



HAL
open science

Étude des effets des changements de trajet en emboutissage

Yanfeng Yang

► **To cite this version:**

Yanfeng Yang. Étude des effets des changements de trajet en emboutissage. Matériaux. HESAM Université, 2020. Français. NNT : 2020HESAE001 . tel-03015165

HAL Id: tel-03015165

<https://theses.hal.science/tel-03015165v1>

Submitted on 19 Nov 2020

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

ÉCOLE DOCTORALE SCIENCES DES MÉTIERS DE L'INGÉNIEUR
[Laboratoire de recherche LCFC – Campus de Metz]

THÈSE

présentée par : **Yanfeng YANG**

soutenue le : 14 février 2020

pour obtenir le grade de : **Docteur d'HESAM Université**

préparée à : **École Nationale Supérieure d'Arts et Métiers**

Spécialité : **Mécanique-matériaux**

ÉTUDE DES EFFETS DES CHANGEMENTS DE TRAJET EN EMBOUITISSAGE

THÈSE dirigée par :
[**M. BALAN Tudor**]

et co-encadrée par :
[**M. BAUDOIN Cyrille**]

Jury

Mme Marion MARTINY, Professeur, Université de Lorraine
M. Dorel BANABIC, Professeur, U.T. Cluj-Napoca (Roumanie)
M. Pierre-Yves MANACH, Professeur, UBS Lorient
Mme Elisabeth MASSONI, Directeur de recherche, École des Mines de Paris
M. Xiaoxing LI, Professeur, Université Beihang, Pékin (Chine)
M. Tudor BALAN, MCF HDR, ENSAM Metz
M. Cyrille BAUDOIN, MCF, ENSAM Metz
M. Xavier LEMOINE, Ingénieur de Recherche, ArcelorMittal Maizières Research SA

Présidente
Rapporteur
Rapporteur
Examinatrice
Examineur
Examineur
Examineur
Invité

Dédicace

À mes parents bien aimés

À ma chère sœur

Remerciements

Cette thèse a été réalisée au sein de l'axe Fabrication avancée du LCFC sur le site de l'ENSAM de Metz.

Tout d'abord, je tiens à remercier profondément mes encadrants, Tudor Balan et Cyrille Baudouin, pour avoir dirigé cette thèse. Je tiens particulièrement à les remercier pour leur grande et constante disponibilité, la qualité de leurs conseils, leurs qualités humaines et la confiance qu'ils m'ont donnée durant ces trois années.

J'adresse de sincères remerciements aux membres du jury pour m'avoir fait l'honneur d'évaluer mes travaux. Merci à M. Dorel Banabic, professeur à l'Université Technique de Cluj-Napoca, Roumanie et M. Pierre-Yves Manach, professeur à UBS Lorient, d'avoir accepté la tâche de rapporteur. Je tiens à remercier Mme Marion Martiny, professeur à l'Université de Lorraine, Mme Elisabeth Massoni, maître de recherche à l'École des Mines de Paris, M. Xiaoxing Li, professeur à l'Université Beihang et M. Xavier Lemoine, ingénieur de recherche chez ArcelorMittal Maizières, d'avoir de faire partie du jury.

Je souhaite remercier le gouvernement chinois et le Conseil Scientifique de Chine pour m'avoir accordé la bourse gouvernementale chinoise, numéro du contrat 201606020110, pour soutenir mes études à l'ENSAM, en France.

Je remercie chaleureusement Gabriela Vincze, chercheuse à l'Université d'Aveiro, Portugal pour nous avoir permis de réaliser les essais caractérisations dans son laboratoire. Un grand merci à Hocine Chalal, maître de conférences au LEM3, pour son aide précieuse avec la réalisation des simulations de pliage sous tension. Je remercie également nos partenaires industriels: l'Entreprise Tata Steel aux Pays-Bas et Voestalpine Steel à l'Autriche pour leurs tôles métalliques fournies.

Je voudrais également exprimer mes remerciements à Gabriel Abba, Régis Bigot, Laurent Langlois, Sandra Chevret, Camille Durand, Ali Siadat, Lazhar Homri, pour leurs conseils sur mon travail et ma thèse.

J'adresse de chaleureux remerciements aux techniciens et ingénieurs du LCFC. Grande merci à Daniel Boehm, Sebastien Burgun, Alexandre Fendler, Josselin Schumacker, Amar Moghrani, Stéphane Mathieu et leurs collègues pour leurs contributions à la conception, la fabrication, la mise en œuvre et la réalisation les essais dans ma thèse.

J'aimerais remercier tous mes amis français : Gabriel, Fadik, Jean-François, Corentin, Arthur. Nous sommes un l'équipe peu importe où nous sommes, au bureau, à la pause-café et au happy hour chez Irish Bar. Merci beaucoup pour leur aide dans mes études quotidiennes. Ils m'ont appris à apprendre le français et m'ont amené à faire l'expérience de la culture et de la vie française.

Enfin j'exprime ma sincère gratitude à mon père, ma mère et ma sœur. Il n'y a pas de mots pour que je puisse exprimer ma plus grande gratitude et mes remerciements pour leurs grands sacrifices, leur soutien et leurs encouragements.

Aux nombreuses personnes que j'ai oublié de citer, merci!

Table des matières

Introduction générale	1
Introduction	1
État de l'art	4
Défis scientifiques pour la thèse	11
Objectifs de la thèse	12
Organisation de la thèse	12
I Modélisation et Simulation	13
Chapitre1: Modélisation, implantation et validation des lois de comportement	15
1.1 Modélisation de l'élasto-plasticité	15
1.1.1 Loi hypo-élastique	15
1.1.2 Loi d'écoulement plastique - Règle de normalité	16
1.1.3 Notion de surface de charge	17
1.2 Critères de plasticité	18
1.2.1 Critère de von Mises	20
1.2.2 Critère de Hill	20
1.2.3 Critère Yld2000	20
1.2.4 Critère de Banabic-Balan-Comsa	21
1.2.5 Critère de Cazacu-Barlat	22
1.3 Modélisation de l'écrouissage	23
1.3.1 Loi d'écrouissage isotrope	23
1.3.2 Loi d'écrouissage cinématique	24
1.3.3 Loi d'écrouissage de Chaboche-Marquis	24
1.3.4 Loi d'écrouissage de Chaboche-Marquis modifiée	24
1.3.5 Loi d'écrouissage de Teodosiu-Hu	26
1.3.6 Loi d'écrouissage de Yoshida-Uemori	27
1.3.7 Loi d'écrouissage anisotrope homogène	30
1.4 Modélisation de l'élasto-visco-plasticité	31
1.4.1 Lois visco-plastiques de type puissance	32
1.4.2 Lois en sinus hyperbolique	33
1.5 Intégration et validation des modèles de comportement	34
1.5.1 Intégration de lois de comportement par un algorithme explicite	35
1.5.2 Validation de l'implantation numérique	38
1.5.3 Validation des modèles de comportement	40
1.5.3.1 Validation du modèle de Chaboche-Marquis	40
1.5.3.2 Validation du modèle d'écrouissage combiné modifiée	41
1.5.3.3 Validation du modèle de Teodosiu-Hu	43
1.5.3.4 Validation modèle élasto-visco-plastique	43

1.6	Conclusions	46
Chapitre2: Évolution de la surface de plasticité apparente après un changement de trajet sans décharge		47
2.1	Problématique et expérience de référence	47
2.2	Modélisation et simulation des expériences de référence	51
2.3	Les effets du modèle de comportement sur l'évolution de la surface de plasticité	52
2.3.1	Effet de la sensibilité à la vitesse	53
2.3.2	Effet de l'écroissage isotrope	56
2.3.3	Effet de l'écroissage cinématique	60
2.3.4	Effet du module d'Young	60
2.4	Comparaison entre expérience et simulation	63
2.5	Conclusions	67
II Caractérisation et Application		69
Chapitre3: Caractérisation du comportement des tôles métalliques		71
3.1	Introduction	71
3.2	Essais mécaniques de caractérisation	72
3.2.1	Procédure d'essais	72
3.2.2	Résultats expérimentaux de caractérisation	75
3.2.2.1	Traction uniaxiale, TU	75
3.2.2.2	Cisaillement simple, CS	75
3.2.2.3	Cisaillement réversible, CR	78
3.2.2.4	Chargement orthogonal, OR	78
3.3	Méthodes d'identification des paramètres	80
3.4	Paramètres identifiés des modèles d'écroissage	82
3.4.1	Modèle d'écroissage isotrope	82
3.4.2	Modèle d'écroissage combiné	84
3.4.3	Modèle d'écroissage avancé	85
3.5	Conclusions	87
Chapitre4: Étude expérimentale et numérique du retour élastique		89
4.1	Introduction	89
4.2	Mise en place d'un essai discriminant de validation	90
4.2.1	Mise en place du montage de pliage sous tension	92
4.2.2	Les essais de pliage sous tension sur DP600	94
4.3	Mesures de l'angle de retour élastique et de la courbure locale	97
4.3.1	L'angle de retour élastique	99
4.3.2	La courbure locale	100
4.4	Simulation de l'essai de pliage sous tension	106
4.4.1	Modélisation par éléments finis de l'essai de pliage sous tension	106
4.4.2	Lois de comportement utilisées	108
4.4.3	Angle de retour élastique et courbure locale simulés	109
4.5	Confrontation calcul-essais	112
4.6	Conclusions	115
Conclusion générale		117
	Conclusions	117
	Perspectives	118

Bibliographie

Table des figures

1	Mise en forme des tôles : pièces typiques d'automobiles.	1
2	Presse hydraulique avec outil d'emboutissage mis en place au LCFC.	2
3	Solutions pour la simulation numérique et la validation des processus de pièces en tôle.	3
4	Incertitudes dans les simulations numériques par méthode des éléments finis (MEF).	4
5	Prédictions du retour élastique de la section de symétrie centrale par différents modèles d'érouissage pour les aciers DC06 et DP600 dans [1].	11
1.1	Schématisation de la courbe contrainte - déformation.	16
1.2	Illustration de critère de charge-décharge et condition de cohérence.	17
1.3	Illustration de l'évolution de l'érouissage isotrope et de l'érouissage cinématique.	23
1.4	Composants de contrainte de traction uniaxiale pour (a) uniquement l'érouissage isotrope et (b) la combinaison d'érouissage isotrope avec l'érouissage cinématique.	25
1.5	Illustration schématique du modèle de Yoshida-Uemori.	28
1.6	Illustrations schématiques de la surface de sans érouissage isotrope g_σ défini dans l'espace de contrainte, lorsque : (a) sans érouissage isotrope $\dot{R} = 0$; (b) avec érouissage isotrope $\dot{R} > 0$	29
1.7	Illustration schématique des conditions de chargement et déchargement.	35
1.8	Illustration schématique des applications de l'algorithme de Newton-Raphson et la méthode de dichotomie dans le Programme 1.	39
1.9	Simulation d'un essai de traction uniaxiale; validation de l'implantation numérique pour différents incréments de temps Δt	39
1.10	Prédictions rhéologiques avec le modèle de Chaboche-Marquis en utilisant Programme 1 et Abaqus. TU : traction uniaxiale; CS : cisaillement simple; CR : cisaillement réversible à 0,2 de pré-déformation.	41
1.11	Simulation de traction compression uniaxiale avec le modèle d'érouissage isotrope (Iso) et le modèle d'érouissage combiné modifiée (Com) en utilisant Programme 1 et Abaqus.	42
1.12	Prédictions rhéologiques avec le modèle de Teodosiu-Hu. TU : traction uniaxiale; CS : cisaillement simple; CR : cisaillement réversible à 0,1, 0,2 et 0,3 de pré-déformation; OR : traction uniaxiale à 0,1 de pré-déformation suivie d'un cisaillement simple dans la même direction.	44
1.13	Validation du modèle élasto-visco-plastique par la simulation de traction uniaxiale aux différentes vitesses de déformation.	45
2.1	Application une approche classique : la pré-déformation biaxiale (étape 1), le déchargement élastique (étape 2), la préparation pour le second chargement et le rechargement (étape 3) sous différentes trajectoires de contrainte jusqu'à l'entrée en plasticité.	48

2.2	Application d'un changement abrupt (étape 2) de trajet de contrainte après pré-déformation biaxiale (étape 1), sans déchargement, enregistrement de la trace du point de chargement dans l'espace de contrainte.	49
2.3	Résultats expérimentaux de la référence [2] concernant la forme de la surface de plasticité subséquente en utilisant un changement de trajet de déformation abrupt suivant le chargement équi-biaxial (traits pleins), pour des tôles en (a) alliage d'aluminium et (b) acier doux. Les lignes / symboles en pointillés indiquent les surfaces de plasticité (contours iso-travail) classiquement déterminées par chargement / déchargement / rechargement, à différents niveaux de déformation plastique.	50
2.4	Illustration schématique de la situation de non-normalité apparente après un changement du trajet de contrainte et la définition de l'angle α et l'angle β	50
2.5	Non-normalité apparente observée expérimentalement dans [2] pour A6XXX-T4 et SPCE.	51
2.6	L'évolution de la surface de plasticité influencé par le paramètre de sensibilité à la vitesse k^* pendant le deuxième trajet de chargement.	53
2.7	L'effet de non-normalité apparente influencé par le paramètre de sensibilité à la vitesse k^* pendant le deuxième trajet de chargement.	54
2.8	La contrainte visqueuse σ^* prédit au cours du second trajet de chargement pour différentes valeurs du paramètre k^*	55
2.9	La vitesse de déformation plastique équivalent $\dot{\epsilon}^{vp}$ prédit au cours du second trajet de chargement pour différentes valeurs du paramètre k^*	55
2.10	La contrainte visqueuse σ^* et la vitesse de déformation plastique équivalent $\dot{\epsilon}^{vp}$ prédites au cours du second trajet de chargement pour différentes valeurs du paramètre k^* , et leurs conséquences sur la trajectoire de la contrainte et de la non-normalité apparente.	56
2.11	Influence de la pente d'écrouissage isotrope : l'évolution de la surface de plasticité dans le changement abrupt du trajet de déformation.	58
2.12	Influence de la pente d'écrouissage isotrope : les variations de la situation de normalité apparente dans le changement abrupt du trajet de déformation.	58
2.13	Influence de la courbure d'écrouissage isotrope : l'évolution de la surface de plasticité dans le changement abrupt du trajet de déformation.	59
2.14	Influence de la courbure d'écrouissage isotrope : les variations de la situation de normalité dans le changement abrupt du trajet de déformation.	59
2.15	L'évolution de la surface de plasticité prédite par l'écrouissage cinématique après un changement de trajet, par rapport aux résultats expérimentaux de la référence [2].	61
2.16	L'évolution de la non-normalité apparente prédite par l'écrouissage cinématique après un changement de trajet, par rapport aux résultats expérimentaux de la référence [2].	61
2.17	L'évolution de la surface de plasticité pour différentes valeurs du module d'Young après le changement du trajet de déformation.	62
2.18	L'évolution de la non-normalité apparente pour différentes valeurs du module d'Young après le changement du trajet de déformation.	63
2.19	L'évolution de la surface de plasticité déterminée à l'aide de la méthode de modification abrupte du trajet de chargement (trait plein) et de la méthode de déchargement-rechargement (symboles), avec uniquement un écrouissage isotrope (Iso).	64

2.20	L'évolution de la surface de plasticité déterminée à l'aide de la méthode de modification abrupte du trajet de chargement (trait plein) et de la méthode de déchargement-rechargement (symboles), avec un écrouissage combiné.	65
2.21	L'évolution de la non-normalité prédite par l'écrouissage isotrope (Iso) et deux les écrouissages combinés (Com a et Com b) après le changement de trajet.	66
3.1	Les dimensions de l'éprouvette de traction uniaxiale (TU).	73
3.2	Les dimensions de l'éprouvette de cisaillement (CS, CR).	73
3.3	Les dimensions de l'éprouvette de chargement orthogonal (OR).	73
3.4	Appareils d'essai de caractérisation des matériaux : (a) Essai de traction uniaxiale ; (b) Machine de traction avec le montage d'essai de cisaillement ; (c) Système de mesure de la déformation ARAMIS-GOM.	74
3.5	Traction uniaxiale (TU) dans la direction de laminage (DL), la direction traverse (DT) et la direction diagonale (DD) pour DP600.	75
3.6	Résultats expérimentaux de traction uniaxiale pour DP600.	76
3.7	Cisaillement simple (DL) pour DP600 : (a) éprouvette avant essai ; (b) éprouvette après essai.	76
3.8	Résultats expérimentaux de cisaillement simple (CS) dans la direction de laminage (DL) pour DP600.	77
3.9	La validation de l'usage de la contrainte équivalente de von Mises par comparaison entre traction uniaxiale (TU) et cisaillement simple (CS), dans la direction de laminage (DL).	78
3.10	Résultats expérimentaux de cisaillement réversible (CR) dans la direction de laminage (DL) pour DP600.	79
3.11	Résultats expérimentaux de chargement orthogonal : traction uniaxiale (TU) jusqu'à 0,05 de pré-déformation suivie d'un cisaillement simple (CS) dans la direction de laminage (DL).	80
3.12	Processus d'identification des paramètres avec SciLab et Fortran.	82
3.13	Les prédictions du modèle d'écrouissage décrites par la loi d'isotrope. STU : simulation de traction uniaxiale ; ETU : essai de traction uniaxiale ; SCS : simulation de cisaillement simple ; ECS : essai de cisaillement simple ; SCR : simulation de cisaillement réversible à 0,1, 0,22 et 0,32 de pré-déformation ; ECR : essai de cisaillement réversible à 0,1, 0,22 et 0,32 de pré-déformation.	83
3.14	Les prédictions du modèle d'écrouissage décrites par la loi de combiné. STU : simulation de traction uniaxiale ; ETU : essai de traction uniaxiale ; SCS : simulation de cisaillement simple ; ECS : essai de cisaillement simple ; SCR : simulation de cisaillement réversible à 0,1, 0,22 et 0,32 de pré-déformation ; ECR : essai de cisaillement réversible à 0,1, 0,22 et 0,32 de pré-déformation.	85
3.15	Les prédictions du modèle d'écrouissage décrites par la loi de Teodosiu-Hu. STU : simulation de traction uniaxiale ; ETU : essai de traction uniaxiale ; SCS : simulation de cisaillement simple ; ECS : essai de cisaillement simple ; SCR : simulation de cisaillement réversible à 0,1, 0,22 et 0,32 de pré-déformation ; ECR : essai de cisaillement réversible à 0,1, 0,22 et 0,32 de pré-déformation ; SOR : simulation de traction uniaxiale à 0,05 de pré-déformation suivie d'un cisaillement simple dans la même direction ; EOR : essai de traction uniaxiale à 0,05 de pré-déformation suivie d'un cisaillement simple dans la même direction.	86
4.1	Dispositifs de pliage sous tension (BUT) mis en place par des chercheurs de différents laboratoires.	90
4.2	Schéma de l'essai de retour élastique par pliage sous tension.	91
4.3	La configuration spécifique d'essai de pliage sous tension mise en place au LCFC.	92

4.4	Les trois modules d'outil pour étudier le retour élastique par pliage sous tension.	93
4.5	Force de retenue mesurée pendant le processus de pliage sous tension pour les cas du DP600 avec un rayon $R=10$ mm, $R/e=8,2$ et $k_b=0,29$; $0,48$; $0,67$; $0,86$; $1,05$; $1,24$.	94
4.6	Les résultats expérimentaux de pliage sous tension du DP600 en direction de laminage (DL).	96
4.7	Illustrations de l'isotropie des essais de pliage sous tension pour les cas du DP600 en DL et DT avec un rayon $R=10$ mm, $R/e=8,2$ et $k_b=0,86$.	97
4.8	Le système optique de mesure 3D GOM ATOS mis en place au LCFC.	97
4.9	Détail des éprouvettes scannées et le plan de coupe.	98
4.10	Illustration schématique de l'angle de retour élastique global θ et de la courbure locale $C = 1/\rho$.	99
4.11	Les résultats expérimentaux de l'angle de retour élastique θ du DP600.	99
4.12	Les effets du facteur k_b et du ratio R/e sur le retour élastique global.	100
4.13	Méthode des cercles passant par trois points.	101
4.14	Méthode de l'interpolation par polynôme en utilisant l'algorithme de Savitzky-Golay.	102
4.15	Application et comparaison des méthodes TP et SG : (a) L'éprouvette de pliage sous tension ; (b) L'effet de l'étendue sur la dispersion de la courbure.	103
4.16	La courbure locale déterminée par SG et TP : (a) Illustration schématique de la zone utile de l'éprouvette de pliage sous tension, utilisée pour le calcul de la courbure locale du profil ; (b) Comparaison des méthodes TP, SG et SGTP.	104
4.17	Les résultats expérimentaux de la courbure C aux différents ratios de R/e et facteurs de retenue k_b du DP600.	105
4.18	Les courbures aux différents ratios R/e et facteurs de retenue k_b du DP600.	106
4.19	Illustration schématique de la position des outils dans le modèle de éléments finis de l'essai de pliage sous tension.	107
4.20	Maillage de l'éprouvette dans le modèle éléments finis de l'essai de pliage sous tension.	108
4.21	Simulations de chargements cycliques traction-compression avec le modèle d'écrouissage isotrope et le modèle d'écrouissage combiné pour l'acier DP600.	109
4.22	Courbes de contrainte équivalente vs. déformation équivalente utilisés pour la simulation de pliage sous tension pour DP600.	110
4.23	Les comparaisons des prédictions de l'angle de retour élastique θ en utilisant le modèle d'écrouissage isotrope et le modèle d'écrouissage combiné.	110
4.24	Les résultats simulations de la courbure ρ aux différents ratios de R/e et facteurs de retenue k_b du DP600.	111
4.25	Les comparaisons des prédictions de la courbure locale C en utilisant le modèle d'écrouissage isotrope et combiné.	112
4.26	Confrontations calcul-essais de l'angle de retour élastique θ pour l'acier DP600.	113
4.27	Confrontations calcul-essais de la courbure locale C pour l'acier DP600.	114

