



**HAL**  
open science

# Formation de voies hybride analogique-numérique pour la réduction d'interférences dans les réseaux cellulaires de nouvelle génération

Mohammed Reda Bekkar

► **To cite this version:**

Mohammed Reda Bekkar. Formation de voies hybride analogique-numérique pour la réduction d'interférences dans les réseaux cellulaires de nouvelle génération. Traitement du signal et de l'image [eess.SP]. Université Grenoble Alpes [2020-..], 2020. Français. NNT : 2020GRALT007 . tel-02954699

**HAL Id: tel-02954699**

**<https://theses.hal.science/tel-02954699v1>**

Submitted on 1 Oct 2020

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

## THÈSE

pour obtenir le grade de

## DOCTEUR DE L'UNIVERSITÉ DE GRENOBLE ALPES

Spécialité : **Signal, Image, Parole et Télécommunications**

Arrêté ministériel : 25 mai 2016

Présentée par

**Mohammed Reda BEKKAR**

Thèse dirigée par **Laurent ROS** (Grenoble-INP) et codirigée par  
**Cyrille SICLET** (Grenoble-INP),  
**Benoit MISCOPEIN** (CEA),  
**Serge BORIES** (CEA).

préparée au sein du

**CEA LETI**

**Laboratoire des Systèmes Haut Débit**

dans l'école doctorale électronique, électrotechnique,  
automatique, traitement du signal (EEATS)

## Formation de voies hybride analogique-numérique pour la réduction d'interférences dans les réseaux cellulaires de nouvelle génération.

Thèse soutenue publiquement le **15 juin 2020**,  
devant le jury composé de :

**Pr. Jean-Marc BROSSIER**

Professeur à Grenoble-INP, Président

**Pr. Geneviève BAUDOIN**

Professeure émérite à l'ESIEE Paris, Rapportrice,

**Dr. Matthieu CRUSSIÈRE**

Maître de conférence HDR à l'INSA Rennes, Rapporteur

**Pr. Jean-Marie GORCE**

Professeur à l'INSA Lyon, Examineur

**Pr. Alain SIBILLE**

Professeur à Télécom Paris, Examineur

**Dr. Benoît DENIS**

Ingénieur-Chercheur au CEA Grenoble, invité





UNIVERSITÉ DE GRENOBLE ALPES  
ÉCOLE DOCTORALE EEATS  
Électronique Électrotechnique Automatique Traitement du Signal

# THÈSE

pour obtenir le titre de

**docteur en sciences**

de l'Université de Grenoble Alpes

**Mention : SIPT**

Présentée et soutenue par

Mohammed Reda BEKKAR

**Formation de voies hybride analogique-numérique pour la  
réduction d'interférences dans les réseaux cellulaires de  
nouvelle génération.**

Thèse dirigée par **Laurent ROS** (Grenoble-INP) et codirigée par  
**Cyrille SICLET** (Grenoble-INP),  
**Benoit MISCOPEIN** (CEA),  
**Serge BORIES** (CEA)

préparée au laboratoire Commissariat à l'énergie Atomique (CEA)  
soutenue le 15 juin 2020

**Jury :**

<i>Président :</i>	Jean-Marc BROSSIER	- Grenoble INP
<i>Rapporteurs :</i>	Geneviève BAUDOIN	- ESIEE Paris
	Matthieu CRUSSIÈRE	- INSA Rennes
<i>Examineurs :</i>	Jean-Marie GORCE	- INSA Lyon
	Alain SIBILLE	- Télécom Paris
<i>Invité :</i>	Benoît DENIS	- CEA Grenoble



# Remerciements

Tout d’abord je souhaiterais exprimer ma gratitude envers mes quatre encadrants, sans lesquels cette thèse n’aurait pas été possible. J’ai appris avec eux autant sur moi-même que sur la recherche scientifique. Je remercie Laurent pour sa grande qualité d’écoute, ses précieux retours ainsi que ses nombreuses relectures attentives. Je remercie Benoît pour sa patience et sa sagacité toujours de mise, sa finesse d’analyse me sera utile bien au-delà du travail de recherche. Je remercie Serge pour ses apports scientifiques et méthodologiques pertinents, son appui a été indispensable pour l’achèvement de ce travail. Je remercie Cyrille pour ses éclairages mathématiques et ses conseils sur l’orientation des travaux, sa bonne humeur laissait nos collaborations et nos discussions toujours agréables.

Je souhaiterai remercier ensuite tous mes collègues du CEA, pour leur support et leur soutien, aussi bien technique que moral. Je remercie Mohamed, David, Mattia et Florian pour leurs nombreux coups de main informatiques et mathématiques. Je remercie Saad pour avoir été un collègue, un voisin et un ami continuellement présent. Je remercie Carolynn de m’avoir fait confiance en tant que stagiaire, et de m’avoir poussé à aller plus loin. Je n’oublie pas aussi Sang-Jun, Kevin, Ibtissam, Moisés, Remun, Benoît, Simon, François, Sébastien, Patrick, Jean-Baptiste, Nicola, Mickael, Sylvie, Abdes.

Je remercie aussi tous mes collègues du gipsa-lab, particulièrement Cosme, Lorenzo, Pierre, Jeanne, Imane, Malick, Chhay et Roza. Mon passage y fut court mais non sans en rapporter des souvenirs : votre bonne humeur, votre bon humour et vos doses quotidiennes de sarcasme.

Enfin je souhaite remercier ma famille qui a été toujours présente tout au long de mes études : Bachir, Khedidja, Amel et Fatih. Un autre merci à mon entourage, je pense à Housam pour la régie sur OBS studio pendant le YouTube Live, Jean-Baptiste pour avoir été le fournisseur officiel de vélos de la coloc, Erika, Jorge, Ariadni et Imad pour les journées ski mémorables, et les voisins remarquables du Rabot : Herman, Johanna, Isabella, Pablo, Sofia, Romain, Sergio, Irina, Nacim, Florence pour l’agréable temps passé avec eux. Merci à Luciane pour son soutien inconditionnel. Merci également à Ali, Adam, Yacine, Halim, Rafik, Zinou, Sidali, Menad et Amine pour leur esprit de camaraderie rayonné par-delà les frontières.

## Résumé

La formation de voies est une méthode de traitement du signal utilisant des réseaux d'antennes. En commandant les éléments du réseau d'antennes elle permet de favoriser certaines directions d'émission ou de réception des signaux. Dans les réseaux cellulaires, elle peut permettre notamment de réduire l'interférence au niveau d'une station de base. Son implémentation entièrement numérique se heurte à des limitations de consommation énergétique et de coût quand on augmente le nombre d'antennes. En réponse à ces problèmes, l'implémentation hybride analogique-numérique peut être utilisée afin de réduire le nombre de chaînes radio-fréquences (RF) et de convertisseurs analogique-numérique. Dans cette implémentation, l'étage analogique peut être réalisé en utilisant différents types de dispositifs (déphaseurs, amplificateur/atténuateurs, impédances variables) et avec une connectivité variable avec le réseau d'antennes. Toutefois, si l'on souhaite garder une circuiterie RF simple, en utilisant des déphaseurs uniquement (*phase-only*) afin de régler les poids du formateur de voies analogique, le problème d'optimisation de ces poids devient non-convexe.

Les travaux actuels sur les réseaux de petites cellules montrent que l'interférence entre stations de base est un des facteurs limitant la couverture et le débit. Si les petites cellules sont équipées de formateurs de voies entièrement numériques, la présence de forts bloqueurs peut mener à la saturation ou à une désensibilisation des convertisseurs analogique-numérique. L'objet de ces travaux de thèse est l'étude de la formation de voies avec une implémentation hybride *phase-only*. L'objectif principal est la proposition d'un algorithme de calcul des matrices de formation de voies, afin de réduire les interférences en réception au niveau d'une petite cellule.

Après une description du contexte et de l'état de l'art, on a en préliminaire proposé une caractérisation de l'interférence en utilisant un angle algébrique entre vecteurs des signaux utiles, et vecteurs des signaux interférents. Ceci nous a permis d'obtenir une borne inférieure sur les performances du formateur de voies optimal en RSIB. On a proposé ensuite une solution sous-optimale de formation de voies hybride *phase-only*, qui dans un système à résolution numérique infinie, a de faibles pertes par rapport à une solution avec des poids variables en module et phase. Dans un second lieu, on a introduit un modèle de convertisseur analogique-numérique dans la chaîne de réception, ce qui nous a permis de mettre en évidence les limitations de la première approche ainsi que de l'implémentation entièrement numérique en présence de forts bloqueurs. On a ensuite proposé un algorithme d'optimisation de l'étage analogique, qui repose sur une méthode de relaxation semi-définie. Cet algorithme montre des performances en RSIB et en somme-capacité proches de celles du *benchmark* aux deux degrés de liberté module et phase. En comparaison, les solutions testées de l'état de l'art qui utilisent des fonctions coût non-convexes restent dépendantes de l'initialisation et donnent des performances inférieures.

**Mots clés :** Formation de voies, Formation de Voies Hybride, Formateur de Voies de Capon, Réseau d'Antennes, Traitement d'Antennes, 5G, Optimisation, Convertisseurs Analogique-Numérique, Bloqueurs, Réduction d'Interférences, Petites Cellules.

---

## Abstract

Beamforming is a signal processing method used in antenna arrays, allowing the enhancement of the directions of emission or reception of signals by controlling the different elements' weights. In mobile networks especially, it allows interference reduction in base stations. Nevertheless, its full digital implementation is limited by energy consumption and cost when increasing the number of antennas. As a response, hybrid analog-digital implementation could be used to reduce the number of radiofrequency (RF) chains as well as the number of analog-to-digital converters. In this implementation, the analog stage could be realised using different types of devices (phase shifters, amplifiers/attenuators, variable impedances) and with a variable connectivity to the antenna array. Nevertheless, if we want to keep a simple RF circuitry by using phase shifters only to tune the analog beamformer, the problem of optimizing these weights becomes non-convex.

The current works on small cell networks show that the interference between base stations is one of the limiting factors of the coverage and the data rate. Furthermore, in a full digital implementation, the presence of strong blockers may lead to analog-to-digital converters saturation or desensitization. The purpose of this work is the study of hybrid beamforming with phase-only implementation, as well as to propose an algorithm to compute the beamforming matrices, with the aim of reducing the received interference in a small cell. After a context description and a state-of-the-art, we preliminarily proposed an interference characterization metric, using an algebraic angle between the signals of interest vectors and the interference vectors. This allowed us to obtain a lower bound on the Signal-to-Interference-plus-Noise Ratio (SINR) performance of the optimal beamformer. We have then proposed a sub-optimal solution of hybrid phase-only beamforming, which when using an infinite resolution digitization, has a low loss as compared to a solution using modulus and phase. Secondly, we introduced an analog-to-digital converter model, which allowed us to bring out the limitations of the first approach as well as of the full digital implementation, in the presence of strong blockers. Afterwards, we proposed an optimisation algorithm of the analog stage, based on a semidefinite relaxation. The performance of this algorithm, in terms of SINR and sumrate are close to the benchmark with full degree of freedom, modulus and phase. In comparison, the performance state-of-the-art tested solutions using non-convex cost function have poorer performance and depend on initialization point.

**Keywords :** Beamforming, Capon Beamforming, MVDR, Hybrid Beamforming, Antenna arrays, Array Signal Processing, 5G, Optimization, Analog-to-Digital-Converters, Blockers, Interference Reduction.



# Table des matières

<b>Table des figures</b>	<b>xii</b>
<b>Liste des tableaux</b>	<b>xiii</b>
<b>Nomenclature</b>	<b>xv</b>
<b>Introduction</b>	<b>1</b>
<b>1 Problématique et état de l'art</b>	<b>5</b>
1.1 Problématique des réseaux de petites cellules denses . . . . .	6
1.2 Gestion et annulation d'interférences . . . . .	12
1.3 Scénario traité . . . . .	14
1.4 Généralités sur la formation de voies . . . . .	16
1.4.1 Modèle à bande étroite . . . . .	17
1.4.2 Multi-trajet et sélectivité en fréquence . . . . .	18
1.5 Modèle linéaire de formation de voies . . . . .	20
1.5.1 Implémentation analogique . . . . .	21
1.5.2 Implémentation numérique . . . . .	22
1.5.3 Implémentation hybride . . . . .	25
1.5.4 Dimensions des matrices de formation de voies . . . . .	27
1.6 Caractéristiques des réseaux d'antennes . . . . .	30
1.6.1 Diagramme de rayonnement . . . . .	30
1.6.2 Résolution d'un faisceau . . . . .	31
1.7 État de l'art de la formation de voies hybride . . . . .	33
1.8 Conclusion . . . . .	37

---

<b>2</b>	<b>Modèles de canaux et indicateurs de performance</b>	<b>39</b>
2.1	Introduction . . . . .	39
2.2	Modèles de canaux . . . . .	40
2.2.1	Des modèles déterministes aux modèles stochastiques . . . . .	40
2.2.2	Modèles stochastiques . . . . .	41
2.2.3	Modèles stochastiques à base géométrique . . . . .	42
2.2.4	Modèles utilisés dans nos travaux . . . . .	42
2.3	Angle algébrique et RSIB . . . . .	44
2.3.1	Récepteur optimal en RSIB et formateur de voies de Capon . . . . .	44
2.3.2	Angle algébrique en mono-utilisateur mono-interfèreux . . . . .	47
2.3.3	Analyse du RSIB en fonction de $\cos(\theta)$ en mono-utilisateur mono-interfèreux . . . . .	47
2.3.4	Angle algébrique en multi-utilisateur multi-interfèreux . . . . .	54
2.3.5	Analyse du RSIB en fonction de $\cos(\theta)$ en multi-utilisateur multi-interfèreux . . . . .	55
2.4	Capacité . . . . .	58
2.4.1	Capacité d'un système mono-antenne . . . . .	58
2.4.2	Capacité en multi-utilisateur avec un récepteur multi-antenne . . . . .	60
2.4.3	Expression de la capacité tenant compte de la quantification . . . . .	62
2.5	Conclusion . . . . .	63
<b>3</b>	<b>Formation de voies hybride sous-optimale</b>	<b>65</b>
3.1	Introduction . . . . .	65
3.2	Modèle et description de l'approche . . . . .	67
3.2.1	Solutions entièrement numériques . . . . .	68
3.2.2	Solution filtre adapté . . . . .	70
3.2.3	Solution hybride par extraction des phases . . . . .	70
3.3	Analyse du RSIB . . . . .	71

---

3.3.1	Effet de l'angle d'arrivée des utilisateurs . . . . .	72
3.3.2	Effet de la puissance du bloqueur . . . . .	75
3.4	Conclusion . . . . .	80
<b>4</b>	<b>Optimisation d'un FdV par relaxation semi-définie</b>	<b>81</b>
4.1	Introduction . . . . .	81
4.2	Limitations de la solution hybride par extraction de phase . . . . .	82
4.3	Scénario réduit à un seul utilisateur . . . . .	87
4.3.1	Maximisation du RSIB sans contrainte . . . . .	87
4.3.2	Relaxation semi-définie et algorithme RSD associé, en mono-utilisateur .	87
4.4	Scénario complet : multi-utilisateur intégrant un modèle de CAN . . . . .	91
4.4.1	Modèle . . . . .	91
4.4.2	Algorithme RSD en multi-utilisateur . . . . .	91
4.5	Résultats de simulation . . . . .	93
4.5.1	RSIB dans le scénario réduit à un utilisateur . . . . .	93
4.5.2	Somme-capacité et RSIB dans le scénario complet . . . . .	95
4.6	Conclusion . . . . .	104
	<b>Conclusion et perspectives</b>	<b>105</b>
	<b>A Modèles de CAN (Convertisseur Analogique-Numérique)</b>	<b>107</b>
A.1	Quantificateur uniforme . . . . .	109
A.2	Quantificateur non-uniforme optimal . . . . .	109
	<b>Bibliographie</b>	<b>122</b>



# Table des figures

1.1	Probabilité de couverture d'un réseau pour différentes valeurs de densité de petites cellules et différents modèles de canaux [39]. . . . .	10
1.2	Exemple de petite cellules de Verizon intégrée à un poteau d'éclairage [76]. . . . .	11
1.3	Exemple d'antenne de la société Katherein pour une petite cellule intégrée à une plaque d'égout [42]. . . . .	11
1.4	Exemple d'un bilan de liaison à l'aide de l'équation de Friis appliqué à notre scénario de <i>cross-slot interference</i> en <i>TDD</i> . . . . .	16
1.5	Propagation d'une onde plane sur un réseau linéaire uniforme. L'antenne 1 est prise comme référence des retards. . . . .	18
1.6	Schéma bloc de réalisation des poids complexes et à module constant. . . . .	22
1.7	Schéma bloc d'un FdV analogique avec 4 antennes, 2 chaînes RF, des amplitudes et des phases variables. . . . .	23
1.8	Schéma bloc d'un FdV analogique avec 4 antennes, 2 chaînes RF et des phases variables uniquement. . . . .	24
1.9	Schéma bloc d'un FdV numérique avec 4 antennes, 4 chaînes RF. . . . .	25
1.10	Schéma bloc d'un FdV hybride, à complexité complète, avec 4 antennes et 2 chaînes RF. . . . .	26
1.11	Schéma bloc d'un FdV hybride à complexité réduite, avec 4 antennes, 2 chaînes RF. . . . .	26
1.12	Schéma des matrices $\hat{x}$ , $\mathbf{D}$ , $\mathbf{A}$ , et $\mathbf{y}$ pour 8 antennes et 2 utilisateurs. . . . .	29
1.13	Réseaux d'antennes linéaire et uniforme. . . . .	30
1.14	Diagrammes de rayonnement pour les géométries circulaires et linéaire pointant vers $0^\circ$ et $70^\circ$ . . . . .	32
1.15	Variation de la résolution en fonction de l'angle de pointage. . . . .	32
1.16	Variation de la moyenne et de l'écart-type de la résolution en fonction du nombre d'antennes. . . . .	33
2.1	Variation de $ \cos(\theta) $ en fonction $\phi_I$ , pour $\phi_U = 0$ et une réseau <i>ULA</i> . . . . .	47

2.2	RSIB mono-utilisateur mono-interfère en fonction de $\phi_I$ , pour $\phi_U = 0$ et un réseau <i>ULA</i> de $n_r = 16$ antennes. . . . .	49
2.3	RSIB mono-utilisateur mono-interfère en fonction de $ \cos(\theta) $ en échelle linéaire. . . . .	50
2.4	RSIB mono-utilisateur mono-interfère en fonction de $1 -  \cos(\theta) $ en échelle logarithmique. . . . .	51
2.5	RSIB mono-utilisateur mono-interfère en fonction de $ \cos(\theta) $ en échelle linéaire. 53	
2.6	RSIB mono-utilisateur mono-interfère en fonction de $1 -  \cos(\theta) $ en échelle logarithmique. . . . .	53
2.7	Illustration de l'angle algébrique pour $n_r = 3$ , $n_I = 2$ , $n_U = 1$ . . . . .	54
2.8	Fonctions de densité de probabilités (FD) et répartition (FR) de $ \cos(\theta) $ pour différents nombres d'antennes, avec une distribution uniforme des angles d'arrivées. 56	
2.9	Histogramme des fréquences du RSIB et de $ \cos(\theta) $ avec $P_I = 20$ dBm. . . . .	57
2.10	Nuage de points du RSIB- $1 -  \cos(\theta) $ et les asymptotes de l'équation (2.27) avec $P_I = 20$ dBm. . . . .	57
2.11	Nuage de points du RSIB- $1 -  \cos(\theta) $ et les asymptotes de l'équation (2.27) avec $P_I = 40$ dBm. . . . .	58
2.12	Illustration de la région de capacité d'un décodage conjoint et d'un décodage disjoint pour deux utilisateurs de débits $R_1$ et $R_2$ . . . . .	61
3.1	Schéma bloc des opérations effectuées pour une solution hybride. . . . .	71
3.2	Haut (a1, b1, c1) : variation du RSIB de l'utilisateur situé à $-71^\circ$ en fonction de l'angle d'arrivée du bloqueur. Bas (a2, b2, c2) diagrammes de rayonnement pour le même utilisateur situé à $-71^\circ$ et pour une position du bloqueur située à $-63^\circ$ . . . . .	73
3.3	Haut (a1, b1, c1) : variation du RSIB de l'utilisateur situé à $5^\circ$ en fonction de l'angle d'arrivée du bloqueur. Bas (a2, b2, c2) diagrammes de rayonnement pour le même utilisateur situé à $5^\circ$ et pour une position du bloqueur située à $-63^\circ$ . . . . .	74
3.4	Haut (a1, b1, c1) : variation du RSIB de l'utilisateur situé à $34^\circ$ en fonction de l'angle d'arrivée du bloqueur. Bas (a2, b2, c2) diagrammes de rayonnement pour le même utilisateur situé à $34^\circ$ et pour une position du bloqueur située à $-63^\circ$ . . . . .	76

3.5	Haut (a1, b1, c1) : variation du RSIB de l'utilisateur situé à $34^\circ$ en fonction de l'angle d'arrivée du bloqueur. Bas (a2, b2, c2) diagrammes de rayonnement pour le même utilisateur situé à $34^\circ$ et pour une position du bloqueur située à $-63^\circ$ . . . . .	77
3.6	Haut (a1, b1, c1) : variation du RSIB de l'utilisateur situé à $34^\circ$ en fonction de l'angle d'arrivée du bloqueur. Bas (a2, b2, c2) diagrammes de rayonnement pour le même utilisateur situé à $34^\circ$ et pour une position du bloqueur située à $-63^\circ$ . . . . .	78
3.7	Réjection du bloqueur situé à $-63^\circ$ pour l'utilisateur situé à $34^\circ$ , en fonction de la puissance du bloqueur. . . . .	79
4.1	Variation du $RSIB^{CAN}$ en fonction du RSI pour différent nombre de bits. La courbe en pointillés est obtenue pour $b = \infty$ et $RSI = \infty$ . . . . .	83
4.2	Variation du $RSIB^D$ à la sortie du FdV de Capon, en fonction du RSI à l'entrée du CAN, pour différents nombres de bits. $b = \infty$ et $RSI = \infty$ . Le réseau d'antennes est un <i>ULA</i> de 10 antennes et $\cos(\theta) = 0.0735$ . . . . .	84
4.3	À gauche : nuage des points $(\cos(\theta), RSIB^A)$ pour l'algorithme Capon avec extraction de phases ( <i>phase-only</i> ), le nombre de points est de 8000. À droite : densité de probabilité empirique du RSIB. . . . .	86
4.4	À gauche : nuage des points $(\cos(\theta), RSIB^D)$ pour l'algorithme Capon avec extraction de phases ( <i>phase-only</i> ), le nombre de points est de 8000. À droite : densité de probabilité empirique du RSIB. . . . .	86
4.5	Illustration de l'effet de la relaxation d'une contrainte non-convexe sur le domaine de faisabilité. . . . .	88
4.6	RSIB de différentes solutions de formation de voies <i>phase-only</i> en fonction de l'indicateur d'orthogonalité de canal $ \cos(\theta) $ . . . . .	94
4.7	Borne inférieure sur la somme-capacité pour différents algorithmes de formation de voies hybride. . . . .	96
4.8	Borne inférieure sur la somme-capacité en fonction de la puissance du bloqueur, à un $RSB = 20$ dB. . . . .	97
4.9	À gauche : nuage des points $(\cos(\theta), RSIB)$ pour l'algorithme Capon Hybride (poids variant en module et phase), le nombre de points est de 8000. À droite : densité de probabilité empirique du RSIB. . . . .	99
4.10	À gauche : nuage des points $(\cos(\theta), RSIB)$ pour l'algorithme RSD ( <i>phase-only</i> ), le nombre de points est de 8000. À droite : densité de probabilité empirique du RSIB. . . . .	99

4.11	À gauche : nuage des points ( $\cos(\theta)$ , RSIB) pour l'algorithme de Zhang et al. [125] ( <i>phase-only</i> ), le nombre de points est de 8000. À droite : densité de probabilité empirique du RSIB. . . . .	100
4.12	À gauche : nuage des points ( $\cos(\theta)$ , RSIB) pour l'algorithme Newton ( <i>phase-only</i> ), le nombre de points est de 8000. À droite : densité de probabilité empirique du RSIB. . . . .	100
4.13	À gauche : nuage des points ( $1 -  \cos(\theta) $ , RSIB) pour l'algorithme Capon Hybride (poids variant en module et phase), le nombre de points est de 8000. À droite : densité de probabilité empirique du RSIB. . . . .	102
4.14	À gauche : nuage des points ( $1 -  \cos(\theta) $ , RSIB) pour l'algorithme RSD ( <i>phase-only</i> ), le nombre de points est de 8000. À droite : densité de probabilité empirique du RSIB. . . . .	102
4.15	À gauche : nuage des points ( $1 -  \cos(\theta) $ , RSIB) pour l'algorithme de Zhang et al. [125] ( <i>phase-only</i> ), le nombre de points est de 8000. À droite : densité de probabilité empirique du RSIB. . . . .	103
4.16	À gauche : nuage des points ( $1 -  \cos(\theta) $ , RSIB) pour l'algorithme Newton ( <i>phase-only</i> ), le nombre de points est de 8000. À droite : densité de probabilité empirique du RSIB. . . . .	103
A.1	Variation du RSQ ( $\gamma$ sur la figure) en fonction du taux de saturation pour différentes valeurs de nombres de bits ( $M$ sur la figure) [20]. . . . .	110

# Liste des tableaux

1.1	Ensembles d'appartenance et valeurs particulières de $\mathbf{A}$ , $\mathbf{D}$ et $n_{RF}$ dans chaque implémentation. . . . .	27
1.2	Tableau des nombres de coefficients de formation de voies par étage et total pour les différentes implémentations. . . . .	28
2.1	Tableau des différent modèles de canal utilisé dans nos contributions. . . . .	43

c

# Nomenclature

## Acronymes

3GPP	<i>3rd Generation Partnership Project</i>
ADC	<i>Analog-to-Digital Converter</i>
AGC	<i>Automatic Gain Controller</i>
AQNM	<i>Additive Quantization Noise Model</i>
BC	<i>Best Case</i>
BI	Borne Inférieure
CAN	Convertisseur Analogique-Numérique
CCI	<i>Channel Covariance Information</i>
CDF	<i>Cummulative Distribution Function</i>
CDMA	<i>Code Division Multiple Access</i>
CMI	<i>Channel Mean Information</i>
CoMP	<i>Coordinated Multi-Point</i>
CSIR	<i>Channel State Information at the Receiver</i>
CSIT	<i>Channel State Information at the Transmitter</i>
DIS	Distance Inter-Site
DL	<i>Downlink</i>
DPC	<i>Dirty Paper Coding</i>
DUP	Distance Utilisateur-Petite Cellule
eMBB	<i>enhanced Mobile Broadband</i>
EQM	Erreur quadratique moyenne
EU	Équipement d'Utilisateur
FA	Filtre Adapté
FDD	<i>Frequency Division Duplexing</i>
FdV	Formateur de Voies
GS	Gram-Schmidt
HetNet	<i>Heterogeneous Network</i>
ICIC	<i>Inter-Cell Interference Coordination</i>
ISD	<i>Inter-Site Distance</i>

---

LTE	<i>Long Term Evolution</i>
MAC	<i>Medium Access Control</i>
MIMO	<i>Multiple-Input Multiple-Output</i>
MMSE	<i>Minimum Mean Square Error</i>
mMTC	<i>Massive Machine-Type Communication</i>
MSE	<i>Mean Square Error</i>
NP	<i>Non-Polynômial</i>
OFDM	<i>Orthogonal Frequency-Division Multiplexing</i>
OFDMA	<i>Orthogonal Frequency-Division Multiple Access</i>
OMP	<i>Orthogonal Matching Pursuit</i>
PC	<i>Petite Cellule</i>
PDF	<i>Probability Density Function</i>
PIC	<i>Parallel Interference Cancellation</i>
PL	<i>Path Loss</i>
RADAR	<i>Radio Detection And Ranging</i>
RF	<i>Radiofréquence</i>
RSB	<i>Rapport Signal à Bruit</i>
RSD	<i>Relaxation semi-définie</i>
RSI	<i>Rapport Signal à Interférence</i>
RSIB	<i>Rapport Signal à Interférence plus Bruit</i>
RSQ	<i>Rapport Signal sur bruit de Quantification</i>
Rx	<i>Récepteur</i>
SC	<i>Standard Case</i>
SDN	<i>Software Defined Networks</i>
SIC	<i>Successive Interference Cancellation</i>
SINR	<i>Signal-to-Interference-plus-Noise Ratio</i>
SNR	<i>Signal-to-Noise Ratio</i>
SONAR	<i>Sound Navigation And Ranging</i>
TDD	<i>Time Division Duplexing</i>
Tx	<i>Transmetteur</i>
UCA	<i>Uniform Circular Array</i>

UL	<i>Uplink</i>
ULA	<i>Uniform Linear Array</i>
URLLC	<i>Ultra-Reliable Low Latency Communication</i>
WC	<i>Worst Case</i>
ZF	<i>Zero Forcing</i>
ZMSW	<i>Zero-Mean Spatially White</i>

### Symboles

$\cdot^H$	Opérateur de trans-conjugaison
$\cdot^T$	Opérateur de transposition
$\mathbf{A}$	Matrice des poids du formateur de voies analogique
$\mathbf{a}_j$	$j^{\text{ième}}$ colonne de la matrice $\mathbf{A}$
$\cos(\theta)$	Cosinus d'un angle algébrique $\theta$ entre deux vecteurs
$\mathbf{D}$	Matrice des poids du formateur de voies numérique
$\Delta\tau$	Retard de propagation entre deux éléments d'un réseau d'antennes
$\det(\cdot)$	Déterminant d'une matrice
$\text{diag}(\mathbf{m})$	Matrice diagonale, de diagonale $\mathbf{m}$
$\Gamma(\cdot)$	Fonction gamma
$\gamma(\cdot)$	Fonction gamma incomplète
$\mathbf{H}$	Matrice de canal
$\mathbf{h}$	Vecteur de canal
$\hat{x}$	Estimée de $x$
$\lambda$	Longueur d'onde
$\log_k(\cdot)$	Logarithme de $k$
$\mathbb{C}$	Ensemble des nombres complexes
$\mathcal{CN}(\mathbf{m}, \mathbf{M})$	Loi normale multidimensionnelle, complexe, circulaire, symétrique, de moyenne $\mathbf{m}$ et de matrice d'autocovariance $\mathbf{M}$
$\mathcal{C}$	Région de capacité d'un canal à accès multiple
$\mathcal{MC}$	Ensemble des nombres complexes à module constant
$\mathcal{Q}(\cdot)$	Fonction de quantification modélisant la sortie d'un CAN
$\mathcal{U}(a, b)$	Loi uniforme sur l'intervalle $[a, b]$
$\mathcal{X}$	Axe des abscisses
$\mathcal{Y}$	Axe des ordonnées

- $\operatorname{argmax}(f(x))$  Ensemble des valeurs de  $x$  pour laquelle la fonction  $f(x)$  atteint son maximum.
- $\operatorname{arg}(\cdot)$  Argument d'un nombre complexe
- $\operatorname{sgn}(\cdot)$  Fonction signe
- $\operatorname{sinc}(t) = \frac{\sin(\pi t)}{\pi t}$  Fonction sinus cardinal
- $\operatorname{Vect}(\mathbf{M})$  Sous-espace vectoriel généré par une matrice  $\mathbf{M}$
- $\max\{f(x)\}$  Valeur maximale de  $f(x)$
- $\mu$  Moyenne statistique d'une variable aléatoire ou d'une fonction sur son intervalle de définition
- $\mathbf{n}(t)$  Vecteur de bruit thermique
- $\nu$  Valeur propre d'une matrice
- $\phi$  Angle d'arrivée d'une onde plane mesuré entre plan d'onde et la droite normale à l'axe du réseau
- $\mathbf{R}_{\mathbf{x}}$  Matrice d'autocorrélation du vecteur  $\mathbf{x}$
- $\operatorname{rang}\{\cdot\}$  Rang d'une matrice
- $\operatorname{RSIB}^A$  RSIB à la sortie d'un FdV hybride (étage analogique)
- $\operatorname{RSIB}^{CAN}$  RSIB à la sortie d'un CAN
- $\operatorname{RSIB}^D$  RSIB à la sortie d'un FdV hybride (étage numérique)
- $\operatorname{RSIB}^{EN}$  RSIB à la sortie d'un FdV entièrement numérique
- $\tau$  Retard de propagation entre une émetteur et un récepteur
- $\mathbf{v}$  Vecteur de pointage (*steering vector*)
- $\varphi_k$  Phase de la  $k^{\text{ième}}$  entrée du vecteur de pointage
- $\mathbf{W}$  Matrice des poids du formateur de voies
- $\mathbf{w}$  Vecteur des poids du formateur de voies
- $\mathbf{x}$  Vecteur des signaux émis par les utilisateurs
- $\mathbf{y}$  Vecteur du signal reçu
- $a_{ij}$  Poids du formateur de voies analogique appliqué sur la  $i^{\text{ième}}$  antenne et la  $j^{\text{ème}}$  chaîne RF
- $B$  Largeur bande de fréquence
- $BW$  Largeur du faisceau (*beamwidth*)
- $C$  Capacité d'un canal point-à-point
- $c$  Vitesse de la lumière

---

$C_{\text{somme}}$	Somme-capacité d'un canal à accès multiple
$D$	Distance émetteur-récepteur
$d$	Distance entre deux éléments du réseau d'antennes linéaire uniforme
$f$	Fréquence
$G$	Gain d'antenne
$g(\phi, \phi_0)$	Diagramme de rayonnement du réseau d'antennes pointant vers $\phi_0$ .
$h^{PL}$	Perte de propagation
$h_k$	Réponse du canal sur la $k^{\text{ième}}$ antenne
$J_p(x)$	Fonction de Bessel de première espèce
$N$	Puissance du bruit thermique
$N_{\text{coefs}}$	Nombre de coefficients dans un étage de FdV
$n_k(t)$	Bruit thermique sur la $k^{\text{ième}}$ antenne
$n_{RF}$	Nombre de chaînes RF
$n_r$	Nombre d'antennes du récepteur
$N_{\text{tot}}$	Nombre total de coefficients des étages analogique et numérique
$n_U$	Nombre d'utilisateurs
$P$	Puissance d'un signal émis ou reçu
$Q(\cdot)$	Fonction Q : fonction de répartition complémentaire de la distribution normale centrée réduite
$R$	Débit par utilisation canal
$r$	Rayon du réseau d'antennes circulaire
$t$	Temps
$w_k$	Poids du formateur de voies appliqué sur la $k^{\text{ième}}$ antenne
$x_u(t)$	Signal émis par un utilisateur
$y_k(t)$	Signal reçu au niveau de la $k^{\text{ième}}$ antenne du réseau



# Introduction

Depuis leur apparition, les technologies de télécommunication sans fil ont eu pour leitmotiv d’offrir plus de débit aux utilisateurs, tout en cherchant à augmenter l’efficacité d’utilisation de l’énergie et des ressources en général (spectre des fréquences, zones de couverture etc). Ces objectifs ont été tout d’abord motivés par des raisons économiques. Toutefois, l’ubiquité de la question climatique de nos jours a introduit une nouvelle contrainte jusqu’alors secondaire dans la conception de ces technologies.

Les réseaux cellulaires de 5<sup>ème</sup> génération, actuellement en cours de déploiement, se démarquent par une diversification des dispositifs qu’ils vont supporter. Jusqu’alors restreints aux terminaux de téléphonie mobile et aux ordinateurs portables, les dispositifs auxquels la 5G est dédiée varient en taille, en contrainte énergétique, en qualité de service visée, en fréquence journalière d’émission/réception etc. Les usages de ces différents dispositifs ont été classés par l’*ITU (International Communication Union)* selon trois axes : le débit demandé, la fiabilité demandée, et la densité de dispositifs à desservir. Afin de répondre à la diversité de la demande, la conception de la 5G a exploré plusieurs leviers afin de repousser les limites de l’actuelle 4G. Les leviers explorés par la recherche académique et industrielle sont par exemple l’utilisation de nouvelles bandes de fréquences, ou la densification du réseau cellulaire par un découpage en cellules de taille plus petite. Par exemple, l’utilisation des bandes de fréquences millimétriques est motivée par le fait que les bandes utilisées actuellement (principalement des bandes sub-6 GHz) sont saturées. La densification du réseau cellulaire est quant à elle une des manières les plus efficaces de gagner en efficacité spectrale, à travers la réutilisation spatiale des bandes de fréquences. Les recherches actuelles montrent que la densification permet aussi de gagner en efficacité énergétique, en réduisant les distances de liaison et en rendant le réseau plus flexible face à la demande en débit [51].

L’action sur ces leviers se heurte à son tour à de nouvelles limitations, comme les faibles performances des dispositifs électroniques dans les nouvelles bandes de fréquences ou la complexité de gestion des interférences entre cellules dans les réseaux denses. Ce manuscrit a pour thème l’utilisation des techniques de formation de voies pour la réduction des interférences en réception dans les petites cellules des réseaux cellulaires, tel que le réseau de nouvelle génération 5G. On aborde plus particulièrement la formation de voies en réception, et au niveau de la station de base.

La formation de voies s’appuie sur les signaux captés avec un réseau d’antennes. Elle permet un traitement spatial des signaux, comme l’augmentation du gain dans la direction d’un signal d’intérêt, ou l’application d’une atténuation dans les directions de signaux interférents. Son implémentation peut se faire en utilisant des systèmes analogiques ou numériques, avec chacun ses avantages et ses inconvénients. Récemment, une implémentation hybride, partitionnée entre système analogique et numérique a retenu l’intérêt de la recherche académique et industrielle. C’est sur cette dernière implémentation que porte principalement les travaux.

La recherche sur l’implémentation hybride a été principalement motivée par le gain en

consommation énergétique qu'elle offre. En effet, la consommation énergétique dans un système multi-antenne est proportionnelle au nombre d'antennes et de chaînes radiofréquences (RF). Dans une implémentation entièrement numérique, cette consommation devient rapidement excessive quand le nombre d'antennes croît. En comparaison, l'implémentation hybride permet de réduire le nombre de chaînes RF et donc la consommation électrique. Cette consommation peut être réduite encore plus, en simplifiant la circuiterie RF de l'étage analogique du formateur de voies hybride. Ceci peut se faire en réduisant le nombre de connexions entre antennes et chaînes RF, ou encore en utilisant des poids analogiques réalisés avec des déphaseurs uniquement (au lieu d'utiliser des déphaseurs et des atténuateurs). Dans ce dernier cas, cette implémentation est non sans inconvénients, car en simplifiant la circuiterie RF, le problème de calcul des poids optimaux devient plus complexe. Une majeure partie des travaux de cette thèse a porté sur le calcul des poids de la partie analogique du formateur de voies hybride, visant à être implémentés en utilisant des déphaseurs uniquement. On qualifiera une telle formation de voies par le terme *phase-only*.

**Le premier chapitre** de ce manuscrit, portera sur la problématique de l'interférence dans les réseaux denses de petites cellules. On y décrira brièvement les différents facteurs qui favorisent l'interférence (type de duplexage, bandes de fréquences, distance inter-site, coordination entre cellules etc.), ainsi que les techniques classiques de gestion d'interférences, et leurs limitations dans un contexte dense. Ceci nous amènera à définir un scénario type, qu'on utilisera tout au long du manuscrit afin d'illustrer nos résultats. Dans une seconde partie du chapitre, on présentera des généralités sur les réseaux d'antennes et le modèle de formation de voies en bande étroite. Suivra ensuite un état de l'art de la formation de voies hybride dans des contextes ou dans des scénarios proches de notre cas d'étude.

Les résultats des travaux se sont appuyés sur différents outils et critères de performance. **Le deuxième chapitre**, décrira les différentes classes de modèles de canaux utilisés dans nos simulations. On y présentera aussi plusieurs critères de performance et le formateur de voies optimal en terme de Rapport Signal-sur-Interférence-plus-Bruit (RSIB). Ce chapitre fera aussi l'objet d'une première contribution qui a consisté à lier les performances du récepteur optimal avec un paramètre quantifiant l'orthogonalité entre le vecteur de canal du signal d'intérêt et le vecteur (ou les vecteurs) de canal du signal interférant (ou des signaux interférants).

**Le troisième chapitre** abordera le problème de calcul du formateur de voies hybride *phase-only*. On y présentera notre deuxième contribution, qui a consisté à proposer une approche de calcul sous-optimale, en s'appuyant sur des algorithmes dédiés à une implémentation entièrement numérique, mais en ne considérant que les déphasages de ces solutions, c'est-à-dire en imposant une égalité entre les gains. Cette approche a l'avantage de ne pas nécessiter de surcoût de calcul une fois la solution pour l'implémentation entièrement numérique trouvée. Toutefois, elle présente des pertes par rapport à sa base entièrement numérique. Dans ce chapitre, on utilisera un modèle de chaîne de réception sans convertisseur analogique-numérique, à savoir, qu'on supposera que les signaux sont quantifiés avec une résolution infinie. Dans ce contexte, notre *benchmark* sera l'implémentation entièrement numérique.

L'approche utilisée dans le chapitre 3 trouve ses limitations quand on introduit un modèle de convertisseur analogique-numérique à résolution finie dans la chaîne de réception. **Dans le**

**quatrième chapitre**, on montrera qu'en présence de fortes interférences, l'implémentation entièrement numérique voit ses performances fortement dégradées, de même que la solution hybride sous-optimale du chapitre précédent. Notre contribution dans ce chapitre a été de proposer une méthode d'optimisation des poids *phase-only* maximisant le critère de rapport signal-sur-bruit-plus-interférences. Cette méthode, nommée RSD (relaxation semi-définie) utilise une approche par relaxation, et donne des performances proches du *benchmark* qu'est le formateur de voies optimal utilisant des poids en module et phase.

**Le dernier chapitre** clôturera le manuscrit avec une synthèse des résultats obtenus et la proposition de perspectives qui pourront étendre notre travail.

## Publications

- M. R. BEKKAR, B. MISCOPEIN, S. BORIES, L. ROS et C. SICLET. “Constant modulus hybrid beamforming for multi-user systems in the presence of blockers”. In : *2018 25th International Conference on Telecommunications (ICT)*. Juin 2018, p. 378-382. DOI : 10.1109/ICT.2018.8464941
- M. R. BEKKAR, C. SICLET, L. ROS, B. MISCOPEIN et S. BORIES. “On the use of semidefinite relaxation for uplink phase-only hybrid beamforming with blockers”. In : *IEEE Wireless Communications and Networking Conference (WCNC 2019)*. Marrakech, Morocco, avr. 2019. URL : <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-02112642>
- M. R. BEKKAR, L. ROS, C. SICLET, B. MISCOPEIN et B. SERGE. “Sur l'utilisation de la relaxation semidéfinie en lien montant pour la formation de voies hybride avec bloqueurs”. In : *XXVIIème colloque GRETSI (GRETSI 2019)*. Lille, France, 2019
- M. R. BEKKAR, L. ROS, C. SICLET, S. BORIES et B. MISCOPEIN. “Multi-user interference characterisation in antenna arrays : an algebraic angle approach”. In : *Electronics Letters* 56.5 (3 jan. 2020). Publisher : IET Digital Library, p. 257-260. ISSN : 1350-911X. DOI : 10.1049/el.2019.2454. URL : <https://digital-library.theiet.org/content/journals/10.1049/el.2019.2454> (visité le 29/02/2020)



# Problématique et état de l'art

---

## Sommaire

---

<b>1.1</b>	<b>Problématique des réseaux de petites cellules denses</b>	<b>6</b>
<b>1.2</b>	<b>Gestion et annulation d'interférences</b>	<b>12</b>
<b>1.3</b>	<b>Scénario traité</b>	<b>14</b>
<b>1.4</b>	<b>Généralités sur la formation de voies</b>	<b>16</b>
1.4.1	Modèle à bande étroite	17
1.4.2	Multi-trajet et sélectivité en fréquence	18
<b>1.5</b>	<b>Modèle linéaire de formation de voies</b>	<b>20</b>
1.5.1	Implémentation analogique	21
1.5.2	Implémentation numérique	22
1.5.3	Implémentation hybride	25
1.5.4	Dimensions des matrices de formation de voies	27
<b>1.6</b>	<b>Caractéristiques des réseaux d'antennes</b>	<b>30</b>
1.6.1	Diagramme de rayonnement	30
1.6.2	Résolution d'un faisceau	31
<b>1.7</b>	<b>État de l'art de la formation de voies hybride</b>	<b>33</b>
<b>1.8</b>	<b>Conclusion</b>	<b>37</b>

---

L'objectif de ce chapitre est de présenter la problématique de la thèse et d'introduire les différents éléments nécessaires à partir de l'état de l'art. On commencera par décrire le contexte dans laquelle elle s'inscrit, à savoir l'ensemble des applications regroupées sous le terme *eMBB* (*enhanced Mobile Broadband*) de la 5G, et l'axe de recherche de densification des réseaux cellulaires. On développera aussi la problématique dans les réseaux denses que nous traitons, à savoir l'interférence entre cellules et les différentes approches qui existent pour la traiter. On donnera brièvement les limitations de chacune de ces approches et on situera celle sur laquelle nous avons travaillé, à savoir la formation de voies. Par la suite, on exposera le modèle général de la formation de voies dans un canal à bande étroite ainsi que ses déclinaisons dans les cas des implémentations entièrement numérique, entièrement analogique et hybride. On finira par un état de l'art sur la formation de voies hybride dans des scénarios proches du nôtre.

## 1.1 Problématique des réseaux de petites cellules denses

L'évolution des réseaux de communication cellulaires s'est caractérisée depuis leur apparition par une augmentation du débit ainsi que du nombre d'utilisateurs supportés. Ces augmentations ont été réalisées grâce à des améliorations successives des couches physiques, liaison (*MAC, Medium Access Control*) et supérieures ainsi que par la miniaturisation des circuits RF (radiofréquences). Ceci a permis l'apparition de nouveaux services autres que la voix, à savoir du texte (2G), des messages multimédia (2G), de la diffusion vidéo (3G), et un accès internet de même qualité qu'un accès filaire (4G). Dans la prochaine génération, les réseaux devront faire face à de nouveaux challenges en plus d'une augmentation du débit. Ces nouveaux challenges apparaissent avec la diversification des dispositifs à connexion sans fil : véhicules, machines-outils industrielles, capteurs en tout genre (surveillance d'état de santé, suivi du trafic routier etc.). Ces dispositifs divers, ainsi que les applications qui leur sont associées visent des qualités de service, en termes de latence, fiabilité, scalabilité et efficacité énergétique tout aussi différentes [2]. En contraste avec la 4G, les réseaux mobiles 5G devront donc supporter des usages très hétérogènes, tout en gardant une flexibilité afin d'être incorporés dans le même standard.

**Applications en 5G :** Les applications supportées par la 5G sont positionnées par rapport à trois axes de cas d'usage [55] :

- *enhanced Mobile Broadband (eMBB)* : ce cas d'usage est l'extension de l'actuelle 4G pour des mobiles grand public. Il offre un trafic plus grand (jusqu'à 1000 fois plus qu'en 4G en terme de volume de données par unité de surface couverte [b/s/km<sup>2</sup>] [54, 61]) et supporte une densité d'utilisateurs et une mobilité plus fortes (jusqu'à 500 km/h) [1].
- *Ultra-Reliable Low Latency Communications (URLLC)* : ce cas d'usage englobe les applications critiques qui requièrent une disponibilité de liaison ininterrompue, comme la téléchirurgie ou le contrôle de machines-outils dans un milieu industriel. Il vise à atteindre des latences 5 fois plus faibles ; inférieure à 1 ms par exemple pour les communications véhicules à véhicule, ou de robots industriels [1], et un taux d'erreur binaire inférieure à  $10^{-5}$ .
- *Massive Machine-Type Communication, mMTC* : ce cas d'usage se caractérise par une très grande densité de dispositifs desservis (jusqu'à 1 million de terminaux par km<sup>2</sup> [1]), communicants à très bas débit et sur une grande zone de couverture. Cela inclut les réseaux de capteurs pour les villes intelligentes ou pour la surveillance de sites naturels.

**Leviers et facteurs :** Afin de matérialiser les objectifs de la 5G, plusieurs leviers ont été identifiés comme facteurs importants. Ils ont été explorés par les secteurs académique et industriel ; en voici une liste non exhaustive [2, 56, 1, 3] :

- Spectre : en plus de l'utilisation des bandes sub 6GHz, des bandes millimétriques seront exploitées en 5G, permettant l'utilisation de canaux plus larges [1, 3]. Concevoir les dispositifs RF adaptés à ces bandes (amplificateurs, oscillateurs, antennes etc.) a fait émerger de nouveaux problèmes qui leurs sont spécifiques comme le bruit de phase plus

fort ou une plus grande largeur de bande à supporter.

- Formes d’ondes et efficacité spectrale : la forme d’onde utilisée en 4G (*Orthogonal Frequency-Division Multiplexing, OFDM*) présente différentes limitations comme un grand *PAPR (Peak-to-Average Power Ratio)*, des fuites spectrales (*spectral leakage*) ou la sensibilité au décalage fréquentiel [98, 40]. Ceci a poussé la recherche à concevoir de nouvelles formes d’ondes adaptées aux applications 5G [36, 44, 69].
- *Software Defined Networks, (SDN)* : l’introduction d’outils de virtualisation des réseaux permettent une gestion plus flexible et efficace [2, 56, 1] en s’adaptant à la demande en trafic et en utilisant les ressources de manières dynamique.
- Connectivité massive : les réseaux mobiles actuels ne sont pas conçus pour supporter un grand nombre de dispositifs. Les applications de type *mMTC* ont poussé la recherche à concevoir des couches physiques et des protocoles adaptés [27].
- multi-antenne : l’utilisation de systèmes multi-antenne permet d’utiliser la dimension spatiale pour le traitement des signaux. Cet axe de recherche a retenu une grande attention en raison des grands gains promis par l’implémentation d’un nombre important d’antennes (*massive MIMO*) [60, 27, 63, 26]. Les méthodes de codage spatio-temporel augmentent la diversité ou le multiplexage (ou un compromis entre les deux) [113] et donc améliorent la fiabilité ou le débit des liaisons. Aussi, avec les méthodes de formation de voies, il est possible d’implémenter des filtres spatiaux qui permettent de diminuer l’interférence et de partager les ressources temps-fréquence.
- Densification : en support aux macro-cellules, l’utilisation de petites cellules (PCs) permettent l’extension de la couverture et de maximiser l’utilisation du spectre [54, 123]. Les réseaux 5G visent des densités nettement plus grandes qu’en 4G (plusieurs centaines de petites cellules par  $\text{km}^2$  [123]), ceci permet une réutilisation spectrale plus efficace, néanmoins le partage des mêmes ressources temps-fréquence et un manque de coordination augmente l’interférence et peut les amener à un régime limité par l’interférence [54, 93, 107]. Ceci a donc poussé un axe de recherche sur la gestion de l’interférence, notamment en milieu très dense [54, 123] car la réutilisation de techniques de gestion d’interférences des réseaux de macro-cellules (*interference avoidance, interference coordination, interference cancellation*) à densité modérée perdent leur efficacité pour de fortes densités, car elles deviennent trop complexes à implémenter, nécessitent un fort surcoût de signalisation ou une connaissance parfaite du canal [72, 60].

**Situation de la thèse dans le contexte 5G :** Cette thèse s’inscrit sur les deux axes de recherches de densification de l’infrastructure cellulaire et de systèmes multi-antenne. Plus particulièrement, elle porte sur l’annulation d’interférences entre petites cellules (*small cells*) dans des conditions de forte densité. La densification des réseaux mobiles avec des cellules de tailles plus petites a été un sujet récurrent à travers les différentes générations de réseaux [103, 64, 65, 32]. Les réseaux utilisant simultanément de petites et de macro-cellules sont dits hétérogènes (*Heterogeneous Networks, HetNets*). Ces derniers peuvent inclure une variété de petites cellules qualifiées de femto, pico ou micro cellules selon leur rayon de couverture, et qui peuvent remplir des fonctions de relais [70], de transfert intercellulaire (*handover*) [106] ou d’interopérabilité [14]. Une petite cellule est définie comme un point d’accès avec une faible puissance d’émission, complétant une macro-cellule en étendant sa couverture et/ou en

proposant un nouveau service [120]. Un des facteurs permettant d'augmenter le débit dans les réseaux denses est la réutilisation spatiale des bandes de fréquences. Un autre facteur est la faible distance émetteur-récepteur, ce qui permet la réception de puissances plus fortes [32, 39] et donc un point de fonctionnement fort en rapport signal-sur-bruit (*Signal-to-Noise Ratio*, SNR). Ces deux derniers facteurs peuvent amener à un régime limité non plus par le bruit mais par l'interférence.

