

# Modélisation thermique des composants magnétiques planar pour l'électronique de puissance

Reda Bakri

## ▶ To cite this version:

Reda Bakri. Modélisation thermique des composants magnétiques planar pour l'électronique de puissance. Thermique [physics.class-ph]. Ecole Centrale de Lille, 2018. Français. NNT: 2018ECLI0005 . tel-02968833

## HAL Id: tel-02968833 https://theses.hal.science/tel-02968833v1

Submitted on 16 Oct 2020  $\,$ 

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers. L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

#### CENTRALE LILLE

## THESE

Présentée en vue d'obtenir le grade de

## DOCTEUR

En

## Spécialité : Génie électrique

Par

## **Reda BAKRI**

### DOCTORAT DELIVRE PAR CENTRALE LILLE

Titre de la thèse :

## Modélisation thermique des composants magnétiques planar pour l'électronique de puissance

Soutenue le 28/06/2018 devant le jury d'examen :

Président	François FOREST, Professeur, Université Montpelier 2
Rapporteur	Eric LABOURÉ, Professeur, Université Paris Sud
Rapporteur	Yvan AVENAS, Maître de conférences, INP Grenoble
Membre	Souad HARMAND, Professeur, Université de Valenciennes
Directeur de thèse	Philippe LE MOIGNE, Professeur, Centrale Lille
Co-Encadrant	Xavier MARGUERON, Maître de conférences, Centrale Lille
Invité	Nadir IDIR, Professeur, université de Lille
Invité	Bruno COGITORE, Ingénieur R&D, Exxellia Magnetics

Thèse préparée dans le Laboratoire L2EP

Ecole Doctorale SPI 072 (université de Lille Nord -de- France, Artois, ULCO, UVHC, Centrale Lille)

# Table des matières

Remerciements	1
Abréviations	0
Introduction générale	2
Chapitre 1 Pertes dans les composants magnétiques planar	7
1.1 Introduction	7
1.2 Modèles de Pertes Cuivre HF	8
1.2.1 Effets haute fréquence dans les conducteurs	8
1.2.2 Calculs analytiques	12
1.2.3 Modélisation numérique par éléments-finis	26
1.2.4 Application aux transformateurs planar	28
1.3 Pertes fer dans les noyaux magnétiques HF	34
1.3.1 Noyaux et matériau ferrite pour les transformateurs planar	34
1.3.2 Propriété des matériaux ferrites	35
1.3.3 Origine des pertes Fer	36
1.3.4 Modèles pour le calcul des pertes fer	38
1.4 Conclusion	43
Chapitre 2 Introduction à la modélisation thermique des composants magnétiques planar	.45
2.1 Introduction	45
2.2 Rappel sur les transferts thermiques	.47
2.2.1 Définitions des grandeurs	. 47
2.2.2 Modes de transfert thermique	48
2.3 Approches pour la modélisation thermique	.57
2.3.1 Modèles analytiques	57
2.3.2 Modèles Numériques	. 59
2.3.3 Analyse et comparaison des différentes approches	60
2.4 Etat de l'art sur la modélisation thermique des composants magnétiques per l'électronique de puissance	our 61
2.4.1 Approches utilisées dans la littérature	. 62
2.4.2 Analyse et comparaison	66

2.5 Modélisation thermique appliquée aux composants planar : spécificités et points clés
2.5.1 Paramètres pour la modélisation thermique des CMP
2.5.2 Etude de la sensibilité des paramètres de modélisation d'un transformateur planar 71
2.5.3 Dépendance des modèles électriques et thermiques74
2.6 Synthèse et orientation des travaux de thèse
2.7 Conclusion
Chapitre 3 Modélisation par résistance thermique équivalente des transformateurs planar . 82
3.1 Introduction
3.2 Performances thermiques d'un transformateur planar
3.3 Etude de l'évolution de la résistance thermique des composants planar à l'aide de la CFD
3.3.1 Description du problème étudié
3.3.2 Principe de la résolution des problèmes thermiques sous Ansys ICEPACK 88
3.3.3 Hypothèses de modélisation CFD des composants planar
3.3.4 Résultats et analyse
3.4 Expression analytique de la résistance thermique équivalente
3.4.1 Modèle polynomial et principe de détermination des paramètres
3.4.2 Application aux CMP100
3.4.3 Comparaison des résultats obtenus via le modèle analytique et par CFD 102
3.5 Validation expérimentale105
3.5.1 Démarche de tests
3.5.2 Résultats et discussion
3.6 Conclusion109
Chapitre 4 Modélisation par réseau thermique nodal automatisé (RTNA) pour les composants magnétiques planar
4.1 Introduction
4.2 Principe de la modélisation par RTN111
4.2.1 Type du modèle thermique : comportemental ou structurel
4.2.2 Définition du problème et calcul des éléments114

4.2.3 Formulation mathématique d'un RTN	117
4.2.4 Résolution	119
4.2.5 Exemple d'application : conducteur isolé thermiquement	124
4.3 Réseau thermique nodal automatisé (RTNA) pour les composants magnétiques pla	ınar 128
4.3.1 Hypothèses du modèle	128
4.3.2 Description du composant et automatisation de la géométrie	129
4.3.3 Discrétisation du CMP	131
4.3.4 Calcul des différents éléments du RTNA	133
4.4 Validation du modèle RTNA de composants magnétiques planar	136
4.4.1 Description des transformateurs planar	136
4.4.2 Données pour le modèle RTNA des prototypes de transformateurs	138
4.4.3 Comparaisons RTNA / FEM	141
4.5.4 Validation expérimentale	145
4.5 Conclusion	148
Conclusion générale et perspectives	150
Annexe 1 : Dimensions des noyaux magnétique E/PLT et EE	154
Annexe 2 : Les équations de comportement des fluides	156
Annexe 3 : Rappel sur la méthode des volumes finis	158
Bibliographie	160
Résumé	165

# Remerciements

Je tiens à remercier toutes les personnes ayant contribué de près ou de loin à ce travail, que ça soit d'un point de vue technique ou humain, et tout particulièrement l'ensemble des encadrants, des collègues, et les membres du laboratoires L2EP.

Je voudrais exprimer ma plus grande reconnaissance à Monsieur Philippe Le Moigne, professeur à l'École Centrale qui a dirigé ce travail. Je le remercie chaleureusement pour sa disponibilité et pour ses conseils précieux, et de m'avoir fait confiance pour effectuer ce travail de recherche.

J'exprime aussi ma reconnaissance et ma gratitude à Monsieur Xavier Margueron, Maitres de conférences à l'École Centrale de Lille, qui a encadré ce travail de plus près. Je le remercie pour ses qualités humaines et scientifiques sans lesquelles ce travail ne serait pas abouti. Merci de m'avoir guidé pendant ces années de thèse, et surtout pour sa patience et ta gentillesse en toutes circonstances.

Je remercie vivement Monsieur Nadir Idir professeur à l'université de Lille, qui a accepté de rejoindre l'équipe d'encadrement à partir de la deuxième année, et qui a apporté beaucoup d'éléments pertinents, ses remarques et ses conseils toujours de gualité.

Je remercie ensuite tous les membres qui ont accepté de faire part du jury de cette thèse. Tout d'abord, Monsieur Eric Labouré Professeur à l'université de Paris Sud et à Monsieur Yvan Avenas maître de conférences à INP Grenoble d'avoir accepté de rapporter mon manuscrit, pour leurs corrections et leurs remarques de qualités ainsi que leurs questions pertinentes. Je remercie également Monsieur François Forest professeur à l'université de Montpelier 2 d'avoir présidé et examiné la soutenance. Et finalement à Madame Souad HARMAND, Professeur à l'université de Valenciennes et Monsieur Bruno Cogitore ingénieur R&D à Exxellia Magnetics d'avoir accepté d'examiner la soutenance.

Merci également à tous mes collègues du L2ep, à Xavier et Simon pour leur disponibilité et leur aide précieuse, et à tous les doctorants et post-doctorants avec qui j'ai partagé des moments inoubliables, je ne cite pas leurs prénoms, mais ils se reconnaitrons à la lecture de ces mots.

Enfin, j'adresse mes plus sincères remerciements à ma famille et mes amis, pour le soutien qu'ils m'ont apportés durant ces années chargées de travail et d'émotions

# Abréviations

- GE : Génie électrique
- **EP** : Electronique de puissance
- CMP : composants magnétiques planar
- Si : Silicium
- **WBG** : large bande
- GAN : Nitrure de Gallium
- **SIC** : carbure de silicium
- **HF** : hautes fréquences
- **MF** : Moyennes fréquences
- **BF** : Basse fréquences
- 1D : Unidimensionnel
- 2D: Bidimensionnel
- $\mathbf{3D}: \mathsf{Tridimensionnel}$
- FEM : Méthode des éléments finis
- CFD : Mécanique des fluides numérique
- MVF : Méthode des volumes finis
- CL : Conditions aux limites
- PCB : circuit imprimé
- **OSE** : Equation de Steinmetz originale
- MSE : Méthode de Steinmetz modifiée
- GSE : Méthode de Steinmetz généralisée

- iGSE : Méthode de Steinmetz généralisée améliorée
- **SIMPLE** : Semi-Implicit Method for Pressure Linked Equations
- **RP** : Régime permanent
- **RT** : Régime transitoire
- **RTN** : Réseau thermique nodal
- RTNA : Réseau thermique nodal automatisé

# Introduction générale

Les composants magnétiques sont omniprésents au sein des convertisseurs d'électronique de puissance (EP) et indispensables à leur bon fonctionnement. En effet, ils assurent un certain nombre de fonctions vitales telles que le transfert et le stockage de l'énergie, le filtrage, ou encore l'isolation galvanique entre les parties d'un convertisseur. Ces composants posent de réelles contraintes aux concepteurs de convertisseurs car ils occupent un volume important et sont sources de pertes non négligeables [1],[2].

Pour les applications où le volume est restreint (équipements portatifs, systèmes informatiques, automobile, aéronautique ou encore spatial), obtenir une forte densité de puissance volumique pour les convertisseurs est un objectif majeur. Dans ce contexte, la demande de convertisseurs de taille de plus en plus réduite, tout en étant plus performants et plus efficaces ne cesse d'augmenter. Pour répondre à cet objectif d'intégration, la réduction du volume et des pertes dans les composants magnétiques font partie des principales contraintes à prendre en compte dès les premières phases de dimensionnement lors d'un processus de conception.

Ces dernières années, les fréquences de commutation des convertisseurs d'EP ont significativement augmenté en raison de l'apparition des composants actifs large bande (WBG) tels que les composants à base de Carbure de Silicium (SiC) et de Nitrure de Gallium GaN [3]. Les fréquences de commutation étant moins contraintes qu'avec des semiconducteurs de puissance en Silicium (Si), ces dernières peuvent maintenant atteindre quelques MHz. Cette hausse des fréquences permet une réduction notable de la taille des composant passifs et notamment des composants magnétiques. Cependant, cette hausse pose des contraintes importantes sur ces composants magnétiques, en raison des pertes haute fréquence (HF) qui vont apparaitre dans les conducteurs et les noyaux magnétiques. Les composants magnétiques restent donc un frein à l'utilisation de ces composants actifs WBG à de telles fréquences de commutation, notamment pour les convertisseurs de fortes puissances. Pour augmenter les densités de puissance des composants magnétiques et des convertisseurs, les composants magnétiques planar (CMP) constituent une solution technologique intéressante, en raison notamment des avantages qu'ils présentent par rapport aux composants bobinés classiques [4],[5]:

- Faible épaisseur
- Plus forte densité de puissance
- Moins de pertes en haute fréquence
- Facilité pour alterner les couches (entrelacement)
- Faible inductance de fuite
- Bonne évacuation thermique
- Très bonne répétabilité

Néanmoins, les CMP présentent aussi quelques inconvénients :

- Puissance limitée à quelques kW
- Nombre de spires limité
- Interconnexions des spires et des couches complexes
- Capacités parasites importantes

Les CMP sont assemblés sur la base d'un noyau magnétique de faible épaisseur associé à un bobinage à spires planes comme le montre la Figure 0-1. Le bobinage du composant planar est constitué de conducteurs de section rectangulaire, bobinés sur le plan horizontale, contrairement aux composants magnétiques plus classiques, qui sont eux bobinés de manière verticale (Figure 0-2).



Figure 0-1 : Exemple composant magnétique planar



Figure 0-2 : Composant magnétique planar Vs composant bobiné classique

Plusieurs types de noyaux magnétiques planar sont disponibles, sous différentes formes et tailles, comme le montre la Figure 0-3.



Figure 0-3 : Formes usuelles de noyaux planar (a) E/PLT, (b) ER, et (c) PQ [6]

Les enroulements du bobinage peuvent être réalisés dans un circuit imprimé multicouches (PCB) ou à partir de feuillards de cuivre (Figure 0-4).

L'utilisation du PCB peut faciliter l'intégration des CMP dans les convertisseurs, ainsi que l'automatisation de leur conception grâce à la technologie de fabrication des circuits imprimés multicouches. Néanmoins, cette technologie ne permet pas d'atteindre des facteurs de remplissage élevés en raison de l'épaisseur standard des pistes de cuivre disponibles (35µm, 70µm, 105µm ou encore 210µm) et de l'isolant utilisé. Ces contraintes ont tendance à limiter le courant nominal dans les CMP à base de PCB.

Le recours à un bobinage de type feuillard de cuivre, permet plus de flexibilité sur l'épaisseur des conducteurs et des isolants. Ceci permet d'obtenir un remplissage maximal de la fenêtre de bobinage et donc un courant plus important.



Figure 0-4 : Transformateur planar : (a) bobinage en PCB multicouches et (b) feuillard de cuivre [7]

Comme nous l'avons déjà mentionné, l'augmentation des fréquences de découpage permet la diminution de l'encombrement des composants magnétiques mais elle introduit une augmentation notable des pertes cuivre à cause de l'effet de peau et de proximité, ainsi que des pertes fer qui augmentent fortement avec la fréquence. Par conséquent, les composants magnétiques voient leur surface refroidissante diminuer et leurs pertes augmenter, ce qui les rend critiques d'un point de vue dimensionnement thermique.

La prise en compte de l'aspect thermique est, dès lors, indispensable lors du dimensionnement d'un composant. Ce critère thermique doit être pris en compte dès les premières phases de dimensionnement des CMP afin de pouvoir assurer leur intégrité thermique. Cette problématique nécessite le développement de modèles thermiques spécifiques, adaptés aux particularités des CMP et assez fiables, pour permettre de prédire le comportement thermique des CMP sans avoir recours à d'autres outils plus chronophages. Le développement de tels modèles et outils thermiques pour les concepteurs est l'objet de ce mémoire, organisé en 4 chapitres :

Le chapitre 1 présente les éléments nécessaires pour le calcul des pertes en HF dans les composants planar. Le calcul précis de ces pertes est important du fait qu'elles sont la source d'échauffement et constituent la première entrée des modèles thermiques. Différentes approches de calcul des pertes fer et de pertes cuivre en HF sont abordées et comparées..

Le chapitre 2 se focalise sur les bases de la modélisation thermique en génie électrique (GE) et plus particulièrement appliquée aux composants magnétiques. Il met en évidence l'intérêt de la modélisation thermique ainsi que les différentes approches disponibles dans la littérature. Cet état de l'art sur la modélisation thermique des composants magnétiques a été utilisé pour orienter nos travaux en prenant en compte les particularités géométriques et les spécificités des CMP.

Le chapitre 3 propose un modèle thermique par résistance thermique globale pour les composants planar refroidi par convection naturelle. Ce type de modèle est très utile pour un dimensionnement rapide des CMP. Le comportement de cette résistance thermique globale est d'abord abordé à l'aide d'un modèle numérique CFD. Les résultats de ce modèle sont ensuite utilisés pour établir un modèle analytique prenant en compte la température et les pertes du composant. Un tel modèle analytique peut s'avérer très utile notamment lors d'un processus de dimensionnement optimal d'un composant magnétique planar.

Le dernier chapitre présente le développement d'un modèle de type réseau nodal automatisé. Ce dernier permet d'obtenir la distribution de température au sein du composant en s'adaptant à la géométrie du composant et aux différents types de conditions aux limites. Les étapes successives de sa dérivation et de son application sont détaillées. Le modèle développé, appelé RTNA (pour Réseau Thermique Nodal Automatisé) est ensuite validé à l'aide de simulations éléments-finis et d'essais expérimentaux sur deux prototypes de transformateurs.

Enfin, les différentes avancées de ces travaux sont reprises en conclusion de ce manuscrit. Des perspectives de travail et autres points encore bloquant, liés à la thermique des CMP, sont alors évoqués.

# Chapitre 1

## Pertes dans les composants magnétiques planar

## **1.1 Introduction**

La prédétermination des pertes est un point clé du dimensionnement des composants et des convertisseurs d'électronique de puissance. En plus d'impacter sur le rendement des structures à découpage, les pertes dans les composants engendrent une élévation de température qu'il faut être capable de maitriser en associant, aux composants et aux convertisseurs, un système de refroidissement adéquat. A l'heure de l'efficience énergétique, ces problématiques de pertes et de rendement sont devenues un enjeu majeur lors de la conception de systèmes électriques.

Les composants magnétiques planar n'échappent pas à ces règles. Leur fonctionnement en hautes fréquences (HF) est source de pertes dans les conducteurs du bobinage (pertes cuivre) et de pertes dans le matériau magnétiques (pertes fer). Il est donc primordial d'être capable prédire ces différentes pertes afin de garantir le bon fonctionnement des composants et leur intégration dans des convertisseurs.

Chapitre 1Pour ce qui concerne les pertes cuivre, il existe différentes méthodes analytiques et numériques permettent de les calculer dans un composant magnétique, et sont adaptables aux composants magnétiques planar. Les méthodes analytiques sont toutes basées sur l'hypothèse d'un champ magnétique unidirectionnel dans la fenêtre de bobinage. Cette hypothèse a fait son apparition en 1966 à travers la formulation de Dowell [8] qui a, par la suite, inspiré bon un nombre d'autres méthodes reprenant des hypothèses similaires. En parallèle, avec le développement des ressources informatiques, des méthodes numériques ont aussi été développées en 2D et en 3D pour l'estimation des pertes cuivre dans les composants magnétiques HF.

Pour les pertes fer, Steinmetz a proposé une formulation en 1950 [9] pour des matériaux magnétiques soumis à une excitation sinusoïdale. Cette méthode reste très utilisée et a servi de base pour le développement d'autres formulations, permettant notamment de prendre en

compte les excitations non sinusoïdales, très présentes dans les convertisseurs d'électronique de puissance.

Ce chapitre présentera donc en détails les différentes approches et méthodes pour le calcul des pertes cuivre et fer dans les composants magnétiques HF. Ces approches seront analysées et comparées à l'aide de cas pratiques en vue de conclure sur leur précision et leurs applications dans le cas de composants magnétiques planar.

## 1.2 Modèles de Pertes Cuivre HF

En basse fréquence (BF), le courant dans un conducteur se répartit uniformément sur toute la section d'un conducteur. Cette répartition correspond à un niveau de pertes minimal dans les conducteurs. Le fonctionnement en HF des composants magnétiques planar va engendrer des pertes supplémentaires, liées à des effets HF, qu'il faut être capable de comprendre et de modéliser.

## **1.2.1 Effets haute fréquence dans les conducteurs**

Pour modéliser ces pertes, il est nécessaire d'analyser les effets HF qui vont modifier la répartition de la densité de courant dans les conducteurs, ainsi que leur impact sur les performances des composants.

## 1.2.1.1 Effet de peau et de proximité

Sous l'effet d'excitation HF, deux effets font leur apparition dans les conducteurs : L'effet de peau (Figure 1-1) et l'effet de proximité (Figure 1-2).







Figure 1-2 : Effet de proximité [10]

Le premier, aussi appelé effet Kelvin, est lié à la variation de la profondeur de pénétration du champ d'induction magnétique avec la fréquence. En effet, le courant qui traverse le conducteur crée un champ magnétique qui induit un courant supplémentaire venant s'additionner au courant initial. Le courant résultant se concentre alors à la périphérie du conducteur, d'où l'apparition de cet effet dit pelliculaire (Figure 1-1). Pour un conducteur

donné, plus la fréquence est élevée, plus l'effet est marqué, le courant se répartissant pratiquement sur une épaisseur appelée épaisseur de peau  $\delta$  (1-1)

$$\delta = \sqrt{\frac{2}{\omega \sigma \mu}} \tag{1-1}$$

Avec

 $\omega = 2\pi f$ , *f* étant la fréquence en [Hz]

 $\sigma$ : Conductivité du matériau en [S.m], dans le cadre de cette thèse nous utilisons le cuivre comme matériau pour les conducteurs avec :  $\sigma_{Cu} = 59,6 \ 10^6 \ S.m^{-1}$ 

 $\mu$ : Perméabilité du matériau [H/m]

Le second effet (Figure 1-2) apparait en présence de plusieurs conducteurs. Lorsqu'un premier conducteur est parcouru par un courant HF, ce dernier génère un champ qui va traverser le ou les conducteurs à proximité et induire des courants qui vont circuler dans ces derniers. Dans les composants magnétiques, cet effet de proximité est bien entendu majoritaire, de par la présence de plusieurs conducteurs, dans une fenêtre de bobinage.

#### **1.2.1.2 Impact sur les pertes**

Pour illustrer ces deux effets, La Figure 1-3 présente les résultats de simulations éléments finis (FEM) pour des conducteurs ronds et des conducteurs de forme rectangulaire. L'effet de peau est représenté sur la Figure 1-3(a) où l'effet pelliculaire est clairement identifiable. Pour illustrer l'effet de proximité, sur la Figure 1-3(b), les conducteurs sont alimentés par un courant de même sens tandis que sur la Figure 1-3(c), les conducteurs sont alimentés par des courants de sens opposés. Ces deux exemples représentent, respectivement, l'effet de proximité pour des conducteurs d'un même enroulement ou dans le cas d'enroulements différents pour un transformateur.



Figure 1-3 : Densité de courant pour des conducteurs ronds et rectangulaires soumis aux effets HF : (a) Effet de peau pour un conducteur seul (b) Effet de proximité pour 2 conducteurs parcourus par des courants de même sens (c) Effet de proximité pour 2 conducteurs parcourus par des courants de sens opposés

Ces effets HF induisent une augmentation de la résistance équivalente ( $R_{eq}$ ) des enroulements (1-2) En effet, comme on peut le voir sur la Figure 1-3, la section utile des conducteurs dans laquelle circule le courant est réduite.

$$R_{eq} = \rho \frac{l_{cond}}{S_{utile}} \tag{1-2}$$

Avec

 $\rho = \frac{1}{\sigma}$ : Résistivité du matériau [ $\Omega$ .m]

l<sub>cond</sub> : Longueur du conducteur [m]

 $S_{utile}$ : Surface dans laquelle la densité de courant n'est pas nulle [m<sup>2</sup>]

Pour un conducteur ou un enroulement donné, cette augmentation de résistance est généralement quantifiée par une grandeur appelée facteur résistif (1-3).

$$F_R(f) = \frac{R_{AC}(f)}{R_{DC}}$$
(1-3)

Avec

 $R_{AC}(f)$ : Résistance équivalente à la fréquence de calcul en  $\Omega$ 

 $R_{DC}$ : Résistance équivalente BF, lorsque la densité de courant est constante sur toute la section du conducteur en  $\Omega$ 

### 1.2.1.3 Mise en équations

Pour comprendre l'origine et le fondement théorique des calculs de pertes cuivre, il faut rappeler les équations de Maxwell dans le cadre de l'approximation des régimes quasi-stationnaires [11].

$$rotH = J \tag{1-4}$$

$$div\boldsymbol{B} = 0 \tag{1-5}$$

$$rotE = -\frac{\partial B}{\partial t}$$
(1-6)

$$div \mathbf{J} = 0 \tag{1-7}$$

Avec

**E** : Champ électrique [V/m]

**B** : Induction magnétique [*T*]

**H** : Champ magnétique [*A*/*m*]

**J** : Densité de courant  $[A/m^2]$ 

Pour compléter ces équations, il faut aussi tenir compte des relations entre les différentes grandeurs liées aux les lois de comportement des matériaux :

$$\boldsymbol{B} = \boldsymbol{\mu}\boldsymbol{H} \tag{1-8}$$

$$\boldsymbol{D} = \boldsymbol{\varepsilon} \boldsymbol{E} \tag{1-9}$$

$$\boldsymbol{J} = \boldsymbol{\sigma} \boldsymbol{E} \tag{1-10}$$

Avec

**D** : Densité des champs  $[C/m^2]$ 

 $\mu$ : Perméabilité magnétique [*H*/*m*]

 $\varepsilon$ : Permittivité électrique [*F*/*m*]

 $\sigma$  : Conductivité électrique [*S*/*m*]

Nous avons la relation mathématique suivante :

$$rot(rotE) = grad(div(E)) - \Delta E$$
(1-11)

Et puisque :

$$grad(div(E)) = 0 \tag{1-12}$$

Alors :

$$rot(rotE) = -\Delta E \tag{1-13}$$

D'autre part :

$$rot(rotE) = rot\left(-\frac{\partial B}{\partial t}\right)$$
 (1-14)

Ce qui donne :

$$rot(rotE) = -\frac{\partial rot(B)}{\partial t}$$
 (1-15)

En remplaçant B à partir de la loi de comportement (1-8) nous obtenons :

$$rot(rotE) = -\mu \frac{\partial rot(H)}{\partial t}$$
(1-16)

Ensuite, en substituant H à partir de l'équation de Maxwell-Ampère (1-4) l'équation (1-16) devient :

$$rot(rotE) = -\mu \frac{\partial J}{\partial t}$$
(1-17)

A partir des deux relations (1-3) et (1-17) nous pouvons finalement écrire :

$$\Delta \boldsymbol{E} = \mu \frac{\partial \boldsymbol{J}}{\partial t} \tag{1-18}$$

A partir de loi de comportement (1-10), en remplaçant *E*, l'équation décrivant le comportement de la densité de courant J est obtenue :

$$\Delta \boldsymbol{J} = \sigma \mu \frac{\partial \boldsymbol{J}}{\partial t} \tag{1-19}$$

L'équation obtenue (1-19) est appelée l'équation de diffusion. Elle servira de base aux formulations analytiques des cas particuliers qui seront présentés par la suite.

## **1.2.2 Calculs analytiques**

Nous allons maintenant détailler quelques exemples de calcul. Trois cas seront étudiés : Le conducteur cylindrique seul, le conducteur rectangulaire seul et un agencement de conducteurs via la méthode de Dowell. Pour ces différents exemples, les conducteurs seront supposés de de longueur infinie.

### **1.2.2.1** Conducteur cylindrique

Pour un conducteur rond (Figure 1-4), on se place en coordonnées cylindriques. Le conducteur, de rayon R, est considéré de longueur (l) infinie et la densité de courant (J) le parcourant est unidirectionnelle.



Figure 1-4: Conducteur cylindrique avec densité de courant unidirectionnelle

L'équation (1-19) peut alors s'écrire sous la forme :

$$\frac{\partial^2 J}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial J}{\partial r} - \sigma \mu \frac{\partial J}{\partial t} = 0$$
 (1-20)

On se place en régime harmonique où la densité de courant peut s'écrire sous forme complexe :

$$J = |J|e^{j\omega t} \tag{1-21}$$

L'équation (1-20) peut alors s'écrire :

$$\frac{\partial^2 J}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial J}{\partial r} - j\omega \sigma \mu J = 0$$
(1-22)

Qui peut aussi se mettre sous la forme :

$$\frac{\partial^2 J}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial J}{\partial r} + k^2 J = 0$$
(1-23)  
Avec  $k^2 = -\omega \sigma \mu$  et  $k = \sqrt{-j\omega \sigma \mu} = \frac{1-j}{\delta}$ ,

L'équation (1-23) est une équation de Bessel d'ordre zéro. Sa solution peut s'écrire sous la forme :

$$J(r) = C J_0(kr) \tag{1-24}$$

Avec

 $J_0$ : Fonction de Bessel d'ordre 0

C : Constante à déterminer.

Rappelons ici qu'une fonction de Bessel d'ordre n est donnée par [12]:

$$J_n(x) = \left(\frac{x}{2}\right)^n \sum_{i=0}^{+\infty} \frac{(-1)^i}{\Gamma(i)\Gamma(n+i)} \left(\frac{x}{2}\right)^i$$
(1-25)

Pour déterminer la constante C de l'équation (1-24), nous intégrons J sur l'ensemble de la section du conducteur afin d'exprimer le courant total I:

$$I = \int_{S} J \, ds = 2\pi \int_{0}^{R} C \, J_{0}(kr) \, r \, dr \tag{1-26}$$

Ce qui donne :

$$I = \frac{2\pi}{k} C R J_1(kR)$$
 (1-27)

Avec  $J_1$  la fonction de Bessel d'ordre 1.

D'où l'expression de la constante *C* :

$$C = \frac{k I}{2\pi R} \frac{1}{J_1(kR)}$$
(1-28)

Au final, la densité de courant s'écrit donc :

$$J(r) = \frac{k I}{2\pi R} \frac{J_0(kr)}{J_1(kR)}$$
(1-29)

En réintroduisant l'expression de k, on peut faire apparaitre le rapport entre la distance radiale et l'épaisseur de peau :

$$J(r) = \frac{(1-j)I}{2\pi R\delta} \frac{J_0\left(\frac{(1-j)r}{2\delta}\right)}{J_1\left(\frac{(1-j)R}{2\delta}\right)}$$
(1-30)

Afin d'illustrer ce résultat, la Figure 1-5 (a) présente l'évolution de la densité de courant en fonction de la coordonnée radiale *r* pour un conducteur cylindrique en cuivre ( $\sigma = 59,6 \ 10^6 \ S. m^{-1}$ ) de rayon 0.5mm, traversé par un courant de *IA* efficace . Cette évolution est tracée pour différentes valeurs de fréquences : 1kHz (correspondant à une épaisseur  $\delta = 2.07mm$ ), 100kHz ( $\delta = 207\mu m$ ), 500kHz ( $\delta = 92.8\mu m$ ) et 1MHz ( $\delta = 65.6\mu m$ ). Ces mêmes densités de courant sont présentées de manière normalisée (*J/J<sub>max</sub>*) sur la Figure 1-5 (b).



Figure 1-5 : Densité de courant (a) et densité de courant normalisée (b) en fonction de la coordonnée radiale r du conducteur cylindrique

Sur ces différentes courbes, l'effet de peau apparait clairement. Pour quantifier son impact sur l'augmentation de la résistance apparente du conducteur, on introduit les fonctions de Kelvin-Bessel [12] définies par :

$$J_n((1-j)x) = ber_n(x) + j bei_n(x)$$
(1-31)

Les pertes dans le conducteur cylindrique peuvent être calculées par :

$$P_{d} = \int_{0}^{R} \int_{0}^{2\pi} \int_{0}^{l} \frac{1}{\sigma} |J(x)|^{2} r dr d\theta dz$$
 (1-32)

Ce qui donne :

$$P_{d} = \frac{l I^{2}}{2\sqrt{2}\pi\sigma R\delta} \frac{ber\left(\frac{R}{\delta}\right)bei'\left(\frac{R}{\delta}\right) - bei\left(\frac{R}{\delta}\right)ber'\left(\frac{R}{\delta}\right)}{\left(bei'\left(\frac{R}{\delta}\right)\right)^{2} + \left(ber'\left(\frac{R}{\delta}\right)\right)^{2}}$$
(1-33)

Cette expression peut être réécrite sous la forme (1-34), en faisant apparaitre la résistance en régime continu  $R_{DC}$  (1-35).

$$P_{d} = R_{DC} \frac{R}{2\sqrt{2}\delta} \frac{ber\left(\frac{R}{\delta}\right)bei'\left(\frac{R}{\delta}\right) - bei\left(\frac{R}{\delta}\right)ber'\left(\frac{R}{\delta}\right)}{\left(bei'\left(\frac{R}{\delta}\right)\right)^{2} + \left(ber'\left(\frac{R}{\delta}\right)\right)^{2}} I^{2} = R_{AC} I^{2}$$
(1-34)

Avec :

$$R_{DC} = \frac{l}{\sigma \pi R^2} \tag{1-35}$$

Le facteur résistif  $F_r$  défini en (1-3) s'écrit alors :

$$F_{r} = \frac{R_{AC}}{R_{DC}} = \frac{R}{2\sqrt{2}\delta} \frac{ber\left(\frac{R}{\delta}\right)bei'\left(\frac{R}{\delta}\right) - bei\left(\frac{R}{\delta}\right)ber'\left(\frac{R}{\delta}\right)}{\left(bei'\left(\frac{R}{\delta}\right)\right)^{2} + \left(ber'\left(\frac{R}{\delta}\right)\right)^{2}} + \left(1-36\right)$$

Le facteur résistif d'un conducteur rond +(1-36), est fonction de son rayon et de l'épaisseur de peau donc de la fréquence du courant qui le traverse. La Figure 1-6 représente l'évolution de ce facteur avec la fréquence pour trois conducteurs de rayons 0,2, 0,5 et 1 mm respectivement. Nous remarquons que ce facteur résistif est unitaire en basse fréquence, en suite il augmente significativement avec la fréquence, et plus le rayon du conducteur est grand, plus son facteur résistif l'est aussi.



Figure 1-6 : Facteur résistif Fr pour trois conducteurs rond de rayon 0,2, 0,5 et 1 mm respectivement

### 1.2.2.2 Conducteur rectangulaire

L'exemple précédent détaillait les calculs pour un conducteur cylindrique seul. Pour nous rapprocher du cas des conducteurs utilisés dans les composants magnétiques planar, nous allons maintenant nous intéresser au cas d'un conducteur de forme rectangulaire.

On suppose donc un conducteur de section rectangulaire et de longueur infinie. La densité de courant est unidirectionnelle suivant l'axe z.



Figure 1-7: Conducteur rectangulaire avec densité de courant unidirectionnelle

Dans ce cas l'équation (1-19) peut alors s'écrire sous la forme :

$$\frac{\partial H}{\partial x^2} - j\omega\sigma\mu H = 0 \tag{1-37}$$

La solution de cette dernière équation est de la forme [12]:

$$H(x) = H_1 e^{\frac{(j+1)x}{\delta}} + H_2 e^{\frac{-(j+1)x}{\delta}}$$
(1-38)

La densité de courant dans le conducteur rectangulaire est donnée par :

$$J(x) = \frac{(1+j)}{2h\delta} \frac{\cosh\left[(1+j)\left(\frac{x}{\delta}\right)\right]}{\sinh\left[\frac{(1+j)}{2}\left(\frac{h}{\delta}\right)\right]}$$
(1-39)

Comme pour l'exemple précédent du conducteur cylindrique, l'évolution de la densité de courant en fonction de l'abscisse x du conducteur rectangulaire d'épaisseur a=1mm est présentée sur la Figure 1-8(a). Dans cet exemple, un courant de 1A efficace est injecté dans le conducteur pour différentes fréquences (Figure 1-8(a)) : 1kHz (correspondant à une épaisseur  $\delta = 2.07mm$ ), 10kHz ( $\delta = 656\mu m$ ), 100kHz ( $\delta = 207\mu m$ ), 500kHz ( $\delta = 92.8\mu m$ ) et 1MHz ( $\delta = 65.6\mu m$ ). Ces mêmes densités de courant sont présentées de manière normalisée ( $J/J_{max}$ ) sur la Figure 1-8(b).