Liste des tableaux

1.1	Paramètres du modèle de Chaboche-Marquis dans le Programme 1 et Abaqus.	40
1.2	Paramètres des modèles de l'érouissage isotrope (Iso) et de l'érouissage combiné modifiée (Com) dans Programme 1.	42
1.3	Paramètres du modèle d'érouissage microstructural de Teodosiu-Hu dans [3].	43
1.4	Paramètres du modèle élasto-visco-plastique utilisé dans le Programme 1.	45
2.1	Les paramètres de matériau utilisés dans les simulations de sensibilité à la vitesse. Paramètres d'érouissage $C_X = X_{sat} = K = n = \varepsilon_0 = 0$	53
2.2	Les paramètres de matériau utilisés dans les simulations de sensibilité à l'érouissage isotrope, d'après [2].	56
2.3	Paramètres d'érouissage isotrope pour l'étude de l'effet de la pente de la courbe d'érouissage.	57
2.4	Paramètres d'érouissage isotrope pour l'étude de l'effet de la courbure de la courbe d'érouissage.	57
2.5	Paramètres d'érouissage cinématique utilisés dans la prévision de la surface de plasticité et l'évolution de la non-normalité.	60
2.6	Paramètres élasticité utilisés dans la prévision de la surface de plasticité et l'évolution de la non-normalité.	62
2.7	Paramètres appliqués dans la méthode de modification abrupte du trajet de contrainte et la méthode de déchargement-rechargement pour prévoir l'évolution de la surface de plasticité.	64
3.1	Le plan des tests rhéologiques du matériau DP600.	72
3.2	Quelques paramètres du matériau DP600.	75
3.3	Paramètres identifiés du modèle d'érouissage isotrope pour DP600.	83
3.4	Paramètres identifiés du modèle d'érouissage combiné pour DP600.	84
3.5	Paramètres identifiés du modèle d'érouissage de Teodosiu-Hu pour DP600.	86
4.1	Le plan d'expérience pour les essais de pliage sous tension sur DP600.	95
4.2	L'information de la modélisation éléments finis de l'essai de pliage sous tension.	108
4.3	Confrontations calcul-essais de l'angle de retour élastique θ et de la courbure locale C pour l'acier DP600.	113

Liste des symboles et abréviations

Liste des symboles

ε	déformation totale
$\dot{\varepsilon}$	taux de déformation totale
ε^e	déformation élastique
$\dot{\varepsilon}^e$	taux de déformation élastique
ε^p	déformation plastique
$\dot{\varepsilon}^p$	taux de déformation plastique
σ	contrainte de Cauchy
$\dot{\sigma}$	taux de contrainte de Cauchy
E	module d'Young
ν	coefficient de Poisson
G	module de cisaillement
K	module d'élasticité isostatique
\mathbf{I}	tenseur des unités de second ordre
\mathbf{I}'_4^s	tenseur unité déviatorique symétrique du quatrième ordre
\mathbf{C}	module tangent élastique
\mathbf{C}^{ep}	module tangent élasto-plastique
Y	taille de la surface de plasticité
f	fonction de la surface de plasticité
F	fonction de la surface de délimitation
$\bar{\sigma}$	contrainte équivalente
\mathbf{V}	direction normale à la surface de plasticité

$\dot{\lambda}$	multiplicateur plastique
$\boldsymbol{\sigma}'$	déviateur de la contrainte de Cauchy
\mathbf{X}	variable interne décrivant l'écoulement cinématique
R	variable interne décrivant l'écoulement isotrope
r	coefficient d'anisotropie
r_n	coefficient d'anisotropie normale
Δr	coefficient d'anisotropie plane
r_b	coefficient d'anisotropie biaxiale
σ_b	limite d'élasticité en traction équi-biaxiale
a, b et m	Paramètres des matériaux dans l'équation (1.21)
f_1, f_2	fonctions de plasticité isotropes dans l'équation (1.23)
σ'_1, σ'_2	les valeurs principales d'une contrainte déviatorique dans l'équation (1.23)
a	un exposant déterminé en fonction de la structure cristallographique du matériau dans l'équation (1.23)
$\boldsymbol{\Omega}, \boldsymbol{\Omega}', \boldsymbol{\Omega}''$	matrices de transformations linéaires intervenant dans l'équation (1.26)
$\mathbf{L}', \mathbf{L}''$	matrices de transformations linéaires intervenant dans l'équation (1.26)
$\boldsymbol{\chi}, \boldsymbol{\chi}', \boldsymbol{\chi}''$	contrainte transformée linéairement intervenant dans l'équation (1.26)
$k \in N \geq 1, 0 \leq a \leq 1$	paramètres du matériau dans l'équation (1.27)
Γ, Ψ, Λ	fonctions des composantes planaires dans l'équation (1.27)
M, N, P, Q, R, S, T	paramètres du matériau dans l'équation (1.28)
K, ε_0, n	paramètres de loi de Swift dans l'équation (1.32a)
C_R, R_{sat}	paramètres de loi de Voce dans l'équation (1.32b)
$\bar{\varepsilon}^p$	déformation plastique équivalente
Y_0	valeur initiale de la limite d'élasticité
σ_T	contrainte d'écoulement en traction uniaxiale
$\boldsymbol{\varepsilon}^{vp}$	déformation visco-plastique

$\dot{\varepsilon}^{vp}$	vitesse de déformation visco-plastique
τ	limite d'élasticité en cisaillement pur
Ω^*	potentiel dual de dissipation
Δt	incrément de temps
$\dot{\bar{\varepsilon}}^{vp}$	vitesse de déformation visco-plastique équivalente
σ^*	contrainte visqueuse
$L(\mathbf{B})$	fonction coût
e	épaisseur
L	largeur
k_{bs}	facteur de retenue souhaité
F_{bs}	force de retenue souhaitée
k_b	facteur de retenue
F_b	force de retenue
σ_0	contrainte à la déformation plastique égale à 0.02%
θ	angle de retour élastique
C	courbure locale

Liste des abréviations

ANK	écrouissage cinématique non-linéaire anisotrope
BUT	pliage sous tension, bending under tension
CR	cisaillement réversible
CS	cisaillement simple
DL	direction de laminage
DN	direction normale
DT	direction transversale
GA	algorithme génétique
HAH	écrouissage anisotrope homogène
LSM	méthode des moindres carrés

MEF	méthode des éléments finis
NICE	incrément suivant corrige l'erreur
OR	traction uniaxiale suivie d'un cisaillement simple
R/e	rayon/épaisseur
SA	algorithme recuit simulé
SG	algorithme de Savitzky-Golay
SPDP	structures planaires de dislocations persistantes
THR	très haute résistance
TP	trois points cercle
TU	traction uniaxial
VFM	méthode des champs virtuels

Introduction générale

Introduction

Au cours des deux dernières décennies, l'industrie automobile s'est efforcée de répondre aux réglementations nationales et internationales et à la demande des consommateurs pour des véhicules légers, économes en carburant et à faibles émissions de particules nocives. En outre, les exigences en matière de sécurité, de performances et de confort améliorés continuent de faire pression sur les constructeurs automobiles, en particulier dans un environnement où la concurrence mondiale est de plus en plus vive. Comme alternative aux alliages d'aluminium et de magnésium, les aciers avancés à très haute résistance (THR) se sont révélés être un choix approprié de matériau pour diverses pièces de carrosserie et de structure automobile, répondant aux exigences de faible masse, de coût abordable et d'augmentation des performances. La figure 1 montre des pièces obtenues par formage de tôle typiques dans l'industrie automobile.

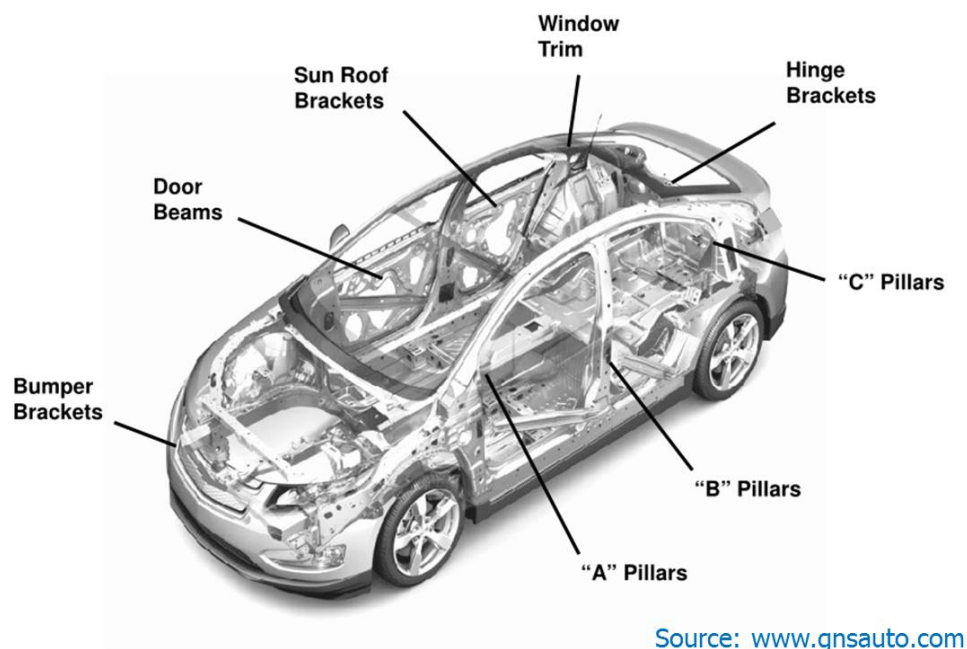


FIGURE 1 – Mise en forme des tôles : pièces typiques d'automobiles.

L'emboutissage de tôles métalliques nécessite de les déformer dans le domaine plastique implique des efforts relativement importants, qui dépendent évidemment de la taille et des formes des pièces mais aussi du matériau utilisé. L'emboutissage est effectué à l'aide de presses hydrauliques ou mécaniques dans lesquelles des outils sont installés. L'outil d'emboutissage, qui nous intéresse au plus haut point, consiste presque toujours en trois parties principales présentées sur la figure 2 :

1. une matrice qui se rapproche de la forme extérieure de la pièce à fabriquer ;
2. un poinçon, ayant la forme intérieure de la pièce à emboutir, qui enfoncera dans la matrice une tôle découpée au contour approprié appelée flan ;
3. un serre-flan qui presse le flan sur l'extérieur de la matrice pour éviter le froissement et réguler l'avalement du métal dans l'outil.

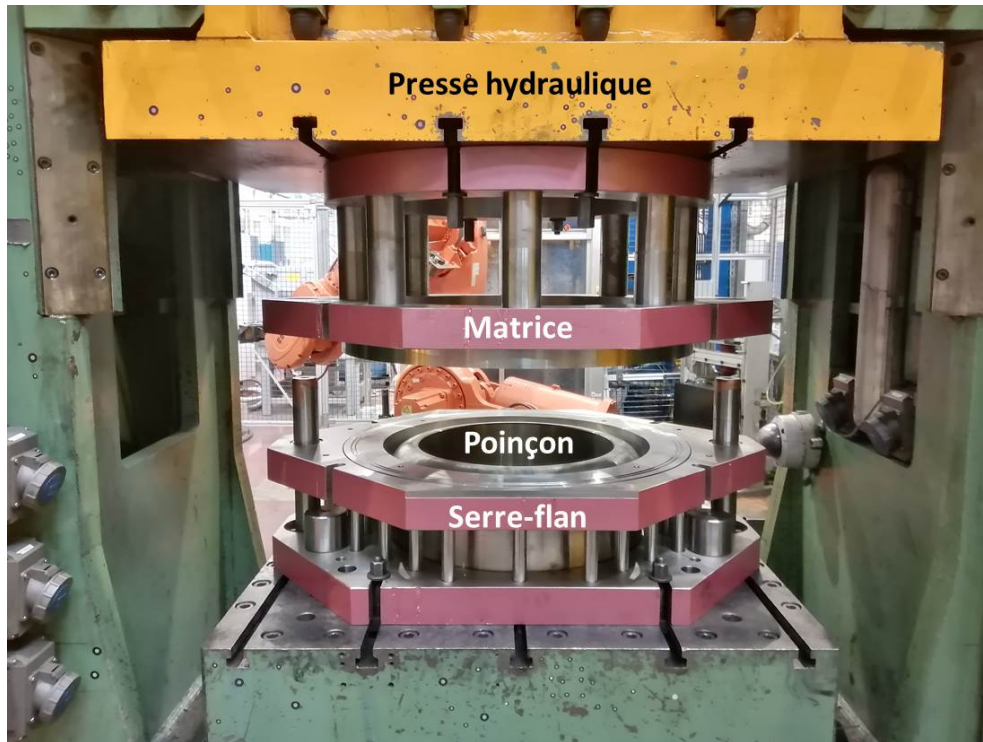


FIGURE 2 – Presse hydraulique avec outil d'emboutissage mis en place au LCFC.

L'emboutissage des tôles est une opération qui permet d'obtenir des pièces de formes complexes, contrairement aux opérations plus simples de pliage, de laminage ou de profilage à froid. En raison de sa complexité, de la difficulté à quantifier les facteurs d'influence et de leurs interactions, et donc de sa difficulté d'analyse, l'emboutissage a longtemps été un art plutôt qu'une technique, basé sur l'expérience et l'observation, des qualités qui semblaient plus utiles qu'une connaissance approfondie de la physique [4]. Dans les procédés de formage de tôle, les matériaux sont généralement soumis à des chargements multiaxiaux. De plus, les pièces métalliques sont très souvent fabriquées en deux étapes de formage ou plus. Par conséquent, les tests de chargement multiaxiaux et / ou à plusieurs étapes sont souvent nécessaires pour vérifier les modèles de plasticité à utiliser dans les simulations. Des essais de caractérisation des matériaux sont nécessaires. Bien qu'ils ne soient pas classés dans les tests multiaxiaux, les tests de compression dans le plan ou les tests d'inversion de contrainte dans le plan sont efficaces pour observer et modéliser l'effet différentiel de résistance et l'effet Bauschinger des tôles [5,6]. Ces tests sont également importants du point de vue industriel, car de tels modes de déformation sont très courants dans les processus de formage de métaux en feuilles, y compris l'emboutissage profond et le cintrage. Pour les tôles métalliques, la réponse à la déformation plastique se manifeste à travers différents phénomènes, tels que l'écroutissage, l'anisotropie et la rupture. La plupart de ces phénomènes se produisent simultanément avec des interactions significatives et peuvent affecter profondément le comportement de la tôle en raison des modifications significatives qu'ils entraînent dans ses caractéristiques et propriétés physiques et mécaniques, telles que l'apparence et la rugosité de

la surface, l'allongement du point d'élasticité, la résistance à la déformation plastique, dureté et résistance, contraintes résiduelles, retour élastique et formabilité.

Les techniques de simulation numérique sont aujourd'hui couramment utilisées dans l'industrie et la recherche scientifique pour améliorer l'efficacité du travail, réduire le temps et les coûts et surtout pour comprendre et expliquer les phénomènes sous-jacents (voir la figure 3). Dans le domaine de la recherche sur le formage des tôles, un travail intensif a été effectué au cours des dernières années afin d'obtenir les outils numériques les plus fiables. La précision d'un tel outil dépend de nombreux facteurs, tels que les lois de comportement utilisées pour décrire le comportement plastique du matériau. Afin de raccourcir les délais de production des produits et des processus et de réduire les coûts, diverses méthodes de calcul mathématique et numérique sont établies pour la prévision de la déformation.

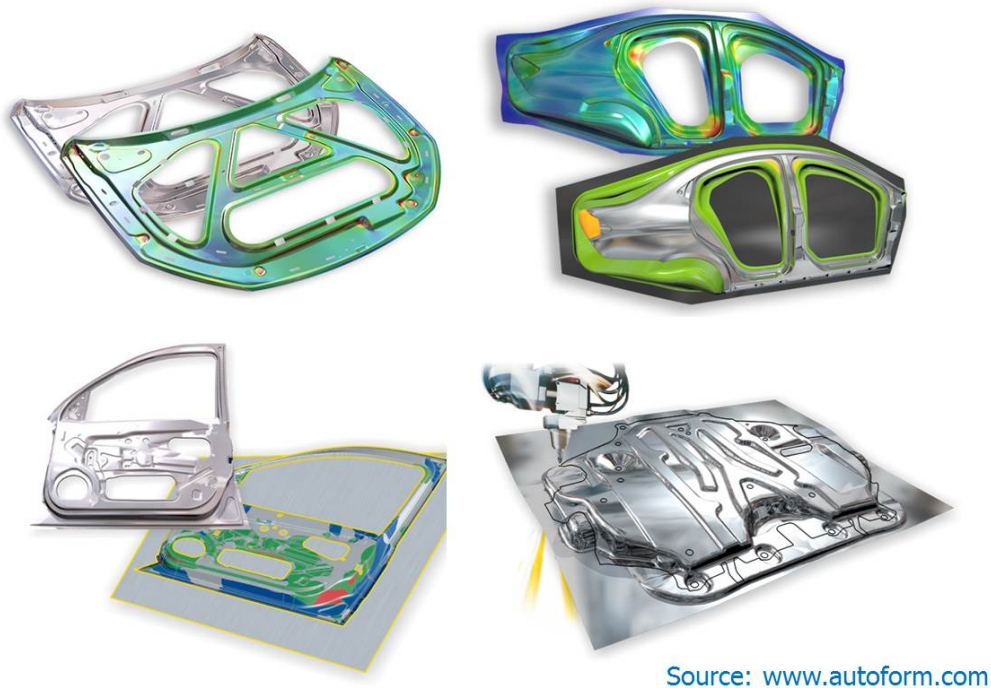


FIGURE 3 – Solutions pour la simulation numérique et la validation des processus de pièces en tôle.

Les simulations numériques, qui suscitent un intérêt considérable du monde universitaire et de l'industrie, jouent un rôle fondamental et indispensable dans les domaines de la fabrication. Elles accélèrent le processus de conception en permettant de simuler des processus tels que le formage, ainsi que d'évaluer des concepts et des détails de conception. Les simulations comprennent généralement les phases suivantes : modélisation conceptuelle du système physique, modélisation mathématique du modèle conceptuel, discrétisation et sélection de l'algorithme du modèle mathématique, programmation informatique du modèle discret, solution numérique du modèle de programme d'ordinateur et représentation de la solution numérique. Malheureusement, les simulations elles-mêmes peuvent introduire des incertitudes substantielles en raison des hypothèses des modèles ainsi que des approximations numériques utilisées dans les simulations. Sans une estimation franche et une présentation claire des incertitudes dans les simulations numériques, la prédiction peut être inadéquate, dispersée ou même invalide, ce qui peut entraîner une mauvaise aide à la décision en fabrication. Par conséquent, les incertitudes liées à la prévision de la déformation doivent être évaluées, réduites et gérées de manière à garantir la validité des simulations numériques.

De gros efforts ont été déployés pour améliorer la fiabilité des résultats, ainsi que pour réduire et limiter les incertitudes des simulations numériques [7]. Les incertitudes peuvent être

classées en plusieurs catégories différentes selon les aspects de leurs caractéristiques, comme illustré sur la figure 4. Selon les sources d'incertitude dans la modélisation et le calcul, elles peuvent être globalement classées comme se produisant dans les entrées de modèle, la solution numérique ou les hypothèses incorporées dans les modèles mathématiques [8]. En raison de la compréhension limitée ou de la représentation erronée de processus réels, les modèles mathématiques comportent nécessairement des incertitudes. Dans l'analyse éléments finis de la mise en forme des métaux, il existe de nombreux modèles que les utilisateurs peuvent choisir. Une étude complète des incertitudes épistémologiques dans les modèles mathématiques est cruciale pour la validité des simulations par la méthode des éléments finis (MEF).

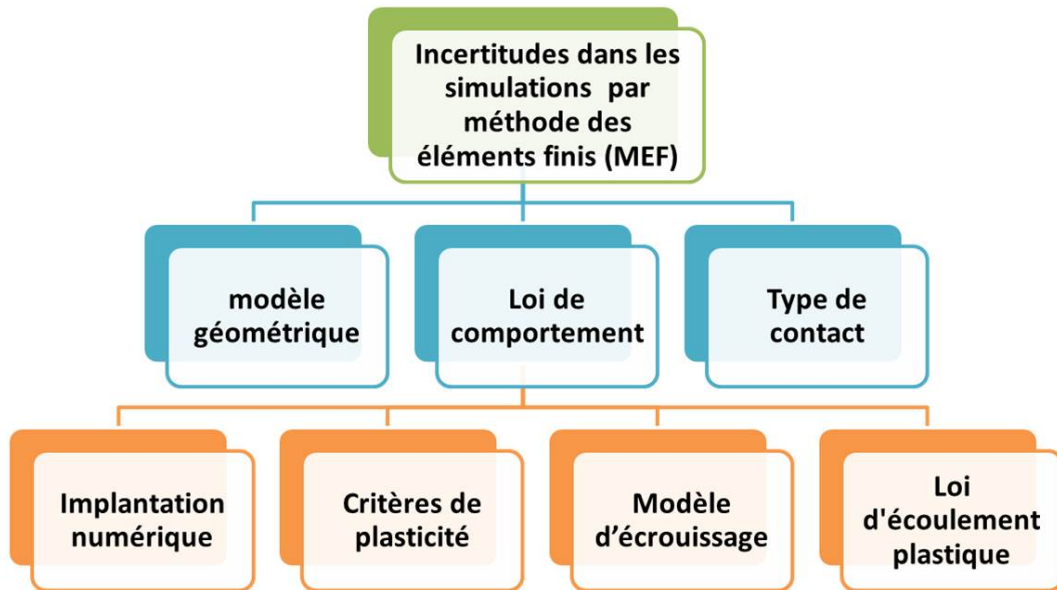


FIGURE 4 – Incertitudes dans les simulations numériques par méthode des éléments finis (MEF).

État de l'art

Dans le domaine de la mise en forme des tôles, un travail intensif a été effectué ces dernières années afin d'obtenir les outils numériques les plus fiables possible pour améliorer les résultats de simulation. La précision d'un tel outil dépend de nombreux facteurs tels que les lois de comportement qui sont utilisées pour décrire le comportement plastique du matériau. Cette section passe en revue l'état de l'art en modélisation de loi de comportement, en méthode de mise œuvre numérique, en technique d'identification des paramètres, en validation expérimentale pour discriminer les modèles.

Modélisation du comportement

Au cours des dernières années, de nombreux travaux ont été menés afin d'obtenir les outils numériques les plus fiables pour améliorer la simulation des opérations de formage de tôle. La précision d'un tel outil dépend de nombreux facteurs importants tels que les lois de comportement utilisées pour décrire le comportement plastique du matériau. Différents effets liés au matériau, tels que son anisotropie et son écrouissage, en particulier après des changements du trajet de déformation, influencent fortement son comportement macroscopique.

