



HAL
open science

Modélisation de la déformation de systèmes diphasiques sous contraintes induites par des ondes électromagnétiques ou acoustiques

Hugo Chesneau

► **To cite this version:**

Hugo Chesneau. Modélisation de la déformation de systèmes diphasiques sous contraintes induites par des ondes électromagnétiques ou acoustiques. Mécanique des fluides [physics.class-ph]. Université de Bordeaux, 2020. Français. NNT : 2020BORD0096 . tel-02992115

HAL Id: tel-02992115

<https://theses.hal.science/tel-02992115>

Submitted on 6 Nov 2020

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

THÈSE PRÉSENTÉE
POUR OBTENIR LE GRADE DE
DOCTEUR DE
L'UNIVERSITÉ DE BORDEAUX

ÉCOLE DOCTORALE DES SCIENCES PHYSIQUES ET DE L'INGÉNIEUR
SPÉCIALITÉ LASER, MATIÈRE ET NANOSCIENCES

Par Hugo CHESNEAU

**Modélisation de la déformation de systèmes diphasiques sous
contraintes induites par des ondes électromagnétiques ou
acoustiques.**

Sous la direction de : Hamza CHRAÏBI

Soutenue le 11/09/2020

Membres du jury :

M. MISBAH, Chaouqi

M. THOMAS, Jean-Louis

M. CASNER, Alexis

Mme. DUPRAT, Camille

M. WUNENBURGER, Régis

M. CHRAÏBI, Hamza

M. DELVILLE, Jean-Pierre

Directeur de recherche au LIPhy

Directeur de Recherche à l'INSP

Directeur de recherche au CELIA

Professeur Assistant au LadHyX

Professeur à l'UPMC

Maître de Conférences à l'Université de Bordeaux

Directeur de Recherche au LOMA

Rapporteur

Rapporteur

Président du jury

Examinatrice

Examineur

Directeur de thèse

Co-encadrant de thèse

Résumé

Ces travaux sont consacrés à l'étude numérique de la déformation de systèmes fluides diphasiques par des ondes acoustiques ou électromagnétiques. Dans ce but, nous avons développé et utilisé une méthode numérique basée sur la méthode des éléments de frontières afin de résoudre simultanément l'équation d'Helmholtz scalaire et l'équation de Stokes afin de considérer en même temps la propagation d'onde dans le système et l'hydrodynamique de celui-ci. Dans un premier temps, nous nous sommes intéressés à la déformation d'interfaces initialement planes par deux types de contraintes induites par la propagation d'ondes. La première est la force de diffusion, une force volumique générée par la propagation d'une onde électromagnétique dans des fluides turbides qui permet d'induire des écoulements permanents. Ces derniers exercent alors des contraintes visqueuses sur l'interface et peuvent mener à l'instabilité de cette dernière et à la formation de microjets. Ces microjets ont été caractérisés numériquement en termes de formes et de débits. Par la suite, nous nous sommes concentrés sur les contraintes de pression de radiation acoustique et optique exercées sur l'interface. Nous avons démontré numériquement qu'il existait une certaine universalité entre les déformations induites par des ondes acoustiques ou optiques et que ces dernières se comportaient comme des guides d'ondes parfaitement adaptés à l'onde les ayant induits. Dans un second temps, nous avons porté notre attention sur la déformation d'interfaces initialement sphériques comme des gouttes ou des liposomes par des systèmes de pinces optiques ou d'étireurs optiques. Dans le cas des gouttes, nous avons retrouvé des comportements similaires à ce que nous avons obtenu sur des interfaces planes soit un couplage entre leurs déformations et la propagation des ondes à l'intérieur de celles-ci. Nous avons de plus caractérisé numériquement pour la première fois la déformation de liposomes dans un étireur optique et avons comparé ces résultats à de récentes études expérimentales menées au laboratoire. Ces premières études sont prometteuses quant à la microrhéologie de gouttes liquides ou de systèmes biologiques.

Mots clefs : optofluidique/acoustofluidique, méthodes des éléments de frontières, pression de radiation, couplage propagation/déformation, écoulement induit optiquement, pince optique, étireur optique.

Abstract

We numerically studied the deformation of two-phase fluid systems under acoustical or electromagnetic stress. We developed and used a numerical method based on the boundary element method to solve simultaneously the scalar Helmholtz equation and Stokes equation to consider at the same time the wave's propagation and the hydrodynamic of the system. On the first hand, we considered the deformation of initially flat interfaces actuated by two kinds of waves' induced stresses. First, we studied the scattering force, a bulk force induced by the propagation and the scattering of an incident electromagnetic waves into a turbid liquid phase. This force leads to the formation of eddies which in turn induce viscous stresses on the interface. Under high laser power, the viscous stresses can destabilize the interface into liquid microjets. We characterized numerically the shapes and the fluid flow of these microjets. Then, we focused on the acoustic and electromagnetic radiation pressure at the fluid/fluid interface. We showed that the induced deformations can be described by a universal model and these deformations act as liquid waveguides who are matching perfectly the incident wave which has induced them. On the other hand, we studied the deformation of micrometric droplets and liposomes with optical tweezers and optical stretcher. For droplets, we retrieved similar behaviour than for flat interfaces i.e., a coupling between the deformation of the droplets and the propagation of the wave into the latter. Additionally, we numerically characterize for the first time the liposome deformation in an optical stretcher and compared our result with recent experiments carried out in the laboratory. These initial studies are promising for the microrheology of liquid drops or biological systems.

Keywords: optofluidic/acoustofluidic, Boundary Element Method, radiation pressure, propagation/deformation coupling, optically induced flow, optical tweezer, optical stretcher.

UMR 5798 LOMA

Laboratoire Ondes et Matière d'Aquitaine, Université de Bordeaux, 351 Cours de la Libération,
33400 Talence.

Remerciements

Ce document représente trois années de travaux au sein du LOMA. Des années de travail certes, mais aussi ponctuées de nombreuses rencontres. Cette thèse fut pour moi une expérience personnelle exceptionnelle, et je tiens à remercier les personnes qui m'ont entouré, soutenu, et avec lesquelles j'ai partagé tous ces instants.

Mes premiers remerciements pour cette aventure vont aux membres permanents de l'équipe OPTOFLOW qui m'ont appris ce qu'était la recherche. Merci à Hamza Chraïbi qui m'a proposé de faire ma thèse avec lui lors de mon stage de M2. Il n'a eu de cesse pendant ces trois ans, la volonté de me transmettre sa rigueur scientifique et numérique. Merci à Jean-Pierre Delville, toujours de bonne humeur et toujours prêt à se rendre disponible pour discuter de science ou de tout autre sujet. Merci à Ulysse Delabre, enseignant exceptionnel, qui m'a fait découvrir le plaisir du partage à travers la vulgarisation scientifique.

Je remercie également les amis doctorants et post-doctorants, que j'ai rencontré au LOMA. Raphaël Saiseau, toujours « au bout de sa vie », fan de jeu de mots douteux et de sociologie. Valérian Freysz, toujours prêt à aller boire une bière et à refaire le monde autour de celle-ci. Arthur Losquin et Martin Berthel, dont la présence fut de courte durée, mais qui m'ont fait découvrir Twin Peaks et l'univers de David Lynch. Nicolas Alexandre Goy pour sa joie de vivre quotidienne. Mon co-bureau Aymen Ben-Amor pour sa gentillesse et pour m'avoir supporté pendant ces trois années. Ainsi que tous les autres, Benjamin Vidal, Arthur Alexandre, Louis Bellando De Castro, Gabriel Amiard, ...

Je souhaite également remercier toutes les personnes des services gestion et accueil et tout particulièrement Josiane Parzych pour sa gentillesse, sa réactivité et son efficacité. Sophie Grandet, qui s'inquiète toujours de savoir si tous les membres de la grande famille du LOMA sont en bonne santé physique comme mentale. Je remercie également Bernadette Bergeret pour sa bienveillance et Lise Magueres pour s'être occupée de l'envoi de mes manuscrits de thèse à mon jury. Merci également au service informatique pour leurs réponses rapides à mes sollicitations régulières.

Je remercie aussi mes amis de fac (de Marseille et de Bordeaux) ainsi que mes amis de toujours qui m'ont accompagné à distance, même s'ils ont la moquerie facile lorsque je leur dis que la thèse a fait de moi quelqu'un d'organisé. Merci

aussi à tous mes colocataires qui se sont succédé, et qui ont du supporter, le soir après le travail, mes idées et plaintes sur la déformation d'interfaces.

Pour finir, je remercie du fond du cœur ma famille. Ils m'ont toujours encouragé et poussé à faire ce qui me plaisait. Je n'en serais sûrement pas là sans vous.

Table des matières

1	Contexte de l'étude	1
1.1	Hydrodynamique et propagation d'ondes	1
1.1.1	La pression de radiation optique et acoustique	1
1.1.2	Couplage entre la déformation d'une interface fluide et la propagation d'ondes	7
1.1.3	Écoulements en volume générés par une onde : jets et gouttes	9
1.2	Manipulation et déformation d'objets uniques	13
1.3	Plan du manuscrit	18
2	Modèle physique, méthode numérique et description des systèmes expérimentaux de références	27
2.1	Hydrodynamique des interfaces	27
2.1.1	Équations de conservations	27
2.1.2	Contraintes à l'interface	28
2.2	Effets mécaniques induit par une onde acoustique	29
2.2.1	La pression de radiation acoustique	29
2.3	Effets mécaniques induit par une onde électromagnétique	34
2.3.1	La pression de radiation optique	34
2.3.2	La force de diffusion optique	37
2.4	Adimensionnement et système général	39
2.5	La méthode des éléments de frontières	41
2.5.1	L'équation de Stokes	41
2.5.2	L'équation d'Helmholtz	47
2.5.3	Propagation d'une onde électromagnétique	52
2.5.4	Actualisation et lissage du maillage	53
2.6	Les systèmes fluides expérimentaux	54
2.6.1	Les phases micellaires de microémulsion	54
2.6.2	Phase de Winsor	57
2.7	Conclusion	57

3	Propagation d'une onde électromagnétique dans des milieux liquides turbides	63
3.1	Forces induites par la propagation d'ondes et système expérimental	65
3.2	Faibles amplitudes de déformation : Sous le seuil d'instabilité de jet	71
3.3	Larges amplitudes de déformation : La formation de jets liquides . . .	73
3.3.1	Champ de vitesse de l'écoulement	73
3.3.2	Rayon des jets	76
3.3.3	Débits	78
3.4	Conclusion	80
4	Étude de la pression de radiation sur des interfaces fluides planes	83
4.1	Diminution de la célérité de l'onde au passage de l'interface : les tétines	87
4.1.1	Formation et stabilisation des tétines	87
4.1.2	Effet du guidage sur la dynamique de déformation d'interface	93
4.1.3	Un outil prédictif	94
4.1.4	Généralisation du modèle	95
4.2	Augmentation de la célérité de l'onde au passage de l'interface : les aiguilles	97
4.2.1	Formation des aiguilles	97
4.2.2	Stabilité des déformations induites : hystérésis	103
4.3	Conclusion	105
5	Manipulation optique de gouttes et d'objets biologiques	109
5.1	Métrie de l'interface	110
5.2	Contraintes optiques sur un objet sphérique	112
5.2.1	Diffusion de Mie	112
5.2.2	Comparaison des contraintes optiques calculées par diffusion de Mie et par Méthodes des Éléments de Frontières	114
5.3	Gouttes liquides dans un piège optique	117
5.3.1	Pince optique	117
5.3.2	Double pince optique	132
5.4	Gouttes liquides et vésicules dans un étireur optique	134
5.4.1	L'étireur optique	134
5.4.2	Description physique d'une vésicule	135
5.4.3	Déformation de gouttes et de vésicules initialement sphériques	141
5.5	Conclusions	146
6	Conclusion et perspectives.	155

A	Calcul de la force de diffusion	159
A.1	Champ diffusé et intensité	159
A.2	La force de diffusion dans un milieu turbide	161
B	Calcul de la vitesse axiale dans un jet parfaitement cylindrique	163
B.1	Intégration du champ de vitesse	163
C	Dérivation de la relation de dispersion	167
C.1	Modes guidés dans un guide d'ondes acoustiques	167
C.2	Modes guidés dans un guide d'ondes électromagnétiques	169
C.2.1	Propagation d'une onde électromagnétique dans un milieu dont l'indice varie spatialement	170
C.2.2	L'approximation des ondes faiblement guidées	171

Chapitre 1

Contexte de l'étude

Durant ces dernières décennies, plusieurs recherches ont porté sur la possibilité de manipuler, déformer, pousser des objets ou des interfaces fluides en utilisant des ondes électromagnétiques ou acoustiques. La propagation de ces ondes dans des milieux ou à travers des interfaces, est à l'origine de plusieurs mécanismes, comme la formation d'écoulements fluides en volume ou la naissance de contraintes interfaciales. Ces contraintes permettent alors de manipuler et sonder la matière à des échelles submillimétriques (dans le cas acoustique) et micro/nanométriques (dans le cas électromagnétique). Si cela représente des outils prometteurs, une compréhension fine des phénomènes induits par la propagation d'ondes est nécessaire. De plus, si les contraintes mécaniques générées sur des interfaces avec des ondes électromagnétiques ou acoustiques peuvent produire des effets similaires, elles sont cependant fondamentalement différentes. Les premières sont des ondes transverses tandis que les autres sont des ondes mécaniques longitudinales. Cependant, nous allons voir qu'il existe une certaine universalité dans les déformations qui sont obtenues avec ces deux types d'ondes.

Afin d'apprécier pleinement les rapprochements que l'on peut réaliser, nous présenterons dans ce qui suit les contraintes interfaciales et les forces volumiques que peuvent induire des ondes sur une interface ou en volume. Nous discuterons ensuite des pièges optiques, utilisés afin de manipuler un objet unique déformable.

1.1 Hydrodynamique et propagation d'ondes

1.1.1 La pression de radiation optique et acoustique

Optique

L'existence de la pression de radiation optique, théorisée par Maxwell (1873, p.391) qui calcula la pression de radiation exercée par le soleil sur Terre, fut démon-

trée expérimentalement au début du XX^{ème} siècle par Lebedev (1901) et Nichols et Hull (1903). Les forces relevées étant extrêmement faibles, il fallut attendre le développement du laser dans les années 1960 et les expériences fondatrices d'Ashkin (Ashkin, 1970; Ashkin et Dziedzic, 1971, 1973) pour en voir les premières utilisations. Parmi celles-ci, intéressons-nous particulièrement dans un premier temps à celle de 1973 (Ashkin et Dziedzic, 1973) dans laquelle il a été reporté pour la première fois la déformation d'une interface eau/air avec un laser impulsif. Cette expérience, motivée par ce que l'on appelle la controverse Abraham-Minkowski, cherchait à donner une expression définitive à la quantité de mouvement d'un photon. Devait-elle, selon le formalisme de Minkowski, être proportionnelle à l'indice de réfraction du milieu ou, selon Abraham, y être inversement proportionnelle? La pression de radiation sur une interface résultant de la conservation de la quantité de mouvement lors du passage de l'onde d'un milieu à un autre, les deux formalismes prédisent des sens de déformation opposés. De par sa tension interfaciale élevée ($\approx 72\text{mN}$) ils n'ont pu observer la déformation à l'œil nu de l'interface eau/air. Ils se sont cependant servi du fait qu'au passage de l'onde, l'interface déformée se comporte comme une lentille telles celles qui peuvent être induites lors de phénomènes d'autofocalisations (Kats et Kontorovich, 1969). Ainsi, suivant la forme du faisceau après avoir traversé l'interface, ils purent déterminer la courbure de la lentille et donc le sens de déformation de l'interface. Ils conclurent alors, que peu importe la direction de propagation de l'onde, l'interface était toujours déformée dans le même sens, du milieu le plus réfringent (célérité de l'onde la plus petite) vers le milieu le moins réfringent (célérité de l'onde la plus grande); soit de l'eau vers l'air dans ce cas précis. Si cette expérience semble mettre en évidence que le formalisme à adopter serait plutôt celui de Minkowski, le débat ne fut pas clos pour autant. Celui-ci a fait couler beaucoup d'encre depuis 1910, année de publication des travaux de Minkowski et Abraham, et continue encore aujourd'hui. En effet de nombreux travaux expérimentaux se sont attelés à démystifier ce problème montrant pour certains, comme Ashkin et Dziedzic, qu'ils observaient des contraintes de type Minkowski (Astrath *et al.*, 2014; Capeloto *et al.*, 2016; Verma *et al.*, 2017), et pour d'autres des effets qui coïncideraient avec le formalisme de Abraham (Zhang *et al.*, 2015; Choi *et al.*, 2017; Kundu *et al.*, 2017). Finalement, il semblerait que les études théoriques les plus récentes tendent à dire que ces expériences de pression de radiation ne sont pas suffisantes pour définir lequel des formalismes est le « bon »; elles penchent plutôt pour un consensus envers les deux théories (Barnett, 2010; Brevik, 2018). La quantité de mouvement de Minkowski serait liée à celle d'Abraham, Barnett les appelant respectivement les quantités de mouvement canonique et cinétique. Pour Brevik, c'est celle de Minkowski qui représente la quantité de mouvement intrinsèque du système, étant la somme de celle d'Abraham plus une autre quantité de mouvement annexe. Pouvant ainsi exprimer

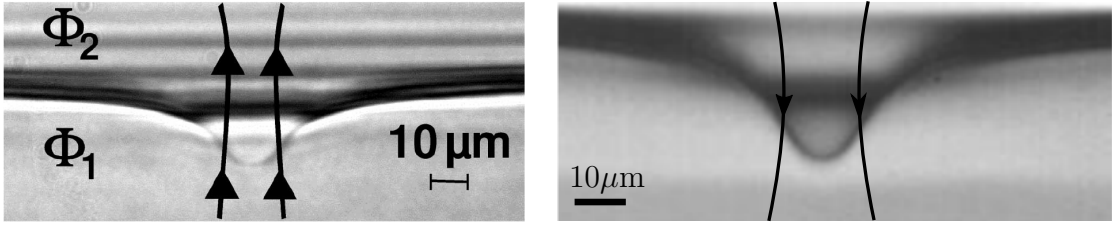


FIGURE 1.1 : Déformations d'interfaces fluide/fluide induite par la pression de radiation optique. (a) Déformation d'une interface de phases micellaires de microémulsion proche du point critique réalisée avec un laser continu Ar^+ de mode TEM_{00} et de longueur d'onde dans le vide $\lambda_0 = 514.5\text{nm}$. L'image est extraite de (Casner et Delville, 2001). (b) Déformation d'une interface de phases de Winsor III (eau salée - AOT - heptane) réalisée avec un laser continu Nd^{3+} -YAG de mode TEM_{00} et avec une longueur d'onde dans le vide $\lambda_0 = 532\text{nm}$. La puissance injectée dans ce cas est de $P = 200\text{mW}$. L'image est extraite de (Petit, 2011). Les flèches indiquent le sens de propagation du faisceau. Dans les deux cas, le faisceau est focalisé sur l'interface et la phase dont l'indice est le plus grand se déforme dans celle ayant le plus petit.

l'une en fonction de l'autre, et en accord avec les observations expérimentales faites au sein de l'équipe OPTOFLOW au LOMA comme nous pouvons l'observer sur la figure 1.1, nous choisirons pour tout le reste de ces travaux d'utiliser le formalisme de Minkowski.

Sans considérations supplémentaires sur cette controverse, citons les travaux de Lai et Young (1976) puis de Brevik (1979) qui proposèrent un modèle théorique pour décrire les premières expériences d'Ashkin et Dziedzic (1973) sur la déformation d'une interface fluide par un laser impulsionnel. Ces deux modèles, utilisant une approximation de faible déformation de l'interface (l'extension radiale du faisceau ω_0 étant la longueur caractéristique de la déformation et $h/\omega_0 < 1$ avec h la hauteur de la déformation), considérant des ondes de surface de faibles amplitudes et négligeant les effets visqueux, permettent de calculer la hauteur et la courbure de la déformation en fonction du temps. Basés sur des raisonnements légèrement différents, ils obtinrent des résultats en bon accord avec l'expérience, prédisant toutefois que le rayon au col du faisceau serait environ deux fois plus grand que celui annoncé expérimentalement. Un peu plus tard, Komissarova *et al.* (1988) considérant une interface plane et toujours sur un modèle de fluide à interface libre, furent les premiers à décrire la dynamique d'une interface fluide soumise à un pulse laser en prenant en compte les effets visqueux. La même année, Zhang et Chang (1988) présentèrent les premières observations d'interfaces considérablement déformées (plusieurs dizaines de micromètres) comme nous pouvons l'observer sur les images de la figure 1.2. Ils obtinrent leurs résultats en illuminant une goutte d'eau dans

l'air avec des pulses laser de 100mJ et 200mJ. Lai *et al.* (1989) et Brevik et Kluge (1999) intervinrent là encore afin de décrire théoriquement ces observations. Reprenant les mêmes axes principaux que pour leurs études sur des interfaces planes, ils calculèrent les contraintes électromagnétiques sur l'interface au repos (ici une goutte), et considèrent des déformations et des ondes de surfaces de faibles amplitudes (linéarisation de l'équation de Navier-Stokes). De par ces hypothèses, ils cherchèrent uniquement à décrire les déformations observées sur la série d'image de gauche de la figure 1.2. Ces études démontrèrent des accords qualitatifs avec les résultats expérimentaux en considérant l'intensité laser comme étant deux fois plus grande que celle qui fut reportée expérimentalement. L'apport de Brevik et Kluge fût de généraliser les travaux de Lai et al. en considérant une polarisation linéaire (au lieu d'une polarisation circulaire) et de démontrer l'émergence d'une composante de déformation azimutale.

Les références citées jusqu'ici, exceptées celles liées aux travaux de Zhang & Chang, considéraient des interfaces fluides dont la résistance capillaire était im-

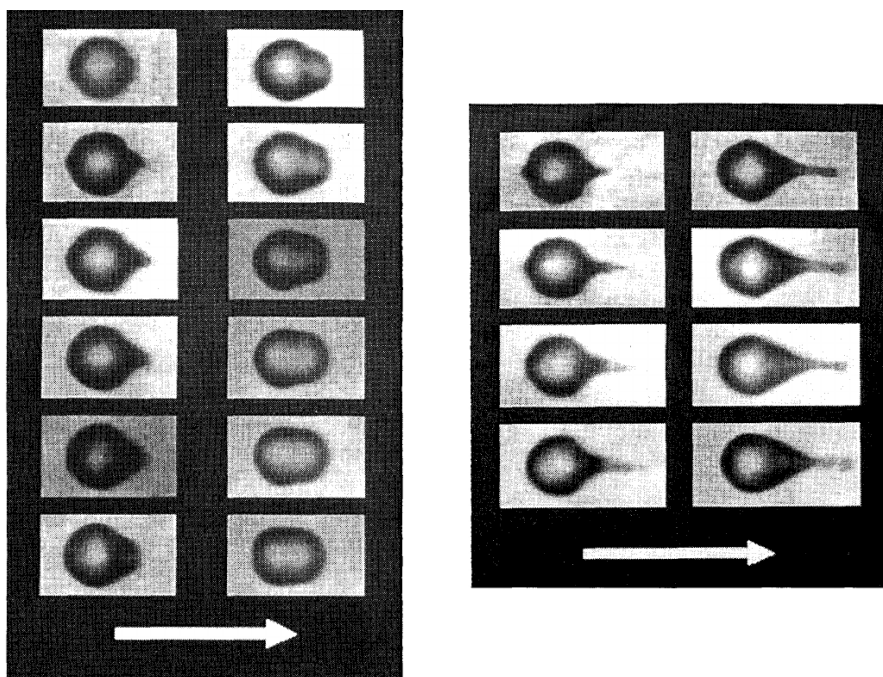


FIGURE 1.2 : Déformation de gouttes d'eau dans l'air avec un laser impulsionnel. La goutte, dont le rayon initial vaut $50\mu\text{m}$, est deux fois plus petite que l'extension radiale du col du faisceau $\omega_0 = 100\mu\text{m}$. Dans les deux cas le temps entre les images est d'environ $2\mu\text{s}$. L'énergie des pulses, se propageant de gauche à droite, est respectivement 100mJ et 200mJ. Ces images sont extraites de (Zhang et Chang, 1988).

portante comparée aux forces optiques, ce qui ne permettait pas d'obtenir des déformations visibles à l'œil. Afin de mieux rendre compte des différences entre contraintes capillaires et pression de radiation, nous pouvons calculer les ordres de grandeur de l'amplitude de ces contraintes. Nous avons évoqué jusqu'ici que la pression de radiation résultait de la conservation de quantité de mouvement et donc du contraste d'indice entre les deux milieux. Ainsi, pour faire simple (nous reviendrons sur les calculs dans le chapitre suivant) nous avons la quantité de mouvement dans le fluide j , $p_j = n_j I/c$ et donc l'amplitude de la pression de radiation sur l'interface $\Pi_{rad} \propto \Delta p = I \Delta n/c = 2P \Delta n/(\pi \omega_0^2 c)$ avec I et P respectivement l'intensité et la puissance du faisceau, ω_0 le rayon au col du faisceau et c la vitesse de la lumière dans le vide. Pour une déformation d'interface de l'ordre de ω_0 , l'amplitude de la pression de Laplace est $\Pi_{lap} \approx \sigma/\omega_0$. Donc, dans le cas de l'interface eau/air pour une puissance de $P = 1\text{W}$ un rayon au col du faisceau de $\omega_0 = 10\mu\text{m}$ le rapport de ces deux contraintes vaut $\Pi_{rad}/\Pi_{lap} \approx 10^{-3}$. Nous voyons ainsi que pour obtenir des contraintes comparables il faudrait grandement réduire la tension interfaciale. C'est dans ce but qu'ont été utilisées des phases de microémulsions proches du point critique (Casner et Delville, 2001) ou des phases fluides en équilibre de Winsor (Petit, 2011) permettant d'atteindre des tensions interfaciales un million de fois plus petites que celle de l'interface eau/air. Notons que pour décrire la déformation de ces systèmes diphasiques, Wunenburger *et al.* (2006b) proposèrent, à partir des travaux de Komissarova *et al.*, un modèle visqueux à deux fluides en bon accord avec les résultats expérimentaux.

Acoustique

Dans le même temps que les preuves expérimentales démontraient l'existence de la pression de radiation électromagnétique, Lord Rayleigh (1902, 1905) proposa les premières études théoriques sur la pression de radiation acoustique. S'appuyant sur les travaux de Poynting (1905), il décrivit en 1905, comme dans le cas optique, la pression de radiation acoustique comme résultant d'un transfert de quantité de mouvement. Plus tard, Langevin dont les travaux furent publiés par un de ces étudiants (Biquard, 1932a,b,c), étudia aussi la pression de radiation acoustique pour des ondes planes à incidence normale sur une surface. Il dérivait une expression de la pression de radiation légèrement différente de celle de Rayleigh. Il naquit alors, un peu comme pour le cas de la quantité de mouvement en électromagnétique, une controverse au sujet de l'expression correcte à utiliser. Il est à noter cependant, que les systèmes imaginés par Rayleigh et Langevin pour dériver leurs expressions respectives sont foncièrement différents. Rayleigh considéra des ondes planes confinées (sans interaction avec le milieu extérieur au train d'onde) tandis que Langevin, préféra un système ouvert. Les différences entre ces deux théories semblent alors provenir principalement du système expérimental utilisé (Hasegawa

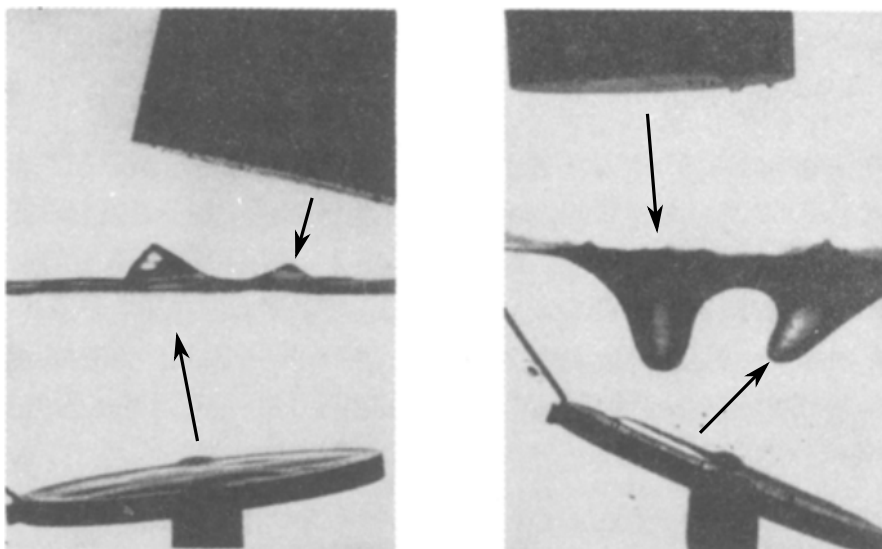


FIGURE 1.3 : Déformations d'interfaces fluides par la pression de radiation acoustique. Ces images, extraites de (Hertz et Mende, 1939), montrent que le sens de la déformation ne dépend pas du sens de propagation de l'onde. En effet, suivant le sens des flèches, les ondes acoustiques sont émises par le transducteur (partie haute des images) déforment l'interface, sont réfléchies par le réflecteur (partie basse des images) et déforment une deuxième fois l'interface dans le même sens que précédemment. Les systèmes utilisés ici sont à gauche eau/trichlorométhane et à droite eau/aniline. Dans les deux cas, l'eau est la phase du haut.

et al., 2000).

Avant les travaux de Langevin, Brillouin (1925) est revenu sur ceux de Rayleigh et notamment sur la notion de quantité de mouvement attribuée à la propagation d'une onde acoustique. Il préfère au terme pression de radiation (qui est resté finalement communément utilisé) le terme de tension de radiation, les contraintes induites dépendant de l'orientation de la surface sur laquelle elles sont exercées. Démontrant que l'onde acoustique ne possède pas de quantité de mouvement, il introduit plutôt un flux de quantité de mouvement qui donne naturellement un tenseur d'ordre deux décrivant les composantes de ce qu'il appelle la tension de radiation. Nous reviendrons en détail sur la description tensorielle de Brillouin dans le chapitre suivant, celle-ci étant plus générale que celles de Rayleigh ou Langevin qui sont données dans des cas particuliers.

Les premières expériences notables utilisant la pression de radiation acoustique pour déformer des interfaces fluides sont attribuées à (Hertz et Mende, 1939). Utilisant différents systèmes diphasiques, ils montrèrent que, comme dans le cas électromagnétique, la déformation de l'interface ne dépend pas du sens de propagation

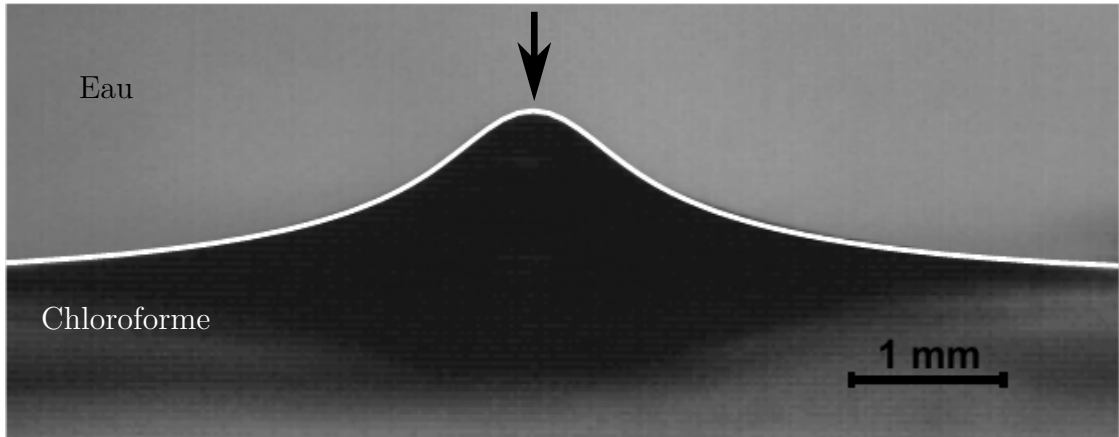


FIGURE 1.4 : Image de la déformation d'une interface eau/chloroforme induite par la pression de radiation acoustique. La flèche noire représente le sens de propagation du faisceau acoustique. Le trait blanc est le profil de la déformation prédit par l'équation (5.4) de (Issenmann, 2007) d'où est extrait l'image.

de l'onde. Des images de leurs expériences sont reportées sur la figure 1.3. Cette affirmation n'est cependant pas toujours vraie. En effet, le sens de déformation peut dépendre du sens de propagation de l'onde acoustique pour certains rapports de vitesses du son et de masses volumiques des deux fluides en contact, mais nous reviendrons sur ce point plus tard. Plus récemment, Issenmann (2007) s'est aussi intéressé à la déformation d'interfaces fluides par des ondes acoustiques; principalement dans le cas de petites amplitudes de déformations ($h < \omega_0$ avec h la hauteur de la déformation). Une image extraite de ses travaux est présentée sur la figure 1.4. Il s'est, entre autres, servi de la dynamique de ces déformations pour déterminer la tension interfaciale comme il est possible de le faire avec des ondes électromagnétiques (Mitani et Sakai, 2005).

Plus tard, Issenmann *et al.* (2011) ont aussi généralisé les différents modèles à un fluide présentés dans la partie traitant du cas électromagnétique. Leur modèle couvre la pression de radiation électromagnétique et acoustique, dans les cas où le faisceau incident est pulsé ou continu ainsi que dans des régimes de déformations inertiels, intermédiaires et amortis.

1.1.2 Couplage entre la déformation d'une interface fluide et la propagation d'ondes

Nous avons vu dans les sections précédentes qu'il était possible de déformer des interfaces fluides sous formes de cloches avec des ondes électromagnétiques ou acoustiques. Les déformations se produisent toujours dans le même sens et ce

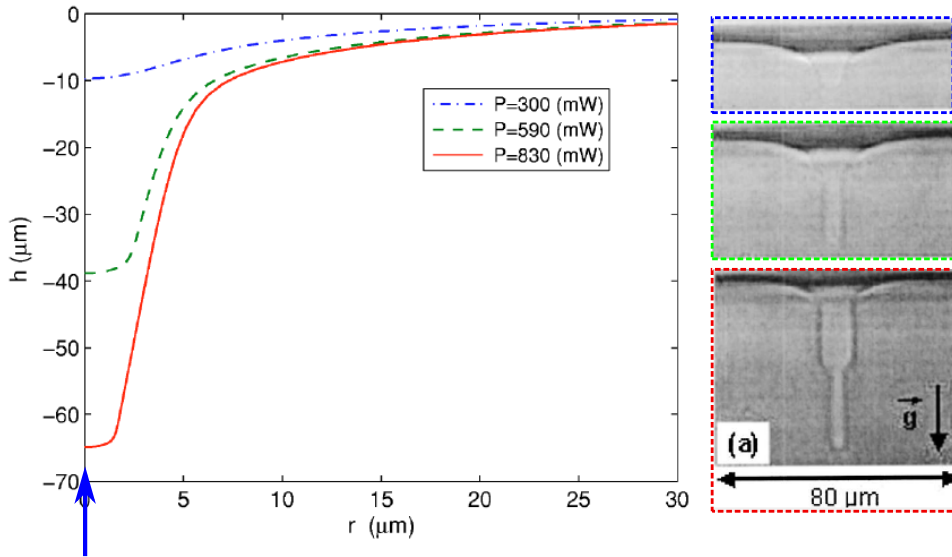


FIGURE 1.5 : Déformation d'interface fluide avec une très faible tension interfaciale. (gauche) Calcul semi-analytique de la déformation d'une interface fluide par la pression de radiation optique. La flèche représente la direction de propagation du faisceau qui est incident depuis la phase la moins réfringente. (droite) Image expérimentale correspondant aux déformations calculées semi-analytiquement. Les longueurs de déformations semblent qualitativement en accord avec l'expérience sans toutefois prédire l'épaule qui forme la tétine. Les images sont extraites respectivement de (Hallanger *et al.*, 2005) pour la partie gauche et (Casner *et al.*, 2003) pour la partie droite.

quelque soit le sens de propagation du faisceau. Il a cependant été observé que lorsque l'on augmentait l'amplitude de la pression de radiation, l'interface pouvait prendre des formes originales très différentes, suivant que la vitesse de l'onde augmentait ou diminuait au passage de l'interface. Lorsque l'onde est accélérée, l'interface prend des formes d'aiguilles liquides ou de jets avec une base conique (Petit, 2011 ; Bertin, 2011 ; Girot *et al.*, 2019). Tandis que dans le cas inverse, on observe l'apparition de ce que nous avons appelé des tétines (Casner *et al.*, 2003 ; Issenmann *et al.*, 2008 ; Bertin *et al.*, 2012).

Dans les années suivant les premières observations de ces formes complexes, plusieurs travaux furent conduits afin de comprendre précisément leurs origines et d'étudier leur stabilité. Citons pour commencer ceux de Hallanger *et al.* (2005) qui s'intéressèrent au cas d'un faisceau laser se propageant à partir du milieu le moins réfringent (configuration tétine) et comparèrent leur modèle aux résultats expérimentaux de Casner *et al.* (Casner, 2002 ; Casner *et al.*, 2003). Ils déterminèrent alors la forme de l'interface à partir de l'équilibre des contraintes sur celle-ci

(sans approximation de petites déformations cette fois) et retrouvèrent des ordres de grandeur similaires aux expériences sans toutefois mettre en avant la formation d'épaulements caractéristiques des tétines comme nous pouvons le voir sur la figure 1.5. Les images expérimentales sont encadrées des couleurs correspondantes aux profils obtenus par le modèle de Hallanger et al.

Suite à cela, Chraïbi *et al.* (2008, 2010) présentèrent les premières études numériques *ab initio*, basées sur la méthode des éléments de frontières, résolvant l'équation de Stokes et donc la dynamique de la déformation d'interface fluide par la pression de radiation électromagnétique. La méthode s'est montrée parfaitement adaptée pour décrire le régime linéaire et prédisait qualitativement l'écart à ce régime quel que soit le sens de propagation du faisceau. Ne permettant pas de retrouver des formes en tétines, elle permit néanmoins d'avoir une première approche numérique de la déformation d'interface et notamment d'étudier les effets du contraste d'indice ou de viscosité entre les deux phases. Si Aanensen *et al.* (2013) proposaient que l'origine des épaulements dans les tétines puissent être liés à des effets thermiques, il est peu probable que ce soit le cas. En effet, à quelques mois d'intervalles, Bertin *et al.* (2012) montrèrent, en utilisant la méthode des éléments de frontières résolvant l'équation d'Helmholtz scalaire sur des profils expérimentaux de déformations, que les tétines se comportaient comme des guides d'ondes liquides (dans les cas électromagnétique comme acoustique).

De leur côté, (Wunenburger *et al.*, 2006a) s'intéressèrent au cas inverse ; lorsque le faisceau laser se propage à partir du milieu le plus réfringent et que l'on observe la formation de jets. L'argument proposé serait que l'instabilité se déclencherait sur une réflexion totale interne de l'onde sur les bords de la déformation. Ce phénomène est d'ailleurs bien visible sur les images expérimentales comme présentées sur la figure 1.6. La base conique de ces déformations, qui rappellent les fameux cônes de Taylor (Taylor, 1964) induits sur des gouttes sous fort champ électrique, ont récemment fait l'objet d'une étude expérimentale et théorique approfondie par Girot (2018) ; Girot *et al.* (2019) (dans le cas électromagnétique). Girot et al. ont indirectement démontré dans leurs travaux que la formation du cône résulte bien d'une réflexion totale interne de l'onde incidente. Ils présentent aussi un modèle universel décrivant l'angle des cônes avec les grandeurs du système (tension interfaciale, indice de réfraction, rayon au col du faisceau, puissance injectée) en bon accord avec leurs données expérimentales.

1.1.3 Écoulements en volume générés par une onde : jets et gouttes

Nous avons considéré jusqu'ici la pression de radiation qui s'exerçait à l'interface entre deux fluides. Cependant, il est aussi possible, avec des ondes électroma-

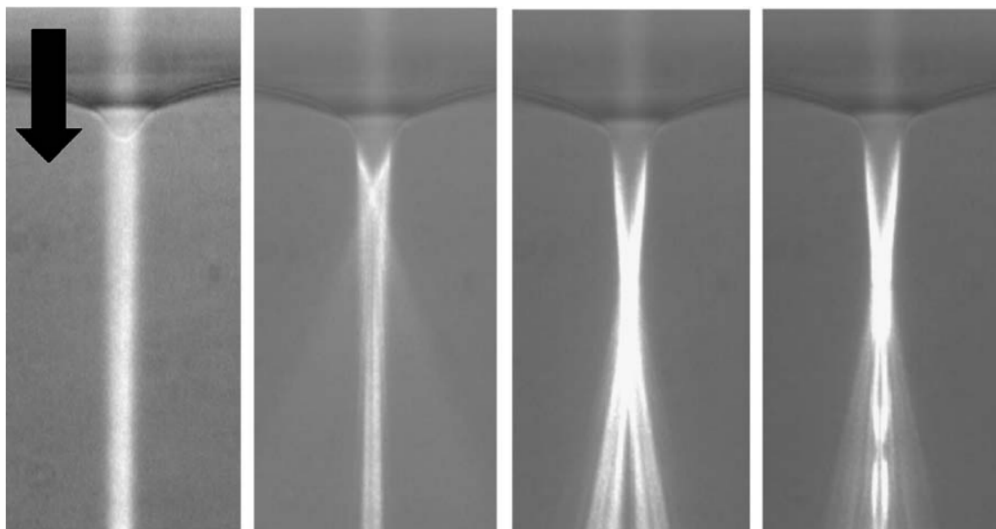


FIGURE 1.6 : Série d'images montrant la propagation d'un faisceau laser dans des phases micellaires de microémulsion quasi-critiques et la déformation en résultant au cours du temps. On observe que la déformation prend une forme conique et que le faisceau est totalement réfléchi sur les bords de la déformation. Ces images sont extraites de (Wunenburger *et al.*, 2006a).

gnétiques comme acoustiques, d'induire des écoulements en volume. Commençons par considérer le cas des ondes acoustiques pour respecter la chronologie.

Les premières références relevant la mise en mouvement de fluides par des ondes acoustiques datent du XIX^{ème} siècle avec Faraday (1831) et Dvořák (1876). Le premier nota la formation de courant d'air au-dessus d'une plaque oscillante et l'autre dans un tube de Kundt. Rayleigh (1884) apporta sa contribution à la description théorique de ces phénomènes. Ses résultats, proposés dans le cas d'écoulement le long de parois parallèles furent généralisés bien plus tard par Nyborg (Nyborg, 1958). Tous ces écoulements correspondent à ce que nous appelons maintenant des écoulements de couches limites. Dans le même temps, avec le développement des transducteurs piézoélectriques en quartz, il a été observé qu'il était possible d'induire des écoulements en volume dans un fluide. Ces transducteurs donneront le nom de « quartz wind » à ce phénomène. Théorisés pour la première fois par Eckart (1948) (on retrouve souvent le nom de « Eckart streaming » ou « acoustic streaming » dans la littérature), ces écoulements, toroïdaux et stationnaires, sont induits par la dissipation visqueuse des ondes lors de leur propagation. Nous pouvons observer leur manifestation dans les travaux de Liebermann (1949) dont nous avons extrait une image sur la figure 1.7. Nous verrons de plus par la suite que nous pouvons observer des écoulements similaires avec des ondes électromagnétiques qui reposent cependant sur des mécanismes différents. Il est toutefois

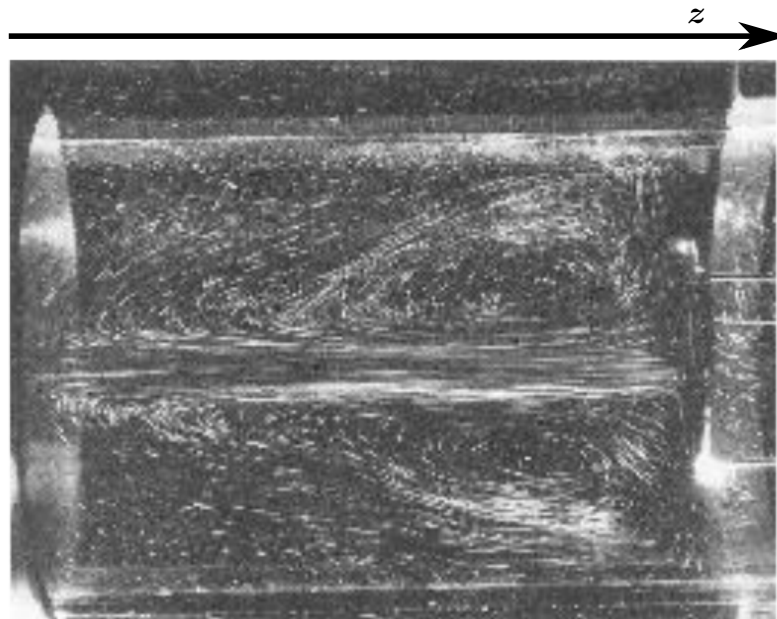


FIGURE 1.7 : Écoulement en volume de forme toroïdale induit par la dissipation visqueuse d'ondes acoustiques dans de l'eau. L'écoulement est visualisé à l'aide de particules d'aluminium en suspension. L'axe z a été rajouté et montre la direction de propagation des ondes. L'image est extraite de (Liebermann, 1949).

normal que ceux-ci soient comparables en termes de formes, l'écoulement toroïdal résultant simplement de la conservation de la masse dans le système. Dans ses expériences, Liebermann s'est servi de la théorie de Eckart afin de mesurer la viscosité en volume de plusieurs fluides. Les écoulements induits par des ondes acoustiques continuent d'être largement étudiés (Lighthill, 1978 ; Boluriaan et Morris, 2016) et peuvent permettre entre autres de générer sans contact des jets ou déformer des interfaces (Issenmann, 2007 ; Issenmann *et al.*, 2008 ; Bertin, 2011) et des gouttes (Lonzaga *et al.*, 2008) à des échelles submillimétriques.

De façon similaire à ce que l'on peut observer avec des ondes acoustiques, il est possible de mettre en mouvement un fluide à l'aide d'une onde électromagnétique. Nous pouvons observer cela sur la figure 1.8. Cependant l'analogie repose uniquement sur la forme des écoulements, leur mise en place relevant de mécanismes très différents. Nous allons donner ici une explication qualitative de ce que l'on appelle « l'optical streaming » pour l'analogie avec le phénomène acoustique. Nous reviendrons plus en détails sur les calculs et l'origine de la force volumique qui induit ces écoulements, dans le chapitre suivant. Pour faire simple, cette force provient d'un transfert de quantité de mouvement en volume de l'onde électromagnétique au fluide. Considérons un fluide turbide et un faisceau laser, de longueur

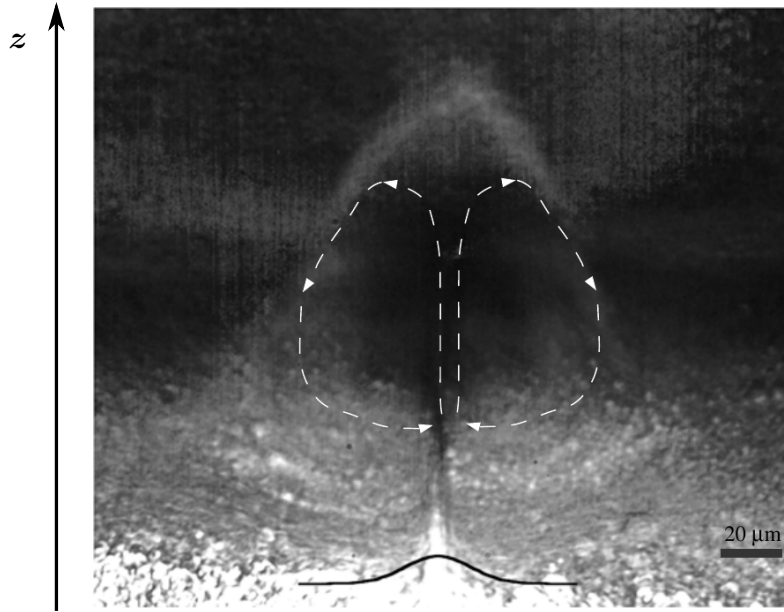


FIGURE 1.8 : Écoulement toroïdal induit par la diffusion d'une onde électromagnétique dans un fluide diphasique dont l'une des phases est turbide. La ligne noire représente la déformation de l'interface et la flèche noire la direction de propagation du faisceau. L'image est extraite de (Chraïbi *et al.*, 2011).

d'onde donnée, se propageant dans ce fluide. Celui-ci est constitué de particules ou de fluctuations de densités (comme dans le cas de fluides critiques) aléatoirement distribués. Nous avons alors des hétérogénéités d'indice de réfraction au sein du fluide qui diffusent la lumière incidente. Ainsi, le faisceau incident perd de la quantité de mouvement dans sa direction de propagation; c'est ce qui se produit par exemple lors de l'opalescence critique. Ainsi par conservation de la quantité de mouvement, une force volumique, appelée force de diffusion, est générée et met le fluide en mouvement. L'absorption optique n'entrant aucunement en jeu, cette force est seulement proportionnelle à la quantité de mouvement (de Minkowski) $\mathbf{p} = (nI/c)\mathbf{z}$ et à la turbidité (aussi appelé coefficient d'atténuation) $\varpi = (-1/I)dI/dz$, avec n l'indice de réfraction du milieu, I l'intensité du faisceau, c la vitesse de la lumière dans le vide et \mathbf{z} la direction de propagation du faisceau comme représentée sur la figure 1.8. Ces écoulements, décrits pour la première fois théoriquement par (Savchenko *et al.*, 1997) dans le cadre de la diffusion de l'onde incidente par des diffuseurs uniques (voir les travaux de (Skipetrov *et al.*, 1998b,a) dans le cas de la diffusion multiple) et relevés expérimentalement par Mitani et Sakai (2005), ont depuis été étudiés expérimentalement à travers la déformation d'interfaces fluides (Schroll *et al.*, 2007) ou la formation de jets (Wunenburger *et al.*, 2011; Petit, 2011; Chraïbi *et al.*, 2013) dans des systèmes pour lesquels la

tension interfaciale est très faible (typiquement les systèmes présentés figure 1.1 a). De plus, Schroll et al. calculèrent dans leurs travaux, les contraintes visqueuses exercées sur l'interface par l'écoulement. Ils déterminèrent ainsi la déformation de cette dernière dans un régime de faibles amplitudes de déformations pour un faisceau se propageant à partir du milieu le moins réfringent ; les déformations induites par la pression de radiation et les contraintes visqueuses sont alors de sens opposés. Leurs prédictions théoriques sont en très bon accord avec les résultats expérimentaux. Par la suite, une étude numérique fut proposée, toujours basée sur la méthode des éléments de frontières et la résolution de l'équation de Stokes, pour étudier ces déformations d'interfaces sous l'influence de contraintes visqueuses (Chraïbi *et al.*, 2011). Elle montra là encore de bons accords avec les résultats expérimentaux. Finalement Chraïbi *et al.* (2013) se sont intéressés à la déstabilisation d'interfaces fluides par les écoulements induits par la force de diffusion et la formation de jets. Si cette dernière étude a apporté des résultats intéressants sur les fontaines (l'interface est poussée), l'entraînement visqueux (l'interface est tirée) et les « fontaines entraînées » (l'interface est poussée et tirée en même temps) elle a démontré essentiellement des accords qualitatifs avec les expériences menées par Petit (2011) dans ses travaux de thèse. Outre la déformation d'interfaces et la formation de jets, il est à noter que ce phénomène a aussi été utilisé afin d'advecter efficacement des microparticules à la surface libre d'une suspension (Kajorndejnukul *et al.*, 2015).

1.2 Manipulation et déformation d'objets uniques

Nous ne détaillerons pas dans cette partie la manipulation d'objets avec des ondes acoustiques mais le lecteur intéressé peut se reporter à la revue de Baudoin et Thomas (2020) qui reprend l'historique des pièges acoustiques et leurs développements récents.

Cette fois encore, il faut remonter aux travaux d'Ashkin et al. (Ashkin, 1970 ; Ashkin et Dziedzic, 1971 ; Ashkin *et al.*, 1986 ; Ashkin et Dziedzic, 1987 ; Ashkin *et al.*, 1987) afin d'observer les premières manipulations d'objets par laser. S'ils commencent « simplement » par faire léviter des billes à l'aide de la pression de radiation électromagnétique, ils mettent rapidement au point ce que l'on appelle aujourd'hui les pinces optiques. Cette technique utilisant les forces de gradient d'un faisceau laser fortement focalisé permet de piéger un objet (solide ou mou) et ainsi de le déplacer à souhait. C'est ce qu'Ashkin et ses collaborateurs ont réalisé sur des virus, des bactéries (Ashkin et Dziedzic, 1987) et des cellules (Ashkin *et al.*, 1987). Cependant, les pinces optiques peuvent compromettre l'intégrité de cellules ou d'objets biologiques si nous désirons les étudier vivants. Même si dans

1.2. MANIPULATION ET DÉFORMATION D'OBJETS UNIQUES

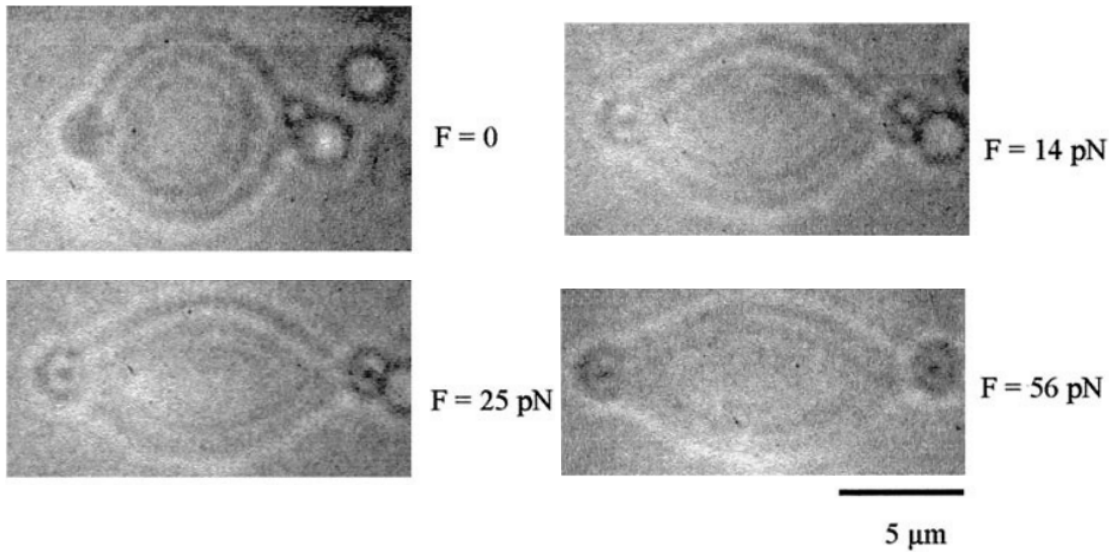


FIGURE 1.9 : Étirement d'un globule rouge humain avec des billes de silice collées sur la membrane. L'opération est réalisée en piégeant et en éloignant l'une de l'autre les billes avec des pinces optiques. Images extraites de (Hénon *et al.*, 1999).

ces références les résumés nous informent respectivement que « [...] viruses were trapped in aqueous solution with no apparent damage [...] » et « We report here the use of infrared light to make much improved laser traps with significantly less optical damage to a variety of living cells. » ces dommages non apparents et moins importants ne sont pas quantifiés. Il est en effet à attendre qu'en tenant compte de la forte focalisation du faisceau, des effets d'endommagement thermique se produisent. Cela a été confirmé quelques années plus tard par Liu *et al.* (1995) qui ont étudié par des techniques résolues spatialement en fluorescence l'élévation en température de liposomes et d'ovaire de hamster chinois piégés dans des pinces optiques. Ils ont alors relevé des augmentations de température de plus de $10^{\circ}\text{C W}^{-1}$ dans les deux cas. Si l'on cherche alors à déformer un objet biologique pour en connaître les propriétés mécaniques, il devient nécessaire de caractériser les réponses thermomécaniques de celui-ci (Waugh et Evans, 1979) ou de chercher à minimiser les effets de l'absorption optique.

Dans ce but, de nouvelles techniques pour la manipulation d'objets biologiques furent développées. Celles-ci utilisent toujours des pinces optiques, mais s'en servent afin de tirer sur des microbilles (de silice) collées sur la membrane d'un globule rouge (Hénon *et al.*, 1999 ; Mills *et al.*, 2004) comme le montrent les images sur la figure 1.9. Ces billes sont collées en étant déposées dans une suspension d'hématie maintenue à 4°C pendant 1h. Dans ces conditions elles adhèrent spontanément à la membrane des globules rouges (Svoboda et Block, 1994). Si

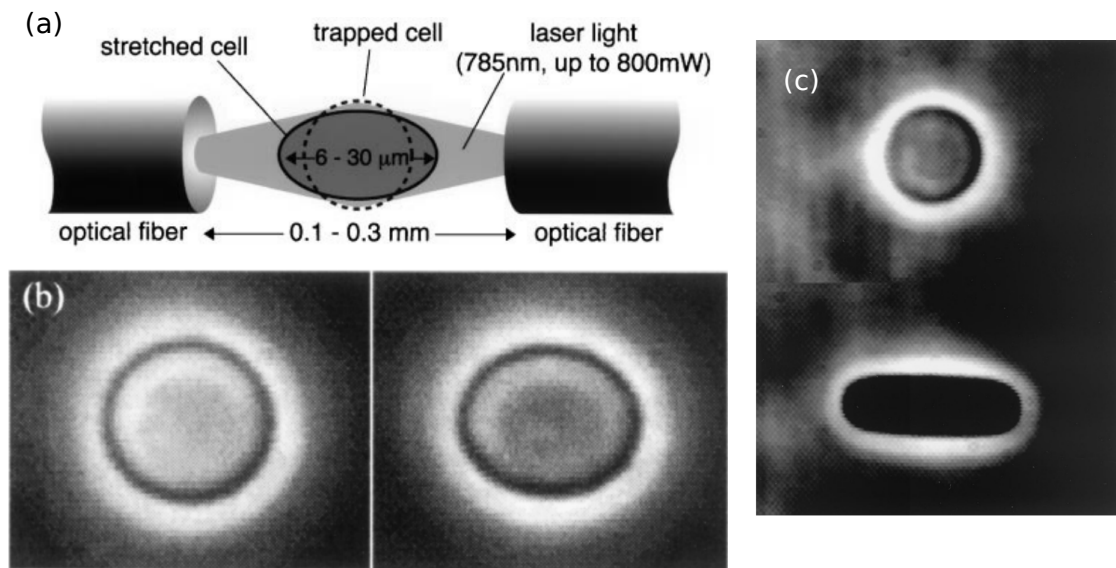


FIGURE 1.10 : Étirement de globules rouges dans un étireur optique. (a) Schéma de principe de l'étireur optique. L'objet biologique est piégé entre deux faisceaux contra-propageant non focalisés. En augmentant progressivement la puissance des faisceaux, il est possible d'étirer l'objet. (b) Globule rouge sphérique (osmotiquement gonflé) faiblement déformé dans un étireur optique. (c) Globule rouge sphérique très déformé dans un étireur optique. On peut observer le passage du globule sphérique à une forme ellipsoïdale puis à une forme très allongée. Ces images sont extraites de (Guck *et al.*, 2000, 2001).

on évite ici de chauffer l'objet étudié, cette méthode peut présenter toutefois des limitations. Le principal inconvénient que nous pouvons relever est le fait que d'une expérience à une autre, l'aire de contact des billes sur la membrane peut être différente. Ainsi la contrainte résultante exercée sur la membrane, dépendant du contact entre celle-ci et les billes (Sigüenza *et al.*, 2017), peut ne pas être parfaitement connue et résulter sur des incertitudes de mesures des propriétés mécaniques. Dans le même temps Constable *et al.* (1993) ont réalisé un autre type de système expérimental afin de piéger des petites particules diélectriques ou des systèmes vivants. Les auteurs ont utilisé deux faisceaux laser contra-propageant non focalisés, filtrés et dirigés à l'aide de fibres optiques. (Guck *et al.*, 2000, 2001) montrèrent par la suite qu'il était possible d'étirer des objets biologiques en utilisant le même type de montage expérimental comme nous pouvons l'observer sur la figure 1.10. Ainsi il prit naturellement le nom d'étireur optique¹. Ce nouvel outil est prometteur dans l'étude des propriétés mécaniques de matériaux biologiques,

1. Optical stretcher dans la littérature anglophone.

non seulement parce qu'il permet une manipulation sans contact directe (et ainsi d'éviter toute contamination des objets biologiques étudiés), mais aussi parce qu'il limite le chauffage local utilisant des faisceaux laser non focalisés. Ces effets de chauffage ne sont cependant pas complètement à négliger suivant les longueurs d'onde utilisées (Delabre *et al.*, 2015). Ainsi l'utilisation de l'étireur optique s'est répandue pour la caractérisation mécanique de divers matériaux biologiques (Ekenyong, 2009 ; Lautenschläger *et al.*, 2009 ; Smart *et al.*, 2017). Il a de plus été démontré que les propriétés mécaniques de cellules ou globules rouges pouvaient être grandement modifiées quand ceux-ci ne sont pas sains (Guck *et al.*, 2005 ; Suresh *et al.*, 2005 ; Park *et al.*, 2008 ; Smart *et al.*, 2017) ; par exemple dans le cas de cancers, où l'élasticité du cytosquelette des cellules infectées est altérée. Des connaissances plus profondes de ces propriétés mécaniques pourraient ainsi servir de marqueurs cellulaires à des fins de diagnostics via le développement, entre autres, d'outils tel que la cytométrie en flux à partir de la déformabilité des cellules (Lincoln *et al.*, 2004 ; Choi *et al.*, 2020). Cependant la mise en place de tels procédés nécessite une connaissance fine des interactions entre l'étireur optique et les cellules testées. Certains modèles théoriques et numériques ont déjà été développés dans le but d'améliorer la compréhension que nous avons de ces systèmes. Nous pouvons citer les travaux de Guck *et al.* (2000) ; Bareil *et al.* (2006, 2007) ; Delabre *et al.* (2015) ; Girot (2018) dans lesquels les contraintes sont calculées à partir de modèles d'optiques géométriques et les déformations considérées sont de faibles amplitudes. Ainsi que les études numériques de Sraj *et al.* (2010, 2012, 2015) où les auteurs simulent la déformation d'objets biologiques (en utilisant le formalisme des capsules (Barthès-Biesel, 1980)) avec une méthode d'élément de frontières et calculent les contraintes optiques à partir de modèles d'optiques géométriques dynamiques. Le terme dynamique signifie ici qu'à chaque itération est calculée la nouvelle intersection des différents rayons lumineux avec l'objet étudié.

Outre des objets biologiques, il est possible de manipuler à l'aide de pinces optiques d'autres objets déformables tels que des gouttes liquides. Dans cette optique, Ellingsen (2013) étudia la déformation de gouttes et de bulles induite par un faisceau laser focalisé au centre de ces dernières. Il détermina la déformation induite sur ces objets à partir du calcul des contraintes optiques par la théorie de Mie en considérant des déformations de faibles amplitudes. Ces travaux couvrent des cas utilisant des faisceaux étroits ($\omega_0/R_0 < 1$ avec R_0 le rayon initial de la goutte ou de la bulle), des faisceaux larges ($\omega_0/R_0 \gg 1$), des pulses et des faisceaux continus. Dans le cas des lasers pulsés, Ellingsen et Brevik (2012) se sont aussi intéressés à l'impact de la force électrostrictive sur la déformation de gouttes. Cette composante de la force électromagnétique est souvent négligée et nous verrons cela plus en détail dans le chapitre suivant. Ces travaux se basent sur les mêmes approximations initiales que (Brevik et Kluge, 1999). Finalement, Tapp

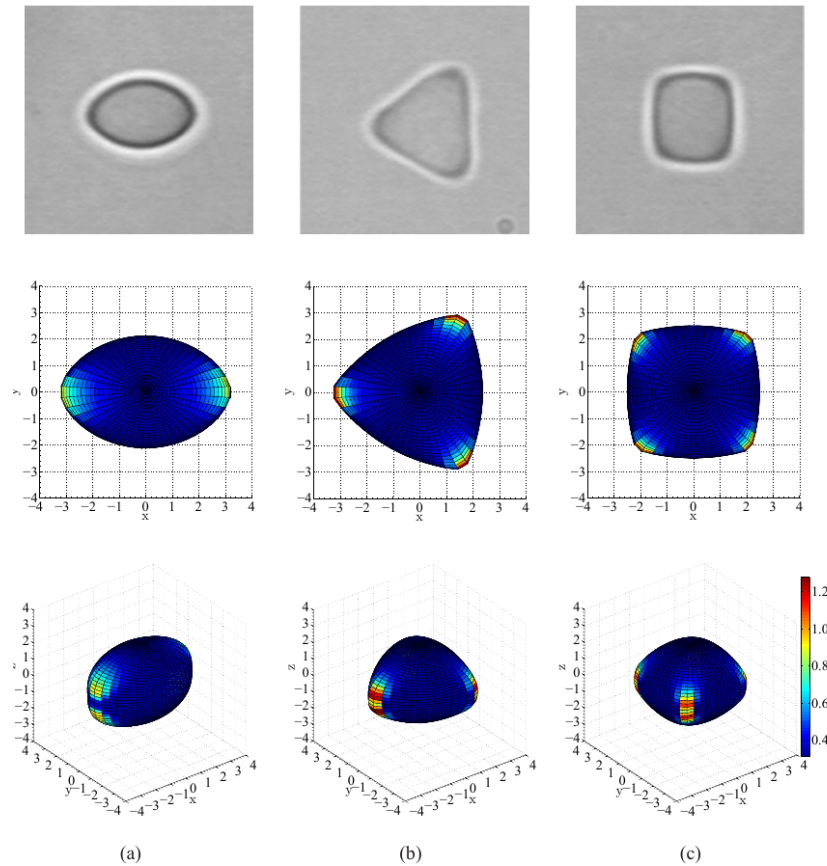


FIGURE 1.11 : Gouttes de très faible tension interfaciale sculptées à l'aide de deux, trois et quatre pinces optiques. La première série d'images est extraite de (Ward *et al.*, 2006) et a été obtenue expérimentalement. Les deuxième et troisième séries (Tapp *et al.*, 2014) sont des simulations numériques reproduisant qualitativement les déformations obtenues expérimentalement.

et al. (2014) proposèrent aussi un modèle théorique et numérique afin de déterminer la déformation de gouttes de faibles tensions interfaciales avec un ou plusieurs pièges optiques (Ward *et al.*, 2006). L'équilibre de l'interface est calculée à partir des contraintes exercées dessus ; la pression de Laplace, la pression intérieure et la pression de radiation optique. Se plaçant dans le régime de Rayleigh-Gans (le champ électromagnétique n'est pas perturbé par la goutte), ils calculèrent la pression de radiation en fonction des coefficients de transmission et réflexion de Fresnel et utilisèrent un modèle de différences finies pour calculer la déformation à 3 dimensions de la goutte au cours du temps. Les résultats obtenus présentent un accord qualitatif avec les expériences de Ward *et al.* (2006) comme nous pouvons le voir sur la figure 1.11. Cependant, considérant le couplage complexe qu'il

existe entre propagation d'onde et déformation d'interface comme nous l'avons vu pour des interfaces planes, il peut être intéressant de résoudre en même temps que l'hydrodynamique de l'interface, la propagation de l'onde dans la goutte.

1.3 Plan du manuscrit

Vis-à-vis de ce que nous venons de discuter et de la disponibilité d'un nombre important de données expérimentales, il paraît légitime de développer un outil numérique résolvant à la fois l'écoulement d'interface et la propagation d'ondes à travers celle-ci. Nous étudierons ainsi plusieurs cas de déformations d'interface dans ces travaux. Avant cela, nous présenterons dans le prochain chapitre les différents systèmes physiques que nous étudierons et la méthode numérique développée et utilisée. Les chapitres 3, 4 et 5 seront consacrés à la présentation de nos résultats numériques mis continuellement en parallèle avec des résultats expérimentaux obtenus au sein de l'équipe OPTOFLOW.

