	$5 \cdot 10^{-4}$	$1 \cdot 10^{-3}$
Nombre de processeurs	84	336
Temps de calcul (h)	7	8

Tableau II.2 – Tableau récapitulatif des paramètres des simulations 2D et 3D.

éléments finis devraient avoir une dimension typique de ~ 500 m, au moins dans l'océan. Des tests préliminaires avec le mailleur interne ayant abouti à des résultats bruités, nous avons préféré recourir au logiciel dédié Gmsh ([Geuzaine and Remacle, 2009](#)). Ce logiciel offre l'avantage d'être rapide, léger, intuitif et d'inclure des outils qui permettent de vérifier la qualité du maillage, notamment que son jacobien est partout positif. Le maillage ainsi construit comporte 400 éléments selon la longueur, 100 selon la largeur et, verticalement, 5 éléments dans l'océan et 9 dans la croûte, soit un total de 560 000 éléments finis. Les sorties de SPECFEM3D ne donnent pas le nombre minimal de points de GLL par longueur d'onde, ni la plus grande fréquence résolue ; il faut donc se fier à la taille des éléments finis choisie par le mailleur externe. Les simulations obtenues sont cependant stables et demandent, pour un signal de 200 s avec un pas de temps de $1 \cdot 10^{-3}$ s, huit heures de calcul sur 336 processeurs parallèles (12 cœurs). Les paramètres retenus sont rappelés dans le [Tableau II.2](#).

II.F Résultats préliminaires

II.F.1 Différences SPECFEM2D/SPECFEM3D

Un moyen simple de constater les différences entre SPECFEM2D et SPECFEM3D est de faire tourner ces modèles sur deux configurations identiques et de comparer les signaux obtenus. La [Figure \(II.1\)](#) montre les signaux obtenus avec le modèle bi-couche fluide-solide décrit [Section \(II.E.2\)](#), qui comporte un mont gaussien à l'interface et situe la source explosive à l'aplomb du mont sous-marin, à 7 km sous la surface de l'océan (4 km sous le niveau moyen du fond marin). La bathymétrie 3D a une symétrie cylindrique autour de l'axe vertical de la source, ce qui minimise les effets 3D que SPECFEM2D ne prend pas en compte. Les signaux ont été normalisés afin de s'affranchir des différences dans le calcul de l'amplitude par chacun des codes. Cependant, cette normalisation conserve les amplitudes relatives entre les

différentes arrivées.

On remarque ainsi un relativement bon accord des signaux prédits pour les ondes T après le pic qui sert à normaliser les signaux ainsi que pour les premières ondes d'interface. En général, les mêmes pics apparaissent aux mêmes instants du signal, même si c'est avec des amplitudes différentes ; ceci montre que les vitesses de groupe des différents types d'ondes sont les mêmes. Les différences les plus importantes apparaissent sur les ondes PN et les ondes T en début de train. La forme du signal d'onde T en est profondément modifiée : le signal 3D montre une augmentation progressive de l'amplitude du signal et le signal 2D une arrivée brusque.

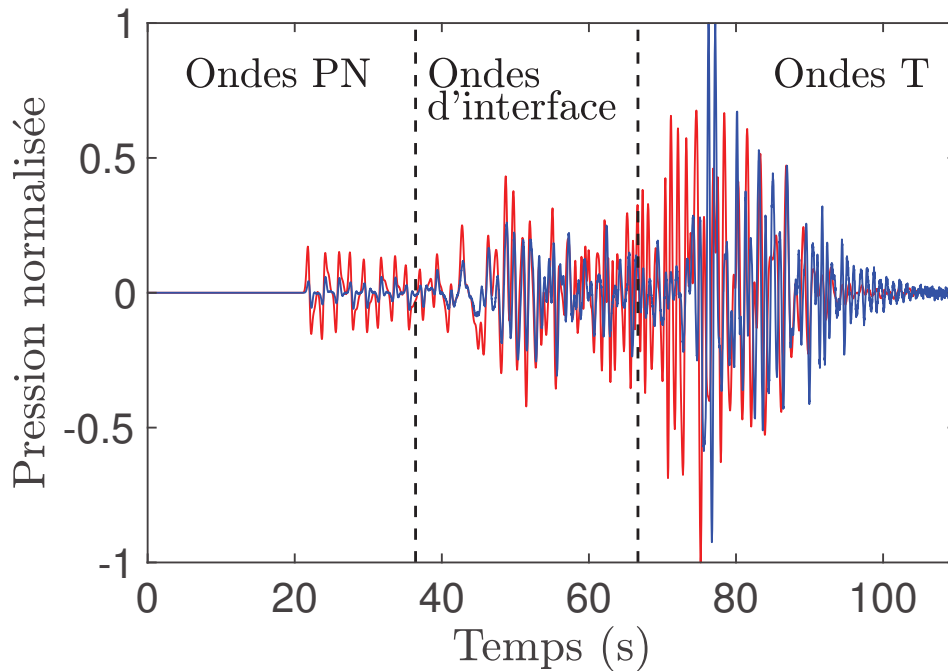


FIGURE II.1 – Signaux temporels normalisés générés par une source explosive dans la croûte, à 7 km de profondeur sous un mont gaussien. Rouge : résultat obtenu avec SPECFEM3D, bleu : résultat obtenu avec SPECFEM2D. La distance horizontale entre la source et l'hydrophone est de 100 km.

II.F.2 Réfraction horizontale

Dans un environnement 3D apparaît le phénomène de la *réfraction horizontale*. Les ondes acoustiques qui se propagent vers le haut des pentes suivant une direction oblique sont progressivement défléchies vers le bas de la pente. Nous avons cherché à savoir si le code SPECFEM3D modélisait correctement la réfraction horizontale.

À cette fin, nous avons reproduit le guide d'onde en forme de coin utilisé par [Sturm \(2005\)](#). Ses résultats ont été repris par [Jensen et al. \(2011\)](#) pour illustrer la réfraction horizontale et ses effets sur les pertes à la transmission. Ce modèle considère deux milieux dont l'interface est constituée de deux plans de différentes profondeurs séparés par une pente rectiligne (Figure (II.2)). Le plan le plus profond a une profondeur de 380 m, le plan le moins profond, une profondeur de 20 m, et la pente est de $2,86^\circ$ ($1/20$). Vers l'amont, le domaine de calcul mesure 8 km de large et 25 km le long de la pente. La couche de fluide supérieure avec une vitesse du son de 1500 m.s^{-1} et une densité de 1000 kg.m^{-3} recouvre une autre couche de fluide avec une vitesse du son de 1700 m.s^{-1} et une densité de 1500 kg.m^{-3} et une atténuation de $0,5 \text{ dB}/\lambda$ ($Q = 54,58$). Cette configuration est celle d'un guide de Pekeris. Nous avons aussi testé les effets d'un fond solide élastique avec une vitesse des ondes de compression de 5000 m.s^{-1} , une vitesse des ondes de cisaillement de 3000 m.s^{-1} , une densité de 3200 kg.m^{-3} et sans atténuation. La source explosive est localisée 40 m sous la surface, à la verticale de l'isobathe 200 m. En raison des limitations numériques inhérentes aux simulations 3D dans le domaine temporel avec la MES, nous avons utilisé une source centrée sur 3 Hz, au lieu de 25 Hz dans les simulations utilisant l'équation parabolique ([Sturm, 2005](#)). Par conséquent, nous avons étendu la longueur du domaine à 50 km pour observer les effets de la réfraction horizontale à ces plus basses fréquences.

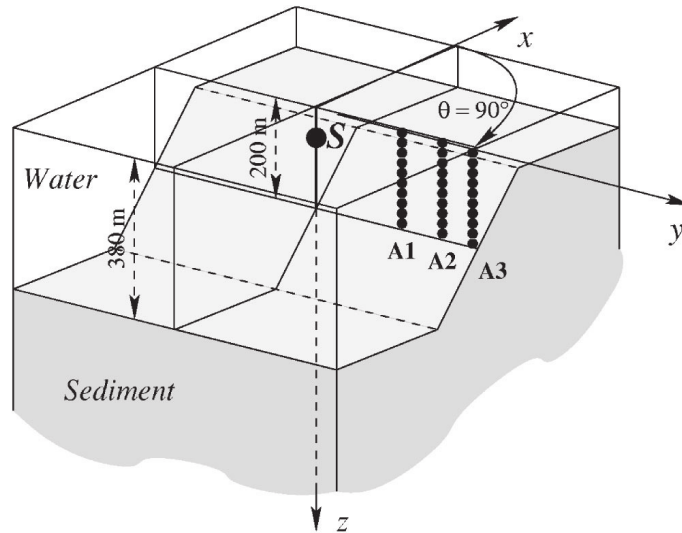


FIGURE II.2 – Schéma (tronqué) du guide-d'onde en forme de coin utilisé pour tester la réfraction horizontale. D'après [Sturm \(2005\)](#).

La Figure (II.3) représente les pertes à la transmission dans un plan horizontal de profondeur $z = 30 \text{ m}$ pour un modèle fluide-fluide (haut) et un modèle fluide-solide (bas). Contrairement au modèle de [Sturm \(2005\)](#), dont la source était mono-fréquence (25 Hz), les pertes sont ici estimées pour l'ensemble des fréquences énergétiques (de 0 à 8 Hz). Les deux modèles montrent que, au-delà de 15 km de la source, l'énergie acoustique disparaît progressivement

dans une large zone en haut de la pente et loin de la source. Une telle zone d'ombre est caractéristique de la réfraction horizontale (Jensen et al., 2011). Dans le modèle avec un fond élastique, les isolignes de même perte prennent une forme de croissant, ce qui peut être interprété en termes de déflexion des modes acoustiques loin du sommet de la pente, comme ce que montre Sturm (2005) en calculant les pertes de chaque mode grâce à son modèle parabolique (Figure (II.4)). Cet effet est moins visible avec un fond fluide. Les pertes sont aussi plus importantes avec un fond fluide, sans doute à cause du plus faible contraste de vitesse entre les milieux fluides.

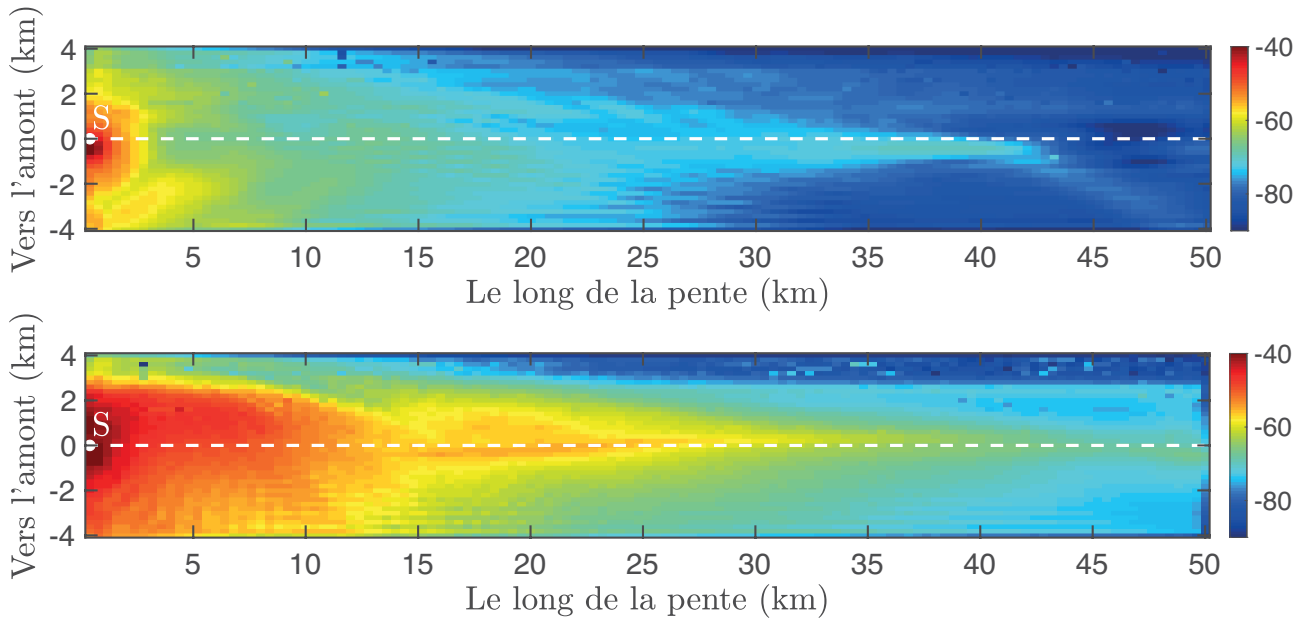


FIGURE II.3 – Pertes à la transmission en dB dans un plan horizontal à $z = -30$ m montrant les effets de la réfraction horizontale. Haut : dans un modèle fluide-fluide, bas : dans un modèle fluide-solide. Le point blanc avec la lettre S indique la position horizontale de la source ($z = -40$ m) et la ligne blanche pointillée indique l'isobathe 200 m.

Une autre façon de mettre en lumière les effets de la réfraction horizontale est de comparer le modèle précédent en forme de coin à un modèle 3D avec un fond plat à une profondeur de 200 m. Ce dernier modèle est symétrique par rapport à l'axe vertical passant par la source et, bien que les pertes soient correctement modélisées en 3D, les effets de la réfraction horizontale sont absents. La Figure (II.5) compare les pertes à la transmission horizontale à 30 m de profondeur, à la verticale de l'isobathe 200 m, dans les cas du coin et du fond plat. Pour un modèle fluide-fluide, les pertes sont identiques au voisinage de la source, mais, au-delà de 20 km, les pertes augmentent de 7 dB dans le modèle avec le coin par rapport au fond plat. Cependant, cette différence disparaît à environ 40 km de la source. Pour un modèle fluide/solide, la zone d'ombre créée par la réfraction horizontale apparaît au-delà de

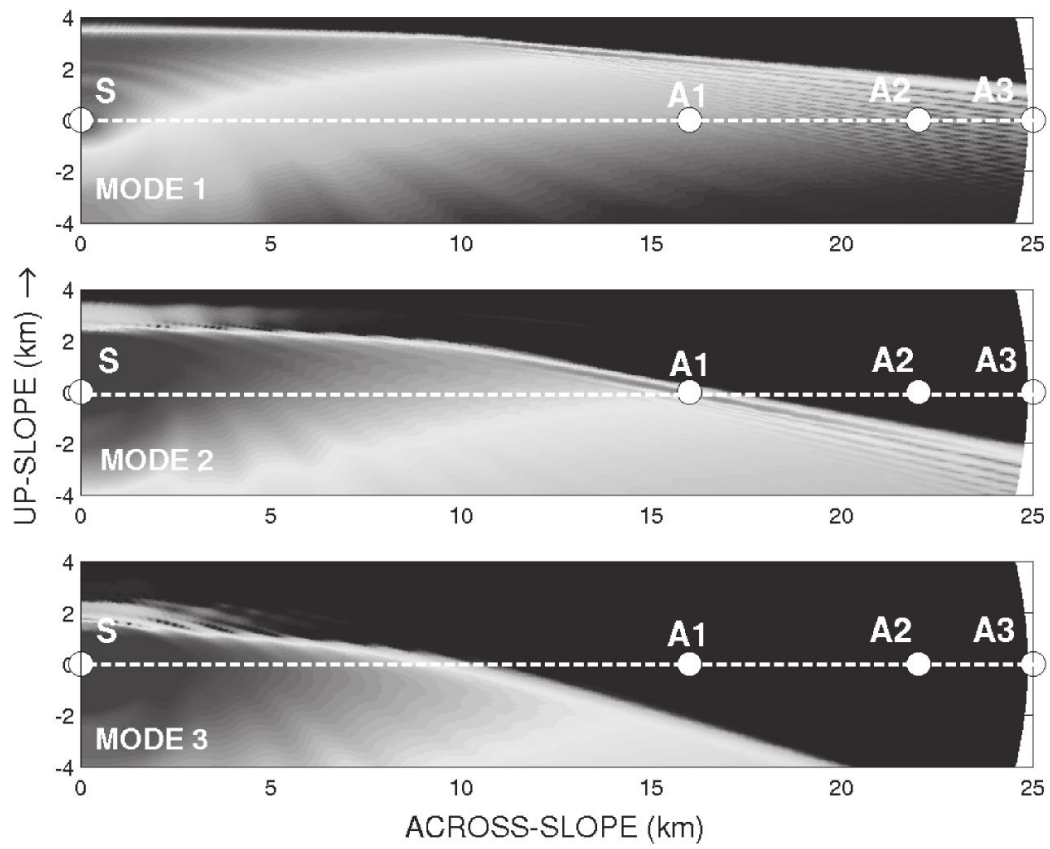


FIGURE II.4 – Pertes en transmission en dB à 25 Hz des modes 1, 2 et 3 dans un plan horizontal à $z = -30$ m, calculées grâce à un code parabolique. D'après ([Sturm, 2005](#)).

25 km et demeure jusqu'à l'extrémité du domaine.

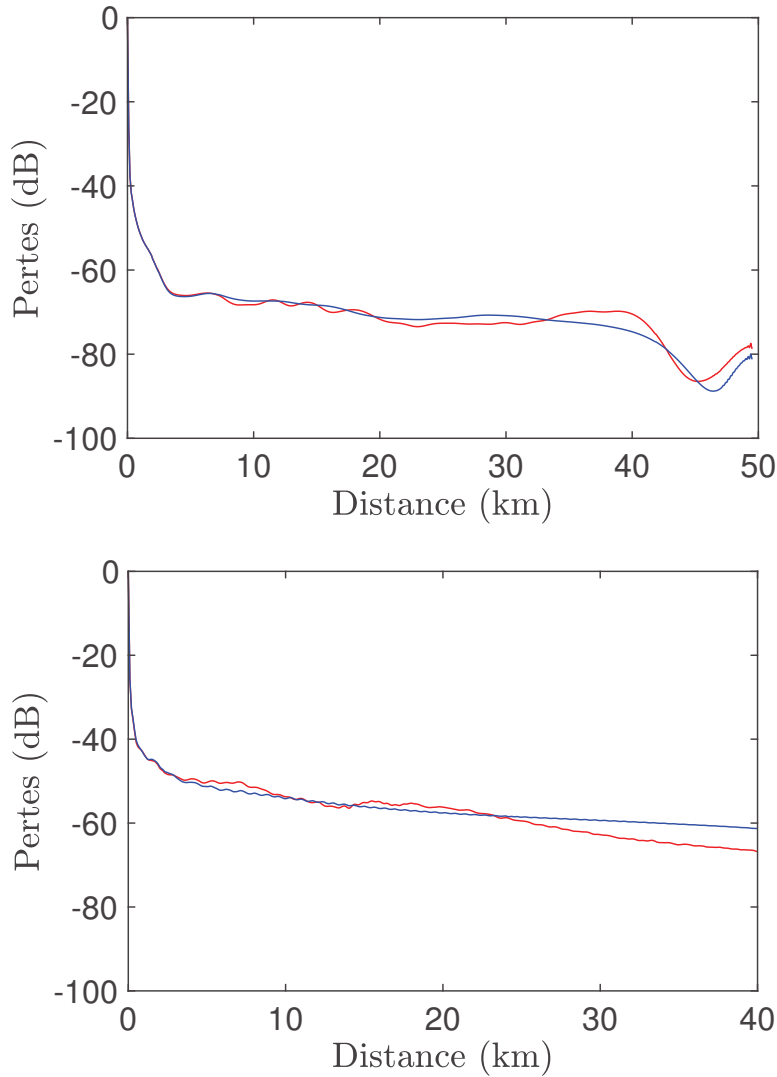


FIGURE II.5 – Pertes en transmission en dB à 30 m de profondeur à la verticale de l'isobathe 200 m. Haut : modèle fluide-fluide, bas : modèle solide-solide. Rouge : configuration avec le coin, bleu : fond plat.

Ces tests simples permettent de montrer que SPECFEM3D fait bien apparaître des phénomènes de réfraction horizontale, non seulement dans un guide de Pekeris (fluide-fluide) mais également dans un modèle à deux couches avec un fond solide élastique. Toutefois, à cause de limitations numériques, il n'a pas été possible de tester ces configurations à des fréquences aussi élevées (25 Hz) que [Sturm \(2005\)](#).

Chapitre III

Modèle analytique de propagation modale des ondes T

La conversion des ondes sismiques en ondes T a d'abord été comprise dans le cadre de l'acoustique géométrique. Ainsi, les ondes sismiques sont supposées générer des ondes T émises suivant une direction proche de la normale à l'interface croûte/océan, en raison du contraste important des vitesses de propagation dans ces deux milieux. Les ondes T ne parviennent à une direction de propagation compatible avec une propagation horizontale longue distance qu'après plusieurs réflexions entre la surface de l'océan et un fond en pente ([Johnson et al., 1963](#)). C'est du paradoxe des ondes T abyssales que sont nés les modèles non-géométriques de génération des ondes T. L'observation d'ondes T provenant de bassins océaniques sans relief a conduit à proposer des modèles invoquant une diffusion des ondes par la rugosité de la surface de l'océan ([Johnson and Norris, 1968](#)), puis une diffusion par la rugosité du fond marin ([Fox et al., 1994](#); [de Groot-Hedlin and Orcutt, 1999](#)), en introduisant dans ces derniers modèles un formalisme modal.

Dans ce chapitre, nous développons un modèle analytique qui présente les ondes T comme une somme de modes de Rayleigh. Les situations modélisées mettent en jeu des ondes qui se propagent à l'interface entre un fluide et un solide dont la vitesse de cisaillement est supérieure à la vitesse du son dans l'eau. Il s'agit donc en réalité d'ondes de Stoneley-Scholte. Nous adopterons ici la terminologie des sismologues qui assimile les ondes de Stoneley-Scholte à des ondes de Rayleigh. À notre connaissance, un tel modèle n'a jamais été appliqué aux ondes T, même si [Okal \(2008\)](#) souligne l'analogie entre les conditions aux limites supposées par la plupart des modèles modaux appliqués aux ondes T et celles des modes de Rayleigh. Cependant, la théorie des ondes pseudo-Rayleigh, issues de la généralisation des ondes de Rayleigh dans le cas où la croûte terrestre est couverte par un océan ([Stoneley, 1926](#)), est utilisée depuis [Longuet-Higgins \(1950\)](#) pour rendre compte du bruit ultra-basse-fréquence généré dans l'océan par les ondes de surface. Pour dériver le formalisme présenté dans ce chapitre, nous nous sommes inspiré des travaux d'[Ardhuin and Herbers \(2013\)](#), dont nous avons conservé les équations de propagation et, avec quelques simplifications, les conditions

aux limites. Afin de rendre compte de la génération des ondes T et de leur précurseurs, les ondes PN et SN, notre théorie diffère de leur modèle par la position du forçage, qui n'est plus localisé à la surface, mais au fond de l'océan. Le forçage sismique diffère également des ondes de surface étudiées par [Ardhuin and Herbers \(2013\)](#) en ce qu'il ne peut être décomposé en une série d'ondes sinusoïdales.

Dans ce chapitre, nous développons d'abord de manière analytique la théorie des modes de Rayleigh dans le cadre d'un modèle simplifié à fond plat, sans relief sous-marin. Nous montrons comment ces modes capables de propager les ondes T émergent naturellement des équations des milieux continus et des conditions aux limites d'un océan de profondeur finie reposant sur un fond solide. Nous étudions ensuite le caractère dispersif des modes de Rayleigh et la façon dont ils sont engendrés par le forçage sismique. Enfin, nous montrons comment la théorie analytique qui prédit les modes de Rayleigh permet également de prédire avec précision le spectre des deux précurseurs des ondes T : les ondes PN et les ondes SN.

III.A Équations d'ondes et conditions aux limites

Les modes de Rayleigh décrivent la propagation du son dans un océan de profondeur finie h qui repose sur un fond élastique semi-infini où la vitesse du cisaillement est supérieure à la vitesse du son dans l'eau. On dérive la théorie qui les décrit avec un fond océanique plat ; sa symétrie cylindrique fait que cette situation peut être traitée en 2D sans perte de généralité. Dans l'océan de densité moyenne ρ_w et de pression acoustique p , la vitesse du son est c_w ; dans le fond élastique de densité ρ_s , la vitesse des ondes de compression (ondes P) est c_P et la vitesse des ondes de cisaillement (ondes S) est c_S (Figure [III.1](#)). Les vitesses dans le fond élastique sont liées aux coefficients de Lamé λ et μ par :

$$c_P^2 = \frac{\lambda + 2\mu}{\rho_s}, \quad c_S^2 = \frac{\mu}{\rho_s}. \quad (\text{III.1})$$

Afin de modéliser le son généré dans l'océan par un séisme localisé dans le milieu élastique semi-infini (la croûte), on cherche à établir le lien entre la pression acoustique dans l'océan avec la vitesse verticale v_f et la contrainte normale σ_f appliquées au fond de l'océan par les mouvements de la croûte excités par le séisme.

Avec l'hypothèse d'un océan irrotationnel et dont on néglige la stratification, on peut écrire, en fonction du potentiel ϕ , l'équation acoustique linéarisée :

$$\partial_t^2 \phi = c_w^2 [\partial_x^2 + \partial_z^2] \phi \quad (\text{III.2})$$

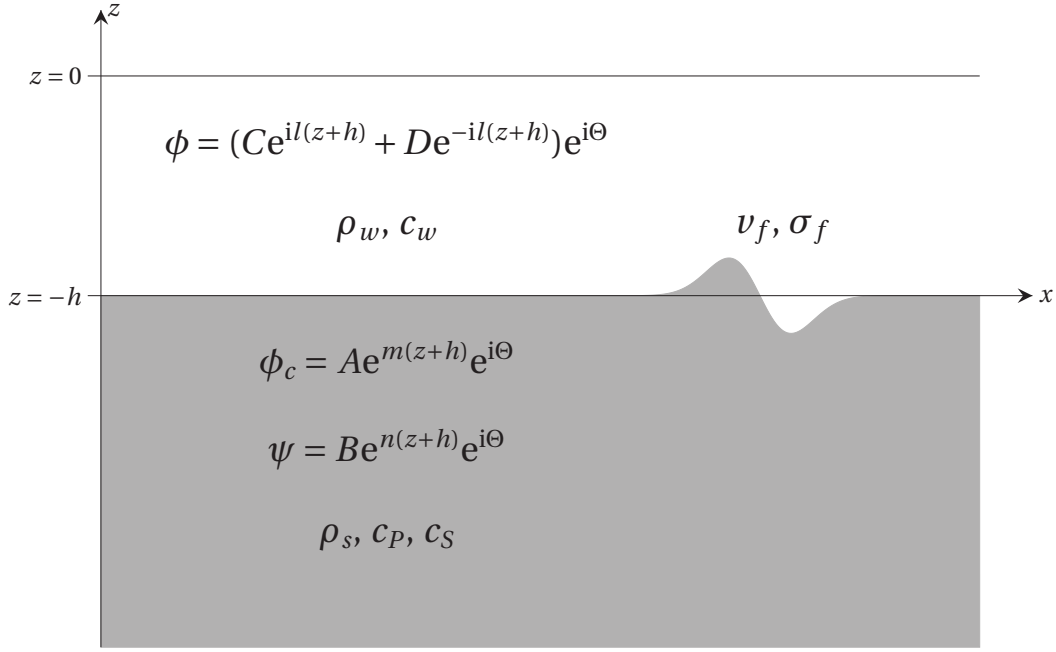


FIGURE III.1 – Dans ce modèle analytique, un fluide de profondeur h , de densité ρ_w et avec une vitesse du son c_w recouvre un solide élastique semi-infini de densité ρ_s , avec une vitesse des ondes P c_P et une vitesse des ondes S c_S . Un forçage sismique impose, par une vitesse forcée v_f et une contrainte normale forcée σ_f à l'interface fluide/solide, dans le fluide un potentiel de pression ϕ et dans le solide un potentiel des ondes P ϕ_c et un potentiel des ondes S ψ .

Ce potentiel est relié à la pression acoustique p par $p = -\rho_w \partial_t \phi$.

La vitesse verticale forcée v_f et la contrainte normale forcée σ_f appliquées au fond de l'océan créent une pression acoustique décrite par l'équation (III.2), laquelle admet des solutions linéaires de la forme :

$$\phi = (Ce^{il(z+h)} + De^{-il(z+h)})e^{i\Theta}, \quad \Theta = (Kx - \omega t), \quad (\text{III.3})$$

où C et D sont les amplitudes sur le fond des composantes ascendante et descendante, déterminées par les conditions aux limites au fond et à la surface. Le nombre d'onde vertical l se définit à partir de la pulsation ω et du vecteur d'onde horizontal K par la relation :

$$l = \sqrt{\frac{\omega^2}{c_w^2} - K^2}. \quad (\text{III.4})$$

La classe de solutions qui nous intéresse est celle pour laquelle $\omega/K \geq c_w$ et l est réel ; ces solutions se propagent horizontalement tandis que, verticalement, elles donnent naissance à des ondes stationnaires : les modes.

Dans la croûte, on sépare les déplacements libres en une composante irrotationnelle qui dérive d'un potentiel de vitesse ϕ_c (les ondes P) et une composante rotationnelle pure qui dérive d'une fonction de courant ψ (les ondes S). Ces ondes libres sont régies par les équations linéarisées :

$$\partial_t^2 \phi_c = c_P^2 [\partial_x^2 + \partial_z^2] \phi_c \quad (\text{III.5})$$

et :

$$\partial_t^2 \psi = c_S^2 [\partial_x^2 + \partial_z^2] \psi. \quad (\text{III.6})$$

Le caractère semi-infini du fond élastique impose la forme des solutions qui ne peuvent avoir qu'une composante descendante pour éviter que ϕ_c et ψ ne divergent quand z tend vers $-\infty$:

$$\phi_c = A e^{m(z+h)} e^{i\Theta}, \quad \psi = B e^{n(z+h)} e^{i\Theta}, \quad (\text{III.7})$$

avec les vecteurs d'ondes verticaux m et n :

$$m = \sqrt{K^2 - \frac{\omega^2}{c_P^2}}, \quad n = \sqrt{K^2 - \frac{\omega^2}{c_S^2}}. \quad (\text{III.8})$$

Pour des vitesses de phase inférieures à c_S ($\omega/K < c_S$), m et n sont réels et les ondes P et S sont évanescentes (Figure (III.2)). Pour des vitesses de phase comprises entre c_S et c_P ($c_S < \omega/K < c_P$), m est réel et n est imaginaire et les ondes S se propagent dans la croûte alors que les ondes P sont évanescentes. Pour des vitesses de phases supérieures à c_P ($c_S < c_P < \omega/K$), m et n sont imaginaires et les ondes P et S se propagent dans la croûte.

On remarque qu'il y a une différence de choix de définition entre le vecteur d'onde vertical l dans l'océan et les vecteurs d'ondes verticaux m et n dans la croûte. Ceci facilite la recherche de résonances pour des vitesses de phase entre c_w et c_S , où les modes de Rayleigh sont propagatifs, puisque tous les vecteurs d'ondes verticaux sont alors réels sur cet intervalle.

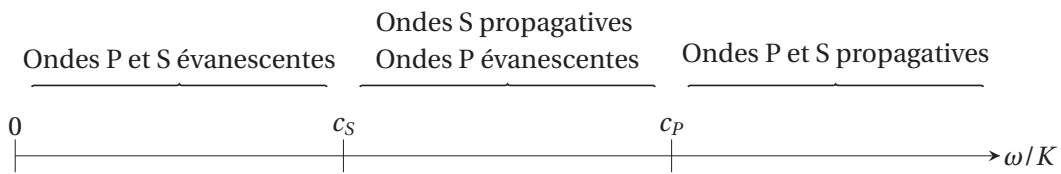


FIGURE III.2 – Schéma récapitulatif des conditions d'existence des ondes P et S.

On s'intéresse à présent aux conditions aux limites imposées aux frontières du modèle ou à l'interface croûte/océan et qui permettent de calculer les constantes qui apparaissent dans les équations (III.3) et (III.7). Au niveau de la surface de l'océan, plusieurs choix de conditions aux limites sont possibles. Les descriptions des modes de Rayleigh qui s'intéressent au son produit par des ondes de surface (*e.g.* [Ardhuin and Herbers, 2013](#)) font intervenir dans cette condition aux limites un terme de pression imposée par ces ondes. Nous avons choisi d'imposer la condition aux limites classique en acoustique sous-marine, où on ne considère pas de source en surface, soit une condition de pression nulle à la surface de l'océan :

$$\rho_w \partial_t \phi|_{z=0} = 0 \quad (\text{III.9})$$

Au fond de l'océan s'applique la condition de contrainte tangentielle nulle : $\sigma_{xz}|_{z=-h} = 0$. Avec la loi de Hooke :

$$\sigma_{zz} = \lambda (\partial_x \xi_x + \partial_z \xi_z) + 2\mu \partial_z \xi_z, \quad \sigma_{xz} = \mu (\partial_z \xi_x + \partial_x \xi_z) \quad (\text{III.10})$$

et compte tenu de ce que les déplacements horizontaux et verticaux du fond de l'océan sont donnés par ξ_x et ξ_z tels que :

$$\partial_t \xi_x = \partial_x \phi_c - \partial_z \psi \implies \xi_x = -(K A e^{m(z+h)} + i n B e^{n(z+h)}) e^{i\Theta} / \omega \quad (\text{III.11})$$

$$\partial_t \xi_z = \partial_z \phi_c + \partial_x \psi \implies \xi_z = (i m A e^{m(z+h)} - K B e^{n(z+h)}) e^{i\Theta} / \omega, \quad (\text{III.12})$$

cette condition de contrainte tangentielle nulle conduit à une relation entre A et B qui apparaît nécessairement à une interface fluide/solide :

$$B = \frac{2iKm}{n^2 + K^2} A. \quad (\text{III.13})$$

Ceci nous ramène à un problème à trois inconnues A , C et D . Les deux équations qui manquent pour les relier sont données par la continuité de la vitesse normale au fond de l'océan :

$$\partial_z \phi|_{z=-h} = \partial_z \phi_c|_{z=-h} + \partial_x \psi|_{z=-h} + v_f \quad (\text{III.14})$$

et par la continuité de la contrainte normale au fond de l'océan :

$$\sigma_{zz}|_{z=-h} + \sigma_f = -p|_{z=-h} \iff \sigma_{zz}|_{z=-h} + \sigma_f = \rho_w \partial_t \phi|_{z=-h}. \quad (\text{III.15})$$

Le forçage sismique apparaît dans les équations (III.14) et (III.15) par le biais de v_f la vitesse normale forcée du fond de l'océan sous l'effet du séisme et de σ_f la contrainte normale

forcée appliquée par le séisme au fond de l'océan. Ce choix d'écriture du forçage permet de présenter la théorie sous une forme aussi proche que possible de celle exposée par [Ardhuin and Herbers \(2013\)](#). Comme nous le verrons plus loin, la forme des forçages imposés dans les modèles numériques fait que v_f et σ_f ne peuvent pas être décomposés, comme la vitesse normale libre et la contrainte normale libre, en des sommes de sinusoides et on ne peut donc pas remplacer les dérivées par des produits dans l'espace de Fourier.

En injectant ϕ , ϕ_c et ψ dans les équations (III.9), on obtient l'équation :

$$Ce^{ilh} + De^{-ilh} = 0. \quad (\text{III.16})$$

On injecte ϕ , ϕ_c et ψ dans les équations (III.14) :

$$\begin{aligned} -v_f e^{-i\Theta} &= mA + iKB - i lC + i lD \\ &= \frac{n^2 - K^2}{n^2 + K^2} mA - i lC + i lD \\ &= \frac{m\omega^2}{\omega^2 - 2K^2 c_S^2} A - i lC + i lD \end{aligned}$$

et on obtient l'équation :

$$qA - i lC + i lD = -v_f e^{-i\Theta}, \quad (\text{III.17})$$

avec :

$$q = \frac{m\omega^2}{\omega^2 - 2K^2 c_S^2}. \quad (\text{III.18})$$

Pour pouvoir mettre l'équation (III.15) sous une forme semblable, on calcule $\sigma_{zz}|_{z=-h}$:

$$\begin{aligned} \sigma_{zz}|_{z=-h} &= \lambda \partial_x \xi_x + (\lambda + 2\mu) \partial_z \xi_z \\ &= \lambda [-iK^2 A + nKB] e^{i\Theta} / \omega + (\lambda + 2\mu) [im^2 A - nKB] e^{i\Theta} / \omega \\ &= \frac{i}{\omega} \left[\rho_s m^2 c_P^2 - \lambda K^2 - 4\mu \frac{K^2 mn}{n^2 + K^2} \right] A e^{i\Theta} \\ &= \frac{i}{\omega} \rho_s \left[\frac{4c_S^2 K^2 mn}{\omega^2 - 2K^2 c_S^2} - (\omega^2 - 2K^2 c_S^2) \right] A e^{i\Theta} \\ &= -r A e^{i\Theta}, \end{aligned}$$

avec :

$$\begin{aligned} r &= \frac{i}{\omega} \left[-\rho_s m^2 c_P^2 + \lambda K^2 + 4\mu \frac{K^2 mn}{n^2 + K^2} \right] \\ &= \frac{i}{\omega} \rho_s \left[-\frac{4c_S^4 K^2 mn}{\omega^2 - 2K^2 c_S^2} + (\omega^2 - 2K^2 c_S^2) \right]. \end{aligned} \quad (\text{III.19})$$

On obtient alors :

$$\begin{aligned} (\text{III.15}) &\iff -rAe^{i\Theta} + \sigma_f = \rho_w(-i\omega)(C + D)e^{i\Theta} \\ &\iff rA - i\omega\rho_w C - i\omega\rho_w D = \sigma_f e^{-i\Theta} \end{aligned} \quad (\text{III.20})$$

Les équations (III.16), (III.17) et (III.20) peuvent s'écrire sous la forme d'un système linéaire :

$$\begin{cases} Ce^{ilh} + De^{-ilh} &= 0 \\ qA - ilC + ilD &= -v_f e^{-i\Theta} \\ rA - i\omega\rho_w C - i\omega\rho_w D &= \sigma_f e^{-i\Theta} \end{cases} \quad (\text{III.21})$$

qui peut s'écrire sous la forme matricielle suivante :

$$\mathbf{M} [A, C, D]^T = [0, -v_f e^{-i\Theta}, \sigma_f e^{-i\Theta}]^T \quad (\text{III.22})$$

avec :

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} 0 & e^{ilh} & e^{-ilh} \\ q & -il & il \\ r & -i\omega\rho_w & -i\omega\rho_w \end{bmatrix}. \quad (\text{III.23})$$

La solution générale de l'équation (III.22) est la somme de la solution générale du système homogène, sans les forçages du membre de droite, et d'une solution forcée particulière. Cette solution particulière peut être trouvée grâce au déterminant de la matrice $\mathbf{M}$:

$$\begin{aligned} \det(\mathbf{M}) &= r(ile^{ilh} + ile^{-ilh}) - q(-i\omega\rho_w e^{ilh} + i\omega\rho_w e^{-ilh}) \\ &= 2ilr \cos(lh) - 2\omega\rho_w q \sin(lh) \\ &= \frac{2}{(\omega^2 - 2K^2 c_S^2)} \left\{ \frac{l\rho_s}{\omega} \cos(lh) [4c_S^4 K^2 mn - (\omega^2 - 2K^2 c_S^2)^2] - \rho_w m \sin(lh) \omega^3 \right\}. \end{aligned} \quad (\text{III.24})$$

Si $\det(\mathbf{M}) \neq 0$, alors l'équation (III.22) est un problème de Cramer et les constantes A , B et C sont égales au rapport du déterminant de la matrice $\mathbf{M}_n$ (matrice égale à $\mathbf{M}$ si ce n'est que la $n^{\text{ième}}$ colonne est remplacée par le membre de droite de l'équation (III.22)) sur $\det(\mathbf{M})$:

$$A = \frac{2il \cos(lh) \sigma_f + 2\rho_w \omega \sin(lh) v_f}{\det(\mathbf{M})} e^{-i\theta}, \quad (\text{III.25a})$$

$$C = \frac{(q\sigma_f + rv_f) e^{-ilh}}{\det(\mathbf{M})} e^{-i\theta}, \quad (\text{III.25b})$$

$$D = -\frac{(q\sigma_f + rv_f) e^{ilh}}{\det(\mathbf{M})} e^{-i\theta}. \quad (\text{III.25c})$$

Pour des vitesses de phase comprises entre c_S et c_w ($c_w < \omega/K < c_S$), les modes acoustiques sont propagatifs ($\omega/K > c_w$), mais les ondes P et S sont évanescentes ($\omega/K < c_S < c_P$). Ce domaine de vitesse est celui des ondes pseudo-Rayleigh. Les nombres d'ondes l , m et n sont alors réels et le déterminant $\det(\mathbf{M})$ peut s'annuler. La matrice $\mathbf{M}$ présente des singularités : les modes de Rayleigh.

III.B Modes de Rayleigh

III.B.1 Recherche des modes de Rayleigh et comportement dispersif

À une fréquence $f = \omega/2\pi$ donnée, il existe au moins un nombre d'onde K pour lequel $\det(\mathbf{M}) = 0$:

$$\begin{aligned} \det(\mathbf{M}) = 0 &\iff 2ilr \cos(lh) = 2\omega\rho_w q \sin(lh) \\ &\iff \tan(lh) = \frac{ilr}{\omega\rho_w q} \end{aligned} \quad (\text{III.26})$$

Ceci permet de définir la relation de dispersion des modes de Rayleigh :

$$\tan(lh) = \frac{l\rho_s}{m\rho_w} \frac{4c_S^4 K^2 mn - (\omega^2 - 2K^2 c_S^2)^2}{\omega^4}. \quad (\text{III.27})$$

Mathématiquement, la multiplicité des modes de Rayleigh provient du caractère périodique de la fonction tangente. Le nombre de solutions et donc de modes augmente avec la fréquence

et avec h , la profondeur de l'océan.

Pour une meilleure intelligence du comportement des modes de Rayleigh, on introduit c_R , la vitesse de phase des ondes de Rayleigh sans océan, qu'on va voir naturellement émerger des propriétés de la relation de dispersion (III.27). On peut définir c_R à partir de c_S et c_P (Viktorov, 1967) :

$$c_R = c_S \frac{0.87 + 1.12\nu}{1 + \nu}, \quad (\text{III.28})$$

avec ν le coefficient de Poisson :

$$\nu = \frac{1}{2} \left[1 - \frac{1}{(c_P/c_S)^2 - 1} \right].$$

Avec $c_S = 3000 \text{ m.s}^{-1}$ et $c_P = 5000 \text{ m.s}^{-1}$, on a : $c_R = 2745 \text{ m.s}^{-1}$.

La Figure III.3 montre comment, pour une fréquence de 0,25 Hz correspondant à une fréquence réduite de $fh/c_w=0,5$, la relation de dispersion donne naissance à trois modes. À cette fréquence, l'équation (III.27) a trois racines réelles : le mode acoustique à $K = \omega/c_w$, pour lequel $l = 0$ (propagation horizontale), et les modes sismiques K_0 et K_1 . Quelle que soit la fréquence, les modes sismiques sont compris entre $K = \omega/c_S$ et $K = \omega/c_w$. Le membre de droite est de signe négatif pour $K < \omega/c_R$ et de signe positif pour $K > \omega/c_R$. La recherche de solution est facilitée par le choix de définition de l , m et n qui sont tous réels sur l'intervalle qui nous intéresse. En effet, l'équation (III.27) est satisfaite si les parties réelles et les parties imaginaire du membre de gauche et du membre de droite de l'équation sont égales. Que tous les nombres d'ondes verticaux soient réels sur le domaine de vitesse de phase qui nous intéresse annule les parties imaginaires des deux membres de l'équation et il n'y a plus à rechercher que les K qui rendent égales les parties réelles des deux membres. Il est aisé de rechercher numériquement, pour une fréquence donnée, toutes les intersections entre le membre de gauche et le membre de droite de l'équation (III.27). En répétant ceci, on peut connaître les relations de dispersion d'un mode de Rayleigh sur l'intervalle de fréquence désiré.

Quand les nombres d'ondes K de tous les modes existants dans l'intervalle de fréquence qui nous intéresse ont été obtenus, il est facile d'obtenir numériquement la vitesse de groupe. Pour ce faire, le long de chaque mode, on dérive la fréquence par le nombre d'onde en approximant $\partial\omega/\partial K$ par des rapports de différences de fréquence et de différences de nombre d'onde. Ce schéma aux différences finies est décentré à droite ; il ne semble pas engendrer de bruit numérique avec les pas de discrétisation choisis pour produire la Figure (III.4) : 10^{-3} Hz en fréquence et 5.10^{-9} m^{-1} en nombre d'onde. Contrairement à l'onde de Rayleigh

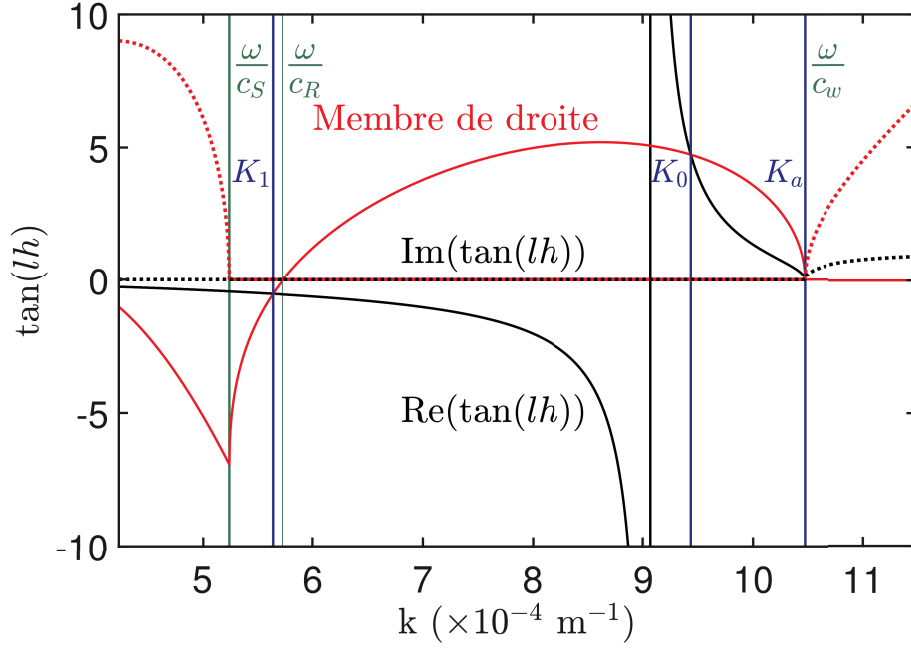


FIGURE III.3 – Nombres d’ondes des modes solutions de l’équation (III.27). Le membre de droite de l’équation (III.27) apparaît en rouge et le membre de gauche $\tan(lh)$ en noir. La partie réelle de chacun des deux membres de l’équation est en trait continu et la partie imaginaire en pointillés. Ici, nous avons pris : $h = 3000 \text{ m}$, $c_w = 1500 \text{ m.s}^{-1}$, $c_S = 3000 \text{ m.s}^{-1}$, $c_P = 5000 \text{ m.s}^{-1}$, $\rho_w = 1000 \text{ kg.m}^{-3}$ et $\rho_s = 3200 \text{ kg.m}^{-3}$. Pour de tels c_P et c_S , $c_R = 2745 \text{ m.s}^{-1}$. Ce graphe correspond à une fréquence $f = 0,25 \text{ Hz}$ pour laquelle $fh/c_w = 0,5$.

sans océan, les modes de Rayleigh sont dispersifs : leurs vitesses de phase et de groupe varient continûment entre c_S (nombre d’onde vertical $n = 0$) vers les basses fréquences et c_w (nombre d’onde vertical $l = 0$) vers les hautes fréquences. Les vitesses de phase des modes de Rayleigh présentent un point d’inflexion à une vitesse proche de celle des ondes de Rayleigh sans océan (Figure (III.4) haut). À la fréquence où apparaît ce point d’inflexion, les vitesses de groupe des modes de Rayleigh présentent un maximum (Figure (III.4) bas).

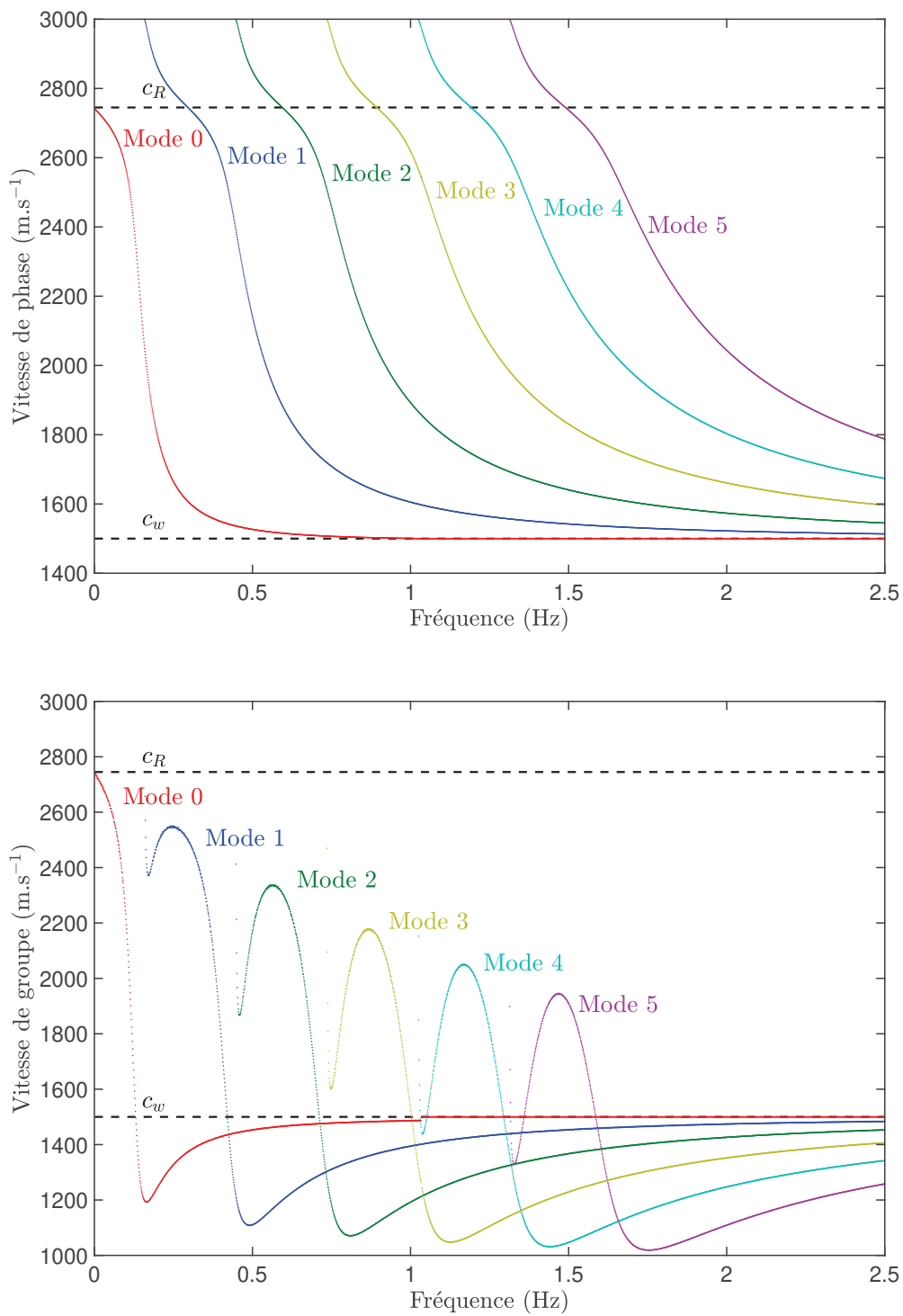


FIGURE III.4 – Vitesses de phase (haut) et de groupe (bas) des six premiers modes de Rayleigh en fonction de la fréquence. Le calcul a été effectué avec les mêmes paramètres que pour la Figure (III.3). Les vitesses des ondes de Rayleigh sans océan (c_R) et du son dans l'eau (c_w) sont également indiquées.

III.B.2 Transfert de l'énergie du forçage sismique aux modes de Rayleigh

Le déplacement du fond de l'océan : $\delta(x, t) = \xi_z|_{z=-h}$ est introduit pour mieux comprendre la façon dont le forçage transmet de l'énergie à l'océan. Grâce à l'équation (III.12), δ s'exprime en fonction des constantes d'intégration A et B ; grâce à l'équation (III.13), B se déduit de A ; enfin, grâce à (III.25a), on connaît la relation entre A et les grandeurs par lesquels s'impose le forçage : v_f et σ_f . Il est donc possible de construire $G_{v\delta}$, la fonction de transfert entre v_f et le déplacement δ et $G_{\sigma\delta}$, la fonction de transfert entre σ_f et le déplacement δ :

$$G_{v\delta} = \frac{2i\rho_w m \sin(lh)(n^2 - K^2)}{(n^2 + K^2)\det(\mathbf{M})}, \quad (\text{III.29})$$

$$G_{\sigma\delta} = \frac{2lm \cos(lh)(K^2 - n^2)}{\omega(n^2 + K^2)\det(\mathbf{M})}, \quad (\text{III.30})$$

telles que :

$$\delta(x, y, t) = \xi_z|_{z=-h} = G_{v\delta}(K, \omega)v_f(K, \omega) + G_{\sigma\delta}(K, \omega)\sigma_f(K, \omega). \quad (\text{III.31})$$

La représentation de l'amplitude de ces fonctions dans le plan fréquence-nombre d'onde (Figure (III.5)) montre des singularités le long des courbes de dispersion des modes de Rayleigh, pour des vitesses de phase comprises entre c_S et c_w . Cependant, seule $G_{v\delta}$ amplifie le forçage sismique (jusqu'à 98 dB pour certaines singularités) alors que $G_{\sigma\delta}$, avec une amplitude maximale de -12 dB et souvent bien inférieure, ne fait qu'atténuer le forçage.

Dans le cas des ondes pseudo-Rayleigh générées par les ondes de surface, si le forçage varie lentement par rapport à la période des modes de Rayleigh, on peut montrer que l'énergie des modes voisins des singularités varie linéairement en fonction de la distance de propagation, tant que le forçage est présent (Hasselmann, 1963). Cependant, le forçage sismique varie rapidement et ne satisfait donc pas la première hypothèse. Dans notre cas, il est donc inutile de poursuivre la discussion des aspects énergétiques des modes de Rayleigh aussi loin que Arduin and Herbers (2013). Malgré ces différences, on peut conserver l'idée de modes de Rayleigh libres dont le contenu énergétique à un endroit donné ne reflète pas le forçage local, mais l'effet d'un forçage distant qui a fait croître ces modes de façon résonante.

Une fois le forçage sismique transformé en déplacement vertical du fond marin, il est très simple d'exprimer le potentiel ϕ en fonction de ce déplacement :

$$\phi(z) = \frac{\omega}{l \cos(lh)} \sin(lz) \delta(x, y, t). \quad (\text{III.32})$$

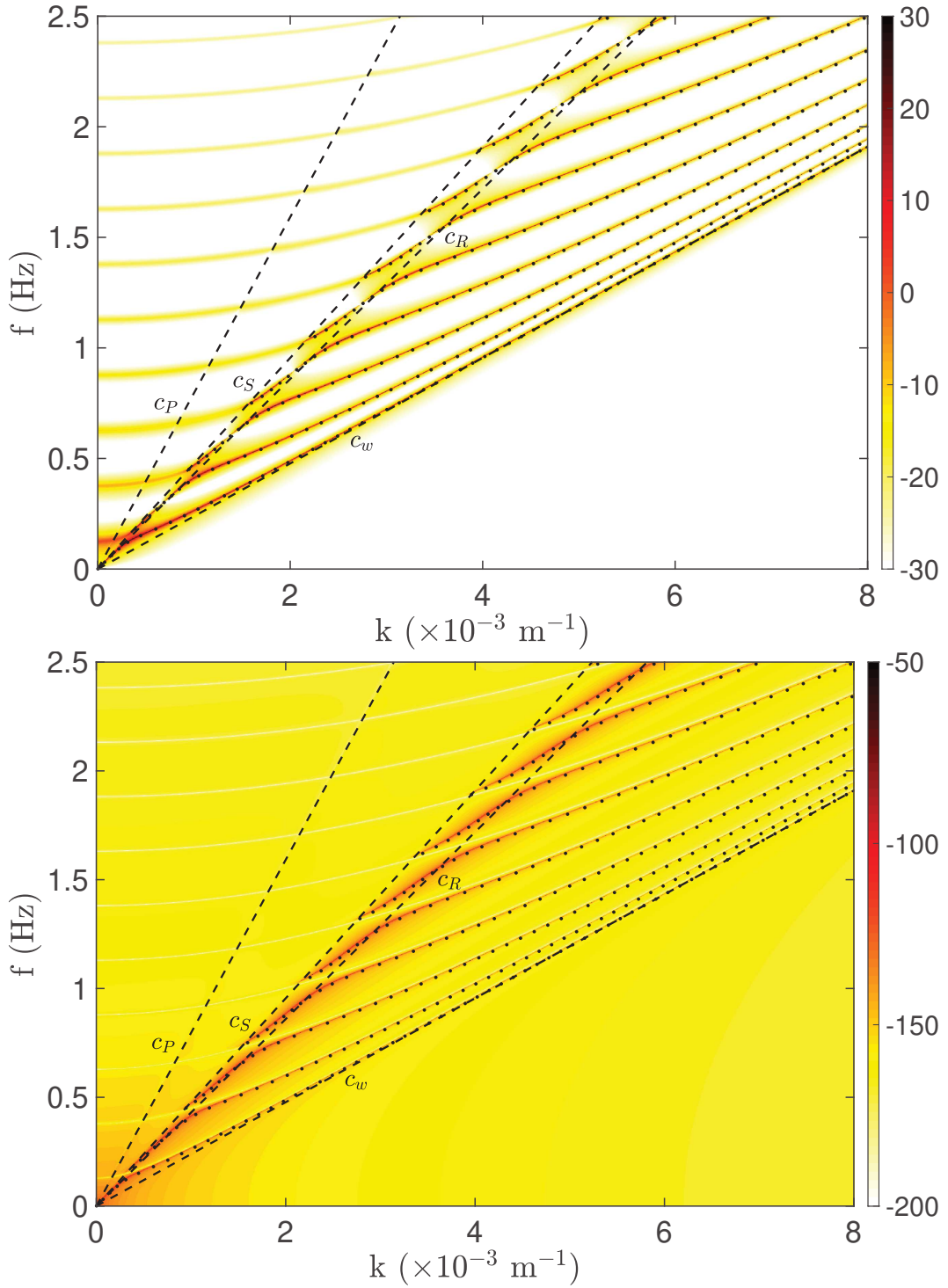


FIGURE III.5 – (Haut) Amplitude en dB de la fonction de transfert $G_{v\delta}(K, f)$ montrant les singularités le long des courbes de dispersion des modes de Rayleigh (courbes en pointillés), dont le nombre d'onde K satisfait l'équation $\det(\mathbf{M}) = 0$. Les lignes en tirets annotées montrent les vitesses de phase des ondes P (c_P), des ondes S (c_S), des ondes de Rayleigh sans océan (c_R) et du son dans l'eau (c_w). Le calcul a été effectué avec les mêmes paramètres que précédemment. (Bas) Amplitude en dB de la fonction de transfert $G_{\sigma\delta}(K, f)$, notez que l'échelle de couleur est différente.