La théorie de la plasticité macroscopique est le plus souvent utilisée en raison de sa simplicité et de son effort de calcul relativement faible en analyse numérique. Dans le cas d'un matériau métallique isotrope, le critère de plasticité le plus ancien avait été proposé par Tresca en 1864 [9] sur la base de son observation selon laquelle des déformations plastiques apparaissent par glissement cristallographique sous des contraintes de cisaillement actives. Ensuite, la fonction de plasticité de von Mises été développée pour décrire la plasticité [10], en particulier des tôles. Afin de prendre en compte l'anisotropie, la fonction de plasticité de von Mises peut être modifiée en introduisant des paramètres supplémentaires. Ces paramètres peuvent être ajustés à un ensemble de données expérimentales obtenues en soumettant le matériau considéré à des essais mécaniques. En 1948, Hill a proposé un critère de plasticité afin de décrire l'anisotropie du matériau [11]. En raison du fait que le critère de plasticité de Hill48 ne peut décrire le comportement plastique de certains matériaux tels que certains alliages d'aluminium, les fonctions de plasticité quadratiques dans la famille de Hill ont été améliorées [12–14]. Outre la famille de critères de plasticité de Hill, il convient de mentionner une autre classe de modèles basés sur la formulation isotrope proposée par Hershey [15]. Hosford a redécouvert le modèle de Hershey en 1972 [16] et l'a utilisé pour développer un critère de plasticité anisotrope. Barlat et al [17] et Banabic [18] ainsi que d'autres chercheurs ont proposé d'autres extensions du modèle.

Depuis 2000, la modélisation du comportement anisotrope de ces matériaux a favorisé les activités de recherche axées sur l'élaboration de critères de plasticité. Plusieurs nouveaux modèles ont été proposés au cours des dernières années. Ces modèles permettent une très bonne description du comportement anisotrope des alliages d'acier (structure cristallographique BCC), des alliages d'aluminium (structure FCC) et alliages de magnésium (structure HCP). Les nouveaux critères de plasticité intègrent un grand nombre de coefficients (généralement au moins 8 coefficients). De ce fait, ils sont en mesure de donner une description précise de la surface d'écoulement et de suivre de près les variations dans le plan de la limite d'élasticité uniaxiale et du coefficient d'anisotropie plastique. De plus, certains des modèles de plasticité développés peuvent également capturer la réponse non symétrique en traction/compression spécifique aux alliages HCP. Barlat et al ont proposé un nouveau modèle particularisé pour les contraintes planes 2D dans [17] en 2000, et puis ce modèle a été développé en 3D avec le critère de plasticité de Aretz et Barlat dans [19, 20]. Cette même année, Banabic et ses collègues ont proposé un nouveau critère de plasticité basé sur la formulation isotrope de Hershey et une amélioration de ce critère a été proposée par Banabic et al dans [21] afin de prendre en compte un paramètre mécanique supplémentaire. Plusieurs critères de plasticité récents pour des simulations industrielles de procédés de formage de tôles ont été évalués par [22]. Pour introduire l'orthotropie dans l'expression d'un critère isotrope, Cazacu et Barlat [23] ont proposé une méthode alternative basée sur la théorie de la représentation des fonctions tensorielles. Vegter et Boogaard [24] ont obtenu la surface de plasticité dans le premier quadrant en appliquant une interpolation de Bézier basée sur des points de la surface déterminés directement par des essais expérimentaux. Banabic et al ont présenté synthétiquement les modèles plus récents pour la description du comportement plastique anisotrope dans [25].

Dans un processus de formage de tôle typique, une quantité considérable de matériau est soumise à un chargement monotone. Il est bien connu que la réponse mécanique des métaux dépend de l'historique des déformations antérieures. L'effet Bauschinger est l'un des phénomènes liés au changement de propriétés mécaniques lors d'un chargement monotone. Il est généralement associé à des conditions dans lesquelles la limite d'élasticité d'un métal diminue lorsque le sens de la déformation est inversé. L'effet Bauschinger peut être prédit en utilisant l'écrouissage anisotrope (également appelé distorsion), qui décrit en général une transformation de la surface de plasticité au cours de la déformation plastique. Cependant, comme le montrent les observations expérimentales, la distorsion de la surface de plasticité est très complexe et inclut sa translation mais aussi le changement de sa taille et de sa forme. Pour décrire un tel

comportement phénoménologique, un grand nombre d'expériences est nécessaire. Cependant, avec un effort raisonnable, il est possible de décrire la translation de la surface de plasticité (écrouissage cinématique) et la modification de sa taille (écrouissage isotrope). Il est nécessaire de distinguer les termes : le mot isotrope peut être associé à la fois aux critères de plasticité et à l'évolution de la surface de plasticité, tandis que cinématique s'applique uniquement à l'évolution. L'écrouissage cinématique conduit à l'anisotropie plastique même si un critère de plasticité isotrope est utilisé.

Dans la théorie de Prager, on suppose que lors du chargement, la contrainte de rappel se développe dans le même sens que l'incrément de déformation plastique. Ce modèle est le cas le plus simple d'écrouissage cinématique pur. Cependant, ce modèle d'écrouissage linéaire ne peut pas décrire avec précision le comportement des matériaux réels dans [26]. Ensuite, la théorie de la déformation élasto-plastique en déformation finie avec anisotropie induite modélisée comme écrouissage combiné isotrope-cinématique a été proposé dans [27]. Pour obtenir une meilleure description de l'écrouissage et pour effectuer une transition en douceur du comportement élastique au comportement inélastique, Armstrong et Frederick ont suggéré d'améliorer l'équation de l'évolution dans [28]. Chaboche a résumé et discuté un certain nombre de cadres théoriques alternatifs, en faisant des comparaisons avec les précédents, y compris des développements plus récents offrant de nouvelles capacités potentielles dans [29]. Le modèle de Yoshida-Uemori dans [30,31] est une amélioration supplémentaire du modèle de Chaboche qui décrit en outre la re-plastification précoce et la stagnation de l'écrouissage. Le modèle d'écrouissage cinématique non-linéaire anisotrope (ANK) a été proposé dans [32] par Chun et al.

Sur la base de l'évolution de la microstructure après chargement non monotone en deux étapes, un modèle dit microstructural a été développé par Teodosiu et Hu dans [33, 34], qui décrit avec précision le comportement anisotrope macroscopique tel que l'effet Bauschinger, la stagnation, l'écrouissage et l'adoucissement des métaux polycristallins. Hu [35] a travaillé sur la modélisation constitutive des tôles métalliques en tenant compte de l'anisotropie induite par l'écrouissage. Et puis, un modèle pratique de plasticité à deux surfaces a été développé et implémenté pour incorporer l'anisotropie de plasticité et trois effets d'écrouissage pour les trajets de déformation non monotones : l'effet Bauschinger, l'écrouissage transitoire et l'adoucissement permanent dans [36].

Barlat et al ont proposé une approche du modèle d'écrouissage anisotrope homogène (HAH) dans la plasticité classique pour décrire le comportement plastique du matériaux lors du changement de trajet de déformation dans [37]. Et puis, la formulation qui avait été proposée à l'origine dans [37] a été raffinée afin de prédire la réponse mécanique des métaux soumis à un chargement non monotone avec une précision améliorée, en particulier pour un changement de trajet orthogonal dans [38, 39].

En 2010, un modèle couplé d'écrouissage isotrope-cinématique a été développé sur la base d'observations phénoménologiques d'expériences effectuées en deux étapes dans [40]. Ensuite, une nouvelle approche pour la modélisation de l'écrouissage anisotrope a été proposée et appliquée à l'analyse par éléments finis de l'emboutissage profond dans [41, 42]. Zang et al ont amélioré un modèle de comportement élasto-plastique, capable de prédire l'effet Bauschinger, un comportement transitoire, un adoucissement permanent et une anisotropie dans [43]. Clausmeyer et Svendsen [44] ont comparé deux modèles sur l'investigation de aciers soumis à une charge non proportionnelle. Dans la référence [45], un écrouissage mixte isotrope-distorsion qui peut prédire les relations contrainte-déformation plastique dans différentes directions de déformation est proposé. Yoshida et al ont proposé un cadre pour la modélisation constitutive de la plasticité afin de décrire l'évolution de l'anisotropie et de l'effet Bauschinger dans les tôles dans [46].

Récemment, Lee et al ont proposé un modèle d'écrouissage cinématique permettant de décrire à la fois le comportement plastique asymétrique (effet de Bauschinger temporaire, effet

Bauschinger transitoire et adoucissement permanent) et l'écroissage directionnel dans [47]. Un nouveau modèle a été proposé pour la prédiction des transitions de contraintes causées par les modifications du trajet de déformation, ainsi que des modèles d'écroissage isotrope, cinématique et à distorsion pour l'aluminium et les aciers dans [48]. Ensuite, une approche de la fonction delta de Dirac est appliquée pour la formulation du modèle d'écroissage cinématique non-linéaire [49].

Il existe énormément de modèles et on en crée de nouveaux sans cesse. Par conséquent, on ne se propose pas de créer de nouveaux modèles dans cette thèse. Par contre, il n'y a pas de consensus pour savoir quel modèle il faudrait utiliser pour quelle application. Les modèles étant de plus en plus complexes, il est de plus en plus difficile et coûteux de les comparer rigoureusement, afin de pouvoir choisir.

Mise en œuvre numérique

L'analyse par éléments finis du processus de formage de tôles implique diverses non-linéarités. Pour prévoir avec précision la géométrie finale, la répartition de la déformation, les contraintes et le contrôle de divers défauts de formage l'intégration précise des lois de comportement sur le trajet de déformation est essentielle.

En 1986, une analyse de précision d'une nouvelle classe d'algorithmes d'intégration pour les relations de comportement élastoplastiques à déformation finie a été proposée par Ortizet et Simo [50]. Ensuite, Sloan a décrit deux systèmes de sous-incrémentation pour une méthode de l'intégration dans [51]. Ensuite, Simo [52] a proposé une formulation et un traitement algorithmique de la plasticité statique et dynamique pour des déformations finies basés sur la décomposition multiplicative. L'intérêt de cet algorithme c'est qu'il hérite de toutes les caractéristiques des modèles classiques de la plasticité infinitésimale. Plus tard, Miehe [53] a présenté une formulation d'élasticité de grandes déformations isotropes et aborde certains aspects informatiques de sa mise en œuvre par éléments finis. Potts et Ganendra ont évalué deux algorithmes permettant de réaliser une telle intégration, les méthodes de 'sous-incrémentation' et de 'retour' dans [54] et ont estimé que pour une taille d'incrément particulier, la méthode de 'sous-incrémentation' est plus précise.

Borja et al [55] ont étudié la performance d'un algorithme numérique pour l'intégration de modèles de comportements élasto-plastiques à surfaces de plasticité convexes impliquant les trois invariants. L'algorithme est basé sur une représentation spectrale des contraintes et des déformations pour une plasticité à déformation infinitésimale et finie, ainsi qu'une cartographie de retour dans les directions principales de contrainte. En 2004, Raphanel et al [56] ont proposé un nouvel algorithme de plasticité cristalline dépendante de la vitesse. L'algorithme a été mis en œuvre pour une réactualisation basée sur le schéma d'intégration de Runge-Kutta précis du second ordre. Ensuite, McGinty et McDowell [57] ont présenté un schéma d'intégration semi-implicite pour la plasticité des cristaux finis indépendante de la vitesse. Amirkhizi et Nemat-Nasser [58] ont résumé les éléments d'un schéma d'intégration numérique pour la réponse élasto-plastique de monocristaux en 2007. Dans la référence [59], un algorithme a été proposé basé sur les schémas explicites de 'sous-incrémentation' incorporant le schéma de correction de contrainte pour l'analyse des problèmes de formage de tôles tridimensionnel.

En 2010, Yamakawa et al [60] ont développé un algorithme de réactualisation des contraintes pour le modèle Cam-clay de surface de sous-chargement. Vrh et al [61] a présenté un schéma explicite simple mais efficace, baptisé 'l'incrément suivant corrige l'erreur' (NICE) pour l'intégration d'équations de comportement non linéaires. En 2015, Lee et al [62] ont décrit un algorithme d'intégration de contrainte pour le nouveau modèle d'écroissage anisotrope (HAH) à base de fonction de plasticité homogène. Ensuite, un modèle de comportement pratique d'écroissage non-isotropes et de dépendance à la température, a été développé et implémenté dans Abaqus

Standard via le sous-programme UMAT dans [63].

Minano et al [64] ont présenté un nouvel algorithme basé sur les idées de l'algorithme de projection du point le plus proche pour l'élasto-plasticité anisotrope avec l'écouissage mixte. Par calcul basé sur la vitesse de déformation logarithmique élastique du correcteur, Sanz et al [65] ont mis en œuvre un modèle d'élasto-plasticité multiplicative à l'écouissage anisotrope. Ensuite, Bartels et Mosler [66] ont utilisé un schéma de retour efficace basé sur une nouvelle intégration temporelle exponentielle pour le tenseur de quatrième ordre décrivant l'écouissage par distorsion. En 2019, Choi et Yoon [67] ont utilisé l'algorithme d'intégration des contraintes basé sur la méthode des différences finies pour traiter efficacement les dérivées première et seconde de la surface de plasticité et des fonctions potentielles, qui constituent le plus long composant de la procédure d'intégration des contraintes.

Les trois types de schéma d'intégration (implicite, semi-implicite et explicite) sont résumés ci-dessus. Par rapport aux schémas d'intégration implicite/semi-implicite, l'algorithme d'intégration explicite nécessite des intervalles de temps inférieurs pour générer la stabilité. Cependant, en raison de ses avantages de simplicité, modulaire et robuste, le schéma d'intégration explicite est choisi dans cette thèse.

Identification des paramètres

Le développement de lois de comportement de plus en plus complexes entraîne plusieurs difficultés. D'une part, l'implantation numérique doit être adaptée aux nouveaux modèles comme on vient de le voir. D'autre part, les modèles plus avancés s'accompagnent systématiquement d'un nombre de plus en plus grand de paramètres. L'identification de ces paramètres, de plus en plus nombreux, devient un problème de plus en plus difficile.

Des méthodologies inverses ont été appliquées à l'identification paramétrique afin d'améliorer la fiabilité de l'analyse par éléments finis. Même si l'estimation des paramètres non-linéaires était déjà un sujet étudié au cours des trente dernières années [68–70], la nécessité de déterminer les paramètres pour les modèles de comportement non-linéaires est devenue un sujet important maintenant. En 1991, Chaoboche et al [71] ont introduit un logiciel pour l'identification interactive graphique des lois de comportement. Le logiciel d'identification SiDoLo a été développé par l'École des Mines de Paris [72]. Mahnken et Stein [73, 74] ont proposé une approche unifiée pour l'identification de paramètres de modèles de matériaux inélastiques dans le cadre de la méthode des éléments finis. Et puis, une méthode numérique/expérimentale d'identification des paramètres de matériaux composites a été discuté dans la référence [75]. En 2004, Kleinermann et Ponthot [76] ont comparé l'efficacité de différentes méthodes d'optimisation non-linéaires pour résoudre les problèmes d'identification des paramètres. Ensuite, ils ont utilisé une méthodologie d'optimisation en cascade pour l'identification automatique de paramètres, l'optimisation de processus et l'optimisation de forme dans la simulation du formage des métaux [77]. En 2002, Grediac et al [78] ont présenté une procédure spécifique basée sur une utilisation du principe de travail virtuel et l'ont appliqué à l'estimation directe et simultanée de paramètres utilisés dans certaines lois de comportement. Et puis, la méthode des champs virtuels (VFM) a été utilisée pour extraire l'ensemble des paramètres de matériau régissant une loi de comportement non-linéaire pour les matériaux composites dans [79]. Dans [80], une méthode a été proposée pour la caractérisation des matériaux soumis à des contraintes importantes au-delà des niveaux d'instabilité plastique dans des essais de traction. Dans la référence [81], Springmann et Kuna ont identifié les paramètres matériels du modèle de Gurson–Tvergaard–Needleman en combinant des techniques expérimentales et numériques. En 2006, la méthode des champs virtuels (VFM) a été étendue aux champs virtuels par morceaux [82]. Ensuite, la méthode des champs virtuels (VFM) a été appliquée à l'identification des paramètres dans [83]. Grediac et al [84] ont donné une revue de littérature sur la méthode des champs virtuels pour l'identification des

paramètres par mesures de champs complets. Chaparro et al [85] ont comparé deux approches d'optimisation : une méthode basée sur les gradients et une méthode d'algorithme évolutif continu pour déterminer les paramètres de matériau utilisés dans les modèles de comportement à variables internes. En 2008, Avril et Pierron [86] ont résolu une reconstruction des contraintes et une identification des paramètres des problèmes élasto-plastiques lors de la mesure en surface de champs de déformation. Cao et Lin ont étudié la formulation de fonctions objectives pour déterminer les modèles de matériaux et leurs caractéristiques de convergence dans [87].

En 2008, Belhabib et al [88] ont proposé un essai de traction non-standard adapté à l'identification de paramètres de matériaux à l'aide de mesures de champs complets de déformation et d'analyse par éléments finis. Ensuite, Haddadi et Belhabib [89] ont amélioré la caractérisation d'une loi d'érouissage à l'aide de la corrélation d'images numériques sur un test de traction hétérogène amélioré. En 2010, Thuillire et Manach [90] ont caractérisé et comparé de l'érouissage cinématique d'une tôle d'acier par des trajets de déformation en traction et en cisaillement. Dans la référence [91], Carvalho et al ont présenté et analysé l'identification des paramètres constitutifs par deux approches différentes, l'analyse en un point et l'analyse par éléments finis. Dans [92], Pierron et al ont étendu la méthode des champs virtuels à l'identification de matériaux élasto-plastiques avec charges cycliques et à l'érouissage cinématique. Ensuite, Rossi et Pierron ont fourni une procédure générale pour extraire les paramètres constitutifs d'un modèle de plasticité à partir de mesures de déplacement et en utilisant la méthode des champs virtuels [93]. En 2012, un ensemble de nouvelles fonctions objectives pour l'identification des paramètres du modèle de comportement a été présenté par Andrade et al [94]. En 2014, Merklein et al [95] ont étudié la caractérisation de l'érouissage cinématique et de l'évolution de la surface de charge avec un changement de trajet continu d'une traction uniaxiale à une traction biaxiale. En 2016, Fu et al ont appliqué la méthode des champs virtuels à l'identification des paramètres d'érouissage anisotropes homogènes et d'érouissage cinématique non-linéaire pour aciers avancés à haute résistance [96, 97]. Récemment, une nouvelle méthode a été proposée pour prédire les paramètres d'entrée de critères de plasticité avancés à partir de propriétés mécaniques sans utiliser d'expériences [98].

Le processus d'identification des paramètres inclut deux parties : essais de caractérisation expérimentale et méthodologies numériques d'identification. Sur la base de la satisfaction d'identification des paramètres au modèle d'érouissage, moins le nombre d'essais est important. Par ailleurs, les méthodes de mesures de champs sont bien puisqu'elles ont fait de la plasticité à des déformations assez grandes par cette méthode, ce qui était original. Pour les méthodologies numériques d'identification, les méthodes d'optimisation non-linéaires (méthode des moindres carrés, algorithme génétique, algorithme recuit simulé, méthode des champs virtuels) sont discutées et comparées ci-dessus. Dans notre travail, nous préférons choisir et comparer la méthode des moindres carrés, aux algorithmes génétique et recuit simulé parce que ces trois méthodes peuvent être directement utilisées en lien avec quelques logiciels de calcul, par exemple SciLab.

Validation expérimentale des prédictions de retour élastique

La validation expérimentale est cruciale dans le cadre de la comparaison et de la sélection de modèles. Dans ce contexte, il faut disposer d'expériences de validation suffisantes et discriminantes, afin de pouvoir vérifier et valider toutes les caractéristiques individuelles de chaque modèle testé. L'utilisation d'alliages d'aluminium et d'aciers à haute résistance pour remplacer les aciers traditionnels augmente le besoin de maîtriser le retour élastique en raison de leurs rapports plus élevés de limite d'élasticité. Par conséquent, nous avons décidé de focaliser les applications des travaux de cette thèse uniquement sur les problèmes de retour élastique. Bien que la littérature traitant de l'analyse du retour élastique des tôles métalliques semble exhaustive, il reste un besoin de créer des expériences soigneusement contrôlées du retour élastique

dans des conditions de formage réalistes. De nombreuses expériences ont été réalisées dans des conditions de pliage pur (c'est-à-dire avec une traction minimale) de différents types : outillage cylindrique, pliage en U, pliage en V etc. dans [99].

La prévision précise du retour élastique nécessite des procédures numériques et une modélisation des matériaux sensibles et précises dans [99, 100]. Les facteurs numériques, tels que le schéma d'intégration, le type d'élément et le schéma de déchargement sont plus critiques que pour l'analyse du procédé de formage dans [13, 101–108]. Des paramètres matériau simples tels que la limite d'élasticité et l'érouissage ont été évalués dans [109], de même que l'utilisation de la traction superposée, afin de contrôler le retour élastique dans la pratique. L'évolution du module d'élasticité a été introduite dans [110]. En 2002, Cleveland et Ghosh [111] ont analysé les effets inélastiques sur le retour élastique et un modèle basé sur des mécanismes physiques de récupération des contraintes et de conformité a été proposé pour décrire à la fois les segments de déformation traction-décharge et compression. En 2005, Lee et ses collègues ont étudiées systématiquement le modèle d'érouissage et le critère de plasticité afin d'améliorer la capacité de prévision du retour élastique dans l'analyse informatique des processus de formage [112, 113]. Dans la référence [1], l'influence de la modélisation de l'érouissage dans la prévision du retour élastique a été évalué par Oliveira et al. Et puis, Wagoner et Li ont étudié l'effet de l'intégration à travers l'épaisseur sur la simulation du retour élastique. Il a présenté des directives concernant le nombre de points d'intégration requis pour des tolérances d'erreur données, afin de permettre aux praticiens de choisir les paramètres numériques de manière appropriée [114]. La même année, Chen et Koc ont résumé les variations des propriétés mécaniques et dimensionnelles du matériau entrant, de la lubrification et d'autres paramètres du processus de formage comme principales causes de la variation du retour élastique [115]. Ensuite, la méthode des plans d'expériences et de l'analyse par éléments finis a été utilisée pour la simulation de la variation et l'analyse du retour élastique des pièces en acier à haute résistance.

