



Effet de la méso-architecture sur le comportement en fatigue des structures lattices optimisées obtenues par fabrication additive

Khalil Refai

► To cite this version:

Khalil Refai. Effet de la méso-architecture sur le comportement en fatigue des structures lattices optimisées obtenues par fabrication additive. Matériaux. HESAM Université, 2020. Français. NNT : 2020HESAE028 . tel-02976590

HAL Id: tel-02976590

<https://theses.hal.science/tel-02976590>

Submitted on 23 Oct 2020

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

ÉCOLE DOCTORALE SCIENCES ET MÉTIERS DE L'INGÉNIEUR
[Institut de mécanique et d'ingénierie - Campus de Bordeaux]

THÈSE

présentée par : **Khalil REFAI**
soutenue le : **13 Juillet 2020**

pour obtenir le grade de : **Docteur d'HESAM Université**

préparée à : **École Nationale Supérieure d'Arts et Métiers**
Spécialité : **Mécanique du Solide et Matériaux**

Effet de la méso-architecture sur le comportement en fatigue des structures lattices optimisées obtenues par fabrication additive

THÈSE dirigée par : Nicolas SAINTIER & Marco MONTEMURRO
et co-encadrée par : Charles BRUGGER

Jury

Carole NADOT
Joseph MORLIER
Yves NADOT
Nicolas SAINTIER
Marco MONTEMURRO
Charles BRUGGER

Institut Pprime, ISAE-Ensma
ICA, ISAE-Supaéro
Institut Pprime, ISAE-Ensma
I2M, Arts et Métiers ParisTech
I2M, Arts et Métiers ParisTech
I2M, Arts et Métiers ParisTech

Présidente
Rapporteur
Rapporteur
Examineur
Examineur
Examineur

**T
H
È
S
E**

Remerciements

La réalisation de cette thèse fut une occasion merveilleuse de rencontrer et d'échanger avec de nombreuses personnes. Je ne saurais pas les citer toutes sans dépasser le nombre de pages raisonnablement admis dans ce genre de travail. Je reconnais que chacune a, à des degrés divers, mais avec une égale bienveillance, apporté une contribution positive à sa finalisation. Mes dettes de reconnaissance sont, à ce point de vue, énormes à leur égard.

Je remercie particulièrement mes encadrants Messieurs Charles BRUGGER, Marco MONTE-MURRO et Nicolas SAINTIER pour leur suivi et conseils avisés pendant les étapes importantes de la thèse. Je tiens particulièrement à leur témoigner ma profonde gratitude pour leur confiance ainsi que leurs qualités d'écoute et de compréhension. Le travail avec eux fut très bénéfique et enrichissant aussi bien du point de vue professionnel que personnel. J'ai beaucoup appris. Je remercie également les membres du Jury qui ont accepté de rapporter et d'examiner ces travaux.

Je remercie aussi les enseignants-chercheurs du laboratoire, mes collègues thésard(e)s, postdocs, ingénieurs, techniciens et surtout ami(e)s pour leurs encouragements et leurs conseils tout au long de cette aventure.

Ces remerciements ne seraient pas complets sans une pensée pour ma famille de m'avoir encouragé quand j'en avais besoin. Un immense merci à mon père, décédé il y a peu et qui serait content d'apprendre que son fils a enfin terminé le travail qu'il avait commencé. Je leur dédie ce mémoire.

*« Plus on rencontre des difficultés dans la vie, plus on a en soi de fierté et de contentement de soi-même. » **Tristan Bernard***

REMERCIEMENTS

Table des matières

Remerciements	3
Liste des tableaux	13
Liste des figures	26
Introduction	27
1 État de l’art	31
1.1 Principe de la fabrication additive	33
1.1.1 Définition	33
1.1.2 Avantages et Limites	34
1.1.2.1 Avantages	34
1.1.2.2 Limites	35
1.1.3 Applications	36
1.1.4 Procédés	37
1.1.5 Fusion sur lit de poudre pour la fabrication de pièces métalliques	39
1.1.5.1 Principe	39
1.1.5.2 Fusion sélective par laser (Selective Laser Melting)	40
1.2 Propriétés générales des pièces métalliques obtenues par SLM	42
1.2.1 Paramètres influant sur les propriétés mécanique et la tenue en fatigue	42

TABLE DES MATIÈRES

1.2.1.1	Rugosité des pièces	42
1.2.1.2	Porosités dans les pièces	43
1.2.1.3	Contraintes résiduelles	44
1.2.2	Post-traitements	45
1.2.2.1	Rugosité	45
1.2.2.2	Porosité	45
1.2.2.3	Contraintes résiduelles	45
1.3	Propriétés mécaniques de l'alliage de titane Ti-6Al-4V fabriqué par SLM	46
1.3.1	Caractéristiques du Ti-6Al-4V	46
1.3.2	Microstructure	47
1.3.2.1	Microstructures typiques du Ti-6Al-4V	47
1.3.2.2	Microstructure du Ti-6Al-4V fabriqué par SLM	47
1.3.2.3	Effet des traitements thermiques	49
1.3.3	Traitement de surface	52
1.3.4	Traitement thermique : CIC	54
1.3.5	Propriétés en fatigue de pièces en Ti-6Al-4V obtenues par SLM	54
1.3.5.1	Effet d'entaille	55
1.4	Fatigue des structures cellulaires métallique obtenues par ALM	59
1.4.1	Structures cellulaires : Définitions	59
1.4.2	La réponse mécanique des structures cellulaires	61
1.4.3	La résistance en fatigue des structures cellulaires	65
1.5	Critères de fatigue à grand nombre de cycles	69
1.5.1	Généralités et définitions	69
1.5.2	Formulations empiriques	71
1.5.3	Formulations de type « plan critique »	71

TABLE DES MATIÈRES

1.5.4	Formulations du type « globale »	72
1.5.5	Formulations énergétiques	73
1.6	Caractère probabiliste de la fatigue	75
1.6.1	Théorie des valeurs extrêmes	76
1.7	Optimisation de forme	78
1.7.1	Rappels sur la définition d'un problème d'optimisation	78
1.7.2	Définition de l'optimisation de forme	78
1.7.3	Optimisation paramétrique	79
1.7.4	Optimisation de forme	80
1.7.5	Optimisation topologique	81
1.7.5.1	La méthode SIMP	82
1.7.5.2	La Méthode <i>Level-Set</i>	84
1.7.6	Méthodes et algorithmes d'optimisation	85
1.7.6.1	Optimisation par plans d'expériences et surfaces de réponse	86
1.7.6.2	Optimisation par méthodes de gradient	87
1.7.6.3	Outils numériques existants	90
1.8	Conclusions	92
1.9	Démarche utilisée pour l'étude	93
2	Caractérisation et tenue en fatigue des structures cellulaires	95
2.1	Matériels	96
2.1.1	Machine SLM280HL	96
2.1.2	Matériau et poudre utilisés	102
2.1.3	Les post-traitements	103
2.1.4	Techniques d'analyse microstructurale	103
2.1.4.1	Micro-tomographie aux rayons X	103

TABLE DES MATIÈRES

2.1.4.2	Microscopie électronique	105
2.1.5	Mesure de la température avec une caméra infrarouge	107
2.2	Caractérisation des structures	108
2.2.1	Domaine de fabricabilité des barreaux et parois	108
2.2.2	Ecart à la CAO des barreaux/parois fabriqués	111
2.2.3	Observations microstructurales	115
2.2.4	Mesure de la rugosité de surface	117
2.2.5	Estimation de la porosité	120
2.3	Essais de fatigue à grand nombre de cycles	124
2.3.1	Conception et fabrication des éprouvettes	124
2.3.2	Machine et conditions d'essais	127
2.3.3	Observation des faciès de rupture	129
2.3.4	Mécanismes d'endommagement	132
2.4	Conclusions	135
3	Simulation numérique de la réponse mécanique et du comportement en fatigue des structures cellulaires	137
3.1	Matériau et géométries de cellules	139
3.2	Lois d'échelle	142
3.3	Stratégie numérique	142
3.3.1	Modèle EF des cellules élémentaires	143
3.3.1.1	Technique et conditions aux limites pour l'analyse d'homogénéisation	143
3.3.1.2	Limites inférieure et supérieure des propriétés élastiques effectives . .	146
3.3.1.3	Conditions aux limites et conditions de chargement pour l'analyse en fatigue	147
3.3.2	Critère de fatigue polycyclique multiaxial	148

TABLE DES MATIÈRES

3.3.3	Théorie des valeurs extrêmes (TVE)	150
3.4	Résultats numériques	152
3.4.1	Réponse mécanique des CEs	153
3.4.2	Comportement en fatigue des CEs	156
3.4.3	Effet de la variation de la densité sur la réponse mécanique et la résistance en fatigue des CEs	161
3.4.3.1	Effet de la variation de la densité sur la réponse mécanique des CEs .	161
3.4.3.2	Effet de la variation de la densité sur la résistance en fatigue des CEs	164
3.4.4	Effet de la présence de noeuds sphériques et de rayons de raccordement sur la réponse mécanique et la résistance en fatigue des CEs	170
3.4.4.1	Effet de la présence de noeuds sphériques et de rayons de raccordement sur la réponse mécanique des CEs	171
3.4.4.2	Effet de la présence de noeuds sphériques et de rayons de raccordement sur la résistance en fatigue des CEs	176
3.4.5	Effet de présence de bords libres	186
3.4.6	Effet de la rugosité de surface sur la résistance en fatigue des CEs	187
3.4.7	Comparaison avec les résultats expérimentaux	189
3.5	Conclusions	190
4	Optimisation topologique et fatigue	193
4.1	Contexte théorique	197
4.1.1	Hypersurfaces NURBS	197
4.1.2	La méthode SIMP basée sur les entités NURBS	198
4.2	Formulation d'un critère de résistance en fatigue dans la méthode SIMP basée sur les NURBS	202
4.3	Exemples Numériques	209
4.3.1	Benchmarks 2D	210

TABLE DES MATIÈRES

4.3.1.1	Sensibilité aux paramètres de la surface NURBS	210
4.3.1.2	Comparaison entre l'approche SIMP basées sur les NURBS sous et sans contraintes de fatigue	214
4.3.2	Benchmarks 3D	216
4.4	Stratégie de remplissage de la topologie optimale par des structures cellulaires.	218
4.4.1	Le concept	218
4.4.2	Génération des FGCS	219
4.4.3	Résultats numériques	220
4.5	Conclusions	222
Conclusions et perspectives		225
Bibliographie		231
Liste des annexes		263
A Étude de fabricabilité		263
B Effet de la variation de la densité sur la réponse mécanique des CEs		265
C Courbes de convergence		273
C.1	Benchmark 2D - Plaque rectangulaire	273
C.2	Benchmark 2D - Plaque en L	274
C.3	Benchmark 3D - Solide <i>Cantilever</i>	275
C.4	Benchmark 3D - Solide en L	276
C.5	Benchmarks - FGCS	277

Liste des tableaux

1.1	Liste des procédés de Fabrication Additive de la norme [1].	38
1.2	Composition chimique du titane Ti-6Al-4V d'après la norme ASTM F2924 [2].	46
1.3	Mesures de rugosité d'éprouvettes fabriquées par SLM pour différents traitements de surface [3]	52
1.4	Influence des post-traitements sur la résistance en fatigue à 2×10^6 cycles des échantillons en Ti-6Al-4V fabriqués par SLM soumise à la traction avec un rapport de charge $R_\sigma = 0.1$. 57	
1.5	Influence des post-traitements sur la résistance en fatigue à 2×10^6 cycles des échantillons en Ti-6Al-4V fabriqués par SLM soumise à la traction avec un rapport de charge $R_\sigma = -1$. 57	
1.6	Influence des post-traitements sur la résistance en fatigue à 2×10^6 cycles des échantillons en Ti-6Al-4V fabriqués par SLM soumise à la flexion avec un rapport de charge $R_\sigma = -1$. 58	
1.7	Influence des post-traitements sur la résistance en fatigue à 2×10^6 cycles des échantillons en Ti-6Al-4V fabriqués par SLM soumise à la torsion avec un rapport de charge $R_\sigma = -1$. 58	
1.8	Résistance en traction uniaxiale à 2×10^6 cycles du Ti-6Al-4V obtenu par des procédés conventionnels.	58
1.9	Mesures expérimentales des propriétés mécaniques des structures cellulaires typiques soumise à un chargement quasi-statique de compression.	64
2.1	Paramètres de fabrication SLM : P : puissance du laser, h : espacement des hachures, v : vitesse de balayage et t_{couche} : épaisseur de couche.	102
2.2	Composition chimique des poudres de Ti-6Al-4V (grade 5) selon la norme AFNOR L14-601.	102

LISTE DES TABLEAUX

2.3	Propriétés mécaniques du Ti-6Al-4V (grade 5) selon la norme AFNOR L14-601. . . .	102
2.4	Fabricabilité des barreaux en Ti-6Al-4V. Indices : DM (défauts majeurs [rouge]), Dm (défauts mineur [jaune]) et FS (fabriqué avec succès [vert]).	110
2.5	Diamètres de barreaux : effet de l'angle de fabrication θ pour un $d_{CAO} = 0.55$ mm. . .	114
2.6	Variation de l'épaisseur de parois pour un $t_{CAO} = 0.265$ mm.	115
2.7	Variation de la rugosité de surface (R_a) avec l'angle de fabrication (θ) pour $d_{CAO} = 0.55$ mm et $L_{barreau} = 0.9$ mm.	119
2.8	Variation de la rugosité de surface (R_v) avec l'angle de fabrication (θ) pour $d_{CAO} = 0.55$ mm et $L_{barreau} = 0.9$ mm.	119
2.9	Valeurs des rugosités de surfaces (R_a et R_v) pour $t_{CAO} = 0.265$ mm et $L_{parois} = 4$ mm.	120
2.10	Résultats des essais de fatigue des lattices Octet (contraintes macroscopiques).	128
2.11	Résultats des essais de fatigue des structures cellulaires T-Gyroid (contraintes macroscopiques).	128
2.12	Pourcentage de la durée de vie du stade I.	132
2.13	Pourcentages des durées de vie des stades I, II, III.	134
3.1	Variation des résistances en fatigue évaluées pour quelques CEs lattices sous les 5 cas de chargements de l'équation (3.17) lorsque la taille de la population des VE (5% des noeuds du tableau 3.9) est diminuée à 3% ou augmentée à 7%.	152
3.2	Variation des résistances en fatigue évaluées pour quelques CEs TPMS sous les 5 cas de chargements de l'équation (3.17) lorsque la taille de la population des VE (5% des noeuds du tableau 3.9) est diminuée à 3% ou augmentée à 7%.	152
3.3	Nombre de Maxwell des différentes topologies de lattice.	154
3.4	Propriétés élastiques effectives des CEs lattices de densité relative $\bar{\rho} = 0.1$ et de taille $L = 3$ mm.	155
3.5	Propriétés élastiques effectives des CEs TPMS de densité relative $\bar{\rho} = 0.1$ et de taille $L = 3$ mm.	155
3.6	Rapport d'anisotropie E_G de CEs appartenant à la famille 1.	156

LISTE DES TABLEAUX

3.7	Rapport d'anisotropie E_G de CEs appartenant à la famille 2.	156
3.8	Rapport d'anisotropie E_G de CEs appartenant à la famille 3.	156
3.9	Résistance en fatigue des différentes topologies de CEs lattices pour $\bar{\rho} = 0.1$ et $L = 3$ mm.	158
3.10	Résistance en fatigue des différentes topologies de CEs TPMS pour $\bar{\rho} = 0.1$ et $L = 3$ mm.	159
3.11	L_σ de CEs appartenant à la famille 1F.	159
3.12	L_σ de CEs appartenant à la famille 2F.	159
3.13	L_σ de CEs appartenant à la famille 3F.	160
3.14	Sensibilité aux effets de bords libres.	187
3.15	Valeurs du diamètre d du barreau et de sa rugosité de surface R_a en fonction de son angle de construction θ . $d_{CAO} = 0.55$ mm et $L = 4$ mm.	188
3.16	Résistances en fatigue déterminées expérimentalement et prédites numériquement des CEs : Octet et T-Gyroid.	190
4.1	Paramètres de $fmincon$	210
A.1	Fabricabilité des barreaux en Ti-6Al-4V (a) parallèlement et (b) perpendiculairement au sens de translation du racleur. Indices : DM (défauts majeurs [rouge]), Dm (défauts mineur [jaune]) et FS (fabriqué avec succès [vert]) pour $\theta = 0^\circ, 10^\circ, 20^\circ$ et 30°	263
A.2	Fabricabilité des barreaux en Ti-6Al-4V (a) parallèlement et (b) perpendiculairement au sens de translation du racleur. Indices : DM (défauts majeurs [rouge]), Dm (défauts mineur [jaune]) et FS (fabriqué avec succès [vert]) pour $\theta = 40^\circ, 50^\circ$ et 90°	264

LISTE DES TABLEAUX

Table des figures

1.1	Schéma du fonctionnement de la fabrication additive.	34
1.2	Principe de fonctionnement des procédés de frittage/fusion sur lit de poudre [4]. . . .	40
1.3	Schéma du procédé SLM (source : https://www.slm-solutions.com/en/investor-relations/presentations).	40
1.4	Etat de surfaces issues du procédé SLM [5].	43
1.5	Répartition des porosités dans les échantillons en Ti-6Al-4V, obtenues SLM et brutes de fabrication : a) section longitudinale et b) section transversale [6].	43
1.6	Images optiques montrant les principaux types de microstructures du Ti-6Al-4V (a) structure bimodale, (b) structure lamellaire et (c) structure martensitique [7].	47
1.7	Images optiques (a) d'une vue de dessus montrant les traces de passage du laser [8] et (b) d'une vue de côté d'un échantillon montrant les grains préliminaires β allongés [9].	48
1.8	Image MEB de la microstructure d'un échantillon en Ti-6Al-4V brut [10].	48
1.9	Image MEB après attaque chimique d'un échantillon après traitement thermique à 730°C pendant 2h [10].	49
1.10	Images d'échantillon traité thermiquement à 1050°C pendant 1h puis refroidis à l'eau : (a) micrographie optique montrant les grains équiaxes et (b) image MEB montrant la microstructure et les aiguilles α' [10].	50
1.11	Images optiques montrant la microstructure du Ti-6Al-4V après traitement CIC pour des échantillons fabriqués par SLM [11].	51
1.12	Micrographies d'échantillons SLM CIC dans différentes directions et à différents grossissements [12].	51

TABLE DES FIGURES

1.13	Vues 3D de barreaux verticaux fabriqués par EBM après 10, 20, 30 et 60 min de polissage électrochimique. L'échelle de couleur représente la cinétique locale de dissolution [3]	53
1.14	Profils 2d obtenus à partir de l'observation de coupes micrographiques pour les différents états de surface analysés [12].	53
1.15	Paramètres de rugosité mesurés à partir de l'extraction de profil 1D [12].	53
1.16	Observations de la surface d'une éprouvette SLM "as-buit" et d'une éprouvette SLM polie 15 min [12].	54
1.17	Différents stades de fissuration.	56
1.18	CEs constituées de barreaux ($\bar{\rho} = 0.2$) : a) BCC, b) BCCz, c) FCC, d) BFCC, e) S-FCC, f) S-FCCz, g) S-BFCC, and h) S-BFCCz. [13]	60
1.19	CEs TPMS squelettiques (<i>Skeletal TPMS</i> , en anglais) : a) S-Gyroid (Schoen's Gyroid), b) S-Schwarz (Schwarz's Primitive), c) S-Diamond (Schwarz's Diamond, d) S-IWP (Schoen's iWP), e) Lidinoid, f) Neovius, g) Octo, and h) Split. [13]	60
1.20	CEs TPMS surfaciques (<i>Thin-walled TPMS</i> , en anglais) : a) T-Gyroid, b) T-Schwarz, c) T-Diamond, d) T-IWP, e) T-Lidinoid, f) T-Neovius, g) T-Octo, and h) T-Split. [13]	61
1.21	Images de CEs (a) BCC, (b) BCCz, (c) FCC et (d) FCCz [14].	62
1.22	Courbes de contrainte-déformation pour différentes topologies de structures lattices en Inconel 625 fabriquées par SLM [15].	63
1.23	Images de CEs (a) Octet et (b) Rhombic dodecahedron [16].	63
1.24	Courbes de contrainte-déformation nominales des structures lattices en Ti-6Al-4V avec différentes topologies de CEs : (a) Octet et (b) Rhombic dodecahedron [16].	63
1.25	Topologies des CEs typiques des structures lattices; a) CC, b) G7, c) Diamond, d) Truncated cuboctahedron (Trun-cubo) et e) Rhombic dodecahedron (Rhombic).	64
1.26	(a) Structure lattice BCC en Ti-6Al-4V obtenue par EBM, (b) courbes contrainte-déformation nominales et (c) mode de déformation selon différentes directions de chargement [16].	65
1.27	Courbes S-N des structures cellulaires typiques.	67

TABLE DES FIGURES

1.28	Courbes S-N des CEs vis-à-vis de la structure solide non-architecturée [3]	67
1.29	Surface supérieure d'un échantillon SLM Ti-6Al-4V avant (AB) et après (CE) le polissage chimique [17].	68
1.30	Observations MEB de l'effet du polissage chimique sur les structures lattices : a) Avant et (b) après 2 h de polissage chimique [18].	69
1.31	Principe d'un critère de fatigue.	70
1.32	Illustration du volume d'influence autour des points critiques [19].	74
1.33	Illustration de l'optimisation de formes paramétrique : la forme est modifiée par variation des paramètres x_1, x_2 et x_3	80
1.34	Illustration de l'optimisation de forme : la forme est modifiée par variation des frontières sans changement de la topologie.	80
1.35	Méthode de Hadamard - perturbation de la frontière Ω par un vecteur $\vec{\theta}(\vec{x})$	82
1.36	Illustration de l'optimisation de formes topologique : la topologie de la forme peut être modifiée.	82
1.37	OT utilisant la méthode SIMP.	83
1.38	Organigramme de l'algorithme d'OT SANTO.	91
2.1	Image de la machine SLM280HL.	97
2.2	Images de plateaux de fabrication.	97
2.3	Exemples des structures cellulaires préparées pour la fabrication additive via <i>Magics 3D Print Suite</i> (a) positionnement et (b) support de pièces.	99
2.4	Terminologie des éprouvettes utilisées dans cette étude.	100
2.5	Différents types de supports [20]	100
2.6	Stratégie de lasage utilisée pour la fabrication des éprouvettes SLM.	101
2.7	Morphologie de la poudre Ti-6Al-4V (grade 5) selon la norme AFNOR L14-601.	103
2.8	Tomographe <i>Phonix V tome X</i> , PLACAMAT.	104

TABLE DES FIGURES

2.9	Images (a) du principe de l'analyse EBSD et (b) de la formation des clichés de Kikuchi (source : fr.wikipedia.org/wiki/Diffraction_d%27%C3%A9lectrons_%C3%A9trodiffus%C3%A9s).	105
2.10	Microscopes électroniques utilisées.	106
2.11	Caméra thermique FLIR SC7200.	107
2.12	Modèles CAO de (a) barreaux avec des angles d'inclinaison de 20° à 50° (par incréments de 10°) et de 90° , et (b) de barreaux supportés à leurs deux extrémités avec des angles d'inclinaison de 0° et de 10°	109
2.13	Images microscopiques de fabrication de barreaux ($\phi = 0.2$) (a) $L = 5$ mm - $\theta = 20, 30, 40, 50, 90^\circ$, (b) $L = 7.5$ mm - $\theta = 20, 30, 40, 50, 90^\circ$, (c) $L = 10$ mm - $\theta = 20, 30, 40, 50, 90^\circ$ et (d) $L = 2, 3, 4, 5, 7.5, 10$ mm - $\theta = 0, 10^\circ$	109
2.14	(a) Dessin CAO de la structure à base de T-Gyroid utilisée pour étudier la fabricabilité des parois et (b) Image microscopique d'une paroi.	111
2.15	Irrégularités de surface (a) d'un barreau et (b) d'une paroi.	112
2.16	Coupes transversales de barreaux de 0.5 mm de diamètre à la même échelle : effet de l'angle de fabrication.	113
2.17	Méthodologie utilisée pour estimer les rugosités de la surface de l'échantillon sur la base des balayages par tomographie à rayons X des diamètres inscrit et circonscrit mesurés le long de ces 36 coupes.	113
2.18	Pics et vallées des diamètres d_{min} et d_{max} d'un barreau à 35.26°	114
2.19	Microstructures avant CIC (a) de la zone d'intersection de deux barreaux à 45° et à -45° , avec $d_{CAO} = 0.6$ mm et (b) d'un barreau à 45° , avec $d_{CAO} = 0.6$ mm. $\vec{BD}$ est verticale.	116
2.20	Microstructures après CIC (a) de la zone d'intersection de deux barreaux à 45° et à -45° , avec $d_{CAO} = 0.55$ mm et (b) d'un barreau à 45° , avec $d_{CAO} = 0.55$ mm. $\vec{BD}$ est verticale.	116
2.21	Images (a) de lamelles, (b) d'une cartographie EBSD de la phase β reconstruite près de la surface et (c) de pôles de la phase β reconstruite. $\vec{BD}$ est verticale.	117

TABLE DES FIGURES

2.22	Images MEB montrant (a) l'adhésion de particules, (b) les défauts en forme d'entaille (la direction de fabrication est horizontale) et (c) la variation de la rugosité de la surface du barreau en fonction de son angle d'inclinaison.	118
2.23	Images microstructurales des types de porosités observés avant CIC (a) porosités sphériques (b) zones infondues.	120
2.24	Image microstructurale de porosités en surface d'un barreau à 45°.	121
2.25	Images microstructurales de porosités en sub-surface (a) supérieure et (b) inférieure d'un barreau à 45°.	121
2.26	Variation du taux de porosité dans les barreaux en fonction de leurs diamètres pour une longueur fixe $L_{\text{barreau}} = 2$ mm.	122
2.27	Images microstructurales de barreaux à 45° avec différents diamètres (a, b) $d_{CAO} = 0.4$ mm, (c, d) $d_{CAO} = 0.5$ mm, (e, f) $d_{CAO} = 0.6$ mm, (g, h) $d_{CAO} = 0.7$ mm et (i, j) $d_{CAO} = 0.8$ mm.	123
2.28	Géométrie de CE Octet avec de rayons de raccords ($R = \gamma d_{CAO}$). $\gamma = \frac{1}{2}$	124
2.29	Dessins CAO des éprouvettes (a) Octet et (b) T-Gyroid.	125
2.30	Dimensions des éprouvettes en mm. Direction de fabrication : ($\vec{Z}$).	126
2.31	Éprouvettes (a) Octet et (b) T-Gyroid.	126
2.32	(a) Dimensions des pièces d'adaptation en mm et (b) montage des éprouvettes à la machine de fatigue.	127
2.33	(a) Montage expérimental et (b) Zoom sur le montage de la caméra infrarouge.	128
2.34	Images MEB des surfaces de rupture en fatigue des structures cellulaires (a) Octet et (b) T-Gyroid.	129
2.35	Images MEB (a) des différentes étapes typiques de rupture des barreaux, (b) d'une rupture au milieu d'un barreau, (c) d'une rupture au noeud et (d) d'un grossissement plus élevé de la zone d'initiation de la fissure.	130
2.36	Images MEB (a) des différentes étapes typiques de rupture des parois, (b) d'une rupture au bord, (c) de craquelures parallèles à la surface de rupture et (d) d'une bifurcation de la fissure.	131

TABLE DES FIGURES

2.37	Evolution de la fréquence en fonction du nombre de cycles normalisé par le nombre de cycles à rupture pour les structures cellulaires (a) Octet et (b) T-Gyroid.	133
2.38	Émission thermique pendant l'essai de fatigue de la structure cellulaire Octet (Ep7). .	134
2.39	Émission thermique pendant l'essai de fatigue de la structure cellulaire T-Gyroid (Ep7).	135
3.1	CEs Lattices.	140
3.2	CEs TPMS squelettiques.	140
3.3	CEs TPMS surfaciques.	141
3.4	Exemples de paramètres géométriques associés aux différentes topologies de CEs : diamètre de barreaux d_{CAO} et épaisseur de paroi e	141
3.5	Organigramme de la stratégie numérique.	143
3.6	Variation de ζ_n vs. n de la CE ACC pour un chargement de (a) traction (L_1) et (b) torsion ou cisaillement (L_2).	151
3.7	Distribution 3D du module de Young equivalent	154
3.8	Illustration des performances globales quant à la résistance en fatigue multiaxiale de différentes géométries de CEs avec $\bar{\rho} = 0.1$ et $R_\sigma = -1$	157
3.9	Distribution de la contrainte de Crossland (contraintes locales) dans la CE Octet soumise à un chargement de (a) traction et (b) Torsion ou cisaillement pur avec $\bar{\rho} = 0.1$ et $R_\sigma = -1$	158
3.10	Illustration des performances globales quant à la résistance en fatigue multiaxiale de différentes géométries de CEs et du bulk avec $\bar{\rho} = 0.1$ et $R_\sigma = -1$	160
3.11	Variation (a, b, c) des propriétés élastiques effective et (d) des lois d'échelle élastiques de la CE Octet en fonction de $\bar{\rho}$	162
3.12	Variation (a, b, c) des propriétés élastiques effective et (d) des lois d'échelle élastiques de la CE S-IWP en fonction de $\bar{\rho}$	163
3.13	Variation (a, b, c) des propriétés élastiques effective et (d) des lois d'échelle élastiques de la CE T-Gyroid en fonction de $\bar{\rho}$	164
3.14	Images de la CE CC avec (a) $\bar{\rho} = 0.1$, (b) $\bar{\rho} = 0.2$, (c) $\bar{\rho} = 0.3$ et (d) $\bar{\rho} = 0.4$	165

TABLE DES FIGURES

3.15	Images de la CE BCC avec (a) $\bar{\rho} = 0.1$, (b) $\bar{\rho} = 0.2$, (c) $\bar{\rho} = 0.3$ et (d) $\bar{\rho} = 0.4$	165
3.16	Influence de la densité relative sur la résistance en fatigue de la CE Octet avec $R_\sigma = -1$.	166
3.17	Influence de la densité relative sur la résistance en fatigue de la CE T-Gyroid avec $R_\sigma = -1$	166
3.18	Influence de la densité relative sur la résistance en fatigue de la CE CC avec $R_\sigma = -1$.	166
3.19	Influence de la densité relative sur la résistance en fatigue de la CE BCC avec $R_\sigma = -1$.	167
3.20	Influence de la densité relative sur la résistance en fatigue de la CE CBCC avec $R_\sigma = -1$.	167
3.21	Illustration des performances globales quant à la résistance en fatigue multiaxiale de différentes géométries de CEs, à savoir CC, BCC et CBCC pour (a) $\bar{\rho} = 0.2$, (b) $\bar{\rho} = 0.3$ et (c) $\bar{\rho} = 0.4$ avec $R_\sigma = -1$	168
3.22	Influence de la densité relative sur la résistance en fatigue de la CE FCC avec $R_\sigma = -1$.	168
3.23	Influence de la densité relative sur la résistance en fatigue de la CE Octa avec $R_\sigma = -1$.	169
3.24	Illustration des performances globales quant à la résistance en fatigue multiaxiale de différentes géométries de CEs, à savoir FCC, Octa et Octet pour (a) $\bar{\rho} = 0.2$, (b) $\bar{\rho} = 0.3$ et (c) $\bar{\rho} = 0.4$ avec $R_\sigma = -1$	169
3.25	CE CBCC avec (a) $\gamma = 2.2$, (b) $\gamma = 2.4$, (c) $\gamma = 2.6$ et (d) $\gamma = 2.8$	170
3.26	CE CBCC avec (a) $\delta = \frac{1}{6}$, (b) $\delta = \frac{1}{3}$, (c) $\delta = \frac{1}{2}$ et (d) $\delta = \frac{2}{3}$	171
3.27	Variation des propriétés élastiques effectives (a) absolues et (b) normalisées en fonction de γ , de la CE ACC. Triangles : $d_{CAO} = 339\mu\text{m}$ ($\rho_0 = 0.1$), Etoiles : $d_{CAO} = 497\mu\text{m}$ ($\rho_0 = 0.2$) et Carrées : $d_{CAO} = 629.2\mu\text{m}$ ($\rho_0 = 0.3$).	172
3.28	Variation des propriétés élastiques effectives (a) absolues et (b) normalisées en fonction de γ , de la CE CBCC. Triangles : $d_{CAO} = 353\mu\text{m}$ ($\rho_0 = 0.1$), Etoiles : $d_{CAO} = 508.5\mu\text{m}$ ($\rho_0 = 0.2$) et Carrées : $d_{CAO} = 631.6\mu\text{m}$ ($\rho_0 = 0.3$).	172
3.29	Variation des propriétés élastiques effectives (a) absolues et (b) normalisées en fonction de γ , de la CE FCC. Triangles : $d_{CAO} = 394.9\mu\text{m}$ ($\rho_0 = 0.1$), Etoiles : $d_{CAO} = 580.3\mu\text{m}$ ($\rho_0 = 0.2$) et Carrées : $d_{CAO} = 735.3\mu\text{m}$ ($\rho_0 = 0.3$).	173

TABLE DES FIGURES

3.30	Variation des propriétés élastiques effectives (a) absolues et (b) normalisées en fonction de γ , de la CE Octet. Triangles : $d_{CAO} = 279.3\mu\text{m}$ ($\rho_0 = 0.1$), Etoiles : $d_{CAO} = 410.1\mu\text{m}$ ($\rho_0 = 0.2$) et Carrées : $d_{CAO} = 519.5\mu\text{m}$ ($\rho_0 = 0.3$).	173
3.31	Variation des propriétés élastiques effectives (a) absolues et (b) normalisées en fonction de δ , de la CE ACC. Triangles : $d_{CAO} = 339\mu\text{m}$ ($\rho_0 = 0.1$), Etoiles : $d_{CAO} = 497\mu\text{m}$ ($\rho_0 = 0.2$), Carrées : $d_{CAO} = 629.2\mu\text{m}$ ($\rho_0 = 0.3$) et Line-pointillé : $d_{CAO} = 750\mu\text{m}$ ($\rho_0 = 0.4$).	174
3.32	Variation des propriétés élastiques effectives (a) absolues et (b) normalisées en fonction de δ , de la CE CBCC. Triangles : $d_{CAO} = 353\mu\text{m}$ ($\rho_0 = 0.1$), Etoiles : $d_{CAO} = 508.5\mu\text{m}$ ($\rho_0 = 0.2$), Carrées : $d_{CAO} = 631.6\mu\text{m}$ ($\rho_0 = 0.3$) et Line-pointillé : $d_{CAO} = 739\mu\text{m}$ ($\rho_0 = 0.4$).	175
3.33	Variation des propriétés élastiques effectives (a) absolues et (b) normalisées en fonction de δ , de la CE FCC. Triangles : $d_{CAO} = 394.9\mu\text{m}$ ($\rho_0 = 0.1$), Etoiles : $d_{CAO} = 580.3\mu\text{m}$ ($\rho_0 = 0.2$), Carrées : $d_{CAO} = 735.3\mu\text{m}$ ($\rho_0 = 0.3$) et Line-pointillé : $d_{CAO} = 878.5\mu\text{m}$ ($\rho_0 = 0.4$).	175
3.34	Variation des propriétés élastiques effectives (a) absolues et (b) normalisées en fonction de δ , de la CE Octet. Triangles : $d_{CAO} = 279.3\mu\text{m}$ ($\rho_0 = 0.1$), Etoiles : $d_{CAO} = 410.1\mu\text{m}$ ($\rho_0 = 0.2$), Carrées : $d_{CAO} = 519.5\mu\text{m}$ ($\rho_0 = 0.3$) et Line-pointillé : $d_{CAO} = 621.1\mu\text{m}$ ($\rho_0 = 0.4$).	176
3.35	Influence de γ sur la résistance en fatigue de la CE ACC pour (a, b) $d_{CAO} = 339\mu\text{m}$, (c, d) $d_{CAO} = 497\mu\text{m}$ et (e, f) $d_{CAO} = 629.\mu\text{m}$ avec $R_\sigma = -1$	177
3.36	Influence de γ sur la résistance en fatigue de la CE CBCC pour (a, b) $d_{CAO} = 353\mu\text{m}$, (c, d) $d_{CAO} = 508.5\mu\text{m}$ et (e, f) $d_{CAO} = 631.6\mu\text{m}$ avec $R_\sigma = -1$	178
3.37	Influence de γ sur la résistance en fatigue de la CE FCC pour (a, b) $d_{CAO} = 394.9\mu\text{m}$, (c, d) $d_{CAO} = 580.3\mu\text{m}$ et (e, f) $d_{CAO} = 735.3\mu\text{m}$ avec $R_\sigma = -1$	179
3.38	Influence de γ sur la résistance en fatigue de la CE Octet pour (a, b) $d_{CAO} = 279.3\mu\text{m}$, (c, d) $d_{CAO} = 410.1\mu\text{m}$ et (e, f) $d_{CAO} = 519.5\mu\text{m}$ avec $R_\sigma = -1$	180
3.39	Influence de δ sur la résistance en fatigue de la CE ACC pour (a, b) $d_{CAO} = 339\mu\text{m}$, (c, d) $d_{CAO} = 497\mu\text{m}$, (e, f) $d_{CAO} = 629.2\mu\text{m}$ et (g, h) $d_{CAO} = 750\mu\text{m}$ avec $R_\sigma = -1$	182

TABLE DES FIGURES

3.40	Influence de δ sur la résistance en fatigue de la CE CBCC pour (a, b) $d_{CAO} = 353\mu\text{m}$, (c, d) $d_{CAO} = 508.5\mu\text{m}$, (e, f) $d_{CAO} = 631.6\mu\text{m}$ et (g, h) $d_{CAO} = 739\mu\text{m}$ avec $R_\sigma = -1$.	183
3.41	Influence de δ sur la résistance en fatigue de la CE FCC pour (a, b) $d_{CAO} = 394.9\mu\text{m}$, (c, d) $d_{CAO} = 580.3\mu\text{m}$, (e, f) $d_{CAO} = 735.3\mu\text{m}$ et (g, h) $d_{CAO} = 878.5\mu\text{m}$ avec $R_\sigma = -1$.	184
3.42	Influence de δ sur la résistance en fatigue de la CE Octet pour (a, b) $d_{CAO} = 279.3\mu\text{m}$, (c, d) $d_{CAO} = 410.1\mu\text{m}$, (e, f) $d_{CAO} = 519.5\mu\text{m}$ et (g, h) $d_{CAO} = 621.1\mu\text{m}$ avec $R_\sigma = -1$.	185
3.43	Modèles de structures cellulaires Octet utilisées pour évaluer l'effet de bords libres avec (a) 2 x 2 x 2 CEs, (b) 4 x 4 x 4 CEs, (c) 6 x 6 x 6 CEs et (d) 8 x 8 x 8 CEs.	186
3.44	Variation de la résistance en fatigue en fonction du nombre de CEs des structures cellulaires cubiques (a) Octet et (b) T-Gyroid soumises à un chargement de traction avec $\bar{\rho} = 0.2$ et $R_\sigma = -1$.	187
3.45	Images (a) d'un barreau généré numériquement avec une surface rugueuse et (b) d'une CE reconstruite par μCT .	188
3.46	Courbes de résistance en fatigue prédites par les méthodes numériques de la CE Octet : (triangles) sans rugosité de surface, (carrés) en utilisant les paramètres Crossland pour des surfaces rugueuses, (diamants) en utilisant une géométrie CAO irrégulière avec les paramètres Crossland pour des surfaces usinées, (étoiles) en utilisant la géométrie μCT avec $\bar{\rho} = 0.2$, $L = 4 \text{ mm}$ et $R_\sigma = -1$.	189
4.1	Exemple d'un cycle unique de chargement.	202
4.2	Plaque rectangulaire (<i>BK1-2D</i>)- $a_1 = 320 \text{ mm}$, $a_2 = 200 \text{ mm}$, épaisseur $t = 1 \text{ mm}$, Module de Young $E = 110000 \text{ MPa}$, coefficient de Poisson $\nu = 0.33$, force $P = 1000 \text{ N}$, $R_\sigma = -1$.	211
4.3	Résultats BSpline pour $p_1 = p_2 = 2$, (a) 48×30 , (b) 64×40 et (c) 80×50 .	211
4.4	Résultats NURBS pour $p_1 = p_2 = 2$, (a) 48×30 , (b) 64×40 et (c) 80×50 .	212
4.5	Résultats BSpline pour $p_1 = p_2 = 3$, (a) 48×30 , (b) 64×40 et (c) 80×50 .	212
4.6	Résultats NURBS pour $p_1 = p_2 = 3$, (a) 48×30 , (b) 64×40 et (c) 80×50 .	212
4.7	Résultats BSpline pour $p_1 = p_2 = 4$, (a) 48×30 , (b) 64×40 et (c) 80×50 .	212

TABLE DES FIGURES

4.8	Résultats NURBS pour $p_1 = p_2 = 4$, (a) 48×30 , (b) 64×40 et (c) 80×50	213
4.9	Plaque en L (<i>BK2-2D</i>) - $a_1 = 200$ mm, $a_2 = 80$ mm, épaisseur $t = 1$ mm, Module de Young $E = 110000$ MPa, coefficient de Poisson $\nu = 0.33$, force $P = 1000$ N, $R_\sigma = -1$	214
4.10	Comparaison entre les résultats des CNLPP (4.21) (a) et (4.40) (b) pour le benchmark <i>BK1-2D</i>	215
4.11	Comparaison entre les résultats des CNLPP (4.21) (a) et (4.40) (b) pour le benchmark <i>BK2-2D</i>	215
4.12	Solide <i>Cantilever</i> - $a_1 = 320$ mm, $a_2 = 200$ mm, $t = 60$ mm, Module de Young $E = 110000$ MPa, coefficient de Poisson $\nu = 0.33$, force $P = 1000$ N, $R_\sigma = -1$	216
4.13	Solide en L - $a_1 = 200$ mm, $a_2 = 80$ mm, $t = 40$ mm, Module de Young $E = 110000$ MPa, coefficient de Poisson $\nu = 0.33$, force $P = 1000$ N, $R_\sigma = -1$	216
4.14	Comparaison entre les résultats des CNLPP (4.21) (a) et (4.40) (b) pour le benchmark <i>BK1-3D</i>	217
4.15	Comparaison entre les résultats des CNLPP (4.21) (a) et (4.40) (b) pour le benchmark <i>BK2-3D</i>	218
4.16	Exemples de génération de structures cellulaires avec une gradation linéaire de $\bar{\rho}$ de 0.1 à 0.5.	219
4.17	Plaque <i>Cantilever</i> - $a_1 = 320$ mm, $a_2 = 200$ mm, épaisseur $t = 1$ mm, Module de Young $E = 110000$ MPa, coefficient de Poisson $\nu = 0.33$, force $P = 1000$ N, $R_\sigma = -1$	220
4.18	Solide <i>Cantilever</i> - $a_1 = 320$ mm, $a_2 = 200$ mm, $t = 60$ mm, Module de Young $E = 110000$ MPa, coefficient de Poisson $\nu = 0.33$, force $P = 1000$ N, $R_\sigma = -1$	221
4.19	Topologies optimales pour (a) la plaque <i>Cantilever</i> et (b) le solide <i>Cantilever</i>	221
4.20	Génération des structures cellulaires (a) en 2D et (b) en 3D.	222
B.1	Variation des propriétés élastiques effectives de la CE ACC en fonction de $\bar{\rho}$	265
B.2	Variation des propriétés élastiques effectives de la CE BCC en fonction de $\bar{\rho}$	265
B.3	Variation des propriétés élastiques effectives de la CE BFCC en fonction de $\bar{\rho}$	266
B.4	Variation des propriétés élastiques effectives de la CE CBCC en fonction de $\bar{\rho}$	266

TABLE DES FIGURES

B.5	Variation des propriétés élastiques effectives de la CE CBFCC en fonction de $\bar{\rho}$	266
B.6	Variation des propriétés élastiques effectives de la CE CC en fonction de $\bar{\rho}$	267
B.7	Variation des propriétés élastiques effectives de la CE CIC en fonction de $\bar{\rho}$	267
B.8	Variation des propriétés élastiques effectives de la CE CFCC en fonction de $\bar{\rho}$	267
B.9	Variation des propriétés élastiques effectives de la CE Diamond en fonction de $\bar{\rho}$	268
B.10	Variation des propriétés élastiques effectives de la CE FCC en fonction de $\bar{\rho}$	268
B.11	Variation des propriétés élastiques effectives de la CE FCC2+ en fonction de $\bar{\rho}$	268
B.12	Variation des propriétés élastiques effectives de la CE Hexa en fonction de $\bar{\rho}$	269
B.13	Variation des propriétés élastiques effectives de la CE Rhombic en fonction de $\bar{\rho}$	269
B.14	Variation des propriétés élastiques effectives de la CE Trun-cubo en fonction de $\bar{\rho}$	269
B.15	Variation des propriétés élastiques effectives de la CE Trun-cubo2+ en fonction de $\bar{\rho}$	270
B.16	Variation des propriétés élastiques effectives de la CE S-Gyroid en fonction de $\bar{\rho}$	270
B.17	Variation des propriétés élastiques effectives de la CE S-OrthoCircle en fonction de $\bar{\rho}$	270
B.18	Variation des propriétés élastiques effectives de la CE T-Batwing en fonction de $\bar{\rho}$	271
B.19	Variation des propriétés élastiques effectives de la CE T-F-RD en fonction de $\bar{\rho}$	271
B.20	Variation des propriétés élastiques effectives de la CE T-IWP en fonction de $\bar{\rho}$	271
B.21	Variation des propriétés élastiques effectives de la CE T-Manta en fonction de $\bar{\rho}$	272
B.22	Variation des propriétés élastiques effectives de la CE T-Neovius en fonction de $\bar{\rho}$	272
C.1	Courbe de convergence du problème d'OT (4.21) du benchmark (<i>BK1-2D</i>).	273
C.2	Courbes de convergence du problème d'OT (4.40) du benchmark (<i>BK1-2D</i>).	274
C.3	Courbe de convergence du problème d'OT (4.21) du benchmark (<i>BK2-2D</i>).	274
C.4	Courbes de convergence du problème d'OT (4.40) du benchmark (<i>BK1-2D</i>).	275
C.5	Courbe de convergence du problème d'OT (4.21) du benchmark (<i>BK1-3D</i>).	275
C.6	Courbes de convergence du problème d'OT (4.40) du benchmark (<i>BK1-3D</i>).	276
C.7	Courbe de convergence du problème d'OT (4.21) du benchmark (<i>BK2-3D</i>).	276

TABLE DES FIGURES

C.8	Courbes de convergence du problème d'OT (4.40) du benchmark ($BK2-3D$).	277
C.9	Courbes de convergence du problème d'OT (4.40) en 2D.	277
C.10	Courbes de convergence du problème d'OT (4.40) en 3D	278

Introduction

Au cours de la dernière décennie, plusieurs industries ont investi dans l'ALM (de l'anglais *Additive Layer Manufacturing*) [21]. Aujourd'hui, l'ALM offre de nombreuses opportunités pour diverses applications qui peuvent se résumer en prototypage rapide (impression 3D), outillage rapide et fabrication directe.

Les progrès récents de la fabrication additive ont permis la production de structures très complexes avec une grande précision et une contrôlabilité à l'échelle micrométrique [22–25]. En conséquence, une nouvelle classe de matériaux est en train d'émerger : la classe des «méta-matériaux» [26, 27]. Le méta-matériau représente un mi-chemin entre «matériaux» et «structures». Un méta-matériau est une structure en ce qui concerne ses caractéristiques et propriétés à petite échelle (i.e. mésoscopique ou microscopique selon la nature du méta-matériau) mais se comporte comme un matériau lorsque ses propriétés homogénéisées sont évaluées à l'échelle macroscopique. La topologie du méta-matériau à petite échelle peut donner lieu à des propriétés macroscopiques sans précédent ou rarement observées, y compris acoustiques [28–30], diélectriques [31–34] et mécaniques [35–37].

En outre, l'ALM garantit l'efficacité environnementale, car il n'a besoin que du matériau qui constitue réellement le produit final. L'ALM ne nécessite pas d'outillages spécifiques en fonction des différentes productions, il est donc adapté à la personnalisation. Bien que l'ALM offre des avantages indéniables, il présente, cependant, certaines limites qui entravent l'utilisation systématique de cette technologie dans le monde industriel. Ces limites concernent à la fois le processus de fabrication et le manque du savoir-faire, qui sont des aspects d'une importance capitale pour intégrer l'ALM dans la chaîne des valeurs typique du monde industriel, c'est-à-dire de la conception préliminaire à la certification.

De nouvelles questions se posent naturellement lorsque l'on utilise de l'ALM pour des pièces de structure. Par exemple, quelle est la qualité de surface des structures obtenues ? Comment est-il possible de contrôler les défauts des matériaux ? Comment la microstructure affecte-t-elle les propriétés mécaniques macroscopiques ? Quels sont les paramètres machine optimaux pour produire des composants par ALM ? Dans quelle phase de la conception l'optimisation doit-elle intervenir pour exploiter pleinement le potentiel d'ALM ? Répondre à ces questions est un point clé afin de réduire l'écart entre les exigences fixées par les spécifications techniques et la pièce produite. Par conséquent, il semble évident que l'industrialisation du processus ALM passe par le développement de modèles mathématiques et d'algorithmes capables d'intégrer la spécificité du processus de fabrication ainsi que les

phénomènes physiques associés depuis la première étape (préliminaire).

Les travaux évoqués lors de cette thèse s'intègrent dans un programme de recherche plus large autour de la fabrication additive au sein de l'Institut de Mécanique d'Ingénierie (I2M). L'objectif principal de ce projet consiste à encourager le développement de la technologie ALM pour les matériaux métalliques.

Objectifs de la thèse

À la lumière des questions susmentionnées, les industries visent à fournir une méthodologie générale pour dimensionner, concevoir et optimiser des composants produits au moyen de la technologie ALM. Dans ce contexte, les principaux objectifs suivants peuvent être identifiés :

- 1. Caractérisation microstructurale des pièces obtenues par ALM. Puisque les technologies ALM impliquent des phénomènes complexes (fusion des métaux, gradients de température, réactivité chimique élevée des métaux avec l'oxygène, etc.), il est important de caractériser les microstructures et les défauts induits par le procédé.
- 2. Étude du phénomène de fatigue des structures cellulaires obtenues par ALM. Étant le phénomène de fatigue l'une des causes les plus courantes de défaillance des pièces industrielles, il est essentiel de comprendre comment l'ALM affecte le comportement des composants mécaniques dans ce contexte. L'enjeu de cet axe de recherche est de mettre en place un modèle numérique capable de prendre en compte l'effet de la topologie de la cellule élémentaire, de la densité relative et de la rugosité de surface issue de l'ALM (présence de défauts, hétérogénéité) sur la résistance en fatigue à grand nombre de cycles.
- 3. Conception des structures par ALM. Les larges possibilités en termes de formes et de topologies permises par ALM ainsi que leur coût élevé amènent à utiliser cette méthode de production pour des composants performants et optimisés. Il semble donc naturel d'intégrer une phase d'optimisation dans le processus de conception. Cette étape d'optimisation peut être réalisée à différents niveaux, selon la nature de la structure. D'une manière générale, l'optimisation topologique (OT) vise à déterminer les "propriétés" optimales définissant l'espace topologique (par exemple connectivité et compacité).

Structure de la thèse

La structure de ce manuscrit a été conçue afin de répondre clairement aux trois objectifs évoqués ci-dessus. Une revue de la littérature est proposée au chapitre 1. Les principaux aspects abordés concernent les caractéristiques générales des technologies ALM, les propriétés chimiques et mécaniques du Ti-6Al-4V, la conception des structures cellulaires, les critères de fatigue, les méthodes d'OT et la formulation de certaines contraintes ALM dans les algorithmes d'OT.

Le chapitre 2 est consacré aux matériaux de l'étude, aux méthodes utilisées pour la fabrication des structures cellulaires et à leur caractérisation. Les post-traitements, les observations métallurgiques et les essais réalisés pour déterminer la tenue en fatigue à grand nombre de cycles (FGNC) sont présentés et leurs principales propriétés sont discutées à travers certaines structures cellulaires sélectionnées. Enfin, un scénario d'évolution des endommagements macroscopiques est proposé pour ce type de structures.

Une méthodologie intégrant l'effet de la rugosité de surface sur la résistance en FGNC des structures cellulaires en Ti-6Al-4V obtenues par SLM (de l'anglais *Selective Laser Melting*) a été développée et est décrite au chapitre 3. La procédure permet d'estimer la résistance en fatigue des échantillons bruts de fabrication à partir d'une mesure de la morphologie de la surface.

Le chapitre 4 vise à répondre aux besoins exprimés par l'objectif 3. En particulier, une approche est proposée pour intégrer le critère de fatigue dans la méthode d'OT développée à l'I2M, basé sur la reformulation de la méthode SIMP (de l'anglais *Solid Isotropic Material with Penalization*) dans le cadre théorique des hyper-surfaces NURBS (de l'anglais *Non-Uniform Rational Basis Spline*).

Enfin, les conclusions et perspectives de ce travail sont présentées à la fin de ce manuscrit, ainsi que les publications scientifiques issues de ce projet.

Chapitre 1

État de l'art

Contenu

1.1	Principe de la fabrication additive	33
1.1.1	Définition	33
1.1.2	Avantages et Limites	34
1.1.3	Applications	36
1.1.4	Procédés	37
1.1.5	Fusion sur lit de poudre pour la fabrication de pièces métalliques	39
1.2	Propriétés générales des pièces métalliques obtenues par SLM	42
1.2.1	Paramètres influant sur les propriétés mécanique et la tenue en fatigue	42
1.2.2	Post-traitements	45
1.3	Propriétés mécaniques de l'alliage de titane Ti-6Al-4V fabriqué par SLM	46
1.3.1	Caractéristiques du Ti-6Al-4V	46
1.3.2	Microstructure	47
1.3.3	Traitement de surface	52
1.3.4	Traitement thermique : CIC	54
1.3.5	Propriétés en fatigue de pièces en Ti-6Al-4V obtenues par SLM	54
1.4	Fatigue des structures cellulaires métallique obtenues par ALM	59
1.4.1	Structures cellulaires : Définitions	59
1.4.2	La réponse mécanique des structures cellulaires	61
1.4.3	La résistance en fatigue des structures cellulaires	65
1.5	Critères de fatigue à grand nombre de cycles	69
1.5.1	Généralités et définitions	69
1.5.2	Formulations empiriques	71
1.5.3	Formulations de type « plan critique »	71
1.5.4	Formulations du type « globale »	72
1.5.5	Formulations énergétiques	73
1.6	Caractère probabiliste de la fatigue	75
1.6.1	Théorie des valeurs extrêmes	76
1.7	Optimisation de forme	78
1.7.1	Rappels sur la définition d'un problème d'optimisation	78
1.7.2	Définition de l'optimisation de forme	78

1.7.3	Optimisation paramétrique	79
1.7.4	Optimisation de forme	80
1.7.5	Optimisation topologique	81
1.7.6	Méthodes et algorithmes d'optimisation	85
1.8	Conclusions	92
1.9	Démarche utilisée pour l'étude	93

1.1. PRINCIPE DE LA FABRICATION ADDITIVE

Plusieurs paramètres peuvent influencer sur les propriétés mécaniques statiques et en fatigue des pièces réalisées en fabrication additive. Chaque étape de la fabrication, de la matière première aux post-traitements, a un effet. Ce travail porte sur l'établissement d'une démarche de dimensionnement en fatigue et sur son intégration dans une méthode d'optimisation topologique.

Ce chapitre est structuré en deux parties. Dans la première partie, le principe général de la fabrication additive et les différentes technologies existantes seront présentés, en accentuant sur le procédé de fusion sur lit de poudre utilisé dans la suite. Les paramètres qui influent sur les propriétés mécaniques des pièces dans ce dernier procédé seront identifiés ainsi que les propriétés globales de rugosité et de densité. Enfin, les microstructures et propriétés statiques et de fatigue de l'alliage de titane Ti-6Al-4V seront analysées en fonction des paramètres sur lesquels on peut jouer, afin de définir les objectifs de l'étude. Dans la deuxième partie, une étude bibliographique sur les méthodes d'optimisation topologique sera présentée et les éléments de base d'un algorithme original développé au sein du laboratoire I2M seront exposés.

Le chapitre est organisé de la façon suivante : Le principe de la fabrication additive est présentée dans la section 1.1, en particulier le procédé de fusion sur lit de poudre pour la fabrication de pièces métalliques. La section 1.2 présentent les propriétés générales des pièces métalliques obtenues par SLM, tandis que la section 1.3 présentent les propriétés des pièces en alliage de titane Ti-6Al-4V obtenues par SLM. En particulier, la fatigue des structures cellulaires en Ti-6Al-4V obtenues par SLM, les critères employés pour déterminer la résistance en fatigue, ainsi que les principes fondamentaux du caractère probabiliste de la fatigue, sont détaillés dans les Sections 1.4, 1.5 et 1.6, respectivement. Dans la section 1.7, le contexte théorique de l'optimisation topologique des structures et l'efficacité des l'approches existantes sont brièvement rappelés. Enfin, les sections 1.8 et 1.9 présentent respectivement les conclusions du chapitre et la démarche utilisée pour notre étude.

1.1 Principe de la fabrication additive

1.1.1 Définition

D'après la norme NF ISO/ASTM 52900 [38], la fabrication additive est le « procédé consistant à assembler des matériaux pour fabriquer des pièces à partir de données de modèle en 3D, en général couche après couche ».

1.1. PRINCIPE DE LA FABRICATION ADDITIVE

Le procédé est également connu sous les noms d'impression 3D, fabrication rapide, prototypage rapide. Il existe deux catégories :

- Le prototypage rapide (rapid prototyping) : « fabrication additive de pièces prototypes ou de pièces réalisées dans le but de faire des essais ». Ces pièces sont principalement en plastique et permettent de contrôler un design (cosmétique, géométrie...).
- La fabrication directe (direct manufacturing) : « fabrication additive de pièces répondant aux caractéristiques fonctionnelles attendues du produit final ». La fabrication directe concerne le métal et le plastique. Dans les deux cas, les pièces sont fabriquées en ajoutant de la matière couche par couche, à la différence des procédés conventionnels, où la matière est soit retirée (procédés soustractifs : usinage, découpage) soit déformée (forge, laminage), soit moulée (fonderie).

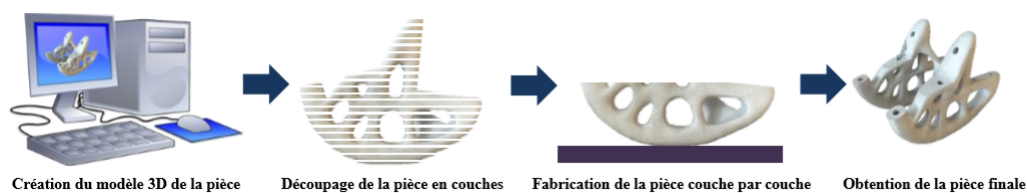


FIGURE 1.1 – Schéma du fonctionnement de la fabrication additive.

Pour ce faire, les pièces conçues numériquement (CAO) sont converties sous un format spécifique. Les formats d'échange possibles sont normalisés et les plus courants sont les .stl (pour stéréolithographie) et les .amf (pour additive manufacturing format) [39] [40]. Ce fichier est transmis à la machine, qui découpe la pièce en différentes couches (slicing) pour la fabriquer. De nombreuses technologies existent, et les plus importantes sont présentées dans la suite du document.

1.1.2 Avantages et Limites

1.1.2.1 Avantages

- Liberté de design : Les pièces en fabrication additive étant construites couche par couche, le procédé offre une grande liberté de design. Cependant, cette liberté n'est pas totale et reste limitée par les contraintes technologique du procédé. Ces contraintes doivent être intégrées dès l'étape de conception préliminaire de la pièce afin d'obtenir une pièce optimisée et qui puisse

1.1. PRINCIPE DE LA FABRICATION ADDITIVE

être réellement fabriquée [41].

Il est possible d'ajouter des fonctionnalités aux pièces (principalement des canaux) [42] ou de diminuer leur masse (structure tubulaire ou poreuse).

- Pas d'outillage : Contrairement aux procédés conventionnels où des outillages ou un moule peuvent être nécessaires, le procédé de fabrication additive ne nécessite aucun outillage. La matière est créée et mise en forme en même temps [43].
- Réduction du nombre d'assemblages : Afin d'éviter les défauts pouvant apparaître lors de certains procédés d'assemblage (brasage...) et de gagner du temps de fabrication, certains assemblages peuvent être supprimés pour fabriquer une pièce en une seule entité.

Il est par exemple possible de passer d'un assemblage de plusieurs pièces vissées à une pièce unique [44].

- Procédé écologique : Le procédé est considéré comme écologique car peu de matière est perdue. En effet, il n'y a de la matière qu'aux endroits où elle est nécessaire. Cela implique la réduction du ratio « buy to fly » (rapport de la quantité de matière nécessaire à la fabrication d'une pièce par la quantité de matière effective de la pièce) [45].

De plus, la matière qui n'est pas utilisée peut généralement être récupérée, traitée et réutilisée [45].

1.1.2.2 Limites

- État de surface : L'état de surface des pièces en sortie de machine est particulièrement rugueux en comparaison avec les procédés conventionnels.

Des post-traitements plus ou moins importants suivant l'application sont nécessaires [46], comme le sablage qui peut être utilisé sur les surfaces externes des pièces.

- Logiciel : Il n'existe pour le moment pas de logiciels de CAO spécifiques permettant de concevoir et d'analyser les pièces destinées à la fabrication additive (analyse des géométries, besoin de supports, structures poreuses, multi-matériaux) [47].

Cependant, de nombreux logiciels sont en développement et permettront de compléter et améliorer les outils de conception existants.

- Supports : Certaines géométries de pièces nécessitent des supports permettant de conduire la chaleur, et surtout de maintenir la pièce lors de sa fabrication. Ils sont nécessaires dans les cas

1.1. PRINCIPE DE LA FABRICATION ADDITIVE

de fabrication de parois horizontales ou fortement inclinées [48].

Ces supports peuvent être compliqués à retirer et entraîner de mauvais états de surfaces.

- Financier : Pour des quantités élevées, la fabrication additive 3D devient moins intéressante financièrement et moins rapide que l'usinage CNC ou la coulée sous vide.

Dans le cas de pièces de grande taille ou massives, l'aspect financier devient également un frein à l'utilisation de la fabrication additive.

- Nouveauté : La faible maturité est source de méconnaissance quant à l'effet des paramètres du procédé sur le comportement thermo-mécanique des pièces. Cette méconnaissance de la physique du procédé est le moteur de nombreux travaux de recherche qui s'orientent aussi vers la simulation du procédé en prenant en compte les phénomènes importants intervenant aux différentes échelles afin de disposer de modèles prédictifs pour évaluer l'impact des paramètres du procédé sur la qualité finale des pièces (e.g. distorsion, contraintes résiduelles, santé matière, etc.).

1.1.3 Applications

La fabrication additive est aujourd'hui compétitive pour la fabrication de pièces complexes en petites séries ou pour des pièces non fabricables avec d'autres procédés. Elle permet également les concepts de « mass personalization » (personnaliser les objets pour tout le monde) et de « mass customization » (accès à tous pour concevoir et fabriquer des pièces) [49].

Si le monde amateur s'intéresse beaucoup à la technologie avec des machines qui deviennent abordables, permettant de réaliser des petits objets du quotidien en plastique, les industriels de certains secteurs sont eux aussi particulièrement intéressés pour les raisons citées ci-dessus. Les principaux domaines sont :

- La fabrication de moules : La fabrication de moules par fabrication additive a été l'un des premiers exemples d'utilisation de pièces finies pour l'industrie.

Les moules peuvent ainsi intégrer de nouvelles fonctionnalités (canaux de refroidissement plus efficaces), être plus complexes, économiser de la matière (au lieu d'usiner un moule dans la masse) et être beaucoup plus rapidement obtenus [42].

- Le biomédical : La possibilité de personnaliser totalement les pièces est très intéressante dans ce domaine et la fabrication additive permet, notamment, la fabrication de prothèses person-

nalisées [50].

Ce domaine s'intéresse également à la fabrication de structures poreuses, notamment en titane, car elles se rapprochent des propriétés des os [51]. Ce type de structure n'est pas réalisable avec les procédés conventionnels.

- L'automobile : Principalement l'automobile sportive qui s'intéresse aux pièces complexes en très faible quantité (une ou deux pièces en général) qui doivent être réalisées rapidement [10]. Ces pièces sont complexes car elles intègrent de nouvelles fonctionnalités et ont pour objectif de réduire la masse des produits.
- L'aéronautique et l'aérospatial : De la même façon que pour l'automobile, la fabrication additive dans le domaine l'aéronautique et le domaine de l'aérospatial permet d'intégrer de nouvelles fonctionnalités et de réduire la masse des pièces [52].

La fabrication de pièces souvent uniques dans le domaine spatial, en fait un procédé particulièrement intéressant.

1.1.4 Procédés

Les différentes catégories de procédés de fabrication additive sont listées dans la norme NF ISO 17296-2 [1]. Ces catégories peuvent être classées en fonction de l'état de la matière avant la fabrication. Il peut être sous forme liquide, solide ou sous forme de poudre (tableau 1.1). Les principes et les catégories décrites dans la norme NF ISO 17296-2 [1] se réfèrent aux technologies disponibles dans le commerce qui se sont avérées utiles dans la pratique et viables sur le marché depuis plusieurs années.

1.1. PRINCIPE DE LA FABRICATION ADDITIVE

Etat matière première	Catégorie	Exemples de technologie	Source d'activation	Type de matériau
Liquide	Photopolymérisation en cuve	SLA : Stéréolithographie DLP : Digital Light Processing	UV, LED	Plastique
	Projection de matière	MJM : Multi-Jet Modeling	UV	Plastique, cire
Solide	Extrusion de matière	FDM : Fused Deposition Modeling	Chaleur	Plastique
	Stratification de couches	UAM : Ultrasonic Additive Manufacturing LOM : Laminated Object Manufacturing		Plastique, métal, papier
Poudre	Projection de liant	3DP : 3D Printing	Chimique	Plastique, métal, céramique, plâtre, ...
	Fusion sur lit de poudre	SLM/SLS : Selective Laser Melting/Sintering DMLS : Direct Metal Laser Sintering EBM : Electron Beam Melting SMS : Selective Mask Sintering	Chaleur	Plastique, métal, céramique
	Dépôt de matière sous énergie concentrée	CLAD : Construction Laser Additive Direct LMD : Laser Metal Deposition BPLAM : Blown Powder Laser Additive Manufacturing LENS : Laser-Engineered Net Shapping		Métal

TABLE 1.1 – Liste des procédés de Fabrication Additive de la norme [1].

1.1.5 Fusion sur lit de poudre pour la fabrication de pièces métalliques

La fusion sur lit de poudre permet de fabriquer des pièces métalliques dans de nombreux matériaux et avec une bonne qualité. Les précisions dimensionnelles et les capacités des différentes technologies ont été étudiées et montrent que certaines technologies peuvent être très précises. Les possibilités de design sont également nombreuses et certaines géométries complexes peuvent être parfaitement réalisées par ces technologies (cavités, parois inclinées, arrondis, pointes) [53].

Elle implique cependant de nouvelles contraintes, notamment sur :

- L'accès : le design doit permettre d'évacuer la poudre non fusionnée après la fabrication.
- La matière : la matière doit changer d'état pendant la distribution dans un temps très court afin de réduire le temps de fabrication,
- La topologie : la totalité du volume de l'objet fabriqué doit être décrite au lieu des surfaces frontières pour les procédés par enlèvement de matière.
- La précision : la distribution de matière doit être la plus fine possible pour répondre à toutes les topologies.

1.1.5.1 Principe

Le principe de la technologie a été déposé en 1989 par Carl R. Deckard de l'University of Texas System, Austin, USA [54]. Il consiste à fritter ou fusionner une poudre couche par couche. Les différentes étapes de cette technique sont les suivantes (figure 1.2) :

- 1) Dépôt d'une couche de poudre sur le plateau de construction à l'aide d'un rouleau ou d'une raclette,
- 2) Frittage/fusion de la poudre aux endroits nécessaires de la couche en question,
- 3) Descente du plateau de la hauteur d'une couche (entre 30 et 100 μm généralement),
- 4) Répétition à partir de l'étape 1.

A la fin de la fabrication, un parallélépipède de poudre est obtenu, à l'intérieur duquel la pièce est finie. Après nettoyage, la pièce finale est obtenue. Des traitements complémentaires (traitements thermiques, usinage) sont ensuite réalisés.

1.1. PRINCIPE DE LA FABRICATION ADDITIVE

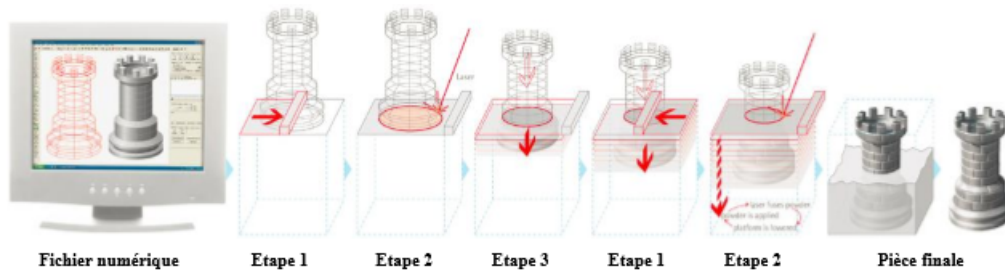


FIGURE 1.2 – Principe de fonctionnement des procédés de frittage/fusion sur lit de poudre [4].

Il existe deux types de procédés pour la fabrication de pièces métalliques :

- La fusion sélective laser (Selective Laser Melting : SLM) ou frittage sélectif laser (Selective Laser Sintering : SLS) : consiste au frittage ou à la fusion de la poudre à l'aide d'un faisceau laser. Le procédé permet de fabriquer des pièces en métal et en plastique, mais il est également possible d'utiliser certaines céramiques. La fusion complète de la poudre permet de fabriquer des pièces denses (jusqu'à 99,9 %) avec de meilleures propriétés mécaniques [55].
- La fusion par faisceau d'électrons (Electron Beam Melting : EBM) : consiste à la fusion complète de la poudre à l'aide d'un faisceau d'électrons. Ce procédé permet uniquement de fabriquer des pièces métalliques, car celles-ci doivent être conductrices d'électricité.

1.1.5.2 Fusion sélective par laser (Selective Laser Melting)

Le procédé SLS vient du principe breveté par Deckard [54]. Celui-ci consistait au frittage de poudres. Le développement du procédé et des machines a ensuite permis la fusion complète de la poudre lors de la fabrication et donc le procédé SLM (figure 2.1). Cette technologie a été utilisée dans notre étude sachant que les principales différences entre constructeurs sont liées à la solution d'étalement de poudre et à la maîtrise de l'atmosphère dans la chambre.

Les lasers utilisés actuellement sont des lasers à fibre, comme le Nd-YAG (Neodymium-doped Yttrium Aluminium Garnet), pouvant délivrer une puissance maximale variant entre 400 et 1000 W. Le diamètre du faisceau varie généralement entre 80 et 200 μm . Un système de lentilles et de miroirs permet de focaliser les photons chargés énergétiquement.

Afin d'éviter toute oxydation, l'enceinte de fabrication est remplie d'argon ou d'azote, gaz n'interagissant pas avec les photons incidents et permettant de maintenir le niveau d'oxygène en dessous de

1.1. PRINCIPE DE LA FABRICATION ADDITIVE

0.02%.

Dans le cas de la fabrication de pièce en Ti-6Al-4V, la plateforme de fabrication est préchauffée et maintenue à une température d'environ 200°C tout au long du processus [56].

La distribution de taille des grains de poudre utilisée, conditionnée par la puissance et la pénétration du faisceau de laser, a une valeur médiane comprise entre 25 et 50 μm selon les études [57]. L'épaisseur de couche varie entre 30 et 100 μm et conditionne le temps de fabrication. La vitesse de passage du faisceau de laser varie entre 10^2 et 10^3 mm/s, conjointement avec la puissance du laser, de sorte que la densité d'énergie délivrée par unité de volume (exprimée en J.m^{-3}) ait une valeur suffisamment grande pour fusionner les grains et éviter les phénomènes de "balling" [58], mais assez faible pour éviter une évaporation trop importante du matériau.

Le piégeage de gaz lié à l'instabilité du bain de fusion peut entraîner la formation de pores, ou encore de fissures dans la pièce finie [8, 59]. Ce procédé implique des gradients de température très importants entre la température de fusion de la poudre et la température ambiante. Cela entraîne de fortes contraintes résiduelles dans les matériaux.

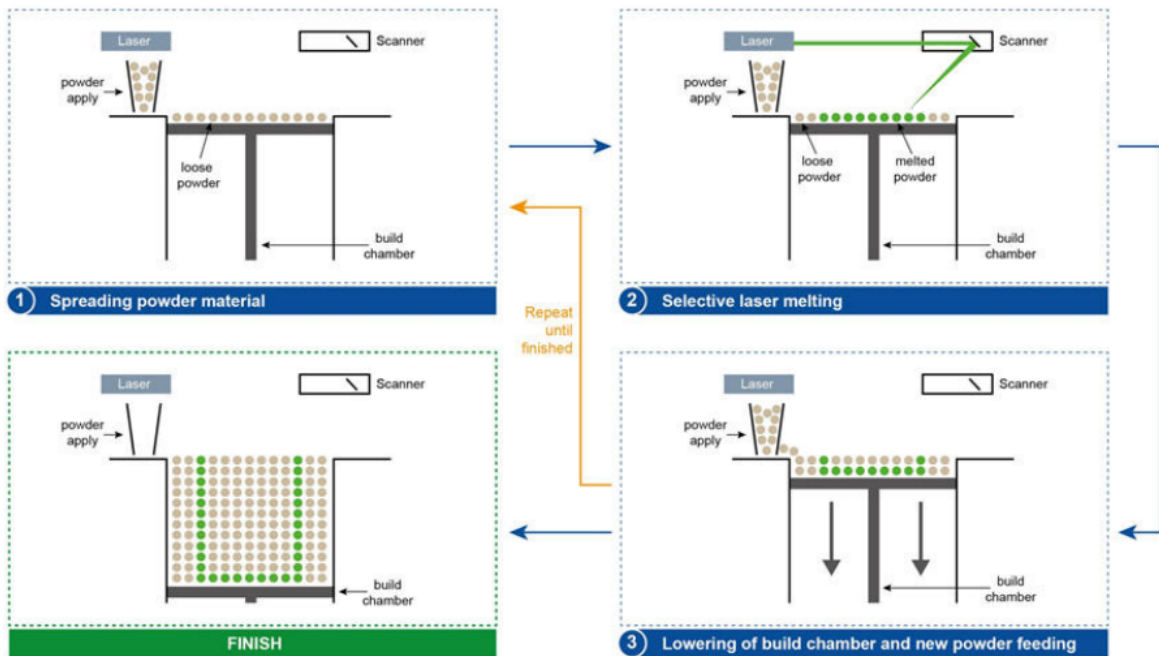


FIGURE 1.3 – Schéma du procédé SLM (source : <https://www.slm-solutions.com/en/investor-relations/presentations>).

1.2 Propriétés générales des pièces métalliques obtenues par SLM

1.2.1 Paramètres influant sur les propriétés mécanique et la tenue en fatigue

Dans chaque étape de la chaîne de fabrication, de nombreux paramètres peuvent influencer sur les propriétés mécaniques. Ces étapes et les paramètres sont principalement :

- La poudre : distribution granulométrique, forme, coulabilité, composition chimique (teneur en oxygène principalement), porosité, humidité [60][61]. Le choix de poudres de bonne qualité et sa conservation à l'abri de l'humidité sont indispensables à la fabrication de pièces saines.
- La machine : épaisseur de couche, puissance du faisceau, vitesse de déplacement, stratégie de lasage (remplissage des pièces en damier, en ligne, changement de direction pour chaque couche), stratégie de lasage des surfaces extérieures, positionnement de la pièce sur le plateau [62]. Le choix des paramètres de fabrication est particulièrement important dans l'obtention de pièces de bonne qualité.
- Les post-traitements : nettoyage, polissage, traitements thermiques [10]. Ces traitements sont utilisés afin d'améliorer les propriétés des pièces brutes de fabrication. Le bon choix et la bonne réalisation des post-traitements permettent d'obtenir des pièces de meilleure qualité. C'est sur cette étape de la fabrication que le concepteur peut le plus intervenir.

1.2.1.1 Rugosité des pièces

La rugosité des pièces réalisées par fabrication additive est plus importante qu'avec la plupart des procédés conventionnels. La rugosité arithmétique moyenne (R_a) obtenue avec le procédé SLM est comprise entre 5 et 30 μm [63]. Les valeurs de la rugosité dépendent, notamment, des paramètres de fabrication et de l'orientation de la surface [5].

La rugosité des pièces réalisées par fabrication additive étant par nature très différentes de celles obtenues par les procédés conventionnels, il est nécessaire de connaître son impact sur les propriétés mécaniques afin de concevoir et de prévoir les post-traitements qui seront éventuellement à appliquer.

1.2. PROPRIÉTÉS GÉNÉRALES DES PIÈCES MÉTALLIQUES OBTENUES PAR SLM

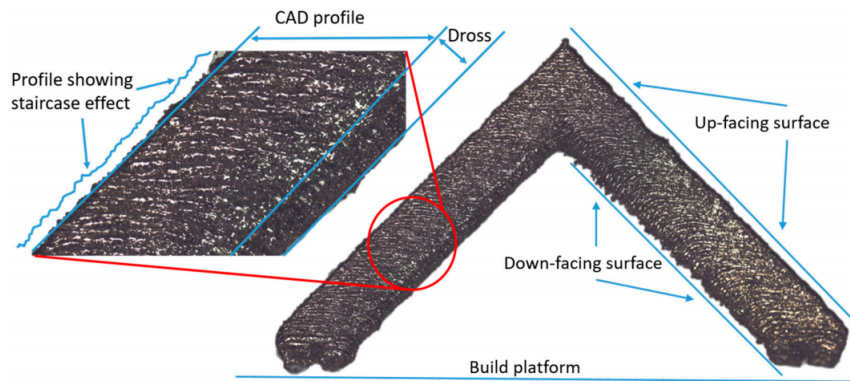


FIGURE 1.4 – Etat de surfaces issues du procédé SLM [5].

où

- *Staircase effect* : Effet d'escalier,
- *Dross* : Scorie,
- *Up-facing* : Face supérieure,
- *Down-facing* : Face inférieure,
- *Build platform* : plateforme de fabrication.

1.2.1.2 Porosités dans les pièces

Les procédés de fusion sur lit de poudre métallique fonctionnent sur le principe de fusion puis solidification de la matière. Il y a donc un risque d'apparition de défauts qui peuvent avoir un effet négatif sur les propriétés mécaniques et le comportement en fatigue [64].

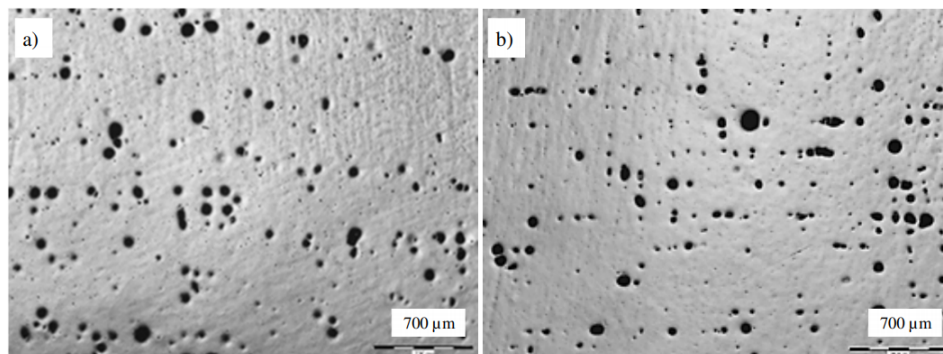


FIGURE 1.5 – Répartition des porosités dans les échantillons en Ti-6Al-4V, obtenues SLM et brutes de fabrication : a) section longitudinale et b) section transversale [6].

1.2. PROPRIÉTÉS GÉNÉRALES DES PIÈCES MÉTALLIQUES OBTENUES PAR SLM

Ces défauts proviennent majoritairement des phénomènes suivants :

- grains mal fusionnés dus à des écarts du faisceau (accélération, déviation, perte de puissance) (figure 1.5a) [6].
- bulles (d'argon principalement) emprisonnées dans la pièce (figure 1.5b). Ce gaz peut avoir été enfermé dans les poudres lors de leur atomisation ou dans le bain de fusion lors de la fabrication [6].
- défauts d'étalement de la poudre ou liés à la présence de scories.
- défauts provenant d'une surfusion du lit de poudre provoquant de trop grosses contraintes internes ou la vaporisation de certains éléments [65].

De façon générale, la densité relative des pièces obtenues par fabrication additive est très bonne et dépasse 99 %. L'impact de ces défauts peut être significatif sur les propriétés mécaniques et l'analyse de leurs effets est indispensable pour prévoir les mécanismes d'endommagement des pièces [66].

Deux types de porosité ont été largement rapportés dans la littérature : les porosités sphériques et non sphériques. Les défauts sphériques sont des pores de gaz contenant de l'argon. Tammas-Williams *et al.* [67] ont montré que ces pores étaient déjà présents dans la poudre initiale.

Les autres défauts internes courants sont des manques de fusion. Ils sont dus à un chevauchement important entre les couches [64] ou à une sous-fusion [68], qui peut être causée par des paramètres de processus imparfaits ou des stratégies de fusion. Ces derniers défauts sont la plupart du temps plus gros que les pores de gaz.

Tammas-Williams *et al.* [67] ont montré que la stratégie de fusion avait un impact important à la fois sur la densité des défauts et sur leur distribution spatiale. Pour des paramètres de processus optimisés, la fraction volumique des pores est extrêmement limitée (toujours < 0.1 %) et très peu de défauts de manque de fusion sont détectés.

1.2.1.3 Contraintes résiduelles

Dans le cas de Ti-6Al-4V, on peut libérer les contraintes résiduelles en traitant thermiquement les éprouvettes par un recuit en dessous du β -transus. Si ce traitement thermique a une influence modérée sur la durée de vie en fatigue, celui-ci augmente le seuil de propagation des contraintes ΔK_{th} .

Il est important de noter que l'ensemble des paramètres évoqués présente une anisotropie et est

1.2. PROPRIÉTÉS GÉNÉRALES DES PIÈCES MÉTALLIQUES OBTENUES PAR SLM

fonction de la direction d'empilement des couches. D'une manière générale c'est la direction Z qui présente les paramètres les moins avantageux pour la durée de vie en fatigue et la vitesse de propagation des fissures (grains plus long, porosités plus nombreuses...). Une fissure perpendiculaire aux couches propagera donc plus difficilement qu'une fissure parallèle aux couches [69].

1.2.2 Post-traitements

1.2.2.1 Rugosité

La rugosité induit des concentrations de contraintes en surface qui peuvent entraîner des ruptures prématurées dans certaines pièces sollicitées en fatigue. A part l'usinage, des procédés de polissage ont été développés pour améliorer la rugosité. Le plus classique est le sablage, mais d'autres procédés peuvent permettre d'améliorer davantage la surface (micro-billage, tribofinition, polissage chimique, plusieurs passages de laser, utilisation de poudre plus fine).

1.2.2.2 Porosité

Le traitement CIC pour Compression Isostatique à Chaud (ou HIP pour Hot Isostatic Pressing) permet de réduire, voire éliminer les porosités internes (manques de fusion ou gaz piégé au cours du processus d'atomisation) [70]. Ce procédé thermomécanique consiste en une élévation de température de 300°C/h suivie d'un recuit de 2h à 920°C sous une pression de 1020 bars immédiatement suivie d'un refroidissement naturel au four (la température baisse en dehors de 150°C après 3h).

1.2.2.3 Contraintes résiduelles

Les forts gradients thermiques lors du procédé SLM entraînent des contraintes résiduelles dans le volume [71]. Ces contraintes résiduelles sont maximales en surface et la contrainte normale peut atteindre jusqu'à 600 MPa [72, 73].

Afin de les minimiser pendant la fabrication et ainsi réduire la déformation des pièces lors de la fabrication ou lors du retrait des supports, il convient d'éviter les gradients de surfaces lasées et de placer suffisamment de supports. Après fabrication, on peut réaliser :

- Les traitements d'adoucissement : Pour le Ti-6Al-4V, ce traitement consiste en un maintien à une température située en dessous du β transus, généralement entre 600 et 800°C pendant 2 à

1.3. PROPRIÉTÉS MÉCANIQUES DE L'ALLIAGE DE TITANE TI-6AL-4V FABRIQUÉ PAR SLM

4 heures [69, 74, 75], suivi d'un refroidissement lent.

Les traitements autour de 600°C correspondant à un simple détensionnement et les traitements autour de 800°C à un recuit [76]. Le recuit, tout comme le traitement de détensionnement, permet la relaxation des contraintes résiduelles. De plus, il entraîne la stabilisation en température de la phase β , ce qui est nécessaire pour l'utilisation "à chaud" de l'alliage [76].

Les traitements d'adoucissement sont actuellement systématiquement effectués sur les pièces fabriquées par SLM, avant de les séparer de la plateforme de fabrication.

- Les traitements thermiques subtransus et supertransus : Les traitements thermiques subtransus (à des températures inférieures au β transus) et supertransus (à des températures supérieures au β transus) sont utilisés afin de modifier la microstructure de la pièce obtenue et donc ses propriétés mécaniques [18, 76].

Les traitements subtransus ne permettent pas de modifier la forme des ex-grains β qui gardent une structure colonnaire, contrairement aux traitements supertransus qui permettent d'éliminer cette anisotropie microstructurale [9, 18].

1.3 Propriétés mécaniques de l'alliage de titane Ti-6Al-4V fabriqué par SLM

1.3.1 Caractéristiques du Ti-6Al-4V

L'alliage de titane Ti-6Al-4V (ou TA6V ou Ti64) est très utilisé dans les domaines de l'aéronautique, de l'aérospatial, de l'automobile et du biomédical. En effet, ce dernier a de très bonnes propriétés mécaniques, est léger et a une très bonne résistance à la corrosion et en fatigue [77]. Son utilisation en fabrication additive a donc été rapidement développée.

La composition de l'alliage Ti-6Al-4V est indiquée dans le tableau 1.2 [2].

Elem	Ti	Al	V	C	O	N	Fe	H
%	reste	5.50 - 6.75	3.50 - 4.50	0.08	< 0.2	< 0.05	0.3	< 0.015

TABLE 1.2 – Composition chimique du titane Ti-6Al-4V d'après la norme ASTM F2924 [2].

Les deux principaux composants de cet alliage sont l'aluminium et le vanadium. L'aluminium est α -gène (il favorise la phase α) et permet d'atteindre une meilleure résistance mais une moins bonne

1.3. PROPRIÉTÉS MÉCANIQUES DE L'ALLIAGE DE TITANE TI-6AL-4V FABRIQUÉ PAR SLM

ductilité. Le taux est cependant limité pour ne pas favoriser l'apparition de précipités Ti_3Al qui sont fragilisants.

Le vanadium, β -gène, permet d'améliorer la ductilité. Le taux est limité car il n'est pas favorable à la tenue à l'oxydation [78].

1.3.2 Microstructure

1.3.2.1 Microstructures typiques du Ti-6Al-4V

La microstructure de l'alliage de titane Ti-6Al-4V dépend fortement de la méthode de fabrication et des traitements thermiques appliqués. La figure 1.6 montre les trois principaux types de microstructures rencontrés sur cet alliage [79].

- Dans la structure bimodale (figure 1.6a), les grains gris correspondent à la phase α et les autres grains correspondent à des lamelles α dans une phase β . L'épaisseur des grains dépend des vitesses de refroidissement et des températures des traitements thermiques.
- La structure lamellaire (figure 1.6b) correspond à une phase lamellaire α (en gris) dans une phase β (en noir). L'épaisseur des lamelles dépend des vitesses de refroidissement et des températures des traitements thermiques.
- La structure martensitique (figure 1.6c) est composée d'une phase α' en aiguille (en noir). Cette microstructure correspond à un refroidissement rapide.

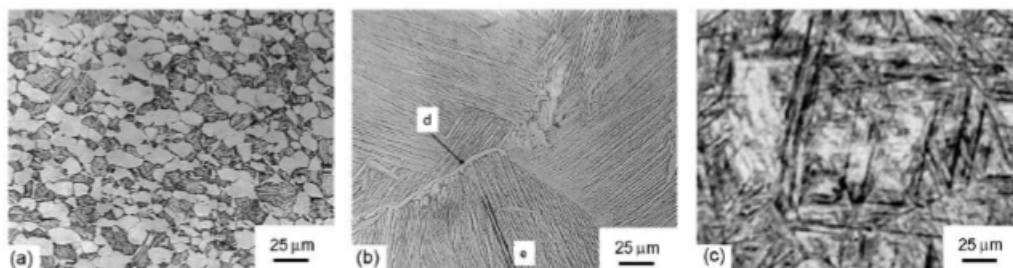


FIGURE 1.6 – Images optiques montrant les principaux types de microstructures du Ti-6Al-4V (a) structure bimodale, (b) structure lamellaire et (c) structure martensitique [7].

1.3.2.2 Microstructure du Ti-6Al-4V fabriqué par SLM

Suite à la fabrication des pièces par le procédé SLM, la composition chimique de la matière n'est quasiment pas modifiée par rapport à celle de la poudre.

1.3. PROPRIÉTÉS MÉCANIQUES DE L'ALLIAGE DE TITANE TI-6AL-4V FABRIQUÉ PAR SLM

Après attaque chimique, la microstructure laisse apparaître une forme colonnaire parallèle à l'axe de construction. Ces colonnes sont identifiées comme étant des grains primaires β . Lors de la fusion d'une couche, les couches directement inférieures sont refondues. C'est ainsi que l'on obtient ces grains allongés primaires dans le sens de la fabrication des pièces (figure 1.7) [9].

Sur la face normale à l'axe de construction, les traces de passage du laser sont visibles. Selon la stratégie de fabrication, les traces sont différentes, mais dans certains cas, des traces en « zigzag » sont formées (figure 1.7) [8].

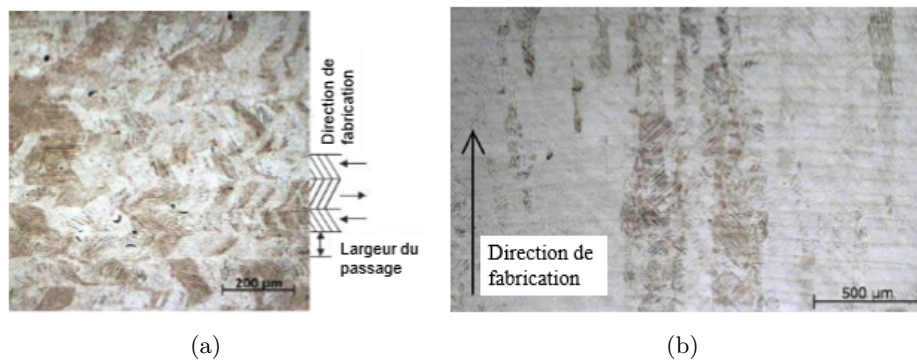


FIGURE 1.7 – Images optiques (a) d'une vue de dessus montrant les traces de passage du laser [8] et (b) d'une vue de côté d'un échantillon montrant les grains préliminaires β allongés [9].

Avec un grossissement plus élevé, une structure martensitique formée par des aiguilles très fines est observée. Ces aiguilles sont identifiées comme étant une phase martensitique α' (figure 1.8) contenue dans les grains préliminaires β [63].

Cette phase apparaît suite au refroidissement rapide des pièces. En effet, le passage du laser sur la surface implique un cycle thermique avec des refroidissements rapides. De plus, l'enceinte de fabrication étant à température ambiante dans la plupart des cas, l'amplitude de température est élevée.

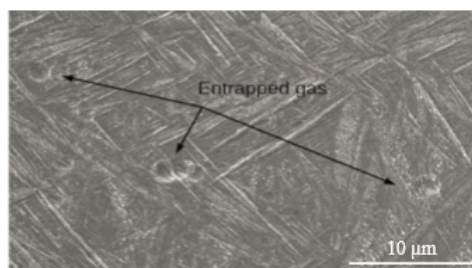


FIGURE 1.8 – Image MEB de la microstructure d'un échantillon en Ti-6Al-4V brut [10].

1.3.2.3 Effet des traitements thermiques

Quatre types de traitements thermiques sont répertoriés dans la littérature et ont été testés sur le Ti-6Al-4V réalisé par fabrication additive :

- Le traitement de relaxation des contraintes (593°C pendant 2 heures suivant la norme AMS 2801B [80]) ou de recuit (704°C pendant 2 heures [80]) qui remet partiellement en solution la phase α' dans la phase $(\alpha + \beta)$.

Une microstructure très légèrement modifiée est alors obtenue (figure 1.9). Ce traitement est souvent appliqué avant de détacher les pièces du plateau de fabrication en SLM, afin de conserver la géométrie lors du découpage.

Dans la plupart des cas, les traitements préconisés par la norme ne sont pas respectés exactement, mais les températures utilisées restent aux alentours de celles de la norme.

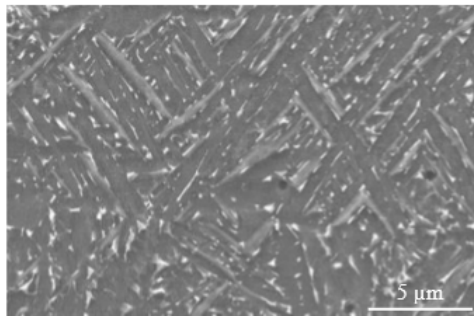


FIGURE 1.9 – Image MEB après attaque chimique d'un échantillon après traitement thermique à 730°C pendant 2h [10].

- Le traitement de mise en solution subtransus (typiquement $850 - 950^{\circ}\text{C}$ pendant 1h), c-à-d en dessous de la température de mise en solution de la phase β . La phase α' est alors remise en solution. Ce traitement est suivi d'une trempe (à l'air, à l'huile ou à l'eau).
Une structure martensitique (refroidissement rapide) ou une structure lamellaire (refroidissement lent) est observée, suivant le type de refroidissement [9, 10].
- Le traitement de mise en solution supersolvus (typiquement $1000 - 1050^{\circ}\text{C}$ pendant 1h), c-à-d au-dessus de la température de mise en solution de la phase β . La phase β ayant été remise en solution, les grains allongés ne sont plus visibles sur le côté de la pièce, et des grains β équiaxes ont été formés (figure 1.10a) [10]. Ce traitement est suivi d'une trempe (à l'air, à l'huile ou à l'eau).

1.3. PROPRIÉTÉS MÉCANIQUES DE L'ALLIAGE DE TITANE TI-6AL-4V FABRIQUÉ PAR SLM

Une nouvelle structure martensitique est obtenue suite à un refroidissement rapide (figure 1.10b). Comme précédemment, dans le cas d'un refroidissement lent, une structure lamellaire est observée, la phase α' ayant totalement disparu.

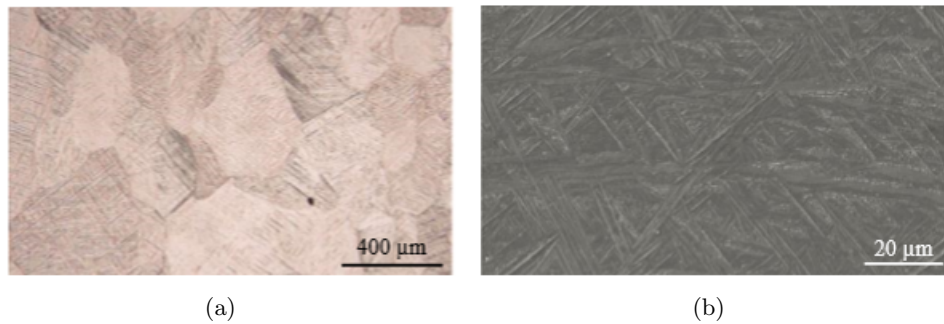


FIGURE 1.10 – Images d'échantillon traité thermiquement à 1050°C pendant 1h puis refroidis à l'eau : (a) micrographie optique montrant les grains équiaxes et (b) image MEB montrant la microstructure et les aiguilles α' [10].