Figure 1-8 : Densité de courant (a) et densité de courant normalisée (b) en fonction de l'abscisse x du conducteur rectangulaire

Pour ce conducteur rectangulaire, l'effet de peau apparait ainsi clairement, la densité de courant ayant tendance de concentrer à l'extérieur du conducteur. Pour évaluer l'impact de cette répartition sur les pertes, on revient à la définition de la loi d'Ohm. Les pertes dans le conducteur sont données par la relation (1-40):

$$P_d = \int_{-h/2}^{-h/2} \int_0^a \int_0^b \frac{1}{\sigma} |J(x)|^2 \, dx \, dy \, dz \tag{1-40}$$

Ce calcul donne :

$$P_{d} = \frac{b I^{2}}{2 \sigma a \delta} \frac{\sinh\left(\frac{h}{\delta}\right) + \sin\left(\frac{h}{\delta}\right)}{\cosh\left(\frac{a}{\delta}\right) - \cos\left(\frac{a}{\delta}\right)}$$
(1-41)

Pour faire apparaitre les résistances  $R_{DC}$  et  $R_{AC}$  du conducteur rectangulaire, les pertes peuvent être mises sous la forme :

$$P_{d} = R_{DC} \frac{1}{2} \frac{h}{\delta} \frac{\sinh\left(\frac{h}{\delta}\right) + \sin\left(\frac{h}{\delta}\right)}{\cosh\left(\frac{a}{\delta}\right) - \cos\left(\frac{a}{\delta}\right)} I^{2} = R_{AC} I^{2}$$
(1-42)

Avec  $R_{DC}$  la résistance en régime continu donnée par :

$$R_{DC} = \frac{b}{\sigma \ a \ h} \tag{1-43}$$

Finalement, le facteur résistif Fr se déduit de l'expression (1-42):

$$F_r = \frac{R_{AC}}{R_{DC}} = \frac{1}{2} \left(\frac{h}{\delta}\right) \frac{\sinh\left(\frac{h}{\delta}\right) + \sin\left(\frac{h}{\delta}\right)}{\cosh\left(\frac{h}{\delta}\right) - \cos\left(\frac{h}{\delta}\right)}$$
(1-44)

Le facteur résistif d'un conducteur rectangulaire (1-44), est fonction de son épaisseur et de l'épaisseur de peau donc de la fréquence du courant qui le traverse. La Figure 1-9 représente ce facteur résistif pour trois conducteurs de sections  $S=10 \text{ mm}^2$  pour des épaisseurs de 1, 0,4 et 0,1 mm respectivement. Tout comme le cas du conducteur rond, en basse fréquence il est unitaire, et plus l'épaisseur du conducteur est grande, plus le facteur résistif est grand et augmente rapidement avec la fréquence.



Figure 1-9: Facteur résistif Fr pour trois conducteurs de sections S=10 mm<sup>2</sup> pour des épaisseurs de 0,1, 0,4 et 1 mm respectivement

Jusqu'ici nous avons traité le cas d'un conducteur seul dans l'espace. Néanmoins un bobinage est constitué de plusieurs conducteurs, ce qui fera l'objet de la partie suivante qui va introduire la méthode de Dowell utilisée à cet effet.

### 1.2.2.3 Méthode de Dowell

Chapitre 1Après ces 2 exemples de conducteurs soumis à des effets de peau, intéressons-nous maintenant aux enroulements de transformateurs composés de

plusieurs conducteurs. Les expressions analytiques permettant la prise en compte des effets HF dans les conducteurs sont basées sur l'hypothèse d'un champ magnétique unidirectionnel. Cette hypothèse est nécessaire pour l'établissement de la solution exacte de l'équation diffusive décrivant la densité du courant dans les conducteurs. Les premiers auteurs ayant donné le fondement théorique de l'expression de la résistance en haute fréquence d'un bobinage multicouches sont Bennet et Larson en 1940 [13].Cependant, la publication la plus citée à nos jours reste celle de Dowell, publiée en 1960 [8]. Nous allons maintenant nous intéresser à cette méthode en détaillant les hypothèses, le principe et bien entendu, ses limites.

### 1.2.2.3.1 Hypothèses du modèle

Considérons une portion de bobinage, constituée d'un certain nombre de conducteurs (Figure 1-10). Le champ magnétique est nul d'un côté du bobinage et maximum à l'autre extrémité. Afin d'établir une solution analytique pour le calcul des pertes dans une portion de bobinage, les hypothèses prises par Dowell sont les suivantes :

- Les couches conductrices sont traversées par un même courant sinusoïdal
- Les couches conductrices ont toutes la même épaisseur
- Le champ magnétique unidirectionnel et tangent aux enroulements (plaques conductrices). Cette hypothèse est valable pour des conducteurs dont l'épaisseur est faible devant leur longueur et leur largeur. Les conducteurs doivent aussi occuper toute la fenêtre de bobinage.



Figure 1-10 : Exemple de portion de bobinage

#### 1.2.2.3.2 Principe de calcul

La portion de bobinage considérée est constituée d'un nombre entier m de conducteurs. Comme nous l'avons mentionné précédemment, ce bobinage est situé entre une force magnétomotrice nulle et une force magnétomotrice maximale (Figure 1-10). Le  $n^{i\dot{e}me}$  conducteur de la portion du bobinage est représenté sur la Figure 1-11.

Le champ magnétique H est régit par l'équation (1-37) dont la solution est donnée par



Figure 1-11 :  $n^{ime}$  conducteur de la portion du bobinage

(1-38). Seules les conditions aux limités diffèrent par rapport au cas d'un conducteur seul dans l'espace. Pour le  $n^{i eme}$  conducteur présenté sur la Figure 1-11. On obtient donc les deux relations suivantes :

$$H(x_{n1}) = H_1 e^{\frac{(j+1)x_{n1}}{\delta}} + H_2 e^{\frac{-(j+1)x_{n1}}{\delta}} = (n-1)H_0$$
(1-45)

$$H(x_{n2}) = H_1 e^{\frac{(j+1)x_{n2}}{\delta}} + H_2 e^{\frac{-(j+1)x_{n2}}{\delta}} = n H_0$$
(1-46)

Avec

$$H_0 = \frac{I}{h} \tag{1-47}$$

Le système formé par ces deux équations (1-45) et (1-47) permet alors de déterminer les valeurs de  $H_1$  et  $H_2$  et d'obtenir l'expression complète de H (1-48) ainsi que la densité de courant dans les conducteurs (1-49).

$$H(x) = \frac{n\sinh\left[(1+j)\frac{h}{\delta}\left(\frac{x}{h}-2n+2\right)\right] - (n-1)\sinh\left[(1+j)\frac{h}{\delta}\left(\frac{x}{h}-2n+1\right)\right]}{\sinh\left[(1+j)\frac{h}{\delta}\right]} H_0 \quad (1-48)$$

$$J(x) = (1+j)\left(\frac{h}{\delta}\right)\frac{(n-1)\cosh\left[-(1+j)\frac{x}{\delta}\right] - n\cosh\left[(1+j)\left(\frac{x}{\delta} - \frac{h}{\delta}\right)\right]}{\sinh\left[(1+j)\frac{h}{\delta}\right]} H_0$$
(1-49)

Les pertes dans les conducteurs sont ensuite déduites de la loi d'Ohm, en intégrant la densité de courant :

$$P_d = \int_0^h \int_0^a \int_0^b \frac{1}{\sigma} |J(x)|^2 \, dx \, dy \, dz \tag{1-50}$$

$$= \frac{b I^2}{\sigma a \delta} \left[ \frac{\sinh\left(2\frac{h}{\delta}\right) + \sin\left(2\frac{h}{\delta}\right)}{\cosh\left(2\frac{h}{\delta}\right) - \cos\left(2\frac{h}{\delta}\right)} + 2(n^2 - n) \frac{\sinh\left(\frac{h}{\delta}\right) - \sin\left(\frac{h}{\delta}\right)}{\cosh\left(\frac{h}{\delta}\right) + \cos\left(\frac{h}{\delta}\right)} \right]$$

Ces pertes peuvent être mises sous la forme (1-51) en faisant apparaître la résistance continue  $R_{DC}$  (1-52).

$$P_{d} = R_{DC} \left[ \frac{h}{\delta} \frac{\sinh\left(2\frac{h}{\delta}\right) + \sin\left(2\frac{h}{\delta}\right)}{\cosh\left(2\frac{h}{\delta}\right) - \cos\left(2\frac{h}{\delta}\right)} + 2(n^{2} - n) \frac{h}{\delta} \frac{\sinh\left(\frac{h}{\delta}\right) - \sin\left(\frac{h}{\delta}\right)}{\cosh\left(\frac{h}{\delta}\right) + \cos\left(\frac{h}{\delta}\right)} \right] I^{2}$$
(1-51)

$$R_{DC} = \frac{b}{\sigma \ a \ h} \tag{1-52}$$

Cette forme permet de faire apparaitre le facteur résistif pour une couche donnée  $Fr_n$  (1-53). Le facteur résistif de la portion de bobinage est obtenu en faisant la moyenne des facteurs résistifs propres à chaque couche (1-54).

$$Fr_{n} = \frac{h}{\delta} \frac{\sinh\left(2\frac{h}{\delta}\right) + \sin\left(2\frac{h}{\delta}\right)}{\cosh\left(2\frac{h}{\delta}\right) - \cos\left(2\frac{h}{\delta}\right)} + 2(n^{2} - n)\frac{h}{\delta} \frac{\sinh\left(\frac{h}{\delta}\right) - \sin\left(\frac{h}{\delta}\right)}{\cosh\left(\frac{h}{\delta}\right) + \cos\left(\frac{h}{\delta}\right)}$$
(1-53)  
$$F_{r} = \frac{1}{m} \sum_{n=1}^{m} Fr_{n}$$
(1-54)

Ce facteur résistif, lié à une portion de bobinage, s'exprime, après calcul, suivant l'expression (1-55). Cette forme permet de faire apparaître deux termes indépendants (1-56), liés pour le premier à l'effet de peau dans le conducteur (1-57) et, pour le second, aux effets de proximité dans le bobinage (1-58).

$$F_r = \frac{R_{AC}}{R_{DC}} = XM_1(X) + 2X\frac{(m^2 - 1)}{3}M_2(X)$$
(1-55)

$$c \qquad M_1(X) = \frac{\sinh(2X) + \sin(2X)}{\cosh(2X) - \cos(2X)} \qquad M_2(X) = \frac{\sinh(X) - \sin(X)}{\cosh(X) + \cos(X)} \qquad X = \frac{h}{\delta}$$

$$F_r = F_{rpeau} + F_{rproximit\acute{e}}$$
(1-56)

$$F_{r peau} = XM_1(X) \tag{1-57}$$

$$F_{r \, proximit\acute{e}} = 2X \frac{(m^2 - 1)}{3} M_2(X) \tag{1-58}$$

Avec

Les pertes par effet de proximité (1-58) dépendent logiquement du nombre m de conducteurs par portion de bobinage. Ainsi, ces pertes dépendent fortement de l'imbrication des différentes couches conductrice dans la fenêtre du transformateur. En effet, plus m est faible, plus l'augmentation de résistance due à ces effets de proximité sera réduite. Pour m=1, les couches conductrices du primaire et du secondaire sont alternées une à une. L'imbrication est alors maximale et les effets HF entre couches sont réduits à leur minimum.

La Figure 1-12 représente l'évolution du facteur résistif Fr en fonction du rapport X, image de la fréquence, pour différents nombres de couches/conducteurs. Sur cette figure, trois zones différentes apparaissent. En basse fréquence, le facteur résistif est unitaire. Par conséquent, la résistance est égale, ou pratiquement égale à la résistance continue  $R_{DC}$ . En moyenne fréquence, le facteur résistif augmente rapidement avec la fréquence. La pente est importante sur les courbes de la Figure 1-12. Enfin, pour des fréquences supérieures, le facteur résistif continue d'augmenter en fonction de X mais avec une pente moins marquée que dans la zone intermédiaire.



Figure 1-12 : Evolution du facteur résistif Fr en fonction de X=h/δ pour différentes nombres de conducteurs *m* 

La Figure 1-13 représente le rapport entre la partie du coefficient Fr représentant l'effet de proximité et la partie représentant l'effet de peau. De manière évidente, en HF, plus le nombre de conducteurs dans la portion de bobinage est élevé, plus l'effet de proximité domine l'effet de peau.



Figure 1-13 : Evolution du rapport entre la part de facteur résistif due à l'effet de proximité et celui due l'effet de peau

### 1.2.2.3.3 Facteur de porosité

Le modèle de Dowell présenté dans les paragraphes précédent, est basé sur l'hypothèse d'un champ unidirectionnel et tangentiel aux conducteurs. Pour remplir cette condition, les conducteurs dans la fenêtre de bobinage sont supposés être de même taille et remplir complètement la largeur de la fenêtre de bobinage. En pratique, dans les composants magnétiques, les spires sont réalisées en connectant sur une même couche, plusieurs conducteurs en série (Figure 1-14). Dowell a ainsi défini une transformation permettant de passer d'une couche de plusieurs conducteurs à une plaque équivalente, en introduisant un facteur de remplissage, appelé facteur de porosité  $\eta$  (1-59). Ce facteur tient compte du nombre N de conducteurs, de leur largeur a, ainsi que de la largeur l de la fenêtre de bobinage du transformateur (Figure 1-14).



Figure 1-14 : Transformation de plusieurs conducteurs rectangulaires en une plaque équivalente

Ainsi, à partir de ce facteur de porosité (1-59), une nouvelle variable X' est définie (1-60) pour remplacer le rapport X entre l'épaisseur des conducteurs h et l'épaisseur de peau  $\delta$ .

$$X' = \sqrt{\eta}X = \sqrt{\eta} \frac{h}{\delta}$$
(1-60)

La Figure 1-15 représente le facteur résistif Fr calculé par la formule de Dowell, pour différentes valeurs du facteur de porosité  $\eta$ . Nous constatons que plus le facteur de porosité est grand, plus le facteur résistif est grand. L'application de la formule de Dowell sans la prise en compte du remplissage de la fenêtre introduit donc une surestimation des pertes.



Figure 1-15 : Facteur résistif Fr en fonction du facteur de porosité  $\eta$ 

#### 1.2.2.3.4 Limites du modèle

Bien que très utile et pratique, le modèle de Dowell se trouve limité dans certains cas de figure, notamment lorsque l'on s'éloigne des hypothèses de champ unidimensionnel.

- Le premier cas limitant est lié au taux de remplissage dans la fenêtre de bobinage. En effet, le modèle de Dowell ne peut s'utiliser que dans des fenêtres de transformateur dont le taux de remplissage est supérieur à 70%. Pour des valeurs inférieures, des erreurs importantes peuvent apparaître [14].
- Deuxièmement, la méthode de Dowell ne peut s'appliquer en cas de présence d'un entrefer [15],[16],[17]. En effet, un entrefer cause un épanouissement des lignes de champs (effet de frange), qui affecte la densité du courant dans les conducteurs situés à son voisinage (Figure 1-16). Les lignes de champ sont alors modifiées et des pertes supplémentaires sont créées dans les couches de cuivre. La Figure 1-20 présente d'ailleurs l'effet de l'entrefer sur l'évolution du facteur résistif pour une inductance planar. La présence de l'entrefer augmente nettement la résistance HF du bobinage.



Figure 1-16: Densité de courant en présence d'entrefer



Figure 1-17: Evolution du facteur résistif avec la fréquence avec et sans entrefer

Enfin, le modèle de Dowell suppose que les conducteurs soient traversés par des courants de même amplitude. Pourtant, en présence de spires constituées de conducteurs en parallèles, cette hypothèse n'est plus valable. Ce cas de figure apparait très fréquemment dans le cas des transformateur planar. En effet, pour supporter des courants importants, plusieurs spires sont généralement mises en parallèle afin d'augmenter la capacité en courant. La distribution des courants dans les couches est alors loin d'être uniforme, certaines couches pouvant être traversées par des courants nettement plus importants que d'autres [18]. Pour ce type de configuration, il faudra donc plutôt avoir recours à des simulations éléments finis ou à d'autres méthodes comme la méthode du schéma équivalent par plaques [18], par exemple.

### 1.2.2.4 Extension de la méthode et autres modèles

Ces premiers travaux de Dowell ont inspiré de nombreux chercheurs et donné lieux à bon nombre de publications. Parmi les travaux marquants, on peut citer les travaux de Perry [19], Carsten[20] ou encore Vandelac et Ziogas [21] Robert présente d'ailleurs dans sa thèse[3] une synthèse chronologique de ces différents apports.

Plus récemment, Ferreira et al [22] ont repris les mêmes hypothèses que Dowell pour établir un modèle analytique 1D, à l'aide de l'orthogonalité entre l'effet de proximité et celui de peau pour des bobinages possédant un grand nombre de spires. Ils ont aussi introduit un facteur de porosité pour les conducteurs ronds pour améliorer l'expression analytique proposé par Dowell.

En dehors de ces méthodes découlant toutes de l'hypothèse 1D du champ, d'autres auteurs ont travaillé sur des formulations spécifiques pour le calcul des pertes cuivre HF dans les enroulements d'un transformateur. Bahmani et al [23], ont ainsi proposé une méthode pseudo-empirique pour calculer ces pertes cuivre. Cette approche nécessite un grand nombre de simulations éléments-finis, les résultats de ces simulations servant à calculer les paramètres d'un modèle analytique obtenu par régression mathématique. Un tel modèle est difficilement généralisable à toutes les configurations possibles de bobinage. Pour tenir compte d'effets 2D, des modèles semi-analytiques ont été proposés dans [24] et [25]. Ces méthodes sont itératives et nécessitent des intégrations numériques pour le calcul de la distribution des densités de courant. Leurs résultats sont proches de ceux obtenus par simulations éléments finis 2D. Enfin, d'autres types de modèles, basés sur la modélisation de couches conductrices par des circuits équivalents et des réseaux d'impédances, ont été présentés, notamment dans [18], [26] et[27]. L'un des grands avantages de ces modèles, identifiés à partir des lignes de transmission, est leur intégration aisée au sein d'outils de simulation des circuits électriques.

## 1.2.3 Modélisation numérique par éléments-finis

La prise en compte, de manière analytique, des effets 2D dans les enroulements de transformateurs reste très complexe et difficile à mettre en œuvre. Il en est de même pour les aspects 3D avec des formulations qui deviennent rapidement rédhibitoires et non généralisables.

Pour prendre en compte ces effets 2D et/ou 3D, la modélisation numérique par élémentsfinis (FEM) peut être utilisée. Le paramètre principal permettant des calculs numériques corrects est le maillage (ou discrétisation spatiale) du composant. Pour tenir compte des effets HF de peau et de proximité, il faut en effet placer au moins trois mailles dans l'épaisseur de peau du conducteur. Ceci conduit à des maillages très lourds d'un point de vue numérique, contenant un très grand nombre d'éléments. Dans le cas de simulations 3D, on peut aisément imaginer que le nombre de mailles augmente de manière encore plus rapide et peut conduire à des problèmes non solvables. Une des manières permettant d'alléger les modèles numériques et donc les calculs, est de répartir le maillage avec des tailles de mailles variables suivant leur positionnement dans le conducteur. On parle alors de maillage adaptatif. La Figure 1-18 présente un exemple de ce type de maillage, où les couches de mailles sont assez fines à la surface du conducteur, dans l'épaisseur de peau, tandis qu'elles se relâchent lorsqu'elles se rapprochent du centre du conducteur.



Figure 1-18: Exemple de maillage basé sur l'épaisseur de peau

Pour des fréquences allant jusqu'à quelques MHz, l'utilisation de simulations FEM 2D reste très répandue. Les résultats obtenus sont relativement précis, en fonction du maillage utilisé bien entendu, et obtenus avec un temps de calcul raisonnable. Pour ce qui concerne les pertes cuivre, le recours à des simulations 3D ne semble pas indispensable pour les fenêtres de transformateurs entourées de matériau magnétique. Pour montrer ceci, L.Taylor et al [28] ont eu recours à des simulations FEM 2D et 3D pour comparer les densités de courant et facteurs résistifs d'inductances planar. La modélisation était faite pour une large plage de fréquence, atteignant 30MHz. Avec un circuit magnétique, l'écart obtenu entre les modèles 2D et 3D est réduit (quelques % à 1MHz). Cette conclusion n'est cependant pas valable en l'absence de matériau magnétique où les deux types de modélisation divergent alors fortement.

Depuis quelques années, la simulation numérique en 3D de composant planar est rendue possible avec l'accroissement des capacités de calcul et la performance des codes élémentsfinis [29],[27]. Ce type d'étude reste cependant limité en raison de problèmes de complexité de modélisation et de temps de calcul. Des auteurs ont proposé des alternatives à ces simulations 3D approches par multiples simulations 2D pour tenir comptes de ces effets 3D [27],[30],[31].

Enfin, pour réduire les temps de calcul sur des problèmes FEM complexes, des techniques de réduction de modèles peuvent être appliquées. Un exemple d'application dans le cadre des transformateurs planar est notamment présenté en [31] A partir de calculs pour quelques valeurs de fréquences bien choisies (appelés snapshot), il est possible de retrouver la variation d'inductance et des pertes cuivre sur une large plage fréquentielle avec un temps de calcul fortement réduit.

## **1.2.4 Application aux transformateurs planar**

Après avoir détaillé différents approches et modèles pour le calcul des pertes cuivre, nous allons maintenant nous intéresser plus spécifiquement au cas des transformateurs planar en insistant sur l'intérêt de l'utilisation de conducteurs rectangulaires et de l'imbrication de couches pour la réalisation des enroulements. Cette partie se terminera avec un exemple d'application, où différentes modélisations seront comparées à des mesures sur un prototype.

## **1.2.4.1 Intérêt des conducteurs rectangulaires**

Les enroulements des transformateurs planar sont généralement réalisés avec des conducteurs en circuit imprimé (PCB) ou en feuilles de cuivre. Leur forme est donc plutôt rectangulaire, se rapprochant des cas de plaques présentés précédemment. En plus d'un intérêt notable en termes d'intégration et de densité de puissance, les conducteurs de forme rectangulaire présentent un gros avantage en termes de pertes cuivre HF. La Figure 1-19 compare l'évolution du facteur résistif *Fr* dans le cas d'un conducteur rond et d'un conducteur rectangulaire de même surface. Les deux courbes sont tracées à partir des expressions +(1-36) et (1-44) établies dans les paragraphes précédents. Comme on peut le voir sur cette figure, pour les deux types de conducteurs, la résistance augmente nettement avec la fréquence à cause de l'effet de peau. Le conducteur rectangulaire présente cependant un rapport *Fr* moins important en HF par rapport au conducteur cylindrique.

Pour mieux illustrer cet avantage, la Figure 1-20 représente le rapport entre le facteur résistive du conducteur rond et celui du conducteur rectangulaire. Ce rapport croit significativement avec la fréquence. Il se situe entre 1 et 5 pour une plage de fréquence comprise entre 1 Hz et 10 MHz, avec un rapport de 2 autour de 100 kHz.

Ces deux figures illustrent donc clairement l'intérêt d'utiliser des conducteurs de section rectangulaire en HF. Les enroulements des composants planar de section rectangulaire sont donc une solution intéressante pour obtenir de meilleures performances en termes de pertes cuivre HF.



Figure 1-19 : Comparaison des facteurs résistifs d'un conducteur rond et d'un conducteur rectangulaire en fonction de la fréquence



Figure 1-20 : Evolution en fonction de la fréquence du rapport des facteurs résistifs du conducteur rond et de celui rectangulaire de même section

#### 1.2.4.2 Impact de l'imbrication

Un transformateur est constitué de plusieurs enroulements au sein d'une même fenêtre de bobinage. Dans un transformateur planar, les enroulements sont répartis sur différentes couches pouvant chacune contenir plusieurs spires. Il existe alors de nombreuses possibilités pour positionner les différentes couches entre elles. L'imbrication de ces différentes couches de bobinages permet de réduire les pertes cuivre HF dans les transformateur planar. En effet, l'imbrication agit sur l'effet de proximité en compensant localement les ampèrestours. Les champs magnétiques entre les différentes couches sont alors réduits et il en est de même pour les courants induits.

Afin d'illustrer cet effet, nous allons prendre l'exemple d'un transformateur planar constitué de 8 couches dont 4 pour l'enroulement primaire et 4 pour l'enroulement secondaire). Ces couches ont toutes une épaisseur de 0.2 mm et ne contiennent qu'une seule spire par couche, de largeur 7mm. Trois possibilités d'empilement de ces 8 couches sont alors étudiés (Figure 1-21) :

• Le premier cas correspond à une configuration sans imbrication (4p 4s).
- Dans le second cas, les couches sans imbriquées deux à deux (2p 2s 2p 2s).
- Pour le dernier cas, les couches sont imbriquées une à une (1p 1s 1p 1s 1p 1s 1p 1s).

La Figure 1-22 présente l'évolution en fonction de la fréquence du facteur résistif  $F_R$  (1-3) des trois empilements différents, calculé d'une part par le modèle de Dowell et, d'autre part, via un modèle élément finis réalisé sous Ansys Maxwell Pour la formule de Dowell (1-55), les nombres de couches par portion de bobinage sont respectivement m=4, m=2 et m=1.

Le 1<sup>er</sup> cas présente un facteur résistif plus important que les deux autres en raison de l'absence de l'imbrication entre les couches des enroulements. Les  $3^{\text{ème}}$  cas, quant à lui, possède le facteur résistif le plus faible grâce à l'imbrication maximale des couches. Le  $2^{\text{ème}}$  cas se situe entre ceux des deux cas extrêmes.



Figure 1-21: Imbrication des couches conductrices et distribution de la force magnétomotrice (FMM)



Figure 1-22: Comparaison des facteurs résistifs des 3 empilements avec différents niveaux d'imbrication

Cette simple comparaison met en évidence la nécessité de jouer sur le positionnement des conducteurs pour limiter les pertes HF dans les conducteurs. D'un point de vue pratique, il faut cependant noter que l'imbrication totale des couches conductrices peut poser certains problèmes, notamment en termes de connexions entre les différentes couches. Certains cas seront technologiquement difficilement réalisables. Le design des enroulements en PCB ou feuille de cuivre est finalement complexe et nécessite une réelle réflexion.

#### 1.2.4.3 Exemple d'application

Dans cette partie nous allons traiter l'exemple d'un transformateur planar de 2kVA, conçu pour fonctionner à 100 kHz sous une tension sinusoïdale. Les conducteurs sont réalisés en feuilles de cuivre de 0,35 mm d'épaisseur et sont donc de forme rectangulaire. Toutes les couches sont imbriquées pour minimiser les pertes HF. Le primaire est constitué de 4 couches conductrices mises en série, chaque couche contenant 4 conducteurs. Au total, le primaire contient donc 16 spires. Le secondaire est, quant à lui, composé de 4 couches d'un seul conducteur chacune. Toutes ces couches sont mises en parallèles pour ne former qu'une seule spire. Le circuit magnétique est un circuit E/PLT 58 de FERROXCUBE, en ferrite de type 3F3 [32]. La fenêtre du transformateur incluant les principales dimensions est décrite sur la Figure 1-23. Le prototype réalisé est présenté sur la Figure 1-24.



Figure 1-23: Description de la fenêtre du transformateur planar



Figure 1-24: Prototype du transformateur 2 kVA

L'objectif de cette étude est de comparer les différents types de modélisation numérique 2D, 3D et modèle de Dowell (1D) sur un cas concret. L'évolution de la résistance primaire, en fonction de la fréquence, avec le secondaire court-circuité, est présentée sur la Figure 1-25. Ces résultats sont comparés à des mesures d'impédances réalisées sur le prototype. Ces mesures sont réalisées sur un pont d'impédance Agilent 4294A [33] sur une plage de fréquences allant de 100 Hz à 1 MHz.



Figure 1-25: Evolution de la résistance primaire avec le secondaire court-circuité - Comparaison des différents modèles et mesure d'impédance.

En BF, les résistances obtenues avec les différents modèles analytiques et numériques, sont quasiment identiques :  $R_{2D} = 70 \ m\Omega$ ,  $R_{3D} = 72,3\Omega$ ,  $R_{Dowell} = 70\Omega$ ). La mesure au pont d'impédance donne une valeur un peu supérieure  $R_{mes} = 89,7\Omega$ . D'un point de vue théorique, cette résistance BF (1-61) se décompose en deux : La première partie correspond à la résistance de l'enroulement primaire ( $R_{prim}$ ) alors que la seconde correspond à l'association de la résistance secondaire ( $R_{sec}$ ) et la résistance propre du court-circuit ( $R_{cct}$ ), les deux étant ramenées au primaire. Mesurés à l'aide d'un Micro Ohmmètre [34], les résistances DC du primaire et du secondaire correspondent bien aux valeurs calculées analytiquement ou par éléments-finis. La différence obtenue avec les mesures au pont d'impédance peut s'expliquer par la résistance du court-circuit, qui modifie sensiblement la valeur de la résistance ramenée au primaire.

$$R_{BF} = R_{prim} + \frac{(R_{sec} + R_{cct})}{\eta^2}$$
(1-61)

Avec  $\eta$  le rapport de transformation du transformateur

En HF, le modèle de Dowell sous-estime fortement les pertes à cause de la non-prise en compte de la répartition des courants dans les couches secondaires en parallèle. Cet effet est confirmé par la Figure 1-26 qui présente le niveau de pertes pour chaque conducteur au

primaire (Figure 1-26(a)) et au secondaire (Figure 1-26(b)) calculées par éléments finis 2D. Les conducteurs ne sont pas sièges du même niveau des pertes. En effet, les premières couches du primaire et du secondaire ont des pertes nettement supérieures à celles des autres couches. Ceci peut s'expliquer par la forte densité de flux magnétique entre ces deux couches comme le montre la Figure 1-27.



Figure 1-26: Distribution des pertes dans les différentes couches conductrices du transformateur. (a) : Conducteurs primaire, (b) : Conducteurs secondaire



Figure 1-27: Champ magnétique dans la fenêtre du transformateur

Les résultats des simulations FEM 2D et 3D sont assez proches. Ces deux modèles sousestiment la résistance du transformateur par rapport aux mesures. La résistance 2D reste inférieure aux deux autres car les effets 3D du bobinage sont négligés ainsi que les connexions entre les différentes couches primaire et secondaire. Le court-circuit au secondaire n'est pas non plus pris en compte par ces simulations éléments finis.

Cet exemple a permis de tester certains modèles de perte cuivre dans un cas concret de transformateur planar. En fonction de l'application, certains modèles pourront être préférés, notamment pour des raisons de précision ou de temps de calcul.

Après cette partie dédiée aux pertes cuivre, nous allons maintenant nous intéresser à l'autre source de pertes dans les composants magnétiques HF, à savoir les pertes dans le matériau magnétique.

# 1.3 Pertes fer dans les noyaux magnétiques HF

Le noyau magnétique, quel que soit son matériaux constituant, est siège de pertes fer. Pour des matériaux utilisés en HF, deux critères sont primordiaux pour le choix d'un matériau magnétique : L'induction à saturation et le niveau des pertes volumiques. Pour le 1<sup>er</sup> critère, plus l'induction sera élevée, plus le nombre de spires pourra être réduit. Les pertes cuivre seront ainsi réduites. Le matériau magnétique le plus utilisé pour les composants planar est la ferrite que l'on va retrouver sous différentes formes de noyau.

# 1.3.1 Noyaux et matériau ferrite pour les transformateurs planar

Les noyaux de type ferrite existent dans de nombreuses formes. Parmi les formes les plus connus, on peut citer les noyaux de type ETD, E, EI, Toroid etc. Les noyaux considérés comme planar sont de forme aplatie. Les formes usuelles utilisées pour les composant planar sont de type EE, ER, EQ et PQ [35] [32]. La Figure 1-28 présente ces 4 formes de noyaux.



Figure 1-28: Formes usuelles de noyaux planar (a) EE, (b) ER, (c) EQ et (d) PQ [6]

Ces noyaux sont disponibles dans différents tailles et différents types de matériaux ferrites dépendant du fabricant. Dans Ferroxcube (Ancien Philips) [32] les principaux matériaux pour les composants planar sont listés dans le Tableau 1-1 avec leur perméabilité initiale et leur induction à saturation à 25°C et leur température de Curie.

Motórioux	Type de noyau		<i>B<sub>sat</sub></i> à 25℃	Température	
Materiaux	disponible	μ <sub>i</sub> a 25 C	(mT)	de Curie (°C)	
3C90	EE, PQ	2300	470	≥220	
3C95	EE, ER, EQ, PQ	3000	530	≥215	
3C96	EE, ER, EQ, PQ	2000	500	≥240	
3F3	EE, ER	2000	440	≥200	
3F4	EE, ER, EQ	900	410	≥220	

Tableau 1-1 : Principaux matériaux ferrite planar de chez Ferroxcube [36]

# 1.3.2 Propriété des matériaux ferrites

Les matériaux ferrites sont basés sur une poudre composée d'oxyde de fer associé soit avec du Manganèse-Zinc (MnZn) soit avec du Nikel-Zinc (NiZn) [37]. Les ferrites utilisées dans les composants d'électronique de puissance sont à base de MnZn, les NiZn étant plutôt destinées à des applications plus haute fréquence, notamment de filtrage CEM.

Les ferrites MnZn possèdent généralement une forte perméabilité relative, typiquement de l'ordre de quelques milliers. Les ferrites possèdent aussi une forte résistivité électrique, de l'ordre de 10<sup>5</sup> Ohm/m. Cette propriété les rend pratiquement isolants et permet de réduire très fortement leurs pertes par courant induit. Leur principal inconvénient est leur faible induction de saturation qui est de l'ordre de 0.4T (Tableau 1-1).

La perméabilité relative des ferrites augmente en fonction de la température (Figure 1-29(a)) avant de tomber brusquement à 1 à la température de Curie Tc, où la ferrite perd complétement ses propriétés ferromagnétiques [32]. Cette température de Curie est généralement située entre 150 et 250°C. L'induction magnétique de saturation, quant à elle, a tendance à diminuer avec la température comme le montre la Figure 1-29(b) pour le cas du matériau 3F3. Sa valeur peut décroître de plus de 40% sous la température de fonctionnement dans certains matériaux.



Figure 1-29 : Propriétés du matériau ferrite 3F3. (a) Perméabilité initiale en fonction de la température et (b) courbe B-H à 25°C et 100°C [32]

#### **1.3.3 Origine des pertes Fer**

Les pertes fer dans les matériaux magnétique proviennent de deux phénomènes principaux. Le premier est lié à l'effet joule et au fait que la conductivité électrique du matériau magnétique est non nul. Le second phénomène est lié à l'hystérésis caractérisant le comportement des matériaux magnétiques. A ces pertes s'ajoutent des pertes supplémentaires dont la détermination reste très complexe [38]. Les fabricants de matériaux donnent des abaques permettant de prédéterminer les valeurs de ces pertes mais dans des cas d'utilisation très spécifiques.

#### **1.3.3.1** Pertes par effet joule

Les pertes par effet joule sont dues aux courants induits dans les matériaux magnétiques. La présence d'un champ magnétique variable crée des courants induits dans le matériau magnétique. Ses pertes peuvent être exprimées à partir de la densité du courant local J et de la conductivité du matériau  $\sigma$  à l'aide de la loi de Joule :

$$P_j = \iiint_V \frac{J^2}{\sigma} \, dv \tag{1-62}$$

Les ferrites présentent une grande résistivité électrique, ce qui limite leur pertes par effet joules et les rend adaptées aux composants magnétiques en HF, et la grande partie des pertes sera plutôt liée à l'effet hystérésis.

#### 1.3.3.2 Pertes par hystérésis

L'une des principales caractéristiques des matériaux magnétiques est la courbe *B-H* présentant un phénomène d'hystérésis [38]. Si l'excitation *H* est assez forte, le matériau magnétique atteint son induction magnétique de saturation  $B_s$ . Quand l'excitation revient à zéro, l'induction magnétique ne s'annule pas. Dans ce cas, le matériau magnétique garde une induction magnétique dite résiduelle ou rémanente  $B_r$ . Enfin, pour annuler l'induction magnétique il faut appliquer un champ magnétique d'excitation de valeur  $\pm H_c$  appelée champ magnétique coercitif.



Figure 1-30 : cycle d'hystérésis d'un matériau magnétique

Lorsque le champ magnétique d'excitation H évolue entre les valeurs  $H_1$  et  $H_2$ , la courbe de l'induction magnétique présente une boucle d'hystérésis entre les inductions  $B_1$  et  $B_2$ . Les pertes énergétiques dues à ce phénomène se traduisent alors par l'équation (1-63). Les pertes en puissance sont ensuite obtenues en multipliant par la fréquence f (1-64). Plus la boucle d'hystérésis est étroite moins les pertes liés à cet effet seront importantes.

$$E_h = \oint H \, dB \tag{1-63}$$

$$P_h = f E_h = f \oint H \, dB \tag{1-64}$$

#### **1.3.3.3 Exemple de données constructeurs**

Les fabricants de matériaux magnétiques donnent, pour leurs différents matériaux, des abaques présentant des valeurs de pertes volumiques exprimées en kW/m<sup>3</sup>. Ces valeurs sont tracées soit en fonction de l'induction crête et paramétrées par la fréquence de sollicitation pour une température donnée (Figure 1-31(a)), soit en fonction de la température pour un couple fréquence/induction crête donné (Figure 1-31(a)). Dans les deux cas, ces courbes sont obtenues pour une sollicitation sinusoïdale du matériau magnétique, ce qui est limitant pour les matériaux utilisés en électronique de puissance, où les formes d'ondes sont plus complexes.



