



**HAL**  
open science

# Étude théorique et numérique de la génération d'harmoniques XUV à l'aide de lasers ultra-intenses sur feuilles minces

Guillaume Bouchard

► **To cite this version:**

Guillaume Bouchard. Étude théorique et numérique de la génération d'harmoniques XUV à l'aide de lasers ultra-intenses sur feuilles minces. Physique des plasmas [physics.plasm-ph]. Université Paris-Saclay, 2020. Français. NNT : 2020UPASS037 . tel-02967252

**HAL Id: tel-02967252**

**<https://theses.hal.science/tel-02967252>**

Submitted on 14 Oct 2020

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# Étude théorique et numérique de la génération d'harmoniques XUV à l'aide de lasers ultra-intenses sur feuilles minces

**Thèse de doctorat de l'université Paris-Saclay**

École doctorale n° 572, Ondes et Matière (EDOM)  
Spécialité de doctorat : Physique des plasmas

Unité de recherche : Université Paris-Saclay, CEA, CNRS, LIDYL,  
91191, Gif-sur-Yvette, France.

Référent : Faculté des sciences d'Orsay

**Thèse présentée et soutenue à Saclay, le 14 février 2020, par**

**Guillaume BOUCHARD**

## Composition du Jury

<b>Jacques ROBERT</b> Pr., LAC, Université Paris-Saclay	Président
<b>Richard TAÏEB</b> Dr. HDR, LCPMR, Université Pierre et Marie Curie	Rapporteur
<b>Valérie VENIARD</b> Dr. HDR, LSI, École Polytechnique	Rapporteur
<b>Emmanuel d'Humières</b> Pr., CELIA, Université de Bordeaux	Examineur
<b>Fabien QUÉRÉ</b> Dr., LIDYL, Commissariat à l'Énergie Atomique	Directeur de thèse
<b>Mickaël GRECH</b> Dr., LULI, École Polytechnique	Invité

Ce manuscrit est dédié à mon père, Gilles BOUCHARD.  
Il est également dédié aux 130 victimes du terrorisme à Paris,  
la nuit du 13 Novembre 2015.



# Remerciements

Me voilà donc arrivé au bout d'un long, très long, chemin scolaire. Ce manuscrit, qui vient conclure 4 années de travail au sein de l'équipe de « Physique Haute Intensité » du CEA/DRF/IRAMIS/LIDYL, clôture aussi pas loin de trente années de vie. Trente années, scientifiques et humaines, très riches.

Je remercie chaleureusement toutes les personnes qui m'ont aidé pendant l'élaboration de cette thèse et notamment Fabien Quere, mon directeur, pour son intérêt, son soutien, sa grande disponibilité et ses conseils durant ces quatre dernières années. Je suis très honoré qu'il ait dirigé mes travaux de recherche. Je remercie Henri Vincenti pour sa participation. Je remercie également les membres du jury, rapporteurs et examinateurs pour le temps qu'ils ont consacré à la relecture de ce manuscrit.

Ce travail n'aurait pas été possible sans la confiance et le soutien de l'Université Paris-Sud/Paris-Saclay, qui m'a permis, grâce à une allocation de recherches de me consacrer sereinement à l'élaboration de ma thèse. Je remercie particulièrement Jacques Robert pour son humanité et le temps qu'il a toujours su m'accorder.

Je remercie Michael Grech de m'avoir fourni un outil tel que le code PIC SMILEI pour avancer dans mes recherches. J'ai beaucoup apprécié la curiosité et l'entrain dont il a toujours fait toujours preuve. Son intérêt pour mes travaux a été d'un grand réconfort dans les moments compliqués. Je remercie aussi Frederic Perez, Julien Dérouillat et Tommaso Vinci vers qui j'ai pu me tourner lorsque j'ai rencontré des difficultés pour utiliser ou pour contribuer au code.

Évidemment, je salue et remercie Ludovic Chopineau, Antoine Jeandet, Guillaume Blaclard ainsi que Haithem Kallala, mes excellents compagnons d'aventure (ou de galère), avec qui j'ai adoré échanger et rire. D'abord scientifiquement autour d'un café ou devant un tableau. Chacun à leur manière ils m'ont permis d'aller plus loin dans ma compréhension de la physique UHI. Bien entendu, je n'oublie pas les discussions culturelles et politiques que nous avons pu avoir au cours des quelques soirées et des nombreux repas à la cantine 1 du centre. J'espère avoir élégamment tenu mon rôle de communiste, républicain à tendance robespierriste. Je n'ai qu'une chose à dire : Comme on le scanderait à la Commune de Paris, que vive l'internationale !

Merci également à Adrien Denoeud pour sa patience, son calme olympien et sa délicatesse. Excellent conducteur de Toyota, je le recommande pour de futurs covoiturages entre collègues.

Je tiens à remercier plus largement le LIDYL, et ceux qui y travaillent, pour le soutien. Son personnel de recherche, mais surtout : Merci à Véronique Gereczy et Caroline Lebe, qui font un travail administratif remarquable et exemplaire. Merci à Sylvie Jubera pour le soutien informatique qu'elle a su m'apporter quand j'en avais besoin. Merci à George Vigneron pour son accueil du jour 1 et les nombreuses anecdotes à propos de son service militaire. Je remercie chaleureusement Véronique Allard pour sa bonne humeur ! C'est grâce à elle que j'ai travaillé dans un environnement propre et bien rangé malgré le nombre de cafés que j'ai pu renverser sur mon bureau, mon clavier ou la moquette !

Je remercie ma mère, Béatrice, mon père, Gilles et ma sœur, Mathilde, qui m'ont supporté les dimanches et jours fériés, parfois pendant plus de 24h d'affilée. Je pense pouvoir dire sans me tromper qu'ils me connaissent mieux que personne. Ils ont toujours su me soutenir, quelles que soient mes décisions. Ce que je suis aujourd'hui, c'est surtout grâce à eux. Je remercie chaleureusement mon grand père, René, qui a su me soutenir dès mon arrivée sur Paris. C'est un peu grâce à lui que je n'ai pas mangé des pâtes à tout les repas !

Je remercie également Elifsu Sabuncu, la plus géniale des colocataires, sans qui je n'aurais pas pu monter finir mes études sur Paris. Il y a derrière nous 7 ans de vie commune quand même. Merci pour son soutien au jour le jour et merci infiniment pour les nombreux conseils alimentaires... que je n'ai évidemment jamais appliqué. J'envoie ici, en quelque sorte, une bouteille à la mer pour faire un petit coucou à David-Émile, mon filleul, qui aujourd'hui du haut de ses un an et quelques mois apprend à marcher et ne sais pas lire. Mais qui, peut-être, dans 20 ans, parcourra cette thèse des yeux. Ou alors, je l'espère, au moins cette page.

Je salue avec un poil de nostalgie Claude Bourson, Claire Calmet et Michel Farizon qui ont été, pour moi, trois merveilleux professeurs de Sciences de la Nature, passionnés et passionnants. Ce sont eux qui chacun à leur manière, m'ont amené à faire de la recherche. J'en profite d'ailleurs ici, pour saluer le travail de l'ensemble du corps enseignant. Du primaire au supérieur, en passant par le secondaire, j'admire leur travail parfois effectué dans des conditions difficiles.

Merci à François Taddei, directeur du Centre de Recherche Interdisciplinaire (CRI), à Livio Riboli-Sasco, Fabrice Besnard et plus généralement à l'association Paris-Montagne, de m'avoir permis de mettre les pieds dans plusieurs laboratoires de recherche lyonnais et parisiens alors que je n'étais encore qu'un jeune lycéen.

Je remercie également le personnel de la Bibliothèque Nationale de France. Ce lieu reste le symbole de la fin de mes études. J'y est passé un temps incalculable et ouvert un nombre de livres qu'il m'est impossible de compter. J'adore ses salles de lectures tout comme son espace détente, lieu de rencontres étonnantes où trône les globes du roi Louis XIV. Ce manuscrit n'échappera d'ailleurs pas au « dépôt légal » introduit par François 1<sup>er</sup>, et prendra ainsi bientôt la poussière dans les rayons de ce lieu emblématique. Je salue et remercie Rima, mon adorable et étonnante partenaire d'études avec qui j'ai adoré échanger et rire autours de nombreux « double espresso ».

Je remercie l'ensemble de mes camarades bénévoles de la Croix Rouge française, et en particulier l'unité locale du 13<sup>ème</sup> arrondissement de Paris. Je tiens à saluer tout spécialement l'ensemble de l'équipage de secours qui était à mes côtés le soir des attentats du 13 novembre 2015 : Sarah, Gregory et Juliette. J'ai une pensée également pour Éméline. Je remercie Azadeh et Christel avec qui j'ai beaucoup échangé après les tragiques événements de janvier et novembre. Nos discussions m'ont beaucoup aidé. Merci à Benoit et Benjamin pour la qualité de leurs formations et le dialogue constructif que nous avons toujours eut. Enfin merci à Thomas et Agatha pour la confiance qu'ils m'accordent comme équipier-secouriste.

Je remercie le Colonel Benoît Quentin, ancien Chef de Corps du Régiment Médical, Médecin en Chef conseiller auprès du Commandement des Forces Terrestres. C'est en partie grâce à lui que je vais mieux aujourd'hui. Je lui suis reconnaissant en tant qu'Homme pour la main qu'il m'a tendue, et fier en tant que soldat d'avoir servi sous ses ordres.

Je remercie l'ensemble de la Compagnie de Réserve du Régiment Médical, mes supérieurs et mes subalternes. J'ai servi 10 ans sous les drapeaux de mon pays jusqu'à maintenant et j'ai rencontré, au cours des nombreuses missions et exercices, des femmes et des hommes formidables, issu-e-s de toutes les origines ethniques, religieuses, politiques et socioprofessionnels. Cette diversité m'a enrichi. Je leur suis reconnaissant pour tout ce qu'ils m'ont apporté et le soutien indéfectible qu'ils m'accordent encore et toujours comme chef de la 1<sup>ère</sup> section au sein de l'unité d'intervention.

Mes derniers remerciements sont destinés à une personne très particulière : Mélissandre Nicot, interne en médecine d'urgence. C'est une femme professionnelle, passionnée et courageuse. C'est aussi un Sergent-Chef de grande valeur et je suis très fier de l'avoir comme adjointe dans la section que je commande. Mais elle est surtout quelqu'un à qui je tiens énormément. Mélissandre, tu as toujours su être là pour moi. Pour rire ou pour pleurer. Que ce soit à la suite des attentats du 13 novembre, à la mort de mon père, où pendant les autres moments les plus difficiles de ma thèse, quand on doute horriblement de sois. Tu as toujours su trouver le temps d'être à mes côtés. Tu as toujours su trouver les mots justes à me souffler. Je salue et j'admire la personne exceptionnelle que tu es et je suis heureux que les hasards de la vie t'aient mis sur mon chemin.

Pour la patrie, les sciences et la gloire.







# Table des matières

<b>Introduction</b>	<b>15</b>
Contexte de la thèse . . . . .	15
Esquisse du travail de thèse . . . . .	17
<b>I État de l’art de la génération d’harmoniques sur plasma dense</b>	<b>19</b>
<b>1 Plasmas générés par laser et électrodynamique relativiste</b>	<b>23</b>
1.1 Plasmas générés par laser . . . . .	23
1.1.1 Les lasers de puissance . . . . .	23
1.1.2 Processus de génération du plasma . . . . .	25
1.1.3 Fréquence de Langmuir et distance de London . . . . .	26
1.1.3.a Écrantage électrostatique . . . . .	27
1.1.3.b Écrantage magnétique . . . . .	28
1.1.4 Propagation des ondes dans les plasmas . . . . .	29
1.1.5 Longueur de Debye . . . . .	31
1.1.6 Solide illuminé par un laser de puissance . . . . .	32
1.2 Dynamique électronique à la surface d’un plasma illuminé par un laser . . . . .	33
1.2.1 Dynamique d’une particule chargée libre dans une onde plane : Effet pondéromoteur relativiste . . . . .	33
1.2.2 Incidence oblique : Mécanisme de Brunel . . . . .	36
1.2.3 Incidence normale : $J \times B$ . . . . .	38
1.3 Potentiels de Lienard-Wiechert et champs rayonnés par une particule chargée	39

1.3.1	Développement des potentiels .....	39
1.3.2	Dérivation des champs .....	40
1.3.3	Rayonnement reçu .....	41
1.3.4	Cas des accélérations perpendiculaire ou parallèle à la trajectoire ..	41
1.3.5	Champs rayonnés dans le domaine de Fourier .....	43
1.3.6	Champs rayonnés quand une particule change de vitesse brutalement	44
1.3.7	Champs rayonnés quand l'indice optique $n$ change brutalement ....	45
<b>2</b>	<b>Mécanisme de génération d'harmoniques en réflexion</b>	<b>47</b>
2.1	Émission cohérentes par transition (Coherent Transition Radiation) .....	47
2.1.1	Émission de transition (TR) .....	47
2.1.2	Émission Cohérente de Transition (CTR) .....	50
2.2	Émission cohérente de sillage (Coherent Wake Emission) .....	52
2.2.1	Grandes lignes du modèle CWE .....	52
2.2.2	Précision sur les temps d'émission .....	53
2.3	Émission d'harmoniques par effet relativiste .....	55
2.3.1	Effet Doppler : Réflexion d'une onde E.M par un miroir relativiste .	56
2.3.2	Aberration relativiste: « Relativistic Beaming » .....	57
2.3.3	Modèle de R. Lichters, J. Meyer-ter-Vehn, A. Pukhov .....	58
2.3.3.a	Grandes lignes du modèle ROM .....	60
2.3.3.b	Discussion et limites du modèle ROM .....	63
2.3.4	Modèle de T. Baeva, S. Gordienko, A. Pukhov .....	64
2.3.4.a	Grandes lignes du modèle BGP .....	64
2.3.4.b	Discussion et limites du modèle BGP .....	65
2.3.5	Modèle de A. Gonoskov .....	66
2.3.5.a	Grandes lignes du modèle RES .....	66
2.3.5.b	Discussion et limites du modèle RES .....	69
<b>3</b>	<b>Mécanisme de génération d'harmonique en transmission</b>	<b>71</b>
3.1	L'interaction laser-plasma sur feuille mince .....	71
3.1.1	Le mécanisme CTR en transmission .....	72
3.1.2	Le mécanisme CWE en transmission .....	72

3.1.3	Les mécanismes Relativiste en transmission .....	75
3.2	Des résultats contradictoires sur UHI 100 : Vers de nouveaux mécanismes ..	79

## **II Outils numériques et méthodes utilisées** **83**

### **4 Description cinétique de l'interaction laser-plasma** **87**

4.1	Système d'équations de Vlasov-Maxwell .....	88
4.2	La méthode « Particle-in-cell »(PIC) .....	90
4.2.1	Initialisation de la simulation .....	91
4.2.2	La boucle PIC .....	92
4.2.2.a	Les pousseurs de particules .....	92
4.2.2.b	La déposition des charges et des courants.....	93
4.2.2.c	Les schémas FDTD.....	94
4.3	Présentation succincte du code PIC SMILEI .....	97
4.3.1	La stratégie de parallélisation .....	98
4.3.2	Les diagnostics et le post-traitement .....	99
4.3.3	Le fichier d'entrée .....	101

### **5 Les simulations 2D dans Smilei : Méthodes, limitations** **103**

5.1	Le référentiel mobile ou « Boosted-Frame »2D dans SMILEI.....	103
5.2	Plasma à la dérive et instabilité Cherenkov numérique .....	106
5.3	Schéma FDTD paramétrique d'ordre 4 .....	108
5.3.1	Schéma numérique modifié de type 1 : Contrôler la dispersion .....	109
5.3.2	Schéma numérique modifié de type 2 : Contrôler l'instabilité Cherenkov	112
5.3.3	Test du schéma numérique modifié : Aspect général des simulations de test et discussion autour du chauffage numérique.....	113
5.3.4	Décalage vers les hautes fréquences du mode $m=0$ de l'instabilité Cherenkov numérique .....	114
5.3.5	Suppression raisonnable de l'instabilité Cherenkov et de la dispersion : Le lissage des courants .....	116
5.3.6	Chauffage numérique dû à l'instabilité Cherenkov pour un plasma dense avec un schéma numérique de Cole-Karkainen-Cowan .....	118
5.3.7	Le miroir plasma dans le référentiel mobile .....	120

5.3.8	Influence de l'anisotropie dans un schéma type CKC pour la génération d'harmoniques .....	123
5.3.9	Le miroir plasma dans le référentiel du laboratoire .....	124
<b>6</b>	<b>Diagnostic numérique pour les champs électromagnétiques rayonnés à l'infini</b>	<b>127</b>
6.1	Cinématique à 3 dimensions d'espace .....	127
6.2	Cinématique à 3 dimensions dans le cas particulier d'un plan de courant infini et transverse à la direction d'observation .....	130
6.3	Dynamique .....	131

### **III Génération d'harmoniques lors de l'interaction d'un laser sur une feuille mince** **133**

<b>7</b>	<b>Génération d'harmoniques lors de l'interaction d'un laser sur une feuille mince en incidence normale</b>	<b>137</b>
7.1	Simulation $1D3V$ .....	138
7.1.1	Analyse spectrale des champs réfléchis et transmis .....	139
7.1.2	Les courants transverses comme sources du rayonnement et limitations dans l'étude en transmission pour des plasmas sur-critique ...	141
7.1.3	Les champs produits par une accélération : Analyse avec les formules de Lienard et Wiechert .....	146
7.1.4	Les courants transverses des particules après qu'elles aient quitté la face éclairée .....	150
7.1.5	Conclusions sur les simulations $1D3V$ .....	151
7.2	Simulation $2D3V$ .....	151
7.2.1	Onde plane polarisé dans le plan de simulation .....	152
7.2.1.a	Étude spatio-temporelle de l'émission harmonique .....	152
7.2.1.b	Étude de l'espace des phases .....	154
7.2.1.c	Étude des courants transverses .....	156
7.2.1.d	Étude via les formules de Lienard et Wiechert .....	157
7.2.2	Rayonnement cohérent par freinage des électrons relativistes : Le "Coherent Plasma Braking Radiation" ou "Coherent Plasma Bremsstrahlung" .....	159
7.2.3	Onde plane polarisé hors du plan de simulation .....	162

7.2.4	Conclusions sur les simulations $2D3V$ .....	163
7.3	Conclusion du Chapitre .....	163
<b>8</b>	<b>Génération d'harmoniques lors de l'interaction d'un laser sur une feuille mince en incidence oblique</b> .....	<b>165</b>
8.1	Référentiel mobile : Incidence à $60^\circ$ .....	165
8.1.1	Étude spatio-temporelle de l'émission harmonique .....	166
8.1.2	Étude de l'espace des phases .....	169
8.1.3	Courants retardés et formules de Lienard et Wiechert .....	171
8.2	Résultats dans le référentiel du laboratoire (E dans le plan de simulation) .	172
8.2.1	Onde plane dans le référentiel du laboratoire .....	173
8.2.2	Faisceau gaussien .....	175
8.2.2.a	Comparaison ions fixes, ions mobiles .....	176
8.2.2.b	Divergences harmoniques .....	177
8.3	Prospection du signal dans d'autres régimes d'interactions .....	179
8.3.1	Maintien du paramètre "S" constant .....	179
8.3.2	Simulation type "ELI"/"Apollon" .....	180
8.4	Conclusion du Chapitre .....	184
	<b>Discussion</b> .....	<b>185</b>
	<b>Annexes</b> .....	<b>187</b>
	Rappel sur les fonctions de Green .....	187
	Développement détaillé sur des potentiels et champs de Lienard-Wiechert .....	188
	Développement des potentiels .....	188
	Dérivation des champs .....	189
	Champs rayonnés quand une particule change de vitesse brutalement .....	192
	<b>Bibliographie</b> .....	<b>193</b>



# Introduction

## Contexte de la thèse

Aujourd'hui, de nombreux laboratoires dans le monde mettent en avant des installations lasers capables de délivrer des intensités qui vont au delà de  $10^{20} \text{ W.cm}^{-2}$ . Pour atteindre de tels ordres de grandeur, il est nécessaire de concentrer quelques joules d'énergie sur une dizaine de femtosecondes ( $10^{-15} \text{ s}$ ). On atteint ainsi des puissances « crêtes » d'environ  $10^{14} \text{ W}$ . À titre de comparaison, une centrale nucléaire délivre autour de  $10^9 \text{ W}$  de manière continue. En focalisant ces  $10^{14} \text{ W}$  sur quelques microns, on obtient une intensité crête, au foyer, de  $10^{20} \text{ W.cm}^{-2}$ . Toujours à titre de comparaison, en focalisant la lumière du soleil avec une loupe on atteint, par beau temps, une intensité de seulement  $10^4 \text{ W.cm}^{-2}$ . Ce bond technologique a été permis entre autres par les travaux de Donna Strickland et Gérard Mourou en 1985. Travaux récompensés par l'Académie Royal des Sciences de Suède en leur décernant le prix Nobel de physique 2018 [1]. En France, trois installations lasers différentes nous servent à illustrer ces chiffres :

- Le laser « Mégajoule », en Aquitaine, délivrera  $1,8 \cdot 10^6 \text{ J}$  sur  $10^{-8} \text{ s}$ . La puissance calculée serait alors de  $10^{14} \text{ W}$  soit 100 TW. On peut alors focaliser cette énergie sur une cible proche du millimètre carré. L'éclairement maximum serait alors de  $10^{16} \text{ W.cm}^{-2}$ .
- Le laser « LULI2000 », situé à l'École Polytechnique, peut délivrer  $10^3 \text{ J}$  sur  $10^{-9} \text{ s}$ . Ce qui nous donne une puissance de  $10^{12} \text{ W}$  soit 1 TW. En focalisant ce laser sur une surface de l'ordre du micromètre carré, on arrive à des éclairements de  $10^{18} \text{ W.cm}^{-2}$ .
- Le laser « UHI100 », situé au centre de Saclay du CEA, lui délivre des énergies de l'ordre de  $1 \text{ J}$  sur des temps de l'ordre de  $10^{-15} \text{ s}$ . La puissance disponible est alors de 100 TW. En focalisant ce laser sur une surface de l'ordre du micromètre carré, on arrive à des éclairements de  $10^{20} \text{ W.cm}^{-2}$ .

Le premier de ces trois lasers délivre une très grande quantité d'énergie sur des temps relativement longs alors que le dernier lui délivre peu d'énergie, mais sur des temps très courts. Le laser Apollon, bientôt en service sur le plateau de Saclay délivrera pendant 15 fs une énergie de 150 J sur quelques microns. On atteindra sur la cible des éclairements de près de  $10^{22} - 10^{23} \text{ W.cm}^{-2}$  ! Les conditions extrêmes (en intensité et en brièveté) sous



---

lesquelles la lumière et la matière coexistent alors posent des défis continuellement à la fois théoriques, expérimentaux et techniques. D'abord, la dynamique des électrons soumis à de telles intensités devient relativiste, et ce n'est donc que dans le cadre de la relativité restreinte que le comportement de la matière peut être correctement décrit.

Étudié depuis une trentaine d'années, ce régime de l'interaction « laser-matière » reste largement inexploré, mais présente d'ores et déjà des phénomènes exotiques qui promettent une meilleure compréhension de notre univers. Lorsqu'un laser de haute intensité touche de la matière ordinaire, cette dernière est instantanément vaporisée, ionisée et l'on obtient alors un « plasma ». Cet état extrême compose 99% de la matière ordinaire de l'univers. C'est grâce à des éclaircissements semblable à ceux cités précédemment, que nous parvenons aujourd'hui à reproduire expérimentalement, en laboratoire, des environnements que l'on peut trouver dans l'espace, comme l'atmosphère des étoiles ou le cœur des planètes géantes gazeuses (astrophysique de laboratoire). Ce régime ultra intense de l'interaction « laser-matière » nous amène à la réalisation de nouvelles applications comme celle des accélérateurs de particules plus compacts et moins coûteux pouvant à terme suppléer des installations comme le LHC ou de rendre plus abordable les traitements contre le cancer basés sur des faisceaux d'ions ou d'électron. Dans le domaine de la production énergétique, de telles intensités permettraient d'initier les réactions en chaîne nécessaire à la fusion nucléaire dans le cadre, par exemple, de l'allumage rapide par confinement inertiel. Finalement, la physique des champs forts est intrinsèquement liée à la physique de l'ultrarapide. Les lasers femtosecondes ont ainsi permis d'observer des réactions chimiques (on citera, en particulier, les expériences de Ahmed H. Zewail, prix Nobel de Chimie 1999 [2]). Dans le but de résoudre des dynamiques ultra-brèves, comme celle des électrons de valence des atomes, les chercheurs ont besoin d'impulsions lumineuses encore plus courtes que la femtoseconde et tirent alors parti de l'apparition d'impulsions attosecondes ( $10^{-18}$  s) obtenues grâce à la « génération d'harmoniques d'ordre élevé ». Ces harmoniques sont créés à partir de l'interaction de lasers femtosecondes avec la matière : À très haute intensité, la réponse non linéaire de la matière induit une déformation périodique du champ laser. À cette modification temporelle périodique du champ, on associe un peigne de fréquence dans l'espace de Fourier. Si ce peigne est suffisamment large, il donne alors naissance à des impulsions attosecondes.

Depuis une trentaine d'année, avec l'aide de lasers dont l'éclairement avoisine  $10^{14}$  W.cm<sup>-2</sup>, ces harmoniques ont été générées via un processus d'ionisation/re-collision des atomes d'un gaz avec leurs électrons. Ce processus, très bien compris aujourd'hui, était le seul capable de fournir des impulsions uniques attosecondes de manière reproductible permettant d'effectuer des mesures fiables [3, 4]. Mais d'autres phénomènes permettent de produire des harmoniques d'ordre élevé dans les solides pour des éclaircissements qui vont au delà de  $10^{16}$  W.cm<sup>-2</sup>. A de telles intensités, le laser vaporise la matière instantanément (alors sous forme de solide) et crée un plasma à la surface de la cible très dense. Si l'impulsion laser suffisamment brève, l'expansion du plasma dans le vide n'a pas le temps de ce faire, et l'impulsion laser se réfléchit sur une surface de densité abrupte. Le plasma se comporte alors comme un miroir parfait : C'est un « miroir plasma ». Si l'intensité est suffisamment élevée, le miroir oscille rapidement autour de sa position initiale. La réponse devient non linéaire et l'impulsion n'est pas simplement réfléchi. Il y a une génération d'harmoniques d'ordre élevé.

---

Il existe aujourd’hui trois mécanismes bien identifiés permettant d’expliquer la génération de ces harmoniques :

Tout d’abord, pour des éclairagements compris entre  $10^{16}$  et  $10^{18}$  W.cm<sup>-2</sup>, l’émission d’harmoniques provient de la génération d’ondes plasmas électroniques dans le gradient de densité présent à la surface de la cible. Des électrons énergétiques sont arrachés du plasma, accélérés par le laser, avant de revenir le traverser périodiquement, créant des variations de densité électronique à la surface, dans le gradient de densité : On parle alors d’Émission par Effet de Sillage, « Coherent Wake Emission (CWE) » en anglais.

Ensuite, pour des éclairagements qui vont au delà de  $10^{18}$  W.cm<sup>-2</sup>, le miroir plasma qui réfléchissait le laser à la surface de la cible se met alors osciller, induisant une déformation périodique du champ réfléchi par effet Doppler Relativiste : Ici on parlera de Miroir Relativiste Oscillant, en anglais « Relativistic Oscillating Mirror (ROM) ». Quelques modèles existent (BGP [5] et RES [6]) pour décrire l’interaction du laser avec un plasma plus ou moins dense. C’est très récemment que des impulsions attosecondes uniques ont pu être observées à la suite de cette violente interaction, grâce à une méthode connue sous le nom de phare attoseconde [7, 8].

Finalement, après avoir réfléchi et modifié l’impulsion laser, les électrons accélérés en surface replongent dans le plasma sous la forme de paquets très denses. Ce paquet d’électrons, très rapide, est accéléré par les champs transverses électriques et magnétiques au niveau de la surface éclairée et émet un rayonnement synchrotron cohérent (CSE) capable de traverser le plasma [9]. Si la cible est suffisamment fine, on peut enregistrer ce rayonnement dans la direction de transmission.

## Sujet et travail de thèse

Lorsque la cible possède une épaisseur finie, de l’ordre de  $\sim 1 - 100 \mu\text{m}$ , on peut observer les électrons énergétiques, issus de la face éclairée, traverser la face arrière et s’échapper de la cible. Dans le régime relativiste, on estime leur énergie tel que :

$$k_B T_{hot} \simeq U_{pond} \simeq 1\text{MeV} \times \left( I \lambda_0^2 / 10^{19} \text{ W} \cdot \mu\text{m}^2 / \text{cm}^2 \right)^{1/2}$$

Avec  $U_{pond}$ , le potentiel pondérateur de faisceau laser [10, 11]. Le plasma n’est plus globalement neutre et on voit apparaître sur chacune des surfaces de la cible des champs électriques quasi-statiques de charge-espace de l’ordre de plusieurs TV.m<sup>-1</sup>, bien supérieur au champ électrique qui relie les électrons aux noyaux. Ainsi, la surface arrière est instantanément ionisée et les ions sont alors accélérés vers l’avant à des énergies qui peuvent atteindre plusieurs MeV ( $\sim 10 - 100\text{MeV}$ ) [12, 13, 14]. Ce mécanisme est connu sous le nom de "*Target Normal Sheath Acceleration*" (TNSA).

L’ensemble des champs quasi-statiques électriques et magnétiques, créés lors de la traversée des paquets d’électrons ont aussi un effet sur la dynamique des jets d’électrons suivants et successifs qui traverseront la face arrière. En particulier, le champ de charge espace freine brutalement les électrons qui émettent naturellement un rayonnement par de simples considérations de conservation de l’énergie. Mon travail de thèse au sein de l’équipe

---

CEA/LIDYL/PHI s'inscrit à la suite des précédentes avancées conceptuels, théoriques et expérimentales qui ont permis de mieux comprendre et utiliser le rayonnement XUV produit par des électrons relativistes issus de l'interaction laser-plasma lors de très fort éclairage  $> 10^{16} \text{ W.cm}^{-2}$ . Alors que les mécanismes de rayonnement au niveau de la face éclairée commencent à être mieux décrits, l'émission d'harmoniques XUV en face arrière n'a fait l'objet que d'études préliminaires. Le but de ma thèse est de montrer que le champ de charge-espace permet de créer lui aussi, de manière surprenante, un train d'impulsion attoseconde peu divergent et, dans le cas de laser comme *Apollon*, très intense. Cette émission cohérente par freinage de jets d'électrons relativistes n'a, semble-t-il, jamais encore été observé et documenté jusqu'à aujourd'hui. Pour parler de cela, la suite de ce manuscrit est scindée en trois grandes parties :

- **État de l'art de la génération d'harmoniques sur plasma dense :** Après avoir rappelé quelques concepts importants pour décrire un plasma dans nos régimes d'interaction, on s'intéressera à l'électrodynamique à la surface de ces derniers. En particulier on dérivera les formules de Lienard et Wiechert dans le but d'adopter par la suite une vision "particulaire" pour décrire le rayonnement. On reviendra, au cours de cette partie, sur les récents modèles d'émission XUV développé au cours des 20 dernières années avant de souligner les difficultés pour décrire l'émission d'un rayonnement en transmission/vers l'avant. On illustrera, les limites de ces modèles et prévisions en présentant le résultat d'une expérience "cible mince" obtenu avec le laser UHI100 qui contredit le paradigme actuel.
- **Outils numériques et méthodes utilisées :** Au cours de cette partie, nous présenterons la méthode "Particle-In-Cell" et le code SMILEI utilisé au cours de ma thèse. Nous développerons un nouveau schéma numérique FDTD ("*Finite Différence Time Domain*") nous permettant de surmonter les problèmes et limites rencontrés avec des schémas plus classiques ayant un impact très négatif sur les résultats (anisotropie, dispersion numérique, chauffage numérique et instabilité Cherenkov).
- **Génération d'harmoniques lors de l'interaction d'un laser sur une feuille mince :** Enfin, nous présenterons ici les résultats préliminaires obtenus avec le code SMILEI qui mettent en lumière un nouveau mécanisme de rayonnement cohérent par freinage ("*Cohérent Plasma Bremsstrahlung*"), compatible avec les résultats expérimentaux obtenus avec le laser UHI100. Nous montrerons ici la limite des simulations 1D3V et la nécessité de réaliser à minima des simulations 2D3V pour décrire correctement la physique. Particulièrement l'émission d'impulsion XUV sur la face arrière de la cible. On testera la robustesse du mécanisme de rayonnement en augmentant à la fois la densité de la cible et l'éclairage laser dans le but de prévenir les résultats des futures expériences effectuées à l'aide du laser de puissance Apollon.

## Première partie

État de l'art de la génération  
d'harmoniques sur plasma dense



<b>1 Plasmas générés par laser et électrodynamique relativiste</b>	<b>23</b>
1.1 Plasmas générés par laser	23
1.1.1 Les lasers de puissance	23
1.1.2 Processus de génération du plasma	25
1.1.3 Fréquence de Langmuir et distance de London	26
1.1.4 Propagation des ondes dans les plasmas	29
1.1.5 Longueur de Debye	31
1.1.6 Solide illuminé par un laser de puissance	32
1.2 Dynamique électronique à la surface d'un plasma illuminé par un laser	33
1.2.1 Dynamique d'une particule chargée libre dans une onde plane : Effet pondéromoteur relativiste	33
1.2.2 Incidence oblique : Mécanisme de Brunel	36
1.2.3 Incidence normale : $J \times B$	38
1.3 Potentiels de Lienard-Wiechert et champs rayonnés par une particule chargée	39
1.3.1 Développement des potentiels	39
1.3.2 Dérivation des champs	40
1.3.3 Rayonnement reçu	41
1.3.4 Cas des accélérations perpendiculaire ou parallèle à la trajectoire	41
1.3.5 Champs rayonnés dans le domaine de Fourier	43
1.3.6 Champs rayonnés quand une particule change de vitesse brutalement	44
1.3.7 Champs rayonnés quand l'indice optique $n$ change brutalement	45
<b>2 Mécanisme de génération d'harmoniques en réflexion</b>	<b>47</b>
2.1 Émission cohérentes par transition (Coherent Transition Radiation)	47
2.1.1 Émission de transition (TR)	47
2.1.2 Émission Cohérente de Transition (CTR)	50
2.2 Émission cohérente de sillage (Coherent Wake Emission)	52
2.2.1 Grandes lignes du modèle CWE	52
2.2.2 Précision sur les temps d'émission	53
2.3 Émission d'harmoniques par effet relativiste	55
2.3.1 Effet Doppler : Réflexion d'une onde E.M par un miroir relativiste	56
2.3.2 Aberration relativiste: « Relativistic Beaming »	57
2.3.3 Modèle de R. Lichters, J. Meyer-ter-Vehn, A. Pukhov	58
2.3.4 Modèle de T. Baeva, S. Gordienko, A. Pukhov	64
2.3.5 Modèle de A. Gonoskov	66
<b>3 Mécanisme de génération d'harmonique en transmission</b>	<b>71</b>
3.1 L'interaction laser-plasma sur feuille mince	71
3.1.1 Le mécanisme CTR en transmission	72
3.1.2 Le mécanisme CWE en transmission	72
3.1.3 Les mécanismes Relativiste en transmission	75
3.2 Des résultats contradictoires sur UHI 100 : Vers de nouveaux mécanismes	79

---



# Chapitre 1

## Plasmas générés par laser et électrodynamique relativiste

Un plasma est un ensemble de particules chargées qui interagissent entre elles, qui à l'instar d'un gaz, n'a pas de forme définie. L'évolution de ce dernier peut être décrite quelques fois à l'aide d'interactions à longue distance (champs moyens), ou parfois grâce à des interactions entre particules très proches (par exemple, les collisions). Ce plasma peut être défini par un ensemble de paramètres tels que sa température, sa densité moyenne de charge ou encore sa longueur de Debye. Par exemple on peut trouver des plasmas ayant  $10^{-3}$  particules.cm<sup>-3</sup> dans le vide interstellaire à  $10^{32}$  particule.cm<sup>-3</sup> au cœur des naines blanches. La couronne solaire elle, qui est un plasma peu dense, affiche des températures supérieures au million de degrés Kelvin. Notre ionosphère elle, présente des températures plus modestes, de l'ordre du millier de degrés Kelvin. Finalement plusieurs grandeurs, que nous allons détailler, sont à connaître pour dresser la carte d'identité précise d'un plasma.

### 1.1 Plasmas générés par laser

Aujourd'hui en laboratoire, les expérimentateurs parviennent à créer des plasmas avec des caractéristiques parfois très différentes. Une des manières de les créer est d'exciter brutalement la matière, sous forme de gaz neutre ou solide, à l'aide d'un laser ultra-intense pour briser les liaisons chimiques et ioniser totalement ou partiellement les atomes. Le champ de ce laser très intense induira des effets très non linéaires dans le plasma alors hors équilibre.

#### 1.1.1 Les lasers de puissance

Jusque dans les années 1980, les lasers utilisés dans les laboratoires de recherche affichaient des éclaircissements de l'ordre de  $10^{15}$  W.cm<sup>-2</sup>. Au-delà, les milieux à gain ne supportent plus la chaleur induite par le passage de l'impulsion et le risque d'endommagement de ces mêmes milieux est alors élevé. En 1985 D. Strickland et G. Mourou [1]



pour la première fois la possibilité d'utiliser la technique de l'amplification par dérive de fréquence pour les lasers, en anglais « Chirped Pulse Amplification » (CPA), illustrée sur la figure 1.1, et permettent ainsi aux laboratoires de recherche de disposer de lasers dont l'éclairement peut atteindre aujourd'hui  $10^{22} \text{ W.cm}^{-2}$ . Cette technique, connue pour augmenter la puissance des signaux radars dès 1960, consiste à séparer temporellement les composantes spectrales d'une impulsion laser. L'impulsion dorénavant 1000 à 100 000 plus longues temporellement est alors bien moins intense et peut de nouveau être amplifiée sans endommager les milieux à gain. Finalement, les composantes fréquentielles sont recombinaées et l'impulsion retrouve sa durée originale, dans laquelle est contenue bien plus d'énergie. C'est l'émergence des lasers de puissance : Une impulsion laser de quelques femtosecondes peut contenir une énergie entre 1 J et 1 kJ, qui, une fois focalisée, permet d'étudier des phénomènes relativistes à l'échelle du cycle optique.

En effet, considérons un électron dans une onde plane monochromatique telle que :

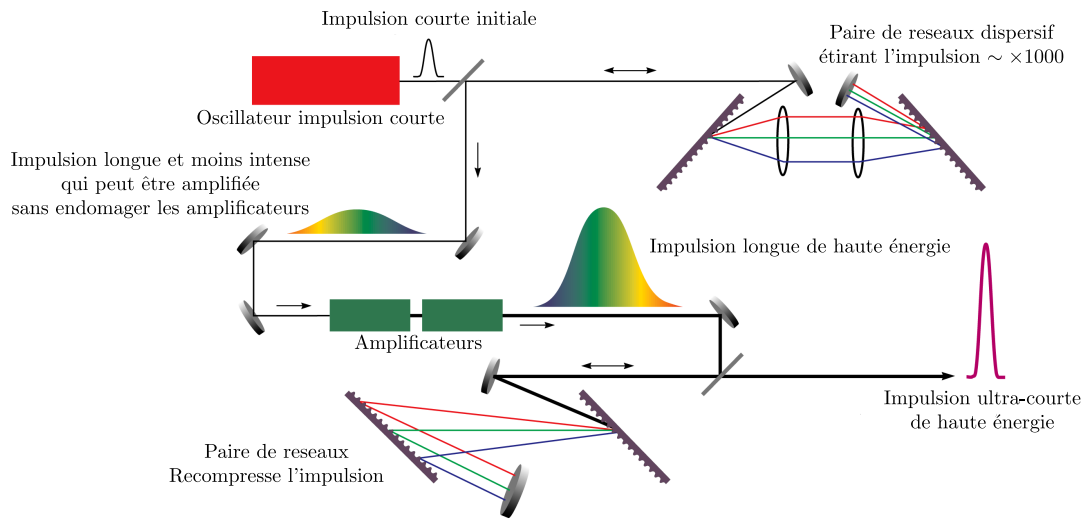


FIGURE 1.1 – Représentation schématique de la méthode CPA, traduite de [LLNL S& TR](#)

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{E}_0 e^{i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega_0 t)} \quad \text{et} \quad \mathbf{B}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{B}_0 e^{i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega_0 t)} \quad (1.1)$$

L'électron oscille dans le champ laser tel que :

$$\frac{1}{m_e c} \frac{d\mathbf{p}}{dt} = -\frac{e}{m_e c} (\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}) \quad (1.2)$$

Soit  $A^\mu = (\phi, \mathbf{A})$  le 4-vecteur potentiel dont dérivent les champs  $\mathbf{E}$  et  $\mathbf{B}$ . Dans le vide  $\phi = 0$ , on peut exprimer les champs tel que :

$$\mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} \quad \text{et} \quad \mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A} \quad (1.3)$$

On peut alors réécrire l'équation de la dynamique comme :

$$\frac{1}{m_e c} \frac{d\mathbf{p}}{dt} = \frac{e}{m_e c} \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} + \frac{\beta}{m_e} \times \nabla \times \mathbf{A} \quad (1.4)$$

En identifiant  $\mathbf{a} = e\mathbf{A}/m_e c = e\mathbf{E}/\omega_0 m_e c$ , on définit le paramètre  $a_0$  tel que :

$$a_0 = \frac{e\lambda_0}{2\pi m_e c^2} \sqrt{\langle E^2 \rangle} \quad (1.5)$$

Qui est le rapport entre l'énergie apportée par le laser et l'énergie de masse de l'électron. Si  $a_0 > 1$  alors la physique mise en jeu est relativiste. Dans les unités usuelles du domaine, on notera :

$$a_0 \simeq 0.85 \cdot 10^{-9} \lambda[\mu\text{m}] \sqrt{I}[\text{W.cm}^{-2}] \quad (1.6)$$

Pour un laser dont la fréquence centrale est de 800 nm, on trouvera  $a_0 = 1$  si l'éclairement laser est de  $\simeq 2,2 \cdot 10^{18} \text{ W.cm}^{-2}$ .

### 1.1.2 Processus de génération du plasma

Prenons un ensemble d'atome d'Hydrogène, qui ont la bonne idée d'être un système simple composé d'un proton et d'un électron chacun. En nous appuyant sur le modèle atomique semi-classique de Bohr, nous pouvons mettre en lumière plusieurs quantités utiles pour comprendre l'interaction « laser-plasma ». Connaissant le rayon de Bohr, qui est la distance séparant l'électron du noyau dans l'atome d'hydrogène :

$$a_B = \frac{\hbar^2}{m_e c^2} \simeq 5,3 \cdot 10^{-9} \text{ cm} \quad (1.7)$$

On peut en déduire le champ électrique typique qui lie l'électron au proton dans le modèle classique de l'atome d'hydrogène :

$$F = -eE = -\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 a_B^2} \Rightarrow E = \frac{e}{4\pi\epsilon_0 a_B^2} \simeq 5,1 \cdot 10^9 \text{ V.m}^{-1} \quad (1.8)$$

Qui nous permet de définir une *unité d'intensité atomique* associée à ce champ :

$$I_a = \frac{\epsilon_0 c E_0^2}{2} \simeq 3,51 \cdot 10^{16} \text{ W.cm}^{-2} \quad (1.9)$$

Si on apporte une énergie telle que  $I$  est supérieure à cette valeur  $I_a$ , on ionisera de fait la matière, brisant les liens atomiques [15, 4]. D'un point de vue corpusculaire, l'électron de l'atome d'hydrogène absorberait un grand nombre de photons tel que :

$$n\hbar\omega_L > E_{seuil}$$

soit 13,6eV pour l'atome d'hydrogène. La probabilité d'ioniser la matière par ce processus avec des fréquences  $\omega_L < E_{seuil}$  nécessite un grand nombre de photons et donc des intensités élevées. On appelle ce mécanisme Ionisation-au-Dessus du Seuil ou « Above Threshold Ionization (ATI) » (Figure 1.2a). Cependant pour des intensités de l'ordre de  $I_a$ , le champ laser devient assez important pour déformer le potentiel Coulombien ressentit

par l'électron tel que :

$$V(x) = -\frac{Ze^2}{x} - eE_L x \quad (1.10)$$

Grâce à l'action du champ  $E_L$ , le potentiel total du système oscille et l'électron pourra s'échapper par effet tunnel de l'atome. Si  $E_L$  est suffisamment intense, la barrière Coulombienne s'efface partiellement ou complètement. C'est ce que l'on nomme respectivement Ionisation Tunnel (« Tunnel Ionization (TI) ») et Ionisation-au-Dessus de la Barrière (« Above-Barrier Ionization (ABI) ») (figure 1.2b). Dans le cas de l'atome d'hydrogène, l'intensité laser que devra voir l'électron est :

$$I_L = 1,4 \cdot 10^{14} \text{ W.cm}^{-2}$$

Si les électrons nouvellement libérés ne collisionnent pas de nouveau avec le noyau pour reformer un atome on créé un plasma avec d'un côté un ion multichargé et de l'autre les électrons libérés du puit de potentiel Coulombien.

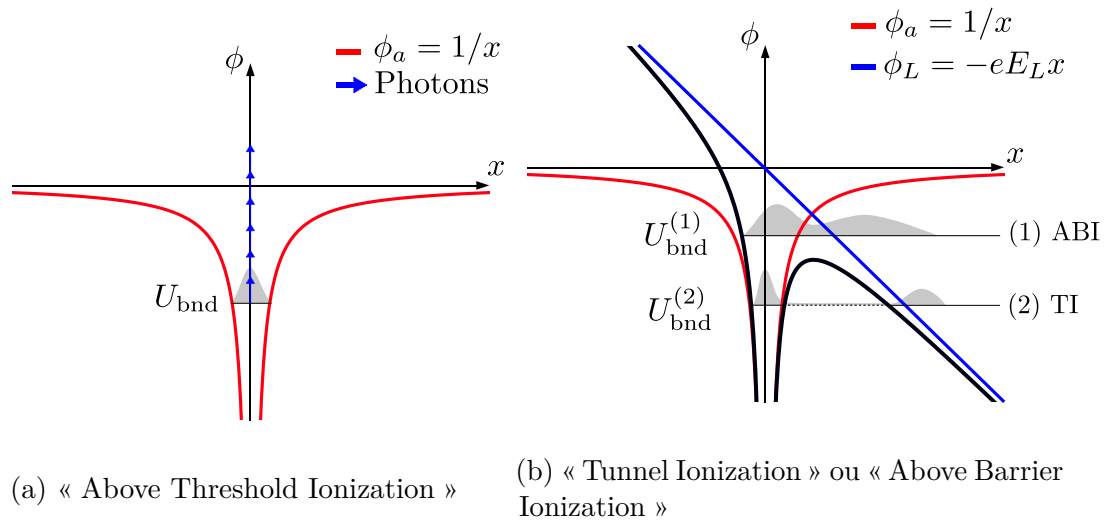


FIGURE 1.2 – Ionisation de la matière par laser. (a) Sous l'effet d'un champ laser d'intensité  $I \sim 10^{12} \text{ W.cm}^{-2}$ , dont l'énergie du photon  $\hbar\omega_0$  est inférieure à l'énergie de liaison, un électron peut absorber plusieurs photons, de sorte que l'énergie totale de ces photons libère dans le continuum d'énergie. (b) Sous l'effet d'un champ laser d'intensité  $I > 10^{14} \text{ W.cm}^{-2}$ , la barrière coulombienne se déforme et peut s'abaisser jusqu'à ce qu'un électron lié puisse sortir, soit directement (au-dessus de la barrière), soit par effet tunnel. En gris clair est représenté le paquet d'onde de l'électron.

### 1.1.3 Fréquence de Langmuir et distance de London

On étudie maintenant un plasma froid, non magnétisé et de densité électronique moyenne  $n_e$ , globalement neutre initialement tel que  $n_i(t=0) = n_e(t=0) = n_e^{(0)}$ . Les ions sont supposés immobiles sur le temps de l'interaction, de charge  $Ze$ , habillés d'un

ensemble d'électrons mobiles. Le plasma est semi-infini et se situe dans la région des  $x > 0$ . On se restreindra ici à une étude spatiale à une dimension. Dans un milieu non polarisé et amagnétique, on rappelle les équations de Maxwell microscopiques pour les charges du plasma. Deux d'entre elles décrivent le comportement des champs dû aux sources. On pose  $\rho = -en_e + en_i$  la densité de charge totale et  $\mathcal{J} = \mathbf{j}_e + \mathbf{j}_i$  la densité de courant totale :

$$\begin{aligned}
 (a) \text{ Maxwell-Gauss : } \quad \nabla \cdot \mathbf{E} &= \frac{\rho}{\varepsilon_0} & (c) \text{ Maxwell-Faraday : } \quad \nabla \times \mathbf{E} &= -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \\
 (b) \text{ Maxwell-Thomson : } \quad \nabla \cdot \mathbf{B} &= 0 & (d) \text{ Maxwell-Ampère : } \quad \nabla \times \mathbf{B} &= \mu_0 \mathcal{J} + \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}
 \end{aligned} \tag{1.11}$$

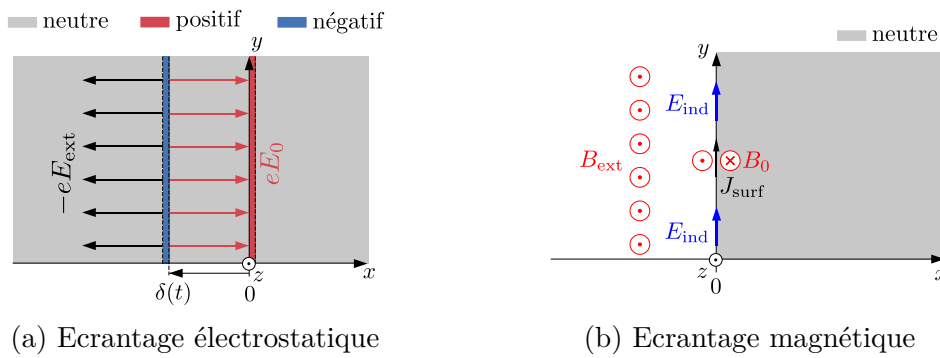


FIGURE 1.3 – Illustration des l'écrantages électrostatique et magnétique sur une couche de plasma semi-infinie. (a) Sous l'effet d'une perturbation électrostatique  $E_{ext}$ , les électrons du plasma vont s'organiser pour annuler l'effet des champs. Lorsque la perturbation devient nulle, ils subissent un champ de rappel  $E_0$  proportionnel à la densité ionique qu'ils ont quitté. (b) Sous l'effet du champ magnétique  $B_{ext}$ , un champ induit  $E_{ind}$  va créer un courant de surface  $J_{surf}$  qui finira par produire un champ  $B_0$  s'opposant au champ magnétique initial.

### 1.1.3.a Écrantage électrostatique

Si à l'instant  $t_0$  nous appliquons un champ extérieur  $\mathbf{E}_{ext} = E_x$ , les électrons situés en  $x_0 = 0$  sont déplacés d'une quantité  $\delta(t)$ . Alors que les ions restent immobiles, on observe la création d'un champ électrique  $\mathbf{E}_0$  qui tend à annuler le champ total. L'équilibre est atteint lorsque  $\mathbf{E}_{ext} + \mathbf{E}_0 = 0$  (figure 1.3a). On éteint maintenant la perturbation extérieure. Le champ électrique restant (celui créé par la séparation de charge) tend à rappeler les électrons vers leur position d'équilibre. D'après l'équation de Maxwell-Gauss (1.11.a) effectuée sur la densité ionique, et en considérant que l'ensemble des électrons déplacés d'une quantité  $\delta_x(t)$  voient le même champ de rappel (la couche est suffisamment fine), on a :

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = \frac{en_i}{\varepsilon_0} \Rightarrow E(t) = \frac{en_e^0}{\varepsilon_0} \delta_x(t) \tag{1.12}$$

L'équation dynamique du système s'écrit alors :

$$\frac{d^2}{dt^2} \delta_x(t) = \frac{e^2 n_e^{(0)}}{m_e \varepsilon_0} \delta_x(t) \quad (1.13)$$

C'est l'équation d'un système harmonique. Les électrons oscillent à la fréquence  $\omega_{pe}$  autour de leur position d'équilibre. Cette fréquence « plasma-électronique », aussi appelée fréquence de « Langmuir », s'écrit [16] :

$$\omega_{pe} = \sqrt{\frac{e^2 n_e^0}{m_e \varepsilon_0}} \quad (1.14)$$

Lorsqu'une perturbation électrostatique survient et déplace un ensemble de charges, ces dernières vont se mettre à osciller dans le but de compenser l'écart local à la neutralité. Cette oscillation caractérise un mouvement collectif des charges dans le plasma (ici les électrons en réponse à une excitation).

### 1.1.3.b Écrantage magnétique

Si à l'instant  $t_0$ , nous appliquons un champ extérieur  $\mathbf{B}_{\text{ext}}(t) = B_0(t) \mathbf{e}_z$ , le champ électrique  $\mathbf{E} = E_0 \mathbf{e}_y$  induit par la variation temporelle de  $\mathbf{B}_{\text{ext}}(t)$  met les électrons en mouvement :

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \Rightarrow \frac{\partial E_y}{\partial x} = -\frac{\partial B_z}{\partial t} \quad \text{et} \quad \frac{d\mathbf{v}}{dt} = -\frac{e}{m_e} \mathbf{E} \Rightarrow \frac{dv_y}{dt} = -\frac{e}{m_e} E_y \quad (1.15)$$

Le courant résultant suivant  $\mathbf{e}_y$  engendre un champ magnétique  $\mathbf{B}_0$  qui va venir compenser le champ magnétique extérieur (figure 1.3b) tel que  $\mathbf{B}_{\text{ext}}(t) + \mathbf{B}_0 = 0$ .

$$\nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{j} \Rightarrow \frac{\partial B_z}{\partial x} = \mu_0 e n_e v_y \quad (1.16)$$

En dérivant l'équation de Maxwell-Faraday (1.11.c) selon  $x$ , puis celle de Maxwell-Ampère (1.12.d) selon  $t$  on obtient :

$$\frac{\partial^2 E}{\partial x^2} = \frac{\mu_0 n_e e^2}{m_e} E = \frac{\omega_{pe}^2}{c^2} E \quad (1.17)$$

On définit la longueur de London comme « l'épaisseur de peau ». C'est la longueur caractéristique sur laquelle les perturbations magnétiques [16], ici à la surface, vont pouvoir se propager dans le plasma :

$$\lambda_{\text{peau}} = \frac{c}{\omega_{pe}} \quad (1.18)$$

### 1.1.4 Propagation des ondes dans les plasmas

Considérons de nouveau une onde plane monochromatique tel que :

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{E}_0 e^{i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega_0 t)} \quad \text{et} \quad \mathbf{B}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{B}_0 e^{i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega_0 t)} \quad (1.19)$$

Cette onde est venue ioniser notre cible et agiter nos électrons sur une distance  $\lambda_{London} = c/\omega_{pe}$ . On rappelle que nos ions sont immobiles. Les ondes électromagnétiques se propageant dans le plasma sont couplées aux mouvements des électrons du plasma. L'équation de la dynamique pour un électron tel que  $v_e/c \ll 1$  nous donne :

$$\frac{d\mathbf{v}_e}{dt} = -\frac{e}{m_e}(\mathbf{E} + \mathbf{v}_e \times \mathbf{B}) \quad (1.20)$$

On peut négliger l'effet du champ  $\mathbf{B}$ . Il nous reste :

$$\frac{d\mathbf{v}_e}{dt} = -\frac{e}{m_e}\mathbf{E} \rightarrow \mathbf{v}_e = \frac{e}{i\omega_0 m_e}\mathbf{E} \quad (1.21)$$

On remonte donc à l'expression du courant et on fait apparaître la loi d'Ohm :

$$\mathbf{J}_e = -en_e\mathbf{v}_e = -\frac{e^2 n_e}{i\omega_0 m_e}\mathbf{E} = i\frac{\omega_{pe}^2 \varepsilon_0}{\omega_0}\mathbf{E} \quad (1.22)$$

Avec  $\sigma = i\omega_{pe}^2 \varepsilon_0 / \omega_0$  la conductivité complexe du plasma. On réécrit les équations de Maxwell telles que :

$$\begin{aligned} \nabla \times \mathbf{E} &= -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} & \rightarrow & \nabla \times \mathbf{E} = i\omega_0 \mathbf{B} \\ \nabla \times \mathbf{B} &= \mu_0 \mathbf{J} + \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} & \rightarrow & \nabla \times \mathbf{B} = -i\frac{\omega_0}{c}\varepsilon \mathbf{E} \end{aligned} \quad (1.23)$$

Avec :

$$\varepsilon = 1 - \frac{\omega_{pe}^2}{\omega_0^2} = n^2 \quad (1.24)$$

$n$  est l'indice optique du plasma. On établit enfin l'équation linéaire vérifiée par le champ électrique  $\mathbf{E}$  :

$$\nabla \times (\nabla \times \mathbf{E}) = \nabla(\nabla \cdot \mathbf{E}) - \nabla^2 \mathbf{E} = \frac{\omega_0^2}{c^2}\mathbf{E} - \frac{\omega_{pe}^2}{c^2}\mathbf{E} \quad (1.25)$$

En utilisant  $\nabla \times \mathbf{E} = i\mathbf{k} \times \mathbf{E}$  et  $\nabla \cdot \mathbf{E} = i\mathbf{k} \cdot \mathbf{E}$ . L'équation ci-dessus est satisfaite par deux types de modes :

- Si le vecteur du champ électrique est parallèle au vecteur d'onde (c'est à dire  $\mathbf{k} \times \mathbf{E} = 0$ ), nous sommes en présence de « d'ondes plasmas », des ondes longitudinales de compression qui oscillent à la fréquence de Langmuir et qui admettent donc la relation de dispersion :

$$\omega_0 = \omega_{pe} \quad (1.26)$$

- Si le champ électrique est transverse à la direction de propagation (c'est à dire  $\mathbf{k} \cdot \mathbf{E} = 0$ ), on trouve la relation de dispersion :

$$\omega_0 = \omega_{pe} + kc \quad (1.27)$$

- Si  $\omega_0 > \omega_{pe}$  il existe alors un mode transverse de vecteur d'onde  $\mathbf{k}$  se propageant dans le plasma. L'indice optique du plasma s'écrit dans ce cas :

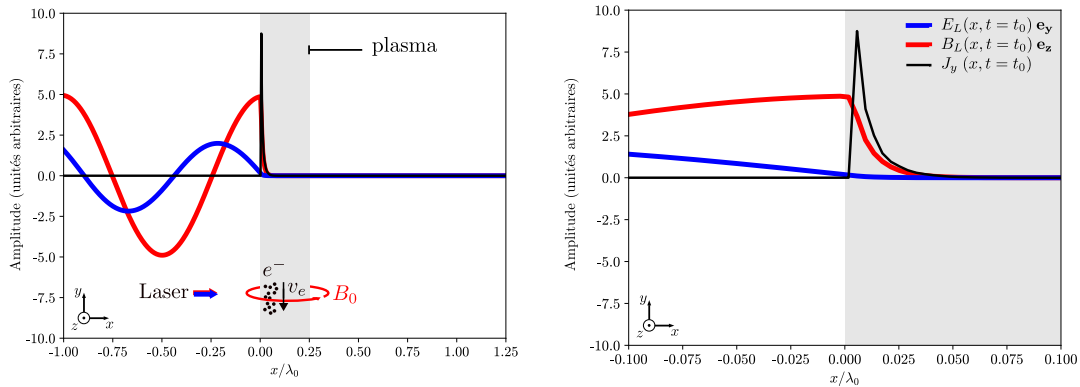
$$n(\omega) = \varepsilon^{1/2} = \sqrt{1 - \frac{\omega_{pe}^2}{\omega_0^2}} \quad (1.28)$$

- Si  $\omega_0 < \omega_{pe}$  ce mode transverse devient évanescent et tend à s'annuler sur la longueur de London  $\lambda_p = c/\omega_{pe}$ .

La fréquence de Langmuir est donc une fréquence de coupure qui définira si oui ou non une onde électromagnétique de fréquence  $\omega_0$  se propage dans le plasma (Figure 1.4). On peut définir une densité critique  $n_c$  au delà de laquelle une onde électromagnétique ne se propagera pas :

$$\omega_L^2 = \frac{e^2 n_c}{m_e \varepsilon_0} \Leftrightarrow n_c = \frac{\omega_L^2 m_e \varepsilon_0}{e^2} \quad (1.29)$$

Dans notre cas, la fréquence centrale du laser considéré est  $\lambda_0 \simeq 800 \text{ nm}$ . Ainsi on a  $n_c \simeq 1.11 \cdot 10^{21} (\lambda_0 [\mu\text{m}])^{-2} \text{ cm}^{-3} \simeq 1.73 \cdot 10^{21} \text{ cm}^{-3}$ .



(a) Représentation des champs à la surface. (b) Zoom des champs à la surface.

FIGURE 1.4 – (a,b) Une onde plane telle que  $a_0 < 1$ , de fréquence  $\omega_0$ , rencontre un plasma tel que  $\omega_{pe} = 16 \omega_0$ . Les électrons à la surface se mettent en mouvement sous l'effet du champ électromagnétique. Le courant résultant annule le champ magnétique à l'intérieur du plasma. L'onde est réfléchi. Si la couche de plasma n'est pas infinie, il convient de s'assurer que la longueur  $\lambda_p$  est bien inférieure à l'épaisseur de la cible pour que le laser ne soit pas transmis.

### 1.1.5 Longueur de Debye

On peut se demander jusqu'où une perturbation électrostatique locale de densité électronique parvient à se faire ressentir dans le plasma. Dans un système à grand nombre de charges mobiles, les interactions électrostatiques ne se limitent pas aux plus proches voisins. Mais elles ne se propagent pas jusqu'à l'infini non plus. En effet, une densité de charge  $n_j(\mathbf{r})$  interagira avec des charges plus lointaines, jusqu'à être complètement « écrantée ». On nomme cette longueur d'écrantage « longueur de Debye - Hückel ». Considérons-la  $j$ -ème espèce chargée composant notre plasma à l'équilibre thermodynamique, de densité locale :

$$n_j(\mathbf{r}) = n_j^0 e^{\frac{q_j \phi(\mathbf{r})}{k_B T}} \quad (1.30)$$

Dans l'espace, c'est le potentiel électrique moyen  $\phi(\mathbf{r})$  qui nous donne la répartition des  $N - 1$  charges  $q_j$ . Ce potentiel satisfait l'équation de Poisson :

$$\nabla^2 \phi(\mathbf{r}) = -\frac{1}{\varepsilon_r \varepsilon_0} \sum_{j=1}^{N_{\text{espèce}}} q_j n_j(\mathbf{r}) = -\frac{1}{\varepsilon_r \varepsilon_0} \sum_{j=1}^{N_{\text{espèce}}} q_j n_j^0 e^{\frac{q_j \phi(\mathbf{r})}{k_B T}} \quad (1.31)$$

On se place alors dans le cas où  $q_j \phi(\mathbf{r}) \ll k_B T$ . On peut alors faire le développement au premier ordre de la fonction exponentielle suivant :

$$\nabla^2 \phi(\mathbf{r}) = \left( \frac{1}{\varepsilon_r \varepsilon_0} \sum_{j=1}^{N_{\text{espèce}}} \frac{q_j^2 n_j^0}{k_B T} \right) \phi(\mathbf{r}) - \frac{1}{\varepsilon_r \varepsilon_0} \sum_{j=1}^{N_{\text{espèce}}} q_j n_j^0 \quad (1.32)$$

C'est « l'équation de Debye - Hückel ». Pour les espèces neutres, comme les plasmas que nous considérerons, le deuxième terme du membre de droite s'annule. On identifie alors la longueur de Debye :

$$\lambda_D = \left( \varepsilon_r \varepsilon_0 k_B T / \sum_{j=1}^{N_{\text{espèce}}} q_j^2 n_j^0 \right)^{\frac{1}{2}} \quad (1.33)$$

Considérons alors des électrons de charge  $e$  qui se meuvent dans un fond diffus d'ions de charge  $Ze$ . L'ensemble étant un plasma neutre et sachant que  $\phi(\mathbf{r}) \rightarrow Ze/4\pi\varepsilon_0 r$  quand  $r \rightarrow 0$ , et  $\phi(\mathbf{r}) \rightarrow 0$  quand  $r \rightarrow \infty$ , on a :

$$\nabla^2 \phi(\mathbf{r}) - \frac{1}{\lambda_D^2} \phi(\mathbf{r}) = 0 \Rightarrow \phi(\mathbf{r}) = \frac{Ze}{4\pi\varepsilon_0 r} e^{-\frac{r}{\lambda_D}} \quad \text{avec} \quad \lambda_D = \sqrt{\frac{\varepsilon_0 k_B T_e}{e^2 n_e^0}} \quad (1.34)$$

On voit donc ici explicitement que dans un plasma globalement neutre, les séparations de charge à l'échelle locale induisent un potentiel électrostatique sur une longueur caractéristique d'écrantage  $\lambda_D$ . Au-delà de cette distance, les charges négatives compensent exactement les charges positives et le plasma nous apparaît neutre. De la même manière, une perturbation électrostatique extérieure ne sera ressentie par le plasma que sur des



distances inférieures à  $\lambda_D$ . Au-delà, le plasma se sera réorganisé de telle manière à ce que la perturbation électrostatique soit exactement compensée.

### 1.1.6 Solide illuminé par un laser de puissance

Dans le cas des expériences « Ultra Haute Intensité » (UHI) menées au sein du laboratoire, un solide (plastique, aluminium...) est éclairé avec un laser focalisé tel que  $I_L \geq 10^{18} \text{ W.cm}^{-2}$  sur une durée d'environ 25 fs. L'amplitude du champ est suffisante pour ioniser totalement ces solides dès les premiers cycles, tout du moins en surface. La densité électronique est telle que  $n_e = Zn_i = \rho Z N_A / M$ , avec  $Z$  le numéro atomique,  $\rho$  la densité solide,  $N_A = 6.02 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$  la constante d'Avogadro et  $M$  la masse atomique. Dans le cas de l'aluminium en posant  $\rho = 2.7 \text{ g.cm}^{-3}$ ,  $Z = 13$ ,  $M = 27$ , on obtient une densité électronique  $n_e = 7.8 \cdot 10^{23} \text{ cm}^{-3} \simeq 450n_c$ . Dans le cas d'un solide composite comme un plastique (Mylar) de formule  $C_{10}H_8O_4$  de densité  $\rho = 1.35 \text{ g.cm}^{-3}$  on obtient :

$$n_e = \left( \frac{N_C}{N} \frac{Z_C}{M_C} + \frac{N_H}{N} \frac{Z_H}{M_H} + \frac{N_O}{N} \frac{Z_O}{M_O} \right) \rho N_A = (1.84 + 2.95 + 0.73) \cdot 10^{23} \text{ cm}^{-3} \quad (1.35)$$

Soit  $\simeq 5.5 \cdot 10^{23} \text{ cm}^{-3} \simeq 320n_c$ . Si les atomes du solide sont ionisés une seule fois, alors on a  $192n_c$  (densité solide en unité  $n_c$ ). Ainsi on trouve que  $\omega_{pe} \simeq 18\omega_0$  pour un solide complètement ionisé,  $\omega_{pe} \simeq 14\omega_0$  s'il est une fois ionisé. Le plasma est donc largement surcritique et réfléchit ainsi le laser incident. De plus  $\lambda_{peau} = \lambda_0/18 \simeq 50 \text{ nm}$ . Ainsi une cible fine présentant une épaisseur 250 nm est bien opaque à la longueur d'onde du laser.

On peut se demander si la réflexion du laser sur le plasma s'apparente à la réflexion sur un miroir, c'est-à-dire que la phase spatiale du champ incident n'est pas modifiée lors de ce processus. Le plasma doit respecter deux conditions :

1. D'abord, la surface de la cible, avant d'être ionisée, doit être la plus plane possible et présenter des défauts à la surface de tailles bien inférieures à  $\lambda_0$  afin d'éviter une réflexion diffuse.
2. Ensuite, la zone sous-critique avec laquelle le laser interagit avant de se réfléchir doit être petite devant la longueur d'onde. En effet la propagation du laser dans un plasma sous-critique peut introduire des termes de phases susceptibles de dégrader le faisceau. Ainsi, cela impose d'avoir un gradient de densité électronique très faible devant la longueur d'onde ( $L_1 \ll \lambda_0$  avec  $L_1$  la taille caractéristique du gradient de densité). Pour vérifier cela, il faut estimer la distance sur laquelle s'est détendu un plasma chaud depuis sa création par le front montant de l'impulsion ou par une pré-impulsion. Sur les bords du plasma, la densité électronique décroît brutalement sur la distance caractéristique  $\lambda_D$  obtenue à l'équation (1.34). Le champ électrique de charge espace créé lors de l'expansion électronique déclenche l'expansion des ions

tels que :

$$\frac{\partial n_i}{\partial t} + v_i \frac{\partial n_i}{\partial x} = - n_i \frac{\partial v_i}{\partial x} \quad (1.36)$$

$$\frac{\partial v_i}{\partial t} + v_i \frac{\partial v_i}{\partial x} = - \frac{Ze}{m_i} \frac{\partial \phi}{\partial x} \quad (1.37)$$

Le plasma étant considéré comme quasi-neutre, l'équation (1.37) devient :

$$\frac{\partial v_i}{\partial t} + v_i \frac{\partial v_i}{\partial x} = - \frac{c_s^2}{n_i} \frac{\partial n_i}{\partial x} \quad (1.38)$$

Où on pose  $c_s = (Zk_B T_e / m_i)^{1/2}$  avec  $k_B$  la constante de Boltzmann,  $T_e$  la température électronique et  $m_i$  la masse des ions. Si on suppose la détente isotherme, on peut montrer [17, 14, 18, 19] qu'on obtient un profil de densité exponentiel de longueur caractéristique  $L_1 = c_s \tau_L$ . Pour un laser de durée  $\tau_L = 25$  fs et  $T_e = 0.5$  keV on a  $c_s = 0.2$  nm.fs<sup>-1</sup> et  $L_1 \simeq \lambda_0 / 100$  avec  $\lambda_0 = 800$  nm. Ainsi, dans le cas où le laser interagit directement avec la cible qu'il ionise, et en supposant que la planéité de la cible est conservée après ionisation, on pourra considérer que le plasma agit bien comme un miroir pour le laser, la zone sous-critique étant très petite.

## 1.2 Dynamique électronique à la surface d'un plasma illuminé par un laser

En mécanique non relativiste, nous savons que la trajectoire d'une particule chargée dans un champ électromagnétique homogène dépend de la direction du champ électrique et de son intensité. La particule chargée oscille le long de la direction de polarisation du champ électrique en s'astreignant à rester dans un même plan perpendiculaire à la direction de propagation de l'onde électromagnétique. Pour des intensités approchant de  $10^{18}$  W.cm<sup>-2</sup>, la vitesse classique d'un électron tend vers  $c$ . Il est donc important de traiter la dynamique électronique dans le cadre de la relativité restreinte. Nous nous proposons d'établir ici les expressions relativistes du mouvement d'une particule chargée dans une onde plane.

### 1.2.1 Dynamique d'une particule chargée libre dans une onde plane : Effet pondéromoteur relativiste

Dans le cas relativiste, l'équation du mouvement attachée à une particule de masse  $m_0$  et de charge  $q$ , établie en théorie classique des champs est l'équation de Newton-Lorentz covariante [20]

$$m_0 c \frac{dv^\mu}{ds} = q F^\mu{}_\nu v^\nu \quad (1.39)$$

Avec  $F^\mu_\nu$  le tenseur électromagnétique de Maxwell,  $v^\mu$  le quadri-vecteur vitesse. En explicitant  $F^\mu_\nu$ , on trouve :

$$\frac{dv^\mu}{dt} = \frac{q}{\gamma m_0} \left( \frac{\partial A_\nu}{\partial x_\mu} v^\nu - \frac{\partial A^\mu}{\partial x^\nu} v^\nu \right) \quad \text{avec} \quad ds = cd\tau = c\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} dt = \frac{cdt}{\gamma} \quad (1.40)$$

Avec  $\gamma$  le facteur de Lorentz. On pourra réécrire cette expression de manière plus conventionnelle en reliant les champs à leurs potentiels :

$$\mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} - \nabla\phi \quad \text{et} \quad \mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A} \quad (1.41)$$

En développant cette expression sur la composante temporelle du quadrivecteur vitesse, et dans le vide ( $\phi = 0$ ) on a :

$$\frac{d\gamma c}{dt} = -\frac{q}{m_0 c} \mathbf{v} \cdot \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} \rightarrow \frac{d\gamma c}{dt} = \frac{q}{m_0 c} \mathbf{v} \cdot \mathbf{E} \quad (1.42)$$

On trouve ici l'expression du travail de la force de Lorentz relativiste. En développant cette expression sur les composantes spatiales du quadrivecteur vitesse et en simplifiant par  $\gamma$  à droite on a :

$$\frac{d\gamma \mathbf{v}}{dt} = \frac{q}{m_0} \left( -\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} - (\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{A} + \nabla(\mathbf{v} \cdot \mathbf{A}) - \nabla\Phi \right) \quad (1.43)$$

On retrouve, après un peu d'analyse vectorielle et en se souvenant que  $\nabla(\mathbf{v} \cdot \mathbf{A}) \equiv \nabla_{\mathbf{A}}(\mathbf{v} \cdot \mathbf{A})$ , l'équation de Newton-Lorentz :

$$m_0 \frac{d\gamma \mathbf{v}}{dt} = q(\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}) \quad (1.44)$$

On peut décomposer  $\mathbf{A}$  comme la somme d'un vecteur longitudinale et transverse tel que  $\mathbf{A} = \mathbf{A}_{\parallel} + \mathbf{A}_{\perp}$ . Dans le cas d'une onde plane, seule la composante transverse joue un rôle :

$$\mathbf{A} = \mathbf{A}_{\perp} \left( t - \frac{x}{c} \right) \quad (1.45)$$

Où l'on suppose que  $\mathbf{e}_x$  est la direction de propagation de l'onde. En décomposant la vitesse des particules sur les composantes longitudinale et transverses du champ, tel que  $\mathbf{v} = \mathbf{v}_{\parallel} + \mathbf{v}_{\perp} = \mathbf{v}_x + \mathbf{v}_{\perp}$ , on trouve que l'expression complète de la vitesse d'une particule relativiste soumise aux champs produits par une onde plane :

$$\frac{d\gamma \mathbf{v}_{\perp}}{dt} = \frac{q}{m_0} \left( -\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} - (\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{A} \right) \rightarrow \frac{d\gamma \mathbf{v}_{\perp}}{dt} = -\frac{q}{m_0} \frac{d\mathbf{A}}{dt} \quad (1.46)$$

Dans le cas d'une onde plane en effet, les dépendances transverses sont nulles. Finalement :

$$\mathbf{v}_{\perp} = -\frac{q}{\gamma m_0} \mathbf{A} \quad \xleftrightarrow{q, m_0 = -e, m_e} \quad \gamma \mathbf{v}_{\perp} = a_0 \frac{\mathbf{A}}{|\mathbf{A}|} \quad (1.47)$$

Avec  $a_0 = e|\mathbf{A}|/m_e c$  l'amplitude du potentiel normalisé, définie pour l'électron. En ce qui concerne la vitesse longitudinale, elle devient non négligeable quand  $a_0 \gg 1$ . Ainsi :

$$\frac{d\gamma \mathbf{v}_{\parallel}}{dt} = \frac{q}{m_0} \nabla_{\parallel} (\mathbf{v}_{\perp} \cdot \mathbf{A}_{\perp}) \rightarrow \frac{d\gamma v_x}{dt} = \frac{q}{m_0} \partial_x (\mathbf{v}_{\perp} \cdot \mathbf{A}_{\perp}) \quad (1.48)$$

Où l'on a fixé la direction  $\mathbf{e}_x$  comme étant celle parallèle à la propagation de l'onde. Au vu de l'expression de  $\mathbf{v}_{\perp}$  on a donc :

$$\frac{d\gamma v_x}{dt} = \frac{q^2}{\gamma m_0^2} \mathbf{A}_{\perp} \partial_x \mathbf{A}_{\perp} \quad (1.49)$$

On se rappelle que  $\mathbf{A}_{\perp}$  ne dépend que de  $t - x/c$  et que donc  $\partial_x \mathbf{A}_{\perp} = -\partial_t \mathbf{A}_{\perp}/c$ . Ainsi, en utilisant la formule du travail de la force de Lorentz, on trouve :

$$\frac{d\gamma v_x}{dt} = \frac{q^2}{\gamma m_0^2 c} \mathbf{A}_{\perp} \frac{\partial \mathbf{A}_{\perp}}{\partial t} \rightarrow \frac{d\gamma v_x}{dt} = c \frac{d\gamma}{dt} \quad (1.50)$$

On suppose qu'à l'instant  $t = 0$  la particule chargée est au repos. Ainsi  $\mathbf{v}_{\perp} = \mathbf{v}_x = 0$  et  $\gamma = 1$ . Il vient naturellement :

$$\gamma v_x = c\gamma - c \Leftrightarrow \gamma = \frac{1}{1 - \frac{v_x}{c}} \quad (1.51)$$

On a alors l'expression complète de la vitesse d'une particule relativiste soumise aux champs produits par une onde plane :

$$\gamma \mathbf{v} = -\frac{q}{m_0} \mathbf{A} + \frac{q^2 \mathbf{A}^2}{2m_0^2 c} \mathbf{e}_x \quad (1.52)$$

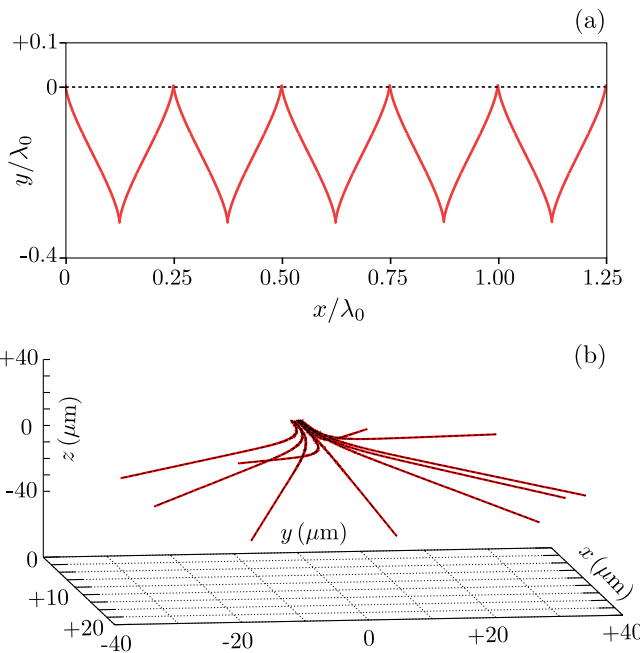


FIGURE 1.5 – Trajectoire électronique, issue des équations du mouvement intégrées numériquement à l'aide d'un code « particules test » (pas d'interaction entre particules). **(a)** L'électron, initialement au repos, interagit avec une onde plane telle que  $A = 1 a_0$ , polarisée suivant  $y$ . Suivant  $\mathbf{e}_x$ , l'axe de propagation de l'onde, les électrons sont poussés vers l'avant à cause de la force pondéromotrice relativiste ( $J \times B$ ). Inspirée de [19] **(b)** Des particules sont éjectées de l'axe de propagation d'un faisceau gaussien tel que  $I = 10^{18} \text{ W.cm}^{-2}$ ,  $\lambda_0 = 1 \mu\text{m}$ , et  $w_0 = 10 \mu\text{m}$ . [21].

On se retrouve avec un terme de vitesse le long de l'axe de propagation du laser. C'est l'effet pondérateur relativiste [21] aussi appelé «  $J \times B$  ». Dans le cas d'une onde plane, on peut noter :

$$\mathbf{A} = -\frac{E_0}{\omega_0} \sin(\omega_0 t - k_0 x) \mathbf{e}_y \Leftrightarrow \mathbf{A}^2 = \frac{E_0^2}{2\omega_0^2} (1 - \cos(2\omega_0 t - 2k_0 x)) \quad (1.53)$$

On voit bien sous cette dernière forme qu'un électron va subir selon  $\mathbf{e}_x$ , une vitesse de dérive sur laquelle va s'imprimer une oscillation à  $2\omega_0$ . On illustre ce phénomène sur la figure 1.6a. On pourra trouver une littérature abondante sur les dynamiques en « champs croisés » pour lesquelles un mouvement oscillatoire se superpose avec une dérive (par exemple [20, 22, 16]). Comme illustré sur la figure 1.6b, un gradient de champ transverse (ou d'intensité) repousse, lui aussi les particules. Dans ce cas là, elles sont expulsées de propagation [21].