Dans la plupart des cas, un traitement de recuit (typiquement 750°C à 950° C pendant 2h) avec un refroidissement à l'air ou dans le four est effectué suite à une mise en solution (subtransus ou supersolvus). Pour une température de recuit optimale, il permet de passer de la structure martensitique obtenue après trempe à l'eau, à une structure lamellaire dans le cas du traitement subtransus et à une structure bimodale dans le cas du traitement supersolvus [9, 63].

- Le traitement CIC pour Compression Isostatique à Chaud (typiquement 900° C sous 1000 bars pendant 2h). La pression à chaud permet d'évacuer les porosités et d'obtenir des pièces plus denses. Après ce traitement, une structure lamellaire est obtenue (figures 1.11 et 1.12), semblable à celle obtenue après traitement subtransus.

Ces quatre traitements thermiques sont les traitements habituels appliqués sur le Ti-6Al-4V. Certaines études apparaissent sur le développement des nouveaux traitements thermiques originaux [81]. La réalisation d'un ou plusieurs de ces traitements thermiques est parfois indispensable pour assurer une bonne géométrie et de bonnes propriétés mécaniques des pièces fabriquées.

1.3. PROPRIÉTÉS MÉCANIQUES DE L'ALLIAGE DE TITANE TI-6AL-4V FABRIQUÉ PAR SLM



FIGURE 1.11 – Images optiques montrant la microstructure du Ti-6Al-4V après traitement CIC pour des échantillons fabriqués par SLM [11].

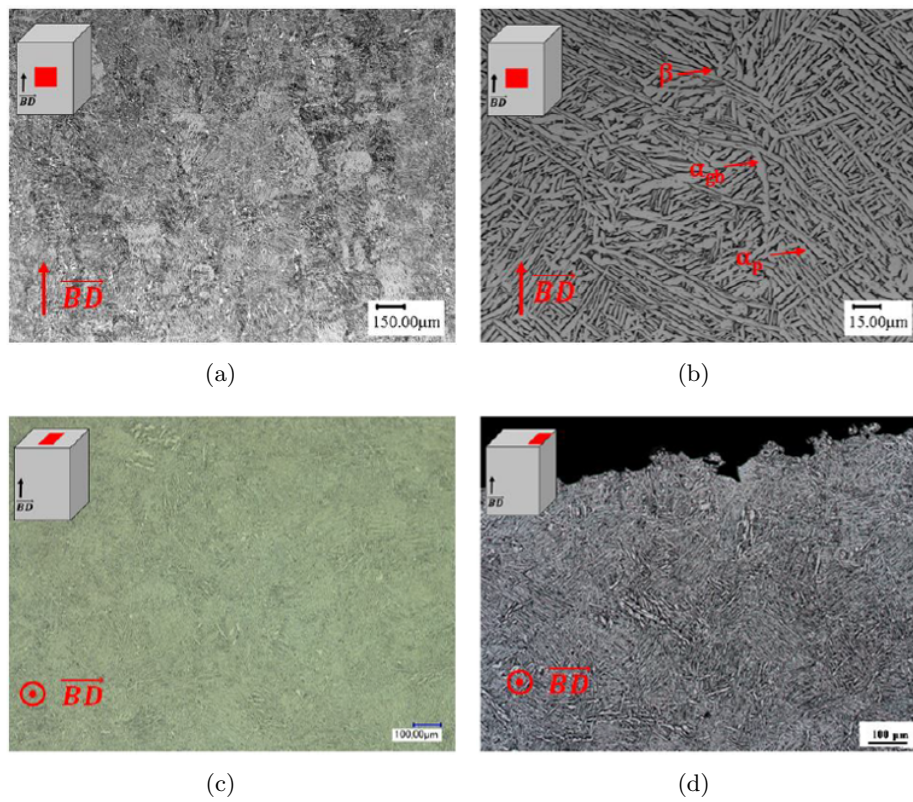


FIGURE 1.12 – Micrographies d'échantillons SLM CIC dans différentes directions et à différents grossissements [12].

1.3.3 Traitement de surface

Les traitements de surface visent à réduire la rugosité inhérente au procédé et, dans certains cas, à ajouter des contraintes résiduelles de compression en surface. Ils peuvent consister en une reprise par usinage d'une partie de la surface, ou en un polissage de l'ensemble de la pièce.

Bagehorn *et al.* [82] notent une importante réduction du R_a d'éprouvettes fabriquées par SLM suite à différents traitements de surface (tableau 1.3). Witkin *et al.* [83] notent une réduction du R_a de 6.5 à 0.46 μm pour des pièces fabriquées par SLM après un traitement de finition vibratoire chimiquement accéléré. Benedetti *et al.* [84] mesurent un R_a de 5 μm sur des éprouvettes fabriquées par SLM et traitées par tribofinition.

	As-build	Usinée	Sablée	Electro-polie
$R_a(\mu\text{m})$	19.3	0.3	9.4	1.4

TABLE 1.3 – Mesures de rugosité d'éprouvettes fabriquées par SLM pour différents traitements de surface [3]

Vaysette *et al.* [12] ont montré que :

- Après 15 min de polissage chimique, le R_a des éprouvettes SLM passe de 18.9 μm à 11.2 μm . Comme cela est visible par les figures 1.14 et 1.15, l'amplitude des pics, liée aux grains de poudre collés en surface, est grandement réduite et le profil des creux est adouci. Il est à noter que la profondeur du creux le plus important est augmentée après polissage (R_v) comme cela est visible dans la figure 1.16.
- Après 30 min de polissage chimique, le R_a des éprouvettes SLM passe de 18.9 μm à 2.86 μm . La surface obtenue apparaît lisse. Les creux et les pics existants sont de faibles amplitudes et ont un rayon de courbure très grand.

1.3. PROPRIÉTÉS MÉCANIQUES DE L'ALLIAGE DE TITANE TI-6AL-4V FABRIQUÉ PAR SLM

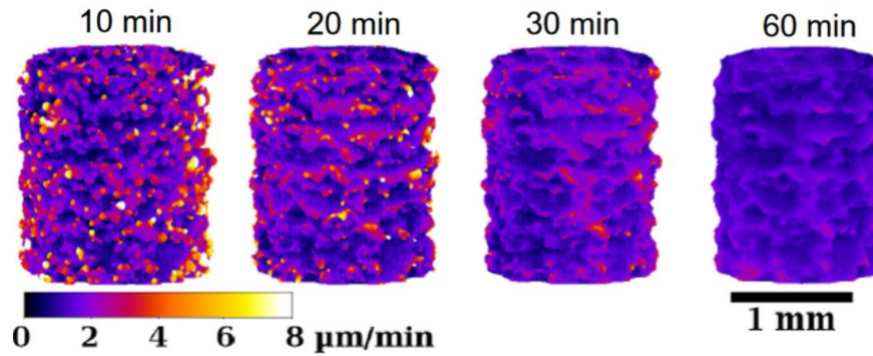


FIGURE 1.13 – Vues 3D de barreaux verticaux fabriqués par EBM après 10, 20, 30 et 60 min de polissage électrochimique. L'échelle de couleur représente la cinétique locale de dissolution [3]

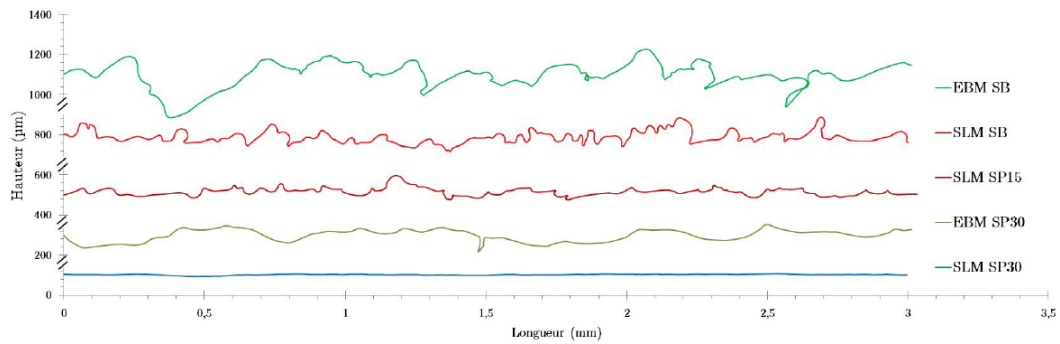


FIGURE 1.14 – Profils 2d obtenus à partir de l'observation de coupes micrographiques pour les différents états de surface analysés [12].

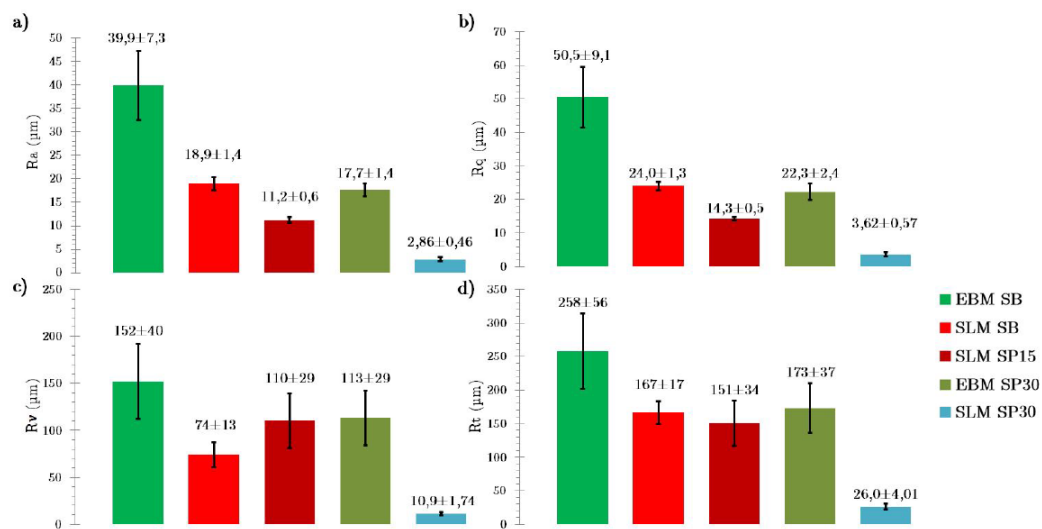


FIGURE 1.15 – Paramètres de rugosité mesurés à partir de l'extraction de profil 1D [12].

1.3. PROPRIÉTÉS MÉCANIQUES DE L'ALLIAGE DE TITANE TI-6AL-4V FABRIQUÉ PAR SLM

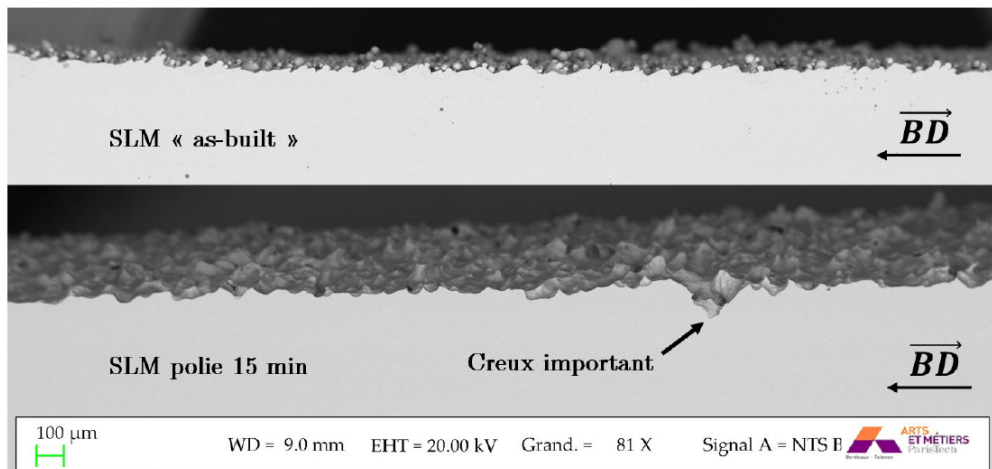


FIGURE 1.16 – Observations de la surface d’une éprouvette SLM ”as-built” et d’une éprouvette SLM polie 15 min [12].

1.3.4 Traitement thermique : CIC

Bien que le CIC n’améliore pas l’état de surface, et donc n’a pas d’effet géométrique sur les sites d’amorçage des éprouvettes conservant une surface ”as-built”, il améliore légèrement la limite en fatigue. Ceci s’explique par le passage d’une microstructure martensitique (avant CIC), peu ductile, à une microstructure lamellaire, avec un allongement à la rupture bien plus important [85] et donc capable d’accomoder beaucoup de déformation plastique en surface avant de se rompre.

1.3.5 Propriétés en fatigue de pièces en Ti-6Al-4V obtenues par SLM

L’endommagement de fatigue correspond à la naissance et la croissance de micro-fissures, à l’échelle des grains dans les métaux, sous l’effet de sollicitations cycliques, jusqu’à amorçage d’une fissure mésoscopique. Ce phénomène peut intervenir pour des niveaux de contraintes faibles, inférieures à la limite d’élasticité conventionnelle. On distingue ainsi :

- la fatigue à grand nombre de cycles (FGNC) qui ne met en jeu que des déformations quasi-élastiques et qui correspond à des nombres de cycles à rupture supérieurs à 50000 cycles environ ; au-delà de 10^6 , 10^7 ou même 10^9 cycles (fatigue gigacyclique) suivant le domaine d’application envisagé.
- la fatigue à faible nombre de cycles, ou fatigue oligocyclique, qui correspond à des nombres de cycles à rupture inférieure à 50000 cycles, pour laquelle les déformations plastiques inter-

viennent. A température élevée, le phénomène de fatigue est le plus souvent couplé à l'endommagement de fluage et ne peut être isolé qu'en réalisant des essais à une fréquence suffisamment élevée (> 5 à 10 Hz).

La résistance en fatigue peut être déterminée expérimentalement, et représentée généralement par une courbe de Wöhler qui représente l'amplitude de la contrainte appliquée en fonction du nombre de cycles à rupture. Il existe plusieurs méthodes qui permettent de déterminer expérimentalement la résistance en fatigue d'un matériau. La méthode la plus utilisée est celle de l'escalier. Cette méthode proposée par Dixon et Mood en 1948 [86] permet d'estimer expérimentalement la résistance en fatigue médiane à N cycles ($N > 10^5$ cycles) ainsi que son écart-type.

1.3.5.1 Effet d'entaille

La résistance en fatigue du matériau est déterminée à travers des essais sur des éprouvettes dont l'état de contrainte est homogène dans la zone utile. Néanmoins, pour les structures complexes les zones de concentration de contrainte jouent un rôle majeur dans le processus d'amorçage de fissure. Pour tenir compte des variations locales de géométrie qui engendrent des concentrations de contrainte, il est nécessaire d'évaluer le coefficient théorique de concentration de contraintes (K_t) qu'elles engendrent. Dans le cadre uniaxial et pour des géométries simples, ce dernier est défini par la relation suivante.

$$K_t = \frac{\sigma_{max}}{\sigma_{nom}}, \quad (1.1)$$

où σ_{max} est la contrainte en fond d'entaille, estimée dans le domaine d'élasticité du matériau, et σ_{nom} la contrainte nominale calculée dans la section nominale.

Pour une entaille, les valeurs des contraintes locales sont ainsi déterminées en multipliant les contraintes nominales par la valeur de K_t associé à l'entaille considérée. Pour des formes simples d'entaille, les valeurs de K_t peuvent être obtenues à partir d'abaques. Par contre, pour les formes plus complexes, il est souvent nécessaire de recourir à des méthodes numériques (méthode des éléments finis) pour déterminer la contrainte maximale en fond d'entaille et ainsi calculer K_t .

La résistance en fatigue des éprouvettes entaillées ne peut pas être déterminée de la même manière que les contraintes locales. Néanmoins, en connaissant (expérimentalement) cette limite, il est possible de calculer le coefficient effectif d'entaille ou de réduction de résistance en fatigue (K_f) [87] qui relie

1.3. PROPRIÉTÉS MÉCANIQUES DE L'ALLIAGE DE TITANE TI-6AL-4V FABRIQUÉ PAR SLM

les limites de fatigues obtenues pour des éprouvettes lisses (σ_D^L) et entaillées (σ_D^E) :

$$K_f = \frac{\sigma_D^L}{\sigma_D^E}. \quad (1.2)$$

À cause des déformations plastiques au voisinage de l'entaille, il n'y a pas égalité entre K_f et K_t . Pour une entaille donnée, on observe généralement que K_f est inférieur à K_t . Aussi, la comparaison de K_f et K_t permet de classer grossièrement les matériaux selon leur sensibilité à l'effet d'entaille. En particulier, le facteur q donné par l'éq. (1.3) est le plus souvent utilisé pour quantifier cette sensibilité sans recours aux essais expérimentaux [87].

$$q = \frac{K_f - 1}{K_t - 1}. \quad (1.3)$$

Si K_f est très inférieur à K_t , la sensibilité du matériau à l'entaille est considérée comme faible (q proche de zéro). Plusieurs formulations empiriques du facteur q peuvent être trouvées. La plupart des formulations font intervenir des paramètres géométriques tels que le rayon d'entaille ainsi que des propriétés matériau dans les formules proposées [88, 89].

L'endommagement par fatigue résulte généralement de l'amorçage suivi de la propagation d'une fissure de fatigue. La succession physique de la fissuration par fatigue est illustrée par la figure 1.17. La durée de chaque étape diffère selon les paramètres : externes (chargement appliqué, milieu, etc.) et internes (matériau, accidents géométriques, etc.).

Toutefois, dans le cadre de la FGNC, le nombre de cycles jusqu'à l'amorçage de fissure est généralement plus important que le nombre de cycles relatif à la propagation [90–92] pour les faibles niveaux de chargement et des rapports de charge positifs. C'est donc la phase d'amorçage qui conditionne la durée de vie en fatigue.

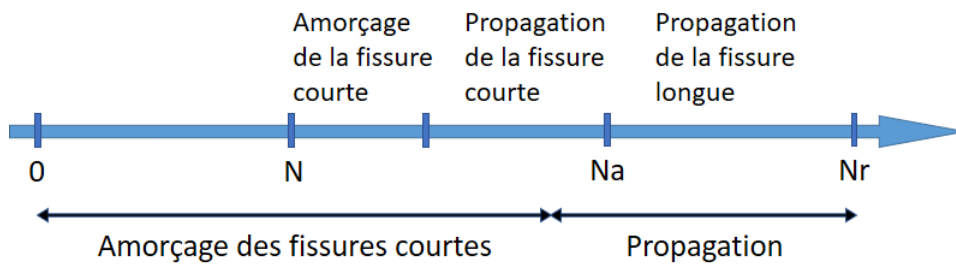


FIGURE 1.17 – Différents stades de fissuration.

1.3. PROPRIÉTÉS MÉCANIQUES DE L'ALLIAGE DE TITANE TI-6AL-4V FABRIQUÉ PAR SLM

Les propriétés en FGNC des pièces obtenues par SLM dépendent de la microstructure et de la morphologie spécifique des défauts engendrés par les procédés. Il est généralement difficile de quantifier et de comprendre l'influence respective de chacun de ces défauts car, dans de nombreuses études, l'amorçage prématuré est dû à une combinaison de paramètres incluant la porosité, la rugosité, les contraintes résiduelles et des microstructures spécifiques [93–95].

Dans la plus part des cas, l'amorçage a lieu à partir de la surface où la rugosité importante est assimilable à de multiples entailles, ou à partir de porosités situées souvent proches de la surface [75, 94, 96].

L'effet des contraintes résiduelles n'est que rarement discuté dans la littérature car, comme il a été dit précédemment, un traitement d'adoucissement est systématiquement effectué avant de séparer les éprouvettes du plateau de fabrication.

Les essais de fatigue sont réalisés de manière différente suivant les acteurs, mais l'essai revenant le plus souvent est l'essai de fatigue en traction pure (rapport de charge $R_\sigma = 0.1$). A titre indicatif, les résultats de résistance en fatigue à 2×10^6 cycles sont présentés dans les tableaux 1.4 - 1.7.

Étude	Procédé	Conditions	Microstructure	Essai	σ_{max} (MPa)
[96]	SLM	Z - SR	Martensitique	Traction R=0.1	190 - 210
[82]	SLM	Z - SR - CIC	Lamellaire	Traction R=0.1	200 - 220
[96]	SLM	Z - SR - polie	Martensitique	Traction R=0.1	490 - 510
[82]	SLM	Z - SR - CIC - usinée	Lamellaire	Traction R=0.1	610 - 640

TABLE 1.4 – Influence des post-traitements sur la résistance en fatigue à 2×10^6 cycles des échantillons en Ti-6Al-4V fabriqués par SLM soumise à la traction avec un rapport de charge $R_\sigma = 0.1$.

Étude	Procédé	Conditions	Microstructure	Essai	σ_{max} (MPa)
[75]	SLM	Z - SR	Martensitique	Traction R=-1	160 - 180
[11] / [12]	SLM	Z - SR - CIC	Lamellaire	Traction R=-1	225 - 275 / 222.5
[75]	SLM	Z - SR - polie	Martensitique	Traction R=-1	340 - 360
[12]	SLM	Z - SR - CIC - SP15	Lamellaire	Traction R=-1	220.8
[11] / [12]	SLM	Z - SR - CIC - usinée	Lamellaire	Traction R=0.1	490 - 500 / 512.5

TABLE 1.5 – Influence des post-traitements sur la résistance en fatigue à 2×10^6 cycles des échantillons en Ti-6Al-4V fabriqués par SLM soumise à la traction avec un rapport de charge $R_\sigma = -1$.

1.3. PROPRIÉTÉS MÉCANIQUES DE L'ALLIAGE DE TITANE TI-6AL-4V FABRIQUÉ PAR SLM

Étude	Procédé	Conditions	Microstructure	Essai	σ_{max} (MPa)
[85]	SLM	Z - SR - CIC	Lamellaire	Flexion R=-1	225 - 275
[85]	SLM	Z - SR - CIC - usinée	Lamellaire	Flexion R=-1	400 - 425

TABLE 1.6 – Influence des post-traitements sur la résistance en fatigue à 2×10^6 cycles des échantillons en Ti-6Al-4V fabriqués par SLM soumise à la flexion avec un rapport de charge $R_\sigma = -1$.

Étude	Procédé	Conditions	Microstructure	Essai	σ_{max} (MPa)
[12]	SLM	Z - SR - CIC	Lamellaire	Torsion R=-1	195.8
[12]	SLM	Z - SR - CIC - usinée	Lamellaire	Torsion R=-1	416.7

TABLE 1.7 – Influence des post-traitements sur la résistance en fatigue à 2×10^6 cycles des échantillons en Ti-6Al-4V fabriqués par SLM soumise à la torsion avec un rapport de charge $R_\sigma = -1$.

L'étude de la littérature permet de tirer les conclusions suivantes :

- La résistance en fatigue des pièces de Ti-6Al-4V obtenue par SLM est, avant tout post-traitement, 2 fois inférieure à la résistance en fatigue de pièces forgées et usinées (tableau 1.8).

Étude	Procédé	Conditions	Microstructure	Essai	σ_{max} (MPa)
[79]	Forgeage	TT - Polie	Lamellaire	Traction R=0.1	605 - 615
[97]	Fonderie	CIC - usinée	Lamellaire	Traction R=0.1	500 - 550

TABLE 1.8 – Résistance en traction uniaxiale à 2×10^6 cycles du Ti-6Al-4V obtenu par des procédés conventionnels.

- Le traitement de CIC permet la fermeture des pores et l'obtention d'une microstructure lamellaire, plus ductile que la martensite, mais n'améliore que très peu la résistance en fatigue des pièces si la surface reste brute de fabrication. Ceci souligne l'importance de la rugosité sur la résistance en fatigue.
- L'usinage des éprouvettes obtenues par SLM sans CIC permet une amélioration notable de la résistance en fatigue mais celle-ci reste inférieure à la résistance en fatigue de pièces forgées et usinées car des porosités proches de la surface entraînent un amorçage prématuré.
- Un traitement CIC suivi d'un usinage sur des pièces SLM permet d'obtenir des résistances en fatigue comparables à celles obtenues sur pièces usinées et forgées.

1.4 Fatigue des structures cellulaires métallique obtenues par ALM

Au cours des dernières années, le comportement quasi-statique des structures cellulaires métallique produites par ALM a été étudié et documenté. Le comportement en fatigue, par contre, n'est pas encore complètement compris. Dans cette section, les propriétés mécaniques qui distinguent ces structures sera présenté brièvement. Après, on détaillera leur comportement en fatigue.

1.4.1 Structures cellulaires : Définitions

Les structures cellulaires sont une répétition périodique d'une cellule élémentaire (CE) dans chaque direction, composée d'un réseau connecté de barreaux ou de parois résistant à la charge appliquée. Ces derniers se divisent en trois classes principales. La première classe regroupe les *lattices* dont la CE est composée de barreaux, comme illustré dans la figure 1.18 [13]. Les CE obtenues à partir de surfaces minimales triplement périodiques (*TPMS*) constituent les deuxième et troisième classes. En particulier, la seconde regroupe les "*TPMS surfaciques*" (figure 1.20) [13, 98] générées sous forme de surfaces implicites (c.-à-d. $f(x, y, z) = t$) où la valeur du paramètre t , dite "*isovalue*", détermine le décalage par rapport aux lignes de niveaux (voir exemples dans l'Eq (1.4)), tandis que les "*TPMS squelettiques*" (figure 1.19) sont construits par des opérations booléennes sur les CE des deux autres classes.

$$\left\{ \begin{array}{l} (BTC) : \quad 0 = (X^2 + Y^2 - 1)(X^2 + Z^2 - 1)(Y^2 + Z^2 - 1) \\ \quad \quad -t, \\ (IWP) : \quad 0 = 2(\cos(Y) \cos(Z) + \cos(X) \cos(Y) + \cos(X) \\ \quad \quad \cos(Z)) - (\cos(2X) + \cos(2Y) + \cos(2Z)) - t, \\ (Gyroid) : \quad 0 = \cos(X) \sin(Y) + \cos(Y) \sin(Z) + \cos(Z) \\ \quad \quad \sin(X) - t, \\ (Neovius) : \quad 0 = 3(\cos(X) + \cos(Y) + \cos(Z)) + 4 \cos(X) \\ \quad \quad \cos(Y) \cos(Z) - t. \end{array} \right. \quad (1.4)$$

Dans l'équation (1.4) (X, Y, Z) sont définis comme suit :

$$\left\{ \begin{array}{l} X = 2\pi \frac{n_x}{L} x, \\ Y = 2\pi \frac{n_y}{L} y, \\ Z = 2\pi \frac{n_z}{L} z. \end{array} \right. \quad (1.5)$$

1.4. FATIGUE DES STRUCTURES CELLULAIRES MÉTALLIQUE OBTENUES PAR ALM

où n_i est le nombre de cellules le long de la direction $i \forall i = x, y, z$. Le lecteur est invité à consulter [99] pour de plus d'informations sur les équations de génération des TPMS.

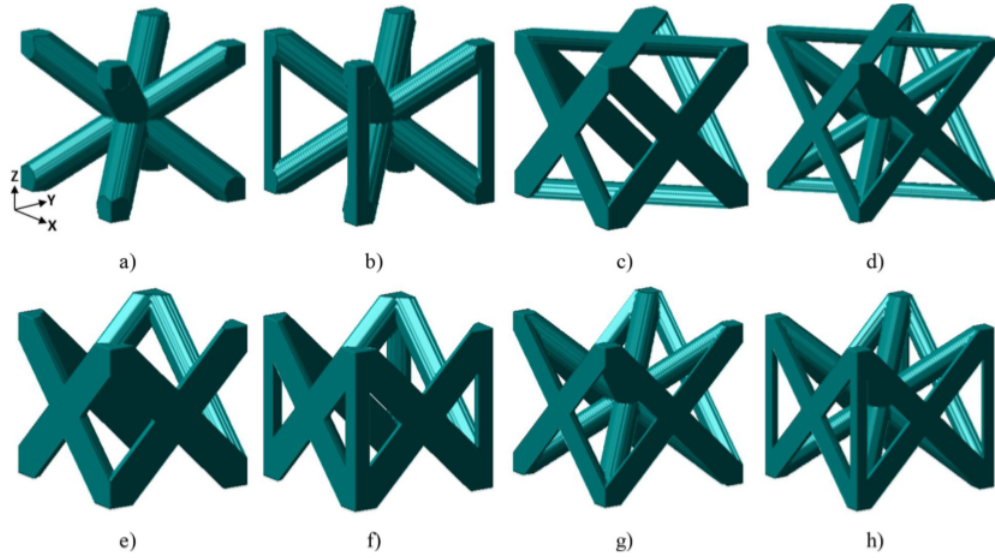


FIGURE 1.18 – CEs constituées de barreaux ($\bar{\rho} = 0.2$) : a) BCC, b) BCCz, c) FCC, d) BFCC, e) S-FCC, f) S-FCCz, g) S-BFCC, and h) S-BFCCz. [13]

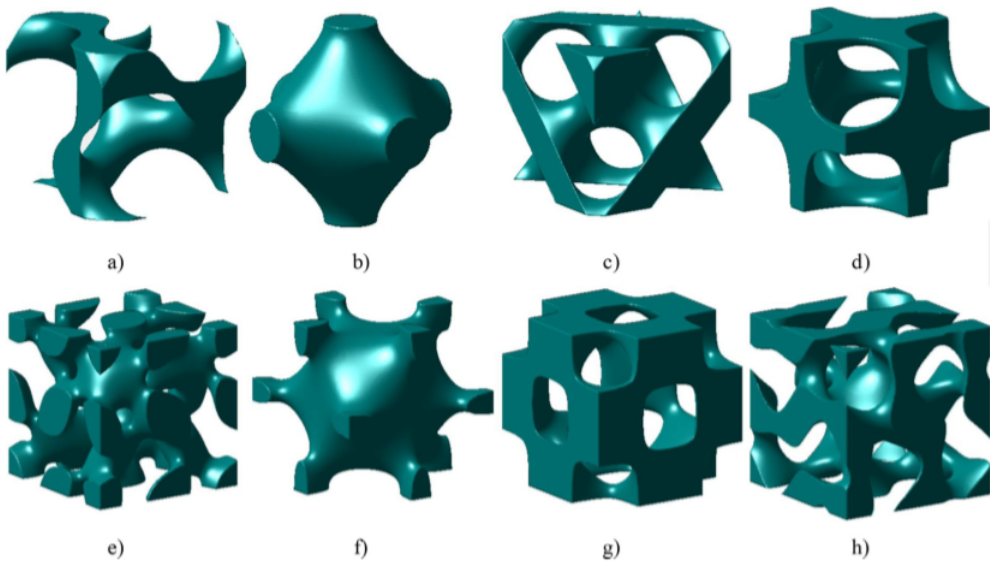


FIGURE 1.19 – CE TPMS squelettiques (*Skeletal TPMS*, en anglais) : a) S-Gyroid (Schoen's Gyroid), b) S-Schwarz (Schwarz's Primitive), c) S-Diamond (Schwarz's Diamond, d) S-IWP (Schoen's iWP), e) Lidinoid, f) Neovius, g) Octo, and h) Split. [13]

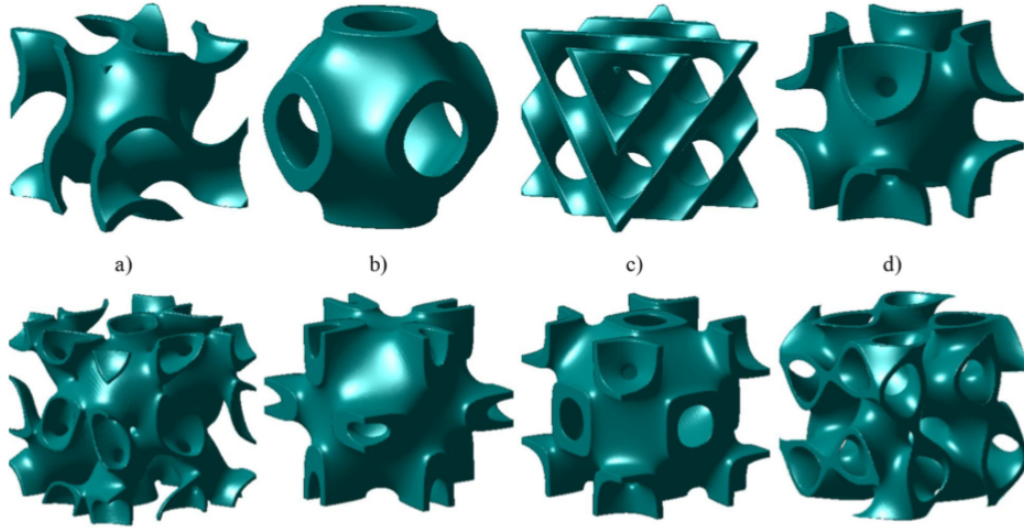


FIGURE 1.20 – CEs TPMS surfaciques (*Thin-walled TPMS*, en anglais) : a) T-Gyroid, b) T-Schwarz, c) T-Diamond, d) T-IWP, e) T-Lidinoid, f) T-Neovius, g) T-Octo, and h) T-Split. [13]

De nos jours, les structures cellulaires sont des candidats attrayants pour une utilisation potentielle dans une large gamme d'applications, notamment les isolateurs de vibrations, les panneaux sandwich ultra-légers et les implants biomédicaux [100–102]. C'est également un enjeu majeur pour la fabrication additive puisque les formes complexes de ces structures, qui sont impossibles à obtenir par les processus conventionnels, pourraient être facilement obtenues par les techniques ALM.

1.4.2 La réponse mécanique des structures cellulaires

La plupart des essais mécaniques des structures cellulaires sont effectués en compression en raison de sa plus grande simplicité par rapports aux essais en traction. Cela est dû en grande partie au fait que la conception de l'interface entre la structure cellulaire et la machine d'essais est requise pour les essais de traction [103], tandis que les essais de compression peuvent être effectués plus simplement en écrasant la structure entre les plaques de la machine d'essai. Par exemple, lors d'un essai de traction, Alsalla *et al.* [104] ont constaté que les structures cellulaire ont échoué près de l'interface entre la structure cellulaire et la fixation de la machine d'essai, ce qui suggère qu'il existe une concentration de contrainte critique à l'interface. Le comportement en traction des structures cellulaire reste un domaine nécessitant des recherches supplémentaires.

Le comportement général de déformation des structures cellulaires soumises à un chargement quasi-

1.4. FATIGUE DES STRUCTURES CELLULAIRES MÉTALLIQUES OBTENUES PAR ALM

statique de compression, peut être divisé en trois étapes discrètes (figures 1.22 et 1.24) : déformation élastique linéaire ; déformation plastique ; et densification [105]. Les branches constituant les CEs sont sensibles à trois mécanismes d'effondrement sous compression : (1) atteindre la limite d'élasticité, (2) flambement des barreaux et (3) fracture des barreaux, qui rivalisent jusqu'à ce que le mécanisme avec le seuil de contrainte le plus bas soit atteint [106]. Pendant la déformation élastique, la réponse du matériau est linéaire élastique avec un module proportionnel au module élastique du matériau de base. Cependant, pour la représentation la plus précise du module élastique des structures cellulaires métalliques, Ashby *et al.* recommande de mesurer le module de déchargement car il représente mieux les performances de la structure [106]. Une fois la limite élastique atteinte, la déformation plastique commence lorsque les cellules commencent à se déformer. Pour les structures dominées par la flexion (exp : BCC et FCC, voir figure 1.21), la déformation se poursuit avec une contrainte presque constante, appelée contrainte de plateau, tandis que la contrainte requise pour une déformation supplémentaire oscille dans les structures dominées par traction (exp : BCCZ et FCCZ, voir figure 1.21). Une fois que les cellules se déforment suffisamment pour que le contact avec d'autres cellules se produise, contraignant la déformation, la contrainte de densification est atteinte et la densification commence lorsque la contrainte augmente fortement. Quelle que soit la topologie, les propriétés mécaniques des structures cellulaires diminuent avec la diminution de la densité relative [107].

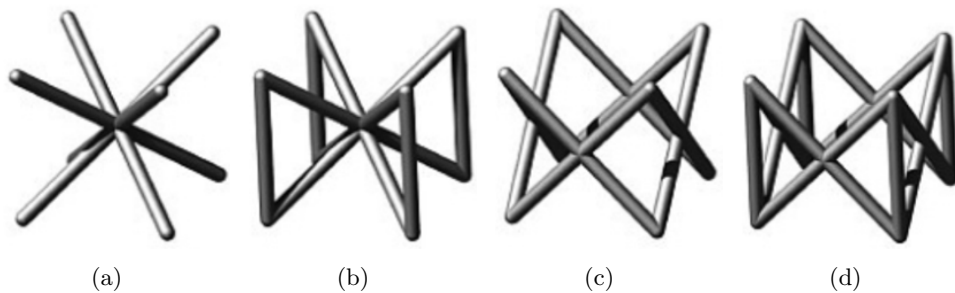


FIGURE 1.21 – Images de CEs (a) BCC, (b) BCCz, (c) FCC et (d) FCCz [14].

1.4. FATIGUE DES STRUCTURES CELLULAIRES MÉTALLIQUE OBTENUES PAR ALM

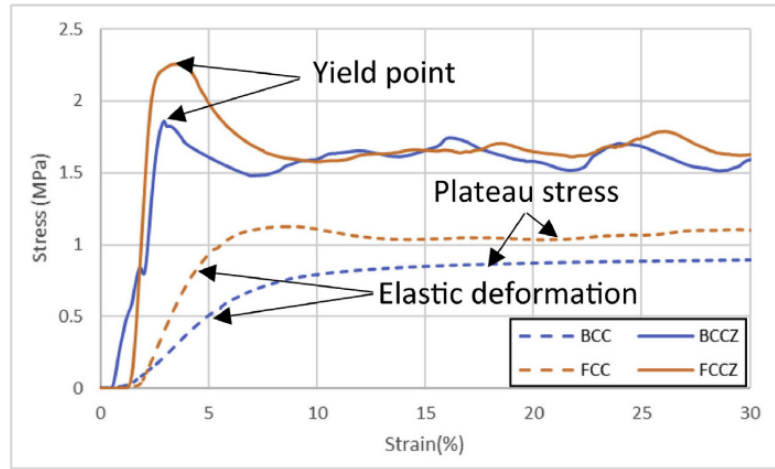


FIGURE 1.22 – Courbes de contrainte-déformation pour différentes topologies de structures lattices en Inconel 625 fabriquées par SLM [15].

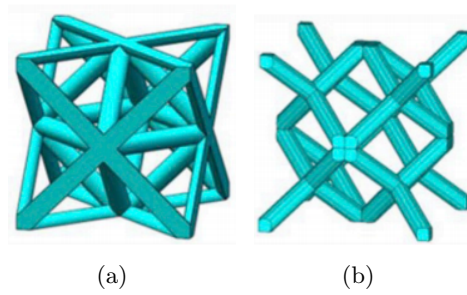


FIGURE 1.23 – Images de CEs (a) Octet et (b) Rhombic dodecahedron [16].

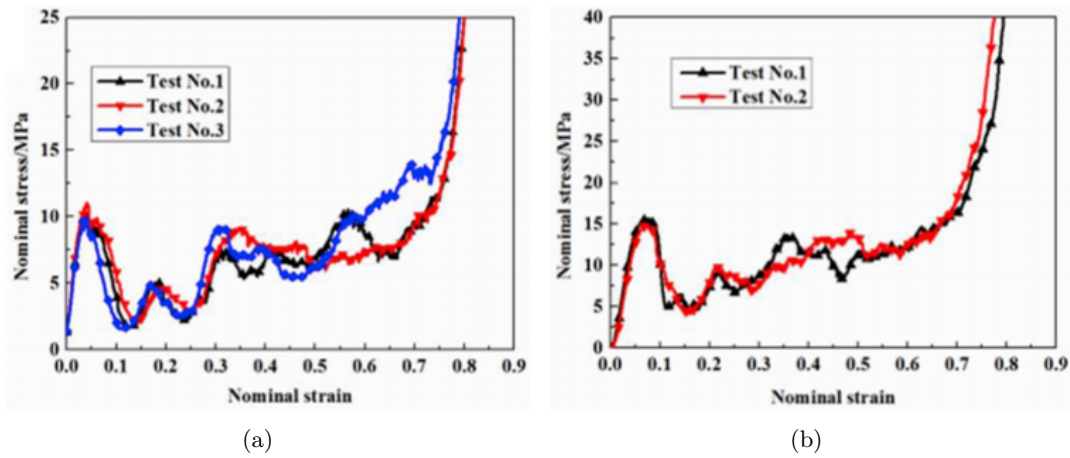


FIGURE 1.24 – Courbes de contrainte-déformation nominales des structures lattices en Ti-6Al-4V avec différentes topologies de CEs : (a) Octet et (b) Rhombic dodecahedron [16].

1.4. FATIGUE DES STRUCTURES CELLULAIRES MÉTALLIQUE OBTENUES PAR ALM

Au cours de la compression, il existe trois modes de défaillance en compression : effondrement successif des cellules ; propagation des fissures à travers la structure cellulaire ; et, cisaillement diagonal [108]. Les cellules s'effondrent en raison du flambage ou de l'écrasement. La propagation des fissures provient généralement d'un défaut préexistant, et le cisaillement diagonal entraîne une perte initiale d'environ 50 % de résistance, suivie d'un renforcement uniforme pendant la densification. L'orientation des cellules par rapport à la direction de chargement affecte également de manière significative la réponse mécanique de ces structures [109]. Comme illustré sur la figure 1.26, lorsque la structure lattice BCC est compressée le long de la direction de fabrication, la flexion des barreaux inclinés est le principal mécanisme de déformation, ce qui signifie que cette structure a un comportement dominé par la flexion, qui change en un comportement dominé par traction lorsque la structure lattice BCC est compressée transversalement, puisque les barreaux verticales commencent à supporter le chargement et que le principal mécanisme de déformation est le flambement.

Le tableau 1.9 montre les propriétés mécaniques de certaines structures cellulaires (figure 1.25), et confirme la forte dépendance à la topologie de la CE :

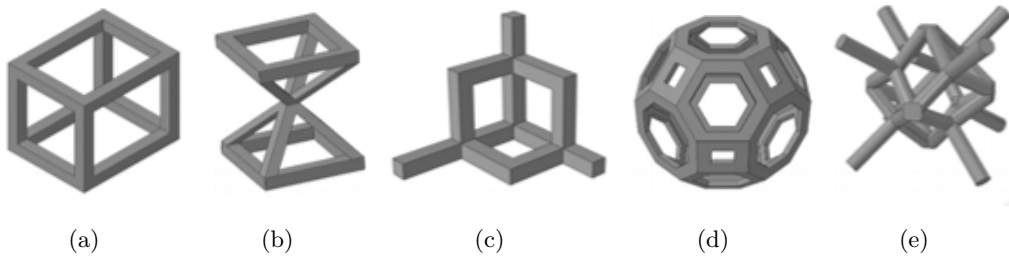


FIGURE 1.25 – Topologies des CE typiques des structures lattices ; a) CC, b) G7, c) Diamond, d) Truncated cuboctahedron (Trun-cubo) et e) Rhombic dodecahedron (Rhombic).

Étude	Procédé	Material	CE	porosité (%)	σ_y (MPa)	σ_{max} (MPa)	σ_{pl} (MPa)	E (GPa)
[110]	SLM	Ti-6Al-4V ELI	CC	77	67.9	100.5	59.4	/
[111]	EBM	Ti-6Al-4V	CC	63.2	/	196	155.9	14.9
[111]	EBM	Ti-6Al-4V	G7	64.5	/	61	59.6	2.4
[110] - [112]	SLM	Ti-6Al-4V ELI	Diamond	77.3 - 80.1	34.5 - 43	55.6 - 57.9	35.3 - 36.5	1.36
[113]	EBM	Ti-6Al-4V	Diamond	70	62.87	/	/	/
[110]	SLM	Ti-6Al-4V ELI	Trun-cubo	74.5	66.9	89.9	59.6	/
[110, 114, 115]	SLM	Ti-6Al-4V ELI	Rhombic	~ 75	~ 46	64.5	52.6	/
[111]	EBM	Ti-6Al-4V	Rhombic	62.1	/	112	77.2	6.3

TABLE 1.9 – Mesures expérimentales des propriétés mécaniques des structures cellulaires typiques soumise à un chargement quasi-statique de compression.

1.4. FATIGUE DES STRUCTURES CELLULAIRES MÉTALLIQUE OBTENUES PAR ALM

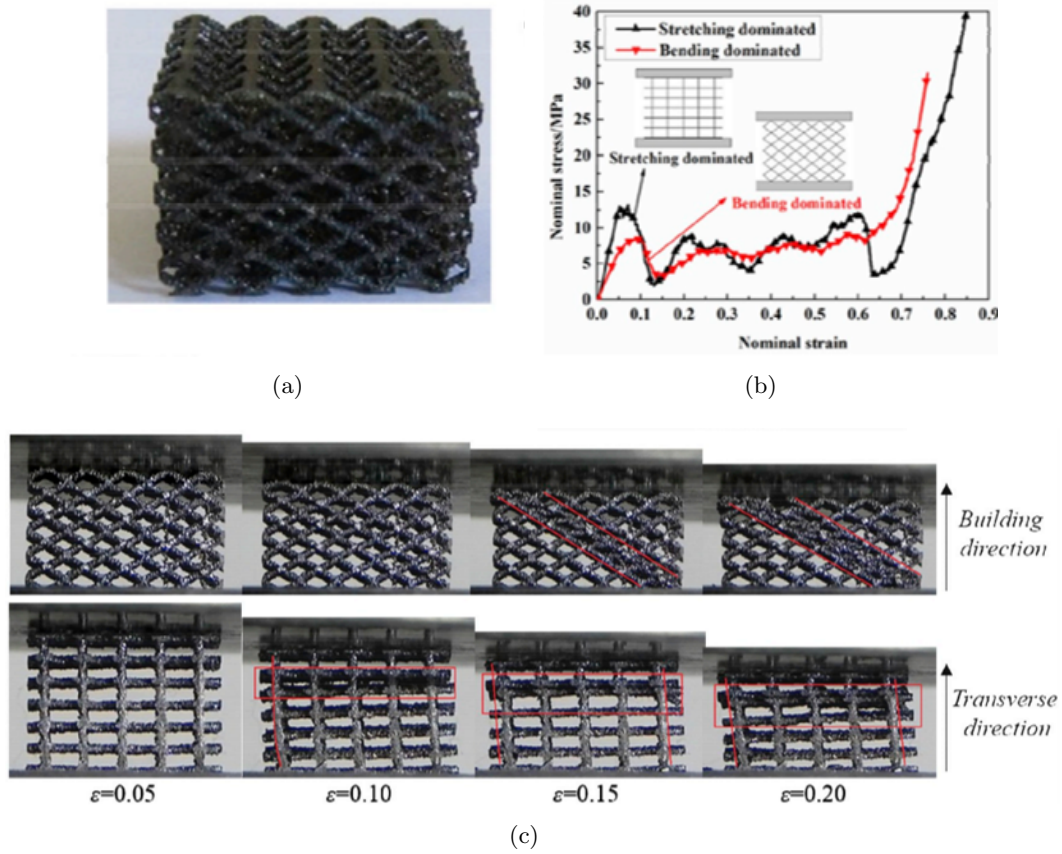


FIGURE 1.26 – (a) Structure lattice BCC en Ti-6Al-4V obtenue par EBM, (b) courbes contrainte-déformation nominales et (c) mode de déformation selon différentes directions de chargement [16].

1.4.3 La résistance en fatigue des structures cellulaires

L'étude de la tenue en fatigue des structures cellulaires obtenues par ALM est essentielle pour de nombreuses applications techniques. Par exemple, les composants biomédicaux et aérospatiaux sont soumis à des limites strictes associées au chargement cyclique [116].

Les facteurs qui affectent significativement la résistance en fatigue des structures cellulaires sont : les propriétés mécaniques du matériau de base, la densité relative de la structure, la topologie de la CE, et les post-traitements.

Effet de la topologie de la CE et de sa densité relative

Il existe des études limitées sur le comportement en fatigue des structures cellulaires obtenues par fabrication additives qui contribuent à la compréhension de la relation entre la conception géométrique de la CE et ses propriétés en fatigue [93, 110, 111, 113, 114, 116–124]. La plupart de ces travaux se sont concentrés à tester expérimentalement [110, 114, 115, 124] ou numériquement [116, 125], certaines structures cellulaires typiques appartenant à la classe des lattices (figure 1.25). Un autre point qui doit être mentionné est que la plupart de ces études ont été réalisées sous des chargements de compression-compression mais rarement en traction-traction [103, 126] ou en traction-compression [103].

La figure 1.27 montre les courbes S-N de certaines structures cellulaires en Ti-6Al-4V. Ici, les essais expérimentaux ont été effectués avec un rapport de charge $R = \frac{\sigma_{min}}{\sigma_{max}} = 0.1$ (en compression) et une fréquence de 10 Hz à 15 Hz. La contrainte maximale σ_{max} dans le cycle de chargement a été déterminée sur la base des essais statiques (tableau 1.9) et variait entre $0.2 \times \sigma_y$ et $0.8 \times \sigma_y$. La limite de fatigue a été établie en traçant les valeurs normalisées de contrainte ($\frac{\sigma_{max}}{\sigma_y}$) en fonction du nombre de cycles jusqu'à la rupture N . Il est évident d'après la figure 1.27, que la structure cellulaire EBM avec des cellules de base en diamant a la résistance en fatigue la plus élevée, tandis que la résistance en fatigue la plus faible correspond à la structure cellulaire SLM avec des cellules de base de dodécaèdre rhombique.

Yavari *et al.* [110] ont constaté que, bien que les structures lattices avec certaines topologies (diamant et truncated cuboctahedron) aient une durée de vie en fatigue comprise entre 1.5×10^5 et 2×10^5 cycles, les lattices avec des cellules unitaires cubiques n'ont pas échoué après 10^6 cycles (le critère d'arrêt de leurs essais).

Une étude de Lohmuller *et al.* [3] a montré que la diminution de la densité relative de $\bar{\rho} = 0.38$ à 0.16 entraîne une diminution de la résistance en fatigue, voir figure 1.28. Il est important de noter que la variation de la densité relative peut se faire de deux manières : (i) varier le diamètre (ϕ) des barreaux ou l'épaisseur (e) des parois à taille de cellule (L) constante ou bien (ii) varier L à ϕ ou e constants. Les effets de taille et de gradient ne sont pas les mêmes dans les deux cas.

1.4. FATIGUE DES STRUCTURES CELLULAIRES MÉTALLIQUES OBTENUES PAR ALM

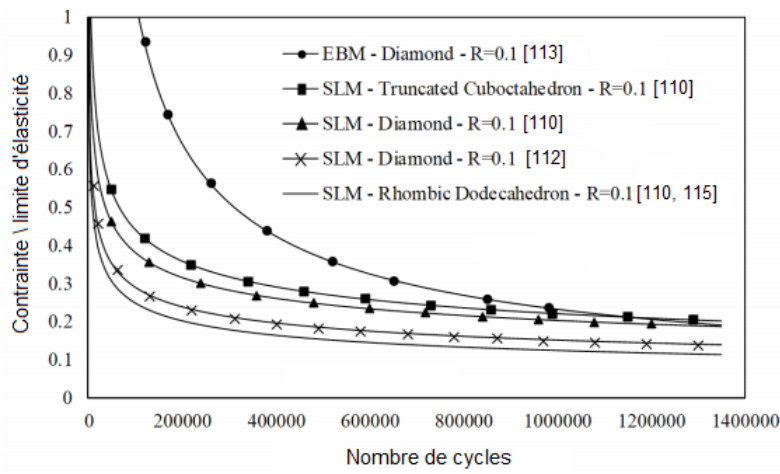


FIGURE 1.27 – Courbes S-N des structures cellulaires typiques.

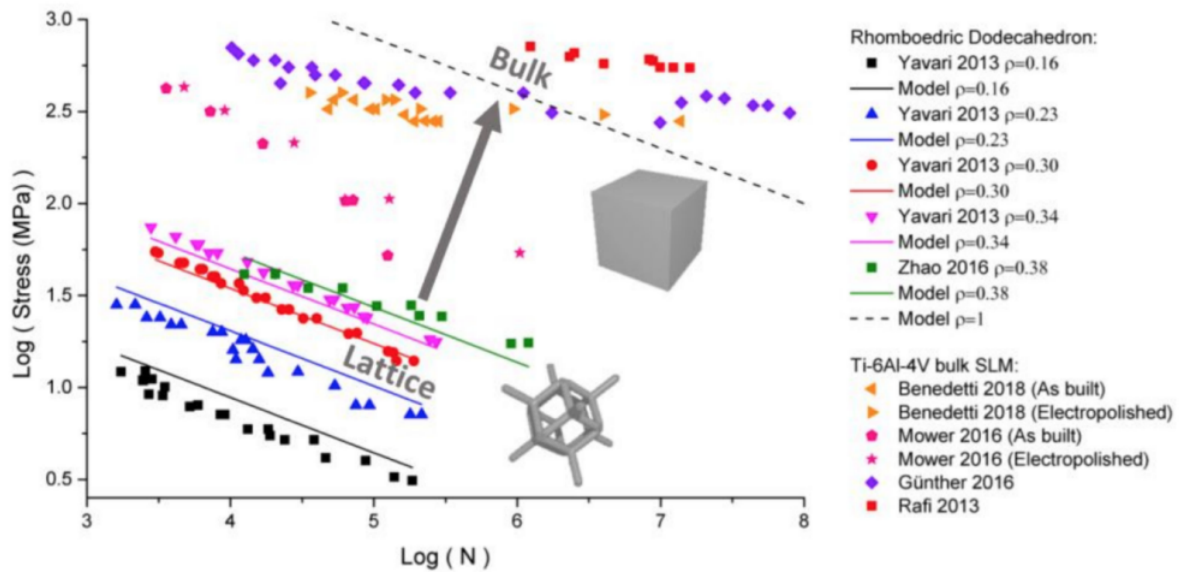


FIGURE 1.28 – Courbes S-N des CE vis-à-vis de la structure solide non-architcurée [3]

Effet de la direction de fabrication

L'impact de l'orientation de la construction sur la présence de défauts d'empilement se reflète dans les mesures de rugosité. La probabilité d'en avoir plusieurs augmente avec la diminution de l'angle d'inclinaison de l'échantillon par rapport au substrat. Aussi, les grandes excroissances causées par une surfusion incontrôlée sur la surface orientée vers le bas augmentent la rugosité de la surface.

Le problème devient encore plus complexe lorsque nous considérons que la réponse mécanique des

1.4. FATIGUE DES STRUCTURES CELLULAIRES MÉTALLIQUE OBTENUES PAR ALM

structures lattices peut également dépendre de l'orientation en raison de l'anisotropie intrinsèque des blocs de construction (cellules). À cet égard, Zhao *et al.* [111] ont étudié la résistance en fatigue en compression de différentes structures lattices. Ils ont différencié le mécanisme d'endommagement des barreaux en flexion de celui en flambement et ont suggéré que la résistance en fatigue des structures lattices pourrait être améliorée si les barreaux des cellules étaient alignées le long de la direction de chargement. Dans une autre étude de la fatigue compressive des structures lattices, Yavari *et al.* [110] ont également remarqué que la résistance en fatigue des structures lattices dépendent de l'angle entre les barreaux des cellules et la direction de chargement.

Il convient cependant de noter que, bien que les études précédentes aient montré l'importance de considérer l'orientation des cellules pendant le chargement, aucune recherche systématique n'a été effectuée en ce qui concerne les propriétés de fatigue des structures cellulaires à différente orientation.

Effet des post-traitements

Les défauts de fabrication tels que l'effet d'escalier et les porosités peuvent affecter de manière significative la résistance en fatigue des structures cellulaires. En effet, compte tenu de la complexité ces structures, un post-traitement mécanique classique tel que l'usinage ne peut être appliqué. Cependant, un post-traitement mécanique complexe tel que l'usinage par écoulement abrasif [127] ou du polissage chimique [128–133] (figure 1.29) apparaissent comme des alternatives prometteuses.

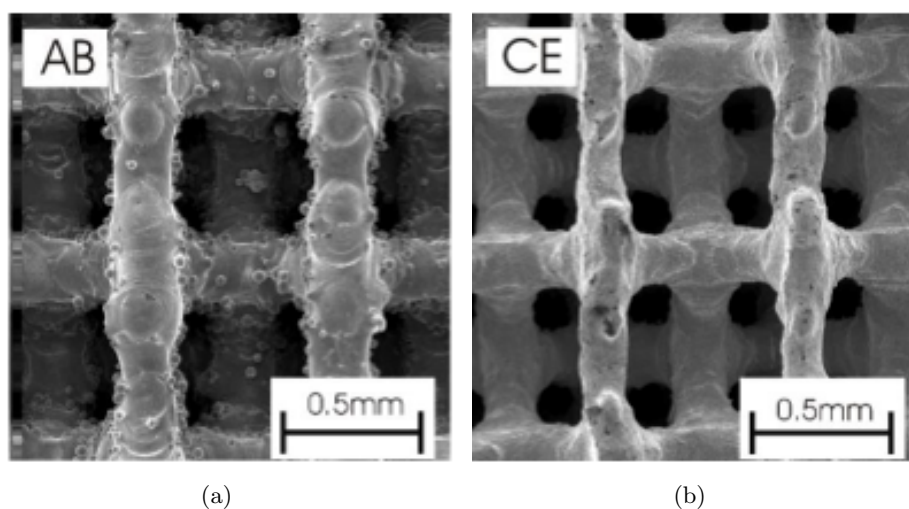


FIGURE 1.29 – Surface supérieure d'un échantillon SLM Ti-6Al-4V avant (AB) et après (CE) le polissage chimique [17].

1.5. CRITÈRES DE FATIGUE À GRAND NOMBRE DE CYCLES

Une procédure de polissage chimique a été récemment développée et appliquée avec succès aux structures cellulaires [18] (figure 1.30). Cette procédure s'est révélée être (i) homogène sur toute la structure, (ii) augmente significativement le rapport rigidité/densité (efficacité mécanique) et (iii) réduit la rugosité de surface.

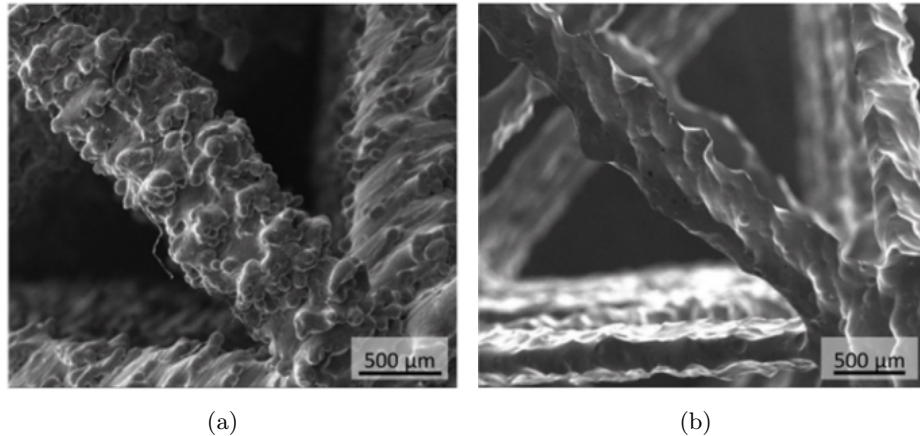


FIGURE 1.30 – Observations MEB de l'effet du polissage chimique sur les structures lattices : a) Avant et (b) après 2 h de polissage chimique [18].

Leuders *et al.* [134], Wu *et al.* [135] et Van Hooreweder *et al.* [17] ont montré qu'un traitement CIC pouvait augmenter considérablement la durée de vie en fatigue des structures cellulaires en Ti-6Al-4V.

1.5 Critères de fatigue à grand nombre de cycles

1.5.1 Généralités et définitions

Un critère de fatigue est un formalisme mathématique qui permet de définir dans un espace donné, le domaine de survie d'une pièce, soumise à un chargement cyclique donné, après un nombre de cycles N fixé (figure 1.31). Il est défini pour un matériau, une durée de vie et une probabilité de rupture données. Le seuil intrinsèque du matériau est déterminé suite aux analyses des résultats des essais expérimentaux réalisés en utilisant des éprouvettes lisses avec un état de surface de référence et un minimum d'effets parasites liés au procédé d'obtention des éprouvettes. Il est important de noter que des traitements supplémentaires (après la fabrication) peuvent être appliqués aux éprouvettes afin de minimiser voir éliminer l'effet du procédé : polissage ou rectification des éprouvettes, traitement thermique de relaxation des contraintes résiduelles, etc.

1.5. CRITÈRES DE FATIGUE À GRAND NOMBRE DE CYCLES

Un critère de fatigue à grand nombre de cycles est une fonction qui relie des grandeurs issues du chargement cyclique : contraintes $\sigma_{ij}(t)$ et/ou déformations $\varepsilon_{ij}(t)$ (amplitudes, valeurs moyennes, valeurs maximales...) et des résistances en fatigue à un nombre de cycles fixé suivant plusieurs modes de sollicitations simples : traction-compression (σ_D), flexion (f_D), torsion (τ_D)... en utilisant différents rapports de charge. Le domaine de survie peut alors être défini par :

$$F\{\sigma_{ij}, \sigma_D, f_D, \tau_D, \dots\} \leq 1. \quad (1.6)$$

Un critère ponctuel s'applique en tout point de la pièce. L'image de ce point dans l'espace du critère montre s'il y a fissuration, ou pas, selon sa position par rapport au seuil défini pour une durée de vie et une probabilité donnée comme l'illustre la figure 1.31. Pour le point P1 la probabilité de fissuration avant le nombre de cycles N est inférieure à la probabilité associée au seuil (P) et le coefficient de sécurité est donné par $S = \frac{OI}{OP_1} > 1$. Pour le point P2, la probabilité de défaillance avant le nombre de cycles N est supérieure à P , et $S = \frac{OI}{OP_2} < 1$.

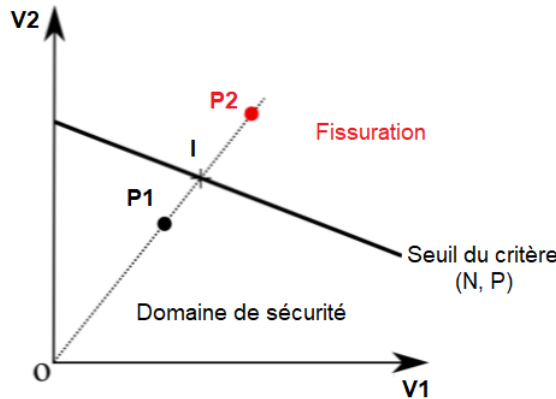


FIGURE 1.31 – Principe d'un critère de fatigue.

Les critères de fatigue classiques s'expriment en fonction de grandeurs définies globalement sur un cycle. Sous chargement uniaxial, on peut définir les grandeurs suivantes

- amplitude de contrainte $\sigma_a = \frac{1}{2}\Delta\sigma = \frac{1}{2}(\sigma_M - \sigma_m)$ ou de déformation $\varepsilon_a = \frac{1}{2}\Delta\varepsilon = \frac{1}{2}(\varepsilon_M - \varepsilon_m)$;
- valeur moyenne (sur un cycle) de contrainte $\bar{\sigma} = \frac{1}{2}(\sigma_m + \sigma_M)$ ou de déformation $\bar{\varepsilon} = \frac{1}{2}(\varepsilon_m + \varepsilon_M)$;
- rapport de contrainte (ou de déformation) minimale à la contrainte (ou la déformation) maximale $R_\sigma = \frac{\sigma_m}{\sigma_M}$ (ou $R_\varepsilon = \frac{\varepsilon_m}{\varepsilon_M}$), encore appelé rapport de charge.

1.5.2 Formulations empiriques

Les formulations empiriques sont le fruit de l'analyse de résultats d'essais conduits sous des chargements uniaxiaux ou multiaxiaux particuliers (combinaisons de chargements simples en traction, flexion, torsion). Les critères de cette famille sont *a priori* limités en termes d'applications car ils ne sont applicables qu'à des conditions de chargement identiques à celles utilisées pour leur élaboration. Le domaine de validité de ces critères est donc réduit. A titre d'exemple, on trouve le critère de Gough et Pollard [136]. Ces auteurs ont proposé ce critère suite à un très vaste programme d'essais en flexion-torsion combinées alternées symétriques qu'ils ont complété par des essais à contrainte moyenne non nulle.

1.5.3 Formulations de type « plan critique »

Ce type de critère est basé sur des observations des mécanismes d'endommagement par fatigue. Pendant le chargement cyclique, lorsque l'amorçage est lié à la micro-plasticité, des bandes de glissement persistantes apparaissent aux sites privilégiés d'amorçage des fissures de fatigue. Ces bandes se forment dans le plan cristallographique le plus favorablement orienté pour la plasticité (par rapport à la direction de chargement). Les approches du type plan critique considèrent que le comportement en fatigue du matériau en un point d'une structure est gouverné par le plan matériel le plus sollicité passant par ce point. La combinaison des différentes composantes des contraintes normales et tangentielles agissant sur ce plan permettent de traduire la sévérité du chargement cyclique appliqué. On trouve plusieurs formulations de type plan critique.

Parmi les critères les plus utilisés, basés sur cette formulation, on trouve celui de Dang Van [137]. L'auteur fait l'hypothèse que seul un système de glissement est actif par grain. Dang Van postule que l'amorçage est piloté par une combinaison d'un terme de cisaillement (l'état adapté au point considéré doit respecter un critère de plasticité local) et de la pression hydrostatique. En effet, Dang Van suppose que l'amorçage d'une fissure de fatigue à la limite d'endurance est fortement influencé par la contrainte hydrostatique σ_H qui compte tenu des hypothèses de changement d'échelle choisies par l'auteur, est égale à la contrainte hydrostatique macroscopique. Il propose la relation linéaire suivante :

$$\max_{\vec{n}} \left\{ \max_{\vec{t}} (|| \vec{\tau}'_{(\vec{n},t)} || + \lambda_{DV} \sigma_H(t)) \right\} \leq \gamma_{DV}, \quad (1.7)$$

où $\vec{\tau}'_{(\vec{n},t)}$ est le vecteur cisaillement dans l'état adapté sur le plan matériel (facette) de normale

unitaire $\vec{n}$. σ_H designe la contrainte hydrostatique mésoscopique. λ_{DV} et γ_{DV} sont des paramètres matériau à identifier d'après deux limites de fatigue sur éprouvettes lisses et t représente le temps.

1.5.4 Formulations du type « globale »

Les approches « globales » appelées aussi « intégrales » prennent en compte les paramètres d'endommagement sur tous les plans matériels possibles et non pas sur un seul plan comme dans le cas des approches de type « plan critique ». Les critères de cette famille reposent sur une base physique commune. Par contre, les paramètres utilisés pour formuler le critère diffèrent. On trouve des critères qui font intervenir les invariants du tenseur des contraintes ou le déviateur des contraintes. D'autres utilisent la moyenne quadratique d'un paramètre d'endommagement choisi.

Crossland [138] a, par exemple, proposé un critère faisant intervenir une combinaison linéaire de l'amplitude de la cission octaédrale et de la contrainte hydrostatique maximale sur une période de chargement (1.8). Le critère proposé a été élaboré suite à une longue campagne d'essais pendant laquelle l'effet important de la contrainte hydrostatique sur la tenue en fatigue des métaux a été bien mis en évidence.

$$\tau_{oct,a} + \lambda_{CR}\sigma_{H,max} \leq \gamma_{CR}, \quad (1.8)$$

où $\tau_{oct,a}$ est l'amplitude du cisaillement octaédral, $\sigma_{H,max}$ est la contrainte hydrostatique maximale, λ_{CR} et γ_{CR} sont des paramètres matériaux.

L'amplitude de la cission octaédrale $\tau_{oct,a}$ est donnée dans le cas d'un chargement proportionnel par la relation (1.9)

$$\tau_{oct,a} = \sqrt{\Delta J_{2a}}, \quad (1.9)$$

avec $\sqrt{\Delta J_{2a}} = \max_{t_1} \max_{t_2} (J_{2a}(\Delta \underline{\underline{\sigma}}(t_1, t_2)))$ où $\sqrt{\Delta J_{2a}}$ est la plus grande valeur, obtenue par double maximisation, du deuxième invariant du tenseur entre les instants t_1 et t_2 , $\Delta \underline{\underline{\sigma}}(t_1, t_2)$. Ce tenseur variation des contraintes représente un état fictif des contraintes, il s'écrit : $\Delta \underline{\underline{\sigma}}(t_1, t_2) = \underline{\underline{\sigma}}(t_2) - \underline{\underline{\sigma}}(t_1)$, J_2 est le deuxième invariant du tenseur déviateur : $\underline{\underline{S}} = \underline{\underline{\sigma}} - \frac{1}{3}tr(\underline{\underline{\sigma}}) \times \underline{\underline{I}}$

$$J_2 = \frac{1}{2}tr(\underline{\underline{S}}(t) : \underline{\underline{S}}(t)). \quad (1.10)$$

La contrainte hydrostatique maximale sur un cycle est donnée par la relation suivante :

$$\sigma_{H,max} = \frac{1}{3} \max_{t \in T} (tr(\underline{\underline{\sigma}}(t))). \quad (1.11)$$

1.5.5 Formulations énergétiques

Comme proposé par Macha et Sonsino [139], les critères énergétiques peuvent être divisés en trois groupes, selon le type de densité volumique d'énergie de déformation considérée par cycle :

- Critères basés sur l'énergie élastique,
- Critères basés sur l'énergie plastique,
- Critères basés sur une somme des énergies élastiques et plastiques.

Les critères basés sur l'énergie de déformation élastique peuvent être utilisés en FGNC alors que les critères basés sur l'énergie de déformation plastique sont plus appropriés à la fatigue oligocyclique. Les critères basés sur la somme des énergies élastiques et plastiques peuvent, a priori, s'appliquer aussi bien sur des nombres de cycles faibles ou grands.

Le critère d'Ellyin [140, 141] a été élaboré dans le cadre de travaux sur la fatigue oligocyclique avant que son auteur en propose une extension à la fatigue à grand nombre de cycles. Ellyin postule que l'endommagement est induit par l'énergie de déformation plastique sur un cycle de chargement et propose la construction d'une courbe maîtresse en faisant coïncider les parties supérieures des boucles contrainte-déformation stabilisées.

Au sein de l'I2M, une première version d'un critère basé sur une approche énergétique a été proposée par Froustey *et al.* [142]. Les auteurs ont commencé par une approche énergétique ponctuelle. La prise en compte des gradients et l'extension du critère à tous les types de chargements a été réalisé par Palin-Luc *et al.* [143] puis par Banvillet *et al.* [144]. Cette extension a été réalisée en introduisant la notion de volume d'influence autour des points critiques. Les auteurs ont utilisé la densité volumique de l'énergie de déformation fournie au matériau par cycle de chargement comme paramètre d'endommagement. La dernière version de ce critère a été proposée par Benabes *et al.* [19] puis par Saintier *et al.* [145].

i. Volume d'influence :

En présence d'un gradient de contrainte, Palin-Luc *et al.* [143] et Banvillet *et al.* [144] supposent qu'il y a un seuil de contrainte σ_s^* délimitant le volume qui influence l'amorçage des micro-fissures de fatigue. Ce seuil est déduit à partir des limites de fatigue pour des sollicitations de traction et de flexion rotative sur éprouvettes lisses. Les points potentiellement critiques C_i sont identifiés comme les maximums locaux de la densité volumique du travail de déformation fourni à la pièce. Le volume

d'influence est alors défini par l'ensemble des points autour de chaque point critique C_i dont la part endommageante du travail fourni ($W_{freq,endo}$) est non nulle. Une illustration du volume d'influence autour des points critiques est donnée par la figure 1.32 en deux dimensions.

$$V^*(C_i) = \{\text{points } M(x, y, z) \text{ autour des points } C_i \text{ tel que } W_{freq,endo}(M) \neq 0\} \quad (1.12)$$

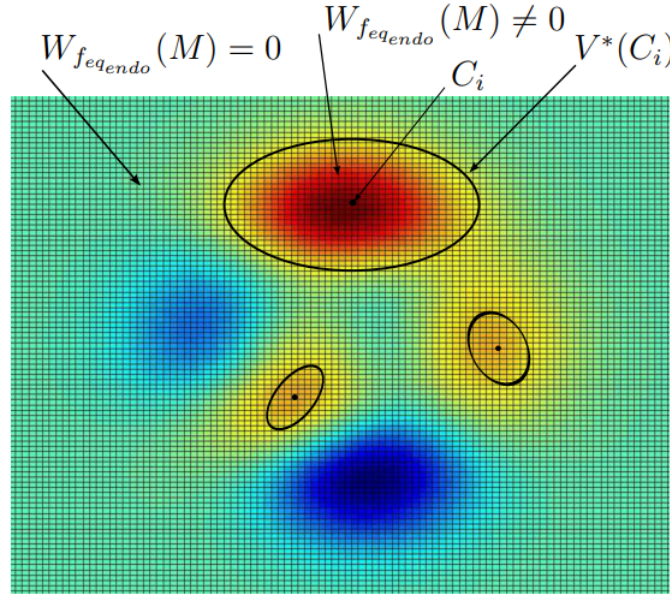


FIGURE 1.32 – Illustration du volume d'influence autour des points critiques [19].

ii. Paramètre d'endommagement volumique :

En supposant que l'ensemble des points du volume $V^*(C_i)$ joue un rôle important dans l'endommagement de la structure, la moyenne volumique du travail de déformation endommageant $\bar{\omega}_f(C_i)$ est définie par l'éq. (1.13).

$$\bar{\omega}_{freq,endo}(C_i) = \frac{1}{V^*(C_i)} \int_{V^*(C_i)} W_{freq,endo} dV. \quad (1.13)$$

Dans le cas des chargements de traction uniaxiale, la quantité $\bar{\omega}_f(C_i)$ est une grandeur intrinsèque au matériau. Elle est noté par $\bar{\omega}_{funiax}^D$.

Les auteurs ont utilisé la limite énergétique W_f^* définie par Palin-Luc *et al.* [143] pour représenter la densité volumique du travail de déformation élastique minimum (seuil) à fournir en un point du matériau pendant un cycle de contrainte pour créer un endommagement irréversible dans un volume élémentaire représentatif (VER) après un grand nombre de cycles.

En utilisant la proposition de Palin-Luc *et al.* [143], le paramètre d'endommagement W_f^* s'écrit alors comme suit :

$$W_f^* = \frac{(\sigma_s^*)^2}{E}; \quad \sigma_s^* = \sqrt{4\sigma_{trac,-1}^D{}^2 - f_{rot,-1}^D{}^2}, \quad (1.14)$$

où E est le module d'Young, $\sigma_{trac,-1}^D$ limite de fatigue en traction alternée symétrique et $f_{rot,-1}^D$ limite de fatigue en flexion rotative.

Le critère proposé conserve l'avantage de prendre en compte l'effet de la distribution volumique des contraintes et des déformations sur la limite de fatigue. Pour les états de contraintes multiaxiaux, le critère s'exprime par la relation (1.15).

$$\bar{\omega}_{freq,endo}(C_i) \leq \bar{\omega}_{funiax}^D. \quad (1.15)$$

1.6 Caractère probabiliste de la fatigue

Les phénomènes associés à la fatigue des matériaux revêtent un caractère probabiliste. Ce caractère probabiliste, couplé avec l'influence de nombreux paramètres sur la fatigue, rend difficile la modélisation de l'endommagement par fatigue.

La FGNC est influencée par de nombreux paramètres, comme la proportion de défauts initialement présents dans le matériau, la rugosité de surface ou encore la texture. La variabilité de ces paramètres, pour des paramètres de procédé donnés, conduit à des variabilités dans le comportement en FGNC de matériaux métalliques. L'étude de la variabilité se fait par le biais de méthodes statistiques et probabilistes, dont la démarche est expliquée dans les parties suivantes.

L'une des méthodes utilisée pour étudier la variabilité de la réponse en FGNC est la méthode GEV (de l'anglais *Generalized Extreme Values*), ou méthode des valeurs extrêmes généralisées. L'utilisation de la GEV pour la prévision de la durée de vie en fatigue a été largement abordée dans la littérature [146, 147].

Si l'on considère un champ mécanique hétérogène (effet de la microstructure, de la rugosité de surface, etc.) le comportement en fatigue à l'échelle macroscopique sera piloté par les zones les plus chargées au sens du critère de fatigue employé. La GEV propose un outil statistique de description des zones les plus chargées de ces champs mécaniques hétérogènes.

1.6.1 Théorie des valeurs extrêmes

Étant donné X une variable aléatoire de fonction de distribution $G(x)$. On définit les n valeurs extrêmes de cette variable telles que :

$$Y_n = \max(X_1, X_2, \dots, X_n) \quad (1.16)$$

On définit la fonction de distribution de Y_n comme suit :

$$G_{Y_n}(x) = P(Y_n \leq x) = P(X_1 \leq x, X_2 \leq x, \dots, X_n \leq x) \quad (1.17)$$

Supposons que $X_1, X_2, \dots, X_n$ soient statistiquement indépendantes et distribuées identiquement, alors :

$$G_{X_1}(x) = G_{X_2}(x) = \dots = G_{X_n}(x) = G_X(x) \quad (1.18)$$

Par conséquent, il est possible de lier la fonction de distribution G_{Y_n} à la fonction de distribution G_X par la relation suivante :

$$G_{Y_n}(x) = (G_X(x))^n \quad (1.19)$$

Théorème 1 *Selon le théorème Fisher-Tippet, s'il existe deux suites réelles $(a_n)_{n \geq 1} > 0$, $(b_n)_{n \geq 1}$ et une fonction de distribution F non dégénérée (non réduite à un point) telle que :*

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} P\left(\frac{Y_n - b_n}{a_n} \leq x\right) = G(x) \quad (1.20)$$

alors G appartient à la famille des lois de Gumbel, Fréchet ou Weibull et suit donc l'une des formulations suivantes :

— Fonction de type Fréchet :

$$G(x) = \begin{cases} 0, & \text{si } x \leq 0, \\ \exp(-x^{-\eta}), & \text{si } x > 0. \end{cases} \quad (1.21)$$

— Fonction de type Weibull :

$$G(x) = \begin{cases} \exp(-(-x^{-\eta})), & \text{si } x \leq 0, \\ 0, & \text{si } x > 0. \end{cases} \quad (1.22)$$

— Fonction de type Gumbel :

$$G(x) = \exp(-\exp(-x)), \quad x \in \mathbb{R}. \quad (1.23)$$

Dans les éqs. précédentes, η est un paramètre positif. La variable x est appelée maximum normalisé de la variable aléatoire X et peut être calculée à partir de la relation suivante :

$$x = \frac{Y_n - b_n}{a_n} = \frac{\max(X_1, \dots, X_n) - b_n}{a_n}. \quad (1.24)$$

Les facteurs a_n et b_n sont appelés facteurs de forme de la distribution. a_n est le facteur de forme et b_n le mode de la distribution.

La principale difficulté lorsqu'on utilise la théorie des valeurs extrêmes généralisées se situe dans le choix de la distribution puisque l'on dispose de trois distributions différentes. Une manière de contourner cette difficulté est d'utiliser une distribution englobant les trois évoquées précédemment : la fonction de distribution des extrêmes généralisée (GEV), proposée par Jenkinson [148] et qui ne dépend que d'un unique paramètre ξ , telle que :

$$G(x) = \begin{cases} \exp(-(1 + \xi x)^{-\frac{1}{\xi}}) & \text{if } \xi \neq 0, \forall x : 1 + \xi x > 0, \\ \exp(-\exp(-x)) & \text{if } \xi = 0. \end{cases} \quad (1.25)$$

ξ est un paramètre appelé indice extrême de la distribution. Son signe indique le type de loi asymptotique du maximum :

- $\xi = 0 \rightarrow$ Type Gumbel.
- $\xi < 0 \rightarrow$ Type Weibull.
- $\xi > 0 \rightarrow$ Type Fréchet.

A partir des modèles de fatigue multiaxiale, nous pouvons définir les paramètres indicateurs de fatigue (ou FIP en anglais pour *Fatigue Indicator Parameters*). Ces paramètres correspondent à la contrainte équivalente définie avec les critères de FGNC. En présence de pores ou de rugosité de surface, la contrainte équivalente sera supérieure, à cause des différents phénomènes physiques mis en jeu (effet d'entaille par exemple dans le cas des rugosités de surface [149–153] et/ou effet de la microstructure [146, 154]). Il est alors possible d'obtenir la distribution des contraintes équivalentes et de l'extrapoler avec la GEV.

Contrairement à une distribution gaussienne symétrique, la fonctions de distribution de la GEV permet de définir des distributions non symétriques, en fonction des valeurs des facteurs de forme a_n et b_n . Avant la détermination des facteurs de forme, il est nécessaire de comprendre que la forme de la distribution (et donc la fonction de distribution) peuvent varier en fonction du nombre de valeurs de la variable statistique (contrainte équivalente).

Il existe différentes méthodes pour calculer les facteurs de forme. Les trois principales méthodes sont la méthode des moments, la méthode du maximum de vraisemblance et la méthode des moments de probabilité pondérés.

Dans cette partie, nous illustrons la méthode du maximum de vraisemblance. Cette méthode consiste à chercher les paramètres qui maximisent la fonction de vraisemblance d'une fonction densité G , définie par :

$$L(b_n, a_n) = \prod_{i=1}^m G(Y_i, b_n, a_n). \quad (1.26)$$

En considérant la fonction définie comme suit :

$$\log(L(b_n, a_n)) = -m \log(a_n) - \sum_{i=0}^m \exp\left(\frac{Y_i - b_n}{a_n}\right) - \sum_{i=0}^m \frac{Y_i - b_n}{a_n}, \quad (1.27)$$

cela revient à résoudre le système suivant :

$$\begin{cases} \frac{\partial \log(L(b_n, a_n))}{\partial b_n} = 0, \\ \frac{\partial \log(L(b_n, a_n))}{\partial a_n} = 0. \end{cases} \quad (1.28)$$

1.7 Optimisation de forme

1.7.1 Rappels sur la définition d'un problème d'optimisation

L'optimisation est un vaste domaine de recherche dont les applications concernent de nombreuses disciplines telles que la mécanique, l'économie, la gestion ou encore les sciences biologiques. Par définition, un problème d'optimisation vise à concevoir une structure en recherchant la disposition optimale du matériau dans un espace de conception donné, permettant ainsi de proposer des designs optimaux innovants.

1.7.2 Définition de l'optimisation de forme

L'optimisation de forme a pour finalité la conception de la meilleure forme à donner à une pièce au regard de certains critères et contraintes. Plusieurs ouvrages sur le sujet [155, 156], proposent des introductions à l'optimisation de formes.

L'optimisation de forme présente un très grand intérêt dans les domaines associés à la mécanique de façon générale. En effet, l'objectif le plus courant est de trouver la forme optimale face à un phénomène physique précis. Un problème d'optimisation de forme est caractérisé par trois entités [157] :

- un modèle : le plus souvent une équ. aux dérivées partielles décrivant le comportement mécanique de la structure pour connaître l'état du système (équ. de l'élasticité, de Navier-Stokes, équ. de Maxwell, etc.),
- un ensemble admissible de variables d'optimisation qui délimite l'espace de conception,
- des critères primaires et secondaires (formulés sous la forme de fonction de coût et fonctions de contraintes) à optimiser qui peuvent être déduits du cahier des charge du problème considéré.

En fonction du paramétrage de la forme, le problème d'optimisation associé peut être classé dans un des trois types d'optimisation de forme : paramétrique, de forme ou topologique.

1.7.3 Optimisation paramétrique

Dans le cadre de l'optimisation paramétrique, la forme de la frontière des pièces est donnée et elle est régie par un petit nombre de paramètres. Ces paramètres ont en général une signification géométrique précise et la dépendance du modèle vis à vis de ces derniers est explicite. Il peut s'agir de longueur, de rayon, d'angle ou encore d'épaisseur. Au cours de l'optimisation, la forme du modèle ne change pas mais la taille des entités géométriques est modifiée au travers de l'évolution des paramètres caractérisant le modèle. Cette approche a pour effet de limiter l'exploration de l'espace de conception puisqu'elle n'offre pas de variation de la frontière de la forme ou de sa topologie. La forme optimale trouvée sera semblable à l'initiale mais avec des dimensions différentes. [158] et [159] avancent plusieurs résultats concernant l'optimisation paramétrique. On peut citer, à titre d'exemple, différentes applications de l'optimisation paramétrique au domaine de la mécanique des matériaux et structures [160–172].

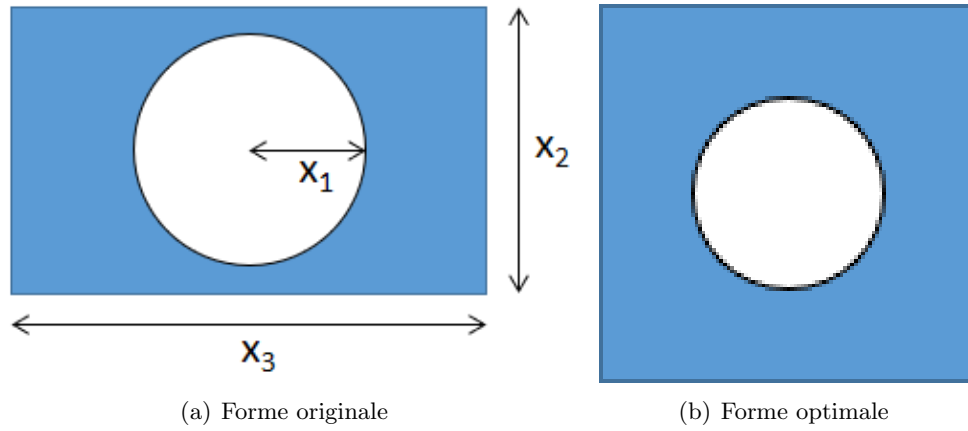


FIGURE 1.33 – Illustration de l’optimisation de formes paramétrique : la forme est modifiée par variation des paramètres x_1, x_2 et x_3 .

1.7.4 Optimisation de forme

L’optimisation de forme, contrairement à l’optimisation paramétrique, permet de faire varier la frontière du domaine d’étude. Cependant, elle ne peut pas changer la topologie de la forme. De façon imagée, nous pouvons dire que l’optimisation géométrique ne permet pas de faire apparaître des trous en dimension 2 ou des boucles et des anses en dimension 3.

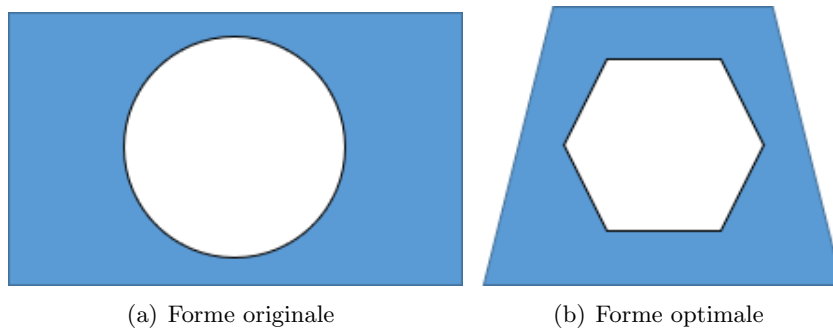


FIGURE 1.34 – Illustration de l’optimisation de forme : la forme est modifiée par variation des frontières sans changement de la topologie.

Avec cette méthode, il devient plus complexe de décrire la forme. La méthode proposée par Hadamard [173] est la plus utilisée. Elle permet surtout de définir un cadre pour la dérivation par rapport au domaine afin de pouvoir utiliser des algorithmes d’optimisation basés sur les gradients.

Appelons Ω_0 la forme initiale dite domaine de référence. La forme Ω qui est une variation de Ω_0

est le résultat d'une perturbation $\vec{\theta}(\vec{x})$. $\vec{\theta}(\vec{x})$ est une fonction vectorielle de $\mathbb{R}^n$ ($n = 2$ ou $n = 3$) à valeurs dans $\mathbb{R}$ telle que :

$$\Omega = \{\vec{x} + \vec{\theta}(\vec{x}) | \vec{x} \in \Omega_0\}. \quad (1.29)$$

$\vec{\theta}(\vec{x})$ agit comme un vecteur de déplacement à appliquer à Ω_0 pour déterminer Ω . Le calcul d'une dérivée par rapport au domaine est obtenu en dérivant par rapport à $\vec{\theta}$. On peut citer, à titre d'exemple, des applications de l'optimisation de forme au domaine de la mécanique des matériaux et structures cellulaires [174].

1.7.5 Optimisation topologique

Le dernier type d'optimisation, l'Optimisation Topologique (OT), est celui qui laisse le plus de liberté quant à l'exploitation de l'espace de design. À la différence de l'optimisation paramétrique et de forme, l'OT autorise le changement de topologie. Les seules restrictions applicables à ce type de problèmes sont celles établies par l'espace des formes admissibles G_{ad} . L'OT a suscité un intérêt croissant dans les domaines académiques et industriels. Le but de l'OT pour les applications structurelles est de répartir une ou plusieurs phases de matériaux dans un domaine prédéfini afin de satisfaire aux exigences du problème en question.

Habituellement, le problème de conception est formulé comme un problème de programmation non linéaire sous contraintes (CNLPP de l'anglais *Constrained Non-Linear Programming Problem*)), dans lequel une fonction coût (ou objectif) donnée doit être minimisée, en satisfaisant complètement l'ensemble des contraintes d'optimisation. Les deux approches les plus populaires sont la méthode dite du matériau solide isotrope avec pénalisation (SIMP de l'anglais *Solid Isotropic Material with Penalization*)) et celle des lignes de niveau (LSM de l'anglais *Level-Set Method*).

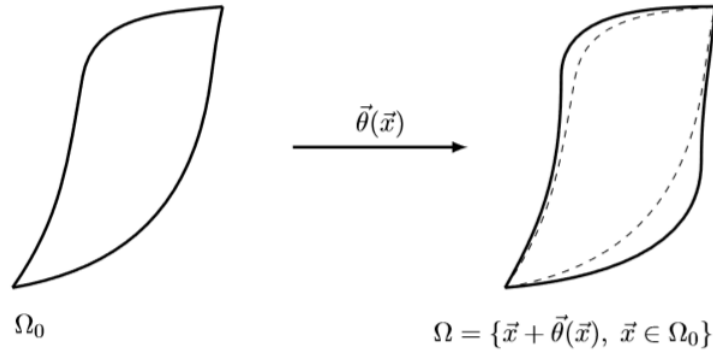


FIGURE 1.35 – Méthode de Hadamard - perturbation de la frontière Ω par un vecteur $\vec{\theta}(\vec{x})$

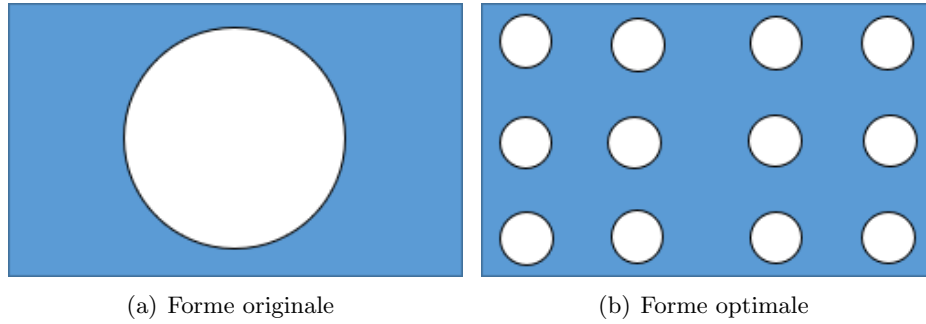


FIGURE 1.36 – Illustration de l'optimisation de formes topologique : la topologie de la forme peut être modifiée.

1.7.5.1 La méthode SIMP

Selon Bendsoe [175], "l'optimisation de forme, dans son cadre le plus général, devrait consister en une détermination pour chaque point de l'espace s'il y a de la matière ou non".

L'approche traditionnelle de l'OT consiste à discrétiser un domaine en une grille d'éléments finis. Chaque élément est soit rempli de matière dans les régions les plus sollicitées, soit vidé de matière dans les régions les moins sollicitées. La distribution de la densité du matériau dans un domaine de conception, ρ_e , est discrète où une valeur binaire est attribuée à chaque élément :

- $\rho_e = 1$ où la matière est nécessaire (noir),
- $\rho_e = 0$ où la matière est enlevée (blanc).

Par exemple, la figure 1.37 montre le résultat d'OT d'une poutre encastree soumise à un chargement linéique de pression. Les éléments solides ayant des densités $\rho_e = 1$ sont en noir, tandis que les éléments

vides avec $\rho_e = 0$ sont supprimés.

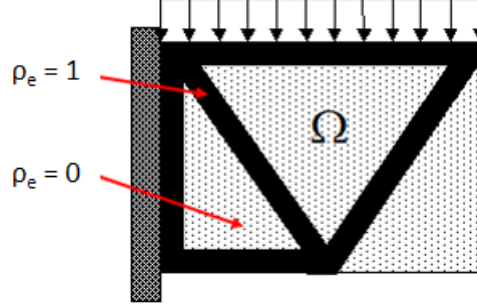


FIGURE 1.37 – OT utilisant la méthode SIMP.

L'introduction d'une fonction de distribution de densité continue évite la nature binaire du problème. Pour chaque élément, la densité relative attribuée peut varier entre une valeur minimale ρ_{min} et 1, ce qui permet d'affecter des densités intermédiaires aux éléments (caractérisés comme des éléments poreux).

ρ_{min} est la valeur minimale de densité attribuée aux éléments vides. Cette valeur assure la stabilité numérique de l'analyse par éléments finis.

Étant donné que la densité relative du matériau peut varier de manière continue, le tenseur d'élasticité du matériau au niveau de chaque élément peut également varier de manière continue.

Considérons un domaine de référence rectangulaire $D \subset \mathbb{R}^2$ dans un repère orthogonal cartésien $O(x, y)$. Soit D défini comme

$$D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 | x \in [0, W], y \in [0, H]\}, \quad (1.30)$$

Où W et H sont deux longueurs de référence du domaine (qui peuvent varier en fonction du problème considéré) le long des axes x et y , respectivement. La distribution de matière affecte le tenseur de rigidité $E_{ijkl}(x)$, qui est variable sur le domaine D . Soit $\Omega \subseteq D$ le domaine matériel.

Dans l'approche SIMP, Ω est déterminé au moyen d'une fonction de densité fictive $\rho(x) \in [0, 1]$ définie sur l'ensemble du domaine de conception D .

La relation entre le tenseur de rigidité $E_{ijkl}(x)$ et le champ de densité $\rho(x)$ est

$$E_{ijkl}(\rho(x)) = (\rho(x))^\alpha E_{ijkl}^0, \quad (1.31)$$

où E_{ijkl}^0 est le tenseur de rigidité du matériau isotrope de base et $\alpha \geq 3$ est un paramètre sans signification physique qui vise à pénaliser toutes les densités comprises entre ρ_{min} et 1.

Avantages

- La méthode SIMP est relativement facile à comprendre et peut être implémentée dans des scripts très compacts [176].
- La quantité considérable de références bibliographiques prouve que la méthode SIMP est extrêmement efficace et polyvalente pour plusieurs types de fonctions objectifs/contraintes [176, 177].
- La méthode SIMP est intégrée dans des logiciels du commerce (Altair OptiStruct, TOSCA, etc.), constituant actuellement la référence de l'Optimisation Topologique dans le domaine industriel.

Désavantages

- L'effet damier et la dépendance au maillage [178–180].
- La méthode SIMP fournit une description de la géométrie finale à base d'éléments finis et un post-traitement approprié doit être prévu afin d'obtenir une géométrie compatible avec la CAO.
- Il n'y a pas la possibilité de garder le contrôle sur la frontière de la topologie en cours d'optimisation, en raison de l'absence d'entité purement géométrique décrivant la topologie.