Plus précisément, le chapitre 3 traitera de la déformation d'interfaces planes déformées par les contraintes visqueuses induites par la force de diffusion dans des phases turbides. Nous étudierons la dynamique de déformation de l'interface dans deux cas distincts. Lorsque les contraintes capillaires sont plus grandes que les contraintes visqueuses et le cas inverse, lorsqu'elles sont plus faibles et qu'il est alors possible de déstabiliser l'interface, formant ainsi un jet. Nous caractériserons alors ce jet induit sans contact à travers son rayon et son débit.

Nous nous intéresserons dans le chapitre 4 à la déformation d'interfaces planes par la pression de radiation optique et acoustique. L'objectif étant de valider les hypothèses sur lesquelles reposent la formation et l'équilibre de ces objets; les tétines sont des guides d'ondes mono ou multimodes et la formation des aiguilles liquides se déclenche suite à une réflexion totale interne de l'onde sur les bords de la déformation. Nous pourrions ainsi obtenir une meilleure compréhension des phénomènes de couplage entre propagation de l'onde et déformation de l'interface.

Finalement le chapitre 5 aura pour sujet la déformation d'objets sphériques par un ou deux faisceaux laser dans des configurations de pièges optiques. Ce dernier chapitre sera scindé en deux parties distinctes. La première traitera uniquement de gouttes liquides sous contraintes optiques induites par des faisceaux focalisés en leur centre. La deuxième introduira la mécanique des objets biologiques et sera axée sur l'étireur optique.

Bibliographie

AANENSEN, N. S., ELLINGSEN, S. . et BREVIK, I. (2013). Theoretical conside-

- rations of laser-induced liquid–liquid interface deformation. *Physica Scripta*, 87(5) :055402.
- ASHKIN, A. (1970). Acceleration and Trapping of Particles by Radiation Pressure. *Phys. Rev. Lett.*, 24(4) :156–159.
- ASHKIN, A. et DZIEDZIC, J. M. (1971). Optical Levitation by Radiation Pressure. *Appl. Phys. Lett.*, 19(8) :283–285.
- ASHKIN, A. et DZIEDZIC, J. M. (1973). Radiation Pressure on a Free Liquid Surface. *Phys. Rev. Lett.*, 30(4) :139–142.
- ASHKIN, A. et DZIEDZIC, J. M. (1987). Optical trapping and manipulation of viruses and bacteria. *Science*, 235(4795) :1517–1520.
- ASHKIN, A., DZIEDZIC, J. M., BJORKHOLM, J. E. et CHU, S. (1986). Observation of a single-beam gradient force optical trap for dielectric particles. *Opt. Lett.*, 11(5) :288–290.
- ASHKIN, A., DZIEDZIC, J. M. et YAMANE, T. (1987). Optical trapping and manipulation of single cells using infrared laser beams. *Nature*, 330(6150) :769–771.
- ASTRATH, N., MALACARNE, L. C., BAESSO, M. L., LUKASIEWICZ, G. V. B. et BIALKOWSKI, S. E. (2014). Unravelling the effects of radiation forces in water. *Nature Comm.*, 5(4363).
- BAREIL, P. B., SHENG, Y., CHEN, Y.-Q. et CHIOU, A. (2007). Calculation of spherical red blood cell deformation in a dual-beam optical stretcher. *Opt. Express*, 15(24) :16029–16034.
- BAREIL, P. B., SHENG, Y. et CHIOU, A. (2006). Local stress distribution on the surface of a spherical cell in an optical stretcher. *Opt. express*, page 7.
- BARNETT, S. M. (2010). Resolution of the Abraham-Minkowski Dilemma. *Phys. Rev. Lett.*, 104(7).
- BARTHÈS-BIESEL, D. (1980). Motion of a spherical microcapsule freely suspended in a linear shear flow. *J. Fluid. Mech.*, 100(4) :831–853.
- BAUDOIN, M. et THOMAS, J.-L. (2020). Acoustic Tweezers for Particle and Fluid Micromanipulation. *Annu. Rev. Fluid. Mech.s*, 52(1) :205–234.
- BERTIN, N. (2011). *Déformations d'interfaces liquides guidantes par la pression de radiation acoustique et optique*. Thèse de doctorat, Université de Bordeaux.

- BERTIN, N., CHRAIBI, H., WUNENBURGER, R., DELVILLE, J.-P. et BRASSELET, E. (2012). Universal Morphologies of Fluid Interfaces Deformed by the Radiation Pressure of Acoustic or Electromagnetic Waves. *Phys. Rev. Lett.*, 109 :244304.
- BIQUARD, P. (1932a). Les ondes ultra-sonores. *Revue d'Acoustique*, 1 :93–109.
- BIQUARD, P. (1932b). Les ondes ultra-sonores, ii. *Revue d'Acoustique*, 1 :315–335.
- BIQUARD, P. (1932c). Les ondes ultra-sonores, ii. *Revue d'Acoustique*, 2 :288–2899.
- BOLURIAAN, S. et MORRIS, P. J. (2016). Acoustic Streaming : From Rayleigh to Today :. *Int. J. Aerocoust.s.*
- BREVIK, I. (1979). Experiments in phenomenological electrodynamics and the electromagnetic energy-momentum tensor. *Phys. Rep.*
- BREVIK, I. (2018). Radiation forces and the Abraham-Minkowski problem. *Mod. Phys. Lett. A*, 33(10-11).
- BREVIK, I. et KLUGE, R. (1999). Oscillations of a water droplet illuminated by a linearly polarized laser pulse. *J. Opt. Soc. Am. B*, 16(6) :976–985.
- BRILLOUIN, L. (1925). Sur les tensions de radiation. *Annales de Physique*, 10(4) : 528–586.
- CAPELATO, O. A., ZANUTO, V. S., MALACARNE, L. C., BAESSO, M. L., LUKASIEWICZ, G. V. B., BIALKOWSKI, S. E. et ASTRATH, N. (2016). Quantitative assessment of radiation force effect at the dielectric air-liquid interface. *Sci. Rep.*, 6(20515).
- CASNER, A. (2002). *Déformations, Manipulations et instabilités d'interfaces liquides induites par la pression de radiation d'une onde laser*. Thèse de doctorat, Université de Bordeaux.
- CASNER, A. et DELVILLE, J.-P. (2001). Giant Deformations of a liquid-liquid interface induced by the optical radiation pressure. *Phys. Rev. Lett.*, 87(5) : 054503.
- CASNER, A., DELVILLE, J.-P. et BREVIK, I. (2003). Asymmetric optical radiation pressure effects on liquid interfaces under intense illumination. *J. Opt. Soc. Am. B*, 20(11) :2355–2362.
- CHOI, G., NOURI, R., ZARZAR, L. et GUAN, W. (2020). Microfluidic deformability-activated sorting of single particles. *Microsystems & Nanoengineering*, 6(1) :1–9.

- CHOI, H., PARK, M., ELLIOTT, D. S. et OH, K. (2017). Optomechanical measurement of the Abraham force in an adiabatic liquid-core optical-fiber waveguide. *Phys. Rev. A*, 95(5) :053817.
- CHRAÏBI, H., PETIT, J., WUNENBURGER, R. et DELVILLE, J.-P. (2013). Excitation of Fountain and Entrainment Instabilities at the Interface between Two Viscous Fluids Using a Beam of Laser Light. *Phys. Rev. Lett.*, 111(4) :044502.
- CHRAÏBI, H., LASSEUX, D., ARQUIS, E., WUNENBURGER, R. et DELVILLE, J.-P. (2008). Simulation of an optically induced asymmetric deformation of a liquid-liquid interface. *Eur. J. Mech. B*, 27 :419–432.
- CHRAÏBI, H., LASSEUX, D., WUNENBURGER, R., ARQUIS, E. et DELVILLE, J.-P. (2010). Optohydrodynamics of soft fluid interfaces : Optical and viscous nonlinear effects. *Eur. Phys. J. E*, 32 :43–52.
- CHRAÏBI, H., WUNENBURGER, R., LASSEUX, D., PETIT, J. et DELVILLE, J.-P. (2011). Eddies and interface deformations induced by optical streaming. *J. Fluid. Mech.*, 688 :195–218.
- CONSTABLE, A., KIM, J., MERVIS, J., ZARINETCHI, F. et PRENTISS, M. (1993). Demonstration of a fiber-optical light-force trap. *Opt. Lett.*, 18(21) :1867–1869.
- DELABRE, U., FELD, K., CRESPO, E., WHYTE, G., SYKES, C., SEIFERT, U. et GUCK, J. (2015). Deformation of phospholipid vesicles in an optical stretcher. *Soft Matter*, 11(30) :6075–6088.
- DVOŘÁK, V. (1876). Ueber die akustische Anziehung und Abstossung. *Annalen der Physik*, 233(1) :42–73.
- ECKART, C. (1948). Vortices and Streams Caused by Sound Waves. *Phys. Rev.*, 73(1) :68–76.
- EKPENYONG, A. E. (2009). Determination of cell elasticity through hybrid ray optics and continuum mechanics modeling of cell deformation in the optical stretcher. *Appl. Opt.*, 48(32) :6344–6354.
- ELLINGSEN, S. . et BREVIK, I. (2012). Electrostrictive counterforce on fluid microdroplet in short laser pulse. *Opt. Lett.*, 37(11) :1928–1930.
- ELLINGSEN, S. A. (2013). Theory of microdroplet and microbubble deformation by Gaussian laser beam. *J. Opt. Soc. Am. B*, 30(6) :1694–1709.

- FARADAY, M. (1831). On a peculiar class of acoustical figures; and on certain forms assumed by groups of particles upon vibrating elastic surfaces. *Philos. T. R. Soc. Lon.*, 121 :299–340.
- GIROT, A. (2018). *Manipulation et déformation optiques d'interfaces molles*. Thèse de doctorat, Université de Bordeaux.
- GIROT, A., PETIT, J., SAISEAU, R., GUÉRIN, T., CHRAIBI, H., DELABRE, U. et DELVILLE, J. (2019). Conical Interfaces between Two Immiscible Fluids Induced by an Optical Laser Beam. *Phys. Rev. Lett.*, 122(17) :174501.
- GUCK, J., ANANTHEKRISHNAN, R., MAHMOOD, H., MOON, T. J., CUNNINGHAM, C. C. et KÄS, J. (2001). The Optical Stretcher : A Novel Laser Tool to Micro-manipulate Cells. *Biophys. J.*, 81(2) :767–784.
- GUCK, J., ANANTHEKRISHNAN, R., MOON, T. J., CUNNINGHAM, C. C. et KÄS, J. (2000). Optical Deformability of Soft Biological Dielectrics. *Phys. Rev. Lett.*, 84(23) :5451–5454.
- GUCK, J., SCHINKINGER, S., LINCOLN, B., WOTTAWAH, F., EBERT, S., ROMMEYKE, M., LENZ, D., ERICKSON, H. M., ANANTHAKRISHNAN, R., MITCHELL, D., KÄS, J., ULVICK, S. et BILBY, C. (2005). Optical Deformability as an Inherent Cell Marker for Testing Malignant Transformation and Metastatic Competence. *Biophys. J.*, 88(5) :3689–3698.
- HALLANGER, A., BREVIK, I., HAALAND, S. et SOLLIE, R. (2005). Nonlinear deformations of liquid-liquid interfaces induced by electromagnetic radiation pressure. *Phys. Rev. E*, 71(5) :056601.
- HASEGAWA, T., KIDO, T., IIZUKA, T. et MATSUOKA, C. (2000). A general theory of Rayleigh and Langevin radiation pressures. *J. Acoust. Soc. Jpn.*, 21(3) :145–152.
- HERTZ, G. et MENDE, H. (1939). Der Schallstrahlungsdruck in Flüssigkeiten. *Zeitschrift für Physik*, 114(5) :354–367.
- HÉNON, S., LENORMAND, G., RICHERT, A. et GALLET, F. (1999). A New Determination of the Shear Modulus of the Human Erythrocyte Membrane Using Optical Tweezers. *Biophys. J.*, 76(2) :1145–1151.
- ISSENMANN, B. (2007). *Déformations d'interfaces fluides par la pression de radiation acoustique*. Thèse de doctorat, Université de Bordeaux.

- ISSENMANN, B., NICOLAS, A., WUNENBURGER, R., MANNEVILLE, S. et DELVILLE, J. P. (2008). Deformation of acoustically transparent fluid interfaces by the acoustic radiation pressure. *Europhys. Lett.*, 83 :34002.
- ISSENMANN, B., WUNENBURGER, R., CHRAIBI, H., GANDIL, M. et DELVILLE, J.-P. (2011). Unsteady deformations of a free liquid surface caused by radiation pressure. *J. Fluid. Mech.*, 682 :460_490.
- KAJORNDEJNUKUL, V., SUKHOV, S. et DOGARIU, A. (2015). Efficient mass transport by optical advection. *Sci. Rep.*, 5.
- KATS, A. V. et KONTOROVICH, V. M. (1969). Bending of surface and self-focusing of a laser beam in a linear medium. *ZhETF Pis. Red.*, 9 :192–195.
- KOMISSAROVA, I. I., OSTROVSKAYA, G. V. et SHEDOVA, E. N. (1988). Light pressure-induced deformations of a free liquid surface. *Opt. Commun.*, 66(1) :15–20.
- KUNDU, A., RANI, R. et HAZRA, K. S. (2017). Graphene Oxide Demonstrates Experimental Confirmation of Abraham Pressure on Solid Surface. *Sci. Rep.*, 7(1) :42538.
- LAI, H., LEUNG, P., POON, K. et YOUNG, K. (1989). Electrostrictive distortion of a micrometer-sized droplet by a laser pulse. *J. Opt. Soc. Am. B : Optical Physics*, 6(12) :2430–2437.
- LAI, H.-M. et YOUNG, K. (1976). Response of a liquid surface to the passage of an intense laser pulse. *Phys. Rev. A*, 14(6) :2329–2333.
- LAUTENSCHLÄGER, F., PASCHKE, S., SCHINKINGER, S., BRUEL, A., BEIL, M. et GUCK, J. (2009). The regulatory role of cell mechanics for migration of differentiating myeloid cells. *PNAS*, 106(37) :15696–15701.
- LEBEDEV, P. N. (1901). Experimental examination of light pressure. *Annalen der Physik*, 6(433) :26.
- LIEBERMANN, L. N. (1949). The Second Viscosity of Liquids. *Phys. Rev.*, 75(9) : 1415–1422.
- LIGHTHILL, S. J. (1978). Acoustic streaming. *J. Sound Vib.*, 61(3) :391–418.
- LINCOLN, B., ERICKSON, H. M., SCHINKINGER, S., WOTTAWAH, F., MITCHELL, D., ULVICK, S., BILBY, C. et GUCK, J. (2004). Deformability-based flow cytometry. *Cytom. Part A*, 59A(2) :203–209.

- LIU, Y., CHENG, D., SONEK, G., BERNS, M., CHAPMAN, C. et TROMBERG, B. (1995). Evidence for localized cell heating induced by infrared optical tweezers. *Biophys. J.*, 68(5) :2137–2144.
- LONZAGA, J. B., THIESSEN, D. B. et MARSTON, P. L. (2008). Uniformly valid solution for acoustic propagation in weakly tapered circular waveguides : liquid jet example. *J. Acoust. Soc. Am.*, 124(1) :151–160.
- LORD RAYLEIGH, O. M. (1902). On the pressure of vibrations. *The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science*, 3(15) : 338–346.
- LORD RAYLEIGH, O. M. (1905). On the momentum and pressure of gaseous vibrations, and on the connexion with the virial theorem. *The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science*, 10(57) :364–374.
- MAXWELL, J. C. (1873). *a treatise on electricity and magnetism*, volume 2. Clarendon Press (Oxford).
- MILLS, J., QIE, L., DAO, M., LIM, C. et SURESH, S. (2004). Nonlinear elastic and viscoelastic deformation of the human red blood cell with optical tweezers. *Mech. Chem. Biosys.*, 1(3) :169–180.
- MITANI, S. et SAKAI, K. (2005). Observation of interfacial tension minima in oil–water–surfactant systems with laser manipulation technique. *Faraday Discuss.*, 129 :141–153.
- NICHOLS, E. et HULL, G. F. (1903). On radiation pressure. *Ann. Phys.*, 12 :225–263.
- NYBORG, W. L. (1958). Acoustic Streaming near a Boundary. *J. Acoust. Soc. Am.*, 30(4) :329–339.
- PARK, Y., DIEZ-SILVA, M., POPESCU, G., LYKOTRAFITIS, G., CHOI, W., FELD, M. S. et SURESH, S. (2008). Refractive index maps and membrane dynamics of human red blood cells parasitized by Plasmodium falciparum. *PNAS*, 105(37) : 13730–13735.
- PETIT, J. (2011). *Déformations et instabilités d’interfaces liquides pilotées par la diffusion d’une onde laser en milieux turbides*. Thèse de doctorat, Université de Bordeaux.
- POYNTING (1905). Radiation pressure. *The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science*, 9(52) :393–406.

- RAYLEIGH, L. (1884). On the circulation of air observed in Kundt's tubes, and on some allied acoustical problems. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London*, 175 :1–21.
- SAVCHENKO, A., TABIRYAN, N. et ZEL'DOVICH, B. (1997). Transfer of momentum and torque from a light beam to a liquid. *Phys. Rev. E.*, 55(4) :4773–4782.
- SCHROLL, R. D., WUNENBURGER, R., CASNER, A., ZHANG, W. W. et DELVILLE, J.-P. (2007). Liquid Transport due to Light Scattering. *Phys. Rev. Lett.*, 98(13) :133601.
- SIGÜENZA, J., MENDEZ, S. et NICOUD, F. (2017). How should the optical tweezers experiment be used to characterize the red blood cell membrane mechanics? *Biomech. Model Mechanobiol.*, 16 :1645–1657.
- SKIPETROV, S. E., CHESNOKOV, S. S., ZAKHAROV, S. D., KAZARYAN, M. A. et SHCHEGLOV, V. A. (1998a). Ponderomotive action of light in the problem of multiple scattering of light in a randomly inhomogeneous medium. *J. Exp. Theor. Phys. Lett.*, 67(9) :635–639.
- SKIPETROV, S. E., KAZARYAN, M. A., KOROTKOV, N. P. et ZAKHAROV, S. D. (1998b). Multiple Light-scattering Probes of Laser-induced Particle Flows in Random Media : Theoretical Consideration. *Phys. Scripta*, 57(3) :416.
- SMART, T. J., RICHARDS, C. J., AGRAWAL, R. et JONES, P. H. (2017). Stretching Red Blood Cells with Optical Tweezers. *In Optics in the Life Sciences Congress (2017)*. Optical Society of America.
- SRAJ, I., FRANCOIS, J., MARR, D. W. M. et EGGLETON, C. D. (2015). Numerical model for the deformation of nucleated cells by optical stretchers. *J. Opt.*, 17(7) :075403.
- SRAJ, I., SZATMARY, A. C., DESAI, S. A., MARR, D. W. M. et EGGLETON, C. D. (2012). Erythrocyte deformation in high-throughput optical stretchers. *Phys. Rev. E*, 85(4) :041923.
- SRAJ, I., SZATMARY, A. C., MARR, D. W. M. et EGGLETON, C. D. (2010). Dynamic ray tracing for modeling optical cell manipulation. *Opt. Express*, 18(16) :16702.
- SURESH, S., SPATZ, J., MILLS, J. P., MICOULET, A., DAO, M., LIM, C. T., BEIL, M. et SEUFFERLEIN, T. (2005). Connections between single-cell biomechanics and human disease states : gastrointestinal cancer and malaria. *Acta Biomater.*, 1(1) :15–30.

- SVOBODA, K. et BLOCK, S. M. (1994). Biological applications of optical forces. *Annu. Rev. Biophys. Biomol. Struct.*, 23 :247–285.
- TAPP, D., TAYLOR, J. M., LUBANSKY, A. S., BAIN, C. D. et CHAKRABARTI, B. (2014). Theoretical analysis for the optical deformation of emulsion droplets. *Opt. Express*, 22(4).
- TAYLOR, G. I. (1964). Disintegration of water drops in an electric field. *P. Roy. Soc. A-Math. Phy.*, 280(1382) :383–397.
- VERMA, G., CHAUDHARY, K. et SINGH, K. P. (2017). Nanomechanical effects of light unveil photons momentum in medium. *Sci. Rep.*, 7(42554).
- WARD, A. D., BERRY, M. G., MELLOR, C. D. et BAIN, C. D. (2006). Optical sculpture : controlled deformation of emulsion droplets with ultralow interfacial tensions using optical tweezers. *Chem. Comm.*, (43) :4515–4517.
- WAUGH, R. et EVANS, E. A. (1979). Thermoelasticity of red blood cell membrane. *Biophys. J.*, 26(1) :115–131.
- WUNENBURGER, R., CASNER, A. et DELVILLE, J.-P. (2006a). Light-induced deformation and instability of a liquid interface. I. Statics. *Phys. Rev. E*, 73(3) :036314.
- WUNENBURGER, R., CASNER, A. et DELVILLE, J.-P. (2006b). Light-induced deformation and instability of a liquid interface. II. Dynamics. *Phys. Rev. E*, 73(3) :036315.
- WUNENBURGER, R., ISSENMANN, B., BRASSELET, E., LOUSSERT, C., HOURTANE, V. et DELVILLE, J.-P. (2011). Fluid flows driven by light scattering. *J. Fluid. Mech.*, 666 :273–307.
- ZHANG, J.-Z. et CHANG, R. K. (1988). Shape distortion of a single water droplet by laser-induced electrostriction. *Opt. Lett.*, 13(10) :916–918.
- ZHANG, L., SHE, W. et LEONHARDT, U. (2015). Experimental evidence for Abraham pressure of light. *New J. Phys.*, 17(053053).

Chapitre 2

Modèle physique, méthode numérique et description des systèmes expérimentaux de références

Nous développerons dans ce chapitre la physique sous-jacente aux différents systèmes étudiés ainsi que le modèle numérique développé et utilisé au cours de cette thèse.

Nous entamerons ce travail par une description des différents mécanismes physiques que peuvent induire des ondes acoustiques et électromagnétiques lors de leur propagation dans des fluides et à travers leur interface. Nous poursuivrons en détaillant l'hydrodynamique de nos systèmes en y incluant les forces et contraintes résultant de la propagation d'ondes. Sera ensuite présenté le modèle numérique basé sur la méthode des éléments de frontières. Finalement nous détaillerons succinctement les différents systèmes fluides expérimentaux auxquels nous nous référons tout au long de ce manuscrit.

2.1 Hydrodynamique des interfaces

2.1.1 Équations de conservations

Nous considérons un système fluide formé de deux phases immiscibles notées 1 (phase du bas) et 2 (phase du haut). Le système possède une symétrie cylindrique définie par le repère orthonormé $(\mathbf{e}_r, \mathbf{e}_\theta, \mathbf{e}_z)$ et est représenté à trois et deux dimensions sur la figure 2.1. Les deux phases, séparées par une interface dont l'épaisseur ne sera pas prise en compte, seront dénotées dans tout ce qui suit par

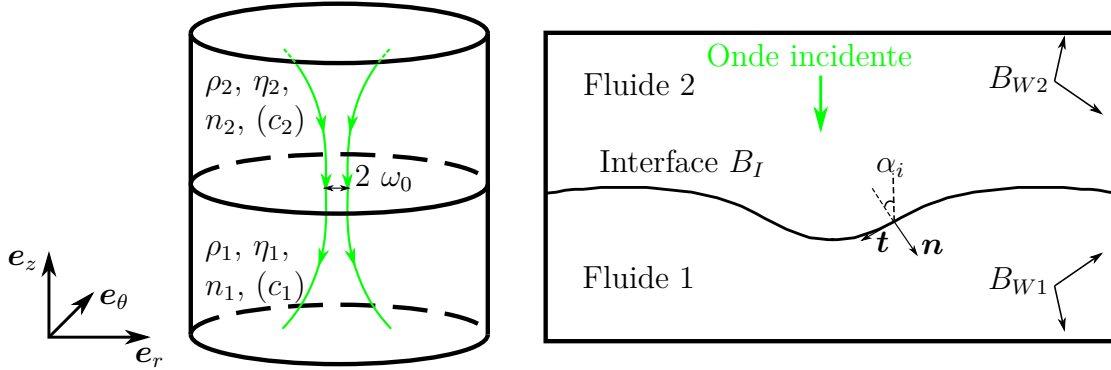


FIGURE 2.1 : Schématisation à 3 et 2 dimensions d'un système diphasique dont l'interface est initialement plane. L'axe z , parallèle à la propagation de l'onde, est dirigé de la phase 1 vers la phase 2 et son origine est définie sur l'interface au repos. Les frontières du domaine numérique, soient l'interface, les murs de la phase 1 et 2, sont respectivement appelés B_I , B_{W1} et B_{W2} . α_i est l'angle d'incidence de l'onde sur l'interface et \mathbf{t} et \mathbf{n} sont respectivement les vecteurs unitaires tangent et normal à l'interface.

l'indice $j = 1, 2$. Elles possèdent chacune une masse volumique ρ_j , une viscosité η_j et un indice de réfraction n_j (ou vitesse du son c_j). Tout au long de ce manuscrit, $n_1 < n_2$ (ou $c_1 > c_2$). Les différentes forces présentes dans notre système sont : la force de pression hydrostatique, la force gravitationnelle, les forces visqueuses, et les forces induites par la propagation d'ondes.

Les phases fluides sont considérées comme étant incompressibles (hydrodynamiquement parlant) et respectent donc la conservation de la masse :

$$\nabla \cdot \mathbf{v}_j = 0 \quad (2.1)$$

À partir de la conservation de la quantité de mouvement, nous pouvons dériver le bilan des forces dans chaque phase qui est donné par l'équation de Navier-Stokes :

$$\rho_j \left(\frac{\partial \mathbf{v}_j}{\partial t} + (\mathbf{v}_j \cdot \nabla) \mathbf{v}_j \right) = -\nabla p_j + \rho_j \mathbf{g} + \eta_j \nabla^2 \mathbf{v}_j + \mathbf{f}_j^{ac/em} \quad (2.2)$$

Avec \mathbf{v} le champ de vitesse, t la variable de temps, p la pression, $\mathbf{g} = -g\mathbf{e}_z$ le champ de gravité et $\mathbf{f}^{ac/em}$ la somme des forces induites par la propagation d'ondes acoustiques ou électromagnétiques.

2.1.2 Contraintes à l'interface

L'équilibre de l'interface $h(r)$ est régi par la balance entre d'un côté, la discontinuité des contraintes hydrodynamiques et acoustiques/électromagnétiques et de

l'autre, la pression de Laplace :

$$\left\{ (\mathcal{S}_2^h - \mathcal{S}_1^h) + (\mathcal{S}_2^{ac/em} - \mathcal{S}_1^{ac/em}) \right\} \cdot \mathbf{n} = \sigma \kappa \mathbf{n} \quad (2.3)$$

Avec \mathcal{S}^h et $\mathcal{S}^{ac/em}$ respectivement les tenseurs des contraintes hydrodynamiques et acoustiques/électromagnétiques. \mathbf{n} est la normale à l'interface allant du milieu 2 à 1 tel que représenté sur la figure 2.1. σ est la tension interfaciale et κ dénote la courbure moyenne locale que l'on peut écrire dans un repère cylindrique comme (Chraïbi, 2007) :

$$\kappa(r) = \frac{1}{r} \frac{r h''(r) + h'(r)^3 + h'(r)}{(1 + h'(r)^2)^{3/2}} \quad (2.4)$$

Où $h'(r) = dh(r)/dr$. Le tenseur des contraintes hydrodynamiques s'écrit :

$$\mathcal{S}_j^h = -p_j \mathcal{I} + \eta_j (\nabla \mathbf{v}_j + \nabla^t \mathbf{v}_j^t) \quad (2.5)$$

Avec \mathcal{I} la matrice identité. Le deuxième terme du tenseur des contraintes provient du tenseur de taux de déformations défini comme :

$$\mathcal{D}_j = \frac{1}{2} (\nabla \mathbf{v}_j + \nabla^t \mathbf{v}_j) \quad (2.6)$$

Afin de prendre en compte l'effet de la gravité, qui est une force conservative, dans les contraintes sur l'interface, nous l'incluons dans le champ de pression en définissant un champ de pseudo-pression q_j . Notons aussi que dans le cas où nous nous intéressons aux contraintes optiques, une partie de la force électromagnétique sera aussi introduite dans le champ de pseudo-pression. Cela concernera la force électrostrictive qui n'a pas d'effet sur la hauteur de déformation comme nous le verrons dans la partie 2.3.1.

Nous allons dans ce qui suit déterminer les contraintes acoustiques et optiques.

2.2 Effets mécaniques induit par une onde acoustique

2.2.1 La pression de radiation acoustique

Considérons une onde acoustique se propageant dans le système diphasique à partir de la phase $j = 2$. L'onde est représentée par un modèle gaussien (Bertin, 2011), possède une fréquence f , est monochromatique de longueur d'onde $\lambda = c_2/f$ avec c_2 la vitesse du son dans la phase 2 et son extension radiale au col du faisceau est notée ω_0 . Elle se propage suivant l'axe $-\mathbf{e}_z$.

2.2. EFFETS MÉCANIQUES INDUIT PAR UNE ONDE ACOUSTIQUE

La pression exercée par l'onde sera notée p_a et la vitesse eulérienne d'une particule fluide en présence de l'onde sera notée \mathbf{u}_a . Nous pouvons aussi introduire ϕ le potentiel de vitesse tel que $\mathbf{u}_a = \nabla\phi$ et $p_a = -\rho\partial\phi/\partial t$.

Les contraintes acoustiques sont exprimées à partir du tenseur de Brillouin (Brillouin, 1925) qui peut être écrit dans la phase fluide j :

$$\mathcal{S}_j^{ac} = (\langle K_j \rangle - \langle V_j \rangle)\mathcal{I} - \rho_j \langle \mathbf{u}_a \otimes \mathbf{u}_a \rangle \quad (2.7)$$

Avec \mathcal{I} la matrice identité et, dans une approximation d'acoustique linéaire, $\langle K_j \rangle = (\rho_j/2) \langle u_{aj}^2 \rangle$ la densité d'énergie cinétique acoustique moyenne et $\langle V_j \rangle = 0.5 \langle p_{aj}^2 \rangle \chi_{Sj}$ la densité d'énergie potentielle acoustique moyenne (Wei *et al.*, 2004) avec $\chi_{Sj} = 1/(\rho_j c_j^2)$ la compressibilité isentropique de la phase j . La notation $\langle A \rangle$ représente la moyenne temporelle de la grandeur A . La pression de radiation s'exprime comme :

$$\Pi_{rad} = (\mathcal{S}_2^{ac} - \mathcal{S}_1^{ac}) \cdot \mathbf{n} \quad (2.8)$$

Approximation des ondes planes

Nous dérivons dans ce qui suit la pression de radiation dans l'approximation des ondes planes. Cette approximation est notamment valable lorsque le diamètre du transducteur acoustique est grand devant la longueur d'onde, ce qui est le cas dans les expériences de Bertin (2011) qui nous serviront de références dans le chapitre 4. En effet, le transducteur acoustique utilisé dans la thèse de Bertin a un rayon $r_T = 19\text{mm}$ et émet à une fréquence $f = 2.25\text{MHz}$ dans l'eau dont la vitesse du son est $c_{eau} = 1490\text{m s}^{-1}$. Ainsi, $\lambda \approx 660\mu\text{m}$ et $2a/\lambda \approx 70 \gg 1$.

Considérons une onde plane progressive se propageant dans le plan (r,z) ayant un angle d'incidence α_i avec la normale à l'interface. Nous pouvons alors écrire les potentiels de vitesse incident ϕ_i , réfléchi ϕ_r et transmis ϕ_t tels que :

$$\phi_i = A_i \exp\left(-i\omega \left[\left(\frac{z-h}{c_2}\right) + t\right]\right) \quad (2.9)$$

$$\phi_r = A_r \exp\left(-i\omega \left[-\left(\frac{z-h}{c_2}\right) + t\right]\right) \quad (2.10)$$

$$\phi_t = A_t \exp\left(-i\omega \left[\left(\frac{z-h}{c_1}\right) + t\right]\right) \quad (2.11)$$

En considérant la continuité de la pression et de la vitesse normale sur l'interface $z = h$ nous obtenons les relations suivantes :

$$\rho_2 (A_i + A_r) = \rho_1 A_t \quad (2.12)$$

$$(A_i - A_r) \frac{\cos \alpha_i}{c_2} = A_t \frac{\cos \alpha_t}{c_1} \quad (2.13)$$

Avec α_t l'angle de l'onde transmise avec la normale à l'interface. Nous pouvons alors calculer le coefficient de réflexion en intensité R qui est défini comme le rapport des moyennes temporelles des densités énergétiques des ondes réfléchies et incidentes. Pour une onde plane, nous avons :

$$R = \frac{\langle E_r \rangle}{\langle E_i \rangle} \quad (2.14)$$

$$R = \frac{c_2 \rho_2 \langle u_{ar}^2 \rangle}{c_2 \rho_2 \langle u_{ai}^2 \rangle} \quad (2.15)$$

$$R = \left(\frac{A_r}{A_i} \right)^2 \quad (2.16)$$

$$R = \left(\frac{\rho_1 c_1 \cos \alpha_i - \rho_2 c_2 \cos \alpha_t}{\rho_1 c_1 \cos \alpha_i + \rho_2 c_2 \cos \alpha_t} \right)^2 \quad (2.17)$$

En exprimant la composante tangentielle des vecteurs d'ondes incidents, réfléchis et transmis sur l'interface on a $k_{i\parallel} = \omega/c_2 \sin \alpha_i$, $k_{r\parallel} = \omega/c_2 \sin \alpha_r$ et $k_{t\parallel} = \omega/c_1 \sin \alpha_t$. On remarque alors que $\alpha_i = \alpha_r$ et que $\sin \alpha_i / \sin \alpha_t = c_2 / c_1$. En réinjectant cette deuxième relation dans l'équation (2.17), on peut exprimer le coefficient de réflexion uniquement en fonction de l'angle d'incidence :

$$R = \left(\frac{\rho_1 c_1 \cos \alpha_i - \rho_2 \sqrt{c_2^2 - c_1^2 \sin^2 \alpha_i}}{\rho_1 c_1 \cos \alpha_i + \rho_2 \sqrt{c_2^2 - c_1^2 \sin^2 \alpha_i}} \right)^2 \quad (2.18)$$

De plus, il nous sera utile pour la suite de noter que le flux d'énergie incidente par unité de surface est égal à la somme des flux réfléchis et transmis. Nous pouvons écrire cette condition sous la forme suivante :

$$c_2 \langle E_i \rangle \cos \alpha_i = c_2 \langle E_r \rangle \cos \alpha_i + c_1 \langle E_t \rangle \cos \alpha_t \quad (2.19)$$

$$\langle E_t \rangle = \frac{c_2 \cos \alpha_i}{c_1 \cos \alpha_t} (1 - R) \langle E_i \rangle \quad (2.20)$$

À partir du calcul du flux de quantité de mouvement dans chaque phase j (Landau et Lifschitz, 1987) :

$$\langle \mathcal{S}_j^{ac} \rangle = \langle E_j \rangle \mathbf{k} \otimes \mathbf{k} \quad (2.21)$$

2.2. EFFETS MÉCANIQUES INDUIT PAR UNE ONDE ACOUSTIQUE

Avec le symbole \otimes qui représente le produit tensoriel et \mathbf{k} le vecteur unitaire de propagation d'onde. Nous pouvons alors calculer la pression de radiation exercée sur l'interface :

$$\Pi_{rad} = (\langle \mathcal{S}_2^{ac} \rangle - \langle \mathcal{S}_1^{ac} \rangle) \cdot \mathbf{n} \quad (2.22)$$

$$\Pi_{rad} = (\langle E_i \rangle + \langle E_r \rangle) \cos^2 \alpha_i - \langle E_t \rangle \cos^2 \alpha_t \quad (2.23)$$

$$\Pi_{rad} = (\langle E_i \rangle + \langle E_r \rangle) \cos^2 \alpha_i - \frac{c_2}{c_1} \cos \alpha_t \cos \alpha_i (1 - R) \langle E_i \rangle \quad (2.24)$$

$$\Pi_{rad} = \langle E_i \rangle (\cos^2 \alpha_i (1 + R) - \frac{\sin \alpha_i}{\sin \alpha_t} \cos \alpha_t \cos \alpha_i (1 - R)) \quad (2.25)$$

$$\Pi_{rad} = \langle E_i \rangle \sin \alpha_i \cos \alpha_i \left(\frac{1 + R}{\tan \alpha_i} - \frac{1 - R}{\tan \alpha_t} \right) \quad (2.26)$$

Avec $\langle E_i \rangle = \rho_2 \langle u_{ai}^2 \rangle = \langle p_{ai}^2 \rangle / (c_2^2 \rho_2)$ l'énergie acoustique incidente.

Sens de déformation de l'interface.

Si nous reprenons les images extraites de (Hertz et Mende, 1939) que nous avons présentées sur la figure 1.3, nous observons que le sens de déformation ne dépend pas de la direction de propagation de l'onde. Il dépend cependant du contraste d'énergie acoustique entre les deux phases. Nous pouvons représenter cela en reprenant l'équation (2.26) et en considérant une onde incidente en incidence normale sur l'interface $\alpha_i = 0$.

$$\Pi_{rad} = \langle E_i \rangle \left(1 + R - (1 - R) \frac{c_2}{c_1} \right) \quad (2.27)$$

$$\Pi_{rad} = \frac{2 \langle p_2 \rangle^2}{c_2 Z_2} \left(\frac{Z_2^2 + Z_1^2 - 2\rho_1 \rho_2 c_2^2}{Z_2^2 + Z_1^2} \right) \quad (2.28)$$

Avec $Z_j = \rho_j c_j$ l'impédance acoustique du milieu j . Dans le cas où l'onde se propagerait à partir du milieu 1, il suffit d'inverser les indices dans l'équation (2.28) afin d'obtenir la nouvelle pression de radiation. Si le signe de celle-ci change, le sens de déformation est modifié avec elle. Il est possible de tracer un diagramme de phase montrant les domaines dans lesquels le sens de propagation de l'onde a un impact sur le sens de déformation et ceux où il n'en a pas. Les couples de fluides auxquels nous nous référerons en acoustique au cours de cette thèse, étant ceux utilisés par Bertin (2011) dans ses travaux, nous extrayons son diagramme de phase et l'affichons sur la figure 2.2. Les zones blanches et noires correspondent respectivement aux situations où le sens de déformation de l'interface est invariant (la déformation se produit toujours du milieu dans lequel la vitesse du son est la plus faible vers celui où elle est la plus grande) et au cas où il ne l'est pas. Les

couples de fluides auxquels on se réfèrera dans le chapitre 4 font tous partie de la zone blanche.

Nous avons aussi évoqué dans l'introduction, le streaming d'Eckart qui correspond à la mise en place d'écoulements stationnaires dus à l'absorption visqueuse d'une onde acoustique dans un fluide. Ne nous intéressant cependant pas à ce phénomène dans ces travaux, nous ne rentrerons pas dans les détails de ce mécanisme ici.

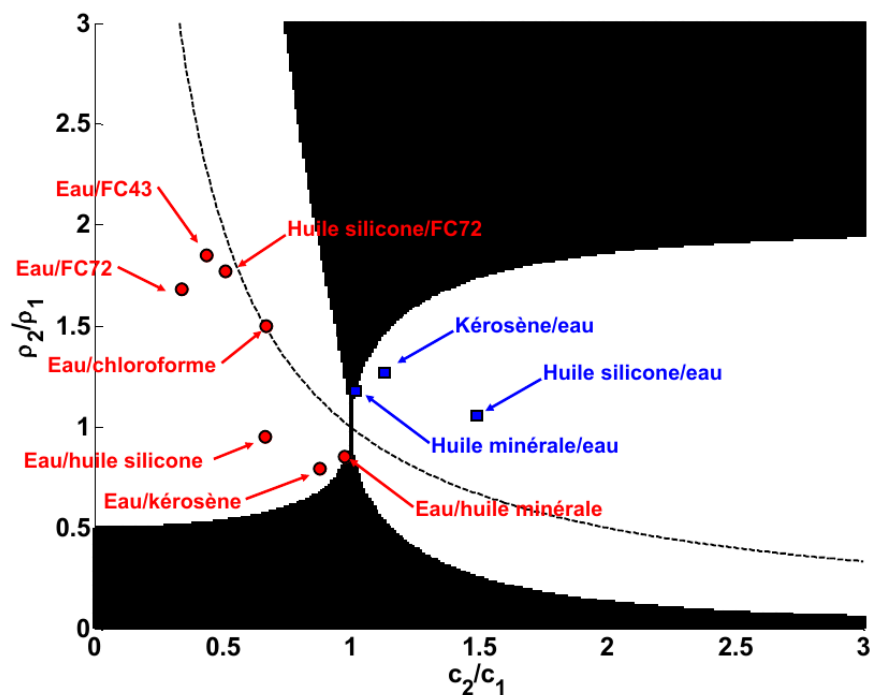


FIGURE 2.2 : Diagramme de phase extrait des travaux de Bertin (2011). Les zones blanches et noires représentent respectivement le cas où le sens de propagation de l'onde n'a pas d'incidence sur le sens de déformation et celui où il en a. Les cercles rouges et carrés bleus dénotent le sens de propagation de l'onde. Dans le premier cas, l'onde se propage à partir du milieu où la vitesse du son est la plus grande et dans l'autre à partir du milieu où la vitesse est la plus faible. Quoiqu'il arrive, dans la zone blanche, l'interface est toujours déformée de la phase 2 vers la phase 1 ($c_2 < c_1$).

2.3 Effets mécaniques induit par une onde électromagnétique

2.3.1 La pression de radiation optique

Comme pour le cas acoustique, nous pouvons dériver la force exercée par une onde électromagnétique dans un milieu à partir d'un tenseur de contraintes. Celui-ci s'écrit dans un milieu diélectrique j comme (Landau et Lifschitz, 1960) :

$$\mathcal{S}_j^{em} = \frac{1}{2}\epsilon_0 E_j^2 \rho_j \frac{\partial \epsilon_j}{\partial \rho_j} \mathcal{I} - \frac{1}{2}\epsilon_0 E_j^2 \epsilon_j \mathcal{I} + \epsilon_0 \epsilon_j \mathbf{E}_j \otimes \mathbf{E}_j \quad (2.29)$$

Avec ϵ_0 la permittivité diélectrique du vide, E_j , ρ_j et ϵ_j respectivement le champ électrique, la masse volumique et la permittivité de la phase j . Notons de plus que dans le cas de matériaux magnétiques, le tenseur comprend des termes liés au champ magnétique. Ce tenseur est communément appelé le tenseur des contraintes de Maxwell lorsqu'il est calculé dans le vide. En prenant la divergence de ce tenseur, nous obtenons la force électromagnétique dans la phase j :

$$\mathbf{f}_j^{em} = \nabla \cdot \mathcal{S}_j^{em} \quad (2.30)$$

$$\mathbf{f}_j^{em} = \frac{1}{2}\epsilon_0 \nabla \left[E_j^2 \rho_j \frac{\partial \epsilon_j}{\partial \rho_j} \right] - \frac{1}{2}\epsilon_0 (E_j^2 \nabla \epsilon_j + \epsilon_j \nabla E_j^2) + \epsilon_0 \nabla \cdot (\epsilon_j \mathbf{E}_j \otimes \mathbf{E}_j) \quad (2.31)$$

Le dernier terme peut être ré-écrit comme :

$$\epsilon_0 \nabla \cdot (\epsilon_j \mathbf{E}_j \otimes \mathbf{E}_j) = \nabla \cdot (\mathbf{E}_j \otimes \mathbf{D}_j) \quad (2.32)$$

Avec \mathbf{D}_j le champ d'induction électrique. D'après la loi de Gauss, nous avons $\nabla \cdot \mathbf{D}_j = 0$. Ainsi l'équation (2.32) prend la forme suivante :

$$\mathbf{D}_j \nabla \cdot \mathbf{E}_j \quad (2.33)$$

Finalement en ré-injectant ce terme dans l'équation (2.31) nous obtenons :

$$\mathbf{f}_j^{em} = \frac{1}{2}\epsilon_0 \nabla \left[E_j^2 \rho_j \frac{\partial \epsilon_j}{\partial \rho_j} \right] - \frac{1}{2}\epsilon_0 E_j^2 \nabla \epsilon_j + (-\mathbf{D}_j \nabla E_j + \mathbf{D}_j \nabla \cdot \mathbf{E}_j) \quad (2.34)$$

$$\mathbf{f}_j^{em} = \frac{1}{2}\epsilon_0 \nabla \left[E_j^2 \rho_j \frac{\partial \epsilon_j}{\partial \rho_j} \right] - \frac{1}{2}\epsilon_0 E_j^2 \nabla \epsilon_j + \mathbf{D}_j \nabla \times \mathbf{E}_j \quad (2.35)$$

$$\mathbf{f}_j^{em} = \frac{1}{2}\epsilon_0 \nabla \left[E_j^2 \rho_j \frac{\partial \epsilon_j}{\partial \rho_j} \right] - \frac{1}{2}\epsilon_0 E_j^2 \nabla \epsilon_j \quad (2.36)$$

Le premier terme de cette force est appelé électrostriction et le deuxième correspond à la pression de radiation.

L'électrostriction est un effet transitoire dont le temps caractéristique est la nanoseconde (pour des faisceaux dont l'extension radiale est de l'ordre du micromètre (Brevik, 2018)). Ainsi, la pression élastique qui se développe dans le système pour contrebalancer ses effets, atteint un état stationnaire avant que des effets hydrodynamiques n'interviennent. De ce fait, l'électrostriction n'a pas d'impact sur la déformation d'interfaces fluides lorsque celles-ci sont éclairées par des faisceaux continus. Nous verrons cela explicitement lorsque nous reviendrons sur l'équation (2.3). Elle peut cependant avoir des effets notables lorsqu'une interface est illuminée par des pulses laser très courts. Le lecteur intéressé peut, entre autres, se référer aux travaux de Ellingsen et Brevik (2012). Dans ceux-ci, les auteurs s'intéressent théoriquement à des gouttes sous l'influence d'un pulse laser plus ou moins long ; lorsqu'une onde acoustique parcourt la surface de la goutte dans un temps plus court que la durée du pulse, l'électrostriction doit être considérée. Pour finir sur l'électrostriction, il est en général précisé si la variation de permittivité est calculée à température (Landau et Lifschitz, 1960) ou à entropie constante (Brevik et Kluge, 1999). Comme les fluides étudiés sont non polaires, il n'est pas nécessaire de faire la distinction, la permittivité dépendant uniquement de la masse volumique et pouvant être calculée à partir de la relation de Clausius-Mossotti.

Concernant le terme lié à la pression de radiation, nous voyons directement qu'il provient d'un saut de permittivité (ou d'indice de réfraction). Dans des fluides homogènes, celui-ci sera donc uniquement présent à l'interface.

Notons aussi que l'on retrouve dans certaines expressions de la force électromagnétique un terme appelé terme d'Abraham :

$$\mathbf{f}_j^A = \frac{n_j^2 - 1}{c^2} \frac{\partial}{\partial t} (\mathbf{E}_j \times \mathbf{H}_j) \quad (2.37)$$

Avec n_j et H_j l'indice de réfraction et le champ magnétique de la phase j et c la vitesse de la lumière dans le vide. Ce terme est à la base de la controverse entre les théories de Minkowski et d'Abraham (Brevik, 2018). Dérivant du tenseur énergie-impulsion d'Abraham il est en général très faible et fluctue très rapidement. Il peut être mesuré dans des conditions expérimentales particulières, mais peut être négligé aux fréquences optiques (Brevik et Kluge, 1999) et ne sera donc pas implémenté dans le modèle numérique.

Souhaitant obtenir la pression de radiation, exprimons les contraintes sur l'in-

2.3. EFFETS MÉCANIQUES INDUIT PAR UNE ONDE ÉLECTROMAGNÉTIQUE

terface.

$$\Pi_{rad} = (\mathcal{S}_2^{em} - \mathcal{S}_1^{em}) \cdot \mathbf{n} \quad (2.38)$$

$$\Pi_{rad} = \left\{ \frac{1}{2} \epsilon_0 \left[\left(E_2^2 \rho_2 \frac{\partial \epsilon_2}{\partial \rho_2} - E_1^2 \rho_1 \frac{\partial \epsilon_1}{\partial \rho_1} \right) + \epsilon_0 (E_1^2 \epsilon_1 - E_2^2 \epsilon_2) \right] \mathcal{I} + \right. \\ \left. \epsilon_0 \epsilon_2 \mathbf{E}_2 \otimes \mathbf{E}_2 - \epsilon_0 \epsilon_1 \mathbf{E}_1 \otimes \mathbf{E}_1 \right\} \cdot \mathbf{n} \quad (2.39)$$

En connaissant les champs électriques dans les deux milieux, nous pouvons calculer la pression de radiation optique. Cependant, nous utiliserons ici le pendant corpusculaire de la lumière, pour lequel le développement est plus concis, afin de calculer la conservation de la quantité de mouvement à travers l'interface ; le résultat obtenu est exactement le même que si nous considérons son aspect ondulatoire. Nous référant à la figure 2.1 nous pouvons exprimer sur l'interface la quantité de mouvement de l'onde incidente \mathbf{p}_i , de l'onde réfléchie \mathbf{p}_r et de l'onde transmise \mathbf{p}_t :

$$\mathbf{p}_i = p_i (\cos \alpha_i \mathbf{n} + \sin \alpha_i \mathbf{t}) \quad (2.40)$$

$$\mathbf{p}_r = R p_i (-\cos \alpha_i \mathbf{n} + \sin \alpha_i \mathbf{t}) \quad (2.41)$$

$$\mathbf{p}_t = T p_i (\cos \alpha_t \mathbf{n} + \sin \alpha_t \mathbf{t}) \quad (2.42)$$

Avec R et $T = 1 - R$ les coefficients de Fresnel de réflexion et transmission en énergie et $p_j = 2\pi N \hbar \nu n_j / c$ l'amplitude de la quantité de mouvement dans la phase j . $N = N_0 \cos \alpha_i$ la quantité de photons arrivant sur un élément de surface de l'interface, \hbar la constante de Planck et ν la fréquence optique. À partir de la variation de quantité de mouvement du milieu 2 à 1, nous pouvons calculer la pression de radiation comme :

$$\mathbf{\Pi}_{rad} = \frac{I}{c} \cos \alpha_i \{ (n_2 \cos \alpha_i (1 + R) - n_1 \cos \alpha_t T) \mathbf{n} \\ + (n_2 \sin \alpha_i (1 - R) - n_1 \sin \alpha_t T) \mathbf{t} \} \quad (2.43)$$

Par la relation de Descartes $n_1 \sin \alpha_t = n_2 \sin \alpha_i$ on observe instantanément que la composante tangentielle de la pression de radiation est nulle. On a alors :

$$\mathbf{\Pi}_{rad} = \frac{I}{c} n_2 \cos \alpha_i \sin \alpha_i \left(\frac{1 + R}{\tan \alpha_i} - \frac{1 - R}{\tan \alpha_t} \right) \mathbf{n} \quad (2.44)$$

Nous voyons que l'expression de la pression de radiation optique est équivalente à celle en acoustique que nous avons obtenue dans l'équation (2.26). Ceci n'est pas vraiment surprenant. Nous pouvons en effet noter une équivalence mathématique entre les tenseurs de contraintes acoustiques et électromagnétiques sur laquelle nous reviendrons un peu plus en détail lorsque nous présenterons la méthode numérique.

Sens de déformation de l'interface

Nous avons calculé ici la pression de radiation optique exercée sur l'interface pour une onde provenant du milieu 2. Dans le cas où elle se propagerait depuis le milieu 1, il suffit d'inverser les indices dans l'équation (2.44) (ainsi que la normale à l'interface). Nous observons alors que la pression de radiation optique est toujours dirigée de la phase possédant le plus grand indice de réfraction vers celle possédant le plus petit.

Nous avons considéré dans cette partie des phases fluides homogènes. De ce fait, le terme lié à la pression de radiation dans la force électromagnétique (équation (2.31)) a une influence uniquement sur l'interface. Si nous nous plaçons maintenant dans le cas de fluides turbides, comme des systèmes fluctuants ou des suspensions, cette force aura aussi un impact en volume.

2.3.2 La force de diffusion optique

Lorsqu'une onde électromagnétique se propage dans un milieu turbide, elle rencontre des inhomogénéités d'indice de réfraction en volume. Lors de sa propagation, l'onde va alors perdre de la quantité de mouvement qui va être transmise aux particules en suspensions ou aux fluctuations de densité et les mettre en mouvement. Ces dernières vont à leur tour entraîner le fluide environnant et induire des écoulements permanents. Nous appelons force de diffusion, la force volumique responsable de ce phénomène. Il est cependant nécessaire, afin d'avoir une force qui se développe pleinement en volume, que le système étudié soit suffisamment transparent optiquement. Cette condition peut se traduire par :

$$\varpi L \ll 1 \tag{2.45}$$

Avec $\varpi = (-1/I)dI/dz$ le coefficient d'atténuation du faisceau et L la longueur de la phase fluide.

La force de diffusion, provenant de la pression de radiation exercée sur un ensemble de diffuseurs présent dans la phase fluide j , est proportionnelle à la quantité de mouvement ainsi qu'au coefficient d'atténuation.

$$\mathbf{f}_j^{scatt} = \mathbf{p}_j \varpi_j \tag{2.46}$$

Afin d'en donner une expression en fonction des propriétés des fluides, il faut calculer le champ diffusé par les hétérogénéités du fluide. Celui-ci dépend d'un facteur de structure $S = \langle |\delta\rho|^2 \rangle$ qui décrit la corrélation entre les fluctuations de densité $\delta\rho$. S est calculé dans l'approximation d'Ornstein-Zernike communément utilisé dans des problèmes de diffusion de la lumière dans des fluides critiques

2.3. EFFETS MÉCANIQUES INDUIT PAR UNE ONDE ÉLECTROMAGNÉTIQUE

(Berne et Pecora, 1990). À partir de là, nous pouvons déduire la fraction d'intensité diffusée $I(q, R)/I_0$ à une distance R d'un volume de diffuseur V :

$$\frac{I(q, R)}{I_0} = \left(\frac{\pi^2}{\lambda_0^4}\right) \left(\frac{\partial \epsilon_r}{\partial \Phi}\right)^2 k_B T \chi_T \left[\frac{1}{1 + (q\xi)^2}\right] \left(\frac{V}{R^2}\right) \sin^2 \phi_p \quad (2.47)$$

Avec I_0 l'intensité du faisceau incident, $q = |\mathbf{k}_i - \mathbf{k}_d| = 2k_i \sin(\theta/2)$ où \mathbf{k}_i et \mathbf{k}_d sont respectivement les vecteurs d'ondes de l'onde incidente et diffusée. λ_0 est la longueur d'onde dans le vide et θ l'angle de diffusion. ξ et Φ représentent la longueur de corrélation et la concentration des diffuseurs et χ_T est la compressibilité isotherme. Nous pouvons réécrire $(q\xi)^2 = \alpha(1 - \cos \theta)$ avec $\alpha = 2(2\pi\sqrt{\epsilon_r}\xi/\lambda_0)^2$ et $\epsilon_r = n^2$. Et pour finir, ϕ_p est l'angle entre la polarisation de l'onde incidente et la direction dans laquelle elle est diffusée \mathbf{k}_d .

Lorsque l'onde incidente est diffusée avec un angle θ sa quantité de mouvement diminue d'un facteur $-\hbar k_i \cos \theta$. Ainsi, en intégrant sur une sphère de rayon R la variation de quantité de mouvement $\hbar k_i(1 - \cos \theta)$, corrigée par la fraction d'intensité diffusée (équation (2.47)), nous obtenons la perte moyenne de quantité de mouvement dans la direction \mathbf{k}_i . Finalement, en utilisant la seconde loi de Newton, nous déterminons la force de diffusion dans la phase j :

$$\mathbf{f}_j^{scatt}(r) = \frac{n_j I(r)}{c} \left(\frac{\pi^3}{\lambda_0^4}\right) \left(\frac{\partial \epsilon_r}{\partial \Phi}\right)^2 k_B T \chi_T g(\alpha) \frac{\mathbf{k}_i}{|\mathbf{k}_i|} \quad (2.48)$$

Avec $g(\alpha) = 1/\alpha^4 [8/3\alpha^3 + 2\alpha^2 + 2\alpha - (2\alpha^2 + 2\alpha + 1) \ln(1 + 2\alpha)]$. Un calcul plus détaillé de cette force est présenté en annexe A. Il peut être intéressant, en plus de la condition (2.45), de déterminer pour quels types de systèmes, la diffusion de l'onde incidente produit un écoulement ou pousse seulement les hétérogénéités d'indices de réfraction. Nous pouvons, à partir de l'équation de Navier-Stokes (équation (2.2)) donner un ordre de grandeur pour la vitesse de l'écoulement induit :

$$\eta_j \nabla^2 v_j^{scatt} \approx \mathbf{f}_j^{scatt} \quad (2.49)$$

Initialement, seuls les diffuseurs dans le faisceau laser sont poussés et nous considérons donc ω_0 , l'extension radiale de celui-ci, comme la longueur pertinente.

$$v_j^{scatt} \approx \mathbf{f}_j^{scatt} \frac{\omega_0^2}{\eta_j} \quad (2.50)$$

Dans le cas où nous nous intéressons à la vitesse d'un diffuseur unique, il nous faut comparer la force de pression de radiation aux forces de frottements visqueux agissant dessus ; comme ont pu le faire Savchenko *et al.* (1997) ou Wunenburger *et al.* (2011). La force de pression de radiation exercée sur un diffuseur peut

s'exprimer comme $f_j^{chro} = \Omega n_j I / c$ et la force résultante des frottements visqueux comme $f_j^\eta = -6\pi\eta_j R_d v^{chro}$. Avec Ω la section efficace d'absorption et R_d et v^{chro} respectivement le rayon et la vitesse du diffuseur. Le nom « *chro* » est un diminutif pour chromatographie. Nous avons choisi ce nom, car la chromatographie optique repose justement sur le fait de discriminer des diffuseurs d'indices de réfraction différents sans pour autant induire des écoulements (Kaneta *et al.*, 1997; Hart *et al.*, 2007). Nous obtenons alors :

$$v_j^{chro} \approx \frac{\Omega n_j I}{6\pi\eta_j R_d} \quad (2.51)$$

Combinant les équations (2.50) et (2.51) nous obtenons le rapport :

$$\frac{v_j^{scatt}}{v_j^{chro}} = \frac{\omega_0^2 \varpi_j}{\Omega} \quad (2.52)$$

Des écoulements se mettent en place lorsque $\frac{v_j^{scatt}}{v_j^{chro}} \gg 1$. Ayant considéré un régime de diffusion unique, nous pouvons écrire $\varpi \approx \Omega N_d$ avec N_d le nombre de diffuseurs par unité de volume. La condition que nous venons de poser est donc satisfaite lorsque :

$$\Phi \gg \frac{R_d^2}{\omega_0^2} \quad (2.53)$$

Avec, nous le rappelons, $\Phi = (4/3\pi)N_d R_d^3$ la concentration de diffuseurs.

2.4 Adimensionnement et système général

Afin de proposer un modèle numérique universel, nous souhaitons adimensionner les grandeurs et équations régissant la dynamique et l'équilibre de l'interface de nos systèmes.

La taille des déformations étant du même ordre de grandeur que l'extension radiale du faisceau, nous choisissons $L_c = \omega_0$ comme longueur caractéristique. L'indice c signifie « caractéristique ».

Concernant la dynamique de déformation, nous avons mentionné dans l'introduction l'étude de Wunenburger *et al.* (2006) dans laquelle ils ont généralisé un modèle à un fluide élaboré initialement par (Komissarova *et al.*, 1988). Wunenburger *et al.* ont alors montré que la dynamique de déformation se trouvait dans un régime d'ondes de surface suramorties. Dans ce régime, le temps caractéristique de déformation correspond à un temps de relaxation visqueux tel que $\tau_c \approx \langle \eta \rangle / \omega_0$. De ces deux premières grandeurs caractéristiques, nous définissons une vitesse visqueuse $v_c = \omega_0 / \tau = \sigma / \langle \eta \rangle$, avec $\langle \eta \rangle = (\eta_1 + \eta_2) / 2$ qui correspond à la moyenne des viscosités des deux phases fluides en contact.

2.4. ADIMENSIONNEMENT ET SYSTÈME GÉNÉRAL

Finalement, en reprenant l'équation de Navier-Stokes (équation (2.2)) nous obtenons une pression caractéristique en comparant les forces de pressions et les forces visqueuses $p_{cj} = \eta_j v_c / \omega_0$.

Considérant des écoulements à bas nombre de Reynolds ($Re_j = \rho_j \omega_0 v_{cj} / \eta_j \ll 1$) en acoustique (Issenmann *et al.*, 2011) et en optique (Casner, 2002) les équations (2.1) et (2.2) peuvent être adimensionnées comme :

$$\begin{aligned} \nabla^* \cdot \mathbf{v}^* &= 0 \\ -\nabla^* p_j^* + \nabla^2 \mathbf{v}_j^* + \frac{\omega_0}{p_{cj}} \left(\rho_j \mathbf{g} + \mathbf{f}_j^{ac/em} \right) &= 0 \end{aligned} \quad (2.54)$$

Avec * dénotant une grandeur sans dimension. Nous avons ici plusieurs points à mettre en avant.

Dans le cas acoustique, nous considérons uniquement des effets de pression de radiation agissant sur l'interface $\mathbf{f}_j^{ac} = 0$. (ii) De plus, la force de gravité sera introduite dans un terme de pseudo-pression. (iii) Dans le cas de l'optique, lorsque le système fluide est homogène, seule la composante d'électrostriction est présente dans la force en volume. Dans ce cas, cette composante est aussi incluse dans le champ de pseudo-pression. (iv) Si le système fluide est turbide, nous avons la composante d'électrostriction ainsi que la composante de pression de radiation en volume qui donne naissance à la force de diffusion. Finalement, le système d'équations (2.54) peut être ré-écrit comme :

$$\begin{aligned} \nabla \cdot \mathbf{v} &= 0 \\ -\nabla q_j^{ac/em} + \nabla^2 \mathbf{v}_j &= -\mathbf{f}_j^{ac=0/scatt} \\ q_j^{ac} &= p + \rho_j g z \\ q_j^{em} &= p + \rho_j g z - \frac{1}{2} \epsilon_0 \nabla \left[E_j^2 \rho_j \frac{\partial \epsilon_j}{\partial \rho_j} \right] \end{aligned} \quad (2.55)$$

Nous avons délibérément omis les * afin d'alléger l'écriture. Dans tout ce qui suit, les équations seront adimensionnées.

Il nous reste à ré-exprimer les contraintes sur l'interface. Que ce soit en acoustique ou en optique, en adimensionnant la pression de radiation avec la pression de Laplace $\Pi_{rad}^* = \Pi_{rad} \omega_0 / \sigma$, nous avons :

$$\frac{2}{1 + \lambda} (\lambda \mathcal{S}_2^h \cdot \mathbf{n} - \mathcal{S}_1^h \cdot \mathbf{n}) = (\kappa - Boz - \Pi_{rad}) \mathbf{n} \quad (2.56)$$

Avec $S_j^h = -q_j^{ac/em} \mathcal{I} + (\nabla \mathbf{v} + \nabla \mathbf{v}^t)$ le tenseur des contraintes hydrodynamiques sans dimensions corrigé par la pseudo-pression. Le rapport des viscosités est défini par $\lambda = \eta_2 / \eta_1$ et Bo le nombre de Bond compare les effets de la gravité et de la

capillarité :

$$Bo = \frac{\Delta\rho g\omega_0^2}{\sigma} \quad (2.57)$$

Où $\Delta\rho = \rho_2 - \rho_1 < 0$. Nous définissons aussi le nombre Π_0 qui représente le rapport entre la pression de radiation et la pression de Laplace pour $r = 0$ et $\theta_i = 0$:

$$\Pi_0 = \frac{\Pi_{rad}(r = 0, \theta_i = 0, \theta_t = 0)}{\sigma/\omega_0} \quad (2.58)$$

Pour finir, nous réaliserons un suivi Lagrangien de l'interface tel que :

$$\frac{d\mathbf{x}(t)}{dt} = \mathbf{v}(t) \quad x \in B_I \quad (2.59)$$

Considérant des fluides immiscibles et une condition de non-glissement sur l'interface, nous avons continuité des vitesses sur l'interface :

$$\mathbf{v}_1 = \mathbf{v}_2 \quad x \in B_I \quad (2.60)$$

Et nous considérons une condition de non-glissement sur les parois du domaine numérique telle que :

$$\mathbf{v}_j = \mathbf{0} \quad x \in B_{Wj} \quad (2.61)$$

2.5 La méthode des éléments de frontières

2.5.1 L'équation de Stokes

Le problème fondamental de Stokes

La méthode des éléments de frontières (que nous appellerons aussi par la suite BEM¹) est aujourd'hui très répandue pour résoudre des problèmes d'hydrodynamique. Elle permet d'alléger la résolution de problèmes numériques qui seraient résolus à trois dimensions avec des méthodes classiques de volumes finis en réduisant la dimensionnalité du problème à deux (voire une) dimensions. Elle fut utilisée pour des problèmes aussi variés que, l'entraînement visqueux d'une interface fluide (Lister, 1989), la déformation de gouttes sous l'effet d'un champ électrostatique (Sherwood, 1988), l'écoulement et la déformation d'un (Kwak et Pozrikidis, 2001 ; Kaoui *et al.*, 2008) ou de plusieurs (Veerapaneni *et al.*, 2009) globules rouges ou encore la déformation de filaments flexibles dans un écoulement (Tornberg et Shelley, 2004). Devant calculer la courbure et la pression de radiation à chaque itération qui sont étroitement liées à la forme de l'interface, la méthode des éléments de

1. Pour Boundary Element Method, sigle utilisé dans la littérature anglophone.

2.5. LA MÉTHODE DES ÉLÉMENTS DE FRONTIÈRES

frontières, qui permet un suivi précis de cette dernière, est parfaitement adaptée à nos besoins.

Le système physique à résoudre comme présenté sur la figure 2.1, correspond à un domaine cylindrique enfermant deux phases fluides séparées par une interface plane sans épaisseur soumise à des contraintes extérieures. Nous cherchons donc ici à déterminer le champ de vitesse $\mathbf{v} = (v_r, v_\theta, v_z)$ sur l'interface représentée par la frontière B_I ainsi que les contraintes $\mathbf{t} = (t_r, t_\theta, t_z)$ sur l'interface B_I et sur les parois B_{Wj} . Ces champs satisfont en tout point le système d'équations formé par la conservation de la masse et la conservation de la quantité mouvement (équation de Stokes) :

$$\begin{aligned} \nabla \cdot \mathbf{v}_j &= 0 \\ \nabla \cdot \mathcal{S}_j^h + \mathbf{f}_j^{em} &= -\nabla q_j + \nabla^2 \mathbf{v}_j + \mathbf{f}_j^{em} = 0 \end{aligned} \quad (2.62)$$

Nous rappelons que les équations sont présentées sans dimensions. La pression q_j est elle aussi inconnue, mais nous verrons que la résolution se faisant en surface, nous n'avons pas besoin de la déterminer afin de calculer la déformation de l'interface.