## 1.2.2 Incidence oblique : Mécanisme de Brunel

Si le champ laser arrive en incidence oblique sur le plasma sur-dense, des électrons sont arrachés de la surface par le champ électrique. Les électrons sont ensuite re-accélérés par le champ laser et la force de rappel électrostatique, et retournent dans le plasma à la période du laser, transperçant la cible de manière balistique. À l'intérieur du plasma, ces électrons ne sont plus soumis au champ laser. Cette « condition aux limites » modifie les trajectoires obtenues précédemment. Ces électrons ont été baptisés « électrons de Brunel » [23, 24]. Considérons une onde plane arrivant en incidence oblique sur un plasma surcritique :

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = E_0 \sin(\omega_0 t - \mathbf{k}_i \cdot \mathbf{r}) \begin{pmatrix} -\sin \theta \\ \cos \theta \\ 0 \end{pmatrix} \quad (1.54)$$

On peut décomposer  $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$  comme  $\mathbf{E}_n(\mathbf{r}, t)$  et  $\mathbf{E}_t(\mathbf{r}, t)$ , respectivement la partie normale et tangentielle du champ à la surface. Le plasma étant considéré comme un miroir parfait ( $n_e \gg n_c$ ) et infini suivant  $\mathbf{e}_y$  et  $\mathbf{e}_z$ , à la surface on doit avoir  $\mathbf{E}_t = 0$ . Ainsi, le champ total à la surface de la cible est :

$$\mathbf{E}(x < 0, y, z, t) = E_0 \sin(\omega_0 t - k_0 \cos \theta x) \begin{pmatrix} -2 \sin \theta \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (1.55)$$

Ainsi pendant un demi-cycle les électrons subiront une force  $\propto \mathbf{E}_n \parallel \mathbf{e}_x$  qui les tirera dans le vide. On admettra encore ici que les électrons sont tirés de la surface du plasma à la distance  $d$  d'excursion dans le vide très inférieure à  $\lambda_0$  ( $d \ll \lambda_0$ ) de telle sorte que le champ laser total ressenti par les électrons n'admet pas de dépendance spatiale dans sa phase. En effet, dans le cas non relativiste pour lequel on peut négliger l'effet du champ magnétique  $p_l = 2a_0 \sin \theta m_e c$ , l'excursion des électrons dans le vide vaut  $\delta = v_l / \omega_0$ . Avec

$v_l = p_l/\gamma m_e$  et  $\gamma = \sqrt{1 + (\mathbf{p}/m_e c)^2} \simeq \sqrt{1 + 4a_0^2 \sin^2 \theta} \simeq 1$ , on obtient :

$$\delta \simeq \frac{2a_0 \sin \theta}{2\pi \sqrt{1 + 4a_0^2 \sin^2 \theta}} \lambda_0 \quad (1.56)$$

Pour  $a_0 \simeq 0.1$ , l'excursion  $\delta$  est de l'ordre de  $0.02\lambda_0$ . Pour obtenir la force de rappel des électrons vers le plasma  $F_x^{(r)}$  il nous faut connaître le champ  $E_x^{(r)}$  généré par la séparation de charge à la surface. D'après le théorème de Gauss on trouve la densité d'électron éjectée telle que :

$$E_x^{(r)}(x_j) = \int_{-\infty}^{x_j} \frac{n(x)}{\varepsilon_0} dx \quad (1.57)$$

Le champ électrostatique de rappel,  $E_x^{(r)}(x_j) < 0$ , sur l'électron  $j$  situé en  $x_j$  dépend uniquement des charges, dont la position  $x < x_j$ . Les électrons dont la position  $x > x_j$  écrantent simplement le champ de rappel. On admettra que ce champ de rappel ne dépend pas du temps sur la trajectoire, mais seulement de l'instant d'éjection l'électron de la surface du plasma. Pour cela il est impératif d'admettre que les trajectoires des électrons éjectés de la surface ne se croisent pas. Pour qu'un électron soit extrait du plasma, il faut chercher le point où la force de rappel est exactement compensée par la force du champ électrique incident tel que :

$$F_x(x_j, t_j) = 2qE_0 \sin \theta \sin \omega_0 t_j + F_r(x_j) = 0 \quad (1.58)$$

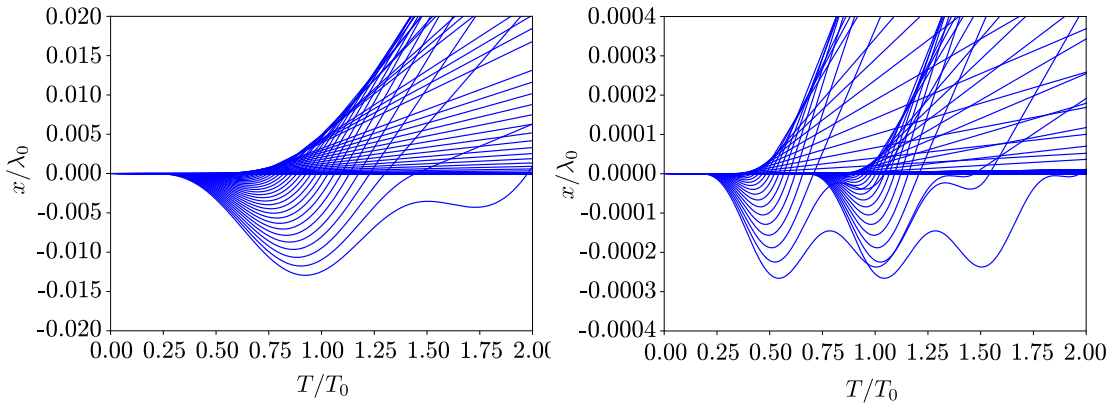
À l'instant d'après, la force suivant  $F_x$ , deviendra négative et les électrons seront tirés hors du plasma. Ainsi à chaque instant, l'électron  $j$  ressentira une force de rappel  $F_r = -2qE_0 \sin \theta \sin \omega_0 t_j$ , et ainsi on trouve lorsque  $x_j < 0$  :

$$\frac{d^2 x_j}{dt^2} = -\frac{2eE_0 \sin \theta}{m_e} (\sin \omega_0 t - \sin \omega_0 t_j) \quad (1.59)$$

Quand  $x_j > 0$  on admettra que l'électron  $j$  ne subit plus aucune force et ainsi  $\ddot{x}_j = 0$ . On trouve alors l'équation horaire :

$$x = \frac{2eE_0}{m_e \omega_0^2} \left( \sin \omega_0 t - \sin \omega_0 t_j - (\omega_0 t - \omega_0 t_j) \cos \omega_0 t_j + \frac{\sin \omega_0 t_j}{2} (\omega_0 t - \omega_0 t_j)^2 \right) \quad (1.60)$$

Dans le modèle développé par F. Brunel, seuls les champs électrostatiques du plasma et électriques du laser sont pris en compte. Dans le cas ou  $a_0 \gg 1$ , il faut aussi prendre en compte les effets du champ magnétique. De plus la condition  $d \ll \lambda_0$  n'est plus nécessairement vérifiée. Ainsi, il est important de prendre en compte la variation spatiale du champ laser. Tout cela rend difficile une étude analytique, il faut donc intégrer les équations du mouvement numériquement, comme sur la figure (1.7a).


 (a) Brunel non relativiste avec  $a_0 = 0.1$ 

 (b)  $J \times B$  avec  $a_0 = 1$ 

FIGURE 1.7 – Comparaison des trajectoires intégrées numériquement d'électrons avec un laser en incidence normale et oblique. Dans le cas de l'incidence normale, la surface est tirée sous l'effet de la force pondéromotrice relativiste. En incidence oblique, c'est le champ électrique qui domine la dynamique. On remarque que l'excursion des électrons dans le vide est bien plus petite en incidence normale, l'effet pondéromoteur étant plus faible. Quand  $a_0 \gg 1$  il faut prendre en comptes simultanément les effets du champ magnétique et électrique à la surface du plasma, l'effet pondéromoteur devient équivalent à l'effet du champ électrique. La distance  $d$  n'étant plus nécessairement petite devant  $\lambda_0$  la non-uniformité des champs à la surface doit elle aussi être prise en compte.

### 1.2.3 Incidence normale : $J \times B$

Comme on vient de le voir, un électron dans une onde plane subit une force dans la direction  $\mathbf{e}_x$  de propagation de l'onde. On peut réécrire l'évolution temporelle de  $\mathbf{v}_x$  pour lui donner un meilleur sens physique. Sans perte de généralité, on fixe  $\mathbf{A}_\perp = A_y \mathbf{e}_y$  et  $\mathbf{v}_\perp = v_y \mathbf{e}_y$  :

$$\frac{d\gamma v_x}{dt} = \frac{q}{m_0} v_y \partial_x A_y \Leftrightarrow \frac{d\gamma v_x}{dt} = \frac{q}{m_0} v_y B_z \quad (1.61)$$

Ainsi quand  $v \rightarrow c$ , l'amplitude de la force selon  $\mathbf{e}_x$  n'est plus négligeable devant l'amplitude des forces du au champ électrique et les électrons vont ressentir l'effet pondéromoteur (pour une onde, plane au rappel  $E_0 = cB_0$ ). Cet effet est intrinsèquement lié au champ magnétique. Ainsi, la surface du plasma, composé d'un très grand nombre d'électrons, oscille à  $2\omega_0$  lorsqu'elle interagit avec un laser intense. Elle ressent les variations rapides du potentiel vecteur. Dans le cas où les électrons sont à la surface d'un plasma considéré comme un miroir parfait, ils ressentent cette force et quittent donc la surface pendant un temps si leur vitesse  $v_y$  est assez grande. Ils sont ensuite renvoyés dans le plasma par le laser et la force de rappel électrostatique qui s'est créé lors de la séparation de charge. À la surface du plasma, le champ magnétique est tel que :

$$\mathbf{B}(x < 0, y, z, t) = 2B_0 \sin \omega_0 t \mathbf{e}_z \quad (1.62)$$

Où on admettra que pendant que les électrons sont tirés de la surface du plasma la distance  $d$  d'excursion dans le vide sera très inférieure à  $\lambda_0$  ( $d \ll \lambda_0$ ) de telle sorte que le champ laser total ressenti par les électrons n'admet pas de dépendance spatiale dans sa phase. Ainsi  $\mathbf{B}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{B}_0 \sin(\omega_0 t - k_0 x) \rightarrow \mathbf{B}(t) = \mathbf{B}_0 \sin(\omega_0 t)$ . Pour que les électrons soient extraits du plasma par la force ponderomotrice, il faut nécessairement qu'ils possèdent une vitesse initiale tels que :

$$\mathbf{v} = -\frac{q\kappa E_0}{\gamma\omega_0 m_0} \cos \omega_0 t_i \mathbf{e}_y \quad (1.63)$$

Avec  $\kappa$  un facteur numérique qui permet de fixer la vitesse des électrons à la surface proportionnellement à  $\mathbf{E}_t$ . À l'interface vide/plasma, le champ s'annule sur une épaisseur de peau. Les électrons à la surface voient un champ  $F_y^{(s)}/q = \mathbf{E}_t \simeq 2(\omega_0/\omega_{pe})\mathbf{E}_{inc}$ . Ainsi on fixe  $\kappa = 2\omega_0/\omega_{pe}$ . Ainsi les électrons sont extraits du plasma et on doit alors résoudre le système :

$$\begin{aligned} \frac{dp_x}{dt} &= +qv_y(t)B_z(t) + F_x^{(r)} \\ \frac{dp_y}{dt} &= -qv_x(t)B_z(t) + F_y^{(s)} \end{aligned} \quad (1.64)$$

Cette équation reste difficile à résoudre analytiquement de par son caractère relativiste et par le fait que le champ magnétique varie dans le temps. On intégrera alors les trajectoires numériquement comme sur la figure 1.7b. En 2006, J. P. Geindre et al [25, 26] se proposent d'étudier l'effet du champ  $B_z$  lorsqu'un laser arrive avec un angle d'incidence à la surface du plasma et tendent à montrer que le champ magnétique empêche les électrons de sortir si l'intensité du laser est trop grande. Lorsque la pulsation cyclotronique  $\omega_c = eB/m_e$  devient grande, les électrons tournent très rapidement dans le champ magnétique, considéré comme constant, et sont renvoyés dans le plasma à peine sortit de ce dernier ( $\omega_c \gg \omega_0$ ).

## 1.3 Potentiels de Lienard-Wiechert et champs rayonnés par une particule chargée

Lorsqu'une particule chargée est soumise à des forces extérieures, comme un champ de rappel électrostatique ou un laser, elle émet un rayonnement électromagnétique. Dans le cadre de l'électrodynamique classique relativiste, ce sont les potentiels développés conjointement par Lienard et Wiechert [27, 28, 28] qui décrivent correctement les champs rayonnés. On se propose ici d'en rappeler les principaux résultats.

### 1.3.1 Développement des potentiels

Soit  $\rho(\mathbf{r}, t) = e\delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_p(t))$  et  $j(\mathbf{r}, t) = ev(t)\delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_p(t))$  les densités de charge et de courant d'une particule ponctuelle en mouvement, composantes du 4-vecteur courant  $J^\mu = (c\rho, \mathbf{j})$  et soit  $A^\mu = (\Phi/c, \mathbf{A})$  le 4-vecteur potentiel. On dispose de l'équation d'onde



in-homogène  $\partial_\alpha \partial^\alpha A^\mu = \mu_0 J^\mu$ , que l'on peut écrire explicitement :

$$\square \begin{pmatrix} \Phi/c \\ \mathbf{A} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c\rho \\ \mathbf{j} \end{pmatrix} \Leftrightarrow \left( \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} - \Delta \right) \begin{pmatrix} \Phi/c \\ \mathbf{A} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c\rho \\ \mathbf{j} \end{pmatrix} \quad (1.65)$$

En utilisant la fonction de Green :

$$G(\mathbf{r} - \mathbf{r}', t - t') = \frac{1}{4\pi |\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} \delta\left(t - t' - \frac{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|}{c}\right) \quad (1.66)$$

et en posant :

$$f(t') = t' - t + \frac{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|}{c} \quad (1.67)$$

On trouve :

$$\Phi(\mathbf{r}, t) = \frac{e}{4\pi\epsilon_0} \int dV' \int dt' \frac{1}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} \delta(\mathbf{r}' - \mathbf{r}_p(t')) \delta(f(t')) \quad (1.68)$$

$$\mathbf{A}(\mathbf{r}, t) = \frac{\mu_0 e}{4\pi} \int dV' \int dt' \frac{\mathbf{v}'}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} \delta(\mathbf{r}' - \mathbf{r}_p(t')) \delta(f(t')) \quad (1.69)$$

En intégrant sur le volume,  $\mathbf{r}' \rightarrow \mathbf{r}_p$  (intégration sur le dirac) et après un peu d'algèbre<sup>(1)</sup>, on trouve les potentiels de Lienard-Wiechert, créés par une charge en mouvement (arbitraire) et qui ont été formulés voilà plus de 100 ans :

$$\Phi(\mathbf{r}, t) = \frac{e}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{1 - \mathbf{n}(t') \cdot \boldsymbol{\beta}(t')} \frac{1}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}_p(t')|} = \frac{e}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{\kappa(t')} \frac{1}{R(t')} \quad (1.70)$$

$$\mathbf{A}(\mathbf{r}, t) = \frac{\mu_0 e}{4\pi} \frac{1}{1 - \mathbf{n}(t') \cdot \boldsymbol{\beta}(t')} \frac{\mathbf{v}(t')}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}_p(t')|} = \frac{\mu_0 e}{4\pi} \frac{1}{\kappa(t')} \frac{\mathbf{v}(t')}{R(t')} \quad (1.71)$$

Avec  $\mathbf{n}(t') = (\mathbf{r} - \mathbf{r}_p(t'))/|\mathbf{r} - \mathbf{r}_p(t')|$ ,  $R(t') = |\mathbf{r} - \mathbf{r}_p(t')|$ , la distance qui sépare l'observateur et la source au moment de l'émission, et  $\kappa = 1 - \mathbf{n}(t') \cdot \boldsymbol{\beta}(t')$ . Il est important de noter que ces potentiels doivent être évalués en  $t' = t - R(t')/c$ , le temps retardé défini tel que  $f(t') = 0$ , et non au temps d'observation  $t$ , et cela, à cause de la célérité finie de la lumière.

### 1.3.2 Dérivation des champs

On peut alors dériver les champs résultants de ces potentiels, enregistrés à la position  $\mathbf{r}$  et au temps  $t$  :

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = -\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} - \nabla \Phi \quad \text{et} \quad \mathbf{B}(\mathbf{r}, t) = \nabla \times \mathbf{A} \quad (1.72)$$

Cependant les potentiels sont des fonctions implicites de  $\mathbf{r}$  et de  $t$ , il est donc plus pratique d'utiliser les expressions intégrales. On obtient par la suite l'expression totale des champs

<sup>(1)</sup>Le lecteur pourra se référer à l'annexe du chapitre pour obtenir les étapes de calculs non triviales

créés par une charge en mouvement arbitraire, vu par un observateur en  $\mathbf{r}$ , à l'instant  $t$  :

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \frac{e}{4\pi\epsilon_0} \left( \frac{1 - \beta^2}{\kappa^3 R^2} (\mathbf{n} - \boldsymbol{\beta}) + \frac{1}{c\kappa^3 R} \mathbf{n} \times \left( (\mathbf{n} - \boldsymbol{\beta}) \times \dot{\boldsymbol{\beta}} \right) \right)_{f(t')=0} \quad (1.73)$$

La première partie de cette expression  $\propto 1/R^2$  est le champ proche de « Coulomb ». Cependant ils ne contribuent pas à l'énergie rayonnée. On trouve donc [20] :

$$\mathbf{E}_{rad}(\mathbf{r}, t) = \frac{e}{4\pi\epsilon_0 c} \left( \frac{1}{\kappa^3 R} \mathbf{n} \times \left( (\mathbf{n} - \boldsymbol{\beta}) \times \dot{\boldsymbol{\beta}} \right) \right)_{f(t')=0} ; \quad \mathbf{B}_{rad}(\mathbf{r}, t) = \left( \frac{\mathbf{n} \times \mathbf{E}_{rad}}{c} \right)_{f(t')=0} \quad (1.74)$$

On montre ici que pour qu'une particule puisse rayonner, la charge doit être accélérée. On peut préciser la formule du champ  $\mathbf{E}$ , dans le cas où l'on s'intéresse à une onde plane. Dans la suite on omettra de dire que les expressions qui dépendent de  $t$  doivent être évaluées de telle manière à ce  $f$  vérifie  $f(t') = 0$ , c'est à dire que les quantités doivent toujours être évaluées au temps retardé.

### 1.3.3 Rayonnement reçu

Soit  $dV = R^2 dr d\Omega$  avec  $d\Omega = \sin\theta d\theta d\phi$ , l'énergie rayonnée par unité de volume est :

$$\begin{aligned} d\mathcal{E}(t) &= \frac{\epsilon_0}{2} |\mathbf{E}_{rad}|^2 dV \\ &= \frac{\epsilon_0}{2} \frac{e^2}{16\pi^2 \epsilon_0^2 c^2} \frac{\left| \mathbf{n} \times \left( (\mathbf{n} - \boldsymbol{\beta}) \times \dot{\boldsymbol{\beta}} \right) \right|^2}{\kappa^6} dr d\Omega \end{aligned} \quad (1.75)$$

L'évaluation de  $dr = c dt$  se fait simplement en considérant la relation entre  $dt$  et  $dt'$  :

$$dr = c dt' (1 - \mathbf{n} \cdot \boldsymbol{\beta}) \quad (1.76)$$

La puissance rayonnée  $\mathcal{P}(t') = d\mathcal{E}(t')/dt'$  se note donc :

$$d\mathcal{P}(t') = \frac{1}{2\epsilon_0 c} \frac{e^2}{16\pi^2} \frac{\left| \mathbf{n} \times \left( (\mathbf{n} - \boldsymbol{\beta}) \times \dot{\boldsymbol{\beta}} \right) \right|^2}{\kappa^5} d\Omega \quad (1.77)$$

### 1.3.4 Cas des accélérations perpendiculaire ou parallèle à la trajectoire

Soit  $\theta$  l'angle entre la direction d'observation  $\mathbf{n}$  et la vitesse  $\boldsymbol{\beta}$ . Dans le cas où l'accélération de la particule serait parallèle à sa vitesse comme sur la figure 1.8a, il nous

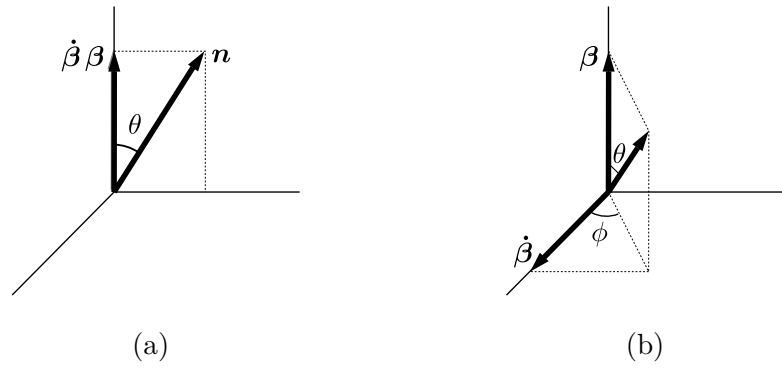


FIGURE 1.8 – **(a)** Dans le cas d’une accélération linéaire, le vecteur vitesse et le vecteur accélération sont colinéaires. On repère la direction de l’émission par le vecteur  $\mathbf{n}$ , qui fait un angle  $\theta$  avec la vitesse. **(b)** Dans le cas d’une accélération centripète, le vecteur  $\mathbf{n}$ , fait toujours un angle  $\theta$  avec la vitesse. Sa projection dans le plan perpendiculaire à la vitesse fait un angle  $\phi$  avec l’accélération.

resterait seulement :

$$\mathbf{E}_{rad}(\mathbf{r}, t) = \frac{e}{4\pi\epsilon_0 c} \frac{1}{\kappa^3 R} \mathbf{n} \times (\mathbf{n} \times \dot{\boldsymbol{\beta}}) \quad (1.78)$$

La puissance rayonnée  $\mathcal{P}(t') = d\mathcal{E}(t')/dt'$ , représentée sur la figure 1.9a, se note donc (après avoir intégré sur  $\phi$ ) :

$$d\mathcal{P}(t') = \frac{1}{2\epsilon_0 c} \frac{e^2}{16\pi^2} \frac{|\dot{\boldsymbol{\beta}}|^2 \sin^2 \theta}{(1 - \beta \cos \theta)^5} d\Omega \quad (1.79)$$

Dans le cas où l’accélération est perpendiculaire à la vitesse (accélération centripète) comme sur la figure 1.8b, la dépendance angulaire est différente. Soit  $\phi$  l’angle entre l’accélération  $\dot{\boldsymbol{\beta}}$  et la projection de  $\mathbf{n}$  dans le plan perpendiculaire à la vitesse. On trouve (sans intégrer sur  $\phi$  cette fois) :

$$d\mathcal{P}(t') = \frac{1}{2\epsilon_0 c} \frac{e^2}{16\pi^2} \frac{|\dot{\boldsymbol{\beta}}|^2}{(1 - \beta \cos \theta)^3} \left(1 - \frac{\sin^2 \theta \cos^2 \phi}{\gamma^2 (1 - \beta \cos \theta)^2}\right) d\Omega \quad (1.80)$$

On trace pour différents  $\phi$  la puissance en fonction de  $\theta$  sur la figure 1.9b. En intégrant sur tous les angles, on remarque que l’intensité émise lorsqu’une particule subit une accélération centripète est plus forte d’un facteur  $\simeq \gamma^2$  que lorsqu’elle subit une accélération linéaire. Ainsi, dans le cas où  $\beta \rightarrow 1$  on peut négliger l’influence de l’accélération parallèle à la vitesse sur le rayonnement émit. En fixant la valeur de l’accélération, on fait le rapport entre les puissances rayonnées dans les deux cas :

$$\frac{d\mathcal{P}(t')/d\Omega_{\perp}}{d\mathcal{P}(t')/d\Omega_{\parallel}} \simeq \frac{\gamma^2}{3} \quad (1.81)$$

Cependant pour une même accélération appliquée à une particule, la force ressentit est  $\propto F/\gamma^3$  ou  $\propto F/\gamma$  si elle est respectivement parallèle ou perpendiculaire à la vitesse. Ainsi

pour une même accélération, la différence de rayonnement est en  $1/3\gamma^2$ . Les particules en mouvement circulaire émettent alors bien plus d'énergie que celles en mouvement rectiligne.

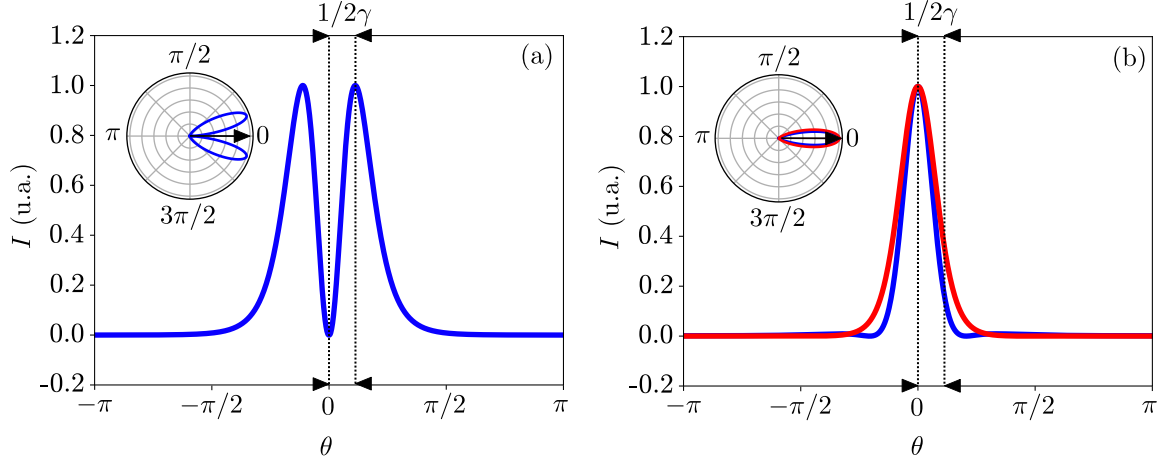


FIGURE 1.9 – Diagramme d'émission lorsqu'une charge est accélérée parallèlement ou perpendiculairement à sa vitesse. **(a)** Accélération linéaire. La vitesse est suivant  $\theta = 0$ . On observe que les pics d'intensité maximale forme un angle  $1/\gamma$ . **(b)** Accélération centripète. La vitesse est toujours en  $\theta = 0$ . En bleu  $\phi = 0$ , en rouge  $\phi = \pi/2$ . L'intensité est maximale en  $\theta = 0$ . Au-delà du demi-angle  $\theta/2\gamma$ , l'intensité est fortement diminuée.

### 1.3.5 Champs rayonnés dans le domaine de Fourier

Si l'on veut connaître le contenu spectral du rayonnement alors il nous faut passer dans le domaine de Fourier tel que :

$$\begin{aligned} \mathbf{E}(\mathbf{r}, \omega) &= \int_{-\infty}^{+\infty} \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) e^{i\omega t} dt \\ &= \frac{e}{4\pi\epsilon_0 c} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\mathbf{n} \times \left( (\mathbf{n} - \boldsymbol{\beta}) \times \dot{\boldsymbol{\beta}} \right)}{\kappa^3 R} e^{i\omega t} dt \end{aligned} \quad (1.82)$$

En supposant que l'on regarde le rayonnement à l'infini tel que  $r \gg r_p$  et en utilisant la relation entre  $t$  et  $t'$  on trouve :

$$\begin{aligned} \mathbf{E}(\mathbf{r}, \omega) &= -\frac{i\omega e}{4\pi\epsilon_0 c} \frac{e^{i\omega r/c}}{r} \int_{-\infty}^{+\infty} \mathbf{n} \times (\mathbf{n} \times \boldsymbol{\beta}) e^{i\omega t'(1 - \mathbf{n} \cdot \boldsymbol{\beta})} dt' \\ &= -\frac{i\omega e}{4\pi\epsilon_0 c} \frac{e^{i\omega r/c}}{r} \int_{-\infty}^{+\infty} \boldsymbol{\beta} \times \mathbf{n} e^{i\omega t'(1 - \mathbf{n} \cdot \boldsymbol{\beta})} dt' \end{aligned} \quad (1.83)$$

Avec  $\mathbf{n} \times (\mathbf{n} \times \boldsymbol{\beta}) = \boldsymbol{\beta}_\perp = \boldsymbol{\beta} \times \mathbf{n}$ . Toutes les dérivées temporelles contenues dans l'expression de  $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$  sont remplacées par des facteurs  $i\omega$  dans l'espace de Fourier. La dépendance

explicite en  $\dot{\beta}$  disparaît. Ainsi une connaissance précise de la trajectoire de la particule « suffit » à décrire le rayonnement.  $\beta(t)$  doit varier pour avoir obtenu une émission à l'infini. On reconnaît finalement le résultat obtenu en résolvant directement les équations de Maxwell inhomogène dans la jauge transverse (ou « jauge de Coulomb »). En posant  $\mathbf{J}/c = -e\beta_p\delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_p)$ , on a :

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, \omega) = \frac{i\omega}{4\pi\epsilon_0 c} \frac{e^{i\omega r/c}}{r} \iint_{-\infty}^{+\infty} \mathbf{J}_{\perp} e^{i(\omega t' - (\omega/c)\mathbf{n} \cdot \mathbf{r}_p)} dV dt' \quad (1.84)$$

### 1.3.6 Champs rayonnés quand une particule change de vitesse brutalement

Un cas simple consiste à décrire la création ou l'annihilation d'une particule à l'instant  $t'_0$ . Ainsi, à  $t'_0$  la particule va subir une accélération infiniment localisée dans le temps, respectivement parallèle ou antiparallèle à la vitesse, tel que :

$$\dot{\beta} = \pm\beta\delta(t' - t_0) \quad (1.85)$$

La vitesse de la particule passe instantanément de  $0 \rightarrow \beta$  (signe +, création) ou alors de  $\beta \rightarrow 0$  (signe -, annihilation). Pour un « évènement de création » à  $t_0 = 0$ , on évalue alors l'intégrale précédente telle que :

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, \omega) = -\frac{i\omega e}{4\pi\epsilon_0 c} \frac{e^{i\omega r/c}}{r} \beta \sin\theta \int_0^{+\infty} e^{i\omega t'(1 - \beta \cos\theta)} dt' \quad (1.86)$$

On reconnaît ici la transformé de Fourier de la fonction de Heaviside. Ainsi :

$$\begin{aligned} d\mathcal{E} &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0 c} \frac{\omega^2 e^2}{16\pi^2} \beta^2 \sin^2\theta \left| \int_0^{+\infty} e^{i\omega t'(1 - \beta \cos\theta)} dt' \right|^2 d\omega d\Omega \\ &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0 c} \frac{e^2}{16\pi^2} \frac{\beta^2 \sin^2\theta}{(1 - \beta \cos\theta)^2} d\omega d\Omega \end{aligned} \quad (1.87)$$

Ce raisonnement est utilisé pour expliquer, par exemple, le rayonnement qui existe lors d'une « désintégration Beta », lorsqu'un électron énergétique est soudainement éjecté d'un noyau atomique avec un neutrino. Si de  $-\infty \rightarrow 0$  la particule avait aussi eu la vitesse  $\beta$  (la particule existe à tout instant, pas de création), le rayonnement aurait été nul. On va voir que ce genre de construction permet d'expliquer l'émission de rayonnement par des charges qui changent brutalement de vitesse ou de milieu. Ainsi de manière plus générale, on considère un ensemble d'électrons  $\{j\}$  qui à  $t_0 = 0$  changent de vitesse  $\beta_{j,1} \rightarrow \beta_{j,2}$ . On peut écrire :

$$\beta(t) = \beta_1(1 - \Theta(t)) + \beta_2\Theta(t) \quad (1.88)$$

Ce changement de vitesse soudain entraîne une émission électromagnétique. Dans la limite où  $\omega t'(1 - \mathbf{n} \cdot \boldsymbol{\beta}) \ll 1$  ou si  $\omega \rightarrow 0$  :

$$d\mathcal{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0 c} \frac{1}{16\pi^2} \left| \sum_j e_j \left( \frac{\boldsymbol{\beta}_{j,2} \times \mathbf{n}}{1 - \mathbf{n} \cdot \boldsymbol{\beta}_{j,2}} - \frac{\boldsymbol{\beta}_{j,1} \times \mathbf{n}}{1 - \mathbf{n} \cdot \boldsymbol{\beta}_{j,1}} \right) \right|^2 d\omega d\Omega \quad (1.89)$$

### 1.3.7 Champs rayonnés quand l'indice optique $n$ change brutalement

Dans un milieu homogène et isotrope autre que le vide, on peut développer les potentiels de Lienard-Wiechert en prenant en compte la vitesse de phase finie  $\neq c$  des ondes dans le milieu telle que l'indice optique est  $n_o = c/v_\phi$ , avec  $v_\phi$  la vitesse de phase de l'onde dans le milieu [29, 30]. La relation entre le temps retardé et le temps de réception est alors modifiée :

$$t = t' + \frac{n_o |\mathbf{r} - \mathbf{r}_p(t')|}{c} \quad (1.90)$$

En notant  $\tilde{\boldsymbol{\beta}} = n_o \boldsymbol{\beta}$ , les potentiels s'écrivent alors :

$$\Phi(\mathbf{r}, t) = \frac{e}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{1 - \mathbf{n}(t') \cdot \tilde{\boldsymbol{\beta}}(t')} \frac{1}{R(t')} \quad \text{et} \quad A(\mathbf{r}, t) = \frac{\mu_0 e}{4\pi} \frac{1}{1 - \mathbf{n}(t') \cdot \tilde{\boldsymbol{\beta}}(t')} \frac{\mathbf{v}(t')}{R(t')} \quad (1.91)$$

Et on trouve l'expression des champs rayonnés<sup>(2)</sup> :

$$\mathbf{E}_{rad}(\mathbf{r}, t) = \frac{e}{4\pi\epsilon_0 c} \frac{\mathbf{n} \times \left( (\mathbf{n} - \tilde{\boldsymbol{\beta}}) \times \dot{\tilde{\boldsymbol{\beta}}} \right)}{(1 - \mathbf{n} \cdot \tilde{\boldsymbol{\beta}})^3 R} \quad (1.92)$$

De manière identique à ce que l'on obtient dans le vide, on a :

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, \omega) = -\frac{i\omega e}{4\pi\epsilon_0 c} \frac{e^{i(n_o/c)\omega r}}{r} \int_{-\infty}^{+\infty} \boldsymbol{\beta} \times \mathbf{n} e^{i\omega t'(1 - \mathbf{n} \cdot \tilde{\boldsymbol{\beta}})} dt' \quad (1.93)$$

Dans le vide ou dans un plasma homogène, une charge doit être accélérée pour rayonner. D'autant que la vitesse de phase dans un plasma étant  $> c$  et la vitesse des particules  $< c$ , le rayonnement par effet Cherenkov n'est pas autorisé. Si une particule change brutalement de milieu à  $t' = 0$ , l'intégrale ne s'annule pas et une particule non accélérée peut rayonner. On appelle rayonnement de transition d'une particule, l'émission d'une onde résultant du changement de l'indice optique  $n_o$  lorsque la vitesse  $\beta$  de la particule est constante.

<sup>(2)</sup>On rappelle encore une fois que les quantités dans le membre de droite sont évaluées au temps retardé.



# Chapitre 2

## Mécanisme de génération d'harmoniques en réflexion

Lors de l'interaction entre un laser de fréquence  $\omega_0$  et la surface d'un plasma sur-dense, les particules proches de l'interface sont accélérées et émettent un rayonnement. À basse intensité, les électrons répondent linéairement au champ. L'ensemble de ces particules deviennent des dipôles qui réémettent simplement le champ incident. Le laser est réfléchi. Dans le cas où le champ devient suffisamment intense, la dynamique des électrons à la surface devient plus compliquée et ils ne peuvent plus être considérés comme des dipôles oscillants à  $\omega_0$ . Cette dynamique riche, hautement non linéaire, entraîne l'émission d'harmoniques du laser. La présence d'un gradient de densité à la surface du plasma, sa température et l'intensité du laser détermine la physique responsable du rayonnement.

### 2.1 Émission cohérentes par transition (Coherent Transition Radiation)

Dans leurs articles de 1978 puis de 1982 [31, 32] Ginzburg et al développent ce que pourrait être l'émission d'un ensemble de particules traversant une surface métallique (miroir idéal). Ils modélisent pour cela l'interaction (dans le vide) d'un électron et sa charge image qui viennent s'annihiler à l'interface.

#### 2.1.1 Émission de transition (TR)

La vitesse initiale des deux particules est antiparallèle de même norme ( $\beta_{e^-,1} = \beta_{e^+,1}$ ). La vitesse finale est 0. On trouve alors, l'énergie émise par rapport à l'angle  $\alpha$  :

$$d\mathcal{E} = \frac{1}{\pi\epsilon_0 c} \frac{1}{16\pi^2} \frac{e^2 \beta^2 \sin^2 \alpha}{(1 - \beta^2 \cos^2 \alpha)^2} d\omega d\Omega \equiv W_{e^-}^{(MP)} d\omega d\Omega \quad (2.1)$$



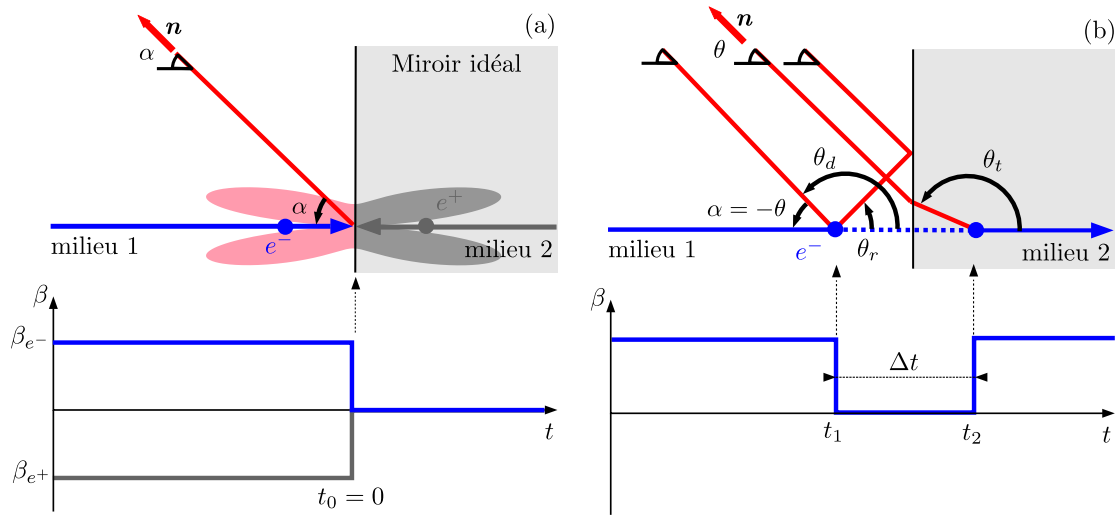


FIGURE 2.1 – Illustration du phénomène de Rayonnement par Transition. **(a)** Point de vue de Ginzburg, particule/anti-particule : Un électron et un positron (charge image) de vitesse respective  $\beta$  et  $-\beta$  entre en collision au niveau de la surface du conducteur parfait. Leurs « désintégrations », ou plutôt leurs changements de vitesse brutale à 0, produisent un rayonnement cohérent. En rouge pâle/gris foncé est dessinée la dépendance angulaire de l'émission d'une particule de 5 MeV. Aucune émission n'est produite dans la direction parallèle à la vitesse des électrons. **(b)** Point de vue à deux particules : Un électron dans le milieu 1 décélère brutalement. Il est annihilé et produit un rayonnement qui sera vu par un observateur, dans le milieu 1, de manière directe ou indirecte après réflexion sur la surface du rayonnement. Un électron est créé dans le milieu 2 et produit aussi un rayonnement qui sera vu par l'observateur dans le milieu 1 après avoir été transmis.  $\Delta t$  doit tendre vers 0 pour décrire au mieux la trajectoire de la vraie particule.

Où  $\alpha$  est l'angle entre la normale à la surface et l'observateur, comme sur la figure 2.1a. Le point de vue adopté par Ginzburg est valable dans le cas d'un miroir parfait quand la permittivité diélectrique du milieu 2  $\varepsilon \rightarrow \infty$  de telle sorte que n'importe quelle fréquence soit réfléchiée par ce milieu.

De manière plus générale, comme illustré sur la figure 2.1b, on peut modéliser l'émission de transition comme la superposition d'un évènement d'annihilation dans le milieu 1 d'un électron  $j = 1$ , ayant une vitesse initiale  $\beta_{j=1,i} = \beta$  et une vitesse finale  $\beta_{j=1,f} = 0$ , puis de la création d'un électron  $j = 2$ , identique au premier (même charge, même vitesse), dans le milieu 2, ayant une vitesse initiale  $\beta_{j=2,i} = 0$  et une vitesse finale  $\beta_{j=2,f} = \beta$  [30]. Ces deux évènements sont séparés de  $\Delta t \rightarrow 0$ . Lors de l'annihilation du premier électron dans le milieu d'incidence  $n_1$ , une onde électromagnétique va être émise (La vitesse de l'électron 1 passe brutalement de  $\beta \rightarrow 0$ ). L'observateur observera une partie de ce rayonnement directement ou indirectement grâce à la réflexion sur l'interface de tout ou d'une partie du signal. Mais ce n'est pas tout, la création de la seconde particule dans le milieu d'indice  $n_2$  génère elle aussi un rayonnement. La partie transmise dans la direction de l'observateur dans le milieu 1, viendra s'ajouter aux autres contributions.

Ainsi, le champ enregistré par l'observateur est :

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{E}_-(\beta, n_1, \theta_d) + R\mathbf{E}_-(\beta, n_1, \theta_r) + T\mathbf{E}_+(\beta, n_2, \theta_t) \quad (2.2)$$

Avec  $\mathbf{E}_\pm$  le champ associé à la création ou l'annihilation de la particule,  $(R, T)$  respectivement les coefficients de réflexion et transmission du milieu 2, et  $(\theta_d, \theta_r, \theta_t)$  les angles d'émission du rayonnement par rapport  $\beta$  tel que, après avoir été transmis ou réfléchi, les rayons issus de ces émissions fassent tous un angle  $\alpha$  avec la normale à la cible (le milieu 2).

Ainsi l'émission de transition est vue comme une interférence à trois ondes générées au même moment et au même endroit (pas de phase temporelle et spatiale supplémentaires entre elles) comme illustré sur la figure 2.1b. S'il n'y a pas d'interface, alors  $R = 0, T = 1$  et l'interférence devient une interférence à 2 ondes, complètement destructives : Le champ émis lors de la destruction de la particule 1 et exactement compensé par le champ émis lors de la création de la particule 2. Si le milieu 2 est un miroir parfait alors  $R = 1, T = 0$  (le milieu 2 est vu comme un conducteur parfait qui ne laisse se propager aucune fréquence) et l'évènement de création de la particule 2 ne compte plus. Dans le cas où l'électron arrive en incidence normale  $\theta_d = \pi - \theta$  et  $\theta_r = -\theta$ . En notant que  $\theta = -\alpha$  on retrouve la formule (2.1) donnée par Ginzburg. En intégrant sur tous les angles  $\phi \in [0, 2\pi]$  et  $\theta \in [0, \pi/2]$  (pour ne compter que ce qui est dans le vide) on trouvera :

$$d\mathcal{E} = \frac{e^2}{8\pi^2 c \varepsilon_0} \left( \frac{1 + \beta^2}{2\beta} \ln \frac{1 + \beta}{1 - \beta} - 1 \right) d\omega \quad (2.3)$$

Ce qui donne quand  $v \rightarrow c$  :

$$d\mathcal{E} = \frac{2e^2}{8\pi^2 c \varepsilon_0} \ln \frac{2E}{m_e c^2} d\omega \quad (2.4)$$

Dans le cas où le milieu 1 possède une permittivité diélectrique  $\varepsilon_1$ , et où le milieu 2 n'est plus un miroir parfait (par exemple un plasma tel que  $\varepsilon_2 = 1 - \omega_{pe}^2/\omega^2$ ) et où un électron arrive avec une incidence normale sur ce milieu, on obtient une expression légèrement différente du rayonnement émis dans le milieu 1 [33, 34] :

$$\frac{d\mathcal{E}}{d\omega d\Omega} = W_{e^-}^{(MP)} \sqrt{\varepsilon_1} \cos^2 \theta \left| \frac{(\varepsilon_2 - \varepsilon_1)(1 - \varepsilon_1 \beta^2 - \beta \sqrt{\varepsilon_2 - \varepsilon_1 \sin^2 \theta})}{(1 - \varepsilon_1 \beta^2 \cos^2 \theta)(1 + \beta \sqrt{\varepsilon_2 - \varepsilon_1 \sin^2 \theta})(\varepsilon_2 \cos \theta + \sqrt{\varepsilon_1 \varepsilon_2 - \varepsilon_1^2 \sin^2 \theta})} \right|^2 \quad (2.5)$$

L'émission dans le milieu 2 est obtenue en remplaçant  $\beta \rightarrow -\beta, \theta \rightarrow -\theta$  et  $\varepsilon_1 \rightleftharpoons \varepsilon_2$ . Une autre manière de voir l'émission cohérente de transition consiste à considérer la particule non plus comme la source du rayonnement en elle-même, mais comme la source de l'excitation du milieu dans lequel elle se déplace. Dans son sillage, la particule va polariser le milieu tel que :

$$\mathbf{P}(\mathbf{r}, t) \simeq \varepsilon_0 \chi \mathbf{E}_{e^-}(\mathbf{r}, t) \simeq \varepsilon_0 (\varepsilon(\omega) - 1) \mathbf{E}_{e^-}(\mathbf{r}, t) \quad (2.6)$$

Avec  $\mathbf{E}_{e^-}(\mathbf{r}, t)$  le champ électrique de la particule incidence et  $\chi$  la susceptibilité électrique

du matériau. Cette polarisation  $\mathbf{P}(\mathbf{r}, t)$ , dépendante du temps, va alors émettre une onde électromagnétique. L'angle pour lequel l'émission est non nulle dépend de la vitesse de la particule.

### 2.1.2 Émission Cohérente de Transition (CTR)

Si plusieurs électrons traversent l'interface avec des temps et des vitesses très différentes, le champ électromagnétique total sera une somme des intensités émises individuellement par chacun des électrons. On parle de rayonnement incohérent de transition (ITR). Ainsi :

$$\frac{d\mathcal{E}_{ITR}}{d\omega d\Omega} \propto e^2 \sum_{e^-}^N |W_{e^-}(\beta)|^2 \quad (2.7)$$

Où  $W_{e^-}(\beta)$  représente la densité spectrale d'énergie émise par un électron de vitesse  $\beta$  qui traverse une interface. On comprend assez bien que la somme incohérente des émissions va gommer la dépendance spatiale de l'émission d'une particule. Dans le cas où les électrons présentent des vitesses similaires et traversent pratiquement aux mêmes instants l'interface, on parle de rayonnement cohérent de transition (CTR). On remarque que la formule (2.1) n'admet pas de dépendance en fréquence (dû au fait que l'interaction est considérée instantanée). En pratique le spectre est dépendant des dimensions du système (largeur temporelle du faisceau d'électrons par exemple). Dans le cas où une impulsion laser de période  $T_0$  et de durée totale  $\tau_0 = N_p T_0$  vient se réfléchir sur la surface avant d'un plasma, on peut considérer  $\Lambda = \alpha N_p$  paquets qui vont traverser l'interface, avec  $\alpha = 1$  si le laser arrive en incidence oblique (mécanisme de Brunel) ou  $\alpha = 2$  si le laser arrive en incidence normale (mécanisme pondéromoteur). En première approximation, on peut décrire ces électrons par une fonction  $f(t, x, \beta)$ , une somme de « fonction porte »  $\Pi(t, x)$  de densité  $n_e$ , d'épaisseur  $d$ , qui se propage avec une vitesse  $\beta$  selon  $\mathbf{e}_x$  tel que :

$$\begin{aligned} f(t, x, \beta) &= \sum_{i_p=0}^{\Lambda-1} \frac{n_{e,i_p}}{d} \left( \Theta(x - i_p \lambda_0 - \beta ct) - \Theta(x - d - i_p \lambda_0 - \beta ct) \right) f_{i_p}(\beta) \\ &= \sum_{i_p=0}^{\Lambda-1} n_{e,i_p} \Pi(x - i_p \lambda_0, t) f_{i_p}(\beta) \end{aligned} \quad (2.8)$$

Avec  $\Theta$  la fonction de Heaviside,  $i_p$  le  $i$ -ème paquet et  $f_{i_p}$  une fonction de distribution de la vitesse. L'émission cohérente sera alors de la forme :

$$\frac{d\mathcal{E}_{CTR}}{d\omega d\Omega} \propto e^2 \left| \iint n_{e,i_p} W_{e^-}(\beta) \Pi(x - i_p \lambda_0, t) f_{i_p}(\beta) e^{i\omega t} dt d\beta \right|^2 \quad (2.9)$$

Dans le but de simplifier l'analyse, on va admettre, dans un premier temps, plusieurs hypothèses. On considère d'abord que la distribution de vitesse à l'intérieur d'un paquet est de la forme  $f_{i_p} = \delta(\beta - \beta_{p,i_p})$  (électrons mono-cinétique). Ensuite tous les paquets ont la même distribution de vitesse quand ils traversent l'interface (pas d'effet d'enveloppe). Enfin, la charge ne varie pas d'un paquet à l'autre. Sous ces hypothèses l'émission cohérente

de transition sera égale à :

$$\frac{d\mathcal{E}_{CTR}}{d\omega d\Omega} \propto e^2 n_{e,i_p}^2 |W_{e^-}(\beta_p)|^2 \left| \int \sum_{i_p=0}^{\Lambda-1} \Pi(x - i_p \lambda_0, t) e^{i\omega t} dt \right|^2 \propto e^2 n_{e,i_p}^2 |W_{e^-}(\beta_p)|^2 |\tilde{g}(\omega, x, \beta)|^2 \quad (2.10)$$

Ainsi, on voit que l'allure du spectre est directement donnée par la transformée de Fourier  $\tilde{g}(\omega, x, \beta)$  de  $f(t, x, \beta)$ , appelé « facteur de forme » qui décrit le paquet d'électrons. Dans notre cas,  $\tilde{g}(\omega) = \text{sinc}(\omega)$ . On peut modéliser le faisceau d'électrons comme une série temporelle de gaussiennes telle que :

$$f(t, x, \beta) = \sum_{i_p=0}^{\Lambda-1} n_{e,i_p} e^{-(x - i_p \lambda_0 - \beta ct)^2 / (2\sigma^2)} f_{i_p}(\beta) \quad (2.11)$$

Avec  $\Delta x_{FWHM} = 2\sqrt{2 \ln 2} \sigma$ . Une connaissance de la vitesse et de l'épaisseur du paquet est nécessaire pour évaluer la cohérence temporelle de l'émission (en effet  $c\Delta t = \Delta x/\beta$ , donc un paquet plutôt grand, mais suffisamment rapide pourra être cohérent).

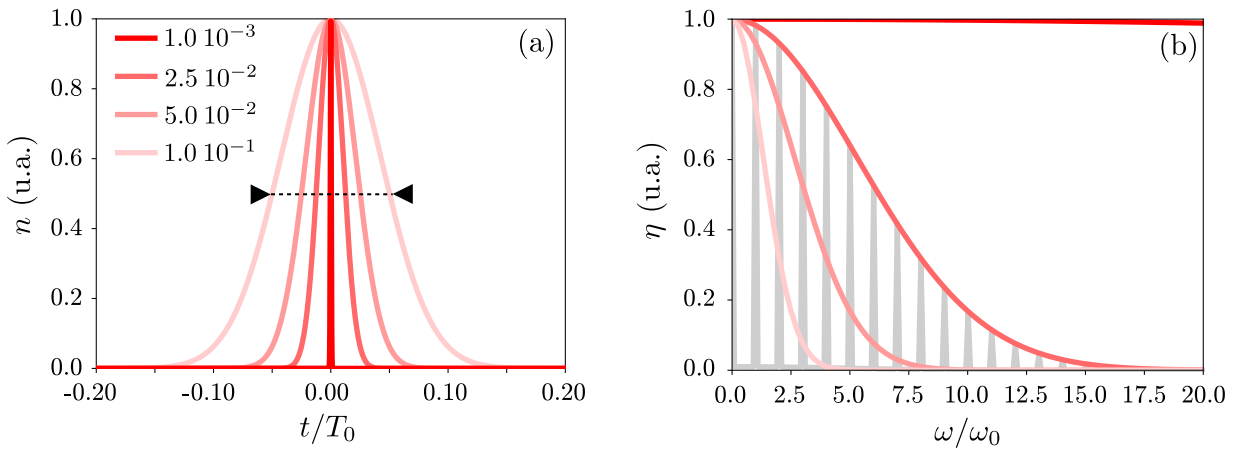


FIGURE 2.2 – Dépendance fréquentielle de l'émission cohérente de transition (CTR). **(a)** Allure temporelle d'un paquet d'électrons  $\propto \exp(-t^2/2\sigma^2)$  où plusieurs  $\sigma$  sont explorés. Dans le cas d'un paquet d'électrons tel que  $\Delta x = 0.0125 \lambda_0$  de largeurs à mi-hauteur et  $\beta \approx 0.5$ , alors  $\Delta t \approx 2.5 \cdot 10^{-2} T_0$ . **(b)** Spectres correspondants aux largeurs temporelles. Plus le paquet est court, plus on se rapproche du cas limite de l'électron unique générant du rayonnement par transition indépendant de  $\omega$ . Dans le cas d'une suite de paquets de largeurs à mi-hauteur  $\Delta t \approx 2.5 \cdot 10^{-2} T_0$ , on observe une série de pics harmoniques en gris. L'intervalle entre les pics harmoniques est une mesure directe du « micro-bunching » des électrons à la fréquence du laser.

On a tracé sur la figure 2.2 plusieurs transformées de Fourier du facteur de forme ainsi défini. Comme attendu, le rayonnement cohérent de transition admet des pics d'intensité tout les multiples de la fréquence des paquets qui traversent l'interface. Dans le cas de la figure 2.2, on a choisi  $\tau_0 = 10T_0$  et  $\alpha = 1$  (incidence oblique). Le spectre admet un maximum en  $\omega = 0$ . Bien souvent, le rayonnement de transition est observé non pas dans le domaine X-UV, mais THZ [35, 36, 37]. Dans le cas où  $\sigma \rightarrow 0$ , le spectre devient

constant et tend vers le spectre donné par la formule (2.1). En fait ce résultat reste vrai parce que nous avons supposé l'absence de dispersion dans les vitesses à l'intérieur d'un paquet [38, 39, 40]. Même en considérant des paquets infiniment localisés, la dispersion des vitesses diminue la cohérence de l'émission. Enfin, le plasma ayant une densité finie, une partie du signal de fréquence  $\omega > \omega_{pe}/\cos\theta$  pourra éventuellement se propager dans le plasma.

## 2.2 Émission cohérente de sillage (Coherent Wake Emission)

Dans le cas où l'interface vide/plasma n'est pas abrupte, l'émission cohérente de transition n'est plus efficace. Si le plasma présente un gradient de densité un autre phénomène permet cependant de générer des harmoniques jusqu'à la fréquence plasma  $\omega_{pe}$  en incidence oblique. C'est l'émission cohérente de sillage découverte en 2006 par Fabien Quere, Cédric Thauray et al [41].

### 2.2.1 Grandes lignes du modèle CWE

L'émission cohérente de sillage (« Coherent Wake Emission ») est un processus en trois étapes. (1) Lorsqu'un laser en incidence oblique vient exciter la surface d'un plasma, il tire certains électrons vers le vide. Ces électrons vont alors replonger dans le plasma en emportant avec eux une certaine quantité d'énergie dans le plasma (« Vacuum Heating »). On a déjà évoqué ces électrons plus tôt : Ce sont les électrons de Brunel. Les premiers électrons arrachés du plasma vont certes plus loin dans le vide, mais possèdent une énergie cinétique supérieure aux électrons arrachés plus tard, qui reste proche de la surface du plasma. Ainsi, en replongeant dans le plasma, les électrons éjectés plus tôt dans le cycle rattrapent les électrons arrachés plus tard (figure 2.3a). (2) En pénétrant dans la cible, les électrons de Brunel forment des pics de densités successifs qui excitent de façon impulsionnelle des oscillations plasma de haute fréquence dans leur sillage (figure 2.3b). (3) On rappelle que :

$$\nabla \times \nabla \times \mathbf{E} + \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} = -\mu_0 \frac{\partial \mathbf{J}}{\partial t} \quad (2.12)$$

Pour une onde plane électromagnétique  $\mathbf{k}$  est perpendiculaire à  $\mathbf{E}$ . Si  $\mathbf{J}$  a une composante perpendiculaire à  $\mathbf{k}$  on a une composante de  $\mathbf{E}$  bien parallèle à  $\mathbf{J}$ . Il y a une émission d'une onde électromagnétique. Si l'interface vide/plasma est abrupte (plasma homogène), les oscillations plasma ne peuvent pas générer d'impulsions lumineuses. Les oscillations plasma électroniques sont toujours des ondes longitudinales ( $\mathbf{k} \parallel \mathbf{J}$ ) et ne donnent pas lieu à l'émission de lumière (le terme source de courant  $\mathbf{J}$  est parallèle au champ  $\mathbf{E}$  et donc à  $\mathbf{k}$ ). Si le plasma présente un gradient de densité, l'interface vide/plasma est in-homogène et  $\mathbf{E}$  ne sera plus nécessairement.

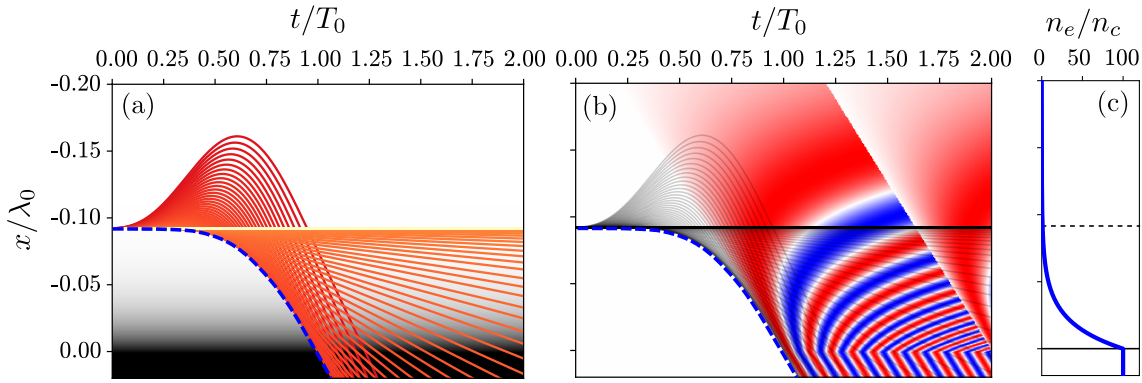


FIGURE 2.3 – Excitation d’ondes plasma dans un gradient de densité. **(a)** Électrons de Brunel créés sur la surface de densité critique  $n_c \cos^2 \theta$  et replongeant dans le plasma. Ils emportent avec eux une partie de l’énergie du laser. Plus un électron part tôt, plus il possède d’énergie (trajectoires rouges). Un électron extrait plus tard possède moins d’énergie (trajectoires oranges/jaunes). Les particules se croisent à des instants différents dans le plasma inhomogène et dessinent une caustique (pointillés bleus). **(b)** La caustique (pointillés bleus), produite par les électrons de Brunel, représente la trajectoire d’une surdensité de vitesse  $\simeq v_p$  qui va exciter dans son sillage des ondes plasma. Dans le plasma inhomogène, les fronts d’onde se courbent au court du temps. **(c)** Coupe de la densité initiale du plasma. Il possède un gradient de densité de la forme  $n_e = \exp(x/L)$  avec ici  $L = 0.02\lambda_0$ . L’onde électromagnétique sera réfléchiée à la densité  $n_e = n_c \cos^2 \theta$  (ligne pointillée). Le plasma devient homogène ici à  $n_e = 100n_c$ .

### 2.2.2 Précision sur les temps d’émission

Supposons que l’on peut considérer le paquet de charges créé pendant un cycle laser comme une fonction  $\delta$  arrivant en  $x, y$  au temps  $t_0$ . La fonction  $t_0(x, y)$  dépend de la trajectoire selon  $\mathbf{e}_x$  du pic de charge dans le plasma. On fait l’hypothèse que ce paquet à une vitesse uniforme  $v_p$  suivant  $\mathbf{e}_x$  tel que l’on peut écrire la fonction  $t_0$  comme :

$$t_0(x, y) = \frac{x}{v_p} + \frac{y \sin \theta}{c} \quad (2.13)$$

Le terme  $y \sin \theta / c$  vient du fait que le plasma, dans la direction parallèle à la surface  $\mathbf{e}_y$ , est excité avec un retard correspondant à la vitesse de phase de l’onde électromagnétique dans cette direction. Cette équation décrit un plan de charge (en 3 dimensions) de vitesse  $v_p$  suivant  $\mathbf{e}_x$  et qui fait un angle  $\theta_p = \arctan(v_p \sin \theta)$  avec la surface. Ce plan de charge va exciter un courant tel que :

$$\mathbf{J} = J(x, y, t) \begin{pmatrix} \cos \theta_d \\ \sin \theta_d \\ 0 \end{pmatrix} \quad (2.14)$$

La phase des oscillations plasma excitées dans le sillage de ce plan est donnée par [42, 43, 44, 45]

$$\begin{aligned} \phi(x, t) &= 0 && \text{pour } t < t_0(x, y) \\ \phi(x, t) &= \omega_{pe}(x) \left( t - t_0(x, y) \right) \propto \exp(x/2L) \left( t - t_0(x, y) \right) && \text{pour } t > t_0(x, y) \end{aligned} \quad (2.15)$$

On obtient donc l'évolution en temps et en espace des oscillations plasma dans le gradient de densité. Sur la figure 2.3b, on observe que les fronts d'onde des oscillations se courbent dans la partie inhomogène du plasma, ce qui va permettre un couplage efficace entre les ondes plasma et lumineuses. Pour que ce couplage soit efficace, il faut conserver l'énergie et l'impulsion (équations de Manley-Rowe [46]) entre une onde électromagnétique  $(\omega, \mathbf{k})$  et une onde plasma  $(\omega_{pe}, \mathbf{k}_{pe})$ . En d'autres termes, il faut obtenir une résonance et un accord de phase, respectivement  $\omega = \omega_{pe}$  et  $\mathbf{k} = \mathbf{k}_{pe}$ . D'après l'équation (1.27), dans un plasma homogène, il y a résonance et accord de phase pour  $k = 0$ . En ce point, l'onde électromagnétique ne se propage pas. Sa vitesse de groupe  $v_g$  est nulle. Dans le cas d'un plasma inhomogène cependant une onde lumineuse sortant du plasma avec un angle  $\theta$  possède un vecteur d'onde  $\mathbf{k} = (-k \cos \theta, +k \sin \theta, 0)$ . Or, le vecteur d'onde des oscillations plasmas créées dans le sillage de la sur-densité possède également une composante selon  $\mathbf{e}_y$  telle que  $k_{y,pe} = (\omega_{pe}/c) \sin \theta$ . À la résonance,  $\omega = \omega_{pe}$  et donc l'accord de phase suivant  $\mathbf{e}_y$  est automatiquement vérifié. Il nous reste à considérer l'accord de phase suivant  $\mathbf{e}_x$ . On se fixe en  $y = 0$ . Soit  $k_{x,pe}$  :

$$k_{x,pe} = \partial_x \phi = \frac{\omega(x)}{c} \left( \frac{c(t - x/v_p)}{2L} - \frac{c}{v_p} \right) \quad (2.16)$$

Au moment de l'émission le vecteur d'onde des oscillations plasmas est tel que  $\mathbf{k}_{pe} = (0, \omega_{pe}(x) \sin \theta / c, 0)$ , ce qui est précisément le vecteur d'onde locale d'une onde lumineuse de fréquence  $\omega_{pe}(x)$  sortant du plasma avec un angle  $\theta$ .  $k_x$  est nul.  $k_{x,pe}$  doit donc être lui aussi nul. Ce qui correspond à des fronts d'onde normaux à la surface du plasma. On définit ainsi le mouvement du point d'accord de phase où l'émission se produit. On trouve la relation :

$$t_e = \frac{x_e + 2L}{v_p} \quad (2.17)$$

Pour une fréquence donnée  $\omega$ , on détermine le point  $x_e$  tel que  $\omega_{pe}(x_e) = \omega$ . Le point d'émission se déplace dans le temps le long de la surface avec une vitesse de phase  $c/\sin \theta$ , identique au champ incident. En profondeur, on trouve :

$$x_e^{(1)} = v_p t_e - 2L \quad (2.18)$$

On peut considérer directement l'onde réfléchie en imposant que  $\mathbf{k}_{pe} \cdot \mathbf{e}_x = -\omega \cos \theta$ . À la résonance on impose que  $\omega = \omega_{pe}$  et on obtient :

$$x_e^{(2)} = v_p t_e - 2L(1 - v_p \cos \theta) \quad (2.19)$$

Avec  $x_e^{(1)}$  et  $x_e^{(2)}$  la profondeur de l'émission lorsque l'on considère respectivement  $\mathbf{k}_{pe} \cdot \mathbf{e}_x = 0$  ou  $\mathbf{k}_{pe} \cdot \mathbf{e}_x = -\omega \cos \theta$ . Dans les deux cas, le point d'émission se situe plus en profondeur dans le plasma (densité plus grande) à mesure que le temps passe comme illustré sur la figure 2.4a. La fréquence de l'onde émise augmente ainsi. On remarque que la fréquence maximale émise par ce processus est la fréquence plasma à partir de laquelle le plasma devient homogène. On note aussi que plus l'intensité du laser incidente est importante, plus la caustique, formée par les électrons de Brunel, plonge à l'intérieur du plasma rapidement. Ainsi  $v_p$  de la sur-densité est plus grande et les harmoniques sont émises plus tôt dans le cycle [47]. Pour obtenir le spectre de l'émission CWE, il suffit alors d'effectuer la transformée de Fourier 2D des courants définis par l'équation (2.15) et de s'assurer que le signal coupe bien la droite d'équation  $k = \omega \cos \theta$  comme sur la figure 2.4b et 2.4c [42, 44]. Enfin on notera qu'en incidence normale, le plan de charge excite des courants seulement suivant  $\mathbf{e}_x$ , aucune onde plane ne peut alors être émise selon cette direction.

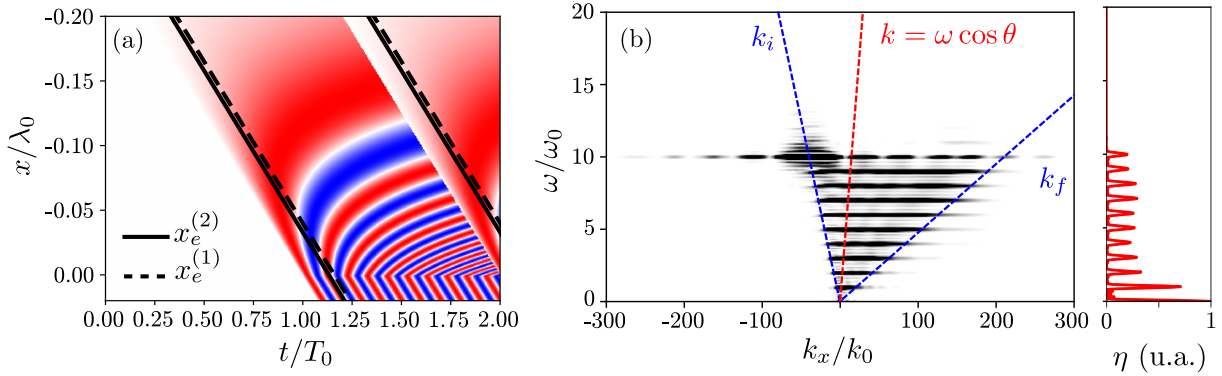


FIGURE 2.4 – Émission CWE. (a) Localisation des évènements  $(x_e, t_e)$  où l'émission CWE a lieu en fonction du choix de  $k_x$  pour l'accord de phase ( $k_x = 0$  droite en tirets,  $k_x = -\omega \cos \theta$  droite en trait plein). La droite  $x_e^{(1)}$  repère l'endroit où les fronts d'onde des oscillations plasma sont perpendiculaires à la surface. (b) Transformée de Fourier des courants transverses électroniques  $j_{e,t} \propto \omega_{pe}(x) \sin \phi(x, t)$  dans le gradient de densité. L'émission CWE est efficace si les harmoniques coupent la droite d'équation  $k = \omega \cos \theta$ . (c) Coupe de la transformée de Fourier des courants tel que  $k_x = -\omega \cos \theta$ . On remarque que le spectre admet une coupure nette après la fréquence plasma.

## 2.3 Émission d'harmoniques par effet relativiste

Au delà de  $I_L \lambda_L^2 \simeq 10^{18} \text{ W.cm}^{-2}$ , l'interaction laser-plasma change de nature. À de telles intensités, la dynamique des électrons devient relativiste. La surface du plasma va osciller très rapidement autour d'une position d'équilibre. C'est ce mouvement relativiste de la surface qui va, permettre la génération d'harmoniques d'ordres élevés. Le champ laser réfléchi va subir, entre autres choses, un effet Doppler causé par le mouvement de



la surface du plasma. On s'intéresse donc au problème de la réflexion d'une onde par un miroir ayant une vitesse proche de  $c$ .

### 2.3.1 Effet Doppler : Réflexion d'une onde E.M par un miroir relativiste

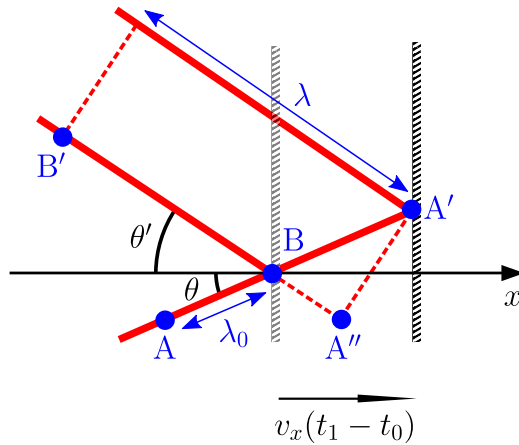


FIGURE 2.5 – Décalage Doppler subit par une onde plane lors de sa réflexion sur un miroir en translation uniforme de vitesse  $v$ .

Soit une onde plane de longueur d'onde  $\lambda_0$  se réfléchissant avec un angle d'incidence  $\alpha$  sur un miroir en translation uniforme à la vitesse  $v$ . On considère deux fronts d'onde successifs : Le premier se réfléchit en  $B$  à  $t = t_0$ , alors que le second est encore en  $A$  (on a donc  $\overline{AB} = \lambda_0$ ). Comme le miroir est en mouvement, le second front d'onde ne se réfléchit pas même endroit que le point,  $B$  mais au point,  $A'$ . Si l'on suppose que cet événement se produit au temps  $t_1$ , on relève sur la figure 2.5 que  $\overline{BA'} = v(t_1 - t_0)/\cos(\theta)$ . Le délai entre les deux instants  $t_0$  et  $t_1$  s'évalue alors facilement en notant que  $\overline{AA'} = \overline{AB} + \overline{BA'}$  :

$$c(t_1 - t_0) = \lambda_0 + \frac{v(t_1 - t_0)}{\cos \theta} \Leftrightarrow t_1 - t_0 = \frac{\lambda_0}{c - v/\cos \theta} \quad (2.20)$$

Durant le temps mis par le deuxième front d'onde pour atteindre le miroir, le premier s'est propagé. Ainsi à  $t_1$ , il se situe en  $B'$  avec  $\overline{BB'} = c(t_1 - t_0)$ . La longueur d'onde du champ réfléchi, c'est-à-dire la distance entre les fronts d'onde en  $A'$  et  $B'$ , est donc  $\lambda_0 = \overline{A''B'} = \overline{A'B'} + \overline{BB'}$  où  $A''$  est la projection de  $A'$  sur  $(BB')$ . Par suite, en notant  $\theta'$  l'angle que fait le champ réfléchi avec la normale, on obtient :

$$\lambda = \lambda_0 \frac{v \cos(\theta + \theta') + c \cos \theta}{c \cos \theta - v} \quad (2.21)$$

On arrive à obtenir la formule du décalage en fréquence :

$$\omega = \omega_0 \frac{1 - 2\beta \cos \theta + \beta^2}{1 - \beta^2} \quad (2.22)$$

On retrouve bien la formule de l'effet Doppler démontré pour la première fois par Einstein en 1905 [48] et ce sans avoir utilisé les transformations de Lorentz. Finalement, dans la limite ultra-relativiste où le miroir va dans la direction de l'observateur ( $\beta \rightarrow -1$ ) on

obtient en incidence normale ( $\theta = 0$ ) l'expression :

$$\frac{\omega}{\omega_0} \simeq \frac{(1 - \beta)^2}{1 - \beta^2} = \frac{1 - \beta}{1 + \beta} \simeq 4\gamma^2 \quad (2.23)$$

Si on veut obtenir des fréquences  $\omega \gg 2\omega_0$  il faut que les vitesses soient très relativistes. Dans le cas d'un mouvement oscillant avec une vitesse  $v$  variant continuellement, le miroir va donc émettre une distribution continue de nouvelles fréquences.

On retrouve ce résultat dans le développement relativiste de l'effet Doppler. Dans le référentiel de la source, deux fronts d'onde sont séparés d'une distance  $\lambda_0 = 2\pi c/\omega_0$ . Puisque le front d'onde se déplace à  $c$ , mais que la surface du miroir, elle, se déplace avec une vitesse  $v_x$ , la durée dans le référentiel du laboratoire, qui sépare l'arrivée des fronts d'onde issus de la source laser à l'observateur (ici les électrons qui compose la surface du miroir) est donné par :

$$t = \frac{\lambda_0}{c - v_x} = \frac{2\pi}{(1 - \beta)\omega_0} \quad (2.24)$$

À cause de la dilatation du temps, la surface du miroir va réagir à une fréquence différente :

$$t_M = \frac{t}{\gamma} \Leftrightarrow \omega_M = \sqrt{\frac{1 - \beta}{1 + \beta}} \omega_0 \quad (2.25)$$

Le miroir, toujours en mouvement va alors être à son tour la source d'un signal à  $\omega_M$  que l'observateur, qui fait face à l'électron, verra à cause du même effet Doppler comme :

$$\omega = \sqrt{\frac{1 - \beta}{1 + \beta}} \omega_M \Rightarrow \frac{\omega}{\omega_0} = \frac{1 - \beta}{1 + \beta} \quad (2.26)$$

On notera que l'effet Doppler relativiste combine deux effets : L'invariance galiléenne des longueurs qui fait intervenir la vitesse radiale (C'est cette invariance galiléenne qui permet de décrire l'effet Doppler classique) et la dilatation du temps/ralentissement des horloges qui fait intervenir la valeur de la vitesse totale, conséquence directe de l'invariance de la vitesse de la lumière.

### 2.3.2 Aberration relativiste : « Relativistic Beaming »

Dans les faits, le phénomène est bien plus riche qu'une simple augmentation de la fréquence. Il faut tenir en compte des transformations de l'espace-temps dans son intégralité. Comme expliqué dans la figure 2.6, la prise en compte de l'aberration relativiste de la lumière et de la transformation des champs<sup>(1)</sup> associée viennent compléter la description de l'émission. Dans un référentiel  $\mathcal{R}$ , une source  $\mathcal{S}$  au repos envoie un photon dans la direction  $\theta$ . Dans le référentiel  $\mathcal{R}'$  cette source est en mouvement et envoie ce même photon

<sup>(1)</sup>Ces phénomènes sont parfois nommés « Relativistic Beaming », « Headlight Effect » ou encore « Searchlight Effect »

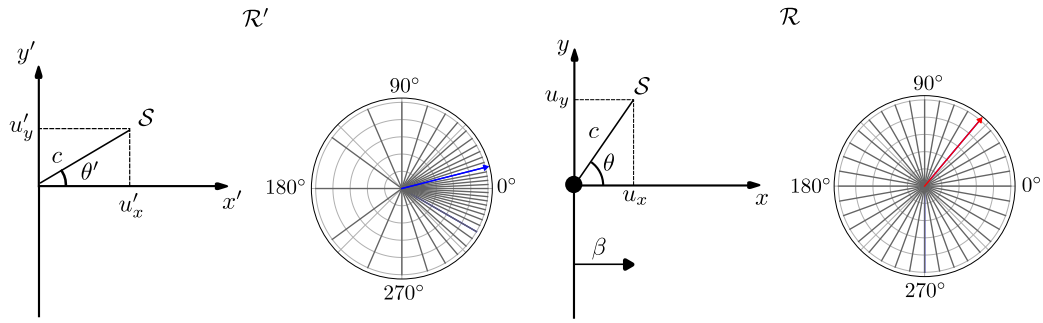


FIGURE 2.6 – Représentation du phénomène d'aberration relativiste. Une source en mouvement dans un référentiel  $\mathcal{R}'$  apparaît sous un angle  $\theta'$  plus petit que l'angle  $\theta$  sous lequel elle apparaît dans le référentiel  $\mathcal{R}$ , où elle est considérée fixe.

dans la direction  $\theta'$  tel que :

$$\tan \theta' = \frac{\sin \theta \sqrt{1 - \beta^2}}{\cos \theta + \beta} \quad (2.27)$$

Ainsi, l'angle sous lequel est vue une source en mouvement est plus petit que l'angle sous lequel elle apparaît dans le référentiel où elle est au repos. L'aberration, comme l'effet Doppler, est un phénomène que l'on peut décrire dans le cas où  $v \ll c$ , mais qui est modifié/s'accroît dans le cas relativiste. C'est une conséquence directe de la contraction des longueurs. On peut décomposer la réflexion d'une onde plane sur un plasma de cette façon (schématisée sur la 2.7) :

Soit un laser  $\mathcal{L}$  de fréquence  $\omega_0$  qui arrive sur un plasma avec un angle  $\theta$ , comme représenté sur la figure 2.7a et 2.7d. La source de la réflexion, un électron  $\mathcal{S}$ , est en mouvement rectiligne uniforme à la vitesse  $\beta$  par rapport à  $\mathcal{R}$ . Son référentiel propre est noté  $\mathcal{R}'$ . La vitesse de la lumière étant la même dans tous les référentiels, l'angle d'incidence du laser dans ce référentiel est  $\theta' \ll \theta$ . Dans le cas où  $\beta \rightarrow 1$ ,  $\mathcal{S}$  voit un laser sous  $\theta' \rightarrow 0$  (figure 2.7b et 2.7e). Sous l'effet de ce champ, la source  $\mathcal{S}$  va émettre un rayonnement dipolaire de fréquence  $\omega_1 \gg \omega_0$  dans son référentiel comme illustré sur la figure 2.7f. Ce rayonnement sera vu par un observateur face à lui, dans un référentiel au repos  $\mathcal{R}'' \equiv \mathcal{R}$ , à la fréquence  $\omega_2 > \omega_1$  sous un angle  $\theta''$ . C'est le résultat obtenu plus tôt, lors du développement des champs rayonnés par une particule relativiste. L'émission électromagnétique est confinée dans la direction de la vitesse de la particule (figure 2.7g). Chaque source à la surface du plasma, dans la direction  $\mathbf{e}_y$ , accuse un retard temporel de phase dans son émission à cause de l'angle d'incidence du laser. Ce retard assure la cohérence de l'émission dans la direction de réflexion (figure 2.7c).

### 2.3.3 Modèle de R. Lichters, J. Meyer-ter-Vehn, A. Pukhov

Dans les années 1990, Wilks et Bulanov [49, 50] observèrent la génération d'harmoniques lorsqu'une onde plane venait se réfléchir sur un plasma sur-critique et sans gradient de densité. Un peu plus tard en 1997, c'est Lichters qui associa l'oscillation relativiste de la surface d'un plasma surcritique à cette génération d'harmonique [51, 52]. On se

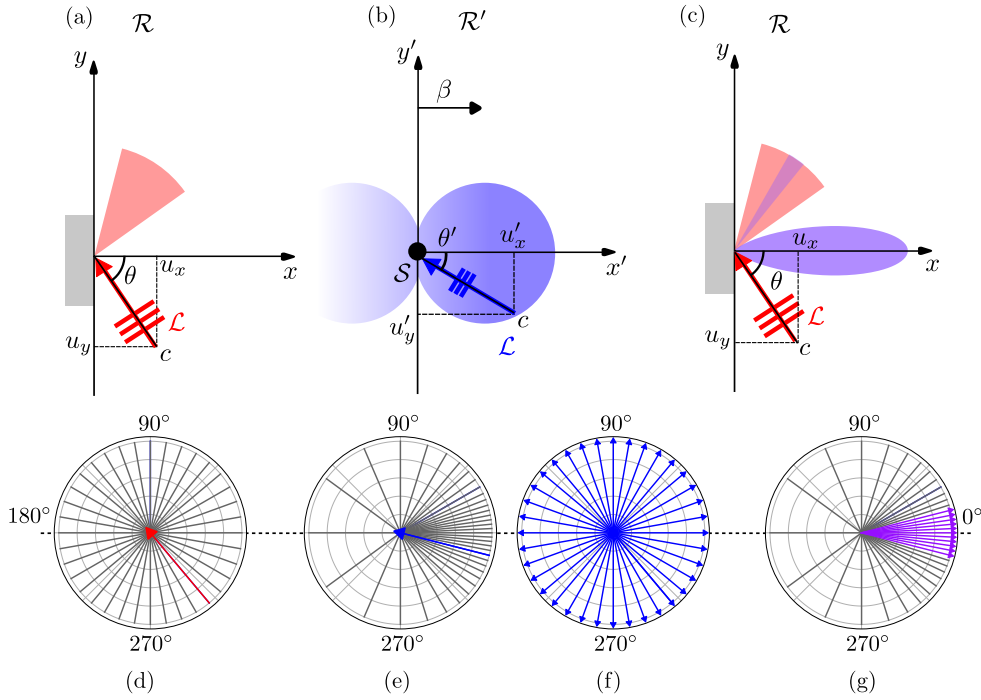


FIGURE 2.7 – Décalage Doppler et aberration relativiste associé au mouvement d’une charge en mouvement uniforme qui rayonne. **(a)** Incidence dans le référentiel  $\mathcal{R}$ . **(b)** Le dipôle source  $\mathcal{S}$  du phénomène de réflexion de vitesse  $\beta$  perçoit le laser plus bleu qu’il ne l’est dans le laboratoire (effet Doppler du faisceau « rouge »). Laser sous un angle d’incidence  $\theta' < \theta$  (aberration relativiste). Dans son référentiel  $\mathcal{R}'$ , il émet un rayonnement dipolaire. **(c)** Un observateur dans le référentiel  $\mathcal{R}''$ , confondu avec  $\mathcal{R}$ , voit alors un faisceau violet (effet Doppler de l’émission « bleu »), sous un angle  $\theta'' \rightarrow 0$ . **(d-e-f-g)** Orientation des rayons lumineux incidents et réfléchis dans  $\mathcal{R}$  et  $\mathcal{R}'$ .

place dans le cas où une onde plane arrive avec un angle  $\theta$  sur un plasma quasi-neutre, au repos, de densité électronique  $n_e > n_c$  et sans gradient. On peut trouver un référentiel inertiel noté  $\mathcal{R}_M$ , différent du laboratoire  $\mathcal{R}_L$ , tel que  $v_{RM}/v_{RL} = c \sin \theta \mathbf{e}_y$ , où l’onde plane arrive en incidence normale sur le plasma. Dans ce référentiel qui se déplace parallèlement à la cible, le plasma (les ions et les électrons) possède une vitesse de dérive telle que  $v_d/c = -\sin \theta$  suivant  $\mathbf{e}_y$ . La phase totale d’une onde  $\phi$  est le produit scalaire du 4-vecteur énergie/impulsion et du 4-vecteur espace-temps. Ce scalaire doit être conservé sous ce changement de référentiel tel que :

$$\phi = k^\mu x_\mu = \omega_0 t - \mathbf{k} \cdot \mathbf{r} = \omega_M t_M - \mathbf{k}_M \cdot \mathbf{r}_M \quad (2.28)$$

En imposant que la relation de dispersion doit être vérifiée dans ce référentiel (conservation de la norme du 4-vecteur énergie/impulsion  $k^\mu k_\mu$ ), on trouve que  $\omega_M = k_0 \cos \theta c = \omega_0 \cos \theta$ . La norme du 4-vecteur courant devant elle aussi être vérifiée on trouve :

$$J^\mu J_\mu = J_M^\mu J_{M\mu} \Leftrightarrow n_{eM} = \frac{n_{eL}}{\cos \theta} \quad (2.29)$$

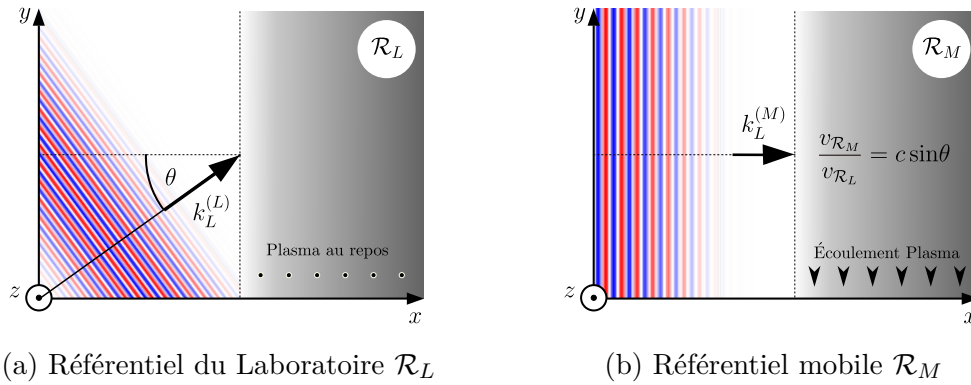


FIGURE 2.8 – Représentation et comparaison des deux référentiels inertiels  $\mathcal{R}_L$  et  $\mathcal{R}_M$  (a) Dans  $\mathcal{R}_L$  le laser arrive avec une incidence  $\theta$  sur le plasma qui est au repos. (b) Dans  $\mathcal{R}_M$ , le laser arrive en incidence normale sur un plasma ayant une vitesse  $\beta = -\sin\theta e_y$

Un développement plus rigoureux des transformations sera effectué plus tard dans cette thèse (voir §5.1).