1.7.5.2 La Méthode *Level-Set*

La seconde technique, la méthode des lignes de niveau [181], combine à la fois l'algorithme des lignes de niveau de Osher et Sethian [182] et la dérivation du domaine au sens de Hadamard. Soient Ω la forme et Ψ une fonction de $\mathbb{R}^n$ à valeurs dans $\mathbb{R}$. La fonction Ψ , appelée fonction de ligne de niveau (LSF de l'anglais *Level-Set Function*), vérifie :

$$\begin{cases} \psi(\vec{x}) < 0 & \text{si } \vec{x} \in \Omega / \partial\Omega; \\ \psi(\vec{x}) > 0 & \text{si } \vec{x} \notin \Omega / \partial\Omega; \\ \psi(\vec{x}) = 0 & \text{si } \vec{x} \in \partial\Omega; \end{cases} \quad (1.32)$$

La méthode de Hadamard permet tout d'abord de déterminer un gradient par rapport à la forme. Au cours de l'optimisation, la fonction Ψ évolue dans tout l'espace. Le bord de la forme optimale est déterminé à la fin de l'itération en exploitant la ligne de niveau 0.

Dans l'éq. 1.32, Ψ est la LSF définie sur le domaine de calcul D , Ω est le domaine matériel, tandis que $\partial\Omega$ est la limite du domaine d'étude. Bien que plusieurs versions de la LSM aient été proposées dans la littérature [181, 183], elles partagent toutes la même procédure logique générale.

La caractéristique la plus importante est que la description de la topologie est liée à la LSF et non plus au maillage sous-jacent : un modèle éléments finis (et le maillage associé) est nécessaire pour effectuer l'évaluation des réponses physiques.

Avantages

- La LSF donne une représentation géométrique implicite claire de la frontière du domaine matériel. La description de la topologie est donc découplée du maillage sous-jacent associé au modèle mécanique.
- Pas d'effet d'échelle de gris (éléments du maillage avec des valeurs intermédiaires de pseudo-densité) caractérisant la méthode SIMP.

Désavantages

- La topologie dépend uniquement du contour lié au niveau zéro de la LSF et sa définition n'est, donc, pas unique. De plus, puisque la solution finale dépend fortement de la topologie initiale de la LSF (lorsque le mécanisme de nucléation des trous n'est pas considéré), la convexité du problème n'est pas garantie même pour un simple problème de minimisation de la compliance.
- La LSM nécessite une grande quantité de techniques de régularisation. Souvent, ces techniques de régularisation ont un caractère intrinsèquement numérique et mathématique qui n'est pas lié à des exigences physiques.

1.7.6 Méthodes et algorithmes d'optimisation

Une fois le paramétrage de la forme choisi, une procédure d'optimisation peut être mise en place. La formulation générale d'un problème d'optimisation est la suivante :

Trouver $x \in G_{ad}$ qui minimise $J(x)$ et tel que

$$\begin{cases} g_j(x) \leq 0, & j = 1, \dots, n \\ h_l(x) = 0, & l = 1, \dots, m \end{cases} \quad (1.33)$$

où

- J est la fonction objectif,
- G_{ad} l'ensemble des variables admissibles,
- g_j les n contraintes d'inégalité,
- h_l les m contraintes d'égalité.

Après avoir posé le problème d'optimisation, l'étape suivante consiste à adopter une stratégie pour le résoudre.

L'optimisation par plans d'expériences et surfaces de réponse ainsi que l'optimisation par des méthodes de gradient sont les approches les plus répandues dans l'industrie. Nous n'entrerons pas dans les détails de la première car c'est une méthodologie que nous n'utiliserons pas dans la suite. Une courte description est seulement proposée ici. Pour plus d'explications, on pourra se référer à [184]. La méthode de paramétrage retenue dans ces travaux permet de déterminer les gradients de façon immédiate. L'information des gradients étant disponible, le choix des méthodes d'optimisation s'est donc orienté vers des techniques exploitant ces informations.

1.7.6.1 Optimisation par plans d'expériences et surfaces de réponse

Le but des méthodes par plans d'expériences est de déterminer une fonction f qui lie la réponse notée y , aux différents facteurs $x_1, x_2, \dots, x_n$:

$$y = f(x_1, x_2, \dots, x_n) \quad (1.34)$$

Un plan d'expériences regroupe l'ensemble des expériences (calculs ou essais) à mener pour pouvoir déterminer la fonction f . Il existe plusieurs types de plans d'expériences comme les plans orthogonaux, les plans composites ou encore les plans de Box-Behnken. L'objectif lors de la sélection du plan d'expériences est d'obtenir le maximum d'informations avec le moins d'expériences possible. La surface de réponse est établie à l'aide d'un modèle polynomial ou statistique en se basant sur les résultats du plan. Dans le cadre de l'optimisation, la surface de réponse à reconstruire correspond à la fonction objectif J . Les contraintes du problème sont intégrées à la conception du plan d'expériences. L'optimum de la fonction objectif est repéré alors sur la surface de réponse. Afin d'améliorer les résultats trouvés, de nouveaux essais peuvent être générés.

L'optimisation par plans d'expérience et surfaces de réponse consiste donc à balayer l'ensemble du domaine de conception et à en retirer la meilleure configuration. Le recours aux plans d'expérience est

une solution pour l'optimisation peu intrusive vis à vis des codes de calcul. Toutefois, cette méthode peut rapidement souffrir du nombre important de calculs à effectuer afin de trouver un optimum.

1.7.6.2 Optimisation par méthodes de gradient

Il est connu que le comportement de la dérivée d'une fonction permet de déterminer le sens de variation de cette dernière. Elle permet en particulier d'en repérer les optimums. Avant d'évoquer les algorithmes d'optimisation par gradient, rappelons la définition de la différentiabilité que nous considérerons tout au long de ce manuscrit.

Définition : (Différentiabilité au sens de Fréchet). Soient V un espace de Banach réel muni de la norme $\|\cdot\|_V$ et V' son espace dual. Soit J une fonction continue et définie sur un voisinage de $x \in V$ à valeurs réelles. J est dérivable (ou différentiable) au sens de Fréchet en x s'il existe une forme linéaire continue $L \in V'$ telle que :

$$\forall h \in V \quad J(x+h) = J(x) + L(h) + o(\|h\|_V). \quad (1.35)$$

Le gradient, qui représente les dérivées de la fonction objectif par rapport aux variables, peut être alors utilisé pour définir une direction de descente. Les algorithmes consistent donc à "suivre" la direction opposée pour trouver le minimum. Les algorithmes d'optimisation utilisant les gradients peuvent être classés en deux grandes catégories, avec ou sans contraintes. Pour les problèmes sans contraintes, il s'agit de résoudre un problème similaire à l'éq. (1.33) mais en ignorant les contraintes g_i et h_j .

Soient J une fonction de $\mathbb{R}^n$ dans $\mathbb{R}$ et son gradient $\vec{\nabla} J = [\frac{\partial J}{\partial x_1}, \dots, \frac{\partial J}{\partial x_n}] \in \mathbb{R}^n$. L'algorithme 1 donne un algorithme de gradient classique pour un problème sans contraintes.

Algorithme 1 Algorithme gradient à pas variables, sans contraintes

Entrée : $\vec{x}^0$ le point initial et $\varepsilon \geq 0$ la tolérance.

Sortie : $\vec{x}^*$

1 Initialisation : $k=0$;

2 **Tant que** $\|\vec{\nabla} J(\vec{x}^k)\| > \varepsilon$ **faire**

Calcul du pas $\alpha^k > 0$;

$\vec{x}^{k+1} = \vec{x}^k - \alpha^k \vec{\nabla} J(\vec{x}^k)$;

$k=k+1$

fin

3 **Fin :** $\vec{x}^* = \vec{x}^k$

1.7. OPTIMISATION DE FORME

Dans l'algorithme 1, une étape consiste à déterminer le pas de descente. En général, soit une valeur de pas est fixée et, dans ce cas, on parle d'algorithme à pas fixe soit il s'agit d'algorithme à pas variable. Pour les algorithmes à pas variable, ce dernier est estimé à l'aide de recherches linéaires en utilisant des méthodes de Wolfe ou Armijo par exemple. Il existe des variantes de cet algorithme comme le gradient conjugué. Un autre algorithme souvent recommandé est l'algorithme de Newton. Il s'agit d'un algorithme d'optimisation d'ordre 2 exigeant le calcul de la matrice Hessienne. En pratique, une méthode de quasi-Newton, où la Hessienne est approchée, est souvent appliquée.

L'algorithme 2, appelé méthode BFGS (Broyden-Fltecher-GoldFarb-Shanno), appartient à cette classe de méthodes.

Algorithm 2 Algorithme BFGS

Entrée : $\vec{x}^0$ le point initial, $B_0 = Id$ et $\varepsilon \geq 0$ la tolérance.

Sortie : $\vec{x}^*$

1 Initialisation : $k=0$;

2 **Tant que** $\|\vec{\nabla} J(\vec{x}^k)\| > \varepsilon$ **faire**

Résoudre $B^k \vec{p}^k = -\vec{\nabla} J(\vec{x}^k)$

Calcul du pas α^k par la recherche linéaire ;

$\vec{x}^{k+1} = \vec{x}^k + \alpha^k \vec{p}^k = \vec{x}^k + \vec{s}^k$;

$\vec{y}^k = \vec{\nabla} J(\vec{x}^{k+1}) - \vec{\nabla} J(\vec{x}^k)$;

$B^{k+1} = B^k + (\vec{y}^k \vec{y}^{kT}) (\vec{y}^{kT} \vec{s}^k) - (B^k \vec{s}^k \vec{s}^{kT} B^k) (\vec{s}^{kT} B^k \vec{s}^k)$;

$k=k+1$;

fin

3 **Fin :** $\vec{x}^* = \vec{x}^k$

Pour l'optimisation sous contraintes, deux types d'approches sont considérées. La première démarche se base sur l'utilisation d'un Lagrangien. Définissons le Lagrangien du problème (1.33) en ne tenant compte que des contraintes d'inégalité notées $\vec{g}$, les contraintes d'égalité pouvant être ramenées à des contraintes d'inégalités. Soit $\vec{p} \in \mathbb{R}_m^+$, le Lagrangien est donné par l'éq. (1.36) :

$$L(\vec{x}, \vec{p}) = J(\vec{x}) + \vec{p}^T \cdot \vec{g}(\vec{x}) \quad (1.36)$$

Les algorithmes d'optimisation exploitant le Lagrangien comme les algorithmes de Uzawa ou du Lagrangien augmenté, recherchent alors un point selle de L en vertu des théorèmes d'optimalité de celui-ci. L'autre approche possible est la pénalisation des contraintes. Il s'agit d'approcher le problème de minimisation (1.33) par une suite de problèmes d'optimisation sans contraintes. Pour $\varepsilon > 0$, le

problème suivant est introduit :

$$\min_{x \in G_{ad}} (J(\vec{x}) + \frac{1}{\varepsilon} \sum_{i=1}^m \max[g_i(\vec{x}), 0]). \quad (1.37)$$

Ce problème sans contraintes est alors résolu avec les algorithmes de gradient. Les résultats de convergence des différents algorithmes de gradient sont directement liés à la convexité de la fonction objectif et de l'espace des solutions admissibles. En effet, il est établi que ces algorithmes fournissent de bons résultats en cas de convexité. En cas de non convexité, il n'est pas assuré que l'algorithme converge vers un optimum. À noter que les problèmes d'optimisation de forme, au vu de leur espace de définition et des critères étudiés, s'avèrent souvent ne pas être convexes.

Les stratégies d'optimisation déterministes proposées dans ce manuscrit s'appuient sur le package d'optimisation bien connu *fmincon* implémenté dans MATLAB [185] qui comporte les algorithmes suivants :

- *Algorithme à région de confiance* : Il est vraiment efficace, mais soumis à des limitations importantes : il ne peut être utilisé que lorsque le gradient de la fonction objectif est connu sous forme analytique et dans le cas de contraintes d'égalité ou de contraintes linéaires (mais pas les deux). En raison de ces manques importants, l'algorithme à région de confiance n'est pas pris en compte dans cette discussion.
- *Algorithmes de recherche linéaire* : SQP (*Sequential Quadratic Programming*), AS (*Active Set*), IP (*Interior Point*). AS n'est qu'une méthode SQP particulière dans laquelle les contraintes sont traitées de manière plus efficace. En particulier, AS tolère des itérations non faisables et dispose de capacités améliorées pour explorer les limites définies par les contraintes actives.

Les algorithmes IP sont les algorithmes les plus efficaces pour résoudre les CNLPP (*Constrained Non-Linear Programming Problem*) ensemble aux méthodes SQP. De manière générale, on peut affirmer que dans certaines conditions, les algorithmes IP pourraient être plus efficaces que les algorithmes SQP et converger en moins d'itérations.

Cependant, les algorithmes IP sont légèrement moins robustes que les méthodes SQP, en particulier en explorant les limites du domaine faisable. L'idée principale consiste à transformer le CNLPP en une suite de problèmes d'optimisation plus simples, dans lesquels seules les contraintes d'égalité sont prises en compte.

1.7.6.3 Outils numériques existants

Comme nous l'avons vu, deux types de méthodes d'optimisation sont utilisés. Les méthodes par plans d'expériences ont l'avantage d'être non intrusives vis à vis des codes de calculs mais les délais peuvent être longs. Aujourd'hui, plusieurs codes de calcul comme OptiStruct d'Altair ou Nastran de MSC intègrent des modules pour l'optimisation. De fait, ils intègrent le calcul des gradient par rapport aux noeuds du maillage. A ce jour, il n'existe pas de logiciel capable de donner les dérivées par rapport à des paramètres CAO.

Dans le cadre de cette thèse, la recherche des solutions des problèmes d'OT est effectuée au moyen d'un code développé au laboratoire I2M [174, 186–197]. L'algorithme s'appelle SANTO (*SIMP And NURBS for Topology Optimisation*) et utilise les hypersurfaces NURBS (de l'anglais *Non-Uniform Rational Basis Spline*) pour décrire le topologie du domaine à chaque itération. L'idée est très simple : pour un problème de dimension D on utilise une entité NURBS de dimension $D + 1$, dont la $D + 1$ coordonnée est utilisée pour représenter la densité fictive de la méthode SIMP qui est projetée sur le maillage du modèle EF. A titre d'exemple, pour un problème 2D une surface NURBS 3D est utilisée, tandis que pour un problème 3D une hypersurface NURBS à quatre dimensions est nécessaire.

De cette manière, la méthode SIMP basée sur l'utilisation des hypersurfaces NURBS, qui s'appuie sur l'algorithme SANTO, est capable de proposer une topologie qui ne dépend pas de la qualité du maillage du modèle EF et qui est décrite par des entités purement géométriques et compatibles avec des logiciels CAO. Les entités NURBS seront présentées dans le chapitre 4.

L'architecture de l'algorithme est donnée par l'organigramme dans la figure 1.38. ANSYS est utilisé pour calculer les grandeurs mécaniques par la méthode d'EF.

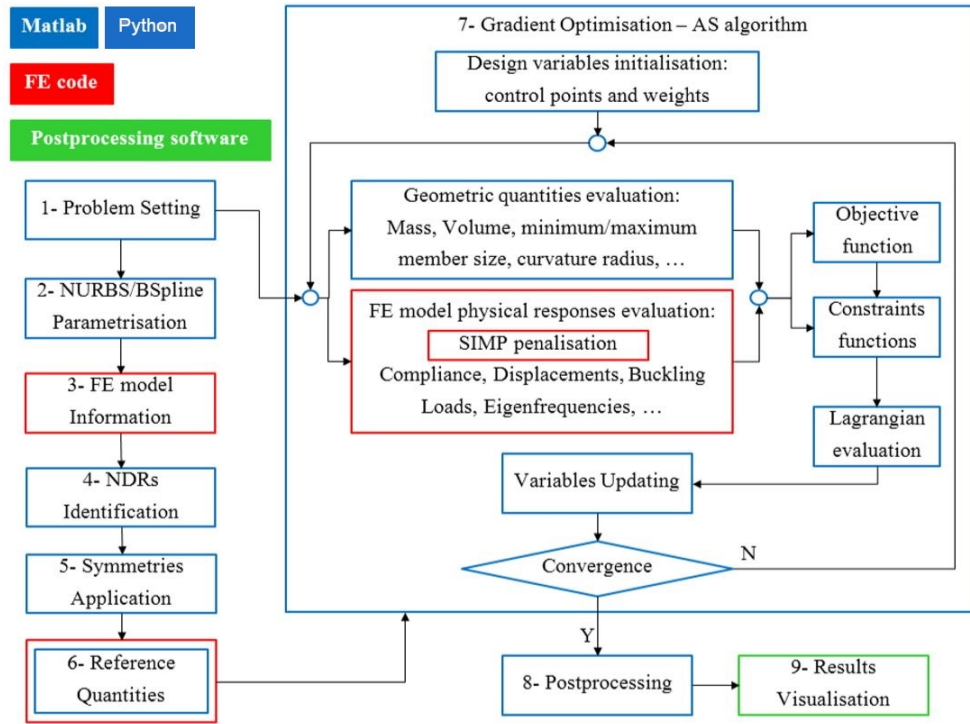


FIGURE 1.38 – Organigramme de l'algorithme d'OT SANTO.

Une description des principales étapes est donnée ci-dessous. Pour plus d'explications, on pourra se référer à [174, 186–197] :

- *Problem Setting* : Initialisation de tous les paramètres du problème d'OT en question : la dimension du problème (2D ou 3D), les régions de conception (DR, de l'anglais *design region*) et les régions fixes (NDR, de l'anglais *non-design region*), le paramétrage du domaine (via les entités NURBS ou B-Spline), les symétries géométriques, la fonction objectif et les fonctions contraintes.
- *FE model Information* : Une fois que le maillage du modèle EF est finalisé, les éléments appartenant aux DRs sont sélectionnés et leurs données sont exportées vers MATLAB.
- *Gradient Optimisation* : L'optimisation est effectuée via l'algorithme AS de la famille *fmincon* de MATLAB. Une fois que l'algorithme AS est exécuté, les fonctions objectif et contrainte déclarées dans le bloc *Problem Setting* sont appelées à partir de deux bibliothèques dédiées. La première bibliothèque contient des fonctions liées à des grandeurs mécaniques spécifiques (compliance, fréquences propres, flambage, etc.) : leur évaluation nécessite d'appeler le logiciel

1.8. CONCLUSIONS

EF externe. La seconde bibliothèque contient uniquement des quantités géométriques, telles que volume / masse, taille minimale et maximale ou rayon de courbure.

- *Postprocessing* : Une opération de seuillage est nécessaire à la fin de l'optimisation pour récupérer la frontière optimisée.
- *Results Visualisation* : La géométrie optimisée est extraite sous format .IGS dans le cas 2D et .STL dans le cas 3D.

1.8 Conclusions

Le développement des méthodes de fabrication additive permet aujourd'hui de fabriquer des structures cellulaires métalliques afin de produire des pièces finies. Afin d'assurer la qualité des pièces réalisées par fabrication additive, l'étude et la compréhension des propriétés mécaniques est nécessaire et est elle-même étroitement liée à leur qualité géométrique et à leur microstructure.

Les études sur l'alliage de titane Ti-6Al-4V ont montré que les microstructures varient en fonction des méthodes de fabrication et des post-traitements, et ont une influence sur les propriétés mécaniques. Les propriétés statiques sont a priori conformes aux exigences en ce qui concerne les résistances en traction et limites d'élasticité. La question se pose davantage sur l'allongement à la rupture, en particulier pour la technologie SLM. Les traitements thermiques adaptés permettent cependant d'optimiser ces propriétés.

L'effet de la rugosité est lui aussi important au vu des états de surface obtenus en fabrication additive. Ce paramètre a une influence sur les propriétés statiques mais surtout sur les propriétés de fatigue. Enfin, l'effet des traitements thermiques est davantage connu en statique. En fatigue, les données sont plus rares.

Différentes formulations et approches des critères de fatigue ont été présentées. Les approches ponctuelles sont applicables pour des matériaux sains. Elles nécessitent en général d'avoir deux résistances en fatigue pour deux chargements différents pour identifier le seuil du critère. Ces approches ne permettent toutefois pas de prendre en compte efficacement l'effet des défauts. L'influence des défauts peut être intégrée dans les approches empiriques qui présentent l'avantage d'être faciles à utiliser. En revanche, l'absence de base physique pour ces critères est à l'origine de plusieurs interrogations à propos de la validité de ces méthodes pour différents types de chargements. Ces approches sont utilisables

pour les cas particuliers de chargement pour lesquels elles ont été proposées.

Les approches non locales permettent de prendre en compte l'effet des défauts. Ces critères nécessitent les champs de contraintes et de déformations autour des défauts. Ces champs sont généralement déterminés par des calculs en utilisant la méthode des éléments finis. Pour limiter le temps de calcul, il est souvent nécessaire de faire un premier calcul pour identifier les zones critiques dans la structure et ensuite un deuxième calcul sur une zone restreinte pour obtenir les gradients des contraintes et déformations autour du défaut. Cette méthode permet d'étudier précisément la variabilité de certains paramètres sur la durée de vie en fatigue multiaxiale. Dans ce cadre, le travail expérimental se limite à la caractérisation de défauts, à la mesure de profils de surface ou à la caractérisation de la texture. Comme nous nous intéressons aux phénomènes extrêmes pouvant conduire à un endommagement par fatigue, nous nous intéresserons aux queues de distribution, correspondant aux valeurs extrêmes des FIP. Pour cela la méthode GEV a été présentée et sera utilisée par la suite.

Nous avons introduit le concept d'optimisation de forme. La présentation qui en a été faite ne fait que rappeler les grands principes. La définition du problème avec le choix du modèle, des critères et de l'espace de solutions admissibles occuperont une place centrale dans ce manuscrit. Un exposé complet sur les différents types d'optimisation de forme (paramétrique, de forme et topologique) est disponible dans [157]. Il est important de rappeler que chacune de ces approches fait intervenir une paramétrisation différente et que, par conséquent, le choix d'une méthode plutôt qu'une autre est directement lié au type de problème étudié. L'efficacité de l'algorithme SANTO et des outils d'approximation de courbes / surfaces a été montrée sur des benchmarks plus ou moins complexes. Toutefois, ils ont également été appliqués à des problèmes plus difficiles : notamment, certaines applications industrielles ont été rencontrées dans le cadre du projet FUTURPROD. Les résultats pour l'algorithme d'OT et pour les outils d'approximation sont encourageants et aucune limitation évidente ou difficulté insurmontable n'a été trouvée.

1.9 Démarche utilisée pour l'étude

Ce mémoire se concentre sur l'étude des propriétés statiques et en fatigue des structures cellulaires périodiques en Ti-6Al-4V fabriqués par SLM et traités par CIC. Les effets de la topologie de la CE, de la densité relative et de la rugosité seront en particulier analysés. Ces paramètres sont ceux sur

1.9. DÉMARCHE UTILISÉE POUR L'ÉTUDE

lesquels le concepteur peut le plus intervenir.

Dans un premier temps, les matériels utilisées dans cette étude seront présentés en détail. Dans un second temps, les méthodes et les résultats de caractérisation et des essais en fatigue sur certaines configurations de structures cellulaires seront présentés. Ils seront analysés grâce aux corrélations entre les microstructures, les propriétés obtenues et l'analyse des faciès de rupture afin de proposer des mécanismes d'endommagement en jeu dans ce type de pièce.

Ce mémoire présente aussi, une méthode permettant l'optimisation topologique de structures cellulaires et continues produites par fabrication additive. La procédure proposée consiste à résoudre des problèmes d'optimisation de forme où l'on cherche à trouver l'emplacement optimal de matière dans l'espace de design afin de minimiser son énergie de déformation soumise à des contraintes de volume et de fatigue.

Chapitre 2

Caractérisation et tenue en fatigue des structures cellulaires

Contenu

2.1	Matériels	96
2.1.1	Machine SLM280HL	96
2.1.2	Matériau et poudre utilisés	102
2.1.3	Les post-traitements	103
2.1.4	Techniques d'analyse microstructurale	103
2.1.5	Mesure de la température avec une caméra infrarouge	107
2.2	Caractérisation des structures	108
2.2.1	Domaine de fabricabilité des barreaux et parois	108
2.2.2	Ecart à la CAO des barreaux/parois fabriqués	111
2.2.3	Observations microstructurales	115
2.2.4	Mesure de la rugosité de surface	117
2.2.5	Estimation de la porosité	120
2.3	Essais de fatigue à grand nombre de cycles	124
2.3.1	Conception et fabrication des éprouvettes	124
2.3.2	Machine et conditions d'essais	127
2.3.3	Observation des faciès de rupture	129
2.3.4	Mécanismes d'endommagement	132
2.4	Conclusions	135

2.1. MATÉRIELS

Une des principales raisons de l'utilisation limitée des structures cellulaires produites par fabrication additive est l'incertitude quant à l'intégrité structurelle de ces pièces, en particulier en fatigue. Les pièces en Ti-6Al-4V produites par SLM contiennent de nombreux défauts (rugosité de surface, porosité, contraintes résiduelles) qui réduisent considérablement la durée de vie en FGNC. Afin de réduire la porosité et les contraintes résiduelles, des traitements de post-traitement tels que le CIC et le détensionnement sont souvent effectués. D'autres traitements thermiques sont généralement utilisés pour modifier la microstructure et optimiser les propriétés mécaniques.

Ce chapitre a pour objectifs de présenter l'analyse expérimentale qui a été réalisée sur les structures périodiques de cellules élémentaires Octet et T-Gyroid. Ensuite, on décrira les différentes techniques de caractérisation qui ont permis de déterminer des paramètres physiques et des données utiles pour le développement du modèle numérique présenté au chapitre 3. Enfin, on présentera l'étude de la tenue en fatigue. L'ensemble des résultats d'essais de fatigue seront donnés sous forme de tableaux récapitulatifs. Une synthèse des observations des faciès de rupture et des observations faites au cours des essais sur l'évolution macroscopique de l'endommagement seront également présentées.

Le chapitre est organisé de la façon suivante : Dans la section 2.1 sont présentés les matériels et les méthodes utilisés pour fabriquer nos structures et les caractériser. Les machines utilisées et les méthodologies sont précisées pour la fabrication des échantillons, les post-traitements et les observations métallurgiques. La section 2.2 décrit les différentes techniques de caractérisation qui ont permis de déterminer des paramètres physiques et des données utiles pour le développement du modèle numérique présenté au chapitre 3. L'ensemble des résultats d'essais de fatigue seront donnés sous forme de tableaux récapitulatifs. Une synthèse des observations des faciès de rupture et des observations faites au cours des essais sur l'évolution macroscopique de l'endommagement sont également présentées dans la section 2.3. Enfin, la section 2.4 termine le chapitre avec des conclusions.

2.1 Matériels

2.1.1 Machine SLM280HL

Pour ces travaux de thèse, une machine de fusion laser sur lit de poudre commercialisée par SLM Solutions a été utilisée. Il s'agit d'une machine SLM 280HL (figure 2.1) équipée d'un laser à fibre Ytterbium IPG de longueur d'onde $\lambda = 1070nm$ et de puissance maximale 700 W. Le volume de

2.1. MATÉRIELS

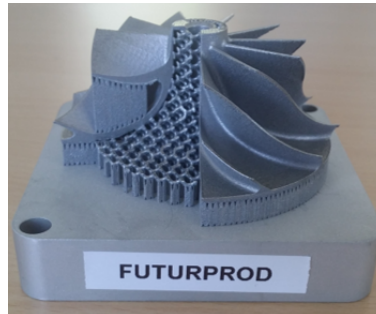
travail est de $280 \times 280 \times 365 \text{ mm}^3$ (figure 2.2(a)) et peut être réduit grâce à l'utilisation d'un système de réduction à $100 \times 100 \times 170 \text{ mm}^3$ (figure 2.2(b)).



FIGURE 2.1 – Image de la machine SLM280HL.



(a) $280 \times 280 \text{ mm}^2$



(b) $100 \times 100 \text{ mm}^2$

FIGURE 2.2 – Images de plateaux de fabrication.

L'environnement dans la chambre de fabrication doit être contrôlé et adapté au matériau élaboré. Afin d'éviter toute oxydation, l'enceinte de fabrication est remplie d'argon, gaz n'interagissant pas avec les photons incidents et permettant de maintenir le niveau d'oxygène en dessous de 0.02%. La plateforme de fabrication est préchauffée et maintenue à une température d'environ 200°C tout au long du processus.

Le procédé est difficile à maîtriser car de nombreux paramètres entrent en jeu. Le *"build processor"* SLM solutions (outil informatique qui permet de générer les fichiers d'entrée à la machine de fabrication) pour la machine SLM280HL prévoit plus de 150 paramètres de réglage qui peuvent être modifiés. Des paramètres standard sont fournies pour les matériaux les plus utilisés en fabrication additive.

Il est possible de modifier les paramètres de fabrication entre différentes pièces d'un même plateau mais certains réglages, tels que l'épaisseur de couche ou le matériau utilisé, restent les mêmes tout au long d'un même *"job"*.

Le point de départ de ce procédé est le fichier CAO en 3D de la géométrie à fabriquer. Elle est importée au format *".stl"* dans le logiciel *"Magics"* de *"Materialise"*, qui permet la réparation des *".stl"*, le positionnement des pièces sur le plateau, la génération de supports, le choix des paramètres laser et des stratégies de scan ainsi que le découpage en slices des pièces.

- *Dessin des objets en CAO* : Les pièces peuvent être dessinées avec n'importe quel logiciel de CAO. Elles sont exportées au format *".stl"* qui a historiquement été crée pour la stéréolithographie. Il décrit seulement la géométrie de surface d'un objet par une série de triangles. Cette géométrie est nécessairement fermée. Dans notre cas, le logiciel CAO CATIA V5[®] a été utilisé.
- *Réparation des fichiers ".stl"* : Après export du logiciel de CAO, les objets sont importés dans *"Magics"*. Les *".stl"* ainsi importés peuvent contenir des erreurs : triangles superposés, intersections de triangles, etc., qu'il est indispensable de corriger. La correction automatique peut être utilisée mais il est parfois nécessaire de corriger manuellement lorsque les géométries sont complexes.
- *Orientation et positionnement des pièces* : Le positionnement et l'orientation des pièces sur le plateau répondent à un ensemble de règles métier. Il convient en premier lieu de limiter les transitions brutales de surfaces à scanner en une même couche car elles sont propices à l'apparition de déformations liées aux gradients de contraintes internes.

Il faut essayer de limiter la quantité de supports car ceux-ci sont parfois difficile à retirer « proprement » et peuvent causer des rugosités indésirables. Ils sont cependant nécessaires dès lors qu'une surface forme un angle inférieur à 45° avec le plateau (voir figure 2.3(b)). L'absence de support sur ces surfaces peut en effet provoquer leur effondrement.

Le positionnement angulaire des pièces sur le plateau doit éviter au *"recoater"* la rencontre avec des faces ou arêtes parallèles au joint racleur. On pivote alors les pièces dans le plan (généralement de 5°) (voir figure 2.3(a)).

2.1. MATÉRIELS

De plus, il est préférable d'éviter l'alignement des pièces dans la direction de passage du "re-coater" de sorte que, si un problème survient sur une pièce et abîme le joint racleur, les autres pièces ne soient pas impactées.

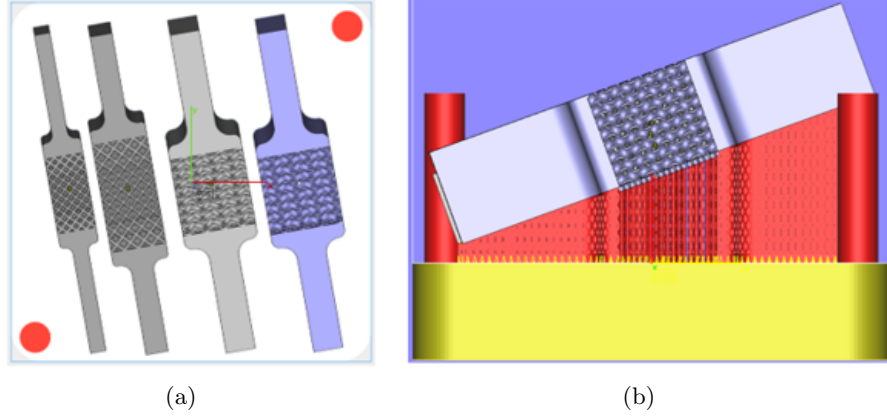


FIGURE 2.3 – Exemples des structures cellulaires préparées pour la fabrication additive via *Magics 3D Print Suite* (a) positionnement et (b) support de pièces.

Il faut donc faire attention à un certain nombre d'éléments lors du positionnement des pièces et détecter les géométries critiques pour le procédé SLM. Dans notre cas, tous les échantillons ont été fabriqués selon $\vec{Z}$ suite à une étude de faisabilité SLM qui sera présentée dans la sous-section 2.2.1.

La terminologie qui sera utilisée dans la suite du développement correspond à la norme ISO/ASTM 52921 [198]. Les notations des axes de la machine sont définies comme suit :

- Axe $\vec{Z}$: axe normal aux couches.
- Axe $\vec{X}$: axe perpendiculaire à l'axe Z et parallèle à la face avant de la machine.
- Axe $\vec{Y}$: axe positionné de manière à obtenir un système de coordonnées orthogonal.
- Axe $\vec{BD}$: axe parallèle à la direction de fabrication.
- Axe $\vec{\Phi_{Ar}}$: axe parallèle à la direction du flux d'argon.
- Axe $\vec{R}$: axe parallèle à la direction du racleur.

Ainsi, les directions des éprouvettes seront désignées par les terminologies indiquées dans la figure 2.4. Il est généralement considéré qu'il n'y a pas d'effet important sur les propriétés mécaniques de l'orientation des éprouvettes dans le plan (X-Y).

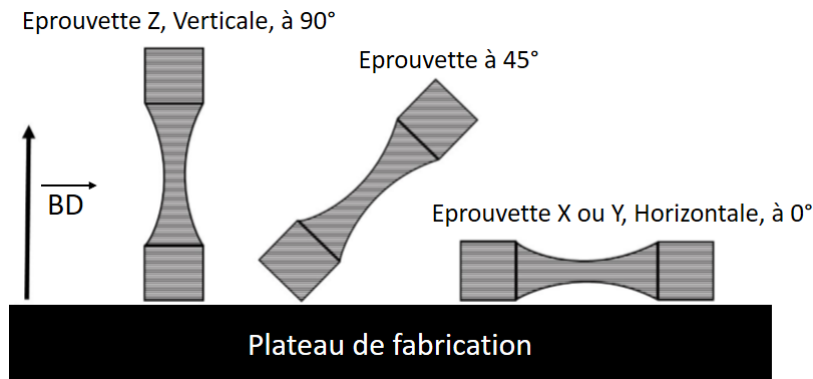


FIGURE 2.4 – Terminologie des éprouvettes utilisées dans cette étude.

- *Génération de supports* : Les supports sont essentiels en fabrication additive sur lit de poudre. Ils permettent de maintenir en place les pièces pendant la fabrication et ils assurent l'évacuation de la chaleur générée lors de la fabrication de la couche supérieure vers le plateau de fabrication. Ils sont fabriqués dans le même matériau que la pièce et peuvent être supprimés plus ou moins facilement. Il est essentiel de trouver un compromis entre des supports assez « forts » pour maintenir la pièce et assez « faibles » pour être aisément retirés. Les supports sont de plusieurs types comme présenté en figure 2.5. Chaque type de support est adapté à un différent type de surface à supporter. Les supports de type Block sont ceux qu'on avait utilisés.

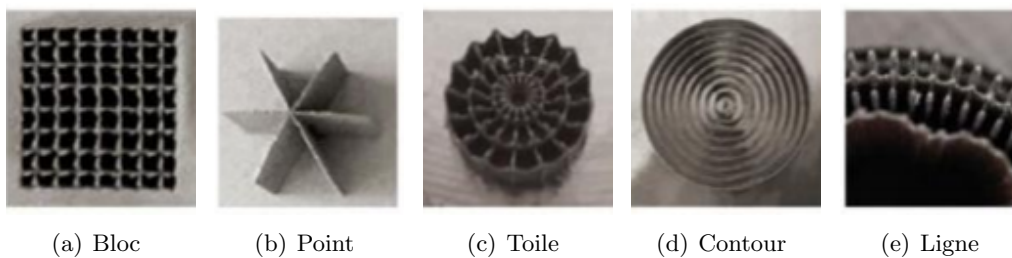


FIGURE 2.5 – Différents types de supports [20]

- *Choix des paramètres de balayage et des stratégies* : Les paramètres de scan les plus importants sont la vitesse de scan v (mm/s), la puissance du laser P (W), la distance entre les hachures h (mm) et l'épaisseur de couche t_{couche} (mm). Ce sont généralement ces paramètres qui sont choisis en premier pour l'optimisation de la fabrication d'un nouveau matériau et ils peuvent

2.1. MATÉRIELS

être combinés pour former un paramètre de densité d'énergie en J/mm^3 , donné par :

$$E = \frac{P}{v \times h \times t_{\text{couche}}} \quad (2.1)$$

Une puissance élevée et une vitesse faible va générer un apport d'énergie très important alors qu'une puissance faible et une vitesse élevée fournira très peu d'énergie au lit de poudre. Il est essentiel de trouver l'équilibre adapté à une fusion complète et stable.

L'épaisseur de couche est choisie de manière à ce que la pénétration du laser et la profondeur du bain de fusion soient assez importantes pour faire fondre les couches sous-jacentes, mais elle est limitée par la taille des particules de poudre. Une épaisseur de couche faible améliore la résolution en réduisant la rugosité induite par l'effet « escalier » dans les surfaces en pente. Tandis qu'une épaisseur de couche élevée améliore fortement la productivité du procédé.

Il existe aussi plusieurs stratégies de scan pour contrôler les chemins suivis par le laser. Les deux principaux *patterns* possibles sont : *chess* et *stripes*. Dans les deux cas, une ou plusieurs bordures forment les contours de la pièce, qui ont leurs propres paramètres de puissance, vitesse, etc.

Les spécimens utilisés dans notre étude ont été construits en utilisant la stratégie stripes pour laquelle le vecteur de balayage est alterné, avec une rotation de 66.7° de la direction de balayage entre deux couches. La stratégie de scan est illustrée par la figure 2.6.

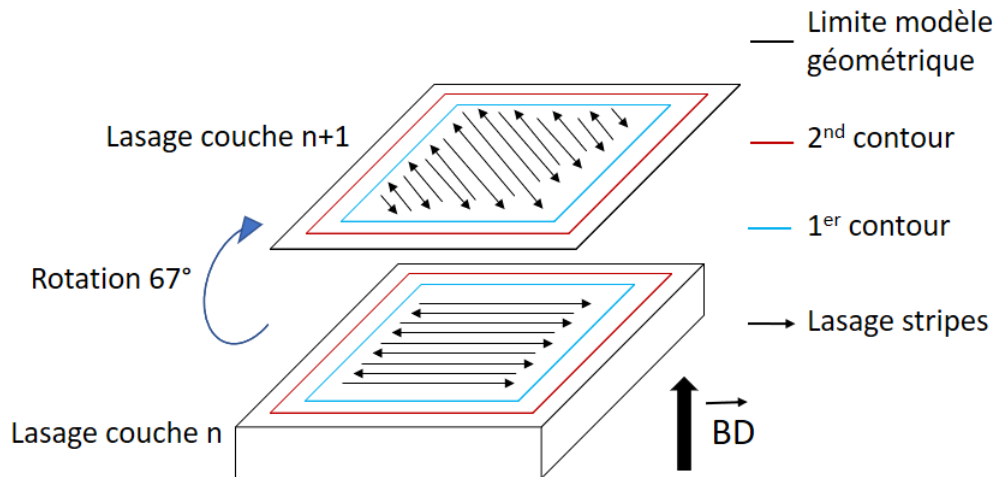


FIGURE 2.6 – Stratégie de lasage utilisée pour la fabrication des éprouvettes SLM.

Tous les paramètres peuvent être différents d'une pièce à l'autre sur un même plateau sauf la

2.1. MATÉRIELS

hauteur de couche qui doit rester constante. Bien d'autres paramètres peuvent être modifiés, mais ceux mentionnés sont les principaux et sont ceux auxquels nous nous sommes intéressés. La fabrication des éprouvettes est effectuée conformément aux paramètres standard préconisés par le fabricant SLM pour du Ti-6Al-4V, voir tableau 2.1.

P (W)	h (mm)	Focal offset (mm)	v (mm/s)	t_{couche} (μm)
400	0.12	2	710	30

TABLE 2.1 – Paramètres de fabrication SLM : P : puissance du laser, h : espacement des hachures, v : vitesse de balayage et t_{couche} : épaisseur de couche.

2.1.2 Matériau et poudre utilisés

L'alliage de titane Ti-6Al-4V (grade 5) fourni par SLM Solutions. En raison de sa résistance mécanique élevée, de sa faible densité et de sa bonne résistance à la corrosion, cet alliage convient parfaitement à la fabrication de pièces destinées aux secteurs aérospace, aéronautique et biomédical.

La poudre utilisée a une granulométrie de 20-63 μm , sa composition chimique est illustrée dans le Tableau 2.2 et les propriétés mécaniques attendues sont illustrées dans le tableau 2.3.

Elem	Ti	Al	V	C	O	N	Fe	H	Autres
%	Bal.	5.50-6.50	3.50-4.50	0.08	0.13	0.03	0.25	0.0125	0.10

TABLE 2.2 – Composition chimique des poudres de Ti-6Al-4V (grade 5) selon la norme AFNOR L14-601.

Grandeur	Unité	Non-traité	CIC
Résistance maximale à la traction	R_m [MPa]	1280	1010
Limite d'élasticité	R_e [MPa]	1135	895
Allongement à la rupture	A[%]	8	15
Réduction de surface	2[%]	20	40
Module de Young	E[GPa]	115	125
Dureté Vickers	HV10	360	315
Energie d'impact	KV[J]	15	20
Hauteur moyenne arithmétique	R_a [μm]	10	-
Hauteur maximale du profil	R_z [μm]	70	-

TABLE 2.3 – Propriétés mécaniques du Ti-6Al-4V (grade 5) selon la norme AFNOR L14-601.

La figure 2.7 présente une image de la morphologie des particules de cette poudre qui a été élaborée par atomisation gazeuse. Dans ce procédé, le matériau initial est tout d'abord fondu dans un creuset.

2.1. MATÉRIELS

Un flux de gaz inerte est alors injecté transversalement au métal liquide qui s'écoule par gravité et entraîne la sphéroïdisation des gouttes de métal liquide, puis la solidification rapide des grains de poudre formés. Il en résulte des grains de poudre totalement ou quasi-sphériques. Des tamisages successifs de la poudre permettent ensuite d'obtenir des poudres de granulométrie choisie.

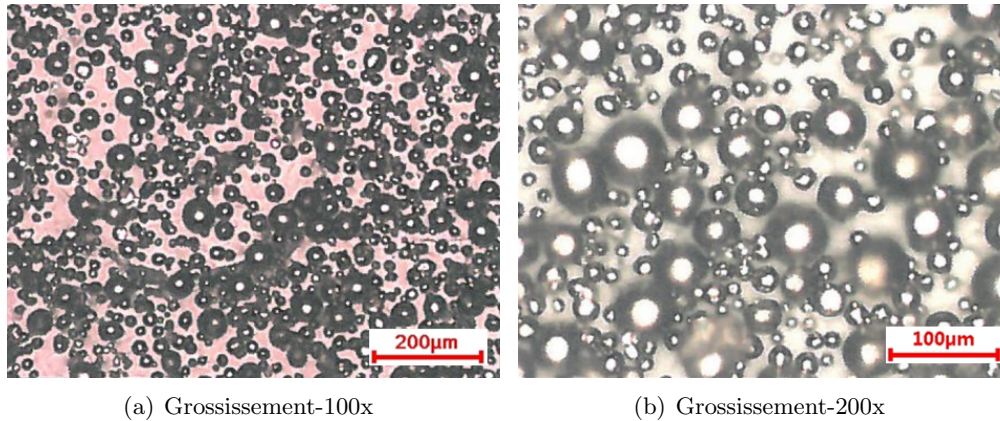


FIGURE 2.7 – Morphologie de la poudre Ti-6Al-4V (grade 5) selon la norme AFNOR L14-601.

2.1.3 Les post-traitements

Toutes les pièces réalisées ont été détachées du plateau et les supports ont été retirés après traitement thermique de détensionnement à 640°C pendant 4h. De plus, pour les éprouvettes de fatigue, un traitement de type CIC a été réalisé. Lorsque la surface utile est laissée brute de fabrication, les éprouvettes sont appelées brutes ou « as-built » dans la suite des travaux.

2.1.4 Techniques d'analyse microstructurale

2.1.4.1 Micro-tomographie aux rayons X

La micro-tomographie aux rayons X est une technique de tomographie non destructive utilisée pour créer des modèles visuels 3D d'objets. Les images 3D de la structure interne des objets sont obtenues à partir d'une série de radiographies 2D prises sous différents angles. Les niveaux de gris de chaque projection reflètent le coefficient d'absorption et l'épaisseur de l'objet. Un algorithme de reconstruction appliqué à toutes les images radiographiques 2D est ensuite utilisé pour recalculer le coefficient d'absorption pour chaque point du volume des objets. Cela produit une représentation quantifiée des variations de densité de la structure interne de l'objet micro-scanné.

2.1. MATÉRIELS

Afin de fournir un aperçu quantitatif de la morphologie des pièces fabriquées par SLM et de pouvoir évaluer l'effet de la rugosité de surface sur la résistance en fatigue, des structures cellulaires (structures cellulaires) ont été scannées à l'aide d'un tomographe de laboratoire *Phoenix V tome X* (voir figure 2.8) avec un détecteur Varian Paxscan et un tube à rayons X à microfocus. Les images reconstruites ont une taille de voxel de $7 \times 7 \times 7 \mu\text{m}^3$. La zone imagée est de $8 \times 8 \times 8 \text{ mm}^3$.

Lors de chaque numérisation, l'échantillon a subi une rotation de 360° en 2000 pas et une moyenne de trois images a été prise à chaque pas. Ensuite, un algorithme de rétro-projection filtré standard a été utilisé pour reconstruire l'image 3D finale. Le tube à rayons X fonctionnait à une tension d'accélération de 130 kV en utilisant une cible de transmission en tungstène et un courant de $80 \mu\text{A}$.

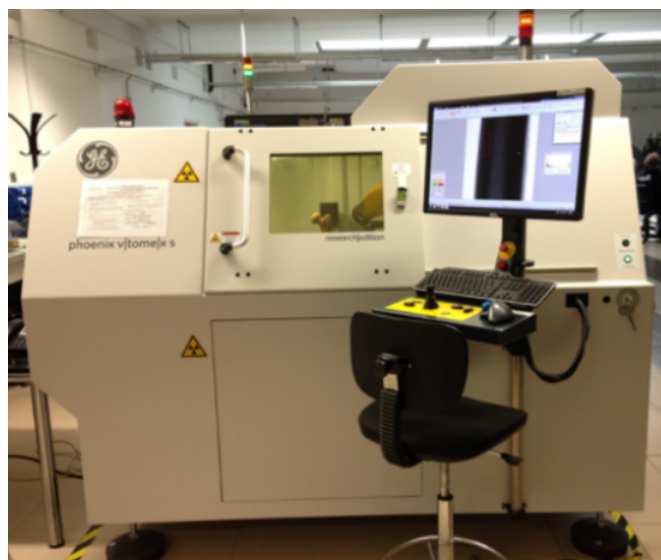


FIGURE 2.8 – Tomographe *Phoenix V tome X*, PLACAMAT.

L'étape d'analyse des images a été faite à l'aide du logiciel Avizo[®]. Un premier travail sur des vues en coupe est effectué pour éliminer les artefacts de tomographie, et obtenir les images les plus nettes possibles. Le volume est reconstruit en 3D pour poursuivre l'analyse. Les images peuvent encore être améliorées par des filtres avant d'être analysées. L'objet 3D est ensuite reconstruit par segmentation. Cette étape permet également de mettre en évidence les hétérogénéités telles que les porosités. Le logiciel de reconstruction permet de réaliser alors un comptage des différents éléments segmentés et de les quantifier.

2.1.4.2 Microscopie électronique

La microscopie électronique à balayage (MEB) est une technique d'imagerie qui repose sur les interactions électrons-matière. Un fin pinceau d'électrons balaye la surface ligne après ligne et la détection des signaux électroniques permet de reconstruire une image. Différents signaux électroniques peuvent être analysés afin d'obtenir des informations sur la topographie, la composition chimique et les caractéristiques cristallographiques d'un échantillon (figure 2.9(a)).

L'acquisition EBSD "*Electron Back-Scatter Diffraction*" permet une analyse approfondie de la microstructure. Elle permet la détermination des orientations cristallographiques locales par diffraction d'électrons rétrodiffusés ainsi que l'accès aux phases en présence et à la morphologie des grains. Lorsque les électrons frappent l'échantillon, il y a formation de cônes de diffraction. L'intersection de ces cônes avec l'écran de la caméra forme des bandes de Kikuchi. Les clichés de Kikuchi rassemblent la trace des plans diffractants (figure 2.9(b)). En pratique, pour optimiser le rendement de la rétrodiffusion, l'échantillon est incliné à 70° dans la chambre du microscope. L'indexation des clichés est ensuite nécessaire pour connaître l'orientation cristallographique correspondante. Elle se fait en général de manière automatique grâce aux algorithmes intégrés dans les logiciels d'acquisition. L'analyse point par point d'une surface permet la construction de cartographies d'orientation.

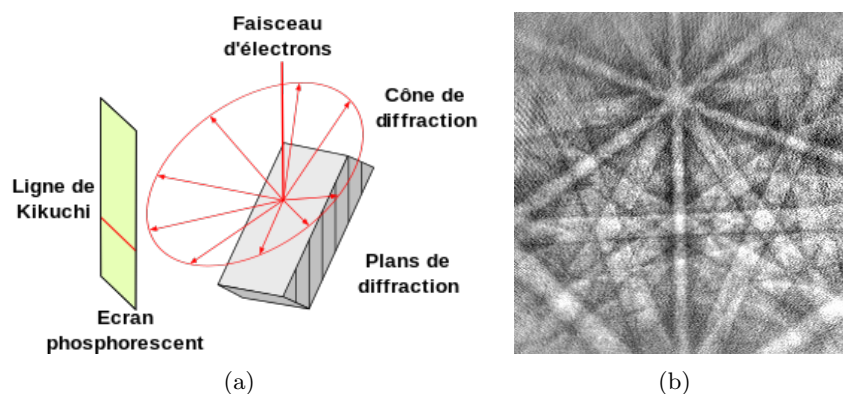


FIGURE 2.9 – Images (a) du principe de l'analyse EBSD et (b) de la formation des clichés de Kikuchi (source : fr.wikipedia.org/wiki/Diffraction_d%27%C3%A9lectrons_r%C3%A9trodiffus%C3%A9s).

Un grand nombre d'informations peuvent en être extraites telles que : une orientation cristallographique privilégiée, les désorientations entre les grains, la distribution des tailles de grain, etc. Pour l'analyse des microstructures obtenues par SLM, un microscope électronique à balayage Zeiss Evo

2.1. MATÉRIELS

HD15 est utilisé (figure 2.10a). Cet équipement dispose d'un filament tungstène LaB6 avec la technologie "HD" qui permet d'obtenir une résolution très fine même à faible kV. Un second MEB (figure 2.10b) est utilisé pour réaliser des cartes d'orientations cristallines EBSD. Le JEOL JEM 1400+ LaB6, équipé d'un filament tungstène, a une résolution en imagerie inférieure à celle du Zeiss Evo HD15 mais est bien adapté à l'analyse cristallographique de microstructures à gros grains. On utilise un pas de balayage de 1 μm à 1.5 μm . Le traitement des données a été réalisé en utilisant le logiciel commercial TSL OIM 6.1. Ce dernier est configuré de telle façon que la direction de laminage (DL) soit la direction verticale et la direction transverse (DT) soit la direction horizontale sur nos clichés.

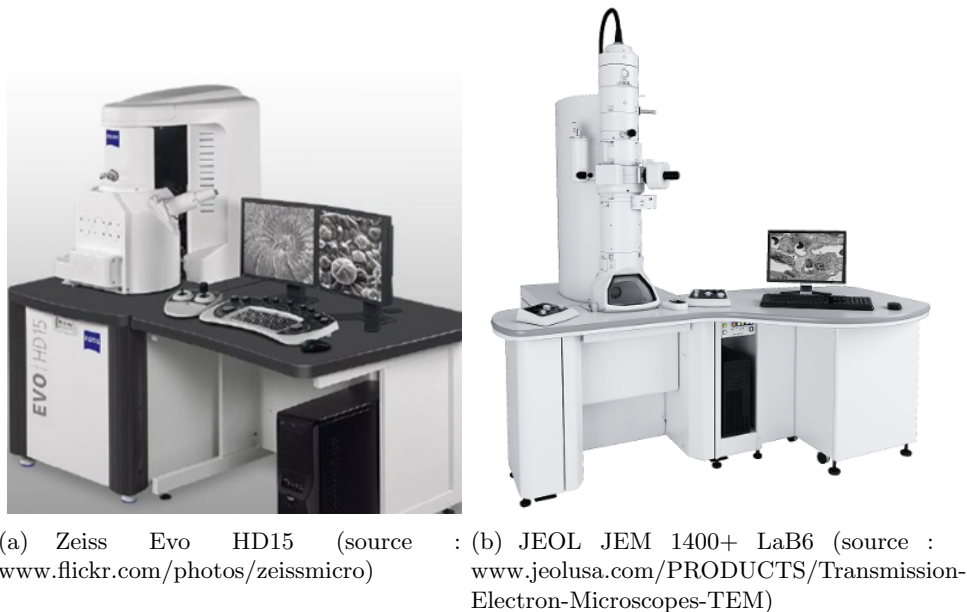


FIGURE 2.10 – Microscopes électroniques utilisées.

Avant d'effectuer une quelconque observation, les échantillons ont subi plusieurs étapes de préparation. Afin de réaliser des observations à coeur, ils sont dans un premier temps découpés avec une micro-tronçonneuse. Ils sont ensuite enrobés dans une résine à froid. Un polissage avec des papiers abrasifs de grade 800 à 4000 est suivi d'un polissage de finition sur drap avec une suspension à la silice colloïdale non-cristallisante boostée à l'eau oxygénée. Cette procédure permet d'obtenir un poli-miroir. Pour les observations MEB, les échantillons sont désenrobés. Les surfaces sont attaquées au réactif de Kroll (4% acide fluorhydrique HF, 6% acide nitrique HNO₃, 90% eau) pour révéler la microstructure et réaliser des cartes d'orientations cristallines EBSD.

2.1.5 Mesure de la température avec une caméra infrarouge

Une caméra infrarouge (ou caméra thermique) est une caméra qui enregistre les différents rayonnements infrarouges (ondes de chaleur) émis par un corps et qui varient en fonction de sa température. La technique de la thermographie apporte une contribution spécifique aux mesures de températures. C'est une technique à la fois instantanée, globale, discriminante et sans contact.

- Instantanée, puisque les mesures peuvent être faites à cadence élevée.
- Globale, puisque la caméra fournit une image thermique de l'ensemble de la scène thermique qu'elle observe. Un simple coup d'oeil sur l'image peut alors identifier un défaut très localisé dans un ensemble complexe.
- Discriminative, tant spatialement (résolution spatiale) que thermiquement (résolution thermique).
- Sans contact, la caméra observe sans contact (à distance) et passivement (elle reçoit le rayonnement).

La thermographie est une technique de mesure non intrusive. La caméra peut perturber l'image thermique lorsqu'elle est très proche de la scène observée (la température d'environnement n'est alors pas uniforme) ou lorsque la scène est de faible émissivité. Pour réaliser des mesures précises, il est impératif de modifier certaines propriétés de la situation de mesure pour réaliser des mesures (augmentation de l'émissivité, masquage de sources chaudes de l'environnement, etc.), ce qui limite l'aspect non intrusif de la technique.

Le champ de température à la surface de l'échantillon est mesuré avec une caméra infrarouge (FLIR SC7200) dont la plage spectrale est comprise entre $3.9 \mu\text{m}$ et $4.5 \mu\text{m}$. La fréquence d'acquisition et le temps d'ouverture de la caméra sont respectivement fixés à 5Hz et $1100 \mu\text{s}$.



FIGURE 2.11 – Caméra thermique FLIR SC7200.

2.2 Caractérisation des structures

Dans cette section, on s'est intéressé à l'analyse post-fabrication de barreaux élémentaires et de structures cellulaires afin d'identifier le domaine de fabricabilité. On s'est intéressé à la caractérisation du matériau constitutif des structures cellulaires, ainsi qu'aux aspects microstructuraux et mécaniques des barreaux/parois constituant les cellules élémentaires (CEs).

2.2.1 Domaine de fabricabilité des barreaux et parois

Une des principales raisons de l'utilisation limitée des structures cellulaires est l'incertitude quant à leur intégrité structurelle. Par conséquent, il est nécessaire d'établir le domaine dans lequel ces structures sont réalisables et de caractériser les membrures (c-à-d, barreaux ou parois) fonctionnelles des structures cellulaires en Ti6Al4V.

Les échantillons ont été fabriqués pour différentes dimensions et orientations, en cherchant à atteindre les limites du procédé SLM. Leur analyse a été réalisée à l'aide d'un microscope optique (MO) où les membrures ont été photographiées sous différents angles pour être ensuite évaluées.

Barreaux :

La première campagne expérimentale a été consacrée à la détermination du domaine de fabricabilité des barreaux, en fonction de leur diamètre (0.1 à 1 mm, par incréments de 0.1 mm), leur angle d'inclinaison ($0 - 50^\circ$, par incréments de 10° , et 90°) et leur longueur (1 - 5 mm (par incréments de 1 mm), 7.5 mm et 10 mm, voir les modèles de CAO sur la figure 2.12). Pour les angles d'inclinaison les plus faibles (0° et 10°), les barreaux étaient supportés à leurs deux extrémités.

Une partie des résultats d'analyses sont présentés dans le tableau 2.4 (Les tableaux regroupant tous les résultats sont présentés dans l'Annexe A).

2.2. CARACTÉRISATION DES STRUCTURES

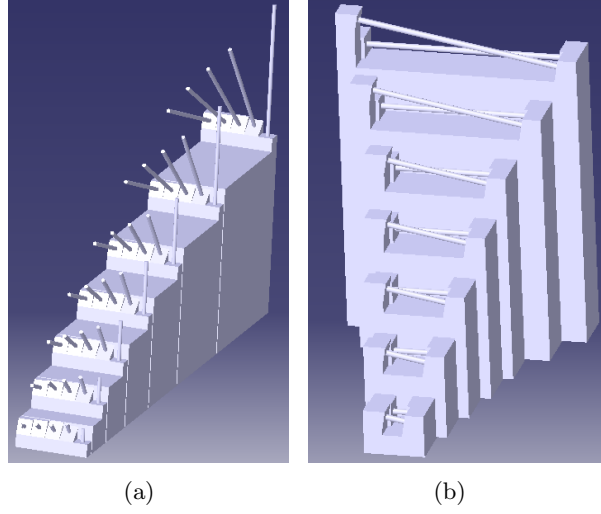


FIGURE 2.12 – Modèles CAO de (a) barreaux avec des angles d’inclinaison de 20° à 50° (par incréments de 10°) et de 90° , et (b) de barreaux supportés à leurs deux extrémités avec des angles d’inclinaison de 0° et de 10° .

Pour du Ti-6Al-4V, on a constaté que :

- Aucun barreau n’a été fabriqué pour $\Phi = 0.1$ mm et $\forall L_{\text{barreau}}, \theta$.
- A partir de $\Phi \geq 0.3$ mm et $\theta \geq 20^\circ$, toutes les configurations sont fabricables $\forall L_{\text{barreau}} \leq 10$ mm.
- Si le barreau est supporté à ses deux extrémités, ce dernier peut être fabriqué horizontalement pour $\Phi = 0.2$ mm et $L_{\text{barreau}} \leq 3$ mm.

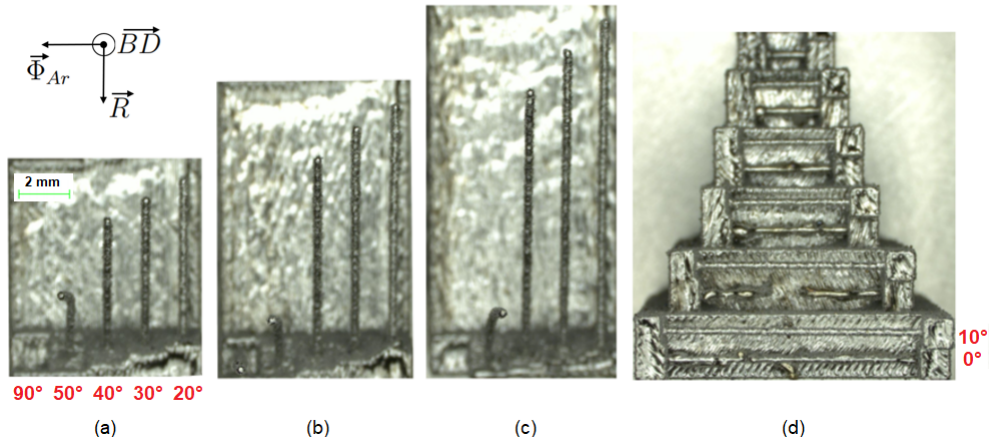


FIGURE 2.13 – Images microscopiques de fabrication de barreaux ($\phi = 0.2$) (a) $L = 5$ mm - $\theta = 20, 30, 40, 50, 90^\circ$, (b) $L = 7.5$ mm - $\theta = 20, 30, 40, 50, 90^\circ$, (c) $L = 10$ mm - $\theta = 20, 30, 40, 50, 90^\circ$ et (d) $L = 2, 3, 4, 5, 7.5, 10$ mm - $\theta = 0^\circ, 10^\circ$.

2.2. CARACTÉRISATION DES STRUCTURES

Matériau		Ti-6Al-4V							
$L_{\text{barreau}}(\text{mm})$		1	2	3	4	5	7.5	10	
Angle θ	0°	ϕ (mm)							
		0.1	DM	DM	DM	DM	DM	DM	DM
		0.2	FS	FS	FS	Dm	DM	DM	DM
		0.3	FS	FS	FS	FS	FS	FS	FS
		0.4	FS	FS	FS	FS	FS	FS	FS
		0.5	FS	FS	FS	FS	FS	FS	FS
	10°	ϕ (mm)							
		0.1	DM	DM	DM	DM	DM	DM	DM
		0.2	FS	FS	FS	FS	FS	FS	FS
		0.3	FS	FS	FS	FS	FS	FS	FS
		0.4	FS	FS	FS	FS	FS	FS	FS
		0.5	FS	FS	FS	FS	FS	FS	FS
	20°	ϕ (mm)							
		0.1	DM	DM	DM	DM	DM	DM	DM
		0.2	FS	FS	FS	FS	FS	FS	FS
		0.3	FS	FS	FS	FS	FS	FS	FS
		0.4	FS	FS	FS	FS	FS	FS	FS
		0.5	FS	FS	FS	FS	FS	FS	FS
	30°	ϕ (mm)							
		0.1	DM	DM	DM	DM	DM	DM	DM
		0.2	FS	FS	FS	FS	FS	FS	FS
		0.3	FS	FS	FS	FS	FS	FS	FS
		0.4	FS	FS	FS	FS	FS	FS	FS
		0.5	FS	FS	FS	FS	FS	FS	FS
	40°	ϕ (mm)							
		0.1	DM	DM	DM	DM	DM	DM	DM
		0.2	FS	FS	FS	FS	FS	FS	FS
		0.3	FS	FS	FS	FS	FS	FS	FS
		0.4	FS	FS	FS	FS	FS	FS	FS
		0.5	FS	FS	FS	FS	FS	FS	FS
	50°	ϕ (mm)							
		0.1	DM	DM	DM	DM	DM	DM	DM
		0.2	FS	FS	FS	FS	DM	DM	DM
		0.3	FS	FS	FS	FS	FS	FS	FS
		0.4	FS	FS	FS	FS	FS	FS	FS
		0.5	FS	FS	FS	FS	FS	FS	FS
	90°	ϕ (mm)							
		0.1	DM	DM	DM	DM	DM	DM	DM
		0.2	FS	FS	FS	FS	DM	Dm	DM
		0.3	FS	FS	FS	FS	FS	FS	FS
		0.4	FS	FS	FS	FS	FS	FS	FS
		0.5	FS	FS	FS	FS	FS	FS	FS

TABLE 2.4 – Fabricabilité des barreaux en Ti-6Al-4V. Indices : DM (défauts majeurs [rouge]), Dm (défauts mineur [jaune]) et FS (fabriqué avec succès [vert]).

Parois :

La deuxième campagne expérimentale visait à étudier la fabricabilité des parois. On peut envisager plusieurs topologies et inclinaisons possibles de parois mais suite à une étude numérique par éléments finis illustrée dans la sous-section 3.4.2 du chapitre 3, il s'est avéré que la CE T-Gyroid présente les meilleures résistances en fatigue pour des chargements cycliques multiaxiaux. Une illustration de la CAO de cette dernière est donnée à la figure 2.14.

Ici, nous avons choisi différentes épaisseurs de paroi de 0.2 mm à 0.7 mm, par incréments de 0.1 mm. La taille de la CE est maintenue constante et égale à $(5 \times 5 \times 5 \text{ mm}^3)$. Il a été observé que toutes ces CEs étaient fabriquées avec succès. Les résultats sur les barreaux suggèrent qu'il est toutefois possible, pour l'épaisseur la plus faible de 0.2 mm, que des défauts apparaissent lorsque la taille de la CE augmente.

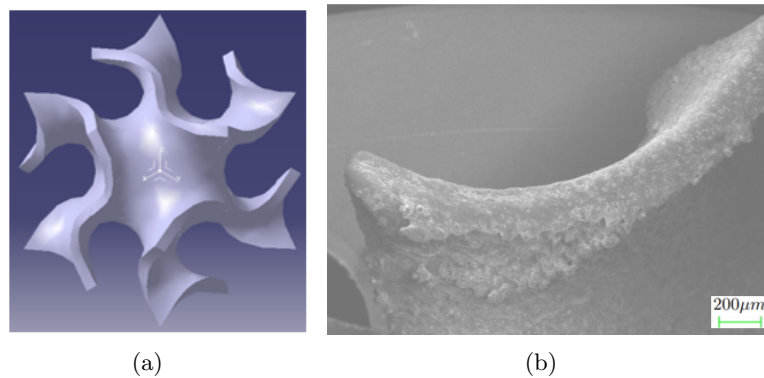


FIGURE 2.14 – (a) Dessin CAO de la structure à base de T-Gyroid utilisée pour étudier la fabricabilité des parois et (b) Image microscopique d'une paroi.

2.2.2 Ecart à la CAO des barreaux/parois fabriqués

Outre la rugosité de surface, la résistance en fatigue des structures cellulaires dépend fortement de la présence de défauts de fabrication et de l'écart géométrique par rapport à la géométrie nominale de la CAO. Les écarts à la CAO généralement observés avec le procédé SLM sont de l'ordre de $50 \mu\text{m}$ si cette valeur est généralement négligeable, ce n'est pas le cas ici, car les structures considérées dans cette étude sont constituées de membrures dont la dimension est proche de la taille du bain de fusion, soit de l'ordre de $300 \mu\text{m}$.

2.2. CARACTÉRISATION DES STRUCTURES

Pour mieux comprendre la fidélité générale des structures cellulaires fabriquées, ces dernières ont été inspectées à l'aide du MO, MEB et μ CT afin de fournir un aperçu quantitatif de leurs morphologies, d'observer le type de défauts de fabrication et de déterminer le pourcentage général de l'écart géométrique par rapport à la géométrie nominale CAO.

Comme on peut le voir sur la figure 2.15, le procédé SLM produit des sections et des épaisseurs irrégulières le long des membrures, ainsi que des différences d'état de surface entre les faces supérieures "*upskin*" et inférieures "*downskin*".

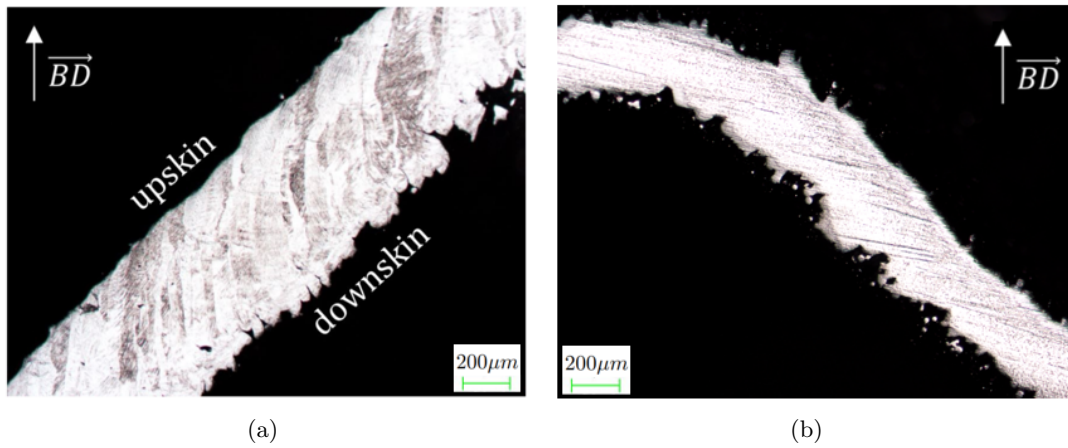


FIGURE 2.15 – Irrégularités de surface (a) d'un barreau et (b) d'une paroi.

Barreaux :

Une étude plus approfondie a été menée sur les barreaux pour lesquels une section transversale a été choisie au hasard pour chaque orientation, sachant que toutes les sections transversales d'un même barreau présentent relativement la même forme (figure 2.16). Pour l'inclinaison verticale, le flux thermique étant bien dissipé à travers le barreau, la forme circulaire de la section transversale est plutôt bien respectée, tandis que pour l'inclinaison horizontale, le flux thermique est accumulé sur la surface orienté vers le bas, ce qui peut faire fondre les poudres adjacentes et donc déformer la section.

La différence de taille entre les barreaux conçus et fabriqués produit une différence de densité de la structure et donc une différence de rigidité.

2.2. CARACTÉRISATION DES STRUCTURES

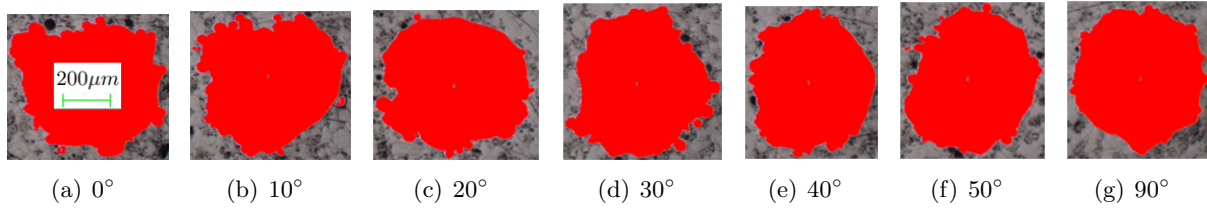


FIGURE 2.16 – Coupes transversales de barreaux de 0.5 mm de diamètre à la même échelle : effet de l'angle de fabrication.

Grâce à leur bonne résolution spatiale, les images tomographiques peuvent être utilisées pour analyser la géométrie des échantillons bruts de fabrication. Les barreaux constituant la CE Octet présentent des angles d'inclinaison de 0° , 35.26° et 45° . Quelques barreaux ont été analysés suivant le concept de «matière mécaniquement efficace» introduit par Suard *et al.* [199]. Pour cela, Deux profils de surface sont extraits d'une coupe longitudinale tous les 5° autour de l'axe du barreau, voir figure 2.17. Plus de détails sur cette méthode peuvent être trouvés dans [153, 199].

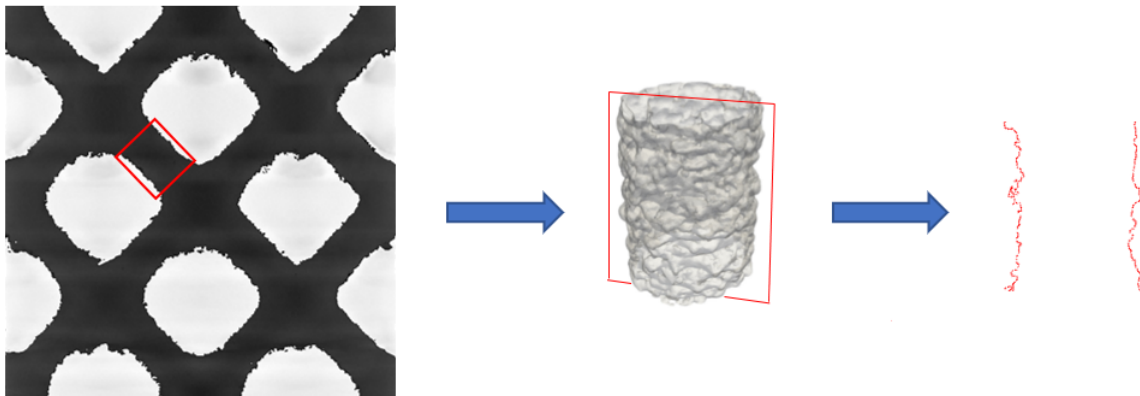


FIGURE 2.17 – Méthodologie utilisée pour estimer les rugosités de la surface de l'échantillon sur la base des balayages par tomographie à rayons X des diamètres inscrit et circonscrit mesurés le long de ces 36 coupes.

Les diamètres minimum et maximum le long du barreau à 35.26° sont présentés dans la figure 2.18 pour chacune des 36 sections longitudinales.

2.2. CARACTÉRISATION DES STRUCTURES

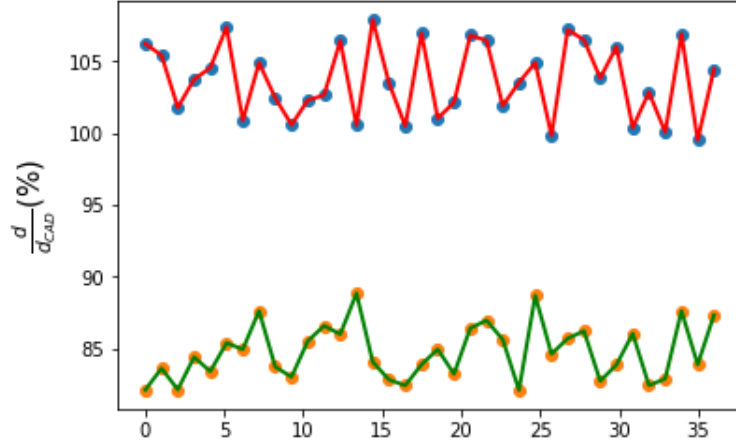


FIGURE 2.18 – Pics et vallées des diamètres d_{min} et d_{max} d'un barreau à 35.26° .

Les valeurs moyennes (c-à-d., $\bar{d}_{min} = \frac{1}{36} \sum_{i=1}^{36} (d_{min})_i$, $\bar{d}_{max} = \frac{1}{36} \sum_{i=1}^{36} (d_{max})_i$ et $\bar{d}_{mean} = \frac{1}{36} \sum_{i=1}^{36} (d_{mean})_i$ avec $d_{mean} = \frac{d_{max} + d_{min}}{2}$) sont rapportés dans le Tableau 2.5.

On peut observer que $\bar{d}_{max}$ est plus grand que le diamètre CAO, en raison de la présence de poudres collées. Comme prévu, la déviation est plus grande pour le barreau à 0° , ce qui est en accord avec la dissipation du flux thermique associé aux angles d'inclinaison faibles. Par contre, aucune tendance claire n'est observée sur $\bar{d}_{min}$. Il est minimal pour un angle de construction de 35.26° , avec une réduction du diamètre de 14%, ce qui correspond à un écart de 25% entre l'aire des sections réelle et CAO.

Ces valeurs ont été mesurées pour $d_{CAO} = 0.55\text{mm}$. Les écarts géométriques "absolus" devraient rester presque constants lorsque le diamètre du barreau est modifié, car ils sont liés à la fusion partielle de la poudre et sont ensuite déterminées par la densité d'énergie du laser qui est constante. En conséquence, les écarts géométriques "relatifs" devraient s'améliorer lorsque le diamètre du barreau augmente, comme le montre la figure 2.19. Les observations ont confirmé que la fusion partielle de poudre est limitée aux surfaces orientées vers le bas.

θ	$\frac{\bar{d}_{min}}{d_{CAO}}$	$\frac{\bar{d}_{mean}}{d_{CAO}}$	$\frac{\bar{d}_{max}}{d_{CAO}}$	$\frac{\bar{d}_{min}}{\bar{d}_{max}}$
0°	88%	99%	110%	80%
35.26°	86.3%	95.6%	104.8%	82.3%
45°	89.4%	97.1%	104.7%	85.4%

TABLE 2.5 – Diamètres de barreaux : effet de l'angle de fabrication θ pour un $d_{CAO} = 0.55\text{ mm}$.

2.2. CARACTÉRISATION DES STRUCTURES

Parois :

Les épaisseurs minimale t_{min} et maximale t_{max} le long des parois (voir tableau 2.6) sont calculées à partir des mesures effectuées sur des vues 2D de sections transversales de la CE T-Gyroid.

$\frac{t_{min}}{t_{CAO}}$	$\frac{t_{mean}}{t_{CAO}}$	$\frac{t_{max}}{t_{CAO}}$	$\frac{t_{min}}{t_{max}}$
79%	91%	103%	77%

TABLE 2.6 – Variation de l'épaisseur de parois pour un $t_{CAO} = 0.265$ mm.

2.2.3 Observations microstructurales

Les analyses métallographique de pièces en alliage de titane Ti-6Al-4V fabriquées par SLM sont nombreuses dans la littérature. Cette partie a pour objectif de vérifier la qualité des échantillons réalisés pour cette étude, et de les comparer avec les résultats obtenus dans la littérature en termes de microstructure, la différence principale étant les faibles dimensions des barreaux/parois.

La figure 2.19 montre la métallographie dans le plan XZ obtenue après attaque chimique. Des grains allongés dans la direction Z, direction de construction des pièces, sont observés. Ces grains sont identifiés comme des grains primaires β . Ils apparaissent suite à la fonte partielle des couches précédentes lors de la fusion de la couche en cours de fabrication et croissent selon l'axe Z. La largeur de ces grains est d'environ $80 - 150\mu\text{m}$.

En plus, une structure martensitique composée d'aiguilles α' est observée. Cette structure apparaît suite au refroidissement rapide de la matière après le passage du faisceau laser. Elle est conforme à ce qui est présenté dans la littérature pour des éprouvettes brutes [71].

Après le traitement CIC et à faible grossissement, (figure 2.21), les grains primaires β sont toujours visibles. En effet, la température de remise en solution de la phase β (1000°C environ) n'est pas atteinte lors du traitement. Les grains sont néanmoins plus difficiles à observer en raison de la nouvelle microstructure obtenue et des légères différences dans les attaques chimiques effectuées. Une microstructure lamellaire est observée. Toute la phase martensitique α' a été remise en solution et le refroidissement lent du traitement CIC a permis aux lamelles α de grossir et s'organiser en une structure de Widmanstätten [200] où l'épaisseur de lamelle est comprise entre 2 et $3\mu\text{m}$, voir figure 2.21(a).

2.2. CARACTÉRISATION DES STRUCTURES

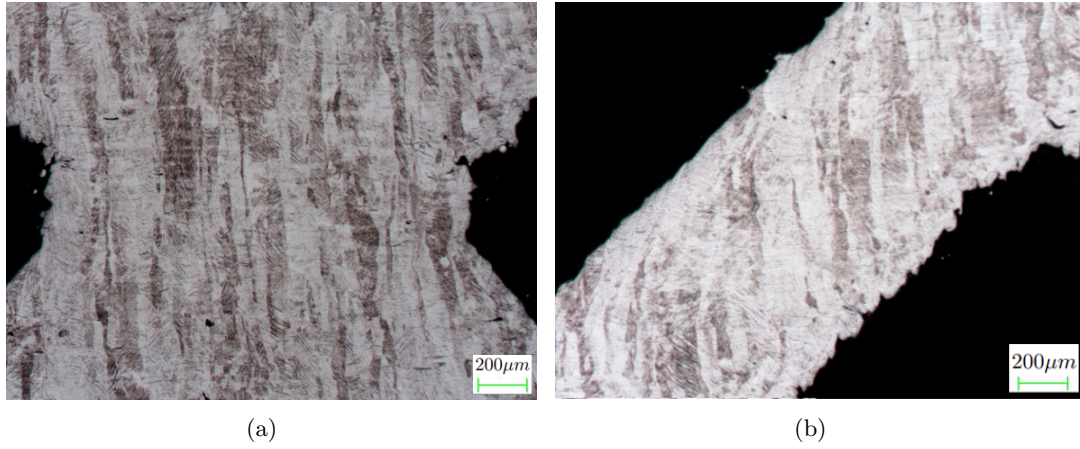


FIGURE 2.19 – Microstructures avant CIC (a) de la zone d’intersection de deux barreaux à 45° et à -45°, avec $d_{CAO} = 0.6$ mm et (b) d’un barreau à 45°, avec $d_{CAO} = 0.6$ mm. $\vec{BD}$ est verticale.

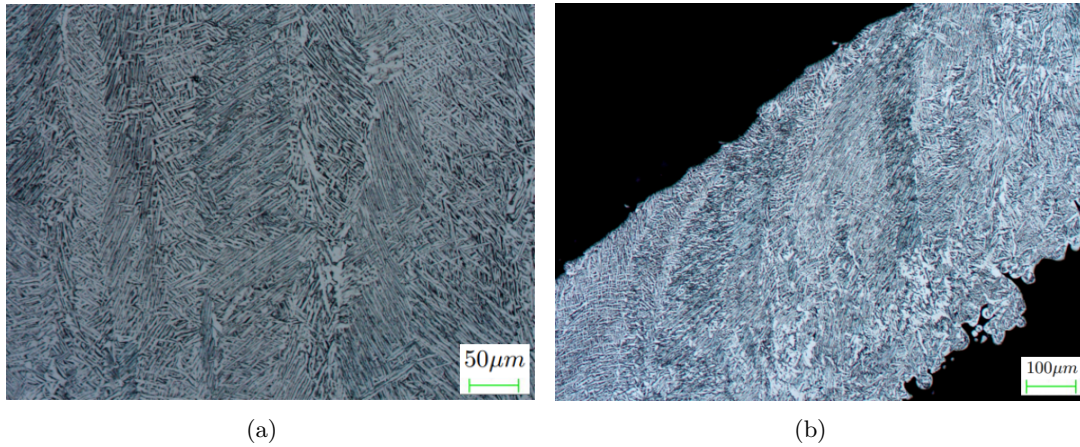


FIGURE 2.20 – Microstructures après CIC (a) de la zone d’intersection de deux barreaux à 45° et à -45°, avec $d_{CAO} = 0.55$ mm et (b) d’un barreau à 45°, avec $d_{CAO} = 0.55$ mm. $\vec{BD}$ est verticale.

La phase β n’est pas uniquement orientée dans le sens de la construction, mais également dans la direction du côté de la pièce (figure 2.21(b)). Ceci est dû au flux thermique qui est toujours orienté vers l’intérieur en raison de la stratégie utilisée pour fabriquer les contours.

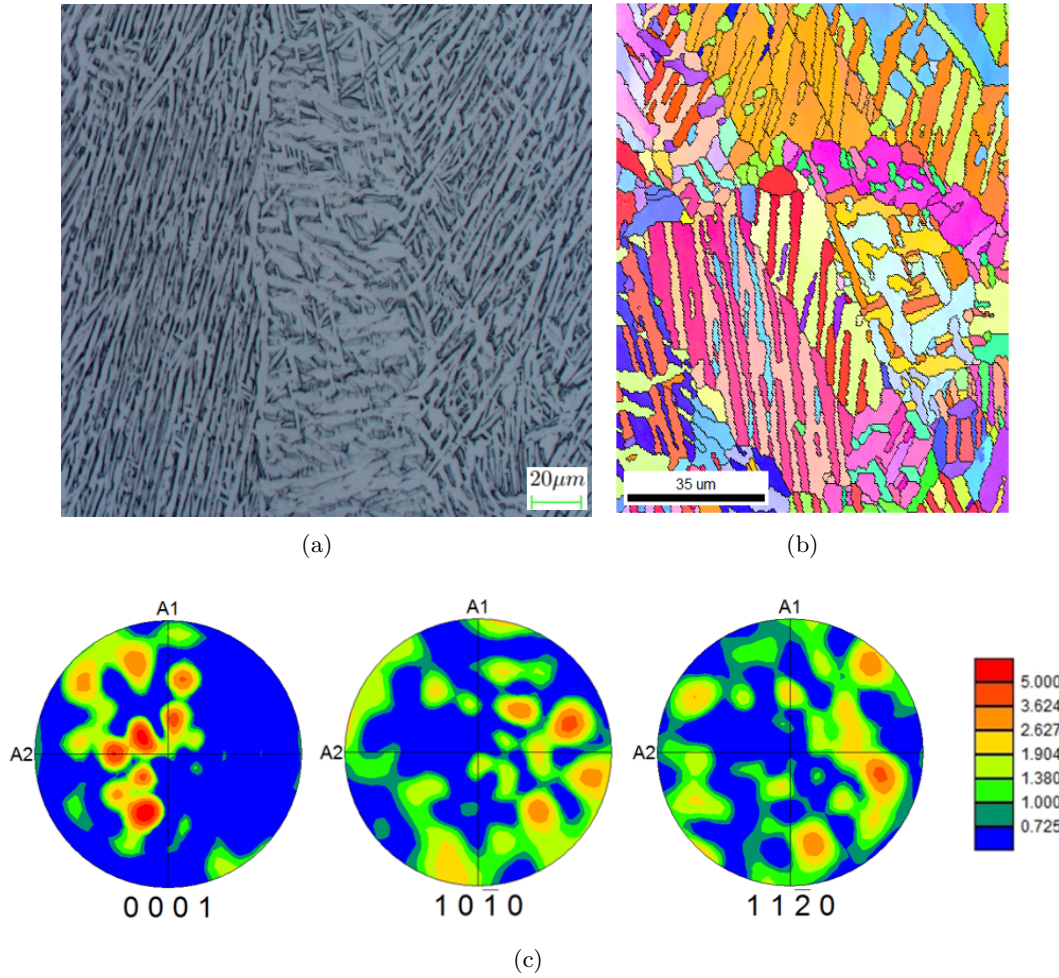


FIGURE 2.21 – Images (a) de lamelles, (b) d’une cartographie EBSD de la phase β reconstruite près de la surface et (c) de pôles de la phase β reconstruite. BD est verticale.

2.2.4 Mesure de la rugosité de surface

Lorsqu’on considère des géométries complexes de pièces fabriquées additivement telles que les structures cellulaires, les techniques d’usinage conventionnelles ne conviennent plus pour éliminer les défauts de surface hérités du processus SLM. Ces défauts entraînent des zones de concentration de contraintes, qui correspondent en fait à des sites d’amorçage privilégiés pour la fatigue à grand nombre de cycles (FGNC). Par suite, la quantification de cette grandeur mécanique est d’une grande importance pour mieux comprendre le scénario et identifier les mécanismes d’endommagement en fatigue.

2.2. CARACTÉRISATION DES STRUCTURES

Barreaux :

Cette rugosité est à deux échelles. Des poudres collées au bain de fusion créent une première rugosité (figure 2.22(a)). Lorsque le barreau est incliné, une structure en "pile d'assiettes" est également visible et crée une rugosité à plus grande échelle (figure 2.22(b)). Cette irrégularité provient d'un mauvais contrôle de la position et de la taille du bain de fusion. Ces défauts de surface sont généralement plus marqués dans les échantillons à faible angle d'inclinaison et peuvent parfois conduire à des défauts semblables à des entailles. Cette tendance est plus prononcée sur la surface inférieure, voir figure 2.22(c).

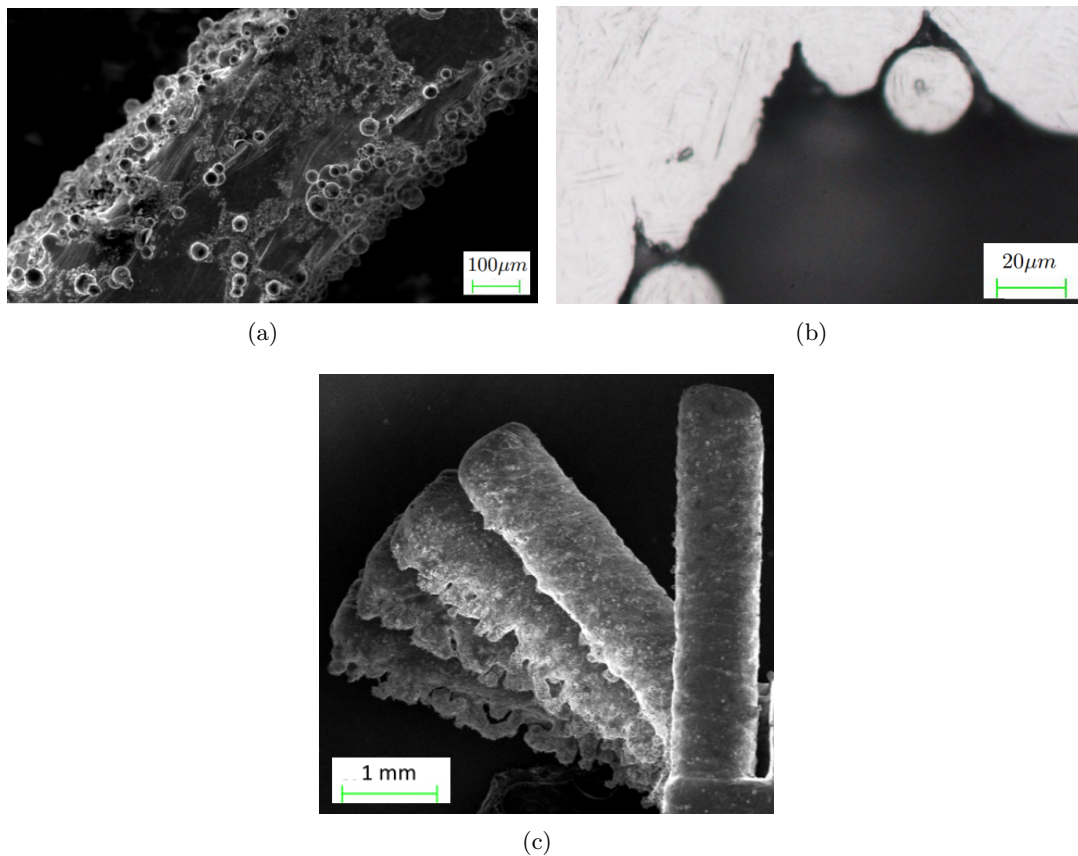


FIGURE 2.22 – Images MEB montrant (a) l'adhésion de particules, (b) les défauts en forme d'entaille (la direction de fabrication est horizontale) et (c) la variation de la rugosité de la surface du barreau en fonction de son angle d'inclinaison.

Les 72 profils obtenus précédemment pour l'analyse d'irrégularité des barreaux (voir sous-section 2.2.2), ont ensuite été utilisés pour calculer plusieurs mesures de rugosité :

2.2. CARACTÉRISATION DES STRUCTURES

- La rugosité arithmétique est calculée comme la moyenne des écarts absolus à la ligne moyenne, soit pour un profil de longueur l (R_a)

$$R_a = \frac{1}{l} \int_0^l |Z(x)| dx. \quad (2.2)$$

- La profondeur maximale par rapport à la ligne moyenne R_v

$$R_v = Z_{moy} - Z_{min}. \quad (2.3)$$

Les valeurs de rugosité calculées sont reportées dans les tableaux 2.7 et 2.8. Les 72 profils extraits de la μ CT (figure 2.17), ont été classés en 4 groupes regroupant les profils correspondant à la surface supérieure, inférieure et latérales du barreau (18 profils chacun). La rugosité moyenne (R_a) (resp. R_v) la plus faible est obtenue pour les échantillons à (45°), tandis que les échantillons horizontaux (0°) indiquent les valeurs les plus élevées mesurées sur la face inférieure. L'angle d'inclinaison a clairement un impact sur la rugosité de surface des barreaux et la surface inférieure du barreau est toujours largement la plus critique.

θ	0°	35.26°	45°
R_a de la surface supérieure	7 μm	10 μm	11 μm
R_a de la surface latérale gauche surface	22 μm	19 μm	19 μm
R_a de la surface latérale droite surface	21 μm	21 μm	19 μm
R_a de la surface inférieure	125 μm	100 μm	68 μm
R_a de la circonférence du barreau	43.75 μm	37.5 μm	29.25 μm

TABLE 2.7 – Variation de la rugosité de surface (R_a) avec l'angle de fabrication (θ) pour $d_{CAO} = 0.55$ mm et $L_{barreau} = 0.9$ mm.

θ	0°	35.26°	45°
R_v de la surface supérieure	13.3 μm	27.5 μm	27 μm
R_v de la surface latérale gauche surface	51 μm	49 μm	41 μm
R_v de la surface latérale droite surface	55 μm	47 μm	43 μm
R_v de la surface inférieure	200 μm	120 μm	84 μm
R_v de la circonférence du barreau	80 μm	61 μm	48.8 μm

TABLE 2.8 – Variation de la rugosité de surface (R_v) avec l'angle de fabrication (θ) pour $d_{CAO} = 0.55$ mm et $L_{barreau} = 0.9$ mm.

2.2. CARACTÉRISATION DES STRUCTURES

Parois :

Les valeurs de rugosité calculées à partir des images de sections 2D, sont reportées dans le tableau 2.9. Les observations indiquent que les valeurs les plus élevées sont mesurées sur la face inférieure.

R_a de la surface supérieure	10 μm
R_a de la surface inférieure	88.2 μm
R_v de la surface supérieure	24.8 μm
R_v de la surface inférieure	115.3 μm

TABLE 2.9 – Valeurs des rugosités de surfaces (R_a et R_v) pour $t_{CAO} = 0.265$ mm et $L_{parois} = 4$ mm.

2.2.5 Estimation de la porosité

Sous chargement, les porosités forment des zones de concentrations de contraintes qui peuvent avoir un effet significatif sur la résistance en fatigue. L'observation des porosités peut se faire dans un premier temps grâce aux observations métallurgiques. Elles permettent de voir les porosités en 2D.

Comme indiqué par la figure 2.23, il existe différentes morphologies de porosités qui peuvent être divisées en deux catégories : sphériques ou non-sphériques. Les pores sphériques (figure 2.23(a)) proviennent de gaz piégé dans la poudre initiale après le procédé d'atomisation à l'argon. Les pores non-sphériques (figure 2.23(b)) proviennent quant à eux d'une mauvaise fusion lors du procédé SLM. Ces derniers sont la plupart du temps plus gros que les pores de gaz.

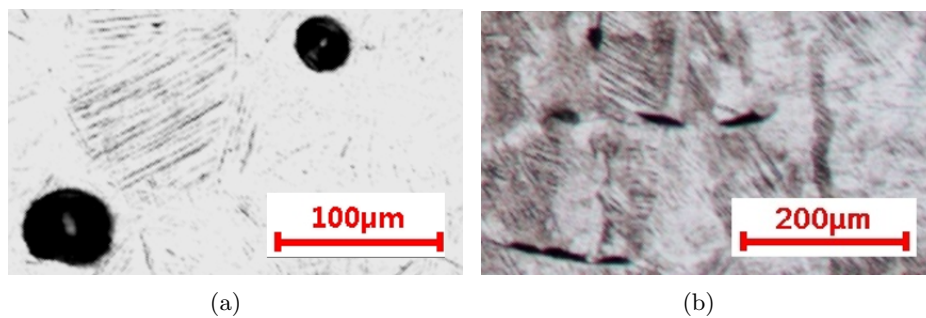


FIGURE 2.23 – Images microstructurales des types de porosités observés avant CIC (a) porosités sphériques (b) zones infondues.

Les porosités sont généralement situés sous la surface de la pièce (figure 2.25), cependant, des porosités débouchantes peuvent être identifiés à la surface (figure 2.24). Les plus grosses porosités

2.2. CARACTÉRISATION DES STRUCTURES

observées par cette méthode ont une longueur de $\sim 200\mu\text{m}$.