Il en est de même pour la pression :

$$p(z) = -i\rho_w \frac{\omega^2}{l \cos(lh)} \sin(lz) \delta(x, y, t). \quad (\text{III.33})$$

On remarque que dans ces deux expressions, le terme $\sin(lz)$ fait que les modes de Rayleigh ne sont pas confinés au voisinage de l'interface fluide/solide. Ils ne s'atténuent pas lorsque l'on s'éloigne de $z = -h$, mais leur amplitude oscille avec la profondeur, d'une façon très proche de celle des modes normaux générés par une source acoustique présente dans la colonne d'eau (chapitre I).

Nous avons donc vu comment un forçage sismique pouvait créer à une interface fluide/solide une onde composée de modes capables de transporter dans la colonne d'eau de l'énergie à une vitesse proche de celle du son dans l'eau : une onde T. Si nous nous sommes bornés pour l'intelligibilité de cette étude analytique à une gamme de fréquence inférieure à 2,5 Hz et aux six premiers modes, il ne faut pas oublier que les ondes T réellement observées sont de beaucoup plus haute fréquence et qu'elles sont composées d'un bien plus grand nombre de modes. On verra, par exemple, au chapitre suivant une onde T simulée énergétique jusqu'à 25 Hz transportée par les 60 premiers modes de Rayleigh.

III.C Ondes PN et SN

Les ondes T, qui se propagent horizontalement dans l'océan à la vitesse du son dans l'eau, ont pour précurseurs les ondes PN et SN qui résultent de la propagation des ondes sismiques dans la croûte, respectivement des ondes P et S. Lorsque ces ondes sismiques atteignent le fond de l'océan, elles se convertissent en ondes acoustiques qui se propagent suivant une direction normale au fond, d'où leur nom d'ondes P normales (ondes PN) et d'ondes S normales (ondes SN). À la différence des modes de Rayleigh, ces ondes ne reflètent donc que le forçage local et, en raison de l'absence de singularités de G pour des vitesses de phase supérieures à c_S , il est aisé de déduire leur contenu fréquentiel de celui du forçage sismique. $F_p(K, f, z)$, la densité spectrale de pression à une profondeur z , s'exprime alors en fonction de $F_{v_f}(K, f)$, la densité spectrale de la vitesse normale forcée, et de $F_{\sigma_f}(K, f)$, la densité spectrale de la contrainte normale forcée :

$$F_p(K, f, z) = |G_{vp}(z)|^2 F_{v_f}(K, f) + |G_{\sigma p}(z)|^2 F_{\sigma_f}(K, f). \quad (\text{III.34})$$

G_{vp} et $G_{\sigma p}$, les fonctions de transfert entre les forçages v_f et σ_f et la pression à une profondeur z , se déduisent de $G_{v\delta}$ et $G_{\sigma\delta}$ grâce au coefficient de proportionnalité donné entre δ et p par

l'équation (III.33)

$$G_{vp}(z) = \frac{2\omega^2 \rho_w^2 m \tan(lh)(n^2 - K^2) \sin(lz)}{l(n^2 + K^2) \det(\mathbf{M})}, \quad (\text{III.35})$$

$$G_{\sigma p}(z) = -\frac{2i\omega \rho_w m (K^2 - n^2) \sin(lz)}{(n^2 + K^2) \det(\mathbf{M})}, \quad (\text{III.36})$$

Pour de futures comparaisons avec des simulations ou des données réelles où l'on ne dispose pas d'antennes permettant de connaître la dépendance en K de la densité spectrale des ondes observées, il est plus aisé de construire $F_{PN}(f)$, le spectre des ondes PN, et $F_{SN}(f)$, le spectre des ondes SN, qui ne dépendent que de la fréquence :

$$F_{PN}(f) = \int_{\omega/(c_P+\Delta c)}^{\omega/c_P} |G_{vp}|^2 F_{vf}(K, f) dK + \int_{\omega/(c_P+\Delta c)}^{\omega/c_P} |G_{\sigma p}|^2 F_{\sigma f}(K, f) dK, \quad (\text{III.37a})$$

$$F_{SN}(f) = \int_{\omega/(c_S+\Delta c)}^{\omega/c_S} |G_{vp}|^2 F_{vf}(K, f) dK + \int_{\omega/(c_S+\Delta c)}^{\omega/c_S} |G_{\sigma p}|^2 F_{\sigma f}(K, f) dK, \quad (\text{III.37b})$$

où Δc est la largeur du domaine de vitesse qui produit les ondes PN et SN. Elle peut être différente pour chacun de ces deux types d'ondes. Si l'on ne connaît que le spectre en fréquence du forçage, on peut approximer les spectres par les expressions suivantes :

$$F_{PN}(f) \simeq F_{vf}(f) \int_{\omega/(c_P+\Delta c)}^{\omega/c_P} |G_{vp}|^2 dK + F_{\sigma f}(f) \int_{\omega/(c_P+\Delta c)}^{\omega/c_P} |G_{\sigma p}|^2 dK, \quad (\text{III.38a})$$

$$F_{SN}(f) \simeq F_{vf}(f) \int_{\omega/(c_S+\Delta c)}^{\omega/c_S} |G_{vp}|^2 dK + F_{\sigma f}(f) \int_{\omega/(c_S+\Delta c)}^{\omega/c_S} |G_{\sigma p}|^2 dK. \quad (\text{III.38b})$$

Pour plus de simplicité, on notera ainsi les coefficients d'amplification :

$$\mathcal{C}_{vPN} = \int_{\omega/(c_P+\Delta c)}^{\omega/c_P} |G_{vp}|^2 dK, \quad (\text{III.39a})$$

$$\mathcal{C}_{\sigma PN} = \int_{\omega/(c_P+\Delta c)}^{\omega/c_P} |G_{\sigma p}|^2 dK, \quad (\text{III.39b})$$

$$\mathcal{C}_{vSN} = \int_{\omega/(c_S+\Delta c)}^{\omega/c_S} |G_{vp}|^2 dK, \quad (\text{III.39c})$$

$$\mathcal{C}_{\sigma SN} = \int_{\omega/(c_S+\Delta c)}^{\omega/c_S} |G_{\sigma p}|^2 dK. \quad (\text{III.39d})$$

Les bornes d'intégration des intégrales dans les équations (III.37) à (III.39) impliquent que les vitesses horizontales apparentes au niveau de l'interface fluide/solide des ondes sismiques qui donnent naissances aux ondes PN et SN sont respectivement égales à c_P et c_S . Ceci n'est valable que dans la zone de l'espace où la propagation des ondes sismiques est cylindrique et que nous appelons champ lointain.

La Figure III.6 montre les coefficients introduits par l'équation III.39, calculés à une profondeur $z = 1500$ m. Ces coefficients présentent des pics qui apparaissent à des intervalles de fréquence réguliers et qu'on s'attend à retrouver dans les spectres des ondes PN et SN. Dans la plupart des cas, les pics pour les ondes PN et SN ne coïncident pas, mais le décalage varie avec la fréquence et amène parfois les pics à coïncider. Les formes des résonances diffèrent quelque peu entre les coefficients $\mathcal{C}_{vPN}$ et $\mathcal{C}_{vSN}$ et les coefficients $\mathcal{C}_{\sigma PN}$ et $\mathcal{C}_{\sigma SN}$. Toutefois, les pics se produisent aux mêmes fréquences pour $\mathcal{C}_{vPN}$ et $\mathcal{C}_{\sigma PN}$ et pour $\mathcal{C}_{vSN}$ et $\mathcal{C}_{\sigma SN}$.

Dans le voisinage de la source, que nous appelons champ proche, la propagation des ondes sismiques n'est pas cylindrique mais sphérique. Si les ondes se propagent bien à leur vitesse respective c_P et c_S , la vitesse horizontale apparente au niveau de l'interface créée par l'arrivée d'une onde sphérique sur une interface plane est supérieure. Un simple calcul géométrique nous donne la vitesse horizontale apparente des ondes P. Prenons une source sismique de profondeur d , à la verticale de cette source, le temps d'arrivée des ondes P est :

$$\frac{d}{c_P}.$$

À une distance horizontale x de la source, le temps d'arrivée des ondes P est :

$$\frac{\sqrt{d^2 + x^2}}{c_P}.$$

La différence de temps d'arrivée entre les deux distances à la source est alors égale à :

$$\frac{\sqrt{d^2 + x^2} - d}{c_P},$$

et la vitesse horizontale apparente $c_P^{app}(x)$ des ondes P à la distance horizontale x de la source est :

$$c_P^{app}(x) = \frac{c_P x}{\sqrt{d^2 + x^2} - d}. \quad (\text{III.40})$$

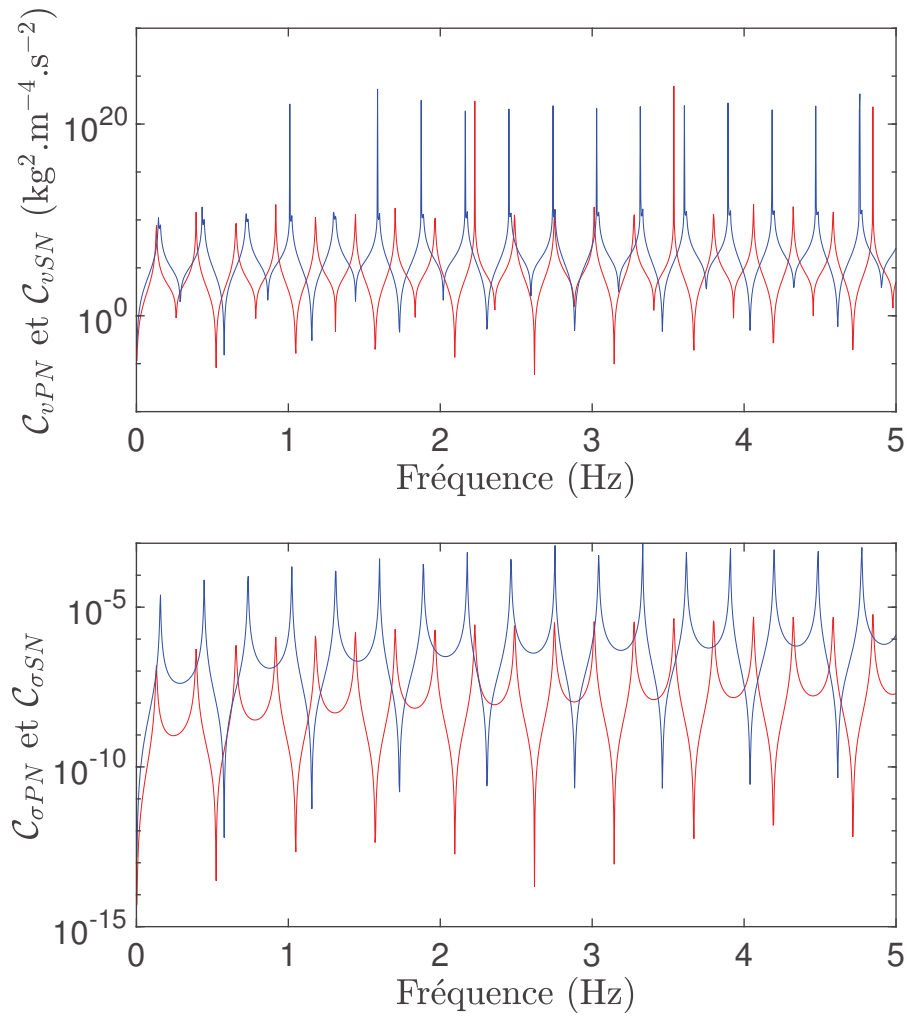


FIGURE III.6 – Coefficients de proportionnalité, en champ lointain, entre les spectres des forçages sismiques v_f (haut) et σ_f (bas) et les spectres des ondes PN (en rouge) et SN (en bleu). Les coefficients sont calculés pour $\Delta c = 10 \text{ m.s}^{-1}$.

Ce même raisonnement nous donne la vitesse horizontale apparente $c_S^{app}(x)$ des ondes S à la distance horizontale x de la source est :

$$c_S^{app}(x) = \frac{c_S x}{\sqrt{d^2 + x^2} - d}. \quad (\text{III.41})$$

La Figure III.7 montre que le comportement de $c_P^{app}(x)$ et $c_S^{app}(x)$ est conforme à ce qu'on attend, puisque si ces vitesses apparentes divergent pour une distance horizontale à la source nulle, elles convergent asymptotiquement vers c_P et c_S loin de la source.

Par abus de langage, on donne aux coefficients de proportionnalité entre les spectres des forçages et les spectres des ondes PN et SN les mêmes noms en champ proche qu'en champ lointain. Les coefficients en champ proche sont définis de la même façon qu'en champ lointain, si ce n'est que dans les bornes d'intégration de l'équation III.39, $c_P^{app}(x)$ et $c_S^{app}(x)$

remplacent c_P et c_S . L'allure générale des coefficients en champ proche à une profondeur $z = 1500$ m (Figure III.8) est très proche de ce qu'on observe en champ lointain (Figure III.8).

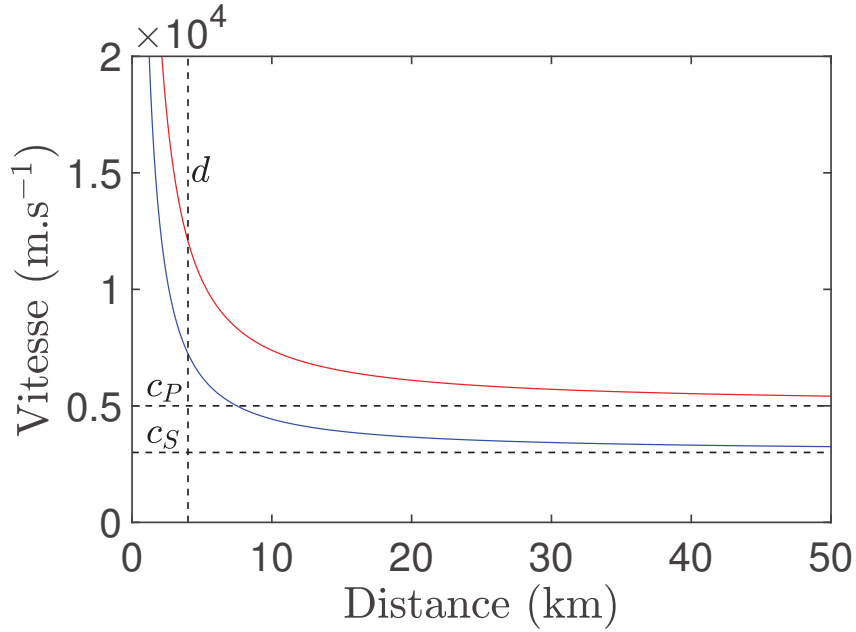


FIGURE III.7 – Vitesses horizontales apparentes des ondes P (rouge) et des ondes S (bleu) en fonction de la distance à la source, calculées pour une profondeur de la source $d = 4$ km, $c_P = 5000$ m.s⁻¹ et $c_S = 3000$ m.s⁻¹. Les lignes horizontales en pointillés correspondent aux vitesses c_P et c_S et la ligne verticale en pointillés à une distance horizontale égale à la profondeur de la source.

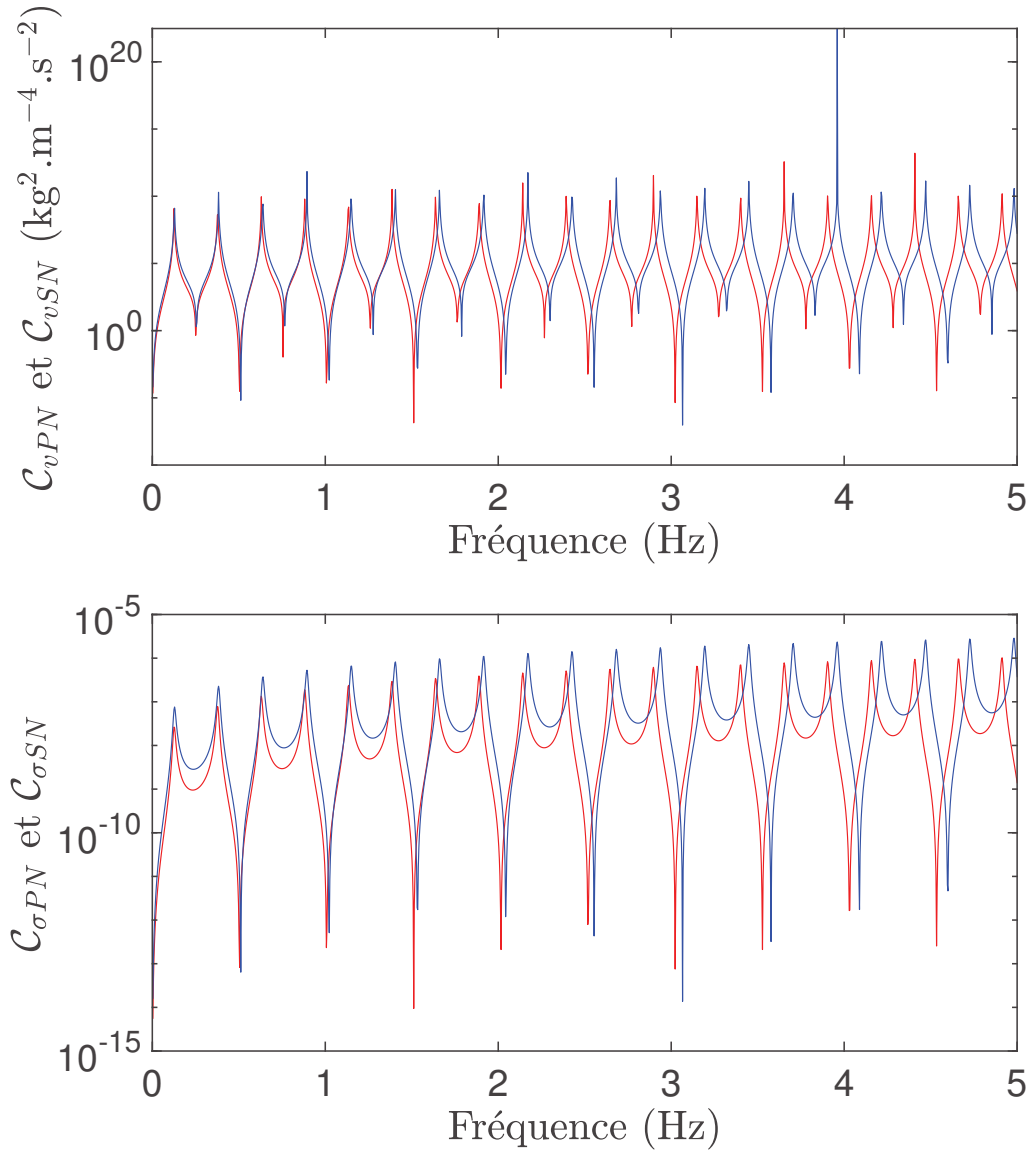


FIGURE III.8 – Coefficients en champ proche de proportionnalité entre les spectres des forçages sismiques v_f (haut) et σ_f (bas) et les ondes PN (en rouge) et SN (en bleu). Les coefficients sont calculés pour $\Delta c = 10 \text{ m.s}^{-1}$.

III.D Conclusion

Le modèle analytique développé dans ce chapitre montre comment un forçage sismique engendre des ondes de pseudo-Rayleigh dans un océan de profondeur finie et constante reposant sur un solide demi-infini. Ces ondes se propagent sous la forme de modes discrets dont les propriétés découlent de la prise en compte de conditions aux limites réalistes à l'interface fluide/solide. Les modes de Rayleigh sont limités au domaine de vitesse de phase compris entre c_w et c_s et présentent un comportement dispersif. Leur vitesse de groupe tend vers c_w pour de hautes fréquences, ce qui rend possible leur assimilation aux ondes T. Les modes de Rayleigh ont également la particularité d'être énergétiques dans toute la colonne d'eau, avec

un comportement proche de celui des modes du guide d'onde parfait. L'énergie des modes augmente de façon résonante sous l'influence du forçage sismique, ce qui la rend difficile à prédire par une théorie simple. De telles prédictions sont cependant possibles pour les ondes PN et SN (précurseurs des ondes T), ce qui permet d'établir leur spectre théorique, en champ proche et en champ lointain.

Le chapitre suivant tente d'abord de valider le modèle SPECFEM en comparant les prédictions de ce modèle analytique avec les sorties d'une simulation dans une configuration identique à celle du modèle. Il explore ensuite, à l'aide de simulations, des configurations trop complexes pour être modélisées analytiquement, mais plus proches des situations réelles.

Chapitre IV

Étude numérique de la propagation modale des ondes T

Le modèle analytique développé au chapitre III prédit qu'une source sismique sous un fond marin parfaitement plat génère des modes acoustiques qui se propagent à une vitesse proche de celle du son dans l'eau. Ce modèle démontre donc que des ondes T peuvent être générées en l'absence de toute perturbation latérale de la bathymétrie. Ce point va à l'encontre des modèles qui requièrent la présence de fortes pentes (*e.g.* [Johnson et al., 1963](#)), ou à défaut, d'une rugosité du fond marin (*e.g.* [de Groot-Hedlin and Orcutt, 1999](#)), pour générer des ondes T.

Le but de ce chapitre est d'abord de valider le modèle SPECFEM en montrant que, appliqué à une configuration identique à celle qui a permis de développer notre modèle analytique, il donne des résultats conformes à ceux prédits par la théorie. Après cette validation, nous appliquons le modèle SPECFEM à des configurations trop complexes pour que notre modèle analytique puisse les appréhender. Ces configurations sont plus proches de celles où sont générées les ondes T réellement observées. Nous nous intéressons au cas des ondes acoustiques générées par un séisme sur les pentes d'un mont sous-marin, en présence ou non d'un canal SOFAR dans l'océan, et enfin au cas des ondes acoustiques générées par un séisme sous une plaine abyssale rugueuse. Nous considérons à chaque fois les signaux générés, les relations de dispersion des différents modes et la structure verticale des modes. Nous comparons, enfin, qualitativement les sorties du modèle avec des données expérimentales observées dans un contexte de plaine abyssale rugueuse.

IV.A Validation du modèle analytique par l'étude des modes générés sur un fond parfaitement plat

Cette première section présente une comparaison entre le modèle analytique développé dans le chapitre III et les résultats d'une simulation SPECFEM2D qui en reprend les mêmes hypothèses simplificatrices fortes : un océan homogène et un fond océanique parfaitement plat. Le but est de montrer que les liens entre le forçage sismique, tel qu'il se manifeste à l'interface croûte/océan, et les ondes qui en résultent dans la colonne d'eau sont correctement prédits.

IV.A.1 Choix des sorties nécessaires à la validation du modèle

Cette simulation utilise le maillage 2D présenté dans le chapitre III, avec un fond parfaitement plat et comme source sismique, une explosion isotrope à 4 km sous l'interface croûte/océan de magnitude $M_w = 5$. On sauvegarde certaines grandeurs calculées (pression et déplacements) par SPECFEM2D en 48 000 points du domaine de calcul, que l'on peut assimiler à 48 000 « capteurs ». Ces capteurs sont répartis en trois « antennes » horizontales de 16 000 capteurs distants de 25 m les uns des autres. De telles antennes permettent de construire des diagrammes fréquence-nombre d'onde où les relations de dispersion des différents types d'ondes sont directement visibles sous la forme de courbes de dispersion, et ce sans repliement de bande, grâce au respect du critère de Nyquist.

La première antenne synthétique sert à étudier les ondes qui se propagent dans la colonne d'eau et elle se compose des points où l'on mesure la pression et qu'on assimile à des hydrophones immergés à 1500 m de profondeur (Figure (IV.1)). La deuxième antenne sert à étudier les déplacements de l'interface croûte/océan forcés par la source sismique, elle est constituée des points où l'on mesure les déplacements dans les deux directions du fond de l'océan. Ces points figurent des sismomètres, placés sur le fond de l'océan, à 3000 m de sa surface. La dernière antenne est constituée d'autres « sismomètres », situés 25 m sous les précédents, dans la croûte. L'antenne posée sur le fond permet d'obtenir la vitesse forcée v_f en calculant une valeur approchée de la dérivée temporelle du déplacement vertical grâce à un schéma aux différences finies décentrées à droite. Cette même antenne permet de calculer le terme de dérivée selon x de la contrainte normale forcée σ_f , et avec l'antenne 25 m plus bas, de calculer le terme de dérivée selon z de σ_f . Ces dérivées spatiales sont calculées grâce à un schéma aux différences finies décentrées à droite.

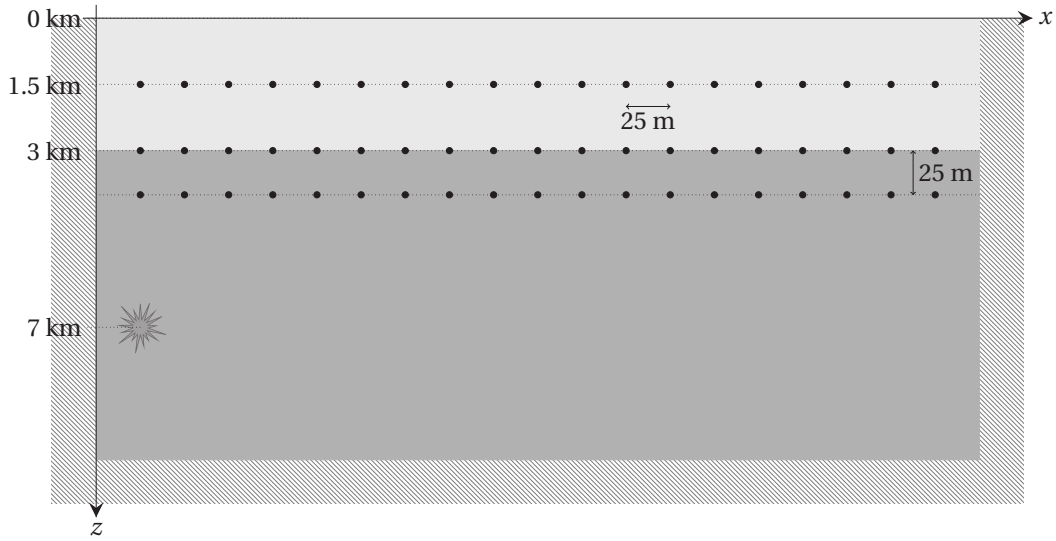


FIGURE IV.1 – Le domaine de calcul est divisé entre un milieu solide (gris foncé) et un milieu fluide (gris clair) par une bathymétrie parfaitement plate. Les points noirs localisent les hydrophones et les sismomètres où les signaux acoustiques seront extraits. La source (étoile) est localisée 4 km sous le fond de l’océan (*i.e.* 7 km sous la surface de l’océan). Le schéma n’est pas à l’échelle.

En réalité deux simulations différentes sont nécessaires pour obtenir d’abord les forçages v_f et σ_f , puis les ondes qu’ils génèrent dans l’océan. En effet, il est nécessaire de séparer le forçage sismique des ondes réfléchies vers la croûte par la surface libre de l’océan, que les sismomètres enregistrent également. Pour ce faire, une première simulation utilise une couche absorbante (PML) épaisse de quatre éléments finis à la place de la surface libre de l’océan : les ondes émises vers l’océan sont alors absorbées par cette PML et les sismomètres n’enregistrent que le forçage sismique. Une seconde simulation avec une interface libre à la surface de l’océan permet ensuite d’observer les ondes générées dans la colonne d’eau et qui ne prendraient pas la forme de modes sans cette condition limite.

IV.A.2 Forçages sismiques

Une fois les forçages sismiques v_f et σ_f calculés numériquement à partir des sorties du modèle, il est utile de regarder quelle partie du plan fréquence-nombre d’onde reçoit leur énergie. Dans le chapitre III, nous avons fait une distinction entre champ proche, où la propagation des ondes sismiques dans la croûte est sphérique et leur vitesse apparente à l’interface est supérieure à c_P pour les ondes P et c_S pour les ondes S et le champ lointain, où cette propagation est cylindrique et leur vitesse apparente à l’interface égale à c_P et c_S . Pour rendre compte de cette distinction, nous représentons séparément v_f et σ_f en champ proche, obtenus à partir des sorties entre 0 et 200 km de la source, et en champ lointain,

obtenus à partir des sorties entre 200 et 400 km de la source. Cela n'implique pas que le champ proche s'étend jusqu'à 200 km de la source, mais une antenne aussi longue est nécessaire pour représenter le plan fréquence-nombre d'onde avec une bonne résolution.

La validité de la distinction entre champ proche et champ lointain apparaît clairement sur la Figure IV.2. Les forçages v_f et σ_f montrent tous les deux, en champ proche (Figure IV.2 haut), des niveaux d'énergie forts pour toute vitesse de phase supérieure à c_P . En fait, la vitesse apparente de l'onde P sur l'interface est différente pour chaque sismomètre, elle décroît d'une vitesse infinie à la normale de la source jusqu'à c_P à la sortie du champ proche. Les diagrammes fréquence-nombre d'onde (Figure IV.2 haut) somment les contributions de toutes ces vitesses apparentes à l'interface qui finissent par remplir toute la zone où la vitesse de phase est supérieure à c_P . En champ lointain, au contraire, les énergies des forçages sont limitées au voisinage immédiat de la droite qui correspond à une vitesse de phase égale à c_P (Figure IV.2 bas). Ces observations justifient l'importance de changer les bornes d'intégration des intégrales qui nous permettent de calculer les coefficients de transmission entre les forçages et les ondes P (équation III.39).

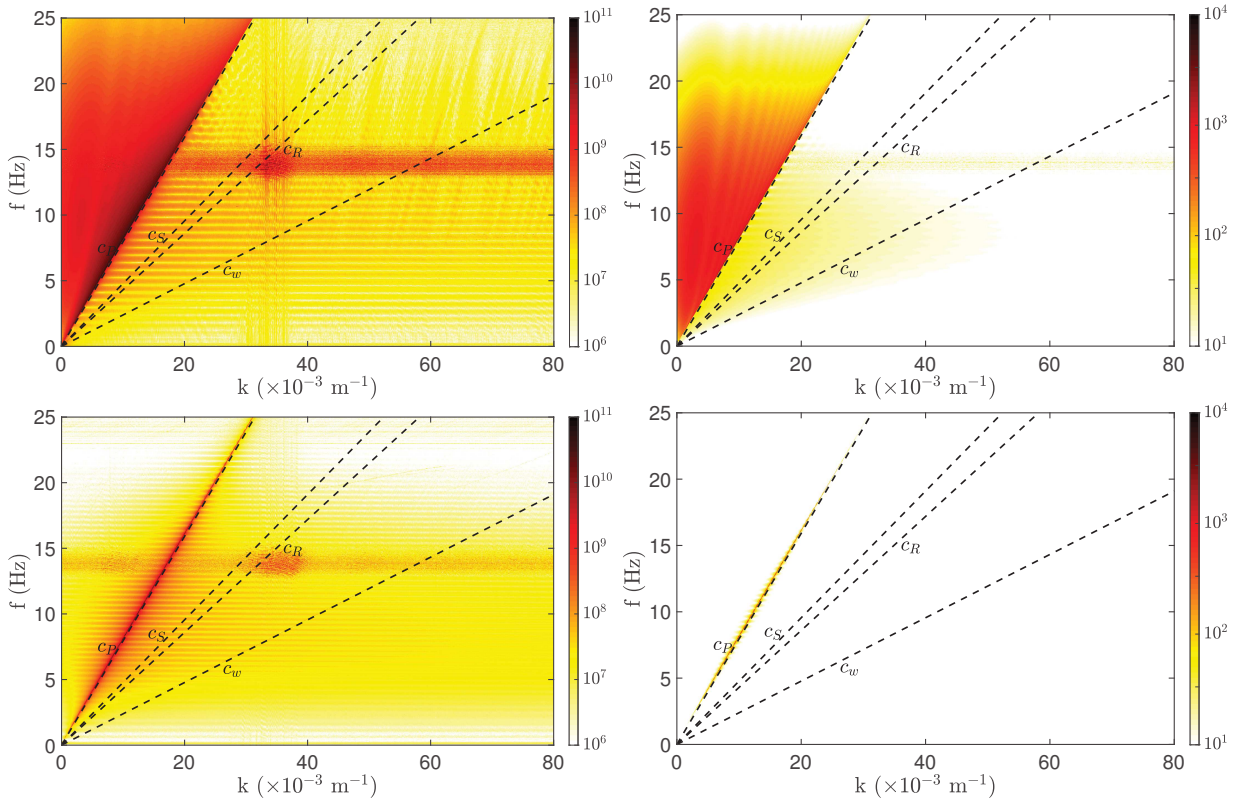


FIGURE IV.2 – Diagramme fréquence-nombre d'onde de la contrainte normale forcée simulée σ_f (Pa) (Gauche) et de la vitesse normale forcée simulée v_f (m.s^{-1}) (Droite), obtenues à partir des sismomètres entre 0 et 200 km (Haut) et entre 200 et 400 km (Bas). Noter la différence d'amplitude des échelles de couleur à gauche (10^6 à 10^{11} m.s^{-1}) et à droite (10^1 à 10^4 Pa).

La Figure IV.2 (haut) montre également qu'en champ proche, l'énergie des forçages n'est pas nulle pour des vitesses de phases inférieures à c_P et que, en particulier, une partie de l'énergie se trouve entre c_w et c_S . Cette énergie peut alors faire croître de façon résonnante l'énergie des modes de Rayleigh qui se propageront ensuite librement. En champ lointain (Figure IV.2 bas), la part de l'énergie des forçages entre c_w et c_S est très faible. Le forçage sismique peut toujours générer localement des ondes PN, mais il n'apporte plus d'énergie aux modes de Rayleigh.

On peut enfin remarquer que le calcul numérique des dérivées temporelles et spatiales qui permettent de calculer les forçages v_f et σ_f génère un artefact numérique. Ce bruit numérique est particulièrement fort pour v_f et σ_f dans une bande de fréquence centrée sur 14 Hz et pour σ_f aussi dans une bande de nombre d'onde centrée sur $35.10^{-3} \text{ m}^{-1}$.

IV.A.3 Ondes générées dans la colonne d'eau

On s'intéresse à présent aux ondes générées dans la colonne d'eau par le forçage sismique. Pour ces ondes, la distinction déjà mise en lumière pour le forçage entre champ proche et champ lointain reste toujours valable. Les diagrammes fréquence-nombre d'onde présentés Figures IV.3 et IV.4 sont obtenus à partir des sorties du modèle normalisées par leur maximum à chaque position. Ceci a l'avantage de corriger les pertes par divergence cylindrique, mais il ne faut pas oublier d'en tenir compte dans les interprétations des amplitudes.

En champ proche (Figure IV.3), les ondes PN apparaissent pour des vitesses de phase supérieures à c_P , le long de bandes énergétiques qui ressemblent très fortement à celles des fonctions de transfert présentées au chapitre III. De nouveau, ce diagramme fréquence-nombre d'onde somme les contributions de tous les hydrophones du champ proche qui reçoivent des ondes PN générées par des ondes P avec des vitesses apparentes différentes à l'interface. En champ lointain (Figure IV.4), les ondes PN sont limitées au voisinage immédiat de la droite qui correspond à la vitesse de phase c_P , à des fréquences qui correspondent aux pics de résonance des coefficients de transmission entre les forçages sismiques et les ondes PN.

Pour des vitesses de phases comprises entre c_w et c_S , on voit apparaître des modes de Rayleigh générés par le peu d'énergie que les forçages sismiques envoient dans ce domaine de vitesse. En champ proche (Figure IV.3), les modes de Rayleigh sont très peu énergétiques par rapport aux ondes PN et on ne peut les voir qu'en se concentrant sur les fréquences inférieures à 2,5 Hz et les nombres d'onde inférieurs à 8.10^{-3} m^{-1} . Cet agrandissement (Figure IV.3 bas) permet de vérifier que les modes de Rayleigh simulés suivent bien les courbes

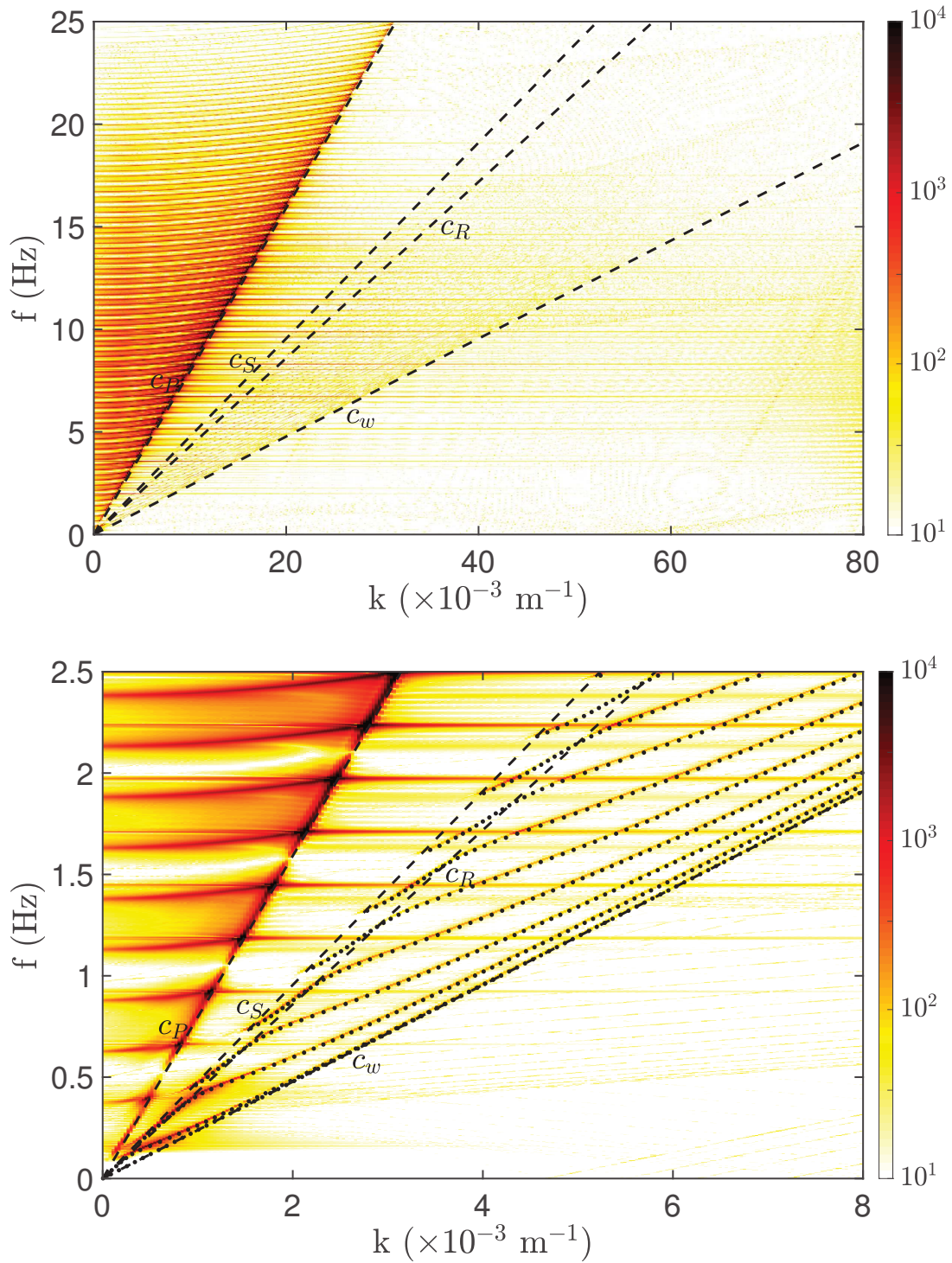


FIGURE IV.3 – (Haut) Diagramme fréquence-nombre d'onde de la pression normalisée entre 0 et 200 km de la source, avec les courbes de dispersion des ondes simulées (couleur). Les lignes en tirets annotées montrent les vitesses de phase des ondes P (c_P), des ondes S (c_S), des ondes de Rayleigh sans océan (c_R) et du son dans l'eau (c_w). Les courbes en pointillé sont les courbes de dispersion théoriques des modes de Rayleigh. (Bas) Agrandissement sur les fréquences inférieures à 2,5 Hz et les nombres d'onde inférieurs à $8 \cdot 10^{-3} \text{ m}^{-1}$.

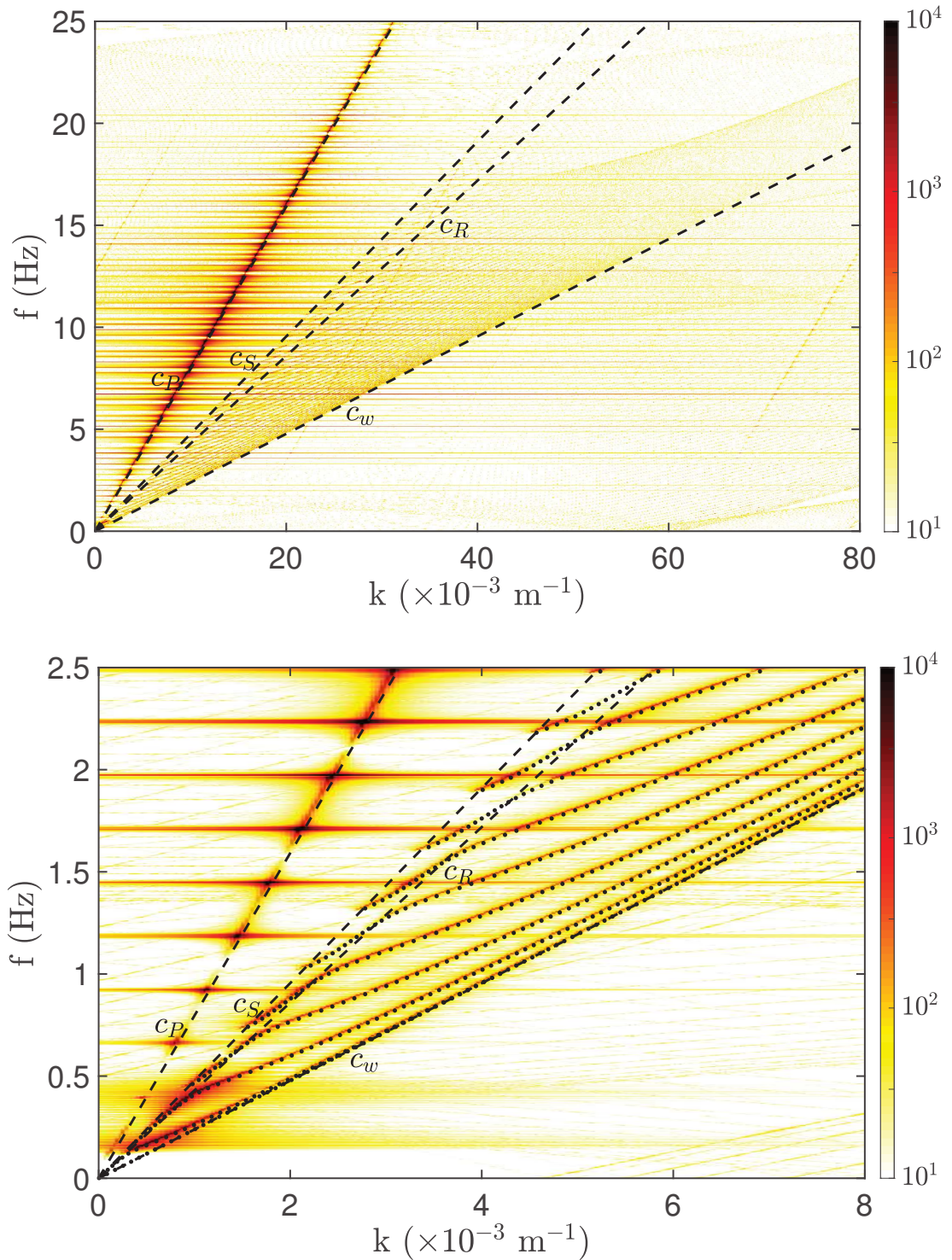


FIGURE IV.4 – (Haut) Diagramme fréquence-nombre d'onde de la pression normalisée entre 200 et 400 km de la source, avec les courbes de dispersion des ondes simulées (couleur). Les lignes en tirets annotées montrent les vitesses de phase des ondes P (c_P), des ondes S (c_S), des ondes de Rayleigh sans océan (c_R) et du son dans l'eau (c_w). Les courbes en pointillé sont les courbes de dispersion théoriques des modes de Rayleigh. (Bas) Agrandissement sur les fréquences inférieures à 2,5 Hz et les nombres d'onde inférieurs à $8 \cdot 10^{-3} \text{ m}^{-1}$.

de dispersion théoriques calculées au chapitre III. En champ lointain (Figure IV.4), l'énergie des modes de Rayleigh est moindre que celle des ondes PN. Ils sont donc visibles en pleine échelle (Figure IV.4 haut) et on peut même remarquer que seul un nombre fini de modes se propage. En effet, le dernier mode propagatif (avec une fréquence d'environ 17 Hz pour une vitesse de phase égale à c_R) marque un contraste d'énergie avec la zone du plan fréquence-nombre d'onde où plus aucun mode ne se propage. L'agrandissement (Figure IV.4 bas) permet à nouveau de vérifier que les modes de Rayleigh simulés suivent les courbes de dispersion théoriques.

IV.A.4 Spectres des ondes PN

Intéressons-nous à présent au cas des seules ondes PN, qui permet une validation précise de la théorie. En champ proche, à 4 km de la source, les spectres des ondes PN mesurés dans l'océan à 1500 m de profondeur et des forçages v_f et σ_f sont illustrés dans la Figure IV.5 (haut). On remarque déjà que le spectre des ondes PN présente des pics de résonance séparés par des intervalles réguliers d'environ 0,25 Hz, ce qui correspond à l'intervalle de $c_w/2h$ prédit par la théorie. De tels pics n'apparaissent pas dans les spectres des forçages, ce qui montre bien qu'ils sont créés par la conversion des ondes sismiques en ondes acoustiques dans un océan qui résonne du fait de sa profondeur finie. La Figure IV.5 centrale compare le spectre des ondes PN simulées et les spectres des forçages multipliés par les coefficients de transmission appropriés. Ces coefficients sont obtenus en intégrant le carré des fonctions de transfert sur les nombres d'onde correspondant aux vitesses de phase comprises entre 12 125 m.s⁻¹ (vitesse apparente des ondes P à 4 km de la source) et 13 125 m.s⁻¹ (vitesse apparente des ondes P à 4 km de la source plus une largeur $\Delta c = 1000$ m.s⁻¹). La largeur Δc est ajustée de façon empirique. Ces deux derniers spectres montrent alors des pics de résonance introduits par les coefficients de transmission. Aux basses fréquences, ils coïncident parfaitement avec les pics du spectre des ondes PN simulées avant que le décalage n'augmente progressivement vers les hautes fréquences. L'énergie de σ_f multipliée par $C_{\sigma PN}$ est plus faible de quatre ordres de grandeur que celle des ondes PN simulées, tandis que l'énergie de v_f multipliée par $C_{v PN}$ est plus faible d'environ neuf ordres de grandeur, loin des résonances. Au niveau des résonances, l'énergie de $C_{\sigma PN}F_{\sigma_f}$ est inférieure à celle du spectre des ondes PN simulée tandis que celle de $C_{v PN}F_{v_f}$ lui est très supérieure. On somme $C_{\sigma PN}F_{\sigma_f}$ et $C_{v PN}F_{v_f}$ pour obtenir le spectre théorique des ondes PN qu'on compare au spectre des ondes PN simulées (Figure IV.5 bas). Compte tenu des ordres de grandeur de $C_{\sigma PN}F_{\sigma_f}$ et de $C_{v PN}F_{v_f}$, la somme des deux est presque identique à $C_{\sigma PN}F_{\sigma_f}$, sauf au niveau des résonances. Le spectre théorique des ondes PN a une allure générale proche du spectre des ondes PN simulées, cependant même si les fréquences des résonances coïncident

aux basses fréquences, la différence d'énergie est importante. Ces écarts peuvent provenir de conditions du forçage en champ proche qui ne seraient pas correctement prises en compte dans la théorie développée au chapitre III. Il faudrait vérifier toutefois, à partir de données acquises en champ proche, que les ondes PN sont correctement simulées par SPECFEM. Il est cependant rare d'observer un séisme dont l'épicentre se trouverait juste à l'aplomb d'un hydrophone.

En champ lointain, à 200 km de la source, le spectre des ondes PN mesurées dans l'océan à 1500 m de profondeur et ceux des forçages v_f et σ_f sont ceux montrés Figure IV.6 (haut). On remarque déjà que le spectre des ondes PN présente des pics de résonance conforme à ceux prédits par la théorie, mais que leur position et la forme des résonances diffèrent de ce qu'on observe en champ proche. La Figure IV.6 centrale compare le spectre des ondes PN simulées avec les spectres des forçages multipliés par les coefficients de transmission appropriés. Ces coefficients sont obtenus en intégrant le carré des fonctions de transfert sur les nombres d'onde correspondant aux vitesses de phase entre $c_P = 5000 \text{ m.s}^{-1}$ et 5100 m.s^{-1} (vitesse des ondes P, plus une largeur $\Delta c = 100 \text{ m.s}^{-1}$). La largeur Δc est ajustée de façon empirique. Loin des résonances, l'énergie de σ_f multipliée par $\mathcal{C}_{\sigma PN}$ est du même ordre de grandeur que celle des ondes PN simulées, tandis que l'énergie de v_f multipliée par $\mathcal{C}_{v PN}$ est plus faible d'environ neuf ordres de grandeur. Au niveau des résonances, l'énergie de $\mathcal{C}_{\sigma PN} F_{\sigma_f}$ est inférieure à celle du spectre des ondes PN simulées tandis que celle de $\mathcal{C}_{v PN} F_{v_f}$ lui est très supérieure. On somme $\mathcal{C}_{\sigma PN} F_{\sigma_f}$ et $\mathcal{C}_{v PN} F_{v_f}$ pour obtenir le spectre théorique des ondes PN qu'on compare au spectre des ondes PN simulées (Figure IV.6 bas). Compte tenu des ordres de grandeur de $\mathcal{C}_{\sigma PN} F_{\sigma_f}$ et de $\mathcal{C}_{v PN} F_{v_f}$, la somme des deux est presque identique à $\mathcal{C}_{\sigma PN} F_{\sigma_f}$, sauf au niveau des résonances. Le spectre théorique des ondes PN a une énergie très proche de celle du spectre des ondes PN simulées, hors résonances. Ces deux spectres présentent des pics de résonance aux mêmes fréquences, mais le spectre théorique surévalue nettement l'énergie des résonances, ce qui est sans doute lié à la difficulté de calculer numériquement les intégrales dont sont issus $\mathcal{C}_{v PN}$ et $\mathcal{C}_{\sigma PN}$ quand elles deviennent singulières. On peut donc conclure que la Figure IV.6 valide la théorie des ondes PN, au moins en champ lointain, et que les écarts entre théorie et simulation sont dus à des problèmes numériques.

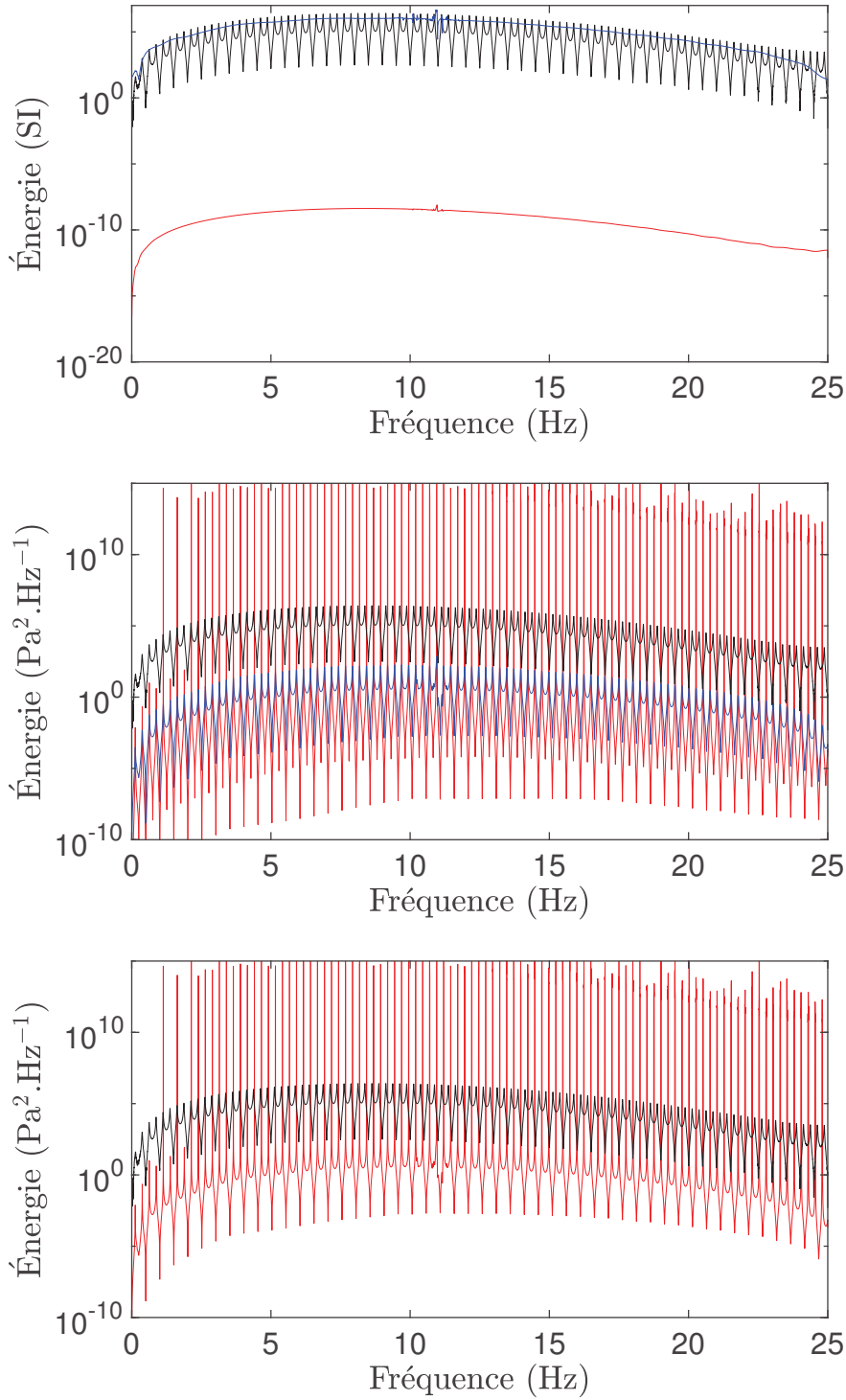


FIGURE IV.5 – (Haut) Spectre des ondes PN simulées à 4 km de la source (champ proche) et 1500 m de profondeur en $\text{Pa}^2 \cdot \text{Hz}^{-1}$ (noir), spectre de v_f à 4 km de la source en $\text{m}^2 \cdot \text{s}^{-2} \cdot \text{Hz}^{-1}$ (rouge) et spectre de σ_f en $\text{Pa}^2 \cdot \text{Hz}^{-1}$ à 4 km de la source en (bleu). (Centre) Spectre des ondes PN simulées (noir) comparé au spectre de v_f multiplié par $\mathcal{C}_{vPN}$ (rouge) et au spectre de σ_f multiplié par $\mathcal{C}_{\sigma PN}$ (bleu). (Bas) Spectre des ondes PN simulées (noir) et spectre théorique des ondes PN (rouge), sommant $\mathcal{C}_{vPN} F_{v_f}$ et $\mathcal{C}_{\sigma PN} F_{\sigma_f}$.