### 2.3.3.a Grandes lignes du modèle ROM

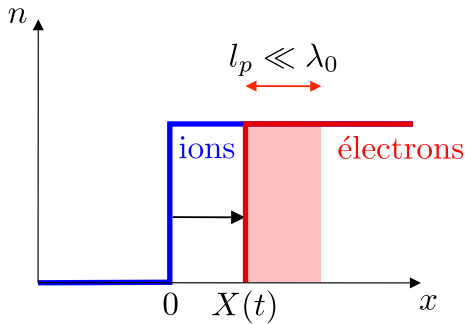


FIGURE 2.9 – Représentation des densités électroniques et ioniques dans le référentiel mobile, pour le modèle ROM. Les ions dérivent avec une vitesse  $\mathbf{J}^{(i)} = -Zen_i c \sin\theta = -en_e^0 c \sin\theta e_y$ . On modélise le plasma électronique tel que  $n_e(t) = n_e^0 \Theta(x - X(t))$ , avec  $\Theta$  la fonction de Heaviside. Seuls les électrons dans l'intervalle  $[X(t), X(t) + \lambda_s]$  oscillent sous l'influence du champ laser et contribuent au champ réfléchi.

L'idée de Lichters est donc de décrire la réflexion d'une onde électromagnétique sur la surface d'un plasma décrit par l'équation :

$$n_i(x, t) = \Theta(x = 0) \quad ; \quad n_e(x, t) = \Theta(x - X(t)) \quad (2.30)$$

Où  $\Theta$  représente l'échelon de Heaviside et  $X(t)$  la position de la surface du plasma électronique, comme sur la figure 2.9. Cette surface va osciller sous l'effet des champs. Comme déjà expliqué dans la section précédente, en se plaçant toujours dans la « jauge de Lorenz » tel que  $\nabla \cdot \mathbf{A} + \mu_0 \epsilon_0 \partial_t \phi = 0$ , on a :

$$\left( \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} - \frac{\partial^2}{\partial x^2} \right) \mathbf{A} = \mathbf{J} \quad (2.31)$$

Ici  $\mathbf{J}$  est constitué d'un ensemble de sources ponctuelles. Ce qui nous permet d'écrire,

grâce aux fonctions de Green calculé plus tôt que :

$$\begin{aligned}\mathbf{A}_\perp(\mathbf{r}, t) &= \mathbf{A}_{0,\perp} - \frac{\mu_0}{4\pi} \int dV' \int dt' \frac{\mathbf{J}_\perp(\mathbf{r}', t')}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} \Theta\left(t - t' - \frac{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|}{c}\right) \\ &= \mathbf{A}_{0,\perp} - \frac{\mu_0}{4\pi} \int dV' \int_{-\infty}^{t - |\mathbf{r} - \mathbf{r}'|/c} dt' \frac{\mathbf{J}_\perp(\mathbf{r}', t')}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|}\end{aligned}$$

Où  $\mathbf{A}_{0,\perp}$  est la solution de l'équation différentielle sans le terme de courant source. Le second terme quant à lui représente les champs qui sont créés par les courants transverses. Comme on veut le champ  $\mathbf{E}$  rayonné, perpendiculaire à  $\mathbf{e}_x$ , on sépare  $\mathbf{E}$  en une composante longitudinale  $\mathbf{E}_\parallel$  et une composante transverse  $\mathbf{E}_\perp$ . Ainsi on a :

$$\mathbf{E}_\perp = \left( -\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} - \nabla \Phi \right)_\perp \quad (2.32)$$

Comme le problème ne dépend que de la variable d'espace  $x$  (symétrie de translation), on a  $\nabla \phi_\perp = 0$  et donc  $\mathbf{E}_\perp = -\partial_t \mathbf{A}_\perp$ . En intégrant par partie, on trouve l'expression des champs :

$$\mathbf{E}_\perp(r, t) = \frac{\mu_0}{4\pi c} \int dV' \frac{\mathbf{J}_\perp(\mathbf{r}', t - |\mathbf{r} - \mathbf{r}'|/c)}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} \quad (2.33)$$

Il nous faut alors expliciter ses courants transverses. Dans le référentiel dans lequel nous sommes, les ions et les électrons ont une vitesse transverse. Cependant loin de la surface et des perturbations du laser, le courant ionique est exactement compensé par le courant électronique. De manière générale :

$$\mathbf{J}_\perp = -en_e \mathbf{v}_{e\perp} + en_i \mathbf{v}_{i\perp} \quad (2.34)$$

Avec  $n_e$ ,  $n_i$  les densités d'électrons et d'ions et  $\mathbf{v}_{e\perp}$  les vitesses transverses qui leurs sont associées. Grâce à l'équation de Newton-Lorentz, en se souvenant de l'invariance en  $y$  et  $z$  (onde plane), et que  $\mathbf{A}$  est seulement transverse, on montre d'abord que :

$$\frac{d\gamma}{dt} = \frac{q}{mc^2} \left( -v_x \frac{\partial \Phi}{\partial x} - \mathbf{v}_\perp \cdot \frac{\partial \mathbf{A}_\perp}{\partial t} \right) \quad (2.35)$$

qui est l'évolution de l'énergie dans notre système. Puis :

$$\frac{d\mathbf{p}_\parallel}{dt} = q \left( -\frac{\partial \Phi}{\partial x} + \mathbf{v}_\perp \cdot \frac{\partial \mathbf{A}_\perp}{\partial x} \right) \quad \text{et} \quad \frac{d\mathbf{p}_\perp}{dt} = -q \left( \frac{\partial \mathbf{A}_\perp}{\partial t} + v_x \frac{\partial \mathbf{A}_\perp}{\partial x} \right) \quad (2.36)$$

Comme prévu, l'invariance par translation en  $(y, z)$  a pour conséquence que le moment transverse est une quantité conservée, tel que :

$$\mathbf{p}_\perp(t) = m\gamma \mathbf{v}_\perp = -q\mathbf{A}_\perp + \mathbf{p}_\perp^0 = -\frac{q}{c}\mathbf{A}_\perp - mc \tan \theta \mathbf{e}_y \quad (2.37)$$

où on a choisi le champ  $\mathbf{A}_\perp^0$  comme nul à l'instant initial. On peut alors écrire les courants

transverses totaux comme :

$$\mathbf{J}_\perp(x, t) = -ec \left( \frac{n_e(x, t)}{\gamma(x, t)} \left( \mathbf{a}_\perp(x, t) - \tan \theta \mathbf{e}_y \right) + n_i(x, t) \sin \theta \mathbf{e}_y \right) \quad (2.38)$$

Avec  $\mathbf{a}_\perp = e\mathbf{A}_\perp/m_e c$ . En utilisant l'expression introduite de  $\mathbf{p}_\perp(t)$  pour les électrons, on peut calculer le facteur  $\gamma_e = \sqrt{1 + \mathbf{p}_{\perp,e}^2 + \mathbf{p}_{\parallel,e}^2}$  tel que l'on trouve :

$$\gamma_e = \sqrt{\frac{1 + (\mathbf{a} - \tan \theta \mathbf{e}_y)^2}{1 - \beta_{x,e}^2}} \quad (2.39)$$

On voit immédiatement que les courants transverses vont répondre au champ laser avec un facteur  $n_e/\gamma_e$ . Ce facteur va pouvoir introduire de nouvelles fréquences en modifiant temporellement l'amplitude du champ. La densité du plasma étant importante et l'interface vide plasma étant raide, on peut raisonnablement penser que seule l'épaisseur de peau  $\lambda_p$  contribue au champ rayonné tel que :

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_\perp(x, t) &\simeq \mu_0 \int_{X(t')}^{X(t')+\lambda_p} \mathbf{J}_\perp(X(t - |X - x|/c), t - |X - x|/c) dx' \\ &\simeq \mu_0 \lambda_p \mathbf{J}_\perp(X(t - |X - x|/c), t - |X - x|/c) \end{aligned} \quad (2.40)$$

Où l'on a supposé encore une fois le caractère 1D du problème pour l'intégration. En gardant à l'esprit que toutes les quantités sont évaluées au temps retardé et après un peu d'algèbre on obtient :

$$\mathbf{E}_\perp(x, t) = -\frac{e}{\varepsilon_0} \left( \frac{\lambda_p n_e \sqrt{1 - \beta_x^2}}{\sqrt{1 + (\mathbf{a}_\perp - \tan \theta \mathbf{e}_y)^2}} (\mathbf{a}_\perp - \tan \theta \mathbf{e}_y) + (X + \lambda_p) n_i \sin \theta \mathbf{e}_y \right) \quad (2.41)$$

Où  $\beta_x \equiv \dot{X}/c$ , la vitesse du miroir plasma en direction de l'observateur et où  $\mathbf{a}_\perp$  est uniquement dû au champ incident. Une des hypothèses fortes du modèle de R. Lichters est de supposer que le mouvement de la surface est dominé par la dynamique imposée par le laser incident (le champ de charge-espace n'est pas pris en compte). Elle est respectivement  $\propto \cos(2\omega_M t)$  ou  $\propto \cos(\omega_M t)$  si l'incidence est respectivement normale ou oblique. Ainsi :

$$X(t) = \frac{v_x}{\omega_M} \cos \omega_M t = \frac{c}{\omega_0} \frac{2a_0 \sin \theta}{\sqrt{1 + (2a_0 \sin \theta)^2}} \cos \omega_M t \quad (2.42)$$

Il faut maintenant évaluer la position du miroir non pas au temps  $t$ , mais au temps retardé  $t'$  défini tel que :

$$t' = t - \frac{|x - X(t')|}{c} \quad (2.43)$$

On peut positionner l'observateur en  $x = 0$ . Nous faisons face alors à une équation telle que  $f(x) = x$ . Tout nombre réel  $a$  tel que  $f(a) = a$  est appelé point fixe de  $f$  pour obtenir par récurrence la valeur du temps retardé et calculer le champ réfléchi comme sur la figure 2.10.

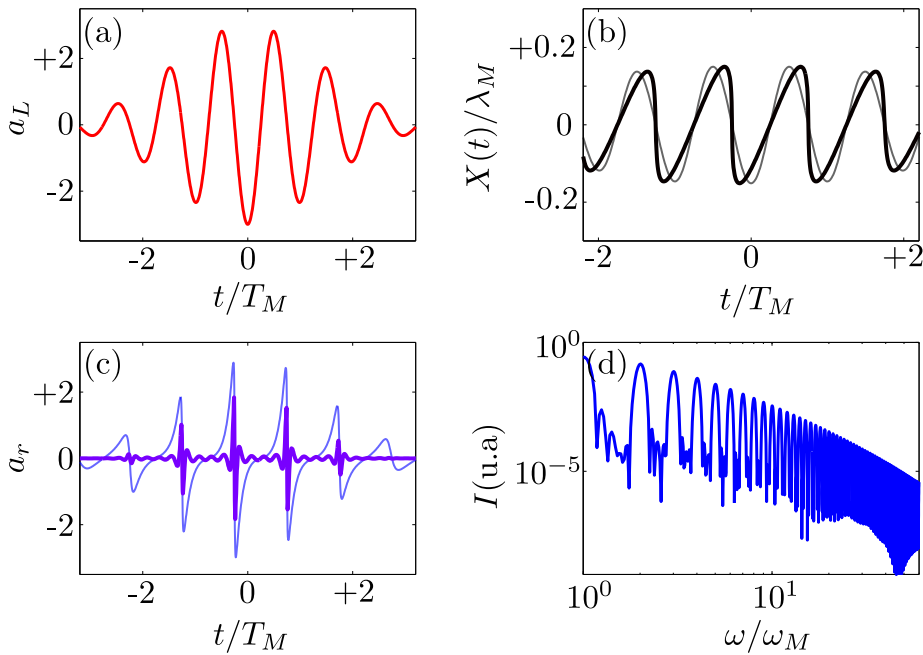


FIGURE 2.10 – Calcul du champ réfléchi par le miroir plasma en utilisant le modèle ROM. **(a)** Champ incident à  $\theta = 45^\circ$  sur un plasma tel que  $X(t = 0) = 0$ , avec une enveloppe  $a = 3 \exp(-t^2/\tau^2)$  et  $\tau = 5fs$ . **(b)** Mouvement du miroir imposé par le champ incident (gris) et mouvement du miroir vu par l'observateur (noir). **(c)** Champ réfléchi total (bleu)  $a_r(t)$  vu par l'observateur, et champ réfléchi filtré (violet) dans l'intervalle  $[15\omega_M, 60\omega_M]$ . **(d)** Spectre harmonique du champ réfléchi normalisé à l'intensité  $I(\omega_M)$ .

### 2.3.3.b Discussion et limites du modèle ROM

R. Lichters et al [51, 52] remarquent très bien que la surface du plasma n'oscille pas de manière harmonique avec le laser. Les forces de rappel créées par le plasma, asymétriques de part et d'autre du front ionique sont compliquées à évaluer analytiquement. Pour pallier à cela, on peut de manière « ad-hoc » rajouter des oscillations à des fréquences à  $2\omega_M$  ou  $3\omega_M$ , les amplitudes de ces oscillations étant à déterminer pour que le spectre soit en accord avec les simulations. Ainsi, bien que ce modèle donne un sens physique à  $X(t)$ , il n'est pas possible de prédire l'allure du spectre (coupure, loi de décroissance).

Des travaux supplémentaires menés par S. Gordienko, G. Tsakiris et al [53, 54] tendront plus tard à montrer que le mécanisme ROM admet une loi de décroissance en intensité telle que  $I(\omega) \propto \omega^{-5/2}$  avec une coupure à la fréquence  $\omega_{co} = 4\gamma_{max}^2$ . Enfin dans son article, R. Lichters dérive des règles de sélection, résumées dans le tableau (2.1), sur les harmoniques émises en fonction de l'angle d'incidence et de la polarisation du laser.



Laser incident	Harmoniques Impaires	Harmoniques Paires
Incidence Oblique		
Linéaire s	s	p
Linéaire p	p	p
Incidence Normale		
Linéaire	Linéaire	Aucune

TABLE 2.1 – Règles de sélection sur les harmoniques en fonction de la polarisation et de l'angle d'incidence du laser. Extrait de [51].

### 2.3.4 Modèle de T. Baeva, S. Gordienko, A. Pukhov

En 2006, T. Baeva et al [5] viennent compléter les idées développées par S. V. Bulanov et R. Lichters. Ils supposent qu'il existe un point  $X_{ARP}(t)$  de réflexion apparent (« apparent reflection point ») où le champ électrique tangent à la surface du plasma s'annule.

#### 2.3.4.a Grandes lignes du modèle BGP

Dans ce modèle, à la surface du plasma, la composante normale du vecteur de Poynting  $\mathbf{S} = \mathbf{E}_t(t, X(t)) \times \mathbf{B}(t, X(t))$  est nulle au point  $X(t)$  de réflexion pour tout  $t$ . Cette relation se comprend très bien en termes de conservation d'énergie : Il existe un point  $X(t)$  tel que le flux d'énergie électromagnétique entrant est exactement le même que le flux de champ électromagnétique sortant. Ces conditions aux limites sont dites de « Leontovich ». Le plasma ne stocke aucune énergie, il restitue instantanément ce que lui fournit le champ incident. Le plasma est vu comme un miroir parfait. Il faut pour cela que  $c/\omega_0 \gg c/\omega_{pe}$ . Le champ électrique de l'onde réfléchi à la surface du plasma est :

$$\mathbf{E}_{refl}(t', X(t')) = -\mathbf{E}_{inc}(t', X(t')) \quad (2.44)$$

Il s'ensuit alors que le champ réfléchi, mesuré par un observateur au temps  $t$  et en  $x$ , se lit :

$$\mathbf{E}_{refl}(t, x) = -\mathbf{E}_{inc}(t', X(t')) \quad (2.45)$$

L'observateur étant placé en  $x = 0$ , on a  $t' = t - X(t')/c$  le temps retardé. Avec cette hypothèse et dans la limite  $a_0 \gg 1$ , T. Baeva et al dérivent analytiquement plusieurs propriétés du spectre harmonique. D'abord il est montré que le spectre décroît comme une loi de puissance  $n^{-8/3}$ , avec  $n$  l'ordre harmonique. De plus, ils constatent que bien que les électrons confinés dans l'épaisseur de peau possèdent une vitesse pratiquement toujours égale à  $c$  (c'est pourquoi on impose  $\forall t : \beta^2 = \beta_x^2 + \beta_y^2$ ), la surface du plasma, elle, atteint des vitesses proches de  $c$  dans la direction de l'observateur, sous l'effet du champ laser, au moment précis  $t_g$ , ou la vitesse transverse des électrons  $\mathbf{v}_t = 0$ . En reprenant la formule  $\gamma_s = \sqrt{(1 + p_{y,s}^2)/(1 - \beta_{x,s}^2)}$ , on voit bien qu'à partir du moment où  $p_{y,s}^2$  s'annule, alors  $\beta_{x,s}^2 \rightarrow 1$  est  $\gamma_s \rightarrow \infty$ . Autour de  $t_g$ , on peut approximer la vitesse de la surface comme :

$$v(t) = v_0(t_g) - \alpha\omega_0^2(t - t_g)^2 \quad (2.46)$$

Où  $\alpha$  désigne un paramètre numérique caractéristique de la trajectoire de  $X(t)$  et qui ne dépend que de  $S = n_e/a_0$ . Le facteur  $\gamma(t)$  de la surface peut être exprimé tel que :

$$\gamma(t) \simeq \frac{\gamma_{max}}{\sqrt{1 + \gamma_{max}^2 \alpha \omega_0^2 (t - t_g)^2}} \quad \text{avec} \quad \gamma_{max} = \frac{1}{\sqrt{1 - v_0^2(t_g)/c^2}} \quad (2.47)$$

Ainsi, les harmoniques les plus hautes sont générées pendant l'intervalle :

$$\Delta t \propto \frac{1}{\omega_0} \frac{1}{\sqrt{\alpha} \gamma_{max}} \quad (2.48)$$

La longueur de l'impulsion rayonnée est estimée comme :

$$L \propto (c - v_0(t_g)) \Delta t \propto \frac{c}{\omega_0} \frac{1}{\sqrt{\alpha} \gamma_{max}} \quad (2.49)$$

Une impulsion de cette longueur contient alors par effet Doppler des fréquences  $\omega_c \propto 4\gamma_{max}^2 c/L \propto \sqrt{\alpha} \gamma_{max}^3 \omega_0$ . Ainsi le décalage en fréquence est plus important lors de la réflexion sur un miroir accéléré (oscillant) que sur un miroir en translation uniforme simplement à cause du confinement temporel de l'émission. Au-delà de cette fréquence de coupure  $\omega_c$ , la décroissance du spectre suit une loi exponentielle. On pourra s'intéresser aux travaux de Hermann Minkowski, Max Born et Arnold Sommerfeld sur les effets de l'accélération en relativité restreinte. En particulier, la dilatation des temps est plus importante dans le cas d'une accélération uniforme [55].

### 2.3.4.b Discussion et limites du modèle BGP

De prime abord, l'allure du spectre peut être obtenue à l'aide d'hypothèses minimales sur le point de réflexion et de son comportement au voisinage de  $t_g$ . L'allure du spectre en loi de puissance est d'ailleurs en accord avec les résultats expérimentaux obtenus sur le laser Vulcan par B. Dromey et al [56, 57, 9]. Ce modèle présente cependant deux faiblesses. D'abord, comme on le verra plus loin, les champs ne sont pas nécessairement nuls au-delà du point de réflexion. Il peut exister un champ transmis provenant de la surface éclairée. De plus, sans même considérer de champs transmis (on pourrait naïvement considérer qu'aucun champ n'est transmis), l'amplitude du champ incident n'est pas toujours égale à celle du champ réfléchi comme le montre la figure 2.11 [42]. Au moment de l'émission, l'amplitude de l'onde réfléchi est supérieure à l'amplitude incidente. La relation constitutive du modèle n'est pas toujours vérifiée et le point  $X(t)$  n'existe pas toujours. L'hypothèse sur l'équilibre instantané entre les flux d'énergie électromagnétique entrant et sortant est alors bien trop contraignante. Ce même point  $X(t)$  n'est relié à aucune grandeur physique et n'est pas prédit par le modèle. Par exemple  $|dX(t)/dt| < c$  n'est pas imposé a priori. R. Lichters, lui, attachait le point de réflexion à la surface de densité critique [58, 8].

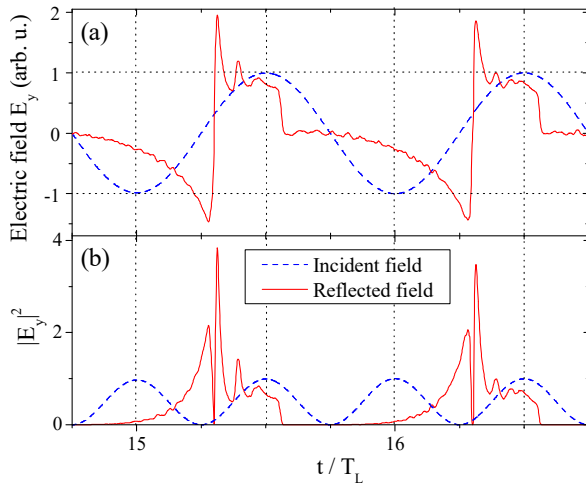


FIGURE 2.11 – Simulation « Particle-In-Cell » sur la génération d'harmonique via des effets relativistes. Une onde plane d'amplitude  $A = 65a_0$  vient se réfléchir avec un angle de  $45^\circ$  sur un plasma de densité électronique  $n_e = 225n_c$  présentant un gradient face avant de  $L_1 = \lambda_0/20$ . (a) Champ transverse incident et réfléchi. (b) Intensité. On remarque que l'intensité (en rouge) n'est pas égal à tout instant à l'intensité incidente, superposé sur cette figure (en bleu). Tirée de [44].

### 2.3.5 Modèle de A. Gonoskov

Dans son papier de 2011 puis de 2018 [6, 59], pour expliquer l'inégalité instantanée des champs incidents et réfléchis, A. Gonoskov développe un nouveau modèle où une fine couche électronique  $L_s \ll \lambda_0$  est enfoncée dans le plasma comme représenté sur la figure 2.12a, convertissant l'énergie laser en énergie cinétique, puis potentielle. À la manière d'un ressort, cette énergie potentielle accumulée au cours du cycle sera par la suite relâchée en énergie cinétique puis électromagnétique sous la forme d'impulsions XUV très courtes et très intenses.

#### 2.3.5.a Grandes lignes du modèle RES

On se place de nouveau dans le référentiel mobile, où le plasma, de densité électronique  $n_{eM} = n_{eL}/\cos\theta$  possède une vitesse de dérive  $\mathbf{v} = -c\sin\theta\mathbf{e}_y$  et où le laser de fréquence  $\omega_M$ , polarisé suivant  $\mathbf{e}_y$ , arrive avec une incidence normale, suivant  $\mathbf{e}_x$ . Le plasma étant globalement neutre initialement  $n_{eM} = Zn_{iM}$ , avec  $n_{iM}$ , la densité ionique dans le référentiel mobile. Le modèle RES admet trois hypothèses fortes :

- Tout d'abord, à chaque instant, les électrons poussés par l'onde incidente à l'intérieur de la cible forment une couche infiniment fine qui sépare le plasma ne contenant plus que des ions, en amont de la sur-densité, du plasma « non perturbé », en aval de la sur-densité.
- Ensuite, les électrons composant la sur-densité peuvent avoir des  $\gamma$  très différents, mais bougent toujours dans la même direction. La dynamique ayant lieu dans le plan défini par  $(\mathbf{e}_x, \mathbf{e}_y)$  et la dynamique étant relativiste, on notera  $\beta_y^2 \simeq 1 - \beta_x^2$ .
- Enfin, le mouvement de la sur-densité électronique et de la couche d'ions, en amont de cette dernière, produit un rayonnement qui compense le champ incident de sorte qu'il ne puisse pas se propager au delà d'une certaine valeur.

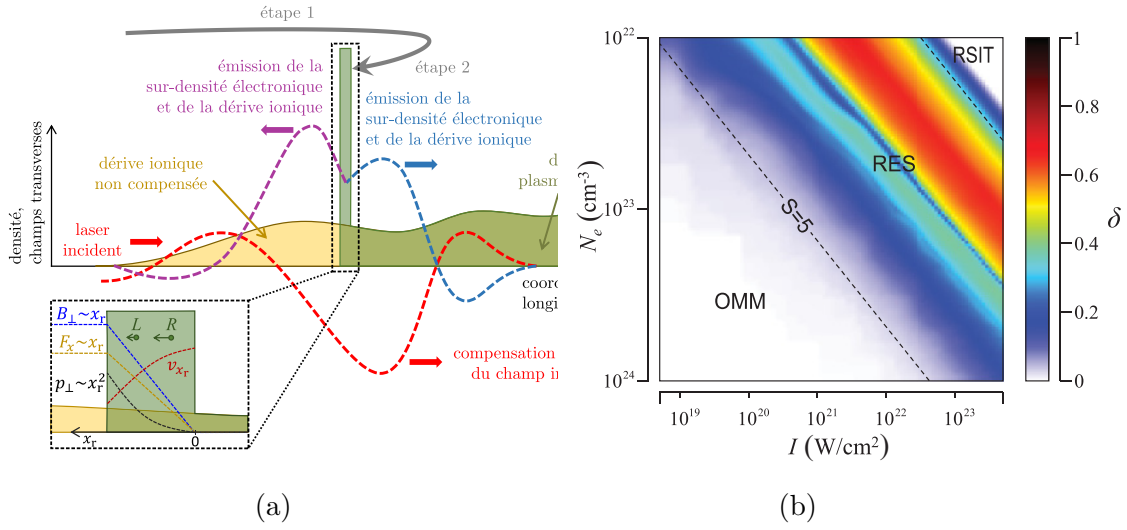


FIGURE 2.12 – (a) Représentation des densités électroniques et ioniques dans le référentiel mobile, pour le modèle RES. Les ions dérivent avec une vitesse  $\mathbf{J}^{(i)} = -Zen_e^0 c \sin \theta = -en_e^0 c \sin \theta \mathbf{e}_y$ . La sur-densité électronique dérive elle aussi. Les parties chargées du plasma produisent un champ électromagnétique qui écrante le champ laser incident en profondeur dans le plasma. Lors de l'enfoncement (étape 1 où « Push »), les électrons vont former un pic de densité en  $x_r$ . Le plasma accumule l'énergie provenant du laser incident sous forme d'énergie potentielle électrostatique. Lors de l'étape 2 (où « Pull »), les électrons s'avancent vers l'observateur tel que  $\beta_x \rightarrow 1$ . Les électrons à gauche de la sur-densité (L), se font alors rattraper par les électrons à droite de la sur-densité (R). Cependant les électrons (R) ne pourront pas dépasser les électrons (L) à cause de la conservation du moment transverse. Ainsi lors de l'émission vers l'observateur en  $x = -\infty$ , la sur-densité électronique reste infiniment fine. (b) Pertinence des modèles ROM et RES. Sous la ligne  $S = 5$  pour des densités électroniques élevées ou faibles éclairements, on peut ne pas considérer l'enfoncement électronique. Pour des éclairements et densités tels que  $S < 5$ , l'énergie électrostatique accumulée par le plasma n'est plus négligeable, le modèle RES devient alors plus pertinent. Tirées de [59].

On peut calculer les champs émis par la sur-densité électronique et illustrés sur la figure 2.13 à l'aide des formules de Lienart-Wiechert ou des équations de Maxwell dans le cas de l'émission d'un plan de charge :

$$\mathbf{B}^{(e)} \propto 2\pi\sigma \frac{\beta_y}{1 - \mathbf{n} \cdot \boldsymbol{\beta}_x} \mathbf{e}_y \propto 2\pi\sigma \frac{\beta_y}{1 \mp \beta_x} \mathbf{e}_y \quad (2.50)$$

où  $\sigma = n_{eL}^0 x_s / \cos \theta$  est la densité surfacique de charge<sup>(2)</sup> et  $\mathbf{n}$  le vecteur unitaire attaché au plan de charge dans la direction des  $x$  positifs. De plus, le champ magnétique émis par le courant d'ions en amont de la sur-densité peut être obtenu avec l'équation de Maxwell-Ampère :

$$\nabla \times \mathbf{B}^{(i)} = \mu_0 \mathbf{J}^{(i)} \Leftrightarrow -\frac{\partial B_y^{(i)}}{\partial x} = \mu_0 \mathbf{J}^{(i)} \quad \text{ainsi} \quad \mathbf{B}^{(i)} \propto \tan \theta Z n_i^0 x \quad (2.51)$$

<sup>(2)</sup>On applique la conservation de la charge dans le pic de densité.

L'hypothèse (3) du modèle impose que :

$$B_{inc} + B_{rad} = 0 \Leftrightarrow a_L \sin\left(t - \frac{x_s}{c}\right) = n_{eL}^0 \tan \theta x_s - 2\pi \frac{n_{eL}^0}{\cos \theta} \frac{\beta_y}{1 - \beta_x} x_s \quad (2.52)$$

On a donc :

$$\sin\left(t - \frac{x_s}{c}\right) = \frac{S}{2 \cos \theta} \left( \sin \theta - \frac{\beta_y}{1 - \beta_x} \right) x_s \quad (2.53)$$

Dans la direction réfléchie, on trouve de la même manière le champ :

$$a_L(t_{ret} = x_s(t) + t) = a_L \frac{S}{2 \cos \theta} \left( \frac{\beta_y}{1 + \beta_x} - \sin \theta \right) x_s(t) \quad (2.54)$$

Ici, la dynamique de la sur-densité électronique est déterminée par l'équation :

$$\frac{dx_s}{dt} = \beta_x \quad \text{où} \quad x_s(t=0) = 0 \quad (2.55)$$

Grâce à l'hypothèse ultra-relativiste qui fixe la vitesse des particules telles que  $\beta_x^2 + \beta_y^2 \simeq 1$ , on se retrouve avec un système de 3 équations à 3 inconnues  $(\beta_x, \beta_y, x_s)$ , que l'on peut résoudre au moins numériquement. En posant les variables  $u = \beta_y/(1 - \beta_x)$ ,  $\eta(\tau) = x_s S/(2 \cos \theta)$ ,  $\tau = tS/(2 \cos \theta)$  et les conditions initiales  $\eta(0) = 0$  et  $u(0) = -c \sin \theta$  la vitesse de dérive des électrons dans le référentiel mobile, on a :

$$\sin\left(\left(\eta - \tau\right) \frac{2 \cos \theta}{S}\right) = (\sin \theta - u)\eta \quad (2.56)$$

$$\frac{d\eta}{d\tau} = \frac{u^2 - 1}{u^2 + 1} \quad (2.57)$$

En dérivant alors la première équation par rapport à  $\tau$ , on trouve un système autonome d'équations différentielles du premier ordre :

$$\frac{du}{d\tau} = \frac{(u^2 - 1)(\sin \theta - u) \pm 4 \cos \theta S^{-1} \sqrt{1 - \eta^2(\sin \theta - u)^2}}{\eta(u^2 + 1)} \quad (2.58)$$

$$\frac{d\eta}{d\tau} = \frac{u^2 - 1}{u^2 + 1} \quad (2.59)$$

On peut alors trouver les différentes valeurs de  $\theta$  et  $S$  pour lesquelles ce système admet une solution stationnaire puis en fixant ces deux paramètres on peut résoudre numériquement ces deux équations et obtenir les trajectoires dans l'espace  $(\eta, u)$ , comme sur la figure 2.13. Les solutions stationnaires du système sont associées à des cycles limites stables, c'est à dire que les trajectoires dans l'espace  $(\eta, u)$  forment une figure fermée. On remarque que l'émission d'une impulsion correspond au croisement de la solution avec l'axe des abscisses, c'est à dire  $u = 0$ , ou de manière équivalente à un changement de signe de la vitesse transverse  $\beta_y$ . À cet instant,  $u = 0$  et donc  $\beta_x = \pm 1$ . Dans l'expression du champ réfléchi, c'est  $\beta_x = -1$  qui rend l'expression singulière et qui caractérise l'émission.

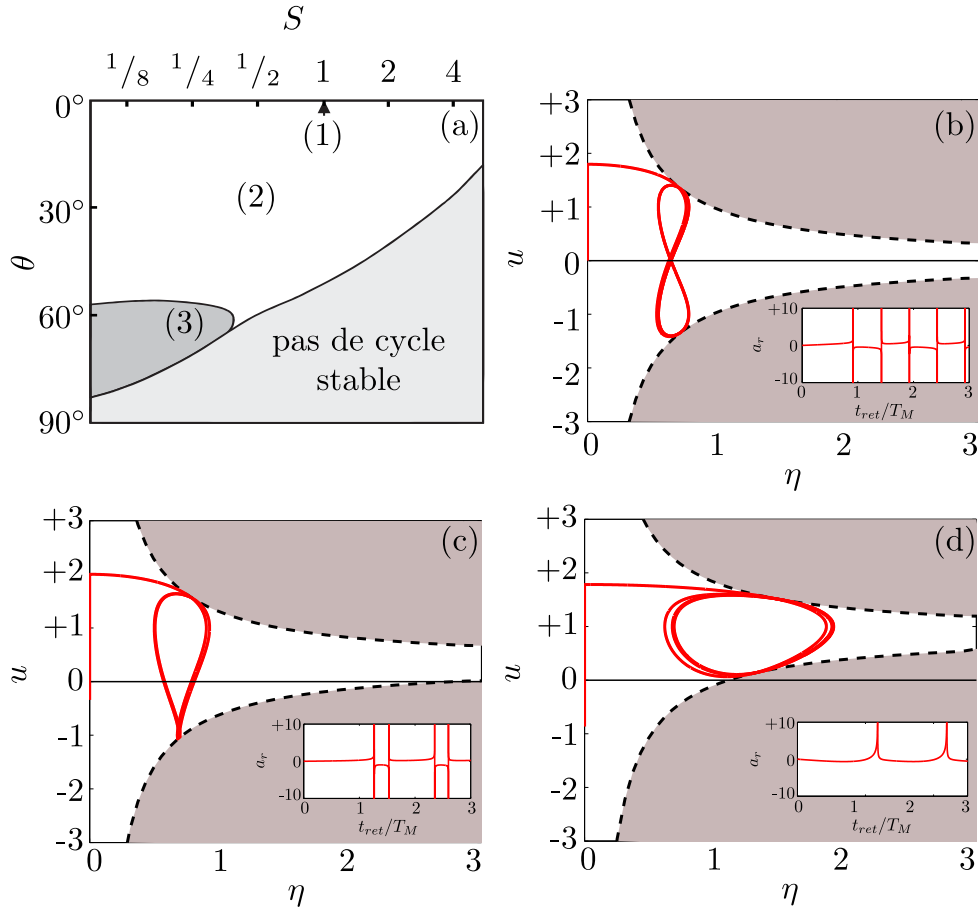


FIGURE 2.13 – Solution du système autonome  $(\eta, u)$  en fonction des paramètres  $S$  et  $\theta$ . (a) Sélection de trois couples de paramètres (1),(2) et (3) pour lesquels A. Gonoskov et al ont calculé les fonctions  $(\eta, u)$ , solutions du système d'équations (2.58) et (2.59). Le domaine dans le coin inférieur droit, n'admet pas de cycles stables. (b) Solution du système pour des paramètres  $S = 1$  et  $\theta = 0^\circ$ . Dans l'encart, il est représenté le champ réfléchi, calculé en injectant cette solution dans l'équation (2.54). (c) Même chose pour  $S = 0.5$  et  $\theta = 20^\circ$ . (d) Même chose pour  $S = 0.25$  et  $\theta = 60^\circ$ . Tirée de [6, 8].

### 2.3.5.b Discussion et limites du modèle RES

À la différence des deux modèles précédents, le modèle RES développé par A. Gonoskov et al identifie précisément que l'émission dans la direction spéculaire se produit pendant une toute petite fraction du cycle optique, là où les vitesses  $\beta_y$  des électrons s'annulent et  $\beta_x = -1$ . Ainsi, l'énergie du laser incident, suffisamment grande pour enfoncer les électrons en profondeur dans le plasma est d'abord convertie en énergie cinétique puis progressivement en énergie potentielle à cause de la séparation de charge. Cette énergie « stockée » est ensuite restituée sous la forme d'une impulsion ultra-brève au moment précis où  $\beta_x = -1$  et  $\beta_y$  change de signe. Ce modèle relâche ainsi la condition aux limites de « Leontovitch » en n'imposant plus une balance instantanée des énergies. Cependant il est toujours admis que l'onde incidente sera atténuée puis écrantée en profondeur dans

le plasma de sorte qu'il existe bien un point où les champs transverses totaux sont nuls à tous les temps. On se retrouve encore une fois avec l'impossibilité de voir un champ rayonné par la sur-densité vers l'avant. Enfin ce modèle ne permet toujours pas de déduire les amplitudes et les durées d'impulsions émises par le miroir. La condition  $\beta = c$  implique par exemple qu'il existe un instant, lorsque  $\beta_x(t) = 1$ , où le champ réfléchi va diverger. De plus ce modèle insiste sur le fait que la sur-densité existe à chaque instant, ce qui n'est pas évident a priori. Il vaudrait mieux connaître l'évolution de la sur-densité électronique qui a été considérée, en l'état, comme infiniment fine. Dans son second article A. Gonoskov étudie plus en détail la dynamique de la sur-densité et montre qu'à cause de la conservation de l'impulsion transverse, les électrons composant la sur-densité finiront par s'entasser quand ils seront envoyés dans le vide, sans jamais se croiser. Tout les électrons tendent alors à avoir la même vitesse longitudinale et donc la même vitesse transverse. Enfin, ce modèle a été développé pour expliquer des phénomènes tels que  $S \lesssim 5$  comme indiqué sur la figure 2.12b. L'amplitude laser doit être suffisamment grande pour pousser les électrons en profondeur. Pour des éclaircements de l'ordre de  $5 a_0$  et des densités telles que  $n_e = 250 n_c$  on a  $S \simeq 50$ . Ainsi, le modèle ne semble pas pertinent pour décrire l'interaction entre un laser délivrant des éclaircements de  $\sim 10^{19} \text{ W.cm}^{-2}$  et un plasma formé sur une cible solide.

# Chapitre 3

## Mécanisme de génération d'harmonique en transmission

Dans le cas où l'épaisseur du plasma devient suffisamment faible, on observe la présence d'harmoniques dans la direction de transmission. Une partie de l'énergie n'est pas réfléchi. On peut alors se demander dans quelles mesures les mécanismes décrits dans le chapitre précédent peuvent expliquer la présence d'un champ dans la direction de transmission.

### 3.1 L'interaction laser-plasma sur feuille mince

On s'intéresse ici à l'interaction avec un plasma toujours sur-dense ( $n_e \gg n_c$ ), mais dont l'épaisseur est inférieure à la longueur d'onde  $\lambda_0$  du laser. Dans les études que nous avons menées, la cible avait une épaisseur telle que  $d \sim 250 - 500$  nm, soit entre un quart et la moitié de la longueur d'onde. L'épaisseur de la cible reste donc bien supérieure à la longueur de peau. En effet pour un plasma de densité  $n_e \sim 300 n_c$  ( $\omega_{pe} = 18 \omega_0$ ), l'épaisseur de peau  $\lambda_s = 1/18 \lambda_0$ . À cause de l'éclairement du laser, on peut se demander si le plasma ne deviendrait pas transparent. Cette transparence est induite par la masse des électrons telle que  $m_e \rightarrow \bar{\gamma} m_e$  dans le cas où la physique est relativiste<sup>(1)</sup>. Ainsi,  $\omega_{pe} = \sqrt{e^2 n_e / (\bar{\gamma} m_e \epsilon_0)}$  et donc  $n_c \rightarrow \bar{\gamma} n_c$ . Dans le cas d'une polarisation linéaire on a  $\bar{\gamma} = \sqrt{1 + a_0^2/2}$ . Dans le cas où  $a_0 \simeq 5$ , on trouve  $\bar{\gamma} \simeq 3.5$ . La densité critique et l'épaisseur de peau sont alors respectivement de  $3.5 n_c$  et  $\sqrt{3.5} l_s$  ( $\simeq 1/9.5 \lambda_0$ ). Dans le cas où  $a_0 \simeq 10$ , on trouve  $\bar{\gamma} \simeq 7$ . La densité critique et l'épaisseur de peau sont alors respectivement de  $7 n_c$  et  $\sqrt{7} l_s$  ( $\simeq 1/6.8 \lambda_0$ ). Le plasma est toujours sur-dense et  $\lambda_s < d < \lambda_0$ , même dans le cas relativiste. Ainsi l'impulsion initiale, à la fréquence  $\omega_0$ , ne traverse pas la cible.

<sup>(1)</sup>Cette transparence induite porte le nom de « Relativistic Induced Transparency » (RIT)



### 3.1.1 Le mécanisme CTR en transmission

Lorsqu'une particule relativiste traverse une interface plasma/vide brutale, avec un angle d'incidence nul, elle émet un rayonnement de transition tel que :

$$\frac{d\mathcal{E}}{d\omega d\Omega} = W_{e^-}^{(\text{MP})} \sqrt{\varepsilon_2} \cos^2 \theta \left| \frac{(\varepsilon_1 - \varepsilon_2)(1 - \varepsilon_2 \beta^2 + \beta \sqrt{\varepsilon_1 - \varepsilon_2 \sin^2 \theta})}{(1 - \varepsilon_2 \beta^2 \cos^2 \theta)(1 - \beta \sqrt{\varepsilon_1 - \varepsilon_2 \sin^2 \theta})(\varepsilon_1 \cos \theta + \sqrt{\varepsilon_2 \varepsilon_1 - \varepsilon_2^2 \sin^2 \theta})} \right|^2 \quad (3.1)$$

Avec cette fois-ci  $\varepsilon_2 = 1$  et  $\varepsilon_1$  la permittivité diélectrique du plasma. De la même manière que pour l'émission dans la direction de réflexion, c'est la transformée de Fourier du facteur de forme du paquet d'électrons qui définira l'allure du spectre d'émission CTR. Un observateur situé en  $\theta = 0$  n'observera pas de rayonnement cohérent (seulement la partie incohérente). Si  $\theta \neq 0$  alors l'observateur enregistre un fort rayonnement THz, ainsi que des harmoniques de la fréquence d'injection des paquets d'électrons ( $\omega_0$  ou  $2\omega_0$  en fonction de l'angle d'incidence du laser). Pour les fréquences  $\omega > \omega_{pe} / \cos \theta$  générés le rayonnement cohérent prendra sa source à la fois de la traversée de la surface avant et de la surface arrière par le micro paquet. Cependant, la dispersion en énergie au sein du micro paquet limite drastiquement la fréquence la plus haute émise par mécanisme CTR. Ainsi, dans notre cas on s'aperçoit que les fréquences émises par un mécanisme CTR sont telles que  $\omega \ll 10 \omega_0$  [38, 35, 36, 37].

### 3.1.2 Le mécanisme CWE en transmission

Dans le cas où il existe un gradient de densité sur la face arrière, de longueur caractéristique  $L_2$ , le mécanisme CTR s'efface pour laisser la place au mécanisme CWE. En effet, sur la figure 3.1 on note que la présence d'un gradient en face arrière s'accompagne de l'émission d'harmoniques jusqu'à la fréquence de coupure  $\omega_{co} = \omega_{pe}$ , signature du mécanisme CWE. Cependant Thaury et al [44, 42] notèrent qu'il n'est pas possible d'obtenir de l'émission harmonique dans le sillage d'une sur-densité sortant d'un plasma inhomogène puisque, comme illustré sur la figure 3.2 les fronts d'onde des oscillations plasma ne sont jamais perpendiculaires à la surface et la droite  $k = -\omega \cos \theta$ , dans l'espace de Fourier, ne croise jamais la zone dans laquelle les harmoniques sont générés efficacement.

George et al [60, 58] remarquèrent cependant que la traversée de ce gradient en face arrière par une première sur-densité excite de manière impulsionnelle un courant de retour qui, en replongeant dans le plasma, génère à son tour des oscillations dans le gradient de densité desquelles s'ensuivent une émission par mécanisme CWE. En comparant les spectres émis dans les directions de réflexion et de transmission sur la figure 3.3a, on remarque qu'ils possèdent la même dépendance spectrale en intensité : Pour des fréquences telles que  $\omega < \omega_{pe}$  l'intensité est pratiquement constante. Pour  $\omega > \omega_{pe}$ , il n'y a plus d'harmoniques. Teubner et al et Eidmann et al [61, 62] remarquèrent plus tôt expérimentalement la présence d'harmoniques dans la direction de transmission, comme illustré sur la figure 3.3b, mais pour des gradients relativement plus longs ( $L_1 = L_2 = 0.1 \lambda_0$ ). Teubner et Eidmann attribuèrent l'émission d'harmoniques, pour ces longueurs de gradient, aux produits de l'absorption résonnante.

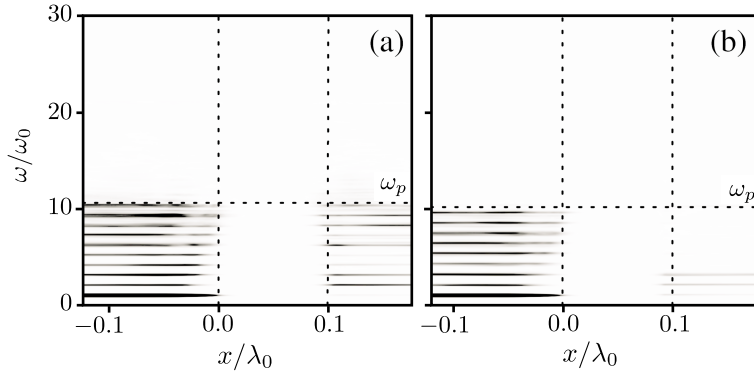


FIGURE 3.1 – Génération d’harmoniques à l’aide d’une cible de densité  $n_e = 110n_c$ , dans la direction transmise à faible éclairage ( $a_0 = 0.5$ ) en incidence oblique  $\theta = 45^\circ$ . **(a)** La cible d’épaisseur  $0.1\lambda_0$  possède un gradient de densité sur sa face avant de longueur caractéristique  $L_1 = 0.02\lambda_0$  et un gradient de densité sur sa face arrière de longueur caractéristique  $L_2 = 0.01\lambda_0$ . Des harmoniques telles que  $\omega \in [\omega_0, \omega_{co} = \omega_{pe}]$ , émises de la face arrière, se propagent dans la direction transmise. **(b)** Lorsque  $L_2 = 0$ , ces mêmes harmoniques disparaissent. Seules subsistent des harmoniques peu intenses de fréquences  $\omega \ll 10\omega_0$ , potentiellement générées par mécanisme CTR. Tirée de [60, 58].

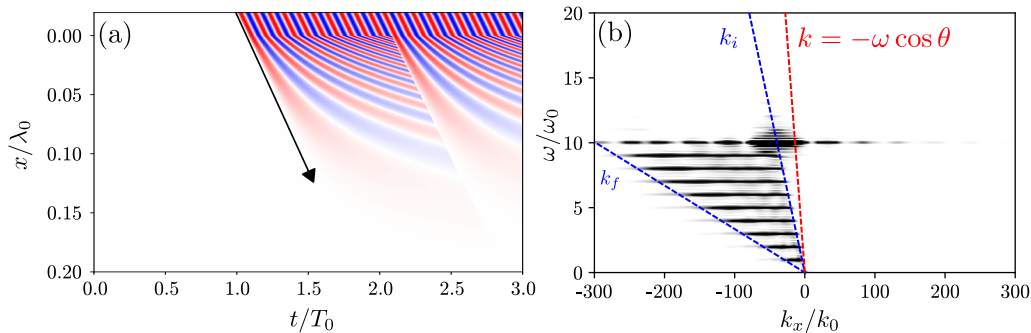


FIGURE 3.2 – Courants générés par le passage des électrons de Brunel à la sortie d’un plasma. Ils traversent un gradient de densité présent sur la face arrière. **(a)** Allure spatio-temporelle des courants. La flèche noire représente la propagation d’une sur-densité créée par les électrons de Brunel. On remarque que les fronts d’onde ne sont jamais perpendiculaires à la surface du plasma. **(b)** Transformée de Fourier des courants. On remarque que les harmoniques n’intersectent pas la droite  $k = -\omega \cos \theta$ . Ainsi dans ce cas là, l’émission par mécanisme CWE n’est pas efficace.

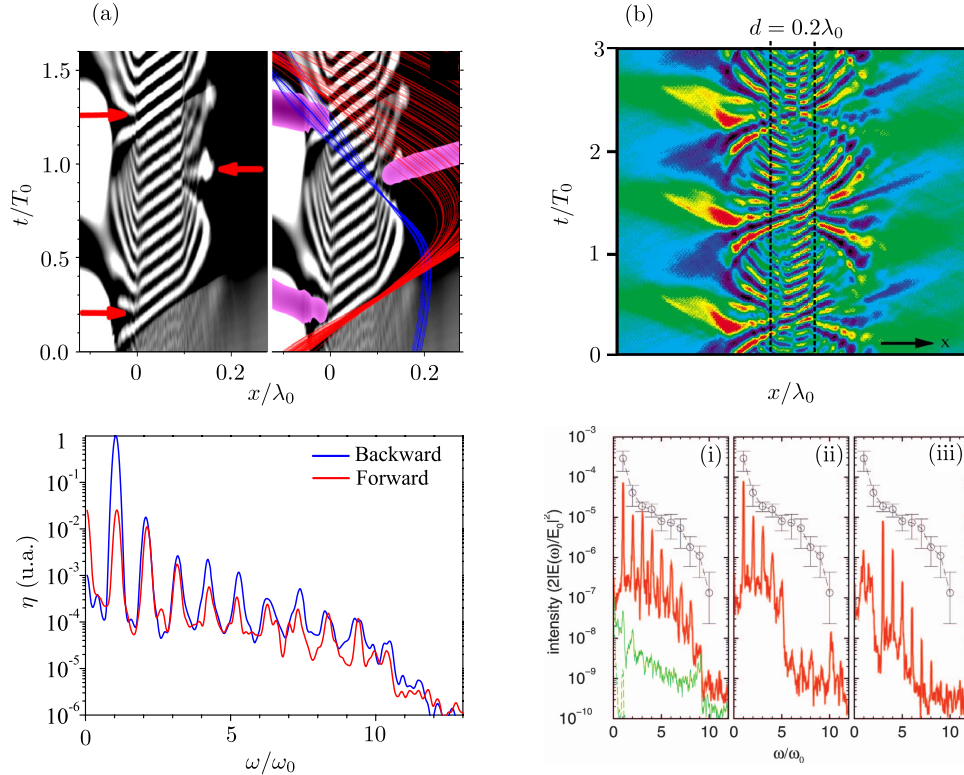


FIGURE 3.3 – Simulation « Particle-in-Cell » de l'émission harmonique en face arrière dans la direction de transmission pour différentes longueurs caractéristique de gradient  $L_2$ . **(a)** Lorsque  $L_2$  est suffisamment petit ( $\sim 0.01 \lambda_0$ ) les oscillations dans le plasma inhomogène (panneau supérieur : Champ  $E_x$  en niveaux de gris) sont d'abord excitées par une sur-densité « sortante » qui n'est la source d'aucun rayonnement (trajectoires rouges). Un courant de retour nait sur la surface arrière de la cible (trajectoires bleues) et excite en « rentrant », de manière impulsionnelle, de nouvelles oscillations dans le plasma inhomogène. Ces oscillations émettent alors des harmoniques via le mécanisme CWE (pinceaux roses sur-imprimés, spectre dans le panneau inférieur). Figures tirées de [60, 58]. **(b)** Observation de Teubner et Eidmann pour des gradients en face arrière de taille  $L_2 \sim 0.1 \lambda_0$ . Sur le panneau supérieur, on voit l'évolution des courants  $j_x$  siégeant dans le plasma. Sur le panneau inférieur, spectres simulés (orange) dans la direction transmise pour différentes valeurs de la densité plasma initiale (i)  $n_{e,0} = 84n_c$  (ii)  $n_{e,0} = 27n_c$  (iii)  $n_{e,0} = 4.2n_c$ . Le signal diminue brutalement lorsque  $\omega > \omega_{pe,0}$ , sauf pour (iii) où le signal provient essentiellement de la face avant (voir 3.1.3 : *Les mécanismes relativistes en transmission*). La courbe en gris correspond aux résultats expérimentaux. Figures tirées de [61, 62].

### 3.1.3 Les mécanismes Relativiste en transmission

L'idée d'un miroir est séduisante pour décrire le signal dans la direction spéculaire, mais insuffisante pour expliquer le rayonnement dans la direction transmise. En effet, lorsque le « miroir » se déplace vers le faisceau incident, le signal envoyé dans la direction transmise tend vers 0 en amplitude (« Relativistic Beamlight Effect »).

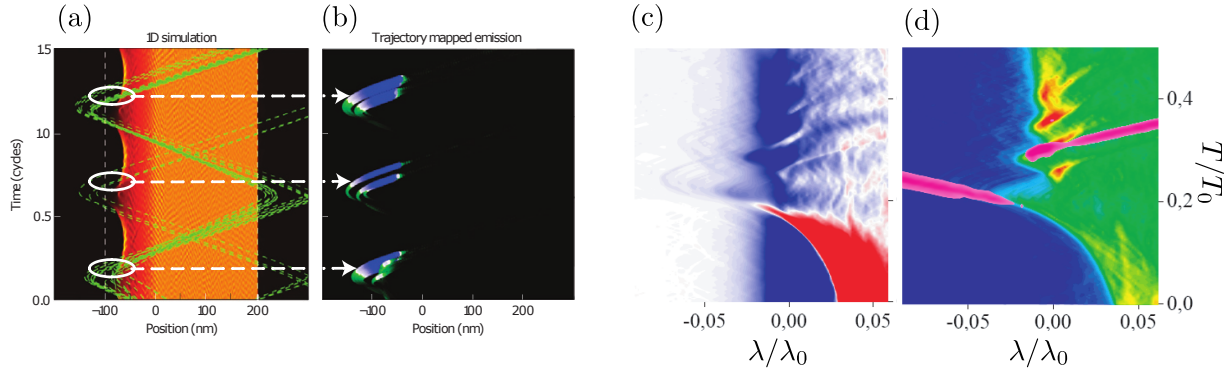


FIGURE 3.4 – Évolution spatio-temporelle de la densité électronique sur la face éclairée et émission vers l'avant. **(a)** Trajectoires d'électrons injectés à grande vitesse ( $p_x > 5m_e c$ ) par effet pondéromoteur relativiste (laser en incidence normale avec  $a_0 = 20$ ) dans un plasma de  $800n_c$ , d'épaisseur 200 nm et qui possède un gradient de densité linéaire  $L_1 = 100$  nm. **(b)** Lors de leur retour à grande vitesse dans le plasma, ces électrons sont associés à un rayonnement XUV vers l'avant (bleu pour le plus intense). Figures extraites de [9]. **(c)** Évolution spatio-temporelle des courants transverse sur la surface éclairée du plasma de  $80n_c$ , d'épaisseur 400 nm et qui possède un gradient exponentiel de longueur caractéristique  $L_1 = 8$  nm éclairé par un laser en incidence oblique tel que  $\theta = 45^\circ$ , d'amplitude  $a_0 = 10$ . **(d)** Émissions XUV vers l'arrière et vers l'avant associées aux courants transverse sur la surface éclairée du plasma. L'émission vers l'avant est associée à une sur-densité électronique qui se déplace à grande vitesse vers l'intérieur du plasma. Figures extraites de [60, 58].

Lorsque le « miroir » replonge dans la cible, la suite consécutive des effets Doppler comptabilisés pour la réception d'un signal provenant de  $-\infty$  (« redshift ») et l'émission d'un nouveau signal vers  $+\infty$  (« blueshift ») s'annulent consécutivement. Ainsi un observateur situé au delà de la cible ne recevra aucun signal puisque la ré-émission de la surface à  $\omega_0$ , dans la direction  $\omega > \omega_{pe}/\cos\theta$ , avec  $\theta$  l'angle d'incidence de l'onde plane de fréquence  $\omega$ . Pour que cet effet Doppler ne soit pas compensé, il faudrait qu'un faisceau arrive de la face arrière de la cible. C'est ce qui est envisagé dans l'expérience du « Flying Mirror » où deux faisceaux sont utilisés [63, 64, 65]. Dans le cas à un faisceau cependant, c'est impossible. Les modèles de « miroir oscillant » développés dans §2.3 admettent tous comme hypothèse une réflexion totale de l'énergie incidente par le miroir et interdisent toute émission de la face éclairée dans la direction de transmission, vers l'avant. Cependant cette hypothèse est en désaccord avec de nombreux résultats de simulations et d'expériences où des harmoniques XUV provenant de la surface éclairée sont observées dans la direction

transmise.

En 2010, H. George [60, 58] souligna à l'aide de simulation PIC, que pour des gradients de densité courts au niveau de la face éclairée ( $L_1 = 0.01 \lambda_0$ ), la surface avant émet un rayonnement XUV dans la direction de transmission, comme illustré sur la figure 3.4d. Il remarque alors que les courants transverses au niveau de la face éclairée replongent brutalement vers l'intérieur du plasma comme on peut le voir sur la figure 3.4c, et confirme que cette émission est en partie due à un effet Doppler. En analysant le contenu spectral du champ transmis, visible sur la figure 3.5b, il pointe le fait, prédit par R. Lichters [52], que le plasma agit comme un filtre passe-haut et que seuls les harmoniques  $\omega > \omega_{pe} / \cos \theta$  sont transmis.

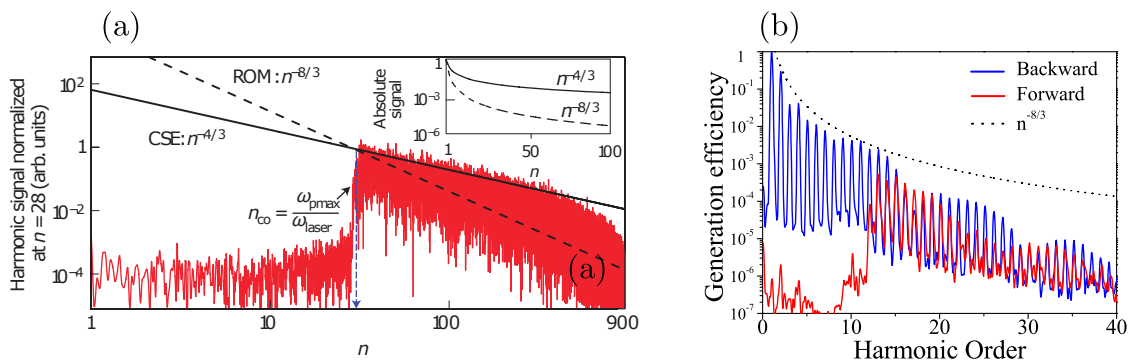


FIGURE 3.5 – Analyse spectrale des champs transmis extraits des simulations PIC 1D dont sont issues respectivement les figures 3.4a, 3.4b et 3.4c, 3.4d. (a) Observation d'une coupure basse fréquence à  $\omega = \omega_{pe}$  et d'une diminution de l'intensité spectrale comme une loi de puissance en  $n^{-4/3}$ . Figure extraite de [9]. (b) Observation d'une coupure basse fréquence à  $\omega = \omega_{pe} / \cos \theta$  pour le spectre des champs se propageant vers l'avant. Figure extraite de [60, 58].

Dans le même temps, D. An der Brugge et A. Pukhov [66, 67] se sont intéressés à décrire le champ émis dans la direction spéculaire avec un modèle 1D d'émission synchrotron cohérente par un paquet d'électrons. Ce modèle tente d'expliquer pourquoi l'équilibre instantané en énergie entre le champ incident et réfléchi n'est pas observé dans certaines conditions d'interaction et donc pourquoi il existe des différences entre la décroissance en loi de puissance du spectre prévu par le modèle développé par Beava et al [5] et celles observées. Une des propriétés de l'émission, ainsi décrite par D. An der Brugge et Pukhov, est qu'elle possède un spectre harmonique qui décroît comme une loi de puissance  $n^{-4/3}$  en intensité.

C'est en utilisant cette perspective sur la génération d'harmoniques que Dromey et al [9] pensent alors pouvoir décrire le rayonnement émit vers l'avant. Il s'agirait d'un rayonnement qui prend sa source au niveau de la face éclairée. Suite à des simulations numérique, en incidence normale, ils remarquent sur que des pics de densités de  $\delta \sim 10$  nm se forment au niveau de la surface éclairée et que ces derniers sont ensuite renvoyés violemment dans le plasma (figures 3.4a et 3.4b). Sans s'intéresser plus au mécanisme du rayonnement, ils remarquent en plus que le spectre du champ transmis à travers la cible, visible sur la figure 3.5a, possède deux caractéristiques. D'abord le spectre possède

une coupure basse fréquence identique à celle observée aussi par H. George. Seules les harmoniques  $\omega > \omega_{pe}$  sont transmises (ici  $\theta = 0$ ). Ensuite l'intensité spectrale semble décroître comme une loi de puissance en  $n^{-4/3}$ , loi de puissance justement prédite par D. An der Brugger et Pukhov. Ils attribuent donc le rayonnement observé en transmission à une émission synchrotron cohérente qui aurait eu lieu au niveau de la face éclairée lorsqu'un pic de densité plonge avec une vitesse proche de  $c$  dans le plasma.

Malheureusement le spectre expérimental présenté dans [9], repris dans la figure 3.6a, ne permet pas de conclure réellement quant à la provenance de l'émission. En effet les simulations 1D de la figure 3.5a montrent clairement une coupure basse fréquence à la fréquence plasma de la cible  $\omega_{pe} = 28\omega_0$  (pour  $\lambda_0 = 1 \mu\text{m}$ ), alors que le spectre de l'expérimental présenté ne montre aucune coupure basse fréquence dans la direction de transmission. En effet, le spectre expérimental n'est tracé que pour des fréquences  $\omega > \omega_{pe}$ .

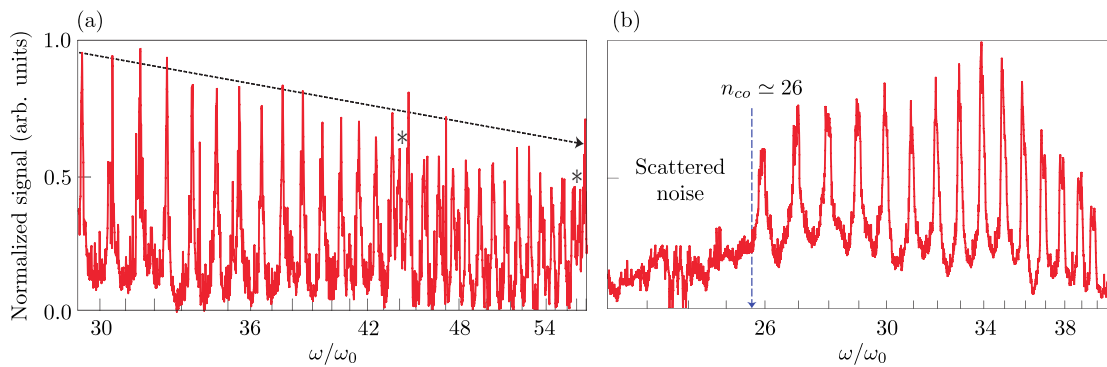


FIGURE 3.6 – Spectre expérimental en transmission d'une feuille de DLC (Diamond-Like Carbon) de 200 nm d'épaisseur et tiré de [9]. **(a)** Spectre obtenu en transmission le long de l'axe de propagation du laser ( $0 \pm 50$  mrad). **(b)** Spectre obtenu hors de l'axe de propagation du laser (entre 35 – 140 mrad). On observe une diminution drastique du signal harmonique quand  $\omega < 26\omega_0$ , qui impliquerait selon [9] une densité solide de  $625 n_c$  avec  $\lambda_0 = 1 \mu\text{m}$ .

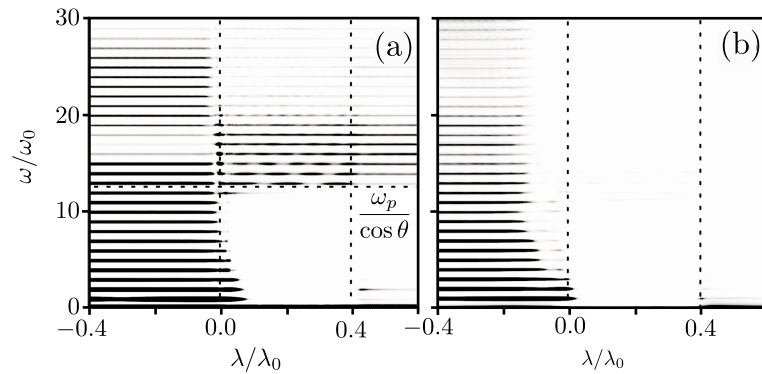


FIGURE 3.7 – Interaction entre un laser en incidence oblique ( $a_0 = 9$  et  $\theta = 45^\circ$ ) et un plasma de densité  $n_e = 80n_c$ , d'épaisseur  $0.4\lambda_0$ . Comparaison des spectres du champ émis vers l'avant ou vers l'arrière en fonction de la longueur de gradient au niveau de la face éclairée. **(a)**  $L_1 = 0.01\lambda_0$ ,  $L_2 = 0\lambda_0$ . Du rayonnement XUV est généré sur la surface avant de la cible tel que  $\omega > \omega_{pe}/\cos\theta$  se propage vers l'avant et traverse la cible. Une réémission à  $\omega_0$  est observé au niveau de la surface arrière, certainement due au mécanisme CTR. **(b)**  $L_1 = 0.06\lambda_0$ ,  $L_2 = 0\lambda_0$ . Aucun rayonnement XUV ne semble se propager vers l'avant. Figures extraites de [60, 58].

Enfin, H. George [60, 58] remarque que des gradients exponentiels plus longs ( $L_1 = 0.06\lambda_0$ ) au niveau de la surface éclairée, comme illustrée sur la figure 3.7a et 3.7b réduisent le signal émis vers l'avant jusqu'à l'éteindre. Cet effet est attribué à la force de rappel électrostatique moins importante dans le cas des longs gradients. Les électrons ne sont alors plus suffisamment rapides pour émettre vers l'avant.

## 3.2 Des résultats contradictoires sur UHI 100 : Vers de nouveaux mécanismes

En faisant la synthèse des mécanismes d'émission vers l'avant, on s'attend alors à observer des spectres présentant des structures assez différentes suivant que le laser arrive en incidence oblique ou en incidence normale sur le plasma et que ce dernier présente un gradient sur sa face éclairée et/ou arrière, de longueur respective  $L_1$  et  $L_2$  :

1. Dans le cas où le laser arrive avec un angle d'incidence  $\theta = 0$ , aucun harmonique issu du mécanisme CWE n'est attendu quelque soit la longueur de  $L_2$  (Ces fréquences sont interdites, car les courants dans le plasma sont parallèles à la direction d'observation ( $\mathbf{J} \parallel \mathbf{n} \parallel \mathbf{e}_x$ ). Si  $L_1$  est suffisamment petit, comme illustré par [60, 58], alors on observera des harmoniques intenses tels que  $\omega > \omega_{pe}$ . Quelques harmoniques de faible intensité proche de  $\omega_0$  peuvent à priori être présente grâce au mécanisme CTR.
2. Dans le cas où le laser arrive avec un angle d'incidence  $\theta \neq 0$  et si  $L_2$  n'est pas nul on pourra observer des harmoniques CWE jusqu'à  $\omega_{pe}$  dans la direction de transmission. Si  $L_1$  est suffisamment petit [60, 58] alors on observera simultanément des harmoniques tels que  $\omega > \omega_{pe}/\cos\theta$ .

Par construction, il existerait ainsi une zone « sombre » dans le spectre, vierge de tout rayonnement harmonique  $< \omega_{pe}$  lorsque  $\theta = 0$  et  $\in [\omega_{pe}, \omega_{pe}/\cos\theta]$  lorsque  $\theta \neq 0$ . On peut définir cette zone pour des paramètres expérimentaux bien déterminés. On notera que le contraste du laser utilisé doit être « suffisamment bon » pour que les gradients  $L_1$  et  $L_2$  soient suffisamment court le temps de l'interaction avec l'impulsion principale.

Pour vérifier cette prédiction, des expériences sur feuilles minces ont été réalisées avec le laser UHI100 par A. Denoëud et L. Chopineau. Ces derniers ont étudié l'interaction d'un laser d'amplitude  $a_0 \simeq 5 - 10$ , d'une durée de 25fs, en incidence oblique  $\theta = 60^\circ$  sur une feuille d'aluminium et de Mylar. Dans le cas où le laser d'amplitude  $a_0 \gg 1$  arrive avec un angle d'incidence  $\theta = 60^\circ$  sur du Mylar ou de l'aluminium ( $\omega_{pe} \simeq 16 - 20\omega_0$ ) on définit cette zone comme l'intervalle  $[16\omega_0, 32\omega_0]$  ou  $[20\omega_0, 40\omega_0]$  respectivement. En faisant varier le gradient de densité sur la surface avant, ces derniers retrouvent une longueur optimale pour  $L_1 \simeq 0.08\lambda_0$  telle que l'émission dans la direction spéculaire soit maximale. Cependant, pour ces valeurs de  $L_1$ , aucun harmonique en transmission n'est observé. Ce résultat expérimental est en adéquation avec les prédictions et résultats numériques de H. George [60, 58] présentés sur la figure 3.8. Lorsque  $L_1 \rightarrow 0\lambda_0$ , le signal harmonique dans la direction spéculaire devient moins intense cependant on voit apparaître un signal dans la direction de transmission. Sans connaître spécifiquement la



taille caractéristique du gradient arrière  $L_2$  qui doit rester suffisamment petite sur le temps de l'interaction (la longueur de Debye  $\lambda_{De}$  est faible et la vitesse d'expansion ionique de l'ordre de  $cs = 0.2\text{nm}\cdot\text{fs}^{-1}$ ), on observe sur la figure 3.8 des harmoniques de fréquence  $\omega < \omega_{pe}$  que l'on pourrait attribuer dans un premier temps au mécanisme CWE décrit plus haut.

Une chose plus étonnante réside dans la présence d'harmoniques,  $\omega > \omega_{pe}$  mais telle que  $\omega < \omega_{pe}/\cos\theta = 32\omega_0$ . Ces résultats contradictoires montrent qu'il n'existe pas de « zones sombres » dans le spectre tel que, pour un intervalle de fréquence donné, défini par les caractéristiques du système, le rayonnement soit nécessairement nul. Comme les harmoniques  $\omega < \omega_{pe}/\cos\theta$  ne peuvent traverser la cible, elles sont très certainement générées sur la face arrière. Le mécanisme CWE n'étant valable que pour des fréquences  $\omega < \omega_{pe}$ , il nous faut chercher d'autres mécanismes capable d'aboutir à l'émission d'ondes électromagnétiques en face arrière dans la direction de transmission.

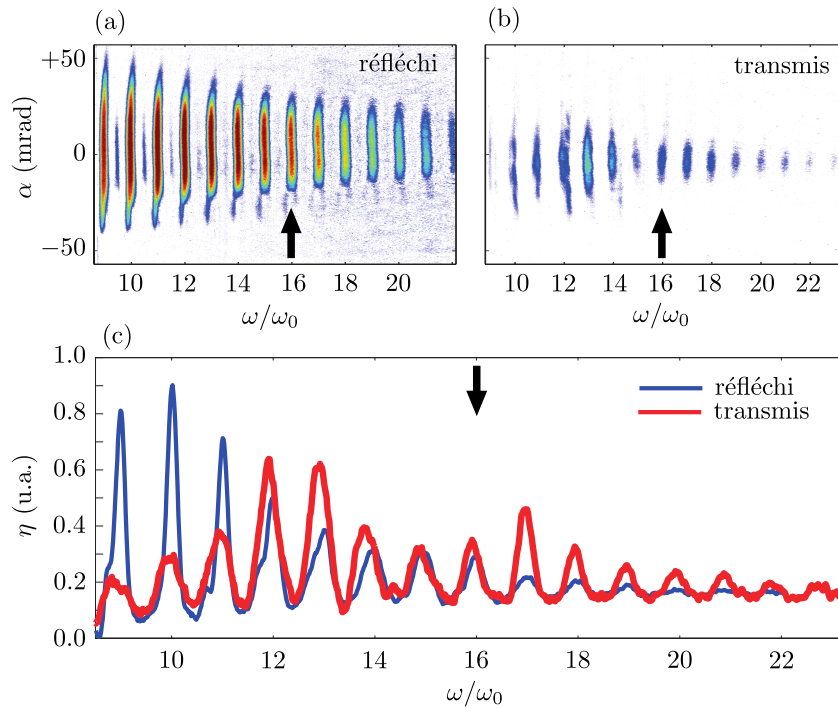


FIGURE 3.8 – Résultats expérimentaux de l'interaction entre un laser d'amplitude  $a_0 = 5$  en incidence oblique  $\theta = 60^\circ$  et une feuille mince de Mylar de  $\sim 200$  nm d'épaisseur ( $\omega_{pe} \simeq 16\omega_0$ ). **(a)** Spectre du rayonnement dans la direction spéculaire pour  $L_1 \simeq 0.08 \lambda_0$ . C'est l'optimum expérimental pour la génération d'harmonique lorsque la dynamique est relativiste. **(b)** Spectre du rayonnement dans la direction de transmission pour  $L_1 \simeq 0.0 \lambda_0$ . On observe des harmoniques telles que  $\omega < \omega_{pe}$  qui peuvent être potentiellement générées par le mécanisme CWE. Cependant aucun mécanisme n'explique actuellement la présence d'harmonique tel que  $\omega > \omega_{pe}$  et  $\omega < \omega_{pe}/\cos\theta$ . **(c)** Coupe à  $\alpha = 0$ , définit comme la direction de réflexion/transmission, des spectres normalisés en réflexion et en transmission, pour  $L_1 = 0.08 \lambda_0$  et  $L_1 = 0.0 \lambda_0$  respectivement.

Nous nous proposons dans la suite de ce manuscrit d'étudier numériquement, à l'aide d'un code Particle-In-Cell, l'interaction laser-plasma dans les conditions de l'expérience ci dessus. Nous essayerons alors d'isoler le rayonnement issu de la face arrière de celui en provenance de la face éclairé pour pouvoir ensuite étudier en détail les trajectoires des électrons au moment de l'émission XUV. En particulier, nous utiliserons les formules de Lienard et Wiechert afin de décortiquer la dynamique électronique et d'isoler le phénomène responsable de l'émission.



## Deuxième partie

### Outils numériques et méthodes utilisées



---

## CONTENU

---

<b>4</b>	<b>Description cinétique de l'interaction laser-plasma</b>	<b>87</b>
4.1	Système d'équations de Vlasov-Maxwell	88
4.2	La méthode « Particle-in-cell »(PIC)	90
4.2.1	Initialisation de la simulation	91
4.2.2	La boucle PIC	92
4.3	Présentation succincte du code PIC SMILEI	97
4.3.1	La stratégie de parallélisation	98
4.3.2	Les diagnostics et le post-traitement	99
4.3.3	Le fichier d'entrée	101
<b>5</b>	<b>Les simulations 2D dans Smilei : Méthodes, limitations</b>	<b>103</b>
5.1	Le référentiel mobile ou « Boosted-Frame »2D dans SMILEI	103
5.2	Plasma à la dérive et instabilité Cherenkov numérique	106
5.3	Schéma FDTD paramétrique d'ordre 4	108
5.3.1	Schéma numérique modifié de type 1 : Contrôler la dispersion	109
5.3.2	Schéma numérique modifié de type 2 : Contrôler l'instabilité Cherenkov	112
5.3.3	Test du schéma numérique modifié : Aspect général des simulations de test et discussion autour du chauffage numérique	113
5.3.4	Décalage vers les hautes fréquences du mode $m=0$ de l'instabilité Cherenkov numérique	114
5.3.5	Suppression raisonnable de l'instabilité Cherenkov et de la dispersion : Le lissage des courants	116
5.3.6	Chauffage numérique dû à l'instabilité Cherenkov pour un plasma dense avec un schéma numérique de Cole-Karkainen-Cowan	118
5.3.7	Le miroir plasma dans le référentiel mobile	120
5.3.8	Influence de l'anisotropie dans un schéma type CKC pour la génération d'harmoniques	123
5.3.9	Le miroir plasma dans le référentiel du laboratoire	124
<b>6</b>	<b>Diagnostic numérique pour les champs électromagnétiques rayonnés à l'infini</b>	<b>127</b>
6.1	Cinématique à 3 dimensions d'espace	127
6.2	Cinématique à 3 dimensions dans le cas particulier d'un plan de courant infini et transverse à la direction d'observation	130
6.3	Dynamique	131

---



# Chapitre 4

## Description cinétique de l'interaction laser-plasma

Comme on a pu le voir précédemment, il existe une grande variété de plasmas qui ont tous des caractéristiques très différentes. On peut cependant les scinder en deux grandes catégories. Pour cela, il suffit de comparer les énergies d'interaction potentielle entre deux électrons ou encore entre un électron et un ion, avec l'énergie thermique. La longueur de Landau  $\lambda_{Ld}$  correspond à la distance sur laquelle l'énergie thermique d'agitation égalise l'énergie d'interaction coulombienne. On a :

$$k_B T = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0\lambda_{Ld}} \leftrightarrow \lambda_L = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 k_B T} \quad (4.1)$$

Dans notre cas, il n'est pas nécessaire de résoudre les interactions qui lient chacune des particules du plasma. Dans nos régimes d'interaction le laser va chauffer le plasma à des températures de l'ordre de  $10^{-2} - 1$  keV. Ainsi  $\lambda_L \ll \lambda_D$  qui est la distance à laquelle une densité de charge  $n_e$  se fait finalement écranter par les autres ensembles de charges qui l'entourent. Les électrons bougent autour de ions avec suffisamment d'énergie cinétique pour que les événements de recombinaison par exemple soient négligeables. Un « modèle à N corps » où l'on considérerait les interactions particule-particule n'est pas un modèle pertinent [68].

Cependant, les plasmas que l'on considère ne sont pas non plus à l'équilibre locale thermodynamique pendant une interaction avec un laser intense. La seule connaissance de la vitesse moyenne, de la température et de la densité de particules, comme en hydrodynamique, n'est pas suffisante. Localement, le plasma peut être constitué de particules aux vitesses très différentes. En particulier, il est nécessaire de résoudre et de connaître les trajectoires des particules pour étudier des phénomènes comme l'émission cohérente par effet de sillage. La « description fluide » n'est pas adaptée pour rendre compte des phénomènes que l'on veut étudier.



## 4.1 Système d'équations de Vlasov-Maxwell

Considérons un ensemble de  $N_p$  particules ponctuelles soumises à des forces extérieures. Soit le Lagrangien  $L(q_i, \dot{q}_i, t) = T - V$  et l'Hamiltonien<sup>(1)</sup>  $H(q_i, p_i, t) = T + V$  de ce système, où  $q_i$ ,  $\dot{q}_i$  et  $p_i \equiv \partial L / \partial \dot{q}_i$  sont respectivement les positions, les vitesses et les impulsions généralisées des  $N_p$  particules. On peut définir une fonction, appelée « fonction de distribution à N particules », qui décrit cet ensemble à tous les instants dans l'espace des phases à l'aide d'une collection de taille  $N$  de position et d'impulsion  $(\mathbf{q}_N, \mathbf{p}_N)$  indépendantes les unes des autres :

$$f_N(\mathbf{q}_N, \mathbf{p}_N, t) = \frac{1}{N_p} \sum_{p=1}^N \delta(\mathbf{q} - \mathbf{q}_p(t)) \delta(\mathbf{p} - \mathbf{p}_p(t)) \quad (4.2)$$

Le nombre total de particules composant le système à un temps donné est défini par :

$$N_p = \iint_{-\infty}^{+\infty} f(\mathbf{q}, \mathbf{p}, t) d\mathbf{q} d\mathbf{p} = \int_V f(\mathbf{q}, \mathbf{p}, t) dV \quad (4.3)$$

Où  $d\mathbf{q} d\mathbf{p} \equiv dV$  est un élément de volume dans l'espace des phases. La conservation du nombre de particules dans  $V$  dans le temps impose que :

$$\frac{dN_p}{dt} = \int_V \frac{\partial f}{\partial t} dV + \oint_S \mathbf{J}_\varphi \cdot d\mathbf{S} = 0 \quad (4.4)$$

Avec  $\mathbf{J}_\varphi = f\mathbf{V}_\varphi$ , le vecteur densité de courant dans l'espace des phases,  $\mathbf{V}_\varphi = (\dot{\mathbf{q}}, \dot{\mathbf{p}})$  et  $S$  la surface sous-tendue par le volume  $V$ . D'après le théorème de Green-Ostrogradsky (flux-divergence), on peut réécrire cette équation comme :

$$\frac{dN_p}{dt} = \int_V \left( \frac{\partial f}{\partial t} + \nabla_{\mathbf{q}, \mathbf{p}} \cdot \mathbf{J}_\varphi \right) dV = \int_V \left( \frac{\partial f}{\partial t} + \nabla_{\mathbf{q}, \mathbf{p}} \cdot (f\mathbf{V}_\varphi) \right) dV \quad (4.5)$$

L'intégrande doit s'annuler puisque le volume est arbitrairement grand. Il nous faut alors calculer le terme  $\nabla_{\mathbf{q}, \mathbf{p}} \cdot (f\mathbf{V}_\varphi)$ . L'analyse vectorielle nous donne  $\nabla_{\mathbf{q}, \mathbf{p}} \cdot (f\mathbf{V}_\varphi) = \mathbf{V}_\varphi \cdot \nabla_{\mathbf{q}, \mathbf{p}} f + f \nabla_{\mathbf{q}, \mathbf{p}} \cdot \mathbf{V}_\varphi$ . Soit  $S$  l'action qui caractérise l'état de notre système et son évolution :

$$S(\mathbf{q}, \mathbf{p}) = \int dt L(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, t) \int dt \left( \mathbf{p} \cdot \dot{\mathbf{q}} - H(\mathbf{q}, \mathbf{p}, t) \right) \quad (4.6)$$

En appliquant le principe de moindre action  $\delta S = 0$ , on obtient les équations de Hamilton :

$$\dot{q}_i = + \frac{\partial H}{\partial p_i} \quad \dot{p}_i = - \frac{\partial H}{\partial q_i} \quad (4.7)$$

<sup>(1)</sup>L'Hamiltonien est la transformée de Legendre du Lagrangien soit  $H = p\dot{q} - L$

En utilisant ces deux dernières égalités sur  $\nabla_{\mathbf{q},\mathbf{p}} \cdot (f\mathbf{V}_\varphi)$  on obtient :

$$\mathbf{V}_\varphi \cdot \nabla_{\mathbf{q},\mathbf{p}} f + f \nabla \cdot \mathbf{V}_\varphi = \mathbf{V}_\varphi \cdot \nabla_{\mathbf{q},\mathbf{p}} f + \sum_i \frac{\partial^2 H}{\partial q_i \partial p_i} - \frac{\partial^2 H}{\partial p_i \partial q_i} = \mathbf{V}_\varphi \cdot \nabla_{\mathbf{q},\mathbf{p}} f \quad (4.8)$$

On retrouve le théorème de Liouville<sup>(2)</sup> :

$$\frac{df}{dt} = \frac{\partial f}{\partial t} + \frac{\partial f}{\partial \mathbf{r}} \frac{d\mathbf{r}}{dt} + \frac{\partial f}{\partial \mathbf{p}} \frac{d\mathbf{p}}{dt} = 0 \quad \text{avec} \quad \frac{d\mathbf{p}}{dt} = q(\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}) \quad \text{et} \quad \frac{d\mathbf{r}}{dt} = \frac{\mathbf{p}}{\gamma m} \quad (4.9)$$

C'est l'équation de Vlasov. Les interactions entre particules n'existent qu'au travers d'un potentiel  $\varphi$  moyen créé par l'ensemble particules du plasma et/ou par un champ extérieur. L'équation reste valide tant que les effets collectifs l'emportent sur les interactions « particule-particule ». Si la fonction de distribution ne peut être décrite par une Maxwellienne on adoptera une « description cinétique » plutôt qu'une « description hydrodynamique », c'est à dire que l'on devra résoudre l'équation de Vlasov plutôt que de calculer les moments de la fonction de distribution [69]. Comme  $d\mathbf{p}/dt$  dépend de  $\mathbf{E}$  et de  $\mathbf{B}$ , on doit aussi résoudre les équations de Maxwell (dans le vide avec sources) :

$$\begin{aligned} (a) \text{ Maxwell-Gauss : } \quad \nabla \cdot \mathbf{E} &= \frac{\varrho}{\varepsilon_0} & (c) \text{ Maxwell-Faraday : } \quad \nabla \times \mathbf{E} &= -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \\ (b) \text{ Maxwell-Thomson : } \quad \nabla \cdot \mathbf{B} &= 0 & (d) \text{ Maxwell-Ampère : } \quad \nabla \times \mathbf{B} &= \mu_0 \mathbf{J} + \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \end{aligned} \quad (4.10)$$

D'où on déduit l'équation de conservation de la charge à partir de l'équation (4.10.a) et (4.11.d) :

$$\frac{\partial \varrho}{\partial t} + \nabla \cdot \mathbf{J} = 0 \quad (4.11)$$

On définit la densité de charge et de courant comme :

$$\varrho(\mathbf{r}, t) = \sum_{s \equiv \text{espèces}} q_s \rho_s(t, \mathbf{r}) \quad (4.12)$$

$$\mathbf{J}(\mathbf{r}, t) = \sum_{s \equiv \text{espèces}} q_s \rho_s(t, \mathbf{r}) \mathbf{v}_s(t, x) \quad (4.13)$$

Où à l'aide de la fonction de distribution :

$$\varrho(\mathbf{r}, t) = \sum_{s \equiv \text{espèces}} q_s \int_{-\infty}^{+\infty} f_s(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t) d\mathbf{p} \quad (4.14)$$

$$\mathbf{J}(\mathbf{r}, t) = \sum_{s \equiv \text{espèces}} q_s \int_{-\infty}^{+\infty} \mathbf{v}_s(t, x) f_s(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t) d\mathbf{p} \quad (4.15)$$

Si les interactions « particule-particule » ne sont plus négligeables cependant, le terme de droite dans l'équation de Vlasov n'est plus nul. On ajoute de manière « ad-hoc » des

---

<sup>(2)</sup>La fonction de distribution est constante le long de n'importe quelle trajectoire de l'espace des phases.

termes supplémentaire pour, par exemple, décrire les collisions ou la diffusion :

$$\frac{df}{dt} = \frac{\partial f}{\partial t} + \frac{\partial f}{\partial \mathbf{r}} \frac{d\mathbf{r}}{dt} + \frac{\partial f}{\partial \mathbf{p}} \frac{d\mathbf{p}}{dt} = \left( \frac{\partial f}{\partial t} \right)_{coll} + \left( \frac{\partial f}{\partial t} \right)_{diff} \quad (4.16)$$

## 4.2 La méthode « Particle-in-cell » (PIC)

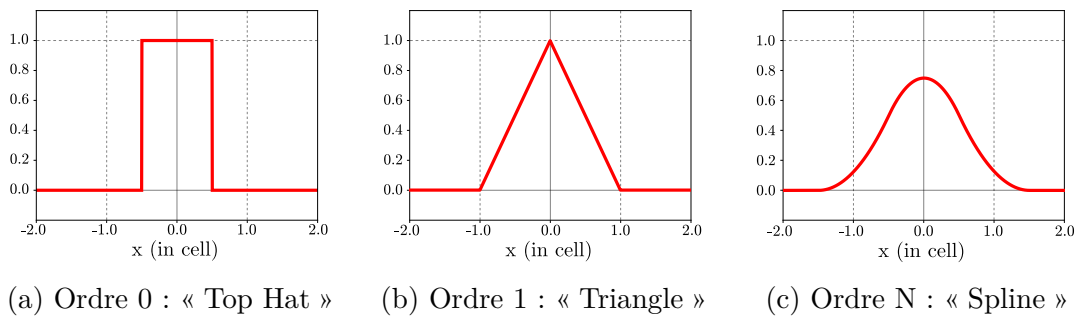


FIGURE 4.1 – Fonction définissant la forme des macro-particules. L'ordre définit le nombre de convolutions de la fonction de Heavyside avec elle-même. L'intégrale sous la courbe vaut 1. Plus l'ordre est grand, plus la macro-particule s'étale sur des points de grille.