Figure 1-31 : Pertes volumiques du matériau 3F3. (a) en fonction de l'induction magnétique crête pour différentes fréquences à 100°C et (b) en fonction de la température pour différentes fréquences et induction magnétique crête [32]

Ces données peuvent être utilisées à titre indicatif mais donneront un calcul de pertes sousestimé. Il est donc nécessaire d'avoir recours à des modèles plus précis, tenant compte des contraintes liées aux structures d'électronique de puissance. Ces derniers vont permettre une évaluation plus fine des pertes dans les matériaux magnétiques utilisés dans les convertisseurs.

#### 1.3.4 Modèles pour le calcul des pertes fer

Le calcul des pertes fer reste une tache très complexe. Il n'existe pas de théorie pouvant lier les pertes fer à leurs origines physiques microscopique.

Après une présentation rapide du modèle originel de Steinmetz, nous nous intéresserons à ses nombreux dérivés, permettant de palier les limites du modèle initial. Cette partie se terminera par une comparaison de ces différents modèles sur un exemple d'application.

#### 1.3.4.1 Modèle initial de Steinmetz (OSE)

Steinmetz a proposé un modèle simple pour le calcul de pertes fer dans le cas d'une excitation sinusoïdale [9]. Les pertes fer volumiques (W/cm<sup>3</sup>) sont données par l'expression (1-65). Elles sont fonction de l'induction crête  $B_m$  (en Tesla) et de la fréquence f. Trois coefficients sont utilisés dans cette formulation :  $\alpha$ ,  $\beta$  et k(T). Ces derniers sont propres à chaque matériau. Le troisième coefficient dépend aussi de la température T.

A noter que les coefficients  $\alpha$  et  $\beta$  ne sont valables que pour des plages de fréquences et d'induction maximale définies.

$$P_{\nu} = k(T). f^{\alpha}. B_m^{\beta}$$
(1-65)

La dépendance du coefficient k en fonction de la température peut être prise en compte par une expression analytique (1-66). Les coefficients  $c_0$ ,  $c_1 \, \text{et} c_2$  sont alors extraits des données constructeurs. A titre d'exemple, le Tableau 1-2 présente les valeurs de tous les coefficients nécessaires au calcul des pertes fer via la formule de Steinmetz, pour quelques matériaux magnétiques du fabriquant Ferroxcube [36].

$$k(T) = k_c (c_2 T^2 - c_1 T + c_0)$$
(1-66)

Matériaux	Fréquence	k.	α	ß	Co	61	Ca	
1,14,0114,011	[kHz]		UL	Ρ	•0	•1	- 2	
3030	20-100	7,13.10 <sup>-3</sup>	1,42	3,02	4	6,65.10 <sup>-2</sup>	3,65.10-4	
30.30	100-200	7,13.10 <sup>-3</sup>	1,42	3,02	3,8	6,810 <sup>-2</sup>	4.10 <sup>-4</sup>	
3C90	20-200	3,20.10 <sup>-3</sup>	1,46	2,75	2,45	3,1.10 <sup>-2</sup>	1,65.10 <sup>-4</sup>	
3094	20-200	2,37.10 <sup>-3</sup>	1,46	2,75	2,45	3,1.10 <sup>-2</sup>	1,65.10-4	
5074	200-400	2.10-9	2,6	2,75	2,45	3,1.10 <sup>-2</sup>	1,65.10-4	
	100-300	0,25.10 <sup>-3</sup>	1,63	2,45	1,26	1,05.10 <sup>-2</sup>	0,79.10 <sup>-4</sup>	
3F3	300-500	2.10-5	1,8	2,5	1,28	1,05.10 <sup>-2</sup>	0,77.10 <sup>-4</sup>	
	500-1000	3,6.10-3	2,4	2,25	1,14	0,81.10 <sup>-2</sup>	0,67.10 <sup>-4</sup>	
254	500-1000	1.2-4	1,75	2,9	1,15	1,1.10 <sup>-2</sup>	0,95.10 <sup>-4</sup>	
354	1000-3000	1,1.10-11	2,8	2,4	0,67	0,01.10-2	0,34.10-4	

 Tableau 1-2 : Coefficient de Steinmetz pour quelques ferrites de Ferroxcube

La formule de Steinmetz n'est valable que pour une tension sinusoïdale. Cependant, la majorité des signaux d'électronique de puissance sont de forme plus complexe : rectangulaire, triangulaire ou encore trapézoïdale. Pour déterminer les pertes fer dans un noyau sollicité avec ce type de signaux, une décomposition en série de Fourier de l'induction magnétique pourrait être réalisée avant d'appliquer la formule de Steinmetz à chaque harmonique. En fait, les coefficients de la méthode de Steinmetz dépendent de la plage de fréquence (Tableau 1-2). Tous les harmoniques ne pourront donc pas être pris en compte, car ne nous disposons pas de coefficients pour des fréquences très élevées. Ce qui va introduire des erreurs importantes dans le calcul [39].

Pour élargir les champs d'applications de la méthode de Steinmetz, notamment aux composants d'électronique de puissance, d'autres méthodes de calcul de pertes fer, basées sur ces mêmes coefficients, ont vu le jour. Ces dernières seront présentées et comparées par la suite.

#### 1.3.4.2 Améliorations du modèle de Steinmetz

Nous allons présenter ici les méthodes découlant du modèle originel de Steinmetz et proposant chacune des améliorations.

#### 1.3.4.3 Steinmetz modifié (MSE)

einet et al [40] ont proposé la formule de Steinmetz modifiée. Ils ont donc modifié la méthode de Steinmetz en introduisant une fréquence équivalente  $f_{eq}$ . Cette dernière permet de lier les pertes à l'origine physique du phénomène d'hystérésis, à savoir les variations de

l'induction magnétique dans le temps  $\frac{dB}{dt}$ . L'introduction de cette grandeur permet de prendre en compte les formes d'ondes non sinusoïdales pour le calcul des pertes fer.

La moyenne de la variation  $\frac{dB}{dt}$  sur un cycle est donnée par :

$$\langle \dot{B} \rangle = \frac{1}{\Delta B} \oint \frac{dB}{dt} \ dB = \frac{1}{\Delta B} \int_0^T \left(\frac{dB}{dt}\right)^2 dt \tag{1-67}$$

Avec  $\Delta B = B_{max} - B_{min}$  l'écart entre sa valeur maximale et minimale de l'induction magnétique maximale et minimale.

Une fréquence équivalente est définie en normalisant l'équation (1-68) par rapport au cas d'une excitation sinusoïdale :

$$f_{eq} = \frac{2}{\Delta B^2 \pi^2} \int_0^T \left(\frac{dB}{dt}\right)^2 dt$$
 (1-68)

Les pertes sont alors données (1-69) en utilisant les mêmes paramètres de Steinmetz :  $\alpha$ ,  $\beta$  et k(T).

$$P_{\nu} = \left(k(T). f_{eq}^{\alpha - 1}. B_m^{\beta}\right). f$$
(1-69)

On note que pour une forme d'onde sinusoïdale  $f_{eq} = f$  ce que permet de retrouver la formule de Steinmetz originale.

La MSE présente deux limitations majeurs [41]. La première est sa dépendance de la description de la forme d'onde de l'induction magnétique. En effet la même forme d'onde représentée de deux façons mathématiques différentes peut donner deux valeurs de pertes fer complétement différentes. La deuxième limitation est relative sa continuité par rapport aux paramètres décrivant le signal, un changement infinitésimal d'un paramètre peut donner lieu à un grand changement de la valeur des pertes fer.

#### 1.3.4.3.1 Steinmetz généralisé (GSE)

Li et al [41] propose la méthode de Steinmetz généralisée. Cette méthode prend en compte la valeur instantanée de l'induction dans le calcul des pertes :

$$P_{vi}(t) = f(\frac{dB}{dt}, B(t))$$
(1-70)

Cette dernière expression est compatible avec la formule de Steinmetz dans le cas où :

Chapitre 1 Pertes dans les composants magnétiques planar

$$P_{vi}(t) = k_1 \left| \frac{dB}{dt} \right|^{\alpha} B(t)^{\beta - \alpha}$$
(1-71)

Par conséquence, les pertes fer volumique sont données par :

$$P_{\nu} = \frac{1}{T} \int_{0}^{T} P_{\nu i}(t) dt = \frac{1}{T} \int_{0}^{T} k_{1} \left| \frac{dB}{dt} \right|^{\alpha} B(t)^{\beta - \alpha} dt$$
(1-72)

Le paramètre  $k_1$  est calculé par identification en comparant l'équation (1-72) dans le cas d'une forme d'onde sinusoïdale à la formule de Steinmetz (1-65)(1-65).  $k_1$  s'écrit alors :

$$k_1 = \frac{k(T)}{(2\pi)^{\alpha-1} \int_0^{2\pi} |\cos(\theta)|^{\alpha} \cdot |\sin(\theta)|^{\beta-\alpha} d\theta}$$
(1-73)

La SGE s'avère moins précise que la MSE dans certain cas et sa dépendance de B(t) ne permet pas la séparation des boucles en boucles mineures et majeures.

#### 1.3.4.3.2 Steinmetz généralisé amélioré (iGSE)

Venkatachalam et al [42] ont proposé l'Improved Generalized Steinmetz Equation. Ils ont ainsi remplacé la valeur instantanée de l'induction magnétique par sa valeur crête-à-crête, éliminant, de ce fait, la dépendance des pertes de la valeur instantanée de l'induction magnétique B(t) en la remplaçant par l'écart entre sa valeur maximale et minimale  $\Delta B$  dans l'équation (1-72). Les pertes volumiques sont alors données par :

$$P_{\nu} = \frac{1}{T} \int_0^T k_1 \left| \frac{dB}{dt} \right|^{\alpha} \Delta B^{\beta - \alpha} dt$$
 (1-74)

Avec

$$k_{1} = \frac{k(T)}{(2\pi)^{\alpha-1} \int_{0}^{2\pi} |\cos(\theta)|^{\alpha} 2^{\beta-\alpha} d\theta}$$
(1-75)

Une expression approchée de  $k_1$ , pour une valeur de  $\alpha$  comprise entre 0.5 et 3 correspondant aux valeurs usuelles des matériaux ferrite, est donnée à l'aide d'une intégration numérique par :

$$k_1 = \frac{k(T)}{2^{\beta+1} \pi^{\alpha-1} \left( 0.2761 + \frac{1.706}{\alpha + 1.354} \right)}$$
(1-76)

L'expression (1-76) permet de calculer  $k_1$  avec une erreur inférieure à 0,15% par rapport à la valeur exacte calculée avec l'expression (1-75).

# **1.3.4.3.3** Méthode de Steinmetz avec coefficient de forme d'onde (WCSE)

Shen et al [43] ont proposé une autre approche pour tenir compte des formes d'ondes nonsinusoïdales. Ils ont ainsi relié toute forme d'excitation à une excitation sinusoïdale, en introduisant un coefficient de forme (Flux Waveform Coefficient : FWC). Ce dernier représente le rapport des moyennes entre l'induction réelle et l'induction d'une excitation sinusoïdale de même valeur crête. Ce coefficient est défini par (1-77). Pour le calcul des pertes, l'équation de Steinmetz est alors multipliée par ce coefficient de forme (1-78). Cette méthode présente l'avantage majeur d'être très simple à mettre en œuvre.

$$FWC = \frac{\int_0^{T/2} B(t) dt}{\int_0^{T/2} B_{sin}(t) dt}$$
(1-77)

$$P_{\nu} = FWC.\,k.\,f^{\alpha}.\,B_m^{\beta} \tag{1-78}$$

#### **1.3.4.4 Comparaison des différents modèles**

Les différents modèles sont maintenant comparés sur un cas concret. Un matériau magnétique de type 3F3 [32] est sollicité par une tension de type phase shift [44]. La Figure 1-32 présente cette tension avec l'induction magnétique résultante dans le matériau magnétique. Ce signal est à une fréquence de 1 MHz. L'induction maximale est de 25 mT.



Figure 1-32: Tension et induction magnétique

La durée de la phase-shift, où la tension V est nulle, peut être exprimée en fonction de l'angle du phase-shift  $d_{ph}$  et de la période de la tension T (1-79). La Figure 1-33 montre une comparaison des pertes volumiques calculées par les différents modèles, en fonction de l'angle  $d_{ph}$  de la phase shift.

$$t_{ph} = \frac{d_{ph}}{180} * T \tag{1-79}$$



Figure 1-33: Pertes volumiques calculées avec les différents modèles

Pour des angles proches de 0°, le modèle OSE donne des pertes supérieures aux autres modèles. Quand les impulsions deviennent étroites, l'angle du phase-shift augmente et les pertes fer augmentent aussi. Dans ce cas de figure, le modèle OSE donne des pertes inférieures par rapport aux autres modèles. Les modèles MSE, GSE et iGSE présentent la même évolution. Les valeurs de pertes calculées par MSE et iSGE sont très proches et nettement supérieures à celle du modèle la GSE. Quant à la FWC, elle présente une allure linéaire. Ses valeurs sont intermédiaires entre le modèle GSE et l'iSGE.

Tous ces modèles ont été validés dans la littérature pour des cas particulier de composant magnétiques. Les modèles MSE et iGSE ont fait leur preuve et s'avèrent être les modèles les plus adaptés pour l'estimation des pertes fer dans les composants planar en HF [45]-[46].

# **1.4 Conclusion**

Dans ce chapitre, nous nous sommes intéressés au calcul des pertes dans les composants magnétiques d'électronique de puissance, et plus particulièrement dans les composants planar.

Dans un premier temps les approches de calcul pour l'évaluation des pertes cuivre ont été présentées. En se basant sur les effets et les fondements théoriques de ces pertes, différents cas ont été présentés avant d'aborder plus spécifiquement le modèle analytique de Dowell. Ce dernier est très utilisé par les concepteurs de composants magnétiques. Les limitations de cette approche ont aussi été détaillées. Quelques autres modèles, basés sur l'hypothèse 1-D de Dowel ont aussi été présentés succinctement.

Pour un composant sans conducteur parallèle, ni entrefer, la méthode de Dowell permet une estimation rapide des de pertes avec une bonne précision. Dans les autres cas, des modèles éléments-finis 2D constituent une bonne alternative. En effet, ils ne sont pas très

consommateur en termes de temps de réalisation et de calcul, ni en ressources informatiques, pour des fréquences qui ne dépassent pas quelques mégahertz. Les modèles numériques 3D restent limités mais sont indispensables pour certains types spécifiques de composants. Cette partie liée aux pertes cuivre se termine par un exemple concret de transformateur planar, où les différentes modélisations sont comparées à des mesures d'impédances réalisées sur un prototype de 2kVA.

Dans un deuxième temps, les noyaux et matériau ferrite utilisés dans les composants planar ont été introduits. Après avoir explicité les différents effets sources de pertes dans les matériaux magnétiques, différents modèles des pertes fer ont été présentés. Tous ces modèles sont basés sur la méthode originale de Steinmetz. Ils présentent tous l'avantage d'être assez simple à mettre en œuvre, en utilisant des paramètres fournis par les fabricants de matériaux magnétiques.

La précision de ces modèles, tout comme le modèle original, est étroitement liée à la précision des coefficients utilisés. L'autre source d'imprécision est liée à la géométrie du circuit magnétique. En effet, les paramètres du modèle de Steinmetz sont généralement calculés pour un noyau torique. De manière pragmatique, l'influence de la géométrie est en fait limitée car les pertes par courants induits sont négligeables devant les pertes par hystérésis. Dans la littérature, les modèles présentés ont été validés sur un nombre limité de cas de figure. Leurs résultats ne peuvent être garantis pour tous les composants magnétiques à cause de la complexité des mécanismes des pertes fer. Les modèles MSE et iGSE ont été utilisés dans la littérature avec succès et s'avèrent être les meilleurs modèles pour l'estimation des pertes fer.

Le calcul des pertes pour les composants magnétiques planar occupe une place cruciale lors de la phase de dimensionnement. En effet, ces pertes constituent la source de l'élévation de température. Elles sont le point d'entrée entrée de tout modèle thermique. Cette modélisation thermique sera introduite d'une façon générale dans le Chapitre 2 qui présentera ses principes et son application aux composants magnétiques planar.

# Chapitre 2

# Introduction à la modélisation thermique des composants magnétiques planar

# **2.1 Introduction**

La modélisation thermique des composants et convertisseurs d'électronique de puissance (EP) est indispensable au bon fonctionnement de ces derniers. En effet, elle permet l'étude des performances thermiques des composants et des convertisseurs en vue de préserver leur intégrité. Ce type de modélisation est d'autant plus important, à l'heure actuelle, que les challenges de l'EP tournent autour de l'augmentation des densités de puissance [47] et du fonctionnement des convertisseurs dans des environnements sévères, notamment en haute température [48]. Cette problématique se retrouve dans de nombreux domaines d'application tels que le transport, l'aéronautique, le spatial, etc...

L'objectif d'une étude thermique d'un composant est de lui permettre d'accomplir sa fonction, tout en restant en dessous de sa température de fonctionnement maximale et préserver ainsi sa durée de vie. Elle peut être menée pour deux problématiques bien distinctes : la première est liée au dimensionnement du composant et donc à la détermination des caractéristiques géométriques et des propriétés physiques des éléments le constituant. La seconde permet de déterminer les points de fonctionnement critiques du composant, définissant ainsi la zone limite des grandeurs électriques d'entrées (courant, tension, fréquences, etc.) permettant de limiter sa température en dessous d'une température maximale.

Pour les composants magnétiques, le matériau le plus critique d'un point de vue thermique est l'isolant électrique. En effet, sa température de fonctionnement maximale est plus faible que celle des autres matériaux conducteurs et magnétiques (Tableau 2-1). De plus, sa durée de vie est étroitement liée à sa température de fonctionnement. Elle diminue de façon drastique avec l'augmentation de température, comme le montre la Figure 2-1. En général, un dépassement de la température maximale de l'isolant de 10  $^{\circ}C$  entraine une réduction de la durée de vie de l'isolant de moitié. Les références normatives introduisent des classes

d'isolants selon leurs températures maximales de fonctionnement (Tableau 2-2). Ces classes permettent de choisir l'isolant adapté à chaque application.

Matériaux	Température
	maximale [°C]
Cuivre	1084
Ferrite	200-250
Isolant	120-160

Tableau 2-1 : Gamme de température de fonctionnement maximale pour quelques matériaux utilisés dans les composants magnétiques



Figure 2-1 : Durée de vie en fonction de la température pour différentes classes d'isolants selon la norme IEC-60216 [49]

Classe	Température maximale [°C]	Exemple
Y	90	
Α	105	Papier, Coton
E	120	Epoxy résine, polyéthylène,
В	130	Mica, FR4
F	155	
Н	180	
С	>180	Kapton

Tableau 2-2 : Différentes classes d'isolants selon la norme IEC-60216 [49]

Plusieurs approches peuvent être utilisées pour étudier le comportement thermique des composants en EP telles que des approches empiriques, des modèles analytiques à base de réseau de résistances thermiques ou encore des modèles numériques type éléments finis (FEM) et mécanique des fluides numérique (CFD). Les études peuvent être réalisées en régime établi mais aussi en régime transitoire, car les constantes de temps thermiques sont importantes en conception des convertisseurs en EP pour absorber les pics de puissance transitoires. Tous ces modèles nécessitent de connaitre les fondements des transferts thermiques relatifs aux différents types d'échanges se produisant entre les différents milieux impliqués.

Dans tous les cas, l'élaboration d'un modèle thermique est une tâche relativement complexe, le modèle devant prendre en compte plusieurs aspects comme la géométrie du composant, les sources d'échauffement, les propriétés des matériaux le constituant, ou encore ses conditions de fonctionnements. Tous ces aspects doivent être traités de manière méthodique pour une modélisation thermique efficace.

Ce chapitre posera donc les bases de la modélisation thermique appliquée aux composants magnétiques planar (CMP). Après avoir présenté les bases des modes de transfert de chaleur, les différents types de modèles thermiques analytiques et numériques seront introduits et comparés. Un état de l'art sur la modélisation thermique appliquée aux composants magnétiques utilisés en EP sera ensuite proposé, avec une analyse comparative des approches utilisées dans la littérature. Enfin, les CMP possédant des particularités, il sera nécessaire de les intégrer lors de la conception de leurs modèles thermiques. Différentes propriétés (géométriques, matériaux...) seront ainsi mises en avant sur un exemple de modèle thermique FEM d'un prototype de transformateur planar. Une étude de sensibilité et un couplage magnétothermique fort seront réalisés afin d'observer l'influence et la dépendance de différents paramètres. Le chapitre se terminera avec une synthèse des différents types de modélisation thermique dans une optique d'étude des CMP.

# **2.2 Rappel sur les transferts thermiques**

L'étude des transferts thermiques permet de caractériser les échanges d'énergie thermiques entre les systèmes thermodynamiques. Ce type d'étude fait intervenir plusieurs disciplines de la physique : la mécanique, la mécanique des fluides et la thermodynamique. Un certain nombre de ses lois sont établies d'une façon empirique à partir de l'observation de phénomènes physiques et de mesures expérimentales [50],[51].

Après avoir défini les grandeurs et notions de base, nous reviendrons sur les trois modes de transfert thermiques.

# 2.2.1 Définitions des grandeurs

Plusieurs grandeurs interviennent dans l'étude des transferts thermiques :

- La quantité de chaleur (q) est l'énergie thermique transférée pendant un échange thermique. Son unité est le Joule [J].
- Le flux de chaleur (φ) est la quantité d'énergie transférée par unité de temps (2-1). Ce flux thermique φ correspond à une puissance et s'exprime en Watt [W].

$$\phi = \frac{\partial q}{\partial t} \tag{2-1}$$

La densité de flux de chaleur ( $\varphi$ ) correspond au taux de chaleur (énergie thermique) qui traverse une surface donnée S par unité de temps (2-2). Son unité est le [ $W. m^{-2}$ ]

$$\varphi = \frac{1}{S} \frac{\partial q}{\partial t} = \frac{\phi}{S}$$
(2-2)

- La conductivité thermique (λ) est la grandeur caractérisant l'aptitude d'un matériau à conduire la chaleur. Plus elle est grande, meilleure est la conduction de la chaleur par ce matériau. Son unité est le [Wm<sup>-1</sup>K<sup>-1</sup>].
- La chaleur spécifique ou capacité thermique massique (C<sub>p</sub>) est l'énergie thermique nécessaire pour augmenter de 1°C un kilogramme d'un matériau sans changement de pase. Son unité est le [J.kg<sup>-1</sup>.K].

#### 2.2.2 Modes de transfert thermique

Les trois modes de transfert de chaleur à considérer sont la conduction thermique, la convection thermique et le rayonnement (ou transfert radiatif).

#### 2.2.2.1 Conduction thermique

Le transfert de chaleur par conduction s'effectue au sein d'un milieu solide opaque, sans déplacement de matière, sous l'influence d'une différence de température [52]. Cette propagation de chaleur par conduction à l'intérieur d'un corps s'effectue selon deux mécanismes distincts : une transmission par les vibrations des atomes ou des molécules, et une transmission par mouvement des électrons libres.

La conduction thermique dans le cas d'un matériau isotrope et homogène est décrite par la loi de Fourier (2-3). Cette loi affirme que la densité de flux de chaleur  $\varphi$  est proportionnelle à la variation de température. La Figure 2-2 présente l'exemple d'un transfert de chaleur unidirectionnel dans un solide, entre deux faces de températures différentes T<sub>1</sub> et T<sub>2</sub> tel que T<sub>1</sub>>T<sub>2</sub>. Le sens du transfert thermique se fait toujours de la température chaude vers la température froide. Cette propriété se traduit par un signe moins dans l'expression de la loi de Fourier (2-3).

$$\varphi = -\lambda \, \frac{dT}{dx} \tag{2-3}$$

avec :

- $\lambda$ : La conductivité thermique du matériau en [W. m<sup>-1</sup>. K<sup>-1</sup>]
- $\varphi$ : La densité de flux de la chaleur [W. m<sup>-2</sup>]
- *T* : La température [K]



Figure 2-2 : Conduction thermique dans un solide sous une différence de température

La loi de Fourier peut être généralisée pour un transfert de chaleur tri-directionnel. L'équation (2-3) s'écrit alors sous la forme (2-4) :

$$\boldsymbol{\varphi} = -\lambda \, \operatorname{grad} T \tag{2-4}$$

Afin de mettre en équation le phénomène de conduction thermique dans les solides, nous allons prendre l'exemple d'un volume élémentaire d'un solide (Figure 2-3).



Figure 2-3 : différentes énergie dans volume élémentaire V de frontière Γ

Le bilan d'énergie (2-5) représente l'équilibre thermique dans ce volume élémentaire V de frontière surfacique  $\Gamma$ . Il traduit le fait que l'énergie stockée dans le volume (Q<sub>s</sub>) est égale à l'énergie générée (Q<sub>g</sub>) moins l'énergie échangée (Q  $\Gamma$ ) à travers sa surface  $\Gamma$ .

$$Q_s = Q_g - Q_\Gamma \tag{2-5}$$

L'énergie générée dans le volume est calculée en intégrant les pertes volumiques  $q_g$  sur le volume V du solide (2-6). L'énergie échangée à travers la surface externe  $\Gamma$  est exprimée par (2-7). Le sens de la normale  $\vec{n}$  (Figure 2-3) est orienté tel que l'énergie sortante de la frontière  $\Gamma$  soit comptée positivement, pour respecter la convention fixée dans l'équation (2-5). L'énergie stockée dans le volume s'écrit, quant à elle, suivant (2-8).

$$Q_g = \iiint_V q_g \, d\tau \tag{2-6}$$

$$Q_{\Gamma} = \oint_{\Gamma} \boldsymbol{\varphi} \, \boldsymbol{n} \, d\boldsymbol{s} = \oint_{\Gamma} \boldsymbol{\varphi} \, \boldsymbol{ds}$$
(2-7)

$$Q_s = \iiint_V \rho \ C_p \ \frac{\partial T}{\partial t} d\tau \tag{2-8}$$

Où

Cp : chaleur spécifique [J.kg<sup>-1</sup>.K<sup>-1</sup>]

 $\rho$  : chaleur spécifique [kg.m<sup>-3</sup>]

La formule de Green-Ostrogradski permet de réécrire l'expression (2-7) sous la forme d'une intégrale volumique :

$$Q_{\Gamma} = \bigoplus_{\Gamma} \boldsymbol{\varphi} \, \boldsymbol{ds} = \iiint_{V} \, div \, \boldsymbol{\varphi} \, d \tag{2-9}$$

En remplaçant les différentes expressions des énergies dans l'équation (2-5), on obtient :

$$\iiint\limits_{V} \rho C_p \ \frac{\partial T}{\partial t} d\tau = \iiint\limits_{V} q_g \ d\tau - \iiint\limits_{V} div \ \boldsymbol{\varphi} \ d\tau \tag{2-10}$$

Cette équation peut se mettre sous la forme :

$$\rho C_p \,\frac{\partial T}{\partial t} = q_g - div \,\boldsymbol{\varphi} \tag{2-11}$$

Or, d'après la loi de Fourier :

En remplaçant  $\boldsymbol{\varphi}$  par l'expression (2-4), l'équation (2-11) peut s'écrire sous la forme :

$$div \,\boldsymbol{\varphi} = -\lambda \, div \, (grad \, T) = -\lambda \Delta T \tag{2-12}$$

Où  $\Delta T$  est le Laplacien de la température donné par :  $\Delta T = \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2}$ 

On obtient, au final, l'équation de la chaleur (2-13) :

$$\rho C_p \,\frac{\partial T}{\partial t} = q_g + \lambda \,\Delta T \tag{2-13}$$

Cette équation est la loi qui régit la conduction thermique dans les solides. C'est une équation aux dérivées partielles de type diffusif, qui fait intervenir la dérivée temporelle du premier ordre de la température et sa dérivée spatiale du second ordre exprimée par l'opérateur Laplacien. La résolution de cette équation nécessite à la fois des conditions initiales par rapport à la variable temporelle ainsi que des conditions aux limites par rapport aux variables d'espace, selon la géométrie du domaine d'étude.

## 2.2.2.2 Convection thermique

La convection thermique correspond au transfert de chaleur entre un solide et un fluide, l'énergie étant transmise par le déplacement du fluide. Si la conduction thermique suppose la non-déformation de la matière pendant le transfert thermique, ce qui donne lieu à des échanges d'énergie purement thermiques, la convection est le résultat du mouvement d'un fluide, ce qui nécessite de prendre en compte l'énergie mécanique du fluide dans le bilan énergétique.

Un échange convectif est caractérisé par trois équations, appelées les équations de Navier-Stockes présentées dans l'Annexe 2 de cette thèse [7] :

La résolution analytique de ce problème de trois équations n'est possible que dans des cas particuliers nécessitant plusieurs hypothèses et simplifications. Face à la difficulté de résolution exacte de ce système d'équation, des méthodes numériques peuvent être utilisées dans le cadre de la mécanique de fluides numérique (CFD pour Computationnel Fluid Dynamics).

Pour s'affranchir du problème de résolution de ces équations, la loi de Newton (2-14) [52] permet de décrire de manière simple la convection thermique d'une surface avec son environnement (Figure 2-4). Cette loi affirme que le flux thermique par convection est proportionnel à la différence de température entre celle du fluide à l'infini et celle de la surface d'échange. Cette loi est purement comportementale et n'a aucun fondement théorique. Cependant, elle est largement utilisée du fait de sa simplicité.

$$\phi_{conv} = h S \left( T_s - T_\infty \right) \tag{2-14}$$



Figure 2-4 : Echange thermique par convection d'une surface avec son environnement

 $\phi_{conv}$ : Flux de chaleur transmis par convection [W]

h : Coefficient de transfert de chaleur par convection  $[W m^{-2} \circ C^{-1}]$ 

 $T_s$ : Température de surface du solide [°*C*]

 $T_{\infty}$ : Température du fluide loin de la surface du solide [°C]

S : Aire de la surface de contact solide/fluide [m<sup>2</sup>]

L'utilisation de cette formule de Newton (2-14) nécessite de connaitre ou d'identifier la valeur du coefficient de convection h. Ce dernier dépend d'un certain nombre de paramètres :

- propriétés physiques du fluide et de sa température
- la nature de l'écoulement
- forme géométrique de la face de contact solide-fluide
- température de la surface de contact entre le solide et le fluide.

La nature de la convection a une forte influence sur la valeur du coefficient h. Nous distinguons deux types de convection :

- La convection dite « naturelle » : Elle se produit lorsque les mouvements du fluide apparaissent naturellement, en raison des gradients de température entre la surface de contact et le fluide, ou au sein du fluide lui-même.

- La convection dite « forcée » : Elle est engendrée par la circulation du fluide grâce à une action extérieure (pompe, ventilateur...).

Le Tableau 2-3 montre l'ordre de grandeur du coefficient de convection pour l'air et l'eau en convection naturelle et forcée.

Configuration		h [W m <sup>-2</sup> °C <sup>-1</sup> ]
Convection naturelle	air	5-30
Convection naturene	eau	
Convection forcée	air	10-300
Convection forece	eau	300-12000

Tableau 2-3 : Ordre de grandeur du coefficient de transfert par convection

Pour la détermination du coefficient de convection le régime d'écoulement est aussi de première importance. Quelle que soit la nature de la convection, deux régimes d'écoulement peuvent être définis :

- **Régime laminaire :** L'écoulement se fait par couches pratiquement indépendantes (lamelles) (Figure 2-5) d'une façon régulière et dans la même direction.



Figure 2-5: Ecoulement laminaire dans une conduite

- **Régime turbulent :** L'écoulement n'est pas unidirectionnel (Figure 2-6). Seules les deux couches adjacentes aux parois du fluide connaissent un écoulement laminaire.



Figure 2-6 : Ecoulement turbulent dans une conduite

Le coefficient de convection h dépend aussi des propriétés du fluide. Le Tableau 2-4 liste ces différentes propriétés et donne leurs expressions en fonctions de la température T en Kelvin [K] pour l'air.

Variable	Symbole [unité]	Expression en fonction de la température
Masse volumique	$ ho  [kg.m^{-3}]$	<u>352,989</u> T
Coefficient de dilatation thermique	$\beta[K^{-1}]$	$\frac{1}{T}$
viscosité dynamique	μ [Pa.s]	$8,8848.10^{-15}.T^{3} - 3,2398.10^{-11}.T^{2} + 6,2657.10^{-8}.T + 2,3543.10^{-6}$
Conductivité thermique	$\lambda [W.m^{-1}K]$	$1,5207. \ 10^{-11}. \ T^3 - 4,857. \ 10^{-8}. \ T^2 + 1,0184. \ 10^{-4}. \ T - 3,9333. \ 10^{-4}$
Chaleur spécifique du fluide	$C_p \left[ J  k g^{-1} K \right]$	$1,9327. \ 10^{-10}. \ T^4 - 7,9999. \ 10^{-7}. \ T^3 + 1,1407. \ 10^{-3}. \ T^2 \\ - 4,489 * 10^{-1}. \ T + 1,0575. \ 10^3$

#### Tableau 2-4 : propriétés physiques de l'air en fonction de la température

A partir de ces propriétés, des nombres adimensionnels ont été définis [52]. Ces nombre sont listés ci-dessous :

#### • Nombre de Reynolds (R<sub>e</sub>) :

Le nombre de Reynolds représente le rapport entre les forces d'inertie et les forces visqueuses, son ordre de grandeur indique si le régime d'écoulement est laminaire ou turbulent dans le cas de convection forcée.

$$R_e = \frac{\rho \, v_m \, L_c}{\mu} \tag{2-15}$$

Avec :  $v_m$  est la vitesse de l'air en [m/s]

 $L_c$  est la longueur caractéristique

#### • Nombre de Grashof (Gr) :

Le nombre de Grashof concerne le cas de la convection naturelle. Il caractérise le transfert thermique par le mouvement fluidique en calculant le rapport entre les forces de gravité et les forces visqueuses (2-16). Il permet de distinguer le régime laminaire et turbulent dans le cas de la convection naturelle.

$$G_r = \frac{L_c^3 \cdot \rho^2 \cdot g \cdot \beta \cdot \Delta T}{\mu^2}$$
(2-16)

#### • Nombre de Prandtl (Pr) :

Le nombre de Prandtl représente le rapport entre la viscosité cinématique et la diffusivité thermique (2-17). Il indique la vitesse du phénomène thermique par rapport au phénomène mécanique au sein d'un fluide. Un faible nombre de Prandlt signifie alors que le profil de la vitesse n'influence pas le profil de la température dans le fluide.

$$P_r = \frac{\mu \, C_p}{\lambda} \tag{2-17}$$

#### • Nombre de Rayleigh (R<sub>a</sub>) :

Le nombre de Rayleigh caractérise le transfert de chaleur au sein du fluide (2-18). Il précise si l'écoulement est laminaire ou turbulent dans le cas de convection naturelle.

$$R_{a} = G_{r} \cdot P_{r} = \frac{g \cdot \beta \cdot \Delta T \cdot L_{c}^{3}}{\mu^{2}}$$
(2-18)

#### • Nombre de Nusslet (Nu) :

Le nombre de Nusslet représente le rapport entre le transfert thermique convectif et celui conductif au sein du fluide (2-19). La longueur caractéristique ( $L_c$ ) est liée à la géométrie de la surface et à son orientation.

$$N_u = \frac{h.L_c}{\lambda} \tag{2-19}$$

Le coefficient d'échange convectif h peut alors se déduire du nombre de Nusselt. Ce dernier peut être calculé à partir des autres nombres adimensionnels avec des corrélations expérimentales, pour divers types de convection, d'écoulement et de configurations géométriques.

#### Corrélations en convection naturelle :

Dans le cas de la convection naturelle, le nombre Nusslet  $N_u$  dépend du nombre de Grashof et de celui de Prandlt selon la relation (2-20).

$$N_u = C. (G_r. P_r)^n$$
 (2-20)

Où *C* et *n* sont deux constantes données dans le Tableau 2-5, pour différentes configurations géométriques et différentes plages du nombre de Rayleigh  $R_a$  (2-18) [51].

Configuration	$R_a = G_r \cdot P_r$	L <sub>c</sub>	С	n
	$10^{4}$ à $10^{9}$	Houtour	0.59	0.25
Plaque/Cylindre Vertical	$10^9$ à $10^{12}$	Hauteur	0.13	0.33
Cylindre horizontal	$10^{3}$ à $10^{9}$	Diamètre extérieur	0.53	0.25
Plaque horizontale chauffant vers	$10^{5}$ à 2x10 <sup>7</sup>	Largeur	0.54	0.25
le haut	$2 \times 10^{7} a 3 \times 10^{10}$	Largeur	0.14	0.33
Plaque horizontale chauffant vers	$3 \times 10^{5}$ à $3 \times 10^{10}$	Largeur	0.27	0.25
le bas	JX10 a JX10	2	0.27	0.20

 Tableau 2-5 : Corrélations permettant de calculer le nombre de Nusselt pour la convection naturelle

 [51]

Ces relations peuvent être simplifiées pour donner des relations plus simples qui font intervenir la différence de température entre la surface et le fluide  $\Delta T$  comme le montre le Tableau 2-6.