Afin d'établir la solution du problème fondamental de Stokes à travers les fonctions de Green, nous nous baserons dans ce qui suit sur les travaux de Ladyzhenskaya (1987). Le problème fondamental de Stokes consiste à déterminer les inconnues que sont les vitesses et les contraintes à travers la somme de champs de vitesses et de contraintes fictifs induits par une somme de forces ponctuelles. Nous pouvons l'écrire :

$$\begin{aligned} \nabla \cdot \hat{\mathbf{v}}_k &= 0 \\ -\nabla \hat{q}_k + \nabla^2 \hat{\mathbf{v}}_k + \mathbf{f}_k &= 0 \end{aligned} \quad (2.63)$$

Avec $k = (r, \theta, z)$, $\mathbf{f}_k = \delta(\mathbf{x} - \mathbf{y})\mathbf{e}_k$ une force unitaire ponctuelle appliquée en \mathbf{y} et \mathbf{e}_k le vecteur unitaire suivant la composante k . Le vecteur $\hat{\mathbf{u}}_k(\mathbf{x}, \mathbf{y})$ et la grandeur $\hat{q}_k(\mathbf{x}, \mathbf{y})$ sont respectivement la vitesse et la pression fictive induites au point \mathbf{x} par la force ponctuelle. Les solutions de ce système d'équations sont ce que l'on appelle les fonctions de Green, que l'on peut représenter par le tenseur d'ordre deux $\hat{\mathcal{V}}$ avec les composantes \hat{v}_{ik} et le vecteur $\hat{\mathbf{q}}$ dont les composantes sont \hat{q}_k avec $i, k = r, \theta, z$. À trois dimensions, ces fonctions s'écrivent :

$$\hat{\mathcal{V}} = \frac{1}{8\pi} \left[\frac{\mathcal{I}}{d} + \frac{\mathbf{d}\mathbf{d}}{d^3} \right] \quad (2.64)$$

$$\hat{\mathbf{q}} = \frac{1}{4\pi} \frac{\mathbf{d}}{d^3} \quad (2.65)$$

Avec $d = |\mathbf{d}|$ la norme du vecteur $\mathbf{d} = \mathbf{x} - \mathbf{y}$. Nous pouvons alors donner l'expression du tenseur fictif des contraintes hydrodynamiques comme :

$$\hat{\mathcal{S}}^h = -\hat{\mathbf{q}}\mathcal{I} + \nabla\hat{\mathcal{V}} + \nabla^t\hat{\mathcal{V}} = -\hat{\mathbf{q}}\mathcal{I} + \hat{\mathcal{K}} \quad (2.66)$$

Avec $\hat{\mathcal{K}}$ le tenseur d'ordre trois représentant les contraintes visqueuses :

$$\hat{\mathcal{K}} = -\frac{3}{4\pi} \left(\frac{d\mathbf{d}\mathbf{d}}{d^5} \right) \quad (2.67)$$

Afin de proposer une résolution numérique au problème fondamental de Stokes nous passons par sa représentation intégrale.

représentation intégrale

À partir des couples de champs $(\mathbf{v}, \mathcal{S}^h)$ et $(\hat{\mathbf{v}}, \hat{\mathcal{S}}^h)$, respectivement solution des systèmes d'équations (2.62) et (2.63), nous pouvons dériver le théorème de réciprocité (aussi appelé le second théorème de Green) :

$$\int_V \nabla \cdot (\mathbf{v} \cdot \hat{\mathcal{S}}^h) dV_x = \int_V \mathbf{v} \cdot \nabla \cdot \hat{\mathcal{S}}^h dV_x + 2 \int_V \mathcal{D}(\mathbf{v}) \mathcal{D}(\hat{\mathbf{v}}) dV_x \quad (2.68)$$

$$\int_V \nabla \cdot (\hat{\mathbf{v}} \cdot \mathcal{S}^h) dV_x = \int_V \hat{\mathbf{v}} \cdot \nabla \cdot \mathcal{S}^h dV_x + 2 \int_V \mathcal{D}(\hat{\mathbf{v}}) \mathcal{D}(\mathbf{v}) dV_x \quad (2.69)$$

L'intégration se fait au point d'observation \mathbf{x} . En utilisant le théorème de la divergence (ou théorème d'Ostrogradsky) sur le membre de gauche des deux précédentes équations et effectuant leur différence, nous obtenons :

$$\int_{\partial V} [\mathbf{v} \cdot \hat{\mathcal{S}}^h - \hat{\mathbf{v}} \cdot \mathcal{S}^h] \cdot \mathbf{n} dS_x = \int_V [\mathbf{v} \cdot \nabla \cdot \hat{\mathcal{S}}^h - \hat{\mathbf{v}} \cdot \nabla \cdot \mathcal{S}^h] dV_x \quad (2.70)$$

Utilisant les propriétés des champs de contraintes hydrodynamiques, on obtient finalement :

$$\int_{\partial V} [\hat{\mathbf{v}} \cdot \mathcal{S}^h - \mathbf{v} \cdot \hat{\mathcal{S}}^h] \cdot \mathbf{n} dS_x = \int_V [\mathbf{v} \cdot \mathbf{f} - \hat{\mathbf{v}} \cdot \mathbf{f}^{em}] dV_x \quad (2.71)$$

Où l'intégration du premier terme du membre de droite donne :

$$\int_V \mathbf{v} \cdot \mathbf{f} dV_x = \begin{cases} \mathbf{v}(\mathbf{y}) & \text{pour } \mathbf{y} \in V \\ \frac{1}{2} \mathbf{v}(\mathbf{y}) & \text{pour } \mathbf{y} \in S \\ 0 & \text{pour } \mathbf{y} \notin V \end{cases} \quad (2.72)$$

Notre problème étant axisymétrique, nous pouvons réduire les intégrales surfaciques de l'équation (2.71) en intégrales linéiques en introduisant les fonctions de Green $\hat{\mathcal{S}}$ et $\hat{\mathcal{V}}$ indépendantes de θ tel que :

$$\hat{\mathcal{V}} = \int_0^{2\pi} \hat{\mathcal{V}} d\theta_x \quad (2.73)$$

$$\hat{\mathcal{S}}^h = \int_0^{2\pi} \hat{\mathcal{S}}^h \cdot \mathbf{n} d\theta_x \quad (2.74)$$

En introduisant le vecteur de contraintes $\mathbf{t} = \mathcal{S}^h \cdot \mathbf{n}$, nous obtenons finalement dans chaque phase :

$$\int_{\partial S} \left[\hat{\mathcal{V}} \cdot \mathbf{t} - \mathbf{v} \cdot \hat{\mathcal{S}}^h \cdot \mathbf{n} \right] r_x d\mathcal{C} = - \int_{\partial S} \hat{\mathcal{V}} \cdot \mathbf{f}^{em} r_x d\mathcal{C} + \begin{cases} \mathbf{v}(\mathbf{y}) & \mathbf{y} \in V \\ \frac{1}{2} \mathbf{v}(\mathbf{y}) & \mathbf{y} \in S \\ 0 & \mathbf{y} \notin V \end{cases} \quad (2.75)$$

Avec \mathcal{C} le contour fermé de la surface S . Les équations (2.73) et (2.74) sont intégrées analytiquement en se basant sur les travaux de Graziani (1989). L'équation (2.75) nous permet alors de calculer les contraintes et le champ de vitesse sur l'interface et les frontières du domaine numérique, mais aussi, de calculer le champ de vitesse en tout point des deux phases. Nous mettrons de côté dans ce qui suit la composante provenant des forces non conservatives (premier terme de l'équation (2.75)) dans la discrétisation du système, celle-ci étant calculée séparément au moyen de quadratures de Gauss (Kontoni *et al.*, 1991).

Discrétisation de l'équation intégrale.

Discrétisons maintenant l'équation (2.75). Le contour \mathcal{C} est formé des frontières B_{W1} et B_{W2} ainsi que de l'interface B_I . Les frontières sont discrétisées avec des éléments de longueur constante tandis que l'on pourra utiliser des éléments de longueur variable sur l'interface. Le système numérique ressemble typiquement à ce qui est présenté sur la figure 2.3.

L'interface est discrétisée avec n_0 points, le milieu 1 avec n_1 points et le milieu 2 avec n_2 points. Nous avons un total de $N = n_1 + n_2$ points.

Sur chaque segment, les valeurs des vecteurs vitesses et contraintes sont prises comme constantes ce qui nous permet d'écrire dans les deux phases :

$$\sum_{o=1}^{n_1} \int_{\mathcal{C}_o} \left[\hat{\mathcal{V}} \cdot \mathbf{t}(\mathbf{x}) - \mathbf{v}(\mathbf{x}) \hat{\mathcal{S}}^h \right] r_x d\mathcal{C} = \frac{1}{2} \mathbf{v}_s \quad s = 1, n_1 \quad (2.76)$$

$$\sum_{o=n_1+1}^N \int_{\mathcal{C}_o} \left[\hat{\mathcal{V}} \cdot \mathbf{t}(\mathbf{x}) - \mathbf{v}(\mathbf{x}) \hat{\mathcal{S}}^h \right] r_x d\mathcal{C} = \frac{1}{2} \mathbf{v}_s \quad s = n_1 + 1, N \quad (2.77)$$

$$(2.78)$$

Avec o l'indice du point d'observation et s l'indice du point source. Les fonctions de Green sont aussi considérées comme étant constantes sur chaque segment et

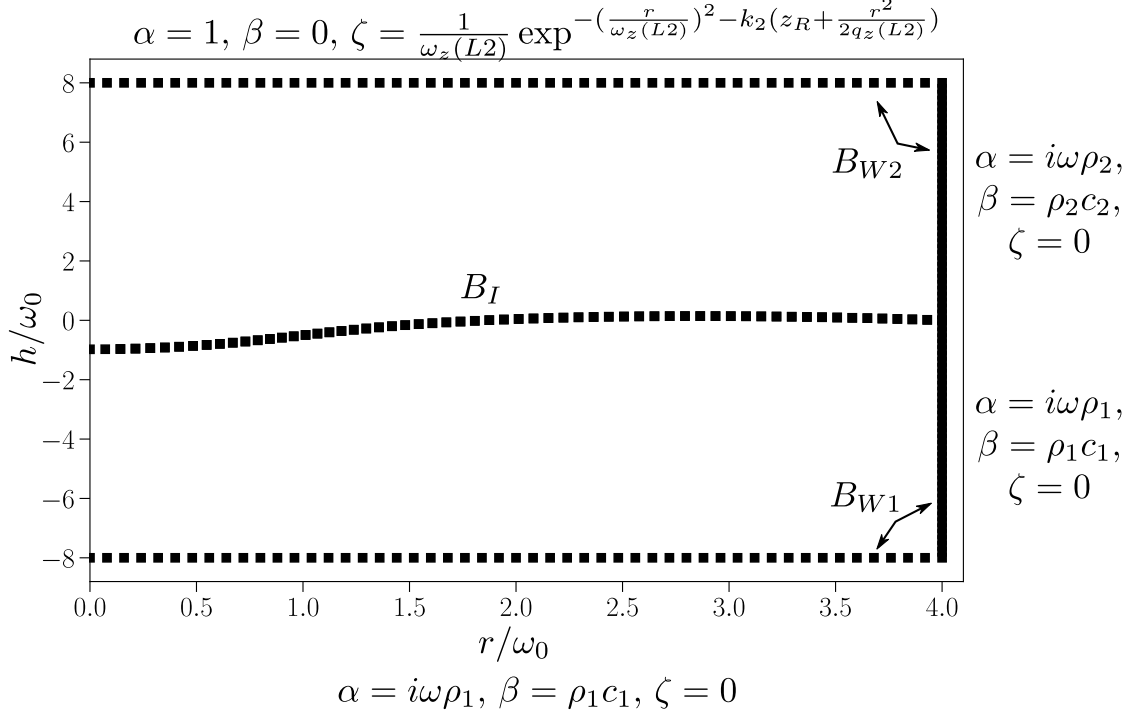


FIGURE 2.3 : Exemple de discrétisation du domaine numérique. L'interface est dans ce cas maillée linéairement. Sont reportées sur les frontières les conditions aux limites liées à la propagation d'ondes. Avec $\omega_z(L2)$ et $q_z(L2)$ l'extension radiale du faisceau et son rayon de courbure sur la frontière de la phase 2. z_R représente la longueur de Rayleigh.

peuvent être ré-écrites comme :

$$\hat{\mathcal{V}}_{os} = \int_{\mathcal{C}_o} \hat{\mathcal{V}}_{r_x} d\mathcal{C} \quad (2.79)$$

$$\hat{\mathcal{S}}_{os}^h = \int_{\mathcal{C}_o} \hat{\mathcal{S}}_{r_x}^h d\mathcal{C} + \frac{1}{2}\delta_{os} \quad (2.80)$$

Avec δ_{os} le symbole de Kronecker. Les équations précédentes prennent alors les formes suivantes :

$$\sum_{o=1}^{n_1} \hat{\mathcal{V}}_{os} \cdot \mathbf{t}_o - \sum_{o=n_1+1}^N \hat{\mathcal{S}}_{os}^h \mathbf{v}_o = \mathbf{0} \quad s = 1, n_1 \quad (2.81)$$

$$\sum_{o=n_1+1}^N \hat{\mathcal{V}}_{os} \cdot \mathbf{t}_o - \sum_{o=1}^{n_1} \hat{\mathcal{S}}_{os}^h \mathbf{v}_o = \mathbf{0} \quad s = n_1 + 1, N \quad (2.82)$$

2.5. LA MÉTHODE DES ÉLÉMENTS DE FRONTIÈRES

Les conditions aux limites données dans la section précédente que sont, la continuité des vitesses sur l'interface, la condition de non-glissement sur les frontières du domaine (condition donnée dans l'équation (2.61)) et le saut de contraintes sur l'interface se traduisent par :

$$\mathbf{v}_o = \mathbf{v}_{N-o+1} \quad o = 1, n_0 \quad (2.83)$$

$$\sum_{o=n_0+1}^{n_1} \hat{\mathcal{S}}_{os}^h \mathbf{v}_o = \mathbf{0} \quad (2.84)$$

$$\sum_{o=N-n_0+1}^N \hat{\mathcal{S}}_{os}^h \mathbf{v}_o = \mathbf{0} \quad (2.85)$$

$$\frac{2}{1+\lambda} (\lambda \mathbf{t}_o + \mathbf{t}_{N-o+1}) = \Delta \mathbf{t}_o \quad o = 1, n_0 \quad (2.86)$$

Ce qui nous donne finalement le système suivant :

$$\sum_{o=1}^{n_1} \hat{\mathcal{V}}_{os} \cdot \mathbf{t}_o - \sum_{o=1}^{n_0} \hat{\mathcal{S}}_{os}^h \mathbf{v}_o = \mathbf{0} \quad s = 1, n_1 \quad (2.87)$$

$$\begin{aligned} \sum_{o=N-n_0+1}^N \hat{\mathcal{V}}_{os} \cdot \mathbf{t}_o - \lambda \sum_{o=1}^{n_0} \hat{\mathcal{V}}_{(N-o+1)s} \cdot \mathbf{t}_o - \sum_{o=1}^{n_0} \hat{\mathcal{S}}_{(N-o+1)s}^h \mathbf{v}_o = \\ - \frac{1+\lambda}{2} \sum_{o=1}^{n_0} \hat{\mathcal{V}}_{(N-o+1)s} \cdot \Delta \mathbf{t}_o \quad s = n_1 + 1, N \end{aligned} \quad (2.88)$$

Nous obtenons donc un système d'équations linéaires avec $2N$ inconnue (composantes r et z) qui peut être mis sous la forme :

$$\mathcal{L} \mathbf{v} = \mathbf{b} \quad (2.89)$$

Avec \mathcal{L} une matrice $2N \times 2N$ contenant les fonctions de Green, \mathbf{v} est le vecteur d'inconnues et \mathbf{b} les membres de droites du système. Ce système est résolu numériquement avec une procédure de pivot de Gauss par factorisation LU.

Nous pouvons alors calculer les inconnues en vitesses et en contraintes sur toutes les frontières du domaine pour n'importe quel saut de contraintes donné. Dans notre cas, ce dernier contient la pression de radiation acoustique ou optique qui sera aussi calculée par la méthode des éléments de frontières afin de prendre en compte à chaque itération du calcul la propagation d'une onde incidente gaussienne sur l'interface déformée.

2.5.2 L'équation d'Helmholtz

Les détails de calculs de cette partie se basent sur les ouvrages de Colton et Kress (2013) et Kirkup (2007). La méthode numérique implémentée repose largement sur les travaux de Kirkup qui propose en libre accès sur son site internet² les routines qu'il présente dans son livre.

L'équation d'Helmholtz

Reprenons le même raisonnement que lors de la résolution de l'équation de Stokes.

Nous cherchons à résoudre la propagation d'ondes acoustiques dans deux phases fluides distinctes et immiscibles séparées par une interface plane sans épaisseur. La propagation de l'onde peut être déterminée à partir du potentiel de vitesse $\phi(\mathbf{x}, t)$ avec \mathbf{x} le vecteur position. Le champ de vitesse et la pression dans chaque phase s'obtiennent à partir de ce potentiel comme :

$$\mathbf{u}_j = \nabla \phi_j \quad (2.90)$$

$$p_j = -\frac{1}{\rho_j} \frac{\partial \phi_j}{\partial t} \quad (2.91)$$

Le potentiel de vitesse satisfait l'équation homogène d'Helmholtz dans chaque phase j :

$$\frac{\partial^2 \phi_j}{\partial t^2} - c_j^2 \Delta \phi_j = 0 \quad (2.92)$$

Avec, comme précédemment, ρ_j et c_j la masse volumique et la vitesse du son dans la phase $j = 1, 2$. Considérant des ondes harmoniques nous pouvons ré-écrire le potentiel de vitesse :

$$\phi_j(\mathbf{x}, t) = \psi_j(\mathbf{x}) e^{-i\omega t} \quad (2.93)$$

Avec $\omega > 0$ la pulsation de l'onde. Ainsi la partie spatiale du potentiel satisfait l'équation d'Helmholtz homogène réduite :

$$\nabla^2 \psi_j + k^2 \psi_j = 0 \quad (2.94)$$

Avec $k_j = \omega/c_j$ le nombre d'onde.

Comme pour le problème fondamental de Stokes, considérons un potentiel de vitesse fictif $\hat{\psi}(\mathbf{x})$ induit par une force unitaire ponctuelle appliquée en un point \mathbf{y} :

$$\nabla^2 \hat{\psi}(\mathbf{x}) + k^2 \hat{\psi}(\mathbf{x}) = -\delta(\mathbf{x} - \mathbf{y}) \quad (2.95)$$

2. <http://www.boundary-element-method.com/helmholtz/>

2.5. LA MÉTHODE DES ÉLÉMENTS DE FRONTIÈRES

La solution de cette équation peut être donnée par la fonction de Green $G(\mathbf{x}, \mathbf{y})$ qui s'écrit à trois dimensions :

$$G(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = \frac{1}{4\pi} \frac{e^{ikd}}{d} \quad (2.96)$$

Avec $d = |\mathbf{d}| = |\mathbf{x} - \mathbf{y}|$. Cette fonction satisfait aussi la condition de radiation de Sommerfeld :

$$\lim_{d \rightarrow \infty} d \left(\frac{\partial \psi}{\partial d} - ik\psi \right) = 0 \quad (2.97)$$

Qui est un prérequis physique qui assure que toutes les ondes diffusées s'éloignent de leurs sources. Notons aussi qu'en utilisant la symétrie de la fonction de Green et de la force ponctuelle par rapport à \mathbf{x} ou \mathbf{y} il est possible dans ce qui suit d'interchanger ces deux variables.

Représentation intégrale

Le premier théorème de Green nous permet d'écrire :

$$\int_V \psi \nabla^2 \hat{\psi} dV_y = \int_{\partial V} \psi \frac{\partial \hat{\psi}}{\partial \mathbf{n}_e} dS_y - \int_V (\nabla \psi \cdot \nabla \hat{\psi}) dV_y \quad (2.98)$$

Avec \mathbf{n}_e la normale à la surface dirigée vers l'extérieur. L'équation (2.98) nous permet de dériver le théorème de réciprocité :

$$\int_V (\psi \nabla^2 \hat{\psi} - \hat{\psi} \nabla^2 \psi) dV_y = \int_{\partial V} \psi \frac{\partial \hat{\psi}}{\partial \mathbf{n}_e} dS_y - \int_{\partial V} \hat{\psi} \frac{\partial \psi}{\partial \mathbf{n}_e} dS_y \quad (2.99)$$

Utilisant les équations (2.94) et (2.95) et remplaçant le potentiel fictif par la fonction de Green nous obtenons :

$$\int_{\partial V} \left(\psi \frac{\partial G}{\partial \mathbf{n}_e} - G \frac{\partial \psi}{\partial \mathbf{n}_e} \right) dS_y = - \int_V \psi \delta(\mathbf{x} - \mathbf{y}) dV_y \quad (2.100)$$

Où le membre de droite est égal à :

$$\int_V \psi \delta(\mathbf{x} - \mathbf{y}) dV_y = \begin{cases} \psi(\mathbf{x}) & \mathbf{x} \in V \\ \frac{1}{2} \psi(\mathbf{x}) & \mathbf{x} \in \partial V \\ 0 & \mathbf{x} \notin V \end{cases} \quad (2.101)$$

Nous pouvons ré-écrire ces équations en termes d'opérateurs intégrales afin de suivre les mêmes notations que Kirkup (2007) :

$$\{Ma\}_{\partial V}(\mathbf{x}) \equiv \int_{\partial V} \frac{\partial G}{\partial \mathbf{n}_e}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) a(\mathbf{y}) dS_y \quad (2.102)$$

$$\{La\}_{\partial V}(\mathbf{x}) \equiv \int_{\partial V} G(\mathbf{x}, \mathbf{y}) a(\mathbf{y}) dS_y \quad (2.103)$$

Avec a une fonction scalaire quelconque. L'équation (2.100) peut alors s'écrire :

$$\{M\psi\}_{\partial V}(\mathbf{x}) + \psi(\mathbf{x}) = \{Lu_n\}_{\partial V}(\mathbf{x}) \quad \mathbf{x} \in V \quad (2.104)$$

$$\{M\psi\}_{\partial V}(\mathbf{x}) + \frac{1}{2}\psi(\mathbf{x}) = \{Lu_n\}_{\partial V}(\mathbf{x}) \quad \mathbf{x} \in S \quad (2.105)$$

Avec $u_n = (\partial\psi)/(\partial\mathbf{n}_e)$. Nous pouvons, à partir des équations précédentes, calculer le potentiel de vitesse sur les frontières du domaine ou en tout point \mathbf{x} dans le volume. Cependant, ces équations présentent certaines limitations. Dans le cas où une condition limite de Dirichlet est utilisée, les équations (2.104) et (2.105) sont des équations intégrales de Fredholm de premières espèces. Ces équations sont en général problématiques pour la résolution numérique, les matrices en résultant et représentant le système linéaire à résoudre étant mal conditionnées (Delves et Mohamed, 1985). Il est cependant possible de reformuler ces équations. Prenons pour commencer l'équation (2.104) dont nous dérivons tous les termes par un vecteur quelconque $\mathbf{v}_x(\mathbf{x})$:

$$\frac{\partial}{\partial\mathbf{v}_x} \{M\psi\}_{\partial V}(\mathbf{x}) + \frac{\partial\psi(\mathbf{x})}{\partial\mathbf{v}_x} = \frac{\partial}{\partial\mathbf{v}_x} \{Lu_n\}_{\partial V}(\mathbf{x}) \quad \mathbf{x} \in V \quad (2.106)$$

Que l'on peut écrire :

$$\{N\psi\}_{\partial V}(\mathbf{x}; \mathbf{v}_x) + \frac{\partial\psi(\mathbf{x})}{\partial\mathbf{v}_x} = \{M^t u_n\}_{\partial V}(\mathbf{x}; \mathbf{v}_x) \quad (2.107)$$

Avec les nouveaux opérateurs introduits :

$$\{M^t a\}_{\partial V}(\mathbf{x}; \mathbf{v}_x) \equiv \int_{\partial V} G(\mathbf{x}, \mathbf{y}) a(\mathbf{y}) dS_y \quad (2.108)$$

$$\{Na\}_{\partial V}(\mathbf{x}; \mathbf{v}_x) \equiv \frac{\partial}{\partial\mathbf{v}_x} \int_{\partial V} \frac{\partial G(\mathbf{x}, \mathbf{y})}{\partial\mathbf{n}_e} a(\mathbf{y}) dS_y \quad (2.109)$$

Notons que les quatre opérateurs donnés jusqu'ici ne possèdent pas les mêmes propriétés de continuité. Pour une fonction $a(\mathbf{x})$ les opérateurs $\{La\}_{\partial V}(\mathbf{x})$ et $\{Na\}_{\partial V}(\mathbf{x}; \mathbf{v}_x)$ sont continus à travers la frontière ∂V . Tandis que les opérateurs $\{Ma\}_{\partial V}(\mathbf{x})$ et $\{M^t a\}_{\partial V}(\mathbf{x}; \mathbf{v}_x)$ sont discontinus sur ∂V . Leurs propriétés de continuité s'écrivent :

$$\left. \begin{aligned} \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \{Ma\}_{\partial V}(\mathbf{x} + \epsilon\mathbf{n}_e) + \frac{1}{2}a(\mathbf{x}) \\ \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \{Ma\}_{\partial V}(\mathbf{x} - \epsilon\mathbf{n}_e) - \frac{1}{2}a(\mathbf{x}) \end{aligned} \right\} = \{Ma\}_{\partial V}(\mathbf{x}) \quad (2.110)$$

$$\left. \begin{aligned} \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \{M^t a\}_{\partial V}(\mathbf{x} + \epsilon\mathbf{n}_e) - \frac{1}{2}a(\mathbf{x}) \\ \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \{M^t a\}_{\partial V}(\mathbf{x} - \epsilon\mathbf{n}_e) + \frac{1}{2}a(\mathbf{x}) \end{aligned} \right\} = \{M^t a\}_{\partial V}(\mathbf{x}) \quad (2.111)$$

Ces conditions de continuité nous permettent finalement de transformer l'équation (2.107) dans la limite où \mathbf{x} approche de la frontière ∂V avec $\mathbf{v}_x = \mathbf{n}_e$ en :

$$\{N\psi\}_{\partial V}(\mathbf{x}; \mathbf{n}_e) = \left\{ \left(M^t - \frac{1}{2}\mathcal{I} \right) u_n \right\}_{\partial V}(\mathbf{x}; \mathbf{n}_e) \quad \mathbf{x} \in S \quad (2.112)$$

Un dernier problème se présente ici. Cette fois, cette équation est hypersingulière pour des conditions limites de Neumann. Afin de définitivement lever ces singularités, nous prenons une équation couplant l'équation (2.105) et l'équation (2.112) :

$$\begin{aligned} \left\{ \left(M + \frac{1}{2}\mathcal{I} + \mu N \right) \psi \right\}_{\partial V}(\mathbf{x}; \mathbf{n}_e) = \\ \left\{ \left(L + \mu \left(M^t - \frac{1}{2}\mathcal{I} \right) \right) u_n \right\}(\mathbf{x}; \mathbf{n}_e) \quad \mathbf{x} \in S \end{aligned} \quad (2.113)$$

Avec $\mu = i/(k+1)$ un paramètre de couplage. C'est cette équation qui sera discrétisée et utilisée pour calculer le champ dans les deux phases fluides. Pour la résolution, il faudra prendre aussi en compte la condition aux limites suivante :

$$\alpha(\mathbf{x})\psi(\mathbf{x}) + \beta(\mathbf{x})u_n(\mathbf{x}) = \zeta(\mathbf{x}) \quad (2.114)$$

Avec α, β, ζ des fonctions complexes définies sur les frontières du domaine. Dans notre cas, nous choisissons une condition sur les frontières qui dérive directement de l'équation de Sommerfeld (2.97) :

$$\frac{\partial \psi}{\partial d} = ik\psi \quad (2.115)$$

$$\frac{\partial \psi}{\partial \mathbf{n}_e} \frac{\partial \mathbf{n}_e}{\partial d} = ik\psi \quad (2.116)$$

En écrivant $\frac{\partial \mathbf{n}_e}{\partial d} = \frac{d}{\mathbf{d} \cdot \mathbf{n}_e}$ (voir section 3.2.4 de (Kirkup, 2007)) et en considérant, comme précédemment, que lorsque $\mathbf{x} \rightarrow \partial V$, $\mathbf{d} = \mathbf{n}_e$, nous obtenons finalement

$$u_n = -ik\psi \quad (2.117)$$

Avec $\gamma = \beta/\alpha = ik$ et $\zeta(\mathbf{x})$ le terme source. Considérant une onde incidente du milieu 2, ζ représente la source gaussienne sur la frontière telle que représentée sur la figure 2.3. Finalement, il faut aussi tenir compte de la continuité de la pression sur l'interface :

$$p_1 = p_2 \quad (2.118)$$

$$\rho_1 \omega \psi_1 = \rho_2 \omega \psi_2 \quad (2.119)$$

ainsi que de la continuité de la vitesse normale :

$$u_{n1} = -u_{n2} \quad (2.120)$$

Discrétisation de l'équation intégrale

Considérons le même maillage que pour la résolution de l'équation de Stokes avec n_0 points sur l'interface, n_1 points dans le milieu 1 et n_2 points dans le milieu 2. Prenons le cas d'un opérateur dans le milieu 1 :

$$\{L\psi\}_{\partial V}(\mathbf{x}) = \sum_{n=1}^{n_1} \int_{\Delta\partial V_n} G(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \psi_n dS_y \quad (2.121)$$

Avec, là aussi comme pour la résolution de l'équation de Stokes, ψ_n une constante sur chaque élément de frontière :

$$\{L\psi\}_{\partial V}(\mathbf{x}) = \sum_{n=1}^{n_1} \psi_n \{L\}_{\Delta\partial V_n}(\mathbf{x}) \quad (2.122)$$

Les opérateurs peuvent s'écrire pour chaque phase :

$$\left\{ \begin{array}{l} L_{mn} = \{L\}_{\Delta\partial V_n}(\mathbf{x}_m) = \int_{\Delta\partial V_n} G(\mathbf{x}_m, \mathbf{y}) dS_y \\ M_{mn} = \{M\}_{\Delta\partial V_n}(\mathbf{x}_m) = \int_{\Delta\partial V_n} \frac{G}{\mathbf{n}_e}(\mathbf{x}_m, \mathbf{y}) dS_y \\ M_{mn}^t = \{M^t\}_{\Delta\partial V_n}(\mathbf{x}_m; \mathbf{v}_x) = \frac{\partial}{\partial \mathbf{v}_x} \int_{\Delta\partial V_n} G(\mathbf{x}_m, \mathbf{y}) dS_y \\ N_{mn} = \{N\}_{\Delta\partial V_n}(\mathbf{x}_m; \mathbf{v}_x) = \frac{\partial}{\partial \mathbf{v}_x} \int_{\Delta\partial V_n} \frac{G}{\mathbf{n}_e}(\mathbf{x}_m, \mathbf{y}) dS_y \end{array} \right. \quad (2.123)$$

Avec $m = 1, 2, \dots, n_j$. Tous ces opérateurs peuvent donc être représentés par des matrices $n_j \times n_j$. Dans le cas où $\mathbf{x} \notin \Delta\partial V_n$ les intégrales précédentes sont calculables avec des quadratures de Gauss à 8 points. Lorsque $\mathbf{x} \in \Delta\partial V_n$ les opérateurs $\{L\}_{\Delta\partial V_n}(\mathbf{x})$ et $\{N\}_{\Delta\partial V_n}(\mathbf{x}; \mathbf{v}_x)$ présentent des singularités. Ces singularités sont levées en utilisant les propriétés asymptotiques des fonctions de Green suivantes :

$$\lim_{(\mathbf{y} \rightarrow \mathbf{x})} (G(\mathbf{x}, \mathbf{y}) - G_0(\mathbf{x}, \mathbf{y})) = \mathcal{O}(r^0) \quad (2.124)$$

$$\lim_{(\mathbf{y} \rightarrow \mathbf{x})} \left(\frac{\partial^2 G}{\partial \mathbf{v}_x \partial \mathbf{n}_e}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) - \frac{\partial^2 G_0}{\partial \mathbf{v}_x \partial \mathbf{n}_e}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) + \frac{1}{2} k^2 G(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \right) = \mathcal{O}(r^0) \quad (2.125)$$

Avec $\mathbf{x}, \mathbf{y} \in \partial V$ et $G_0(\mathbf{x}, \mathbf{y})$ la fonction de Green solution de l'équation de Laplace (qui n'est autre que la solution de l'équation d'Helmholtz avec $k = 0$) :

$$G_0(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = \frac{1}{4\pi r} \quad (2.126)$$

Les singularités peuvent être levées en ré-écrivant les opérateurs $\{L\}_{\Delta\partial V_n}(\mathbf{x})$ et $\{N\}_{\Delta\partial V_n}(\mathbf{x}; \mathbf{v}_x)$ à l'aide des équations (2.124) et (2.125) :

$$\{L\}_{\Delta\partial V_n}(\mathbf{x}) = \{L_0\}_{\Delta\partial V_n}(\mathbf{x}) + \int_{\Delta\partial V_n} (G(\mathbf{x}, \mathbf{y}) - G_0(\mathbf{x}, \mathbf{y})) dS_y \quad (2.127)$$

$$\begin{aligned} \{N\}_{\Delta\partial V_n}(\mathbf{x}; \mathbf{v}_x) &= \{N_0\}_{\Delta\partial V_n}(\mathbf{x}; \mathbf{v}_x) - \frac{1}{2}k^2 \{L_0\}_{\Delta\partial V_n}(\mathbf{x}) + \\ &\int_{\Delta\partial V_n} \left(\frac{\partial^2 G}{\partial \mathbf{v}_x \partial \mathbf{n}_e}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) - \frac{\partial^2 G_0}{\partial \mathbf{v}_x \partial \mathbf{n}_e}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) + \frac{1}{2}k^2 G(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \right) dS_y \end{aligned} \quad (2.128)$$

Finalement, le système d'équations à résoudre est le suivant :

$$\sum_{n=1}^N \left[M_{mn} + \frac{1}{2}\mathcal{I} + \mu N_{mn} \right] \psi_n - \sum_{n=1}^{n_1} [L_{mn} + \mu(M_{mn}^t - \frac{1}{2}\mathcal{I})] \tilde{v}_n = 0 \quad m = 1, n_1 \quad (2.129)$$

$$\rho_1 \psi_n - \rho_2 \psi_{N-n+1} + \alpha_1 \psi_n + \beta_1 \tilde{v}_n = \zeta_n \quad n = 1, n_1 \quad (2.130)$$

$$\tilde{v}_{n-n_1} + \tilde{v}_{N-n+n_1+1} + \alpha_2 \psi_n + \beta_2 \tilde{v}_n = \zeta_n \quad n = n_1 + 1, N \quad (2.131)$$

Avec $\alpha_j = i\omega\rho_j$ et $\beta_j = -\rho_j c_j$. Comme pour la résolution de l'équation de Stokes, nous avons un système linéaire du type :

$$\mathcal{L}\mathbf{v} = \mathbf{b} \quad (2.132)$$

Où \mathcal{L} est une matrice $2N \times 2N$, $\mathbf{v} = [\psi_1, \tilde{v}_1, \psi_2, \tilde{v}_2]$ le vecteur d'inconnue de longueur $2N$ et \mathbf{b} contient les membres de droites du système à résoudre. Ce type de système linéaire peut être résolu numériquement par une procédure de pivot de Gauss par factorisation LU. Connaissant finalement le potentiel de vitesse dans les deux milieux, nous pouvons calculer la pression acoustique p et la vitesse locale \mathbf{u} sur l'interface et ainsi remonter à la pression de radiation.

2.5.3 Propagation d'une onde électromagnétique

Ce que nous venons de développer dans la partie précédente peut aisément être adapté au cas d'une onde électromagnétique. En effet, nous pouvons remarquer une équivalence mathématique entre les tenseurs de contraintes acoustiques (équation (2.7)) et électromagnétiques (équation (2.29)). Considérant des ondes de polarisation transverse électrique (TE) $\mathbf{E} = E_0 \mathbf{e}_\theta$ ou transverse magnétique (TM) $\mathbf{H} = H_0 \mathbf{e}_\theta$ nous pouvons proposer les équivalences mathématiques entre le champ acoustique et électromagnétique présentées dans le tableau 2.1 (Ikelle, 2012). Nous pouvons ainsi utiliser la même méthode des éléments de frontière pour calculer la propagation d'un champ acoustique comme électromagnétique.

Acoustique	Optique TE	Optique TM
p	$E\mathbf{e}_\theta$	$H\mathbf{e}_\theta$
\mathbf{u}	$\mathbf{e}_\theta \times \mathbf{H}$	$\mathbf{e}_\theta \times \mathbf{E}$
ρ	ϵ_r	μ_r
χ	μ_r	ϵ_r

TABLE 2.1 : Tableau d'équivalence mathématique entre les grandeurs qui caractérisent le champ acoustique et électromagnétique.

2.5.4 Actualisation et lissage du maillage

Maintenant que nous avons calculé la pression de radiation sur l'interface, nous pouvons l'insérer dans le saut de contraintes dans le système (2.88), avec le nombre de Bond Bo qui est calculé à partir des propriétés des fluides et de l'onde incidente et la courbure κ qui est calculée sur les points du maillage par différences finies.

Les nœuds du maillage sont alors advectés en utilisant la condition de suivi Lagrangien (équation (2.59)) qui est discrétisée par un schéma d'Euler explicite du premier ordre :

$$\frac{r(t + \Delta t) - r(t)}{\Delta t} = v_r(t) \quad (2.133)$$

$$\frac{z(t + \Delta t) - z(t)}{\Delta t} = v_z(t) \quad (2.134)$$

$$(2.135)$$

Avec Δt le pas de temps choisi. Suite à cela l'interface est remaillée à l'aide un lissage par splines cubiques. La routine utilisée peut être trouvée dans (Press *et al.*, 1996).

Pour résumer, l'interface est plane à l'instant $t = 0$. À partir de là, et pour chaque itération, la procédure numérique est la suivante :

- Calcul des fonctions de Green solutions du problème fondamental de Stokes,
- Calcul de la pression de radiation par la résolution de l'équation d'Helmholtz scalaire,
- Calcul des vitesses des nœuds de l'interface et des contraintes hydrodynamiques sur toutes les frontières du domaine,
- Advection et lissage du maillage,
- Retour au premier point avec la nouvelle position de l'interface.

Ce schéma est répété jusqu'à ce qu'un état stationnaire soit atteint.

La méthode numérique décrite ici n'a pas été développée pendant cette thèse. Elle l'a été par Chraïbi (2007) pendant ses travaux de thèse et pendant les années qui suivirent. Quelques ajouts y ont été cependant apportés dans le cadre de mes travaux. J'ai parallélisé Le calcul de la propagation d'ondes par la résolution de

l'équation d'Helmholtz à l'aide de la librairie OpenMP existante sous FORTRAN. Basée sur des architectures à mémoires partagées, cette interface définie comme « standard industriel », est facile d'utilisation et rapidement implémentable.

J'ai de plus implémenté un module de calcul de la courbure et de sa dérivée seconde en coordonnées curvilignes. Cela a été réalisé afin d'éviter des problèmes de dérivées numériques sur des objets sphériques et des membranes. La procédure est détaillée dans le chapitre 5.

Enfin un dernier module a été ajouté afin de calculer les contraintes de tensions et de courbures des membranes.

2.6 Les systèmes fluides expérimentaux

Nous avons, au cours de nos travaux, assemblé et analysé les données expérimentales brutes obtenues au sein de l'équipe OPTOFLOW au LOMA afin de pouvoir continuellement comparer ces dernières à nos résultats numériques. Celles-ci proviennent des travaux de Petit (2011) pour le cas électromagnétique dans les chapitres 3 et 4. De ceux de Bertin (2011) pour le cas acoustique dans le chapitre 4. Et finalement, nous utilisons des données extraites de (Giro, 2018) dans le chapitre 5. Le système expérimental lié à ce chapitre est traité au sein de celui-ci.

Tandis que des fluides classiques sont utilisés avec les ondes acoustiques (eau, huile minérale, kérosène ...), ceux mis en œuvre en optique sont plus complexes. Les deux systèmes que nous allons présenter ci-dessous possèdent néanmoins un point commun qui est une très faible tension interfaciale ($\sigma \approx 10^{-6} \text{N m}^{-1}$). En effet, l'amplitude de la pression de radiation optique étant très faible pour des tensions usuelles, il est indispensable de considérer des interfaces très molles afin de pouvoir observer des déformations d'interfaces induites optiquement.

2.6.1 Les phases micellaires de microémulsion

La microémulsion est un mélange quaternaire, composé d'eau, d'huile (toluène), de surfactant (dodécylsulfate de sodium ; SDS³) et d'un co-surfactant (n-butanol). Pour de faibles concentrations d'eau et de surfactants, l'équilibre thermodynamique de la solution amène à la formation d'un système liquide binaire supra-moléculaire. Ce système est composé d'une suspension de nanogouttes d'eau dans l'huile, maintenues par une enveloppe de surfactant que l'on appelle des micelles. Soluble dans l'eau et dans l'huile, le co-surfactant est utilisé afin d'équilibrer la balance hydrophile/lipophile du SDS et permettre la formation des micelles. Pour la composition choisie (fraction massique : eau 9%, toluène 70%, SDS 4% et n-butanol 17%), le rayon des micelles est d'environ 4nm (Freysz, 1990). Comme

3. Le sigle SDS vient du nom anglais de la molécule sodium dodecyl sulfate

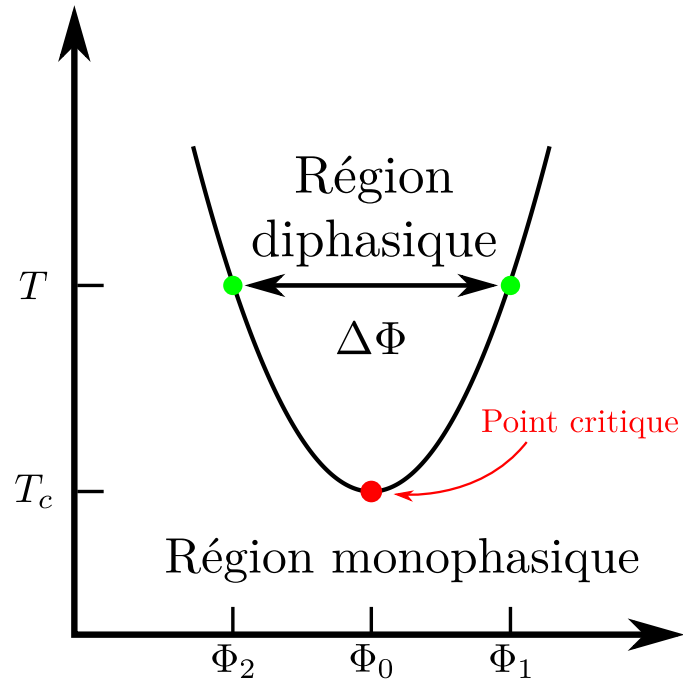


FIGURE 2.4 : Schéma du diagramme de phase de la microémulsion. Φ_0 représente la concentration en micelles du système dans son état monophasique et Φ_1 et Φ_2 les concentrations en micelles des phases 1 et 2 lorsque $T > T_c$ la température critique ($T_c = 35^\circ\text{C}$). $\Delta\Phi$ représente la largeur de la courbe de démixtion.

pour tout mélange, la microémulsion possède une ligne de points critiques de démixtion, associée ici à une courbe de co-existence retournée (parabole convexe) (Cazabat *et al.*, 1982). Il a de plus été démontré que la microémulsion appartient à la classe d'universalité ($d = 3$, $n = 1$) du modèle d'Ising (Jean-Jean *et al.*, 1988). Cela implique, que les effets mécaniques induits par la propagation d'une onde électromagnétique et les effets en résultant, peuvent être généralisés à tout type de liquide isotrope de cette même classe. Pour la composition choisie et donnée précédemment, la température critique de la microémulsion vaut $T_c \approx 35^\circ\text{C}$. Lorsque le mélange est porté à une température supérieure à cette température critique, celui-ci se sépare en deux phases micellaires de concentration Φ_1 et Φ_2 respectivement riche et pauvre en micelles. Un diagramme de phase schématisant nos précédents propos est présenté sur la figure 2.4. Comme tout système proche d'un point critique, certaines de ses propriétés dans la région diphasique, ont des comportements en loi de puissance qui divergent ou tendent vers zéro qui sont caractéristiques des transitions de phases de second ordre. Le paramètre d'ordre de cette transition de phases est le contraste de concentration en micelle ($\Phi_1 - \Phi_2$) et les propriétés physiques de la microémulsion variant avec la température sont

les suivantes :

La longueur de corrélation des fluctuations de densité dans la région diphasique dont dépend l'intensité diffusée dans un système turbide et donc la force de diffusion (voir équation (2.47),

$$\xi = \xi_0 \left(\frac{T - T_c}{T_c} \right)^{-0.63}, \quad \text{avec } \xi_0 = 2\text{nm}. \quad (2.136)$$

La compressibilité isotherme dont dépend la turbidité et donc la force diffusion,

$$\chi_T = \chi_{T0} \left(\frac{T - T_c}{T_c} \right)^{-1.24}, \quad \text{avec } \chi_{T0} = 1.344 \times 10^{-6} \text{Pa}^{-1}. \quad (2.137)$$

La tension interfaciale intervenant dans la pression de Laplace,

$$\sigma = \sigma_0 \left(\frac{T - T_c}{T_c} \right)^{1.26}, \quad \text{avec } \sigma_0 = 5 \times 10^{-5} \text{N m}^{-1}. \quad (2.138)$$

Le contraste de masse volumique que nous retrouvons dans le nombre de Bond,

$$\Delta\rho = \Delta\rho_0 \left(\frac{T - T_c}{T_c} \right)^{0.325}, \quad \text{avec } \Delta\rho_0 = 53.625 \text{kg m}^{-3}. \quad (2.139)$$

Le contraste d'indices de réfraction auquel est proportionnel la pression de radiation,

$$\Delta n = \Delta n_0 \left(\frac{T - T_c}{T_c} \right)^{0.325}, \quad \text{avec } \Delta n_0 = -0.0451. \quad (2.140)$$

Et la viscosité de la phase j ,

$$[1.46 - 0.014(T - 237)](1 + 2.5\Phi_j) 10^{-3} \text{Pa s}, \quad (2.141)$$

qui dépend de la concentration micellaire, qui elle même dépend de la température :

$$\Phi_j = \Phi_0 \pm \frac{\Delta\Phi_0}{2} \left(\frac{T - T_c}{T_c} \right)^{0.325}, \quad \text{avec } \Delta\Phi_0 = 0.11 \quad (2.142) \\ \text{et } \Delta\Phi_0 = 0.275.$$

Nous voyons alors qu'en plus de posséder une tension interfaciale très faible, les autres propriétés de la microémulsion peuvent être modifiées continuellement simplement en changeant la température du système expérimental. De plus amples détails concernant les propriétés physiques ainsi que l'élaboration et la sélection d'échantillons peuvent être trouvés dans la thèse de Petit (2011) en annexe deux.

2.6.2 Phase de Winsor

Ce que l'on appelle une phase de Winsor est un mélange ternaire d'eau salée, d'huile et de surfactants. Varier la concentration en sel de l'eau permet de modifier la balance hydrophile/lipophile du surfactant et d'obtenir trois systèmes à l'équilibre distincts. Ici, nous nous intéresserons particulièrement à celui que l'on nomme équilibre de Winsor III qui est le système possédant la tension interfaciale la plus faible et qui comprend trois phases, une centrale riche en surfactants et de part et d'autre une phase en excès d'eau et une phase en excès d'huile. De plus, contrairement aux phases de microémulsion décrites dans la partie précédente, les phases aqueuse et organique de Winsor III sont homogènes et transparentes. Les composants de notre échantillon sont, de l'eau salée, de l'heptane et de l'AOT un surfactant anionique. La réalisation de ce mélange est basée sur les travaux de (Binks, 2000). Ces mélanges sont composés, en pourcentage massique, à 49.5% d'eau salée concentrée à $c_{NaCl} = 0.04\text{mol L}^{-1}$ ou $c_{NaCl} = 0.045\text{mol L}^{-1}$ et d'un mélange heptane/AOT concentré à $c_{AOT} = 40 \times 10^{-3}\text{mol L}^{-1}$ (la concentration micellaire critique (cmc)⁴ est de l'ordre de $c_{cmc} = 1 \times 10^{-3}\text{mol L}^{-1}$). Lorsque le mélange est réalisé, l'équilibre est atteint entre un et plusieurs mois plus tard. Une fois un état stationnaire atteint, les phases en excès d'eau et d'huile sont prélevées et mises en contact dans des cellules de spectroscopie scellées et thermostatées à 25°C.

La tension interfaciale, qui dépend de la salinité, a été mesurée pour une eau salée concentrée à $c_{NaCl} = 0.045\text{mol L}^{-1}$ à $\sigma = 1.4 \times 10^{-6}\text{N m}^{-1}$. Le contraste d'indice est quant à lui constant, dépendant uniquement des phases en excès de l'équilibre de Winsor III, et vaut ici $\Delta n = 5.5 \times 10^{-2}$ avec $n_{eau} = 1.330$ et $n_{hep} = 1.385$. Les masses volumiques étant aussi constantes le nombre de Bond dépendra uniquement de l'extension radiale du faisceau.

Encore une fois, le lecteur souhaitant trouver plus d'informations au sujet des différents équilibres de Winsor ou sur la réalisation des échantillons expérimentaux, peut se référer à l'annexe une de (Petit, 2011).

2.7 Conclusion

Nous avons au cours de ce chapitre posé les bases physiques de la déformation d'interfaces fluides par des ondes acoustiques ou électromagnétiques. Nous avons donné les expressions des différentes forces agissant sur le système et l'équilibre auquel est soumise l'interface.

Nous avons de plus décrit la résolution numérique employée qui repose sur la

4. La cmc représente la concentration à partir de laquelle des micelles se forment spontanément.

méthode des éléments de frontières et qui nous permet de résoudre l'équation de Stokes ainsi que l'équation d'Helmholtz scalaire pour la propagation d'ondes dans le domaine numérique.

Pour finir, nous avons donné une brève description des systèmes expérimentaux utilisés avec des ondes électromagnétiques auxquels nous nous référons dans les chapitres suivants.

Bibliographie

- BERNE, B. J. et PECORA, R. (1990). *Dynamic Light scattering : With applications to chemistry ; biology and physics*. Krieger Pub.
- BERTIN, N. (2011). *Déformations d'interfaces liquides guidantes par la pression de radiation acoustique et optique*. Thèse de doctorat, Université de Bordeaux.
- BINKS, B. P. (2000). Stability of Oil-in-Water Emulsions in a Low Interfacial Tension System. *Langmuir*, 16(3).
- BREVIK, I. (2018). Radiation forces and the Abraham-Minkowski problem. *Mod. Phys. Lett. A*, 33(10-11).
- BREVIK, I. et KLUGE, R. (1999). Oscillations of a water droplet illuminated by a linearly polarized laser pulse. *J. Opt. Soc. Am. B*, 16(6) :976–985.
- BRILLOUIN, L. (1925). Sur les tensions de radiation. *Annales de Physique*, 10(4) : 528–586.
- CASNER, A. (2002). *Déformations, Manipulations et instabilités d'interfaces liquides induites par la pression de radiation d'une onde laser*. Thèse de doctorat, Université de Bordeaux.
- CAZABAT, A. M., LANGEVIN, D., MEUNIER, J. et POUCHELON, A. (1982). Critical behaviour in microemulsions. *J. Phys. Lett-Paris*, 43(3) :89–95.
- CHRAIBI, H. (2007). *Simulation de l'opto-hydrodynamique des interfaces liquides*. Thèse de doctorat, Université de Bordeaux.
- COLTON, D. et KRESS, R. (2013). *Integral Equation Methods in Scattering Theory*. Classics in Applied Mathematics. Society for Industrial and Applied Mathematics.
- DELVES, L. M. et MOHAMED, J. L. (1985). *Computational Methods for Integral Equations*. Cambridge University Press, Cambridge.

- ELLINGSEN, S. . et BREVIK, I. (2012). Electrostrictive counterforce on fluid microdroplet in short laser pulse. *Opt. Lett.*, 37(11) :1928–1930.
- FREYSZ, r. (1990). *Etude des non linéarités optiques dans les mélanges liquides binaires critiques*. Thèse de doctorat.
- GIROT, A. (2018). *Manipulation et déformation optiques d’interfaces molles*. Thèse de doctorat, Université de Bordeaux.
- GRAZIANI, G. (1989). A boundary integral equation method for axisymmetric viscous flows. *Int. J. Engng Sci.*
- HART, S. J., TERRAY, A. V. et ARNOLD, J. (2007). Particle separation and collection using an optical chromatographic filter. *Appl. Phys. Lett.*, 91(17) : 171121.
- HERTZ, G. et MENDE, H. (1939). Der Schallstrahlungsdruck in Flüssigkeiten. *Zeitschrift für Physik*, 114(5) :354–367.
- IKELLE, L. T. (2012). On elastic-electromagnetic mathematical equivalences. *Geophys. J. Int.*, 189 :1771–1780.
- ISSENMANN, B., WUNENBURGER, R., CHRAIBI, H., GANDIL, M. et DELVILLE, J.-P. (2011). Unsteady deformations of a free liquid surface caused by radiation pressure. *J. Fluid. Mech.*, 682 :460_490.
- JEAN-JEAN, B., FREYSZ, E., DUCASSE, A. et POULIGNY, B. (1988). Thermo-diffusive and Electrostrictive Optical Nonlinearities in Critical Microemulsions. *Europhys. Lett.*, 7(3) :219–224.
- KANETA, T., ISHIDZU, Y., MISHIMA, N. et IMASAKA, T. (1997). Theory of Optical Chromatography. *Anal. Chem.*, (69) :2701–2710.
- KAOUI, B., RISTOW, G. H., CANTAT, I., MISBAH, C. et ZIMMERMANN, W. (2008). Lateral migration of a two-dimensional vesicle in unbounded Poiseuille flow. *Phys. Rev. E*, 77(2).
- KIRKUP, S. (2007). *The Boundary Element Method in Acoustics*, volume 8.
- KOMISSAROVA, I. I., OSTROVSKAYA, G. V. et SHEDOVA, E. N. (1988). Light pressure-induced deformations of a free liquid surface. *Optics Communications*, 66(1) :15–20.
- KONTONI, D. P. N., PARTRIDGE, P. W. et BREBBIA, C. A. (1991). The dual reciprocity boundary element method for the eigenvalue analysis of Helmholtz problems. *Advances in Engineering Software and Workstations*, 13(1) :2–16.

- KWAK, S. et POZRIKIDIS, C. (2001). Effect of membrane bending stiffness on the axisymmetric deformation of capsules in uniaxial extensional flow. *Phys. Fluids*, 13(5) :1234–1242.
- LADYZHENSKAYA, O. A. (1987). *The Mathematical Theory of viscous incompressible flow*. Gordon and breach, 2ième édition.
- LANDAU, L. D. et LIFSCHITZ, E. M. (1960). *Electrodynamics of continuous media*. Pergamon press, 1ère édition.
- LANDAU, L. D. et LIFSCHITZ, E. M. (1987). *Fluid Mechanics*. Pergamon press, 2ième édition.
- LISTER, J. R. (1989). Selective withdrawal from a viscous two-layer system. *J. Fluid. Mech.*, 198(-1) :231.
- PETIT, J. (2011). *Déformations et instabilités d'interfaces liquides pilotées par la diffusion d'une onde laser en milieux turbides*. Thèse de doctorat, Université de Bordeaux.
- PRESS, W. H., FLANNERY, B., TEUKOLSKY, S. A. et VETTERLING, W. T. (1996). *FORTRAN numerical recipes*. Cambridge University Press, Cambridge [England]; New York, 2ième édition.
- SAVCHENKO, A., TABIRYAN, N. et ZEL'DOVICH, B. (1997). Transfer of momentum and torque from a light beam to a liquid. *Phys. Rev. E.*, 55(4) :4773–4782.
- SHERWOOD, J. (1988). Breakup of fluid droplets in electric and magnetic fields. *J. Fluid. Mech.*, 188 :133–146.
- TORNBERG, A.-K. et SHELLEY, M. J. (2004). Simulating the dynamics and interactions of flexible fibers in Stokes flows. *J. Comput. Phys.*, 196(1) :8–40.
- VEERAPANENI, S. K., GUEYFFIER, D., ZORIN, D. et BIROS, G. (2009). A boundary integral method for simulating the dynamics of inextensible vesicles suspended in a viscous fluid in 2D. *J. Comput. Phys.*, 228(7) :2334–2353.
- WEI, W., THIESSEN, D. B. et MARSTON, P. L. (2004). Acoustic radiation force on a compressible cylinder in a standing wave. *J. Acoust. Soc. Am.*, 116(1) :201–208.
- WUNENBURGER, R., CASNER, A. et DELVILLE, J.-P. (2006). Light-induced deformation and instability of a liquid interface. II. Dynamics. *Phys. Rev. E*, 73(3) :036315.

CHAPITRE 2. MODÈLE PHYSIQUE ET MÉTHODE NUMÉRIQUE ...

WUNENBURGER, R., ISSENMANN, B., BRASSELET, E., LOUSSERT, C., HOURTANE, V. et DELVILLE, J.-P. (2011). Fluid flows driven by light scattering. *J. Fluid. Mech.*, 666 :273–307.

Chapitre 3

Propagation d'une onde électromagnétique dans des milieux liquides turbides

Nous avons discuté dans l'introduction du fait qu'il était possible d'induire des écoulements stationnaires dans des fluides turbides via la diffusion d'une onde électromagnétique lors de sa propagation. La force volumique résultante de la propagation d'onde est, nous le rappelons, proportionnelle à la quantité de mouvement $\mathbf{p} = (nI/c)\mathbf{z}$ et à la turbidité $\varpi = (-1/I)dI/dz$. Avec n l'indice de réfraction du milieu, I l'intensité du faisceau, c la vitesse de la lumière dans le vide et \mathbf{z} la direction de propagation du faisceau. Ainsi, l'écoulement induit par cette force l'est dans la même direction que la propagation de l'onde. Considérant des systèmes fermés et par conservation de la masse, l'écoulement formé est permanent et toroïdal, comme nous l'avons vu dans le chapitre 1 sur la figure 1.8.

Cette force, décrite théoriquement par Savchenko et al. (1997) peut permettre de générer sans contact des jets micrométriques et d'en contrôler le débit. En effets, dans leurs travaux, Casner and Delville (2003); Casner et al. (2003), ont montré qu'ils étaient capables de produire des déformations d'interfaces de grandes amplitudes à l'aide de la pression de radiation optique dans des phases micellaires de microémulsion; ces dernières sont décrites dans le chapitre 2, . Ils mirent alors en évidence des instabilités de jets avec production de gouttes à leur extrémité. Or, la pression de radiation étant une contrainte normale à la surface, celle-ci ne permet pas la mise en place d'écoulements permanents et donc la formation de jets. De plus, l'absorption thermique étant négligeable et la turbidité du système fluide divergeant proche du point critique, ces effets furent attribués à la diffusion de la lumière par Schroll et al. (2007). Pour mettre cela en évidence, Schroll et al. considérèrent un cas où l'onde se propage à partir du milieu le moins réfringent. On peut observer sur la figure 3.1 (a) deux effets notoires. Le premier est l'apparition

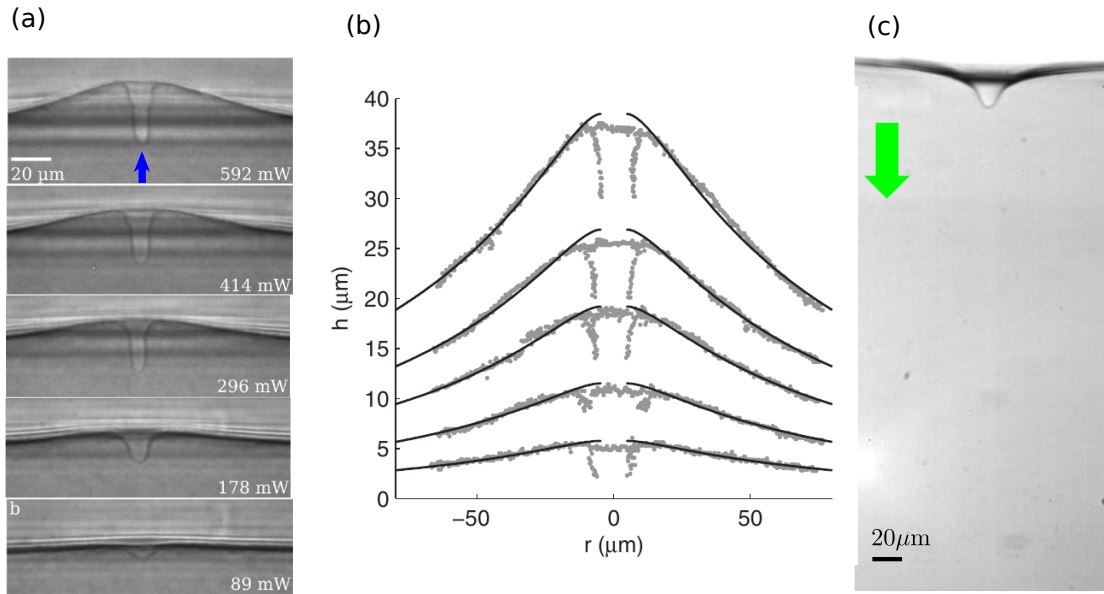


FIGURE 3.1 : Déformations d'interfaces fluides séparant des phases turbides par un faisceau laser. (a) et (b) représentent respectivement des images de la déformation d'une interface de phases de microémulsion et un modèle analytique décrivant ces déformations. Les déformations sont obtenues en focalisant un faisceau laser à l'interface qui se propage à partir de la phase la moins réfringente. Ces images sont extraites de (Schroll et al., 2007). (c) Représente une déformation obtenue dans le même système que précédemment mais avec un faisceau se propageant à partir de la phase la plus réfringente. L'image est extraite de (Petit, 2011).

d'une déformation centrale dont l'origine est à attribuer à la pression de radiation. Nous l'avons vu dans le chapitre précédent, celle-ci déforme toujours l'interface du milieu le plus réfringent au moins réfringent. Le deuxième effet concerne la formation d'une bosse dans le sens de propagation de l'onde, bien plus large que l'extension radiale du faisceau ($\omega_0 = 4.8\mu\text{m}$ ici). Cette bosse peut être décrite semi-analytiquement en considérant de faibles amplitudes de déformations et en injectant dans l'équilibre des contraintes sur l'interface les contraintes visqueuses induites par l'écoulement permanent comme nous pouvons le voir sur la figure 3.1 extraite de (Schroll et al., 2007). Dans le cas où le faisceau se propagerait dans l'autre direction (comme sur la figure 3.1 (c)), à partir du milieu le plus réfringent, il est plus difficile d'observer les effets de la force de diffusion. En effet, la pression de radiation et les contraintes visqueuses déformant l'interface dans le même sens, il n'y a pas de moyen direct d'observer séparément ces effets. Il est cependant intéressant de noter que (Wunenburger et al., 2011) ont caractérisé les rayons des jets induits et leurs débits dans cette configuration en considérant la stabilisation

CHAPITRE 3. PROPAGATION D'UNE ONDE ÉLECTROMAGNÉTIQUE DANS DES MILIEUX LIQUIDES TURBIDES

des colonnes liquides formées par la pression de radiation (Brasselet et al., 2008 ; Brasselet and Delville, 2008). Dans notre cas, afin de pouvoir caractériser plus aisément la force de diffusion, nous resterons dans la configuration de Schroll et al., soit lorsque le faisceau se propage à partir du milieu le moins réfringent.

Dans une première étude numérique, Chraïbi et al. (2011) s'intéressèrent aux propriétés de l'écoulement à travers la déformation d'une interface fluide dans un régime de faibles amplitudes de déformations ($h/\omega_0 \ll 1$). Cette première approche numérique permet de mettre en évidence les propriétés des écoulements en fonction de différents paramètres (géométriques ou d'excitations). Dans le même temps, Petit (2011) étudia expérimentalement les jets formés dans cette configuration et chercha à caractériser leurs rayons et débits. C'est ce qui nous intéressera ici. Une autre étude numérique réalisée par Chraïbi et al. (2013), axée sur la forme des jets une fois formés, apporta des résultats intéressants sur les différents systèmes que l'on peut rencontrer (l'interface est poussée/tirée/poussée-tirée) sans s'intéresser spécifiquement aux débits des jets produits.

Nous étudierons dans ce chapitre les propriétés dynamiques de l'écoulement à travers la déformation d'interfaces et nous comparerons nos résultats à des données expérimentales obtenues au sein de l'équipe OPTOFLOW au LOMA (Petit, 2011). Dans ce but, nous commencerons par rediscuter des effets mécaniques induits sur l'interface afin de comparer les ordres de grandeur des contraintes agissant dessus. Par la suite nous décrirons la dynamique de la déformation d'interface dans deux cas : régime linéaire, où la puissance injectée déforme faiblement l'interface puis régime de jet, lorsque la puissance devient suffisamment importante pour déstabiliser l'interface et ainsi former un jet. Finalement, nous caractériserons les jets par leurs rayons, vitesses d'écoulement et débits que nous comparerons à des données expérimentales.

3.1 Forces induites par la propagation d'ondes et système expérimental

En ce qui concerne la force de diffusion, nous pouvons à partir de l'équation de Stokes (voir équation (2.2)), calculer un ordre de grandeur pour la vitesse axiale de l'écoulement. Considérant que l'écoulement initialement induit est principalement situé dans la zone illuminée par le faisceau laser, nous prenons le rayon au col du faisceau comme grandeur caractéristique dans la composante visqueuse, et nous obtenons :

$$v_i^{scatt} \approx \frac{\omega_0^2}{\eta_i} f_i^{scatt} = \frac{2Pn_i\varpi_i}{\pi\eta_i c} \quad (3.1)$$

Il est intéressant de remarquer que cette vitesse ne dépend pas de l'extension radiale du faisceau, mais uniquement des propriétés de la phase fluide considé-

3.1. FORCES INDUITES PAR LA PROPAGATION D'ONDES ET SYSTÈME EXPÉRIMENTAL

rée et de la puissance injectée. Ceci avait été relevé expérimentalement et présenté par Schroll et al. (2007) qui montrèrent que la déformation induite par les contraintes visqueuses (la large bosse) ne dépend pas de l'extension radiale du faisceau. Ainsi, la vitesse d'écoulement dans les phases de microémulsion, est de l'ordre de $v^{scatt} \approx 10^{-4} \text{m s}^{-1}$ à des écarts à la température critique de $\Delta T = 1.5, 1.9\text{K}$ (les températures qui seront considérées dans la suite du chapitre) et pour une puissance injectée de $P = 1\text{W}$. Finalement, la contrainte visqueuse résultante peut s'exprimer comme $\eta_i \partial v_z / \partial z \approx \eta_i v^{scatt} / L_c \approx \sigma / L_c$, avec L_c la longueur caractéristique de l'écoulement qui n'est autre que la plus petite longueur du domaine dans lequel est généré l'écoulement. En effet, si l'échantillon est plus large que profond ($L < R$ avec L la hauteur de la phase fluide et R son extension radiale), l'écoulement est limité par la dimension axiale et $L_c = L$. Si au contraire il est plus profond que large, l'écoulement, par conservation de la masse, prendra place dans toute la phase fluide et $L_c = R$. Les résultats numériques qui démontrent cela sont présentés dans (Chraïbi et al., 2011). Expérimentalement, $L_c = L = 1\text{mm}$ et la contrainte visqueuse est de l'ordre de $\eta_i v^{scatt} / L_c \approx 10^{-4} \text{Pa}$.

Souhaitant calculer un ordre de grandeur pour la pression de radiation sur l'axe de propagation comme pour les contraintes visqueuses, nous reprenons l'équation (2.44) en $r = 0$. Considérant que le faisceau est à incidence normale (interface faiblement déformée) et pour des contrastes d'indices de réfraction $\Delta n \ll 1$ nous pouvons écrire $\Pi_{rad} \approx \Delta n I_0 / c$. Avec $I_0 = 2P / (\pi \omega_0^2)$ l'intensité du faisceau sur l'axe de propagation. Pour des valeurs typiques de contraste d'indice de réfraction de $\Delta n \approx 10^{-3}$, une puissance injectée de $P = 1\text{W}$ et un rayon au col du faisceau de l'ordre de $\omega_0 = 10\mu\text{m}$ nous obtenons $\Pi_{rad} \approx 10^{-1} \text{Pa}$. Tandis que la longueur caractéristique des écoulements et de la contrainte visqueuse est la plus petite dimension du domaine, celle de la pression de radiation est le rayon au col du faisceau. En effet l'intensité du faisceau et donc la pression de radiation étant exponentiellement décroissante, $I(r > \omega_0) \approx 0$ et donc $\Pi_{rad}(r > \omega_0) \approx 0$.