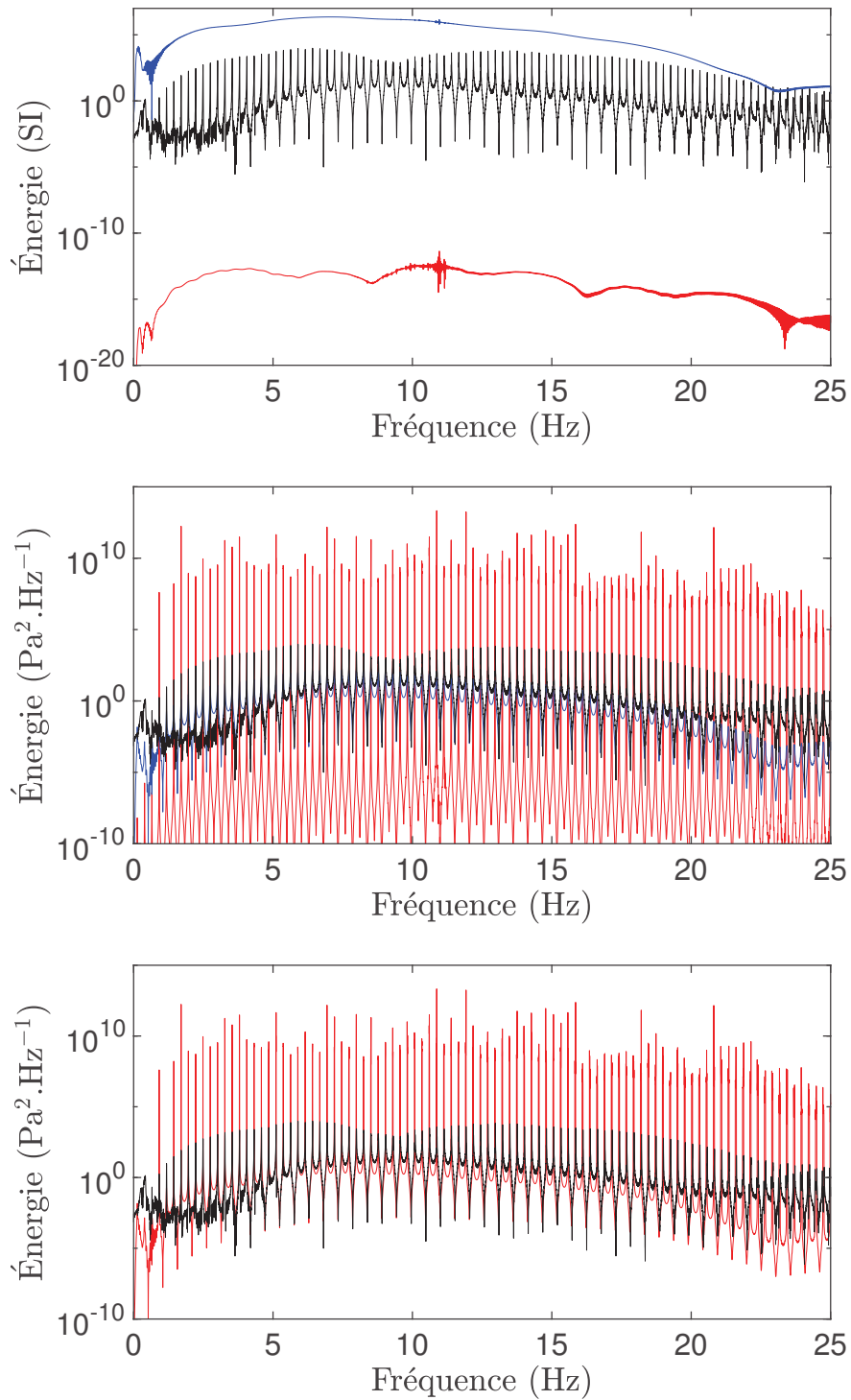


FIGURE IV.6 – (Haut) Spectre des ondes PN simulées à 200 km de la source (champ lointain) et 1500 m de profondeur en $\text{Pa}^2 \cdot \text{Hz}^{-1}$ (noir), spectre de v_f à 200 km de la source en $\text{m}^2 \cdot \text{s}^{-2} \cdot \text{Hz}^{-1}$ (rouge) et spectre de σ_f en $\text{Pa}^2 \cdot \text{Hz}^{-1}$ à 200 km de la source en (bleu). (Centre) Spectre des ondes PN simulées (noir), spectre de v_f multiplié par $\mathcal{C}_{vPN}$ (rouge) et spectre de σ_f multiplié par $\mathcal{C}_{\sigma PN}$ (bleu). (Bas) Spectre des ondes PN simulées (noir) et spectre théorique des ondes PN (rouge).

IV.A.5 Domaine temporel

On observe donc un excellent accord entre les prédictions du modèle analytique développé au chapitre III et les résultats d'une simulation avec un océan homogène au fond parfaitement plat. Cependant, une représentation des résultats dans le domaine temporel révèle de profondes différences avec des signaux d'ondes T observés. Le diagramme temps-distance montre, encore plus clairement que les diagrammes fréquence-nombre d'onde, à quel point les ondes PN sont largement dominantes (Figure IV.7 haut). Ce n'est qu'au prix d'une forte saturation de l'échelle de couleur que les ondes T deviennent discrètement visibles et remarquables surtout par leur vitesse de propagation qui diffère de celle des ondes PN. La représentation du signal temporel à 390 km de la source et 1500 m de profondeur est encore plus frappante (Figure IV.7 bas). L'amplitude du signal d'onde T est de deux ordres de grandeur inférieure à celle du signal d'onde PN. Sur la représentation en pleine échelle du signal, le signal d'onde T n'apparaît que comme une ligne noire un peu épaisse autour de la pression égale à 0 Pa, à partir de 290 s. Notons qu'on est bien assuré que ce signal est de l'onde T grâce à sa pente dans le diagramme temps-distance (Figure IV.7 haut), qui se propage bien à $c_w = 1500 \text{ m.s}^{-1}$, mais leur temps d'arrivée à 290 s est étrangement tardif. A la vitesse du son c_w , on attendrait en effet leur arrivée à 390 km vers 260 s. Ce retard de 30 s suggère, puisqu'on connaît leur vitesse de propagation, que l'onde T n'est pas générée immédiatement au moment de l'explosion, mais qu'elle émerge seulement après.

Les simulations avec un fond plat nous ont permis de valider SPEC-FEM en montrant que les ondes simulées étaient conformes au modèle analytique développé au chapitre III. Nous allons à présent appliquer ce modèle numérique à des situations où la bathymétrie présente des variations latérales. Ces situations deviennent trop complexes pour être correctement représentées par le modèle analytique dont nous disposons. Cependant, elles sont à la portée du modèle numérique que nous venons de valider et permettent de générer des ondes T semblables à celles réellement observées.

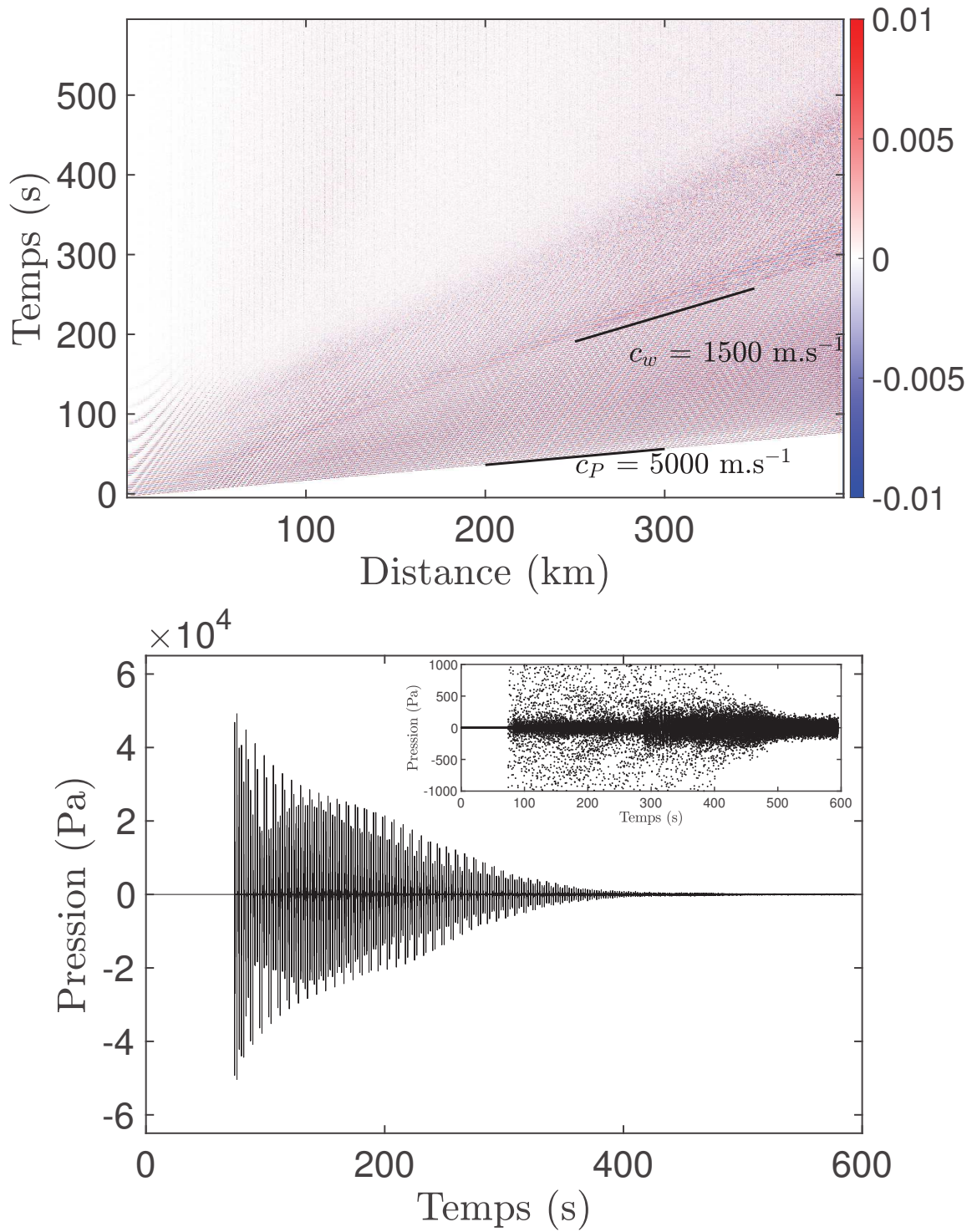


FIGURE IV.7 – (Haut) Diagramme temps-distance de la pression acoustique normalisée par son maximum à chaque hydrophone, dans le cas d’une explosion isotrope sous un fond marin parfaitement plat. Noter que l’échelle de couleur est saturée pour rendre visibles les ondes T. (Bas) Signal temporel à 390 km de la source et 1500 m sous la surface, montrant les arrivées d’ondes PN à 80 s. (Insert) Il faut agrandir la bande ± 1000 Pa pour distinguer l’arrivée des ondes T à 290 s.

IV.B Ondes T générées sur les pentes d'un mont gaussien

Nous avons vu dans la section [IV.A](#) que pour une configuration identique à celle qui a servi de cadre aux développements théoriques du chapitre III, on obtient un très bon accord entre les relations de dispersion des modes dérivées analytiquement et les résultats des simulations. Les modes générés sur un fond parfaitement plat sont cependant trop peu énergétiques (par rapport aux ondes PN, par exemple) pour expliquer les ondes T observées en mer. Pour cela, on a besoin d'introduire des variations latérales de la bathymétrie, dont la théorie analytique ne peut rendre compte sous sa forme actuelle. Dans cette section, la modification des fonds marins prend la forme d'un mont sous-marin, dont les pentes représentent le cadre le plus ancien connu pour être susceptible de générer des ondes T (*e.g.* [Johnson et al., 1963](#)).

IV.B.1 Choix des paramètres du modèle

Tous les paramètres du modèle précédent sont conservés, seule la bathymétrie est modifiée. Une gaussienne dont la forme rappelle celle de certains monts sous-marins d'origine volcanique permet d'avoir une topographie à la fois réaliste et suffisamment simple pour être facile à mailler et à reproduire. [Chapman and Marrett \(2006\)](#) évoquent la génération d'ondes T sur les pentes d'un mont sous-marin avec une symétrie de rotation et un dénivelé de 2000 m en une dizaine de kilomètres. Le choix d'un mont gaussien de 2000 m de hauteur et de 9 km de demi-largeur à la demi-hauteur (Figure [IV.8](#)) est un bon analogue de cette bathymétrie, tout en satisfaisant à l'exigence de simplicité.

Comme précédemment, les récepteurs forment une antenne horizontale de 16 000 hydrophones, distribués tous les 25 m, à 1500 m de profondeur, de la verticale de la source à 400 km de distance. À cette première antenne, on ajoute ici une antenne verticale de 500 hydrophones, répartis tous les 6 m, de la surface jusqu'au fond de l'océan et située à 390 km de l'épicentre (Figure [IV.8](#)).

IV.B.2 Ondes simulées

Les différentes ondes générées par l'explosion isotrope sont aisément visibles sur un diagramme temps-distance (Figure [IV.9](#) haut). On voit distinctement les arrivées d'ondes PN avec une vitesse $c_P = 5000 \text{ m.s}^{-1}$, puis des ondes T avec une vitesse $c_w = 1500 \text{ m.s}^{-1}$. Les arrivées d'ondes d'interface sont ici peu visibles. L'amplitude des ondes T est cette fois-ci bien supérieure à celle des ondes PN, à tel point qu'on a dû saturer la Figure [IV.9](#) (haut) pour

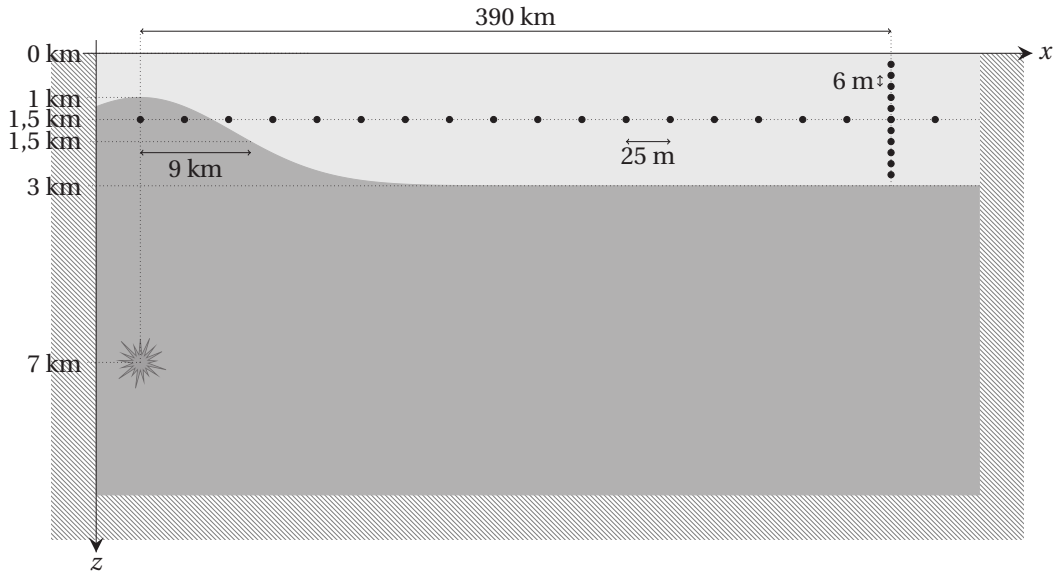


FIGURE IV.8 – Le domaine de calcul est divisé entre un milieu solide (gris foncé) et un milieu fluide (gris clair). La bathymétrie est un mont gaussien de 2 km de haut et de 9 km de demi-largeur à sa demi-hauteur. Les points noirs localisent les hydrophones où les signaux acoustiques seront extraits. La source (étoile) est localisée à l'aplomb du sommet du mont sous-marin, 4 km sous la profondeur maximale de l'océan (*i.e.* 7 km sous la surface de l'océan).

faire apparaître les ondes PN. Le signal temporel à 390 km de la source et à 1500 m de profondeur (Figure IV.9 bas) montre les caractéristiques typiques d'une onde T générée sur les flancs d'un mont sous-marin : une amplitude forte (plusieurs ordres de grandeur de plus que celle des ondes PN) et une arrivée brusque d'un train d'ondes T qui atteint presque d'emblée son amplitude maximale (Okal, 2008). Les temps d'arrivée de 80 s pour les ondes PN et de 260 s pour les ondes T sont cohérents avec les vitesses de ces ondes et la distance à la source.

Appliquée au diagramme temps-distance, une transformée de Fourier 2D fait apparaître un diagramme fréquence-nombre d'onde, qu'on comprend mieux par un agrandissement sur les fréquences inférieures à 2,5 Hz et les nombres d'onde inférieurs à 8.10^{-3} m^{-1} (Figure IV.10 bas). On observe alors de nouveau un bon accord entre les courbes de dispersion des modes de Rayleigh théoriques et celles des ondes simulées pour des vitesses de phases comprises entre c_w et c_S . Les ondes d'interface, que ne révélait pas le signal temporel, apparaissent ici pour des vitesses de phase comprises entre c_S et c_R . Leur arrivée était sans doute noyée (Figure IV.9 bas) dans la queue des ondes PN, plus énergétiques. Du fait de la grande différence d'amplitude, les dites ondes PN n'apparaissent que très discrètement dans le diagramme fréquence-nombre d'onde. Elles ne sont plus visibles que sous forme de taches, à un intervalle de fréquence régulier, le long de la droite correspondant à une vitesse de phase égale à c_P . Une figure comprenant les fréquences jusqu'à 25 Hz et les nombres d'onde jusqu'à $80.10^{-3} \text{ m}^{-1}$ montre que les ondes T générées sur les pentes du mont sont bien énergétiques

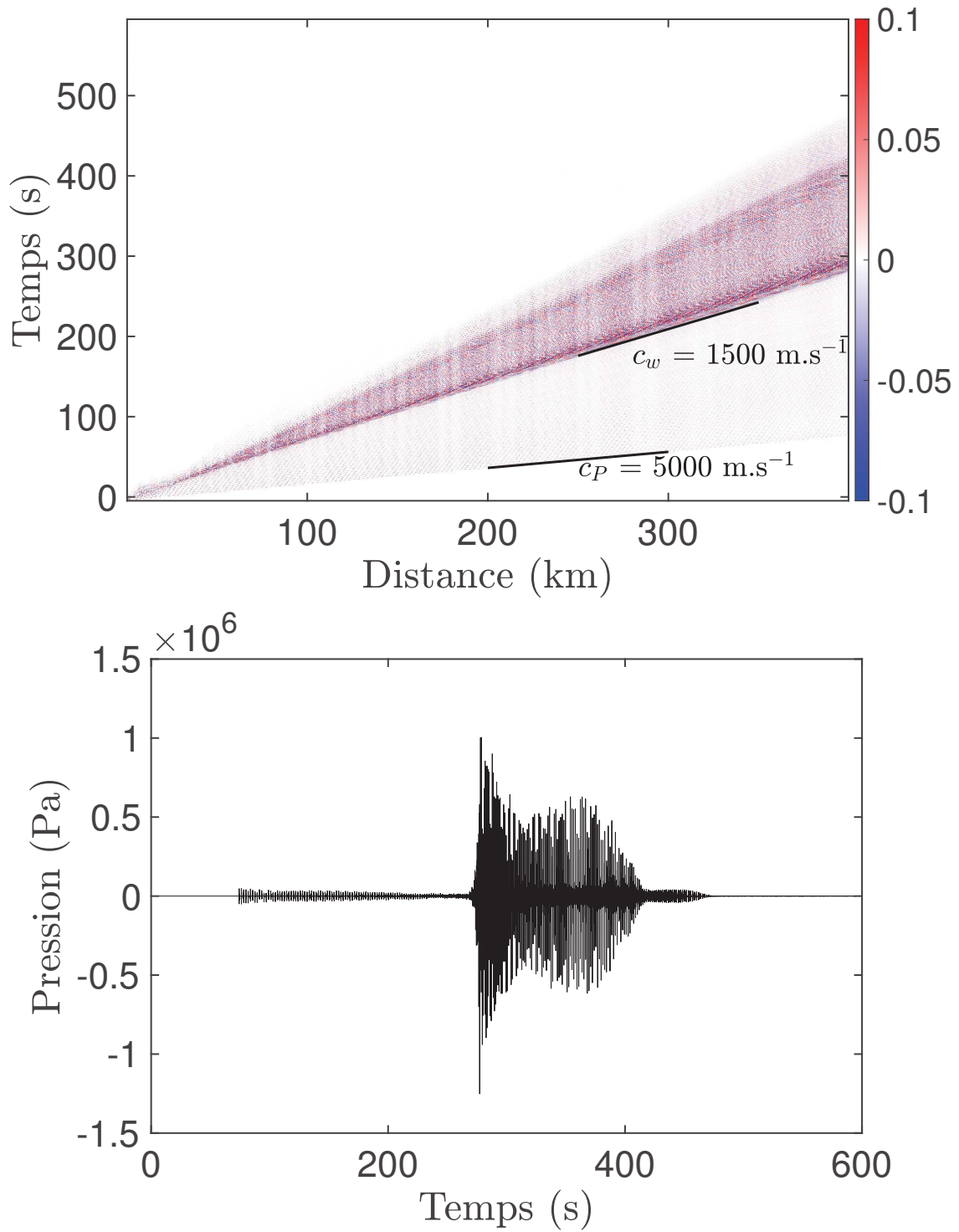


FIGURE IV.9 – (Haut) Diagramme temps-distance de la pression acoustique normalisée par son maximum à chaque hydrophone, dans le cas d’une explosion isotrope sous un mont gaussien. Noter que l’échelle de couleur est saturée pour pouvoir distinguer les ondes PN. (Bas) Signal temporel à 390 km de la source et 1500 m sous la surface, montrant les arrivées d’ondes PN à 80 s et d’ondes T à 260 s.

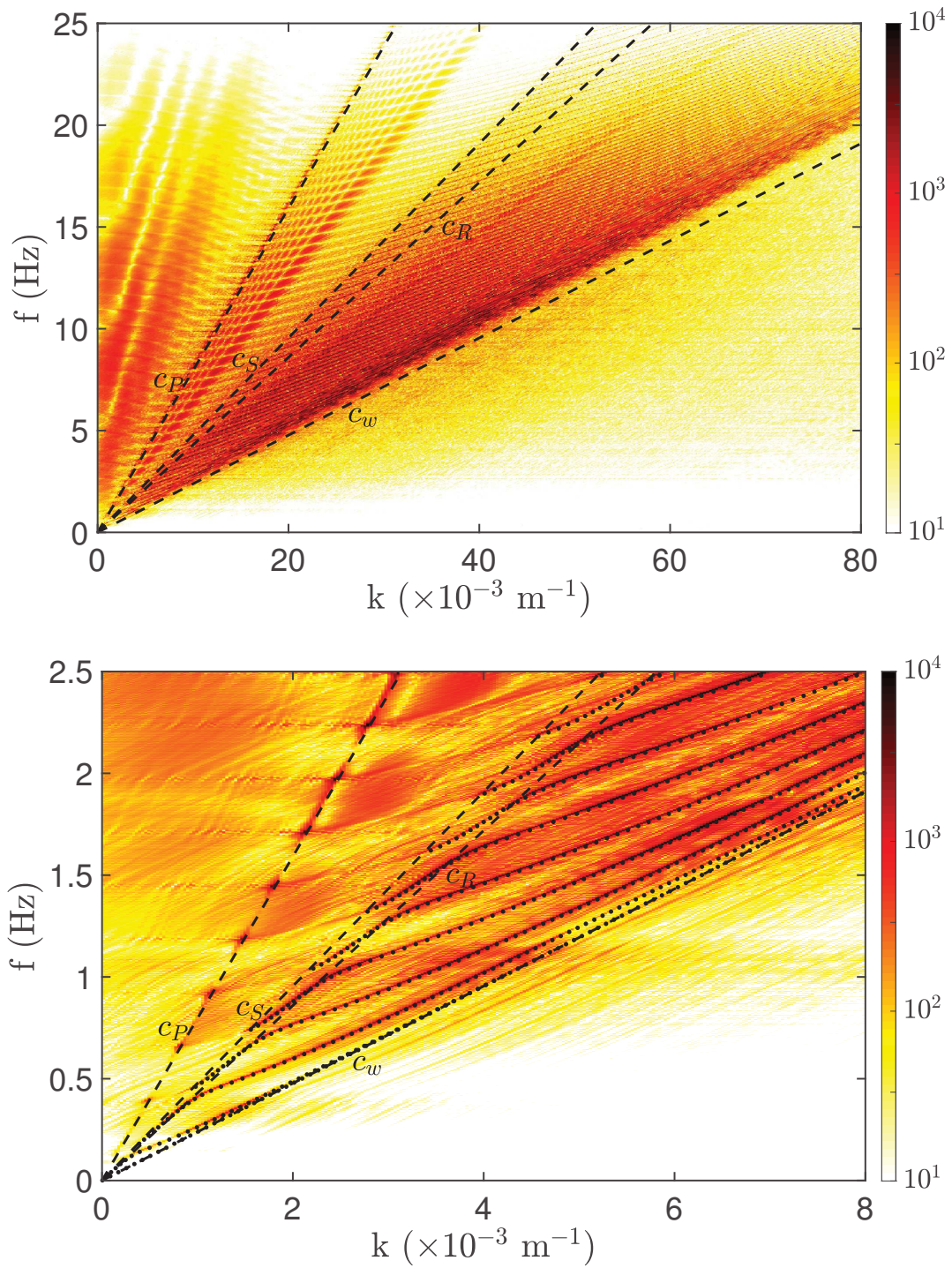


FIGURE IV.10 – (Haut) Diagramme fréquence-nombre d'onde de la pression acoustique normalisée montrant les courbes de dispersion des ondes acoustiques simulées (couleur). Les lignes en tirets annotées montrent les vitesses de phase des ondes P (c_P), des ondes S (c_S), des ondes de Rayleigh sans océan (c_R) et du son dans l'eau (c_w). (Bas) Agrandissement sur les fréquences inférieures à 2,5 Hz et les nombres d'onde inférieurs à $8 \cdot 10^{-3} \text{ m}^{-1}$ montrant les courbes de dispersion théoriques des modes de Rayleigh (courbes en pointillé noires).

jusqu'à des fréquences comparables à celles des ondes T observées (Figure IV.10 haut).

Le diagramme fréquence-nombre d'onde offre une vue générale du comportement modal des ondes acoustiques. Comme le signal d'onde T est désormais beaucoup plus intense, on peut lui appliquer le warping pour observer les variations locales du contenu modal. La technique du warping, présentée au chapitre I, est une transformation non-linéaire du temps qui change le spectre du signal warpé en un spectre de fréquence où chaque pic correspond à un mode. Il est normalement adapté aux modes du guide d'onde parfait, mais ces modes sont confondus avec les modes de Rayleigh pour des vitesses de phase comprises entre c_w et c_R . Le spectre d'un signal warpé, acquis par exemple à 390 km de la source et 1500 m de profondeur, montre comme attendu une série de pics régulièrement espacés (Figure IV.11 haut), qui apparaissent aux fréquences correspondant aux fréquences de coupure des modes :

$$f_{cn} = c_w \frac{2n-1}{4h}, n \in \mathbb{N}^*, \quad (\text{IV.1})$$

où n est l'ordre du mode et h la profondeur de l'océan.

En filtrant une bande de fréquence autour de chaque pic qui apparaît à la fréquence de coupure d'un mode, on peut calculer l'énergie de chaque mode le long de l'antenne verticale localisée à 390 km de la source. En appliquant le warping à l'antenne verticale à 390 km de la source, on peut connaître la variation de l'énergie des modes simulés avec la profondeur. Les énergies ainsi obtenues suivent les variations des modes de Rayleigh (Figure IV.20 bas). Ce bon résultat provient d'un ajustement empirique de la largeur de bande sur laquelle on filtre le spectre warpé autour des fréquences f_{cn} . La Figure IV.20 bas a été obtenue avec une largeur de bande de 0,125 Hz. Les modes théoriques et simulés ont le même nombre de nœuds et de ventres avec un nœud à la surface et un ventre au fond de l'océan, ce qui permet la conversion sismo-acoustique. L'accord en amplitude est généralement très bon, surtout pour le mode 5, les modes plus élevés montrant des différences en amplitude, surtout à mi-hauteur de l'océan.

En dépit des nombreuses simplifications considérées : océan et croûte homogènes, source isotrope ou bathymétrie idéalisée, les résultats de cette simulation d'ondes T sont très satisfaisants. En effet, les signaux d'ondes T générés sont semblables à ceux observés pour des ondes T générées sur les pentes de reliefs bathymétriques. De plus, bien que la configuration ne soit pas conforme à l'invariance par translation latérale supposée dans le chapitre III, les modes générés sont bien les modes de Rayleigh attendus. Cependant, pour savoir si les modes de Rayleigh prédits au chapitre III et observés dans les simulations des sections IV.A et IV.B de ce chapitre peuvent effectivement représenter les ondes T observées dans la nature, il est

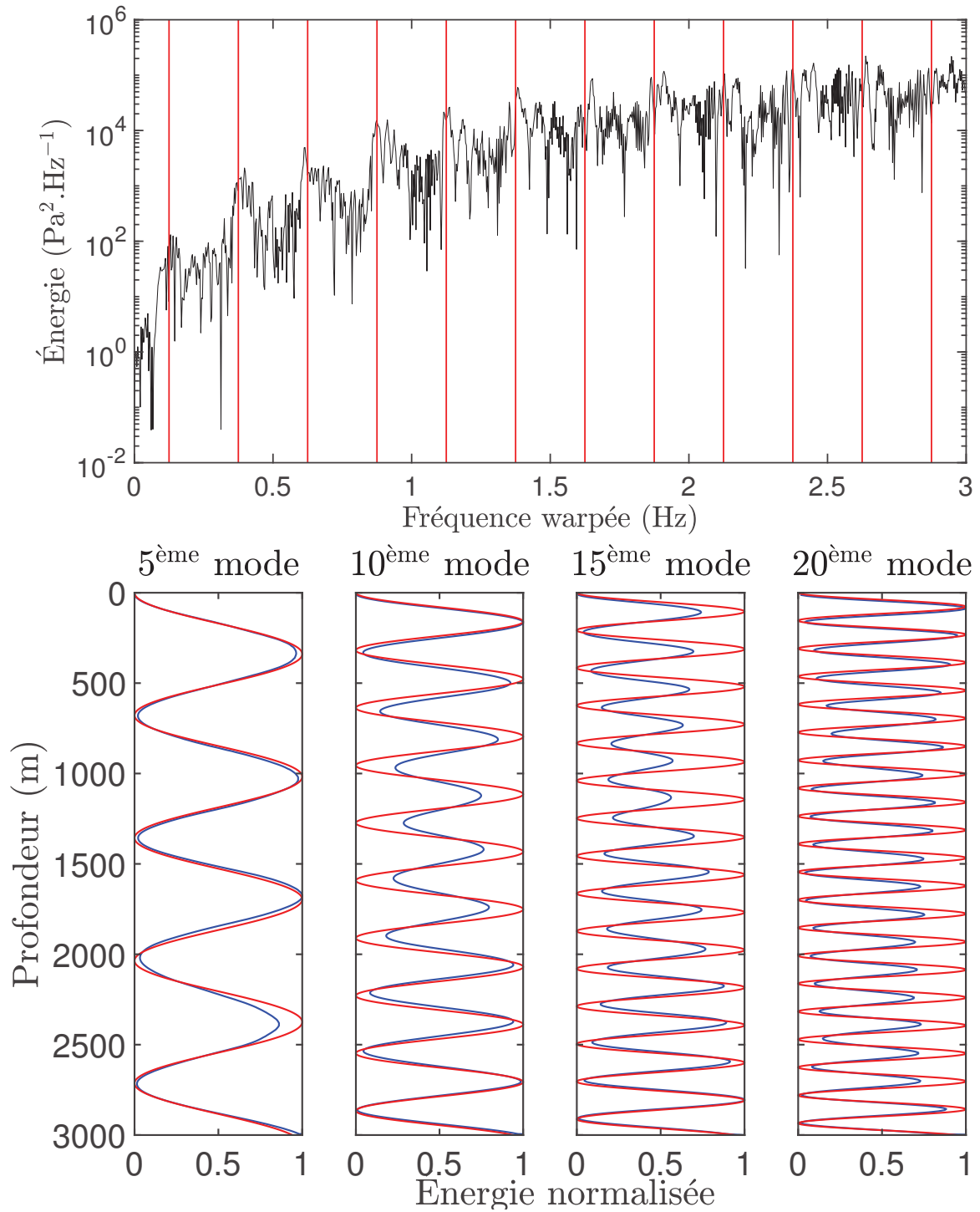


FIGURE IV.11 – (Haut) Spectre du signal warpé à 390 km de la source et 1500 m de profondeur (en noir) avec les fréquences auxquelles on attend les pics correspondant aux modes d'ondes T (lignes verticales rouges). (Bas) Comparaison entre les énergies normalisées représentées en fonction de la profondeur des 5^{ème}, 10^{ème}, 15^{ème} et 20^{ème} modes calculés à partir des spectres des signaux warpés provenant d'une antenne verticale à 390 km de la source (bleu) avec les énergies normalisées des modes de Rayleigh pour les mêmes ordres (rouge). Les énergies sont normalisées par leur maximum.

crucial de savoir si ces modes peuvent se propager dans le canal SOFAR d'un océan stratifié.

IV.C Effet du canal SOFAR sur la propagation des ondes T

La section IV.B a montré qu'un mont gaussien de forme et de dimension semblable à celle d'un volcan sous-marin réel peut générer des ondes T composées de modes dont le comportement est identique à celui des modes de Rayleigh théoriques et que ces ondes T simulées sont suffisamment énergétiques pour ressembler aux signaux observés. Tout comme le modèle analytique, ce modèle numérique ne prend pas en compte la variation verticale de la vitesse du son dans l'océan, et donc l'existence d'un canal SOFAR, qui a historiquement été considéré comme nécessaire à la propagation à longue distance des ondes T (Okal, 2008). Son rôle a cependant été récemment remis en question par Jamet et al. (2013) puis par Bottero et al. (2018). Il est donc important de modéliser l'effet du canal SOFAR, tant sur les relations de dispersion des modes que sur l'énergie du signal.

IV.C.1 Choix des paramètres du modèle

Pour tester l'effet du canal SOFAR, il est préférable d'utiliser un profil de vitesse qui varie continûment, qui ressemble à un profil de vitesse naturel et qui soit aisément reproductible. Le profil de Munk (Munk, 1974) répond à ces trois exigences. Cependant, la profondeur critique du profil de Munk « classique », profondeur à laquelle la vitesse du son devient supérieure à la vitesse du son en surface, est de 4750 m. Cela signifie qu'avec un tel profil, la totalité d'un océan profond de 3000 m serait comprise dans le canal SOFAR, dont les effets seraient alors difficiles à discerner. Le profil original de Munk a donc été modifié pour atteindre la profondeur critique à 1830m, comme suit :

$$c(z) = 1500 [1 + 0,00737(\tilde{z} - 1 + e^{-\tilde{z}})] - 40,1 \quad (\text{IV.2})$$

avec :

$$\tilde{z} = \frac{2(z - 500)}{500} \quad (\text{IV.3})$$

et où le facteur $-40,1 \text{ m.s}^{-1}$ sert à garantir que la vitesse moyenne du profil soit de 1500 m.s^{-1} afin de faciliter la comparaison avec les résultats précédents.

Avec ce profil de Munk modifié (Figure IV.12 droite), la colonne d'eau est divisée en une tranche d'eau à faible vitesse du son (le canal SOFAR) et une tranche d'eau profonde (1830-3000 m) censée être une zone d'ombre acoustique. On conserve la même bathymétrie que précédemment, avec un mont gaussien haut de 2000 m, qui culmine donc à 1000 m sous la surface de l'océan et à 830 m au-dessus de la profondeur critique. Afin de bien distinguer comment la propagation des ondes est affectée dans le SOFAR comme dans la zone d'ombre, on utilise deux antennes horizontales de 16 000 hydrophones avec un hydrophone tous les 25 m, l'une à 500 m de profondeur (axe du canal SOFAR) et l'autre à 2500 m de profondeur (Figure IV.12 gauche). L'antenne verticale est identique à celle utilisée dans la configuration précédente.

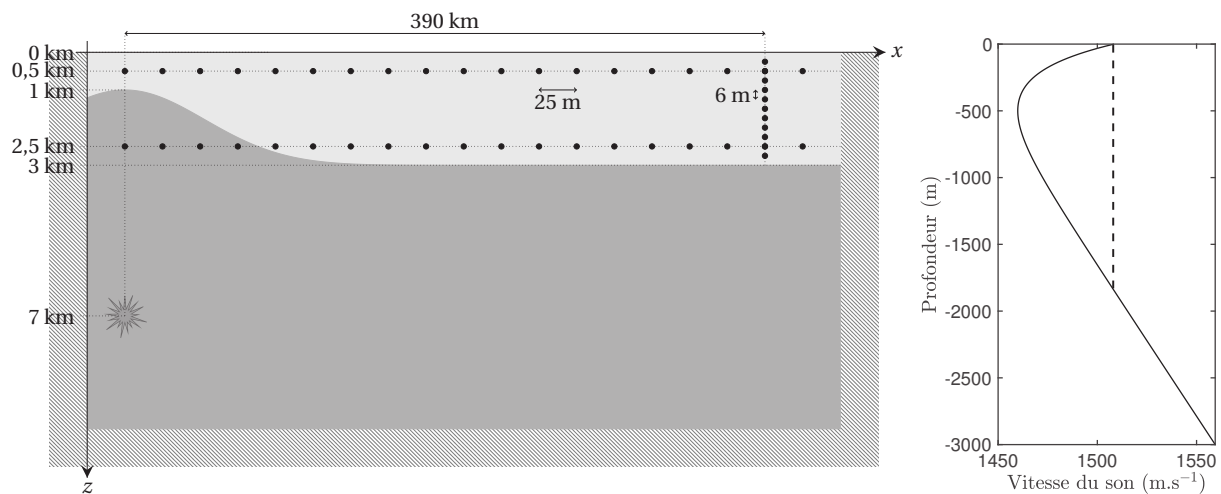


FIGURE IV.12 – (Gauche) Le domaine de calcul est divisé entre un milieu solide (gris foncé) et un milieu fluide (gris clair). La bathymétrie est un mont gaussien de 2 km de haut et de 9 km de demi-largeur à sa demi-hauteur. Les points noirs localisent les 3 lignes d'hydrophones où les signaux acoustiques seront extraits. La source (étoile) est localisée à l'aplomb du sommet du mont sous-marin, 4 km sous la profondeur maximale de l'océan (*i.e.* 7 km sous la surface de l'océan). (Droite) Profil de vitesse dans l'océan, la ligne en pointillé indique l'extension du canal SOFAR entre 0 et 1830 m.

IV.C.2 Ondes simulées

Le diagramme temps-distance n'a que peu d'intérêt pour caractériser les effets du canal SOFAR, tant il est semblable à celui obtenu avec un mont gaussien et un océan homogène. La comparaison des signaux obtenus avec un océan homogène et avec un canal SOFAR, à 390 km de la source et à 500 m de profondeur (donc dans le canal SOFAR), montre que le signal arrive légèrement plus tôt et que le train d'ondes T est plus court dans le cas avec SOFAR (Figure IV.13 haut). La ressemblance entre les deux signaux est cependant très forte, que ce soit en termes d'amplitude ou de forme des trains d'ondes. Afin de vérifier

cette apparente absence d'effet du SOFAR sur l'amplitude du signal, on calcule l'énergie reçue par les hydrophones le long de l'antenne verticale à 390 km de la source, dans le cas d'un océan homogène et dans le cas d'un océan avec un SOFAR (Figure IV.13 bas). Dans les deux cas, l'énergie est maximale au fond et minimale en surface, ce qui provient de ce que tous les modes qui propagent les ondes T présentent un ventre au fond et un nœud en surface, et plus fondamentalement des conditions aux limites au fond et à la surface. Entre ces deux limites, les énergies reçues sont presque identiques avec un océan homogène et avec un canal SOFAR. Ce résultat vient soutenir l'idée, d'abord avancée par [Jamet \(2014\)](#) puis par [Bottero et al. \(2018\)](#), d'une surévaluation du rôle du canal SOFAR dans la propagation des ondes T dans les explications traditionnelles du phénomène.

Les effets du profil de vitesse variable dans l'océan apparaissent, en revanche, beaucoup plus clairement sur les relations de dispersion des ondes que sur leur énergie. Le diagramme fréquence-nombre d'onde obtenu à partir de l'antenne horizontale à 500 m de profondeur, dans l'axe du canal SOFAR, (Figure IV.14 haut) montre que les différents types d'ondes sont bien énergétiques jusqu'à 25 Hz. En particulier, les ondes T, pour des vitesses de phase entre c_w et c_S présentent des courbes de dispersion semblables à celles qu'on observe avec un océan homogène. Cependant, aux modes de Rayleigh tels que nous les connaissons, viennent se superposer des bandes parallèles d'énergie alternativement plus faible et plus forte. Ces bandes décrivent des hyperboles dont l'asymptote aux nombres d'onde élevés correspond à une vitesse de groupe égale à c_w . Un agrandissement sur les fréquences inférieures à 2,5 Hz et les nombres d'onde inférieurs à $8 \cdot 10^{-3} \text{ m}^{-1}$ (Figure IV.14 bas) montre par ailleurs que si les courbes de dispersion avec un profil de vitesse conservent bien les caractéristiques des modes de Rayleigh, comme le point d'inflexion autour de c_R , elles sont décalées par rapport aux courbes de dispersion théoriques calculées avec une vitesse du son constante.

Le diagramme fréquence-nombre d'onde obtenu à partir de l'antenne horizontale à 2500 m de profondeur, c'est-à-dire sous la profondeur critique, (Figure IV.15 haut) montre toujours la présence d'ondes PN et d'ondes T énergétiques jusqu'à 25 Hz. Les bandes de plus faible énergie sont toujours visibles, mais la situation est plus complexe. Entre, c_w et c_S , elle sont visibles sur les modes de Rayleigh et parfaitement superposables aux bandes de faible énergie observées dans le canal SOFAR (Figure IV.14 haut). Entre l'axe des ordonnées ($k = 0$) et c_P , une autre série de bandes d'énergie apparaît, délimitées par des hyperboles moins ouvertes que précédemment, dont l'asymptote correspond à une vitesse de groupe supérieure à c_P . Un agrandissement sur les fréquences inférieures à 2,5 Hz et les nombres d'onde inférieurs à $8 \cdot 10^{-3} \text{ m}^{-1}$ (Figure IV.15 bas) montre de nouveau la ressemblance entre les courbes de dispersion théoriques et les modes de Rayleigh, bien qu'elles ne coïncident plus. La distance entre modes simulés et théoriques paraît plus grande que dans l'axe du canal SOFAR, ceci

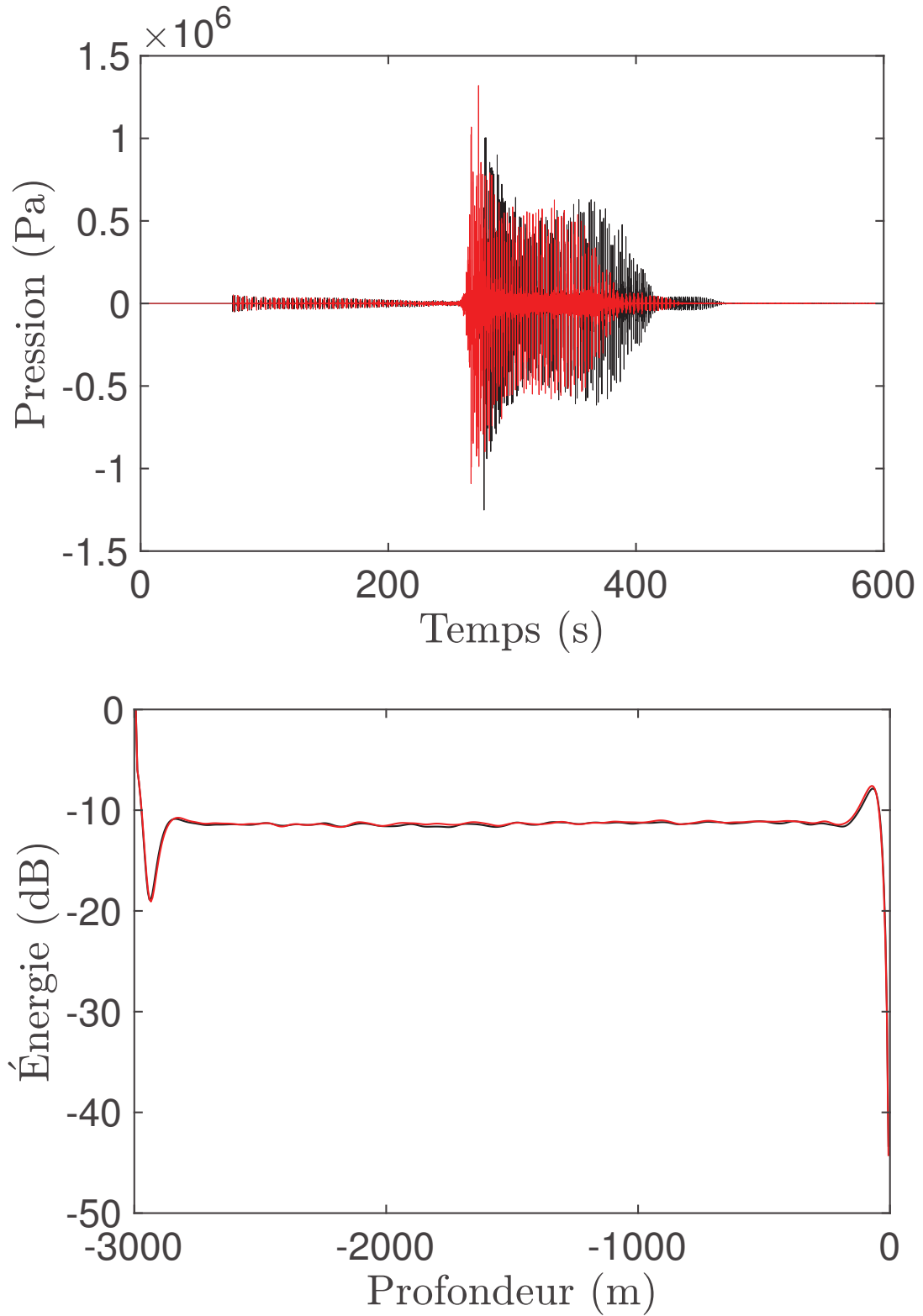


FIGURE IV.13 – (Haut) Signal temporel à 390 km de la source et 500 m sous la surface, dans un océan homogène (noir) et dans un océan avec un canal SOFAR (rouge). (Bas) Énergie le long de l’antenne verticale à 390 km de la source en dB, avec pour référence l’énergie au fond de l’océan.

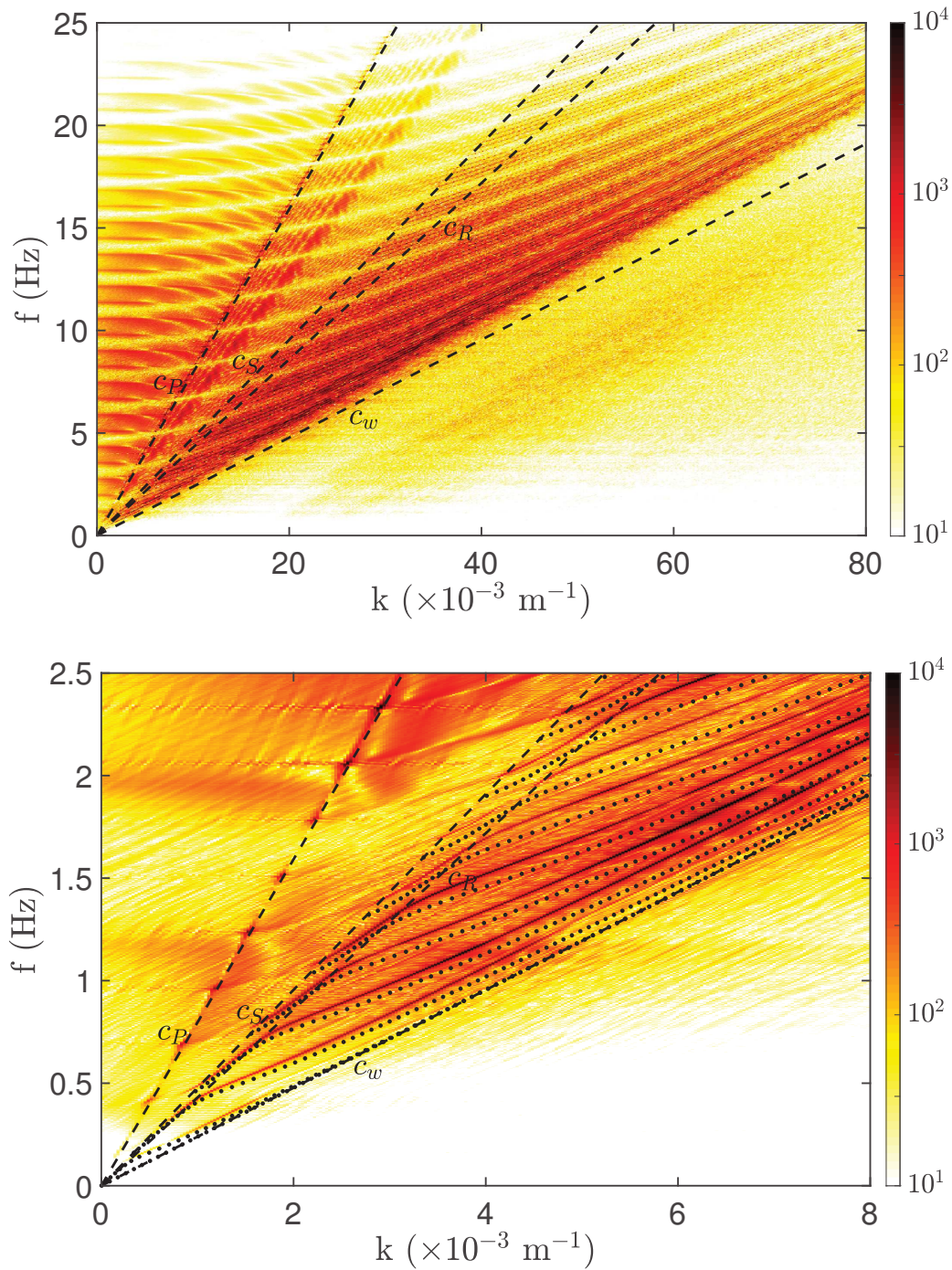


FIGURE IV.14 – (Haut) Diagramme temps-distance de la pression acoustique normalisée montrant les courbes de dispersion des ondes acoustiques simulées (couleur) à 500 m de profondeur, dans l'axe du canal SOFAR. Les lignes en tirets annotées montrent les vitesses de phase des ondes P (c_P), des ondes S (c_S), des ondes de Rayleigh sans océan (c_R) et du son dans l'eau (c_w) et le nombre d'onde de la bathymétrie sinusoïdale (k_h). (Bas) Agrandissement sur les fréquences inférieures à 2,5 Hz et les nombres d'onde inférieurs à $8 \cdot 10^{-3} \text{ m}^{-1}$ montrant des courbes de dispersion des modes de Rayleigh légèrement décalées par rapport aux courbes théoriques (en pointillé noir).

est particulièrement net pour le deuxième mode visible.

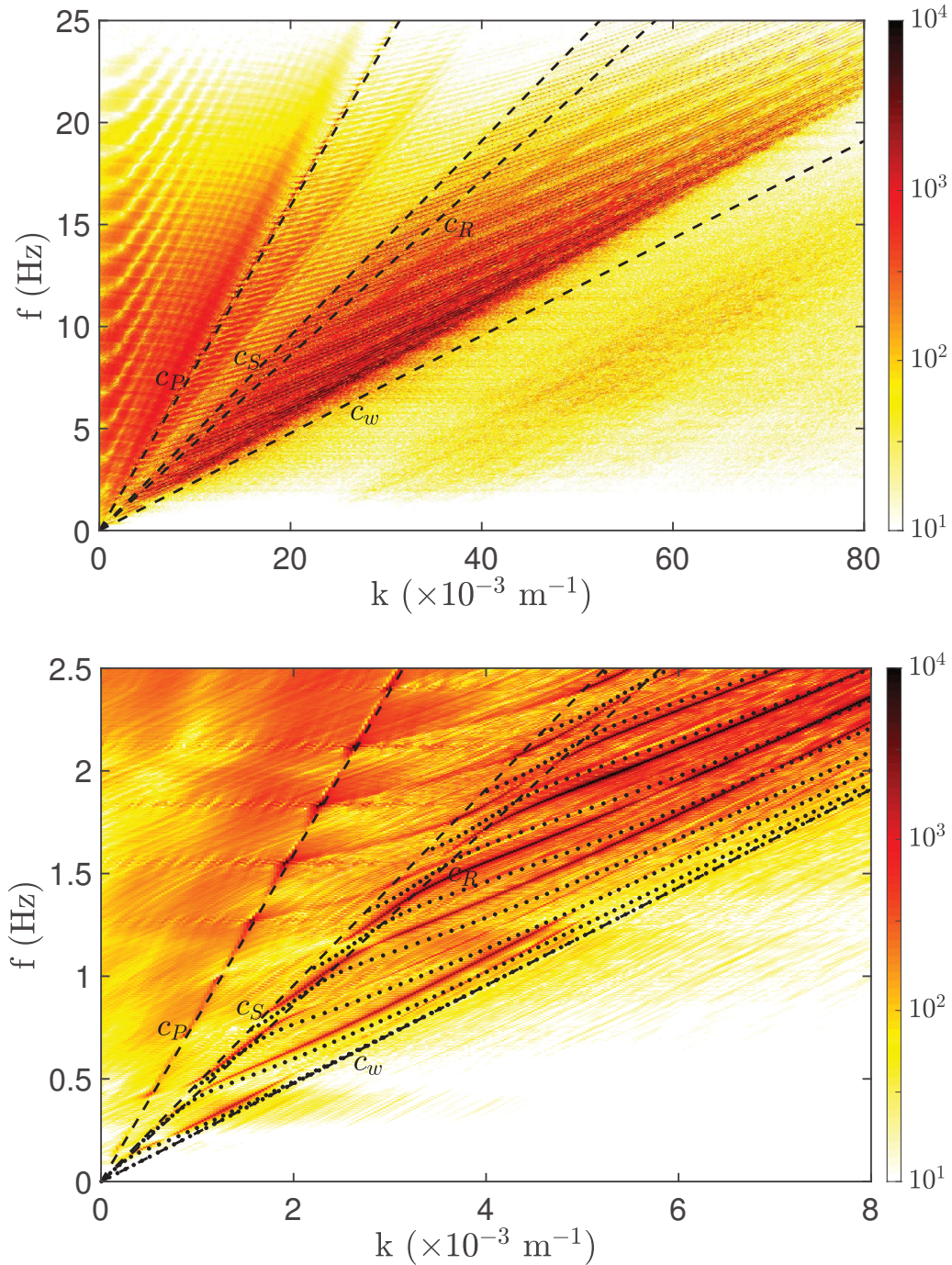


FIGURE IV.15 – (Haut) Diagramme temps-distance de la pression acoustique normalisée montrant les courbes de dispersion des ondes acoustiques simulées (couleur), à 2500 m de profondeur, sous la profondeur critique. Les lignes en tirets annotées montrent les vitesses de phase des ondes P (c_P), des ondes S (c_S), des ondes de Rayleigh sans océan (c_R) et du son dans l'eau (c_w). (Bas) Agrandissement sur les fréquences inférieures à 2,5 Hz et les nombres d'onde inférieurs à $8 \cdot 10^{-3} \text{ m}^{-1}$ montrant des courbes de dispersion des modes de Rayleigh très décalées par rapport aux courbes théoriques (en pointillé noir).

Comme dans la section précédente, nous utilisons à présent le warping pour connaître les variations locales du contenu modal. Le spectre d'un signal warpé, acquis par exemple à 390 km de la source et 500 m de profondeur, montre des pics semblables à ceux qu'on observait précédemment, mais décalés par rapport aux fréquences de coupure théoriques (Figure IV.16 haut). Ceci semble cohérent avec le décalage des modes qui apparaissait dans le diagramme fréquence-nombre d'onde, en lien avec la vitesse variable du son dans l'océan (Figures IV.14 et IV.15 bas).

En filtrant une bande de fréquence autour de chaque pic, on peut calculer l'énergie des modes le long de l'antenne verticale localisée à 390 km de la source. Pour contourner le décalage en fréquence introduit par la variation verticale de la vitesse du son dans la colonne d'eau, on a mesuré les fréquences des 9 premiers pics (Tableau (IV.1)) et appliqué une régression linéaire pour obtenir de façon empirique les fréquences des pics correspondant aux modes. La fréquence du pic correspondant au mode n est alors :

$$f_{\text{SOFAR},n} = a(n - 1) + b, n \in \mathbb{N}, \quad (\text{IV.4})$$

avec $a = 0,209 \pm 0,002$ Hz et $b = 0,115 \pm 0,007$ Hz.

n	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Fréquence (Hz)	0,1213	0,3184	0,5306	0,7428	0,949	1,167	1,37	1,586	1,786

Tableau IV.1 – Fréquences des modes observés dans la Figure (IV.16) sur lesquelles se fonde la régression linéaire de l'équation (IV.4).