Configuration	Géométrie	h [W.m <sup>-2</sup> .K <sup>-1</sup> ]
---------------	-----------	---



Tableau 2-6 : Corrélations permettant de calculer le coefficient h en convection naturelle pour l'air [51]

#### Corrélations en Convection forcée :

Dans le cas de la convection forcée, le nombre de Nusselt  $N_u$  dépend du nombre de Reynolds et de celui de Prandlt selon la relation (2-21).

$$N_u = C R_e^n P_r^m \tag{2-21}$$

Les constantes C, n et m sont données dans le Tableau 2-7, pour quelques configurations géométriques et différentes plages du nombre de Reynolds [51].

Configuration	R <sub>e</sub>	С	n	m
Autour d'un cylindre circulaire	$40 a 4x 10^3$	0,683	0,466	1/3
Autour u un cymure circulaire	$4x10^{3}$ à $4x10^{3}$	0,193	0,618	1/3
Autour d'un cylindre de section carrée	5x10 <sup>3</sup> à 5x10 <sup>5</sup>	0,102	0,675	1/3
Autour d'une plaque verticale	4x10 <sup>3</sup> à 15x10 <sup>3</sup>	0,228	0,751	1/3

Tableau 2-7 : Corrélations permettant de ca	llculer le nombre de Nusselt pour la conv	vection forcée [51]
---	---	---------------------

#### 2.2.2.3 Transfert thermique par rayonnement

Le transfert thermique par rayonnement est un transfert d'énergie sous forme d'ondes électromagnétiques. Il dépend des propriétés de la surface et de son orientation. Pour une surface S (Figure 2-7), l'échange thermique est donné par la loi de Stephan (2-22) [51].



Figure 2-7 : Echange thermique par rayonnement d'une surface avec son environnement

$$\phi_{ray} = \sigma \varepsilon S \left( T_s^4 - T_\infty^4 \right) \tag{2-22}$$

Avec :

 $\phi_{rav}$ : Flux de chaleur transmis par rayonnement [W]

 $\sigma$  : Constante de Stephan [5,6710<sup>-8</sup> W m<sup>-2</sup> K<sup>-4</sup>]

 $\varepsilon$ : Facteur d'émission de la surface

 $T_s$ : Température de surface du solide [K]

 $T_{\infty}$ : Température ambiante [K]

Apres avoir présenté le différent mode de transfert thermique, nous présentons dans la suite les différentes approches pour la modélisation thermique

# 2.3 Approches pour la modélisation thermique

Sur la base des différentes équations et modes de transfert de chaleur, plusieurs approches de modélisations thermiques peuvent être menées pour un composant donné. Deux familles de modèles, analytique et numérique, peuvent être utilisées avec, dans chacune d'elles, des méthodes particulières.

Ces différents modèles et leurs spécificités vont maintenant être brièvement explicités et comparés. Tous ces types de modèles nous serviront dans la suite de ce manuscrit. Nous aurons donc l'occasion de revenir en détails sur ces derniers dans les deux chapitres suivant.

#### 2.3.1 Modèles analytiques

#### 2.3.1.1 Empirique

Les modèles dits « empiriques » sont extraits à partir de données expérimentales. Il s'agit essentiellement de donner une expression à la résistance thermique globale ( $R_{th}$ ) liant l'élévation de température du composant aux pertes totales (2-23). Ce type de modèle peut se représenter sous la forme d'un circuit équivalent très simple (Figure 2-8).

$$\Delta T = R_{th}.P_{tot} \tag{2-23}$$

Avec :

 $\Delta T = T_{max} - T_a$ : Elévation de température en [°C]  $R_{th}$ : Résistance thermique globale en [°C/W]

 $P_{tot}$ : Pertes totales dans le composant en [W]



Figure 2-8 : Modèle empirique à une résistance thermique équivalente

Les modèles empiriques exploitent donc les résultats de mesures pour donner une expression simple ou des valeurs prédéfinies à la résistance thermique  $R_{th}$ , en fonction de paramètres tels que la surface externe d'un composant, son volume, etc.

#### 2.3.1.2 Réseau thermique nodal

Dans un modèle par réseau thermique nodal, un composant est découpé en plusieurs éléments simples, chacun de ces éléments étant le siège d'un flux thermique unidirectionnel représenté par une résistance thermique (Figure 2-9). Ce type de modèle exploite alors l'analogie thermique-électrique illustrée dans le Tableau 2-8. Les sources de chaleurs sont placées aux différents nœuds correspondants. Dans le cas d'un problème dynamique, des capacités thermiques peuvent être ajoutées pour rendre compte de l'évolution temporelle de la température dans les nœuds du composant.



Figure 2-9 : Exemple de modèle par réseau de résistances thermiques

Grandeur	Thermique	Electrique
Flux	Chaleur ø en [W]	Courant i en [A]
Différence de potentiel	Différence de Température ∆T en [°C]	Tension U en [V]
Elément dissipatif	Résistance thermique en [°C/W]	Résistance électrique en $[\Omega]$
Elément de stockage	Capacité thermique en [J/°C]	Capacité électrique en [F]

#### Tableau 2-8 : Analogie thermique-électrique

Une fois le problème défini, sa résolution s'effectue à l'aide des lois de Kirchhoff. Pour des modèles possédant un nombre de nœuds significatif, le problème peut alors s'écrire sous forme matricielle et ainsi être résolu dans n'importe quel logiciel de calcul mathématique, ou à l'aide de logiciels « circuits » de type Spice...

# 2.3.2 Modèles Numériques

#### 2.3.2.1 Eléments finis (FEM)

La Méthode des Eléments Finis (FEM) permet de résoudre numériquement l'équation de la chaleur (2-13) qui modélise les phénomènes de conduction thermique dans les solides uniquement. La résolution du problème se base sur un maillage du composant étudié en tenant compte des conditions aux limites (CL) sur les frontières du système. Ces CL permettent de modéliser les échanges convectifs ou radiatifs avec l'environnement [53]. La Figure 2-10 présente un exemple de maillage éléments finis dans le cas d'une pièce métallique.



Figure 2-10 : Exemple d'une modélisation éléments finis thermique d'une pièce métallique

# 2.3.2.2 Mécanique des fluides numérique (CFD pour Computational Fluid Dynamics)

La mécanique des fluides numériques est une branche de la mécanique des fluides qui traite la résolution numérique des équations de comportement des fluides (cf. partie 2.2.2). La méthode de résolution la plus utilisée en CFD est la méthode dite des volumes finis (MVF) [54]. Sa formulation se base sur un bilan de conservation local des quantités conservatrices, ce qui la rend naturellement appropriée à ce genre de problèmes, contrairement à la méthode FEM où la conservation est généralement globale. La Figure 2-11 présente un exemple illustrant la modélisation par CFD d'un radiateur qui montre la température et le mouvement de l'air autour de ce dernier.



Figure 2-11 : Exemple d'une modélisation CFD d'un radiateur

# 2.3.3 Analyse et comparaison des différentes approches

Chaque type de modèle présente des avantages et des inconvénients que nous allons maintenant résumer :

- Les modèles empiriques sont simples à utiliser et ne nécessitent pas de ressources informatiques importantes. Ils sont donc adaptés à des calculs approximatifs de la température dans les premières phases d'étude ou de dimensionnement. Cette estimation de la température doit souvent être affinée via l'utilisation de modèles plus complexes et plus précis.
- Les modèles thermiques nodaux apportent plus de précision par rapport aux modèles empiriques. Ils nécessitent un découpage du composant qui peut se faire de plusieurs façons. Dans ce type de modèles, la convection et le rayonnement sont approximés par des corrélations expérimentales qui peuvent s'avérer peu précises. Leur principal défaut est donc qu'ils nécessitent, en général, une calibration spécifique basée sur des essais expérimentaux. Ils présentent cependant l'avantage d'être moins coûteux en termes de temps de calcul par rapport aux modélisations numériques.
- Les modèles éléments-finis permettent de modéliser le transfert thermique par conduction dans des géométries complexes mais partagent le même défaut que les réseaux nodaux : des approximations sont nécessaires pour permettre la prise en compte de la convection et du rayonnement dans les conditions aux limites. Néanmoins, ils permettent d'avoir une idée plus précise de la distribution de la température dans les composants en raison de la finesse possible de leur maillage.

 La modélisation par la mécanique des fluides numérique permet une modélisation précise des phénomènes de convection, qu'elle soit naturelle (cas d'un composant dans l'air libre par exemple) ou forcée (cas d'un refroidissement liquide pompé par exemple). Tout comme la méthode FEM, la CFD permet de modéliser des géométries complexes. Par contre, étant donné la nature fortement non linéaire de ses équations, la CFD nécessite des techniques de maillage complexes pour arriver à la convergence des solutions.

Type de modèle	Avantages	Inconvénients
Empirique	+ Calcul rapide + Simplicité du modèle	<ul> <li>Précision</li> <li>Faible lien avec les propriétés</li> <li>physiques du composant</li> </ul>
Réseau nodal	+ Rapidité + Compréhensible	<ul> <li>Choix des éléments</li> <li>Approximation des conditions aux limites</li> </ul>
FEM	+ Géométrie complexe + Précision	<ul><li>Temps de modélisation</li><li>Approximation des conditions aux limites</li></ul>
CFD	<ul> <li>+ Géométrie complexe</li> <li>+ Précision</li> <li>+ Prise en compte des écoulements</li> </ul>	<ul> <li>Temps de modélisation</li> <li>Non linéarité donc problématique du maillage</li> </ul>

Le Tableau 2-9 résume les avantages et inconvénients de chaque type de modèle.

#### Tableau 2-9 : Tableau comparatif des différentes approches de modélisation thermique

Cette introduction aux différents types de modèles thermiques a permis de mettre en avant les avantages et inconvénients de chaque type de modélisation. Avant de se focaliser sur la problématique de la modélisation des composants magnétiques planar, il semble intéressant de faire une revue des différents modèles, présents dans la littérature, permettant l'étude du comportement thermique des composants magnétiques utilisés en électronique de puissance.

# 2.4 Etat de l'art sur la modélisation thermique des composants magnétiques pour l'électronique de puissance

L'aspect thermique des composants magnétiques est beaucoup moins traité dans la littérature, en comparaison avec les publications liées à leurs aspects électriques et électromagnétiques. Nous allons maintenant résumer quelques travaux portant sur la modélisation thermique appliquée aux composants bobinés, aux composants de puissance (moyenne fréquence et de distribution) ainsi qu'aux composants planar. Tous les modèles présentés seront ensuite comparés suivant plusieurs critères.

# 2.4.1 Approches utilisées dans la littérature

Les différents travaux sont triés suivant l'approche de modélisation : résistance thermique, réseau nodal et modèles numériques et semi-analytique.

## 2.4.1.1 Modélisation par résistance thermique unique

Pour estimer l'élévation de la température des composants magnétiques par rapport à l'air ambiant, Escribano et al [55] ont proposé un modèle par résistance thermique unique, permettant de calculer cette élévation de température à partir des pertes dans le composant. Cette résistance thermique est fonction du volume du transformateur, de sa surface externe ainsi que d'un coefficient de convection donné. Ce modèle, très simpliste, permet de donner un ordre de grandeur de la température maximale du composant dans le cas où ce dernier possède une bonne conductivité thermique globale. Dans le cas contraire, ce modèle permet d'obtenir une vue globale sur la température moyenne du composant.

D'autres modèles thermiques, basés sur l'utilisation d'une résistance thermique unique du composant magnétique fonctionnant en HF, sont proposés dans [36] et [56]. Ces modèles donnent des expressions de la résistance thermique en fonction de la surface externe du composant ou de son volume. Ces modèles sont aussi simples à utiliser. Cependant, aucune information relative à leurs conditions d'utilisation n'est spécifiée. Ces résistances ne peuvent donc donner qu'un ordre de grandeur de l'élévation de température d'un composant. Cette spécificité nécessite l'utilisation de marges de sécurité importantes lors du dimensionnement d'un composant.

## 2.4.1.2 Modélisation par réseau de résistances

L'un des premiers articles ayant traité l'aspect thermique des composants magnétiques planar a été publié par Smit et al. en 1993 [57]. Ils ont proposé un modèle analytique unidirectionnel en régime permanent. Dans ce modèle de type réseau de résistances thermiques, chaque couche du composant est représentée par une seule résistance thermique, associée à une source de chaleur si la couche est le siège de pertes. Le problème est ensuite mis en équation et résolu sous forme matricielle. La Figure 2-12 présente l'exemple d'une coupe de transformateur planar et de sa modélisation par réseau de résistances. Ce modèle néglige les échanges de chaleur dans les autres directions, ce qui peut être une source d'imprécision.



Figure 2-12: Coupe 2D du transformateur et modèle thermique correspondant– Smit et al. [57]

Ackermann et Lewalter [58] ont, quant à eux, modélisé le comportement thermique d'un transformateur planar à l'aide d'un réseau de résistance thermique assez détaillé [58], comme le montre la Figure 2-13. Pour établir ce modèle, le composant est découpé en plusieurs éléments, chacun étant le siège d'un flux thermique unidirectionnel. Ceci permet de représenter chaque élément par une seule résistance thermique, tout en gardant le caractère tridimensionnel du composant modélisé. Pour simplifier le modèle, le PCB multicouches du bobinage est modélisée par un seul matériau homogène, possédant une conductivité thermique globale.



Figure 2-13: Modèle thermique nodal du transformateur planar – Ackermann et Lewalter [58]

Le principal avantage de ce modèle est le nombre de nœuds réduit qu'il possède. Néanmoins, il ne peut donner qu'une température moyenne du bobinage en raison justement de ce nombre de nœuds réduit et de l'homogénéisation du bobinage.

Zhao et al. [59] ont proposé, en 2001, un modèle thermique unidimensionnel d'un composant passif de type planar. Leur modèle ne tient compte que de la conduction thermique en supposant que le contact entre les différentes couches est parfait, que la densité de pertes est uniforme et que l'épaisseur du composant est très inférieure à ses dimensions longueur et largeur. Les couches sont alors discrétisées comme le montre la Figure 2-14. L'équation de la chaleur est ensuite résolue dans le domaine de manière numérique.



Figure 2-14: Schéma d'un modèle thermique unidimensionnel d'un composant passif planar – Zhao et al. [59]

Ce modèle est simple à mettre en œuvre mais il est peu précis. En outre, il nécessite la connaissance des températures des faces haute et basse de la ferrite qui sont, à priori, inconnues avant d'effectuer une modélisation thermique. Néanmoins, ce modèle peut s'avérer utile lors d'une étude comparative pour permettre le choix d'une configuration de bobinage, ou encore lors de processus d'optimisation.

Villar et al. [60] ont étudié un transformateur fonctionnant en moyenne fréquence (MF). Ils ont proposé un modèle dynamique tenant compte du régime transitoire thermique. Les pertes servant d'entrée au modèle thermique ont été évaluées à l'aide de la formule de Dowell [61] pour les pertes cuivre et de la formule de Steinmetz généralisée améliorée (iGSE) [62] pour les pertes fer. Le modèle proposé dans [60] est basé sur un réseau thermique nodal simplifié, qui ne contient que cinq nœuds. Trois de ces derniers sont placés sur chacune des couches conductrices du bobinage. Les deux restants sont positionnés au niveau du circuit magnétique. La Figure 2-15 présente l'application de ce modèle au transformateur MF. Les surfaces en contact avec l'air donnent lieu à un transfert par convection et par rayonnement. Ces deux phénomènes sont représentés par une résistance thermique équivalente.



Figure 2-15: Réseau thermique équivalent du transformateur étudié dans [62] – Villar et al.

Le modèle de Villar et al. prend en compte la dépendance de la résistance thermique du rayonnement de la température, ce qui donne lieu à un problème non linéaire. Les auteurs ont ainsi utilisé des méthodes itératives pour sa résolution. Cependant, étant donné les simplifications géométriques prises en plus du nombre de nœuds réduit de ce modèle, il est nécessaire de faire appel à un réglage de ses éléments à partir de résultats expérimentaux.

#### 2.4.1.3 Modélisations semi-analytique et numérique

Buccella et al. [63] ont proposé, en 2008, un modèle thermique semi-analytique pour transformateur planar, à base de fonctions de Green. La solution de l'équation de la chaleur est établie pour chaque couche, sur la base des fonctions de Green, en prenant comme condition aux limites les températures des deux couches qui lui sont adjacentes. Pour compléter le modèle, les températures des faces hautes et basses du circuit magnétique sont fixées. Ce modèle présente une bonne concordance avec l'étude expérimentale menée par

les auteurs. Néanmoins, il n'est pas généralisable et doit être adapté à chaque cas d'étude. De plus, il nécessite une homogénéisation des couches possédant plusieurs conducteurs, ce qui peut affecter sa précision.

Parmi les méthodes numériques, la méthode des éléments-finis est aujourd'hui très utilisée pour la modélisation des composants magnétiques en électronique de puissance. Elle a notamment été utilisée par Babaei et Farahani [64] pour étudier le comportement thermique d'un transformateur bobiné HF. La modélisation, effectuée en 2D, permettait de comparer la température du composant refroidi par convection naturelle ou par convection forcée.

Bernardoni et al. [65] ont modélisé un transformateur planar par éléments-finis 3D. En raison de la symétrie du composant, seulement un quart de la structure a été modélisé (Figure 2-16). Les pertes dans le composant ont été mesurées expérimentalement et injectée dans le modèle FEM 3D.

Les simulations effectuées ont permis d'investiguer les points de fonctionnement critiques du composant. Pour une fréquence donnée, les auteurs ont ainsi cherché le courant maximal permettant de ne pas dépasser la température maximale fixée pour le composant. Pour améliorer les performances thermiques du transformateur, un radiateur en aluminium a aussi été utilisé. Ce dernier était lié au circuit magnétique via une couche de silicone. D'autres pistes d'amélioration ont été testées, notamment via l'insertion de couches de cuivre isolées entre les bobinages, ces couches étant connectées thermiquement au radiateur, comme le montre la Figure 2-16.



Figure 2-16: Modélisation par éléments-finis 3D d'un transformateur planar – Bernardoni et al. [65]

Au L2EP, M. Rossi [66] a travaillé sur la modélisation multi-physique des inductances et des transformateurs associés aux applications ferroviaires. En termes de modélisation thermique, Rossi a mis en place un modèle nodal tridimensionnel détaillé (Figure 2-17). Les résistances thermiques suivent la forme des conducteurs tandis que d'autres sont rajoutées pour représenter la liaison entre les différentes couches d'une même bobine. Ce type de
modèle contient un grand nombre de nœuds et permet de donner la distribution de température au sein du composant modélisé.



Figure 2-17: Réseau thermique équivalent à une couche d'une bobine – Rossi [66]

Tsili et al. [67] ont étudié un transformateur de distribution immergé dans de l'huile pour l'isolation et le refroidissement. Pour modéliser les phénomènes thermiques avec précision, les auteurs ont mis en place un couplage entre la méthode des éléments finis pour l'aspect conduction thermique et la méthode des volumes finis pour modéliser le comportement de l'huile.

Ce type des problèmes sont non linéaires du fait que les propriétés physiques de l'huile varient en fonction de la température. Ce type de modèle nécessite beaucoup d'effort et présente des problèmes de convergence.

### 2.4.2 Analyse et comparaison

Lors de la phase de développement d'un composant magnétique il peut être intéressant d'avoir recours à différents types de modèles thermiques. En effet, d'un point de vue pratique, il est important de pouvoir avoir une première estimation de la température maximale d'un composant à l'aide d'un modèle simple, lors de la phase d'étude et de prédimensionnement. Ce modèle se doit d'être rapide et de prendre en compte les conditions de fonctionnement du composant. Ce premier niveau de modélisation étant assez limitatif, il convient ensuite, lors de la phase de validation d'un dimensionnement, d'utiliser un modèle plus détaillé permettant de déterminer la distribution de la température au sein du composant. Ce type de modélisation, permettant de calculer la température en un grand nombre de points, est ainsi nécessaire pour détecter d'éventuels points chauds.

Les approches et modèles présentés dans le paragraphe précédent sont tous très différents. Certains peuvent être utilisés comme modèle rapide pour le pré-dimensionnement tandis que d'autres sont dédiés à une étude plus fine de la répartition de température. Le Tableau 2-10 présente une comparaison détaillée de ces différentes approches, basée selon plusieurs critères listés ci-dessous :

• Nombre de dimensions : La modélisation peut se faire en 1D, 2D et 3D selon l'objectif de l'étude et la géométrie du composant.

- **Distribution des pertes** : Les pertes dans les composants magnétiques ne sont pas uniformément réparties du fait des effets HF de peau et de proximité. Les modèles ne prennent pas tous en compte la distribution des pertes dans les différents éléments du composant. Cependant, l'uniformité des pertes peut être justifiée par la forte conductivité du cuivre qui facilite le transfert thermique et homogénéise la répartition de la température au sein des enroulements, quant au circuit magnétique il n'est pas exposé à de forts gradients de température compte tenu de sa conductivité thermique qui est égale typiquement à 5 Wm<sup>-1</sup>K<sup>-1</sup>, et des niveau des pertes qui ne donnent pas lieu de forts flux thermiques.
- **Type de modélisation utilisée :** Méthode des éléments finis, CFD, modélisation par réseau de résistances, modélisation empirique ou modélisation semi-analytique.
- Types d'échanges pris en compte : Conduction, convection et rayonnement. Généralement, tous les modèles prennent en compte la conduction thermique, la majeure partie l'associant à une condition aux limites prenant uniquement en compte la convection. Le rayonnement est très souvent négligé. Cette hypothèse n'est, en fait, pas toujours applicable pour un composant présentant une température élevée. Dans ces conditions, le rayonnement thermique peut être du même ordre de grandeur que l'échange thermique lié à la convection naturelle.
- **Régime transitoire :** Le régime permanent est indispensable car il représente le fonctionnement nominal du composant. Cependant, l'étude transitoire est aussi intéressante pour les composants d'EP car elle permet d'étudier la tenue du composant lors des pics de puissances.
- Influence de la température sur les propriétés des matériaux : Les propriétés intrinsèques des matériaux présentent une dépendance avec la température. Ceci nécessite d'avoir recours à un couplage entre les modélisations thermique et magnétique permettant d'avoir un retour de l'information température et procéder, ainsi, à un rebouclage. Cette influence de ma température sur les matériaux est rarement prise en compte alors qu'elle est loin d'être négligeable. Nous aurons l'occasion de revenir sur ce point dans la suite de ce chapitre.

Nous constatons à partir du Tableau 2-10 qu'ils n'existent pas de modèle qui englobe tous les aspects de la modélisation thermique, mais chaque modèle repend des objectifs spécifiques. Il convient de comprendre les spécifiés des composant planar pour développer des modèles adaptés à ces composants.

Dimensions			ons	Per homogé	rtes énéisées	Type de modélisation			Phénomènes modélisés		Régime temporel		Avec retour				
Reference	1D	2D	3D	Oui	Non	Réseau de résistances	Eléments Finis	CFD	Empirique	Semi- analytique	Cond.	Conv.	Ray.	Statique	Transi toire	Oui	Non
Smit et al. 1993 [12]	X			X		X					X			X			X
Lewaiter et Ackermann 2001 [13]		X		X		X					X	X	X	X			X
Zhao et al. 2001 [14]	X			X			X				X			X			X
Escribano et al. 2002 [9]	X			X					X		X	X		X			X
Villar et al. 2008 [15]		X		X		X					X	X	X		X		X
Buccella et al. 2008 [18]	X			X						X	X				X		X
Bernardoni et al. 2010 [20]			X	X			X				X	X					X
Babaei et Farahani 2010 [19]		X		X			Х				X	X		X			X
Rossi 2012 [21]			X	X		X					X	X		X			X
Tsili et al. 2012 [22]			X	X			X	X			X	X	X	X		X	

Tableau 2-10 : Tableau comparatif de différentes approches utilisées dans la littérature

# 2.5 Modélisation thermique appliquée aux composants planar : spécificités et points clés

Une modélisation thermique complète se fait en plusieurs étapes et demande une connaissance approfondie du composant à modéliser. Un modèle thermique requiert ainsi, généralement, un certain nombre de données de départ, indispensables à son établissement. Ces différentes données sont liées à la géométrie des composants, aux propriétés des matériaux le constituant, aux sources d'échauffement et aux conditions de fonctionnement. Dans cette partie, nous allons nous intéresser à ces différents aspects appliqués aux composants magnétiques planar.

### 2.5.1 Paramètres pour la modélisation thermique des CMP

### 2.5.1.1 Géométrie des CMP

Contrairement aux modèles électriques où le chemin du courant est connu car il ne traverse que les parties conductrices, le chemin du flux thermique est plus complexe à déterminer. Cette particularité demande donc une modélisation détaillée de la géométrie du composant à étudier.

Comme nous l'avons vu dans l'introduction, un composant magnétique planar est constitué d'un circuit magnétique en ferrite et d'un bobinage réalisé en PCB ou en technologie feuillard. Le circuit magnétique, constitué d'un seul matériau, rend sa modélisation relativement aisée. Le bobinage, quant à lui, est constitué d'un assemblage de plusieurs matériaux, ce qui rend sa modélisation assez délicate. Quelle que soit la technologie retenue, les spires sont généralement constituées de Cuivre (Cu) ou d'Aluminium (Al), séparées par un matériau isolant. L'insertion des enroulements dans le noyau magnétique lors de la phase d'assemblage ne garantit pas un remplissage complet de la fenêtre de bobinage du transformateur. Il subsiste donc un peu d'air dans la fenêtre. Du fait de sa faible conductivité thermique, cet air peut être remplacé avantageusement par un autre matériau ayant une meilleur conductivité thermique pour améliorer le contact thermique entre le bobinage et la ferrite. Ce type d'ajout favorise l'homogénéisation de la distribution de température du transformateur.

Cet air contenu dans la fenêtre entre les différents constituants (spires, couches et noyau) doit être modélisé. Comme ces volumes d'air sont réduits et confinés, il convient de les modéliser comme des solides, ce qui revient à négliger le phénomène de convection. Ceci peut être justifié par le fait que l'air n'a pas suffisamment d'espace pour être mis en mouvement. La Figure 2-18 présente un exemple d'enroulement à une couche constituée de trois spires. L'air entre ces spires est modélisé comme un solide.



Figure 2-18: Enroulement sur une couche : conducteurs et air inter-spires

### 2.5.1.2 Données matériaux

Les données relatives aux différents matériaux des composants magnétiques planar sont des paramètres importants et très influant sur la précision d'un modèle thermique. Dans le cas d'une modélisation en régime permanent (RP), seules les conductivités thermiques des différents matériaux sont nécessaires pour établir le modèle. Dans le cas d'une modélisation en régime transitoire (RT), les chaleurs spécifiques de chaque matériau doivent être ajoutées. En général les valeurs de chaleurs massiques sont données par les fabricants. Ceci nécessite donc l'introduction des masses volumiques pour transformer ces données en capacités thermiques.

### 2.5.1.3 Conditions aux limites

Des conditions aux limites sont indispensables pour la résolution du problème mathématique lié à une modélisation thermique. Ces conditions aux limites représentent les échanges thermiques entre le composant à modéliser et son environnement, reflétant ainsi ses conditions de fonctionnement. Plusieurs types de conditions aux limites peuvent être appliqués aux composants magnétiques, selon la température ambiante, l'orientation ou encore le type de refroidissement.

L'application sur un composant planar de conditions aux limites doit être prise en compte dès la phase de modélisation de la géométrie. En effet, les surfaces externes du composant sur lesquelles les conditions aux limites seront appliquées doivent être séparées des surfaces restantes. Des opérations géométriques de segmentations de surfaces de certains constituants sont donc nécessaires, comme par exemple pour le bobinage, dont la surface externe est masquée ou non par le circuit magnétique (Figure 2-19). Ainsi, le bobinage doit être subdivisé en quatre sous-surfaces, dont seulement deux seront soumises aux conditions aux limites (Figure 2-19).



Figure 2-19: Exemple de segmentation d'une surface externe du bobinage d'un composant planar

# 2.5.2 Etude de la sensibilité des paramètres de modélisation d'un transformateur planar

L'objectif de cette étude est d'observer l'influence de certains paramètres de modélisation sur la température maximale d'un transformateur planar. Trois grandeurs affectant de façon directe la température du composant sont ainsi testées :

- Les conductivités thermiques des matériaux le constituant.
- Les pertes cuivre et les pertes fer, réparties de façon égale entre le bobinage et le circuit magnétique.
- Les conditions aux limites représentées par un unique coefficient de transfert thermique, réparti sur la surface externe du composant.

L'étude se base sur une modélisation par éléments-finis, appliquée à un quart d'un transformateur (Figure 2-20). Le bobinage du transformateur est constitué de 12 couches de cuivre de 0,3mm d'épaisseur chacune isolées par des couches de kapton de 0,1mm d'épaisseur (Figure 2-20(a)). Le circuit magnétique du transformateur est un noyau en ferrite E/PLT38 [32]. Comme mentionné précédemment, les pertes totales se répartissent pour moitié en pertes cuivre et l'autre moitié en pertes fer. Au sein des différents matériaux (cuivre et ferrite), les pertes sont réparties de manière uniforme dans le volume de matière.



Figure 2-20: (a) Vue de la fenêtre et (b) Vue 3D du ¼ de composant étudié

La Figure 2-21 présente un exemple de distribution de température pour le composant étudié. Les conditions de simulations correspondent aux valeurs Type. Listées dans le Tableau 2-11. Pour analyser l'influence des valeurs des différents paramètres, des simulations sont réalisées pour une variation de chaque grandeur entre -50% et +50% de sa valeur typique (Tableau 2-11).



Figure 2-21: Exemple de distribution de la température (en °C) pour le composant étudié – cas Type

	Min	Туре	Max
Conductivité thermique de la ferrite [W.m <sup>-1</sup> .K <sup>-1</sup> ]	1,75	3,5	5,25
Conductivité thermique de l'isolant [W.m <sup>-1</sup> .K <sup>-1</sup> ]	0,075	0,15	0,225
Conductivité thermique de du cuivre [W.m <sup>-1</sup> .K <sup>-1</sup> ]	200	400	600
Pertes totales [W]	3	6	9
Coefficient de transfert thermique [W.m <sup>-1</sup> .K <sup>-1</sup> ]	5	10	15

Tableau 2-11 : Plage de variation des différents paramètres

La Figure 2-22 montre la variation de la température maximale obtenue en fonction de la variation de la conductivité thermique de chacun des matériaux (cuivre, ferrite et isolant). Les valeurs sont exprimées en pourcentage par rapport au cas type. La variation obtenue lors de la modification conjointe des trois valeurs de conductivité est aussi présentée sur la Figure 2-22.



Figure 2-22: Effet de la variation des conductivités thermiques sur la température maximale du transformateur planar

Dans le pire des cas, correspondant à -50% de la valeur typique de la conductivité de chaque matériaux, la valeur maximale de la température n'augmente que de 3%. Ceci permet de conclure que les incertitudes liées aux données des matériaux n'affectent pas significativement les températures du transformateur. Cette conclusion est aussi liée à la valeur du flux de chaleur dans les composants planar qui n'est pas très forte comparée aux composants actifs.

L'influence de la variation des pertes et du coefficient de transfert thermique sur la température maximale est, quant à elle, représentée sur la Figure 2-23. Ces paramètres ont un impact significatif en comparaison avec l'influence des conductivités thermiques (Figure 2-22). La variation de température atteint les +60% pour un coefficient de transfert thermique de -50% de sa valeur typique et avoisine les +40% lorsque les pertes sont augmentées de +50%.



Figure 2-23: Effet de la variation des pertes et du coefficient de transfert thermique sur la température maximale du transformateur planar

En conclusion, il apparait donc primordial d'être le plus précis possible pour ce qui concerne l'évaluation des pertes dans le composant, mais aussi d'être rigoureux et attentif aux choix faits sur les conditions aux limites appliquées lors de la modélisation thermique. En effet, une imprécision sur les pertes ou des mauvais choix de conditions aux limites peuvent provoquer des erreurs d'estimation de l'ordre de 50% sur les températures maximales des composants.

#### 2.5.3 Dépendance des modèles électriques et thermiques

Les propriétés des matériaux varient généralement avec la température. Ces variations modifient alors les caractéristiques du composant et influent notamment la valeur des pertes. Il peut être donc nécessaire de tenir compte de cette interaction électrique/thermique lors du développement d'un modèle thermique

Dans les enroulements conducteurs, la résistivité des matériaux (cuivre et aluminium) dépend linéairement de la température:

$$\rho = \rho_0 (1 + \alpha (T - T_0))$$
(2-24)

Avec

 $\rho$  : Résistivité électrique à la température T

 $\rho_0$ : Résistivité électrique à la température  $T_0$ 

 $\alpha$ : Coefficient de température du matériau

Dans le cas du cuivre, pour une température  $T_0 = 20^{\circ}C$ ,  $\rho_0 = 1,67 \ 10^{-8}$  et  $\alpha = 0,004$ 

Dans le matériau magnétique, les pertes fer présentent, quant à elles, une forte dépendance à la température comme le montre la Figure 2-24 extraite de [32] :



Figure 2-24 : Pertes volumiques en fonction de la température pour différentes fréquences et induction magnétique

Cette dépendance à la température est traduite dans la formule de Steinmetz par un coefficient polynomial d'ordre 2 (2-25):

$$P_{\nu}(\mathbf{T}) = k_c (c_2 T^2 - c_1 T + c_0) f^{\alpha} B_m^{\beta}$$
(2-25)

Avec

Pv (T): pertes volumiques en  $[W/cm^3]$ 

f: fréquence [Hz]

*B<sub>m</sub>* : l'induction maximale [T]

T : température [°C]

Cette dépendance des pertes à la température ne peut être prise en compte que par un modèle magnéto-thermique avec un couplage fort, qui permet l'échange d'informations entre les modèles électriques et thermiques. Ce type de couplage fort est décrit Figure 2-25.

Dans un premier temps, le modèle magnétique est calculé à la température initiale du composant. Les pertes évaluées dans cette étape alimentent ensuite le modèle thermique qui calcule les températures des différentes parties/éléments du composant. Ces nouvelles valeurs de température permettre de réévaluer les pertes dans le composant et ainsi de suite jusqu'à ce que le critère d'arrêt soit atteint. La résolution couplée converge donc lorsque la variation relative de la température d'une itération à l'autre est assez faible, ce critère traduit une certaine stabilité de la température.



Figure 2-25: couplage magnéto-thermique fort

Ce modèle magnétothermique a été appliqué au même transformateur planar que la partie précédente (Figure 2-20) à l'aide de l'outil de simulation multi-physique Ansys [68], tel que présenté sur la Figure 2-26.



Figure 2-26: Couplage magnéto-thermique fort entre Ansys Maxwell et Ansys Thermal

La Figure 2-27 présente l'évolution des résultats de calcul pour les 7 premières itérations. La température maximale (Figure 2-27(a)) augmente fortement dès la première itération avant d'évoluer de manière moins rapide. L'erreur relative sur cette valeur de température entre deux itérations (Figure 2-27(b)) passe de 70% pour la première itération (passage de la température initiale de 30°C à 100°C) à moins de 10% pour la deuxième. La convergence est pratiquement atteinte à partir de là quatrième itération. Les pertes (Figure 2-27(c)) évoluent de manière similaire à la température.



Figure 2-27: Evolution de la température et des pertes en fonction des itérations : (a) Température maximale, (b) Erreur relative sur la température et (c) Pertes totales

Les valeurs de la température maximale du composant ainsi que des pertes totales sont comparées, dans le Tableau 2-12, pour l'état initial sans prise en compte de l'influence de la température sur les pertes et pour l'état final avec prise en compte du coupage magnétothermique. On constate que l'absence de couplage fort sous-estime la température de 12% et les pertes de 16%. Il est donc nécessaire de prendre en compte cet effet de la température sur les pertes mais sa mise en place n'est pas toujours aisée. L'une des manières les plus simples pour prendre en compte cet effet est d'évaluer la résistivité du cuivre et la valeur des pertes fer à la température maximale prévue pour le fonctionnement du composant avant d'effectuer la modélisation thermique.