**Influence du duplexage et de la densification sur l'interférence :** Les applications de voix en 2G et 3G utilisent un trafic symétrique entre le lien montant (*uplink*, *UL*) et le lien descendant (*downlink*, *DL*), rendant le duplexage à division fréquentielle (*Frequency Division Duplexing*, *FDD*) approprié vu le besoin statique en débit [31]. En contraste, en 4G l'utilisation d'applications internet sur mobile fait pencher le trafic plus vers le lien descendant, et le trafic dans les réseaux denses 5G peut être dynamique entre les deux liens [39, 31]. Ceci rend plus approprié un duplexage à division temporelle (*Time Division Duplexing*, *TDD*), de par sa flexibilité (configurable entre les deux liens) il rend plus efficace l'utilisation des ressources avec une allocation dynamique [37, 105]. Pour des petites cellules communicant à courte distance, et visant de bas coûts de réalisation, le *TDD* présente aussi d'autres avantages, comme une circuiterie RF plus simple car il ne nécessite pas un filtre isolateur entre les deux voies d'émission et de réception [96], et de faibles intervalles de garde car les retards de propagations sont plus faibles [31]. Au niveau réseau, la flexibilité du *TDD* a un coût en interférence [39]; dans les réseaux *LTE* (*Long Term Evolution*) utilisant du *TDD* on l'évite avec une synchronisation terminal à terminal et station de base à station de base [105]. Dans un contexte dense, les techniques d'allocation flexible et orthogonale des ressources peuvent ne pas être suffisantes ou difficiles à réaliser pour différentes raisons. En premier lieu le nombre de terminaux à coordonner est très grand [10, 124], le niveau de l'interférence y est plus grand, à cause de la densité [10, 72] ou des déploiements privés (e.g. déploiements d'entreprises à accès restreint) [54]. Enfin les déploiements aléatoires rendent les modèles de réseaux peu denses inadaptés [39, 72]. En résumé les gains promis par la densification risquent d'être rapidement absorbés (voire se transformer en pertes à partir d'un certain seuil de densification [38, 71]) par l'interférence si elle n'est pas traitée de manière appropriée [39, 73].

Une illustration de ce phénomène (absorption des gains par l'interférence, due à la différence entre les réseaux macro peu denses avec les réseaux denses de petites cellules) est faite dans [39]. Les auteurs y analysent la probabilité de couverture. Cette dernière est calculée comme la probabilité que le rapport signal-sur-interférence-plus-bruit (RSIB, *Signal-to-Interference-plus-Noise ratio*, *SINR*) soit supérieur à 0 dB. Il est intéressant de noter que cette probabilité n'est pas moyennée spatialement, ce qui permet de visualiser sur les figure 1.1 les zones de mauvaise couverture (bleues) et les zones de bonne couverture (rouge) :

- Sur les figure 1.1(a) on voit les déploiements de 50, 250 et 2500 petites cellules par km<sup>2</sup> sur un réseau macro-cellulaire sectorisé.
- Sur les figures 1.1 (b), (c) et (d) on peut voir la variation de la probabilité de couverture pour les valeurs de densité précédentes :
  - Sur les figures 1.1(b) : un modèle de canal simplifié est utilisé (atténuation d'espace libre avec une seule pente (*single slope path loss model*), pas de prise en compte

des différences de la hauteur entre l'antenne de la station de base et les antennes des terminaux). Dans ces conditions on n'observe pas de dégradation de la couverture, ce qui supporte les premiers résultats sur les gains linéaires en capacité (en bits/s/Hz/km<sup>2</sup>) avec la densification [39].

- Sur les figure 1.1(c) : En communications courte distance, la différence de hauteurs entre la station de base et les terminaux devient non-négligeable. On peut observer ici l'effet d'une différence de 8,5m. On remarque clairement qu'en régime très dense la probabilité de couverture chute considérablement. Une autre différence entre les réseaux macro et les réseaux denses est un régime de propagation en ligne de mire (*Line-of-sight, LoS*) plus favorable, dû à la faible distance de couverture [39]. Ceci n'augmente pas seulement la puissance reçue des signaux utiles, mais aussi des signaux interférents des autres stations de base.
- Sur les figure 1.1(d) : un modèle de propagation du 3GPP plus réaliste est introduit. On y voit clairement la chute de la probabilité de couverture, dès 50 petites cellules par km<sup>2</sup>.

**Les petites cellules en quelques chiffres :** Le déploiement de petites cellules en milieu résidentiel a été considéré dès la 3G [33]. Le déploiement résidentiel constituait jusqu'à très récemment la majeure partie des déploiements de petites cellules sous forme de femto cellules [73, 39]. Ceci dit en 2017 les déploiements en résidentiel et en entreprises sont quasiment à égalité avec 1,2 millions de petites cellules [108]. Pour 2025 le *Small Cell Forum* prévoit une augmentation considérable des déploiements avec 10,25 millions, dont la majeure partie sont des déploiement en entreprise (5,5 millions) suivis par les déploiement urbains (2,86 millions) [108]. En extérieur le déploiement se veut généralement discret et intégré au mobilier urbain : sur des poteaux (cf. figure 1.2) ou des plaques d'égout (cf. figure 1.3).

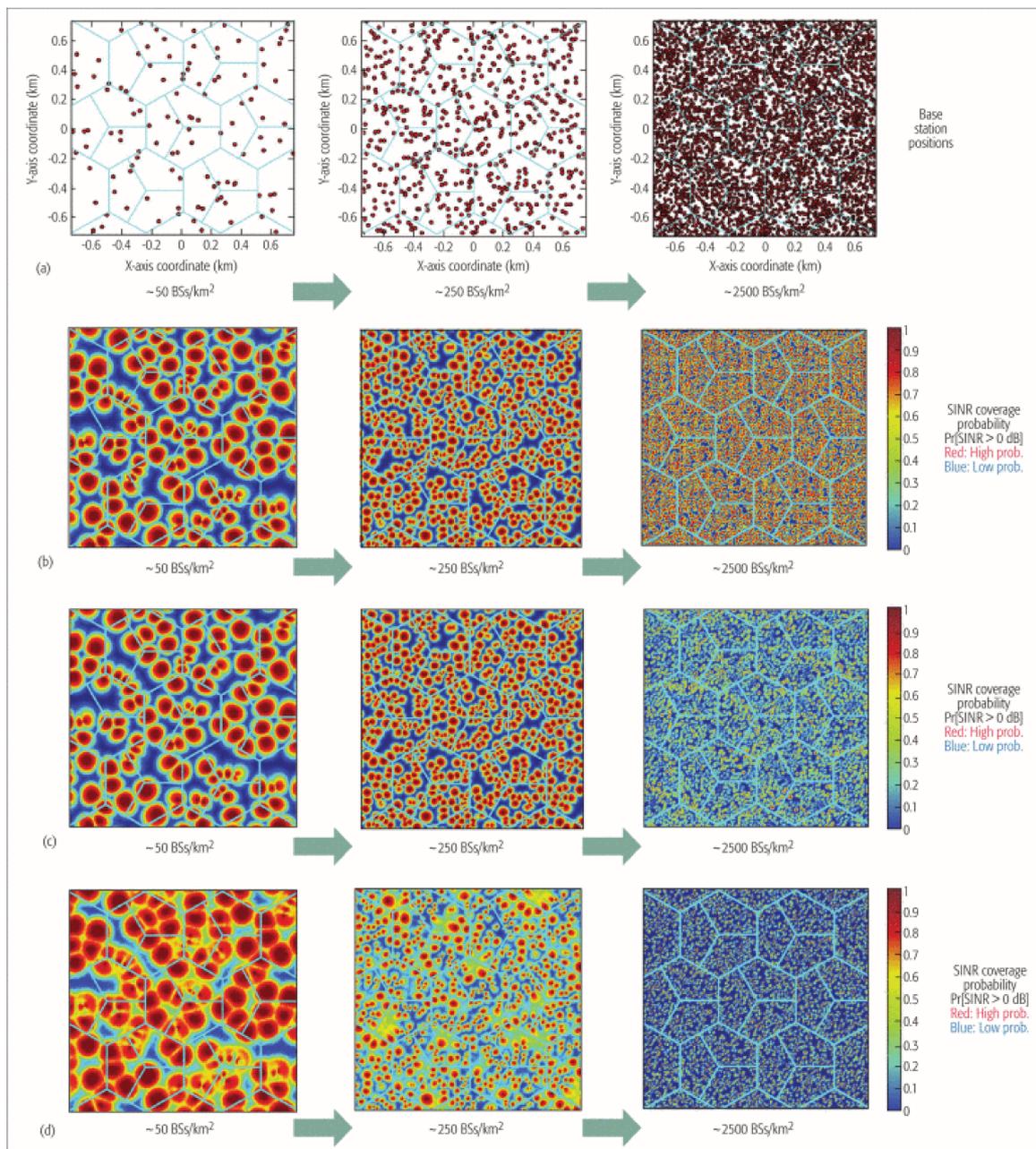


FIGURE 1.1 – Probabilité de couverture d'un réseau pour différentes valeurs de densité de petites cellules et différents modèles de canaux [39]. Les sous-figures sur la ligne (a) montrent les densités de petites cellules confédérées, soit de 50, 250 et 2500 sur la première, deuxième et troisième colonne respectivement. Sur les sous-figures de la ligne (b) un modèle de canal simplifié, sans différence de hauteurs entre l'antenne de la station de base et les antennes des terminaux est utilisé. Sur les sous-figures de la ligne (c) une différence de hauteur de 8,5m est introduite. Sur les sous-figures (d) un modèle de propagation du 3GPP est utilisé.



## 1.2 Gestion et annulation d'interférences

La gestion d'interférences est une fonction essentielle dans les systèmes de communications. La densification et la multiplication des standards de communication dans des bandes de fréquences de plus en plus proches augmente le niveau l'interférence. Par exemple, la présence d'un signal hors bande, passant à travers un circuit non-linéaire peut générer une interférence en-bande (*spurious frequencies*) [96], l'impact de ce type d'interférence peut être limité avec du filtrage fréquentiel. Dans notre contexte, de réseaux hétérogènes (présence de deux couches, une couche<sup>1</sup> de macro-cellules et une couche de petites cellules) on s'intéresse à la gestion des interférences en-bande. Ces interférences peuvent être classées en deux catégories [124, 85] :

- Interférence intra-couche : présente entre deux cellules ou de même couche.
- Interférence inter-couches : présente entre deux cellules de couches différentes.

L'efficacité des techniques de gestion d'interférence dépend (entre autres paramètres) du type d'interférence traité, mais aussi des caractéristiques du réseau : déploiement (aléatoire/planifié, dense/parcimonieux), centralisé/distribué, disponibilité d'informations a priori (canal, positions des autres cellules etc.), horloges des différentes cellules synchrones/asynchrone, technique d'accès multiple etc. Selon ces différentes dépendances une classification des techniques est faite par [72, 124] en trois catégories :

- Prévention d'interférences (*interference avoidance*) : consiste à allouer les ressources (temps, fréquence, codes, espace, puissance) de manière orthogonale entre cellules. Appliquée à l'interférence inter-couches on peut par exemple partager les bandes de fréquences entre couches, néanmoins la ressource fréquentielle étant rare et coûteuse cette technique réduirait l'efficacité [124]. En *CDMA* (*Code Division Multiple Access*) il existe des techniques de sauts temporels (*Time Hopping*) pour réduire l'interférence intra-couche [124]. L'*OFDMA* (*Orthogonal Frequency Division Multiple Access*) dispose d'une flexibilité permettant une allocation orthogonale des sous-canaux et des *time slots* [97]. L'efficacité de ces techniques nécessitent une synchronisation et/ou une connaissance de l'état des cellules environnantes [97, 124]. De plus, elles sont sensibles au phénomène d'*overwhelming interference*, qui survient lorsque la densification dépasse un seuil à partir duquel l'efficacité spectrale surfacique (*area spectral efficiency*) et la probabilité de couverture commencent à chuter. Ceci est équivalent à une forte probabilité que le RSIB soit inférieur à 0 dB [72].
- Coordination d'interférence (*interference coordination*) : quand différentes cellules peuvent s'échanger des informations à travers une interface centralisée<sup>2</sup> il est possible de coordonner leurs transmissions afin que l'interférence soit minimisée au niveau des récepteurs. Par exemple avec la technique *ICIC* (*Inter-Cell Interference Coordination*), on utilise une allocation de ressource conjointe entre petites cellules et macro-cellules. Ces dernières restreignent leur utilisation des sous-trames associées aux utilisateurs les plus touchés par l'interférence [77]. Avec la technique *CoMP* (*Coordinated MultiPoint*), on utilise un réseau d'antennes au niveau de chaque cellule et on coordonne leurs émissions afin qu'elles annulent mutuellement l'interférence aux niveau des utilisateurs [77].

---

1. Une couche du réseau étant définie comme un ensemble de cellules ayant les mêmes caractéristiques (rayon de couverture, puissance d'émission, méthode d'accès multiple etc.)

2. Comme avec l'interface X2 en LTE.

Ces techniques ont l'inconvénient de nécessiter un traitement centralisé qui devient complexe avec la densification. La remontée de l'information sur l'état des différentes cellules et les canaux associés entraînent un surcoût de signalisation [72] et peut causer la congestion du lien d'amenée (*backhaul*) [124].

- Annulation d'interférence (*interference cancellation*) : ces techniques consistent à reconstruire le signal interférent et à le soustraire du signal reçu [72, 8]. D'un point de vue de la théorie de l'information, il a été montré qu'un signal interférent très fort ne réduit pas la capacité [30]. En effet, étant donné qu'il a un fort RSB, il peut être estimé avec une grande précision. Deux algorithmes d'annulation d'interférences qui sont souvent utilisés sont le *SIC* (*Successive Interference Cancellation*) et le *PIC* (*Parallel Interference Cancellation*). Ils se distinguent par l'ordre dans lequel les différents signaux interférents sont soustraits des signaux des utilisateurs. Le *SIC* le fait séquentiellement, ce qui conduit à une latence et une complexité proportionnelles au nombre d'utilisateurs. Le *PIC* quant à lui effectue l'annulation d'interférences parallèlement sur tous les utilisateurs, répétée sur plusieurs étages. Ceci conduit à une latence et une complexité proportionnelles au nombre d'utilisateurs et d'étages. Ces algorithmes utilisent le domaine temporel pour l'annulation d'interférences. Cette dernière peut se faire aussi dans le domaine fréquentiel ou spatial. L'utilisation d'un système multi-antenne permet une annulation des interférences dans le domaine spatial, par exemple avec de formation de voies (*beamforming*) [117]. Les approches d'annulation d'interférences nécessitent une bonne estimation du canal, et une large variance des puissances d'interférence [72]. Liu et al [72] ont montré que l'efficacité spectrale par unité de surface couverte assurée par le *SIC* diminue lorsque la variance de la puissance d'interférence diminue avec la densité.

**Approche de gestion d'interférence utilisée dans cette thèse :** Dans cette thèse, on se propose d'explorer les solutions d'annulation d'interférences intra-couche pour les réseaux de petites cellules (PCs). Plus spécifiquement on s'intéresse aux approches de formation de voies avec des réseaux d'antennes. En effet, la formation de voies est une fonctionnalité envisagée pour les PCs en 5G [4]. Sans faire d'hypothèses sur la structure du réseau ou de présence de techniques de gestion d'interférences dans les couches liaison et réseau, on souhaite évaluer l'apport d'un réseau d'antennes sur le niveau d'interférences et la capacité. En utilisant un réseau d'antennes au niveau de la station de base de la petite cellule (que l'on désignera simplement par PC dans la suite), l'objectif est de commander le diagramme de rayonnement, afin de mettre si possible des lobes en direction des signaux d'intérêt et des nuls en direction des signaux interférents. Ceci correspond à mettre de forts gains sur les signaux d'intérêt, et de faibles gains sur les signaux interférents. De plus, cela permet de partager toutes les ressources temps-fréquence entre cellules et ainsi augmenter la capacité du réseau. D'un point de vue des communications numériques, la formation de voies peut être vue comme un cas spécial des techniques multi-entrées multi-sorties (*Multiple-Input Multiple-Output, MIMO*) [25]. L'utilisation d'un duplexage *TDD* présente des avantages aussi pour le *MIMO*. La réciprocité du canal peut y être exploitée afin d'estimer le canal que sur un seul lien (montant ou descendant) [24]. Aussi, le surcoût en signalisation nécessaire pour l'estimation de canal ne dépend que du nombre d'utilisateurs, ce qui implique qu'une augmentation du nombre d'antennes n'entraîne

pas d’augmentation du surcoût en signalisation.

### 1.3 Scénario traité

Le scénario applicatif traité dans cette thèse est l’occurrence d’interférence intra-couche, entre deux petites cellules adjacentes opérant en *TDD*. En *TDD*, une petite cellule fonctionnant en lien descendant peut interférer avec une autre petite cellule fonctionnant en lien montant. Un tel phénomène est connu sous le nom de *cross-slot interference* [31]. On se propose donc d’explorer les solutions d’annulation d’interférences avec de la formation de voies.

**Comparaison des bandes millimétriques et des bandes sub-6 GHz :** Dans le contexte de la 5G, la formation de voies a été abondamment traitée pour des applications en bandes millimétriques [47, 62, 50, 95]. Ces bandes ont une sensibilité sévère au blocage<sup>3</sup>, à cause de la faible profondeur de pénétration, l’absence de diffraction et la puissance d’émission limitée par l’efficacité des amplificateurs de puissance [9]. Ceci conjugué avec de fortes pertes de propagation (*path loss*) place les bandes millimétriques dans un régime limité par le bruit [9, 107]. En comparaison avec les bandes sub 6GHz, la longueur d’onde en millimétrique est plus petite, ce qui permet l’utilisation d’un plus grand nombre d’antennes dans le même espace, et donc d’augmenter le gain, la résolution et le RSB par conséquent [102]. Mais la réalisation de tels systèmes se heurte à différents challenges comme le fait que le coût et la consommation énergétique soient proportionnels au nombre d’antennes [81]. Une des réponses à ces problèmes est par exemple l’utilisation la formation de voies hybride (analogique et numérique) avec des faisceaux pré-calculés dans des *codebooks* pour l’étage analogique [81, 94, 6, 7, 91, 53]. Ces travaux se sont concentrés sur le problème de formation de voies avec un alphabet fini, ou la recherche d’un alignement optimal<sup>4</sup> de faisceaux.

En contraste avec les bandes millimétriques, les pertes de propagation sont moins importantes dans les bandes sub-6 GHz, ceci favorise l’interférence, d’autant plus que le nombre d’antennes qu’on peut disposer dans un volume donné est faible. De plus, cela entraîne une plus grande probabilité d’être dans un régime fort en RSB [102, 22], et faible en RSIB [102]. Il a été observé dans [102] qu’à 2 GHz le RSIB diminue avec la distance inter-sites (*Inter-Site Distance, ISD*, la distance entre deux PCs) alors qu’il augmente à 30 GHz. L’interférence entre cellules joue donc un rôle plus limitant en sub-6 GHz qu’en millimétrique. Pour les raisons mentionnées auparavant, les petites cellules opérant en sub-6 GHz ne peuvent se contenter d’un simple alignement de faisceaux à fort gain comme il est possible en millimétrique. Bien qu’avec un nombre d’antennes plus petit la consommation et le coût seront plus faibles, une formation de voies entièrement numérique aura des limitations en sub-6 GHz. En effet, à cause

3. Exceptionnellement, ici le terme blocage est entendu comme le phénomène d’obstruction de la propagation d’une onde, et non comme la désensibilisation d’un récepteur à cause d’éléments non-linéaires. Sauf spécification, on entendra par ce terme dans ce manuscrit toujours le second sens.

4. Dans ce manuscrit l’utilisation de l’adjectif optimal sous-entend que la solution obtenue minimise globalement une fonction coût donnée. L’adjectif sous-optimal quant à lui sous-entend qu’un algorithme ne garantit pas que la solution atteint le minimum global.

d'une dynamique limitée, les CANs (Convertisseurs Analogique-Numérique) peuvent être saturés et les signaux utiles bloqués par une forte interférence [96, 125]. Pour ces raisons, notre scénario considère plus spécifiquement la formation de voies hybride, car elle permet un filtrage analogique des bloqueurs<sup>5</sup> avant numérisation.

**Bilan de liaison sur un canal simplifié :** Afin d'illustrer le niveau de l'interférence dans notre scénario, on se propose de faire un bilan de liaison avec le modèle de propagation en espace libre de Friis. Cf. la figure 1.4. Ceci nous permet d'avoir un ordre de grandeur des puissances des différents signaux au niveau de la station de base en lien montant. Avec un émetteur équipé d'une antenne de gain  $G_e$  excitée avec une puissance  $P_e$ , un récepteur situé à une distance  $D$  et équipé d'une antenne de gain  $G_r$  recevra une puissance  $P_r$  :

$$P_r = P_e \cdot G_e \cdot G_r \cdot \left(\frac{\lambda}{4\pi D}\right)^2 \quad (1.1)$$

où  $\lambda$  est la longueur d'onde. Avec les considérations suivantes :

- On considère le pire cas, où la PC2 opère en lien descendant et forme un faisceau à l'aide de  $n_r = 32$  antennes, vers l'équipement de l'utilisateur associé (EU2).
- L'utilisateur d'intérêt EU1 pour la PC1 se trouve en bord de cellule à une distance  $DUP = 50$  m (Distance Utilisateur-Petite Cellule).
- Les deux PCs sont séparées par une distance  $DIS = 100$  m (Distance Inter-Site).
- Les éléments des réseaux sont supposés omnidirectionnels, et leurs gains sont fixés à 0 dBi.
- Le diagramme de rayonnement du réseau de la PC2 est supposé pointer en direction de la PC1, avec un gain de  $G_{PC2} = 20 \log_{10}(n_r) = 24$  dBi.
- On considère que les liaisons se font sur la même porteuse  $f_p = 3.5$  GHz, et sur une largeur bande de  $B = 20$  MHz.
- Un niveau de bruit thermique de  $N = -101$  dBm, et le facteur de bruit de la PC2 est supposé de 0 dB.

On trouve un RSB = 24 dB, et un rapport signal à interférence RSI = -48 dB. Ce bilan de liaison sert à donner un ordre de grandeur des puissances des différents signaux. On remarque qu'en cohérence avec ce que l'on a présenté sur les réseaux denses *TDD* en bandes sub-6 GHz l'interférence en cas de *cross-slot* peut être très forte, tout en étant dans un régime fort en RSB. Une évaluation précise des paramètres décrivant le scénario dépasse le cadre de la thèse. L'obtention des statistiques du RSI, du débit ou de la probabilité de couverture dépendent du modèle de propagation utilisé, du modèle de canal spatial, des statistiques de déploiement et des différentes méthodes de gestion d'interférences considérés. Ces résultats sont assez complexes à obtenir et nécessitent souvent des simulations au niveau réseau. Pour des études plus précises le lecteur peut s'orienter vers [39, 22, 102, 71, 38, 37, 33].

---

5. Le terme bloqueur est entendu ici (et dans tout le manuscrit, sauf spécification) comme un interféreur puissants engendrant le phénomène de désensibilisation [96].

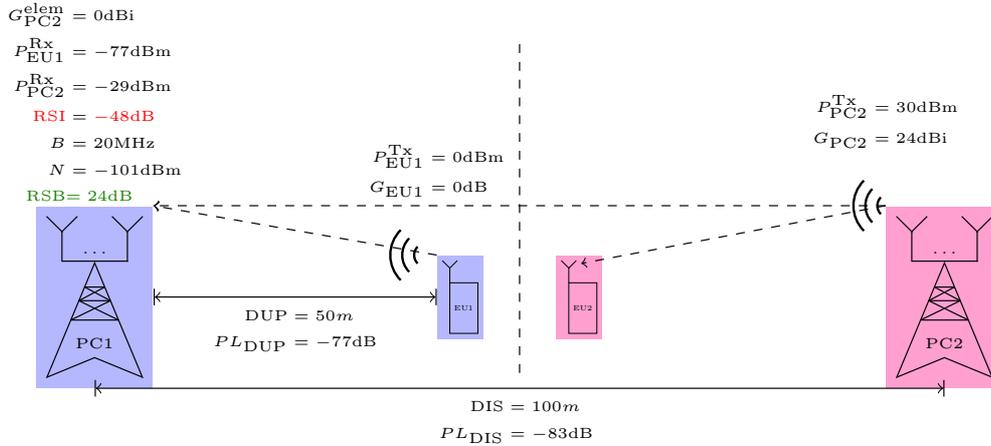


FIGURE 1.4 – Exemple d'un bilan de liaison à l'aide de l'équation de Friis appliqué à notre scénario de *cross-slot interference* en *TDD*.  $AP_R$  la perte de propagation sur une distance  $R$ .

## 1.4 Généralités sur la formation de voies

Les techniques de formation de voies reposent sur des propriétés de propagation spatio-temporelles des ondes électromagnétiques ou acoustiques. En utilisant plusieurs capteurs on reçoit le signal retardé (et éventuellement atténué) selon une loi qui dépend de la géométrie du réseau. En appliquant des poids et en combinant les signaux des différents capteurs, il est possible d'obtenir des interférences constructives (en sommant des signaux en phase) ou destructives (en sommant des signaux en opposition de phase) dans des directions différentes. Le même raisonnement peut être fait de manière analogue en émission. La réponse spatiale d'un formateur de voies (FdV) est connue sous le nom de diagramme de rayonnement. Ce diagramme est une courbe décrivant le gain que recevrait un signal mono-trajet en fonction de sa direction d'arrivée. Il dépend de la réponse spatiale de chaque élément, de la géométrie du réseau, et des poids apposés en sortie de chaque élément. La synthèse d'un formateur de voies à partir de spécifications spatiales (un ensemble de valeurs de gains associés à des directions d'arrivée) s'apparente à la synthèse d'un filtre dans le domaine fréquentiel. Pour cette raison, les termes filtre spatial et formateur de voies sont souvent utilisés de manière interchangeable dans la littérature.

On retrouve l'utilisation des FdV dans plusieurs domaines, notamment en *RADAR* (*Radio Detection And Ranging*), en *SONAR* (*Sound Navigation And Ranging*), en communications numériques, en sismologie, en exploration pétrolière, en radioastronomie etc. [114]. Dépendant de l'application, les capteurs peuvent être des antennes, des sismographes ou des microphones. Chaque application (et le capteur qui lui est associé) a des spécificités (bandes de fréquences, phénomènes intrinsèques à la propagation des ondes dans ces bandes, imperfections des équipements etc), néanmoins elles partagent toutes une partie du formalisme mathématique. Dans cette section on présentera le formalisme du point de vue des communications numériques. On commencera par le modèle à bande étroite, par sa simplicité il permet d'arriver à un modèle de canal instantané linéaire (simple gain). La section (1.4.2) présente ce modèle linéaire dans

le cas d'un canal multi-trajet, celui-ci reste valable si le canal est non-sélectif en fréquence.

### 1.4.1 Modèle à bande étroite

Soit un utilisateur équipé d'un mobile mono-antenne et émettant vers une station de base équipée de  $n_r$  antennes. Le signal analytique associé au signal utile reçu au niveau d'une antenne de référence<sup>6</sup> peut être modélisé comme :

$$x_p(t) = x(t)e^{j2\pi f_p t} \quad (1.2)$$

Où  $x(t)$  est le signal utile, complexe en bande de base, et  $f_p$  la fréquence porteuse. Notons  $\Delta\tau$  le retard de propagation entre l'antenne de référence et une antenne arbitraire du réseau. Le signal reçu sur une antenne arbitraire du réseau peut s'écrire en fonction de  $x_p(t)$  :

$$x_p(t - \Delta\tau) = x(t - \Delta\tau)e^{j2\pi f_p t} e^{-j2\pi f_p \Delta\tau} \quad (1.3)$$

Si le signal a une bande passante  $B$ , le signal en bande de base retardé s'écrit comme :

$$x(t - \Delta\tau) = \int_{-B/2}^{B/2} X(f)e^{-j2\pi f \Delta\tau} e^{j2\pi f t} df \quad (1.4)$$

L'hypothèse bande étroite est formulée en estimant que le produit  $B\Delta\tau \ll 1$  [88, 114], ce qui nous conduit à écrire :

$$e^{-j2\pi f \Delta\tau} \simeq 1 \text{ pour } f \in [-B/2, B/2] \quad (1.5)$$

$$x(t - \Delta\tau) \simeq \int_{-B/2}^{B/2} X(f)e^{j2\pi f t} df = x(t) \quad (1.6)$$

$$x_p(t - \Delta\tau) \simeq x_p(t)e^{-j2\pi f_p \Delta\tau} \quad (1.7)$$

Le signal reçu sur l'antenne arbitraire est donc le signal reçu sur l'antenne de référence, déphasé de  $2\pi f_p \Delta\tau$ . Le retard propagation  $\Delta\tau$  dépend de  $\phi$  l'angle d'arrivée du signal et de la distance  $d$  entre les deux antennes. Par exemple sur un réseau linéaire uniforme (cf. figure 1.5), on a :

$$\Delta\tau = \frac{d}{c} \sin(\phi) \quad (1.8)$$

où  $c$  est la vitesse de la lumière. En incluant un modèle de bruit, et la perte de propagation, le signal équivalent en bande de base, en sortie de la  $k^{\text{ième}}$  antenne s'écrit de la forme :

$$y_k(t) = h_k x(t) + n_k(t) \quad (1.9)$$

$$\text{avec } h_k = h^{PL} e^{-j2\pi f_p \Delta\tau_k} \quad (1.10)$$

Où  $n_k(t)$  est le bruit thermique supposé blanc, et suivant une loi normale complexe circulaire  $\mathcal{CN}(0, \sigma_n^2)$ ,  $h^{PL}$  est la perte de propagation et  $y_k(t)$  est le signal en sortie de l'antenne. On

6. Sans perte de généralité on peut considérer qu'au niveau d'une antenne de référence, ce signal est reçu avec un retard nul.

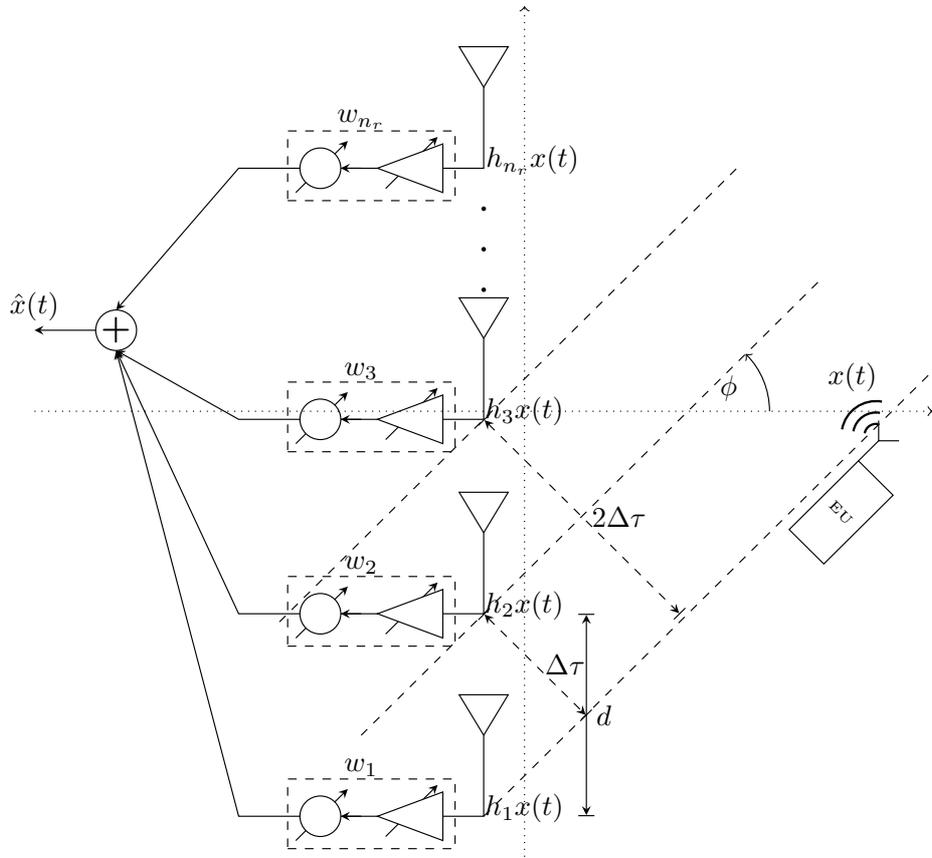


FIGURE 1.5 – Propagation d’une onde plane sur un réseau linéaire uniforme. L’antenne 1 est prise comme référence des retards.

notera que dans le modèle à bande étroite, la réponse impulsionnelle du canal est un Dirac, c’est-à-dire qu’il est non-sélectif en fréquence. Le modèle précédent peut être réécrit de manière vectorielle :

$$\boxed{\mathbf{y}(t) = \mathbf{h}x(t) + \mathbf{n}(t)} \quad (1.11)$$

Cette dernière équation nous permet de noter que l’hypothèse de bande étroite aboutit à un modèle de canal linéaire. Ainsi, les approches de traitement du signal reposant sur les résultats d’algèbre linéaire sont directement applicables. L’hypothèse de bande étroite n’est pas à confondre avec l’hypothèse de propagation mono-trajet, c’est ce qu’on propose de distinguer dans la section suivante.

### 1.4.2 Multi-trajet et sélectivité en fréquence

Un canal de propagation peut être composé de plusieurs trajets avec des retards de propagation différents. En considérant un nombre fini de trajets, le modèle de l’équation (1.11)

se généralise en un canal stationnaire sélectif en fréquence [88] comme suit :

$$\mathbf{y}(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} \mathbf{h}(\tau)x(t - \tau)d\tau + \mathbf{n}(t) \quad (1.12)$$

$$\mathbf{h}(\tau) = \sum_{l=0}^{L-1} \mathbf{h}_l \delta(\tau - \tau_l) \quad (1.13)$$

$$\mathbf{h}_l = \sum_{l'=0}^{L'-1} h_{ll'}^{PL} \mathbf{v}(\phi_{ll'}) \quad (1.14)$$

à chaque retard<sup>7</sup>  $\tau_l$  correspond une groupe de  $L'$  trajets d'iso-retard (c'est-à-dire de même retard, au regard de la résolution temporelle) dont les pertes de propagation sont les coefficients  $h_{ll'}^{PL}$ . Ce groupe de micro-trajets est identifié comme un macro-trajet. Les macro-trajets sont au nombre de  $L$ . À chaque micro-trajet correspond un angle d'arrivée  $\phi_{ll'}$ . Le symbole  $\mathbf{v}(\phi_{ll'})$  désigne le vecteur de pointage (*steering vector*), il dépend de la géométrie du réseau cf. section 1.6. L'angle  $\phi_{ll'}$  désigne la direction d'arrivée du trajet  $l'$  associée au groupe d'iso-retard  $l$ . Enfin, on peut sans restriction noter les retards dans un ordre croissant :

$$\tau_0 \leq \tau_1 \leq \dots \leq \tau_{L-1} \quad (1.15)$$

On considère que le signal  $x(t)$  a une bande limitée à  $[-B/2, B/2]$  ; on peut donc l'écrire en fonction des échantillons  $x[m]$  prélevés à une fréquence  $f_e = B$  de la manière suivante [113] :

$$x(t) = \sum_m x[m] \text{sinc}(Bt - m) \quad (1.16)$$

Ce qui nous amène à :

$$\mathbf{y}(t) = \sum_m x[m] \sum_{l=0}^{L-1} \mathbf{h}_l \text{sinc}(Bt - B\tau_l - m) + \mathbf{n}(t) \quad (1.17)$$

Enfin, l'échantillonnage de  $\mathbf{y}(t)$  à la même fréquence  $f_e$  nous donne :

$$\mathbf{y}[m'] = \sum_m x[m] \sum_{l=0}^{L-1} \mathbf{h}_l \text{sinc}(m' - B\tau_l - m) + \mathbf{n}[m'] \quad (1.18)$$

En notant  $m' - m = \tilde{m}$ , on a :

$$\mathbf{y}[m'] = \sum_{\tilde{m}} x[m' - \tilde{m}] \sum_{l=0}^{L-1} \mathbf{h}_l \text{sinc}(\tilde{m} - B\tau_l) + \mathbf{n}[m'] \quad (1.19)$$

Cette dernière équation nous permet d'identifier le canal à temps discret comme suit :

$$\mathbf{h}[\tilde{m}] = \sum_{l=0}^{L-1} \mathbf{h}_l \text{sinc}(\tilde{m} - B\tau_l) \quad (1.20)$$

---

7. Dans ce manuscrit on utilisera la lettre  $\tau$  pour désigner un retard de propagation entre l'émetteur et le récepteur, et  $\Delta\tau$  pour désigner le retard de propagation entre deux antennes.

Si la largeur de bande  $B$  est inférieure à la bande de cohérence du canal  $B_c$ , on peut considérer que le canal est plat en fréquence, autrement dit, si :

$$B(\tau_{L-1} - \tau_0) \ll 1, \quad (1.21)$$

alors :

$$\mathbf{h}[\tilde{m}] \simeq \begin{cases} \sum_{l=0}^{L-1} \mathbf{h}_l \text{sinc}(B\tau_l) & \text{si } \tilde{m} = 0 \\ \mathbf{0} & \text{si } \tilde{m} \neq 0 \end{cases} \quad (1.22)$$

De là on peut déduire le modèle à temps discret :

$$\mathbf{y}[m'] = \mathbf{h}[0]x[m'] + \mathbf{n}[m'] \quad (1.23)$$

Par soucis de concision, on omettra l'indice de temps discret  $m'$  dans les prochaines sections. Cette dernière équation nous permet de noter que sous hypothèse de bande étroite, un canal multi-trajet peut aboutir à un modèle de canal linéaire. Ceci vaut si les retards associés aux micros-trajets forment un seul macro-trajet, c'est-à-dire si leur énergie est essentiellement localisée dans un intervalle temporel de largeur  $1/B_c$ .

## 1.5 Modèle linéaire de formation de voies

Une fois le signal reçu, on peut combiner les sorties des différentes antennes afin de rehausser le signal. Cette opération peut être modélisée comme une combinaison linéaire des sorties des antennes avec des poids  $\mathbf{w} = [w_1 \dots w_{n_r}]^T$ . Cette opération est schématisée sur la figure 1.5. Le but est de donner une estimation  $\hat{x}$  du signal utile  $x$  :

$$\hat{x} = \mathbf{w}^H \mathbf{y} \quad (1.24)$$

Généralement les éléments de  $\mathbf{w}$  sont complexes (pris dans  $\mathbb{C}^{n_r}$ ) et leur choix peut se faire en minimisant une fonction coût ou en maximisant une fonction utilité. Par exemple, le filtre adapté (FA)  $\mathbf{w}_{FA}$  s'obtient en maximisant le RSB [113]. Dans ce cas, on a :

$$\mathbf{w}_{FA} = \mathbf{h} \quad (1.25)$$

Dans un canal mono-trajet de direction d'arrivée  $\phi_t$ , le vecteur de canal s'écrit de la manière suivante :

$$\mathbf{h} = h^{PL} \mathbf{v}(\phi_t) \quad (1.26)$$

Dans ce cas, les poids du filtre adapté sont de la forme :

$$w_k \propto e^{j2\pi f_p \Delta \tau_k} \quad (1.27)$$

à savoir qu'ils sont de module constant ou à phase uniquement (*phase-only*). Il existe donc des filtres spatiaux dans des ensembles plus restreints que  $\mathbb{C}^{n_r}$ , ce type de filtres est généralement attrayant pour une implémentation analogique, car il permet de s'affranchir des atténuateurs

pour la réalisation d'un poids dans  $\mathbb{C}$ . Néanmoins, le calcul d'un filtre  $\mathbf{w}$  *phase-only* est plus complexe si on souhaite annuler les interférences.

Dans le cas où il existe  $n_U$  utilisateurs, on peut définir un vecteur de signaux utiles  $\mathbf{x}$ , une matrice de canal  $\mathbf{H}$  et une matrice de FdV  $\mathbf{W}$  grâce aux équations suivantes :

$$\mathbf{x} = [x_1 \dots x_{n_U}]^T, \quad (1.28)$$

$$\mathbf{H} = [\mathbf{h}_1 \dots \mathbf{h}_{n_U}], \quad (1.29)$$

$$\mathbf{W} = [\mathbf{w}_1 \dots \mathbf{w}_{n_u}], \quad (1.30)$$

$$\mathbf{y} = \mathbf{H}\mathbf{x} + \mathbf{n}, \quad (1.31)$$

$$\hat{\mathbf{x}} = \mathbf{W}^H \mathbf{y}. \quad (1.32)$$

On soulignera que ces dernières équations servent de base pour modéliser notre scénario, à savoir multiple utilisateurs en lien montrant et un traitement linéaire à la PC tenant compte de la présence de  $n_B$  bloqueurs. Dans ce cas, le signal reçu au niveau de la PC s'écrit de la manière suivante :

$$\mathbf{y} = \mathbf{H}\mathbf{x} + \mathbf{H}_B \mathbf{x}_B + \mathbf{n} \quad (1.33)$$

Où  $\mathbf{H}_B$  et  $\mathbf{x}_B$  sont respectivement la matrice canal des bloqueurs, de dimension  $n_r \times n_B$  et le signal associé aux bloqueurs, de dimension  $n_r \times 1$ .

### 1.5.1 Implémentation analogique

L'implémentation analogique, représentée sur la figure 1.7 a été la première approche historiquement [117]. La synthèse de réseaux phasés [75] utilise principalement des déphaseurs afin de former des faisceaux contrôlables électroniquement en finesse et en angle de pointage. Des amplitudes variables sont aussi parfois utilisées afin d'apodiser le diagramme de rayonnement, c'est-à-dire de maîtriser le niveau des lobes secondaires [75]. Si on utilise des amplitudes et des phases, les poids seront généralement complexes, à savoir :

$$w_k \in \mathbb{C}, \quad (1.34)$$

tandis que si on utilise des phases uniquement cf. figure 1.6, les poids appartiennent à l'ensemble suivant :

$$w_k \in \mathcal{MC} = \{w \in \mathbb{C} \mid |w| = M\}. \quad (1.35)$$

La figure 1.7 montre un schéma bloc d'un FdV analogique avec 4 antennes, 2 chaînes RF, et utilisant des amplitudes et des phases variable. Cette implémentation permet le multiplexage de 2 signaux et nécessite de diviser la puissance en 2 (le nombre de chaînes RF) à la sortie de chaque antenne. L'implémentation équivalente utilisant des phases variables uniquement est représentée sur la figure 1.8.

L'approche des réseaux phasés conçoit le réseau d'antennes en partant de spécifications sur le diagramme de rayonnement. En utilisant l'analogie avec le filtrage fréquentiel, l'approche de synthèse de filtres a été abondamment utilisée dans la littérature [75]. On citera

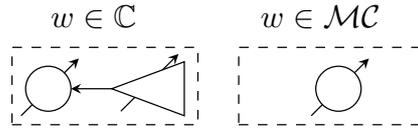


FIGURE 1.6 – Schéma bloc de réalisation des poids complexes et à module constant.

notamment les approches de Dolph-Chebyshev et de Woodward. L'implémentation analogique a plusieurs avantages. Sa réalisation avec des déphaseurs permet un faible coût et une bonne efficacité énergétique [5, 4]. De plus elle permet de facilement régler la forme du diagramme de rayonnement et de le pointer vers la direction de propagation dominante [9]. Malgré cela, la formation de voies analogique a des limitations matérielles. En pratique les déphaseurs ont des pertes d'insertion et peuvent introduire des non-linéarités s'ils contiennent des composants actifs [50]. En outre, ils peuvent prendre un nombre fini d'états, et ont besoin d'étalonnage, ce qui restreint la flexibilité de réglage d'un lobe principal ou d'un nul [50], et rend l'optimisation de leurs valeurs NP-difficile (Non-Polynomiale) [4]. Pour des applications à multiplexage spatial, cette implémentation requiert un diviseur de puissance, ou un partitionnement en sous-réseaux [9, 50, 4]. Pour des applications où le niveau des lobes secondaire n'est pas suffisant pour rejeter les interférences, elle peut être sensible aux interférences inter-utilisateurs [62] ou inter-cellules, et nécessitera un réglage complémentaire des phases pour les annuler [49]. Enfin, en large bande, quand on a :

$$1 \ll B(\tau_{L-1} - \tau_0), \quad (1.36)$$

l'extension d'une solution analogique à bande étroite vers un fonctionnement en large bande est difficile, à cause de la réponse scalaire constante des déphaseurs [62, 6, 57]. Autrement dit, le réglage du déphasage à une fréquence donnée l'impose sur toute la plage des fréquences, c'est-à-dire les valeurs de déphasage ne sont pas réglables indépendamment sur toutes les fréquences.

### 1.5.2 Implémentation numérique

Le progrès de l'électronique numérique a permis le transfert d'un certain nombre de fonctions analogiques sur des processeurs. L'implémentation numérique d'un FdV, représentée sur la figure 1.9, permet une plus grande flexibilité, ainsi qu'un contrôle plus précis des poids, en module et en phase. Les approches les plus souvent utilisées consistent à optimiser des métriques liées à la qualité du signal, comme le RSIB ou l'erreur quadratique moyenne (*Mean Square Error, MSE*). On citera notamment le filtre de Capon et ses dérivés [29, 48, 67]. Enfin l'extension des méthodes de formation de voies en bande étroite se prêtent plus facilement à une extension en large bande, grâce à une simple transformation des traitements dans le domaine fréquentiel [62]. Néanmoins l'implémentation numérique nécessite l'utilisation d'un CAN et d'une chaîne RF par antenne, et ses performances ainsi que sa consommation sont proportionnels au nombre de bits des CANs [9].

La dépendance des performances au nombre de bits trouve son importance en présence

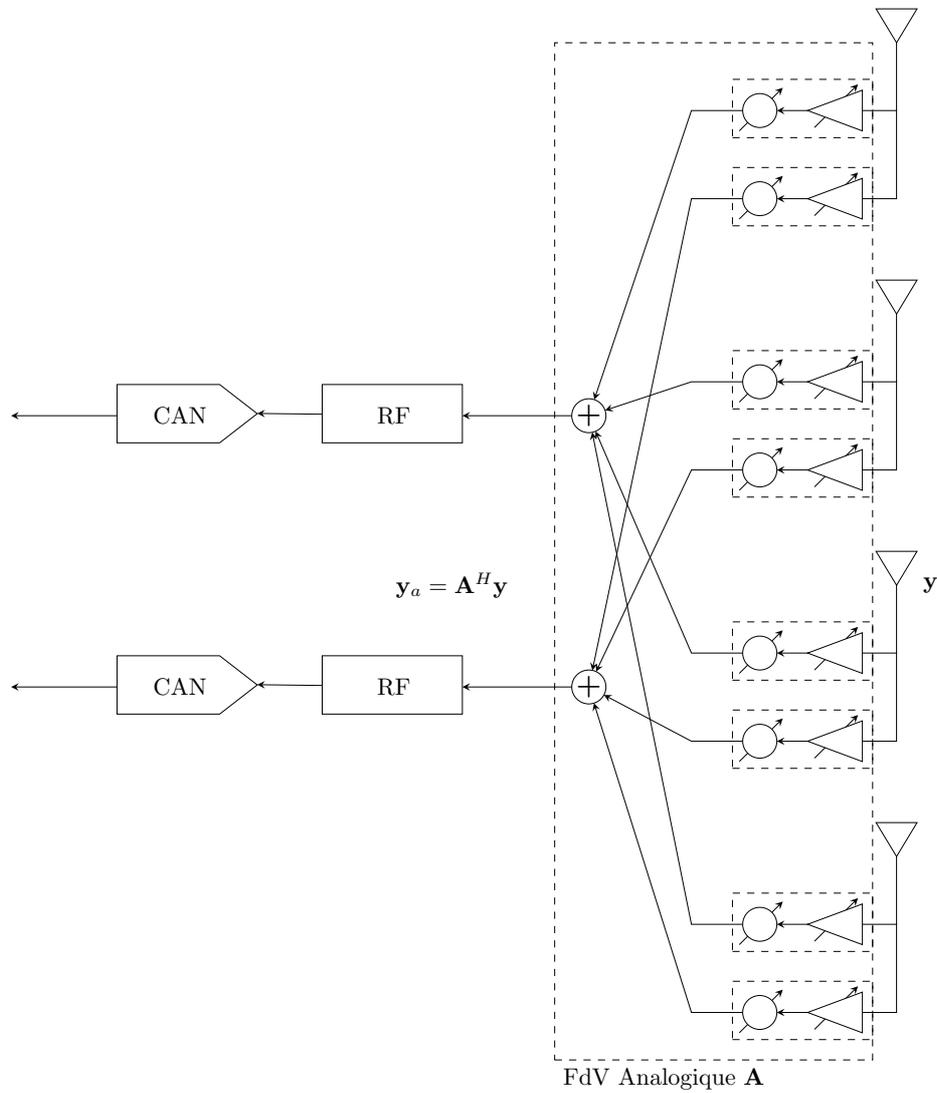


FIGURE 1.7 – Schéma bloc d'un FdV analogique avec 4 antennes, 2 chaînes RF, des amplitudes et des phases variables. Les blocs RF englobent tous les traitements de mixage et filtrage analogique nécessaires avant la numérisation.

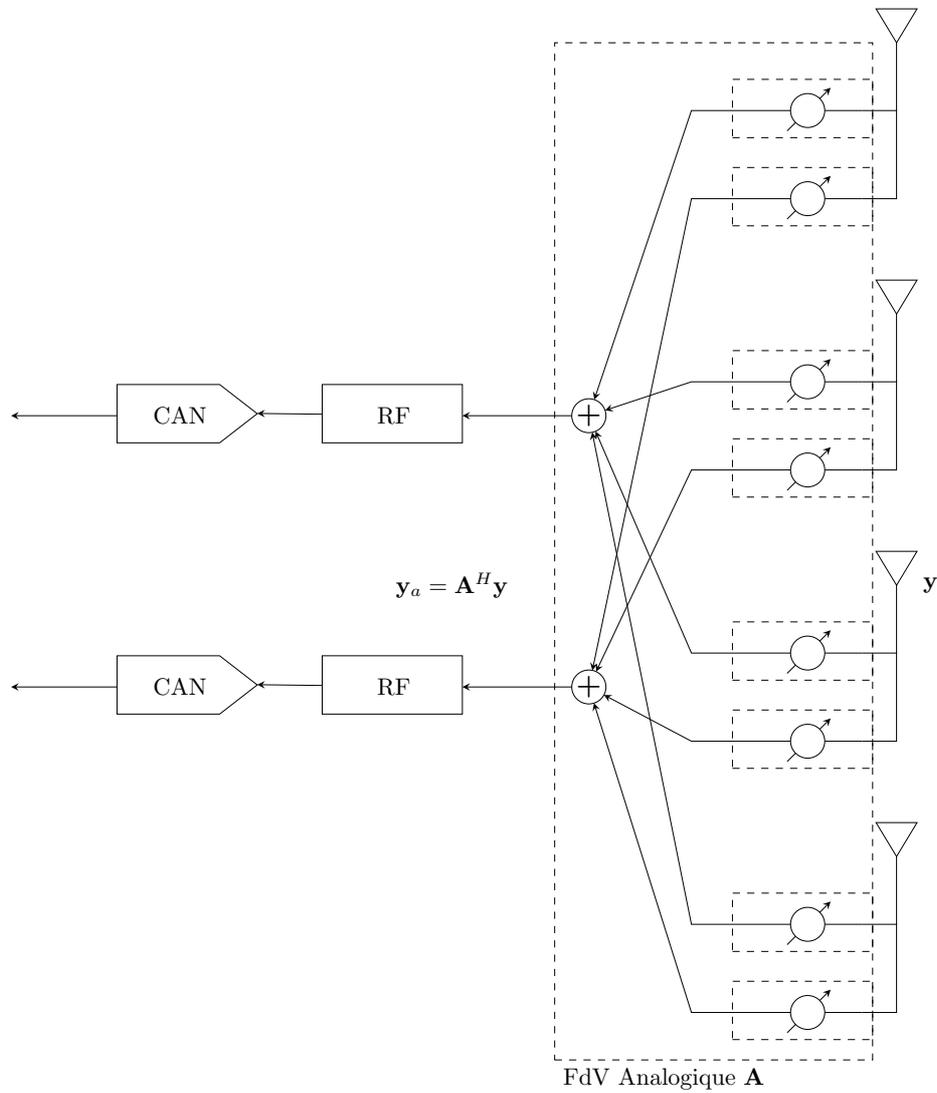


FIGURE 1.8 – Schéma bloc d'un FdV analogique avec 4 antennes, 2 chaînes RF et des phases variables uniquement. Les blocs RF englobent tous les traitements de mixage et filtrage analogique nécessaires avant la numérisation.

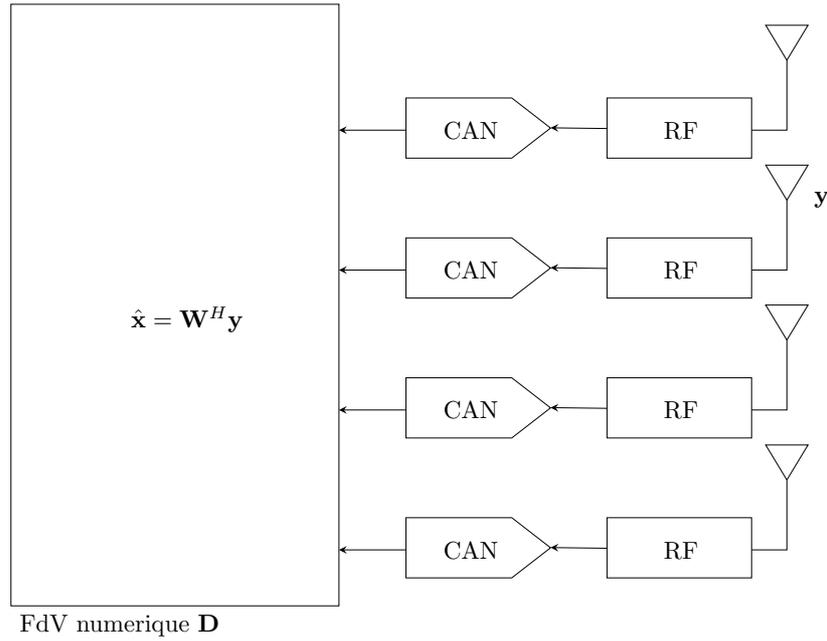


FIGURE 1.9 – Schéma bloc d'un FdV numérique avec 4 antennes, 4 chaînes RF.

d'interféreurs forts. En effet, dans un tel cas, la dynamique du signal reçu et le rapport signal-à-interférence imposent un nombre de bits supérieur au cas sans interférence, ce qui se traduit directement par une consommation énergétique plus grande [116, 115]. Qualifier un interféreurs de fort dépend du contexte et de l'application visée. Dans notre cas, on utilisera ce terme si le RSI  $< 0$  dB, c'est-à-dire si l'interférence est plus forte que le signal utile. [115]. Une dynamique insuffisante entraînera une numérisation inefficace du signal et une perte totale de l'information.