Les énergies obtenues grâce au filtrage autour de ces fréquences suivent globalement les variations des modes de Rayleigh théoriques (Figure (IV.16) Bas). Ceci est d'autant plus surprenant que la distance entre modes simulés et modes théoriques varie avec la profondeur et que notre mesure des fréquences des pics est faite à une unique profondeur. Les modes théoriques et simulés ont le même nombre de nœuds et de ventres avec un nœud à la surface et un ventre au fond de l'océan, ce qui permet la conversion sismo-acoustique. L'accord en amplitude est généralement très bon pour le mode 5, qui ne semble pas affecté par le canal SOFAR, ce qui est un résultat attendu à basse fréquence. Les modes plus élevés montrent un bon accord en amplitude avec les modes théoriques, mais seulement près du fond et de la surface. Il est intéressant d'observer que la variation d'énergie s'atténue au voisinage de la profondeur critique du profil de vitesse du son (1830 m). Cet effet semble d'autant plus net que le mode est d'ordre élevé.

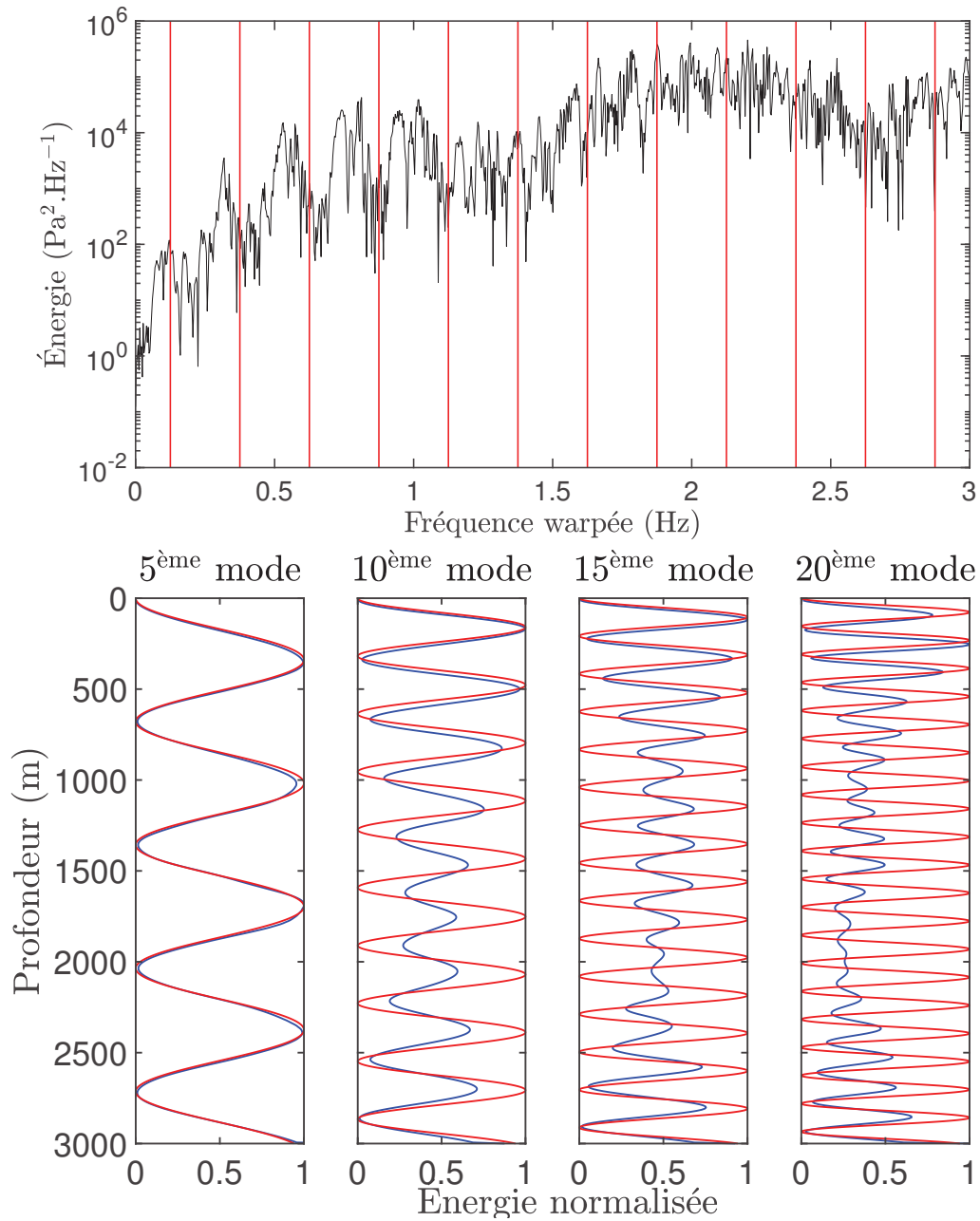


FIGURE IV.16 – (Haut) Spectre du signal warpé à 390 km de la source et 500 m de profondeur (en noir) avec les fréquences des pics attendus pour les modes d’ondes T (lignes verticales rouges). (Bas) Comparaison entre les énergies normalisées représentées en fonction de la profondeur des 5^{ème}, 10^{ème}, 15^{ème} et 20^{ème} modes calculés à partir des spectres des signaux warpés provenant d’une antenne verticale à 390 km de la source (bleu) avec les énergies normalisées des mêmes modes dans un guide d’onde parfait (rouge). Les énergies sont normalisées par leur maximum. Noter l’atténuation des variations d’énergie au voisinage de la profondeur critique du canal SOFAR (1830 m), pour les modes d’ordre élevé.

Cette simulation renforce l’idée que les ondes T observées dans l’océan sont propagées par des modes de Rayleigh, puisque ceux-ci peuvent se propager dans un océan avec un canal SOFAR. L’énergie des signaux simulés en présence d’un canal SOFAR diffère très peu de

celle des signaux simulés dans un océan homogène. Ceci vient confirmer des résultats précédents qui relativisaient l'importance du canal SOFAR dans la propagation des ondes T. Cependant, les effets d'une variation verticale de la vitesse du son sont clairement visibles dans les temps d'arrivée des signaux, dans leur durée totale, dans les courbes de dispersion des modes, et surtout pour les modes élevés dans la variation de l'énergie des modes avec la profondeur.

IV.D Ondes T générées sur une plaine abyssale avec une bathymétrie rugueuse

Les premières ondes T observées ont été des ondes générées sur de fortes pentes et les premiers modèles, basés sur des rayons, avaient besoin de fortes pentes pour expliquer la conversion sismo-acoustique. Dans ce contexte, l'observation d'ondes T dont la source était localisée sur des plaines abyssales, loin de tout accident bathymétrique majeur, semblait paradoxale (Okal, 2008). L'adoption de modèles basés sur des modes a résolu ce paradoxe des ondes T abyssales, mais en invoquant le rôle de la rugosité des fonds océaniques (*e.g.* de Groot-Hedlin and Orcutt, 1999).

La section IV.A a pourtant montré que même avec un fond parfaitement plat et lisse, des modes excités par une source sismique pouvaient se propager horizontalement dans l'océan. Toutefois, les ondes T simulées ont une énergie bien moindre que celle des ondes PN, ce qui est l'inverse des signaux généralement observés. Avec une variation latérale importante de la bathymétrie (section IV.B), les pentes d'un mont sous-marin permettent de générer des ondes T suffisamment énergétiques pour être comparables aux ondes T réelles. Il reste donc à vérifier si notre modèle basé sur la propagation de modes de Rayleigh dans l'océan peut également produire des ondes T abyssales avec des variations latérales de faible amplitude de la bathymétrie, par exemple avec de la rugosité.

IV.D.1 Choix des paramètres du modèle

Du modèle utilisé dans les sections précédentes, seule la bathymétrie est modifiée. L'objectif est de modéliser des ondes T dans un océan dont la profondeur moyenne varie peu et vérifier si une rugosité dans la bathymétrie permettrait de générer des ondes T et PN d'énergie plus vraisemblable (*i.e.* plus proche des observations). Cette rugosité doit être suffisamment simple pour que ses effets sur les courbes de dispersion soient aisément compréhensibles. Nous avons donc choisi la rugosité la plus simple possible : une sinusoïde. Pour que les effets

de la rugosité soient visibles dans le domaine de nombre d'onde accessible à nos antennes, nous avons choisi un nombre d'onde topographique $k_h = 1.10^{-2} \text{ m}^{-1}$. Ce nombre d'onde implique que la longueur d'onde de la rugosité sinusoïdale est égale à environ 628 m. Afin d'éviter de rencontrer dans le processus de conversion sismo-acoustique des non-linéarités trop importantes et pour avoir une bathymétrie représentative des plaines abyssales réelles, nous avons souhaité que la rugosité reste dans l'approximation de faible pente, avec une pente maximale inférieure à 10° . En conséquence, l'amplitude h_0 de la sinusoïde est égale à 18 m (Figure IV.17). La profondeur de l'océan exprimée en fonction de l'abscisse x devient alors :

$$h(x) = D + h_0 \sin(k_h x), \quad (\text{IV.5})$$

où $D = 3000 \text{ m}$ est la profondeur moyenne de l'océan.

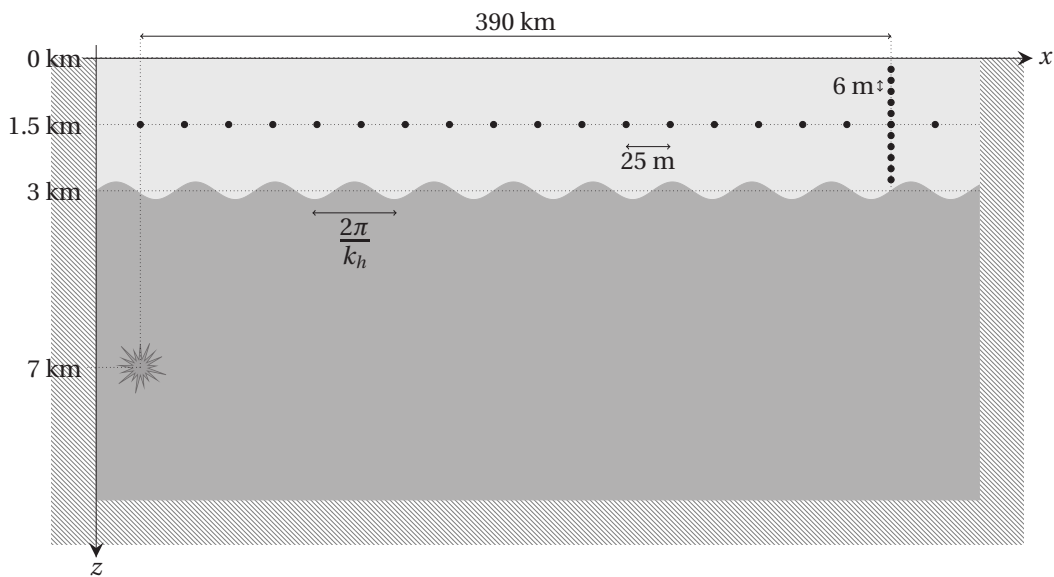


FIGURE IV.17 – Le domaine de calcul est divisé entre un milieu solide (gris foncé) et un milieu fluide (gris clair). La rugosité du fond marin est modélisée par une fonction sinus (18 m d'amplitude, 628 m de longueur d'onde). Les points noirs localisent les hydrophones où les signaux acoustiques seront extraits. La source (étoile) est localisée 4 km sous le fond rugueux. Le schéma n'est pas à l'échelle.

IV.D.2 Ondes T abyssales simulées

Les différentes ondes générées par une explosion isotrope sont aisément visibles sur un diagramme temps-distance (Figure IV.18 haut). On voit distinctement les arrivées d'ondes PN avec une vitesse $c_P = 5000 \text{ m.s}^{-1}$, puis des ondes T avec une vitesse $c_w = 1500 \text{ m.s}^{-1}$. Les arrivées d'ondes d'interface sont ici peu visibles. Le signal temporel à 390 km de la source

et à 1500 m de profondeur (Figure IV.18 bas) montre les traits typiques des ondes T abyssales : une amplitude faible (comparable à celle des ondes PN) et un train d'ondes T qui émerge progressivement (Okal, 2008). Les temps d'arrivée de 80 s pour les ondes PN et de 260 s pour les ondes T sont cohérents avec les vitesses de ces ondes et la distance à la source.

Une transformée de Fourier 2D fait apparaître un diagramme fréquence nombre d'onde d'une grande richesse, qu'on comprend mieux par un agrandissement sur les fréquences inférieures à 2,5 Hz et les nombres d'onde inférieurs à $8 \cdot 10^{-3} \text{ m}^{-1}$ (Figure IV.19 bas). On reconnaît alors les courbes de dispersion qui nous sont désormais familières des ondes PN et des modes de Rayleigh. Les ondes d'interface que ne révélait pas le signal temporel apparaissent ici, pour des vitesses de phase comprises entre c_S et c_R . Leur arrivée était sans doute noyée dans la queue des ondes PN, beaucoup plus énergétiques (Figure IV.18 bas). Une figure comprenant les fréquences jusqu'à 25 Hz et les nombres d'onde jusqu'à $80 \cdot 10^{-3} \text{ m}^{-1}$ montre que les ondes T générées sur la plaine abyssale sont bien énergétiques jusqu'à des fréquences comparables à celles des ondes T observées (Figure IV.19 bas). De plus, le motif formé par les courbes de dispersion des ondes PN et des modes de Rayleigh est répété le long de l'axe des nombres d'onde tous les k_h . Ceci a pour conséquence d'introduire de l'énergie pour des vitesses de phase inférieures à c_w ; les vitesses de groupe qui découlent de la forme des courbes de dispersion restent cependant identiques. À travers cette simulation, l'effet de la rugosité du fond et de son nombre d'onde topographique k_h sur les courbes de dispersion des ondes apparaît de façon spectaculaire, et aucun modèle analytique ne le prédit, à notre connaissance. Notons également que, pour une raison que nous ne savons pas expliquer, les modes de Rayleigh semblent très peu énergétiques pour des fréquences inférieures à environ 2 Hz.

Le spectre du signal warpé, acquis à 390 km de la source et 1500 m de profondeur, apparaît beaucoup plus riche que le simple peigne de fréquence dans le cas du mont gaussien (section IV.B). En plus des pics correspondant aux fréquences de coupure des modes, apparaissent leurs harmoniques, avec des fréquences multipliées par $2^n, n \in \mathbb{N}$ (Figure IV.20 haut).

En filtrant une bande de fréquence autour de chaque pic qui apparaît à la fréquence de coupure d'un mode, on peut calculer l'énergie de chaque mode le long de l'antenne verticale localisée à 390 km de la source. Ces énergies suivent les variations des modes de Rayleigh théoriques (Figure IV.20 bas). Les modes théoriques et les modes simulés ont le même nombre de nœuds et de ventres avec un nœud à la surface et un ventre au fond de l'océan, ce qui permet la conversion sismo-acoustique. L'accord entre modes théoriques et modes observés est un peu moins bon que dans les cas précédents, sans doute à cause des harmoniques qui font que dans la bande de fréquences filtrées, se mêlent à la fois l'énergie

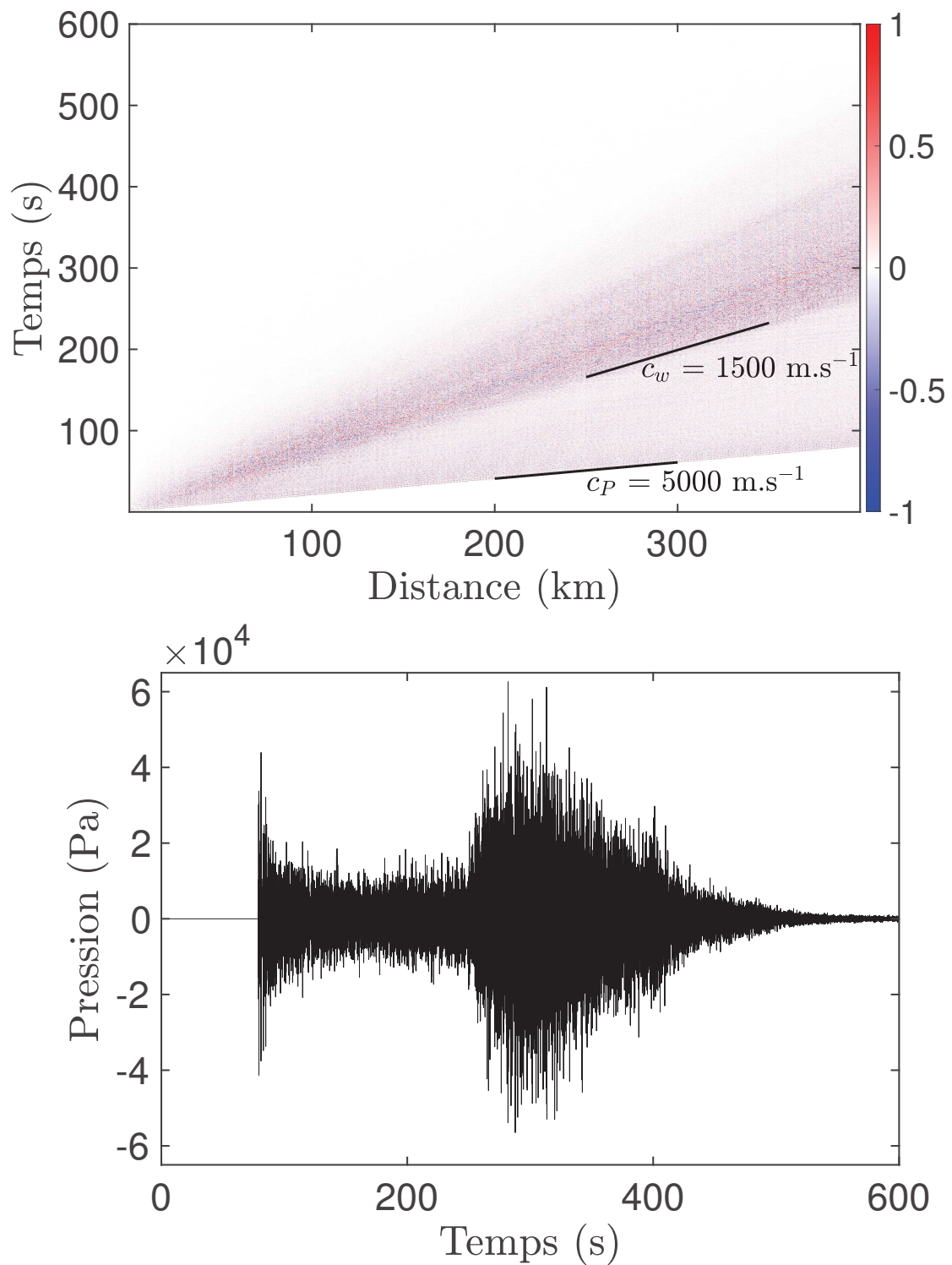


FIGURE IV.18 – (Haut) Diagramme temps-distance de la pression acoustique normalisée par son maximum à chaque hydrophone, dans le cas d'une explosion isotrope sous un fond rugueux. (Bas) Signal temporel à 390 km de la source et 1500 m sous la surface, montrant les arrivées d'ondes PN à 80 s d'ondes T à 260 s.

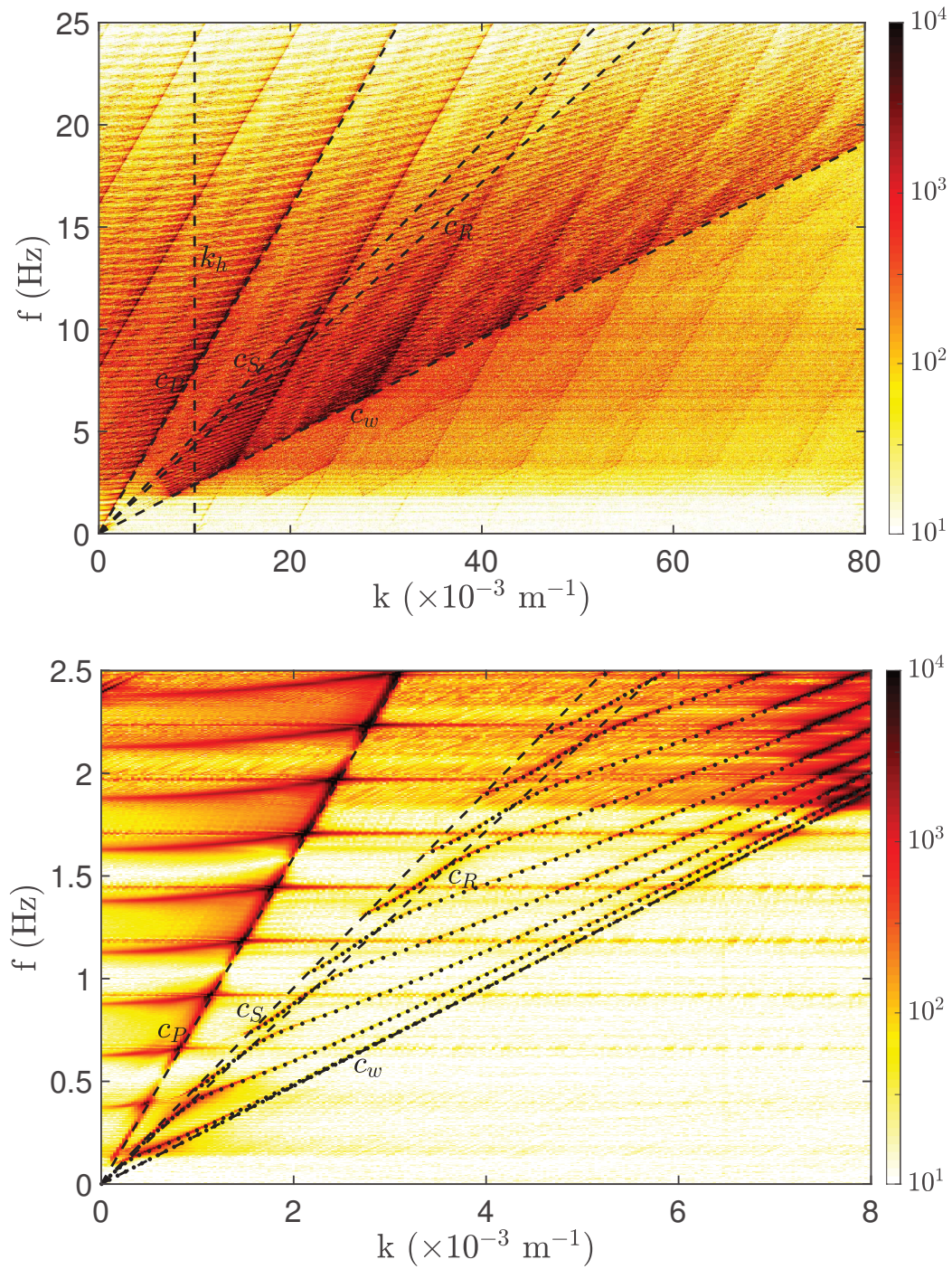


FIGURE IV.19 – (Haut) Diagramme temps-distance de la pression acoustique normalisée montrant les courbes de dispersion des ondes acoustiques simulées (couleur). Les lignes en tirets annotées montrent les vitesses de phase des ondes P (c_P), des ondes S (c_S), des ondes de Rayleigh sans océan (c_R) et du son dans l'eau (c_w) et le nombre d'onde de la bathymétrie sinusoïdale (k_h). (Bas) Agrandissement sur les fréquences inférieures à 2,5 Hz et les nombres d'onde inférieurs à $8 \cdot 10^{-3} \text{ m}^{-1}$ montrant les courbes de dispersion théoriques des modes de Rayleigh (courbes en pointillé noires).

du mode recherché et l'énergie provenant d'une harmonique d'un autre mode.

La comparaison entre les énergies des modes calculées à 1500 m de profondeur à trois distances différentes de la source (10, 25 et 100 km) montre que la propagation à longue distance se comporte comme un filtre passe-bas (Figure IV.21). À 10 km de la source, les modes sont énergétiques jusqu'à $n = 85$, alors que les modes sous $n = 15$ ne transportent qu'une part négligeable de l'énergie. À 25 km de la source, les modes élevés restent énergétiques, mais l'énergie relative des modes sous $n = 15$ a crû. À 100 km de la source, la part de l'énergie des modes sous $n = 15$ n'a pas changé, mais les modes au-dessus de $n = 65$ ont presque disparu. La distribution de l'énergie demeure presque inchangée pour des distances supérieures (non montré ici). La distribution en dents de scie de l'énergie en fonction de n , aux trois différentes distances, est une illustration de ce que, à une profondeur donnée, différents modes présentent tour à tour des nœuds et des ventres.

Comme nous l'avons vu, la théorie des modes de Rayleigh prédit aussi les courbes de dispersion, et donc le spectre, des ondes PN, en fonction de c_w , c_P , c_S , des densités des milieux fluide et solide et de la profondeur de l'océan. On a obtenu le spectre des ondes PN à 390 km de la source et 1500 m de profondeur grâce à un fenêtrage temporel sur les premières 140 s du signal (Figure IV.18) bas), avant que les ondes d'interface n'arrivent. Comme dans les résultats section IV.A, on observe un excellent accord entre le spectre des ondes PN simulées et le spectre théorique, surtout en terme de fréquence des pics de résonance, et parfois même dans la forme des résonances (Figure (IV.22)). Cependant, le spectre des ondes PN simulées présente des harmoniques dont les fréquences de pic correspondent aux fréquences des pics théoriques multipliées par 2^n , $n \in \mathbb{N}$. Le nombre d'harmoniques croît avec la fréquence et le spectre devient de plus en plus complexe.

IV.E Indices d'un comportement modal d'ondes T abyssales observées

Afin de valider qualitativement notre modèle de génération d'ondes T abyssales par un fond rugueux, nous avons recherché dans les enregistrements acquis par le laboratoire des signaux produits par un séisme sous une plaine abyssale, suffisamment puissant ou proche d'un hydrophone pour qu'il enregistre à la fois les ondes PN et SN, et les ondes T.

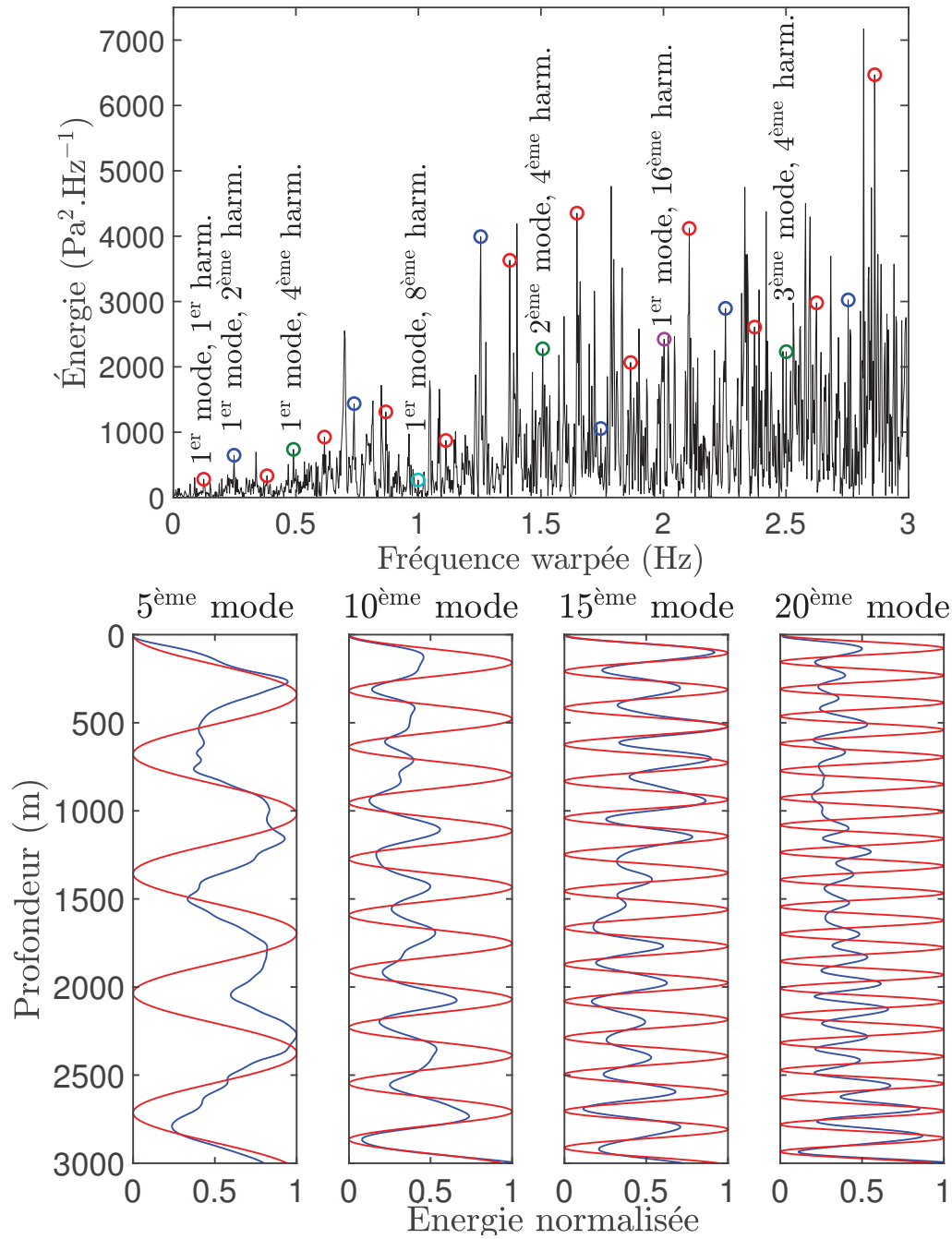


FIGURE IV.20 – (Haut) Spectre du signal warpé à 390 km de la source et 1500 m de profondeur avec les pics correspondant aux modes des ondes T (cercles rouges) et leur deuxième harmonique (cercles bleus), quatrième harmonique (cercle vert), huitième harmonique (cercle cyan) et seizième harmonique (cercles magenta). (Bas) Comparaison entre énergies normalisées représentées en fonction de la profondeur des 5^{ème}, 10^{ème}, 15^{ème} et 20^{ème} modes calculés à partir des spectres des signaux warpés provenant d’une antenne verticale à 390 km de la source (bleu) avec les énergies normalisées des mêmes modes dans un guide d’onde parfait (rouge). Les énergies sont normalisées par leur maximum.

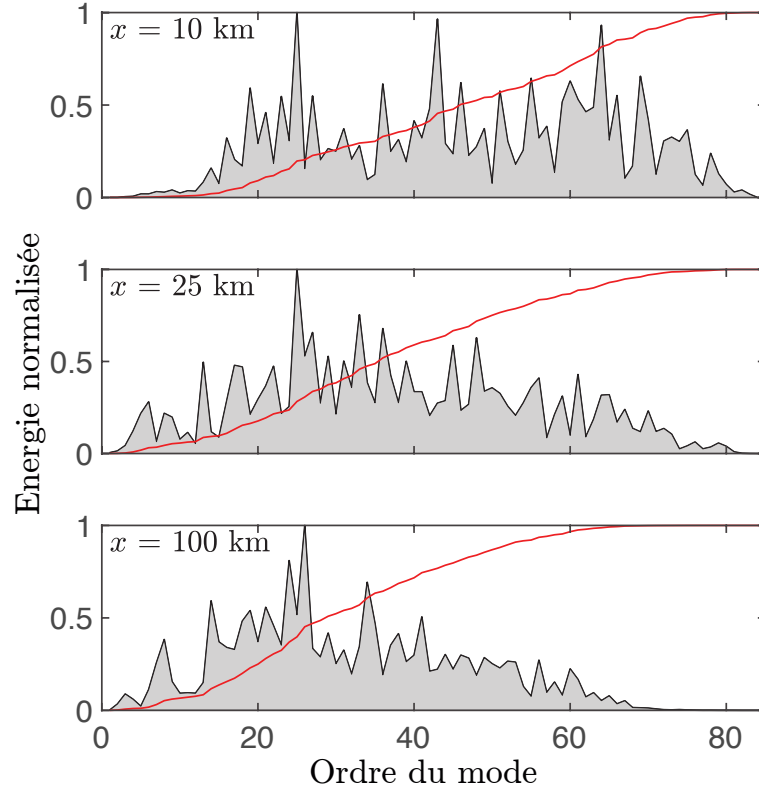


FIGURE IV.21 – Énergie normalisée en fonction du nombre de mode à 1500 m de profondeur à trois distances à la source : 10 km (haut), 25 km (centre) et 100 km (bas). Les énergies sont normalisées par l'énergie du mode le plus énergétique. Les lignes rouges représentent l'énergie cumulée croissante normalisée par son maximum.

IV.E.1 Signaux observés

Le 4 décembre 2015, à 22 H 24 min 54 s heure de Greenwich, un séisme intra-plaque de forte amplitude ($M_w = 7,1$) s'est produit dans l'Océan Indien Austral par $47^\circ 44,4'$ de latitude sud et $85^\circ 10,9'$ de longitude est, 16 km sous une plaine abyssale, loin de tout relief majeur. Le signal acoustique généré a été enregistré par une antenne verticale constituée de deux hydrophones, située à mi-chemin entre les îles d'Amsterdam et des Kerguelen, à 987 km de l'épicentre (43° S, 74° E ; site SWAMS2 ; Figure IV.23). Un hydrophone était immergé à 320 m sous la surface et l'autre, à 1230 m de profondeur, dans l'axe du canal SOFAR. Les signaux enregistrés et leurs spectres sont présentés dans la Figure IV.24. On note le très faible dénivelé du fond marin entre l'épicentre (3700 m de profondeur) et le lieu où est déployé l'antenne (3500 m de profondeur), ce qui garantit, tout comme l'absence de pentes majeures à proximité de l'épicentre, la pertinence de la comparaison entre ces données réelles et notre simulation sur une plaine avec une rugosité sinusoïdale. De fait, le signal est typique des ondes T abyssales et il présente des traits communs avec le signal simulé de la Figure IV.18, notamment avec des ondes PN et T de même amplitude.

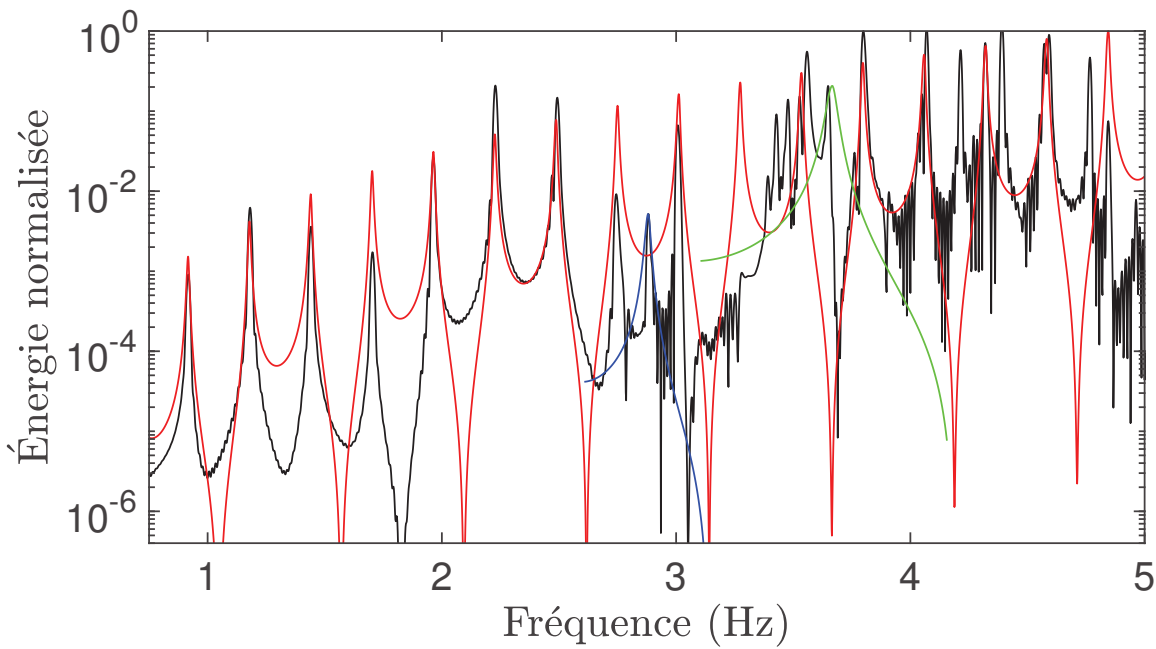


FIGURE IV.22 – Spectres normalisés des ondes PN simulées (noir) et des ondes PN théoriques (rouge), de leur deuxième harmonique (bleu) et de leur quatrième harmonique (vert). Chaque spectre a été normalisé par son maximum sur la bande de 1 à 10 Hz.

La comparaison des spectres des signaux des deux hydrophones, situés à des profondeurs différentes, révèle une possible signature de la propagation modale des ondes T abyssales enregistrées. Le spectre du signal acquis par l'hydrophone dans l'axe du SOFAR (en rouge Figure IV.24) montre que les ondes de surface sont dominantes en dessous de 0,5 Hz, que les ondes PN et SN sont dominantes entre 0,5 et 1 Hz et que les ondes T sont dominantes au-dessus de 1 Hz. On observe exactement les mêmes ondes sur le spectre du signal acquis par l'hydrophone proche de la surface (en noir Figure IV.24), si ce n'est que l'énergie des ondes T est plus faible entre 1 et 4 Hz. Jusqu'à 3 Hz, la pente du spectre est la même que dans la bande dominée par les ondes PN et SN, puis, au-dessus de 3 Hz, l'énergie croît jusqu'à atteindre le niveau enregistré par l'hydrophone profond à 4 Hz. Cette lacune en énergie dans les ondes T enregistrées par l'hydrophone du haut peut être expliquée par la théorie des modes. Chaque mode présente un nœud à la surface de l'océan, où son énergie est minimale. Les modes d'ordre bas ont moins de nœuds et de ventres et le premier ventre sous la surface est localisé à une profondeur plus grande que dans le cas des modes plus élevés. Donc, près de la surface, l'énergie des modes d'ordre bas, qui sont dominants à basse-fréquence, est très faible, ce qui est cohérent avec la différence d'énergie observée entre l'hydrophone du haut et celui du bas.

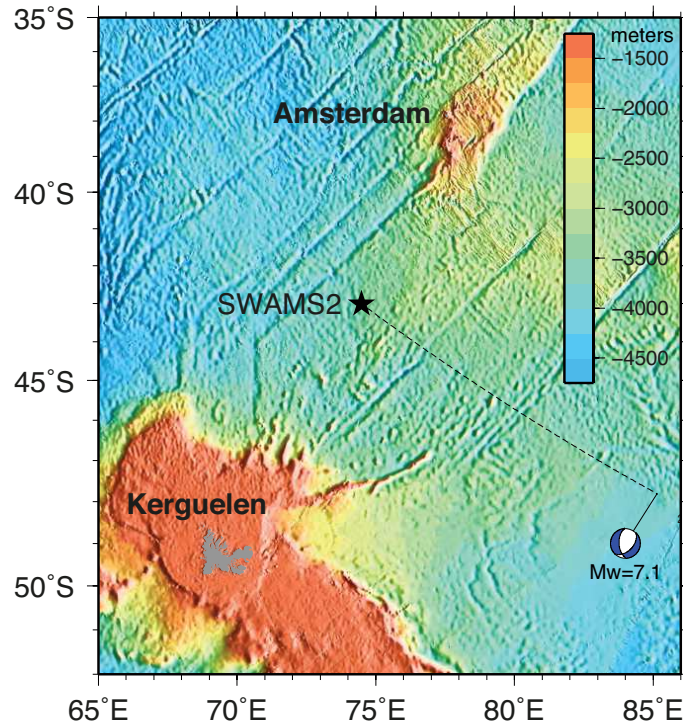


FIGURE IV.23 – Carte bathymétrique de l’Océan Indien Austral avec les localisations de l’épicentre du séisme de magnitude $M_w = 7,1$ du 4 décembre 2015 et de l’antenne SWAMS2 qui a enregistré le signal acoustique généré (Figure IV.24). Les pointillés entre l’épicentre et SWAMS2 représentent le chemin le plus court entre les deux points. Le ballon de plage traduit un mécanisme au foyer en faille normale du séisme (solution CMT).

IV.E.2 Ondes PN et SN

Le spectre des ondes PN et SN montre une ressemblance plus claire avec la simulation. Le spectre des premières 500 s du signal de l’hydrophone du haut présente à la fois des ondes PN et SN, conformément au mécanisme au foyer du séisme, qui est une faille normale et non une explosion isotrope comme dans nos simulations. En multipliant les coefficients d’amplification obtenus pour les ondes PN et SN par un spectre gaussien centré sur 0,1 Hz avec une demi-largeur à la demi-hauteur de 0,1 Hz, on obtient des spectres théoriques d’ondes PN et SN qu’on peut comparer aux spectres observés. Cette démarche très empirique vise à suppléer à notre méconnaissance de la fonction temporelle de la source du séisme. Les coefficients d’amplification théoriques pour les ondes PN et SN ont été calculés en prenant la profondeur du site où est déployée l’antenne (3500 m), la vitesse moyenne du son dans l’eau (1480 m.s^{-1}) et les vitesses des ondes P (8100 m.s^{-1}) et (4700 m.s^{-1}) connues pour le manteau supérieur, ce qui suppose que les ondes PN et SN sont des ondes réfractées par le manteau et converties dans l’océan. Des essais préliminaires (non montrés ici) nous ont convaincus que les fréquences des pics de résonance, qui sont le paramètre le plus pertinent pour comparer spectres théorique et observé, sont très peu sensibles au choix des densités des milieux. Nous avons pris 1000 kg.m^{-3} comme densité de l’eau de mer et 3200 kg.m^{-3}

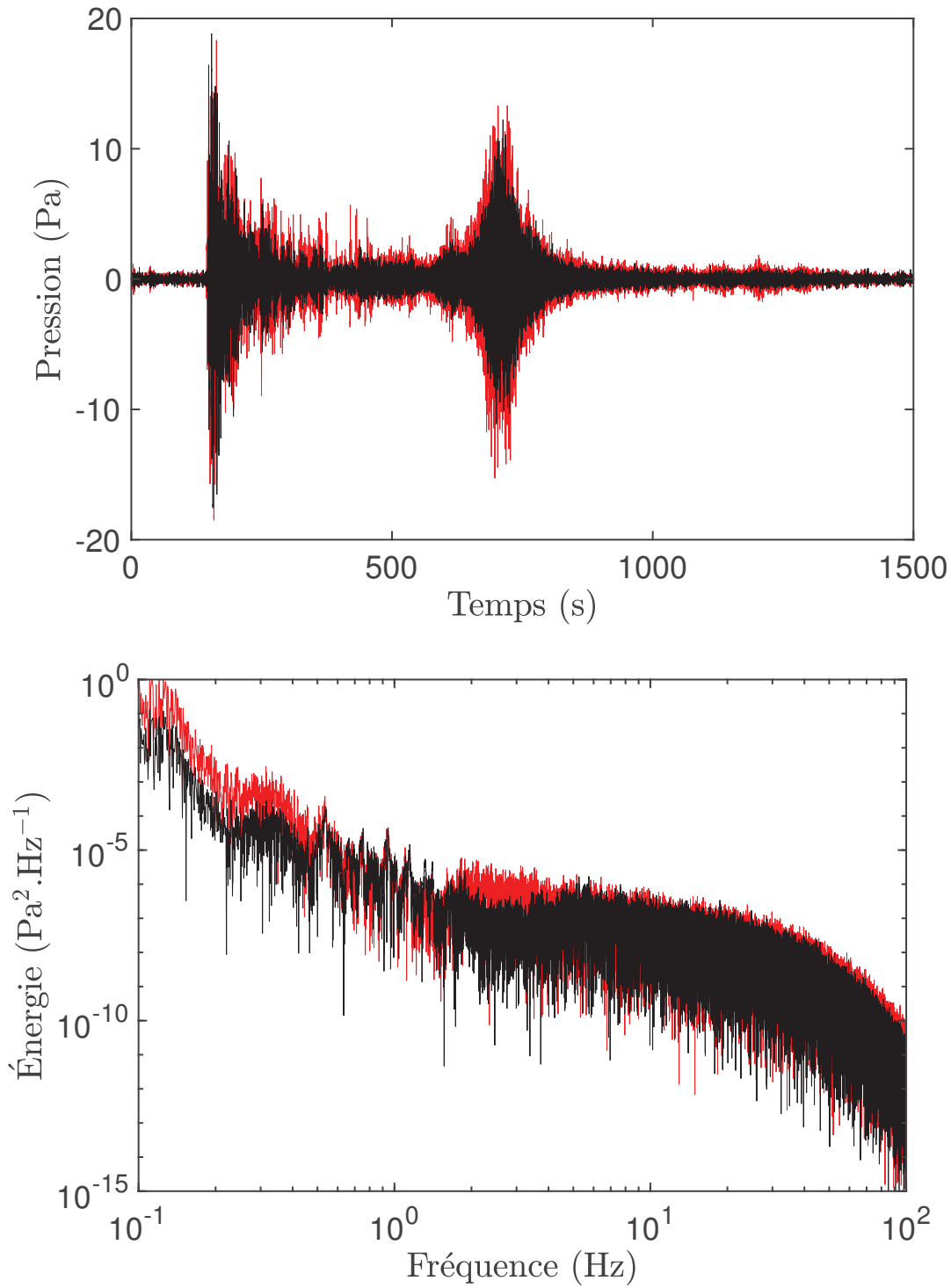


FIGURE IV.24 – (Haut) Signaux hydroacoustiques du séisme du 4 décembre 2015, enregistrés à 987 km de distance par les deux hydrophones du site SWAMS2, à 320 m de profondeur (noir) et à 1230 m de profondeur (rouge). Un filtrage passe-haut à 0,5 Hz a été appliqué aux signaux pour éliminer les ondes de surface. (Bas) Spectres des deux signaux temporels bruts (*i.e.* non filtrés).

comme densité de la croûte océanique, ce qui est typique des basaltes. On compare au spectre observé les spectres théoriques construits à partir des coefficients de transmission des ondes PN et SN et du spectre de la source hypothétique (Figure IV.25). Comme nous n'avons pas accès à l'amplitude de la source et que nous souhaitons surtout comparer les fréquences des pics de résonance, nous avons renormalisé ces spectres pour que leurs pics coïncident avec les pics du spectre observé. On observe alors un très bon accord entre théorie et observation pour les fréquences des pics, et même parfois dans la forme des résonances (par exemple, celle autour de 0,5 Hz). Cependant, certains pics du spectre observé, pourtant particulièrement nets, restent inexplicables (cercles de couleur sur la Figure IV.25). Comme dans la simulation avec un fond rugueux sinusoïdal (Figure IV.22), il s'agit probablement d'harmoniques. Le Tableau IV.2 compare la fréquence prédite et observée de certains pics en fonction de leur origine : PN ou SN indique la nature de l'onde, le nombre devant la lettre P le numéro du pic du signal théorique et le nombre devant H le numéro de l'harmonique qu'ils traduisent. SN-2P-2H est ainsi la deuxième harmonique du deuxième pic d'onde SN. Pour vérifier notre hypothèse sur la nature des pics, il suffit de comparer la fréquence à laquelle ils sont attendus à la fréquence observée. L'erreur relative obtenue, définie comme la différence de fréquence divisée par la fréquence observée, est très faible (0,9 à 2,4 %) et valide ainsi l'origine proposée des harmoniques que représentent ces pics.

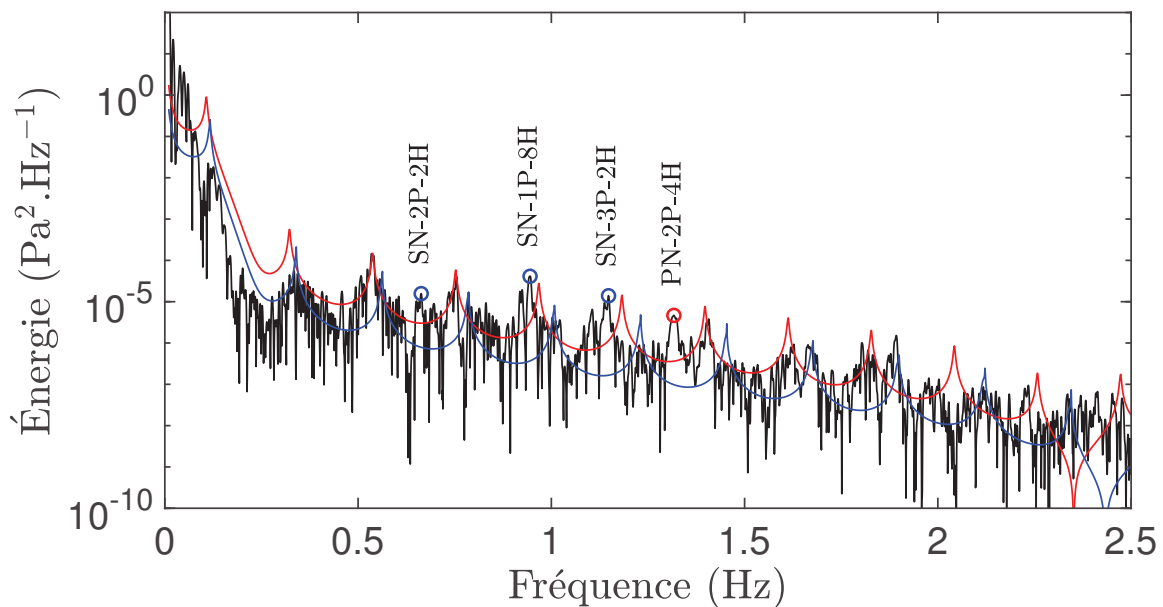


FIGURE IV.25 – Spectres normalisés des ondes PN et SN observées (en noir), des ondes PN théoriques (en rouge) et des ondes SN théoriques (en bleu). La comparaison entre fréquence observée et fréquence prédite des pics annotés est présentée dans le Tableau IV.2.

Nom du pic	Fréquence observée (Hz)	Fréquence attendue (Hz)	Erreur relative (%)
SN-2P-2H	0,6644	$0,34 \times 2 = 0,68$	2,4
SN-1P-8H	0,9449	$0,117 \times 8 = 0,936$	0,9
SN-3P-2H	1,148	$0,563 \times 2 = 1,126$	1,9
PN-2P-4H	1,317	$0,323 \times 4 = 1,292$	1,9

Tableau IV.2 – Fréquence prédite et observée des quatre pics identifiés comme des harmoniques dans le spectre observé Figure IV.25, avec leur erreur relative.

IV.F Conclusion

Dans ce chapitre, plusieurs simulations d'ondes T réalisées pas SPECFEM2D ont été présentées et analysées à la lumière du modèle développé dans le chapitre III.

Le code SPECFEM prédit les mêmes modes de Rayleigh et les mêmes spectres des ondes PN que le modèle analytique présenté au chapitre III. Appliqué à une configuration avec un mont gaussien, SPECFEM fait apparaître des modes de Rayleigh beaucoup plus énergétiques, et ainsi, des ondes T comparables à celles réellement observées. La prise en considération d'un canal SOFAR dans l'océan a un léger effet sur les temps d'arrivée des ondes T , mais le contenu énergétique des signaux est très proche de celui des signaux prédits dans un océan homogène. Cette simulation met également en évidence les modifications induites dans les relations de dispersion des modes par un profil de vitesse variable, ce que ne peut encore faire le modèle analytique. La prise en compte d'une rugosité de fond abyssale sinusoïdale permet de simuler des ondes T semblables à celles qui sont générées sur les plaines abyssales. Les modes de Rayleigh et les ondes PN montrent des harmoniques liées à la périodicité spatiale de la rugosité de fond. Une comparaison avec des ondes T abyssales réelles confirme leur comportement modal et le spectre des ondes PN et SN est conforme à celui prédit dans le chapitre III, avec des harmoniques, comme dans la simulation précédente.

Simuler des signaux d'onde T réalistes nécessite donc bien une topographie à l'interface croûte/océan au voisinage de l'épicentre, de grande (mont sous-marin) ou de faible (rugosité du fond) amplitude. Le chapitre suivant explore les effets 3D de la bathymétrie dans les cas simples d'un séisme à l'aplomb d'un mont sous-marin et d'une ride linéaire, en guise de dorsale océanique.

Chapitre V

Effets 3D sur la génération des ondes T

L'importance des effets 3D dans la génération d'ondes T reste une question ouverte en raison de la difficulté de les appréhender par la modélisation. Leur prise en compte dans un modèle de diffusion par un fond rugueux ([de Groot-Hedlin and Orcutt, 1999](#)) aboutit à une meilleure prédiction des signaux réels, en particulier dans la reproduction de la *coda*, mais ces simulations ne fournissent que l'enveloppe du signal et non la forme d'onde. Les premières simulations d'ondes T en forme d'onde complète sont en 2D ([Jamet et al., 2013](#)), et malgré la bonne analogie entre signaux simulés et observés, des différences demeurent et pourraient s'expliquer par des effets 3D de la topographie dans la zone de conversion sismo-acoustique et peut-être dans l'interaction des ondes T avec le relief sous-marin lors de leur propagation. La difficulté des simulations 3D de la forme d'onde complète des ondes T dans un cas réel est illustrée par les travaux de [Bottero \(2018\)](#) ; son approche par éléments finis spectraux en 3D en Mer Ionienne aboutit à un maillage de ~ 200 millions d'éléments finis, qui s'est avéré impossible à gérer numériquement.

Pour aborder la question des effets 3D dans la génération d'ondes T, nous avons donc opté pour des configurations simplifiées afin de contourner et limiter le problème du maillage, par un choix approprié des dimensions, de la géométrie et des propriétés physiques du modèle, et de la fréquence de la source. Après une brève présentation des simplifications retenues et des résultats obtenus, ce chapitre inclut l'article intitulé « *3D-modeling of earthquake generated acoustic waves in the ocean in simplified configurations* », à paraître dans le *Journal of the Acoustical Society of America (JASA)* ([Lecoulant et al., 2019](#)). Cet article est suivi d'une discussion des limites des simulations en ultra basse fréquence, à la lumière des résultats du chapitre IV. Enfin, nous présenterons des résultats de simulations proches de celles discutées par [Lecoulant et al. \(2019\)](#), à ceci près qu'elles prennent en compte l'atténuation des ondes sismiques dans la croûte.

V.A Modélisation sans atténuation

V.A.1 Modélisation 3D des ondes acoustiques générées dans l’océan par un séisme dans des configurations simplifiées (article JASA)

Afin de contourner les limitations numériques inhérentes aux modèles 3D par éléments finis, nous avons choisi des configurations simplifiées qui reprennent en partie celles de nos modèles 2D précédents :

- un domaine de calcul de 200 km de long, 50 km de large et 10 km d’épaisseur, limité par une surface libre (surface de l’océan) et, sur les côtés et sur le fond, par des couches absorbantes (PML) ;
- un milieu fluide homogène de 3 km d’épaisseur au-dessus d’une croûte homogène de 7 km ; les ondes acoustiques, P et S ont des vitesses constantes et se propagent sans atténuation ;
- le relief de l’interface croûte/océan est plat ou surmonté par un mont sous-marin ou une ride (dorsale) de forme gaussienne ;
- la source est une explosion isotrope, localisée à l’aplomb des reliefs, mais avec une fréquence de 1 Hz ; c’est principalement cette diminution de fréquence qui rend le maillage « praticable ».

Les ondes acoustiques simulées sont analogues aux ondes T produites en 2D mais de plus basse fréquence (0-2,5 Hz) et se propagent sous la forme de modes de Rayleigh, comme prédits par le modèle analytique (chapitre III, ([Ardhuin and Herbers, 2013](#))) et comme simulés à des fréquences proches de celle d’ondes T réelles (chapitre IV). Ainsi, en dépit de la diminution de la fréquence de la source (1 Hz contre 10 Hz dans les simulations 2D du chapitre IV), le comportement modal des ondes acoustiques générées n’est pas modifié. La comparaison des signaux obtenus dans des configurations où seule change la bathymétrie (mont ou dorsale) met en évidence les effets 3D du relief au-dessus de la source, à la fois sur l’amplitude des signaux et sur leur temps d’arrivée aux hydrophones. Ce dernier effet permet de comprendre le rôle de la bathymétrie sur les erreurs de localisation de la source acoustique obtenues par inversion des temps d’arrivée comme dans l’étude de la sismicité des dorsales. L’ensemble de ces résultats est développé dans l’article reproduit ci-après.

Le *supplementary material* auquel l’article [Lecoulant et al. \(2019\)](#) fait référence à deux reprises est reproduit en Annexe B. Les résultats qu’il contient visent d’une part à prouver que SPECFEM3D prend bien en compte la réfraction horizontale, ce qui est montré section II.F.2, et que les modes de Rayleigh sont bien propagatifs avec une fréquence allant jusqu’à 25 Hz, y compris avec un canal SOFAR, ce qui est montré chapitre IV.

Three-dimensional modeling of earthquake generated acoustic waves in the ocean in simplified configurations

Jean Lecoulant,^{1,a)} Claude Guennou,¹ Laurent Guillon,² and Jean-Yves Royer¹

¹Laboratoire Géosciences Océan, University of Brest and CNRS, Brest, 29200, France

²Institut de Recherche de l'Ecole Navale, École Navale, Brest, 29200, France

(Received 8 November 2018; revised 19 July 2019; accepted 19 July 2019; published online 30 September 2019)

The low-frequency (4–40 Hz) acoustic waves generated by undersea earthquakes are of great importance to monitor the low-level seismic activity associated with seafloor spreading ridges. To better understand the near-source interaction of seismic waves with the seafloor and the resulting generation of low-frequency acoustic waves, the wave propagation in a solid medium (the Earth's crust) and in the overlaying fluid medium (the ocean) were jointly simulated using a three-dimensional (3D) spectral finite-element code (SPECFEM3D). Due to numerical limitations of 3D simulations, the focus was on simple model configurations with a 1 Hz source located below a Gaussian seamount or ridge. The simulated acoustic waves (0–2.5 Hz) propagate as Rayleigh modes and are affected by modal dispersion; their horizontal speed increases away from the source and reaches the sound speed about 140 km away. The amplitude of the generated acoustic waves is affected by the shape of the seafloor topography above the seismic source, as well as their travel times to hydrophones. Consequently, localization of the acoustic sources by trilateration from arrival times may be biased by 3D-effects, and thus the seismic/acoustic conversion zone may not match the epicenter. © 2019 Acoustical Society of America. <https://doi.org/10.1121/1.5126009>

[MP]

Pages: 2110–2120

I. INTRODUCTION

The underwater seismic activity occurring at seafloor spreading ridges generates a large amount of low-frequency acoustic waves (4–40 Hz). In this paper, we model the generation and propagation of acoustic waves using the three-dimensional (3D) numerical code SPECFEM3D. Since space and time resolution in 3D-modeling are rapidly limited by numerical resources, we used simplified model configurations and simulated very low-frequency acoustic waves (0–2.5 Hz). Despite these limitations, the generated acoustic waves resemble actual higher-frequency acoustic waves generated by submarine earthquakes.