	Température [ºC]	Pertes totales [W]
Cas initial (sans couplage)	99,57	5,37
Cas final (avec couplage)	111,74	6,43
Erreur en %	12,22	16,48

Tableau 2-12 :	Températures et	pertes à l'état initia	al et final
I ubicuu I II i	i emperatar es et	perces a r ceat mitta	a ce maa

Cette brève étude liée à la modélisation thermique par éléments finis d'un transformateur planar a permis de mettre en évidence des paramètres et valeurs clés pour une modélisation efficace. Il convient de retenir que les variations sur les conductivités thermiques des différents matériaux n'impactent que très peu la valeur de température maximale. A l'opposé, les valeurs de coefficient d'échanges (pour les conditions aux limites du problème) et la valeur des pertes ont une influence non négligeable sur les résultats. A cela s'ajoute le fait que ces deux grandeurs varient fortement en fonction de la température. Il convient donc, lorsque c'est possible, d'avoir recours à des simulations couplées électromagnétique-thermique pour estimer de manière correcte la température dans un composant magnétique.

# 2.6 Synthèse et orientation des travaux de thèse

Ce chapitre a mis en évidence l'intérêt de la modélisation thermique pour les composants magnétiques. Cette dernière permet de prendre en compte les contraintes thermiques imposées à ces composants dès la phase de dimensionnement et d'étude, ce qui permet la conception de composants fiables et durables. Les fondements des transferts thermiques ont ensuite été présentés, en commençant par les différentes grandeurs et les différents modes de transfert thermique à prendre en compte lors d'une modélisation thermique.

L'étude bibliographique a permis de comparer les différentes approches utilisées dans la littérature pour l'étude thermique des composants magnétiques. Les modèles de type réseaux thermiques nodaux sont très répandus grâce à leur rapidité. En général, ils ont un nombre de nœuds réduit et nécessitent un recalage expérimental. Les modèles éléments-finis et CFD peuvent s'adapter à tous types de problèmes, mais ils demandent beaucoup d'efforts de préparation et de configuration, en plus du temps de calcul important. Par contre ils permettent une modélisation détaillée, très intéressante pour des stades d'étude avancés.

Le Tableau 2-13 résume les différents aspects traités par les modèles de l'état de l'art, tout en soulignant l'importance donnée à chacun.

1D	000
2D	$\odot$
3D	$\odot$
Conduction	000
Convection	00
Rayonnement	8
Dépendance de la température	888
Régime permanent	000
Régime transitoire	88

Tableau 2-13 : Synthèse des approches utilisées dans la littérature

Tous les modèles prennent en compte la conduction thermique, la majeure partie l'associe à une condition aux limites qui prend uniquement en compte la convection. L'influence du rayonnement est par contre souvent négligée, alors qu'elle s'avère influente pour le cas des composants refroidis par convection naturelle, quand celui-ci présente une température élevée. De plus, la plupart des approches présentées dans la littérature utilise des conditions aux limites indépendantes de la température. Il serait intéressant d'analyser l'influence de cette variation sur les résultats. L'influence de la température sur les pertes et vice versa est également rarement prise en compte alors qu'elle induit des variations significatives des pertes dans le composant.

La majorité des modèles s'intéresse au régime permanent très important pour l'investigation de la température du composant sous son régime de fonctionnement nominal. Mais le comportement en régime transitoire, moins traité, peut être intéressant pour les pics de puissance ou lors de présence d'un défaut (court-circuit...).

Chacune des approches de modélisation présente un intérêt particulier et des limitations. Il est important de pouvoir à la fois avoir une estimation de la température maximale à l'aide d'un modèle analytique simple, qui prend en compte les conditions de fonctionnement du composant, ce type de modèle est très utile pour la première phase d'étude et de dimensionnement. En complément, il serait aussi intéressant d'avoir une vision de la distribution de la température dans le composant. Pour répondre à cette problématique, un modèle plus détaillé permettant de calculer la température en un grand nombre de points est nécessaire. L'un des aspects important à tenir en compte est la possibilité d'avoir un modèle paramétrable et générique, afin de modéliser facilement les différents cas à étudier, tout en assurant un bon compromis entre le temps de calcul et la précision. Ces deux types de modèles seront développés de manière spécifique pour des composants magnétiques planar dans la suite de ce manuscrit.

# **2.7 Conclusion**

La modélisation thermique, avec l'optique d'intégration des dispositifs de conversion, occupe désormais une place importante en Electronique de Puissance. Les bases des transferts thermiques, ainsi que plusieurs approches pouvant être utilisées pour effectuer une modélisation thermique ont été présentées dans ce chapitre. Un état de l'art des modèles thermiques développés dans la littérature a permis d'analyser et comparer les approches. Les points clés de cette modélisation ont aussi été dressés, et une étude de sensibilités sur les paramètres de ces modèles a été faite. L'application de la modélisation thermique aux composants magnétiques planar doit tenir compte des spécifications géométriques et matérielles de ces composants.

L'analyse de l'état de l'art a permis de tirer des conclusions par rapport aux modèles utilisés pour la modélisation des composants magnétiques. Pour positionner nos travaux, nous avons choisi de développer deux types de modèles, chacun ayant des objectifs spécifiques afin de couvrir une large plage de besoins de modélisation thermique comme le montre le Tableau 2-14.

		Objectif		
	Etat de l'art	Dimensionnement rapide	Modèle détaillé	
1D	000	000	-	
2D	٢	-	-	
3D	0	-	000	
Conduction	000	-		
Convection	00	-	000	
Rayonnement	8	-		
Dépendance de la température	888	000	000	
Régime permanent	000	000	000	
Régime transitoire	888	-	000	

Tableau 2-14 : Synthèse sur les modèles de l'état de l'art et cibles des modèles proposés par la thèse

Un premier modèle global va servir au dimensionnement rapide et aux premières phases d'études des composants planar. Le type de modèle utilisé, en général, à cette fin de dimensionnement, est une résistance thermique unique liant les pertes totales dans le composant à sa température. Néanmoins les expressions utilisées dans la littérature pour le calcul de ce type de paramètre ne prend pas en compte les conditions de fonctionnement des composants planar. Le chapitre 3 de cette thèse répondra donc à ces critères avec un modèle analytique simple à utiliser, se basant sur une expression de la résistance thermique fonction des conditions d'utilisation du composant.

Dans un deuxième temps, un modèle plus performant, permettant d'évaluer la distribution de température au sein des composants planar sera développé afin d'être en mesure d'identifier de potentiels points chauds critiques pour le fonctionnement réel des CMP. Ce modèle, plus élaboré, sera basé sur le développement d'un réseau nodal « automatisé » ayant un niveau de détail adapté dédié aux composants magnétiques planar et à leur géométrie spécifique. Ce type de modèle permet d'obtenir un bon compromis temps-précision comparativement aux modèles numériques type FEM ou CFD. Ce dernier modèle fera l'objet du chapitre 4 de cette thèse.

# Chapitre 3

# Modélisation par résistance thermique équivalente des transformateurs planar

# **3.1 Introduction**

La minimisation de l'encombrement et l'augmentation de l'efficacité énergétique sont deux objectifs majeurs à atteindre lors du dimensionnement d'un convertisseur statique [69], notamment dans les systèmes embarqués et les transports. Ces deux objectifs imposent des contraintes thermiques importantes sur les différents composants constituant le convertisseur [70], particulièrement pour les composants magnétiques qui occupent toujours un volume important [47]. Ces derniers doivent donc être optimisés en conséquence pour atteindre ces objectifs d'intégration de puissance volumique.

De ce fait, le comportement thermique doit être pris en compte dès la phase de dimensionnement des composants magnétiques. Cette première étape nécessite une évaluation rapide et assez précise de l'élévation de température d'un composant en fonction de ses pertes internes. Cette évaluation peut être obtenue via des formules simples, qui ne nécessitent pas de capacités de calcul importantes.

Généralement, cette élévation de température est estimée à l'aide d'une résistance thermique globale représentant le comportement thermique du composant [4], [38]. Dans la littérature, des formules sont disponibles pour exprimer une telle résistance thermique pour les composants magnétiques planar. Ces expressions sont basées sur le volume du noyau magnétique [36], ou encore sur la surface externe du composant [56], ce qui rend leur utilisation très aisée. Néanmoins, ces modèles sont de type boite noire : leurs hypothèses et domaines de validation ne sont pas précisées, tout comme leur origine et leur démonstration.

L'objectif de ce chapitre est donc de développer une méthodologie permettant de d'obtenir des résistances thermiques globales pour les différents types de noyaux planar EE ou E/PLT [32] disponibles dans le commerce. Ces résistances doivent permettre d'estimer l'élévation de température d'un CMP de manière rapide, en tenant compte des conditions d'utilisation : température ambiante et pertes dans le composant. Après avoir mis en avant l'intérêt des composants magnétiques planar par rapport aux composants bobinés au vu de leurs performances thermiques, des premières simulations par éléments-finis montreront pourquoi l'approximation par une seule et unique résistance thermique d'un CMP semble adaptée pour les phases de dimensionnement. Dans un second temps, une étude permettant d'identifier la résistance thermique équivalente des composants planar à base de noyaux de type EE et E/PLT sera présentée. Cette étude sera menée à l'aide de modélisations de type CFD. Sur la base de ces simulations numériques, un modèle analytique générique sera proposé. Ce modèle, assez simple car basé sur une formulation polynomiale, doit permettre de transcrire l'évolution de la résistance thermique d'un CMP avec la température ambiante et les pertes dans le composant. La formulation obtenue permet de traiter les tailles de noyau EE ou E/PLT utilisés pour des composants de puissance (E32, E38, E43, E58 et E64 [32]) en réglant les coefficients du polynôme. Enfin, la dernière partie de ce chapitre présentera des essais expérimentaux permettant de valider le modèle développé sur un prototype de transformateur planar 360 VA basé sur un noyau E/PLT 38.

## 3.2 Performances thermiques d'un transformateur planar

Comme nous l'avons vu dans l'introduction, les composants magnétiques planar présentent un certain nombre d'avantages par rapport aux composants bobinés classiques. L'un de ces principaux avantages est leur géométrie particulière qui favorise l'évacuation de la chaleur grâce à leur grand rapport surface sur volume [5].

Dans cette section nous allons comparer les performances thermiques d'un composant planar et d'un composant magnétique bobiné. Ces deux composants sont dimensionnés sur la base du même produit des aires  $A_p$  (3-1) [4], défini par le produit entre l'aire de la fenêtre du noyau magnétique ( $A_f$ ) et celle de sa jambe centrale ( $A_c$ ) (Figure 3-1). Ce produit des aires est proportionnel à la puissance qui peut être transmise à travers le noyau magnétique du transformateur, en fonction d'un certain nombre d'autres paramètres (3-2).

$$A_p = A_f A_c \tag{3-1}$$

$$A_p = \frac{P}{4B_{max}f \ k_r J} \tag{3-2}$$

Avec :

 $B_{max}$ : Induction maximale [T]

f : Fréquence [Hz]

 $k_r$ : Coefficient de remplissage

- J: Densité de courant [A/m<sup>2</sup>]
- P : Puissance [W]



Figure 3-1: Aires de la fenêtre de bobinage et de la jambe centrale d'un noyau magnétique planar : (a) vue de face noyau magnétique (E/PLT ou EE) et (b) vue de dessus d'un noyau de type E

Pour cette comparaison, les noyaux possédant un produit des aires similaires sont de type EE64 (Figure 3-2(a)) pour le composant planar et EI 55/28/21 (Figure 3-2(b)) pour le composant bobiné. Le Tableau 3-1 détaille les valeurs du produit des aires, du volume et de la surface externe de chaque noyau. Les matériaux magnétiques sont supposés identiques pour les deux circuits magnétiques. Ils possèdent donc la même induction magnétique saturation  $B_{max}$  et ils seront comparés pour une même fréquence de fonctionnement f. Les autres paramètres de la formule (3-2) sont eux aussi supposés identiques. Ainsi, leurs bobinages ont le même coefficient de remplissage  $k_r$  et la même densité du courant J. Les deux composants modélisés sont donc dimensionnés, dans ce cas de figure, pour une même valeur de puissance.



Figure 3-2: Caractéristiques géométriques des noyaux : (a) EE64 et (b) E55

Noyau	E 64	E55
Volume (mm <sup>3</sup> )	66324	77275
Surface externe (mm <sup>2</sup> )	3200	1375
Aire de la fenêtre bobinage $A_f$ (mm <sup>2</sup> )	222	278
Section de la jambe centrale $A_c$ (mm <sup>2</sup> )	519	420
Produit des aires A <sub>p</sub> (mm <sup>4</sup> )	115000	117000

Tableau 3-1 : Données relatives aux deux noyaux magnétique

D'un point de vue thermique, le matériau magnétique étant homogène, sa conductivité thermique est identique sur les 3 directions de l'espace. a l'opposé, les bobinages des deux composants sont modélisés comme un matériau homogène possédant une conductivité thermique différente selon deux directions [71], comme le montre la Figure 3-3. Cette représentation correspond à un bobinage multicouche habituellement utilisé pour les composants planar. Son utilisation pour le composant bobiné ne fait qu'améliorer son comportement thermique en raison de la grande surface mise en jeux lors du transfert thermique entre les couches en comparaison avec un bobinage réalisé en fil standard.



Figure 3-3: Bobinage constitué de couches conductrices (cu) et isolantes (i)

Les conductivités thermiques transverse et normale du bobinage multicouches sont données respectivement par (3-3) et (3-4):

$$K_{xy} = \frac{t_i \cdot K_i + t_{Cu} \cdot K_{Cu}}{t_i + t_{Cu}}$$
(3-3)

$$K_z = \frac{t_i + t_{Cu}}{\frac{t_i}{K_i} + \frac{t_{Cu}}{K_{Cu}}}$$
(3-4)

Avec :

 $t_{Cu}$ : Épaisseur de la couche conductrice [m]

 $t_i$ : Épaisseur de l'isolant [m]

 $K_{Cu}$ : Conductivité thermique du cuivre [W·m<sup>-1</sup>·K<sup>-1</sup>]

 $K_i$ : Conductivité thermique de l'isolant [W·m<sup>-1</sup>·K<sup>-1</sup>]

Matériau	Conductivité thermique [ $W m^{-1} K^{-1}$ ]			
Conducteur - Cuivre ( $K_{Cu}$ ) 380				
Isolant diélectrique - Kapton $(K_i)$	<b>Kapton</b> ( <i>K<sub>i</sub></i> ) 0,15			
Bohinage	Transverse $(K_{xy})$	237		
Dobinage	Normal (K <sub>z</sub> )	0,4		
Ferrite ( <i>K<sub>f</sub></i> )		4		

Le Tableau 3-2 résume les différentes valeurs de conductivités thermiques utilisées pour modéliser les deux composants.

Tableau 3-2 : Conductivités thermiques pour la modélisation des deux composants

La modélisation par éléments-finis est effectuée sous Ansys Mechanical [68]. Les deux composants sont le siège du même niveau de pertes (20W) distribuées de manière égale entre le circuit magnétique et le bobinage de chaque composant. Leurs surfaces de base sont maintenues à une température de 60°C représentant une plaque froide. Un coefficient d'échange thermique de 14 W.K<sup>-1</sup>.m<sup>-2</sup> [37] est appliqué pour représenter la convection naturelle du composant dans l'air, la température ambiante étant de 40°C. La Figure 3-4 montre les distributions de température obtenues pour les deux composants.



Figure 3-4: Distribution de la température obtenue pour les deux composants

Le composant magnétique planar présente une distribution de température bien plus homogène que le composant bobiné. De plus, le composant bobiné possède des températures bien plus importantes sur sa moitié supérieure. Cette différence peut s'expliquer par la plus grande surface refroidissante du composant planar par rapport au composant bobiné. Le composant magnétique planar atteint ainsi une température maximale de 68.36°C, tandis que celle du composant bobiné atteint 103.13°C.

Enfin, il convient de remarquer que le fait que la température du composant planar soit très homogène rend sa représentation par une seule résistance thermique particulièrement intéressante et adaptée à des dimensionnements rapides et précis. Cette représentation nécessite de disposer des valeurs de résistances thermiques correctes, correspondant aux conditions de fonctionnement des composants.

L'étude et l'identification de ces résistances thermiques vont ainsi être développées et validées pour différents noyaux magnétiques planar dans la suite de ce chapitre.

# **3.3** Etude de l'évolution de la résistance thermique des composants planar à l'aide de la CFD

Dans cette partie nous allons étudier l'évolution des résistances thermiques équivalentes des composants planar en fonction de la température ambiante d'une part et, d'autre part, en fonction de la température maximale du composant. Cependant, cette température étant, à priori, inconnue, on utilisera plutôt comme paramètre de variation la valeur des pertes qui sont, elles, source direct de l'échauffement [ $R_{th} = f(T_{amb}, T_{composant}) \rightarrow R_{th} = f(T_{amb}, Pertes)$ ].

Le refroidissement par convection naturelle est la première option choisie lors de la conception d'un composant car elle n'est pas coûteuse et ne nécessite pas l'ajout de refroidisseurs volumineux qui peuvent de plus causer des problèmes de tenue mécanique et d'implantation des composants. L'étude concerne donc les composants planar basés sur des noyaux de type E/PLT et EE [32] refroidis par convection naturelle. Pour effectuer une modélisation précise de la convection naturelle, la CFD est utilisée via le logiciel ANSYS afin d'en extraire la valeur de la résistance thermique équivalente des composants planar.

### 3.3.1 Description du problème étudié

Comme mentionné ci-dessus, nous considérons ici des composants planar constitués de l'association de noyaux E et PLT (Figure 3-5(a)) et de l'association de deux noyaux E (Figure 3-5(b)). Pour réaliser cette étude, le bobinage est supposé homogène, et les mêmes propriétés des matériaux du Tableau 3-2 sont considérées, et pour la prise en compte du rayonnement les émissivités de la ferrite et du bobinage sont fixées à 0,9 et 0,45 respectivement.



Figure 3-5: Circuit magnétique de type E/PLT(a) et de type EE (b)

L'investigation du comportement thermique des composants planar se fera sur une plage de température ambiante variant de 20 °C à 60 °C avec un pas de 10 °C. Pour chaque taille de noyau des pertes maximales ( $P_{max}$ ) permettant de ne pas dépasser une élévation de température de 80°C dans le composant sont d'abord déterminées par CFD. Le Tableau 3-3 présente les valeurs obtenues pour les différentes tailles et formes de noyau magnétique.

Taille	Pertes maximales <i>P<sub>max</sub></i> en [W]					
	E/PLT	EE				
E32	4	5				
E38	6	7				
E43	7	9				
E58	13	16				
E64	17	19				

Tableau 3-3 : Pertes maximales dissipées dans les composants

L'analyse est ensuite lancée sur une plage de pertes allant de 1W jusqu'aux valeurs de pertes maximales par pas de 1W. Ceci permettra de quantifier l'évolution de la résistance thermique de chaque noyau sur une plage de pertes adaptée à sa taille. Ces pertes seront répartie d'une façon égale entre le noyau magnétique et le bobinage.

# 3.3.2 Principe de la résolution des problèmes thermiques sous Ansys ICEPACK

La modélisation de problèmes thermiques sous Ansys ICEPACK est basée sur la résolution des équations de comportement des fluides par la méthode volumes-finis (MVF). Pour plus de détails, Ces équations sont rappelées dans l'Annexe 2, tandis la MVF est présentée dans Annexe 3 de ce mémoire.

Le logiciel Fluent [68] se base sur la dernière équation (A2-5) de Annexe 3 pour résoudre ses problèmes numériques. Néanmoins, les équations de la mécanique de fluide présentant à la fois une non-linéarité et un couplage entre elles, leur résolution en un seul coup est rendue difficile. Pour résoudre ce problème Fluent utilise la méthode SIMPLE (**Semi-Implicit Method for Pressure Linked Equations**) introduite par Patankar en 1980 [72]. L'idée de cette méthode est d'abord d'obtenir un champ de vitesse  $\vec{u^*}$  à partir de l'équation de la quantité de mouvement discrète, en utilisant des valeurs estimées de la pression  $P^*$ . Le champ de vitesse calculé  $\vec{u}^*$  ne satisfait pas l'équation de continuité, il est alors corrigé à partir de cette dernière équation en lui ajoutant une correction $\vec{u}'$ . Ensuite l'équation des moments est réutilisée pour corriger la pression estimée en lui ajoutant une correction P'. Ce procédé est répété jusqu'à obtenir la convergence de la solution. Chapitre 3 Modélisation par résistance thermique équivalente des transformateurs planar



Figure 3-6: Algorithme de la méthode SIMPLE

Le processus complet de modélisation, utilisé sous le logiciel Ansys Icepak [68] pour effectuer notre étude, est représenté Figure 3-7, de la définition de la géométrie jusqu'à l'obtention de la solution. Le logiciel Icepak permet la définition de la géométrie et le maillage ainsi que le post-traitement des résultats. Fluent est, quant à lui, utilisé pour la résolution des équations de la CFD. Nous nous intéressons dans le cadre de notre étude à la température maximale dans le composant pour la solution obtenue en régime permanent.



Figure 3-7: Processus de modélisation sous Ansys Icepak & Fluent

# 3.3.3 Hypothèses de modélisation CFD des composants planar

Pour obtenir des résultats valables, il convient de définir correctement quelques paramètres de modélisation comme le domaine de simulation, les conditions aux limites et le maillage des différents éléments du problème.

### 3.3.3.1 Domaines de simulation et conditions aux limites

Pour effectuer une modélisation par CFD en convection naturelle, il est important de bien choisir le domaine autour du composant. Dans notre cas, ce domaine est constitué d'air. Il doit être assez large par rapport aux dimensions du composant (Figure 3-8) pour laisser assez d'espace pour les mouvements de l'air et éviter l'écoulement inverse [13]. Comme conditions aux limites nous choisissons de fixer :

- la température des faces externes du domaine d'étude à la température désirée (T<sub>amb</sub> entre 20°C et 60°C)
- la pression à  $P_{atm}=10^5$  Pa (pression atmosphérique).



Figure 3-8: Domaine de simulation selon les deux directions (x,y) du composant planar

### 3.3.3.2 Maillage

Le maillage de la géométrie est une étape cruciale lors de la modélisation par CFD, car les équations de comportement des fluides possèdent une forte non linéarité ce qui induit de nombreux problèmes de convergence. Pour assurer une bonne précision de la modélisation, il faut à la fois choisir une bonne forme et un bon nombre d'éléments. Pour la résolution de du problème, nous utilisons ici un maillage hexaderal (cartésien).

Le logiciel Icepak permet de créer ce type de maillage en contrôlant le nombre d'éléments dans chaque partie du composant. Les simplifications de la géométrie (bobinage homogène) aident significativement à accélérer la convergence et à diminuer le temps de calcul. L'augmentation du nombre d'éléments permet, quant à elle, d'assurer une bonne précision. Cependant, le nombre d'éléments est limité par les ressources informatiques et tout spécialement la mémoire vive de l'ordinateur où les données sont stockées lors des calculs. Ce nombre d'éléments peut alors être optimisé en testant différentes tailles de maillage.

La Figure 3-9 montre le maillage du noyau magnétique et du bobinage du composant modélisé.



(b) Figure 3-9: Maillage du composant : (a) noyau magnétique et (b) bobinage

Pour tester l'influence du maillage, la dépendance de la température maximale est investiguée en fonction de la taille des éléments du maillage. Le Tableau 3-4 présente ainsi la température maximale obtenue pour un composant planar (E/PLT 38 avec 6W de pertes), pour trois différentes tailles du maillage. La variation relative de la température en passant d'une taille du maillage à une autre est aussi calculée. Un maillage de 1146625 éléments est suffisant pour traiter cet exemple. L'augmentation de la taille du maillage au-delà de ce nombre n'entraine qu'une très faible variation de température. Avec un maillage plus allégé (2 fois moins d'éléments), la variation de température maximale est de l'ordre de 3%.

Nombre d'éléments du	Température maximale	Variation relative de
maillage	(°C)	température en %
527488	109,37	-3,33
1146625	113,07	/
1768542	113,46	0,34

 Tableau 3-4 : Dépendance de la température maximale en fonction du nombre d'éléments du maillage pour un noyau E/PLT 38 avec 6W de pertes

Pour les autres tailles de noyaux magnétiques, la taille du maillage est fixée respectivement à 648358 éléments pour le noyau magnétique le plus petit (E/PLT 32) et à 5954862 éléments pour celui de plus grande taille (EE 64). Les temps de calcul varient entre 30 minutes et 4 heures pour une seule simulation sous un ordinateur de 16GB de RAM, doté d'un processeur Intel I7-48000MQ ayant 8 cœurs cadencés à une fréquence de 2,70GHz.

### 3.3.4 Résultats et analyse

Ce type de modélisation CFD a été réalisé pour toutes les tailles de noyaux magnétiques planar de type E/PLT et EE. La Figure 3-10 illustre, à titre d'exemple, la distribution de température obtenue autour du composant (E/PLT 38, P=6W, Ta=30°C) et le mouvement de l'air. Cette distribution est typique d'un refroidissement par convection naturelle où l'air chaud monte grâce sa faible densité tandis que l'air froid descend.



Figure 3-10: Exemple de résultats :(a) Mouvement de l'air autour du composant et (b) Distribution de la température

Pour chaque simulation, la température maximale obtenue  $(T_{max})$  permet d'obtenir une valeur de résistance thermique  $(R_{th})$  fonction des pertes  $(P_d)$  et de la température ambiante  $(T_a)$ :

$$R_{th}(P_d, T_a) = \frac{T_{max} - T_a}{P_d}$$
(3-5)

Les résistances thermiques calculées sont ensuite comparées à deux expressions issues de la littérature.

Expression 1 : Cette expression permet de calculer la résistance thermique d'un composant magnétique à partir de sa surface externe totale (noyau magnétique + bobinage) (A<sub>ext</sub>) en m<sup>2</sup>[56]:

$$R_{th1} = \frac{1}{14.A_{ext}} \tag{3-6}$$

• Expression 2 : Cette expression permet le calcul de la résistance d'un composant planar à l'aide du volume de son noyau ( $V_e$ ) en cm<sup>3</sup> [73].

$$R_{th2} = \frac{1000}{24. V_e^{0.54}} \tag{3-7}$$

La Figure 3-11 représente l'évolution de la résistance thermique des composants planar à base de noyau E/PLT en fonction du niveau de pertes dans le composant et ce, pour différentes valeurs de température ambiante. La Figure 3-12 présente le même type de résultats mais pour des combinaisons de noyaux EE. Sur ces différentes figures, les résultats obtenus sont comparés aux résistances issues de la littérature (3-6) et (3-15).



Figure 3-11: Evolution de la résistance thermique en fonction des pertes et de la température ambiante pour les circuits magnétiques de type E/PLT : (a) E/PLT 32, (b) E/PLT 38, (c) E/PLT 43, (d) E/PLT 58 et (e) E/PLT 63



Figure 3-12: Evolution de la résistance thermique en fonction des pertes et de la température ambiante pour les circuits magnétiques de type EE : (a) EE 32, (b) EE 38, (c) EE 43, (d) EE 58 et (e) EE 63

On peut constater que la résistance thermique des composants planar diminue avec l'augmentation des pertes, mais aussi avec l'augmentation de la température ambiante. Ce comportement peut être s'expliquer par les deux phénomènes thermiques :

- Phénomène de convection : La température ambiante modifie les propriétés de l'air autour du composant ce qui entraine une variation du flux thermique échangé par convection. D'autre part, ce flux va dépendre de la température de la surface du composant, en général plus l'écart de température entre le composant et l'air ambiant est grand plus la chaleur extraite par convection est importante, donc la résistance thermique est plus petite.
- Phénomène de rayonnement : Il dépend fortement de la température de la surface externe du composant ainsi que de la température ambiante, et plus le composant est chaud plus la chaleur extraite par rayonnement est grande, donc plus sa résistance thermique est petite .

La comparaison des différentes résistances thermiques avec celles obtenues à l'aide des deux expressions de la littérature montre que l'ordre de grandeur de ces dernières est correct. Cependant, les résistances obtenues ne varient ni en fonction des pertes dans le composant, ni en fonction de la température ambiante. Leur utilisation peut donc entrainer soit une sous-estimation de la température réelle du composant, soit une surestimation :

- La sous-estimation de la température (résistance thermique sous-évaluée) peut conduire à un échauffement excessif du composant puisque non déterminé correctement, voire à la destruction de ce dernier.
- La surestimation de la température (résistance thermique surévaluée) peut fausser un design de composant et éliminer une solution alors même qu'il serait capable de tenir les contraintes thermiques imposées par le système.

Dans ces deux cas, le dimensionnement sera faussé et on voit tout l'intérêt d'utiliser un modèle de résistance thermique le plus précis possible, variant en fonction des paramètres pertes et température ambiante, pour permettre de dimensionner au plus justes des composants magnétiques planar.

Afin d'analyser plus finement les résultats obtenus pour chaque type de noyau, les deux tableaux Tableau 3-5 (E/PLT) et Tableau 3-6 (EE) reprennent, pour les différentes tailles de noyaux :

- La valeur maximale  $R_{th \ CFD \ max}$  calculée par CFD (Pd=1W et Ta=20°C)
- La valeur minimale  $R_{th\_CFD\_min}$  calculée par CFD (Pd=P<sub>max</sub> et W et Ta=60°C)
- Les valeurs calculées par les expressions 1 (3-6) et 2 (3-7), notées respectivement  $R_{th1}$  et  $R_{th2}$

A partir de ces valeurs, nous remarquons que la résistance thermique varie pour les noyaux E/PLT sur une plage située entre 32% et 43%, et sur une plage entre 37% et 43% pour les noyaux de type EE, ce qui constitue des plages de variation importante.

L'écart entre la résistance thermique minimale calculée via CFD et les expressions 1 et 2 sont calculés, ainsi que l'élévation de température correspondant à ces écarts pour le niveau de perte maximale ( $P_{max}$ ) de chaque noyau (Tableau 3-3). Ces écarts de température représentent la surestimation de la température des composants obtenue via l'utilisation des formules empiriques lors de son fonctionnement le plus contraignant (température ambiante la plus élevée et pertes maximales). Cette surestimation peut atteindre des valeurs très importantes qui avoisinent les 40°C, ce qui conduit à des surdimensionnements importants des composants.

Taille du Noyau	32	38	43	58	64
P <sub>max</sub> (W)	4	6	7	13	17
R <sub>th_CFD_max</sub>	23,88	15,91	13,73	8,27	6,77
R <sub>th_CFD_min</sub>	16,12	9,76	8,61	4,81	3,82
R <sub>th1</sub>	18,36	13,15	11,14	8,09	6,06
R <sub>th2</sub>	21,23	13,99	10,88	5,9	4,68
$\Delta R_{th1} = R_{th1} - R_{th\_CFD\_min}$	2,24	3,39	2,53	3,28	2,24
$\Delta R_{th2} = R_{th2} - R_{th\_CFD\_min}$	5,11	4,23	2,27	1,09	0,86
$\Delta T_1 = \Delta R_{th1} \cdot P_{max}$	8,96	20,34	17,71	42,64	38,08
$\Delta T_2 = \Delta R_{th2} \cdot P_{max}$	20,44	25,38	15,89	14,17	14,62

Tableau 3-5 : Synthèse des résultats de la CFD et des expressions 1 et 2 pour les noyaux de type E/PLT

Noyau	32	38	43	58	64
P <sub>max</sub>	6,00	7,00	9,00	16,00	19,00
R <sub>th_CFD_max</sub>	20,93	14,67	11,78	7,13	6,06
R <sub>th_CFD_min</sub>	13,10	9,15	7,12	4,04	3,39
R <sub>th1</sub>	16,79	11,89	10,06	7,39	5,63
R <sub>th2</sub>	18,53	12,03	9,27	5,10	4,21
$\Delta R_{th1} = R_{th1} - R_{th\_CFD\_min}$	3,69	2,74	2,94	3,35	2,24
$\Delta R_{th2} = R_{th2} - R_{th\_CFD\_min}$	5,43	2,87	2,15	1,06	0,82
$\Delta T_1 = \Delta R_{th1} \cdot P_{max}$	22,17	19,15	26,49	53,58	42,61
$\Delta T_2 = \Delta R_{th2}. P_{max}$	32,59	20,11	19,36	16,89	15,59

Tableau 3-6 : Synthèse des résultats de la CFD et des expressions 1 et 2 pour les noyaux de type EE

L'étude de la résistance thermique des composants planar par modélisation CFD a permis de mettre en évidence sa variation avec le niveau de pertes et la température ambiante. Les résultats de cette analyse ont été comparés à deux expressions issues de la littérature et les écarts entre les modèles ont montré que l'utilisation d'une résistance thermique unique pouvait conduire à un surdimensionnement important. L'utilisation d'un tel modèle paramétrable peut permettre de dimensionnement au plus juste des composants magnétiques planar.

# 3.4 Expression analytique de la résistance thermique équivalente

Dans une optique de dimensionnement de composants magnétiques planar, le recours à des simulations CFD peut s'avérer fastidieux. Des modèles analytiques et rapides en termes de temps de calcul doivent être privilégiés.

Sur la base des résultats obtenus dans la partie précédente, nous allons développer un modèle analytique permettant d'estimer la valeur de la résistance thermique équivalente d'un CMP, en fonction de ses pertes et de la température ambiante. Le modèle proposé est de forme polynomiale. Il pourra être utilisé lors des phases de dimensionnement et d'optimisation de design, sans avoir recours à l'utilisation des modèles CFD coûteux en temps de calcul.

# 3.4.1 Modèle polynomial et principe de détermination des paramètres

Les paramètres du modèle de résistance thermique sont la température ambiante  $(T_a)$  et les pertes dans le composant  $(P_d)$ . L'expression polynomiale peut donc s'écrire sous la forme (3-8), où  $a_i$ ,  $b_j$  et c sont les coefficients du polynôme à déterminer. Ces derniers sont calculés à partir des résultats des simulations CFD et d'une régression par la méthode des moindres carrées [74] consistant à minimiser la quantité E définie dans l'équation (3-9).

$$R_{th}(P_d, T_a) = \sum_{i=1}^{N_1} a_i P_d^{\ i} + \sum_{j=1}^{N_2} b_j T_a^{\ j} + c$$
(3-8)

$$E = \sum_{l} \sum_{k} \left( R_{th} (P_{d_{l}}, T_{a_{k}}) - R_{th_{CFD}} (P_{d_{l}}, T_{a_{k}}) \right)^{2}$$
(3-9)

En remplaçant  $R_{th}$  par son expression polynomiale, (3-9) peut se mettre sous la forme suivante :

$$E = \sum_{l} \sum_{k} \left( \sum_{i=1}^{N_{1}} a_{i} P_{d_{l}}{}^{i} + \sum_{j=1}^{N_{2}} b_{j} T_{a_{k}}{}^{j} + c - R_{th_{CFD}} (P_{d_{l}}, T_{a_{k}}) \right)^{2}$$
(3-10)

Cette quantité à minimiser représente le carré de l'écart entre l'expression analytique de la résistance thermique définie auparavant et les valeurs de résistances thermiques calculées par le modèle CFD. La minimisation de cet écart permet d'identifier le jeu de paramètres  $a_i$ ,  $b_j$ , et c qui permet d'approcher au mieux les valeurs calculées par le modèle CFD.

La condition pour obtenir une quantité E minimale est que :

$$\frac{\partial E}{\partial x} = 0 \tag{3-11}$$

Avec  $x \in \{a_i, b_j, c\}$ ,  $1 \le i \le N_1$  et  $1 \le j \le N_2$ 

Ce qui donne pour tout  $1 \le i_0 \le N_1$  et  $1 \le j_0 \le N_2$  :

$$\begin{cases} \frac{\partial E}{\partial a_{i_0}} = P_{d_l}{}^{i_0} \sum_{l} \sum_{k} \left( \sum_{i=1}^{N_1} a_i P_{d_l}{}^{i} + \sum_{j=1}^{N_2} b_j T_{a_k}{}^{j} + c - R_{th_s} (P_{d_l}, T_{a_k}) \right) = 0 \\ \frac{\partial E}{\partial b_{j_0}} = T_{ak}{}^{j_0} \sum_{l} \sum_{k} \left( \sum_{i=1}^{N_1} a_i P_{d_l}{}^{i} + \sum_{j=1}^{N_2} b_j T_{a_k}{}^{j} + c - R_{th_s} (P_{d_l}, T_{a_k}) \right) = 0 \quad (3-12) \\ \frac{\partial E}{\partial C} = \sum_{l} \sum_{k} \left( \sum_{i=1}^{N_1} a_i P_{d_l}{}^{i} + \sum_{j=1}^{N_2} b_j T_{a_k}{}^{j} + c - R_{th_s} (P_{d_l}, T_{a_k}) \right) = 0 \end{cases}$$

Le problème peut se mettre sous forme matricielle (3-13). Ainsi, pour trouver l'ensemble des paramètres permettant de définir au mieux le modèle analytique, il suffit de résoudre l'équation (3-13) pour retrouver le vecteur X des coefficients du polynôme.

$$AX = B \tag{3-13}$$

Avec :

$$\begin{split} A &= \begin{pmatrix} \sum_{i=k}^{n} \sum_{k=0}^{n} \sum_{i=k}^{n} \sum_{k=0}^{n} \sum_{i=k=0}^{n} \sum_{k=0}^{n} \sum_{i=k=0}^{n} \sum_{k=0}^{n} \sum_{i=k=0}^{n} \sum_{k=0}^{n} \sum_{i=k=0}^{n} \sum_{k=0}^{n} \sum_{i=k=0}^{n} \sum_{k=0}^{n} \sum_{i=k=0}^{n} \sum_{k=0}^{n} \sum_{i=0}^{n} \sum_{k=0}^{n} \sum_{i=0}^{n} \sum_{k=0}^{n} \sum_{i=0}^{n} \sum_{k=0}^{n} \sum_{i=0}^{n} \sum_{k=0}^{n} \sum_{i=0}^{n} \sum_{i=0}$$

Ainsi pour trouver l'ensemble des paramètres permettant de définir le modèle analytique, il suffit de résoudre cette dernière équation et retrouver le vecteur X :

$$X = A^{-1}B \tag{3-14}$$

#### **3.4.2 Application aux CMP**

Avant de pouvoir utiliser la démarche présentée ci-dessus sur les différents cas de composants planar, il est nécessaire de fixer le nombre de paramètres du modèle générique, à savoir le nombre de coefficients  $a_i$  (N<sub>1</sub>) ainsi que celui de  $b_i$  (N<sub>2</sub>).