Pour obtenir l'évolution de la fonction de distribution, il nous suffirait alors de discrétiser l'espace des phases et de résoudre la dynamique de cette fonction. En pratique, dans le cas général où  $f$  est une fonction à sept dimensions cette méthode est très compliquée à mettre en œuvre. Elle n'est utilisable que pour étudier, sur des temps courts, des problèmes à trois ou quatre dimensions (une dimension pour l'espace et deux ou trois pour les vitesses). Une approche plus économique consiste à ne plus considérer l'évolution temporelle de cette fonction de distribution, mais plutôt l'évolution d'un nombre important de macro-particules, éléments discrets de la fonction de distribution et qui représente un ensemble de particules contenues dans un petit volume de l'espace des phases. On résout donc l'équation de Vlasov en approchant la fonction de distribution avec une somme de macro-particules :

$$f(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t) \equiv \sum_{p=1}^N w_p S(\mathbf{r} - \mathbf{r}_p(t)) \delta(\mathbf{p} - \mathbf{p}_p(t)) \quad (4.17)$$

Où  $w_p = n_s(x_p(t=0))/N_s(x_p(t=0))$  est un poids numérique,  $S(\mathbf{r})$  est la fonction de forme de la macro-particule (un spline), illustré sur la figure 4.1 centrée sur la position de la macro-particule  $\mathbf{r}_p(t)$ .  $N_s$  est le nombre de particule par espèce et  $n_s$  la densité par espèce. Enfin  $\delta(\mathbf{p})$  est la distribution de Dirac sur les impulsions. On insert alors l'équation (4.17) dans l'équation de Vlasov (4.9) et, en considérant que toutes les macro-particules

n'interagissent pas directement les uns des autres on obtient le système dynamique :

$$\frac{d\mathbf{r}_p}{dt} = \mathbf{v}_p \quad (4.18)$$

$$\frac{d\mathbf{p}_p}{dt} = q_s \left( \mathbf{E}_p + \mathbf{v}_p \times \mathbf{B}_p \right) \quad (4.19)$$

Ainsi la méthode « PIC » consiste obtenir la trajectoire d'une macro-particule, régie par les mêmes lois que celles suivies par une particule ponctuelle dans un champ extérieur moyen. Les champs électriques et magnétiques qui apparaissent dans l'équation (4.19) sont les champs calculés sur une grille, interpolés à la position de la particule [68, 70] :

$$\mathbf{F}_p = \int S(\mathbf{r} - \mathbf{r}_p) \mathbf{F}(\mathbf{r}) d\mathbf{r} \quad \forall \mathbf{F} \in \{\mathbf{E}, \mathbf{B}\} \quad (4.20)$$

On intègre alors numériquement les équations (4.18) et (4.19) en connaissant les champs à la position de la macro-particule §(4.2.2.a). Bien que les trajectoires de ces macro-particules puissent prendre n'importe quelle valeur dans l'espace des phases (les variables  $x_i$  et  $p_i$  sont continues), les champs, eux, sont définis sur une grille spatiale et sont calculés en intégrant les équations de Maxwell sur cette même grille. Les deux principales méthodes numériques utilisées dans notre domaine pour les calculer sont à différences finies, « Finite Difference Time Domain » (FDTD) ou Pseudo-Spectrales, « Pseudo-Spectral Time-Domain »/« Pseudo-Spectral Analytical Time-Domain » (PSTD/PSATD).

Le code PIC SMILEI [70] utilisé tout au long de cette thèse repose sur la méthode FDTD. Différents schémas numériques, que nous verrons un peu plus bas §(4.2.2.c), ont été développés pour discrétiser et intégrer les équations de Maxwell. Chacun de ces algorithmes suit sa propre condition de Courant-Friedrich-Lewy (CFL) qui assure sa stabilité.

### 4.2.1 Initialisation de la simulation

Avant de résoudre la simulation au cours du temps, il est nécessaire d'initialiser correctement le système en décrivant la fonction de distribution de chaque espèce à l'instant initial  $f_s(t = 0, \mathbf{r}, \mathbf{p})$ . Ainsi à  $t=0$ , il faut d'abord définir le profil spatial de la densité de charge  $\rho_s = q_s n_s$  pour l'ensemble des espèces présentes. On décrit le profil des moments en définissant la température  $f_s(T_s)$  de l'espèce centré sur une vitesse moyenne  $\langle \mathbf{v}_s \rangle$ . Les  $N_s$  macro-particules de l'espèce, qui discrétisent la fonction de distribution, sont alors positionnées dans la simulation de telle manière à ce que  $f_s(t = 0, \mathbf{r}, \mathbf{p})$  soit correctement décrite.

Les densités totales de charge  $\rho(t = 0, \mathbf{r})$  et de courant  $\mathcal{J}(t = 0, \mathbf{r})$  sont alors projetés sur la grille et les champs électriques à  $t = 0$  sont calculés en résolvant l'équation de Poisson, ou de manière similaire l'équation de Maxwell-Gauss (4.10.a).

Enfin, pour parfaire la description de l'état initial de la simulation, des champs  $\mathbf{F}$  peuvent être introduits à  $t = 0$ .

Il convient ici de préciser que, pour éviter toute incohérence avec la boucle PIC

à venir, et pour s'assurer de la stabilité de l'ensemble de la simulation, les impulsions et les courants doivent être calculés pour le demi-instant précédent l'instant initial, soit  $t = -1/2$ .

## 4.2.2 La boucle PIC

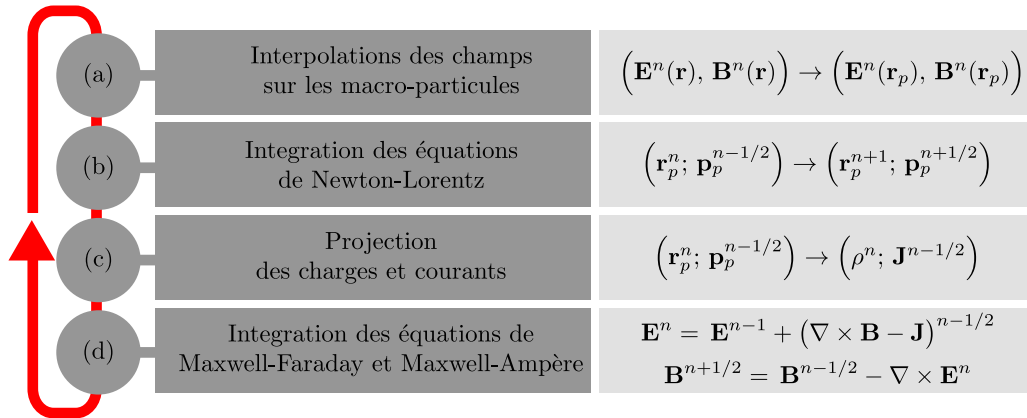


FIGURE 4.2 – La boucle de l'algorithme PIC

Après l'initialisation, la boucle PIC, définie sur un pas de temps, peut commencer. Elle se compose de 4 étapes successives : (a) Interpoler les champs électromagnétiques sur la position de chaque macro-particule ; (b) Résoudre numériquement les équations (4.19) et (4.18) et calculer ainsi les nouvelles vitesses  $\{\mathbf{v}_p\}$  et positions  $\{\mathbf{r}_p\}$  de toutes les macro-particules ; (c) Projeter la nouvelle distribution de charge  $\rho_s$  et de courant  $\mathbf{j}_s$  pour toutes les espèces sur la grille ; (d) Résoudre numériquement (4.10.c) et (4.11.d) pour obtenir les nouveaux champs électromagnétiques sur la grille. Ces 4 étapes sont résumées sur la figure (4.2). Nous allons décrire brièvement les étapes (b) et (d) qui entraîne la discrétisation du temps et de l'espace respectivement. Pour une description plus profonde, on pourra se référer à l'ouvrage de Birdsall and Langdon [68].

### 4.2.2.a Les pousseurs de particules

Dès lors que les champs électromagnétiques sont connus à la position de chaque macro-particule, nous pouvons calculer leurs nouveaux moments et leurs nouvelles positions. Soit  $\mathbf{r}_p^n$  et  $\mathbf{p}_p^n$  respectivement la position et l'impulsion de la particule  $p$  au pas de temps  $n$ . Et soit  $\mathbf{E}_p^n$  et  $\mathbf{B}_p^n$  les champs électrique et magnétique au pas de temps  $n$  interpolés sur la position de la particule  $p$ . On calcule les moments  $\mathbf{p}_p^{n+1/2}$  et les positions  $\mathbf{r}_p^{n+1}$  tels que :

$$\mathbf{p}_p^{n+1/2} = \mathbf{p}_p^{n-1/2} + q_s \Delta t \left( \mathbf{E}_p^n + \frac{\mathbf{v}_p^{n+1/2} + \mathbf{v}_p^{n-1/2}}{2} \mathbf{B}_p^n \right) \quad (4.21)$$

$$\mathbf{r}_p^{n+1} = \mathbf{r}_p^n + \Delta t \frac{\mathbf{p}_p^{n+1/2}}{\gamma_p} \quad (4.22)$$

On remarquera que ces deux équations différentielles du premier ordre sont décalées d'un demi-pas de temps. Cette méthode numérique, dite « leapfrog », est une méthode explicite du second ordre qui contrairement à une méthode d'Euler traditionnelle est stable pour décrire les mouvements oscillatoires du moment où  $\Delta t \leq 2/\omega$  [68]. Cependant, une application stricto sensu de cet algorithme ne permet pas de résoudre convenablement le mouvement d'une particule dans un champ magnétique. Par exemple, une particule chargée avec une vitesse initiale dans un champ magnétique uniforme gagne de l'énergie. Or la force exercée par le champ magnétique sur la particule ne fournit, en réalité, aucun travail. Boris [71], Vay [72] et Higuera [73] proposèrent des formulations alternatives de cette méthode numérique assurant une description satisfaisante des trajectoires des macro-particules relativistes dans des champs électromagnétiques.

Par exemple, Boris propose d'appliquer pendant la moitié d'un pas de temps le champ électrique, puis d'effectuer la rotation complète due au champ magnétique, et enfin d'appliquer pendant l'autre moitié du pas de temps de nouveau le champ électrique.

#### 4.2.2.b La déposition des charges et des courants

Avant de résoudre les équations de Maxwell sur la grille, il faut mettre à jour les valeurs prises par les termes sources sur cette même grille, c'est-à-dire déposer/projeter les densités de charge  $\rho$  et de courant  $\mathcal{J}$  sur la grille après avoir déplacé les macro-particules. Bien que la charge soit conservée au cours du temps dans l'espace continu, elle ne l'est pas dans un espace discrétisé [74]. L'erreur accumulée à chaque pas de temps entraîne par suite des résultats non physiques. Cependant, résoudre l'équation (4.10.a) à chaque pas de temps et appliquer une correction aux champs [75] (« Boris Correction »/« Divergence Cleaning ») serait bien trop coûteux, car l'équation est non locale dans le sens où il faut connaître la distribution de charge partout dans le domaine simulé pour trouver la solution de l'équation. J. Villasenor, O. Buneman puis T. Esirkepov [76, 77] proposèrent alors de vérifier l'équation de continuité (4.11) localement pour s'assurer de la conservation de la charge dans l'ensemble de l'espace simulé au cours du temps. Les densités de courant, dans la dimension de la grille, sont calculées à partir du flux des charges à travers les bords de chaque cellule. Ainsi on 2D, on trouve :

$$(J_{x,p})_{i+1/2,j}^{n+1/2} = (J_{x,p})_{i-1/2,j}^{n+1/2} + qw_p \frac{\Delta x}{\Delta t} (W_x)_{i+1/2,j}^{n+1/2} \quad (4.23)$$

$$(J_{y,p})_{i,j+1/2}^{n+1/2} = (J_{y,p})_{i,j-1/2}^{n+1/2} + qw_p \frac{\Delta y}{\Delta t} (W_y)_{i,j+1/2}^{n+1/2} \quad (4.24)$$

Où  $W_x^{n+1/2}$  et  $W_y^{n+1/2}$  sont des coefficients calculés à partir des positions  $x_p^{n+1}$  et  $x_p^n$ , comme expliqué dans [77]. Pour les dimensions non simulées (et qui ne possèdent pas de grille), on procède à une simple projection des courants :

$$(J_{z,p})_{i,j} = qw_p \mathbf{v}_p \int S(\mathbf{r} - \mathbf{r}_p) d\mathbf{r} \quad (4.25)$$

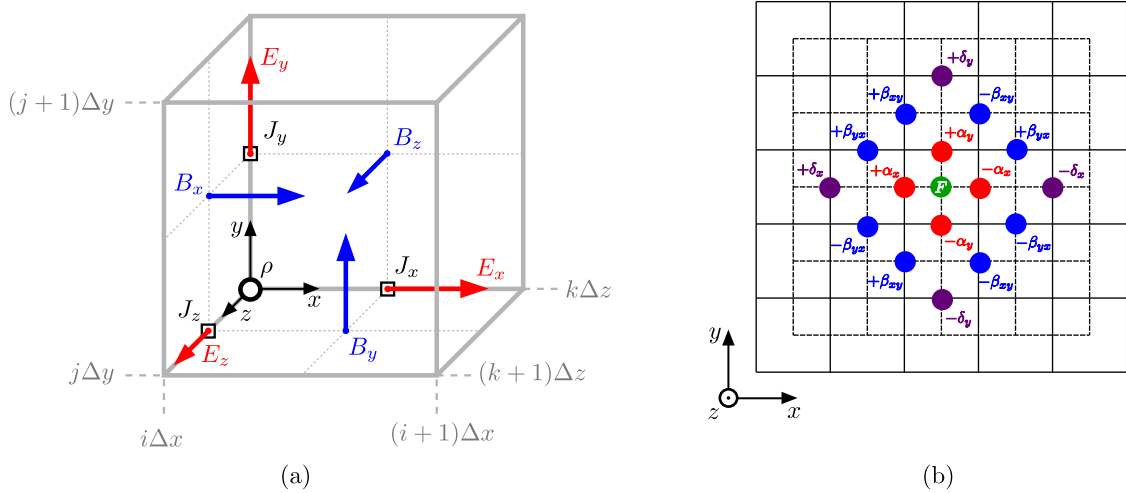


FIGURE 4.3 – (a) Représentation de la grille spatiale utilisée dans le *solver* proposé par Yee [78]. Les densités de charge  $\rho$  se situent aux nœuds des cellules. Les courants et les champs électriques au centre de chacune des arêtes d'une cellule. Les champs magnétiques enfin se situent au centre de chaque face d'une cellule. On remarque par exemple que la circulation d'un champ  $\mathbf{E}$  le long des arêtes d'une face est lié à un champ  $\mathbf{B}$  perpendiculaire à cette même face. (b) Position des coefficients sur la grille permettant de discrétiser l'opérateur  $\nabla$  dans l'équation (4.27). Dans le cas où  $F$  représente le champ  $B_z$ , les lignes horizontales correspondent au champ  $E_x$ , les lignes verticales au champ  $E_y$ .

#### 4.2.2.c Les schémas FDTD

La méthode FDTD est souvent utilisée dans les codes PIC pour résoudre les équations de Maxwell. Différents schémas ont été développés au cours du temps, chacun présentant des caractéristiques différentes, particulièrement en ce qui concerne la dispersion numérique des ondes électromagnétiques dans le vide. Nous allons ici décrire brièvement la méthode FDTD et en présenter quelques versions. Comme l'équation (4.11.b) ne dépend physiquement pas du temps, et que la méthode de Esirkepov [77] vu dans la section précédente §(4.2.2.b s'occupe de conserver localement la charge, il n'est pas nécessaire de les résoudre à chaque pas de temps. On se concentre alors sur les équations (4.10.c) et (4.11.d) que l'on réécrit :

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = -\nabla \times \mathbf{E} \quad (4.26)$$

$$\frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} = +\nabla \times \mathbf{B} - \mathcal{J} \quad (4.27)$$

On se contentera par la suite de ne considérer que le plan 2D ( $\mathbf{e}_x, \mathbf{e}_y$ ). Quelque soit le schéma numérique utilisé, on discrétise l'équation (4.26) toujours de la même façon pour

rester cohérent avec la méthode développée par [77], telle que :

$$\frac{(E_x)_{i+1/2,j}^{n+1} - (E_x)_{i+1/2,j}^n}{\Delta t} = + \frac{(B_z)_{i+1/2,j+1/2}^{n+1/2} - (B_z)_{i+1/2,j-1/2}^{n+1/2}}{\Delta y} - (j_x)_{i+1/2,j}^{n+1/2} \quad (4.28)$$

$$\frac{(E_y)_{i,j+1/2}^{n+1} - (E_y)_{i,j+1/2}^n}{\Delta t} = - \frac{(B_z)_{i+1/2,j+1/2}^{n+1/2} - (B_z)_{i-1/2,j+1/2}^{n+1/2}}{\Delta x} - (j_y)_{i,j+1/2}^{n+1/2} \quad (4.29)$$

Où  $\Delta t$ ,  $\Delta x$  et  $\Delta y$  sont les pas de temps et d'espace suivant  $\mathbf{e}_x$  et  $\mathbf{e}_y$ .  $n$  représente l'indice du pas de temps.  $i$  et  $j$  sont respectivement les positions indexées sur la grille 2D ( $\mathbf{e}_x$ ,  $\mathbf{e}_y$ ). L'intégration en temps des champs utilise aussi un algorithme de type « leapfrog ». On discrétise alors l'équation (4.27) telle que :

$$\begin{aligned} \frac{(B_z)_{i+1/2,j+1/2}^{n+1/2} - (B_z)_{i+1/2,j+1/2}^{n-1/2}}{\Delta t} = & + \alpha_y \frac{(E_x)_{i+1/2,j+1}^n - (E_x)_{i+1/2,j}^n}{\Delta y} - \alpha_x \frac{(E_y)_{i+1,j+1/2}^n - (E_y)_{i,j+1/2}^n}{\Delta x} \\ & + \beta_{yx} \frac{(E_x)_{i+3/2,j+1}^n - (E_x)_{i+3/2,j}^n}{\Delta y} + \beta_{yx} \frac{(E_x)_{i-1/2,j+1}^n - (E_x)_{i-1/2,j}^n}{\Delta y} \\ & - \beta_{xy} \frac{(E_y)_{i+1,j+3/2}^n - (E_y)_{i,j+3/2}^n}{\Delta x} - \beta_{xy} \frac{(E_y)_{i+1,j-1/2}^n - (E_y)_{i,j-1/2}^n}{\Delta x} \\ & + \delta_y \frac{(E_x)_{i+1/2,j+2}^n - (E_x)_{i+1/2,j-1}^n}{\Delta y} - \delta_x \frac{(E_y)_{i+2,j+1/2}^n - (E_y)_{i-1,j+1/2}^n}{\Delta x} \end{aligned} \quad (4.30)$$

La figure 4.3b représente la position de chaque coefficient sur la grille lorsque  $B_z$  joue le rôle du champ  $F$ . Le choix de ces coefficients se fait de manière à ce que le schéma soit stable [79]. On résume dans le tableau (4.1) la liste de ces coefficients qui aboutissent à des *solvers* stables différents.

Schéma	$\alpha_x$	$\alpha_y$	$\beta_{xy}$	$\beta_{yx}$	$\delta_x$	$\delta_y$	$\Delta t/\Delta x$
Yee [78]	1	1	0	0	0	0	$1/\sqrt{2}$
CK [80]	$1 - \beta$	$1 - \beta$	$\beta/2$	$\beta/2$	0	0	$1/\sqrt{2 - 4\beta}$
Cowan [81, 82]	$1 - 1/4(\delta/\Delta y)^2$	$1 - 1/4(\delta/\Delta x)^2$	$1/8(\delta/\Delta y)^2$	$1/8(\delta/\Delta x)^2$	0	0	1
Lehe [83, 84]	$1 - 2\beta_{xy} - 3\delta_x$	$1 - 2\beta_{yx} - 3\delta_y$	$1/8(\Delta x/\Delta y)^2$	$1/8$	$\delta_{x0}$	0	$1/\sqrt{1 - 4\delta_{x0}}$

TABLE 4.1 – Valeurs prises par les paramètres définissant différents *solver* de Maxwell. On pose  $\delta = \min(\Delta x, \Delta y)$ .  $\beta$  et  $\delta_{x0}$  sont respectivement introduits dans [80] et [83, 84]. Tableau tiré de [79]. Le rapport  $\Delta t/\Delta x$  (dernière colonne) doit être inférieur ou égal au nombre donné.

La stabilité des schémas numériques cités précédemment peut s'évaluer en considérant une onde plane que l'on discrétise en temps et en espace, de la forme :

$$F = F_0 \exp\left(j(\omega t - \mathbf{k} \cdot \mathbf{r})\right) \rightarrow (F)_{i,j}^n = F_0 \exp\left(j(\omega n\Delta t - k_x i\Delta x - k_y j\Delta y)\right) \quad (4.31)$$



En insérant l'équation (4.31) dans les équations (4.26) et (4.27), on trouve [85, 79] :

$$\begin{aligned} \frac{\sin^2(\omega\Delta t/2)}{\Delta t^2} &= \frac{\sin^2(k_x\Delta x/2)}{\Delta x^2} \left[ \alpha_x + 2\beta_{xy} \cos(k_y\Delta y) + \delta_x (1 + 2\cos(k_x\Delta x)) \right] \\ &+ \frac{\sin^2(k_y\Delta y/2)}{\Delta y^2} \left[ \alpha_y + 2\beta_{yx} \cos(k_x\Delta x) + \delta_y (1 + 2\cos(k_y\Delta y)) \right] \end{aligned} \quad (4.32)$$

Dans le cas où  $\Delta x$ ,  $\Delta y$  et  $\Delta t$  tendent vers 0, au premier ordre, on obtient :

$$\omega^2 = k_x^2(\alpha_x + 2\beta_{xy} + 3\delta_x) + k_y^2(\alpha_y + 2\beta_{yx} + 3\delta_y) \quad (4.33)$$

Pour respecter la relation de dispersion des ondes électromagnétiques dans le vide, on impose que :

$$\alpha_x + 2\beta_{xy} + 3\delta_x = 1 \quad (4.34)$$

$$\alpha_y + 2\beta_{yx} + 3\delta_y = 1 \quad (4.35)$$

Pour assurer la stabilité du schéma numérique,  $\omega$  doit être réelle. La condition de Courant (Courant-Friedrichs-Lewy) est donc donnée en imposant :

$$\sin^2\left(\omega \frac{\Delta t}{2}\right) \leq 1 \quad (4.36)$$

Sur la grille  $\text{MAX}(k\Delta) = \pi$ . Si une onde se propage suivant l'axe  $\mathbf{e}_x$  ou  $\mathbf{e}_y$ , on trouve :

$$\Delta t^2 \leq \text{MIN}\left(\Delta x^2/(\alpha_x + 2\beta_{xy} - \delta_x), \Delta y^2/(\alpha_y + 2\beta_{yx} - \delta_y)\right) \quad (4.37)$$

Au contraire, si une onde se propage suivant la diagonale, on trouve :

$$\Delta t^2 \leq \left(\frac{\alpha_x - 2\beta_{xy} - \delta_x}{\Delta x^2} + \frac{\alpha_y - 2\beta_{yx} - \delta_y}{\Delta y^2}\right)^{-1} \quad (4.38)$$

Ainsi, en utilisant (4.34) et (4.35), le schéma est stable tant que :

$$\Delta t \leq \text{MIN}\left(\frac{\Delta x}{\sqrt{1 - 4\delta_x}}, \frac{\Delta y}{\sqrt{1 - 4\delta_y}}, \sqrt{\frac{1 - 4\beta_{xy} - 4\delta_x}{\Delta x^2} + \frac{1 - 4\beta_{yx} - 4\delta_y}{\Delta y^2}}^{-1}\right) \quad (4.39)$$

Dans le cas du schéma de Yee  $\forall\beta, \delta = 0$  et  $\alpha_x, \alpha_y = 1$ . On retrouve donc la condition CFL standard  $\Delta t = \Delta x/\sqrt{2}$ . Dans le cas de schémas plus avancés tels que  $\forall\delta = 0$ , la condition CFL dépend des paramètres  $\beta_{xy}$  et  $\beta_{yx}$ . Si  $\Delta x = \Delta y$ , on retrouve la condition CFL du schéma de Cole-Karkkainen,  $\Delta t = \Delta x/\sqrt{2 - 4\beta}$ , avec  $\beta_{xy} = \beta_{yx} = \beta/2$ . D'autres schémas ont été développés en utilisant une grille telle que  $\Delta x \neq \Delta y$ . On retrouvera l'ensemble des conditions CFL à respecter dans le tableau (4.1). En utilisant l'équation (4.32), on retrouve l'expression de la vitesse de phase des ondes électromagnétiques :

$$v_\phi = \frac{2}{\Delta t \sqrt{k_x^2 + k_y^2}} \arcsin\left(\Delta t \sqrt{\frac{\sin^2(k_x\Delta x/2)}{\Delta x^2} A_x + \frac{\sin^2(k_y\Delta y/2)}{\Delta y^2} A_y}\right) \quad (4.40)$$

Où on a posé :

$$A_x = \alpha_x + 2\beta_{xy} \cos(k_y \Delta y) + \delta_x (1 + 2 \cos(k_x \Delta x)) \quad (4.41)$$

$$A_y = \alpha_y + 2\beta_{yx} \cos(k_x \Delta x) + \delta_y (1 + 2 \cos(k_y \Delta y)) \quad (4.42)$$

La vitesse de phase des ondes est dépendante de la fréquence et de sa direction de propagation. Le « vide numérique » est dispersif et anisotrope. Ces propriétés ont été discutées dans [86, 79, 8]. Les figures (4.5a), (4.5b), (4.5c) et (4.5d) illustrent ces propriétés pour les schémas de Yee, Cole-Karkkainen, Cowan et Lehe. Par exemple le schéma numérique de Yee est non dispersif suivant la diagonale de la grille. À l'inverse, les schémas Cole-Karkkainen et Cowan sont non dispersif suivant les axes de la grille. On remarque par ailleurs que pour tout les schémas cités précédents la vitesse de phase est telle que  $v_\phi \leq 1$ . Pour le schéma de Lehe, toutes les directions sont dispersives. Une direction est "privilegiée" telle que  $v_\phi \geq 1$ . On va voir par la suite qu'en choisissant d'autres coefficients, nous pouvons modeler un schéma avec des caractéristique différentes moins anisotrope et moins dispersif pour une gamme de fréquence donnée.

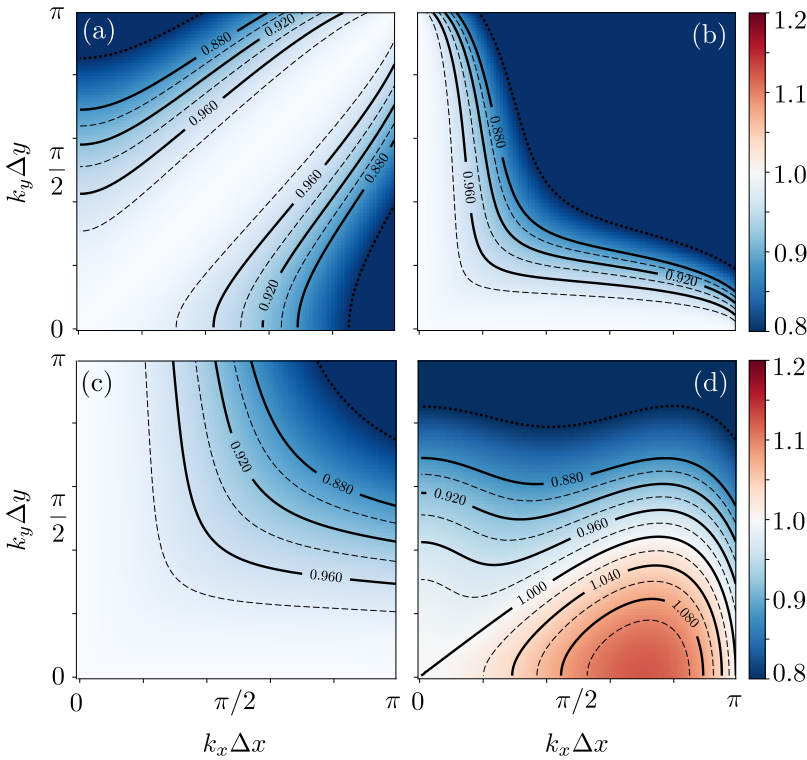


FIGURE 4.4 – Carte des vitesses de phase pour différents schémas numériques. Le minimum de l'échelle de couleur est tracé en ligne pointillée. Différentes courbes de niveau (traits pleins et tirets) sont représentées pour aider le lecteur à apprécier l'évolution de l'échelle de couleur.

(a) Schéma de Yee tel que  $\Delta t/\Delta x = 1/\sqrt{2}$ . (b) Schéma de Cole-Karkkainen tel  $\beta_{xy} = \beta_{yx} = 0.25$  et  $\Delta t/\Delta x = 1$ . (c) Schéma de Cowan tel que  $\beta_{xy} = \beta_{yx} = 0.125$  et  $\Delta t/\Delta x = 1$ . (d) Schéma de Lehe avec  $\Delta t/\Delta x = 1/\sqrt{2}$  qui est la condition de Courant lorsque le schéma est à 3 dimensions. En 2d, le schéma de Lehe se confond avec le schéma de Cowan avec une condition de Courant  $\Delta t/\Delta x = 1$ .

### 4.3 Présentation succincte du code PIC Smilei

Le code PIC SMILEI utilisé au cours de cette thèse vient compléter la luxuriante forêt des codes particuliers existants. SMILEI est développé par plusieurs laboratoires sur le plateau de Saclay (LULI, LPP, LRR, Maison de la Simulation, LIDYL...), se

concentrant au choix sur les aspects numériques ou physiques. Sa proximité géographique et son libre accès aux sources en font un choix pertinent pour étudier l'interaction laser-plasma. Écrit en C++<sup>(3)</sup>, le code est particulièrement adapté aux présents calculateurs hautes performances, comme ceux du CINES, et à leurs futurs développements. SMILEI est utilisé pour étudier des problèmes physiques variés comme ceux des chocs astrophysiques, l'accélération d'électrons en plasma sous critique ou encore la génération d'harmoniques sur cible solide.

### 4.3.1 La stratégie de parallélisation

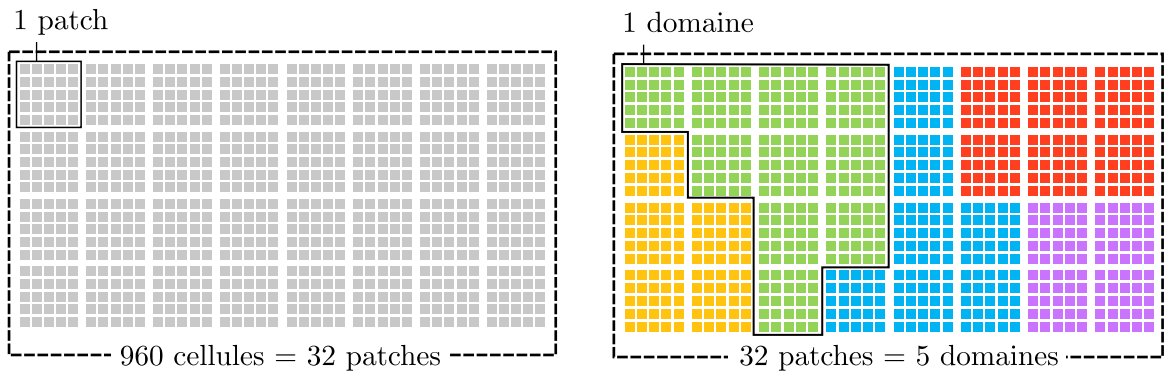


FIGURE 4.6 – Boîte de simulation contenant 960 cellules (petits carrés gris). Ces cellules sont uniformément réparties en 32 patches (grands carrés gris). Les patches sont distribués à 5 domaines différents représentés ici en jaune, vert, bleu, rouge et violet. Au cours de la simulation, les domaines s'échangeront des patches pour équilibrer leurs charges de travail respectives. Leurs tailles n'est donc pas fixé.

La méthode PIC, associée aux schémas numériques FDTD présentés précédemment, est intrinsèquement adaptée aux stratégies de parallélisation contemporaines puisqu'elle s'appuie sur des calculs locaux. La stratégie de parallélisation la plus robuste et prometteuse est basée sur la décomposition en domaine de la simulation.

Comme illustré dans la figure (4.6), la simulation est donc divisée en plusieurs petites régions appelées « patches ». Ces patches se partagent entre plusieurs plus grands domaines. Chacun de ces domaines est associé à un « processus ». Lorsqu'une particule traverse la frontière entre deux domaines (par exemple la frontière entre le domaine vert et bleu), les processus (vert et bleu) communiquent entre eux et échangent les informations relatives à la particule, comme sa position et son impulsion. Les champs électromagnétiques à la frontière de chaque domaine sont eux aussi échangés. Chaque processus s'occupe des patches qui lui sont alloués en répartissant ses unités de calculs sur les « tâches » à accomplir. Il y a autant de tâches que de patches.

Idéalement, on associe un processus à un processeur. Le processeur alloue une tâche à un de ses coeurs. Sur la figure (4.7), le processeur 1, associé au processus A, s'occupe

<sup>(3)</sup>Ce n'est pas le choix de tous les codes précités.

du domaine rouge. Il alloue ses coeurs (1,2,3,4) aux tâches (a,b,c,d) puis (e,f). Lorsqu'un coeur à fini de s'occuper d'un patch (une des tâches du processus est terminée), il s'occupe immédiatement d'un autre patch de son domaine, sans attendre les autres coeurs du processeur. Ainsi, sur la (4.7), les coeurs (3,4) du processeur 2 ont terminé de s'occuper des tâches (c,d) du processus B. Ils s'attèlent donc aux tâches (e,f). À la fin de chaque itération (la réalisation d'une boucle PIC pour l'ensemble des patches du domaine) les processus s'attendent et échangent les informations nécessaires avec les processus mitoyens pour entamer une prochaine boucle.

À la fin d'un nombre de pas de temps défini par l'utilisateur, si un processus a été trop long pour accomplir toutes ses tâches, il peut céder un ou plusieurs de ses patches aux processus voisins pour équilibrer la charge de travail de l'ensemble. Ainsi, dans l'idéal, tous les processus terminent une itération au même instant et tous les coeurs sont constamment occupés. On trouvera une explication plus détaillée de cette balance dynamique de charge dans l'article de J. Dérouillat [70].

Pour faire communiquer les processus entre eux, SMILEI utilise l'interface de programmation applicative « Message Passing Interface » (MPI). Les « patches » qui se partagent la même mémoire locale (les tâches associées à un processus se partagent la mémoire allouée au processus) sont traités grâce à l'interface de programmation applicative « Open Multi-Processing » (OpenMP).

Enfin, SMILEI exploite depuis peu les capacités de vectorisation des nouveaux processeurs. Ainsi  $N$  instructions identiques pour un jeu de donnée de longueur  $N$  (un vecteur) se réduit à 1 instruction. On parle de parallélisation « Single Instruction on Multiple Data » (SIMD) par opposition au fonctionnement traditionnel « Multiple Instructions Multiple Data » (MIMD) des processeurs.

### 4.3.2 Les diagnostics et le post-traitement

Les données produites par une simulation PIC ne peuvent pas toujours être stockées dans leur intégralité. SMILEI propose diverses façons, appelées « diagnostics », d'extraire les données pertinentes à une simulation et de les stocker dans des fichiers au format « HDF5 »<sup>(4)</sup>. Ces fichiers *HDF5* pourront ensuite être lus et manipulés à l'aide d'une interface python et d'un module, attaché au code, du nom de « Happi ». On peut lister ici succinctement les capacités de diagnostic du code :

- **Scalar** : Le diagnostic le plus simple consiste à obtenir la valeur d'une quantité intégrée sur l'ensemble de la boîte à chaque itération. On pourra par exemple obtenir l'énergie cinétique moyenne des macro-particules, l'énergie contenue dans les champs etc.
- **Field** : On pourra obtenir les quantités calculées/projetées sur la grille servant de support aux schémas FDTD. Ainsi les cartes de champs  $\mathbf{E}$ ,  $\mathbf{B}$ , ainsi que  $\mathbf{J}$  et  $\rho$  sont directement accessibles.

<sup>(4)</sup>Hierarchical Data Format version 5.

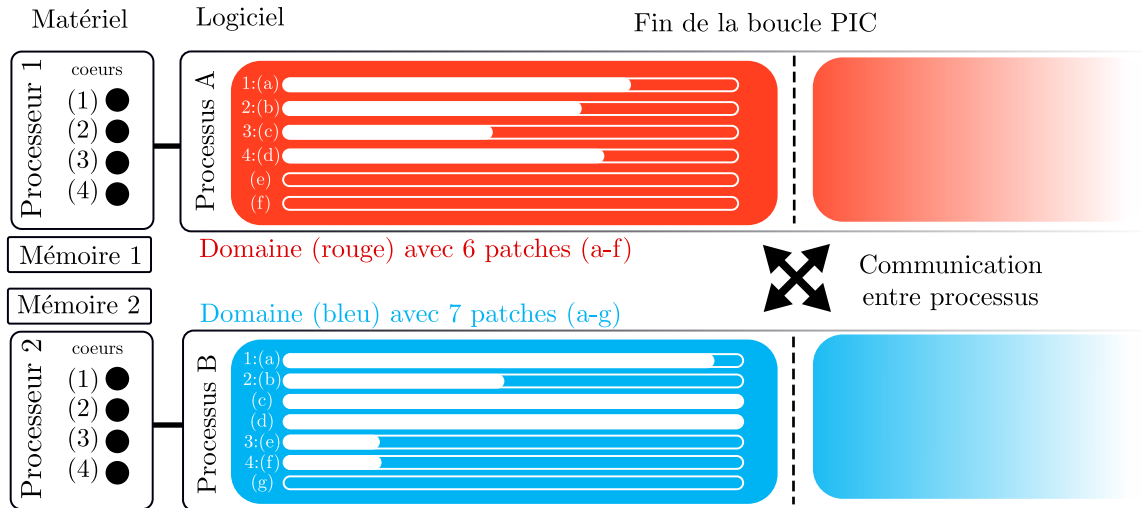


FIGURE 4.7 – Illustration de la parallélisation dans SMILEI. Les processeurs 1 et 2 se partagent deux processus associés à 2 domaines (ici le domaine rouge et bleu). Les processeurs répartissent leurs coeurs (1-2-3-4) pour accomplir chaque tâche du domaine. Le domaine rouge possède 6 patches (a-b-c-d-e-f) : Il faut que les 4 coeurs se partagent 6 tâches. Dès qu'un coeur a terminé sa tâche (barre de progression blanche complètement rempli), il passe à la suivante sans attendre que les autres coeurs aient terminé. Par exemple, le processeur 1 fait travailler ses coeurs sur les tâches (a),(b),(c),(d) du processus A. Les tâches (e) et (f) attendent qu'un coeur se libère pour être "pris en charge". Les tâches (c) et (d) du processus B ont été complétées. Les tâches (e) et (f) de B sont alors "pris en charge". Il restera à s'occuper de (g). À la fin d'une boucle PIC, comme les processus ne partagent pas leurs données (la mémoire est associée au processus) ils s'attendent et échangent des données nécessaires avant de passer à l'itération suivante.

- **Probe** : Si on s'intéresse à l'allure des champs  $\mathbf{E}$ ,  $\mathbf{B}$  à des endroits précis de la simulation, il est plus commode de définir une grille plus petite. L'utilisateur peut définir une série de points (un point unique, une ligne, une carte formant un parallélogramme ou un volume parallélépipédique) sur lesquels seront interpolés les champs  $\mathbf{E}$ ,  $\mathbf{B}$ , ainsi que  $\mathbf{J}$  et  $\varrho$ . Par exemple, en 2D, on peut obtenir la carte  $(t, f(x, y))$  des champs, où  $f(x, y)$  définit une ligne dans le plan de simulation.
- **Trajectory** : Les macro-particules de la simulation peuvent être toutes ou en partie suivies pendant une durée spécifique de la simulation. Ainsi l'utilisateur peut connaître la position et la vitesse des macro-particules dans le temps. Il peut aussi obtenir les champs interpolés sur ces mêmes macro-particules.
- **Binning** : Pour obtenir des données moyennées sur les macro-particules, il est souvent plus utile de définir en amont un histogramme sur lequel sera déposée une quantité ayant trait aux espèces présentes dans la boîte. L'utilisateur peut définir lui-même la quantité à projeter et un nombre arbitraire d'axes à l'histogramme. Ainsi pour obtenir un espace des phases on peut définir deux axes  $(r_i, p_i)$  dessinant une grille sur laquelle sera projeté le poids  $w_p$  de l'ensemble des macro-particules des espèces sélectionnées.

- **Screening** : Si les macro-particules croisent une ligne (2D) ou une surface (3D), on peut de la même façon que le *Binning* faire un histogramme sur une quantité prédéfinie de ces macro-particules. On peut par exemple obtenir les angles d'éjections des macro-particules  $\arctan(p_y/p_x)$ , lorsque ces dernières traversent un plan suffisamment loin des champs (absence de force).

L'ensemble de ces diagnostics se complètent et parfois se recoupent. Ainsi, en 2D, l'utilisateur peut définir une espèce neutre qu'il place le long d'une courbe  $s(x, y)$ . Il est alors possible de reproduire le résultat de *Probe* en utilisant *Trajectory*.

Une utilisation intensive des diagnostics peut rallonger considérablement les temps de simulations. Chaque diagnostic possède un argument « every » pour définir la fréquence d'écriture des données. Pour ne pas nuire aux performances, il est conseillé de ne pas écrire trop régulièrement dans les fichiers, mais plutôt d'écrire d'un seul coup un bloc de données gardé en mémoire. SMILEI offre la possibilité à l'utilisateur de le faire.

### 4.3.3 Le fichier d'entrée

Bien que SMILEI soit écrit en C++, les fichiers d'entrées sont écrits en Python. Le fichier d'entrée contient ainsi plusieurs fonctions dont les paramètres seront utiles pour décrire la simulation :

- Pour démarrer une simulation, il est nécessaire que ce fichier contienne la fonction `Main()` dont les arguments servent entre autres choses à définir les dimensions de la boîte de simulation (1D,2D,3D), la résolution en temps et en espace ou bien encore le schéma FDTD utilisé.
- On pourra écrire dans le fichier d'entrée une ou plusieurs fonctions `Species()` pour ajouter des macro-particules à la simulation.
- Des fonctions comme `Laser()`, `Laser1D()`, `LaserGaussian2D()` ou `LaserGaussian3D()` permettent d'injecter un laser sur le bord gauche ou droit de la simulation (extrémités de l'axe  $e_x$ ).
- Enfin les fonctions `LoadBalancing()`, `Vectorisation()` permettent d'affiner la stratégie de parallélisation.

L'ensemble des diagnostics cités précédemment sont accessibles via les fonctions `DiagScalar()`, `DiagFields()`, `DiagProbe()`, `DiagTrackParticles()`, `DiagParticleBinning()` et `DiagScreen()`. Enfin entre chaque « bloc », il est possible de définir tout ce qui peut être utile aux arguments de chacune des fonctions. Enfin, on peut utiliser l'ensemble des modules pythons (par exemple `Numpy` ou `Scipy`).



# Chapitre 5

## Les simulations 2D dans Smilei : Méthodes, limitations

Bien que les simulations 1D présentent déjà un éventail de phénomènes physiques et soient numériquement très accessibles, on peut se questionner sur la pertinence des résultats sous cette hypothèse. Certains phénomènes physiques, comme les instabilités plasma, nécessitent la description d'un plus grand nombre de dimensions. Cependant, augmenter le nombre de dimensions à résoudre peut induire de forts biais numériques, qu'il faut maîtriser voir supprimer pour éviter de détériorer la résolution du cas. On s'appliquera ici à décrire les caractéristiques numériques des simulations 2D effectuées avec SMILEI.

### 5.1 Le référentiel mobile ou « Boosted-Frame » 2D dans Smilei

Pour rendre les calculs théoriques plus simples ou les simulations numériques plus abordables, les problèmes d'interaction laser-plasma sont parfois résolus dans un référentiel différent de celui du laboratoire. En 1983 A. Bourdier [87] proposa de résoudre analytiquement la propagation d'une onde plane électromagnétique, en incidence oblique, dans un plasma sous dense. Pour cela, il se place dans un référentiel inertiel où l'onde arrive en incidence normale. Ce référentiel s'appuie sur le phénomène d'aberration relativiste, comme montré sur la figure (5.1) et développé plus tôt dans ce manuscrit §(2.3.2).

Dans le référentiel du laboratoire ( $L$ ), on considère une onde plane de fréquence  $\omega^{(L)}$  en incidence oblique sur un plasma de densité électronique  $n_e^{(L)}$ . On note  $\theta_i^{(L)}$  l'angle d'incidence dans ce référentiel. On peut trouver, comme sur la figure (5.1b) un référentiel inertiel, noté ( $M$ ), se déplaçant à la vitesse  $\mathbf{v}_{M/L} = \beta c \mathbf{e}_y$  par rapport à ( $L$ ), tel que



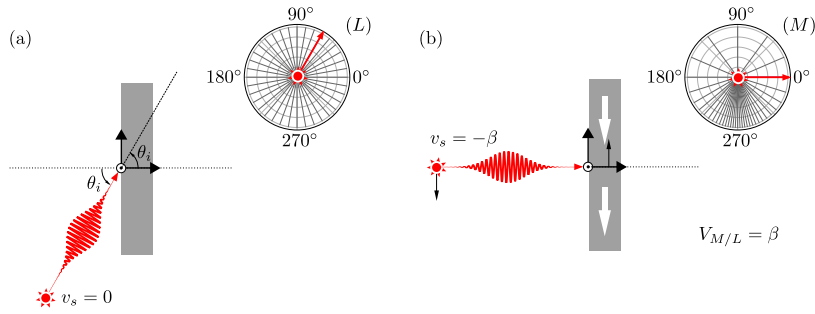


FIGURE 5.1 – Illustration du phénomène d'aberration relativiste dans le référentiel mobile. **(a)** Un laser de fréquence  $\omega^{(L)}$  arrive avec un angle  $\theta_i$  sur le plasma au repos. **(b)** Dans le référentiel mobile tel que  $\mathbf{v}_{L/M} = \beta \mathbf{e}_y$ , le laser arrive en incidence normale sur le plasma en mouvement.

$\theta_i^{(M)} = 0$ . On note la transformation de Lorentz correspondante comme :

$$\begin{pmatrix} \omega^{(M)} \\ k_x^{(M)} c \\ k_y^{(M)} c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \gamma & 0 & -\gamma\beta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\gamma\beta & 0 & \gamma \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \omega^{(L)} \\ k_x^{(L)} c \\ k_y^{(L)} c \end{pmatrix} \quad (5.1)$$

On développe alors chaque composante. En posant  $\beta = \sin \theta_i^{(L)}$  et  $\gamma = 1/\cos \theta_i^{(L)}$ , on obtient :

$$\begin{cases} \omega^{(M)} = \gamma(\omega^{(L)} - \beta k_y^{(L)} c) \\ k_y^{(M)} c = \gamma(k_y^{(L)} c - \beta \omega^{(L)}) \\ k_x^{(M)} c = k_x^{(L)} c \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \omega^{(M)} = \omega^{(L)} / \gamma \\ k_y^{(M)} = 0 \\ k_x^{(M)} = k_x^{(L)} \cos \theta_i^{(L)} \end{cases} \quad (5.2)$$

Dans le référentiel  $(M)$ , le laser est vu comme une source mobile de vitesse  $\mathbf{v}_s = -\sin \theta_i^{(L)} c \mathbf{e}_y$ . La fréquence reçue est décalée vers le rouge. C'est l'effet « Doppler transverse » conséquence directe du ralentissement des horloges dans le référentiel mobile. Dans ce même référentiel, le plasma dérive lui aussi avec une vitesse  $\mathbf{v} = -\sin \theta_i^{(L)} c \mathbf{e}_y$ . Le 4-scalaire  $J^\mu J_\mu$  étant un invariant, on trouve :

$$J^\mu J_\mu = J_M^\mu J_{M\mu} \Leftrightarrow n_e^{(M)} = \frac{n_e^{(L)}}{\cos \theta_i^{(L)}} \quad (5.3)$$

La transformation de Lorentz appliquée au tenseur de Maxwell  $F^\mu_\nu$  permet de trouver les nouvelles amplitudes  $E_0$  et  $B_0$  des champs dans le référentiel mobile [20] :

$$\begin{cases} E_x^{(M)} = \gamma(E_x + c\beta B_z) = 0 \\ E_y^{(M)} = E_y = E_0 \cos \theta_i^{(L)} \\ E_z^{(M)} = \gamma(E_z - \beta c B_x) = 0 \end{cases} \quad \text{et} \quad \begin{cases} B_x^{(M)} = \gamma(B_x - \beta E_z/c) = 0 \\ B_y^{(M)} = B_y = 0 \\ B_z^{(M)} = \gamma(B_z + \beta E_x/c) = E_0 \cos \theta_i^{(L)} / c \end{cases} \quad (5.4)$$

L'amplitude des champs est donc réduite d'un facteur  $\gamma^{-1}$ . Cependant l'amplitude norma-

lisée  $a_0 = eE/m\omega c$  demeure inchangée. Pendant l'interaction, la surface du plasma devient une source secondaire. Dans le référentiel mobile, les ondes réfléchies et transmises sont toujours colinéaires à  $\mathbf{e}_x$ . On se replace dans le référentiel du laboratoire en effectuant la transformation de Lorentz inverse. Cette fois-ci, la surface du plasma est une source secondaire qui se déplace avec une vitesse  $\mathbf{v}_s = \beta c \mathbf{e}_y$ . Un observateur placé dans le référentiel ( $L$ ) voit deux ondes se propager respectivement à  $\theta_r$  et  $\theta_t$  par rapport à la normale à la cible, comme illustrée sur la figure (5.2).

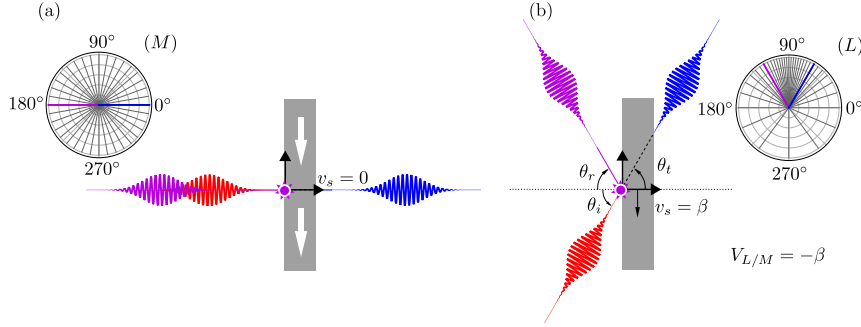


FIGURE 5.2 – Passage du référentiel mobile au référentiel du laboratoire. **(a)** La surface du plasma émet 2 ondes, dans la direction de réflexion et de transmission, normales à la surface du plasma. **(b)** Dans le référentiel du laboratoire, la surface du plasma est vu comme une source mobile de vitesse  $\mathbf{v}_s = \beta c \mathbf{e}_y$ . À cause du phénomène d'aberration relativiste, les deux ondes se propagent à des angles  $\theta_r = -\theta_i$  et  $\theta_t = \theta_i$  dans ce référentiel.

Le référentiel mobile, pour des dimensions supérieures à 1, dans son implémentation la plus simple et économique, présente quelques désavantages numériques :

- La physique mis en jeu étant ultra-relativiste, la vitesse des sources à la surface du plasma tend vers  $c$  pendant toute la durée de l'interaction (hypothèse vérifiée dans les simulations). En particulier, périodiquement, des paquets d'électrons tels que  $n_{e,paquet} > n_c$  possèdent une vitesse tel que  $\mathbf{v}_{e,paquet} \rightarrow c \mathbf{e}_x$ . De plus, un plasma dérive le long de  $\mathbf{e}_y$ . On va voir dans la section suivante §(5.2) qu'il est nécessaire de disposer d'un schéma numérique tel que la vitesse de phase des ondes électromagnétiques soit  $\geq c$  à tout les angles pour éviter l'apparition d'instabilités numériques et de rayonnement non physique.
- Le laser et ses harmoniques se propageront préférentiellement suivant  $\mathbf{e}_x$ . Un schéma numérique FDTD comme celui de Yee n'est alors pas idéal puisqu'il est non dispersif seulement sur la diagonale. On discutera d'un schéma peu dispersif, plutôt isotrope, à la section §(5.3.1).
- Enfin, les plasmas issus de solides possèdent des densités électroniques très importantes ( $\simeq 600n_c$  dans le référentiel mobile). Il nous faut une grille spatiale suffisamment fine pour résoudre la longueur de Debye  $\lambda_{De}$  correctement et des pas de temps suffisamment petit pour résoudre les oscillations plasmas de fréquence  $\simeq \omega_{pe}$ . On évite ainsi d'autres instabilités numériques dues à la discrétisation de l'espace et du temps que l'on étudiera brièvement à la section §(5.3.7) [68].

Pour résoudre au mieux la physique quelle que soit la configuration (dans le référentiel mobile ou le référentiel du laboratoire), il nous faut développer quelques outils dans SMILEI pour s'assurer de résolution satisfaisante de la physique.

## 5.2 Plasma à la dérive et instabilité Cherenkov numérique

L'instabilité Cherenkov numérique (« Numerical Cherenkov Instability ») est une instabilité numérique bien connue dans les simulations PIC. On la rencontre principalement lorsqu'un flot de macro-particules dépasse la vitesse de phase numérique  $c(\omega, k)$  des ondes dans le vide ou dans le plasma. Dans l'espace de Fourier une émission par effet Cherenkov se produit lorsque l'hyperplan  $\tilde{\mathbf{J}}(\omega, \mathbf{k})$  croise l'hyperplan d'équation  $\omega = kc(\omega, \mathbf{k})$ .

À cause de la discrétisation en temps et en espace de la simulation, des modes de la densité de courant  $\tilde{\mathbf{J}}(\omega, \mathbf{k}) \rightarrow \tilde{\mathbf{J}}(\omega, \mathbf{k}, m)$ , issus des zones de Brillouin différentes de la principale, peuvent à leur tour croiser l'hyperplan  $\omega = kc(\omega, \mathbf{k})$ . C'est un effet de repliement ou « aliasing ». On parle parfois de « Grid Numerical Cherenkov Instability » pour distinguer l'effet du mode  $m = 0$  des autres modes sur la simulation.

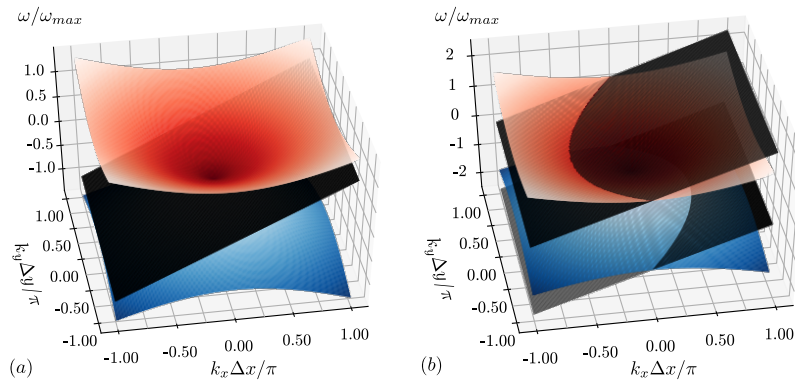


FIGURE 5.3 – Illustration dans l'espace  $(\omega, k_x, k_y)$  de l'instabilité Cherenkov numérique dans le cas où la méthode numérique est non dispersive à tous les angles. **(a)** Les surfaces rouge et bleu définies par  $\omega_{light}^{\pm} = \pm kc$  ne croisent jamais le plan noir défini par  $\omega_{part} = v_{part} k_x$ . Il n'y a pas d'instabilité liée au rayonnement Cherenkov pour le mode  $m = 0$ . **(b)** Les surfaces rouge et bleu définies par  $\omega_{light}^{\pm} = \pm kc$  croisent respectivement les plans noirs définis par  $\omega_{part}(m) = v_{part}(k_x \pm 2\pi/\Delta x)$  pour  $m = \pm 1$ . Il y a donc bien une instabilité liée à l'effet Cherenkov pour des modes  $m \neq 1$ .

Pour illustrer notre propos, on considère un faisceau de particules tel que  $\beta_{part} = 0.9999 \mathbf{e}_x$ . Dans l'espace de Fourier  $(\omega, k_x, k_y)$  on représente ce faisceau par un plan défini par  $\omega_{part} = v_{part} k_x$ . La lumière, elle, définit un cône dont la surface est définie par  $\omega_{light}^{\pm} = \pm kc$ . Dans le cas d'un schéma numérique non dispersif, le plan  $\omega_{part}$  ne croisera jamais le cône  $\omega_{light}$  comme cela est représenté sur la figure 5.3a. Cependant, dans un espace discrétisé, les modes  $m \neq 0$  de  $\tilde{\mathbf{J}}(\omega, \mathbf{k}, m)$ , représentés par des plans  $\omega_{part}(m) = v_{part} k'_x$ , avec  $k'_x = k_x + m2\pi/\Delta x$  et  $m \in \mathbb{Z}$ , croisent bien le cône  $\omega_{light}^{\pm}$  comme représenté sur la

figure (5.3b). Ces modes génèrent du rayonnement par effet Cherenkov. Ainsi même la méthode pseudo-spectrale<sup>(1)</sup>, pourtant non dispersif, il existe des instabilités numériques dues à l'effet Cherenkov.

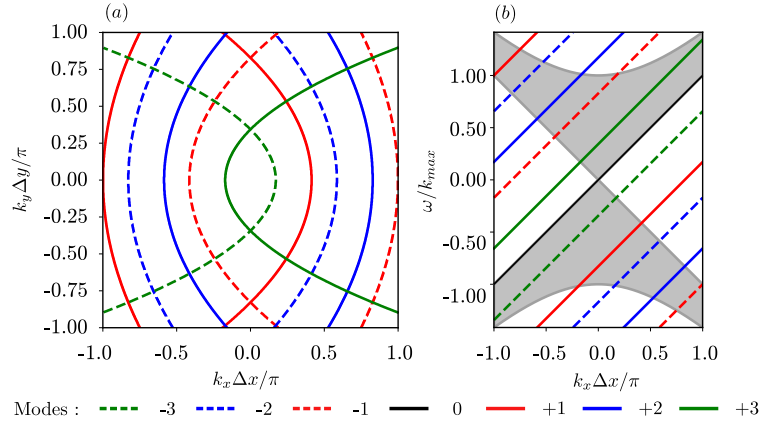


FIGURE 5.4 – Projection dans les plans  $(k_x, k_y)$  et  $(\omega, k_x)$  des figures (5.3a) et (5.3b). **(a)** Intersections des surfaces définies par  $\omega_{light} = \pm kc$  et  $\omega_{part}(m) = \mathbf{v}_{part}(k_x \pm m2\pi/\Delta x)$ , avec  $m = \{0, 1, 2, 3\}$ . On note que le mode  $m = 0$  n'admet aucune intersection avec les surfaces  $\omega_{light}^{\pm}$  puisque le schéma numérique considéré n'est pas dispersif. **(b)** Projections des plans de courant dans le plan  $(\omega, k_x)$ . Il y a instabilité Cherenkov numérique si les droites sont dans la zone grise.

On a illustré sur la figure 5.4a la projection dans le plan  $(k_x, k_y)$  des intersections entre les surfaces définies par  $\omega_{light}^{\pm} = \pm kc$  et les surfaces  $\omega_{part,m}$  de l'ensemble des modes  $m \in [-3, +3]$  de  $\tilde{\mathbf{J}}(\omega, \mathbf{k}, m)$ . Dans le plan  $(\omega, k_x)$ , ces intersections correspondent aux endroits où la projection des surfaces de courants se situe dans la zone grise de la figure 5.4b, représentant les modes électromagnétiques pour  $k_y \Delta y / \pi \in [0.5, 1]$ . Pour des schémas numériques standards, comme celui de Yee représenté sur la figure 5.5, la vitesse de phase numérique des ondes s'écarte très vite de  $c$  sur les axes. Ainsi les macro-particules peuvent artificiellement dépasser la vitesse de la lumière dans le vide. Le mode  $m = 0$  de  $\tilde{\mathbf{J}}(\omega, \mathbf{k}, m)$ , croise alors les plans  $\omega_{light}^{\pm}$ , devenant ainsi la source principale de l'instabilité numérique.

<sup>(1)</sup>abrégé dans la littérature PSATD pour « Pseudo-Spectral Analytical Time Domain »

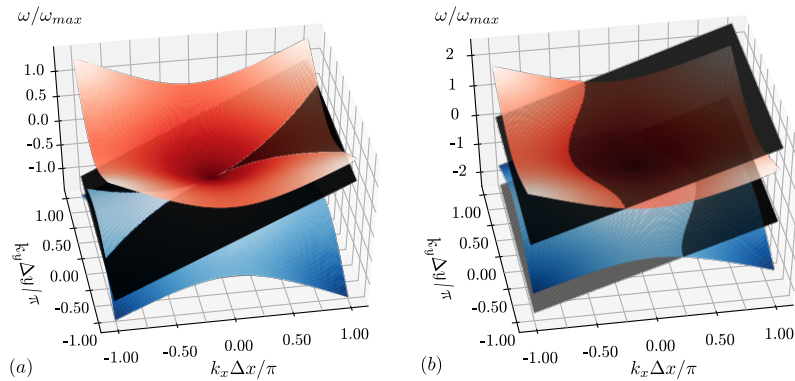


FIGURE 5.5 – Illustration dans l’espace  $(\omega, k_x, k_y)$  de l’instabilité Cherenkov numérique dans le cas où la méthode numérique est dispersive suivant les axes de la grille (schéma de Yee). **(a)** Les plans rouge et bleu définis par  $\omega_{light} = \pm kc(\omega, k)$  croisent le plan noir défini par  $\omega_{part} = \mathbf{v}_{part} k_x$ . Il y aura une forte émission électromagnétique liée à l’effet Cherenkov numérique pour le mode  $m = 0$ . **(b)** Les plans rouge et bleu définis par  $\omega_{light} = \pm kc(\omega, k)$  croisent respectivement les plans noirs définis par  $\omega_{part}(m) = \mathbf{v}_{part} (k_x \pm 2\pi/\Delta x)$ , pour  $m = \pm 1$ . Il y a toujours une instabilité liée à l’effet Cherenkov pour des modes  $m \neq 1$ .

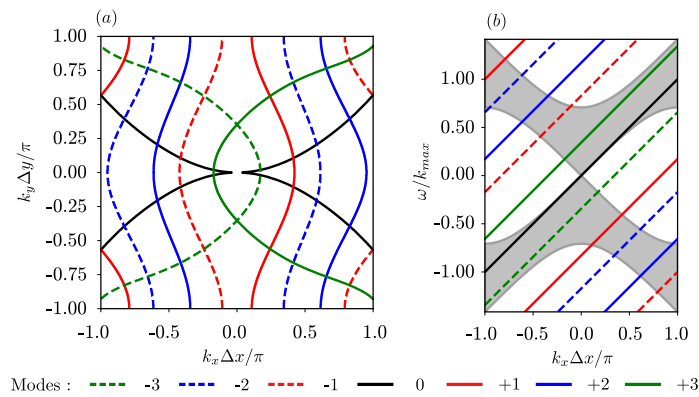


FIGURE 5.6 – Projection dans les plans  $(k_x, k_y)$  et  $(\omega, k_x)$  des figures (5.5a) et (5.5b). **(a)** Intersections des surfaces définies par  $\omega_{light} = \pm kc(\omega, k)$  et  $\omega_{part}(m) = \mathbf{v}_{part} (k_x \pm m2\pi/\Delta x)$ , pour  $m = \{0, 1, 2, 3\}$ . On note que le mode  $m = 0$  intersecte cette fois-ci les surfaces  $\omega_{light}^{\pm}$  puisque le schéma numérique considéré, celui de Yee, est dispersif sur les axes. **(b)** Projections des surfaces de courant dans le plan  $(\omega, k_x)$ . Il y a instabilité Cherenkov numérique si les droites sont dans la zone grise. Le mode  $m = 0$  pénètre dans cette zone pour  $k_x \Delta x/\pi \ll 0.1$ .

### 5.3 Schéma FDTD paramétrique d’ordre 4

Comme cela a été discuté dans la section §(4.2.2.c), la discrétisation de l’espace et la résolution des équations de Maxwell sur une grille modifient la vitesse de phase des ondes dans le vide en fonction de leurs directions de propagation (anisotropie) et de

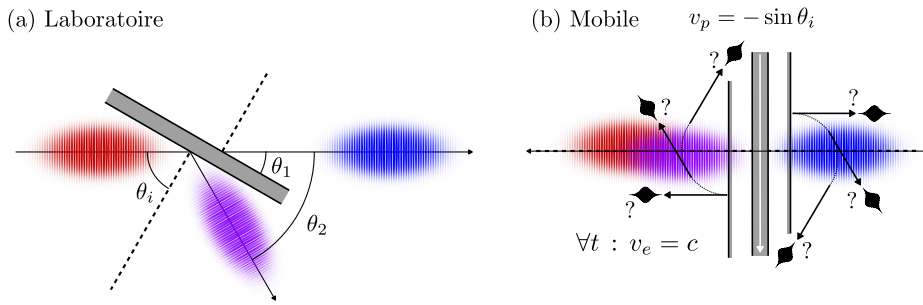


FIGURE 5.7 – Exemple de configuration d’une simulation dans le référentiel du laboratoire et le référentiel mobile. **(a)** Un laser (rouge) arrive sur la cible avec un angle d’incidence  $\theta_i$ . Il se propage suivant  $\mathbf{e}_x$ . Bien que le faisceau transmis (bleu) se propage lui aussi suivant  $\mathbf{e}_x$ , le faisceau réfléchi (violet) ne peut se propager suivant  $\mathbf{e}_x$  ou  $\mathbf{e}_y$  sauf dans le cas où  $\theta_i = 45^\circ$ . Dans le cas où  $\theta_i = 60^\circ$ , on a  $\theta_1 = 30^\circ$  et  $\theta_2 = 60^\circ$ . Ce qui n’est ni optimal pour un schéma de Yee ou CKC. **(b)** Dans le référentiel mobile, la réflexion et la transmission se font bien suivant  $\mathbf{e}_x$ . Cependant dans le cas du référentiel mobile un plasma sur-dense dérive le long de l’axe perpendiculaire à celui de la propagation des ondes. Il faut être le moins dispersif possible selon  $\mathbf{e}_x$  pour décrire correctement la propagation des ondes et garder une vitesse de phase  $v_\phi \gtrsim c$  dans toutes les directions pour éviter de rencontrer les instabilités Cherenkov.

leur fréquence (dispersion). La stratégie habituellement adoptée consiste choisir un axe principal pour lequel la relation de dispersion des ondes dans le vide ne sera pas modifiée.

Ainsi, jusqu’à présent, le schéma de Yee était choisi dans le cas où le laser et ses harmoniques se propagent suivant un angle de  $\theta = 45^\circ$  sur la grille. La propagation des ondes était alors plutôt mal décrite dans le cas où elle se faisait suivant les axes de la grille. Les hautes fréquences finissaient par accumuler un retard très important par rapport aux basses fréquences (déphasage) [8]. De plus comme  $v_\phi v_g = c^2$ , la vitesse de groupe sera elle aussi modifiée, entraînant une variation de la CEP (« Carrier-Envelope Phase ») et un étalement temporel du signal [8].

Dans le cas où le laser et ses harmoniques se propagent à  $\theta = 0^\circ$  (suivant les axes de la grille), on choisissait un schéma de Cole-Karkkainen-Cowan. C’est sur la diagonale que la propagation des ondes est alors mal décrite.

### 5.3.1 Schéma numérique modifié de type 1 : Contrôler la dispersion

Dans le cadre de la génération d’harmoniques sur cible solide, que ce soit dans le référentiel du laboratoire ou le référentiel mobile comme illustré sur la figure 5.7, il n’est pas aisé de choisir le schéma FDTD adéquat puisque les signaux électromagnétiques peuvent à priori se propager dans toutes les directions. Il nous faut fixer les paramètres  $\{\alpha, \beta, \delta\}$  différemment de ce qui a été fait jusqu’à présent pour rendre le schéma le plus isotrope et le moins dispersif possible. D’après l’équation (4.39) et en supposant la grille

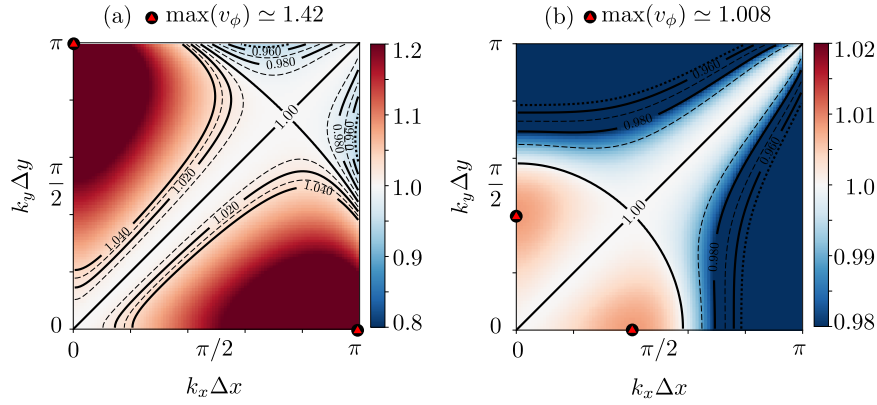


FIGURE 5.8 – Carte de la vitesse de phase pour le nouveau schéma FDTD d’ordre élevé en ayant fixé le rapport  $\Delta t/\Delta = 1/\sqrt{2}$ . **(a)** Carte de vitesse de phase pour  $\delta = -1/4$ . La vitesse de phase  $v_\phi \gg 1$ . Le schéma se rapproche d’un schéma de Lehe symétrisé. **(b)** Carte de vitesse de phase pour  $\delta = -A/4$  et  $A = 0.25$ .  $\forall k\Delta \leq \pi/2$  le schéma est isotrope et non dispersif. Dans les deux cas, le schéma est non dispersif sur la diagonale ( $v_\phi = 1$ ).

uniforme, on a :

$$\Delta t \leq \text{MIN}\left(\frac{\Delta}{\sqrt{1-4\delta}}, \frac{\Delta}{\sqrt{2}} \frac{1}{\sqrt{1-4\beta-4\delta}}\right) \Leftrightarrow \frac{\Delta}{\Delta t} \geq \text{MAX}\left(\sqrt{1-4\delta}, \sqrt{2}\sqrt{1-4\beta-4\delta}\right) \quad (5.5)$$

On trouve alors que :

$$\delta \geq \left(1 - \left(\frac{\Delta}{\Delta t}\right)^2\right)/4 \quad \text{et} \quad \beta \geq \left(1 - \frac{1}{2}\left(\frac{\Delta}{\Delta t}\right)^2 - 4\delta\right)/4 \quad (5.6)$$

Pour supprimer toute dispersion sur la diagonale, de la même façon que le schéma de Yee, on impose la condition CFL  $\Delta t \leq \Delta/\sqrt{2}$ . On obtient alors pour les coefficients  $\delta$  et  $\beta$  :

$$\delta \geq -1/4 \quad \text{et} \quad \beta \geq -\delta \quad (5.7)$$

Comme illustré sur la figure 5.8a, dans le cas où  $\delta = -0.25$ , la vitesse de phase  $v_\phi$  sur les axes devient supraluminique, de telle sorte que  $v_\phi \gg 1.2$  et  $\max(v_\phi) \simeq 1.42c$ . Cette propriété est intéressante puisque ce schéma supprime de fait le rayonnement Cherenkov du mode  $m = 0$  des densités de courant (le schéma de Lehe, avec un choix différent de coefficients, supprime l’instabilité Cherenkov sur un axe seulement). Cependant  $v_\phi$  s’écarte dangereusement de l’unité et le schéma reste très dispersif. Pour éviter un tel écart à la constante  $c$ , il convient de faire tendre  $\delta \rightarrow 0$ . On fixe arbitrairement ce paramètre tel que :

$$\delta = -\frac{A}{4} \quad \text{avec} \quad A \in ]-\infty, 1[ \quad (5.8)$$

Sur la figure 5.8b, on choisit  $A = 0.25$  tel que  $\forall k\Delta \leq 0.5\pi$  la vitesse de phase  $v_\phi$  ne s’écarte pas à plus de 1% de l’unité. Sur la figure 5.9 on montre que  $\forall k\Delta \leq 0.5\pi$  ce nouveau schéma est bien plus réaliste que les schémas de Yee et Cole-Karkkainen-Cowan

qui eux s'écartent à plus de 3% de l'unité. Il est pratiquement sans dispersion ( $\simeq 1\%$  de  $c$ , ce qui est très raisonnable pour les temps et distances que nous regardons). De plus, comme illustré sur la figure 5.8b, ce schéma est pratiquement isotrope (toujours pour des valeurs  $k\Delta \leq 0.5\pi$ ).

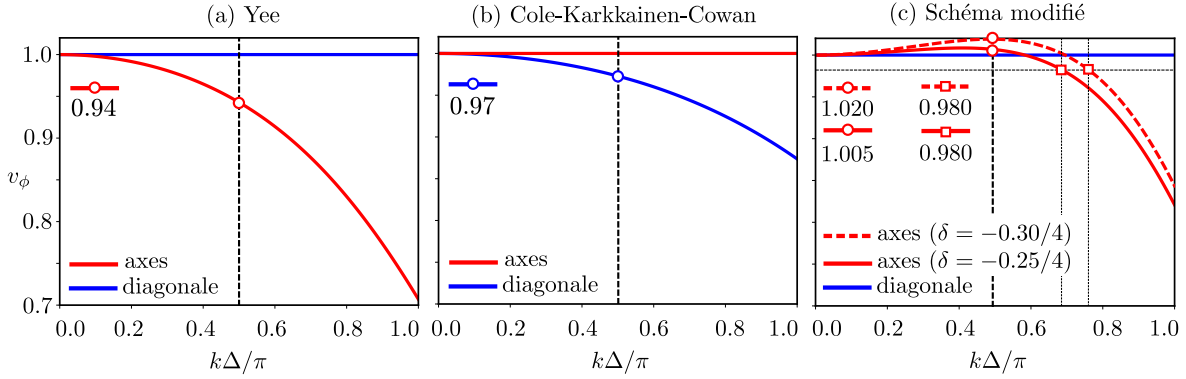


FIGURE 5.9 – Comparaison du schéma FDTD modifié avec les schémas classiques de Yee et Cole-Karkkainen-Cowan. **(a)** Le schéma de Yee est non dispersif sur la diagonale, mais la vitesse de phase chute rapidement sur les axes tel que pour  $k\Delta = \pi/2$ , on a  $v_\phi = 0.94c$ . **(b)** Le schéma CKC est non dispersif sur les axes de la grille, mais la vitesse de phase chute sur la diagonale telle que pour  $k\Delta = \pi/2$ , on a  $v_\phi = 0.97c$ . **(c)** Schéma FDTD modifié à  $\delta = -1/16$ . Ce schéma est non dispersif sur la diagonale. L'ordre élevé du schéma lui permet d'être supraluminique sur les axes tels que pour  $k\Delta = \pi/2$ , on a  $v_\phi = 1.005c$ . Le schéma demeure donc très peu dispersif en pratique, sauf pour des fréquences proches de la fréquence de Nyquist telle que  $v_\phi \leq 0.98c$  si  $k\Delta/\pi \geq 0.68$ . En fixant  $\delta = -0.3/4$ , on a  $\max(v_\phi) = 1.02$ . De plus  $v_\phi \leq 0.98$  si  $k\Delta/\pi \geq 0.78$ .

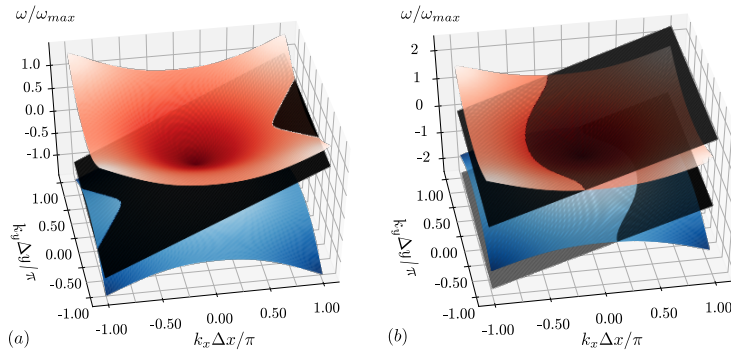


FIGURE 5.10 – Illustration dans l'espace  $(\omega, k_x, k_y)$  de l'instabilité Cherenkov numérique dans le cas du schéma FDTD modifié. **(a)** Les plans rouge et bleu définis par  $\omega_{light} = \pm kc(\omega, k)$  croisent le plan noir défini par  $\omega_{part} = \mathbf{v}_{part} k_x$  plus loin que pour le schéma de Yee. Il y aura une émission électromagnétique liée à l'effet Cherenkov numérique pour le mode  $m = 0$  que l'on pourra éventuellement filtrer. **(b)** Les plans rouge et bleu définis par  $\omega_{light} = \pm kc(\omega, k)$  croisent respectivement les plans noirs définis par  $\omega_{part}(m) = \mathbf{v}_{part} (k_x \pm 2\pi/\Delta x)$ , pour  $m = \pm 1$ . Il y a toujours une instabilité liée à l'effet Cherenkov pour des modes  $m \neq 1$ .



En fixant  $A = 0.3$ , la vitesse de phase maximale ne dépasse toujours pas 2% de la vitesse de la lumière ( $v_\phi \leq 1.02c$ ) et s'effondre à des fréquences légèrement plus hautes sur l'axe tel que  $\forall k\Delta/\pi \leq 0.78 : v_\phi \geq 0.98c$ . On illustre, sur les figures 5.10 et 5.11, les conséquences de ce nouveau schéma sur l'instabilité Cherenkov : L'instabilité pour le mode  $m = 0$  est repoussée au delà de  $k\Delta/\pi \geq 0.5$ .

On notera que seul un schéma spectral/PSATD [86] permet de supprimer *presque* complètement la dispersion tout en assurant une isotropie, elle aussi, *quasi-parfaite*. En pratique, on va voir qu'il n'est pas nécessaire cependant d'être aussi rigide sur l'absence de dispersion dans le schéma. De plus, pour de nombreux codes PIC, il est plus évident de modifier des coefficients dans un schéma FDTD déjà implémenté.

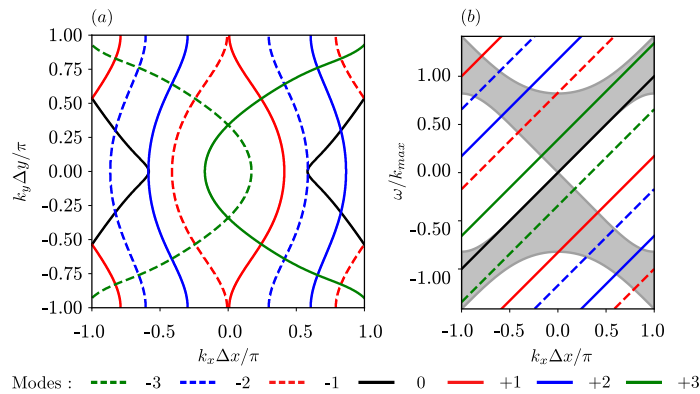


FIGURE 5.11 – Projection dans les plans  $(k_x, k_y)$  et  $(\omega, k_x)$  des figures 5.10a et 5.10b. **(a)** Intersections des surfaces définies par  $\omega_{light} = \pm kc(\omega, k)$  et  $\omega_{part}(m) = \mathbf{v}_{part}(k_x \pm m2\pi/\Delta x)$ , pour  $m = \{0, 1, 2, 3\}$ . On note que le mode  $m = 0$  intersecte cette fois-ci les surfaces  $\omega_{light}^\pm$  au delà  $k\Delta/\pi \geq 0.5$  puisque  $c(\omega, k) < c$  pour des valeurs de  $k\Delta/\pi$  supérieures à 0.5. **(b)** Projections des surfaces de courant dans le plan  $(\omega, k_x)$ . Il y a instabilité Cherenkov numérique si les droites sont dans la zone grise. Le mode  $m = 0$  pénètre dans cette zone pour  $k_x\Delta x/\pi \geq 0.5$ .