Seismic waves generated by earthquakes propagate in the Earth's crust until they reach the sea-bottom. Depending on the local topography, they may convert to acoustic waves that propagate into the water column (Okal, 2008). These waves are known as *T* waves (tertiary waves), because they may convert back, onshore, into seismic waves and arrive at seismographs after the *P* (primary) and *S* (secondary) waves. Seismic data acquired on-land generally provide no or little information on the low-level seismic activity at mid-ocean ridges (e.g., Bohnenstiehl *et al.*, 2002) due to the rapid attenuation of seismic waves in the Earth's crust. This difficulty can be overcome by recording *T* waves in the ocean with hydrophones, which takes advantage of the excellent acoustic properties of the ocean, since *T* waves can propagate over very long-distances (beyond 1000 km) with little attenuation.

For this reason, *T* waves can improve our understanding of seafloor spreading ridges (e.g., Fox *et al.*, 2001). For example,

the source of *T* waves can be located by trilateration from their arrival times to an array of hydrophones. The assumption is that, for shallow earthquakes, the seismic/acoustic conversion area corresponds to the epicenter. Acoustic source-levels, inferred from *T* wave amplitudes at the receivers, provide additional information allowing to compare events or infer source-level/magnitude relationships. However, the hilly topography of spreading ridges may have 3D-effects on the generation of *T* waves that may lead to a seismic/acoustic conversion area that may not correspond to the epicenter. In the same way, the received levels of a single event, after correction for propagation losses, generally differ among hydrophones. This may be due to the radiation pattern (i.e., focal mechanism) of the seismic source, but also to local 3D-effects of the seafloor topography.

To investigate these questions, we use a 3D spectral finite-element code (SPECFEM3D; Tromp *et al.*, 2008) to simulate the propagation of a seismo-acoustic wave in a solid medium (the Earth's crust) and a fluid medium (the ocean), both modeled using an unstructured hexahedral mesh. A spectral element method presents many advantages for modeling the propagation of acoustic waves. Such a method lends itself to the study of seismic-acoustic conversion because it can finely model an interface with an arbitrary geometry. In contrast with commonly used acoustic codes, SPECFEM3D is not limited to a point source in the water column but can handle the whole surface exposed to seismic waves behaving like a surface acoustic source. Unlike ray-code modeling, limited to high-frequency acoustic waves, or modal-code modeling, limited to low-frequency acoustic waves, the spectral element method is not limited to a single frequency-domain, and can thus

^{a)}Electronic mail: jean.lecoulant@univ-brest.fr

handle very low-frequency seismic and acoustic waves without any *a priori* hypothesis on the type of propagation. Moreover, a time signal can be extracted at any point in the mesh, allowing to simulate “hydrophones” anywhere in the mesh.

This paper shows that, in simplified configurations reproducing an idealized ridge or an isolated seamount, SPECSEM3D is able to simulate the generation and propagation of very low-frequency acoustic waves. These simplified configurations highlight 3D-effects influencing the generation of acoustic waves and their consequences on the wave amplitudes and on the localization of an epicenter by trilateration. Section II presents the SPECSEM3D code used for modeling acoustic waves and the schematic configurations set. Section III presents the acoustic waves observed with such configurations, how they are generated, and how they propagate. Section IV presents the 3D-effects affecting the localization of the epicenter by using the travel times of acoustic waves.

II. NUMERICAL MODELING

A. SPECSEM3D

SPECSEM3D modeling is based on several simplifying assumptions that make it possible to solve the propagation equations in the crust and in the ocean. The Earth’s crust is considered as a lossless linear elastic solid where the code solves the momentum conservation (Peter *et al.*, 2011)

$$\rho_s \partial_t^2 \vec{u}^s = \vec{\nabla} \cdot \vec{\sigma} + \vec{f}, \quad (1)$$

where ρ_s is the density of the solid medium, $\vec{u}^s$ is the motion vector in the solid, $\vec{\sigma}$ is the stress tensor, and $\vec{f}$ is the source term. The ocean is considered an inviscid fluid with small displacement perturbations. The first-order momentum conservation and the continuity equation give the second-order scalar acoustic waves equation

$$\rho_f \partial_t^2 \vec{u}^f = -\vec{\nabla} p, \quad (2)$$

where ρ_f is the density of the fluid medium, $\vec{u}^f$ is the motion vector in the fluid, and p is the acoustic pressure. Wave propagation in the ocean and the crust are coupled by the equality of the stresses applied on the fluid–solid interface

$$\vec{\sigma} \cdot \vec{n} = \partial_t^2 \phi \cdot \vec{n}, \quad (3)$$

with ϕ such that $p = -\partial_t^2 \phi$, and by the equality of the normal components of displacement at the interface

$$\vec{u}^s \cdot \vec{n} = \vec{u}^f \cdot \vec{n}. \quad (4)$$

SPECSEM3D integrates the weak form of these equations thanks to a high-order polynomial approximation (Tromp *et al.*, 2008). The equations used in this code were first validated for seismology in a two-dimensional (2D) code (SPECSEM2D; Tromp *et al.*, 2008), which was first applied and validated to marine acoustics by Cristini and Komatitsch (2012) and further tested for seismo-acoustic modeling (Bottero, 2018; Jamet *et al.*, 2013). The 3D version of this

code was first validated for seismology by Magnoni *et al.* (2014). We also verified that SPECSEM3D correctly handles horizontal refraction by performing a test as in Jensen *et al.* (2011) with a source in the water column above a truncated-wedge (as in Fig. 6.15 of Jensen *et al.*, 2011). The results for a fluid-fluid (Pekeris waveguide) or solid-fluid model highlight the shadow zone due to horizontal refraction.¹ SPECSEM2.5D also proved comparable to COMSOL in a similar wedge configuration (Bottero *et al.*, 2016).

B. Model parameters

The aim is to simulate acoustic waves with a realistic behavior in simplified configurations highlighting 3D-effects. Preliminary simulations have shown that acoustic waves acquire their typical properties (e.g., sound-speed propagation) only beyond a distance of 50–100 km (Lecoulant *et al.*, 2018). The calculation domain must also be large enough to set topographies with contrasting lateral extension, hence, causing contrasting 3D-effects. However, the size of the domain must be limited to keep the calculation time reasonable.

A domain 200×50 km wide and 10 km thick provides a good compromise between these requirements (Fig. 1). It is vertically divided in a 3 km thick fluid medium (the ocean) underlain by a 7 km thick solid medium (the Earth’s crust). All sides except the top sea-surface are perfectly matched absorbing layers (PML), which avoid unwanted reflections that would pollute the results (Xie *et al.*, 2016). The crust, including the absorbing layer at its bottom, is thus considered as a semi-infinite medium. However, considering the speed of seismic waves and the frequency of the source given below, a typical 6 km thick ocean crust would be roughly a wavelength thick. Hence, the interface waves generated by seismic waves are probably affected by the choice of a semi-infinite crust, but not the acoustic waves on which this paper mainly focuses. The medium densities are set constant at typical values: 1000 kg m^{-3} in the water and 3200 kg m^{-3} in the Earth’s crust. The model presented in this paper is a simple model that neglects the effects of refraction or sediments in spite of the large possible effect of the latter on the modal propagation of low-frequency acoustic waves (Ardhuin *et al.*, 2013). The sound speed in the water (1500 m s^{-1}) and the speed of P waves (5000 m s^{-1}) and S waves (3000 m s^{-1}) in the crust are set constant. These values are classical for P and S wave velocities in an oceanic crust (Searle, 2013). The refraction of sound waves in the Sound Fixing And Ranging (SOFAR) channel is known to be negligible for an ocean depth of 3 km in the band 2.8–21.2 Hz (Jamet *et al.*, 2013). Furthermore, for the low-frequency signal used here (≤ 2.5 Hz), a 3 km thick ocean is only a few acoustic wavelengths thick (≤ 5), so the presence of a SOFAR channel would not matter. For the same purpose of focusing only on the effects of topography, there is no attenuation either in the solid or the fluid medium.

Two simplified topographies are used to test the generation of acoustic modes: a seamount and a linear ridge. An idealized seamount is built by rotating around the z axis a Gaussian curve with a 2000 m height and 9 km half-width at half-height. A linear ridge is built by translating the same

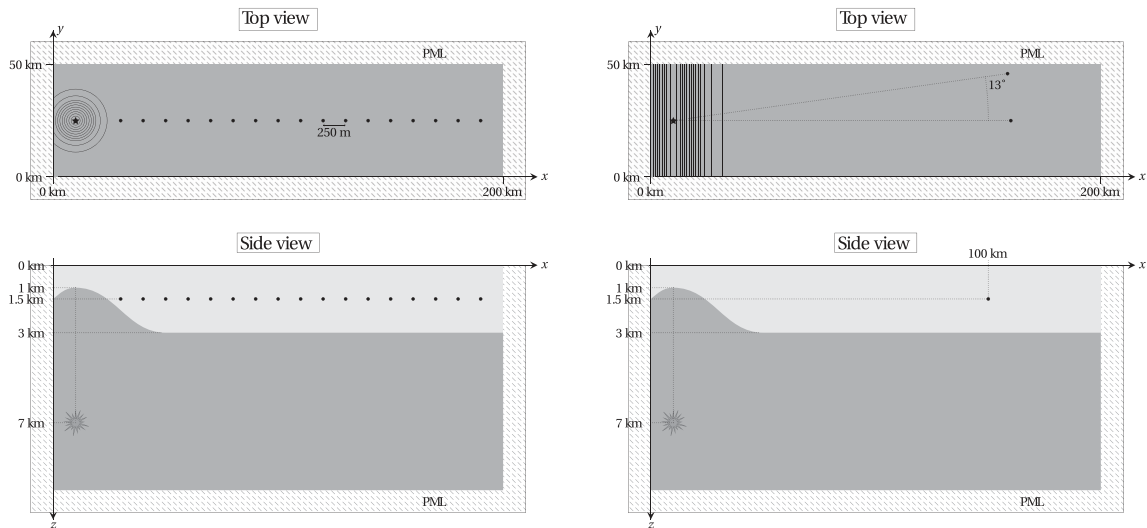


FIG. 1. Top and side views of the calculation domain (left) with a Gaussian seamount and (right) with a Gaussian linear ridge. Black lines are isobaths plotted every 100 m; the flat bottom is 3000 m deep, and the topography rises up to 1000 m below the sea-surface. Black dots show the locations of the hydrophones where acoustic signals will be extracted; all hydrophones are at a depth of 1500 m. The source (star) is at the apex of the seamount top or ridge crest. The hatched areas are the perfectly matched absorbing layers (PML; 2 km thick on the sides, 4 km thick at the bottom).

Gaussian cross section along the y axis. These Gaussian-shaped topographies have realistic sizes and are easy to model; they are comparable to the seamounts identified as the sources of T waves signal in [Chapman and Marrett \(2006\)](#), with a rotational symmetry and a drop of ~ 2000 m within 10 km.

The source is located 4 km under the seafloor (i.e., 7 km below sea-surface), which is consistent with seismic events occurring in a seafloor spreading ridge context. It is simulated by a 0.5 s half-duration pseudo-Heaviside step function (Fig. 2). A pseudo-Heaviside signal is less usual than a Gaussian signal, but it is more realistic for near-field modeling. In any case, the elastic behavior of the solid medium turns the pseudo-Heaviside waveform into a Gaussian signal before it reaches the crust/ocean interface ([Shearer, 2009](#)). The focal mechanism is an isotropic explosion, which ensures that the acoustic pattern only reflects the effect of topography and not the radiation pattern of the source. The chosen seismic moment ($M_0 = 4.03 \times 10^{16}$ N m) corresponds to a medium magnitude earthquake ($M_w = 5.0$).

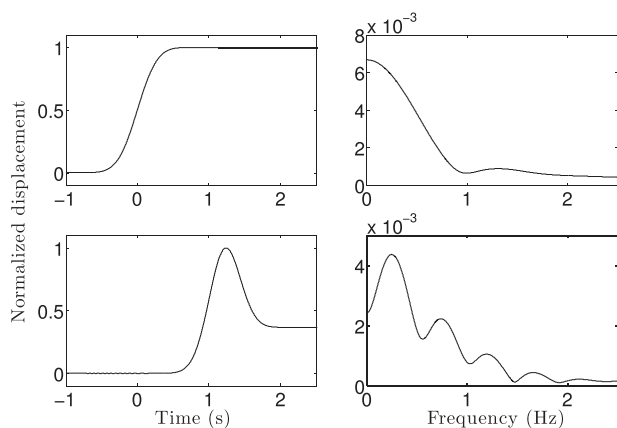


FIG. 2. Normalized displacement in the crust seen in the time-domain (left) and the frequency domain (right), at the source position (top) and 6 km above, at the top of the mount (bottom).

The appropriate way to mesh the calculation domain depends on the speeds of propagation of the waves in both media and on the frequency content of the signal. Indeed, to model waves with wavelength λ with a spectral element method, a mesh with typical element size λ is required, each element including five control points along each direction ([Cristini and Komatitsch, 2012](#)). Preliminary 2D simulations with the described source and an element size of ~ 200 m show that the frequency content of the signal in the water column becomes negligible above 2.5 Hz. Hence, a 3D-mesh with element size of ~ 500 m in the fluid medium (lowest phase speed ~ 1500 m s $^{-1}$) is adequate. The domain is thus divided into 400 elements in the x -direction and 100 in the y -direction with their exact lateral extension being determined by the mesher. Vertically, there are six elements in the ocean and only ten in the Earth's crust with the larger velocities of seismic waves allowing larger spectral elements. Overall, the mesh comprises 560 000 3D spectral elements and was built with the open-source software Gmsh ([Geuzaine and Remacle, 2009](#)). The five PML include four elements on the vertical edges and three elements on the bottom. After several tests, the dominant frequency for the calculation of the PML was chosen at 3 Hz, ensuring the stability of the simulation and minimizing the noise level.

In such configuration, the typical run-time is on the order of 8 h on 336 parallel processors (12 cores), for a time signal of 200 s and a time-step of 1 ms, which ensures the stability of the mesh for the considered element sizes and wave speeds.

III. GENERATION AND PROPAGATION OF HYDROACOUSTIC WAVES

A. Analysis of the observed wavefield

Waves produced in the water column by an earthquake can clearly be identified in a distance-time diagram [Fig. 3(top)]. This diagram is built from the time signals extracted on a linear array of hydrophones 1500 m deep and 250 m apart in the

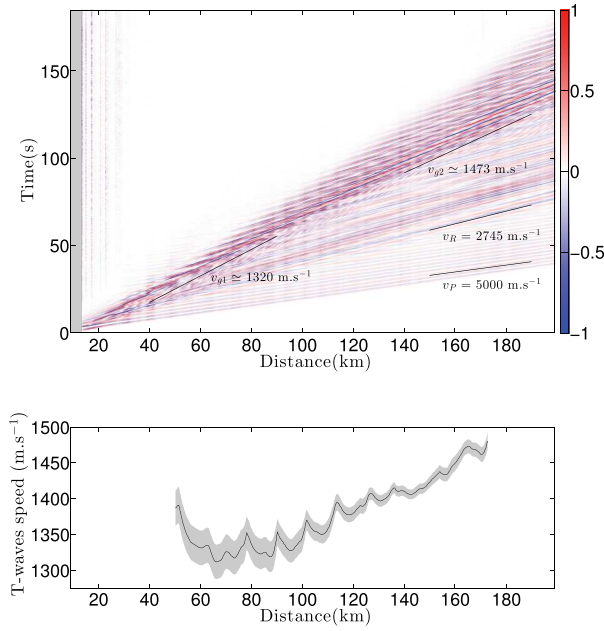


FIG. 3. (Color online) (Top) Distance-time diagram of the acoustic pressure normalized by its maximum at each hydrophone (i.e., distance) in the case of an isotropic explosion centered 4 km below a Gaussian seamount. v_P is the speed of P -waves set in the model, v_R is the Rayleigh waves speed without an ocean based on the v_P and v_S set in the model, and v_{g1} and v_{g2} are measured T -wave front speeds, respectively, between 40 and 90 km and between 140 and 190 km. The grey area represents half the width of the seamount at the depth of the hydrophones (1500 m below the sea-surface). (Bottom) Velocity of acoustic waves vs distance from the source, and the shaded area is the standard deviation.

symmetry plane of the domain (Fig. 1). In this distance-time diagram, the slope of the arrivals gives the speed of the waves. The first arrivals are P waves propagating at the speed chosen for the model (5000 m s^{-1}). They are followed by interface waves. The apparent speed of the first arrivals of these waves being $v_R = 2745 \text{ m s}^{-1}$, the theoretical phase speed of Rayleigh waves without an ocean, determined from v_P and v_S by

$$v_R = v_S \frac{0.87 + 1.12\nu}{1 + \nu} \quad (5)$$

(Viktorov, 1967), with ν being the Poisson ratio

$$\nu = \frac{1}{2} \left[1 - \frac{1}{(v_P/v_S)^2 - 1} \right].$$

The slowest and most energetic waves form a group propagating at a speed near the sound speed. To measure their velocity, faster waves were filtered out from the signals by removing all the energy propagating faster than 2500 m s^{-1} (P waves and interface waves) in a frequency-wavenumber domain [2D-Fourier transform, Fig. 4(top)]. Arrival times of the remaining waves were determined as the first time when the smoothed envelope of the filtered signal is half of its maximal amplitude. The speed of the first-arrival front is then obtained by a linear regression linking the position of the hydrophones to the arrival times. Figure 3(top) shows that those waves propagate first at a speed slower than the sound speed (e.g., $1289 \pm 24 \text{ m s}^{-1}$ from 40 to 90 km), which

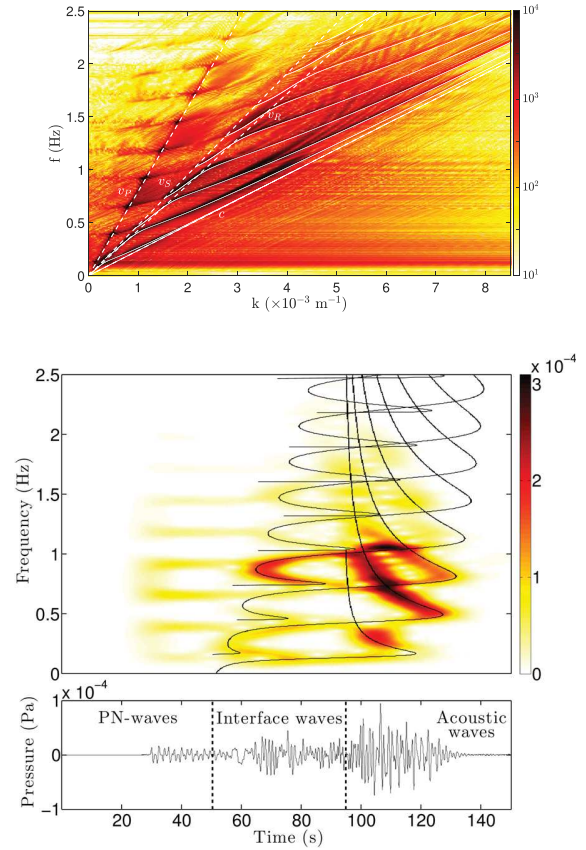


FIG. 4. (Color online) (Top) Frequency-wavenumber diagram of the normalized acoustic pressure showing the dispersion curves of simulated acoustic waves (colormap) and theoretical Rayleigh modes (white curves). Annotated white dashed lines show the phase speed of sound in water (c), Rayleigh waves (v_R), S -waves (v_S), and P waves (v_P). (Center) Spectrogram of a time signal measured by hydrophones 140 km away from the source at a depth of 1500 m (colormap) with the theoretical arrival times of Rayleigh modes depending on the frequency (black curves). (Bottom) Time series measured by the same hydrophone.

increases with the distance to approach the sound speed (e.g., $1480 \pm 7 \text{ m s}^{-1}$ from 140 to 190 km). This velocity is consistent with acoustic waves propagating in the water column. A linear regression of the acoustic modes arrivals with distance in 50 km long windows shows a regular increase of their velocity toward the sound speed [Fig. 3(bottom)]. The velocity scalloping is due to discontinuities in the acoustic front. As the acoustic waves propagate away from the source, the front becomes more continuous and their speed increases more regularly toward the sound speed.

The acoustic wavefield comprises several waves propagating at speeds higher than the speed of the first-arrival front. In a distance-time diagram [Fig. 3(top)], these waves appear with a slope lower than the wave front, which they finally cross before they vanish. Such behavior can be interpreted as a modal propagation. The higher speeds are the phase velocities of the acoustic waves. The lower speed of the first arrivals probably corresponds to the group velocity of the slowest mode. A widening acoustic wave-train, as it propagates, suggests an increasing modal dispersion.

Figure 4(top) compares the dispersion curves from the simulated results with the theoretical dispersion curves of

Rayleigh modes in a finite depth ocean overlaying a semi-infinite elastic bottom (Abramovici, 1968; Arduin and Herbers, 2013). The energy is mostly located in the area corresponding to phase speeds between the sound speed and the speed of S waves along the dispersion curves of Rayleigh modes. For a phase speed slightly smaller than v_R , Rayleigh modes reach an inflection point that separates the higher phase speed interface waves from the lower phase speed acoustic waves. Both interface waves and acoustic modes are pseudo-Rayleigh waves in different phase speed domains. PN waves appear for phase speeds higher than the speed of S waves with peaks along the line corresponding to the speed of P waves.

The spectrogram [Fig. 4(center)] shows the successive arrivals of the three observed waves. First, PN waves appear as lines parallel to the time-axis, reflecting the peaks located at discrete frequencies on Fig. 4(top). Second, interface waves appear along the curves showing the theoretical arrival times of Rayleigh modes with frequencies lower than the frequency of the turnaround point at the tail of the modal arrival. This turnaround point corresponds to a minimum of group velocity and to the inflection point of Rayleigh modes in the frequency-wavenumber diagram [Fig. 4(top)]. Acoustic waves arrive only third, as their group velocity is necessarily lower than the sound speed. As interface waves, they are located along the theoretical curves of Rayleigh modes, but with frequencies higher than the one at the turnaround point.

B. 3D-effects on the signal

To highlight 3D-effects between a linear ridge and a seamount, we compared the time signals at two hydrophones located on a circle centered on the epicenter and 100 km away from the source at a depth of 1500 m; one hydrophone is located in the symmetry plane of the model, and the other one on a line 13° from this plane [Fig. 1(right)].

In the symmetry plane [Fig. 5(a)], the maximal amplitudes of the acoustic waves arrivals, 75 s after the beginning of the run, are about twice as large for the ridge case than the seamount case. The same amplitude difference is observed for the interface waves. The acoustic intensity received in the case of the ridge ($2.70 \times 10^{-3} \text{ W m}^{-3} \text{ s}^{-1}$) is about five times larger than for the seamount ($5.84 \times 10^{-4} \text{ W m}^{-2} \text{ s}^{-1}$). This can be explained by the larger lateral extension of the seismic/acoustic conversion zone for a linear ridge, the shallow zone being larger and hence the zone where acoustic modes are generated by seafloor scattering (de Groot-Hedlin and Orcutt, 1999). This larger zone can convert a larger amount of seismic energy into acoustic modes energy. There is also a small delay in the acoustic wave arrivals in the case of the ridge compared to the seamount. Half of the maximum of the signal envelope is reached 1.27 s later than in the seamount case, and the maximum of the envelope occurs 0.68 s later. This is probably due to the larger size of the conversion zone, leading to slightly longer acoustic paths.

At an angular distance 13° away from the symmetry plane [Fig. 5(b)], the amplitudes are similar to the previous case as their difference in acoustic intensities ($2.60 \times 10^{-3} \text{ W m}^{-2} \text{ s}^{-1}$ in the ridge case vs $6.50 \times 10^{-4} \text{ W m}^{-2} \text{ s}^{-1}$ in

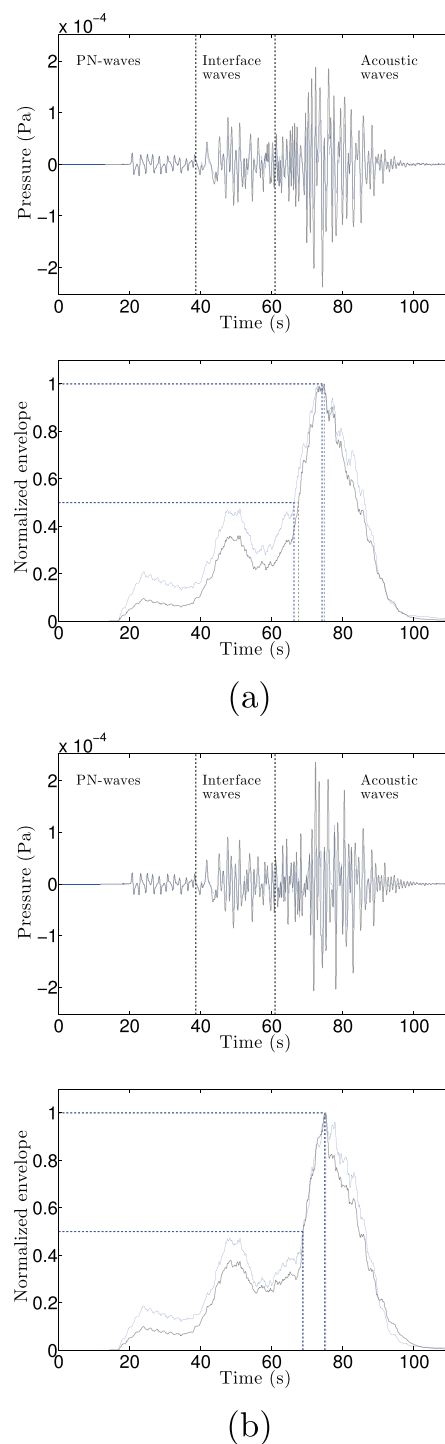


FIG. 5. (Color online) Time-signals and corresponding normalized envelopes for a Gaussian seamount (thin blue line) and a linear ridge (thick grey) measured by hydrophones 100 km away from the source (a) in the symmetry plane of the model and (b) on a line 13° from the symmetry plane (see Fig. 1, right).

the seamount case). The delay in the arrival times is smaller: the maximum of the signal envelope occurs only 0.30 s later with the ridge than with the seamount, and the half of the maximum of the signal envelope is reached only 0.07 s later. Since the source is at the apex of the seamount, acoustic waves are radiating equally in all azimuths and any hydrophone on a circle centered on the epicenter will receive the

same signal. However, in the case of the ridge, hydrophones at equal distance from the source but out of the symmetry plane will be slightly closer to the T wave conversion area, which explains why the delay between T wave arrivals almost disappears. Moreover, the signal results from the sum of acoustic waves generated first at near-source and later at far-source parts of the ridge. This explains the longer coda, still energetic, of the signal generated by the ridge, between 90 and 100 s after the beginning of the simulation [Fig. 5(b)]. In the symmetry plane, this effect on the coda between 90 and 100 s is hardly distinguishable [Fig. 5(a)].

IV. 3D-EFFECTS ON THE LOCALIZATION OF AN EPICENTER

A. Source outside a hydrophone network

In the context of monitoring spreading ridge seismicity with hydrophone networks, it is critically important to assess the accuracy of the localization of an earthquake epicenter with commonly used trilateration technics. Among the uncertainties, the bias introduced by the topography in the localization is not known. To address this question, we simulated a 28-hydrophone network located at least 150 km from the source. The acoustic waves arrival times at each hydrophone are picked automatically, as in Sec. III A, except that, to avoid any interference from the P waves and interface waves arrivals, the signal was zeroed prior to 95 s. For a given selection of arrival times at selected hydrophones, we searched for the best location of the source with a probability density function (PDF) in a 2D-plane (Tarantola, 2005); the searched area is the whole x - y domain (every 1 km), and the propagation speed is assumed unknown and searched between 1000 m s^{-1} and 1600 m s^{-1} . This interval is based on the measured T wave speeds, which progressively increase up to the sound speed, but do not exceed it [Fig. 3(bottom)]. This approach resembles that used to locate T wave acoustic sources from actual data (e.g., Fox et al., 2001), except that, here, the time origin of the event is known and equal to zero.

Figure 6 shows the results for a selected combination of four hydrophones; the best locations (highest probability density) do not exactly match the epicenter. In the seamount case, the best location is 4 km away from the epicenter in the x -direction on the upper slope of the seamount, and the best velocity is 1380 m s^{-1} . In the ridge case, the best source location is 9 km southwest of the epicenter on the outer slope of the ridge, and the best velocity is 1430 m s^{-1} . The crescent-shape uncertainty region reflects that the source-receiver distance is well estimated, whereas the source azimuth is poorly constrained due to the small geographical extension of the network and, hence, to the small differences in T wave arrival times among the hydrophones (Tarantola, 2005). The 3D-effects highlighted in Sec. III B influence the source localization in two different ways. First, the crescent-shape is located farther from receivers in the case of the ridge, due to an overall delay in the T wave arrivals. Second, the highest probability density zone is shifted southwestward, due to lesser delays of acoustic waves at hydrophones far from the symmetry plane of the domain. If we use the same quadruplet, centered on the symmetry plane of the

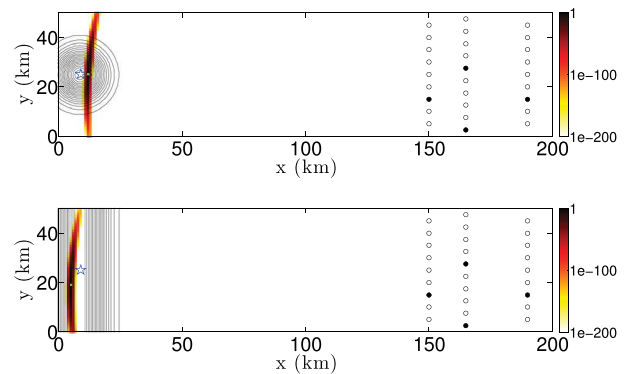


FIG. 6. (Color online) Normalized probability density of the acoustic source location based on the trilateration of arrival times at the four selected hydrophones (black dots) for (top) a Gaussian seamount and (bottom) a Gaussian ridge. The actual epicenter is represented by the blue star and the maximum of the probability density by the green square. Isobaths (black lines) are plotted every 100 m, the flat bottom is at a depth of 3000 m, and the topography rises up to 1000 m below the sea-surface. Open dots show the location of all the hydrophones inverted to produce Fig. 7.

domain (keeping the same x coordinates), the second effect vanishes, and the probability density for the seamount and the ridge only differ by the distance from the receivers.

To fully evaluate the bias caused by the topography in the localization of the acoustic source, we repeated the previous experiment for each of the 20475 quadruplets of hydrophones among the 28 hydrophones of our network (open circles in Fig. 6). For a given quadruplet, the location of the source is identified by the maximum of the PDF. All maxima falling on the domain boundaries are ignored, as well as all solutions in which the best velocity lies outside the imposed speed range. PDF maxima are then sorted in a histogram with 20475 bins, and all solutions in the bin with the lowest PDF value are ignored (i.e., considered as the least reliable solutions of all trilaterations). Figure 7 displays the number of times a grid node has been found as the most probable source location. Reassuringly, the resulting patterns are symmetrical relative to the symmetry axis of the model. In the seamount case, the majority of source locations are near the top of the seamount within a distance of 5 km from the epicenter [Fig. 7(top)]. The standard deviation of the distance from the source projected on the y axis, given the azimuthal dispersion of the solutions, is 4 km. In the linear ridge case, the majority of locations cluster in two areas parallel to the ridge orientation: near the ridge crest and within 1 km of the epicenter, and along the upper outer slope of the ridge, 3–4 km away from the epicenter [Fig. 7(bottom)]. The denser number of solutions on the outer slope of the ridge probably derives from the delay of acoustic waves generated with the ridge compared to acoustic waves emitted by the seamount. This delay leads to an overestimation of the distance between the source and the receivers. The standard deviation for the latter area projected on the y axis is 6 km, reflecting its larger lateral extension. In both cases, the distribution of the most probable solutions provides an approximation of the shape and extent of the seismo-acoustic conversion zone.

In both cases, the best-fitting sound speeds in the trilateration range from 1300 to 1500 m s^{-1} with a maximum at

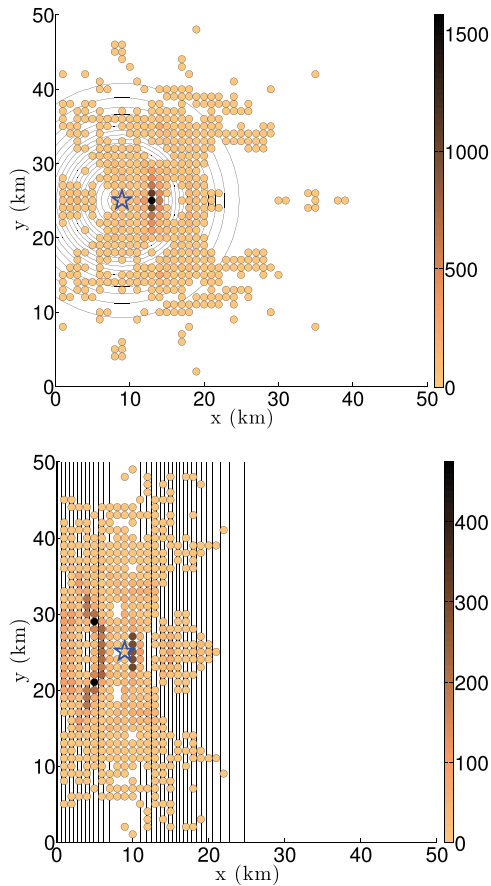


FIG. 7. (Color online) Most probable locations for the acoustic source by trilateration for (top) a Gaussian seamount and (bottom) a Gaussian linear ridge. The color scale corresponds to the number of times a grid node has been found as the most probable location for all quadruplets of hydrophones among the 28 shown in Fig. 6. The calculation domain is here zoomed in a 50×50 km area with the topography and the epicenter (blue star). Isobaths (black lines) are plotted every 100 m, the flat bottom is at a depth of 3000 m, and the topography rises to 1000 m below the sea-surface.

1370 m s^{-1} in the case of the mount [Fig. 8(top)] and at 1430 m s^{-1} in the case of the ridge [Fig. 8(bottom)]. The difference with the theoretical speed (1500 m s^{-1}) is the result of a lower speed of acoustic waves at the beginning of their propagation (Fig. 3). The ridge case shows more dispersion in the optimal sound speeds from the trilaterations, which can be linked to a larger conversion zone. Indeed, all arrival times are calculated from the beginning of the simulation, assuming that all acoustic waves are emitted at once. This approximation is sensible for acoustic waves emitted in the vicinity of the source. However, acoustic waves generated far from the source are emitted later since seismic waves need to propagate over a longer distance until the conversion zone. Assuming they have been emitted at the same time as the near-source acoustic waves underestimates their speed.

B. Source inside a hydrophone network

The location uncertainties pointed out in Sec. IV A partly came from the fact that the source was outside the hydrophone network, which is known as the least favorable configuration. Actual hydrophone networks are normally

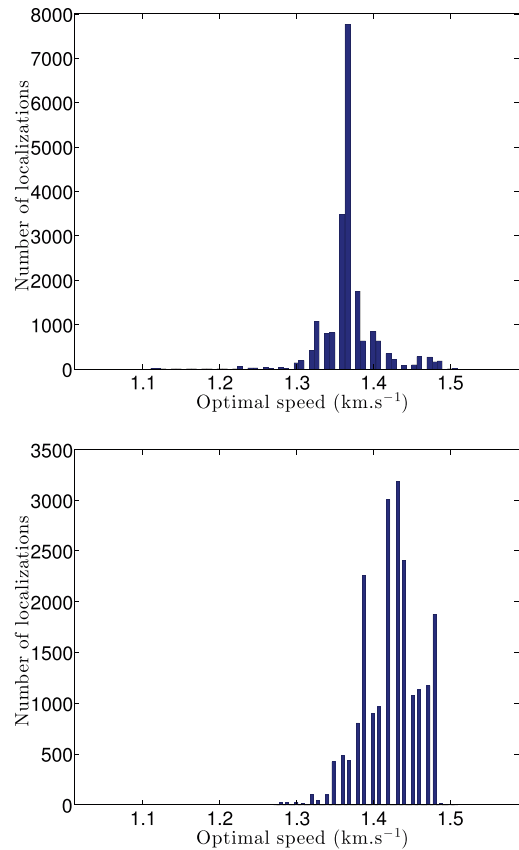


FIG. 8. (Color online) Histogram of the acoustic sound speed matching the maximum probability density for a given acoustic source location in the case of (top) a Gaussian seamount and (bottom) a Gaussian linear ridge.

deployed on both sides of seafloor spreading ridges to ensure that earthquakes occur within the hydrophone network. To test such configuration, we created hydrophones on the other side of the source with the same y coordinates as before and x coordinates symmetrical relative to the Oy -plane containing the source; hence, we can use the same arrival times. Figure 9 shows the results for a selected combination of four hydrophones on either side of the source with three hydrophones identical to those in the experiment in Sec. IV A and the fourth one replaced by its symmetric across the relief.

The best locations (highest probability density) do not exactly match the epicenter. In the seamount case, the best location is 4 km away from the epicenter in the y -direction on the upper slope of the seamount, and the best velocity is 1410 m s^{-1} . In the ridge case, the best source location is 7 km south of the epicenter on the crest of the ridge, and the best velocity is 1390 m s^{-1} . The uncertainty region is a narrow strip along the Oy -plane containing the source. Hydrophones on both sides better constrain the distance of the source from the receivers, narrowing the uncertainty region. The azimuth is also better constrained, but still less than the distance between the source and the receivers. As previously, 3D-effects appear as a difference in the azimuth between the seamount and the ridge. In the case of the ridge, the best source location is shifted southward, under the influence of acoustic waves emitted far from the source.

To fully evaluate the bias caused by the topography for a source inside a hydrophone network, we repeated the

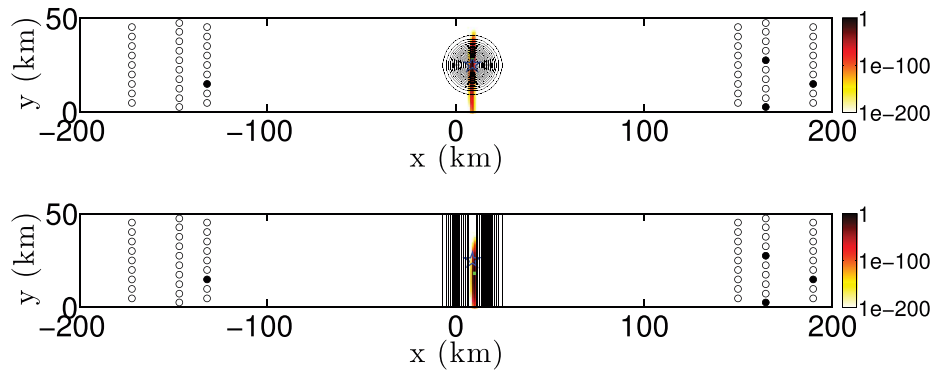


FIG. 9. (Color online) Normalized probability density of the acoustic source location based on the trilateration of the arrival times at the four selected hydrophones (black dots) for (top) a Gaussian seamount and (bottom) a Gaussian ridge. The actual epicenter is represented by the blue star and the maximum of the probability density by the white square. Isobaths (black lines) are plotted every 100 m, the flat bottom is at a depth of 3000 m, and the topography rises up to 1000 m below the sea-surface. Open dots show the location of all the hydrophones inverted to produce Fig. 10.

previous experiment for each of the 367 290 quadruplets of hydrophones among the 56 hydrophones of the built network (void circles in Fig. 9). Figure 10(a) displays the number of times a grid node has been found as the most probable source location, only taking into account quadruplets with at least one hydrophone on each side. In both cases, the source is located

in an area centered on the epicenter, very narrow in the x -direction (less than 3 km) and elongated in the y -direction (7 km in the seamount case vs 14 km long in the ridge case).

Despite the differences in the localization methods, these values can be compared to experimental uncertainties on the location of acoustic events. The one standard deviation

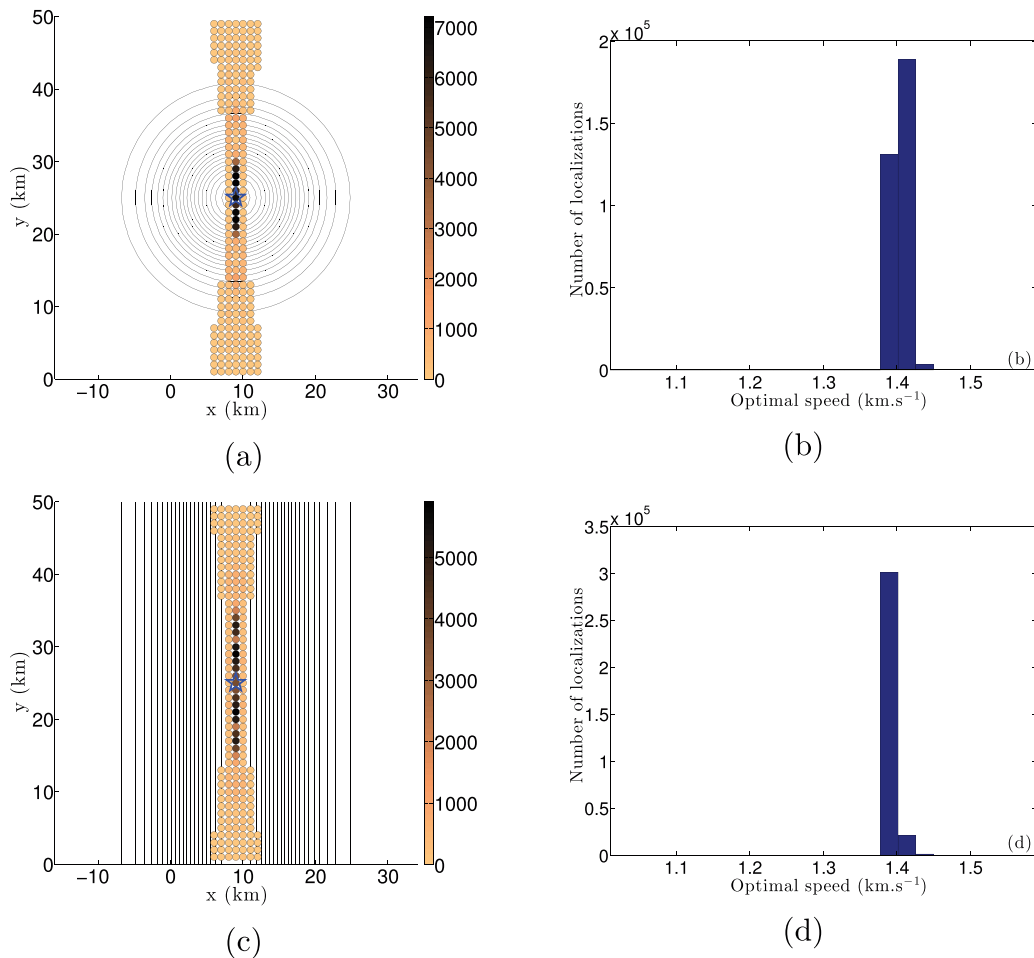


FIG. 10. (Color online) (a),(c) Most probable locations for the acoustic source by trilateration for (a) a Gaussian seamount and (c) a Gaussian linear ridge with hydrophones on either side of the source. (b),(d) Corresponding histograms of the best sound speed matching the maximum probability density in the case of (b) a Gaussian seamount and (d) a Gaussian linear ridge.

uncertainty in latitude or longitude are, for instance, less than 5 km inside an array of hydrophones of $\sim 1000 \times \sim 1000$ km (e.g., Fox *et al.*, 2001; Royer *et al.*, 2015; Smith *et al.*, 2003; Tsang-Hin-Sun *et al.*, 2016) up to 10 km inside a smaller array of $\sim 500 \times \sim 500$ km (Giusti *et al.*, 2018). They can be smaller by a factor of 2 depending on the number of hydrophones used in the inversion (from four to six). However, these trilaterations also search for the time origin of the event, with one standard deviation uncertainty in the order of 2–5 s. Our results suggest that either the experimental uncertainties are underestimated since they overlook any effect of the bathymetry or, conversely, that the errors due to the topography are less influential at ranges larger than 200 km (i.e., the errors on the arrival times at the hydrophones then include the topography effects). The robustness of the location determination from large arrays of hydrophones favors the latter hypothesis. At smaller ranges, the errors due to the topography may prevail upon the propagation errors and should be taken into account. But this preponderance has yet to be tested in realistic cases.

Using hydrophones on both sides of the source better constrains the distance of the source from the lines of hydrophones than its azimuth. This 3D-effect is likely due to the larger seismic/acoustic conversion zone in the ridge case, although we cannot preclude a combined effect with the peculiar distribution of the hydrophones parallel to the ridge crest. In both cases, the best sound speeds found by trilateration [Figs. 10(b) and 10(d)] are much less dispersed than when the source is outside the hydrophone network (Fig. 8). Moreover, they are both centered near 1400 m s^{-1} : 1390 m s^{-1} in the seamount case vs 1410 m s^{-1} in the ridge case [Fig. 8(a)]. These values are still lower than 1500 m s^{-1} , probably for the same reasons as stated in Sec. IV A. The slow start of acoustic waves at the beginning of their propagation may bias the location determination when the source is close to a hydrophone network (distance less than 100 km), if one assumes a constant sound speed.

C. Source away from a seamount

Hydroacoustic recordings show that the regions where T waves are excited by downslope propagation do not necessarily coincide with the earthquake epicenter (Chapman and Marrett, 2006; Johnson and Norris, 1968). To test this observation in a simplified configuration, the source of the earthquake is translated along y , 20 km away from the summit of the Gaussian seamount under a flat-bottom area. The localizations from the 20475 quadruplets of hydrophones in the 28-hydrophone network are shown Fig. 11(top). The number of localizations is significant in three main areas: first, in the flat area near the epicenter, second along the foot-slope of the seamount near the epicenter, and third at the foot of the seamount far from the epicenter. The latter two areas are consistent with acoustic waves generated by downslope propagation away from the source. The former area is consistent with the generation of acoustic waves in spite of a flat bottom, those waves being known for their conversion zone coincident with the epicenter (Johnson *et al.*, 1968). However, since all solutions falling on the model boundaries, or outside the sound-speed range, or with a too small probability density have been

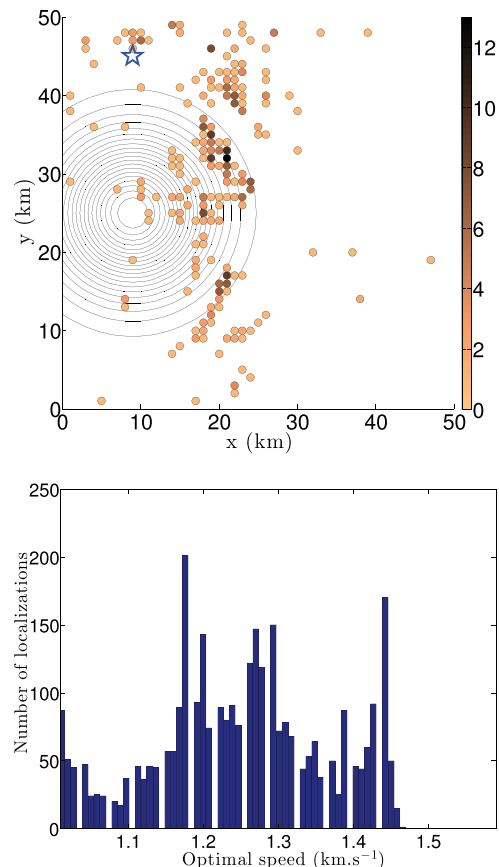


FIG. 11. (Color online) (Top) Location determinations of the epicenter by trilateration (colored points by number of localizations) in the case of a Gaussian seamount with a source 20 km away from its summit (blue star). Zoom on the 50×50 km relief zone, isobaths (black lines) are plotted every 100 m, the flat bottom is at a depth of 3000 m, and the topography rises up to 1000 m below the sea-surface. (Bottom) Corresponding histogram of the best sound speeds matching the maximum probability density.

discarded, the most probable locations (i.e., number of localizations per point) are only based on 424 solutions. The sound-speed distribution [Fig. 11(bottom)] is far more dispersed than in the previous cases (Fig. 8). Again, this observation can be explained by acoustic waves being emitted at delayed times, depending on the location of the seismo-acoustic conversion relative to the hydrophone location.

Finally, with hydrophones on either side of the source (Fig. 12), the most probable locations are found near the epicenter (4 km away) on the flat part (i.e., abyssal plain) of the model. Other solutions spread in the vicinity of the epicenter or on the slopes of the mount. The source determination is definitely improved when the source is inside a hydrophone network, but the emission of acoustic waves by nearby topographic slopes may introduce a bias in the solution. The best sound speeds [Fig. 12(bottom)] show much less dispersion than when the source is outside the hydrophone network, reflecting the better constraints on the distance between the source and the receivers.

V. DISCUSSION

This paper first demonstrates that SPECFEM3D is a very convenient tool to model the generation of very low-frequency acoustic waves on hilly sea-bottom and abyssal

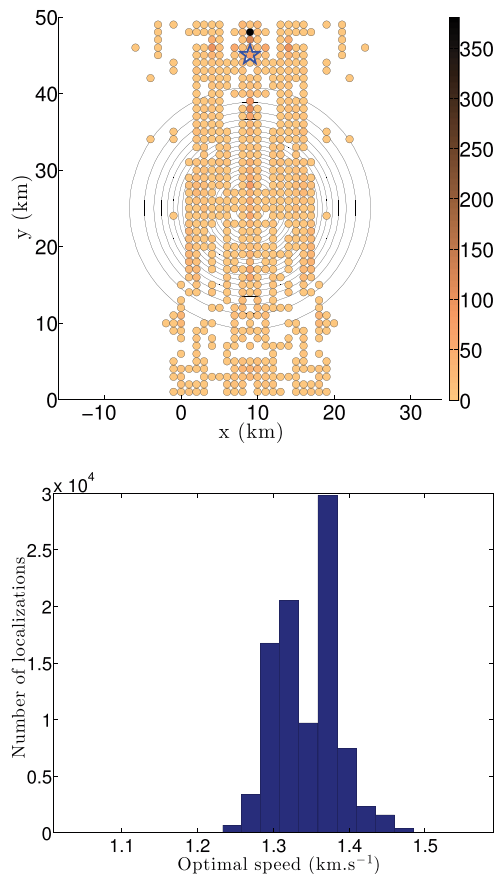


FIG. 12. (Color online) (Top) Most probable locations for the acoustic source by trilateration with a source away from a Gaussian seamount and with hydrophones on either side. (Bottom) Corresponding histogram of the best sound speeds matching the maximum probability density.

plains. These acoustic waves are shown to propagate as Rayleigh modes and are affected by modal dispersion.

Second, our simulations highlight different 3D-effects in the generation of those very low-frequency acoustic waves by a source located beneath a Gaussian seamount or a Gaussian ridge. Significant differences are observed in the amplitude of simulated signals, more powerful in the ridge case, which means that the acoustic source-level of an earthquake may not only reflect its magnitude but also the size, orientation, and slope of the conversion area. There are also clear 3D topographic effects in the acoustic wave arrival times at hydrophones, which may bias the location determination of an event by trilateration by several kilometers. For example, due to its larger seismic/acoustic conversion zone, a linear ridge may introduce larger uncertainties in the source location (up to 14 km). However, our simulations are limited to a domain 200 km long (i.e., arrival times in the order of 60–80 s); it is likely that the observed delays (smaller than 1 s) will become negligible when hydrophones are several hundred kilometers away from a source. More importantly, we show that, in the presence of topography, arrival-time inversions may point to the slopes of a topographic feature, which may be a more efficient *T* wave radiator than the epicenter itself.

The 3D-effects in our simulations are strongly analogous to the ones observed for *T* waves (e.g., Chapman and Marrett, 2006; de Groot-Hedlin and Orcutt, 1999). However,

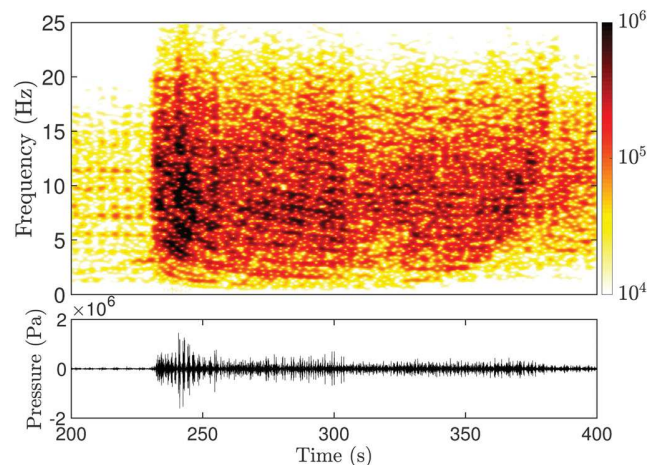


FIG. 13. (Color online) Spectrogram of a time-signal simulated by SPEC-FEM2D at a depth of 1000 m, 350 km away from a 10 Hz source, and propagating in an homogeneous ocean layer overlaying an homogeneous crust (Jamet, 2014).

due to the difference of frequency (0–2.5 Hz instead of 4–40 Hz for *T* waves), further work is needed on the modal propagation of the acoustic waves simulated by SPEC-FEM3D, particularly in higher frequency. 2D simulations (SPEC-FEM2D; Jamet, 2014) with a 10 Hz source generate a signal up to 25 Hz with modes similar to our 3D simulations with a 1 Hz source (Fig. 13 vs Fig. 4, center). Note the 2.5 factor between the frequency of the source and the maximal frequency observed in the water column. Additional tests at higher frequencies show the occurrence of Rayleigh modes at frequencies up to 25 Hz, even with a SOFAR channel.¹ This suggests that SPEC-FEM3D would behave at *T* wave frequencies in a similar way to here with very low frequencies. Further work needs also to include more complex topography (e.g., from a swath-bathymetry survey) and simulations of *T* wave at longer distances (500 km), which will require calculation facilities able to handle very large meshes (50 × 500 × 20 km). As an alternative, one can consider high-resolution 3D models near the source, and use the outputs at its edges as inputs in a 2D-model for propagating *T* waves over longer distances.

ACKNOWLEDGMENTS

J.L. was supported by a joint Ph.D. grant from the Délégation Générale de l'Armement (DGA) and the Région Bretagne. The SPEC-FEM3D code was run on Datarmor, a massive computing facility common to several research institutions at the westernmost tip of Brittany (France). The authors are grateful to Cédric Ody at Institut Universitaire Européen de la Mer (IUEM) for solving meshing errors, Charles Peureux for the understanding of the modal propagation, and to two anonymous referees whose helpful comments have greatly improved the paper.

¹See supplementary material at <https://doi.org/10.1121/1.5126009> for a classical benchmark test of horizontal refraction with SPEC-FEM3D and showing the occurrence of energetic Rayleigh modes at frequencies representative of actual *T* waves (25 Hz), even in a model with a SOFAR channel.

Abramovici, F. (1968). “Diagnostic diagrams and transfer functions for ocean waveguides,” *Bull. Seismol. Soc. Am.* **58**(1), 427–456.