### 1.5.3 Implémentation hybride

Une implémentation hybride, comportant un étage analogique suivi d'un étage numérique a été récemment proposée dans la littérature [81, 50]. Son but est de tirer parti des avantages des implémentations analogique et numérique, tout en atténuant leurs inconvénients respectifs. Comparée à l'implémentation entièrement numérique, elle permet de réduire le nombre de CANs, et donc la consommation énergétique. L'étage analogique permet un filtrage de l'interférence avant numérisation, ce qui rend possible une diminution de la résolution des CANs [115]. La flexibilité de l'étage numérique permet, quant à elle, une séparation précise des signaux utiles et une réjection des interférences résiduelles. Dans l'implémentation hybride, la matrice de formation de voies  $\mathbf{W}$  est décomposée en un produit de deux matrices analogique  $\mathbf{A}$  de taille  $n_r \times n_{RF}$  et numérique  $\mathbf{D}$  de taille  $n_{RF} \times n_U$ , où  $n_{RF}$  est le nombre de chaînes RF :

$$\boxed{\mathbf{W} = \mathbf{A}\mathbf{D}} \quad (1.37)$$

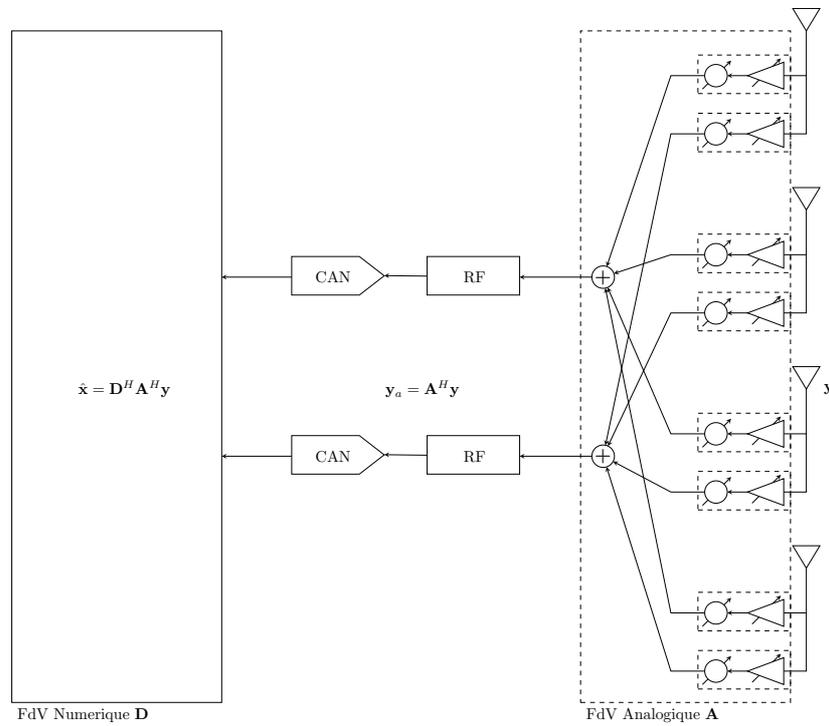


FIGURE 1.10 – Schéma bloc d'un FdV hybride, à complexité complète, avec 4 antennes et 2 chaînes RF.

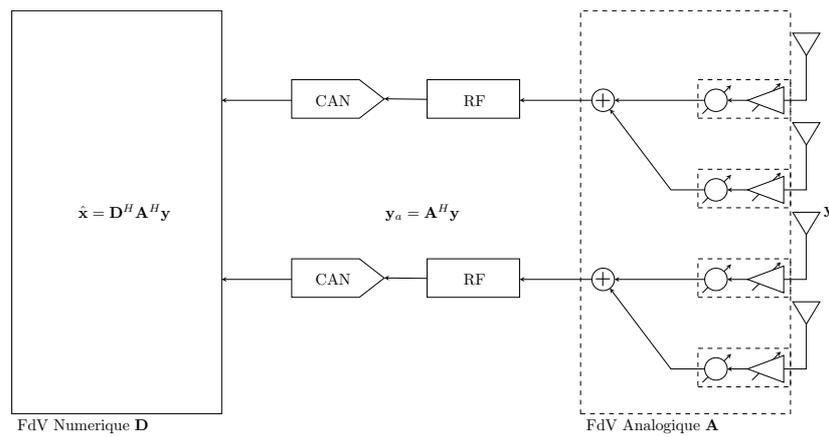


FIGURE 1.11 – Schéma bloc d'un FdV hybride à complexité réduite, avec 4 antennes, 2 chaînes RF.

Le choix des dispositifs RF qui réalisent les poids analogiques influence l'ensemble dans lesquels ces derniers varient. Si on choisit des amplificateurs et des déphaseurs alors :

$$a_{ij} \in \mathbb{C}, i \in \{1, \dots, n_r\}, j \in \{1, \dots, n_{RF}\}, \quad (1.38)$$

si on choisit des déphaseurs uniquement ils seront dans un ensemble plus restreint

$$a_{ij} \in \mathcal{MC}, i \in \{1, \dots, n_r\}, j \in \{1, \dots, n_{RF}\}, \quad (1.39)$$

et donc à module constant, cf. figure 1.6. Le nombre d'antennes connectées à chaque chaîne RF influence la complexité RF et la présence ou pas d'un élément non-nul dans la matrice  $\mathbf{A}$ . Ainsi si une antenne  $i$  n'est pas connectée à la chaîne RF  $j$  alors :

$$a_{ij} = 0, i \in \{1, \dots, n_r\}, j \in \{1, \dots, n_{RF}\}. \quad (1.40)$$

Il existe deux principales architectures de connectivité RF, **l'architecture à complexité complète** (figure 1.10), où chaque antenne est connectée à toutes les chaînes RF, elle nécessite un diviseur de puissance en sortie des antennes, et **l'architecture à complexité réduite** (figure 1.11) où chaque antenne n'est connectée qu'à une seule chaîne RF, et ne nécessite pas de diviseur de puissance. L'équation (1.37) peut aussi modéliser les implémentations entièrement numérique (*full digital*) et entièrement analogique (*full analog*) comme des cas spéciaux. Le tableau 1.1 résume les ensembles d'appartenance ou les valeurs particulières que prennent  $\mathbf{A}$ ,  $\mathbf{D}$  et  $n_{RF}$  dans chaque implémentation.

	<i>Full Digital</i>	<i>Hybrid</i>	<i>Full Analog</i>
$\mathbf{A}$	$\mathbf{I}_{n_r}$	$\mathbb{C}^{n_r \times n_{RF}}$	$\mathbb{C}^{n_r \times n_U}$
$\mathbf{D}$	$\mathbb{C}^{n_r \times n_U}$	$\mathbb{C}^{n_{RF} \times n_U}$	$\mathbf{I}_{n_u}$
$n_{RF}$	$n_r$	$[n_U, n_r]$	$n_U$

TABLE 1.1 – Ensembles d'appartenance et valeurs particulières de  $\mathbf{A}$ ,  $\mathbf{D}$  et  $n_{RF}$  dans chaque implémentation.

De là on peut déduire le modèle général du FdV hybride, comme suit :

$$\hat{\mathbf{x}} = \mathbf{D}^H \mathbf{A}^H \mathbf{y}, \quad (1.41)$$

$$\hat{\mathbf{x}} = \mathbf{D}^H \mathbf{A}^H (\mathbf{H}\mathbf{x} + \mathbf{n}). \quad (1.42)$$

On notera que ce modèle suppose des CANs à résolution infinie. La prise en compte du CAN dans le modèle se fera dans un chapitre ultérieur.

#### 1.5.4 Dimensions des matrices de formation de voies

Un système *MIMO* permet de multiplexer un nombre de signaux au plus égal au rang de la matrice de canal [113, p294]. Si on souhaite multiplexer  $n_U$  utilisateurs il faudra donc que :

$$n_U \leq \text{rang}\{\mathbf{H}\} \quad (1.43)$$

Afin de conserver cette inégalité sur le canal équivalent après formation de voies, à savoir le canal  $\mathbf{D}^H \mathbf{A}^H \mathbf{H}$ , il faudra donc que :

$$n_U \leq \text{rang}\{\mathbf{D}^H \mathbf{A}^H \mathbf{H}\} \leq \min(n_U, n_r, n_{RF}) \quad (1.44)$$

L'inégalité de droite vient de la propriété du rang d'un produit de matrices. Une condition suffisante pour respecter ces deux inégalités est :

$$\min(n_u, n_r, n_{RF}) = n_U \quad (1.45)$$

De là, découle les inégalités suivantes :

$$n_U \leq n_r \quad (1.46)$$

$$n_U \leq n_{RF} \quad (1.47)$$

$$(1.48)$$

Un des avantages de la formation de voies hybride par rapport au tout numérique, est de pouvoir utiliser moins de chaînes RF, on imposera donc naturellement que ce nombre soit inférieur au nombre d'antennes :

$$n_{RF} \leq n_r \quad (1.49)$$

La figure 1.12 schématise les tailles et les éléments des différentes matrices de l'équation (1.41).

Le nombre de coefficients  $N_{coefs}$  intervenant dans le filtrage spatial diffère selon l'architecture RF utilisée. La table 1.2 résume le nombre de chaînes RF, le nombre de coefficients dans chaque étage ainsi que le nombre total de coefficients  $N_{tot}$ . L'implémentation tout analogique offre le nombre le plus faible de chaînes RF, où ce nombre est imposé égal au nombre d'utilisateurs. En contraste, l'implémentation tout numérique nécessite un nombre de chaînes RF le plus grand, à savoir égal au nombre d'antennes. Dans une implémentation hybride, ce nombre peut être choisit de façon flexible entre le nombre d'utilisateurs et le nombre d'antennes.

	Tout Analogique	Tout Numérique	Hybride Complexité Complète		Hybride Complexité Réduite	
			Numérique	Analogique	Numérique	Analogique
$N_{coefs}$	$n_r \times n_U$	$n_r \times n_U$	$n_U \times n_{RF}$	$n_{RF} \times n_r$	$n_U \times n_{RF}$	$n_r$
$N_{tot}$			$n_{RF} \times (n_U + n_r)$		$n_U \times n_{RF} + n_r$	
$n_{RF}$	$n_U$	$n_r$	$n_U \leq n_{RF} \leq n_r$		$n_U \leq n_{RF} \leq n_r$	

TABLE 1.2 – Tableau des nombres de coefficients de formation de voies par étage et total pour les différentes implémentations.

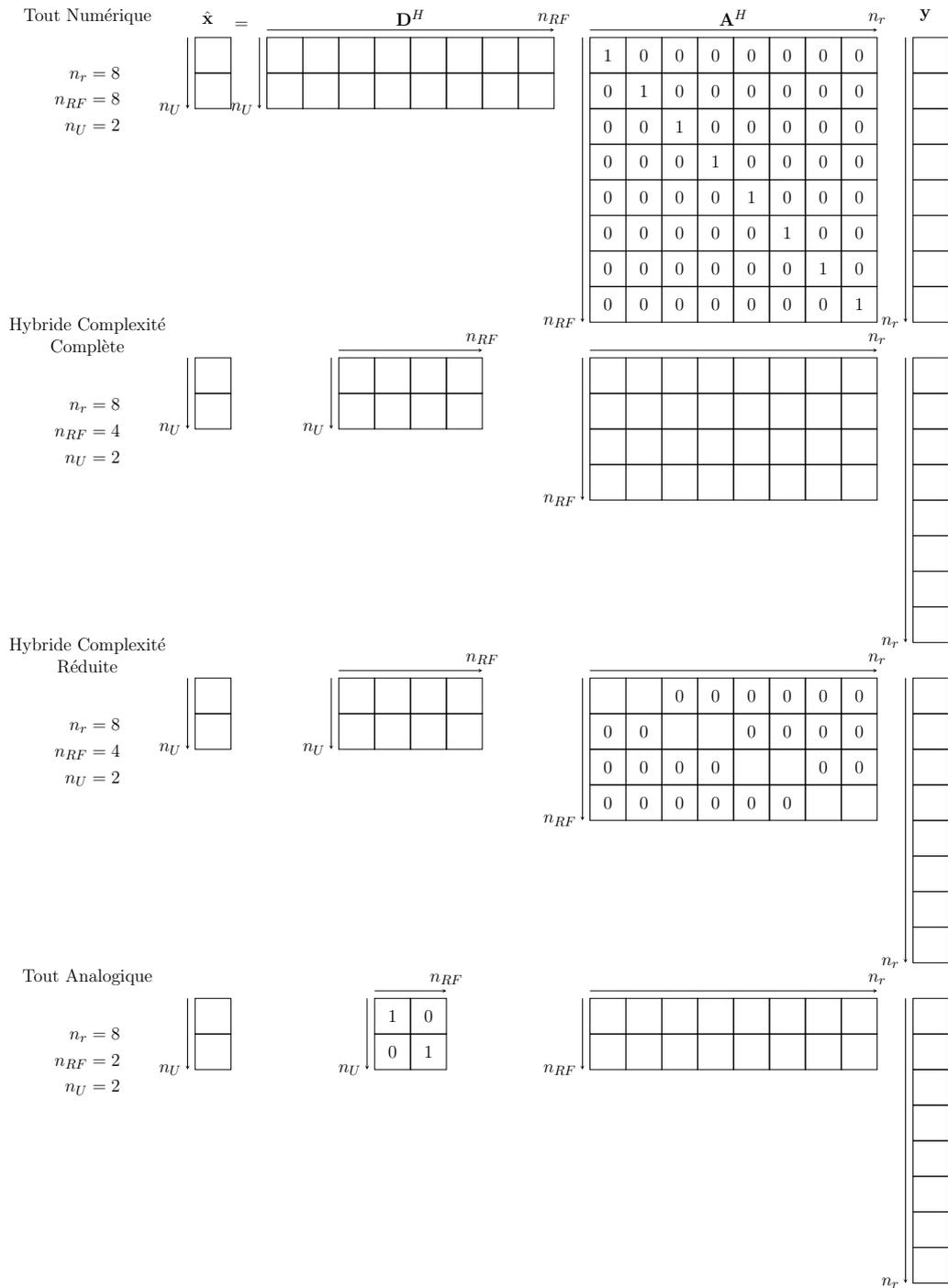


FIGURE 1.12 – Schéma des matrices  $\hat{\mathbf{x}}$ ,  $\mathbf{D}$ ,  $\mathbf{A}$ , et  $\mathbf{y}$  pour 8 antennes et 2 utilisateurs.

## 1.6 Caractéristiques des réseaux d'antennes

Le choix de l'arrangement des éléments du réseau conditionne les degrés de liberté de contrôle du faisceau, ainsi que sa dépendance par rapport à l'angle de pointage. Les réseaux planaires permettent de contrôler le faisceau dans les plans azimutal et d'élévation, tandis que les réseaux linéaires n'en permettent qu'un. Dans cette thèse, on s'est focalisé sur deux géométries : linéaire et circulaire. Ces derniers sont représentés sur la figure 1.13. Une taxonomie plus générale des géométries du réseau peut être trouvée dans [114]. Dans cette section on définira deux caractéristiques principales des réseaux d'antenne : le diagramme de rayonnement et la résolution.

### 1.6.1 Diagramme de rayonnement

Quand on utilise des éléments identiques (mêmes caractéristiques physiques, géométriques et orientation), le diagramme de rayonnement d'un réseau d'antennes correspond au produit du gain d'un seul élément et du facteur de réseau [13]. Le facteur de réseau ne dépend que de la géométrie du réseau. Si les éléments sont isotropes, le diagramme de rayonnement normalisé est :

$$g(\phi, \phi_0) = \frac{1}{n_r} |\mathbf{w}^H(\phi_0) \mathbf{v}(\phi)| \quad (1.50)$$

Où  $\phi$  et  $\phi_0$  sont respectivement les angles d'azimut et de pointage.  $\mathbf{v}(\phi)$  est le vecteur de pointage du réseau. La géométrie du réseau conditionne les retards entre les différents éléments et donc les différences de phase  $\varphi_k$  entre le  $k^{\text{ième}}$  et un élément de référence. Dans le cas général le vecteur de pointage s'écrit comme [114] :

$$\mathbf{v}(\phi) = [1, e^{-j\varphi_2}, \dots, e^{-j\varphi_{n_r}}]^T \quad (1.51)$$

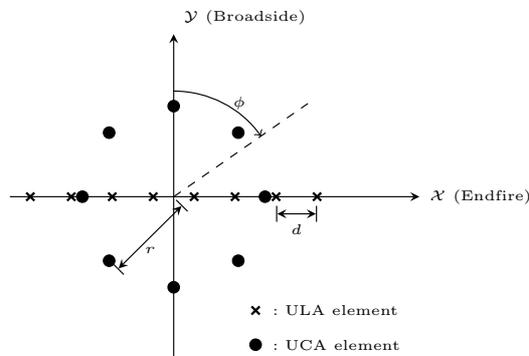


FIGURE 1.13 – Réseaux d'antennes linéaire et uniforme.

Pour les géométries linéaires uniformes (*Uniform Linear Array, ULA*) et circulaires uniformes (*Uniform Circular Array, UCA*), les différences de phases s'écrivent comme [13] :

$$\varphi_k = \begin{cases} 2\pi kd \sin(\phi) & \text{ULA} \\ 2\pi r \sin(\phi - 2\pi \frac{k}{n_r}) & \text{UCA} \end{cases} \quad (1.52)$$

Où  $d$  est la distance inter-antenne du *ULA* et  $r$  le rayon du *UCA*. Les distances sont normalisées par rapport à la longueur d'onde porteuse. En utilisant les formules (1.52), (1.51) et (1.50), on obtient les expressions suivantes pour les diagrammes de rayonnement [13] :

$$g_{ULA}(\phi, \phi_0) = \left| \frac{1}{n_r} \frac{\sin(n_r \pi d (\sin(\phi) - \sin(\phi_0)))}{\sin(\pi d (\sin(\phi) - \sin(\phi_0)))} \right| \quad (1.53)$$

$$g_{UCA} = \left| \sum_{m=-\infty}^{+\infty} J_{m.n_r}(2\pi\rho) e^{jm.n_r(\pi/2-\xi)} \right| \quad (1.54)$$

$$\rho = r \sqrt{(\cos(\phi) - \cos(\phi_0))^2 + (\sin(\phi) - \sin(\phi_0))^2} \quad (1.55)$$

$$\xi = \tan^{-1} \left( \frac{\sin(\phi) - \sin(\phi_0)}{\cos(\phi) - \cos(\phi_0)} \right) \quad (1.56)$$

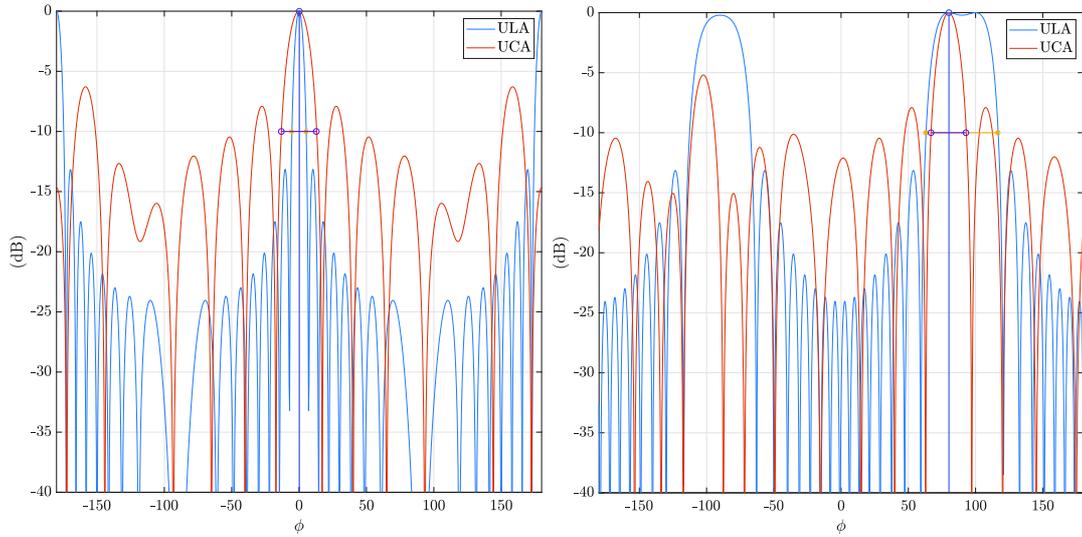
Où  $J_p(x)$  est la fonction de Bessel de première espèce.

### 1.6.2 Résolution d'un faisceau

La résolution d'un faisceau se définit comme l'ouverture angulaire du lobe principal où le diagramme de rayonnement normalisé est entre 1 et un niveau donné. Ce niveau est usuellement de -3 dB, ce qui donne la résolution à mi-puissance. Il s'agit du pouvoir de focalisation dans un secteur angulaire apporté par l'antenne. Par analogie avec un filtre dans le domaine fréquentiel, la résolution d'un faisceau représente la bande passante. La résolution dépend généralement de l'angle de pointage  $\phi_0$ . Toutefois, elle peut en être indépendante si le réseau présente une symétrie. La figure 1.14 montre la variation de la résolution pour un filtre adapté quand le faisceau pointe vers  $0^\circ$  et  $70^\circ$ . Les réseaux linéaires ont une résolution à valeur minimale (c'est-à-dire une meilleure résolution) vers la direction perpendiculaire à l'axe d'alignement (*broadside*). On peut approximer la largeur de faisceau de l'*ULA* à mi-puissance autour du *broadside* par [13] :

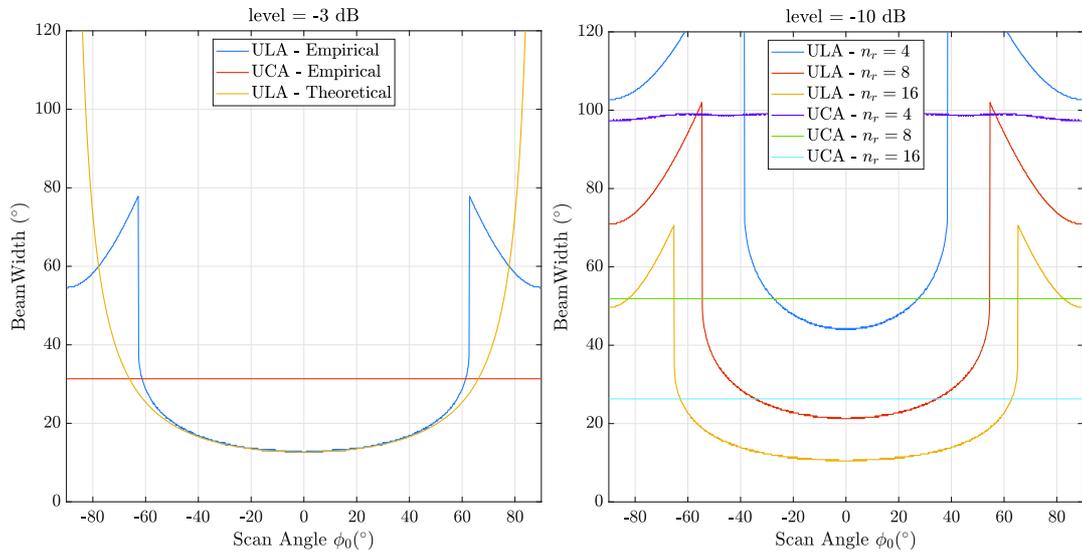
$$BW \simeq \frac{0.886}{n_r d \cos(\phi_0)} [^\circ] \quad (1.57)$$

Les figures 1.15 (a) et (b) montrent la variation de la résolution en fonction de l'angle de pointage. On remarque qu'à partir de 8 antennes la résolution de l'*UCA* devient constante quelque-soit l'angle de pointage. Ceci est dû à la symétrie du réseau. Tandis que pour l'*ULA* la résolution atteint des valeurs plus faibles vers le *broadside* et plus grande vers l'*endfire*. Sur la figure 1.16, on a tracé la moyenne de la résolution sur  $360^\circ$  de pointage. On remarque qu'en moyenne les deux géométries sont équivalentes mais que l'*ULA* a une variabilité plus grande que l'*UCA* qui a un écart-type nul.



(a) Diagramme de rayonnement d'un filtre adapté pointé vers  $0^\circ$ , pour les géométries circulaires et linéaires. (b) Diagramme de rayonnement d'un filtre adapté pointé vers  $70^\circ$ , pour les géométries circulaires et linéaires.

FIGURE 1.14 – Diagrammes de rayonnement pour les géométries circulaires et linéaire pointant vers  $0^\circ$  et  $70^\circ$



(a) Variation de la résolution à -3 dB en fonction de l'angle de pointage. Courbe théorique obtenue avec l'équation (1.57). Courbes expérimentales obtenues en calculant le diagramme de rayonnement à chaque point d'angle de pointage et en y mesurant la résolution. (b) Variation de la résolution expérimentale à -10 dB en fonction de l'angle de pointage pour différentes valeurs de nombre d'antennes.

FIGURE 1.15 – Variation de la résolution en fonction de l'angle de pointage.

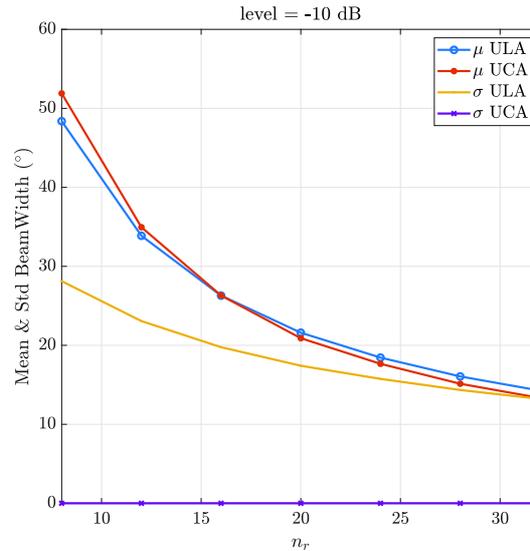


FIGURE 1.16 – Variation de la moyenne et de l'écart-type de la résolution en fonction du nombre d'antennes. Pour chaque point la valeur de l'ordonnée est obtenue en calculant la moyenne et l'écart-type à partir de la fig 1.15.

## 1.7 État de l'art de la formation de voies hybride

Le problème de formation de voies hybride a été traité dans la littérature sous différents modèles de canaux et différents scénarios. L'utilisation de modèles de canaux millimétriques, ou avec des configurations proches (nombre limité de trajets, de fortes pertes de propagation, grand nombre d'antennes et *massive MIMO*) a été dominante. La contrainte de phase uniquement (cf. l'éq (1.35)) étant non-convexe, les travaux se sont principalement concentrés sur le calcul de la matrice  $\mathbf{A}$ . Différentes fonctions coût ont été utilisées, notamment le RSIB par utilisateur, la capacité par utilisateur ou la somme-capacité. On présentera dans cette section une sélection d'articles traitant un scénario proche du nôtre.

L'optimisation d'un FdV sous contrainte *phase-only* a été introduite par Smith dans [109]. Dans cet article, l'auteur traite le problème de maximisation locale du RSIB, en adaptant les méthodes classiques d'optimisation (Newton, Gradient) sur une topologie de tore (l'espace des vecteurs *phase-only* peut être décrit géométriquement par un tore de dimension  $n_r$ ) au lieu d'un espace euclidien.

L'idée d'utiliser simultanément un étage numérique et un étage analogique pour la formation de voies point-à-point a été introduite par Molisch et al. dans [126]. Dans un scénario sans interférences, les auteurs y décrivent les solutions optimales en RSB et en Capacité pour des poids analogiques non-contraints, ainsi qu'une solution sous-optimale pour le cas *phase-only*. Pour ce dernier cas, les auteurs utilisent l'approche simple qui consiste à extraire les phases de la solution optimale pour le cas non-contraint. Dans le chapitre 3, on utilisera cette approche sur notre scénario et on y évaluera les pertes en RSIB qui en résultent.

Wagner et al. [118] se sont intéressés au problème de formation de voies unitaire (c'est-à-dire la matrice de formation de voies est unitaire) en lien descendant. Une matrice de formation de voies unitaire permet une robustesse aux erreurs d'estimation de canal, et amène à des performances proches de la capacité du canal. La contribution des auteurs est une méthode de conception d'une matrice de formation de voies à entrées de module constant. Garder le module des poids constant permet de préserver une puissance d'émission par antenne constante, ce qui évite des comportements non-linéaires de la chaîne RF.

Wiesel et al. [122] ont traité le problème avec un critère *zero-forcing* ( $ZF$ ) en lien descendant avec des contraintes de puissance par antenne. Ces contraintes sont motivées par le fait qu'en pratique l'amplificateur avant antenne ne peut sortir des valeurs de puissances non-bornées. Le choix du  $ZF$  (c'est-à-dire forçage à zéro stricte de l'interférence) est dû au fait qu'il garde une complexité modérée malgré sa sous-optimalité. La solution optimale (c'est-à-dire maximisant la somme-débit) *dirty paper coding*,  $DPC$  est quant à elle trop complexe [89, 118]. Dans [110], Sohrabi et Yu se concentrent sur le problème de maximisation simultanée de la capacité en transmission et en réception, dans un scénario point-à-point (*single user MIMO*) avec une contrainte *phase-only*. Ils montrent que ce soit en transmission (Tx) ou en réception (Rx) ce problème se réduit au problème de maximisation de la somme-capacité avec des contraintes de puissance par antenne, résolu par [90].

Dans [99], les auteurs montrent la différence de performances sur l'étage numérique entre un filtre adapté et un simple pointage de faisceau en présence de multi-trajet. En effet, en présence de multi-trajet, pointer le faisceau vers le trajet le plus fort n'est pas suffisant afin de maximiser le RSB. Dans cette situation, un filtre adapté combinera l'énergie de tous les trajets en pointant un faisceau sur chaque trajet, et ce proportionnellement à leur puissance. Les auteurs y montrent aussi le gain donné par l'utilisation d'un étage de formation de voies analogique (en plus de l'étage numérique).

L'intérêt en terme de consommation énergétique de la formation de voies hybride est montré dans [104]. Cet article montre que dans des conditions de propagation mono-trajet, il y a une équivalence en terme d'efficacité spectrale entre une solution  $ZF$  entièrement numérique et une solution hybride. Cette solution hybride consiste à choisir dans l'étage numérique la solution  $ZF$ , et utiliser l'étage analogique pour un simple pointage des faisceaux. Avec une efficacité spectrale équivalente, l'implémentation hybride donne une consommation énergétique plus faible.

Li et al. [68] ont traité le problème d'interférences entre utilisateurs en lien montant. La présence de multi-trajet et un nombre limité de diffuseurs (*scatterers*) peut conduire au partage d'un même diffuseur lors de la propagation des signaux de plusieurs utilisateurs. Ceci rend des solutions (au niveau analogique) du type filtre adapté insuffisantes si l'interférence inter-utilisateurs est significative. Le  $ZF$  nécessite quant à lui des poids en module et phase. Pour y remédier, les auteurs proposent un algorithme basé sur la méthode de Gram-Schmidt dans l'étage analogique, dans le but de diminuer l'interférence. Une solution  $MMSE$  (*Minimum Mean Square Error*) est utilisée dans l'étage numérique afin de rejeter l'interférence résiduelle. L'analyse de complexité de leur algorithme de calcul de l'étage analogique et numérique montre qu'il est moins complexe qu'une solution de Capon entièrement numérique ou d'une solution

basée sur l'algorithme *OMP* (*Orthogonal Matching Pursuit*).

Zhang et al. [125] ont proposé une solution sous-optimale au problème de maximisation individuelle du RSIB en sortie de l'étage analogique. La modélisation inclut la présence de bloqueurs (forts interféreurs), de CAN et du contrôleur automatique de gain (*Automatic Gain Controller, AGC*). Le signal reçu est modélisé comme :

$$\mathbf{y} = \mathbf{H}\mathbf{x} + \mathbf{H}_B\mathbf{x}_B + \mathbf{n} \quad (1.58)$$

Les auteurs utilisent un modèle de canal stochastique avec une connaissance de la matrice de covariance (*CCI, channel covariance information*) [45], à savoir :

$$\mathbf{h}_u = \mathbf{R}_u^{\frac{1}{2}}\boldsymbol{\alpha}_u \quad (1.59)$$

$$\text{avec } \boldsymbol{\alpha}_u \sim \mathcal{CN}(\mathbf{0}, \mathbf{I}). \quad (1.60)$$

Le RSIB d'un utilisateur  $u$  est défini dans ce travail en utilisant les matrices d'autocorrélation moyennes et non instantanées :

$$\text{RSIB}_u = \frac{\mathbf{a}_u^H \mathbf{R}_u \mathbf{a}_u}{\mathbf{a}_u^H \mathbf{R}_I \mathbf{a}_u} \quad (1.61)$$

$$\text{avec } \mathbf{R}_I = \mathbf{R}_y - \sum_{u'=1}^{n_U} \mathbf{R}_{u'}. \quad (1.62)$$

Ceci conduit à la conception d'un formateur de voies basé sur les statistiques du canal. De plus l'espérance d'un rapport n'étant pas le rapport des espérances, le RSIB maximisé ne correspond pas au RSIB moyen. Sans contrainte de phases uniquement, la solution au problème de maximisation de  $\text{RSIB}_u$  est connue sous le nom de formateur de voies de Capon et correspond à choisir un vecteur propre associé à la plus grande valeur propre de  $\mathbf{R}_I^{-1}\mathbf{R}_u$  et le RSIB atteint correspond à cette plus grande valeur propre [48]. Dans le cas phase uniquement, les auteurs proposent une méthode qui repose sur le lemme suivant :

$$\mathbf{a}^{k+1} = e^{j \cdot \arg(\mathbf{R}\mathbf{a}^k)} \xrightarrow[k \rightarrow +\infty]{} \operatorname{argmax} \mathbf{a}^H \mathbf{R} \mathbf{a}, \quad (1.63)$$

Où  $\arg(\cdot)$  et  $e^{(\cdot)}$  sont respectivement l'argument d'un nombre complexe et la fonction exponentielle s'appliquant sur des vecteurs élément par élément. Ce lemme permet par la suite de construire une méthode sous-optimale qui converge vers un maximum local du RSIB. L'évaluation des performances se fait ensuite sur la somme capacité du système. L'effet du CAN est pris en compte par un modèle de bruit de quantification additif (*Additive Quantization Noise Model, AQNM*) de [86]. Ceci a constitué un point d'entrée pertinent pour notre travail, à savoir faire ressortir l'avantage de la formation de voies hybride par rapport au tout numérique dans un contexte de forte interférence (+30 dB au-dessus du signal utile).

Zhu et al. [127] ont introduit une approche sous-optimale pour la conception de l'étage analogique. Ils proposent d'extraire les phases de la solution optimale (en module et phase) en RSIB individuel de chaque utilisateur. Autrement dit, les modules des poids sont forcés à 1. Une de notre contribution a consisté à explorer les résultats de cette approche (extraction

de phases) sur d'autres solutions. Ils étendent ensuite leur algorithme au canal sélectif en fréquence et soulèvent un problème important, qui est l'impossibilité de donner une réponse fréquentielle variable des déphaseurs. Autrement dit, une fois qu'un angle de déphasage est imposé à une fréquence, il le sera aussi pour toute la plage de fréquences. En réponse à ce problème les auteurs proposent d'optimiser le vecteur de formation de voies à la réponse fréquentielle moyenne du canal. On notera que l'approche des auteurs se place dans un contexte massive MIMO, c'est-à-dire un très grand nombre d'antennes par rapport au nombre d'utilisateurs. Il a été montré que dans un tel contexte les formateurs de voies filtre adapté ou ZF sont asymptotiquement optimaux en RSIB [52].

Li et al. [66] ont regardé un formateur de voies à basse complexité nécessitant la connaissance des angles d'arrivée uniquement (et non toute la matrice de canal); et ce pour une architecture à complexité réduite. Sur les deux étages (analogique et numérique), ils proposent un simple alignement de faisceaux en direction des utilisateurs. Ils montrent pour ce choix d'algorithme qu'il y a une faible perte par rapport à une connaissance parfaite du canal.

## 1.8 Conclusion

Ce chapitre a introduit les différents axes de recherches de la 5G et situé ceux de la thèse, à savoir les réseaux denses de PC. En comparaison avec les réseaux macro-cellulaires, ces réseaux peuvent offrir un débit par unité de surface couverte plus grand, et ce en appuyant sur plusieurs leviers :

- Une plus grande réutilisation spectrale.
- Un régime plus fort en RSB.
- Un partage des ressources temps-fréquence entre utilisateurs si on utilise du multiplexage spatial.

Toutefois, ces réseaux sont particulièrement exposés aux interférences, et on a exposé différents facteurs qui y contribuent :

- Une faible distance de couverture qui favorise une propagation en ligne de mire.
- Les faibles pertes de propagation dans les bandes sub-6 GHz (en comparaison avec les bandes millimétriques).
- Une densité d'émetteurs augmentant le nombre de sources d'interférences et les exposant au phénomène d'*overwhelming interference*.
- Un duplexage *TDD* les exposant au phénomène de *cross-slot interference*.

On a brièvement présenté les différentes catégories de techniques de gestions d'interférences ainsi que leurs limitations sur les réseaux denses selon les travaux récents. Le problème que nous souhaitons traiter est l'occurrence d'interférences entre cellules en bandes sub-6 GHz duplexés en *TDD*. Dans nos travaux, on s'est proposé d'explorer les techniques de formation de voies hybride au niveau d'une PC fonctionnant en réception. Motivés par le gain en coût et en consommation, on s'est intéressé spécifiquement à la formation de voies hybride et on a présenté des articles de l'état de l'art traitant des scénarios proches du nôtre. Ces articles sur la formation de voies hybride se sont principalement concentrés sur le problème qu'introduit la contrainte de régler des phases uniquement au niveau de l'étage analogique. Leurs simulations ont été faites sur des modèles millimétriques ou similaires. Le nombre de publications prenant en compte l'effet de CANs dans la chaîne de réception est limité. De plus le phénomène de désensibilisation dû à la présence de bloqueurs n'a été pris en compte que par [125] à notre connaissance.

Dans le prochain chapitre on présentera premièrement un bref état de l'art sur les modèles de canaux afin de situer les différents modèles que nous avons utilisés dans nos travaux. On présentera ensuite des métriques que sont le RSIB, la capacité et un angle algébrique entre le sous-espace signal et le sous-espace interférence. Une de nos contributions a été de lier ce dernier paramètre au RSIB et de dériver une borne inférieure pour le FdV de Capon.



# Modèles de canaux et indicateurs de performance

---

## Sommaire

<b>2.1</b>	<b>Introduction</b>	<b>39</b>
<b>2.2</b>	<b>Modèles de canaux</b>	<b>40</b>
2.2.1	Des modèles déterministes aux modèles stochastiques	40
2.2.2	Modèles stochastiques	41
2.2.3	Modèles stochastiques à base géométrique	42
2.2.4	Modèles utilisés dans nos travaux	42
<b>2.3</b>	<b>Angle algébrique et RSIB</b>	<b>44</b>
2.3.1	Récepteur optimal en RSIB et formateur de voies de Capon	44
2.3.2	Angle algébrique en mono-utilisateur mono-interfèreux	47
2.3.3	Analyse du RSIB en fonction de $\cos(\theta)$ en mono-utilisateur mono-interfèreux	47
2.3.4	Angle algébrique en multi-utilisateur multi-interfèreux	54
2.3.5	Analyse du RSIB en fonction de $\cos(\theta)$ en multi-utilisateur multi-interfèreux	55
<b>2.4</b>	<b>Capacité</b>	<b>58</b>
2.4.1	Capacité d'un système mono-antenne	58
2.4.2	Capacité en multi-utilisateur avec un récepteur multi-antenne	60
2.4.3	Expression de la capacité tenant compte de la quantification	62
<b>2.5</b>	<b>Conclusion</b>	<b>63</b>

---

## 2.1 Introduction

Dans ce chapitre on donnera un bref aperçu des différents modèles de canaux de la littérature, afin de situer les modèles utilisés dans nos travaux par la suite. On présentera ensuite les différentes métriques de performance utilisées, à savoir le RSIB, la capacité, et l'angle algébrique entre les vecteurs de canal de l'utilisateur et des interférents. Ces différentes métriques sont utilisées dans différents scénarios : mono-utilisateur ou multi-utilisateur, canal déterministe ou canal stochastique, avec ou sans CAN etc. Le premier objectif de ce chapitre est de décrire le FdV optimal en terme de RSIB, à savoir le FdV de Capon. Le deuxième objectif est de présenter notre contribution [17] qui a été de trouver qu'en mono-utilisateur mono-interfèreux, l'angle algébrique peut être lié au RSIB en sortie du FdV de Capon de façon

bijective, et qu'en multi-utilisateur multi-interfère il permet de dériver une borne inférieure sur le RSIB.

## 2.2 Modèles de canaux

Les modèles de canaux sont des outils qui décrivent la propagation des ondes électromagnétiques. Dépendants de la précision du modèle, ils prennent en compte différents phénomènes comme le Doppler, les réflexions, les trajets multiples, la polarisation, l'atténuation etc. Généralement, ils se résument à une équation d'entrée-sortie entre les signaux émis et les signaux reçus. Ils permettent de prédire (avec une certaine précision) les performances des systèmes de communication. Quand les modèles le permettent, ces performances peuvent être obtenues analytiquement, autrement elles sont obtenues numériquement.

### 2.2.1 Des modèles déterministes aux modèles stochastiques

Les modèles déterministes sont les plus précis, et ils permettent de décrire les caractéristiques de propagation et les micro-paramètres<sup>1</sup> (angles d'arrivée, phases, amplitudes, retards de chaque micro-trajet). Les modèles déterministes comme les méthodes à lancer de rayons, décrivent l'environnement de propagation en appliquant les principes géométriques de réflexion, diffraction et de diffusion. Ces approches nécessitent une description de la géométrie et des propriétés électromagnétiques du site. Si on évalue des métriques de performances (RSIB, débit etc) en utilisant ces modèles, les résultats obtenus seront donc spécifiques au site. De plus, à cause du grand nombre de paramètres impliqués et du calcul d'intégrales volumiques, ces méthodes nécessitent de grandes ressources de calcul (mémoire, temps d'utilisation processeur etc.). Toutefois, les modèles déterministes peuvent être simplifiés pour donner des cas d'étude en restreignant le nombre de paramètres (nombre de trajets par exemple) et en faisant des hypothèses sur la propagation (espace libre par exemple).

Afin de bien préciser les termes dans la suite, on qualifiera un canal de déterministe, si la matrice de canal  $\mathbf{H}$  a des valeurs constantes, ou variables selon une fonction déterministe (ne faisant pas intervenir de variables aléatoires). Ceci est le cas par exemple d'un canal mono-trajet *ULA*, pour lequel le vecteur canal d'un utilisateur est :

$$\mathbf{h} = [1, e^{-j\varphi_2}, \dots, e^{-j\varphi_{n_r}}]^T, \quad (2.1)$$

$$\varphi_k = 2\pi k d \sin(\phi), \quad (2.2)$$

$$\phi \in [-90^\circ, 90^\circ]. \quad (2.3)$$

On dira aussi qu'un canal a une base géométrique, si le calcul de la matrice de canal fait intervenir un vecteur de pointage (et donc en faisant donc une hypothèse sur la géométrie du réseau). Ceci est le cas par exemple du canal précédent, où on a fait l'hypothèse d'un agencement linéaire et uniforme des antennes.

---

1. Par opposition aux macro-paramètres comme la réponse impulsionnelle formée par l'agrégation des micro-paramètres.

Un canal est dit stochastique, s'il fait intervenir des variables ou des fonctions aléatoires afin de générer la matrice de canal. Par exemple, le canal de Rayleigh est un canal stochastique qui peut être décrit, pour un utilisateur, par les équations suivantes :

$$\mathbf{h} = [h_1, \dots, h_k, \dots, h_{n_r}]^T, \quad (2.4)$$

$$h_k \sim \mathcal{CN}(0, 1). \quad (2.5)$$

Enfin, un canal pourra faire intervenir des variables aléatoires sur une base géométrique. On le qualifiera par canal stochastique à base géométrique. Par exemple, si on introduit sur le canal décrit par les équations (2.1), (2.2) et (2.3), une perte de propagation aléatoire (*fading*) et qu'on modélise l'angle d'arrivée suivant une loi uniforme  $\mathcal{U}(-90^\circ, 90^\circ)$ , alors pour un utilisateur, on obtient le canal stochastique à base géométrique suivant :

$$\mathbf{h} = h^{PL} [1, e^{-j\varphi_k}, \dots, e^{-j\varphi_{n_r}}]^T, \quad (2.6)$$

$$\varphi_k = 2\pi kd \sin(\phi), \quad (2.7)$$

$$\phi \sim \mathcal{U}(-90^\circ, 90^\circ), \quad (2.8)$$

$$h^{PL} \sim \mathcal{CN}(0, 1). \quad (2.9)$$

Bien que les modèles entièrement stochastiques permettent de simuler des systèmes à grande échelle, ils ne donnent pas assez de précision pour études de couverture avant déploiement. Le choix d'une approche de modélisation se fait souvent selon un compromis entre la simplicité d'utilisation et la précision. Dans les deux sections suivantes, nous allons brièvement préciser les situations propices aux modèles de canaux stochastiques ou stochastiques à base géométrique, avant d'indiquer les modèles que nous avons utilisés dans nos travaux.

### 2.2.2 Modèles stochastiques

Les modèles entièrement stochastiques sont les duals des modèles entièrement déterministes, c'est-à-dire que tous les paramètres les décrivant sont de nature aléatoire. Ils ne font aucune hypothèse de nature géométrique ou spatiale, et reposent sur le fait qu'une description précise (géométrie, perméabilité, permittivité etc.) chaque environnement de propagation n'est pas accessible et variable avec le temps. Autrement dit, une description précise nécessite des mesures périodiques, coûteuses en mémoire, en matériel et en énergie. Une description plus générique à travers des modèles probabilistes est donc plus économe en quantité de données, non-spécifiques à des sites particuliers, et permet l'obtention de résultats préliminaires rapidement. Néanmoins leur pertinence pour des études de pré-déploiement reste limitée. Ils peuvent eux aussi avoir un grand coût de mémoire si la taille des matrices est très grande quand on évalue les métriques de performance sur un nombre important de tirages de canal.

Le modèle le plus couramment utilisé est le modèle de Rayleigh [113] où les éléments de la matrice de canal  $\mathbf{H}$  sont indépendants et identiquement distribués (i.i.d.) selon une loi gaussienne complexe circulaire centrée réduite. Ce modèle est aussi connu sous le nom *Zero-Mean Spatially White (ZMSW)* [45]. Dans ce cas, on note  $\mathbf{H} = \mathbf{H}^B$  et ses éléments sont tels que :

$$h_{ij}^B \sim \mathcal{CN}(0, 1), \quad (2.10)$$

on utilise l'exposant  $B$  afin de désigner les variables spatialement blanches. La modélisation d'une imperfection dans l'estimation de la matrice de canal se fait souvent en utilisant le modèle *Channel Mean Information (CMI)*, où l'on rajoute une composante moyenne  $\bar{\mathbf{H}}$  au modèle *ZMSW* multiplié par un coefficient  $\sqrt{\alpha}$ . Enfin dans le cas où on connaît uniquement la covariance de la matrice de canal, on utilise le modèle *Channel Covariance Information (CCI)*, où l'on multiplie la matrice de canal *ZMSW* par deux matrices de covariance d'émission  $\mathbf{R}^e$  et de réception  $\mathbf{R}^r$ . Les trois modèles peuvent se résumer comme suit [45] :

$$\mathbf{H} = \begin{cases} \mathbf{H}^B & \text{ZMSW,} \\ \bar{\mathbf{H}} + \sqrt{\alpha}\mathbf{H}^B & \text{CMI,} \\ (\mathbf{R}^r)^{1/2}\mathbf{H}^B(\mathbf{R}^e)^{1/2} & \text{CCI.} \end{cases} \quad (2.11)$$

### 2.2.3 Modèles stochastiques à base géométrique

Les modèles stochastiques à base géométrique sont un compromis entre les modèles entièrement stochastiques et entièrement déterministes. Les paramètres de propagation sont générés aléatoirement et injectés ensuite dans un modèle qui les structure selon des classes de sites. Certains paramètres sont préalablement fixés, comme la hauteur des antennes, positions initiales, géométrie du réseau d'antennes et son orientation etc. Ces modèles incorporent souvent un premier niveau de description de l'environnement en déclinant les distributions et les plages de variation des paramètres en classes de sites : sites urbains de micro-station de base, sites urbains de macro-station de base, et sites sub-urbains. Les angles d'arrivée des trajets et les positions des diffuseurs suivent des lois identifiées à partir de campagnes de mesures. Plusieurs de ces modèles sont standardisés pour être utilisés dans des simulations haut niveau et donner une plate-forme commune d'évaluation des performances des algorithmes. On citera les modèles de Saleh-Valenzuela [100], *WINNER* [15], *SCM* du *3GPP* [84] et *QUADRIGA* [58]. Une étude plus approfondie des différents modèles stochastiques à base géométrique dans le contexte de la 5G peut être trouvée dans [79].

### 2.2.4 Modèles utilisés dans nos travaux

Les performances d'un système à bande étroite sont le cumul de différentes détériorations introduites par différents aspects du canal spatial : atténuation de propagation, fluctuation de la puissance, orthogonalité des sources, corrélation spatiale des sources etc. Les modèles de canaux standardisés tiennent compte d'une partie ou de la totalité de ces phénomènes, et font intervenir un grand nombre de paramètres. Les métriques de performances comme le RSIB ou le taux d'erreur binaire capturent l'effet agrégé de tous ces aspects et paramètres du canal. Isoler l'impact de chaque paramètre n'est donc pas trivial.

Dans nos travaux, on a choisi différents modèles suivant les contextes et les objectifs de nos études. Dans [16] on a choisi un modèle déterministe à base géométrique *ULA* mono-trajet. En pratique, les canaux en sub-6 GHz sont multi-trajets, néanmoins la simplification en modèle mono-trajet permet de manipuler un nombre réduit de micro-paramètres (angles d'arrivée,

Contribution	Mono-Utilisateur	Multi-Utilisateur
[16]	/	déterministe à base géométrique
[19]	stochastique	stochastique à base géométrique avec <i>fading</i>
[18]	/	stochastique à base géométrique avec <i>fading</i>
[17]	déterministe à base géométrique	stochastique à base géométrique sans <i>fading</i>

TABLE 2.1 – Tableau des différents modèles de canal utilisés dans nos contributions.

atténuation) et de faire ressortir le comportement spatial des algorithmes. Ceci nous a permis de visualiser la variation du RSIB d'un ensemble d'utilisateurs lorsque l'angle d'arrivée d'un bloqueur varie, comme cela sera présenté en détail dans le chapitre 3.

Dans [19], on a utilisé des modèles différents pour les scénarios mono-utilisateur et multi-utilisateur, comme cela sera présenté en détail dans le chapitre 4. Pour le cas mono-utilisateur on a comparé les algorithmes en fonction d'un indicateur de performance qui est l'angle algébrique entre le vecteur de canal de l'utilisateur et le vecteur de canal de l'interfère sur un canal stochastique.

La comparaison se fait donc sur un large ensemble de réalisations plutôt que sur des scénarios spécifiques (mono-trajet ou multi-trajet, une géométrie de réseau d'antennes particulière etc.). On ne fait donc pas d'hypothèses sur la géométrie de réseau ou sur le nombre de trajets du canal, mise à part qu'il est non-sélectif en fréquences. Ceci a permis la validation de la pertinence de l'indicateur de performance. Pour la comparaison des algorithmes en multi-utilisateur, les modèles stochastiques à base géométrique sont courants dans la littérature [66, 127, 110]. Pour le cas multi-utilisateur dans [19, 18], on a utilisé un modèle stochastique à base géométrique *ULA* mono-trajet. Les angles d'arrivée sont tirés suivant une loi uniforme et un *fading* de Rayleigh. L'utilisation d'un modèle déterministe aurait nécessité la variation de l'angle d'arrivée et de l'atténuation de propagation pour chaque utilisateur.

Dans [17], on a aussi utilisé deux modèles différents pour les scénarios mono-utilisateur et multi-utilisateur, comme cela sera présenté dans les sections 2.3.2 et 2.3.4 du présent chapitre. Pour le cas mono-utilisateur, on a utilisé un modèle déterministe afin de lier analytiquement l'angle algébrique aux angles d'arrivée. Pour le cas multi-utilisateur on a utilisé un modèle stochastique à base géométrique *ULA* sans *fading*. S'affranchir du *fading* permet d'isoler la contribution de la non-orthogonalité du sous-espace signal et sous-espace interférence plus bruit, sans la contribution de la fluctuation des puissances.