Il résulte quatre points à prendre en compte compte tenu des ordres de grandeurs que nous venons de calculer. (i) Il n'est pas possible expérimentalement de s'affranchir de la pression de radiation, celle-ci est présente dès que les deux phases fluides ont des indices de réfraction différents. (ii) L'amplitude de la pression de radiation est toujours très grande devant celle des contraintes visqueuses, il est donc nécessaire d'utiliser un système expérimental dans lequel les deux contraintes agissent dans des directions opposées afin de les discriminer correctement. (iii) Pour pouvoir induire des écoulements, il faut des systèmes turbides tels que des suspensions ou des systèmes fluctuants. (iv) Finalement, compte tenu de l'amplitude des contraintes visqueuses, il est impératif d'utiliser des systèmes fluides dont la tension interfaciale est très faible afin de pouvoir surpasser les contraintes de Laplace et déformer considérablement l'interface. Afin de remplir toutes ces conditions, les

CHAPITRE 3. PROPAGATION D'UNE ONDE ÉLECTROMAGNÉTIQUE DANS DES MILIEUX LIQUIDES TURBIDES

phases de microémulsion proches du point critique, dont la turbidité diverge et la tension interfaciale tend vers zéro proche du point critique, s'avèrent être de bonnes candidates.

Le système expérimental mis en place par Petit (2011) pour étudier la force de diffusion est présenté schématiquement sur la figure 3.2 (a). Un faisceau laser est focalisé sur l'interface initialement plane de phases de microémulsion proche du point critique contenue dans une cellule de quartz scellée dont les dimensions sont $40 \times 10 \times 2\text{mm}^3$. Le faisceau continu est issu d'un laser Nd³⁺-YAG doublé en fréquence, de mode principal TEM₀₀ et de longueur d'onde dans le vide $\lambda_0 = 532\text{nm}$. Le montage permet de faire varier facilement l'intensité et l'extension radiale du faisceau, ces deux quantités servant à moduler la pression de radiation et la force de diffusion. La puissance est contrôlée directement par l'alimentation du laser et la transmission optique du système expérimental. Le rayon au col du faisceau (sur l'interface) est défini comme suit. La lentille L_e détermine la taille initiale du faisceau sur le chemin optique, chemin dont la longueur, entre la lentille et l'objectif O utilisé pour focaliser le faisceau sur l'interface, est modifié par le déplacement du prisme Pr. La distance focale de la lentille étant de $F_e = 80\text{cm}$, le rayon au col du faisceau est compris entre $\omega_0 \in [3 - 14] \mu\text{m}$. Considérant ces valeurs et la longueur d'onde du faisceau, la longueur de Rayleigh (la distance sur laquelle le faisceau peut être considéré comme cylindrique) est comprise entre $Z_R \in [10^{-4} - 10^{-3}] \text{m}$. Nous considérerons alors numériquement un faisceau non divergent. Finalement, la position du rayon au col du faisceau variant avec le chemin optique, l'échantillon est monté sur une plateforme de translation verticale afin de positionner manuellement le faisceau sur l'interface. La température du système est contrôlée par un PID avec une stabilité de $\pm 0.05\text{K}$.

Nous pouvons observer sur la figure 3.2 (b) une déformation d'interface typique obtenue avec ce système expérimental. La dynamique de déformation est capturée à l'aide d'une caméra rapide CMOS et, afin d'éviter la saturation de celle-ci, le champ laser diffusé par l'échantillon est atténué par un filtre en verre coloré placé devant la caméra. Un exemple d'expérience est présenté sur la figure 3.2 (c). À un écart à la température critique donné ($T - T_c = 1.6\text{K}$ dans cet exemple), l'interface est de plus en plus déformée dans les deux directions à mesure que nous augmentons la puissance du faisceau incident. À cause du contraste d'indice de réfraction, la pression de radiation produit une déformation dans la direction opposée à la propagation du faisceau dont la largeur est comparable à l'extension radiale du faisceau (formation d'une tétine que nous étudierons plus en détail dans le chapitre 4). Les phases fluides étant turbides, des écoulements permanents se mettent en place et donnent naissance à une déformation bien plus large que le faisceau dans la direction de propagation de celui-ci. La largeur de cette bosse dépend de la puissance injectée et des conditions hydrodynamiques du système

3.1. FORCES INDUITES PAR LA PROPAGATION D'ONDES ET SYSTÈME EXPÉRIMENTAL

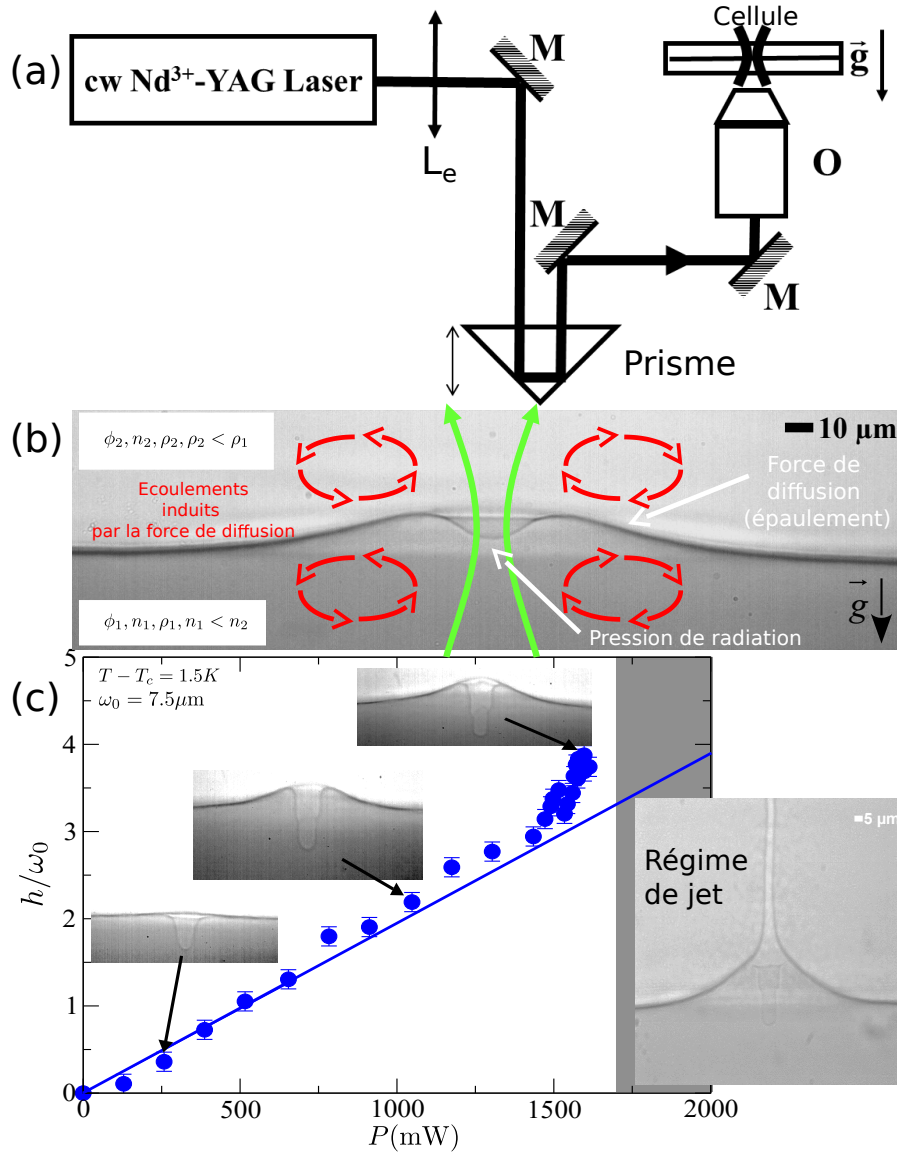


FIGURE 3.2 : (a) Schéma du montage expérimental. L_e est une lentille convergente avec une distance focale $F_e = 80\text{cm}$, M sont des miroirs et O est un objectif Olympus de grossissement 10 avec une longue distance de travail. (b) Image d'une interface déformée par un faisceau laser se propageant à partir de la phase la moins réfringente. On peut y observer la déformation inhérente à la pression de radiation (pointant vers le bas au centre de l'image) et ce qu'on a appelé l'épaulement, résultant de la force de diffusion. (c) Expérience typique de l'observation de l'évolution de la hauteur de déformation de l'épaulement en fonction de la puissance injectée. La région grise représente le régime de jet. Les images expérimentales sont extraites des travaux de Petit (2011).

CHAPITRE 3. PROPAGATION D'UNE ONDE ÉLECTROMAGNÉTIQUE DANS DES MILIEUX LIQUIDES TURBIDES

(Schroll et al., 2007; Chraïbi et al., 2011). Afin de mesurer les effets liés à la force de diffusion, la hauteur de déformation reportée sur la figure 3.2 (c) est mesurée sur ce que nous appelons l'épaule de la déformation. L'épaule est l'endroit sur l'interface où les effets des écoulements sont les plus visibles (voir figure 3.2 (b)). Pour les conditions choisies ici, la hauteur de l'épaule devient non-linéaire avec la puissance entre $P = 0.5\text{W}$ et $P = 1\text{W}$. Au-dessus d'un certain seuil de puissance, la déformation devient instable et forme un jet liquide hors de l'axe de propagation du faisceau. Il est intéressant de noter aussi que la non-linéarité apparaît plus tôt pour la déformation issue de la pression de radiation que pour celle induite par les contraintes visqueuses. Ceci est lié aux amplitudes très différentes de ces deux contraintes.

Il nous reste à discuter les paramètres de la simulation numérique. Premièrement, nous n'incluons pas dans ce chapitre les effets de la pression de radiation et simulerons des déformations symétriques par rapport à l'axe de propagation du faisceau. Les effets couplés pression de radiation/force de diffusion ont déjà été étudiés dans des cas stationnaires et pour de faibles amplitudes de déformations (Chraïbi et al., 2011). Afin de focaliser de plus notre attention sur les effets de la turbidité, nous considérerons $\eta_1 = \eta_2$ dans nos simulations. Ce choix est de plus consistant avec le système expérimental utilisé du fait que le rapport de viscosité pour les températures étudiées ici est $\eta_1/\eta_2 \approx 1.1\text{Pa}\cdot\text{s}$. Si la vitesse de l'écoulement est inversement proportionnelle à la viscosité comme nous l'avons montré par de simples arguments dans l'équation 3.1 (Chraïbi et al. (2011) l'ont démontré numériquement), ainsi que le fait que le contraste de viscosité ne joue pas sur la hauteur de la déformation. Concernant les dimensions du domaine numérique choisies pour les simulations, nous aurions pu prendre des grandeurs similaires aux cas expérimentaux soient $R \gg L$. Cependant cela n'est pas forcément nécessaire pour deux raisons. Premièrement, à partir de $R = L$, l'extension radiale du domaine n'a plus d'influence sur l'amplitude du champ de vitesse, comme démontré dans la figure 4 de (Chraïbi et al., 2011). Ensuite, ne connaissant pas pour chaque expérience l'emplacement exact de la focalisation du laser sur l'interface, et donc la distance de la déformation aux parois latérales de la cellule, nous n'espérons pas réaliser ici des simulations quantitatives absolues. Cependant, l'apparition du jet étant soumise à un seuil, on s'attend à ce que les comportements à partir du seuil soient universels. Finalement, nous avons choisi pour les dimensions numériques du domaine une longueur $2L$ avec $L = L_1 = L_2 = 150\omega_0$ et un rayon $R = 60\omega_0$. Outre les raisons de temps de calcul, ces dimensions ont aussi été choisies afin que les jets puissent se développer pleinement avant d'atteindre l'extrémité du domaine. Il est à noter, toujours selon (Chraïbi et al., 2011), que l'amplitude axiale maximale du champ de vitesse est proportionnelle à $v_{zmax} \propto \log(R/L)$ pour $R/L < 1$. Nous considérons de plus, comme dit précédemment, des faisceaux cylindriques non divergents.

3.1. FORCES INDUITES PAR LA PROPAGATION D'ONDES ET SYSTÈME EXPÉRIMENTAL

Finalement, nous rappelons les nombres sans dimensions introduits dans le chapitre précédent qui seront utilisés dans ce qui suit. Nous avons le nombre de Bond :

$$Bo = \left(\frac{\omega_0}{l_c}\right)^2 = \frac{\Delta\rho g \omega_0^2}{\sigma} \quad (3.2)$$

Il représente l'équilibre entre les forces gravitationnelles et capillaires avec l_c la longueur capillaire. Ne pouvant nous affranchir de la pression de radiation expérimentalement, ω_0 est choisie comme longueur caractéristique dans ce nombre. Le nombre nous intéressant tout particulièrement dans cette étude est le nombre capillaire défini dans la phase i comme :

$$Ca_i = \eta_i(\partial v_{zi}/\partial z)/\sigma\kappa. \quad (3.3)$$

Chraïbi et al. (2011) ont montré que dans le cas où $L \gg \omega_0$ l'extension radiale de la déformation ainsi que sa hauteur sont proportionnelles à L_c la plus petite longueur du domaine. Nous pouvons ainsi ré-écrire le nombre capillaire comme :

$$Ca_i = \eta_i v_{zi}/\sigma. \quad (3.4)$$

Et en utilisant l'équation (3.1) nous obtenons :

$$Ca_i = (2Pn_i\varpi_i)/(\pi c\sigma). \quad (3.5)$$

Le nombre capillaire défini de la sorte peut cependant être problématique. En effet, la déformation d'interface induite par la force de diffusion est ce que nous avons appelé l'épaulement. Le jet obtenu expérimentalement, prenant naissance sur cet épaulement, nous aimerions, à travers le nombre capillaire, comparer les contraintes visqueuses et la pression de Laplace en ce point, soit approximativement à $r \approx \omega_0$ ($\Pi_{rad}(r > \omega_0) \approx 0$). Il n'est cependant pas évident de déterminer exactement les contraintes visqueuses in situ ou la position initiale du jet. Ainsi, reprenant l'équation (3.1) nous avons :

$$v_{zi} \approx \frac{\omega_0^2}{\eta_i} f_i^{scatt} = \frac{2Pn_i\varpi_i}{\pi\eta_i c} \exp\left(-2\frac{r^2}{\omega_0^2}\right) \quad (3.6)$$

Nous évaluons alors les nombres capillaires expérimentaux en $r/\omega_0 = 1$, la position où se forme approximativement le jet et où les effets de la pression de radiation sont négligeables, soit :

$$Ca_i = \frac{2Pn_i\varpi_i}{\pi c\sigma} \exp(-2) \quad (3.7)$$

Cela revient à considérer une puissance renormalisée $P_e = P \exp(-2)$. Cette décision est renforcée par le fait que lorsque nous considérons des nombres capillaires

CHAPITRE 3. PROPAGATION D'UNE ONDE ÉLECTROMAGNÉTIQUE DANS DES MILIEUX LIQUIDES TURBIDES

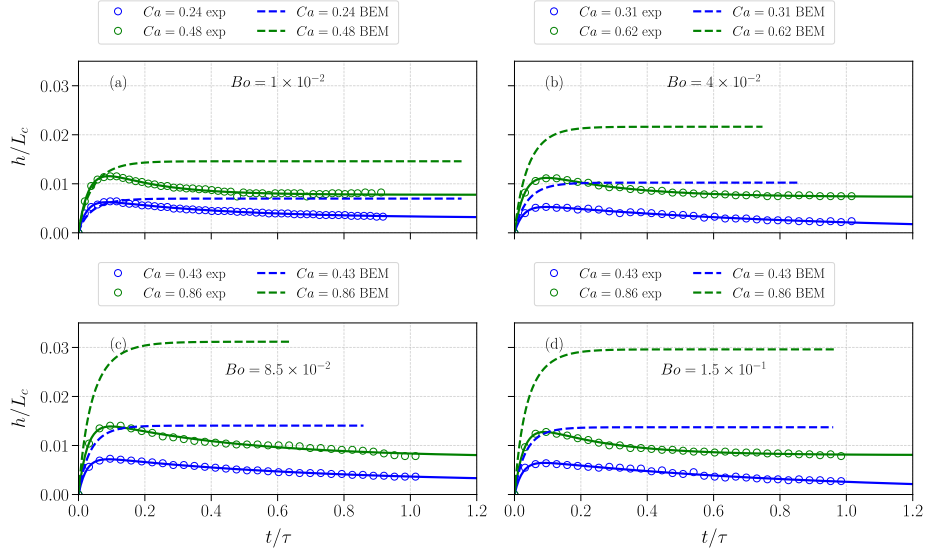


FIGURE 3.3 : Dynamique de déformation de l'épaule pour différents nombres de Bond et pour différents nombres capillaires (avec les couples rayon au col du faisceau et puissances suivants : (a) $\omega_0 = 2.7\mu\text{m}$ et $P = 346.5, 693\text{mW}$; (b) $\omega_0 = 5.3\mu\text{m}$ et $P = 442, 885.5\text{mW}$; (c) $\omega_0 = 7.5\mu\text{m}$ et $P = 616, 1232\text{mW}$; (d) $\omega_0 = 9.8\mu\text{m}$ et $P = 616, 1232\text{mW}$). Expérimentalement (symbole creux), du fait de la présence de la pression de radiation, la hauteur de déformation est prise sur l'épaule (voir figure 3.2 (b)). Numériquement (lignes en pointillés), nous ne considérons pas la pression de radiation, et la hauteur est prise sur l'axe de propagation. Tous les résultats ont été obtenus à $T - T_c = 1.5\text{K}$. Les lignes pleines correspondent à des ajustements réalisés avec l'équation (3.8).

« centrés » nous obtenons des valeurs seuils Ca_s pour la formation du jet non pertinentes ($Ca_s \in [5 - 10]$ (Chraïbi et al., 2013)).

Nous décrirons dans ce qui suit la dynamique de déformation d'interfaces sous le seuil d'instabilité de jet. Dans la partie suivante et jusqu'à la fin de ce chapitre, tous les nombres capillaires présentés seront Ca_2 et notés Ca (sachant que pour les températures étudiées ici, $Ca_1 \approx Ca_2$).

3.2 Faibles amplitudes de déformation : Sous le seuil d'instabilité de jet

Dans le cas où la puissance injectée ne permettrait pas de déstabiliser l'interface et de former des jets, celle-ci prend la forme d'une large bosse. Nous intéressent à

3.2. FAIBLES AMPLITUDES DE DÉFORMATION : SOUS LE SEUIL D'INSTABILITÉ DE JET

la dynamique de ces déformations, nous reportons sur la figure 3.3 l'évolution de la hauteur de déformation h/L_c en fonction du temps t/τ avec $\tau = (L_c\eta_2)/\sigma$ pour différents nombres de Bond Bo et à différents nombres capillaires. La valeur L_c prise dans l'adimensionnement est la valeur expérimentale $L_c = 1\text{mm}$. Il est à noter que les dynamiques expérimentales (symboles creux) sont prises sur l'épaulement (compte tenu des effets inhérents et inévitables de la pression de radiation) et que les numériques (lignes en pointillés) le sont sur l'axe de propagation. Les nombres capillaires expérimentaux sont calculés comme mentionné dans la partie précédente et sont injectés dans le calcul numérique (la puissance correspondante est donnée dans la légende de la figure).

Nous pouvons observer deux régimes distincts sur les dynamiques expérimentales. Aux temps courts, l'interface est déformée par les contraintes visqueuses dans la direction de propagation du faisceau laser. Puis sur des temps plus longs, l'interface est tirée dans la direction opposée par la pression de radiation. En effet, les dynamiques numériques, ne prenant en compte que la force de diffusion, montrent bien que la pression de radiation est responsable des comportements aux temps longs expérimentalement. Ces deux temps caractéristiques semblant bien distincts, nous reprenons le modèle empirique utilisé dans la thèse de Petit (2011) qui considère l'addition des deux effets :

$$h(t)/L_c = \alpha \left[\left(1 - e^{-\frac{1}{\tau_1} \frac{t}{\tau}} \right) - \beta \left(1 - e^{-\frac{1}{\tau_2} \frac{t}{\tau}} \right) \right] \quad (3.8)$$

Avec α , β , τ_1 et τ_2 quatre paramètres libres. Cette loi empirique (lignes pleines) tracée sur la figure 3.3 décrit très bien les résultats expérimentaux. Nous obtenons pour toutes les dynamiques expérimentales des temps caractéristiques $\tau_1 \in [0.45 - 0.65]\text{s}$ attribuable aux contraintes visqueuses en accord avec ceux obtenus pour les dynamiques numériques $\tau_{num} \in [0.65 - 0.8]\text{s}$. τ_1 étant indépendant du rayon au col du faisceau, cela démontre que les écoulements induits par la force de diffusion sont bien des effets non locaux. Quant au temps τ_2 , celui-ci varie de quelques à plusieurs dizaines de secondes. Ceci peut s'expliquer par le fait qu'une interface fluide sous l'effet de la pression de radiation se comporte comme un guide d'onde liquide (Bertin et al., 2012). Un couplage entre déformation de l'interface et propagation de l'onde se met alors en place, et atteindre un état stationnaire peut prendre un certain temps. En effet, nous verrons dans le chapitre suivant que le champ et l'interface s'adaptent l'un à l'autre continuellement et que ce phénomène est très probablement responsable de la diminution de la hauteur de l'épaulement aux temps longs.

Nous nous intéressons dans la partie suivante à la déstabilisation de l'interface au-dessus d'un nombre capillaire seuil Ca_s résultant en la formation de jets. Comme le montre la série d'images de la figure 3.4 pour laquelle $Ca > Ca_s$, l'interface est progressivement déformée jusqu'à ce qu'un jet se forme sur l'épaulement.

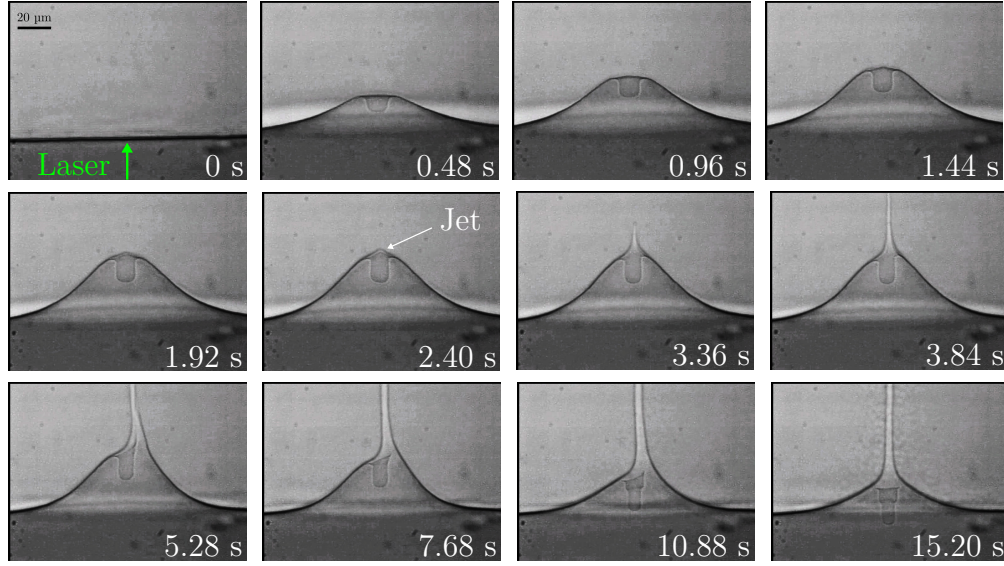


FIGURE 3.4 : Évolution temporelle de la déformation d'une interface liquide molle et sa déstabilisation sous forme de microjet. $T - T_c = 1.5\text{K}$, $P = 1540\text{mW}$, et $Bo = 8.6 \times 10^{-2}$ avec $\omega_0 = 7.5\mu\text{m}$. Le laser est allumé à $t = 0\text{s}$. La flèche blanche montre l'émergence de ce qui deviendra le jet sur l'épaulement. Si le jet semble centré à la fin de la série d'images, c'est uniquement car il s'est déplacé dans l'axe de la caméra. En effet, l'épaulement est toujours présent et le jet ne peut se situer sur l'axe de propagation du faisceau celui-ci étant constitué de la phase liquide la moins réfractive. La série d'images est extraite des travaux de Petit (2011).

Statistiquement, ce jet peut se former n'importe où sur l'épaulement circulaire. Expérimentalement, la symétrie du système étant brisée par l'apparition de ce jet, notre méthode numérique développée jusqu'ici ne permet pas de simuler exactement ce qui est observé expérimentalement. De ce fait, nous conservons les approximations utilisées jusqu'ici, qui sont de ne pas inclure la pression de radiation et simuler des déformations sur l'axe de propagation du faisceau en considérant des nombres capillaires expérimentaux calculés avec l'équation (3.7).

3.3 Grandes amplitudes de déformation : La formation de jets liquides

3.3.1 Champ de vitesse de l'écoulement

Cherchant à déterminer les débits de fluides s'écoulant à travers les jets induits optiquement, nous commençons par caractériser la vitesse des écoulements dans

3.3. LARGES AMPLITUDES DE DÉFORMATION : LA FORMATION DE JETS LIQUIDES

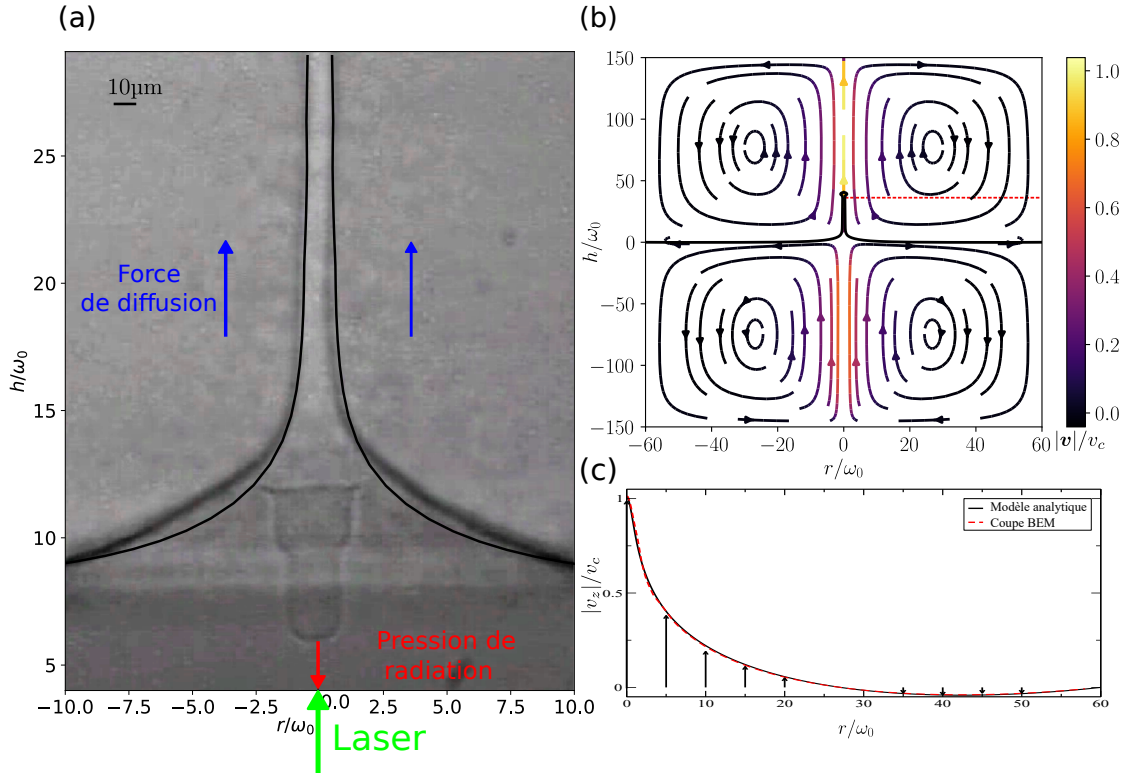


FIGURE 3.5 : Analyse du champ de vitesse hydrodynamique. (a) Image expérimentale d'un jet induit par la force de diffusion et le profil numérique correspondant. Ces résultats ont été obtenus à $T - T_c = 1.5\text{K}$, $Bo = 8.6 \times 10^{-2}$ et $Ca = 1.08$. (b) Champ de vitesse de l'écoulement calculé numériquement et (c) comparaison entre la coupe du champ de vitesse représentée par la ligne en pointillés rouge dans la figure (b) et la solution analytique obtenue à partir des équations (3.14) et (3.15).

les deux phases. Nous reportons sur la figure 3.5 (a) la dernière image de la séquence de la figure 3.4 avec le jet numérique correspondant. Si nous remarquons des différences à la base du jet, les résultats numériques et expérimentaux restent cependant très proches. Il est à noter aussi que si le jet expérimental paraît centré ici, c'est uniquement parce qu'il est dans l'axe du système d'acquisition d'images. En effet, la déformation de pression de radiation et le jet ne sont pas dans le même plan, celui-ci peut très bien se trouver plus en avant ou plus en arrière.

En plus des profils expérimentaux et numériques, nous calculons numériquement le champ de vitesse de l'écoulement induit par la force de diffusion sur la figure 3.5 (b). Comme attendu de la conservation de la masse et comme démontrée dans une étude précédente (Chraïbi et al., 2011), nous observons des écoulements toroïdaux se développant dans tout le domaine numérique borné par son extension

CHAPITRE 3. PROPAGATION D'UNE ONDE ÉLECTROMAGNÉTIQUE DANS DES MILIEUX LIQUIDES TURBIDES

radiale. Notons aussi que comme nous avons considéré ici un faisceau cylindrique non divergent, la vitesse de l'écoulement est constante sur l'axe de propagation sur l'intervalle $h/\omega_0 \in \pm[25 - 125]$. Afin de valider la vitesse calculée numériquement, nous la comparons à un modèle analytique directement inspiré de (Wunenburger et al., 2011) dans lequel nous considérons des jets parfaitement cylindriques. L'écoulement dans le jet est considéré comme laminaire, permanent, visqueux et incompressible et nous considérons qu'il possède seulement une dépendance radiale le long de l'axe z (ce qui est vrai numériquement lorsque nous ne sommes pas trop près des bords comme nous pouvons le voir sur la figure 3.5 (b)). De plus, comme la force de diffusion dépend aussi de r le long de l'axe z , l'équation de Stokes adimensionnée (équation (2.55)) implique que :

$$\frac{\partial q_j}{\partial r} = 0 \quad (3.9)$$

Nous rappelons que q_j est le champ de pseudo-pression dans chaque phase comprenant la pression hydrostatique, la pression du champ de gravité et l'électrostriction. Il en découle alors que le champ de pseudo-pression dépend uniquement de z . En prenant alors la divergence de l'équation de Stokes, nous obtenons :

$$\frac{\partial^2 q_i}{\partial z^2} = 0 \quad (3.10)$$

Ainsi le gradient de pseudo-pression est constant dans les deux phases fluides :

$$\frac{\partial q_i}{\partial z} = c_i \quad (3.11)$$

Nous pouvons compléter notre expression du champ de pseudo-pression en utilisant l'équation (2.56) de contraintes à l'interface. Si l'on se place à $r \gg \omega_0$, l'interface est plane ($h(r \gg \omega_0) = 0$, donc la courbure est nulle $\kappa(r \gg \omega_0) = 0$) et l'amplitude du champ de vitesse est négligeable (ceci est vérifié par la figure 3.5 (b)). Cela implique que $q_1 = q_2 = q_0$ avec q_0 une constante. Finalement, le champ de pseudo-pression peut s'exprimer comme $q_i(z) = q_0 + c_i z$. Ayant supposé que le champ de vitesse et le rayon (donc la courbure) ne variaient pas le long du jet, tous les termes dans l'équation (2.56) sont constants sur z et donc la différence de pression doit être indépendante de z ce qui entraîne que $c_1 = c_2 = c$. Ainsi, nous pouvons ré-écrire l'équation de Stokes adimensionnée en coordonnées cylindriques comme :

$$\frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left(r \frac{d}{dr} v_{zj}(r) \right) = c - \alpha_j C a_j e^{-2\left(\frac{r}{\omega_0}\right)^2} \quad (3.12)$$

$$\alpha_j = \begin{cases} \frac{1+\lambda}{2} & \text{si } j = 1 \\ \frac{1+\lambda}{2\lambda} & \text{si } j = 2 \end{cases} \quad (3.13)$$

3.3. LARGES AMPLITUDES DE DÉFORMATION : LA FORMATION DE JETS LIQUIDES

En intégrant dans chaque phase ces équations, nous obtenons le système d'équations couplées suivant :

$$v_{z1}(r) = \frac{c}{4} \left(\frac{r^2}{\omega_0^2} - r_1^2 \right) + \frac{\alpha_1 Ca_1}{8} \left(E_i \left(-2 \frac{r^2}{\omega_0^2} \right) - E_i(-2r_1^2) - 2 \ln \left(\frac{r}{\omega_0 r_1} \right) \right) \quad (3.14)$$

$$v_{z2}(r) = \frac{c}{2} \left(\frac{1}{2} \left(\frac{r^2}{\omega_0^2} - r_3^2 \right) - r_2^2 \ln \left(\frac{r}{\omega_0 r_3} \right) \right) + \frac{\alpha_2 Ca_2}{8} \left(E_i \left(-2 \frac{r^2}{\omega_0^2} \right) - E_i(-2r_3^2) - e^{-2r_2^2} \ln \left(\frac{r}{\omega_0 r_3} \right) \right) \quad (3.15)$$

Avec E_i la fonction exponentielle-intégrale et c , r_1 , r_2 , r_3 quatre constantes calculées numériquement. Elles sont déterminées à l'aide des conditions aux limites suivantes : (i) la continuité de la composante tangentielle de la vitesse sur l'interface, (ii) la continuité de la contrainte de cisaillement sur l'interface, (iii) une condition de non-glissement sur les parois du domaine numérique (iv) et un débit de fluide nul hors du jet dans la phase deux (phase du haut) de par la conservation de la masse. Ces calculs et le système d'équations en résultant sont détaillés dans l'annexe B. Une fois le système résolu, nous traçons sur la figure 3.5 (c), la vitesse analytique $v_z(r) = v_{z1}(r \leq R_{jet}) + v_{z2}(r \geq R_{jet})$ que nous comparons avec une coupe extraite du champ de vitesse numérique (ligne rouge sur la figure 3.5 (b)). Nous pouvons alors observer un bon accord entre les deux résultats.

3.3.2 Rayon des jets

Caractérisons maintenant le rayon des jets. Que ce soit expérimentalement ou numériquement, les jets ne sont jamais parfaitement cylindriques. Ainsi, quand nous parlons du rayon d'un jet, nous considérons le rayon moyen entre la base et l'extrémité de celui-ci. Pour plus de clarté, nous avons représenté sur la figure 3.6 (a), le profil d'une interface déformée sous forme de jet, délimité en trois zones. La zone I correspond à ce que l'on appelle la base, la zone II est la partie considérée comme cylindrique et la zone III correspond à l'extrémité du jet. Ce point éclaircit, nous traçons sur la figure 3.6 (b) l'évolution des rayons de jets expérimentaux (symboles creux et pleins correspondant respectivement à un écart à la température critique $\Delta T = 1.5K$, et $1.9K$) et numériques (lignes en pointillés) en fonction du nombre capillaire; l'encart (c) représente les mêmes données normalisées par rapport à leur valeur au seuil avec R_s et Ca_s les rayons et nombres capillaires seuils et l'encart (d) montre les contraintes visqueuses obtenues numériquement sur l'interface du jet en fonction du rayon de celui-ci. Nous observons alors un bon accord entre rayons expérimentaux et numériques malgré une surestimation numérique systématique. L'encart 3.6 (c) montre que les rayons des jets, normalisés

CHAPITRE 3. PROPAGATION D'UNE ONDE ÉLECTROMAGNÉTIQUE DANS DES MILIEUX LIQUIDES TURBIDES

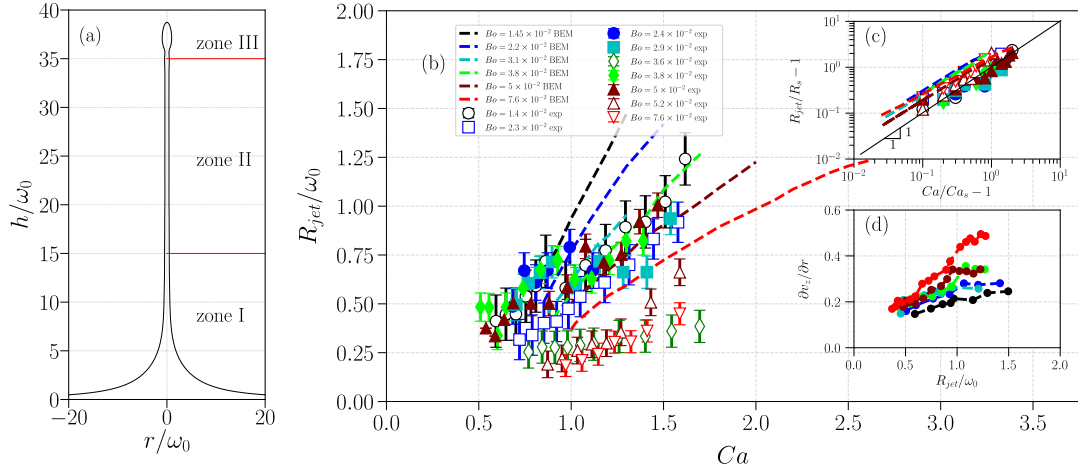


FIGURE 3.6 : Étude du rayon des microjets induits optiquement. (a) Profil d'un jet numérique montrant les différentes zones que nous considérons quand nous parlons d'un jet. Le rayon est calculé comme étant la valeur moyenne du rayon de la zone II. (b) Évolution du rayon des jets en fonction du nombre capillaire pour différents nombres de Bond (correspondant respectivement, dans l'ordre de la légende, aux extensions radiales du faisceau suivantes $\omega_0 = 3, 3.9, 4.4, 4.8, 4.4, 5.9, 5.5, 6.4, 5.9, 7.1\mu\text{m}$). Les résultats numériques sont représentés par des lignes en pointillés et les résultats expérimentaux par des symboles creux ($T - T_c = 1.5\text{K}$) et pleins ($T - T_c = 1.9\text{K}$). L'encart (c) représente les mêmes données normalisées par leurs valeurs au seuil d'instabilité. L'encart (d) montre l'évolution de la contrainte visqueuse, normalisée par la viscosité, sur l'interface du jet en fonction de son rayon pour différents nombres de Bond. Le code couleur est le même que pour les figures (b) et (c).

par rapport au rayon au seuil, augmentent linéairement avec le nombre capillaire, lui aussi renormalisé par sa valeur au seuil. De plus le nombre de Bond n'influe pas sur les rayons des jets ce qui démontre encore un comportement non local résultant de la force de diffusion. L'évolution linéaire peut être expliquée par les contraintes visqueuses agissant sur le bord du jet (dans la zone II). Le nombre capillaire sur un jet cylindrique dont l'interface serait soumise à de faibles fluctuations s'écrit $Ca = \eta(\partial v_z / \partial r) / (\sigma / R_{jet})$ avec $\partial v_z / \partial r$ la contrainte de cisaillement radiale et la courbure $\kappa \propto 1/R_{jet}$. Si nous supposons que cette contrainte radiale ne varie pas ou peu sur l'interface du jet nous pouvons écrire $\partial v_z / \partial r \approx A$ avec A une constante et donc $Ca \approx A \times R_{jet}$. Afin de justifier notre hypothèse, nous traçons sur la figure 3.6 (d) la contrainte visqueuse (normalisée par la viscosité) sur l'interface du jet en fonction de son rayon. On peut alors observer qu'elle est à peu près constante

pour $R_{jet}/\omega_0 > 1$.

L'écoulement et les rayons des jets étant caractérisés, nous pouvons calculer le débit de ces jets.

3.3.3 Débits

Expérimentalement, le débit est calculé par la même procédure que celle décrite dans (Wunenburger et al., 2011). Celle-ci consiste à calculer le volume de gouttes émises par un jet pendant plusieurs secondes. Le volume total est alors divisé par le temps d'acquisition de l'expérience ce qui donne le débit moyen d'un jet. Numériquement, nous intégrons simplement le champ de vitesse calculé sur la circonférence du jet.

$$Q_1 = 2\pi \int_0^{R_{jet}} v_{z1} r dr \quad (3.16)$$

Nous représentons alors sur les figures 3.7 (a) et (b) les débits mesurés numériquement et expérimentalement en fonction du nombre capillaire. Les encarts montrent les mêmes données normalisées par rapport à leurs valeurs au seuil de formation du jet. Comme nous avons observé précédemment que $R_{jet} \propto Ca$ et ayant $v_z \propto Ca$ par la linéarité de l'équation de Stokes, nous nous attendons à observer des évolutions cubiques du débit avec le nombre capillaire. Pour confirmer cela, nous avons réalisé des ajustements sur l'ensemble des données numériques et expérimentales. Si les données numériques semblent compatibles avec un tel modèle, cela est plus discutable dans le cas expérimental.

Les différences observées entre le modèle numérique et les résultats expérimentaux peuvent provenir de plusieurs facteurs. Premièrement, comme nous l'avons fait remarquer tout au long de ce chapitre les systèmes numériques et expérimentaux sont quelque peu différents. De par la présence de la pression de radiation et de la déformation centrale, le jet expérimental n'est pas induit sur l'axe de propagation du faisceau. Si nous retrouvons, malgré cela, des accords corrects concernant le rayon des jets numériques et expérimentaux, le champ hydrodynamique dans les deux cas est sûrement assez différent. En effet, numériquement, comme nous pouvons le voir sur la figure 3.5 (b), le champ de vitesse est symétrique de part et d'autre du jet. Ce qui ne peut pas être le cas expérimentalement la symétrie des écoulements se faisant par rapport à l'axe de propagation du faisceau laser.

Deuxièmement, le débit n'est pas calculé par la même méthode dans les deux cas. En effet, nous considérons dans le calcul numérique la zone II du jet. Or, si cette partie est la plus stable, c'est aussi à cet endroit que le champ de vitesse est le plus important (voir figure 3.5 (b)). À l'inverse, dans le cas expérimental, les jets induits atteignent le sommet de la cellule (formant alors une colonne) pour des puissances inférieures à deux fois la puissance seuil. De ce fait, l'extrémité du jet,

CHAPITRE 3. PROPAGATION D'UNE ONDE
ÉLECTROMAGNÉTIQUE DANS DES MILIEUX LIQUIDES TURBIDES

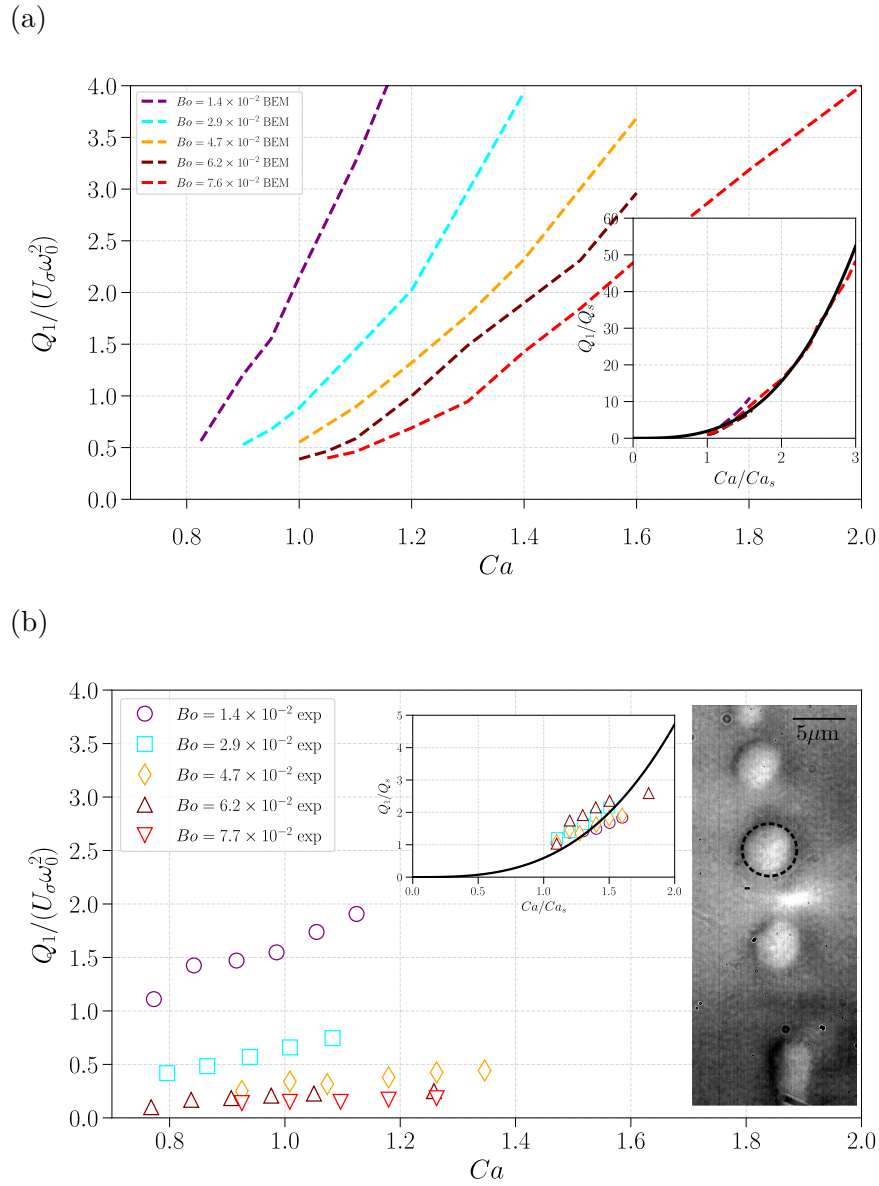


FIGURE 3.7 : (a) Évolution du débit numérique et (b) expérimental en fonction du nombre capillaire pour différents nombres de Bond. Les encarts montrent les mêmes données normalisées par leurs valeurs au seuil d'instabilité. La ligne noire dans les encarts représente des ajustements réalisés sur toutes les données pour lesquels nous avons $Q_1/Q_s = a \times (Ca/Ca_s)^3$ avec $a = 1.9$ pour les résultats numériques et $a = 0.6$ pour les résultats expérimentaux. Toutes les données présentées ici ont été obtenues à $T - T_c = 1.5\text{K}$ et les nombres de Bond sont calculés avec $\omega_0 = 3.0, 4.4, 5.5, 6.4, 7.1\mu\text{m}$. L'image jointe à la figure (b) montre l'exemple de gouttes émises par un jet.

source d'émission des gouttes, est souvent très proche de la paroi. Il est donc soumis à un champ hydrodynamique de plus faible amplitude que sa partie cylindrique et soumis à des effets de bords. Il pourrait alors être intéressant d'implémenter numériquement la rupture de gouttes à l'extrémité du jet, afin de caractériser le débit de la même façon que ce qui est fait expérimentalement.

Finalement, il est envisageable de penser que les parois de la cellule ont un impact sur l'hydrodynamique du système. En effet, afin de pouvoir imager le jet et les gouttes avec suffisamment de contraste, ceux-ci ne peuvent être induits au milieu de la cellule. Il suffit alors que le laser soit focalisé un peu trop près de la paroi latérale de la cellule pour modifier l'écoulement donc le débit. Il serait peut-être plus simple expérimentalement de se placer dans des géométries contraignantes connues afin de pouvoir réaliser des comparaisons quantitatives avec notre modèle numérique.

3.4 Conclusion

Nous avons décrit dans ce chapitre les dynamiques de déformations, expérimentales et numériques, d'interfaces molles sous l'effet de forces volumiques induites par la propagation d'une onde électromagnétique dans des milieux turbides.

Nous avons caractérisé le temps caractéristique de déformations sous le seuil d'instabilité et montré qu'expérimentalement ces déformations sont sujettes à plusieurs mécanismes. Dans un premier temps, elles sont tirées et poussées par les contraintes visqueuses induites par des écoulements stationnaires, eux-mêmes induits par la propagation du faisceau laser. Par la suite, un couplage complexe entre la déformation et la propagation de l'onde à travers celle-ci a tendance à tirer l'interface sur des temps plus longs ; ce point sera étudié plus en détail dans le chapitre suivant. Nous avons ensuite montré qu'au-dessus d'un certain seuil $Ca_s \approx 1$, nous avons une instabilité de l'interface qui prend alors la forme de microjets. Nous avons observé que le rayon des jets et leurs débits augmentent respectivement, linéairement et de façon cubique avec le nombre capillaire. Si nous trouvons des ordres de grandeur comparables entre expériences et simulations, certains points sont encore à approfondir. Pour cela deux axes principaux sont à mettre en avant : Le premier serait d'implémenter numériquement l'émission de gouttes par les jets. L'autre serait de refaire des expériences dans des conditions géométriques contraignantes bien définies afin de connaître avec précision la forme des écoulements induits.

Finalement, ces résultats apportent de premiers résultats importants sur la manipulation optique de fluides et décrivent des méthodes uniques d'inductions sans contact de jets à faible nombre de Reynolds à des échelles microscopiques. De plus, si les expériences présentées ici ont été réalisées dans des phases de mi-

CHAPITRE 3. PROPAGATION D'UNE ONDE ÉLECTROMAGNÉTIQUE DANS DES MILIEUX LIQUIDES TURBIDES

croémulsion qui sont des systèmes fluctuants, ces études peuvent être généralisées à toutes suspensions. En effet, comme évoqué dans l'introduction, Mitani and Sakai (2005) ont déjà mis en évidence ces phénomènes dans des systèmes colloïdaux et (Kajorndejnutkul et al., 2015) se sont servi des écoulements générés en volume dans une suspension pour advecter de petites particules à la surface libre de leur système. « L'optical streaming » semble donc être une méthode prometteuse pour induire des écoulements dans des fluides turbides à des échelles microscopiques évitant alors l'utilisation de systèmes mécaniques qui peuvent être compliqués à implémenter à ces échelles (Iverson and Garimella, 2008).

Bibliographie

- Bertin, N., Chraïbi, H., Wunenburger, R., Delville, J.-P., and Brasselet, E. (2012). Universal Morphologies of Fluid Interfaces Deformed by the Radiation Pressure of Acoustic or Electromagnetic Waves. *Phys. Rev. Lett.*, 109 :244304.
- Brasselet, E. and Delville, J.-P. (2008). Liquid-core liquid-cladding optical fibers sustained by light radiation pressure : Electromagnetic model and geometrical analog. *Phys. Rev. A*, 78 :013835.
- Brasselet, E., Wunenburger, R., and Delville, J.-P. (2008). Liquid Optical Fibers with a Multistable Core Actuated by Light Radiation Pressure. *Phys. Rev. Lett.*, 101(1) :014501.
- Casner, A. and Delville, J.-P. (2003). Laser-Induced hydrodynamic instability of fluid interfaces. *Phys. Rev. Lett.*, 90(14) :144503.
- Casner, A., Delville, J.-P., and Brevik, I. (2003). Asymmetric optical radiation pressure effects on liquid interfaces under intense illumination. *J. Opt. Soc. Am. B*, 20(11) :2355–2362.
- Chraïbi, H., Petit, J., Wunenburger, R., and Delville, J.-P. (2013). Excitation of Fountain and Entrainment Instabilities at the Interface between Two Viscous Fluids Using a Beam of Laser Light. *Phys. Rev. Lett.*, 111(4) :044502.
- Chraïbi, H., Wunenburger, R., Lasseux, D., Petit, J., and Delville, J.-P. (2011). Eddies and interface deformations induced by optical streaming. *J. Fluid. Mech.*, 688 :195–218.
- Iverson, B. D. and Garimella, S. V. (2008). Recent advances in microscale pumping technologies : a review and evaluation. *Microfluid. Nanofluid.*, 5(2) :145–174.

- Kajorndejnkul, V., Sukhov, S., and Dogariu, A. (2015). Efficient mass transport by optical advection. *Sci. Rep.*, 5.
- Mitani, S. and Sakai, K. (2005). Observation of interfacial tension minima in oil–water–surfactant systems with laser manipulation technique. *Faraday Discuss.*, 129 :141–153.
- Petit, J. (2011). *Déformations et instabilités d’interfaces liquides pilotées par la diffusion d’une onde laser en milieux turbides*. PhD thesis, Université de Bordeaux.
- Savchenko, A., Tabiryan, N., and Zel’dovich, B. (1997). Transfer of momentum and torque from a light beam to a liquid. *Phys. Rev. E.*, 55(4) :4773–4782.
- Schroll, R. D., Wunenburger, R., Casner, A., Zhang, W. W., and Delville, J.-P. (2007). Liquid Transport due to Light Scattering. *Phys. Rev. Lett.*, 98(13) :133601.
- Wunenburger, R., Issenmann, B., Brasselet, E., Loussert, C., Hourtane, V., and Delville, J.-P. (2011). Fluid flows driven by light scattering. *J. Fluid. Mech.*, 666 :273–307.

Chapitre 4

Étude de la pression de radiation sur des interfaces fluides planes

Nous nous sommes intéressés jusqu'ici à ce que nous appelons la force de diffusion en omettant les effets de pression de radiation à l'interface. Dans ce chapitre, nous nous concentrerons donc uniquement sur ce point.

Comme énoncé dans le chapitre 1, il est possible de déformer des interfaces fluides à l'aide de la pression de radiation acoustique ou optique.

Dans le cas acoustique, des déformations de l'ordre du millimètre peuvent être facilement induites comme on peut par exemple l'observer sur la figure 1.4 ; l'amplitude des contraintes résultantes de la propagation d'ondes étant du même ordre de grandeur que la pression de Laplace (Issenmann *et al.*, 2008 ; Bertin, 2010). S'il est facile d'éliminer les écoulements induits avec des ondes électromagnétiques en utilisant des milieux non diffusifs, c'est plus délicat dans le cas acoustique. En effet, des écoulements en volume, appelés écoulements d'Eckart, sont générés par dissipation visqueuse de l'onde et sont donc naturellement présents dans n'importe quel fluide dès lors qu'une onde acoustique s'y propage. Il est toutefois possible de sélectionner des couples de fluides particuliers afin de maximiser les contraintes de pression de radiation par rapport aux contraintes visqueuses (voir (Bertin, 2011) figure 1.13). Nous négligerons ces effets dans ce chapitre.

Les contraintes de pression de radiation optiques étant intrinsèquement très faibles devant la pression de Laplace, les déformations induites sur des interfaces fluides usuelles sont de l'ordre de la dizaine de nanomètres et nécessitent des montages expérimentaux particuliers afin de pouvoir les mesurer indirectement (Ashkin et Dziedzic, 1973 ; Astrath *et al.*, 2014 ; Verma, 2015). Pour remédier à cela, des systèmes fluides de très faibles tensions interfaciales peuvent être utilisés. Nous intéressent ici uniquement aux effets de pression de radiation, le système expérimental de référence retenu est formé à partir des phases en excès d'huile et en excès d'eau d'un équilibre de Winsor III (homogène et transparent à la longueur

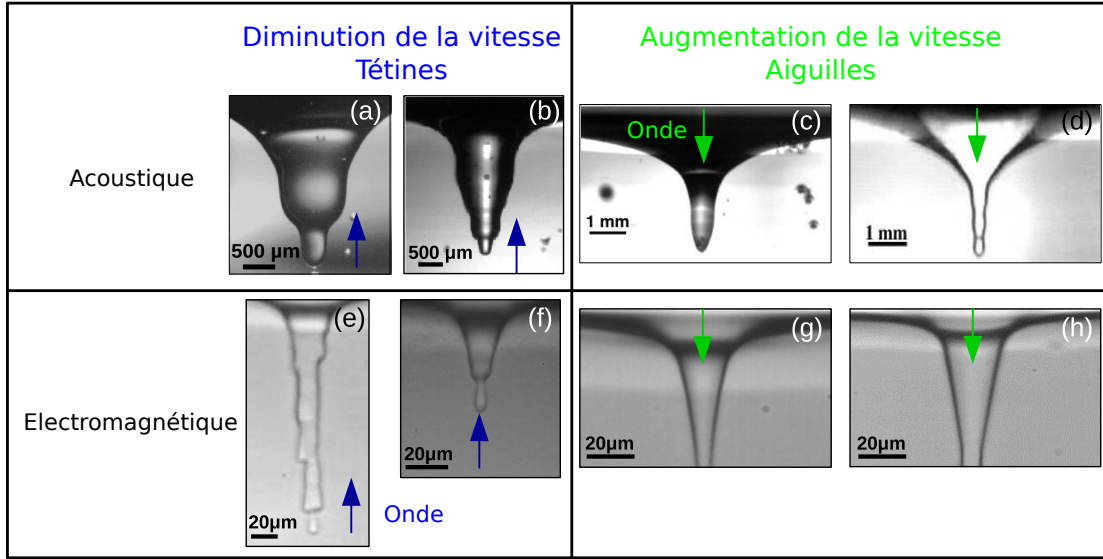


FIGURE 4.1 : Morphologies expérimentales obtenues avec des ondes acoustiques (ligne du haut) et des ondes électromagnétiques (ligne du bas) dans des systèmes diphasiques. Pour tous les cas présentés ici, la phase du haut est celle où la célérité de l'onde est la plus faible. Dans le cas acoustique (a-d) $\omega_0/\lambda = 0.86$, et les couples de fluides utilisés sont dans le sens haut/bas : (a) Huile silicone 100cSt/eau $c_2/c_1 = 0.67$, (b) FC72/ huile silicone 20cSt $c_2/c_1 = 0.53$, (c) kérosène/eau $c_2/c_1 = 0.9$, (d) huile silicone 5cSt/eau+glycérol $c_2/c_1 = 0.53$. Pour les déformations obtenues avec des ondes électromagnétiques, les fluides sont les phases en excès d'huile et en excès d'eau d'un équilibre de Winsor III (voir section 2.6.2). Le rapport des célérités est fixé et vaut $c_2/c_1 = 0.96$. Les déformations sont obtenues pour les puissances et les rapports de l'extension radiale sur la longueur d'onde suivants : (e) $\Pi_0 = 36$, $\omega_0/\lambda = 7.5$; (f) $\Pi_0 = 10$, $\omega_0/\lambda = 18.7$; (g) $\Pi_0 = 8$, $\omega_0/\lambda = 19.5$; (e) $\Pi_0 = 5.2$, $\omega_0/\lambda = 26.8$.

d'onde utilisée $\lambda_0 = 532\text{nm}$) présenté dans la partie 2.6.2. Ce système permet d'atteindre des tensions interfaciales de l'ordre de $\sigma \approx 10^{-6}\text{N m}^{-1}$ et de produire ainsi des déformations de plusieurs dizaines de micromètres pour des puissances laser de l'ordre de la centaine de milliwatts (Petit, 2011).

Nous avons rappelé dans l'introduction et le chapitre de description physique de nos systèmes que la pression de radiation déformait toujours l'interface dans la même direction. Pour adopter un vocabulaire commun à l'acoustique et à l'optique, nous parlerons dans ce chapitre, à la place d'une discontinuité d'indice de réfraction et d'énergie acoustique, de discontinuité de célérité de l'onde. Ainsi, l'interface est toujours déformée du milieu dans lequel l'onde a la plus petite célérité c_2 (phase du haut) vers celui dans lequel elle a la plus grande c_1 (phase du bas). Cette invariance

du sens de déformation fait que pour une puissance donnée et lorsque l'amplitude de la pression de radiation est comparable à celle de la pression de Laplace, les morphologies obtenues avec des ondes se propageant à partir du milieu 1 ou 2, sont identiques en termes de forme et d'amplitude (Wunenburger *et al.*, 2006a,b). Il a cependant été démontré que lorsque la pression de radiation devient bien plus grande que celle de Laplace et que nous sortons d'un régime linéaire de déformation d'interface ($h > \omega_0$ avec h la hauteur de déformation et ω_0 l'extension radiale du faisceau) il existait une asymétrie entre les deux sens de propagation possibles (Casner *et al.*, 2003 ; Issenmann *et al.*, 2008).

Les morphologies issues de cette asymétrie ont été classées en deux familles. Lorsque la célérité de l'onde diminue lors de sa traversée de l'interface nous obtenons des tétines tandis que dans le cas contraire nous obtenons ce que nous appelons des aiguilles liquides dont la base est de forme conique. Des exemples de tétines et d'aiguilles obtenues en acoustique et en optique sont exposés sur la figure 4.1.

Afin de générer et d'étudier ces objets fluides, différents dispositifs expérimentaux ont été mis en place.

Deux montages distincts ont été utilisés en acoustique pour générer des tétines et des aiguilles. Dans le premier cas, le système fluide est contenu dans une cellule cylindrique en verre. Un transducteur acoustique est placé dans la phase dans laquelle l'onde a la plus grande célérité et un déflecteur conique en téflon est utilisé dans l'autre phase afin d'éviter des réflexions parasites de l'onde incidente sur l'interface. Le niveau de l'interface est modulé à l'aide de seringues permettant d'ajouter ou d'enlever du fluide dans la phase du bas. Dans cette configuration, l'interface est toujours déformée vers le transducteur et des tétines sont ainsi produites (images (a) et (b) de la figure 4.1). Dans le deuxième cas, le système fluide est contenu dans un réservoir ouvert. La phase du haut a une interface libre avec l'air et possède toujours la vitesse du son la moins élevée. Le transducteur acoustique est fixé sur une platine de translation à trois axes et est plongé dans la phase fluide supérieure. Comme précédemment, la hauteur de l'interface au repos est pilotée en modifiant la quantité de fluide présente dans la phase du bas à l'aide de seringues connectées au réservoir. Dans ce cas, l'interface est toujours déformée dans la direction de propagation du faisceau acoustique et nous obtenons des aiguilles (images (c) et (d) de la figure 4.1). Dans les deux cas, le faisceau acoustique est focalisé sur l'interface au repos. Des schémas de ces deux systèmes sont respectivement représentés sur la figure 4.2.

En optique, le système expérimental est similaire à celui décrit dans le chapitre précédent. Une lame demi-onde et un cube séparateur sont cependant ajoutés respectivement avant la lentille et entre le prisme et le premier miroir. La polarisation de l'onde incidente est modifiée à l'aide de la lame et il est alors possible de l'en-

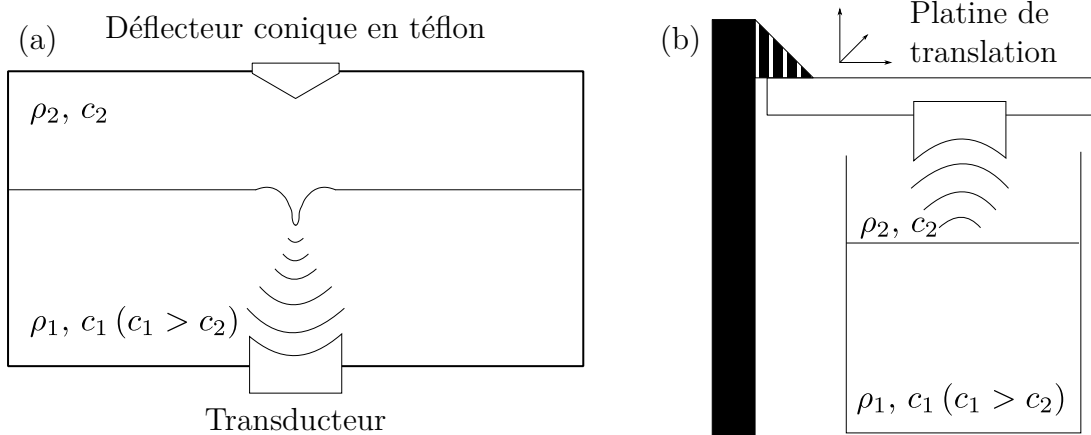


FIGURE 4.2 : Représentation schématique des dispositifs expérimentaux utilisés pour la production de (a) tétines et (b) d’aiguilles acoustiques.

voyer sur un autre chemin optique (que nous appellerons voie haute) identique à celui schématisé sur la figure 3.2 (que nous appellerons voie basse). En fonction des morphologies que l’on souhaite obtenir, il sera choisi d’envoyer le faisceau sur l’une des deux voies. Ainsi, lorsque le faisceau se propage dans la voie basse, on induit des tétines (comme nous pouvions déjà l’observer à la base des jets dans le chapitre précédent) et lorsqu’il se propage dans la voie haute, des aiguilles.

En ce qui concerne la simulation de ces systèmes, la taille du domaine numérique a peu d’importance. Typiquement, les dimensions du domaine sont choisies telles que $R = 4\omega_0$ (le rayon) et $L \in [10 - 20]\omega_0$ (la longueur).

Redéfinissons les nombres sans dimensions que nous utiliserons dans ce chapitre. Les effets de gravité et de capillarité sont décrits par le nombre de Bond :

$$Bo = \frac{\Delta\rho g \omega_0^2}{\sigma} \quad (4.1)$$

Cependant, nous intéressent principalement à la pression de radiation, les effets de la gravité ne feront pas l’objet d’une attention particulière et le nombre de Bond sera constant dans tous les résultats présentés ci-après $Bo = 10^{-2}$. Afin de caractériser l’amplitude de la puissance injectée, nous utiliserons le nombre sans dimension Π_0 qui représente le rapport entre la pression de radiation (sur l’axe de

propagation et à incidence normale) et la pression de Laplace :

$$\Pi_0 = \frac{\Pi_{rad}(r = 0, \alpha_i = 0, \alpha_t = 0)}{\sigma/\omega_0} \quad (4.2)$$

Nous avons discuté dans l'introduction des bases théoriques et numériques qui existaient dans la littérature sur les processus de déclenchement et de stabilité de ces différentes morphologies. Nous ne rentrerons donc pas une fois de plus dans les détails, mais rappelons que, concernant les tétines, Bertin *et al.* (2012) ont montré à partir de profils de déformations expérimentaux que les différentes portions cylindriques semblaient agir comme des guides d'ondes dans lesquels peuvent se propager certains modes propres du champ incident. Les champs acoustiques et optiques ayant été calculés par la méthode des éléments de frontières sur les profils stationnaires expérimentaux. Dans le cas des aiguilles, Casner *et al.* (2003) ; Casner et Delville (2003) ; Wunenburger *et al.* (2006a,b) ont avancé que leur formation était déclenchée par la réflexion totale de l'onde incidente sur les bords de la déformation. Concernant les études numériques menées jusqu'ici, celles-ci considéraient la pression de radiation calculée à partir de l'équation (2.44) qui dépendait donc uniquement de facteurs géométriques. Si ces travaux permettaient de prédire correctement le régime linéaire de déformation, ils étaient mis en défaut dans le régime non linéaire.

Ce chapitre sera ainsi dédié à la simulation *ab initio* de ces morphologies complexes, résolvant, comme décrit dans le chapitre 2, l'équation d'Helmholtz scalaire pour la propagation d'onde et l'équation de Stokes pour l'hydrodynamique. Il contiendra alors deux grandes sections consacrées aux tétines puis aux aiguilles et leur base conique. Nous tâcherons de vérifier numériquement les modèles et hypothèses formulées jusqu'ici tout en montrant que le modèle développé et présenté dans cette thèse possède un caractère universel.

4.1 Diminution de la célérité de l'onde au passage de l'interface : les tétines

4.1.1 Formation et stabilisation des tétines

Dans leur étude, Bertin *et al.* (2012) ont montré que la stabilité des tétines résultait de l'équilibre des forces gravito-capillaires et de la pression de radiation dans les différentes sections cylindriques. Afin de classer les déformations obtenues en fonction du nombre de leurs portions cylindriques, ils ont introduit un paramètre de fréquence normalisé $V = (2\pi\omega_0/\lambda_1)\sqrt{(c_1/c_2)^2 - 1}$ (que nous appellerons aussi paramètre de guidage) similaire à ce qui est couramment utilisé dans le formalisme des guides d'ondes (Okamoto, 2006). On voit dès lors qu'il est possible d'ajuster le

4.1. DIMINUTION DE LA CÉLÉRITÉ DE L'ONDE AU PASSAGE DE L'INTERFACE : LES TÉTINES

nombre de modes se propageant dans la déformation en modifiant ce paramètre de fréquence à partir du rapport ω_0/λ ou de c_1/c_2 . Notons qu'en optique c'est plutôt le rapport ω_0/λ qui est modifié, c_1/c_2 étant fixé pour un système de phases de Winsor III donné (Binks, 2000). Tandis qu'en acoustique il sera plus aisé de jouer sur c_1/c_2 en changeant simplement de couples de fluides.