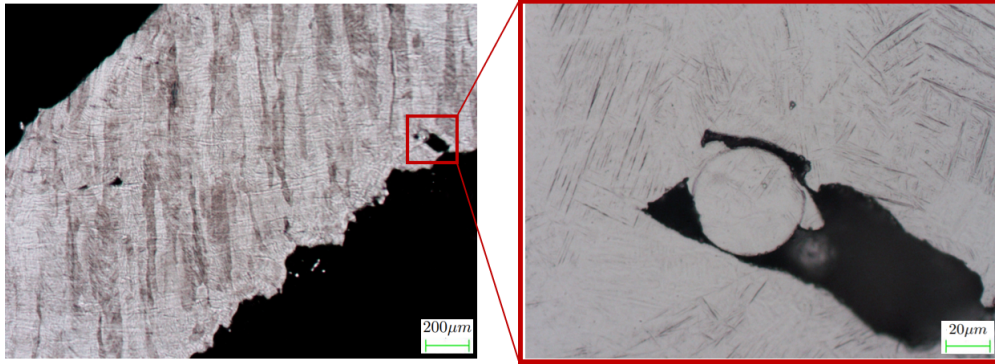


FIGURE 2.24 – Image microstructurale de porosités en surface d'un barreau à 45° .

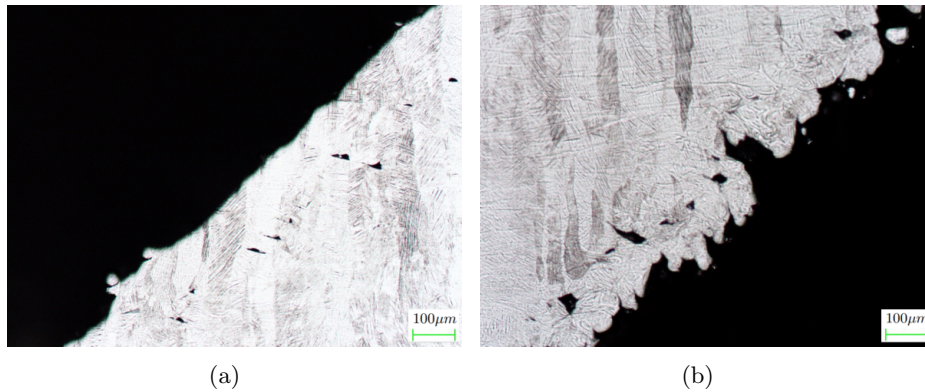


FIGURE 2.25 – Images microstructurales de porosités en sub-surface (a) supérieure et (b) inférieure d'un barreau à 45° .

L'optimisation du taux de porosité dans les pièces obtenues par ALM est souvent lié à l'optimisation des paramètres de fabrication. Cependant, cet aspect nécessite des recherches supplémentaires pour les structures cellulaires obtenues par ALM. Dans ce contexte, on s'est intéressé à étudier l'effet d'échelle sur l'évolution du taux de porosité dans des barreaux à 45° en Ti-6Al-4V obtenues par SLM.

Pour chaque valeur de d_{CAO} allant de 0.4 mm à 0.8 mm, dix barreaux ont été inspectés. Seuls les images de ceux qui présentent le taux de porosité le plus élevé (à gauche) et le plus faible (à droite) sont présentés dans la figure 2.27. L'analyse de ces images ont montré que beaucoup de porosités peuvent être observés à l'intérieur des barreaux de 0.8 mm (figures 2.27(i) et 2.27(j)). Cependant, plus le diamètre diminue, moins on observe de porosités (figure 2.27).

2.2. CARACTÉRISATION DES STRUCTURES

Ce taux de porosité décroissant pour les petits diamètres de barreaux peut être attribué à leurs longueurs de vecteur de balayage plus courts pendant le processus de fabrication, puisque la zone de balayage est plus petite. Par conséquent, les pistes adjacentes sont balayées plus rapidement l'une après l'autre, laissant peu de temps de refroidissement entre elles, et entraînant ainsi des températures plus élevées de la zone balayée. Par conséquent, de meilleures conditions de mouillage (*wetting* en anglais) sont présentes pour former des barreaux plus denses.

L'évolution de la moyenne du taux de porosité 2D, mesurée par micrographie, en fonction du d_{CAO} est illustrée dans la figure 2.26. Les barreaux de 0.4 mm ont une densité relative de 99.5 %, ce qui est beaucoup plus élevé que la densité relative des barreaux de 0.8 mm, qui vaut 90.7 %.

Il est important de noter qu'on n'a pas observé d'effet d'échelle sur la microstructure et la taille des grains, ainsi que sur les rugosités de surfaces.

Après traitement CIC, le nombre et la taille des porosités a fortement diminué. Ceci est confirmé par l'analyse en microtomographie où aucune porosité n'a été détectée sachant que les pores de volume inférieur à 8 voxels (cube de 2x2x2 voxels) ont été ignorés lors de l'analyse car de telles caractéristiques pourraient correspondre à du bruit dans les images reconstruites.

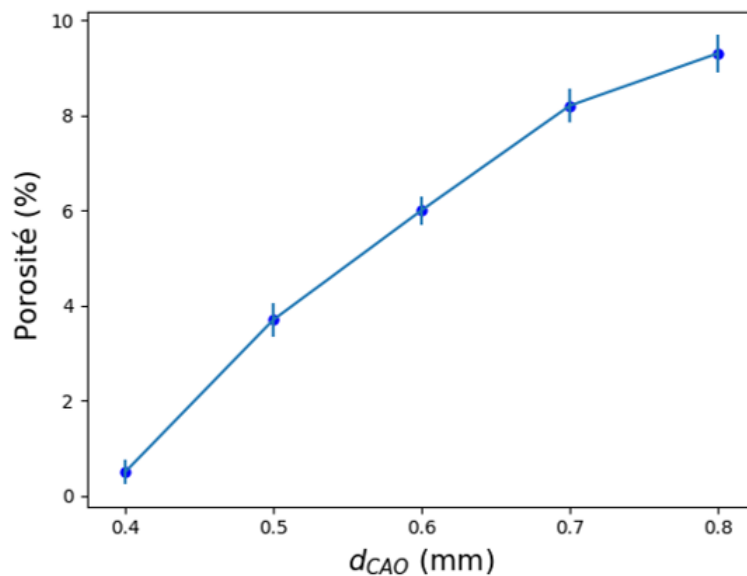


FIGURE 2.26 – Variation du taux de porosité dans les barreaux en fonction de leurs diamètres pour une longueur fixe $L_{barreau} = 2$ mm.

2.2. CARACTÉRISATION DES STRUCTURES

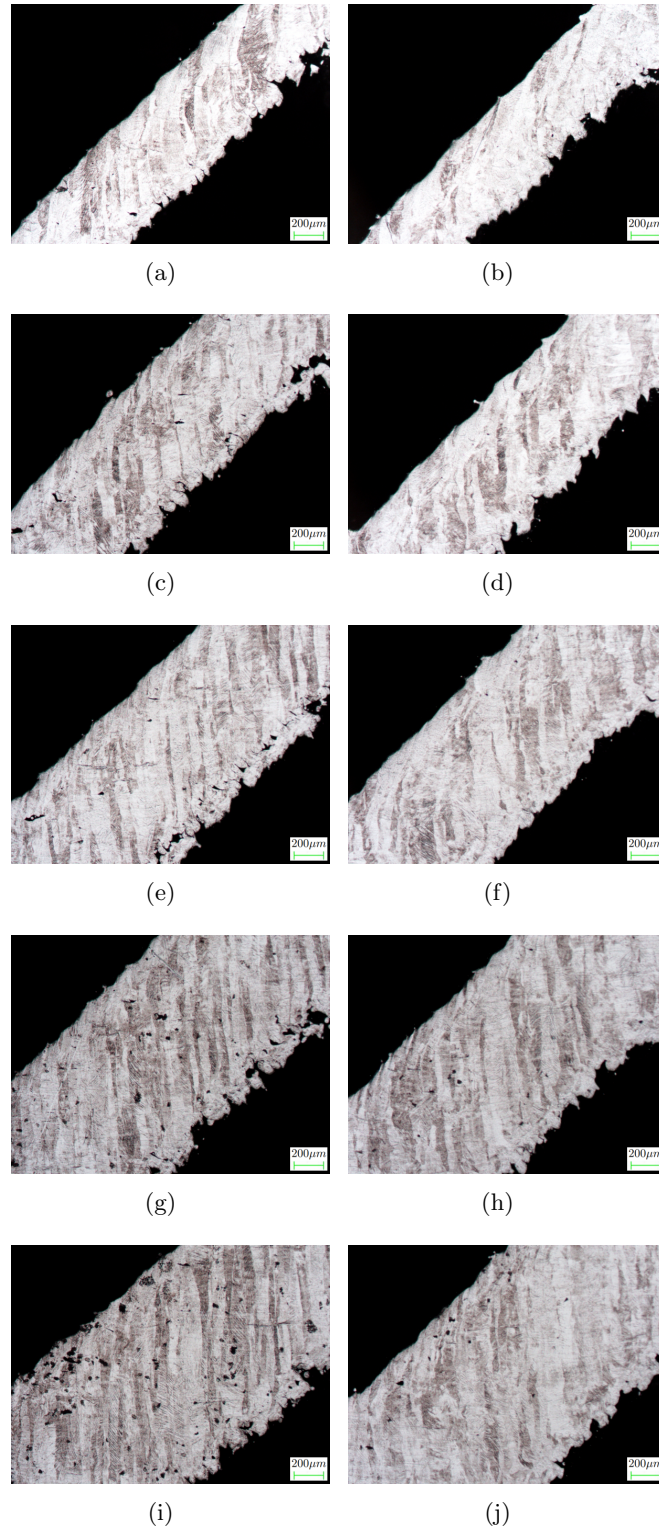


FIGURE 2.27 – Images microstructurales de barreaux à 45° avec différents diamètres (a, b) $d_{CAO} = 0.4$ mm, (c, d) $d_{CAO} = 0.5$ mm, (e, f) $d_{CAO} = 0.6$ mm, (g, h) $d_{CAO} = 0.7$ mm et (i, j) $d_{CAO} = 0.8$ mm.

2.3 Essais de fatigue à grand nombre de cycles

L'étude des propriétés en fatigue reste un critère principal dans le cahier des charges des industriels. Les résultats de ces essais sont corrélés avec les observations de microstructure et des faciès de rupture afin de mieux comprendre les propriétés obtenues et de proposer des mécanismes d'endommagement.

2.3.1 Conception et fabrication des éprouvettes

Ce travail vise à analyser et à comparer la résistance en fatigue des éprouvettes fabriquées avec deux types de CEs, à savoir T-Gyroid et Octet, pour une taille de cellule $L = 4$ mm et une densité relative théorique égale à 20 %, c.-à-d. $\bar{\rho} = 0.2$. En raison des écarts à la CAO, la densité réelle de la zone utile des éprouvettes fabriquées est plus faible. Les mesures par μ CT ont permis de la mesurer. Pour la CE Octet : elle vaut $\bar{\rho}_{expé} = 0.196$ ($L_{expé} = 4.075$ mm).

La CE T-Gyroid est composée de parois minces, comme indiqué dans la figure 2.14(a), tandis que la CE Octet est composée de barreaux joints entre eux par des rayons de raccords $R = \frac{\phi}{2}$, voir figure 2.28. La justification du choix de CEs, de la densité relative et des paramètres géométriques sont présentés dans la sous-section 3.4.5 du chapitre 3.

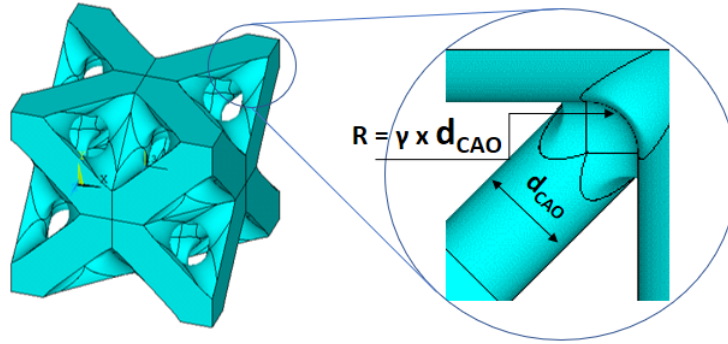


FIGURE 2.28 – Géométrie de CE Octet avec de rayons de raccords ($R = \gamma d_{CAO}$). $\gamma = \frac{1}{2}$.

Les éprouvettes ont été conçues en regroupant une région centrale prismatique contenant $4 \times 4 \times 4$ CEs (illustrée en noir dans la figure 2.29), à deux extrémités complètement denses (régions de préhension). Afin d'éviter des fractures indésirables aux interfaces entre la région centrale à densité constante et les régions d'extrémité complètement denses, ces régions ont été connectées via des régions de transition à gradient de densité (illustrées en bleu et en rouge dans la figure 2.29).

2.3. ESSAIS DE FATIGUE À GRAND NOMBRE DE CYCLES

Le nombre de CE dans la région centrale est d'une importance capitale. Suard *et al.* [199] n'ont pas observé d'effets de bords sur la réponse mécanique sous un chargement de compression quasi-statique pour un volume comportant au moins 5 cellules de côté.

Des simulations numériques dans la sous-section 3.4.5 du chapitre 3, ont montré qu'il y a peu d'effets de bords en fatigue lorsque la région centrale contient $4 \times 4 \times 4$ cellules.

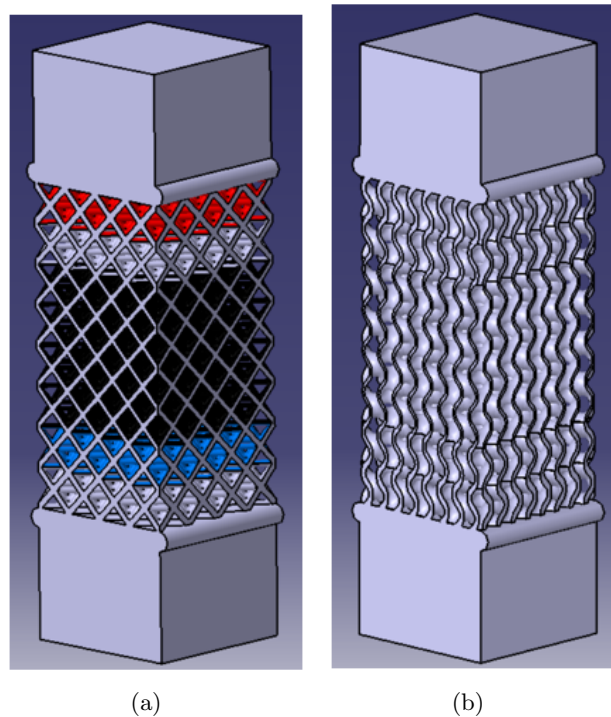


FIGURE 2.29 – Dessins CAO des éprouvettes (a) Octet et (b) T-Gyroid.

Les résultats de l'étude du domaine de fabricabilité du procédé SLM ont été utilisés pour déterminer l'orientation de fabrication des éprouvettes. Pour chaque type de CE, 8 éprouvettes de 58 mm de longueur et de $16 \times 16 \times 16 \text{ mm}^3$ de zone utile ont été produites verticalement (c.-à-d. que l'axe de traction est aligné sur la direction de fabrication) et leur surface a été laissée brute de fabrication.

Pour pouvoir monter les éprouvettes (figures 2.30 et 2.31) à la machine de fatigue, des pièces d'adaptation ont été conçues (figure 2.32(a)) en acier 35NCD16. Le montage est illustré par la figure 2.32(b). La conception finale des éprouvettes comportent un taraudage dans les régions d'extrémité (figure 2.30) pour pouvoir les assembler avec les pièces d'adaptation. Les bourrelets sont rajoutés pour protéger la partie cellulaire des éprouvettes lors des opérations d'usinage (i.e. ils représentent des

2.3. ESSAIS DE FATIGUE À GRAND NOMBRE DE CYCLES

endroits d'appui et de fixation).

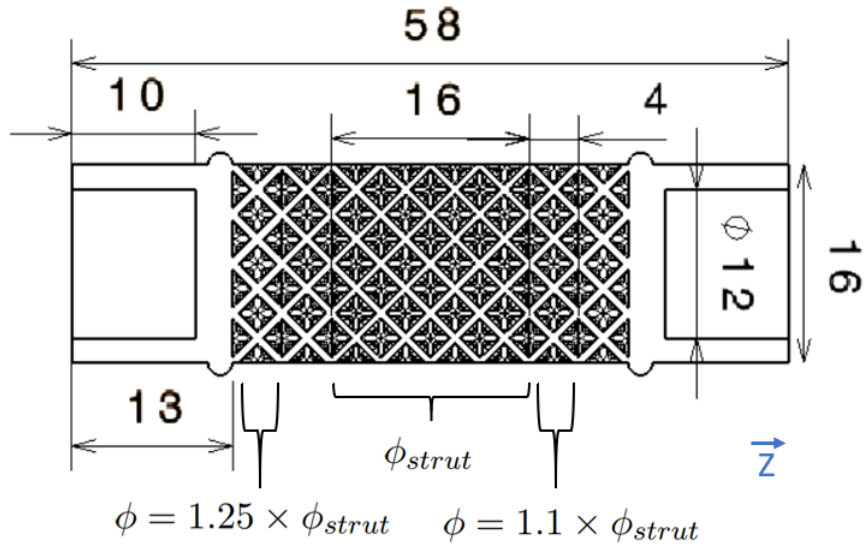


FIGURE 2.30 – Dimensions des éprouvettes en mm. Direction de fabrication : ($\vec{Z}$).

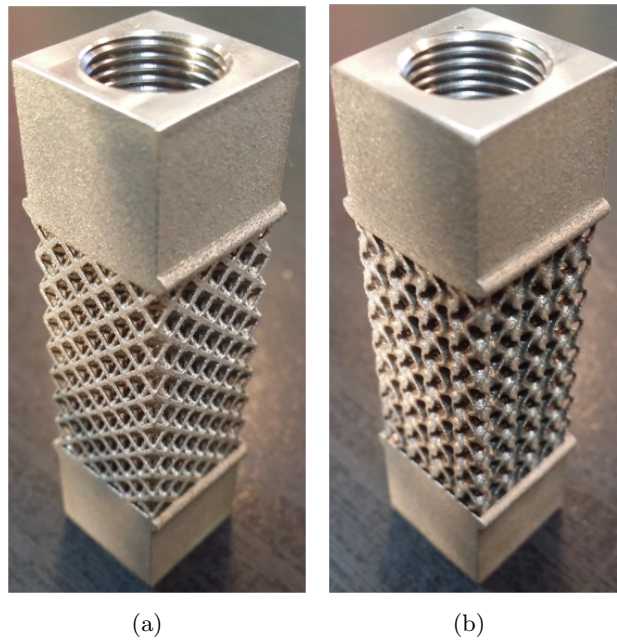
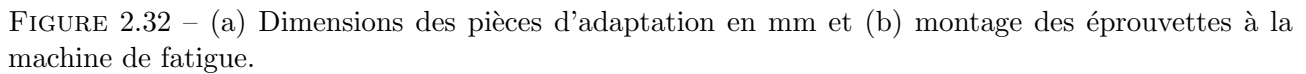


FIGURE 2.31 – Eprouvettes (a) Octet et (b) T-Gyroid.



Les essais de fatigue ont été effectués en traction alterné sur un banc de fatigue vertical de type Vibrophore (machine électromagnétique à résonance) à force imposée avec un capteur de charge $\pm 10\text{kN}$, en utilisant la méthode de l'escalier et avec un rapport de charge $R_\sigma = \frac{\sigma_{min}}{\sigma_{max}} = 0.1$ pour s'assurer que les membrures des structures cellulaires ne sont pas en compression lors des essais afin d'éviter des phénomènes de flambement locaux. La fréquence du cyclage mécanique est de 86 Hz pour les éprouvettes Octet et de 96 Hz pour les éprouvettes T-Gyroid.

Afin de négliger l'effet de l'émissivité de la surface sur la détermination de la température, l'échantillon est recouvert d'une fine couche de peinture noire mate. Le montage expérimental est illustré par la figure 2.33(b).

2.3. ESSAIS DE FATIGUE À GRAND NOMBRE DE CYCLES

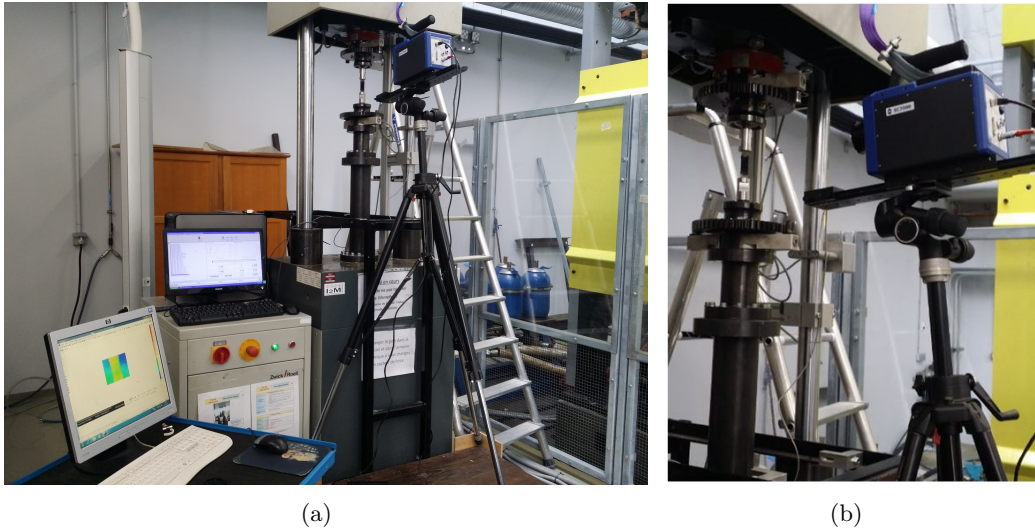


FIGURE 2.33 – (a) Montage expérimental et (b) Zoom sur le montage de la caméra infrarouge.

Les résultats des essais sont placés dans les tableaux 2.10 et 2.11, un essai avec rupture avant 10^6 cycles est noté "x", sinon il est noté "o". Les contraintes sont calculées en utilisant la section totale de l'échantillon ($16 \times 16 \text{ mm}^2$). Il faut donc tenir compte de la géométrie réelle de la structure pour les interpréter. La rupture a lieu dans la zone utile de nos éprouvettes.

Specimen N°	1	2	3	4	5	6	7	8
N_r (cycles)	10^6	10^6	340161	162397	10^6	10^6	203767	10^6
σ_{max} (MPa)	10	12	14	12	10	12	14	12
Rupture	o	o	x	x	o	o	x	o

TABLE 2.10 – Résultats des essais de fatigue des lattices Octet (contraintes macroscopiques).

Specimen N°	1	2	3	4	5	6	7	8
N_r (cycles)	10^6	720035	10^6	355643	10^6	10^6	538886	10^6
σ_{max} (MPa)	18	20	18	20	18	20	22	20
Rupture	o	x	o	x	o	o	x	o

TABLE 2.11 – Résultats des essais de fatigue des structures cellulaires T-Gyroid (contraintes macroscopiques).

Les résultats montrent que le comportement en fatigue des structures cellulaires dépend fortement de la topologie de la CE utilisée dans leur conception, où la résistance en fatigue des structures

2.3. ESSAIS DE FATIGUE À GRAND NOMBRE DE CYCLES

constituées de CEs T-Gyroid est (19.7 MPa) nettement supérieure à celles basées sur la CE Octet (12.3 MPa).

2.3.3 Observation des faciès de rupture

L'observation des faciès de rupture à différentes échelles (macroscopique et microscopique) est nécessaire pour caractériser les modes d'endommagement et imaginer le scénario de rupture des structures cellulaires. Il convient de noter que les modes de défaillance qui seront présentés, sont ceux des structures cellulaires Octet et T-Gyroid avec une densité relative constante (20 %). La modification du type, de la taille ou de la densité relative de la CE peut influencer les modes de défaillance.

La fractographie montre de multiples sites d'initiation qui apparaissent sur les faciès de rupture des éprouvettes (figures 2.35 et 2.36), rendant difficile voire impossible de déterminer le premier barreau/paroi qui se rompt. L'utilisation de la caméra infrarouge nous a permis de localiser pour certains échantillons la zone d'amorce, mais avec une précision spatiale insuffisante pour déterminer précisément le tout premier site d'initiation d'une fissure. Des amorces en surface ont été observés pour chacune des configurations de structures cellulaires où la rupture s'est produite sur un plan perpendiculaire à la direction de chargement en traction-traction.

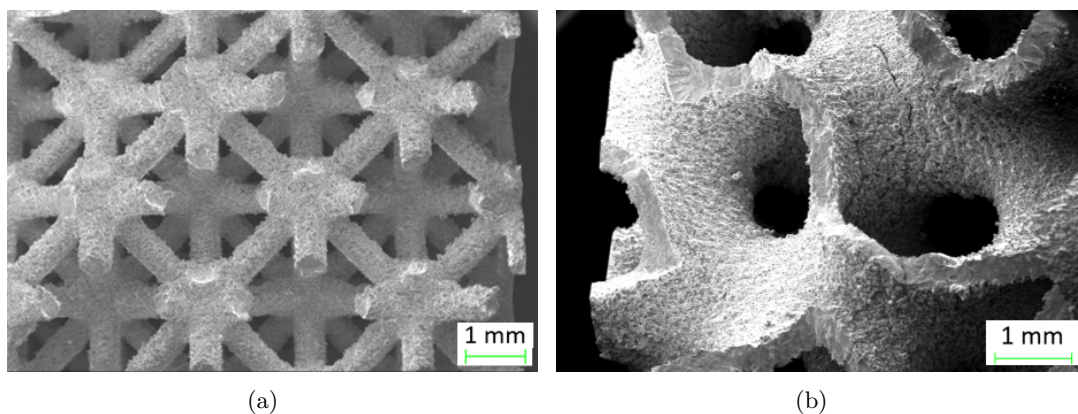


FIGURE 2.34 – Images MEB des surfaces de rupture en fatigue des structures cellulaires (a) Octet et (b) T-Gyroid.

La surface de rupture des barreaux constituant la CE octet présente généralement deux régions : la région caractérisée par un schéma d'écoulement (des marques de fatigue) et la région présentant des fossettes (*dimples* en anglais) dues à une rupture ductile. Le schéma d'écoulement montre l'initiation et

2.3. ESSAIS DE FATIGUE À GRAND NOMBRE DE CYCLES

la propagation des fissures, tandis que les fossettes révèlent la rupture finale ou la rupture instantanée (figure 2.35(a)).

La rupture peut être localiser près d'un noeud (figure 2.35(a)), au milieu d'un barreau (figure 2.35(b)) ou au niveau d'un noeud (figure 2.35(c)). La figure 2.35(b) montre que deux fissures se sont initiées aux deux coins inférieurs gauche et droite, puis elles se sont coalisées et ont propagé vers le haut jusqu'à la rupture finale du barreau. Il est important de noter que la fissure s'initie toujours de la rugosité de surface et se propage vers le centre du barreau (figures 2.35(c) et 2.35(d)).

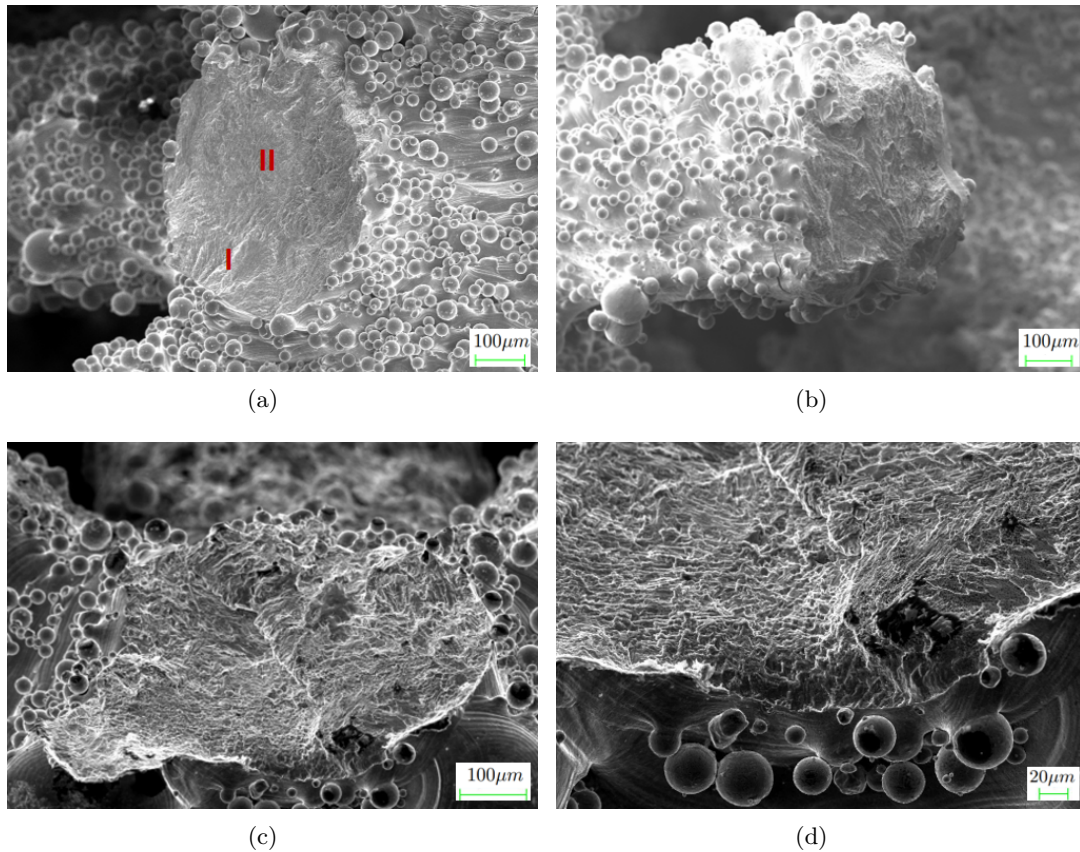


FIGURE 2.35 – Images MEB (a) des différentes étapes typiques de rupture des barreaux, (b) d'une rupture au milieu d'un barreau, (c) d'une rupture au noeud et (d) d'un grossissement plus élevé de la zone d'initiation de la fissure.

Les structures cellulaires T-Gyroid contiennent de nombreux sites d'initiation de fissures. Ces sites sont marqués en rouge (zone I) dans la figure 2.36, la couleur bleue représente les zones de propagation lente des fissures (zone II) et les zones de rupture finale rapide sont marquées en jaune (zone III). La

2.3. ESSAIS DE FATIGUE À GRAND NOMBRE DE CYCLES

zone de propagation des fissures occupe la majeure partie de la surface de rupture.

Le champs de contraintes multiaxiales et la continuité de surface de la structure cellulaire T-Gyroid, conduit à la bifurcation de fissure dans plusieurs endroits, voir figures 2.36(c) et 2.36(d). De plus, on a observé que plusieurs fissures se sont initiées et ont propagé pour se fusionner en une seule fissure. Par conséquent, la rupture était plus facile à se produire et la durée de vie en propagation est supposée être plus courte que celle de la structure lattice Octet qui présente généralement peu de sites d'initiation de fissures et que sa nature discontinue est plutôt bénéfique pour ralentir leurs propagation. Aussi, l'aspect de la région de propagation des fissures dans les barreaux/parois est similaire à ce qui a été décrit pour des pièces pleines en Ti-6Al-4V obtenues par SLM [12].

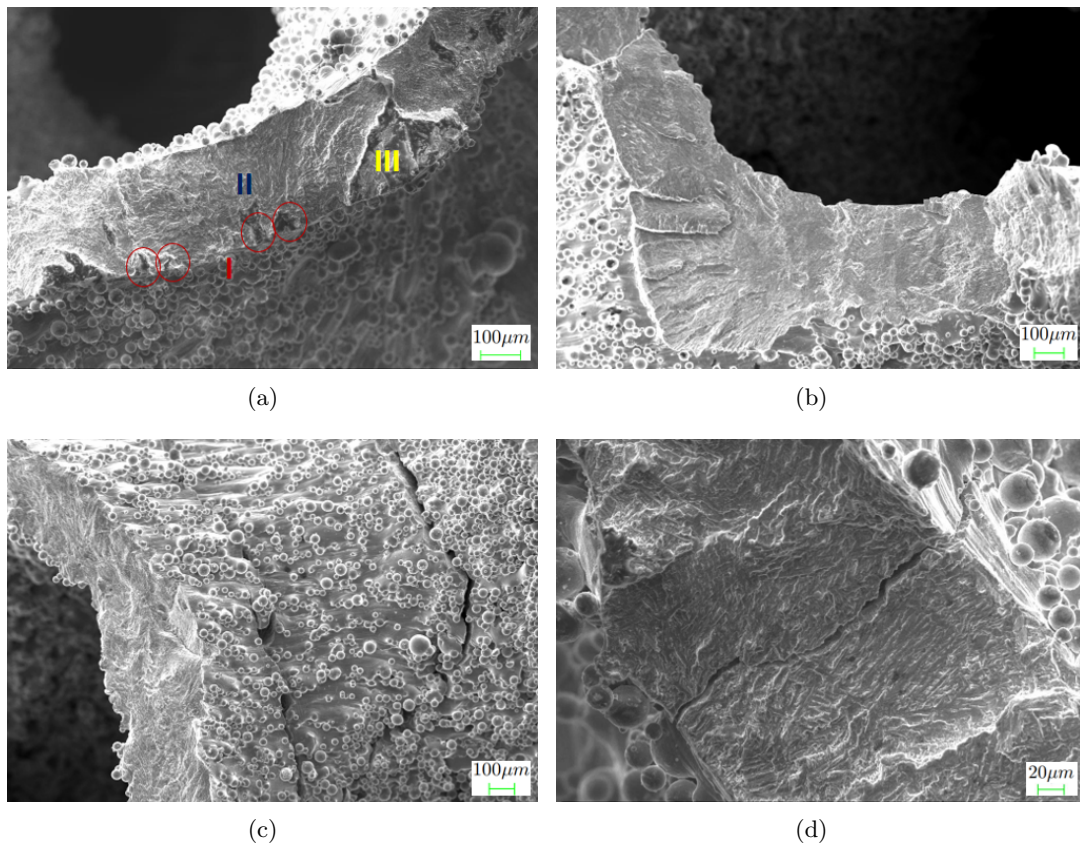


FIGURE 2.36 – Images MEB (a) des différentes étapes typiques de rupture des parois, (b) d'une rupture au bord, (c) de craquelures parallèles à la surface de rupture et (d) d'une bifurcation de la fissure.

2.3.4 Mécanismes d'endommagement

Le suivi de l'évolution de la chute de fréquence ou de la température durant l'essai de fatigue fournissent des informations pertinentes concernant les cinétiques d'endommagement en fatigue.

La durée de vie en fatigue peut être divisée en trois stades différents comme le montre la figure 2.37, qui présente l'évolution de la chute de fréquence en fonction du nombre de cycles (N) normalisé par le nombre de cycles à rupture (N_r).

- Le stade I correspond à la durée de l'initiation d'une fissure. Dans le cas général, la dérive de fréquence est choisie de telle sorte qu'une fissure apparaisse dans une éprouvette pleine usinée. Dans le cas d'une éprouvette pleine, brute de fabrication, il est difficile d'observer une fissure car elle est souvent voilée par la rugosité de surface. Cependant, c'est beaucoup plus difficile d'observer une fissure dans une structure cellulaire même après usinage chimique, car l'initiation de la fissure peut avoir lieu à l'intérieur de la structure.

Le critère d'arrêt pour des éprouvettes pleines en Ti-6Al-4V obtenues par SLM, est une chute de la fréquence de 1 Hz, qui correspond à une fissure de fatigue d'environ 3 mm de long [12]. Dans notre cas, le stade I est délimité par une dérive en fréquence de 0.5 Hz, qui correspond à l'apparition d'une fissure dont la surface projetée est égale à la section projetée d'un barreau à 45° dans une structure cellulaire octet.

Éprouvette (Ep)	Stade I	Nombre de cycles à rupture
Ep3 Octet	72 %	340161
Ep4 Octet	67 %	162397
Ep7 Octet	66 %	203767
Moyenne	68.3 %	-
Ep2 Gyroid	72 %	720035
Ep4 Gyroid	79 %	355643
Ep7 Gyroid	74 %	538886
Moyenne	75 %	-

TABLE 2.12 – Pourcentage de la durée de vie du stade I.

2.3. ESSAIS DE FATIGUE À GRAND NOMBRE DE CYCLES

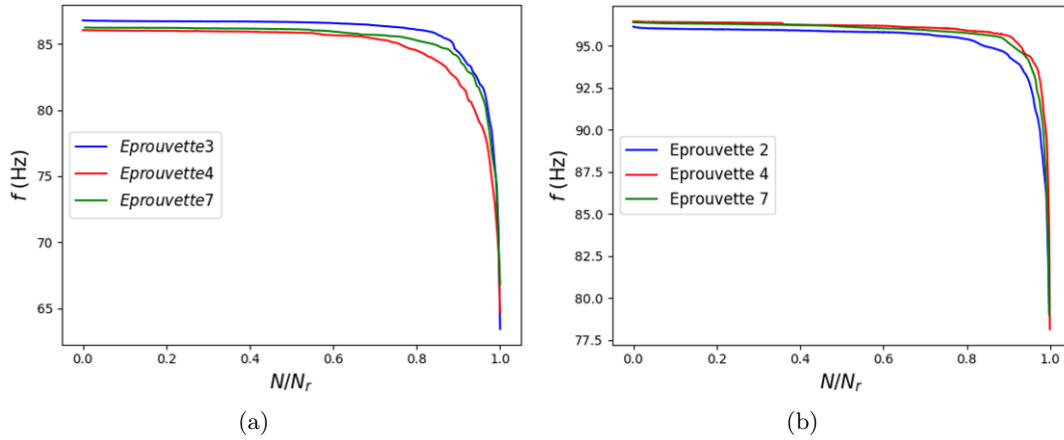


FIGURE 2.37 – Evolution de la fréquence en fonction du nombre de cycles normalisé par le nombre de cycles à rupture pour les structures cellulaires (a) Octet et (b) T-Gyroid.

- Les stades II et III correspondent à la durée de propagation des fissures. La chute très rapide de la fréquence en fin d'essai de fatigue souligne alors que la vitesse de l'endommagement est rapide (figure 2.37). Dans le stade II, une ou plusieurs fissures de fatigue s'initient et se propagent. Tandis que, dans le stade III, la vitesse de propagation des fissures augmente considérablement et, par conséquent, une rupture par fatigue se produit.

Les figures 2.38 et 2.39 montrent des séquences de défaillance typiques des structures lattices Octet et des structures cellulaires T-Gyroid, illustrées par des images prises avec la caméra infrarouge. L'analyse thermique qu'on fait ici, ne montre pas explicitement la rupture d'un barreau/parois, mais montre qu'il y a un champ thermique qui devient hétérogène. Il est possible de supposer que cet échauffement local est associé à un endommagement localisé. En se basant sur ces observations, on peut délimiter le stade III et par suite le stade II, puisqu'on a déjà délimiter le stade I (tableau 2.13).

2.3. ESSAIS DE FATIGUE À GRAND NOMBRE DE CYCLES

Eprouvette (Ep)	Stade I	Stade II	Stade III
Ep3 Octet	72 %	17 %	11 %
Ep4 Octet	67 %	23.5 %	9.5 %
Ep7 Octet	66 %	24 %	10 %
Moyenne	68.3 %	21.5 %	10.2 %
Ep2 Gyroid	72 %	20 %	8 %
Ep4 Gyroid	79 %	16.5 %	4.5 %
Ep7 Gyroid	74 %	20.5 %	5.5 %
Moyenne	75 %	19 %	6 %

TABLE 2.13 – Pourcentages des durées de vie des stades I, II, III.

D'après le tableau 2.13, il convient de mentionner que la nature discontinue de la structure lattice Octet est plutôt bénéfique pour ralentir la propagation des fissures en la comparant à la structure cellulaire T-Gyroid constituée de parois continues. En revanche, sa durée de vie d'initiation de fissures est plus courte.

La thermique indique que la propagation de dommage au sein des structures du fait d'une redistribution des contraintes à l'échelle locale se fait d'une façon perpendiculaire à la direction de chargement (figures 2.38 et 2.39).

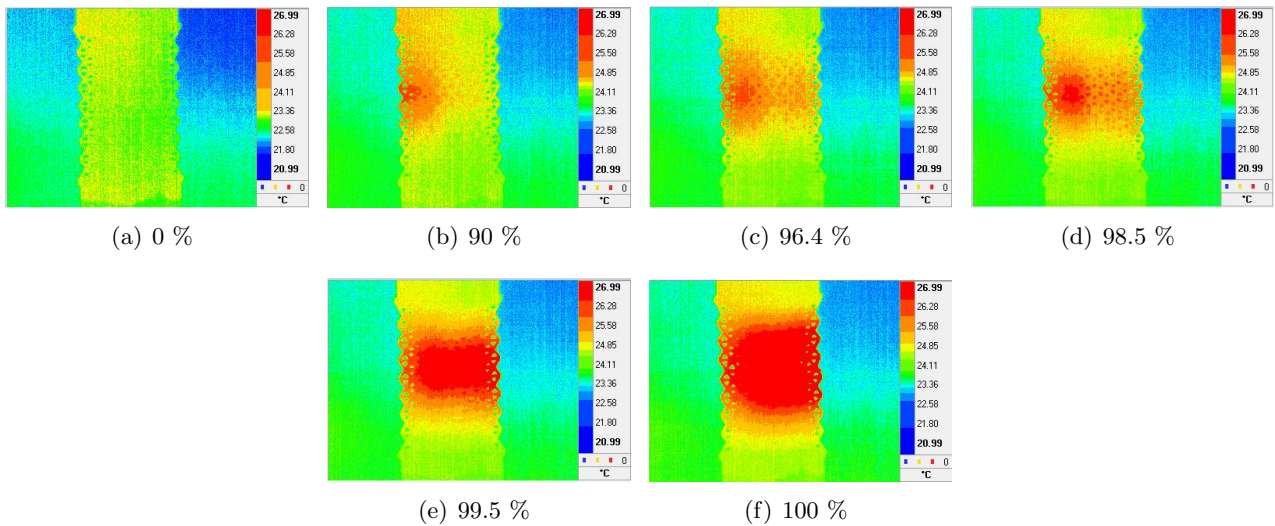


FIGURE 2.38 – Émission thermique pendant l'essai de fatigue de la structure cellulaire Octet (Ep7).

2.4. CONCLUSIONS

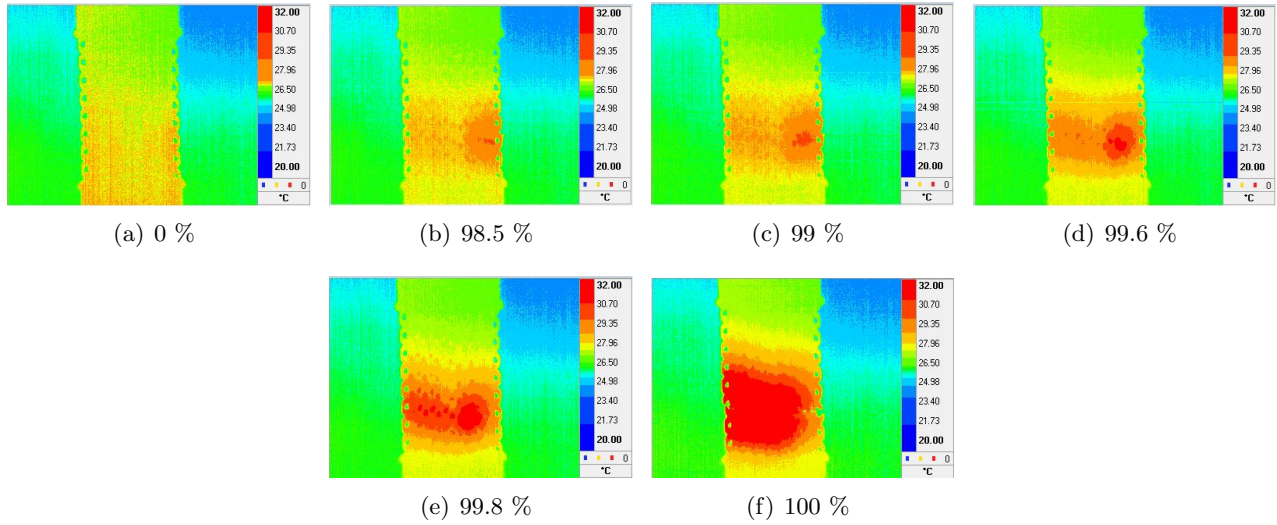


FIGURE 2.39 – Émission thermique pendant l’essai de fatigue de la structure cellulaire T-Gyroid (Ep7).

2.4 Conclusions

Le but de ce chapitre était de caractériser les structures cellulaires en Ti-6Al-4V fabriquées par SLM. La problématique a été divisée en différentes parties. Tout d’abord, une caractérisation microstructurale, morphologique et de fabricabilité a permis de comprendre les propriétés internes des membrures (barreau/paroi) constituant les CEs. Il a été montré que le matériau étudié possède une microstructure martinsitique α' avec une taille de grain moyenne relativement importante ($100\mu\text{m}$). Le traitement CIC a permis aux lamelles α de grossir et s’organiser en une structure de Widmanstätten où l’épaisseur de lamelle est comprise entre 2 et $3\mu\text{m}$. Les analyses EBSD montraient que la phase β n’est pas uniquement orientée dans le sens de la construction, mais également dans la direction du côté de la pièce.

Les défauts géométriques représentent un facteur influant sur la tenue en fatigue. Lors du dimensionnement en fatigue, il est nécessaire de prendre en compte cet effet. La stratégie adoptée consistait à scanner quelques éprouvettes par μCT . L’utilisation de la tomographie aux rayons X et de l’analyse d’images était cruciale pour caractériser pleinement la déviation géométrique par rapport à la géométrie nominale, la rugosité de surface et taux de porosité avant et après CIC.

La conception des éprouvettes avec un gradient de densité entre les extrémités solides et le milieu cellulaire présentée dans cette étude, a été utilisée avec succès pour effectuer des essais de fatigue en

2.4. CONCLUSIONS

traction-traction ($R_\sigma = 0.1$). L'analyse fractographique a montré que la plupart des sites de fracture étaient situés à proximité des noeuds, où se situent les contraintes locales de traction les plus élevées.

Le problème majeur étant de suivre la propagation de dommage. On a procédé par une analyse fréquentielle combinée à une analyse thermique afin de mieux comprendre les mécanismes d'endommagement.

Le chapitre suivant sera consacré à la présentation du modèle numérique développé ainsi que les résultats de simulation numérique des différents paramètres (topologie de la CE, densité relative et rugosité de surface) influant sur la réponse mécanique et la résistance en fatigue des structures cellulaires.

Chapitre 3

Simulation numérique de la réponse mécanique et du comportement en fatigue des structures cellulaires

Contenu

3.1	Matériau et géométries de cellules	139
3.2	Lois d'échelle	142
3.3	Stratégie numérique	142
3.3.1	Modèle EF des cellules élémentaires	143
3.3.2	Critère de fatigue polycyclique multiaxial	148
3.3.3	Théorie des valeurs extrêmes (TVE)	150
3.4	Résultats numériques	152
3.4.1	Réponse mécanique des CEs	153
3.4.2	Comportement en fatigue des CEs	156
3.4.3	Effet de la variation de la densité sur la réponse mécanique et la résistance en fatigue des CEs	161
3.4.4	Effet de la présence de noeuds sphériques et de rayons de raccordement sur la réponse mécanique et la résistance en fatigue des CEs	170
3.4.5	Effet de présence de bords libres	186
3.4.6	Effet de la rugosité de surface sur la résistance en fatigue des CEs	187
3.4.7	Comparaison avec les résultats expérimentaux	189
3.5	Conclusions	190

Les structures cellulaires présentent une combinaison unique de propriétés, notamment les rapports de rigidité / poids et résistance / poids. Les comportements macroscopiques d'élasticité et de fatigue de ces structures dépendent de plusieurs facteurs tels que la topologie de la cellule élémentaire (CE), les caractéristiques des matériaux et des processus de fabrication, ainsi que les conditions de chargement. En modifiant la topologie des cellules et la densité relative à l'échelle mésoscopique, on peut répondre aux exigences souhaitées au niveau macroscopique. Par exemple, et sans aucune ambition d'exhaustivité, les structures cellulaires sont des candidats attrayants pour une utilisation potentielle dans un large éventail d'applications, y compris les isolateurs de vibrations, les panneaux sandwich ultra-légers et les implants biomédicaux [102, 201, 202].

Au cours de la dernière décennie, les propriétés mécaniques des structures cellulaires fabriqués par ALM ont été largement étudiées [106, 203–219]. Il a été démontré que, grâce à une sélection pertinente de topologie de la CE et de sa densité relative, la structure cellulaire peut satisfaire un ensemble d'exigences structurelles, allant d'une haute compliance (pour les applications impliquant un amortissement considérable ou des capacités d'absorption d'énergie) à un rapport de rigidité / poids élevé (pour les structures légers). De plus, la plupart de ces études se sont concentrées sur des géométries 3D classiques, par ex. Diamant [220], Octet [221], Dodécaèdre rhombique [222] et T-Gyroid [13].

La plupart de ces études sont essentiellement basées sur des modèles analytiques simplifiés qui ne sont pas en mesure de décrire le champ de contrainte réel caractérisant les structures cellulaires. Dans ce contexte, la présente étude vise à proposer une technique générale d'homogénéisation numérique capable de saisir correctement le champ de contraintes 3D complexe apparaissant dans ce type de structures et, par conséquent, d'évaluer, avec un bon niveau de précision, le comportement élastique équivalent macroscopique de la structure cellulaire.

Dans le cadre de l'approche proposée, le lien entre les différentes échelles est assuré par la technique classique d'homogénéisation numérique basée sur l'énergie de déformation des milieux périodiques [223, 224]. Dans un premier temps, l'influence de la topologie de CE sur son comportement élastique global (à l'échelle macroscopique) est étudiée. Deuxièmement, l'effet de la densité relative et l'influence de la présence d'un rayon de raccordement et / ou d'un noeud sphérique reliant les branches de la CE sur le comportement élastique macroscopique est étudié.

En revanche, seules quelques études portant sur le comportement en fatigue des structures cellu-

lares qui visent à comprendre la relation entre les paramètres géométriques de la CE et sa résistance en fatigue sont disponibles dans la littérature [93, 110, 111, 113, 114, 116–124].

En général, la campagne de fatigue est un processus coûteux et long. De plus, comme mentionné ci-dessus, de nombreux facteurs l’affectent. Par conséquent, il est très utile de mettre en oeuvre des modèles numériques dédiés afin d’étudier l’influence de chaque facteur sur le comportement macroscopique de la structure cellulaire avant de fabriquer et de tester les échantillons. En conséquence, le but de ce travail est de fournir un aperçu plus approfondi de l’influence de la topologie de la CE et de sa densité relative sur la résistance de la structure en FGNC sous des chargements multiaxiaux.

De plus, des simulations numériques sur un modèle EF dédié de structures cellulaires sont effectuées en utilisant des surfaces rugueuses générées virtuellement et / ou par μ CT. Sur la base de statistiques de valeurs extrêmes de la contrainte équivalente de Crossland, une méthodologie est proposée pour prendre en compte l’effet de la rugosité de surface sur la résistance en FGNC des structures cellulaires. La fin de ce chapitre est consacrée à une comparaison entre les résultats numériques et expérimentaux comme première évaluation de la méthodologie proposée.

Le chapitre est organisé de la façon suivante : Le matériau et les géométries de CE analysées est présentée dans la section 3.1. Les lois d’échelle et la stratégie numérique générale utilisée pour étudier la résistance en FGNC de la CE ainsi que le critère de fatigue multiaxiale utilisé dans ce travail et les principes fondamentaux de la théorie des valeurs extrêmes (TVE) sont présentés dans les sections 3.2 et 3.3, respectivement. Les résultats numériques sont illustrés et discutés dans la section 3.4. Enfin, la section 3.5 termine le chapitre avec des conclusions.

3.1 Matériau et géométries de cellules

Ce travail vise à analyser et à comparer les propriétés mécaniques et la résistance en fatigue des trois grandes classes de structures cellulaires périodiques, illustrées par les figures 3.1 - 3.3. Le comportement du matériau de base (Ti-6Al-4V) des CE est supposé être isotrope et purement élastique avec les propriétés suivantes : $E_s = 110$ GPa et $\nu_s = 0.34$ [225].

3.1. MATÉRIAU ET GÉOMÉTRIES DE CELLULES

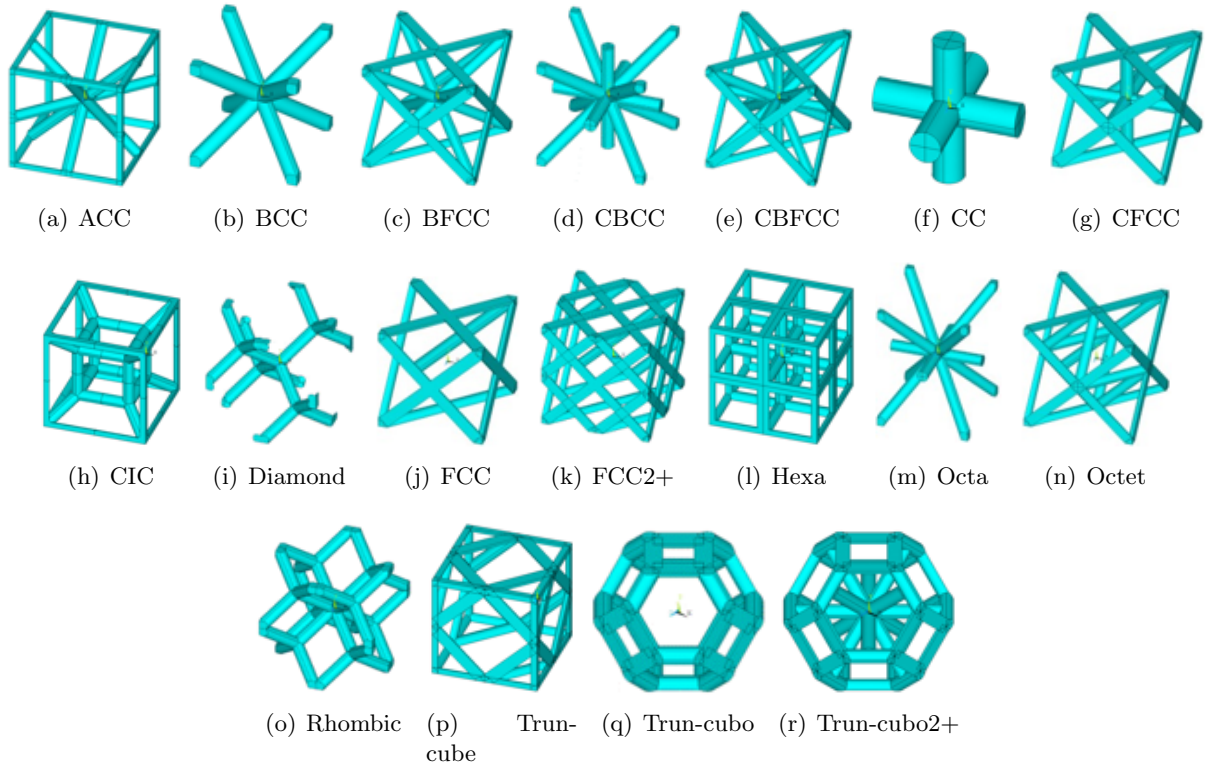


FIGURE 3.1 – CE Lattices.

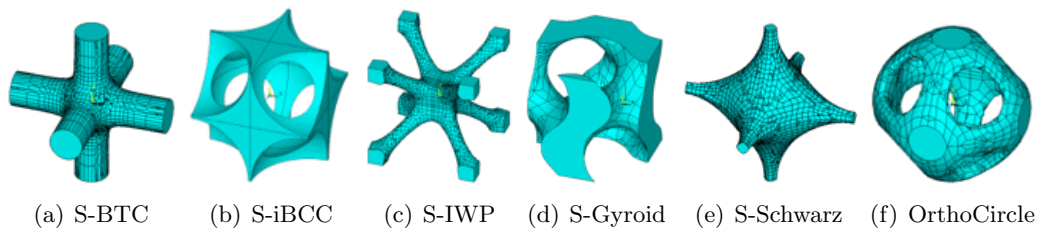


FIGURE 3.2 – CE TPMS squelettiques.

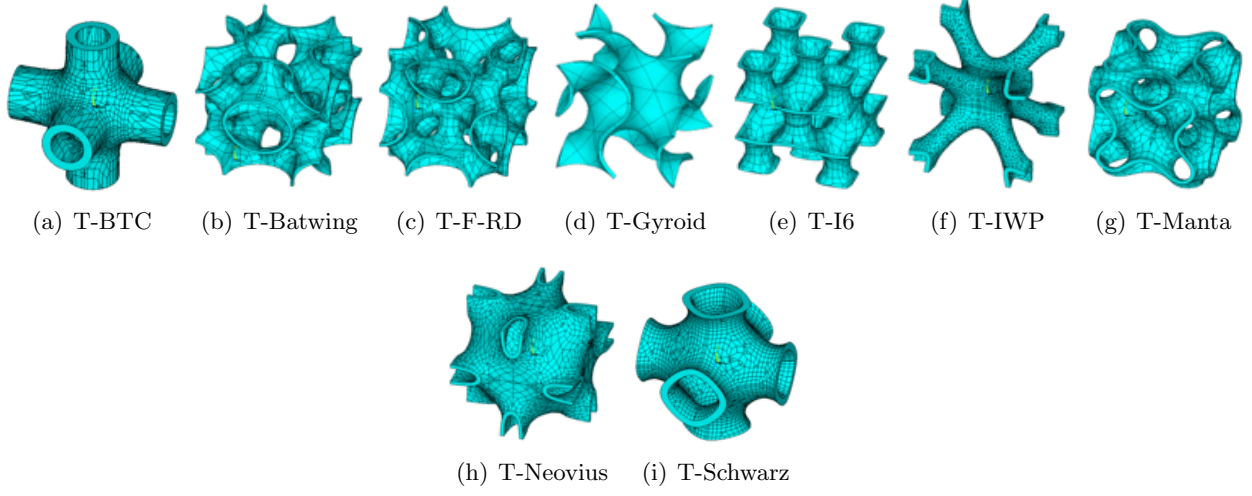


FIGURE 3.3 – CEs TPMS surfaciques.

Quelle que soit sa topologie, chaque CE est intégrée dans un parallélépipède dont le volume global est $V_{CE} = 8a_1a_2a_3$, comme illustré dans la figure 3.4.

Etant donné que notre objectif est d'identifier les CEs présentant une bonne résistance en fatigue sous chargement multiaxial, on a choisi de ne privilégier aucune direction, ni par la topologie ni par les dimensions. Nous considérerons alors $a_1 = a_2 = a_3 = a$. Chaque CE est caractérisée par ses propres paramètres géométriques. Par exemple, les topologies de CEs lattices peuvent être décrites en termes de leur taille a et de leur diamètre de barreaux d_{CAO} , tandis que les TPMS surfaciques, en plus de leur taille a , nécessitent l'insertion des valeurs constantes d'épaisseur de paroi e appliquées à leurs surfaces implicites, voir figure 3.4.

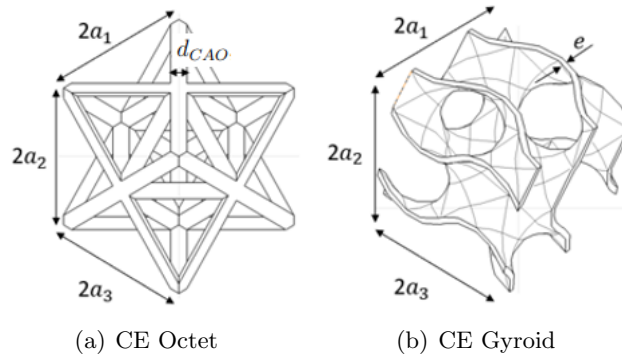


FIGURE 3.4 – Exemples de paramètres géométriques associés aux différentes topologies de CEs : diamètre de barreaux d_{CAO} et épaisseur de paroi e .

3.2 Lois d'échelle

Les propriétés mécaniques d'une structure cellulaire dépendent directement des dimensions et de la topologie de sa CE. La densité relative $\bar{\rho}$ est une caractéristique importante des structures cellulaires. Selon le modèle de Gibson-Ashby [203], le module de Young E , le module de cisaillement G et la limite d'élasticité σ_{pl} des structures cellulaires sont des fonctions polynomiales ou de puissances de la densité relative. Ces fonctions sont appelées "lois d'échelle". Le comportement mécanique d'une structure cellulaire est généralement anisotrope. Selon Simone et Gibson [226], il existe également une loi d'échelle pour les structures cellulaires anisotropes.

3.3 Stratégie numérique

L'organigramme de la stratégie numérique développée dans ce travail est illustré par la figure 3.5. L'objectif est de déterminer des résistances en fatigue, c.-à-d. des contraintes macroscopiques admissibles pour différents chargements proportionnels. La méthode combine (i) un critère de fatigue basé sur les valeurs locales des contraintes calculées dans la cellule élémentaire, et (ii) une procédure prenant en compte l'ensemble des valeurs locales pour estimer une valeur de résistance en fatigue macroscopique.

La résistance en fatigue est post-traitée en utilisant les champs de contraintes aux noeuds de chaque élément. Tout d'abord, la contrainte hydrostatique maximale et la contrainte de cisaillement octaédrique alternée sont calculées aux noeuds de la CE afin de déterminer un paramètre indicateur de fatigue (FIP) au sens du critère de Crossland. Ensuite, seuls les 5% des valeurs du FIP les plus élevées sont prises en compte et la valeur médiane de cette population est retenue en tant qu'une contrainte macroscopique définie par rapport à la section totale de la CE. Suivant cette méthodologie, on se retrouve avec un critère de fatigue non-local tenant compte des effets de gradients et d'échelles.

3.3. STRATÉGIE NUMÉRIQUE

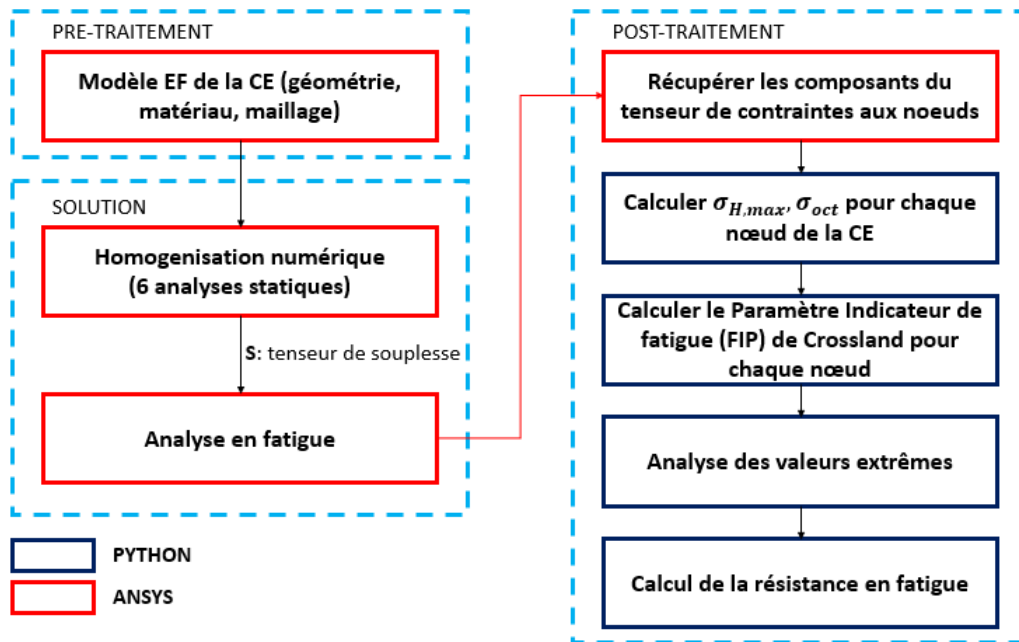


FIGURE 3.5 – Organigramme de la stratégie numérique.

Le modèle EF et les conditions aux limites correspondantes sont décrits dans la section 3.3.1, tandis que les principes de base du critère de Crossland et de la GEV sont décrits dans les deux sous-sections suivantes.

3.3.1 Modèle EF des cellules élémentaires

Le modèle EF a été créé à l'aide du code EF commercial ANSYS®. Ce modèle est généré via un script automatisé *ad-hoc* dans lequel le maillage a été correctement associé aux paramètres pertinents de chaque topologie de CE.

Chaque CE est modélisée par des éléments solides à 20 noeuds (SOLID186), avec trois DDL par noeud. Un modèle EF utilisant des éléments solides est nécessaire pour fournir une représentation réaliste de la géométrie de la CE et pour estimer avec précision la distribution du champ de contraintes 3D.

3.3.1.1 Technique et conditions aux limites pour l'analyse d'homogénéisation

À l'échelle mésoscopique, la CE de la structure cellulaire peut être interprétée, d'un point de vue mécanique, comme un milieu hétérogène composé de deux phases, à savoir le matériau de base et le

3.3. STRATÉGIE NUMÉRIQUE

vide. Inversement, à l'échelle macroscopique, elle peut être modélisée comme un matériau homogène équivalent anisotrope dont la réponse mécanique est décrite par un ensemble de propriétés *effectives* (ou équivalentes).

L'ensemble des propriétés effectives élastiques (PEE) de la CE peut être déterminé par une technique d'homogénéisation numérique appropriée. Bien que le matériau de base soit isotrope, son comportement macroscopique (c-à-d après homogénéisation) peut être anisotrope car les PEE dépendent de la topologie de la CE qui influe fortement sur le tenseur de rigidité du matériau homogène à l'échelle supérieure en introduisant quelques orientations préférentielles dans l'espace (en fonction de ses symétries).

Les propriétés effectives sont déterminées à l'aide d'un schéma d'homogénéisation basé sur l'énergie de déformation du milieu périodique [224]. Cette technique utilise l'unité répétitive de la structure périodique (c'est-à-dire, la CE) pour évaluer le comportement élastique résultant à l'échelle macroscopique. Cette technique repose essentiellement sur l'hypothèse que la CE de la structure cellulaire et le volume correspondant du solide homogène subissent la même déformation et présentent donc la même énergie de déformation.

Ce schéma d'homogénéisation s'est avéré être une procédure numérique efficace permettant de déterminer les propriétés équivalentes de différents matériaux hétérogènes caractérisés par des topologies de CE complexes. Cette technique a déjà été utilisée dans d'autres travaux [163, 164, 167, 223].

Afin d'évaluer la réponse élastique de la CE à l'échelle macroscopique, deux hypothèses principales ont été considérées :

- le comportement du matériau solide est linéaire élastique,
- le flambement des barreaux/parois de la CE est ignoré.

De toute évidence, afin de calculer les PEE de la CE, des conditions aux limites appropriées doivent être prises en compte et une procédure de post-traitement adéquate doit être effectuée sur le champ de contraintes complexe résultant de l'application de ces conditions limites.

La CE est soumise à un champ de déformation moyen ε_{ij}^0 , avec $i, j = 1, 2, 3$ (notation tenseur). Les six composantes indépendantes du tenseur de déformation moyen sont appliquées en considérant

3.3. STRATÉGIE NUMÉRIQUE

un ensemble de conditions aux limites périodiques sur la CE [224] :

$$\begin{cases} u_i(a_1, x_2, x_3) - u_i(-a_1, x_2, x_3) = 2a_1\varepsilon_{i1}^0; & (-a_2 \leq x_2 \leq a_2, -a_3 \leq x_3 \leq a_3), \\ u_i(x_1, a_2, x_3) - u_i(x_1, -a_2, x_3) = 2a_2\varepsilon_{i2}^0; & (-a_1 \leq x_1 \leq a_1, -a_3 \leq x_3 \leq a_3), \\ u_i(x_1, x_2, a_3) - u_i(x_1, x_2, -a_3) = 2a_3\varepsilon_{i3}^0; & (-a_1 \leq x_1 \leq a_1, -a_2 \leq x_2 \leq a_2), \end{cases} \quad (3.1)$$

où $i = 1, 2, 3$.

Ces conditions limites périodiques entraînent un champ de contraintes complexe à l'intérieur de la CE. Les déformations moyennes appliquées répondent toujours à la condition suivante :

$$\bar{\varepsilon}_{ij} = \frac{1}{V_{\text{CE}}} \int_{V_{\text{EFF}}} \varepsilon_{ij} dV = \varepsilon_{ij}^0; \quad i, j = 1, 2, 3. \quad (3.2)$$

Dans l'équation précédente, V_{EFF} est le volume effectif de la CE qui est différent du volume total de la CE, V_{CE} , en raison de la présence de vides. La loi de comportement du matériau homogène équivalent (à l'échelle macroscopique) peut être obtenue sous la forme (notation de Voigt) :

$$\bar{\sigma}_\alpha = C_{\alpha\beta} \bar{\varepsilon}_\beta; \quad \alpha, \beta = 1, \dots, 6. \quad (3.3)$$

Dans l'équation précédente, la convention de sommation d'Einstein sur les index répétés est supposée tacitement. Les composantes du tenseur de rigidité $C_{\alpha\beta}$ sont ensuite déterminées en résolvant six analyses statiques sur la CE et en imposant les conditions limites périodiques précédentes, où une seule composante différente de zéro est calculée pour chacun des six problèmes.

Pour chaque analyse statique, la valeur moyenne sur le volume de chaque composante du champ de contraintes $\bar{\sigma}_\alpha$ peut être facilement calculée et la matrice de rigidité du matériau homogène équivalent peut être calculée une colonne à la fois par :

$$C_{\alpha\beta} = \frac{1}{V_{\text{CE}}\varepsilon_\beta^0} \int_{V_{\text{EFF}}} \sigma_\alpha(x_1, x_2, x_3) dV; \quad \varepsilon_\gamma^0 = 0, \quad \gamma = 1, \dots, 6, \quad \gamma \neq \beta. \quad (3.4)$$

Les modules d'ingénieur du milieu homogène anisotrope équivalent peuvent être calculés à partir des composantes du tenseur de souplesse $\mathbf{S}$:

$$\mathbf{S} = \mathbf{C}^{-1}. \quad (3.5)$$

Une étude de convergence du maillage a été menée afin de vérifier son influence sur les PEE des différentes topologies de CE. La commande (LESIZE) contrôle la taille de l'élément au niveau des lignes. Dans notre cas le pas a été choisi égal à 0.05 mm pour une CE incluse dans un cube de $3 \times 3 \times 3 \text{ mm}^3$.

3.3.1.2 Limites inférieure et supérieure des propriétés élastiques effectives

Il est important de prêter une attention particulière aux valeurs des PEE fournies par la procédure d'homogénéisation. En particulier, ces propriétés doivent toujours se situer dans les limites déterminées par les méthodes variationnelles. Ces aspects sont brièvement décrits dans ce qui suit.

— Limites de Voigt-Reuss

Dans le cadre de l'élasticité linéaire, les bornes de Voigt-Reuss [227, 228] nécessitent uniquement la connaissance des fractions volumiques et des propriétés élastiques de chaque phase composant le milieu hétérogène. Les limites inférieure et supérieure, c-à-d $C_{\inf}^{VR}$ et $C_{\sup}^{VR}$, respectivement, sur la propriété générique C_{hom} peut être dérivées en utilisant la loi des mélanges :

$$C_{\sup}^{VR} = \sum_{i=0}^n f_i C_i \quad (3.6)$$

et

$$C_{\inf}^{VR} = \left(\sum_{i=0}^n f_i (C_i)^{-1} \right)^{-1} \quad (3.7)$$

Dans les équations (3.6) et (3.7), n est le nombre de phases constitutives, tandis que f_i et C_i représentent la fraction volumique et la propriété élastique générique de la i -ème phase.

Pour un milieu hétérogène composé de deux phases ayant un comportement isotrope élastique linéaire, les bornes sur les modules de compressibilité et de cisaillement, indiquées respectivement par K et G , sont les suivantes :

$$\begin{cases} K_{\sup}^{VR} = f_1 k_1 + f_2 k_2, \\ G_{\sup}^{VR} = f_1 G_1 + f_2 G_2, \end{cases} \quad (3.8)$$

$$\begin{cases} \frac{1}{K_{\inf}^{VR}} = \frac{f_1}{K_1} + \frac{f_2}{K_2}, \\ \frac{1}{G_{\inf}^{VR}} = \frac{f_1}{G_1} + \frac{f_2}{G_2}, \end{cases} \quad (3.9)$$

— Limites de Hashin-Shtrikman

Hashin et Shtrikman ont déduit les limites supérieures et inférieures des modules d'élasticité effectifs des matériaux composites macroscopiquement homogènes. La dérivation initiale a été réalisée à l'aide d'une méthode variationnelle basée sur la minimisation de l'énergie de déformation totale du matériau [229].

Les seules hypothèses requises pour l'applicabilité de ces limites sont que le matériau doit être homogène à une échelle plus grande que celle de toute inhomogénéité (telle que la taille

3.3. STRATÉGIE NUMÉRIQUE

de l'inclusion) et que les déplacements doivent être continus à l'interface entre deux phases adjacentes. La formulation de Hashin-Shtrikman conduit à des limites incorrectes sur ν . Les limites correctes peuvent être trouvées dans [230].

Pour les matériaux à deux phases dans lesquels le composant le plus rigide est étiqueté en tant que composant 2 (c-à-d $K_2 > K_1$ et $G_2 > G_1$), les limites supérieure et inférieure de Hashin-Shtrikman sur les modules élastiques effectifs K et G peuvent être écrites comme suit :

$$K_{\text{sup}}^{HS} = K_2 + \frac{(K_1 - K_2)(3K_2 + 4G_2)f_1}{(3K_2 + 4G_2) + 3(K_1 - K_2)f_2} \quad (3.10)$$

$$K_{\text{inf}}^{HS} = K_1 + \frac{(K_2 - K_1)(3K_1 + 4G_1)f_2}{(3K_1 + 4G_1) + 3(K_2 - K_1)f_1} \quad (3.11)$$

$$G_{\text{sup}}^{HS} = G_2 + \frac{5G_2(G_1 - G_2)(3K_2 + 4G_2)f_1}{5G_2(3K_2 + 4G_2) + 6(G_1 - G_2)(K_2 + 2G_2)f_2} \quad (3.12)$$

$$G_{\text{inf}}^{HS} = G_1 + \frac{5G_1(G_2 - G_1)(3K_1 + 4G_1)f_2}{5G_1(3K_1 + 4G_1) + 6(G_2 - G_1)(K_1 + 2G_1)f_1} \quad (3.13)$$

$$\frac{K_{\text{inf}}^{HS} G_{\text{inf}}^{HS}}{3K_{\text{inf}}^{HS} + G_{\text{inf}}^{HS}} \leq E \leq \frac{9K_{\text{sup}}^{HS} G_{\text{sup}}^{HS}}{3K_{\text{sup}}^{HS} + G_{\text{sup}}^{HS}} \quad (3.14)$$

$$G_{\text{inf}}^{HS} \leq G \leq G_{\text{sup}}^{HS} \quad (3.15)$$

$$\frac{3K_{\text{inf}}^{HS} - 2G_{\text{sup}}^{HS}}{6K_{\text{inf}}^{HS} + 2G_{\text{inf}}^{HS}} \leq \nu \leq \frac{3K_{\text{sup}}^{HS} - 2G_{\text{inf}}^{HS}}{6K_{\text{sup}}^{HS} + 2G_{\text{inf}}^{HS}} \quad (3.16)$$

3.3.1.3 Conditions aux limites et conditions de chargement pour l'analyse en fatigue

L'analyse de fatigue considérée dans cette étude suppose que, dans le régime polycyclique et en utilisant la théorie des valeurs extrêmes, une loi de comportement élastique est suffisante pour prédire les champs de contraintes dans la CE.

L'analyse de fatigue est réalisée sur la CE à l'échelle mésoscopique en appliquant des chargements cycliques macroscopiques $\bar{\sigma}_0(t)$ à travers un champ de contrainte équivalent à l'échelle mésoscopique de la CE.

3.3. STRATÉGIE NUMÉRIQUE

Une courbe de résistance en fatigue de la CE a été déterminée en considérant cinq conditions de chargement $\mathbf{L}_k$, $k = 1, \dots, 5$ à l'échelle macroscopique. Tous les calculs ont été effectués pour $R_\sigma = -1$. Le champ de contrainte équivalent à appliquer à la CE à l'échelle mésoscopique (qui correspond à un état de contrainte cyclique spécifique $\bar{\sigma}_0(t)$ à l'échelle supérieure) a été introduit au moyen des conditions limites périodiques de l'équation (3.1) où le tenseur de déformation moyen ε_k^0 , pour chaque cas de chargement $k = 1, \dots, 5$ a été déterminé comme suit :

$$\left\{ \begin{array}{l} \varepsilon_1^0 = \mathbf{S} : \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & \bar{\sigma}_0(t) & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad (\mathbf{L}_1) \\ \varepsilon_2^0 = \mathbf{S} : \begin{bmatrix} 0 & \bar{\tau}_0(t) & 0 \\ \bar{\tau}_0(t) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad (\mathbf{L}_2) \\ \varepsilon_3^0 = \mathbf{S} : \begin{bmatrix} 0 & \bar{\tau}_0(t) & 0 \\ \bar{\tau}_0(t) & \bar{\sigma}_0(t) & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}; \quad \bar{\tau}_0 = \bar{\sigma}_0, \quad (\mathbf{L}_3) \\ \varepsilon_4^0 = \mathbf{S} : \begin{bmatrix} 0 & \bar{\tau}_0(t) & 0 \\ \bar{\tau}_0(t) & \bar{\sigma}_0(t) & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}; \quad \bar{\tau}_0 = \frac{\bar{\sigma}_0}{3}, \quad (\mathbf{L}_4) \\ \varepsilon_5^0 = \mathbf{S} : \begin{bmatrix} 0 & \bar{\tau}_0(t) & 0 \\ \bar{\tau}_0(t) & \bar{\sigma}_0(t) & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}; \quad \bar{\tau}_0 = 3 \times \bar{\sigma}_0. \quad (\mathbf{L}_5) \end{array} \right. \quad (3.17)$$

où $\mathbf{S}$ représente le tenseur de souplesse déterminé après homogénéisation numérique selon l'équation (3.5).

Les résultats (en termes de champs de déplacement, de déformation et de contrainte), fournis par l'analyse de fatigue réalisée sur le modèle EF mésoscopique de la CE, ont été post-traités à l'aide d'une procédure numérique dans laquelle le modèle EF a été interfacé avec des routines internes (programmées dans l'environnement PYTHON[®]).

Même pour l'analyse de fatigue, il a été observé qu'un pas de maillage de 0.05 mm pour une taille de CE égale à $3 \times 3 \times 3 \text{ mm}^3$ est suffisant pour évaluer correctement sa résistance en fatigue.

3.3.2 Critère de fatigue polycyclique multiaxial

Le critère considéré dans cette étude est le critère de Crossland qui utilise une combinaison linéaire de la contrainte hydrostatique maximale $\sigma_{H,\max}$ sur un cycle et de l'amplitude du second invariant de

3.3. STRATÉGIE NUMÉRIQUE

la partie déviatorique du tenseur de contraintes $\sqrt{J_{2a}}$:

$$\sqrt{J_{2a}} + \lambda_{CR}\sigma_{H,\max} < \gamma_{CR}, \quad (3.18)$$

où λ_{CR} et γ_{CR} sont deux paramètres dépendant du matériau et du procédé. Dans cette étude, ces paramètres sont extraits des travaux de Vayssette *et al.* [147] pour des éprouvettes ($\vec{Z}$) en Ti-6Al-4V, obtenues par (SLM) et post-traitées thermiquement par CIC, avec deux états de surface différents : As-built ou usiné. Les valeurs sont $\lambda_{CR} = 0.908$ et $\gamma_{CR} = 195.8$ MPa pour les surfaces as-built, $\lambda_{CR} = 0.86$ et $\gamma_{CR} = 442.7$ MPa pour les surfaces usinées, toutes déterminées à 2.10^6 cycles.

Dans l'équation (3.18), J_{2a} est le rayon de la plus petite hypersphère incorporant le chemin de chargement dans l'espace de la partie déviatorique des composantes du tenseur des contraintes, calculée sur un cycle de chargement de la manière suivante :

$$\sqrt{J_{2a}} = \max_{t \in T} \sqrt{(\boldsymbol{\sigma}_d(t) - \boldsymbol{\sigma}_{dm}(t)) : (\boldsymbol{\sigma}_d - \boldsymbol{\sigma}_{dm})}. \quad (3.19)$$

Dans l'équation (3.19), $\boldsymbol{\sigma}_d$ et $\boldsymbol{\sigma}_{dm}$ désignent respectivement la partie déviatorique et la partie déviatorique moyenne (désignant le centre de l'hypersphère obtenue par l'équation) du tenseur de contraintes. t et T représentent respectivement le temps et la période de chargement. $\boldsymbol{\sigma}_{dm}$ est défini comme suit :

$$\boldsymbol{\sigma}_{dm}(t) = \min_{\boldsymbol{\sigma}'_d} (\max_{t \in T} \sqrt{(\boldsymbol{\sigma}_d(t) - \boldsymbol{\sigma}'_d) : (\boldsymbol{\sigma}_d(t) - \boldsymbol{\sigma}'_d)}). \quad (3.20)$$

Dans l'équation (3.18), $\sigma_{H,\max}$ est la contrainte hydrostatique maximale sur un cycle, qui peut s'écrire comme suit :

$$\sigma_{H,\max} = \frac{1}{3} \max_{t \in T} \sum_{k=I}^{III} \sigma_k(t), \quad (3.21)$$

où σ_k ($k = I, II, III$) sont les principales composantes du tenseur de contraintes.

Dans cette étude, le critère de Crossland est appliqué dans le cas de chargements multitaxiaux *proportionnels*, c'est une condition de chargement particulière dans laquelle la direction et le rapport R_σ des contraintes principales sont constants. Sous cette hypothèse, le deuxième invariant du tenseur de contrainte s'écrit :

$$J_{2a} = \frac{1}{6} [(\sigma_{Ia} - \sigma_{IIa})^2 + (\sigma_{Ia} - \sigma_{IIIa})^2 + (\sigma_{IIa} - \sigma_{IIIa})^2]. \quad (3.22)$$

3.3.3 Théorie des valeurs extrêmes (TVE)

Les champs de contrainte et de déformation dans les CEs sont fortement hétérogènes à l'échelle mésoscopique. De plus, leurs gradients sont importants, en raison des petites dimensions. Dans de tels cas, l'utilisation de valeurs locales (nodales) pour évaluer la résistance en fatigue est généralement inadéquate. Le cadre TVE est choisi afin d'évaluer le comportement en fatigue à l'échelle mésoscopique de la CE. L'approche proposée est basée sur la distribution des valeurs extrêmes (VE) d'un paramètre indicateur de fatigue (FIP) liée au critère de Crossland :

$$FIP = \sqrt{J_{2a}} + \lambda_{CR} \sigma_{H,\max}. \quad (3.23)$$

Soit Ω_n l'ensemble regroupant les FIP tels que $\Omega_n = \{FIP_1, FIP_2, \dots, FIP_n\}$. Soit $M_n = \max\{FIP_1, FIP_2, \dots, FIP_n\}$ la valeur maximale. La probabilité que cette dernière soit inférieure à σ^* est la probabilité qu'aucune des valeurs de n ne soit supérieure à σ^* , c-à-d

$$P(\Omega_n < \sigma^*) = P(M_n < \sigma^*). \quad (3.24)$$

Selon le théorème de Fisher-Tippett-Gnedenko [231], si une suite de paires de nombres réels (a_n, b_n) existe telle que chaque $a_n > 0$ et $\lim_{n \rightarrow +\infty} P\left(\frac{M_n - b_n}{a_n} \leq \sigma\right) = G(\sigma)$, où G est une fonction de distribution non-dégénérée, alors G est une distribution de Gumbel, de Fréchet ou de Weibull.

Jenkinson [148] a combiné ces trois distributions en une seule forme paramétrique appelée distribution GEV (Generalized Extreme Value) dépendant d'un unique paramètre ξ :

$$G(x) = \begin{cases} \exp(-(1 + \xi x)^{-\frac{1}{\xi}}) & \text{if } \xi \neq 0, \forall x : 1 + \xi x > 0, \\ \exp(-\exp(-x)) & \text{if } \xi = 0. \end{cases} \quad (3.25)$$

Le paramètre ξ s'appelle index extrême. Son signe indique le type de distribution asymptotique : Weibull ($\xi < 0$), Gumbel ($\xi = 0$) ou Fréchet ($\xi > 0$). La variable $\frac{M_n - b_n}{a_n}$ est le maximum normalisé de la variable aléatoire σ . Les paramètres a_n et b_n sont appelés facteurs de forme de la distribution.

L'application de cette méthode nécessite d'identifier la taille de la population des VE qui garantit la représentativité statistique. Dans la présente étude, en raison d'un manque de données expérimentales et à des fins de comparaison, la taille de la population des VE est un pourcentage de noeuds (au lieu de volume), qui est le même pour toutes les géométries de CE. Plus la population est grande, plus la valeur médiane de la distribution de probabilité cumulée, qui est retenue comme contrainte macroscopique, est faible.

3.3. STRATÉGIE NUMÉRIQUE

La variation de la valeur médiane (ζ_n) en fonction de la taille de la population (n) présente une forme typique avec trois sections (figure 3.6) : (i) une diminution rapide à mesure que les valeurs des FIPs au voisinage des noeuds les plus critiques sont incluses, (ii) une diminution plus lente à mesure que les nouvelles valeurs des FIPs prises en compte, s'éloignent des noeuds critiques, (iii) une asymptote car les valeurs des FIPs restantes sont en dehors des gradients de contraintes.

En fonction de la topologie de la CE, la vitesse de diminution est légèrement différente. Afin de comparer les CEs, nous avons considéré une valeur unique de 5% des noeuds pour définir la population des VE, ce qui permet de se situer dans la deuxième section pour toutes les CEs.

Il convient de noter que la médiane des 5% des FIPs est également le maximum des valeurs des FIPs une fois que les 2.5% des VE les plus grandes sont écartées. La sensibilité à la taille de la population des VE dans la plage 3% - 7% est illustrée par les tableaux 3.1 et 3.2.

Enfin, la résistance en fatigue $\bar{\sigma}_D$ pour un facteur de sécurité unitaire (lorsque la valeur du FIP est égale au paramètre du critère de Crossland γ_{CR}), peut être exprimée par :

$$\bar{\sigma}_D = \frac{\sigma_0 \times \gamma_{CR}}{\sigma^*} \quad (3.26)$$

où σ_0 est le chargement arbitraire initialement appliqué et σ^* est la la valeur FIP obtenue pour σ_0 .

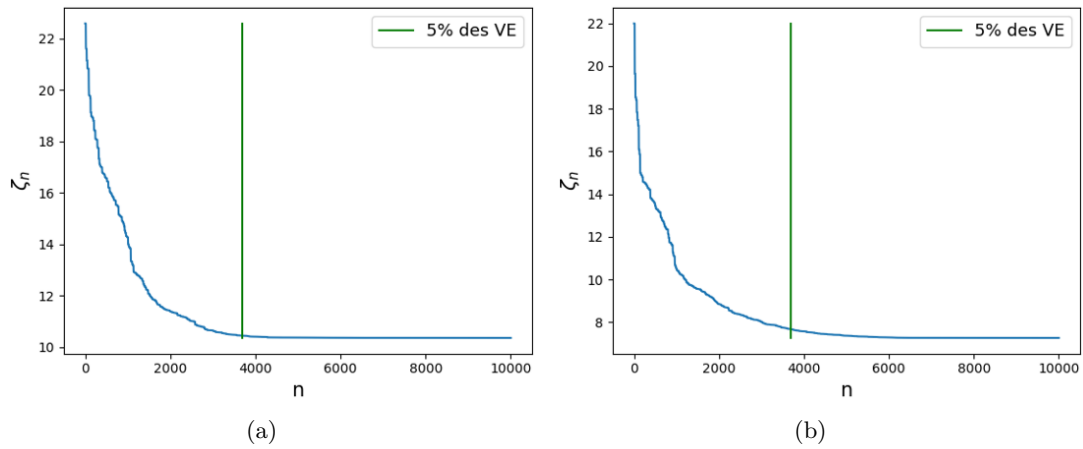


FIGURE 3.6 – Variation de ζ_n vs. n de la CE ACC pour un chargement de (a) traction (L_1) et (b) torsion ou cisaillement (L_2).

3.4. RÉSULTATS NUMÉRIQUES

CE	% des VE	Traction (L_1) [MPa]	Torsion ou cisaillement pur (L_2) [MPa]	Traction et torsion combinées avec $\bar{\tau}_a = \bar{\sigma}_a$ (L_3) [MPa]	Traction et torsion combinées avec $\bar{\tau}_a = \frac{\bar{\sigma}_a}{3}$ (L_4) [MPa]	Traction et torsion combinées avec $\bar{\tau}_a = 3 \times \bar{\sigma}_a$ (L_5) [MPa]
ACC	3 %	-8.15 %	-8.32 %	-5.32 %	-8 %	-10.42 %
	5 %	réf	réf	réf	réf	réf
	7 %	1.98 %	4.03 %	3.61 %	3.94 %	2.11 %
CBCC	3 %	-0.02 %	-5.38 %	-5.6 %	-3.18 %	-6.86 %
	5 %	réf	réf	réf	réf	réf
	7 %	0.01 %	3.87 %	3.6 %	2.92 %	3.31 %
FCC	3 %	-8.28 %	-5.13 %	-13.52 %	-9.26 %	-5.84 %
	5 %	réf	réf	réf	réf	réf
	7 %	2.19 %	3.65 %	4.84 %	4.79 %	2.7 %
Octet	3 %	-13.34 %	-15.15 %	-3.61 %	-6.06 %	-4.65 %
	5 %	réf	réf	réf	réf	réf
	7 %	4.85 %	3.03 %	3.61 %	5.05 %	1.16 %

TABLE 3.1 – Variation des résistances en fatigue évaluées pour quelques CEs lattices sous les 5 cas de chargements de l'équation (3.17) lorsque la taille de la population des VE (5% des noeuds du tableau 3.9) est diminuée à 3% ou augmentée à 7%.

CE	% des VE	Traction (L_1) [MPa]	Torsion ou cisaillement pur (L_2) [MPa]	Traction et torsion combinées avec $\bar{\tau}_a = \bar{\sigma}_a$ (L_3) [MPa]	Traction et torsion combinées avec $\bar{\tau}_a = \frac{\bar{\sigma}_a}{3}$ (L_4) [MPa]	Traction et torsion combinées avec $\bar{\tau}_a = 3 \times \bar{\sigma}_a$ (L_5) [MPa]
S-Gyroid	3 %	-8.44 %	-3.06 %	-5.58 %	-9.61 %	-5.19 %
	5 %	réf	réf	réf	réf	réf
	7 %	4.92 %	2.91 %	4.77 %	5.14 %	3.28 %
S-IWP	3 %	-1.69 %	-4.02 %	-2.67 %	-6.79 %	-4.13 %
	5 %	réf	réf	réf	réf	réf
	7 %	1.3 %	2.82 %	2.43 %	5.83 %	3.38 %
T-Gyroid	3 %	-1.84 %	-15.45 %	-3.25 %	-5.48 %	-5.22 %
	5 %	réf	réf	réf	réf	réf
	7 %	3.13 %	3.25 %	3.25 %	4.79 %	2.61 %
T-Neovius	3 %	-8.89 %	-7.8 %	-6.02 %	-8.34 %	-8.45 %
	5 %	réf	réf	réf	réf	réf
	7 %	4.76 %	4.48 %	3.49 %	5.15 %	5.05 %

TABLE 3.2 – Variation des résistances en fatigue évaluées pour quelques CEs TPMS sous les 5 cas de chargements de l'équation (3.17) lorsque la taille de la population des VE (5% des noeuds du tableau 3.9) est diminuée à 3% ou augmentée à 7%.

3.4 Résultats numériques

Sauf précision contraire, tous les résultats présentés dans cette partie seront exprimés en contraintes macroscopiques.

3.4.1 Réponse mécanique des CEs

En ce qui concerne la première classe, il est possible de mieux comprendre le type de comportement macroscopique attendu du lattice en considérant le degré de connectivité des barreaux composant la CE et leurs degrés de liberté : dans ce cas, chaque barreau est considéré comme une poutre caractérisée par un mouvement de corps rigide dans l'espace.

La réponse mécanique macroscopique de la CE peut être quantifiée au moyen du nombre de Maxwell (NM) [232], où le mécanisme de déformation de cette dernière repose soit sur la flexion soit sur la traction. Pour une structure lattice constituée de s barreaux, reliés entre eux par n noeuds, le NM est défini comme suit :

$$NM = s - 3n + 6. \quad (3.27)$$

Selon [232], les considérations suivantes peuvent être déduites de l'éq. (3.27).

- Un lattice "*sous-rigide*" ($NM < 0$) a un comportement dominé par flexion, et présente donc une compliance élevée et une résistance relativement faible,
- Une structure lattice "*juste-raide*" ($NM = 0$) a une compliance relativement faible (rigidité élevée) et une résistance relativement élevée. Une telle structure présente un comportement de traction et présente une efficacité structurelle élevée,
- Une structure lattice "*sur-raide*" ($NM > 0$) contient plus de barreaux que le nombre requis pour atteindre l'équilibre statique. Elle a une rigidité et une résistance élevées. Une telle structure présente un comportement de traction.

Le critère de stabilité de Maxwell peut être utilisé en tant qu'une mesure qualitative pour identifier les topologies de CE qui maximisent soit l'efficacité structurelle (en assurant un comportement à prédominance en traction), soit la compliance (en assurant un comportement à prédominance en flexion). Cependant, le critère ne fournit que des conditions nécessaires mais non suffisantes, étant donné que le MN prend en compte également les barreaux qui ne contribuent pas à la rigidité globale. De plus, l'influence de la direction de chargement sur la rigidité de la CE n'est pas prise en compte. En résumant, ce critère est un outil utile pour obtenir des informations préliminaires sur le comportement attendu d'une structure lattice donnée.

Le tableau 3.3 indique le nombre de maxwell (MN) associé à chaque CE lattice. Les propriétés élastiques de chaque configuration de CE sont données dans les tableaux 3.4 et 3.5 pour une densité

3.4. RÉSULTATS NUMÉRIQUES

relative égale à 10%, c-à-d $\bar{\rho} = 0.1$.

CE	ACC	BCC	BFCC	CBCC	CBFCC	CC	CIC	CFCC	Diamond	FCC
MN	-12	-33	-13	-7	-7	5	-6	-10	-9	-12

FCC2+	Hexahedral	Octa	Octet	Rhombic	Trun-cube	Trun-cubo	Trun-cubo2+
-36	-13	0	0	-25	-8	-34	-25

TABLE 3.3 – Nombre de Maxwell des différentes topologies de lattice.

Comme on peut le déduire de ces résultats, toutes les topologies de CEs présentent une réponse élastique caractérisée par la symétrie cubique (les composants du tenseur de rigidité dépendent de trois constantes élastiques indépendantes, par exemple E , G et ν) à l'échelle macroscopique, à l'exception de la CE octaédral qui se caractérise par un comportement isotrope transversal (étant x_3 l'axe normal du plan de l'isotropie).

Pour mieux clarifier le cas particulier de la syngonie cubique, la figure 3.7 donne une représentation visuelle de la distribution du module de Young des configurations BCC et FCC dans l'espace euclidien. Comme on peut le voir sur cette figure, le module de Young sur les trois axes principaux prend la même valeur, à savoir $E_1 = E_2 = E_3$, et, le comportement élastique du solide homogène équivalent n'est pas du tout isotrope.