En 2010, Eggertssen et Mattiasson ont étudié l'influence de deux autres ingrédients constitutifs : le critère de plasticité et le comportement du matériau lors du déchargement dans [116]. Dans la référence [117], Wang et al ont fait une recherche qui se concentre principalement sur la compréhension des effets des grains, de leurs tailles et de leurs distributions sur la quantité de retour élastique et sur l'identification des conditions dans lesquelles la technique de modélisation par éléments finis de plasticité cristalline doit être utilisée pour la simulation de processus. En 2012, Chalal et al ont étudié le retour élastique des aciers avancés à haute résistance soumis à un pliage sous tension [118]. La même année, une modélisation par éléments finis utilisant l'érouissage anisotrope homogène a été appliquée à la prédiction du retour élastique [119]. Le modèle d'érouissage anisotrope homogène a été appliqué à la prévision du retour élastique dans un pliage en U/V [120]. Dans la référence [121], le retour élastique des aciers avancés à haute résistance en fonction du temps a été étudié. L'étude a montré que les modules d'Young affectent considérablement à la fois le retour élastique initial, ainsi que son évolution dans le temps. Dans la référence [122], une grande partie des travaux récents sur le retour élastique a été résumée en cinq thèmes principaux : équations constitutives plastiques, module d'Young variable, intégration des contraintes dans l'épaisseur, magnésium et aciers à haute résistance. En 2015, Lee et al [123] ont analysé les influences des modèles de matériau et de frottement et suggéré le choix optimal des modèles pour les simulations de retour élastique. Ensuite, Xue et al [124, 125] ont étudié l'évaluation expérimentale du comportement élastique non-linéaire des aciers dual phase et à l'application à la prévision du retour élastique. Dans la référence [126], Sumikawa a amélioré la précision des prévisions de retour élastique à l'aide d'un modèle de matériau prenant en compte l'anisotropie plastique et l'effet Bauschinger. En 2017, Liao et ses collègues [127] ont étudié le comportement élasto-plastique dépendant du changement de trajet de l'acier dual phase et son influence sur la prévision du retour élastique en torsion dans le processus d'emboutissage en oméga. Lobbe et Tekkaya [128] ont exposé des mécanismes de

contrôle du retour élastique et de la résistance du matériau après formage de tôle assisté thermiquement. Dans la référence [129], une analyse de sensibilité numérique de la prévision du retour élastique a été réalisée à l'aide de modèles avancés d'écrouissage.

Dans bon nombre d'articles, les modèles (isotrope, combiné, Teodosiu, HAH etc.) prédisent le même retour élastique, différent d'un degré ou un demi-degré comme illustré sur la figure 5. Il n'est donc pas toujours facile de conclure concernant la supériorité d'un modèle par rapport à un autre concernant la prédiction du retour élastique. Dans l'article de Haddag et al [3], nous avons vu que pour certaines géométries (notamment petits rayons et grande course), les écarts entre les modèles sont plus grands. Dans l'article [118], Chalal et al ont testé plusieurs rayons et plusieurs forces de retenue à travers l'essai de pliage sous tension. Cet essai s'est avéré très discriminant : selon les combinaisons des deux paramètres, les prédictions étaient très différentes. Mais cette campagne a révélé aussi l'importance d'une bonne identification paramétrique. Dans cette thèse, nous avons donc décidé de mettre en œuvre à nouveau cet essai, en réalisant un banc d'essais au laboratoire.

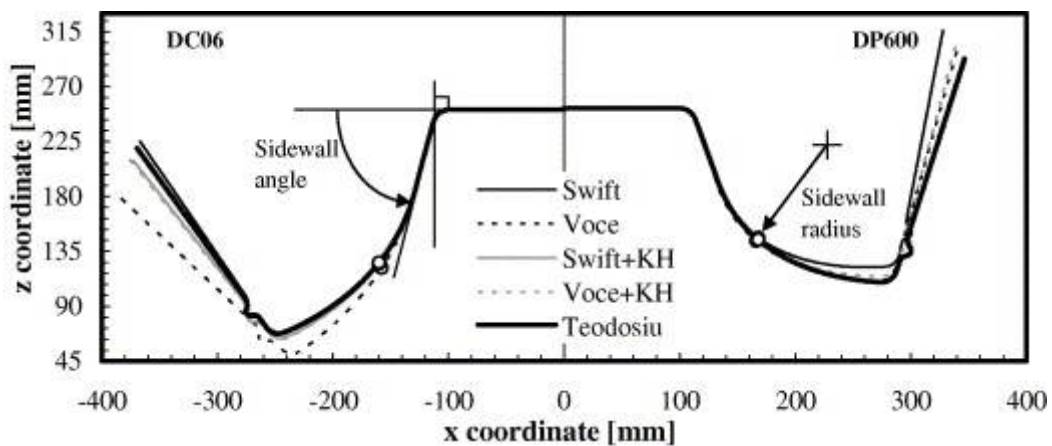


FIGURE 5 – Prédiction du retour élastique de la section de symétrie centrale par différents modèles d'écrouissage pour les aciers DC06 et DP600 dans [1].

Défis scientifiques pour la thèse

Les matériaux métalliques présentent un comportement complexe lorsqu'ils sont soumis à de grandes déformations : élasto-plasticité, visco-plasticité, anisotropie, écrouissage dépendant du trajet de chargement. De nombreux modèles tentent de décrire ces caractéristiques. Outre la modélisation, au moins deux autres étapes sont nécessaires pour réaliser la simulation prédictive : l'une est l'identification des paramètres, et l'autre est la mise en œuvre. Ces étapes sont essentielles pour la précision finale. Selon les exigences de la simulation et expérience du formage de tôle, combinées aux exigences du domaine de la recherche, les défis de cette thèse pourraient être résumés comme suit :

1. Modèle de comportement : Bien que de nombreux modèles de matériau aient été développés par des scientifiques. De plus, les comparaisons entre différents modèles de matériaux sont également essentielles ;
2. Implémentation EF : Dans la partie mise en œuvre par éléments finis, il est nécessaire de développer des algorithmes de comportement généraux qui devraient posséder des propriétés telles que précision, rapidité, modularité et robustesse simultanément ;

3. Plus la complexité des modèles augmente, et plus l'identification paramétrique devient difficile. Cette thèse se concentre sur les modèles d'écroutissage et fait usage d'essais de caractérisation homogènes. La comparaison critique des modèles est au cœur des préoccupations. Pour cela, il est important de veiller à ce que la comparaison ait du sens. Par exemple, il est classiquement observé que les modèles d'écroutissage combiné prédisent bien mieux les essais inversés, mais un peu moins bien les essais monotones - par rapport à un écroutissage isotrope. Ce type d'incohérences empêche de conclure de manière tranchée, et devrait être évitées ;
4. Validation expérimentale : Les défis de cette partie consistent à trier les meilleurs modèles par une série d'expériences discriminantes, mettant en œuvre le retour élastique. C'est trop rarement abordé dans la littérature scientifique et nous tenterons d'apporter certaines contributions dans ce domaine.

Objectifs de la thèse

Cette thèse s'inscrit dans le contexte très large de l'amélioration des simulations d'emboutissage. L'étude se concentre sur les effets des changements de trajet sur le comportement du matériau. La modélisation de ces effets a donné lieu à une littérature très abondante. Nous ne nous proposons pas d'augmenter le nombre de modèles proposés. Au contraire, des modèles existants, plutôt classiques, seront critiqués - afin d'en explorer le potentiel prédictif et les limites. Afin d'assurer un maximum de pertinence, il sera nécessaire de traiter avec soin les étapes de modélisation, implantation numérique, caractérisation et identification paramétrique - aussi classiques soient-elles. L'étude de la littérature devra permettre d'identifier des changements de trajet - continus ou séquentiels - qui mettent en évidence l'effet des différents modèles. En termes d'applications, on se concentrera sur celles mettant en œuvre le retour élastique.

Organisation de la thèse

La thèse est organisée en deux parties intitulées respectivement **Modélisation et Simulation** et **Caractérisation et Application**. Ce découpage souligne les deux contributions que nous avons tenté d'apporter dans cette thèse. Une première contribution d'ordre plus théorique est présentée au Chapitre 2. Elle porte sur des effets de non-normalité apparente induits par un changement de trajet continu. Une seconde contribution, d'ordre plus appliqué, fait l'objet du Chapitre 4. Il s'agit de la confrontation des modèles d'écroutissage à des essais de pliage sous tension, sous plusieurs configurations qui se veulent discriminantes. Chacune de ces contributions a nécessité un travail amont, bien que plus classique, de modélisation pour l'un et de caractérisation expérimentale pour l'autre. Ce sera respectivement l'objet des Chapitres 1 et 3. La thèse se termine par un chapitre de conclusions et de perspectives .

Première partie
Modélisation et Simulation

Chapitre 1

Modélisation, implantation et validation des lois de comportement

Ce chapitre est consacré à la modélisation du comportement élasto-plastique des solides. La description correcte du comportement des matériaux a été identifiée dans de nombreux travaux comme l'un des facteurs les plus importants à prendre en compte pour les résultats de la simulation par éléments finis. Au cours des dernières décennies, de nombreux modèles ont été formulés à différentes échelles pour décrire le comportement élasto-plastique des tôles métalliques [29]. Dans cette thèse, les modèles à l'échelle macroscopique seront principalement considérés.

1.1 Modélisation de l'élasto-plasticité

La modélisation phénoménologique élasto-plastique introduite ici est indépendante du temps et limitée à la déformation à froid. Le matériau est initialement exempt de contraintes, recuit et homogène. La plupart des modèles disponibles utilisent une loi hypo-élastique définissant le taux de déformation par rapport au taux de contrainte élastique, un critère de limite d'élasticité délimitant la zone élastique, une règle d'écoulement plastique et un ensemble de lois d'évolution des variables d'état interne définissant l'écrouissage lors de la déformation plastique.

En tout point de la courbe contrainte - déformation, représentée par la courbe (σ, ε) schématisé sur la figure 1.1, la déformation totale ε est composée d'une déformation élastique ε^e et d'une déformation plastique ε^p si bien que l'on écrira :

$$\varepsilon = \varepsilon^e + \varepsilon^p \quad (1.1)$$

Si on utilise la forme en taux de déformation, l'équation (1.1) devient :

$$\dot{\varepsilon} = \dot{\varepsilon}^e + \dot{\varepsilon}^p \quad (1.2)$$

où $\dot{\varepsilon}$, $\dot{\varepsilon}^e$ et $\dot{\varepsilon}^p$ sont les tenseurs taux de déformation totale, élastique et plastique, respectivement.

1.1.1 Loi hypo-élastique

La contrainte est reliée directement à la déformation élastique et de manière linéaire, c'est-à-dire que le taux de contrainte de Cauchy $\dot{\sigma}$ est donné par la loi hypo-élastique dans l'équation (1.3) ci-après :

$$\dot{\sigma} = \mathbf{C} : \dot{\varepsilon}^e = \mathbf{C} : (\dot{\varepsilon} - \dot{\varepsilon}^p) \quad (1.3)$$

où \mathbf{C} est le tenseur du quatrième ordre des constantes élastiques. L'équation (1.4) donne la forme de \mathbf{C} en élasticité linéaire isotrope,

$$\mathbf{C} = 2G\mathbf{I}_4^s + KI \otimes I \quad (1.4)$$

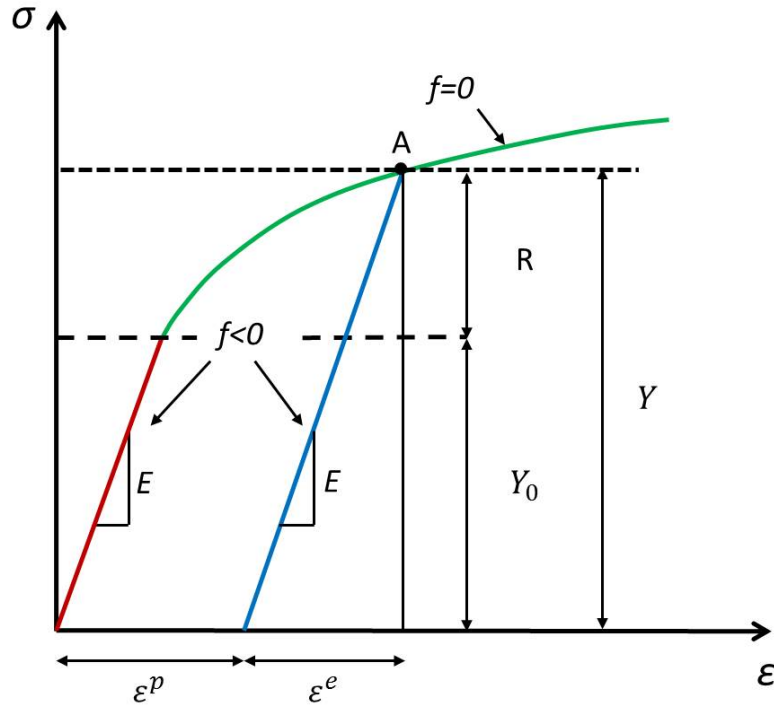


FIGURE 1.1 – Schématisation de la courbe contrainte - déformation.

où G est module de cisaillement et K est module d'élasticité isostatique qui peuvent être déduits du module d'Young E et du coefficient de Poisson ν . \mathbf{I} est le tenseur unité de second ordre dont les composantes sont les deltas de Kronecker, à savoir $I_{kl} = \delta_{kl}$. \mathbf{I}_4^s est le tenseur unité déviatorique symétrique du quatrième ordre, dont les composants sont $I_{4ijkl}^s = (1/2)(\delta_{ik}\delta_{jl} + \delta_{il}\delta_{jk}) - (1/3)\delta_{ij}\delta_{kl}$.

1.1.2 Loi d'écoulement plastique - Règle de normalité

La figure 1.2 montre qu'il existe un domaine élastique dans l'espace des contraintes, à l'intérieur duquel toute variation de contrainte n'engendre que des variations de déformation élastique et aucune déformation plastique. Sur le bord de ce domaine, le comportement est élasto-plastique. La surface délimitant le domaine d'élasticité est la surface de plasticité qui peut être décrite par la fonction f de l'état de contrainte, à savoir le critère de plasticité.

La déformation plastique n'évolue que si la contrainte équivalente $\bar{\sigma}$ est égale à la limite d'élasticité Y . On l'écrira $f = \bar{\sigma} - Y = 0$ et le point de charge se trouve en permanence sur le seuil. C'est seulement lorsque l'on décharge le matériau, que la contrainte équivalente $\bar{\sigma}$ devient inférieure à ce seuil ($\bar{\sigma} < Y$, soit $f = \bar{\sigma} - Y < 0$), le comportement est alors élastique et la déformation plastique constante. L'écroulement plastique se produit si deux conditions sont réunies simultanément $f = 0$ et $\dot{f} = 0$.

La condition de cohérence exprime que lors d'une variation de la contrainte qui provoque une déformation plastique, il y a nécessairement évolution de l'écrouissage de façon à conserver continument $f = 0$. Par contre la variation de contrainte peut entraîner le point représentatif de l'état de chargement vers l'intérieur du domaine. C'est alors le cas de la décharge élastique caractérisée par $\dot{f} < 0$. En résumé dans l'équation (1.5), la loi d'écoulement plastique peut s'écrire :

$$\dot{\epsilon}^p = \mathbf{0}, \text{ si } f < 0 \text{ comportement élastique} \quad (1.5a)$$

$$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^P = \mathbf{0}, \text{ si } f = 0 \text{ et } \dot{f} < 0 \text{ décharge élastique} \quad (1.5b)$$

$$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^P > \mathbf{0}, \text{ si } f = 0 \text{ et } \dot{f} = 0 \text{ écoulement plastique} \quad (1.5c)$$

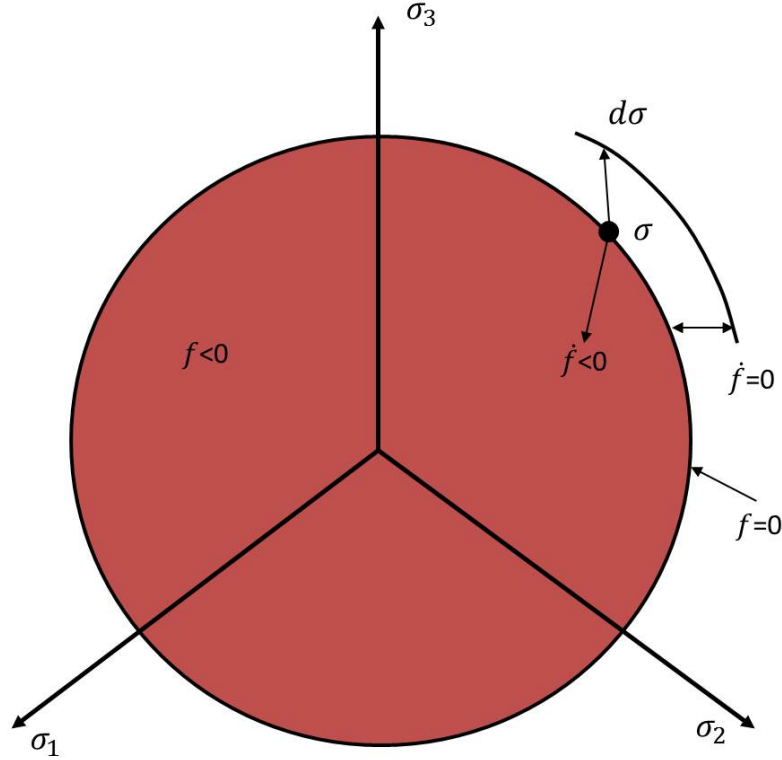


FIGURE 1.2 – Illustration de critère de charge-décharge et condition de cohérence.

Lorsqu'il y a écoulement plastique, l'évolution de la déformation plastique est donnée par la relation

$$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^P = \dot{\lambda} \frac{\partial f}{\partial \boldsymbol{\sigma}} = \dot{\lambda} \mathbf{V} \quad (1.6)$$

où \mathbf{V} est la direction normale à la surface de plasticité définie par la fonction f et $\dot{\lambda}$ est le multiplicateur plastique, à savoir le taux de déformation plastique équivalent, qui doit être déterminé à partir du critère de chargement-déchargement.

1.1.3 Notion de surface de charge

De manière générale, le domaine d'élasticité évolue de manière complexe : il peut se déplacer, il peut changer de taille, il peut tourner et même changer de forme ou se distordre dans la processus de déformation plastique. Ceci peut être exprimé sous forme mathématique dans l'équation (1.7) ci-dessous :

$$f = \bar{\sigma}(\boldsymbol{\sigma}' - \mathbf{X}) - Y \leq 0 \quad (1.7a)$$

$$\dot{\lambda} \geq 0 \quad (1.7b)$$

$$f\dot{\lambda} = 0 \quad (1.7c)$$

où $\bar{\sigma}$ est la contrainte équivalente, \mathbf{X} est le backstress et Y est la taille de la surface de plasticité. $\boldsymbol{\sigma}'$ est la partie déviatorique de la contrainte de Cauchy $\boldsymbol{\sigma}$:

$$\boldsymbol{\sigma}' = \boldsymbol{\sigma} - \frac{\text{tr}(\boldsymbol{\sigma})}{3}\mathbf{I} \quad (1.8)$$

où \mathbf{I} est le tenseur unité de second ordre et $\text{tr}(\bullet)$ est la trace.

L'écroissage peut être modélisé par une équation de la forme ci-après :

$$\dot{Y} = H_Y \dot{\lambda} \quad (1.9a)$$

$$\dot{\mathbf{X}} = \mathbf{H}_X \dot{\lambda} \quad (1.9b)$$

où H_Y et \mathbf{H}_X représentent l'écroissage isotrope et l'écroissage cinématique respectivement. La condition de cohérence $\dot{f} = 0$ mène à l'équation (1.10) :

$$\dot{\lambda} = \frac{\mathbf{V} : \mathbf{C} : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}}{\mathbf{V} : \mathbf{C} : \mathbf{V} + \mathbf{V} : \mathbf{H}_X + H_Y} \quad (1.10)$$

Cette expression peut être utilisée pour n'importe quelle surface de plasticité et lois d'écroissage particulières sous la forme de l'équation (1.9). Le module tangent élasto-plastique \mathbf{C}^{ep} analytique peut alors être déduit comme dans l'équation (1.11) ci-dessous :

$$\mathbf{C}^{ep} = \mathbf{C} - \alpha \frac{(\mathbf{C} : \mathbf{V}) \otimes (\mathbf{V} : \mathbf{C})}{\mathbf{V} : \mathbf{C} : \mathbf{V} + \mathbf{V} : \mathbf{H}_X + H_Y} \quad (1.11)$$

où $\alpha = 1$ pour le chargement plastique et $\alpha = 0$ pour l'autre condition.

Jusqu'à présent, le modèle de comportement a été conservé sous une forme analytique générale. La fonction de charge plastique est définie par la contrainte équivalente $\bar{\sigma}$ et son gradient \mathbf{V} , tandis que l'écoulement est défini par H_Y et \mathbf{H}_X . Il est important de noter qu'à présent toutes les variables d'état internes, par exemple désignées par le pseudo-vecteur \mathbf{y} , sont régies par l'équation en vitesse de taux du type

$$\dot{\mathbf{y}} = \mathbf{H}_y \dot{\lambda} \quad (1.12)$$

1.2 Critères de plasticité

En raison de leur structure cristallographique et des caractéristiques du procédé de laminage, les tôles présentent généralement une anisotropie importante des propriétés mécaniques. En effet, le laminage induit une anisotropie particulière caractérisée par la symétrie des propriétés mécaniques par rapport à trois plans orthogonaux. Un tel comportement mécanique s'appelle l'orthotropie. Les lignes d'intersection des plans de symétrie sont les axes d'orthotropie. Dans le cas des tôles laminées, leur orientation est la suivante : DL-direction de laminage ; DD-direction diagonale - à 45° ; DT-direction transversale.

La variation du comportement plastique avec la direction est évaluée par une quantité appelée paramètre de Lankford ou coefficient d'anisotropie. Ce coefficient est déterminé par des essais de traction uniaxiale sur des éprouvettes plates. Le coefficient d'anisotropie r est défini par l'équation (1.13) :

$$r = \frac{\varepsilon_{22}}{\varepsilon_{33}} \quad (1.13)$$

où ε_{22} et ε_{33} sont les déformations dans les directions de la largeur et de l'épaisseur, respectivement. La condition de constance du volume peut être utilisée dans l'équation (1.14) :

$$\varepsilon_{11} + \varepsilon_{22} + \varepsilon_3 = 0 \quad (1.14)$$

Donc la forme de l'équation (1.13) devient :

$$r = \frac{\varepsilon_{22}}{-(\varepsilon_{11} + \varepsilon_{22})} \quad (1.15)$$

La moyenne des valeurs de r obtenues pour différentes directions dans le plan de la tôle représente le coefficient dit d'anisotropie normale r_n . Après avoir déterminé les valeurs de r sur des éprouvettes coupées dans trois directions dans le plan de la tôle (respectivement DL, DD, DT), le coefficient anisotropie normale est déterminé par l'équation (1.16) :

$$r_n = \frac{r_0 + 2r_{45} + r_{90}}{4} \quad (1.16)$$

Une mesure de la variation de l'anisotropie normale, connu sous le nom d'anisotropie plane, avec l'angle par rapport à la direction laminage est donnée par l'équation (1.17) :

$$\Delta r = \frac{r_0 + r_{90} - 2r_{45}}{2} \quad (1.17)$$

La recherche expérimentale a prouvé que les surfaces de plasticité ne sont pas symétriques dans la région biaxiale [17,130]. Ce fait est également une conséquence de l'anisotropie plastique. Afin de donner une description quantitative d'un tel comportement, comme dans le cas de la traction uniaxiale, le rapport des déformations principales définira le coefficient d'anisotropie biaxiale par l'équation (1.18) :

$$r_b = \frac{\varepsilon_{22}}{\varepsilon_{11}} \quad (1.18)$$

Si le matériau est isotrope, le coefficient sera égal à 1. Plus l'anisotropie est prononcée, plus le coefficient sera différent de l'unité. Ce paramètre est une mesure directe de la pente de la surface de plasticité à l'état équi-biaxial.