### 5.3.2 Schéma numérique modifié de type 2 : Contrôler l'instabilité Cherenkov

On peut constater avec l'équation (5.5) qu'éloigner  $\beta$  de la valeur  $-\delta$  revient à s'écarter de la condition CFL pour le schéma numérique. De manière plus générale, s'écarter des valeurs minimales pour les coefficients  $\{\delta, \beta\}$  du schéma permet de réduire la vitesse de phase sur les axes et/ou la diagonale. Ainsi, grâce à cela, en choisissant une autre condition CFL, on peut définir de nouveaux coefficients pour le schéma FDTD, qui possède les mêmes caractéristiques que le schéma précédent – à savoir une faible dispersion dans toutes les directions pour  $k\Delta \leq 0.5\pi$  et des vitesses  $v_\phi \geq 1$ . Pour supprimer toutes les instabilités Cherenkov des modes  $m \neq 0$  [88, 89], on impose la condition  $\delta t \leq \Delta/2$ . On obtient alors :

$$\delta \geq (1 - 4)/4 \quad \text{et} \quad \beta \geq (1 - 2 - 4\delta)/4 \quad (5.9)$$

Les vitesses de phase sont visibles sur la figure 5.12a. On constate que pour  $\forall k$ , la vitesse de phase est supérieure à  $c$ . Ainsi, l'instabilité Cherenkov pour  $m = 0$  est, elle aussi, supprimée. Cependant avec ce choix de coefficients, le schéma est très dispersif. On peut cependant, à partir de là, réduire les vitesses  $v_\phi$  en appliquant un facteur numérique à chacun des coefficients tel que par exemple :

$$\delta_0 = 0.110 \delta_{\text{CFL}} \quad \text{et} \quad \beta_0 = -0.150 \left(1 - 2 - 4\delta_0\right)/4 \quad (5.10)$$

Les vitesses de phases sont visibles sur la figure 5.12b. On remarque alors que la vitesse de phase est maintenue à  $v_\phi \simeq 1$  de manière isotrope pour tout les  $k\Delta \leq \pi/2$ . On verra par la suite que ce schéma est très avantageux puisqu'avec un filtrage adéquat des courants, on peut supprimer complètement l'instabilité Cherenkov numérique, quelque soit le mode  $m$ . Ensuite, les harmoniques ne subiront aucune dispersion jusqu'à la moitié de la fréquence de Nyquist quelque soit leur direction de propagation. Dans le cas d'un plasma à la densité solide c'est la résolution de la fréquence de Debye qui est limitante et nous sommes souvent bien obligé d'avoir des résolutions telles que  $\Delta \simeq \lambda_0/256$ .

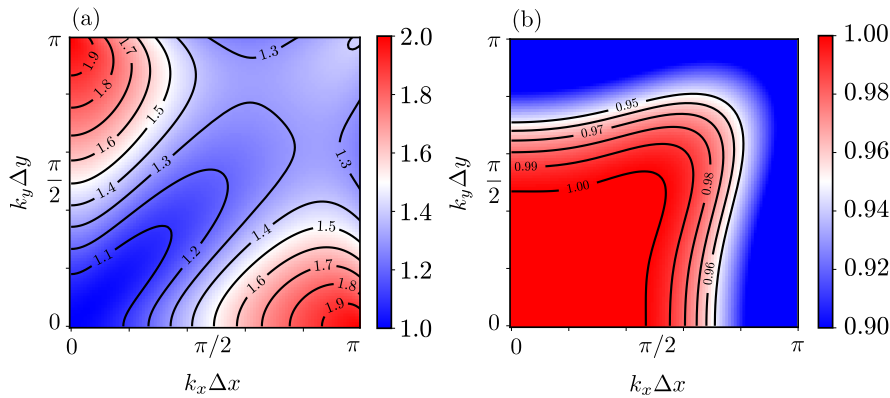


FIGURE 5.12 – Carte de la vitesse de phase pour le nouveau schéma FDTD d'ordre élevé en ayant fixé le rapport  $\Delta t/\Delta = 1/2$ . (a) Coefficient fixés à leurs minima autorisés par la condition CFL. (b) Avec des paramètres supérieur aux minima autorisés par la condition CFL.

### 5.3.3 Test du schéma numérique modifié : Aspect général des simulations de test et discussion autour du chauffage numérique

Pour évaluer l'impact de ce schéma FDTD modifié sur une simulation PIC, nous simulons, à titre d'exemple, l'écoulement d'un plasma d'électron/ion de densité  $10n_c$  ou  $500n_c$  d'épaisseur  $T = 400\text{nm}$  à bord raide, tel que les gradients de densité  $L_1$  et  $L_2$  soient nuls. Ce plasma dérive suivant  $\mathbf{e}_y$  à des vitesses proches de  $c$ . On fixe le facteur de Lorentz respectivement à  $\gamma_{e,10} = 100$  et  $\gamma_{e,500} = 2$ . On fixe la température des électrons respectivement à  $T_{e,10} = 100\text{ eV}$  et  $T_{e,500} = 1\text{ keV}$ . Un fond d'ion neutralisant dérive avec

les électrons. Le domaine de simulation lui est fixé à  $S = L_x \times L_y = 6.5 \times 5\lambda_0$ . La maille spatiale est fixée tel que  $\Delta x = \Delta y = \Delta = \lambda_0/128$  ou  $\Delta = \lambda_0/256$  de telle sorte que :

$$\lambda_{De} = \sqrt{\frac{\varepsilon_0 k_B T_e}{n_e e^2}} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k_B T_e [m_e c^2]}{n_e [n_e]}} \rightarrow \Delta \simeq 11\lambda_{De}^{(10)} \quad \text{et} \quad \Delta \simeq 12\lambda_{De}^{(500)} \quad (5.11)$$

Ainsi, le bruit d'auto-chauffage demeure négligeable sur le temps de simulation [68, 8, 19] (c'est à dire sur  $46.5T_0$ ). Enfin  $\Delta t = \Delta/\sqrt{2}$  qui est la condition CFL pour le schéma de Yee et le schéma modifié. On dispose aléatoirement 20 macro-particules par maille et par espèce. L'ordre de projection et d'interpolation est 4. On présente sur la figure (5.13) la position de chaque élément, en particulier des diagnostics qui nous permettront d'étudier le système. On impose des conditions de type « Silver-Müller » sur les bords gauche et droit du domaine, pour éventuellement injecter un champ électromagnétique.

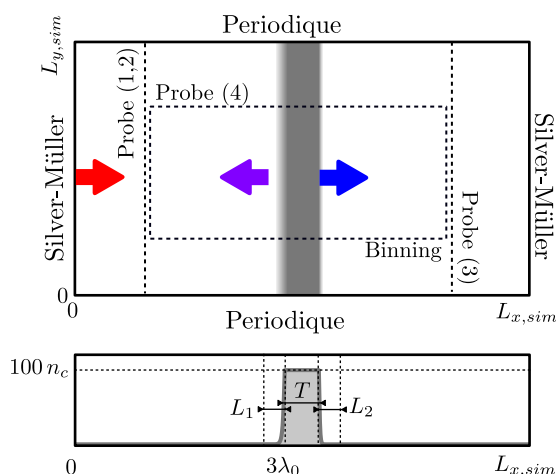


FIGURE 5.13 – Présentation du domaine de simulation utilisé pour tester le schéma FDTD modifié. On dispose un plasma à une distance de  $3\lambda_0$  du bord gauche d'épaisseur  $T = 0.5\lambda_0 = 400$  nm. Ce plasma dérive suivant  $\mathbf{e}_y$  avec une énergie de  $\gamma m_e c^2 \in \{2, 100\}$ . La résolution spatiale du domaine est choisie de telle manière à ce que  $\lambda_{De} \gg 15\Delta$ . On enregistre au cours du temps les signaux électromagnétiques qui passent par les « Probes » (1,2) et (3). On enregistre aussi l'évolution spatio-temporelle du plasma et des champs à la surface à l'aide du « Binning » et de la « Probe » (4). Initialement, aucun laser n'est injecté par le bord gauche pour séparer les effets de l'écoulement et des champs extérieurs.

### 5.3.4 Décalage vers les hautes fréquences du mode $m=0$ de l'instabilité Cherenkov numérique

On remarque sur les figures 5.10 et 5.11 que le schéma FDTD modifié permet théoriquement, en fonction du paramètre  $\delta$ , de repousser au delà de  $k\Delta/\pi \geq 0.5$  l'instabilité Cherenkov numérique du mode  $m = 0$  de la densité de courant. C'est ce qui est observé sur la figure 5.14a. Le schéma de Yee étant très dispersif sur les axes, un plasma de  $10n_e$  qui dérive sur la grille avec une énergie cinétique de  $E_k = 100m_e c^2$  rayonne par effet Cherenkov numérique. Ce rayonnement est présent pour de petites valeurs de  $k\Delta/\pi$  tel que la physique peut s'en trouver sévèrement altérée. Avec le schéma modifié tel que  $\delta = -0.25/4$  et  $\beta = -\delta$ , la vitesse de phase des ondes dans le vide est  $c \gtrsim 1$  jusqu'à  $k\Delta/\pi \geq 0.5$ . Ainsi l'instabilité Cherenkov numérique, provoquée par le mode 0 de la densité de courant, est repoussée au-delà de cette valeur. On remarque cependant que les petites valeurs de  $k\Delta/\pi$  accusent tout de même un chauffage certainement non physique.

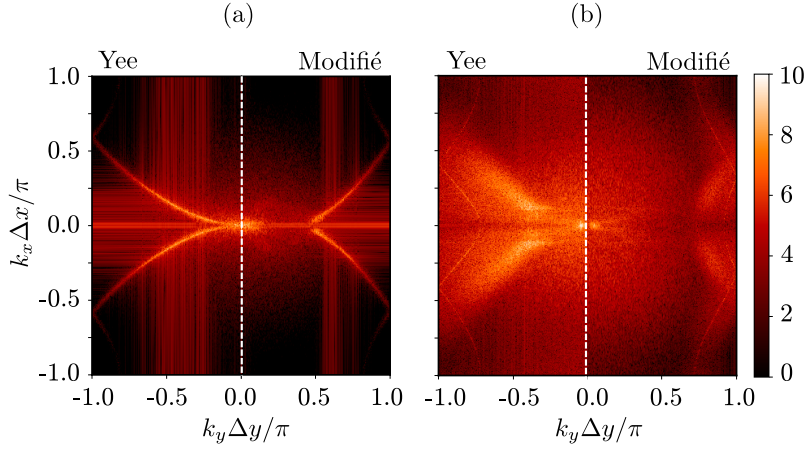


FIGURE 5.14 – Transformée de Fourier spatiale de  $B_z$  à  $t = 46.5T_0$ . **(a)** Comparaison de  $|\tilde{B}_z(k_x, k_y)|^2$  pour le schéma de Yee et le schéma modifié pour  $n_e = 10n_c$  et  $E_k = 100m_e c^2$ . On remarque que le schéma FDTD modifié repousse bien le rayonnement par effet Cherenkov au delà de  $k\Delta/\pi = 0.5$ . **(b)** Comparaison de  $|\tilde{B}_z(k_x, k_y)|^2$  pour le schéma de Yee et le schéma modifié pour  $n_e = 500n_c$  et  $E_k = 2m_e c^2$ . Le mode 0 de l'instabilité est de fait repoussé proche de la fréquence de Nyquist. Les instabilités dues aux modes  $\omega_{part}(m) = \mathbf{v}_{part}(k_x \pm m2\pi/\Delta x)$  pour  $m = \{2, 3\}$  ne sont plus négligeable.

Pour des énergies de dérive plus modérée telle que  $E_k = 2m_e c^2$ , l'instabilité Cherenkov, pour le mode 0 de la densité de courant, est repoussé de fait loin dans le spectre comme illustré sur la figure 5.14b. Cependant, pour des densités plasma plus importantes, telles que  $n_e = 500n_c$ , le repliement spectral du mode 0, ainsi que les modes 2 et 3 deviennent suffisamment intenses pour chauffer le plasma et modifier la physique. Encore une fois, pour le schéma non standard, ces instabilités numériques sont repoussées proche de la fréquence de Nyquist. On a représenté sur la figure 5.15 la position des intersections entre les plans  $\omega_{light} = \pm kc(\omega, k)$  et  $\omega_{part}(m) = \mathbf{v}_{part}(k_x \pm m2\pi/\Delta x)$ , pour  $m = \{0, 1, 2, 3\}$ , lorsque la vitesse de dérive du plasma est de  $v_p = 0.86c$  ( $\gamma = 2$ ).

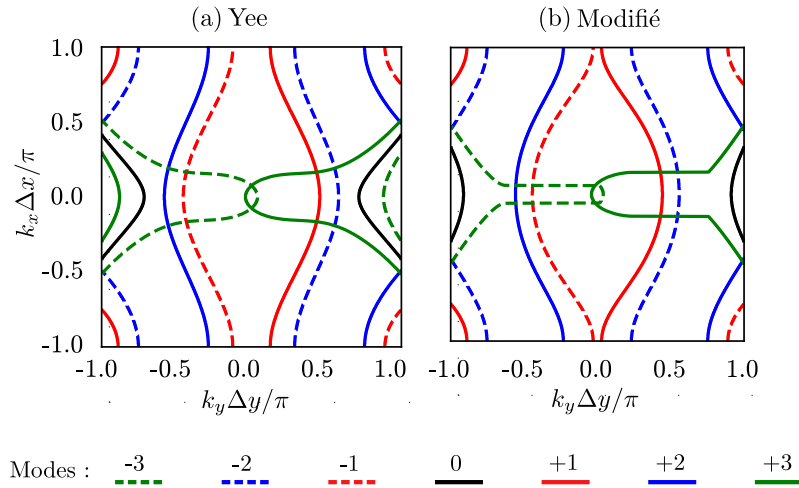


FIGURE 5.15 – Projection dans les plans  $(k_x, k_y)$  de l'intersection des surfaces définies par  $\omega_{light} = \pm kc(\omega, k)$  et  $\omega_{part}(m) = \mathbf{v}_{part}(k_x \pm m2\pi/\Delta x)$ , pour  $m = \{0, 1, 2, 3\}$ . **(a)** Schéma de Yee avec une vitesse de dérive du plasma de  $v_p = 0.86c$  ( $\gamma = 2$ ). **(b)** Schéma modifié avec une vitesse de dérive du plasma de  $v_p = 0.86c$  ( $\gamma = 2$ ).

### 5.3.5 Suppression raisonnable de l'instabilité Cherenkov et de la dispersion : Le lissage des courants

On a vu dans la section précédente que le schéma FDTD modifié permettait de repousser la grande majorité des instabilités Cherenkov numériques à des fréquences plus grandes que  $k\Delta/\pi = 0.5$ . Cette propriété intéressante nous permet d'envisager des méthodes de filtrage spatiales pour nous en débarrasser complètement sans pour autant altérer négativement la physique aux basses fréquences. On utilise pour cela un filtre sur les courants dont le noyau (matrice de convolution) à une dimension est donné par :

$$K_f(\alpha) = \left( 4(1 - \alpha)/2, 4\alpha, 4(1 - \alpha)/2 \right) \quad (5.12)$$

En posant  $\alpha = 0.5$ , on retrouve le noyau du filtre binomial [90] tel qu'à une dimension, on a :

$$J_i^f = \begin{pmatrix} \frac{1}{4} & \frac{1}{2} & \frac{1}{4} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} J_{i-1} \\ J_i \\ J_{i+1} \end{pmatrix} \rightarrow J_i^f = \frac{J_i}{2} + \frac{J_{i-1} + J_{i+1}}{4} \quad (5.13)$$

En utilisant le produit tensoriel, on trouvera le noyau à 2 dimensions :

$$K_f(\alpha = 0.5) = \begin{pmatrix} 1/4 \\ 1/2 \\ 1/4 \end{pmatrix} \otimes \begin{pmatrix} 1/4 & 1/2 & 1/4 \end{pmatrix} = \frac{1}{16} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 4 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix} \quad (5.14)$$

Ce filtre supprime les hautes fréquences et peut être employé  $n$  fois à la suite. Pour rendre la coupure en fréquence plus abrupte on peut ajouter une étape de compensation au filtrage [90], étape qui consiste à appliquer une fois un filtre tel que  $\alpha_c = n - n\alpha + 2\alpha$ . On décide pour la suite d'appliquer le filtre binomial 3 fois avant de rendre la coupure plus abrupte telle que :

$$J^f = K_f(\alpha_c) * \left[ K_f(\alpha) * \left[ K_f(\alpha) * \left[ K_f(\alpha) * J \right] \right] \right] \quad (5.15)$$

Dans le cas où  $J(x) \propto e^{jkx}$ , on note  $\tilde{J}(k) \propto g(k) e^{jkx}$ , avec  $g(k)$  la réponse impulsionnelle du filtre. On a représenté sur les figures 5.16a et 5.16b  $g(k)$  pour plusieurs valeurs de  $n$ , avec ou sans étape de compensation. Dans le cas où  $\Delta = \lambda_0/128$ , on a  $k_{max} = 64k_0$ . On remarque qu'avec une étape de compensation, les courants tels que  $k \leq 0.2k_{max} \lesssim 12k_0$  sont inchangés.

On a représenté sur la figure 5.17 l'effet d'un filtrage des courants. Pour des plasmas peu denses, mais dont la vitesse de dérive est proche de  $c$ , les instabilités Cherenkov sont bien mieux maîtrisées et le chauffage du plasma est reporté avec le schéma modifié, comme illustré sur la figure 5.18a. Une ou deux étapes supplémentaires de filtrage semblent nécessaires pour faire disparaître complètement ces instabilités. Avec le schéma de Yee, cela serait impossible puisque l'instabilité commence pour des valeurs  $k\Delta/\pi \rightarrow 0$ . Dans le cas de plasma plus dense, mais avec des vitesses de dérive plus modestes, les instabilités Cherenkov sont complètement maîtrisées avec le schéma modifié, de telle sorte que le

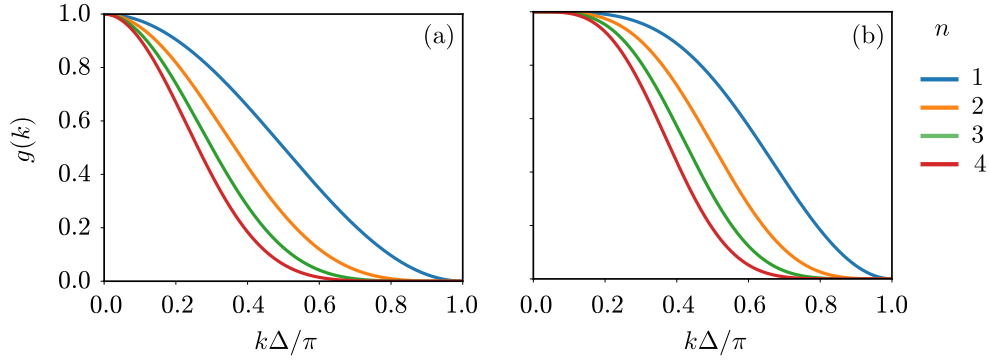


FIGURE 5.16 – Réponse impulsionnelle de filtre binomial pour  $n$  passage(s). **(a)** Sans étape de compensation  $K(\alpha_c)$ . **(b)** Avec étape de compensation  $K(\alpha_c)$ . On note que l'application du filtre  $K(\alpha_c)$  permet de sauvegarder un peu mieux les courants basse fréquence de telle manière à ce que le signal ne sera que très peu modifié pour  $k\Delta/\pi \geq 0.2$ .

plasma ne chauffe même plus comme on peut le voir sur la figure 5.18b. Le schéma de Yee lui reste instable.

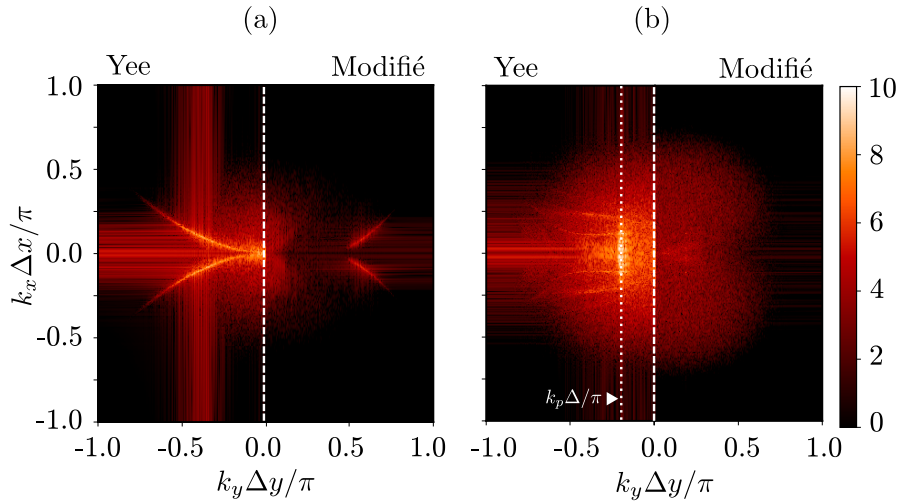


FIGURE 5.17 – Transformée de Fourier spatiale de  $B_z$  à  $t = 46.5T_0$  avec trois passages du filtre binomial et une étape de compensations. **(a)** Comparaison de  $|\tilde{B}_z(k_x, k_y)|^2$  entre le schéma de Yee et le schéma modifié pour  $n_e = 10n_c$  et  $E_k = 100m_e c^2$ . On remarque que le schéma FDTD modifié avec filtrage réduit fortement les instabilités Cherenkov. **(b)** Comparaison de  $|\tilde{B}_z(k_x, k_y)|^2$  entre le schéma de Yee et le schéma modifié pour  $n_e = 500n_c$  et  $E_k = 2m_e c^2$ . Les instabilités dues aux modes  $\omega_{part}(m) = \mathbf{v}_{part}(k_x \pm m2\pi/\Delta x)$  pour  $m = \{2, 3\}$  ne sont toujours pas négligeable dans le cas de Yee, en particulier à cause d'un couplage au niveau de la fréquence plasma  $k_p = \sqrt{500} \simeq 0.18$ . Le schéma modifié lui semble débarrassé de toutes instabilités.

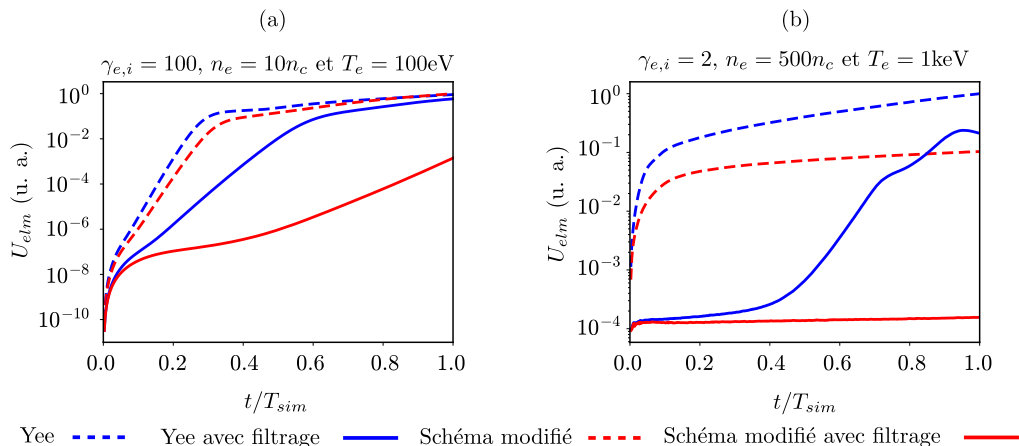


FIGURE 5.18 – Émission électromagnétique du plasma pour les différents cas tests précédents. On compare pour chaque cas l’influence du schéma numérique (Yee/Modifié) et du filtrage spatial des courants. **(a)** On remarque que sans filtrage le schéma modifié ne diminue que très peu l’énergie rayonnée par le plasma dérivant dans la simulation à des vitesses proches de  $c$ . Sans être complètement supprimée, l’émission due à l’instabilité Cherenkov est maîtrisée avec l’utilisation conjointe du filtrage et du schéma modifié. **(b)** Pour des plasmas très denses, mais moins rapides, il n’y a plus d’émission électromagnétique avec l’utilisation conjointe du filtrage et du schéma modifié.

### 5.3.6 Chauffage numérique dû à l’instabilité Cherenkov pour un plasma dense avec un schéma numérique de Cole-Karkainen-Cowan

On pourrait se demander, à juste titre, si l’utilisation d’un schéma numérique de type Cole-Karkainen-Cowan (CKC) demeure envisageable pour des simulations dans le référentiel mobile. Bien qu’il soit non dispersif sur les axes à la limite CFL, le schéma de CKC s’utilise en pratique à  $\Delta t \simeq 0.98 - 0.99 \Delta t_{CFL}$  c’est-à-dire à  $\Delta t = 0.98 - 0.99 \Delta$ . Dans ce cas, le schéma numérique devient aussi dispersif sur les axes et pour des particules telles que  $v_p \rightarrow c$ , on peut retrouver une émission électromagnétique parasite à cause de l’effet Cherenkov numérique ou dans des cas plus graves, une instabilité. La figure 5.19a montre en effet que les plans  $\omega_{light} = \pm kc(\omega, k)$  et  $\omega_{part} = \mathbf{v}_{part} k_x$  se croisent pour des valeurs de  $k\Delta/\pi \rightarrow 0$ . Dans le cas où le plasma dérive avec une vitesse plus petite un filtrage de courant, devrait à priori suffire à maîtriser l’instabilité comme on peut le voir sur la figure 5.19b.

Cependant, comme illustré sur la figure 5.20, l’utilisation d’un schéma de CKC reste instable à la limite CFL [88, 89], même avec un filtrage. En effet, on observe sur la figure 5.21a, que l’instabilité Cherenkov est déclenchée par les modes  $m > 0$  de la densité de courant. On note d’ailleurs un point chaud lorsque la droite d’équation  $\omega_{light}^2 = k^2 c^2(\omega, k) + \omega_{pe}^2$  croise la droite d’équation  $\omega_{part} = \mathbf{v}_{part}(m) (k_x \pm m 2\pi/\Delta x)$ , avec  $m > 0$ . Proche de la CFL, il n’y a pas d’instabilité Cherenkov déclenchée par le mode  $m = 0$ .

Lorsque l’on choisit une résolution temporelle telle que  $\Delta t = \Delta/2$ , parfois appelé « Magical Timestep » [88, 89], on supprime l’instabilité déclenchée par les modes  $m > 0$

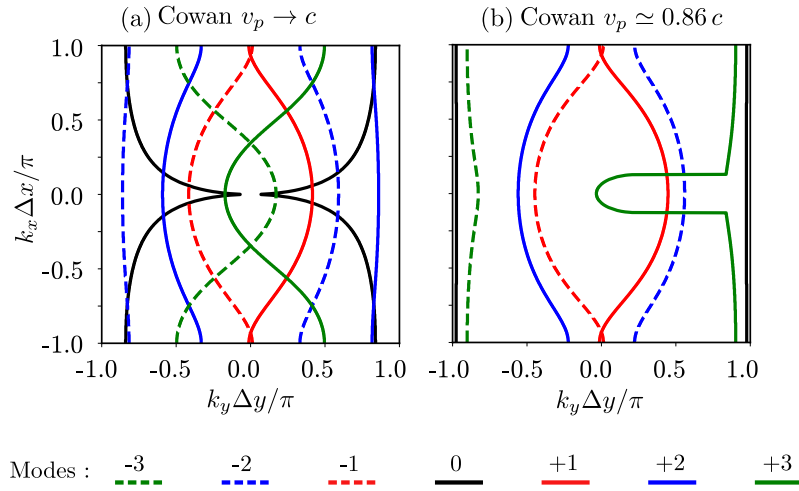


FIGURE 5.19 – Projection dans le plan  $(k_x, k_y)$  des intersections des surfaces définies par  $\omega_{light} = \pm kc(\omega, k)$  et  $\omega_{part}(m) = \mathbf{v}_{part}(k_x \pm m2\pi/\Delta x)$ , pour  $m = \{0, 1, 2, 3\}$  en utilisant un schéma CKC proche de la limite CFL, ici  $\Delta t = 0.98\Delta t_{CFL}$ . **(a)** La vitesse de dérive du plasma s’approche de la vitesse de la lumière dans le vide,  $v_p \rightarrow c$ . **(b)** La vitesse de dérive du plasma est plus basse, telle que  $v_p = 0.86c$  ( $\gamma = 2$ ).

de la densité de courant. Cependant, comme le montre les figures 5.20 et 5.21b, un rayonnement par effet Cherenkov demeure pour  $m = 0$ , le schéma étant devenu dispersif sur les axes à force de s’éloigner de la limite CFL.

Enfin, les figures 5.20 et 5.21c indiquent que le schéma modifié ne voit aucune instabilité numérique déclenchée, que ce soit par les modes  $m = 0$  ou  $m > 0$  de la densité de courant. Il semble donc convenir bien mieux qu’un schéma de CKC standard pour des simulations dans le référentiel mobile.

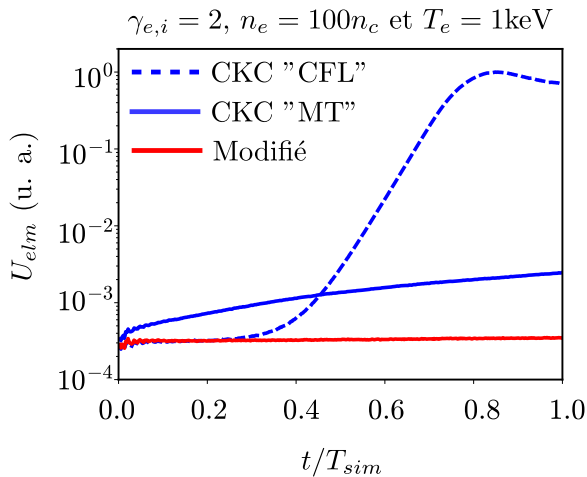


FIGURE 5.20 – Énergie électromagnétique émise par un plasma dérivant avec une énergie  $E_k = 2m_e c^2$  suivant l’axe  $\mathbf{e}_y$  pour trois schémas numériques différents : Schéma de CKC à  $\Delta t = 0.98\Delta$  (limite CFL), schéma de CKC à  $\Delta t = 0.5\Delta$  (MT) et le schéma modifié à  $\Delta t = 0.98\Delta/\sqrt{2}$ .



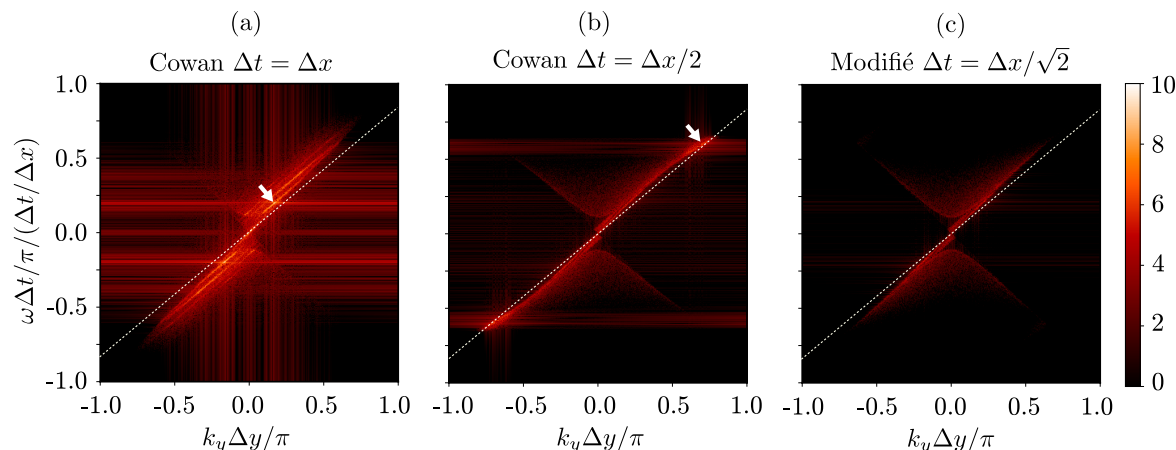


FIGURE 5.21 – Transformée de Fourier de  $B_z(t, y)$  en  $x = 1$ , position de « Probe » (2). Un plasma de  $n_e = 100n_c$  et  $E_k = 2m_e c^2$  dérive au milieu du domaine de simulation. La droite en pointillés correspond à la droite d'équation  $\omega_{part} = \mathbf{v}_{part} k_x$  (a)  $|\tilde{B}_z(\omega, k_y)|^2$  pour le schéma CKC et  $\Delta t = 0.98\Delta$ . L'instabilité Cherenkov numérique est déclenchée par les modes  $m > 0$  de la densité de courant, principalement lorsque la droite d'équation  $\omega_{light}^2 = k^2 c^2(\omega, k) + \omega_{pe}^2$  croise la droite d'équation  $\omega_{part} = \mathbf{v}_{part}(k_x \pm m 2\pi/\Delta x)$  (flèche blanche). (b)  $|\tilde{B}_z(\omega, k_y)|^2$  pour le schéma CKC et  $\Delta t = 0.5\Delta$ . L'instabilité Cherenkov numérique est déclenchée par le mode  $m = 0$  de la densité de courant, lorsque la droite d'équation  $\omega_{light} = \pm kc(\omega, k)$  croise la droite d'équation  $\omega_{part} = \mathbf{v}_{part} k_x$  (flèche blanche). (c)  $|\tilde{B}_z(\omega, k_y)|^2$  pour le schéma modifié et  $\Delta t = 0.98\Delta/\sqrt{2}$ . L'instabilité Cherenkov numérique est absente.

### 5.3.7 Le miroir plasma dans le référentiel mobile

Jusqu'à présent, le plasma s'écoulait sans perturbations extérieures le long de l'axe  $\mathbf{e}_y$ . Ce nouveau schéma semble d'ores et déjà plus stable que les schémas FDTD classiques. On peut se demander si l'interaction du plasma avec un laser est bien décrite par le nouveau schéma. En particulier, on regarde l'allure du spectre électromagnétique produit par l'oscillation de la surface plasma. Pour cela, un fait interagir un laser de fréquence  $\omega_M = \omega_0/2$  et un plasma d'électron/ion de densité  $n_M = 2n_0 = 200n_c$  d'épaisseur  $T = 5.5\lambda_0$  avec un gradient de densité, sur la face éclairée, tel que  $L_1 \simeq 0.08\lambda_0$ . Ce plasma dérive suivant  $\mathbf{e}_y$  avec une vitesse  $v_p \simeq 0.86c$ , c'est-à-dire  $\gamma_e = 2$ . On fixe la température des électrons respectivement à  $T_e = 1 \text{ keV}$ . Un fond d'ion neutralisant dérive avec les électrons. Le domaine de simulation lui est fixé à  $S = L_x \times L_y = 6.5 \times 10.5\lambda_0$ . La maille spatiale est fixée tel que  $\Delta x = \Delta y = \Delta = \lambda_0/128$  de telle sorte que  $\Delta \simeq 15.6\lambda_{De}$ . Enfin  $\Delta t = \Delta/\sqrt{2}$  qui est la condition CFL pour le schéma modifié. On dispose aléatoirement 20 macro-particules par maille et par espèce. L'ordre de projection et d'interpolation est 4. On présente sur la figure 5.22 les principaux résultats.

La figure 5.22a illustre le mouvement de la surface au cours du temps. Lorsque le plasma (en rouge) est tiré par le champ incident et lorsque la vitesse de la surface tend vers  $c$ , des harmoniques du laser incident sont émises et des impulsions attosecondes (en violet) se propagent dans le vide. On a tracé le spectre du rayonnement sur la figure 5.22b entre les harmoniques 20 et 60. On rappelle que les harmoniques tels que  $\omega \geq 32$

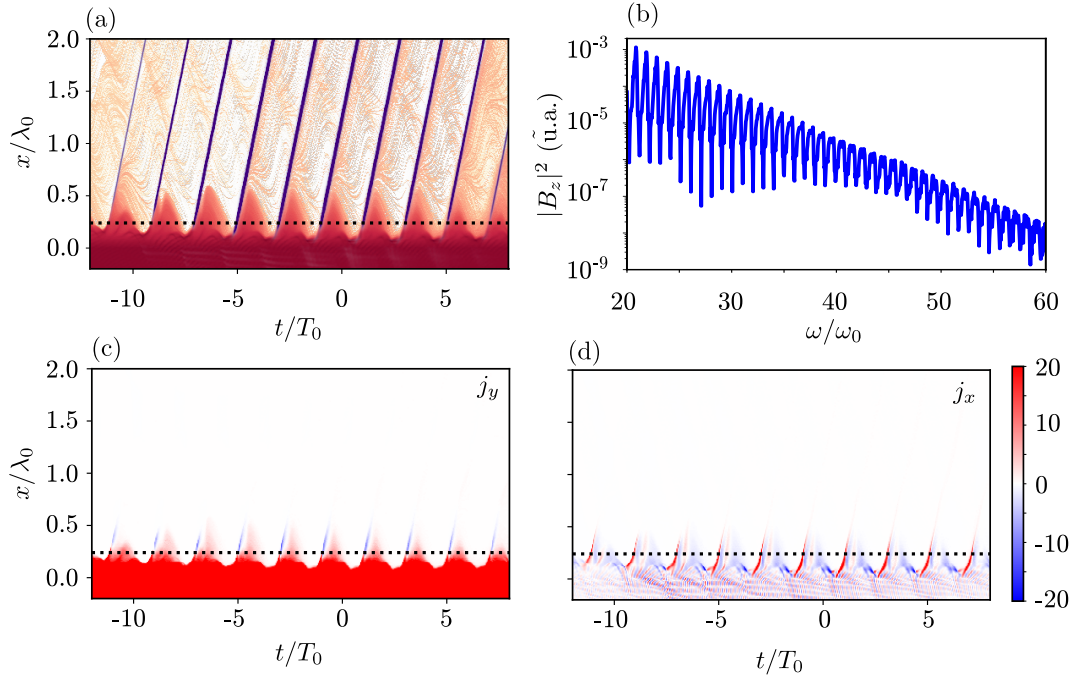


FIGURE 5.22 – Illustration d’une simulation laser-plasma 2D, dans le référentiel mobile. **(a)** Émission d’impulsion attosecondes. **(b)** Spectre du rayonnement réfléchi. **(c)** Courant  $j_y$  des électrons. **(d)** Courant  $j_x$  des électrons. L’émission des impulsions attosecondes coïncide avec les instants où  $j_y \rightarrow 0$ .

se propagent bien dans la boîte, mais possède une vitesse de phase erronée à cause de la dispersion numérique du schéma pour de valeurs de  $k\Delta/\pi \geq 0.5$ . Sur les figures 5.22c et 5.22d sont représenté les courants  $j_x$  et  $j_y$  des électrons. On remarque que l’émission de l’impulsion attoseconde se produit au moment même où  $j_y \rightarrow 0$  et donc où  $j_x/n_e \rightarrow c$ . À ce moment-là, l’accélération responsable de l’émission électromagnétique est centripète.

Bien que la physique semble être correctement décrite, la densité du plasma a été fortement réduite. En effet, un solide irradié par un laser présente des densités électroniques  $n_0 \simeq 300n_c$ . On simule donc un plasma d’électron/ion de densité  $n_M = 2n_0 = 600n_c$ . Avec la même résolution spatiale, on fixe la température des électrons respectivement à  $T_e = 10$  keV pour résoudre correctement la longueur de Debye, telle que  $\Delta \simeq 8.59\lambda_{De}$ . On s’aperçoit cependant que le plasma chauffe et que la simulation est numériquement instable. En faite, les densités plasma importantes nous obligent à mieux mailler temporellement notre simulation pour résoudre la fréquence plasma  $\omega_{pe}$ . Ainsi il est généralement admis que  $\Delta t\omega_{pe} \simeq 0.2$  assure la stabilité de la simulation [68].

On a donc réalisé, au total trois simulations, telle que  $\Delta \in \{\lambda_0/128, \lambda_0/256, \lambda_0/512\}$ , ce qui correspond à  $\Delta t \in \{T_0/181, T_0/362, T_0/724\}$ . Les valeurs de  $\Delta/\lambda_{De}$  et  $\Delta\omega_{pe}$  sont respectivement de  $\{8.59, 4.29, 2.14\}$  et  $\{0.85, 0.42, 0.21\}$ . Dans le dernier cas, on observe sur la figure 5.23 que le plasma ne chauffe plus de manière déraisonnable. La physique semble bien décrite.

La figure 5.24 montre que le bruit dans les impulsions attosecondes sont très dépendantes de ce chauffage numérique. Une mauvaise résolution de la fréquence plasma entraine l’extinction du spectre harmonique. Le chauffage numérique dû à une mauvaise résolution de la longueur de Debye n’est pas forcément celui qui importe sur nos temps

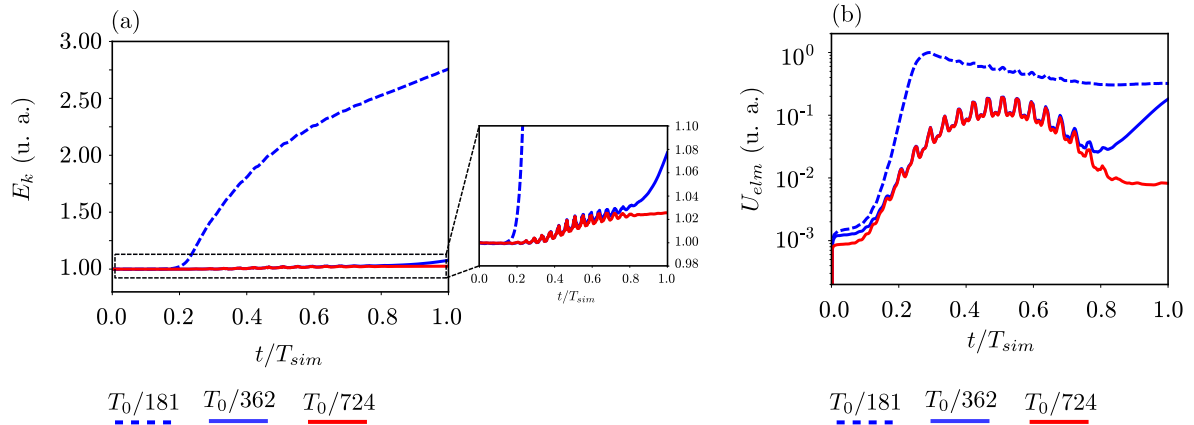


FIGURE 5.23 – Évolution au cours du temps de l'énergie cinétique du plasma, de densité  $600n_c$ , (a) et de l'énergie électromagnétique (b) dans le domaine de simulation pour trois résolutions temporelles  $\Delta t \in \{T_0/181, T_0/362, T_0/724\}$ . On remarque que le chauffage numérique disparaît lorsque  $\Delta\omega_{pe} \simeq 0.2$ .

d'interaction. Finalement, l'allure du spectre, avec un plasma à densité réduite, semble très proche du spectre à la densité du solide. On pourra donc se contenter de simulation moins gourmande en ressource pour illustrer correctement la physique de la surface du miroir.

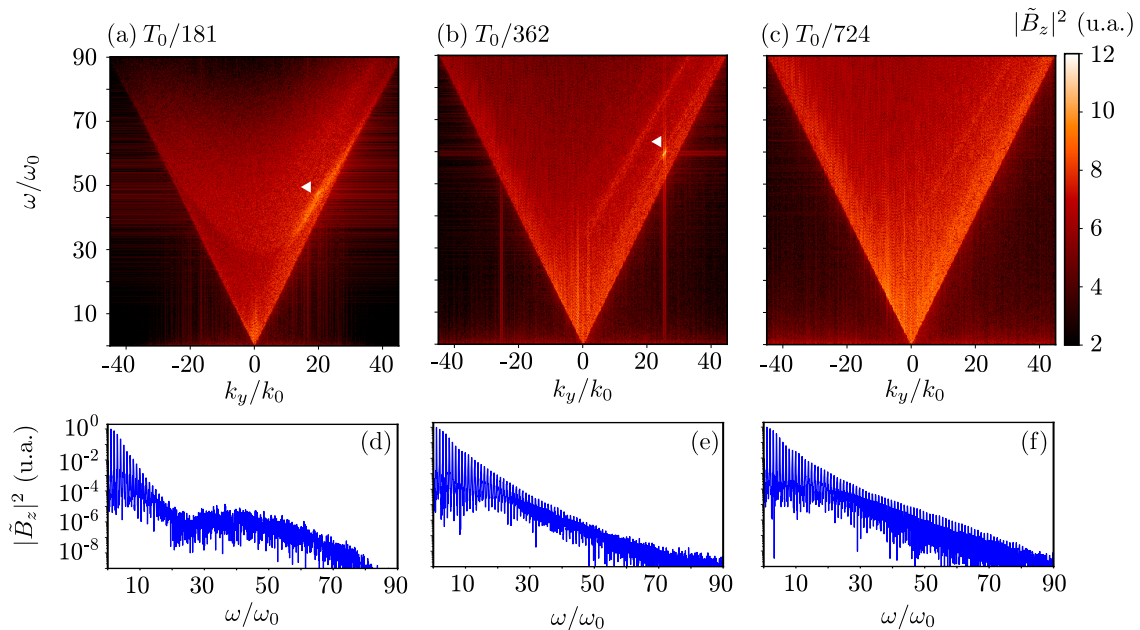


FIGURE 5.24 – Évolution du spectre des champs réfléchis pour  $\Delta\omega_{pe} \in \{0.85, 0.42, 0.21\}$ . La mauvaise résolution temporelle de la simulation vis-à-vis de période plasma entraîne un chauffage numérique qui détériore grandement le spectre ré-émis. (a) Pour  $\Delta\omega_{pe} \simeq 0.85$  le spectre ne s'étend pas plus loin que l'harmonique 20. Il existe un point chaud sur la carte  $(k, \omega)$ , repéré par la flèche blanche. (b) Pour  $\Delta\omega_{pe} \simeq 0.42$  le spectre s'étend jusqu'à l'harmonique 50. Il existe toujours un point chaud sur la carte  $(k, \omega)$ . (c) Pour  $\Delta\omega_{pe} \simeq 0.21$ , le spectre atteint l'harmonique 90. Il n'y a plus de points chauds sur la carte  $(k, \omega)$ .

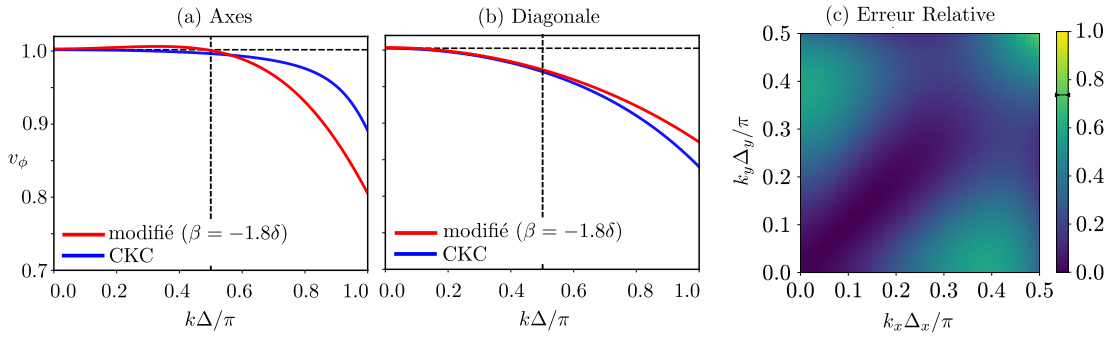


FIGURE 5.25 – Modification du paramètre  $\beta$  du schéma modifié pour reproduire la dispersion d'un schéma CKC sur la diagonale. Éloigner  $\beta$  de sa valeur minimale fait chuter la vitesse de phase sur la diagonale. Dispersion évaluée pour  $\Delta t = \Delta/\sqrt{2}$ .

### 5.3.8 Influence de l'anisotropie dans un schéma type CKC pour la génération d'harmoniques

Dans le référentiel mobile, l'incidence du laser est normale et les champs laser et réfléchis se propagent sur les axes de la grille. On peut se demander quel est l'effet de l'isotropie du schéma dans un tel cas. Le schéma de Cole-Karkäinen-Cowan étant instable proche de la limite CFL ou bien dispersif sur les axes pour  $\Delta t = \Delta/2$ , on change le paramètre  $\beta$  du schéma FDTD modifié de manière à reproduire la dispersion d'un schéma CKC sur la diagonale seulement. Ainsi on fixe  $\delta = -0.225/4$  et  $\beta = -1.8\delta$ . Dans la première moitié de la zone de Brillouin, illustré sur la figure 5.25, le schéma modifié reproduit à 0.78% d'erreur relative le schéma de CKC proche de la limite CFL.

La figure 5.26 montre que le spectre à  $k_y = 0$  est très peu modifié, bien qu'à haute fréquence, les pics harmoniques sont moins bien dessinés (perte de contraste) dans le cas du schéma anisotrope. Dans le cas du schéma de Yee, visiblement instable, les pics harmoniques sont même très bruités. Le spectre 2D  $|\tilde{B}_z(\omega, k_y)|^2$  fait ressortir des signaux visiblement non physiques pour  $k_y \simeq 4k_0$ , des « satellites », repérés par des flèches blanches dans le cas du schéma anisotrope. Ainsi, même dans le référentiel mobile, l'isotropie du schéma numérique semble bénéfique.

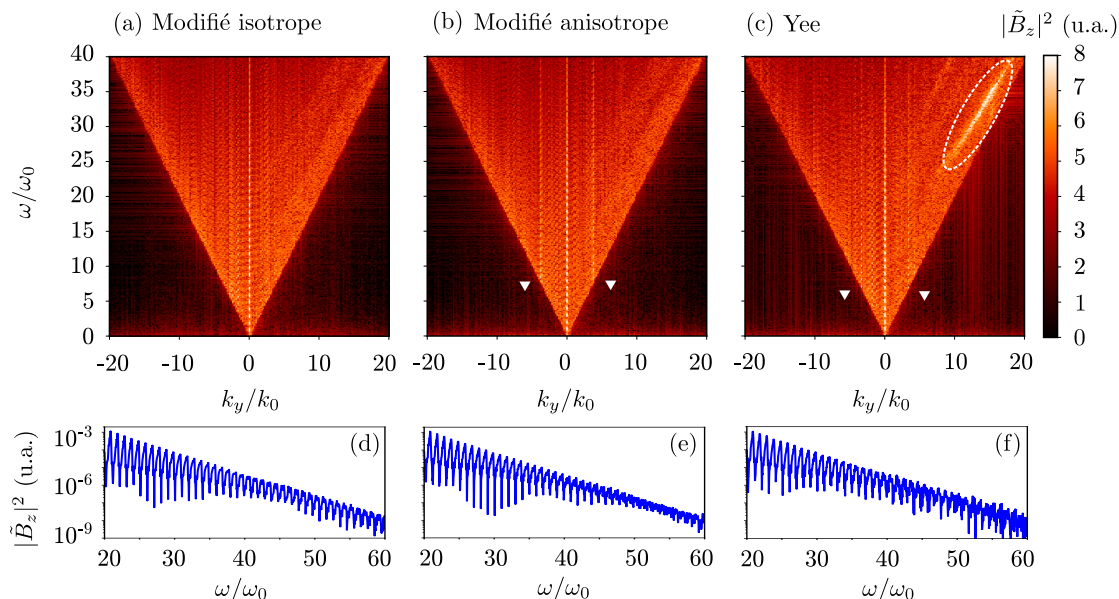


FIGURE 5.26 – Illustration de l’effet de l’anisotropie dans le schéma FDTD modifié. **(a)** Le schéma est isotrope  $(\delta, \beta) = (-0.225/4, +0.225/4)$ . **(b)** Le schéma est anisotrope  $(\delta, \beta) = (-0.225/4, +0.225/4 \times 1.8)$ . Des satellites apparaissent lorsque  $k_y \simeq 4k_0$ . **(c)** Dans le schéma à Yee, les satellites semblent moins prononcés. On note que le plasma semble chauffer numériquement (instable). **(d-e-f)** Allure du spectre en  $k_y = 0$  pour les trois schémas numériques. Dans le cas du schéma anisotrope, le contraste des pics harmoniques est moins bon.

### 5.3.9 Le miroir plasma dans le référentiel du laboratoire

C’est dans le référentiel du laboratoire que la propriété d’isotropie du schéma est la plus utile. Comme évoqué par G. Blaclard [86] la dispersion numérique des schémas standards dévie angulairement les harmoniques de leur direction de propagation théorique. Le vide semble posséder un indice optique différent pour chaque fréquence. Par conséquence les harmoniques sont émises dans des directions différentes. Cet effet est néfaste pour l’étude des harmoniques après qu’elles se soient propagées dans le domaine de simulation puisqu’elles ont été émises dans une direction différente de ce qui est prévu théoriquement.

Pour valider les propriétés d’isotropie du schéma modifié, on simule un plasma d’électron/ion de densité  $n_0 = 100n_e$  qui possède un gradient sur sa face éclairée telle que  $L_1 \simeq 0.08\lambda_0$ . On fixe la température électronique à  $T_e = 1 \text{ keV}$ . Les ions sont froids et infiniment lourds. Le laser d’amplitude  $a_0 = 10$ , de fréquence  $\omega_0$  et dont le waist  $w = 3\lambda_0$ , arrive sur la cible avec un angle  $\theta = 60^\circ$ . L’enveloppe temporelle est assumée être un  $\sin^2$ . Le domaine de simulation lui est fixé à  $S = L_x \times L_y = 40 \times 40\lambda_0$ . La maille spatiale est fixée tel que  $\Delta x = \Delta y = \Delta = \lambda_0/128$  tel sorte que  $\Delta \simeq 11\lambda_{De}$ . On fixe  $\Delta t = \Delta/\sqrt{2}$ , la condition CFL le schéma modifié, tel que  $\Delta t\omega_{pe} \simeq 0.34$ . On dispose aléatoirement 20 macro-particules par maille et par espèce. L’ordre de projection et d’interpolation est 4. Le domaine de simulation est représenté sur la figure 5.27a.

Le laser incident se propage sur l’axe  $\mathbf{e}_x$ . Cependant le signal réfléchi dans la direction

spéculaire se propage avec un angle  $\theta_g = -60^\circ$  par rapport à  $\mathbf{e}_x$ . On compare sur les figures 5.27d et 5.27e le spectre du signal réfléchi, à une distance  $l = 25\lambda_0 \simeq 0.5z_r$ , pour une simulation réalisée avec le schéma de Yee et le schéma modifié.

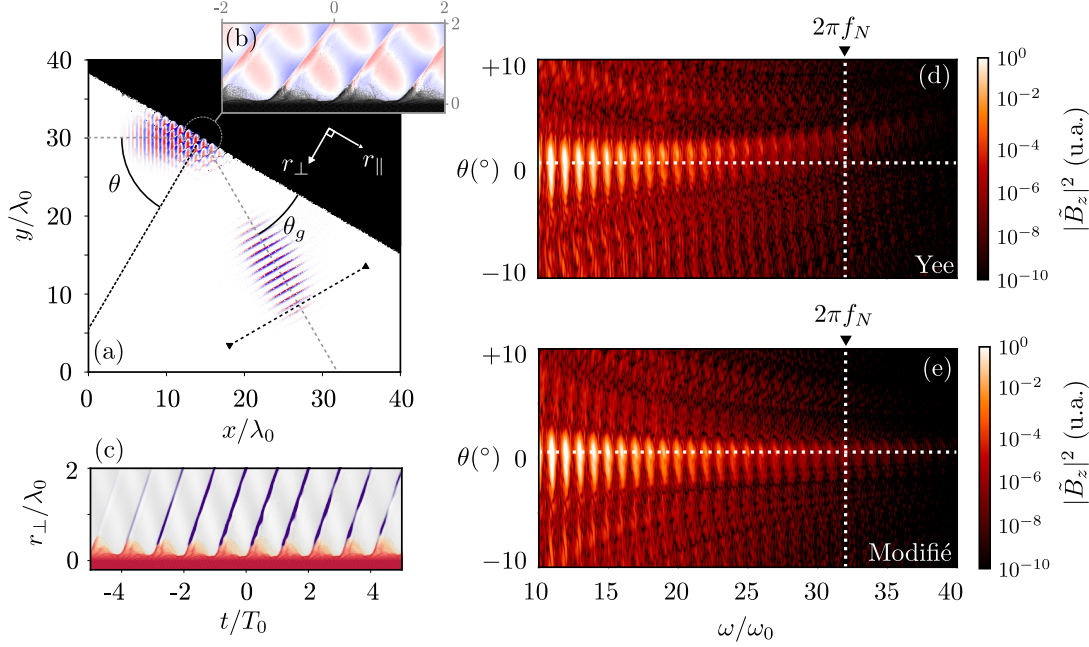


FIGURE 5.27 – Simulation 2D de l’interaction laser-plasma dans le référentiel du laboratoire. **(a)** Le laser, d’amplitude  $a_0 = 10$ , vient se réfléchir avec un angle d’incidence  $\theta = 60^\circ$  sur un plasma très dense ( $100n_c$ ). La direction spéculaire forme un angle  $\theta_g = 60^\circ$  avec l’axe  $\mathbf{e}_x$ . Cette configuration n’est pas idéale pour un schéma de Yee ou CKC. **(b)** Instantané de la surface du plasma pendant l’interaction. **(c)** Évolution temporelle de la surface du plasma, pendant l’interaction, au point focal. **(d)** Spectre 2D  $|B_z(\theta, \omega)|^2$  du faisceau réfléchi lorsque le schéma de Yee est utilisé. **(e)** Spectre 2D  $|B_z(\theta, \omega)|^2$  du faisceau réfléchis lorsque le schéma modifié est utilisé. On remarque que même pour de petites résolutions, l’isotropie et l’absence de dispersion pour  $k\Delta/\pi \leq 0.5$  du schéma modifié permet une description fidèle et réaliste du contenu harmonique.

Sans surprise, le schéma de Yee présente une déviation du signal en fonction de l’ordre harmonique. Comme évoqué dans [86], il faudrait une résolution d’au moins  $\lambda_0/322$  pour obtenir une déviation des harmoniques inférieures à 5 mrad. Le schéma modifié lui présente une dispersion quasi nulle jusqu’à  $2\pi f_N/2 = 128\omega_0/4$ , avec  $f_N$  la fréquence de Nyquist. Cette propriété du schéma modifié permet d’envisager des scénarios de simulation à bas coup de temps de calcul sans avoir à choisir de direction privilégiée, ce qui est beaucoup moins contraignant dans le design du domaine de simulation.

Ce schéma FDTD modifié semble ainsi être une alternative sérieuse (non un remplaçant) aux schémas numériques PSTD/PSATD qui sont, dans nos conditions, soumis aux mêmes contraintes de temps et d’espace que les schémas FDTD plus classiques ( $\Delta t\omega_{pe} \simeq 0.2$ ,  $\Delta/\lambda_{De} \simeq 10$ , etc.). Les schémas PSTD/PSATD demeurent plus coûteux pour une même résolution de temps et d’espace.



# Chapitre 6

## Diagnostic numérique pour les champs électromagnétiques rayonnés à l'infini

### 6.1 Cinématique à 3 dimensions d'espace

On a vu précédemment qu'avec l'aide des fonctions de Green nous trouvons les solutions retardées des équations d'onde  $\partial_\alpha \partial^\alpha A^\mu = \mu_0 J^\mu$  :

$$\Phi(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int dV' \frac{1}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} [\rho(r', t')]_{ret} \quad (6.1)$$

$$\mathbf{A}(\mathbf{r}, t) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int dV' \frac{1}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} [\mathbf{J}(r', t')]_{ret} \quad (6.2)$$

avec  $dV' = d^3r'$  et  $t' = t - |\mathbf{r} - \mathbf{r}'|/c$ . Les crochets  $[\ ]_{ret}$  autour des sources sert à le rappeler. On peut établir le même résultat pour les champ  $\mathbf{E}$  et  $\mathbf{B}$  grâce aux équations de Maxwell de telle sorte que :

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int dV' \frac{1}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} [-\nabla' \rho - \frac{1}{c^2} \frac{\partial \mathbf{J}}{\partial t'}]_{ret} \quad (6.3)$$

$$\mathbf{B}(\mathbf{r}, t) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int dV' \frac{1}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} [\nabla' \times \mathbf{J}]_{ret} \quad (6.4)$$

En prenant garde au faite que  $[\nabla' f]_{ret} \neq \nabla'[f]_{ret}^{(1)}$ , on explicite les dérivées partielles spatiales pour trouver les formules de Jefimenko qui généralisent les lois statiques de

---

<sup>(1)</sup> $[\nabla' f]_{ret}$  représente le gradient de  $f$  par rapport à  $r'$  pour  $t'$  constant. Cependant  $\nabla'[f]_{ret}$  représente le gradient de  $f$  par rapport à  $r'$  pour  $x$  et  $t$  fixe. De la même manière  $[\partial_{t'} f]$  représente la dérivée temporelle de  $f$  à  $x'$  constant, alors que  $\partial_{t'}[f]$  représente la dérivée temporelle de  $f$  pour  $x$  et  $t$  constant.



Coulomb et Biot-Savard [20] :

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int d^3r' [\rho]_{ret} \frac{\mathbf{n}}{R^2} + \left[ \frac{\partial \rho}{\partial t'} \right]_{ret} \frac{\mathbf{n}}{cR} - \left[ \frac{\partial \mathbf{J}}{\partial t'} \right]_{ret} \frac{1}{c^2 R} \quad (6.5)$$

$$\mathbf{B}(\mathbf{r}, t) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int d^3r' [\mathbf{J}]_{ret} \times \frac{\mathbf{n}}{R^2} + \left[ \frac{\partial \mathbf{J}}{\partial t'} \right]_{ret} \times \frac{\mathbf{n}}{cR} \quad (6.6)$$

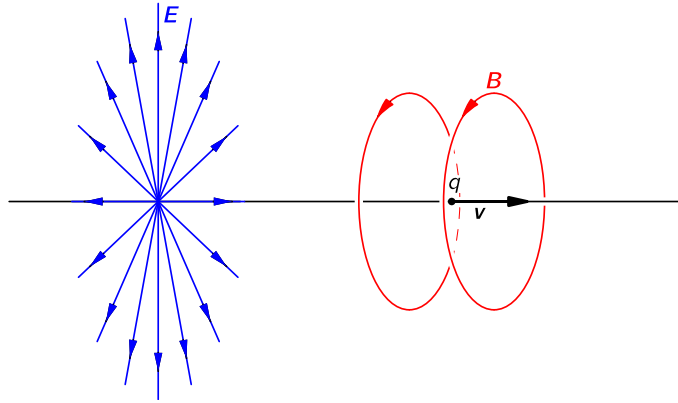


FIGURE 6.1 – Représentation des champs instantanés  $\mathbf{E}$  et  $\mathbf{B}$  produit par une particule en mouvement rectiligne uniforme. Le long de sa trajectoire le vecteur de Poynting  $\mathbf{S} = (\mathbf{E} \times \mathbf{B})/\mu_0$  est non nul de la même manière qu'il est non nul autour d'une boucle de courant. Inspirée de [].

On peut montrer (en prenant encore une fois un certain nombre de précautions quant aux dérivées partielles) que l'équation (6.5) peut se mettre sous une forme différente [91, 92, 93, 22] :

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int d^3r' [\rho]_{ret} \frac{\mathbf{n}}{R^2} + \underbrace{\frac{([\mathbf{J}]_{ret} \cdot \mathbf{n})\mathbf{n} + \mathbf{n} \times \mathbf{n} \times [\mathbf{J}]_{ret}}{cR^2}}_{\text{Rayonnement zone de champ proche}} + \underbrace{\frac{\mathbf{n} \times \mathbf{n} \times [\dot{\mathbf{J}}]_{ret}}{c^2 R}}_{\text{Rayonnement à } \infty} \quad (6.7)$$

Loi d'Ohm locale

Sous l'intégrale,  $[\partial_{t'} f]_{ret} = \partial_t [f]_{ret}$  []. Cette formulation présente l'avantage de lever l'ambiguïté sur la nature transverses, des champs électromagnétiques rayonnés à l'infini sans faire appel à une condition de jauge particulière<sup>(2)</sup>. Les variations de courant transverse sont les seules à présenter une dépendance en  $1/R$  :

$$\mathbf{E}_{\perp}^{\infty}(\mathbf{r}, t) = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0 c^2} \int d^3r' \frac{1}{R} \left[ \frac{\partial \mathbf{J}_{\perp}}{\partial t'} \right]_{ret} \quad \text{avec} \quad \mathbf{J}_{\perp} = \mathbf{J} - (\mathbf{J} \cdot \mathbf{n})\mathbf{n} \quad (6.8)$$

Dans le membre de droite de l'équation (6.7) on identifie deux termes de rayonnement dans la zone de champ proche. La figure 6.1 illustre l'existence de ce rayonnement de champ

<sup>(2)</sup>La gauge de Coulomb utilise une construction mathématique, la décomposition de Helmholtz, qui sépare les composantes rotationnel et irrotationnel de  $\mathbf{J}$ . Elles sont notées improprement  $\mathbf{J}_{\perp}$  et  $\mathbf{J}_{\parallel}$ . Ce n'est pas la convention utilisée ici.

proche pour une particule en mouvement rectiligne uniforme. Le long de la trajectoire, le vecteur de Poynting  $\mathbf{S} = (\mathbf{E} \times \mathbf{B})/\mu_0$  n'est pas nul.

En partant de l'équation 6.5, dans le cas d'une charge ponctuelle animée d'un mouvement quelconque, tel que  $\rho(\mathbf{r}', t') = q\delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_0(t'))$  et  $\mathbf{J}(\mathbf{r}', t') = \rho\mathbf{v}(t')$ , on trouve :

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left\{ \left[ \frac{\mathbf{n}}{\kappa R^2} \right]_{ret} + \frac{\partial}{c\partial t} \left[ \frac{\mathbf{n}}{\kappa R} \right]_{ret} - \frac{\partial}{c^2\partial t} \left[ \frac{\mathbf{v}}{\kappa R} \right]_{ret} \right\} \quad (6.9)$$

avec  $\kappa = (1 - \mathbf{n} \cdot \mathbf{v})$ . Cette équation permet d'arriver aux formules de Feynman et Heaviside [20, 94] (dont les nombreuses formes ont été discuté dans [95]). Elle est équivalente aux résultats établis à l'aide des potentiels par Liénard et Wiechert. En effet, en partant toujours du principe que le champ électromagnétique rayonné à l'infini est dû à l'accélération des charges  $\mathbf{E}_\perp^{rad} = -\partial_t \mathbf{A}_\perp$  :

$$\mathbf{E}_\perp^\infty(\mathbf{r}, t) = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0 c^2} \frac{\partial}{\partial t} \int d^3r' \left[ \frac{\mathbf{J}_\perp}{R} \right]_{ret} = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0 c^2} \frac{\partial}{\partial t} \left[ \frac{\mathbf{J}_\perp}{\kappa R} \right]_{ret} \quad (6.10)$$

En se plaçant suffisamment loin pour que  $\mathbf{n}$  ne varie pas et que les variations de  $R$  dans le temps soient négligeables (rayonnement à l'infini) :

$$\mathbf{E}_\perp^\infty(\mathbf{r}, t) \propto -\frac{1}{\kappa R} \left[ \frac{\mathbf{a}_\perp}{\kappa} + \frac{\mathbf{v}_\perp(\mathbf{n} \cdot \mathbf{a})}{\kappa^2} \right]_{ret} \quad \text{avec} \quad \frac{\partial}{\partial t} = \frac{\partial t'}{\partial t} \frac{\partial}{\partial t'} = \frac{1}{\kappa} \frac{\partial}{\partial t'} \quad (6.11)$$

La formule (6.11) met en évidence le phénomène d'aberration relativiste. En effet le terme de rayonnement (le champ électrique perpendiculaire à la ligne de vue) n'est plus simplement dépendant de l'accélération transverse. Pour peu que la vitesse transverse de la particule ne soit pas nulle, une accélération longitudinale participe au rayonnement. On peut réécrire (6.11) tel que :

$$\mathbf{E}_\perp^\infty(\mathbf{r}, t) = -\frac{q}{4\pi\epsilon_0 c} \frac{1}{\kappa R} \left[ \frac{\dot{\beta}_\perp \kappa}{\kappa^2} - \frac{\beta_\perp \dot{\kappa}}{\kappa^2} \right]_{ret} = -\frac{q}{4\pi\epsilon_0 c} \frac{1}{\kappa R} \frac{\partial}{\partial t'} \left[ \frac{\beta_\perp}{\kappa} \right]_{ret} \quad (6.12)$$

$$= +\frac{q}{4\pi\epsilon_0 c} \frac{1}{\kappa R} \frac{\partial}{\partial t'} \left[ \frac{\mathbf{n} \times \mathbf{n} \times \beta}{\kappa} \right]_{ret} \quad (6.13)$$

Comme expliqué par Feynman [94] et calculé par Lienard et Wiechert, le fait d'intégrer spatialement la densité de charge, de courant ou une quantité source «  $s$  » qui se déplace en direction d'un observateur revient à corriger cette valeur par un facteur  $1/\kappa$ . Ainsi :

$$\mathbf{E}_\perp^\infty(\mathbf{r}, t) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 c} \frac{1}{\kappa R} \frac{\partial}{\partial t'} \left[ \frac{\mathbf{n} \times \mathbf{n} \times \beta}{\kappa} \right]_{ret} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 c} \int d^3r' \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial t'} \left[ \frac{\mathbf{n} \times \mathbf{n} \times \beta}{\kappa} \right]_{ret} \quad (6.14)$$

Avec  $\mathbf{E}_{LW}^\infty(\mathbf{r}, t)$  le champ rayonné à l'infini, calculé à partir des potentiels de Lienard et Wiechert on ré-exprime  $\mathbf{E}_\perp^{rad}(\mathbf{r}, t)$  :

$$\mathbf{E}_\perp^\infty(\mathbf{r}, t) \simeq \int d^3r' \left[ \kappa \mathbf{E}_{LW}^{rad} \right]_{ret}(\mathbf{r}', t) = \int d^3r' \left[ S \right]_{ret} \quad (6.15)$$

La source  $S \equiv \kappa \mathbf{E}_{LW}(\mathbf{r}, t)$  à sommer le long d'une droite de pente  $\pm 1$  sur un diagramme

de Minkowski  $(ct, x)$  n'est donc plus seulement composé des accélérations transverses <sup>(3)</sup>. Notons au passage que, contrairement au cas où  $\beta \ll c$ , le diagnostic est anisotrope. Ainsi on sommerait sur des droites de pente +1 lorsque  $\mathbf{n} = +\mathbf{e}_x$  et sur des droites de pente -1 lorsque  $\mathbf{n} = -\mathbf{e}_x$ .

## 6.2 Cinématique à 3 dimensions dans le cas particulier d'un plan de courant infini et transverse à la direction d'observation

On a vu plus tôt dans ce manuscrit que la solution pour les champs transverses dans le cas où  $\mathbf{A}$ ,  $\mathbf{J}$  ou  $\mathbf{E}$  ne dépendent que de  $(x, t)$  est donnée par :

$$\mathbf{E}_\perp(x, t) = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0 c} \int dx' [\mathbf{J}_\perp]_{ret} \quad (6.16)$$

On remarque que les champs transverses rayonnés à l'infini sont ceux donnés par la loi d'Ohm locale autour de la trajectoire de la particule (qui varie en  $1/R^2$  dans le cas où cette dernière est ponctuelle dans un espace à 3 dimensions). Dans cette nouvelle géométrie contrainte, où les particules sont assimilées à des plans de charge et courant, nous perdons la notion de champ proche et de champ lointain <sup>(4)</sup>. Tout les champs rayonnés se propagent à l'infini. C'est le cas notamment du champ longitudinal coulombien. On remarque qu'il n'est plus possible de lier directement l'accélération des particules à l'onde électromagnétique. Cependant, on remarque dans le cas d'une particule (considérée comme infini dans ses dimensions transverses) que :

$$\frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}(x, t) = -\frac{q}{4\pi\epsilon_0 c} \frac{\partial}{\partial t} \left[ \frac{\boldsymbol{\beta}_\perp}{\kappa} \right]_{ret} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 c} \frac{1}{\kappa} \frac{\partial}{\partial t'} \left[ \frac{\mathbf{n} \times \mathbf{n} \times \boldsymbol{\beta}_\perp}{\kappa} \right]_{ret} \quad (6.17)$$

On retrouve ainsi les formules de Lienard et Wiechert, sans la dépendance en  $R$ . C'est dans le front d'onde que se situe l'information sur l'accélération. La figure 6.2 illustre cela :

On fait apparaître une particule initialement au repos. Elle subit une accélération  $a_y$  au temps  $t_0$  qui l'amène à avoir une vitesse  $v_y$ . Elle est ensuite considérée en mouvement rectiligne uniforme le long de  $e_y$ . Le champ coulombien longitudinal commence par se propager le long de  $x$  à l'apparition de la particule. Les champs transverses se propagent dès la mise en mouvement de la particule. L'onde transverse est ensuite constante  $\forall 0 < x < c(t - t_0)$  <sup>(5)</sup>.

Le champ enregistré par un détecteur à l'infini (là où la particule ne peut plus être considéré comme un plan) est intimement lié à l'accélération de la charge représentée par le front de l'onde émise dans la simulation. Très loin de la source, et si la particule change

<sup>(3)</sup>En physique lorsque  $\beta \ll c$ , on sait que le rayonnement est nul dans la direction de l'accélération (formule de Larmor), ce n'est plus vrai en physique relativiste.

<sup>(4)</sup>Parfois appelé respectivement zone de Fresnel et abusivement zone radiative.

<sup>(5)</sup>On ne regarde que ce qui se passe d'un côté de la particule, cependant le champ  $E_y$  est symétrique vis à vis du plan de courant.

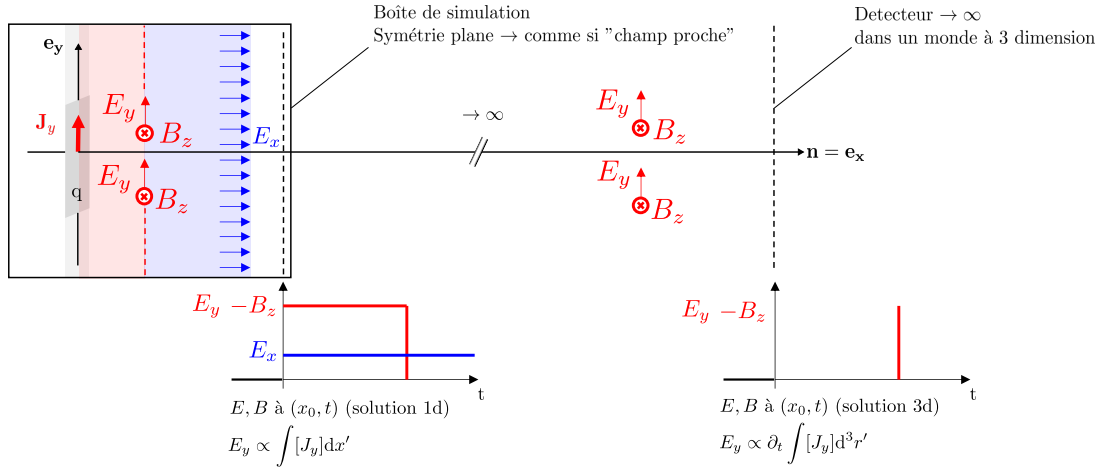


FIGURE 6.2 – Lien entre le champ enregistré dans une simulation PIC généré par un plan de courant infini et le champ 3D réellement enregistré sur un détecteur  $x \rightarrow \infty$ . Le plan est subitement accéléré à la vitesse  $v_y$ . Les champs transverses sont en rouge. Les champs longitudinaux en bleu. On retrouve l’information sur l’accélération dans le front de l’onde plane.

de vitesse au cours du temps c’est la succession des fronts d’onde qui constituera l’émission électromagnétique sur un hypothétique détecteur à l’infini, c’est à dire l’endroit où  $\partial_t \mathbf{E}_\perp$  n’est pas nul. Les spectres des "champ de vitesse" et "champ d’accélération" admettent une dépendance simple : Dans l’espace de Fourier,  $TF(\partial_t \mathbf{E})(x_0, t) = -i\omega \tilde{\mathbf{E}}(x_0, \omega)$ , où  $x_0$  est la position du détecteur.

On peut donc savoir, à posteriori, sur une carte  $(t, x)$ , précisément à quelle position dans l’espace-temps les particules qui compose le plasma rayonne à l’infini.

### 6.3 Dynamique

Pour obtenir les champs rayonnés par une particule (ou une macro-particule) accélérée, il nous faut donc connaître sa vitesse et son accélération. D’un point de vue cinématique  $\mathbf{a} = d\mathbf{v}/dt$ . Cependant, il peut-être utile de relier directement l’accélération à la force que la particule subit. Le principe fondamentale de la dynamique stipule que :

$$\frac{d\mathbf{p}}{dt} = \mathbf{f} = m_0 \dot{\gamma} \mathbf{v} + m_0 \gamma \mathbf{a} \Leftrightarrow \mathbf{a} = \frac{\mathbf{f} - \dot{\gamma} \mathbf{v}}{m_0 \gamma} \tag{6.18}$$

On voit qu’une particule qui reçoit ou perd de l’énergie est accéléré dans toutes les directions où sa vitesse n’est pas nul. La particule qui reçoit ou perd de l’énergie change de référentiel inertiel et la dilatation des temps s’applique alors sur l’évaluation des vitesses. On peut ré-écrire la source  $S$  du rayonnement en fonction de sa vitesse et des forces qui

s'exerce sur elle :

$$S = \left( \frac{\mathbf{a}_\perp}{\kappa} + \frac{\mathbf{n} \cdot \mathbf{a}}{\kappa^2} \mathbf{v}_\perp \right) = \frac{1}{m_0 \gamma \kappa^2} \left( (\mathbf{f}_\perp - \dot{\gamma} \mathbf{v}_\perp) \kappa + \mathbf{n} \cdot (\mathbf{f} - \dot{\gamma} \mathbf{v}) \mathbf{v}_\perp \right) \quad (6.19)$$

$$= \frac{1}{m_0 \gamma \kappa^2} \left( \kappa \mathbf{f}_\perp \pm f_\parallel \mathbf{v}_\perp - \dot{\gamma} \mathbf{v}_\perp (\kappa \pm v_\parallel) \right) \quad (6.20)$$

Le signe dépend de la projection de  $\mathbf{f}$  ou  $\mathbf{v}$  sur  $\mathbf{n}$ . Comme la force qui s'exerce sur la particule est électromagnétique on sait que  $\dot{\gamma} = q\mathbf{E} \cdot \mathbf{v}$ . Une charge rayonne alors :

$$\mathbf{E}_\perp^{rad}(x, t) = \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 c^2} \int dx' \frac{(1 \mp v_\parallel) \mathbf{f}_\perp \pm f_\parallel \mathbf{v}_\perp}{m_0 \gamma (1 \mp v_\parallel)^2} - \frac{\mathbf{v}_\perp (\mathbf{E} \cdot \mathbf{v})}{m_0 \gamma (1 \mp v_\parallel)^2} \quad (6.21)$$

Dans le cas d'un « miroir » pour lequel on ne prend pas en compte la dynamique transverse des particules qui le compose, on a :

$$\mathbf{E}_\perp^{rad}(x, t) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 c^2} \int dx' \frac{\mathbf{f}_\perp}{m_0 \gamma (1 \mp v_\parallel)} \Leftrightarrow \frac{\partial \mathbf{A}_\perp^{rad}}{\partial t}(x, t) = -\frac{q}{4\pi\epsilon_0 c^2} \int dx' \frac{d\mathbf{p}_\perp/dt'}{m_0 \gamma (1 \mp v_\parallel)} \quad (6.22)$$

En faisant l'hypothèse que à chaque instant,  $v^2 = v_\parallel^2 + v_\perp^2$  ne varie pas (hypothèse ultra relativiste), on a  $\dot{\gamma} = 0$  et par conséquent :

$$\frac{\partial \mathbf{A}_\perp^{rad}}{\partial t}(x, t) = -\frac{q}{4\pi\epsilon_0 c^2} \int dx' \frac{d\mathbf{v}_\perp}{dt} \Leftrightarrow \mathbf{A}_\perp^{rad}(x, t) = -\frac{q}{4\pi\epsilon_0 c^2} \frac{\mathbf{v}_\perp}{1 \mp v_\parallel} \equiv \mathbf{E}_{1D} \quad (6.23)$$

On retrouve la formule avancée par Gonoskov [6, 59] dans le modèle RES, où le potentiel vecteur  $\mathbf{A}$  est improprement remplacé par  $\mathbf{E}$ .

## Troisième partie

Génération d'harmoniques lors de  
l'interaction d'un laser sur une  
feuille mince



<b>7</b>	<b>Génération d'harmoniques lors de l'interaction d'un laser sur une feuille mince en incidence normale</b>	<b>137</b>
7.1	Simulation 1D3V	138
7.1.1	Analyse spectrale des champs réfléchis et transmis	139
7.1.2	Les courants transverses comme sources du rayonnement et limitations dans l'étude en transmission pour des plasmas sur-critique	141
7.1.3	Les champs produits par une accélération : Analyse avec les formules de Lienard et Wiechert	146
7.1.4	Les courants transverses des particules après qu'elles aient quitté la face éclairée	150
7.1.5	Conclusions sur les simulations 1D3V	151
7.2	Simulation 2D3V	151
7.2.1	Onde plane polarisé dans le plan de simulation	152
7.2.2	Rayonnement cohérent par freinage des électrons relativistes : Le "Coherent Plasma Braking Radiation" ou "Coherent Plasma Bremsstrahlung"	159
7.2.3	Onde plane polarisé hors du plan de simulation	162
7.2.4	Conclusions sur les simulations 2D3V	163
7.3	Conclusion du Chapitre	163
<b>8</b>	<b>Génération d'harmoniques lors de l'interaction d'un laser sur une feuille mince en incidence oblique</b>	<b>165</b>
8.1	Référentiel mobile : Incidence à 60°	165
8.1.1	Étude spatio-temporelle de l'émission harmonique	166
8.1.2	Étude de l'espace des phases	169
8.1.3	Courants retardés et formules de Lienard et Wiechert	171
8.2	Résultats dans le référentiel du laboratoire (E dans le plan de simulation)	172
8.2.1	Onde plane dans le référentiel du laboratoire	173
8.2.2	Faisceau gaussien	175
8.3	Prospection du signal dans d'autres régimes d'interactions	179
8.3.1	Maintien du paramètre "S" constant	179
8.3.2	Simulation type "ELI"/"Apollon"	180
8.4	Conclusion du Chapitre	184

---





# Chapitre 7

## Génération d'harmoniques lors de l'interaction d'un laser sur une feuille mince en incidence normale

Comme nous avons eu l'occasion d'en discuter dans la première partie de ce manuscrit, il est à priori admis l'existence de trois mécanismes permettant de générer des harmoniques dans le faisceau transmis :

- **L'émission cohérente synchrotron (CSE)** qui se produit au niveau de la surface éclairée lorsque les électrons de la face avant replongent brutalement dans le plasma. Ils expérimentent une accélération transverse vis-à-vis de leurs vitesses. Les fréquences  $\omega \ll \omega_{pe}/\cos\theta$  sont réfléchis.
- **L'émission cohérente de transition (CTR)** qui se produit au niveau des surfaces éclairées et arrière lorsque les électrons passent l'interface vide/plasma et plasma/vide. Au niveau de la face avant, les fréquences  $\omega \ll \omega_{pe}/\cos\theta$  sont réfléchis. Pour être efficace, l'interface vide/plasma doit être aussi abrupte que possible.
- **L'émission cohérente de sillage (CWE)** qui se produit au niveau de la face arrière lorsqu'un gradient de densité électronique est excité par un paquet d'électrons provenant lui aussi de la face arrière et qui s'enfonce dans le plasma. Les fréquences produites par ce mécanisme sont inférieures à  $\omega_{pe}$ .