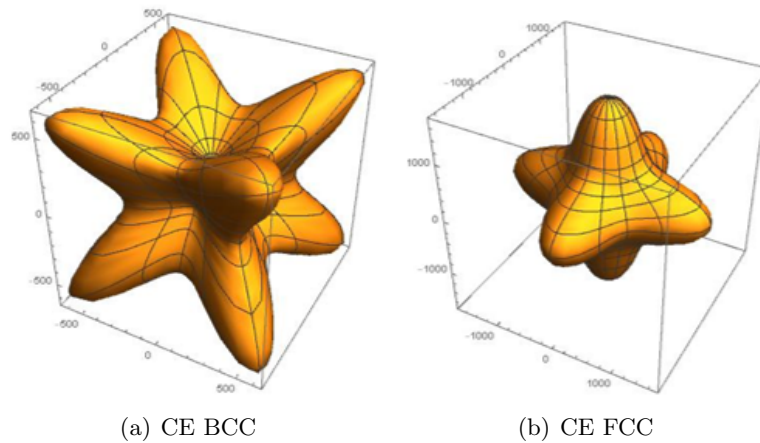


FIGURE 3.7 – Distribution 3D du module de Young équivalent

3.4. RÉSULTATS NUMÉRIQUES

CE	E_1 [MPa]	E_2 [MPa]	E_3 [MPa]	ν_{12}	ν_{23}	ν_{13}	G_{12} [MPa]	G_{23} [MPa]	G_{13} [MPa]
ACC	2525.2	2525.2	2525.2	0.252	0.252	0.252	874.6	874.6	874.6
BCC	197.8	197.8	197.8	0.481	0.481	0.481	1500.8	1500.8	1500.8
BFCC	1051.9	1051.9	1051.9	0.395	0.395	0.395	1287.5	1287.5	1287.5
CBCC	1642.1	1642.1	1642.1	0.313	0.313	0.313	970.1	970.1	970.1
CBFCC	1789.3	1789.3	1789.3	0.326	0.326	0.326	1126.8	1126.8	1126.8
CC	4506.4	4506.4	4506.4	0.062	0.062	0.062	109.1	109.1	109.1
CIC	1734.1	1734.1	1734.1	0.319	0.319	0.319	170.5	170.5	170.5
CFCC	2523.4	2523.4	2523.4	0.252	0.252	0.252	873.8	873.8	873.8
Diamond	583.8	583.8	583.8	0.444	0.444	0.444	600	600	600
FCC	1781.7	1781.7	1781.7	0.325	0.325	0.325	1116	1116	1116
FCC2+	2012	2012	2012	0.305	0.305	0.305	1078.3	1078.3	1078.3
Hexa	4510.3	4510.3	4510.3	0.0624	0.0624	0.0624	109.9	109.9	109.9
Octa	1013.1	1037.2	1013.1	0.488	0.039	0.488	931.1	499.4	931.1
Octet	1686.4	1686.4	1686.4	0.335	0.335	0.335	1176.3	1176.3	1176.3
Rhombic	375	375	375	0.464	0.464	0.464	363.2	363.2	363.2
Trun-cube	2827.4	2827.4	2827.4	0.216	0.216	0.216	883.3	883.3	883.3
Trun-cubo	1139.5	1139.5	1139.5	0.394	0.394	0.394	308.8	308.8	308.8
Trun-cubo2+	1356.1	1356.1	1356.1	0.35	0.35	0.35	513.6	513.6	513.6

TABLE 3.4 – Propriétés élastiques effectives des CEs lattices de densité relative $\bar{\rho} = 0.1$ et de taille $L = 3$ mm.

CE	E_1 [MPa]	E_2 [MPa]	E_3 [MPa]	ν_{12}	ν_{23}	ν_{13}	G_{12} [MPa]	G_{23} [MPa]	G_{13} [MPa]
S-BTC	4709.5	4709.5	4709.5	0.0595	0.0595	0.0595	157.8	157.8	157.8
S-Gyroid	2499.6	2499.6	2499.6	0.307	0.307	0.307	1536.4	1536.4	1536.4
S-IBCC	3781	3781	3781	0.216	0.216	0.216	414.3	414.3	414.3
S-IWP	398.2	398.2	398.2	0.337	0.337	0.337	1429.2	1429.2	1429.2
S-OrthoCircle	938	938	938	0.307	0.307	0.307	681.7	681.7	681.7
S-Schwarz	4121.4	4121.4	4121.4	0.042	0.042	0.042	653.8	653.8	653.8
T-Batwing	2891.4	2891.4	2891.4	0.305	0.305	0.305	1125.5	1125.5	1125.5
T-BTC	2747.9	2747.9	2747.9	0.332	0.332	0.332	669.3	669.3	669.3
T-F-RD	2903.5	2903.5	2903.5	0.307	0.307	0.307	1124.4	1124.4	1124.4
T-Gyroid	3496.3	3496.3	3496.3	0.341	0.341	0.341	1414.8	1414.8	1414.8
T-IWP	1053.2	1053.2	1053.2	0.401	0.401	0.401	1207.3	1207.3	1207.3
T-Manta	3237.7	3237.7	3237.7	0.352	0.352	0.352	1570.5	1570.5	1570.5
T-Neovius	4613.9	4613.9	4613.9	0.255	0.255	0.255	700.6	700.6	700.6
T-I6	2108.3	1910.3	2108.3	0.435	0.07	0.435	1288.5	457.6	1288.5

TABLE 3.5 – Propriétés élastiques effectives des CEs TPMS de densité relative $\bar{\rho} = 0.1$ et de taille $L = 3$ mm.

Les CEs peuvent être réparties en trois familles selon leur rapport d'anisotropie, noté " $E_G = \frac{E}{G}$ " (voir tableaux 3.6 - 3.8), sachant que $\frac{E}{G} \sim 2$ pour un matériau plein isotrope :

- Famille 1 : lorsque $E_G \in [\frac{1}{2}, 2]$, les CEs représentent de bons compromis entre les chargements en traction et en cisaillement et semblent être de bons candidats pour les chargements multiaxiaux. Ils ont un comportement relativement isotrope. Parmi tous les CEs de cette famille, les PEE les plus élevées ont été observées pour les TPMS : S-Gyroid ($E = 2499.6$ MPa, $G = 1536.4$ MPa) et pour les lattices : Octet ($E = 1686.4$ MPa, $G = 1176.3$ MPa).

3.4. RÉSULTATS NUMÉRIQUES

CE	BFCC	CBCC	CBFCC	Diamond	FCC	FCC2+
E_G	0.82	1.69	1.59	0.97	1.6	1.87
Octet	Rhombic	S-Gyroid	S-OrthoCircle	T-IWP	T-I6	
1.43	1.03	1.63	1.38	0.87	1.64	

TABLE 3.6 – Rapport d’anisotropie E_G de CEs appartenant à la famille 1.

- Famille 2 : Lorsque $E_G < \frac{1}{2}$, G prédomine sur E , dans ce cas la CE pourrait être considérée comme « rigide en cisaillement ». Ceci est attribué à une fraction importante de barreaux/parois orientés dans la direction de chargement en cisaillement. Il en résulte de bonnes performances en termes de G mais une forte anisotropie de ses propriétés.

CE	BCC	S-IWP
E_G	0.13	0.28

TABLE 3.7 – Rapport d’anisotropie E_G de CEs appartenant à la famille 2.

- Famille 3 : Quand $E_G > 2$, E prédomine sur G . Cela implique que la CE est « rigide en traction », cela est dû à une grande proportion de matière distribuée axialement dans le sens du chargement. Les CEs qui adhèrent à cette classe, présentent également une forte anisotropie de leurs propriétés. Parmi tous les CEs de cette famille, les PEE les plus élevées ont été observées pour les TPMS : T-Neovius ($E = 4709.5$ MPa, $G = 157.8$ MPa) et T-Neovius ($E = 4613.9$ MPa, $G = 700.6$ MPa), pour les lattices : Hexa ($E = 4510.3$ MPa, $G = 109.9$ MPa) et CC ($E = 4506.4$ MPa, $G = 109.1$ MPa).

CE	ACC	CC	CIC	CFCC	Hexa	Trun-cube	Trun-cubo	Octa	Trun-cubo2+
E_G	2.89	41.31	10.17	2.89	41.04	3.2	3.69	2.03	2.64
S-BTC	S-iBCC	S-Schwarz	T-BTC	T-Batwing	T-F-RD	T-Gyroid	T-Neovius	T-Manta	
29.84	9.13	6.3	4.11	2.6	2.58	2.47	6.59	2.06	

TABLE 3.8 – Rapport d’anisotropie E_G de CEs appartenant à la famille 3.

3.4.2 Comportement en fatigue des CEs

Une campagne d’analyses numériques a été réalisée afin de comparer la résistance en fatigue des différentes topologies de CEs sous les différents cas de chargements (3.17). Les résultats sont résumés dans les tableaux 3.9 et 3.10 pour une taille de cellule $L = 3\text{mm}$ et une densité relative $\bar{\rho} = 0.1$.

Pour la classe des lattices, les résultats du tableau 3.9, montrent que la CE BCC a la plus faible résistance en fatigue en traction mais la plus élevée en cisaillement. Inversement, la CE CC présente la résistance en fatigue la plus élevée en traction mais la plus faible en cisaillement. Ces résultats sont

3.4. RÉSULTATS NUMÉRIQUES

en accord avec la forte conformité structurelle (resp. rigidité) attendue de la configuration BCC (resp. CC) en raison de son comportement sous-rigide (resp. Sur-raide).

En outre, en combinant différentes topologies de CEs en une seule, il est possible d'obtenir de meilleures performances globales quant à la résistance en fatigue multiaxiale par rapport aux géométries d'origine (figure 3.8). L'effet de la variation de la densité relative sur cet aspect est illustrée dans la sous-section 3.4.3.2.

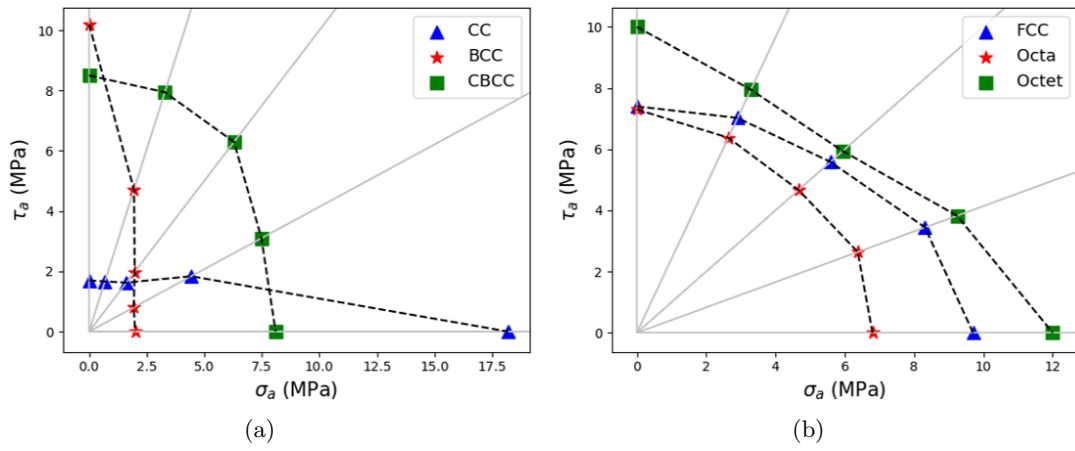


FIGURE 3.8 – Illustration des performances globales quant à la résistance en fatigue multiaxiale de différentes géométries de CEs avec $\bar{\rho} = 0.1$ et $R_\sigma = -1$.

Comme le montrent clairement les topologies de CEs composées de barreaux, la concentration de contraintes est présente à l'intersection des barreaux résistant au chargement appliqué (figure 3.9). Ces zones de concentration de contraintes localisées affectent fortement la résistance en fatigue. Inversement, les CEs TPMS présentent une résistance en fatigue supérieure à celle des CEs lattices, comme indiqué dans le tableau 3.10. Ceci est attribué au fait que ces structures sont exemptes de noeuds de connexion ou d'angles vifs. Cette constatation sera plus détaillée dans la sous-section 3.4.4.

Il convient de noter que les TPMS surfaciques ont montré des valeurs de résistance pouvant atteindre plus de deux fois les valeurs obtenues par les lattices et les TPMS squelettiques, montrant une efficacité structurelle supérieure.

3.4. RÉSULTATS NUMÉRIQUES

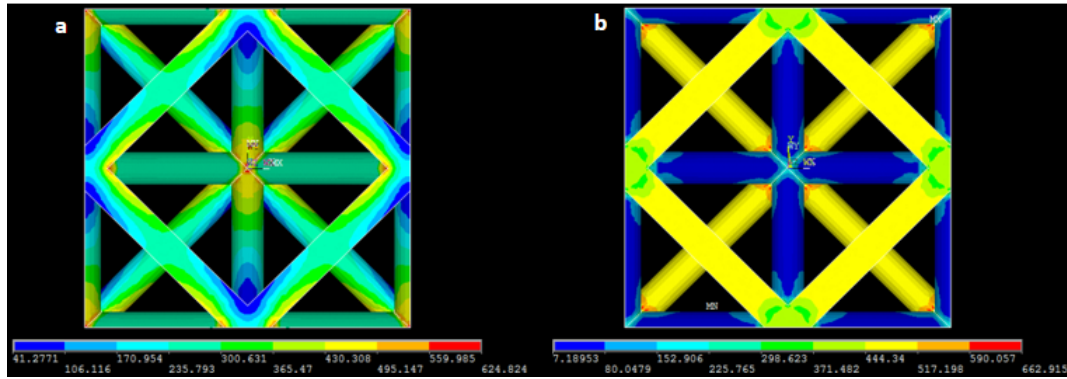


FIGURE 3.9 – Distribution de la contrainte de Crossland (contraintes locales) dans la CE Octet soumise à un chargement de (a) traction et (b) Torsion ou cisaillement pur avec $\bar{\rho} = 0.1$ et $R_\sigma = -1$.

CE	Traction (L_1) [MPa]	Torsion ou cisaillement pur (L_2) [MPa]	Traction et torsion combinées avec $\bar{\tau}_a = \bar{\sigma}_a$ (L_3) [MPa]	Traction et torsion combinées avec $\bar{\tau}_a = \frac{\bar{\sigma}_a}{3}$ (L_4) [MPa]	Traction et torsion combinées avec $\bar{\tau}_a = 3 \times \bar{\sigma}_a$ (L_5) [MPa]
ACC	10.3	7.2	7.9	10.3	7.2
BCC	2	10.2	2.8	2.1	5.1
BFCC	8.2	9.9	7.6	7.8	8.7
CBCC	8.1	8.5	8.9	8.1	8.6
CBFCC	7.6	9	8.6	8	8.7
CC	18.2	1.7	2.3	4.8	1.8
CIC	7.3	1.7	2.4	5	1.8
CFCC	11.3	7.3	7.9	10.6	7.2
Diamond	3.1	3.4	3.2	3.2	3.3
FCC	9.7	7.4	7.9	9	7.6
FCC2+	8.8	7.2	7.4	8.2	7.2
Hexa	17.4	1.5	2	4.3	1.5
Octa	6.8	7.3	6.6	6.9	6.9
Octet	12	10	8.4	10	8.6
Rhombic	2.5	2.8	2.6	2.5	2.7
Trun-cube	10.7	5.8	7	9.6	6
Trun-cubo	5.1	2.7	3.2	4.3	2.8
Trun-cubo2+	5.9	3.2	4	5.4	3.4

TABLE 3.9 – Résistance en fatigue des différentes topologies de CE lattices pour $\bar{\rho} = 0.1$ et $L = 3$ mm.

3.4. RÉSULTATS NUMÉRIQUES

CE	Traction (L_1) [MPa]	Torsion ou cisaillement pur (L_2) [MPa]	Traction et torsion combinées avec $\bar{\tau}_a = \bar{\sigma}_a$ (L_3) [MPa]	Traction et torsion combinées avec $\bar{\tau}_a = \frac{\bar{\sigma}_a}{3}$ (L_4) [MPa]	Traction et torsion combinées avec $\bar{\tau}_a = 3 \times \bar{\sigma}_a$ (L_5) [MPa]
S-BTC	16.5	2.4	3	4.9	2.5
S-Gyroid	7.5	9.9	8.6	7.7	9.7
S-iBCC	12.6	4.1	5.3	9.7	4.3
S-IWP	3.8	10.9	4.6	3.9	7.3
S-OrthoCircle	7.6	3.9	4.3	5	4
S-Schwarz	7.6	4.4	5.2	6.4	4.5
T-Batwing	9.6	7.3	8.3	9.3	7.5
T-BTC	7.7	4	5.3	7.2	4.2
T-F-RD	9.9	7.2	8.5	9.5	7.5
T-Gyroid	16.3	11.5	12.3	14.6	11.4
T-IWP	14.7	9	10.3	13.1	9.2
T-Manta	12.9	11.5	11.8	12.6	11.4
T-Neovius	13.9	4.4	6.1	10.6	4.7
T-I6	7.9	6.9	7.2	7.6	7.4
T-Schwarz	8.3	6.4	7.1	8.2	6.5

TABLE 3.10 – Résistance en fatigue des différentes topologies de CEs TPMS pour $\bar{\rho} = 0.1$ et $L = 3$ mm.

Suivant le même esprit de l'étude de sensibilité du rapport d'anisotropie " $E_G = \frac{E}{G}$ " à la topologie de la CE sous des chargements statiques. Un deuxième rapport noté " $L_\sigma = \frac{\sigma_{D,L_1}}{\sigma_{D,L_2}}$ ", est proposé pour des chargements cycliques. Par suite, les CEs peuvent être réparties en trois familles selon leur rapport L_σ (voir tableaux 3.11 - 3.13), sachant que $L_\sigma \sim 1.5$ pour un matériau plein isotrope :

- Famille 1F : lorsque $L_\sigma \in [0.67, 1.5]$, les CEs sont de bons candidats pour les chargements cycliques multiaxiaux. Parmi tous les CEs de cette famille, les résistances en fatigue les plus élevées ont été observées pour la CE T-Gyroid pour les TPMS et la CE Octet pour les lattices.

CE	ACC	BFCC	CBCC	CBFCC	Diamond	FCC	FCC2+	Octa	Octet
L_σ	1.43	0.83	0.95	0.84	0.91	1.31	1.22	0.93	1.2
Rhombic	S-Gyroid	T-Batwing	T-F-RD	T-Gyroid	T-Manta	T-I6	T-Schwarz		
0.89	0.76	1.32	1.38	1.42	1.12	1.15	1.3		

TABLE 3.11 – L_σ de CEs appartenant à la famille 1F.

- Famille 2F : Dans le cas où $L_\sigma < 0.67$, la CE pourrait être considérée comme « résistante en cisaillement ».

CE	BCC	S-IWP
L_σ	0.196	0.348

TABLE 3.12 – L_σ de CEs appartenant à la famille 2F.

- Famille 3F : Quand $L_\sigma > 1.5$, la CE est considérée comme «résistante en traction». Parmi tous

3.4. RÉSULTATS NUMÉRIQUES

les CEs de cette famille, les résistances en fatigue les plus élevées ont été observées pour la CE S-BTC pour les TPMS et la CE CC pour les lattices.

CE	CC	CIC	CFCC	Hexa	Trun-cube	Trun-cubo	Trun-cubo2+
L_σ	10.71	4.29	1.55	11.6	1.85	1.89	1.84
S-BTC	S-iBCC	S-OrthoCircle	S-Schwarz	T-BTC	T-IWP	T-Neovius	
6.88	3.07	1.95	1.73	1.93	1.63	3.16	

TABLE 3.13 – L_σ de CEs appartenant à la famille 3F.

Parmi toutes les CEs étudiées, la résistance en fatigue multiaxiale la plus élevée a été observée pour la CE T-Gyroid (TPMS) et la CE Octet (lattices). La figure 3.10 illustre l'écart important entre la courbe de résistance en fatigue du matériau bulk et celles des structures cellulaires Octet et T-Gyroid. Cet écart peut être expliqué par le fait que toute la matière contenue dans le bulk contribue à la résistance en fatigue. De plus, le bulk ne comporte pas des zones vides qui peuvent être assimilées à des grosses porosités dans les structures cellulaires.

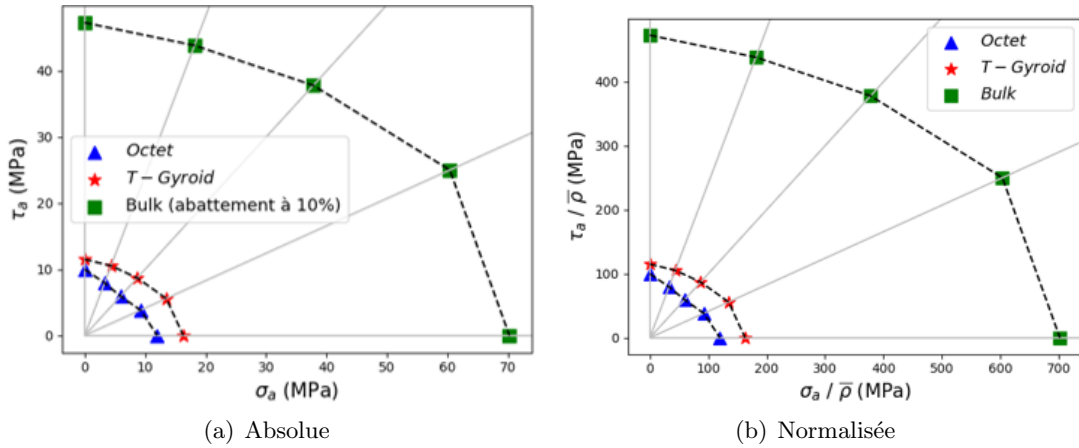


FIGURE 3.10 – Illustration des performances globales quant à la résistance en fatigue multiaxiale de différentes géométries de CE et du bulk avec $\bar{\rho} = 0.1$ et $R_\sigma = -1$.

3.4.3 Effet de la variation de la densité sur la réponse mécanique et la résistance en fatigue des CEs

3.4.3.1 Effet de la variation de la densité sur la réponse mécanique des CEs

Une analyse de sensibilité a été réalisée afin d'étudier l'influence de la densité relative sur les PEE des CEs. Seuls les résultats des meilleurs types de CEs (voir sous-section 3.4.1), à savoir la CE Octet pour les lattices (Famille 1), la CE S-IWP pour les TPMS squeletiques (Famille 2) et la CE T-Gyroid pour les TPMS surfaciques (Famille 3), sont présentés et discutés. Les résultats de cette analyse sur d'autres topologies de CEs sont présentés dans l'Annexe B.

Les figures 3.12 - 3.13 illustrent la variation des propriétés élastiques effectives en fonction de $\bar{\rho}$ pour les CEs Octet et Gyroid, respectivement. Pour chaque cas, la densité relative varie entre 0.1 et 0.4, qui présentent des valeurs classiques de la littérature. Les résultats numériques fournis par le schéma d'homogénéisation se situent toujours dans les limites de voigt-Reuss et de Hashin-Shtrikman.

Pour trouver les lois d'échelle élastiques (figures 3.11(d), 3.12(d) et 3.13(d)) des structures cellulaires, des fonctions polynomiales ont été ajustées aux résultats des calculs numériques. Les lois d'échelle pour la CE Octet sont régies par (3.28), pour la CE S-IWP, elles sont régies par (3.29), tandis que, pour la CE Gyroid, elles sont régies par (3.30). Ces lois peuvent être utilisées comme lois matérielles pour faire de l'optimisation topologique des structures cellulaires.

3.4. RÉSULTATS NUMÉRIQUES

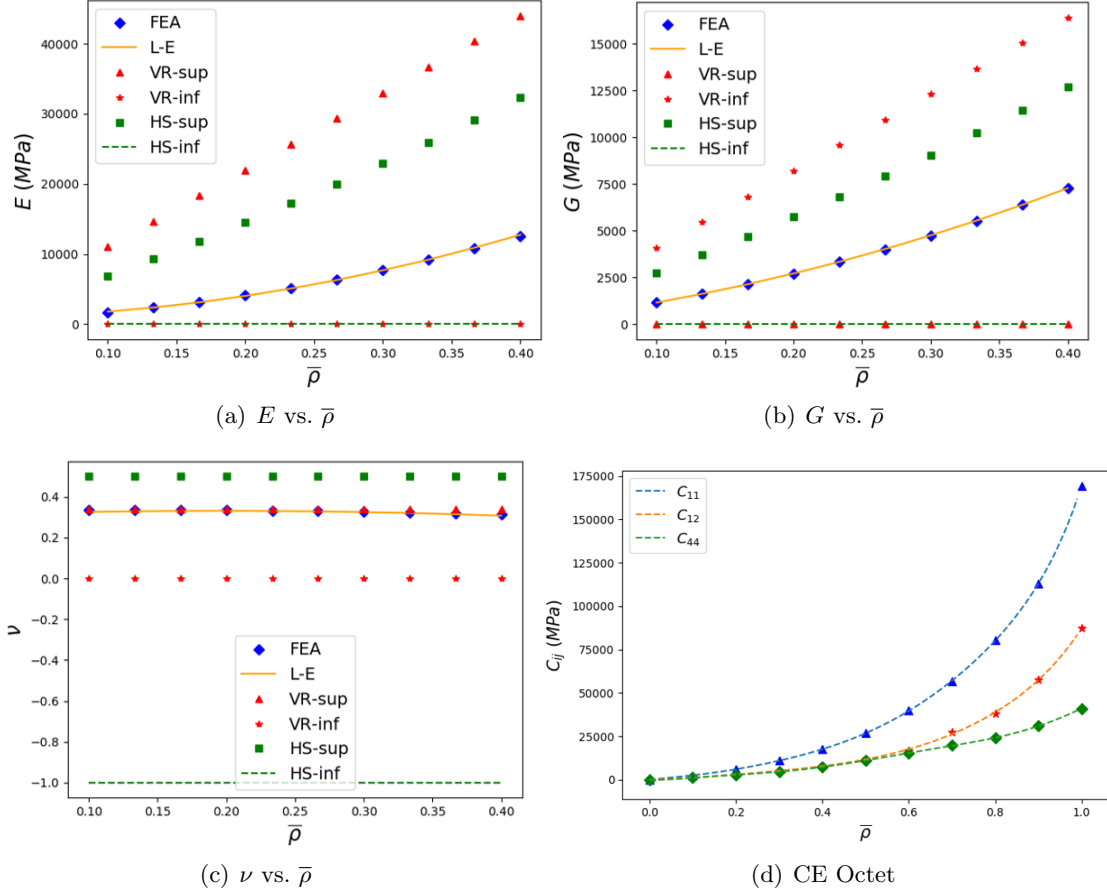


FIGURE 3.11 – Variation (a, b, c) des propriétés élastiques effective et (d) des lois d'échelle élastiques de la CE Octet en fonction de $\bar{\rho}$.

$$\left\{ \begin{array}{l} C_{11} = 2.38 \times 10^6 \times \bar{\rho}^7 - 6.85 \times 10^6 \times \bar{\rho}^6 + 7.73 \times 10^6 \times \bar{\rho}^5 - 4.24 \times 10^6 \times \bar{\rho}^4 \\ \quad + 1.25 \times 10^6 \times \bar{\rho}^3 - 1.28 \times 10^5 \times \bar{\rho}^2 + 2.97 \times 10^4 \times \bar{\rho} - 6.31, \\ C_{12} = 5.17 \times 10^5 \times \bar{\rho}^7 - 1.29 \times 10^6 \times \bar{\rho}^6 + 1.13 \times 10^6 \times \bar{\rho}^5 - 2.64 \times 10^5 \times \bar{\rho}^4 \\ \quad - 6.93 \times 10^4 \times \bar{\rho}^3 + 5.53 \times 10^4 \times \bar{\rho}^2 + 7.62 \times 10^3 \times \bar{\rho} + 8.38, \\ C_{44} = -1.82 \times 10^6 \times \bar{\rho}^7 + 6.52 \times 10^6 \times \bar{\rho}^6 - 8.97 \times 10^6 \times \bar{\rho}^5 + 5.96 \times 10^6 \times \bar{\rho}^4 \\ \quad - 1.96 \times 10^6 \times \bar{\rho}^3 + 3.16 \times 10^5 \times \bar{\rho}^2 - 6.02 \times 10^3 \times \bar{\rho} + 8.98. \end{array} \right. \quad (3.28)$$

3.4. RÉSULTATS NUMÉRIQUES

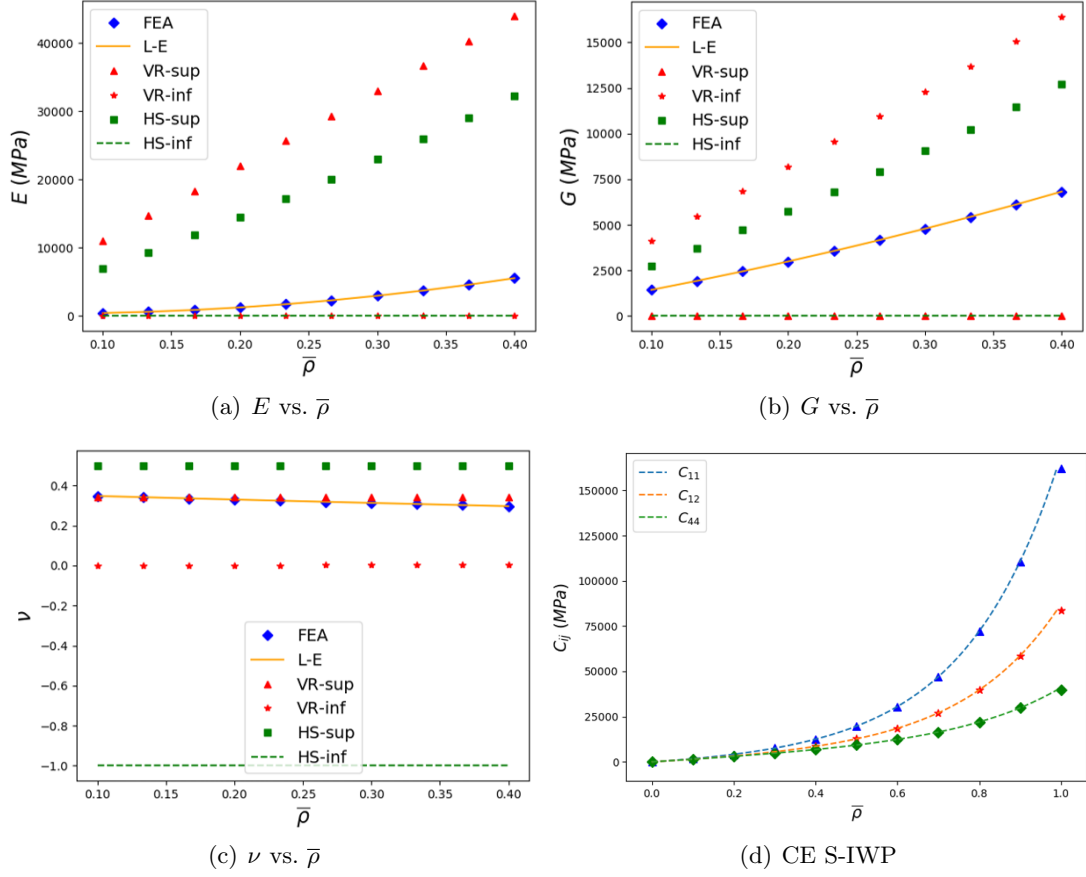


FIGURE 3.12 – Variation (a, b, c) des propriétés élastiques effective et (d) des lois d'échelle élastiques de la CE S-IWP en fonction de $\bar{\rho}$.

$$\left\{ \begin{array}{l} C_{11} = -2.02 \times 10^6 \times \bar{\rho}^7 + 6.32 \times 10^6 \times \bar{\rho}^6 - 7.58 \times 10^6 \times \bar{\rho}^5 + 4.59 \times 10^6 \times \bar{\rho}^4 \\ \quad - 1.38 \times 10^6 \times \bar{\rho}^3 + 2.31 \times 10^5 \times \bar{\rho}^2 + 3.73 \times 10^3 \times \bar{\rho} + 5.76, \\ C_{12} = -9.77 \times 10^5 \times \bar{\rho}^7 + 3.06 \times 10^6 \times \bar{\rho}^6 - 3.67 \times 10^6 \times \bar{\rho}^5 + 2.22 \times 10^6 \times \bar{\rho}^4 \\ \quad - 6.69 \times 10^5 \times \bar{\rho}^3 - 1.12 \times 10^5 \times \bar{\rho}^2 + 7.94 \times 10^3 \times \bar{\rho} + 2.79, \\ C_{44} = -3.79 \times 10^5 \times \bar{\rho}^7 + 1.18 \times 10^7 \times \bar{\rho}^6 - 1.42 \times 10^6 \times \bar{\rho}^5 + 8.6 \times 10^5 \times \bar{\rho}^4 \\ \quad - 2.59 \times 10^5 \times \bar{\rho}^3 + 4.41 \times 10^4 \times \bar{\rho}^2 + 1.17 \times 10^4 \times \bar{\rho} + 1.08. \end{array} \right. \quad (3.29)$$

3.4. RÉSULTATS NUMÉRIQUES

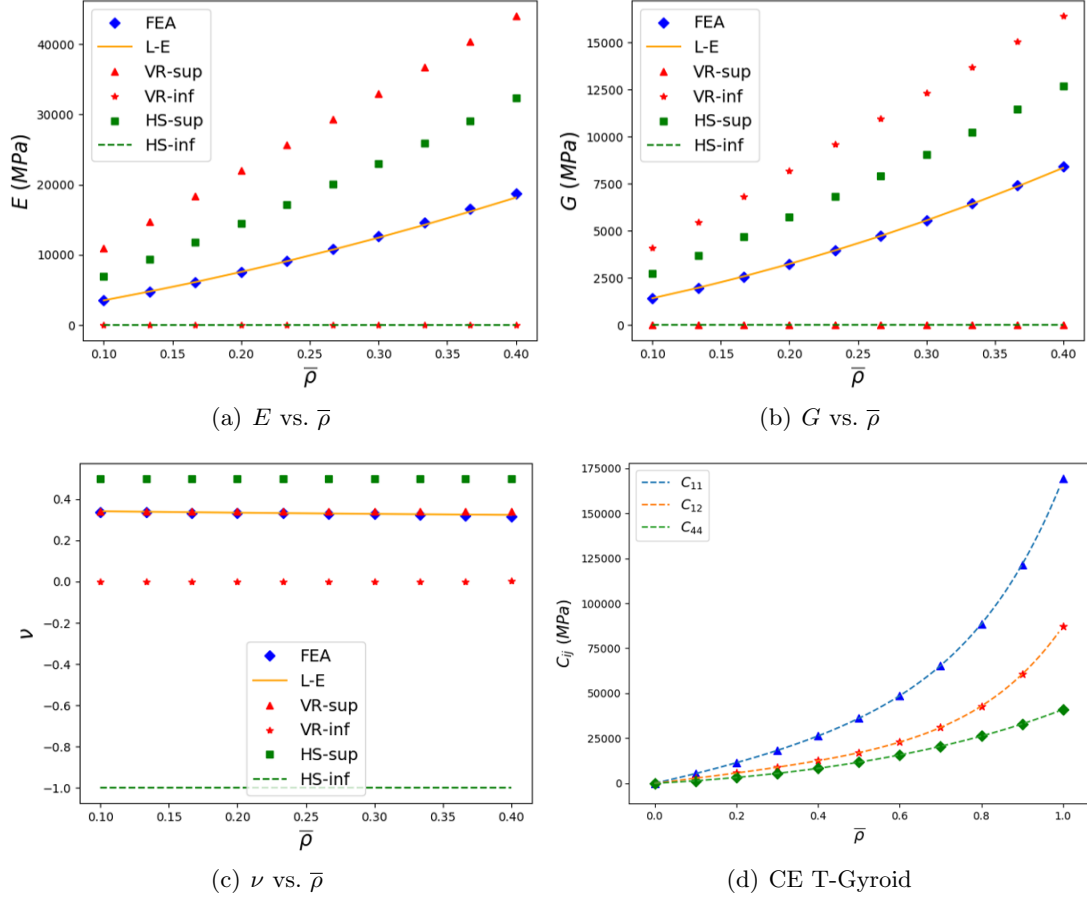


FIGURE 3.13 – Variation (a, b, c) des propriétés élastiques effective et (d) des lois d'échelle élastiques de la CE T-Gyroid en fonction de $\bar{\rho}$.

$$\left\{ \begin{array}{l} C_{11} = 1.89 \times 10^4 \times \bar{\rho}^7 + 1.89 \times 10^4 \times \bar{\rho}^6 + 1.89 \times 10^4 \times \bar{\rho}^5 + 1.9 \times 10^4 \times \bar{\rho}^4 \\ \quad + 1.93 \times 10^4 \times \bar{\rho}^3 + 2.26 \times 10^4 \times \bar{\rho}^2 + 5.16 \times 10^4 \times \bar{\rho}, \\ C_{12} = 1.22 \times 10^4 \times \bar{\rho}^7 + 1.21 \times 10^4 \times \bar{\rho}^6 + 1.20 \times 10^4 \times \bar{\rho}^5 + 1.14 \times 10^4 \times \bar{\rho}^4 \\ \quad + 9.02 \times 10^3 \times \bar{\rho}^3 + 2.79 \times 10^3 \times \bar{\rho}^2 + 2.77 \times 10^4 \times \bar{\rho}, \\ C_{44} = 6.37 \times 10^2 \times \bar{\rho}^7 + 6.79 \times 10^2 \times \bar{\rho}^6 + 8.84 \times 10^2 \times \bar{\rho}^5 + 1.84 \times 10^3 \times \bar{\rho}^4 \\ \quad + 5.88 \times 10^3 \times \bar{\rho}^3 + 1.89 \times 10^4 \times \bar{\rho}^2 + 1.22 \times 10^4 \times \bar{\rho}. \end{array} \right. \quad (3.30)$$

3.4.3.2 Effet de la variation de la densité sur la résistance en fatigue des CEs

Les figures 3.16 et 3.17 illustrent la variation de la résistance en fatigue en fonction de $\bar{\rho}$ des meilleurs types de CEs soumises à des chargements cycliques multiaxiaux (voir sous-section 3.4.2), à

3.4. RÉSULTATS NUMÉRIQUES

savoir la CE Octet pour les lattices et la CE T-Gyroid pour les TPMS.

Comme prévu, plus la densité relative est élevée, plus la résistance en fatigue est élevée. De plus, les courbes de résistance en fatigue normalisées par $\bar{\rho}$ sont bien représentées par une loi de puissance unique pour chaque type de cellule unitaire. En revanche, les figures 3.18 et 3.19 montre que les CEs CC et BCC ne suivent pas cette tendance et que la résistance normalisée par la densité relative est une fonction croissante. En effet, les CEs CC (figure 3.14) et BCC (figure 3.15) contiennent peu de barreaux, alors l'augmentation de $\bar{\rho}$ entraîne une variation importante du d_{CAO} , par conséquent, une augmentation de la densification dans les régions d'intersection des barreaux, par suite, les barreaux qui ne sont pas orientés suivant la direction de chargement, contribuent beaucoup plus à la résistance en fatigue avec l'augmentation de $\bar{\rho}$.

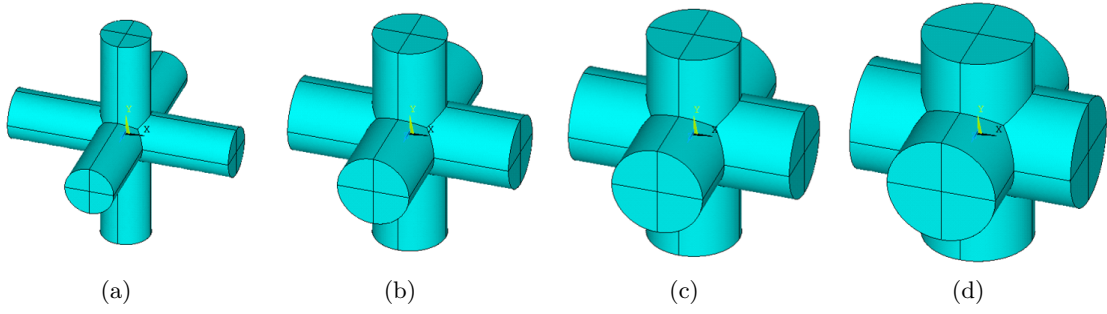


FIGURE 3.14 – Images de la CE CC avec (a) $\bar{\rho} = 0.1$, (b) $\bar{\rho} = 0.2$, (c) $\bar{\rho} = 0.3$ et (d) $\bar{\rho} = 0.4$.

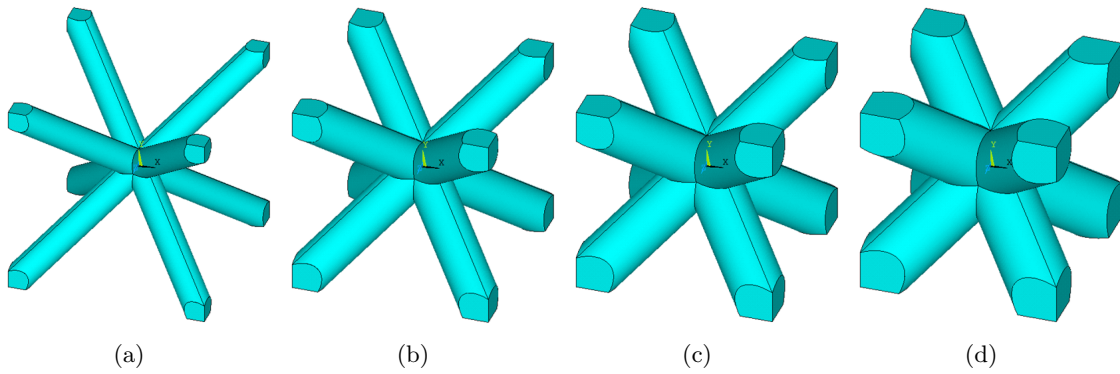


FIGURE 3.15 – Images de la CE BCC avec (a) $\bar{\rho} = 0.1$, (b) $\bar{\rho} = 0.2$, (c) $\bar{\rho} = 0.3$ et (d) $\bar{\rho} = 0.4$.

3.4. RÉSULTATS NUMÉRIQUES

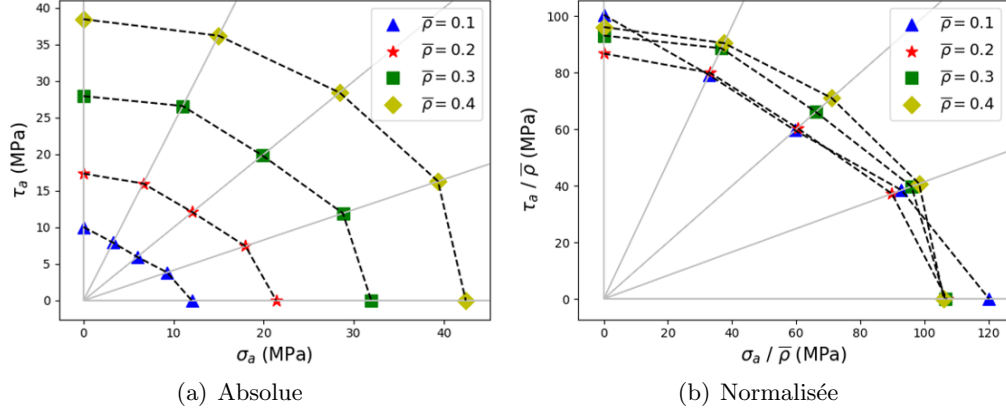


FIGURE 3.16 – Influence de la densité relative sur la résistance en fatigue de la CE Octet avec $R_\sigma = -1$.

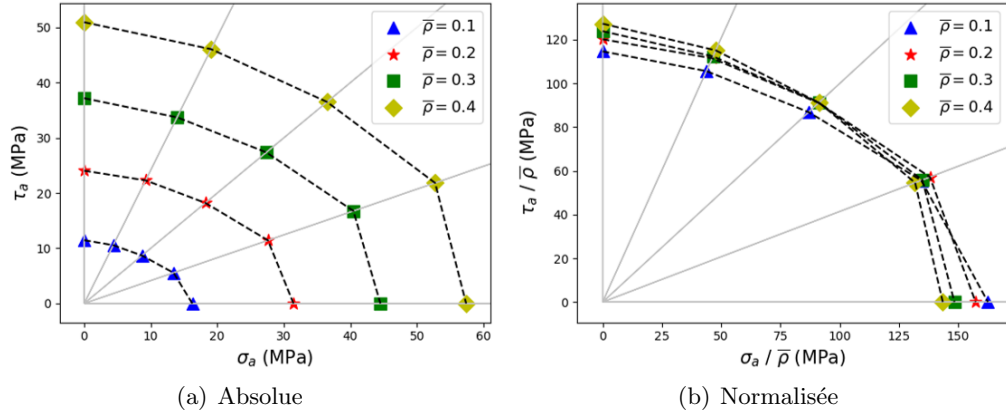


FIGURE 3.17 – Influence de la densité relative sur la résistance en fatigue de la CE T-Gyroid avec $R_\sigma = -1$.

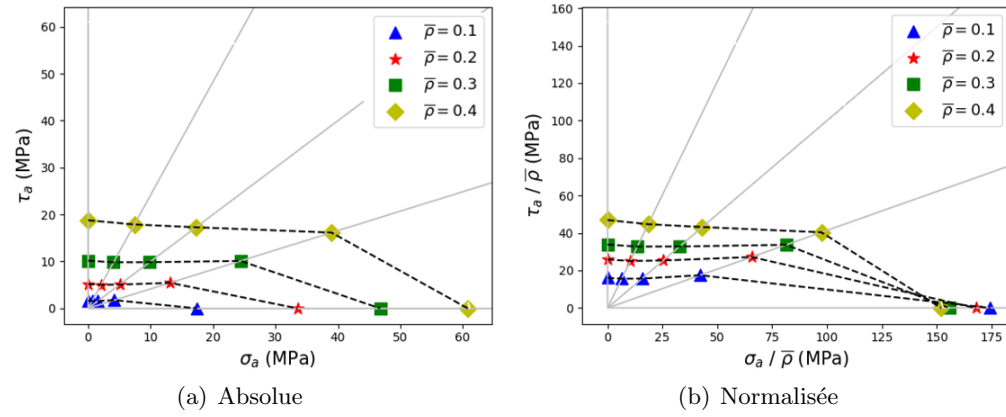


FIGURE 3.18 – Influence de la densité relative sur la résistance en fatigue de la CE CC avec $R_\sigma = -1$.

3.4. RÉSULTATS NUMÉRIQUES

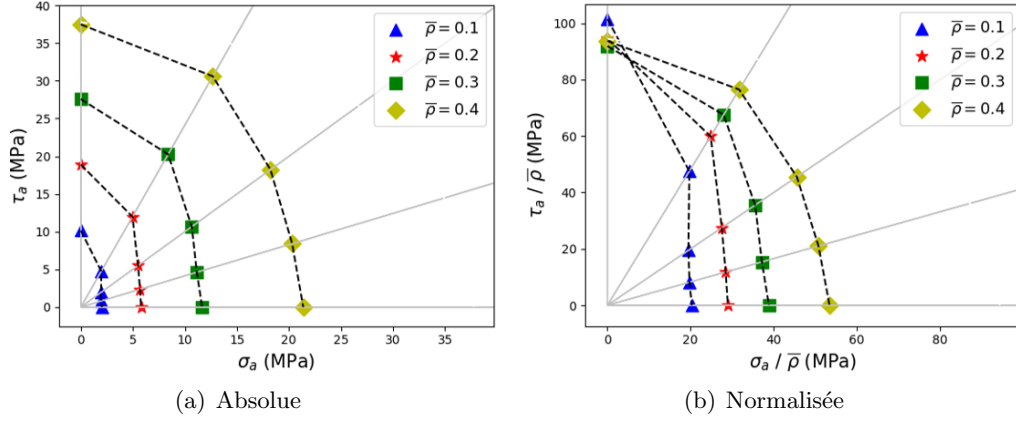


FIGURE 3.19 – Influence de la densité relative sur la résistance en fatigue de la CE BCC avec $R_\sigma = -1$.

La deuxième campagne d'analyses s'intéresse à vérifier si la combinaison des CE aboutira à de meilleures performances en termes de résistances en fatigue sous chargements multiaxiaux. Les figures 3.21 et 3.24 illustrent cet aspect pour la CE CBCC (figure 3.20) qui est la combinaison des deux CE CC (figure 3.18) et BCC (figure 3.19) et la CE Octet (figure 3.16) qui est la combinaison des deux CE FCC (figure 3.22) et Octa (figure 3.23).

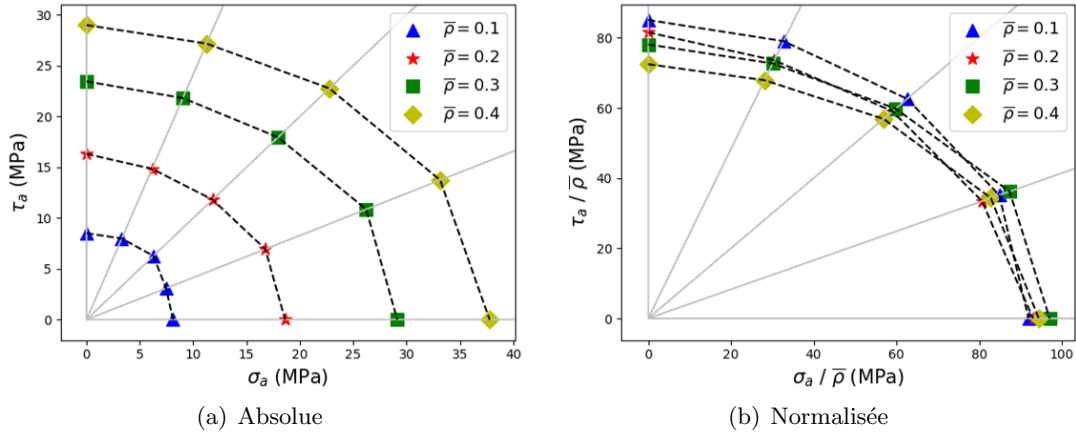


FIGURE 3.20 – Influence de la densité relative sur la résistance en fatigue de la CE CBCC avec $R_\sigma = -1$.

3.4. RÉSULTATS NUMÉRIQUES

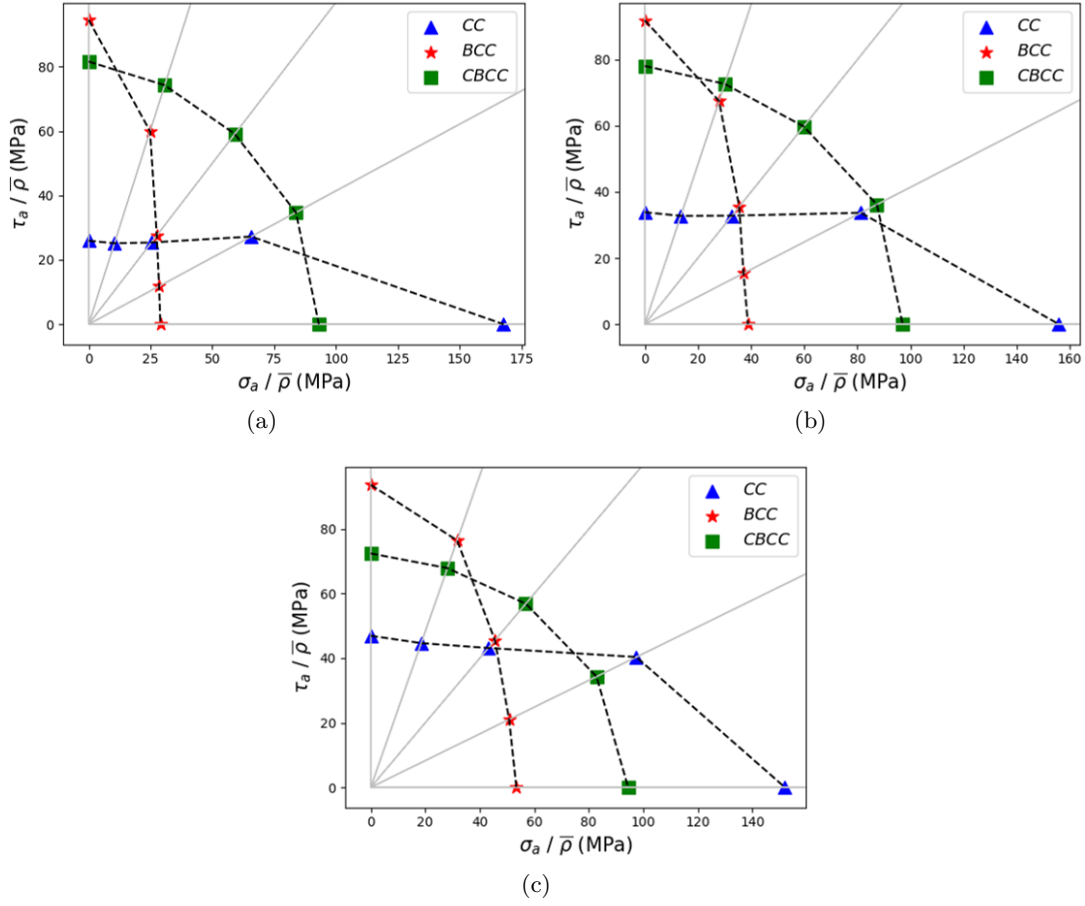


FIGURE 3.21 – Illustration des performances globales quant à la résistance en fatigue multiaxiale de différentes géométries de CE, à savoir CC, BCC et CBCC pour (a) $\bar{\rho} = 0.2$, (b) $\bar{\rho} = 0.3$ et (c) $\bar{\rho} = 0.4$ avec $R_\sigma = -1$.

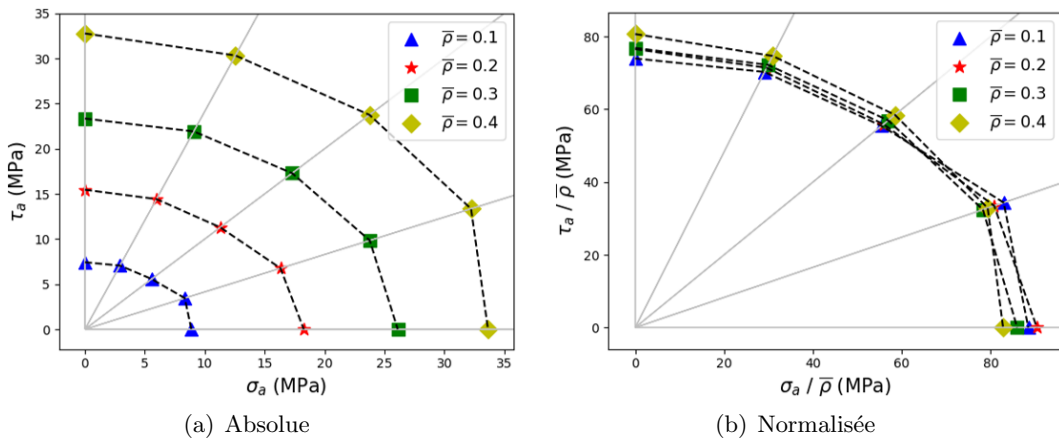


FIGURE 3.22 – Influence de la densité relative sur la résistance en fatigue de la CE FCC avec $R_\sigma = -1$.

3.4. RÉSULTATS NUMÉRIQUES

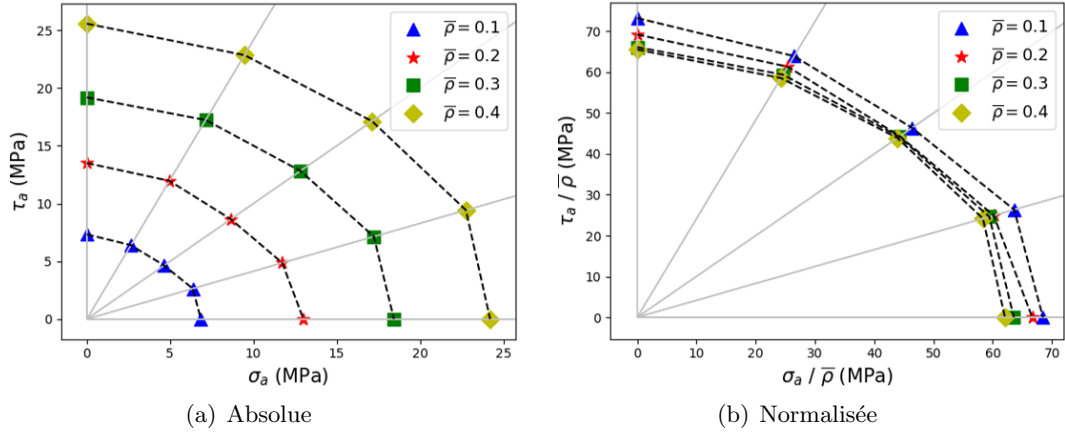


FIGURE 3.23 – Influence de la densité relative sur la résistance en fatigue de la CE Octa avec $R_\sigma = -1$.

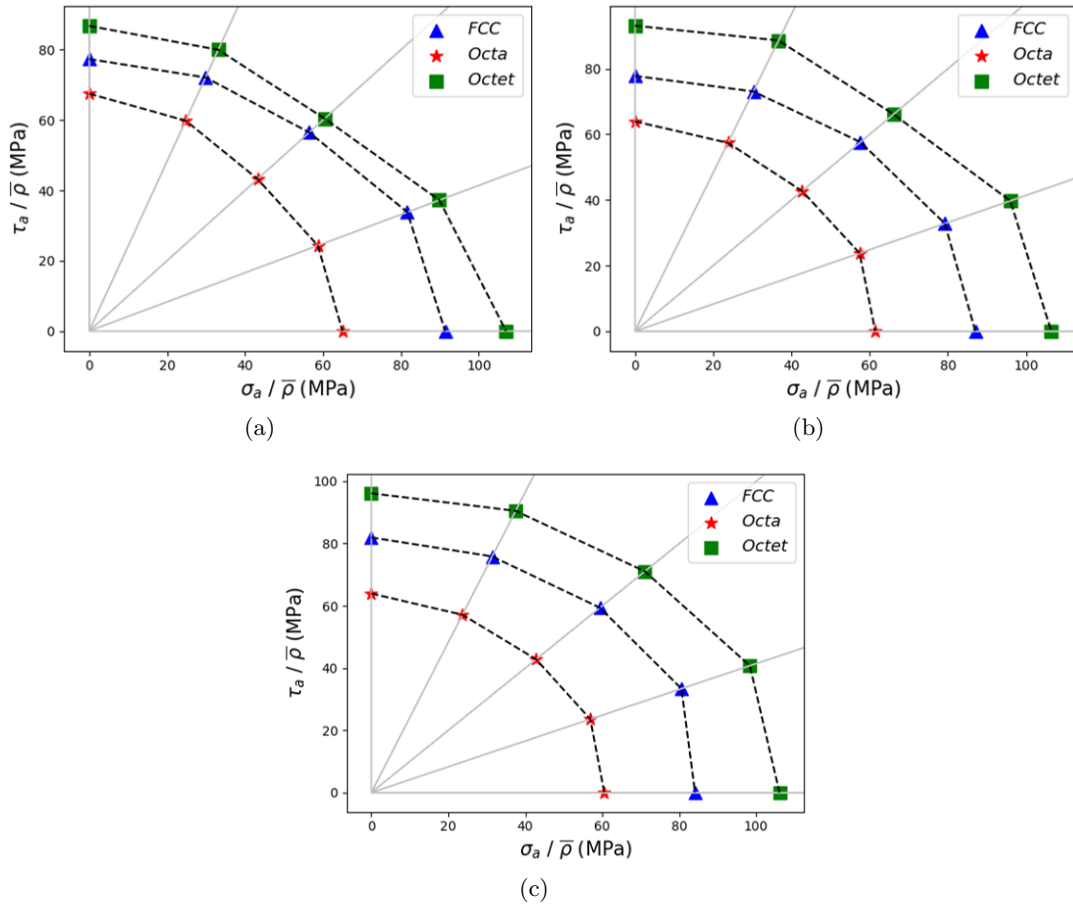


FIGURE 3.24 – Illustration des performances globales quant à la résistance en fatigue multiaxiale de différentes géométries de CE, à savoir FCC, Octa et Octet pour (a) $\bar{\rho} = 0.2$, (b) $\bar{\rho} = 0.3$ et (c) $\bar{\rho} = 0.4$ avec $R_\sigma = -1$.

3.4.4 Effet de la présence de noeuds sphériques et de rayons de raccordement sur la réponse mécanique et la résistance en fatigue des CEs

Il est évident que les zones de concentration de contraintes, localisées aux intersections des barreaux résistant aux chargements appliqués, affectent fortement le calcul des PEE et la résistance en fatigue des structures lattices.

Pour se rapprocher du cas réel de la fabrication additive (pas d'angle droit) et pour améliorer la conception de la CE, l'influence de la présence de noeuds sphériques et de rayons de raccordement sur les PEE et la résistance en fatigue est examinée dans la présente section. Une illustration de la CE CBCC avec des noeuds sphériques ainsi que des rayons de raccordement joignant ses barreaux est donnée dans les figures 3.25 et 3.26 pour différentes valeurs du diamètre de la sphère Ω et du rayon de raccordement R . Ω et R sont exprimés en fonction du d_{CAO} , c'est-à-dire $\Omega = \delta d_{CAO}$ et $R = \gamma d_{CAO}$.

Il est important de noter que les calculs numériques sont faits pour $\gamma = 0, 2.2, 2.4, 2.6, 2.8$ et pour $\delta = 0, \frac{1}{6}, \frac{1}{3}, \frac{1}{2}, \frac{2}{3}$.

Une étude de convergence du maillage a été menée afin de vérifier son influence sur les PEE et la résistance en fatigue des différentes topologies de CEs. La même démarche de maillage a été appliquée ici avec un pas de 0.03 mm pour une CE de taille $L = 3$ mm.

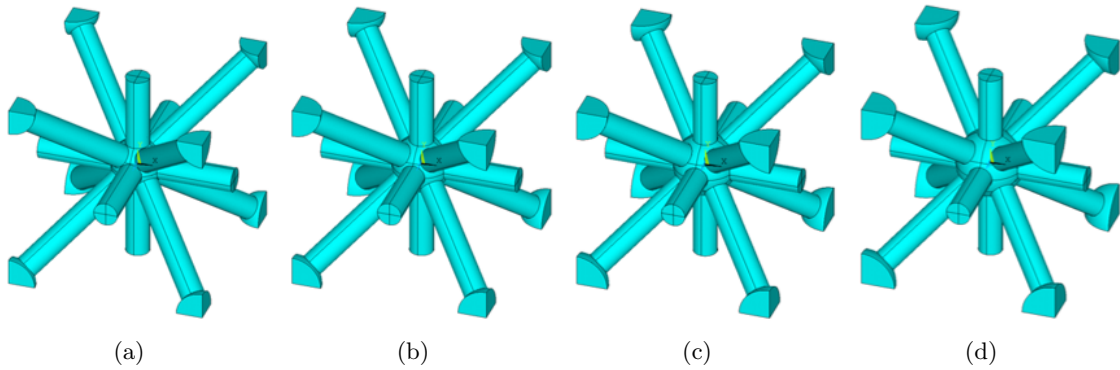


FIGURE 3.25 – CE CBCC avec (a) $\gamma = 2.2$, (b) $\gamma = 2.4$, (c) $\gamma = 2.6$ et (d) $\gamma = 2.8$.

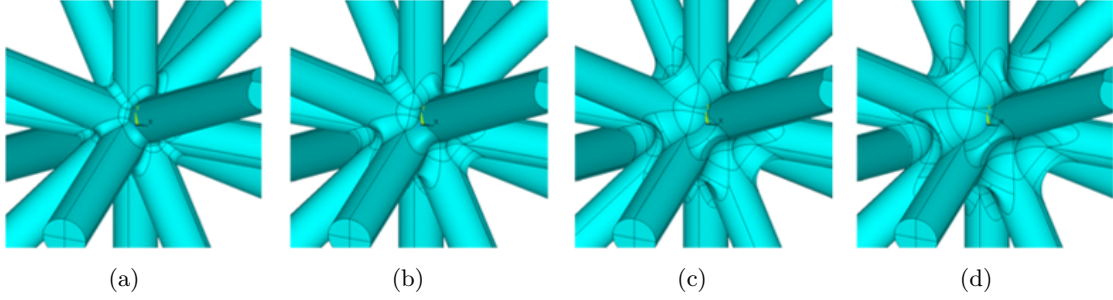


FIGURE 3.26 – CE CBCC avec (a) $\delta = \frac{1}{6}$, (b) $\delta = \frac{1}{3}$, (c) $\delta = \frac{1}{2}$ et (d) $\delta = \frac{2}{3}$.

3.4.4.1 Effet de la présence de noeuds sphériques et de rayons de raccordement sur la réponse mécanique des CEs

Les figures 3.27(a) - 3.30(a), montrent la variation des PEE en fonction de γ , tandis que les figures 3.27(b) - 3.30(b) illustrent la variation de ces mêmes propriétés normalisées par la densité relative, toujours en fonction de γ . Soit ρ_0 la densité relative de la CE avant d'introduire les caractéristiques géométriques locales

On déduit des figures 3.27(a) - 3.30(a) que la présence de noeuds sphériques joignant les barreaux permet d'améliorer les PEE. Cependant, plus le diamètre de la sphère est grand, plus la densité de la CE est grande. Comme le montre les figures 3.27(b) - 3.30(b), lorsque le diamètre de la sphère est supérieur à un certain seuil (qui dépend de la topologie de la CE), la densité croît plus vite que certains PEE, donc le rapport rigidité / poids du lattice diminue.

3.4. RÉSULTATS NUMÉRIQUES

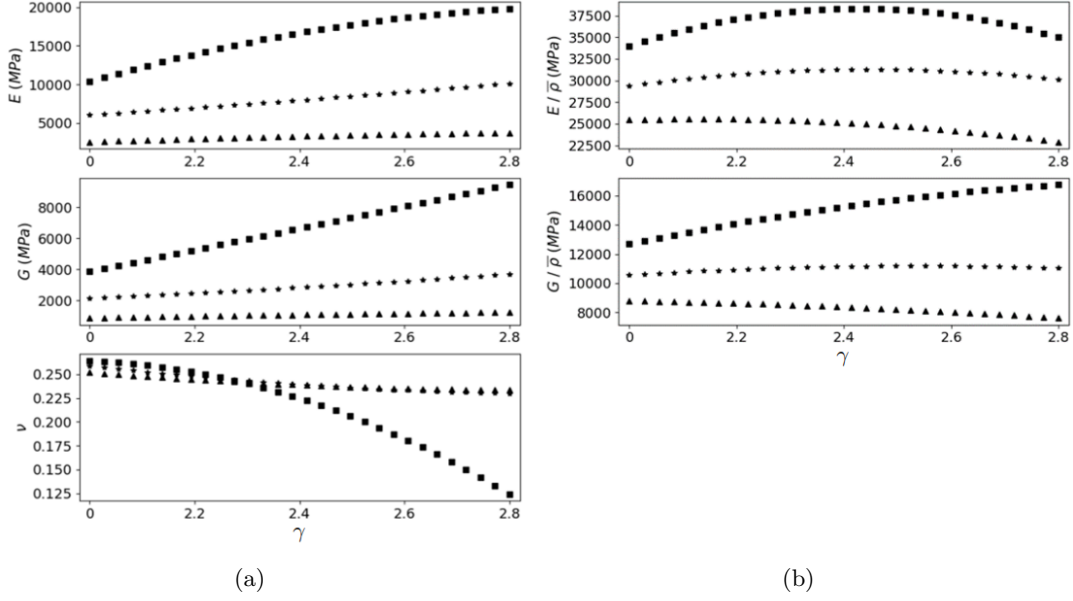


FIGURE 3.27 – Variation des propriétés élastiques effectives (a) absolues et (b) normalisées en fonction de γ , de la CE ACC. Triangles : $d_{CAO} = 339\mu\text{m}$ ($\rho_0 = 0.1$), Etoiles : $d_{CAO} = 497\mu\text{m}$ ($\rho_0 = 0.2$) et Carrées : $d_{CAO} = 629.2\mu\text{m}$ ($\rho_0 = 0.3$).

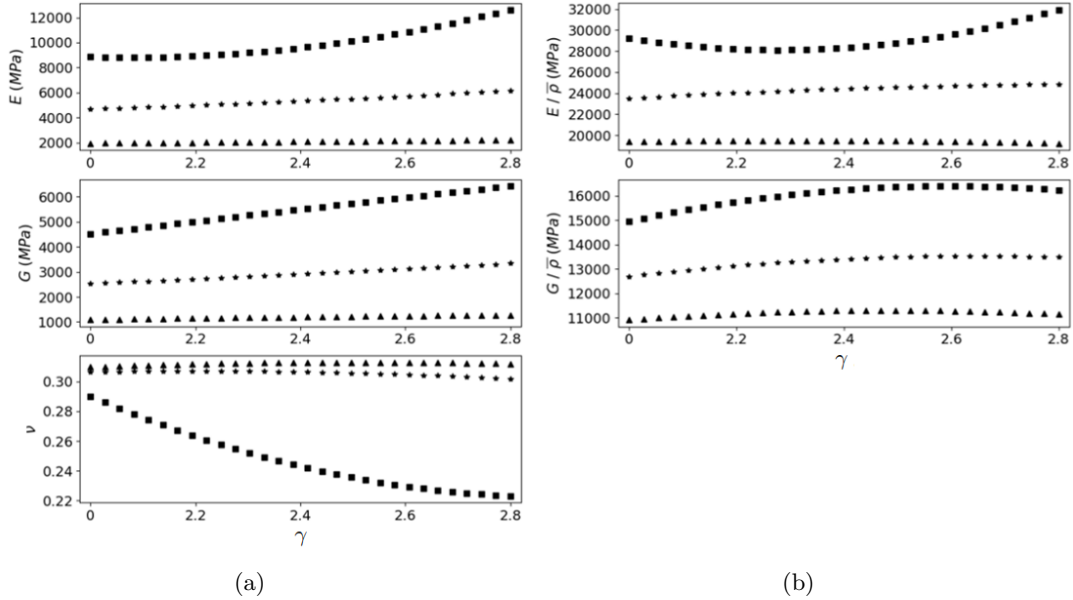


FIGURE 3.28 – Variation des propriétés élastiques effectives (a) absolues et (b) normalisées en fonction de γ , de la CE CBCC. Triangles : $d_{CAO} = 353\mu\text{m}$ ($\rho_0 = 0.1$), Etoiles : $d_{CAO} = 508.5\mu\text{m}$ ($\rho_0 = 0.2$) et Carrées : $d_{CAO} = 631.6\mu\text{m}$ ($\rho_0 = 0.3$).

3.4. RÉSULTATS NUMÉRIQUES

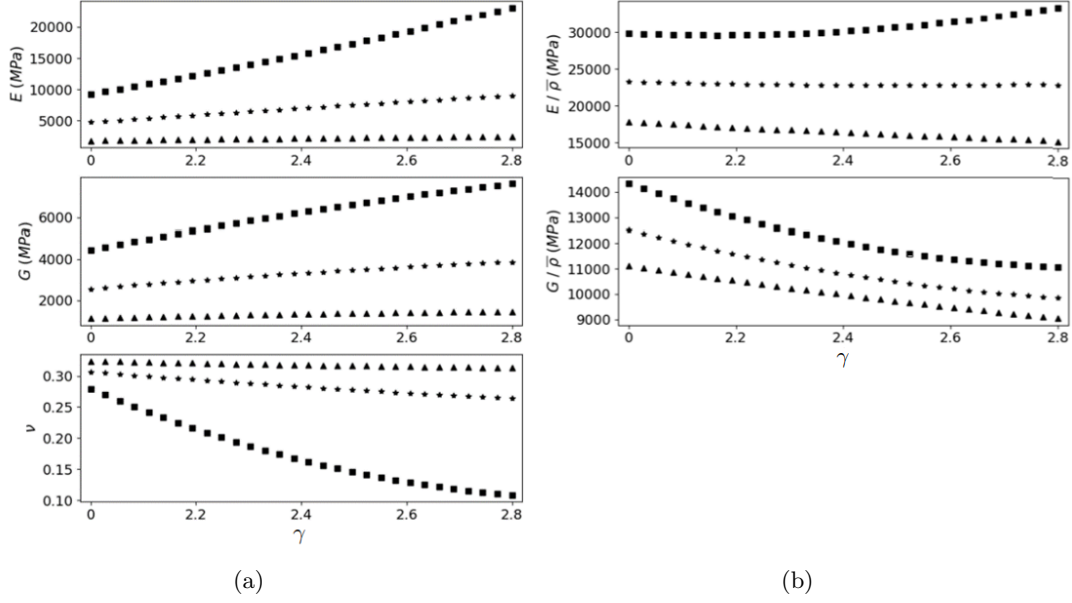


FIGURE 3.29 – Variation des propriétés élastiques effectives (a) absolues et (b) normalisées en fonction de γ , de la CE FCC. Triangles : $d_{CAO} = 394.9\mu\text{m}$ ($\rho_0 = 0.1$), Etoiles : $d_{CAO} = 580.3\mu\text{m}$ ($\rho_0 = 0.2$) et Carrées : $d_{CAO} = 735.3\mu\text{m}$ ($\rho_0 = 0.3$).

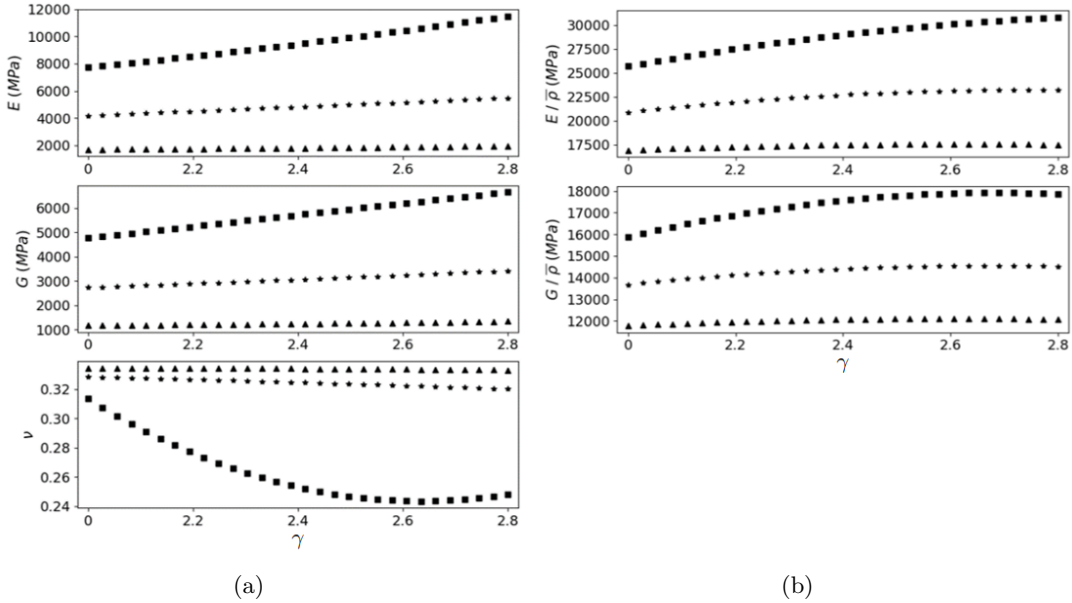


FIGURE 3.30 – Variation des propriétés élastiques effectives (a) absolues et (b) normalisées en fonction de γ , de la CE Octet. Triangles : $d_{CAO} = 279.3\mu\text{m}$ ($\rho_0 = 0.1$), Etoiles : $d_{CAO} = 410.1\mu\text{m}$ ($\rho_0 = 0.2$) et Carrées : $d_{CAO} = 519.5\mu\text{m}$ ($\rho_0 = 0.3$).

3.4. RÉSULTATS NUMÉRIQUES

Les figures 3.31(a) - 3.34(a), illustrent la variation des PEE en fonction de δ , tandis que les figures 3.31(b) - 3.34(b), illustrent la variation des PEE normalisées par la densité relative en fonction de δ .

Une analyse des figures 3.31(a) - 3.34(a), suggèrent que la présence de rayons de raccordement entre les barreaux conduit à une amélioration globale des PEE. Cependant, cette amélioration est inférieure à celle obtenue en rajoutant des noeuds sphériques.

Les figures 3.31(b) - 3.34(b), montrent que les PEE croissent plus vite que la densité relative. En conséquence, une CE comportant des rayons de raccordement est toujours une structure légère, car le rapport rigidité / poids est une fonction monotone non décroissante pour les valeurs choisies du rayon de raccordement (valeurs pouvant être obtenues par SLM).

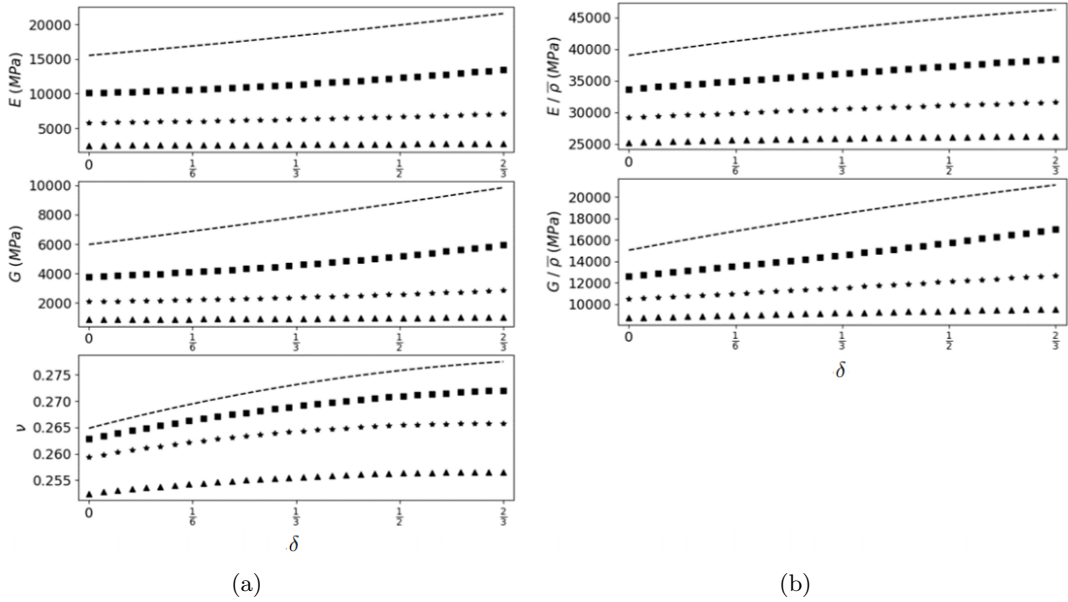


FIGURE 3.31 – Variation des propriétés élastiques effectives (a) absolues et (b) normalisées en fonction de δ , de la CE ACC. Triangles : $d_{CAO} = 339\mu\text{m}$ ($\rho_0 = 0.1$), Etoiles : $d_{CAO} = 497\mu\text{m}$ ($\rho_0 = 0.2$), Carrées : $d_{CAO} = 629.2\mu\text{m}$ ($\rho_0 = 0.3$) et Line-pointillé : $d_{CAO} = 750\mu\text{m}$ ($\rho_0 = 0.4$).

3.4. RÉSULTATS NUMÉRIQUES

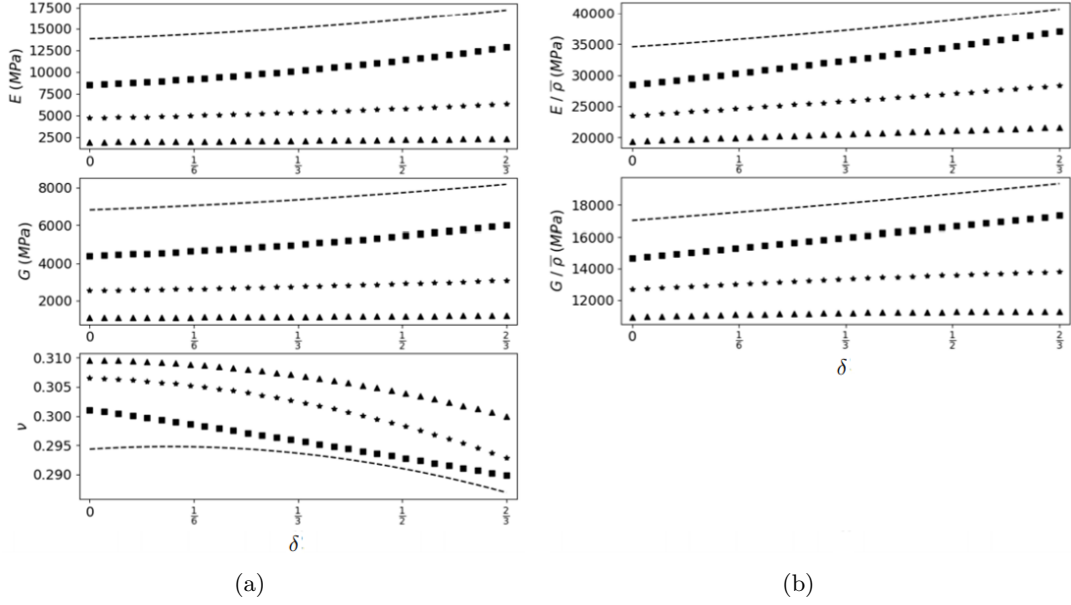


FIGURE 3.32 – Variation des propriétés élastiques effectives (a) absolues et (b) normalisées en fonction de δ , de la CE CBCC. Triangles : $d_{CAO} = 353\mu\text{m}$ ($\rho_0 = 0.1$), Etoiles : $d_{CAO} = 508.5\mu\text{m}$ ($\rho_0 = 0.2$), Carrées : $d_{CAO} = 631.6\mu\text{m}$ ($\rho_0 = 0.3$) et Line-pointillé : $d_{CAO} = 739\mu\text{m}$ ($\rho_0 = 0.4$).

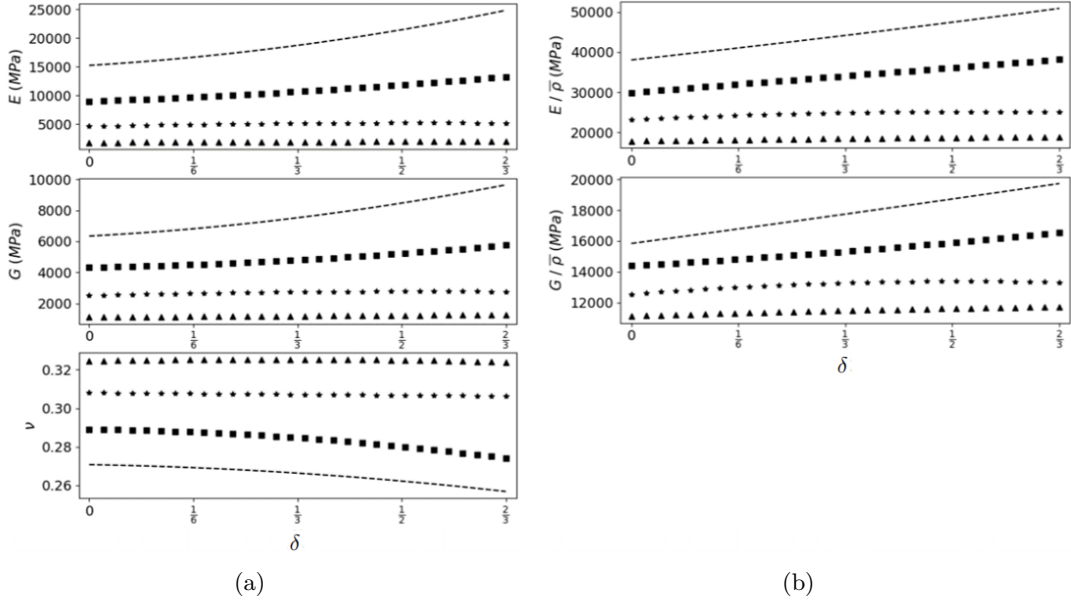


FIGURE 3.33 – Variation des propriétés élastiques effectives (a) absolues et (b) normalisées en fonction de δ , de la CE FCC. Triangles : $d_{CAO} = 394.9\mu\text{m}$ ($\rho_0 = 0.1$), Etoiles : $d_{CAO} = 580.3\mu\text{m}$ ($\rho_0 = 0.2$), Carrées : $d_{CAO} = 735.3\mu\text{m}$ ($\rho_0 = 0.3$) et Line-pointillé : $d_{CAO} = 878.5\mu\text{m}$ ($\rho_0 = 0.4$).

3.4. RÉSULTATS NUMÉRIQUES

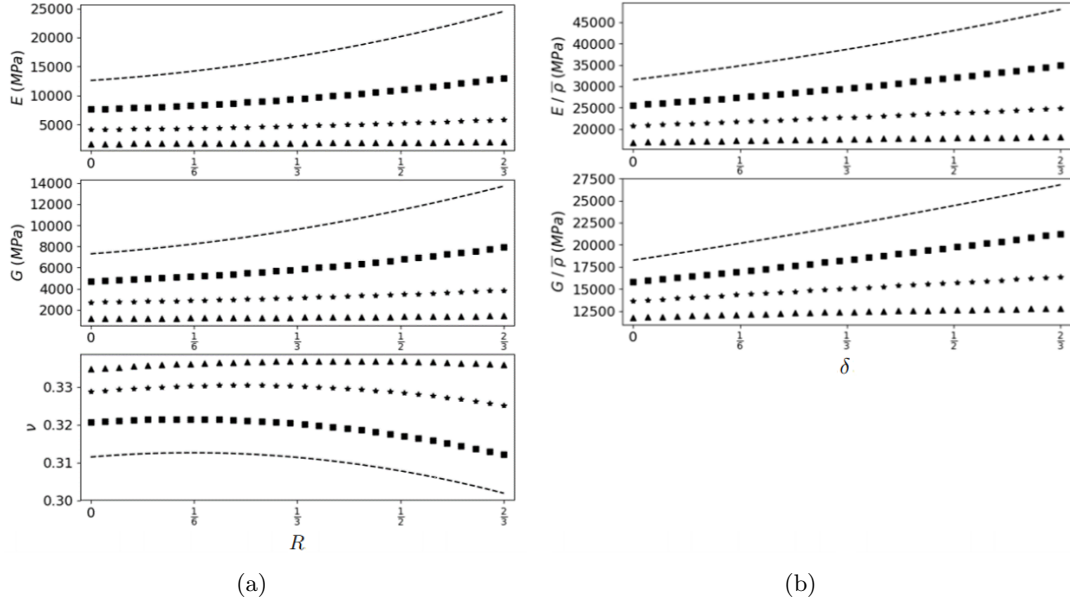


FIGURE 3.34 – Variation des propriétés élastiques effectives (a) absolues et (b) normalisées en fonction de δ , de la CE Octet. Triangles : $d_{CAO} = 279.3\mu\text{m}$ ($\rho_0 = 0.1$), Etoiles : $d_{CAO} = 410.1\mu\text{m}$ ($\rho_0 = 0.2$), Carrées : $d_{CAO} = 519.5\mu\text{m}$ ($\rho_0 = 0.3$) et Line-pointillé : $d_{CAO} = 621.1\mu\text{m}$ ($\rho_0 = 0.4$).

3.4.4.2 Effet de la présence de noeuds sphériques et de rayons de raccordement sur la résistance en fatigue des CEs

Suivant le même esprit de l'étude de sensibilité faite sur l'effet de la présence de noeuds sphériques et de rayons de raccordements sur les PEE de certaines configurations de CEs, on a analysé le même effet sur la résistance en fatigue de ces mêmes CEs. Les figures 3.35(a) - 3.38(e), montrent la variation de la résistance en fatigue en fonction du coefficient γ . Les figures 3.35(b) - 3.38(f), illustrent ces mêmes courbes de résistance en fatigue normalisées par la densité relative.

On déduit des figures 3.35(a) - 3.38(a) que la présence de noeuds sphériques entre les barreaux entraîne une amélioration globale de la résistance en fatigue des CEs. Le taux d'amélioration dépend de la topologie de la CE, de la densité relative et du type de chargement appliqué. En revanche, la densité relative augmente plus rapidement que la résistance, en conséquence, le rapport résistance / poids de la CE diminue aussi (figures 3.35(b) - 3.38(b)). Il est important de noter que la résistance en fatigue augmente avec l'augmentation de γ , à l'exception de la CE CBCC où à partir d'un certain seuil, augmenter γ n'améliore plus la résistance en fatigue (voir figures 3.36(c) et 3.36(e) pour les deux cas de chargements L_2 et L_5).

3.4. RÉSULTATS NUMÉRIQUES

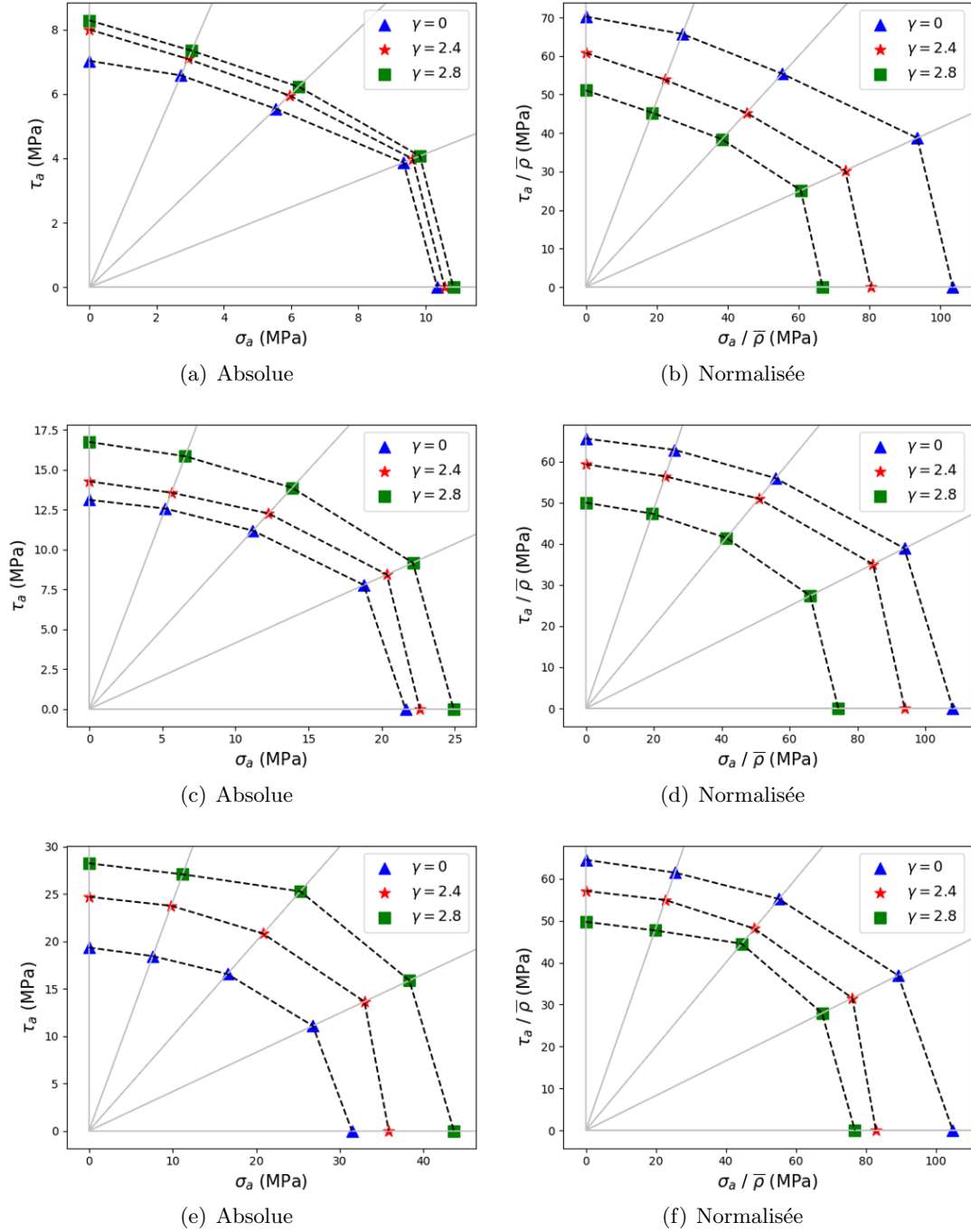


FIGURE 3.35 – Influence de γ sur la résistance en fatigue de la CE ACC pour (a, b) $d_{CAO} = 339\mu\text{m}$, (c, d) $d_{CAO} = 497\mu\text{m}$ et (e, f) $d_{CAO} = 629\mu\text{m}$ avec $R_\sigma = -1$.

3.4. RÉSULTATS NUMÉRIQUES

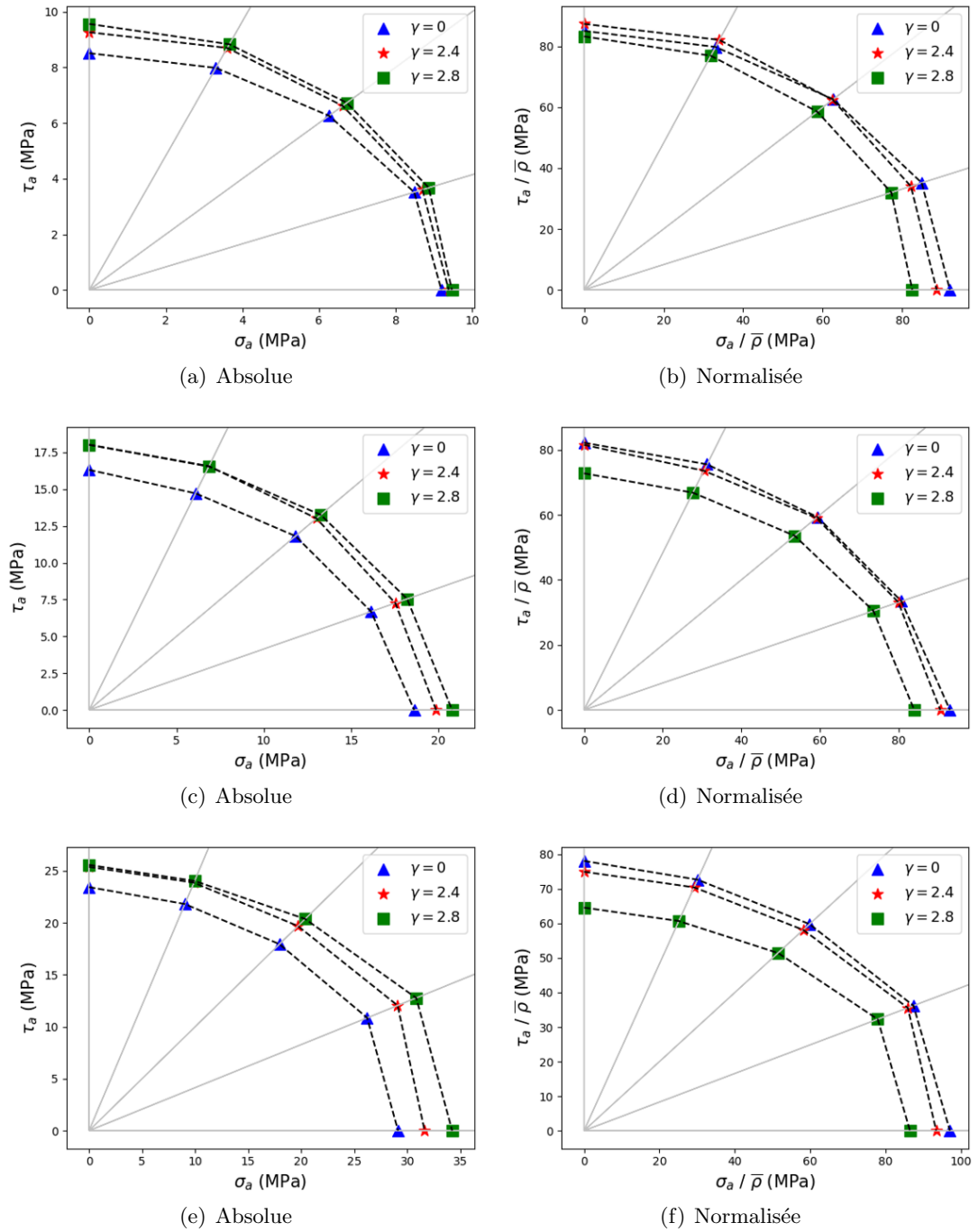


FIGURE 3.36 – Influence de γ sur la résistance en fatigue de la CE CBCC pour (a, b) $d_{CAO} = 353\mu\text{m}$, (c, d) $d_{CAO} = 508.5\mu\text{m}$ et (e, f) $d_{CAO} = 631.6\mu\text{m}$ avec $R_\sigma = -1$.