Dans cette section, l'accent est mis sur les conditions dans lesquelles un matériau passe de l'état élastique à l'état plastique et sur les règles d'écoulement associées. Afin de décrire le comportement plastique d'un matériau dans un état de contrainte général, trois éléments sont nécessaires :

1. Un critère de plasticité exprimant une relation entre les composantes de la contrainte au moment de la déformation plastique ;
2. Une règle d'écoulement associée exprimant la relation entre les composantes du taux de déformation et de contrainte ;
3. Une règle d'écrouissage décrivant l'évolution de la limite d'élasticité initiale au cours du processus de formage. La transition de l'état élastique à l'état plastique se produit lorsque la contrainte atteint le seuil de plasticité du matériau.

Un certain nombre de fonctions de charge plastique, y compris anisotropes, ont été présentées dans la littérature. Les fonctions de plasticité énumérées ci-dessous sont principalement utilisées par les chercheurs dans le formage des tôles.

1.2.1 Critère de von Mises

La fonction de plasticité isotrope typique la plus largement utilisée est le critère de plasticité de von Mises [131]. Ce critère peut être formulé comme suit : le matériau passe d'un état élastique à un état plastique lorsque l'énergie de déformation élastique atteint une valeur critique indépendante du type de l'état de contrainte. Le critère de von Mises peut être écrit

$$(\sigma_{11} - \sigma_{22})^2 + (\sigma_{22} - \sigma_{33})^2 + (\sigma_{33} - \sigma_{11})^2 + 6\sigma_{12}^2 + 6\sigma_{13}^2 + 6\sigma_{23}^2 = 2Y_0^2 \quad (1.19)$$

où Y_0 est la limite d'élasticité uniaxiale.

1.2.2 Critère de Hill

En 1948, Hill propose un critère de plasticité anisotrope qui suppose que le matériau présente une anisotropie avec trois plans de symétrie orthogonaux [11]. Le critère de plasticité est exprimé par une fonction quadratique du type suivant :

$$2f(\sigma_{ij}) \equiv F(\sigma_{22} - \sigma_{33})^2 + G(\sigma_{33} - \sigma_{11})^2 + H(\sigma_{11} - \sigma_{22})^2 + 2L\sigma_{23}^2 + 2M\sigma_{31}^2 + 2N\sigma_{12}^2 = 1 \quad (1.20)$$

où f est la fonction de plasticité ; F, G, H, L, M et N sont des constantes spécifiques à l'état d'anisotropie du matériau. Les directions 1, 2, 3 sont les directions caractérisant l'orthotropie du matériau : DL, DT et DN.

Comme mentionné ci-dessus, les critères de plasticité quadratiques ne peuvent décrire le comportement plastique de certains alliages d'aluminium. La généralisation du critère à ce type d'alliages a été réalisé par Hill en 1990 [14] :

$$f = |\sigma_{11} + \sigma_{22}|^m + \left(\frac{\sigma_b^m}{\tau^m}\right) |(\sigma_{11} - \sigma_{22})^2 + 4\sigma_{12}^2|^{m/2} + |\sigma_{11}^2 + \sigma_{22}^2 + 2\sigma_{12}^2|^{(m/2-1)} [-2a(\sigma_{11}^2 - \sigma_{22}^2) + b(\sigma_{11} - \sigma_{22})^2] = (2\sigma_b)^m \quad (1.21)$$

où σ_b est la limite d'élasticité en traction équi-biaxiale ($\sigma_1 = \sigma_2$), τ est la limite d'élasticité en cisaillement pur, a, b et m sont des constantes de matériau.

1.2.3 Critère Yld2000

Yld2000-2d est un critère de plasticité proposé par Barlat et al en 2000 [17] comme un nouveau modèle particularisé pour les contraintes planes (2D). Premièrement, une transformation linéaire définie dans l'équation (1.22) est appliquée comme suit :

$$\chi = \Omega \cdot \sigma' \quad (1.22)$$

où σ' est le tenseur de contrainte déviatorique, Ω est la matrice de transformations linéaires et χ est le tenseur de contrainte transformé linéairement. Comme indiqué dans [17] des coefficients supplémentaires dans le contexte de transformations linéaires peuvent être obtenus en utilisant deux transformations associées à deux fonctions de plasticité isotropes différentes f_1 et f_2 . En conséquence, cette fonction de plasticité f peut être exprimée par l'équation (1.23) :

$$f = f_1 + f_2 = 2\bar{\sigma}^a \quad (1.23a)$$

$$f_1 = |\sigma'_1 - \sigma'_2|^a \quad (1.23b)$$

$$f_2 = |2\sigma'_2 + \sigma'_1|^a + |2\sigma'_1 + \sigma'_2|^a \quad (1.23c)$$

où σ'_1 et σ'_2 sont les valeurs principales d'une contrainte déviatorique. $\bar{\sigma}$ est la contrainte équivalente et a est un exposant déterminé en fonction de la structure cristallographique du matériau. En appliquant une transformation linéaire à chacune des fonctions isotropes définies par les équations (1.23b) et (1.23c), la fonction de plasticité est obtenue dans l'équation (1.24) :

$$f = f_1(\chi') + f_2(\chi'') = 2\bar{\sigma}^a \quad (1.24a)$$

$$f_1 = |\chi'_1 - \chi'_2|^a \quad (1.24b)$$

$$f_2 = |2\chi''_2 + \chi''_1|^a + |2\chi''_1 + \chi''_2|^a \quad (1.24c)$$

où

$$\chi' = \Omega' \cdot \sigma' = \Omega' \cdot T \cdot \sigma = L' \cdot \sigma \quad (1.25a)$$

$$\chi'' = \Omega'' \cdot \sigma' = \Omega'' \cdot T \cdot \sigma = L'' \cdot \sigma \quad (1.25b)$$

Dans l'équation (1.25), T est une matrice qui transforme le tenseur de contrainte de Cauchy σ en son déviateur σ' . L' et L'' sont les matrices de transformations linéaires

$$\begin{bmatrix} L'_{11} \\ L'_{12} \\ L'_{21} \\ L'_{22} \\ L'_{66} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2/3 & 0 & 0 \\ -1/3 & 0 & 0 \\ 0 & -1/3 & 0 \\ 0 & 2/3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_7 \end{bmatrix} \quad (1.26a)$$

$$\begin{bmatrix} L''_{11} \\ L''_{12} \\ L''_{21} \\ L''_{22} \\ L''_{66} \end{bmatrix} = \frac{1}{9} \begin{bmatrix} -2 & 2 & 8 & -2 & 0 \\ 1 & -4 & -4 & 4 & 0 \\ 4 & -4 & -4 & 1 & 0 \\ -2 & 8 & 2 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha_3 \\ \alpha_4 \\ \alpha_5 \\ \alpha_6 \\ \alpha_8 \end{bmatrix} \quad (1.26b)$$

où $\alpha_1 - \alpha_8$ sont 8 coefficients incorporés dans les transformations linéaires.

1.2.4 Critère de Banabic-Balan-Comsa

En 2000, Banabic, Balan et Comsa (BBC) ont mis au point une nouvelle formulation à base de la formulation isotrope proposée par Hershey [21]. En ajoutant des coefficients de pondération à ce modèle, les chercheurs ont réussi à élaborer un critère de plasticité flexible. La dernière version incorpore un nombre de 8 coefficients et, par conséquent, sa procédure d'identification utilise 8 paramètres mécaniques (3 limites élastiques uniaxiales, 3 coefficients uniaxiaux d'anisotropie, la limite élastique biaxiale et le coefficient biaxial d'anisotropie plastique). La formulation est donnée par l'équation (1.27) :

$$\bar{\sigma} = [a(\Gamma + \Psi)^{2k} + a(\Gamma - \Psi)^{2k} + (1 - a)(2\Lambda)^{2k}]^{1/2k} \quad (1.27)$$

où $k \in N \geq 1$ et $0 \leq a \leq 1$ sont des paramètres de matériau, tandis que Γ , Ψ et Λ sont des fonctions dépendant des composantes planaires du tenseur de contraintes dans l'équation (1.28) :

$$\Gamma = \frac{\sigma_{11} + M\sigma_{22}}{2} \quad (1.28a)$$

$$\Psi = \sqrt{\left(\frac{N\sigma_{11} - P\sigma_{22}}{2}\right)^2 + Q^2\sigma_{12}\sigma_{21}} \quad (1.28b)$$

$$\Lambda = \sqrt{\left(\frac{R\sigma_{11} - S\sigma_{22}}{2}\right)^2 + T^2\sigma_{12}\sigma_{21}} \quad (1.28c)$$

où les quantités M, N, P, Q, R, S et T sont également des paramètres de matériau.

1.2.5 Critère de Cazacu-Barlat

Pour introduire l'orthotropie dans l'expression d'un critère isotrope, Cazacu et Barlat ont proposé une méthode alternative basée sur la théorie de la représentation des fonctions tensorielles [23]. Ils ont développé une méthode de généralisation des invariants du déviateur de contrainte J_2 et J_3 . Sur la base de cette méthode, un critère de plasticité anisotrope est obtenu en substituant l'expression des invariants déviateurs de contrainte dans le critère isotrope par leurs formes anisotropes respectives. Les formes généralisées des invariants, J_2^0 and J_3^0 , dans l'équation (1.29) sont :

$$J_2^0 = \frac{a_1}{6}(\sigma_{11} - \sigma_{22})^2 + \frac{a_2}{6}(\sigma_{22} - \sigma_{33})^2 + \frac{a_3}{6}(\sigma_{11} - \sigma_{33})^2 + a_4\sigma_{12}^2 + a_5\sigma_{13}^2 + a_6\sigma_{23}^2 \quad (1.29a)$$

$$J_3^0 = \frac{1}{27}(b_1 + b_2)\sigma_{11}^3 + \frac{1}{27}(b_3 + b_4)\sigma_{22}^3 + \frac{1}{27}[2(b_1 + b_4) - b_2 - b_3]\sigma_{33}^3 - \frac{1}{9}(b_1\sigma_{22} + b_2\sigma_{33})\sigma_{11}^2 - \frac{1}{9}(b_3\sigma_{33} + b_4\sigma_{11})\sigma_{22}^2 - \frac{1}{9}[(b_1 - b_2 + b_4)\sigma_{11} + (b_1 - b_3 + b_4)\sigma_{22}]\sigma_{33}^2 + \frac{2}{9}(b_1 + b_4)\sigma_{11}\sigma_{22}\sigma_{33} - \frac{\sigma_{13}^2}{3}[2b_9\sigma_{22} - b_8\sigma_{33} - (2b_9 - b_8)\sigma_{11}] - \frac{\sigma_{12}^2}{3}[2b_{10}\sigma_{33} - b_5\sigma_{22} - (2b_{10} - b_5)\sigma_{11}] - \frac{\sigma_{23}^2}{3}[(b_6 + b_7)\sigma_{11} - b_6\sigma_{22} + 2b_{11}\sigma_{12}\sigma_{13}\sigma_{23}] \quad (1.29b)$$

où les coefficients a_k ($k = 1...6$) décrivent l'anisotropie et réduisent à l'unité dans le cas isotrope. Les coefficients b_k ($k = 1...11$) décrivent l'anisotropie et se réduisent à l'unité pour les conditions isotropes.

Cazacu et Barlat ont utilisé cette approche a été utilisée pour étendre le critère de plasticité isotrope de Drucker à un critère orthotrope. Pour ce cas, le critère orthotrope proposé est exprimé dans l'équation (1.30) :

$$f^0 = (J_2^0)^3 - c(J_3^0)^2 = k^2 \quad (1.30)$$

où c est une constante,

$$k^2 = 18 \left(\frac{Y}{3}\right)^6 \quad (1.31)$$

et Y est la contrainte limite uniaxiale.

1.3 Modélisation de l'érouissage

Au cours des dernières décennies, différents types de modèles ont été utilisés, en fonction de leur capacité à expliquer et prévoir les détails du comportement plastique au cours du processus de déformation donné. Les modèles proposés pourraient être généralement divisés en deux catégories : approche phénoménologique et approche physique. Il est bien connu que le principal avantage des modèles phénoménologiques est la rapidité et la flexibilité. Cependant, leur inconvénient est leur précision relativement faible dans des conditions de déformation complexes. Sur la base des modèles de matériaux développés, trois modèles typiques seront présentés dans la partie suivante, en vue de leur utilisation dans la suite de la thèse.

Comme le montrent les observations expérimentales, l'évolution de la surface de plasticité est très complexe et inclut sa translation et le changement de sa taille et de sa forme. Pour décrire un tel comportement phénoménologique, un grand nombre d'expériences est nécessaire. Cependant, avec un effort raisonnable, il est possible de décrire la translation de la surface de plasticité (écrouissage cinématique) et la modification de sa taille (écrouissage isotrope), voir la figure 1.3.

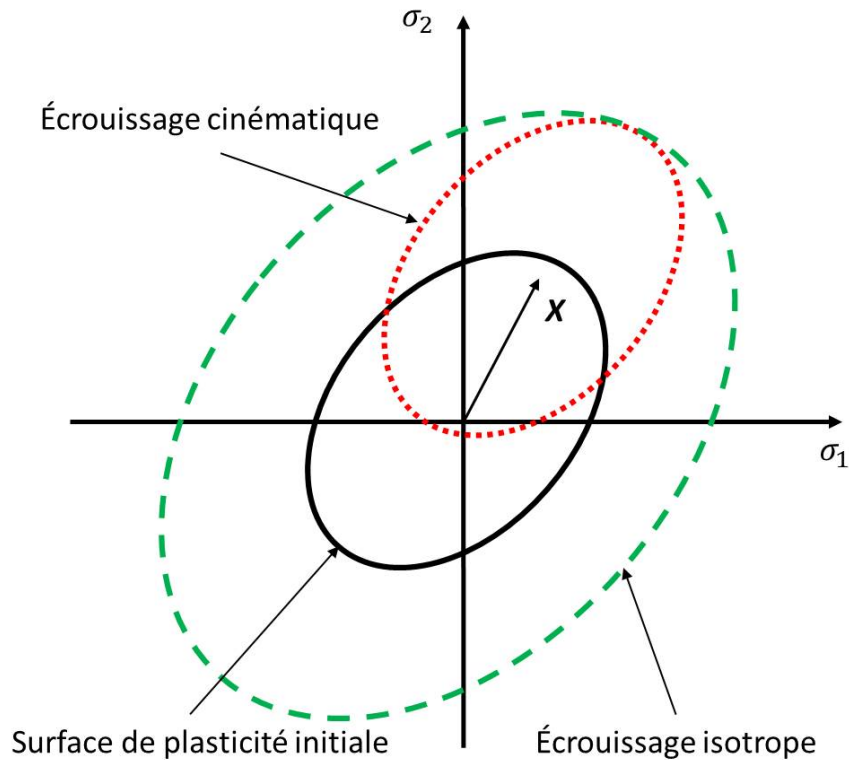


FIGURE 1.3 – Illustration de l'évolution de l'écrouissage isotrope et de l'écrouissage cinématique.

1.3.1 Loi d'écrouissage isotrope

L'évolution d'écrouissage isotrope R est une fonction scalaire qui donne la variation de la taille de la surface de plasticité. Ici, deux types de l'écrouissage plus connus sont étudiés dans l'équation (1.32) :

$$R = K(\varepsilon_0 + \bar{\varepsilon}^p)^n \quad \text{écrouissage de type Swift} \quad (1.32a)$$

$$R = R_{sat}(1 - e^{-C_R \bar{\varepsilon}^p}) \quad \text{écrouissage de type Voce} \quad (1.32b)$$

où K , ε_0 et n sont paramètres de matériau pour la loi de Swift. Les paramètres C_R et R_{sat} de la loi de Voce caractérisent taux et valeur de saturation de R respectivement. $\bar{\varepsilon}^p$ est la déformation plastique équivalente. L'équation (1.33) donne ces formes en vitesses :

$$\dot{R} = nK^{1/n}(K\varepsilon_0^n)^{n-1/n} \cdot \dot{\lambda} \quad \text{écrouissage de type Swift} \quad (1.33a)$$

$$\dot{R} = C_R(R_{sat} - R) \cdot \dot{\lambda} \quad \text{écrouissage de type Voce} \quad (1.33b)$$

où $\dot{\lambda}$ est le taux de déformation plastique équivalente.

1.3.2 Loi d'écrouissage cinématique

L'écrouissage cinématique donne la translation de la surface d'écoulement dans l'espace des contraintes. Sa loi d'évolution est donnée par une loi de type Armstrong-Frederick décrite par l'équation (1.34) :

$$\dot{\mathbf{X}} = C_X(X_{sat}\mathbf{n} - \mathbf{X}) \cdot \dot{\lambda} \quad (1.34)$$

où C_X et X_{sat} sont des paramètres de matériau caractérisant le taux de saturation et la valeur de saturation de \mathbf{X} , respectivement, tandis que $\mathbf{n} = \mathbf{T}/\bar{\sigma}$ est la direction de saturation. Notez que \mathbf{n} est parallèle au tenseur de vitesse de déformation plastique pour la surface de plasticité dans le cas particulier de la surface de plasticité de von Mises.

1.3.3 Loi d'écrouissage de Chaboche-Marquis

Le modèle d'écrouissage de Chaboche-Marquis [132] est un modèle d'écrouissage mixte qui décrit l'écrouissage isotrope et cinématique avec deux variables d'états internes. Ces variables sont une variable scalaire R , décrivant l'écrouissage isotrope, et un tenseur du deuxième ordre \mathbf{X} , décrivant l'écrouissage cinématique dans l'équation (1.35). Le critère de plasticité est

$$f = \bar{\sigma}(\boldsymbol{\sigma}' - \mathbf{X}) - R - Y_0 \quad (1.35a)$$

$$\dot{R} = C_R(R_{sat} - R) \cdot \dot{\lambda} \quad (1.35b)$$

$$\dot{\mathbf{X}} = C_X(X_{sat}\mathbf{n} - \mathbf{X}) \cdot \dot{\lambda} \quad (1.35c)$$

où Y_0 est la contrainte de la limite d'élasticité.

Le modèle de Chaboche-Marquis est considéré comme une référence dans les travaux actuels car il est largement utilisé dans la littérature pour prendre en compte l'effet Bauschinger dans les simulations de formage de tôle. De plus, ce modèle est disponible dans de nombreux codes EF commerciaux, y compris Abaqus.

1.3.4 Loi d'écrouissage de Chaboche-Marquis modifiée

Dans le cas de l'écrouissage uniquement isotrope, la variable d'écrouissage scalaire peut être reliée directement à la contrainte d'écoulement σ_T observée en chargement monotone - par exemple, en traction uniaxiale illustré sur la figure 1.4a, comme le montre dans l'équation (1.36) :

$$Y = Y_0 + R = \sigma_T \quad (1.36)$$

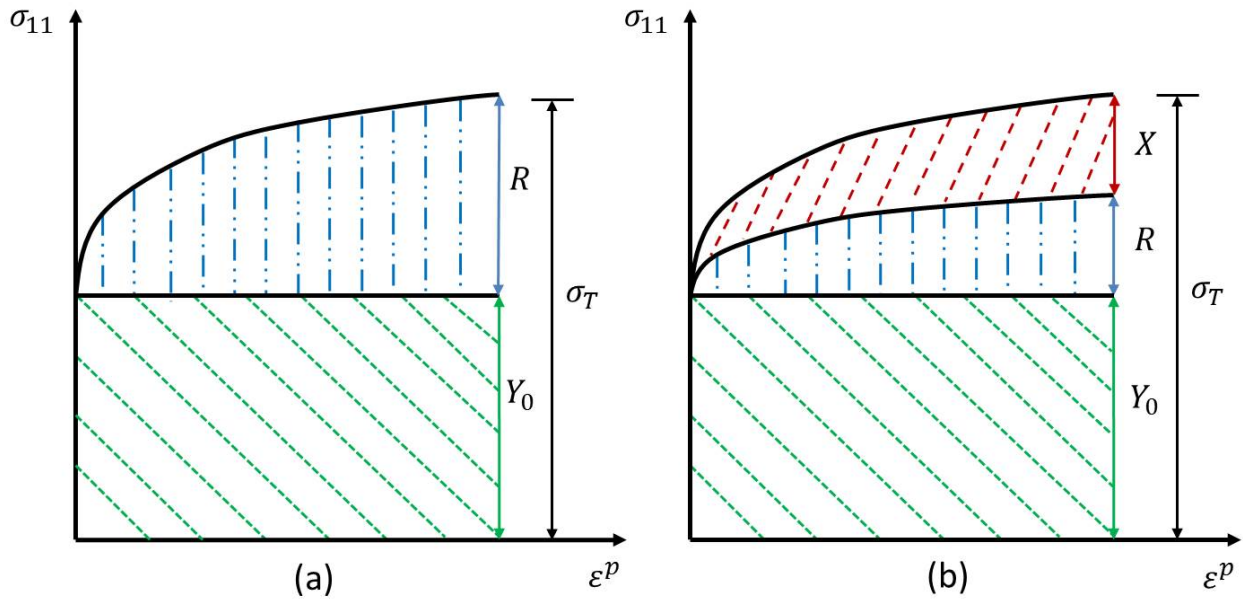


FIGURE 1.4 – Composants de contrainte de traction uniaxiale pour (a) uniquement l'érouissage isotrope et (b) la combinaison d'érouissage isotrope avec l'érouissage cinématique.

Cependant, lorsque l'érouissage cinématique est rajouté, cette équation n'est plus valable. La prédiction d'un chargement monotone implique une combinaison d'érouissage isotrope et d'érouissage cinématique. Cette imbrication des deux modèles d'érouissage induit une difficulté d'identification paramétrique, puisque les paramètres des deux modèles doivent être identifiés en même temps.

Afin d'éviter cette interférence indésirable, plusieurs auteurs [32, 133] ont proposé de modéliser explicitement σ_T , plutôt que Y ou R , comme le montre l'équation (1.37) :

$$\dot{\sigma}_T = H_{\sigma_T} \cdot \dot{\lambda} \quad (1.37)$$

La figure 1.4b illustre ce cas et sa taille Y de la surface de plasticité est ensuite déterminée par l'équation (1.38) :

$$Y = Y_0 + R = \sigma_T - X \quad (1.38)$$

où X est une variable scalaire correspondant à la composante de traction de \mathbf{X} sous un effort de traction monotone [133] et l'équation (1.39) donne sa forme en vitesse :

$$\dot{X} = H_X \cdot \dot{\lambda} \quad (1.39)$$

La forme de taux de l'équation (1.38) peut être écrit par l'équation (1.40) :

$$H_Y = H_{\sigma_T} - H_X \quad (1.40)$$

Dans cette méthode modifiée, la courbe d'érouissage monotone est décrite indépendamment du modèle d'érouissage cinématique et de ses paramètres, ce qui la rend plus robuste et particulièrement pratique pour la comparaison de modèles. En effet, on peut ainsi comparer différents modèles dont les prédictions sont rigoureusement identiques en chargement monotones.