## 2.3 Angle algébrique et RSIB

### 2.3.1 Récepteur optimal en RSIB et formateur de voies de Capon

Dans cette section on va présenter la récepteur optimal en RSIB. Considérons un utilisateur émettant le signal utile  $x_U$  avec une puissance  $P_U$  et un interféreur émettant un signal  $x_I$  avec une puissance  $P_I$ . Le signal de l'utilisateur et de l'interféreur passent à travers un canal  $\mathbf{h}_U$  et  $\mathbf{h}_I$  respectivement. On peut sans restriction, faire intervenir la perte de propagation  $h^{PL}$  sur ces vecteurs :

$$\mathbf{h} = h^{PL} \tilde{\mathbf{h}}, \quad (2.12)$$

où  $\tilde{\mathbf{h}}$  est un vecteur de module égal à  $n_r$ . Au niveau d'une station de base multi-antenne, un formateur de voies donnera à sa sortie un niveau de RSIB qui dépend de la réalisation du canal et des puissances des différents signaux :

$$\begin{aligned} \mathbf{y} &= \mathbf{h}_U x_U + \mathbf{h}_I x_I + \mathbf{n}, \\ \hat{x}_U &= \mathbf{w}^H \mathbf{h}_U x_U + \mathbf{w}^H \mathbf{h}_I x_I + \mathbf{w}^H \mathbf{n}, \\ \text{RSIB} &= \frac{P_U \mathbf{w}^H \mathbf{h}_U \mathbf{h}_U^H \mathbf{w}}{P_I \mathbf{w}^H \mathbf{h}_I \mathbf{h}_I^H \mathbf{w} + \sigma_n^2 \mathbf{w}^H \mathbf{w}}. \end{aligned} \quad (2.13)$$

En notant les matrices d'auto-corrélation conditionnées à la réalisation du canal comme :

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_U &= P_U \mathbf{h}_U \mathbf{h}_U^H, \\ \mathbf{R}_I &= P_I \mathbf{h}_I \mathbf{h}_I^H, \\ \text{et } \mathbf{R}_n &= \sigma_n^2 \mathbf{I}, \end{aligned}$$

on obtient : RSIB = 
$$\frac{\mathbf{w}^H \mathbf{R}_U \mathbf{w}}{\mathbf{w}^H (\mathbf{R}_I + \mathbf{R}_n) \mathbf{w}}. \quad (2.14)$$

L'équation (2.14) est un quotient de Rayleigh généralisé, et on peut montrer que le vecteur unitaire  $\mathbf{w}_{\text{opt}}$  qui le maximise est le vecteur propre associé à la valeur propre  $\nu_{\text{max}}$  maximale de  $(\mathbf{R}_I + \mathbf{R}_n)^{-1} \mathbf{R}_U$  [23] :

$$\begin{aligned} \nu_{\text{max}} &= \max\{\text{eig}(\mathbf{R}_I + \mathbf{R}_n)^{-1} \mathbf{R}_U\}, \\ \mathbf{w}_{\text{opt}} &= \frac{(\mathbf{R}_I + \mathbf{R}_n)^{-1} \mathbf{h}_U}{\|(\mathbf{R}_I + \mathbf{R}_n)^{-1} \mathbf{h}_U\|}. \end{aligned} \quad (2.15)$$

Le vecteur  $\mathbf{w}_{\text{opt}}$  donné ici est de module unité, il correspond à une solution optimale et particulière du problème. Le RSIB étant un rapport, un vecteur proportionnel à  $\mathbf{w}_{\text{opt}}$  le maximisera aussi.

Une autre solution particulière à ce problème est le **formateur de voies de Capon** [29], solution du problème d'optimisation suivant :

$$\text{minimiser } \mathbf{w}^H \mathbf{R}_y \mathbf{w} \quad (2.16)$$

$$\text{sous contrainte } \mathbf{w}^H \mathbf{h}_U = 1 \quad (2.17)$$

Où  $\mathbf{R}_y = \mathbf{R}_U + \mathbf{R}_I + \mathbf{R}_n$ . La fonction coût (2.16) correspond à la variance du signal en sortie du formateur de voies, et la contrainte (2.17) impose une réponse unité au signal utile. Pour ces deux raisons, la solution de Capon est aussi connue sous les termes *Minimum Variance Distortionless Response (MVDR)*. Formulée par la matrice  $\mathbf{R}_y$  cette solution s'écrit comme suit :

$$\mathbf{w}_{Capon} = \frac{1}{\mathbf{h}_U^H \mathbf{R}_y^{-1} \mathbf{h}_U} \mathbf{R}_y^{-1} \mathbf{h}_U \quad (2.18)$$

On peut prouver que  $\mathbf{w}_{Capon} \propto \mathbf{w}_{opt}$  en utilisant le lemme d'inversion de matrices, et en définissant la matrice d'autocorrélation de l'interférence-plus-bruit suivante :

$$\mathbf{R}_{In} = \mathbf{R}_I + \mathbf{R}_n$$

On utilise ensuite le lemme d'inversion pour la somme de matrices suivantes :

$$\mathbf{R}_y^{-1} = (\mathbf{R}_U + \mathbf{R}_{In})^{-1} = \mathbf{R}_{In}^{-1} - \frac{\mathbf{R}_{In}^{-1} \mathbf{h}_U \mathbf{h}_U^H \mathbf{R}_{In}^{-1}}{\mathbf{h}_U^H \mathbf{R}_{In}^{-1} \mathbf{h}_U + P_U^{-1}}$$

En multipliant à droite par  $\mathbf{h}_U$  on obtient :

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_y^{-1} \mathbf{h}_U &= \mathbf{R}_{In}^{-1} \mathbf{h}_U - \frac{\mathbf{R}_{In}^{-1} \mathbf{h}_U \mathbf{h}_U^H \mathbf{R}_{In}^{-1}}{\mathbf{h}_U^H \mathbf{R}_{In}^{-1} \mathbf{h}_U + P_U^{-1}} \mathbf{h}_U \\ &= \mathbf{R}_{In}^{-1} \mathbf{h}_U - \frac{(\mathbf{h}_U^H \mathbf{R}_{In}^{-1} \mathbf{h}_U) \mathbf{R}_{In}^{-1} \mathbf{h}_U}{\mathbf{h}_U^H \mathbf{R}_{In}^{-1} \mathbf{h}_U + P_U^{-1}} \\ &= \left( \frac{P_U^{-1}}{\mathbf{h}_U^H \mathbf{R}_{In}^{-1} \mathbf{h}_U + P_U^{-1}} \right) \mathbf{R}_{In}^{-1} \mathbf{h}_U \\ &\propto \mathbf{R}_{In}^{-1} \mathbf{h}_U \propto \mathbf{w}_{opt} \end{aligned} \quad (2.19)$$

Cette solution est aussi proportionnelle au filtre de Wiener qui est obtenue en minimisant l'erreur quadratique moyenne entre  $x_U$  et  $\hat{x}_U$  :

$$\text{minimiser } \mathbb{E}[|\mathbf{w}^H \mathbf{y} - x_U|^2]$$

Sa solution s'écrit comme suit [117] :

$$\mathbf{w}_{MMSE} = P_U \mathbf{R}_y^{-1} \mathbf{h}_U \propto \mathbf{w}_{opt} \quad (2.20)$$

Étant équivalentes d'un point de vue du RSIB atteint, les solutions de Capon (*MVDR*) et de Wiener (*MMSE*) ou toute solution proportionnelle à  $\mathbf{w}_{opt}$  sera désignée (par abus de langage) dans ce manuscrit par «solution de Capon» ou «FdV de Capon» ou encore «solution optimale au sens du RSIB».

Le RSIB atteint par  $\mathbf{w}_{opt}$  correspond à la valeur propre qui lui est associée :

$$\text{RSIB}_{opt} = \frac{\mathbf{w}_{opt}^H \mathbf{R}_U \mathbf{w}_{opt}}{\mathbf{w}_{opt}^H (\mathbf{R}_I + \mathbf{R}_n) \mathbf{w}_{opt}} = \mathbf{h}_U^H (\mathbf{R}_I + \mathbf{R}_n)^{-1} \mathbf{h}_U = \nu_{\max}.$$

Cette dernière valeur est bornée supérieurement par le RSB atteint par un filtre adapté. Si on note RSB le rapport signal-à-bruit sur une seule antenne, le filtre adapté donne un gain de  $n_r$  à sa sortie [113] de

$$\nu_{\max} \leq \text{RSB} \cdot n_r \quad (2.21)$$

$$\text{avec RSB} = \frac{(h_U^{PL})^2 P_U}{\sigma_n^2}, \quad (2.22)$$

Ceci peut se comprendre intuitivement par le fait que si on annule parfaitement l'interférence, le RSIB atteindra au maximum la valeur du RSB du filtre adapté. On peut le montrer en écrivant l'inégalité suivante :

$$\frac{\mathbf{w}_{\text{opt}}^H \mathbf{R}_U \mathbf{w}_{\text{opt}}}{\mathbf{w}_{\text{opt}}^H (\mathbf{R}_I + \mathbf{R}_n) \mathbf{w}_{\text{opt}}} \leq \frac{\mathbf{w}_{\text{opt}}^H \mathbf{R}_U \mathbf{w}_{\text{opt}}}{\mathbf{w}_{\text{opt}}^H \mathbf{R}_n \mathbf{w}_{\text{opt}}},$$

Cette inégalité se vérifie car les matrices d'autocorrélation sont semi-définies positives. Le membre droit de cette dernière inégalité est le RSB en sortie d'un FdV, il atteint son maximum en choisissant le filtre adapté :

$$\frac{\mathbf{w}_{\text{opt}}^H \mathbf{R}_U \mathbf{w}_{\text{opt}}}{\mathbf{w}_{\text{opt}}^H \mathbf{R}_n \mathbf{w}_{\text{opt}}} \leq \frac{\mathbf{h}_U^H \mathbf{R}_U \mathbf{h}_U}{\mathbf{h}_U^H \mathbf{R}_n \mathbf{h}_U} = \frac{P_U (h_U^{PL})^2 \cdot n_r}{\sigma_n^2},$$

L'égalité avec le RSB du filtre adapté est atteinte dans des cas singuliers, comme une puissance nulle d'interfèreurs ou une réjection parfaite de l'interférence par le filtre adapté<sup>2</sup>, c'est-à-dire quand on choisit :

$$\mathbf{w} = \mathbf{h}_U, \quad (2.23)$$

et qu'on a :

$$\mathbf{h}_U^H \mathbf{h}_I = 0.$$

Ce dernier cas singulier nous laisse penser que si :

$$\mathbf{h}_U^H \mathbf{h}_I \neq 0,$$

alors on a potentiellement  $\text{RSIB}_{\text{opt}} < \text{RSB} \cdot n_r$ . Ceci nous a amené à introduire en section 2.3.2 un angle algébrique afin de quantifier l'orthogonalité entre le vecteur de canal de l'utilisateur et le vecteur de canal de l'interférence ainsi que de la lier au  $\text{RSIB}_{\text{opt}}$ .

**Lien avec la capacité :** Il est intéressant de noter que si les signaux émis sont gaussiens, l'utilisation de  $\mathbf{w}_{\text{opt}}$  permet d'atteindre la capacité :

$$\begin{aligned} \log_2(1 + \text{RSIB}_{\text{opt}}) &= \log_2 \left( \det(1 + \mathbf{h}_U^H (\mathbf{R}_I + \mathbf{R}_n)^{-1} \mathbf{h}_U) \right), \\ &= \log_2 \left( \det(\mathbf{I}_{n_r} + (\mathbf{R}_I + \mathbf{R}_n)^{-1} \mathbf{h}_U \mathbf{h}_U^H) \right) = C. \end{aligned}$$

La première égalité est obtenue par le fait qu'un scalaire est égal à son déterminant. L'avant-dernière égalité est obtenue en utilisant le théorème du déterminant de Sylvester. On notera que ce résultat n'est pas restreint au FdV de Capon car, plus généralement, toute application inversible conserve l'information mutuelle [35].

2. Dans un canal mono-trajet ce cas correspondrait à la coïncidence de l'angle d'arrivée de l'interférence et un des nuls du diagramme de rayonnement du filtre adapté.

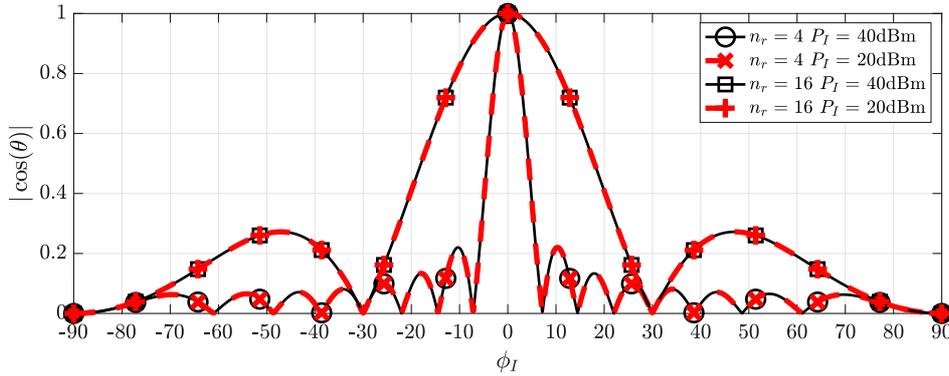


FIGURE 2.1 – Variation de  $|\cos(\theta)|$  en fonction  $\phi_I$ , pour  $\phi_U = 0$  et une réseau *ULA*.

### 2.3.2 Angle algébrique en mono-utilisateur mono-interfère

Afin de caractériser l'orthogonalité d'une réalisation de canal et les pertes en RSIB par rapport à la borne supérieure  $n_r$ .RSB on introduit le paramètre suivant :

$$|\cos(\theta)| = \frac{|\mathbf{h}_I^H \mathbf{h}_U|}{\|\mathbf{h}_I\| \cdot \|\mathbf{h}_U\|}. \quad (2.24)$$

On remarquera que ce paramètre est un cosinus d'un angle algébrique  $\theta$  entre deux vecteurs complexes, généralisation du concept d'angle algébrique entre deux vecteur réels. Il important de noter que cet angle est différent des angles d'arrivée physiques, et  $\cos(\theta)$  correspond au coefficient de corrélation entre les deux vecteurs. Dans le cas d'un canal mono-trajet *ULA* on peut le lier aux angles d'arrivée physiques du signal interféreur  $\phi_i$  et du signal utile  $\phi_u$  par la relation [113] :

$$|\cos(\theta)| = \left| \frac{1}{n_r} \cdot \frac{\sin(n_r \pi d (\sin(\phi_I) - \sin(\phi_U)))}{\sin(\pi d (\sin(\phi_I) - \sin(\phi_U)))} \right|. \quad (2.25)$$

Sur la figure 2.1 on peut voir la variation de ce paramètre en fonction de l'angle d'arrivée de l'interfère, pour un utilisateur positionné à  $\phi_U = 0$  et émettant une puissance de 0 dBm. La courbe ressemble au diagramme de rayonnement d'un vecteur de pointage. Le paramètre atteint ses plus grandes valeurs (son maximum étant 1) autour de la région du lobe principal ; cette région devient naturellement plus étroite avec l'augmentation du nombre d'antennes. Le paramètre étant normalisé par les modules des vecteurs de canaux il ne dépend donc pas de la puissance des signaux reçus. Il indique donc une valeur qui ne dépend que des directions des vecteurs.

### 2.3.3 Analyse du RSIB en fonction de $\cos(\theta)$ en mono-utilisateur mono-interfère

Comme sur la figure 2.1 où on a fait varier  $\phi_I$ , on peut tracer la variation du RSIB en fonction de  $\phi_I$ , à l'aide de l'équation (2.14). La figure 2.2 illustre cela pour le filtre adapté,

défini par l'éq (2.23) et le FdV de Capon, défini par l'équation (2.15), ce pour la configuration suivante :

- $n_r = 16$ ,
- $U_n \text{ RSB} = 20\text{dB}$ ,
- Des pertes de propagation fixés à l'unité,
- Une puissance du signal de l'utilisateur à  $P_U = 0 \text{ dBm}$ ,
- Une puissance du signal interféreur  $P_I \in \{20 \text{ dBm}, 40 \text{ dBm}\}$ .

On définit la RSIB d'entrée comme le RSIB au niveau du pied d'une antenne :

$$\text{RSIB}_{\text{en}} = \frac{(h_U^{PL})^2 P_U}{(h_I^{PL})^2 P_I + \sigma_n^2}$$

Sur la figure 2.2, on remarque que le RSIB chute autour de la zone du lobe principal. La valeur minimale atteinte est le RSIB d'entrée, cette dernière est vers la valeur du RSI à fort RSB<sup>3</sup> :

$$\text{RSIB}_{\text{en}} \simeq \frac{1}{P_I}. \quad (2.26)$$

Le filtre adapté a une perte par rapport au Capon car il ne rejette pas l'interférence. Sur la figure 2.2 on vérifie aussi que le filtre adapté atteint ponctuellement la borne supérieure du RSIB quand :

$$\cos(\theta) = 0,$$

à savoir quand :

$$\mathbf{h}_U \perp \mathbf{h}_I.$$

Nous proposons de combiner les figures 2.1 et 2.2 précédentes afin d'obtenir la dépendance entre RSIB et  $\cos(\theta)$ , tracée sur la figure 2.3. Un résultat remarquable est la dépendance bijective entre le RSIB et  $\cos(\theta)$ . Une de nos premières contributions a consisté, à partir de ces observations (et en faisant varier les différents paramètres), à modéliser analytiquement cette dépendance selon 3 régions pour le FdV de Capon.

Tout d'abord, on peut remarquer qu'autour de  $\cos(\theta) \simeq 1$ , le RSIB chute, jusqu'à une valeur plancher minimale, qui dépend du niveau d'interfèreux (soit un RSIB plancher de -20 dB pour  $P_I = 20 \text{ dBm}$ , contre -40 dB pour  $P_I = 40 \text{ dBm}$ , la figure 2.4 donne une meilleur représentation). Cette valeur plancher est atteinte pour le pire cas d'interférence, où les vecteurs de canal de l'interfèreux et de l'utile sont quasi colinéaires. Elle coïncide ainsi directement avec le RSIB d'entrée.

Au contraire, dans le cas favorable d'interférence minimale (zone où  $\cos(\theta) \approx 0$ ), on observe qu'il y a une valeur plafond maximale du RSIB, qui cette fois ne dépend pas du niveau d'interfèreux (le RSIB plafond vaut 32 dB à la fois pour les deux cas  $P_I = 20 \text{ dBm}$  et  $P_I = 40 \text{ dBm}$ ). Cela correspond à  $n_r \cdot \text{RSB} = 32 \text{ dB}$ , c'est-à-dire la borne supérieure du RSIB, cf. l'inégalité (2.21).

3. Ceci se vérifie facilement en écrivant :  $\text{RSIB}^{-1} = \text{RSB}^{-1} + \text{RSI}^{-1}$

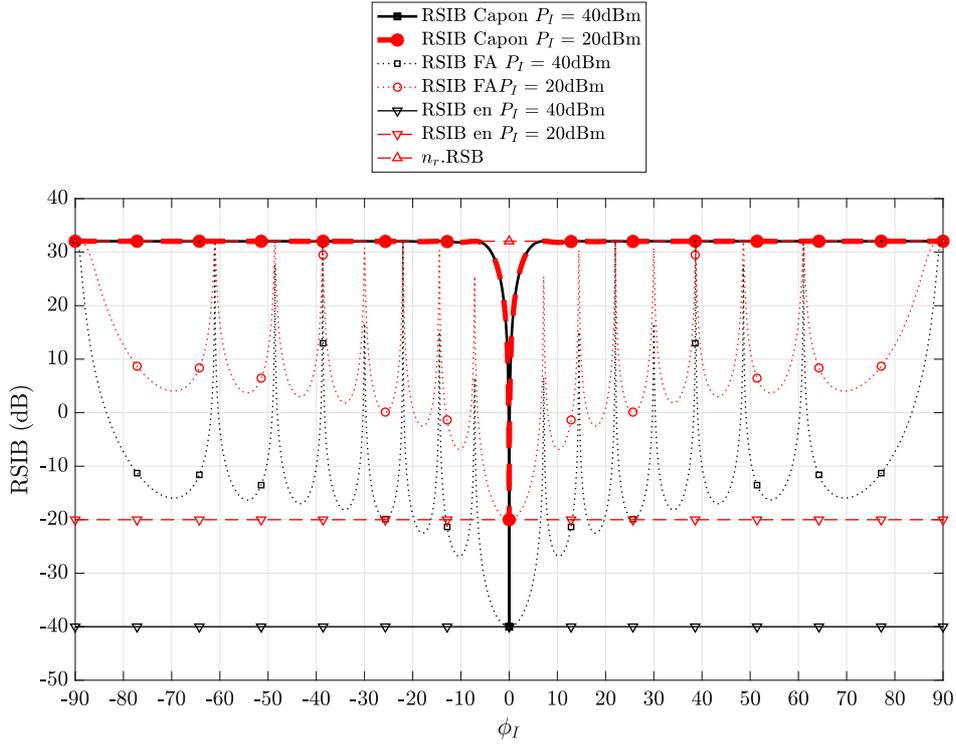


FIGURE 2.2 – RSIB mono-utilisateur mono-interfère en fonction de  $\phi_I$ , pour  $\phi_U = 0$  et un réseau *ULA* de  $n_r = 16$  antennes.

Un autre constat intéressant peut être fait en traçant la même figure en fonction de  $1 - |\cos(\theta)|$  en échelle logarithmique sur la figure 2.4. Pour le FdV de Capon, cette figure montre qu'en dehors des deux régions extrémales déjà expliquées, il existe une région dans laquelle la variation du RSIB en dB est asymptotiquement linéaire en  $\log_{10}(1 - |\cos(\theta)|)$ , avec une pente de 10 dB par décade.

Cela signifie qu'en échelle linéaire, le RSIB est proportionnel à  $|1 - \cos(\theta)|$ . En conclusion, on peut partitionner les résultats selon 3 régions, que l'on dénommera : meilleur cas (*Best Case, BC*), cas standard (*Standard Case, SC*) et pire cas (*Worst Case, WC*). Et sur l'ensemble de ces régions, nous proposons d'approximer asymptotiquement le RSIB atteint par le Capon par :

$$\text{RSIB}_{\text{asympt}} = \begin{cases} n_r \cdot \text{RSB} & \text{si } |\cos(\theta)| \in [0, \frac{1}{2}] \quad (\text{BC}) \\ 2n_r \cdot \text{RSB}(1 - |\cos(\theta)|) & \text{si } |\cos(\theta)| \in [\frac{1}{2}, 1 - \epsilon] \quad (\text{SC}) \\ \text{RSIB}_{\text{en}} & \text{si } |\cos(\theta)| \in [1 - \epsilon, 1] \quad (\text{WC}). \end{cases} \quad (2.27)$$

La valeur  $|\cos(\theta)| = 0,5$  qui délimite les zones favorables (*BC*) et standard (*SC*) correspond à l'abscisse du point d'intersection entre les droites d'équations :

$$\begin{aligned} \text{RSIB} &= n_r \cdot \text{RSB}, \\ \text{RSIB} &= 2n_r \cdot \text{RSB}(1 - |\cos(\theta)|). \end{aligned}$$

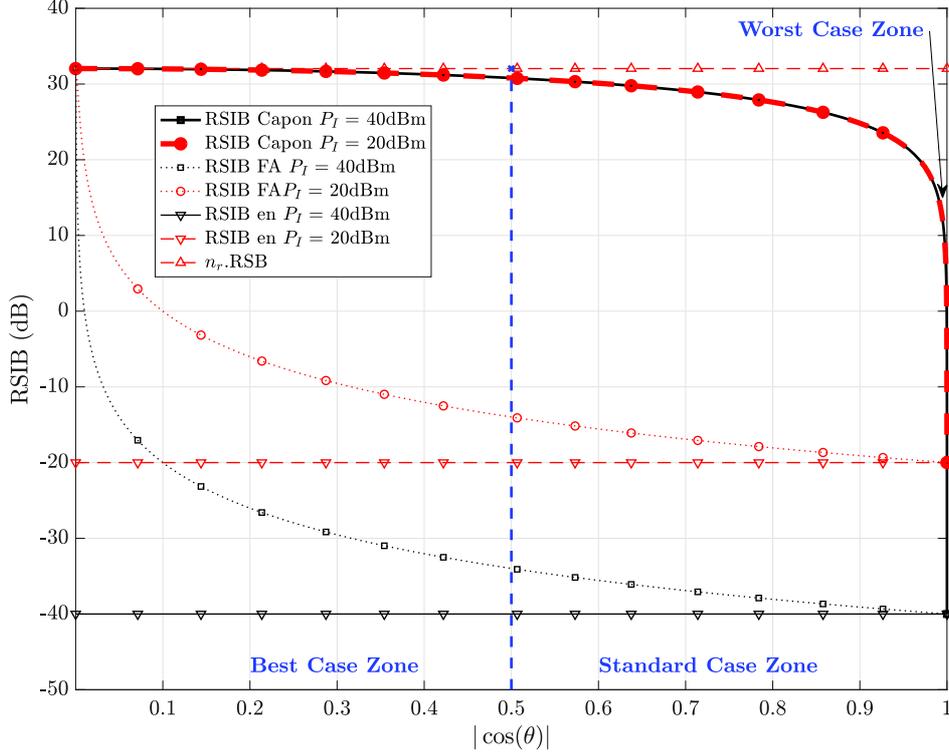


FIGURE 2.3 – RSIB mono-utilisateur mono-interfère en fonction de  $|\cos(\theta)|$  en échelle linéaire.

Cette abscisse de transition ne dépend ainsi pas du nombre d'antennes ni du niveau d'interfère. De même l'abscisse du point d'intersection entre la courbe  $SC$  et  $WC$ , permet de déterminer la valeur de  $\epsilon$  à :

$$\epsilon = \frac{1}{2n_r} \cdot \frac{\text{RSIB}_{\text{en}}}{\text{RSB}} = \frac{1}{2n_r} \cdot \frac{1}{\frac{(h_I^{PL})^2 P_I}{\sigma_n^2} + 1}$$

L'abscisse de transition entre les zones  $SC$  et  $WC$  dépend donc du nombre d'antennes, de la puissance d'interfère et du niveau de bruit. Par exemple pour  $P_I = 20$  dB :  $\epsilon = 3.10^{-6}$ , et pour  $P_I = 40$  dBm :  $\epsilon$  diminue à  $3.10^{-8}$ . Ainsi, la zone pire cas ( $WC$ ) est très marginale (la valeur de  $\epsilon$  est très faible), contrairement aux deux autres zones qui partitionnent l'espace restant. Ces derniers résultats seront d'utilité pour le cas multi-utilisateur qui est abordé dans les sections suivantes. Comme vu sur la figure 2.4, l'équation asymptotique l'équation (2.27) avec les valeurs de  $\epsilon$  qui viennent d'être explicitées donnent une description très fidèle des asymptotes du RSIB de Capon, pour chacune des 3 zones d'intérêt.

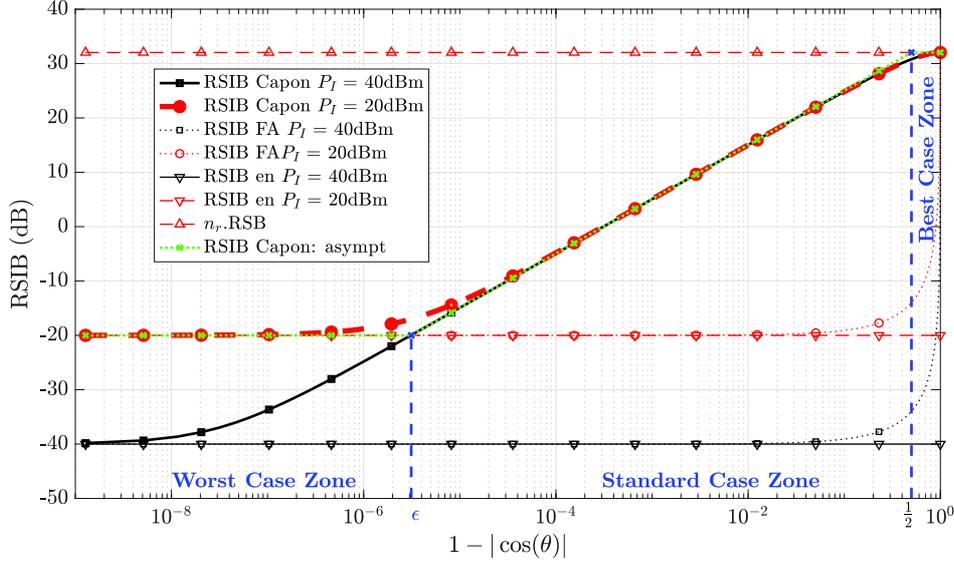


FIGURE 2.4 – RSIB mono-utilisateur mono-interfère en fonction de  $1 - |\cos(\theta)|$  en échelle logarithmique. Les asymptotes de l'équation (2.27) sont montrés uniquement pour  $P_I = 20$  dBm.

L'équation (2.27) donne une approximation en utilisant des segments de droite (en échelles logarithmiques), c'est-à-dire une approximation asymptotique. On peut obtenir une approximation plus lisse aux points de transition d'abscisse  $\epsilon$  et  $1/2$  en utilisant des fonctions de lissage de type fonctions seuils entre 2 états bas et haut. Afin d'avoir plus de degrés de libertés que les fonctions seuils classiques (du type sigmoïde, tangente hyperbolique, etc), nous avons proposé une approximation basée sur la fonction de répartition de la distribution gaussienne généralisée<sup>4</sup> [92, 83], qui peut être exprimée comme suit :

$$\text{RSIB}_{\text{approx}}^{\text{dB}} = \left( \frac{1}{2} + \text{sgn}(\xi - \mu) \frac{\gamma \left[ 1/\beta, \left( \frac{|\xi - \mu|}{\alpha} \right)^\beta \right]}{2\Gamma(1/\beta)} \right), \quad (2.28)$$

$$\left( \left( 10 \log_{10}(n_r) + \text{RSB}^{\text{dB}} \right) - \text{RSIB}_{\text{en}}^{\text{dB}} \right) + \text{RSIB}_{\text{en}}^{\text{dB}}$$

Où l'abscisse  $\xi$  et la moyenne  $\mu$  de la distribution gaussienne généralisée sont liés à l'angle algébrique et  $\epsilon$  comme suit :

$$\xi = \log_{10}(1 - |\cos(\theta)|),$$

$$\mu = \frac{\log_{10}(\frac{1}{2}) + \log_{10}(\epsilon)}{2},$$

Les fonctions  $\Gamma$  et  $\gamma$  sont respectivement les fonctions gamma et gamma incomplète. Le paramètre  $\beta$  contrôle la pente de la zone standard, il est donc fixé à  $\beta = 10$  dB par décade dans notre cas. L'autre paramètre supplémentaire  $\alpha$  permet de contrôler la courbe autour des

4. Cette distribution se réduit à une distribution gaussienne quand  $\beta = 2$  avec pour écart-type  $\alpha/\sqrt{2}$  et pour moyenne  $\mu$ .

points de transition  $\epsilon$  et  $1/2$ , c'est-à-dire sa proximité aux asymptotes au voisinage des points de cassure. Il peut être réglé expérimentalement entre 2 et 5 afin de coller au mieux à la courbe réelle. Le RSIB donné par l'équation 2.5 est représenté sur les figures 2.5 et 2.6.

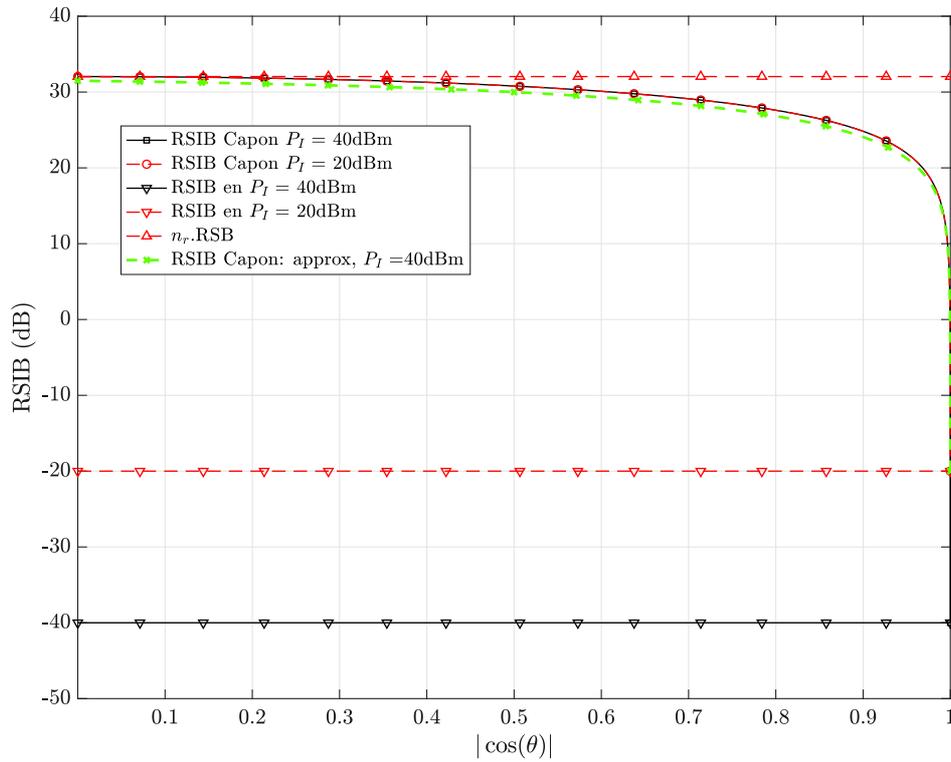


FIGURE 2.5 – RSIB mono-utilisateur mono-interfère en fonction de  $|\cos(\theta)|$  en échelle linéaire avec son approximation selon l'équation (2.28). Avec  $\beta = 10$  et  $\alpha = 2.88$ .

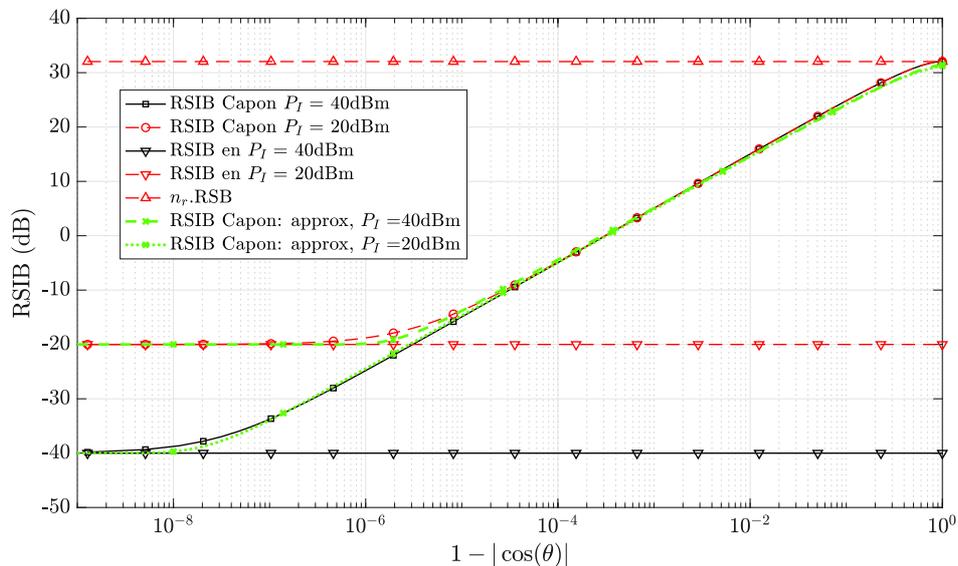


FIGURE 2.6 – RSIB mono-utilisateur mono-interfère en fonction de  $1 - |\cos(\theta)|$  en échelle logarithmique avec son approximation selon l'équation (2.28). Avec  $\beta = 10$  et  $\alpha = 2.88$  pour  $P_I = 40$  dBm et  $\beta = 10$  et  $\alpha = 3.88$  pour  $P_I = 20$  dBm.

### 2.3.4 Angle algébrique en multi-utilisateur multi-interfèreux

L'angle algébrique défini précédemment peut être généralisé dans le cas avec  $n_U$  utilisateurs et  $n_I$  interféreurs. Dans ce cas le modèle est :

$$\begin{aligned} \mathbf{y} &= \mathbf{H}_U \mathbf{x}_U + \mathbf{H}_I \mathbf{x}_I \mathbf{n} \\ \hat{\mathbf{x}} &= \mathbf{W}^H \mathbf{y} \end{aligned}$$

où  $\mathbf{H}_U$ ,  $\mathbf{H}_I$ ,  $\mathbf{x}_U$ ,  $\mathbf{x}_I$  et  $\mathbf{n}$  sont respectivement de taille  $n_r \times n_U$ ,  $n_r \times n_I$ ,  $n_U \times 1$ ,  $n_I \times 1$  et  $n_r \times 1$ . Pour un utilisateur d'intérêt  $u$ , on peut définir un angle entre son vecteur de canal  $\mathbf{h}_U$  et l'hyper-plan généré par les  $n_U - 1$  autres utilisateurs et les  $n_I$  interféreurs. La matrice de formation de voies  $\mathbf{W}$  est de taille  $n_r \times n_U$ . La figure 2.7 montre une représentation de cet angle avec des vecteurs réels. Dans le cas général de vecteurs complexes, son calcul se fait en résolvant le problème suivant :

$$|\cos(\theta)| = \max_{\mathbf{h}_j} \frac{|\mathbf{h}_j^H \mathbf{h}_U|}{\|\mathbf{h}_j\| \cdot \|\mathbf{h}_U\|}, \quad \mathbf{h}_j \in \text{Vect}([\mathbf{H}_{\bar{U}} | \mathbf{H}_I]), \quad (2.29)$$

où  $\text{Vect}(\cdot)$  désigne le sous-espace vectoriel généré par la matrice en argument,  $[|\cdot|]$  désigne l'opérateur de concaténation de deux matrices et  $\mathbf{H}_{\bar{U}}$  la matrice de canal générée par les  $n_U - 1$  autres utilisateurs que l'utilisateur d'intérêt (c'est-à-dire sans l'utilisateur d'intérêt). Son calcul nécessite la résolution du problème d'optimisation (2.29). La maximisation présente dans cette définition, implique que le résultat est le «pire» angle algébrique. C'est-à-dire, c'est la valeur de l'angle entre  $\mathbf{h}_U$  et le vecteur dans le sous-espace  $\text{Vect}([\mathbf{H}_{\bar{U}} | \mathbf{H}_I])$  donnant la plus grande valeur de  $|\cos(\theta)|$ . Ceci peut être fait par exemple à l'aide des solutions numériques de [119, 21] qui sont implémentées dans la fonction `subspace` de Matlab.

De la même manière qu'en mono-utilisateur, on peut définir le RSIB en multi-utilisateur

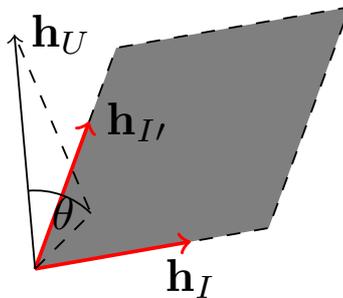


FIGURE 2.7 – Illustration de l'angle algébrique pour  $n_r = 3$ ,  $n_I = 2$ ,  $n_U = 1$ .

comme suit :

$$\text{RSIB}_U = \frac{P_U \mathbf{w}_U^H \mathbf{h}_U \mathbf{h}_U^H \mathbf{w}_U}{\mathbf{w}_U^H \mathbf{H}_U \Sigma_U \mathbf{H}_U^H \mathbf{w}_U + \mathbf{w}_U^H \mathbf{H}_I \Sigma_I \mathbf{H}_I^H \mathbf{w}_U + \sigma_n^2 \mathbf{w}_U^H \mathbf{w}_U}$$

$$\Sigma_I = \text{diag}(P_{I1} \dots P_{In_I})$$

$$\Sigma_U = \text{diag}(P_{U1} \dots P_{Uu-1} \dots P_{Uu+1} \dots P_{Un_U})$$

Le FdV de Capon, qui atteint le RSIB optimal pour chaque utilisateur, peut s'écrire comme suit :

$$\mathbf{W}_{\text{opt}} = \mathbf{R}_y^{-1} \mathbf{H}_U \quad (2.30)$$

$$\mathbf{R}_y = \mathbf{H}_U \Sigma_U \mathbf{H}_U^H + \mathbf{H}_I \Sigma_I \mathbf{H}_I^H + \mathbf{R}_n \quad (2.31)$$

$$\Sigma_U = \text{diag}(P_{U1} \dots P_{Uu-1} \dots P_{Uu+1} \dots P_{Un_U}) \quad (2.32)$$

### 2.3.5 Analyse du RSIB en fonction de $\cos(\theta)$ en multi-utilisateur multi-interfèreux

Afin d'illustrer les paramètres présentés précédemment dans le cas multi-utilisateur, on effectue des simulations avec la configuration suivante :

- Les angles d'arrivée tirés suivant une loi uniforme sur  $[-90^\circ, 90^\circ]$ ,
- $n_U = 4$ ,
- $n_I = 1$ ,
- $n_r = 16 \in \{16, 32, 64\}$ ,
- La puissance reçue des utilisateurs est fixée à 0 dBm,
- La puissance reçue de l'interfèreux à 20 dBm.

Les fonctions de densité de probabilité et de répartition de  $\cos(\theta)$  sont représentées sur la figure 2.8 pour différentes valeurs de  $n_r$ . La distribution uniforme des angles d'arrivée conditionnelle  $|\cos(\theta)|$  a été distribuée autour des valeurs 0 et 1, de manière bimodale, essentiellement autour de valeurs faibles de la zone *BC* (plage  $[0.05, 0.35]$  pour  $n_r = 16$  antennes, par exemple) ou très proche de 1 (zone *WC*). En fait, les fonctions de répartition montrent qu'une minorité de réalisations se trouvent dans la région de pire cas (*WC*), comparées aux réalisations de la zone favorable (*BC*). Ce constat est accentué en augmentant le nombre d'antennes, car la résolution du réseau s'améliore.

La figure 2.9 montre l'histogramme bi-varié des fréquences. On y voit que les deux variables RSIB et  $|\cos(\theta)|$  sont fortement corrélées, et similairement au cas mono-utilisateur le RSIB diminue avec  $|\cos(\theta)|$ . La figure 2.10 montre le nuage de points  $(\cos(\theta), \text{RSIB})$  de 1000 tirages. On y remarque clairement l'existence d'une borne inférieure que l'on peut approcher asymptotiquement dans chacune des trois régions de pire cas, cas standard et de meilleur cas, de manière analogue au cas mono-utilisateur. Cette borne inférieure correspond exactement à la courbe du RSIB du FdV de Capon en mono-utilisateur mono-interfèreux, tracé sur la figure 2.4. De la même manière, elle peut donc être approchée asymptotiquement par le modèle précédent de l'équation (2.27). Sur la figure 2.11, on augmente le niveau de l'interfèreux à 40 dBm, ceci fait baisser le RSIB d'entrée (l'asymptote basse), et étend la zone linéaire. La borne supérieure reste quant à elle inchangée.

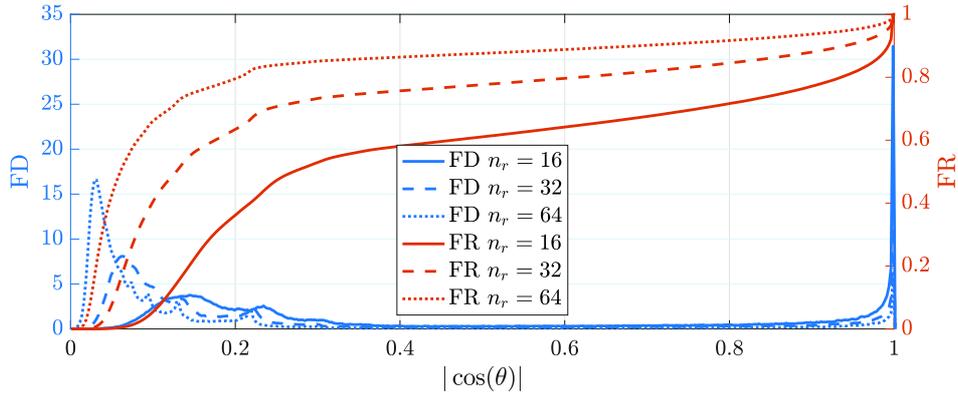


FIGURE 2.8 – Fonctions de densité de probabilités (FD) et répartition (FR) de  $|\cos(\theta)|$  pour différents nombres d'antennes, avec une distribution uniforme des angles d'arrivées.

Toutes ces observations corroborent le résultat sur le lien entre le RSIB et  $\cos(\theta)$ , à savoir que le RSIB varie dans une zone entièrement décrite par le cas mono-utilisateur mono-interférieur. La borne inférieure de cette zone peut être approximée par l'équation (2.27) et la borne supérieure par l'asymptote du meilleur cas ( $BC$ ). Ce paramètre permet donc de donner une indication sur l'orthogonalité d'une réalisation de canal et ce quelque soit le modèle utilisé. Ce macro-paramètre agrège l'influence de plusieurs micro-paramètres d'un modèle de canal (angles d'arrivée, *fading*, déphasages) et peut donc permettre de comparer des algorithmes de formation de voies dans un cadre plus général. Comme il sera présenté dans le chapitre 4, ce paramètre nous a permis de comparer un algorithme *phase-only* de l'état de l'art, un algorithme *phase-only* que nous avons proposé et le FdV de Capon qui a servi de référence.

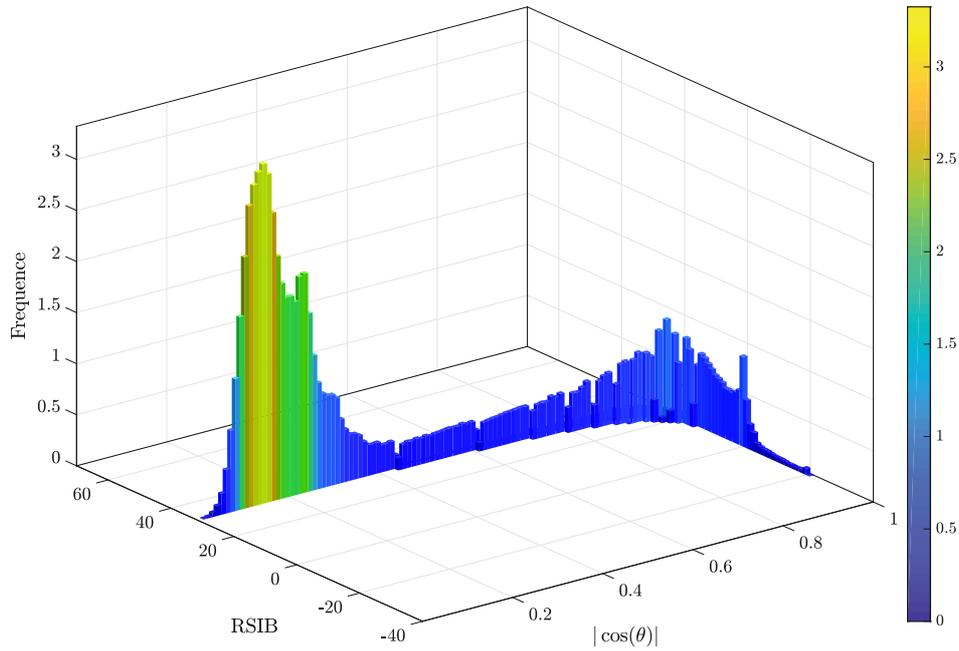


FIGURE 2.9 – Histogramme des fréquences du RSIB et de  $|\cos(\theta)|$  avec  $P_I = 20$  dBm.

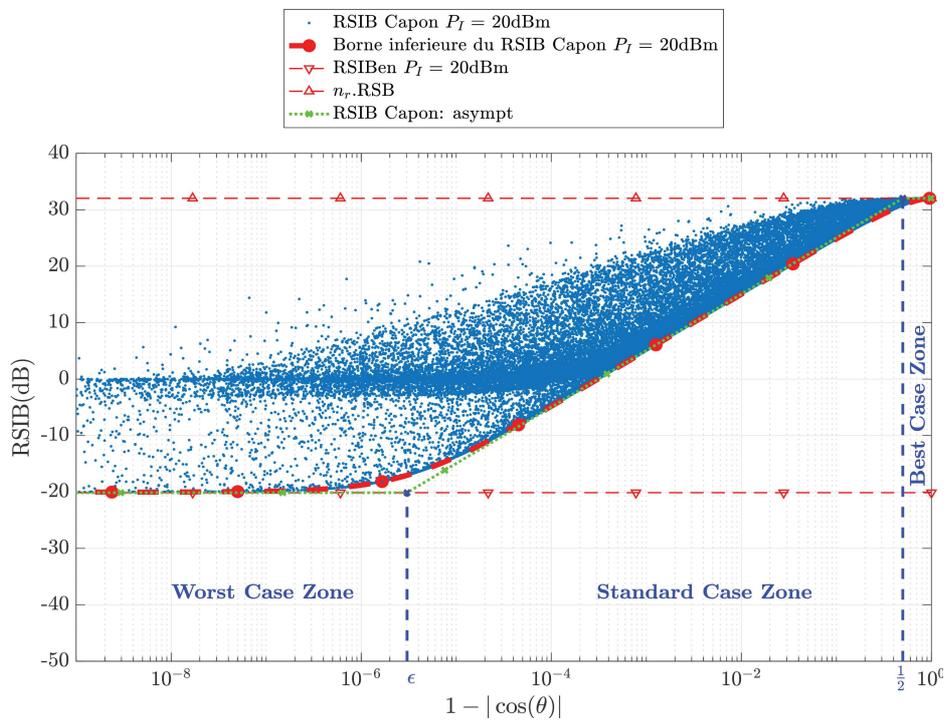


FIGURE 2.10 – Nuage de points du RSIB-1 –  $|\cos(\theta)|$  et les asymptotes de l'équation (2.27) avec  $P_I = 20$  dBm.

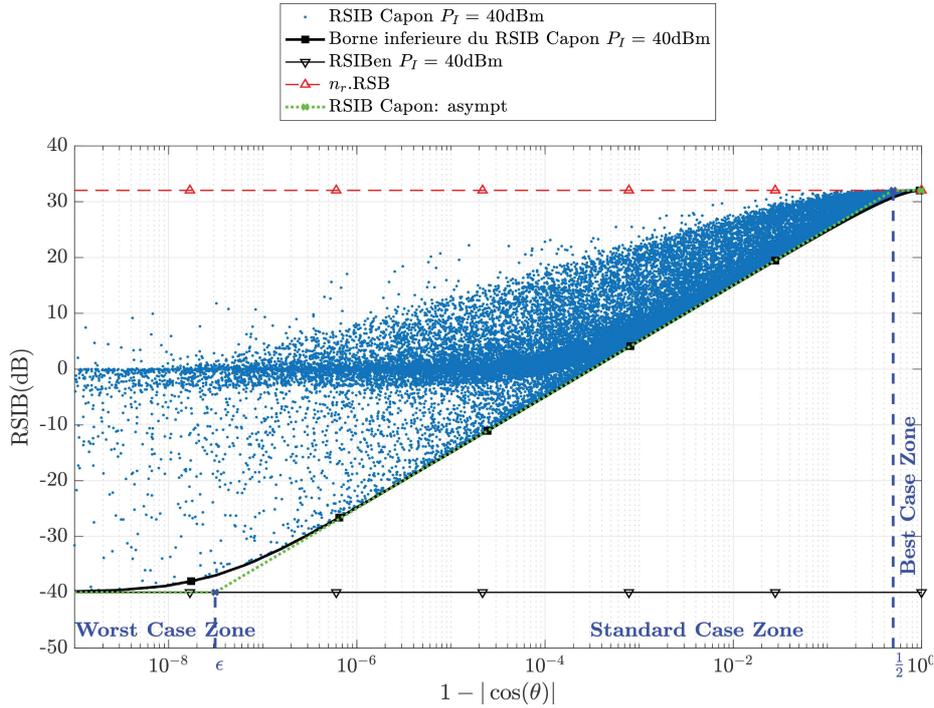


FIGURE 2.11 – Nuage de points du RSIB-1 –  $|\cos(\theta)|$  et les asymptotes de l'équation (2.27) avec  $P_I = 40$  dBm.

## 2.4 Capacité

### 2.4.1 Capacité d'un système mono-antenne

La notion de capacité donne une limite fondamentale des systèmes de communication. Elle est définie comme le débit maximum atteignable à travers un canal de paramètres donnés (puissances, modèle de bruit, bande passante, nombre d'antennes, d'utilisateurs, etc), avec un taux d'erreur arbitrairement bas. Autrement dit, quelque soit le taux d'erreur fixé, il est possible de trouver un schéma de codage et de décodage qui atteint au plus ce taux d'erreur si le code est suffisamment long et que le débit est inférieur à la capacité. Au delà de la capacité, il n'existe aucun système permettant de transmettre avec un taux d'erreur arbitrairement bas. Dans une liaison point-à-point la capacité est une valeur scalaire. Dans un canal à bruit additif gaussien, le débit normalisé par la bande  $R$ , désigne une efficacité spectrale en bit/s/Hz. Il admet une borne supérieure comme exprimée ci-dessous [35] :

$$R \leq C = \log_2\left(1 + \frac{P_U}{\sigma_n^2}\right),$$

Où  $P_u$  est la puissance du signal utile. Celui-ci est supposé aléatoire, stationnaire, et centré. La puissance du bruit mesurée sur la bande passante du récepteur est désignée par  $\sigma_n^2$ .