3.4. RÉSULTATS NUMÉRIQUES

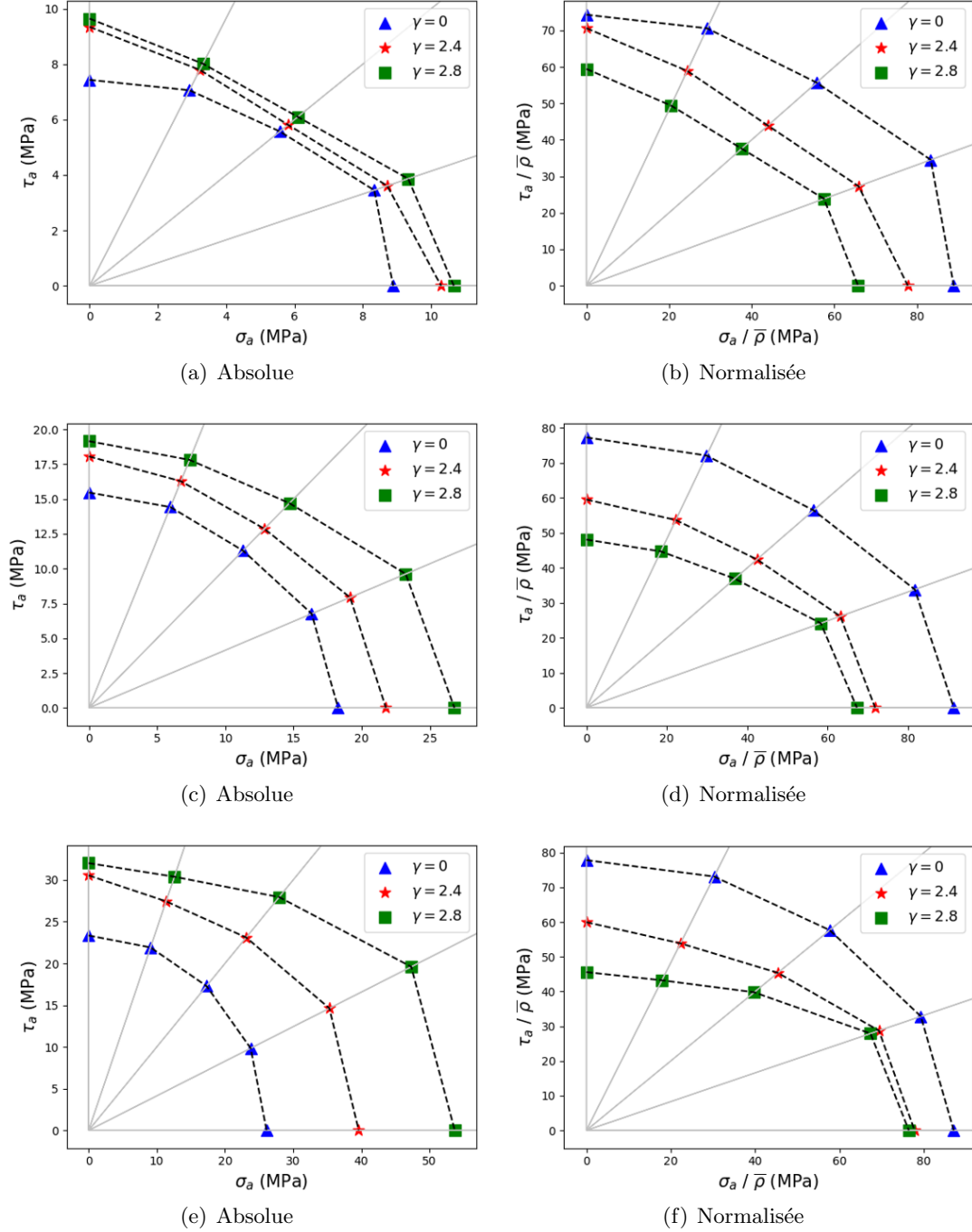


FIGURE 3.37 – Influence de γ sur la résistance en fatigue de la CE FCC pour (a, b) $d_{CAO} = 394.9\mu\text{m}$, (c, d) $d_{CAO} = 580.3\mu\text{m}$ et (e, f) $d_{CAO} = 735.3\mu\text{m}$ avec $R_\sigma = -1$.

3.4. RÉSULTATS NUMÉRIQUES

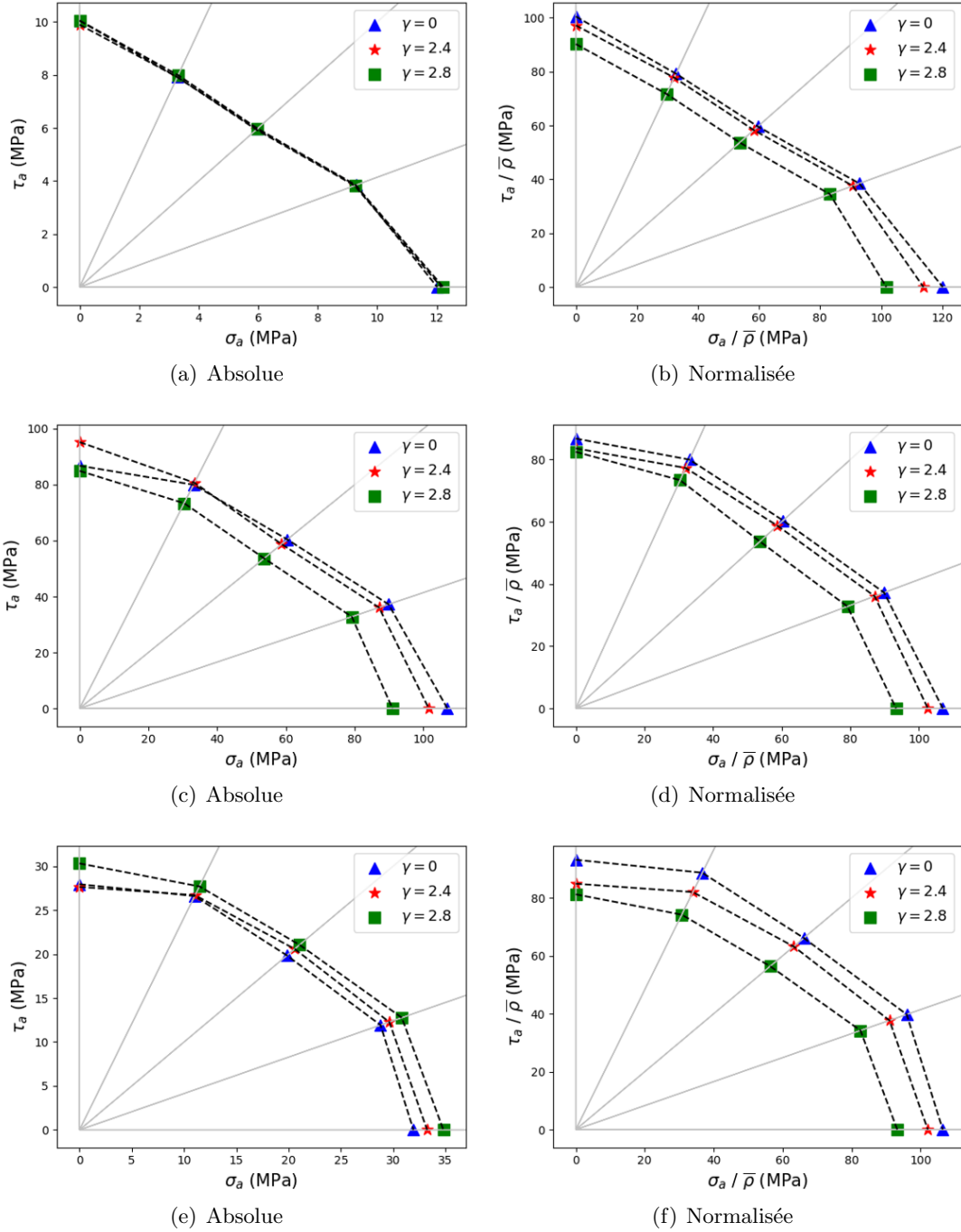


FIGURE 3.38 – Influence de γ sur la résistance en fatigue de la CE Octet pour (a, b) $d_{CAO} = 279.3\mu\text{m}$, (c, d) $d_{CAO} = 410.1\mu\text{m}$ et (e, f) $d_{CAO} = 519.5\mu\text{m}$ avec $R_\sigma = -1$.

Les figures 3.39(a) - 3.42(a), illustrent la variation de la résistance en fatigue en fonction de δ , tandis que les figures 3.39(b) - 3.42(b), illustrent la variation de la résistance en fatigue normalisée par

3.4. RÉSULTATS NUMÉRIQUES

la densité relative en fonction de δ .

Comme cela peut être facilement déduit des figures 3.39(e) - 3.42(e), la présence des rayons de raccordements permet d'augmenter la résistance en fatigue du lattice. De plus, la résistance en fatigue croît presque proportionnellement à la densité relative lorsque $\bar{\rho} \leq 0.2$ mais plus vite lorsque $\bar{\rho} \geq 0.3$, comme illustré par les figures 3.39(f) - 3.42(f). Il est important de noter que la résistance en fatigue et la résistance normalisée par la densité relative augmentent avec l'augmentation de δ .

3.4. RÉSULTATS NUMÉRIQUES

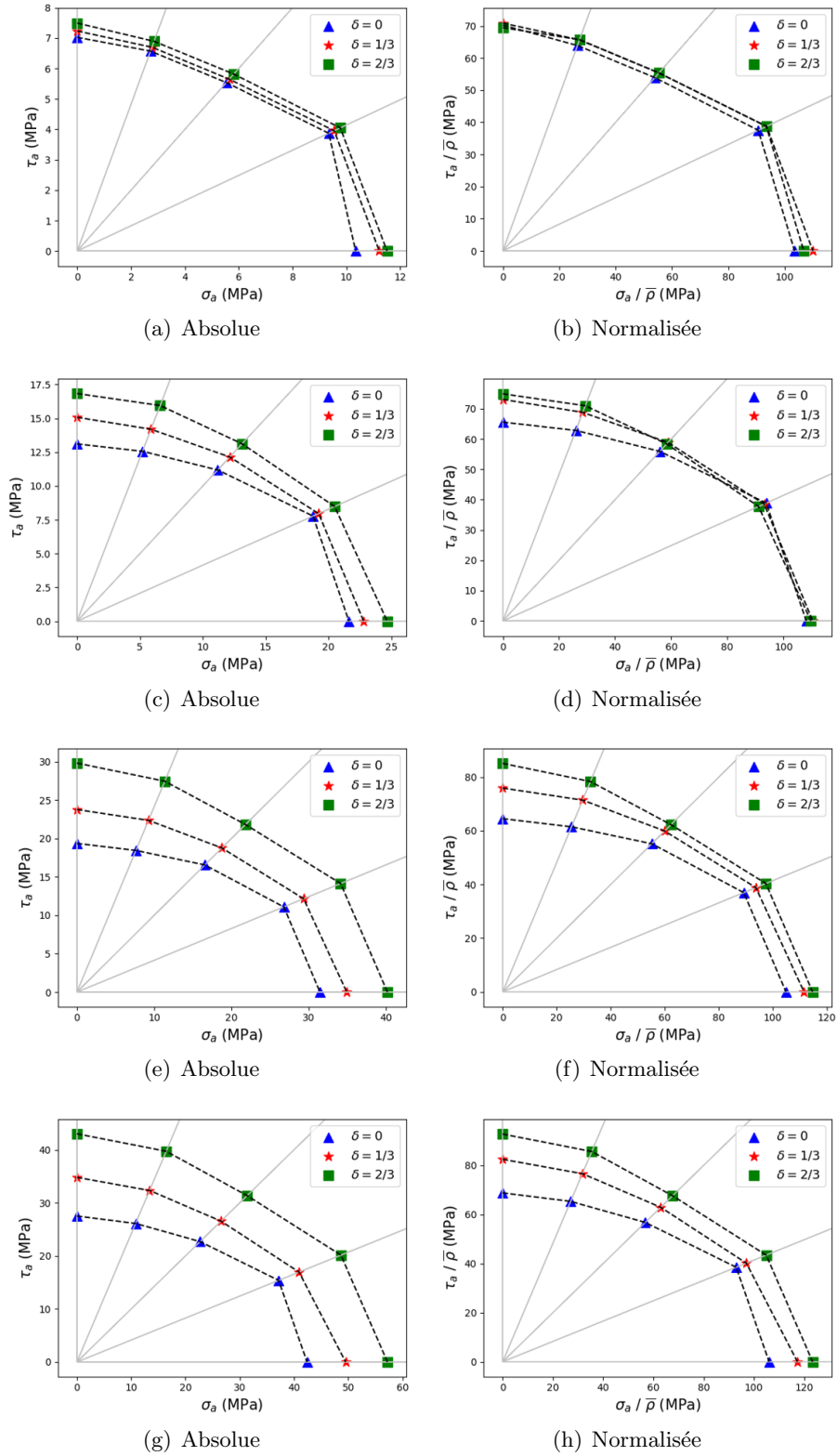


FIGURE 3.39 – Influence de δ sur la résistance en fatigue de la CE ACC pour (a, b) $d_{CAO} = 339\mu\text{m}$, (c, d) $d_{CAO} = 497\mu\text{m}$, (e, f) $d_{CAO} = 629.2\mu\text{m}$ et (g, h) $d_{CAO} = 750\mu\text{m}$ avec $R_\sigma = -1$.

3.4. RÉSULTATS NUMÉRIQUES

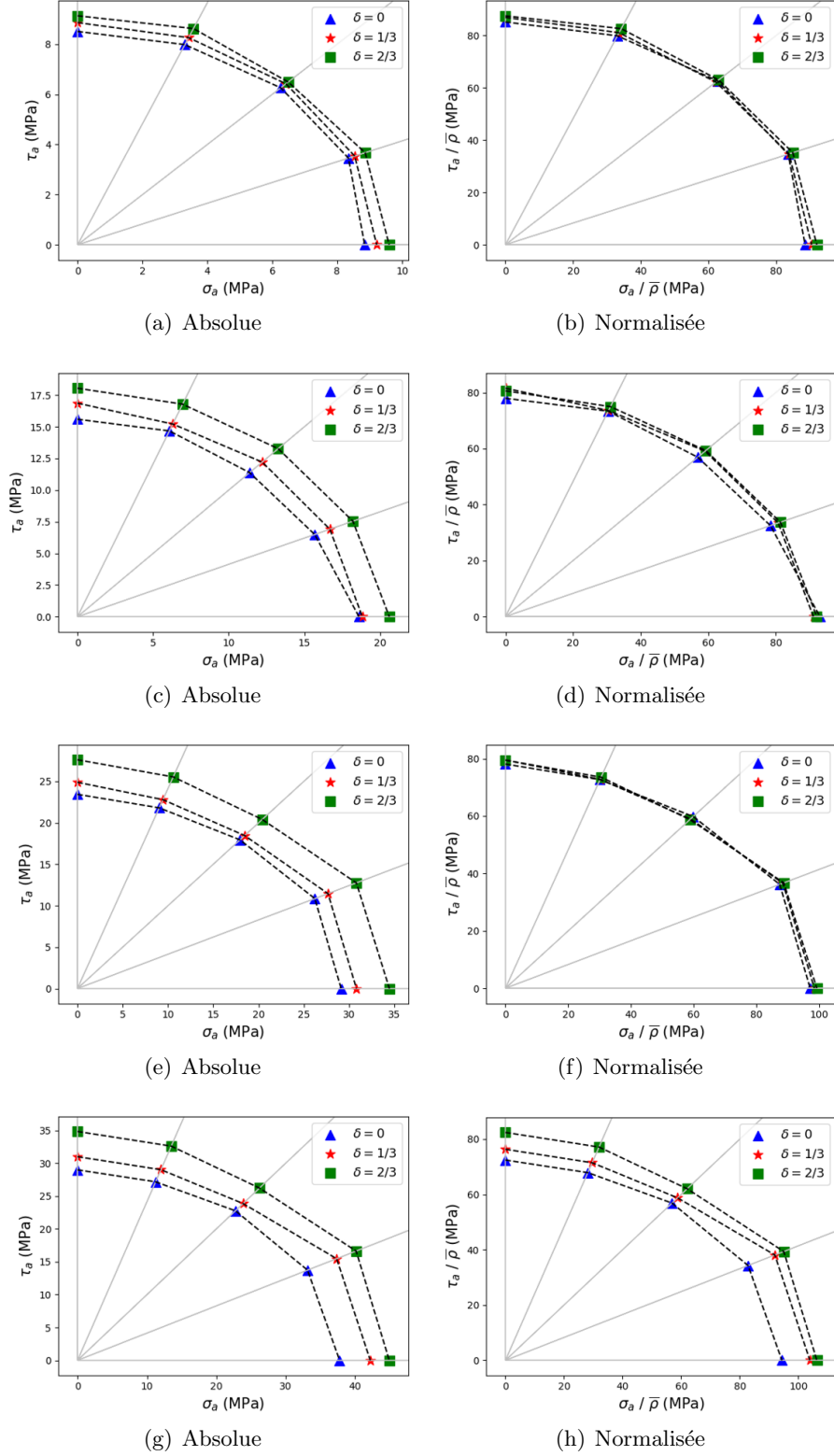


FIGURE 3.40 – Influence de δ sur la résistance en fatigue de la CE CBCC pour (a, b) $d_{CAO} = 353\mu\text{m}$, (c, d) $d_{CAO} = 508.5\mu\text{m}$, (e, f) $d_{CAO} = 631.6\mu\text{m}$ et (g, h) $d_{CAO} = 739\mu\text{m}$ avec $R_\sigma = -1$.

3.4. RÉSULTATS NUMÉRIQUES

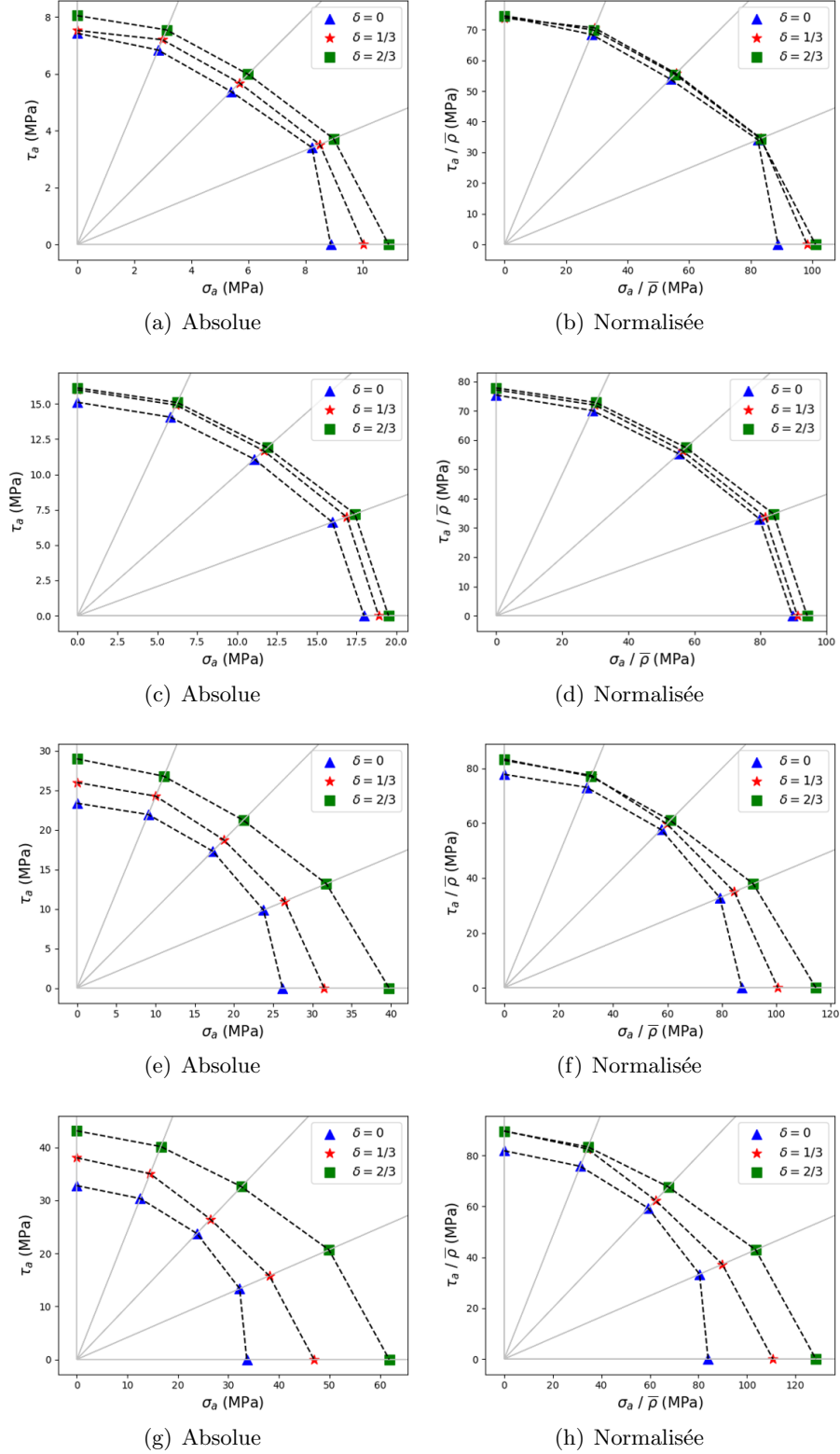


FIGURE 3.41 – Influence de δ sur la résistance en fatigue de la CE FCC pour (a, b) $d_{CAO} = 394.9\mu\text{m}$, (c, d) $d_{CAO} = 580.3\mu\text{m}$, (e, f) $d_{CAO} = 735.3\mu\text{m}$ et (g, h) $d_{CAO} = 878.5\mu\text{m}$ avec $R_\sigma = -1$.

3.4. RÉSULTATS NUMÉRIQUES

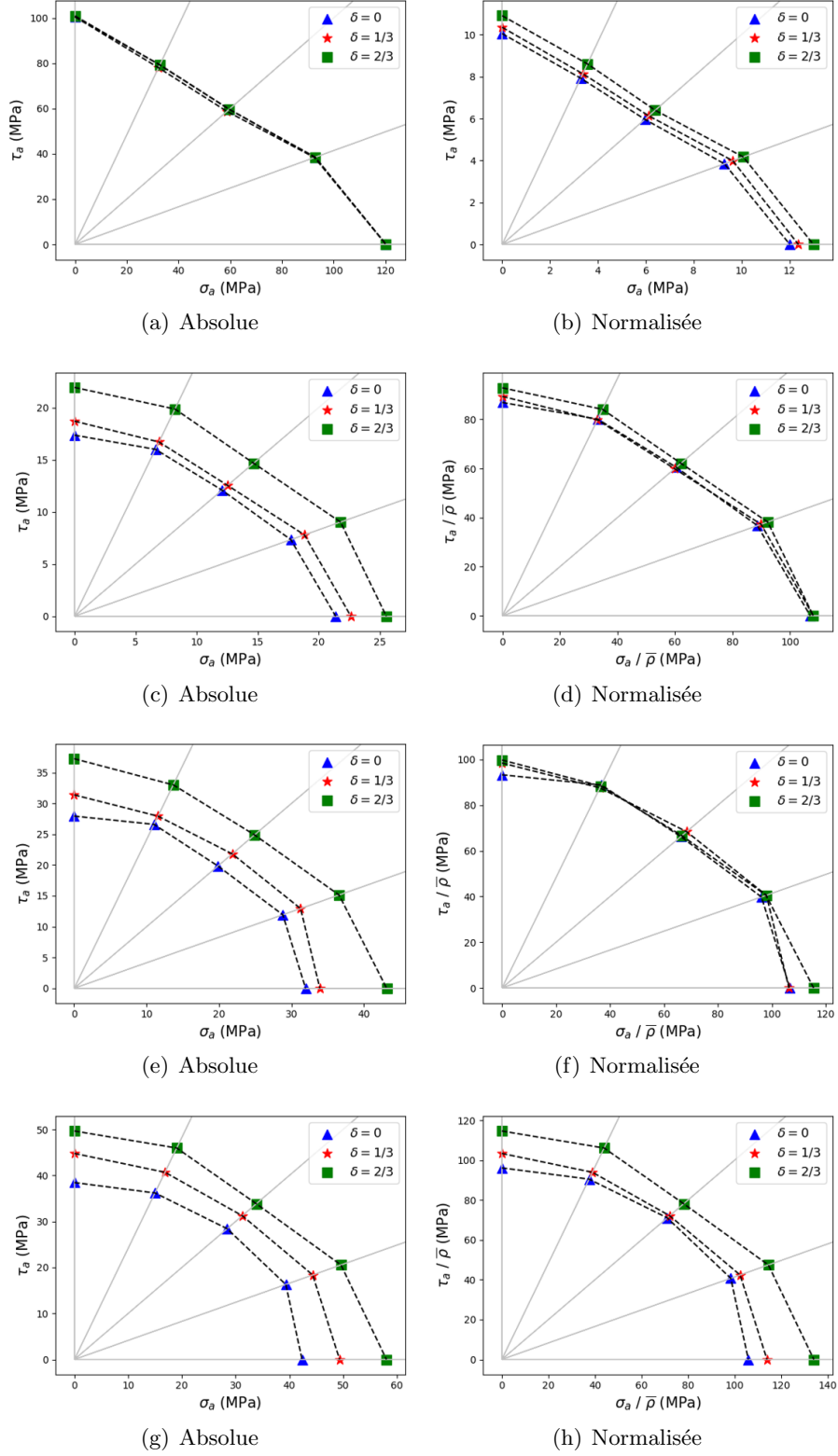


FIGURE 3.42 – Influence de δ sur la résistance en fatigue de la CE Octet pour (a, b) $d_{CAO} = 279.3\mu\text{m}$, (c, d) $d_{CAO} = 410.1\mu\text{m}$, (e, f) $d_{CAO} = 519.5\mu\text{m}$ et (g, h) $d_{CAO} = 621.1\mu\text{m}$ avec $R_\sigma = -1$.

3.4.5 Effet de présence de bords libres

Conduire l'étude numérique sur une seule CE permet la modélisation et l'analyse avec des coûts de calcul considérablement réduits. Cependant, comme les structures cellulaires réelles ont toujours des dimensions finies et s'écartent donc de cette condition, des effets de bords libres apparaissent, qui pourraient être affectés par le rapport d'aspect dimensionnel des CEs, leurs coefficients de Poisson et leurs orientations par rapport à la direction de chargement.

Pour les deux types de CEs Octet et T-Gyroid, des modèles cubiques spatiaux de 2, 4, 6 et 8 CEs ont été conçus et testés pour évaluer les effets de bords libres (figure 3.43). Ces structures ont une densité relative $\bar{\rho} = 0.2$, une taille de cellule $L = 4$ mm, encastées à leurs faces inférieures et soumises à un chargement de traction-compression ($R_\sigma = -1$) à leurs faces supérieures.

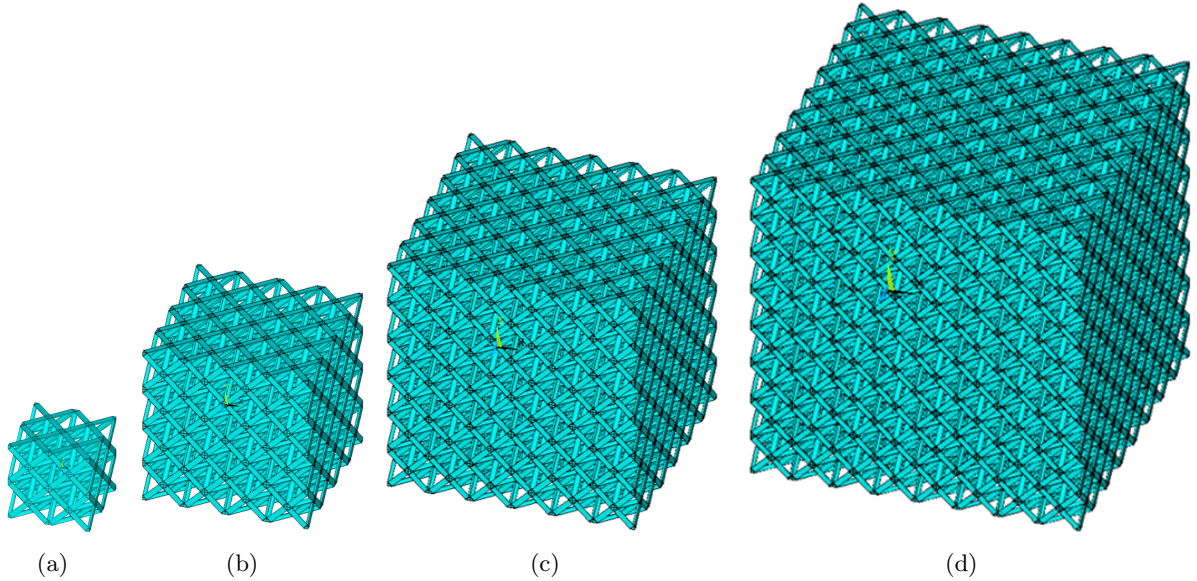


FIGURE 3.43 – Modèles de structures cellulaires Octet utilisées pour évaluer l'effet de bords libres avec (a) 2 x 2 x 2 CEs, (b) 4 x 4 x 4 CEs, (c) 6 x 6 x 6 CEs et (d) 8 x 8 x 8 CEs.

La figure 3.44 montre la variation de la résistance en fatigue en fonction du nombre de CEs des structures cellulaires cubiques Octet (figure 3.44(a)) et T-Gyroid (figure 3.44(b)). La ligne en rouge représente la résistance en fatigue calculée pour une structure cellulaire infinie.

Les effets de bords libres ont tendance à augmenter la résistance en fatigue avec l'augmentation du nombre de CEs (n_{CE}) jusqu'à stabilisation. En règle générale, ce nombre seuil de CEs varie selon

3.4. RÉSULTATS NUMÉRIQUES

les différentes topologies de structures cellulaires mais dans notre cas, un minimum de 8 cellules est nécessaire afin de minimiser ces effets pour les structures cellulaires Octet et T-Gyroid. La sensibilité à la taille de l'échantillon est illustrée par le tableau 3.14.

Pour éviter les effets de flexion en cas de mauvais alignement des éprouvettes lors des essais expérimentaux, des dimensions d'échantillons plus petites de $4 \times 4 \times 4$ CEs, qui conduisent à des résultats représentatifs, ont été choisies.

Nombre de CEs	$2 \times 2 \times 2$	$4 \times 4 \times 4$	$6 \times 6 \times 6$	$8 \times 8 \times 8$
Sensibilité aux effets de bords libres pour la CE Octet	43 %	9.1 %	2.3 %	1.4 %
Sensibilité aux effets de bords libres pour la CE T-Gyroid	20.6 %	4.8 %	1.4 %	1 %

TABLE 3.14 – Sensibilité aux effets de bords libres.

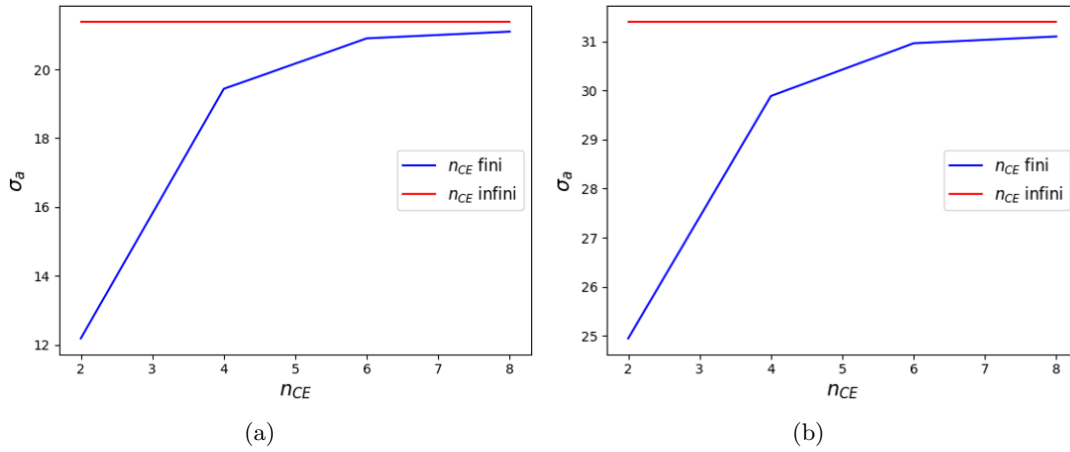


FIGURE 3.44 – Variation de la résistance en fatigue en fonction du nombre de CEs des structures cellulaires cubiques (a) Octet et (b) T-Gyroid soumises à un chargement de traction avec $\bar{\rho} = 0.2$ et $R_\sigma = -1$.

3.4.6 Effet de la rugosité de surface sur la résistance en fatigue des CEs

Les méthodologies suivantes ont été appliquées pour prendre en compte l'effet de la rugosité de surface sur la résistance en fatigue des CEs :

- Méthode 1 : Les surfaces rugueuses sont prises en compte en utilisant les paramètres $\lambda_{CR} = 0.908$ et $\gamma_{CR} = 195.8$ déterminé à 2×10^6 cycles pour des surfaces brutes de fabrication caractérisées par $R_a = 19 \mu\text{m}$ et $R_v = 74 \mu\text{m}$ [233]. La géométrie CAO est utilisée. Les résultats sont tracés en utilisant des carrés sur la figure 3.46.

3.4. RÉSULTATS NUMÉRIQUES

- Méthode 2 : Les surfaces rugueuses sont obtenues à partir de la géométrie CAO par une petite perturbation (aléatoire) de l'emplacement des noeuds appartenant aux surfaces externes de la CE (la perturbation a été introduite le long de la normale locale à chaque noeud de la surface), voir figure 3.45(a). Les valeurs des diamètres $d = \bar{d}_{moyenne}$ et des rugosités de surfaces R_a des barreaux selon l'angle d'inclinaison θ , sont répertoriées dans le tableau 3.15. Les paramètres $\lambda_{CR} = 0.86$ et $\gamma_{CR} = 442.7$ déterminé à 2×10^6 cycles pour les surfaces usinées sont utilisés. Les résultats sont tracés en utilisant des losanges sur la figure 3.46.

θ	0°	35.26°	45°
$\frac{d}{\bar{d}_{CAO}}$	99 %	95.6%	97.1%
$R_a(\mu\text{m})$	43.75	37.5	29.25

TABLE 3.15 – Valeurs du diamètre d du barreau et de sa rugosité de surface R_a en fonction de son angle de construction θ . $d_{CAO} = 0.55$ mm et $L = 4$ mm.

- Méthode 3 : Les surfaces rugueuses sont acquises en scannant la CE par μCT , voir figure 3.45(b). Les paramètres λ_{CR} et γ_{CR} pour les surfaces usinées sont utilisés. Les résultats sont tracés en utilisant des étoiles sur la figure 3.46.

Un maillage symétrique de la CE est nécessaire pour pouvoir appliquer les conditions limites périodiques, par conséquent, huit calculs sur huit CEs générées à chaque fois d'un huitième de la CE scannée, ont été effectués. Pour chaque cas de chargement ($L_i \forall i = 1, \dots, 5$), on a considéré la valeur la plus faible comme valeur de résistance en fatigue.

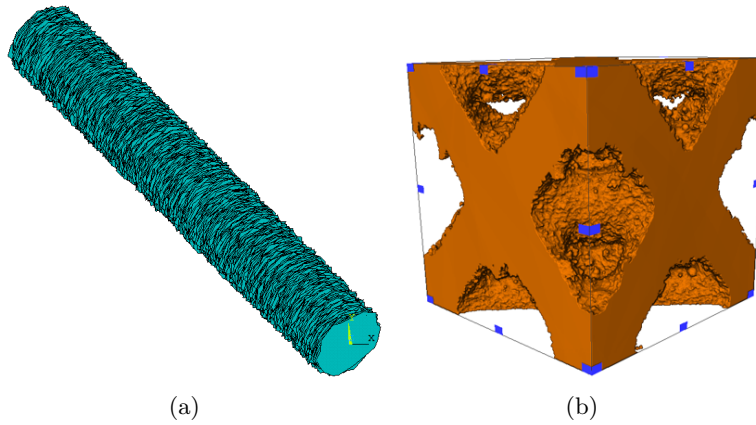


FIGURE 3.45 – Images (a) d'un barreau généré numériquement avec une surface rugueuse et (b) d'une CE reconstruite par μCT .

3.4. RÉSULTATS NUMÉRIQUES

Ces méthodologies sont comparées à celle utilisée dans les sous-sections précédentes (géométrie CAO, paramètres λ_{CR} et γ_{CR} pour les surfaces usinées), dont les résultats sont tracés à l'aide de triangles sur la figure 3.46.

Comme prévu, la rugosité de surface a un effet très important sur la résistance en fatigue. Les différences entre les trois méthodologies ne sont pas trop prononcées. La résistance en fatigue la plus faible est obtenue en utilisant la géométrie μ CT.

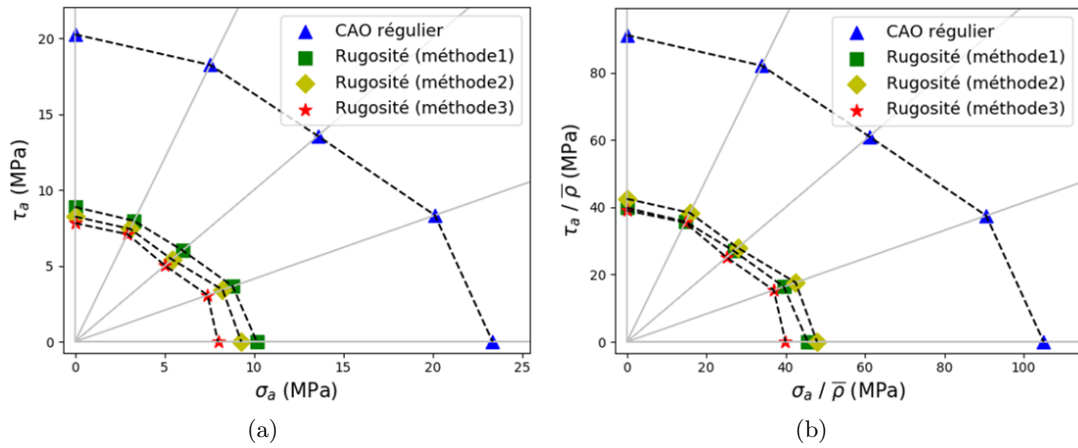


FIGURE 3.46 – Courbes de résistance en fatigue prédites par les méthodes numériques de la CE Octet : (triangles) sans rugosité de surface, (carrés) en utilisant les paramètres Crossland pour des surfaces rugueuses, (diamants) en utilisant une géométrie CAO irrégulière avec les paramètres Crossland pour des surfaces usinées, (étoiles) en utilisant la géométrie μ CT avec $\bar{\rho} = 0.2$, $L = 4$ mm et $R_\sigma = -1$.

3.4.7 Comparaison avec les résultats expérimentaux

Les résistances en fatigue expérimentales déterminées en traction par la méthode de l'escalier à 10^6 cycles sont répertoriées dans le tableau 3.16 et comparées aux résultats numériques calculés pour $R_\sigma = 0.1$.

Le critère de fatigue choisi (médiane des valeurs extrêmes du FIP) combiné à la meilleure description géométrique, c'est-à-dire le volume reconstruit par μ CT (Méthode 3), ou à une description géométrique simulée (Méthode 2) fournit des prédictions précises de la résistance en fatigue de la CE Octet.

La méthode 1 présente un moyen facile et rapide pour obtenir une estimation de premier ordre de la résistance en fatigue des structures cellulaires. Le résultat obtenu par cette méthode pour la CE

3.5. CONCLUSIONS

T-Gyroid est très proche du résultat expérimental.

EC	Octet	Gyroid
$\bar{\sigma}_{D,exp}$ (MPa)	12.3	19.7
$\bar{\sigma}_{D,num}$ (MPa) [Méthode 1]	14.3	19.2
$\bar{\sigma}_{D,num}$ (MPa) [Méthode 2]	13.1	-
$\bar{\sigma}_{D,num}$ (MPa) [Méthode 3]	11.3	-

TABLE 3.16 – Résistances en fatigue déterminées expérimentalement et prédites numériquement des CEs : Octet et T-Gyroid.

3.5 Conclusions

Dans ce chapitre, un schéma d’homogénéisation numérique basé sur l’énergie de déformation des milieux périodiques a été appliqué à 33 topologies différentes de CEs afin d’étudier leur comportement élastique macroscopique. De plus, un critère de fatigue à grand nombre de cycles basé sur la distribution des valeurs extrêmes de la contrainte équivalente de Crossland a été développé afin d’étudier l’influence de la topologie de la CE sur la résistance en fatigue des structures cellulaires.

Une première analyse d’homogénéisation a été réalisée sur la topologie nominale de chaque CE (i.e. sans introduire de caractéristiques géométriques locales) : les résultats montrent que toutes les CEs se caractérisent par une syngonie cubique (c’est-à-dire que trois propriétés indépendantes sont nécessaires pour caractériser le comportement de la structure cellulaire) à l’exception des géométries octa et T-I6 qui se caractérisent par un comportement isotrope transverse (c’est-à-dire que cinq constantes élastiques indépendantes sont nécessaires pour définir le tenseur de rigidité à l’échelle macroscopique).

Selon des simulations numériques, les TPMS présentent des PEE supérieures aux lattices. De plus, le schéma d’homogénéisation numérique présenté ici montre que pour chaque CE, les PEE se situent toujours dans les limites variationnelles de Hashin-Shtrikman et de Voigt-Reuss. Les résultats de simulation en fatigue ont montré que les TPMS surfaciques présentent une résistance en fatigue supérieure à celle obtenue par les lattices et les TPMS squelettiques, montrant une efficacité structurelle supérieure.

Les topologies de CEs identifiées comme les plus rigides et qui ont une bonne tenue en fatigue sont la CE Octet pour les structures lattices et la CE T-Gyroid pour les TPMS. On a observé également que les PEE sont régies par des lois d’échelle élastiques et que la résistance en fatigue de l’Octet et la T-Gyroid est proportionnelle à la densité relative dans le domaine variant de 0.1 à 0.4.

3.5. CONCLUSIONS

Dans un deuxième temps, une analyse de sensibilité a été réalisée uniquement sur les lattices en considérant la présence de caractéristiques géométriques locales telles que des noeuds sphériques et / ou rayons de raccordement pour rejoindre les branches de la CE. Les résultats numériques montrent que ces deux fonctionnalités affectent fortement le champ de contraintes à l'échelle mésoscopique et, par conséquent, le comportement élastique équivalent à l'échelle macroscopique et la résistance en fatigue. On a montré que l'ajout de rayons de raccordement atténue la concentration de contraintes tout en gardant une CE légère, ce qui n'était pas le cas si on rajoutait des noeuds sphériques.

Des analyses en simulation numérique ont été menées pour évaluer les effets de taille des structures cellulaires Octet et T-Gyroid. A partir d'une taille d'échantillons de $8 \times 8 \times 8$ CEs, les effets de bords sur la résistance en fatigue est considérablement diminués.

Les prédictions du modèle numérique développé ici sont proches des données expérimentales et, comme il ne nécessite pas de ressources numériques importantes, il est donc un outil utile pour l'analyse de la résistance en fatigue. En outre, le cadre utilisé pour développer ce modèle peut être appliqué à des topologies différentes de structures cellulaires.

3.5. CONCLUSIONS

Chapitre 4

Optimisation topologique et fatigue

Contenu

4.1	Contexte théorique	197
4.1.1	Hypersurfaces NURBS	197
4.1.2	La méthode SIMP basée sur les entités NURBS	198
4.2	Formulation d'un critère de résistance en fatigue dans la méthode SIMP basée sur les NURBS	202
4.3	Exemples Numériques	209
4.3.1	Benchmarks 2D	210
4.3.2	Benchmarks 3D	216
4.4	Stratégie de remplissage de la topologie optimale par des structures cel- lulaires.	218
4.4.1	Le concept	218
4.4.2	Génération des FGCS	219
4.4.3	Résultats numériques	220
4.5	Conclusions	222

Avec le développement de la fabrication additive par couche (ALM), des outils et des méthodologies numériques dédiés à la conception de pièces à géométrie complexe ont été développés. Les approches d'optimisation topologique (OT) sont, sans doute, les plus utilisées : on peut citer l'OT utilisant la méthode SIMP (de l'anglais Solid Isotropic Material with Penalisation) et l'optimisation structurelle évolutive (ESO, de l'anglais Evolutionary Structural Optimisation) / bidirectionnel (BESO, de l'anglais Bidirectional Evolutionary Structural Optimisation) [175, 177, 234, 235]. La plupart de ces méthodes a été développée et testée sur des problèmes simples comme la maximisation de la rigidité pour un volume donnée de matériau. Mais, dans les applications réelles, d'autres critères de conception doivent être intégrés, tels que le flambement, la rupture par fatigue, ect. Par conséquent, il est important de prendre en compte ces phénomènes dans le processus d'optimisation, qui peuvent être traités comme des contraintes dans la formulation des problèmes d'OT.

Ce genre de problème a été discuté dans de nombreux articles où la méthode SIMP a été utilisée avec la méthode de déplacement des asymptotes (MMA, de l'anglais Method of Moving Asymptotes)) pour trouver des solutions optimales [236–241]. D'autres approches, telles que la méthode de programmation entière [242], la méthode des lignes de niveaux (LSM, de l'anglais Level-Set Method) [243–245] ont également été appliquées. Cependant, l'OT sous contraintes de fatigue est un domaine de recherche relativement nouveau et rarement exploré.

Sherif et al. [246] ont proposé une réduction du modèle d'OT en utilisant des chargements statiques équivalents au lieu des chargements dynamiques de fatigue. Dans [247], l'OT sous contraintes de fatigue a été étudiée en régime polycyclique dans le cas des chargements proportionnelles. La résistance en fatigue a été calculée en utilisant les méthodes de Goodman et Gerber modifiées. Collet et al. [248] ont proposé d'appliquer la méthode de Goodman modifiée avec le critère multiaxial polycyclique de Sines pour des chargements proportionnels. Oest et Lund [249] ont appliqué une méthode en considérant la durée de vie en fatigue des éléments dans l'OT. Les dommages dus à la fatigue ont été calculés en régime polycyclique en utilisant le comptage traditionnel des *Rain-flow* où l'analyse quasi-statique a été utilisée pour l'analyse par EF. Le problème d'OT a ensuite été formulé pour minimiser la masse tout en supportant les dommages accumulés.

Les principaux problèmes rencontrés dans l'OT sous contraintes de fatigue sont : (1) le phénomène de singularité et (2) le problème d'optimisation à grande échelle dû au comportement local des contraintes. Le phénomène dit de singularité a été largement étudié par Sved et Ginos [250] et Kirsch

[251], entre autres.

Le phénomène de singularité se caractérise par la violation de la limite sur la contrainte d'un élément lorsque celui-ci est supprimé. Pour répondre à ce type de difficulté, l'approche la plus connue consiste à relaxer les contraintes. L'une des techniques les plus connues de relaxation a été proposée par Cheng et Guo [252], et est communément appelée *ϵ -relaxation approach*. Dans le cadre de cette approche les contraintes et les bornes minimales sur les variables sont perturbées par un paramètre ϵ . Ce type de relaxation a été adapté par Duysinx & Bendsøe [253] à la méthode SIMP, par l'intermédiaire d'un critère de pénalisation des contraintes. D'autres types de relaxation de contraintes ont été proposés : par exemple, Bruggi [254] proposa une *$p-q$ approach* consistant à définir un paramètre de pénalisation p pour la construction de la matrice de rigidité, et un autre paramètre q pour pénaliser les contraintes. Pour des problèmes d'OT de structures continues à valeurs discrètes utilisant les méthodes ESO / BESO, les techniques de relaxation des contraintes ne sont pas nécessaires.

Un autre problème numérique affectant l'OT sous contrainte de fatigue est la grande taille du problème d'optimisation. Il est bien établi que ce genre de problème entraîne des problèmes à grande échelle lorsque le contrôle de la mesure des contraintes est opéré à chaque élément de la structure. C'est-à-dire qu'il existe au moins autant de contraintes que les variables de conception. Pour pallier cette difficulté, des techniques d'agrégation permettent de drastiquement réduire le nombre de contraintes ainsi que les coûts de calculs des dérivées, tout en approximant la contrainte maximale au sein de la structure. Diverses fonctions d'agrégation ont été proposées dans la littérature telles que la fonction de Kreisselmeier-Steinhausser (ou KS-fonction) [255] et la χ -norm des contraintes [253]. Récemment, Verbart *et al.* [256] proposèrent une approche d'agrégation et de relaxation dans le cadre d'une formulation SIMP. Une des difficultés des méthodes d'agrégation est qu'elles ne permettent pas de s'assurer que les contraintes soient vérifiées localement. Ainsi des méthodes d'agrégations sur des régions de la structure ont été développées pour obtenir une meilleure approximation de la contrainte maximale au sein de la structure [237]. Les auteurs adaptèrent la χ -norm des contraintes pour correspondre à la contrainte maximale dans chaque région de la structure. Ils notèrent qu'une simple approche d'entrelacement des contraintes pour former les régions donne les meilleurs résultats. Toutefois, le choix du nombre de régions a une influence sur l'optimisation et doit être adapté à chaque problème.

Le succès de la méthode SIMP est dû à son efficacité et sa compacité. Néanmoins, deux inconvénients principaux l'affectent. D'abord, la description EF de la topologie ne permet pas d'obtenir une

conception compatible avec les logiciels CAO et, pour bénéficier des résultats fournis par la méthode SIMP, une phase de reconstruction / réassemblage CAO doit être envisagée lors de la phase de post-traitement qui peut être très longue. De plus, les effets de damier et de dépendance au maillage, qui peuvent être surmontés au moyen de filtres de densités [177] ou de méthodes de projection [178, 179], représentent une limite ultérieure de cette méthode.

Une alternative qui permet de surmonter ces inconvénients, est de coupler les entités NURBS à la méthode SIMP pour l'OT [174, 186–197]. Cela implique plusieurs avantages : premièrement, une entité NURBS permet d'exploiter une zone de filtre définie implicitement à l'aide d'une propriété purement géométrique liée aux fonctions de base de la NURBS ; deuxièmement, le nombre de variables d'optimisation (c'est-à-dire les paramètres définissant l'entité NURBS) est relativement faible par rapport à l'approche SIMP classique et, troisièmement, la phase de reconstruction CAO est une tâche immédiate car les entités NURBS sont intrinsèquement CAO-compatibles.

Ce travail prend avantages des particularités de la méthode SIMP basée sur NURBS développée au laboratoire I2M [174, 186–197, 257] pour formaliser et intégrer dans le processus d'optimisation un critère de fatigue pertinent. Ce critère est reformulé dans le contexte du formalisme des hypersurfaces NURBS et intégré comme fonction de contrainte dans la formulation du problème.

Le chapitre est organisé de la façon suivante : Dans la section 4.1, le contexte théorique des hypersurfaces NURBS est brièvement rappelé. La section 4.2 présente la formulation du problème dans le cadre de la méthode SIMP basée sur les NURBS. En particulier, la formulation du critère de fatigue, ainsi que son gradient, est détaillée. L'efficacité de l'approche proposée est prouvée par des benchmarks 2D et 3D en section 4.3, en termes d'influence des paramètres discrets des fonctions de base des entités NURBS sur la topologie optimisée. La section 4.4 traite l'OT de structures discrètes (cellulaires) où on présentera les stratégies de conception, de génération des FGCS (*Functionally graded cellular structure*), ainsi que la méthodologie d'OT de ce genre de structure. Enfin, la section 4.5 termine le chapitre avec des conclusions.

4.1 Contexte théorique

4.1.1 Hypersurfaces NURBS

Les principes fondamentaux des hypersurfaces NURBS sont brièvement rappelés ci-dessous. Une hypersurface NURBS est une fonction polynomiale rationnelle définie sur un *espace paramétrique* (domaine), prenant des valeurs dans le codomaine NURBS. Par conséquent, si N est la dimension de l'*espace paramétrique* et M est la dimension du codomaine, une entité NURBS est définie comme une application $\mathbf{H} : \mathbb{R}^N \longrightarrow \mathbb{R}^M$. Par exemple, un paramètre scalaire ($N = 1$) peut décrire à la fois une courbe plane ($M = 2$) et une courbe 3D ($M = 3$). Dans le cas d'une surface, deux paramètres scalaires sont nécessaires ($N = 2$) avec, bien sûr, trois coordonnées physiques $M = 3$. La formule mathématique d'une hypersurface NURBS générique est :

$$\mathbf{H}(u_1, \dots, u_N) = \sum_{i_1=0}^{n_1} \dots \sum_{i_N=0}^{n_N} R_{i_1, \dots, i_N}(u_1, \dots, u_N) \mathbf{P}_{i_1, \dots, i_N}, \quad (4.1)$$

où $R_{i_1, \dots, i_N}(u_1, \dots, u_N)$ sont les fonctions de base rationnelles par morceaux, qui sont liées aux polynômes de Bernstein $N_{i_k, p_k}(u_k)$, $k = 1, \dots, N$ par la relation suivante :

$$R_{i_1, \dots, i_N}(u_1, \dots, u_N) = \frac{\omega_{i_1, \dots, i_N} \prod_{k=1}^N N_{i_k, p_k}(u_k)}{\sum_{j_1=0}^{n_1} \dots \sum_{j_N=0}^{n_N} \left[\omega_{j_1, \dots, j_N} \prod_{k=1}^N N_{j_k, p_k}(u_k) \right]}. \quad (4.2)$$

Dans les équations (4.1) et (4.2), $\mathbf{H}(u_1, \dots, u_N)$ est une fonction rationnelle vectorielle, $(u_1, \dots, u_N)$ sont des paramètres scalaires sans dimension définis dans l'intervalle $[0, 1]$, tandis que $\mathbf{P}_{i_1, \dots, i_N}$ représentent les *points de contrôle*. La coordonnée j de chaque point de contrôle ($X_{i_1, \dots, i_N}^{(j)}$) est stockée dans le tableau $\mathbf{X}^{(j)}$, dont les dimensions sont $(n_1 + 1) \times \dots \times (n_N + 1)$. L'expression explicite des coordonnées des points de contrôle dans $\mathbb{R}^M$ est :

$$\mathbf{P}_{i_1, \dots, i_N} = \{X_{i_1, \dots, i_N}^{(1)}, \dots, X_{i_1, \dots, i_N}^{(M)}\}, \quad \mathbf{X}^{(j)} \in \mathbb{R}^{(n_1+1) \times \dots \times (n_N+1)}, \quad j = 1, \dots, M. \quad (4.3)$$

La disposition des points de contrôle est appelée *polygone de contrôle* pour les courbes NURBS, *réseau de contrôle* pour les surfaces et *hyper-réseau de contrôle* autrement [258]. Le point de contrôle n'appartient pas à l'entité NURBS mais il régit sa forme via ses coordonnées.

Une quantité scalaire $\omega_{i_1, \dots, i_N}$ (appelée poids) est liée au point de contrôle respectif $\mathbf{P}_{i_1, \dots, i_N}$. Plus le poids $\omega_{i_1, \dots, i_N}$ est élevé, plus l'entité NURBS est attirée vers le point de contrôle $\mathbf{P}_{i_1, \dots, i_N}$. Pour

4.1. CONTEXTE THÉORIQUE

chaque direction paramétrique u_k , $k = 1, \dots, N$, les fonctions de base de la NURBS sont de degré p_k ; la fonction de base liée à la direction paramétrique u_k peut être définie récursivement comme suit :

$$N_{i_k,0}(u_k) = \begin{cases} 1, & \text{if } U_{i_k}^{(k)} \leq u_k < U_{i_k+1}^{(k)}, \\ 0, & \text{sinon,} \end{cases} \quad (4.4)$$

$$N_{i_k,q}(u_k) = \frac{u_k - U_{i_k}^{(k)}}{U_{i_k+q}^{(k)} - U_{i_k}^{(k)}} N_{i_k,q-1}(u_k) + \frac{U_{i_k+q+1}^{(k)} - u_k}{U_{i_k+q+1}^{(k)} - U_{i_k+1}^{(k)}} N_{i_k+1,q-1}(u_k), \quad (4.5)$$

$$q = 1, \dots, p_k,$$

où chaque polynôme de Bernstein est défini sur le *knot-vector* :

$$\mathbf{U}^{(k)} = \{\underbrace{0, \dots, 0}_{p_k+1}, U_{p_k+1}^{(k)}, \dots, U_{m_k-p_k-1}^{(k)}, \underbrace{1, \dots, 1}_{p_k+1}\}. \quad (4.6)$$

Chaque vecteur $\mathbf{U}^{(k)}$ est une séquence non décroissante de nombres réels dont la dimension est $m_k + 1$, avec

$$m_k = n_k + p_k + 1. \quad (4.7)$$

.

L'équation (4.8) montre que chaque point de contrôle, ainsi que son poids, affecte uniquement une zone précise de l'espace paramétrique, qui est appelée *support local* ou *zone d'influence* [186, 187].

$$R_{i_1, \dots, i_N}(u_1, \dots, u_N) \neq 0$$

$$\text{si } (u_1, \dots, u_N) \in \left[U_{i_1}^{(1)}, U_{i_1+p_1+1}^{(1)} \right] \times \dots \times \left[U_{i_N}^{(N)}, U_{i_N+p_N+1}^{(N)} \right]. \quad (4.8)$$

4.1.2 La méthode SIMP basée sur les entités NURBS

L'énoncé mathématique du problème est brièvement décrit dans le cas 3D qui est le plus général. Considérons l'espace euclidien compact $D \subset \mathbb{R}^3$ dans un repère Cartésien $O(x_1, x_2, x_3)$:

$$D := \{\mathbf{x}^T = \{x_1, x_2, x_3\} \in \mathbb{R}^3 : x_1 \in [0, a_1], x_2 \in [0, a_2], x_3 \in [0, a_3]\}, \quad (4.9)$$

où a_1 , a_2 et a_3 sont trois longueurs caractéristiques, définies respectivement le long des axes x_1 , x_2 et x_3 . La formulation mathématique se limite ici, par souci de clarté, au problème de minimisation de la *compliance* d'une structure, soumis à une contrainte d'égalité sur le volume. Ce problème peut être mathématiquement bien posé à travers plusieurs techniques, largement discutées dans la littérature

[259]. L'objectif de l'OT est de rechercher la meilleure distribution d'un "matériau hétérogène" donné (c'est-à-dire, la définition des zones de vide et de matériau) répondant aux exigences du problème en question.

Dans l'approche SIMP, le *domaine matériel* $\Omega \subseteq D$ est identifié au moyen d'une fonction de pseudo-densité $\rho(\mathbf{x}) \in [0, 1]$ pour $\mathbf{x} \in D$: $\rho(\mathbf{x}) = 0$ représente l'absence de matériau, tandis que $\rho(\mathbf{x}) = 1$ signifie la présence d'une zone complètement dense. Le champ de densité affecte la matrice de rigidité de l'élément et, par conséquent, la matrice de rigidité globale du modèle EF :

$$[\mathbf{K}] := \sum_{e=1}^{N_e} \rho_e^\alpha [\mathbf{K}_e], \quad (4.10)$$

où ρ_e est la densité fictive calculée au centre de gravité de l'élément générique e , N_e le nombre total d'éléments, tandis que $[\mathbf{K}_e]$ est la matrice de rigidité de l'élément, non pénalisée, développée sur l'ensemble complet des degrés de liberté (DDL) de la structure et exprimée dans le repère global du modèle. Dans l'équation (4.10), $\alpha \geq 1$ est un paramètre approprié qui vise à pénaliser toute densité ayant une valeur intermédiaire entre 0 et 1.

Dans la formulation EF du problème d'équilibre pour une analyse statique, la relation entre le vecteur des forces nodales généralisées externes $\{\mathbf{f}\}$, le vecteur des déplacements nodaux généralisés $\{\mathbf{d}\}$, et la matrice de rigidité globale de la structure $[\mathbf{K}]$ est

$$[\mathbf{K}] \{\mathbf{d}\} = \{\mathbf{f}\}. \quad (4.11)$$

En étant $\{\mathbf{d}\}$ la solution du problème statique, c'est-à-dire le vecteur des DDL satisfaisant la condition d'équilibre de l'équation (4.11), la *compliance* de la structure est calculée comme

$$c = \{\mathbf{d}\}^T [\mathbf{K}] \{\mathbf{d}\}. \quad (4.12)$$

Dans le contexte de la méthode SIMP basée sur les NURBS, le champ de pseudo-densité est représenté par une entité NURBS appropriée. Par conséquent, une surface NURBS 3D est utilisée pour les problèmes 2D

$$\rho(u_1, u_2) = \sum_{i_1=0}^{n_1} \sum_{i_2=0}^{n_2} R_{i_1, i_2}(u_1, u_2) \hat{\rho}_{i_1, i_2}, \quad (4.13)$$

tandis qu'une hypersurfaces NURBS 4D est utilisée pour les problèmes 3D

$$\rho(u_1, u_2, u_3) = \sum_{i_1=0}^{n_1} \sum_{i_2=0}^{n_2} \sum_{i_3=0}^{n_3} R_{i_1, i_2, i_3}(u_1, u_2, u_3) \hat{\rho}_{i_1, i_2, i_3}. \quad (4.14)$$

4.1. CONTEXTE THÉORIQUE

Dans les équations (4.13) et (4.14), $R_{i_1, i_2}(u_1, u_2)$ et $R_{i_1, i_2, i_3}(u_1, u_2, u_3)$ sont les fonctions de base, définies selon l'équation (4.2). Bien sûr, dans l'équation (4.13), $\rho(u_1, u_2)$ ne représente que la troisième coordonnée de $\mathbf{H}$ de l'équation (4.1), pour $N = 2$ et $M = 3$. De même, $\rho(u_1, u_2, u_3)$ constitue la quatrième coordonnée de $\mathbf{H}$ de l'équation (4.14), pour $N = 3$ et $M = 4$. Par conséquent, les paramètres sans dimension u_1 , u_2 , et u_3 sont directement liés aux coordonnées cartésiennes comme suit :

$$u_j = \frac{x_j}{a_j}, \quad j = 1, 2, 3. \quad (4.15)$$

Comme indiqué ci-dessus, de nombreux paramètres affectent la forme d'une entité NURBS. Parmi eux, la densité liée aux points de contrôle NURBS et les poids associés sont identifiés comme *variables de conception*. Ils sont disposés dans les vecteurs $\xi_1^{2D} \in \mathbb{R}^{[(n_1+1)(n_2+1)] \times 1}$ et $\xi_2^{2D} \in \mathbb{R}^{[(n_1+1)(n_2+1)] \times 1}$ pour les problèmes 2D

$$\xi_1^{2D} = \{\hat{\rho}_{i_1, i_2}\}, \quad \hat{\rho}_{i_1, i_2} \in [\hat{\rho}_{\min}, \hat{\rho}_{\max}], \quad \forall i_j = 0, \dots, n_j, \quad j = 1, 2, \quad (4.16)$$

$$\xi_2^{2D} = \{\omega_{i_1, i_2}\}, \quad \omega_{i_1, i_2} \in [\omega_{\min}, \omega_{\max}], \quad \forall i_j = 0, \dots, n_j, \quad j = 1, 2, \quad (4.17)$$

tandis que les points de contrôle et les poids sont collectés dans les vecteurs $\xi_1^{3D} \in \mathbb{R}^{[(n_1+1)(n_2+1)(n_3+1)] \times 1}$ et $\xi_2^{3D} \in \mathbb{R}^{[(n_1+1)(n_2+1)(n_3+1)] \times 1}$ pour les problèmes 3D

$$\xi_1^{3D} = \{\hat{\rho}_{i_1, i_2, i_3}\}, \quad \hat{\rho}_{i_1, i_2, i_3} \in [\hat{\rho}_{\min}, \hat{\rho}_{\max}], \quad \forall i_j = 0, \dots, n_j, \quad j = 1, 2, 3, \quad (4.18)$$

$$\xi_2^{3D} = \{\omega_{i_1, i_2, i_3}\}, \quad \omega_{i_1, i_2, i_3} \in [\omega_{\min}, \omega_{\max}], \quad \forall i_j = 0, \dots, n_j, \quad j = 1, 2, 3. \quad (4.19)$$

Dans un souci de synthèse, le vecteur suivant peut être défini :

$$\Xi^{(l)} = \begin{cases} \xi_l^{2D}, & \text{if } N = 2, \\ \xi_l^{3D}, & \text{if } N = 3, \end{cases} \quad l = 1, 2. \quad (4.20)$$

De plus, le nombre total de points de contrôle est $n_{\text{tot}} = (n_1 + 1)(n_2 + 1)$ en 2D et $n_{\text{tot}} = (n_1 + 1)(n_2 + 1)(n_3 + 1)$ en 3D. Ainsi, le problème d'OT classique de la minimisation de la *compliance* soumis à une contrainte d'égalité sur le volume peut être formulé comme :

$$\min_{\Xi^{(1)}, \Xi^{(2)}} \frac{c}{c_{\text{ref}}}, \quad \text{s.t. :} \quad \begin{cases} [\mathbf{K}]\{\mathbf{d}\} = \{\mathbf{f}\}, \quad \frac{V}{V_{\text{ref}}} = \frac{\sum_{e=1}^{N_e} \rho_e V_e}{V_{\text{ref}}} = f_V, \\ \Xi_k^{(1)} \in [\hat{\rho}_{\min}, \hat{\rho}_{\max}], \quad \Xi_k^{(2)} \in [\omega_{\min}, \omega_{\max}], \\ \forall k = 1, \dots, n_{\text{tot}}. \end{cases} \quad (4.21)$$

4.1. CONTEXTE THÉORIQUE

Dans l'équation (4.21), V_{ref} est un volume de référence, V est le volume du domaine matériel Ω , tandis que f_V est la fraction de volume imposée; V_e est le volume de l'élément e et $\hat{\rho}_{\min}$ représente la borne inférieure, imposée au champ de densité afin d'éviter toute singularité pour la solution du problème d'équilibre. La fonction objectif est divisée par une *compliance* de référence, c_{ref} , pour obtenir une valeur sans dimension.

Les autres paramètres NURBS peuvent être identifiés comme *paramètres de conception*, c'est-à-dire que leur valeur est définie *a-priori* au début de l'analyse d'OT et n'est pas optimisée.

Le calcul des dérivées de la fonction objectif et des fonctions contraintes par rapport aux variables de conception est nécessaire pour résoudre le problème (4.21) par l'intermédiaire d'un algorithme déterministe. Cette tâche est réalisée en exploitant la *propriété de support local* des fonctions de base de l'entité NURBS. En particulier, le support local lié à un point de contrôle $\hat{\rho}_{I_1, I_2}$ en 2D, ou $\hat{\rho}_{I_1, I_2, I_3}$ en 3D, peut être défini comme

$$S_\tau := \begin{cases} S_{I_1, I_2} = [U_{I_1}^{(1)}, U_{I_1+p_1+1}^{(1)}] \times [U_{I_2}^{(2)}, U_{I_2+p_2+1}^{(2)}], & \text{if } N = 2, \\ S_{I_1, I_2, I_3} = [U_{I_1}^{(1)}, U_{I_1+p_1+1}^{(1)}] \times [U_{I_2}^{(2)}, U_{I_2+p_2+1}^{(2)}] \times [U_{I_3}^{(3)}, U_{I_3+p_3+1}^{(3)}], & \text{if } N = 3. \end{cases} \quad (4.22)$$

Dans l'équation (4.22), le triplet d'indices (I_1, I_2, I_3) identifie un point de contrôle ou un poids spécifique. Pour des raisons de compacité, l'indice linéaire τ peut être défini selon les relations suivantes

$$\tau := \begin{cases} I_1 + I_2(n_1 + 1), & \text{if } N = 2, \\ I_1 + I_2(n_1 + 1) + I_3(n_1 + 1)(n_2 + 1), & \text{if } N = 3. \end{cases} \quad (4.23)$$

Ensuite, les expressions générales des dérivés de la *compliance* et du volume sont écrits comme :

$$\frac{\partial c}{\partial \Xi_\tau^{(i)}} = -\alpha \sum_{e \in S_\tau} \frac{c_e}{\rho_e} \frac{\partial \rho_e}{\partial \Xi_\tau^{(i)}}, \quad i = 1, 2, \quad (4.24)$$

$$\frac{\partial V}{\partial \Xi_\tau^{(i)}} = \sum_{e \in S_\tau} V_e \frac{\partial \rho_e}{\partial \Xi_\tau^{(i)}}, \quad i = 1, 2, \quad (4.25)$$

où

$$\frac{\partial \rho_e}{\partial \Xi_\tau^{(i)}} = \begin{cases} R_\tau^e, & \text{if } i = 1, \\ \frac{R_\tau^e}{\Xi_\tau^{(2)}} (\Xi_\tau^{(1)} - \rho_e), & \text{if } i = 2. \end{cases} \quad (4.26)$$

La quantité scalaire R_τ^e , apparaissant dans l'équation (4.26), est simplement la fonction de base de l'équation (4.2) évaluée au centroïde de l'élément. Certaines conséquences résultent de l'approche

4.2. FORMULATION D'UN CRITÈRE DE RÉSISTANCE EN FATIGUE DANS LA MÉTHODE SIMP BASÉE SUR LES NURBS

SIMP basée sur les NURBS [186, 187] : (1) le nombre de variables de conception n'est pas lié au nombre d'éléments, (2) la topologie optimisée n'est pas liée à la qualité du maillage du modèle EF, (3) l'effet de filtrage dérivant de la propriété de support local, c'est-à-dire que chaque point de contrôle (avec le poids associé) affecte uniquement les éléments dont le centroïde appartient au support local S_τ du domaine D . Ce fait équivaut à la définition d'un filtre explicite dans les approches SIMP classiques, qui est introduite afin d'éviter les artefacts numériques (tels que "l'effet damier"). Pour plus de détails sur la méthode SIMP basée sur les NURBS, le lecteur est adressé à [186, 187].

4.2 Formulation d'un critère de résistance en fatigue dans la méthode SIMP basée sur les NURBS

Dans cette section, une formulation appropriée d'un critère de résistance en fatigue pour l'OT est développée dans le cadre de la méthode SIMP basée sur les NURBS. Dans un souci de simplicité, seules les chargements proportionnelles d'amplitude constante sont prises en compte, comme le montre la figure 4.1. Cependant, la formulation proposée pourrait également être étendue à des conditions de chargement plus générales. Pour illustrer l'approche proposée, dans cette étude, le critère de Crossland [138] est considéré comme un indicateur de résistance en fatigue. Bien entendu, différents critères peuvent être implémentés dans la méthode SIMP basée sur les NURBS, comme les approches énergétiques [139, 143] ou phénoménologiques [136].

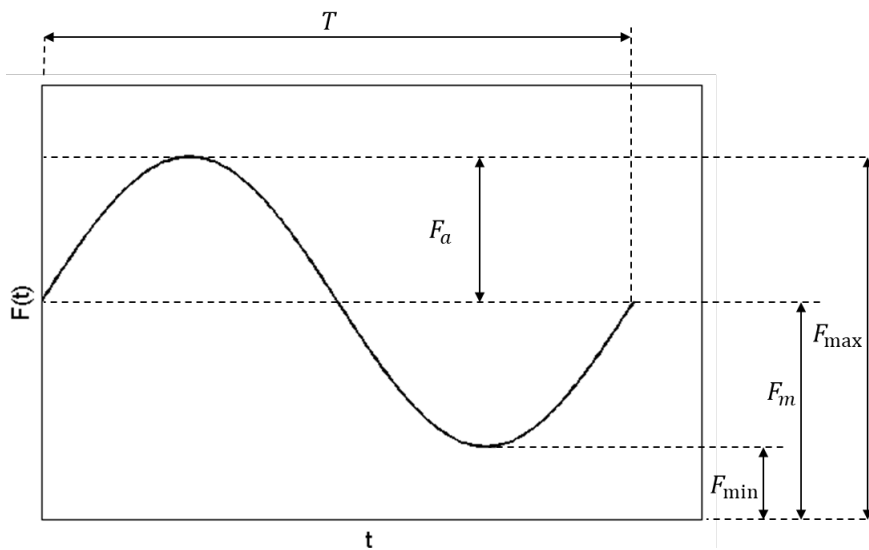


FIGURE 4.1 – Exemple d'un cycle unique de chargement.

4.2. FORMULATION D'UN CRITÈRE DE RÉSISTANCE EN FATIGUE DANS LA MÉTHODE SIMP BASÉE SUR LES NURBS

Soit $F(t)$ la force externe (cyclique) dont la période est T . Selon la figure 4.1, cette force peut être exprimée comme :

$$F(t) = F_m + F_a \sin\left(\frac{2\pi}{T}t\right), \quad (4.27)$$

où F_m et F_a sont respectivement la valeur moyenne et l'amplitude de la force sur la période T . Comme cela est communément fait dans la littérature [260], sous les hypothèses de (1) petits déplacements et déformations et (2) comportement élastique linéaire du matériau, les chargements cycliques peuvent être facilement gérés au moyen d'une seule analyse linéaire statique EF, dans lequel une force fictive $\hat{F}$ est considérée. En particulier, F_m et F_a peuvent être liés à $\hat{F}$ selon les relations suivantes :

$$F_m = c_m \hat{F}, \quad F_a = c_a \hat{F}, \quad (4.28)$$

où c_m et c_a sont des coefficients appropriés. L'équation d'équilibre associée à une telle analyse EF se lit comme suit :

$$[K]\{\hat{d}\} = \{\hat{f}\}, \quad (4.29)$$

où $\{\hat{f}\}$ et $\{\hat{d}\}$ sont les vecteurs des forces externes et des déplacements liés au chargement fictif respectivement. À partir de la solution de l'équation (4.29), c'est-à-dire à partir de $\{\hat{d}\}$, il est possible de récupérer le champ de déformation dans chaque élément comme :

$$\{\hat{\varepsilon}_e\} = [B_e] \{\hat{d}\}, \quad e = 1, \dots, N_e. \quad (4.30)$$

Dans l'équation (4.30), $[B_e]$ est la matrice des dérivées des fonctions de forme, pour l'élément générique e , développée sur toute la structure et exprimée (en utilisant la notation de Voigt) dans le cadre global du modèle EF. Néanmoins, comme largement discuté dans la littérature [252, 253, 261], l'évaluation du champ de contraintes à l'intérieur de chaque élément nécessite une attention particulière puisqu'il doit être correctement pénalisé afin d'éviter le phénomène bien connu de *singularité des contraintes* [250, 251], lié à l'introduction de critères d'optimisation basées sur les contraintes locales σ_e dans la formulation du problème d'OT. En effet, les contraintes d'optimisation liées à σ_e produisent un ensemble d'équations qui est, en général, non-convexe et peut inclure un sous-domaine dégénéré avec une mesure nulle [237]. En particulier, la présence de sous-espaces dégénérés constitue un problème important pour les algorithmes déterministes qui ne sont pas en mesure d'accéder aux régions de singularité, convergeant ainsi vers des minima locaux inattendus. Le lecteur intéressé trouvera plus de détails sur ce phénomène dans [262].

4.2. FORMULATION D'UN CRITÈRE DE RÉSISTANCE EN FATIGUE DANS LA MÉTHODE SIMP BASÉE SUR LES NURBS

Deux approches sont disponibles dans la littérature pour surmonter le problème de singularité des contraintes : la technique ε -relaxation [252] et l'approche p - q [261]. Les deux méthodes sont caractérisées par des avantages et des inconvénients et, dans des conditions particulières, les deux formulations sont équivalentes [261]. Dans ce travail, l'approche p - q a été adoptée pour pénaliser correctement le champ de contraintes à l'intérieur de chaque élément. Selon l'approche p - q , le champ de contraintes de l'élément générique e solution de l'équation (4.29), $\{\hat{\sigma}_e\}$, peut être exprimé comme suit :

$$\{\hat{\sigma}_e\} := \rho_e^\beta [C] \{\hat{\varepsilon}_e\} = \rho_e^\beta [C] [B_e] \{\hat{d}\}, \quad e = 1, \dots, N_e. \quad (4.31)$$

Dans l'équation (4.31), $[C]$ est la matrice d'élasticité du matériau, tandis que $\beta < \alpha$ est un coefficient approprié utilisé pour pénaliser le champ de contrainte pour éviter le phénomène de singularité des contraintes. Comme souligné dans [261], β doit être inférieur à α , qui est le coefficient utilisé pour pénaliser la matrice de rigidité des éléments de l'équation (4.10) dans le cadre de la méthode SIMP. En général, β peut varier dans la plage $[0.25, 0.5]$. La valeur $\beta = 0.5$ est considérée dans cette étude. Rappelons maintenant le critère de Crossland [138], qui s'écrit :

$$\sqrt{J_{2a}} + \lambda_{CR} \sigma_{H,\max} \leq \gamma_{CR}, \quad (4.32)$$

où J_{2a} est l'amplitude du 2^e invariant du tenseur de contrainte, tandis que $\sigma_{H,\max}$ est la valeur maximale (sur la période T) de la partie sphérique du tenseur de contraintes. Dans l'équation (4.32), λ_{CR} et γ_{CR} sont deux paramètres dépendant uniquement du matériau considéré [138]. Il peut être facilement prouvé que, dans le cas de chargements proportionnelles d'amplitude constante, la forme EF de l'équation (4.32) devient :

$$g_{CR,e} = \delta_e - 1 \leq 0, \quad e = 1, \dots, N_e, \quad (4.33)$$

avec $\delta_e := \frac{c_a}{\gamma_{CR}} \left(\frac{1}{2} \{\hat{\sigma}_e\}^T [M] \{\hat{\sigma}_e\} \right)^{\frac{1}{2}} + \frac{\lambda_{CR}}{3\gamma_{CR}} (c_a + c_m) \{m\}^T \{\hat{\sigma}_e\},$

où $[M]$ et $\{m\}$ sont des matrices appropriés dont les expressions sont données ci-dessous.

$$[M] = [I] - \frac{1}{3} [O_N], \quad \text{avec : } [I], [O_N] \in \begin{cases} \mathbb{R}^{3 \times 3}, & \text{si } N = 2, \\ \mathbb{R}^{6 \times 6}, & \text{si } N = 3. \end{cases} \quad (4.34)$$

4.2. FORMULATION D'UN CRITÈRE DE RÉSISTANCE EN FATIGUE DANS LA MÉTHODE SIMP BASÉE SUR LES NURBS

$$[O_N] = \begin{cases} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, & \text{si } N = 2, \\ \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, & \text{si } N = 3. \end{cases} \quad (4.35)$$

$$\{\mathbf{m}\}^T = \begin{cases} \{1 & 1 & 0\}, & \text{si } N = 2, \\ \{1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0\}, & \text{si } N = 3. \end{cases} \quad (4.36)$$

Bien sûr, l'équation (4.33) doit être vérifiée pour chaque élément composant le modèle EF pendant le processus d'optimisation. Cependant, cela affecterait fortement le coût de calcul et pourrait entraîner des problèmes de convergence (le problème d'optimisation résultant est fortement non linéaire dans ce cas) [253]. Un moyen d'aller au-delà de ce problème consiste à considérer une contrainte unique sur l'élément le plus sollicité, qui peut également être interprétée comme *mesure de contrainte globale* [240], comme suit :

$$g_{\text{CR,max}} = \max_e \delta_e - 1 \leq 0. \quad (4.37)$$

Cependant, en raison de la non-différentiabilité de l'opérateur *maximum*, une approximation continue et différentiable appropriée doit être considérée. Une approximation utile est la χ -norm [263] :

$$g_{\text{CR}} = \left(\sum_{e=1}^{N_e} \delta_e^\chi \right)^{\frac{1}{\chi}} - 1 \leq 0, \quad (4.38)$$

où, habituellement, χ varie dans l'intervalle [8, 12].

Le problème d'OT peut, maintenant, être formulé comme un problème de programmation non linéaire sous contraintes (CNLPP pour *Constrained Non-Linear Programming Problem*). La *compliance* moyenne sur la période T , notée $\bar{c}$, pourrait être considérée comme fonction objectif à minimiser. Des équations (4.12) et (4.27) - (4.29), la *compliance* moyenne s'écrit :

$$\bar{c} = \frac{\{\hat{\mathbf{f}}\}^T [\mathbf{K}]^{-1} \{\hat{\mathbf{f}}\}}{T} \int_0^T \left[c_m + c_a \sin \left(\frac{2\pi}{T} t \right) \right]^2 dt = \hat{c} \left(c_m^2 + \frac{c_a^2}{2} \right), \quad (4.39)$$

où $\hat{c} = \{\hat{\mathbf{d}}\}^T [\mathbf{K}] \{\hat{\mathbf{d}}\}$ est la *compliance* liée à la solution de l'équation (4.29). De l'équation (4.39), il est évident que les minimiseurs de $\bar{c}$ et $\hat{c}$ sont les mêmes. Par conséquent, cette dernière quantité est

4.2. FORMULATION D'UN CRITÈRE DE RÉSISTANCE EN FATIGUE DANS LA MÉTHODE SIMP BASÉE SUR LES NURBS

considérée comme une fonction objectif pour le CNLPP. De plus, le critère de résistance en fatigue de l'équation (4.38) peut être intégré comme contrainte d'optimisation dans la formulation du problème. En conséquence, le CNLPP peut être formulé comme suit :

$$\min_{\Xi^{(1)}, \Xi^{(2)}} \frac{\hat{c}}{\hat{c}_{\text{ref}}}, \quad \text{s.t. :} \quad \begin{cases} [\mathbf{K}]\{\hat{\mathbf{d}}\} = \{\hat{\mathbf{f}}\}, \\ \frac{V}{V_{\text{ref}}} = \frac{\sum_{e=1}^{N_e} \rho_e V_e}{V_{\text{ref}}} = f_V, \\ g_{\text{CR}} \leq 0, \\ \Xi_k^{(1)} \in [\hat{\rho}_{\min}, \hat{\rho}_{\max}], \quad \Xi_k^{(2)} \in [\omega_{\min}, \omega_{\max}], \\ \forall k = 1, \dots, n_{\text{tot}}. \end{cases} \quad (4.40)$$

Afin de résoudre le problème (4.40) au moyen d'un algorithme déterministe approprié, les dérivées des différentes fonctions (objectif et contraintes) en fonction des variables de conception, c'est-à-dire la pseudo-densité à chaque point de contrôle et le poids associé, doivent être calculées. Le gradient de la *compliance* et celui du volume sont donnés en équations (4.24) et (4.25), respectivement. À l'inverse, le gradient du critère de tenue en fatigue nécessite une attention particulière. Afin de dériver son expression analytique, la propriété de support local NURBS d'équation (4.8) ainsi que la méthode adjointe [264] seront exploitées. À cette fin, considérons le théorème suivant.

Théorème 2 *Considérons un corps déformable soumis à des chargements proportionnelles d'amplitude constante, comme le montre la figure 4.1. Si les forces volumiques sont identiquement nulles, le gradient de la contrainte de résistance en fatigue s'écrit :*

$$\frac{\partial g_{\text{CR}}}{\partial \Xi_{\tau}^{(i)}} = (g_{\text{CR}} + 1)^{(1-\chi)} \sum_{e \in S_{\tau}} \frac{\partial \rho_e}{\partial \Xi_{\tau}^{(i)}} \mathbf{A}_{1e} + \{\mu\}^T \{\tilde{\mathbf{f}}\}_{\tau}^{(i)}, \quad i = 1, 2, \quad \tau = 1, \dots, n_{\text{tot}}, \quad (4.41)$$

où $\{\mu\}$ est la solution du système adjoint, tandis que $\mathbf{A}_{1e}$ et $\{\tilde{\mathbf{f}}\}_{\tau}^{(i)}$ sont définis comme :

$$\mathbf{A}_{1e} := \delta_e^{(\chi-1)} \frac{\beta}{\rho_e} \left[2 \frac{c_a}{\gamma_{\text{CR}}} \left(\frac{1}{2} \{\hat{\sigma}_e\}^T [\mathbf{M}] \{\hat{\sigma}_e\} \right)^{\frac{1}{2}} + \frac{\lambda_{\text{CR}}}{3\gamma_{\text{CR}}} (c_a + c_m) \{\mathbf{m}\}^T \{\hat{\sigma}_e\} \right], \quad (4.42)$$

$$\{\tilde{\mathbf{f}}\}_{\tau}^{(i)} := \sum_{e \in S_{\tau}} \frac{\alpha}{\rho_e} \frac{\partial \rho_e}{\partial \Xi_{\tau}^{(i)}} \{\hat{\mathbf{f}}_e\}. \quad (4.43)$$

Dans la mesure où les forces volumiques sont identiquement nulles, la dérivée du côté droit de l'équation (4.29) est

$$\frac{\partial \{\hat{\mathbf{f}}\}}{\partial \Xi_{\tau}^{(i)}} = \{0\}, \quad i = 1, 2, \quad (4.44)$$

4.2. FORMULATION D'UN CRITÈRE DE RÉSISTANCE EN FATIGUE DANS LA MÉTHODE SIMP BASÉE SUR LES NURBS

ce qui implique l'égalité suivante

$$\frac{\partial ([K]\{\hat{d}\})}{\partial \Xi_\tau^{(i)}} = \{0\}, \Rightarrow \frac{\partial \{\hat{d}\}}{\partial \Xi_\tau^{(i)}} = -[K]^{-1} \frac{\partial [K]}{\partial \Xi_\tau^{(i)}} \{\hat{d}\}, \quad i = 1, 2. \quad (4.45)$$

Soit $\{\mu\} \neq \{0\}$ un vecteur arbitraire et considérons la fonction suivante :

$$G_{CR} = g_{CR} + \{\mu\}^T ([K]\{\hat{d}\} - \{\hat{f}\}) = g_{CR}, \quad (4.46)$$

L'égalité ci-dessus est toujours vérifiée grâce à l'équation (4.29). Considérons maintenant la dérivée de l'équation (4.46) :

$$\frac{\partial G_{CR}}{\partial \Xi_\tau^{(i)}} = \frac{\partial g_{CR}}{\partial \Xi_\tau^{(i)}} + \{\mu\}^T \left(\frac{\partial [K]}{\partial \Xi_\tau^{(i)}} \{\hat{d}\} + [K] \frac{\partial \{\hat{d}\}}{\partial \Xi_\tau^{(i)}} \right) = \frac{\partial g_{CR}}{\partial \Xi_\tau^{(i)}}, \quad (4.47)$$

ce qui est toujours vérifié grâce à l'équation (4.45). Considérons, maintenant, le terme $\frac{\partial [K]}{\partial \Xi_\tau^{(i)}} \{\hat{d}\}$. Compte tenu de l'équation (4.10) et de la propriété de support local de l'équation (4.8), ce terme peut être exprimé comme :

$$\frac{\partial [K]}{\partial \Xi_\tau^{(i)}} \{\hat{d}\} = \sum_{e=1}^{N_e} \frac{\alpha}{\rho_e} \frac{\partial \rho_e}{\partial \Xi_\tau^{(i)}} \rho_e^\alpha [K_e] \{\hat{d}\} = \sum_{e \in S_\tau} \frac{\alpha}{\rho_e} \frac{\partial \rho_e}{\partial \Xi_\tau^{(i)}} \{\hat{f}_e\} = \{\tilde{f}\}_\tau^{(i)}, \quad (4.48)$$

où $\{\tilde{f}\}_\tau^{(i)}$ a été introduit dans l'équation (4.43). Par conséquent, l'équation (4.47) devient :

$$\frac{\partial G_{CR}}{\partial \Xi_\tau^{(i)}} = \frac{\partial g_{CR}}{\partial \Xi_\tau^{(i)}} + \{\mu\}^T \left(\{\tilde{f}\}_\tau^{(i)} + [K] \frac{\partial \{\hat{d}\}}{\partial \Xi_\tau^{(i)}} \right). \quad (4.49)$$

Considérons le terme $\frac{\partial g_{CR}}{\partial \Xi_\tau^{(i)}}$. À partir de l'équation (4.33), il est possible d'obtenir (en utilisant la règle de chaîne classique pour les dérivées) :

$$\frac{\partial g_{CR}}{\partial \Xi_\tau^{(i)}} = (g_{CR} + 1)^{(1-\chi)} \sum_{e=1}^{N_e} \delta_e^{(\chi-1)} \frac{\partial \delta_e}{\partial \Xi_\tau^{(i)}}, \quad (4.50)$$

où

$$\frac{\partial \delta_e}{\partial \Xi_\tau^{(i)}} = \frac{c_a}{\gamma_{CR}} \left(\frac{1}{2} \{\hat{\sigma}_e\}^T [M] \{\hat{\sigma}_e\} \right)^{-\frac{1}{2}} \{\hat{\sigma}_e\}^T [M] \frac{\partial \{\hat{\sigma}_e\}}{\partial \Xi_\tau^{(i)}} + \frac{\lambda_{CR}}{3\gamma_{CR}} (c_a + c_m) \{\mathbf{m}\}^T \frac{\partial \{\hat{\sigma}_e\}}{\partial \Xi_\tau^{(i)}}. \quad (4.51)$$

La dérivée de $\{\hat{\sigma}_e\}$ peut être facilement calculée à partir de l'équation (4.31) :

$$\frac{\partial \{\hat{\sigma}_e\}}{\partial \Xi_\tau^{(i)}} = \frac{\beta}{\rho_e} \frac{\partial \rho_e}{\partial \Xi_\tau^{(i)}} \{\hat{\sigma}_e\} + \rho_e^\beta [C] [B_e] \frac{\partial \{\hat{d}\}}{\partial \Xi_\tau^{(i)}}. \quad (4.52)$$

4.2. FORMULATION D'UN CRITÈRE DE RÉSISTANCE EN FATIGUE DANS LA MÉTHODE SIMP BASÉE SUR LES NURBS

En injectant l'équation (4.52) dans l'équation (4.51) et, par la suite, l'équation (4.51) dans l'équation (4.50), on obtient :

$$\frac{\partial g_{CR}}{\partial \Xi_\tau^{(i)}} = (g_{CR} + 1)^{(1-\chi)} \left(\sum_{e \in S_\tau} \frac{\partial \rho_e}{\partial \Xi_\tau^{(i)}} A_{1e} + \sum_{e=1}^{N_e} \{A_{2e}\}^T \frac{\partial \{\hat{d}\}}{\partial \Xi_\tau^{(i)}} \right), \quad (4.53)$$

où A_{1e} a été défini dans l'équation (4.42), tandis que $\{A_{2e}\}^T$ est défini comme suit

$$\begin{aligned} \{A_{2e}\}^T := & \left[\frac{c_a}{\gamma_{CR}} \left(\frac{1}{2} \{\hat{\sigma}_e\}^T [M] \{\hat{\sigma}_e\} \right)^{-\frac{1}{2}} \{\hat{\sigma}_e\}^T [M] + \frac{\lambda_{CR}}{3\gamma_{CR}} (c_a + c_m) \{\mathbf{m}\}^T \right] \\ & \times \delta_e^{(\chi-1)} \rho_e^\beta [C] [B_e]. \end{aligned} \quad (4.54)$$

En injectant l'équation (4.53) dans l'équation (4.49) on obtient :

$$\begin{aligned} \frac{\partial G_{CR}}{\partial \Xi_\tau^{(i)}} = & (g_{CR} + 1)^{(1-\chi)} \sum_{e \in S_\tau} \frac{\partial \rho_e}{\partial \Xi_\tau^{(i)}} A_{1e} + \{\mu\}^T \{\tilde{f}\}_\tau^{(i)} \\ & + \left[(g_{CR} + 1)^{(1-\chi)} \sum_{e=1}^{N_e} \{A_{2e}\}^T + \{\mu\}^T [K] \right] \frac{\partial \{\hat{d}\}}{\partial \Xi_\tau^{(i)}}. \end{aligned} \quad (4.55)$$

Le vecteur $\{\mu\}$ peut être choisi tel que :

$$(g_{CR} + 1)^{(1-\chi)} \sum_{e=1}^{N_e} \{A_{2e}\}^T + \{\mu\}^T [K] = \{0\}^T, \quad (4.56)$$

qui peut être réorganisé comme suit (rappelons-nous que les matrices $[K]$, $[C]$ et $[M]$ sont symétriques),

$$[K] \{\mu\} = \{A_2\}, \quad (4.57)$$

avec

$$\{A_2\} := - (g_{CR} + 1)^{(1-\chi)} \sum_{e=1}^{N_e} \{A_{2e}\}. \quad (4.58)$$

L'équation (4.57) représente le *système adjoint* dont la solution est $\{\mu\}$. Puisque $\{\mu\}$ satisfait l'équation (4.57), l'équation (4.55) se simplifie à :

$$\frac{\partial G_{CR}}{\partial \Xi_\tau^{(i)}} = \frac{\partial g_{CR}}{\partial \Xi_\tau^{(i)}} = (g_{CR} + 1)^{(1-\chi)} \sum_{e \in S_\tau} \frac{\partial \rho_e}{\partial \Xi_\tau^{(i)}} A_{1e} + \{\mu\}^T \{\tilde{f}\}_\tau^{(i)}, \quad (4.59)$$

ce qui conclut la preuve.

Il est à noter que l'évaluation du gradient du critère de résistance en fatigue nécessite la résolution de deux analyses statiques, à savoir l'équation (4.29) et le système adjoint de l'équation (4.57). Par

4.3. EXEMPLES NUMÉRIQUES

Algorithm 3 Calcul du gradient du critère de résistance en fatigue.

- [1] Résoudre l'équation (4.29) et stocker $\{\hat{d}\}$, $\{\hat{f}_e\}$, $\{\hat{\varepsilon}_e\}$ et $\{\hat{\sigma}_e\}$.
 - [2] Calculer A_{1e} à partir de l'équation (4.42) et $\{A_{2e}\}$ de l'équation (4.54).
 - [3] Calculer $\{A_2\}$ de l'équation (4.58) et résoudre le système adjoint (4.57).
 - [4] Calculer $\{\tilde{f}\}_\tau^{(i)}$ de l'équation (4.43).
 - [5] Déterminer $\frac{\partial g_{CR}}{\partial \Xi_\tau^{(i)}}$ de l'équation (4.41).
-

conséquent, pour chaque itération du processus d'optimisation, l'algorithme suivant est invoqué pour effectuer toutes les étapes nécessaires au calcul du gradient de g_{CR} .

Remarque : Dans l'équation (4.43), $\{\hat{f}_e\}$ est le vecteur des forces externes agissant sur l'élément générique e étendu sur l'ensemble complet des DDL de la structure exprimé dans le repère global du modèle.

Algorithm 4 Validation du calcul analytique du gradient du critère de résistance en fatigue.

- [1] Affecter à tous les points de contrôle une valeur uniforme ($\rho_{i,j} = \rho_0$), $\forall i = 0, \dots, n_1, j = 0, \dots, n_2$.
 - [2] Évaluer $G_0 = g_{CR}(\rho_0)$ avec une densité uniforme ρ_0 partout.
 - [3] Évaluer le gradient analytiquement : DG_a : un vecteur colonne avec $(n_1 + 1) \times (n_2 + 1)$ composantes.
 - [4] Initialisez le vecteur gradient numérique DG_n (un vecteur colonne avec $(n_1 + 1) \times (n_2 + 1)$ zéros).
 - [5] Boucler sur les indices $k = 1, 2, 3, \dots, (n_1 + 1) \times (n_2 + 1)$:
 - [5.1] Identifier la correspondance entre l'indice linéaire k et les indices des points de contrôle i, j .
 - [5.2] Augmenter la valeur du point de contrôle $k < - > i, j$ de $1e - 6$: $\rho_{i,j} = \rho_{i,j} + 1e - 6$.
 - [5.3] Évaluer la valeur courant de la grandeur G : G_k .
 - [5.4] Évaluer la dérivée numérique : $DG_n(k) = \frac{\Delta G}{\Delta \rho_{i,j}} = \frac{G_k - G_0}{1e - 6}$.
 - [5.5] Vérifier que $DG_n(k) \approx DG_a(k)$.
 - [5.6] Restaurer la valeur initiale du point de contrôle : $\rho_{i,j} = \rho_{i,j} - 1e - 6$.
-

4.3 Exemples Numériques

L'efficacité de la méthode proposée est prouvée par des benchmarks 2D et 3D. Pour chaque cas, le champ de pseudo-densité et la géométrie optimale sont indiqués. Pour chaque CNLPP, les limites inférieures et supérieures des variables de conception sont définies comme suit : $\hat{\rho}_{min} = 10^{-3}$, $\hat{\rho}_{max} = 1$; $\omega_{min} = 0.5$, $\omega_{max} = 10$. De plus, les composants des *knot vectors* ont été distribués uniformément dans l'intervalle $[0, 1]$.