Afin de mettre en évidence les propriétés originales de ces objets liquides que sont les tétines, nous commençons par présenter quelques cas particuliers. Les tétines induites optiquement étant peu stables expérimentalement (voir figure 4.4 de (Petit, 2011)), nous nous concentrerons sur l'étude de tétines acoustiques. Nous reprenons pour cela des résultats expérimentaux obtenus par Bertin (2011) dans sa thèse. Nous considérons alors les trois couples de fluides suivants, kérosène/eau, chloroforme/eau salée (concentrée à 10%), FC72/eau+surfactant. Ceux-ci sont donnés dans le sens phase haut/bas et possèdent respectivement les fréquences normalisées $V = 3, 7, 15$ ($c_2/c_1 = 0.9, 0.6, 0.35$ et $\omega_0/\lambda = 0.86$). Les déformations expérimentales obtenues ainsi que les simulations correspondantes sont données sur la figure 4.3. La puissance injectée numériquement est la même dans les trois cas et vaut $\Pi_0 = 15$. Les résultats numériques représentés sur la figure sont donnés à plusieurs instants à partir de $t/\tau = 0$ (lignes pleines noires ; instant auquel le laser est allumé, la pression de radiation est de forme gaussienne et l'interface est plane) jusqu'à un état stationnaire (lignes pleines rouges). Nous rappelons que $\tau = \langle \eta \rangle \omega_0 / \sigma$ est le temps de relaxation visqueux de l'interface avec $\langle \eta \rangle = (\eta_1 + \eta_2)/2$ la moyenne des viscosités et σ la tension interfaciale.

Dans un premier temps, nous pouvons apprécier la ressemblance entre les déformations expérimentales et numériques. Nous observons ensuite, comme pour les résultats expérimentaux, une augmentation du nombre de portions cylindriques avec le paramètre de guidage. Un point intéressant supplémentaire à mettre en avant est l'évolution de la pression de radiation sur l'interface au cours du temps. Initialement de forme gaussienne, le profil de la pression de radiation est modifié par la déformation qu'elle induit. Acquérant un ou plusieurs pics secondaires en fonction du paramètre de guidage, ces pics sont responsables de l'apparition des portions cylindriques de l'interface. En fait, et nous allons le voir dans ce qui suit, les pics sont des signatures des modes propres du champ se propageant dans la déformation.

Reprenons le cas de $V = 15$ et calculons le champ acoustique qui se propage dans la déformation. Nous pouvons calculer analytiquement l'évolution radiale des modes propres du champ qui se propageraient dans des guides d'ondes parfaitement cylindriques et de rayons équivalents aux différentes portions de nos tétines. Nous noterons ces modes propres LP_{lm} ¹. Avec $l \geq 0$ et $m \geq 1$ représentant respectivement les propriétés polaires et radiales du champ. Le champ incident étant

1. Pour « Linearly Polarized ».

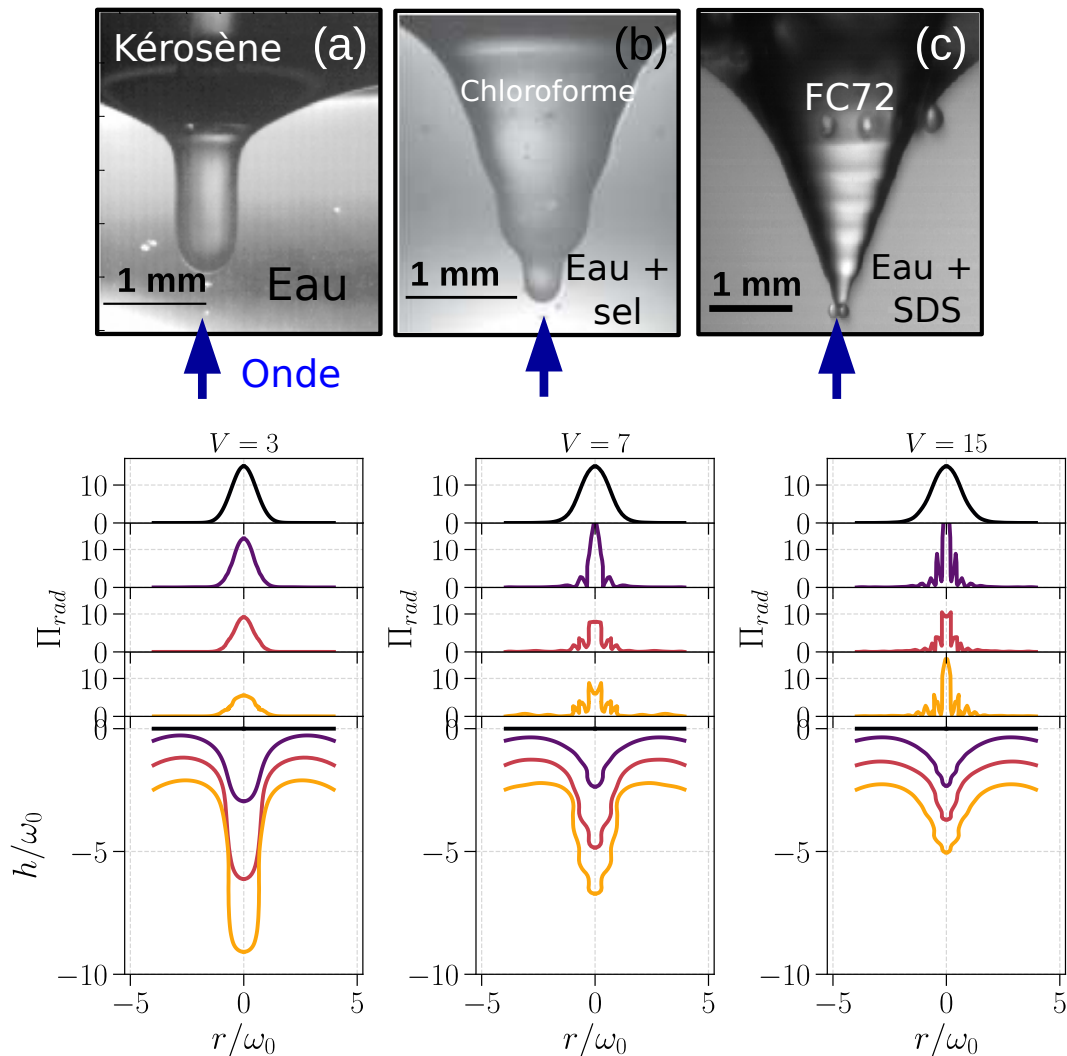


FIGURE 4.3 : Tétines acoustiques et simulations correspondantes. Tous les résultats numériques sont obtenus avec $\Pi_0 = 15$, $\omega_0/\lambda = 0.86$ et $c_2/c_1 = 0.9$, $c_2/c_1 = 0.5$ et $c_2/c_1 = 0.35$. Sont représentés à plusieurs instants (de couleurs différentes) les profils de pression de radiation et la déformation. Initialement, la pression de radiation a un profil gaussien et l'interface est plane. Les profils de déformations sont translatés pour une meilleure lisibilité.

gaussien, et donc invariant par rotation, nous assumons que seuls les modes radiaux sont excités et posons $l = 0$. Finalement cherchant des solutions sous forme d'ondes planes progressives harmoniques, le potentiel de vitesse ou le champ électrique du mode m , se propageant dans un guide d'onde cylindrique de rayon R

4.1. DIMINUTION DE LA CÉLÉRITÉ DE L'ONDE AU PASSAGE DE L'INTERFACE : LES TÉTINES

s'écrit :

$$q^{(m)}(r) = q_0^{(m)} e^{-j(\beta_m z + \omega t)} \mathcal{F}^{(m)}(r) \quad (4.3)$$

Avec $q = \Psi$ le potentiel de vitesse dans le cas acoustique ou $q = E$ le champ électrique dans le cas électromagnétique, $q_0^{(m)}$ l'amplitude du mode (m) et $\mathcal{F}^{(m)}(r)$ une fonction dépendant de R :

$$\mathcal{F}^{(m)}(r) = \begin{cases} \frac{J_0(\kappa_m r)}{J_0(\kappa_m R)}, & \text{si } r \leq R \\ \alpha^{ac/em} \frac{K_0(\gamma_m r)}{K_0(\gamma_m R)}, & \text{si } r \geq R \end{cases} \quad (4.4)$$

Avec κ_m et γ_m qui sont les $m^{\text{ième}}$ racines de l'équation de dispersion :

$$\kappa_m \frac{J_1(\kappa_m R)}{J_0(\kappa_m R)} = \gamma_m \alpha^{ac/em} \frac{K_1(\gamma_m R)}{K_0(\gamma_m R)} \quad (4.5)$$

J_i et K_i sont respectivement les fonctions de Bessel de premières espèces et les fonctions de Bessel modifiées de secondes espèces d'ordre i . $\alpha^{ac/em}$ est une constante qui dépend du type d'onde étudiée. Dans le cas acoustique $\alpha^{ac} = \tilde{\rho} = \rho_2/\rho_1$ le rapport de masse volumique (Jacobi, 1949) et $\alpha^{em} = 1$ en électromagnétique (Okamoto, 2006). Les nombres d'ondes κ_m et γ_m sont définis comme :

$$\kappa_m = \sqrt{(k_2^2 - \beta_m^2)}, \quad \gamma_m = \sqrt{(\beta_m^2 - k_1^2)} \quad (4.6)$$

Nous pouvons écrire :

$$(\kappa_m R)^2 + (\gamma_m R)^2 = V_g^2 \quad (4.7)$$

Avec $V_g = (2\pi R)/\lambda_1 \sqrt{(c_1/c_2)^2 - 1}$ le paramètre de fréquence normalisé pour un guide d'onde de rayon R . Ainsi pour un rayon donné et à partir du système formé par les équations (4.5) et (4.7), nous pouvons calculer numériquement les valeurs de κ_m et γ_m . Ces valeurs sont ensuite injectées dans l'équation (4.3), ce qui nous permet d'exprimer la dépendance radiale des différents modes se propageant dans le guide d'onde. Ayant choisi $\tilde{\rho} = 1$ (pour le calcul du champ) $\alpha^{ac/em} = 1$ quel que soit le cas étudié ici. Finalement β_m est la plus petite racine de l'équation de dispersion définie comme :

$$\beta_m = \left[\left(\frac{\omega}{c_2} \right)^2 - \kappa_m^2 \right]^{1/2} = \left[\gamma_m^2 + \left(\frac{\omega}{c_1} \right)^2 \right]^{1/2} \quad (4.8)$$

ω étant la pulsation de l'onde incidente. Ces calculs et leurs dérivations sont donnés plus en détail dans l'annexe C. Nous pouvons alors, pour un rayon donné de guide

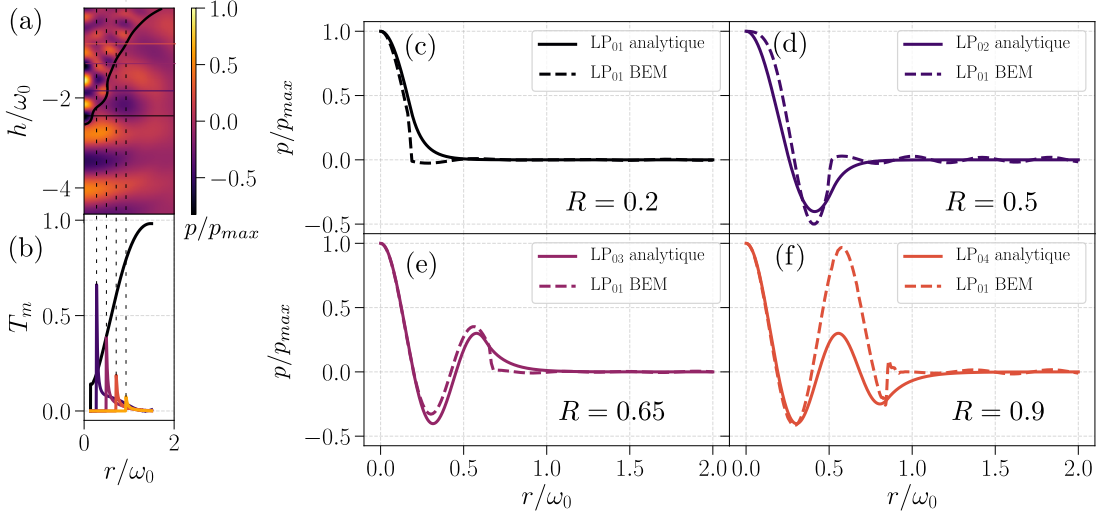


FIGURE 4.4 : Étude du champ de pression dans une interface déformée par une onde acoustique. (a) Partie réelle du champ de pression. (b) Taux de transmission des modes $m = 1, 2, 3, 4, 5$. En pointillés sont reportés les rayons de coupure des différents modes sur la partie réelle du champ de pression. (c-f) Coupes du champ calculées numériquement (lignes en pointillés) comparées aux résultats analytiques calculés avec les équations (4.5), (4.7) et (4.3).

d'onde, calculer les modes qui s'y propagent et les comparer avec les résultats numériques. Nous reportons sur la figure 4.4 la partie réelle du champ normalisée par sa valeur maximale sur l'axe de propagation du faisceau p_{max} (a), le taux de transmission des modes s'y propageant (b) et des coupes du champ en différentes altitudes correspondant aux portions cylindriques (c-f). Sont tracés en pointillés sur la figure (a) les rayons de coupures des différents modes qui correspondent aux sections cylindriques.

Finalement, un bon accord est obtenu entre les coupes du champ numérique et ceux calculés analytiquement. Dans le cas analytique, les valeurs sont obtenues pour un z quelconque dans l'expression (4.3) et sont normalisées par la valeur maximale sur l'axe. Seul le cas pour le mode LP₀₄ diffère du résultat analytique mais cela peut s'expliquer par le fait que les sections sont de moins en moins cylindriques devant se raccorder à l'interface plane. Nous montrons donc que les tétines se comportent bien comme un empilement de guides d'ondes dont le nombre de modes guidés, et donc de sections cylindriques, dépendent de la fréquence normalisée V . Cette signature transverse du guidage conforte les premiers résultats expérimentaux/numériques obtenus par Bertin *et al.* (2012).

4.1. DIMINUTION DE LA CÉLÉRITÉ DE L'ONDE AU PASSAGE DE L'INTERFACE : LES TÉTINES

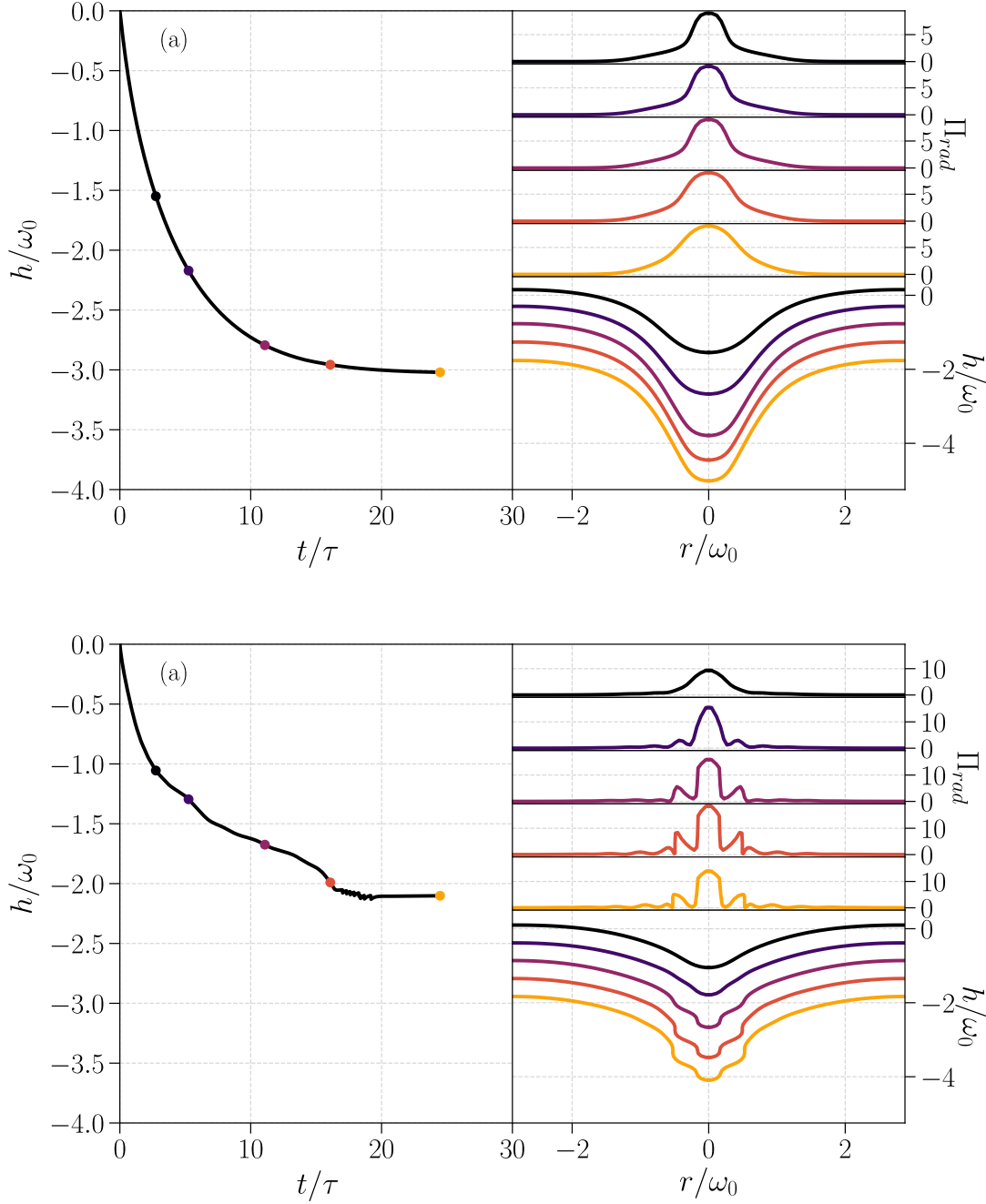


FIGURE 4.5 : Évolution temporelle de la déformation d'une interface fluide induite par une onde acoustique en calculant la pression de radiation (a) en fonction de l'angle d'incidence (équation (2.44)) et (b) en prenant en compte sa propagation à travers l'interface avec l'équation de Helmholtz. Dans les deux cas, $\Pi_0 = 9$, $\omega_0/\lambda = 0.86$, $c_2/c_1 = 0.35$ et donc $V = 15$.

4.1.2 Effet du guidage sur la dynamique de déformation d'interface

Si une attention particulière avait déjà été portée sur l'état stationnaire de ces objets liquides inusuels, leur dynamique n'a jusqu'ici jamais été étudiée. Notre modèle numérique nous en donnant l'accès, nous allons nous y intéresser dans ce qui suit. Nous reprenons le cas de l'interface FC72/eau+SDS déformée par une onde acoustique dont le paramètre de guidage vaut $V = 15$. Afin de mettre en évidence les effets du guidage sur la dynamique de déformation, nous mettons en parallèle un cas où la pression de radiation est calculée géométriquement (voir équation (2.44)) et un cas où elle est calculée à partir de l'équation d'Helmholtz. Ces résultats sont respectivement reportés sur les figures 4.5 (a,b). Nous remarquons alors qu'en plus d'une signature transverse de la propagation dans la déformation, on observe une signature longitudinale dans la dynamique. Dans le cas où la pression de radiation est calculée de façon géométrique, nous obtenons une dynamique suivant une loi de saturation exponentielle qui se retrouve habituellement dans le cas du régime linéaire de déformation pour $Bo \geq 10^{-2}$ (Wunenburger *et al.*, 2006b). De plus, la pression de radiation initialement gaussienne s'élargit de plus en plus, tout en conservant son amplitude initiale ($\Pi_0 = 9$) et induit une déformation sous forme de long doigt ne présentant pas de sections cylindriques. Ceci a déjà été observé numériquement dans de précédentes études (Chraïbi *et al.*, 2008). Lorsque nous prenons en compte la propagation de l'onde, la dynamique est plus complexe. Il semble que chaque portion cylindrique possède sa dynamique propre qui ralentit ou accélère la dynamique globale selon les cas. On relève aussi, comme nous l'avons remarqué précédemment, que des pics secondaires apparaissent progressivement dans la pression de radiation et induisent les différentes portions cylindriques de la déformation.

Finalement, un point peut paraître surprenant. Alors que l'amplitude de la pression de radiation ne varie pas dans le premier cas (sans propagation), elle augmente dans le second. Cependant, cette augmentation d'amplitude ne se répercute pas sur l'allongement de la déformation. Nous pouvons expliquer cela facilement en nous intéressant à la courbure de l'interface sur l'axe de propagation du faisceau ($r/\omega_0 = 0$) qui est reportée pour les deux cas sur la figure 4.6. Nous avons de plus reporté les points de la figure précédente représentant les instants auxquels sont tracés les différents profils. On remarque alors que dès l'apparition de la section cylindrique centrale, la courbure de la déformation sur l'axe augmente de façon importante. Au final, la courbure à l'état stationnaire est presque deux fois plus importante dans le cas avec propagation que dans le cas sans. Tout ceci n'est toutefois pas inattendu. En effet en se référant à l'équation (2.56), les contraintes capillaires (donc proportionnelles à la courbure) sont égales aux contraintes de pression de radiation à l'état stationnaire.

4.1. DIMINUTION DE LA CÉLÉRITÉ DE L'ONDE AU PASSAGE DE L'INTERFACE : LES TÉTINES

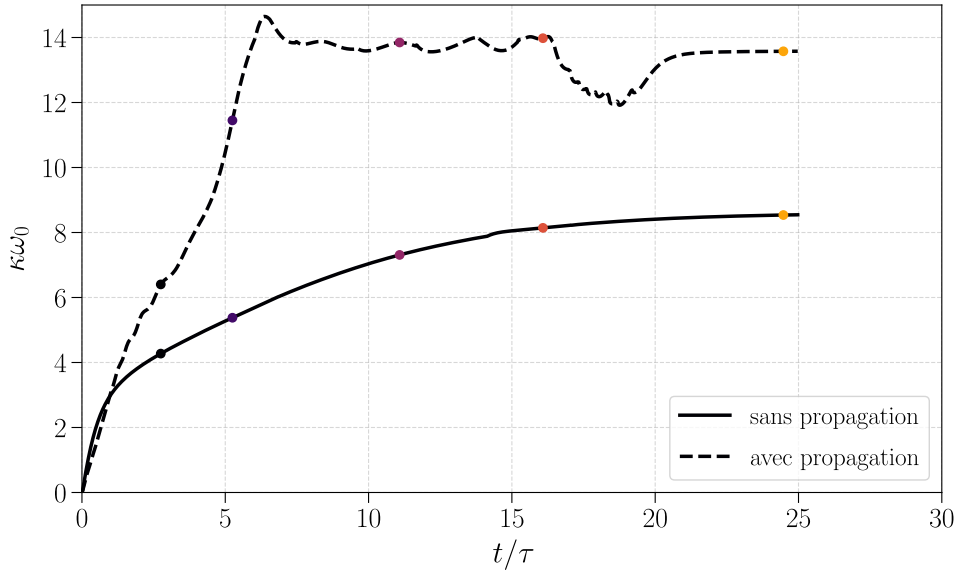


FIGURE 4.6 : Dynamique de la courbure de la déformation sur l'axe de propagation du faisceau, selon les deux approches considérées sur la figure 4.5. Les points colorés sur les dynamiques correspondent aux profils représentés sur la figure 4.5.

4.1.3 Un outil prédictif

Ayant montré que nous pouvions obtenir des résultats qualitatifs quant aux formes de déformations, nous pourrions faire une étude complète montrant que l'on peut prédire quantitativement les déformations. Ne souhaitant toutefois pas établir ici une liste exhaustive de comparaisons expérience/numérique, nous considérerons un dernier cas particulier, afin de démontrer que notre modèle est capable de prédire correctement les déformations d'interfaces fluides dans une configuration tétine. Dans ce but, nous considérons trois couples de fluides utilisés dans la thèse de Bertin (2011) et mesurons le diamètre de leur plus petite section cylindrique (voir encart de la figure 4.7). Ces couples sont chloroforme/eau salée (10%), chloroforme/eau salée (25%) et FC43/eau+SDS. Nous considérons cette fois le rapport de masse volumique $\tilde{\rho} \neq 1$ ayant une influence dans la propagation et donc sur le rayon des tétines (voir équations (4.4) et (4.5)). Pour ces couples de fluides les rapports de masse volumique valent $\tilde{\rho} = 1.4, 1.3, 1.8$. Nous mesurons les diamètres des sections qui nous intéressent et les reportons sur la figure 4.7. Ceux-ci sont tracés à partir de leur puissance seuil d'apparition Π_{0s} . Numériquement, les diamètres sont mesurés à partir de la pente du profil ($dy/dx \approx 0$). Nous obtenons un bon accord entre les résultats numériques et expérimentaux. Il est de plus remarquable de noter que dans tous les cas, le diamètre ne varie pas

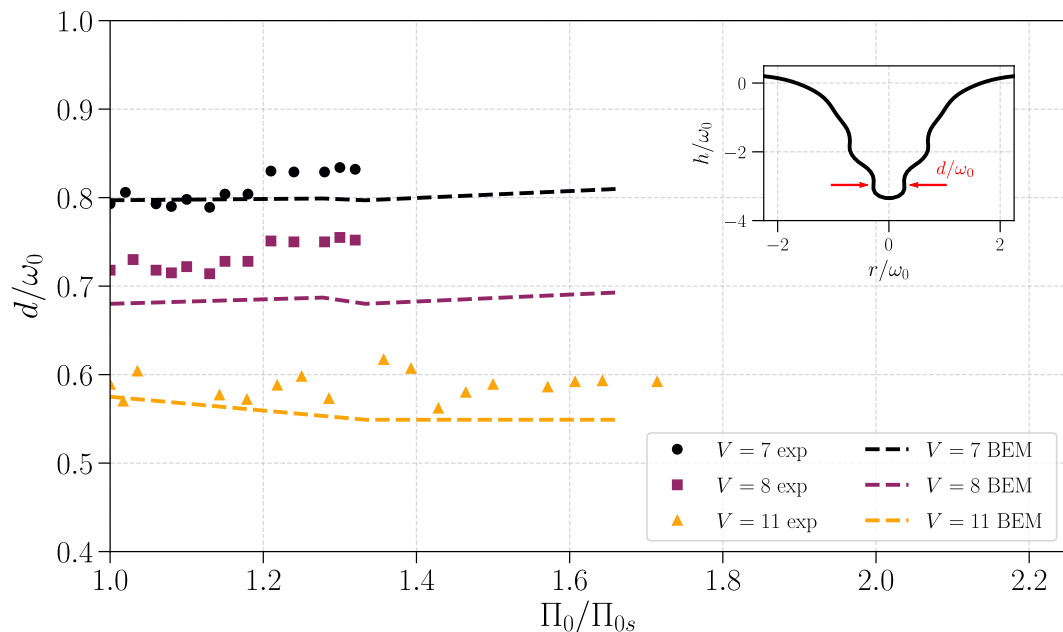


FIGURE 4.7 : Comparaison entre le diamètre de la section cylindrique centrale numérique et expérimentale. Pour les cas numériques et expérimentaux $\omega_0/\lambda = 0.86$ et les rapports de célérités et masses volumiques valent respectivement $c_2/c_1 = 0.62$, $\rho_2/\rho_1 = 1.4$; $c_2/c_1 = 0.56$, $\rho_2/\rho_1 = 1.3$; $c_2/c_1 = 0.44$, $\rho_2/\rho_1 = 1.8$. L'encart montre la section cylindrique considérée.

avec la puissance injectée. Cela s'explique par le fait que les modes guidés dans les différentes sections cylindriques imposent l'extension radiale de celles-ci.

4.1.4 Généralisation du modèle

Nous pouvons finalement généraliser notre modèle en étudiant l'évolution du nombre de modes guidés en fonction du paramètre de guidage V . Afin de donner au maximum un caractère universel aux résultats présentés ci-après, nous reprenons $\tilde{\rho} = 1$ dans le calcul de la propagation et considérons une puissance injectée identique pour tous les calculs avec $\Pi_0 = 9$. Notons toutefois que nous faisons varier V à partir du rapport de célérité c_2/c_1 et que le rapport $\omega_0/\lambda = 0.86$ est constant. Si le nombre de modes guidés dans la déformation dépend uniquement du paramètre de fréquence, la forme de l'interface déformée peut dépendre du rapport ω_0/λ . En effet, considérant une source gaussienne (voir figure 2.3), nous prenons en compte la divergence du faisceau. Celle-ci dépend de ce que l'on appelle communément la longueur de Rayleigh $Z_R/\omega_0 = \pi\omega_0/\lambda$, distance sur laquelle l'extension radiale

4.1. DIMINUTION DE LA CÉLÉRITÉ DE L'ONDE AU PASSAGE DE L'INTERFACE : LES TÉTINES

du faisceau est multipliée par un facteur $\sqrt{2}$. Ainsi, dans le cas où nous considérerions des rapports ω_0/λ plus important, le faisceau tendrait à avoir une forme cylindrique et nous nous attendrions à obtenir des déformations plus allongées.

Nous présentons deux graphiques sur les figures 4.8 (a) et (b) représentant respectivement l'évolution du profil de pression de radiation sur l'interface $\Pi_{rad}(r)$ et de la hauteur de la déformation $h(r)$ en fonction du paramètre de fréquence normalisé. Les valeurs de $\Pi_{rad}(r)$ et $h(r)$ sont normalisées, pour chaque profil, par rapport à leur valeur sur l'axe h_0 et Π_{rad0} . On retrouve donc ce que l'on a observé jusqu'ici, c'est-à-dire, des pics secondaires qui apparaissent dans le profil de pression de radiation à mesure que le paramètre de guidage augmente et, allant avec, des sections cylindriques guidantes dans la déformation. Nous regroupons donc en deux graphiques, l'essentiel des caractéristiques observables des tétines.

Nous avons pu, dans cette première section, confirmer le fait que les tétines peuvent être considérées comme des empilements de guides d'ondes cylindriques. De plus, il est maintenant clair que le guidage joue un rôle prédominant dans la forme ainsi que dans la dynamique de morphogénèse de ces objets liquides si particuliers. Notre modèle numérique semble donc très bien décrire les interfaces

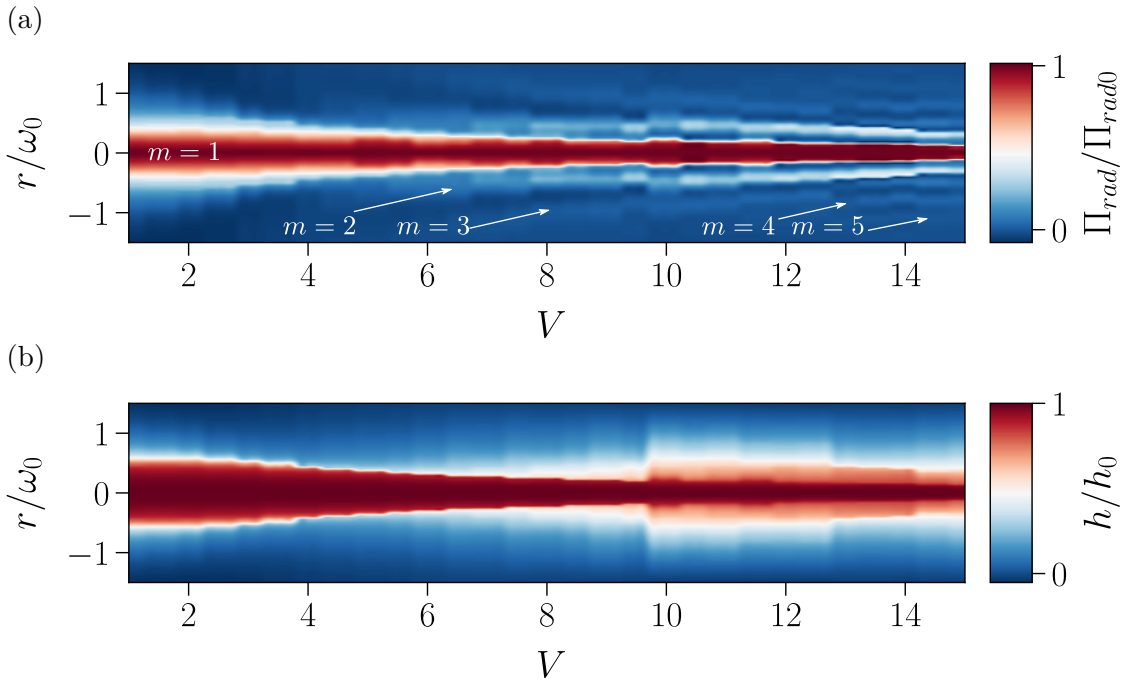


FIGURE 4.8 : Spectre de déformations que nous pouvons obtenir numériquement dans la configuration tétine avec $\omega_0/\lambda = 086$. (a) Représente le profil de pression de radiation et (b) le profil de la déformation. Les flèches sur la figure (a) montrent les pics de pression de radiation associés aux différents modes propres.

tétines et permet même de prédire le spectre complet des morphologies qu'il est possible d'obtenir. Portons alors maintenant notre attention sur la configuration inverse, soit lorsque la célérité de l'onde diminue lors du passage de l'interface et sculpte celle-ci sous forme d'aiguilles.

4.2 Augmentation de la célérité de l'onde au passage de l'interface : les aiguilles

Nous reprendrons dans cette partie le schéma précédent en commençant par présenter quelques cas particuliers afin de mettre en évidence le processus de formation des aiguilles puis nous mettrons en avant le caractère universel du modèle. Nous montrerons ici des exemples de déformations acoustiques et optiques, les aiguilles optiques expérimentales étant plus stables que les tétines. Nous nous pencherons de plus sur la stabilité de ces objets qui présentent des cycles d'hystérésis (Wunenburger *et al.*, 2006b; Petit, 2011).

4.2.1 Formation des aiguilles

Comme évoqué précédemment, commençons par considérer deux cas particuliers. Nous choisissons un couple de fluides huile silicone 5cSt/eau avec $V = 6.3$ ($c_2/c_1 = 0.65$ et $\omega_0/\lambda = 0.86$) pour l'acoustique et un système de Winsor III avec $V = 7.3$ ($c_2/c_1 = 0.96$ et $\omega_0/\lambda = 4$) pour l'optique. La puissance injectée numériquement est dans les deux cas $\Pi_0 = 9$. Les images expérimentales et les résultats numériques, comprenant le profil de déformation et l'intensité du champ, sont reportés sur la figure 4.9. Nous pouvons relever plusieurs points. Premièrement, comme dans les cas des tétines, nous obtenons un accord qualitatif satisfaisant vis-à-vis des morphologies obtenues. Ensuite, nous pouvons remarquer sur les profils de pression de radiation que celle-ci, proche de l'axe de propagation, est supérieure à la puissance injectée. Il est d'autant plus remarquable de voir, sur les figures 4.9 (e,f) que l'essentiel de l'amplitude du champ incident est concentré au centre de la déformation. Ces deux observations sont donc compatibles avec l'hypothèse de la réflexion totale interne sur les bords de la déformation ou sur l'axe de propagation du faisceau.

Nous pouvons aller plus loin pour confirmer cette hypothèse en rappelant tout d'abord la définition de l'angle de réflexion totale interne :

$$\theta_{RT} = \sin^{-1}\left(\frac{c_2}{c_1}\right) \quad (4.9)$$

Si au regard de la figure 4.9 la réflexion totale interne semble être une explication satisfaisante du phénomène de déclenchement de l'instabilité et de formation des

4.2. AUGMENTATION DE LA CÉLÉRITÉ DE L'ONDE AU PASSAGE DE L'INTERFACE : LES AIGUILLES

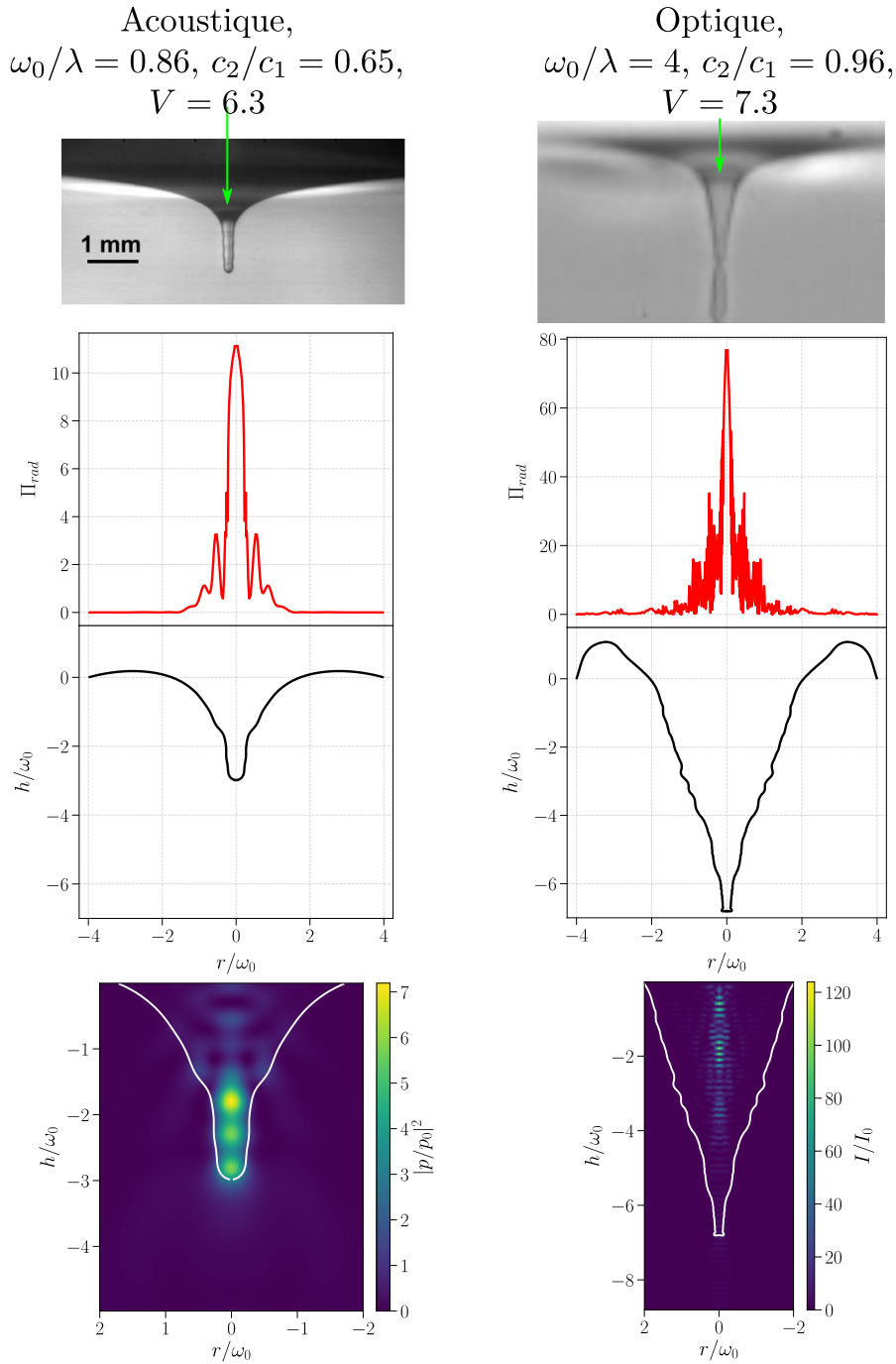


FIGURE 4.9 : Aiguilles liquides expérimentales induites avec des ondes acoustiques (gauche) et électromagnétiques (droite) et simulations correspondantes avec l'intensité du champ de pression et électrique. Les flèches vertes représentent le sens de propagation de l'onde.

aiguilles et de leur base conique, cette idée a été remise en cause en optique et pour certains cas en acoustique pour des angles de réflexion totale de l'ordre de $\theta_{RT} > 70^\circ$. En effet, dans ces cas, l'instabilité se produit pour des angles plus petits que θ_{RT} (Petit, 2011 ; Bertin, 2011). Nous pouvons observer cela sur la figure 4.10 (a) sur laquelle nous avons reporté pour plusieurs cas expérimentaux en optique (avec des systèmes de Winsor III ; symboles pleins) et numériques (ligne en pointillés), l'angle d'incidence maximal α_{imax} de l'onde sur l'interface pour un état stationnaire obtenu juste sous le seuil d'instabilité. Il semble premièrement que le modèle numérique montre une dépendance de l'angle d'incidence maximal avant instabilité avec le rapport ω_0/λ_1 . Cela n'avait pas été mis en avant expérimentalement, affichant plutôt une indépendance vis-à-vis de ω_0/λ_1 malgré une certaine dispersion. Ceci n'est pas totalement surprenant. En effet, pour des valeurs de $\omega_0/\lambda_1 > 1$ le faisceau sera très cylindrique et les conditions menant à l'instabilité, soit avant que la déformation soit guidante, sont ainsi toujours les mêmes peu importe la valeur du rapport ω_0/λ_1 . Finalement, afin de montrer que le fait que $\alpha_{imax} < \theta_{RT}$ n'est pas incompatible avec l'hypothèse de réflexion totale interne, reprenons l'équation (2.44) et traçons $\Pi_{rad}(\alpha_i)/\Pi_0$, la pression de radiation normalisée par son amplitude pour plusieurs rapports de célérités de l'onde. La figure 4.10 (b) montre clairement l'augmentation drastique de la pression de radiation lorsque $\alpha_i \rightarrow \theta_{RT}$. Cette augmentation étant d'autant plus importante et rapide à mesure que $c_2/c_1 \rightarrow 1$. Il est alors normal de s'attendre à ce que l'angle d'incidence maximal avant instabilité soit inversement proportionnel à c_2/c_1 . Nous voyons de plus sur les profils de pression de radiation de la figure 4.9 que l'amplitude de la pression de radiation est bien plus importante dans le cas optique ($c_2/c_1 = 0.96$) que dans le cas acoustique ($c_2/c_1 = 0.65$) ce qui est compatible avec le calcul de $\Pi_{rad}/\Pi_0(\alpha_i)$ représenté sur la figure 4.10 (b). Nous pouvons ainsi dire que la réflexion totale interne ou du moins une augmentation importante de la pression de radiation dans la déformation, est responsable de l'instabilité menant à la formation des aiguilles liquides.

Comme pour la partie sur les tétines, nous proposons ici un spectre des morphologies que nous pouvons obtenir dans la configuration aiguille. Comme précédemment, les profils obtenus et représentés sur la figure 4.11, le sont avec le rapport $\omega_0/\lambda = 0.86$ et en faisant varier c_2/c_1 . Nous observons alors que les profils de pression de radiation et les déformations centrales deviennent de plus en plus étroits avec V . De plus, nous voyons des pics secondaires apparaître dans la pression de radiation dont la présence s'explique par le passage d'un guide d'onde mono- à multimodal.

Finalement, nous pouvons étudier et comparer la base conique des profils numériques tracés sur la figure 4.11 (b) avec un modèle proposé récemment par Girot *et al.* (2019). Les auteurs de ces travaux se sont intéressés aux cônes présents à la

4.2. AUGMENTATION DE LA CÉLÉRITÉ DE L'ONDE AU PASSAGE DE L'INTERFACE : LES AIGUILLES

base d'aiguilles liquides induites par des ondes électromagnétiques avec différents systèmes expérimentaux (microémulsions et phase de Winsor dont les descriptions

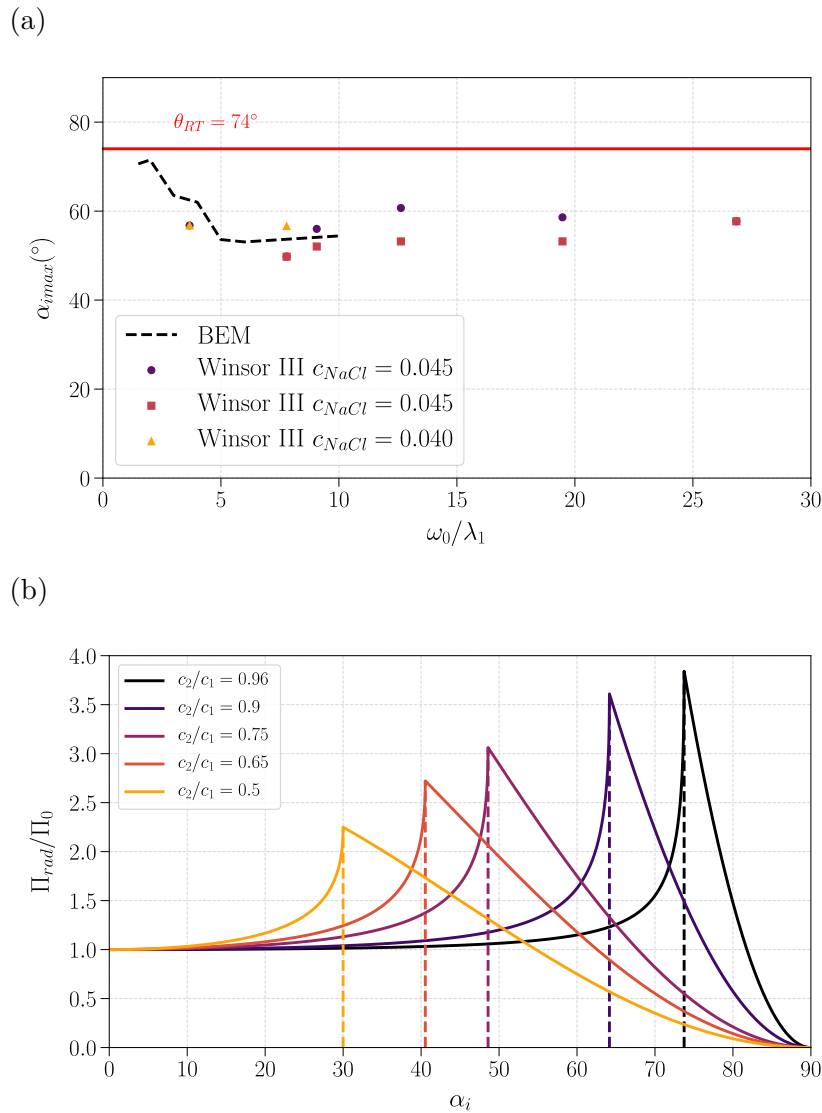


FIGURE 4.10 : Étude du mécanisme menant à l'instabilité d'une interface initialement plane sous forme d'aiguilles liquides. (a) Angle d'incidence maximal de l'onde sur l'interface à l'état stationnaire avant instabilité. Tous les cas présentés ici sont obtenus avec $c_2/c_1 = 0.96$ et en faisant varier le rapport ω_0/λ . (b) Pression de radiation normalisée par son amplitude en fonction de l'angle d'incidence sur l'interface pour différents rapports de célérités. Les lignes en pointillés représentent l'angle de réflexion totale interne.

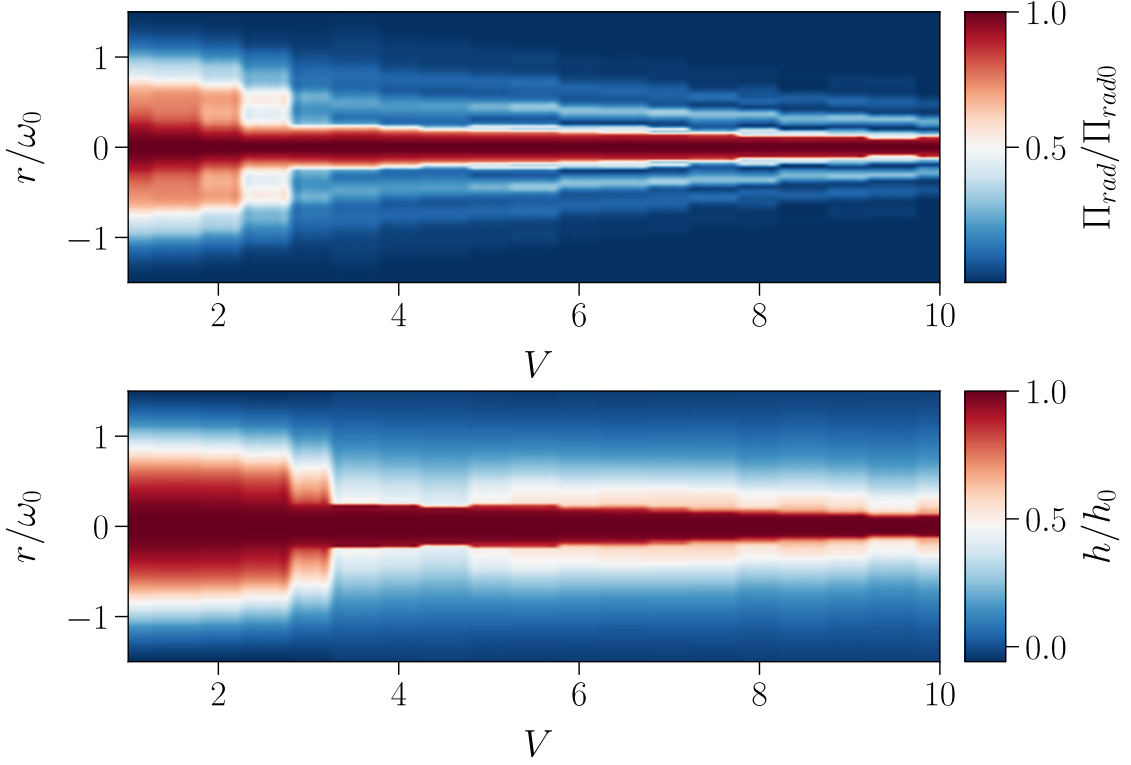


FIGURE 4.11 : Spectre de déformations que nous pouvons obtenir numériquement dans la configuration aiguille avec $\omega_0/\lambda = 086$. (a) Représente le profil de pression de radiation et (b) le profil de la déformation.

sont données dans le chapitre 2) et ont proposé un modèle universel pour prédire l'angle de ces cônes qui présente un bon accord avec les résultats expérimentaux. Ce modèle est le suivant. À partir des équations (2.56) et (2.58) nous pouvons écrire la pression de radiation comme :

$$\Pi_{rad}(r, \alpha_i) = \Pi_0 e^{-2\left(\frac{r}{\omega_0}\right)^2} f(\alpha_i) \quad (4.10)$$

Avec $f(\alpha_i) = (\cos \alpha_i \sin \alpha_i (\frac{1+R}{\tan \alpha_i} - \frac{1-R}{\tan \alpha_t}) / (2\delta_c))$ où α_i et α_t sont les angles d'incidences et de transmissions de l'onde incidente avec la normale à l'interface, R est le coefficient de réflexion de Fresnel et $\delta_c = (c_1 - c_2)/(c_1 + c_2)$. Remarquons que la fonction $f(\alpha_i)$ n'est autre que ce que nous avons tracé sur la figure 4.10 (c). Il a de plus été montré que l'angle d'incidence sur l'interface devient plus grand que l'angle de réflexion totale de façon dynamique pendant l'instabilité (Wunenburger *et al.*, 2006b) et qu'après celle-ci, nous avons toujours $\alpha_i > \theta_{RT}$ (Giot *et al.*, 2019). Ainsi, considérant que l'angle d'incidence est supérieur à l'angle de réflexion totale, nous avons $R = 1$ et donc $f(\alpha_i) = \cos^2 \alpha_i / \delta_c$. Nous pouvons écrire les contraintes

4.2. AUGMENTATION DE LA CÉLÉRITÉ DE L'ONDE AU PASSAGE DE L'INTERFACE : LES AIGUILLES

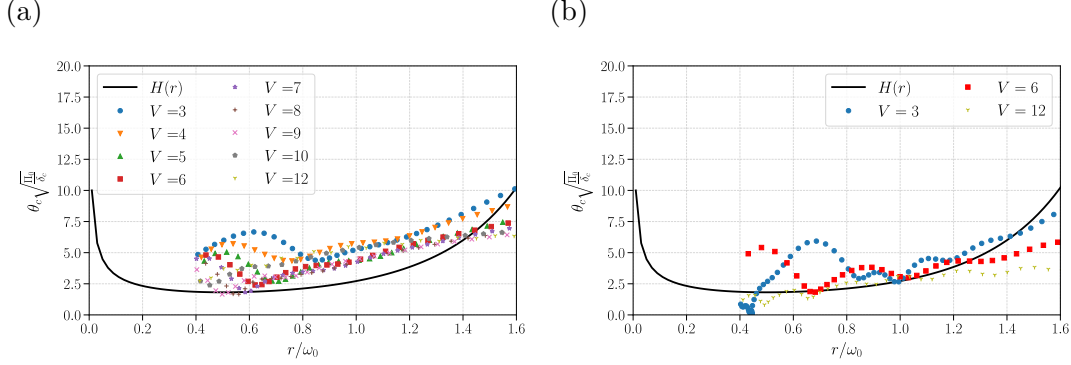


FIGURE 4.12 : Étude de l'angle local du cône à la base des aiguilles liquides obtenues sur la figure précédente 4.11 pour différentes valeurs du paramètre de guidage. Notons que l'angle du cône est complémentaire de l'angle d'incidence tel que $\theta_c = \pi/2 - \alpha_i$. Les figures (a) et (b) sont respectivement réalisées en considérant la divergence du faisceau et en considérant un faisceau cylindrique (sans divergence).

sur l'interface à l'équilibre en négligeant la gravité ($Bo = 10^{-2}$) comme :

$$\kappa = 2\Pi_0 \frac{\cos^2 \alpha_i}{\delta_c} e^{-2\left(\frac{r}{\omega_0}\right)^2} \quad (4.11)$$

Avec, nous le rappelons, la courbure $\kappa = (1/r)(d/dr)(rdh/dr)$. Nous pouvons écrire $\sin \alpha_i = h'/\sqrt{1+h'^2}$ et l'angle local du cône étant complémentaire de l'angle d'incidence tel que $\alpha_i = \pi/2 - \theta_c$ nous obtenons :

$$\sin \alpha_i = \cos \alpha_c = \frac{h'}{\sqrt{1+h'^2}} \quad (4.12)$$

Avec $h' = dh/dr$. Ce qui nous permet de ré-écrire l'équation (4.11) comme :

$$\frac{1}{r} \frac{d}{dr} (r \cos \theta_c) = \Pi_0 \frac{\sin^2 \theta_c}{\delta_c} e^{-2\left(\frac{r}{\omega_0}\right)^2} \quad (4.13)$$

L'angle d'incidence étant grand, l'angle local du cône est petit et nous pouvons considérer $\cos \theta_c \approx 1$ et $\sin \theta_c \approx \theta_c$ ce qui nous conduit à :

$$\theta_c = \sqrt{\frac{\delta_c}{\Pi_0}} H\left(\frac{r}{\omega_0}\right) \quad (4.14)$$

Avec $H\left(\frac{r}{\omega_0}\right) = e^{\left(\frac{r}{\omega_0}\right)^2} / \sqrt{r/\omega_0}$. Traçons maintenant l'angle des cônes obtenus sur la figure 4.12 (a). Nous observons que les résultats numériques obtenus décrivent

un comportement universel et sont compatibles avec le modèle proposé par Girot malgré une surestimation numérique systématique. Cela montre que l'angle de la base conique des aiguilles dépend uniquement des propriétés des fluides et de l'excitation. Notons aussi que malgré l'expression 4.14 l'angle ne dépend pas du contraste d'indice Π_0 y étant proportionnel. De plus, nous n'avons pas reporté les points pour $r/\omega_0 < 0.4$ qui correspondent à la zone centrale de la déformation. Les variations visibles pour $r/\omega_0 \in [0.4, 0.8]$ proviennent des épaulements formés par les pics secondaires de la pression de radiation. Pour finir, rappelons une fois de plus que numériquement nous prenons en compte la divergence du faisceau. Ce point n'est pas considéré dans le modèle analytique et Girot (2018) a montré qu'en général dans le cas optique, il n'est pas nécessaire de s'en inquiéter. Cependant, les résultats de la figure 4.12 sont obtenus avec $\omega_0/\lambda = 0.86$ qui conduit à avoir un faisceau très divergent. Ce point peut expliquer la surestimation du modèle et en effet, en reprenant les cas $V = 3, 6, 12$ sans considérer la divergence du faisceau, nous obtenons un bien meilleur accord avec le modèle comme nous pouvons l'observer sur la figure 4.12 (b).

Nous avons caractérisé le mécanisme à l'origine de la formation des aiguilles et de leur base conique ainsi que la forme que ces objets liquides peuvent prendre pour toute une gamme de fréquences normalisées.

4.2.2 Stabilité des déformations induites : hystérésis

Il a été observé expérimentalement qu'une fois les aiguilles liquides formées, lorsque $\Pi_0 > \Pi_{0s}$, celles-ci présentaient un cycle d'hystérésis (Petit, 2011)). Si cela se produit avec des ondes électromagnétiques, aucune observation dans ce sens n'a étonnamment été relevée en acoustique. Une fois de plus, la stabilité des aiguilles repose sur le guidage des ondes incidentes dans la déformation. Ainsi une ségrégation acoustique/électromagnétique n'est pas forcément pertinente. Il est à notre sens, plus judicieux d'essayer de déterminer à partir de quelle valeur de paramètre de guidage nous obtenons une hystérésis.

Étudions plusieurs cas pour lesquels nous fixons le rapport $c_2/c_1 = 0.93$ et faisons varier ω_0/λ . Nous appliquons la même procédure qu'expérimentalement, c'est à dire, nous augmentons progressivement la puissance (à chaque fois qu'un état stationnaire est atteint) jusqu'à obtenir une inflexion dans la courbe $h/\omega_0 = f(\Pi_0)$ puis nous la diminuons afin de voir si le chemin emprunté est le même dans les deux sens. Les résultats obtenus numériquement, ainsi qu'un cas expérimental en optique, sont représentés sur la figure 4.13.

Nous observons qu'à partir d'une fréquence normalisée $V > 2.1$ un cycle d'hystérésis commence à apparaître. Pour ces valeurs de V , les aiguilles liquides formées deviennent guidantes et le champ s'y propageant permet alors de maintenir la déformation même pour des puissances injectées plus petites que la puissance seuil.

4.2. AUGMENTATION DE LA CÉLÉRITÉ DE L'ONDE AU PASSAGE DE L'INTERFACE : LES AIGUILLES

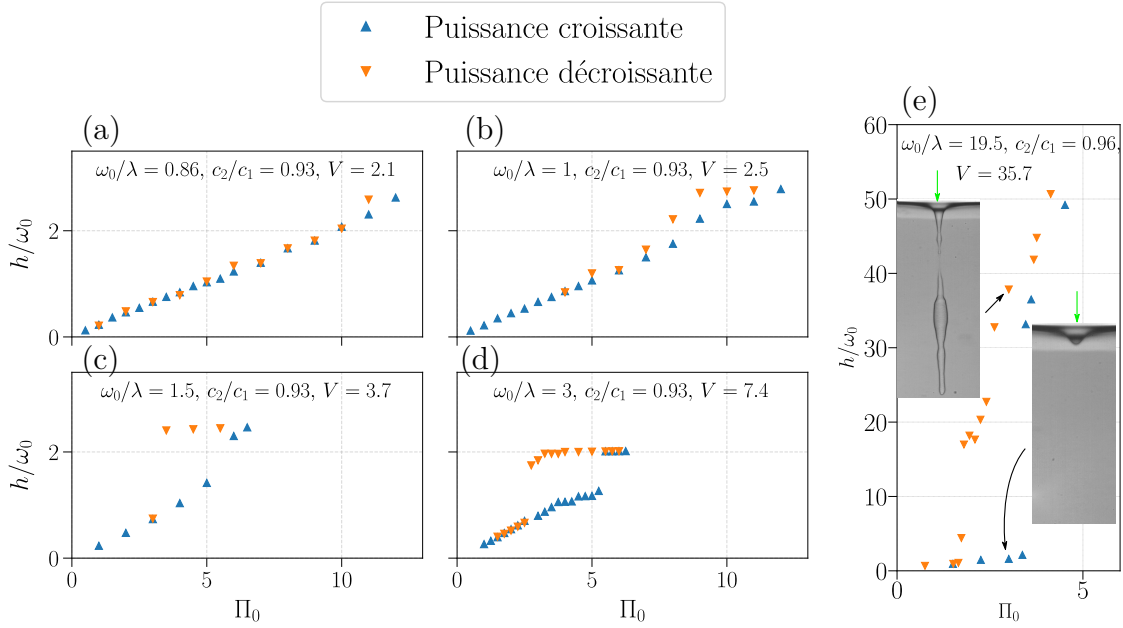


FIGURE 4.13 : Stabilité et cycle d’hystérésis des aiguilles liquides. Les figures (a-d) sont des résultats numériques pour lesquels $c_2/c_1 = 0.93$ et où nous faisons varier ω_0/λ . La figure (e) correspond à un cas expérimental obtenu avec des ondes électromagnétiques dont les données sont extraites de (Petit, 2011). La flèche verte représente le sens de propagation de l’onde.

Il est de plus intéressant de noter que la largeur du cycle d’hystérésis semble augmenter avec le paramètre de guidage.

Le cas de l’acoustique reste cependant intrigant. En effet, s’il nous semble numériquement que la différenciation acoustique/électromagnétique n’a pas lieu d’être, dans ses travaux de thèse Bertin (2011) n’a pas relevé d’hystérésis dans la formation d’aiguilles liquides avec des ondes acoustiques. Il y présente un cas pour lequel $V = 6.3$ et où les déformations obtenues sont exactement les mêmes lors de l’augmentation comme lors de la baisse de puissance, contrairement à ce que nous pouvons observer dans le cas de l’optique sur la figure 4.13 (e).

Finalement, nous avons observé numériquement que ces déformations ne présentaient pas que des états bistables, mais des états multistables. Comme nous pouvons le voir sur la figure 4.14, une fois la déformation devenue guidante, plusieurs chemins peuvent être empruntés afin de retomber sur la branche où seul un état de stabilité existe.

Nous avons donc démontré numériquement la stabilité exceptionnelle de ces morphologies qui agissent là encore comme des guides d’ondes liquides. Nous prédisons numériquement qu’à partir d’un paramètre de fréquence $V \gtrsim 2$ nous devrions

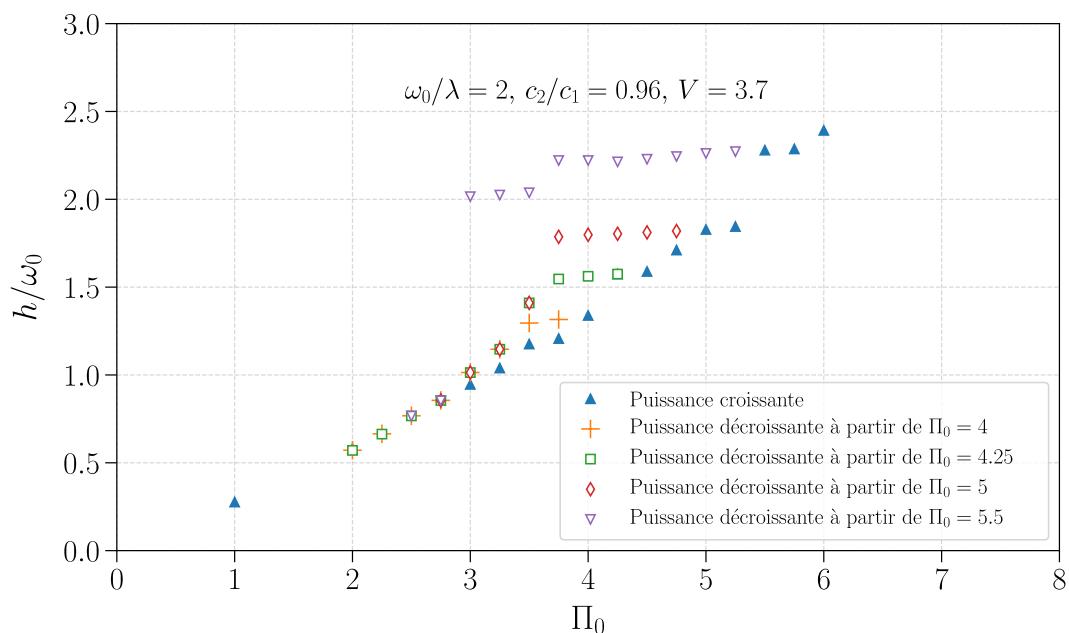


FIGURE 4.14 : Multistabilité d’une aiguille liquide. La puissance est diminuée à partir de différents états stationnaires stables. Plusieurs chemins peuvent être empruntés jusqu’à ce qu’ils retombent tous sur la même branche, avant que la déformation ne soit guidante.

toujours observer une hystérésis.

4.3 Conclusion

Nous avons étudié dans ce chapitre le couplage entre la propagation d’une onde à travers une interface fluide/fluide et la déformation de cette même interface. Nous avons montré que peu importe le type de déformations obtenues, celles-ci agissent comme des guides d’ondes liquides reconfigurables à souhait en jouant simplement sur les paramètres de l’onde excitatrice ou sur les propriétés des fluides.

Dans le cas où la vitesse de l’onde augmente lors de sa traversée de l’interface, il est intéressant d’observer qu’en considérant numériquement la propagation de l’onde à travers celle-ci, nous retrouvons quantitativement les tétines obtenues expérimentalement. Ces tétines qui se comportent comme un empilement de guides d’ondes cylindriques, sont modulables en modifiant leur paramètre de fréquence normalisée $V = (2\pi\omega_0/\lambda_1)\sqrt{(c_2/c_1)^2 - 1}$. Nous avons de plus démontré que la dynamique d’une interface guidante était modifiée par l’onde incidente. Cette ob-

servation explique les effets observés dans le chapitre précédent sur la dynamique de l'épaulement induit par la force de diffusion (voir figure 3.3).

Dans le cas contraire, lorsque la célérité de l'onde diminue lors de sa traversée de l'interface, nous avons montré que l'hypothèse de réflexion totale interne était valide à travers l'étude du profil de pression de radiation et de l'intensité du champ se propageant dans la déformation. Le fait que l'angle d'incidence maximal de l'onde sur l'interface soit inférieur à l'angle de réflexion totale n'est donc pas incompatible avec ce processus. Nous avons de plus montré que l'angle des cônes, à la base des aiguilles obtenues numériquement, était en accord avec le modèle universel proposé par (Giro *et al.*, 2019). Finalement, nous avons retrouvé le comportement hystérétique des aiguilles liquides qui repose une fois de plus sur le fait que ces déformations peuvent être considérées comme des guides d'ondes liquides. Il semble de plus que l'hystérésis soit présente à partir d'un paramètre de fréquence donné $V \gtrsim 2$. Nous avons aussi pu mettre en évidence numériquement un comportement multistable qui n'a jamais été observé expérimentalement. Il pourrait être intéressant de vérifier cela.

Nous montrons donc à travers l'étude de ce couplage propagation/déformation qu'un schéma universel émerge, quel que soit le type d'onde considéré, qu'elle fût mécanique ou électromagnétique. Une onde peut donc sculpter une interface et créer son propre guide d'onde parfaitement adapté à sa propagation.

Bibliographie

- ASHKIN, A. et DZIEDZIC, J. M. (1973). Radiation Pressure on a Free Liquid Surface. *Phys. Rev. Lett.*, 30(4) :139–142.
- ASTRATH, N., MALACARNE, L. C., BAESSO, M. L., LUKASIEWICZ, G. V. B. et BIALKOWSKI, S. E. (2014). Unravelling the effects of radiation forces in water. *Nature Comm.*, 5(4363).
- BERTIN, N. (2010). Liquid-Column Sustainment Driven by Acoustic Wave Guiding. *Phys. Rev. Lett.*, 105.
- BERTIN, N. (2011). *Déformations d'interfaces liquides guidantes par la pression de radiation acoustique et optique*. Thèse de doctorat, Université de Bordeaux.
- BERTIN, N., CHRAIBI, H., WUNENBURGER, R., DELVILLE, J.-P. et BRASSELET, E. (2012). Universal Morphologies of Fluid Interfaces Deformed by the Radiation Pressure of Acoustic or Electromagnetic Waves. *Phys. Rev. Lett.*, 109 :244304.
- BINKS, B. P. (2000). Stability of Oil-in-Water Emulsions in a Low Interfacial Tension System. *Langmuir*, 16(3).