Cependant, ces trois mécanismes réunis ne suffisent pas à expliquer la présence d'harmoniques  $\in [\omega_{pe}, \omega_{pe}/\cos\theta]$  dans les spectres expérimentaux du faisceau transmis. Il existerait ainsi un quatrième mécanisme non étudié et documenté jusqu'à présent, capable à minima de générer ces fréquences.

Pour simplifier notre étude, nous allons considérer, dans un premier temps, qu'une onde plane, polarisée suivant  $\mathbf{e}_y$  et qui se propage suivant  $\mathbf{e}_x$ , arrive sur la cible avec un angle d'incidence nul. Expérimentalement difficile à mettre en œuvre, cette situation demeure théoriquement intéressante et plus simple à analyser. En incidence normale, le mécanisme CWE ne contribue à priori pas au rayonnement [42]. Comme cela semble avoir

été démontré dans les études précédentes [60, 9, 96], seules les harmoniques de fréquence  $\omega \geq \omega_{pe}$  produites au niveau de la face éclairée devrait être présente dans le signal transmis, indiquant (de faite) que la production d'un rayonnement par transition est inefficace.

Nous allons montrer avec ce qui suit que ces conclusions sont incomplètes et qu'elles sont dues aux restrictions géométriques imposées à la simulation.

## 7.1 Simulation 1D3V

On étudie d'abord le rayonnement obtenu à la suite d'une simulation où l'ensemble  $\{\rho, \mathbf{J}, \mathbf{E}, \mathbf{B}\}$  ne dépend que de  $(x, t)$ . Ainsi  $\nabla_{\perp} F = 0 \forall t$ , avec  $\nabla_{\perp} \equiv \{\partial_y, \partial_z\}$  et  $F$  une quantité scalaire ou vectorielle quelconque. En d'autres termes, on impose une symétrie de translation pour les dimensions transverses.<sup>(1)</sup>

La cible est un plasma de densité  $n_{e,0}^{\max}$ , d'épaisseur  $T$  et qui présente un gradient exponentiel en face avant et arrière de taille caractéristique  $L1$  et  $L2$ . Les ions et les électrons qui le composent sont des plans de telle sorte que seule la direction normale à la cible soit cohérente pour le rayonnement électromagnétique émis par le plasma, comme illustré sur la figure 7.1a. Sur la figure 7.1b, les accélérations sont représentées par une flèche verte le long de la trajectoire d'un électron et permettent de distinguer les mécanismes qui contribuent aux champs réfléchis et transmis.

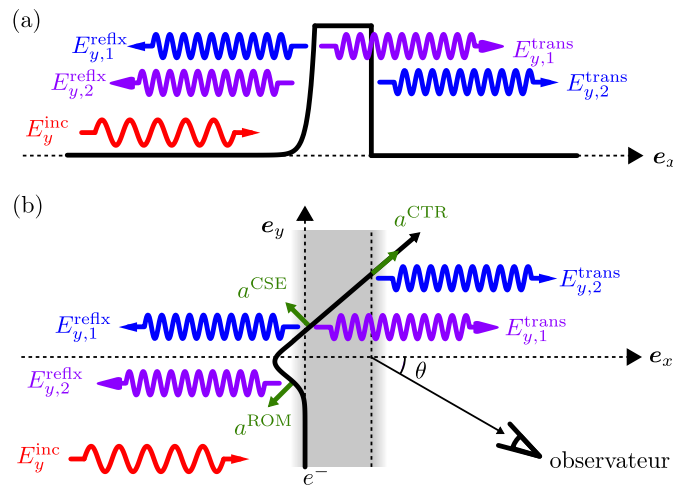


FIGURE 7.1 – Représentation schématique de l'interaction laser/plasma en incidence normale. Les émissions ont lieu sur la surface éclairée et arrière. (a) Vue en coupe. (b) Vue dans le plan  $(\mathbf{e}_x, \mathbf{e}_y)$ . On a représenté la trajectoire hypothétique d'un électron issu de la surface éclairée par le laser incident. Dans le cas d'un plan de courant parallèle à  $\mathbf{e}_y$ , seule la direction  $\theta = 0$  est cohérente pour le rayonnement. Le champ réfléchi est composé des fréquences induites par le mécanisme ROM ainsi que des fréquences  $\omega \leq \omega_{pe}$  induites par le mécanisme CSE. Le champ transmis est composé des hautes fréquences produites par CSE, ainsi que de celles issues, a priori, du mécanisme CTR.

<sup>(1)</sup>Ces simulations sont abusivement appelées "simulations 1D". Mais il n'existe pas d'onde électromagnétique dans un espace à 1 dimension.

On résume les paramètres physiques et numériques de la simulation dans le tableau 7.1. La densité du plasma est celle du Mylar ou de l'Aluminium complètement ionisé par un laser de 800 nm. Pour simplifier l'étude, les ions sont considérés comme infiniment lourd (ions immobiles). Bien que la fréquence plasma soit suffisamment résolue ( $\omega_{pe}\Delta t \simeq 0.1$ ), la longueur de Debye ne l'est pas initialement (initialisation froide du plasma). On s'assurera donc que pendant la simulation, au cours de l'interaction laser-plasma, le plasma devienne assez chaud pour que  $\lambda_{De}$  soit résolu et qu'aucun chauffage numérique ne vienne altérer les résultats.

Données Physiques						
$A$	Durée	$n_{e,0}^{\max}$	$T$	$L_1$	$L_2$	$T^\circ$
$10 a_0$	$20 T_0$	$400 n_c$	$0.5 \lambda_0$	$0.01 \lambda_0$	$0.00 \lambda_0$	$10^{-12}$ keV
Données Numériques						
Schéma num.	$T_{sim}$	$L_{sim}$	$\Delta x$	$c\Delta t$	PPM	Ions mobiles
Yee	$26.5 T_0$	$6.5 \lambda_0$	$\lambda_0/1024$	$0.95\lambda_0/1024$	2000	Non

TABLE 7.1 – Résumé des caractéristiques physiques et numériques de la simulation.

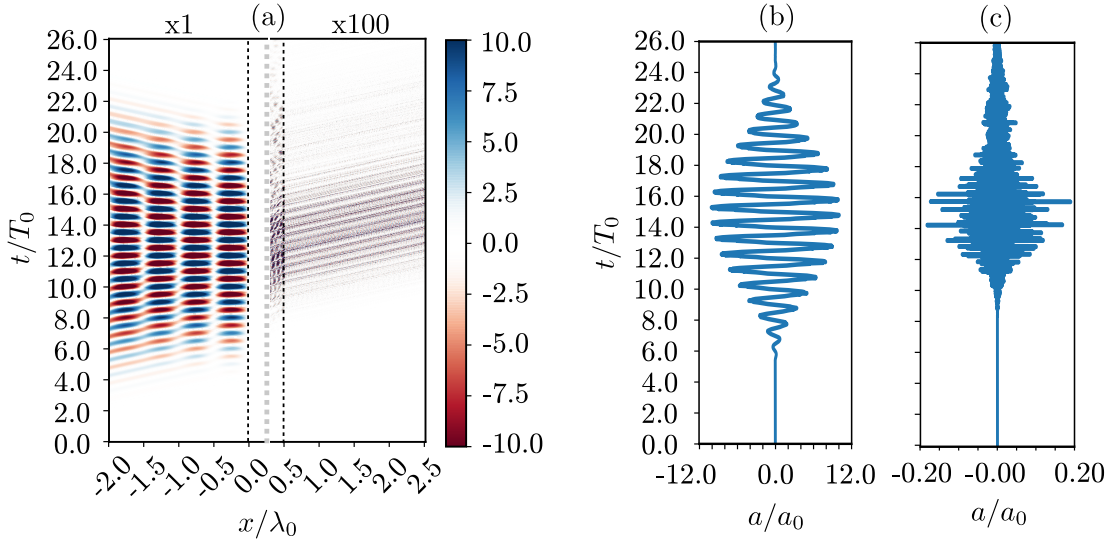


FIGURE 7.2 – Étude du champ transverse  $E_y(x, t)$ . (a) Évolution spatiale et temporelle du champ transverse électromagnétique  $E_y$  dans le domaine de simulation. L'échelle de couleur a été multipliée par 100 sur la partie droite (lorsque  $x > 0.25\lambda_0$ ) pour faire apparaître le champ transmis. (b-c) Champ  $E_y$  respectivement réfléchis et transmis.

### 7.1.1 Analyse spectrale des champs réfléchis et transmis

Nous commençons notre étude avec une simple étude spectrale des champs incidents et transmis par le plasma. La figure 7.2a représente l'évolution spatiale et temporelle du champ  $E_y$  dans le domaine de simulation. Les figures 7.2b et 7.2c sont les champs  $E_y$

réfléchis et transmis enregistrés à  $\pm 2\lambda_0$  des faces éclairées et arrière respectivement. On remarque d'abord que le champ transmis est pratiquement 100 fois plus faible que le champ réfléchi.

On a représenté sur la figure 7.3b et 7.3d les spectres  $\tilde{E}_y(\omega)$  des champs réfléchis et transmis. Comme on s'y attend, seules les harmoniques impaires sont présentes du fait de l'incidence normale. De plus, seules les harmoniques au delà de  $\omega_{pe} = 20$  sont observables dans le champ transmis. Le champ haute fréquence transmis tire très certainement son origine de la face éclairée. La face arrière ne semble pas émettre puisqu'aucun signal n'est observé lorsque  $\omega < \omega_{pe}$ . On note au contraire que le spectre du champ réfléchi ne s'étend guère au delà de  $\omega_{pe}$ . On comprend cette corrélation en étudiant la transformée de Fourier 7.4a de la figure 7.2a.

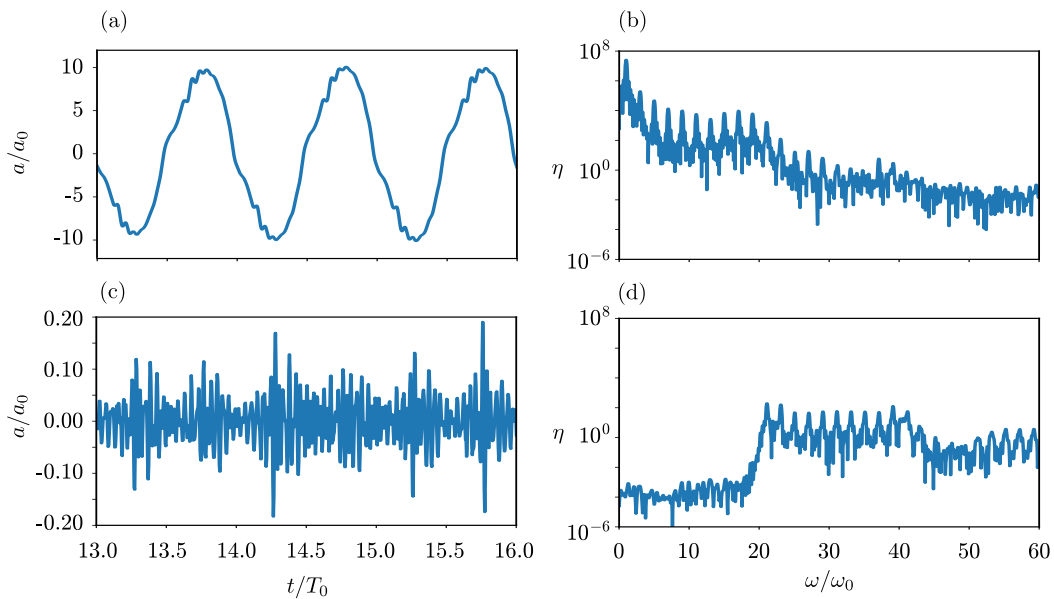


FIGURE 7.3 – Harmoniques dans les champs réfléchis et transmis. **(a-b)** Champ réfléchi  $E_y(t)$  et sa transformée de Fourier  $\tilde{E}_y(\omega)$ . **(c-d)** Même chose pour le champ transmis. On remarque qu'il n'y a aucun signal sous  $\omega_{pe}$  dans le champ transmis.

On observe assez clairement sur 7.4a que les fréquences  $\omega > \omega_{pe}$  naissent sur la face éclairée et ne subissent aucune modification d'intensité au cours de la traversée de la surface arrière. On filtre plusieurs gammes harmoniques afin de superposer les trains d'impulsions attoseconde avec les densités électroniques sur les figures 7.4b, 7.4c et 7.4d. En rouge on représente le signal tel que  $\omega \in [2, 14]$ , en bleu  $\omega \in [6, 18]$  et enfin en violet  $\omega \in [24, 36]$ .

Tout d'abord, on observe assez clairement sur la figure 7.4c que le signal rouge (basse fréquence) semble être issu du mécanisme ROM : Ce sont les électrons extraits du plasma, à la surface, qui émettent le signal harmonique. Le train d'impulsion violet (haute fréquence) traverse le plasma avec une vitesse de groupe  $v_g < c$  et présente un retard de quelques attosecondes avec la sortie du jet d'électron qui semble lui avoir donné naissance au niveau de la surface éclairée via le mécanisme CSE. Enfin, le signal bleu (moyenne fréquence) ne semble pas être émis par le mécanisme ROM. En effet il présente

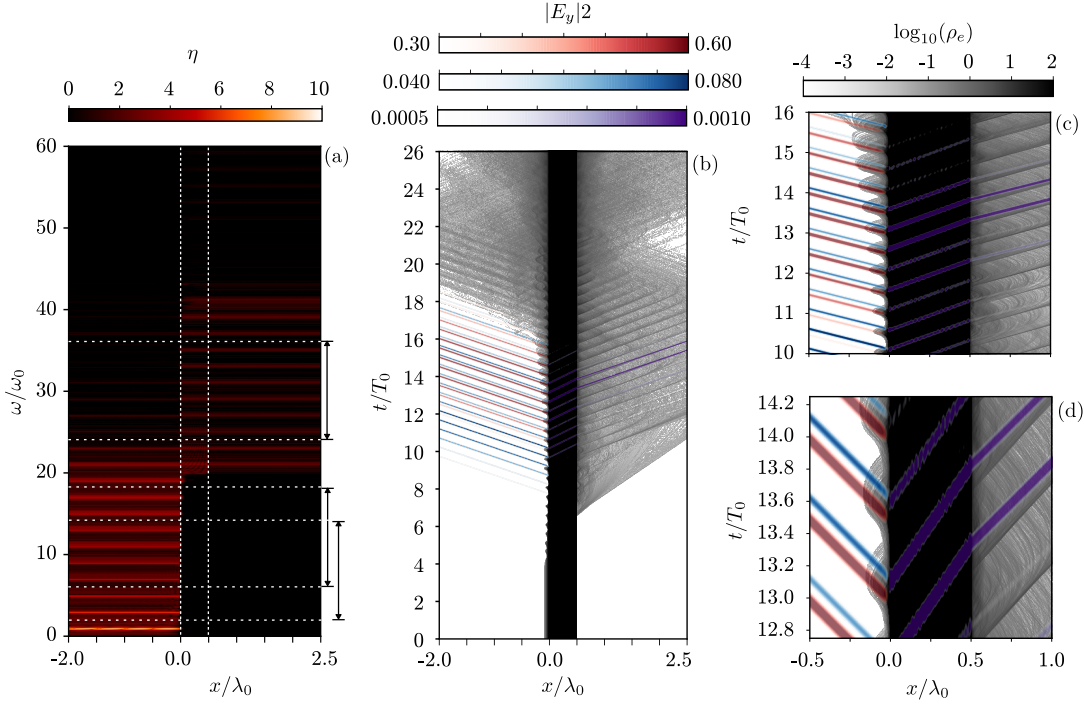


FIGURE 7.4 – Représentation des trains d’impulsion attoseconde pour plusieurs gammes spectrales : En rouge,  $\omega \in [2, 14]$ . En bleu,  $\omega \in [6, 18]$ . En violet,  $\omega \in [24, 36]$ . **(a)** Transformée de Fourier  $\tilde{E}_y(x, \omega)$  de 7.3a. **(b)** Superposition des trains d’impulsion attoseconde et des densités électroniques (échelle de gris, logarithmique). **(c-d)** Zoom successif de (a). Pour obtenir les enveloppes, seule la partie positive de la transformée de Fourier a été filtrée. Il faut donc multiplier les champs obtenus par 2 et les intensités (échelle de couleur rouge, bleue et violette) par 4 pour obtenir la bonne valeur numérique.

un léger retard avec le signal rouge et apparaît quand les électrons replongent dans le plasma. Comme nous sommes en incidence normale, ce train d’impulsion ne peut pas être dû au mécanisme CWE. En faite, ce sont à priori les fréquences créées par le mécanisme CSE qui ne peuvent pas pénétrer dans le plasma. Elles sont donc réfléchies par le plasma, à la surface.

### 7.1.2 Les courants transverses comme sources du rayonnement et limitations dans l’étude en transmission pour des plasmas sur-critique

Pour les simulations PIC dont les quantités ne dépendent que d’une seule dimension spatiale (ici  $x$ ), un des principaux diagnostics pour l’émission d’une onde électromagnétique consiste à analyser les courants transverses retardés [44, 58, 97]. On a vu plus tôt dans ce manuscrit, en posant  $t_{ret} = t - x_0/c$ , que :

$$E_y^\infty(x_0, t) = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0 c} \int_{-\infty}^{x_0} dx' [J_y]_{ret} \quad (7.1)$$

avec  $x_0$ , la position du détecteur et  $E_y^\infty$  le champ transverse suivant  $\mathbf{e}_y$  rayonné à l'infini. On montre avec la figure 7.5 que cette méthode ne fonctionne que pour des plasmas sous-critique et qu'elle ne s'applique pas aisément à la physique étudiée dans ce manuscrit.

À partir de la carte des courants électroniques transverses sur la figure 7.5a, on calcule le champ transmis. Pour chaque point  $(x_0 = 1, t)$  sur le détecteur, on somme l'ensemble des courants transverses sur le segment de pente 1 tel que  $x < x_0$  et qui intersecte  $(x_0, t)$ . On calcule la transformé de Fourier du champ rayonné ainsi retrouvé (courbe bleue sur la figure 7.5c).

Une seconde méthode, similaire, consiste à calculer dans un premier temps la transformée de Fourier 2D de la figure 7.5a. Pour obtenir le contenu harmonique du champ transmis, il suffit de prendre le spectre sur la droite d'équation  $\omega = -kc$  (courbe orange sur la figure 7.5c).

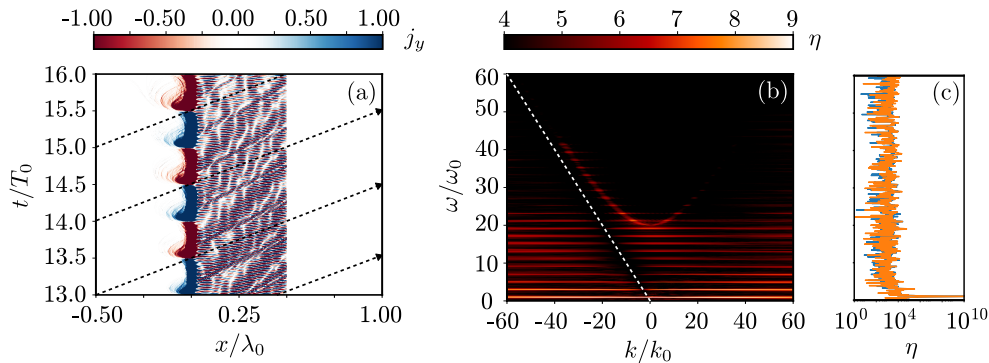


FIGURE 7.5 – Méthode des courants retardés. **(a)** Carte  $(x,t)$  des courants transverses  $j_y$ . Le champ  $E_y$  enregistré en  $(x_0 = 1, t_0)$  serait la somme des courants sur le segment de pente 1 qui passe par le point  $(x_0 = 1, t_0)$  tel que  $x < x_0$ . **(b)** Transformée de Fourier  $\tilde{j}_y(k_x, \omega)$  de  $j_y(x, t)$ . **(c)** Spectres du champ transmis en utilisant le champ calculé en (a) - bleu - ou directement en prenant le spectre sous la ligne pointillée blanche d'équation  $\omega = -kc$  sur la figure (b) - orange.

Dans les deux cas, le spectre obtenu n'est pas celui escompté. La limitation majeure de cette technique, développée dans [44, 58] et utilisé par exemple dans [97], réside dans l'épaisseur du plasma compte tenu de sa densité. En effet, le signal et les sources ne peuvent pas être considérés comme étant dans le vide. On voit bien, sur la figure 7.5b, qu'il existe une source harmonique sur la droite d'équation  $\omega = nkc$  avec  $n = \sqrt{1 - (\omega_{pe}/\omega)^2}$  qui est la signature d'une onde électromagnétique qui se propage dans un plasma et qui excite sur son passage les électrons du plasma sur-critique. On montre que la source du champ  $E_y$  transmis se situe bien sur la face éclairée, mais que le rayonnement produit sur cette surface se propage de proche en proche dans le plasma avant d'émerger de l'autre côté au niveau de la face arrière.

On illustre ce phénomène avec la figure 7.6, en calculant la transformée de Fourier 1D  $\tilde{j}_y(x, \omega)$ . Le contenu harmonique des sources sur la surface éclairée du plasma, tracé sur les figures 7.6b et 7.6c, ne correspond pas au spectre du champ transmis de la figure 7.3d. Contrairement au contenu harmonique des sources situées sur la face arrière du plasma, tracé sur les figures 7.6e et 7.6f.

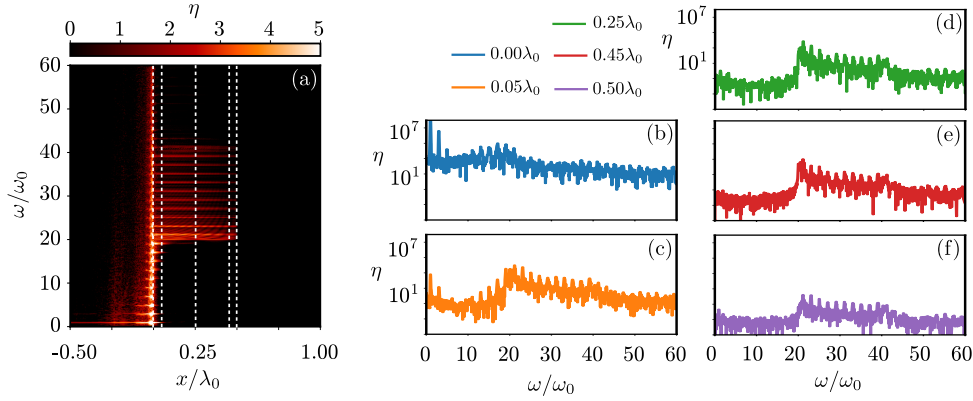


FIGURE 7.6 – Transformée de Fourier 1D  $\tilde{j}_y(x, \omega)$  des courants transverses  $j_y(x, t)$ . **(a)** Carte  $(x, \omega)$  des courants transverses. **(b-c-d-e-f)** Coupes à différentes profondeurs dans le plasma, respectivement  $0\lambda_0$  (surface éclairée),  $0.05\lambda_0$  (épaisseur de peau),  $0.25\lambda_0$  (milieu de la cible),  $0.45\lambda_0$  (une épaisseur de peau avant la face arrière),  $0.5\lambda_0$  (face arrière).

On décide alors de filtrer spatialement les courants transverses pour ne prendre en compte que les courants tel que  $x \in [0.45\lambda_0, 0.55\lambda_0]$  comme illustré sur la figure 7.7a. En faisant cela, on assume que c'est une fine couche de plasma (d'une épaisseur de peau) sur la face arrière qui serait la source du champ enregistré. Sur la figure 7.7b, On représente  $\tilde{j}_y^f(k_x, \omega)$  la transformée de Fourier 2D de  $j_y(0.45 < x < 0.55\lambda_0, t) \equiv j_y^f(x, t)$ . En prenant le spectre sous la droite d'équation  $\omega = -kc$  (figure 7.7c), on retrouve le spectre du champ  $E_y$  transmis.

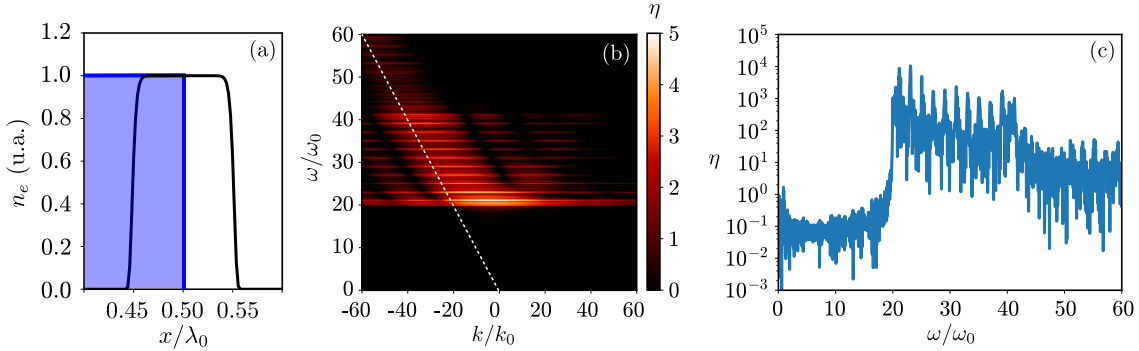


FIGURE 7.7 – Méthode des courants retardés en ne tenant compte que des courants transverses tel que  $j_y^f(x, t)$ . **(a)** Illustration du filtrage spatial. La courbe noire représente l'hypergaussienne ayant servi pour le filtrage. En bleu, la densité électronique initiale normalisée. **(b)** Transformée de Fourier  $\tilde{j}_y^f(k_x, \omega)$ . On trace en pointillé la droite d'équation  $\omega = -kc$ . **(c)** Spectre sous la droite d'équation  $\omega = -kc$ . On retrouve le spectre du champ transmis.

La figure 7.8 montre bien que les courants sur la face éclairée reproduisent bien le spectre du champ  $E_y$  réfléchi. La figure 7.9, quant à elle, illustre le fait que ce sont les courants retardés au niveau de la face arrière qui reproduisent le spectre du champ  $E_y$  transmis. Le spectre obtenu en considérant les courants sur la face éclairée semble éloigné du spectre du champ détecté, alors que c'est sur cette même face que l'interaction a lieu.



On a montré qu'il n'était pas évident de faire le lien entre les courants retardés et le champ transmis. Le contenu harmonique, produit par les courants sources sur la face éclairée, est fortement modifié lors de la propagation du champ dans le plasma. Le seul lien direct possible consiste à considérer la face arrière comme une source secondaire du rayonnement.

En plus de cette difficulté, les courants transverses ne renseignent pas, à priori, sur le mécanisme d'émission. En effet, nous ne savons pas quelle force est à l'origine de l'accélération des électrons et donc, du rayonnement. Nous allons par la suite utiliser les formules de Lienard et Wiechert pour obtenir davantage de renseignements.

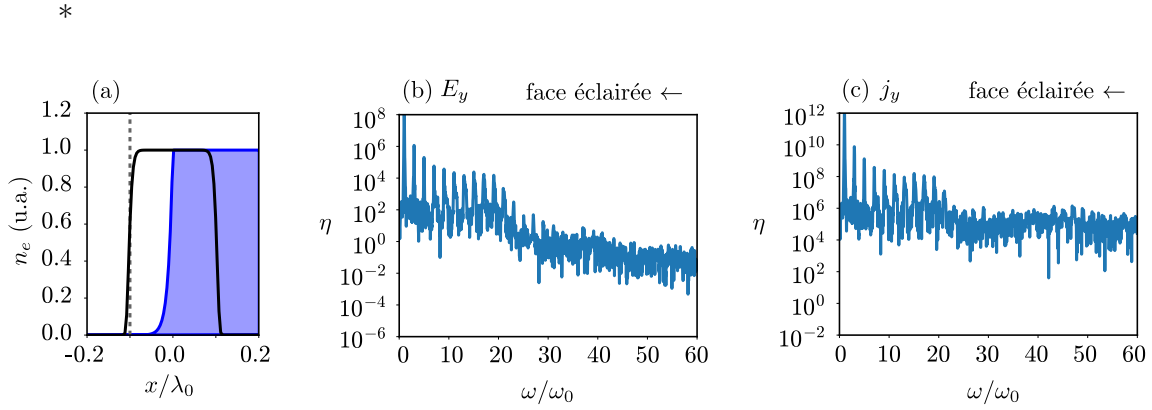


FIGURE 7.8 – Sources pour le champ réfléchi. On filtre les courants transverses sur la face éclairée pour ne garder que les sources  $x \in [-0.1, 0.1] \lambda_0$  tel que  $\tilde{j}_y^f(k_x, \omega) \equiv TF2D [j_y(-0.1 < x < +0.1, t)]$ . **(a)** Illustration du filtrage spatial. La courbe noire représente l’hypergaussienne ayant servi pour le filtrage. En bleu, la densité électronique initiale normalisée. **(b)** Spectre du champ  $E_y$  réfléchi à  $x_0 = -0.1\lambda_0$  (ligne pointillée grise sur 7.8a). **(c)** Spectre obtenu le long de la droite  $\omega = +kc$  de  $\tilde{j}_y^f(k_x, \omega)$ .

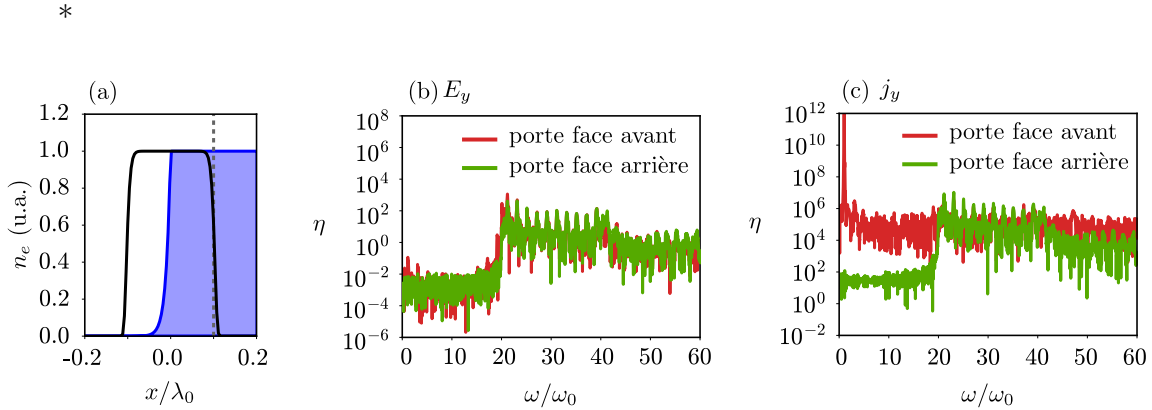


FIGURE 7.9 – Sources pour le champ transmis. On filtre les courants transverses sur la face éclairée pour ne garder que les sources  $x \in [-0.1, 0.1] \lambda_0$  tel que  $\tilde{j}_y^f(k_x, \omega) \equiv TF2D [j_y(-0.1 < x < +0.1, t)]$  (courbes rouges) ou bien on filtre les courants transverses sur la face arrière pour ne garder que les sources  $x \in [+0.45, +0.55] \lambda_0$  tel que  $\tilde{j}_y^f(k_x, \omega) \equiv TF2D [j_y(+0.45 < x < +0.55, t)]$  (courbes verte). **(a)** Illustration du filtrage spatial. La courbe noire représente l’hypergaussienne ayant servi pour le filtrage. En bleu, la densité électronique initiale normalisée. **(b)** En rouge : Spectre du champ  $E_y$  transmis à  $x_0 = +0.1\lambda_0$  (ligne pointillée grise sur 7.9a). En vert : Spectre du champ  $E_y$  transmis à  $x_0 = +0.55\lambda_0$ . **(c)** En rouge : Spectre obtenu le long de la droite  $\omega = -kc$  de  $\tilde{j}_y^f(k_x, \omega)$  pour un filtrage spatial de la face avant. En vert : Spectre obtenu le long de la droite  $\omega = -kc$  de  $\tilde{j}_y^f(k_x, \omega)$  pour un filtrage spatial de la face arrière.

\*

### 7.1.3 Les champs produits par une accélération : Analyse avec les formules de Lienard et Wiechert

Dans la partie précédente (à la section §6.2) nous avons vu qu'il était possible de faire apparaître les formules de Lienard et Wiechert pour les champs rayonnés dans le cas particulier d'un plan de courant :

$$\mathbf{E}_{\perp}^{\infty}(x_0, t) = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0 c} \int_{-\infty}^{x_0} dx' [\mathbf{J}_{\perp}]_{ret} \Leftrightarrow \frac{\partial \mathbf{E}_{\perp}^{\infty}}{\partial t}(x, t) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 c \kappa} \frac{\partial}{\partial t'} \left[ \frac{\mathbf{n} \times \mathbf{n} \times \boldsymbol{\beta}}{\kappa} \right]_{ret} \quad (7.2)$$

Ainsi, en partant de ce constat, nous pouvons établir une carte  $\kappa \mathbf{E}_{LW}^{\infty}(x, t)$  tel que :

$$\frac{\partial \mathbf{E}_{\perp}^{\infty}}{\partial t}(x_0, t) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 c} \int_{-\infty}^{x_0} dx' \frac{\partial}{\partial t'} \left[ \frac{\mathbf{n} \times \mathbf{n} \times \boldsymbol{\beta}}{\kappa} \right]_{ret} = \int_{-\infty}^{x_0} dx' \left[ \kappa \mathbf{E}_{LW}^{\infty} \right]_{ret} \quad (7.3)$$

De la même manière qu'avec les cartes de courants, pour obtenir  $\partial_t \mathbf{E}_{\perp}^{\infty}(x_0, t)$  au point  $x_0$  il suffit de sommer les contributions de  $\kappa \mathbf{E}_{LW}^{\infty}(x, t)$  situées sous le segment de pente  $\pm 1$  qui intersecte le plan de détection en  $x_0$  au temps  $t$ . C'est ce qui est représenté sur la figure 7.10 pour l'émission dans la direction spéculaire (figure 7.10a) et la direction de transmission (figure 7.10b). On parlera génériquement dans la suite de ce manuscrit de "sources  $\kappa \mathbf{E}_{LW}^{\infty}$  retardées" pour différencier cette méthode de celle courants transverses retardés.

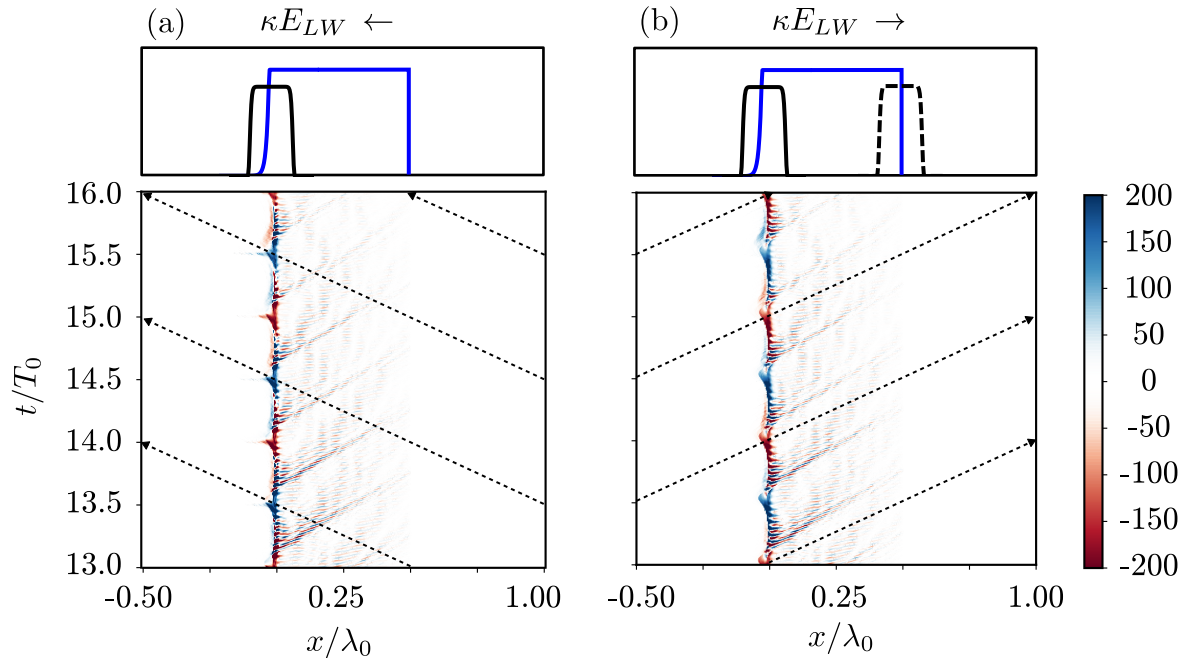


FIGURE 7.10 – Carte  $(x, t)$  de  $\kappa \mathbf{E}_{LW}^{\infty} \cdot \mathbf{e}_y$ . Les encarts supérieurs représentent les densités électroniques initiales ainsi que l'hypergaussienne servant de filtre spatial pour les spectres de la figure 7.11. (a) Carte pour les champs émis dans la direction spéculaire. (b) Carte pour les champs émis dans la direction de transmission. Les flèches représentent des droites de pentes  $\pm 1$  servant à calculer le champ réfléchi ou transmis respectivement.

Pour produire ces cartes on a enregistré la trajectoire  $(x, y)$ , les moments  $(p_x, p_y)$  ainsi que les champs ressentis  $E_x, E_y, B_z$  de 50% des particules présentes dans la simulation pour pouvoir recalculer en "post-processing" les termes présents dans les formules de Lienard et Wiechert. Il n'existe, actuellement, aucun module dans SMILEI capable de le faire pendant la simulation. Il est donc nécessaire de disposer d'une mémoire suffisante pour utiliser cette méthode qui utilise plusieurs To de données.

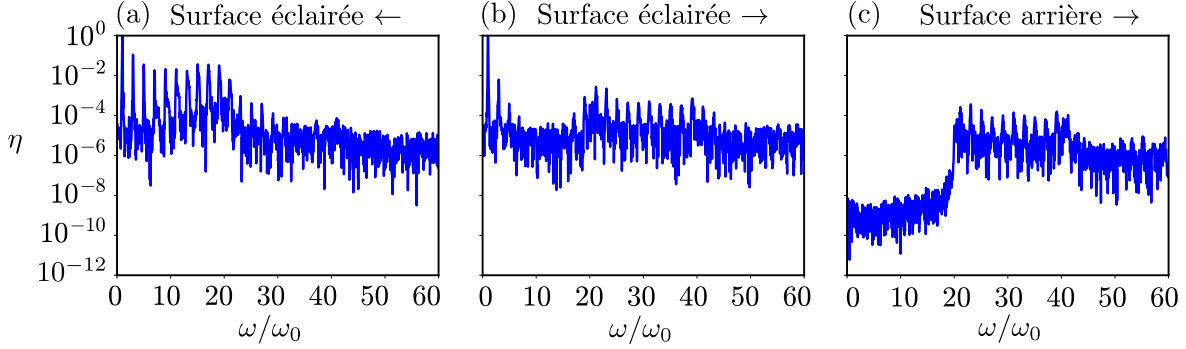


FIGURE 7.11 – Spectre des champs obtenus en réflexion ( $\leftarrow$ ) ou en transmission ( $\rightarrow$ ) à l'aide des cartes  $(x, t)$  de  $\kappa \mathbf{E}_{\text{LW}}^{\text{rad}} \cdot \mathbf{e}_y$  de la figure 7.10. (a) En filtrant la face éclairée de la carte 7.10a. (b) En filtrant la face éclairée de 7.10b. (c) En filtrant la face arrière de 7.10b.

De la même manière qu'avec les cartes de courant on filtre spatialement les contributions de la face avant et arrière à l'aide d'une hypergaussienne de demi largeur  $\Delta = 0.05\lambda_0$  ( $1\lambda_p$ ) centrée sur la face avant en  $x = 0\lambda_0$  ou arrière en  $x = 0.5\lambda_0$ . Le filtrage est représenté sur les encarts supérieurs de la figure 7.10. On trace les spectres des champs ainsi obtenu sur la figure 7.11.

On note sur la figure 7.11a que, après avoir filtré la face éclairée, le spectre du champ réfléchi est bien reproduit. Il n'y a pas de différence avec la méthode des courants retardés. On remarque qu'il en est autrement pour les champs transmis. Contrairement à la méthode des courants retardés, la figure 7.11b (où on garde seulement les contributions de la face éclairée) fait apparaître clairement un spectre que l'on peut relier directement avec celui de la figure 7.11c (où on garde seulement les contributions de la face arrière). On delà de  $\omega_{pe}$ , les deux spectres sont identiques. Le contenu harmonique est apparu sur la face éclairée et s'est propagé dans le plasma. La surface arrière, source secondaire du rayonnement, réémet les fréquences  $\omega > \omega_{pe}$ . Les fréquences  $\omega < \omega_{pe}$  sont réfléchies par le plasma et disparaissent donc entre la figure 7.11b et 7.11c.

Pour s'assurer que le filtrage spatial n'induit aucun biais dans les résultats, on a calculé le spectre de la figure 7.11b avec différentes largeurs d'hypergaussienne ( $\Delta \in \{0.025\lambda_0, 0.05\lambda_0, 0.1\lambda_0\}$ ). Les résultats de ces filtrages, tracés sur la figure 7.12b sont comparés aux spectres  $\tilde{F}(x = x_0, \omega)$  du champ  $F(x, t) = [E_y(x, t) + B_z(x, t)]/2$ , sur la figure 7.12c, qui se propage vers l'avant, respectivement en  $x = x_0 \in \{0.025\lambda_0, 0.05\lambda_0, 0.1\lambda_0\}$ , c'est à dire juste à la droite de chaque hypergaussienne (comme représenté sur la figure 7.12a). Le spectre au-delà de  $\omega_{pe}$  semble à chaque fois très bien reproduit. Des différences subsistent entre les figures 7.12b et 7.12c pour les fréquences  $\omega < \omega_{pe}$ . Pour  $x_0 = 0.025\lambda_0$ , les basses fréquences de  $F$  ne sont pas totalement filtrées. Ce n'est le cas qu'au bout de  $2\lambda_p$ .

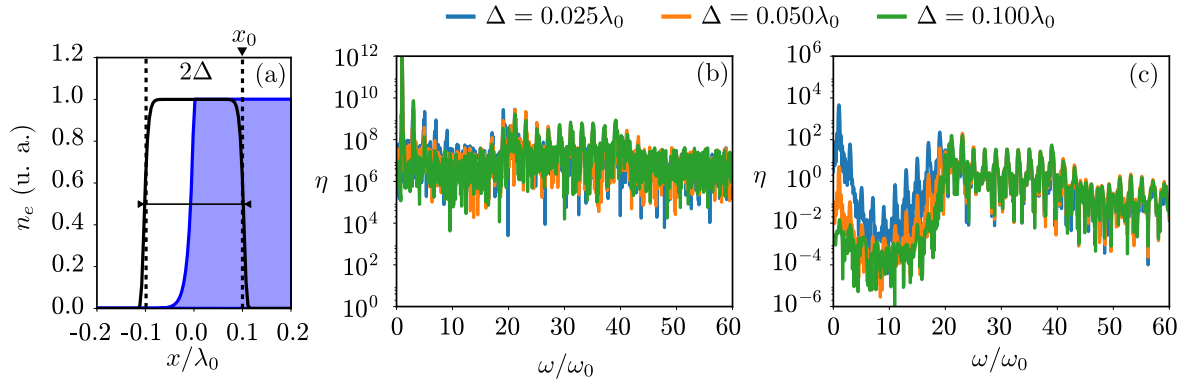


FIGURE 7.12 – Spectre du champ transmis au niveau de la face éclairée. (a) Illustration du filtrage spatial. Les spectres  $\tilde{F}(x_0, \omega)$  se calculent à droite de l'hypergaussienne. (b) Spectre obtenu avec la carte  $(x, t)$  de  $\kappa \mathbf{E}_{LW}^\infty \cdot e_y$  pour différentes largeurs d'hypergaussienne. (c) Spectre  $\tilde{F}(x_0, \omega)$  pour différents  $x_0$  :  $0.025\lambda_0$  (bleu),  $0.05\lambda_0$  (orange),  $0.1\lambda_0$  (vert).

Pour confirmer les études précédentes sur le mécanisme CSE, on sépare les contributions de chaque champ dans l'accélération des plans d'électrons. On recalcule les cartes  $\kappa \mathbf{E}_{LW}^\infty(x, t)$  en ne tenant compte que de  $E_x$  ou  $E_y$  ou enfin  $B_z$ . On compare de la même façon que précédemment les spectres issus des sources au niveau la face éclairée (figure 7.13a) et les spectres issus des sources au niveau de la face arrière (figure 7.13b).

Sur la figure 7.13a il est clair que les harmoniques  $\omega > \omega_{pe}$  sont produites conjointement par les champs  $E_y$  et  $B_z$ . Le champ  $E_x$  quant à lui produit principalement des harmoniques pour des fréquences  $\omega < \omega_{pe}$ . Sur la face arrière, le champ  $E_x$  ne joue plus aucun rôle, ce sont principalement les champs  $E_y$  et  $B_z$  qui accélèrent les électrons dans le plasma pour permettre la propagation de l'onde jusqu'à sa sortie.

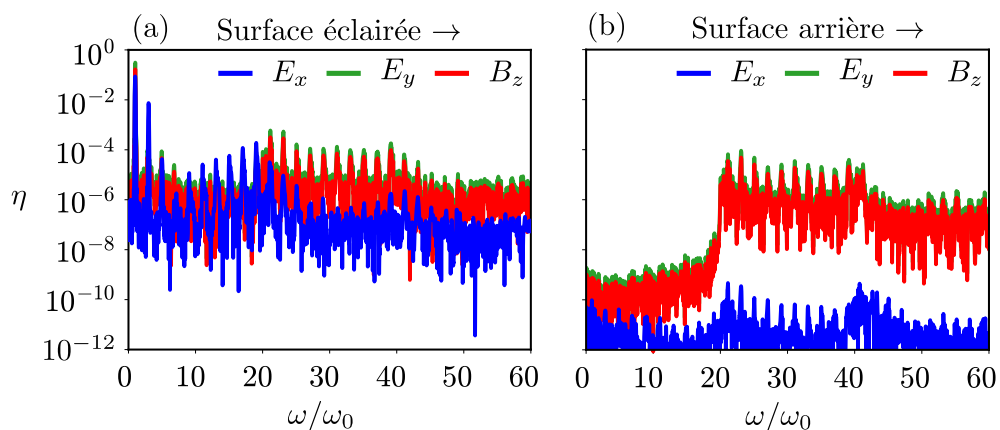


FIGURE 7.13 – Spectres des champs transmis obtenus avec les cartes  $\kappa \mathbf{E}_{LW}^\infty \cdot e_y$  en ne tenant compte que des champs  $E_x$  (bleu),  $E_y$  (vert) ou  $B_z$  (rouge). (a) Spectre obtenu en sélectionnant seulement les courants au niveau de la face éclairée. (b) Spectre obtenu en sélectionnant seulement les courants au niveau de la face arrière.

Comme le mécanisme CSE est intimement lié à l'existence d'un paquet dense d'électrons qui plonge dans le plasma, on calcule de nouveau finalement les cartes  $\kappa \mathbf{E}_{LW}^\infty \cdot \mathbf{e}_y$  en ne sélectionnant que les particules telles que  $p_x > 0.25 m_e c$ . En faisant cela, supprime la réponse du plasma - écrantage - dans l'émission vers l'avant (et donc la réflexion des fréquences  $\omega < \omega_{pe}$ ) puisqu'on supprime la cible qui présente des impulsions  $p_x < 0.25 m_e c$ . Le résultat de ce filtrage est visible sur la figure 7.14. On repère l'harmonique  $\omega = 30 \omega_0$  par une droite verticale, ainsi que  $\eta = 10^{-4}$  par une droite horizontale pour servir de guide lors de l'analyse.

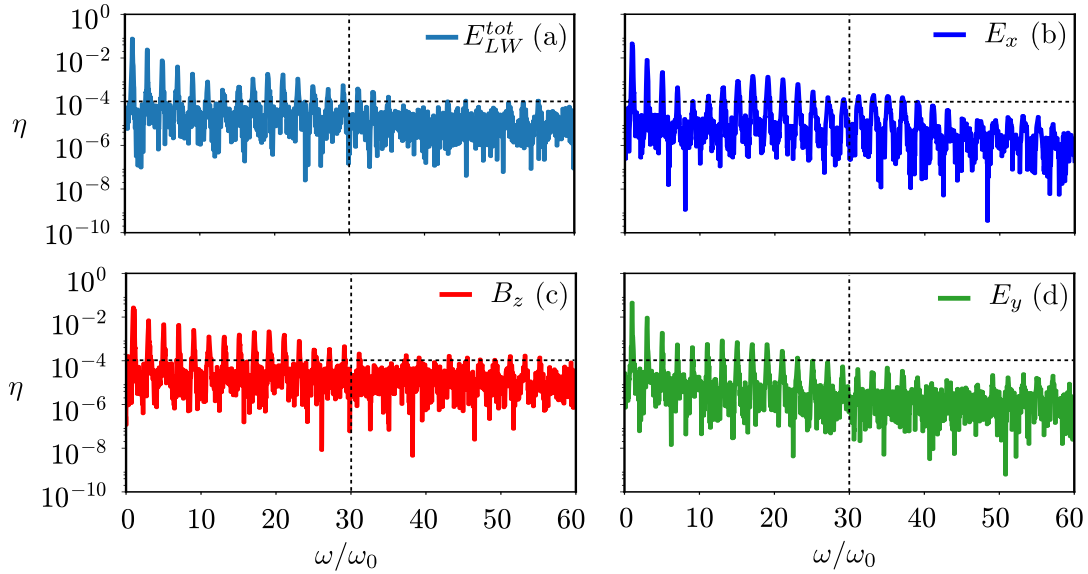


FIGURE 7.14 – Spectres des champs transmis, au niveau de la face éclairée, obtenus avec les cartes  $\kappa \mathbf{E}_{LW}^\infty \cdot \mathbf{e}_y$  en ne gardant que les contributions des particules avec  $p_x > 0.25 m_e c$ . (a) Spectre obtenu prenant en compte tout les champs. (b) Spectre obtenu en tenant compte seulement de  $E_x$ . (c) Spectre obtenu en tenant compte seulement de  $B_z$ . (d) Spectre obtenu en tenant compte seulement de  $E_y$ .

Nous constatons que dans notre régime d'interaction que, pour les particules rapides, le champ  $E_x$  semble produire autant d'harmoniques que le champ  $B_z$  ou  $E_y$ . Jusqu'à présent, le rayonnement vers l'avant était simplement attribué au champ transverse  $E_y$  ou  $B_z$  [98].

### 7.1.4 Les courants transverses des particules après qu'elles aient quitté la face éclairée

Jusqu'à présent nous nous sommes contenté d'analyser le rayonnement provenant de la surface éclairée, se propageant dans le plasma et qui sera finalement détecté en  $x \rightarrow \infty$ . Nous avons constaté grâce à la figure 7.4 qu'aucun nouveau signal ne semblait être émis sur la face arrière et que en particulier, les impulsions attosecondes provenant de la face éclairée semblait être bien dissocié temporellement des jets d'électrons relativistes. Pourquoi ces jets n'émettent-ils pas? Ne sont-ils plus accélérés?

On peut comprendre cette absence d'émission en analysant la figure 7.15. Tout d'abord on montre avec les figures 7.15a et 7.15b que les champs transverses détectables au delà du plasma correspondent majoritairement aux champs hautes fréquences provenant de la face éclairée. En réponse au passage d'une onde et d'un paquet d'électrons, la surface arrière (avec  $p_x \simeq 0$ ) semble émettre elle aussi un champ à la fréquence plasma.

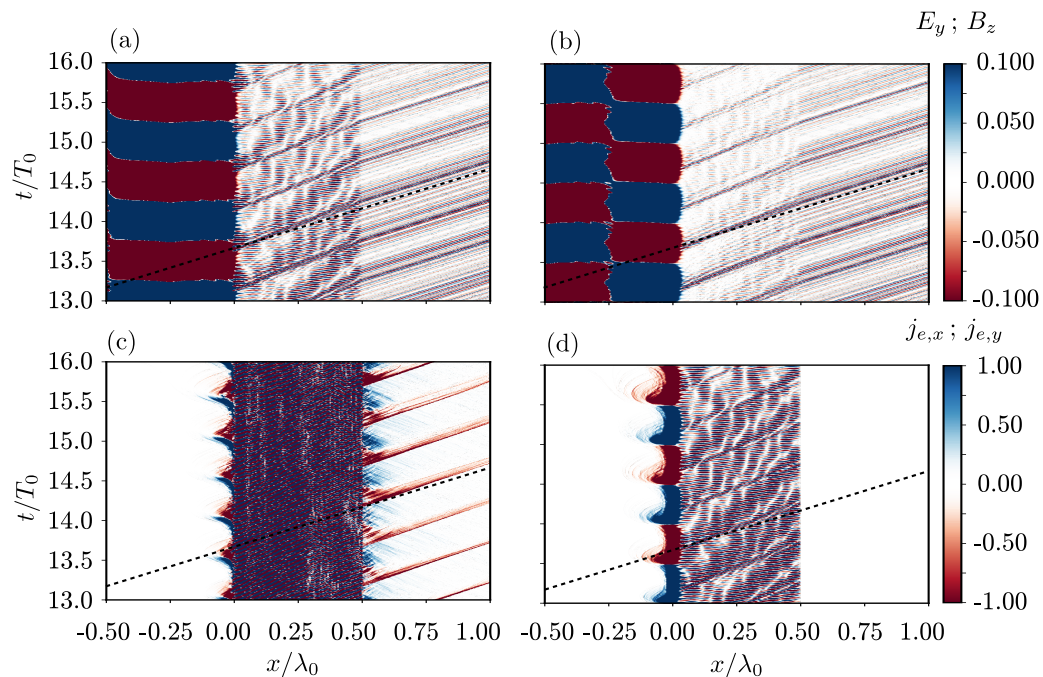


FIGURE 7.15 – Carte  $(x, t)$  de champs et de courants électroniques. On repère le passage d'un jet d'électron sur la face arrière en lui accolant une droite de pente +1. Les échelles de couleurs sont volontairement saturées. (a) Carte du champ  $E_y$ . (b) Carte du champ  $B_z$ . (c) Carte de courant  $j_x$ . (d) Carte de courant  $j_y$ .

Les figures 7.15c et 7.15d montre que les jets d'électrons ( $j_x < 0$ ) ne présentent, à priori, aucun courant  $j_y$  net en émergeant du plasma. Ainsi d'après l'équation (7.1) il semble évident que les jets ne sont la source d'aucun rayonnement sur la face arrière du plasma. L'espace des phases représenté sur la figure 7.16 confirme bien cela : Il n'y a qu'en surface que les électrons possèdent une impulsion  $p_y$  significative (dû au laser). Les jets d'électrons, dès leur entrée dans le plasma, ne possèdent aucune impulsion transverse.

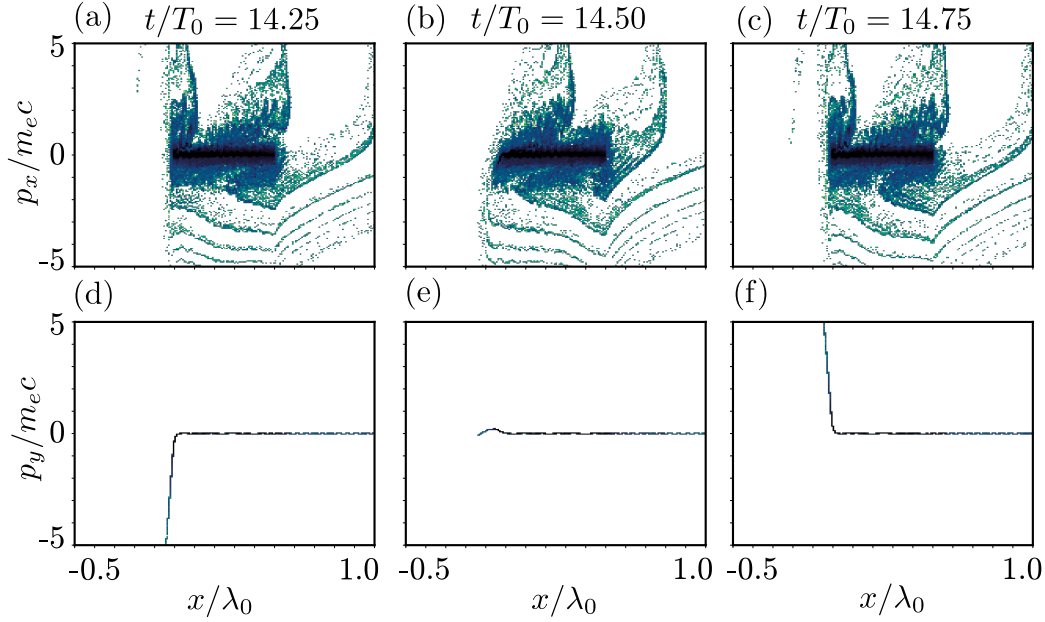


FIGURE 7.16 – Espace des phases lors de la traversée de deux jets d'électrons. (a-b-c) Espace  $(x, p_x)$  aux temps  $t \in \{14.25, 14.50, 14.75\} T_0$ . (d-e-f) Espace  $(x, p_y)$  aux temps  $t \in \{14.25, 14.50, 14.75\} T_0$

### 7.1.5 Conclusions sur les simulations 1D3V

Bien qu'il soit admis que les électrons, au niveau de la face éclairée, soit la source d'un rayonnement X-UV, il n'est pas évident de mettre en lumière le mécanisme exact d'émission. Les courants localisés sur la face avant ne permettent pas d'obtenir un spectre harmonique suffisamment proche de celui détecté. En plus de cela, ces mêmes courants ne nous renseignent pas sur les champs accélérateurs à l'origine du rayonnement. Les cartes  $\kappa \mathbf{E}_{\text{LW}}^{\infty}$  obtenus grâce aux formules de Lienard et Wiechert semblent montrer que les champs  $E_x$  jouent un rôle eux aussi dans l'émission vers l'avant contrairement à ce qui avait pu être avancé dans [9, 96, 98].

Finalement lorsque les jets traversent la face arrière, ces derniers ne possèdent aucune vitesse transverse. Ce résultat est en adéquation avec la conservation du moment canonique transverse initiale dans le cas d'une symétrie par translation suivant  $\mathbf{e}_{\perp}$ . Ainsi, les électrons ne sont la source d'aucun rayonnement électromagnétique. Seule la surface arrière (avec  $p_x \simeq 0$ ) ré-émet, à la manière d'un dipôle, ce qui a pu lui être transmis.

## 7.2 Simulation 2D3V

On étudie maintenant le rayonnement obtenu à la suite d'une simulation où l'ensemble  $\{\rho, \mathbf{J}, \mathbf{E}, \mathbf{B}\}$  dépend de  $(x, y, t)$ . On impose  $\partial_z F = 0 \forall t$ .

La cible est un plasma de densité  $n_{e,0}^{\text{max}}$ , d'épaisseur  $T$  et qui présente un gradient



exponentiel en face avant et arrière de taille caractéristique  $L_1$  et  $L_2$ . Les ions et les électrons qui le compose sont des fils de longueur infinie suivant  $\mathbf{e}_z$ . La cible présente une symétrie de translation le long de  $\mathbf{e}_y$ . L'onde incidente est toujours plane et arrive avec un angle d'incidence  $\theta = 0$  sur le plasma, de telle sorte que toujours seule la direction  $\mathbf{e}_x$  soit la seule direction de propagation cohérente pour les ondes électromagnétiques.

On résume les paramètres physiques et numériques de la simulation dans le tableau 7.2. La densité du plasma est celle du Mylar ou de l'Aluminium complètement ionisé par un laser de 800 nm.

Données Physiques							
$A$	$T_L$	$n_{e,0}^{\max}$	$T$	$L_1$	$L_2$	$T^\circ$	
$10 a_0$	$20 T_0$	$400 n_c$	$0.5 \lambda_0$	$0.01 \lambda_0$	$0.00 \lambda_0$	$10^{-12} \text{ keV}$	
Données Numériques							
Schéma num.	$T_{sim}$	$L_{sim}$	$\Delta x$	$\Delta y$	$c\Delta t$	PPM	Ions mobiles
Modifié	$26.5 T_0$	$6.5 \times 20 \lambda_0^2$	$\lambda_0/256$	$\lambda_0/256$	$\lambda_0/512$	100	Non

TABLE 7.2 – Résumé des caractéristiques physiques et numériques de la simulation.

## 7.2.1 Onde plane polarisé dans le plan de simulation

Initialement, au vu de la symétrie par translation du système suivant la direction  $\mathbf{e}_y$ , on pourrait s'attendre à ce que cette simulation soit identique en tout point aux simulations précédentes. De manière assez surprenante, ce n'est pas le cas. La figure 7.17 l'illustre de deux façons. Tout d'abord, le champ  $E_y(x = 2\lambda_0, t)$  enregistré à  $x_0 = 2\lambda_0$  après la face arrière du plasma présente de nouvelles structures comme on peut le voir sur la figure 7.17a. À chaque demi-période, on observe un pic en amplitude, alternativement positive puis négative, qui n'existe pas dans les simulations 1D3V précédentes. La présence de ces pics semble se traduire dans l'espace de Fourier par l'apparition de fréquences  $\omega < \omega_{pe}$  dans  $\tilde{E}_y(x = 2\lambda_0, \omega)$  tracé sur la figure 7.17b. Ces fréquences ne peuvent évidemment pas provenir de la face éclairée du plasma, puisqu'elles auraient été réfléchies en suivant les lois de Snell-Descartes.

Pour mieux comprendre l'origine de ces harmoniques nous allons dans un premier temps localiser précisément dans l'espace et le temps l'émission avant de l'étudier à l'aide de la méthode des courants retardés et des cartes  $\kappa \mathbf{E}_{LW}^\infty$ .

### 7.2.1.a Étude spatio-temporelle de l'émission harmonique

On localise avant toute chose l'émission électromagnétique dans l'espace et le temps à l'aide de la figure 7.18. On calcule le champ  $F(x, t) = [E_y(x, t) + B_z(x, t)]/2$  se propageant vers l'avant et on sélectionne, dans l'espace de Fourier, 3 plages de fréquences dans son spectre  $\tilde{F}(x, \omega)$  afin de superposer les trains d'impulsions attosecondes avec la carte de

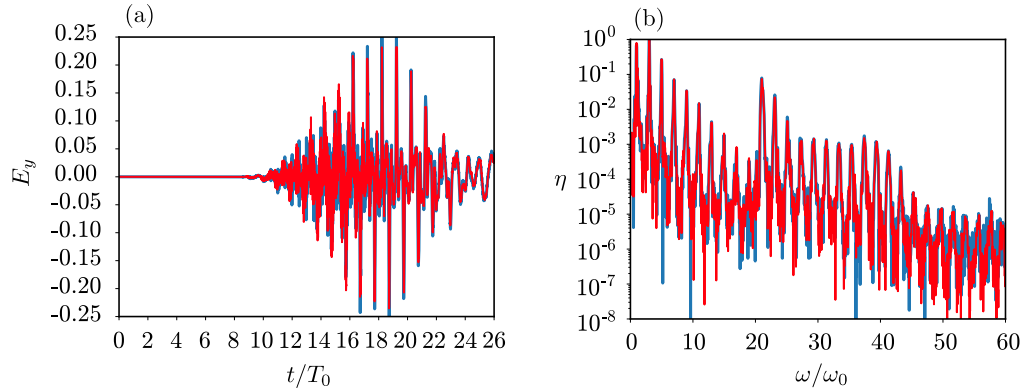


FIGURE 7.17 – Champ transverse  $E_y$  détecté à  $x = 2\lambda_0$  de la face arrière du plasma. (a)  $E_y(x = 2\lambda_0, t)$  moyenné sur  $20\lambda_0$  suivant  $e_y$ . (b) Transformée de Fourier 1d  $\tilde{E}_y(x = 2\lambda_0, \omega)$ . On remarque l'apparition de fréquences sous  $\omega_{pe}$  absentes des simulations 1D3V précédentes. On a comparé les résultats obtenus en utilisant le schéma 2D de Yee (bleu) et le schéma modifié (rouge). Les résultats sont similaires.

densité électronique  $n_e(x, t)$ . Avec une fenêtre de demi-largeur  $\Delta = 6\omega_0$ , on sélectionne les 3 fréquences centrales telles que  $\omega \in \{8\omega_0, 12\omega_0, 30\omega_0\}$  respectivement représentées en rouge, bleu et violet sur les figures 7.18b, 7.18c et 7.18d. Pour les intensités relatives entre chaque sélection, on se référera à la figure 7.17.

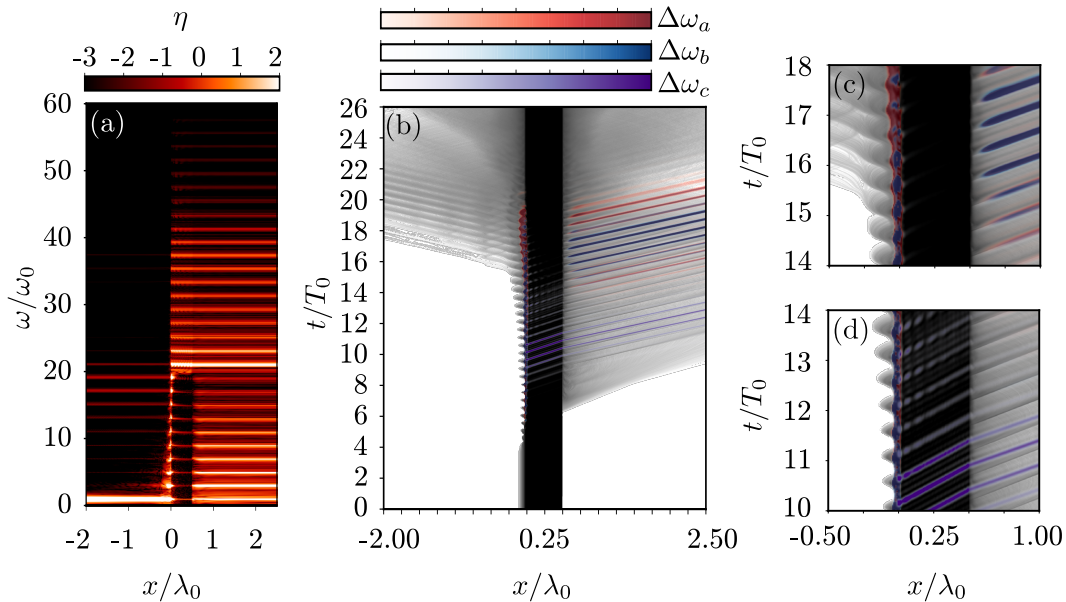


FIGURE 7.18 – Évolution spatio-temporelle des trains d'impulsion attoseconde. (a) Représentation de  $\tilde{F}(x, \omega)$ , transformée de Fourier 1D de  $F(x, t) = [E_y(x, t) + B_z(x, t)]/2$ . (b-c-d) Superpositions des trains d'impulsion attosecondes avec les densités électroniques  $n_e(x, t)$  en échelle de gris. On a sélectionné les fréquences  $\in [2\omega_0, 14\omega_0]$  en rouge,  $\in [6\omega_0, 18\omega_0]$  en bleu et  $\in [24\omega_0, 36\omega_0]$  en violet. Seules les harmoniques  $\omega > \omega_{pe}$  traversent la cible. Les harmoniques  $\omega < \omega_{pe}$  sont générées au niveau de la face arrière.

On confirme dans un premier temps les résultats obtenus précédemment : Les harmoniques de fréquence  $\omega > \omega_{pe}$  proviennent essentiellement de la face éclairée puisque aucune variation d'intensité  $\eta(x, \omega)$  n'est visible sur la figure 7.18a pour ces fréquences au niveau de la face arrière situé en  $x = 0.5\lambda_0$ . Dans l'espace réelle  $(x, t)$  les trains d'impulsions, relatifs à ces harmoniques, présentent toujours une vitesse de groupe  $v_g < 1$  et se retrouve décalé temporellement de quelques attosecondes, lors de la traversée de la face arrière, avec les jets d'électrons (mesurable sur la figure 7.18d).

À priori, à la lecture de 7.18a les fréquences  $\omega < \omega_{pe}$  ne traversent pas le plasma. On observe une augmentation brutale de  $\eta(x, \omega)$  au niveau de la face arrière, signe que les basses fréquences sont générées à cet endroit. Dans l'espace réelle  $(x, t)$  on remarque (particulièrement sur la figure 7.18c) que l'émission lumineuse se superpose à la traversée de la face arrière par les jets d'électrons.

À l'échelle de l'impulsion laser, les hautes fréquences  $\omega > \omega_{pe}$ , principalement émises au début de l'interaction, sont bien séparées des basses fréquences  $\omega < \omega_{pe}$ . En effet, ces dernières apparaissent majoritairement après que le maximum de l'impulsion ait atteint la cible à  $t = 13 T_0$ .

### 7.2.1.b Étude de l'espace des phases

On étudie l'espace des phases  $(x, p_x)$  et  $(x, p_y)$  des électrons du plasma aux alentours de  $t = 16.25 T_0$ , lorsqu'un jet traverse la face arrière et semble émettre une impulsion composée de fréquences  $\omega < \omega_{pe}$ .

Les figures 7.19a, 7.19b et 7.19c confirment bien qu'un paquet dense d'électrons traverse la face arrière de la cible avec des impulsions pouvant atteindre  $p_x > 10 m_e c$ . Cette caractéristique est très importante pour assurer la cohérence du rayonnement. À l'échelle d'une période, les deux jets présentent des impulsions  $p_x$  similaires.

Bien que les impulsions longitudinales  $p_x$  semblent être très proche de celles obtenues avec les simulations 1D3V, les impulsions  $p_y$  sont manifestement différentes. Elles ne sont pas nulles. Il semble, d'après les 7.19d, 7.19e et 7.19f, qu'au delà de la surface éclairée, le plasma soit chaud, présentant des impulsions  $p_y \in [-2.5 m_e c, +2.5 m_e c]$ .

Pour qu'il y ait une émission lumineuse nous pouvons adopter, comme nous l'avons fait jusqu'à présent, 2 points de vue : La présence d'un courant transverse  $j_y$  net non nul ou bien alors une variation  $\partial_t j_y$  elle aussi non nul et qui implique la présence d'un champ accélérateur ou une variation de densité.

La figure 7.20 nous permet de constater que, sur la face arrière du plasma, seul le champ  $E_x$  présente une valeur non négligeable ( $E_x \geq 2.5 a_0$ ) lorsque les jets d'électrons traversent la surface arrière. Il est 100 fois supérieur aux champs transverses  $E_y$  et  $B_z$  ( $\simeq 0.03 a_0$ ) qui sont visiblement générés à postériori. On constate à l'aide des figures 7.20a et 7.20b une nouvelle fois que les pics du champ transverse, générés au niveau de la face arrière, sont bien corrélés aux jets.

On a filtré sur la figure 7.20c et 7.20d les électrons possédant un moment  $p_x \geq 1$ . Il n'est pas évident de constater la présence d'un courant net pour les particules les plus rapides. Pour cela, nous aurons recours aux cartes de courant.

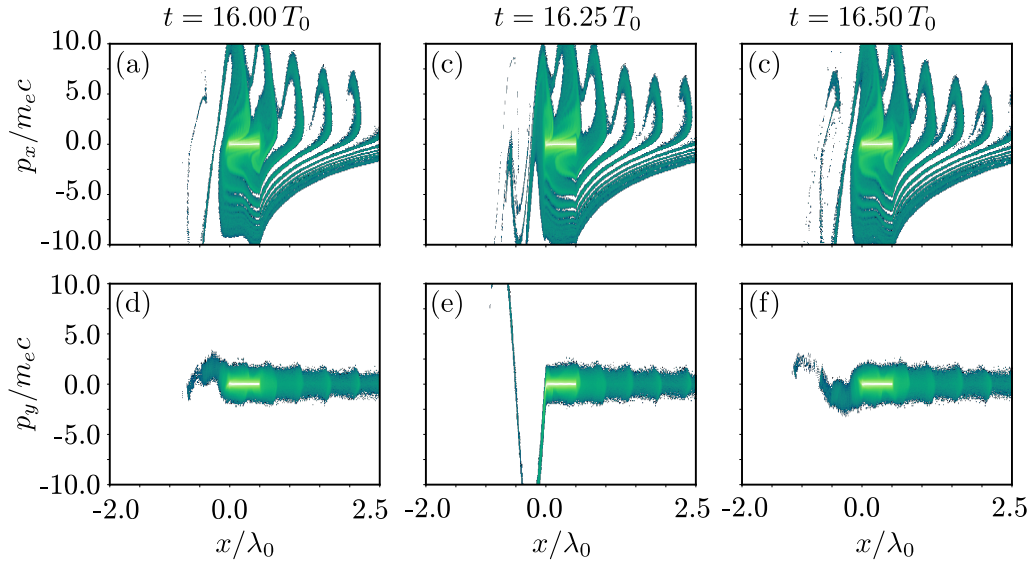


FIGURE 7.19 – Espace des phases. **(a-b-c)** Espace  $(x, p_x)$  dans lequel on observe la formation de jets (2 jets par périodes) similaires aux simulations précédentes. **(d-e-f)** Espace  $(x, p_y)$  dans lequel on note que le plasma n'est plus froid, contrairement aux simulations 1D3V précédentes. Particulièrement, les jets ne présentent plus une impulsion transverse  $p_y$  nulle au moment de la traversée de la face arrière.

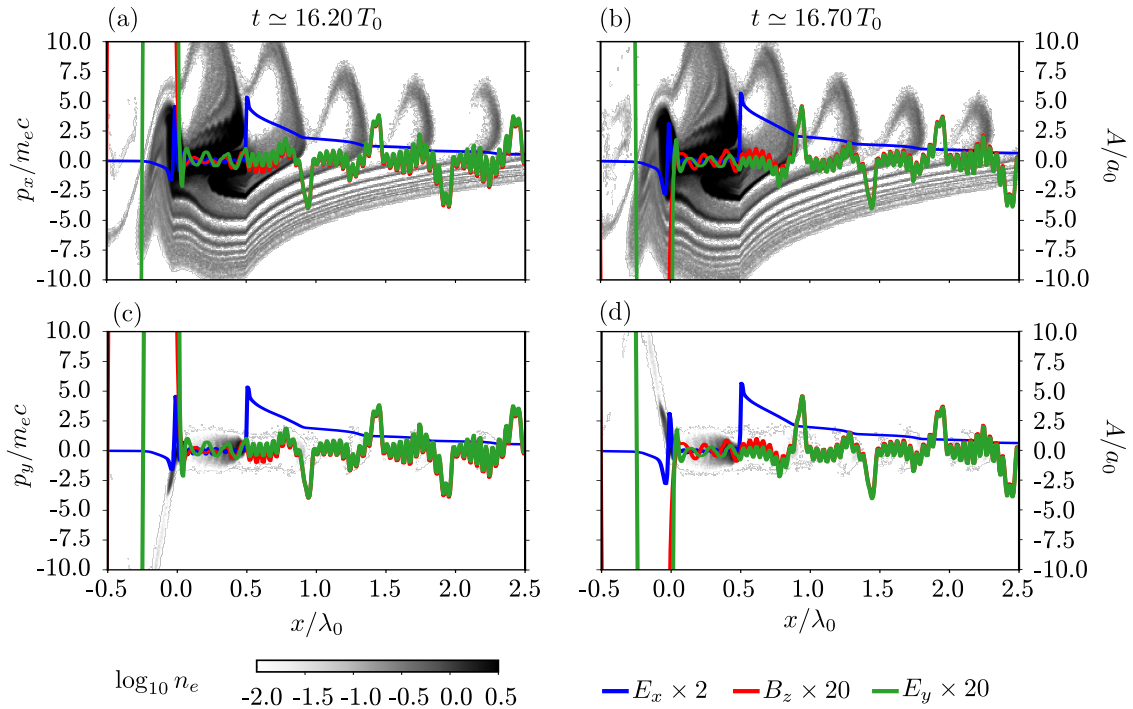


FIGURE 7.20 – Superposition des espaces des phases  $(x, p_x)$  et  $(x, p_y)$  avec les champs  $E_x$ ,  $E_y$  et  $B_z$ . **(a-b)** Espaces des phases  $(x, p_x)$ . **(c-d)** Espaces des phases  $(x, p_y)$ . On constate que seul  $E_x$  prend des valeurs non négligeables au niveau de la face arrière. Pour des raisons de lisibilité, le champ  $E_x$  a été multiplié par 2. Les champs transverse  $E_y$  et  $B_z$  par 20. Le champ longitudinal  $E_x$  est 100 fois supérieur aux champs transverse.

### 7.2.1.c Étude des courants transverses

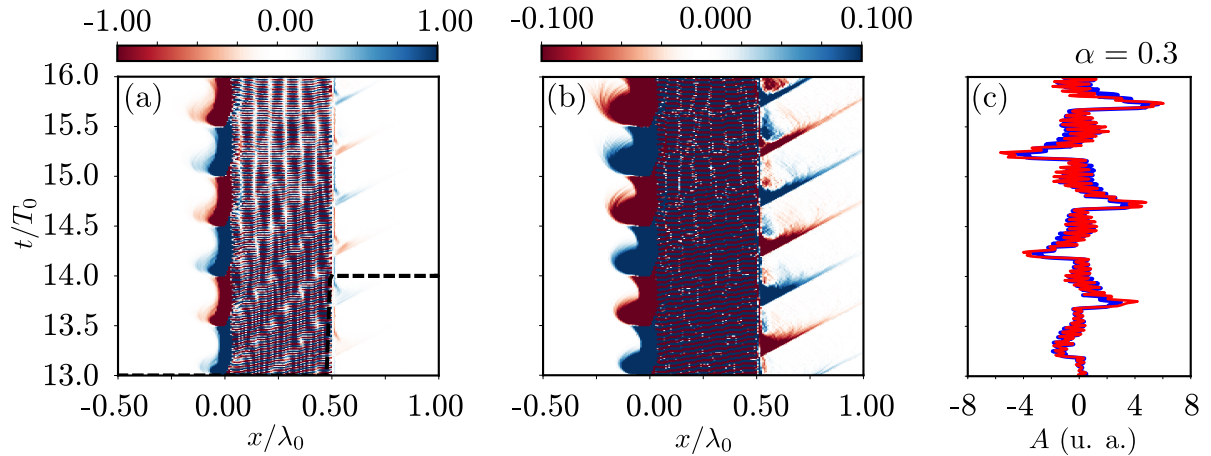


FIGURE 7.21 – Carte de courant transverse  $(x, t)$  et champ rayonné calculé à l'aide de la méthode des courants retardés. **(a-b)** Cartes de courants issu de SMILEI (ParticleDiagnostics) avec 2 échelles de couleur (facteur 10) pour faciliter la comparaison avec les simulations 1D3V. **(c)** Champ rayonné calculé à partir de la carte de courant, filtré à l'aide d'une hypergaussienne représenté en (a). La courbe bleue correspond au champ retrouvé à l'aide de la carte de courant calculé au cours de la simulation (en prenant en compte tous les macro-électrons). La courbe rouge, elle, correspond au champ retrouvé à l'aide d'une carte de courant calculé une nouvelle fois après la simulation en ayant suivi seulement 2% des macro-électrons.

C'est en analysant la figure 7.21 que l'on peut affirmer qu'il existe bien un courant électronique net au niveau de la face arrière du plasma et qu'il est visiblement bien la source des pics en amplitude dans le champ transmit. La figure 7.21a reprend la même échelle de couleur que la figure 7.15d soulignant un peu plus la différence entre les simulations 1D3V et 2D3V même dans le cas d'une symétrie de translation suivant  $e_y$ . On calcule le champ transmis à l'aide de la méthode des courants retardés après avoir appliqué un filtrage spatial représenté à l'aide d'une ligne en pointillé sur la figure 7.21a.

On a suivi pendant toute la durée de la simulation 2% des macro-électrons pour lesquels on a recalculé une carte de courant similaire à 7.21a (soit pour environ 4 millions d'électrons). Le champ calculé à partir des électrons sélectionnés est visible sur la courbe rouge de la figure 7.21c. Après avoir appliqué un facteur de normalisation  $\alpha \simeq 0.3$ , on constate que le champ est identique à celui calculé à l'aide de la carte de courants issus de la simulation, qui elle prend en compte tous les électrons (courbe bleue).

Finalement, pour isoler le rayonnement produit par la cible ( $p_x \simeq 0 m_e c$ ) et celui produit par les jets on a calculé les champs rayonnés en ne sélectionnant que les courants issus des particules les plus rapides (tel que  $p_x > 1 m_e c$ ). On voit sur la figure 7.22b que seuls les pics demeurent. Un indice supplémentaire indiquant que c'est bien des jets que provient le rayonnement.

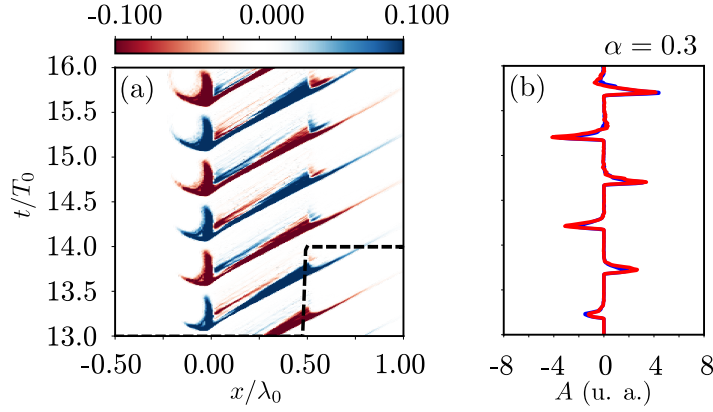


FIGURE 7.22 – Carte des courants transverses  $j_y(x, t)$  en ne prenant en compte que les électrons avec  $p_x > 1 m_e c$ . Le filtrage spatial est identique à la figure 7.21. **(a)** Carte de courant. **(b)** Champ rayonné calculé à partir des courants transverses filtrés. En bleu, le champ calculé à l’aide de la carte de courant issu de la simulation. En rouge le champ calculé à partir des 2% d’électrons sélectionnés aléatoirement. Seuls les pics subsistent.

### 7.2.1.d Étude via les formules de Lienard et Wiechert

De la même manière que pour les simulations 1D3V de la section §7.1, les courants transverses, ne renseignent pas toujours correctement sur les mécanismes à l’origine du rayonnement. On a donc besoin encore une fois des formules de Lienard et Wiechert pour mettre en lumière les processus d’accélération. On calcule une carte  $\kappa \mathbf{E}_{\text{LW}}^\infty \cdot \mathbf{e}_y$ , visible sur la figure 7.23a, à l’aide des particules sélectionnées aléatoirement au cours de la simulation. De la même manière qu’avec les courants, on filtre spatialement les sources en appliquant une hypergaussienne à la carte.