Les résultats présentés dans cette section sont obtenus grâce au code SANTO (SIMP And NURBS for Topology Optimisation) développé au laboratoire I2M à Bordeaux [174, 186–197, 257]. SANTO est codé dans les environnements Python ® et Matlab ®. Dans cette étude, seule la version Matlab

4.3. EXEMPLES NUMÉRIQUES

est utilisée.

Cette version présente un code facilement exploitable, avec une structure adaptée pour fonctionner avec n'importe quel code EF. Dans cette étude, le code commercial ANSYS ® est utilisé pour construire les modèles EF et évaluer les réponses mécaniques de la structure. De plus, l'algorithme *Active-set* disponible dans le package *fmincon* [265] a été utilisé pour effectuer la recherche de solution pour chaque CNLPP [266]. Les paramètres réglant le comportement de l'algorithme ont été conservés à leurs valeurs par défaut, voir le tableau 4.1.

Paramètre	Valeur
Solveur	<i>Active-set</i>
Nombre maximum d'évaluations de la fonction objectif	300000
Nombre maximum d'itérations	500
Tolérance sur la fonction objectif sans dimension	10^{-6}
Tolérance sur les contraintes sans dimension	10^{-6}
Tolérance sur le changement du vecteur de variables de conception sans dimension	10^{-6}
Tolérance sur la norme du gradient de la fonction lagrangienne sans dimension	10^{-6}

TABLE 4.1 – Paramètres de *fmincon*.

Les opérations de post-traitement sont effectuées dans l'environnement Matlab ® pour la visualisation de la géométrie optimisée pour les cas 2D et 3D, et Catia V5 ® pour obtenir le modèle CAO.

En ce qui concerne les tests numériques, les aspects suivants sont pris en compte : (1) l'influence du degré des fonctions de base de l'entité NURBS et du nombre de points de contrôle, sur la topologie optimisée est étudiée ; (2) différents problèmes d'OT sont effectués pour montrer la polyvalence de l'approche SIMP basée sur les NURBS dans des cas 2D et 3D ; (3) l'influence de l'entité géométrique, c'est-à-dire B-Spline ou NURBS, utilisée pour décrire le champ de pseudo-densité sur la topologie optimisée est étudiée.

4.3.1 Benchmarks 2D

4.3.1.1 Sensibilité aux paramètres de la surface NURBS

Un premier problème 2D d'OT est considéré ici pour une plaque rectangulaire (*BK1-2D*) en Ti-6Al-4V. Les données géométriques et du matériau sont fournies à la figure 4.2. L'énoncé mathématique du problème associé est donné par l'équation (4.40), où $V_{\text{ref}} = a_1 a_2 t = 0.64 \times 10^5 \text{ mm}^3$ est le volume

4.3. EXEMPLES NUMÉRIQUES

total de la plaque, tandis que $c_{\text{ref}} = 26555 \text{ Nmm}$ est la *compliance* de la structure lorsqu'un champ de pseudo-densité uniforme $\rho = 0.2$ affecte la matrice de rigidité des éléments. Le modèle EF du domaine rectangulaire est discrétisé au moyen de 80×50 éléments PLANE182 d'ANSYS, i.e. éléments 2D sous hypothèse d'état plan de contraintes avec 4 noeuds et 2 DDL par noeud, où 4 éléments situés à proximité de la force appliquée ont été exclus de l'analyse car le champ de contraintes sur ces éléments n'est pas réaliste suite à l'application d'une force ponctuelle. La valeur de la fraction volumique est $f_V = 0.2$. La formulation CNLPP de l'équation (4.40) est renforcée par l'ajout d'une contrainte de symétrie : la topologie optimisée doit être symétrique par rapport au plan $x_2 = \frac{a_2}{2}$. L'objectif de cette campagne est d'étudier la sensibilité de la topologie optimisée aux paramètres entiers impliqués dans la définition des entités B-Spline et NURBS. Le problème (4.40) a été résolu pour $p_1 = p_2 = 2, 3, 4$ et $(n_1 + 1) \times (n_2 + 1) = 48 \times 30, 64 \times 40, 80 \times 50$. Les résultats sont fournis en termes de *compliance* normalisée ($c_n = \frac{c}{c_{\text{ref}}}$) et de l'indice de rupture de fatigue g_{CR} aux figures 4.3 - 4.7.

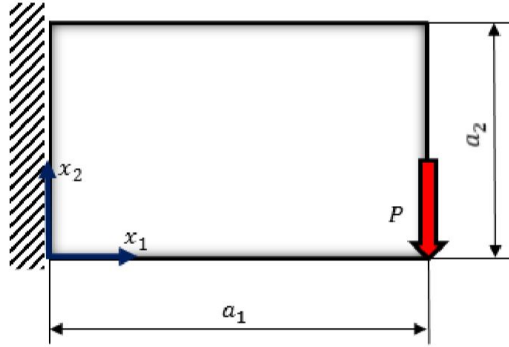


FIGURE 4.2 – Plaque rectangulaire (*BK1-2D*)- $a_1 = 320 \text{ mm}$, $a_2 = 200 \text{ mm}$, épaisseur $t = 1 \text{ mm}$, Module de Young $E = 110000 \text{ MPa}$, coefficient de Poisson $\nu = 0.33$, force $P = 1000 \text{ N}$, $R_\sigma = -1$.

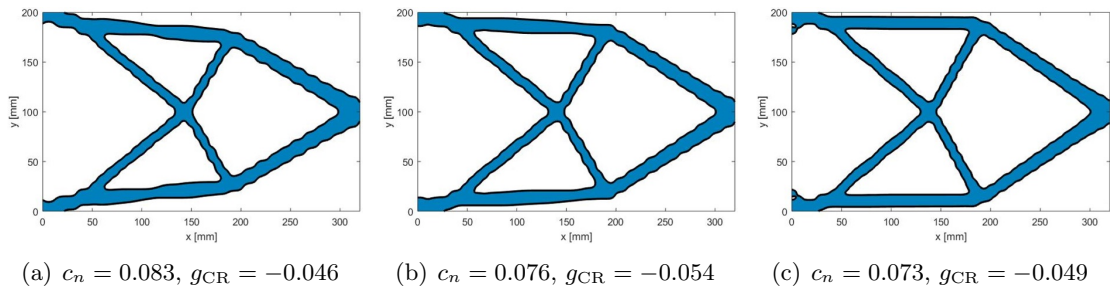


FIGURE 4.3 – Résultats BSpline pour $p_1 = p_2 = 2$, (a) 48×30 , (b) 64×40 et (c) 80×50 .

4.3. EXEMPLES NUMÉRIQUES

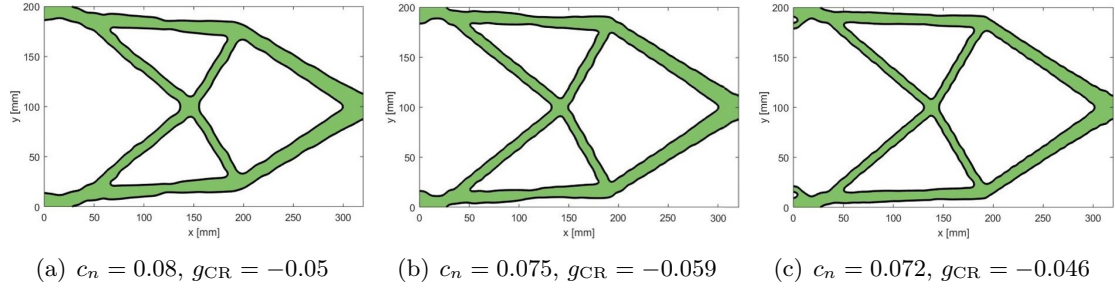


FIGURE 4.4 – Résultats NURBS pour $p_1 = p_2 = 2$, (a) 48×30 , (b) 64×40 et (c) 80×50 .

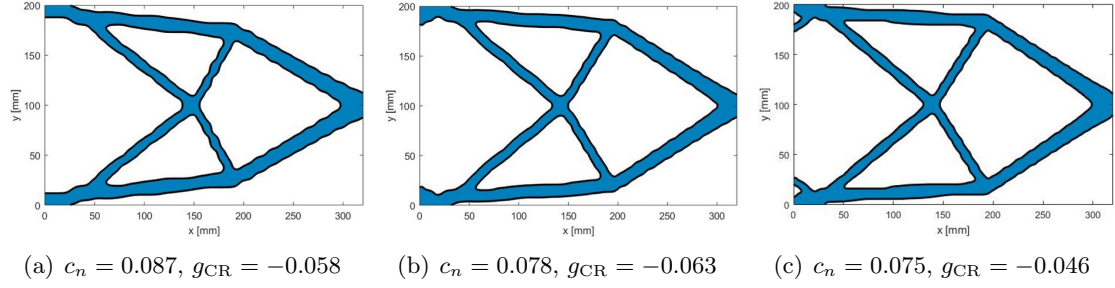


FIGURE 4.5 – Résultats BSpline pour $p_1 = p_2 = 3$, (a) 48×30 , (b) 64×40 et (c) 80×50 .

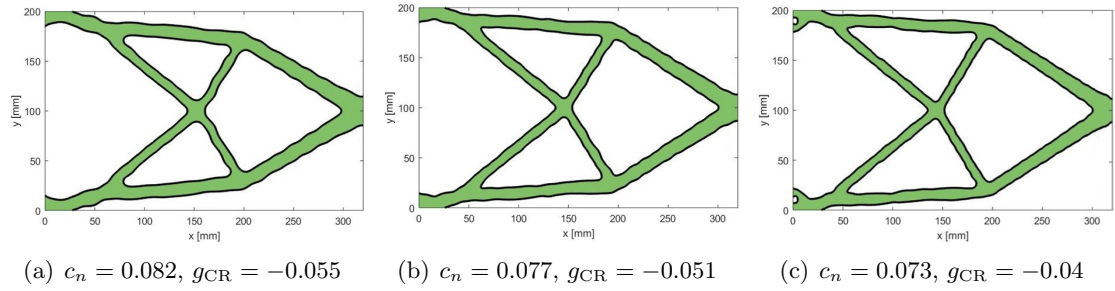


FIGURE 4.6 – Résultats NURBS pour $p_1 = p_2 = 3$, (a) 48×30 , (b) 64×40 et (c) 80×50 .

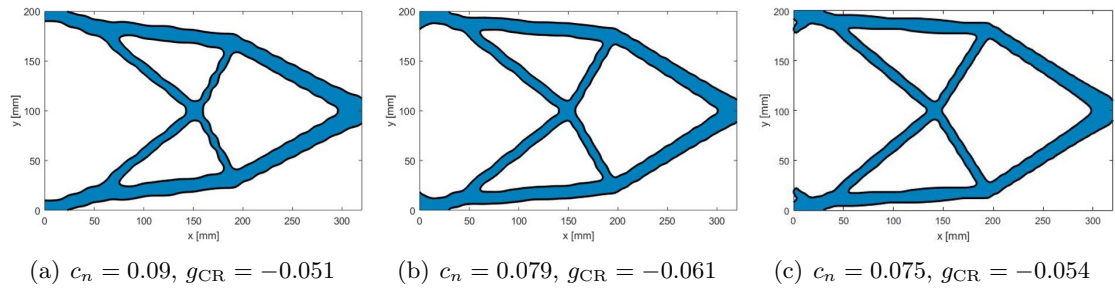


FIGURE 4.7 – Résultats BSpline pour $p_1 = p_2 = 4$, (a) 48×30 , (b) 64×40 et (c) 80×50 .

4.3. EXEMPLES NUMÉRIQUES

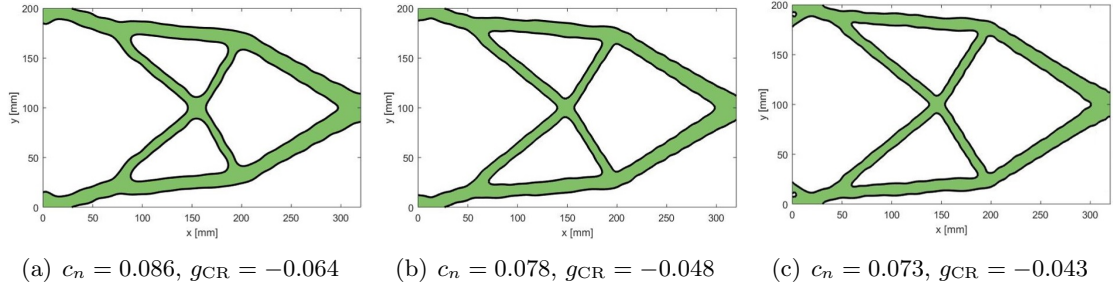


FIGURE 4.8 – Résultats NURBS pour $p_1 = p_2 = 4$, (a) 48×30 , (b) 64×40 et (c) 80×50 .

Les remarques suivantes peuvent être déduites de l'analyse des résultats.

- Plus le nombre de points de contrôle est élevé, plus la valeur de la fonction objectif est petite, mais le processus d'optimisation est plus long en raison de l'augmentation du nombre de variables de conception. De plus, plus le degré est petit, plus la valeur de la fonction objectif est petite. Ainsi, le nombre de variables de conception doit être choisi comme compromis entre le coût de calcul (du processus d'optimisation) et les performances des solutions optimisées.
- Le nombre de points de contrôle et le degré des fonctions de base dans chaque direction affectent la taille du support local. En effet, plus le degré est élevé, plus le support local est important, ainsi chaque point de contrôle affecte une région plus large du maillage pendant l'optimisation. Par conséquent, plus le degré est élevé, plus la solution est mauvaise en termes de fonction objectif. Inversement, plus le degré est élevé, plus la frontière de la topologie est lisse. De la même manière, plus le nombre de points de contrôle est élevé, plus le support local est petit. Par conséquent, en règle générale, un nombre élevé de points de contrôle et un faible degré doivent être pris en compte si les performances doivent être privilégiées. Un degré élevé et / ou un petit nombre de points de contrôle doivent être pris en compte si l'exigence de temps de calcul est privilégiée.
- Les frontières des topologies obtenues via une surface NURBS sont plus lisses que celles obtenues avec une B-Spline. Ce résultat est tout à fait bénéfique pour la FGNC. De plus, les performances obtenues par des NURBS sont légèrement meilleures que celles obtenues par des B-Splines si l'on considère le même nombre de points de contrôle et les mêmes degrés.
- En observant ces résultats des figures 4.3 - 4.8, on remarque que l'augmentation du nombre de variables de conception au-delà d'une certaine valeur seuil ($p = q = 3$ et $(n_1 + 1) \times (n_2 + 1) =$

4.3. EXEMPLES NUMÉRIQUES

64×40) n'implique pas de meilleures performances, même si la topologie peut sembler un peu différente. .

4.3.1.2 Comparaison entre l'approche SIMP basées sur les NURBS sous et sans contraintes de fatigue

Dans cette section une comparaison des topologies optimales solutions des CNLPPs d'équations (4.21) (sans contrainte sur la résistance en fatigue) et (4.40) est faite pour deux différents cas 2D. Les courbes de convergences sont illustrées dans l'annexe C. Les benchmarks considérés ici sont : la plaque rectangulaire (*BK1-2D*) de figure 4.2 et la plaque en L (*BK2-2D*) illustrée en figure 4.9. Les dimensions de la plaque en L et de la force ponctuelle appliquée sont indiquées dans la légende de la figure 4.9, où l'épaisseur est égal à 1 mm. Pour éviter la concentration de contrainte, quatre éléments (2×2) autour de la force appliquée ont été exclus de la formulation d'OT. Un pas de maillage fixe égale à 4 mm est appliqué pour discrétiser le domaine de design avec des éléments PLANE182 avec $c_{\text{ref}} = 134806.8$ Nmm. La valeur de f_V est égale à 0.2. Pour cette étude une entité B-Spline avec $p_1 = p_2 = 3$ et $(n_1 + 1) \times (n_2 + 1) = N_e$ points de contrôle a été utilisée.

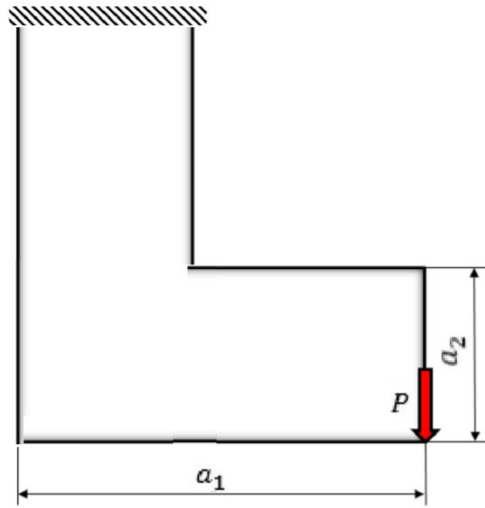


FIGURE 4.9 – Plaque en L (*BK2-2D*) - $a_1 = 200$ mm, $a_2 = 80$ mm, épaisseur $t = 1$ mm, Module de Young $E = 110000$ MPa, coefficient de Poisson $\nu = 0.33$, force $P = 1000$ N, $R_\sigma = -1$.

Pour le benchmark *BK1-2D*, les résultats numériques sont illustrés dans la figure 4.10. Comme le montrent les résultats, la contrainte de fatigue du problème (4.40) a été respectée, ce qui n'était pas le cas pour (4.21). Cependant, la rigidité de la solution du problème (4.40) est diminuée de 40 % par

4.3. EXEMPLES NUMÉRIQUES

rapport à celle du problème (4.21).

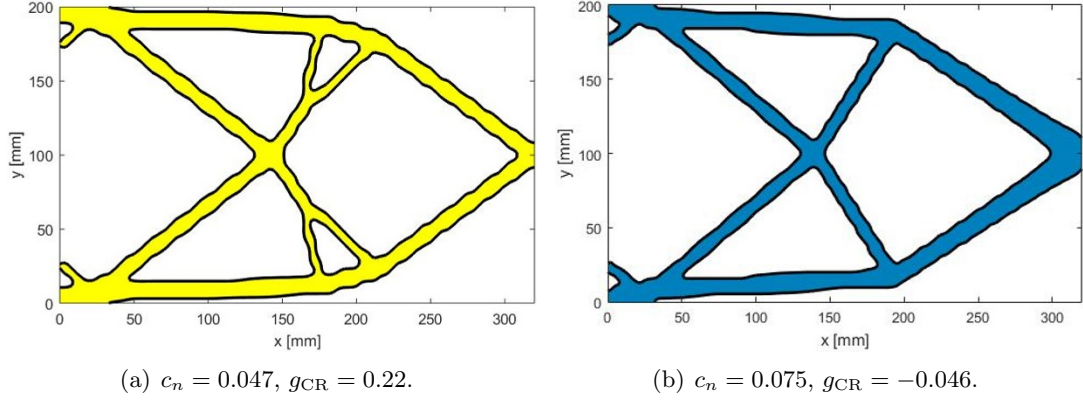


FIGURE 4.10 – Comparaison entre les résultats des CNLPP (4.21) (a) et (4.40) (b) pour le benchmark *BK1-2D*

Concernant les résultats pour le benchmark *BK2-2D* illustrés dans la figure 4.11, la valeur de la *compliance*, solution du problème (4.40), est supérieure de 21 % à la valeur caractérisant la solution optimale du problème (4.21). Cependant, la contrainte sur la fatigue a été considérablement diminué de 39 %.

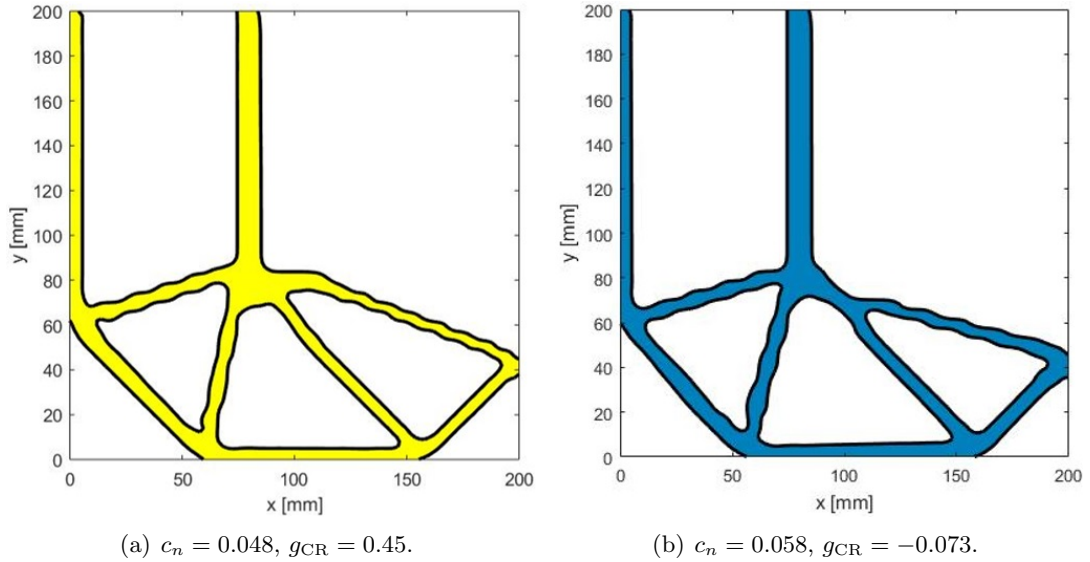


FIGURE 4.11 – Comparaison entre les résultats des CNLPP (4.21) (a) et (4.40) (b) pour le benchmark *BK2-2D*.

4.3. EXEMPLES NUMÉRIQUES

4.3.2 Benchmarks 3D

Dans cette section deux benchmarks 3D : *BK1-3D* et *BK2-3D* sont étudiés, voir figures 4.12 et 4.13. Les propriétés du matériau et les dimensions caractéristiques de chaque benchmark sont données dans la légende de chacune des images.

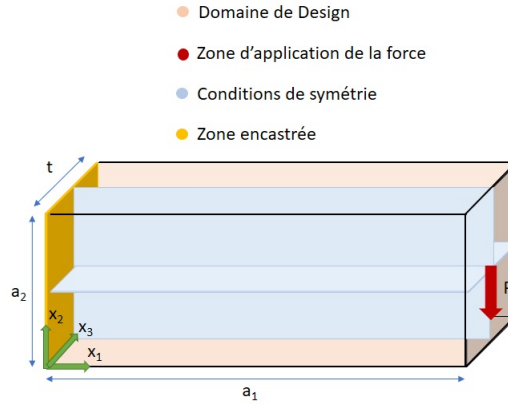


FIGURE 4.12 – Solide *Cantilever* - $a_1 = 320$ mm, $a_2 = 200$ mm, $t = 60$ mm, Module de Young $E = 110000$ MPa, coefficient de Poisson $\nu = 0.33$, force $P = 1000$ N, $R_\sigma = -1$.

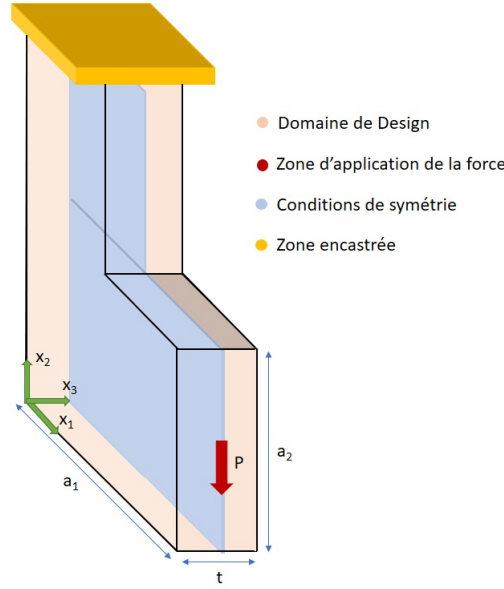


FIGURE 4.13 – Solide en L - $a_1 = 200$ mm, $a_2 = 80$ mm, $t = 40$ mm, Module de Young $E = 110000$ MPa, coefficient de Poisson $\nu = 0.33$, force $P = 1000$ N, $R_\sigma = -1$.

Pour les deux cas tests, la fraction volumique imposée vaut $f_V = 0.2$. Pour éviter la concentration

4.3. EXEMPLES NUMÉRIQUES

de contrainte, quatre éléments (2×2) autour de la force appliquée ont été exclus de la formulation de l'OT.

Un pas de maillage fixe égale à 4 mm est imposé aux deux modèles EF, utilisant des éléments SOLID186 avec $c_{\text{ref}} = 1891$ Nmm dans le *BK1-3D* et $c_{\text{ref}} = 10363.4$ Nmm dans le *BK2-3D*. Comme pour les cas 2D discuté précédemment, l'objectif de cette étude sur des cas 3D est de regarder l'influence de la contrainte d'optimisation sur la résistance en fatigue sur la topologie optimisée. Pour ce faire, les problèmes (4.21) et (4.40) ont été résolus en considérant une hypersurface B-Spline avec $p_1 = p_2 = p_3 = 3$ et $(n_1 + 1) \times (n_2 + 1) \times (n_3 + 1) = 80\% \times N_e$. Les courbes de convergences sont illustrées dans l'annexe C. Les résultats sont présentés dans les figures 4.15 - 4.14. Les mêmes conclusions discutées pour les cas 2D restent valables pour ces cas 3D.

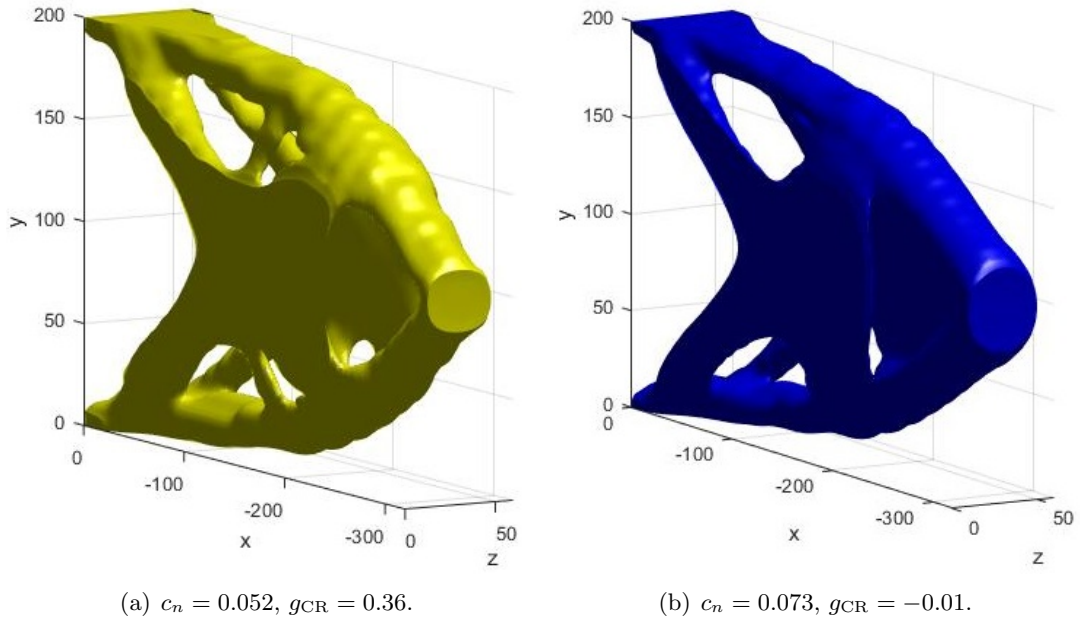


FIGURE 4.14 – Comparaison entre les résultats des CNLPP (4.21) (a) et (4.40) (b) pour le benchmark *BK1-3D*.

4.4. STRATÉGIE DE REMPLISSAGE DE LA TOPOLOGIE OPTIMALE PAR DES STRUCTURES CELLULAIRES.

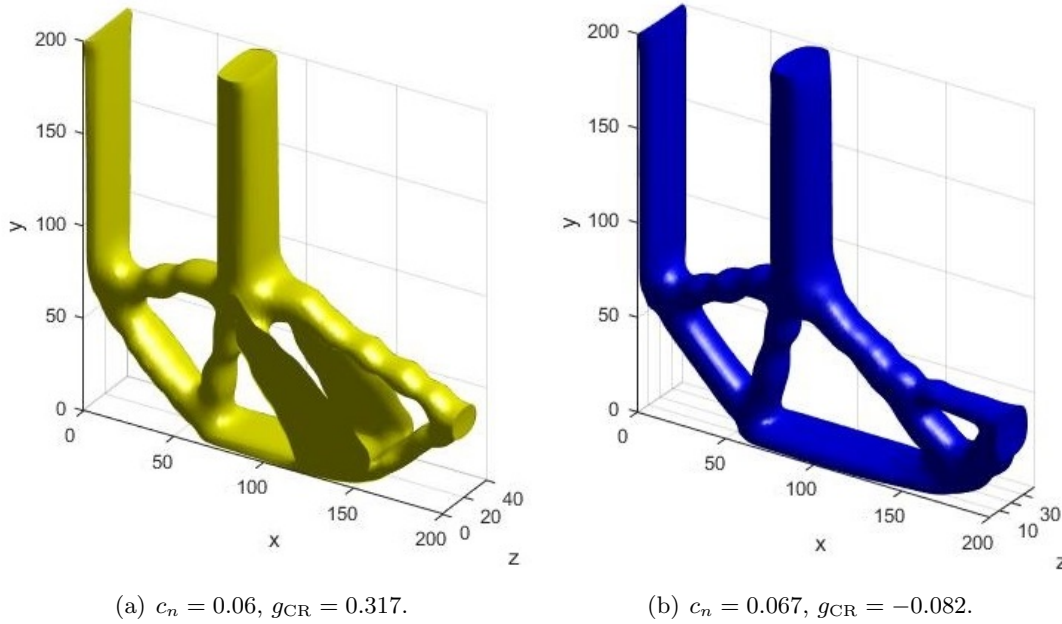


FIGURE 4.15 – Comparaison entre les résultats des CNLPP (4.21) (a) et (4.40) (b) pour le benchmark *BK2-3D*.

4.4 Stratégie de remplissage de la topologie optimale par des structures cellulaires.

4.4.1 Le concept

Les solutions optimales obtenues à l'aide de l'algorithme SANTO [174, 186–197, 257], peuvent être ultérieurement élaborées en exploitant les avantages de la technologie de fabrication additive. En effet, le champ de pseudo-densité, utilisé par la méthode SIMP comme descripteur algébrique de la topologie de la pièce, peut être considéré ici comme un champ de densité relative d'une méso-structure donnée définie à l'échelle inférieure du produit. Dans d'autres mots, il est possible de mettre en place une étape ultérieure de post-traitement du résultat visant à remplir opportunément la topologie optimisée avec une structure cellulaire, ayant un VER (volume élémentaire représentatif) donné, dont la densité relative varie ponctuellement. Alors, l'objectif est d'approximer le champ de pseudo-densité optimisé issu de la méthode NURBS-based SIMP avec une distribution pertinente d'un VER donné à densité relative variable. Pour atteindre cet objectif, cette section présente un processus typique pour générer des (FGCS, de l'anglais *Functionally graded cellular structures*). L'algorithme d'OT, présenté

4.4. STRATÉGIE DE REMPLISSAGE DE LA TOPOLOGIE OPTIMALE PAR DES STRUCTURES CELLULAIRES.

précédemment, est utilisé pour obtenir la répartition optimale du matériau. De plus, un algorithme approprié est requis pour remplir systématiquement l'espace de conception voxélisé avec des VER de géométrie donnée afin d'obtenir la structure souhaitée. On adopte ici une approche de tessellation du VER.

Les différentes étapes de la génération des FGCS sont décrites dans les sections suivantes.

4.4.2 Génération des FGCS

Une structure cellulaire 3D graduée peut être obtenue en utilisant une représentation 4D dans l'espace (x, y, z, t) . Du point de vue mathématique, cette structure est régit par :

$$f(x, y, z) \leq t(x, y, z), \quad (4.60)$$

où, t est une matrice d'isovaleurs dans l'espace (x, y, z) qui contrôle la variation de la densité relative de la structure cellulaire dans l'espace cartésien.

La figure 4.16 montre des exemples de génération de structures cellulaires avec une gradation linéaire de $\bar{\rho}$ de 0.1 à 0.5 le long de l'axe z . Pour le cas de la structure T-Gyroid graduée l'expression de t est : $t(x, y, z) = \frac{\bar{\rho}(x, y, z) - 0.5001}{0.3325}$.

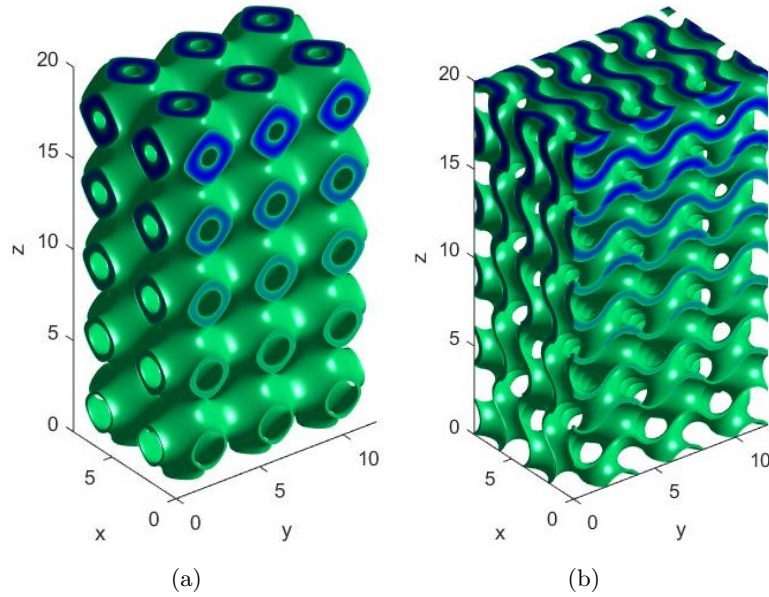


FIGURE 4.16 – Exemples de génération de structures cellulaires avec une gradation linéaire de $\bar{\rho}$ de 0.1 à 0.5.

4.4. STRATÉGIE DE REMPLISSAGE DE LA TOPOLOGIE OPTIMALE PAR DES STRUCTURES CELLULAIRES.

4.4.3 Résultats numériques

Pour illustrer l'efficacité de la méthode, nous utilisons deux cas d'études classiques : plaque *Cantilever* en 2D (figure 4.17) et le solide *Cantilever* en 3D en associant à la plaque de la figure 4.18 une épaisseur $t = 60$ mm le long de l'axe z . Le domaine de design et les conditions aux limites pour les deux benchmarks sont illustrés dans les figures 4.17 et 4.18. Un maillage uniforme de 80×50 éléments a été utilisé pour le cas 2D et de $80 \times 50 \times 15$ éléments a été employé pour le cas 3D. Les éléments utilisés sont des éléments quadratiques. Le CNLPP de l'équation (4.40) a été résolu dans ces deux cas. Pour le benchmark 2D une surface B-Spline avec degrés $p_1 = p_2 = 3$ et $(n_1 + 1) \times (n_2 + 1) = 48 \times 30$ points de contrôle a été utilisée, tandis que pour le cas d'étude 3D une hypersurface B-Spline caractérisée par $p_1 = p_2 = p_3 = 3$ et $(n_1 + 1) \times (n_2 + 1) \times (n_3 + 1) = 48 \times 30 \times 9$ a été employée. En ce qui concerne les quantités impliquées dans la définition du CNLPP de l'équation (4.40), nous avons utilisé les paramètres suivants : $f_V = 0.4$, $c_{\text{ref}} = 4262.8$ Nmm pour le cas 2D et $c_{\text{ref}} = 1667$ Nmm pour le cas 3D. Les courbes de convergences sont illustrées dans l'annexe C.

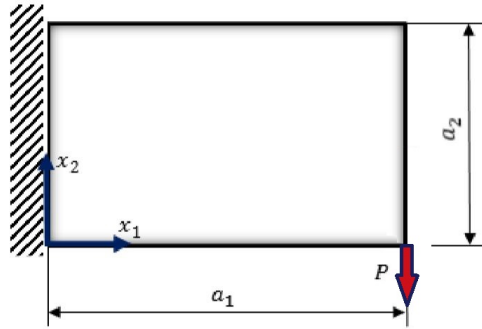


FIGURE 4.17 – Plaque *Cantilever* - $a_1 = 320$ mm, $a_2 = 200$ mm, épaisseur $t = 1$ mm, Module de Young $E = 110000$ MPa, coefficient de Poisson $\nu = 0.33$, force $P = 1000$ N, $R_\sigma = -1$.

4.4. STRATÉGIE DE REMPLISSAGE DE LA TOPOLOGIE OPTIMALE PAR DES STRUCTURES CELLULAIRES.

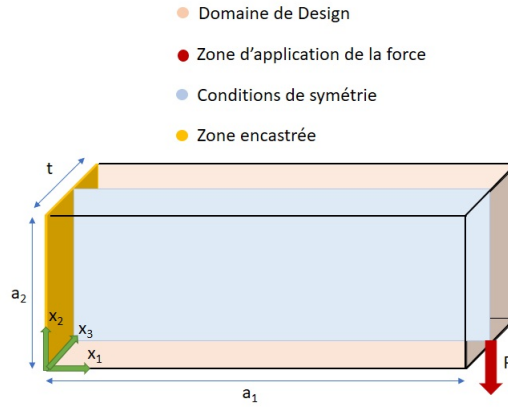


FIGURE 4.18 – Solide *Cantilever* - $a_1 = 320$ mm, $a_2 = 200$ mm, $t = 60$ mm, Module de Young $E = 110000$ MPa, coefficient de Poisson $\nu = 0.33$, force $P = 1000$ N, $R_\sigma = -1$.

Les figures 4.19(a) et 4.19(b) montrent, respectivement, les topologies optimisées finales en 2D et en 3D. Les structures cellulaires sont obtenues en remplaçant un groupe 5×5 éléments en 2D et $5 \times 5 \times 5$ éléments en 3D par un VER avec un motif de structure gyroid en moyennant les valeurs des fractions volumiques, voir figures 4.20(a) et 4.20(b).

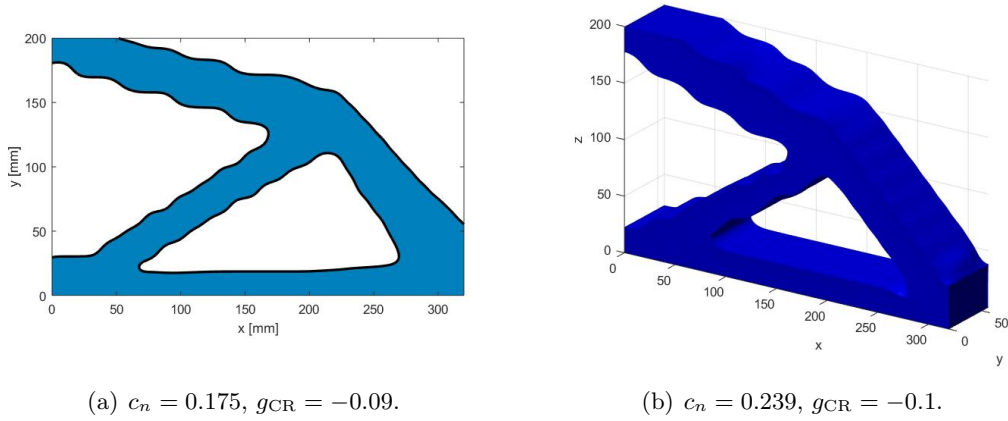


FIGURE 4.19 – Topologies optimales pour (a) la plaque *Cantilever* et (b) le solide *Cantilever*.

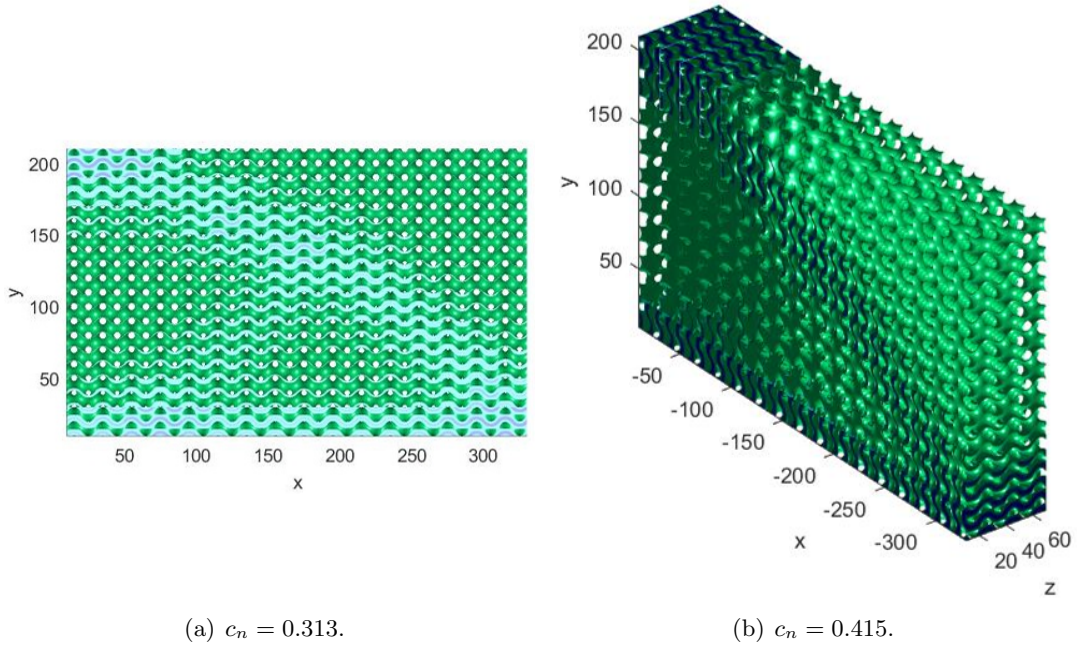


FIGURE 4.20 – Génération des structures cellulaires (a) en 2D et (b) en 3D.

4.5 Conclusions

Dans ce chapitre le critère de résistance en fatigue de Crossland (pour charges proportionnelles d'amplitude constante) a été formulé dans le cadre de la méthode SIMP basée sur les hypersurfaces NURBS développée au laboratoire I2M [174, 186–197, 257]. Plusieurs conclusions peuvent être déduites à partir de l'analyse des résultats présentés dans ce chapitre.

- Grâce à la propriété du support local des fonctions de base des NURBS, contrairement à l'approche SIMP classique, il n'est pas nécessaire de définir un filtre artificiel, car le support local établit une relation implicite entre les éléments de maillage contigus. Seulement un raffinement du nombre de points de contrôle (pour une combinaison donnée de degrés de fonctions de base) pourrait conduire à une topologie plus détaillée dans le cas de l'algorithme SIMP basé sur les NURBS.
- L'inclusion des poids des NURBS parmi les variables de conception implique, d'une part, une amélioration de la qualité de la solution (en termes de fonction objectif) et, d'autre part, une frontière plus lisse. Cependant, lorsqu'une entité NURBS est utilisée à la place d'une entité B-Spline, le nombre de variables de conception augmente.

4.5. CONCLUSIONS

- La topologie optimisée ne dépend pas de la qualité du maillage du modèle EF. Le modèle EF n'est utilisé que pour évaluer les réponses physiques du problème en question. La topologie optimisée peut être facilement extraite à la fin du processus d'optimisation car elle est décrite au moyen d'une entité compatible avec les logiciels CAO. De plus, l'ensemble des contraintes est systématiquement respecté sur les différentes solutions.

En ce qui concerne les problèmes d'OT impliquant les exigences d'intégrité structurelle et de résistance en fatigue, deux perspectives significatives peuvent être identifiées. Premièrement, l'exigence de résistance en fatigue peut être généralisée dans le cas des chargements non-proportionnels en régime polycyclique et oligocyclique. Bien entendu, l'influence du comportement non linéaire du matériau doit également être prise en compte dans le cas de régime oligocyclique. Deuxièmement, les ondulations affectant la frontière de la topologie optimisée (en particulier pour les solutions B-Spline) peuvent être réduites en intégrant les composants du *knot vector* parmi les variables de conception dans la formulation du problème.

4.5. CONCLUSIONS

Conclusions et perspectives

Des conclusions et des perspectives détaillées concernant tout sujet traité dans ce manuscrit ont été fournies à la fin de chaque chapitre. Des considérations plus larges sont discutées dans ce dernier chapitre sur les conclusions qui peuvent être déduites de cette thèse et les principales idées générales pour les futures recherches.

Conclusions

Le premier chapitre de ce mémoire présente une synthèse bibliographique des différents aspects jugés importants dans cette étude. Dans un premier temps, des généralités sur les techniques de fabrication additive, l'alliage de titane Ti-6Al-4V obtenu par SLM, le phénomène de fatigue ainsi qu'une synthèse sur les critères de fatigue utilisés pour le dimensionnement en FGNC a été présentée. Ensuite, le comportement mécanique et cyclique des structures cellulaires en Ti-6Al-4V obtenues par SLM est analysé. La sensibilité à différents paramètres tels que la topologie de la CE, la densité relative et le post-traitement thermique CIC est en particulier discutée. Les résultats de la littérature montrent notamment l'influence de la rugosité de surface et de la présence de porosités sur la résistance en fatigue des structures cellulaires.

La deuxième partie de l'étude bibliographique porte sur les méthodes d'OT et la formulation de certaines contraintes ALM dans les algorithmes d'OT. Un bref aperçu des méthodes déterministes et méta-heuristiques est fourni. Les résultats ainsi exposés dans cette étude bibliographique permettent d'orienter le travail vers les aspects importants qu'il faut considérer pour étudier le comportement en fatigue des structures cellulaires en Ti-6Al-4V. En particulier, il apparaît clairement que le procédé de fabrication par SLM joue un rôle décisif sur la tenue en fatigue. Les travaux entrepris visent donc notamment à comprendre, quantifier et prévoir comment les topologies de CE et les morphologies des barreaux/parois influencent la résistance en fatigue des structures cellulaires fabriquées.

Dans le deuxième chapitre du manuscrit, des barreaux / parois en Ti-6Al-4V avec différents diamètres / épaisseurs, longueurs et orientations, par rapport à la direction de fabrication, ont été produits en utilisant la technologie SLM avec des paramètres de processus standard. La qualité d'impression a été évaluée à l'aide des techniques MEB et μ CT, la caractérisation qualitative et quantitative de leur morphologie a été rapportée. Des différences de taille significatives ont été trouvées entre les géométries

CONCLUSION

nominales des barreaux / parois et celles fabriquées.

Des observations métallographiques et des analyses EBSD ont permis de révéler la microstructure martensitique du Ti-6Al-4V au sein de grains β allongés dans la direction de construction des pièces. La largeur de ces grains est d'environ 80 – 150 μm . En ce qui concerne l'impact des post-traitements, la compression isostatique à chaud (CIC) a conduit à la fermeture ou au rétrécissement de tous les défauts internes. Elle induit également l'apparition d'une microstructure lamellaire et un grossissement de l'épaisseur des lamelles α de 2 à 3 μm . Les défauts typiques induits par SLM ont été identifiés :

- pores de gaz (hérités de l'atomisation de la poudre) et défauts de manque de fusion en termes de défauts internes,
- des particules de poudre collées à la surface et des défauts d'empilement qui peuvent conduire à des défauts de type entaille en termes de défauts de surface.

Ces derniers expliquent la rugosité de surface importante de tous les échantillons. Cette caractérisation était conforme à la littérature. L'orientation de construction s'est avérée affecter la géométrie de l'échantillon et la distribution des défauts de surface. D'une part, la mauvaise diffusion thermique à travers les particules de poudre non fondues a conduit à une forte fusion sur les surfaces orientées vers le bas. Il en résultait de grandes saillies et une coupe transversale en forme de goutte d'eau pour les échantillons construits horizontalement.

Dans un second temps, des essais en fatigue sur les deux configurations de structures cellulaires, Octet et T-Gyroid, brutes de fabrication et post-traités par CIC ont été particulièrement étudiés dans ce chapitre. Les résultats montrent que le comportement en fatigue des structures cellulaires dépend fortement de la topologie de la CE utilisée. Il a été observé que la résistance en fatigue des structures constituées de CEs T-Gyroid était nettement supérieure à celles basées sur la CE Octet. Les analyses de fractographie, couplées au suivi fréquentiel et thermique, ont montré que la présence de défauts d'empilement en forme d'entaille et la rugosité de surface provoquaient toujours l'amorce fatal de la fissure.

Puisque cette thèse de doctorat porte sur le comportement en fatigue des structures cellulaires, une méthodologie tenant compte de l'effet de la topologie de la CE, de la densité relative et de la rugosité de surface sur la résistance en FGNC des structures cellulaires en Ti-6Al-4V obtenues par SLM a été développée et est fournie au chapitre 3. Les résultats trouvés amènent aux conclusions suivantes.

CONCLUSION

- En changeant la forme, les propriétés élastiques effectives et la résistance en fatigue peuvent être considérablement modifiées,
- Les TPMS surfaciques présentent une résistance en fatigue supérieure par rapport aux TPMS squelettiques et aux lattices, montrant une efficacité structurelle plus élevée.
- Les types de cellules les plus résistantes identifiés, pour des chargements cycliques multiaxiaux étaient l'Octet pour les structures lattices et le T-Gyroid pour les TPMS, tandis que pour des chargements statiques multiaxiaux, les PEE les plus élevées ont été observées pour les configurations Octet et S-Gyroid. Pour ces deux meilleures CEs, la résistance en fatigue est proportionnelle à la densité relative variant de 0.1 à 0.4.
- Les zones d'intersection des barreaux qui constituent la CE présentent des zones de concentrations de contraintes, ce qui a une grande influence sur leur résistance en fatigue. L'ajout de rayons de raccordement atténue cet effet.
- Les résultats expérimentaux et numériques ont confirmé que la résistance en fatigue est fortement influencée par la rugosité de surface due à la concentration de contraintes locales. Les résultats montrent un écart important de la résistance en fatigue entre «CAD» et « μ CT» mais un accord entre le « μ CT» et le résultat expérimental.

Comme cela a été fréquemment indiqué dans ce document, l'importance de la formulation NURBS pour les problèmes d'OT est principalement liée à la possibilité d'avoir une description purement géométrique de la topologie et de sa frontière pendant tout le processus. Lorsque le champ de pseudo-densité est décrit au moyen d'une entité géométrique NURBS, la topologie optimisée finale est totalement indépendante du maillage du modèle EF. En tant qu'entité géométrique définie sur l'ensemble du domaine de conception, elle peut être utilisée correctement pour satisfaire des contraintes géométriques appropriées, comme indiqué au chapitre 4.

La principale contribution de ce travail est de résoudre des problèmes d'OT sous contraintes de fatigue en utilisant la méthode SIMP basée sur les entités NURBS codée dans l'algorithme SANTO. Les résultats de ce travail visent principalement à montrer qu'une formulation basée sur les NURBS est possible pour les problèmes d'OT ; dans ce contexte, une analyse de sensibilité détaillée des paramètres discrets des entités NURBS (nombre de points de contrôle et degrés de fonctions de base) a été effectuée. L'objectif est de sensibiliser le concepteur aux effets de ces paramètres sur la topologie finale et sur

CONCLUSION

les performances mécaniques des structures.

Perspectives

Les perspectives de cette étude sont multiples. D'une part, la méthode d'homogénéisation proposée peut être améliorée en considérant l'influence de la porosité du matériau (liée au procédé SLM) sur le comportement élastique effectif de la structure cellulaire. D'autre part, la non-linéarité matérielle et l'écart géométrique à la CAO doivent être prises en compte afin de saisir le "vrai" comportement de post-flambement des CEs et de développer un critère de défaillance multi-échelle adéquat.

Un autre point qui mérite une attention particulière est la résistance en fatigue des structures cellulaires. Bien que l'effet de la rugosité de surface ne soit pas significatif du tout sur la réponse élastique macroscopique de la structure cellulaire, cela n'est pas vrai quant à la résistance en fatigue. En effet, il a été démontré que dans les cas de fatigue (en particulier en FGNC), l'initiation de la fissure provient de la surface et l'effet de rugosité devient d'une importance primordiale, notamment pour les structures cellulaires produites par la technologie ALM. Par conséquent, le critère de défaillance multi-échelle devrait également intégrer cet aspect.

Des problèmes plus complexes pourront être résolus en OT. Par exemple, les problèmes multi-physiques et multi-échelles peuvent être énoncés dans le cadre des NURBS. Dans les problèmes multi-échelles, la difficulté repose sur l'analyse de sensibilité qui, bien entendu, doit prendre en compte les effets des NURBS établis à l'échelle inférieure pour évaluer l'impact sur l'échelle supérieure. En ce qui concerne le critère de fatigue, une généralisation de la formulation proposée au cas de chargements non-proportionnelles et à amplitude variable pourrait être envisagée.

CONCLUSION

Bibliographie

- [1] N. ISO, “NF ISO 17296-2 Fabrication additive - Principes généraux - Partie 2 : Vue d’ensemble des catégories de procédés et des matériaux de base,” 2005.
- [2] ASTM, “ASTM F2924 Standard Specification for Additive Manufacturing Titanium-6 Aluminum-4 Vanadium with Powder Bed Fusion,” 2014.
- [3] P. Lohmuller, J. Favre, B. Piotrowski, S. Kenzari et P. Laheurte, “Stress concentration and mechanical strength of cubic lattice architectures,” *Materials*, vol. 11, n°. 7, p. 1146, 2018. [En ligne]. Disponible : <https://doi.org/10.3390/ma11071146>
- [4] EOS. [En ligne]. Disponible : www.eos.info
- [5] A. Charles, A. Elkaseer, L. Thijs, V. Hagenmeyer et S. Scholz, “Effect of Process Parameters on the Generated Surface Roughness of Down-Facing Surfaces in Selective Laser Melting,” *Applied Sciences*, vol. 9, n°. 6, p. 1256, 2019. [En ligne]. Disponible : <https://doi.org/10.3390/app9061256>
- [6] M. Losertová et V. Kubeš, “Microstructure and mechanical properties of selective laser melted ti6al4v alloy,” *Materials Science and Engineering*, vol. 266, p. 012009, 2017.
- [7] P. Li, D. H. Warner, A. Fatemi et N. Phan, “Critical assessment of the fatigue performance of additively manufactured Ti-6Al-4V and perspective for future research,” *International Journal of Fatigue*, vol. 85, p. 130–143, 2016. [En ligne]. Disponible : <https://doi.org/10.1016/j.ijfatigue.2015.12.003>
- [8] L. Thijs, F. Verhaeghe, T. Craeghs, J. Van Humbeeck et J. Kruth, “A study of the microstructural evolution during selective laser melting of Ti-6Al-4V,” *Acta Materialia*, vol. 58, n°. 9, p. 3303–3312, 2010. [En ligne]. Disponible : <https://doi.org/10.1016/j.actamat.2010.02.004>

- [9] B. Vrancken, L. Thijs, J.-P. Kruth et J. Van Humbeeck, “Heat treatment of Ti6Al4V produced by Selective Laser Melting : Microstructure and mechanical properties,” *Journal of Alloys and Compounds*, vol. 541, p. 177–185, 2012. [En ligne]. Disponible : <https://doi.org/10.1016/j.jallcom.2012.07.022>
- [10] T. Vilaro, C. Colin et J. D. Bartout, “As-Fabricated and Heat-Treated Microstructures of the Ti6Al-4V Alloy Processed by Selective Laser Melting,” *Metallurgical and Materials Transactions A*, vol. 42, p. 3190–3199, 2011. [En ligne]. Disponible : <https://doi.org/10.1007/s11661-011-0731-y>
- [11] G. Kasperovich et J. Hausmann, “Improvement of fatigue resistance and ductility of TiAl6V4 processed by selective laser melting,” *Journal of Materials Processing Technology*, vol. 220, p. 202–214, 2015. [En ligne]. Disponible : <https://doi.org/10.1016/j.jmatprotec.2015.01.025>
- [12] B. Vaysette, N. Saintier, C. Brugger et M. Elmay, *Comportement en fatigue de pièces de Ti-6Al-4V obtenues par SLM et EBM : effet de la rugosité*. Ecole Nationale Supérieure des Arts et Métiers ParisTech, 2019.
- [13] A. Panesar, M. Abdi, D. Hickman et I. Ashcroft, “Strategies for functionally graded lattice structures derived using topology optimisation for additive manufacturing,” *Additive Manufacturing*, vol. 19, p. 81–94, 2018. [En ligne]. Disponible : <https://doi.org/10.1016/j.addma.2017.11.008>
- [14] T. Maconachie, M. Leary, B. Lozanovski, X. Zhang, M. Qian, O. Faruque et M. Brandt, “Slm lattice structures : Properties, performance, applications and challenges,” *Materials & Design*, vol. 183, p. 108–137, 2019. [En ligne]. Disponible : <https://doi.org/10.1016/j.matdes.2019.108137>
- [15] M. Leary, M. Mazur, H. Williams, E. Yang, A. Alghamdi, B. Lozanovski, X. Zhang, D. Shidid, L. Farahbod-Sternahl, G. Witt, I. Kelbassa, P. Choong, M. Qian et M. Brandt, “Inconel 625 lattice structures manufactured by selective laser melting (slm) : Mechanical properties, deformation and failure modes,” *Materials & Design*, vol. 157, p. 179–199, 2018. [En ligne]. Disponible : <https://doi.org/10.1016/j.matdes.2018.06.010>
- [16] L. Xiao, W. Song, X. Xu et S. Gao, “Process-induced geometric defect sensitivity of ti-6al-4v lattice structures with different mesoscopic topologies fabricated by electron beam melting,”

BIBLIOGRAPHIE

- Materials Science and Engineering : A*, vol. 778, p. 139092, 2020. [En ligne]. Disponible : <https://doi.org/10.1016/j.msea.2020.139092>
- [17] B. Van Hooreweder et J.-P. Kruth, “Advanced fatigue analysis of metal lattice structures produced by selective laser melting,” *CIRP Annals*, vol. 66, n° 1, p. 221–224, 2017. [En ligne]. Disponible : <https://doi.org/10.1016/j.cirp.2017.04.130>
- [18] C. De Formanoir, M. Suard, R. Dendievel, G. Martin et S. Godet, “Improving the mechanical efficiency of electron beam melted titanium lattice structures by chemical etching,” *Additive Manufacturing*, vol. 11, p. 71–76, 2016. [En ligne]. Disponible : <https://doi.org/10.1016/j.addma.2016.05.001>
- [19] J. Benabes, *Approche énergétique non locale du calcul de durée de vie de structure en fatigue multiaxiale sous chargement d’amplitude variable : application a une roue de train ferroviaire*. Philosophy, 2006.
- [20] F. Calignano, “ Design optimization of supports for overhanging structures in aluminium and titanium alloys by selective laser melting ,” *Materials & Design*, vol. 64, p. 203–213, 2014. [En ligne]. Disponible : <https://doi.org/10.1016/j.matdes.2014.07.043>
- [21] T. Wohlers et T. Caffrey, *Wohlers report 2015 : Additive manufacturing and 3d printing state of the industry annual worldwide progress report*. Wohlers Associate, 2015.
- [22] A. Cohen, R. Chen, U. Frodis, M. Wu et C. Folk, “Microscale metal additive manufacturing of multi-component medical devices,” *Rapid Prototyping Journal*, vol. 16, n° 3, p. 209–215, 2010. [En ligne]. Disponible : <https://doi.org/10.1108/13552541011034889>
- [23] M. Dalton, J. Blundell et G. S. Finlayson, “Examination of food reward and energy intake under laboratory and free-living conditions in a trait binge eating subtype of obesity,” *Frontiers in psychology*, vol. 4, p. 757, 2013. [En ligne]. Disponible : <https://doi.org/10.3389/fpsyg.2013.00757>
- [24] F. P. W. Melchels, M. Domingos, T. J. Klein, J. Malda, P. J. Bartolo et D. W. Hutmacher, “Additive manufacturing of tissues and organs,” *Progress in Polymer Science*, vol. 37, n° 8, p. 1079–1104, 2012. [En ligne]. Disponible : <https://doi.org/10.1016/j.progpolymsci.2011.11.007>

- [25] A. Podshivalov, S. Bronnikov, V. Zuev, T. Jiamrungraksa et S. Charuchinda, “Synthesis and characterization of polyurethane–urea microcapsules containing galangal essential oil : statistical analysis of encapsulation,” *Journal of Microencapsulation*, vol. 30, n^o. 2, p. 198–203, 2013. [En ligne]. Disponible : <https://doi.org/10.3109/02652048.2012.735261>
- [26] M. A. Garcia, M. S. Alvarez, H. Sailem, V. Bousgouni, J. Sero et C. Bakal, “Differential rnaï screening provides insights into the rewiring of signalling networks during oxidative stress,” *Molecular BioSystems*, vol. 8, n^o. 10, p. 2605–2613, 2012. [En ligne]. Disponible : <https://doi.org/10.1039/c2mb25092f>
- [27] G. Méjica et A. Lantada, “Comparative study of potential pentamodal metamaterials inspired by bravais lattices,” *Smart Mater. Struct.*, vol. 22, n^o. 11, p. 5013, 2013. [En ligne]. Disponible : <https://doi.org/10.1088/0964-1726/22/11/115013>
- [28] J. Christensen et F. García, “Anisotropic metamaterials for full control of acoustic waves,” *Phys. Rev. Lett.*, vol. 108, n^o. 12, 2012. [En ligne]. Disponible : <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.108.124301>
- [29] Z. Liang et J. Li, “Extreme acoustic metamaterial by coiling up space,” *Phys. Rev. Lett.*, vol. 108, n^o. 11, 2012. [En ligne]. Disponible : <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.108.114301>
- [30] C. Park, J. Park, S. Lee, Y. Seo, C. Kim et S. Lee, “Extreme acoustic metamaterial by coiling up space,” *Phys. Rev. Lett.*, vol. 107, n^o. 19, 2011. [En ligne]. Disponible : <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.107.194301>
- [31] U. Levy, M. Abashin, K. Ikeda, A. Krishnamoorthy, J. Cunningham et Y. Fainman, “Inhomogenous dielectric metamaterials with space-variant polarizability,” *Phys. Rev. Lett.*, vol. 98, n^o. 24, 2007. [En ligne]. Disponible : <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.98.243901>
- [32] J. Schuller, R. Zia, T. Taubner et M. Brongersma, “Dielectric metamaterials based on electric and magnetic resonances of silicon carbide particles,” *Phys. Rev. Lett.*, vol. 99, n^o. 10, 2007. [En ligne]. Disponible : <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.99.107401>
- [33] K. Vynck, D. Felbacq, E. Centeno, A. I. Căbuz, D. Cassagne et B. Guizal, “All-dielectric rod-type metamaterials at optical frequencies,” *Phys. Rev. Lett.*, vol. 102, n^o. 13, 2009. [En ligne]. Disponible : <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.102.133901>

- [34] R. Zhao, J. Zhou, T. Koschny, E. N. Economou et C. M. Soukoulis, “Repulsive casimir force in chiral metamaterials,” *Phys. Rev. Lett.*, vol. 103, n°. 10, 2009. [En ligne]. Disponible : <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.103.103602>
- [35] N. Fang, D. Xi et J. Xu, “Ultrasonic metamaterials with negative modulus,” *Nature Mater.*, vol. 5, p. 452–456, 2006. [En ligne]. Disponible : <https://doi.org/10.1038/nmat1644>
- [36] Y. Kim, J. Hwang, B. Khuyen, B. Tung, K. Kim et J. Rhee, “Flexible ultrathin metamaterial absorber for wide frequency band, based on conductive fibers,” *Nature Mater.*, p. 711–717, 2018.
- [37] C. Czech, P. Guarneri, N. Thyagaraja et G. Fadel, “Systematic design optimization of the metamaterial shear beam of a nonpneumatic wheel for low rolling resistance,” *J. Mech. Des.*, vol. 137, n°. 4, p. 041404, 2015. [En ligne]. Disponible : <https://doi.org/10.1115/1.4029518>
- [38] N. ISO/ASTM, “NF ISO/ASTM 52900 Fabrication additive - Principes généraux - Terminologie,” 2016.
- [39] —, “NF ISO/ASTM 52915 Standard Specification for additive manufacturing file format (AMF) Version 1.1,” 2013.
- [40] —, “NF ISO 17296-4 Fabrication additive - Principes généraux - Partie 4 : Vue d’ensemble des échanges de données,” 2015.
- [41] G. Costa, J. Pailhès et M. Montemurro, *Design and Optimisation Methods for Structures produced by means of Additive Layer Manufacturing processes*. Ecole Nationale Supérieure des Arts et Métiers ParisTech, 2018.
- [42] L.-E. Rännar, A. Glad et C. Gustafson, “Efficient cooling with tool inserts manufactured by electron beam melting,” *Rapid Prototyping Journal*, vol. 13, n°. 3, p. 128–135, 2007. [En ligne]. Disponible : <https://doi.org/10.1108/13552540710750870>
- [43] S. Ford et M. Despeisse, “Additive manufacturing and sustainability : an exploratory study of the advantages and challenges,” *Journal of Cleaner Production*, vol. 137, p. 1573–1587, 2016. [En ligne]. Disponible : <https://doi.org/10.1016/j.jclepro.2016.04.150>
- [44] R. Becker, A. Grzesiak et A. Henning, “Rethink assembly design,” *Assembly Automation*, vol. 25, n°. 4, p. 262–266, 2005. [En ligne]. Disponible : <https://doi.org/10.1108/01445150510626370>

- [45] H. Galarraga, D. A. Lados, R. R. Dehoff, M. M. Kirka et P. Nandwana, “Effects of the microstructure and porosity on properties of Ti-6Al-4V ELI alloy fabricated by electron beam melting (EBM),” *Additive Manufacturing*, vol. 10, p. 47–57, 2016. [En ligne]. Disponible : <https://doi.org/10.1016/j.addma.2016.02.003>
- [46] L. Löber, C. Flache, R. Petters, U. Kühn et J. Eckert, “Comparison of different post processing technologies for SLM generated 316l steel parts,” *Rapid Prototyping Journal*, vol. 19, n^o. 3, p. 173–179, 2013. [En ligne]. Disponible : <https://doi.org/10.1108/13552541311312166>
- [47] B. Vayre, F. Vignat et F. Villeneuve, “Designing for additive manufacturing,” *Procedia CIRP*, vol. 3, p. 632–637, 2012. [En ligne]. Disponible : <https://doi.org/10.1016/j.procir.2012.07.108>
- [48] —, “Identification on Some Design Key Parameters for Additive Manufacturing : Application on Electron Beam Melting,” *Procedia CIRP*, vol. 7, p. 264– 269, 2013. [En ligne]. Disponible : <https://doi.org/10.1016/j.procir.2013.05.045>
- [49] B. P. Conner, G. P. Manogharan, L. M. Martof, A. N. and Rodomsky, C. M. Rodomsky, D. C. Jordan et J. W. Limperos, “Making sense of 3-D printing : Creating a map of additive manufacturing products and services,” *Additive Manufacturing*, vol. 1-4, p. 64–76, 2014. [En ligne]. Disponible : <https://doi.org/10.1016/j.addma.2014.08.005>
- [50] L. S. Bertol, W. K. Junior, F. P. Da Silva et C. Aumund-kopp, “Medical design : Direct metal laser sintering of Ti-6Al-4V,” *Materials & Design*, vol. 31, p. 3982–3988, 2010. [En ligne]. Disponible : <https://doi.org/10.1016/j.matdes.2010.02.050>
- [51] A. Bandyopadhyay, F. Espana, V. Krishna, S. Bose, Y. Ohgami et N. M. Davies, “Influence of porosity on mechanical properties and in vivo response of Ti6Al4V implants,” *Acta Biomaterialia*, vol. 6, n^o. 4, p. 1640–1648, 2010. [En ligne]. Disponible : <https://doi.org/10.1016/j.actbio.2009.11.011>
- [52] J. Wooten, C. Uwate et P. Yavari, “Electron Beam Melting Manufacturing of Flight Hardware for the Navy UCAS Program.”
- [53] J. Kruth, B. Vandenbroucke, J. Van Vaerenbergh et P. Mercelis, “Benchmarking of Different SLS/SLM Processes as Rapid Manufacturing Techniques,” 2005.

- [54] C. R. Deckard, "Method and apparatus for producing parts by Selective Sintering," *US Patent 4863538 A*, 1989.
- [55] J.-P. Kruth, P. Mercelis, J. Van Vaerenbergh, L. Froyen et M. Rombouts, "Binding mechanisms in selective laser sintering and selective laser melting," *Rapid Prototyping Journal*, vol. 11, n^o. 1, p. 26–36, 2005. [En ligne]. Disponible : <https://doi.org/10.1108/13552540510573365>
- [56] D. K. Do et P. Li, "The effect of laser energy input on the microstructure, physical and mechanical properties of Ti-6Al-4V alloys by selective laser melting," *Virtual and Physical Prototyping*, vol. 11, n^o. 1, p. 41–47, 2016. [En ligne]. Disponible : <https://doi.org/10.1080/17452759.2016.1142215>
- [57] P. Li, D. H. Warner, A. Fatemi et N. Phan, "Critical assessment of the fatigue performance of additively manufactured Ti6Al-4V and perspective for future research," *International Journal of Fatigue*, vol. 85, p. 130–143, 2016. [En ligne]. Disponible : <https://doi.org/10.1016/j.ijfatigue.2015.12.003>
- [58] R. Li, J. Liu, Y. Shi, L. Wang et W. Jiang, "Balling behavior of stainless steel and nickel powder during selective laser melting process," *International Journal of Advanced Manufacturing Technologies*, vol. 59, p. 1025–1035, 2012. [En ligne]. Disponible : <https://doi.org/10.1007/s00170-011-3566-1>
- [59] B. Song, S. Dong, B. Zhang, H. Liao et C. Coddet, "Effects of processing parameters on microstructure and mechanical property of selective laser melted Ti6Al4V," *Materials & Design*, vol. 35, p. 120–125, 2012. [En ligne]. Disponible : <https://doi.org/10.1016/j.matdes.2011.09.051>
- [60] B. Spierings, N. Herres et G. Levy, "Influence of the particle size distribution on surface quality and mechanical properties in AM steel parts," *Rapid Prototyping Journal*, vol. 17, n^o. 3, p. 195–202, 2011. [En ligne]. Disponible : <https://doi.org/10.1108/13552541111124770>
- [61] M. Svensson, "Influence of interstitials on material properties of Ti6Al4V fabricated with Electron Beam Melting (EBM)," *dans proceedings of the 22nd Conference and Exposition American Society for Metals*, 2011.
- [62] B. Song, S. Dong, B. Zhang, H. Liao et C. Coddet, "Effects of processing parameters on

- microstructure and mechanical property of selective laser melted Ti6Al4V,” *Materials & Design*, vol. 35, p. 120–125, 2012. [En ligne]. Disponible : <https://doi.org/10.1016/j.matdes.2011.09.051>
- [63] D. K. Kempen, L. Thijs, E. Yasa, M. Badrossamay, W. Verheecke et J.-P. Kruth, “Process optimization and microstructural analysis for selective laser melting of alsi10mg,” *Proceedings of the 22nd Annual International Solid Freeform Fabrication Symposium*, 2011.
- [64] H. Gong, K. Rafi, H. Gu, G. D. Janaki Ram, T. Starr et B. Stucker, “Influence of defects on mechanical properties of Ti-6Al-4V components produced by selective laser melting and electron beam melting,” *Materials & Design*, vol. 86, p. 545–554, 2015. [En ligne]. Disponible : <https://doi.org/10.1016/j.matdes.2015.07.147>
- [65] T. Kimura et T. Nakamoto, “Microstructures and mechanical properties of A356 (AlSi7Mg0.3) aluminum alloy fabricated by selective laser melting,” *Materials & Design*, vol. 89, p. 1294–1301, 2016. [En ligne]. Disponible : <https://doi.org/10.1016/j.matdes.2015.10.065>
- [66] H. R. Ammar, A. M. Samuel et F. H. Samuel, “Effect of casting imperfections on the fatigue life of 319-F and A356-T6 Al–Si casting alloys,” *Materials Science and Engineering : A*, vol. 473, n^o. 1-2, p. 65–75, 2008. [En ligne]. Disponible : <https://doi.org/10.1016/j.msea.2007.03.112>
- [67] S. Tamas-Williams, H. Zhao, F. L’Allonard, F. Derguti, I. Todd et P. Prangnell, “XCT analysis of the influence of melt strategies on defect population in Ti-6Al-4V components manufactured by Selective Electron Beam Melting. Materials Characterization,” *Materials Science and Engineering : A*, vol. 102, p. 47–61, 2015. [En ligne]. Disponible : <https://doi.org/10.1016/j.matchar.2015.02.008>
- [68] A. Antonyamy, J. Meyer et P. Prangnell, “Effect of build geometry on the β -grain structure and texture in additive manufacture of Ti6Al4V by selective electron beam melting,” *Materials Characterization*, vol. 84, p. 153–168, 2013. [En ligne]. Disponible : <https://doi.org/10.1016/j.matchar.2013.07.012>
- [69] V. Cain, L. Thjis, J. Van Humbeeck, B. Van Hooreweder et R. Knutsen, “Crack propagation and fracture toughness of Ti6Al4V alloy produced by selective laser melting,” *Additive Manufacturing*, vol. 5, p. 68–76, 2014. [En ligne]. Disponible : <https://doi.org/10.1016/j.addma.2014.12.006>

BIBLIOGRAPHIE

- [70] Bodycote, “HIP.” [En ligne]. Disponible : www.bodycote.com/fr-FR/services/hot-isostatic-pressing.aspx
- [71] M. Simonelli, Y. Y. Tse et C. Truck, “Effect of the build orientation on the mechanical properties and fracture modes of SLM Ti-6Al-4V,” *Materials Science and Engineering : A*, vol. 616, p. 1–11, 2014. [En ligne]. Disponible : <https://doi.org/10.1016/j.msea.2014.07.086>
- [72] P. Mercelis et J. P. Kruth, “Residual stresses in selective laser sintering and selective laser melting,” *Rapid Prototyping Journal*, vol. 12, n^o. 5, p. 254–265, 2006. [En ligne]. Disponible : <https://doi.org/10.1108/13552540610707013>
- [73] P. Edwards et M. Ramulu, “Fatigue performance evaluation of selective laser melting Ti-6Al-4V,” *Materials Science and Engineering : A*, vol. 598, p. 327–337, 2014. [En ligne]. Disponible : <https://doi.org/10.1016/j.msea.2014.01.041>
- [74] J. Günther, D. Krewerth, T. Lippmann, S. Leuders, T. Tröster, A. Weidner, H. Biermann et T. Niendorf, “Fatigue life of additively manufactured Ti-6Al-4V in the very high cycle fatigue regime,” *International Journal of Fatigue*, vol. 94, n^o. 2, p. 236–245, 2017. [En ligne]. Disponible : <https://doi.org/10.1016/j.ijfatigue.2016.05.018>
- [75] V. Chastand, A. Tezenas, Y. Cadoret, P. Quaegebeur, W. Maia et E. Charkaluk, “Fatigue characterization of Titanium Ti-6Al-4V samples produced by Additive Manufacturing,” *Procedia Structural Integrity*, vol. 2, p. 3168–3176, 2016. [En ligne]. Disponible : <https://doi.org/10.1016/j.prostr.2016.06.395>
- [76] Y. Combres et C. Champin, “Traitements thermiques des alliages de titane,” *Techniques de l’ingénieur Traitements thermiques des aciers, des alliages et des fontes*, vol. 33, p. 24, 2013. [En ligne]. Disponible : <https://www.techniques-ingenieur.fr/base-documentaire/materiaux-th11/traitements-thermiques-des-aciers-des-alliages-et-des-fontes-42364210/traitements-thermiques-des-alliages-de-titane-m1335/>
- [77] R. R. Boyer, “An overview on the use of titanium in the aerospace industry,” *Materials Science and Engineering : A*, vol. 213, n^o. 1-2, p. 103–114, 1996. [En ligne]. Disponible : [https://doi.org/10.1016/0921-5093\(96\)10233-1](https://doi.org/10.1016/0921-5093(96)10233-1)

BIBLIOGRAPHIE

- [78] Y. Combres, “Propriétés du titane et de ses alliages,” *Techniques l’Ingénieur*, 1999. [En ligne]. Disponible : <https://www.techniques-ingenieur.fr/base-documentaire/materiaux-th11/metaux-et-alliages-non-ferreux-42357210/proprietes-du-titane-et-de-ses-alliages-m4780/>
- [79] R. K. Nalla, R. O. Ritchie, B. L. Boyce, J. P. Campbell et J. O. Peters, “Influence of microstructure on high-cycle fatigue of ti-6al-4v : Bimodal vs. lamellar structures,” *Metallurgical and Materials Transactions A*, vol. 33, p. 899–918, 2002. [En ligne]. Disponible : <https://doi.org/10.1007/s11661-002-0160-z>
- [80] A. 2801B, “Heat Treatment of Titanium Alloy Parts,” 2014.
- [81] E. Brandl et D. Greitemeier, “Microstructure of additive layer manufactured Ti–6Al–4V after exceptional post heat treatments,” *Materials Letters*, vol. 81, p. 84–87, 2012. [En ligne]. Disponible : <https://doi.org/10.1016/j.matlet.2012.04.116>
- [82] S. Bagehorns, “Surface finishing of additive manufactured ti-6al-4v - a comparison of electro-chemical and mechanical treatments,” *dans proceedings of the 6th European Conference For Aerospace Sciences*, 2015.
- [83] D. B. Witkin, D. N. Patel, H. Helvajian, L. Steffeney et A. Diaz, “Surface treatment of powder-bed fusion additive manufactured metals for improved fatigue life,” *Journal of Materials Engineering and Performance*, vol. 28, p. 681–692, 2019. [En ligne]. Disponible : <https://doi.org/10.1007/s11665-018-3732-9>
- [84] M. Benedetti, M. Cazzolli, V. Fontanari et M. Leoni, “Fatigue limit of ti6al4v alloy produced by selective laser sintering,” *Structural Integrity Procedia*, vol. 2, p. 2452–3216, 2016. [En ligne]. Disponible : <https://doi.org/10.1016/j.prostr.2016.06.394>
- [85] T. M. Mower et M. J. Long, “Mechanical behavior of additive manufactured, powder bed laser-fused materials,” *Materials Science and Engineering : A*, vol. 651, p. 198–213, 2016. [En ligne]. Disponible : <https://doi.org/10.1016/j.msea.2015.10.068>
- [86] A. M. Dixon, W. J. and Mood, “A Method for Obtaining and Analyzing Sensitivity Data,” *Journal of the American Statistical Association*, vol. 43, n°. 241, p. 109–126, 1948. [En ligne]. Disponible : <https://doi.org/10.1080/01621459.1948.10483254>

- [87] A. BRAND, “Données technologiques sur la fatigue,” *CETIM*, vol. 384, 1999.
- [88] A. Buch, “Analytical approach to size and notch-size effects in fatigue of aircraft material specimens,” *Materials Science and Engineering*, vol. 15, n^o. 1, p. 75–85, 1974. [En ligne]. Disponible : [https://doi.org/10.1016/0025-5416\(74\)90032-9](https://doi.org/10.1016/0025-5416(74)90032-9)
- [89] R. A. Smith et K. J. Miller, “Prediction of fatigue regimes in notched components,” *International Journal of Mechanical Sciences*, vol. 20, n^o. 4, p. 201–206, 1978. [En ligne]. Disponible : [https://doi.org/10.1016/0020-7403\(78\)90082-6](https://doi.org/10.1016/0020-7403(78)90082-6)
- [90] K. J. Miller, “The behaviour of short fatigue cracks and their initiation part I-A review of two recent books,” *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures*, vol. 10, n^o. 1, p. 75–91, 1987. [En ligne]. Disponible : <https://doi.org/10.1111/j.1460-2695.1987.tb01150.x>
- [91] ———, “The behaviour of short fatigue cracks and their initiation part II-A general summary,” *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures*, vol. 10, n^o. 2, p. 93–113, 1987. [En ligne]. Disponible : <https://doi.org/10.1111/j.1460-2695.1987.tb01153.x>
- [92] K. J. Miller et K. P. Zachariah, “Cumulative damage laws for fatigue crack initiation and stage I propagation,” *The Journal of Strain Analysis for Engineering Design*, vol. 12, n^o. 4, p. 262–270, 1977. [En ligne]. Disponible : <https://doi.org/10.1243/03093247V124262>
- [93] B. Van Hooreweder, R. Boonen, D. Moens, J.-P. Kruth et P. Sas, “On the determination of fatigue properties of ti6al4v produced by selective laser melting,” *dans proceedings of AIAA Structures, Structural Dynamics and Materials Conference*, 2012.
- [94] H. Gong, H. K. Rafi, T. L. Starr et B. E. Stucker, “Effect of defects on fatigue tests of as-built ti-6al-4v parts fabricated by selective laser melting,” *dans proceedings of the 23rd Annual International Solid Freeform Fabrication Symposium*, 2012.
- [95] H. K. Rafi, N. V. Karthik, H. Gong, T. L. Starr et B. E. Stucker, “Microstructures and Mechanical Properties of Ti6Al4V Parts Fabricated by Selective Laser Melting and Electron Beam Melting,” *Journal of Materials Engineering and Performance*, vol. 22, p. 3872–3883, 2013. [En ligne]. Disponible : <https://doi.org/10.1007/s11665-013-0658-0>

- [96] E. Wycisk, A. Solbach, S. Siddique, D. Herzog, F. Walther et C. Emmelmann, “Effects of defects in laser additive manufactured Ti-6Al-4V on fatigue properties,” *Physics Procedia*, vol. 56, p. 371–378, 2014. [En ligne]. Disponible : <https://doi.org/10.1016/j.phpro.2014.08.120>
- [97] J. OH, J. G. LEE, N. J. KIM, S. LEE et E. W. LEE, “Effects of thickness on fatigue properties of investment cast ti-6al-4v alloy plates,” *Journal of Materials Science*, vol. 39, n^o. 2, p. 587–591, 2004. [En ligne]. Disponible : <https://doi.org/10.1023/B:JMSC.0000011515.84569.ec>
- [98] S. Kapfer, T. S. Hyde, K. Mecke, H. C. Arns et E. G. Schröder-Turk, “Minimal surface scaffold designs for tissue engineering,” *Biomaterials*, vol. 32, n^o. 29, p. 6875–6882, 2011. [En ligne]. Disponible : <https://doi.org/10.1016/j.biomaterials.2011.06.012>
- [99] “Triply periodic minimal surfaces, scientific graphic project,” *Mathematical Sciences Research Institute*, 2017. [En ligne]. Disponible : <http://www.msri.org/publications/sgp/jim/papers/morphbysymmetry/table/index.html>
- [100] R. S. Kumar et D. L. McDowell, “Multifunctional design of two-dimensional cellular materials with tailored mesostructure,” *International Journal of Solids and Structures*, vol. 46, n^o. 14, p. 2871–2885, 2009. [En ligne]. Disponible : <https://doi.org/10.1016/j.ijsolstr.2009.03.014>
- [101] L. E. Murr, S. M. Gaytan, F. Medina, E. Martinez, J. L. Martinez, D. H. Hernandez, B. I. Machado, D. a. Ramirez et R. B. Wicker, “Characterization of Ti–6Al–4V open cellular foams fabricated by additive manufacturing using electron beam melting,” *Materials Science and Engineering : A*, vol. 527, n^o. 7-8, p. 1861–1868, 2010. [En ligne]. Disponible : <https://doi.org/10.1016/j.msea.2009.11.015>
- [102] T. A. Schaedler, A. J. Jacobsen, A. Torrents, A. E. Sorensen, J. Lian, J. R. Greer, L. Valdevit et W. B. Carter, “Ultralight metallic microlattices,” *Journal of Materials Research and Technology*, vol. 334, n^o. 6058, p. 962–965, 2011. [En ligne]. Disponible : <https://doi.org/10.1126/science.1211649>
- [103] K. Lietaert, A. Cutolo, D. Boey et B. Van Hooreweder, “Fatigue life of additively manufactured ti6al4v scaffolds under tension-tension, tension-compression and compression-compression fatigue load,” *Scientific Reports*, vol. 8, p. 49–57, 2018. [En ligne]. Disponible : <https://doi.org/10.1038/s41598-018-23414-2>

- [104] C. S. H. Alsalla, L. Hao, “Fracture toughness and tensile strength of 316l stainless steel cellular lattice structures manufactured using the selective laser melting technique,” *Materials Science and Engineering : A*, vol. 669, p. 1–6, 2016. [En ligne]. Disponible : <https://doi.org/10.1016/j.actbio.2018.12.038>
- [105] P. Koehnen, C. Haase, J. Bültmann, S. Ziegler, J. H. Schleifenbaum et W. Bleck, “Mechanical properties and deformation behavior of additively manufactured lattice structures of stainless steel,” *Materials & Design*, vol. 145, p. 205–217, 2018. [En ligne]. Disponible : <https://doi.org/10.1016/j.matdes.2018.02.062>
- [106] M. Ashby, “The properties of foams and lattices,” *Philosophical Transactions of the Royal Society, A : Mathematical, Physical & Engineering Sciences*, vol. 364, n°. 1838, p. 15–30, 2006. [En ligne]. Disponible : <https://doi.org/10.1098/rsta.2005.1678>
- [107] H. E. Burton, N. M. Eisenstein, B. M. Lawless, P. Jamshidi, M. A. Segarra, O. Addison, D. E. T. Shepherd, M. M. Attallah, L. M. Grover et S. C. Cox, “The design of additively manufactured lattices to increase the functionality of medical implants,” *Materials Science and Engineering C*, vol. 94, p. 901–908, 2019. [En ligne]. Disponible : <https://doi.org/10.1016/j.msec.2018.10.052>
- [108] I. Maskery, N. T. Aboulkhair, A. O. Aremu, C. J. Tuck et I. A. Ashcrof, “Compressive failure modes and energy absorption in additively manufactured double gyroid lattices,” *Additive Manufacturing*, vol. 16, p. 24–29, 2017. [En ligne]. Disponible : <https://doi.org/10.1016/j.matdes.2018.02.062>
- [109] A. A. Zadpoor, “Mechanical performance of additively manufactured meta-biomaterials,” *Acta Biomaterialia*, vol. 85, p. 41–59, 2019. [En ligne]. Disponible : <https://doi.org/10.1016/j.actbio.2018.12.038>
- [110] S. Amin Yavari, S. M. Ahmadi, R. Wauthle, B. Pouran, J. Schrooten, H. Weinans et A. A. Zadpoor, “Relationship between unit cell type and porosity and the fatigue behavior of selective laser melted meta-biomaterials,” *Journal of the Mechanical Behavior of Biomedical Materials*, vol. 43, p. 91–100, 2015. [En ligne]. Disponible : <https://doi.org/10.1016/j.jmbbm.2014.12.015>
- [111] S. Zhao, S. J. Li, W. T. Hou, Y. L. Hao, R. Yang et R. D. K. Misra, “The influence of cell morphology on the compressive fatigue behavior of ti-6al-4v meshes fabricated by electron

- beam melting,” *Journal of the Mechanical Behavior of Biomedical Materials*, vol. 59, p. 251–264, 2016. [En ligne]. Disponible : <https://doi.org/10.1016/j.jmbbm.2016.01.034>
- [112] J. De Krijger, C. Rans, B. Van Hooreweder, K. Lietaert, B. Pouran et A. A. Zadpoor, “Effects of applied stress ratio on the fatigue behavior of additively manufactured porous biomaterials under compressive loading,” *Journal of the Mechanical Behavior of Biomedical Materials*, vol. 70, p. 7–16, 2017. [En ligne]. Disponible : <https://doi.org/10.1016/j.jmbbm.2016.11.022>
- [113] N. W. Hrabe, P. Heintl, B. Flinn, C. Köner et R. K. Bordia, “Compression-compression fatigue of selective electron beam melted cellular titanium (Ti-6Al-4V),” *Journal of Biomedical Materials Research Part B : Applied Biomaterials*, vol. 99, n^o. 2, p. 313–320, 2011. [En ligne]. Disponible : <https://doi.org/10.1002/jbm.b.31901>
- [114] S. Amin Yavari, R. Wauthlé, J. van der Stok, A. Riemsdijk, M. Janssen, M. Mulier, J.-P. Kruth, J. Schrooten, H. Weinans et A. A. Zadpoor, “Fatigue behavior of porous biomaterials manufactured using selective laser melting,” *Materials Science and Engineering : C*, vol. 33, n^o. 8, p. 4849–4858, 2013. [En ligne]. Disponible : <https://doi.org/10.1016/j.msec.2013.08.006>
- [115] Y. J. Liu, H. L. Wang, S. J. Li, S. G. Wang, W. J. Wang, W. T. Haou, R. Hao, Y. L. abd Yang et L. C. Zhang, “Compressive and fatigue behavior of beta-type titanium porous structures fabricated by electron beam melting,” *Acta Materialia*, vol. 126, p. 58–66, 2017. [En ligne]. Disponible : <https://doi.org/10.1016/j.actamat.2016.12.052>
- [116] A. Zargarian, M. Esfahanian, J. Kadkhodapour et S. Ziaei-Rad, “Numerical simulation of the fatigue behavior of additive manufactured titanium porous lattice structures,” *Materials Science and Engineering : C*, vol. 60, p. 339–347, 2016. [En ligne]. Disponible : <https://doi.org/10.1016/j.msec.2015.11.054>
- [117] M. Dallago, V. Fontanari, E. Torresani, M. Leoni, C. Pederzoli, C. Potrich et M. Benedetti, “Fatigue and biological properties of Ti-6Al-4V ELI cellular structures with variously arranged cubic cells made by selective laser melting,” *Journal of the Mechanical Behavior of Biomedical Materials*, vol. 78, p. 381–394, 2018. [En ligne]. Disponible : <https://doi.org/10.1016/j.jmbbm.2017.11.044>

- [118] M. Speirs, B. Van Hooreweder, J. Van Humbeeck et J. P. Kruth, “Fatigue behaviour of NiTi shape memory alloy scaffolds produced by SLM, a unit cell design comparison,” *Journal of the Mechanical Behavior of Biomedical Materials*, vol. 70, p. 53–59, 2017. [En ligne]. Disponible : <https://doi.org/10.1016/j.jmbbm.2017.01.016>
- [119] S. Liu et H. Y. Du, “Investigation on fatigue property of three-dimensional reticulated porous metal foams,” *Materials Science and Technology*, vol. 28, n^o. 5, p. 569–575, 2012. [En ligne]. Disponible : <https://doi.org/10.1179/1743284711Y.0000000111>
- [120] K. S. Chan, M. Koike, R. L. Mason et T. Okabe, “Fatigue life of titanium alloys fabricated by additive layer manufacturing techniques for dental implants,” *Metallurgical and Materials Transactions A*, vol. 44, p. 1010–1022, 2013. [En ligne]. Disponible : <https://doi.org/10.1007/s11661-012-1470-4>
- [121] S. Yue, R. M. Pillar et G. C. Weatherly, “Fatigue strength of porous coated ti-6al-4v implant alloy,” *J Biomed Mater Res*, vol. 18, n^o. 9, p. 1043–1058, 1984. [En ligne]. Disponible : <https://doi.org/10.1002/jbm.820180908>
- [122] M. Jamshidinia, F. Kong et R. Kovacevic, “The numerical modeling of fatigue properties of a bio-compatible dental implant produced by electron beam melting (ebm),” *dans proceedings of the 24th Annual International Solid Freeform Fabrication Symposium*, 2013.
- [123] P. Terriault et V. Brailovski, “Modeling and simulation of large, conformal, porosity-graded and lightweight lattice structures made by additive manufacturing,” *Finite Elements in Analysis and Design*, vol. 138, p. 1–11, 2018. [En ligne]. Disponible : <https://doi.org/10.1016/j.finel.2017.09.005>
- [124] R. Hedayati, H. Hosseini-Toudeshky, M. Sadighi, M. Mohammadi-Aghdam et A. A. Zadpoor, “Computational prediction of the fatigue behavior of additively manufactured porous metallic biomaterials,” *International Journal of Fatigue*, 2016, vol. 84, p. 67–79, 2016. [En ligne]. Disponible : <https://doi.org/10.1016/j.ijfatigue.2015.11.017>
- [125] G. Campoli, M. S. Borleffs, A. Y. S., R. Wauthle, H. Weinans et A. A. Zadpoor, “Mechanical properties of open-cell metallic biomaterials manufactured using additive

- manufacturing,” *Materials & Design*, vol. 49, p. 957–965, 2013. [En ligne]. Disponible : <https://doi.org/10.1016/J.MATDES.2013.01.071>
- [126] L. Huynh, J. Rotella et M. D. Sangid, “Fatigue behavior of in718 microtrusses produced via additive manufacturing,” *Materials & Design*, vol. 105, p. 278–289, 2016. [En ligne]. Disponible : <https://doi.org/10.1016/j.matdes.2016.05.032>
- [127] E. Uhlmann, C. Schmiedel et J. Wendler, “Cfd simulation of the abrasive flow machining process,” *Procedia CIRP*, vol. 31, p. 209–214, 2015. [En ligne]. Disponible : <https://doi.org/10.1016/j.procir.2015.03.091>
- [128] Y. Y. Sun, S. Gulizia, C. H. Oh, D. Fraser, M. Leary, Y. F. Yang et M. Qian, “The influence of as-built surface conditions on mechanical properties of ti-6al-4v additively manufactured by selective electron beam melting,” *JOM*, vol. 68, p. 791–798, 2016. [En ligne]. Disponible : <https://doi.org/10.1007/s11837-015-1768-y>
- [129] G. Pyka, A. Burakowski, G. Kerckhofs, M. Moesen, S. Van Bael, J. Schrooten et M. Wevers, “Surface modification of ti6al4v open porous structures produced by additive manufacturing,” *Advanced Engineering Materials*, vol. 14, n°. 6, p. 363–370, 2012. [En ligne]. Disponible : <https://doi.org/10.1002/adem.201100344>
- [130] S. Van Bael, G. Kerckhofs, M. Moesen, G. Pyka, J. Schrooten et J. P. Kruth, “Micro-ct-based improvement of geometrical and mechanical controllability of selective laser melted ti6al4v porous structures,” *Materials Science and Engineering : A*, vol. 528, n°. 24, p. 7423–7431, 2011. [En ligne]. Disponible : <https://doi.org/10.1016/j.msea.2011.06.045>
- [131] G. Pyka, G. Kerckhofs, I. Papantoniou, M. Speirs, J. Schrooten et M. Wevers, “Surface roughness and morphology customization of additive manufactured open porous ti6al4v structures,” *Materials*, vol. 6, n°. 10, p. 4737–4757, 2013. [En ligne]. Disponible : <https://doi.org/10.3390/ma6104737>
- [132] G. A. Longhitano, M. A. Larosa, A. L. J. Munhoz, C. A. D. Zavaglia et M. C. F. Ierardi, “Surface finishes for ti-6al-4v alloy produced by direct metal laser sintering,” *Materials Research*, vol. 18, n°. 4, p. 838–842, 2015. [En ligne]. Disponible : <https://doi.org/10.1590/1516-1439.014415>

- [133] L. A. Dobrzanski, A. D. Dobrzanska-Danikiewicz, T. G. Gawel et A. Achtelek-Franczak, "Selective laser sintering and melting of pristine titanium and titanium ti6al4v alloy powders and selection of chemical environment for etching of such materials," *Archives of Metallurgy and Materials*, vol. 60, n°. 3, 2015. [En ligne]. Disponible : <https://doi.org/10.1515/amm-2015-0346>
- [134] S. Leuders, M. Thöne, A. Riemer, T. Niendorf, T. Tröster, H. Richard et H. Maier, "On the mechanical behaviour of titanium alloy tial6v4 manufactured by selective laser melting : fatigue resistance and crack growth performance," *International Journal of Fatigue*, vol. 48, p. 300–307, 2013. [En ligne]. Disponible : <https://doi.org/10.1016/j.ijfatigue.2012.11.011>
- [135] M. W. Wu, J. K. Chen, B. H. Lin et P. H. Chiang, "Improved fatigue endurance ratio of additive manufactured ti-6al-4v lattice by hot isostatic pressing," *Materials & Design*, vol. 134, p. 163–170, 2017. [En ligne]. Disponible : <https://doi.org/10.1016/j.matdes.2017.08.048>
- [136] H. Gough et H. Pollard, "The strength of metals under combined alternating stresses," *dans proceedings of the Institution of Mechanical Engineers*, 1935.
- [137] K. D. Van et I. V. Papadopoulos, *High Cycle Metal Fatigue : From Theory to Applications*. Springer-Verlag, 1999.
- [138] B. Crossland, "Effect of large hydrostatic pressures on the torsional fatigue strength of an alloy steel," *dans proceedings of the International Conference on Fatigue of Metals*, 1956.
- [139] E. Macha et C. Sonsino, "Energy criteria of multiaxial fatigue failure," *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures*, vol. 22, n°. 12, p. 1053–1070, 1999. [En ligne]. Disponible : <https://doi.org/10.1046/j.1460-2695.1999.00220.x>
- [140] F. Ellyin, "A criterion for fatigue under multiaxial states of stress," *Mechanics Research Communications*, vol. 1, n°. 4, p. 219–224, 1974. [En ligne]. Disponible : [https://doi.org/10.1016/0093-6413\(74\)90068-8](https://doi.org/10.1016/0093-6413(74)90068-8)
- [141] F. Ellyin, K. Golos et Z. Xia, "In-phase and out-of-phase multiaxial fatigue," *Journal of Engineering Materials and Technology*, vol. 113, n°. 1, p. 112–118, 1991. [En ligne]. Disponible : <https://doi.org/10.1115/1.2903365>

BIBLIOGRAPHIE

- [142] C. Froustey et S. Lasserre, “Multiaxial fatigue endurance of 30NCD16 steel,” *International Journal of Fatigue*, vol. 11, n^o. 3, p. 169–175, 1989. [En ligne]. Disponible : [https://doi.org/10.1016/0142-1123\(89\)90436-2](https://doi.org/10.1016/0142-1123(89)90436-2)
- [143] T. Palin-Luc et S. Lasserre, “An energy based criterion for high cycle multiaxial fatigue,” *European Journal of Mechanics - A/Solids*, vol. 17, n^o. 2, p. 237–251, 1998. [En ligne]. Disponible : [https://doi.org/10.1016/S0997-7538\(98\)80084-3](https://doi.org/10.1016/S0997-7538(98)80084-3)
- [144] A. Banvillet, T. Palin-Luc et S. Lasserre, “A volumetric energy based high cycle multiaxial fatigue criterion,” *International Journal of Fatigue*, vol. 25, p. 755–769, 2003. [En ligne]. Disponible : [10.1016/S0142-1123\(03\)00048-3](https://doi.org/10.1016/S0142-1123(03)00048-3)
- [145] N. Saintier, T. Palin-luc, J. Benabes et F. Cochetoux, “Non-local energy based fatigue life calculation method under multiaxial variable amplitude loadings,” *International Journal of Fatigue*, vol. 54, p. 68–83, 2013. [En ligne]. Disponible : <https://doi.org/10.1016/j.ijfatigue.2012.12.013>
- [146] A. Hor, N. Saintier, C. Robert, T. Palin-Luc et F. Morel, “Analysis of the multiaxial fatigue strength at the mesoscopic scale using 3d microstructure modeling and extreme value statistics,” *dans proceedings of the 13th International Conference on Fracture*, 2013.
- [147] B. Vayssette, N. Saintier, C. Brugger, M. Elmay et E. Pessard, “Surface roughness of Ti-6Al-4V parts obtained by SLM and EBM : Effect on the High Cycle Fatigue life,” *Procedia Engineering*, vol. 213, p. 89–97, 2018. [En ligne]. Disponible : <https://doi.org/10.1016/j.proeng.2018.02.010>
- [148] A. F. Jenkinson, “The frequency distribution of the annual maxima (or minimum) values of meteorological elements,” *Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society*, vol. 81, n^o. 348, p. 158–171, 1955. [En ligne]. Disponible : <https://doi.org/10.1002/qj.49708134804>
- [149] S. Beretta et Y. Murakami, “Statistical analysis of defects for fatigue strength prediction and quality control of materials,” *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures*, vol. 21, n^o. 9, p. 1049–1065, 1998. [En ligne]. Disponible : <https://doi.org/10.1046/j.1460-2695.1998.00104.x>
- [150] Y. Murakami et S. Beretta, “Small defects and inhomogeneities in fatigue strength :

BIBLIOGRAPHIE

- Experiments, models and statistical implications,” *Extremes*, vol. 2, p. 123–147, 1999. [En ligne]. Disponible : <https://doi.org/10.1023/A:1009976418553>
- [151] H. V. e. S. G. Atkinson, “Characterization of inclusions in clean steels : A review including the statistics of extremes methods,” *Progress in Materials Science*, vol. 48, n^o. 5, p. 457–520, 2003. [En ligne]. Disponible : [https://doi.org/10.1016/S0079-6425\(02\)00014-2](https://doi.org/10.1016/S0079-6425(02)00014-2)
- [152] B. Gerin, E. Pessard, F. Morel et C. Verdu, “A non-local approach to model the combined effects of forging defects and shot-peening on the fatigue strength of a pearlitic steel,” *Theoretical and Applied Fracture Mechanics*, vol. 93, p. 19–32, 2018. [En ligne]. Disponible : <https://doi.org/10.1016/j.tafmec.2017.06.012>
- [153] T. Persenot, J.-Y. Buffiere, E. Maire, R. Dendievel et G. Martin, “Fatigue properties of ebm as-built and chemically etched thin parts,” *Procedia Structural Integrity*, vol. 7, p. 158–165, 2017. [En ligne]. Disponible : <https://doi.org/10.1016/j.prostr.2017.11.073>
- [154] C. P. Przybyla et D. L. McDowell, “Simulated microstructure-sensitive extreme value probabilities for high cycle fatigue of duplex ti-6al-4v,” *International Journal of Plasticity*, vol. 27, n^o. 12, p. 1871–1895, 2011. [En ligne]. Disponible : <https://doi.org/10.1016/j.ijplas.2011.01.006>
- [155] M. C. Delfour et J.-P. Zolésio, “Shape and geometries. analysis, differential calculus and optimization,” *Society for Industrial and Applied Mathematics*, 2001. [En ligne]. Disponible : <https://doi.org/10.1137/1.9780898719826>
- [156] A. Henrot et M. Pierre, *Variation et optimisation de formes*. Mathématiques & Applications, 2005.
- [157] G. Allaire, *Conception Optimale des Structures*. Mathématiques & Applications, 2007.
- [158] N. V. Banichuk, *Introduction to optimization of structures*. Mathématiques & Applications, 1990.
- [159] J. Haslinger et R. Mäkinen, *Introduction to shape optimization. Theory, approximation and computation*. Society for Industrial and Applied Mathematics, 2003.