Dans une liaison où plusieurs utilisateurs transmettent vers un récepteur, la notion de capacité point-à-point se généralise en région de capacité  $\mathcal{C}$ . Cette région délimite les valeurs

de débit atteignables simultanément par tous les utilisateurs. À partir de cette notion, on peut dériver des capacités scalaires, comme la capacité symétrique ou la somme-capacité. Dans cette section on s'intéressera à la capacité en lien montant. En théorie de l'information le lien montant est nommé canal à accès multiple (*multiple access channel*), où plusieurs utilisateurs transmettent simultanément vers la même station de base. Alors que le lien descendant est nommé canal de diffusion (*broadcast channel*). Dans un cas avec deux utilisateurs la région de capacité  $\mathcal{C}$  est définie par :

$$R_1 \leq \log_2 \left( 1 + \frac{P_{u_1}}{\sigma_n^2} \right) \quad (2.33)$$

$$R_2 \leq \log_2 \left( 1 + \frac{P_{u_2}}{\sigma_n^2} \right) \quad (2.34)$$

$$R_1 + R_2 \leq \log_2 \left( 1 + \frac{P_{u_1} + P_{u_2}}{\sigma_n^2} \right) \quad (2.35)$$

Cette région de capacité est obtenue sous hypothèse d'un décodage conjoint. Un exemple de décodage conjoint est le décodage successif (*successive decoding*) ou annulations successives d'interférences (*successive interference cancellation, SIC*). Il consiste à décoder un premier utilisateur en considérant l'autre comme de l'interférence, et ensuite en soustrayant le signal du premier avant de décoder le deuxième. Les inégalités (2.33), (2.34) et (2.35) décrivent un pentagone illustré dans la figure 2.12. Avec un nombre d'utilisateurs  $n_U$  quelconque, la région devient un polyèdre de même dimension ; et pour un décodeur *SIC*, l'ordre de décodage des utilisateurs détermine le coin du polyèdre qui est atteint.

Un décodage indépendant (ou disjoint) consiste à considérer, pour chaque utilisateur, le signal de l'autre comme de l'interférence. Dans ce cas la région de capacité  $\mathcal{C}$  est un rectangle décrit par les équation (2.36) et (2.37) [112] :

$$R_1 \leq \log_2 \left( 1 + \frac{P_{u_1}}{P_{u_2} + \sigma_n^2} \right) \quad (2.36)$$

$$R_2 \leq \log_2 \left( 1 + \frac{P_{u_2}}{P_{u_1} + \sigma_n^2} \right) \quad (2.37)$$

À partir de la région de capacité, on peut dériver la notion scalaire de somme-capacité [113] :

$$C_{\text{somme}} = \max_{(R_1, R_2) \in \mathcal{C}} (R_1 + R_2)$$

Avec deux utilisateurs, le couple des valeurs  $(R_1, R_2)$  atteignant la somme-capacité se trouvent sur la frontière de la région de capacité (connue sous le nom de frontière de Pareto) [78]. Dans le cas spécifique d'un décodage successif sur un canal à bruit additif gaussien cette somme-capacité est :

$$C_{\text{somme}} = \log_2 \left( 1 + \frac{P_{u_1} + P_{u_2}}{\sigma_n^2} \right)$$

Bien que l'ordre de décodage influence les débits individuels des utilisateurs, il n'influence pas la valeur de la somme-capacité [78]. Les notions de frontière de région de capacité et de somme-capacité se généralisent aisément pour un nombre d'utilisateur  $n_U$  quelconque.

### 2.4.2 Capacité en multi-utilisateur avec un récepteur multi-antenne

L'équation (1.31) décrit un canal à accès multiple, où chaque utilisateur est équipé d'une seule antenne à l'émission, et le récepteur de  $n_r$  antennes. Si on utilise un décodage conjoint des utilisateurs, la région des débits  $(R_1, \dots, R_{n_U})$  atteignables est décrite par les inégalités suivantes [112, 59, 78] :

$$\begin{aligned} R_u &\leq \log_2(\det(\mathbf{I}_{n_r} + \frac{P_u}{\sigma_n^2} \mathbf{h}_u \mathbf{h}_u^H)), \\ R_{u_1} + R_{u_2} &\leq \log_2(\det(\mathbf{I}_{n_r} + \frac{P_{u_1}}{\sigma_n^2} \mathbf{h}_{u_1} \mathbf{h}_{u_1}^H + \frac{P_{u_2}}{\sigma_n^2} \mathbf{h}_{u_2} \mathbf{h}_{u_2}^H)), \\ &\vdots \\ \sum_{u=1}^{n_U} R_u &\leq \log_2(\det(\mathbf{I}_{n_r} + \frac{1}{\sigma_n^2} \mathbf{H} \mathbf{R}_x \mathbf{H}^H)) \end{aligned}$$

Où  $P_U$  est la puissance de l'utilisateur  $u$  et  $\mathbf{R}_x = \text{diag}(P_1, \dots, P_{n_U})$  est la matrice d'autocorrélation de  $\mathbf{x}$ . Ce résultat est obtenu sur un canal constant, et sous hypothèse de bruit et de signaux gaussiens. La dernière inégalité donne la somme-capacité pour un décodage successif :

$$\sum_{u=1}^{n_U} R_u \leq C_{\text{somme}} = \log_2(\det(\mathbf{I}_{n_r} + \frac{1}{\sigma_n^2} \mathbf{H} \mathbf{R}_x \mathbf{H}^H)),$$

Il est intéressant de noter que cette somme-capacité s'apparente à la capacité *MIMO* point-à-point, néanmoins avec la différence dans la coopération [78], à savoir que dans un dispositif multi-antenne en Tx, le signal émis sur chaque antenne peut être conçu en tenant compte du signal émis sur les autres. Dans le contexte multi-utilisateur mono-antenne, chaque utilisateur émet un signal indépendamment des autres. Autrement dit, en point-à-point c'est le même terminal qui est équipé de  $n_t = n_U$  antennes, ce qui permet une coopération entre les antennes (où un précodage des symboles avant émission), alors qu'en lien montant avec  $n_U$  terminaux mono-antennes ceci n'est pas possible [78]. De cette analogie avec le lien point-à-point, on peut dériver la formule pour le canal avec bloqueurs de l'équation (1.33) :

$$\boxed{\sum_{u=1}^{n_U} R_u \leq C_{\text{somme}} = \log_2(\det(\mathbf{I}_{n_r} + (\mathbf{H}_B \mathbf{R}_{x_B} \mathbf{H}_B^H + \sigma_n^2 \mathbf{I}_{n_r})^{-1} \mathbf{H} \mathbf{R}_x \mathbf{H}^H))}, \quad (2.38)$$

Où  $\mathbf{R}_{x_B} = \text{diag}(P_{B1}, \dots, P_{Bn_B})$ . Cette dernière formule est obtenue sous hypothèse que les signaux des bloqueurs sont aussi gaussiens. Elle sera utilisée dans le chapitre 4. Puisque parmi les distributions de même covariance, la distribution gaussienne est celle qui maximise l'entropie [35], la formule (2.38) représente la somme-capacité du pire cas d'interférences de mêmes puissances  $P_{B1}, \dots, P_{Bn_B}$ .

Enfin, dans un cadre plus général où l'on a des distributions de signaux quelconques et que l'on utilise un récepteur quelconque, la somme-débit atteinte peut se calculer par :

$$\sum_{u=1}^{n_U} R_u = \sum_{u=1}^{n_U} \log_2(1 + \text{RSIB}_u) \quad (2.39)$$

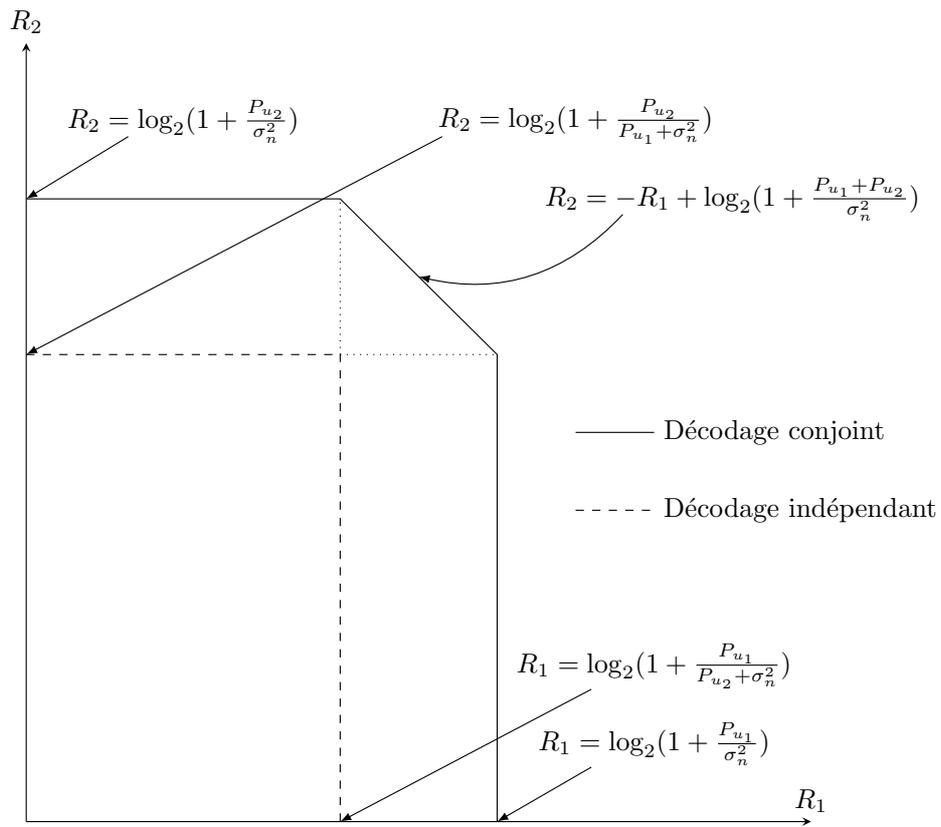


FIGURE 2.12 – Illustration de la région de capacité d'un décodage conjoint et d'un décodage disjoint pour deux utilisateurs de débits  $R_1$  et  $R_2$ .

### 2.4.2.1 Capacité sur un canal aléatoire

Les équations de capacité présentées précédemment sont valides pour un canal déterministe avec une connaissance parfaite du canal à la réception. Sur un canal aléatoire, entendu ici comme synonyme de canal avec *fading* (c'est-à-dire un canal dont le gain fluctue et entraînant une fluctuation du RSB), une connaissance parfaite du canal à l'émission et à la réception nous permet de définir une capacité ergodique en moyennant sur toutes les réalisations [78, 45] :

$$C_{\text{ergodique}} = \mathbb{E}_{\mathbf{H}}[\tilde{C}]. \quad (2.40)$$

Où  $\tilde{C}$  désigne une des capacités définies dans les sections précédentes (point-à-point/multi-utilisateur, mono-antenne/multi-antenne), et  $\mathbb{E}_a[\cdot]$  désigne l'opérateur d'espérance en considérant seulement  $a$  comme variable aléatoire. Dans nos travaux, on a fait les hypothèses de connaissance parfaite du canal à l'émission (*Channel State Information at the Transmitter, CSIT*) et au récepteur (*Channel State Information at the Receiver, CSIR*).

### 2.4.3 Expression de la capacité tenant compte de la quantification

Afin d'obtenir une expression de la capacité tenant compte de la quantification des signaux par les CANs, on va modéliser l'opération de quantification par une fonction  $\mathcal{Q}(\cdot)$ . Des modèles de CAN uniforme et non-uniforme sont brièvement présentés en annexe A. Ces modèles peuvent se généraliser sur des signaux vectoriels complexes.

Pour un récepteur à formation de voies hybride modélisé par l'équation (1.37) et sur un canal avec bloqueurs selon l'équation (1.33), on peut introduire un modèle de CAN comme suit :

$$\mathbf{y} = \mathbf{H}\mathbf{x} + \mathbf{H}_B\mathbf{x}_B + \mathbf{n}, \quad (2.41)$$

$$\mathbf{y}_a = \mathbf{A}^H\mathbf{y}, \quad (2.42)$$

$$\mathbf{y}_q = \mathcal{Q}(\mathbf{y}_a), \quad (2.43)$$

$$\hat{\mathbf{x}} = \mathbf{D}^H\mathbf{y}_q, \quad (2.44)$$

avec  $\mathbf{A}$  et  $\mathbf{D}$  les matrices de formation de voies analogique et numérique respectivement. En supposant des CANs similaires (même nombre de bit, d'ensemble de sortie et de points de décision) sur toutes les chaînes RF, la fonction  $\mathcal{Q}(\cdot)$  agit sur chaque composante d'un vecteur et sur les parties réelles et imaginaires comme un quantificateur scalaire décrit dans les sections précédentes. Selon le théorème de Busgang on peut décomposer cette fonction comme [80] :

$$\mathbf{y}_q = \mathcal{Q}(\mathbf{y}_a) = \mathbf{F}\mathbf{y}_a + \mathbf{n}_q, \quad (2.45)$$

où  $\mathbf{F}$  est une matrice de taille  $n_{RF} \times n_{RF}$ . Grâce aux résultats de Mezghani [80] on peut décrire cette matrice ainsi que les matrices d'autocorrelation suivantes :

$$\mathbf{F} = (1 - \rho)\mathbf{I}_{n_{RF}}, \quad (2.46)$$

$$\mathbf{R}_{\mathbf{y}_q} \approx (1 - \rho)((1 - \rho)\mathbf{R}_{\mathbf{y}_a} + \rho\text{diag}(\mathbf{R}_{\mathbf{y}_a})), \quad (2.47)$$

$$\mathbf{R}_{\mathbf{n}_q} \approx \mathbf{R}_{\mathbf{y}_q} - (1 - \rho)^2\mathbf{R}_{\mathbf{y}_a}. \quad (2.48)$$

Ainsi, le modèle de canal dans ces conditions peut s'écrire :

$$\hat{\mathbf{x}} = \mathbf{D}^H \left( (1 - \rho) (\mathbf{A}^H (\mathbf{H}\mathbf{x} + \mathbf{H}_B \mathbf{x}_B + \mathbf{n})) + \mathbf{n}_q \right). \quad (2.49)$$

Ce modèle s'apparente au modèle de l'équation (1.33), car on peut définir un canal total et une interférence totale comme :

$$\hat{\mathbf{x}} = \mathbf{H}_{tot} \mathbf{x} + \mathbf{n}_{tot}, \quad (2.50)$$

$$\mathbf{H}_{tot} = (1 - \rho) \mathbf{D}^H \mathbf{A}^H \mathbf{H}, \quad (2.51)$$

$$\mathbf{n}_{tot} = \mathbf{D}^H \left( (1 - \rho) (\mathbf{A}^H (\mathbf{H}_B \mathbf{x}_B + \mathbf{n})) + \mathbf{n}_q \right), \quad (2.52)$$

$$\mathbf{R}_{\mathbf{n}_{tot}} \approx (1 - \rho)^2 (\mathbf{A}^H \mathbf{R}_y \mathbf{A}) + \mathbf{D}^H \mathbf{R}_{\mathbf{n}_q} \mathbf{D}, \quad (2.53)$$

à la différence que l'interférence totale n'est pas gaussienne, car la distribution du bruit de quantification n'est (en général) pas gaussienne et dépend du quantificateur. Ceci ne nous permet donc pas d'utiliser la formule (2.38). Un résultat exact de la somme-capacité en présence de quantification nécessite des résultats exacts sur les matrices d'autocorrélation, de la distribution du bruit de quantification ainsi que l'entropie qui lui est associée. Cependant, on peut obtenir une borne inférieure (BI) en supposant le bruit de quantification gaussien (la distribution gaussienne maximisant l'entropie, elle est donc la distribution de l'interférence du pire cas) [86, 80].

$$\boxed{\sum_{u=1}^{n_U} R_U \leq C_{\text{somme}}^{BI} \approx \log_2 \det(\mathbf{I} + \mathbf{R}_{\mathbf{n}_{tot}}^{-1} \mathbf{H}_{tot} \mathbf{H}_{tot}^H)} \quad (2.54)$$

On a présenté ici le formalisme nécessaire à l'établissement d'une borne inférieure sur la somme-capacité dans notre scénario. Dans le chapitre 4, cette borne nous servira de métrique afin de comparer l'implémentation entièrement numérique et hybride, ainsi que de comparer plusieurs formateurs de voies hybrides.

## 2.5 Conclusion

Dans ce chapitre, on a décrit les différents modèles de canaux utilisés dans la thèse, à savoir un modèle stochastique de Rayleigh, un modèle déterministe à base géométrique et un modèle stochastique à base géométrique.

On a présenté le FdV optimal en RSIB qu'est le Capon et on a introduit aussi la métrique d'angle algébrique entre sous-espace signal et sous-espace interférence. On a observé que dans le cas mono-utilisateur mono-interfèreux, ce paramètre peut être lié de façon bijective au RSIB atteint par le Capon. Une de nos contributions, publiée dans la revue *Electronic Letters* [17] a consisté à dériver à partir de ces observations une formule simple d'asymptotes approximant ce RSIB. On a observé que la courbe  $\text{RSIB} = f(\cos(\theta))$  du cas mono-utilisateur mono-interfèreux représente une borne inférieure sur le nuage de points  $(\text{RSIB}, \cos(\theta))$  dans le cas multi-utilisateur multi-interfèreux. Le lien entre ce  $|\cos(\theta)|$  et le RSIB permet d'interpréter

ce paramètre comme un indicateur d'orthogonalité de canal. Ce dernier agrège la contribution de plusieurs micro-paramètres d'un modèle de canal (angles d'arrivée, *fading*, déphasages) et permet donc de comparer des FdV avec moins de dépendance au modèle de canal.

Le FdV de Capon donne une solution dont les poids sont en général dans  $\mathbb{C}$ . Toutefois, si on simplifie la circuiterie RF en utilisant des poids *phase-only*, le calcul de la solution optimale en RSIB devient plus complexe. Une première question qu'ont peut donc se poser est alors : peut-on trouver une solution *phase-only* de complexité modérée avec une approche sous-optimale ? Dans le chapitre 3, on proposera une solution *phase-only* sous-optimale, et ce sur une chaîne avec des CANs à résolution infinie.

On a présenté aussi, à partir d'une étude bibliographique, la somme-capacité de notre scénario, qui est le lien montant avec des utilisateurs mono-antenne et une PC multi-antenne. Cette somme-capacité peut être atteinte sous hypothèse de signaux d'utilisateurs gaussiens et d'utilisation d'un récepteur *SIC* avec un schéma de codage et de décodage approprié. L'hypothèse de signaux de bloqueurs gaussiens permet de donner une formule de somme-capacité du pire cas d'interférences de mêmes puissances. La même démarche a été utilisée ensuite lors de l'introduction de modèles de CANs, où un modèle de quantificateur optimal de la distribution gaussienne permet d'approximer une borne inférieure sur la somme-capacité, extraite de la littérature récente.

Les questions suivantes qu'ont peut se poser sont : quelle est l'influence de la quantification sur les performances d'un FdV entièrement numérique ? et : quelle est le FdV optimal en RSIB avec la contrainte *phase-only* ? Dans le chapitre 4, on utilisera l'approximation de la borne inférieure sur la somme-capacité en présence de CAN afin de démontrer la nécessité d'une formation de voies analogique avant quantification lors de la présence de bloqueurs. On proposera aussi un algorithme d'optimisation du RSIB *phase-only*, et on le comparera en utilisant la métrique d'angle algébrique à un algorithme de l'état de l'art et au FdV de Capon (réglant des modules et des phases) comme référence. Les modèles de canaux vont permettre de poser les bases nécessaires à nos simulations, et les métriques de performances serviront à comparer les résultats des prochains chapitres.

# Formation de voies hybride sous-optimale

---

## Sommaire

<b>3.1</b>	<b>Introduction</b>	<b>65</b>
<b>3.2</b>	<b>Modèle et description de l'approche</b>	<b>67</b>
3.2.1	Solutions entièrement numériques	68
3.2.2	Solution filtre adapté	70
3.2.3	Solution hybride par extraction des phases	70
<b>3.3</b>	<b>Analyse du RSIB</b>	<b>71</b>
3.3.1	Effet de l'angle d'arrivée des utilisateurs	72
3.3.2	Effet de la puissance du bloqueur	75
<b>3.4</b>	<b>Conclusion</b>	<b>80</b>

---

## 3.1 Introduction

L'implémentation entièrement numérique de la formation de voies nécessite l'utilisation d'une chaîne RF et d'un CAN par antenne. Cette contrainte induit une forte consommation énergétique quand on augmente le nombre d'antennes. Une manière de répondre à ce problème consiste à réduire le nombre de bits des CANs et d'adapter la chaîne de traitement du signal à un fonctionnement à faible résolution [41].

En comparaison, l'implémentation hybride (analogique et numérique) de la formation de voies permet l'utilisation d'un nombre réduit de chaînes RF et de CANs (cf. les sections 1.5.3 1.5.4). Le réglage des phases uniquement sur l'étage analogique limite sa consommation. Néanmoins, cette contrainte étant non-convexe, elle rend le problème d'optimisation du RSIB NP-difficile (cf. les sections 1.7 et 1.5.1).

Dans ce chapitre on décrit une approche sous-optimale de formation de voies hybride sur une architecture RF de complexité complète. Cette approche, nommée solution hybride par extraction de phases, a été publiée dans la conférence *IEEE ICT 2018* [16]. Dans l'étage analogique, elle consiste à utiliser les poids d'une solution entièrement numérique (réglée sur des modules et des phases variables) en fixant leur module à 1. Dans l'étage numérique,

elle consiste à utiliser le FdV de Capon sur le canal effectif (après le FdV analogique). On considérera un RSB moyen et la présence de bloqueurs (interféreurs forts). Cette approche peut se voir comme une projection d'une solution dans  $\mathbb{C}^{n_r}$  sur  $\mathcal{MC}^{n_r}$ , elle a été initialement introduite dans [126], elle est utilisée aussi dans [82] et [68].

Dans [68], les auteurs utilisent cette projection sur une matrice calculée avec l'algorithme de Gram-Schmidt. Les vecteurs de cette dernière matrice annulent de manière séquentielle l'interférence des utilisateurs, à savoir que, pour le premier utilisateur, aucune interférence n'est annulée, et pour le dernier, l'interférence de tous les autres utilisateurs est annulée. Une fois cette matrice calculée, la projection de  $\mathbb{C}^{n_r}$  sur  $\mathcal{MC}^{n_r}$  est ensuite réalisée. Le raisonnement qui sous-tend cette projection est que le vecteur *phase-only* le plus proche d'un vecteur complexe donné s'obtient en imposant à ses éléments un module constant. Toutefois, on notera que cette projection ne permet pas d'obtenir le vecteur optimal en RSIB. Dans [126, 82], les auteurs utilisent la même projection sur une solution obtenue par décomposition en valeurs singulières. Ces publications traitent un scénario point-à-point, avec une formation de voies hybride en transmission et en réception.

Dans ce chapitre, on utilisera cette méthode de projection dans un scénario multi-utilisateur en présence de bloqueurs. On adaptera cette méthode avec des solutions phase-only obtenues à partir des solutions EN les plus classiques (Capon, Gram-Schmidt, *ZF*). On souhaite d'abord aborder le problème de formation de voies avec un nombre réduit de paramètres, c'est pour cela que la prise en compte des imperfections dans une chaîne de réception (comme la quantification des CANs) ne se fera pas dans ce chapitre, elle est reportée au chapitre 4.

Sachant que l'approche utilisée dans ce chapitre est sous-optimale, on peut se demander quelles sont les pertes qu'elle introduit, et si l'étage numérique peut les compenser ? De plus, les pertes étant dépendantes du canal, quelle serait l'influence des angles d'arrivée ? Enfin, est-ce que les pertes dépendent de la solution EN projetée ? Afin de répondre à ces questions, on tracera la variation du RSIB en fonction de l'angle d'arrivée d'un bloqueur ; ceci permettra de faire ressortir le comportement spatial des algorithmes. On comparera les résultats sur différentes solutions EN desquelles on extraira une solution *phase-only*. On montre que malgré les pertes introduites par cette approche sous-optimale, l'étage numérique est toujours capable de les compenser, et ce jusqu'à un niveau qui dépend de la solution entièrement numérique utilisée.

Ce chapitre est structuré comme suit : la section 3.2 présente en équations l'approche proposée, avec d'abord le modèle mathématique, et ensuite les formules générales du RSIB exprimées aux différents étages de la chaîne de réception. Les solutions dites «entièrement numériques» sont ensuite décrites. Ces solutions, que l'on aurait aussi bien pu appeler «entièrement analogiques» (étant donné que le modèle de CAN n'est pas introduit) optimisent les critères considérés sans contrainte «*phase-only*». En plus de servir de référence en termes de performance, les phases de ces solutions sont utilisées dans la partie analogique des «solutions hybrides». Nous nommerons ces solutions «hybrides par extraction des phases». Les performances en RSIB et leur analyse seront finalement présentées dans la section 3.3.

### 3.2 Modèle et description de l'approche

Considérons l'émission de signaux de  $n_U$  utilisateurs mono-antennes et de  $n_B$  bloqueurs mono-antennes. Le signal reçu au niveau d'une PC équipée de  $n_r$  antennes est de la forme :

$$\mathbf{y} = \mathbf{H}\mathbf{x} + \mathbf{H}_B\mathbf{x}_B + \mathbf{n}. \quad (3.1)$$

Pour un utilisateur d'intérêt  $u$ , l'éq (3.1) peut s'écrire comme :

$$\mathbf{y} = \mathbf{h}_u x_u + \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq u}}^{n_U} \mathbf{h}_k x_k + \mathbf{H}_B \mathbf{x}_B + \mathbf{n}. \quad (3.2)$$

Le signal utile est donc porté par le vecteur de canal  $\mathbf{h}_u$ . Les signaux portés par les vecteurs  $\mathbf{h}_k$  et les colonnes de  $\mathbf{H}_B$  peuvent être vus comme de l'interférence inter-utilisateur et de l'interférence de bloqueurs respectivement. Dans le cas d'une formation de voies entièrement numérique (EN), le traitement au niveau de la PC peut être modélisé comme :

$$\hat{\mathbf{x}} = \mathbf{W}^H \mathbf{y} = \mathbf{W}^H \mathbf{H}\mathbf{x} + \mathbf{W}^H (\mathbf{H}_B \mathbf{x}_B + \mathbf{n}), \quad (3.3)$$

où  $\mathbf{W}$  est la matrice de formation de voies EN de dimensions  $n_r \times n_U$ . Pour l'utilisateur  $u$ , cette dernière équation peut être réécrite comme suit :

$$\hat{x}_u = \mathbf{w}_u^H \mathbf{h}_u x_u + \mathbf{w}_u \left( \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq u}}^{n_U} \mathbf{h}_k x_k + \mathbf{H}_B \mathbf{x}_B + \mathbf{n} \right).$$

Sans perte de généralité, on peut considérer que les signaux sont de puissance unité. Le RSIB pour l'utilisateur  $u$  peut s'écrire comme :

$$\text{RSIB}_u^{EN} = \frac{|\mathbf{w}_u^H \mathbf{h}_u|^2}{\sum_{\substack{k=1 \\ k \neq u}}^{n_U} |\mathbf{w}_u^H \mathbf{h}_k|^2 + \|\mathbf{w}_u^H \mathbf{H}_B\|^2 + \sigma_n^2 \|\mathbf{w}_u\|^2}.$$

Dans le cas d'une formation de voies hybride, le traitement peut s'écrire comme suit :

$$\hat{\mathbf{x}} = (\mathbf{A}\mathbf{D})^H \mathbf{y} = \mathbf{D}^H \mathbf{A}^H \mathbf{H}\mathbf{x} + \mathbf{D}^H \mathbf{A}^H (\mathbf{H}_B \mathbf{x}_B + \mathbf{n}), \quad (3.4)$$

où  $\mathbf{A}$  est la matrice de formation de voies analogique de dimensions  $n_r \times n_{RF}$ , et  $\mathbf{D}$  est la matrice de formation de voies numérique de dimensions  $n_{RF} \times n_U$ . On se concentrera ici sur l'architecture à complexité complète (cf. la section 1.5.3) et à déphaseurs uniquement, c'est-à-dire les entrées de la matrice  $\mathbf{A}$  sont de module 1. Le RSIB de l'utilisateur  $u$  en sortie de l'étage analogique s'écrit comme suit :

$$\text{RSIB}_u^A = \frac{|\mathbf{a}_u^H \mathbf{h}_u|^2}{\sum_{\substack{k=1 \\ k \neq u}}^{n_U} |\mathbf{a}_u^H \mathbf{h}_k|^2 + \|\mathbf{a}_u^H \mathbf{H}_B\|^2 + n_r \sigma_n^2}.$$

Puisque l'étage numérique voit les canaux effectifs  $\mathbf{H}_e = \mathbf{A}^H \mathbf{H}$  et  $\mathbf{H}_{Ie} = \mathbf{A}^H \mathbf{H}_B$ , le RSIB à sa sortie s'écrit de la façon suivante :

$$\text{RSIB}_u^D = \frac{|\mathbf{d}_u^H \mathbf{h}_{eu}|^2}{\sum_{\substack{k=1 \\ k \neq u}}^{n_U} |\mathbf{d}_u^H \mathbf{h}_{ek}|^2 + \|\mathbf{d}_u^H \mathbf{H}_{Ie}\|^2 + \sigma_n^2 \|\mathbf{A}^H \mathbf{d}_u\|^2}.$$

Le RSIB en sortie de l'étage numérique dépend donc des formateurs de voies analogiques de tous les utilisateurs.

### 3.2.1 Solutions entièrement numériques

Dans cette section, on donne les formules des matrices de formation de voies  $\mathbf{W}$  à appliquer directement au signal reçu selon l'équation (3.3), et ce pour différents critères correspondant aux algorithmes *ZF*, Capon et Gram-Schmidt.

#### 3.2.1.1 Solution zero forcing

Quand le canal qui porte un signal interférent est connu parfaitement, on peut définir un sous-espace généré par son vecteur (ou sa matrice) de canal. Dans ce cas, une annulation parfaite de l'interférence est possible en projetant le signal reçu sur le sous-espace orthogonal au sous-espace généré par l'interférence.

Réécrivons le modèle de la manière suivante :

$$\mathbf{y} = [\mathbf{H} \quad \mathbf{H}_B] \begin{bmatrix} \mathbf{x} \\ \mathbf{x}_B \end{bmatrix} + \mathbf{n},$$

La solution *zero forcing* consiste à trouver une matrice  $\mathbf{W}'_{ZF}$  qui satisfait :

$$\hat{\mathbf{x}} = \mathbf{W}'_{ZF} \mathbf{y} = \begin{bmatrix} \mathbf{x} \\ \mathbf{x}_B \end{bmatrix} + \mathbf{n}',$$

Ceci revient donc à trouver la pseudo-inverse de la matrice suivante :

$$\begin{aligned} \mathbf{H}' &= [\mathbf{H} \quad \mathbf{H}_B], \\ \mathbf{W}'_{ZF} &= \mathbf{H}' (\mathbf{H}'^H \mathbf{H}')^{-1}. \end{aligned} \quad (3.5)$$

Une fois cette dernière matrice calculée, on utilise l'équation (3.6) afin de sélectionner uniquement les  $n_U$  premières colonnes de  $\mathbf{W}'_{ZF}$  :

$$\mathbf{W}_{ZF} = [\mathbf{w}'_{ZF}{}^{(1)} \dots \mathbf{w}'_{ZF}{}^{(n_U)}],$$

Les approches utilisant une inversion directe de matrice nécessitent un nombre de multiplications complexes de l'ordre de  $\mathcal{O}(n_r^3)$  [34].

### 3.2.1.2 Solution de Capon

Comme déjà présenté dans la section 2.3.1, cette solution est la solution optimale en termes de RSIB, c'est-à-dire qu'elle fournit le RSIB maximum [48]. À un facteur près, cette solution peut s'écrire comme :

$$\begin{aligned}\mathbf{R}_y &= \mathbf{H}\mathbf{H}^H + \mathbf{H}_B\mathbf{H}_B^H + \sigma_n^2\mathbf{I}_{n_r} \\ \mathbf{W}_C &= \mathbf{R}_y^{-1}\mathbf{H}\end{aligned}$$

De même que le *zero forcing*, cette approche nécessite une inversion directe de matrice. Elle a donc une complexité de l'ordre de  $\mathcal{O}(n_r^3)$ .

### 3.2.1.3 Solution de Gram-Schmidt

Dans [68], les auteurs présentent une solution basée sur l'algorithme de Gram-Schmidt (GS), dans un scénario multi-utilisateur et sans bloqueur. Les équations suivantes présentent la version tenant compte des bloqueurs. On commence d'abord par réécrire le modèle en utilisant une seule matrice de canal  $\mathbf{H}'$  :

$$\begin{aligned}\mathbf{y} &= \mathbf{H}' \begin{bmatrix} \mathbf{x}_B \\ \mathbf{x} \end{bmatrix} + \mathbf{n}, \\ \mathbf{H}' &= [\mathbf{H}_B \quad \mathbf{H}].\end{aligned}$$

En appliquant l'algorithme de Gram-Schmidt sur les colonnes de la matrice  $\mathbf{H}'$ , on construit une matrice de formation de voies  $\mathbf{W}'_{GS}$  dont les colonnes forment une base orthonormale. Le processus itératif sur les colonnes de  $\mathbf{H}'$  peut être décrit par les équations suivantes :

$$\begin{aligned}\mathbf{w}'_{GSu} &= \mathbf{h}'_1, \\ \mathbf{w}'_{GSu} &= \mathbf{h}'_u - \sum_{k=1}^{u-1} \frac{\mathbf{w}'_{GSk}{}^H \mathbf{h}'_u}{\|\mathbf{w}'_{GSk}\|^2} \mathbf{w}'_{GSk}.\end{aligned}$$

Cet algorithme requiert  $\mathcal{O}(n_r(n_U + n_B)^2 + (n_U + n_B)^3)$  multiplications complexes [68]. L'ordonnement des colonnes (à savoir, le choix de mettre les bloqueurs sur les premières colonnes de  $\mathbf{H}'$ ) permet l'annulation de l'interférence de tous les bloqueurs et ce pour tous les utilisateurs. Toutefois, l'ordre des utilisateurs influence l'annulation de l'interférence inter-utilisateur, et donc leur RSIB. Le dernier utilisateur traité aura le RSIB le plus grand. Les colonnes de la matrice  $\mathbf{W}'_{GSu}$  sont au nombre de  $n_U + n_B$ . Les  $n_B$  premières représentant les formateurs de voies pour les bloqueurs, on utilisera seulement les  $n_U$  dernières dans la matrice de formation de voies finale  $\mathbf{w}'_{GSu}$  :

$$\mathbf{W}_{GS} = [\mathbf{w}'_{GS}{}^{(n_B+1)} \dots \mathbf{w}'_{GS}{}^{(n_B+n_U)}].$$

### 3.2.2 Solution filtre adapté

À titre de comparaison, on comparera les solutions précédentes avec le filtre adapté (FA). Cette solution maximise le RSB, elle ne traite donc pas l'interférence. La diminution de l'interférence qui en résulte est due uniquement au niveau des lobes secondaires du diagramme de rayonnement. Elle consiste à choisir la matrice de formation de voies telle que :

$$\mathbf{W}_{FA} = \mathbf{H}_U$$

### 3.2.3 Solution hybride par extraction des phases

L'optimisation conjointe des matrices  $\mathbf{A}$  et  $\mathbf{D}$  sous la contrainte de poids à module unité est connue pour être un problème non-convexe [68]. Par conséquent, on considère ici une approche sous-optimale, qui consiste à premièrement extraire les phases d'une solution entièrement numérique (EN) pour les utiliser dans l'étage analogique. Deuxièmement, l'étage numérique ayant plus de flexibilité, on y utilisera toujours la solution de Capon, calculée sur la matrice de canal effective. Après avoir calculé une solution EN  $i$  ( $i$  signifiant *ZF*, *GS* *C* ou *FA* respectivement pour *zero forcing*, *Gram-Schmidt*, *Capon* ou filtre adapté) on en extrait une solution *phase-only* de la manière suivante :

$$\mathbf{A}_i = e^{j \arg(\mathbf{W}_i)}, \quad (3.6)$$

où  $\arg(\cdot)$  désigne la fonction argument d'un nombre complexe, généralisée sur des matrices. Elle agit de la même manière entrée par entrée. Cette opération peut s'écrire de manière équivalente comme une normalisation des poids par leur module. L'étape décrite par l'équation (3.6) peut être vue comme l'introduction d'erreurs sur l'amplitude des poids optimaux, et ces erreurs se traduisent en pertes en RSIB. Puisque les phases sont connues dès qu'on obtient une des solutions EN, cette étape de construction ne rajoute aucun sur-coût de calcul. Elle reste donc de complexité polynomiale.

En sortie de l'étage analogique, l'étage numérique voit les matrices de canal équivalentes pour les utilisateurs et les bloqueurs suivantes :

$$\begin{aligned} \mathbf{H}_e &= \mathbf{A}_i^H \mathbf{H}, \\ \mathbf{H}_{Be} &= \mathbf{A}_i^H \mathbf{H}_B, \end{aligned}$$

Ceci nous permet donc de calculer la solution de Capon comme suit :

$$\begin{aligned} \mathbf{R}'_y &= \mathbf{H}_e \mathbf{H}_e^H + \mathbf{H}_{Be} \mathbf{H}_{Be}^H + \sigma_n^2 \mathbf{A}_i^H \mathbf{A}_i, \\ \mathbf{D} &= \mathbf{R}'_y^{-1} \mathbf{H}_e, \end{aligned}$$

Les opérations effectuées dans une solution hybride peuvent être représentées par le schéma bloc de la fig (3.1).

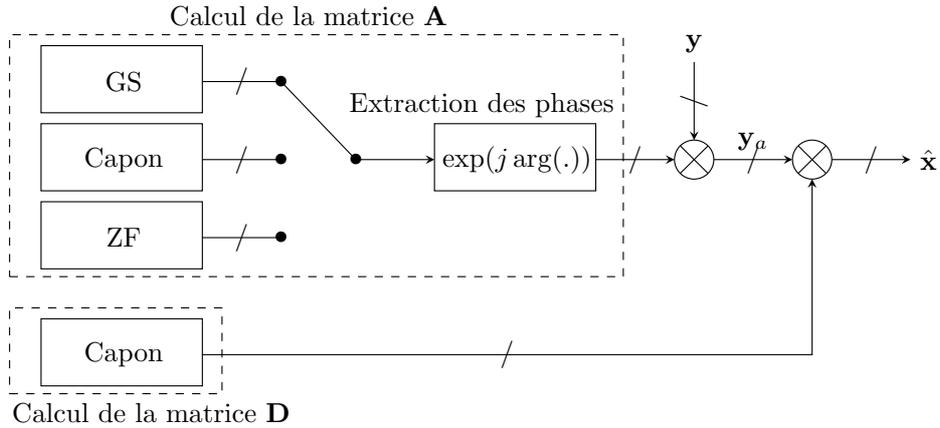


FIGURE 3.1 – Schéma bloc des opérations effectuées pour une solution hybride. Les blocs de multiplication opèrent de manière matricielle.

### 3.3 Analyse du RSIB

Dans cette section, on analyse le RSIB en sortie des différentes solutions hybrides par extraction des phases présentée dans la section précédente. Les phases sont extraites des algorithmes entièrement numériques : Capon, Gram-Schmidt et *zero forcing*. L'objectif est de comparer le RSIB des solutions hybrides par extraction de phases et des solutions entièrement numériques. On trace sur la même figure trois sous-figures :

- (a1) le RSIB de la solution entièrement numérique, noté  $\text{RSIB}^{EN}$ ,
- (b1) le RSIB intermédiaire de la solution hybride, en sortie de l'étage analogique, noté  $\text{RSIB}^A$ ,
- (c1) le RSIB total de la solution hybride, en sortie de l'étage numérique, noté  $\text{RSIB}^D$ .

Afin de montrer le comportement spatial de ces solutions, on trace les diagrammes de rayonnement pour une position particulière du bloqueur :

- (a2) en sortie de la solution EN,
- (b2) en sortie de l'étage analogique de la solution hybride,
- (c2) en sortie de l'étage numérique de la solution hybride.

On utilise un modèle de canal déterministe mono-trajet, basé sur un réseau d'antennes *ULA*, c'est-à-dire les colonnes des matrices de canal sont de la forme :

$$\mathbf{h} = \frac{h^{PL}}{\sqrt{n_r}} [1, e^{-j2\pi d \sin(\phi)} \dots e^{-j(n_r-1)2\pi d \sin(\phi)}]^T \quad (3.7)$$

Les simulations ont été effectuées sur la configuration suivante :

- $n_r = 16$ , à  $f_p = 3.5$  GHz cette valeur donne une longueur de réseau d'antennes de 64 cm ;
- $n_{RF} = n_U = 8$ , le nombre minimal de chaînes RF, cf. la section 1.5.4. Ce choix permet aussi d'allouer une chaîne RF par utilisateur, et donc de ne pas nécessiter de stratégie d'allocation de chaînes RF quand  $n_{RF} > n_U$  ;
- $\text{RSB} = 20$  dB ;

- Des angles d'arrivée des utilisateurs choisis arbitrairement :  $\{-71^\circ, -62.5^\circ, -54^\circ, -33^\circ, 5^\circ, 19^\circ, 34^\circ, 60^\circ\}$  ;
- Des pertes de propagation pour les utilisateurs  $h^{PL} = 1$  ;
- Un espacement inter-élément de  $d = 0.5$  ;
- $n_B = 1$  bloqueur ;
- Un angle d'arrivée du bloqueur variable dans l'intervalle  $[-90^\circ, 90^\circ]$  ;
- Une puissance reçue du bloqueur réglée en faisant varier sa perte de propagation dans  $h_B^{PL} \in \{0, 30, 60\}$  dB.

### 3.3.1 Effet de l'angle d'arrivée des utilisateurs

Dans cette section, on compare le RSIB de deux utilisateurs, le premier positionné près de l'angle *endfire* (dans l'alignement du réseau) à  $-71^\circ$  sur la figure (3.2), et le deuxième près de la *broadside* à  $5^\circ$  sur la figure (3.3).

Premièrement, on remarque que le RSIB chute autour de la position de l'utilisateur pour tous les algorithmes. Ceci est dû à la résolution limitée du lobe du réseau d'antennes. En effet les diagrammes de rayonnement sur la figure (3.2) montrent des lobes principaux bien plus larges que sur la figure (3.3). Ceci, conjugué au phénomène de *beam squint* causé par le placement de nul à une position proche du signal utile, provoque un décalage du lobe principal. En effet, sur la figure (3.3) les diagrammes de rayonnement en (a2) du ZF, du Capon et du GS ne mettent pas un gain maximum vers l'utilisateur en comparaison avec le diagramme du FA.

Sur les diagrammes (b2) en sortie de l'étage analogique, on peut voir que forcer les modules des poids à 1 avec l'opération de l'équation (3.6), provoque des décalages du nul vers le bloqueur. Ceci est visible sur les diagrammes en (a2).

Ces deux détériorations se répercutent sur le RSIB, avec un élargissement de la zone où chute le RSIB autour de l'utilisateur, ainsi que des zones de chute secondaires. Cette zone de chute autour de l'utilisateur est plus large vers la direction *endfire*, car la résolution d'un réseau linéaire décroît avec l'angle de pointage.

Enfin, on constate que l'étage numérique corrige des chutes de RSIB proches du niveau maximal atteint par l'EN. Des zones de chutes secondaires résiduelles persistent. Pour l'utilisateur vers la *broadside*, la zone de chute autour de l'utilisateur ne revient pas au niveau atteint par l'EN. L'utilisation d'un simple FA montre la plus grande détérioration, alors que l'utilisation d'un ZF ou d'un Capon montre de meilleures performances.

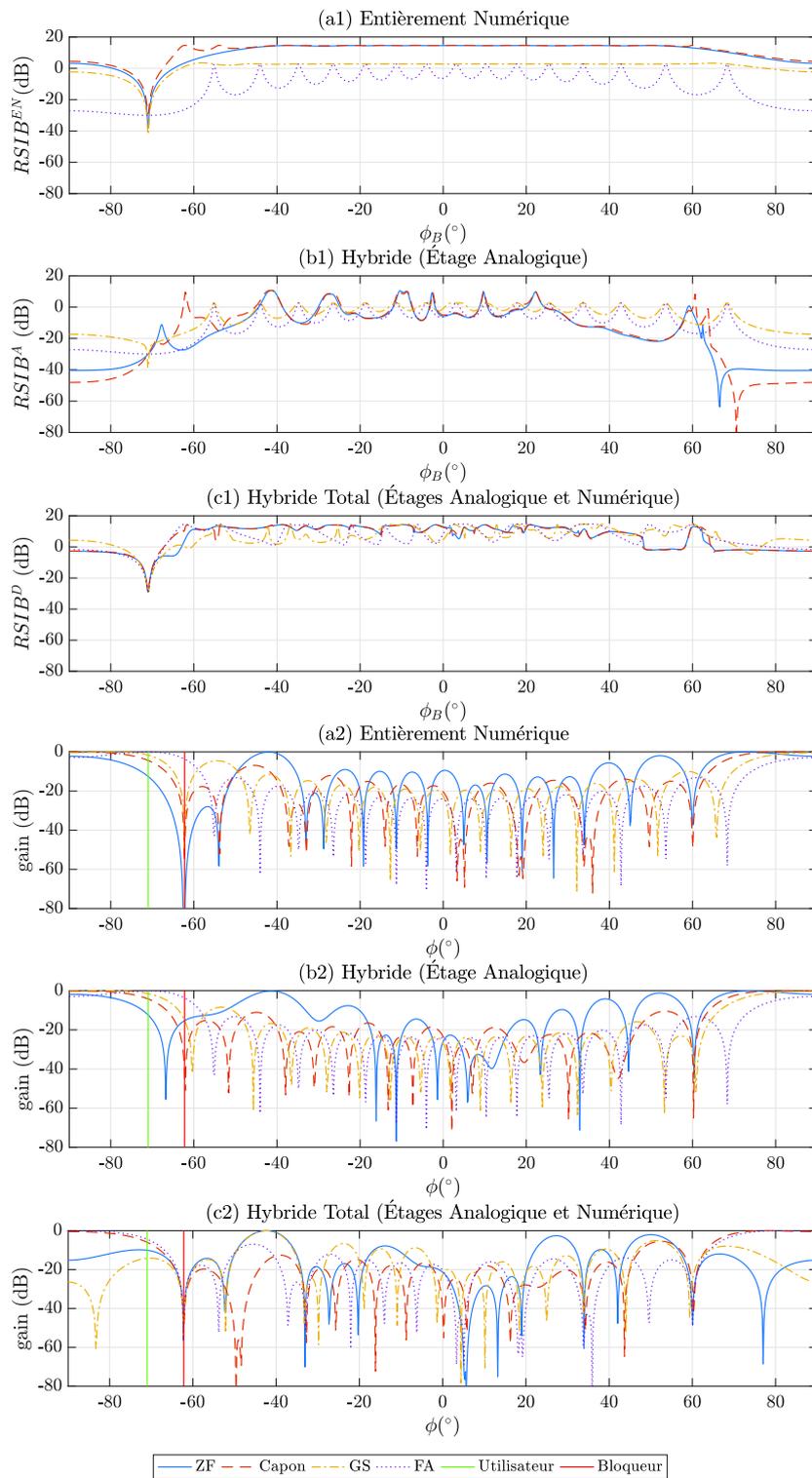


FIGURE 3.2 – Haut (a1, b1, c1) : variation du RSIB de l'utilisateur situé à  $-71^\circ$  en fonction de l'angle d'arrivée du bloqueur. Bas (a2, b2, c2) diagrammes de rayonnement pour le même utilisateur situé à  $-71^\circ$  et pour une position du bloqueur située à  $-63^\circ$ . Tous les utilisateurs ont une perte de propagation de 0 dB, et le bloqueur de +30 dB.

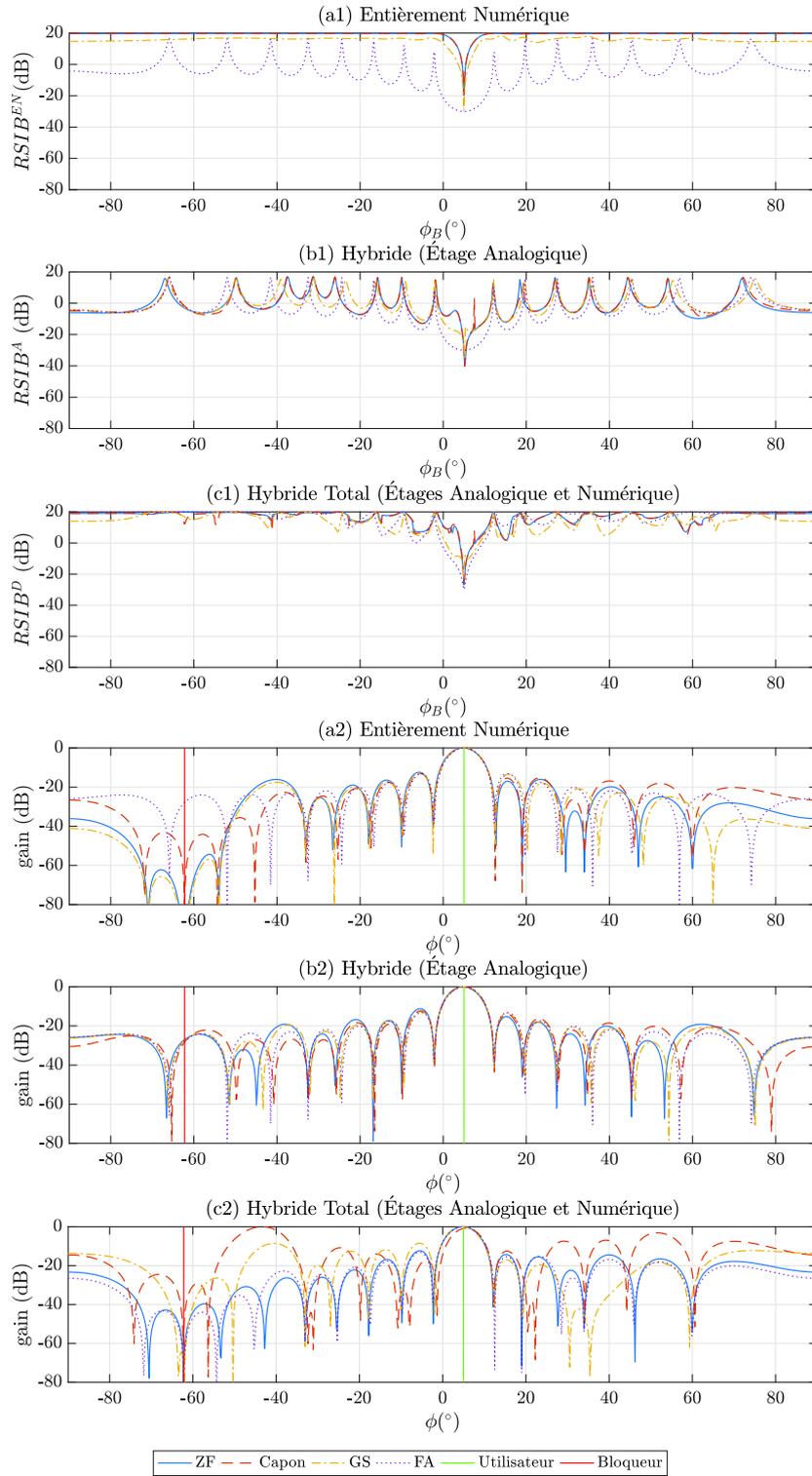


FIGURE 3.3 – Haut (a1, b1, c1) : variation du RSIB de l'utilisateur situé à  $5^\circ$  en fonction de l'angle d'arrivée du bloqueur. Bas (a2, b2, c2) diagrammes de rayonnement pour le même utilisateur situé à  $5^\circ$  et pour une position du bloqueur située à  $-63^\circ$ . Tous les utilisateurs ont une perte de propagation de 0 dB, et le bloqueur de +30 dB.

### 3.3.2 Effet de la puissance du bloqueur

Dans cette section, on compare le RSIB de l'utilisateur situé à  $34^\circ$ , sur la figure (3.4), la figure (3.5) et la figure (3.6). Ces figures sont obtenues à partir de simulations où la puissance reçue du bloqueur est respectivement à 0 dB, +30 dB et +60 dB au dessus des signaux des utilisateurs.

Sur la figure (3.4) on a une puissance de bloqueur égale à la puissance des utilisateurs. On remarque sur le diagramme de rayonnement du Capon EN (sous-figure (a2)) que ce dernier place un nul moins profond que les autres algorithmes. En optimisant le RSIB avec ce niveau de bloqueur, le Capon place un nul de profondeur suffisante afin de ne pas augmenter la hauteur des lobes secondaires, car la hauteur de ces derniers diminue le RSB (compromis entre RSB et RSI). Le passage à l'étage analogique sur les sous-figures (b2) dégrade clairement la profondeur de ces nuls pour les algorithmes, et il s'en suit une dégradation en RSIB de 4 dB, valeur faible en comparaison avec les courbes suivantes avec 30 dB et 60 dB de puissance de bloqueur.

Sur la figure (3.5), avec un niveau de puissance de bloqueur de +30 dB, le Capon EN impose un nul plus profond en direction du bloqueur. Les zones de chutes secondaires du RSIB en sortie de l'étage analogique diminuent jusqu'à -5 dB. Ceci est dû à la réjection insuffisante de cet étage. Ces zones de chutes sont compensées par l'étage numérique, avec une large zone jusqu'au niveau de formateur de voies EN (dans la plage  $[-90^\circ, -50^\circ]$ ).