On compare le champ obtenu via les formules de Lienard et Wiechert avec celui enregistré au cours de la simulation en  $x = 2\lambda_0$  à l’aide des figures 7.23b et 7.23c respectivement. Les deux résultats sont très proches. En particulier on reproduit les pics en amplitude, repérés par les lignes grises horizontales. Pour avoir une idée précise de quel champ accélérateur produit quels effets, on sépare artificiellement les contributions en recalculant les cartes  $\kappa \mathbf{E}_{\text{LW}}$  en ne tenant compte que d’un seul des champs  $E_x$ ,  $B_z$  ou  $E_y$ . Les résultats sont visibles sur les figures 7.24. On a tracé sur les figures 7.24d, 7.24e et 7.24f les champs obtenus à partir des sources retardées. Sur chacune de ces figures apparaît, en gris, le champ total obtenu à la figure 7.23b (c’est à dire en prenant en compte tout les champs).

Il est facile de constater à partir des figures 7.24d, 7.24e et 7.24f que c’est le champ  $E_y$  qui produit les oscillations rapides entre les pics en amplitude. Ces oscillations sont très certainement dues à la réponse du plasma suite à la traversée des jets d’électrons et des champs électromagnétiques produits sur la face avant. Lors du passage des jets d’électrons au niveau de la face arrière, les pics en amplitude semblent être décrits par une combinaison d’accélération causées à la fois par  $E_x$ ,  $E_y$  et  $B_z$ .

En faite, il se trouve que les champs  $E_y$  et  $B_z$  se compensent justement à ces instants, laissant  $E_x$  décrire seul les pics en amplitude dans le champ transmis. En effet,

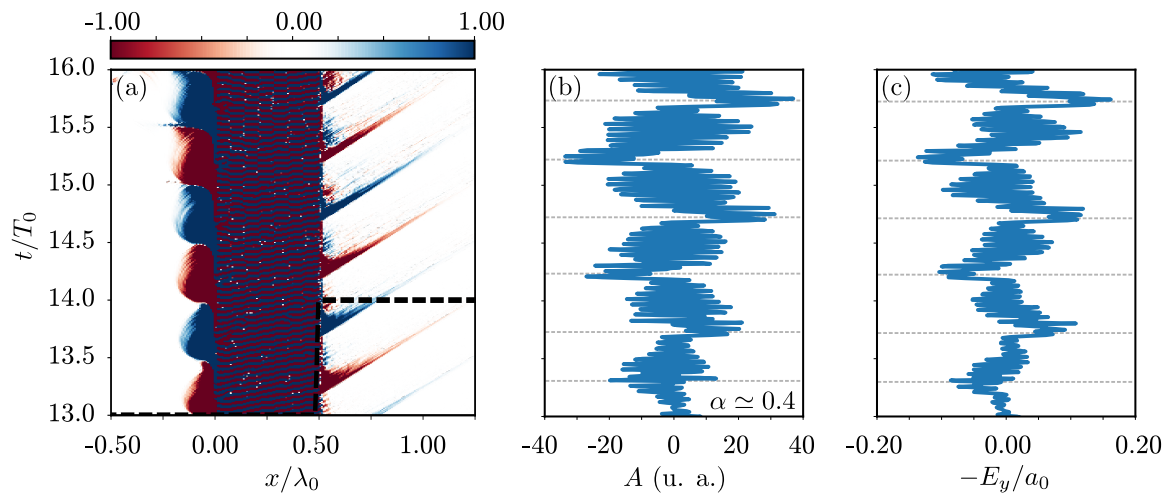


FIGURE 7.23 – Carte  $\kappa \mathbf{E}_{\text{LW}} \cdot \mathbf{e}_y$  et calcul du champ rayonné à partir des sources retardées. **(a)** Représentation  $(x, t)$  des sources à partir des formules de Lienard et Wiechert. On a tracé en pointillé l'hypergaussienne utilisée pour le filtrage spatial des sources. **(b)** Champ calculé à partir des sources retardées. **(c)** Champ  $E_y(x = 2\lambda_0, t)$  enregistré pendant la simulation.

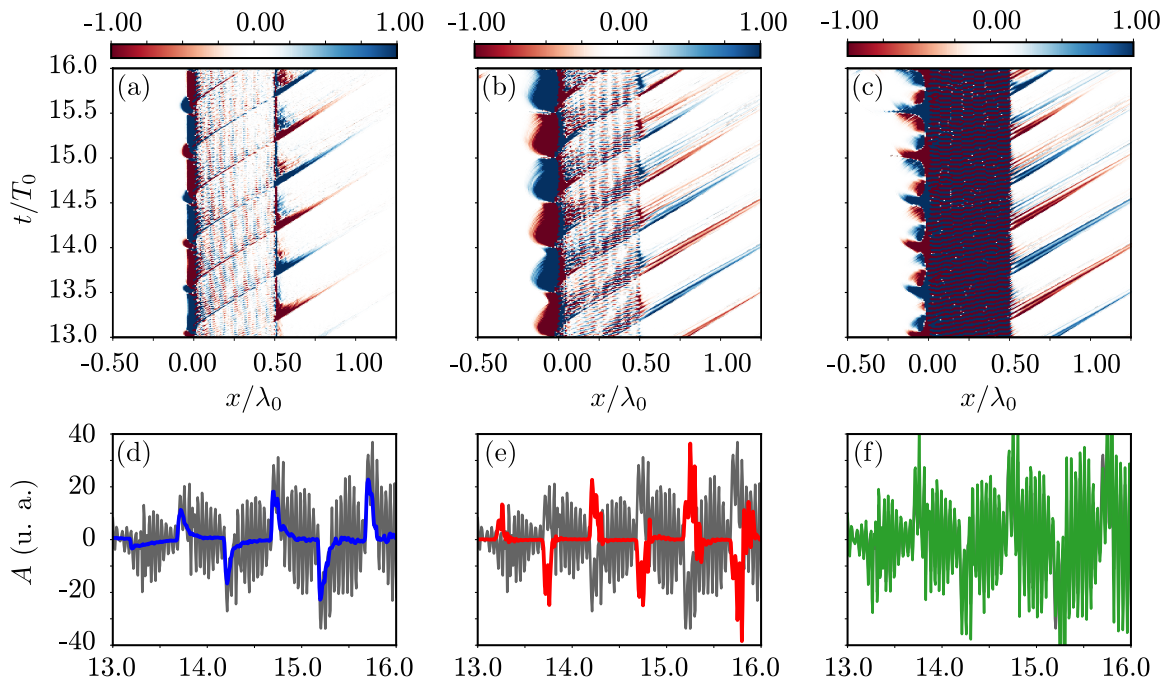


FIGURE 7.24 – Cartes  $\kappa \mathbf{E}_{\text{LW}} \cdot \mathbf{e}_y$  en ne prenant en compte qu'un seul champ accélérateur et champ transmis calculé à l'aide des sources retardées. **(a)** Seul  $E_x$  est pris en compte. **(b)** Seul  $B_z$  est pris en compte. **(c)** Seul  $E_y$  est pris en compte. **(d-e-f)** Champs calculés à l'aide des cartes (a-b-c) respectivement filtrées spatialement.

en combinant les cartes 7.24b et 7.24c on calcule la carte  $\kappa \mathbf{E}_{\text{LW}}^\infty$  en prenant en compte à la fois  $E_y$  et  $B_z$ . Le résultat est visible sur la figure 7.25b et montre bien que les jets ne semblent plus rayonner. On a tracé sur la figure 7.25d le champ émis vers l'avant, calculé à partir de cette nouvelle carte, et sur lequel on constate un défaut dans la description

exactement au moment du passage des jets. Ces défauts sont repérés par des flèches noires.

Pour appuyer ce résultat on termine par calculer les cartes  $\kappa \mathbf{E}_{\text{LW}}^\infty$  seulement pour les électrons des jets, c'est-à-dire ceux présentant une impulsion  $p_x > 1 m_e c$ . Le résultat est visible sur la figure 7.26. Pour ces particules, les contributions du champ  $B_z$  et  $E_y$  (figures 7.26c et 7.26d) se compensent parfaitement. C'est le champ  $E_x$  seul (figure 7.26b) qui décrit toujours les pics en amplitude dans le champ généré vers l'avant. Il est intéressant de noter que si les champs transverses  $B_z$  et  $E_y$  avaient une réelle importance dans le processus de rayonnement, c'est sur les particules avec les  $p_x$  les plus grands que l'effet serait éventuellement le plus marquant (rayonnement type "synchrotron"). Il n'en est manifestement rien.

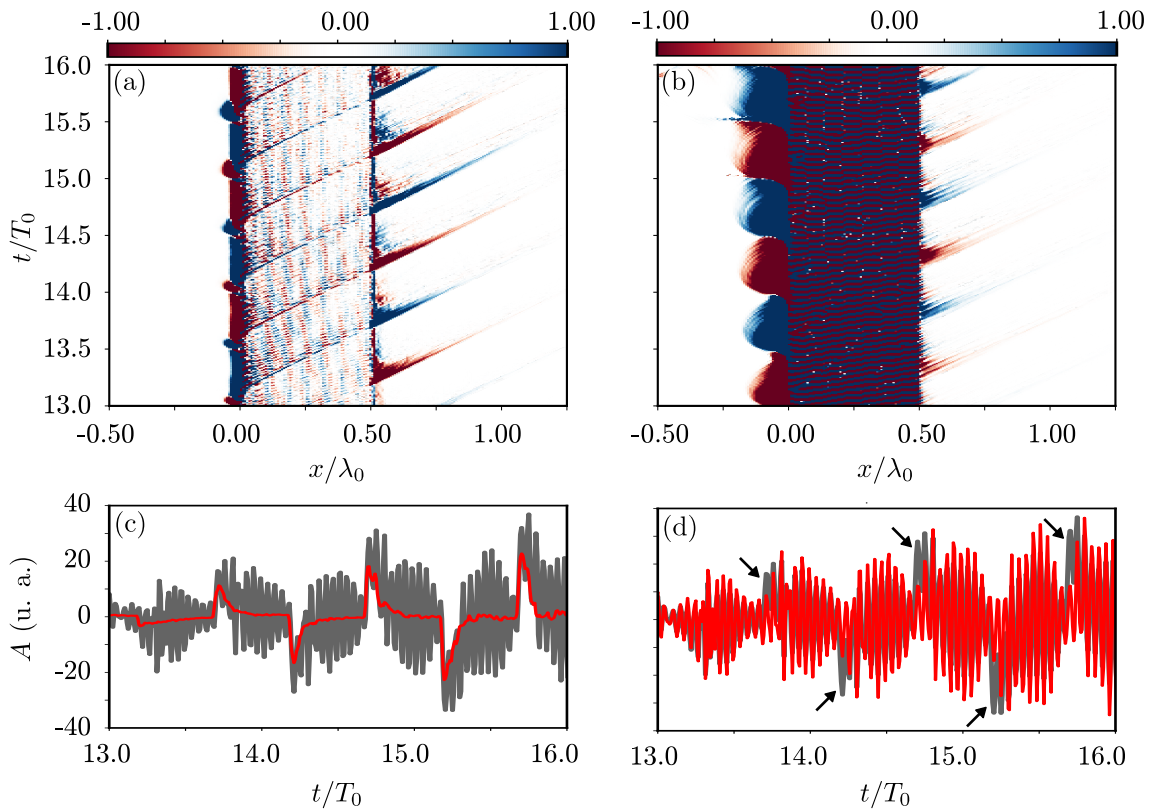


FIGURE 7.25 – Cartes  $\kappa \mathbf{E}_{\text{LW}}^\infty \cdot \mathbf{e}_y$  obtenu en combinant les champs accélérateurs et champ calculé à partir des sources retardées. (a) Carte obtenue en utilisant seulement  $E_x$ . (b) Carte obtenue en utilisant  $E_y$  et  $B_z$ . (c) En rouge : Champ calculé à partir de (a). En gris, le champ total. (d) En rouge : Champ calculé à partir de (b). En gris, le champ total.

### 7.2.2 Rayonnement cohérent par freinage des électrons relativistes : Le "Coherent Plasma Braking Radiation" ou "Coherent Plasma Bremsstrahlung"

Au vu des analyses précédentes, il semblerait que ce soit le champ  $E_x$  parallèle à la direction d'observation qui soit la cause du rayonnement transmis observé. Le phénomène



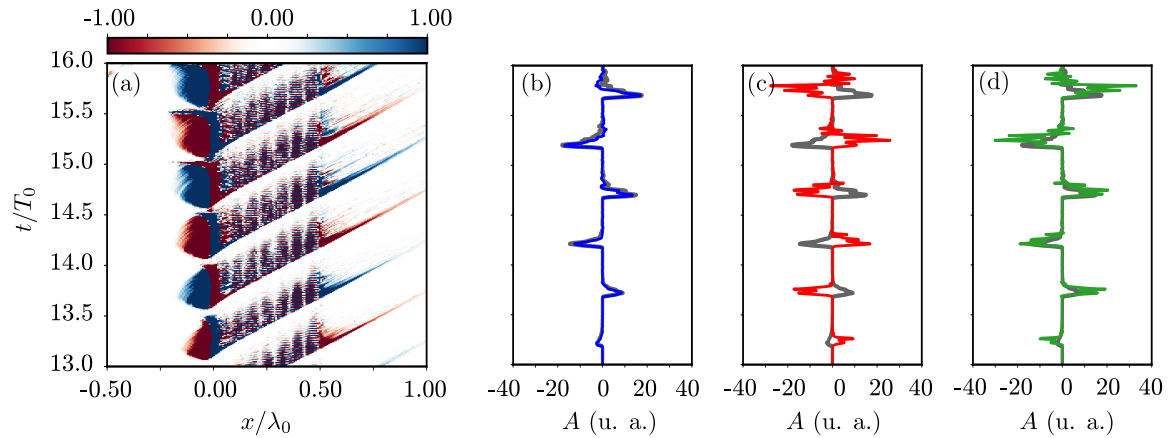


FIGURE 7.26 – Carte  $\kappa \mathbf{E}_{\text{LW}}^{\infty} \cdot \mathbf{e}_y$  obtenu pour les particules présentant des  $p_x > 1 m_e c$ . On filtre spatialement les sources, de la même manière que les cartes précédentes, pour ne tenir compte que des sources surfaciques. **(a)** Carte  $(x, t)$  des sources. **(b)** En bleu : Contribution du champ  $E_x$ . **(c)** En rouge : Contribution du champ  $B_z$ . **(d)** En vert : Contribution du champ  $E_y$ . Sur les panels (b-c-d), on tracé en gris le champ transmis calculé en prenant en compte tous les champs accélérateurs.

est purement relativiste puisqu'il ne peut pas être décrit par les formules de Larmor dans le cas où  $v \ll c$ . En effet dans le cas non relativiste on a :

$$\mathbf{S} \propto \frac{q^2}{4\pi c} |\mathbf{n} \times \mathbf{n} \times \dot{\boldsymbol{\beta}}|^2 \Leftrightarrow \frac{dP}{d\Omega} = \frac{q^2}{4\pi c} \frac{\sin^2 \theta}{c^2} a^2 \quad (7.4)$$

Avec  $\theta$  l'angle entre l'accélération et la direction d'observation. Si on pose  $\mathbf{a} = -e/m_e E_x \mathbf{e}_x$ , on voit immédiatement qu'aucun signal n'est à priori émis suivant  $\mathbf{e}_x$ . Il en va autrement lorsque les particules présentent une vitesse proche de  $c$ . On a vu plus tôt que dans le cas relativiste le champ transverse rayonné à l'infini s'exprime tel que :

$$\mathbf{E}_{\perp}^{\infty}(\mathbf{r}, t) = -\frac{q}{4\pi\epsilon_0 c} \left[ \frac{\mathbf{a}_{\perp}}{\kappa^2} + \frac{\mathbf{v}_{\perp}(\mathbf{n} \cdot \mathbf{a})}{\kappa^3} \right]_{\text{ret}} \quad (7.5)$$

Dans le cas où  $\mathbf{n} \equiv \mathbf{e}_x$  et où  $\mathbf{E}_{\perp}^{\infty} \equiv E_y$ , on note :

$$E_y(\mathbf{r}, t) = -\frac{q}{4\pi\epsilon_0 c} \left[ \frac{a_y}{(1-v_x)^2} + \frac{v_y a_x}{(1-v_x)^3} \right]_{\text{ret}} \quad (7.6)$$

On constate immédiatement, grâce au second terme du membre de droite, qu'une accélération suivant  $\mathbf{e}_x$  contribue bien au champ transverse  $E_y$  rayonné. Ce phénomène purement cinématique est lié à la déformation de l'espace-temps causée par une vitesse non nulle suivant  $\mathbf{e}_y$ . C'est l'aberration relativiste.

Cependant le terme de gauche dans le membre de droite contribue lui aussi au rayonnement. En effet, d'après le principe fondamental de la dynamique relativiste, on a, pour une particule de charge  $q$  et de masse  $m_0$  :

$$\frac{d\mathbf{p}}{dt} = \mathbf{f} = m_0 \dot{\gamma} \mathbf{v} + m_0 \gamma \mathbf{a} \Leftrightarrow \mathbf{a} = \frac{\mathbf{f} - \dot{\gamma} \mathbf{v}}{m_0 \gamma} \quad (7.7)$$

On constate que le travail d'une force modifie les accélérations telles que, en ne tenant compte que du champ  $E_x$ , on trouve pour un électron :

$$a_x = -eE_x \frac{1 - v_x^2}{m_e \gamma} = -eE_x \frac{(1 - v_x)(1 + v_x)}{m_e \gamma} \quad \text{et} \quad a_y = +e \frac{E_x v_x v_y}{m_e \gamma} \quad (7.8)$$

Bien que le champ soit suivant  $\mathbf{e}_x$ , l'électron subit une accélération transverse. Cet effet dynamique peut s'interpréter en termes de référentiel inertiel et "d'horloge accélérée". On suit un électron dont le 4-vecteur énergie-impulsion est  $(E_1, p_1^x, p_1^y, 0)$  attaché à un référentiel  $\mathcal{R}_1$  de vitesse  $(v_1^x, v_1^y)$  par rapport à  $\mathcal{R}_L$ . L'électron subit un boost suivant  $\mathbf{e}_x$  et passe du référentiel  $R_1$  au référentiel  $R_2$  de telle sorte que  $p_x = -eE_x$  définit le passage entre les deux référentiels inertiels. Les transformations de Lorentz admettent  $p_2^y = p_1^y$ . Ainsi  $\gamma_2 v_2^y = \gamma_1 v_1^y$ . Comme  $\gamma$  a changé,  $v_y$  doit lui aussi changer. Lorsque l'électron sort du plasma, il est brutalement freiné par le champ de rappel  $E_x$  et sa vitesse suivant  $\mathbf{e}_x$  diminue brutalement, son énergie également. L'électron se retrouve dans un nouveau référentiel  $\mathcal{R}_2$  de vitesse  $(v_2^x, v_2^y)$  par rapport à  $\mathcal{R}_L$ .  $v_2^y \neq v_1^y$  simplement à cause de la perte d'énergie.  $p_y$  reste constant, mais pas  $v_y$ .

En injectant les expressions de  $a_x$  et  $a_y$  dans les formules de Lienard et Wiechert, on obtient la valeur du champ rayonné :

$$E_y(\mathbf{r}, t) = + \frac{e}{4\pi\epsilon_0 c} \left[ \frac{eE_x v_y}{m_e \gamma} \left( \frac{v_x}{(1 - v_x)^2} - \frac{1 + v_x}{(1 - v_x)^2} \right) \right]_{ret} \quad (7.9)$$

En simplifiant les dépendances en  $v_x$ , on trouve finalement :

$$E_y(\mathbf{r}, t) = - \frac{e}{4\pi\epsilon_0 c} \left[ \frac{e v_y}{m_e \gamma} \frac{E_x}{(1 - v_x)^2} \right]_{ret} = - \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 c} \left[ \frac{v_y E_x}{m_e \gamma \kappa^2} \right]_{ret} \quad (7.10)$$

Ainsi, il apparaît alors assez naturel qu'un plan de courant puisse émettre un rayonnement électromagnétique même si il n'existe qu'un champ accélérateur parallèle à la direction d'observation (et par symétrie nécessairement perpendiculaire au plan). Ce champ accélérateur, ici  $E_x$ , est utilisé principalement pour accélérer des ions via le mécanisme TNSA ("Target Normal Sheath Acceleration") connu depuis une trentaine d'années. Bien que de nombreuses études semblent avoir été menées pour augmenter la valeur du champ longitudinal  $E_x$ , aucune ne semble s'être intéressée au rayonnement produit par les paquets d'électrons quittant la cible.

On peut résumer le mécanisme en quelques étapes : D'abord, on génère de jets d'électrons par chauffage  $J \times B$  ou "Chauffage Brunel". À la suite de cela, il se crée un champ de rappel charge-espace  $E_x$  de plusieurs TV au niveau de la face arrière de la cible lorsque les premiers électrons quittent le plasma. Finalement, les jets d'électrons suivants émettent un train d'impulsions attosecondes dont l'intensité dépend, d'une certaine manière, du rapport  $p_y/p_x$  et, de façon plus directe, du champ  $E_x$ .

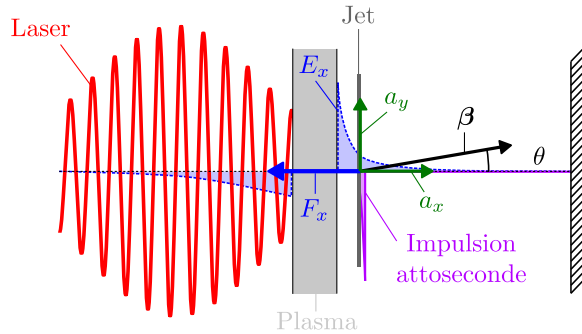


FIGURE 7.27 – Illustration du mécanisme "Coherent Plasma Bremsstrahlung" : Après que le laser incident ait envoyé des électrons hors du plasma, un champ électrostatique de rappel se forme sur les faces avant et arrière de la cible. Ce champ électrostatique exerce une force de rappel  $F_x$  sur les jets suivants qui quittent le plasma telle que leur énergie cinétique  $E_k$  diminue. Leurs moments  $p_y$  non nul, les électrons sont alors accélérés suivant  $a_x$  et  $a_y$ . Ils émettent un rayonnement cohérent suivant  $e_x$  sous la forme d'une impulsion attoseconde.

### 7.2.3 Onde plane polarisé hors du plan de simulation

Comme on peut donc le constater dans l'équation (7.10), l'émission X-UV dépend en partie de la distribution des vitesses dans le jet d'électrons sources. On comprend alors un peu mieux pourquoi pour des simulations 1D3V aucun champ n'était émis :  $p_y/p_x = 0$ . Pour renforcer cette constatation, on a réalisé deux simulations dans lesquelles le laser se trouve être polarisé linéairement suivant  $E_z$ , donc hors du plan de simulation. Dans une de ces deux simulations, le plasma est artificiellement chauffé à une température de 10 keV soit un peu près 2% de  $E_e = m_e c^2$ .

La figure 7.28 compare les champs transmis  $E_z(x = 2\lambda_0, t)$  produit suite à l'interaction avec le plasma respectivement froid ou chaud. Sur la figure 7.28a on remarque que de la même manière que pour les simulations 1D3V, le champ rayonné ne semble contenir que des hautes fréquences. Le spectre bleu sur la figure 7.28c confirme ce résultat : Le signal contient essentiellement des fréquences  $\omega > \omega_{pe}$ . Lorsque le plasma est chaud, on retrouve sur la figure 7.28b la structure basse fréquence observée dans les simulations 2D3V précédentes : Il existe deux pics en amplitude par période, ou bien positif, ou bien négatif. Le spectre orange sur la figure 7.28c montre l'apparition de fréquences  $\omega < \omega_{pe}$ .

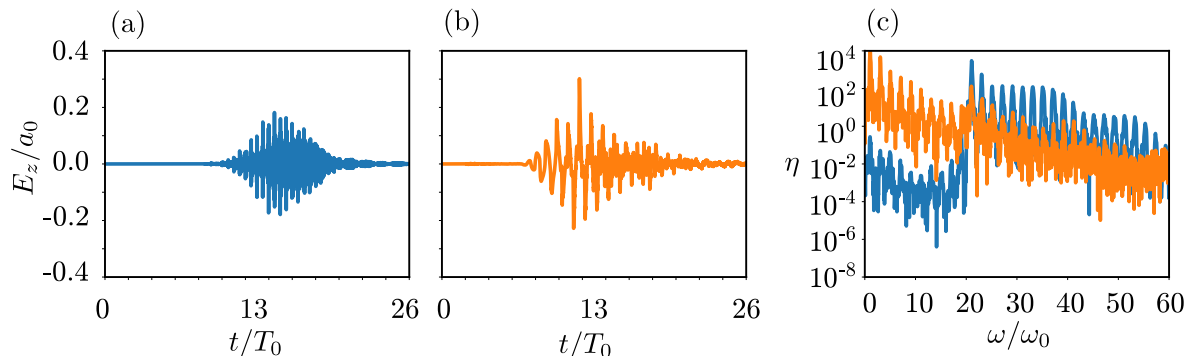


FIGURE 7.28 – Champs  $E_z(x = 2\lambda_0, t)$  et spectre dans le cas d'un plasma respectivement froid ou chaud. (a) Plasma initialisé à  $10^{-12}$  keV. (b) Plasma initialisé à 10 keV. (c) Spectre dans le cas du plasma froid (bleu) et chaud (orange).

En s'intéressant à l'espace des phases  $(x, p_z)$  pour ces deux simulations, on remarque grâce à la figure 7.29, que les particules les plus rapides ( $p_x > 1 m_e c$ ) présente un courant net transverse  $p_z$  bien plus important ( $\sim 100$  fois) dans le cas où le plasma est artificiellement chauffé. Ce qui semble cohérent avec les spectres où la différence d'efficacité est de  $\sim 100^2 = 10^4$ .

Par rapport aux simulations 1D3V précédentes, on constate que le spectre, obtenu à l'aide d'un plasma froid, présente tout de même un signal harmonique très faible lorsque  $\omega < \omega_{pe}$ . Cela reste cohérent avec ce que nous apprend l'espace des phases. En effet la vitesse transverse des électrons traversant la face arrière n'est pas totalement nulle.

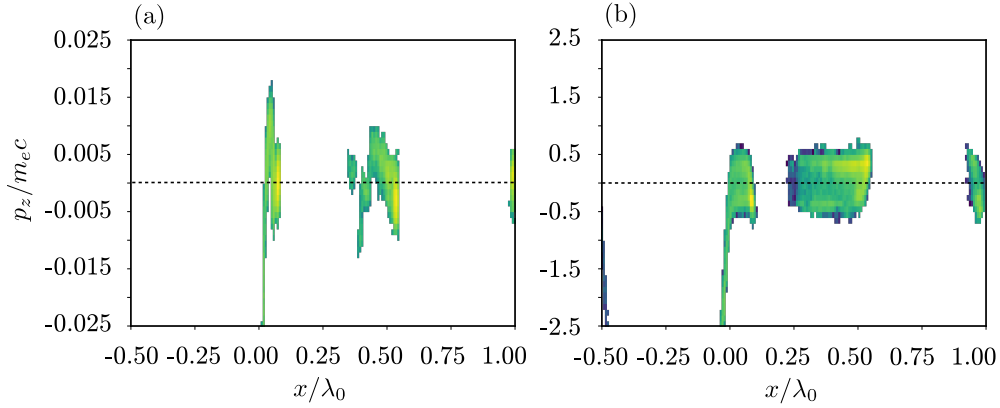


FIGURE 7.29 – Espace des phases  $(x, p_y)$  lorsque  $p_x \geq 1 m_e c$ . (a) Dans le cas du plasma froid initialisé à  $10^{-12}$  keV. (b) Dans le cas du plasma chaud initialisé à 10 keV.

#### 7.2.4 Conclusions sur les simulations 2D3V

Nous venons de voir qu'il était possible de générer un signal harmonique intense au niveau de la face arrière du plasma grâce au champ de rappel  $E_x$ , créé suite à la traversée de plusieurs jets d'électrons relativistes. Les cartes  $\kappa \mathbf{E}_{LW}^\infty$  apporte des informations pertinentes, nous permettant de discriminer les champs accélérateurs susceptibles d'initier le rayonnement. En particulier, nous pouvons couper artificiellement la contribution de certains champs accélérateurs et en observer directement la conséquence en comparant le résultat obtenu avec le champ transmis.

Cependant, cette méthode nécessite actuellement d'enregistrer une très grande quantité de données (supérieur au To) qui limite le nombre de macro-particules auxquelles nous pouvons appliquer ce diagnostic. Les résultats souffrent certainement d'un manque de statistique.

### 7.3 Conclusion du Chapitre

Bien que le problème admette une symétrie par translation le long des directions transverses  $\mathbf{e}_y$  et  $\mathbf{e}_z$ , nous avons mis en évidence qu'il était nécessaire de simuler, à minima, le plan de polarisation du laser pour obtenir des résultats physiques satisfaisants. En effet, le plasma présente une distribution dans l'espace des phases très différentes entre les

simulations  $1D3V$  et  $2D3V$ . En particulier, le chauffage du plasma pour des simulations  $2D3V$  permet aux jets d'électrons relativistes d'acquérir un courant transverse net, source d'un rayonnement harmonique au niveau de la face arrière du plasma.

Ce rayonnement harmonique, seulement explicable dans le cadre de la relativité restreinte, apparaît au moment où les électrons émergent du plasma et sont brutalement freinés par le champ de rappel  $E_x$  présent au niveau de la face arrière et qui s'étend sur quelques  $\lambda_0$  derrière la cible. On parlera dans la suite de ce manuscrit de *CPB* pour "Coherent Plasma Bremsstrahlung" ou "Coherent Plasma Braking radiation". On peut légitimement se demander si le rayonnement persiste dans le cas d'une incidence oblique, dans ce cas-là, il pourrait expliquer l'émission d'harmonique dans la gamme de fréquences  $\in [\omega_{pe}, \omega_{pe}/\cos\theta]$ . C'est ce que nous allons étudier dans le prochain chapitre.

# Chapitre 8

## Génération d'harmoniques lors de l'interaction d'un laser sur une feuille mince en incidence oblique

Pour faire le lien avec la campagne d'expérience menée au cours de ma thèse avec le laser UHI100, il est nécessaire d'étudier la réponse du plasma dans le cas d'une incidence oblique. Dans l'optique de comparer nos résultats aux simulations du chapitre précédent, et particulièrement aux simulations 1D effectuées aux cours des 20 dernières années [60, 9, 96] on réalise dans un premier temps les simulations dans le référentiel boosté avant de comparer les résultats à une simulation 2D dans le référentiel du laboratoire.

### 8.1 Référentiel mobile : Incidence à 60°

La cible est un plasma de densité  $n_{e,0}^{\max}$ , d'épaisseur  $T$  et qui présente un gradient exponentiel en face avant et arrière de taille caractéristique  $L1$  et  $L2$ . La cible présente une symétrie de translation le long de  $\mathbf{e}_y$ . L'onde incidente est toujours plane, p-polarisée, arrivant avec un angle d'incidence  $\theta = 60^\circ$ .

Dans le référentiel boosté, on fait dériver le plasma avec une vitesse  $\beta = -\sin 60^\circ \mathbf{e}_y$  (ce qui correspond à  $\gamma = 2$ ). Dans ce référentiel inertiel le plasma présente une densité plus grande que dans le référentiel du laboratoire telle que  $n_{e,0}^{(b)} = \gamma n_{e,0}$ . Le laser, de fréquence  $\omega_0^{(b)} = \omega_0/\gamma$ , voit son amplitude diminuée d'un facteur  $1/\gamma$ .

On résume les paramètres physiques et numériques de la simulation dans le tableau 8.1. La densité du plasma est celle du Mylar ou de l'Aluminium complètement ionisé par un laser de 800 nm. Comme on a pu le constater précédemment, il est important de simuler le plan de polarisation du laser. Les schémas numériques FDTD classiques de "Yee" ou de "Cowan" ne permettent pas de réaliser ces simulations à cause principalement de l'instabilité Cherenkov numérique. On tire alors avantage du schéma modifié développé plus tôt dans ce manuscrit qui nous permet sans difficulté de simuler un plasma de  $800 n_c$  qui dérive avec une énergie cinétique  $E_k = 2m_e c^2$ .

Données Physiques - Laboratoire

$A$	$\omega$	$T_L$	$n_{e,0}^{\max}$	$T$	$L_1$	$L_2$	$T^\circ$
$10 a_0$	$\omega_0$	$20 T_0$	$400 n_c$	$0.5 \lambda_0$	$0.00 \lambda_0$	$0.00 \lambda_0$	$10^{-12} \text{ keV}$

Données Physiques - Référentiel Inertiel  $\beta = -\sin 60^\circ e_y$

$A$	$\omega$	$T_L$	$n_{e,0}^{\max}$	$T$	$L_1$	$L_2$	$T^\circ$
$5 a_0$	$0.5 \omega_0$	$40 T_0$	$800 n_c$	$0.5 \lambda_0$	$0.00 \lambda_0$	$0.00 \lambda_0$	$10^{-12} \text{ keV}$

Données Numériques

Schéma num.	$T_{sim}$	$L_{sim}$	$\Delta x$	$\Delta y$	$c\Delta t$	PPM	Ions mobiles
Modifié	$53T_0$	$6.5 \times 20 \lambda_0^2$	$\lambda_0/256$	$\lambda_0/256$	$\lambda_0/512$	100	Non

TABLE 8.1 – Résumé des caractéristiques physiques et numériques de la simulation.

Dans la suite de ce manuscrit on notera  $T_0^{(b)}, \omega_0^{(b)}, \lambda_0^{(b)}$  respectivement la période, pulsation et longueur d'onde du laser dans le référentiel boosté. Les temps seront mesurés en unités de  $T_0^{(b)}$ . Les distances quant à elle seront en unités  $\lambda_0$  puisque la dimension  $e_x$  n'est pas affecté par la contraction des longueurs.

### 8.1.1 Étude spatio-temporelle de l'émission harmonique

À l'aide de la figure 8.1 On étudie d'abord dans le domaine spatio-temporel le champ  $E_y$  ré-émit par le plasma. On s'attend à ce que, dans le cas du rayonnement CPB, l'émission harmonique au niveau de la face arrière soit fortement corrélée aux jets d'électrons.

On remarque tout d'abord sur la figure 8.1a que le champ  $E_y(x = 2 \lambda_0, t)$  est complètement asymétrique par rapport à 0. On retrouve seulement des pics négatifs en amplitude tout les cycles. On note un maximum d'amplitude à  $t = 12 T_0^{(b)}$  tel que  $A^{(b)} = 0.75 a_0$ , soit  $A = 1.5 a_0$  dans le référentiel du laboratoire. Cela représente un facteur 6 en amplitude (et donc 36 en intensité) par rapport à l'incidence normale. Cela représente  $\sim 15\%$  de l'amplitude du laser sur une fraction du cycle optique.

La figure 8.1b nous présente  $\tilde{E}_y(x, \omega)$ , l'évolution spatio-spectrale du champ transverse  $E_y(x, t)$ . On rappelle qu'en incidence oblique on peut découper le signal harmonique en trois grands domaines spectraux :

- $\omega \in [0 \omega_0, \omega_{pe} = 20 \omega_0]$  : Pour ces fréquences, le plasma est opaque. Aucun signal produit sur la face éclairée ne peut traverser la cible. Au niveau de la face arrière, on peut détecter un signal produit par CWE à la condition, nécessaire, qu'il existe un gradient sur la face arrière. Comme il nous est impossible de contrôler ce gradient, on partira du principe qu'il existe, a priori, des harmoniques CWE produites jusqu'à  $\omega = 20 \omega_0$ .
- $\omega \in [\omega_{pe} = 20 \omega_0, \omega_{pe} / \cos \theta = 40 \omega_0]$  : Pour ces fréquences, le plasma est toujours opaque. Aucune harmonique CSE ne peut être détecté en transmission. De plus aucune harmonique CWE ne peut être produite puisque le domaine se trouve au

delà de  $\omega_{pe}$ . Jusqu'à présent, aucune harmonique n'était observé expérimentalement et numériquement. Or la figure 8.1b montre qu'il existe bien un signal non nul dans ce domaine. Le mécanisme CPB semble tout indiqué pour justifier la présence du signal.

- $\omega \in [\omega_{pe} / \cos \theta = 40 \omega_0, \infty[$  : Au delà de  $\omega = 40 \omega_0$  le plasma devient transparent, les fréquences créés sur la face éclairée peuvent traverser le plasma. On observe d'ailleurs une baisse de l'intensité spectrale dans le signal réfléchi corrélé avec la transmission vers l'avant.

Sur les figures 8.1c, 8.1d et 8.1e, on a superposé les impulsions attosecondes avec les densités électroniques pour 3 gammes de fréquences, respectivement  $10 \pm 9 \omega_0$  (rouge),  $30 \pm 9 \omega_0$  (bleu) et  $50 \pm 9 \omega_0$  (violet).

Sur la figure 8.1c on note que les basses fréquences, produites de part et d'autre de la cible, semblent être émises par des particules rapides sortant du plasma, mais qui ne semble pas être issu du même jet, puisqu'ils accusent un retard de  $T_0^{(b)}/2$ . On élimine ainsi l'émission par le mécanisme CWE qui se produit toujours après l'excitation d'un gradient de densité par un paquet d'électrons pénétrant dans le plasma.

Sur la face éclairée, les particules, appartenant au premier jet extrait du plasma, rayonnent d'abord dans la direction spéculaire (mécanisme ROM). Elles replongent ensuite dans la cible en émettant vers l'avant un signal harmonique dont une partie est réfléchi et une autre transmise, comme on peut le constater sur les figures 8.1d et 8.1e (mécanisme CSE). Le signal transmis, visible en violet sur la figure 8.1e, possède dans le plasma une vitesse de groupe  $v_g < c$  qui appuie le fait que c'est bien une onde qui se propage dans un plasma sur-critique. Lorsque le signal émerge du plasma, il accuse un très léger retard par rapport à la sortie du jet dont il est issu.

L'émission par le second jet de particules ne semble ni pouvoir s'expliquer par le mécanisme ROM, ni par le mécanisme CSE. En effet, la figure 8.1d montre que le signal produit par ce jet, émis seulement dans la direction transmise, apparaît comme non nul une fois seulement que le jet ait pénétré dans le plasma. Sur la figure 8.1b, des harmoniques semblent d'ailleurs bien présentes dans le plasma entre  $\omega_{pe}$  et  $\omega_{pe} / \cos \theta$  alors qu'aucun signal n'est censé pouvoir s'y propager. On remarque sur la figure 8.1d que cet apparent signal se propage avec une vitesse  $v_g \sim c$ , proche de la vitesse du jet, ce qui est a priori impossible dans le cas d'une onde électromagnétique qui se déplacerait dans le plasma sur-critique. Il semblerait que le jet de particule excite sur son passage des fréquences  $\omega > \omega_{pe}$ . Après avoir dépassé la surface arrière, un pinceau lumineux, tel que  $v_g = v_\phi = c$ , semble se détacher du jet qui freiné par le champ de rappel  $E_x$  se propage avec une vitesse  $v_x < c$ .

On a superposé, sur la figure 8.2, le champ  $E_y(x = 2.5 \lambda_0, t)$  (en gris) avec les impulsions attosecondes issues de la sélection de plusieurs gammes spectrales. On remarque que les impulsions composées des harmoniques  $\omega < \omega_{pe} / \cos \theta$  sont localisées au niveau des pics en amplitudes du champ. En particulier, sur la figure 8.2e, les harmoniques telles que  $\omega_{pe} < \omega < \omega_{pe} / \cos \theta$  sont générées à l'aide des premiers jets d'électrons. On distingue seulement 6 impulsions sur les 20 cycles initiaux du laser. D'après la relation d'incertitude



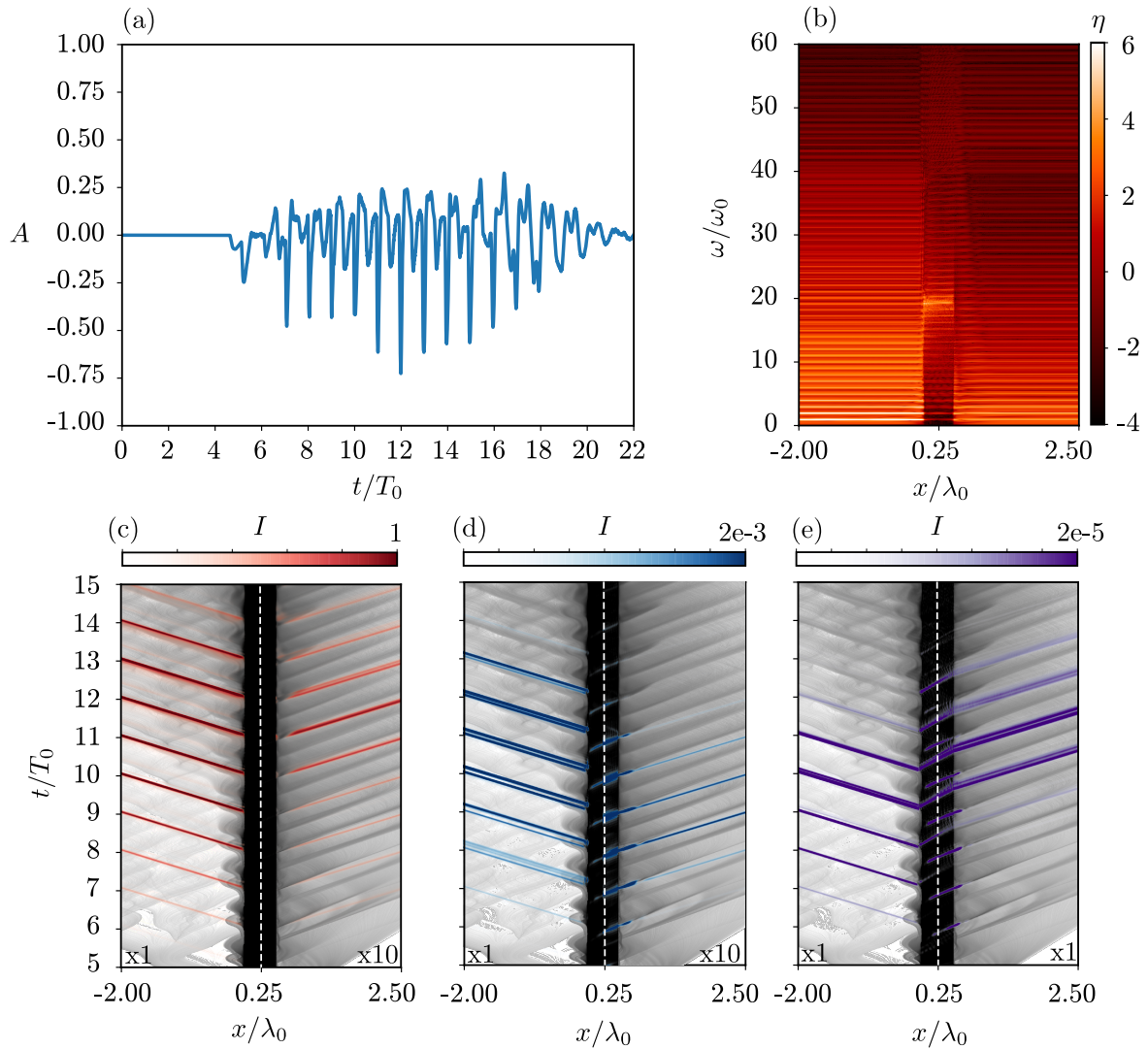


FIGURE 8.1 – Étude spatio-temporelle et spatio-spectrale du champ transverse  $E_y$ . **(a)** Champ  $E_y$  enregistré à  $2\lambda_0$  après la cible la cible. **(b)**  $\tilde{E}_y(x, \omega)$  la transformée de Fourier 1D de  $E_y(x, t)$ . **(c-d-e)** Superposition des densités électroniques avec les impulsions attosecondes issues de la sélection des harmoniques  $10 \pm 9\omega_0$  (rouge),  $30 \pm 9\omega_0$  (bleu) et  $50 \pm 9\omega_0$  (violet).

temps-fréquence, on a :

$$\begin{aligned} \Delta t \Delta f &\geq \frac{1}{4\pi} \Leftrightarrow \Delta t \geq \frac{1}{2\Delta\omega} \\ &\Leftrightarrow \Delta t \geq \frac{1}{40} \frac{T_0}{2\pi} \simeq 0,01 \text{ fs} \end{aligned} \quad (8.1)$$

Où  $T_0 \simeq 2.66$  fs. En pratique, on verra dans la suite de ce manuscrit que l'impulsion attoseconde générée en face arrière est 10 fois plus longue que le minimum théorique.

Enfin, les impulsions transmises et produites au niveau de la face éclairée par le mécanisme CSE sont décalées d'un demi cycle  $T_0^{(b)}/2$  et ne sont donc définitivement pas

situé au niveau des pics en amplitude du champ. Les impulsions sont visiblement  $\sim 10$  fois moins intenses que celles générées sur la face arrière.

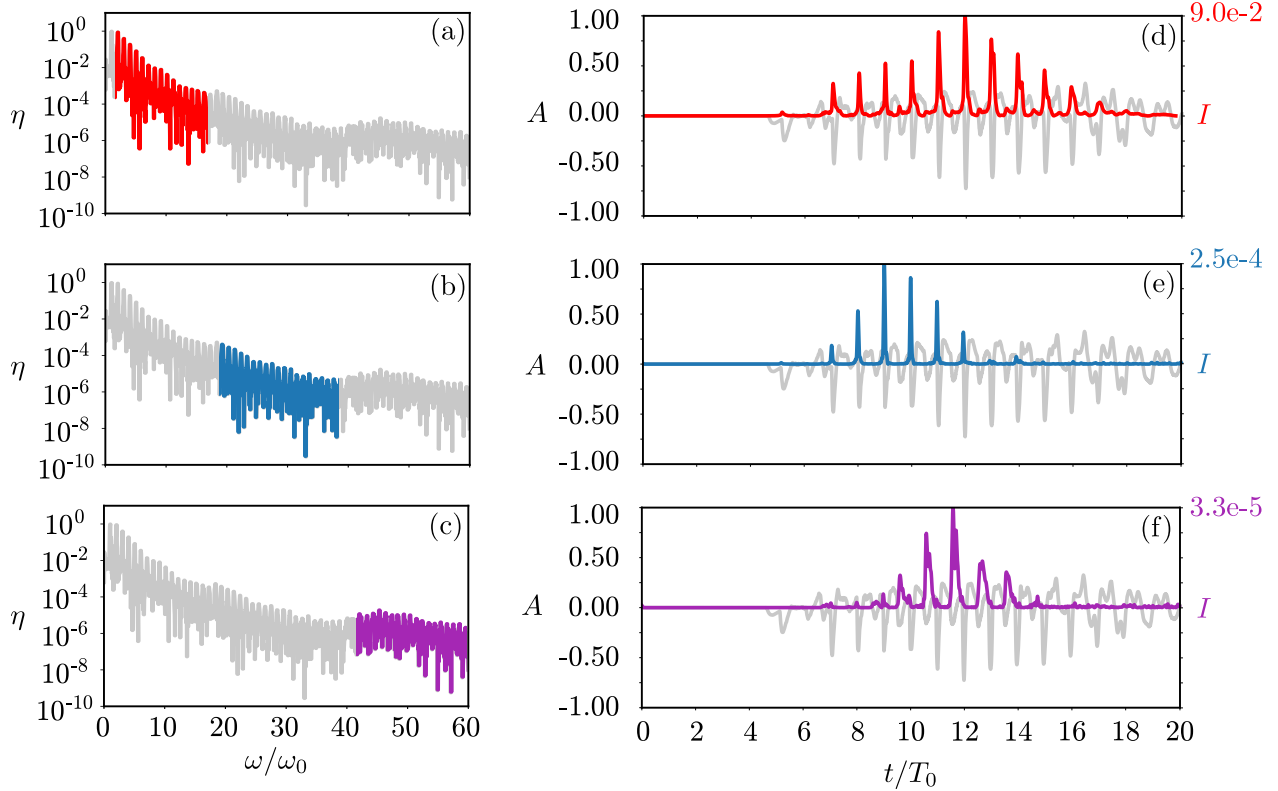


FIGURE 8.2 – Superposition du train d’impulsion attoseconde avec le champ  $E_y(x = 2.5 \lambda_0, t)$  pour différents filtrage. **(a-b-c)** Représentation du filtrage harmonique, respectivement  $\omega \in [0, 20 \omega_0]$ ;  $[20 \omega_0, 40 \omega_0]$ ;  $[40 \omega_0, 60 \omega_0]$ . **(d-e-f)** Corrélation entre les impulsions attosecondes et les pics d’amplitude de  $E_y(x = 2.5 \lambda_0, t)$  L’échelle de gauche est celle de l’amplitude du champ total  $A^{(b)}$ . L’échelle de droite est celle de l’intensité des impulsions attoseconde. Comme seule la moitié du spectre a été sélectionné, il convient de multiplier la valeur numérique par 4.

Bien que l’ensemble des harmoniques  $\omega < \omega_{pe} / \cos \theta$  ne semble pas être dû au mécanisme CWE, mais plutôt toutes générés par le mécanisme CPB, nous devons étudier plus en détail, par la suite, les courants transverses ainsi que manipuler les formules de Lienard et Wiechert pour confirmer notre intuition.

### 8.1.2 Étude de l’espace des phases

Pour avoir une première idée de la distribution de vitesse des jets d’électrons et des champs accélérateurs agissant sur ces derniers on superpose les espaces des phases  $(x, p_x)$  et  $(x, p_y)$  avec les champs pour deux instants différents ( $t = 9.5T_0^{(b)}$  et  $t = 10.0T_0^{(b)}$ ) lorsque les jets traversent la face arrière (figure 8.3). On remarque que, contrairement à l’incidence normale, il existe un champ magnétique non nul au niveau de la face arrière. Ce champ

magnétique est en partie due au boost appliqué au plasma pour changer de référentiel inertiel. La séparation de charge à l'origine du champ  $E_x$  produit aussi un champ  $B_z$  dans le référentiel boosté. Loin de la cible  $E_y$  et  $B_z$  convergent, décrivant alors le champ électromagnétique émit dans la direction de transmission.

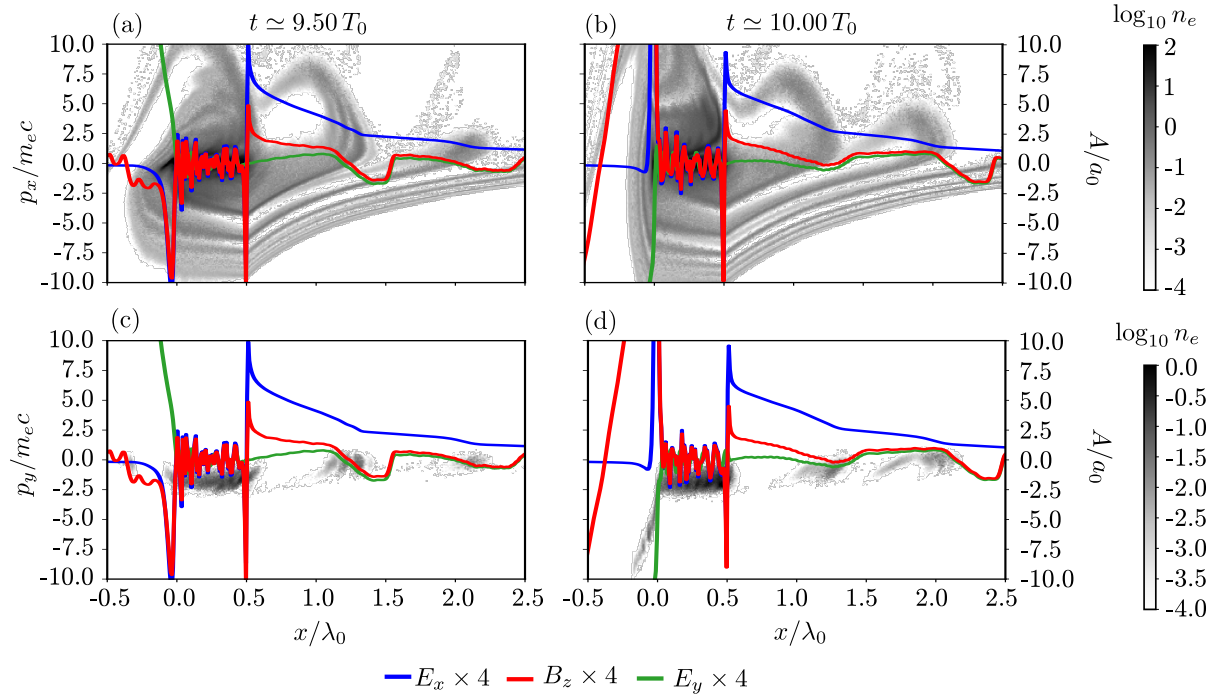


FIGURE 8.3 – Superposition des espaces des phases  $(x, p_x)$  et  $(x, p_y)$  avec les champs  $E_x$ ,  $E_y$  et  $B_z$  aux moments où les jets d'électrons émergent de la face arrière. **(a-b)** Espace  $(x, p_x)$  aux instants  $t = 9.5 T_0^{(b)}$  et  $t = 10 T_0^{(b)}$ . **(c-d)** Espace  $(x, p_y)$  aux instants  $t = 9.5 T_0^{(b)}$  et  $t = 10 T_0^{(b)}$  pour les particules avec  $p_x > 2m_e c$ . Les champs électriques et magnétiques ont été artificiellement multipliés par 4 pour des raisons de visibilité.

Pour obtenir les champs dans le référentiel du laboratoire on utilise les formules de transformation relativiste des champs perpendiculaire au boost :

$$\mathbf{E}_\perp = \gamma (\mathbf{E}_\perp^{(b)} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}^{(b)}) \quad \text{et} \quad \mathbf{B}_\perp = \gamma (\mathbf{B}_\perp^{(b)} - \mathbf{v} \times \mathbf{E}^{(b)}/c^2) \quad (8.2)$$

Avec  $\mathbf{v}_y = -c \sin \theta \mathbf{e}_y \simeq -0.86c \mathbf{e}_y$  et  $\gamma = 2$  dans notre cas. On trouve finalement au niveau de la face arrière à  $x = 0.5\lambda_0$  pour  $E_x$  :

$$E_x = 2 (E_x^{(b)} - 0.86c B_z^{(b)}) \simeq 2.85 a_0 \quad (8.3)$$

et pour  $B_z$  :

$$B_z = 2 (B_z^{(b)} - 0.86c E_x^{(b)}/c^2) \simeq -1.8 a_0 \quad (8.4)$$

Ainsi, que ce soit dans le référentiel boosté ou dans le référentiel du laboratoire, le champ électrique et magnétique sont du même ordre de grandeur (mais de signe différent) et rien ne semble interdire une émission de type CSE, en particulier pour les particules les plus

rapides, sur la face arrière. Les espaces des phases ne sont pas suffisants pour décrire le mécanisme précisément.

### 8.1.3 Courants retardés et formules de Lienard et Wiechert

Au cours de la simulation, on a suivi aléatoirement, de nouveau, 2% des macro-électrons présent dans le domaine. On compare, dans un premier temps, la carte de courant  $j_y(x, t)$  calculée au cours de la simulation avec la carte re-calculé en "post-processing" à l'aide des macro-électrons sélectionnés. En particulier, la figure 8.4 compare la valeur du champ calculé à partir des courants retardés en sélectionnant seulement les électrons tels que  $p_x > 1 m_e c$  et  $x > 0.45 \lambda_0$ . On ne tient compte ainsi que de la contribution des jets et on supprime artificiellement la contribution du plasma. Le champ obtenu est positif à chaque instant et présente des pics similaires à ceux présents dans le champ  $E_y(x = 2.5 \lambda_0, t)$  enregistré au cours de la simulation. Les deux méthodes semblent donner des résultats très similaires.

Comme il existe à priori une séparation de charge et donc un courant non nul au niveau de la surface du plasma, nous pourrions corriger le champ obtenu par une valeur  $E_y^{\text{stat}} \simeq j_y(p_x \simeq 0, x \in [0.45 \lambda_0, 0.5 \lambda_0])$ . Les contributeurs de ce courant net, les ions, ajouteraient une composante négative au champ, lui permettant de ne plus être monopole.

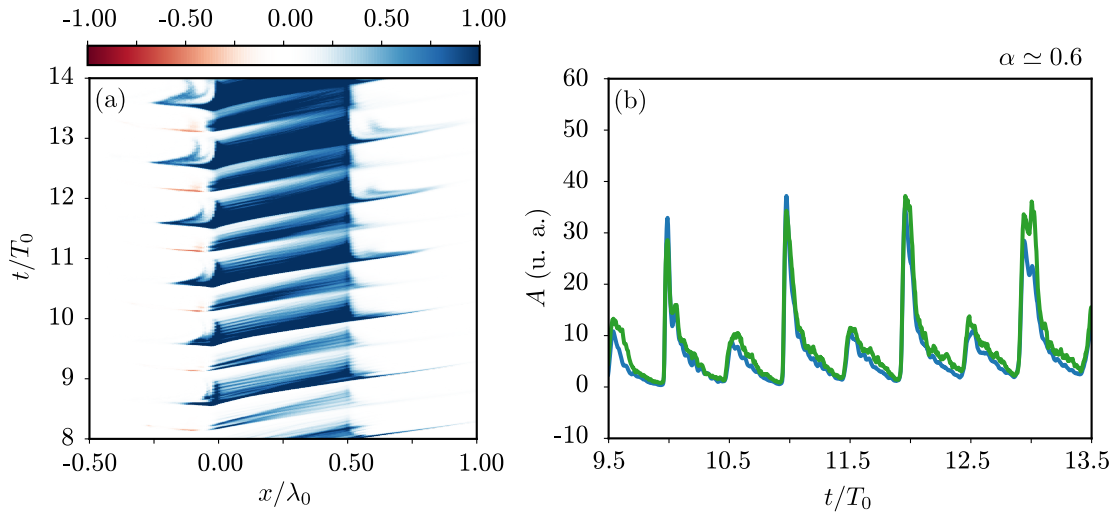


FIGURE 8.4 – Méthode des courants retardés dans le cas du référentiel boosté. (a) Carte de courant électronique  $j_y$  issue de SMILEI (ParticleBinning). Seuls les électrons qui respectent la condition  $p_x > 1$  ont été comptabilisés. (b) Champ calculé à partir de la carte en (a) à l'aide de la méthode des courants retardés. Seuls les électrons qui respectent  $x > 0.45 \lambda_0$  ont été pris en compte. La courbe bleue correspond au champ calculé à l'aide de la carte calculé au cours de la simulation. La courbe verte correspond au champ calculé à l'aide des macro-électrons sélectionnés.

Pour confirmer que les sursauts en amplitude proviennent bien du mécanisme CPB, on calcule une carte  $\kappa \mathbf{E}_{\text{LW}}^\infty$  pour les particules telles que  $p_x > 1 m_e c$ . Cette carte, visible sur la figure 8.5a, nous permet de calculer les champs transmis à partir de la méthode des

sources retardées. Là encore, nous avons seulement pris en compte les sources telles que  $x > 0.45 \lambda_0$ . Le résultat est visible sur la figure 8.5b. Les pics en amplitude, particulièrement ceux avant  $t = 11.5T_0^{(b)}$  semblent moins bien résolus, sans doute à cause du faible nombre de particules avec lequel la carte  $\kappa \mathbf{E}_{\text{LW}}^\infty \cdot \mathbf{e}_y$  est calculée. On retrouve cependant ces pics un peu plus tard.

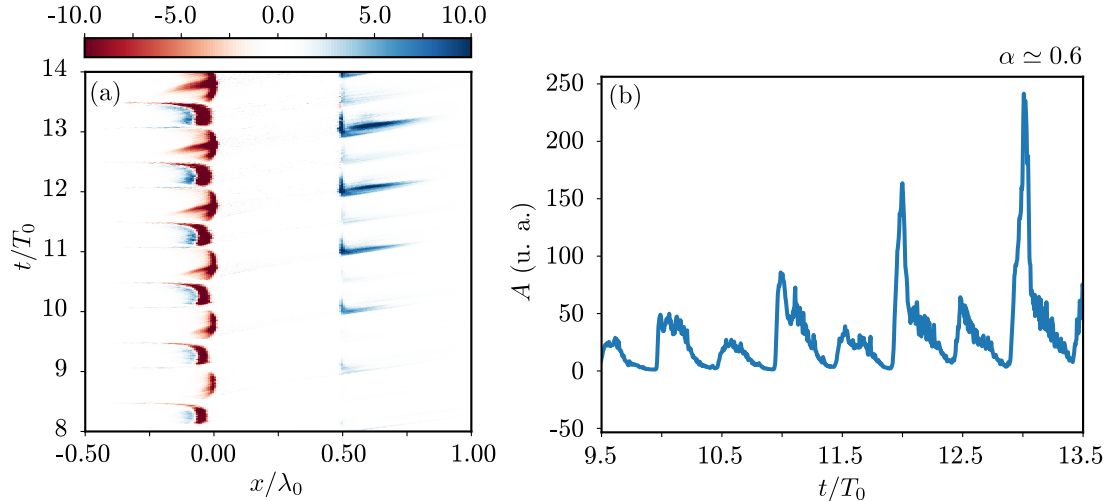


FIGURE 8.5 – Méthode des sources retardées dans le référentiel boosté. **(a)** Carte  $\kappa \mathbf{E}_{\text{LW}}^\infty \cdot \mathbf{e}_y$  produite en ne prenant en compte que les électrons avec  $p_x > 1 m_e c$  parmi les 2% de macro-particule suivit au cours de la simulation. **(b)** Champ calculé à partir des sources retardées. Seules les sources situées en  $x > 0.45 \lambda_0$  ont été comptabilisées.

Il nous suffit maintenant de calculer le champ rayonné en ne tenant compte que d'un seul champ accélérateur à la fois. Le résultat est visible sur la figure 8.6, ou on a tracé en gris, sur chacun des encarts le champ calculé sur la figure 8.5b. Là encore, on remarque à l'aide de la figure 8.6a que c'est le champ accélérateur  $E_x$  qui reproduit particulièrement bien, à lui seul, le champ total rayonné. Même dans le cas où les particules affiche un moment  $p_x > 1 m_e c$ , le champ  $B_z$  contribue peu au signal transmis, comme le montre la 8.6b. Finalement, le champ  $E_y$  annule une partie de la contribution de  $B_z$  comme on peut le constater grâce à la figure 8.6c.

C'est donc bien, là encore le champ de rappel  $E_x$  qui permet de générer le signal au niveau de la face arrière du plasma. Le mécanisme CPB est donc toujours présent en incidence oblique et se voit être le seul mécanisme capable d'expliquer la présence d'harmonique entre  $\omega_{pe}$  et  $\omega_{pe} / \cos \theta$ .

## 8.2 Résultats dans le référentiel du laboratoire (E dans le plan de simulation)

On étudie maintenant l'émission harmonique dans le référentiel du laboratoire en montrant dans un premier temps que l'étude dans le référentiel boosté est bien équivalente en termes de résultat. Souvent plus couteuses, les simulations dans le référentiel du

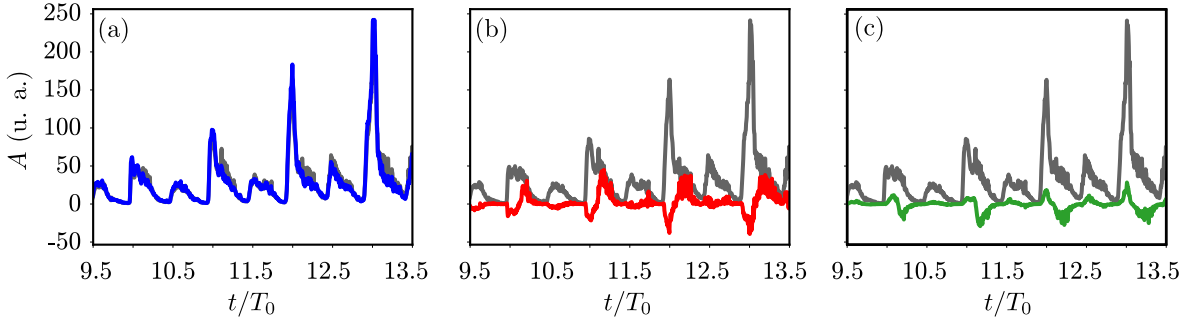


FIGURE 8.6 – Champ calculé à partir des sources retardées. Un seul champ accélérateur est pris en compte à chaque fois pour calculer le rayonnement. **(a)** Champ accélérateur  $E_x$  en bleu. **(b)** Champ accélérateur  $B_z$  en rouge. **(c)** Champ accélérateur  $E_y$  en vert. Pour (a-b-c) seules les sources situées en  $x > 0.45 \lambda_0$  ont été comptabilisées.

laboratoire demeurent indispensables dès lors qu'il s'agit d'étudier, par exemple, les effets d'une tache focale finie (force pondéromotrice, divergence harmonique).

On tire là encore avantage du schéma numérique FDTD, développé plus tôt dans ce manuscrit, isotrope et non dispersif jusqu'à la moitié de la fréquence de Nyquist. Ici les faisceaux se propagent selon  $e_x$  et à  $60^\circ$ , ce qui ne convient jusqu'à présent à aucun schéma numérique classique.

### 8.2.1 Onde plane dans le référentiel du laboratoire

La cible est un plasma de densité  $n_{e,0}^{\max}$ , d'épaisseur  $T$  et qui présente un gradient exponentiel en face avant et arrière de taille caractéristique  $L_1$  et  $L_2$ . Elle est inclinée de  $-30^\circ$  par rapport à  $e_x$ , l'axe de propagation du laser, de telle sorte que l'angle d'incidence soit de  $60^\circ$ . L'onde incidente est une "pseudo" onde plane, présentant un profil d'intensité plat sur  $20 \lambda_0$  (hypergaussienne) de telle sorte que  $e_x$  demeure potentiellement la seule direction de propagation cohérente pour les ondes électromagnétiques.

On résume les paramètres physiques et numériques de la simulation dans le tableau 8.2. La densité du plasma est celle du Mylar ou de l'Aluminium complètement ionisé par un laser de 800 nm.

Données Physiques							
$A$	$T_L$	$n_{e,0}^{\max}$	$T$	$L_1$	$L_2$	$T^\circ$	
$10 a_0$	$20 T_0$	$400 n_c$	$0.5 \lambda_0$	$0.01 \lambda_0$	$0.00 \lambda_0$	$10^{-12} \text{ keV}$	
Données Numériques							
Schéma num.	$T_{sim}$	$L_{sim}$	$\Delta x$	$\Delta y$	$c\Delta t$	PPM	Ions mobiles
Modifié	$65T_0$	$45 \times 45 \lambda_0^2$	$\lambda_0/256$	$\lambda_0/256$	$\lambda_0/512$	20/100	Non

TABLE 8.2 – Résumé des caractéristiques physiques et numériques de la simulation.

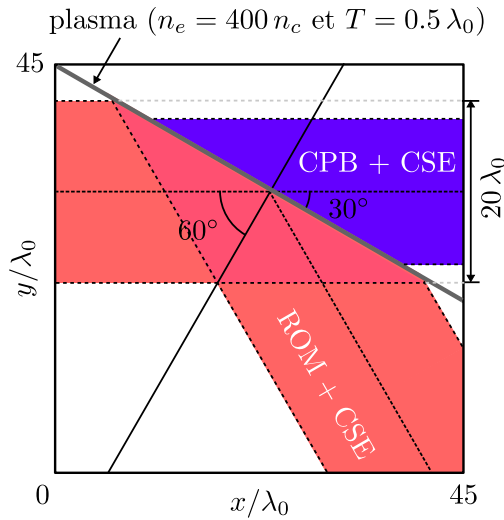


FIGURE 8.7 – Présentation d'une boîte de simulation typique. À cause de la géométrie, les dimensions du domaine de simulation sont bien plus grandes que dans le cas des simulations dans le référentiel boosté. Beaucoup plus de particules sont à priori nécessaires également. On notera que dans ce référentiel, tous les électrons ne quittent pas la cible ni au même instant ni à la même position  $x$  ce qui rend plus difficile le diagnostic pour l'émission.

On compare les résultats obtenus dans les cas où le nombre de macro-particules par maille est respectivement de 20 ou 100. Sur la figure 8.8 on trace le champ  $E_y$  enregistré en  $x = 45 \lambda_0$ , sur le bord droit du domaine de simulation. Plus précisément, on a fait la moyenne le long de  $e_y$ . Le champ semble assez proche de celui enregistré dans le référentiel boosté. En effet, on observe de la même manière des pics en amplitude à la fin de chaque cycle (notés "ii" sur la figure 8.8b), qui peuvent atteindre  $E_y \gtrsim 1.2 a_0$ . Ces pics sont précédés d'un plus petit sursaut (notés "i" sur la figure 8.8b). On estime la durée des pics "ii" inférieure au quart de la période laser. On constate que le champ semble décrit de la même manière, quel que soit le nombre de macro-particules par cellule.

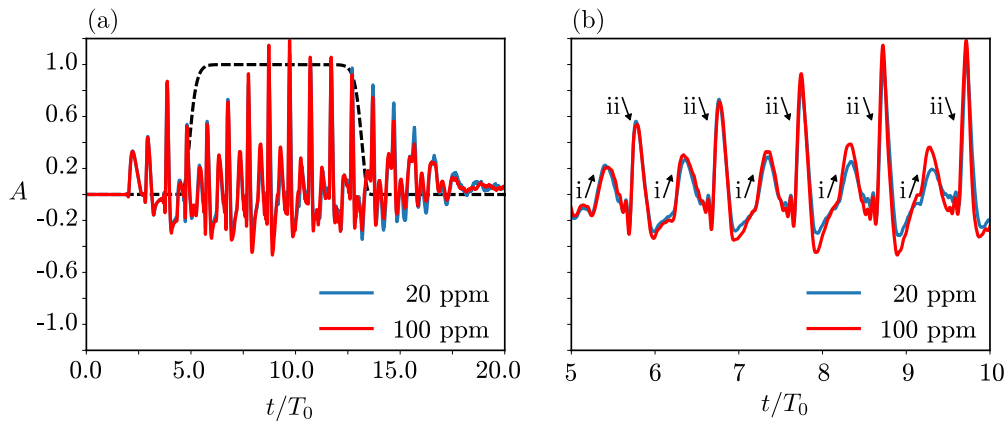


FIGURE 8.8 – Moyenne du champ  $E_y(x = 45 \lambda_0, y, t)$  le long de  $e_y$ . (a) En rouge, le champ enregistré lorsque la simulation compte 100 particules par maille. En bleu, le champ lorsque la simulation compte 20 particules par maille. On a tracé en noir, le filtre temporel utilisé pour calculer le spectre. (b) Zoom sur  $t \in [5 T_0, 10 T_0]$ . On remarque que le champ est très similaire, quel que soit le nombre de particules par cellule.

On filtre temporellement le champ  $E_y(x = 45 \lambda_0, y, t)$  comme illustré sur la figure 8.8a et on étudie alors les spectres  $\tilde{E}_y(\theta, \omega)$  [8]. Sur la figure 8.9 on situe immédiatement la fréquence plasma initiale  $\omega_{pe} \simeq 20 \omega_0$  ainsi que  $\omega_{pe} / \cos 60^\circ = 40 \omega_0$  la fréquence à partir

de laquelle le plasma devient transparent. Les spectres des figures 8.9a et 8.9b, à priori identiques, sont en fait très différents au delà de  $\omega_{pe}$ .

On illustre en effet particulièrement bien sur les figures 8.9c et 8.9d que le signal disparaît dans le cas où on place peu de particules par maille (ici seulement 20). On observe nettement une augmentation du bruit numérique sur la figure 8.9c qui masque les harmoniques. On voit sur la figure 8.10 que les premières harmoniques, jusqu'à  $\omega_{pe}$  ne subissent aucune dégradation contrairement au signal au delà de  $\omega_{pe}$ .

Finalement, au vu des champs tracés sur la figure 8.8 et des spectres tracés sur la figure 8.9 on confirme bien que l'onde plane dans le référentiel du laboratoire donne bien des résultats équivalents à ceux du référentiel boosté dans le cas où on initialise le plasma avec suffisamment de particules par mail. Ici on a une macro-particule de densité  $400 n_c/100 = 4 n_c$ , ce qui semble déjà beaucoup.

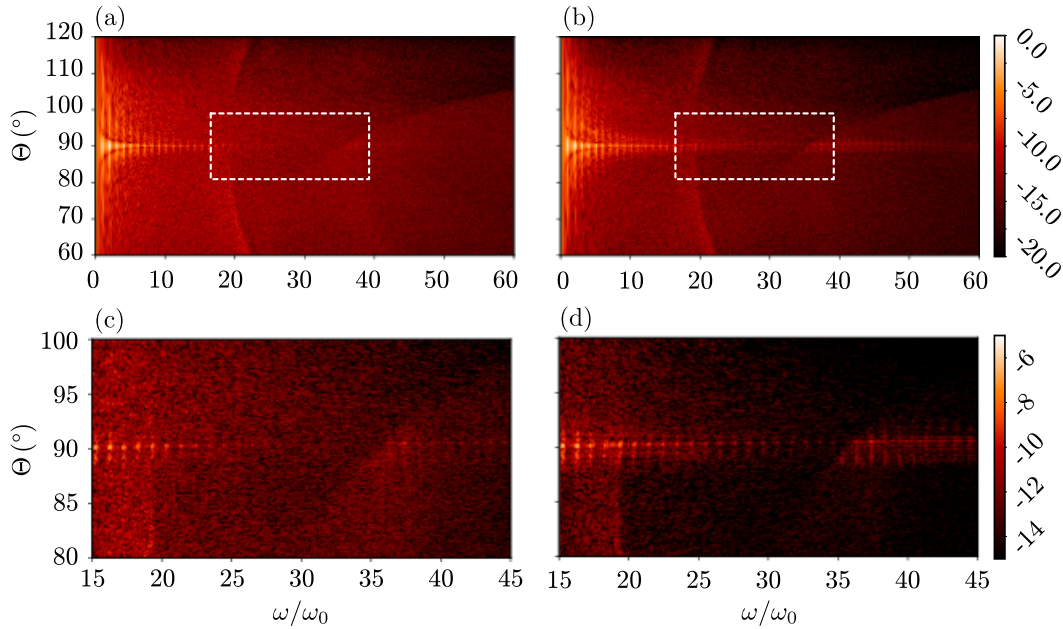


FIGURE 8.9 – Spectre  $\tilde{E}_y(\theta, \omega)$  [8]. **(a)** Spectre du champ  $\langle E_y(x = 45 \lambda_0, y, t) \rangle_y$  obtenu dans le cas où il n'y a que 20 particules par maille. **(b)** Spectre du champ  $\langle E_y(x = 45 \lambda_0, y, t) \rangle_y$  obtenu dans le cas où il y a 100 particules par maille. **(c)** Zoom de (a) pour étudier les harmoniques  $\omega \in [20 \omega_0, 40 \omega_0]$ . **(d)** Zoom de (b) pour étudier les harmoniques  $\omega \in [20 \omega_0, 40 \omega_0]$ .

### 8.2.2 Faisceau gaussien

En partant des simulations effectuées dans la section précédente, §8.2.1, on peut isoler l'effet d'une tâche focale fini sur la génération. En effet, on a vu que l'émission dépendait beaucoup de la vitesse transverse  $v_y$ . Dans le cas d'un faisceau gaussien d'amplitude  $A \simeq 10 a_0$  et présentant un waist  $w \simeq 3$  ou  $4 \lambda_0$ , les électrons peuvent être éjectés très rapidement hors des zones de forte intensité à cause de la force pondéromotrice. Leurs



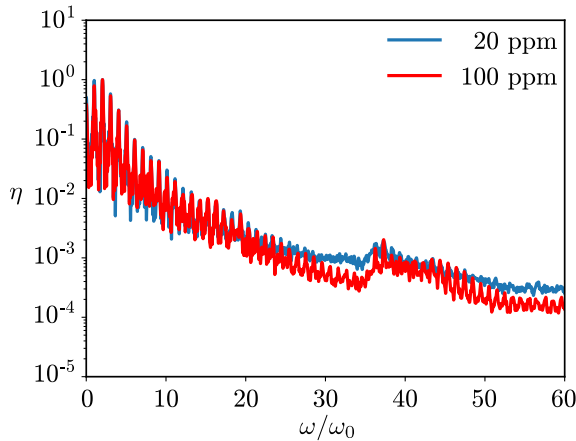


FIGURE 8.10 – Spectre le long de  $\theta = 90^\circ$  pour la simulation à 100 particules par cellule (rouge) et 20 particules par cellule (bleu). Dans le cas où il n'y a pas assez de particules, le bruit numérique devient manifestement plus grand que le signal.

vitesse  $v_y$  sont alors drastiquement modifiées et il nous est à priori impossible de savoir si le mécanisme CPB va s'en retrouver positivement ou négativement impacté.

### 8.2.2.a Comparaison ions fixes, ions mobiles

Dans les simulations qui vont suivre, on fixe le nombre de particules par cellule et par espèce à 100. Le laser est un faisceau gaussien de waist  $w = 3 \lambda_0$ . On étudie, dans le même temps l'effet du mouvement ionique. Ainsi on compare deux simulations telles que  $m_i = \infty$  et  $m_i = 2 \times 1836 m_e$  respectivement. On change l'épaisseur de la cible pour obtenir le meilleur signal possible entre  $\omega_{pe}$  et  $\omega_{pe} / \cos \theta$ . On résume l'ensemble des simulations effectuées dans le tableau 8.3.

La figure 8.12 présente les spectres  $\tilde{E}_y(\theta, \omega)$  obtenus à la suite de ces simulations. Dans le cas  $m_i = \infty$ , les figures 8.12a et 8.12c permettent de constater que le signal entre  $\omega_{pe}$  et  $\omega_{pe} / \cos \theta$  est toujours présent, malgré l'existence d'une tâche focale finie. Sommée sur  $\theta = \pm 2^\circ$  l'intensité spectrale semble même identique à celle enregistrée avec les simulations "pseudo" onde plane. Seule la divergence à l'air d'être affectée comme le

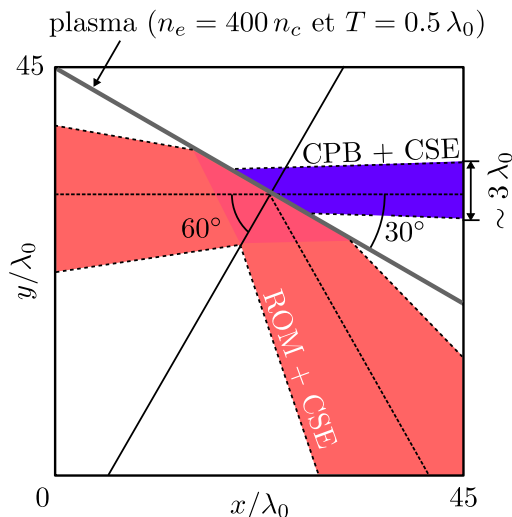


FIGURE 8.11 – Présentation du domaine de simulation dans le cas de l'interaction du plasma avec un faisceau de waist  $w \simeq 3 \lambda_0$ . Cette simulation permet d'apprécier des effets comme celui-là force pondéromotrice (due au gradient d'intensité) ou de l'enfoncement ionique (dans le cas des ions mobiles). Enfin, la dimension finie de la tâche focale permet d'apprécier la divergence naturelle de l'émission en face arrière.

## Données Physiques

$m_i$	$A$	$T_L$	$n_{e,0}^{\max}$	$T/\lambda_0$	$L_1/\lambda_0$
$\infty$	$10 a_0$	$20 T_0$	$300 n_c$	0.125 / 0.250 / <b>0.500</b> / 1.000	0.01
$2 \times 1836 m_e$	$10 a_0$	$20 T_0$	$300 n_c$	0.125 / <b>0.250</b> / 0.500 / 1.000	0.01

TABLE 8.3 – Résumé des simulations 2D dans le référentiel du laboratoire effectué avec une tâche focale finie ( $w = 3 \lambda_0$ ). Le gradient sur la face arrière est initialement nul  $L_2 = 0$ . Enfin, le plasma est initialisé froid ( $T_i^\circ = 10^{-12}$  keV). On a écrit en gras l'épaisseur de la cible utilisée pour obtenir un signal optimal lorsque les ions sont mobiles ou immobiles.

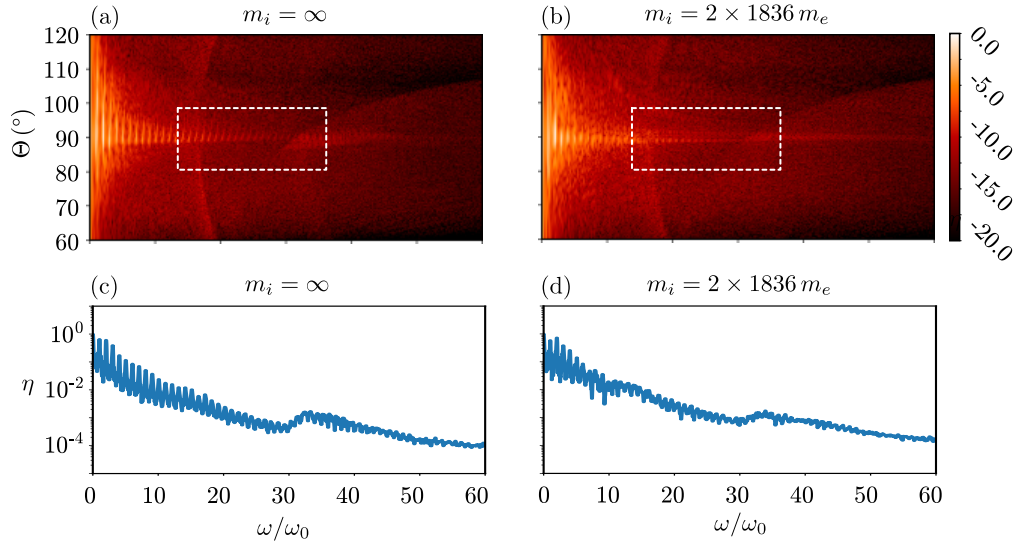


FIGURE 8.12 – Analyse spectrale du champ transmis dans le cas où le laser incident présente une extension transverse finie, ici  $w = 3 \lambda_0$ . **(a-b)** Intensité spectrale  $\eta(\theta, \omega)$  respectivement dans le cas où les ions sont fixes ou mobiles. **(c-d)** Somme des intensités spectrales suivant  $\theta$  sur  $4^\circ$  ( $\theta = 89^\circ \pm 2^\circ$ ).

montre la figure 8.13a.

Lorsque les ions sont mobiles ( $m_i = 2 \times 1836 m_e$ ), on note immédiatement que l'épaisseur de la cible, initialement fixée à  $T = 0.5 \lambda_0$  dans ce manuscrit, a du être divisé par 2. Ainsi, le signal entre  $\omega_{pe}$  et  $\omega_{pe} / \cos \theta$  est optimal pour des cibles de l'ordre de 200 nm. Ce résultat semble tout à fait en adéquation avec les résultats expérimentaux obtenus avec le laser UHI100 pour lesquels des cibles de Mylar et d'Aluminium d'épaisseur 250 nm ont été utilisées. Cependant, sur la figure 8.13b, on constate que malgré les faibles divergences harmoniques apparentes, le signal est plus bruité que dans le cas  $m_i = \infty$ , rendant l'analyse moins aisée.