CHAPITRE 4. ÉTUDE DE LA PRESSION DE RADIATION SUR DES INTERFACES FLUIDES PLANES

- CASNER, A. et DELVILLE, J.-P. (2003). Laser-Induced hydrodynamic instability of fluid interfaces. *Phys. Rev. Lett.*, 90(14) :144503.
- CASNER, A., DELVILLE, J.-P. et BREVIK, I. (2003). Asymmetric optical radiation pressure effects on liquid interfaces under intense illumination. *J. Opt. Soc. Am. B*, 20(11) :2355–2362.
- CHRAIBI, H., LASSEUX, D., ARQUIS, E., WUNENBURGER, R. et DELVILLE, J.-P. (2008). Simulation of an optically induced asymmetric deformation of a liquid-liquid interface. *Eur. J. Mech. B*, 27 :419–432.
- GIROT, A. (2018). *Manipulation et déformation optiques d'interfaces molles*. Thèse de doctorat, Université de Bordeaux.
- GIROT, A., PETIT, J., SAISEAU, R., GUÉRIN, T., CHRAIBI, H., DELABRE, U. et DELVILLE, J. (2019). Conical Interfaces between Two Immiscible Fluids Induced by an Optical Laser Beam. *Phys. Rev. Lett.*, 122(17) :174501.
- ISSENMANN, B., NICOLAS, A., WUNENBURGER, R., MANNEVILLE, S. et DELVILLE, J. P. (2008). Deformation of acoustically transparent fluid interfaces by the acoustic radiation pressure. *Europhys. Lett.*, 83 :34002.
- JACOBI, W. J. (1949). Propagation of Sound Waves along Liquid Cylinders. *J. Acoust. Soc. Am.*, 21(120).
- OKAMOTO, K. (2006). *Fundamental of optical waveguides*. Elsevier, Amsterdam, 2ième édition.
- PETIT, J. (2011). *Déformations et instabilités d'interfaces liquides pilotées par la diffusion d'une onde laser en milieux turbides*. Thèse de doctorat, Université de Bordeaux.
- VERMA, G. (2015). Universal Long-Range Nanometric Bending of Water by Light. *Phys. Rev. Lett.*, 115.
- WUNENBURGER, R., CASNER, A. et DELVILLE, J.-P. (2006a). Light-induced deformation and instability of a liquid interface. I. Statics. *Phys. Rev. E*, 73(3) :036314.
- WUNENBURGER, R., CASNER, A. et DELVILLE, J.-P. (2006b). Light-induced deformation and instability of a liquid interface. II. Dynamics. *Phys. Rev. E*, 73(3) :036315.

Chapitre 5

Manipulation optique de gouttes et d'objets biologiques

Nous souhaitons montrer dans ce chapitre qu'il est possible, de façon similaire à ce qui a été fait avec des interfaces initialement planes, de manipuler et déformer des objets liquides ou biologiques, initialement sphériques, à l'aide de la pression de radiation optique. À cette fin, deux systèmes peuvent être mis en avant : d'un côté les montages de pinces optiques dans lesquels l'objet est piégé au moyen d'un faisceau laser très convergent par l'intermédiaire de ce qu'on appelle la force de gradient. Elle agit comme une force de rappel en attirant l'objet vers la zone la plus intense du faisceau. De l'autre côté on va trouver des montages d'étireur optique, utilisant cette fois deux faisceaux laser, en général peu divergents. Dans ce cas, l'objet est piégé entre les deux faisceaux agissant chacun vis-à-vis de l'autre comme une force restauratrice de la position d'équilibre (Ashkin, 1970). Ces deux systèmes sont schématisés sur la figure 5.1. Ces schémas serviront de références pour les expériences numériques réalisées par la suite.

Notons aussi qu'il est possible de réaliser, de façon similaire à ce qui se fait en optique, des pinces acoustiques (Baudoin et Thomas, 2020). L'intérêt de l'utilisation d'ondes acoustiques est double : (i) l'amplitude de la pression de radiation acoustique, est en général, des ordres de grandeurs plus importantes que celle obtenue en optique ; des déformations d'interface macroscopique avec des tensions interfaciales usuelles sont alors réalisables. (ii) Il découle du premier point que la mise au point d'une pince acoustique nécessite des intensités moindres qu'une pince optique. Il est ainsi possible d'éviter des effets de chauffage subséquents à la focalisation d'un faisceau électromagnétique, et éviter la détérioration d'échantillons biologiques lors de leur manipulation. Cependant, ce chapitre sera uniquement dédié à l'étude de la pression de radiation optique malgré l'universalité de notre modèle et la possibilité que nous ayons d'explorer aussi bien le monde de l'optique que celui de l'acoustique.

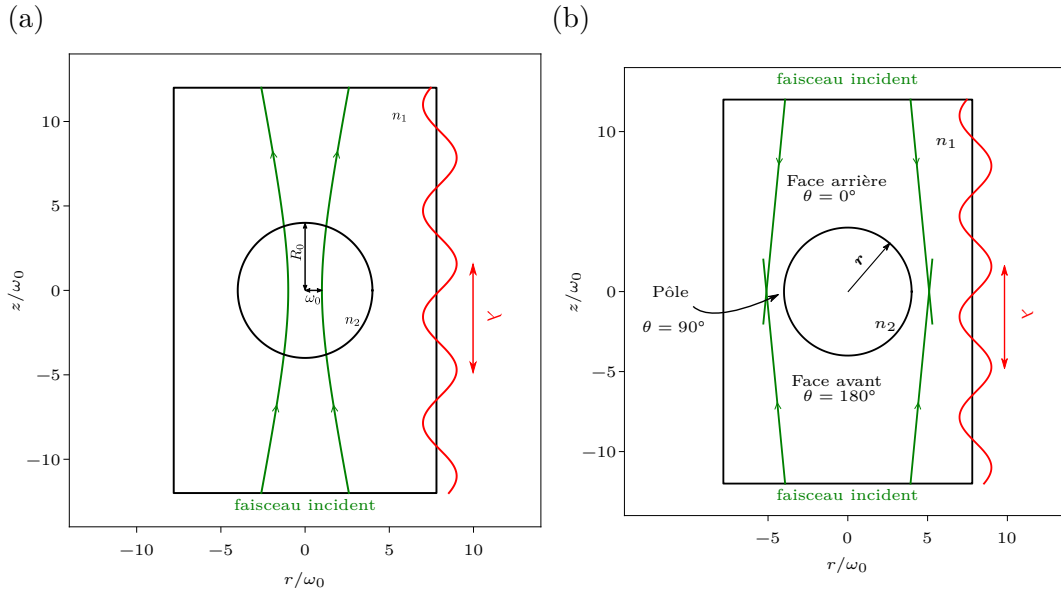


FIGURE 5.1 : Représentation schématique des systèmes de (a) pince optique et (b) d'étireur optique.

Nous étudions ici deux objets pouvant être similaires par leur forme (gouttes et vésicules sphériques), mais dont les propriétés mécaniques sont très distinctes. Ce chapitre sera découpé de la façon suivante. Nous poserons dans un premier temps la métrique de notre interface. Celle-ci permettra de calculer la courbure d'un objet sphérique en évitant des problèmes de dérivation numérique et facilitera le calcul de certains opérateurs intervenant dans la physique des vésicules. Nous consacrerons ensuite une partie aux calculs des contraintes optiques sur un objet sphérique afin d'étalonner notre méthode numérique. Une fois ces conditions préalables posées, nous pourrons décrire la déformation de gouttes puis de vésicules par des contraintes optiques. Il est à noter que la partie traitant des gouttes reprend les mêmes adimensionnements et systèmes d'équations à résoudre que les chapitres précédents. Le cas des vésicules est quelque peu différent et sera plus amplement discuté le cas échéant. Nous réaliserons dans la dernière partie un parallèle entre la déformation de gouttes et de vésicules afin de mettre en exergue les propriétés particulières de ces dernières.

5.1 Métrique de l'interface

Dans le cas où nous considérons des interfaces initialement planes, le calcul de la courbure, définie en coordonnées cylindriques, $\kappa(r) = \frac{1}{r} \frac{d}{dr} (rz' / \sqrt{1 + z'})$, ne pose en général pas de problèmes particuliers. Cependant, les dérivées peuvent être plus

déliçates à calculer aux pôles d'un objet sphérique où $z' \rightarrow \infty$. Nous définissons le mot pôle que nous réutiliserons par la suite, qui est représenté par le point situé à 90° de l'axe de symétrie en $r = 0$ (voir figure 5.1). Nous redéfinissons la paramétrisation de notre interface en utilisant un formalisme de géométrie différentielle (Pressley, 2010). Ce formalisme permet d'exprimer de façon simple et élégante les propriétés d'une surface.

Considérons un point sur une surface dont les coordonnées sont données par $\mathbf{r} = (r \cos \theta, r \sin \theta, z(r))$ avec s la longueur d'arc de l'interface $s = \int_0^t |\mathbf{r}'|^2 dt$. Choissant les paramètres s la longueur d'arc et θ l'angle polaire, nous pouvons écrire la première forme fondamentale de la surface \mathcal{G} comme :

$$\mathcal{G} = \begin{pmatrix} \partial_s \mathbf{r} \cdot \partial_s \mathbf{r} & \partial_s \mathbf{r} \cdot \frac{1}{r} \partial_\theta \mathbf{r} \\ \frac{1}{r} \partial_\theta \mathbf{r} \cdot \partial_s \mathbf{r} & \frac{1}{r^2} \partial_\theta \mathbf{r} \cdot \partial_\theta \mathbf{r} \end{pmatrix} \quad (5.1)$$

$$= \begin{pmatrix} \partial_s^2 r + \partial_s^2 h & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (5.2)$$

La première forme fondamentale de la surface nous permet de calculer la normale en tout point. Mais exprimons dans un premier temps le vecteur unitaire tangent à cette surface. Dans la paramétrisation choisie, \mathbf{t} s'exprime comme :

$$\mathbf{t} = \partial_s \mathbf{r} \quad (5.3)$$

Ainsi, $\mathcal{G}^{11} = |\mathbf{t}|^2 = 1$ et la paramétrisation obtenue est appelée une paramétrisation naturelle. Ce qui conduit à $g = \sqrt{\det \mathcal{G}} = 1$. Le vecteur unitaire normal à la surface s'écrit alors :

$$\mathbf{n} = \frac{1}{g} \partial_s \mathbf{r} \times \frac{1}{r} \partial_\theta \mathbf{r} = \begin{pmatrix} -\partial_s h \cos \theta \\ -\partial_s h \sin \theta \\ \partial_s r \end{pmatrix} \quad (5.4)$$

Nous pouvons, à partir des vecteurs unitaires tangent et normal, calculer la seconde forme fondamentale de la surface :

$$\mathcal{N} = \begin{pmatrix} \partial_s^2 \mathbf{r} \cdot \mathbf{n} & \frac{1}{r} \partial_{s\theta} \mathbf{r} \cdot \mathbf{n} \\ \frac{1}{r} \partial_{s\theta} \mathbf{r} \cdot \mathbf{n} & \frac{1}{r^2} \partial_\theta^2 \mathbf{r} \cdot \mathbf{n} \end{pmatrix} \quad (5.5)$$

$$= \begin{pmatrix} -\partial_s^2 r \partial_s h + \partial_s^2 h \partial_s r & 0 \\ 0 & \frac{1}{r} \partial_s h \end{pmatrix} \quad (5.6)$$

Nous obtenons ainsi les deux courbures principales de la surface qui sont les valeurs propres de \mathcal{N} , $\kappa_{max} = \mathcal{N}^{11}$ et $\kappa_{min} = \mathcal{N}^{22}$. La courbure est ainsi définie par $\kappa = \kappa_{min} + \kappa_{max}$. Deux points sont à noter au sujet de la courbure. (i) Contrairement à ce qui est souvent considéré dans la littérature, nous avons choisi d'utiliser la courbure κ et non pas la courbure moyenne $\kappa/2$. (ii) La convention utilisée pour

écrire la seconde forme fondamentale de la surface, fait que la courbure est négative pour une sphère dont la normale pointe vers l'extérieur. Ces choix sont arbitraires et n'ont absolument aucun impact sur le reste des calculs.

Dans le cas de la goutte, le calcul de la courbure est le seul point qui est modifié vis-à-vis des interfaces planes. Afin de caractériser proprement ces déformations, nous souhaitons dans un premier temps étudier la propagation d'une onde électromagnétique incidente sur ces objets sphériques et les contraintes optiques qui en résultent. Nous comparerons les contraintes optiques calculées par la méthode des éléments de frontières avec celles calculées par la diffusion de Mie.

5.2 Contraintes optiques sur un objet sphérique

5.2.1 Diffusion de Mie

La théorie de Mie (1908), aussi appelée Lorenz-Mie (Lorenz, 1904) ou Debye-Lorenz-Mie (Debye, 1909), énoncée au début du XX siècle permet de calculer la diffusion d'une onde électromagnétique sur un objet sphérique de rayon et d'indice de réfraction quelconque. Si nous ne digressons évidemment pas ici sur le côté historique du nom de cette théorie, le lecteur intéressé peut toutefois se référer à l'ouvrage de Kerker (1969) pages 54-59.

La théorie de Mie pour des objets sphériques est très largement documentée et les bases de calculs en sont, entre autres, posées dans l'ouvrage de Bohren et Huffman (1983). Nous n'en détaillerons donc pas les calculs ici, mais résumerons seulement « l'esprit » général.

Tout d'abord, aux vues de la symétrie du problème, nous nous plaçons en symétrie sphérique sur la base orthonormée $(\mathbf{e}_r, \mathbf{e}_\theta, \mathbf{e}_\phi)$. À partir des équations de Maxwell on peut montrer que les champs complexes électrique \mathbf{E} et magnétique \mathbf{H} satisfont, dans un milieu linéaire, isotrope et homogène, ce qu'on appelle l'équation d'onde :

$$\nabla^2 \mathbf{E} + k^2 \mathbf{E} = 0 \quad (5.7)$$

$$\nabla^2 \mathbf{H} + k^2 \mathbf{H} = 0 \quad (5.8)$$

Avec $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ le nombre d'onde et λ la longueur d'onde dans le milieu. L'idée est alors de déterminer le champ transmis dans l'objet et celui diffusé en les décomposant sur une base de fonctions sphériques vectorielles. Ces fonctions doivent être solutions elles aussi de l'équation d'onde et doivent avoir les mêmes propriétés que les champs électrique et magnétique ; c'est à dire, leurs divergences doivent être nulles et ces fonctions ne doivent pas être indépendantes l'une de l'autre. Ceci peut-être réalisé

de la façon suivante. Considérons une fonction scalaire ψ solution de l'équation d'onde scalaire. Nous pouvons construire une fonction vectorielle \mathbf{M} telle que :

$$\mathbf{M} = \nabla \times (\mathbf{v}_p \psi) \quad (5.9)$$

Avec \mathbf{v}_p un vecteur arbitraire appelé le vecteur pilote (en général, le vecteur choisi est \mathbf{r}). Nous pouvons, par des identités vectorielles, démontrer que \mathbf{M} est solution de l'équation d'onde si ψ l'est. Définissons ensuite une deuxième fonction vectorielle à partir de la première :

$$\mathbf{N} = \frac{\nabla \times \mathbf{M}}{k} \quad (5.10)$$

Il est une fois de plus possible de montrer que \mathbf{N} est solution de l'équation d'onde. Nous avons de plus :

$$\nabla \times \mathbf{N} = -\frac{\nabla^2 \mathbf{M}}{k} = k\mathbf{M} \quad (5.11)$$

Ainsi nos deux conditions préalables sont satisfaites.

L'intérêt de cette représentation est que chaque fonction harmonique est diffusée en une unique autre dont l'amplitude dépend uniquement du rayon de l'objet et de son indice de réfraction. Ces deux paramètres interviennent dans des coefficients donnés, dans le cas sphérique, dans le livre de Bohren et Huffman (1983) (voir équations (4.52) et (4.53)). La somme de chacune de ces fonctions harmoniques permet alors de déterminer le champ dans l'objet et le champ diffusé. Si en théorie il faut sommer sur une infinité de fonctions, en pratique, on tronque la somme en utilisant le critère de Wiscombe qui correspond à la partie entière de $n_{max} = x + 4.05x^{1/3} + 2$ avec $x = k_2 R_0 = (2\pi n_2 R_0)/\lambda_0$ communément appelé le paramètre de taille.

Connaissant maintenant les champs complexes à l'extérieur de l'objet, soient le champ incident \mathbf{E}_i et le champ diffusé \mathbf{E}_s , ainsi que le champ dans l'objet \mathbf{E}_t , nous pouvons calculer la contrainte optique résultante. En effet, celle-ci s'exprime comme la projection de la somme arithmétique des tenseurs des contraintes électromagnétiques extérieures et intérieures sur la normale à la surface :

$$\Pi_{rad} = (\mathcal{S}_2^{em} - \mathcal{S}_1^{em})_{r=R_0} \cdot \mathbf{n} \quad (5.12)$$

Ainsi en passant en coordonnées sphériques l'équation (5.12) peut s'écrire (Xu *et al.*, 2009) :

$$\Pi_{rad} = \frac{\epsilon_0}{4} \left[\left(\epsilon_1 - \epsilon_2 \left(\frac{n_1}{n_2} \right)^2 \right) E_{r2}^2 - (\epsilon_1 - \epsilon_2) \right. \\ \left. (E_{\theta 2}^2 + E_{\phi 2}^2) \right]_{r=R_0} \cdot \mathbf{n} \quad (5.13)$$

Avec ϵ_0 la permittivité diélectrique du vide et ϵ_1, ϵ_2 les permittivités respectives du milieu ambiant et de la goutte (ou de la vésicule).

5.2.2 Comparaison des contraintes optiques calculées par diffusion de Mie et par Méthodes des Éléments de Frontières

Nous rappelons que dans le cas de la méthode des éléments de frontières nous résolvons l'équation d'Helmholtz scalaire. De plus, simulant un domaine non borné, nous devons nous assurer que le champ diffusé respecte la condition radiative de Sommerfeld ; c'est-à-dire que l'intégralité du champ diffusé ne retourne pas vers sa source. Pour cela, comme énoncé dans le chapitre 2, la condition aux frontières considérée impose une adaptation d'impédance sur les bords du domaine numérique qui se traduit par l'équation (2.117). Cependant, cette condition a montré des limitations dans le cas d'objets sphériques et nous avons alors défini empiriquement des critères numériques afin que les contraintes calculées par la méthode des éléments de frontières soient les plus proches possibles de celles calculées par diffusion de Mie. Les résultats obtenus pour la diffusion de Mie sont obtenus à partir d'un code développé par Mathias Perrin (LOMA) sous Matlab[®]. Empiriquement, la taille du domaine numérique pour calculer la propagation de l'onde est définie comme étant trois fois plus large que l'extension radiale du faisceau. La hauteur importe peu et englobe l'objet étudié plus quelques longueurs d'onde de chaque côté ; typiquement quatre fois la longueur d'onde.

Nous pouvons maintenant réaliser une étude paramétrique dans laquelle nous comparons les contraintes optiques induites par un faisceau, calculées par la méthode des éléments de frontières et par la théorie de Mie. Deux cas sont étudiés, dans le premier, nous fixons le rapport $\lambda/\omega_0 = 0.125$ et dans le second $R_0/\lambda = 12.5$. Ces valeurs ont été choisies afin d'avoir dans le premier cas des faisceaux avec une faible divergence et dans le deuxième un objet très grand devant la longueur d'onde. Cela nous permet de balayer toutes les situations envisageables dans le cadre de l'étude des contraintes induites optiquement sur un objet initialement sphérique. Afin de faciliter les observations qui suivront, nous appellerons respectivement face avant, face arrière et pôle, le côté de la goutte face au faisceau laser ($\theta = 180^\circ$), le côté opposé au faisceau laser ($\theta = 0^\circ$) et la partie la plus éloignée du faisceau ($\theta = 90^\circ$). Ceux-ci sont représentés sur la figure 5.1.

Dans le premier cas, nous augmentons progressivement la taille initiale de la goutte R_0/ω_0 ce qui de fait, accroît aussi le rapport R_0/λ . Nous observons sur la figure 5.2, globalement un bon accord. Il semble cependant que les meilleurs résultats sont obtenus pour des rapports d'indices proches de 1. Ce qui est justifiable par le fait que plus $\Delta n \gg 1$ plus on s'éloigne de la validité de l'approximation de

CHAPITRE 5. MANIPULATION OPTIQUE DE GOUTTES ET D'OBJETS BIOLOGIQUES

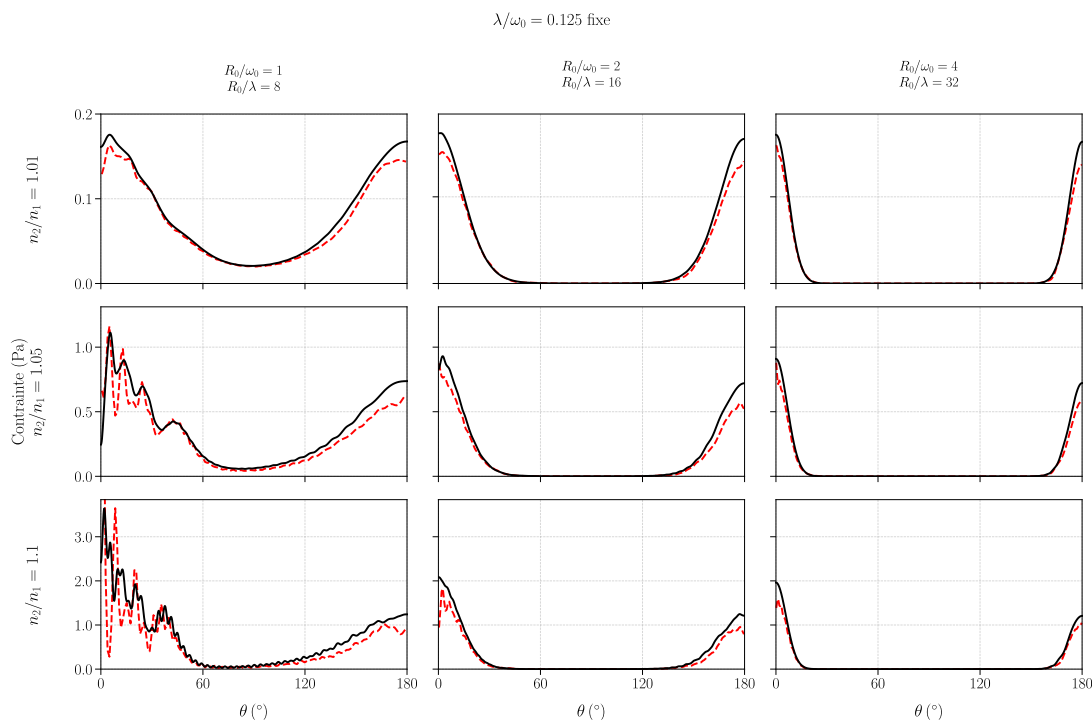


FIGURE 5.2 : Comparaison entre les contraintes optiques calculées par la diffusion de Mie (lignes pleines noires) et par méthode des éléments de frontières (lignes rouges en pointillés) à $\lambda/\omega_0 = 0.125$ fixé.

l'équation d'onde par l'équation d'Helmholtz scalaire. Il est intéressant de noter que même dans le cas $R_0/\omega_0 = 1$ où les différences sont les plus frappantes, on retrouve néanmoins les mêmes tendances. Le point positif est que l'on devrait donc uniquement avoir des incertitudes sur l'amplitude de déformation et non sur les morphologies obtenues.

Dans le cas où nous fixons le rapport de la taille initiale de la goutte (ou de la vésicule) sur la longueur d'onde R_0/λ , nous observons sur la figure 5.3 des comportements, là encore, globalement satisfaisant. En effet, nous retrouvons dans chaque cas des tendances similaires entre les deux méthodes de calculs avec des différences principalement proches de l'axe de propagation du faisceau laser.

Nous pouvons donc conclure que nous avons un accord semi-quantitatif entre la diffusion de Mie et la résolution numérique réalisée par la méthode des éléments de frontières. Nous nous attendons donc à obtenir des morphologies similaires à ce qui a pu être obtenu expérimentalement. Néanmoins, il serait intéressant à l'avenir d'améliorer la condition aux frontières d'adaptation d'impédance afin d'obtenir des résultats plus satisfaisants encore, c'est-à-dire avec un meilleur accord avec la théorie de Mie. Nous pouvons citer par exemple la technique de « couche parfait-

5.2. CONTRAINTES OPTIQUES SUR UN OBJET SPHÉRIQUE

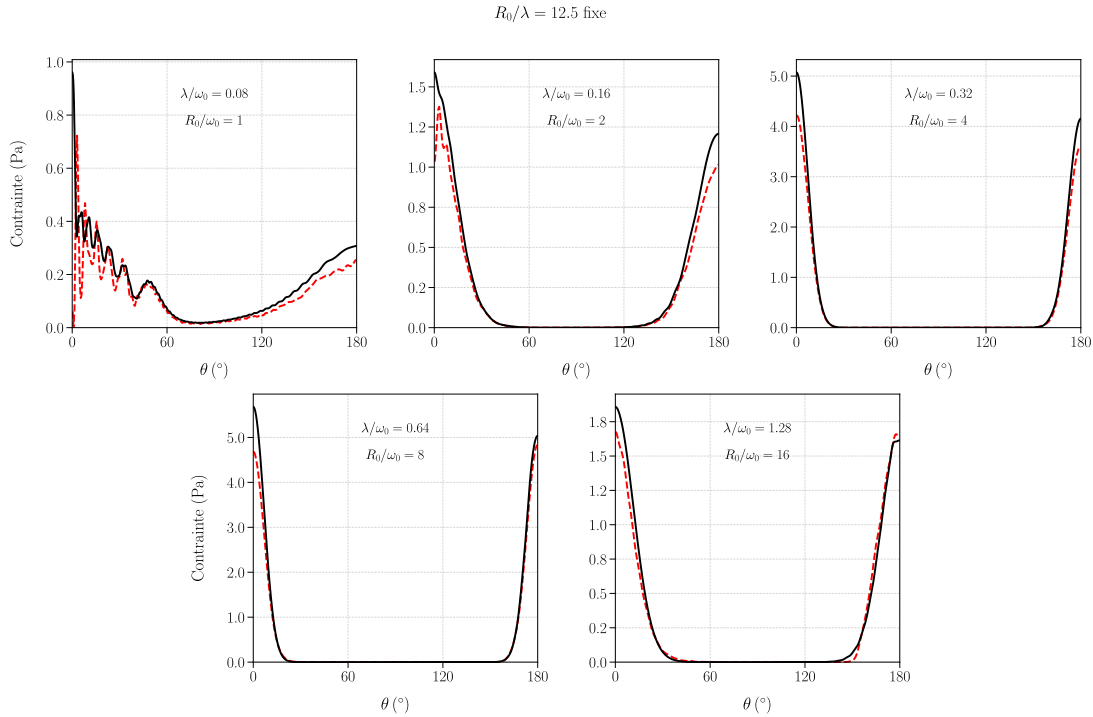


FIGURE 5.3 : Comparaison entre les contraintes optiques calculées par la diffusion de Mie (lignes pleines noires) et par méthode des éléments de frontières (lignes rouges en pointillés) à $R_0/\lambda = 12.5$ fixé et $n_2/n_1 = 1.05$.

tement adaptée »¹ comme utilisée par Lu *et al.* (2018). Cette technique consiste à définir un deuxième domaine numérique englobant le premier dans lequel les ondes sont atténuées exponentiellement. On éviterait ainsi toute réflexion parasite des ondes diffusées.

Ayant décrit la façon dont nous avons paramétré l'interface et les contraintes optiques agissant dessus, nous nous intéressons maintenant à la déformation de gouttes par un ou plusieurs faisceaux laser.

1. « Perfectly Matched Layer » (PML) dans la littérature anglophone.

5.3 Gouttes liquides dans un piège optique

5.3.1 Pince optique

Introduction

Depuis les travaux de Ashkin *et al.* (1986) sur le piégeage optique de particules solides ainsi que de virus et de bactéries (Ashkin *et al.*, 1987), la pince optique s'est largement répandue et démocratisée. Si le développement de cet outil a permis l'émergence de champs de recherche tels que les atomes froids ou la manipulation d'objet unique dans des chambres à vide, nous nous intéresserons ici plutôt à la manipulation, déformation et caractérisation de gouttes déformables plongées dans un autre fluide. Sur cet aspect, la pince optique à entre autres beaucoup servi dans le domaine des aérosols pour déterminer les propriétés rhéologiques (Power et Reid, 2014; Bzdek *et al.*, 2016) et optiques (Bain *et al.*, 2018) de microparticules d'aérosol. Elle a aussi été utilisée à des buts plus fondamentaux comme pour mesurer les interactions électrostatiques entre des microbilles de silice ou microgouttelettes d'émulsions d'huile dans l'eau (Griffiths *et al.*, 2016). Ce genre d'outil se montre aussi extrêmement pratique et polyvalent dans la manipulation de gouttes dans des microcanaux (Bolognesi *et al.*, 2015) ou dans un objectif de croissance en faisant coalescer plusieurs microgouttes au centre du piège optique (Møller et Oddershede, 2009).

Un point important à relever concerne la condition pour laquelle la force de gradient du faisceau prédomine dans le système étudié. En effet, dans le cas où le faisceau est peu convergent, la pression de radiation (proportionnelle à l'intensité du faisceau) domine en général la force de gradient (proportionnelle au gradient d'intensité) et la goutte ou la particule solide étudiée est simplement poussée par le faisceau. Cela s'explique par le fait que lorsque l'on intègre la contrainte exercée sur la surface, on obtient une force résultante nette dans la direction de propagation du faisceau comme on peut s'y attendre en observant les figures 5.2 et 5.3. Le même phénomène peut être expliqué par une approche d'optique géométrique lorsque le rayon de l'objet étudié est très grand devant la longueur d'onde (Guck *et al.*, 2001; Bareil *et al.*, 2006; Girot, 2018). Néanmoins, il est toujours possible de piéger l'objet étudié dans la direction de propagation du faisceau en contrebalançant la gravité avec la pression de radiation (Ashkin, 1970). Évidemment, si l'intensité du faisceau incident induit une pression de radiation plus importante que les forces de gravité, l'objet sera alors poussé jusqu'aux parois du conteneur (expérimentalement comme numériquement). Concernant les résultats numériques relatifs à la déformation de gouttes avec un faisceau présentés dans ce qui suit (dans cette sous-section 5.3.1), nous annoncerons explicitement les différents cas où la goutte est piégée par les forces de gradient. Dans les cas où la goutte n'est pas piégée

axialement, nous appliquons un suivi Lagrangien de celle-ci. Numériquement, cela se traduit par le fait que lorsque la goutte se translate sous l'effet du champ laser, tout le domaine numérique ainsi que le faisceau laser sont déplacés de la même façon par rapport au centre de masse de celle-ci. Ceci représente bien entendu un parti pris fort et arbitraire, mais permet la comparaison de nos résultats avec certains travaux expérimentaux présents dans la littérature et présentés dans ce qui suit. Il aurait aussi, bien entendu, été intéressant d'étudier des gouttes à la fois poussées et déformées par la pression de radiation (lévitation optique) mais cela ne fera pas l'objet de ces travaux. Notons aussi que ceci ne s'applique qu'au cas de la pince optique, les objets étant totalement bloqués dès que l'on utilise deux faisceaux contra-propageant.

Régime linéaire de déformation

Parmi les travaux cités dans l'introduction, ceux de Møller et Oddershede (2009) nous intéressent particulièrement ici afin de mettre à l'épreuve notre modèle numérique. Dans cette étude, les auteurs s'intéressent à la déformation radiale de gouttes formées par coalescence dans le piège optique. Ils prédisent l'existence en dessous d'un seuil non quantifié par leur théorie (voir dans la référence l'équation (12)), d'un régime linéaire universel dépendant uniquement de la puissance laser injectée et de la tension interfaciale du système comme ce que nous pouvons observer pour des interfaces planes. Nous avons réalisé le même type d'expérience en considérant des gouttes de faible tension de surface, initialement sphériques, illuminées par un faisceau laser dont le col est focalisé au centre de la goutte comme schématisé figure 5.1.

Nous reportons sur la figure 5.4 un graphique extrait de la publication de Møller et Oddershede (2009) ainsi que le taux de déformation radial calculé numériquement, de gouttes de rayons initiaux $R_0/\omega_0 = 2.3, 3, 4$, en fonction de la puissance injectée $\Pi_0 < 1$. Deux séries de données sont présentées avec les rapports $\lambda/\omega_0 = 0.8$ et $\lambda/\omega_0 = 0.5$. Dans les deux cas, le rapport d'indice de réfraction vaut $n_2/n_1 = 1.03$. Nous pouvons relever plusieurs éléments sur cette figure. Premièrement, nous retrouvons bien un comportement universel pour les différentes gouttes, mais pour un rapport λ/ω_0 donné. Les pentes obtenues sont $(r_{max} - R_0)/R_0 = -6.8 \times 10^{-2} \Pi_0$ pour $\lambda/\omega_0 = 0.8$ et $(r_{max} - R_0)/R_0 = -8.9 \times 10^{-2} \Pi_0$ pour $\lambda/\omega_0 = 0.5$. Ceci est en contradiction avec l'équation (12) de Møller et Oddershede (2009) qui prédit comme énoncé précédemment un comportement dépendant uniquement de la tension interfaciale et de la puissance (donc concrètement uniquement de Π_0 dans notre cas). Nous pourrions donc à priori changer à volonté le rapport λ/ω_0 afin de retrouver la même pente de $(r_{max} - R_0)/R_0 = -3.2 \times 10^{-2} \Pi_0$ donnée dans l'article. De plus, nous observons que nous nous écartons du régime linéaire lorsque $\Pi_0 \geq 0.6$ contrairement au régime linéaire de l'article qui s'étend

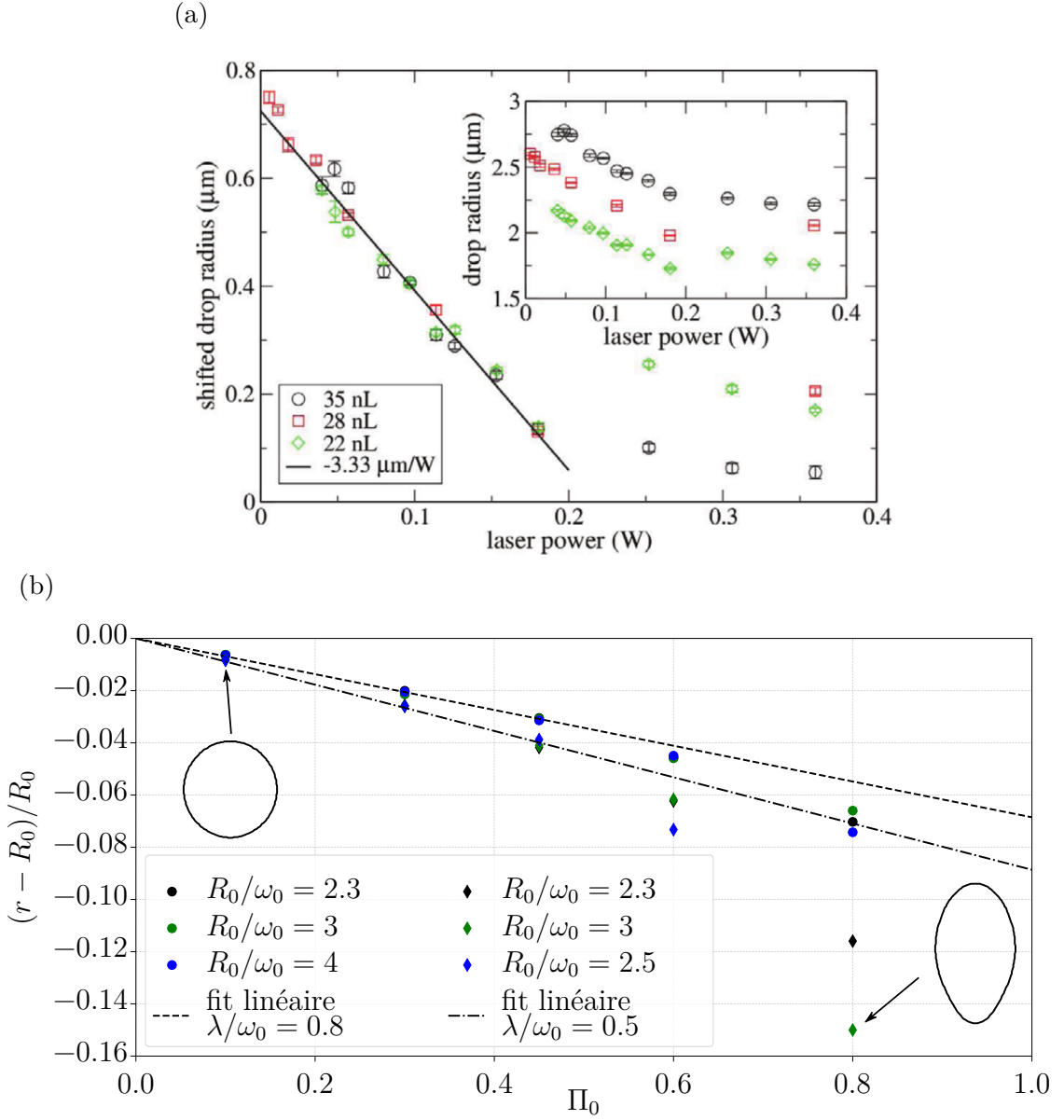


FIGURE 5.4 : Déformation de gouttes avec une pince optique. (a) Graphique extrait de (Møller et Oddershede, 2009) montrant l'évolution du rayon de gouttes de très faible tension interfaciale ($\sigma \approx 2 \times 10^{-6} \text{N m}^{-1}$) piégées dans une pince optique. Expériences réalisées avec un laser de longueur d'onde dans le vide $\lambda_0 = 1064 \text{nm}$. Le rapport d'indice de réfraction de leur système est de $n_2/n_1 = 1.03$. La droite noire représente leur modèle défini par l'équation (12). (b) Résultats numériques. Les deux jeux de données ont été obtenus avec $n_2/n_1 = 1.03$ et les mêmes rayons initiaux. Les images de gouttes déformées sont réalisées avec $\Pi_0 = 0.1$, et $\Pi_0 = 0.8$ à $R_0/\omega_0 = 3$. Pour $\Pi_0 < 0.6$ les gouttes conservent une forme sphéroïdale.

jusqu'à $P \approx 0.2W \Leftrightarrow \Pi_0 \approx 7.7$ comme nous pouvons le voir sur la figure 5.4 (a). Il se pourrait en fait, comme nous le verrons par la suite, que le régime linéaire observé ne soit pas attribuable à des gouttes sphéroïdales, mais à des gouttes ayant une forme de cacahuète. Nous pouvons déjà observer que les gouttes n'ont plus une forme sphéroïdale pour $\Pi_0 = 0.8$. Expérimentalement, l'observation se faisant par-dessus la goutte (Hansen *et al.*, 2005) (le système d'imagerie est monté dans le même sens que la direction de propagation du faisceau), si celle-ci prend une forme de cacahuète le rayon observé sera alors le rayon projeté le plus grand. Ce système expérimental ne permet pas de faire la différence entre une goutte sphérique ou une goutte qui prendrait une forme plus exotique dans le sens de propagation du faisceau.

Ayant ainsi des résultats numériques assez éloignés des expérimentaux, nous nous référons à une autre étude, cette fois semi-analytique (Ellingsen, 2013), afin de corroborer nos premiers résultats. Dans ces travaux, les contraintes optiques exercées sur la goutte sont calculées par la théorie de Mie, puis la déformation stationnaire résultante est déduite en passant par un développement perturbatif tronqué au premier ordre (Brevik et Kluge, 1999 ; Ellingsen et Brevik, 2012 ; Ellingsen, 2012, 2013). On comparera en parallèle les contraintes et les champs obtenus avec le programme de Mathias Perrin.

Considérons dans un premier temps le cas d'une goutte d'émulsion d'huile dans l'eau. Nous prenons les mêmes grandeurs que Ellingsen (2013) soit $n_1 = 1.33$, $n_2 = 1.41$, $R_0/\omega_0 = 1.33$, $\lambda/\omega_0 = 0.53$. Commençons par comparer les amplitudes des champs dans la goutte calculées avec la théorie de Mie et par la méthode des éléments de frontières.

Nous pouvons observer aux premiers abords un accord qualitatif entre les deux résultats sur la figure 5.5(a,b). Ces accords sont confirmés en traçant sur les figures 5.5(c-d) une coupe de l'amplitude du champ en $r = 0$ et les contraintes optiques sur l'interface. On retrouve un accord correct sur les contraintes à l'interface avec une différence d'amplitude de 2 et 9% sur respectivement la face arrière et avant de la goutte. Nous calculons maintenant la déformation induite par les contraintes optiques et la comparons à celle obtenue par Ellingsen. Nous trouvons un très bon accord entre les deux morphologies au prix d'une légère augmentation de la puissance injectée ; ce qui était prévisible compte tenu des différences d'amplitude sur les contraintes optiques.

Nous pouvons réaliser la même opération pour le cas d'une goutte d'eau dans l'air. Dans son étude Ellingsen (2013) insiste sur le fait que dans le cas eau/air ses résultats doivent être considérés uniquement comme semi-quantitatifs. En effet, le champ électromagnétique, et donc les contraintes, sont calculés sur l'objet sur sa forme sphérique initiale. Si dans le cas de faible contraste d'indice cette approximation ne pose pas de problèmes a priori, il est possible que des corrections

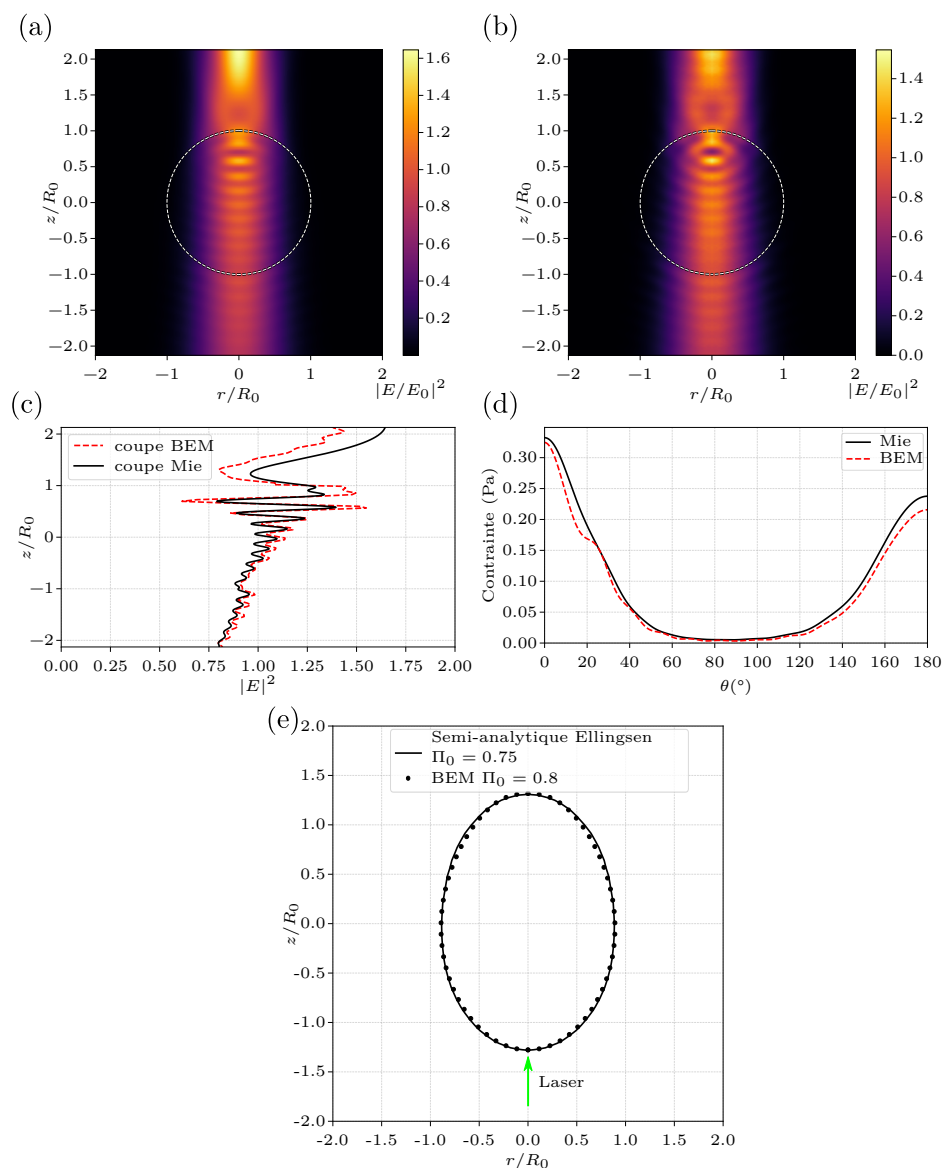


FIGURE 5.5 : Déformation d'une goutte d'émulsion d'huile dans l'eau avec un faisceau laser. Les données suivantes ont été utilisées pour cette simulation : $R_0/\omega_0 = 1.33$, $\lambda/\omega_0 = 0.53$, $n_2/n_1 = 1.06$. (a-b) Amplitude du champ calculé respectivement par la théorie de Mie et par BEM. (c-d) Respectivement une coupe de l'amplitude du champ $z/R_0 = f(|E/E_0|^2)$ et les contraintes optiques exercées sur l'interface. (e) Comparaison de la déformation obtenue par BEM avec la forme obtenue par la méthode semi-analytique de Ellingsen (2013).

5.3. GOUTTES LIQUIDES DANS UN PIÈGE OPTIQUE

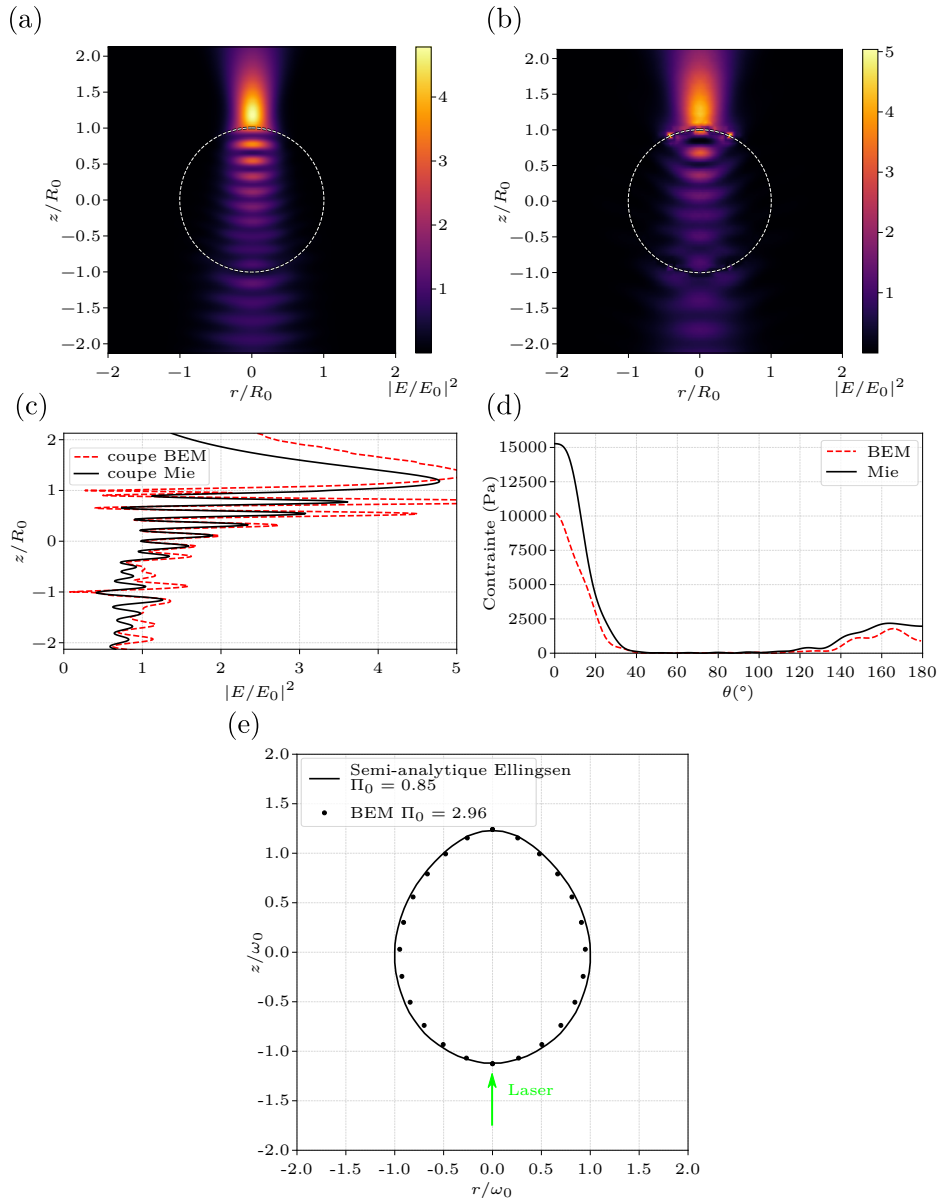


FIGURE 5.6 : Déformation d'une goutte d'eau dans l'air avec un faisceau laser. Les données suivantes ont été utilisées pour cette simulation : $R_0/\omega_0 = 1.33$, $\lambda/\omega_0 = 0.71$, $n_2/n_1 = 1.33$. (a-b) Amplitude du champ calculé respectivement par la théorie de Mie et par BEM. (c-d) Respectivement une coupe de l'amplitude du champ $z/R_0 = f(|E/E_0|^2)$ et les contraintes optiques exercées sur l'interface. (e) Comparaison de la déformation obtenue par BEM avec la forme obtenue par la méthode semi-analytique de Ellingsen (2013).

soient à apporter dans le cas de contraste plus important (Ellingsen, 2013; Brevik et Kluge, 1999). Pouvant avoir aussi des contraintes sur de tels systèmes avec la méthode des éléments de frontières du fait que nous nous éloignons de l'approximation de Helmholtz scalaire pour un contraste d'indice élevé, les comparaisons présentées ci-après sont à prendre avec précaution.

Nous reportons donc sur la figure 5.6 les mêmes types de résultats que sur la figure précédente. La focalisation d'intensité sur la face arrière de la goutte est bien retrouvée sur la figure 5.6 (a,b). On observe ici encore une forme du champ globalement comparable entre la théorie de Mie et la méthode des éléments de frontières, mais avec quelques différences concernant l'amplitude du champ. Ces différences se traduisent finalement par des écarts importants d'amplitude de la contrainte sur la face arrière de 33% (insert (d)). Malgré cela, on retrouve, sur la figure 5.6 (e), une goutte déformée semblable à ce qu'a pu obtenir Ellingsen, en ayant considérablement augmenté la puissance.

Finalement il est satisfaisant de voir que malgré les différences observées dans le champ où sur les contraintes optiques, on retrouve des morphologies très proches de la prédiction semi-analytique dans les deux cas. Cela montre que les erreurs sur la forme des contraintes semblent être relativement négligeables par rapport à celles sur l'amplitude et que notre modèle reste qualitativement correct pour étudier des cas avec n_2/n_1 relativement éloigné de l'unité.

Pour finir, Ellingsen tenta aussi de retrouver les résultats de Møller et Oddershede (2009). Il tire alors la même conclusion que nous, à savoir que la pente semble dépendre de l'extension radiale du faisceau comme nous l'avons montré sur la figure 5.4. De plus, alors que les résultats de Møller & Oddershede sont obtenus en considérant que les gouttes ont des formes ellipsoïdales, Ellingsen, prédit plutôt des formes ressemblant à des citrons, un peu comme ce que l'on peut observer sur la figure 5.4 pour $\Pi_0 = 0.8$.

Nous avons montré dans cette partie qu'il existe un régime de déformation linéaire universel pour un rapport λ/ω_0 donné. De plus, nous avons pu mettre en parallèle avec un bon accord nos résultats de gouttes faiblement déformées avec un modèle semi-analytique (Ellingsen, 2013).

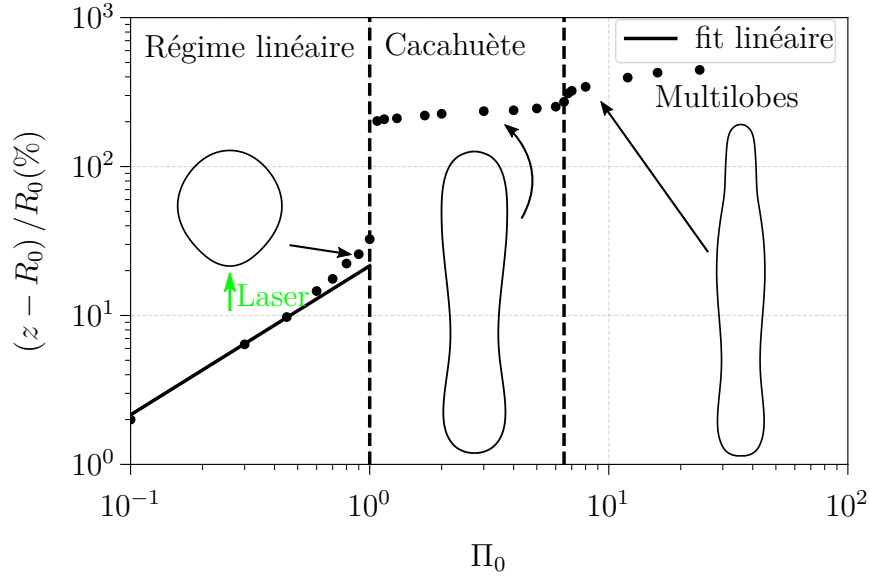
Régimes non linéaires de déformations

Les résultats représentés sur la figure 5.4 montrent que nous nous écartons du régime linéaire à partir de $\Pi_0 = 0.6$. Reprenons le cas de la goutte de faible tension interfaciale de rayon initial $R_0/\omega_0 = 2.3$ avec $n_2/n_1 = 1.03$, mais en s'intéressant cette fois à l'extension longitudinale de la goutte (dans le sens de propagation du faisceau laser). Nous reportons les résultats obtenus sur la figure 5.7.

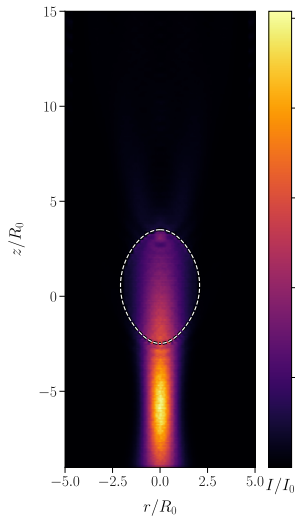
Nous notons l'existence de trois régimes de déformation distincts. (i) Le régime linéaire précédemment décrit pour $\Pi_0 < 1$, (ii) un régime où la goutte prend une

5.3. GOUTTES LIQUIDES DANS UN PIÈGE OPTIQUE

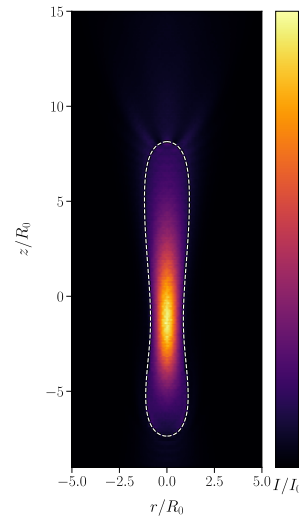
(a)



(b)



(c)



(d)

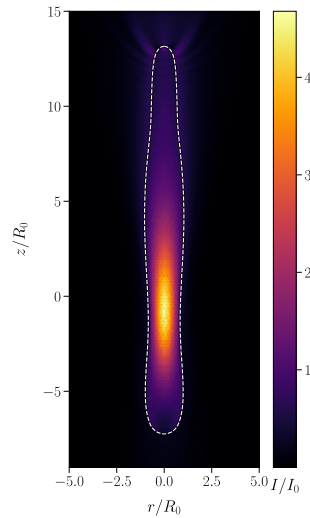


FIGURE 5.7 : Goutte de faible tension interfaciale : Allongement en fonction de la puissance injectée Π_0 . Le rayon initial des gouttes est $R_0/\omega_0 = 2.3$, le rapport d'indice de réfraction vaut $n_2/n_1 = 1.03$ et $\lambda/\omega_0 = 0.8$. Les morphologies affichées sur la figure montrent l'évolution de la forme de la goutte en fonction de la puissance. Celles-ci sont à l'échelle. (b-d) Amplitude du champ dans la goutte pour $\Pi_0 = 0.9, 4, 8$.

forme de cacahuète pour $1 < \Pi_0 \leq 6.5$ et (iii) un dernier régime ou plusieurs lobes se forment pour $\Pi_0 > 6.5$. Si le régime cacahuète a déjà été observé numériquement dans la littérature avec des systèmes similaires (Tapp *et al.*, 2014), le régime multilobes n'a quant à lui, à notre connaissance, jamais été mis en évidence dans le cas des pinces optiques. On peut cependant retrouver des objets similaires dans le cas de l'électro/magnéto-hydrodynamique (Lac et Homsoy, 2007). Il est à noter que comme précédemment, la goutte ne se déplace pas dans ce cas lorsque l'on augmente la puissance, celle-ci étant piégée par les forces de gradient.

La forme de cacahuète peut, selon nous, être expliquée par plusieurs phénomènes. Le premier facteur serait simplement une instabilité de Rayleigh-Plateau. Si l'on étire suffisamment la goutte, on s'attendrait, dépassé un certain rapport d'aspect critique (Tomotika, 1935), à ce que les forces capillaires engendrent un pincement de la goutte et en forment ainsi deux nouvelles. Ici cet effet va de concert avec la force de gradient du faisceau qui a tendance à tirer l'interface vers la zone la plus intense de celui-ci. De plus, la force de gradient est ici exacerbée par la courbure de la face avant de la goutte qui agit comme une lentille convergente et donc focalise le faisceau (Casner et Delville, 2001); ce phénomène est bien visible sur la figure 5.7b. Dans le même temps, un état stationnaire est atteint, car les deux premiers effets évoqués ci-avant sont contrebalancés par la pression de radiation optique qui tire sur l'interface du milieu le plus réfringent au milieu le moins réfringent. On peut voir sur les inserts (b-d) de la figure 5.7 l'évolution de l'amplitude du champ dans la goutte pour les trois morphologies présentées sur la figure principale à $\Pi_0 = 0.9, 4, 8$ respectivement. On observe dès la fin du régime linéaire que le champ est focalisé dans la goutte par les effets de lentilles. Lorsque la goutte a une forme de cacahuète, quasiment l'intégralité du champ est concentrée au niveau du pincement ce qui confirme nos premières hypothèses énoncées précédemment. Finalement, la forme multilobes résulterait simplement d'une cacahuète que l'on a étirée en augmentant la puissance du faisceau. Cependant, la longueur de la goutte multilobes évolue peu avec la puissance. Ceci peut s'expliquer par le fait que la majeure partie de l'intensité étant focalisée au niveau du pincement, augmenter la puissance augmente peu les contraintes sur la face arrière de la goutte et donc la longueur de celle-ci.

Il est intéressant de noter que l'on retrouve une évolution de la déformation longitudinale en fonction de la puissance qui ressemble une fois de plus à ce qui peut être obtenu en électro/magnéto-hydrodynamique (Bacri et Salin, 1982, 1983; Sherwood, 1988). En effet, ces systèmes présentent une hystérésis de forme qui peut être prédite par la minimisation, à volume constant, des énergies électrique/magnétique interne et de surface de la goutte. L'hystérésis a tendance à disparaître en électro/magnéto-hydrodynamique lorsque le contraste de permittivité électrique/susceptibilité magnétique diminue. Un exemple de cette hystérésis,

5.3. GOUTTES LIQUIDES DANS UN PIÈGE OPTIQUE

extrait de la référence (Sherwood, 1988) est présenté sur la figure 5.8a. Nous avons réalisé le même type d'expérience pour laquelle nous diminuons progressivement la puissance afin de passer du régime cacahuète au régime linéaire pour la même configuration que celle considérée en figure 5.7, soit avec un rayon initial $R_0/\omega_0 = 2.3$. Dans un second temps, nous diminuons le contraste d'indice afin d'observer la disparition ou non de l'hystérésis.

La figure 5.8b montre clairement l'existence d'une hystérésis pour laquelle la forme de cacahuète est conservée pour des puissances $\Pi_0 < 1$ inférieures à son seuil de formation. Dans notre cas, nous pouvons expliquer cela par un couplage entre la forme de la goutte et la propagation de l'onde à l'intérieur de celle-ci, de façon similaire à ce que nous avons pu mettre en évidence dans le chapitre 4 avec les tétines et les aiguilles. Comme expliqué précédemment, la face avant de la goutte agit comme une lentille convergente qui a tendance à focaliser le faisceau laser incident. Ainsi, une fois la forme de cacahuète obtenue, la goutte guide l'onde incidente, et cette dernière parvient à maintenir la cacahuète pour des puissances plus faibles que la puissance seuil initiale. C'est exactement ce que nous avons déjà observé dans le cas des interfaces planes sur la figure 4.13.

On remarque de plus qu'en diminuant le contraste d'indice l'instabilité devient de moins en moins marquée (voir l'insert de la figure 5.8). Cependant, l'hystérésis semble exister pour des contrastes d'indices aussi faibles que $\Delta n = 3 \times 10^{-6}$ ce qui implique qu'elle devrait toujours être présente expérimentalement. De plus, la diminution du rapport d'indice semble faire disparaître le troisième régime multilobes comme on peut le voir sur les images de déformations jointes à la figure 5.8.

Une question légitime peut toutefois se poser ici. Si nous avons une instabilité qui résulte de la forme de la goutte (effet de lentille et forme de cacahuète), que devient-elle si nous introduisons des effets de volumes finis ? Prenons par exemple des gouttes de rayons $R_0/\omega_0 = 1.5$ et, $R_0/\omega_0 = 1$ et conservons les mêmes paramètres que pour les résultats précédents. On peut alors observer sur la figure 5.9 que la contrainte en volume, qui joue un rôle prédominant sur la forme, tue l'instabilité jusqu'à n'avoir plus qu'un seul régime linéaire. Cependant, les gouttes sont toujours piégées par la pince optique. Ce qui montre bien que l'hystérésis repose sur un couplage entre la forme de la goutte et le guidage de l'onde.

Comme nous l'avons fait dans la partie précédente sur l'étude du régime linéaire de déformation, nous pouvons nous intéresser à un cas avec un contraste d'indice plus important, celui de la goutte d'eau dans l'air. Nous considérons alors $\Delta n = 3 \times 10^{-1}$ et gardons le rayon initial précédent $R_0/\omega_0 = 2.3$ ainsi que les paramètres du faisceau $\lambda/\omega_0 = 0.8$. Nous réalisons la même expérience que précédemment, c'est à dire étudier l'allongement de la goutte en fonction de la puissance laser injectée. Les résultats sont présentés figure 5.10. Nous pouvons observer cette

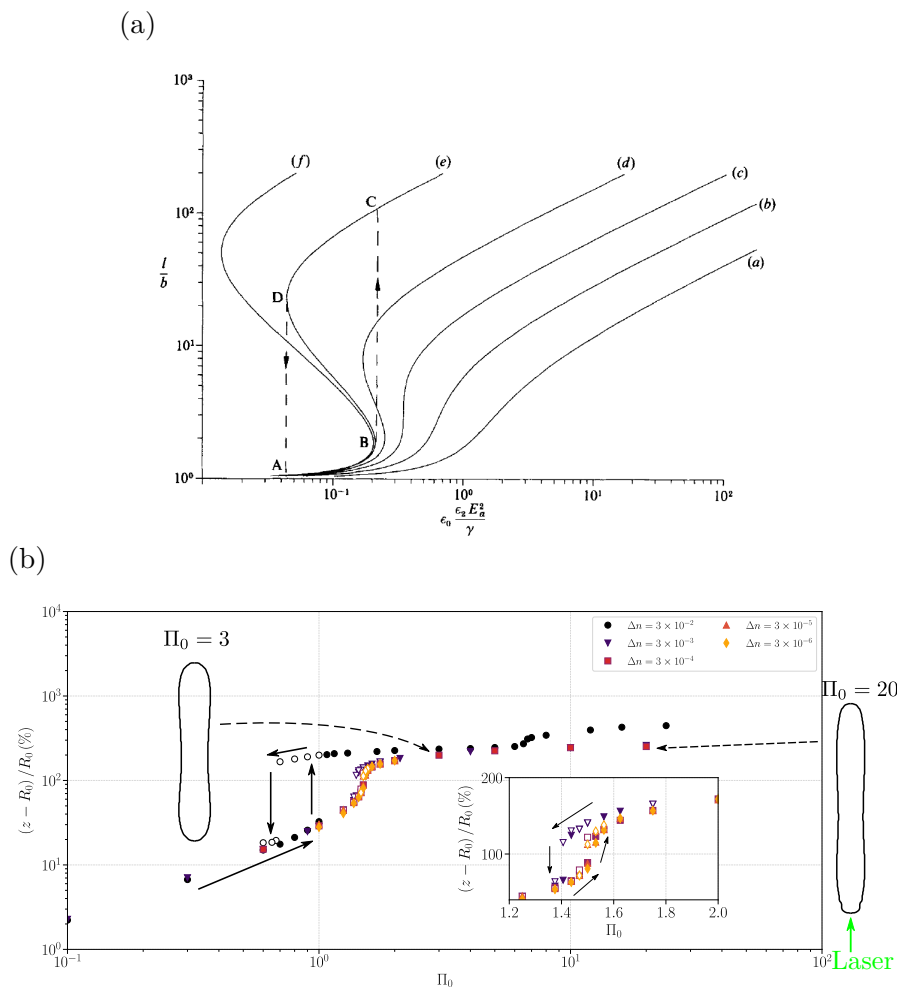


FIGURE 5.8 : (a) Déformation de gouttes par un champ électrique. Ces courbes, extraites de (Sherwood, 1988), représentent le rapport d'aspect théorique l/b de gouttes (demi grand-axe sur demi petit-axe) en fonction de l'amplitude du champ électrique pour différents rapport de permittivité diélectrique. (b) Gouttes de faible tension interfaciale déformées par un faisceau laser : Taux de déformation en fonction de la puissance injectée Π_0 pour des gouttes de rayon initial $R_0/\omega_0 = 2.3$, avec $\lambda/\omega_0 = 0.8$ et pour différents contrastes d'indices. Pour chaque contraste d'indice, les symboles pleins/creux correspondent à un état stationnaire lorsque l'on augmente/diminue la puissance. Le cycle d'hystérésis est mis en avant à l'aide des flèches noires pleines. Les morphologies affichées sont obtenues pour $\Delta n = 3 \times 10^{-4}$. L'insert est un grossissement de la partie du graphique principal montrant l'hystérésis pour $\Delta n < 3 \times 10^{-2}$.