Sur la figure (3.6), avec un niveau de puissance de bloqueur de +60 dB, les dégradations à l'étage analogique font passer le RSIB à un niveau très bas (jusqu'à -40 dB). Toutefois, l'étage numérique n'en est affecté que résiduellement (moins de 1 dB de dégradation). Pour tous les algorithmes utilisés dans l'étage analogique, l'étage numérique est capable de corriger ces pertes avec une faible dépendance au niveau du bloqueur. Néanmoins, pour l'algorithme de Gram-Schmidt cette compensation est la plus faible, car par construction de cet algorithme l'annulation des interférences inter-utilisateur ne se fait pas pour tous les utilisateurs.

La dépendance de la rejection (mesurée par la profondeur du nul) est montrée sur la figure (3.7). On y remarque que le Capon EN applique une réjection proportionnelle au niveau du bloqueur, alors que les autres schémas ont une réjection constante. Ce comportement constant est gardé lors du passage à l'étage analogique, puis retrouvé à l'étage numérique.

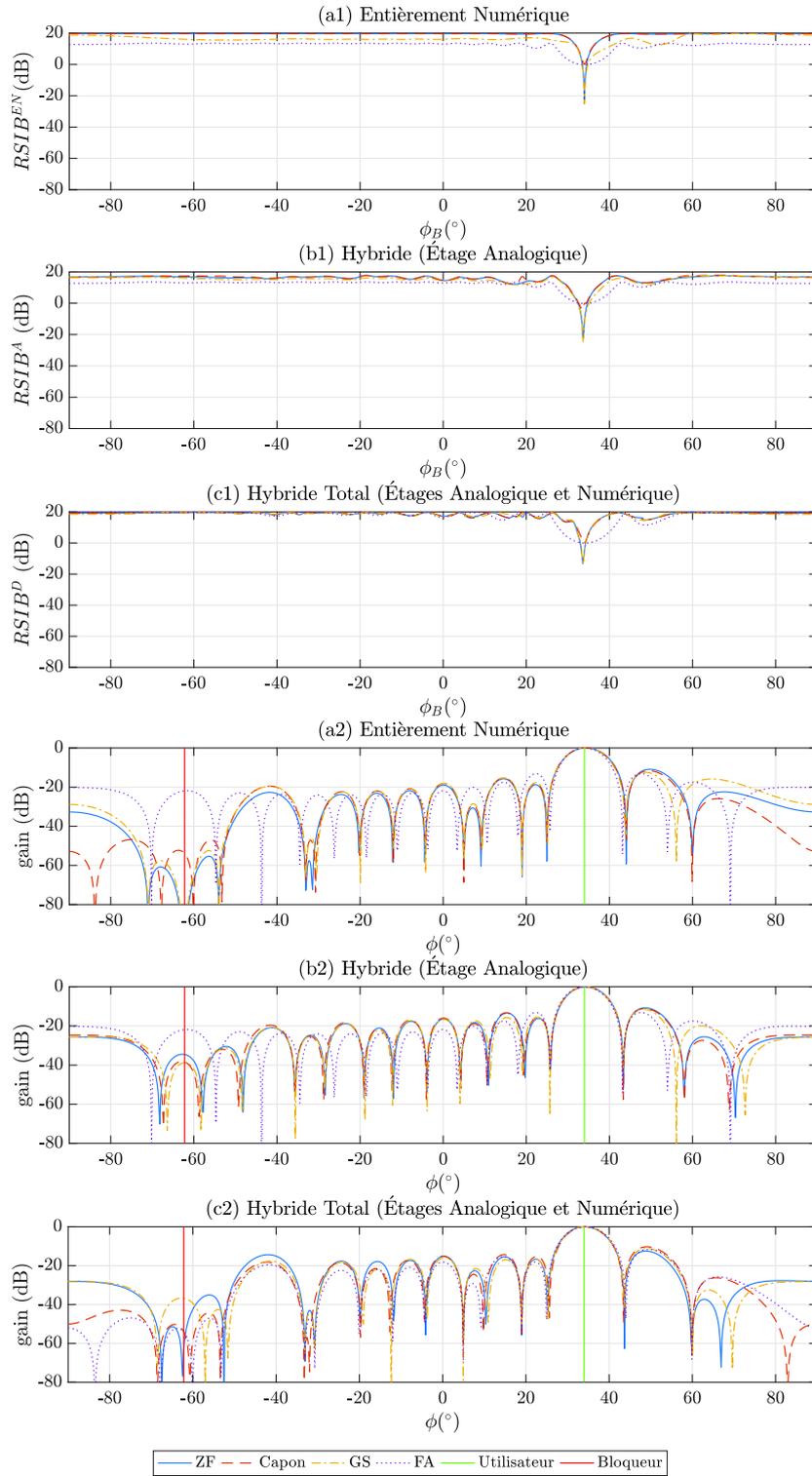


FIGURE 3.4 – Haut (a1, b1, c1) : variation du RSIB de l'utilisateur situé à  $34^\circ$  en fonction de l'angle d'arrivée du bloqueur. Bas (a2, b2, c2) diagrammes de rayonnement pour le même utilisateur situé à  $34^\circ$  et pour une position du bloqueur située à  $-63^\circ$ . Tous les utilisateurs ont une perte de propagation de 0 dB, et le bloqueur de 0 dB.

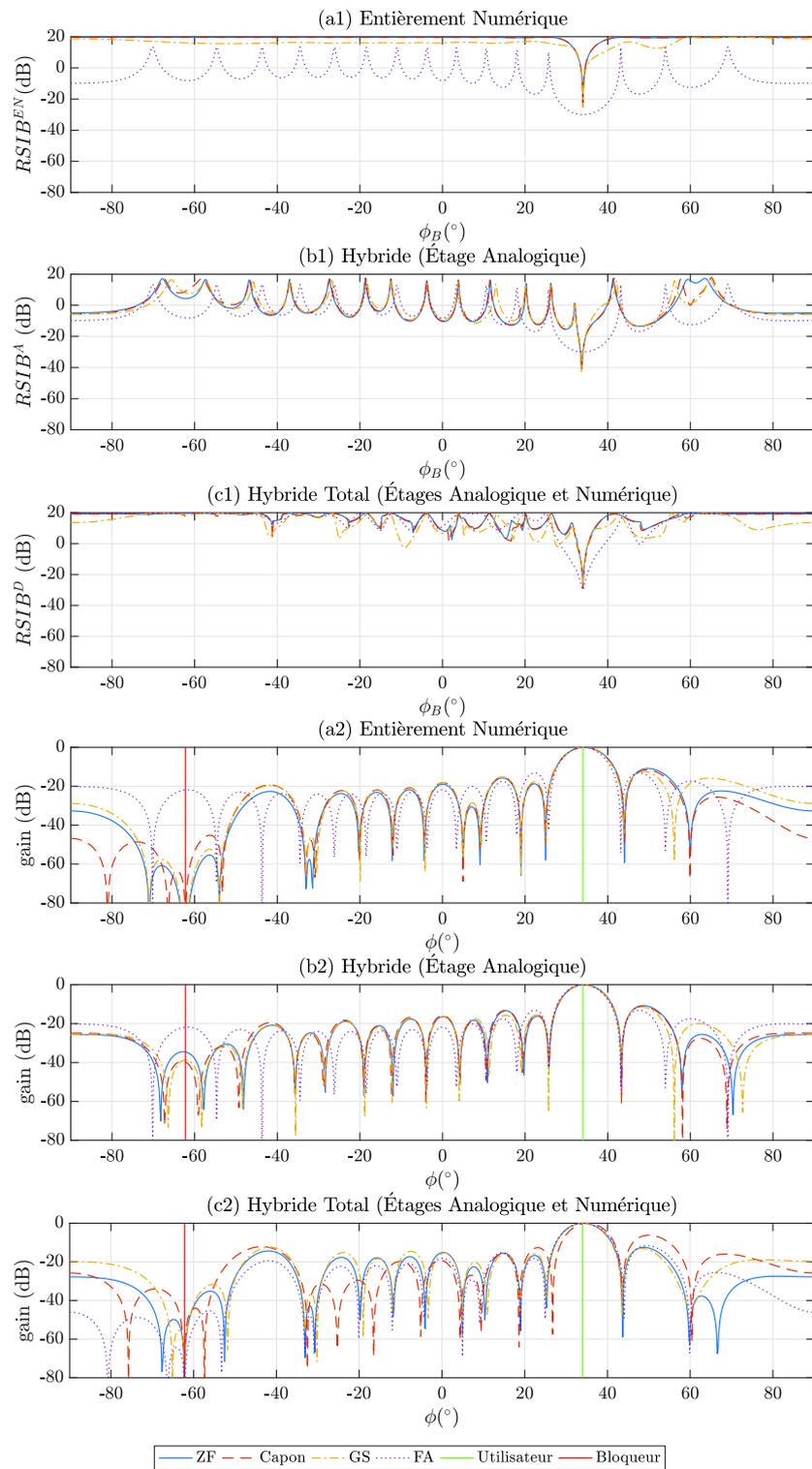


FIGURE 3.5 – Haut (a1, b1, c1) : variation du RSIB de l'utilisateur situé à  $34^\circ$  en fonction de l'angle d'arrivée du bloqueur. Bas (a2, b2, c2) diagrammes de rayonnement pour le même utilisateur situé à  $34^\circ$  et pour une position du bloqueur située à  $-63^\circ$ . Tous les utilisateurs ont une perte de propagation de 0 dB, et le bloqueur de 30 dB.

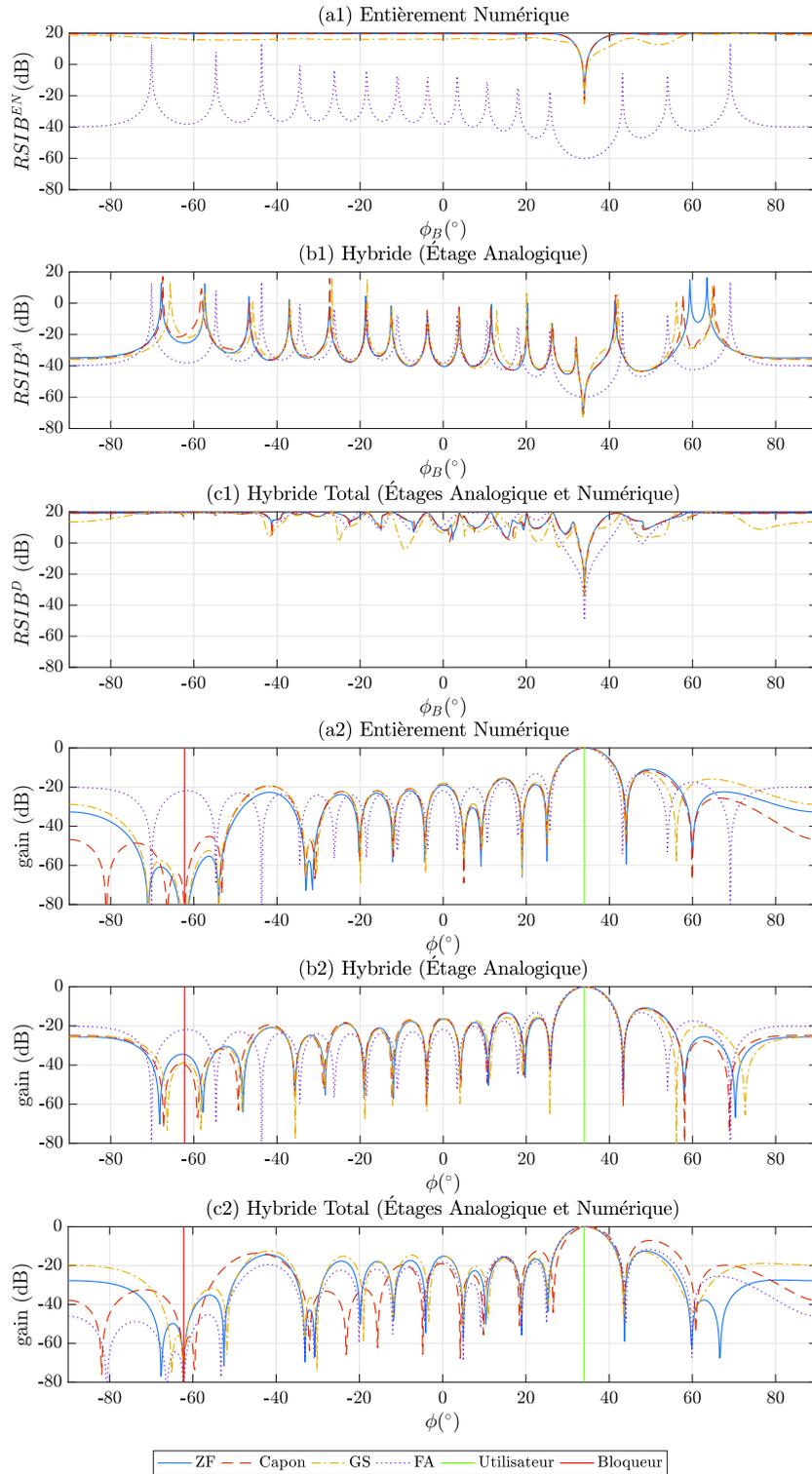


FIGURE 3.6 – Haut (a1, b1, c1) : variation du RSIB de l'utilisateur situé à  $34^\circ$  en fonction de l'angle d'arrivée du bloqueur. Bas (a2, b2, c2) diagrammes de rayonnement pour le même utilisateur situé à  $34^\circ$  et pour une position du bloqueur située à  $-63^\circ$ . Tous les utilisateurs ont une perte de propagation de 0 dB, et le bloqueur de 60 dB.

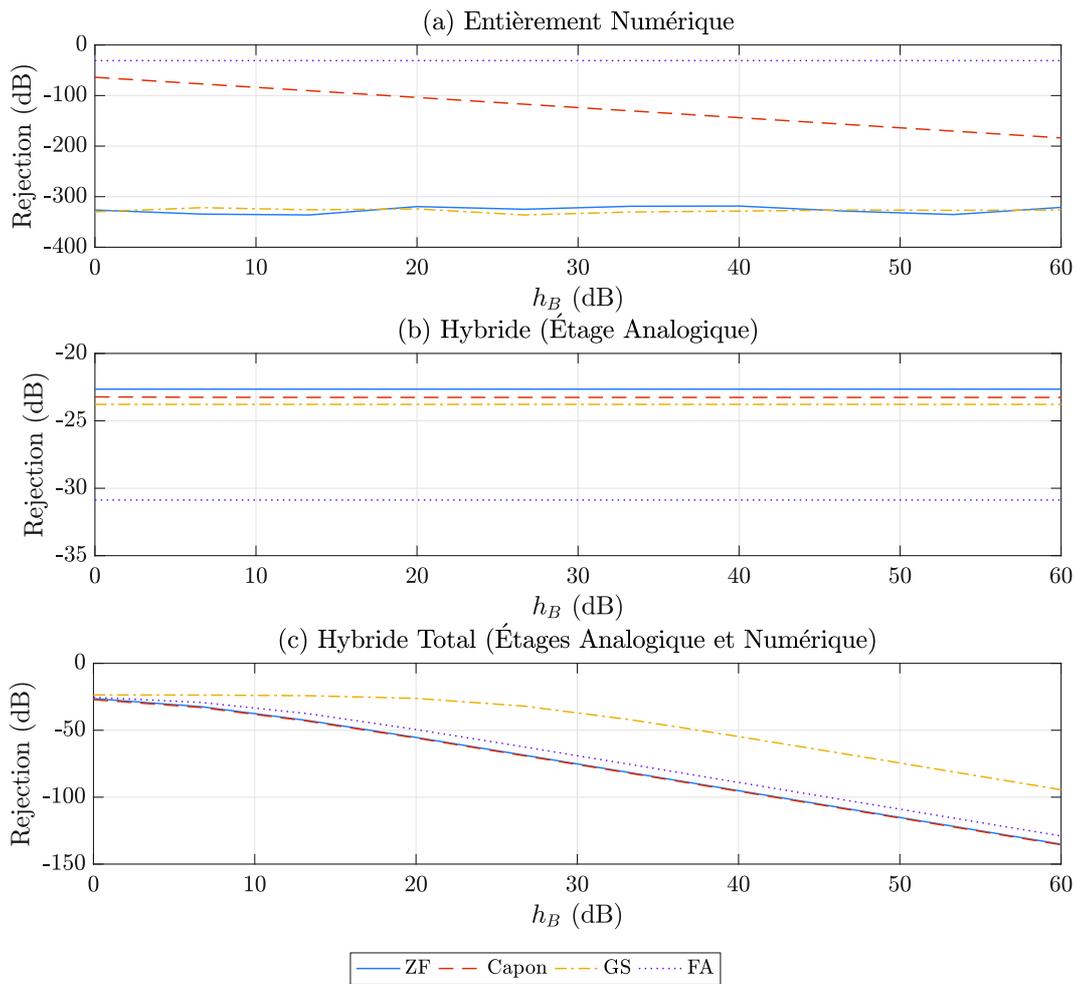


FIGURE 3.7 – Réjection du bloqueur situé à  $-63^\circ$  pour l'utilisateur situé à  $34^\circ$ , en fonction de la puissance du bloqueur.

### 3.4 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons utilisé une méthode sous-optimale de calcul des matrices de formation de voies hybrides. Cette méthode a consisté pour l'étage analogique à projeter une solution EN sur l'espace des matrices d'éléments à module constant. Cette approche, nommée «solution hybride par extraction de phases», ne rajoute aucun coût de calcul au calcul de la solution EN, car elle réutilise les phases des solutions données par des algorithmes EN. Dans un scénario multi-utilisateur avec un fort bloqueur (avec une puissance reçue 0 dB à 60 dB plus grande que la signaux utiles) cette approche introduit différentes pertes qui dépendent des angles d'arrivée, de l'algorithme EN et de la puissance du bloqueur.

L'élargissement de la zone de chute autour de l'angle d'arrivée de l'utilisateur est d'autant plus grand que ce dernier se situe vers l'axe *endfire*. Dans l'étage analogique, la distorsion engendrée par la projection déplace la position des nuls sur la diagramme de rayonnement, ceci implique que les pertes sont proportionnelles à la puissance du bloqueur. Les pertes sont généralement compensées par l'étage numérique, avec une dépendance à l'algorithme utilisé à l'étage analogique.

L'utilisation d'un simple filtre adapté dans l'étage analogique est économe en coût de calcul, car elle consiste à simplement utiliser la matrice de canal. Toutefois ce choix donne plus de pertes que les autres approches. Parmi les algorithmes d'annulation d'interférence, Gram-Schmidt (proposé initialement dans la littérature par [68]), bien qu'aillant une plus faible complexité (exprimée en fonction du nombre d'antennes  $n_r$  et pour un nombre d'utilisateurs et de bloqueurs donnés), voit une compensation par l'étage numérique plus faible que les algorithmes ZF et Capon. En se basant sur les algorithmes testés, et si on dispose d'un CAN à haute résolution, l'approche de projection donne les meilleures performances à partir des algorithmes ZF et Capon. Les résultats de ce travail ont été publiés dans un article de conférence à l'*ICT (International Conference on Telecommunications)* [16].

En perspectives, on peut noter que l'opération de projection peut être modélisée comme une erreur introduite sur les modules d'un vecteur optimal. Une caractérisation de cette erreur comme celle faite dans [12, 11] peut permettre de trouver un algorithme EN plus robuste à ces erreurs. Enfin, d'autres approches de synthèse de réseau qui partent du diagramme de rayonnement pourraient certainement s'étendre au cas *phase-only*, notamment l'approche polynomiale de Schelkunoff pour les réseaux *ULA* [75].

Dans le chapitre suivant, on introduira un modèle de CAN dans la chaîne de réception. Ceci montrera la nécessité d'optimiser le RSIB avant la numérisation. Et à l'aide d'une reformulation du problème de maximisation du RSIB, on pourra l'exprimer d'une manière qui permet une relaxation en un problème convexe. De ce fait, sa résolution pourra se faire avec un algorithme du point intérieur.

# Optimisation d'un FdV par relaxation semi-définie

---

## Sommaire

<b>4.1</b>	<b>Introduction</b>	<b>81</b>
<b>4.2</b>	<b>Limitations de la solution hybride par extraction de phase</b>	<b>82</b>
<b>4.3</b>	<b>Scénario réduit à un seul utilisateur</b>	<b>87</b>
4.3.1	Maximisation du RSIB sans contrainte	87
4.3.2	Relaxation semi-définie et algorithme RSD associé, en mono-utilisateur	87
<b>4.4</b>	<b>Scénario complet : multi-utilisateur intégrant un modèle de CAN</b>	<b>91</b>
4.4.1	Modèle	91
4.4.2	Algorithme RSD en multi-utilisateur	91
<b>4.5</b>	<b>Résultats de simulation</b>	<b>93</b>
4.5.1	RSIB dans le scénario réduit à un utilisateur	93
4.5.2	Somme-capacité et RSIB dans le scénario complet	95
<b>4.6</b>	<b>Conclusion</b>	<b>104</b>

---

## 4.1 Introduction

Dans le chapitre précédent, on a utilisé une implémentation entièrement numérique (EN) comme *benchmark* pour comparer les performances en RSIB des différentes solutions hybrides. Les résultats montraient que la solution sous-optimale proposée (solution hybride par extraction de phases) introduisait des pertes dans l'étage analogique. Ces pertes peuvent être compensées en grande partie par l'étage numérique. Toutefois, ces résultats ont été obtenus sans inclure de modèle de CAN dans la chaîne de réception. Dans ce chapitre, on montrera qu'en tenant compte de la quantification, et en présence de bloqueurs, cette dernière solution sous-optimale ainsi que l'implémentation numérique voient leurs performances largement dégradées par la saturation des CANs si leur dynamique n'est pas suffisante. On utilisera l'expression de la capacité tenant compte de la quantification qui a été introduite dans le chapitre 2. Ceci afin de montrer la pertinence d'un filtrage analogique avant numérisation. Comparée à une implémentation entièrement numérique (EN), une implémentation hybride rend possible ce filtrage. Néanmoins, la contrainte *phase-only* rend le problème d'optimisation du RSIB non-convexe.

Notre contribution dans ce chapitre, valorisée dans les conférences *IEEE WCNC* et *GRETSI* [19, 18], a consisté à proposer un algorithme d'optimisation de l'étage analogique d'un FdV hybride *phase-only*. Le problème d'optimisation du RSIB, qui s'exprime comme un problème de maximisation d'un rapport de formes quadratiques, peut être reformulé de manière équivalente en un problème de maximisation d'une trace de matrice. La contrainte *phase-only* quant à elle se transforme en une série de contraintes convexes et une contrainte de rang, non-convexe. En relaxant cette dernière contrainte, le problème non-convexe se réduit à un problème de programmation semi-définie convexe, facilement résolvable avec un algorithme du point intérieur.

Dans une démarche incrémentale, on présentera d'abord dans la section 4.2 l'effet de la quantification sur une chaîne de réception mono-antenne, multi-antenne EN et multi-antenne hybride. On verra ensuite en section 4.3, la méthode de relaxation pour un seul utilisateur et un seul interféreur, on y considérera le RSIB en sortie d'un seul étage de formation de voies *phase-only*. L'extension directe de cette méthode dans le cas de  $n_U$  utilisateurs est présentée dans la section 4.4, elle consistera à dérouler la méthode sur chaque utilisateur indépendamment des autres. On y présentera aussi la formule de borne inférieure sur la somme-capacité.

Les performances seront présentées dans la section 4.5 sous deux scénarios. D'abord elle seront présentées dans un scénario mono-utilisateur mono-interférieur, où l'on utilisera l'angle algébrique défini dans le chapitre 2. Ceci afin de comparer notre approche à une approche de l'état de l'art et une approche *benchmark* en module et phase. Ensuite elle seront présentées dans un scénario multi-utilisateur, où le modèle de CAN nous permettra de tracer une approximation d'une borne inférieure sur la somme-capacité et de comparer notre approche avec une approche de l'état de l'art et une approche EN. On y verra aussi les résultats en RSIB présentés sous forme de nuages de points en fonction de l'indicateur d'orthogonalité de canal  $\cos(\theta)$ .

## 4.2 Limitations de la solution hybride par extraction de phase

Le modèle de CAN à résolution limitée présenté en annexe A.1 nous permet d'inclure l'impact du bruit de quantification dans la chaîne de réception. Le rapport signal-sur-bruit-de-quantification (RSQ) d'un signal gaussien centré a été évalué par [20] :

$$\text{RSQ} = \left[ 2(1 + \zeta)Q(\sqrt{\zeta}) - \sqrt{\frac{2\zeta}{\pi}} e^{-0.5\zeta} + \frac{\zeta}{3.2^{2b}} \right]^{-1},$$

où  $\zeta$  est le taux de saturation du CAN. Appliquée à notre modèle, où l'on suppose qu'on reçoit au niveau d'une antenne un signal d'intérêt de puissance  $S$  et un signal interférant de puissance  $I$ , et la présence d'un bruit thermique généré par la chaîne de réception de puissance  $\sigma_n^2$ , la formule précédente nous permet d'écrire le rapport suivant :

$$\text{RSQ} = \frac{S + I + \sigma_n^2}{B_q},$$

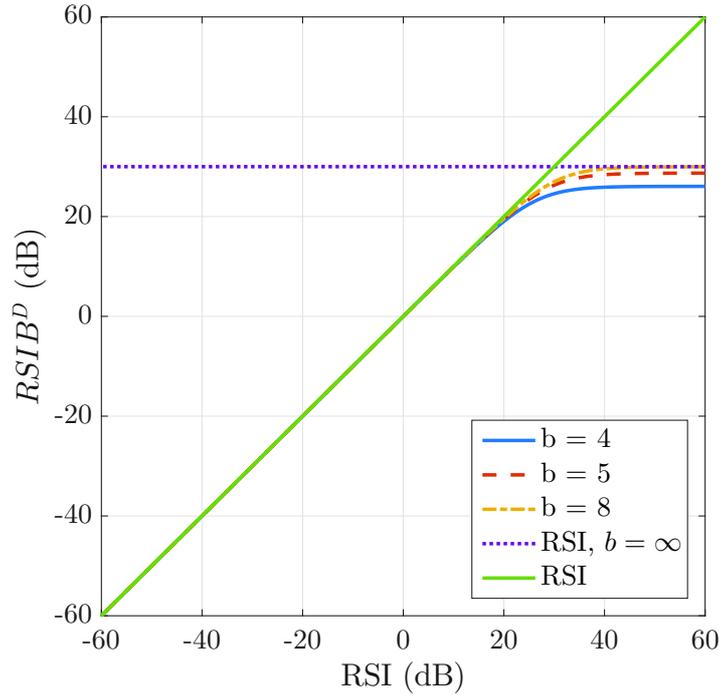


FIGURE 4.1 – Variation du  $RSIB^{CAN}$  en fonction du RSI pour différent nombre de bits. La courbe en pointillés est obtenue pour  $b = \infty$  et  $RSI = \infty$ .

où  $B_q$  est la puissance de bruit de quantification. La quantification étant introduite sur la somme des signaux d'intérêt, interférant et thermique, le numérateur dans cette dernière formule est la somme de leurs puissances respectives.

Pour des rapports signal-sur-bruit RSB, signal-sur-interférant RSI et signal-sur-bruit-de-quantification RSQ donnés, on peut écrire un rapport signal-sur-interférence-plus-bruit-plus-bruit-de-quantification :

$$RSIB^{CAN} = \frac{S}{\sigma_n^2 + I + B_q}.$$

Cette dernière formule peut être écrite en ne faisant intervenir que les rapports RSB, RSI et RSQ :

$$RSIB^{CAN} = \frac{RSB \cdot RSI \cdot RSQ}{RSB \cdot RSQ + RSQ \cdot RSI + RSI \cdot RSB + RSB + RSI} \quad (4.1)$$

**Application à une chaîne de réception mono-antenne** La figure 4.1 montre la variation du  $RSIB^{CAN}$  en fonction du RSI pour un  $RSB = 30$  dB. On remarque que pour un RSI très faible (interférence dominante) le  $RSIB^{CAN}$  est égal au RSI. Dans ce régime un nombre de bits plus grand n'a aucune incidence sur le  $RSIB^{CAN}$ . Quand le niveau d'interférence est assez faible (RSI assez fort, plus de 20 dB sur la figure), un nombre de bits plus grand augmente le  $RSIB^{CAN}$ . Sa limite supérieure est le RSB, elle est atteinte dans le cas spécial où l'interférence est nulle. Autrement dit, si le  $RSI = +\infty$ , à partir d'un nombre de bits assez grand ( $b = 8$  sur la figure) le  $RSIB^{CAN}$  est égal au RSB.

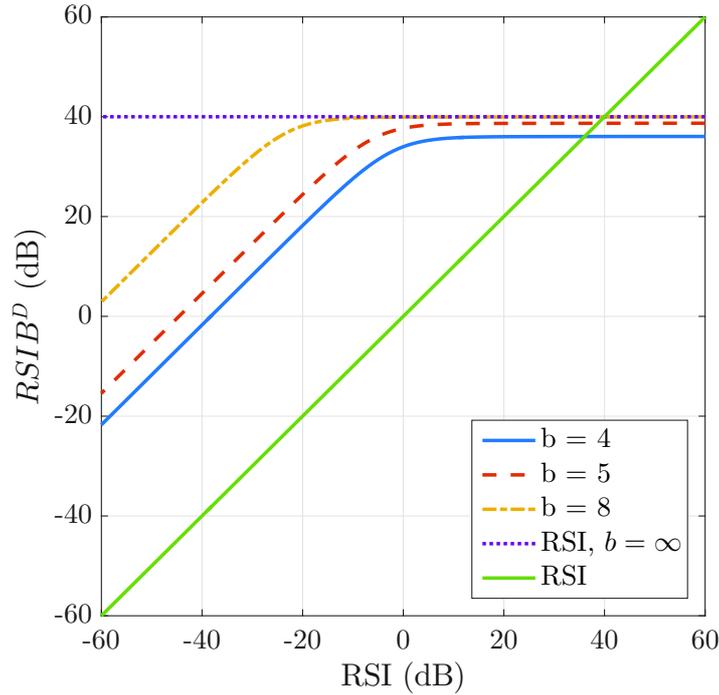


FIGURE 4.2 – Variation du  $RSIB^D$  à la sortie du FdV de Capon, en fonction du RSI à l'entrée du CAN, pour différents nombres de bits.  $b = \infty$  et  $RSI = \infty$ . Le réseau d'antennes est un *ULA* de 10 antennes et  $\cos(\theta) = 0.0735$ .

**Application à une chaîne de réception multi-antenne entièrement numérique** On peut appliquer le modèle de CAN précédent à une chaîne de réception multi-antenne. Puisque l'étage analogique modifie le RSI à l'entrée d'un CAN, on va d'abord regarder l'impact sur une architecture EN. On appliquera le modèle à une architecture hybride par la suite.

Supposons qu'on reçoive sur un réseau d'antennes un signal d'intérêt et un signal interférent avec un RSB, un RSI et un  $\cos(\theta)$  donnés. Le modèle de CAN précédent nous permet de tracer le  $RSIB^D$  à la sortie d'un FdV. Si le FdV est celui de Capon, et si le  $\cos(\theta)$  est connu on peut comparer les cas où la résolution du CAN est finie et infinie. La figure 4.2 montre la variation du  $RSIB^D$  en fonction du RSI à l'entrée du CAN. Le nombre d'antennes est de  $n_r = 10$  et le  $RSB = 30$  dB. Pour un  $\cos(\theta) = 0.0735$  la borne supérieure du RSI est de  $n_r \cdot RSB = 40$  dB.

On remarque sur la figure 4.2 que pour un niveau assez faible d'interférence (un  $RSI > 0$  dB), le  $RSIB^D$  ne dépend pas du RSI, et on dispose d'un gain en RSI. De plus, pour un nombre suffisant de bits, on atteint la borne supérieure  $n_r \cdot RSB = 40$  dB. Toutefois, quand l'interférence est dominante ( $RSI < 0$  dB), il existe des pertes en  $RSIB^D$  (par rapport au plancher atteint à fort RSI), son niveau varie de manière analogue au cas mono-antenne, avec une pente unité en décibels. Ceci peut se comprendre par le fait que la présence d'un interféreur fort et d'une résolution finie de CAN modifie le RSB à l'entrée d'un FdV et donc la borne supérieure  $n_r \cdot RSB$ .

**Application à une chaîne de réception multi-antenne hybride** Dans ce paragraphe, on va appliquer le modèle de CAN précédent sur une architecture hybride *phase-only*. L'algorithme appliqué sur l'étage analogique est le Capon avec extraction de phases (cf. le chapitre 3), et sur l'étage numérique le Capon. On effectue une simulation sur modèle de canal stochastique avec un tirage aléatoire des angles d'arrivée. Les puissances des signaux reçues sont fixées sans fluctuation (sans *fading*), selon le scénario décrit dans l'introduction où l'on prend des distances inter-site de  $DIS = 100m$  et  $DUP = 50m$  (cf. section 1.3). La configuration de la simulation peut se résumer comme suit :

- $n_r = 16$  antennes,
- $n_U = 8$  utilisateurs,
- $n_{RF} = 8$  chaînes RF,
- $n_B = 1$  bloqueur,
- $b = 8$  bits,
- $RSB = 24$  dB,
- Puissance du bloqueur  $P_B = 48$  dB au dessus des signaux des utilisateurs
- 1000 tirages de canal,
- Angles d'arrivée distribués uniformément sur  $[-90^\circ, 90^\circ]$ ,

Pour chaque tirage de canal, on calcule le  $\cos(\theta)$  de ce canal et le  $RSIB^A$  en sortie d'étage analogique atteint par le FdV de Capon avec extraction de phases. On applique aussi l'algorithme de Capon dans l'étage numérique, et on calcule à sa sortie le  $RSIB^D$  atteint. On reporte ensuite sur un plan les points  $(\cos(\theta), RSIB)$  des 8 utilisateurs. Une fois les 1000 tirages de canal effectués on estime la fonction de densité de probabilité du  $RSIB$  et de  $\cos(\theta)$ . À titre de comparaison, on trace aussi sur les figures la borne inférieure sur le  $RSIB$  décrite dans le chapitre 2 (cf. la section 2.3.1).

Les figures 4.3 et 4.4 montrent les résultats en sortie de l'étage analogique et de l'étage numérique respectivement. On voit qu'en sortie de l'étage analogique, le FdV de Capon avec extraction de phases donne une dispersion du  $RSIB$  sur une grande plage (sur  $[-80$  dB,  $20$  dB]). Malgré la compensation par l'étage numérique, on reste nettement en dessous de la borne inférieure du FdV de Capon utilisant des poids en module et phases. Ceci nous a amené à rechercher une approche d'optimisation du  $RSIB$  qui puisse donner des performances plus proches de cette borne. La section suivante est dédiée à une des approches que l'on a explorée, à savoir une résolution par relaxation semi-définie.

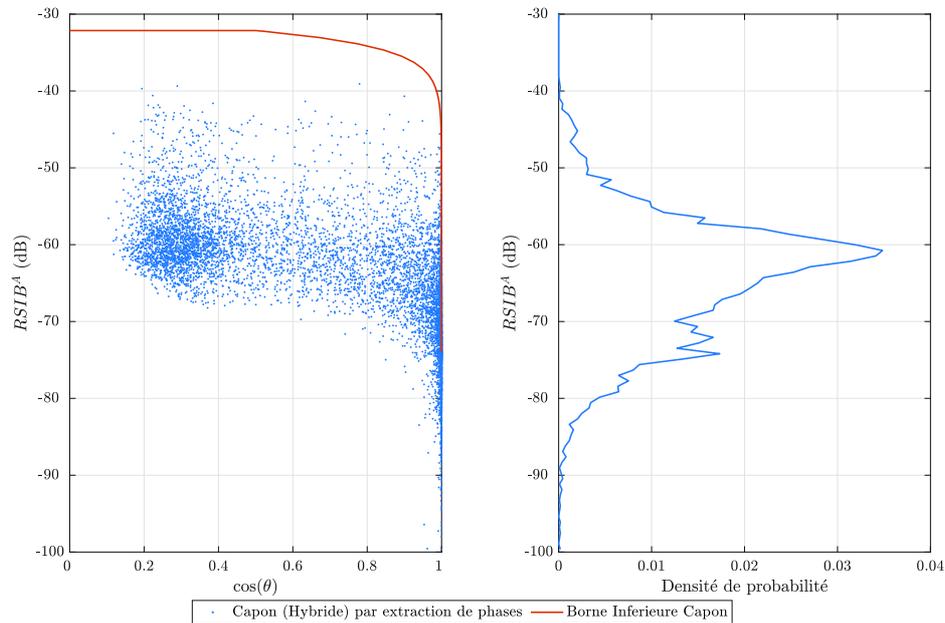


FIGURE 4.3 – À gauche : nuage des points  $(\cos(\theta), RSIB^A)$  pour l'algorithme Capon avec extraction de phases (*phase-only*), le nombre de points est de 8000. À droite : densité de probabilité empirique du RSIB.

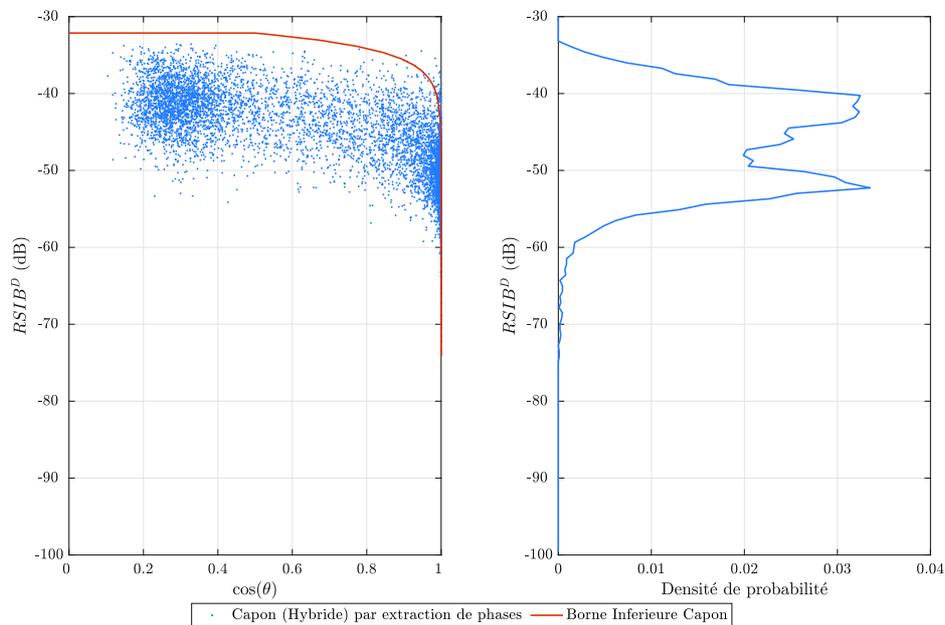


FIGURE 4.4 – À gauche : nuage des points  $(\cos(\theta), RSIB^D)$  pour l'algorithme Capon avec extraction de phases (*phase-only*), le nombre de points est de 8000. À droite : densité de probabilité empirique du RSIB.

## 4.3 Scénario réduit à un seul utilisateur

### 4.3.1 Maximisation du RSIB sans contrainte

Similairement à l'approche utilisée à la section 2.3.2, on commencera d'abord par présenter ici l'approche de maximisation du RSIB d'un seul utilisateur par un FdV analogique *phase-only*. Le RSIB considéré est celui en sortie de l'étage analogique, le bruit de quantification n'y contribue donc pas. Pour le cas multi-utilisateur (présenté en section 4.4), il suffira de dérouler l'algorithme de maximisation du RSIB individuellement sur chaque utilisateur.

Considérons une PC équipée de  $n_r$  antennes, un utilisateur et un interféreur tous deux mono-antennes. Les signaux reçus au niveau des antennes, et en sortie d'un FdV s'écrivent comme (cf. la section 2.3.2) :

$$\begin{aligned}\mathbf{y} &= \mathbf{h}_U x_U + \mathbf{h}_I x_I + \mathbf{n}, \\ \mathbf{w}^H \mathbf{y} &= \mathbf{w}^H \mathbf{h}_U x_U + \mathbf{w}^H \mathbf{h}_I x_I + \mathbf{w}^H \mathbf{n}.\end{aligned}$$

Sans perte de généralité, nous pouvons considérer que l'utilisateur émet un signal de puissance unité, c'est-à-dire  $\mathbb{E}[|x_U|^2] = 1$  et l'interféreur un signal de puissance  $\mathbb{E}[|x_I|^2] = P_I$ . On définit les matrices de covariance suivantes :

$$\begin{aligned}\mathbf{R}_n &= \sigma_n^2 \mathbf{I}, \\ \mathbf{R}_U &= \mathbf{h}_U \mathbf{h}_U^H, \\ \mathbf{R}_I &= P_I \mathbf{h}_I \mathbf{h}_I^H,\end{aligned}$$

qui sont respectivement les matrices de covariance du bruit, du signal utilisateur et du signal interféreur. Le RSIB atteint par un FdV  $\mathbf{w}$  est :

$$\text{RSIB} = \frac{\mathbf{w}^H \mathbf{R}_U \mathbf{w}}{\mathbf{w}^H (\mathbf{R}_I + \mathbf{R}_n) \mathbf{w}}. \quad (4.2)$$

Si le choix de  $\mathbf{w}$  n'est pas contraint, le problème d'optimisation du RSIB se formule comme suit :

$$\text{(P1) maximiser}_{\mathbf{w}} \quad \text{RSIB},$$

Sa solution optimale est le FdV de Capon (cf. la section 2.3.1); elle est proportionnelle au vecteur suivant :

$$\mathbf{w}_C = (\mathbf{R}_I + \mathbf{R}_n)^{-1} \mathbf{h}_U.$$

### 4.3.2 Relaxation semi-définie et algorithme RSD associé, en mono-utilisateur

**Relaxation d'un problème d'optimisation** Un problème d'optimisation est défini par une fonction coût, qu'on souhaite minimiser (c'est-à-dire trouver les valeurs de ses arguments qui lui donnent une valeur minimale), et une série de contraintes (égalités et/ou inégalités) que

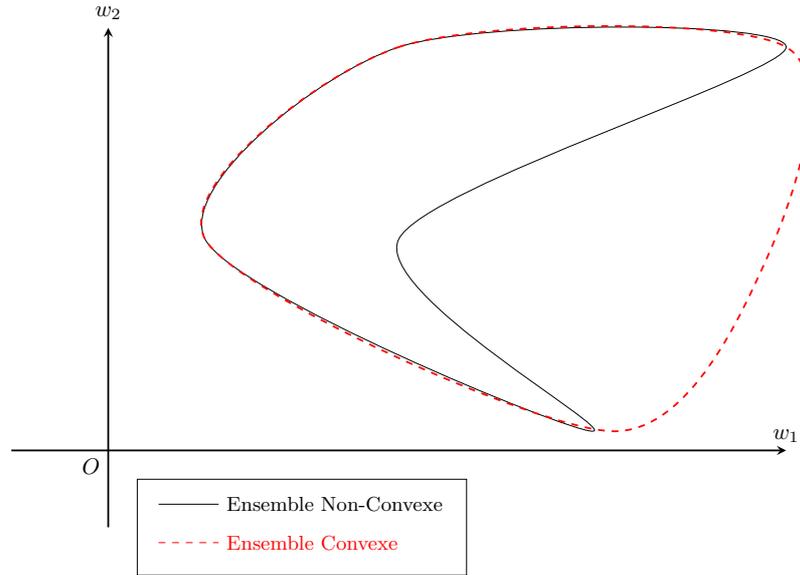


FIGURE 4.5 – Illustration de l'effet de la relaxation d'une contrainte non-convexe sur le domaine de faisabilité. En noir : domaine de faisabilité d'un problème non-convexe à cause d'une contrainte non-convexe. En rouge : domaine de faisabilité élargi par la relaxation d'une contrainte.

ses arguments doivent respecter [28]. Les contraintes définissent un ensemble appelé domaine de faisabilité auquel une solution doit appartenir [28]. Quand un problème d'optimisation est difficile à résoudre, la relaxation est une technique qui consiste à l'approximer par un problème plus facile à résoudre [28]. Même si la solution du problème initial est en général différente celle du problème relaxé, la solution de ce dernier fournit de l'information sur la solution du problème initial [28].

La relaxation d'une contrainte se fait en la remplaçant par une contrainte moins stricte, ou à la supprimer entièrement. Ceci a pour effet de changer le domaine de faisabilité de la solution. Une fois le problème relaxé résolu, on ramène sa solution au domaine de faisabilité du problème initial. Les solutions de ces deux problèmes n'étant généralement pas équivalentes, cette opération de relaxation peut introduire une sous-optimalité. Toutefois, pour certains problèmes bien structurés, on peut prouver que la solution de cette opération de relaxation reste optimale, ou bien permet d'approcher le minimum avec une erreur maximale garantie [74]. Dans cette section, on reformulera le problème (P1) en un problème de programmation semi-définie (PSD) auquel s'ajoute une contrainte de rang non-convexe. La suppression de cette dernière contrainte nous donne donc un problème de PSD.

Si on introduit la contrainte *phase-only*, le problème (P1) se réécrit comme suit :

$$\begin{aligned}
 \text{(P2) maximiser} \quad & \text{RSIB} \\
 & \mathbf{w} \\
 \text{avec} \quad & \mathbf{w} \in \mathcal{MC}^{n_r}
 \end{aligned}$$

Avec :

$$\mathcal{MC}^{n_r} = \{\mathbf{w} \in \mathbb{C}^{n_r} \mid |w_k| = |w_1| \quad \forall k = 2 \dots n_r\}$$

Ce dernier ensemble n'étant pas convexe, le problème (P2) est non-convexe, et il n'existe pas de solution analytique.

La solution de Capon étant une solution particulière au problème de maximisation du RSIB (une solution de réponse de unité vers le signal utile), on peut réexprimer (P2) comme un problème de recherche du *MVDR* (*Minimum Variance Distortionless Response*) comme formulé par Capon (cf. la section 2.3.1) :

$$(P3) \underset{\mathbf{w}}{\text{minimiser}} \quad \mathbf{w}^H \mathbf{R}_y \mathbf{w}, \quad (4.3)$$

$$\text{avec} \quad \mathbf{w}^H \mathbf{h}_U = 1, \quad (4.4)$$

où  $\mathbf{R}_y = \mathbf{R}_U + \mathbf{R}_I + \mathbf{R}_n$ . La formule (4.3) nous permet de dire que la solution de Capon minimise la variance en sortie du FdV, et que la contrainte (4.4) impose une réponse unité au signal utile. L'ajout de la contrainte *phase-only* nous donne le problème suivant :

$$(P4) \underset{\mathbf{w}}{\text{minimiser}} \quad \mathbf{w}^H \mathbf{R}_y \mathbf{w}, \quad (4.5)$$

$$\text{avec} \quad \mathbf{w}^H \mathbf{h}_U = 1, \quad (4.6)$$

$$\mathbf{w} \in \mathcal{MC}^{n_r}. \quad (4.7)$$

On transforme ensuite la contrainte (4.4) en une contrainte de puissance et on utilise les identités suivantes :

$$\mathbf{w}^H \mathbf{R}_u \mathbf{w} = 1,$$

$$\mathbf{w}^H \mathbf{R}_y \mathbf{w} = \text{Tr}(\mathbf{w}^H \mathbf{R}_y \mathbf{w}) = \text{Tr}(\mathbf{R}_y \mathbf{w} \mathbf{w}^H),$$

$$\mathbf{w}^H \mathbf{R}_u \mathbf{w} = \text{Tr}(\mathbf{w}^H \mathbf{R}_u \mathbf{w}) = \text{Tr}(\mathbf{R}_u \mathbf{w} \mathbf{w}^H).$$

En posant :

$$\mathbf{W} = \mathbf{w} \mathbf{w}^H, \quad (4.8)$$

où  $\mathbf{W}$  est une matrice hermitienne semi-définie positive, on peut alors reformuler (P3) comme suit :

$$(P5) \underset{\mathbf{W}}{\text{minimiser}} \quad \text{Tr}(\mathbf{R}_y \mathbf{W}), \quad (4.9)$$

$$\text{avec} \quad \text{Tr}(\mathbf{R}_u \mathbf{W}) = 1, \quad (4.10)$$

$$W_{kk} = W_{11}, \quad \forall k = 2 \dots n_r, \quad (4.11)$$

$$\mathbf{W} \succeq 0, \quad (4.12)$$

$$\text{rang}(\mathbf{W}) = 1. \quad (4.13)$$

Où  $\mathbf{W} \succeq 0$  désigne une matrice semi-définie positive. Les contraintes (4.12) et (4.13) découlent de la définition de la matrice  $\mathbf{W}$ , tandis que la contrainte (4.11) découle de la contrainte *phase-only* (le produit d'un nombre complexe et de son conjugué donne son module au carré, les entrées de la diagonale de  $\mathbf{W}$  doivent donc être égales). La contrainte (4.10) quant à elle

découle de la contrainte de réponse unité vers le signal utile. Il est intéressant de noter que dans ce dernier problème, l'optimisation se fait sur une matrice et non un vecteur, et que seulement la contrainte de rang (4.13) est non-convexe. En la supprimant, on a le problème de programmation semi-définie suivant :

$$\begin{aligned}
 \text{(P6) minimiser} \quad & \underset{\mathbf{W}}{\text{Tr}(\mathbf{R}_y \mathbf{W})}, \\
 \text{avec} \quad & \text{Tr}(\mathbf{R}_u \mathbf{W}) = 1, \\
 & W_{kk} = W_{11}, \quad \forall k = 2 \dots n_r, \\
 & \mathbf{W} \succeq 0.
 \end{aligned}$$

Les problèmes de programmation semi-définie sont une généralisation des problèmes de programmation linéaire à des variables matricielles. En utilisant ce lien, on peut les résoudre avec des algorithmes de point intérieur comme `SeDuMi` [101] ou `SDPT3` [111] disponibles dans la *toolbox* MATLAB `CVX` [46]. Dans nos résultats, et par abus de langage, on désignera les performances atteintes par cette méthode de relaxation par relaxation semi-définie (RSD), même si en pratique on a utilisé un des deux *solvers* afin de résoudre le problème.

Une fois ce problème résolu (une matrice  $\mathbf{W}_{\text{opt}}$  trouvée), on doit en extraire un vecteur  $\mathbf{w}$  *phase-only*, c'est-à-dire une solution faisable pour le problème (P4). Pour ce faire, on propose d'utiliser le vecteur propre associé à la valeur propre maximale de  $\mathbf{W}_{\text{opt}}$ . Autrement dit, si sa décomposition en valeurs propres s'écrit comme :

$$\mathbf{W}_{\text{opt}} = \sum_{k=1}^{n_r} \nu_k \tilde{\mathbf{w}}_k \tilde{\mathbf{w}}_k^H,$$

où les  $\nu_1 \geq \dots \nu_{n_r}$  sont ses valeurs propres ordonnées, et les  $\tilde{\mathbf{w}}_k$  les vecteurs propres qui leurs sont associés, alors, on choisira alors comme solution au problème (P4) :

$$\mathbf{w}_{\text{(P4)}} = \nu_1 \tilde{\mathbf{w}}_1,$$

Si la solution trouvée est de rang unité :

$$\text{rang}(\mathbf{W}_{\text{opt}}) = 1,$$

cette dernière matrice a une seule valeur propre non nulle, et  $\mathbf{w}_{\text{(P4)}}$  est la solution optimale de (P4) [74]. Toutefois, le RSIB atteint par cette solution n'égal pas nécessairement le RSIB optimal du problème (P1) (c'est-à-dire celui atteint par le Capon).

Si la solution trouvée est de rang supérieur à l'unité :

$$\text{rang}(\mathbf{W}_{\text{opt}}) > 1,$$

il existe alors des techniques comme la *randomization* qui permettent de donner des solutions faisables. L'heuristique derrière la technique de *randomization* repose sur l'hypothèse que le vecteur-solution au problème initial se trouve dans l'image de la matrice solution du problème relaxé. Elle consiste à tirer des vecteurs candidats aléatoires dans l'image de  $\mathbf{W}_{\text{opt}}$ , et à choisir parmi eux le candidat qui donne la meilleure valeur de la fonction coût [74]. On a observé à partir de nos simulation que  $\mathbf{W}$  est toujours de rang 1, mais si nous n'avons pas pu le démontrer, ceci suggère que cette méthode pourrait être optimale.

## 4.4 Scénario complet : multi-utilisateur intégrant un modèle de CAN

### 4.4.1 Modèle

Dans cette section nous considérons un scénario multi-utilisateur, et nous introduisons un modèle de CAN dans la chaîne de réception de la PC.