- Arduin, F., and Herbers, T. H. C. (2013). "Noise generation in the solid Earth, oceans and atmosphere, from nonlinear interacting surface gravity waves in finite depth," *J. Fluid Mech.* **716**, 316–348.
- Arduin, F., Lavanant, T., Obrebski, M., Mari, L., Royer, J.-Y., d'Eu, J.-F., Howe, B. M., Lukas, R., and Aucan, J. (2013). "A numerical model for ocean ultra-low frequency noise: Wave-generated acoustic-gravity and Rayleigh modes," *J. Acoust. Soc. Am.* **134**(4), 3242–3259.
- Bohnenstiehl, D., Tolstoy, M., Dziak, R., Fox, C., and Smith, D. (2002). "Aftershock sequences in the mid-ocean ridge environment: An analysis using hydroacoustic data," *Tectonophysics* **354**(1-2):49–70.
- Bottero, A. (2018). "Full-wave numerical simulation of *T*-waves and of moving acoustic sources," Ph.D. thesis, Université Aix Marseille, available at <https://tel.archives-ouvertes.fr/tel-01893011> (Last viewed 9/9/2019).
- Bottero, A., Cristini, P., Komatitsch, D., and Asch M. (2016). "An axisymmetric time-domain spectral-element method for full-wave simulations: Application to ocean acoustics," *J. Acoust. Soc. Am.* **140**(5), 3520–3530.
- Chapman, N. R., and Marrett, R. (2006). "The directionality of acoustic *T*-phase signals from small magnitude submarine earthquakes," *J. Acoust. Soc. Am.* **119**(6), 3669–3675.
- Cristini, P., and Komatitsch, D. (2012). "Some illustrative examples of the use of a spectral-element method in ocean acoustics," *J. Acoust. Soc. Am.* **131**(3), 229–235.
- de Groot-Hedlin, C. D., and Orcutt, J. A. (1999). "Synthesis of earthquake-generated *T*-waves," *Geophys. Res. Lett.* **26**(9), 1227–1230, <https://doi.org/10.1029/1999gl900205>.
- Fox, C. G., Matsumoto, H., and Lau, T.-K. A. (2001). "Monitoring Pacific Ocean seismicity from an autonomous hydrophone array," *J. Geophys. Res.: Solid Earth* **106**(B3), 4183–4206, <https://doi.org/10.1029/2000JB900404>.
- Geuzaine, C., and Remacle, J.-F. (2009). "Gmsh: A 3-D finite element mesh generator with built-in pre- and post-processing facilities," *Int. J. Numer. Meth. Eng.* **79**(11), 1309–1331.
- Giusti, M., Perrot, J., Dziak, R. P., Sukhovich, A., and Maia, M. (2018). "The August 2010 earthquake swarm at North FAMOUSFAMOUS segments, Mid-Atlantic Ridge: Geophysical evidence of dike intrusion," *Geophys. J. Int.* **215**(1), 181–195.
- Jamet, G. (2014). "Modélisation d'ondes sismo-acoustiques par la méthode des éléments spectraux. Application à un séisme dans l'Atlantique Nord" ("Modeling of sismo-acoustic waves by a spectral element method. Application to an earthquake in the North Atlantic"), Ph.D. thesis, Université de Bretagne Occidentale, Brest, available in French at <https://tel.archives-ouvertes.fr/tel-01091245> (Last viewed 9/9/2019).
- Jamet, G., Guennou, C., Guillon, L., Mazoyer, C., and Royer, J.-Y. (2013). "*T*-wave generation and propagation: A comparison between data and spectral element modeling," *J. Acoust. Soc. Am.* **134**(4), 3376–3385.
- Jensen, F. B., Kuperman, W. A., Porter, M. B., and Schmidt, H. (2011). *Computational Ocean Acoustics*, 2nd ed., in *Modern Acoustics and Signal Processing* (Springer, New York).
- Johnson, R. H., and Norris, R. A. (1968). "*T*-phase radiators in the western Aleutians," *Bull. Seismol. Soc. Am.* **58**(1), 1–10.
- Johnson, R. H., Norris, R. A., and Duennebie, F. K. (1968). "Abyssally Generated *T* Phases," in *The Crust and Upper Mantle of the Pacific Area, Geophys. Monogr. Series*, edited by L. Knopoff, C. L. Drake, and P. J. Hart (American Geophysical Union, Washington, D.C.) Vol. 12, pp. 70–78.
- Lecoulant, J., Guennou, C., Guillon, L., and Royer, J.-Y. (2018). "Modélisation 3D des ondes acoustiques (ondes *T*) générées par les séismes sous-marins" ["3D modeling of acoustic waves (*T* waves) generated by submarine earthquakes"], in *Actes du 14e Congrès Français d'Acoustique (Proceedings of the 14th French Congress of Acoustics)* (Le Havre, France), pp. 339–343, available in French at https://www.conforg.fr/cfa2018/output_directory2/data/articles/000136.pdf (Last viewed 9/19/2019).
- Magnoni, F., Casarotti, E., Michelini, A., Piersanti, A., Komatitsch, D., Peter, D., and Tromp, J. (2014). "Spectral-element simulations of seismic waves generated by the 2009 L'Aquila earthquake," *Bull. Seismol. Soc. Am.* **104**(1), 73–94.
- Okal, E. A. (2008). "The generation of *T* waves by earthquakes," in *Advanced Geophysics* (Elsevier, Amsterdam), Vol. 49, pp. 1–65.
- Peter, D., Komatitsch, D., Luo, Y., Martin, R., Le Goff, N., Casarotti, E., Le Locher, P., Magnoni, F., Liu, Q., Blitz, C., Nissen-Meyer, T., Basini, P., and Tromp, J. (2011). "Forward and adjoint simulations of seismic wave propagation on fully unstructured hexahedral meshes: SPECfEM3d Version Sesame," *Geophys. J. Int.* **186**(2), 721–739.
- Royer, J.-Y., Chateau, R., Dziak, R., and Bohnenstiehl, D. (2015). "Seafloor seismicity, Antarctic ice-sounds, cetacean vocalizations and long-term ambient sound in the Indian Ocean basin," *Geophys. J. Int.* **202**(2), 748–762.
- Searle, R. (2013). *Mid-Ocean Ridges* (Cambridge University Press, Cambridge, UK).
- Shearer, P. M. (2009). *Introduction to Seismology*, 2nd ed. (Cambridge University Press, Cambridge, UK).
- Smith, D. K., Escartin, J., Cannat, M., Tolstoy, M., Fox, C. G., Bohnenstiehl, D. R., and Bazin, S. (2003). "Spatial and temporal distribution of seismicity along the northern Mid-Atlantic Ridge (15°–35°N)," *J. Geophys. Res.: Solid Earth* **108**(B3), 2167–2188, <https://doi.org/10.1029/2002JB001964>.
- Tarantola, A. (2005). *Inverse Problem Theory and Methods for Model Parameter Estimation* (Society for Industrial and Applied Mathematics, Philadelphia, PA).
- Tromp, J., Komatitsch, D., and Qinya, L. (2008). "Spectral-element and adjoint methods in seismology," *Commun. Comput. Phys.* **3**(1), 1–32.
- Tsang-Hin-Sun, E., Royer, J.-Y., and Perrot, J. (2016). "Seismicity and active accretion processes at the ultraslow-spreading Southwest and intermediate-spreading Southeast Indian ridges from hydroacoustic data," *Geophys. J. Int.* **206**(2), 1232–1245.
- Viktorov, I. A. (1967). *Rayleigh and Lamb Waves Physical Theory and Applications* (Springer, New York).
- Xie, Z., Matzen, R., Cristini, P., D. Komatitsch, and Martin, R. (2016). "A perfectly matched layer for fluid-solid problems: Application to ocean-acoustics simulations with solid ocean bottoms," *J. Acoust. Soc. Am.* **140**(1), 165–175.

V.A.2 Limites des résultats obtenus en ultra-basses fréquences

Les résultats présentés chapitre IV, avec des ondes acoustiques énergétiques jusqu'à 25 Hz, mettent en lumière les limitations des modèles présentés dans l'article précédent, qui simulent des ondes ne dépassant pas 2,5 Hz.

La Figure 3 de [Lecoulant et al. \(2019\)](#) montre que la vitesse des ondes acoustiques varie au cours de leur propagation, passant d'une vitesse proche mais inférieure de 10% à la vitesse du son dans l'eau ($\sim 1350 \text{ m.s}^{-1}$ à 80 km de la source) à une vitesse proche de celle du son à environ 170 km de la source. Aucun effet de ce type n'est décelable dans les diagrammes temps-distance présentés au chapitre IV, où le front d'arrivées d'ondes acoustiques apparaît toujours comme une ligne droite avec une pente qui correspond à une vitesse de 1500 m.s^{-1} . La faible vitesse des ondes acoustiques modélisées en 3D s'explique si l'on se réfère à la Figure III.4. Elle montre que pour des fréquences comprises entre 0 et 2,5 Hz la vitesse de groupe des modes de Rayleigh est inférieure à la vitesse du son dans l'eau et que la différence de vitesse est d'autant plus importante que les modes sont d'ordre élevé. L'augmentation de la vitesse des ondes acoustiques modélisées en 3D avec la distance à la source s'explique probablement par le comportement passe-bas de la propagation à longue distance. À mesure que l'onde s'éloigne de la source, les modes d'ordre élevé dont la vitesse de groupe diffère le plus de celle du son dans l'eau sont atténués et la vitesse de l'onde T paraît se rapprocher de celle du son. L'inversion des temps d'arrivée présentée dans [Lecoulant et al. \(2019\)](#) n'est pas affectée par ce problème de vitesse des ondes acoustiques, car la vitesse est aussi prise en compte comme une inconnue dans la trilatération. La Figure 8 de l'article montre bien que la vitesse d'inversion optimum est inférieure à 1500 m.s^{-1} . Cependant, si une modélisation 3D avec des ondes acoustiques énergétiques jusqu'à 25 Hz était possible, les trilatérations montreraient sans doute une distribution des vitesses optimum d'inversion centrée sur 1500 m.s^{-1} avec une moindre variance.

Les signaux présentés dans la Figure 5 de [Lecoulant et al. \(2019\)](#) montrent un rapport d'amplitude entre les ondes acoustiques et les ondes d'interface très différent de celui obtenu avec une bathymétrie semblable, mais avec une source à 10 Hz (voir Figure IV.9). Dans les signaux obtenus en 3D avec une source à 2,5 Hz, l'amplitude maximale des ondes d'interface est égale à la moitié de l'amplitude maximale des ondes acoustiques, alors qu'en 2D avec une source à 25 Hz, les ondes d'interface ont une amplitude inférieure de plusieurs ordres de grandeur à celle des ondes acoustiques. Les effets de l'amplitude des ondes d'interfaces sont visibles sur l'émergence du train d'ondes acoustiques : elle est très impulsionnelle en 2D et beaucoup plus progressive en 3D, où le signal d'ondes acoustiques est composé d'un mélange d'ondes d'interface et d'ondes acoustiques. En raison de la définition du temps d'arrivée utilisée par [Lecoulant et al. \(2019\)](#), la forme de l'émergence du signal d'ondes acoustiques a

une forte influence sur les temps d'arrivée, qui sont donc possiblement affectés par une surévaluation de l'amplitude relative des ondes d'interface avec une source ultra basse fréquence.

V.B Influence de l'atténuation sur la localisation de la source par trilatération

Les modélisations 3D présentées précédemment ne tenaient pas compte de l'absorption ou atténuation intrinsèque que subissent les ondes sismiques lors de leur propagation dans la croûte océanique. L'objectif des premières simulations était en effet d'isoler les seuls effets 3D. Effets 3D comme atténuation intrinsèque modifient les amplitudes relatives des différents types d'ondes simulées. Cette section reprend les simulations de l'article pour le mont gaussien et la dorsale gaussienne linéaire avec une atténuation intrinsèque de $0,1 \text{ dB}/\lambda$, tant pour les ondes de compression que pour les ondes de cisaillement. Par simplification, on désigne désormais par atténuation l'atténuation intrinsèque.

V.B.1 Comparaison du signal avec et sans atténuation

La Figure [V.1](#) compare les signaux obtenus à 100 km de la source et 1500 m de profondeur, dans le plan de symétrie du domaine de calcul, dans le cas d'un mont gaussien avec et sans atténuation. Elle met en évidence les parties du signal qui sont les plus affectées par l'atténuation. Les différences d'amplitude sont importantes pour les ondes PN, ce qui est attendu, puisque ces ondes résultent de la conversion sismo-acoustique à la normale de l'hydrophone d'ondes P qui se sont propagées dans la croûte depuis la source sur une distance de 100 km. Les différences d'amplitude sont également importantes pour les ondes d'interface, qui proviennent de mouvements de la croûte, au plus près de l'interface avec l'océan. Enfin, des différences d'amplitude existent aussi pour les ondes acoustiques ; elles sont particulièrement marquées peu après l'arrivée de ces ondes, sans doute parce qu'une partie de l'amplitude du signal est encore due aux ondes d'interface, affectées par l'atténuation dans la croûte. Au-delà, on remarque que si les deux signaux se superposent presque parfaitement, les amplitudes du signal avec atténuation sont un peu plus faibles au niveau des extrema du signal. Cela est peut-être dû au fait que, bien que la profondeur de la source soit faible et donc les distances à parcourir jusqu'à l'interface courtes, les ondes sismiques qui ont généré les ondes acoustiques dans le voisinage de la source étaient déjà atténuées. Les ondes sismiques sont converties en ondes acoustiques sur les pentes du mont, après que les ondes sismiques ont parcouru entre 4 km (base du mont) et 6 km (sommet du mont). Avec une atténuation de $0,1 \text{ dB}/\lambda$ dans la croûte et une longueur d'onde de $\sim 500 \text{ m}$, les ondes sismiques doivent donc

subir, avant leur conversion, des pertes dues à l'atténuation comprises entre 0,8 et 1,2 dB. L'extremum des signaux acoustiques (Figure V.1) est de $-1,277 \cdot 10^{-4}$ Pa sans atténuation et de $-1,02 \cdot 10^{-4}$ Pa avec atténuation. Cette différence de 0,98 dB est cohérente avec une explication par l'atténuation des ondes sismiques dans la croûte avant leur conversion sur les pentes du mont.

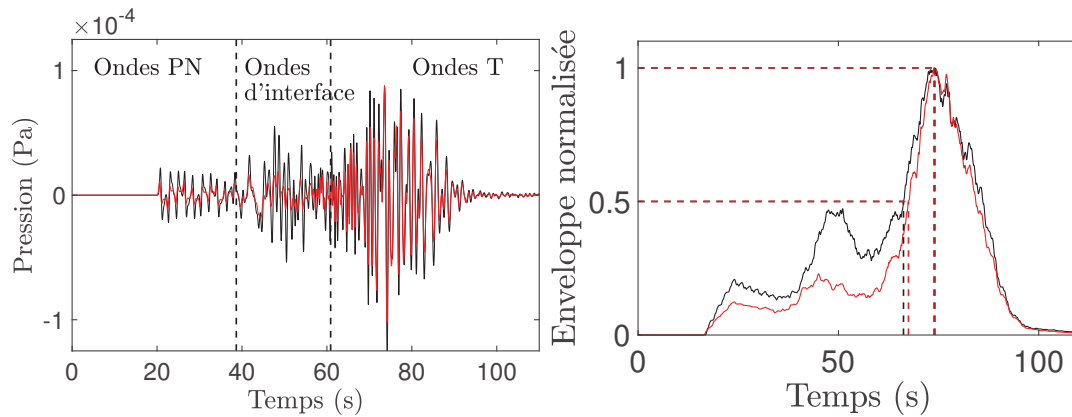


FIGURE V.1 – (Gauche) Signaux temporels à 100 km de la source et 1500 m de profondeur dans le cas du mont gaussien, avec atténuation (rouge) et sans atténuation (noir). (Droite) Enveloppes normalisées de ces mêmes signaux

La comparaison des enveloppes des signaux (Figure V.1 droite) met aussi en évidence les différences d'amplitude que nous venons de mentionner et permet d'évaluer l'effet de l'atténuation sur les temps d'arrivée. En effet, les temps d'arrivée dans [Lecoulant et al. \(2019\)](#) sont basés sur l'amplitude de l'enveloppe à 50% de l'amplitude maximum. Sans atténuation dans la croûte, les ondes d'interface représentent une part non négligeable de l'amplitude des ondes acoustiques. Avec atténuation, leur contribution est moindre, le pic de l'enveloppe est alors plus resserré autour de son maximum et sa demi-amplitude atteinte 1,237 s plus tard que dans le cas sans atténuation. Le pic plus resserré traduit le fait que l'arrivée des ondes acoustiques est plus impulsionnelle et devrait diminuer la variabilité des temps d'arrivée pointés et donc celle des localisations.

La différence de temps d'arrivée entre les cas avec et sans atténuation est plus importante que les différences de temps d'arrivée relevées dans [Lecoulant et al. \(2019\)](#) entre hydrophones à l'intérieur et hors du plan de symétrie du domaine de calcul. Elle justifie donc qu'on tente de reproduire les résultats de l'article pour vérifier l'influence de l'atténuation sur la localisation de la source.

V.B.2 Effets de l'atténuation sur les temps d'arrivée

Comme dans [Lecoulant et al. \(2019\)](#), la Figure V.2 compare les signaux simulés avec un mont gaussien et avec une dorsale linéaire en considérant une atténuation dans la croûte. Les signaux temporels sont extraits à deux hydrophones situés sur un cercle centré sur l'épicentre à 100 km de la source et à une profondeur de 1500 m. L'un de ces hydrophones est localisé dans le plan de symétrie du domaine de calcul et l'autre sur une ligne à 13° de ce plan.

Dans le plan de symétrie (Figure V.2 gauche), les amplitudes maximales des ondes acoustiques sont environ deux fois plus importantes dans le cas de la dorsale que dans le cas du mont gaussien. L'intensité acoustique reçue dans le cas de la dorsale ($3,12 \times 10^{-4} \text{ W.m}^{-3}.\text{s}^{-1}$) est près de quatre fois supérieure à celle dans le cas du mont ($1,20 \times 10^{-3} \text{ W.m}^{-3}.\text{s}^{-1}$). Ces valeurs sont toutefois légèrement inférieures aux valeurs obtenues sans atténuation, ce qui est logique puisque l'atténuation entraîne justement des pertes plus importantes. Les effets 3D sur les intensités acoustiques des signaux restent les mêmes et leur interprétation par la plus grande extension de la zone de conversion sismo-acoustique dans le cas de la dorsale reste clairement valable. Tout comme dans les simulations sans atténuation, il y a un léger retard des arrivées des ondes acoustiques dans le cas de la dorsale, par rapport au cas du mont. L'enveloppe du signal atteint la moitié de son maximum 0,564 s plus tard que dans le cas du mont et l'enveloppe atteint son maximum 0,635 s plus tard. L'interprétation de ce retard en termes de chemins acoustiques plus longs engendrés par la plus grande zone de conversion sismo-acoustique au niveau de la dorsale reste aussi valable.

À une distance angulaire de 13° du plan de symétrie (Figure V.2 droite), les amplitudes sont proches de celles observées dans le plan de symétrie, tout comme la différence d'intensité acoustique ($1,10 \times 10^{-3} \text{ W.m}^{-3}.\text{s}^{-1}$ dans le cas de la chaîne, contre $3,35 \times 10^{-4} \text{ W.m}^{-3}.\text{s}^{-1}$ dans le cas du mont). La différence dans les temps d'arrivée est plus faible : l'enveloppe n'atteint son maximum que 0,546 s plus tard dans le cas de la dorsale, et elle n'atteint la moitié de son maximum que 0,106 s plus tard. Comme dans les simulations sans atténuation, ces retards moindres sont interprétés comme l'effet d'arrivées d'ondes générées loin de la source, pour lesquels les chemins acoustiques jusqu'à l'hydrophone sont plus courts que hors du plan de symétrie. La différence entre les retards dans et hors du plan de symétrie est cependant plus faible que dans les simulations sans atténuation. La longue *coda* visible dans le cas de la dorsale entre 90 et 100 s et déjà mise en évidence dans les simulations sans atténuation est toujours présente.

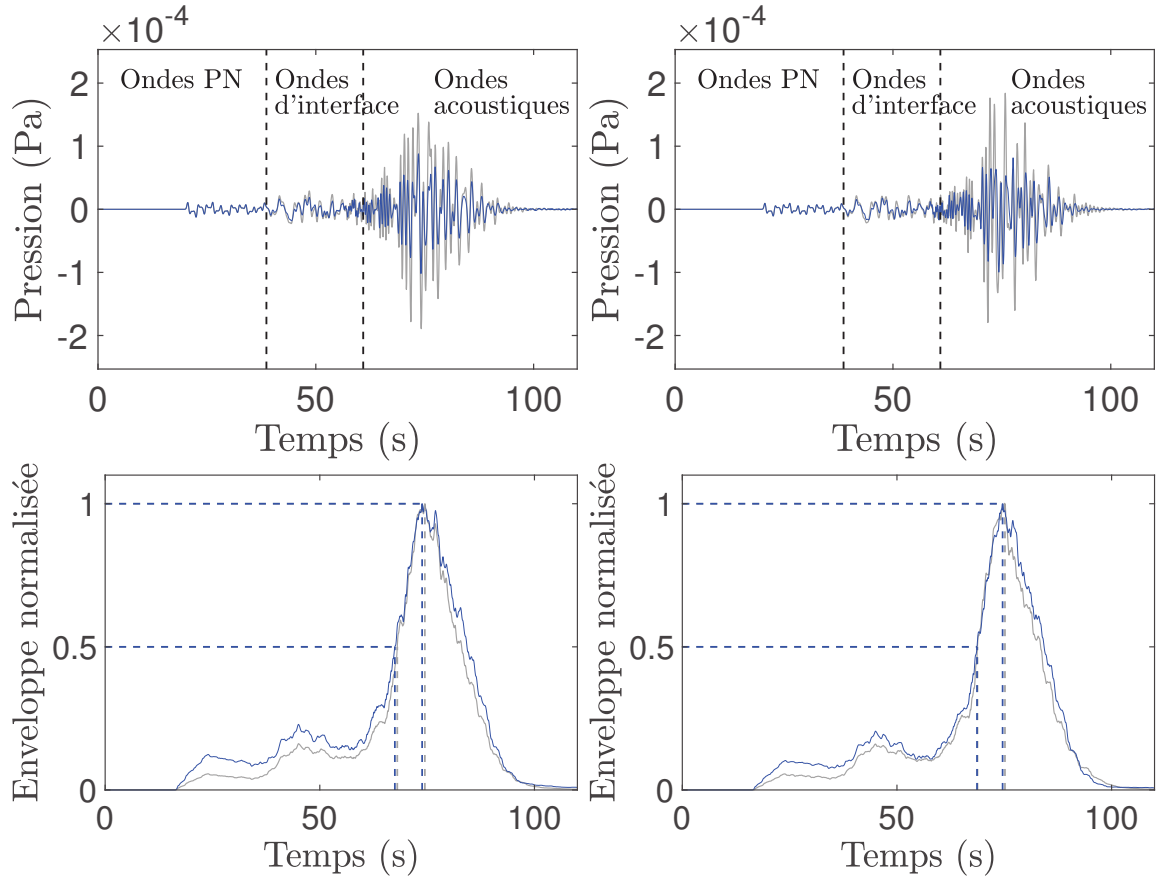


FIGURE V.2 – Signaux temporels dans un modèle avec atténuation (haut) et enveloppes normalisées correspondantes (bas) pour un mont gaussien (bleu) et pour une dorsale gaussienne (gris) mesurés par des hydrophones à 100 km de la source et 1500 m de profondeur, situés dans le plan de symétrie du domaine de calcul (gauche) et sur une ligne à 13° du plan de symétrie (droite).

V.B.3 Effets de l'atténuation sur les localisations

Les effets 3D sur les temps d'arrivée des ondes acoustiques présentés section V.B.2 sont qualitativement les mêmes que dans les simulations sans atténuation. On n'attend donc pas de différence notable dans les densités de probabilité calculées à partir d'un unique quadruplet d'hydrophones et on s'intéresse directement à l'évaluation globale des effets 3D sur la localisation en regardant les positions déduites des 20 475 quadruplets possibles avec 28 hydrophones.

La Figure V.3 montre le nombre de fois qu'un point de la grille de recherche est apparu comme localisation la plus probable. Dans le cas du mont, la plupart des localisations se trouvent près du sommet du mont, à une distance horizontale d'environ 4 km de l'épicentre, soit légèrement plus proche que dans la simulation sans atténuation (Figure V.3 gauche vs Figure 7-haut de l'article). L'écart type des distances à la source projetées suivant l'axe y , de 3 km, est aussi légèrement moindre. Dans le cas de la dorsale, la majorité des localisations sont réparties, tout comme dans la simulation sans atténuation, en deux groupes parallèles à la crête de la dorsale : l'un à la même abscisse que l'épicentre et l'autre sur la pente extérieure de la dorsale, à 4 ou 5 km de l'épicentre (Figure V.3 droite). Comme dans le cas sans atténuation, les nombreuses localisations sur la pente opposée aux hydrophones découlent de la surestimation des distances entre source et hydrophones à cause du retard des ondes acoustiques générées par la dorsale. L'écart-type de la distance à la source projeté sur l'axe y est de 4 km, ce qui est plus que dans le cas du mont avec atténuation, mais moins que dans le cas de la dorsale sans atténuation.

En résumé, dans ces deux simulations avec atténuation, les distances source-hydrophones sont surestimées par rapport au cas sans atténuation, ce qui est conforme aux plus longs temps d'arrivée que nous avons mis en évidence pour les simulations avec atténuation (section V.B.1). Les écarts-type de la distance à la source projetée selon l'axe y sont plus faibles que dans le cas sans atténuation, ce qui reflète sans doute un pointage plus précis des temps d'arrivée, en raison de l'arrivée d'ondes acoustiques plus impulsionnelle dans le cas avec atténuation.

Les vitesses qui correspondent au maximum de la densité de probabilité se répartissent entre 1300 et 1500 m.s⁻¹, avec un maximum à 1380 m.s⁻¹ dans le cas du mont (Figure V.4 gauche) et à 1430 m.s⁻¹ dans le cas de la dorsale (Figure V.4 droite). Dans le cas du mont, cette valeur est très proche de celle obtenue sans atténuation et, dans le cas de la dorsale, elle est identique à la valeur sans atténuation. Cependant, les distributions des vitesses sont légèrement différentes : dans le cas du mont, la distribution est bimodale, avec un pic

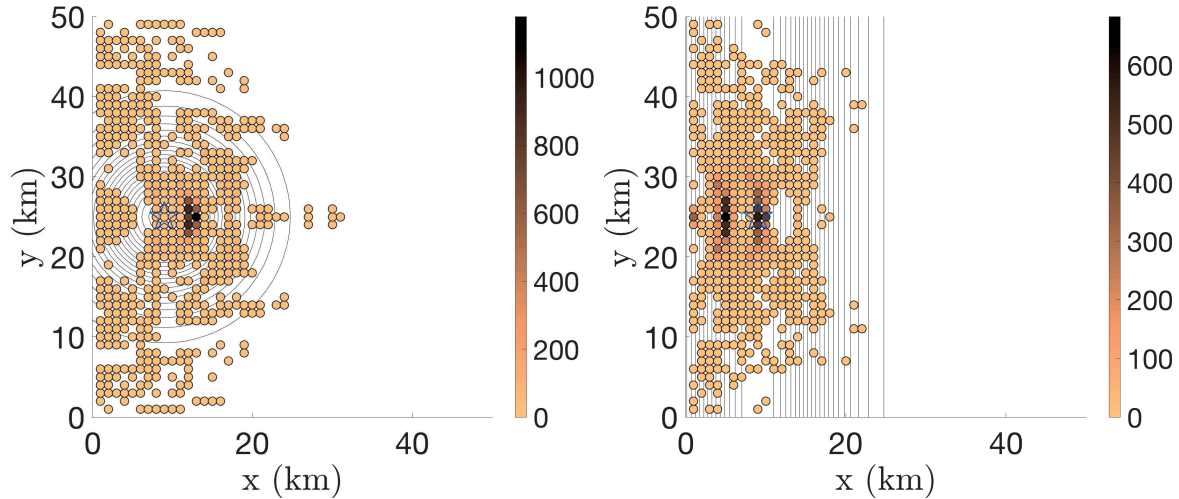


FIGURE V.3 – Localisations les plus probables de la source acoustique obtenues par trilatération pour un mont gaussien (gauche) et une dorsale gaussienne (droite) linéaire dans des modèles avec atténuation. L'échelle de couleur correspond au nombre de fois qu'un point de la grille est apparu comme la localisation la plus probable, pour tous les quadruplets d'hydrophones parmi 28, avec des hydrophones d'un seul côté de la source. On a zoomé ici sur une zone de 50×50 km dans le voisinage de l'épicentre (étoile bleue). Les isobathes (lignes noires) sont représentées tous les 100 m, le fond plat est à une profondeur de 3000 m et la topographie s'élève jusqu'à 1000 m sous la surface de l'océan.

secondaire à 1500 m.s^{-1} ; dans le cas de la dorsale, les nombreuses localisations avec une vitesse inférieure à 1400 m.s^{-1} ont presque disparu. Dans les deux cas, les vitesses obtenues sont plus élevées par rapport aux simulations sans atténuation. Le léger retard des temps d'arrivée, dans les modèles avec atténuation, rapproche l'origine des ondes T de l'épicentre, et ce faisant, éloigne la source des hydrophones, d'où des vitesses légèrement supérieures.

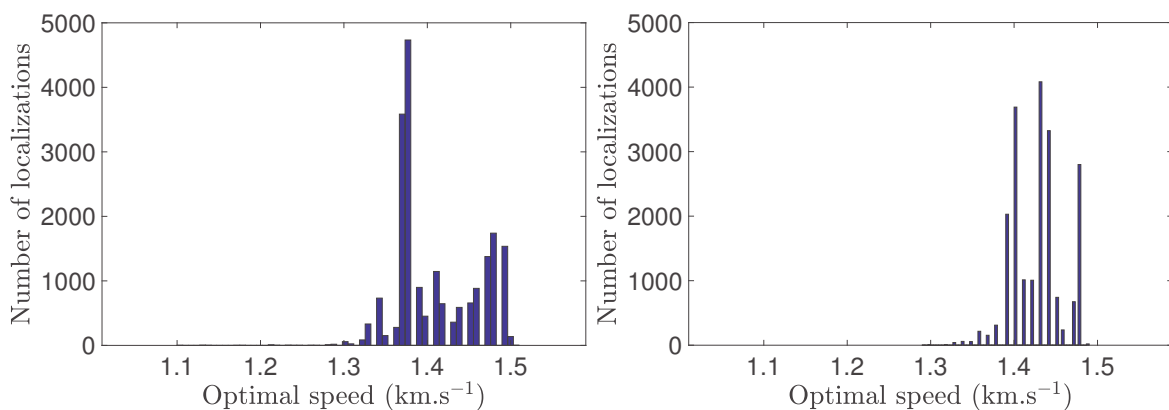


FIGURE V.4 – Histogramme des vitesses du son au maximum de la densité de probabilité pour la localisation de la source acoustique dans le cas de (gauche) le mont gaussien et (droite) la dorsale gaussienne, dans des modèles avec atténuation.

Jusqu'ici, nous avons reproduit, avec de l'atténuation, le cas le plus défavorable testé par [Lecoulant et al. \(2019\)](#) : celui où la source est située en dehors du réseau d'hydrophones, ce

qui est connu pour maximiser les incertitudes dans les localisations. Comme [Lecoulant et al. \(2019\)](#), nous créons artificiellement des hydrophones de l'autre côté de la source et nous regardons les localisations déduites des 367 290 quadruplets d'hydrophones parmi les 56 du réseau dédoublé. La localisation la plus probable de la source, en ne prenant en compte que les quadruplets avec au moins un hydrophone de part et d'autre de la source, est une zone étroite, allongée selon l'axe Oy et centrée sur l'épicentre (Figure V.5). Étrangement, la zone de localisation est plus étendue dans le cas du mont que dans le cas de la ride, avec un écart type selon l'axe y , respectivement de 9 km et de 6 km. On remarque aussi, dans le cas du mont, que la distribution de distance selon y est bimodale, avec deux zones de très forte densité de localisations symétriques par rapport à la source, larges d'environ 3 km et située à ± 3 km de la source. Ce comportement reflète peut-être la génération d'ondes T en haut des pentes du mont, à distance du sommet où se trouve l'épicentre. La dorsale, dont l'altitude est constante selon y , ne montre pas un tel effet.

Comme dans [Lecoulant et al. \(2019\)](#), le fait que les distances source-hydrophones soient mieux contraintes avec des hydrophones de part et d'autre de la source est reflété par des distributions de vitesse très étroites (Figure V.6). Le maximum de cette distribution, qui concentre la grande majorité des localisations, est à 1390 m.s^{-1} dans le cas de la chaîne et à 1400 m.s^{-1} dans le cas du mont.

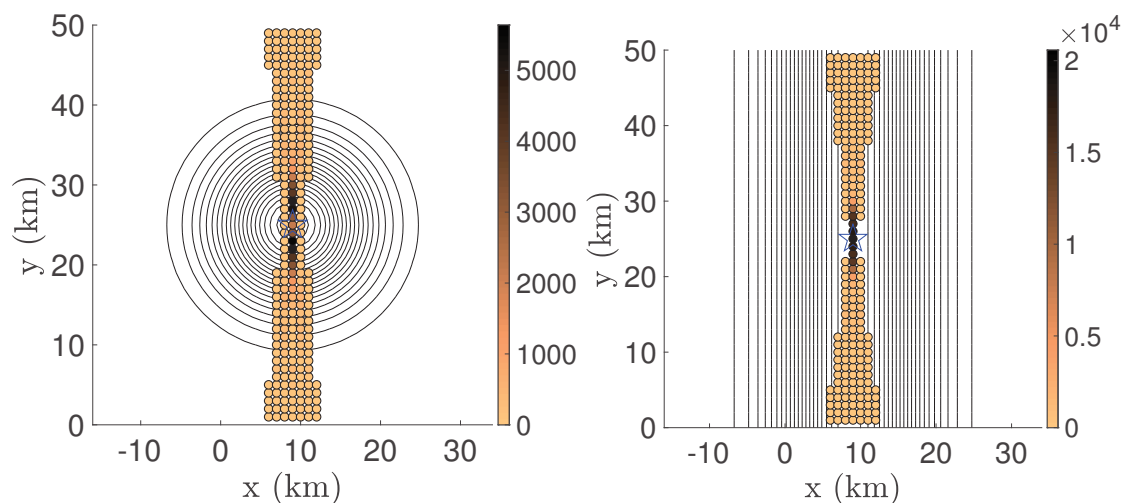


FIGURE V.5 – Localisations les plus probables de la source acoustique obtenues par trilatération pour un mont gaussien (gauche) et une dorsale gaussienne linéaire (droite). L'échelle de couleur correspond au nombre de fois qu'un point de la grille est apparu comme la localisation la plus probable, pour tous les quadruplets d'hydrophones parmi 28, avec des hydrophones de chaque côté de la source. On a zoomé ici sur une zone de 50×50 km dans le voisinage de l'épicentre (étoile bleue). Les isobathes (lignes noires) sont représentées tous les 100 m, le fond plat est à une profondeur de 3000 m et la topographie s'élève jusqu'à 1000 m sous la surface de l'océan

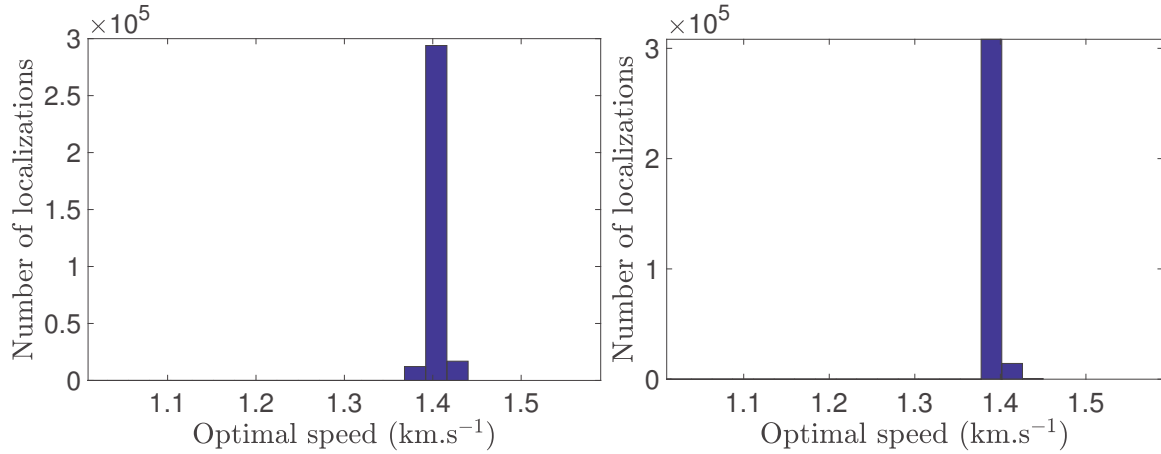


FIGURE V.6 – Histogramme des vitesses du son au maximum de la densité de probabilité pour la localisation de la source acoustique dans le cas (gauche) du mont gaussien et (droite) de la dorsale gaussienne.

Avec une source excentrée à 20 km du sommet du mont, à cause de l’atténuation, les ondes sismiques qui atteignent les pentes du mont sont déjà trop atténuées, et le rapport des amplitudes des ondes T aux autres ondes est trop faible pour qu’on puisse correctement mesurer des temps d’arrivée et reproduire l’expérience présentée par [Lecoulant et al. \(2019\)](#).

V.C Conclusion

Les simulations d’ondes T présentées dans ce chapitre ont permis de montrer, dans des modèles simples avec une source très basse fréquence (1 Hz), avec ou sans atténuation des ondes sismiques dans la croûte, l’importance des effets 3D sur la génération des ondes T. L’amplitude des ondes d’interface et des ondes acoustiques dépend de la topographie et donc de la taille de la zone de conversion sismo-acoustique. De même, les dimensions de la zone de conversion peuvent influencer les temps d’arrivée et la longueur de la *coda*. L’influence de la topographie sur les temps d’arrivée se retrouve aussi lorsqu’on cherche à localiser la source par trilatération à partir des temps d’arrivée. Les zones qui ont la plus forte probabilité d’être pointées par la trilatération semblent finalement dessiner les zones de conversion sismo-acoustique, dont l’extension varie avec la forme du relief.

Ces simulations 3D montrent aussi que l’arrivée des ondes acoustiques est beaucoup plus progressive que dans le cas 2D (chapitre IV). L’incertitude sur les temps d’arrivée des ondes T et donc sur la localisation de leur source par trilatération est donc plus importante. Toutefois l’atténuation des ondes sismiques dans la croûte, en atténuant les ondes d’interface, rend l’arrivée des ondes acoustiques plus impulsionnelles ; cela a pour effet de réduire d’autant les

incertitudes sur les temps d'arrivée et la localisation. Cependant, même s'il était possible de modéliser une source de fréquence 10 fois plus élevée, ces incertitudes resteraient toujours très inférieures à celles obtenues à partir de signaux réels. L'écart-type des incertitudes sur les temps d'arrivée pour un réseau au sud des Açores est de l'ordre de 2 à 3 s ([Giusti et al., 2018](#)).

Conclusion

Cette thèse aborde les questions de la génération des ondes T produites par les séismes sous-marins, de l'effet éventuel de la bathymétrie des fonds océaniques au voisinage de l'épicentre sur la conversion sismo-acoustique, et de leur mode de propagation. Comme tout travail de recherche, elle apporte des réponses et suscite de nouvelles questions. L'expérience acquise permet enfin de proposer des pistes pour les aborder.

Un premier résultat est que **les ondes T sont des modes de Rayleigh générés par un forçage sismique avec une bathymétrie quelconque**. Le modèle analytique développé dans cette thèse montre qu'avec un forçage sismique à une interface croûte/océan plane, les conditions aux limites font nécessairement apparaître des modes de Rayleigh dans l'océan, qu'on peut assimiler aux ondes T. Ce modèle prédit également les spectres des précurseurs des ondes T : les ondes PN et SN. Une simulation avec un fond plat confirme la présence d'ondes T, ce qu'aucun autre modèle ne prévoyait, propagées par des modes identiques à ceux prédits par le modèle analytique, ainsi que l'accord entre les spectres d'ondes PN et SN simulées et analytiques. Ces ondes T par fond plat sont cependant trop peu énergétiques pour expliquer les signaux réels observés. Simuler des signaux réalistes nécessite une topographie à l'interface croûte/océan au voisinage de l'épicentre, de grande (mont sous-marin) ou petite (rugosité du fond) amplitude. Les simulations avec un mont sous-marin confirment que les modes de Rayleigh peuvent propager les ondes T, avec ou sans canal SOFAR (*i.e.* avec un profil de vitesse variable dans l'océan) ; l'effet guide d'onde, à des fréquences où il devrait être important (≤ 25 Hz), s'avère en fait négligeable. Une comparaison qualitative avec des ondes T abyssales observées confirme la pertinence de la simulation avec une rugosité de fond sinusoïdale. Celle-ci montre d'intéressants effets sur les relations de dispersion des ondes acoustiques, que le modèle analytique ne permet pas encore de prédire.

Une second résultat est **l'importance des effets 3D dans la génération des ondes T**. Des simulations 3D, possibles grâce à une diminution de la fréquence de la source, montrent que dans des configurations simplifiées, pour une même source sismique, des bathymétries différentes peuvent conduire à des signaux d'ondes T dont l'amplitude varie du simple au double. Remonter à la magnitude d'un séisme sous-marin à partir de l'amplitude des signaux d'ondes T devient alors une entreprise hasardeuse, si les géophysiciens ne tiennent

pas compte de cet effet. De même, avec des bathymétries différentes, les temps d'arrivée des ondes T varient pour un même événement. Ces simulations confirment ainsi l'idée que la zone de conversion sismo-acoustique, localisée par trilatération des temps d'arrivée, ne correspond pas nécessairement à l'épicentre du séisme, même pour des séismes peu profonds. L'écart dans nos simulations peut atteindre plusieurs kilomètres, qui est l'ordre de grandeur des incertitudes estimées pour des événements situés à l'intérieur d'un réseau d'hydrophones.

Un troisième résultat est d'ordre méthodologique. Conscient du potentiel qu'offre la méthode des éléments finis spectraux pour simuler des ondes T réalistes (*e.g.* Bottero, 2018), nous avons cherché à démontrer la validité du code SPECFEM. En 2D, la comparaison entre les prédictions du modèle analytique développé chapitre I et les sorties du modèle dans une configuration identique valide clairement SPECFEM. En 3D, la modélisation de configurations théoriques types utilisées par les acousticiens pour comparer des codes acoustiques (*e.g.* coin dans un guide de Pekeris) valide la modélisation de la réfraction horizontale par SPECFEM, ce qui n'avait jamais été fait et qui peut augmenter grandement la confiance portée aux applications de SPECFEM3D à l'acoustique sous-marine. Tous ces tests, qui se sont avérés probants, valident les résultats précédents et confirment tout le potentiel de l'approche SPECFEM que ce soit en 2D, 2,5D ou 3D, chacune avec ses atouts et ses limitations selon la problématique abordée.

Perspectives

Cette thèse a appliqué plusieurs méthodes différentes au problème encore mal compris de la génération et de la propagation des ondes T. Il reste donc beaucoup à accomplir.

Le modèle analytique présenté chapitre III n'est valable que pour un océan de profondeur finie reposant sur un solide demi-infini et il ne tient pas compte des sédiments. Il serait pourtant facile d'introduire une couche de sédiment, comme dans le modèle analytique développé par Arduin et al. (2013) qui prédit toujours l'existence de modes de Rayleigh, même si leur forme est modifiée. De même, le modèle analytique utilisé dans cette thèse ne s'applique qu'à un fond plat. La simulation présentée chapitre IV montre les effets d'une rugosité sinusoïdale sur les relations de dispersion des ondes acoustiques dans l'océan. Il serait intéressant de voir si une rugosité de fond sinusoïdale, ou composée d'une somme de sinusoïdes, pourrait être intégrée au modèle analytique et prédire les effets déjà constatés. Plus important encore, nous n'avons que très peu exploré les aspects énergétiques du modèle analytique, en ne cherchant à tester ses prédictions sur l'énergie des ondes que pour les ondes PN et SN, plus simples à comprendre. Nos simulations confirment cependant l'importance cruciale d'accidents topographiques, non pris en compte par le modèle, pour obtenir des

signaux d'ondes T énergétiques. Il serait intéressant de savoir si l'intégration d'une topographie au modèle analytique, par exemple par une méthode adiabatique, pourrait permettre de prédire ces effets. Toujours dans l'optique de mieux comprendre les aspects énergétiques, il serait intéressant de savoir si ce modèle analytique, intégrant l'effet de la topographie, ferait apparaître les couplages entre modes invoqués par [Park and Odom \(1999\)](#) pour comprendre la génération des ondes T. De même, les méthodes de calcul de l'énergie des modes simulés exploitées dans cette thèse pourraient être utilisées pour confirmer ou infirmer l'existence de ces couplages modaux dans les simulations.

Grâce à des simulations limitées en fréquence et à des configurations simplifiées et peu étendues, les simulations 3D présentées dans cette thèse ont permis de montrer l'importance des effets 3D sur la génération des ondes T. Malgré leur très grand intérêt, ces résultats manquent encore l'objectif, qu'on sait être très difficile à atteindre (*e.g.* [Bottero, 2018](#)), de simuler des ondes T en 3D avec la bonne fréquence et de les propager à longue distance pour reproduire des situations réelles. Les matrices d'éléments finis atteindraient une taille telle qu'elles requerraient des moyens de calcul conséquents. Pour contourner cette difficulté et simuler des ondes T réalistes, une solution pourrait être une approche mixte combinant la méthode des éléments finis spectraux en 3D pour modéliser la conversion sismo-acoustique au voisinage de la source, puis un code parabolique ou d'éléments finis spectraux 2D, au coût numérique plus faible, pour propager les signaux générés dans la colonne d'eau par le premier code sur de très longues distances. Ce code mixte prendrait ainsi en compte les effets 3D autour de l'épicentre du séisme, explorés dans le cadre de cette thèse, et les effets de la propagation longue distance dans l'océan. Il est toutefois certain que les progrès des logiciels de maillage et surtout la formidable augmentation des capacités de calcul des superordinateurs finiront par rendre possibles les simulations 3D d'ondes T dans des cas réels.

Annexe A

Activités complémentaires accomplies au cours de mon doctorat

Ces trois années de thèse ont été l'occasion de nombreuses activités complémentaires qui m'ont permis de faire progresser mes recherches, de les faire connaître et de me former.

J'ai ainsi participé à deux conférences internationales et une nationale :

- UACE2017 (Underwater Acoustics Conference and Exhibition), du 3 au 8 septembre 2017, sur l'île de Skiathos en Grèce ;
- OCEAN2019 MTS/IEEE, du 17 au 20 juin 2019, à Marseille ;
- CFA2018 (Congrès Français d'Acoustique), du 23 au 27 avril 2018 au Havre.

Ces présentations ont donné lieu à trois articles publiés dans les *proceedings* de ces réunions et reproduits en annexe ci-après :

- Jean Lecoulant, Claude Guennou, Laurent Guillon et Jean-Yves Royer, 2017, *3-D modeling of the generation and propagation of acoustic T-waves at seafloor spreading ridges*, Nombre de pages http://www.uaconferences.org/docs/UACE2017_Papers/595_UACE2017.pdf (Annexe C)
- Jean Lecoulant, Claude Guennou, Laurent Guillon et Jean-Yves Royer, 2018, *Modélisation 3D des ondes acoustiques (ondes T) générées par les séismes sous-marins*, idem https://www.conforg.fr/cfa2018/output_directory2/data/articles/000136.pdf (Annexe D)
- Jean Lecoulant, Claude Guennou, Laurent Guillon et Jean-Yves Royer, 2019, *Modal propagation of ocean acoustic waves generated by earthquakes*, idem <https://proceedings.oceans19mtsieemarseille.org/login.cfm> (Annexe E).

J'ai également présenté des résultats de ma thèse au colloque SERENADE organisé tous les deux ans par la communauté française en acoustique sous-marine, qui s'est tenu du 15 au 18 octobre 2018 à l'ENSTA-Bretagne. Le titre de ma présentation était : *Génération et propagation modale d'ondes T simulées*.

Du 4 janvier au 17 février 2018, j'ai participé à la campagne océanographique MD211-ObsAustral à bord du N.O. Marion Dufresne. Cette mission prévoyait le redéploiement du réseau OHASIBIO de neuf hydrophones dans l'Océan Indien Austral. Elle m'a permis de me familiariser avec la manipulation et la programmation d'hydrophones et aux problèmes pratiques rencontrés pour acquérir des données lors d'une campagne en mer.

J'ai encadré de septembre à novembre 2017 l'UE Science et Société qui représente 30 heures d'enseignement et conduit à l'élaboration d'une présentation de vulgarisation d'un sujet (acoustique sous-marine) avec des élèves de différents masters de l'UBO. Durant ma dernière année de thèse, j'ai dispensé 24 heures de cours, sous forme de travaux pratiques en mécanique du point, en optique, en chromatographie et en acoustique à des étudiants de L1 de la licence physique et de la licence biologie de l'UFR sciences de l'UBO.

Dispenser au public une information scientifique de qualité fait partie intégrante du métier de chercheur ; j'ai ainsi participé au cours de ma thèse à plusieurs événements de vulgarisation :

- J'ai organisé en 2016-2017 le Forum des Doctorants, un événement entièrement conduit par les doctorants de l'EDSML. Il donne l'occasion de faire visiter chaque année l'Institut Universitaire Européen de la Mer (IUEM) à une centaine de lycéens bretons afin de les sensibiliser aux sciences de la mer et au monde de la recherche.
- J'ai animé le stand de Merseadoc à Océanopolis, Brest, pour la Nuit Européenne des Chercheurs, le 29 septembre 2017.
- J'ai donné le 15 avril 2018 une interview de 45 minutes en breton à la station *Radio Kerne* au sujet des ondes T et de la campagne MD211-ObsAustral <http://www.radiokerne.bzh/fr/entre-crozet-et-kerguelen/>. À la suite de cette émission, la station a reçu plusieurs appels de félicitations de la part d'auditeurs satisfaits.
- Dans le cadre du Forum des Doctorants, j'ai donné le 25 avril 2019 une conférence d'une demi-heure intitulée *Six semaines dans l'Océan Austral* au cours de laquelle j'ai évoqué ma participation à la campagne MD211-ObsAustral de 2018.

Je me suis investi dans le fonctionnement de l'école doctorale en tant que :

- Président de Merseadoc en 2017-2018, l'association des doctorants de l'EDSML chargée d'organiser le Forum des Doctorants et d'animer la vie sociale des doctorants ;
- et représentant élu des doctorants au Conseil de l'EDSML en 2018-2019.

Dans le cadre des formations proposées par l'EDSML à ses doctorants, j'ai suivi les formations suivantes en :

- anglais intensif (une semaine) ;
- pédagogie en anglais (une journée) ;
- éthique de la recherche (une matinée).

Annexe B

Supplementary material de l'article
JASA

Supplementray material to 3D-modeling of earthquake generated acoustic waves in the ocean in simplified configurations

Jean Lecoulant,¹ Claude Guennou,¹ Laurent Guillon,² and Jean-Yves Royer¹

¹*Lab. Géosciences Océan, University of Brest and CNRS, Brest, 29200, France^a*

²*IRENAV, École Navale, Brest, 29200, France*

©2019 Acoustical Society of America. [[http://dx.doi.org\(DOI number\)](http://dx.doi.org(DOI number))]

[XYZ]

Pages: 1–4

I. MODELING THE HORIZONTAL REFRACTION IN A 3D-WEDGE WITH SPECFEM3D

The equations used in the SPECFEM codes were first validated for seismology in a 2D code (SPECFEM2D, (Tromp et al., 2008)) and were firstly applied to marine acoustics by Cristini and Komatitsch (2012). SPECFEM2D predicts the same transmission loss as the parabolic code tested by Jensen et al. (2011) in the classical 2D-wedge configuration with a fluid bottom (Bottero et al., 2018). The latter authors also demonstrated the effects of an elastic bottom with shear on the transmission losses.

SPECFEM3D, the 3D extension of SPECFEM2D, has been widely accepted by the seismological community (Dalton et al., 2014; Kelevitz et al., 2017, e.g.). A way to verify that it fully satisfies acoustic equations in a fluid medium is to test it correctly models horizontal refraction. To address this problem, we reproduced the configuration from Sturm (2005) with a wedge-shaped wave-guide. This configuration was used by Jensen et al. (2011) to illustrate horizontal refraction and the resulting transmission losses. This model considers two media separated by horizontal planes with a slope in between. The deep plane is 380 m-deep, the shallow plane is 20 m-deep, the slope is 2.86° . The up-slope extension of the calculation domain is 8 km and its across-slope extension is 25 km. An upper fluid layer with a sound speed of 1500 m.s^{-1} and a density of 1000 kg.m^{-3} overlays a lower fluid layer with a sound speed of 1700 m.s^{-1} and a density of 1500 kg.m^{-3} and an attenuation of $0.5 \text{ dB}/\lambda$, as in Pekeris wave-guide. We also tested the effects of an elastic bottom with a compression speed of 5000 m.s^{-1} , a shear speed of 3000 m.s^{-1} , a density of 3200 kg.m^{-3} and no attenuation. The source is located 40 m below the water surface above the 200 m isobath. Due to numerical limitations in the time-domain 3D simulation, we used a lower-frequency source centered on 3 Hz instead of 25 Hz used to test the parabolic equations (Sturm, 2005). Accordingly, we extended the across-slope dimension of

the calculation domain to 50 km to observe the effects of horizontal refraction.

Figure (1) shows the transmission loss at a horizontal depth $z = 30 \text{ m}$ for a fluid-fluid (top) and a fluid-elastic model (bottom). Unlike Sturm (2005), loss is shown for all frequencies (0 up to 8 Hz) and not for a single frequency. Both models show that, beyond 15 km from the source, the acoustic energy progressively fades going up-slope and away from the source. Such shadow zone is characteristic of horizontal refraction (Jensen et al., 2011). In the model with an elastic bottom, the isolines of transmission loss are crescent-shaped, which can be interpreted in terms of acoustic modes being deflected away from the apex of the slope, as in Figure 6.20 from Jensen et al. (2011). This effect is more subdued with a fluid bottom layer. The transmission losses are also larger due to a smaller velocity contrast than with an elastic bottom.

Another way to highlight the effects of horizontal refraction is to compare the previous models with a 3D model with a single flat-bottom 200 m-deep. Figure 2 and 3 compare the horizontal transmission loss (TL) at 30 m depth, above the 200 m isobath, between a wedge and a flat model. For a fluid-fluid model, the TL is identical in the vicinity of the source, and beyond 20 km, the TL decreases by about 7 dB in the wedge model relative to the flat model. However, this difference vanishes near 40 km. For a fluid-elastic model, the shadow zone appears further than 25 km, but extends up to 50 km.

These simple tests show that SPECFEM3D does account for horizontal refraction, not only in a Pekeris wave-guide (fluid-fluid model) but also in a fluid-elastic two-layer model. However, due to numerical limitations, the frequency could not be tested up-to 25 Hz as in Sturm (2005).

^a) jean.lecoulant@univ-brest.fr

II. RAYLEIGH MODES FOR A SOURCE AT FREQUENCY HIGHER THAN 1 HZ, AND WITH OR WITHOUT A SOFAR CHANNEL

Due to numerical limitations, the source could not be tested at a frequency higher than 1 Hz with a 10 km x 50 km x 200 km 3D-calculation domain. With a source at 1 Hz, the maximal acoustic frequency observed in the water column is about 2.5 Hz, which is not representative of T-wave frequency (up to 40 Hz). Figure 4 shows the results of a simulation with a 2 Hz source in a smaller 3D computation domain (10 km x 25 km x 100 km). We observed the same Rayleigh modes as for 1 Hz (Figure 4-top of the paper), but there are twice more modes and they are excited up to 5 Hz (2.5 times the frequency of the source).

To test a higher frequency source, we used a 2-D modeling (SPECFEM2D), numerically easier to handle. Figure 5 shows the results for a source at 10 Hz in a domain 400 km-long. The acoustic signal reaches 25 Hz (2.5 times the frequency of the source) and displays numerous Rayleigh modes. In this simple configuration, we also tested the effect of a SOFAR channel in the water-column (extending between 0 and 1860 m). The Rayleigh modes are unaffected (Figure 6).

In conclusion, Rayleigh modes are excited at frequencies compatible with T-waves, even with a SOFAR channel in the water column.

- Bottero, A., P. Cristini, D. Komatitsch, and Q. Brissaud (2018). Broadband transmission losses and time dispersion maps from time-domain numerical simulations in ocean acoustics. *J. Acoust. Soc. Am.* 144(3), 222–228.
- Cristini, P. and D. Komatitsch (2012). Some illustrative examples of the use of a spectral-element method in ocean acoustics. *J. Acoust. Soc. Am.* 131(3), 229–235.
- Dalton, C. A., V. Hjrleifsdttir, and G. Ekstrm (2014, January). A comparison of approaches to the prediction of surface wave amplitude. *Geophysical Journal International* 196(1), 386–404.
- Jensen, F. B., W. A. Kuperman, M. B. Porter, and H. Schmidt (2011). *Computational ocean acoustics* (2nd ed.). Modern acoustics and signal processing. New York: Springer-Verlag.
- Kelevitz, K., N. Houli, D. Giardini, and M. Rothacher (2017). Performance of HighRate GPS Waveforms at Long Periods: Moment Tensor Inversion of the 2003 M_w 8.3 TokachiOki Earthquake. *Bulletin of the Seismological Society of America*.
- Sturm, F. (2005). Numerical study of broadband sound pulse propagation in three-dimensional oceanic waveguides. *J. Acoust. Soc. Am.* 117(3), 1058–1079.
- Tromp, J., D. Komatitsch, and L. Qinya (2008). Spectral-element and adjoint methods in seismology. *Comm. Comput. Phys.* 3(1), 1–32.