#### 3.4.2.1 Détermination du nombre de coefficients b<sub>j</sub> (N<sub>2</sub>)

Pour fixer ce paramètre  $N_2$ , l'évolution des résistances thermiques en fonction de la température ambiante pour les différents noyaux E/PLT est tracée sur la Figure 3-13 pour des pertes de 1W. La variation de la résistance thermique en fonction de ce paramètre température ambiante est une fonction affine. Pour notre modèle, on pourra donc prendre  $N_2=1$ .



Figure 3-13: évolution de la résistance thermique en fonction de la température ambiante pour les différents noyaux étudiés

De ce fait, l'expression analytique (3-15) devient :

$$R_{th}(P_l, T_a) = \sum_{i=1}^{N_1} a_i P_d^{\ i} + bT_a + c$$
(3-15)

#### 3.4.2.2 Détermination du nombre de coefficients ai (N1)

L'ordre  $N_1$  de la partie polynomiale relative aux pertes  $P_d$  est déterminé en l'augmentant progressivement jusqu'à avoir une valeur faible de l'erreur entre l'expression analytique et les résultats de simulation CFD. La Figure 3-14 compare les résultats de la formule analytique pour un ordre polynomial des pertes égales respectivement à 1, 2 et 3 à la simulation CFD (Noyau E/PLT 64, Ta= 20°C). A partir de l'ordre 3, l'expression polynomiale assure une bonne approximation des résultats de la simulation CFD.



Figure 3-14: Influence du paramètre N<sub>1</sub> sur la partie polynomiale liée aux pertes (Noyau E/PLT 64 Ta= 20°C)

Ceci permet de fixer la forme finale de la formule analytique de la résistance thermique équivalente sous la forme :
$$R_{th}(P_l, T_a) = a_3 P_l^3 + a_2 P_l^2 + a_1 P_l + bT_a + c$$
(3-16)

Pour chaque type de noyau, 5 coefficients doivent donc être déterminés :  $a_3$ ,  $a_2$ ,  $a_1$ , b et c.

#### 3.4.2.3 Tableaux de coefficients pour les noyaux E/PLT et EE

En appliquant la méthodologie présentée dans la partie 4.1 de ce chapitre, les différents coefficients pour les noyaux E/PLT et EE sont ainsi calculés. Le Tableau 3-7 présente les résultats pour les noyaux E/PLT et le Tableau 3-8 ceux pour les noyaux EE.

E/PLT					
Taille	<i>a</i> <sub>1</sub>	<i>a</i> <sub>2</sub>	<i>a</i> <sub>3</sub>	b	С
32	-4,3791	0,8909	-0,0785	-0,0745	28,9439
38	-2,3069	0,3586	-0,0233	-0,0527	18,9428
43	-1,6190	0,2250	-0,0129	-0,0437	16,0190
58	-0,5765	0,0487	-0,0016	-0,0268	9,3354
64	-0,3761	0,0252	-6,68.10-4	-0,0219	7,5589

EE					
Taille	<i>a</i> <sub>1</sub>	<i>a</i> <sub>2</sub>	<i>a</i> <sub>3</sub>	b	С
32	-3,1251	0,4889	-0,0318	-0,0604	24,8154
38	-1,8110	0,2537	-0,0146	-0,0449	17,1462
43	-1,1890	0,1376	-0,0064	-0,0361	13,5636
58	-0,4331	0,0310	-8,71.10-4	-0,0223	7,9777
64	-0,3120	0,0191	-4,59.10-4	-0,0192	6,7406

Tableau 3-8 : Valeurs des paramètres du modèle analytique pour les noyaux de type EE

Comme nous pouvons le remarquer dans ces deux tableaux, le coefficient *b* est négatif, ce qui reflète la diminution de la résistance thermique avec la température ambiante. Quant aux deux coefficients  $a_1$  et  $a_3$ , ils assurent la décroissance de la résistance thermique avec les pertes.

#### 3.4.3 Comparaison des résultats obtenus via le modèle analytique et par CFD

Afin de déterminer la validité des coefficients du Tableau 3-7 et du Tableau 3-8, les résultats issus de la formulation analytique polynomiale sont comparés aux résultats des

modèles CFD. La Figure 3-15 présente ainsi les comparaisons sur les noyaux E/PLT, tandis que la Figure 3-16 se focalise sur les noyaux EE.

Le modèle analytique proposé reproduit correctement le comportement de la résistance thermique calculée par le modèle CFD et cela pour les différents types et tailles de noyaux magnétique planar. L'erreur maximale entre les modèles analytiques et numériques ne dépasse pas le 1% dans le pire des cas, ce qui permet d'assurer une bonne précision lors des calculs d'élévation de température.



Figure 3-15: Evolution de la résistance thermique en fonction des pertes et de la température ambiante pour les circuits magnétiques de type E/PLT – Comparaison CFD et modèle analytique : (a) E/PLT 32, (b) E/PLT 38, (c) E/PLT 43, (d) E/PLT 58 et (e) E/PLT 63



Figure 3-16: Evolution de la résistance thermique avec les pertes et la température ambiante pour les circuits magnétiques de type EE – Comparaison CFD et modèle analytique : (a) EE 32, (b) EE 38, (c) EE 43, (d) EE 58 et (e) EE 63

Cette partie s'est axée autour de l'exploitation des résultats de la modélisation CFD pour le développement d'un modèle analytique polynomial à l'aide des moindres carrées. Les coefficients de ce modèle analytique ont été calculés pour les différentes tailles des noyaux E/PLT et EE. Ces coefficients permettent d'estimer la valeur de la résistance thermique pour les différents noyaux standards sous les conditions de fonctionnement du transformateur (Pertes et Température ambiante). La formulation peut ainsi être utilisée facilement dans un processus de dimensionnement voire d'optimisation. La partie suivante traite la validation expérimentale de ce modèle sur un prototype de transformateur planar.

## 3.5 Validation expérimentale

Un prototype de transformateur planar à base de feuille de cuivre a été conçu pour la validation du modèle. Le transformateur est basé sur un noyau E/PLT 38 en ferrite 3F3. Le transformateur est dimensionné pour une puissance de 360VA, avec un niveau de pertes de 6W.



Figure 3-17 : Prototype de transformateur planar de 360 VA

#### **3.5.1 Démarche de tests**

Pour la génération des pertes dans le transformateur et pour des raisons de précision de mesures, le transformateur est alimenté à vide avec une tension sinusoïdale issue d'un générateur de signaux (Agilent 33250A [75]). Cette tension est amplifiée à l'aide d'un amplificateur de puissance (Amplifier Research Model 75A250A [76]). Deux sondes de précisions sont utilisées (LEM PR50, Tektronix P5100A [77]) pour relever respectivement le courant dans le primaire et la tension aux bornes du transformateur. La puissance dissipée dans le composant est calculée à l'aide d'un oscilloscope (Tektronix DPO 4034 [77]) en calculant la moyenne du produit du courant et de la tension. La température est, quant à elle, relevée par une caméra thermique Fluke VR102 [78]. La Figure 3-18 présente une vue d'ensemble des différents éléments permettant de réaliser la validation expérimentale.



Figure 3-18 : différents éléments de la démarche expérimentale

Pour permettre le réglage de la puissance dissipée dans le composant et réaliser ainsi, différents points de mesures, l'amplitude et la fréquence de la tension d'alimentation sont réglables. Pour chaque point de mesure, les pertes fer dans le noyau magnétique sont estimées avec la formule de Steinmetz [9] qui est rappelée ici:

$$P_d = k_c (c_2 T^2 + c_1 T^2 + c_0) f^{\alpha} B_{max}{}^{\beta} V_{noyau}$$
(3-17)

Où  $k_c$ ,  $c_0$ ,  $c_1$ ,  $c_2$ ,  $\alpha$ , et  $\beta$  sont des coefficient donné par le fabricant du ferrite [36]. Et  $V_{noyau}$  est le volume du noyau en m<sup>3</sup>.

L'induction magnétique maximale ( $B_{max}$ ) est calculée à partir la valeur efficace de la tension d'alimentation à l'aide de la loi de Faraday :

$$B_{max} = \frac{V_p}{4,44S_c N_p f}$$
(3-18)

Avec :

 $V_p$ : Tension primaire [V]

 $N_p$ : Nombre de spires primaire

*f* : Fréquence [Hz]

L'expression des pertes fer en fonction de la tension et de la fréquence devient donc :

$$P_{d} = \left(\frac{k_{c}(c_{2}T^{2} + c_{1}T^{2} + c_{0})}{4,44 S_{c} N_{p}} f^{\alpha-\beta} V_{p}^{\beta}\right) V_{noyau}$$
(3-19)

Comme mentionné ci-dessus, pour fixer les pertes dissipées dans le composant on peut agir sur la tension ou sur la fréquence en entrée du transformateur. Pour des coefficients donnés, cette puissance augmente avec la tension et diminue avec la fréquence car son exposant est négatif. En effet pour la ferrite, comme c'est le cas pour la ferrite 3F3 utilisée ici, le paramètre  $\alpha$  est généralement inférieur à  $\beta$ .

Enfin, pour réaliser des mesures correctes de pertes, les sondes de tension et de courant jouent un rôle primordial. Ces sondes doivent être de précision n'engendrant qu'un faible retard de mesures. En effet, le retard introduit un déphasage qui peut affecter fortement la valeur de la puissance active mesurée [46]. Les sondes utilisées pour ces essais présentent un retard de mesures ne dépassant pas 9ns.Ceci permet de garantir une bonne précision des mesures.

#### 3.5.2 Résultats et discussion

Six essais à puissance différente sont menés pour deux valeurs de températures ambiantes (22°C et 30°C). Le Tableau 3-9 liste les différents paramètres d'essais, à savoir la valeur efficace de la tension et la fréquence du signal d'entrée. Plus la tension augmente plus l'écart entre les pertes calculées et mesurées augmente. Ceci est dû à la saturation de l'amplificateur de puissance qui apparait pour les essais (4,5 et 6) (Figure 3-19). Néanmoins, ces valeurs calculées permettent de valider les pertes mesurées en donnant un ordre de grandeur.



Figure 3-19 : Formes d'ondes de la tension et du courant : (a) sans saturation et (b) avec saturation de l'amplificateur

essai	Tension [V]	Fréquence [kHz]	Pertes mesurées [W]	Pertes calculées [W]	Erreur %
1	25,75	100	1,03	1,064	3,30
2	34,01	100	2,04	2,1	2,94
3	40,3	100	3	3,13	4,33
4	45,35	70	4,03	4,6	14,14
5	48	65	5,05	5,94	17,62
6	50,17	65	6	7,74	29,00

Tableau 3-9 : Caractéristiques des 6 essais et comparaison des pertes mesurées et calculées

La Figure 3-20 présente l'évolution de la résistance thermique du prototype en fonction des pertes pour deux valeurs de températures ambiantes : 22°C et 30°C. Les valeurs mesurées sont comparées sur cette même figure à celles calculées par le modèle analytique proposé dans ce chapitre et à celles données par les expressions 1 et 2 des références [56] et [36].



Figure 3-20: Comparaison des résultats du modèle proposé avec les mesures

L'évolution des résistances thermiques confirme la tendance donnée par les simulations CFD. L'écart maximal entre les courbes de mesures et celles données par le modèle analytique est de l'ordre de 3%, ce qui assure une bonne précision du modèle polynomial. La différence entre la plus grande valeur de la résistance thermique et la plus petite valeur est d'environ 4 °C/W, ce qui correspond à une amplitude thermique de 24 °C en se basant sur le niveau de pertes maximal de 6W. L'écart entre la valeur minimale de la résistance thermique avec les expressions 1 et 2 est de 1,2 °C /W et 1,6 °C /W respectivement. Ceci correspond à des écarts de températures de 7,2 °C et 9,6 °C respectivement. Ces écarts ne font qu'augmenter avec la température ambiante et avec la température de fonctionnement du composant.

## **3.6 Conclusion**

L'aspect thermique est très important pour la conception des composants d'électronique de puissance dans le contexte actuel où de fortes densités de puissances sont requises. Ce chapitre a présenté une étude de la résistance thermique des composants planar en convection naturelle à l'aide d'une modélisation CFD. Cette étude a mis en évidence le fait que ces composants ne peuvent pas être modélisés par une résistance thermique constante. En effet, la valeur de la résistance thermique globale d'un composant planar est étroitement liée aux pertes dissipées au sein du composant ainsi qu'à la température ambiante. Cette étude a ainsi permis l'identification d'une expression analytique de cette résistance thermique paramétrable selon le type de noyau utilisé. Cette étude numérique et cette modélisation analytique ont ensuite été validées par des mesures sur un prototype.

Le modèle développé est simple d'utilisation et ne nécessite pas beaucoup de calcul. Il permet de plus un dimensionnement au plus juste pour les composants planar en convection naturelle et peut être aussi utilisé dans une démarche d'optimisation.

Cependant, ce type de modèle présente des limites et ne peut être réservé qu'à des phases de dimensionnement. En effet un tel modèle ne permet pas l'accès à la distribution de température dans le composant. Le dernier chapitre introduira donc un modèle thermique 3D basé sur un réseau thermique nodal, pour permettre d'étudier le comportement interne du composant et détecter d'éventuels point chaud dans les enroulements du transformateur.

## Chapitre 4

# Modélisation par réseau thermique nodal automatisé (RTNA) pour les composants magnétiques planar

## **4.1 Introduction**

Chapitre 1Dans le chapitre précédent, nous avons présenté un modèle thermique global des composants magnétiques planar destiné essentiellement aux premières phases d'étude et au dimensionnement. Ce modèle, basé sur une résistance thermique équivalente, ne permet pas de calculer la distribution de température dans les composants. Pour pouvoir obtenir une distribution fiable et précise, il est nécessaire d'utiliser un autre type de modèle tridimensionnel. Ce chapitre propose ainsi de développer un modèle de type réseaux thermique nodal (RTN), relativement simple et souple d'utilisation, mais suffisamment précis pour éviter le recours systématique à la modélisation numérique par éléments-finis 3D.

Les réseaux thermiques nodaux sont couramment utilisés en Génie Electrique, que ce soit pour les machines électriques [79] [80] ou pour les différents composants d'Electronique de Puissance, tels que les composants semi-conducteurs [81] et les composants passifs [82]. Ce type de modèle est assez intuitif d'utilisation pour un « électricien », grâce à l'équivalence thermique-électrique, qui transforme le modèle thermique en un modèle électrique équivalent. Ce type d'équivalence permet, de plus, de pouvoir avoir recours aux mêmes outils de résolution type circuit.

Pour élaborer un RTN, il n'existe pas de règles générales. Le choix des éléments constituants le réseau se fait souvent en se basant sur l'expertise [83]. L'objectif est de réduire le nombre d'éléments du modèle tout en gardant une précision suffisante. Ceci nécessite généralement un recalage à partir des résultats expérimentaux ou à partir de simulations numériques intensives. De nos jours, contrairement aux outils de modélisation numérique, il existe peu d'outils informatiques dédiés pour ce type de modèle [84]. Il est en

effet nécessaire d'adapter les outils à chaque composant et à chaque configuration, ce qui n'incite pas à la génération d'outils dédiés.

Dans ce chapitre, nous allons donc présenter le développement d'un modèle RTNA spécialement conçu pour les composants magnétiques planar et son outil dédié. Le modèle se base sur la géométrie particulière des CMP pour définir, notamment, les éléments du réseau thermique nodal. Le modèle est paramétrable et s'adapte à toutes les configurations d'enroulements et à toutes les tailles de noyaux magnétiques de type EE ou E/PLT [32]. Un tel outil permet d'assurer un bon compromis rapidité/précision. En effet, en plus de la rapidité et facilité de configuration et de préparation du modèle, les temps de calculs sont réduits par rapport aux simulations numériques tout en assurant une précision bien meilleure que sur des modèles nodaux classiques.

Afin de pouvoir s'adapter aux différents objectifs de modélisations thermiques et aux différentes configurations de fonctionnement des CMP, le modèle RTNA présenté dans ce chapitre traite les cas du régime permanent et du régime transitoire. Il est paramétrable en fonction des différents types de conditions aux limites : coefficients d'échange constants ou variables avec la température ou encore température constante pour les faces supérieures et/ou inférieures du composant émulant un système de refroidissement efficace mono ou double-face.

Ce chapitre présentera donc toutes les phases de mise en œuvre d'un modèle RTNA pour composants planar. Les résultats obtenus seront comparés à des simulations par éléments-finis et à des mesures expérimentales.

Dans une première partie, les fondements de la modélisation par RTN seront présentés. En plus du principe de discrétisation du composant, les éléments de base du modèle seront définis. Dans la deuxième partie la formulation mathématique du problème et son application pour les CMP seront développés. Concernant la validation du modèle, des comparaisons avec des simulations FEM seront réalisées dans la troisième partie de ce chapitre. Deux transformateurs, de puissance respective 360 VA et 2kVA, seront ainsi dimensionnés et modélisés par RTNA et FEM. Un prototype de chaque transformateur sera ensuite réalisé et caractérisé en puissance pour prouver la validité et l'intérêt des modèles RTNA développés.

## 4.2 Principe de la modélisation par RTN

La modélisation par réseau thermique nodal consiste en la modélisation d'un problème thermique par un circuit électrique équivalent en exploitant l'analogie existante entre les grandeurs thermique et électrique comme détaillé dans le chapitre 2. Cette analogie permet, d'une part, d'utiliser les notions bien connues des circuits électriques pour la modélisation des problèmes thermiques et les lois de bases du Génie Electriques telles que les lois de Kirchhoff pour les résoudre et, d'autre part, de pouvoir utiliser des outils informatiques développés pour les simulations dédiées aux circuits électriques.

L'établissement d'un modèle RTN peut se décomposer en quatre étapes :

- Premièrement, le composant est découpé en blocs élémentaires.
- Deuxièmement, les éléments du modèle relatifs à chaque élément sont calculés.
- Troisièmement, le problème est mis en équation.
- Enfin, le problème est résolu en tenant compte des différentes conditions du système.

Avant de détailler ces différentes étapes de conception d'un modèle RTN, il convient de définir les différents types possibles, à savoir modèle comportemental ou modèle structurel.

#### 4.2.1 Type du modèle thermique : comportemental ou structurel

Le découpage d'un composant en vue de sa modélisation thermique nodale peut se faire de plusieurs manières, selon l'objectif recherché de la modélisation ou encore la précision voulue. Ce découpage peut être plutôt global, on parle alors de modèle comportemental ou plus fortement lié à la géométrie du composant, on parle alors de modèle structurel.

#### **4.2.1.1 Modèle thermique comportemental**

Ce modèle représente le composant d'une manière globale. Il peut se référer aux différentes parties du composant (exemple : noyaux magnétique, enroulements...) pour établir les éléments du modèle thermique, avec finalement peu de lien entre le modèle et la géométrie du composant. En général ce type de modèle présente un nombre de nœuds très réduit et ne donne qu'un nombre limité de valeurs de température pour une ou plusieurs parties du composant. Un exemple typique de ce genre de modèle est la représentation du transformateur par une résistance thermique unique (cf. chapitre 3). La Figure 4-1 présente un autre exemple de modèle comportemental pour un composant d'une inductance [85], dans lequel l'enroulement et le noyau magnétique sont sources de pertes tandis que leurs températures sont reliées entre elles et vis-à-vis de la température ambiante par seulement trois résistances thermiques. En général pour ce type de modèle, les résistances thermiques sont identifiées à partir des essais expérimentaux.



Figure 4-1: Exemple de réseau thermique comportemental pour une inductance de convertisseur DC/DC [85]

#### **4.2.1.2 Modèle thermique structurel (géométrique)**

Pour un modèle dit « structurel », le découpage est basé sur la géométrie du composant pour définir ses différents éléments. Ainsi, la correspondance entre le réseau thermique et la géométrie du composant est identifiée facilement. Ce type de modèle présente généralement un grand nombre d'éléments, permettant d'obtenir des valeurs de températures en de nombreux points du composant.



Figure 4-2: Exemple de réseau thermique structurel pour une couche du bobinage d'un composant magnétique [86]

Le découpage du composant en éléments de géométries simples permet d'avoir recours à des expressions assez simples pour le calcul des différentes résistances thermiques correspondant à chacun de ces éléments.

Pour le développement d'un modèle RTN de transformateur planar, la solution structurelle a été préférée. En effet, comme mentionné précédemment, l'objectif est de pouvoir obtenir la distribution de température à l'intérieur d'un CMP. Seul un modèle type structurel peut répondre à cette problématique.

Nous allons maintenant détailler les différentes étapes de conception d'un modèle RTN avant de l'appliquer aux composants magnétiques planar.

#### 4.2.2 Définition du problème et calcul des éléments

Un réseau de résistances thermiques structurel peut comporter un grand nombre de résistances thermiques. Pour la formulation mathématique du problème, il faut rester général avec un nombre de nœuds quelconque.

On considère alors un réseau thermique constitué de n nœuds, les températures des nœuds de 1 à m étant supposées inconnues et celles des nœuds m+1 à n connues. Le nœud i du réseau thermique est représenté sur la Figure 4-3. L'indice de ce nœud étant noté *i*, il est relié aux autres nœuds d'indice *j* via des résistances thermiques notées  $R_{ij}$ . Ces différentes résistances sont liées aux différents modes de transfert thermique (conduction, convection et rayonnement) [87]. Le nœud i est siège de pertes modélisées par une source de pertes notée  $q_i$ . Les effets transitoires sont pris en compte par la présence de la capacité thermique  $C_i$ .

Dans la suite, nous allons présenter le calcul des différents éléments de base de ce schéma (Figure 4-3), notamment les résistances thermiques modélisant les différents modes de transfert thermique.



Figure 4-3: Nœud i d'un réseau thermique nodal

#### 4.2.2.1 Résistance thermique de conduction

#### • Elément géométrique parallélépipédique :

Supposons un parallélépipède de longueur L, le flux de la chaleur  $\phi$  est unidirectionnel et uniforme (constant), selon l'axe x.



Figure 4-4: Conduction thermique unidirectionnelle dans un solide parallélépidique

Le flux de la chaleur peut être exprimé d'après la loi de Fourier :

$$\phi = -\lambda S \frac{dT}{dx} \tag{4-1}$$

L'expression (IV-1) est intégrée entre  $x_1$  et  $x_2$  :

$$\phi \int_{x_1}^{x_2} dx = -\lambda S \int_{x_1}^{x_2} dT$$
 (4-2)

Ce qui donne :

$$\phi = \lambda S \frac{T_1 - T_2}{x_2 - x_1} = \frac{\lambda S}{L} \Delta T$$
(4-3)

On en déduit, ainsi, la résistance thermique du solide, définie par :

$$\phi = \frac{\Delta T}{R_{\rm th}} \tag{4-4}$$

Avec :

$$R_{\rm th} = \frac{L}{\lambda S} \tag{4-5}$$

#### • Elément géométrique cylindrique :

La même approche permet de calculer la résistance thermique d'un cylindre creux (Figure 4-5) ou, dans le cas d'un flux de chaleur radial, en fonction du rayon interne  $R_1$  et du rayon externe  $R_2$ :



Figure 4-5: Elément géométrique cylindrique

#### 4.2.2.2 Résistance thermique de convection

On considère une surface S de température  $T_s$ , en contact avec un fluide de température ambiante  $T_a$ .



Figure 4-6: échange thermique par convection

L'échange thermique par convection est décrit par la loi de Newton qui donne le flux thermique échangé par convection entre la surface et le fluide :

$$\phi_{conv} = h S \left( T_s - T_a \right) \tag{4-7}$$

Où h est le coefficient d'échange thermique par convection.

Cette dernière équation permet de calculer la résistance thermique de convection définie par :

$$R_{th\_convection} = \frac{(T_s - T_a)}{\phi_{conv}} = \frac{1}{hS}$$
(4-8)

Ce coefficient h peut dépendre de la température ambiante et de la température de la surface, selon le type de refroidissement.

#### 4.2.2.3 Résistance thermique de rayonnement

On considère une surface S de température  $T_s$ , dans un environnement ambiant de température  $T_{\infty}$ .



Figure 4-7: échange thermique par rayonnement

Selon la loi de Stefan décrivant le rayonnement thermique :

$$\phi_{ray} = S \varepsilon \sigma \left( T_s^4 - T_\infty^4 \right) \tag{4-9}$$

Avec :

 $\sigma$  : Constante de Stephan (5,6710-8 W m<sup>-2</sup> °K<sup>-4</sup>)

 $\varepsilon$  : Emissivité

 $\varepsilon$  est inférieur à 1 dont la valeur dépend de la couleur et de l'état de la surface. Pour cette loi, les températures s'expriment en Kelvin (K).

La relation (4-9) peut se mettre sous la forme :

$$\phi_{ray} = S \ \varepsilon \ \sigma \ (T_p - T_{\infty}) (T_p^{\ 3} + T_p^{\ 2} T_{\infty} + T_p T_{\infty}^{\ 2} + T_{\infty}^{\ 3})$$
(4-10)

Alors la résistance thermique peut être déduite sous la forme:

$$R_{th\_radiation} = \frac{(T_p - T_{\infty})}{\phi_{ray}} = \frac{1}{S \ \varepsilon \ \sigma \ (T_p^{\ 3} + T_p^{\ 2}T_{\infty} + T_p T_{\infty}^{\ 2} + T_{\infty}^{\ 3})}$$
(4-11)

#### 4.2.2.4 Autres éléments du modèle

La capacité thermique  $C_i$  représente le niveau d'énergie thermique stocké dans un élément i. Les capacités thermiques ne sont utilisées que lors des calculs en régime transitoire. Les pertes, quant à elles, doivent être distribuées sur les différents volumes élémentaires du modèle RTN.

Nous reviendrons en détail sur les expressions de ces deux grandeurs dans la partie application aux composants magnétiques planar.

#### 4.2.3 Formulation mathématique d'un RTN

En se basant sur la Figure 4-3, le RTN de n nœuds peut se mettre en équation. L'équilibre thermique du réseau se traduit par les lois de Kirchhoff appliquées au nœud d'indice i :

$$\sum_{j=1}^{n} \frac{T_i - T_j}{R_{ij}} - q_i = C_i \frac{dT_i}{dt}$$
(4-12)

Les indices de 1 à m représentant les températures inconnues que l'on cherche à évaluer sont séparées des indices de m+1 à n dont les températures sont, elles, connues :

$$\left(\sum_{j=1}^{n} \frac{1}{R_{ij}}\right) T_i - \sum_{j=1}^{m} \frac{1}{R_{ij}} T_j - \sum_{j=m+1}^{n} \frac{1}{R_{ij}} T_j + q_i = C_i \frac{dT_i}{dt}$$
(4-13)

Le fait que deux nœuds ne sont pas liés par une résistance thermique peut se traduire par une résistance thermique de valeur infinie. Ainsi, il est plus commode d'utiliser des conductances thermiques pour avoir plutôt recours à des conductances de valeur nulle lorsque deux nœuds ne sont pas non liés ensembles. En effet, ce type de représentation est plus adapté pour une implantation dans les logiciels de calcul scientifique.

En introduisant les conductances thermiques, l'équation (4-13) peut se mettre sous la forme :

$$\left(\sum_{j=1}^{n} G_{ij}\right) \cdot T_{i} - \sum_{j=1}^{m} G_{ij} \cdot T_{j} - \sum_{j=m+1}^{n} G_{ij} \cdot T_{j} + q_{i} = C_{i} \frac{dT_{i}}{dt}$$
(4-14)

Avec  $G_{ij} = \frac{1}{R_{ij}}$ 

L'équation (4-14) peut s'écrire sous format matriciel pour les nœuds de 1 à m :

$$AT - BU = C \frac{dT}{dt}$$
(4-15)

Avec :

A : matrice des admittances

B : vecteur de pertes et de températures connues

T : vecteur des températures inconnues

В

Ces matrices sont données par les expressions suivantes :

$$A = \begin{pmatrix} \sum_{j=1}^{n} G_{1j} & -G_{12} & \cdots & -G_{1m} \\ -G_{21} & \sum_{j=1}^{n} G_{2j} & \cdots & -G_{2m} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -G_{1m} & -G_{2m} & \cdots & \sum_{j=1}^{n} G_{mj} \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 1 & 0 & \cdots & 0 & -G_{1(m+1)} & -G_{1(m+2)} & \cdots & -G_{1n} \\ 0 & 1 & \cdots & 0 & -G_{2(m+1)} & -G_{2(m+2)} & \cdots & -G_{1n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 1 & -G_{m(m+1)} & -G_{m(m+2)} & \cdots & -G_{mn} \end{pmatrix}$$
(4-16)
$$(4-17)$$

$$C = \begin{pmatrix} C_{1} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & C_{2} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & C_{m} \end{pmatrix}$$
(4-18)  
$$U = \begin{pmatrix} q_{1} \\ q_{2} \\ \vdots \\ q_{m} \\ T_{m+1} \\ T_{m+2} \\ \vdots \\ T_{n} \end{pmatrix}$$
(4-19)  
$$T = \begin{pmatrix} T_{1} \\ T_{1} \\ \vdots \\ T_{m} \end{pmatrix}$$
(4-20)

La résolution de l'équation (4-15) permet le calcul des températures inconnues pour chaque nœud.

#### 4.2.4 Résolution

Le problème décrit précédemment peut être implanté dans un logiciel de calcul mathématique pour être résolu. Plusieurs cas peuvent être distingués, selon le régime (permanent ou transitoire) et selon la présence d'une variation des conditions aux limites avec la température.

#### 4.2.4.1 Régime permanent

La modélisation de la température en régime permanent est indispensable pour la vérification de l'intégrité thermique du composant sous ses conditions de fonctionnement nominales.

#### 4.2.4.1.1 Principe de la résolution du problème et son implantation

En régime permanent la température est constante. On a alors  $\frac{dT}{dt} = 0$  et l'équation (4-15) devient :

$$AT - BU = 0 \tag{4-21}$$

La température peut alors être calculée par une simple inversion de matrice :

$$T = A^{-1}BU \tag{4-22}$$

#### 4.2.4.1.2 Régime permanent avec coefficients d'échange constants

La Figure 4-8 montre le processus d'élaboration et de résolution du modèle en régime permanent, avec les coefficients d'échanges constants et indépendants de la température. Pour ce type de résolution, les différentes grandeurs d'entrées sont les paramètres géométriques, les données des matériaux, les pertes dans le composant et les différentes conditions aux limites. Ces données sont utilisées pour calculer les matrices A (4-16), B (4-17) et le vecteur U (4-19) détaillées dans la partie précédente. Une fois ces matrices calculées, la température en régime permanent peut être déduite avec l'équation (4-15).



Figure 4-8: Régime permanent avec coefficients d'échange constants

## 4.2.4.1.3 Régime permanent avec coefficients d'échanges dépendants de la température

Bien souvent, la variation des coefficients d'échanges thermiques avec la température doit être prise en compte et nécessite un bouclage dans le processus de résolution du problème. Ainsi, dans le cas du régime permanent avec des conditions aux limites dépendantes de la température, les conditions aux limites sont réévaluées, à chaque itération, en fonction des températures moyennes des surfaces externes du composant (Figure 4-9). Ces nouvelles valeurs des coefficients d'échange thermique vont alors modifier les valeurs des résistances thermiques liées à l'échange avec l'extérieur et donc les matrices A (4-16), B (4-17). Ces dernières sont donc réévaluées à l'aide des nouveaux coefficients d'échange thermique. Le nouveau vecteur de température est ensuite recalculé avec les nouvelles matrices. Ces étapes sont réitérées jusqu'à convergence de la température. Cette convergence est atteinte lorsque l'écart relatif entre les vecteurs de température de deux itérations successives est suffisamment petit (critère d'arrêt à spécifier) comme indiqué sur la Figure 4-9.



Figure 4-9: Régime permanent avec coefficients d'échanges variables avec la température

#### 4.2.4.2 Régime transitoire

#### 4.2.4.2.1 Formulation du problème

En régime transitoire, le vecteur de température dépend du temps. Le vecteur des pertes et des températures imposées U (4-19) peut aussi en dépendre. Ceci conduit à un problème non linéaire. Il faut, dans ce cas, faire appel à des méthodes itératives pour évaluer la température, le terme dérivatif étant approximé par un schéma d'Euler d'ordre 1 :

$$\frac{dT}{dt} = \frac{T^{k+1} - T^k}{\Delta t} \tag{4-23}$$

L'équation (4-15) devient alors :

$$AT^{k+1} - BU^{k} = C \frac{T^{k+1} - T^{k}}{\Delta t}$$
(4-24)

A partir de la relation (4-24), l'expression de la température est déduite pour l'itération k+1 (4-25). Le calcul de la température avec cette expression nécessite une température initiale  $T^0$  connue.

$$T^{k+1} = \left(A - \frac{C}{\Delta t}\right)^{-1} \left[BU^k - \frac{C}{\Delta t}T^k\right]$$
(4-25)

#### 4.2.4.2.2 Régime transitoire avec coefficients d'échange constants

L'algorithme permettant la résolution du problème en régime transitoire avec les coefficients d'échange constants est présenté sur la Figure 4-10. Pour ce type de résolution, il convient d'ajouter aux données d'entrées, l'intervalle temporel contenant les instants d'évaluation de la température  $[t_0, t_1, ..., t_m]$ , ainsi que la température initiale du composant. Si les pertes varient aussi en fonction du le temps, il faut aussi rajouter le profil de leur variation.

Les différentes matrices sont ensuite calculées à partir des données d'entrée : la température est évaluée pour chaque instant  $t_k$  à l'aide de l'équation (4-25), jusqu'à la fin de l'intervalle temporel simulé.



Figure 4-10: Régime transitoire avec coefficients d'échanges constants

## 4.2.4.2.3 Régime transitoire avec coefficients d'échanges dépendants de la température

Dans ce cas, le modèle en régime permanent avec des coefficients d'échange variables avec la température est utilisé (Figure 4-9) pour initialiser la simulation. Il permet de donner la valeur des coefficients d'échanges correspondants aux températures des faces du composant en régime permanent. Ces dernières sont ensuite utilisées comme données d'entrée du modèle en régime transitoire (Figure 4-10), qui se charge ensuite de calculer le vecteur des températures pour chaque instant. Le principe de résolution est détaillé sur la Figure 4-11.



Figure 4-11: Régime transitoire avec coefficients d'échanges dépendants de la température

#### **4.2.5** Exemple d'application : conducteur isolé thermiquement

Pour terminer cette partie sur le principe de modélisation par RTN et illustrer la méthode de résolution, nous allons traiter l'exemple d'un conducteur rectiligne isolé thermiquement. Le problème sera résolu en régime permanent pour montrer l'influence du nombre d'éléments dans la discrétisation d'un modèle RTN.

#### 4.2.5.1 Description du cas d'étude

L'exemple est celui d'un conducteur de longueur L, de section rectangulaire de longueur a et de largeur b (Figure 4-12). Ce dernier est isolé thermiquement et les températures des deux extrémités sont fixées respectivement à  $T_g$  et  $T_d$ . Le conducteur est le siège de pertes uniformément réparties sur son volume notées  $q_{tot}$ .