1.3.5 Loi d'érouissage de Teodosiu-Hu

Sur la base de l'évolution de la microstructure après chargement non proportionnel en deux étapes, un modèle d'érouissage à base physique a été développé par Teodosiu et Hu [134]. Ce modèle d'érouissage avancé est capable de reproduire non seulement l'effet Bauschinger, mais également d'autres phénomènes de l'érouissage transitoires au cours d'un processus de chargement compliqué. Il est basé sur des considérations physiques, principalement la description de l'évolution des structures planaires de dislocations persistantes (SPDP) et leur contribution à l'érouissage du matériau.

Le modèle de Teodosiu-Hu implique quatre variables d'état internes : R , \mathbf{X} , \mathbf{S} , \mathbf{P} . La variable R est un scalaire, tandis que \mathbf{X} et \mathbf{P} sont des tenseurs de second ordre et \mathbf{S} est tenseur de quatrième ordre. Notez que R , \mathbf{X} et \mathbf{S} ont des unités du contrainte et \mathbf{P} est sans unité.

La taille de la surface de plasticité est donnée en fonction de R et \mathbf{S} par l'équation (1.41) :

$$Y = Y_0 + R + f|\mathbf{S}| \quad (1.41)$$

où R décrit la contribution des dislocations réparties aléatoirement à l'érouissage isotrope et sa loi d'évolution est donnée par l'équation (1.33). Le terme $f|\mathbf{S}|$ représente l'effet du SPDP sur l'érouissage isotrope, où \mathbf{S} décrit la résistance directionnelle des SPDP et f est un paramètre de matériau.

La loi d'évolution d'érouissage cinématique, décrite par la variable de contrainte arrière \mathbf{X} , est donné par l'équation (1.34). Néanmoins, la valeur de saturation X_{sat} n'est plus un paramètre matériel dans modèle de Teodosiu-Hu, mais une fonction de la variable d'état interne \mathbf{S} . Cette dépendance de X_{sat} sur \mathbf{S} est supposée de la forme

$$X_{sat} = X_0 + (1 - f)|\mathbf{S}|\sqrt{r + (1 - r)\beta_S^2} \quad (1.42)$$

où X_0 est la valeur initiale de X_{sat} et r est un paramètre de matériau. Le rapport $\beta_S = S_D/|\mathbf{S}|$ est une mesure du changement d'orientation du tenseur de taux de déformation actuel par rapport aux SPDP. Ce paramètre est donc considéré comme un indicateur du changement de trajet de déformation. Il évolue entre 0 (chargement orthogonal) et 1 (chargement monotone ou réversible).

Les observations expérimentales indiquent que les SPDP associées à la direction actuelle de la vitesse de déformation évolue de manière très différente du reste des SPDP lors du changement de trajet de déformation. La variable \mathbf{S} est donc décomposé en deux parties : S_D (scalaire) et \mathbf{S}_L (tenseur de quatrième ordre), où S_D représente la résistance associée au système de glissement actuellement actif, alors que \mathbf{S}_L est associé à la partie latente des SPDP. La décomposition de \mathbf{S} prend l'équation (1.43) suivante :

$$S_D = \mathbf{N} : \mathbf{S} : \mathbf{N}, \quad \mathbf{S}_L = \mathbf{S} - S_D \mathbf{N} \otimes \mathbf{N} \quad (1.43)$$

où $\mathbf{N} = \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^P / |\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^P|$ représente la direction de la vitesse de déformation plastique. Les lois d'évolution de S_D et \mathbf{S}_L sont donnés par l'équation (1.44)

$$\dot{S}_D = C_{SD}[g(S_{sat} - S_D) - hS_D]\dot{\lambda} = H_{SD}\dot{\lambda} \quad (1.44a)$$

$$\dot{\mathbf{S}}_L = -C_{SL}\left(\frac{|\mathbf{S}_L|}{S_{sat}}\right)^{n_L}\mathbf{S}_L\dot{\lambda} = \mathbf{H}_{SL}\dot{\lambda} \quad (1.44b)$$

où S_{sat} et C_{SD} sont la valeur de saturation et le taux de S_D , respectivement. C_{SL} et n_L caractérisent le taux de saturation de \mathbf{S}_L . Les fonctions g et h ont été introduites pour capter un

écrouissage transitoire après un changement de trajet de déformation. Leurs formes mathématiques supposées sont données dans l'équation (1.45) ci-dessous :

$$g = \begin{cases} 1 - \frac{C_P}{C_{SD} + C_P}, & \text{si } \mathbf{P} : \mathbf{N} \geq 0 \\ (1 + \mathbf{P} : \mathbf{N})^{n_p} \left(1 - \frac{C_P}{C_P + C_{SD}} \frac{S_D}{S_{sat}}\right), & \text{autrement} \end{cases} \quad (1.45a)$$

$$h = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{\mathbf{X} : \mathbf{N}}{X_{sat} \mathbf{n} : \mathbf{N}}\right) \quad (1.45b)$$

Dans ces expressions, n_p est un paramètre de matériau et \mathbf{P} est la variable d'état interne décrivant la polarité des SPDP. Sa loi d'évolution est donnée par

$$\dot{\mathbf{P}} = C_p (\mathbf{N} - \mathbf{P}) \dot{\lambda} \quad (1.46)$$

où C_p caractérise le taux de polarisation des SPDP.

À partir des équations (1.43) et (1.44), on peut obtenir la dérivée temporelle de la norme du tenseur \mathbf{S} , comme le montre dans l'équation

$$|\dot{\mathbf{S}}| = \frac{1}{|\mathbf{S}|} [H_{SD} S_D - C_{SL} \left(\frac{|\mathbf{S}_L|}{S_{sat}}\right)^{n_L} |\mathbf{S}_L|^2] \dot{\lambda} = H_{|\mathbf{S}|} \dot{\lambda} \quad (1.47)$$

où $|\mathbf{S}| = \sqrt{|\mathbf{S}_L|^2 + S_D^2}$. Ainsi la fonction scalaire H_Y en l'équation (1.41) est déduite pour ce modèle sous la forme

$$H_Y = H_R + f H_{|\mathbf{S}|} \quad (1.48)$$

Ainsi, on constate que le modèle de Teodosiu-Hu, malgré sa complexité, peut être mis sous la forme générique adoptée au paragraphe 1.1.3. Cela simplifie considérablement son implémentation numérique, comme montré par [3]. L'approche de Teodosiu-Hu a été le point de départ d'une série de modèles de plasticité avancés [37, 44, 135]. La plupart de ces modèles ont été comparés les uns aux autres sur une base individuelle, offrant une flexibilité similaire. Cependant, il manque encore une comparaison approfondie pour un nombre significatif de matériaux et d'essais de validation.

1.3.6 Loi d'écrouissage de Yoshida-Uemori

Le modèle de Yoshida-Uemori est un modèle à deux surfaces qui suppose l'écrouissage cinématique de la surface de plastique dans la surface de délimitation d'un écrouissage mixte isotrope-cinématique [31]. Il suppose que seul l'écrouissage cinématique est appliqué à la surface de plastique f , tandis que l'écrouissage mixte à la surface de délimitation F est isotrope et cinématique, comme le montre schématiquement sur la figure 1.5. Dans la modélisation, il pourrait reproduire avec précision le comportement de l'effet Bauschinger transitoire, ainsi que les caractéristiques l'écrouissage cyclique global, telles que l'écrouissage cyclique dépendant de la plage de déformation et la stagnation d'écrouissage. Ce modèle présente un avantage pour l'identification des paramètres du matériau et la plupart des paramètres peuvent être facilement déterminés directement à partir des courbes de contrainte - déformation obtenues expérimentalement [30, 31, 46].

Ce modèle comprend trois variables internes : R , \mathbf{X}^b et \mathbf{X}^a qui représente un écrouissage isotrope de la surface de délimitation F , un écrouissage cinématique de la surface de délimitation F , un écrouissage cinématique relatif de la surface de plasticité f par rapport à la surface de

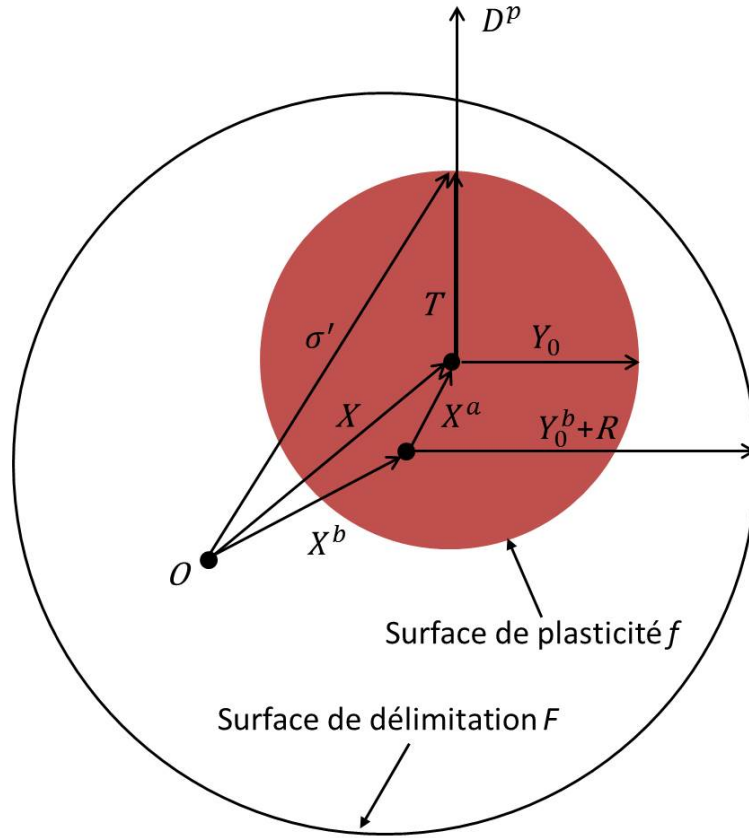


FIGURE 1.5 – Illustration schématique du modèle de Yoshida-Uemori.

délimitation F , respectivement. On peut généralement utiliser l'équation (1.49) pour calculer l'écroissage cinématique de la surface de plasticité f .

$$\mathbf{X} = \mathbf{X}^a + \mathbf{X}^b \quad (1.49)$$

L'évolution de l'écroissage cinématique relatif \mathbf{X}^a de la surface de plasticité f par rapport à la surface de délimitation F peut être décrit par l'équation (1.50) ci-dessous :

$$\dot{\mathbf{X}}^a = C_{X^a}(X_{sat}^a \mathbf{n} - \mathbf{X}^a) \dot{\lambda} = \mathbf{H}_{\mathbf{X}}^a \dot{\lambda} \quad (1.50)$$

où C_{X^a} et X_{sat}^a sont des paramètres de matériau.

Dans l'écroissage mixte isotrope-cinématique lié à la surface de délimitation F , l'équation d'évolution d'écroissage isotrope est supposée comme l'équation (1.51) :

$$\dot{R} = C_R(R_{sat} - R) \dot{\lambda} = H_R \dot{\lambda} \quad (1.51)$$

où R_{sat} est la valeur de saturation de la variable d'écroissage isotrope R et C_R est un paramètre de matériau qui contrôle le taux d'écroissage isotrope. Pour l'écroissage cinématique de la surface de délimitation F , l'équation (1.52) d'évolution suivante est supposée :

$$\dot{\mathbf{X}}^b = C_{X^b}(X_{sat}^b \mathbf{n} - \mathbf{X}^b) \dot{\lambda} = \mathbf{H}_{\mathbf{X}}^b \dot{\lambda} \quad (1.52)$$

où C_{X^b} et X_{sat}^b sont des paramètres de matériau.

Afin de reproduire la stagnation due à l'écroissage isotrope, le modèle de Yoshida-Uemori définit sans l'écroissage isotrope g_σ de la surface limite illustrée sur la figure 1.6 et la forme de g_σ est supposée comme l'équation (1.53) :

$$g_\sigma(\mathbf{X}_b, \mathbf{q}, r) = \frac{3}{2}(\mathbf{X}_b - \mathbf{q}) : (\mathbf{X}_b - \mathbf{q}) - r^2 \quad (1.53)$$

où \mathbf{q} et r désigne le centre et le taille de la surface g_σ , respectivement. L'écroissage isotrope de la surface de délimitation F n'a lieu que lorsque le centre de la surface de délimitation, \mathbf{X}_b , reste à la surface g_σ , comme le montre sur la figure 1.6. L'équation (1.54) donne les formes de ces deux conditions ($\dot{R} > 0$ et $\dot{R} = 0$) par :

$$\dot{R} > 0, \text{ quand } g_\sigma = 0 \text{ et } \frac{\partial g_\sigma(\mathbf{X}_b, \mathbf{q}, r)}{\partial \mathbf{X}_b} : \dot{\mathbf{X}}_b = (\mathbf{X}_b - \mathbf{q}) : \dot{\mathbf{X}}_b > 0 \quad (1.54a)$$

$$\dot{R} = 0, \text{ autrement} \quad (1.54b)$$

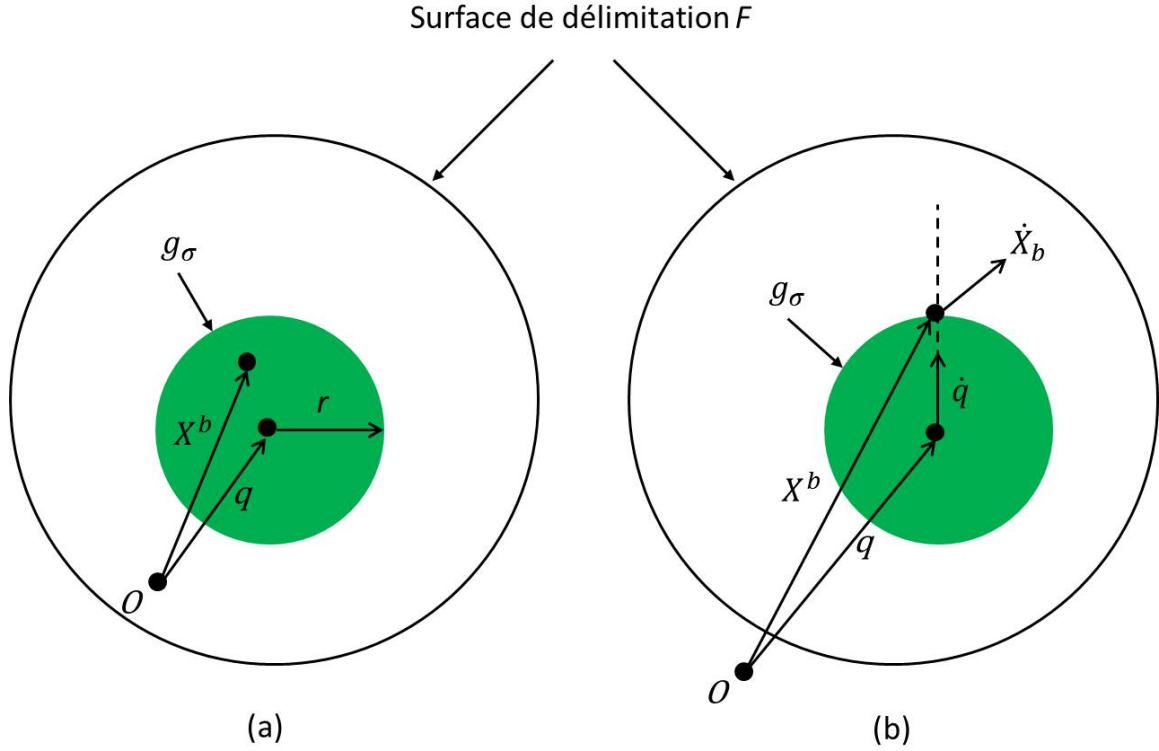


FIGURE 1.6 – Illustrations schématiques de la surface de sans écroissage isotrope g_σ défini dans l'espace de contrainte, lorsque : (a) sans écroissage isotrope $\dot{R} = 0$; (b) avec écroissage isotrope $\dot{R} > 0$.

L'évolution cinématique de la surface g_σ tel que le centre de g_σ se déplace à la direction de $(\mathbf{X}_b - \mathbf{q})$, suivi l'équation (1.55) :

$$\dot{\mathbf{q}} = \mu(\mathbf{X}_b - \mathbf{q}) \quad (1.55)$$

De la condition de cohérence que le point central de la surface de délimitation F , \mathbf{X}_b , devrait être soit sur ou à l'intérieur de la surface g_σ , il s'ensuit l'équation (1.56) que μ est égal à :

$$\mu = \frac{3(\mathbf{X}_b - \mathbf{q}) : \dot{\mathbf{X}}_b}{2r^2} - \frac{\dot{r}}{r} \quad (1.56)$$

et l'évolution de r est donné par l'équation (1.57) ci-dessous :

$$\dot{r} = h_T \frac{3(\mathbf{X}_b - \mathbf{q}) : \dot{\mathbf{X}}_b}{2r}, \text{ quand } \dot{R} > 0 \quad (1.57a)$$

$$\dot{r} = 0, \text{ quand } \dot{R} = 0 \quad (1.57b)$$

où $h_T (0 \leq h_T \leq 1)$ désigne un paramètre de matériau qui détermine le taux d'expansion de la surface g_σ . Etant donné que sans l'écouissage isotrope (stagnation d'écouissage) apparaît pendant la déformation réversible après changement de trajet, la valeur initiale de r peut être supposée être égale à zéro.

1.3.7 Loi d'écouissage anisotrope homogène

Le modèle de l'écouissage anisotrope homogène est d'abord proposé par Barlat et al [37] en 2011 pour la description du comportement plastique des matériaux sous les changements de trajet multiples. Ensuite, ce modèle a été amélioré dans [38, 39] aux cas de chargement orthogonal avec des effets de l'écouissage latent. La fonction de l'écouissage anisotrope homogène est composé de deux composants, φ et φ_h . Le premier est un composant stable, qui décrit la forme de la surface de plasticité d'origine. Toute fonction de plasticité isotrope ou anisotrope peut être utilisée comme composant stable, en fonction de l'anisotropie matérielle. Le dernier est un composant fluctuant qui décrit la distorsion de la surface de plasticité lors du chargement. La condition de plasticité correspondante est exprimée par l'équation (1.58) ci-dessous :

$$f(\boldsymbol{\sigma}') = [\varphi^q + \varphi_h^q]^{\frac{1}{q}} = \left[\varphi^q(\boldsymbol{\sigma}') + \Phi_1^q |\hat{\mathbf{h}} : \boldsymbol{\sigma}' - |\hat{\mathbf{h}} : \boldsymbol{\sigma}'||^q + \Phi_2^q |\hat{\mathbf{h}} : \boldsymbol{\sigma}' - |\hat{\mathbf{h}} : \boldsymbol{\sigma}'||^q \right]^{\frac{1}{q}} \quad (1.58)$$

où $\boldsymbol{\sigma}'$ est le déviateur de contrainte et $\hat{\mathbf{h}}$ est un tenseur déviatorique représentatif de la microstructure. La distorsion de la surface de plasticité est contrôlée par l'évolution des variables d'état Φ_1 et Φ_2 ainsi que le deuxième produit tensoriel $\hat{\mathbf{h}} : \boldsymbol{\sigma}'$. Il est à noter que φ est choisi comme une fonction de plasticité homogène du premier degré par rapport à la déviation de contrainte. En raison de l'exposant constant (normalement choisi 2), la fonction de plasticité $f(\boldsymbol{\sigma}')$ est également homogène au premier degré. Un autre avantage de cette fonction de plasticité est que, dans le cas d'un chargement monotone, la surface de plasticité conserve la même forme que dans le cas classique d'écouissage isotrope du côté de la contrainte active, tandis qu'une distorsion d'aplatissement se produit du côté opposé. Cela permet une prédiction plus précise du comportement plastique du matériau par rapport au modèle d'écouissage cinématique.

Comme introduit dans l'équation (1.58), la composante fluctuante φ_h contrôle la distorsion de la surface de plasticité. Dans cette composante, la variable d'état tensorielle normalisée $\hat{\mathbf{h}}$ décrit l'évolution du matériau au cours de la déformation et détermine le sens de rotation de la surface de plasticité, comme dans le cas d'une charge transversale. La valeur initiale de $\hat{\mathbf{h}}$ est donnée par l'équation (1.59) :

$$\hat{\mathbf{h}}_0 = \frac{\boldsymbol{\sigma}'_0}{\sqrt{\frac{8}{3} \boldsymbol{\sigma}'_0 : \boldsymbol{\sigma}'_0}} \quad (1.59)$$

où $\boldsymbol{\sigma}'_0$ est le déviateur de contraintes qui conduit à la première augmentation de déformation plastique. Φ_1 et Φ_2 déterminent la quantité de distorsion de sorte que le modèle d'écouissage anisotrope homogène puisse capter l'effet Bauschinger et le rendre permanent après un chargement réversible. Ces deux variables d'état sont remplacées par un autre ensemble de deux variables d'état g_1 et g_2 , plus faciles à interpréter physiquement par l'équation (1.60) :

$$\Phi_k = \left[\frac{1}{g_k^q} - 1 \right]^{\frac{1}{q}} \quad (1.60)$$

où k prends les valeurs de 1 et 2. On peut voir que le contrainte de plasticité actuelle est déterminée par g_1 et g_2 , qui sont fonctions de deux variables d'état supplémentaires g_3 et g_4 . Les valeurs initiales de $g_1 \sim g_4$ sont donnés dans l'équation (1.61) :

$$g_1^0 = g_2^0 = g_3^0 = g_4^0 = 1, \text{ quand } \bar{\varepsilon}^p = 0 \quad (1.61)$$

Toutes ces variables d'état $g_1 \sim g_4$ et $\hat{\mathbf{h}}$ évoluent la déformation plastique équivalente $\bar{\varepsilon}^p$. Les lois de leurs évolutions dépendent du signe de $\hat{\mathbf{h}} : \boldsymbol{\sigma}'$. L'équation (1.62) est pour le cas de $\hat{\mathbf{h}} : \boldsymbol{\sigma}' \geq 0$:

$$\frac{dg_1}{d\bar{\varepsilon}^p} = k_2 \left(k_3 \cdot \frac{\sigma_0}{\sigma(\bar{\varepsilon}^p)} - g_1 \right) \quad (1.62a)$$

$$\frac{dg_2}{d\bar{\varepsilon}^p} = k_1 \frac{g_3 - g_2}{g_2} \quad (1.62b)$$

$$\frac{dg_4}{d\bar{\varepsilon}^p} = k_5 (k_4 - g_4) \quad (1.62c)$$

$$\frac{d\hat{\mathbf{h}}}{d\bar{\varepsilon}^p} = k \left[\hat{\boldsymbol{\sigma}}' - \frac{8}{3} \hat{\mathbf{h}} (\hat{\boldsymbol{\sigma}}' : \hat{\mathbf{h}}) \right] \quad (1.62d)$$

Et pour le cas de $\hat{\mathbf{h}} : \boldsymbol{\sigma}' < 0$ qui le montre dans l'équation (1.63) ci-dessous :

$$\frac{dg_1}{d\bar{\varepsilon}^p} = k_1 \frac{g_4 - g_1}{g_1} \quad (1.63a)$$

$$\frac{dg_2}{d\bar{\varepsilon}^p} = k_2 \left(k_3 \cdot \frac{\sigma_0}{\sigma(\bar{\varepsilon}^p)} - g_2 \right) \quad (1.63b)$$

$$\frac{dg_3}{d\bar{\varepsilon}^p} = k_5 (k_4 - g_3) \quad (1.63c)$$

$$\frac{d\hat{\mathbf{h}}}{d\bar{\varepsilon}^p} = k \left[-\hat{\boldsymbol{\sigma}}' - \frac{8}{3} \hat{\mathbf{h}} (\hat{\boldsymbol{\sigma}}' : \hat{\mathbf{h}}) \right] \quad (1.63d)$$

où $\hat{\boldsymbol{\sigma}}'$ représente le déviateur de contrainte normalisée comme dans l'équation (1.59). $k_1 \sim k_5$ et k sont paramètres, parmi lesquels k_1, k_2, k_3 sont associés à l'effet Bauschinger et k_4, k_5 sont associés à un ramollissement permanent, et k est associé à la rotation de la surface de plasticité, c'est-à-dire, lorsque le changement de chargement trajet orthogonal.