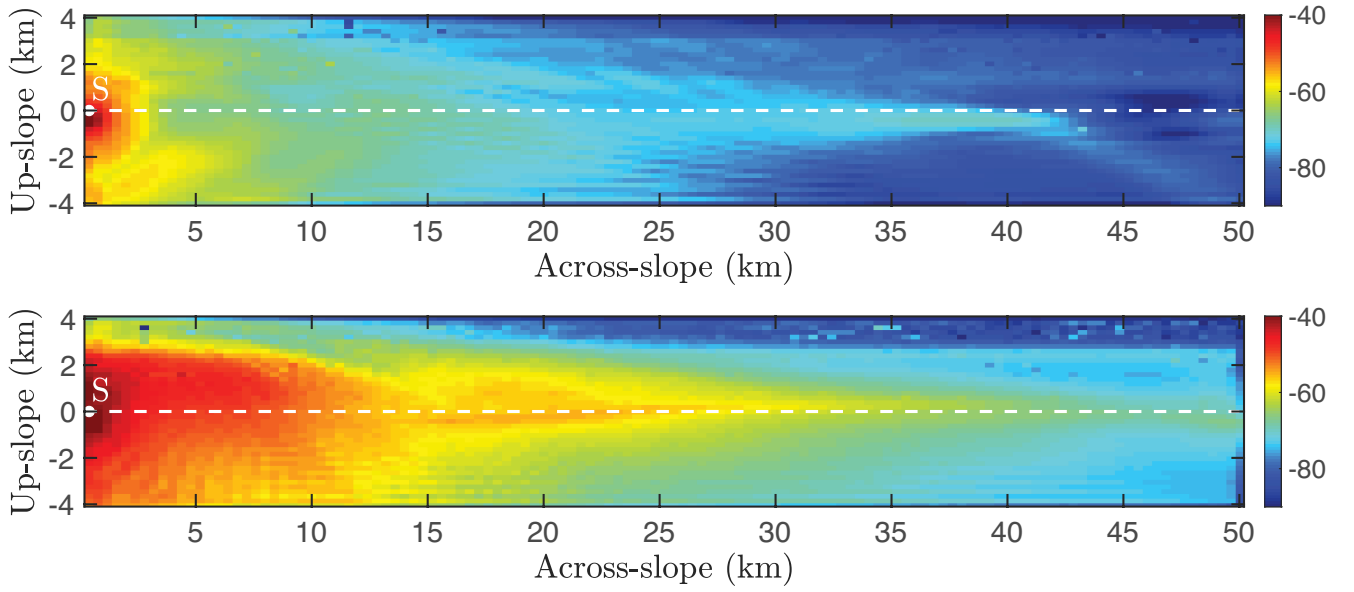


FIG. 1. (Color online) Transmission loss in dB in a horizontal plane at $z = 30$ m showing the effects of horizontal refraction in a fluid-fluid (top) vs fluid-elastic model (bottom). The white dot with the letter S indicates the location of the source and the white dashed line the 200 m isobath.

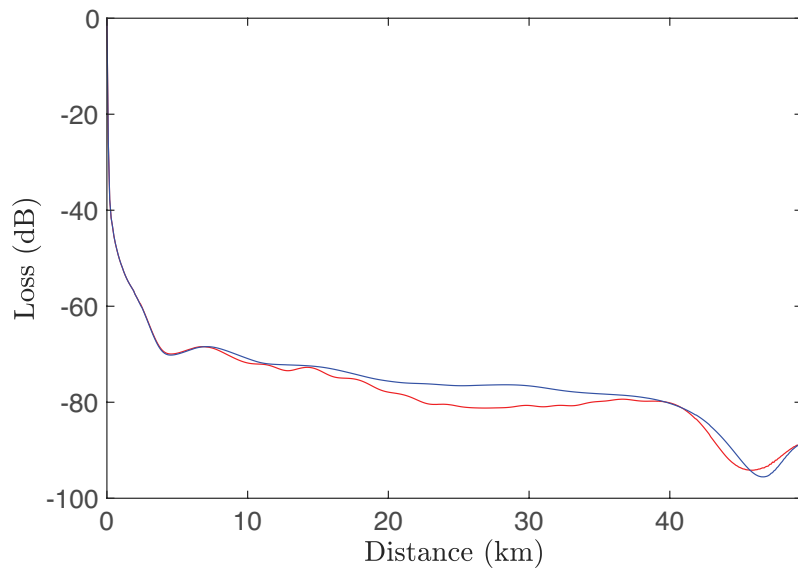


FIG. 2. (Color online) 3D transmission loss in the cross-slope direction, above the 200 m isobath, at a depth of 30 m with a fluid bottom-layer: in a wedge configuration (red) and with a flat bottom (blue). Source depth is 40 m.

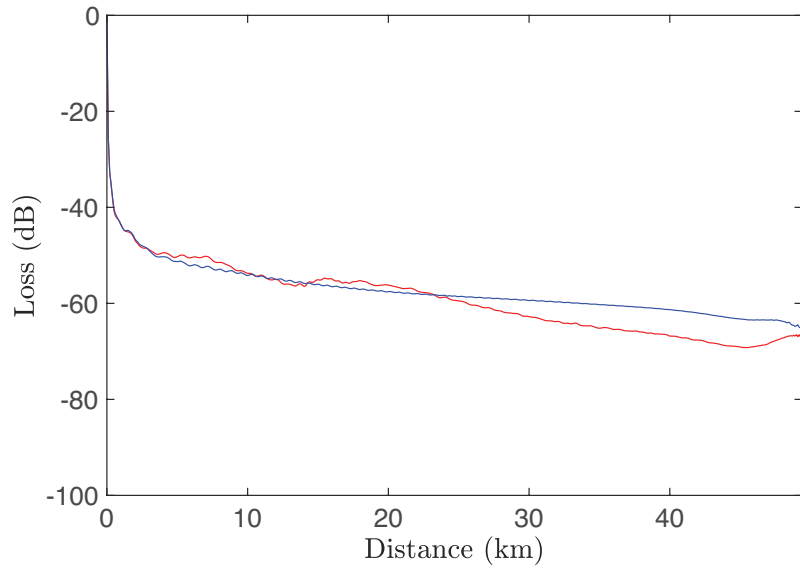


FIG. 3. (Color online) 3D transmission loss in the cross-slope direction, above the 200 m isobath, at a depth of 30 m with an elastic bottom-layer: in a wedge configuration (red) and with a flat bottom (blue). Source depth is 40 m.

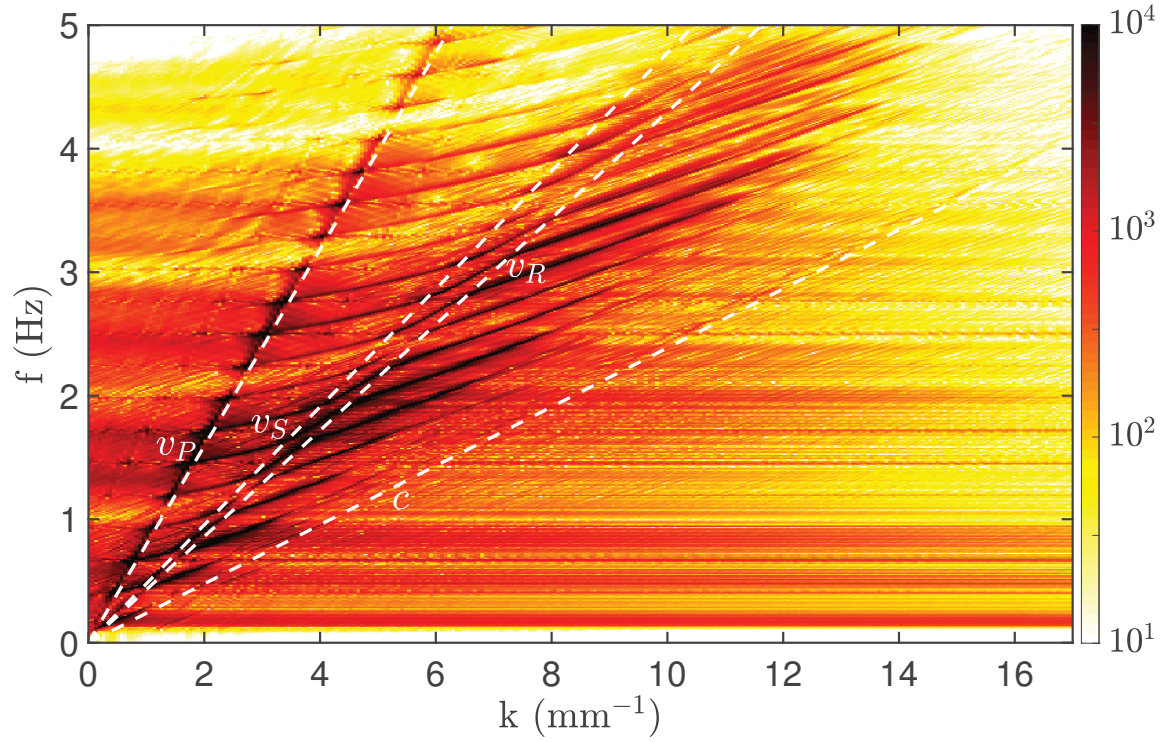


FIG. 4. (Color online) Simulation of acoustic propagation in a wave-guide with an elastic sea-bottom using SPECFEM-3D. Frequency-wavenumber diagram of the normalized acoustic pressure showing the dispersion curves of simulated acoustic waves. Annotated dashed lines show the phase speed of sound in water c , Rayleigh waves v_R , S-waves v_S and P-waves v_P . Model parameters: same as in Figure 4 from the paper, except that the source is at 2 Hz (instead of 1 Hz in Figure 4).

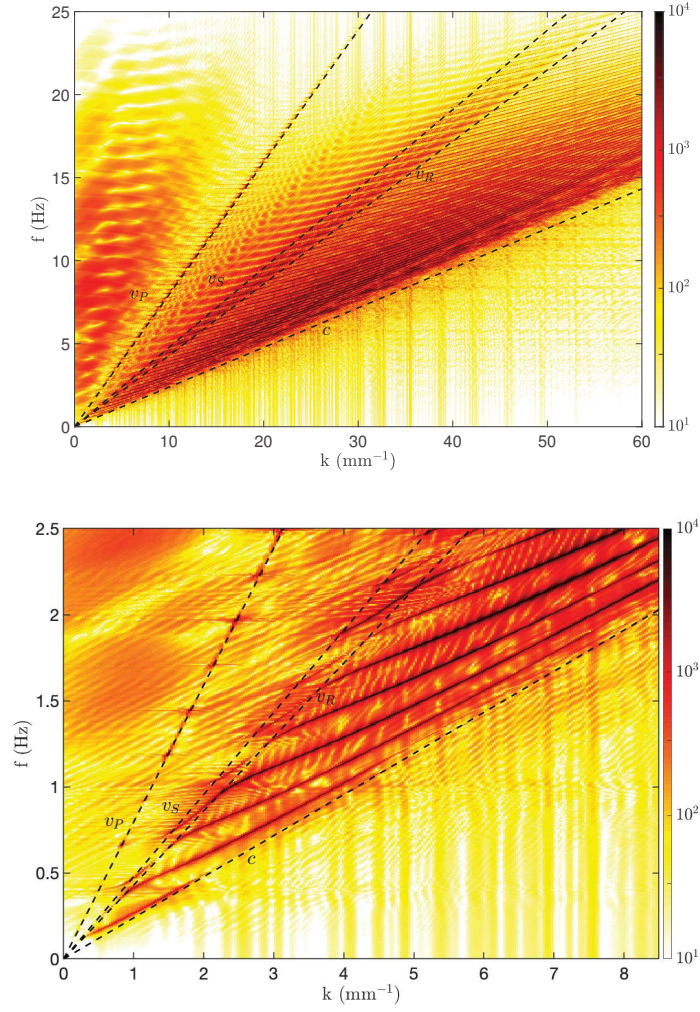


FIG. 5. (Color online) Simulation of acoustic propagation in a wave-guide with an elastic sea-bottom with a source at 10 Hz using SPECFEM2D. (Top) Full figure showing energy and modes up to 25 Hz, (Bottom) zoom between 0 and 2.5 Hz for a direct comparison with Figure 4-top from the paper. Frequency-wavenumber diagram of the normalized acoustic pressure showing the dispersion curves of simulated acoustic wave. Annotated dashed lines show the phase speed of sound in water c ., Rayleigh waves v_R , S-waves v_S and P-waves v_P . Model parameters: same as in Figure 4 from the paper, except that it is based on SPECFEM2D and the source is at 10 Hz (vs 3D and 1 Hz in Figure 4).

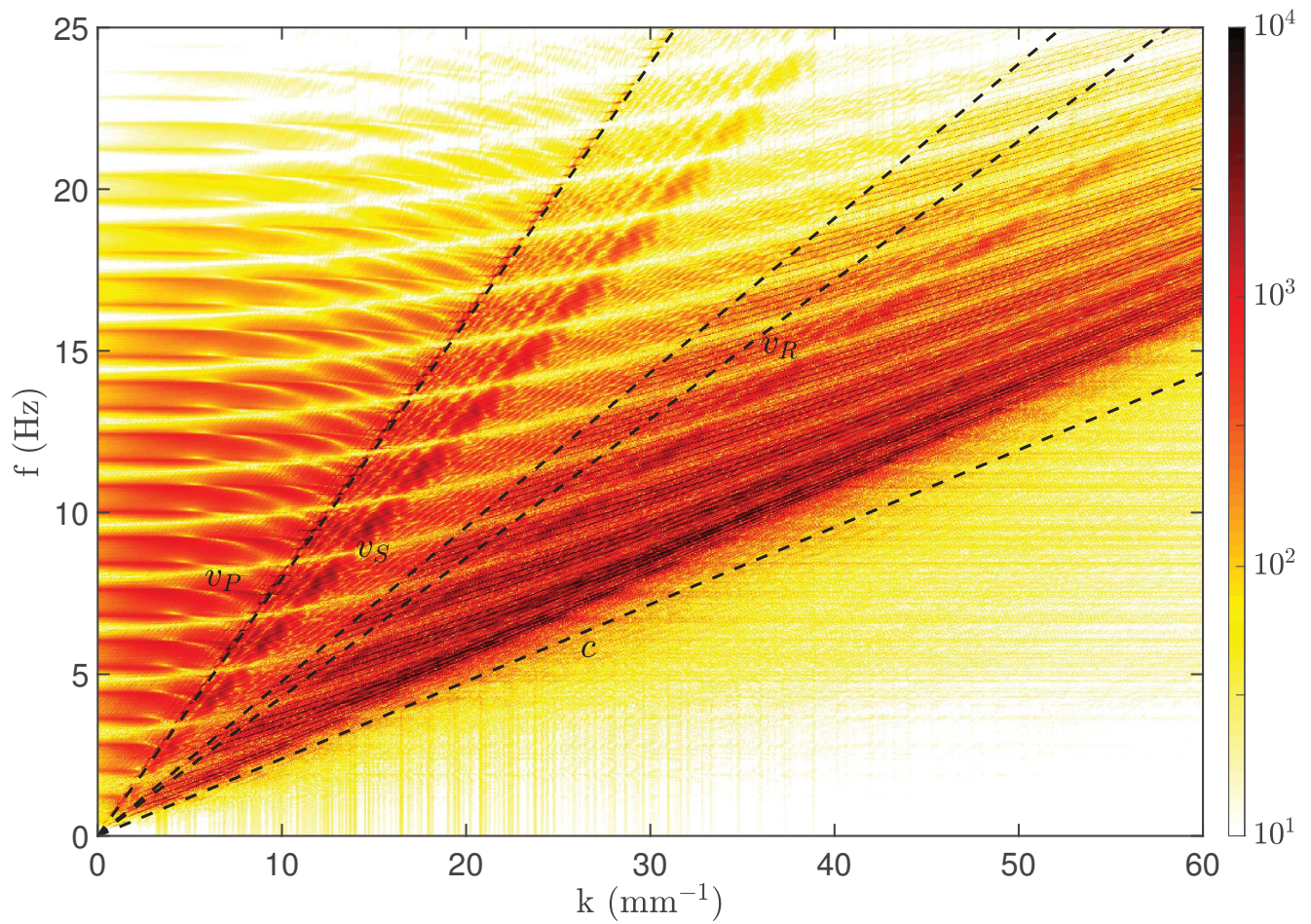


FIG. 6. (Color online) Same simulation as Figure 5-top (10 Hz source, 2D) with a SOFAR channel instead of a uniform ocean layer. Rayleigh modes are still energetic despite the presence of a SOFAR channel (extending between 0 and 1860 m; receiver at 500 m depth). Model parameters: same as in Figure 4 from the paper, except that it is based on SPEC-FEM2D, a 10Hz source, and a SOFAR channel (vs 3D, 1 Hz and no SOFAR in Figure 4).

Annexe C

Article dans les *proceedings* de
l'UACE2017 : *3-D modeling of the
generation and propagation of acoustic
T-waves at seafloor spreading ridges*

3-D modeling of the generation and propagation of acoustic T-waves at seafloor spreading ridges

Jean Lecoulant^a, Claude Guennou^a, Laurent Guillon^b, Jean-Yves Royer^a

^a Université de Brest & CNRS, Lab. Géosciences Océan, Plouzané, France

^b Ecole Navale, IRENAV, Brest, France

Contact author:

J. Lecoulant, Institut Universitaire Européen de la Mer, Laboratoire Géosciences Océan (UMR6538), Place Nicolas Copernic, F-29280 Plouzané, France

Phone : +33(0)2 98 49 88 94

E-mail : jean.lecoulant@univ-brest.fr

Abstract: *Seafloor spreading ridges are generally isolated in the middle of the oceans and remote from seismometers deployed on land. As a result, their low-level seismic activity and near-field phenomena related to earthquakes are poorly known. Deploying hydrophones to record hydroacoustic waves generated by undersea earthquakes, known as T-waves, is an alternative way to monitor this low-level seismic activity. The rapid attenuation of seismic waves in the Earth crust is overcome by the excellent acoustic properties of the ocean. To better understand the interaction of a seismic event with the seafloor and the resulting generation of the T-wave acoustic phase, we use a 3D spectral finite-element code – SPECFEM3D – that jointly models the propagation of seismic waves in a solid medium (the Earth crust) and of the acoustic waves in the fluid medium (the ocean). Using simplified configurations, we investigate the dependency of T-wave generation on the topography of the sea-bottom. The time-function used to model the earthquake source is adapted to near-field modeling. The seafloor topography, hence the size and shape of the conversion zone, determines the presence of T-waves and the amplitude, shape and duration of the signal. Our first results confirm the generation of T-waves, even when the source is offset relative to a seamount or a trough on the seafloor, but in all cases their modal propagation is slower than the sound-speed. Our results thus highlight the importance of 3D-effects in the generation and propagation of T-waves, which must be taken into account to fully describe and understand T-waves recorded by hydrophones.*

Keywords: *T-waves, underwater acoustics, spectral element model, seismo-acoustic conversion, 3D-effects*

1. Introduction

The submarine seismic and volcanic activity occurring at seafloor spreading ridges generates a great amount of low-frequency acoustic waves. The seismic waves generated by an earthquake propagate in the Earth crust till they reach the sea-bottom. Depending on the local topography, they may convert to acoustic waves propagating into the water column [e.g. 1]. These waves are known as T-waves (tertiary waves), because they may convert back onshore into seismic waves and arrive at seismographs after the P- and S-waves. T-waves receive wide attention, since their study can improve our understanding of seafloor spreading ridges [e.g. 2].

Seismic data acquired on land by seismographs generally provide no or little information on the low-level seismic activity of mid-ocean ridges, due to the rapid attenuation of seismic waves in the Earth crust. On the contrary, T-waves recorded by hydrophones take advantage of the excellent acoustic properties of the ocean, such as the very long-distance propagation with little attenuation when propagating in the SOFAR (SOund Fixing And Ranging) channel.

To better understand the T-waves generation on the seafloor and their propagation, we use a 3D spectral finite-element code (SPECFEM3D) that jointly models the propagation of seismic waves in a solid medium (the Earth crust) and of acoustic waves in the fluid medium (the ocean) [3, 4]. Using simplified configurations, we test the effect of the seafloor topography on the generation of T-waves. The first section presents the model parameters and the second section presents the simulations and discusses the results.

2. Model parameters

The calculation domain for the simulations is a parallelepiped, 100x100 km wide and 20 km thick. It is horizontally divided in a 3 km thick fluid medium (the ocean) underlain by a 17 km thick solid medium (the Earth crust). All sides, except the top (sea) surface, are absorbing layers to avoid unwanted reflection that would pollute the results. The medium densities are constant and set at 1100 kg.m^{-3} for the water layer and 3200 kg.m^{-3} for the Earth crust. The sound velocity in the water is also set constant (1500 m.s^{-1}), as the speed of P-waves (5000 m.s^{-1}) and S-waves (3000 m.s^{-1}) in the crust. There is no attenuation either in the solid medium or in the fluid one.

Three simplified topographies are used to test the generation of T-waves: a seamount, a ridge and a trough. The idealized seamount is built by rotating about the z-axis a Gaussian curve with a 15 km base and 2000 m height. The linear ridge is built by translating the same Gaussian cross-section along the x-axis. The trough is simply a reversed Gaussian seamount. These simple topographies, with an appropriate mesh, allow a relatively short calculation time (typically half an hour with 84 parallel processors).

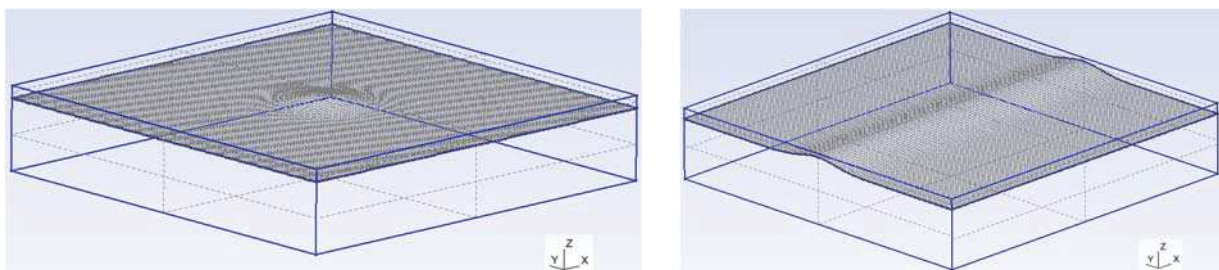


Fig. 1: Calculation domain with the meshed surface for a Gaussian seamount (left) and a linear Gaussian ridge (right). The box size is 100 x 100 km. The solid and fluid media are 17 km and 3 km thick, resp.

The source is located 7 km under the seafloor, at the center of the domain, and is simulated by a 0.5 s half-duration Heaviside function. A Heaviside signal is less usual than a Gaussian signal, but it is more realistic for near-field modeling. In any case, the elastic behavior of the solid medium turns the Heaviside waveform into a Gaussian signal before it reaches the crust/ocean interface. The focal mechanism is an isotropic explosion, which ensures that the T-waves pattern will only reflect the effect of topography and not the radiation pattern of the source. The chosen seismic moment ($M_0 = 3.98 \cdot 10^{23}$ N.m) corresponds to a medium magnitude earthquake ($M_w = 5.0$).

Finite element modeling allows to extract the waveform in any mesh cell. To monitor the generated waves, we distributed “hydrophones” in the water column, in two different ways: every 50 m along a radius from the center of the model, at a constant depth of 1500 m, and every kilometer over a grid covering the whole domain, at a constant depth of 500 m. The line will provide a high-resolution view of the different wave-phases, the grid will provide an overview of the full pressure field radiating from the epicenter. Note that the line of sensors intersects the seamount or the ridge, whose top are only 1000 m below the sea-surface.

3. Results and discussion

Waves produced by the earthquake can clearly be identified in a Hovmöller diagram (Fig 1, left). In this distance-time diagram, the slope of the arrivals gives the speed of the waves. The first arrivals are P-waves propagating at the speed chosen for the model (5 km s^{-1}); they are followed the Scholte waves at their theoretical speed (90% of S-waves speed). After 7 s, the most energetic waves form a group propagating at a slower speed (1227 km s^{-1}) than the sound speed. A 2D-Fourier transform of the Hovmöller diagram turns it into a frequency-wave number diagram (Fig 1, right). This diagram clearly shows that the simulated waves follow the dispersion curves of the nine first acoustic modes in the case of an isovelocity perfect waveguide. It thus demonstrates that in this configuration, the earthquake generates acoustic waves, or T-waves, travelling in the water column by modal propagation.

Inversion of actual T-waves from a network of hydrophones generally assume that they propagate at the full sound speed [e.g. 2]. Our results suggest that this assumption is not correct since, here, T-waves travel at a mean velocity 18% slower than the sound-speed.

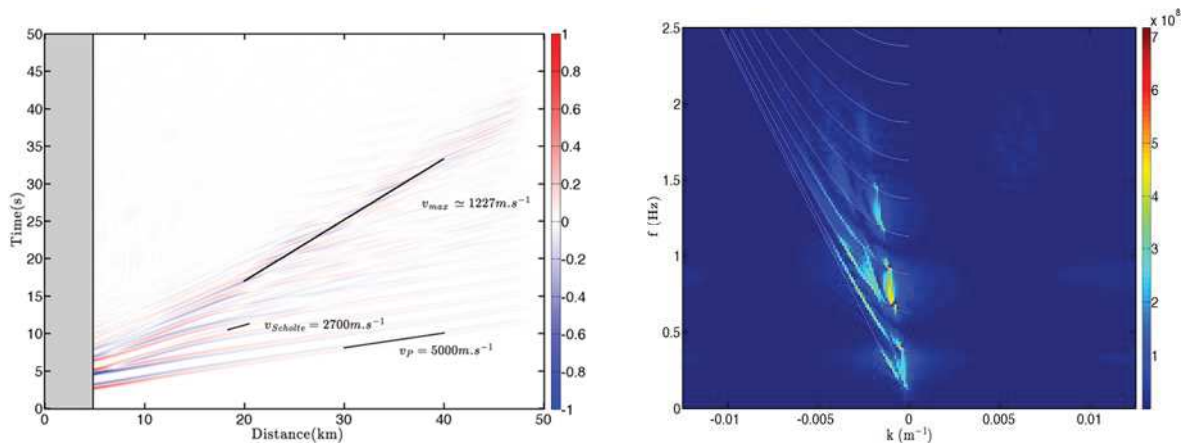


Fig. 2: (Left) Hovmöller diagram of normalized pressure in the case of an isotropic explosion under a Gaussian seamount. The grey area shows the seamount width at the depth of the sensors (1500 m below sea-level). (Right) Frequency-wave number diagram in the case of an isotropic explosion under a Gaussian mount. The theoretical dispersion curves of the ten first acoustic modes in a perfect isovelocity waveguide are shown in white.

The results from the model with a linear ridge highlights additional 3D-effects. Figure 3 (left) compares the time-signal at a hydrophone (i.e. mesh cell) 500 m below sea-level, 45 km away from the center of the seamount or ridge (i.e. epicenter) and perpendicularly to the ridge. Both signals show the same arrival-times. However, the amplitudes of the peak T-wave arrivals, 30 s after the beginning of the run, are about twice larger for the ridge case. This can be explained by a larger size of the seismic/acoustic conversion zone in the case of the mountain range. Yet, the number of generated acoustic modes remains the same, as shown by the frequency-wave number diagram in the ridge case (Fig. 3, right).

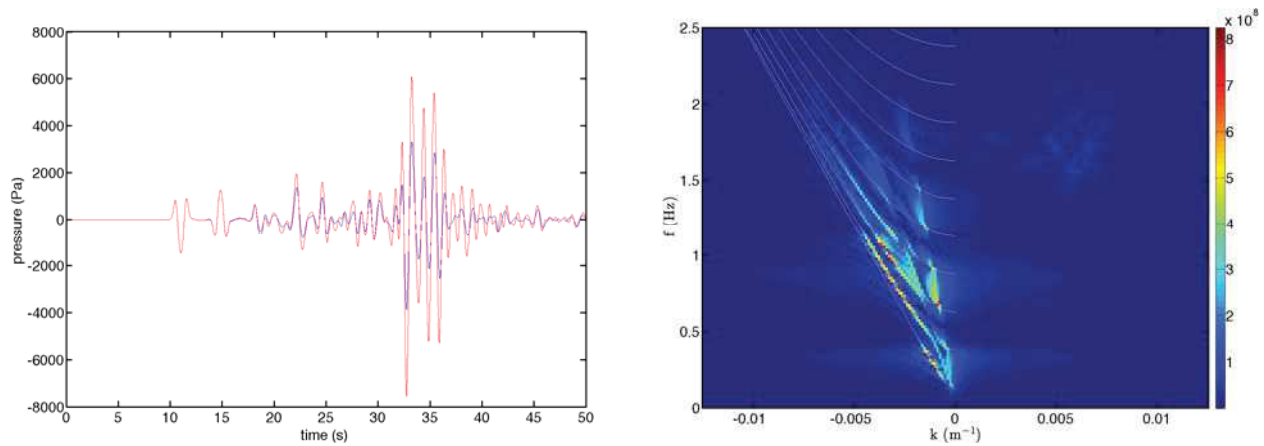


Fig. 3: (Left) Comparison between time-signals measured by a hydrophone 45 km away from the epicenter in the case of a Gaussian seamount (blue) and of a Gaussian mountain range (red). (Right) Frequency-wave number diagram in the case of an isotropic explosion under a Gaussian mountain range (to be compared with Fig. 2 left).

To test whether T-wave conversions can occur away from an epicenter, which remains a matter of debate [5], we offset the source 25 km from the axis of the seamount (Fig. 4 left). T-waves begin to be radiated after the P-waves reach the mount, firstly from the slope nearest to the source. As the P-waves progress, T-waves are radiated from all sides of the seamount. With a source 25 km away from the axis of a Gaussian trough (Fig. 4 right), T-waves are radiated by the slope farthest to the source. The T-waves are mainly emitted in a direction away from the source.

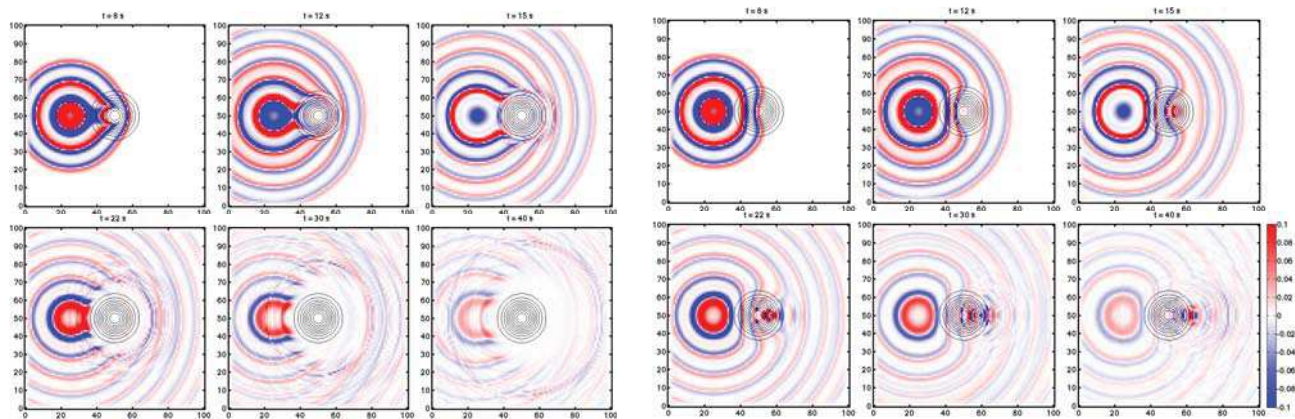


Fig. 4: Plane view of the normalized pressure field at a 1500m depth, for an explosive source offset relative to a Gaussian seamount (left) and trough (right). Isobaths every 250 m are shown in black. Note that the top of the seamount intersects the sensor plane. Snapshots at 8, 12, 15, 22, 30 and 40 s after the explosion.

4. Conclusion

Addressing the question of T-wave generation at the seafloor in 3 dimensions does show some 3D effects of the topography, even in simplified configurations. In this respect, the spectral finite element code SPECFEM3D [3, 4] proves to be a very effective tool. Our simple simulations show that T-waves propagate as acoustic modes and, surprisingly, at a velocity slower than the sound-speed. The energy of T-waves increases with the size of the conversion zone (i.e. size of the slopes). T-waves are also generated when the source is offset relative to the topography. Seamount, ridge and trough generate different T-wave radiation patterns. Future work will focus on the effect of the rugosity of the seafloor to test the idea of wave-scattering [6, 7], and, beyond that, will test more realistic models with a layered oceanic crust, a Munk velocity profile in the water-column, and more realistic sources (e.g. normal or strike-slip fault focal mechanisms).

5. Acknowledgments

J. Lecoulant is supported by a joint PhD grant from the *Délégation Générale de l'Armement* (DGA) and the University of Brest (UBO). The SPECFEM3D code was run on Datarmor, a massive computing facility common to several research institutions at the westernmost tip of Brittany (France).

6. Bibliography

- [1] **Okal, E. A.**, The generation of T waves by earthquakes, *Adv. Geophys.*, 49: 1-65, 2008.
- [2] **Fox, C. G., Matsumoto, H. and Andy Lau, T.-K.**, Monitoring Pacific Ocean seismicity from an autonomous hydrophone array, *J. Geophys. Res.*, 106 (B3): 4183-4206, 2001, doi: 10.1029/2000JB900404.
- [3] **Komatitsch, D. and J. Tromp**, Introduction to the spectral element method for 3D seismic wave propagation, *Geophys. J. Int.*, 139 (3): 806-822, 1999.
- [4] **Tromp, J., Komatitsch, D., and Liu, Q.**, Spectral-element and adjoint methods in seismology, *Commun. Comput. Phys.*, 3 (1): 1-32, 2008.
- [5] **Chapman, N. R. and Marett, R.**, The directionality of acoustic T-phase signals from small magnitude submarine earthquakes, *J. Acoust. Soc. Am.*, 119 (6): 3669-3675, 2006, doi: 10.1121/1.2195073.
- [6] **De Groot-Hedlin, C. D. and Orcutt J. A.**, Excitation of T-phases by seafloor scattering, *J. Acoust. Soc. Am.*, 109 (5): 1944-1954, 2001, doi: 10.1121/1.1361057.
- [7] **Park, M., Odom, R. I. and Soukup, D. J.**, Modal scattering: A key to understanding oceanic T waves, *Geophys. Res. Lett.*, 28: 3401-3404, 2001.

Annexe D

Article dans les *proceedings* du
CFA2018 : *Les ondes acoustiques*
(ondes T) générées par les séismes
sous-marins

CFA '18 LE HAVRE ■ 23-27 avril 2018 14^{ème} Congrès Français d'Acoustique



Modélisation 3D des ondes acoustiques (ondes T) générées par les séismes sous- marins

J. Lecoulant^a, C. Guennou^a, L. Guillon^b et J.-Y. Royer^a

^aUniversité de Brest & CNRS, Laboratoire Géosciences Océan, rue Dumont d'Urville, 29280 Plouzané,
France

^bIRENAV, BCRM de Brest, Ecole navale, 29240 Brest, France
jean.lecoulant@univ-brest.fr

Les dorsales médio-océaniques étant généralement éloignées des réseaux sismologiques à terre, leur activité sismique de faible intensité et les mécanismes associés restent mal connus. Le déploiement d'hydrophones pour enregistrer les ondes hydro-acoustiques générées par les séismes sous-marins – dites ondes T – s'avère très approprié pour aborder ces problématiques en raison des excellentes propriétés acoustiques de l'océan, qui pallient l'atténuation rapide des ondes sismiques dans la croûte. Pour mieux comprendre la production d'ondes T résultant de l'interaction des ondes sismiques avec le fond marin, nous utilisons un code 3D aux éléments finis spectraux – SPECFEM3D –, qui modélise conjointement la propagation des ondes sismiques dans la croûte et celle des ondes sonores dans l'océan. Une modélisation à partir de configurations 3D simplifiées permet de comprendre l'influence du mécanisme au foyer et de la topographie du fond marin sur la génération des ondes T. Leur présence et leur amplitude dépendent du diagramme de radiation du mécanisme au foyer en ondes P et S, qui ne se convertissent pas avec la même efficacité à l'interface croûte/océan. Elles dépendent également de la topographie du fond marin, et donc de la forme et de l'étendue de la zone de conversion. Des modèles simples (fond plat, mont, cuvette ou chaîne sous-marine) montrent l'importance des effets 3D dans la génération des ondes T autour de la source. Au-delà, une modélisation quasi-2D montre que leur propagation longue-distance est de type modale, avec des modes d'ordre bas de plus en plus prévalant en s'éloignant de la source. Ces résultats éclairent l'interprétation des enregistrements d'ondes T acquis par les hydrophones autour des dorsales médio-océaniques et suggèrent que la localisation de la source acoustique ne correspond pas forcément avec celle de l'épicentre du séisme.

1 Introduction

Les séismes sous-marins et l'activité volcanique au niveau des dorsales médio-océaniques génèrent une grande quantité d'ondes acoustiques basse fréquence. Les ondes sismiques produites par un séisme sous-marin se propagent jusqu'à ce qu'elles rencontrent le fond de l'océan. Si la topographie locale est favorable, elles se convertissent en ondes acoustiques qui se propagent dans la colonne d'eau [1]. Ces ondes sont connues sous le nom d'ondes T (ondes tertiaires), car il arrive qu'elles se reconvertissent, à la côte, en ondes sismiques et qu'elles atteignent les sismomètres après les ondes P et S. Les ondes T suscitent un grand intérêt, car leur étude pourrait permettre d'améliorer la connaissance des dorsales médio-océaniques [2].

Les données sismiques acquises à terre par les sismomètres apportent généralement peu d'information sur l'activité sismique de faible intensité des dorsales médio-océaniques, en raison de l'atténuation rapide des ondes sismiques dans la croûte terrestre. Au contraire, les ondes T enregistrées par des hydrophones bénéficient des excellentes propriétés acoustiques de l'océan, telles que la propagation très longue distance avec une faible atténuation que permet le canal SOFAR (SOund Fixing And Ranging).

Pour mieux comprendre la génération d'ondes T au niveau du fond marin et leur propagation dans la colonne d'eau, nous utilisons un code 3D aux éléments finis spectraux (SPECFEM3D) qui modélise conjointement la propagation des ondes sismiques dans le milieu solide (la croûte terrestre) et celle des ondes acoustiques dans le milieu liquide (l'océan) [3,4]. Dans des configurations simplifiées, nous avons testé les effets de la topographie du fond marin sur la génération d'ondes T. La première section décrira les paramètres du modèle et la seconde présentera les simulations et discutera les résultats.

2 Paramètres du modèle

Le domaine de calcul est un parallélépipède long de 200 km, large de 50 km et épais de 20 km. À plus longue distance, les contraintes de temps de calcul obligent à réduire la largeur du modèle, ainsi, pour un calcul à 300 km le domaine ne fait plus que 3,6 km de large (configuration quasi-2D). Le domaine de calcul est divisé horizontalement entre un milieu fluide épais de 3 km (l'océan) et un milieu

solide épais de 17 km (la croûte terrestre). Tous les côtés, excepté celui qui correspond à la surface de l'océan, sont munis de couches absorbantes pour éviter que des réflexions ne viennent polluer les résultats. Les densités des milieux sont constantes ; celle de la couche d'eau est fixée à 1000 kg.m^{-3} et celle de la croûte terrestre à 3200 kg.m^{-3} . La vitesse du son dans l'eau est également choisie constante (1500 m/s), tout comme celles des ondes P (5000 m/s) et S (3000 m/s) dans la croûte. Il n'y a d'atténuation ni dans le milieu liquide, ni dans le milieu solide.

Deux topographies simples ont été utilisées pour tester la génération d'ondes T : un mont sous-marin et une dorsale. Le mont sous-marin est modélisé par la rotation autour de l'axe z d'une courbe gaussienne d'une hauteur de 2000 m et d'une demi-largeur à la demi-hauteur de 9 km. La dorsale linéaire est générée par la translation de la même section gaussienne selon l'axe x. Le mailleur interne de SPECFEM3D permet de construire un maillage dont les éléments finis font 200 m de côté, pour une hauteur de 850 m dans la croûte et de 250 m dans l'océan. Avec un tel maillage, ces topographies simples autorisent des temps de calcul raisonnables (typiquement 16 heures avec 336 processeurs parallèles).

La source est localisée à 7 km sous le niveau le plus bas du fond marin et elle est simulée par une fonction de Heaviside d'une demi-durée de 0,5 s. Moins couramment utilisée qu'une gaussienne, elle s'avère plus réaliste pour une modélisation en champ proche. En fait, le comportement élastique du milieu solide transforme la déformation simulée par un Heaviside en un signal gaussien avant qu'elle n'atteigne l'interface solide-fluide. Le mécanisme au foyer est une explosion isotrope, ce qui garantit que le diagramme de radiation des ondes T n'est pas une traduction de celui de la source, mais qu'il reflète uniquement les effets de la topographie. Le moment sismique choisi ($M_0 = 3,98 \cdot 10^{23} \text{ N.m}$) correspond à un séisme de magnitude médiane ($M_w = 5,0$).

Une modélisation par éléments finis permet d'extraire le signal temporel dans chaque cellule du maillage. Pour étudier les ondes générées, nous avons distribué des « hydrophones » dans la colonne d'eau selon deux réseaux différents. Dans le premier, les stations sont placées tous les 250 m sur la plus grande longueur du modèle, au milieu du domaine de calcul, à une profondeur constante de 1500 m. Dans le second, les hydrophones sont placés tous les 5 km

sur trois lignes perpendiculaires à la grande longueur du domaine et distantes de 150, 165 et 190 km de l'origine (section 3.2). La première série d'hydrophones offre une vision haute-résolution de la propagation des ondes, le second réseau permet d'observer les effets 3D du relief. On notera que la radiale de détecteurs intersecte la topographie, dont le sommet n'est qu'à 1000 m sous la surface de l'océan.

3 Résultats et discussion

3.1 Propagation modale

Les ondes produites par le séisme sont faciles à identifier dans un diagramme de Hovmöller (Figure 1). Dans cette représentation espace-temps, la pente des arrivées traduit la vitesse des ondes. Les premières arrivées correspondent à des ondes P qui se propagent à la vitesse choisie en entrée du modèle (5 km.s^{-1}). Elles sont suivies par les ondes de Scholte, à leur vitesse théorique (90% de celle des ondes S). Enfin, arrive un train d'ondes très énergétiques mais bien plus lentes (1451 m.s^{-1}). Cette vitesse est cohérente avec celle des ondes sonores dans l'océan ; la forme du train et son élargissement au cours de sa propagation suggèrent un comportement modal.

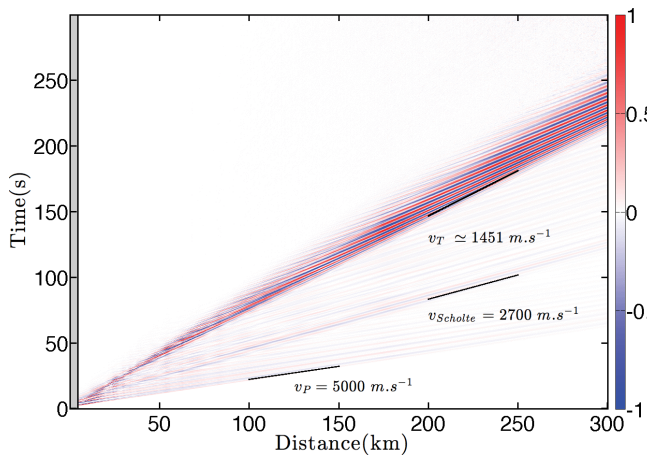


Figure 1 : Diagramme de Hovmöller de la pression normalisée par le maximum à chaque capteur, dans le cas d'une explosion isotrope à l'aplomb d'un mont gaussien. La zone en gris correspond à la largeur du mont sous-marin à la profondeur des hydrophones (1500 m sous la surface).

Un spectrogramme de la pression acoustique mesurée par les hydrophones situés à 150 et 250 km de la source montre des lobes qui suivent les courbes théoriques des modes pour un guide d'onde parfait (Figure 2). Pour le premier capteur, six modes sont visibles, alors qu'ils ne sont que plus que deux, cent kilomètres plus loin. Le signal est également plus long et moins intense à 250 km qu'à 150 km et la diminution du nombre de modes se reflète dans son caractère plus simplement sinusoïdal. On peut donc conclure que dans cette configuration, le séisme génère une onde acoustique, ou onde T, animée d'une propagation modale dans la colonne d'eau.

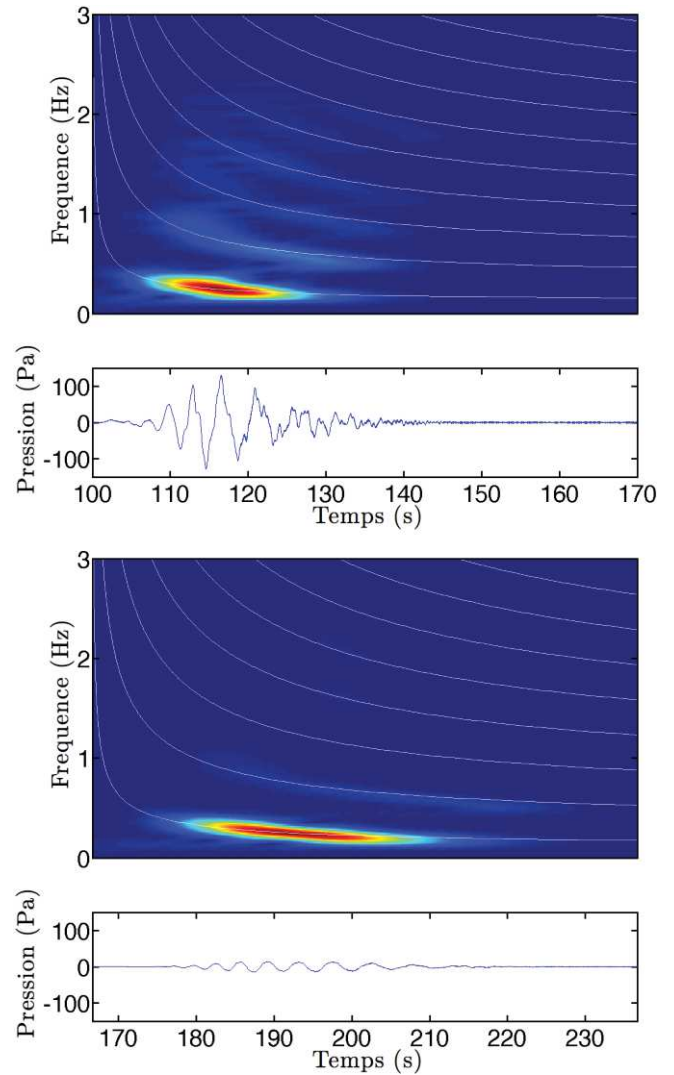


Figure 2 : Spectrogrammes de la série temporelle de la pression mesurée par deux hydrophones à 150 km (haut) et 250 km de la source (bas). Les courbes blanches correspondent aux modes théoriques attendus dans un guide d'onde parfait.

3.2 Effets 3D

Les résultats obtenus dans le domaine de calcul de 50 sur 200 km avec une dorsale linéaire permettent de mettre en évidence des effets 3D, par comparaison avec les résultats dans le cas du mont. La Figure 3 compare les séries temporelles obtenues pour un hydrophone situé à 1500 m sous la surface de l'océan, à 141 km de la source et du centre du mont gaussien, sur la perpendiculaire à l'axe de la dorsale. Les deux signaux montrent les mêmes temps d'arrivée. Les amplitudes des ondes PN, entre 25 et 50 s après le début de la simulation, sont également les mêmes, car elles ne dépendent que de la source sismique et de la distance à l'épicentre. Cependant, les amplitudes des pics d'onde de Scholte (à partir de 60 s) puis d'onde T (à partir de 100 s) sont de deux à trois fois supérieures dans le cas de la dorsale linéaire. Au total, on mesure une énergie de $4,66 \cdot 10^{11} \text{ J}$ dans le cas de la dorsale et de $6,36 \cdot 10^9 \text{ J}$ dans le cas du mont. Cette différence peut s'expliquer par une zone de conversion sismo-acoustique plus étendue dans le premier cas.

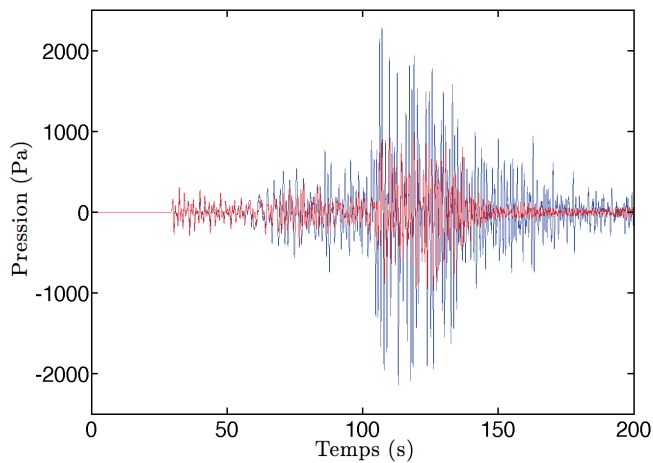


Figure 3 : Comparaison entre les séries temporelles mesurées par un hydrophone situé à 141 km de la source dans le cas d'un mont gaussien (en rouge) et dans le cas d'une dorsale gaussienne (en bleu). La forme du signal est très proche, avec des ondes T d'énergie double dans le cas de la dorsale.

3.3 Multilatération

Dans le cadre de la surveillance de la sismicité des dorsales par des réseaux d'hydrophones, il est crucial de s'assurer que les techniques de multilatération couramment employées localisent bien l'épicentre du séisme ; c'est-à-dire qu'elles ne sont pas biaisées par des effets 3D du relief. Afin d'évaluer l'erreur introduite par les reliefs sous-marins, nous avons placé 28 hydrophones dans le domaine de calcul et cherché à localiser la source du séisme à partir des 20475 combinaisons de quatre hydrophones possibles parmi les 28 (Figure 4 haut). Pour chaque quadruplet, une densité de probabilité [5] est calculée sur l'ensemble du domaine, tous les kilomètres, avec une vitesse de propagation inconnue comprise entre 1300 et 1700 m.s⁻¹. Les temps d'arrivée des ondes T sont pointés de façon automatique (premier point dont l'énergie est moitié moins que l'énergie maximale de l'enveloppe du signal). Pour un quadruplet donné, on assimile la localisation de l'épicentre au maximum de la densité de probabilité. Dans le cas d'un mont sous-marin, la densité de localisations est maximale au sommet du mont, dans un rayon d'un kilomètre autour de l'épicentre (Figure 4 milieu). Dans le cas de la dorsale linéaire, les localisations s'étendent sur l'ensemble de la chaîne et leur densité est maximale sur les pentes de la chaîne, à proximité de l'épicentre (± 5 km ; Figure 4 bas). Les vitesses de propagation optimale sont comprises entre 1300 et 1400 m.s⁻¹ ; cette différence avec la vitesse attendue (1500 m.s⁻¹) s'explique par la vitesse réduite de l'onde T au début de sa propagation (voir Fig. 1 entre 0 et 50km).

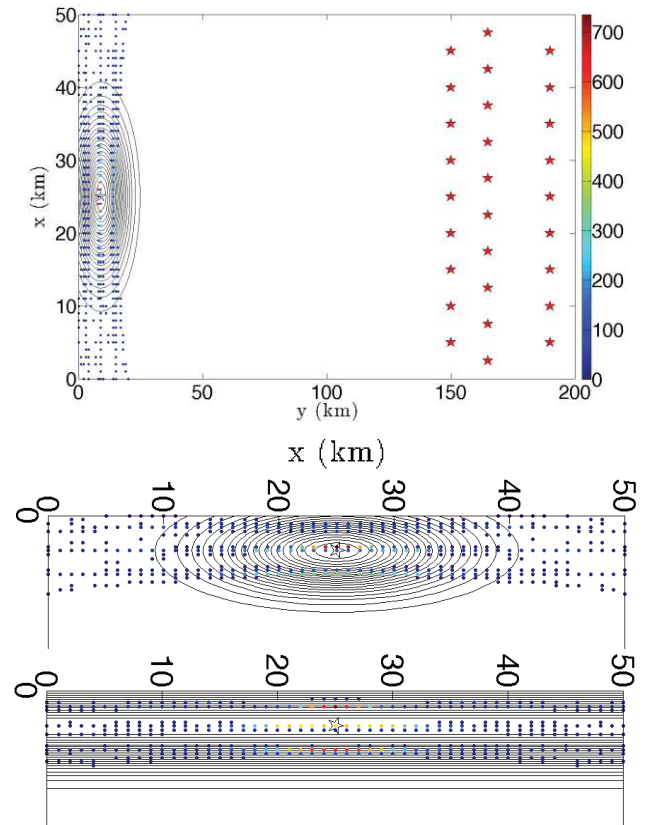


Figure 4 : Localisations de la source par multilatération (points colorés par nombre de localisation) à partir d'un réseau d'hydrophones (étoiles rouges) distants de 150 à 190 km de l'épicentre de la source (étoile au centre du relief). Les isobathes du relief (lignes continues noires) sont tracés tous les 100 m ; le fond plat est à 3000 m de profondeur et le relief culmine à 1000m sous la surface de l'océan.

4 Conclusion

La modélisation 3D de cas simples permet de mettre en évidence les effets de la topographie sur la génération d'ondes T, notamment sur le diagramme de radiation des ondes T autour de la source [6] et sur leur amplitude. Ces ondes peuvent être décrites par une propagation modale, avec une atténuation rapide des modes d'ordre élevé. Le comportement de la colonne d'eau se rapproche ainsi de celui d'un guide d'onde parfait. Les effets 3D induits par les reliefs peuvent introduire une erreur dans la localisation des séismes par multilatération.

Remerciements

La thèse de Jean Lecoulant est soutenue par un financement conjoint de la Délégation Générale de l'Armement (DGA) et de l'Université de Bretagne Occidentale (UBO). Le code SPECFEM3D est installé sur Datarmor, une infrastructure de calcul intensif commune à plusieurs instituts de recherche localisées en Basse-Bretagne.

Références

- [1] Okal, E. A., The generation of T waves by earthquakes, *Adv. Geophys.*, 49: 1-65, 2008.
- [2] Fox, C. G., Matsumoto, H. and Andy Lau, T.-K., Monitoring Pacific Ocean seismicity from an autonomous hydrophone array, *J. Geophys. Res.*, 106 (B3): 4183-4206, 2001, doi: 10.1029/2000JB900404.
- [3] Komatitsch, D. and J. Tromp, Introduction to the spectral element method for 3D seismic wave propagation, *Geophys. J. Int.*, 139 (3): 806-822, 1999.
- [4] Tromp, J., Komatitsch, D., and Liu, Q., Spectral-element and adjoint methods in seismology, *Commun. Comput. Phys.*, 3 (1): 1-32, 2008.
- [5] Tarantola, A., Inverse problem theory and methods for model parameter estimation, Society for industrial and applied mathematics, Philadelphia, pp 342, 2005
- [6] Lecoulant, J., Guennou, C., Guillon, L. & Royer, J.-Y., 3-D modeling of the generation and propagation of acoustic T-waves at seafloor spreading ridges. Proc. 4th Underwater Acoustics Conference & Exhibition, ed. Papadakis, J. S., p. 595-599, 2017.

Annexe E

Article dans les *proceedings*
d'OCEAN2019 : *Modal propagation of
ocean acoustic waves generated by
earthquakes*

Modal propagation of ocean acoustic waves generated by earthquakes

Jean Lecoulant
Laboratoire Géosciences Océan
University of Brest
Brest, France
jean.lecoulant@univ-brest.fr

Claude Guennou
Laboratoire Géosciences Océan
University of Brest and CNRS
Brest, France
claud.guennou@univ-brest.fr

Laurent Guillon
IRENAV
Brest, France
laurent.guillon@ecole-navale.fr

Jean-Yves Royer
Laboratoire Géosciences Océan
University of Brest and CNRS
Brest, France
jean-yves.royer@univ-brest.fr

Abstract—The generation of low-frequency (≤ 40 Hz) acoustic waves (T-waves) by undersea earthquakes below a flat abyssal plain is not yet fully understood. To model the generation and propagation of PN-waves (horizontally in the crust and vertically in the ocean) and of T-waves over a rough sea bottom, we use a 2D spectral finite-element code (SPECFEM2D). The model includes a solid layer (Earth crust) overlain by a fluid ocean, and separated by a sinusoidal crust/water interface (seafloor roughness). Synthetic T-waves propagate as Rayleigh modes with their expected vertical and long-range horizontal propagation. In the simulated PN-wave spectrum, resonance peaks appear at frequencies predicted by the analytical solution for Rayleigh modes. The same peaks are observed in actual T-wave records from an antenna of two hydrophones at different, generated by a large magnitude earthquake 987 km away. The T-waves spectrum from the shallowest hydrophone shows an energy gap in the 1-4 Hz frequency range that can be explained by modal propagation. The resonance peaks in the observed PN-wave spectrum are also well predicted by the analytical solution.

Index Terms—abyssal T-waves, PN-waves, SN-waves, Rayleigh modes, spectral element modeling, depth

I. INTRODUCTION

The submarine seismic activity generates a great amount of low-frequency acoustic waves in the ocean. After an earthquake, hydroacoustic records, detect the successive arrivals of PN-waves, converted at the apex of the hydrophone from P-waves that propagated in the crust (primary or compressional waves), of SN-waves, similarly converted from S-waves (secondary or shear waves), and lastly, of acoustic T-waves (tertiary waves), generated near the epicenter and that propagated in the water column at the sound speed.

The generation of T-waves is best explained in the presence of a down-going slope [1] or of a rough sea-bottom above the seismic source [2], [3], but is yet not fully understood when an earthquake occurs below a flat abyssal plain [4]. To tackle this question, we use a 2D spectral finite-element code (SPECFEM2D [5]) that jointly models the propagation

of seismic waves in a solid medium (the Earth crust) and of acoustic waves in the ocean. This code has been validated for ocean acoustics by a comparison of SPECFEM-2D outputs in simplified configurations with analytical solutions [6] and by empirical comparison between acoustic records from an earthquake in the context of a spreading ridge with SPECFEM-2D models as realistic as possible [7]. The main advantage of this approach over common acoustic codes is that it is able to handle a non-point acoustic source created by the scattering of seismic waves along a complex ocean/crust interface (i.e. arbitrary sea-bottom shape).

In this paper, we present a synthetic configuration with a sinusoidal seafloor-roughness, whose effects are simple enough to understand. The first section describes the model parameters and the resulting acoustic modes participating in the generation of PN-waves and abyssal T-waves. The second section presents hydroacoustic signals from an intra-oceanic earthquake that shows the predicted modal behavior in T-waves and more decisively, in PN-waves.