Le conducteur est découpé en m éléments, Les m nœuds sont placés aux centres des éléments et deux nœuds sont placés en surface aux extrémités du conducteur. Au total, le modèle possède donc de m+2 nœuds. La résistance thermique liant deux éléments successifs du conducteur est donnée par :

$$R_{the} = \frac{e}{S k_c} \tag{4-26}$$

Avec  $k_c$  la conductivité thermique du conducteur et e et S donnés respectivement par (4-27) et (4-28).

$$e = \frac{L}{m} \tag{4-27}$$

$$S = a.b \tag{4-28}$$

Les deux nœuds (m+1 et m+2) situés aux extrémités du conducteur sont liés aux autres nœuds par une résistance valant  $R_{the}/2$ .

Chaque élément d'indice i est le siège de pertes données par :

$$q_i = \frac{q_{tot}}{m} \tag{4-29}$$



Figure 4-12: Réseau nodal équivalent du conducteur à m+2 nœuds

Les différentes matrices du modèle RTN du conducteur sont données par :

$$A = \begin{pmatrix} \frac{3}{R_{the}} & \frac{-1}{R_{the}} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{-1}{R_{the}} & \frac{2}{R_{the}} & \frac{-1}{R_{the}} & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \frac{-1}{R_{the}} & \frac{2}{R_{the}} & \frac{-1}{R_{the}} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{-1}{R_{the}} & \frac{3}{R_{the}} \end{pmatrix}$$

$$B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & \frac{-2}{R_{the}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & \frac{-2}{R_{the}} \end{pmatrix}$$

$$U = \begin{pmatrix} q_1 \\ q_2 \\ \vdots \\ q_m \\ T_{m+1} \end{pmatrix}$$

$$T = \begin{pmatrix} T_1 \\ T_m \\ \vdots \\ T_m \end{pmatrix}$$

$$(4.30)$$

#### 4.2.5.2 Solution analytique

L'équation de la chaleur (2-13) en une dimension, selon l'axe x avec les conditions aux limites peut s'écrire sous la forme :

$$\begin{cases} \lambda \frac{\partial^2 T(x)}{\partial x^2} = -P_{\nu} \\ T(0) = T_g \\ T(L) = T_d \end{cases}$$
(4-34)

Avec  $P_{v}$  les pertes volumiques sont données par (4-35):

$$P_{\nu} = \frac{q_{tot}}{V} \tag{4-35}$$

Avec le volume V donné par : V = a.b.L

La solution l'équation (4-34) est donnée par :

$$T(x) = \frac{-P_{\nu}}{2\lambda}x^2 + C_1 x + C_2$$
(4-36)

A partir des conditions aux limites, on retrouve les constantes  $C_1$  et  $C_2$  :

$$\begin{cases} T(0) = T_g \\ T(L) = T_d \end{cases} \xrightarrow{} \begin{cases} C_1 = \frac{\left(T_d + \frac{P_v}{2\lambda}L^2 - T_g\right)}{L} \\ C_2 = T_g \end{cases}$$
(4-37)

#### 4.2.5.3 Comparaison du modèle RTN et de la solution analytique

Les résultats présentés dans cette partie sont relatifs à un conducteur en cuivre ( $k_c=380 \text{ Wm}^{-1}$ K<sup>-1</sup>) de 20 cm, dont la température des deux extrémités est fixée à 30°C. Le conducteur est de section rectangulaire de 2x3cm<sup>2</sup> et est soumis à 10W de pertes.

La Figure 4-13 montre l'évolution de la température le long du conducteur via la solution analytique et par le réseau nodal pour différentes valeurs de m (2, 5 et 10). A partir de m=5, la valeur de la température calculée par le réseau nodal devient très proche de la solution analytique.



Figure 4-13: Comparaison du modèle RTN (4, 7 et 12 noeuds) et de la solution analytique pour un conducteur de 20x2x3cm<sup>3</sup> (10 W de pertes, Tg=Td=30°C)

A partir de cet exemple illustratif, nous remarquons qu'à partir que la solution par RTN peut converger vers la solution si nous faisons un bon choix d'éléments pour un conducteur de section rectangulaire, dans la partie suivante nous traitons le cas plus complexe des composants planar.

# 4.3 Réseau thermique nodal automatisé (RTNA) pour les composants magnétiques planar

Après avoir présenté le principe de la modélisation par RTN et les résolutions associées en régime permanent et en transitoire, nous allons maintenant nous intéresser au développement d'un modèle thermique spécifiquement destiné aux composants magnétiques planar (transformateurs et inductances). Ce modèle, adapté à la géométrie particulière des CMP, permet de calculer la distribution de température en 3D dans le noyau magnétique et dans les enroulements.

Le modèle RTNA, présenté par la suite, est paramétrable et s'adapte à toutes les configurations du bobinage et à toutes les tailles de noyaux magnétiques de type EE ou E/PLT, grâce à une description matricielle de la géométrie et un découpage particulier du composant en éléments géométriques simples.

Après avoir présenté les hypothèses de développement du modèle et la description permettant la génération automatique de la géométrie, nous détaillerons les points clés de ce modèle RTNA, à savoir la discrétisation du composant et le calcul des valeurs des différents éléments du réseau (résistances thermiques, pertes et capacités thermiques).

## 4.3.1 Hypothèses du modèle

Pour établir ce modèle thermique RTNA de composant planar, certaines hypothèses sont nécessaires :

- Le flux thermique est indépendant dans les 3 directions du repère cartésien.
- Les transferts thermiques par rayonnement et par convection dans la fenêtre du transformateur sont négligeables. Cela revient à considérer l'air dans la fenêtre de bobinage (entre les spires et entre les spires et le noyau) comme étant un solide.
- Les pertes sont supposées être uniformément distribuées (pertes volumiques constantes) dans chaque spire du bobinage ainsi que dans le circuit magnétique.
- Pour des raisons de symétrie, seulement un quart de la géométrie du composant sera modélisé (Figure 4-14).



Figure 4-14: Quart d'un composant magnétique planar

#### 4.3.2 Description du composant et automatisation de la géométrie

La description de la géométrie est l'élément principal des données d'entrée qui permet l'automatisation du modèle. Il faut alors une description paramétrable pouvant s'adapter à toutes les configurations de composants planar se basant sur des noyaux magnétiques de type E/PLT et EE. Il est nécessaire de déterminer les différents paramètres indispensables à sa génération :

• Pour le circuit magnétique, les paramètres correspondent aux différentes dimensions figurante sur la Figure 4-15. Ces valeurs sont données dans les documentations des fabricants [32],[35].



Figure 4-15: Paramètres géométriques du circuit magnétique

• Pour le bobinage, les enroulements sont décrits avec un jeu de paramètres géométriques représentés sur la Figure 4-16. Ces paramètres correspondent à la taille des conducteurs et des couches isolantes, en plus de leur emplacement dans la fenêtre du transformateur. En plus de ces valeurs, le nombre de conducteurs pour les couches conductrices  $(n_s)$  est ajouté. Cette description de bobinage peut se mettre sous format matricielle, ce qui facilite son utilisation pendant le processus de modélisation.



Figure 4-16: paramètres géométriques du transformateur

Pour illustrer la description automatisée du noyau et des enroulements, la Figure 4-17 montre un exemple de géométrie d'un composant planar générée automatiquement sous Matlab-Simulink [88] à partir de la description sous format matriciel. Les grandeurs (Figure 4-17) sont exprimées en mm. En plus de la géométrie, la discrétisation du composant est visible sur cette figure. Le principe de cette discrétisation fera l'objet de la partie suivante.



Figure 4-17: Exemple de géométrie générée à partir de la description matricielle

### 4.3.3 Discrétisation du CMP

La discrétisation du composant va permettre le placement des différentes résistances thermiques d'une part et, d'autre part, le calcul de leur valeur à partir de la disposition et de la taille des différents éléments.

Le composant planar étant constitué d'un noyau magnétique planar et d'un bobinage, chacune des deux parties est discrétisée en respectant des contraintes liées aux nombres d'éléments sur certaines parties et en fixant ce nombre pour d'autres.

Le noyau magnétique est discrétisé en éléments parallélépipédiques comme le montre la Figure 4-18(a).



Figure 4-18: Discrétisation du CMP : (a) Noyau magnétique et (b) Couche conductrice

Pour le noyau, les nombres d'éléments  $n_1$ ,  $n_3$ ,  $n_4$ ,  $n_6$ , et  $n_7$  sont choisis par l'utilisateur, contrairement à  $n_2$ , qui est imposé pour permettre une liaison facile entre le bobinage et le noyau magnétique. Le nombre d'éléments  $n_2$  correspond au nombre total des couches isolantes et conductrices constituants le bobinage, plus deux éléments correspondant à l'air dans la fenêtre séparant le bobinage du noyau magnétique.

Les nombres d'éléments  $n_5$  et  $n_8$  sont, quant à eux, fixés à partir du nombre de conducteurs des deux couches externes du bobinage, toujours en vue de simplifier la liaison entre les nœuds de ce dernier et ceux du noyau magnétique.

Concernant la discrétisation suivant le plan des couches conductrices, la partie des conducteurs située sous le noyau magnétique possède le même nombre d'éléments  $n_7$  que le noyau magnétique dans cette même direction. L'extrémité de la partie située à l'extérieur du noyau magnétique comporte  $n_4$  éléments comme la jambe centrale du noyau magnétique. Le reste du conducteur comportant l'angle droit est discrétisé en ajoutant des éléments à chaque conducteur à partir des limites des conducteurs précédents.

En pratique, étant donné la géométrie du noyau magnétique, les nombres d'éléments  $n_1$ ,  $n_3$ ,  $n_4$  et  $n_6$  sont les mêmes. Pour nos cas d'études et avec notre expérience de ces simulations, nous avons fixé à 3 les paramètres ( $n_1$ ,  $n_3$ ,  $n_4$  et  $n_6$ ) au vu de la taille des noyaux magnétiques planar et  $n_7$  à 4. Augmenter ces nombres d'éléments ne permet pas de gagner en terme de précision.

Sur la base du découpage décrit précédemment, les différentes résistances qui lient les différents éléments sont placées comme le montre la Figure 4-19.



Figure 4-19: Discrétisation du modèle thermique du composant magnétique planar et résistances thermiques

Sur ce modèle, on retrouve des résistances thermiques permettant de modéliser :

- le lien entre les différents éléments du noyau magnétique ( $R_c$ )
- le transfert thermique dans le plan de la couche dans la direction des spires  $(R_{sp})$
- le phénomène de conduction dans les couches isolantes  $(R_{in})$
- les échanges inter-spires (Risp)

- le lien entre les conducteurs et l'isolant ( $R_{ci}$ ).

Une fois les résistances du noyau magnétique et de l'ensemble des éléments constituants le bobinage positionnées, des résistances sont ajoutées pour :

- lier le bobinage et le circuit magnétique (Rbcm),
- représenter l'échange thermique avec l'extérieur ( $R_{ex}$ ).

#### 4.3.4 Calcul des différents éléments du RTNA

La représentation de la Figure 4-19 doit être complétée pour disposer d'un RTNA complet. Ainsi, comme nous l'avons vu dans la  $2^{\text{ème}}$  partie de ce chapitre, il convient de rajouter à chaque nœud une source de pertes  $(q_i)$  et une capacité thermique  $(C_i)$  permettant de traiter le cas du régime transitoire. Nous allons maintenant détailler les expressions de des différents éléments de ce modèle : résistances thermiques, pertes et capacités thermiques.

#### 4.3.4.1 Expressions des résistances thermiques

En fonction du positionnement relatif des nœuds, différents types de résistances thermiques peuvent être calculées.

Au niveau d'une spire, lorsque deux éléments sont adjacents (Figure 4-20), la résistance thermique entre les nœuds de ces deux éléments ( $R_{sp}$ ) s'écrit sous la forme (4-38).



Figure 4-20: Résistance thermique entre deux éléments adjacents d'une même spire

$$R_{sp} = \frac{e_{sp}}{k_{cu}.S_{cp}} \tag{4-38}$$

Avec :

 $k_{cu}$ : Conductivité thermique du cuivre en [W m<sup>-1</sup> K<sup>-1</sup>]

La Figure 4-21 montre les résistances inter-spires ( $\mathbf{R}_{isp}$ ), celles de liaison entre le bobinage et la ferrite ( $\mathbf{R}_{bcm}$ ), celles propres au noyau magnétique ( $\mathbf{R}_{cm}$ ) ainsi que les résistances liant la ferrite et l'environnement externe ( $\mathbf{R}_{ex}$ ).



Figure 4-21: Association de résistances thermiques : inter-spires, liaison bobinage-circuit magnétique, circuit magnétique et échange avec l'environnement

Les trois premières résistances peuvent être calculées à partir des différents paramètres géométriques et des propriétés des matériaux le constituant :

$$R_{isp} = \left(\frac{2e_{cu}}{k_{cu}} + \frac{e_{isp}}{k_{isp}}\right) \cdot \frac{1}{S_e}$$
(4-39)

$$R_{bcm} = \left(\frac{e_{cu}}{k_{cu}} + \frac{e_g}{k_g} + \frac{e_{cm}}{k_{cm}}\right) \cdot \frac{1}{S_e}$$
(4-40)

$$R_{cm} = \frac{e_{cm}}{k_{cm}.S_e} \tag{4-41}$$

Avec :

 $k_{isp}$ : Conductivité de l'air ou du matériau entre les spires en [W m<sup>-1</sup> K<sup>-1</sup>]

- $k_a$ : Conductivité de l'air dans la fenêtre en [W m<sup>-1</sup> K<sup>-1</sup>]
- $k_{cm}$ : Conductivité du matériau magnétique en [W m<sup>-1</sup> K<sup>-1</sup>]

 $S_e$ : Surface orthogonale à la direction du flux thermique de l'élément en  $[m^2]$ 

Pour la résistance d'échange avec l'environnement (4-42), elle est calculée à partir du coefficient d'échange  $h_{ex}$  [ $W m^{-2} K^{-1}$ ]. Ce coefficient peut être différent pour les différentes surfaces externes du composant. Il représente l'ensemble des échanges thermiques au niveau des différentes surfaces externes du composant avec son environnement. Il peut regrouper la convection et le rayonnement, ou représenter un système de refroidissement (Radiateur, ventilateur etc.). Ce coefficient peut varier avec la température du composant comme dans le cas de la convection naturelle et du rayonnement thermique.

$$R_{ex} = \frac{1}{h_{ex}.S_{ex}} \tag{4-42}$$

Avec  $S_{ex}$ : Surface externe de l'élément en m<sup>2</sup>

Les conducteurs des différentes couches du bobinage sont isolés entre eux par une couche de matériau isolant diélectrique. Pour le RTN, la liaison entre un élément d'une couche conductrice et un élément d'une couche isolante se fait sur la base de la surface commune entre les deux comme le montre la Figure 4-22, Cette surface commune permet de calculer la résistance thermique liant l'élément du conducteur et celui de l'isolant selon l'expression (4-43).



Figure 4-22: Résistance thermique liant un conducteur et l'isolant

$$R_{ci} = \left(\frac{e_1}{k_{Cu}} + \frac{e_2}{k_i}\right) \cdot \frac{1}{S_{Ci}}$$
(4-43)

#### 4.3.4.2 Pertes

Les pertes fer et les pertes cuivre doivent être distribuées sur les différents volumes élémentaires correspondant du modèle. Ainsi, les pertes sont transformées en pertes volumiques et associées à chaque volume élémentaire de la discrétisation. La valeur des pertes dans le volume élémentaire  $(q_i)$  est obtenue par le produit du volume de l'élément  $(v_i)$  par les pertes volumiques  $(p_v)$  correspondantes :

$$q_i = p_v \cdot v_i \tag{4-44}$$

#### 4.3.4.3 Capacité thermique :

La capacité thermique représente le niveau d'énergie thermique stocké dans un élément et peut être calculée à partir de son volume  $v_i$ , de la masse volumique  $\rho_m$  du matériau le constituant et de la chaleur spécifique  $C_m$  de ce dernier :

$$C_i = \rho_m \, v_i \, C_m \tag{4-45}$$

Après avoir détaillé la mise en œuvre du RTNA pour les composants magnétiques planar, nous allons maintenant valider le modèle développé en comparant les valeurs obtenues à des résultats de simulations éléments-finis et à des mesures expérimentales.

## 4.4 Validation du modèle RTNA de composants magnétiques planar

Le modèle RTNA est maintenant appliqué à deux transformateurs planar. Après avoir décrit les deux composants, les données de leur modèle RTNA seront explicités. Les résultats des modèles sont ensuite comparés à des simulations FEM réalisées sous Ansys et à des mesures en puissance sur des prototypes, en feuille de cuivre, développés spécifiquement.

#### 4.4.1 Description des transformateurs planar

Le premier transformateur (Tr1) est un transformateur à deux enroulements, dimensionné pour une puissance apparente de 360 VA (Tension sinusoïdale). Son bobinage est composé de 12 couches de cuivres, séparées par des couches de kapton comme isolant diélectrique. Les six premières couches conductrices sont mises deux à deux en parallèles avant d'être mises en série pour former trois spires aux primaires (deux couches conductrices par spire). Les six couches conductrices restantes sont toutes mises en parallèle pour former une unique spire secondaire. Les couches primaire et secondaire ne sont pas entrelacées. Le rapport de transformation est de 1/3. Une coupe du transformateur est présentée sur la Figure 4-23(a). Le noyau magnétique utilisé est un E/PLT38.

Le second transformateur (Tr2) est lui aussi un transformateur à deux enroulements. Il est dimensionné pour une puissance apparente de 2 kVA. Son bobinage primaire est constitué de 4 couches de 4 conducteurs chacune, ces dernières étant mises en série pour former 16 spires au total au primaire. Le secondaire est, quant à lui, constitué de 4 couches d'un seul conducteur chacune. Ces couches sont connectées en parallèle pour former une seule spire au secondaire. Le rapport de transformation vaut donc 1/16. La fenêtre bobinage est représentée sur la Figure 4-23(b). Le noyau magnétique utilisé est un E/PLT 64.



Figure 4-23: Description des transformateurs : (a) Tr1 et (b) Tr2

Les caractéristiques des deux transformateurs sont présentées dans le Tableau 4-1.

	Transformateur Tr1	Transformateur Tr2
Puissance apparente [VA]	360	2000
Tension primaire [V]	40	400
Courant primaire [A]	9	5
Fréquence de fonctionnement [kHz]	100	100
Tension secondaire [V]	13	25
Epaisseur du cuivre [mm]	0.2	0.35
Epaisseur de l'isolant [mm]	0.12	0.07
Longueur moyenne des spires [mm]	130	180
Noyau magnétique	E/PLT 38	E/PLT 58

Tableau 4-1 : Caractéristiques des deux transformateurs Tr1 et Tr2
# 4.4.2 Données pour le modèle RTNA des prototypes de transformateurs

### **4.4.2.1 Pertes dans les composants**

Les pertes dans le composant constituent une donnée d'entrée du modèle. Elles peuvent être calculées par plusieurs méthodes comme présenté dans le chapitre 1 de ce manuscrit. Pour garder un bon compromis global tant en temps de calcul qu'en précision, les pertes cuivres sont déterminées à partir d'un modèle par éléments finis 2D tandis que les pertes fer le sont à l'aide de la méthode de Steinmetz ce qui suppose une excitation sinusoïdale [9].

Les pertes cuivre sont donc calculées par FEM 2D à l'aide du logiciel Maxwell 2D. La Figure 4-24 montre le niveau de pertes pour toutes les couches du transformateur Tr1 tandis que la Figure 4-25 représente les pertes dans les conducteurs primaires et secondaires du transformateur Tr2.

Comme discuté dans le premier chapitre de cette thèse, les différentes couches des transformateurs ne sont pas le siège du même niveau de pertes. Pour le transformateur Tr1, les couches 4 à 7 sont sièges de plus de pertes que les autres. Pour le transformateur Tr2, on remarque que les deux premières couches (première couche du primaire et du secondaire respectivement) sont le siège de plus de pertes en comparaison avec les autres couches du transformateur. Cela peut être expliqué par la forte densité de flux entre ces deux couches (Figure 4-26), qui reflète le fort courant qui les traverse, ainsi que les courants de circulation qui apparaissent dans les conducteurs mis en parallèle [18].



Figure 4-24: Pertes cuivre normalisées dans les couches du transformateur Tr1



Figure 4-25: Distribution des pertes dans les différentes couches conductrices du transformateur Tr2 : (a) : Conducteurs primaires, (b) : Conducteurs secondaires



Figure 4-26 : Champ magnétique dans la fenêtre du transformateur Tr2

Avec ces différentes simulations FEM, chaque conducteur du bobinage se voit attribuer son propre niveau de pertes au niveau du modèle thermique. Le Tableau 4-2 donne les valeurs de pertes des deux transformateurs :

	Tr1	Tr2
Pertes cuivre [W]	3	4.21
Peres fer [W]	3.07	12.49
Pertes totales [W]	6.07	16.70

Tableau 4-2 :	Pertes	dans les	deux	transformateurs	étudiés
---------------	--------	----------	------	-----------------	---------

### 4.4.2.2 Conditions aux limites

Afin de pouvoir tester la validité du modèle RTNA, des conditions de fonctionnement différentes sont fixées pour les deux transformateurs. Elles vont permettre de tester les différents cas de figures pris en charge par notre modèle RTNA, que ça soit pour les régimes temporels (permanent et transitoire), où pour les conditions aux limites possibles (coefficient d'échanges constants ou variables avec la température, température fixe sur la surface de base du circuit magnétique).

Ainsi, le transformateur Tr1 est refroidi par convection naturelle sous une température ambiante de 30°C. La variation des coefficients d'échange thermique avec la température est prise en compte pour mieux modéliser l'effet de la convection naturelle associé au rayonnement thermique (chapitre 2 parties : 2.2.2.2 et 2.2.2.3). Quant au deuxième transformateur Tr2, il est le siège de fortes pertes ce qui rend son refroidissement en convection naturelle non adaptée. La modélisation est donc réalisée avec la température de la surface basse du circuit magnétique à 80°C. Cette valeur de température représente la température d'une plaque refroidissante choisie pour garder la température maximale du transformateur autour de 100°C. Un coefficient d'échange constant de 10 Wm<sup>-2</sup>K<sup>-1</sup> est appliqué aux surfaces externes restantes qui sont supposées être en contact avec l'air ambiant à 40°C. Ces conditions sont résumées sur la Figure 4-27.



Figure 4-27 : Conditions aux limites des deux transformateurs étudiés

### 4.4.2.3 Propriétés des matériaux

Le Tableau 4-3 synthétise les différentes valeurs des conductivités thermiques des matériaux constituant les transformateurs. Le Tableau 4-4 donne les valeurs des émissivités pour les matériaux constituants les surface externes du transformateur.

Matériaux	Conductivité thermique $[W m^{-2} K^{-1}]$
Cuivre	380
Ferrite	4
Isolant (Kapton)	0,15
Air	0,025

Tableau 4-3 : Conductivités thermiques des matériaux constituant les transformateurs planar

Matériaux	Emissivité thermique
Ferrite	0,9
Isolant (Kapton)	0,45

Tableau 4-4 : Emissivités des matériaux constituant les surfaces externes des transformateurs planar [71]

### 4.4.3 Comparaisons RTNA / FEM

Les deux Transformateur Tr1 et Tr2 sont modélisés par RTNA ainsi qu'avec la méthode des éléments-finis. Pour les simulations FEM réalisées sous le logiciel Ansys [68], les mêmes propriétés et les mêmes conditions que celles décrites précédemment sont appliquées.

### 4.4.3.1 Transformateur Tr1

Pour cette modélisation, les coefficients d'échange thermique appliqués aux surfaces externes du transformateur Tr1 sont variables avec la température. La Figure 4-27 montre l'évolution de ces coefficients au cours des itérations, le coefficient initial appliqué à toutes les surfaces du transformateur étant de 10 Wm<sup>-2</sup>K<sup>-1</sup>, Les différents coefficients convergent dès la 5<sup>ème</sup> itération vers leurs valeurs finales.



Figure 4-28: Evolution des coefficients d'échange avec la variation de température

La Figure 4-29 montre la distribution de la température calculée avec notre modèle RTNA et celle calculée par éléments-finis, pour le circuit magnétique et les bobinages du composant. Les deux distributions présentent les mêmes tendances. Les régions les plus chaudes et les moins chaudes des deux modèles correspondent.



Figure 4-29: Distribution de la température du transformateur Tr1: (a) Transformateur (RTNA), (b) Transformateur (FEM), (c) Enroulements (RTNA) et (d) Enroulements (FEM)

Les températures maximales obtenues via les deux modèles pour le bobinage et le circuit magnétique sont reportées dans le Tableau 4-5. Comme nous pouvons le constater, notre modèle RTNA surestime la température maximale d'environ 5,5°C. Au niveau du bobinage, les températures sont maximales sont très proches (erreur de 1,3 °C). Les écarts entre les températures calculées avec les deux modèles sont faibles, et sont dus à la nature de la discrétisation du RTNA qui est différente et qui contient moins d'éléments que celle du modèle éléments finis.

Température en ºC	Bobinage		Noyau	
	Min	Max	Min	Max
RTNA	93,66	97,61	101,15	109,69
FEM	97,13	98,90	98,18	104,13
Ecart abssolu	3,47	1,29	2,97	5,56

 Tableau 4-5 : Comparaison des températures maximales calculées par le RTNA et par la modélisation FEM, en régime permanent, pour le transformateur Tr1

Les temps de calcul des deux modèles sont présentés dans le Tableau 4-6. Celui de notre modèle correspond à la moitié de celui par éléments finis mais ces valeurs ne tiennent pas compte du temps de préparation de la géométrie et de la configuration du problème. Or, ces temps « masqués » sont bien plus important que le temps de calcul pour la modélisation FEM. Aussi, en prenant cela en compte, notre modèle est bien plus avantageux, en raison de

la géométrie qui est générée automatiquement à partir de la description matricielle. A noter également que notre modèle contient 1889 éléments, contrairement au modèle par éléments finis dont la taille du maillage est de 358952 éléments, ce qui justifie la différence entre les temps de calcul des deux modèles.

	RTNA	FEM
Temps de calcul [s]	5	10

Tableau 4-6 : Temps de calcul des deux modèles pour une résolution en régime permanent – Transformateur Tr1

#### 4.4.3.2 Transformateur Tr2

La température de la base du transformateur Tr2 est fixée à 80°C (Figure 4-27). Les résultats du modèle RTNA et de la modélisation FEM sont présentés sur la Figure 4-30. Ces valeurs sont obtenues à la fin d'une simulation en régime transitoire ( $t_{fin}$ =3000s). La température la plus élevée apparait au milieu du circuit magnétique pour les deux modèles. Les deux distributions montrent aussi le même comportement thermique que ça soit pour le circuit magnétique ou pour le bobinage.



Figure 4-30: Distribution de la température dans le transformateur Tr2 : (a) Transformateur (RTNA), (b) Transformateur (FEM), (c) Enroulements (RTNA) et (d) Enroulements (FEM)

L'évolution temporelle des températures maximales, obtenues lors de la résolution en régime transitoire (RTNA et FEM), est comparée sur la Figure 4-31. La température maximale dans le composant présente la même évolution pour les deux modèles, elle s'accroit avec les itérations avant d'atteindre le régime permanent.



Figure 4-31: Evolution de la température maximale avec le temps

Les valeurs de la température minimale et maximale du circuit magnétique et du bobinage calculées par les deux modèles sont listées dans le Tableau 4-7. L'erreur relative maximale pour ce cas de figure est atteinte au niveau du noyau magnétique, et elle est de 8,39°C, ce qui garantit une assez bonne précision pour notre modèle par rapport aux éléments-finis.

Température en ºC	Bobinage		Noyau	
	Min	Max	Min	Max
RTNA	91,15	98,01	80	112,59
FEM	89,03	97,45	80	104,2
Ecart absolu	2,12	0,56	0	8,39

 Tableau 4-7 : Comparaison des températures maximales calculées par le RTNA et par la modélisation FEM, en régime transitoire (tfin=3000s), pour le transformateur Tr2

Le Tableau 4-8 donne les temps de calcul de chaque modèle sans la prise en compte du temps nécessaire à la préparation de la géométrie et à la configuration du modèle. Le temps de résolution du modèle en transitoire est nettement supérieur à celui du régime permanent, ce qui est normal vu le nombre d'itérations ajouté pour la discrétisation temporelle. Néanmoins, le temps de calcul par RTNA reste 4 fois plus petit que celui du modèle FEM. En effet, la taille du maillage du modèle par éléments finis contient beaucoup plus d'éléments (465986 éléments) comparé à la discrétisation adoptée pour notre modèle (2587 éléments).

	RTNA	FEM
Temps de calcul [min]	5,32	23

Tableau 4-8 : Temps de calcul des deux modèles pour une résolution en régime transitoire – Transformateur Tr2

Les modèles RTNA permettent d'obtenir une distribution de température très proche de celle obtenues par éléments-finis avec un temps de résolution bien moindre. Il convient maintenant de valider ces résultats sur des essais expérimentaux en puissance.

### 4.5.4 Validation expérimentale

### 4.4.3.3 Prototypes

Les deux transformateurs décrits dans la partie 4.1 de ce chapitre ont été réalisés pour permettre la validation du modèle thermique (Figure 4-32). Pour cela, un procédé de fabrication a été développé au sein du Fablab de Centrale de Lille. Le processus permet la conception complète des différents éléments du composants (découpage des plaques de cuivre (Figure 4-33), des couches isolantes...), ainsi que l'assemblage de l'ensemble de ces éléments [89].



Figure 4-32: Prototypes issus de la conception en Fablab



Figure 4-33: Découpage des feuilles de cuivre et exemple d'une couche du bobinage résultante

### 4.4.3.4 Approche expérimentale

La meilleure façon pour tester le comportement thermique des transformateurs, est de les soumettre à leur environnement électrique sous la puissance pour laquelle ils ont été dimensionnés. Néanmoins la mesure des pertes pour ce type de composant est délicate à cause de leur haut rendement.

La détection de 20W à +/-1W des pertes sous 2KW de puissance nécessite une mesure de puissance avec une précision inférieure à 0.05%, ce qui est délicat à obtenir, d'autant plus que la puissance est un produit de deux grandeurs (tension et courant) [90].

Pour contourner ce problème, nous avons imposé la valeur des pertes avec un essai à vide dans le transformateur Tr1 et avec un essai en en court-circuit pour le transformateur Tr2.

En effet, lors de l'essai d'un transformateur avec un secondaire à vide, la quasi-totalité des pertes sont des pertes fer. Dans ce cas la puissance active absorbée par le transformateur correspond aux pertes. Pour régler le niveau des pertes nominales dans le composant il suffit de régler le niveau de la tension d'alimentation au primaire du transformateur.

La démarche est similaire pour l'essai en court-circuit. Lors d'un tel essai, les pertes dans le transformateur sont les pertes cuivre. Il convient donc de régler la tension d'entrée pour régler la valeur du courant et des pertes qui vont être engendrées.

Néanmoins, ce type de méthode n'est adapté que pour les transformateurs planar ayant un bon couplage thermique entre le bobinage et le circuit magnétique de manière à chauffer l'ensemble du transformateur par les pertes localisées soit dans le bobinage, soit dans le circuit magnétique. En effet, ces pertes sont partagées entre ces deux parties pendant le fonctionnement normal du transformateur. Un faible couplage entre le circuit magnétique et le bobinage peut amener à une forte surévaluation de la température localement, dans le composant, à cause de la localisation des pertes et du faible échange thermique entre les différentes parties du transformateur.

Un onduleur HF a été développé pour alimenter les transformateurs et réaliser ces essais. La structure choisie pour cet onduleur est de type pont en H [44]. Le circuit simplifié ainsi que les différentes parties de cet onduleur sont visibles sur la Figure 4-34.



Figure 4-34: Onduleur HF : (a) Circuit simplifié et (b) Cartes du convertisseur

L'onduleur alimente le transformateur avec une forme d'onde de type pleine onde à 80kHz. Le courant et la tension sont relevés via des sondes de mesures pour pouvoir évaluer la puissance d'alimentation du transformateur. La Figure 4-35 montre, à titre d'exemple, un transformateur planar alimenté en court-circuit par l'onduleur et la forme d'onde de la tension et du courant au primaire du transformateur.



Figure 4-35: Exemple d'un essai en court-circuit : (a) Convertisseur alimentant un transformateur planar et (b) Formes d'onde du courant et de la tension

La température des composants est mesurée par une caméra thermique de précision Fluke VR102 [78]. La Figure 4-36 présente un exemple de relevé de température sur le transformateur Tr2.



Figure 4-36: Exemple de relevé de température par caméra thermique sur le transformateur Tr2

### 4.4.3.5 Résultats et discussion

Le premier transformateur Tr1 est alimenté avec le secondaire ouvert, ses pertes étant fixées à 6W. Le second transformateur Tr2 est, quant à lui, alimenté avec le secondaire en courtcircuit. Il est le siège de 15W de pertes. Les deux transformateurs sont refroidis par convection naturelle, ainsi la modélisation par RTNA a été relancée pour ces conditions de fonctionnement.

Le Tableau 4-9 montre les températures maximales du bobinage et du circuit magnétiques pour les deux transformateurs. Les valeurs des températures mesurées sont en accord avec les températures calculées par notre modèle RTNA. Pour le premier transformateur Tr1, le circuit magnétique présente une température plus élevée que le bobinage du fait que les pertes y sont localisées, contrairement au second transformateur Tr2 où la majorité des pertes sont localisées dans le bobinage. Ce dernier présente ainsi une température plus élevée que le circuit magnétique.

L'erreur constatée entre les températures maximales calculées par notre modèle et les mesures est de 8,78°C pour le transformateur Tr1 et de 6°C pour le transformateur Tr2. Ainsi, le modèle RTNA calcule la température avec une précision satisfaisante, en surestimant légèrement de la température en comparaison avec les mesures. Cette surestimation peut être utilisée comme une marge de sécurité dans un processus d'étude ou de dimensionnement.

Température	Température Transformateur (Tr1)		Transformateur (Tr2)		
en °C Bobinage		Circuit magnétique	Bobinage	Circuit magnétique	
RTNA	96,54	110,98	131	102	
Mesures	95,6	102,2	125	98	
Erreur	0,94	8,78	6	4	

Tableau 4-9 : Comparaison des résultats du RTNA et des mesures

### **4.5 Conclusion**

La distribution de température 3D dans un composant magnétique est très importante pour la vérification de leur intégrité thermique et pour leur optimisation. Néanmoins l'établissement d'un modèle numérique 3D demande un temps considérable pour la préparation de la géométrie, la configuration du modèle ainsi que le calcul de la solution. Ceci qui peut être une tâche fastidieuse et longue si le nombre de variantes à modéliser est important.

Dans ce chapitre, un modèle thermique nodal automatisé est présenté. Ce modèle permet de générer la distribution 3D de la température du composant automatiquement à partir d'une description matricielle de la géométrie du composant.

En premier lieu, les bases de la modélisation thermique par réseau nodal ont été présentées, tout comme la formulation mathématique et les différents types de résolution du problème. Dans un deuxième temps, l'application de ce type de modèle aux composants magnétiques planar et son implémentation ont été développés. Le modèle RTNA et a ensuite été appliqué à deux transformateurs et validés via une comparaison avec la méthode des simulations éléments-finis. Enfin, deux prototypes ont été réalisés permettre la validation expérimentale des résultats issus du RTNA.

Le modèle présenté dans ce chapitre permet donc de calculer la distribution de température 3D des composants magnétiques planar et prend en charge le régime permanent et transitoire. De plus, il utilise des coefficients d'échanges constants ou variables selon la température des surfaces externes du composant, afin de mieux modéliser les conditions de fonctionnement du composant. Le modèle RTNA donne des résultats assez précis tout en étant bien plus rapide qu'une modélisation numérique par éléments-finis.

Un tel modèle va pouvoir servir à optimiser le dimensionnement des composants planar tout en respectant les contraintes thermiques qui sont toujours limites du fait de l'augmentation des fréquences et de la diminution des surfaces et volumes de ces composants.

# **Conclusion générale et perspectives**

Les composants magnétiques restent un réel problème lorsque l'on envisage l'intégration des convertisseurs d'électronique de puissance. Avec des systèmes de « plus en plus électriques », le critère de densité de puissance volumique des composants et des convertisseurs devient primordial, notamment pour toutes les applications dites « embarquées ».