1.4 Modélisation de l'élasto-visco-plasticité

La théorie de la visco-plasticité décrit l'écoulement par fluage de la matière, par rapport au cas de la plasticité, dépend du temps de façon essentielle et elle traduit aussi les effets de vitesse pour les chargements transitoires. Pour les métaux métalliques, le fluage et la visco-plasticité correspondant à des mécanismes liés au mouvement des dislocations dans les grains, aux quels se superposent des effets de glissement intercristallins. Beaucoup de concepts développés pour la plasticité sont utilisables sans amendement pour la visco-plasticité et les différents résultats

qui viennent d'être décrits peuvent être rassemblés dans une loi de comportement [136–147]. C'est le cas de la modélisation de l'érouissage, défini comme l'évolution du domaine d'élasticité avec la déformation visco-plastique. Pour la visco-plastique, la différence fondamentale réside en la dépendance à la vitesse de déformation. De ce fait, la notion de la surface de charge et la condition de cohérence, puis de critère de charge-décharge ne sont plus nécessaires comme en plasticité. La surface de charge est remplacé par une famille de surfaces équipotentielles : ce sont les surfaces de l'espace des contraintes en chaque point desquelles le module de la vitesse de déformation est le même. Nous pouvons donc, comme en plasticité, définir un domaine d'élasticité dans l'espace des contraintes qui éventuellement peut se déplacer, charger de taille, tourner ou même se déformer.

Compte tenu de l'hypothèse de partition des déformations, la déformation totale $\boldsymbol{\varepsilon}$ s'exprime comme la somme d'une déformation élastique $\boldsymbol{\varepsilon}^e$ et d'une déformation visco-plastique $\boldsymbol{\varepsilon}^{vp}$:

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \boldsymbol{\varepsilon}^e + \boldsymbol{\varepsilon}^{vp} \quad (1.64)$$

et sa forme en vitesses peut être écrite :

$$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}} = \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^e + \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^{vp} \quad (1.65)$$

La relation d'élasticité considérée ici comme linéaire et isotrope, est obtenue par la loi de Hooke généralisée :

$$\dot{\boldsymbol{\sigma}} = \mathbf{C} : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^e = \mathbf{C} : (\dot{\boldsymbol{\varepsilon}} - \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^{vp}) \quad (1.66)$$

La partie visco-plastique des déformations est déduite directement à partir du potentiel de dissipation par la relation (1.67) rappelée ici :

$$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^{vp} = \frac{\partial \Omega^*}{\partial \boldsymbol{\sigma}} \quad (1.67)$$

où Ω^* est le potentiel dual de dissipation qui définit l'ensemble des phénomènes dissipatifs : la loi de visco-plasticité et l'évolution des variables internes.

La forme de la loi de comportement élasto-visco-plastique dépend donc principalement de sa partie visco-plastique. Différentes formes de lois de comportement existent, et leur spécificité réside essentiellement dans le choix de la forme du potentiel de dissipation. Parmi les lois présentes dans la littérature visant à expliquer la relation entre la vitesse de déformation et la contrainte appliquée, deux écoles se distinguent principalement :

1. La première école s'attache à décrire des expériences de fluage à contrainte faible : la vitesse de déformation est généralement une fonction puissance de la contrainte ;
2. La deuxième école s'intéresse plus particulièrement aux fortes contraintes et aux grandes vitesses de déformation : dans ce cas, la vitesse de déformation est une fonction exponentielle ou hyperbolique de la contrainte.

1.4.1 Lois visco-plastiques de type puissance

Le modèle visco-plastique unidimensionnel de Norton relie la vitesse de déformation à la contrainte par une loi en puissance :

$$\sigma = \kappa (\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^{vp})^{\frac{1}{n}} \quad (1.68)$$

où κ et η sont des constantes, tel que : $\eta = \frac{1}{m}$ et $m = \frac{d(\ln \sigma)}{d(\ln \dot{\epsilon}^{vp})}$.

La loi d'Odqvist est la généralisation de la loi de Norton dans le domaine tridimensionnel. Le potentiel visco-plastique dont elle est issue s'écrit :

$$\Omega^* = \frac{\kappa}{\eta + 1} \left(\frac{\bar{\sigma}}{\kappa} \right)^{\eta+1} \quad (1.69)$$

où $\bar{\sigma}$ est la contrainte équivalente de von Mises. Par dérivation de ce potentiel, on obtient la relation entre le tenseur des déformations visco-plastiques $\dot{\epsilon}^{vp}$ et le déviateur des contraintes $\boldsymbol{\sigma}'$ dans l'équation (1.70) :

$$\dot{\epsilon}^{vp} = \frac{3}{2} \left(\frac{\bar{\sigma}}{\kappa} \right)^{\eta} \frac{\boldsymbol{\sigma}'}{\bar{\sigma}} \quad (1.70)$$

Il est possible de compléter la loi d'Odqvist, beaucoup d'auteurs ont contribué à l'élaboration de variantes de la loi de Norton généralisée. Parmi ces variantes, il est possible par exemple d'ajouter : (1) un terme d'écrouissage isotrope R ; (2) un terme d'écrouissage cinématique \mathbf{X} ; (3) un domaine d'élasticité de taille $Y = Y_0 + R$. Le potentiel visco-plastique correspondant s'écrit :

$$\Omega^* = \frac{Y_0}{\eta + 1} \left(\frac{\langle \bar{\sigma} - Y \rangle}{Y_0} \right)^{\eta+1} \quad (1.71)$$

où $\langle \cdot \rangle$ indique la partie positive. Le tenseur des déformations visco-plastiques qui en découle est de la forme :

$$\dot{\epsilon}^{vp} = \frac{3}{2} \left(\frac{\langle \bar{\sigma} - Y \rangle}{Y_0} \right)^{\eta} \frac{\boldsymbol{\sigma}' - \mathbf{X}}{\bar{\sigma}} \quad (1.72)$$

où $\bar{\sigma}$ est la contrainte équivalente et Y_0 est la taille du domaine initial d'élasticité.

1.4.2 Lois en sinus hyperbolique

Afin de couvrir l'ensemble du domaine des contraintes pour des résultats en fluage, les auteurs [148–152] ont proposé des relations empiriques en sinus hyperbolique reliant la vitesse de déformation $\dot{\epsilon}^{vp}$ à la contrainte σ . Parmi ces auteurs, Sellars et Tegart [151] ont proposé une relation qui non seulement couvre un large domaine en contraintes mais également un large domaine en température sous la forme :

$$\dot{\epsilon} = A(\sinh \alpha \sigma)^n \exp \left(\frac{-Q}{RT} \right) \quad (1.73)$$

où A , α et n sont des constantes indépendantes de la température, Q étant l'énergie d'activation. La loi en sinus hyperbolique décrit donc bien de façon asymptotique la sensibilité de la contrainte à la vitesse de déformation, c'est-à-dire :

1. un écoulement newtonien pour les plus faibles contraintes ;
2. un comportement linéaire pour les faibles contraintes (loi puissance) ;
3. un comportement saturant exponentiel pour les fortes contraintes (loi exponentielle).

Les auteurs concluent que le modèle le plus favorable à la modélisation est celui en sinus hyperbolique compte tenu de la qualité de l'identification, de la complexité du modèle et des valeurs des paramètres d'identification obtenus et ce, malgré une précision moindre vis-à-vis de lois plus complexes à nombre de paramètres plus important. Afin de décrire le comportement élasto-visco-plastique des aciers multiphasés sur un large domaine de contraintes et de vitesses de déformation (simulation de la mise en forme et du crash), la forme de loi élasto-visco-plastique retenue dans le cadre de ce travail de thèse est une loi en sinus hyperbolique. Celle-ci présente l'avantage d'un large domaine de validité pour un nombre réduit de paramètres auxquels il est toutefois possible de donner un sens physique.

Dans cette partie, nous justifions le choix de la forme de la loi en sinus hyperbolique à partir de mécanismes physiques responsables de la déformation visco-plastique. La description de l'activation thermique de ces mécanismes au travers du système thermodynamique permet de préciser la loi d'écoulement et d'introduire naturellement les effets de vitesses dans le comportement.

L'introduction de la contrainte effective dans l'expression de la contrainte d'écoulement permet d'aboutir naturellement à la description des effets de vitesses et de température propres au comportement visqueux. Un scalaire σ^* décrivant l'augmentation de l'intensité de contrainte due à la vitesse de déformation visco-plastique est définie dans la référence [145] par la relation suivante :

$$\sigma^* = K^* \sinh^{-1} \left(\frac{\dot{\varepsilon}^{vp}}{\dot{\varepsilon}^*} \right) \quad (1.74)$$

où K^* et $\dot{\varepsilon}^*$ sont des paramètres de matériau.

1.5 Intégration et validation des modèles de comportement

Dans le contexte des modèles de comportement discutés dans ce chapitre, on peut adopter des formes spécifiques de la fonction de plasticité ou du modèle de l'écrouissage, afin de décrire des types particuliers de matériaux métalliques. Du point de vue numérique, les dérivées du premier et du second ordre doivent être calculées pour ces modèles afin de permettre la résolution numérique avec le schéma d'intégration temporelle implicite. Cependant, pour les fonctions de plasticité et les modèles d'écrouissage avancées, des termes et équations supplémentaires sont inclus dans le modèle de matériau, modifiant l'algorithme numérique. Les développements numériques supplémentaires requis pour de telles extensions représentent l'un des défis pour les modèles de matériaux avancés à adopter dans les applications industrielles.

Les schémas d'intégration temporelle explicites offrent une solution alternative à ce problème. Le principal inconvénient de l'intégration temporelle explicite est lié à sa stabilité conditionnelle, nécessitant des intervalles de temps inférieurs à ceux de l'intégration implicite. Cet inconvénient est considérablement réduit pour les problèmes de contact et de plasticité, où incréments de chargement réduits sont de toute façon nécessaires. En échange, le développement numérique est beaucoup plus rapide, ne nécessite pas de calculs dérivés supplémentaires et ne nécessite pas de boucles de convergence.

Dans cette section, l'algorithme explicite présenté est générique et peut être appliqué à divers cas particuliers d'équations de fonction de plasticité et d'écrouissage. Ensuite, cet algorithme formel est proposé pour l'intégration temporelle explicite de modèles de matériaux élasto-(visco)-plastiques. À la fin, les modèles de matériaux élasto-(visco)-plastiques utilisées dans notre recherche sont validées.

1.5.1 Intégration de lois de comportement par un algorithme explicite

L'intégration temporelle explicite des équations de comportement utilise les valeurs des variables d'état au moment t_n . Par conséquent, les équations résultantes sont explicites et, dans la plupart des cas, l'état au t_{n+1} peut être déterminé sans aucune itération. La précision de la méthode peut être améliorée en adoptant des schémas d'intégration de Runge-Kutta d'ordre supérieur. L'algorithme correspondant se réduit à une boucle d'ordre $N = 1, 2$ ou 4 pour Euler explicite, Runge-Kutta ordre 2 et Runge-Kutta ordre 4 avec le même contenu. De plus, le module tangent algorithmique est récupéré par une simple somme des N modules tangents [153].

Contrairement à l'intégration temporelle implicite, la condition de charge-décharge ne peut pas être basée sur la valeur de la fonction de plasticité uniquement, puisqu'un état plastique au début de l'incrément peut toujours être suivi d'un déchargement élastique. Des conditions de charge-décharge robustes sont obtenues en vérifiant l'orientation de l'incrément de contrainte total par rapport à la normale à la surface de plasticité actuelle, comme le montre la figure 1.7. L'Algorithme 1 résume l'intégration temporelle explicite de Runge-Kutta des modèles élasto-plastiques [154].

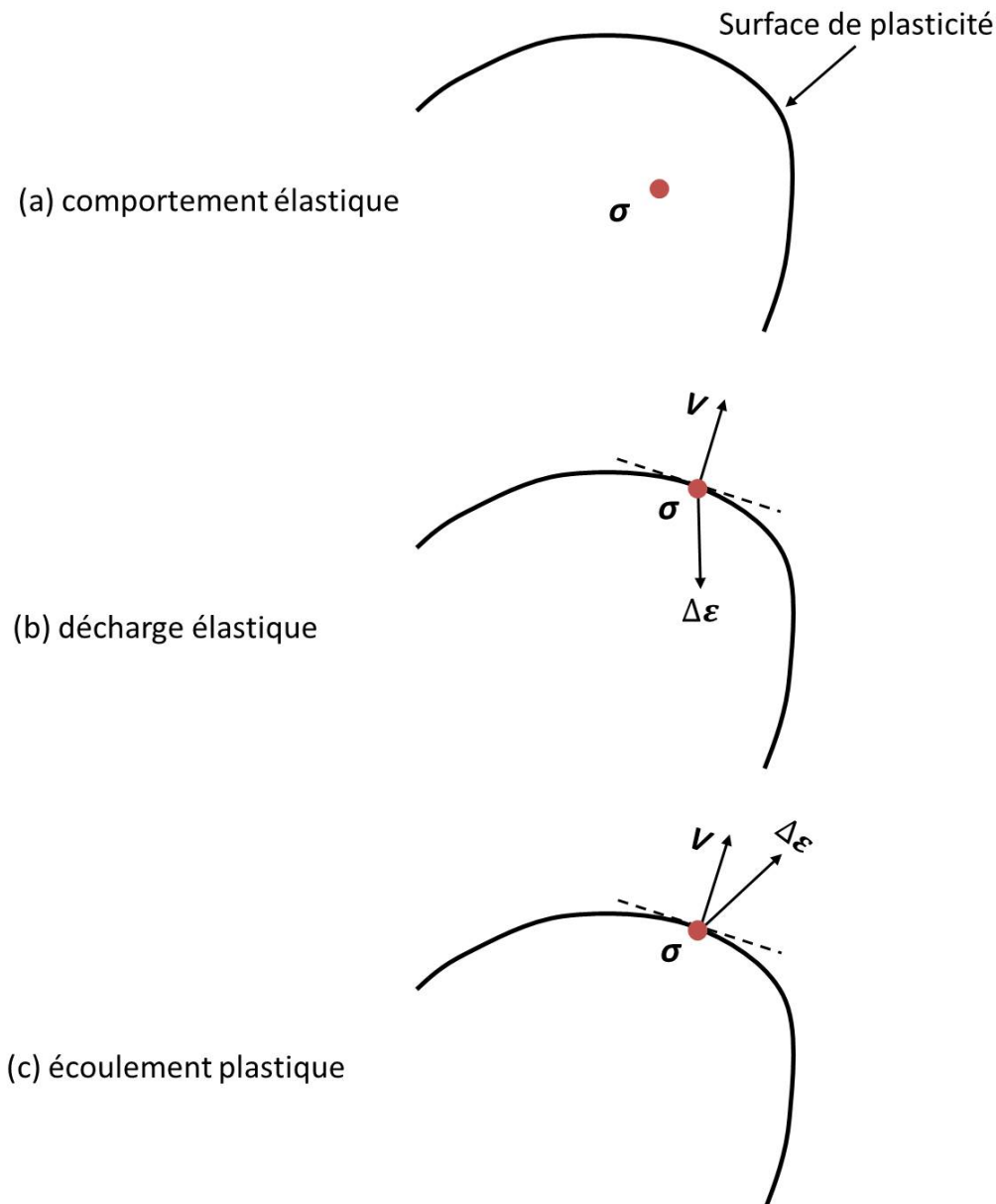


FIGURE 1.7 – Illustration schématique des conditions de chargement et déchargement.

Pour l'intégration par méthode d'algorithme explicite, Euler explicite est appliqué en raison de ses avantages en termes de rapidité, de modularité et de robustesse. Sur la base des travaux de modélisation de l'élasto-(visco)-plasticité, l'intégration temporelle explicite d'Euler du modèle de comportement élasto-(visco)-plastique est résumée dans l'Algorithme 2 et l'Algorithme 3 respectivement.

Algorithme 1 : Schéma de l'intégration explicite de type Runge-Kutta pour les modèles élasto-plastiques

Entrées : $\Delta\boldsymbol{\varepsilon}$, $\boldsymbol{\sigma}_n$, Y_n et \mathbf{X}_n

Initialisations : $\Delta\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{0}$; $\Delta Y_0 = 0$; $\Delta\mathbf{X}_0 = \mathbf{0}$

Calculer, boucle $i = 1$ à N :

Calculer $\boldsymbol{\sigma}_i = \boldsymbol{\sigma}_n + a_i\Delta\boldsymbol{\sigma}_{i-1}$; $Y_i = Y_n + a_i\Delta Y_{i-1}$; $\mathbf{X}_i = \mathbf{X}_n + a_i\Delta\mathbf{X}_{i-1}$

Calculer $f_i(\boldsymbol{\sigma}_i, Y_i, \mathbf{X}_i) = \bar{\sigma}(\boldsymbol{\sigma}'_i - \mathbf{X}_i) - Y_i$

Calculer $\boldsymbol{\beta}_i = \Delta\boldsymbol{\varepsilon} : \mathbf{V}_i$

Si $f_i < 0$ ou $\boldsymbol{\beta}_i < 0$, incrément élastique :

Calculer $\Delta\boldsymbol{\sigma}_i = \mathbf{C} : \Delta\boldsymbol{\varepsilon}$

Calculer $\Delta Y_i = 0$; $\Delta\mathbf{X}_i = \mathbf{0}$; $\mathbf{C}_i^{Algo} = \mathbf{C}$

Sinon, incrément élasto-plastique :

Calculer $\mathbf{V}_i = \frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial \boldsymbol{\sigma}}$

Calculer $\Delta\lambda_i = \frac{\mathbf{V}_i : \mathbf{C} : \Delta\boldsymbol{\varepsilon}}{\mathbf{V}_i : \mathbf{C} : \mathbf{V}_i + \mathbf{V}_i : \mathbf{H}_{\mathbf{X}_i} + H_{Y_i}}$

Calculer $\Delta\boldsymbol{\varepsilon}_i^p = \mathbf{V}_i\Delta\lambda_i$

Calculer $\Delta\boldsymbol{\sigma}_i = \mathbf{C} : (\Delta\boldsymbol{\varepsilon} - \Delta\boldsymbol{\varepsilon}_i^p)$

Calculer $\Delta Y_i = H_{Y_i}\Delta\lambda_i$; $\Delta\mathbf{X}_i = \mathbf{H}_{\mathbf{X}_i}\Delta\lambda_i$

Calculer $\mathbf{C}_i^{Algo} = \mathbf{C} - \frac{(\mathbf{C} : \mathbf{V}_i) \otimes (\mathbf{V}_i : \mathbf{C})}{\mathbf{V}_i : \mathbf{C} : \mathbf{V}_i + \mathbf{V}_i : \mathbf{H}_{\mathbf{X}_i} + H_{Y_i}}$

Mettre à jour les contraintes : $\boldsymbol{\sigma}_{n+1} = \boldsymbol{\sigma}_n + \sum_{i=1}^N b_i\Delta\boldsymbol{\sigma}_i$

Mettre à jour les variables d'état : $Y_{n+1} = Y_n + \sum_{i=1}^N b_i\Delta Y_i$; $\mathbf{X}_{n+1} = \mathbf{X}_n + \sum_{i=1}^N b_i\Delta\mathbf{X}_i$

Calculer le module tangent cohérent : $\mathbf{C}^{Algo} = \sum_{i=1}^N b_i\mathbf{C}_i^{Algo}$

Fin d'algorithme ; sorties : $\boldsymbol{\sigma}_{n+1}$, \mathbf{C}^{Algo} , variables internes mises à jour

Algorithme 2 : Schéma de l'intégration temporelle d'Euler explicite du modèle de comportement élasto-plastique

Entrées : $\Delta\boldsymbol{\varepsilon}$, $\boldsymbol{\sigma}_n$, \mathbf{X}_n , Y_n

Calculer $f = \bar{\sigma}(\boldsymbol{\sigma}'_n - \mathbf{X}_n) - Y_n$

Calculer $\beta = \Delta\boldsymbol{\varepsilon} : \mathbf{V}$

Si $f < 0$ ou $\beta < 0$, incrément élastique :

Calculer $\Delta\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{C} : \Delta\boldsymbol{\varepsilon}$, $\Delta\mathbf{X} = \mathbf{0}$, $\Delta Y = 0$

Sinon, incrément élasto-plastique :

Calculer $\mathbf{V} = \frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial \boldsymbol{\sigma}}$, $\Delta\lambda = \frac{\mathbf{V} : \mathbf{C} : \Delta\boldsymbol{\varepsilon}}{\mathbf{V} : \mathbf{C} : \mathbf{V} + \mathbf{V} : \mathbf{H}_X + H_Y}$

Calculer $\Delta\boldsymbol{\varepsilon}^p = \mathbf{V} \cdot \Delta\lambda$

Calculer $\Delta\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{C} : (\Delta\boldsymbol{\varepsilon} - \Delta\boldsymbol{\varepsilon}^p)$, $\Delta\mathbf{X} = \mathbf{H}_X \cdot \Delta\lambda$, $\Delta Y = H_Y \cdot \Delta\lambda$

Variables internes mises à jour : $\boldsymbol{\sigma}_{n+1} = \boldsymbol{\sigma}_n + \Delta\boldsymbol{\sigma}$, $\mathbf{X}_{n+1} = \mathbf{X}_n + \Delta\mathbf{X}$, $Y_{n+1} = Y_n + \Delta Y$

Fin d'algorithme

Algorithme 3 : Schéma de l'intégration temporelle d'Euler explicite du modèle de comportement élasto-visco-plastique

Entrées : $\Delta\boldsymbol{\varepsilon}$, $\boldsymbol{\sigma}_n$, \mathbf{X}_n , Y_n

Calculer : $f = \bar{\sigma}(\boldsymbol{\sigma}'_n - \mathbf{X}_n) - Y_n$

Si $f < 0$, incrément élastique :

Calculer $\Delta\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{C} : \Delta\boldsymbol{\varepsilon}$, $\Delta\mathbf{X} = \mathbf{0}$, $\Delta Y = 0$

Sinon, incrément élasto-visco-plastique :

Calculer $\mathbf{V} = \frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial \boldsymbol{\sigma}}$, $\Delta\lambda = \dot{\varepsilon}^* \cdot \sinh(\sigma^*/k^*)$

Calculer $\Delta\boldsymbol{\varepsilon}^{vp} = \mathbf{V} \cdot \Delta\lambda$

Calculer $\Delta\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{C} : (\Delta\boldsymbol{\varepsilon} - \Delta\boldsymbol{\varepsilon}^{vp})$, $\Delta\mathbf{X} = \mathbf{H}_X \cdot \Delta\lambda$, $\Delta Y = H_Y \cdot \Delta\lambda$

Variables internes mises à jour : $\boldsymbol{\sigma}_{n+1} = \boldsymbol{\sigma}_n + \Delta\boldsymbol{\sigma}$, $\mathbf{X}_{n+1} = \mathbf{X}_n + \Delta\mathbf{X}$, $Y_{n+1} = Y_n + \Delta Y$

Fin d'algorithme

1.5.2 Validation de l'implantation numérique

Après la mise en œuvre du modèle de comportement par l'algorithme explicite d'Euler, un programme indépendant en utilisant le langage FORTRAN 90 a été écrit. Le Programme 1 représente l'intégration temporelle explicite d'Euler du modèle comportement élasto-(visco)-plastique qui a été implémenté. Ce programme permet de simuler une succession de N_i essais simples. Chaque essai est défini par le taux de déformation imposé $\dot{\epsilon}_i$. Cependant, si l'essai est de traction uniaxiale ou biaxiale, par exemple, alors le pilotage ne peut pas se faire uniquement avec $\dot{\epsilon}_i$: il faut imposer des contraintes nulles. Dans ces cas, l'algorithme de Newton-Raphson et la méthode de dichotomie sont appliquées [155], comme le montre la figure 1.8.