II. NUMERICAL MODELING

A. Model parameters

The aim of the simulation is to reproduce observed abyssal T-waves originating from a rough sea-bottom. A typical feature of abyssal acoustic waves is the successive arrivals of PN-waves, SN-waves and T-waves; it is best observed away from the source. However, in finite element modelling, as in SPECFEM-2D, the size of the calculation domain is limited by the calculation time, which is a function of the number of finite elements ($\sim 10^6$).

A domain 410 km long and 10 km thick provides a good compromise between model size and computation time (Fig. 1). It is vertically divided between a fluid ocean with a 3000 m mean depth and a solid crust 7 km thick. All sides, except the top sea-surface, are Perfectly Matched absorbing Layers (PML), which avoid unwanted reflections that would pollute the results [8]. The crust with the absorbing layer at

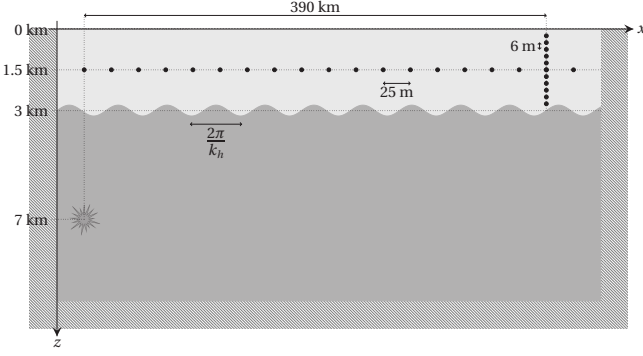


Fig. 1. The calculation domain is made of a solid medium (dark grey) overlain by a fluid medium (light grey). The roughness of the sea-bottom is modelled by a sine function (18 m amplitude, 628 m wavelength; see text). The top side (seasurface) is fully reflective, whereas the three other sides are Perfectly Matched absorbing Layers (hatched areas; 200 m thick). Black dots show the locations of the hydrophones where acoustic signals will be extracted. The source (star) is located 4 km under the rough bottom.

its bottom can thus be considered as a semi-infinite medium. The medium densities are set constant at typical values: 1000 kg.m^{-3} in the water and 3200 kg.m^{-3} in the crust, as the speeds of sound in the water ($c_w = 1500 \text{ m.s}^{-1}$), and of P- and S-waves in the crust ($c_P = 5000 \text{ m.s}^{-1}$; $c_S = 3000 \text{ m.s}^{-1}$, resp.). This simple model does not consider a SOFAR channel (SOund Fixing And Ranging), which facilitates comparisons with analytical solutions. Moreover, the effects of refractions in the SOFAR is known to be negligible for an ocean depth of 3 km in the frequency band from 2.8 to 21.2 Hz [7]. The model also does not consider a sediment layer at the sea bottom, as its low shear-speed would require a mesh with very small finite elements that would considerably increase the calculation time. For the same reason, there is no attenuation either in the solid or in the fluid medium.

The roughness of the fluid/solid interface is modelled by a sine function; the water depth is thus defined by $h(x)$:

$$h(x) = D + h_0 \sin(k_h x), \quad (1)$$

where D is the mean ocean depth (3000 m), $h_0 = 18 \text{ m}$ the amplitude of the sinusoidal roughness and $k_h = 1.10^{-2} \text{ m}^{-1}$ the bathymetry wavenumber, which corresponds to a wavelength $2\pi/k_h \simeq 628 \text{ m}$.

The source is located 4 km below the seafloor (*i.e.* 7 km below sea-surface). It is simulated by a Gaussian time-function with a central frequency at 10 Hz. The focal mechanism is an isotropic explosion, which simplifies the interpretation of the results where only PN-waves arrivals appear (no SN-waves). Its seismic moment ($M_0 = 4.03 \times 10^{16} \text{ N.m}$) corresponds to a medium magnitude earthquake ($M_w = 5.0$).

The calculation domain is meshed according to the speeds of propagation of the waves in both media, and the frequency content of the signal. Using SPECfEM2D internal mesher, we designed a mesh with 10,193 horizontal elements, 81 vertical elements in the crust and 93 in the ocean. The whole mesh is thus made of 1,773,582 elements, where the minimum number

of points per wavelength is 5.5 and the maximum frequency resolved is 27.4 Hz. The typical run-time is in the order of 7 hours on 86 parallel processors (3 cores), for a time signal of 600 s and a time-step of 5.10^{-4} s , which ensures the stability of the mesh for the considered element sizes and wave speeds.

The time signal can be extracted anywhere in the mesh. The horizontal propagation of acoustic waves will be monitored with a horizontal antenna of hydrophones every 25 m at a 1500 m depth, along the whole calculation domain. The vertical structure of the wavefield, far enough from the source, will be examined with a vertical antenna of hydrophones every 6 m across the whole water column, located 390 km away from the source.

B. Modal propagation in numerical acoustic waves

The different acoustic waves generated by the isotropic explosion can easily be sorted out in a distance-time diagram (Fig. 2-top), where the slope of the arrivals yields the speed of the waves. The first arrivals are PN-waves or acoustic waves propagating almost vertically in the water column but generated by P-waves propagating horizontally in the crust at 5000 m.s^{-1} . The second and more energetic arrivals are T-waves or acoustic waves propagating in the water column at the sound speed (1500 m.s^{-1}). The widening of the T-wave train suggests that these waves propagate as modes, with a modal dispersion increasing with the distance from the source. The time signal, 390 km away from the source and 1500 m below the sea surface (Fig. 2-bottom), shows typical features of abyssal T-waves: a low amplitude (comparable to the one of PN-waves) and an emergent wave-train [4]. The delay between PN-wave arrivals at 80 s and that of T-waves at 260 s is congruent with the distance from the source.

Using a 2D Fourier transform, the distance-time diagram (Fig. 2-top) can be converted in a frequency-wavenumber diagram (Fig. 3). The simulated dispersion curves can then be compared with the theoretical dispersion curves of Rayleigh modes in a finite-depth ocean overlaying on a semi-infinite elastic bottom [9]. The acoustic energy is located, between c_w and c_S , along Rayleigh modes and, for PN-waves, along the line corresponding to c_P . For a phase speed under $c_R = 2745 \text{ m.s}^{-1}$, the theoretical speed of Rayleigh waves without an ocean, Rayleigh modes are acoustic waves propagating in the water column: T-waves. For a phase speed over c_R , Rayleigh modes are interface waves, evanescent in the crust but radiating energy in the water column. These interface waves arrive at a given hydrophone after the PN-waves and before the T-waves; they do not show on the distance-time diagram (Fig. 2-top), probably because they are hidden by PN-waves. PN-waves with a velocity higher than c_P are generated in the vicinity of the source, where P-waves in the crust cannot yet be considered to propagate horizontally. Zooming on Fig. 3 (bottom) shows Rayleigh modes still energetic up to frequencies congruent with observed T-waves (4-40 Hz, with a peak near $\sim 10 \text{ Hz}$). Moreover, the Rayleigh modes and PN-wave pattern is repeated in wavenumber, every k_h , and in frequency.

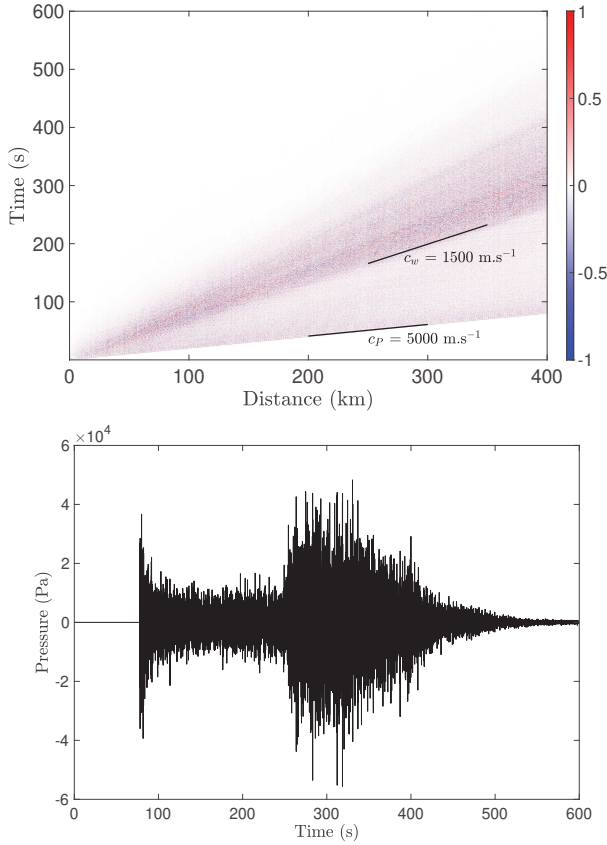


Fig. 2. (Top) Distance-time diagram of the acoustic pressure normalized by its maximum at each hydrophone, in the case of an isotropic explosion below a rough bottom. (Bottom) Time signal 390 km away from the source and 1500 m below the sea surface, showing arrivals of PN-waves at 80 s and of T-waves at 260 s.

The frequency-wavenumber diagram clearly outlines the modal behavior of acoustic waves. However, to focus on the modal content of the signal and its spatial variation, we selected the sensor 390 km from the source and 1500 m below the sea surface and applied a non-linear warping function $h(t)$ to the time t [10]:

$$h(t) = \sqrt{t^2 + \frac{r^2}{c_w^2}}, \quad (2)$$

where r is the distance between the source and the sensor. The spectrum of a warped signal is turned into a frequency comb where each peak corresponds to a mode. As the peak corresponding to the n^{th} mode, in a water layer with a depth D , is located at the frequency:

$$f_{\text{cut}} = \frac{c_w(2n-1)}{4D}, \quad (3)$$

which is the cut-off frequency of the n^{th} mode, the energy of each mode can be computed by applying a bandpass filter to the spectrum of the warped signal. In practice (Fig. 4-top), the spectrum of the warped signal is far more complex, due to the

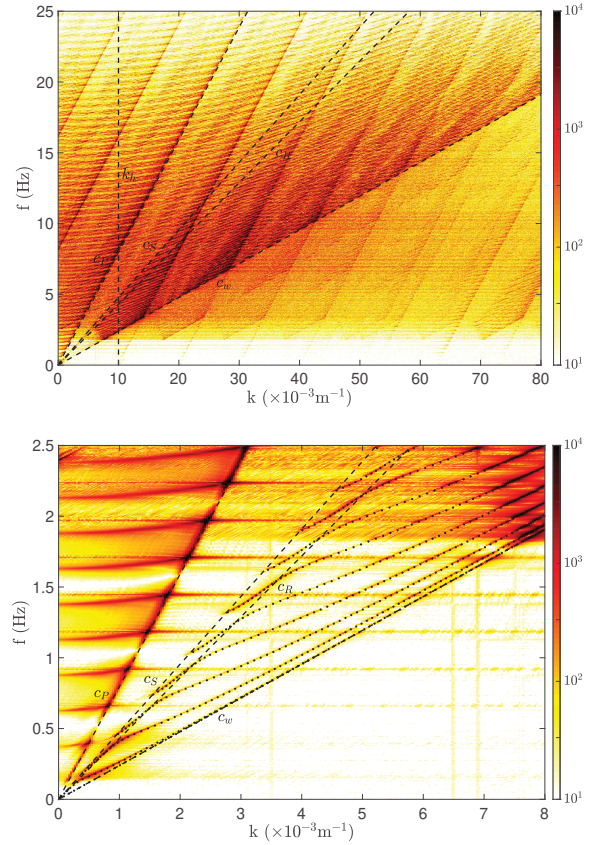


Fig. 3. (Top) Frequency-wavenumber diagram of the normalized acoustic pressure showing the dispersion curves of simulated acoustic waves (colormap). Annotated black dashed lines show the phase speed of sound in water (c_w), Rayleigh waves (c_R), S-waves (c_S) and P-waves (c_P) and the wavenumber of the sinusoidal topography (k_h). (Bottom) Zoom of the top-figure showing the theoretical Rayleigh modes (black dotted curves) matching the dispersion curves of simulated acoustic waves.

presence, in addition to the peaks at the cut-off frequencies of the modes, of their harmonics with frequencies multiplied by $2^j, j \in \mathbb{N}$. Unexplained peaks may be due to PN-waves.

The variation of each mode-energy with depth, along a 3000 m vertical antenna 390 km far from the source, computed thanks to warping, follows the same variation as the energy of modes in a perfect waveguide (Fig. 4-bottom). Simulated and theoretical modes have the same number of nodes and anti-nodes, with a node at the sea surface and an anti-node at the sea bottom, which explains the possibility of conversion of seismic waves into acoustic waves at the sea bottom. The observed differences result from the fact that the warping function (2) is perfectly appropriate for modes in a perfect waveguide, *i.e.* modes in a finite depth ocean laying on a perfectly reflecting bottom, but not for Rayleigh modes.

The comparison between the energies of the modes computed 1500 m below the sea surface at three locations — 10 km, 25 km and 100 km away from the source — shows that the long-distance propagation acts like a low-pass filter (Fig. 5). At 10 km from the source, modes are energetic up to

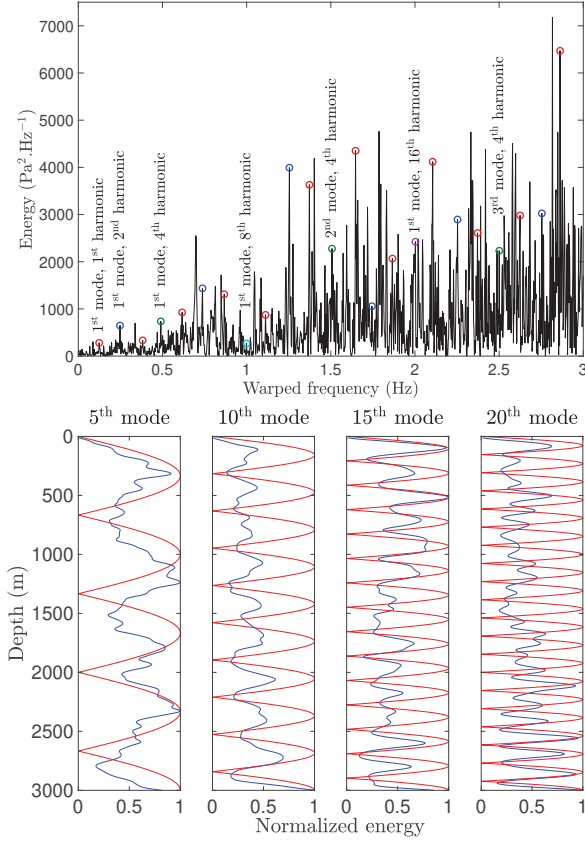


Fig. 4. (Top) Spectrum of a warped signal 390 km from the source and 1500 m below the sea surface showing the peaks corresponding to modes of T-waves (circles in red) and their second harmonic (circled in blue), fourth harmonic (circled in green), eighth harmonic (circled cyan) and sixteenth harmonic (circled in magenta). (Bottom) Comparison between the normalized energies versus depth of the 5th, 10th, 15th and 20th modes computed from the spectra of warped signals from a vertical antenna 390 km from the source (blue) with the normalized energies versus depth of the same modes in a perfect waveguide (red). Energies are normalized by their maximum.

$n = 85$, whereas modes below $n = 15$ carry a negligible part of the total energy; at 25 km from the source, high modes remain energetic, but the relative energy of modes below $n = 15$ has grown; at 100 km from the source, the relative energy of modes below $n = 15$ is the same, but the energy of modes over $n = 65$ has almost vanished. The energy distribution remains almost unchanged at further distances (not shown here). The saw-tooth distribution of energy with modes, at the three distances, is an illustration that, at a given depth (here 1500 m), the energy of a given mode varies with the depth according to the node and anti-node distribution (Fig. 4-bottom).

The theory explaining Rayleigh modes also predicts the spectrum of PN-waves and its dependency on c_w , c_P , c_S , the densities of the fluid and solid media, and the water depth [9]. This theoretical spectrum has resonance peaks separated by about $D/8c_w$ and can be interpreted as the energy in the frequency-wavenumber diagram along the line with a phase

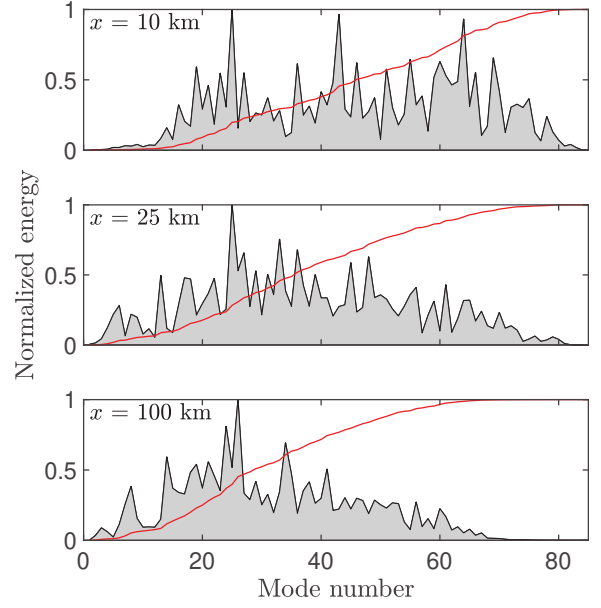


Fig. 5. Normalized energy vs mode-number at 1500 m below the sea surface for three distances from the source: 10 km (top), 25 km (center) and 100 km (bottom). The energies are normalized by the energy of the most energetic mode. The red line show the cumulated energy normalized by its maximum.

speed c_P (Fig. 3). In the same way, the theoretical spectrum of SN-waves has peaks with the same periodicity, but at frequencies that differ from PN-waves, and that spectrum can be interpreted as the energy in the frequency-wavenumber diagram along the line with a phase speed c_S . The spectrum of PN-waves 390 km away from the source and 1500 m below the sea surface is obtained from the first 140 s of the signal Fig. 2, hence avoiding the interface waves and T-waves arrivals. The normalized spectrum of simulated PN-waves is compared to the normalized theoretical spectrum (Fig. 6) and they both show a good agreement in the frequencies of the peaks and, in some cases, in the shape of the resonances. The simulated PN-wave spectrum also shows harmonics whose peak frequencies correspond to the frequencies of the theoretical peaks multiplied by an integer. The number of harmonics is growing as the frequency grows and so the number of resonance peaks. The simulated spectrum does not show any SN-waves, since the focal mechanism is an isotropic explosion that generates only P-waves.

III. MODAL BEHAVIOR IN OBSERVED DATA

On December 4, 2015, at 22h24m54s GMT, a large magnitude ($M_w = 7.1$) intra-oceanic earthquake occurred in the southern Indian Ocean at 47°44.4' S; 85° 10.98' E, 16km below an abyssal plain, away from any shallow slope. Its signal was recorded by a vertical antenna made of two hydrophones, 987 km away from the epicenter, and located south of Amsterdam Island (42°58.55' S; 74°31.41' E; site SWAMS2; Fig. 7). The top hydrophone was 320 m below the sea surface and the

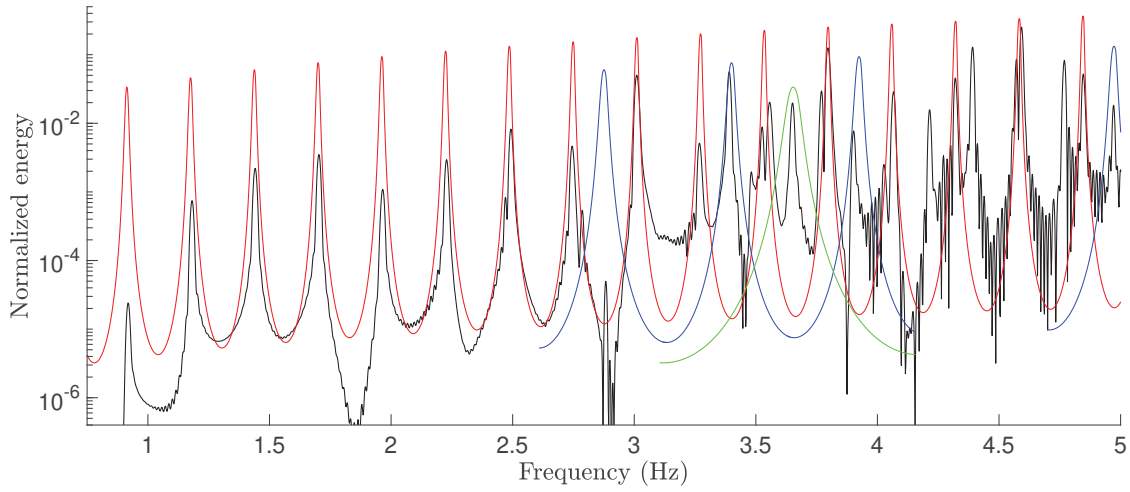


Fig. 6. Normalized spectra of simulated PN-waves (black) and of theoretical PN-waves (red) and their second (blue) and fourth (green) harmonics. Each spectrum is normalized by its maximum in the 1-10 Hz bandwidth.

bottom hydrophone was in the axis of the SOFAR channel at a 1230 m depth. The recorded signals and their spectra are shown in Fig. 8. This signal has several common features with that simulated in Fig. 2-top : the predicted PN-waves and T-waves have the same relative amplitudes, shapes and delays as observed, despite all the simplistic assumptions of the model.

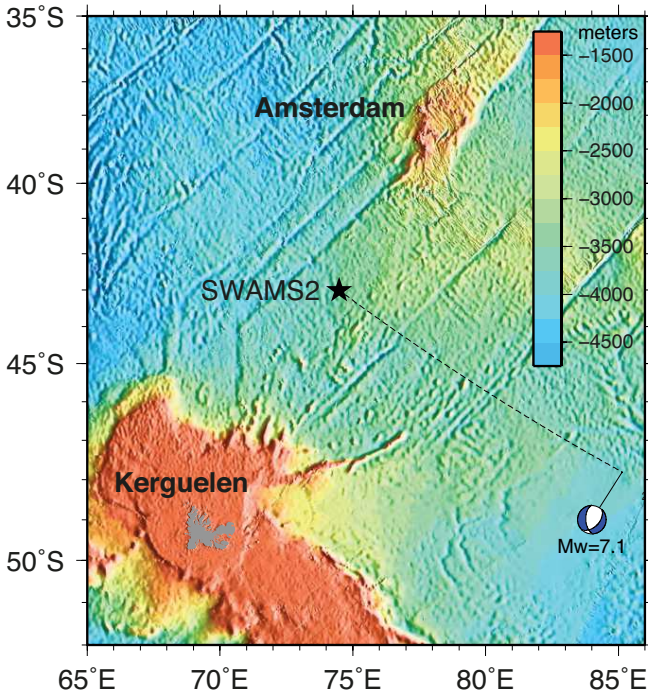


Fig. 7. Bathymetric map in the Southern Indian Ocean showing the locations of the December 04, 2015 magnitude $M_w=7.1$ earthquake and of the SWAMS2 hydrophone antenna where it was recorded (Fig. 8).

The comparison between the spectra from the two hy-

drophones at different depths gives a clue on the possible modal propagation of observed abyssal T-waves. The spectrum of the data from the deepest hydrophone (red in Fig. 8-bottom) shows that surface waves are dominant below 0.5 Hz, PN- and SN-waves are dominant between 0.5 and 1 Hz and T-waves are dominant above 1 Hz. We observe the same waves on the spectrum from the uppermost hydrophone, except that the T-wave energy is lower between 1 and 4 Hz. Until 3 Hz, the slope of the spectrum from the uppermost deep hydrophone is the same as in the frequency band dominated by PN- and SN-waves and over 3 Hz, energy rises until it reaches the value of the lowest hydrophone at 4 Hz. This energy gap in the T-waves spectrum recorded by the uppermost hydrophone can be explained by the theory of normal modes. Every mode shows a node at the sea surface where their energy is minimal. Low-order modes have fewer nodes and the first anti-node below the sea surface, where their energy is maximal, is localized deeper than with higher modes. Hence, near the sea surface, the energy of low-order modes, which are dominant for low frequencies, is very low and this is consistent with the energy gap we observe between the top and bottom hydrophones.

A focus on the spectrum of PN- and SN-waves brings stronger evidence of a modal behavior. The spectrum of the first 500 s of the signal from the uppermost hydrophone shows both PN- and SN-waves. This spectrum can be compared to the theoretical spectra of PN- and SN-waves in the same way as in section II-B and Fig. 6. Theoretical spectra are computed for the water-depth at the hydrophone antenna (3500 m), with a mean speed of sound of 1480 m.s^{-1} and a speed of the PN-waves (8100 m.s^{-1}) and SN-waves (4700 m.s^{-1}) in the upper mantle, assuming the observed PN- and SN-waves were refracted in the mantle. Preliminary computations (not shown here) show that the frequencies of energy peaks, which is here the most pertinent parameter for comparing theory and

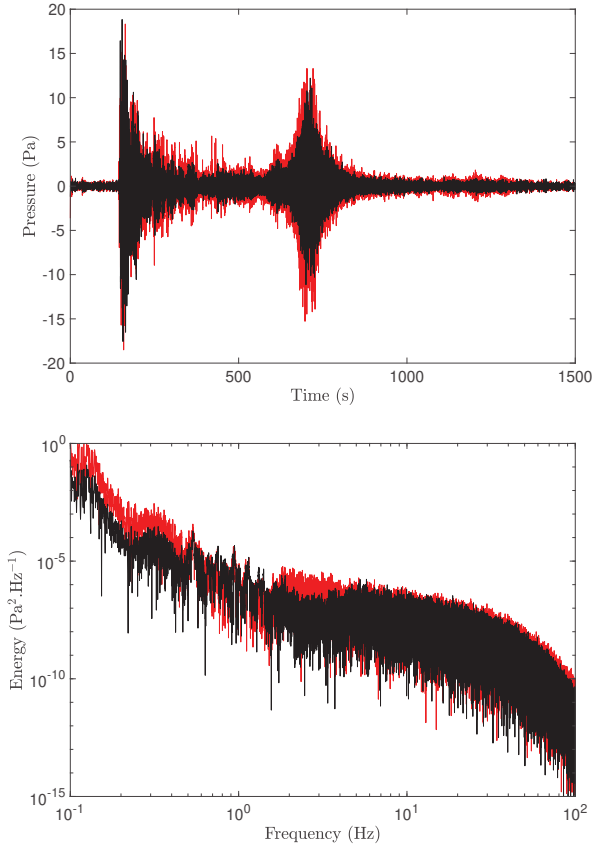


Fig. 8. (Top) Hydroacoustic data, high-pass filtered at 0.5 Hz to remove surface waves, of the December 4, 2015 earthquake, recorded 987 km away by hydrophones at 320 m (black) and 1230 m (red) below the sea surface. (Bottom) Spectra of the two unfiltered time-signals.

data, are insensitive to the choice of the medium densities. We chose 1000 kg.m^{-3} as the density of sea water and 3200 kg.m^{-3} as the density of the oceanic crust, typical of oceanic basalts. The comparison between the spectrum from the data and the theoretical spectra normalized by their energy at 0.1 Hz (Fig. 9) shows a good agreement in the frequencies of the energy peaks. The spectrum also shows harmonics of SN-waves whose peak frequencies correspond to that of the theoretical peaks multiplied by an integer. For matching purpose, we normalized the second and the fourth harmonic to adjust their second visible peak on a peak from the data and we did the same for the only visible peak of the eighth harmonic.

IV. CONCLUSION

The 2D finite element modeling applied to a simple configuration with a sinusoidal roughness on the sea bottom correctly reproduces the generation of PN-waves and abyssal T-waves. The synthetic signals display the same features as observed signals in terms of the wave envelope and arrival times. The synthetic T-waves propagate as modes whose dispersion matches an analytical solution; their vertical structure and

changes of the acoustic modes over long-range propagation are similar to the ones expected by theory. The spectrum of PN-waves also follows an analytical solution, with the addition of the presence of harmonics. Observed abyssal T-waves, generated by an intra-oceanic earthquake and recorded by an antenna of two hydrophones at different depths, present a vertical structure that can be interpreted in terms of modes. The spectrum of PN- and SN-waves in the observed signal matches fairly well the analytical solution used to predict the spectrum of synthetic PN-waves.

ACKNOWLEDGEMENTS

J. Lecoulant is supported by a joint PhD grant from the Délégation Générale de l'Armement (DGA) and the University of Brest (UBO). The SPECFEM3D code was run on Datarmor, a massive computing facility common to several research institutions at the westernmost tip of Brittany (France).

REFERENCES

- [1] Tolstoy, L. and Ewing, W.M., "The T-phase of shallow-focus earthquakes," *Bull. Seismol. Soc. Amer.*, vol. 40, p. 25–52, 1950.
- [2] de Groot-Hedlin, C.D. and Orcutt J.A., "Excitation of T-phases by seafloor scattering," *J. Acoust. Soc. Am.*, vol. 109(5), p. 1944–1954, 2001.
- [3] Fox, C.G., Dziak, R.P., Matsumoto, H., Schreiner, A.E., "Potential for monitoring low-level seismicity on the Juan de Fuca Ridge using military hydrophone arrays," *Mar. Tech. Soc. J.*, vol. 27(4), p. 22–30, 1994.
- [4] Okal, E. A., "The generation of T waves by earthquakes," *Advances in Geophysics*, vol. 49, p. 1–65, Elsevier, 2008.
- [5] Tromp, J., Komatitsch, D., and Qinya, L., "Spectral-element and adjoint methods in seismology," *Communications in Computational Physics*, vol. 3(1), p. 1–32, 2008.
- [6] Cristini, P. and Komatitsch, D., "Some illustrative examples of the use of a spectral-element method in ocean acoustics," *J. Acoust. Soc. Am.*, vol. 131(3), EL229–EL235, 2012.
- [7] Jamet, G., Guennou, C., Guillon, L., Mazoyer, C., and Royer, J.-Y., "T-wave generation and propagation: A comparison between data and spectral element modeling," *J. Acoust. Soc. Am.*, vol. 134(4), p. 3376–3385, 2013.
- [8] Xie, Z., R. Matzen, P. Cristini, D. Komatitsch, and R. Martin, "A perfectly matched layer for fluid-solid problems: Application to ocean-acoustics simulations with solid ocean bottoms," *J. Acoust. Soc. Am.*, vol. 140(1), p. 165–175, 2016.
- [9] Ardhuin, F. and Herbers, T. H. C., "Noise generation in the solid Earth, oceans and atmosphere, from nonlinear interacting surface gravity waves in finite depth," *J. Fluid Mech.*, vol. 716, p. 316–348, 2013.
- [10] Bonnel, J., Nicolas, B., and Mars, J.I. "Estimation of modal group velocities with a single receiver for geoacoustic inversion in shallow water," *J. Acoust. Soc. Am.*, vol. 128 (2), p. 719–720, 2010.

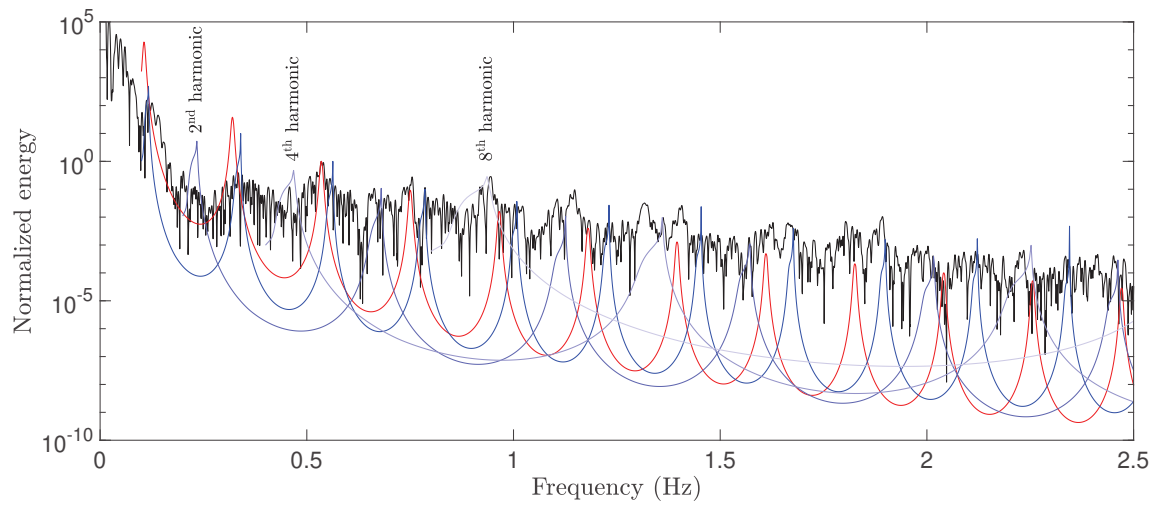


Fig. 9. Normalized spectrum of observed PN- and SN-waves (black), normalized spectrum of theoretical PN-waves (red), normalized spectra of 1st, 2nd, 4th and 8th harmonics of theoretical SN-waves (fading blues).

Liste des figures

I.1	Premier signal d'ondes T publié par Jaggar (1930)	18
I.2	Signal d'ondes T générées par un séisme sur la dorsale sud-est Indienne et enregistrées par un hydrophone au site NEAMS	20
I.3	Carte du réseau OHASISBIO et schéma d'un mouillage.	22
I.4	Représentation schématique des différents types d'ondes sismiques	24
I.5	Fonctions modales et vitesses de phase et de groupe des modes du guide d'onde parfait	29
I.6	Fonctions modales et vitesses de phase et de groupe des modes du guide de Pekeris	30
I.7	Illustration du <i>warping</i> sur un spectrogramme	32
I.8	Schéma explicatif de la <i>downslope conversion</i>	33
I.9	Comparaison des enveloppes d'un signal d'ondes T et d'un signal synthétique obtenu par de Groot-Hedlin and Orcutt (1999)	35
I.10	Spectrogrammes d'un signal d'ondes T réel et du signal synthétique obtenu par Jamet et al. (2013)	36
I.11	Spectrogrammes d'un signal d'ondes T réel et du signal synthétique obtenu par Bottero et al. (2018)	37
II.1	Comparaison des signaux obtenus pour un même événement avec SPEC-FEM2D et SPECFEM3D.	56
II.2	Schéma (tronqué) du guide-d'onde en forme de coin utilisé pour tester la réfraction horizontale.	57
II.3	Pertes à la transmission dans un plan horizontal mettant en lumière la réfraction horizontale.	58
II.4	Pertes à la transmission en dB dans un plan horizontal des modes 1, 2 et 3 d'après (Sturm, 2005).	59
II.5	Pertes à la transmission à 30 m de profondeur à la verticale de l'isobathe 200 m.	60
III.1	Schéma du modèle analytique.	63
III.2	Schéma récapitulatif des conditions d'existence des ondes P et S.	64
III.3	Résolution graphique de l'équation de dispersion des modes de Rayleigh.	70
III.4	Vitesses de phase et de groupe des six premiers modes de Rayleigh.	71

III.5 Amplitude des fonctions de transfert entre les forçages sismique et le déplacement du fond dans le plan fréquence-nombre d'onde.	73
III.6 Coefficients de proportionnalité, en champ lointain, entre les spectres des forçages sismiques et les spectres des ondes PN et SN	77
III.7 Vitesses horizontales apparentes des ondes P et des ondes S en fonction de la distance à la source	78
III.8 Coefficients en champ proche de proportionnalité entre les spectres des forçages sismiques v_f (haut) et σ_f (bas) et les ondes PN (en rouge) et SN (en bleu). Les coefficients sont calculés pour $\Delta c = 10 \text{ m.s}^{-1}$	79
IV.1 Schéma de la configuration avec un fond plat.	83
IV.2 Diagramme fréquence-nombre des forçages sismiques simulés en champ proche et en champ lointain.	84
IV.3 Diagramme fréquence-nombre d'onde des ondes acoustiques simulées avec un fond plat en champ proche	86
IV.4 Diagramme fréquence-nombre d'onde des ondes acoustiques simulées avec un fond plat en champ lointain	87
IV.5 Spectres théorique et simulé des ondes PN en champ proche.	90
IV.6 Spectres théorique et simulé des ondes PN en champ lointain.	91
IV.7 Diagramme temps-distance des ondes acoustiques simulées avec un fond plat et signal temporel à 390 km de la source.	93
IV.8 Schéma de la configuration avec un mont gaussien.	95
IV.9 Diagramme temps-distance des ondes acoustiques simulées avec un mont gaussien et signal temporel à 390 km de la source.	96
IV.10 Diagramme fréquence-nombre d'onde des ondes acoustiques simulées avec un mont gaussien	97
IV.11 Signal warpé à 390 km de la source et structures verticales des modes générés avec un mont gaussien.	99
IV.12 Schéma de la configuration avec un mont gaussien et un canal SOFAR	101
IV.13 Signaux temporels à 390 km de la source avec un mont gaussien, avec et sans SOFAR et énergies des signaux le long d'une antenne verticale avec et sans SOFAR.	103
IV.14 Diagramme fréquence-nombre d'onde des ondes acoustiques simulées avec un mont gaussien et un canal SOFAR, à 500 m de profondeur.	104
IV.15 Diagramme fréquence-nombre d'onde des ondes acoustiques simulées avec un mont gaussien et un canal SOFAR, à 2500 m de profondeur.	105
IV.16 Signal warpé à 390 km de la source et structures verticales des modes générés avec un mont gaussien et un canal SOFAR.	107
IV.17 Schéma de la configuration avec un fond rugueux.	109

IV.18	Diagramme temps-distance des ondes acoustiques simulées avec un fond rugueux et signal temporel à 390 km de la source.	111
IV.19	Diagramme fréquence-nombre d'onde des ondes acoustiques simulées avec un fond rugueux.	112
IV.20	Signal warpé à 390 km de la source et structures verticales des modes générés avec un fond rugueux.	114
IV.21	Énergie normalisée en fonction du nombre de mode à 1500 m de profondeur à trois distances à la source.	115
IV.22	Spectres normalisés des ondes PN simulées avec un fond rugueux.	116
IV.23	Carte bathymétrique de l'Océan Indien Austral avec les localisations de l'épicentre du séisme de magnitude du 4 décembre 2015 et de l'antenne SWAMS2.	117
IV.24	Signaux hydroacoustiques du séisme du 4 décembre 2015, enregistrés à 987 km de distance par les deux hydrophones du site SWAMS2 et spectres de ces signaux.	118
IV.25	Spectres normalisés des ondes PN et SN observées (en noir), des ondes PN théoriques (en rouge) et des ondes SN théoriques (en bleu). La comparaison entre fréquence observée et fréquence prédite des pics annotés est présentée dans le Tableau IV.2.	119
V.1	Comparaison de signaux et de leur enveloppe, avec et sans atténuation.	136
V.2	Comparaison des signaux et des enveloppes avec atténuation, dans le cas d'une dorsale et d'un mont sous-marin	138
V.3	Localisations de la source par trilatération dans le cas de la dorsale et dans le cas du mont dans des modèles avec atténuation	140
V.4	Histogramme des vitesses du son au maximum de la densité de probabilité dans le cas de la dorsale et dans le cas du mont dans des modèles avec atténuation	140
V.5	Localisations les plus probables de la source acoustique obtenues par trilatération pour un mont gaussien et une dorsale gaussienne linéaire.	141
V.6	Histogramme des vitesses du son au maximum de la densité de probabilité pour la localisation de la source acoustique dans le cas du mont gaussien et de la dorsale gaussienne.	142

Liste des tableaux

II.1	Tableau récapitulatif des paramètres physiques communs aux modèles 2D et aux modèles 3D.	53
II.2	Tableau récapitulatif des paramètres des simulations 2D et 3D.	55
IV.1	Fréquences des modes observés dans la Figure (IV.16) sur lesquelles se fonde la régression linéaire de l'équation (IV.4).	106
IV.2	Fréquence prédite et observée des quatre pics identifiés comme des harmoniques dans le spectre observé Figure IV.25, avec leur erreur relative.	120

Bibliographie

- Ardhuin, F. and T. H. C. Herbers (2013). Noise generation in the solid Earth, oceans and atmosphere, from nonlinear interacting surface gravity waves in finite depth. *Journal of Fluid Mechanics* 716, 316–348.
- Ardhuin, F., T. Lavanant, M. Obrebski, L. Marié, J.-Y. Royer, J.-F. d’Eu, B. M. Howe, R. Lukas, and J. Aucan (2013). A numerical model for ocean ultra-low frequency noise : Wave-generated acoustic-gravity and Rayleigh modes. *The Journal of the Acoustical Society of America* 134(4), 3242–3259.
- Balanche, A. (2010). *Conversion sismo-acoustique au passage du fond océanique*. Ph. D. thesis, Université de Bretagne Occidentale, Brest.
- Bohnenstiehl, D. R., F. Waldhauser, and M. Tolstoy (2008). Frequency-magnitude distribution of microearthquakes beneath the 9°50’N region of the east pacific rise, october 2003 through april 2004. *Geochemistry, Geophysics, Geosystems* 9(10).
- Bolt, B. A. (Ed.) (1988). *Earthquakes*. New York : Freeman.
- Bonnel, J. (2010). *Analyse de la dispersion acoustique UBF (0-150 Hz) pour la surveillance et la caractérisation du milieu marin*. Ph. D. thesis, Université de Grenoble, Grenoble.
- Bonnel, J., B. Nicolas, J. I. Mars, and S. C. Walker (2010). Estimation of modal group velocities with a single receiver for geoacoustic inversion in shallow water. *The Journal of the Acoustical Society of America* 128(2), 719–727.
- Bottero, A. (2018). *Full-wave numerical simulation of T-waves and of moving acoustic sources*. Ph. D. thesis, Université Aix-Marseille, Marseille.
- Bottero, A., P. Cristini, D. Komatitsch, and M. Asch (2016). An axisymmetric time-domain spectral-element method for full-wave simulations : Application to ocean acoustics. *The Journal of the Acoustical Society of America* 140(5), 3520–3530.
- Bottero, A., P. Cristini, D. Komatitsch, and Q. Brissaud (2018). Broadband transmission losses and time dispersion maps from time-domain numerical simulations in ocean acoustics. *The Journal of the Acoustical Society of America* 144(3), EL222–EL228.

- Chapman, N. R. and R. Marrett (2006). The directionality of acoustic T-phase signals from small magnitude submarine earthquakes. *The Journal of the Acoustical Society of America* 119(6), 3669–3675.
- Cristini, P. and D. Komatitsch (2012). Some illustrative examples of the use of a spectral-element method in ocean acoustics. *The Journal of the Acoustical Society of America* 131(3), EL229–EL235.
- Dalton, C. A., V. Hjørleifsdóttir, and G. Ekström (2014). A comparison of approaches to the prediction of surface wave amplitude. *Geophysical Journal International* 196(1), 386–404.
- Datarmor (2019). Datarmor : la mer a son supercalculateur! <https://wwz.ifremer.fr/Recherche-Technologie/Actualites/DATARMOR-la-mer-a-son-supercalculateur>. Accessed : 2019-08-20.
- de Groot-Hedlin, C. D. and J. A. Orcutt (1999). Synthesis of earthquake-generated T-waves. *Geophysical Research Letters* 26(9), 1227–1230.
- Dziak, R. P. (2001). Empirical relationship of T-wave energy and fault parameters of northeast pacific ocean earthquakes. *Geophysical Research Letters* 28, 2537–2540.
- Ewing, M. and J. L. Worzel (1948). Long-range sound transmission. In *Propagation of Sound in the Ocean*, Volume 27, Chapter 3, pp. 39. Geological Society of America.
- Fox, C., W. Radford, R. Dziak, T. Lau, H. Matsumoto, and A. Schreiner (1995). Acoustic detection of a seafloor spreading episode on the Juan-de-Fuca Ridge using military hydrophone arrays. *Geophysical Research Letters* 22, 131–134.
- Fox, C. G., R. P. Dziak, H. Matsumoto, and A. E. Schreiner (1994). Potential for monitoring low-level seismicity on the Juan de Fuca Ridge using military hydrophone arrays. *Marine Technology Society Journal* 27(4), 22–30.
- Fox, C. G., H. Matsumoto, and T.-K. A. Lau (2001). Monitoring Pacific Ocean seismicity from an autonomous hydrophone array. *Journal of Geophysical Research : Solid Earth* 106(B3), 4183–4206.
- Frank, S. D., J. M. Collis, and R. I. Odom (2015). Elastic parabolic equation solutions for oceanic t-wave generation and propagation from deep seismic sources. *The Journal of the Acoustical Society of America* 137, 3534–3543.
- Geuzaine, C. and J.-F. Remacle (2009). Gmsh : A 3-D finite element mesh generator with built-in pre- and post-processing facilities. *International Journal for Numerical Methods*

- in Engineering* 79(11), 1309–1331.
- Giusti, M. (2019). *Apport des données hydroacoustiques pour l'étude de la sismicité de la dorsale média-atlantique Nord*. Ph. D. thesis, Université de Bretagne Occidentale, Brest.
- Giusti, M., J. Perrot, R. P. Dziak, A. Sukhovich, and M. Maia (2018). The August 2010 earthquake swarm at North FAMOUS–FAMOUS segments, Mid-Atlantic Ridge : geophysical evidence of dike intrusion. *Geophysical Journal International* 215(1), 181–195.
- Goslin, J., J. Perrot, J.-Y. Royer, C. Martin, N. Lourenço, J. Luis, R. P. Dziak, H. Matsumoto, J. Haxel, M. J. Fowler, C. G. Fox, A. T. K. Lau, and S. Bazin (2012). Spatio-temporal distribution of the seismicity along the mid-atlantic ridge north of the azores from hydroacoustic data : Insights into seismogenic processes in a ridge-hot spot context. *Geochemistry, Geophysics, Geosystems* 13(2), 1–15.
- Gutenberg, B. and C. Richter (Eds.) (1949). *Seismicity of the Earth and associated phenomena*. Princeton, New Jersey : Princeton University Press.
- Hasselmann, K. (1963). A statistical analysis of the generation of microseisms. *Reviews of Geophysics* 1(2), 177.
- Jaggard, T. A. (1930). How the seismograph works. *The Volcano Letter* 268, 1–4.
- Jamet, G. (2014). *Modélisation d'ondes sismo-acoustiques par la méthode des éléments spectraux. Application à un séisme dans l'Atlantique Nord*. Ph. D. thesis, Université de Bretagne Occidentale, Brest.
- Jamet, G., C. Guennou, L. Guillon, C. Mazoyer, and J.-Y. Royer (2013). T-wave generation and propagation : A comparison between data and spectral element modeling. *The Journal of the Acoustical Society of America* 134(4), 3376–3385.
- Jensen, F. B., W. A. Kuperman, M. B. Porter, and H. Schmidt (Eds.) (2011). *Computational ocean acoustics* (2nd ed.). Modern acoustics and signal processing. New York : Springer.
- Johnson, R. H. and R. A. Norris (1968). T-phase radiators in the western Aleutians. *Bulletin of the Seismological Society of America* 58(1).
- Johnson, R. H., J. Northrop, and R. Eppley (1963). Sources of Pacific *T* phases. *Journal of Geophysical Research* 68(14), 4251–4260.
- Kelevitz, K., N. Houlié, D. Giardini, and M. Rothacher (2017). Performance of High-Rate

- GPS Waveforms at Long Periods : Moment Tensor Inversion of the 2003 M_w 8.3 Tokachi-Oki Earthquake. *Bulletin of the Seismological Society of America*.
- Komatitsch, D. and J.-P. Vilotte (1998). The Spectral Element method : an efficient tool to simulate the seismic response of 2D and 3D geological structures. *Bulletin of the Seismological Society of America* 88(2), 368–392.
- Lecoulant, J., C. Guennou, L. Guillon, and J.-Y. Royer (2019). Three-dimensional modeling of earthquake generated acoustic waves in the ocean in simplified configurations. *The Journal of the Acoustical Society of America* 146(3), 2110–2120.
- Leet, L. D., S. J. Lineman, and P. R. Berger (1951). Investigation of the T phase. *Bulletin of the Seismological Society of America* 41, 123–141.
- Longuet-Higgins, M. S. (1950). A Theory of the Origin of Microseisms. *Philosophical Transactions of the Royal Society A : Mathematical, Physical and Engineering Sciences* 243(857), 1–35.
- Magnoni, F., E. Casarotti, A. Michelini, A. Piersanti, D. Komatitsch, D. Peter, and J. Tromp (2014). Spectral-Element Simulations of Seismic Waves Generated by the 2009 L'Aquila Earthquake. *Bulletin of the Seismological Society of America* 104(1), 73–94.
- Munk, W. H. (1974). Sound channel in an exponentially stratified ocean, with application to SOFAR. *The Journal of the Acoustical Society of America* 55, 220–255.
- Okal, E. A. (2008). The generation of T waves by earthquakes. In *Advances in Geophysics*, Volume 49, pp. 1–65. Elsevier.
- Park, M. and R. I. Odom (1999). The effect of stochastic rough interface on coupled-mode elastic waves. *Geophysical Journal International* 136, 123–143.
- Park, M., R. I. Odom, and D. J. Soukup (2001). Modal scattering : A key to understanding oceanic T-waves. *Geophysical Research Letters* 28(17), 3401–3404.
- Pekeris, C. L. (1948). Theory of propagation of explosive sound in shallow water. In *Propagation of Sound in the Ocean*, Volume 27, Chapter 2, pp. 117. Geological Society of America.
- Rothé, J.-P. (1954). La zone sismique médiane Indo-Atlantique. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London* 222, 387–397.

- Royer, J.-Y., R. Chateau, R. Dziak, and D. Bohnenstiehl (2015). Seafloor seismicity, Antarctic ice-sounds, cetacean vocalizations and long-term ambient sound in the Indian Ocean basin. *Geophysical Journal International* 202(2), 748–762.
- Schlindwein, V. and F. Schmid (2016). Mid-ocean-ridge seismicity reveals extreme types of ocean lithosphere. *Nature* 535, 276.
- Schreiner, A., C. Fox, and R. Dziak (1995). Spectra and magnitudes of T-waves from the 1993 earthquake swarm on the Juan-de-Fuca Ridge. *Geophysical Research Letters* 22, 139–142.
- Searle, R. (2013). *Mid-ocean ridges*. Cambridge : Cambridge Univ. Press. OCLC : 862136432.
- Smith, D. K., J. Escartin, M. Cannat, M. Tolstoy, C. G. Fox, D. R. Bohnenstiehl, and S. Bazin (2003). Spatial and temporal distribution of seismicity along the northern Mid-Atlantic Ridge (15°–35°N). *Journal of Geophysical Research : Solid Earth* 108(B3), 2167.
- specfem2d. specfem2d - Computational Infrastructure for Geodynamics. <https://geodynamics.org/cig/software/specfem2d/>. Accessed : 2019-08-20.
- specfem3d. specfem3d - Computational Infrastructure for Geodynamics. <https://geodynamics.org/cig/software/specfem3d/>. Accessed : 2019-08-20.
- Stoneley, R. (1926). The Effect of the Ocean on Rayleigh Waves. *Geophysical Journal International* 1, 349–356.
- Sturm, F. (2005). Numerical study of broadband sound pulse propagation in three-dimensional oceanic waveguides. *The Journal of the Acoustical Society of America* 117(3), 1058–1079.
- Sykes, L. R. (1967). Mechanism of earthquakes and nature of faulting on the mid-oceanic ridges. *Journal of Geophysical Research* 72, 2131–2153.
- Sykes, L. R. (1968). Seismological evidence for transform faults, seafloor spreading, and continental drift. In R. A. Phoney (Ed.), *The history of Earth's crust*, pp. 120–150. Princeton University Press.
- Talandier, J. and E. A. Okal (1998). On the mechanism of conversion of seismic waves to and from t waves in the vicinity of island shores. *Bulletin of the Seismological Society of America* 88, 621–632.

- Tolstoy, L. and W. M. Ewing (1950). The T phase of shallow-focus earthquakes. *Bulletin of the Seismological Society of America* 40, 25–52.
- Tromp, J., D. Komatitsch, and L. Qinya (2008). Spectral-element and adjoint methods in seismology. *Communications in Computational Physics* 3(1), 1–32.
- Tsang-Hin-Sun, E. (2016). *Conversion sismo-acoustique au passage du fond océanique*. Ph. D. thesis, Université de Bretagne Occidentale, Brest.
- Tsang-Hin-Sun, E., J.-Y. Royer, and J. Perrot (2016). Seismicity and active accretion processes at the ultraslow-spreading Southwest and intermediate-spreading Southeast Indian ridges from hydroacoustic data. *Geophysical Journal International* 206(2), 1232–1245.
- Viktorov, I. A. (1967). *Rayleigh and Lamb Waves Physical Theory and Applications*. Springer US.
- Xie, Z., R. Matzen, P. Cristini, D. Komatitsch, and R. Martin (2016). A perfectly matched layer for fluid-solid problems : Application to ocean-acoustics simulations with solid ocean bottoms. *The Journal of the Acoustical Society of America* 140(1), 165–175.
- Yang, Y. and D. W. Forsyth (2003). Improving epicentral and magnitude estimation of earthquakes from T phase by considering the excitation function. *Bulletin of the Seismological Society of America* 93, 2106–2122.

Titre : Modélisation et simulation d'ondes T : modes de Rayleigh et effets 3D

Mots clés : ondes T, modélisation, modes de Rayleigh, effets 3D

Résumé : Lorsqu'un séisme se produit sous l'océan, les ondes sismiques se transforment à l'interface croûte/océan en ondes acoustiques basses fréquences, appelées ondes T, qui peuvent se propager dans la colonne d'eau sur de très grandes distances. Ces ondes sont d'une grande importance pour la surveillance de l'activité sismique et volcanique sous-marine car elles comblent un manque d'information dans les données sismologiques terrestres. La localisation de la source acoustique peut être déduite par trilatération à partir des temps d'arrivée de l'onde T sur plusieurs hydrophones et une magnitude acoustique peut être dérivée des niveaux reçus. Toutefois, les informations obtenues à partir des signaux des ondes T restent incomplètes car les mécanismes de génération des ondes T, leur mode de propagation, et l'importance des effets 3D dans le processus sont mal connus.

Pour traiter ces questions, cette thèse utilise un modèle analytique de la génération et de la propagation des ondes T et un code spectral aux éléments finis (SPECFEM) capable d'effectuer des simulations en forme d'onde complète des ondes sismiques dans la croûte terrestre et des ondes acoustiques dans l'océan. Le modèle analytique développé dans cette thèse décrit des ondes T qui se propagent sous forme de modes de Rayleigh ; ce modèle prédit également le spectre des ondes PN et SN, qui sont les précurseurs des ondes T dans les enregistrements d'événements de forte magnitude. Dans une configuration 2D avec un fond plat et un océan uniforme, les modes théoriques (solution analytique) et simulés (SPECFEM) d'ondes T et les spectres d'ondes PN et SN montrent un très bon accord. Le modèle numérique peut donc être appliqué avec confiance à des configurations pour lesquelles un modèle analytique ne peut pas être simplement dérivé : une interface croûte/océan avec un mont sous-marin, avec ou sans canal SOFAR dans l'océan, et un fond marin plat avec une rugosité à courte longueur d'onde. Ces simulations mettent en évidence les conditions nécessaires à la génération d'ondes T énergétiques et confirment le rôle prédominant des modes de Rayleigh dans leur propagation. Les résultats du modèle avec un fond marin rugueux sont très comparables aux données hydroacoustiques d'un séisme majeur survenu sous une plaine abyssale. La version 3D de SPECFEM permet enfin d'étudier l'importance des effets 3D dans la génération des ondes T. À distance, les amplitudes et les temps d'arrivée diffèrent selon qu'un événement sismique se produit sous un mont sous-marin ou sous une dorsale. Par conséquent, les localisations de la source à partir de temps d'arrivée peuvent être biaisées par des effets topographiques en 3D à proximité de la région de l'épicentre

Title : Modeling and simulating T-waves: Rayleigh modes and 3D-effects

Keywords : T-waves, modeling, Rayleigh modes, 3D effects

Abstract : When an earthquake occurs below the ocean, seismic waves convert at the crust/ocean or solid/fluid interface into low-frequency acoustic waves, known as T-waves, which can propagate in the water column over very long distances. These waves are of great importance for monitoring the submarine seismic and volcanic activity, as they fill a gap of information in the land-based seismological records. The localization of the acoustic source can be deduced by trilatération from T-wave arrival-times at several hydrophones and an acoustic magnitude can be derived from the received levels. Beyond that, the information obtained from T-wave signals remains incomplete since the mechanisms for generating T-waves, the way they propagate and the importance of 3D-effects in the process are poorly known.

To investigate these issues, this thesis uses a spectral finite element code (SPECFEM) able to perform full wave-form simulations of both seismic waves in the crust and acoustic waves in the ocean. The analytical model developed in this thesis describes propagating T-waves as Rayleigh modes; this model also predicts the spectrum of PN- and SN-waves, which are precursors of T-waves in records from high magnitude events. In a 2D configuration with a flat bottom and a uniform ocean, the theoretical (analytical solution) and simulated (SPECFEM) T-wave modes and PN- and SN-wave spectra show a very good agreement. The numerical model is thus applied with confidence to configurations for which an analytical model cannot be simply derived: a crust/ocean interface with a seamount, with or without a SOFAR channel in the ocean, and a flat seabed with a short-wavelength roughness. These simulations highlight the conditions necessary for the generation of energetic T-waves and confirm the predominant role of Rayleigh modes in their propagation. The outputs from the model with a rough sea-bottom compare well with hydroacoustic records from a major earthquake occurring below an abyssal plain. A 3D version of SPECFEM is finally used to investigate the importance of 3D-effects in the generation of T-waves. At a distance, different amplitudes and arrival-times are obtained depending on whether a seismic event occurs below a seamount or below a ridge. Hence, source localizations from arrival-times can be biased by 3D topographic effects in the vicinity of the epicenter region.