Soit  $n_U$  utilisateurs et  $n_B$  bloqueurs, tous mono-antenne émettant vers une PC équipée de  $n_r$  antennes. Le signal  $\mathbf{y}$  reçu au niveau des antennes peut s'écrire comme suit :

$$\mathbf{y} = \mathbf{H}\mathbf{x} + \mathbf{H}_B\mathbf{x}_B + \mathbf{n}.$$

La PC applique ensuite successivement, un FdV analogique, une numérisation et un FdV numérique. Les signaux en sortie de chaque traitement peuvent se modéliser comme :

$$\begin{aligned} \mathbf{y}_a &= \mathbf{A}^H \mathbf{y}, \\ \mathbf{y}_q &= \mathcal{Q}(\mathbf{y}_a), \\ \hat{\mathbf{x}} &= \mathbf{D}^H \mathbf{y}_q. \end{aligned}$$

où  $\mathbf{y}_a$  est le signal en sortie du FdV analogique,  $\mathbf{y}_q$  le signal en sortie des CANs et  $\hat{\mathbf{x}}$  le signal en sortie du FdV numérique. On suppose que les utilisateurs émettent une puissance unité, et le bloqueur  $k$  une puissance  $P_{Bk}$ . Ceci nous permet d'écrire les matrices d'autocorrélation des bloqueurs et des utilisateurs comme suit :

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_B &= \mathbf{H}_B \cdot \text{diag}\{P_{B1} \dots P_{Bn_B}\} \cdot \mathbf{H}_B^H, \\ \mathbf{R}_U &= \mathbf{H}\mathbf{H}^H. \end{aligned}$$

Le modèle de CAN utilisé est détaillé en section (A.2). L'hypothèse d'un bruit de quantification gaussien et les approximations présentées en section (2.4.3) nous permettent d'approximer une borne inférieure sur la somme-capacité avec la formule suivante :

$$C_{\text{somme}}^{BI} \approx \log_2 \det(\mathbf{I} + \mathbf{R}_{\mathbf{n}_{tot}}^{-1} \mathbf{H}_{tot} \mathbf{H}_{tot}^H),$$

avec  $\mathbf{H}_{tot}$ ,  $\mathbf{n}_{tot}$  et  $\mathbf{R}_{\mathbf{n}_{tot}}$  la matrice de canal, le bruit-plus-interférence et la matrice d'autocorrélation du bruit-plus-interférence totaux, vus depuis la sortie de l'étage numérique. Ces matrices sont définies comme suit (cf. section A.2) :

$$\begin{aligned} \mathbf{H}_{tot} &= (1 - \rho) \mathbf{D}^H \mathbf{A}^H \mathbf{H}, \\ \mathbf{n}_{tot} &= \mathbf{D}^H \left( (1 - \rho) (\mathbf{A}^H (\mathbf{H}_B \mathbf{x}_B + \mathbf{n})) + \mathbf{n}_q \right), \\ \mathbf{R}_{\mathbf{n}_{tot}} &\approx (1 - \rho)^2 (\mathbf{A}^H \mathbf{R}_y \mathbf{A}) + \mathbf{D}^H \mathbf{R}_{\mathbf{n}_q} \mathbf{D}. \end{aligned}$$

### 4.4.2 Algorithme RSD en multi-utilisateur

Dans notre travail on s'est restreint au cas où  $n_U = n_{RF}$ . On attribue la  $u^{\text{ième}}$  chaîne RF au  $u^{\text{ième}}$  utilisateur, le calcul de chaque colonne de  $\mathbf{A}$  se fait donc de manière indépendante des

autres. Pour calculer la colonne  $u$  de  $\mathbf{A}$  avec la méthode par relaxation semi-définie introduite dans la section précédente, on déroule l'algorithme de résolution sur chaque colonne, et ce en posant les égalités suivantes :

$$\begin{aligned}\mathbf{W} &= \mathbf{a}_u \mathbf{a}_u^H, \\ \mathbf{R}_u &= \mathbf{h}_u \mathbf{h}_u^H, \\ \mathbf{R}_y &= \mathbf{R}_{mu} + \mathbf{R}_B + \mathbf{R}_n.\end{aligned}$$

On itère les dernières équations sur toutes les colonnes de  $\mathbf{A}$ . L'algorithme complet peut ainsi être décrit par l'algorithme suivant, avec deux critères d'arrêt que sont `drsib`, le pas de progression en RSIB et `maxit` un nombre maximum d'itérations où de l'algorithme `SeDuMi` :

**Données :**  $\mathbf{H}$ ,  $\mathbf{H}_B$ ,  $P_{B1} \dots P_{Bn_B}$ ,  $\sigma_n^2$ ,  $n_r$ , `maxit`, `drsib`  
**Résultat :**  $\mathbf{A}$   
 $\mathbf{R}_y \leftarrow \mathbf{H}\mathbf{H}^H + \mathbf{H}_B \cdot \text{diag}\{P_{B1} \dots P_{Bn_B}\} \cdot \mathbf{H}_B^H + \sigma_n^2 \mathbf{I}$ ;  
**pour**  $u = 1; u = n_U; u++$  **faire**  
     $\mathbf{R}_u \leftarrow \mathbf{h}_u \mathbf{h}_u^H$  ;  
     $\mathbf{a}_u \leftarrow \text{su\_rsd}(\mathbf{R}_y, \mathbf{R}_u, n_r, \text{drsib}, \text{maxit})$  ;  
**fin**

Avec la fonction `su_rsd` définie en code MATLAB comme suit :

```
function w_rsd = su_rsd(Ry,Ru,nr,drsib,maxit)
cvx_solver sedumi
cvx_solver_settings('cvx_slvtol',drsib)
cvx_solver_settings('maxiter',maxit)
variable W(nr,nr) hermitian semidefinite
minimize(real(trace(Ry*W)))
subject to
trace(Ru*W) == 1;
for i = 2:nr
W(i,i) == W(1,1);
end
cvx_end;
[EigVectors,DiagMat,] = eig(W);
EigValues = diag(DiagMat);
[,imax] = max(EigValues);
w_rsd = EigVectors(:,imax);
```

**Algorithme 1 :** Algorithme de calcul de la matrice  $\mathbf{A}$  avec la méthode RSD.

Une fois la matrice  $\mathbf{A}$  obtenue, on peut calculer une matrice  $\mathbf{D}$  de Capon comme suit :

$$\mathbf{D} = \mathbf{R}_{y_q}^{-1} \mathbf{A}^H \mathbf{H}.$$

## 4.5 Résultats de simulation

Dans cette section, on présente les résultats de simulations pour les deux scénarios décrits précédemment.

### 4.5.1 RSIB dans le scénario réduit à un utilisateur

Pour le scénario mono-utilisateur, on utilise un modèle de canal stochastique (cf. la section 2.2.2). On fait varier l'angle algébrique entre le vecteur de canal de l'utilisateur et de l'interfère (cf. la section 2.3.2). Pour ce faire, on fixe une valeur de  $\cos(\theta)$ , et on effectue un tirage aléatoire du vecteur de canal de l'utilisateur  $\mathbf{h}_U$  selon le modèle de Rayleigh, en normalisant ensuite son module. Ces deux étapes sont données par les deux équations suivantes :

$$\mathbf{z} \sim \mathcal{CN}(\mathbf{0}, \mathbf{I}_{n_r}),$$

$$\mathbf{h}_U = \frac{\mathbf{z}}{\|\mathbf{z}\|}.$$

On calcule ensuite la matrice de projection orthogonale sur le sous-espace généré par  $\mathbf{h}_U$ , elle s'écrit comme suit :

$$\mathbf{P}_U = \mathbf{h}_U(\mathbf{h}_U^H \mathbf{h}_U)^{-1} \mathbf{h}_U^H.$$

La matrice de projection sur le sous-espace orthogonal à  $\mathbf{h}_U$  qui s'écrit comme suit :

$$\mathbf{P}_U^\perp = \mathbf{I} - \mathbf{P}_U.$$

On construit ensuite un vecteur de canal de l'interfère  $\mathbf{h}_I$  et de coefficient de corrélation  $\cos(\theta)$  avec le vecteur de canal désiré  $\mathbf{h}_U$ . Pour ce faire, on prend un vecteur aléatoire  $\mathbf{z}'$  dans le sous-espace orthogonal à  $\mathbf{h}_U$  :

$$\mathbf{h}_U^\perp = \frac{\mathbf{P}_U^\perp \mathbf{z}'}{\|\mathbf{P}_U^\perp \mathbf{z}'\|}.$$

Les composantes de  $\mathbf{z}'$  suivent une loi normale complexe circulaire  $\mathcal{CN}(0, 1)$ . Enfin, on choisit  $\mathbf{h}_I$  en prenant une combinaison linéaire entre  $\mathbf{h}_U$  et  $\mathbf{h}_U^\perp$  :

$$\mathbf{h}_I = \alpha_U \mathbf{h}_U + \alpha_U^\perp \mathbf{h}_U^\perp$$

Les coefficients  $\alpha_U$  et  $\alpha_U^\perp$  sont choisis en imposant l'angle algébrique et la puissance d'interfère  $P_I$  de la manière suivante :

$$\alpha_U = \mathbf{h}_I \mathbf{h}_U^H = |\cos(\theta)|$$

$$\|\mathbf{h}_I\|^2 = \alpha_U^2 + \alpha_U^{\perp 2} = \frac{P_I}{n_r}$$

Les deux dernières équations nous permettent de calculer  $\alpha_U^\perp$  comme suit :

$$\alpha_U^\perp = \sqrt{\frac{P_I}{n_r} - \alpha_U^2}$$

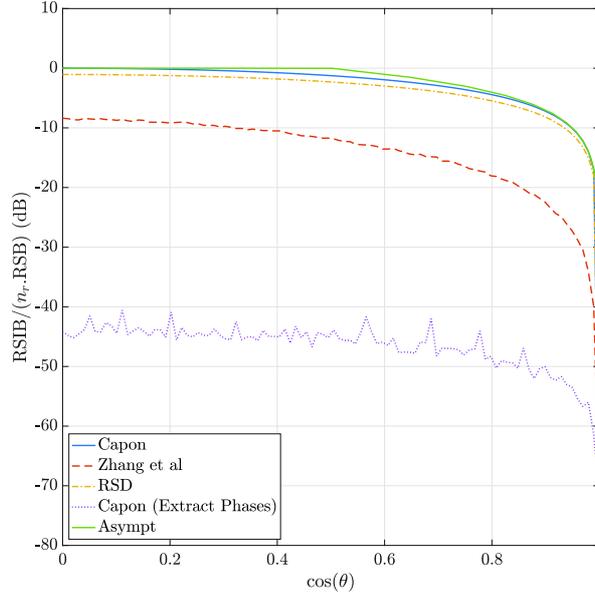


FIGURE 4.6 – RSIB de différentes solutions de formation de voies *phase-only* en fonction de l'indicateur d'orthogonalité de canal  $|\cos(\theta)|$ . Les courbes sont normalisées par  $n_r \text{RSB}$ .

Sur chaque tirage de canal, on calcule le RSIB atteint par différent algorithmes, et on le normalise par  $n_r \text{SNR}$ , à savoir le RSIB atteint dans le cas d'une annulation d'interférences parfaite. On compare notre approche de relaxation semi-définie (RSD) à une approche de l'état de l'art de [125] et au FdV de Capon comme *benchmark*, car c'est la solution optimale avec les deux degrés de libertés de module et phase. À titre de comparaison on trace aussi la borne inférieure  $\text{RSIB}_{\text{approx}}$  donnée par la formule (2.28). Les simulations sont effectuées sur la configuration suivante :

- Résultats moyennés sur 1000 tirages de canaux,
- $\text{RSB} = 20$  dB,
- $P_I = 40$  dB (au dessus du signal utile),
- $n_r = 8$ ,
- Initialisation de RSD et de l'algorithme de Zhang et al. [125] avec les phases du FdV de Capon,
- Nombre d'itérations maximal de RSD et de l'algorithme de Zhang et al. [125] : 100,
- Condition d'arrêt sur la progression en RSIB linéaire pour RSD et de l'algorithme de Zhang et al, [125] :  $10^{-6}$ .

Les résultats sont montrés sur la figure (4.6). Comme attendu, le RSIB diminue avec  $|\cos(\theta)|$ . L'approche par RSD proposée atteint un meilleur RSIB, jusqu'à 12 dB plus haut que l'approche de Zhang et al. [125]. Ce dernier algorithme, comme décrit dans l'état de l'art (section 1.7), évolue sur une fonction coût non-convexe, il dépend donc fortement du point d'initialisation, et n'a pas de convergence garantie au maximum global. La RSD ne permet toutefois pas d'atteindre le RSIB *benchmark*, dont la solution de Capon est calculée sur des poids variant en module et phase. Cette perte est due à la diminution des degrés de libertés, à savoir la recherche d'un FdV optimal en variant les phases uniquement. L'approche hybride par extraction de phase présente aussi des performances nettement en dessous des autres

algorithmes.

## 4.5.2 Somme-capacité et RSIB dans le scénario complet

### 4.5.2.1 Performances en somme-capacité

Dans ce scénario, on utilise à nouveau un modèle de canal stochastique à base géométrique. Les vecteurs de canal sont générés pour un canal mono-trajet *ULA* avec un espacement inter-antennes de  $d = 0.5$ . Les angles d'arrivée sont tirés selon une loi uniforme sur  $[-90^\circ, 90^\circ]$ , et le *fading*  $h$  selon la loi  $\mathcal{CN}(0, 1)$ . Les simulations sont effectuées sur la configuration suivante :

- $n_r = 16$ ,
- $n_U = 8$ ,
- $n_B = 1$ ,
- Une puissance de bloqueur variable dans  $P_B \in [0, 60]$ dB,
- Un nombre de bits variable dans  $b \in \{4, 8, 12\}$ .

Les conditions d'arrêt et d'initialisation des algorithmes sont les mêmes que pour le scénario mono-utilisateur. Dans l'objectif de comparer les performances d'une implémentation EN et hybride on a aussi effectué les simulations pour une architecture EN.

Les figures (4.7) montrent la variation de la borne inférieure de la somme-capacité en fonction du RSB. Les courbes du FdV de Capon (Hybride) désignent une solution hybride, dont l'étage analogique est calculé sur des poids variant en module et en phase. Sur les figures (4.7), on voit que dans un régime très faible en RSB (quand le bruit est dominant par rapport à l'interférence), tous les algorithmes et les deux implémentations tendent vers la même valeur de somme-capacité. Dans ce régime, le récepteur optimal est le filtre adapté, vers lequel le récepteur optimal en RSIB tend aussi (car dans ce régime le RSIB tend vers le RSB) [113].

Sur la figure (4.7a) on voit qu'une puissance de bloqueur égale à la puissance des utilisateurs permet aux deux types d'implémentation EN et hybride, d'avoir un débit très proche du Capon (Hybride). Toutefois, une puissance de bloqueur de 30 dB provoque une saturation des performances de l'architecture EN à fort RSB. Ceci est visible sur la figure (4.7b). Le niveau de cette saturation baisse considérablement pour un niveau de bloqueur de 60 dB, visible sur la figure (4.7c). Ceci est dû à l'augmentation du niveau de bruit de quantification. Ce constat appuie la nécessité d'un filtrage analogique avant numérisation en présence de fortes interférences. Dans ces conditions, les architectures hybrides gardent de bonnes performances, avec un avantage pour l'approche à RSD. À RSB = 30 dB et  $b = 8$  bits, RSD présente une perte de 6% contre 15% pour l'algorithme de Zhang et al.

La figure (4.8) montre la variation de la somme-capacité en fonction de la puissance du bloqueur, à un RSB = 20 dB. La dépendance des performances de l'architecture EN à la puissance du bloqueur  $y$  est plus clairement visible, et sa diminution est accentuée par le passage d'un nombre de bits  $b = 8$  à  $b = 4$ . Les performances du Capon (Hybride) et de la RSD quant à elles ont l'avantage d'une très faible dépendance à la puissance du bloqueur.

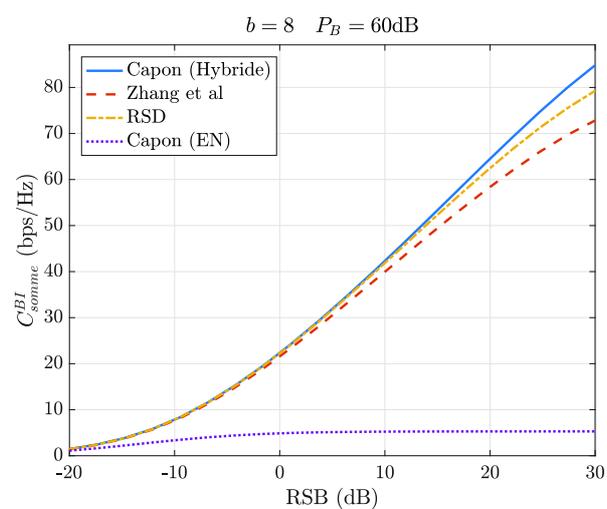
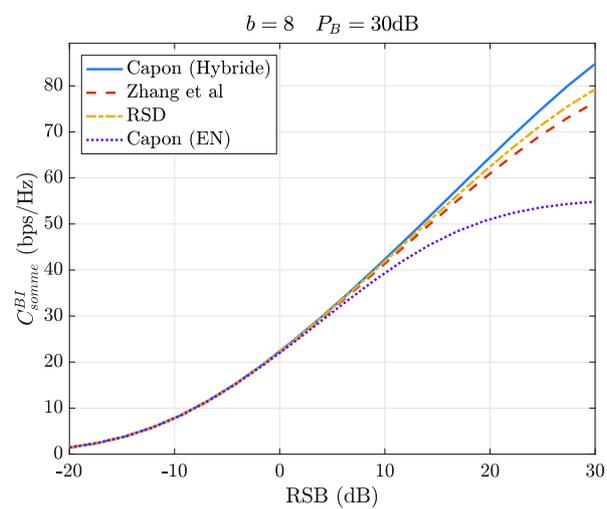
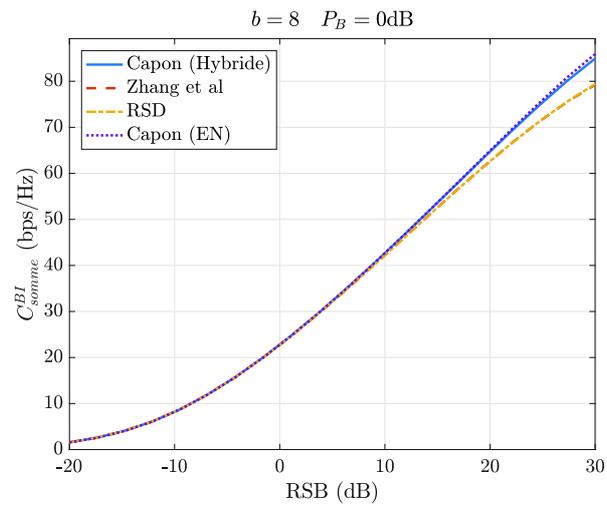


FIGURE 4.7 – Borne inférieure sur la somme-capacité pour différents algorithmes de formation de voies hybride. Le nombre de bits est de  $b = 8$  et la puissance du bloqueur  $P_B$  est variable.

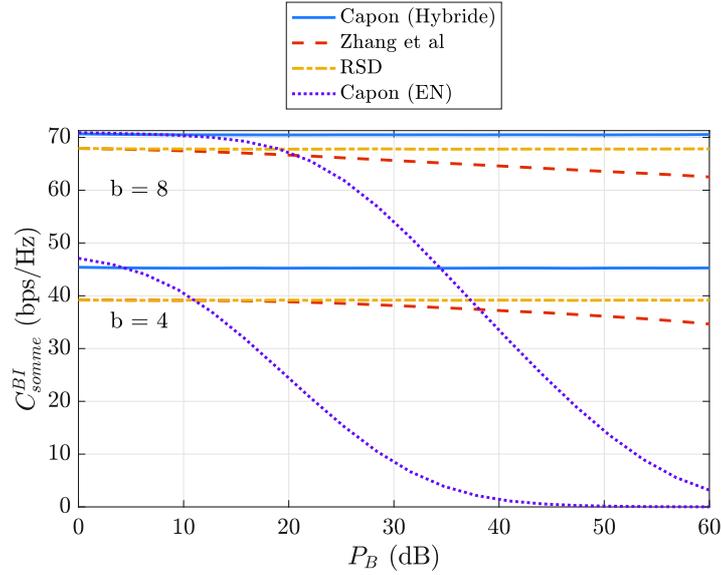


FIGURE 4.8 – Borne inférieure sur la somme-capacité en fonction de la puissance du bloqueur, à un RSB = 20 dB.

#### 4.5.2.2 Performances en RSIB en fonction de l'angle algébrique

Dans cette section les résultats seront représentés en nuage de points et en densité de probabilité. Pour chaque tirage de canal, on calcule le  $\cos(\theta)$  de ce canal et le RSIB en sortie d'étage analogique atteint par les différents algorithmes. On reporte ensuite sur un plan les points  $(\cos(\theta), \text{RSIB})$  des 8 utilisateurs. Une fois les 1000 tirages de canal effectués on estime la fonction de densité de probabilité du RSIB et de  $\cos(\theta)$ . Contrairement à la section précédente, la présentation des résultats sous cette forme permet de visualiser l'ensemble des valeurs du RSIB atteint, au lieu de la moyenne uniquement. On pourra en déduire la dispersion et les plages de variation du RSIB. La configuration et le modèle de canal (stochastique) sont les mêmes que pour la section précédente, hormis le niveau du RSB :

- $n_r = 16$ ,
- $n_U = 8$ ,
- $n_B = 1$ ,
- RSB = 24 dB (ce niveau de RSB correspond au scénario décrit dans l'introduction où on prend des distances inter-site de  $\text{DIS} = 100m$  et  $\text{DUP} = 50m$ , cf. la section 1.3),
- $P_B = 48$  dB au dessus des signaux des utilisateurs (ce niveau correspond au RSI du scénario décrit dans l'introduction où on prend des distances inter-sites de  $\text{DIS} = 100m$  et  $\text{DUP} = 50m$ , cf. la section 1.3).
- 1000 tirages de canal,
- angles d'arrivée distribués uniformément sur  $[-90^\circ, 90^\circ]$ ,
- sans *fading* (les puissances des signaux ne fluctuent pas avec les réalisations).

Afin de positionner les performances des différents algorithmes, on trace aussi la borne inférieure asymptotique du RSIB maximal atteignable avec des poids en module et phase, le  $\text{RSIB}_{\text{approx}}$  donné par la formule (2.28). La figure 4.9 montre le nuage des points  $(\cos(\theta),$

RSIB) pour l'algorithme de Capon à gauche, et la densité de probabilité empirique du RSIB à droite. Comme montré dans le chapitre 2, le RSIB pour cet algorithme varie entre une valeur maximum constante et une borne inférieure qui décroît avec  $|\cos(\theta)|$ . Cette borne inférieure a été décrite avec plus de détails dans le chapitre 2. La densité de probabilité montre une grande concentration de points autour de la valeur maximale du RSIB. Le nuage de points pour l'algorithme RSD sur la figure 4.10 montre une distribution similaire à celle de l'algorithme de Capon. Il y existe des points en dessous de la borne inférieure de l'algorithme de Capon, mais leur nombre est restreint et la densité de probabilité reste proche de celle sur la figure 4.9.

La figure 4.11 montre le nuage de points et la densité de probabilité du RSIB pour l'algorithme de Zhang et al. [125]. En comparaison avec les deux premiers algorithmes, le RSIB varie sur une plus grande plage, ce qui indique que cet algorithme dépend d'un point d'initialisation. Ce nuage de points peut être partitionné en deux sous-ensembles, le premier sur l'intervalle  $[-5 \text{ dB}, 25 \text{ dB}]$  et le deuxième sur l'intervalle  $[-50 \text{ dB}, -5 \text{ dB}]$ . Ce partitionnement est visible aussi sur la densité de probabilité. Cette figure et sa différence avec la figure 4.10 suggèrent que la recherche d'un minimum global sur un fonction non-convexe aboutit à la convergence vers un minimum local. Ce minimum local varie sur un grande plage, en comparaison avec le *benchmark*. Une grande partie des points atteint un RSIB dans l'intervalle  $[-50 \text{ dB}, -5 \text{ dB}]$ . Le vecteur d'initialisation utilisé, qu'est le FdV de Capon avec les modules fixés à 1 ne permet donc pas d'approcher les performances du *benchmark* avec cet algorithme.

À titre de comparaison avec un algorithme à convergence locale, on trace le nuage de points et la densité de probabilité sur la figure 4.12 pour l'algorithme de Newton. La figure montre un comportement similaire à celui de l'algorithme de Zhang et al. [125], avec des points concentrés dans deux sous-ensembles et une densité de probabilité définie sur deux intervalles.

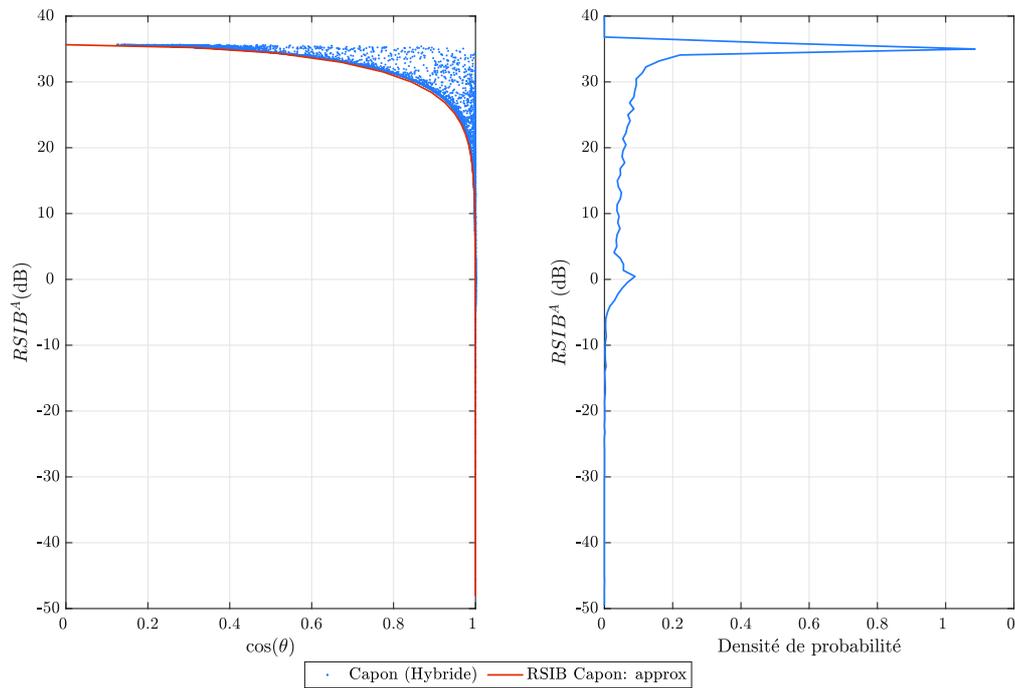


FIGURE 4.9 – À gauche : nuage des points ( $\cos(\theta)$ ,  $RSIB$ ) pour l’algorithme Capon Hybride (poids variant en module et phase), le nombre de points est de 8000. À droite : densité de probabilité empirique du  $RSIB$ .

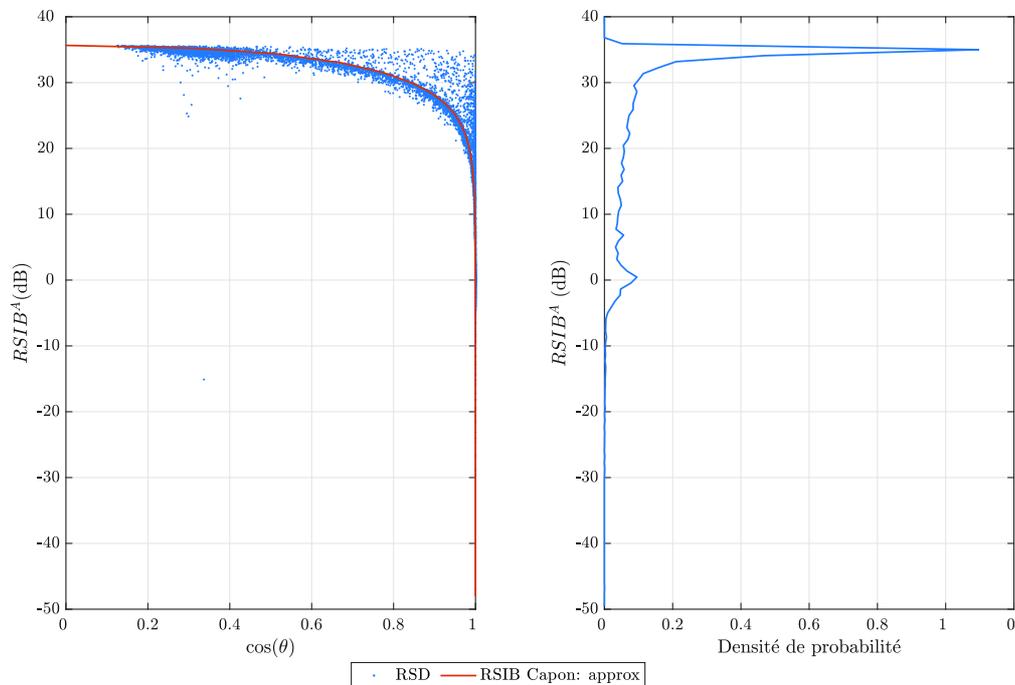


FIGURE 4.10 – À gauche : nuage des points ( $\cos(\theta)$ ,  $RSIB$ ) pour l’algorithme RSD (*phase-only*), le nombre de points est de 8000. À droite : densité de probabilité empirique du  $RSIB$ .

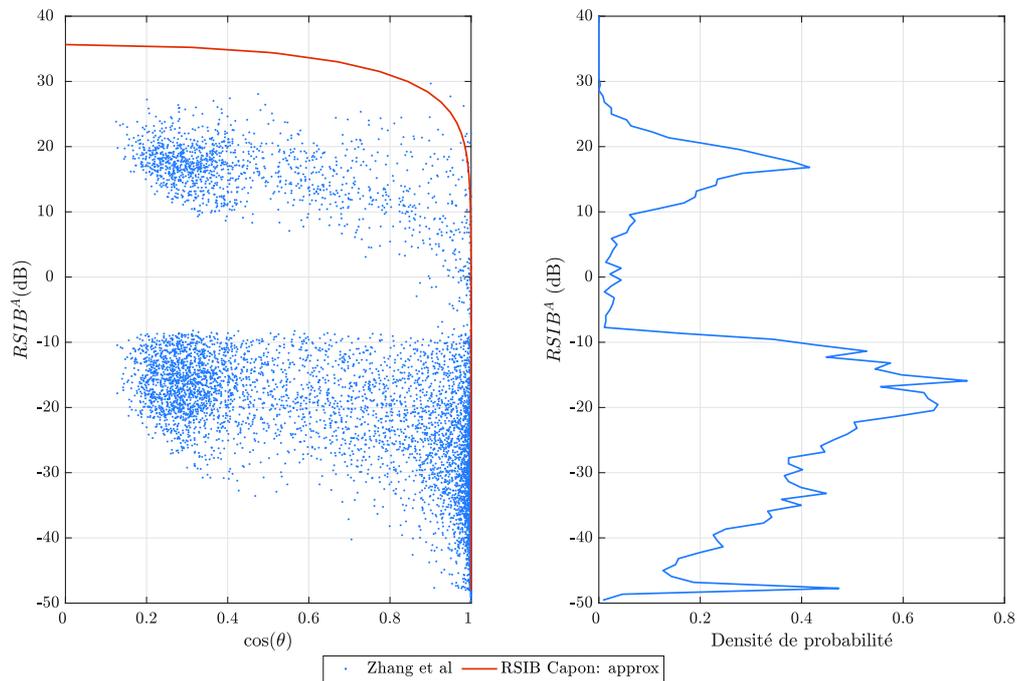


FIGURE 4.11 – À gauche : nuage des points  $(\cos(\theta), RSIB)$  pour l'algorithme de Zhang et al. [125] (*phase-only*), le nombre de points est de 8000. À droite : densité de probabilité empirique du RSIB.

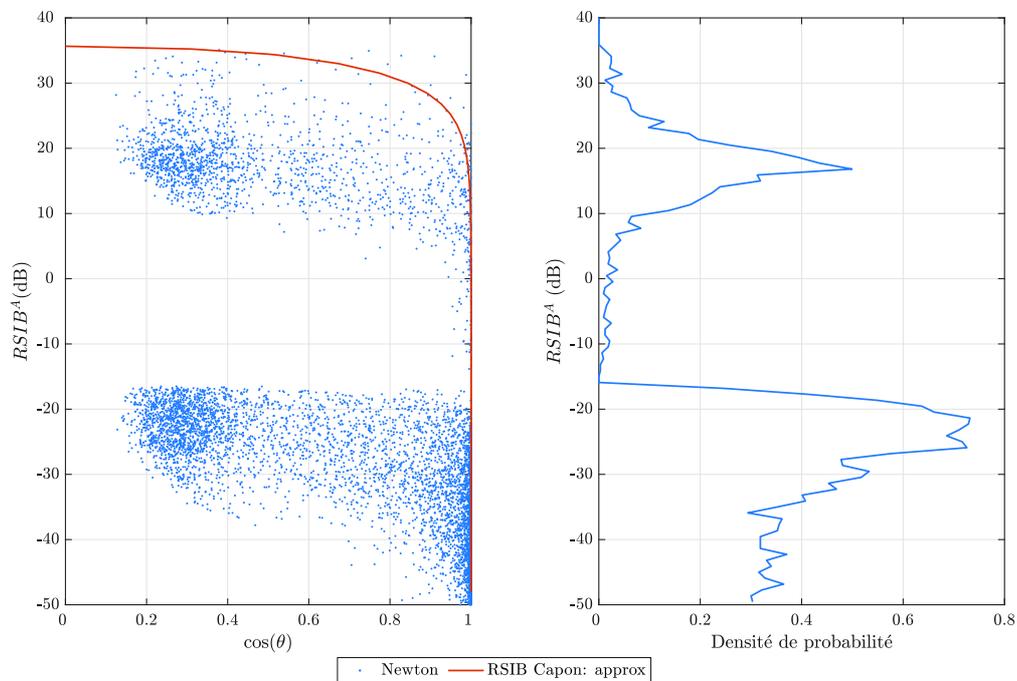


FIGURE 4.12 – À gauche : nuage des points  $(\cos(\theta), RSIB)$  pour l'algorithme Newton (*phase-only*), le nombre de points est de 8000. À droite : densité de probabilité empirique du RSIB.

---

Les résultats sont aussi présentés en fonction de  $(1 - |\cos(\theta)|)$  en échelle logarithmique sur les figures 4.13, 4.14, 4.15 et 4.16, ce qui permet d'agrandir d'avantage les 3 zones d'intérêt (favorable, normale, et pire cas) que dans les représentations précédentes. Sur la figure 4.13, on y vérifie effectivement la présence des trois zones qui partitionnent la borne inférieure en RSIB pour le FdV de Capon. La figure 4.14, montre un comportement similaire pour l'algorithme RSD, le nuage de points comporte un nombre réduit de points en dessous de la borne inférieure. Enfin, sur les figures 4.15 et 4.16, on peut faire les mêmes constats que sur les courbes en  $|\cos(\theta)|$  linéaire, à savoir que les points de RSIB sont distribués en majeure partie en dessous de la borne inférieure, en particulier pour les zones favorables et normales.

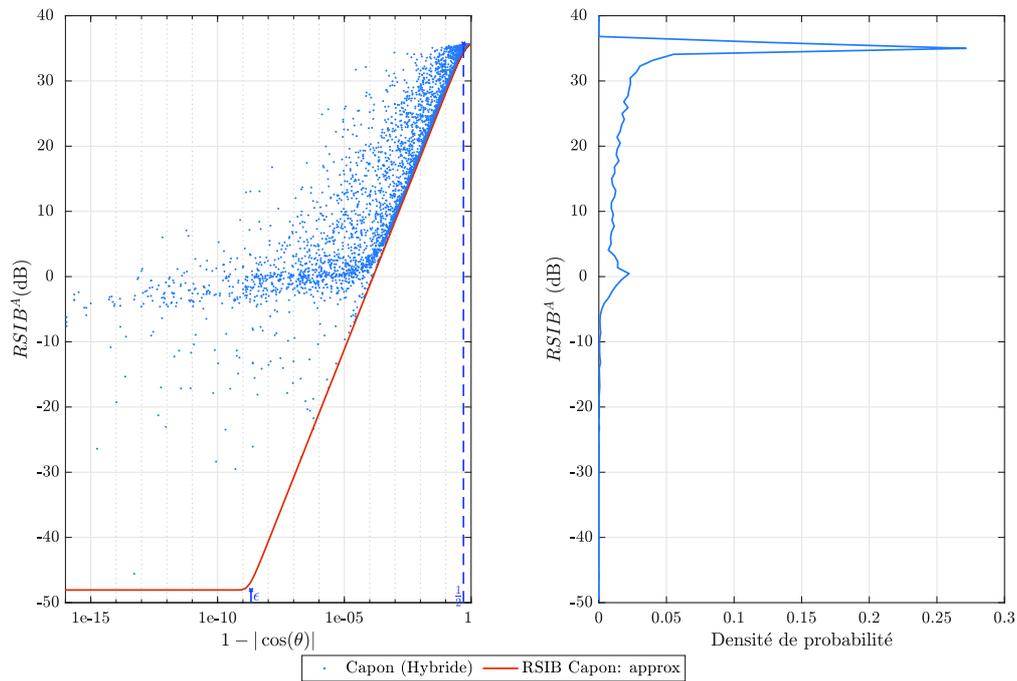


FIGURE 4.13 – À gauche : nuage des points  $(1 - |\cos(\theta)|, RSIB)$  pour l'algorithme Capon Hybride (poids variant en module et phase), le nombre de points est de 8000. À droite : densité de probabilité empirique du RSIB.

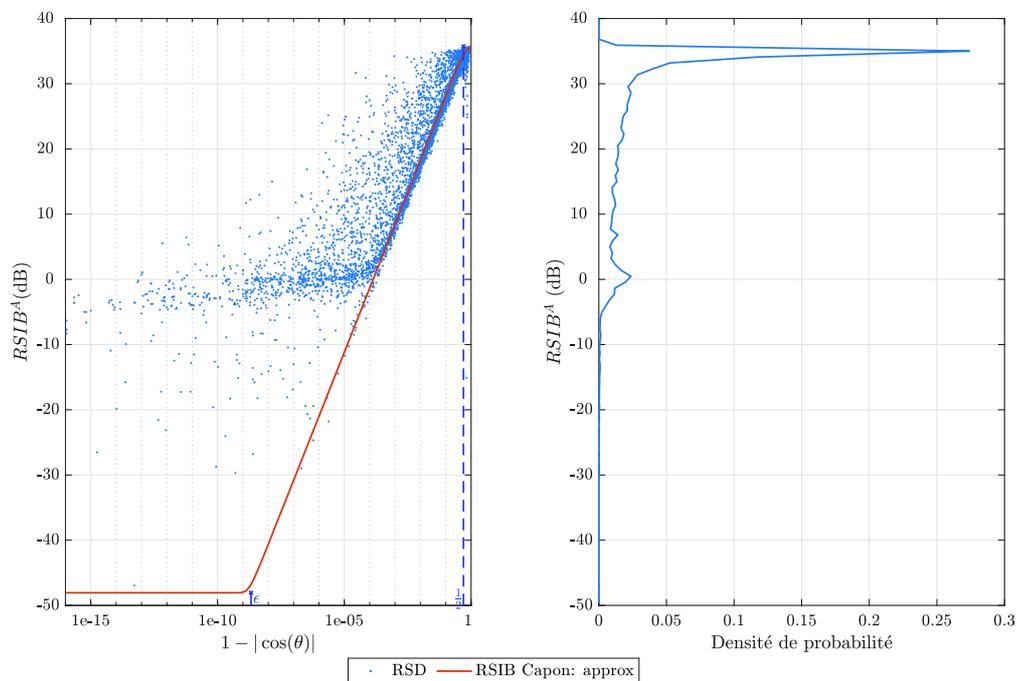


FIGURE 4.14 – À gauche : nuage des points  $(1 - |\cos(\theta)|, RSIB)$  pour l'algorithme RSD (*phase-only*), le nombre de points est de 8000. À droite : densité de probabilité empirique du RSIB.

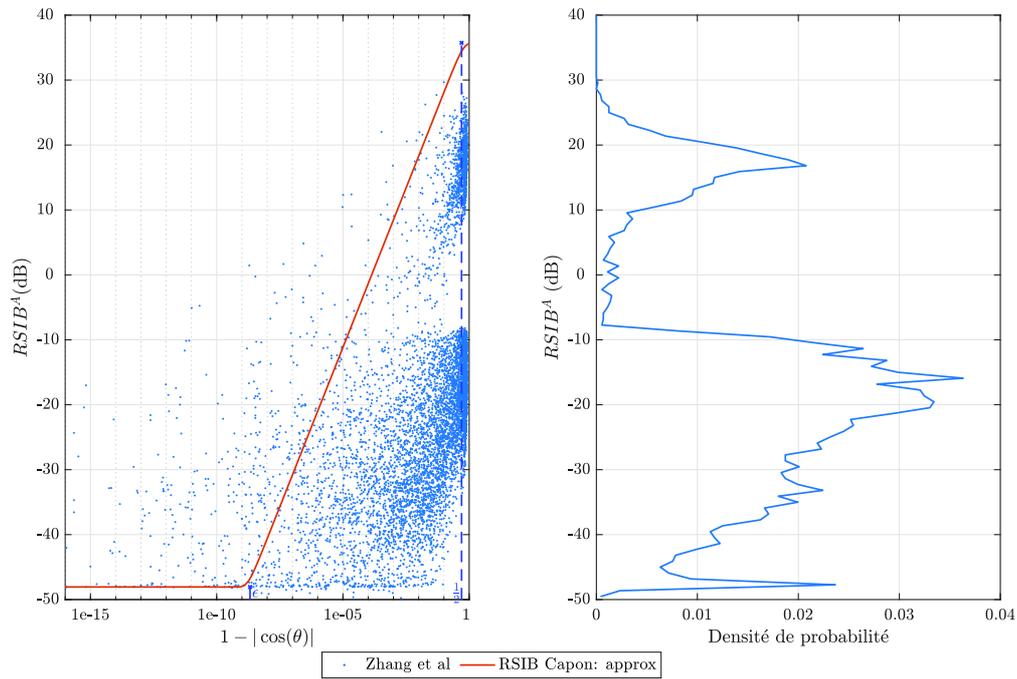


FIGURE 4.15 – À gauche : nuage des points  $(1 - |\cos(\theta)|, RSIB)$  pour l’algorithme de Zhang et al. [125] (*phase-only*), le nombre de points est de 8000. À droite : densité de probabilité empirique du RSIB.

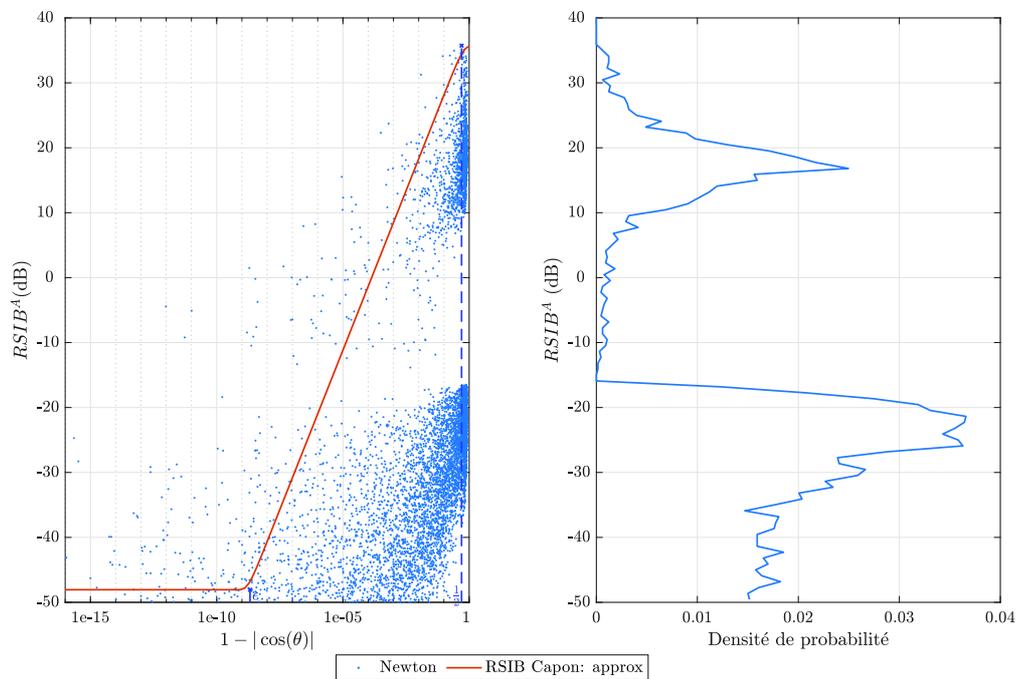


FIGURE 4.16 – À gauche : nuage des points  $(1 - |\cos(\theta)|, RSIB)$  pour l’algorithme Newton (*phase-only*), le nombre de points est de 8000. À droite : densité de probabilité empirique du RSIB.

## 4.6 Conclusion

Dans ce chapitre, on a introduit un modèle de CAN (décrit dans A.1) dans la chaîne de réception. Ceci nous a permis d'observer le phénomène de saturation des performances d'un FdV EN en présence de fortes interférences. En effet, dans un régime faible en RSI, les performances d'un FdV EN se voient dégradées car le bruit de quantification diminue le RSB équivalent. Au delà de permettre l'utilisation d'un nombre de chaînes RF inférieur à celui d'une architecture EN, l'architecture hybride permet aussi de rehausser le RSIB avant quantification, et donc d'élever le plancher haut du RSIB qu'est  $n_r \cdot \text{RSB}$ . On a aussi utilisé le modèle de CAN décrit en section A.2 qui permet de dériver une borne inférieure sur la somme-capacité (cf. 2.4.3).

Bien que l'approche sous-optimale d'extraction de phase permette de donner un gain en RSIB avant quantification, ses performances restent limitées avec une grande dispersion. Ceci nous a poussé à explorer des approches d'optimisation du RSIB. Notre contribution dans ce chapitre a consisté à proposer une approche d'optimisation du RSIB, elle a été publiée dans un article de conférence à *WCNC (Wireless Communications and Networking Conference)*. En partant du problème d'optimisation du RSIB avec contrainte *phase-only*, on a pu le réexprimer en un problème de programmation semi-définie, avec une contrainte *phase-only* transformée en une série de contraintes convexes plus une contrainte de rang non-convexe.

On a vu qu'en relâchant cette dernière contrainte il était possible de résoudre un problème convexe avec un algorithme du point intérieur. Cette approche de relaxation semi-définie a donné des performances en RSIB proches de celle de la borne inférieure du FdV optimal (en module et phases). Contrairement aux approches de la littérature [109, 125], l'approche par RSD permet une convergence globale et une insensibilité à la puissance du bloqueur.

# Conclusion et perspectives

Le thème principal de ce manuscrit était l'utilisation de la formation de voies hybride analogique-numérique pour les petites cellules de la nouvelle génération des réseaux cellulaires. On y a considéré la formation de voies en réception sur la station de base, afin de diminuer les interférences venant d'une petite cellule adjacente. On s'est aussi focalisé sur des FdV visant à être implémentés sur une architecture *phase-only*, à savoir, utilisant des déphaseurs uniquement dans l'étage analogique.

**Dans le premier chapitre**, on a présenté le contexte dans lequel s'inscrivent nos travaux, à savoir l'axe d'applications haut débit de la 5G. On a aussi décrit un scénario typique où l'interférence entre cellules peut survenir et limiter les performances du réseau. On a présenté ensuite un état de l'art de la formation de voies hybride appliquée à des scénarios proches du nôtre. On a vu que dans l'état de l'art, les travaux se sont focalisés sur des techniques de formation de lobes principaux uniquement, or ce filtrage peut ne pas être suffisant si la puissance des bloqueurs est assez forte et si la résolution des CANs est faible.

**Le deuxième chapitre** avait pour objet de présenter les modèles de canaux ainsi que les métriques utilisées afin d'obtenir nos résultats. Sur des canaux stochastiques, les performances dépendent de la corrélation présente dans le canal ainsi que de la fluctuation des niveaux de puissance. Afin d'évaluer l'influence qu'a l'orthogonalité entre le vecteur de canal d'un utilisateur et le vecteur de canal d'un interféreur, on a introduit la métrique d'angle algébrique entre ces deux vecteurs. Cette dernière métrique est liée bijectivement au RSIB atteint par le FdV de Capon dans le cas mono-utilisateur mono-interférieur, et elle permet de dériver une borne inférieure sur le RSIB dans le cas multi-utilisateur multi-interférieur. Ce dernier résultat a été valorisé dans un article de journal court publié dans *Electronic Letters* [17]. Les performances du FdV de Capon ainsi que cette borne inférieure nous ont servies comme *benchmark* dans les chapitres suivants.

**Le troisième chapitre** a proposé une solution sous-optimale au problème de formation de voies *phase-only* pour une chaîne de réception qui fait l'hypothèse d'un CAN parfait. Cette solution est basée sur des solutions dont les poids varient en module et phase. Elle consiste à extraire les phases d'une solution entièrement numérique et de les utiliser dans l'étage analogique d'un FdV hybride. Dans ce modèle qui fait l'hypothèse d'un CAN parfait, on a évalué les pertes de cette approche sur différentes solutions entièrement numériques. Les travaux de ce chapitre ont donné lieu à un article publié dans la conférence *IEEE ICT* [16].

**Dans le quatrième chapitre**, on a montré les limitations de la formation de voies par extraction de phases. En effet, l'introduction d'un modèle de CAN dans la chaîne de réception modifie le RSB à l'entrée de l'étage numérique. Ceci a pour effet de baisser la borne supérieure du RSIB en sortie de formation de voies numérique. Ceci nous a amené à proposer une approche d'optimisation de l'étage analogique, où on a reformulé le problème d'optimisation du RSIB, puis relaxé en un problème de programmation semi-définie. Ce dernier problème étant convexe, il a pu être résolu par un algorithme de point intérieur. Dans ce chapitre, on a aussi comparé les

performances de cette approche de relaxation semi-définie (RSD) à des algorithmes de l'état de l'art [125, 109] et à une implémentation entièrement numérique, et ce en terme de RSIB et de somme-capacité. On a pu constater la détérioration des performances d'une implémentation EN en présence de forts bloqueurs, et donc de la nécessité d'un filtrage analogique avant numérisation. On a pu aussi observer la dispersion des valeurs du RSIB en fonction de l'angle algébrique introduit dans le chapitre 2. Pour l'algorithme RSD, les valeurs du RSIB restent très proches de celles du FdV de Capon (utilisé comme *benchmark*) et seulement une minorité de points se trouve en dessous de la borne inférieure des performances de ce dernier. Tandis que pour les algorithmes [125, 109] évoluant sur une fonction coût non-convexe, ils atteignent des valeurs de RSIB en dessous de la borne inférieure et sont plus dispersés. Les travaux de ce chapitre ont donné lieu à deux articles publiés dans les conférences *IEEE WCNC* et *GRETSI* [19, 18].

## Perspectives

Les formules des asymptotes et de l'approximation données dans le chapitre 2 sont obtenues par un ajustement expérimental. Il serait donc intéressant de dériver une formule analytique du RSIB minimum atteignable par le FdV de Capon. Ceci pourrait aussi ouvrir la voie à un calcul théorique du RSIB en *phase-only*.

Les algorithmes de formation de voies proposés dans les chapitres 3 et 4 reposent sur les hypothèses de : connaissance parfaite du canal en réception, modèle de canal non-sélectif en fréquence, résolution parfaite des déphaseurs, résolution parfaite du gain de l'*AGC* (régulant le taux de saturation toujours à  $\zeta = \zeta_{opt}$ ) etc. Il pourrait être intéressant de regarder l'impact d'imperfections sur les performances des algorithmes : connaissance imparfaite du canal, modèle de canal sélectif en fréquence, déphaseurs à résolution finie, *AGC* à pas de gain fini etc. Ceci pourrait montrer une nécessité d'adaptation des algorithmes ou bien de les revoir entièrement. Par exemple, si la résolution des déphaseurs est assez faible, il serait plus intéressant d'utiliser des approches d'optimisation combinatoire plutôt que de seiller les solutions données par les approches d'optimisation continues. Ces extensions, en plus de leur réalisation sur un prototype, permettraient de donner une preuve de concept de la formation de voies hybride.

Afin de conforter l'intérêt pratique de la formation de voies hybride, des simulations système pourraient servir à quantifier son apport en terme de couverture, de débit et de consommation énergétique du réseau. Enfin on peut citer l'exploration et l'adaptation des algorithmes de formation de voies hybride à des réseaux d'antennes utilisant d'autres dispositifs de réglage des poids que des déphaseurs, comme les *Electronically Steerable Passive Array Radiator (ES-PAR)* qui utilisent des impédances variables sur des éléments parasites du réseau d'antennes.