5.3. GOUTTES LIQUIDES DANS UN PIÈGE OPTIQUE

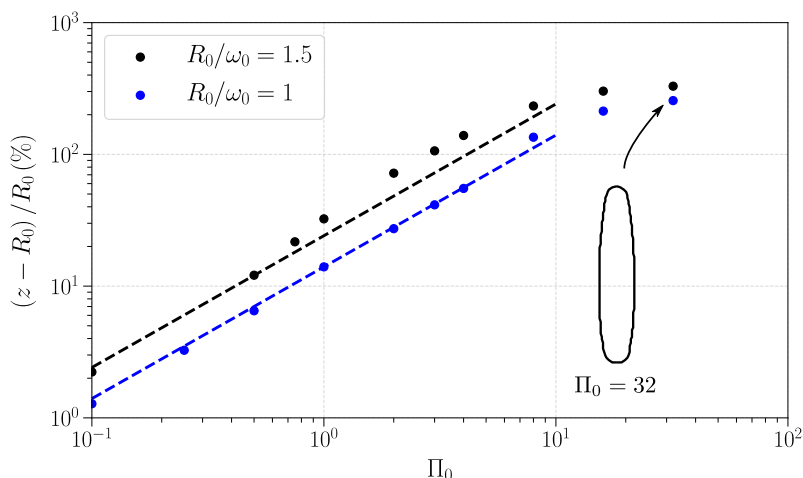


FIGURE 5.9 : Goutte de faible tension interfaciale : étude des effets de volume fini sur la déformation. Allongement de gouttes de rayons initiaux $R_0/\omega_0 = 1.5$ et $R_0/\omega_0 = 1$. Le rapport d'indice vaut dans les deux cas $n_2/n_1 = 1.03$ et $\omega_0/\lambda = 0.8$. Le profil de goutte affiché correspond à une goutte de rayon initiale $R/\omega_0 = 1$ et $\Pi_0 = 32$.

fois encore l'existence de trois régimes distincts. (i) Un régime linéaire classique pour $\Pi_0 < 1$. (ii) Un régime dans lequel la goutte s'allonge peu, mais où l'on voit l'apparition d'une pointe sur la face arrière. Cette forme s'explique par le fait que le faisceau incident est fortement focalisé derrière la goutte en raison du contraste d'indice élevé. Nous pouvons observer cela sur l'amplitude du champ électrique se propageant dans la goutte pour $\Pi_0 = 8$ jointe à la figure 5.10. (iii) Finalement, nous observons un dernier régime qui met en exergue les propriétés guidantes de ces gouttes liquides. En effet, nous retrouvons ce que l'on a pu observer sur des interfaces planes. C'est-à-dire une tétine sur la face avant de la goutte (lorsque le faisceau passe du milieu le moins réfringent au plus réfringent) et un cône sur la face arrière (lorsque le faisceau passe du milieu le plus réfringent au moins réfringent). Si la forme de cône n'a pas été observée auparavant cela est probablement attribuable au rapport d'indice. Comme nous l'avons vu dans le chapitre 4, la forme conique résulte d'une réflexion totale interne de l'onde dans la déformation. Hors ce phénomène se produit à un angle d'incidence critique déterminé, nous le rappelons, par le rapport d'indice tel que $\theta_{RT} = \arcsin(n_1/n_2) \approx 49^\circ$ pour une interface eau/air. Il est ainsi moins aisé d'atteindre cet angle dans le cas d'un rapport d'indice proche de l'unité. Nous nous intéresserons plus en détail à cet angle dans le cas suivant, étudiant là encore une goutte d'eau dans l'air. Dépassé $\Pi_0 = 10$, compte tenu des propriétés guidantes de la goutte, on retrouve une hystérésis entre

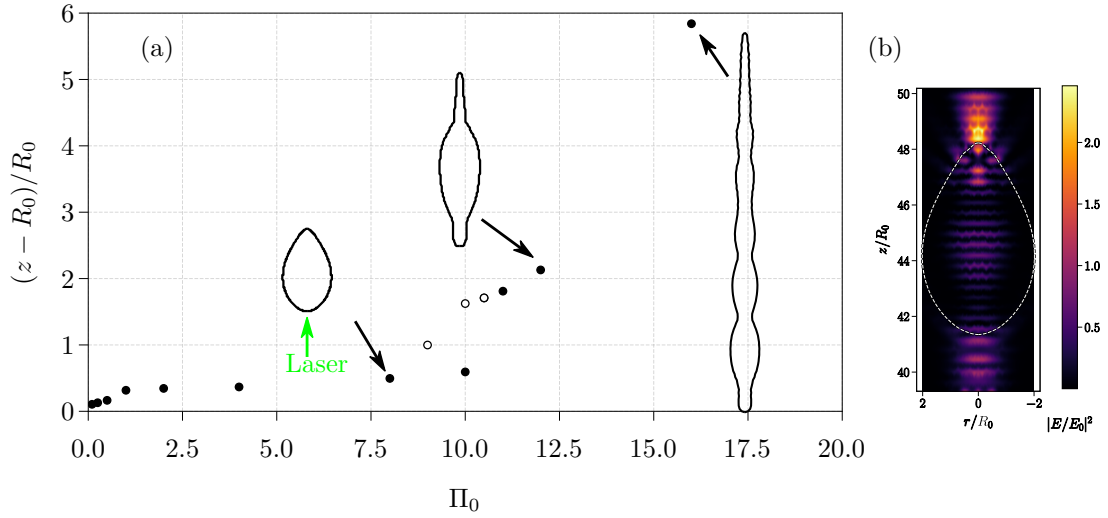


FIGURE 5.10 : Goutte d'eau dans l'air : (a) Allongement en fonction de la puissance injectée. Le rayon initial de la goutte est $R_0/\omega_0 = 2.3$, le rapport d'indice de réfraction vaut $n_2/n_1 = 1.33$ et la longueur d'onde $\lambda/\omega_0 = 0.8$. Les morphologies affichées sont à l'échelle et données pour $\Pi_0 = 8, 12, 16$. (b) Amplitude du champ électrique se propageant dans la goutte déformée pour $\Pi_0 = 8$.

le régime guidant et celui de formation de la pointe. Il est alors intéressant de noter, à partir des figures 5.8 et 5.10, qu'en fonction des conditions d'injections de l'onde excitatrice, et considérant notamment la lentille liquide sur la face avant qui dépend de la courbure de la goutte et du contraste d'indice, il est possible d'obtenir des gouttes guidantes différentes ainsi que deux types d'hystérésis. Dans un cas, quand $\Delta n \ll 1$, nous avons une hystérésis reposant sur la striction latérale de la goutte qui allonge cette dernière par conservation du volume. Tandis que pour $\Delta n \geq 10^{-1}$, nous retrouvons l'instabilité d'aiguilles liquides décrites dans le chapitre 4.

Pour finir cette étude sur les gouttes déformées par un seul faisceau laser, nous souhaitons comparer nos simulations numériques aux travaux de Zhang et Chang (1988) qui ont réalisé les premières déformations de gouttes à l'aide de la pression de radiation optique. Plusieurs points sont cependant à noter avant de présenter nos résultats. Zhang et Chang ont utilisé dans leur étude un laser impulsionnel. Ils observaient alors l'oscillation et la déformation subséquente de la goutte après avoir été illuminée par le pulse. Ces oscillations, liées à la nature inertielle de l'eau pour des tailles habituelles de gouttes², que nous pouvons observer sur leur

2. Dans le cas de gouttes très petites, nous pouvons considérer être dans un régime de film fin, dans lequel la dissipation visqueuse devient prédominante et où la goutte peut être traitée

5.3. GOUTTES LIQUIDES DANS UN PIÈGE OPTIQUE

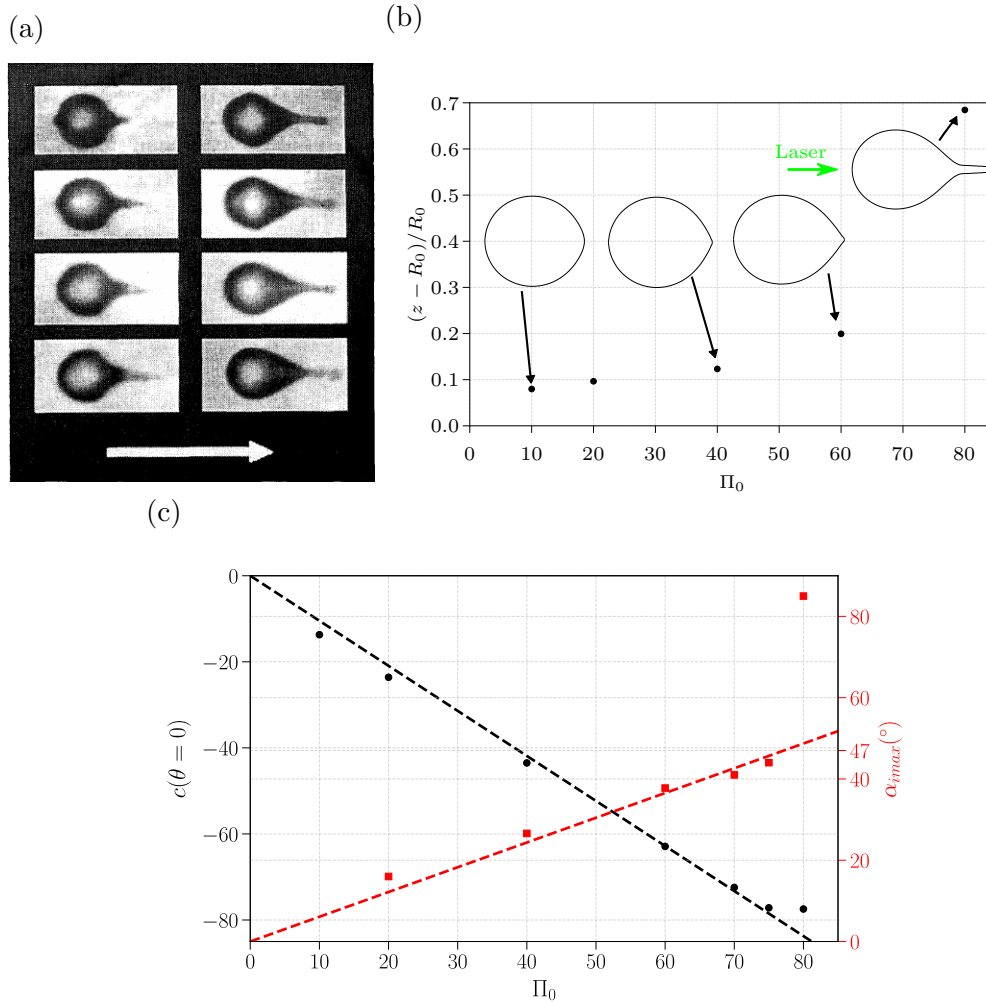


FIGURE 5.11 : Déformation d'une goutte d'eau dans l'air avec un faisceau laser. (a) Série d'images extraite des travaux de Zhang et Chang (1988). La goutte d'eau est déformée à l'aide d'un laser impulsionnel de longueur d'onde dans le vide $\lambda_0 = 0.6\mu\text{m}$ focalisé sur le centre de la goutte. Le rayon au col du faisceau est de $\omega_0 = 100\mu\text{m}$ et le rayon de la goutte de $R_0 = 50\mu\text{m}$. La durée d'un pulse est de 400ns et son énergie pour cette série d'images est de 200m J. (b) Allongement d'une goutte d'eau dans l'air avec un laser continu en fonction de la puissance injectée. Le rayon initial est $R_0/\omega_0 = 0.5$, le rapport d'indice de réfraction $n_2/n_1 = 1.33$ et la longueur d'onde $\lambda/\omega_0 = 0.1$. (c) Courbure (en noire) et angle d'incidence maximum (en rouge) sur la face arrière de la goutte. Les traits en pointillés sont des ajustements linéaires considérant uniquement les points avant l'instabilité.

figure 1 ont fait l'objet de plusieurs études (Lai *et al.*, 1989; Brevik et Kluge, 1999). Pour notre cas, nous restons dans un régime de déformation visqueux, et nous nous intéressons plutôt à la formation de la pointe que l'on peut observer sur leur deuxième série d'images de Zhang et Chang que nous avons jointe ici en figure 5.11a. Le faisceau étant très peu convergent, la goutte est poussée au cours du temps et nous appliquons donc un suivi Lagrangien de celle-ci. Attendu ces différences, nous ne cherchons pas à faire ici des comparaisons quantitatives. Nous prendrons cependant des grandeurs comparables aux leurs, notamment la taille de la goutte $R_0/\omega_0 = 0.5$ et le contraste d'indice eau/air $n_2/n_1 = 1.33$. Nous choisissons de considérer $\lambda/\omega_0 = 0.1$ au lieu de $\lambda/\omega_0 = 6 \times 10^{-3}$ comme dans leurs travaux pour des raisons de rapidité de calcul (rappelant que notre maillage dépend de ce rapport d'aspect). Finalement, nous reportons les résultats obtenus sur la figure 5.11b.

Nous pouvons observer, en augmentant la puissance, l'apparition progressive d'une pointe puis d'un jet sur la face arrière de la goutte. Il est d'abord important de noter que les formes obtenues ont une ressemblance flagrante avec celles de Zhang et Chang (1988) présentées sur la figure 5.11a malgré les différences entre les deux systèmes. Cependant, ce n'est pas surprenant. Même si les mécanismes de formation des jets sont différents, la forme conique qui en résulte se retrouve dans de nombreuses situations. Notamment lors de la déformation d'une interface plane par une onde acoustique ou électromagnétique (Giroto *et al.*, 2019), comme démontré dans le chapitre précédent. Mais aussi, par exemple, lors de l'écoulement d'une pointe liquide induite par des contraintes de Marangoni solutale (Fernandez et Homsy, 2004) ou encore lors de la formation inertielle d'un jet sur une interface soumise à une oscillation forcée (Zeff *et al.*, 2000). Finalement, avec tous les éléments que nous avons apportés jusqu'à ici, les morphologies des gouttes dans notre cas peuvent s'expliquer assez simplement. En effet, la courbure de la face arrière de la goutte s'adapte continuellement à l'excitation et une pointe se forme sur la face arrière. Ainsi, comme nous pouvons le voir sur la figure 5.11b, la courbure sur l'axe de la face arrière et l'angle d'incidence maximum de l'onde sur cette même face augmente linéairement avec la puissance jusqu'à ce que l'angle de réflexion totale interne soit atteint (angle qui est le même que dans le cas précédent $\theta_{RT} = 47^\circ$). On observe alors une instabilité lors de laquelle la longueur de la pointe augmente dramatiquement et forme un cône/jet. L'absence de tétine dans ce cas doit être imputée à des effets de volume fini.

Nous avons pu dans cette première partie valider notre modèle numérique, mais aussi montrer plusieurs points nouveaux quant à la manipulation de goutte avec un faisceau laser. Nous avons mis en évidence l'existence d'instabilité de la taille des gouttes en fonction de la puissance menant à des formes nouvelles

avec un modèle visqueux. Nous sommes dans ce cas lorsque $R_0/\omega_0 \ll 1$.

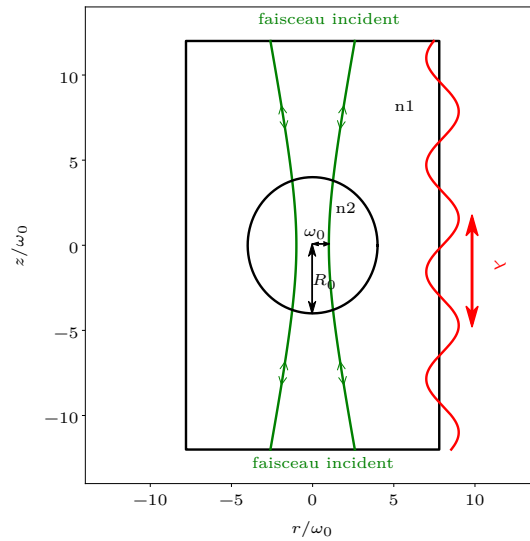


FIGURE 5.12 : Schéma de la double pince optique focalisée au centre de la goutte initialement sphérique.

(multilobes, tétines/jets) où déjà observées dans la littérature (cacahuètes). Si ces instabilités étaient déjà bien connues dans les domaines de l'électro/magnétohydrodynamiques elles n'ont jamais, à notre connaissance, été mise en évidence avec des ondes électromagnétiques. Leurs natures sont cependant quelque peu différentes dans notre cas, ces dernières résultant de l'interaction entre la déformation de la goutte et la propagation de l'onde incidente. Il a été observé de plus que des effets de volumes finis peuvent grandement jouer sur ces instabilités. Finalement, nous avons pour la première fois, simulé des déformations très ressemblantes à celles qu'ont pu obtenir (Zhang et Chang, 1988) expérimentalement, et ce malgré des systèmes fondamentalement très différents.

5.3.2 Double pince optique

Nous reprenons le cas de la pince optique décrite en figure 5.1 et nous rajoutons un deuxième faisceau focalisé lui aussi au centre de la goutte initialement sphérique dont la direction de propagation est opposée au premier. Le schéma du système est présenté sur la figure 5.12.

Nous considérons deux gouttes de rayons initiaux différents, $R_0/\omega_0 = 2.3$ et $R_0/\omega_0 = 4$, avec le même contraste d'indice $\Delta n = 3 \times 10^{-2}$ et le même rapport $\omega_0/\lambda = 0.8$. Les taux de déformations ainsi que les morphologies obtenues sont reportés sur la figure 5.13. À noter que comme d'habitude, Π_0 correspond à la

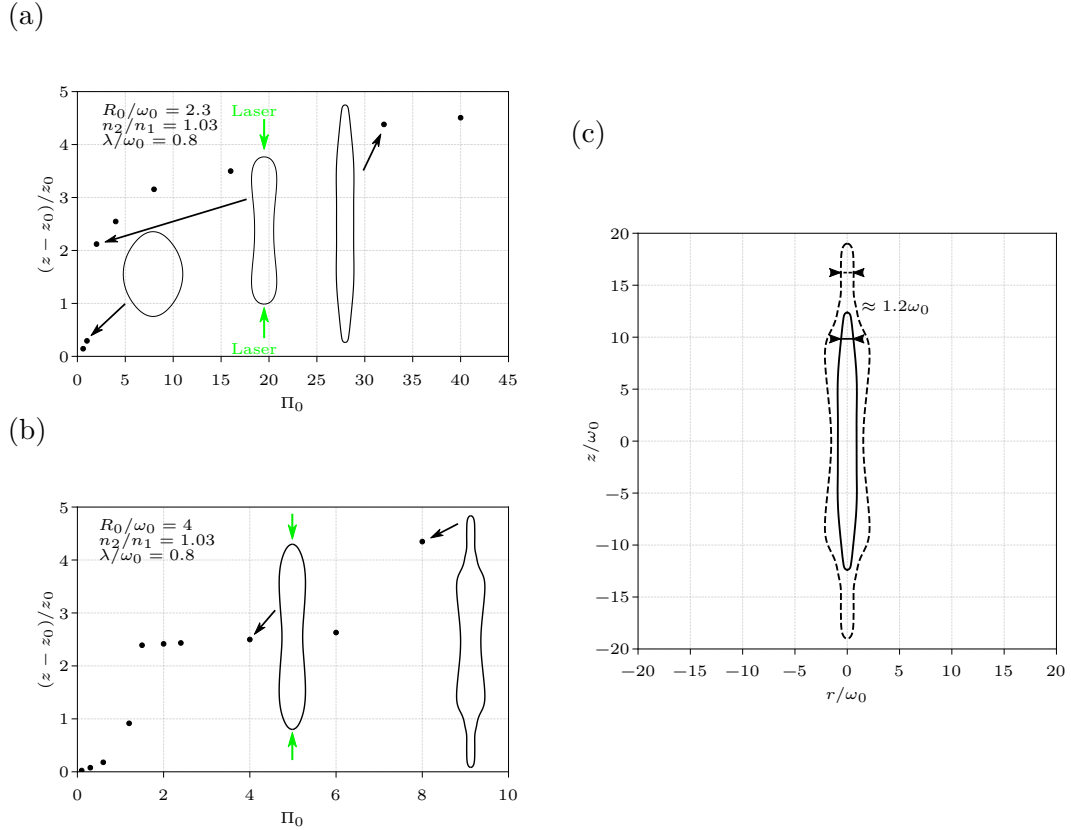


FIGURE 5.13 : (a-b) Taux de déformations longitudinaux et morphologies associées pour des gouttes de rayons initiaux $R_0/\omega_0 = 2.3$ et 4 piégées dans une double pince optique. Les morphologies de gouttes jointes à ces graphiques sont à l'échelle. (c) Comparaison des rayons des morphologies obtenues pour $R_0/\omega_0 = 2.3$ à $\Pi_0 = 32$ et $R_0/\omega_0 = 4$ à $\Pi_0 = 8$.

puissance totale injectée, soit ici la somme des amplitudes de chaque faisceau.

Nous retrouvons des comportements similaires à ce qui a pu être observé avec une pince optique. Un régime linéaire pour $\Pi_0 \leq 1$, une instabilité pour $\Pi_0 > 1$ avec un passage d'une forme sphéroïdale à une forme de cacahuète qui est maintenant symétrique ainsi qu'un troisième régime de saturation. On observe de plus, dans le cas $R_0/\omega_0 = 4$, un quatrième régime de formation de tétines. Plusieurs points sont à noter sur ces tétines. Premièrement, si on observe une double tétine plutôt qu'un double cône dans le cas de la grosse goutte, c'est attendu du rapport des indices de réfraction. En effet, celui-ci étant proche de l'unité dans ce cas, l'angle de réflexion totale interne est grand ($\theta_{RT} \approx 76^\circ$) et c'est donc la tétine agissant comme guide d'onde qui prédomine. Ensuite, comme nous l'avons montré dans le chapitre 4 sur les interfaces planes, le nombre et le rayon des tétines ne dépendent

pas de la puissance injectée (même si une certaine puissance seuil est nécessaire à son apparition), mais du paramètre de fréquence V comme nous l'avons vu sur la figure 4.8. Ainsi, les propriétés de guidages des deux systèmes présentés figure 5.13 étant les mêmes, on s'attend à retrouver des tétines similaires. C'est ce que l'on peut observer sur la figure 5.13c où l'on voit que les rayons des guides d'ondes sont sensiblement les mêmes.

5.4 Gouttes liquides et vésicules dans un étireur optique

5.4.1 L'étireur optique

Contrairement à la section précédente, où les faisceaux étaient focalisés au centre de l'objet étudié, nous étudions ici des objets piégés par deux faisceaux identiques contra-propageant, non focalisés et légèrement divergents dont l'extension radiale, au niveau de l'objet, est plus grande que celui-ci (Ashkin, 1970 ; Constable *et al.*, 1993). Voir figure 5.1b. Un tel système trouve un intérêt particulier pour la manipulation et la déformation d'objets biologiques. Nous pouvons aussi imaginer faire de l'optorhéologie sur des gouttes de faibles tensions interfaciales tel que cela a pu être réalisé sur des interfaces planes (Giroto, 2018). Les faisceaux étant non focalisés, l'énergie déposée localement est bien plus faible qu'avec une pince optique et permet d'éviter l'endommagement thermique par absorption de l'objet étudié. Cependant, suivant les longueurs d'onde utilisées, des effets de chauffage peuvent subsister (Delabre *et al.*, 2015). Ainsi depuis les années 2000 un engouement particulier est né autour de ce genre de système permettant alors de mesurer localement et sans contact les propriétés mécaniques d'objets biologiques vivants tels que des cellules où des globules rouges (Guck *et al.*, 2000, 2001 ; Ekpenyong *et al.*, 2009). Outre l'étude de la rhéologie de ces objets, l'étireur optique pourrait permettre la réalisation de diagnostic en direct aux vues des études montrant aujourd'hui que la physique d'une cellule se voit modifier lorsque celle-ci n'est pas saine (Guck *et al.*, 2005 ; Smart *et al.*, 2017 ; Kwon *et al.*, 2019). Une cellule vivante étant cependant un objet relativement complexe, des vésicules simples, formées d'une bicouche lipidique, ont régulièrement été utilisées afin d'en déterminer les réponses mécaniques fondamentales (Solmaz *et al.*, 2012, 2013 ; Delabre *et al.*, 2015 ; Giroto, 2018).

Nous serions en droit de croire que parallèlement à tous ces travaux expérimentaux et théoriques de nombreuses études numériques furent réalisées. C'est en partie vrai, mais seulement un faible nombre de celles-ci modélisent réellement un étireur optique au sens de Guck *et al.* (2000). En effet, jusqu'à leurs travaux, les cellules et autres matériels biologiques étaient étirés de façon légèrement différente. Deux billes (en général de silice) étaient fixées sur la membrane de l'objet étudié.

Ces billes étaient ensuite piégées avec des pinces optiques et manipulées par le biais de ces dernières. Ainsi, on étirait de façon ponctuelle l'objet afin de déterminer ses propriétés mécaniques comme ce qui est réalisé par exemple par Hénon *et al.* (1999). De ce fait, presque toutes les études numériques menées jusqu'à aujourd'hui (du moins, à notre connaissance) portant sur la déformation de cellules (en général des globules rouges dégonflés) sont réalisées dans cette configuration. Nous pouvons toutefois citer les travaux de (Sraj *et al.*, 2010, 2012, 2015) dans lesquels la contrainte optique est calculée sur des modèles d'optiques géométriques. Sigüenza *et al.* (2017) dresse dans ses travaux une revue de ces différentes études numériques. La modélisation de l'élasticité de la membrane y est de plus discutée, mais nous reviendrons sur ce point plus en détail lorsque nous aborderons la physique des vésicules.

Compte tenu des interactions ondes/matière complexes démontrées jusqu'ici, mais aussi du nombre grandissant de données expérimentales disponibles sur la déformation de cellules ou vésicules par un étireur optique dans la littérature (Solmaz *et al.*, 2012, 2013 ; Delabre *et al.*, 2015 ; Girot, 2018), il nous paraissait légitime de développer un modèle simulant ce type de système.

Nous cherchons alors dans cette partie à simuler et à comparer la déformation de gouttes et de vésicules dans un étireur optique. S'il est évident maintenant que la simulation de gouttes ne nous posera pas de problèmes aux vues des résultats précédents, il reste des points importants à considérer afin de réaliser la même chose avec des vésicules.

5.4.2 Description physique d'une vésicule

Des vésicules « simples », appelées liposomes en biologie, formées d'une bicouche lipidique sont communément utilisées afin d'étudier les comportements mécaniques fondamentaux des cellules biologiques. En effet, celles-ci sont synthétisées par des procédés maintenant bien connus et leurs propriétés mécaniques peuvent être facilement modifiées. Le lecteur intéressé pourra se référer à la revue suivante (Rideau *et al.*, 2018) qui référence plusieurs méthodes de synthèse ainsi que les propriétés rhéologiques des vésicules obtenues.

Si une vésicule peut ressembler de premier abord à une goutte, leurs propriétés mécaniques sont très différentes. La membrane d'une vésicule n'est pas « lisse » comme le serait la surface extérieure d'une goutte, mais est repliée sur elle-même à l'échelle micrométrique. Ces repliements, que l'on appellera par la suite fluctuations, impliquent un coût énergétique pour déplier la membrane. Ainsi, une vésicule ne possède pas de tension interfaciale intrinsèque. Son intégrité est cependant régie, entre autres, par un terme énergétique de surface similaire à la tension interfaciale. Ce sujet est largement traité dans la littérature et nous reviendrons dessus dans la partie suivante. En plus d'être étirable, une vésicule est

flexible. Là aussi, un coût énergétique est associé à la courbure de la membrane et est associé à ce que l'on appelle le module de courbure.

Contraintes de membrane à l'équilibre

Les modèles mathématiques et notamment « l'équation de forme »³ développés pour décrire l'équilibre mécanique au repos des membranes des cellules ont permis l'émergence d'un champ de recherche autour de la physique des membranes. Si ces outils sont arrivés dans la communauté des biologistes dans les années 1970 (Canham, 1970 ; Helfrich, 1973 ; Evans, 1974) puis dans celle des physiciens dans les années 1980 avec les travaux de Zhong-can et Helfrich (1987, 1989), ils étaient bien connus de la communauté des mathématiciens depuis le début du XX siècle. Deserno (2015), dans sa revue, dresse un bref historique de l'évolution des théories décrivant la forme des membranes.

La fonctionnelle d'énergie d'une membrane bilipidique introduite par Helfrich (1973) s'écrit :

$$F = \frac{1}{2}\kappa_c \int_{\partial\Omega} (\kappa - \kappa_0)^2 dS + \Delta p \int_{\Omega} dV + \sigma \int_{\partial\Omega} dS \quad (5.14)$$

Avec κ_c le module de courbure, $\kappa = \kappa_{max} + \kappa_{min}$ la courbure, κ_0 la courbure spontanée et Δp et σ des multiplicateurs de Lagrange que nous allons discuter dans ce qui suit. Nous rappelons aussi que, comme définie dans la section 5.1, la courbure dans notre modèle est négative. La courbure spontanée κ_0 décrit l'asymétrie de la membrane ou du milieu environnant. Étudiant ici des membranes axisymétriques plongées dans des milieux homogènes, nous prendrons toujours dans ce qui suit $\kappa_0 = 0$. Δp représente une différence de pression osmotique entre l'extérieur et l'intérieur de la membrane et assure la conservation du volume du système et donc l'incompressibilité du volume intérieur. σ représente une contrainte liée à la tension de la membrane qui a pour but de conserver la surface globale du système due à l'inextensibilité de la membrane (Zhong-can et Helfrich, 1987, 1989). Dans des travaux précédant ceux de Zhong-can et Helfrich, Jenkins (1977) a utilisé une contrainte de tension locale variable spatialement et donc le dernier terme de l'équation (5.14) devient $\int_{\partial\Omega} \sigma(s) ds$. Si la tension est bien non constante lorsque la membrane n'est pas à l'équilibre comme on le verra par la suite, dans le cas où l'on cherche son état stationnaire cette différence de définition n'a pas d'impact sur l'équation de forme. Ainsi au repos, en minimisant l'énergie de la membrane à partir de l'équation (5.14), on obtient les contraintes sur l'interface :

$$\Delta p + \sigma \kappa + \kappa_c \left(\frac{1}{2} \kappa (4K - \kappa^2) - \Delta_s \kappa \right) = 0 \quad (5.15)$$

3. « shape-equation » dans la littérature anglophone.

Il est intéressant de noter aussi que Laadhari *et al.* (2010) ont développé une solution générale des contraintes de membrane au repos dans laquelle il est possible d'injecter n'importe quelle fonctionnelle d'énergie. Dans l'équation (5.15) $K = \kappa_{max}\kappa_{min}$ est la courbure gaussienne de l'interface et $\Delta_s = \frac{1}{\sqrt{g}}\partial_i(\mathcal{G}^{ij}\sqrt{g}\partial_j)$ est l'opérateur de Laplace-Beltrami. De par la métrique choisie pour décrire l'interface, l'opérateur de Laplace-Beltrami peut se ré-écrire comme :

$$\Delta_s = \partial_s \left(\mathcal{G}^{11}\partial_s + \mathcal{G}^{12}\frac{1}{r}\partial_\theta \right) + \frac{1}{r}\partial_\theta \left(\mathcal{G}^{21}\partial_s + \mathcal{G}^{22}\frac{1}{r}\partial_\theta \right) \quad (5.16)$$

$$\Delta_s = \partial_s^2 + \frac{1}{r^2}\partial_\theta^2 \quad (5.17)$$

Notre système étant axisymétrique, la courbure ne dépend pas de θ et l'opérateur de Laplace-Beltrami devient simplement la dérivée seconde par rapport à la longueur d'arc $\Delta_s = \partial_s^2$.

De par sa complexité, l'équation différentielle (5.15) ne présente pas de solutions analytiques. Cependant, de nombreuses études se sont attelées à la résolution numérique de cette équation afin de dresser une zoologie exhaustive des différentes formes que peut prendre une vésicule à l'équilibre dans le cas axisymétrique (Svetina et Žekš, 1989 ; Seifert et Lipowsky, 1990 ; Seifert *et al.*, 1991 ; Lipowsky, 1991 ; Jülicher et Lipowsky, 1993 ; Jülicher et Seifert, 1994 ; Miao *et al.*, 1994 ; Laadhari *et al.*, 2010 ; Laadhari, 2012).

Ce qui nous intéresse ici est de déformer la membrane d'une vésicule par des contraintes optiques. Nous décrivons alors dans ce qui suit les contraintes de membrane hors équilibre.

Contraintes de membrane hors équilibre

À partir de l'équation (5.14) et en considérant une tension non constante comme Jenkins (1977) il est possible de dériver les contraintes de membrane hors équilibre. Il est nécessaire de considérer la tension comme étant inhomogène sur la membrane afin d'assurer la conservation locale de la surface. Ainsi, toujours par un calcul variationnel et en cherchant à minimiser l'énergie de la membrane, on obtient la contrainte (Seifert, 1999) \mathbf{f}^m :

$$\mathbf{f}^m = \left(\kappa_c \left[-\frac{1}{2}\kappa^3 + 2K\kappa - \partial_s^2\kappa \right] + \sigma\kappa \right) \mathbf{n} + \partial_s\sigma\mathbf{t} \quad (5.18)$$

La partie normale de la contrainte de membrane est similaire à ce que nous obtenons pour une vésicule au repos, soit l'équation (5.15). La partie tangentielle

provient du fait que la contrainte exercée n'est pas homogène sur l'interface⁴. La réponse mécanique de la membrane, visant à conserver la surface, s'adapte localement à la contrainte. La tension devient donc une inconnue supplémentaire à déterminer.

Calcul de la tension

La condition à rajouter au système d'équations général est une condition classique de mécanique des fluides. Considérant la membrane d'une vésicule comme un fluide incompressible possédant une grande viscosité, celle-ci peut s'écouler librement. Ainsi, la vitesse d'écoulement de la membrane doit respecter la conservation de la masse. Ceci s'exprime comme la projection de la divergence du champ de vitesse sur l'interface :

$$\nabla_s \mathbf{v} = 0 \quad (5.19)$$

Dans notre formalisme l'équation (5.19) s'exprime simplement comme :

$$\nabla_s \mathbf{v} = \partial_s \mathbf{r} \cdot \mathbf{v} = \mathbf{v} \cdot \mathbf{t} = 0 \quad (5.20)$$

Finalement, l'équation (5.20) discrétisée et le système formé par les équations (2.87) et (2.88) (équations intégrales discrétisées dans chaque phase $j = 1, 2$ pour résoudre l'hydrodynamique) forment un nouveau système linéaire sur l'interface qu'il est possible de résoudre numériquement.

Si comme nous l'avons évoqué précédemment il existe peu de références quant à la déformation numérique de vésicules dans un étireur optique, on trouve par contre pléthore d'études consacrées à la déformation de celles-ci dans des écoulements ou avec des billes collées à leurs membranes. Réunissant tout ceci, on trouve dans la littérature trois méthodes différentes pour prendre en compte numériquement la tension de membrane. (i) La résolution directe du système linéaire afin d'obtenir à chaque itération la vitesse et la tension de la membrane induite par la contrainte appliquée (Sukumaran et Seifert, 2001 ; Veerapaneni *et al.*, 2009b,a, 2011 ; Zhao *et al.*, 2010 ; Zhao et Shaqfeh, 2011 ; Veerapaneni, 2016). (ii) Le remplacement de la tension par un modèle de ressort afin de pénaliser le déplacement des points du maillage. Ainsi la tension s'écrit $\sigma = \sigma_r = T_r(ds - ds^0)$ avec ds^0 la distance initiale séparant deux points donnés. En jouant sur la raideur du ressort T_r , il est alors possible de rendre plus ou moins rigide notre membrane (Cantat, 1999 ; Cantat et Misbah, 1999 ; Cantat *et al.*, 2003 ; Misbah, 2006 ; Danker *et al.*, 2007 ; Kaoui *et al.*,

4. Ce type de contrainte tangentielle existe aussi dans le cadre de déformations thermocapillaires d'interfaces. Chauffée localement, une interface fluide/fluide voit sa tension interfaciale diminuer avec la température. Ainsi, la tension devenant non constante sur l'interface, celle-ci va exercer des contraintes tangentielles.

2008 ; Seol *et al.*, 2016). (iii) Et finalement, l'utilisation du formalisme de la mécanique des « capsules », terme introduit par Barthès-Biesel (1980) ; Barthès-Biesel et Rallison (1981), qui modélise une cellule comme une goutte liquide incompressible contenue par une membrane élastique. De nombreuses études utilisent des lois constitutives différentes pour décrire l'élasticité de ces capsules et donc leur déformation, mais des travaux récents (Dimitrakopoulos, 2012 ; Sigüenza *et al.*, 2017) semblent montrer que la seule loi valide est la loi de Skalak (Skalak *et al.*, 1973). Cette loi a été utilisée autant pour l'étude de vésicule en écoulement (Kwak et Pozrikidis, 2001 ; Pozrikidis, 2005 ; Park et Dimitrakopoulos, 2013) que pour la déformation à l'aide de pinces optiques (Gou *et al.*, 2019). Ayant rencontré des problèmes de stabilité numérique avec le premier modèle et par souci de simplicité d'implémentation nous choisissons de considérer la méthode (ii) et remplacerons donc la tension $\sigma = \sigma_r = T_r(ds - ds^0)$ par une contrainte de type ressort.

Ce choix fait, nous pouvons ré-écrire et implémenter les contraintes de membrane :

$$\mathbf{f}^m = \left(\kappa_c \left[-\frac{1}{2}c^3 + 2Kc - \partial_s^2 c \right] + \sigma_r c \right) \mathbf{n} + \partial_s \sigma_r \mathbf{t} \quad (5.21)$$

Finalement, les contraintes à l'interface, qui comprennent maintenant trois paramètres libres que sont l'amplitude de l'excitation, le module de courbure κ_c et la constante de raideur T_r , s'écrivent :

$$(\mathcal{S}_1^{em} \cdot \mathbf{n} - \mathcal{S}_2^{em} \cdot \mathbf{n}) = (-\Pi_{rad} - \Delta \rho g z + f^B) \cdot \mathbf{n} + \mathbf{f}^\sigma \quad (5.22)$$

Équation dans laquelle nous avons ré-écrit la contrainte de membrane (5.21) comme la somme d'une contrainte de courbure $\mathbf{f}^B = \kappa_c \left[-\frac{1}{2}c^3 + 2Kc - \partial_s^2 c \right] \mathbf{n}$ et d'une contrainte de raideur $\mathbf{f}^\sigma = \sigma_r c \mathbf{n} + \partial_s \sigma_r \mathbf{t}$. Le terme de droite de l'équation (5.22) peut ainsi être injecté dans les équations intégrales discrétisées qui redeviennent le seul système d'équations à résoudre à chaque itération. La tension σ_r est alors adaptée aux autres forces à chaque itération.

Adimensionnement et discussion à propos des paramètres libres

Si précédemment, dans le cas des interfaces planes et des gouttes, la pression de radiation optique était adimensionnée avec la contrainte de Laplace, ça ne peut être le cas ici. En effet, la tension développée par la membrane en réponse aux contraintes exercées n'est pas une propriété intrinsèque de cette dernière, et de plus, elle est ici remplacée par une constante de raideur qui est un paramètre libre. Nous considérons comme précédemment ω_0 comme taille caractéristique et nous choisissons alors, comme cela est régulièrement fait dans la littérature, d'adimensionner les contraintes par la contrainte de courbure κ_c / ω_0^3 , κ_c étant le seul paramètre physique intrinsèque et constant d'une membrane. Ce choix nous donne naturellement

5.4. GOUTTES LIQUIDES ET VÉSICULES DANS UN ÉTIREUR OPTIQUE

les adimensionnements suivants : la vitesse de courbure $v_c = \kappa_c/(\eta\omega_0^2)$ et le temps $\tau_c = \omega_0/v_c = \eta\omega_0^3/\kappa_c$.

Si cette représentation découle d'une écriture logique et difficilement généralisable autrement, elle pose cependant un problème. En effet, en écrivant $\Pi_{0v} = \Pi_{rad}(r = 0) \times \omega_0^3/\kappa_c$ nous tentons de comparer deux contraintes n'agissant pas de la même façon sur la membrane. La pression de radiation va avoir tendance à tirer sur la membrane tandis que la contrainte de courbure s'adapte à la déformation induite. De plus l'amplitude de ces deux contraintes peut être très différente. Prenons l'exemple de la vésicule utilisée et étudiée dans la thèse de Girot (2018) figure 7.7 et dont il détermine le module de courbure dans la section 7.3.3. Il obtient pour cette vésicule de rayon initial $R_0 = 8.78\mu\text{m}$ un module de courbure $\kappa_c = 7.29 \times 10^{-21}\text{J}$. Même si cette valeur semble assez faible compte tenu de ce que l'on peut trouver dans la littérature pour des vésicules similaires avec les mêmes milieux internes et externes ($\kappa_c \in [2.4 - 16] \times 10^{-20}\text{J}$ (Solmaz *et al.*, 2012, 2013 ; Henriksen *et al.*, 2004, 2006)) elle nous servira ici à illustrer nos propos. Si nous considérons un rayon au col du faisceau de l'ordre du micron et un contraste d'indice $\Delta n \in [10^{-2}, 10^{-1}]$ on obtient $\Pi_{rad}(r = 0) \approx 2 - 20\text{N m}^{-2}$ pour une puissance totale injectée de $P = 100\text{mW}$ (soit 50mW par faisceau) et $\kappa_c/\omega_0^3 \approx 10^{-2}\text{N m}^{-2}$ soit $\Pi_{0v} \approx 200 - 2000$ ce qui est bien plus élevé que les valeurs usuelles. Si nous comparons avec les déformations obtenues par Girot, cela correspond à moins de 2% d'allongement. Même si nous considérons la plus grande valeur de module de courbure de la littérature soit $\kappa_c = 20 \times 10^{-20}\text{J}$ nous obtenons encore des amplitudes d'excitation de l'ordre de $\Pi_{0v} \approx 10 - 100$ pour des déformations de l'ordre de 1%.

Néanmoins, ce choix étant fait et discuté, nous conserverons cette description pour la suite tout en gardant à l'esprit ce que nous venons de développer ici.

Il nous reste alors à discuter le paramètre libre $T'_r = T_r \times \omega_0^3/\kappa_c$. Celui-ci est important, car nous pouvons le modifier à souhait afin d'avoir des vésicules plus ou moins difficiles à déformer. Cependant, il est nécessaire, pour conserver l'aspect physique de cette constante de raideur, de rester dans un domaine où elle fait sens. Pour cela, il faut que si la vésicule change de forme (dans un écoulement par exemple ou dans un champ de gravité), son aire locale et totale ne varie pas ou peu (dans la limite du dépliage des fluctuations). En général, le critère de 1% de dilatation d'aire locale est retenu dans les différentes études de vésicules sous écoulement (Cantat *et al.*, 2003 ; Kaoui *et al.*, 2008 ; Seol *et al.*, 2016). Dans ce but, la constante de raideur choisie est en général $T'_r \approx 10^3$. Nous pourrions choisir arbitrairement une autre valeur plus importante afin de rendre notre vésicule moins déformable. Cependant, si nous choisissons une valeur trop importante, la contrainte de tension \mathbf{f}^σ peut écranter la contrainte de courbure \mathbf{f}^B et nous perdrons à priori une partie de la physique de la vésicule. Nous pouvons démontrer

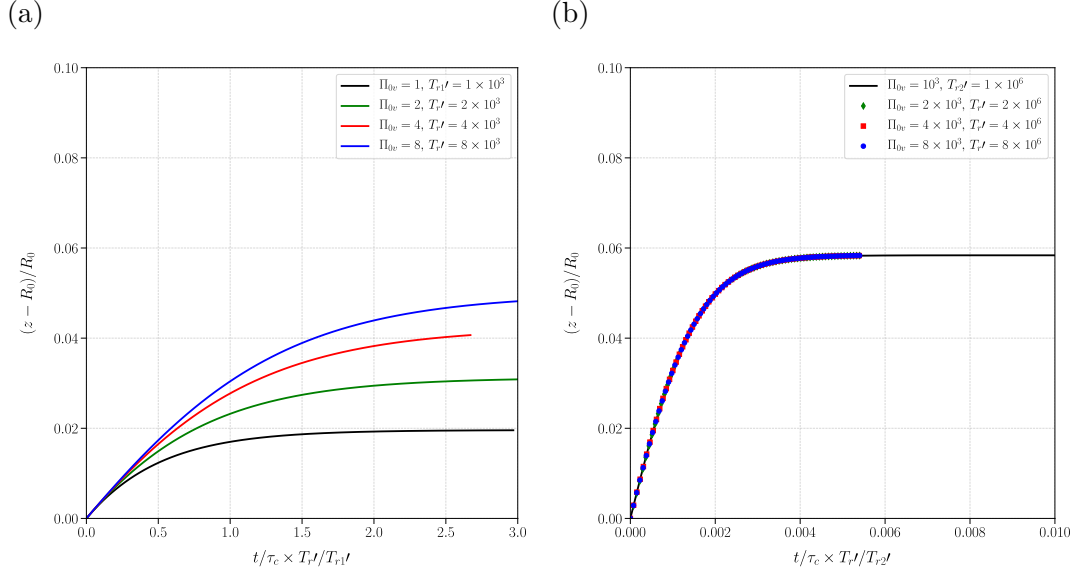


FIGURE 5.14 : Dynamiques de déformations de vésicules pour différentes constantes de raideur. Dans les deux cas $R_0/\omega_0 = 1$, $n_2/n_1 = 1.04$ et $\lambda/\omega_0 = 0.4$.

cela par une expérience simple. Prenons deux vésicules de rayon initial $R_0/\omega_0 = 1$ mais de raideurs différentes $T_{r1}' = 10^3$, $T_{r2}' = 10^6$. Nous déformons alors ces vésicules en doublant à chaque fois la puissance injectée et la constante de raideur. Dans les deux cas le rapport d'indice de réfraction et la longueur d'onde valent respectivement $n_2/n_1 = 1.04$ et $\lambda/\omega_0 = 0.4$.

Nous reportons sur la figure 5.14 la dynamique du taux de déformation dans la direction longitudinale de ces vésicules en fonction du temps. Les dynamiques dépendant de la raideur, nous multiplions l'axe des abscisses de chaque courbe par T_r'/T_{ri}' avec $i = 1, 2$. Premièrement, nous remarquons que la puissance nécessaire pour obtenir des taux de déformations de l'ordre du pourcent est proportionnelle à la constante de raideur choisie. De plus, dans le cas de la vésicule la plus rigide, toutes les courbes ont exactement le même comportement. On a donc une linéarité entre Π_0 et T_r' les contraintes de courbure étant dans ce cas très petites devant celles de tensions. Nous garderons donc dans un premier temps $T_r' = 10^3$.

5.4.3 Déformation de gouttes et de vésicules initialement sphériques

Avant de présenter nos résultats numériques, posons plusieurs bases. Nous allons présenter conjointement dans cette partie des déformations de gouttes et de

5.4. GOUTTES LIQUIDES ET VÉSICULES DANS UN ÉTIREUR OPTIQUE

vésicules. Pour éviter toute confusion, nous avons défini au préalable l'amplitude de la puissance injectée comme étant pour les gouttes $\Pi_0 = \Pi_{rad}(r = 0) \times \omega_0/\sigma$ et pour les vésicules $\Pi_{0v} = \Pi_{rad}(r = 0) \times \omega_0^3/\kappa_c$. Ces grandeurs n'étant pas directement comparables, nous ne réaliserons pas ici de comparaisons quantitatives entre déformations de gouttes et de vésicules. Nous nous intéresserons plutôt aux comportements globaux et aux formes obtenues. Notons aussi que comme pour le cas de la double pince optique, Π_0 et Π_{0v} correspondent à la puissance totale soit la somme des amplitudes des deux faisceaux. Finalement, dans ce qui suit le régime linéaire de déformation sera défini tel que $(z - R_0)/(r - R_0) = -2$. Ceci vient du fait que l'on s'attend à avoir des formes ellipsoïdales dans le régime linéaire. Le volume d'un ellipsoïde étant :

$$V = \frac{4}{3}\pi ab^2 \quad (5.23)$$

Avec a et b respectivement le demi grand-axe et le demi petit-axe de l'ellipse. Ayant conservation du volume nous pouvons écrire :

$$\Delta V = \frac{4}{3}\pi (b^2 \Delta a + 2ab \Delta b) = 0 \quad (5.24)$$

Et nous obtenons ainsi :

$$-\frac{\Delta b}{\Delta a} = 2\frac{b}{a} \quad (5.25)$$

Nos ellipsoïdes étant initialement des sphères, on s'attend donc à avoir un allongement longitudinal deux fois plus grand que la valeur absolue de l'allongement transversal.

Présentons pour commencer la déformation d'une goutte dans un étireur optique. Considérons une goutte liquide très déformable de rayon initial $R_0/\omega_0 = 1$, un rapport d'indice de réfraction entre l'extérieur et l'intérieur de l'objet de $n_2/n_1 = 1.04$ et une longueur d'onde de $\lambda/\omega_0 = 0.4$. L'extension radiale du faisceau au niveau du centre de la goutte vaut $\omega(z = 0)/\omega_0 = 1.7$. Nous reportons sur la figure 5.15, les allongements longitudinaux et transversaux en fonction de la puissance. La physique de la goutte étant simplement régie par l'équilibre entre les contraintes capillaires et les contraintes optiques, il était prévisible que, dès que $\Pi_0 > 1$, nous sortions du régime linéaire. Ainsi en augmentant la puissance, nous ne faisons que tirer de plus en plus sur l'interface obtenant alors des gouttes très allongées, qui prennent une forme de cigare comme représentées sur la figure 5.15.

Le cas des vésicules est un peu plus complexe. Pour commencer, présentons certains résultats obtenus par Girot (2018) lors de sa thèse au LOMA. Le montage optique utilisé (et décrit en détail dans (Girot, 2018)) pour réaliser l'étireur optique est basé sur un laser continu TEM₀₀ de longueur d'onde dans le vide $\lambda_0 = 532\text{nm}$ dont la puissance en sortie est répartie équitablement entre deux fibres optiques. Le rayon au col du faisceau en sorti de fibre vaut $\omega_0 = 2.1\mu\text{m}$. Ses résultats représentés

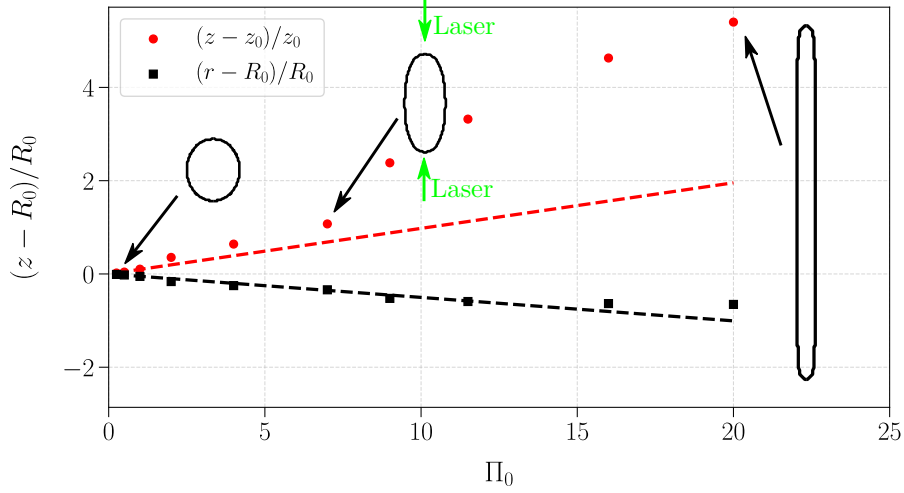


FIGURE 5.15 : Déformation d'une goutte dans un étireur optique : Allongement longitudinal (dans le sens de propagation du faisceau laser) et transversaux (perpendiculaire au sens de propagation) en fonction de la puissance. Le rayon initial de la goutte est $R_0/\omega_0 = 1$, le contraste d'indice $n_2/n_1 = 1.04$ et la longueur d'onde $\lambda/\omega_0 = 0.4$. Les morphologies jointes aux graphiques sont à l'échelle et données pour $\Pi_0 = 1, 7, 20$. Les traits en pointillés sont des ajustements linéaires sur le régime ellipsoïdal.

sur la figure 5.16 (a) sont obtenus avec une vésicule phospholipidique géante sphérique dont le rapport d'indice de réfraction vaut $n_2/n_1 = 1.0067$, de rayon initial $R_0/\omega_0 = 4.18$ et avec $\lambda/\omega_0 = 0.19$. L'extension radiale du faisceau au niveau du centre de la vésicule vaut $\omega(z=0)/\omega_0 \approx 1.7$. Un point est notable sur cette figure avant de discuter des résultats en eux-mêmes. Les Π_{0v} sont ici très élevés malgré le contraste d'indice très faible $\Delta n = 9 \times 10^{-3}$. Cela s'explique par le faible (comparé à la littérature) module de courbure calculé par Girot $\kappa_c = 7.29 \times 10^{-21} \text{J}$, Π_{0v} y étant inversement proportionnel. Concernant les résultats maintenant, on peut remarquer deux régimes. Un régime linéaire mis en avant par des ajustements linéaires dont les pentes valent, respectivement pour les allongements longitudinaux et transversaux, $(z - R_0)/R_0 = 3.0 \times 10^{-5} \Pi_{0v}$ et $(r - R_0)/R_0 = -1.4 \times 10^{-5} \Pi_{0v}$. On observe ensuite un régime de saturation dans lequel la vésicule ne semble plus s'allonger. Le modèle utilisé par Girot et développé par Delabre *et al.* (2015) prédit la contrainte de transition de cet effet de saturation et est plutôt en bon accord avec ses résultats (voir partie 7.4 et la figure 7.12).

Nous aimerions réaliser alors une simulation avec le même type d'objet que Girot. Cependant, cela nous est malheureusement impossible pour le moment. La taille de l'objet n'est pas le plus gros problème, mais la taille du domaine

5.4. GOUTTES LIQUIDES ET VÉSICULES DANS UN ÉTIREUR OPTIQUE

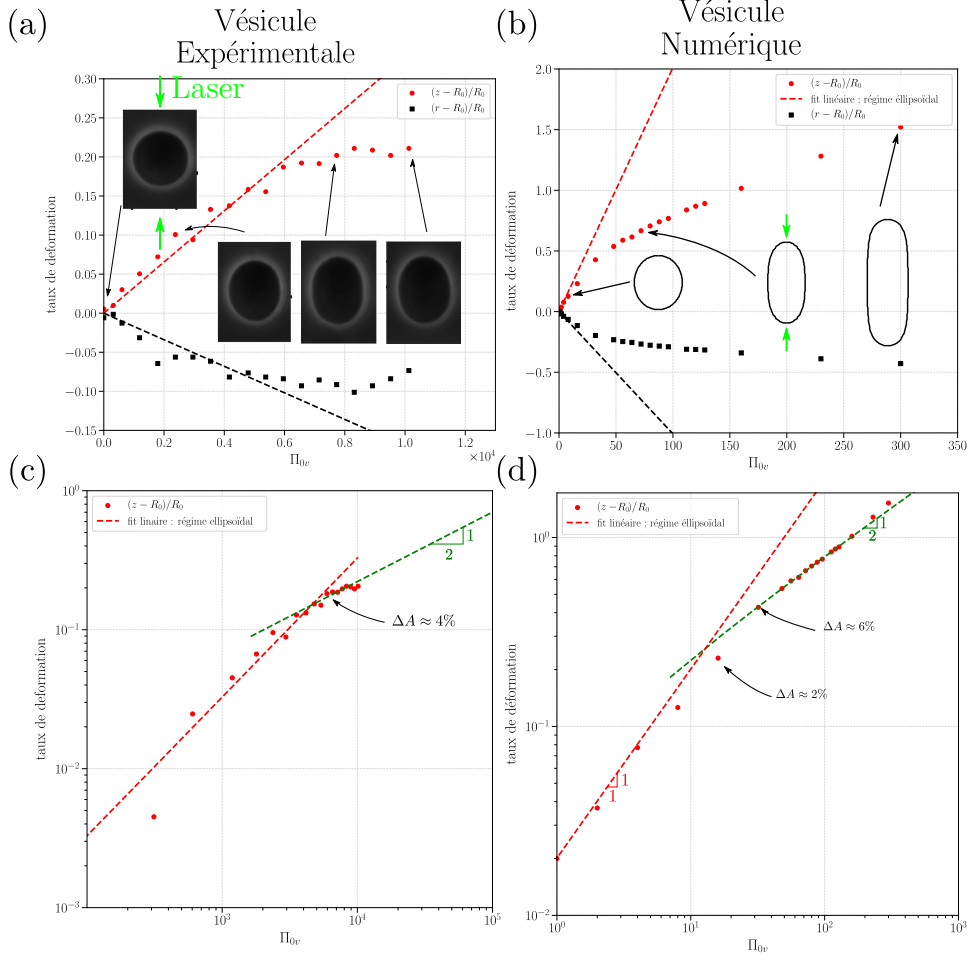


FIGURE 5.16 : Déformation d'une vésicule sphérique dans un étireur optique. (a) Résultats expérimentaux de la déformation d'une vésicule phospholipidique géante, dont le rapport d'indice vaut $n_2/n_1 = 1.0067$ et de rayon initial $R_0 = 8.78 \mu\text{m}$, extrait de la thèse de Girot (2018). La déformation est réalisée à l'aide un faisceau laser TEM_{00} de longueur d'onde dans le vide $\lambda_0 = 532 \text{nm}$ dont la puissance est répartie équitablement entre deux fibres optiques. Le rayon au col du faisceau en sortie de fibre vaut $\omega_0 = 2.1 \mu\text{m}$ et l'extension radiale du faisceau au niveau du centre de la vésicule vaut $\omega(z=0) \approx 15 \mu\text{m}$. (b) Résultats numériques de la déformation d'une vésicule de rayon initial $R_0/\omega_0 = 1$, avec un rapport d'indice $n_2/n_1 = 1.04$, une longueur d'onde $\lambda/\omega_0 = 0.4$ et une constante de raideur $T'_r = 10^3$. Les morphologies affichées sont à l'échelle et données pour $\Pi_{0v} = 4, 64, 128$. Pour (a) et (b) les lignes en pointillés représentent des ajustements linéaires correspondant au régime linéaire de déformation. (c-d) Mêmes résultats que (a-b) mais tracés sur une échelle logarithmique pour une meilleur visualisation de la loi de puissance.

numérique pour le calcul de la propagation de l'onde l'est. Réaliser une simulation avec les données expérimentales nous prendrait des semaines voir des mois. Nous nous limiterons donc pour le moment à des objets plus petits et des comparaisons qualitatives.

Considérons alors une vésicule avec les mêmes paramètres que ceux considérés pour la goutte, soit un rayon initial $R_0/\omega_0 = 1$, un rapport d'indice de réfraction $n_2/n_1 = 1.04$, une longueur d'onde $\lambda/\omega_0 = 0.4$ et $\omega(z=0)/\omega_0 = 1.7$. On observe sur la figure 5.16 un comportement similaire à l'expérience. En effet, on passe d'un régime linéaire où la vésicule est un ellipsoïde à un régime sous-linéaire contrairement au cas de la goutte figure 5.15. De plus, le modèle utilisé ici est cohérent avec l'approche d'un régime de saturation ou du moins d'un régime de « raidissement » de la membrane pour lequel la pénalisation du déplacement des points du maillage devient de plus en plus contraignante avec la déformation. Ce régime est-il cependant le même que celui observé par Girot qui semble simplement saturer ? Pour mieux visualiser cela, nous retraçons seulement les allongements longitudinaux expérimentaux et numériques sur une échelle logarithmique et présentons le résultat obtenu sur les figures 5.16 (c) et 5.16 (d). Nous observons que le régime de saturation semble suivre une loi de puissance telle que $(z - R_0)/R_0 \propto \Pi_{0v}^{1/2}$ dans le cas numérique. Si la loi de puissance semble relativement robuste dans le cas numérique (avec approximativement une décade couverte), il serait intéressant de pouvoir la confirmer pour le cas expérimental. Finalement, il est intéressant de noter que la transition se produit dans les deux cas pour une déformation similaire. C'est-à-dire, dans le cas expérimental la variation d'aire totale de la vésicule est de l'ordre de $\Delta A \approx 4\%$ au moment de la transition tandis que numériquement on a respectivement $\Delta A = 2\%$ et $\Delta A = 6\%$ pour $\Pi_{0v} = 16$ et $\Pi_{0v} = 32$. Ces valeurs sont reportées sur les figures 5.16 (c) et 5.16 (d) pour plus de clarté. Ainsi, malgré des objets considérés relativement différents, il semble qu'un comportement universel puisse être mis en avant pour toutes vésicules sphériques déformées par un étireur optique.

Comme énoncé entre autres par Girot (2018), il est envisageable, une fois toutes les fluctuations dépliées, de rentrer dans un régime dans lequel la membrane de la vésicule serait réellement étirée. Nous pensons que ce qu'il appelle le régime de saturation, terme que nous avons repris ici, correspond à ce régime d'étirement. En effet, s'il ne mesure pas (ou peu) de variation d'allongement dans ce régime de saturation, cela peut rentrer dans les 2% de sensibilité de la caméra utilisée. Numériquement, l'accès à ce régime est facilité par la modification de la constante de raideur. En effet, dans ce régime, les propriétés mécaniques de la vésicule sont principalement régies par la tension de sa membrane (Evans et Rawicz, 1990). Numériquement, il nous suffit alors d'augmenter la constante de raideur pour accéder plus facilement à ce régime.

5.5 Conclusions

Nous avons montré dans ce chapitre que nous pouvions simuler le piégeage et la déformation de gouttes et de vésicules avec différents systèmes optiques. Dans le cas des gouttes, nous avons démontré qu'en plus d'être piégées, celles-ci pouvaient agir comme des guides d'ondes. Leurs propriétés de guidage donnent ainsi naissance à des morphologies et des comportements jamais observés auparavant avec des ondes électromagnétiques (à notre connaissance) comme les gouttes multilobes, tétines/jets et l'hystérésis. Pour la première fois aussi nous avons observé numériquement la formation de gouttes-jets dont le déclenchement repose uniquement sur des propriétés de guidage et de réflexion totale interne. Ces résultats offrent d'intéressantes perspectives quant à l'implémentation de tels procédés pour des applications microfluidiques par exemple.

Concernant les vésicules, nous avons retrouvé qualitativement, avec un modèle numérique simple, les comportements observés expérimentalement par Girot (2018) et prédits par Delabre *et al.* (2015). Ces régimes représentent le dépliement des fluctuations de la membrane d'une vésicule (régime linéaire) et un régime dans lequel toutes les fluctuations sont dépliées et où la tension devient de plus en plus grande (régime de saturation). La vésicule, initialement sphérique, devient alors ellipsoïdale dans le régime linéaire, et s'en éloigne dès le régime de saturation atteint. Nous avons pour la première fois montré que, comme pour des méthodes de caractérisation mécanique des vésicules (Evans et Rawicz, 1990), nous pouvons atteindre un régime d'étirement de la membrane. De plus, notre modèle nous permet de jouer facilement sur la tension développée par la membrane et ainsi d'avoir accès au régime désiré. Atteindre ce régime expérimentalement permettrait ainsi de déterminer le module d'étirement de vésicules.

Si notre étude est ici entièrement qualitative, elle ouvre des perspectives intéressantes quant à la manipulation sans contact de gouttes à l'échelle microscopique et la caractérisation sans contact des propriétés mécaniques d'objets biologiques. Évidemment, l'étude de vésicules modèles est un premier pas important, mais il est largement envisageable dans le futur de pouvoir s'intéresser à des objets plus complexes tels que des globules rouges ou même des cellules nucléées (Sraj *et al.*, 2015).

Un travail numérique important reste cependant à réaliser avant d'espérer pouvoir se reposer sur notre outil et obtenir des résultats quantitatifs. Si nous avons montré dans la première partie qu'une détermination exacte des contraintes optiques n'était pas nécessaire pour retrouver des résultats qualitatifs satisfaisants, une amélioration conséquente est néanmoins envisageable. En effet notre condition aux limites considérée jusqu'ici posant problème dans le cas des objets sphériques, il devient nécessaire de la repenser. Des solutions telles que les « couches parfaitement adaptées » peuvent s'avérer efficaces (Lu *et al.*, 2018). Il serait de plus

intéressant, dans le cas des vésicules, de développer le modèle dans lequel la tension est une inconnue à chaque itération afin d'y confronter nos premiers résultats obtenus avec la méthode de ressort.

Bibliographie

- ASHKIN, A. (1970). Acceleration and Trapping of Particles by Radiation Pressure. *Phys. Rev. Lett.*, 24(4) :156–159.
- ASHKIN, A., DZIEDZIC, J. M., BJORKHOLM, J. E. et CHU, S. (1986). Observation of a single-beam gradient force optical trap for dielectric particles. *Opt. Lett.*, 11(5) :288–290.
- ASHKIN, A., DZIEDZIC, J. M. et YAMANE, T. (1987). Optical trapping and manipulation of single cells using infrared laser beams. *Nature*, 330(6150) :769–771.
- BACRI, J.-C. et SALIN, D. (1982). Instability of ferrofluid magnetic drops under field. *J. Phys. Lett.*, 43 :L-649.
- BACRI, J.-C. et SALIN, D. (1983). Dynamics of the shape transition of a magnetic ferrofluid drop. *J. Phys. Lett.*, 44 :L-415.
- BAIN, A., RAFFERTY, A. et PRESTON, T. C. (2018). Determining the size and refractive index of single aerosol particles using angular light scattering and Mie resonances. *J. Quant. Spectrosc. Ra.*, 221 :61–70.
- BAREIL, P. B., SHENG, Y. et CHIOU, A. (2006). Local stress distribution on the surface of a spherical cell in an optical stretcher. *Opt. Express*, 14(25) :7.
- BARTHÈS-BIESEL, D. (1980). Motion of a spherical microcapsule freely suspended in a linear shear flow. *J. Fluid. Mech*, 100(4) :851–853.
- BARTHÈS-BIESEL, D. et RALLISON, J. (1981). The time-dependent deformation of a capsule freely suspended in a linear shear flow. *J. Fluid. Mech*, 113 :251–267.
- BAUDOIN, M. et THOMAS, J.-L. (2020). Acoustic Tweezers for Particle and Fluid Micromanipulation. *Annu. Rev. Fluid. Mech.*, 52(1) :205–234.
- BOHREN, C. et HUFFMAN, D. (1983). *Absorption and scattering of light by small particles*. John Wiley & Sons.
- BOLOGNESI, G., HARGREAVES, A., WARD, A. D., KIRBY, A. K., NEIL, M., BAIN, C. D. et CES, O. (2015). Microfluidic generation and optical manipulation of ultra-low interfacial tension droplets. page 95200B.

- BREVIK, I. et KLUGE, R. (1999). Oscillations of a water droplet illuminated by a linearly polarized laser pulse. *J. Opt. Soc. Am. B*, 16(6) :976–985.
- BZDEK, B. R., POWER, R. M., SIMPSON, S. H., REID, J. P. et ROYALL, C. P. (2016). Precise, contactless measurements of the surface tension of picolitre aerosol droplets. *Chem. Sci.*, 7(1) :274–285.
- CANHAM, P. B. (1970). The Minimum Energy of Bending as a Possible Explanation of the Biconcave Shape of the Human Red Blood Cell. *J. Theoret. Biol.*, 26 :61–81.
- CANTAT, I. (1999). *Dynamique de vésicules en adhésion*. Thèse de doctorat, Université Joseph Fourier-Grenoble I.
- CANTAT, I., KASSNER, K. et MISBAH, C. (2003). Vesicles in haptotaxis with hydrodynamical dissipation. *Eur. Phys. J. E*, 10 :175–189.
- CANTAT, I. et MISBAH, C. (1999). Lift Force and Dynamical Unbinding of Adhering Vesicles under Shear Flow. *Phys. Rev. Lett.*, 83(4) :880–883.
- CASNER, A. et DELVILLE, J.-P. (2001). Adaptative lensing driven by the radiation pressure of a continuous-wave laser wave upon a near-critical liquid–liquid interface. *Opt. Lett.*, 26(18) :1418–1420.
- CONSTABLE, A., KIM, J., ZARINETCHI, F. et PRENTISS, M. (1993). Demonstration of a fiber-optical light-force trap. *Opt. Lett.*, 18(21) :1867–1869.
- DANKER, G., BIBEN, T., PODGORSKI, T., VERDIER, C. et MISBAH, C. (2007). Dynamics and rheology of a dilute suspension of vesicles : Higher-order theory. *Phys. Rev. E*, 76(4).
- DEBYE, P. (1909). Der lichtdruck auf kugeln von beliebigem material. *Ann. Phys.*, 335(11) :57–136.
- DELABRE, U., FELD, K., CRESPO, E., WHYTE, G., SYKES, C., SEIFERT, U. et GUCK, J. (2015). Deformation of phospholipid vesicles in an optical stretcher. *Soft Matter*, 11(30) :6075–6088.
- DESERNO, M. (2015). Fluid lipid membranes : From differential geometry to curvature stresses. *Chem. Phys. Lipids*, 185 :11–45.
- DIMITRAKOPOULOS, P. (2012). Analysis of the variation in the determination of the shear modulus of the erythrocyte membrane : effects of the constitutive law and membrane modeling. *Phys. Rev. E*, 85(4) :041917.