- [160] M. Montemurro, A. Vincenti et P. Vannucci, “A two-level procedure for the global optimum design of composite modular structures - Application to the design of an aircraft wing. Part 1 : theoretical formulation,” *Journal of Optimization Theory and Applications*, vol. 155, n^o. 1, p. 1–23, 2012. [En ligne]. Disponible : <https://doi.org/10.1007/s10957-012-0067-9>
- [161] —, “A two-level procedure for the global optimum design of composite modular structures - Application to the design of an aircraft wing. Part 2 : numerical aspects and examples,” *Journal of Optimization Theory and Applications*, vol. 155, n^o. 1, p. 24–53, 2012. [En ligne]. Disponible : <https://doi.org/10.1007/s10957-012-0070-1>
- [162] —, “Design of elastic properties of laminates with minimum number of plies,” *Mechanics of Composite Materials*, vol. 48, p. 369–390, 2012. [En ligne]. Disponible : <https://doi.org/10.1007/s11029-012-9284-4>
- [163] A. Catapano et M. Montemurro, “A multi-scale approach for the optimum design of sandwich plates with honeycomb core. Part I : Homogenisation of core properties,” *Composite structures*, vol. 118, p. 664–676, 2014. [En ligne]. Disponible : <https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2014.07.057>
- [164] —, “A multi-scale approach for the optimum design of sandwich plates with honeycomb core. Part II : the optimisation strategy,” *Composite structures*, vol. 118, p. 677–690, 2014. [En ligne]. Disponible : <https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2014.07.058>
- [165] M. Montemurro, A. Vincenti et P. Vannucci, “The Automatic Dynamic Penalisation method (ADP) for handling constraints with genetic algorithms,” *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, vol. 256, p. 70–87, 2013. [En ligne]. Disponible : <https://doi.org/10.1016/j.cma.2012.12.009>
- [166] M. Montemurro, Y. Koutsawa, S. Belouettar, A. Vincenti et P. Vannucci, “Design of damping properties of hybrid laminates through a global optimization strategy,” *Composite Structures*, vol. 94, n^o. 11, p. 3309–3320, 2012. [En ligne]. Disponible : <https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2012.05.003>
- [167] M. Montemurro, H. Nasser, Y. Koutsawa, S. Belouettar, A. Vincenti et P. Vannucci, “Identification of electromechanical properties of piezoelectric structures through evolutionary

- optimisation techniques,” *International Journal of Solids and Structures*, vol. 49, n°. 13, p. 1884–1892, 2012. [En ligne]. Disponible : <https://doi.org/10.1016/j.ijsolstr.2012.03.031>
- [168] M. Montemurro, A. Vincenti, Y. Koutsawa et P. Vannucci, “A two-level procedure for the global optimisation of the damping behaviour of composite laminated plates with elastomer patches,” *Journal of Vibration and Control*, vol. 21, n°. 9, p. 1778–1800, 2015. [En ligne]. Disponible : <https://doi.org/10.1177/1077546313503358>
- [169] M. Montemurro, A. Pagani, G. A. Fiordilino, J. Pailhès et E. Carrera, “A general multi-scale two-level optimisation strategy for designing composite stiffened panels,” *Composite Structures*, vol. 201, p. 1778–1800, 2018. [En ligne]. Disponible : <https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2018.06.119>
- [170] L. Cappelli, M. Montemurro, F. Dau et L. Guillaumat, “Characterisation of composite elastic properties by means of a multi-scale two-level inverse approach,” *Composite Structures*, vol. 204, p. 767–777, 2018. [En ligne]. Disponible : <https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2018.08.007>
- [171] E. Panettieri, A. Catapano et M. Montemurro, “Blending constraints for composite laminates in polar parameters space,” *Composites Part B : Engineering*, vol. 168, p. 448–457, 2019. [En ligne]. Disponible : <https://doi.org/10.1016/j.compositesb.2019.03.040>
- [172] M. Montemurro, M. I. Izzi, J. El-Yagoubi et D. Fanteria, “Least-weight composite plates with unconventional stacking sequences : Design, analysis and experiments,” *Journal of Composite Materials*, vol. 53, n°. 16, p. 2209–2227, 2019. [En ligne]. Disponible : <https://doi.org/10.1177/0021998318824783>
- [173] J. Hadamard, *Mémoire sur le problème d’analyse relatif à l’équilibre des plaques élastiques encastrées*. Nabu Press, 1908.
- [174] G. Bertolino, G. Costa, M. Montemurro, N. Perry et F. Pourroy, “A general surface reconstruction method for post-processing of topology optimisation results,” *dans proceedings of the 2nd International Conference on Simulation for Additive Manufacturing*, 2019.
- [175] M. P. Bendsøe et O. Sigmund, *Topology Optimization. Theory, Methods and Applications*. Springer-Verlag, 2004.

- [176] O. Sigmund, “A 99 line topology optimization code written in Matlab,” *Structural and Multidisciplinary Optimization*, vol. 21, n^o. 2, p. 120–127, 2001. [En ligne]. Disponible : <https://doi.org/10.1007/s001580050176>
- [177] M. P. Bendsøe, “Optimization of Structural Topology, Shape, and Material,” *Springer, Berlin, Heidelberg*, 1995. [En ligne]. Disponible : <https://doi.org/10.1007/978-3-662-03115-5>
- [178] J. K. Guest, J. H. Prévost et T. Belytschko, “Achieving minimum length scale in topology optimization using nodal design variables and projection functions,” *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, vol. 61, n^o. 2, p. 238–254, 2004. [En ligne]. Disponible : <https://doi.org/10.1002/nme.1064>
- [179] F. Wang, B. S. Lazarov et O. Sigmund, “On projection methods, convergence and robust formulations in topology optimization,” *Structural and Multidisciplinary Optimization*, vol. 43, p. 767–784, 2011. [En ligne]. Disponible : <https://doi.org/10.1007/s00158-010-0602-y>
- [180] J. K. Guest, “Imposing maximum length scale in topology optimization,” *Structural and Multidisciplinary Optimization*, vol. 37, p. 463–473, 2009. [En ligne]. Disponible : <https://doi.org/10.1007/s00158-008-0250-7>
- [181] G. Allaire, F. Jouve et A.-M. Toader, “Structural optimization using sensitivity analysis and a level-set method,” *Journal of Computational Physics*, vol. 194, n^o. 1, p. 363–393, 2004. [En ligne]. Disponible : <https://doi.org/10.1016/j.jcp.2003.09.032>
- [182] S. Osher et S. Santosa, “Fronts propagating with curvature-dependent speed : Algorithms based on hamilton-jacobi formulations,” *Journal of Computational Physics*, vol. 79, n^o. 1, p. 12–49, 1988. [En ligne]. Disponible : [https://doi.org/10.1016/0021-9991\(88\)90002-2](https://doi.org/10.1016/0021-9991(88)90002-2)
- [183] N. P. van Dijk, K. Maute, M. Langelaar et F. van Keulen, “Level-set methods for structural topology optimization : a review,” *Structural and Multidisciplinary Optimization*, vol. 48, p. 437–472, 2013. [En ligne]. Disponible : <https://doi.org/10.1007/s00158-013-0912-y>
- [184] J. Goupy, *Introduction aux plans d’expériences*. Dunod, 5ème édition, 2013.
- [185] O. T. U. Guide, “The MathWorks Inc, 3 Apple Hill Drive, Natick,” 2011.

- [186] G. Costa, M. Montemurro et J. Pailhès, “A 2D topology optimisation algorithm in NURBS framework with geometric constraints,” *International Journal of Mechanics and Materials in Design*, vol. 14, n°. 4, p. 669–696, 2018. [En ligne]. Disponible : <https://doi.org/10.1007/s10999-017-9396-z>
- [187] —, “NURBS Hypersurfaces for 3D Topology Optimisation Problems,” *Mechanics of Advanced Materials and Structures*, vol. 0, n°. 0, p. 1–20, 2019. [En ligne]. Disponible : <https://doi.org/10.1080/15376494.2019.1582826>
- [188] G. Costa, M. Montemurro, J. Pailhès et N. Perry, “Maximum length scale requirement in a topology optimisation method based on NURBS hyper-surfaces,” *CIRP Annals*, vol. 68, n°. 1, p. 153–156, 2019. [En ligne]. Disponible : <https://doi.org/10.1016/j.cirp.2019.04.048>
- [189] G. Costa, M. Montemurro et J. Pailhès, “Minimum Length Scale Control in a NURBS-based SIMP Method,” *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, vol. 354, p. 63–989, 2019. [En ligne]. Disponible : <https://doi.org/10.1016/j.cma.2019.05.026>
- [190] T. Rodriguez, M. Montemurro, P. Le Texier et J. Pailhès, “Structural displacement requirement formulation in a nurbs-based simp topology optimization method,” *dans proceedings of the 2nd International Conference on Simulation for Additive Manufacturing*, 2019.
- [191] T. Roiné, G. Costa, M. Montemurro et J. Pailhès, “Formulation of failure criteria for anisotropic parts into the nurbs-based-simp algorithm,” *dans proceedings of the 2nd International Conference on Simulation for Additive Manufacturing*, 2019.
- [192] T. Rodriguez, M. Montemurro, P. Le Texier et J. Pailhès, “Integration of structural displacement in nurbs-based simp topology optimization method,” *dans proceedings of the 8th International Conference on Mechanics and Materials in Design*, 2019.
- [193] T. Roiné, M. Montemurro, G. Costa et J. Pailhès, “Integration of failure criteria for anisotropic materials into a nurbs-based-simp topology optimisation algorithm,” *dans proceedings of the 8th International Conference on Mechanics and Materials in Design*, 2019.
- [194] G. Costa et M. Montemurro, “On the formulation of dynamics problems in a nurbs-based topology optimisation algorithm,” *dans proceedings of the 2nd International Conference on Simulation for Additive Manufacturing*, 2019.

- [195] —, “An implicit, geometric method to consider the minimum length scale in topology optimisation,” *dans proceedings of the 2nd International Conference on Simulation for Additive Manufacturing*, 2019.
- [196] G. Costa, M. Montemurro et J. Pailhès, “Eigenvalue buckling analysis in topology optimization via a nurbs-framed algorithm,” *dans proceedings of the 6th European Conference on Computational Mechanics*, 2018.
- [197] —, “A nurbs-based topology optimization method including additive manufacturing constraints,” *dans proceedings of the 7th International Conference on Mechanics and Materials in Design*, 2017.
- [198] ISO/ASTM, “ISO/ASTM 52921 Terminologie normalisée pour la fabrication additive - Systèmes de coordonnées et méthodes d’essai - Première édition,” 2013.
- [199] M. Suard, G. Martin, P. Lhuissier, R. Dendievel, F. Vignat, J.-J. Blandin et F. Villeneuve, “Mechanical equivalent diameter of single struts for the stiffness prediction of lattice structures produced by Electron Beam Melting,” *Additive Manufacturing*, vol. 8, p. 124–131, 2015. [En ligne]. Disponible : <https://doi.org/10.1016/j.addma.2015.10.002>
- [200] G. R. Yoder et D. Eylon, “On the effect of colony size on fatigue crack growth in Widmanstätten structure $\alpha + \beta$ titanium alloys,” *Metallurgical Transactions A*, vol. 10, p. 1808–1810, 1979. [En ligne]. Disponible : <https://doi.org/10.1007/BF02811724>
- [201] Kumar, R. S., McDowell et D. L., “Multifunctional design of two-dimensional cellular materials with tailored mesostructure,” *International Journal of Solids and Structures*, vol. 46, n°. 14-15, p. 2871–2885, 2009. [En ligne]. Disponible : <https://doi.org/10.1016/j.ijsolstr.2009.03.014>
- [202] L. E. Murr, E. Martinez, K. N. Amato, S. M. Gaytan, J. Hernandez, D. A. Ramirez, P. W. Shindo, F. Medina et R. B. Wicker, “Fabrication of metal and alloy components by additive manufacturing : Examples of 3d materials science,” *Journal of Materials Research and Technology*, vol. 1, p. 42–54, 2012. [En ligne]. Disponible : [https://doi.org/10.1016/S2238-7854\(12\)70009-1](https://doi.org/10.1016/S2238-7854(12)70009-1)
- [203] L. J. Gibson, M. Ashby, G. S. Schajer et C. I. Robertson, “Mechanics of two-dimensional cellular materials,” *Proceedings of the Royal Society of London. Series A, Mathematical*

BIBLIOGRAPHIE

- and Physical Sciences*, vol. 382, n°. 1782, p. 25–42, 1982. [En ligne]. Disponible : <https://www.jstor.org/stable/2397267>
- [204] P. Heinel, L. Müller, C. Körner, R. F. Singer et F. A. Müller, “Cellular ti-6al-4v structures with interconnected macro porosity,” *Acta Biomaterialia*, vol. 4, n°. 5, p. 1536–1544, 2008. [En ligne]. Disponible : <https://doi.org/10.1016/j.actbio.2008.03.013>
- [205] P. R. Onck, E. W. Andrews et L. J. Gibson, “Size effects in ductile cellular solids. part i : modeling,” *International Journal of Mechanical Sciences*, vol. 43, n°. 3, p. 681–699, 2001. [En ligne]. Disponible : [https://doi.org/10.1016/S0020-7403\(00\)00042-4](https://doi.org/10.1016/S0020-7403(00)00042-4)
- [206] E. Andrews, G. Gioux, P. Onck et L. Gibson, “Size effects in ductile cellular solids. part ii : experimental results,” *International Journal of Mechanical Sciences*, vol. 43, n°. 3, p. 701–713, 2001. [En ligne]. Disponible : [https://doi.org/10.1016/S0020-7403\(00\)00043-6](https://doi.org/10.1016/S0020-7403(00)00043-6)
- [207] V. S. Deshpande, M. Ashby et N. A. Fleck, “Foam topology bending versus stretching dominated architectures,” *Acta Materialia*, vol. 49, n°. 6, p. 1035–1040, 2001. [En ligne]. Disponible : [https://doi.org/10.1016/S1359-6454\(00\)00379-7](https://doi.org/10.1016/S1359-6454(00)00379-7)
- [208] M. Ashby, T. Evans, N. A. Fleck, J. W. Hutchinson, H. N. G. Wadley et L. J. Gibson, *Metal Foams : A Design Guide*. Butterworth-Heinemann, 2000.
- [209] S. Bremen, W. Meiners et A. Diatlov, “Selective laser melting,” *Laser Technik Journal*, vol. 9, n°. 2, p. 33–38, 2012. [En ligne]. Disponible : <https://doi.org/10.1002/latj.201290018>
- [210] H. Altenbach et A. Oechsner, *Cellular and Porous Materials in Structures and Processes*. Springer-Verlag, 2011.
- [211] Y. Shen, S. Mckown, S. Tsopanos, C. J. Sutcliffe, R. A. W. Mines et W. J. Cantwell, “The mechanical properties of sandwich structures based on metal lattice architectures,” *Journal of Sandwich Structures & Materials*, vol. 12, n°. 2, p. 159–180, 2009. [En ligne]. Disponible : <https://doi.org/10.1177/1099636209104536>
- [212] O. Cansizoglu, O. Harrysson, D. Cormier, H. West et T. Mahale, “Properties of ti-6al-4v non-stochastic lattice structures fabricated via electron beam melting,” *Materials Science*

BIBLIOGRAPHIE

- and Engineering : A*, vol. 492, n°. 1-2, p. 468–74, 2008. [En ligne]. Disponible : <https://doi.org/10.1016/j.msea.2008.04.002>
- [213] T. Niendorf, F. Brenne et M. Schaper, “Lattice structures manufactured by slm : on the effect of geometrical dimensions on microstructure evolution during processing,” *Metallurgical and Materials Transactions B*, vol. 45, p. 1181–1185, 2014. [En ligne]. Disponible : <https://doi.org/10.1007/s11663-014-0086-z>
- [214] S. M. Ahmadi, S. A. Yavari, R. Wauthle, B. Pouran, J. Schrooten, H. Weinans et A. A. Zadpoor, “Additively manufactured open-cell porous biomaterials made from six different space-filling unit cells : the mechanical and morphological properties,” *Materials*, vol. 8, n°. 4, p. 1871–1896, 2015. [En ligne]. Disponible : <https://doi.org/10.3390/ma8041871>
- [215] L. E. Murr, K. N. Amato, S. J. Li, Y. X. Tian, X. Y. Cheng, S. M. Gaytan, E. Martinez, P. W. Shindo, F. Medina et R. B. Wicker, “Microstructure and mechanical properties of open-cellular biomaterials prototypes for total knee replacement implants fabricated by electron beam melting,” *Journal of the Mechanical Behavior of Biomedical Materials*, vol. 4, n°. 7, p. 1396–1411, 2011. [En ligne]. Disponible : <https://doi.org/10.1016/j.jmbbm.2011.05.010>
- [216] J. Kadkhodapour, H. Montazerian, A. C. Darabi, A. P. Anaraki, S. M. Ahmadi, A. A. Zadpoor et S. Schmauder, “Failure mechanisms of additively manufactured porous biomaterials : effects of porosity and type of unit cell,” *Journal of the Mechanical Behavior of Biomedical Materials*, vol. 50, p. 180–191, 2015. [En ligne]. Disponible : <https://doi.org/10.1016/j.jmbbm.2015.06.012>
- [217] S. L. Campanelli, N. Contuzzi, A. D. Ludovico, F. Caiazzo, F. Cardaropoli et V. Sergi, “Manufacturing and characterization of ti6al4v lattice components manufactured by selective laser melting,” *Materials*, vol. 7, n°. 6, p. 4803–4822, 2014. [En ligne]. Disponible : <https://doi.org/10.3390/ma7064803>
- [218] V. Weissmann, J. Wieding, H. Hansmann, N. Laufer, A. Wolf et R. Bader, “Specific yielding of selective laser-melted ti6al4v open-porous scaffolds as a function of unit cell design and dimensions,” *Metals*, vol. 6, n°. 7, p. 166, 2016. [En ligne]. Disponible : <https://doi.org/10.3390/met6070166>

- [219] C. Yan, L. Hao, A. Hussein et P. Young, “Ti-6al-4v triply periodic minimal surface structures for bone implants fabricated via selective laser melting,” *Journal of the Mechanical Behavior of Biomedical Materials*, vol. 51, p. 61–73, 2015. [En ligne]. Disponible : <https://doi.org/10.1016/j.jmbbm.2015.06.024>
- [220] S. M. Ahmadi, G. Campoli, S. A. Yavari, B. Sajadi, R. Wauthlé, J. Schrooten, H. Weinans et A. A. Zadpoor, “Mechanical behavior of regular open-cell porous biomaterials made of diamond lattice unit cells,” *Journal of the Mechanical Behavior of Biomedical Materials*, vol. 34, p. 106–115, 2014. [En ligne]. Disponible : <https://doi.org/10.1016/j.jmbbm.2014.02.003>
- [221] J. Sun, Y. Yang et D. Wang, “Mechanical properties of ti-6al-4v octahedral porous material unit formed by selective laser melting,” *Advances in Mechanical Engineering*, 2012. [En ligne]. Disponible : <https://doi.org/10.1155/2012/427386>
- [222] L. Xiao, W. Song, C. Wang, H. Liu, H. Tang et J. Wang, “Mechanical behavior of open-cell rhombic dodecahedron ti-6al-4v lattice structure,” *Materials Science and Engineering : A*, vol. 640, p. 375–384, 2015. [En ligne]. Disponible : <https://doi.org/10.1016/j.msea.2015.06.018>
- [223] M. Montemurro, A. Catapano et D. Doroszewski, “A multi-scale approach for the simultaneous shape and material optimisation of sandwich panels with cellular core,” *Composites Part B : Engineering*, vol. 91, p. 458–472, 2016. [En ligne]. Disponible : <https://doi.org/10.1016/j.compositesb.2016.01.030>
- [224] E. Barbero, *Finite Element Analysis of Composite Materials Using ANSYS*. CRC Press, 2014.
- [225] K. Refai, M. Montemurro, C. Brugger et N. Saintier, “Determination of the effective elastic properties of titanium lattice structures,” *Mechanics of Advanced Materials and Structures*, vol. 0, n°. 0, p. 1–14, 2019. [En ligne]. Disponible : <https://doi.org/10.1080/15376494.2018.1536816>
- [226] A. E. Simone et L. J. Gibson, “The effects of cell face curvature and corrugations on the stiffness and strength of metallic foams,” *Acta Materialia*, vol. 46, n°. 11, p. 3929–35, 1998. [En ligne]. Disponible : [https://doi.org/10.1016/S1359-6454\(98\)00072-X](https://doi.org/10.1016/S1359-6454(98)00072-X)
- [227] W. Voigt, “Ueber die beziehung zwischen den beiden elasticitätsconstanten isotroper körper,” *Ann Phys*, vol. 274, n°. 12, p. 573–87, 1889. [En ligne]. Disponible : <https://doi.org/10.1002/andp.18892741206>

- [228] A. Reuss, “Berechnung der fließgrenze von mischkristallen auf grund der plastizitätsbedingung für einkristalle,” *Journal of Applied Mathematics and Mechanics*, vol. 9, n^o. 1, p. 49–58, 1929. [En ligne]. Disponible : <https://doi.org/10.1002/zamm.19290090104>
- [229] Z. Hashin et S. Shtrikman, “A variational approach to the theory of the elastic behaviour of multiphase materials,” *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, vol. 11, n^o. 2, p. 127–140, 1963. [En ligne]. Disponible : [https://doi.org/10.1016/0022-5096\(63\)90060-7](https://doi.org/10.1016/0022-5096(63)90060-7)
- [230] R. W. Zimmerman, “Hashin-shtrikman bounds on the poisson ratio of a composite material,” *Mechanics Research Communications*, vol. 19, n^o. 6, p. 563–569, 1992. [En ligne]. Disponible : [https://doi.org/10.1016/0093-6413\(92\)90085-O](https://doi.org/10.1016/0093-6413(92)90085-O)
- [231] R. A. Fisher, *The Genetical Theory of Natural Selection*. Clarendon Press, 1930.
- [232] J. C. Maxwell, “On the calculation of the equilibrium and stiffness of frames,” *The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science*, vol. 27, n^o. 182, p. 294–299, 1864. [En ligne]. Disponible : <https://doi.org/10.1080/14786446408643668>
- [233] B. Vayssette, N. Saintier, C. Brugger, M. Elmay et E. Pessard, “Numerical modelling of surface roughness effect on the fatigue behavior of Ti-6Al-4V obtained by additive manufacturing,” *International Journal of Fatigue*, vol. 123, p. 180–195, 2019. [En ligne]. Disponible : <https://doi.org/10.1016/j.ijfatigue.2019.02.014>
- [234] Y. M. Xie et G. P. Steven, “Evolutionary structural optimization for dynamic problems,” *Computers Structures*, vol. 58, n^o. 6, p. 1067–1073, 1996. [En ligne]. Disponible : [https://doi.org/10.1016/0045-7949\(95\)00235-9](https://doi.org/10.1016/0045-7949(95)00235-9)
- [235] B. Hassani et E. Hinton, “Homogenization and structural topology optimization : theory, practice and software,” *Springer*, 2012. [En ligne]. Disponible : <https://doi.org/10.1007/978-1-4471-08917>
- [236] K. Svanberg, “The method of moving asymptotes – a new method for structural optimization,” *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, vol. 24, n^o. 2, p. 359–373, 1987. [En ligne]. Disponible : <https://doi.org/10.1002/nme.1620240207>
- [237] C. Le, J. Norato, T. Bruns, C. Ha et D. Tortorelli, “Stress-based topology optimization for

- continua,” *Structural and Multidisciplinary Optimization*, vol. 41, p. 605–620, 2010. [En ligne]. Disponible : <https://doi.org/10.1007/s00158-009-0440-y>
- [238] J. Paris, F. Navarrina, I. Colominas et M. Casteleiro, “Stress constraints sensitivity analysis in structural topology optimization,” *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, vol. 199, n°. 33-36, p. 2110–2122, 2010. [En ligne]. Disponible : <https://doi.org/10.1016/j.cma.2010.03.010>
- [239] S. H. Jeong, S. H. Park, D.-H. Choi et G. H. Yoon, “Topology optimization considering static failure theories for ductile and brittle materials,” *Computers & Structures*, vol. 110-111, p. 116–132, 2012. [En ligne]. Disponible : <https://doi.org/10.1016/j.compstruc.2012.07.007>
- [240] E. Holmberg, B. Torstenfelt et A. Klarbring, “Stress constrained topology optimization,” *Structural and Multidisciplinary Optimization*, vol. 48, p. 98–105, 2013. [En ligne]. Disponible : <https://doi.org/10.1007/s00158-012-0880-7>
- [241] S. H. Jeong, D.-H. Choi et G. H. Yoon, “Separable stress interpolation scheme for stress-based topology optimization with multiple homogenous materials,” *Finite Elements in Analysis and Design*, vol. 82, p. 16–31, 2014. [En ligne]. Disponible : <https://doi.org/10.1016/j.finel.2013.12.003>
- [242] K. Svanberg et M. Werme, “Sequential integer programming methods for stress constrained topology optimization,” *Structural and Multidisciplinary Optimization*, vol. 34, n°. 4, p. 277–299, 2007. [En ligne]. Disponible : <https://doi.org/10.1007/s00158-007-0118-2>
- [243] G. Allaire et F. Jouve, “Minimum stress optimal design with the level set method,” *Engineering Analysis with Boundary Events*, vol. 32, n°. 11, p. 909–918, 2008. [En ligne]. Disponible : <https://doi.org/10.1016/j.enganabound.2007.05.007>
- [244] X. Guo, W. S. Zhang, M. Y. Wang et P. Wei, “Stress-related topology optimization via level set approach,” *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, vol. 200, n°. 47-48, p. 3439–3452, 2011. [En ligne]. Disponible : <https://doi.org/10.1016/j.cma.2011.08.016>
- [245] S. Amstutz et A. A. Novotny, “Topological optimization of structures subject to von mises stress constraints,” *Structural and Multidisciplinary Optimization*, vol. 41, n°. 3, p. 407–420, 2010. [En ligne]. Disponible : <https://doi.org/10.1007/s00158-009-0425-x>

- [246] K. Sherif, W. Witteveen, K. Puchner et H. Irschik, “Efficient topology optimization of large dynamic finite element systems using fatigue,” *AIAA Journal*, vol. 48, n°. 7, p. 1339–1347, 2010. [En ligne]. Disponible : <https://doi.org/10.2514/1.45196>
- [247] S. H. Jeong, D.-H. Choi et G. H. Yoon, “Fatigue and static failure considérations using a topology optimization method,” *Applied Mathematical Modelling*, vol. 39, n°. 3-4, p. 1137–1162, 2015. [En ligne]. Disponible : <https://doi.org/10.1016/j.apm.2014.07.020>
- [248] M. Collet, M. Bruggi et P. Duysinx, “Topology optimization for minimum weight with compliance and simplified nominal stress constraints for fatigue resistance,” *Structural and Multidisciplinary Optimization*, vol. 55, n°. 3, p. 839–855, 2017. [En ligne]. Disponible : <https://doi.org/10.1007/s00158-016-1510-6>
- [249] J. Oest et E. Lund, “Topology optimization with finite-life fatigue constraints,” *Structural and Multidisciplinary Optimization*, vol. 56, n°. 5, p. 1045–1059, 2017. [En ligne]. Disponible : <https://doi.org/10.1007/s00158-017-1701-9>
- [250] G. Sved et Z. Ginos, “Structural optimization under multiple loading,” *International Journal of Mechanical Sciences*, vol. 10, n°. 10, p. 803–805, 1968. [En ligne]. Disponible : [https://doi.org/10.1016/0020-7403\(68\)90021-0](https://doi.org/10.1016/0020-7403(68)90021-0)
- [251] U. Kirsch, “On singular topologies in optimum structural design,” *Structural Optimization*, vol. 2, p. 133–142, 1990. [En ligne]. Disponible : <https://doi.org/10.1007/BF01836562>
- [252] G. D. Cheng et X. Guo, “ ϵ -relaxed approach in structural topology optimization,” *Structural optimization*, vol. 13, n°. 4, p. 258–266, 1997. [En ligne]. Disponible : <https://doi.org/10.1007/BF01197454>
- [253] P. Duysinx et M. P. Bendsøe, “Topology optimization of continuum structures with local stress constraints,” *International Journal for Numerical Method in Engineering*, vol. 43, n°. 8, p. 1453–1478, 1998. [En ligne]. Disponible : [https://doi.org/10.1002/\(SICI\)1097-0207\(19981230\)43:8<1453::AID-NME480>3.0.CO;2-2](https://doi.org/10.1002/(SICI)1097-0207(19981230)43:8<1453::AID-NME480>3.0.CO;2-2)
- [254] M. Bruggi et P. Venini, “A mixed FEM approach to stress-constrained topology optimization,” *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, vol. 73, n°. 12, p. 1693–1714, 1998. [En ligne]. Disponible : <https://doi.org/10.1002/nme.2138>

BIBLIOGRAPHIE

- [255] G. Kreisselmeier et R. Steinhauser, “Systematic control design by optimizing a vector performance index,” *IFAC Proceedings Volumes*, vol. 12, n^o. 7, p. 113–117, 1979. [En ligne]. Disponible : [https://doi.org/10.1016/S1474-6670\(17\)65584-8](https://doi.org/10.1016/S1474-6670(17)65584-8)
- [256] v. K. F. Verbart A., Langelaar M., “A unified aggregation and relaxation approach for stress-constrained topology optimization,” *Structural and Multidisciplinary Optimization volume*, vol. 55, p. 663–679, 2017. [En ligne]. Disponible : <https://doi.org/10.1007/s00158-016-1524-0>
- [257] T. Rodriguez, M. Montemurro, P. Le Texier et J. Pailhès, “Structural Displacement Requirement in a Topology Optimization Algorithm Based on Isogeometric Entities,” *Journal of Optimization Theory and Applications*, vol. 184, p. 250–276, 2020. [En ligne]. Disponible : <https://doi.org/10.1007/s10957-019-01622-8>
- [258] L. Piegl et W. Tiller, *The NURBS book*. Springer-Verlag, 1995.
- [259] M. Bendsøe et O. Sigmund, *Topology optimization. Theory, methods, and applications. 2nd ed., corrected printing*. Springer-Verlag, 2004.
- [260] K. J. Bathe, *Finite Element Procedures*. Prentice Hall International, 2006.
- [261] M. Bruggi, “On an alternative approach to stress constraints relaxation in topology optimization,” *Structural and Multidisciplinary Optimization*, vol. 36, n^o. 2, p. 125–141, 2008. [En ligne]. Disponible : <https://doi.org/10.1007/s00158-007-0203-6>
- [262] G. I. N. Rozvany, “Difficulties in truss topology optimization with stress, local buckling and system stability constraints,” *Structural optimization*, vol. 11, n^o. 3, p. 213–217, 1996. [En ligne]. Disponible : <https://doi.org/10.1007/BF01197036>
- [263] R. Yang et C. Chen, “Stress-based topology optimization,” *Structural optimization volume*, vol. 12, n^o. 2, p. 98–105, 1996. [En ligne]. Disponible : <https://doi.org/10.1007/BF01196941>
- [264] M. E. Ronald, “What is an adjoint model?” *Bulletin of the American Meteorological Society*, vol. 78, n^o. 11, p. 2577–2592, 1997. [En ligne]. Disponible : [https://doi.org/10.1175/1520-0477\(1997\)078<2577:WIAAM>2.0.CO;2](https://doi.org/10.1175/1520-0477(1997)078<2577:WIAAM>2.0.CO;2)
- [265] *Optimization Toolbox User’s Guide*, In : The MathWorks, Inc., 3 Apple Ill Drive, Natick, MA 01760-2098, September 2011.

- [266] J. Nocedal et S. J. Wright, *Numerical Optimization*. Springer Science and Business Media, 2006.

Annexe A

Étude de fabricabilité

(a)

(b)

Matériau		Ti-6Al-4V							
$L_{\text{barreau}}(\text{mm})$		1	2	3	4	5	7.5	10	
θ	0°	ϕ (mm)							
		0.1	DM	DM	DM	DM	DM	DM	DM
		0.2	FS	FS	FS	Dm	DM	DM	DM
		0.3	FS	FS	FS	FS	FS	FS	FS
		0.4	FS	FS	FS	FS	FS	FS	FS
		0.5	FS	FS	FS	FS	FS	FS	FS
		0.6	FS	FS	FS	FS	Dm	FS	FS
		0.7	FS	FS	FS	FS	FS	FS	FS
		0.8	FS	FS	FS	FS	FS	FS	FS
		0.9	FS	FS	FS	FS	FS	FS	FS
		1	FS	FS	FS	FS	FS	FS	FS
	10°	ϕ (mm)							
		0.1	DM	DM	DM	DM	DM	DM	DM
		0.2	FS	FS	FS	FS	FS	FS	FS
		0.3	FS	FS	FS	FS	FS	FS	FS
		0.4	FS	FS	FS	FS	FS	FS	FS
		0.5	FS	FS	FS	FS	FS	FS	FS
		0.6	FS	FS	FS	FS	FS	FS	FS
		0.7	FS	FS	FS	FS	FS	FS	FS
		0.8	FS	FS	FS	FS	FS	Dm	DM
		0.9	FS	FS	FS	FS	FS	Dm	DM
		1	FS	FS	FS	FS	FS	FS	DM
	20°	ϕ (mm)							
		0.1	DM	DM	DM	DM	DM	DM	DM
		0.2	FS	FS	FS	FS	FS	FS	FS
		0.3	FS	FS	FS	FS	FS	FS	FS
		0.4	FS	FS	FS	FS	FS	FS	FS
		0.5	FS	FS	FS	FS	FS	FS	FS
		0.6	FS	FS	FS	FS	FS	FS	FS
		0.7	FS	FS	FS	FS	FS	FS	FS
		0.8	FS	FS	FS	FS	FS	FS	FS
		0.9	FS	FS	FS	FS	FS	FS	FS
		1	FS	FS	FS	FS	FS	FS	FS
	30°	ϕ (mm)							
		0.1	DM	DM	DM	DM	DM	DM	DM
		0.2	FS	FS	FS	FS	FS	FS	FS
		0.3	FS	FS	FS	FS	FS	FS	FS
		0.4	FS	FS	FS	FS	FS	FS	FS
		0.5	FS	FS	FS	FS	FS	FS	FS
		0.6	FS	FS	FS	FS	FS	FS	FS
		0.7	FS	FS	FS	FS	FS	FS	FS
		0.8	FS	FS	FS	FS	FS	FS	FS
		0.9	FS	FS	FS	FS	FS	FS	FS
		1	FS	FS	FS	FS	FS	FS	FS

Matériau		Ti-6Al-4V							
$L_{\text{barreau}}(\text{mm})$		1	2	3	4	5	7.5	10	
θ	0°	ϕ (mm)							
		0.1	DM	DM	DM	DM	DM	DM	DM
		0.2	FS	FS	FS	DM	DM	DM	DM
		0.3	FS	FS	FS	FS	DM	DM	DM
		0.4	FS	FS	FS	FS	FS	DM	DM
		0.5	FS	FS	FS	FS	FS	FS	FS
		0.6	FS	FS	FS	FS	FS	CD	FS
		0.7	FS	FS	FS	FS	FS	FS	FS
		0.8	FS	FS	FS	FS	FS	FS	FS
		0.9	FS	FS	FS	FS	FS	FS	FS
		1	FS	FS	FS	FS	FS	FS	FS
	10°	ϕ (mm)							
		0.1	DM	DM	DM	DM	DM	DM	DM
		0.2	FS	FS	FS	FS	FS	FS	FS
		0.3	FS	FS	FS	FS	FS	FS	FS
		0.4	FS	FS	FS	FS	FS	FS	FS
		0.5	FS	FS	FS	FS	FS	FS	FS
		0.6	FS	FS	FS	FS	FS	FS	FS
		0.7	FS	FS	FS	FS	FS	FS	DM
		0.8	FS	FS	FS	FS	FS	DM	DM
		0.9	FS	FS	FS	FS	FS	FS	FS
		1	FS	FS	FS	FS	FS	DM	DM
	20°	ϕ (mm)							
		0.1	DM	DM	DM	DM	DM	DM	DM
		0.2	FS	FS	FS	FS	FS	FS	FS
		0.3	FS	FS	FS	FS	FS	FS	FS
		0.4	FS	FS	FS	FS	FS	FS	FS
		0.5	FS	FS	FS	FS	FS	FS	FS
		0.6	FS	FS	FS	FS	FS	FS	FS
		0.7	FS	FS	FS	FS	FS	FS	FS
		0.8	FS	FS	FS	FS	FS	FS	FS
		0.9	FS	FS	FS	FS	FS	FS	FS
		1	FS	FS	FS	FS	FS	FS	FS
	30°	ϕ (mm)							
		0.1	DM	DM	DM	DM	DM	DM	DM
		0.2	FS	FS	FS	FS	FS	FS	FS
		0.3	FS	FS	FS	FS	FS	FS	FS
		0.4	FS	FS	FS	FS	FS	FS	FS
		0.5	FS	FS	FS	FS	FS	FS	FS
		0.6	FS	FS	FS	FS	FS	FS	FS
		0.7	FS	FS	FS	FS	FS	FS	FS
		0.8	FS	FS	FS	FS	FS	FS	FS
		0.9	FS	FS	FS	FS	FS	FS	FS
		1	FS	FS	FS	FS	FS	FS	FS

TABLE A.1 – Fabricabilité des barreaux en Ti-6Al-4V (a) parallèlement et (b) perpendiculairement au sens de translation du racleur. Indices : DM (défauts majeurs [rouge]), Dm (défauts mineur [jaune]) et FS (fabriqué avec succès [vert]) pour $\theta = 0^\circ, 10^\circ, 20^\circ$ et 30° .

(a)								
Matériau								
Ti-6Al-4V								
L _{barreau} (mm)		1	2	3	4	5	7.5	10
40°	φ (mm)							
	0.1	DM	DM	DM	DM	DM	DM	DM
	0.2	FS	FS	FS	FS	FS	FS	FS
	0.3	FS	FS	FS	FS	FS	FS	FS
	0.4	FS	FS	FS	FS	FS	FS	FS
	0.5	FS	FS	FS	FS	FS	FS	FS
	0.6	FS	FS	FS	FS	FS	FS	FS
	0.7	FS	FS	FS	FS	FS	FS	FS
	0.8	FS	FS	FS	FS	FS	FS	FS
	0.9	FS	FS	FS	FS	FS	FS	FS
	1	FS	FS	FS	FS	FS	FS	FS
50°	φ (mm)							
	0.1	DM	DM	DM	DM	DM	DM	DM
	0.2	FS	FS	FS	FS	DM	DM	DM
	0.3	FS	FS	FS	FS	FS	FS	FS
	0.4	FS	FS	FS	FS	FS	FS	FS
	0.5	FS	FS	FS	FS	FS	FS	FS
	0.6	FS	FS	FS	FS	FS	FS	FS
	0.7	FS	FS	FS	FS	FS	FS	FS
	0.8	FS	FS	FS	FS	FS	FS	FS
	0.9	FS	FS	FS	FS	FS	FS	FS
	1	FS	FS	FS	FS	FS	FS	FS
90°	φ (mm)							
	0.1	DM	DM	DM	DM	DM	DM	DM
	0.2	FS	FS	FS	FS	DM	Dm	DM
	0.3	FS	FS	FS	FS	FS	FS	FS
	0.4	FS	FS	FS	FS	FS	FS	FS
	0.5	FS	FS	FS	FS	FS	FS	FS
	0.6	FS	FS	FS	FS	FS	FS	FS
	0.7	FS	FS	FS	FS	FS	FS	FS
	0.8	FS	FS	FS	FS	FS	FS	FS
	0.9	FS	FS	FS	FS	FS	FS	FS
	1	FS	FS	FS	FS	FS	FS	FS

(b)								
Matériau								
Ti-6Al-4V								
L _{barreau} (mm)		1	2	3	4	5	7.5	10
40°	φ (mm)							
	0.1	DM	DM	DM	DM	DM	DM	DM
	0.2	FS	FS	FS	FS	FS	FS	FS
	0.3	FS	FS	FS	FS	FS	FS	FS
	0.4	FS	FS	FS	FS	FS	FS	FS
	0.5	FS	FS	FS	FS	FS	FS	FS
	0.6	FS	FS	FS	FS	FS	FS	FS
	0.7	FS	FS	FS	FS	FS	FS	FS
	0.8	FS	FS	FS	FS	FS	FS	FS
	0.9	FS	FS	FS	FS	FS	FS	FS
	1	FS	FS	FS	FS	FS	FS	FS
50°	φ (mm)							
	0.1	DM	DM	DM	DM	DM	DM	DM
	0.2	FS	FS	FS	FS	FS	FS	FS
	0.3	FS	FS	FS	FS	FS	FS	FS
	0.4	FS	FS	FS	FS	FS	FS	FS
	0.5	FS	FS	FS	FS	FS	FS	FS
	0.6	FS	FS	FS	FS	FS	FS	FS
	0.7	FS	FS	FS	FS	FS	FS	FS
	0.8	FS	FS	FS	FS	FS	FS	FS
	0.9	FS	FS	FS	FS	FS	FS	FS
	1	FS	FS	FS	FS	FS	FS	FS
90°	φ (mm)							
	0.1	DM	DM	DM	DM	DM	DM	DM
	0.2	FS	FS	FS	FS	FS	FS	FS
	0.3	FS	FS	FS	FS	FS	FS	FS
	0.4	FS	FS	FS	FS	FS	FS	FS
	0.5	FS	FS	FS	FS	FS	FS	FS
	0.6	FS	FS	FS	FS	FS	FS	FS
	0.7	FS	FS	FS	FS	FS	FS	FS
	0.8	FS	FS	FS	FS	FS	FS	FS
	0.9	FS	FS	FS	FS	FS	FS	FS
	1	FS	FS	FS	FS	FS	FS	FS

TABLE A.2 – Fabricabilité des barreaux en Ti-6Al-4V (a) parallèlement et (b) perpendiculairement au sens de translation du racleur. Indices : DM (défauts majeurs [rouge]), Dm (défauts mineur [jaune]) et FS (fabriqué avec succès [vert]) pour $\theta = 40^\circ$, 50° et 90° .

Annexe B

Effet de la variation de la densité sur la réponse mécanique des CEs

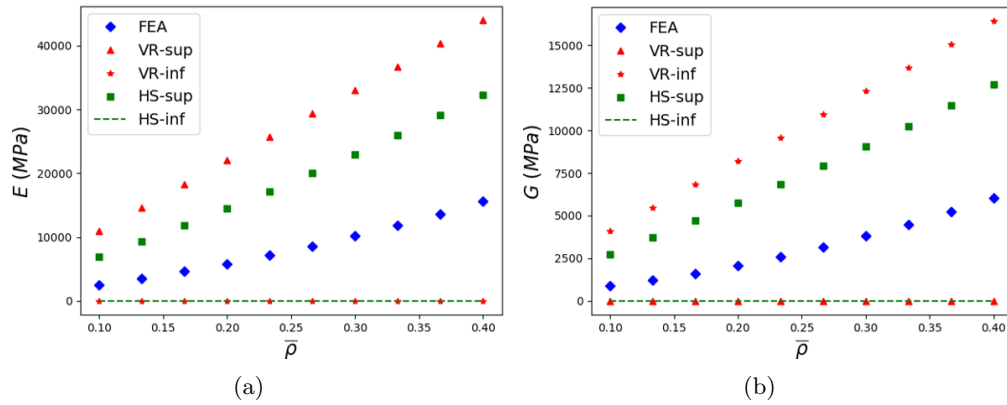


FIGURE B.1 – Variation des propriétés élastiques effectives de la CE ACC en fonction de $\bar{\rho}$.

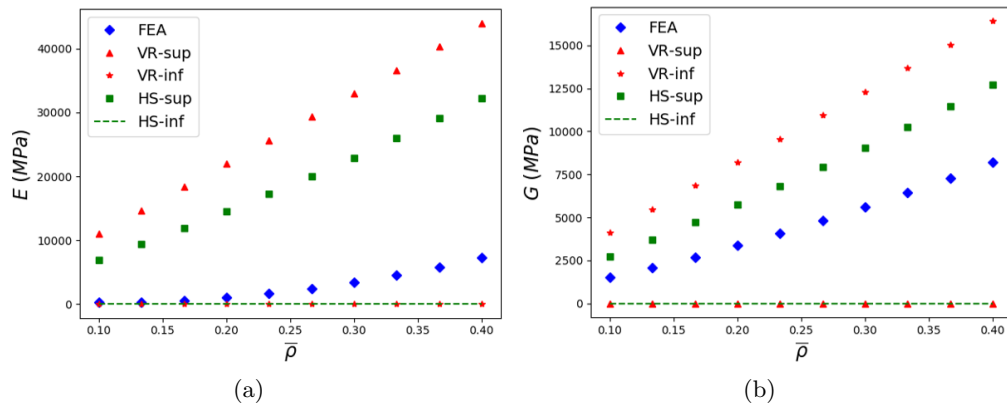


FIGURE B.2 – Variation des propriétés élastiques effectives de la CE BCC en fonction de $\bar{\rho}$.

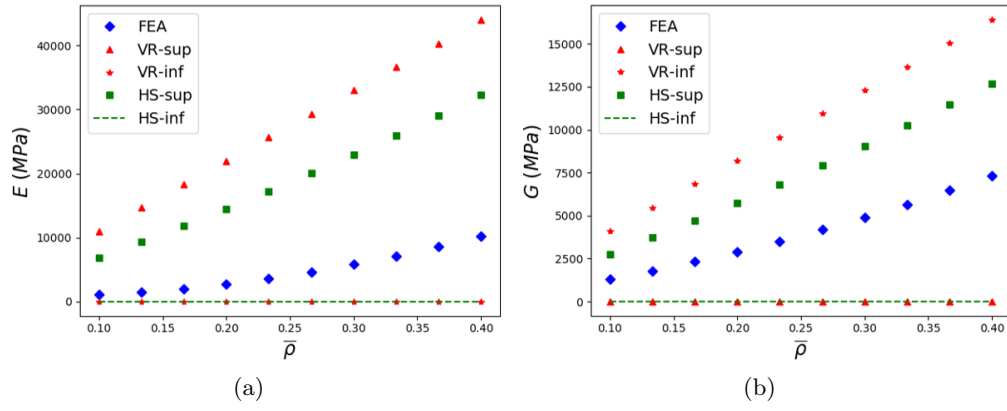


FIGURE B.3 – Variation des propriétés élastiques effectives de la CE BFCC en fonction de $\bar{\rho}$.

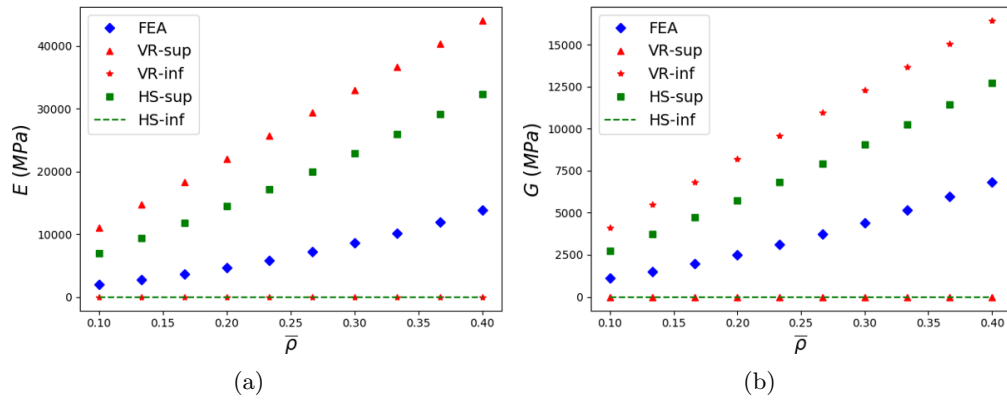


FIGURE B.4 – Variation des propriétés élastiques effectives de la CE CBCC en fonction de $\bar{\rho}$.

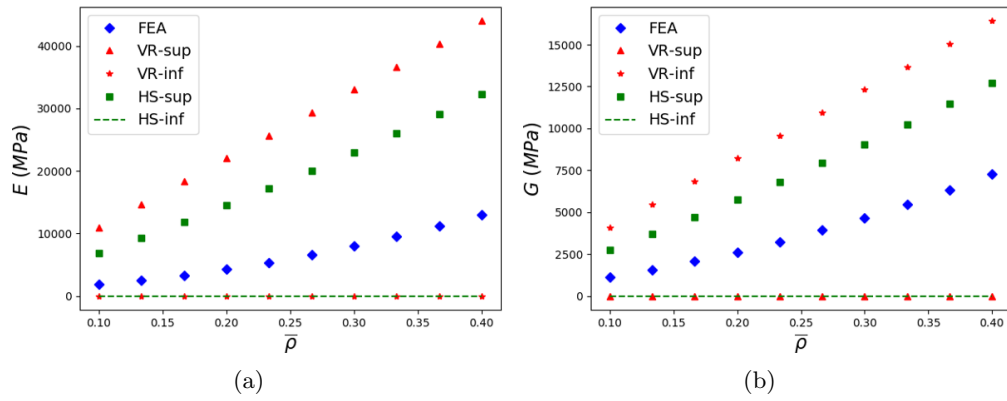


FIGURE B.5 – Variation des propriétés élastiques effectives de la CE CBFCC en fonction de $\bar{\rho}$.

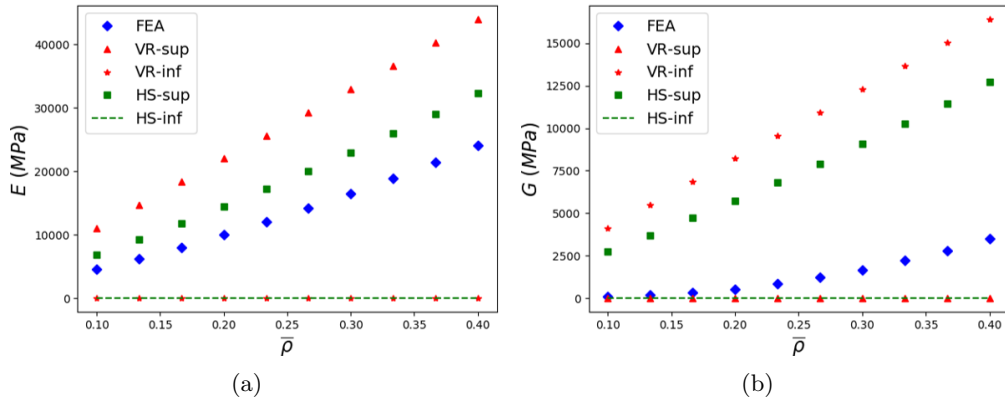


FIGURE B.6 – Variation des propriétés élastiques effectives de la CE CC en fonction de $\bar{\rho}$.

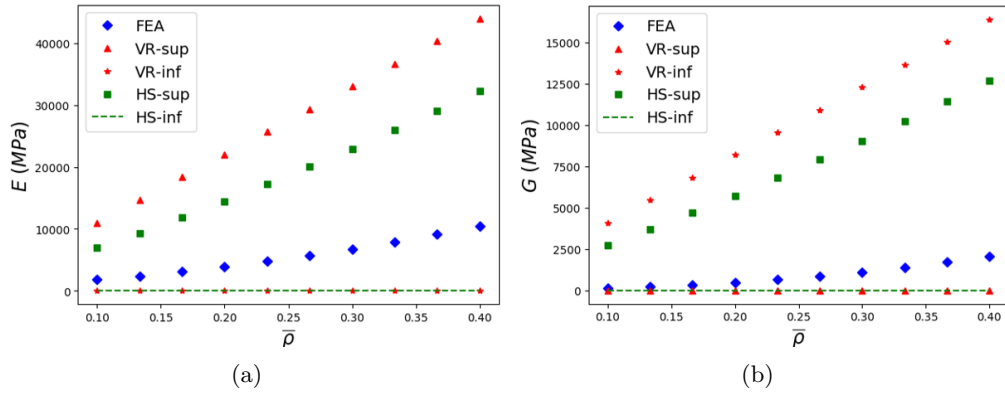


FIGURE B.7 – Variation des propriétés élastiques effectives de la CE CIC en fonction de $\bar{\rho}$.

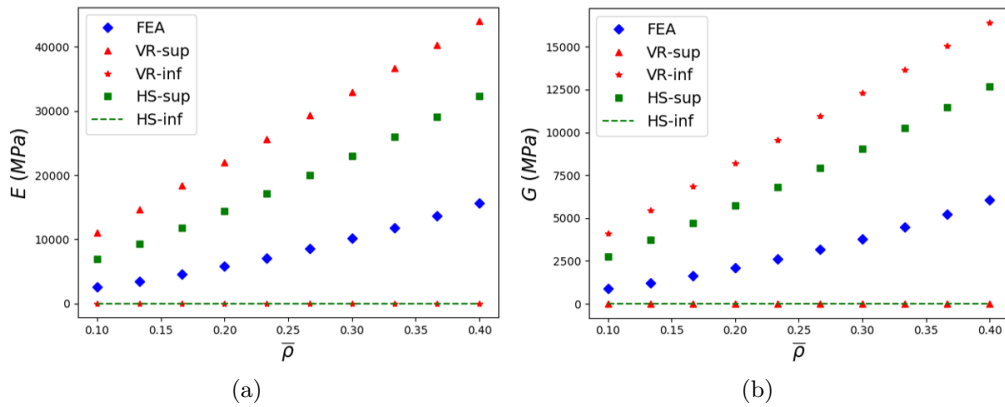


FIGURE B.8 – Variation des propriétés élastiques effectives de la CE CFCC en fonction de $\bar{\rho}$.

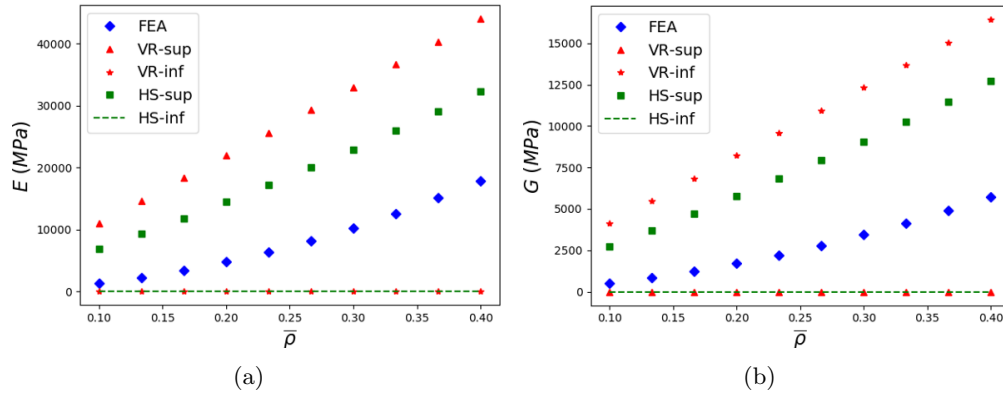


FIGURE B.9 – Variation des propriétés élastiques effectives de la CE Diamond en fonction de $\bar{\rho}$.

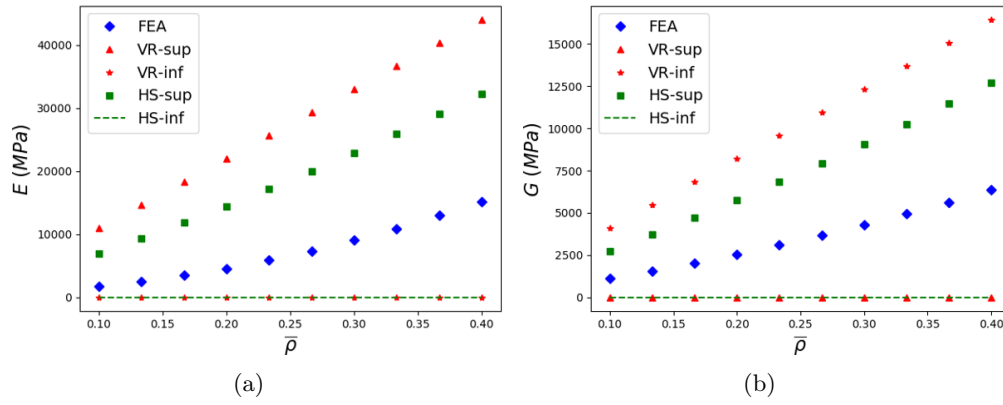


FIGURE B.10 – Variation des propriétés élastiques effectives de la CE FCC en fonction de $\bar{\rho}$.

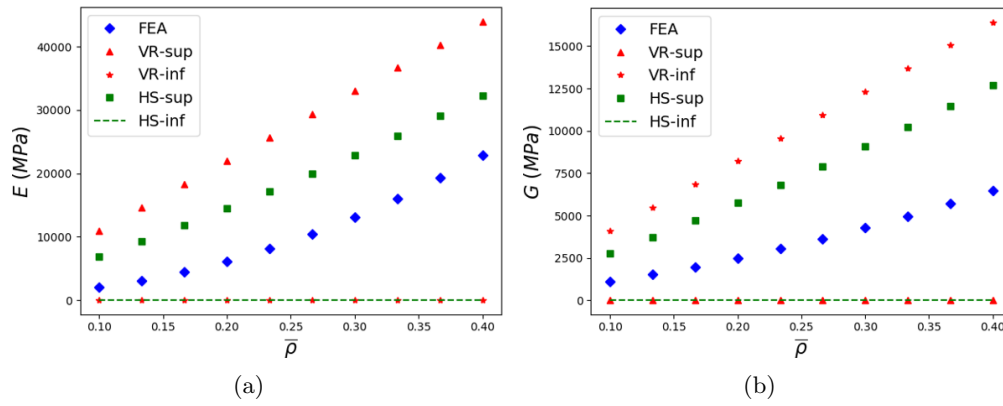


FIGURE B.11 – Variation des propriétés élastiques effectives de la CE FCC2+ en fonction de $\bar{\rho}$.

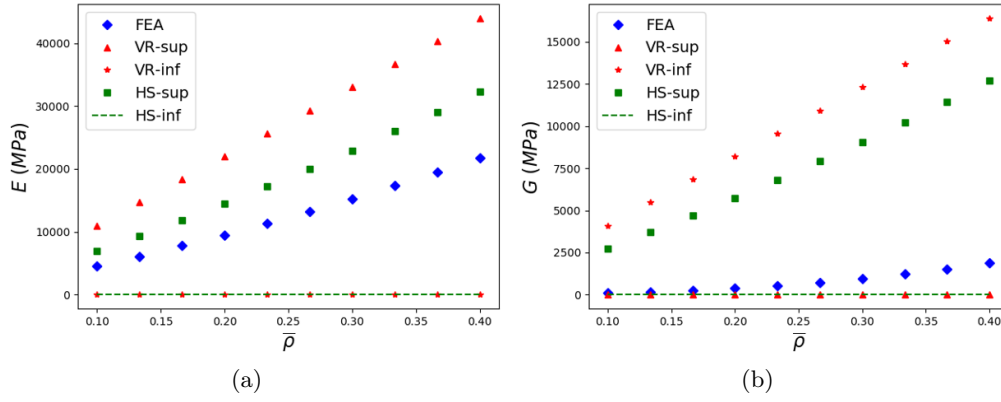


FIGURE B.12 – Variation des propriétés élastiques effectives de la CE Hexa en fonction de $\bar{\rho}$.

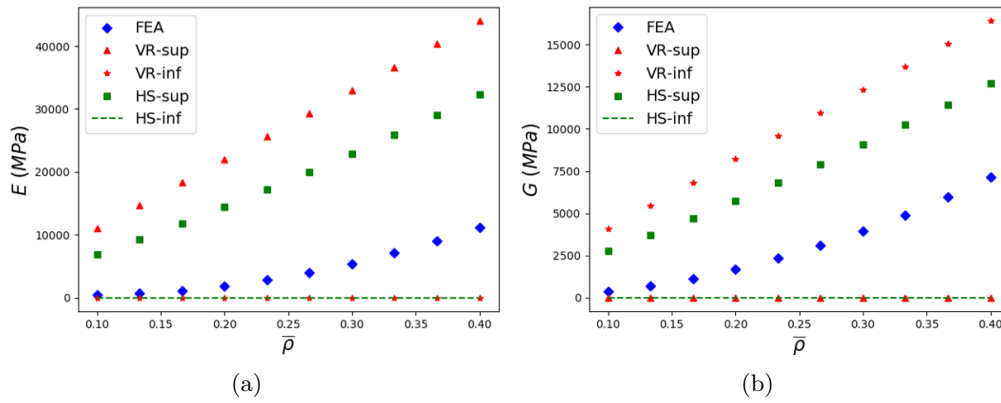


FIGURE B.13 – Variation des propriétés élastiques effectives de la CE Rhombic en fonction de $\bar{\rho}$.

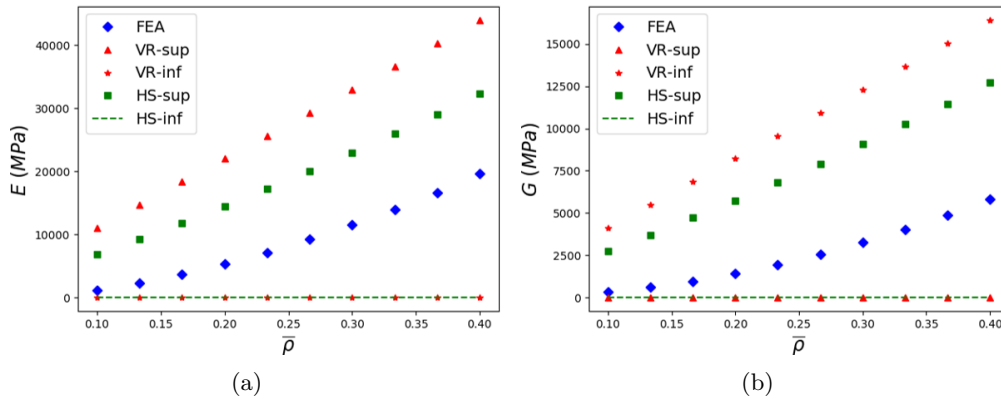


FIGURE B.14 – Variation des propriétés élastiques effectives de la CE Trun-cubo en fonction de $\bar{\rho}$.

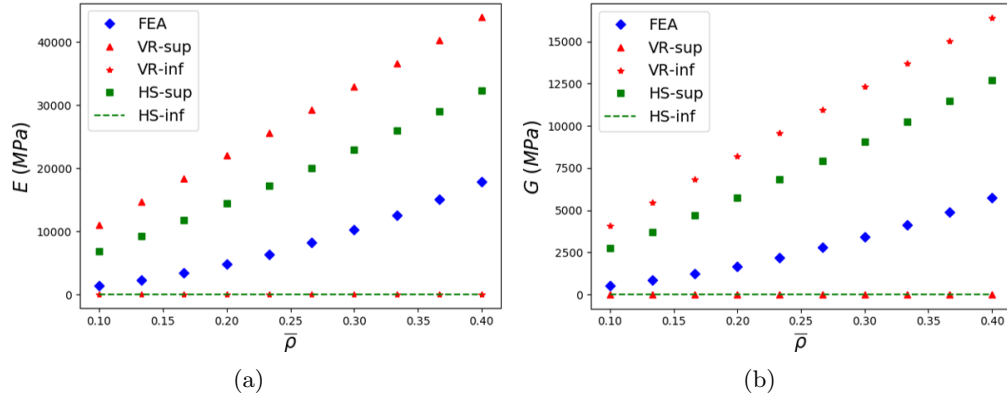


FIGURE B.15 – Variation des propriétés élastiques effectives de la CE Trun-cubo2+ en fonction de $\bar{\rho}$.

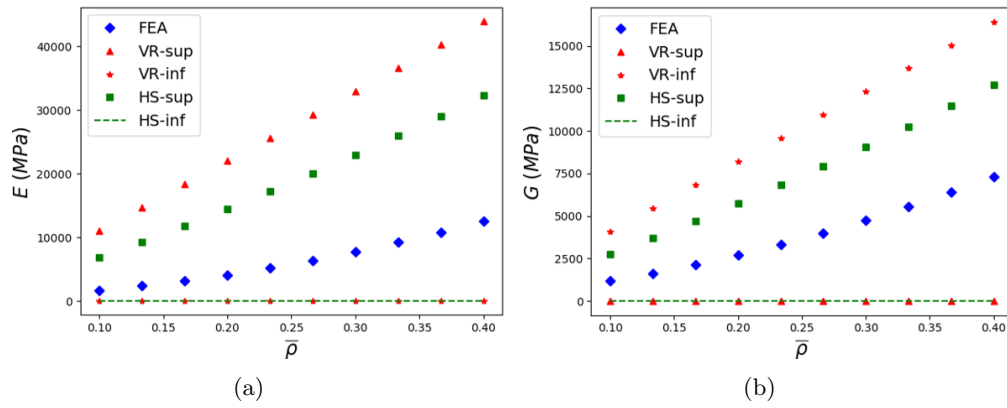


FIGURE B.16 – Variation des propriétés élastiques effectives de la CE S-Gyroid en fonction de $\bar{\rho}$.

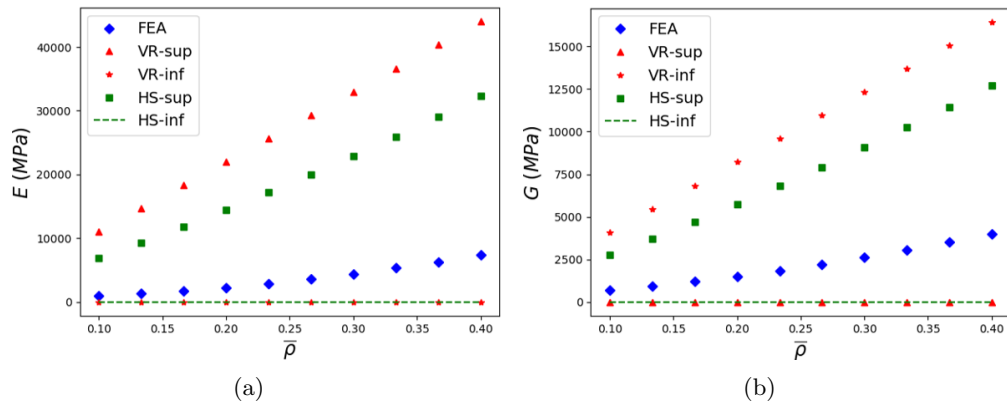


FIGURE B.17 – Variation des propriétés élastiques effectives de la CE S-OrthoCircle en fonction de $\bar{\rho}$.

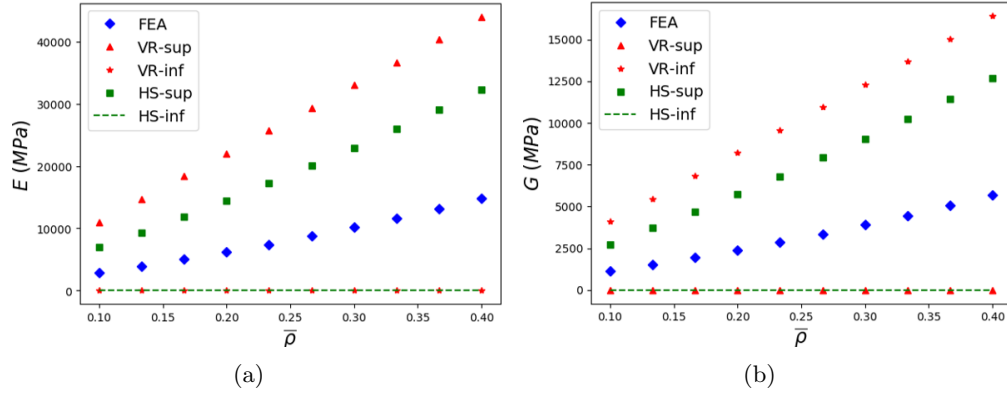


FIGURE B.18 – Variation des propriétés élastiques effectives de la CE T-Batwing en fonction de $\bar{\rho}$.

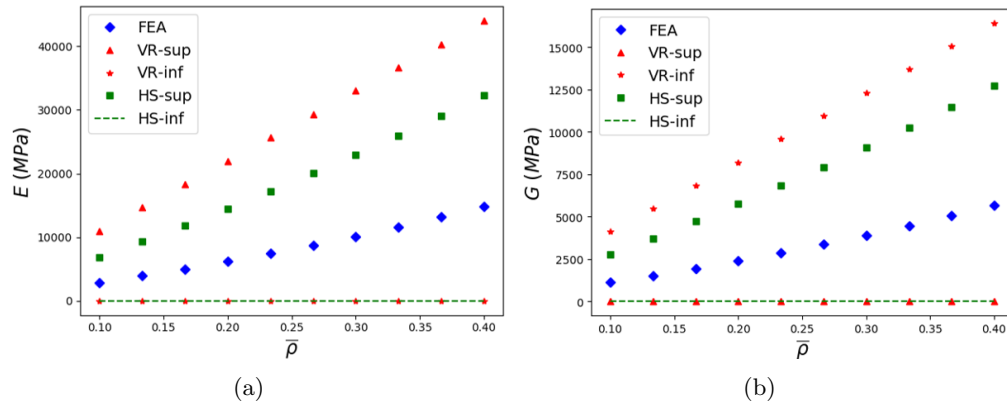


FIGURE B.19 – Variation des propriétés élastiques effectives de la CE T-F-RD en fonction de $\bar{\rho}$.

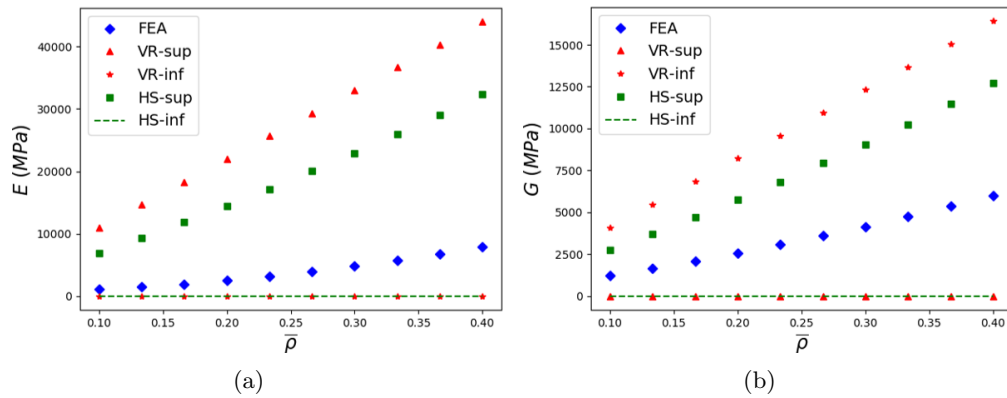


FIGURE B.20 – Variation des propriétés élastiques effectives de la CE T-IWP en fonction de $\bar{\rho}$.

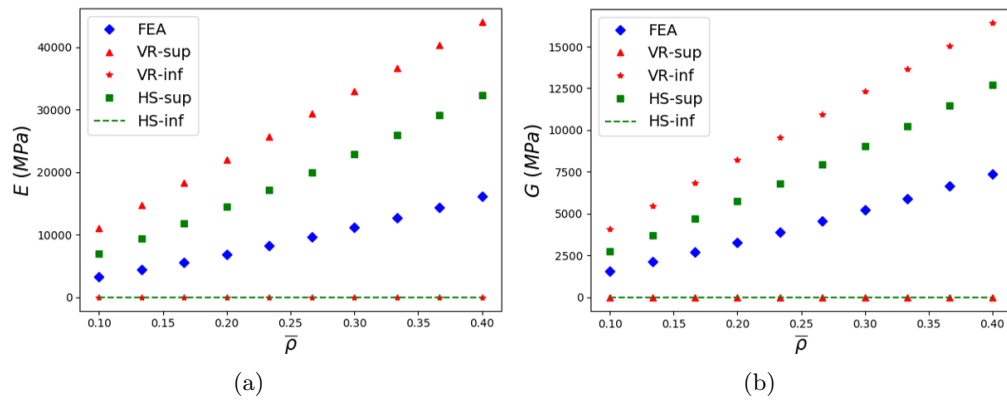


FIGURE B.21 – Variation des propriétés élastiques effectives de la CE T-Manta en fonction de $\bar{\rho}$.

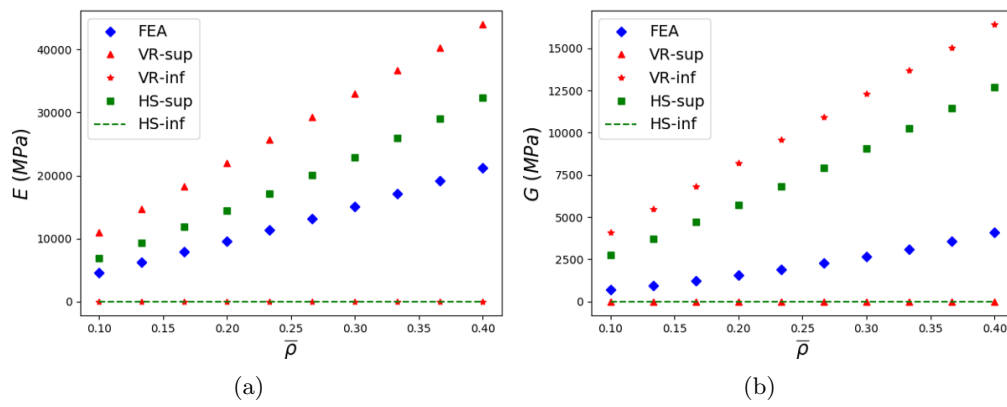


FIGURE B.22 – Variation des propriétés élastiques effectives de la CE T-Neovius en fonction de $\bar{\rho}$.

Annexe C

Courbes de convergence

C.1 Benchmark 2D - Plaque rectangulaire

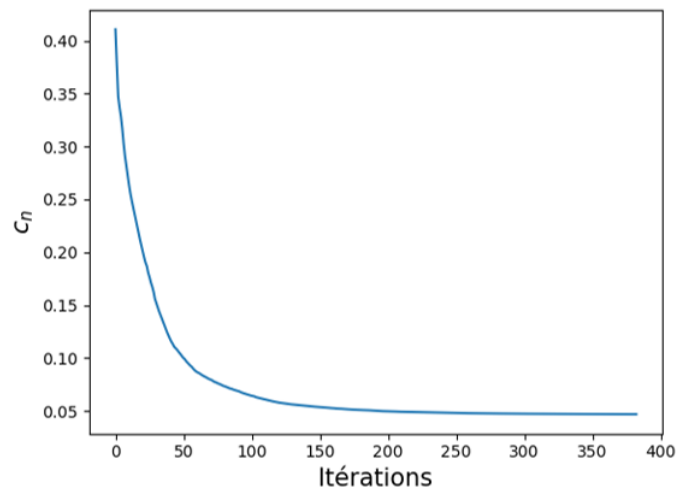


FIGURE C.1 – Courbe de convergence du problème d'OT (4.21) du benchmark (*BK1-2D*).

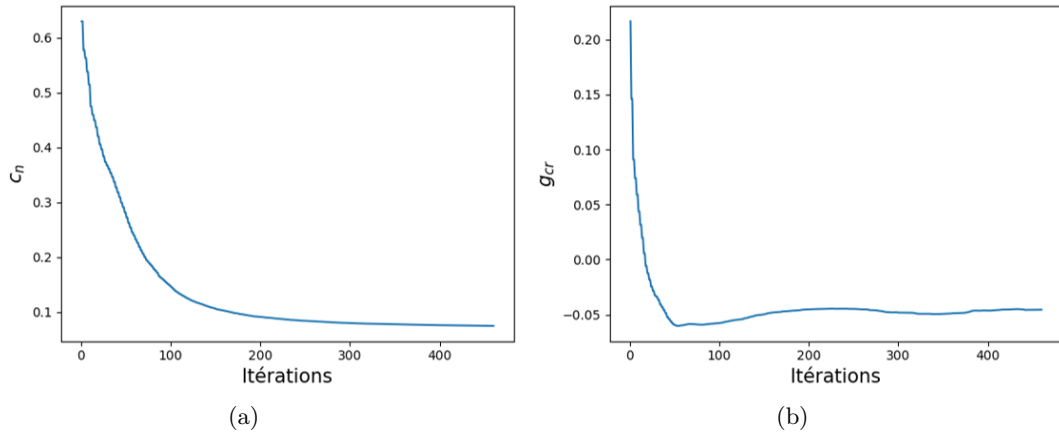


FIGURE C.2 – Courbes de convergence du problème d'OT (4.40) du benchmark (*BK1-2D*).

C.2 Benchmark 2D - Plaque en L

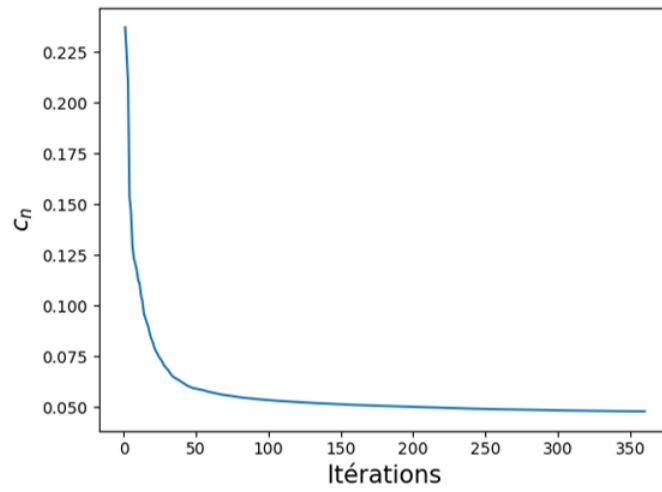


FIGURE C.3 – Courbe de convergence du problème d'OT (4.21) du benchmark (*BK2-2D*).

C.3. BENCHMARK 3D - SOLIDE *CANTILEVER*

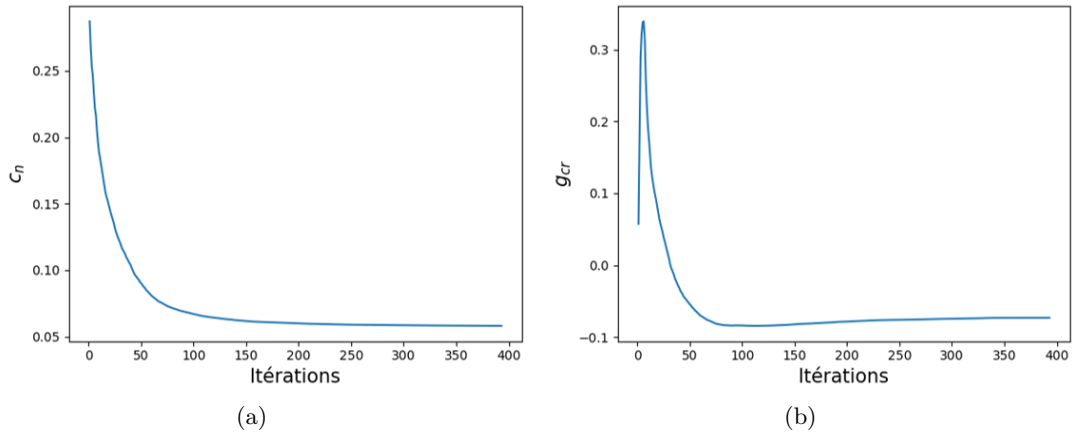


FIGURE C.4 – Courbes de convergence du problème d'OT (4.40) du benchmark (*BK1-2D*).

C.3 Benchmark 3D - Solide *Cantilever*

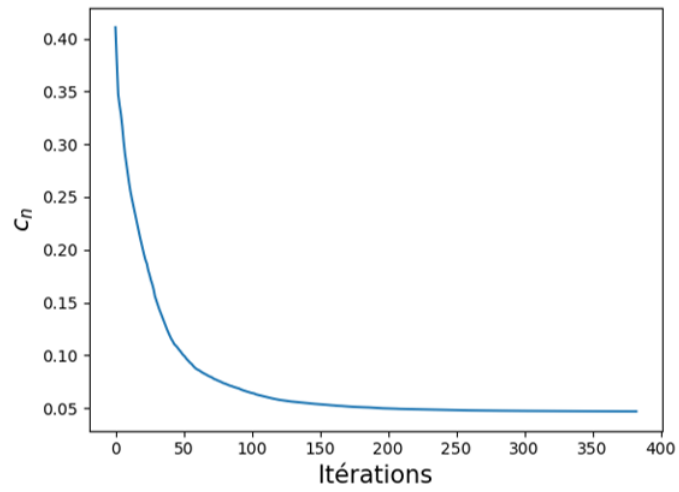


FIGURE C.5 – Courbe de convergence du problème d'OT (4.21) du benchmark (*BK1-3D*).

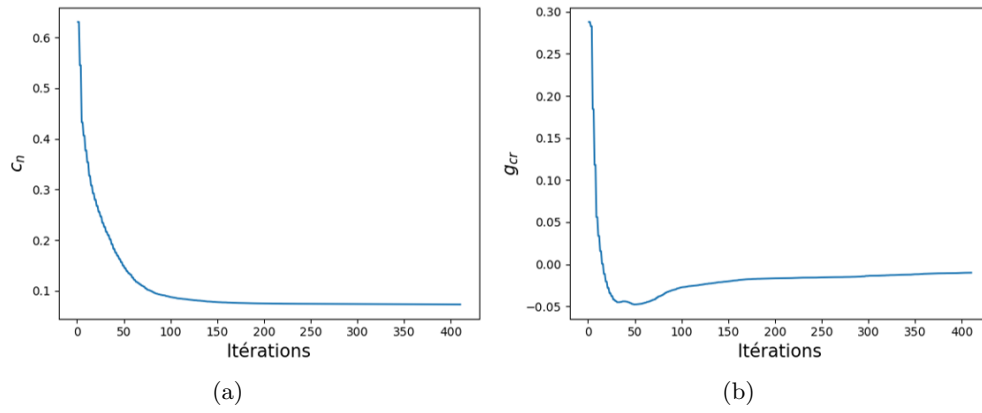


FIGURE C.6 – Courbes de convergence du problème d'OT (4.40) du benchmark (*BK1-3D*).

C.4 Benchmark 3D - Solide en L

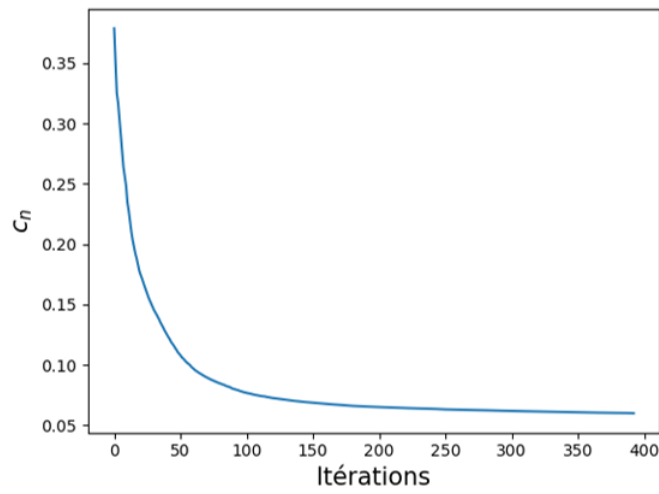


FIGURE C.7 – Courbe de convergence du problème d'OT (4.21) du benchmark (*BK2-3D*).

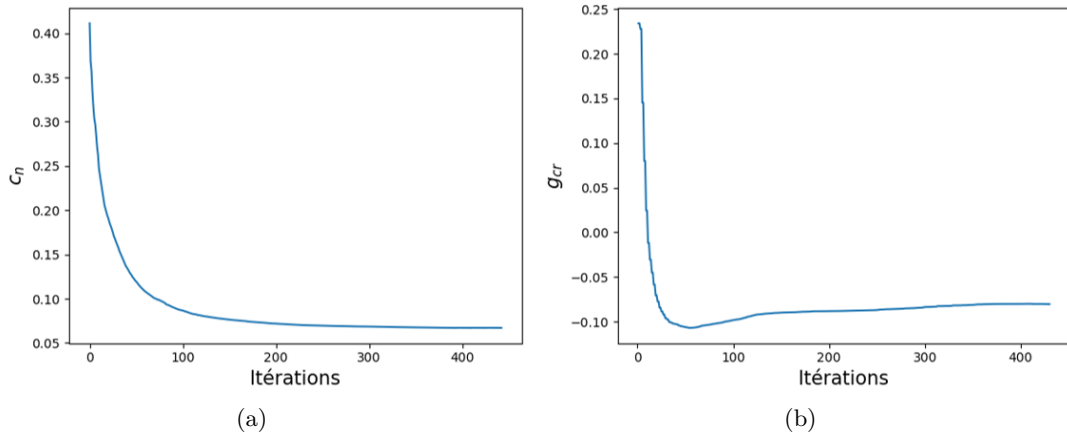


FIGURE C.8 – Courbes de convergence du problème d'OT (4.40) du benchmark (*BK2-3D*).

C.5 Benchmarks - FGCS

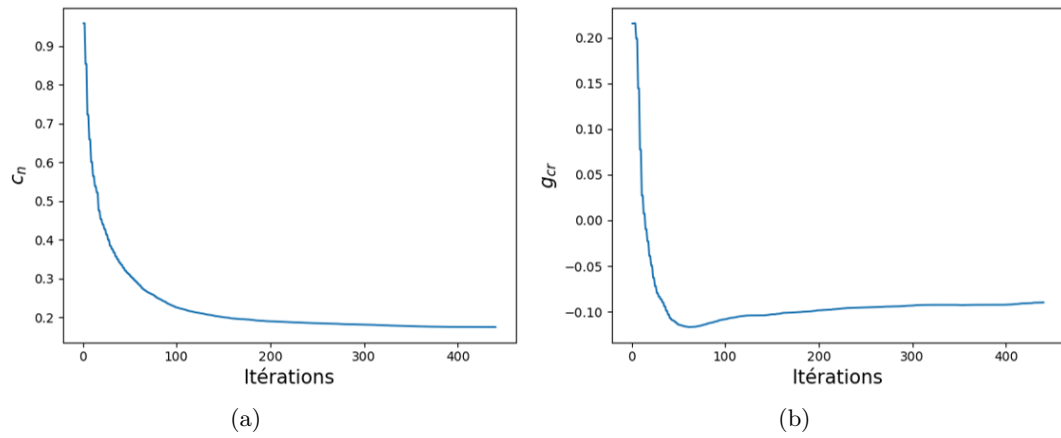


FIGURE C.9 – Courbes de convergence du problème d'OT (4.40) en 2D.

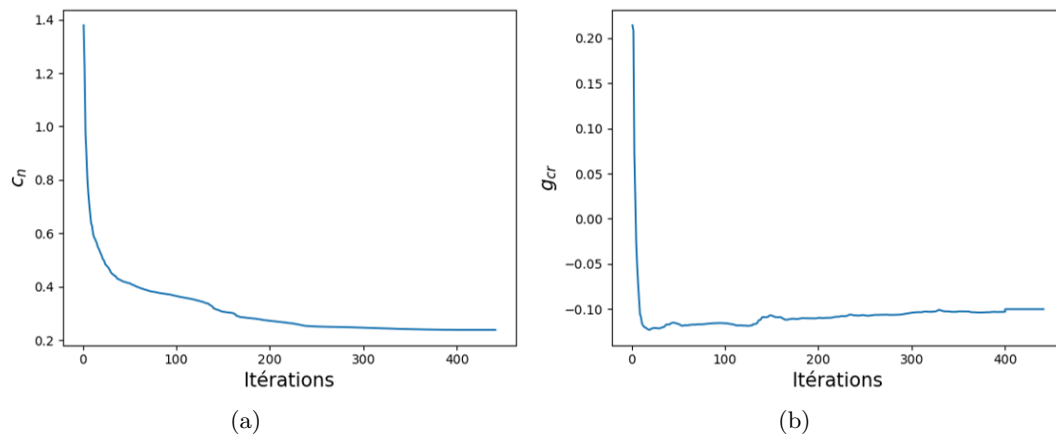


FIGURE C.10 – Courbes de convergence du problème d'OT (4.40) en 3D

Résumé : Une approche numérique est proposée pour évaluer la résistance en fatigue à grand nombre de cycles des structures cellulaires périodiques produites par SLM sous des chargements multiaxiaux. Le modèle est basé sur un schéma général d'homogénéisation numérique et une description explicite de la cellule élémentaire combinée à une analyse des valeurs extrêmes utilisant un paramètre indicateur de fatigue basé sur le critère de Crossland. De plus, l'écart géométrique et la rugosité de surface sont caractérisés expérimentalement et prisent en compte dans le modèle numérique en utilisant trois méthodes qui sont comparées à la résistance en fatigue expérimentale. L'optimisation topologique (OT) repousse encore plus loin les limites de la liberté de conception. Dans notre étude, l'OT a été développée pour prévenir les défaillances dues à la fatigue en utilisant la méthode SIMP reformulée dans le cadre mathématique des fonctions NURBS (Non-Uniform Rational BSpline).

Mots clés : Fabrication additive, Structures cellulaires, Fatigue multiaxial à grand nombre de cycles, Théorie des valeurs extrêmes, Optimisation Topologique, NURBS

Abstract : A numerical approach is proposed to assess the high cycle fatigue strength of periodic cellular structures produced by SLM under multiaxial loads. The model is based on a general numerical homogenisation scheme and an explicit description of the Elementary Cell combined to an extreme values analysis making use of a fatigue indicator parameter based on Crossland's criterion. Also, geometric discrepancy and surface roughness are experimentally characterised and considered in the numerical model using three methods which are compared to the experimental fatigue strength. Topology optimisation (TO) pushes the boundaries of design freedom even further. In our study, TO was developed to prevent fatigue failure using SIMP method revisited and reformulated within the mathematical framework of Non-Uniform Rational BSpline functions.

Keywords : Additive manufacturing, Cellular structures, High-cycle multiaxial fatigue, Extreme Value Theory, Topology Optimisation, NURBS