# Modèles de CAN (Convertisseur Analogique-Numérique)

## Sommaire

<b>A.1</b>	<b>Quantificateur uniforme</b> . . . . .	<b>109</b>
<b>A.2</b>	<b>Quantificateur non-uniforme optimal</b> . . . . .	<b>109</b>

Afin de quantifier l'impact des CANs sur la capacité, on a besoin de modéliser l'opération qu'ils effectuent. Cette opération est modélisée en théorie de l'information par un système dit quantificateur. Dans cette section on utilisera les termes quantificateur et CAN de manière interchangeable. Cette opération peut être décrite par l'application suivante :

$$\begin{aligned} \mathcal{Q} : \mathbb{R} &\rightarrow \mathbb{Q}, \\ x &\mapsto q. \end{aligned}$$

Où  $\mathbb{Q}$  est l'ensemble des valeurs de sortie du quantificateur :

$$\mathbb{Q} = \{q_1, q_2, \dots, q_{N_e}\}.$$

Le nombre d'états du quantificateur est  $N_e$ , il peut être relié à la résolution (nombre de bits  $b$ ) du CAN par l'équation suivante :

$$N_e = 2^b.$$

La résolution d'un CAN utilisé en communications numériques varie typiquement entre 8 et 16 bits. À chaque valeur réelle d'entrée, le quantificateur associe une valeur  $q_i$  en sortie. L'ensemble des valeurs en entrée auxquelles on associe la valeur  $q_i$  en sortie est notée :

$$\eta_i = \{x \in \mathbb{R} \mid \mathcal{Q}(x) = q_i\}.$$

Pour que le quantificateur soit bien défini on impose que :

$$\bigcup_i \eta_i = \mathbb{R} \tag{A.1}$$

$$\eta_i \cap \eta_j = \emptyset, \forall i \neq j \tag{A.2}$$

$$q_i \in \eta_i \tag{A.3}$$

Les ensembles  $\eta_i$  sont des intervalles qui sont définis par leur bornes supérieures et inférieures. Le choix de l'ouverture ou de la fermeture sur ces bornes est arbitraire, tant qu'on respecte les équation (A.1), (A.2) et (A.3) :

$$\eta_i = (x_{i-1}, x_i], \quad i = 1, 2, \dots, N_e. \quad (\text{A.4})$$

Les variables  $x_i$  constituent les points de décision, à savoir que pour une entrée  $x \in \eta_i$ , le quantificateur va lui associer la sortie  $q_i$ . Sans perte de généralité on peut poser :

$$\begin{aligned} x_0 &= -\infty, \\ x_{N_e} &= +\infty. \end{aligned}$$

Un quantificateur est donc entièrement défini par les valeurs  $q_i$  et  $x_i$ , et ses performances en dépendent directement. L'objectif d'un quantificateur est de mesurer une valeur inconnue avec une précision limitée. Cette valeur étant inconnue à l'avance on peut donc la modéliser comme une variable aléatoire :

$$\xi = |q - x| \quad (\text{A.5})$$

Ainsi l'erreur  $\xi$  introduite par la mesure est aussi aléatoire. Cette erreur peut se décomposer en deux composantes, une composante granulaire, due à l'aspect discret de la sortie du quantificateur quand l'entrée se trouve dans les intervalles  $\eta_i$  bornés, et une composante de saturation quand l'entrée se trouve dans un intervalle  $\eta_i$  non borné. On peut définir les performances d'un quantificateur par l'erreur quadratique moyenne (EQM) entre son entrée et sa sortie :

$$\text{EQM} = \int_{-\infty}^{+\infty} \xi^2 p(x) dx, \quad (\text{A.6})$$

Où  $p(x)$  est la distribution de la variable aléatoire  $x$ . Si cette distribution est concentrée dans  $[x_1, x_{N_e-1}]$  l'erreur granulaire sera relativement petite mais très probable, alors que l'erreur de saturation sera très grande mais peu probable [43]. On peut ramener l'EQM à la puissance de  $x$  et définir un rapport signal à bruit de quantification (RSQ) :

$$\text{RSQ} = \frac{\sigma_x^2}{\text{EQM}}. \quad (\text{A.7})$$

Par analogie avec le RSB, la définition d'un RSQ nous amène à définir un modèle à bruit de quantification additif :

$$q = \mathcal{Q}(x) = x + n_q, \quad (\text{A.8})$$

Où  $n_q$  est le bruit de quantification. Ce modèle permet de définir une relation d'entrée-sortie simple, et donc d'intégrer facilement le modèle de CAN dans une chaîne de traitement du signal.

## A.1 Quantificateur uniforme

Un quantificateur uniforme est un quantificateur dont les sorties sont uniformément séparées avec un pas  $\Delta$  :

$$q_i - q_{i-1} = \Delta, \quad i = 2, \dots, N_e \quad (\text{A.9})$$

$$q_i = (x_{i-1} + x_i)/2, \quad i = 2, \dots, N_e - 1 \quad (\text{A.10})$$

Pour une distribution du signal d'entrée uniforme sur  $[x_1, x_{N_e-1}]$ , l'EQM prend la valeur bien connue de [43] :

$$\text{EQM} = \frac{\Delta^2}{12} \quad (\text{A.11})$$

Hormis sa simplicité ce quantificateur est robuste à la variation de la distribution de l'entrée, à savoir que ses performances varient faiblement sur différentes distributions [43]. Par exemple, pour des distribution suffisamment régulières et des valeurs de  $N_e$  et  $\Delta$  qui gardent de faibles erreur de saturation, la formue (A.11) reste une bonne approximation [43]. Plus particulièrement l'impact de la quantification uniforme et symétrique<sup>1</sup> sur une gaussienne centrée a été évalué par [20] :

$$\text{RSQ} = \left[ 2(1 + \zeta)Q(\sqrt{\zeta}) - \sqrt{\frac{2\zeta}{\pi}} e^{-0.5\zeta} + \frac{\zeta}{3 \cdot 2^{2b}} \right]^{-1}, \quad (\text{A.12})$$

$$\zeta = \frac{x_1^2}{\sigma_x^2}. \quad (\text{A.13})$$

Où  $\zeta$  est le taux de saturation et  $Q(\cdot)$  est la fonction de répartition complémentaire de la distribution gaussienne :

$$Q(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_z^{+\infty} e^{-\frac{u^2}{2}} du. \quad (\text{A.14})$$

La figure A.1 montre la variation du RSQ en fonction du taux de saturation pour différentes valeurs de nombre de bits. Ces courbes montrent que pour un nombre de bits fixé, il existe une valeur  $\zeta_{\text{opt}}$  de taux de saturation optimal. De plus cette valeur de taux de saturation dépend du nombre de bits. En dessous de cette valeur ( $\zeta < \zeta_{\text{opt}}$ ) l'erreur de saturation domine, au-delà de cette valeur ( $\zeta > \zeta_{\text{opt}}$ ) l'erreur granulaire domine. Un des intérêts de ce résultat est qu'il permet de prendre en compte une imperfection du CAG (Contrôleur Automatique de Gain) à travers une erreur sur  $\zeta$ . En effet, dans une chaîne de réception, si l'on souhaite quantifier un signal gaussien, de manière uniforme et optimale (en minimisant l'EQM) il faut utiliser un CAG afin de se placer sur le point de fonctionnement  $\zeta = \zeta_{\text{opt}}$ . Une erreur de gain (due à des valeurs de gain discrètes, une compression du gain etc) fera déplacer ce point de fonctionnement.

## A.2 Quantificateur non-uniforme optimal

Dans la section précédente on a décrit le quantificateur uniforme et donné une condition pour qu'il soit optimal sur une distribution gaussienne selon [20]. Néanmoins ce quantificateur

1. Pour un quantificateur symétrique  $x_1 = x_{N_e-1}$ .

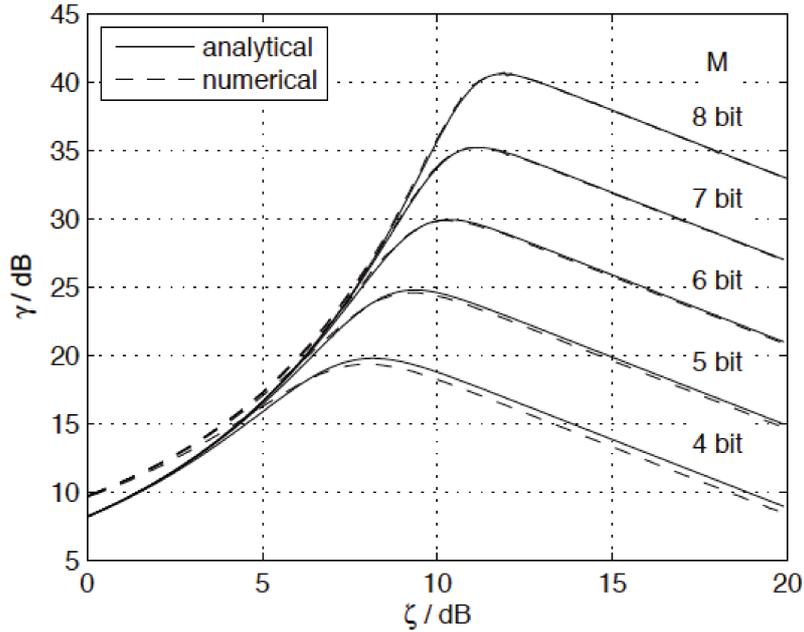


FIGURE A.1 – Variation du RSQ ( $\gamma$  sur la figure) en fonction du taux de saturation pour différentes valeurs de nombres de bits ( $M$  sur la figure) [20].

reste optimal sous la contrainte d'uniformité. L'utilisation d'un quantificateur non-uniforme permet d'augmenter la dynamique et de réduire l'EQM en comparaison avec un quantificateur uniforme [43]. Pour une distribution donnée, l'algorithme de Max-Lloyd permet d'obtenir les  $q_i$  et les  $x_i$  optimaux, une description extensive de cet algorithme se trouve dans [43]. Pour un tel quantificateur, symétrique et pour une distribution gaussienne le facteur de distorsion peut être approximé en utilisant la formule de Panter-Dite [87] :

$$\rho = \frac{1}{\text{RSQ}} \approx \frac{\pi\sqrt{32}^{-2b}}{2} . \quad (\text{A.15})$$

Cette approximation est valable à haute résolution, avec un nombre de bits  $b \geq 3$  [121]. L'avantage d'utiliser un modèle de quantificateur optimal est que cela permet d'avoir les performances maximales possibles du système, néanmoins l'impact d'une erreur sur la distribution d'entrée (à cause d'une distorsion par les blocs précédents : CAG, amplificateurs etc) n'est pas directement quantifiable sur l'équation (A.15).

# Bibliographie

- [1] “5G Vision The 5G Infrastructure Public Private Partnership : the next generation of communication networks and services.” en. In : (), p. 166. URL : <https://5g-ppp.eu/wp-content/uploads/2015/02/5G-Vision-Brochure-v1.pdf> (cf. p. 6, 7).
- [2] *5gamericas : : 5G Technology Has Capability to Transform Key Industries*. URL : <http://www.5gamericas.org/en/newsroom/press-releases/5g-technology-has-capability-transform-key-industries/> (visité le 06/02/2019) (cf. p. 6, 7).
- [3] P. K. AGYAPONG, M. IWAMURA, D. STAEHLE, W. KIESS et A. BENJEBBOUR. “Design considerations for a 5G network architecture”. In : *IEEE Communications Magazine* 52.11 (nov. 2014), p. 65-75. DOI : 10.1109/MCOM.2014.6957145 (cf. p. 6).
- [4] I. AHMED, H. KHAMMARI, A. SHAHID, A. MUSA, K. S. KIM, E. D. POORTER et I. MOERMAN. “A Survey on Hybrid Beamforming Techniques in 5G : Architecture and System Model Perspectives”. In : *IEEE Communications Surveys Tutorials* 20.4 (2018), p. 3060-3097. ISSN : 1553-877X. DOI : 10.1109/COMST.2018.2843719 (cf. p. 13, 22).
- [5] E. ALI, M. ISMAIL, R. NORDIN et N. F. ABDULAH. “Beamforming techniques for massive MIMO systems in 5G : overview, classification, and trends for future research”. In : *Frontiers Inf Technol Electronic Eng* 18.6 (juin 2017), p. 753-772. ISSN : 2095-9230. DOI : 10.1631/FITEE.1601817. URL : <https://doi.org/10.1631/FITEE.1601817> (visité le 03/07/2019) (cf. p. 22).
- [6] A. ALKHATEEB et R. W. HEATH. “Frequency Selective Hybrid Precoding for Limited Feedback Millimeter Wave Systems”. In : *IEEE Transactions on Communications* 64.5 (mai 2016), p. 1801-1818. ISSN : 0090-6778. DOI : 10.1109/TCOMM.2016.2549517 (cf. p. 14, 22).
- [7] A. ALKHATEEB, J. MO, N. GONZALEZ-PRELCIC et R. W. HEATH. “MIMO Precoding and Combining Solutions for Millimeter-Wave Systems”. In : *IEEE Communications Magazine* 52.12 (déc. 2014), p. 122-131. ISSN : 0163-6804. DOI : 10.1109/MCOM.2014.6979963 (cf. p. 14).
- [8] J. G. ANDREWS. “Interference cancellation for cellular systems : a contemporary overview”. In : *IEEE Wireless Communications* 12.2 (avr. 2005), p. 19-29. DOI : 10.1109/MWC.2005.1421925 (cf. p. 13).
- [9] J. G. ANDREWS, T. BAI, M. N. KULKARNI, A. ALKHATEEB, A. K. GUPTA et R. W. HEATH. “Modeling and Analyzing Millimeter Wave Cellular Systems”. In : *IEEE Transactions on Communications* 65.1 (jan. 2017), p. 403-430. ISSN : 0090-6778. DOI : 10.1109/TCOMM.2016.2618794 (cf. p. 14, 22).
- [10] J. G. ANDREWS, H. CLAUSSEN, M. DOHLER, S. RANGAN et M. C. REED. “Femtocells : Past, Present, and Future”. In : *IEEE Journal on Selected Areas in Communications* 30.3 (avr. 2012), p. 497-508. DOI : 10.1109/JSAC.2012.120401 (cf. p. 8).

- [11] O. BAKR et M. JOHNSON. “Impact of phase and amplitude errors on array performance”. In : *EECS Department, University of California, Berkeley, Tech. Rep. UCB/EECS-2009-1* (2009). URL : <https://www2.eecs.berkeley.edu/Pubs/TechRpts/2009/EECS-2009-1.html> (cf. p. 80).
- [12] O. BAKR, M. JOHNSON, R. MUDUMBAI et U. MADHOW. “Interference suppression in the presence of quantization errors”. In : *2009 47th Annual Allerton Conference on Communication, Control, and Computing (Allerton)*. 2009 47th Annual Allerton Conference on Communication, Control, and Computing (Allerton). ISSN : null. Sept. 2009, p. 1161-1168. DOI : 10.1109/ALLERTON.2009.5394552 (cf. p. 80).
- [13] C. BALANIS. *Antenna Theory : Analysis and Design*. Wiley, 2012. ISBN : 9781118585733 (cf. p. 30, 31).
- [14] O. BARBU et O. FRATU. “An enabler of interoperability in heterogeneous wireless networks”. In : *2011 2nd International Conference on Wireless Communication, Vehicular Technology, Information Theory and Aerospace Electronic Systems Technology (Wireless VITAE)*. Fév. 2011, p. 1-5. DOI : 10.1109/WIRELESSVITAE.2011.5940885 (cf. p. 7).
- [15] D. BAUM, H. EL-SALLABI, T. JÄMSÄ, J. MEINILÄ, P. KYÖSTI, X. ZHAO, D. LASELVA, J. NUUTINEN, L. HENTILA, P. VAINIKAINEN, J. KIVINEN, L. VUOKKO, P. ZETTERBERG, M. BENGTSSON, K. YU, N. JALDEN, T. RAUTIAINEN, K. KALLIOLA, M. MILOJEVIC et J. HANSEN. “IST-2003-507581 WINNER D5. 4 v. 1.4 Final Report on Link Level and System Level Channel Models”. In : (jan. 2005). URL : [https://www.researchgate.net/publication/229031750\\_IST-2003-507581\\_WINNER\\_D5\\_4\\_v\\_14\\_Final\\_Report\\_on\\_Link\\_Level\\_and\\_System\\_Level\\_Channel\\_Models](https://www.researchgate.net/publication/229031750_IST-2003-507581_WINNER_D5_4_v_14_Final_Report_on_Link_Level_and_System_Level_Channel_Models) (cf. p. 42).
- [16] M. R. BEKKAR, B. MISCOPEIN, S. BORIES, L. ROS et C. SICLET. “Constant modulus hybrid beamforming for multi-user systems in the presence of blockers”. In : *2018 25th International Conference on Telecommunications (ICT)*. Juin 2018, p. 378-382. DOI : 10.1109/ICT.2018.8464941 (cf. p. 3, 42, 43, 65, 80, 105).
- [17] M. R. BEKKAR, L. ROS, C. SICLET, S. BORIES et B. MISCOPEIN. “Multi-user interference characterisation in antenna arrays : an algebraic angle approach”. In : *Electronics Letters* 56.5 (3 jan. 2020). Publisher : IET Digital Library, p. 257-260. ISSN : 1350-911X. DOI : 10.1049/el.2019.2454. URL : <https://digital-library.theiet.org/content/journals/10.1049/el.2019.2454> (visité le 29/02/2020) (cf. p. 3, 39, 43, 63, 105).
- [18] M. R. BEKKAR, L. ROS, C. SICLET, B. MISCOPEIN et B. SERGE. “Sur l’utilisation de la relaxation semidéfinie en lien montant pour la formation de voies hybride avec bloqueurs”. In : *XXVIIème colloque GRETSI (GRETSI 2019)*. Lille, France, 2019 (cf. p. 3, 43, 82, 106).
- [19] M. R. BEKKAR, C. SICLET, L. ROS, B. MISCOPEIN et S. BORIES. “On the use of semidefinite relaxation for uplink phase-only hybrid beamforming with blockers”. In : *IEEE Wireless Communications and Networking Conference (WCNC 2019)*. Marrakech,

- Morocco, avr. 2019. URL : <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-02112642> (cf. p. 3, 43, 82, 106).
- [20] M. BERNHARD, D. RÖRICH, T. HANDTE et J. SPEIDEL. “Analytical and numerical studies of quantization effects in coherent optical OFDM transmission with 100 Gbit/s and beyond”. In : *ITG-Fachtagung Photonische Netze* (2012), p. 34-40 (cf. p. 82, 109, 110).
- [21] A. BJORCK et G. H. GOLUB. “Numerical methods for computing angles between linear subspaces”. In : *Mathematics of computation* 27.123 (1973), p. 579-594 (cf. p. 54).
- [22] E. BJORNSSON, L. V. d. PERRE, S. BUZZI et E. G. LARSSON. “Massive MIMO in Sub-6 GHz and mmWave : Physical, Practical, and Use-Case Differences”. In : *IEEE Wireless Communications* 26.2 (avr. 2019), p. 100-108. DOI : 10.1109/MWC.2018.1800140 (cf. p. 14, 15).
- [23] E. BJÖRNSSON, M. BENGTSSON et B. OTTERSTEN. “Optimal Multiuser Transmit Beamforming : A Difficult Problem with a Simple Solution Structure [Lecture Notes]”. In : *IEEE Signal Processing Magazine* 31.4 (juil. 2014), p. 142-148. ISSN : 1053-5888. DOI : 10.1109/MSP.2014.2312183. URL : <http://ieeexplore.ieee.org/document/6832894/> (cf. p. 44).
- [24] E. BJÖRNSSON, E. G. LARSSON et T. L. MARZETTA. “Massive MIMO : ten myths and one critical question”. In : *IEEE Communications Magazine* 54.2 (fév. 2016), p. 114-123. DOI : 10.1109/MCOM.2016.7402270 (cf. p. 13).
- [25] E. BJÖRNSSON. *What is the Difference Between Beamforming and Precoding ? | Massive MIMO*. en-GB. Oct. 2017. URL : <https://ma-mimo.ellintech.se/2017/10/03/what-is-the-difference-between-beamforming-and-precoding/> (visité le 01/10/2019) (cf. p. 13).
- [26] F. BOCCARDI, R. W. HEATH, A. LOZANO, T. L. MARZETTA et P. POPOVSKI. “Five disruptive technology directions for 5G”. In : *IEEE Communications Magazine* 52.2 (fév. 2014), p. 74-80. DOI : 10.1109/MCOM.2014.6736746 (cf. p. 7).
- [27] C. BOCKELMANN, N. PRATAS, H. NIKOPOUR, K. AU, T. SVENSSON, C. STEFANOVIC, P. POPOVSKI et A. DEKORSY. “Massive machine-type communications in 5g : physical and MAC-layer solutions”. In : *IEEE Communications Magazine* 54.9 (sept. 2016), p. 59-65. DOI : 10.1109/MCOM.2016.7565189 (cf. p. 7).
- [28] S. P. BOYD et L. VANDENBERGHE. *Convex optimization*. Cambridge, UK ; New York : Cambridge University Press, 2004. 716 p. ISBN : 978-0-521-83378-3 (cf. p. 88).
- [29] J. CAPON. “High-resolution frequency-wavenumber spectrum analysis”. In : *Proceedings of the IEEE* 57.8 (août 1969), p. 1408-1418. ISSN : 0018-9219. DOI : 10.1109/PROC.1969.7278 (cf. p. 22, 44).
- [30] A. CARLEIAL. “A case where interference does not reduce capacity (Corresp.)” In : *IEEE Transactions on Information Theory* 21.5 (sept. 1975), p. 569-570. ISSN : 0018-9448. DOI : 10.1109/TIT.1975.1055432 (cf. p. 13).

- [31] P. W. C. CHAN, E. S. LO, R. R. WANG, E. K. S. AU, V. K. N. LAU, R. S. CHENG, W. H. MOW, R. D. MURCH et K. B. LETAIEF. “The evolution path of 4G networks : FDD or TDD?” In : *IEEE Communications Magazine* 44.12 (déc. 2006), p. 42-50. DOI : 10.1109/MCOM.2006.273098 (cf. p. 8, 14).
- [32] V. CHANDRASEKHAR, J. G. ANDREWS et A. GATHERER. “Femtocell networks : a survey”. In : *IEEE Communications Magazine* 46.9 (sept. 2008), p. 59-67. DOI : 10.1109/MCOM.2008.4623708 (cf. p. 7, 8).
- [33] H. CLAUSSEN, L. T. W. HO et L. G. SAMUEL. “An overview of the femtocell concept”. In : *Bell Labs Technical Journal* 13.1 (2008), p. 221-245. DOI : 10.1002/bltj.20292 (cf. p. 9, 15).
- [34] T. H. CORMEN, C. E. LEISERSON, R. L. RIVEST et C. STEIN, éd. *Introduction to algorithms*. 3. ed. OCLC : 698955316. Cambridge, Mass. : MIT Press, 2009. 1292 p. ISBN : 978-0-262-03384-8 978-0-262-53305-8 (cf. p. 68).
- [35] T. M. COVER et J. A. THOMAS. *Elements of information theory*. 2nd ed. OCLC : ocm59879802. Hoboken, N.J : Wiley-Interscience, 2006. ISBN : 0-471-24195-4 978-0-471-24195-9 (cf. p. 46, 58, 60).
- [36] D. DEMMER. “OFDM Precoding for Filter-Bank based Waveforms”. Thèse de doctorat dirigée par Le Ruyet, Didier Génie informatique, automatique et traitement du signal. Radiocommunications Paris, CNAM 2019. Thèse de doct. 2019. URL : <http://www.theses.fr/2019CNAM1237> (cf. p. 7).
- [37] M. DING, D. LÓPEZ-PÉREZ, R. XUE, A. V. VASILAKOS et W. CHEN. “On Dynamic Time-Division-Duplex Transmissions for Small-Cell Networks”. In : *IEEE Transactions on Vehicular Technology* 65.11 (nov. 2016), p. 8933-8951. DOI : 10.1109/TVT.2016.2519520 (cf. p. 8, 15).
- [38] M. DING et D. L. PEREZ. “Please Lower Small Cell Antenna Heights in 5G”. In : *2016 IEEE Global Communications Conference (GLOBECOM)*. Déc. 2016, p. 1-6. DOI : 10.1109/GLOCOM.2016.7842150 (cf. p. 8, 15).
- [39] M. DING, D. LOPEZ-PEREZ, H. CLAUSSEN et M. A. KAAFAR. “On the Fundamental Characteristics of Ultra-Dense Small Cell Networks”. In : *IEEE Network* 32.3 (mai 2018), p. 92-100. ISSN : 0890-8044. DOI : 10.1109/MNET.2018.1700096. URL : <https://ieeexplore.ieee.org/document/8370884/> (visité le 12/11/2018) (cf. p. 8-10, 15).
- [40] M. ELKOURDI, B. PEKÖZ, E. GÜVENKAYA et H. ARSLAN. “Waveform design principles for 5G and beyond”. In : *2016 IEEE 17th Annual Wireless and Microwave Technology Conference (WAMICON)*. Avr. 2016, p. 1-6. DOI : 10.1109/WAMICON.2016.7483859 (cf. p. 7).
- [41] I. FIJALKOW et A. SWINDLEHURST. “Predistortion Techniques for Vector Perturbation Precoding of One-Bit Massive-MIMO”. In : *ASILOMAR*. 2017 (cf. p. 65).
- [42] C. GENOUD, H. LEHMANN, P. BELANOVIC, N. JAMALY, D. SCANFERIA et E. ZIMMERMANN. *Les antennes urbaines s’enterrent*. fr. 2017. URL : <https://www.bulletin.ch/fr/news-detail/les-antennes-urbaines-senterrent.html> (visité le 24/09/2019) (cf. p. 11).

- [43] A. GERSHO et R. M. GRAY. *Vector Quantization and Signal Compression*. Boston, MA : Springer US, 1992. ISBN : 978-1-4613-6612-6 978-1-4615-3626-0. DOI : 10.1007/978-1-4615-3626-0. URL : <http://link.springer.com/10.1007/978-1-4615-3626-0> (visité le 19/02/2018) (cf. p. 108-110).
- [44] R. GERZAGUET, Y. MEDJAHDI, D. DEMMER, R. ZAYANI, J. DORÉ, H. SHAIK et D. ROVIRAS. “Comparison of promising candidate waveforms for 5G : WOLA-OFDM versus BF-OFDM”. In : *2017 International Symposium on Wireless Communication Systems (ISWCS)*. Août 2017, p. 355-359. DOI : 10.1109/ISWCS.2017.8108139 (cf. p. 7).
- [45] A. GOLDSMITH, S. A. JAFAR, N. JINDAL et S. VISHWANATH. “Capacity limits of MIMO channels”. In : *IEEE Journal on Selected Areas in Communications* 21.5 (juin 2003), p. 684-702. ISSN : 0733-8716. DOI : 10.1109/JSAC.2003.810294 (cf. p. 35, 41, 42, 62).
- [46] M. GRANT et S. BOYD. *CVX : Matlab Software for Disciplined Convex Programming, version 2.1*. <http://cvxr.com/cvx>. Mar. 2014 (cf. p. 90).
- [47] S. HAN, I. CHIH-LIN, Z. XU et C. ROWELL. “Large-scale antenna systems with hybrid analog and digital beamforming for millimeter wave 5G”. In : *IEEE Communications Magazine* 53.1 (2015), p. 186-194. URL : [http://ieeexplore.ieee.org/xpls/abs\\_all.jsp?arnumber=7010533](http://ieeexplore.ieee.org/xpls/abs_all.jsp?arnumber=7010533) (visité le 10/01/2017) (cf. p. 14).
- [48] A. HASSANIEN, S. SHAHBAZPANAHI et A. B. GERSHMAN. “A generalized capon estimator for localization of multiple spread sources”. In : *IEEE Transactions on Signal Processing* 52.1 (jan. 2004), p. 280-283. ISSN : 1053-587X. DOI : 10.1109/TSP.2003.820089 (cf. p. 22, 35, 69).
- [49] R. L. HAUPT. “Phase-only adaptive nulling with a genetic algorithm”. In : *IEEE Transactions on Antennas and Propagation* 45.6 (juin 1997), p. 1009-1015. ISSN : 0018-926X. DOI : 10.1109/8.585749. URL : <http://ieeexplore.ieee.org/document/585749/?arnumber=585749> (cf. p. 22).
- [50] R. W. HEATH, N. GONZALEZ-PRELCIC, S. RANGAN, W. ROH et A. M. SAYEED. “An Overview of Signal Processing Techniques for Millimeter Wave MIMO Systems”. In : *IEEE Journal of Selected Topics in Signal Processing* 10.3 (avr. 2016), p. 436-453. ISSN : 1932-4553. DOI : 10.1109/JSTSP.2016.2523924 (cf. p. 14, 22, 25).
- [51] J. HOYDIS, M. KOBAYASHI et M. DEBBAH. “Green Small-Cell Networks”. In : *IEEE Vehicular Technology Magazine* 6.1 (mar. 2011), p. 37-43. ISSN : 1556-6072. DOI : 10.1109/MVT.2010.939904 (cf. p. 1).
- [52] J. HOYDIS, S. TEN BRINK et M. DEBBAH. “Massive MIMO in the UL/DL of cellular networks : How many antennas do we need ?” In : *IEEE Journal on selected Areas in Communications* 31.2 (2013), p. 160-171. URL : [http://ieeexplore.ieee.org/xpls/abs\\_all.jsp?arnumber=6415388](http://ieeexplore.ieee.org/xpls/abs_all.jsp?arnumber=6415388) (visité le 10/01/2017) (cf. p. 36).
- [53] M. HUNUKUMBURE, M. CASTAÑEDA, R. CEA et T. SVENSSON. “Deliverable D5. 1 Initial multi-node and antenna transmitter and receiver architectures and schemes”. In : () (cf. p. 14).

- [54] I. HWANG, B. SONG et S. S. SOLIMAN. "A holistic view on hyper-dense heterogeneous and small cell networks". In : *IEEE Communications Magazine* 51.6 (juin 2013), p. 20-27. DOI : 10.1109/MCOM.2013.6525591 (cf. p. 6-8).
- [55] "IMT Vision - Framework and overall objectives of the future development of IMT for 2020 and beyond". en. In : (), p. 21 (cf. p. 6).
- [56] P. IOVANNA, L. STROPPO et G. BOTTARI. "5G and Relevant Enabling Technologies". en. In : (), p. 138 (cf. p. 6, 7).
- [57] M. IWANOW, N. VUCIC, M. H. CASTANEDA, J. LUO, W. XU et W. UTSCHICK. "Some aspects on hybrid wideband transceiver design for mmWave communication systems". In : *WSA 2016; 20th International ITG Workshop on Smart Antennas*. Mar. 2016, p. 1-8 (cf. p. 22).
- [58] S. JAECKEL, L. RASCHKOWSKI, K. BÖRNER et L. THIELE. "QuaDRiGa : A 3-D Multi-Cell Channel Model With Time Evolution for Enabling Virtual Field Trials". In : *IEEE Transactions on Antennas and Propagation* 62.6 (juin 2014), p. 3242-3256. ISSN : 0018-926X. DOI : 10.1109/TAP.2014.2310220. URL : <http://ieeexplore.ieee.org/document/6758357/> (cf. p. 42).
- [59] N. JINDAL. "Multi-user communication systems : Capacity, duality, and cooperation". PhD Thesis. stanford university, 2004 (cf. p. 60).
- [60] V. JUNGnickel, K. MANOLAKIS, W. ZIRWAS, B. PANZNER, V. BRAUN, M. LOSSOW, M. STERNAD, R. APELFROJD et T. SVENSSON. "The role of small cells, coordinated multipoint, and massive MIMO in 5G". In : *IEEE Communications Magazine* 52.5 (mai 2014), p. 44-51. DOI : 10.1109/MCOM.2014.6815892 (cf. p. 7).
- [61] E. KLUMPERINK, S. MATTISSON et V. VIDOKOVIC. "ES3 : How to achieve 1000x more wireless data capacity? 5G?" In : *2015 IEEE International Solid-State Circuits Conference - (ISSCC) Digest of Technical Papers*. Fév. 2015, p. 1-1. DOI : 10.1109/ISSCC.2015.7063153 (cf. p. 6).
- [62] S. KUTTY et D. SEN. "Beamforming for Millimeter Wave Communications : An Inclusive Survey". In : *IEEE Communications Surveys Tutorials* 18.2 (2016), p. 949-973. ISSN : 1553-877X. DOI : 10.1109/COMST.2015.2504600 (cf. p. 14, 22).
- [63] E. G. LARSSON, O. EDFORS, F. TUFVESSON et T. L. MARZETTA. "Massive MIMO for next generation wireless systems". In : *IEEE Communications Magazine* 52.2 (fév. 2014), p. 186-195. DOI : 10.1109/MCOM.2014.6736761 (cf. p. 7).
- [64] W. C. Y. LEE. "Smaller cells for greater performance". In : *IEEE Communications Magazine* 29.11 (nov. 1991), p. 19-23. DOI : 10.1109/35.109660 (cf. p. 7).
- [65] W. C. Y. LEE. "Smaller cells for greater performance". In : *IEEE Communications Magazine* 29.11 (nov. 1991), p. 19-23. DOI : 10.1109/35.109660 (cf. p. 7).
- [66] H. LI, T. Q. WANG, X. HUANG et J. A. ZHANG. "Low-Complexity Uplink Multiuser Receivers for MIMO System with Massive Hybrid Array". In : *2017 IEEE 85th Vehicular Technology Conference (VTC Spring)*. Juin 2017, p. 1-5. DOI : 10.1109/VTCSpring.2017.8108587 (cf. p. 36, 43).

- [67] J. LI, P. STOICA et Z. WANG. “Doubly Constrained Robust Capon Beamformer”. en. In : *IEEE Transactions on Signal Processing* 52.9 (sept. 2004), p. 2407-2423. ISSN : 1053-587X. DOI : 10.1109/TSP.2004.831998. URL : <http://ieeexplore.ieee.org/document/1323250/> (visité le 14/12/2018) (cf. p. 22).
- [68] J. LI, L. XIAO, X. XU et S. ZHOU. “Robust and Low Complexity Hybrid Beamforming for Uplink Multiuser MmWave MIMO Systems”. In : *IEEE Communications Letters* 20.6 (juin 2016), p. 1140-1143. ISSN : 1089-7798. DOI : 10.1109/LCOMM.2016.2542161 (cf. p. 34, 66, 69, 70, 80).
- [69] S. LIEN, S. SHIEH, Y. HUANG, B. SU, Y. HSU et H. WEI. “5G New Radio : Waveform, Frame Structure, Multiple Access, and Initial Access”. In : *IEEE Communications Magazine* 55.6 (juin 2017), p. 64-71. DOI : 10.1109/MCOM.2017.1601107 (cf. p. 7).
- [70] H. LIU et K. S. KWAK. “Opportunistic relaying for cooperative small-cell systems with unreliable wireless backhalls”. In : *2018 IEEE Wireless Communications and Networking Conference (WCNC)*. Avr. 2018, p. 1-6. DOI : 10.1109/WCNC.2018.8377016 (cf. p. 7).
- [71] J. LIU, M. SHENG, L. LIU et J. LI. “Effect of Densification on Cellular Network Performance With Bounded Pathloss Model”. In : *IEEE Communications Letters* 21.2 (fév. 2017), p. 346-349. DOI : 10.1109/LCOMM.2016.2615298 (cf. p. 8, 15).
- [72] J. LIU, M. SHENG, L. LIU et J. LI. “Interference Management in Ultra-Dense Networks : Challenges and Approaches”. In : *IEEE Network* 31.6 (nov. 2017), p. 70-77. ISSN : 0890-8044. DOI : 10.1109/MNET.2017.1700052 (cf. p. 7, 8, 12, 13).
- [73] D. LOPEZ-PEREZ, M. DING, H. CLAUSSEN et A. H. JAFARI. “Towards 1 Gbps/UE in Cellular Systems : Understanding Ultra-Dense Small Cell Deployments”. In : *IEEE Communications Surveys Tutorials* 17.4 (2015), p. 2078-2101. ISSN : 1553-877X. DOI : 10.1109/COMST.2015.2439636 (cf. p. 8, 9).
- [74] Z. q LUO, W. k MA, A. M. c SO, Y. YE et S. ZHANG. “Semidefinite Relaxation of Quadratic Optimization Problems”. In : *IEEE Signal Processing Magazine* 27.3 (mai 2010), p. 20-34. ISSN : 1053-5888. DOI : 10.1109/MSP.2010.936019 (cf. p. 88, 90).
- [75] R. J. MAILLOUX. *Phased array antenna handbook*. 2nd ed. Artech House antennas and propagation library. Boston : Artech House, 2005. ISBN : 978-1-58053-689-9 (cf. p. 21, 80).
- [76] K. MAN. *Bellevue pushes forward small cells despite FCC limitations*. en-US. Fév. 2019. URL : <http://www.bellevuereporter.com/news/bellevue-pushes-forward-small-cells-despite-fcc-limitations/> (visité le 24/09/2019) (cf. p. 11).
- [77] D. MARABISSI et R. FANTACCI. *Cognitive Interference Management in Heterogeneous Networks*. en. SpringerBriefs in Electrical and Computer Engineering. Cham : Springer International Publishing, 2015. ISBN : 978-3-319-20190-0 978-3-319-20191-7. DOI : 10.1007/978-3-319-20191-7. URL : <http://link.springer.com/10.1007/978-3-319-20191-7> (visité le 26/09/2019) (cf. p. 12).
- [78] T. L. MARZETTA. *Fundamentals of massive MIMO*. Cambridge, United Kingdom ; New York : Cambridge University Press, 2016. ISBN : 978-1-107-17557-0 (cf. p. 59, 60, 62).

- [79] J. MEDBO, P. KYOSTI, K. KUSUME, L. RASCHKOWSKI, K. HANEDA, T. JAMSA, V. NURMELA, A. ROIVAINEN et J. MEINILA. “Radio propagation modeling for 5G mobile and wireless communications”. In : *IEEE Communications Magazine* 54.6 (juin 2016), p. 144-151. DOI : 10.1109/MCOM.2016.7498102 (cf. p. 42).
- [80] A. MEZGHANI et J. A. NOSSEK. “Capacity lower bound of MIMO channels with output quantization and correlated noise”. In : *IEEE Int. Symp. on Inform. Theory Proceedings*. 2012 (cf. p. 62, 63).
- [81] A. F. MOLISCH, V. V. RATNAM, S. HAN, Z. LI, S. L. H. NGUYEN, L. LI et K. HANEDA. “Hybrid Beamforming for Massive MIMO : A Survey”. In : *IEEE Communications Magazine* 55.9 (2017), p. 134-141. ISSN : 0163-6804. DOI : 10.1109/MCOM.2017.1600400 (cf. p. 14, 25).
- [82] A. MORSALI et B. CHAMPAGNE. “Robust Hybrid Analog/Digital Beamforming for Uplink Massive-MIMO with Imperfect CSI”. In : *2019 IEEE Wireless Communications and Networking Conference (WCNC)*. 2019 IEEE Wireless Communications and Networking Conference (WCNC). ISSN : 1525-3511. Avr. 2019, p. 1-6. DOI : 10.1109/WCNC.2019.8886103 (cf. p. 66).
- [83] S. NADARAJAH. “A generalized normal distribution”. In : *Journal of Applied Statistics* 32.7 (1<sup>er</sup> sept. 2005), p. 685-694. ISSN : 0266-4763. DOI : 10.1080/02664760500079464. URL : <https://doi.org/10.1080/02664760500079464> (visité le 17/02/2020) (cf. p. 51).
- [84] E. U. T. R. A. NETWORK. “Spatial channel model for Multiple Input Multiple Output (MIMO) simulations”. In : (2011). URL : <http://www.qtc.jp/3GPP/Specs/36413-a30.pdf> (visité le 28/03/2017) (cf. p. 42).
- [85] D. T. NGO et T. LE-NGOC. *Architectures of Small-Cell Networks and Interference Management*. en. SpringerBriefs in Computer Science. Cham : Springer International Publishing, 2014. ISBN : 978-3-319-04821-5 978-3-319-04822-2. DOI : 10.1007/978-3-319-04822-2. URL : <http://link.springer.com/10.1007/978-3-319-04822-2> (visité le 26/09/2019) (cf. p. 12).
- [86] O. ORHAN, E. ERKIP et S. RANGAN. “Low power analog-to-digital conversion in millimeter wave systems : Impact of resolution and bandwidth on performance”. In : *2015 Information Theory and Applications Workshop (ITA)*. 2015 Information Theory and Applications Workshop (ITA). Fév. 2015, p. 191-198. DOI : 10.1109/ITA.2015.7308988 (cf. p. 35, 63).
- [87] P. F. PANTER et W. DITE. “Quantization distortion in pulse-count modulation with nonuniform spacing of levels”. In : *Proceedings of the IRE* 39.1 (1951), p. 44-48 (cf. p. 110).
- [88] A. PAULRAJ, A. ROHIT, R. NABAR, D. GORE et C. U. PRESS. *Introduction to Space-Time Wireless Communications*. Cambridge University Press, 2003. ISBN : 978-0-521-82615-0. URL : <https://books.google.fr/books?id=YQSsoPDfyngC> (cf. p. 17, 19).

- [89] C. B. PEEL, B. M. HOCHWALD et A. L. SWINDLEHURST. "A vector-perturbation technique for near-capacity multiantenna multiuser communication-part I : channel inversion and regularization". In : *IEEE Transactions on Communications* 53.1 (jan. 2005), p. 195-202. ISSN : 0090-6778. DOI : 10.1109/TCOMM.2004.840638. URL : <http://ieeexplore.ieee.org/document/1391204/?arnumber=1391204> (cf. p. 34).
- [90] Z. PI. "Optimal transmitter beamforming with per-antenna power constraints". In : *2012 IEEE International Conference on Communications (ICC)*. Juin 2012, p. 3779-3784. DOI : 10.1109/ICC.2012.6364537 (cf. p. 34).
- [91] R. PITAVAL et O. TIRKKONEN. "Joint Grassmann-Stiefel Quantization for MIMO Product Codebooks". In : *IEEE Transactions on Wireless Communications* 13.1 (jan. 2014), p. 210-222. ISSN : 1536-1276. DOI : 10.1109/TWC.2013.111313.130208 (cf. p. 14).
- [92] T. K. POGÁNY et S. NADARAJAH. "On the characteristic function of the generalized normal distribution". In : *Comptes Rendus Mathématique* 348.3 (1<sup>er</sup> fév. 2010), p. 203-206. ISSN : 1631-073X. DOI : 10.1016/j.crma.2009.12.010. URL : <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1631073X09004130> (visité le 17/02/2020) (cf. p. 51).
- [93] M. POLIGNANO, P. MOGENSEN, P. FOTIADIS, L. CHAVARRIA, I. VIERING et P. ZANIER. "The Inter-Cell Interference Dilemma in Dense Outdoor Small Cell Deployment". In : *2014 IEEE 79th Vehicular Technology Conference (VTC Spring)*. 2014 IEEE 79th Vehicular Technology Conference (VTC Spring). ISSN : 1550-2252. Mai 2014, p. 1-5. DOI : 10.1109/VTCSpring.2014.7023122 (cf. p. 7).
- [94] R. RAJASHEKAR et L. HANZO. "Hybrid Beamforming in mm-Wave MIMO Systems Having a Finite Input Alphabet". In : *IEEE Transactions on Communications* 64.8 (août 2016), p. 3337-3349. ISSN : 0090-6778. DOI : 10.1109/TCOMM.2016.2580671 (cf. p. 14).
- [95] T. S. RAPPAPORT, S. SUN, R. MAYZUS, H. ZHAO, Y. AZAR, K. WANG, G. N. WONG, J. K. SCHULZ, M. SAMIMI et F. GUTIERREZ. "Millimeter Wave Mobile Communications for 5G Cellular : It Will Work!" In : *IEEE Access* 1 (2013), p. 335-349. DOI : 10.1109/ACCESS.2013.2260813 (cf. p. 14).
- [96] B. RAZAVI. *RF microelectronics*. 2nd ed. Upper Saddle River, NJ : Prentice Hall, 2012. ISBN : 978-0-13-713473-1 (cf. p. 8, 12, 15).
- [97] G. d. l. ROCHE, A. VALCARCE, D. LOPEZ-PEREZ et J. ZHANG. "Access control mechanisms for femtocells". In : *IEEE Communications Magazine* 48.1 (jan. 2010), p. 33-39. DOI : 10.1109/MCOM.2010.5394027 (cf. p. 12).
- [98] A. ROESSLER. *5G Waveform Candidates, Application Note*. Rapp. tech. 2016. URL : <http://www.rohde-schwarz.com/appnote/1MA271> (cf. p. 7).
- [99] A. ROZE, M. CRUSSIÈRE, M. HELARD et C. LANGLAIS. "Comparison between a hybrid digital and analog beamforming system and a fully digital Massive MIMO system with adaptive beamsteering receivers in millimeter-Wave transmissions". In : *2016 International Symposium on Wireless Communication Systems (ISWCS)*. 2016 International

- Symposium on Wireless Communication Systems (ISWCS). Poznan, Poland : IEEE, sept. 2016, p. 86-91. ISBN : 978-1-5090-2061-4. DOI : 10.1109/ISWCS.2016.7600880. URL : <http://ieeexplore.ieee.org/document/7600880/> (visité le 06/01/2020) (cf. p. 34).
- [100] A. SALEH et R. VALENZUELA. "A Statistical Model for Indoor Multipath Propagation". In : *IEEE Journal on Selected Areas in Communications* 5.2 (fév. 1987), p. 128-137. ISSN : 0733-8716, 1558-0008. DOI : 10.1109/JSAC.1987.1146527 (cf. p. 42).
- [101] *SeDuMi | Optimization over symmetric cones*. URL : <http://sedumi.ie.lehigh.edu/> (visité le 09/12/2019) (cf. p. 90).
- [102] M. SHAFI, J. ZHANG, H. TATARIA, A. F. MOLISCH, S. SUN, T. S. RAPPAPORT, F. TUFVESSON, S. WU et K. KITAO. "Microwave vs. Millimeter-Wave Propagation Channels : Key Differences and Impact on 5G Cellular Systems". In : *IEEE Communications Magazine* 56.12 (déc. 2018), p. 14-20. DOI : 10.1109/MCOM.2018.1800255 (cf. p. 14, 15).
- [103] J. SHAPIRA. "Microcell engineering in CDMA cellular networks". In : *IEEE Transactions on Vehicular Technology* 43.4 (nov. 1994), p. 817-825. ISSN : 0018-9545. DOI : 10.1109/25.330140. URL : <http://ieeexplore.ieee.org/document/330140/> (cf. p. 7).
- [104] M. SHEHATA, A. MOKH, M. CRUSSIÈRE, M. HÉLARD et P. PAJUSCO. "On The Equivalence between Hybrid and Full Digital Beamforming in mmWave communications". In : *2019 26th International Conference on Telecommunications (ICT)*. 2019 26th International Conference on Telecommunications (ICT). ISSN : null. Avr. 2019, p. 391-395. DOI : 10.1109/ICT.2019.8798794 (cf. p. 34).
- [105] Z. SHEN, A. KHORYAEV, E. ERIKSSON et X. PAN. "Dynamic uplink-downlink configuration and interference management in TD-LTE". In : *IEEE Communications Magazine* 50.11 (nov. 2012), p. 51-59. DOI : 10.1109/MCOM.2012.6353682 (cf. p. 8).
- [106] SHIH JUNG WU. "An intelligent handover decision mechanism for heterogeneous wireless networks". In : *The 6th International Conference on Networked Computing and Advanced Information Management*. Août 2010, p. 688-693 (cf. p. 7).
- [107] H. SHOKRI-GHADIKOLAEI et C. FISCHIONE. "Millimeter wave ad hoc networks : Noise-limited or interference-limited ?" In : *Globecom Workshops (GC Wkshps), 2015 IEEE*. IEEE, 2015, p. 1-7. URL : <http://ieeexplore.ieee.org/abstract/document/7414085/> (visité le 24/01/2017) (cf. p. 7, 14).
- [108] *Small cells market status report. 050.10.03*. Déc. 2018. URL : [http://www.scf.io/en/documents/050\\_-\\_Market\\_status\\_report\\_Feb\\_2016\\_-\\_Mobile\\_Experts.php](http://www.scf.io/en/documents/050_-_Market_status_report_Feb_2016_-_Mobile_Experts.php) (cf. p. 9).
- [109] S. T. SMITH. "Optimum phase-only adaptive nulling". In : *IEEE Transactions on Signal Processing* 47.7 (juil. 1999), p. 1835-1843. ISSN : 1053-587X. DOI : 10.1109/78.771033 (cf. p. 33, 104, 106).

- [110] F. SOHRABI et W. YU. “Hybrid digital and analog beamforming design for large-scale MIMO systems”. In : *2015 IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing (ICASSP)*. Avr. 2015, p. 2929-2933. DOI : 10.1109/ICASSP.2015.7178507 (cf. p. 34, 43).
- [111] *sqlp/sdpt3*. 30 jan. 2020. URL : <https://github.com/sqlp/sdpt3> (visité le 07/02/2020) (cf. p. 90).
- [112] B. SUARD, G. XU, H. LIU et T. KAILATH. “Uplink channel capacity of space-division-multiple-access schemes”. In : *IEEE Transactions on Information Theory* 44.4 (juil. 1998), p. 1468-1476. ISSN : 0018-9448. DOI : 10.1109/18.681322 (cf. p. 59, 60).
- [113] D. TSE et P. VISWANATH. *Fundamentals of Wireless Communication*. Cambridge University Press, 2005. ISBN : 9781139444668. URL : <https://books.google.fr/books?id=GdsLAQAAQBAJ> (cf. p. 7, 19, 20, 27, 41, 46, 47, 59, 95).
- [114] H. VAN TREES. *Optimum Array Processing : Part IV of Detection, Estimation, and Modulation Theory*. Detection, Estimation, and Modulation Theory. Wiley, 2004. ISBN : 978-0-471-46383-2. URL : [https://books.google.fr/books?id=K5XJC\\_fMMAwC](https://books.google.fr/books?id=K5XJC_fMMAwC) (cf. p. 16, 17, 30).
- [115] V. VENKATESWARAN et A. v. d. VEEN. “Analog Beamforming in MIMO Communications With Phase Shift Networks and Online Channel Estimation”. In : *IEEE Transactions on Signal Processing* 58.8 (août 2010), p. 4131-4143. DOI : 10.1109/TSP.2010.2048321 (cf. p. 25).
- [116] V. VENKATESWARAN et A. v. d. VEEN. “Optimal phase-shifter design to cancel RF interference in multi-antenna systems”. In : *2010 IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing*. Mar. 2010, p. 2566-2569. DOI : 10.1109/ICASSP.2010.5496292 (cf. p. 25).
- [117] M. VIBERG. “Chapter 11 - Introduction to Array Processing”. In : *Academic Press Library in Signal Processing*. Sous la dir. d’A. M. ZOUBIR, M. VIBERG, R. CHELLAPPA et S. THEODORIDIS. T. 3. Academic Press Library in Signal Processing : Volume 3. Elsevier, jan. 2014, p. 463-502. DOI : 10.1016/B978-0-12-411597-2.00011-4. URL : <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/B9780124115972000114> (visité le 31/07/2019) (cf. p. 13, 21, 45).
- [118] S. WAGNER, S. SESIA et D. T. M. SLOCK. “Unitary beamforming under constant modulus constraint in MIMO broadcast channels”. In : *2009 IEEE 10th Workshop on Signal Processing Advances in Wireless Communications*. Juin 2009, p. 151-155. DOI : 10.1109/SPAWC.2009.5161766 (cf. p. 34).
- [119] P. A. WEDIN. “On angles between subspaces of a finite dimensional inner product space”. In : *Matrix Pencils*. Sous la dir. de B. KAGSTROM et A. RUHE. Berlin, Heidelberg : Springer Berlin Heidelberg, 1983, p. 263-285. ISBN : 978-3-540-39447-1 (cf. p. 54).
- [120] *What is a small cell*. en-US. URL : <https://www.smallcellforum.org/what-is-a-small-cell/> (visité le 24/09/2019) (cf. p. 8).

- [121] T. WIEGAND. “Source Coding : Part I of Fundamentals of Source and Video Coding”. en. In : *Foundations and Trends in Signal Process.* 4.1-2 (2010), p. 1-222. ISSN : 1932-8346, 1932-8354. DOI : 10.1561/2000000010. URL : <http://www.nowpublishers.com/article/Details/SIG-010> (visité le 28/01/2019) (cf. p. 110).
- [122] A. WIESEL, Y. C. ELДАР et S. SHAMAI. “Zero-Forcing Precoding and Generalized Inverses”. In : *IEEE Transactions on Signal Processing* 56.9 (sept. 2008), p. 4409-4418. ISSN : 1053-587X. DOI : 10.1109/TSP.2008.924638 (cf. p. 34).
- [123] S. F. YUNAS, M. VALKAMA et J. NIEMELÄ. “Spectral and energy efficiency of ultra-dense networks under different deployment strategies”. In : *IEEE Communications Magazine* 53.1 (jan. 2015), p. 90-100. DOI : 10.1109/MCOM.2015.7010521 (cf. p. 7).
- [124] T. ZAHIR, K. ARSHAD, A. NAKATA et K. MOESSNER. “Interference Management in Femtocells”. In : *IEEE Communications Surveys Tutorials* 15.1 (2013), p. 293-311. DOI : 10.1109/SURV.2012.020212.00101 (cf. p. 8, 12, 13).
- [125] X. ZHANG, M. COLDREY, T. ERIKSSON et M. VIBERG. “Hybrid beamforming in uplink massive MIMO systems in the presence of blockers”. In : *2017 IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing (ICASSP)*. Mar. 2017, p. 6503-6507. DOI : 10.1109/ICASSP.2017.7953409 (cf. p. 15, 35, 37, 94, 98, 100, 103, 104, 106).
- [126] X. ZHANG, A. MOLISCH et S.-Y. KUNG. “Variable-phase-shift-based RF-baseband co-design for MIMO antenna selection”. In : *IEEE Transactions on Signal Processing* 53.11 (nov. 2005), p. 4091-4103. ISSN : 1941-0476. DOI : 10.1109/TSP.2005.857024 (cf. p. 33, 66).
- [127] Y. ZHU et T. YANG. “Low Complexity Hybrid Beamforming for Uplink Multiuser mmWave MIMO Systems”. In : *2017 IEEE Wireless Communications and Networking Conference (WCNC)*. Mar. 2017, p. 1-6. DOI : 10.1109/WCNC.2017.7925850 (cf. p. 35, 43).