### 8.2.2.b Divergences harmoniques

On étudie finalement la divergence de harmoniques observées sur la figure 8.13b dans le cas où le faisceau laser gaussien présente un waist  $w = 3 \lambda_0$  et où les ions de la cible sont mobiles. Sur la figure 8.14a on a tracé l'ensemble des divergences pour les harmoniques

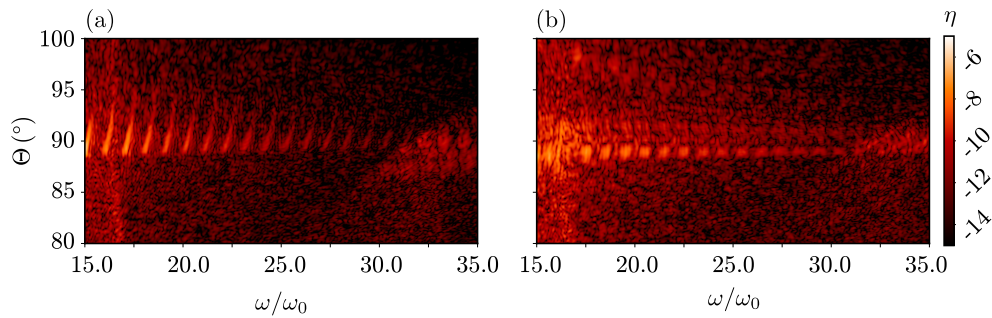


FIGURE 8.13 – Analyse spectrale du champ transmis. Zoom entre les harmoniques  $\omega = 15\omega_0$  et  $\omega = 35\omega_0$ . **(a)** Dans le cas des ions infiniment lourds. **(b)** Dans le cas  $m_i = 2 \times 1836 m_e$ .

entre  $\omega = 17\omega_0$  et  $\omega = 27\omega_0$ . Pour chaque harmonique, en notant  $\omega_n = n\omega_0$ , on a :

$$I_n(\theta) = \sum_{\omega_n - 0.5\omega_0}^{\omega_n + 0.5\omega_0} I(\omega, \theta) \quad (8.5)$$

On note que toutes les harmoniques ont la même allure une fois normalisée. Ainsi on peut sans mal faire une moyenne pour en mesurer une divergence "globale". C'est ce qui est représenté sur la figure 8.14b. On trouve une largeur à mi-hauteur naturelle de 15.6 mrad ce qui correspondrait à un waist de  $w_n \simeq 0.85 \times 15.6 \simeq 13.26$  mrad. Cette valeur semble bien inférieure à celles des harmoniques ROM qui varient entre 40 et 100 mrad en fonction de la taille du gradient de densité  $L_1$  sur la face éclairée (respectivement entre  $L_1 = 0.00 \lambda_0$  et  $L_1 = 0.08 \lambda_0$ ) [8].

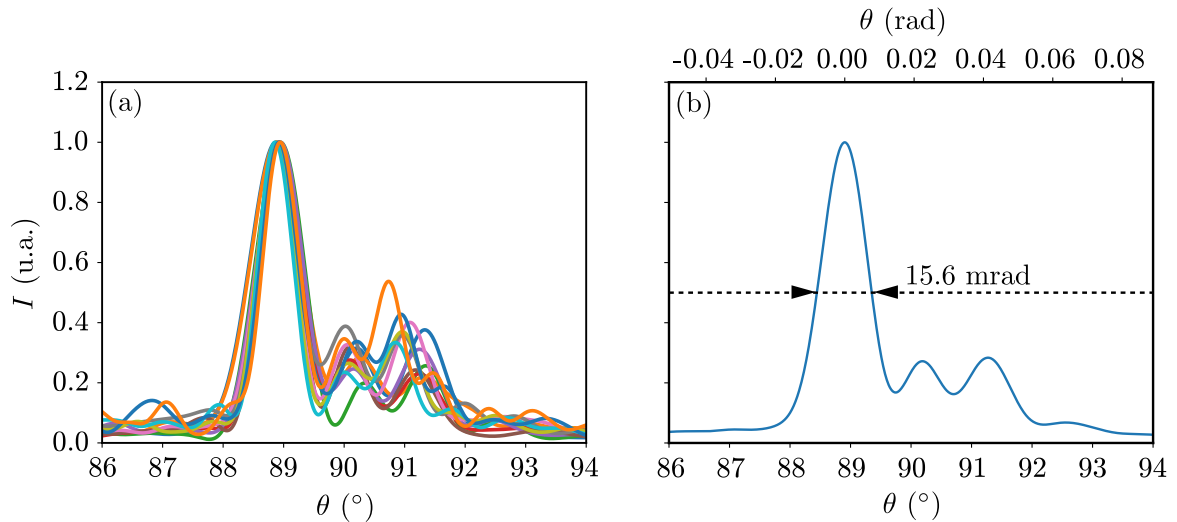


FIGURE 8.14 – Étude des divergences harmoniques pour les harmoniques générés par CPB, tel que  $\omega \in [17\omega_0, 27\omega_0]$ . **(a)** Divergence individuelle. **(b)** Divergence moyennée sur les harmoniques  $\omega \in [17\omega_0, 27\omega_0]$ .

En faite, on peut obtenir des harmoniques ROM aussi peu divergente en manipulant le front d'onde laser dans le but de compenser la divergence naturelle qu'implique le

mécanisme. Expérimentalement, on défocalise le laser. Cette méthode est particulièrement utile dans le cas d'un pre-plasma plus long comme  $L_1 = 0.08 \lambda_0$ , lorsque la divergence est très grande (optimum de génération ROM, lorsque  $A_L \simeq 5 a_0$ ) [8]. On peut à juste titre se demander l'effet qu'aurait une telle technique sur la distribution en vitesses des jets d'électrons et donc sur l'intensité et la divergence du signal généré par CPB.

## 8.3 Prospection du signal dans d'autres régimes d'interactions

Un des principaux problèmes dans l'étude du mécanisme CPB provient du fait qu'il n'est pas le seul mécanisme à produire un rayonnement en transmission. Pour la même gamme spectrale, le mécanisme CSE produit un signal harmonique souvent plus intense. Cependant, les impulsions résultantes traversent un plasma qui demeure très dispersif pour ces dernières. Une des façons de se débarrasser de ce signal consiste à augmenter l'angle d'incidence de tel sorte que la valeur  $\omega_{pe} / \cos \theta$  augmente. Pour un plasma de densité initiale  $n_e = 400 n_c$ , le plasma devient transparent à partir de l'harmonique  $\omega \sim 40, 60$  ou  $115 \omega_0$  pour des angles d'incidence respectivement égaux à  $\theta = 60^\circ, 70^\circ$  ou  $80^\circ$ . Soit un facteur de  $\sim 5.75$  par rapport à la fréquence plasma. Dans le cas de matériaux plus dense comme l'or, que l'on peut espérer ioniser presque totalement avec les nouveaux laser de puissance, nous aurions un plasma de densité initial  $n_e = 2500 n_c$ , soit une fréquence  $\omega_{pe} \simeq 50$ . Avec un angle d'incidence  $\theta = 80^\circ$ , nous pourrions en théorie produire des harmoniques jusqu'à la fréquence  $\omega \simeq 280 \omega_0$ , c'est-à-dire des impulsions X.

Cette section a pour but d'illustrer la faisabilité de ce procédé en apportant une première étude qualitative de la génération par "Coherent Plasma Bremsstrahlung" dans le référentiel boosté pour des intensités lasers et des densités plasma plus conséquentes que celles étudiées jusqu'à présent.

### 8.3.1 Maintien du paramètre "S" constant

Le paramètre de similarité  $S = n_e/A$  est un nombre important quand il s'agit de décrire un mécanisme dans le domaine de l'interaction laser-plasma. En particulier, pour décrire les harmoniques ROM,  $S \ll 1$  dans le cas du modèle RES (interaction avec un plasma peu dense) et  $S \gg 1$  dans le modèle BGP (interaction avec un plasma très dense). Dans notre cas, jusqu'à présent  $S = 400 n_c/10 a_0 = 40$ .

Dans ce qui va suivre, on multiplie  $n_e$  et  $A$  par 2, de tel sorte que  $S$  soit invariant. La dynamique en surface est alors inchangée et on devrait continuer, sans le moindre doute, à observer des harmoniques générées au niveau de la face arrière grâce au mécanisme CPB. Cependant la fréquence plasma est dorénavant de  $\omega_{pe} \simeq 28 \omega_0$  et avec un angle d'incidence de  $60^\circ$ , nous devrions observer lesdites harmoniques seules jusqu'à  $\omega = 56 \omega_0$ . Soit une trentaine d'harmonique plutôt que 20 avec l'Aluminium ou le Mylar. On résume l'ensemble des paramètres de la simulation dans le tableau 8.4.

Données Physiques - Laboratoire							
$A$	$\omega$	$T_L$	$n_{e,0}^{\max}$	$T$	$L_1$	$L_2$	$T^\circ$
$20 a_0$	$\omega_0$	$20 T_0$	$800 n_c$	$0.5 \lambda_0$	$0.01 \lambda_0$	$0.00 \lambda_0$	$10^{-12}$ keV

Données Physiques - Référentiel Inertiel $\beta = -\sin 60^\circ \mathbf{e}_y$							
$A$	$\omega$	$T_L$	$n_{e,0}^{\max}$	$T$	$L_1$	$L_2$	$T^\circ$
$10 a_0$	$0.5 \omega_0$	$40 T_0$	$1600 n_c$	$0.5 \lambda_0$	$0.00 \lambda_0$	$0.00 \lambda_0$	$10^{-12}$ keV

Données Numériques							
Schéma num.	$T_{sim}$	$L_{sim}$	$\Delta x$	$\Delta y$	$c\Delta t$	PPM	Ions mobiles
Modifié	$53T_0$	$6.5 \times 20 \lambda_0^2$	$\lambda_0/256$	$\lambda_0/256$	$\lambda_0/512$	100	Non

TABLE 8.4 – Résumé des caractéristiques physiques et numériques de la simulation.

Dans le référentiel boosté la densité du plasma qui dérive sera de  $n_e^{(b)} = 1600 n_c$ . Ainsi c'est toujours grâce au schéma FDTD développé au cours de cette thèse que cette étude préliminaire est possible, les instabilités Cherenkov numériques étant très bien maîtrisées, tout en garantissant le moins de dispersion numérique possible.

Sur la figure 8.15, on filtre successivement les harmoniques  $\omega \in [2\omega_0, 26\omega_0], [30\omega_0, 54\omega_0]$  et  $[60\omega_0, 84\omega_0]$  pour superposer les impulsions attosecondes avec le champ total. De la même manière que les simulations précédentes, les harmoniques entre  $\omega_{pe}$  et  $\omega_{pe}/\cos\theta$  sont situées au niveau des premiers cycles, comme l'illustre la figure 8.15e. On observe une impulsion attoseconde telle que  $I = 4 \times 4.5 \cdot 10^{-4} a_0^2$  entouré de deux satellites plus petits d'intensité inférieure à  $I < 2 \times 4.5 \cdot 10^{-4} a_0^2$ . Les impulsions composées des harmoniques  $\omega > \omega_{pe}/\cos\theta$ , visibles sur la figure 8.15f, apparaissent plus tard et sont 10 fois moins intenses.

On a vu tout à l'heure que les impulsions attosecondes étaient peu divergentes. Elles sont aussi très courtes. On mesure sur la figure 8.16 la durée temporelle de l'impulsion générée autour de  $t \sim 8/T_0^{(b)}$ . En filtrant les harmoniques  $\omega \in [30\omega_0, 54\omega_0]$  on obtient des impulsions de l'ordre de  $\sim 110$ as. Bien entendu, on aimerait que l'impulsion atteigne seulement une dizaine d'attosecondes pour pouvoir espérer sonder par exemple les mouvements des électrons de valence autour d'un atome.

### 8.3.2 Simulation type "ELI"/"Apollon"

On pousse un peu plus loin les simulations pour prévoir ce qu'il serait envisageable d'obtenir avec un laser comme Apollon, d'une durée de 15 fs et présentant une amplitude crête d'environ  $A = 60 a_0$ . Pour des éclairagements laser aussi grands ( $I \simeq 10^{22} \text{W.cm}^{-2}$ ), des cibles composées d'or sont presque totalement ionisées et affiche une densité de  $n_e \sim 2500 n_c$  (c'est-à-dire  $\omega_{pe} \sim 50\omega_0$ ) avec un rapport  $Z/A \sim 0.35$  (les ions sont donc plus lourds que pour un plasma d'Aluminium ou de Mylar). Avec de telles conditions expérimentales on calcule  $S = 2500 n_c/60 a_0 \sim 42$ . On ne change donc pas fondamentalement la dynamique de la face éclairée et nous devrions, comme précédemment, observer des harmoniques

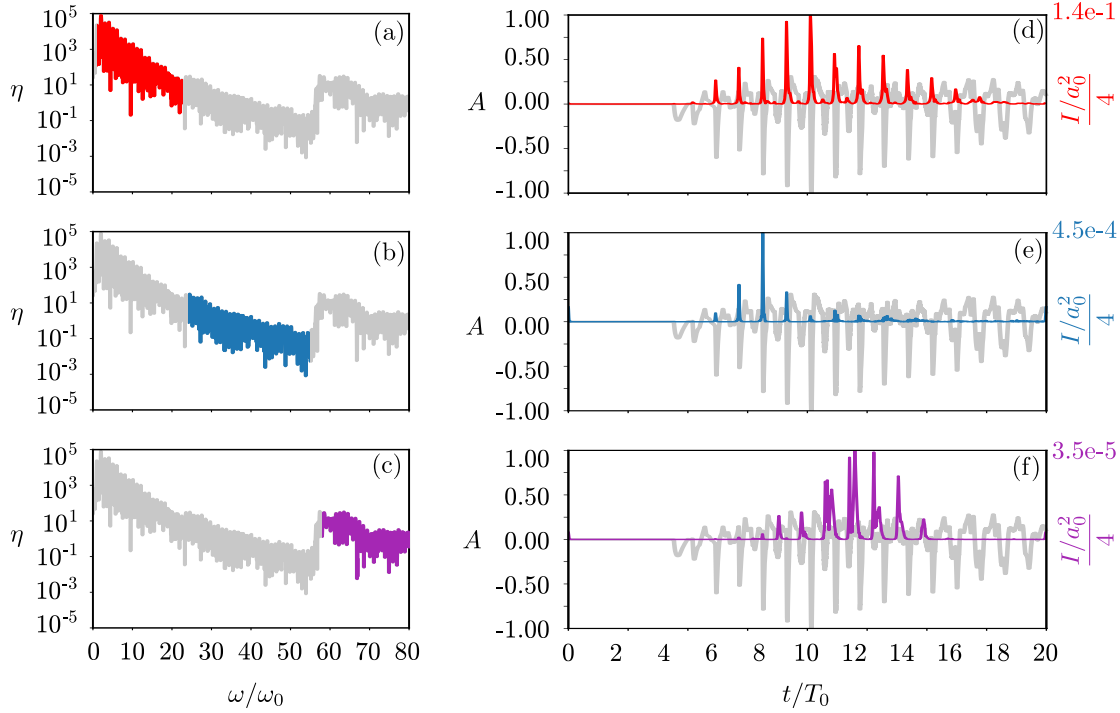


FIGURE 8.15 – Filtrage du champ transmis et superposition des impulsions attosecondes avec le champ transmis. **(a-b-c)** En gris : Spectre total. Illustration de la sélection des harmoniques pour les gammes  $\omega \in [2\omega_0, 26\omega_0]$ ,  $[30\omega_0, 54\omega_0]$  et  $[60\omega_0, 84\omega_0]$  respectivement en rouge, bleu et violet. **(d-e-f)** En gris (échelle de gauche) : Champ total. Dans le référentiel boosté les amplitudes sont divisées par deux. Ainsi on atteint dans le référentiel du laboratoire des amplitudes  $A \simeq 2a_0$ . Respectivement en rouge, bleu et violet (échelle de droite) les impulsions attosecondes.

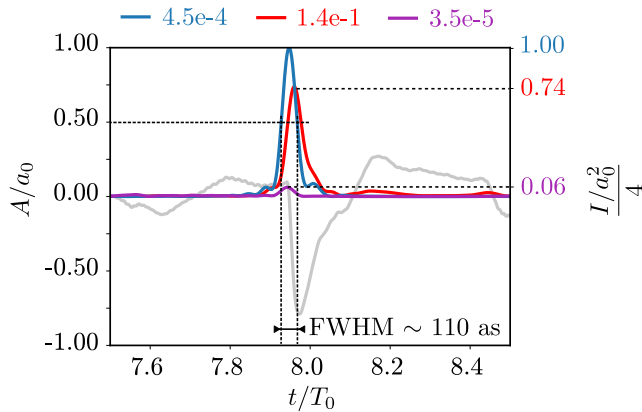


FIGURE 8.16 – Zoom sur l'impulsion enregistrée à  $t \sim 8/T_0^{(b)}$ . En gris le champ total (échelle de gauche). L'échelle pour les impulsions (à droite) est normalisée. L'unité de mesure est reprise dans la légende supérieure pour chaque gamme harmonique. On mesure la durée de l'impulsion après avoir sélectionné les harmoniques  $\omega \in [30\omega_0, 54\omega_0]$  (courbe bleue) on obtient des impulsions de l'ordre de  $\sim 110$ as.

d'ordre élevées, générées par "Coherent Plasma Bremsstrahlung jusqu'à l'harmonique  $\omega \sim 100\omega_0$  (8 nm).

On compare les résultats obtenus avec ou sans gradient. On augmente d'un facteur 2 la résolution de la simulation. Pour maintenir une *densité/particule* suffisamment basse ( $\sim 10n_c$ ), on place 500 particules par cellule et par espèce. L'ensemble des paramètres

numériques et physiques sont résumés dans le tableau 8.5.

Données Physiques - Laboratoire							
$A$	$\omega$	$T_L$	$n_{e,0}^{\max}$	$T$	$L_1$	$L_2$	$T^\circ$
$60 a_0$	$\omega_0$	$10 T_0$	$2500 n_c$	$0.5 \lambda_0$	$0/0.01 \lambda_0$	$0.00 \lambda_0$	$10^{-12} \text{ keV}$
Données Physiques - Référentiel Inertiel $\beta = -\sin 60^\circ \mathbf{e}_y$							
$A$	$\omega$	$T_L$	$n_{e,0}^{\max}$	$T$	$L_1$	$L_2$	$T^\circ$
$30 a_0$	$0.5 \omega_0$	$20 T_0$	$5000 n_c$	$0.5 \lambda_0$	$0/0.01 \lambda_0$	$0.00 \lambda_0$	$10^{-12} \text{ keV}$
Données Numériques							
Schéma num.	$T_{sim}$	$L_{sim}$	$\Delta x$	$\Delta y$	$c\Delta t$	PPM	Ions mobiles
Modifié	$26.5 T_0$	$6.5 \times 1 \lambda_0^2$	$\lambda_0/512$	$\lambda_0/512$	$\lambda_0/1024$	500	Non

TABLE 8.5 – Résumé des caractéristiques physiques et numériques de la simulation.

Sur la figure 8.17, qui représente le champ  $\langle E_y(x = 5.5\lambda_0, t) \rangle_y$  moyenné suivant  $\mathbf{e}_y$  et enregistré à  $2 \lambda_0$  derrière la cible, on constate que les pics en amplitude sont de plus en plus marqués. Ces flashes atteignent des amplitudes de l'ordre de  $A^{(b)} \sim 2a_0$ , soit  $A \sim 4a_0$  dans le référentiel du laboratoire. C'est 5% de l'amplitude laser maximale. On constate sur la figure 8.17b que la présence d'un tout petit gradient sur la face éclairée ne change pas dramatiquement l'allure du champ transmis. On note cependant l'apparition de pics d'amplitude positive (repérés par des flèches) corrélée avec l'apparition d'un signal au delà de  $\omega_{pe} / \cos \theta$  comme on peut le constater sur la figure 8.19.

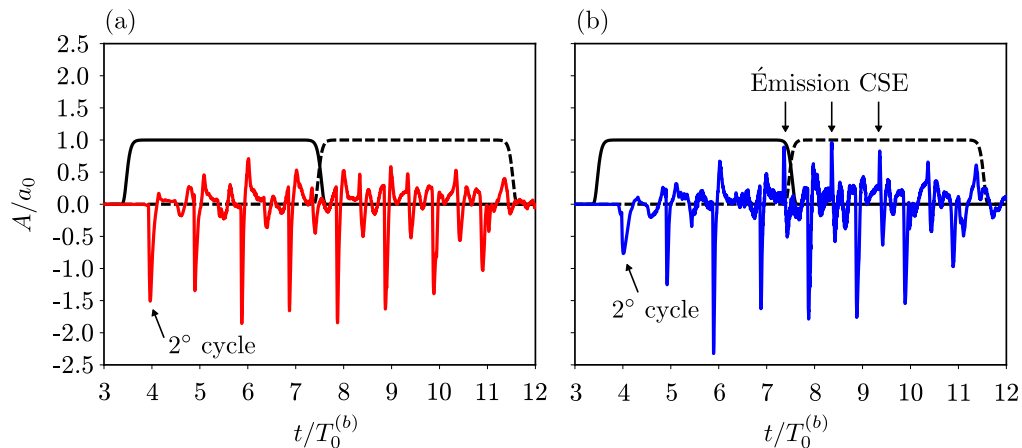


FIGURE 8.17 – Champ  $\langle E_y(x = 5.5\lambda_0, t) \rangle_y$  moyenné suivant  $\mathbf{e}_y$  et enregistré à  $2 \lambda_0$  derrière la cible. (a) Dans le cas où  $L_1 = 0.00 \lambda_0$ . (b) Dans le cas où  $L_1 = 0 \lambda_0.01$ . On note que l'instant  $t = 4T_0^{(b)}$  correspond à ce qui s'est produit au cours du second cycle du laser. Dans le cas où  $L_1$  n'est pas nul, l'émission par mécanisme CSE apparaît et se manifeste par des pics d'amplitude positifs dans le champ. Enfin on a représenté les deux hypergaussiennes servant pour le filtrage temporel pour l'étude de l'émission harmonique.

Les spectres de la figure 8.18 sont obtenus en filtrant temporellement le champ transmis à l'aide de deux hypergaussiennes différentes représentées en noir sur la figure 8.17. Les spectres 8.18a et 8.18b sont obtenus en analysant la première moitié du champ (hypergaussienne en trait plein). Les spectres 8.18c et 8.18d sont obtenus en analysant la seconde moitié du champ (hypergaussienne en pointillé). Le signal harmonique pour les harmoniques entre  $50\omega_0$  et  $100\omega_0$  semble bien mieux défini et la décroissance du spectre régulier dans la première partie de l'impulsion. On observe clairement les harmoniques dans le cas où le gradient  $L_1$  est nul.

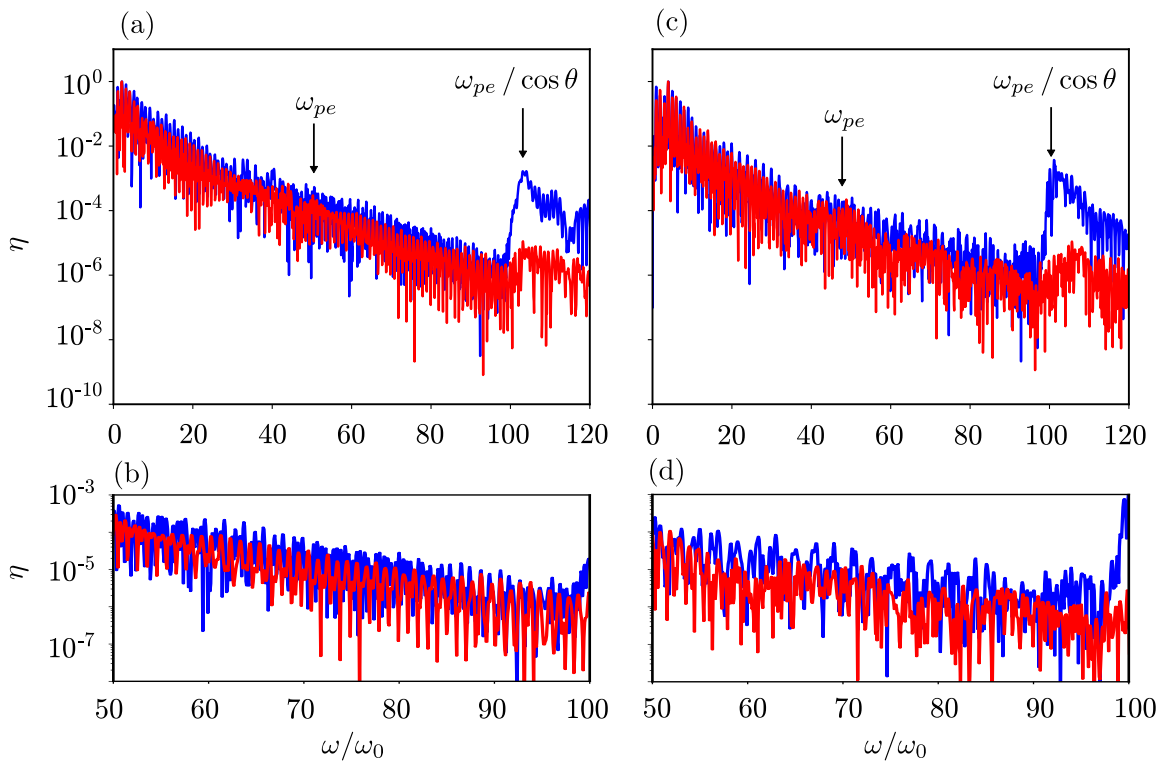


FIGURE 8.18 – Étude fréquentielle du champ transmis sans ou avec un gradient sur la face éclairée, respectivement tracé en rouge et bleu ( $L_1 = 0.01 \lambda_0$ ). **(a-b)** En étudiant la première partie du champ (filtrage du champ avec l'hypergaussienne en trait plein). **(c-d)** En étudiant la seconde partie du champ (filtrage du champ avec l'hypergaussienne en pointillé.)

On s'intéresse finalement à la durée des impulsions attosecondes. En sélectionnant les harmoniques telles que  $\omega \in [0\omega_0, 100\omega_0]$ , on observe sur la figure 8.19 une impulsion d'environ 120 as et d'intensité  $I \sim 4a_0^2$ . Aucun changement ne semble donc observé par rapport au cas précédent malgré l'apparition de nouvelles fréquences. Dans le cas où  $L_1$  est nul et en sélectionnant 200 harmoniques telles que  $\omega \in [0\omega_0, 200\omega_0]$ , on obtient une impulsion d'environ 80 as.



## 8.4 Conclusion du Chapitre

On a vu au cours de ce chapitre que le champ de rappel (souvent identifié à  $E_x$  tout au long de ce manuscrit) était un champ accélérateur à partir duquel il était possible de générer des impulsions brèves et intenses dont le spectre s'étend bien au delà de la fréquence plasma  $\omega_{pe}$ . En particulier, en incidence oblique l'intensité spectrale n'est pas nul entre  $\omega_{pe}$  et  $\omega_{pe}/\cos\theta$ . Ce chapitre complète donc les études précédemment menées sur les feuilles minces par Teubner et Eidmann [61, 62], Thaury et al. [43, 99], George et al. [58] ou bien encore Droomey et al. [9, 96, 98], et vient apporter, en particulier, des informations supplémentaires sur les processus de génération relativiste d'harmonique en face arrière.

Par la suite, il est intéressant, et je pense nécessaire, d'implémenter dans SMILEI la possibilité de produire, au cours de la simulation, des cartes  $\kappa \mathbf{E}_{LW}^\infty$  de façon à étudier de manière plus systématique le rayonnement produit par un système de charge sans être contraint de sélectionner (pour des raisons de temps de simulation et d'espace mémoire) *a priori* un nombre limité de macro-particules. Ces cartes apportent une vision nouvelle sur les processus d'émission en identifiant clairement les champs électromagnétiques responsables de l'accélération d'une particule.

Enfin, on a vu que la « production numérique » de ces harmoniques nécessitait, entre autres, un nombre de macro-particules par maille plutôt conséquent pour obtenir un rapport « signal/bruit » satisfaisant. Bien que peu gourmande dans le référentiel boosté, ces simulations numériques peuvent se révéler très couteuses dans le référentiel du laboratoire. La vectorisation, récemment implémentée dans SMILEI, devrait permettre de surmonter en partie ce problème.

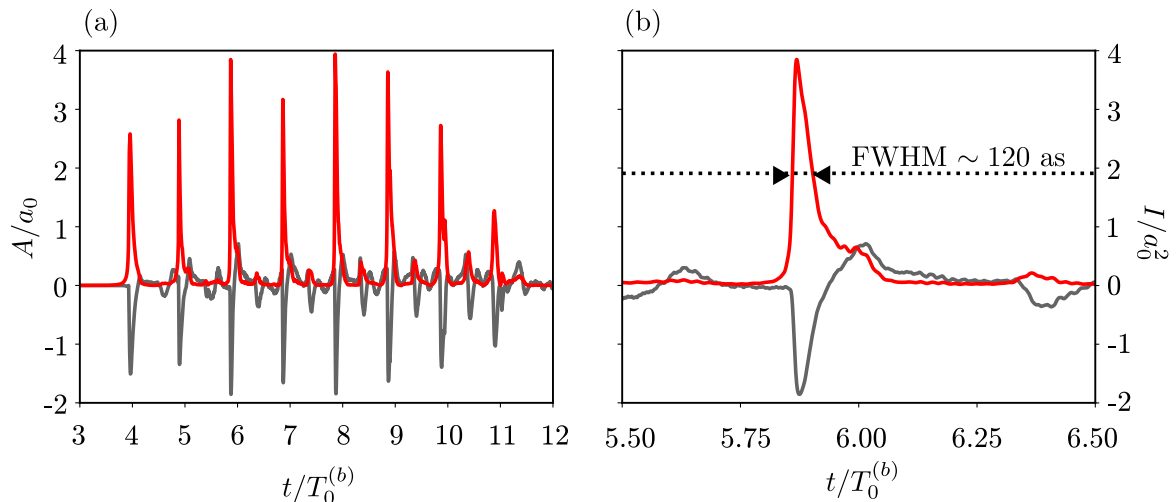


FIGURE 8.19 – Train d'impulsion attoseconde créé par "Cohérent Plasma Bremstrahlung". (a) Superposition du champ et du train d'impulsions attosecondes obtenu en sélectionnant les harmoniques telles que  $\omega \in [0\omega_0, 100\omega_0]$ . (b) Zoom sur l'impulsion à  $t \sim 6T_0^{(b)}$ . On estime sa durée à 120 as.

# Discussion : Conclusions et perspectives

La génération d'harmoniques due au champ  $\mathbf{E}$  de charge-espace au niveau de la surface arrière de la cible est quelque chose de plutôt inattendu et ce pour plusieurs raisons.

Tout d'abord l'émission du train d'impulsion attoseconde s'explique uniquement dans le cadre de la relativité restreinte. Notre intuition reste très attaché à une vision plus classique de la physique tel que  $v \ll c$  et nous peinons à percevoir l'ensemble des implications de l'*effet Doppler* et de l'*aberration* relativiste. Par conséquent, nos prévisions sont souvent erronées.

Ensuite, il n'existe à ma connaissance aucune étude expérimentale, numérique ou théorique sur le rayonnement au niveau de la surface arrière dans nos conditions. On trouve ainsi beaucoup de résultats suite aux expériences TNSA des trente dernières années s'intéressant à un rayonnement de freinage thermique, appelé "Thermal Bremsstrahlung" [100, 101], mais rien qui soit directement lié aux jets d'électrons naturellement créés lors de l'interaction laser plasma par chauffage *Brunnel* ou  $J \times B$ . De plus, les simulations PIC des dernières années, menées par plusieurs équipes affirmaient qu'il n'existait aucun signal entre  $\omega_{pe}$  et  $\omega_{pe} / \cos \theta$ , et que le plasma agissait bien comme un pur filtre passe-haut dans le cas d'une incidence oblique, sans gradient face arrière [52, 58, 9].

Ainsi, nous nous sommes attaché dans ce manuscrit à montrer que ces conclusions étaient incomplètes et qu'il n'était pas toujours possible, de considérer une symétrie de translation pour décrire le système laser-plasma, en ce même en incidence normale. À ce titre, les simulations *1D3V* apparaissent aujourd'hui comme trop naïves pour décrire convenablement la génération d'harmoniques XUV.

Les études préliminaires de ce manuscrit mérite d'être complétées. Le mécanisme de génération est intrinsèquement lié au rapport  $p_y/p_x$  et au champ  $\mathbf{E}$  de charge espace. Il existe quelques études qui ont récemment montrées qu'il était possible d'augmenter significativement ce champ de charge-espace à l'aide de cibles structurées [102], de mousses proches de la densité critique sur la face éclairée [103] ou bien encore en séparant le laser incident en deux plus petits faisceaux, interagissant avec le plasma avec des angles d'incidence  $\pm\theta$  [104]. En plus d'augmenter le champ au niveau de la surface arrière ces techniques pourraient avoir un impact direct sur la distribution des vitesses des

jets d'électrons modifiant directement l'efficacité de la génération par "Coherent Plasma Bremsstrahlung".

On peut aussi imaginer qu'une cible mince présentant deux surfaces non parallèles (comme un coin) pourrait permettre de séparer angulairement le signal produit au niveau de la face avant par "Coherent Synchrotron Radiation" et celui créé sur la face arrière par "Coherent Plasma Bremsstrahlung". En effet, le signal CSE émergeant du plasma aura potentiellement tendance à se rapprocher de la normale de la face arrière (loi de Snell Descartes tel que  $n_1 < 1$  et  $n_2 = 1$ ), alors que le signal CPB, lui aura tendance à s'en éloigner (En considérant que les électrons ont une vitesse  $v < c$  dans le plasma, c'est comme si le signal passait d'un milieu  $n_1 > 1$  à un milieu  $n_2 = 1$ ).

# Annexes

## Rappel sur les fonctions de Green

Soit  $\mathcal{L}$  un opérateur différentiel linéaire, on définit la fonction de Green  $G(x, x')$  comme :

$$\mathcal{L}G(x, x') = \delta(x - x') \quad (8.6)$$

Soit l'équation différentielle  $\mathcal{L}\Psi(x) = f(x)$ , en utilisant la fonction de Green on trouve :

$$\int \mathcal{L}G(x, x')f(x')dx' = \int \delta(x - x')f(x')dx' = f(x) \quad (8.7)$$

Comme  $\mathcal{L}$  est linéaire et agit seulement sur  $x$ , on peut réécrire l'équation différentielle précédente comme :

$$\mathcal{L}\Psi(x) = \mathcal{L} \int G(x, x')f(x')dx' \Leftrightarrow \Psi(x) = \int G(x, x')f(x')dx' \quad (8.8)$$

On peut donc trouver  $\Psi$ , si les sources  $f$  et la fonction de Green  $G$  sont connues. C'est bien souvent la difficulté. Cependant, les solutions aux limites ainsi que les symétries permettent bien souvent trouver  $G$ . Dans le cas des équations d'onde, on pose :

$$\left( \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} - \Delta \right) G(\mathbf{r} - \mathbf{r}', t - t') = \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}')\delta(t - t') \quad (8.9)$$

De manière assez évidente,  $G$  représente le potentiel rayonné par une source parfaitement localisée dans le temps et dans l'espace. Qualitativement on peut deviner la forme de la fonction  $G(\mathbf{r} - \mathbf{r}', t - t')$ . En effet en raison de l'invariance de l'espace par rotation la fonction  $G$ , comme sa source, doit être à symétrie sphérique et ne dépendre que de la distance  $|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|$ . Comme nous voulons décrire des ondes qui se propagent à la vitesse finie  $c$ , la fonction  $G$  doit décrire une onde sphérique, divergente de la source situé en  $\mathbf{r}'$  ayant émis en  $t'$ . Ainsi  $G(\mathbf{r} - \mathbf{r}', t - t') \propto \delta(|\mathbf{r} - \mathbf{r}'| - c(t - t'))/r$ . Pour tenir compte de la causalité et assurer que  $G$  est nulle à tout les instants précédents l'origine des temps, on

lui adjoindra la fonction de Heaviside  $\Theta(t - t')$ . Ainsi on a :

$$G(\mathbf{r} - \mathbf{r}', t - t') \propto \frac{\Theta(t - t') \delta(t - t' - |\mathbf{r} - \mathbf{r}'|/c)}{r} \quad (8.10)$$

On notera que la fonction  $\delta$  est non nulle pour  $t - t' = |\mathbf{r} - \mathbf{r}'|/c > 0$ . Ainsi donc la fonction de Heaviside  $\Theta(t - t')$  vaut 1.

## Développement détaillé sur des potentiels et champs de Lienard-Wiechert

### Développement des potentiels

Soit  $\rho(\mathbf{r}, t) = e\delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_p(t))$  et  $\mathbf{j}(\mathbf{r}, t) = e\mathbf{v}(t)\delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_p(t))$  les densité de charge et de courant d'une particule ponctuelle en mouvement, composantes du 4-vecteur courant  $J^\mu = (c\rho, \mathbf{j})$  et soit  $A^\mu = (\Phi/c, \mathbf{A})$  le 4-vecteur potentiel. On dispose de l'équation d'onde in-homogène  $\partial_\alpha \partial^\alpha A^\mu = \mu_0 J^\mu$ , que l'on peut écrire explicitement :

$$\square \begin{pmatrix} \Phi/c \\ \mathbf{A} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c\rho \\ \mathbf{j} \end{pmatrix} \Leftrightarrow \left( \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} - \Delta \right) \begin{pmatrix} \Phi/c \\ \mathbf{A} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c\rho \\ \mathbf{j} \end{pmatrix} \quad (8.11)$$

En utilisant la fonction de Green :

$$G(\mathbf{r} - \mathbf{r}', t - t') = \frac{1}{4\pi|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} \delta\left(t - t' - \frac{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|}{c}\right) \quad (8.12)$$

et en posant :

$$f(t') = t' - t + \frac{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|}{c} \quad (8.13)$$

On trouve :

$$\begin{aligned} \Phi(\mathbf{r}, t) &= \frac{e}{4\pi\epsilon_0} \int dV' \int dt' \frac{1}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} \delta(\mathbf{r}' - \mathbf{r}_p(t')) \delta(f(t')) \\ \mathbf{A}(\mathbf{r}, t) &= \frac{\mu_0 e}{4\pi} \int dV' \int dt' \frac{\mathbf{v}'}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} \delta(\mathbf{r}' - \mathbf{r}_p(t')) \delta(f(t')) \end{aligned}$$

En intégrant sur le volume et en posant cette fois ci :

$$f(t') = t' - t + \frac{|\mathbf{r} - \mathbf{r}_p(t')|}{c} \quad (8.14)$$

On obtient :

$$\begin{aligned}\Phi(\mathbf{r}, t) &= \frac{e}{4\pi\epsilon_0} \int dt' \frac{1}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}_p(t')|} \delta(f(t')) \\ \mathbf{A}(\mathbf{r}, t) &= \frac{\mu_0 e}{4\pi} \int dt' \frac{\mathbf{v}'}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}_p(t')|} \delta(f(t'))\end{aligned}$$

On peut alors pousser encore plus loin l'expression des potentiels en sachant que :

$$\int g(t') \delta(f(t')) dt' = \int g(t') \delta(f(t')) \frac{1}{\left| \frac{\partial f}{\partial t'} \right|} df = \frac{g(t')}{\left| \frac{\partial f}{\partial t'} \right|_{f=0}} \quad (8.15)$$

Et en utilisant le fait que  $\mathbf{n}(t') = (\mathbf{r} - \mathbf{r}_p(t'))/|\mathbf{r} - \mathbf{r}_p(t')|$ , on a :

$$\left| \frac{\partial f}{\partial t'} \right| = 1 - \frac{\mathbf{n}(t') \cdot \mathbf{v}_p(t')}{c} = 1 - \mathbf{n}(t') \cdot \boldsymbol{\beta}(t') \quad (8.16)$$

Comme  $f(t')$  doit être pris en zero, on a la relation :

$$t = t' + \frac{|\mathbf{r} - \mathbf{r}_p(t')|}{c} \Rightarrow dt = (1 - \mathbf{n}(t') \cdot \boldsymbol{\beta}(t')) dt' \quad (8.17)$$

On trouve donc les potentiels :

$$\begin{aligned}\Phi(\mathbf{r}, t) &= \frac{e}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{1 - \mathbf{n}(t') \cdot \boldsymbol{\beta}(t')} \frac{1}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}_p(t')|} = \frac{e}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{\kappa(t')} \frac{1}{R(t')} \\ \mathbf{A}(\mathbf{r}, t) &= \frac{\mu_0 e}{4\pi} \frac{1}{1 - \mathbf{n}(t') \cdot \boldsymbol{\beta}(t')} \frac{\mathbf{v}(t')}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}_p(t')|} = \frac{\mu_0 e}{4\pi} \frac{1}{\kappa(t')} \frac{\mathbf{v}(t')}{R(t')}\end{aligned}$$

Avec  $R(t') = |\mathbf{r} - \mathbf{r}_p(t')|$ , la distance qui sépare l'observateur et la source au moment de l'émission, et  $\kappa = 1 - \mathbf{n}(t') \cdot \boldsymbol{\beta}(t')$ . Ce sont les potentiels de Lienard-Wiechert, créés par une charge en mouvement (arbitraire) et qui ont été formulé voilà plus de 200 ans. Ils est important de noter que ces potentiels doivent être évalué en  $t'$  et non au temps d'observation  $t$ , et cela, à cause de la célérité finie de la lumière.

## Dérivation des champs

On peut alors dériver les champs de ces potentiels, enregistré à la position  $\mathbf{r}$  et au temps  $t$  :

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = -\frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} - \nabla \Phi \quad (8.18)$$

Cependant les potentiels sont des fonctions implicites de  $\mathbf{r}$  et de  $t$ , il est donc plus pratique d'utiliser les expressions intégrales. En utilisant le fait que  $\nabla \equiv \mathbf{n}\partial_R$  :

$$\begin{aligned}\nabla\Phi &= \frac{e}{4\pi\epsilon_0} \int \mathbf{n} \frac{\partial}{\partial R} \left[ \frac{1}{R} \delta(f(t')) \right] dt' = -\frac{e}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{\mathbf{n}}{R^2} \delta(f(t')) - \frac{\mathbf{n}}{cR} \frac{d}{df} \delta(f(t')) dt' \\ &= -\frac{e}{4\pi\epsilon_0} \left( \frac{\mathbf{n}}{\kappa R^2} + \frac{1}{c\kappa} \frac{d}{dt'} \frac{\mathbf{n}}{\kappa R} \right)\end{aligned}$$

Ou nous avons utilisé l'intégration par partie suivante :

$$\begin{aligned}\int g(t') \frac{d}{df} \delta(f(t')) dt' &= \int \frac{g(t')}{df/dt'} \frac{d}{dt'} \delta(f(t')) dt' \\ &= - \left[ \frac{1}{df/dt'} \frac{d}{dt'} \left( \frac{g(t)}{df/dt'} \right) \right]_{f(t')=0} \\ &= - \left[ \frac{1}{\kappa(t')} \frac{d}{dt'} \left( \frac{g(t')}{\kappa(t')} \right) \right]_{f(t')=0}\end{aligned}$$

De manière similaire on trouvera :

$$\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} = \frac{e}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{c\kappa} \frac{d}{dt'} \frac{\boldsymbol{\beta}}{\kappa R} \quad (8.19)$$

Ce qui nous permet d'écrire :

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \frac{e}{4\pi\epsilon_0} \left( \frac{\mathbf{n}}{\kappa R^2} + \frac{1}{c\kappa} \frac{d}{dt'} \frac{\mathbf{n} - \boldsymbol{\beta}}{\kappa R} \right)_{f(t')=0} \quad (8.20)$$

Le dernier effort du développement consiste à dériver correctement les quantité  $\mathbf{n}$  et  $\kappa R$ . Tout d'abord le  $\mathbf{n}$  change en direction seulement si la particule à une vitesse perpendiculaire à  $\mathbf{R}$  :

$$d\mathbf{n} = -\frac{\mathbf{v} \perp}{R} dt' \quad (8.21)$$

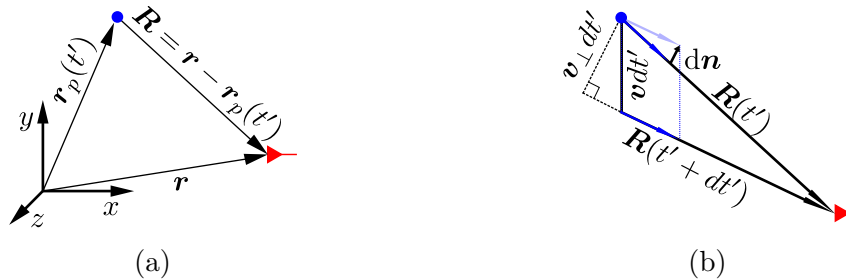


FIGURE 8.20 – (a) Une charge (en bleu) se déplaçant à une vitesse  $v$  dans l'espace repérée par un observateur (en rouge). (b) La variation de  $\mathbf{n}$  ne dépend que de la vitesse de la particule perpendiculaire à  $\mathbf{R}$ , le vecteur séparant la source de l'observateur.

De plus :

$$\begin{aligned}
\frac{d}{dt'} \frac{1}{\kappa R} &= -\frac{1}{(\kappa R)^2} \frac{d}{dt'} \left( (1 - \mathbf{n} \cdot \boldsymbol{\beta}) R \right) \\
&= -\frac{1}{(\kappa R)^2} \left( \mathbf{v}_\perp \cdot \boldsymbol{\beta} - (\mathbf{n} \cdot \dot{\boldsymbol{\beta}}) R - c(1 - \mathbf{n} \cdot \boldsymbol{\beta}) \mathbf{n} \cdot \boldsymbol{\beta} \right) \\
&= -\frac{c}{(\kappa R)^2} \left( \beta^2 - \mathbf{n} \cdot \boldsymbol{\beta} - \frac{R}{c} (\mathbf{n} \cdot \dot{\boldsymbol{\beta}}) \right)
\end{aligned}$$

On obtient donc l'expression totale des champs créés par une charge en mouvement arbitraire, vu par un observateur en  $\mathbf{r}$ , à l'instant  $t$  :

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \frac{e}{4\pi\epsilon_0} \left( \frac{1 - \beta^2}{\kappa^3 R^2} (\mathbf{n} - \boldsymbol{\beta}) + \frac{1}{c\kappa^3 R} \mathbf{n} \times \left( (\mathbf{n} - \boldsymbol{\beta}) \times \dot{\boldsymbol{\beta}} \right) \right)_{f(t')=0} \quad (8.22)$$

La première partie de cette expression  $\propto 1/R^2$  est le champs proche de « Coulomb » prenant en compte les effets relativistes qui pourraient subviendraient si  $\beta \rightarrow 1$ . Cependant ils ne contribuent pas à l'énergie rayonnée à l'infini. On trouve donc :

$$\mathbf{E}_{rad}(\mathbf{r}, t) = \frac{e}{4\pi\epsilon_0 c} \left( \frac{1}{\kappa^3 R} \mathbf{n} \times \left( (\mathbf{n} - \boldsymbol{\beta}) \times \dot{\boldsymbol{\beta}} \right) \right)_{f(t')=0} ; \quad \mathbf{B}_{rad}(\mathbf{r}, t) = \left( \frac{\mathbf{n} \times \mathbf{E}_{rad}}{c} \right)_{f(t')=0}$$

On montre ici que pour qu'une particule puisse rayonner, la charge doit être accélérée. On peut préciser la formule du champ  $\mathbf{E}$ , dans le cas ou l'on s'intéresse à une onde plane. Dans la suite on omettra de dire que les expressions qui dépendent de  $t$  doivent être évalué de tel manière à ce  $f$  vérifie  $f(t') = 0$ , c'est à dire que les quantités doivent toujours être évalué au temps retardé. Soit  $dV = R^2 dr d\Omega$  avec  $d\Omega = \sin \theta d\theta d\phi$ , l'énergie rayonnée par unité de volume est :

$$\begin{aligned}
d\mathcal{E}(t) &= \frac{\epsilon_0}{2} |\mathbf{E}_{rad}|^2 dV \\
&= \frac{\epsilon_0}{2} \frac{e^2}{16\pi^2 \epsilon_0^2 c^2} \frac{\left| \mathbf{n} \times \left( (\mathbf{n} - \boldsymbol{\beta}) \times \dot{\boldsymbol{\beta}} \right) \right|^2}{\kappa^6} dr d\Omega
\end{aligned}$$

L'évaluation de  $dr = c dt'$  se fait simplement en considérant la relation entre  $dt$  et  $dt'$  :

$$dr = c dt' (1 - \mathbf{n} \cdot \boldsymbol{\beta}) \quad (8.23)$$

La puissance rayonnée  $\mathcal{P}(t') = d\mathcal{E}(t')/dt'$  se note donc :

$$d\mathcal{P}(t') = \frac{1}{2\epsilon_0 c} \frac{e^2}{16\pi^2} \frac{\left| \mathbf{n} \times \left( (\mathbf{n} - \boldsymbol{\beta}) \times \dot{\boldsymbol{\beta}} \right) \right|^2}{\kappa^5} d\Omega \quad (8.24)$$



## Champs rayonnés quand une particule change de vitesse brutalement

Si l'on veut connaître le contenu spectral du rayonnement alors il nous faut passer dans le domaine de Fourier tel que :

$$\begin{aligned}\mathbf{E}(\mathbf{r}, \omega) &= \int_{-\infty}^{+\infty} \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) e^{i\omega t} dt \\ &= \frac{e}{4\pi\epsilon_0 c} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\mathbf{n} \times \left( (\mathbf{n} - \boldsymbol{\beta}) \times \dot{\boldsymbol{\beta}} \right)}{\kappa^3 R} e^{i\omega t} dt\end{aligned}\quad (8.25)$$

En assumant que l'on regarde le rayonnement à l'infini tel que  $r \gg r_p$  et en utilisant la relation entre  $t$  et  $t'$  on trouve :

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, \omega) = \frac{e}{4\pi\epsilon_0 c} \frac{e^{i\omega r/c}}{r} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\mathbf{n} \times \left( (\mathbf{n} - \boldsymbol{\beta}) \times \dot{\boldsymbol{\beta}} \right)}{\kappa^2} e^{i\omega(t' - \mathbf{n} \cdot \mathbf{r}_p/c)} dt' \quad (8.26)$$

Comme  $\mathbf{n}$  peut être considéré comme constant dans le cas où  $r \gg r_p$  on peut réexprimer l'intégrande tel que :

$$\frac{\mathbf{n} \times \left( (\mathbf{n} - \boldsymbol{\beta}) \times \dot{\boldsymbol{\beta}} \right)}{\kappa^2} = \frac{d}{dt'} \frac{\mathbf{n} \times (\mathbf{n} \times \boldsymbol{\beta})}{\kappa} \quad (8.27)$$

Et on trouve en intégrant par partie :

$$\begin{aligned}\mathbf{E}(\mathbf{r}, \omega) &= -\frac{i\omega e}{4\pi\epsilon_0 c} \frac{e^{i\omega r/c}}{r} \int_{-\infty}^{+\infty} \mathbf{n} \times (\mathbf{n} \times \boldsymbol{\beta}) e^{i\omega t'(1 - \mathbf{n} \cdot \boldsymbol{\beta})} dt' \\ &= -\frac{i\omega e}{4\pi\epsilon_0 c} \frac{e^{i\omega r/c}}{r} \int_{-\infty}^{+\infty} \boldsymbol{\beta} \times \mathbf{n} e^{i\omega t'(1 - \mathbf{n} \cdot \boldsymbol{\beta})} dt'\end{aligned}\quad (8.28)$$

Avec  $\mathbf{n} \times (\mathbf{n} \times \boldsymbol{\beta}) = \boldsymbol{\beta}_\perp = \boldsymbol{\beta} \times \mathbf{n}$ . Toutes les dérivées temporelles contenues dans l'expression de  $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$  sont remplacées par des facteurs  $i\omega$  dans l'espace de Fourier. La dépendance explicite en  $\dot{\boldsymbol{\beta}}$  disparaît. Ainsi une connaissance précise de la trajectoire de la particule « suffit » à expliquer le rayonnement.  $\boldsymbol{\beta}(t)$  doit varier pour avoir obtenu une émission à l'infini. On reconnaît ici le résultat obtenu en résolvant directement les équations de Maxwell inhomogène dans la jauge transverse (ou « jauge de Coulomb ») :

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, \omega) = \frac{i\omega}{4\pi\epsilon_0 c} \frac{e^{i\omega r/c}}{r} \iint_{-\infty}^{+\infty} \mathbf{J}_\perp e^{i(\omega t' - (\omega/c)\mathbf{n} \cdot \mathbf{r}_p)} dV dt' \quad (8.29)$$

Avec  $\mathbf{J}/c = -e\boldsymbol{\beta}_p \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_p)$ . Un cas simple consiste à décrire la création ou l'annihilation d'une particule à l'instant  $t'_0$ . Ainsi à  $t'_0$  la particule va subir une accélération infiniment localisée dans le temps, respectivement parallèle ou antiparallèle à la vitesse, tel que :

$$\dot{\boldsymbol{\beta}} = \pm \beta \delta(t' - t_0) \quad (8.30)$$

La vitesse de la particule passe instantanément de  $0 \rightarrow \beta$  (signe +, création) ou alors de  $\beta \rightarrow 0$  (signe -, annihilation). Pour un « évènement de création » à  $t_0 = 0$ , on évalue alors l'intégrale précédente tel que :

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, \omega) = -\frac{i\omega e}{4\pi\epsilon_0 c} \frac{e^{i\omega r/c}}{r} \beta \sin \theta \int_0^{+\infty} e^{i\omega t'(1 - \beta \cos \theta)} dt' \quad (8.31)$$

On reconnaît ici la transformé de Fourier de la fonction de Heaviside. Ainsi :

$$\begin{aligned} d\mathcal{E} &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0 c} \frac{\omega^2 e^2}{16\pi^2} \beta^2 \sin^2 \theta \left| \int_0^{+\infty} e^{i\omega t'(1 - \beta \cos \theta)} dt' \right|^2 d\omega d\Omega \\ &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0 c} \frac{e^2}{16\pi^2} \frac{\beta^2 \sin^2 \theta}{(1 - \beta \cos \theta)^2} d\omega d\Omega \end{aligned} \quad (8.32)$$

Ce raisonnement est utilisé pour expliquer, par exemple, le rayonnement qui existe lors d'une « désintégration beta », lorsqu'un électron énergétique est soudainement éjecté d'un noyau atomique avec un neutrino. Si de  $-\infty \rightarrow 0$  la particule avait aussi eu la vitesse  $\beta$  (la particule existe à tout instant, pas de création), le rayonnement aurait été nul. On va voir que ce genre de construction permet d'expliquer l'émission de rayonnement par des charges qui change brutalement de vitesse. Ainsi de manière plus générale, on considère un ensemble d'électron  $\{j\}$  qui à  $t_0 = 0$  change de vitesse  $\beta_{j,1} \rightarrow \beta_{j,2}$ . On peut écrire :

$$\beta(t) = \beta_1 (1 - \Theta(t)) + \beta_2 \Theta(t) \quad (8.33)$$

Ce changement de vitesse soudain entraîne une émission électromagnétique. Dans la limite où  $\omega t'(1 - \mathbf{n} \cdot \boldsymbol{\beta}) \ll 1$  ou si  $\omega \rightarrow 0$  :

$$d\mathcal{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0 c} \frac{1}{16\pi^2} \left| \sum_j e_j \left( \frac{\boldsymbol{\beta}_{j,2} \times \mathbf{n}}{1 - \mathbf{n} \cdot \boldsymbol{\beta}_{j,2}} - \frac{\boldsymbol{\beta}_{j,1} \times \mathbf{n}}{1 - \mathbf{n} \cdot \boldsymbol{\beta}_{j,1}} \right) \right|^2 d\omega d\Omega \quad (8.34)$$



# Bibliographie

- [1] Donna Strickland and Gerard Mourou. Compression of amplified chirped optical pulses. *Optics Communications*, 55(6) :447–449, October 1985.
- [2] Marcos Dantus, Mark J. Rosker, and Ahmed H. Zewail. Femtosecond real-time probing of reactions. II. The dissociation reaction of ICN. *The Journal of Chemical Physics*, 89(10) :6128–6140, November 1988.
- [3] P. B. Corkum. Plasma perspective on strong field multiphoton ionization. *Physical Review Letters*, 71(13) :1994–1997, September 1993.
- [4] P. B. Corkum, N. H. Burnett, and M. Y. Ivanov. Subfemtosecond pulses. *Optics Letters*, 19(22) :1870, November 1994.
- [5] T. Baeva, S. Gordienko, and A. Pukhov. Theory of high-order harmonic generation in relativistic laser interaction with overdense plasma. *Physical Review E*, 74(4), October 2006.
- [6] A. A. Gonoskov, A. V. Korzhimanov, A. V. Kim, M. Marklund, and A. M. Sergeev. Ultrarelativistic nanoplasmonics as a route towards extreme-intensity attosecond pulses. *Physical Review E*, 84(4), October 2011.
- [7] Jonathan A. Wheeler, Antonin Borot, Sylvain Monchocé, Henri Vincenti, Aurélien Ricci, Arnaud Malvache, Rodrigo Lopez-Martens, and Fabien Quéré. Attosecond lighthouses from plasma mirrors. *Nature Photonics*, 6(12) :829–833, December 2012.
- [8] Henri Vincenti. *Génération d'impulsions attosecondes sur miroir plasma relativiste*. thesis, Palaiseau, Ecole polytechnique, January 2012.
- [9] B. Dromey, S. Rykovanov, M. Yeung, R. Hörlein, D. Jung, D. C. Gautier, T. Dzelzainis, D. Kiefer, S. Palaniyppan, R. Shah, J. Schreiber, H. Ruhl, J. C. Fernandez, C. L. S. Lewis, M. Zepf, and B. M. Hegelich. Coherent synchrotron emission from electron nanobunches formed in relativistic laser–plasma interactions. *Nature Physics*, 8(11) :804–808, November 2012.
- [10] Stephen P. Hatchett, Curtis G. Brown, Thomas E. Cowan, Eugene A. Henry, Joy S. Johnson, Michael H. Key, Jeffrey A. Koch, A. Bruce Langdon, Barbara F. Lasinski,

- Richard W. Lee, Andrew J. Mackinnon, Deanna M. Pennington, Michael D. Perry, Thomas W. Phillips, Markus Roth, T. Craig Sangster, Mike S. Singh, Richard A. Snavely, Mark A. Stoyer, Scott C. Wilks, and Kazuhito Yasuike. Electron, photon, and ion beams from the relativistic interaction of Petawatt laser pulses with solid targets. *Physics of Plasmas*, 7(5) :2076–2082, April 2000.
- [11] S. C. Wilks, A. B. Langdon, T. E. Cowan, M. Roth, M. Singh, S. Hatchett, M. H. Key, D. Pennington, A. MacKinnon, and R. A. Snavely. Energetic proton generation in ultra-intense laser–solid interactions. *Physics of Plasmas*, 8(2) :542–549, January 2001.
- [12] P. Mora. Plasma Expansion into a Vacuum. *Physical Review Letters*, 90(18) :185002, May 2003.
- [13] P. Mora. Thin-foil expansion into a vacuum. *Physical Review E*, 72(5) :056401, November 2005.
- [14] Patrick Mora. *Introduction aux plasma créés par laser*. Cours de master. Centre de Physique Théorique, Ecole Polytechnique, August 2009.
- [15] L. V. Keldysh. Ionization in the field of a strong electromagnetic wave. *Sov. Phys. JETP*, 20(5) :1307–1314, 1965.
- [16] Jean-Marcel Rax. *Physique des plasmas : Cours et applications*. Dunod, August 2005.
- [17] William Kruer. *The Physics Of Laser Plasma Interactions*. Avalon Publishing, January 2003.
- [18] Adrien Leblanc. *Miroirs et réseaux plasmas en champs lasers ultra-intenses : génération d’harmoniques d’ordre élevé et de faisceaux d’électrons relativistes*. thesis, Paris Saclay, October 2016.
- [19] Maxence Thévenet. *Modeling the interaction between a few-cycle relativistic laser pulse and a plasma mirror : from electron acceleration to harmonic generation*. thesis, Paris Saclay, December 2016.
- [20] John David Jackson. *Classical electrodynamics*. Wiley, New York, 3rd ed edition, 1999.
- [21] Brice Quesnel and Patrick Mora. Theory and simulation of the interaction of ultraintense laser pulses with electrons in vacuum. *Physical Review E*, 58(3) :3719–3732, September 1998.
- [22] David J. Griffiths. *Introduction to Electrodynamics*. Cambridge University Press, June 2017. Google-Books-ID : ndAoDwAAQBAJ.
- [23] F. Brunel. Not-so-resonant, resonant absorption. *Physical Review Letters*, 59(1) :52–55, July 1987.

- [24] Guy Bonnaud, Paul Gibbon, Joe Kindel, and Edward Williams. Laser interaction with a sharp-edged overdense plasma. *Laser and Particle Beams*, 9(02) :339, June 1991.
- [25] J. P. Geindre, P. Audebert, and R. S. Marjoribanks. Relativistic A C Gyromagnetic Effects in Ultraintense Laser-Matter Interaction. *Physical Review Letters*, 97(8), August 2006.
- [26] J. P. Geindre, R. S. Marjoribanks, and P. Audebert. Electron Vacuum Acceleration in a Regime beyond Brunel Absorption. *Physical Review Letters*, 104(13), March 2010.
- [27] Alfred Liénard. Champ électrique et magnétique produit par une charge électrique. *L'éclairage Électrique*, 16(27-29) :5,53,106, July 1898.
- [28] Emil Wiechert. Elektrodynamische Elementargesetze. *Archive Néerlandaise*, 5 :549, 1900.
- [29] E. Zas, F. Halzen, and T. Stanev. Electromagnetic pulses from high-energy showers : Implications for neutrino detection. *Physical Review D*, 45(1) :362–376, January 1992.
- [30] Clancy W. James, Heino Falcke, Tim Huege, and Marianne Ludwig. General description of electromagnetic radiation processes based on instantaneous charge acceleration in “endpoints”. *Physical Review E*, 84(5), November 2011.
- [31] V L Ginzburg and V N Tsytovich. Transition radiation and transition scattering produced in a vacuum in the presence of a strong electromagnetic field. page 8, 1978.
- [32] V L Ginzburg. Transition Radiation and Transition Scattering. *Physica Scripta*, T2A :182–191, January 1982.
- [33] Hung-chi Lihn. Stimulated Coherent Transition Radiation. page 145, March 1996.
- [34] Chitrlada Settakorn. Generation and Use of Coherent Transition Radiation from Short Electron Bunches. Technical Report SLAC-R-576, 787223, August 2001.
- [35] S. D. Baton, J. J. Santos, F. Amiranoff, H. Popescu, L. Gremillet, M. Koenig, E. Martinolli, O. Guilbaud, C. Rousseaux, M. Rabec Le Gloahec, T. Hall, D. Batani, E. Perelli, F. Scianitti, and T. E. Cowan. Evidence of Ultrashort Electron Bunches in Laser-Plasma Interactions at Relativistic Intensities. *Physical Review Letters*, 91(10), September 2003.
- [36] J. Déchard, A. Debayle, X. Davoine, L. Gremillet, and L. Bergé. Terahertz Pulse Generation in Underdense Relativistic Plasmas : From Photoionization-Induced Radiation to Coherent Transition Radiation. *Physical Review Letters*, 120(14), April 2018.

- [37] Arnaud Debayle. *Theoretical study of Ultra High Intensity laser-produced high-current relativistic electron beam transport through solid targets*. thesis, Bordeaux 1, December 2008.
- [38] Jian Zheng, K. A. Tanaka, T. Miyakoshi, Y. Kitagawa, R. Kodama, T. Kurahashi, and T. Yamanaka. Theoretical study of transition radiation from hot electrons generated in the laser–solid interaction. *Physics of Plasmas*, 10(7) :2994–3003, July 2003.
- [39] Jian Zheng, K. A. Tanaka, T. Sato, T. Yabuuchi, T. Kurahashi, Y. Kitagawa, R. Kodama, T. Norimatsu, and T. Yamanaka. Study of Hot Electrons by Measurement of Optical Emission from the Rear Surface of a Metallic Foil Irradiated with Ultraintense Laser Pulse. *Physical Review Letters*, 92(16), April 2004.
- [40] L.J. Bae and B.I. Cho. Coherent transition radiation from thin targets irradiated by high intensity laser pulses. *Current Applied Physics*, 15(3) :242–247, March 2015.
- [41] F. Quéré, C. Thaury, P. Monot, S. Dobosz, Ph. Martin, J.-P. Geindre, and P. Audebert. Coherent Wake Emission of High-Order Harmonics from Overdense Plasmas. *Physical Review Letters*, 96(12), March 2006.
- [42] C Thaury and F Quéré. High-order harmonic and attosecond pulse generation on plasma mirrors : basic mechanisms. *Journal of Physics B : Atomic, Molecular and Optical Physics*, 43(21) :213001, November 2010.
- [43] C. Thaury, F. Quéré, J.-P. Geindre, A. Levy, T. Ceccotti, P. Monot, M. Bougeard, F. Réau, P. d’Oliveira, P. Audebert, R. Marjoribanks, and Ph. Martin. Plasma mirrors for ultrahigh-intensity optics. *Nature Physics*, 3(6) :424–429, June 2007.
- [44] Cédric Thaury. *Génération d’harmoniques d’ordres élevés sur miroir plasma*. thesis, Paris 11, January 2008.
- [45] Fabien Quere. *Impulsions attosecondes de lumière : caractérisation temporelle et sources de deuxième génération*. thesis, Université Paris Sud - Paris XI, January 2010.
- [46] J. M. Manley and H. E. Rowe. Some General Properties of Nonlinear Elements-Part I. General Energy Relations. *Proceedings of the IRE*, 44(7) :904–913, July 1956.
- [47] Sylvain Monchocé. *Contrôle et métrologie de la génération d’harmoniques sur miroir plasma*. thesis, Paris 11, November 2014.
- [48] A. Einstein. Zur Elektrodynamik bewegter Körper. *Annalen der Physik*, 322(10) :891–921, 1905.
- [49] S. C. Wilks. Simulations of ultraintense laser–plasma interactions\*. *Physics of Fluids B : Plasma Physics*, 5(7) :2603–2608, July 1993.
- [50] S. V. Bulanov, N. M. Naumova, and F. Pegoraro. Interaction of an ultrashort, relativistically strong laser pulse with an overdense plasma. *Physics of Plasmas*, 1(3) :745–757, March 1994.

- [51] R. Lichters, J. Meyer-ter-Vehn, and A. Pukhov. Short-pulse laser harmonics from oscillating plasma surfaces driven at relativistic intensity. *Physics of Plasmas*, 3(9) :3425–3437, September 1996.
- [52] Roland Lichters. *Relativistische Wechselwirkung intensiver kurzer Laserpulse mit überdichten Plasmen : Erzeugung hoher Harmonischer*. PhD thesis, Technischen Universität München, München, February 1997.
- [53] S. Gordienko, A. Pukhov, O. Shorokhov, and T. Baeva. Relativistic Doppler Effect : Universal Spectra and Zeptosecond Pulses. *Physical Review Letters*, 93(11), September 2004.
- [54] George D. Tsakiris, Klaus Eidmann, Jürgen Meyer-ter Vehn, and Ferenc Krausz. Route to intense single attosecond pulses. *New Journal of Physics*, 8(1) :19, 2006.
- [55] Pierre A Millette. On the Question of Acceleration in Special Relativity. *PROGRESS IN PHYSICS*, 13(4) :5, 2017.
- [56] B. Dromey, M. Zepf, A. Gopal, K. Lancaster, M. S. Wei, K. Krushelnick, M. Tatarakis, N. Vakakis, S. Moustazis, R. Kodama, M. Tampo, C. Stoeckl, R. Clarke, H. Habara, D. Neely, S. Karsch, and P. Norreys. High harmonic generation in the relativistic limit. *Nature Physics*, 2(7) :456–459, July 2006.
- [57] B. Dromey, S. Kar, C. Bellei, D. C. Carroll, R. J. Clarke, J. S. Green, S. Kneip, K. Markey, S. R. Nagel, P. T. Simpson, L. Willingale, P. McKenna, D. Neely, Z. Najmudin, K. Krushelnick, P. A. Norreys, and M. Zepf. Bright Multi-keV Harmonic Generation from Relativistically Oscillating Plasma Surfaces. *Physical Review Letters*, 99(8), August 2007.
- [58] Hervé George. *Génération d’harmoniques d’ordre élevé sur miroir plasma*. thesis, Paris 11, January 2010.
- [59] Arkady Gonoskov. Theory of relativistic radiation reflection from plasmas. *Physics of Plasmas*, 25(1) :013108, January 2018.
- [60] H George, F Quéré, C Thauray, G Bonnaud, and Ph Martin. Mechanisms of forward laser harmonic emission from thin overdense plasmas. *New Journal of Physics*, 11(11) :113028, November 2009.
- [61] U. Teubner, K. Eidmann, U. Wagner, U. Andiel, F. Pisani, G. D. Tsakiris, K. Witte, J. Meyer-ter Vehn, T. Schlegel, and E. Förster. Harmonic Emission from the Rear Side of Thin Overdense Foils Irradiated with Intense Ultrashort Laser Pulses. *Physical Review Letters*, 92(18), May 2004.
- [62] K. Eidmann, T. Kawachi, A. Marcinkevičius, R. Bartlome, G. D. Tsakiris, K. Witte, and U. Teubner. Fundamental and harmonic emission from the rear side of a thin overdense foil irradiated by an intense ultrashort laser pulse. *Physical Review E*, 72(3), September 2005.
- [63] Daniel Kiefer. *Relativistic Electron Mirrors from High Intensity Laser Nanofoil Interactions*. PhD thesis, München, November 2012.



- [64] D. Kiefer, M. Yeung, T. Dzelzainis, P.S. Foster, S.G. Rykovanov, C.Ls. Lewis, R.S. Marjoribanks, H. Ruhl, D. Habs, J. Schreiber, M. Zepf, and B. Dromey. Relativistic electron mirrors from nanoscale foils for coherent frequency upshift to the extreme ultraviolet. *Nature Communications*, 4(1), December 2013.
- [65] S V Bulanov, T Zh Esirkepov, M Kando, and J Koga. Relativistic mirrors in laser plasmas (analytical methods). *Plasma Sources Science and Technology*, 25(5) :053001, July 2016.
- [66] D. an der Brügge and A. Pukhov. Enhanced relativistic harmonics by electron nanobunching. *Physics of Plasmas*, 17(3) :033110, March 2010.
- [67] A Pukhov, D an der Brügge, and I Kostyukov. Relativistic laser plasmas for electron acceleration and short wavelength radiation generation. *Plasma Physics and Controlled Fusion*, 52(12) :124039, December 2010.
- [68] C. K. Birdsall and A. B. Langdon. *Plasma Physics via Computer Simulation*. CRC Press, October 2004.
- [69] A. Pukhov. Particle-In-Cell Codes for Plasma-based Particle Acceleration. *CERN Yellow Reports*, pages Vol 1 (2016) : Proceedings of the 2014 CAS–CERN Accelerator School : Plasma Wake Acceleration, February 2016.
- [70] J. Derouillat, A. Beck, F. Pérez, T. Vinci, M. Chiaramello, A. Grassi, M. Flé, G. Bouchard, I. Plotnikov, N. Aunai, J. Dargent, C. Riconda, and M. Grech. Smilei : A collaborative, open-source, multi-purpose particle-in-cell code for plasma simulation. *Computer Physics Communications*, 222 :351–373, January 2018.
- [71] Jay P. Boris and Ramy A. Shanny. Proceedings of the Conference on the Numerical Simulation of Plasmas (4th) Held at the Naval Research Laboratory, Washington, D.C. on 2, 3 November 1970 :. Technical report, Defense Technical Information Center, Fort Belvoir, VA, July 1971.
- [72] J.-L. Vay. Simulation of beams or plasmas crossing at relativistic velocity. *Physics of Plasmas*, 15(5) :056701, May 2008.
- [73] A. V. Higuera and J. R. Cary. Structure-preserving second-order integration of relativistic charged particle trajectories in electromagnetic fields. *Physics of Plasmas*, 24(5) :052104, May 2017.
- [74] Martin Campos Pinto, Marie Mounier, and Eric Sonnendrücker. Handling the divergence constraints in Maxwell and Vlasov–Maxwell simulations. *Applied Mathematics and Computation*, 272 :403–419, January 2016.
- [75] J. P. BORIS. Relativistic plasma simulation-optimization of a hybrid code. *Proc. 4th Conf. Num. Sim. Plasmas*, pages 3–67, 1970.
- [76] John Villasenor and Oscar Buneman. Rigorous charge conservation for local electromagnetic field solvers. *Computer Physics Communications*, 69(2-3) :306–316, March 1992.

- [77] T.Zh. Esirkepov. Exact charge conservation scheme for Particle-in-Cell simulation with an arbitrary form-factor. *Computer Physics Communications*, 135(2) :144–153, April 2001.
- [78] Kane Yee. Numerical solution of initial boundary value problems involving maxwell's equations in isotropic media. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 14(3) :302–307, May 1966.
- [79] Rachel Nuter, Mickael Grech, Pedro Gonzalez de Alaiza Martinez, Guy Bonnaud, and Emmanuel d'Humières. Maxwell solvers for the simulations of the laser-matter interaction. *The European Physical Journal D*, 68(6), June 2014.
- [80] M Kärkkäinen, E Gjonaj, T Lau, and T Weiland. Low-Dispersion Wake Field Calculation Tools. page 7, 2006.
- [81] Benjamin M. Cowan, David L. Bruhwiler, Estelle Cormier-Michel, Eric Esarey, Cameron G.R. Geddes, Peter Messmer, and Kevin M. Paul. Characteristics of an envelope model for laser-plasma accelerator simulation. *Journal of Computational Physics*, 230(1) :61–86, January 2011.
- [82] Benjamin M. Cowan, David L. Bruhwiler, John R. Cary, Estelle Cormier-Michel, and Cameron G. R. Geddes. Generalized algorithm for control of numerical dispersion in explicit time-domain electromagnetic simulations. *Physical Review Special Topics - Accelerators and Beams*, 16(4), April 2013.
- [83] R. Lehe, A. Lifschitz, C. Thaury, V. Malka, and X. Davoine. Numerical growth of emittance in simulations of laser-wakefield acceleration. *Physical Review Special Topics - Accelerators and Beams*, 16(2), February 2013.
- [84] Rémi Lehe. *Improvement of laser-wakefield accelerators : towards a compact free electron laser*. PhD thesis, November 2014.
- [85] A. MITCHELL and David Griffiths. *The Finite Difference Method in Partial Differential Equations*. January 1980.
- [86] G. Blaclard, H. Vincenti, R. Lehe, and J. L. Vay. Pseudospectral Maxwell solvers for an accurate modeling of Doppler harmonic generation on plasma mirrors with particle-in-cell codes. *Physical Review E*, 96(3), September 2017.
- [87] A. Bourdier. Oblique incidence of a strong electromagnetic wave on a cold inhomogeneous electron plasma. Relativistic effects. *Physics of Fluids*, 26(7) :1804, 1983.
- [88] Brendan B. Godfrey and Jean-Luc Vay. Numerical stability of relativistic beam multidimensional PIC simulations employing the Esirkepov algorithm. *Journal of Computational Physics*, 248 :33–46, September 2013.
- [89] Brendan B. Godfrey. Review and recent advances in PIC modeling of relativistic beams and plasmas. page 020004, San Jose, CA, USA, 2016.

- [90] J.-L. Vay, C.G.R. Geddes, E. Cormier-Michel, and D.P. Grote. Numerical methods for instability mitigation in the modeling of laser wakefield accelerators in a Lorentz-boosted frame. *Journal of Computational Physics*, 230(15) :5908–5929, July 2011.
- [91] Wolfgang Kurt Hermann Panofsky and Melba Newell Phillips. *Classical Electricity and Magnetism*. Addison-Wesley Pub. Co., 1955. Google-Books-ID : RiRRAAAA-MAAJ.
- [92] Kirk T. McDonald. The relation between expressions for time-dependent electromagnetic fields given by Jefimenko and by Panofsky and Phillips. *American Journal of Physics*, 65(11) :1074–1076, November 1997.
- [93] David J. Griffiths and Mark A. Heald. Time-dependent generalizations of the Biot–Savart and Coulomb laws. *American Journal of Physics*, 59(2) :111–117, February 1991.
- [94] Richard P Feynman, Robert B Leighton, and Matthew L Sands. *The Feynman lectures on physics*. Addison-Wesley, Redwood City, Calif., 1989.
- [95] J. H. Field. Retarded electric and magnetic fields of a moving charge : Feynman’s derivation of Li\’enard-Wiechert potentials revisited. *arXiv :0704.1574 [physics]*, June 2015. arXiv : 0704.1574 version : 3.
- [96] B Dromey, S Cousens, S Rykovanov, M Yeung, D Jung, D C Gautier, T Dzelzainis, D Kiefer, S Palaniyppan, R Shah, J Schreiber, J C Fernandez, C L S Lewis, M Zepf, and B M Hegelich. Coherent synchrotron emission in transmission from ultrathin relativistic laser plasmas. *New Journal of Physics*, 15(1) :015025, January 2013.
- [97] Zi-Yu Chen, Mykyta Cherednychek, and Alexander Pukhov. Wavebreaking-associated transmitted emission of attosecond extreme-ultraviolet pulses from laser-driven overdense plasmas. *New Journal of Physics*, 18(6) :063014, June 2016.
- [98] S. Cousens, B. Reville, B. Dromey, and M. Zepf. Temporal Structure of Attosecond Pulses from Laser-Driven Coherent Synchrotron Emission. *Physical Review Letters*, 116(8), February 2016.
- [99] Cédric Thauray. Génération d’harmoniques d’ordres élevés sur miroir plasma. page 204.
- [100] T. J. Boyd, T. J. M. Boyd, and J. J. Sanderson. *The Physics of Plasmas*. Cambridge University Press, January 2003. Google-Books-ID : bAmqvuGTUJ4C.
- [101] M. Roth and M. Schollmeier. Ion Acceleration—Target Normal Sheath Acceleration. *CERN Yellow Reports*, pages Vol 1 (2016) : Proceedings of the 2014 CAS–CERN Accelerator School : Plasma Wake Acceleration, February 2016.
- [102] Dimitri Khaghani, Mathieu Lobet, Björn Borm, Loïc Burr, Felix Gärtner, Laurent Gremillet, Liana Movsesyan, Olga Rosmej, Maria Eugenia Toimil-Molares, Florian Wagner, and Paul Neumayer. Enhancing laser-driven proton acceleration by using micro-pillar arrays at high drive energy. *Scientific Reports*, 7(1), December 2017.

- [103] LORENZO CIALFI. *Advances in Target Normal Sheath Acceleration with traditional and nanostructured targets*. Tesi di dottorato, Politecnico di Milano, Milano, June 2017.
- [104] J. Ferri, E. Siminos, and T. Fülöp. Enhanced target normal sheath acceleration using colliding laser pulses. *Communications Physics*, 2(1), December 2019.





**Titre:** Étude théorique et numérique de la génération d'harmoniques XUV à l'aide de laser ultra-intenses sur feuilles minces

**Mots clés:** Plasma, Laser, Feuille mince, Électrodynamique, Relativité restreinte, Harmoniques X-UV

**Résumé:** Lors de la focalisation d'un laser femtoseconde ultra-intense ( $I\lambda_0^2 > 10^{16} \text{ W.cm}^{-2}$ ) sur un solide, le champ laser incident est suffisamment intense pour ioniser presque totalement la cible dès le début de l'impulsion. Ainsi la plus grande partie du laser est réfléchi dans la direction spéculaire par le plasma dense créé jusqu'alors : C'est un miroir plasma. Le champ laser ultra-intense accélère les électrons à la surface alors qu'ils sont extraits du plasma à des vitesses proche de  $c$ . À chaque période laser, les électrons sont ainsi la source d'un rayonnement de très haute fréquence, pouvant s'étendre jusqu'à l'extrême ultraviolet voir jusqu'au domaine X. Cette périodicité dans la génération se traduit par la l'apparition d'un spectre d'harmoniques de la fréquence laser  $\omega_0$ . Les électrons sont finalement renvoyés dans le plasma avec des vitesses très proche de la vitesse de la lumière. Bien que les mécanismes de génération dans le domaine XUV soient bien identifiés en réflexion aujourd'hui peu d'études ont été menées pour comprendre d'où pouvait provenir le rayonnement émis dans la direction de transmission.

L'objectif de cette thèse est de mieux comprendre l'interaction laser-plasma dans le cas où l'épaisseur de la cible est de l'ordre de la longueur d'onde. En particulier, on étudiera dans l'émission le rôle des jets d'électrons relativistes, renvoyés dans le plasma, lorsque ces derniers tra-

versent la face arrière de la cible.

La première partie de ce manuscrit s'intéresse aux mécanismes déjà identifiés pour expliquer la génération d'impulsions XUV dans la direction spéculaire. On se demande alors dans quelles mesures ces modèles sont insuffisants pour décrire le rayonnement émis dans la direction de transmission.

La seconde partie de ce manuscrit s'intéresse aux méthodes FDTD (*Finite Difference Time Domain*) utilisées dans les codes "Particle-in-Cell", en particulier à deux effets numériques induits par cette méthode et potentiellement néfastes pour les simulations : La dispersion numérique et l'instabilité Cherenkov numérique. On essaiera ici d'apporter une amélioration aux algorithmes classiques diminuant l'impact de la dispersion et de l'instabilité Cherenkov sur les résultats.

Enfin on identifiera un tout nouveau mécanisme de rayonnement XUV cohérent : Le rayonnement cohérent par freinage plasma. Lorsque les électrons quittent le plasma, un champ de charge espace de plusieurs TV apparaît sur la surface arrière. Ce champ de freinage longitudinal accélère transversalement les jets d'électrons relativistes créés par les cycles optiques suivants. Ces jets émettent alors des impulsions lumineuses d'une centaine d'attoseconde.

**Title:** Theoretical and numerical studies of XUV harmonics generation on thin targets under ultra-intense laser illumination

**Keywords:** Plasma, Laser, Thin target, Electrodynamics, Special relativity, X-UV Harmonics

**Abstract:** When focusing an ultra-intense femtosecond laser pulse ( $I\lambda_0^2 > 10^{16} \text{ W.cm}^{-2}$ ) onto a solid, the incident laser field is sufficiently high to ionise almost entirely the target at the very beginning of the pulse. Thus the most part of the laser field is reflected in the specular direction by the overdense plasma created until then : This is what we call a plasma mirror. The electrons, accelerated by the ultra-intense laser field, are pulled out of the plasma with speeds which are almost equal to the speed of light  $c$ . For each laser period, electrons are the sources of a high-frequency radiation that can extend to the Extreme Ultra Violet or X domains. This periodicity in the generation process leads to the emergence of a harmonic spectrum of the laser frequency  $\omega_0$ . Eventually, electrons are pushed back into the plasma with speeds always very close to  $c$ . Even though mechanisms of the XUV radiation are well known in the specular direction today, too few studies were conducted to understand generations process in the transmitted direction.

The objective of this PhD thesis is to deepen understanding the laser-plasma interaction for the case where the target thickness is of the wavelength order. In particular, we will study the role of relativistic electrons jets in the forward radiation, when they fly across

the target rear side.

The first part of this manuscript will essentially deal with the already well-known mechanisms which explain the radiation in the specular direction. We can wonder to what extent these models are not sufficient to describe the forward radiation, in the transmitted direction.

The second part of this manuscript deal with FDTD methods (*Finite Difference Time Domain*) in use in the "Particle-in-Cell" codes, especially two numerical effects induced by these methods potentially harmful for simulations in order to achieve physical results with meaning : Numerical dispersion and Numerical Cherenkov Instabilities. We will try to make an improvement to the algorithms in order to mitigate these two annoying effects.

Eventually, we will identify a new coherent XUV radiation mechanism : The coherent plasma bremsstrahlung or coherent plasma braking radiation. When electrons leave the plasma, a several TV space-charge field appear on the target rear side. This braking longitudinal field accelerate electrons jets transversally which was created by next optical cycles. These jets radiate intense light pulses of hundreds attoseconds.