- EKPENYONG, A., POSEY, C. L., CHAPUT, J. L., BURKART, A. K., MARQUARDT, M. M., SMITH, T. J. et NICHOLS, M. G. (2009). Determination of cell elasticity through hybrid ray optics and continuum mechanics modeling of cell deformation in the optical stretcher. *Appl. Opt.*, 48(32) :6344–6354.
- ELLINGSEN, S. . (2012). Microdroplet oscillations during optical pulling. *Phys. Fluids*, 24(2) :022002.
- ELLINGSEN, S. . et BREVIK, I. (2012). Electrostrictive counterforce on fluid microdroplet in short laser pulse. *Opt. Lett.*, 37(11) :1928–1930.
- ELLINGSEN, S. A. (2013). Theory of microdroplet and microbubble deformation by Gaussian laser beam. *J. Opt. Soc. Am. B*, 30(6) :1694–1709.
- EVANS, E. et RAWICZ, W. (1990). entropy-driven tension and bending elasticity in condensed-fluid membranes. *Phys. Rev. Lett.*, 64(17) :2094–2097.
- EVANS, E. A. (1974). Bending Resistance and Chemically Induced Moments in Membrane Bilayers. *Biophys. J.*, 14(12) :923–931.
- FERNANDEZ, J. et HOMSY, G. M. (2004). Chemical reaction-driven tip-streaming phenomena in a pendant drop. *Phys. Fluid.*, 16(7) :2548–2555.
- GIROT, A. (2018). *Manipulation et déformation optiques d'interfaces molles*. Thèse de doctorat, Université de Bordeaux.
- GIROT, A., PETIT, J., SAISEAU, R., GUÉRIN, T., CHRAIBI, H., DELABRE, U. et DELVILLE, J. (2019). Conical Interfaces between Two Immiscible Fluids Induced by an Optical Laser Beam. *Phys. Rev. Lett.*, 122(17) :174501.
- GOU, Z., RUAN, X., HUANG, F. et FU, X. (2019). Effects of membrane reference state on shape memory of a red blood cell. *Comput. Method Biomec.*, pages 1–10.
- GRIFFITHS, M. R., RAUDSEPP, A., MCGRATH, K. M. et WILLIAMS, M. A. K. (2016). Measuring the interaction between a pair of emulsion droplets using dual-trap optical tweezers. *RSC Advances*, 6(18) :14538–14546.
- GUCK, J., ANANTHEKRISHNAN, R., MAHMOOD, H., MOON, T. J., CUNNINGHAM, C. C. et KÄS, J. (2001). The Optical Stretcher : A Novel Laser Tool to Micro-manipulate Cells. *Biophys. J.*, 81(2) :767–784.
- GUCK, J., ANANTHEKRISHNAN, R., MOON, T. J., CUNNINGHAM, C. C. et KÄS, J. (2000). Optical deformability of soft biological dielectrics. *Phys. Rev. Lett.*, 84(23) :5451–5454.

- GUCK, J., SCHINKINGER, S., LINCOLN, B., WOTTAWAH, F., EBERT, S., ROMMEYKE, M., LENZ, D., ERICKSON, H. M., ANANTHAKRISHNAN, R., MITCHELL, D., KÄS, J., ULVICK, S. et BILBY, C. (2005). Optical Deformability as an Inherent Cell Marker for Testing Malignant Transformation and Metastatic Competence. *Biophys. J.*, 88(5) :3689–3698.
- HANSEN, P. M., BHATIA, V. K., HARRIT, N. et ODDERSHEDE, L. (2005). Expanding the Optical Trapping Range of Gold Nanoparticles. *Nano Lett.*, 5(10) :1937–1942.
- HELFRICH, W. (1973). Elastic Properties of Lipid Bilayers : Theory and Possible Experiments. *Zeitschrift für Naturforschung C*, 28(11-12) :693–703.
- HENRIKSEN, J., ROWAT, A., BRIEF, E., HSUEH, Y., THEWALT, J., ZUCKERMANN, M. et IPSEN, J. (2006). Universal behavior of membranes with sterols. *Biophys. J.*, 90(5) :1639–1649.
- HENRIKSEN, J., ROWAT, A. et IPSEN, J. (2004). Vesicle fluctuation analysis of the effects of sterols on membrane bending rigidity. *Eur. Biophys. J.*, 33(8) :732–741.
- HÉNON, S., LENORMAND, G., RICHERT, A. et GALLET, F. (1999). A New Determination of the Shear Modulus of the Human Erythrocyte Membrane Using Optical Tweezers. *Biophys. J.*, 76(2) :1145–1151.
- JENKINS, J. T. (1977). Static equilibrium configurations of a model red blood cell. *J. Math. Biology*, 4 :149–169.
- JÜLICHER, F. et LIPOWSKY, R. (1993). Domain-induced budding of vesicles. *Phys. Rev. Lett.*, 70(19) :2964–2967.
- JÜLICHER, F. et SEIFERT, U. (1994). Shape equations for axisymmetric vesicles : A clarification. *Phys. Rev. E*, 49(5) :4728–4731.
- KAOU, B., RISTOW, G. H., CANTAT, I., MISBAH, C. et ZIMMERMANN, W. (2008). Lateral migration of a two-dimensional vesicle in unbounded Poiseuille flow. *Phys. Rev. E*, 77.
- KERKER, M. (1969). *The Scattering of Light and Other Electromagnetic Radiation*. Academic Press, New York.
- KWAK, S. et POZRIKIDIS, C. (2001). Effect of membrane bending stiffness on the axisymmetric deformation of capsules in uniaxial extensional flow. *Phys. Fluids*, 13(5) :1234–1242.

- KWON, S., LEE, D.-H., HAN, S.-J., YANG, W., QUAN, F.-S. et KIM, K. S. (2019). Biomechanical properties of red blood cells infected by *Plasmodium berghei* ANKA. *J. Cell Physiol.*, 234(11) :20546–20553.
- LAADHARI, A. (2012). *Modélisation numérique de la dynamique des globules rouges par la méthode des fonctions de niveau*. Thèse de doctorat, Université de Grenoble.
- LAADHARI, A., MISBAH, C. et SARAMITO, P. (2010). On the equilibrium equation for a generalized biological membrane energy by using a shape optimization approach. *Physica D : Nonlinear Phenomena*, 239(16) :1567–1572.
- LAC, E. et HOMSY, G. M. (2007). Axisymmetric deformation and stability of a viscous drop in a steady electric field. *J. Fluid. Mech.*, 590 :239–264.
- LAI, H. M., LEUNG, P. T., POON, K. L. et YOUNG, K. (1989). Electrostrictive distortion of a micrometer-sized droplet by a laser pulse. *J. Opt. Soc. Am. B*, 6(12) :2430–2437.
- LIPOWSKY, R. (1991). The conformation of membranes. *Nature*, 349(6309) :475–481.
- LORENZ, L. (1898-1904). *Oeuvres Scientifiques de L. Lorenz.*, volume 1-2. Lehmann & Stage, Copenhagen.
- LU, W., LU, Y. Y. et QIAN, J. (2018). Perfectly-matched-layer boundary integral equation method for wave scattering in a layered medium. *J. Appl. Math.*, 78(1) :246–265.
- MIAO, L., SEIFERT, U., WORTIS, M. et DÖBEREINER, H.-G. (1994). Budding transitions of fluid-bilayer vesicles : The effect of area-difference elasticity. *Phys. Rev. E*, 49(6) :5389–5407.
- MIE, G. (1908). Beiträge zur Optik trüber Medien, speziell kolloidaler Metallösungen. *Ann. Phys.*, 330(3) :377–445.
- MISBAH, C. (2006). Vacillating Breathing and Tumbling of Vesicles under Shear Flow. *Phys. Rev. Lett.*, 96(2) :028104.
- MØLLER, P. C. F. et ODDERSHEDE, L. B. (2009). Quantification of droplet deformation by electromagnetic trapping. *Euro. Phys. Lett.*, 88(4) :48005.
- PARK, S.-Y. et DIMITRAKOPOULOS, P. (2013). Transient dynamics of an elastic capsule in a microfluidic constriction. *Soft Matter*, 9(37) :8844–8855.

- POWER, R. M. et REID, J. P. (2014). Probing the micro-rheological properties of aerosol particles using optical tweezers. *Rep. Prog. Phys.*, 77(7) :074601.
- POZRIKIDIS, C. (2005). Axisymmetric motion of a file of red blood cells through capillaries. *Phys. Fluids*, 17(3) :031503.
- PRESSLEY, A. N. (2010). *Elementary Differential Geometry*. Springer Undergraduate Mathematics Series. Springer-Verlag, London, 2ième édition.
- RIDEAU, E., DIMOVA, R., SCHWILLE, P., WURM, F. R. et LANDFESTER, K. (2018). Liposomes and polymersomes : a comparative review towards cell mimicking. *Chem. Soc. Rev.*, 47(23) :8572–8610.
- SEIFERT, U. (1999). Fluid membranes in hydrodynamic flow fields : Formalism and an application to fluctuating quasispherical vesicles in shear flow. *Eur. Phys. J. B*, 8(3) :405–415.
- SEIFERT, U., BERNDL, K. et LIPOWSKY, R. (1991). Shape transformations of vesicles : Phase diagram for spontaneous- curvature and bilayer-coupling models. *Phys. Rev. A*, 44(2) :1182–1202.
- SEIFERT, U. et LIPOWSKY, R. (1990). Adhesion of vesicles. *Phys. Rev. A*, 42(8) : 4768–4771.
- SEOL, Y., HU, W.-F., KIM, Y. et LAI, M.-C. (2016). An immersed boundary method for simulating vesicle dynamics in three dimensions. *J. Comput. Phys.*, 322 :125–141.
- SHERWOOD, J. (1988). Breakup of fluid droplets in electric and magnetic fields. *J. Fluid. Mech.*, 188 :133–146.
- SIGÜENZA, J., MENDEZ, S. et NICOUD, F. (2017). How should the optical tweezers experiment be used to characterize the red blood cell membrane mechanics? *Biomech. Model Mechanobiol.*, 16 :1645–1657.
- SKALAK, R., TOZEREN, A., ZARDA, R. P. et CHIEN, S. (1973). Strain Energy Function of Red Blood Cell Membranes. *Biophys. J.*, 13(3) :245–264.
- SMART, T. J., RICHARDS, C. J., AGRAWAL, R. et JONES, P. H. (2017). Stretching Red Blood Cells with Optical Tweezers.
- SOLMAZ, M. E., BISWAS, R., SANKHAGOWIT, S., THOMPSON, J. R., MEJIA, C. A., MALMSTADT, N. et POVINELLI, M. L. (2012). Optical stretching of giant unilamellar vesicles with an integrated dual-beam optical trap. *Biomed. Opt. Express*, 3(10) :2419.

- SOLMAZ, M. E., SANKHAGOWIT, S., BISWAS, R., MEJIA, C. A., POVINELLI, M. L. et MALMSTADT, N. (2013). Optical stretching as a tool to investigate the mechanical properties of lipid bilayers. *RSC Adv.*, 3(37) :16632.
- SRAJ, I., FRANCOIS, J., MARR, D. W. M. et EGGLETON, C. D. (2015). Numerical model for the deformation of nucleated cells by optical stretchers. *J. Opt.*, 17(7) :075403.
- SRAJ, I., SZATMARY, A. C., DESAI, S. A., MARR, D. W. M. et EGGLETON, C. D. (2012). Erythrocyte deformation in high-throughput optical stretchers. *Phys. Rev. E*, 85(4) :041923.
- SRAJ, I., SZATMARY, A. C., MARR, D. W. M. et EGGLETON, C. D. (2010). Dynamic ray tracing for modeling optical cell manipulation. *Opt. Express*, 18(16) :16702.
- SUKUMARAN, S. et SEIFERT, U. (2001). Influence of shear flow on vesicles near a wall : A numerical study. *Phys. Rev. E*, 64(1).
- SVETINA, S. et ŽEKŠ, B. (1989). Membrane bending energy and shape determination of phospholipid vesicles and red blood cells. *Eur. Biophys. J.*, 17(2) :101–111.
- TAPP, D., TAYLOR, J. M., LUBANSKY, A. S., BAIN, C. D. et CHAKRABARTI, B. (2014). Theoretical analysis for the optical deformation of emulsion droplets. *Opt. Express*, 22(4).
- TOMOTIKA, S. (1935). On the instability of a cylindrical thread of a viscous liquid surrounded by another viscous fluid. *Proc. R. Soc. Lond.*, 150 :322–337.
- VEERAPANENI, S. (2016). Integral equation methods for vesicle electrohydrodynamics in three dimensions. *J. Comput. Phys.*, 326 :278–289.
- VEERAPANENI, S. K., GUEYFFIER, D., BIROS, G. et ZORIN, D. (2009a). A numerical method for simulating the dynamics of 3D axisymmetric vesicles suspended in viscous flows. *J. Comput. Phys.*, 228(19) :7233–7249.
- VEERAPANENI, S. K., GUEYFFIER, D., ZORIN, D. et BIROS, G. (2009b). A boundary integral method for simulating the dynamics of inextensible vesicles suspended in a viscous fluid in 2D. *J. Comput. Phys.*, 228(7) :2334–2353.
- VEERAPANENI, S. K., RAHIMIAN, A., BIROS, G. et ZORIN, D. (2011). A fast algorithm for simulating vesicle flows in three dimensions. *J. Comput. Phys.*, 230(14) :5610–5634.

- XU, F., LOCK, J. A., GOUESBET, G. et TROPEA, C. (2009). Optical stress on the surface of a particle : Homogeneous sphere. *Phys. Rev. A*, 79(5).
- ZEFF, B. W., KLEBER, B., FINEBERG, J. et LATHROP, D. P. (2000). Singularity dynamics in curvature collapse and jet eruption on a fluid surface. *nature*, 403 :401–404.
- ZHANG, J.-Z. et CHANG, R. K. (1988). Shape distortion of a single water droplet by laser-induced electrostriction. *Opt. Lett.*, 13 :916–918.
- ZHAO, H., ISFAHANI, A. H. et FREUND, J. B. (2010). A spectral boundary integral method for flowing blood cells. *J. Comput. Phys.*, (229) :2726–3744.
- ZHAO, H. et SHAQFEH, E. S. G. (2011). The dynamics of a vesicle in simple shear flow. *J. Fluid Mech.*, 674 :578–604.
- ZHONG-CAN, O.-Y. et HELFRICH, W. (1987). Instability and Deformation of a Spherical Vesicle by Pressure. *Phys. Rev. Lett.*, 59(21) :2486–2488.
- ZHONG-CAN, O.-Y. et HELFRICH, W. (1989). Bending energy of vesicle membranes : General expressions for the first, second, and third variation of the shape energy and applications to spheres and cylinders. *Phys. Rev. A*, 39(10) :5280–5288.

Chapitre 6

Conclusion et perspectives.

Nous nous sommes intéressés au cours de cette thèse, à l'étude numérique des effets mécaniques induits par la propagation d'ondes acoustiques ou électromagnétiques sur des interfaces fluides planes ou sphériques. La méthode numérique, basée sur la méthode des éléments de frontières, est utilisée afin de résoudre la propagation d'onde et l'hydrodynamique d'un système fermé à travers l'équation d'Helmholtz scalaire et l'équation de Stokes. Nous avons détaillé la résolution numérique de ces équations dans le chapitre 2 et nous rappelons que la résolution de l'équation d'Helmholtz est basée sur les routines distribuées librement par S. Kirkup sur son site internet¹.

S'il est maintenant bien connu que lors du passage d'une interface, une onde exerce une pression de radiation sur cette dernière, elle peut aussi générer des écoulements en volume. Dans le cas acoustique, ce sont des mécanismes observés et compris depuis le XX^{ième} siècle qui reposent sur la dissipation visqueuse de l'onde mécanique dans le fluide. L'observation de tel phénomène en optique est plus récente (Mitani et Sakai, 2005) et au contraire des écoulements acoustiques, ceux-ci résultent de la diffusion de l'onde incidente sur des inhomogénéités d'indices de réfraction présentes en volume et peuvent donc être uniquement induits dans des systèmes turbides. Nous avons mené une étude numérique dynamique de ces écoulements à travers la déformation d'interfaces fluides molles dans le chapitre 3. Nous y avons caractérisé la dynamique de ces interfaces dans un régime de déformation linéaire et dans un régime d'instabilité où un jet liquide se forme. Malgré les approximations considérées sur le modèle numérique et notamment la simulation de jets axisymétriques, nous retrouvons des résultats en accord qualitatifs avec les expériences précédemment menées au LOMA. Afin d'obtenir de meilleurs résultats, plusieurs options que nous avons déjà citées sont envisageables, comme implémenter numériquement l'éjection de gouttes des jets, ou réaliser des expériences dans

1. <http://www.boundary-element-method.com/helmholtz/>

des géométries confinées afin de connaître plus précisément les écoulements générés. Ces méthodes optiques sans contacts permettant d'induire des écoulements et des jets micrométriques dans des milieux turbides seraient extrêmement bien adaptées pour être implémentées dans des systèmes microfluidiques. On peut notamment imaginer déplacer efficacement des particules microscopiques ne prenant pas part à la formation de l'écoulement (ayant par exemple le même indice de réfraction que le milieu extérieur) à l'aide de ces méthodes.

Nous avons consacré le chapitre 4 à l'étude de ce que nous appelons le couplage propagation/déformation. Dans le cas où une interface plane fluide/fluide est déformée sous l'effet de la pression de radiation, nous observons des couplages forts entre la déformation de l'interface et sa faculté à guider l'onde qui la déforme. Les différentes expériences menées au laboratoire durant les dernières années ont montré que les déformations guidantes obtenues avec des ondes acoustiques ou électromagnétiques sont très similaires et reposent sur les mêmes mécanismes de formations. La morphologie générale de ces déformations dépend non pas du sens de propagation de l'onde, mais du milieu d'incidence de celle-ci. En effet, la pression de radiation agit toujours dans la même direction² et si l'onde provient de la phase dans laquelle elle possède la plus petite célérité, l'interface prend ce que nous appelons une forme de tétine. Dans le cas contraire, nous formons des aiguilles liquides avec une base conique. Nous avons montré que nous pouvions retrouver numériquement des déformations semblables à ce qui pouvait être obtenu expérimentalement et confirmé dans le cas des tétines qu'en fonction d'un paramètre de guidage, issu du formalisme des guides d'ondes, celles-ci guidaient un certain nombre de modes propres du champ incident. Nous avons de plus mis en évidence le fait que la propagation de l'onde avait un impact sur la dynamique de déformation des interfaces. Dans le cas des aiguilles, nous avons conforté de précédents résultats expérimentaux montrant que le déclenchement de l'instabilité repose sur la réflexion totale interne et que les propriétés guidantes de ces aiguilles leur confèrent une grande stabilité. Nous avons de plus comparé les bases coniques de celles-ci au modèle proposé par Giroto *et al.* (2019) et avons obtenu des résultats cohérents avec celui-ci. Une compréhension fine de tous ces phénomènes complexes de couplage entre propagation d'ondes et déformation d'interfaces est importante pour la manipulation optique d'objets fluides ou biologiques.

Si le couplage entre la pression de radiation sur une interface et les écoulements en volume n'ont pas été étudiés dans cette thèse c'est parce que nous avons souhaité porter notre attention sur les effets propres à chacun de ces phénomènes. Il existe des études en acoustique (Bertin, 2011) comme en optique (Wunenburger *et al.*, 2011) montrant qu'il est possible d'induire des jets sur l'axe de propaga-

2. Rappelons toutefois que ce n'est pas toujours le cas en acoustique voir les explications données dans la partie 2.2.1 et la figure 2.2.

tion du faisceau lorsque la pression de radiation et la direction de propagation du faisceau sont orientées dans la même direction. Il pourra être intéressant d'étudier ces cas numériquement, qui permettent de générer des jets et des gouttes submillimétriques (en acoustique) et micrométriques (en optique).

Finalement, le chapitre 5 a été dédié à l'étude d'interfaces initialement sphériques sous contraintes optiques. Alors que la résolution de l'équation d'Helmholtz scalaire ne posait pas de problèmes particuliers dans le cas d'interfaces planes, nous avons dû déterminer empiriquement des dimensions numériques pour lesquelles les contraintes calculées étaient cohérentes avec celles déterminées à partir de la théorie de Mie. Nous avons d'ailleurs proposé dans ce chapitre l'implémentation future de nouvelles conditions aux frontières pour la résolution de l'équation d'Helmholtz afin d'améliorer l'accord entre notre méthode des éléments de frontières et la théorie de Mie. Suite à cela, nous avons pu étudier la déformation de gouttes liquides de faible tension interfaciale dans des dispositifs de pinces optiques ou d'étireur optique. Nous avons non seulement pu mettre en évidence des similarités avec la déformation de gouttes en électro-hydrodynamique (Sherwood, 1988 ; Lac et Homsy, 2007), mais aussi retrouver pour la première fois des formes similaires aux premières expériences de déformations de gouttes macroscopiques avec un faisceau laser (Zhang et Chang, 1988). Nous avons de plus montré que nous retrouvions sur des interfaces sphériques les mêmes types de déformations que sur des interfaces planes ; des tétines et des déformations coniques. La simulation numérique de gouttes dans des étireurs optiques peut s'avérer importante pour le développement futur de tels systèmes expérimentaux. En effet, la caractérisation rhéologique de gouttes liquides dans un étireur optique peut permettre sa calibration ainsi qu'un premier pas vers des systèmes plus complexes tels que des cellules biologiques. Nous avons pour finir comparé le comportement de gouttes dans un étireur optique à celui de liposomes, utilisé comme système modèle, permettant une première approche avec les systèmes vivants qui sont bien plus complexes. Nous avons pour cela implémenté les contraintes de membranes et de tensions nécessaires au calcul de la déformation de tels systèmes et avons comparé nos résultats à des mesures expérimentales réalisées par Girot (2018). Si nous n'avons pas pu réaliser de comparaisons quantitatives avec les expériences, nous retrouvons néanmoins des comportements similaires. Cette première étude, simulant réellement un étireur optique, ce qui n'a jamais été réalisé auparavant, est prometteuse, mais nécessite des développements supplémentaires afin de pouvoir parvenir à des comparaisons quantitatives. Il sera notamment important d'implémenter la condition d'inextensivité de membrane afin de tester la robustesse de nos premiers résultats obtenus en imposant des contraintes de type ressort.

Bibliographie

- BERTIN, N. (2011). *Déformations d'interfaces liquides guidantes par la pression de radiation acoustique et optique*. Thèse de doctorat, Université de Bordeaux.
- GIROT, A. (2018). *Manipulation et déformation optiques d'interfaces molles*. Thèse de doctorat, Université de Bordeaux.
- GIROT, A., PETIT, J., SAISEAU, R., GUÉRIN, T., CHRAIBI, H., DELABRE, U. et DELVILLE, J. (2019). Conical Interfaces between Two Immiscible Fluids Induced by an Optical Laser Beam. *Phys. Rev. Lett.*, 122(17) :174501.
- LAC, E. et HOMSY, G. M. (2007). Axisymmetric deformation and stability of a viscous drop in a steady electric field. *J. Fluid. Mech.*, 590 :239–264.
- MITANI, S. et SAKAI, K. (2005). Observation of interfacial tension minima in oil–water–surfactant systems with laser manipulation technique. *Faraday Discuss.*, 129 :141–153.
- SHERWOOD, J. (1988). Breakup of fluid droplets in electric and magnetic fields. *J. Fluid. Mech.*, 188 :133–146.
- WUNENBURGER, R., ISSENMANN, B., BRASSELET, E., LOUSSERT, C., HOURTANE, V. et DELVILLE, J.-P. (2011). Fluid flows driven by light scattering. *J. Fluid. Mech.*, 666 :273–307.
- ZHANG, J.-Z. et CHANG, R. K. (1988). Shape distortion of a single water droplet by laser-induced electrostriction. *Opt. Lett.*, 13(10) :916–918.

Annexe A

Calcul de la force de diffusion

Nous présentons ici le calcul de la force de diffusion induite par l'interaction entre un faisceau laser et un fluide turbide.

Nous considérons une phase fluide diélectrique et isotrope, avec une constante diélectrique moyenne $\langle \epsilon(\mathbf{r}, t) \rangle = \epsilon_l = \epsilon_0 \epsilon_r$, dans laquelle une onde plane incidente se propage. Le champ électrique de cette onde est de la forme $\mathbf{E}_i(\mathbf{r}, t) = \mathbf{n}_i E_0 \exp([i(\mathbf{k}_i \cdot \mathbf{r} - \omega_i t)])$, avec \mathbf{n}_i sa polarisation, ω_i sa pulsation et \mathbf{k}_i le vecteur d'onde. Le milieu fluide est considéré turbide dans le sens où la constante diélectrique locale est fluctuante telle que $\epsilon(\mathbf{r}, t) = \epsilon_l + \delta\epsilon(\mathbf{r}, t)$. De plus, nous considérons que le milieu diélectrique est non absorbant ce qui conduit à des interactions élastiques entre l'onde incidente et les diffuseurs présents en volume. Finalement, nous assumons que le nombre de diffuseurs est suffisamment petit pour négliger la diffusion multiple.

A.1 Champ diffusé et intensité

Premièrement, nous considérons que l'amplitude du champ diffusé par les fluctuations $\delta\epsilon$ est très petite devant celle du champ incident. Notons que le champ incident ainsi que le champ diffusé satisfont les équations de Maxwell. Dans l'approximation de Born (Berne et Pecora, 1990), le champ diffusé s'écrit :

$$\mathbf{E}_d(R, t) = \frac{E_0}{4\pi\epsilon_l R} e^{[i(k_d R - \omega_i t)]} \mathbf{k}_d \times \left[\mathbf{k}_d \times \mathbf{n}_i \int_V d^3r e^{[i(\mathbf{q} \cdot \mathbf{r})]} \delta\epsilon(\mathbf{r}, t) \right] \quad (\text{A.1})$$

Où R représente la distance entre un volume de diffuseurs V et le point de mesure du champ diffusé, \mathbf{k}_d est le vecteur d'onde de l'onde diffusée et $\mathbf{q} = \mathbf{k}_i - \mathbf{k}_d$. Il est possible de ré-exprimer l'équation (A.1) en utilisant la relation vectorielle suivante : $\mathbf{k}_d \times \mathbf{k}_d \times \mathbf{n}_i = (\mathbf{k}_d \cdot \mathbf{n}_i) \mathbf{k}_d - (\mathbf{k}_d \cdot \mathbf{k}_d) \mathbf{n}_i = k_i^2 (\cos \phi_p \hat{k}_d - \mathbf{n}_i)$, avec ϕ_p

l'angle entre la polarisation de l'onde incidente et le vecteur d'onde diffusé et en définissant la transformée de Fourier : $\delta\varepsilon(\mathbf{q}, t) = \int d^3r \delta\varepsilon(\mathbf{r}, t) \exp[i(\mathbf{q} \cdot \mathbf{r})]$:

$$\mathbf{E}_d(R, t) = \frac{k_d^2 E_0}{4\pi\varepsilon_l R} e^{i(k_d R - \omega_d t)} \delta\varepsilon(\mathbf{q}, t) \left(\cos\phi_p \hat{k}_d - \mathbf{n}_i \right) \quad (\text{A.2})$$

L'intensité diffusée est déterminée à partir de la fonction d'auto-corrélation du champ diffusé telle que :

$$\langle \mathbf{E}_d^*(R, 0) \cdot \mathbf{E}_d(R, t) \rangle = \frac{k_d^4 |E_0|^2}{16\pi^2 \varepsilon_l^2 R^2} \langle \delta\varepsilon(\mathbf{q}, 0) \delta\varepsilon(\mathbf{q}, t) \rangle e^{-i\omega_d t} \left| \cos\phi_p \hat{k}_d - \mathbf{n}_i \right|^2. \quad (\text{A.3})$$

Avec $\langle A \rangle = \lim_{T \rightarrow \infty} (1/T) \int_0^T A(t) dt$. Ainsi, l'intensité diffusée et mesurée par un détecteur à une distance R est donnée par :

$$I(\mathbf{q}, \omega_d, R) \equiv \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{i\omega_d t} \langle \mathbf{E}_d^*(R, 0) \cdot \mathbf{E}_d(R, t) \rangle dt. \quad (\text{A.4})$$

Après développement, nous pouvons ré-écrire l'intensité diffusée comme :

$$I(\mathbf{q}, \omega_d, R) = \left[\frac{I_0 k_d^4 \sin^2 \phi_p}{16\pi^2 \varepsilon_l^2 R^2} \right] \langle |\delta\varepsilon(\mathbf{q})|^2 \rangle, \quad (\text{A.5})$$

Avec $I_0 = |E_0|^2$ l'intensité de l'onde incidente et $\langle |\delta\varepsilon(\mathbf{q})|^2 \rangle$ qui représente les propriétés diffusives du milieu turbide. Après évaluation du terme $\langle |\delta\varepsilon(\mathbf{q})|^2 \rangle$ dans l'approximation d'Ornstein-Zernike pour des fluides quasi-critiques, nous obtenons :

$$I(\mathbf{q}, \omega_f, R) = \left[\frac{I_0 k_f^4 \sin^2 \phi}{16\pi^2 \varepsilon_l^2 R^2} \right] \left| \frac{\partial \varepsilon_l}{\partial \rho} \right|^2 \beta^{-1} \rho \chi_T \langle N \rangle \left[\frac{1}{1 + \left(\frac{q}{q_0} \right)^2} \right], \quad (\text{A.6})$$

Avec $\beta = 1/(k_B T)$, χ_T la compressibilité isotherme et $q_0^{-1} = \xi$ la longueur de corrélation des fluctuations de densité. Utilisant $\rho = \langle N \rangle / V$, avec $\langle N \rangle$ le nombre moyen de diffuseurs dans le volume V , $\varepsilon_l = \varepsilon_0 \varepsilon_r$ et $k_d = (2\pi\sqrt{\varepsilon_r})/\lambda_0 = (2\pi n)/\lambda_0$ (avec λ_0 la longueur d'onde du faisceau incident dans le vide), nous avons :

$$\frac{I(\mathbf{q}, \omega_d, R)}{I_0} = \frac{\pi^2}{\lambda_0^4} \left(\rho \frac{\partial \varepsilon_r}{\partial \rho} \right)^2 k_B T \chi_T \left[\frac{1}{1 + \left(\frac{q}{q_0} \right)^2} \right] \frac{V}{R^2} \sin^2 \phi_p. \quad (\text{A.7})$$

Dans le cas d'un mélange binaire, la fraction volumique de diffuseurs est $\rho v_i = (\langle N \rangle v_i)/V = \Phi$ (avec v_i le volume du diffuseur i). Finalement, nous obtenons l'intensité diffusée dans un milieu turbide :

$$\frac{I(\mathbf{q}, \omega_d, R)}{I_0} = \frac{\pi^2}{\lambda_0^4} \left(\frac{\partial \varepsilon_r}{\partial \Phi} \right)^2 k_B T \chi_T \left[\frac{1}{1 + \left(\frac{q}{q_0} \right)^2} \right] \frac{V}{R^2} \sin^2 \phi_p, \quad (\text{A.8})$$

A.2 La force de diffusion dans un milieu turbide

L'intensité diffusée dans un mélange binaire est donnée par l'équation (A.8) avec $q = |\mathbf{k}_i - \mathbf{k}_d| = 2k_i \sin(\theta/2) = (4\pi\sqrt{\varepsilon_r}/\lambda_0) \sin(\theta/2)$ et $(q/q_0)^2 = (q\xi)^2 = \alpha(1 - \cos\theta)$, où $\alpha = 2(2\pi\sqrt{\varepsilon_r}\xi/\lambda_0)^2$ et ξ est la longueur de corrélation des fluctuations de densité. θ représente l'angle de diffusion et nous rappelons que ϕ_p est l'angle entre la polarisation de l'onde incidente et la direction de propagation de l'onde diffusée. Nous pouvons aussi définir φ l'angle entre la polarisation de l'onde incidente et le plan dans lequel elle est diffusée. Ce qui nous donne $\cos\phi = \cos\varphi \sin\theta$. L'équation (A.8) peut ainsi être ré-écrite comme :

$$\frac{I(\mathbf{q}, \omega_d, R)}{I_0} = A\chi_T \left[\frac{1 - \cos^2\varphi \sin^2\theta}{1 + \alpha(1 - \cos\theta)} \right] \frac{V}{R^2}, \quad (\text{A.9})$$

Avec $A = (\pi^2/\lambda_0^4) (\partial\varepsilon_r/\partial\Phi)^2 k_B T$.

Quand un photon, dont la quantité de mouvement est $\hbar k_i$, est diffusé de façon élastique avec un angle θ , sa quantité de mouvement dans la direction \hat{k}_i devient $\hbar k_i(1 - \cos\theta)$. Cette perte de quantité de mouvement est transmise en volume au fluide environnant et donne naissance à la force de diffusion. Ainsi, nous pouvons calculer la quantité de mouvement moyenne perdue par photon dans la direction \hat{k}_i . Cette dernière est donnée par l'intégration de la perte d'intensité dans cette même direction sur une sphère de rayon R dont un élément de surface est donné par $R^2 d\varphi \sin\theta d\theta$:

$$\Delta p_d = \hbar k \int_0^{2\pi} d\varphi \int_{-1}^{+1} R^2 d(\cos\theta) \frac{I(\mathbf{q}, \omega_d, R)}{I_0} (1 - \cos\theta). \quad (\text{A.10})$$

Après intégration nous obtenons :

$$\Delta p_f = \hbar k AV\chi_T \pi g(\alpha), \quad (\text{A.11})$$

Avec la fonction $g(\alpha)$ qui s'écrit comme :

$$g(\alpha) = \frac{1}{\alpha^4} \left[\frac{8}{3}\alpha^3 + 2\alpha^2 + 2\alpha - (2\alpha^2 + 2\alpha + 1) \ln(1 + 2\alpha) \right]. \quad (\text{A.12})$$

Si nous définissons \mathcal{N} le nombre de photons par unité de surface et de temps émis par le faisceau laser incident, la force de diffusion par unité de volume peut être écrite $f^{scatt} = \mathcal{N}\Delta p_f/V$ et nous obtenons :

$$f^{scatt} = \mathcal{N}h\nu \frac{\sqrt{\varepsilon_r}}{c} A\chi_T \pi g(\alpha). \quad (\text{A.13})$$

Finalement, nous remplaçons dans l'équation (A.13) A par sa valeur donnée précédemment et nous utilisons $I_0 = \mathcal{N}h\nu$ pour obtenir la force de diffusion par unité de volume dans un mélange binaire turbide :

$$f^{scatt}(r) = \frac{nI_0(r)}{c} \left(\frac{\pi^3}{\lambda_0^4} \right) \left(\frac{\partial \varepsilon_r}{\partial \Phi} \right)^2 k_B T \chi_{Tg}(\alpha), \quad (\text{A.14})$$

Notons que l'équation (A.14) décrit correctement la force de diffusion tant que (i) l'approximation d'Ornstein-Zernike est vérifiée (ii) et que la diffusion de l'onde incidente est élastique et unique.

Le lecteur intéressé pourra trouver tous les détails de calcul ainsi que des informations supplémentaires sur l'approximation d'Ornstein-Zernike et sur la diffusion unique dans la thèse de Petit (2011) (section 2.2.2.).

Bibliographie

- BERNE, B. J. et PECORA, R. (1990). *Dynamic Light scattering : With applications to chemistry ; biology and physics*. Krieger Pub.
- PETIT, J. (2011). *Déformations et instabilités d'interfaces liquides pilotées par la diffusion d'une onde laser en milieux turbides*. Thèse de doctorat, Université de Bordeaux.

Annexe B

Calcul de la vitesse axiale dans un jet parfaitement cylindrique

Nous allons détailler ici l'intégration des équations (3.12) ainsi que le système d'équations en résultant afin d'obtenir les constantes c , r_1 , r_2 et r_3 dans les équations (3.14) et (3.15).

B.1 Intégration du champ de vitesse

Commençons par la phase 1, soit dans le jet.

$$\frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left(r \frac{d}{dr} v_{z1}(r) \right) = c - \alpha_1 C a_1 e^{-2\left(\frac{r}{\omega_0}\right)^2} \quad (\text{B.1})$$

$$r \frac{d}{dr} v_{z1}(r) = \frac{c}{2} \left(\frac{r}{\omega_0} \right)^2 + \frac{\alpha_1 C a_1}{4} e^{-2\left(\frac{r}{\omega_0}\right)^2} + A \quad (\text{B.2})$$

$$\frac{d}{dr} v_{z1}(r) = \frac{c}{2} \frac{r}{\omega_0} + \frac{\alpha_1 C a_1}{4} \frac{r}{\omega_0} e^{-2\left(\frac{r}{\omega_0}\right)^2} + \frac{A}{r} \quad (\text{B.3})$$

Avec A une constante d'intégration. Nous rencontrons ici un problème. Alors que la contrainte visqueuse est nulle en $r = 0$, l'équation (B.3) n'est pas définie en $r = 0$. Nous approximons alors A en considérant $\exp^{-2\left(\frac{r}{\omega_0}\right)^2} \Big|_{r \rightarrow 0} = 1$.

$$\frac{d}{dr} v_{z1}(r \rightarrow 0) = 0 = \frac{\alpha_1 C a_1}{4} \frac{r}{\omega_0} + \frac{A}{r} \quad (\text{B.4})$$

$$A = -\frac{\alpha_1 C a_1}{4} \quad (\text{B.5})$$

Ce qui nous permet d'écrire :

$$\frac{d}{dr}v_{z1}(r) = \frac{c}{2\omega_0}r + \frac{\alpha_1 Ca_1}{4\frac{r}{\omega_0}}(e^{-2(\frac{r}{\omega_0})^2} - 1) \quad (\text{B.6})$$

$$v_{z1} = \frac{c}{4}\left(\frac{r^2}{\omega_0^2} - r_1^2\right) + \frac{\alpha_1 Ca_1}{4} \left(\frac{Ei(-2\frac{r^2}{\omega_0^2})}{2} - Ei(-2r_1^2) - \ln\left(\frac{r}{\omega_0 r_1}\right) \right) \quad (\text{B.7})$$

Pour que l'expression de la vitesse v_{z1} soit définie sur l'axe, nous avons introduit une constante d'intégration r_1 qui sera déterminée à posteriori.

Le processus pour la vitesse dans la phase 2 est relativement similaire.

$$\frac{d}{dr} \left(r \frac{d}{dr} v_{z2}(r) \right) = c - \alpha_2 Ca_2 e^{-2(\frac{r}{\omega_0})^2} \quad (\text{B.8})$$

$$r \frac{d}{dr} v_{z2}(r) = \frac{c}{2} \left(\frac{r}{\omega_0} \right)^2 + \frac{\alpha_2 Ca_2}{4} e^{-2(\frac{r}{\omega_0})^2} + A \quad (\text{B.9})$$

$$\frac{d}{dr} v_{z2}(r) = \frac{c}{2\omega_0}r + \frac{\alpha_2 Ca_2}{4\frac{r}{\omega_0}} e^{-2(\frac{r}{\omega_0})^2} + \frac{A}{\frac{r}{\omega_0}} \quad (\text{B.10})$$

$$\frac{d}{dr} v_{z2}(r) = \frac{c}{2} \left(\frac{r}{\omega_0} - r_2^2 \frac{\omega_0}{r} \right) + \frac{Ca_2}{4\frac{r}{\omega_0}} \left(e^{-2(\frac{r}{\omega_0})^2} + e^{-2r_2^2} \right) \quad (\text{B.11})$$

$$v_{z2}(r) = \frac{c}{2} \left\{ \frac{1}{2} \left(\frac{r^2}{\omega_0^2} - r_3^2 \right) - r_2^2 \ln \left(\frac{r}{\omega_0 r_3} \right) \right\} + \frac{\alpha_2 Ca_2}{4} \left(\frac{Ei(-2\frac{r^2}{\omega_0^2})}{2} - \frac{Ei(-2r_3^2)}{2} - e^{-2r_2^2} \ln \left(\frac{r}{\omega_0 r_3} \right) \right) \quad (\text{B.12})$$

N'ayant considéré aucune condition limite jusqu'ici, nous avons introduit deux constantes d'intégrations supplémentaires r_2 et r_3 . Utilisant les quatre conditions limites décrites dans la partie 3.3.1 qui sont la continuité de la vitesse en $r = R_{jet}$, la continuité des contraintes en $r = R_{jet}$, la condition de non-glissement en $r = R$ le rayon du domaine numérique et un débit nul dans la phase 2, $Q_2 = 0$, nous obtenons le système d'équations suivant :

(i) $v_{z1}(r = R_{jet}) = v_{z2}(r = R_{jet})$

ANNEXE B. CALCUL DE LA VITESSE AXIALE DANS UN JET
PARFAITEMENT CYLINDRIQUE

$$\begin{aligned}
 0 = & \frac{c}{2} \left[(r_3^2 - r_1^2) - r_2^2 \ln \left(\frac{R_{jet}}{\omega_0 r_3} \right) \right] + \frac{\alpha_1 C a_1}{4} \left\{ \frac{Ei(-2 \frac{R_{jet}^2}{\omega_0^2})}{2} - \right. \\
 & \left. \frac{Ei(-2r_1^2)}{2} - \ln \left(\frac{R_{jet}}{\omega_0 r_1} \right) \right\} - \frac{\alpha_2 C a_2}{4} \left\{ \frac{Ei(-\frac{R_{jet}^2}{\omega_0^2})}{2} - \right. \\
 & \left. \frac{Ei(-2r_3^2)}{2} - e^{-2r_2^2} \ln \left(\frac{R_{jet}}{\omega_0 r_3} \right) \right\}
 \end{aligned} \tag{B.13}$$

(ii) $\frac{d}{dr} v_{z1}(r = R_{jet}) = \lambda \frac{d}{dr} v_{z2}(r = R_{jet})$

$$\begin{aligned}
 0 = & \frac{c}{2} \left(\frac{R_{jet}}{\omega_0} (\lambda - 1) - \frac{r_2^2 \omega_0}{R_{jet}} \right) + \frac{\alpha_1 C a_1 \omega_0}{4 R_{jet}} \left(e^{-2 \left(\frac{R_{jet}}{\omega_0} \right)^2} - 1 \right) - \\
 & \frac{\alpha_2 C a_2 \omega_0}{4 R_{jet}} \left(e^{-2 \left(\frac{R_{jet}}{\omega_0} \right)^2} - e^{-2r_2^2} \right)
 \end{aligned} \tag{B.14}$$

(iii) $v_{z2}(r = R) = 0$

$$\begin{aligned}
 0 = & \frac{c}{2} \left\{ \frac{1}{2} \left(\frac{R^2}{\omega_0} - r_3^2 \right) - r_2^2 \ln \left(\frac{R_2}{r_3} \right) \right\} + \frac{\alpha_2 C a_2}{4} \left[\frac{Ei(-2 \frac{R^2}{\omega_0^2})}{2} \right. \\
 & \left. - \frac{Ei(-2r_3^2)}{2} - e^{-2r_2^2} \ln \left(\frac{R}{\omega_0 r_3} \right) \right]
 \end{aligned} \tag{B.15}$$

(iv) $\int_{R_{jet}}^R r v_{z2} dr = 0$

$$\begin{aligned}
 0 = & \frac{c}{8} \left\{ \frac{1}{2} \left(\frac{R^4 - R_{jet}^4}{\omega_0^4} \right) - \left(\frac{R^2 - R_{jet}^2}{\omega_0^2} \right) r_3^2 - r_2^2 \left[\frac{R^2}{\omega_0^2} \left(2 \ln \left(\frac{R}{\omega_0 r_3} \right) - 1 \right) \right. \right. \\
 & \left. \left. - \frac{R_{jet}^2}{\omega_0^2} \left(2 \ln \left(\frac{R_{jet}}{\omega_0 r_3} \right) - 1 \right) \right] \right\} + \frac{\alpha_2 C a_2}{16} \left\{ \frac{R^2}{\omega_0^2} Ei(-2 \frac{R^2}{\omega_0^2}) + \frac{e^{-2 \left(\frac{R}{\omega_0} \right)^2}}{2} \right. \\
 & \left. - 2 \frac{R_{jet}^2}{\omega_0^2} Ei(-2 \frac{R_{jet}^2}{\omega_0^2}) - \frac{e^{-2 \left(\frac{R_{jet}}{\omega_0} \right)^2}}{2} - Ei(-2r_3^2) \left(\frac{R^2 - R_{jet}^2}{\omega_0^2} \right) \right. \\
 & \left. - e^{-2r_2^2} \left[\frac{R^2}{\omega_0^2} \left(2 \ln \left(\frac{R}{\omega_0 r_3} \right) - 1 \right) - \frac{R_{jet}^2}{\omega_0^2} \left(2 \ln \left(\frac{R_{jet}}{\omega_0 r_3} \right) - 1 \right) \right] \right\}
 \end{aligned} \tag{B.16}$$

Nous pouvons alors résoudre ce système de quatre équations pour des valeurs données de R_{jet} , R , $C a_i$, et α . Nous utilisons pour cela une méthode itérative de Newton-Raphson implémentée sous Python.

B.1. INTÉGRATION DU CHAMP DE VITESSE

Annexe C

Dérivation de la relation de dispersion

Nous dérivons dans cette partie l'expression (4.3) des champs guidés dans un guide d'ondes cylindrique en acoustique et en électromagnétique ainsi que la relation de dispersion donnée par l'équation (4.5).

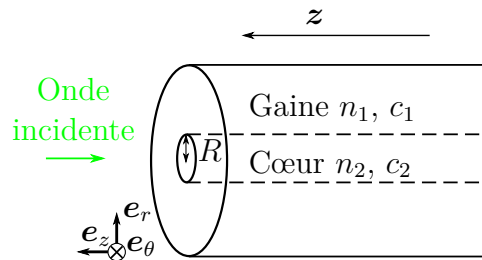


FIGURE C.1 : Schéma d'un guide d'onde cylindrique formé d'un cœur de rayon R et d'indice n_2 (vitesse du son c_2), et d'une gaine d'indice n_1 (vitesse du son c_1). $n_2 > n_1$ ($c_2 < c_1$).

C.1 Modes guidés dans un guide d'ondes acoustiques

Nous considérons un faisceau acoustique gaussien injecté dans un guide d'ondes cylindrique présentant une discontinuité d'impédance acoustique. Celui-ci est composé d'une gaine et d'un cœur de rayon R , dont les vitesses du son sont respectivement c_1 et c_2 ($c_2 < c_1$). La figure C.1 représente schématiquement ce système.

La propagation de cette onde dans le milieu $j = 1, 2$ est régie par l'équation

C.1. MODES GUIDÉS DANS UN GUIDE D'ONDES ACOUSTIQUES

d'onde :

$$\frac{1}{c_j^2} \frac{\partial^2 \phi_j}{\partial t^2} - \nabla^2 \phi_j \quad (\text{C.1})$$

Avec ϕ_j le potentiel vitesse dans le milieu j . Nous considérons, comme dans le chapitre 2, des ondes planes progressives et harmoniques telles que le potentiel de vitesse peut s'écrire :

$$\phi_j(r, \theta, z, t) = \psi_j(r, \theta) e^{i(\omega t - \beta z)} \quad (\text{C.2})$$

Avec ω la pulsation de l'onde et β la constante de phase. Le guide d'ondes et le faisceau gaussien possédant une symétrie cylindrique, ϕ_j et ψ_j sont indépendants de θ . Nous injectons l'expression du potentiel vitesse équation (C.2) dans l'équation d'onde (C.1) ce qui nous permet d'obtenir :

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial \psi_j(r)}{\partial r} \right) + (k_j^2 - \beta^2) \psi_j = 0 \quad (\text{C.3})$$

Avec $k_j = \omega/c_j$ le nombre d'onde. Nous reconnaissons alors une équation différentielle de Bessel. Nous pouvons définir les nombres d'ondes dans le cœur et dans la gaine du guide d'ondes tels que :

$$\kappa = \sqrt{k_2^2 - \beta^2} \quad (\text{C.4})$$

$$\gamma = \sqrt{\beta^2 - k_1^2} \quad (\text{C.5})$$

L'équation de Bessel (C.3) peut être ré-écrite dans chaque phase comme :

$$\frac{\partial^2 \psi_2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \psi_2}{\partial r} + \kappa \psi_2 = 0, \quad r \leq R \quad (\text{C.6})$$

$$\frac{\partial^2 \psi_1}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \psi_1}{\partial r} - \gamma \psi_1 = 0, \quad r > R \quad (\text{C.7})$$

Les solutions de ce système d'équations sont les suivantes :

$$\psi(r)^{(m)} = \psi_0^{(m)} \begin{cases} A J_0(\kappa_m r) + B N_0(\kappa_m r) & r \leq R \\ C I_0(\gamma_m r) + D K_0(\gamma_m r) & r > R \end{cases} \quad (\text{C.8})$$

Avec $m \geq 1 \in \mathbb{N}$ un entier et $\psi_0^{(m)}$ l'amplitude du $m^{\text{ième}}$ mode. A, B, C, D sont des constantes et J_0, N_0, I_0, K_0 sont respectivement les fonctions de Bessel de première espèce, les fonctions de Neumann, et les fonctions de Bessel de première et deuxième espèce modifiée. Cependant, N_0 diverge pour $r = 0$ et I_0 diverge pour $r \rightarrow \infty$. Ainsi, le potentiel de vitesse est correctement décrit par :

$$\psi(r)^{(m)} = \psi_0^{(m)} \begin{cases} A J_0(\kappa_m r) & r \leq R \\ D K_0(\gamma_m r) & r > R \end{cases} \quad (\text{C.9})$$

Les constantes A et D peuvent être déterminées à partir des conditions aux limites que sont la continuité de la pression et de la composante normale de la vitesse sur $r = R$:

$$\rho_1 \psi_1 = \rho_2 \psi_2 \quad (\text{C.10})$$

$$\frac{\partial \psi_1}{\partial r} = \frac{\partial \psi_2}{\partial r} \quad (\text{C.11})$$

Ce qui nous donne directement :

$$A = \frac{1}{J_0(\kappa_m R)} \quad (\text{C.12})$$

$$D = \frac{\rho_2}{\rho_1} \frac{1}{K_0(\gamma_m R)} \quad (\text{C.13})$$

Finalement, en injectant les expressions de $\psi_j(r)^{(m)}$ dans les expressions de conditions aux limites et divisant l'une par l'autre, nous obtenons l'équation de dispersion suivante :

$$\kappa_m \frac{J_1(\kappa R)}{J_0(\kappa_m R)} = \gamma_m \frac{\rho_2}{\rho_1} \frac{K_1(\gamma_m R)}{K_0(\gamma_m R)} \quad (\text{C.14})$$

Afin de déterminer les valeurs de κ_m et γ_m l'équation de dispersion est à résoudre avec :

$$(\kappa_m R)^2 + (\gamma_m R)^2 = V_g^2 \quad (\text{C.15})$$

Avec $V_g = (2\pi R)/\lambda_1 \sqrt{(c_1/c_2)^2 - 1}$ le paramètre de fréquence normalisé pour un guide d'ondes de rayon R .

Dans le chapitre 4 nous avons évoqué le fait que les modes guidés pouvaient être décrits par deux entiers l et m correspondant respectivement aux propriétés polaires et radiales du champ. Ayant directement considéré ici un champ invariant selon \mathbf{e}_θ , le nombre l n'est pas explicitement introduit et $l = 0$.

C.2 Modes guidés dans un guide d'ondes électromagnétiques

Nous considérons une onde électromagnétique gaussienne injectée dans un guide d'ondes cylindrique à saut d'indice. Celui-ci est composé d'une gaine et d'un cœur de rayon R , dont les indices sont respectivement n_1 et n_2 ($n_2 > n_1$). Les calculs présentés ci-après se basent sur un cours de l'institut d'optique (Jonathan, 2020).

C.2.1 Propagation d'une onde électromagnétique dans un milieu dont l'indice varie spatialement

Commençons par rappeler les équations de Maxwell dans un milieu :

$$\begin{aligned} \nabla \times \tilde{\mathbf{E}}(\mathbf{r}, t) &= -\frac{\partial \tilde{\mathbf{B}}}{\partial t}(\mathbf{r}, t) & \text{(a)} & \quad \nabla \times \tilde{\mathbf{H}}(\mathbf{r}, t) &= \frac{\partial \tilde{\mathbf{D}}}{\partial t}(\mathbf{r}, t) & \text{(b)} \\ \nabla \cdot \tilde{\mathbf{D}}(\mathbf{r}, t) &= 0 & \text{(c)} & \quad \nabla \cdot \tilde{\mathbf{B}}(\mathbf{r}, t) &= 0 & \text{(d)} \end{aligned} \quad (\text{C.16})$$

Avec $\tilde{\mathbf{E}}(\mathbf{r}, t)$ et $\tilde{\mathbf{H}}(\mathbf{r}, t)$ les vecteurs champ électrique et magnétique et $\tilde{\mathbf{D}}(\mathbf{r}, t) = \epsilon_0 \epsilon_r(\mathbf{r}) \tilde{\mathbf{E}}(\mathbf{r}, t)$ et $\tilde{\mathbf{H}}(\mathbf{r}, t) = \mu_0 \tilde{\mathbf{H}}(\mathbf{r}, t)$ les vecteurs d'induction électrique et d'induction magnétique. Nous considérons des ondes planes progressives harmoniques et pouvons écrire les champs électriques et magnétiques comme :

$$\tilde{\mathbf{E}} = \mathbf{E}(r, \theta) e^{i(\omega t - \beta z)} \quad (\text{C.17})$$

$$\tilde{\mathbf{H}} = \mathbf{H}(r, \theta) e^{i(\omega t - \beta z)} \quad (\text{C.18})$$

Ainsi les équations de Maxwell peuvent prendre la forme suivante :

$$\begin{aligned} \nabla \times \mathbf{E}(r) &= i\omega\mu_0 \mathbf{H}(r) & \text{(a)} \\ \nabla \times \mathbf{H}(r) &= -i\omega\epsilon_0\epsilon_r(r) \mathbf{E}(r) & \text{(b)} \\ \nabla \cdot (\epsilon_0\epsilon_r(r) \mathbf{E}(r)) &= 0 & \text{(c)} \\ \nabla \cdot (\mu \mathbf{H}(r)) &= 0 & \text{(d)} \end{aligned} \quad (\text{C.19})$$

Notons que l'onde incidente étant gaussienne, les champs électriques et magnétiques ne dépendent pas de θ . De plus, comme nous considérons un guide d'ondes à saut d'indice, $\epsilon_r(\mathbf{r})$ dépend uniquement de la coordonnée radiale. Pour établir l'équation de propagation du champ électrique, nous prenons le rotationnel de l'équation (C.19) :

$$\nabla \times (\nabla \times \mathbf{E}(r)) = \nabla \times (i\omega\mu_0 \mathbf{H}(r)) = \omega^2 \mu_0 \epsilon_0 \epsilon_r(r) \mathbf{E}(r) \quad (\text{C.20})$$

À partir de la relation vectorielle suivante :

$$\nabla \times (\nabla \times \mathbf{E}) = \nabla (\nabla \cdot \mathbf{E}) - \nabla^2 \mathbf{E} \quad (\text{C.21})$$

Nous obtenons :

$$\nabla^2 \mathbf{E}(r) + \omega^2 \mu_0 \epsilon_0 \epsilon_r(r) \mathbf{E}(r) = \nabla (\nabla \cdot \mathbf{E}(r)) \quad (\text{C.22})$$

Le membre de droite de l'équation (C.22) peut être ré-écrit en considérant une autre relation vectorielle :

$$\nabla \cdot (\epsilon_r \mathbf{E}) = \epsilon_r (\nabla \cdot \mathbf{E}) + (\nabla \epsilon_r) \cdot \mathbf{E} \quad (\text{C.23})$$

Ce qui donne :

$$\nabla (\nabla \cdot \mathbf{E}(r)) = -\nabla (\mathbf{E}(r) \cdot \nabla \ln \epsilon_r(r)) \quad (\text{C.24})$$

En utilisant un raisonnement similaire pour le champ magnétique, l'équation de propagation s'écrit alors :

$$\nabla^2 \mathbf{E}(r) + k_0^2 n(r)^2 \mathbf{E}(r) = -\nabla (\mathbf{E}(r) \cdot \nabla \ln \epsilon_r(r)) \quad (\text{C.25})$$

$$\nabla^2 \mathbf{H}(r) + k_0^2 n(r)^2 \mathbf{H}(r) = (\nabla \times \mathbf{H}(r)) \times \nabla \ln \epsilon_r(r) \quad (\text{C.26})$$

Avec le nombre d'onde $k_0 = \omega/c$ et l'indice de réfraction $n(r) = \sqrt{\epsilon_r(r)}$.

Nous pouvons décomposer les champs en considérant leurs composantes transversales $\mathbf{E}_T(r)$ et $\mathbf{H}_T(r)$ et leur composante longitudinale $E_z(r)$ et $H_z(r)$. De la même façon, nous décomposons l'opérateur ∇^2 comme :

$$\nabla^2 = \nabla_T^2 + \frac{\partial^2}{\partial z^2} = \nabla_T^2 - \beta^2 \quad (\text{C.27})$$

Ce qui nous permet de ré-écrire les équations de propagation :

$$(\nabla_T^2 + k_0^2 n^2(r) - \beta^2) (\mathbf{E}_T + E_z \mathbf{e}_z) = -(\nabla_T - i\beta \mathbf{e}_z) (\mathbf{E}_T \cdot \nabla_T \ln n^2(r)) \quad (\text{C.28})$$

$$(\nabla_T^2 + k_0^2 n^2(r) - \beta^2) (\mathbf{H}_T + H_z \mathbf{e}_z) = [(\nabla_T - i\beta \mathbf{e}_z) \times \mathbf{H}_T] \times \nabla_T \ln n^2(r) \quad (\text{C.29})$$

Nous obtenons alors un jeu de deux équations vectorielles :

$$(\nabla_T^2 + k_0^2 n^2(r) - \beta^2) \mathbf{E}_T = -\nabla_T (\mathbf{E}_T \cdot \nabla_T \ln n^2(r)) \quad (\text{C.30})$$

$$(\nabla_T^2 + k_0^2 n^2(r) - \beta^2) \mathbf{H}_T = [\nabla_T \times \mathbf{H}_T] \times \nabla_T \ln n^2(r) \quad (\text{C.31})$$

Et deux équations scalaires :

$$(\nabla_T^2 + k_0^2 n^2(r) - \beta^2) E_z = i\beta (\mathbf{E}_T \cdot \nabla_T \ln n^2(r)) \quad (\text{C.32})$$

$$(\nabla_T^2 + k_0^2 n^2(r) - \beta^2) H_z = [-i\beta \mathbf{e}_z \times \mathbf{H}_T] \times \nabla_T \ln n^2(r) \quad (\text{C.33})$$

Dans les cas étudiés dans ces travaux $n_2/n_1 \approx 1$. Nous pouvons alors décrire la propagation d'onde dans l'approximation des ondes faiblement guidées couramment utilisée dans le formalisme des fibres optiques.

C.2.2 L'approximation des ondes faiblement guidées

Équation de propagation des ondes

Pour un guide d'ondes à saut d'indice, nous pouvons écrire l'indice comme :

$$n^2(r) = n_1^2 [1 + 2\Delta f(r)] \quad \text{avec } \Delta = \frac{n_2^2 - n_1^2}{n_1^2} \quad (\text{C.34})$$

Avec $f(r)$ une fonction de forme qui décrit la géométrie du guide d'ondes telle que :

$$f(r) = \begin{cases} \frac{1}{2} & \text{si } r \leq R \\ 0 & \text{si } r > R \end{cases} \quad (\text{C.35})$$

Et considérant $\Delta \ll 1$ nous obtenons :

$$n(r) = n_1 \sqrt{1 + 2\Delta f(r)} \approx n_1 (1 + \Delta f(r)) \quad (\text{C.36})$$

Nous reprenons le paramètre de fréquence normalisé introduit dans le cas acoustique dans l'équation (C.15) que nous pouvons ré-écrire dans un formalisme électromagnétique :

$$V_g = k_0 R \sqrt{n_2^2 - n_1^2} \quad (\text{C.37})$$

$$V_g = k_0 R n_1 \sqrt{\Delta} \quad (\text{C.38})$$

Nous pouvons alors ré-exprimer l'équation d'onde transverse du champ électrique en utilisant $\ln(n^2) = 2 \ln(n)$, et en introduisant le nombre d'onde normalisé $w^2 = \gamma^2 R^2 = (\beta^2 - k_0 n_1^2) R^2$ ¹ :

$$((\nabla'_T)^2 + 2V^2 f(r) - w^2) \mathbf{E}_t = 2\Delta \nabla'_T [\mathbf{E}_T \cdot \nabla'_T f(r)] \quad (\text{C.39})$$

Avec $\nabla'_T = R \nabla_T$ l'opérateur normalisé. Dans l'approximation des ondes faiblement guidées, le terme de droite de l'équation précédente est négligeable. Finalement nous avons :

$$((\nabla'_t)^2 + 2V^2 f(r) - w^2) \mathbf{E}_t = \mathbf{0} \quad (\text{C.40})$$

Les valeurs propres w^2 sont de l'ordre de l'unité et nous avons donc de par la définition du nombre d'onde et l'équation (C.38) :

$$\beta R \approx k_0 R \approx \frac{V_g}{n_1 \sqrt{\Delta}} \gg 1 \quad (\text{C.41})$$

Transversalité des champs dans l'approximation des ondes faiblement guidées

Dans l'approximation des ondes faiblement guidées, nous pouvons montrer que les champs longitudinaux sont négligeables par rapport à leurs composantes transversales. Reprenons pour cela l'équation (C.19) (c).

$$\nabla (n^2(r) \mathbf{E}(r)) = 0 \quad (\text{C.42})$$

$$n^2(r) [\nabla_T \mathbf{E}_T(r) - i\beta E_z(r)] + \mathbf{E}_T(r) [\nabla_T n^2(r)] = 0 \quad (\text{C.43})$$

1. Le nombre d'onde γ est le même que dans le cas acoustique.

ANNEXE C. DÉRIVATION DE LA RELATION DE DISPERSION

Nous exprimons alors E_z en fonction de \mathbf{E}_T , nous normalisons l'équation avec R le rayon du guide d'ondes et simplifions par n_1^2 :

$$i\beta R E_z(r) = \nabla'_T \mathbf{E}_T + \Delta \mathbf{E}_T \cdot [\nabla'_T f(r)] \quad (\text{C.44})$$

Nous avons donc :

$$E_z(r) \approx -\frac{i}{\beta R} \nabla'_T \mathbf{E}_T \approx \frac{n_1 \sqrt{\Delta}}{V_g} \nabla'_T \mathbf{E}_T \quad (\text{C.45})$$

Finalement, avec un raisonnement similaire pour le champ magnétique :

$$\frac{|E_z|}{|E_T|} \approx \frac{n_1 \sqrt{\Delta}}{V_g} \ll 1 \quad (\text{C.46})$$

$$\frac{|H_z|}{|H_T|} \approx \frac{n_1 \sqrt{\Delta}}{V_g} \ll 1 \quad (\text{C.47})$$

Nous avons donc, dans l'approximation des ondes faiblement guidées, des champs principalement transversaux.

Relations de continuité

Les relations de continuité des champs sont les suivantes :

$$\begin{aligned} \mathbf{n}_{21} \times (\mathbf{E}_2 - \mathbf{E}_1) = 0 & \quad (\text{a}) & \quad \mathbf{n}_{21} \times (\mathbf{H}_2 - \mathbf{H}_1) = 0 & \quad (\text{b}) \\ \mathbf{n}_{21} \cdot (\mathbf{D}_2 - \mathbf{D}_1) = 0 & \quad (\text{c}) & \quad \mathbf{n}_{21} \cdot (\mathbf{B}_2 - \mathbf{B}_1) = 0 & \quad (\text{d}) \end{aligned} \quad (\text{C.48})$$

Avec \mathbf{n}_{21} la normale à l'interface orientée du milieu 2 à 1. Les champs transversaux \mathbf{E}_T et \mathbf{H}_T peuvent être décomposés en une composante tangentielle à l'interface \mathbf{E}_t , \mathbf{H}_t et en une composante normale à l'interface \mathbf{E}_n , \mathbf{H}_n . De par les conditions de l'équation (C.48), les composantes tangentielles E_z , \mathbf{E}_t , H_z et \mathbf{H}_t sont continues à l'interface. De la même façon, les composantes normales des inductions électriques et magnétiques sont elles aussi continues à l'interface. De plus, dans l'approximation des ondes faiblement guidées les équations (C.48) (c-d) nous donnent :

$$\mathbf{E}_{n2} \approx \mathbf{E}_{n1} \quad (\text{C.49})$$

$$\mathbf{H}_{n2} = \mathbf{H}_{n1} \quad (\text{C.50})$$

Ainsi, nous pouvons dire à partir de l'équation (C.45) que la composante E_z est continue sur l'interface si et seulement si $\nabla'_T \mathbf{E}_T$ est continue sur l'interface. De plus, le terme $\nabla'_T \mathbf{E}_T$ est lui même continu si et seulement si la dérivée de sa composante

normale par rapport à la normale à l'interface est continue. Nous pouvons traduire cela par la relation suivante :

$$E_z \text{ continue} \iff \mathbf{E}_T \text{ continue} \iff \frac{d\mathbf{E}_n}{dn} \text{ continue} \quad (\text{C.51})$$

Dans l'approximation des ondes faiblement guidées, les dérivées normales des champs sont continues à l'interface.

Équation de propagation des ondes scalaires

Comme nous avons montré que nous pouvions facilement calculer E_z à partir des composantes tangentielles et que nous considérons des milieux diélectriques, nous nous intéressons dans ce qui suit uniquement à \mathbf{E}_T . Le champ transverse peut s'écrire :

$$\mathbf{E}_T(r) = E_T(r) e^{i(\omega t - \beta z)} \mathbf{e}_T \quad (\text{C.52})$$

Avec \mathbf{e}_T un vecteur unitaire transversal. Comme nous considérons une géométrie cylindrique, $\mathbf{e}_T = \mathbf{e}_r$. En injectant cette expression dans l'équation (C.31) et en se plaçant dans l'approximation des ondes faiblement guidées, nous obtenons l'équation de propagation d'ondes scalaire suivante :

$$(\nabla_T^2 + k_0^2 n^2(r) - \beta^2) E_T(r) = 0 \quad (\text{C.53})$$

Nous rappelons que nous considérons des champs gaussiens donc invariant suivant \mathbf{e}_θ . L'équation (C.53) peut alors être développée comme :

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial E_T(r)}{\partial r} \right) + (k_0^2 n^2(r) - \beta^2) E_T = 0 \quad (\text{C.54})$$

Ce qui suit est similaire au cas acoustique, nous considérons une décomposition modale du champ, nous introduisons les nombres d'ondes dans le cœur $\kappa_m = \sqrt{k_2^2 - \beta_m^2}$ et dans la gaine $\gamma_m = \sqrt{\beta_m^2 - k_1^2}$ et obtenons ainsi le champ électrique du $m^{\text{ième}}$ mode :

$$E_T^{(m)} = E_{T0}^{(m)} \begin{cases} A J_0(\kappa_m r) & r \leq R \\ B K_0(\gamma_m r) & r > R \end{cases} \quad (\text{C.55})$$

Avec $E_{T0}^{(m)}$, l'amplitude du mode m . Les constantes A et B peuvent être déterminées à partir de la continuité du champ. Nous avons montré précédemment que dans l'approximation des ondes faiblement guidées les champs transverses et leurs dérivées normales étaient continus à l'interface. Dans la géométrie cylindrique, la dérivée normale est simplement la dérivée par rapport à la coordonnée radiale :

$$A J_0(\kappa_m R) = B K_0(\gamma_m R) \quad (\text{C.56})$$

$$A \kappa_m J_1(\kappa_m R) = B \gamma_m K_1(\gamma_m R) \quad (\text{C.57})$$

Nous obtenons directement :

$$A = \frac{1}{J_0(\kappa_m R)} \quad (\text{C.58})$$

$$B = \frac{1}{K_0(\gamma_m R)} \quad (\text{C.59})$$

Pour finir en remplaçant les constantes par leur valeur dans les conditions aux limites et en les divisant l'une par l'autre, nous retrouvons l'équation de dispersion :

$$\kappa_m \frac{J_1(\kappa_m R)}{J_0(\kappa_m R)} = \gamma_m \frac{K_1(\gamma_m R)}{K_0(\gamma_m R)} \quad (\text{C.60})$$

Bibliographie

JONATHAN, J.-M. (2020). Guided and coupled waves : an overview of optical fibers and derived components for optical communications. "Le document peut-être trouvé à l'adresse suivante <http://paris-tech.institutoptique.fr/site.php?id=368&fileid=12903>".