Les composants magnétiques planar offrent une solution technologique à la réduction de la taille des composants magnétiques, ces derniers étant indispensables au bon fonctionnement des convertisseurs d'EP. Face à des contraintes électriques toujours plus importantes, il convient de maîtriser toutes les facettes de ces composants et de développer des outils spécifiques en vue de leur conception optimale. Cette phase de conception, comme pour tout composant d'électronique de puissance, se termine généralement par une étape thermique, permettant de tester la validité du dimensionnent et l'intégrité des composants.

L'objectif de cette thèse était donc d'aborder les contraintes thermiques des composants magnétiques planar et de développer des outils de modélisation thermique adaptés aux différentes étapes de leur conception et en vue de leur optimisation.

Le premier chapitre de cette thèse a été consacré au calcul des pertes dans les composants planar. Il a présenté les différentes approches de calcul des pertes cuivre et pertes fer en HF. Ainsi, les approches analytiques basées sur l'hypothèse 1-D (type Dowell) permettent une estimation rapide des pertes cuivre en absence de conducteurs parallèles et d'entrefers. Dans les autres cas, les modèles par éléments-finis 2D constituent une très bonne alternative pour obtenir des résultats fiables. Coté pertes fer, le modèle de Steinmetz permet de donner une bonne estimation dans le cas d'une excitation sinusoïdale. Ce modèle a servi de base pour différents modèles développés permettant de prendre en compte les excitations non sinusoïdales. Les modèles MSE et iGSE ont été utilisés dans la littérature avec succès et s'avèrent être les meilleurs modèles pour l'estimation des pertes fer.

Le second chapitre a présenté les bases des transferts thermiques ainsi que les différentes approches utilisées en modélisation thermique. Un état de l'art a permis de recenser et comparer les différentes approches issues de la littérature et a montré qu'il n'existait pas de modèle englobant tous les aspects importants de la modélisation thermique des composants magnétiques. En effet, chaque modèle répond seulement à certains objectifs spécifiques. A

partir de ce stade, les points clés de l'application de cette modélisation aux composants planar ont été abordés. Leur modélisation thermique doit ainsi tenir compte des spécificités géométriques et matérielles de ces composants. De plus, une étude de sensibilité des paramètres de modélisation a montré la forte influence des pertes et des conditions aux limites sur la température. En analysant les besoins en termes de conception, il a été décidé de développer deux modèles spécifiques permettant de couvrir une large plage de besoins de modélisation thermique des CMP :

- Un premier modèle, orienté dimensionnement, permettant d'évaluer une température globale d'un composant lors d'une phase de dimensionnent, en tenant compte de l'impact de la température ambiante et du niveau de pertes, ces deux critères permettant un dimensionnement au plus juste du composant.
- Un deuxième modèle plus détaillé, permettant d'évaluer la distribution de température à l'intérieur d'un CMP et en déduire de potentiels points chauds.

L'objectif de ces modèles était de pouvoir s'affranchir de l'utilisation de méthodes numériques et de logiciels dédiés, l'usage de ces derniers étant relativement chronophage dans un processus de dimensionnement. Ces deux modèles ont ainsi été conçus pour répondre à des problématiques de concepteurs.

Le troisième chapitre de cette thèse a présenté le développement du premier modèle de dimensionnement, basé sur une résistance thermique globale des CMP en convection naturelle. L'étude a d'abord porté sur l'estimation de la résistance thermique des composants planar en convection naturelle à l'aide d'une modélisation CFD. Cette étude a mis en évidence que leur résistance thermique n'est pas constante, sa valeur étant étroitement liée aux pertes dissipées au sein du composant et à la température ambiante. Une expression analytique de cette résistance thermique en fonction de la température ambiante et des pertes a ainsi été proposée pour différents types de noyaux (E/PLT et EE). Cette étude a ensuite été validée par des mesures sur un prototype. Le modèle proposé est ainsi facile d'utilisation et permet un meilleur dimensionnement des composants planar. Il peut aussi être utilisé aisément dans une démarche d'optimisation. Néanmoins, ce type de modèle ne donne pas accès à la distribution de température dans le composant et ne permet donc pas la détection d'éventuels points chauds dans les CMP.

Le second modèle a été développé dans le quatrième chapitre. Ainsi, dans ce chapitre, la mise en œuvre d'un modèle thermique nodal automatisé (RTNA) pour les composants magnétiques planar donnant accès à cette distribution de température a été détaillée. Ce type de modèle génère automatiquement le réseau nodal thermique, à partir de la description géométrique du composant et de la connaissance des propriétés des différents matériaux. Il convient ensuite d'injecter dans le modèle les pertes de puissance, les conditions de

fonctionnement du composant (températures, différents coefficients d'échanges) et de préciser le type de résolution (régime permanent, régime transitoire). La méthode de discrétisation du composant est présentée ainsi que la dérivation des différents éléments du réseau de résistance thermique. Le modèle proposé présente l'avantage d'être très rapide, notamment parce que la géométrie est générée automatiquement sans utiliser d'outils de conception assistée par ordinateur (CAO). De plus, les éléments du modèle sont calculés à partir de la topologie physique du composant et le modèle ne nécessite pas de réglage à partir des résultats expérimentaux. Enfin, la répartition de la température dans les enroulements et le noyau magnétique est représentée en 3D avec une bonne précision. Ces résultats ont été comparés à des distributions de températures obtenues par FEM ainsi qu'à des mesures expérimentales sur des prototypes de transformateur.

Les travaux développés pendant cette thèse ouvrent la voie à de nouvelles perspectives. Les modèles utilisés dans cette thèse ont été appliqués à des noyaux de type E/PLT et EE, Certes ces noyaux sont les plus utilisés pour les CMP, néanmoins les approches utilisées sont extensibles aux autres types de noyaux (EQ, PQ, ER) disponibles en technologie planar.

Les deux modèles peuvent aussi être intégrés à des routines d'optimisation afin de pouvoir optimiser les CMP. Les deux modèles ont été conçus en ce sens, en permettant soit une évaluation rapide de la température lors d'un processus de dimensionnement, soit de vérifier qu'un design ne génère pas de points chauds destructeurs dans les composants.

L'augmentation des densités de puissance nécessite des méthodes de refroidissement adaptées aux composants planar. Ainsi, l'étude de ces méthodes de refroidissement et leur influence sur la densité de puissance peut se faire à l'aide des modèles développés pendant cette thèse en les associant aux modèles des systèmes de refroidissement souvent communs à l'ensemble des composants. Un premier travail a été mené [91] mais mériterait d'être étendu aux CMP fonctionnent, de plus, au sein d'un convertisseur à proximité d'autres composants (composants actifs, condensateurs, ...) et l'interaction thermique entre l'ensemble de ses éléments doit être prise en compte pour connaitre les contraintes réelles du dispositif.

Les CMP soumis à des niveaux de courant très élevés nécessitent aussi une attention particulière sur les connexions qui sont critiques d'un point de vu thermique à cause des pertes supplémentaires qu'elles peuvent générer. Elles sont, de plus, le lieu d'échanges thermiques entre le transformateur et le reste du convertisseur à travers les câbles. La prise en compte de l'influence thermique des connexions sur le comportement thermique des CMP mérite ainsi une investigation tant sur la qualité et le choix de ces connexions que sur les retombées pour le CMP et l'environnement.

Enfin, l'impact, sur les couches isolantes, des points chauds identifiés dans les enroulements est un travail à mener. En effet, suite à quelques essais en puissance, certains transformateurs planar en feuillard semblent subir une altération de leur fonctionnement. Une des pistes est liée au comportement du matériau Kapton au cœur des enroulements, qu'il conviendrait de mieux maîtriser. Il en va, en effet, de la fiabilité des composants magnétiques planar en technologie feuillard.

# Annexe 1 : Dimensions des noyaux magnétique

## **E/PLT et EE**

PLT Taille E 31.75 ±0.64 31.75 ±0.64 24.9 min. 6.35 ±0.13 | 3.18 ±0.13 ŧ. ¥ . 3.18 ±0.2 2.13 6.35 ±0.13 5.3 1 1 R0.25 typ. 32 5+0.2 20.32±0.41 20.32 ±0.41 0.2 MFP056 R0.64 ref. typ. R0.64 ref. typ. MFP055 14 ± 0.3 38.1 ±0.76 11 ± 0.25 3 3.81 ±0.13 **±** 0.05 ŧ 2 ± 0.1 3.5 ± 0. ٨ 38 25.4 ±0.51  $5 \pm 0.1$ ŧ R0.64 ref. typ. CBW410 MBE644 R 0.8 (12x)

Dimensions des différents noyaux E/PLT et EE [32]:



155

# Annexe 2 : Les équations de comportement des

## fluides

Nous rappelons dans cet annexe les relations de base de la mécanique des fluides découlant de la conservation de certaines quantités pendant le mouvement des fluides [54]. Ces relations sont illustrées sur la Figure A1-1.



Figure A1-1: Equations influençant le comportement des fluides

### • Équation de continuité (Conservation de la masse) :

L'équation de continuité traduit la conservation de la masse dans un volume élémentaire. Cette loi affirme que le taux d'augmentation de la masse d'un fluide dans un volume est égal au taux de la différence entre la masse du fluide entrant et sortant de ce volume.

Cette loi peut s'écrire sous la forme différentielle suivante :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla . \left( \rho \vec{u} \right) = 0 \tag{A2-1}$$

Avec :

 $\rho$  : Masse volumique [kg/m<sup>3</sup>]

 $\vec{u}$ : Champs de vitesse [m/s]

### • Équation de la conservation de la quantité du mouvement :

L'équation de la conservation de la quantité du mouvement est dérivée à partir de la loi fondamentale de la dynamique sur une particule de fluide dans un volume infinitésimal. Elle donne la relation liant le champ de vitesse, la pression et la masse volumique d'un fluide.

$$\rho\left(\frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + (\vec{u}.\nabla).\vec{u}\right) = -\nabla p + \mu\,\Delta.\,\bar{\sigma} + \rho\vec{g} \tag{A1-2}$$

Où  $\overline{\sigma}$  est le tenseur des contraintes et donné par :

$$\bar{\bar{\sigma}} = \mu(\nabla \vec{u} + \nabla \vec{v}^T) - \frac{2}{3}\mu(\nabla . \vec{u})\bar{\bar{I}}$$
(A2-3)

Avec

 $\rho$  : Masse volumique [kg/m<sup>3</sup>]

- $\vec{u}$ : Champs de vitesse [m/s]
- *p* : Pression [Pa]
- $\mu$ : Viscosité dynamique [kg/(m.s)]
- $\vec{g}$ : Accélération de la pesanteur [m/s<sup>2</sup>]

### • Équation de conservation d'énergie :

La première loi de la thermodynamique appliquée à un volume élémentaire pour un fluide incompressible stipule que l'énergie générée à l'intérieur du volume est égale à la somme de la variation de son énergie interne et de la différence entre l'énergie sortante et entrante dans le volume.

$$\left(\frac{\partial(\rho E)}{\partial t} + \vec{u}.\nabla E\right) - \nabla.\left(\vec{K}.\Delta T\right) + p\nabla.\vec{u} = 0$$
(A2-4)

Avec :

- $\vec{u}$ : Champs de vitesse [m/s]
- E: Energie [J]
- T: Température [K]

### $\vec{K}$ : Vecteur des conductivités thermiques [Wm<sup>-1</sup>K<sup>-1</sup>]

### p: Pression [Pa]

# Annexe 3 : Rappel sur la méthode des volumes

### finis

La méthode des volumes finis (MVF) consiste à intégrer les équations aux dérivées partielles sur des volumes entourant chaque point du maillage [54]. Cette méthode possède des qualités qui en font l'une des plus adaptées à l'étude des écoulements. En effet, celle-ci est très robuste et permet de traiter des équations comportant des termes sources complexes et non-linéaires. De plus, le MVF a l'avantage de satisfaire la conservation de la masse sur chaque volume de contrôle. Enfin, elle peut être utilisée avec des maillages relativement grossiers, ce qui permet la mise en œuvre de code pour un coût de calcul raisonnable. La plupart des codes de mécanique des fluides numériques utilise cette méthode pour la résolution numérique des équations de comportements des fluides (cf. Annexe 1).

La majeure différence avec la méthode des éléments-finis est que les nœuds où sont évaluées les grandeurs sont situés aux sommets des volumes élémentaires pour la MEF, tandis que pour la MVF, ils se situent à l'intérieur de ces volumes (Figure A3-1).



Figure A2-1 : Maillage d'un fluide

Pour illustrer cette méthode, considérons l'équation de transport d'une quantité scalaire  $\varphi$  par un fluide (A2-1). L'intégration de cette équation s'écrit suivant (A2-1).

$$div(\rho \,\vec{u} \,\varphi) = div(\Gamma \overline{\text{grad}}\varphi) + S \tag{A3-1}$$

Avec :

S : le terme de la source

### $\rho$ : La masse volumique [kg/m<sup>3</sup>]

#### $\vec{u}$ : Champs de vitesse [m/s]

$$\int_{v} div(\rho \vec{u} \varphi) \, dV = \int_{v} div(\Gamma \overline{\text{grad}} \varphi) \, dV + \int_{v} S_{\varphi} \, dV \tag{A3-2}$$

La formule de Green-Ostrogradski permet d'écrire :

$$\int_{v} div(\rho \vec{u} \varphi) \, dV = \oint \rho \varphi \vec{u} \,. \, \vec{dA} \, \text{ et } \int_{v} div \big( \Gamma \overline{\text{grad}} \varphi \big) \, dV = \oint \Gamma_{\varphi} \, \nabla \varphi \,. \, \vec{dA}$$
(A3-3)

L'expression (A2-2) devient alors :

$$\oint \rho \ \varphi \ \vec{u} . \vec{dA} = \oint \Gamma_{\varphi} \nabla \varphi . \vec{dA} + \int_{v} S_{\varphi} \ dV$$
(A3-4)

L'intégrale surfacique est approximée par le produit de la valeur à la surface fois cette dernière. Quant à l'intégrale volumique elle est approximée par le produit de la valeur u centre de l'élément multipliée par son volume.

La formule (A2-4) peut alors s'écrire sous la forme (A2-5) pour une cellule du maillage, comme celui illustré sur la Figure A2-1.

$$\sum_{f}^{N_{faces}} \rho \, \vec{u}_{f} \, \varphi_{f} \vec{A}_{f} = \sum_{f}^{N_{faces}} \Gamma_{\varphi} \, (\nabla \varphi)_{n} \, \vec{A}_{n} + S_{\varphi} V_{ve} \tag{A3-5}$$

Avec :

 $N_{faces}$ : Nombre de faces de la cellule du maillage

- $\vec{u}_f$ : Valeur de la vitesse  $\vec{u}$  à la face de f
- $\varphi_f$ : Valeur de  $\varphi$  à a la face de f
- $\vec{A}_f$ : Aire de la face f
- *V<sub>ve</sub>* : Volume de l'élément

 $(\nabla \varphi)_n$ : Partie normale de la divergence de  $\varphi$ 

C'est ce dernier type d'équation (A2-5) qui est implanté dans les outils numériques.

### **Bibliographie**

- [1] A. W. Lotfi and M. A. Wilkowski, "Issues and advances in high-frequency magnetics for switching power supplies," *Proc. IEEE*, vol. 89, no. 6, pp. 833–845, Jun. 2001.
- [2] G. Calderon-Lopez, A. J. Forsyth, D. L. Gordon, and J. R. McIntosh, "Evaluation of SiC BJTs for High-Power DC #x2013;DC Converters," *IEEE Trans. Power Electron.*, vol. 29, no. 5, pp. 2474–2481, May 2014.
- [3] J. Millán, P. Godignon, X. Perpiñà, A. Pérez-Tomás, and J. Rebollo, "A Survey of Wide Bandgap Power Semiconductor Devices," *IEEE Trans. Power Electron.*, vol. 29, no. 5, pp. 2155–2163, May 2014.
- [4] C. W. T. McLyman, *Transformer and inductor design handbook*, 4. ed. Boca Raton, Fla.: CRC Press, 2011.
- [5] Z. Ouyang and M. A. E. Andersen, "Overview of Planar Magnetic Technology #x2014;Fundamental Properties," *IEEE Trans. Power Electron.*, vol. 29, no. 9, pp. 4888–4900, Sep. 2014.
- [6] J. S. N. T. Magambo *et al.*, "Planar Magnetic Components in More Electric Aircraft: Review of Technology and Key Parameters for DC-DC Power Electronic Converter," *IEEE Trans. Transp. Electrification*, vol. PP, no. 99, pp. 1–1, 2017.
- [7] "Payton Planar." [Online]. Available: http://www.paytongroup.com/.
- [8] P. L. Dowell, "Effects of eddy currents in transformer windings," *Proc. Inst. Electr. Eng.*, vol. 113, no. 8, pp. 1387–1394, Aug. 1966.
- [9] J. E. Brittain, "A steinmetz contribution to the AC power revolution," *Proc. IEEE*, vol. 72, no. 2, pp. 196–197, Feb. 1984.
- [10] F. Robert, "Modélisation et simulation de transformateurs pour alimentations à découpage," Thèse de Doctorat en Sciences Appliquées, Université Libre de Bruxelle, 1999.
- [11] W. K. H. Panofsky and M. Phillips, *Classical electricity and magnetism*, 2nd ed. Mineola, N.Y: Dover Publications, 2005.
- [12] Jiri Lammeraner & Milos Stafl, Eddy Currents, London Iliffe Books. 1966.
- [13] E. Bennett and S. C. Larson, "Effective resistance to alternating currents of multilayer windings," *Electr. Eng.*, vol. 59, no. 12, pp. 1010–1016, Dec. 1940.
- [14] N. Dai, A. W. Lofti, C. Skutt, W. Tabisz, and F. C. Lee, "A comparative study of high-frequency, low-profile planar transformer technologies," in *Applied Power Electronics Conference and Exposition*, 1994. APEC '94. Conference Proceedings 1994., Ninth Annual, 1994, pp. 226–232 vol.1.
- [15] P. Wallmeier, "Improved analytical modeling of conductive losses in gapped high-frequency inductors," *IEEE Trans. Ind. Appl.*, vol. 37, no. 4, pp. 1045–1054, Jul. 2001.
- [16] F. A. Holguin, R. Asensi, R. Prieto, and J. A. Cobos, "Simple analytical approach for the calculation of winding resistance in gapped magnetic components," in 2014 *Twenty-Ninth Annual IEEE Applied Power Electronics Conference and Exposition* (APEC), 2014, pp. 2609–2614.
- [17] I. Kovačević-Badstübner, R. Burkart, C. Dittli, J. W. Kolar, and A. Musing, "A fast method for the calculation of foil winding losses," in 2015 17th European Conference on Power Electronics and Applications (EPE'15 ECCE-Europe), 2015, pp. 1–10.
- [18] X. Margueron, A. Besri, Y. Lembeye, and J. P. Keradec, "Current Sharing Between Parallel Turns of a Planar Transformer: Prediction and Improvement Using a Circuit

Simulation Software," IEEE Trans. Ind. Appl., vol. 46, no. 3, pp. 1064–1071, May 2010.

- [19] M. P. Perry, "Multiple Layer Series Connected Winding Design for Minimum Losses," *IEEE Trans. Power Appar. Syst.*, vol. PAS-98, no. 1, pp. 116–123, Jan. 1979.
- [20] B. Carsten, "High frequency conductor losses in switchmode magnetics."
- [21] J. P. Vandelac and P. D. Ziogas, "A novel approach for minimizing high-frequency transformer copper losses," *IEEE Trans. Power Electron.*, vol. 3, no. 3, pp. 266–277, Jul. 1988.
- [22] J. A. Ferreira, "Improved analytical modeling of conductive losses in magnetic components," *IEEE Trans. Power Electron.*, vol. 9, no. 1, pp. 127–131, Jan. 1994.
- [23] M. A. Bahmani, T. Thiringer, and H. Ortega, "An Accurate Pseudoempirical Model of Winding Loss Calculation in HF Foil and Round Conductors in Switchmode Magnetics," *IEEE Trans. Power Electron.*, vol. 29, no. 8, pp. 4231–4246, Aug. 2014.
- [24] A. Rakotomatala, N. Burais, and P. Auriol, "A 2D semi-analytical method for the calculation of eddy current losses in transformer and inductance coils," in *Fifth International Conference on Power Electronics and Variable-Speed Drives*, 1994, 1994, pp. 188–191.
- [25] B. Ackermann and A. Lewalter, "Two-dimensional calculation of winding losses in planar magnetic components," in , 2001 4th IEEE International Conference on Power Electronics and Drive Systems, 2001. Proceedings, 2001, vol. 2, pp. 674–679 vol.2.
- [26] M. Chen, M. Araghchini, K. K. Afridi, J. H. Lang, C. R. Sullivan, and D. J. Perreault, "A Systematic Approach to Modeling Impedances and Current Distribution in Planar Magnetics," *IEEE Trans. Power Electron.*, vol. 31, no. 1, pp. 560–580, Jan. 2016.
- [27] R. Prieto, J. A. Oliver, J. A. Cobos, and M. Christini, "Magnetic Component Model for Planar Structures Based on Transmission Lines," *IEEE Trans. Ind. Electron.*, vol. 57, no. 5, pp. 1663–1669, May 2010.
- [28] L Taylor, X. Margueron, Y. Le Mecnach, and P. Le Moigne, "Modélisation 3D d'Inductances Planar pour l'Électronique de Puissance." SYMPOSIUM DE GÉNIE ÉLECTRIQUE (SGE'14), 08-Jul-2014.
- [29] W. Water and J. Lu, "Improved High-Frequency Planar Transformer for Line Level Control (LLC) Resonant Converters," *IEEE Magn. Lett.*, vol. 4, pp. 1–4, 2013.
- [30] J. Aime, B. Cogitore, G. Meunier, E. Clavel, and Y. Marechal, "Numerical Methods for Eddy Currents Modeling of Planar Transformers," *IEEE Trans. Magn.*, vol. 47, no. 5, pp. 1014–1017, May 2011.
- [31] L. Taylor, T. Henneron, X. Margueron, Y. L. Menach, and P. L. Moigne, "Modelorder reduction of magneto-harmonic problems based on POD: application to planar magnetic components," *Eur. Phys. J. Appl. Phys.*, vol. 74, no. 1, p. 10903, Apr. 2016.
- [32] FERROXCUBE, "Soft Ferrites and Accessories Data Handbook 2013." [Online]. Available: http://www.ferroxcube.com/FerroxcubeCorporateReception/datasheet/FXC\_HB2013.p df/. [Accessed: 06-Apr-2017].
- [33] "Agilent 4294A Precision Impedance Analyser-Operation Manual, Agilent Technologies, Santa Clara, CA, USA, 2008.".
- [34] "Micro Ohmmètre C.A 6240, User's manual, Chauvin Arnoux." [Online] Available: http://www.chauvin-arnoux.com/fr/produit/c-a-6240.html.
- [35] "Ferrites and Accessories Products TDK Product Center." [Online]. Available: https://product.tdk.com/info/en/products/ferrite/index.html.[Accessed: 28-Feb-2018].
- [36] FERROXCUBE, "Design of Planar Power Transformers," 2000.
- [37] W. G. Hurley and W. H. Wölfle, *Transformers and inductors for power electronics: theory, design and applications*. Chichester, West Sussex: Wiley-Blackwell, 2013.

- [38] A. van den Bossche and V. Valchev, *Inductors and transformers for power electronics*. Boca Raton: Taylor & Francis, 2005.
- [39] M. Albach, T. Durbaum, and A. Brockmeyer, "Calculating core losses in transformers for arbitrary magnetizing currents a comparison of different approaches," in *PESC Record. 27th Annual IEEE Power Electronics Specialists Conference*, 1996, vol. 2, pp. 1463–1468 vol.2.
- [40] J. Reinert, A. Brockmeyer, and R. W. A. A. De Doncker, "Calculation of losses in ferro- and ferrimagnetic materials based on the modified Steinmetz equation," *IEEE Trans. Ind. Appl.*, vol. 37, no. 4, pp. 1055–1061, Jul. 2001.
- [41] J. Li, T. Abdallah, and C. R. Sullivan, "Improved calculation of core loss with nonsinusoidal waveforms," in *Conference Record of the 2001 IEEE Industry Applications Conference, 2001. Thirty-Sixth IAS Annual Meeting*, 2001, vol. 4, pp. 2203–2210 vol.4.
- [42] K. Venkatachalam, C. R. Sullivan, T. Abdallah, and H. Tacca, "Accurate prediction of ferrite core loss with nonsinusoidal waveforms using only Steinmetz parameters," in 2002 IEEE Workshop on Computers in Power Electronics, 2002. Proceedings, 2002, pp. 36–41.
- [43] W. Shen, F. Wang, D. Boroyevich, and C. W. Tipton, "Loss Characterization and Calculation of Nanocrystalline Cores for High-Frequency Magnetics Applications," *IEEE Trans. Power Electron.*, vol. 23, no. 1, pp. 475–484, Jan. 2008.
- [44] Mutlu, U., "Analysis, Design, And Implementation Of A 5 Kw Zero Voltage Switching Phase-Shifted Full-Bridge Dc/Dc Converter Based Power Supply For Arc Welding Machines," Thèse de Master., Middle East Technical University, 2006.
- [45] I. Villar, "Multiphysical Characterization of Medium-Frequency Power Electronic Transformers," Ecole Poletechnique Fédérale de Lausanne, Suisse, 2010.
- [46] M.Mu, "High Frequency Magnetic Core Loss Study," Thèse de Doctorat en Génie Electrique, Virginia Polytechnic Institute and State University, Blacksburg, Virginia, 2013.
- [47] J. T. Strydom and J. D. van Wyk, "Volumetric limits of planar integrated resonant transformers: a 1 MHz case study," *IEEE Trans. Power Electron.*, vol. 18, no. 1, pp. 236–247, Jan. 2003.
- [48] R. Khazaka, L. Mendizabal, D. Henry, and R. Hanna, "Survey of High-Temperature Reliability of Power Electronics Packaging Components," *IEEE Trans. Power Electron.*, vol. 30, no. 5, pp. 2456–2464, May 2015.
- [49] "IEC Guide for the determination of thermal endurance properties of electrical insulating materials." IEC 60216-1, 2001.
- [50] F. Incropera, *Fundamentals of Heat and Mass Transfer*. New York: John Wiley and Sons, 1985.
- [51] Y. A. Çengel, *Heat transfer: a practical approach*, 2nd ed. Boston: McGraw-Hill, 2003.
- [52] J.-L. Battaglia and A. Kusiak, "Introduction aux transferts thermiques Cours et exercices corrigés." Dunod, ||||///.
- [53] R. W. Lewis, P. Nithiarasu, and K. N. Seetharamu, Fundamentals of the finite element method for heat and fluid flow. Chichester, England; Hoboken, NJ: Wiley, 2004.
- [54] H. Lomax, T. H. Pulliam, and D. W. Zingg, *Fundamentals of Computational Fluid Dynamics*. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 2001.
- [55] L. M. Escribano, R. Prieto, J. A. Cobos, and J. Uceda, "Thermal modeling for magnetic components: a survey," in *IECON 02 [Industrial Electronics Society, IEEE 2002 28th Annual Conference of the]*, 2002, vol. 2, pp. 1336–1341 vol.2.

- [56] W. J. Muldoon, "Analytical design optimization of electronic power transformers," in 1978 IEEE Power Electronics Specialists Conference, 1978, pp. 216–225.
- [57] M. C. Smit, J. A. Ferreira, J. D. van Wyk, and M. Ehsani, "Technology for manufacture of integrated planar LC structures for power electronic applications," in, *Fifth European Conference on Power Electronics and Applications*, 1993, 1993, pp. 173–178 vol.2.
- [58] A. Lewaiter and B. Ackermann, "A thermal model for planar transformers," in , 2001 4th IEEE International Conference on Power Electronics and Drive Systems, 2001. Proceedings, 2001, vol. 2, pp. 669–673 vol.2.
- [59] L. Zhao, W. G. Odendaal, J. T. Strydom, and J. D. van Wyk, "A one-dimensional thermal model for planar integrated reactive modules," in *Conference Record of the* 2001 IEEE Industry Applications Conference, 2001. Thirty-Sixth IAS Annual Meeting, 2001, vol. 4, pp. 2211–2216 vol.4.
- [60] I. Villar, U. Viscarret, I. Etxeberria-Otadui, and A. Rufer, "Transient thermal model of a medium frequency power transformer," in 34th Annual Conference of IEEE Industrial Electronics, 2008. IECON 2008, 2008, pp. 1033–1038.
- [61] P. L. Dowell, "Effects of eddy currents in transformer windings," Proc. Inst. Electr. Eng., vol. 113, no. 8, pp. 1387–1394, Aug. 1966.
- [62] K. Venkatachalam, C. R. Sullivan, T. Abdallah, and H. Tacca, "Accurate prediction of ferrite core loss with nonsinusoidal waveforms using only Steinmetz parameters," in 2002 IEEE Workshop on Computers in Power Electronics, 2002. Proceedings, 2002, pp. 36–41.
- [63] C. Buccella, C. Cecati, and F. de Monte, "A Coupled Electrothermal Model for Planar Transformer Temperature Distribution Computation," *IEEE Trans. Ind. Electron.*, vol. 55, no. 10, pp. 3583–3590, Oct. 2008.
- [64] H. Babaei and H. F. Farahani, "Finite element analysis of thermal behavior of ferrite cores using ANSYS," in 2010 Joint International Conference on Power Electronics, Drives and Energy Systems 2010 Power India, 2010, pp. 1–5.
- [65] M. Bernardoni, N. Delmonte, P. Cova, and R. Menozzi, "Thermal modeling of planar transformer for switching power converters," *Microelectron. Reliab.*, vol. 50, no. 9–11, pp. 1778–1782, Sep. 2010.
- [66] M. Rossi, "Optimal and multi-physic design of inductors-transformer associated to railway application. Other. Ecole Centrale de Lille," Ecole Centrale de Lille, 2012.
- [67] M. A. Tsili, E. I. Amoiralis, A. G. Kladas, and A. T. Souflaris, "Power transformer thermal analysis by using an advanced coupled 3D heat transfer and fluid flow FEM model," *Int. J. Therm. Sci.*, vol. 53, pp. 188–201, Mar. 2012.
- [68] "ANSYS Simulation Driven Product Development." [Online]. Available: http://www.ansys.com [Accessed: 06-apr-2017].
- [69] Y. Guan, Y. Wang, D. G. Xu, and W. Wang, "A 1 MHz Half-Bridge Resonant DC/DC Converter based on GaN FETs and Planar Magnetics," *IEEE Trans. Power Electron.*, vol. PP, no. 99, pp. 1–1, 2016.
- [70] J. W. Kolar et al., "PWM Converter Power Density Barriers," in Power Conversion Conference - Nagoya, 2007. PCC '07, 2007, p. P-9-P-29.
- [71] C. F. Coombs, Ed., *Printed circuits handbook*, 6. ed. New York, NY: McGraw-Hill, 2008.
- [72] S. V. Patankar, *Numerical heat transfer and fluid flow*. New York: Hemisphere Publ. Co, 1980.
- [73] Ferroxcube, "Ferroxcube software design tool user guide." [Online], Available: https://www.ferroxcube.com/en-global/design\_tool/index.

- [74] P. C. Hansen, V. Pereyra, and G. Scherer, *Least squares data fitting: with applications*. Baltimore, Md: Johns Hopkins Univ. Press, 2013.
- [75] "[Online], Available: https://literature.cdn.keysight.com/litweb/pdf/5968-8807EN.pdf?id=1000034211:epsg:dow.".
- [76] "[Online], Available: https://www.arworld.us/html/18200.asp?id=4.".
- [77] "[Online], Available: https://www.tek.com/.".
- [78] "Available oline on: http://www.fluke.com." .
- [79] A. Boglietti, A. Cavagnino, D. Staton, M. Shanel, M. Mueller, and C. Mejuto, "Evolution and Modern Approaches for Thermal Analysis of Electrical Machines," *IEEE Trans. Ind. Electron.*, vol. 56, no. 3, pp. 871–882, Mar. 2009.
- [80] J. J. Bates and A. Tustin, "Temperature rises in electrical machines as related to the properties of thermal networks," *Proc. IEE - Part Power Eng.*, vol. 103, no. 11, pp. 471–482, Oct. 1956.
- [81] M. Iachello *et al.*, "Lumped Parameter Modeling for Thermal Characterization of High-Power Modules," *IEEE Trans. Compon. Packag. Manuf. Technol.*, vol. 4, no. 10, pp. 1613–1623, Oct. 2014.
- [82] J. C. S. Fagundes, A. J. Batista, and P. Viarouge, "Thermal modeling of pot core magnetic components used in high frequency static converters," *IEEE Trans. Magn.*, vol. 33, no. 2, pp. 1710–1713, Mar. 1997.
- [83] D. Roye and R. Perret, "Définitions des règles de modélisation thermique des machines électriques tournantes," *Revue de Physique Appliquée*, 20 (3), pp. 191–202, 1985.
- [84] D. A. Staton, "Thermal computer aided design-advancing the revolution in compact motors," in *IEMDC 2001. IEEE International Electric Machines and Drives Conference (Cat. No.01EX485)*, 2001, pp. 858–863.
- [85] Hilal, A., "agnetic components modeling including thermal effects for DC-DC converters virtual prototyping. Electric powe," Université Claude Bernard - Lyon I, 2014.
- [86] M. Rossi, "Optimal and multi-physic design of inductors-transformer associated to railway application," Thèse de doctorat, Ecole Centrale de Lille, Lille-France, 2012.
- [87] J.-L. Battaglia and A. Kusiak, *Introduction aux transferts thermiques Cours et exercices corrigés*. Paris: Dunod.
- [88] "Matlab Simulink Software, [Online]. Available: https://fr.mathworks.com." .
- [89] J. S. Ngoua Teu Magambo, S. Thomy, R. Bakri, X. Margueron, P. Le Moigne, "Prototypage rapide de transformateurs planar," presented at the Symposium de Génie Electrique, SGE18, Nancy, 3-5 juillet 2018.
- [90] J. P. Keradec, "Validating the power loss model of a transformer by measurement Validation is key," *IEEE Ind. Appl. Mag.*, vol. 13, no. 4, pp. 42–48, Jul. 2007.
- [91] R. Bakri, J. S. Ngoua Teu Magambo, X. Margueron, P. L. Moigne, and N. Idir, "Analyse de la densité de puissance volumique des noyaux magnétiques planar pour l'aide à la conception de transformateurs HF," presented at the Symposium de Gnie Electrique, SGE18, Nancy, 2018.

# Modélisation thermique des composants magnétiques planar pour l'électronique de puissance

**Résumé :** les travaux présentés ont pour objet de développer des modèles thermiques adaptés aux composants magnétiques planar (CMP). Après avoir détaillé la problématique des pertes en hautes fréquences (cuivre et fer), source d'échauffement dans les CMP, un état de l'art des différentes approches utilisées pour la modélisation thermique des composants magnétiques est présenté. Ensuite, pour répondre aux besoins des concepteurs, deux types de modèles thermiques sont proposés. Le premier, de type analytique, basé sur résistance thermique équivalente, permet d'évaluer l'échauffement d'un composant lors de la phase de pré-dimensionnement. Ce modèle a la particularité de tenir compte de la température ambiante et des pertes pour assurer un meilleur dimensionnement des CMP selon les conditions de fonctionnement. Pour déterminer la distribution 3D de température au sein du composant et détecter d'éventuels points chauds, un second modèle de type réseau thermique nodal (RTN) a été développé. Ce modèle est généré automatiquement à partir de la description géométrique du composant. Il permet, de plus, d'étudier les régimes permanent et transitoire, tout en s'adaptant aux différents types de conditions aux limites. Ces deux modèles sont validés par simulations numériques et par des mesures sur des prototypes de transformateurs planar conçus en laboratoire.

**Mots-clés :** Composants magnétiques planar, Modèle thermique, Pertes haute fréquence, résistance thermique, réseau thermique nodal

#### Planar magnetic components thermal modeling for power electronics

**Abstract:** this research aims to provide suitable thermal models for planar magnetics components (PMC). First, high frequency losses (copper and core losses) issues are detailed, which are heat sources in PMC. Then, a state of the art of magnetic component thermal modeling is presented. To meet various needs of designers, two types of thermal models have been developed. A first analytical model, based on thermal resistance that enables to estimate temperature rise in the early design stage, is proposed. Its distinguishing feature is to take into account ambient temperature and loss values, in order to achieve an optimal design of PMC according to operating conditions.

To compute 3D temperature distribution inside the component, and detect potential hotspots, a second model based on nodal thermal network (NTN) has been developed. It deals with permanent and transient cases, with different types of boundary conditions. The two models have been validated with numerical simulations and measurements on planar transformers laboratory prototypes.

**Keywords:** planar magnetic components, thermal modeling, high frequency losses, thermal resistance, nodal thermal network