Programme 1 : Schéma de simulation de tests rhéologiques homogènes en utilisant
l'intégration d'Euler explicite

Définition du test : $\dot{\epsilon}_i, i = 1 \text{ to } N_i, \Delta t, t = 0, T_i$

do while $i \leq N_i$ (boucle sur séquence de test)

$\Delta \epsilon = \dot{\epsilon}_i \cdot \Delta t$

do while $t \leq T_i$ (boucle sur incrément de temps)

Si traction biaxiale, appliquer la méthode de dichotomie pour déterminer le
nouveau $\Delta \epsilon_3$ afin de $\Delta \sigma_3 = 0$

Si traction uniaxiale, appliquer la méthode de Newton-Raphson pour déter-
miner les nouveaux $\Delta \epsilon_2$ et $\Delta \epsilon_3$ afin de $\Delta \sigma_2 = \Delta \sigma_3 = 0$

Utiliser l'Algorithme 2 ou l'Algorithme 3

Mettre à jour $t = t + \Delta t$

end do

$i = i + 1$

end do

Fin de programme

Un autre problème qui nous préoccupe est la valeur de l'incrément de temps Δt en raison de l'utilisation de l'intégration explicite. Afin de savoir avec quel incrément de temps on obtient une bonne précision, il est essentiel de valider l'implantation numérique pour différents incréments de temps. Dans cette validation, les valeurs d'incrément de temps $\Delta t = 10^{-2}, 10^{-3}, 10^{-4}, 10^{-5}$ sont choisies et appliquées pour la simulation de traction à la vitesse de déformation $\dot{\epsilon} = 1/s$. La figure 1.9 montre les résultats de simulation en utilisant différents incréments de temps pour le Programme 1. La courbe noire est simulé par Abaqus qui utilise l'intégration par l'algorithme d'Euler implicite pour référence. Selon les résultats de comparaison, plus grandes valeurs de incrément de temps Δt conduisent à une déviation plus grande. L'incrément de temps $\Delta t = 10^{-2}$ est trop grand pour avoir une bonne précision. Bien que l'incrément de temps $\Delta t = 10^{-3}$ améliore le résultat par rapport à celui de $\Delta t = 10^{-2}$, il existe encore des écarts

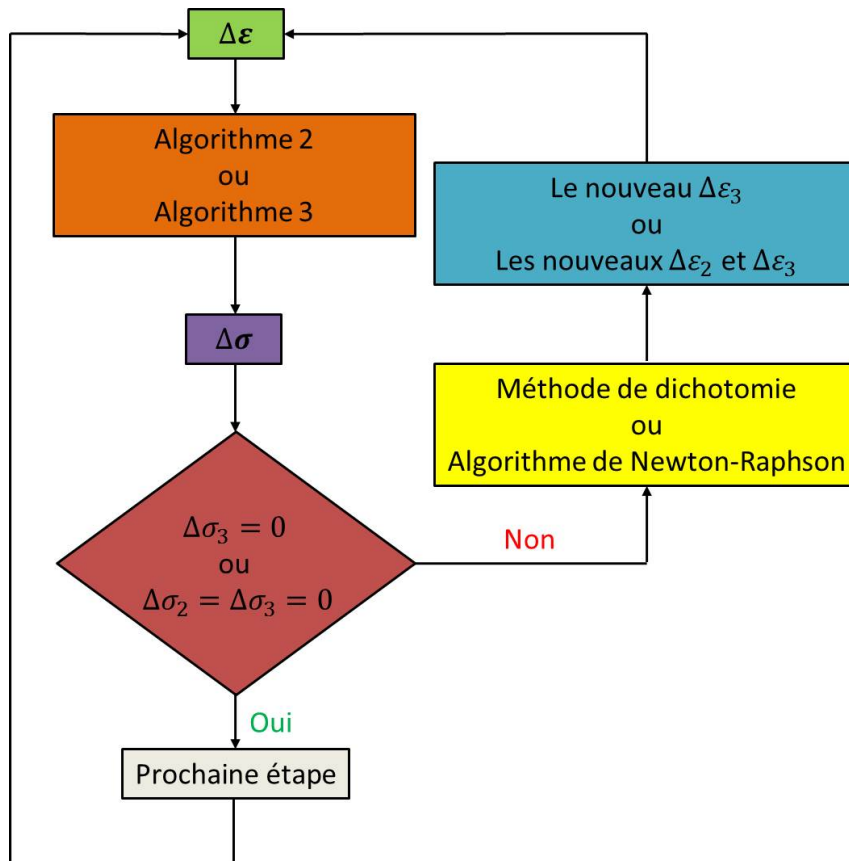


FIGURE 1.8 – Illustration schématique des applications de l’algorithme de Newton-Raphson et la méthode de dichotomie dans le Programme 1.

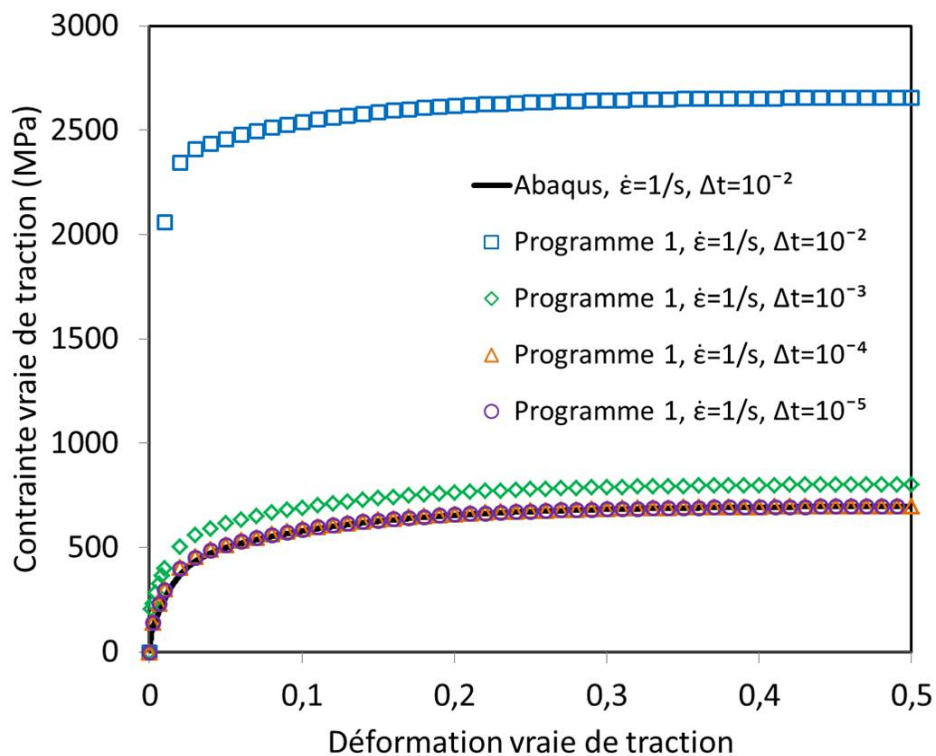


FIGURE 1.9 – Simulation d’un essai de traction uniaxiale ; validation de l’implantation numérique pour différents incréments de temps Δt .

par rapport au résultat de référence. Quand l'incrément de temps Δt est assez petit, c'est-à-dire $\Delta t = 10^{-4}$ ou $\Delta t = 10^{-5}$, ces deux résultats de la simulation sont presque identiques et superposées par rapport au résultat de Abaqus. Considérant le coût du temps de calcul, l'incrément de temps $\Delta t = 10^{-4}$ est préférable d'utiliser dans le Programme 1.

1.5.3 Validation des modèles de comportement

Afin de garantir la fiabilité après l'intégration des modèles de comportement élasto-(visco)-plastique, il faut valider les modèles de comportement utilisés dans notre travail. Dans cette thèse, le critère de plasticité est von Mises pour sa simplicité. Concernant les modèles d'écrouissage, la loi d'écrouissage isotrope (type de Swift, type de Voce), la loi d'écrouissage combiné (modèle de Chaboche, modèle de Chaboche modifié) et la loi d'écrouissage avancée (Teodosiu-Hu) sont validées soit par le logiciel Abaqus soit par rapport à la littérature. La méthode de validation consiste à utiliser Programme 1 développé pour simuler les essais rhéologiques.

1.5.3.1 Validation du modèle de Chaboche-Marquis

Le modèle d'écrouissage de Chaboche-Marquis est disponible dans le logiciel Abaqus, par conséquent, il peut être considéré comme la référence. Cependant, par rapport au modèle d'écrouissage de Chaboche-Marquis dans l'équation (1.35), Abaqus utilise une forme différente d'équations d'écrouissage.

Dans le logiciel Abaqus [156], la loi d'écrouissage isotrope (type de Voce) et loi d'écrouissage cinématique (type de Armstrong-Frederick) sont écrites :

$$\dot{R} = b(Q_\infty - R) \cdot \dot{\lambda} \quad (1.75a)$$

$$\dot{\mathbf{X}} = C\dot{\lambda}\frac{1}{\sigma}(\boldsymbol{\sigma}' - \mathbf{X}) - \gamma\mathbf{X}\dot{\lambda} \quad (1.75b)$$

où Q_∞ , b , C et γ sont les paramètres matériels du modèle mis en œuvre dans Abaqus [156]. Il convient de noter que les équations (1.35) et (1.75) sont totalement équivalentes et la correspondance entre les différents paramètres est donnée par :

$$b = C_R, Q_\infty = R_{sat} \quad (1.76a)$$

$$\gamma = C_X, C = C_X X_{sat} \quad (1.76b)$$

Le tableau 1.1 donne les paramètres du matériau utilisés dans le Programme 1 et Abaqus, respectivement. Les essais de traction uniaxiale (TU), cisaillement simple (CS) et cisaillement réversible (CR) à 0,2 de pré-déformation sont simulées par le Programme 1 et Abaqus. Comme le montre la figure 1.10, chaque trois courbes (TU, CS, CR) générées à partir de Abaqus et Programme 1 sont bien superposées. C'est-à-dire le modèle d'écrouissage Chaboche-Marquis est validé avec précision.

Tableau 1.1 – Paramètres du modèle de Chaboche-Marquis dans le Programme 1 et Abaqus.

Paramètres	Y_0 (MPa)	C_R -	R_{sat} (MPa)	C_X -	X_{sat} (MPa)	b -	Q_∞ (MPa)	γ -	C (MPa)
Abaqus	100	-	-	-	-	10	300	100	30000
Programme 1	100	10	300	100	300	-	-	-	-

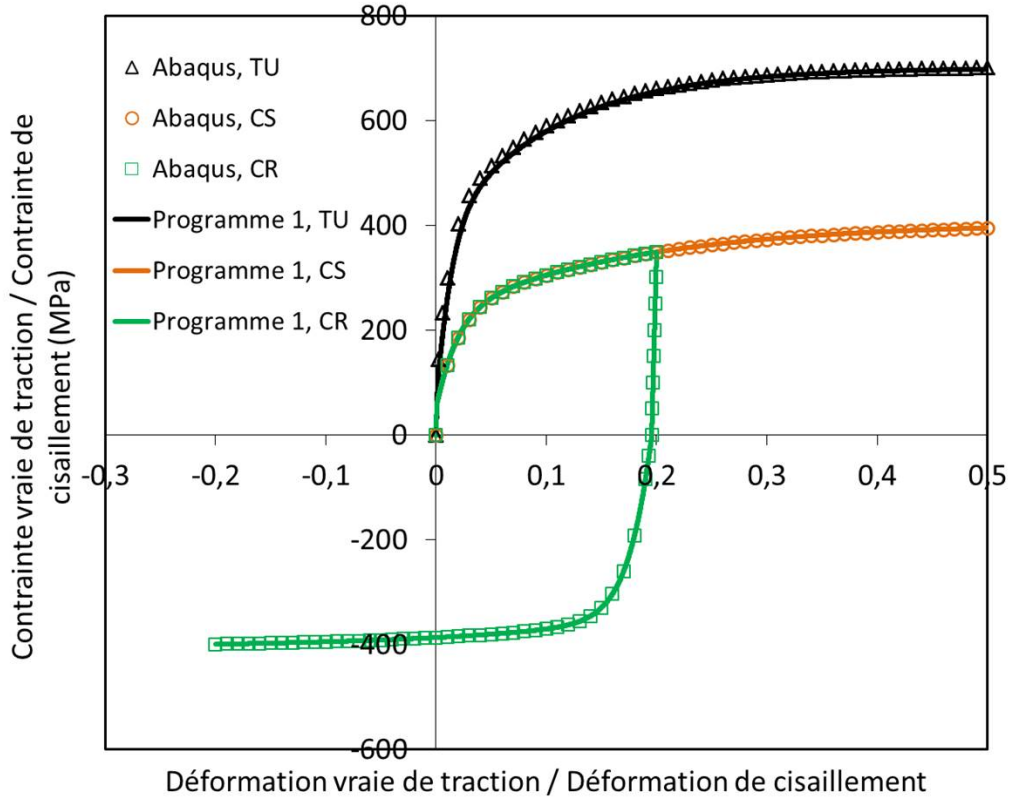


FIGURE 1.10 – Prédiction rhéologique avec le modèle de Chaboche-Marquis en utilisant Programme 1 et Abaqus. TU : traction uniaxiale ; CS : cisaillement simple ; CR : cisaillement réversible à 0,2 de pré-déformation.

1.5.3.2 Validation du modèle d'érouissage combiné modifiée

Dans le modèle d'érouissage combiné modifiée, la courbe d'érouissage monotone est décrite indépendamment du modèle d'érouissage cinématique et de ses paramètres. Pour valider le modèle d'érouissage combiné modifiée, on peut ainsi comparer ce modèle sous la forme particulière qui inclut : deux variables de l'érouissage isotrope R_s et R_v ; deux variables de l'érouissage cinématique \mathbf{X}_1 et \mathbf{X}_2 :

$$\dot{R}_s = nK^{1/n}(K\varepsilon_0^n)^{n-1/n} \cdot \dot{\lambda} \quad \text{type de Swift} \quad (1.77a)$$

$$\dot{R}_v = C_{R_v}(R_v^{sat} - R_v) \cdot \dot{\lambda} \quad \text{type de Voce} \quad (1.77b)$$

$$\dot{R} = \dot{R}_s + \dot{R}_v \quad (1.77c)$$

$$\dot{\mathbf{X}}_1 = C_{X_1}(X_{sat1}\mathbf{n} - \mathbf{X}_1) \cdot \dot{\lambda} \quad \text{type de Armstrong-Frederick} \quad (1.77d)$$

$$\dot{\mathbf{X}}_2 = C_{X_2}(X_{sat2}\mathbf{n} - \mathbf{X}_2) \cdot \dot{\lambda} \quad \text{type de Armstrong-Frederick} \quad (1.77e)$$

$$\dot{\mathbf{X}} = \dot{\mathbf{X}}_1 + \dot{\mathbf{X}}_2 \quad (1.77f)$$

où K , n , ε_0 et C_{R_v} , R_v^{sat} sont les paramètres de l'érouissage isotrope. C_{X_1} , X_{sat1} et C_{X_2} , X_{sat2} sont les paramètres de l'érouissage cinématique.

Quand $C_{X_1} = C_{X_2} = X_{sat1} = X_{sat2} = 0$, le modèle d'érouissage combiné modifiée est simplifiée comme érouissage isotrope. Malheureusement, ce modèle d'érouissage combiné n'est pas implanté tel quel dans Abaqus. Cependant, il y a une méthode pour résoudre ce problème :

1. La loi d'érouissage peut être directement pilotée par les paramètres utilisés dans Abaqus ;
2. Pour la loi de isotrope, on peut donner la courbe de contrainte et déformation équivalente par points, qui peut être généré en utilisant le Programme 1.

Le tableau 1.2 donne les paramètres des modèles de l'érouissage isotrope et l'érouissage combiné modifiée, pour un matériau arbitraire. La figure 1.11 montre la simulation de traction compression uniaxiale avec le modèle d'érouissage combiné modifiée en utilisant Programme 1 et Abaqus respectivement. Comparé les courbes de Abaqus et de Programme 1 avec le modèle d'érouissage isotrope (Iso) ou avec le modèle d'érouissage combiné modifiée (Com), elles sont bien superposées. Les prédictions des deux modèles isotrope et combiné modifiée sont rigoureusement identiques en chargement monotone.

Tableau 1.2 – Paramètres des modèles de l'érouissage isotrope (Iso) et de l'érouissage combiné modifiée (Com) dans Programme 1.

Paramètres	Y_0 (MPa)	K (MPa)	ε_0 -	n -	C_{R_v} -	R_v^{sat} (MPa)	C_{X_1} -	X_{sat1} (MPa)	C_{X_2} -	X_{sat2} (MPa)
Iso	307,6	664,1	0,32	0,0038	44,8	136,9	-	-	-	-
Com	307,6	664,1	0,32	0,0038	44,8	136,9	90,2	198,4	5,9	124,7

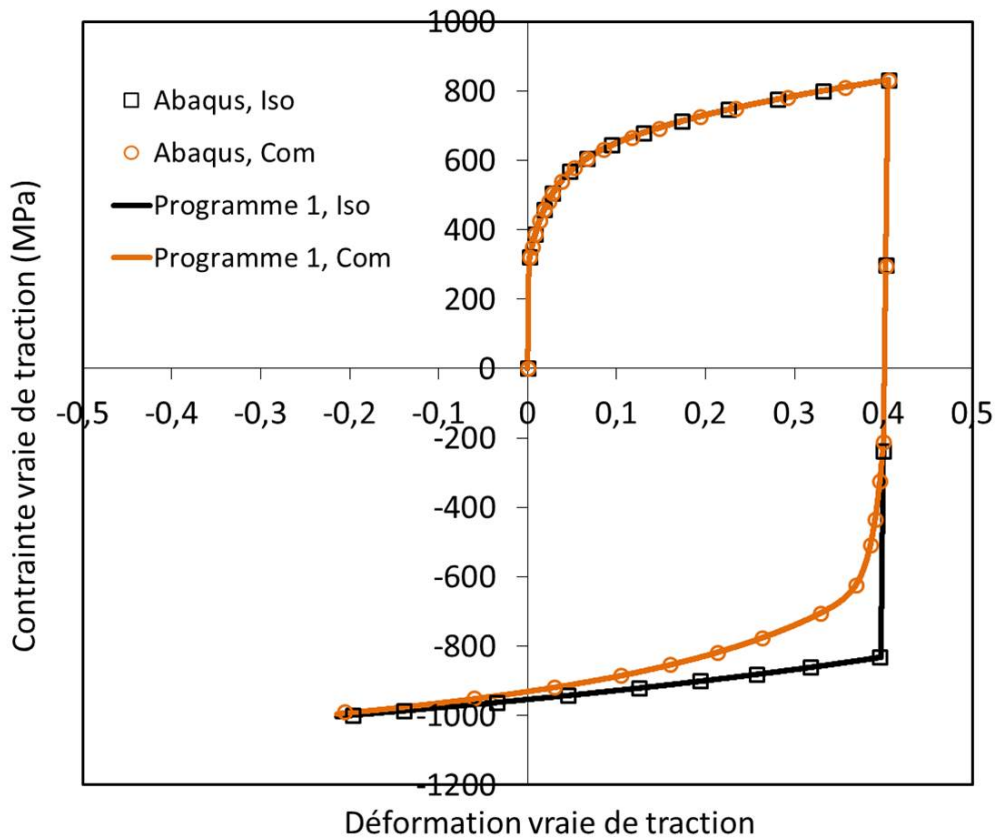


FIGURE 1.11 – Simulation de traction compression uniaxiale avec le modèle d'érouissage isotrope (Iso) et le modèle d'érouissage combiné modifiée (Com) en utilisant Programme 1 et Abaqus.

1.5.3.3 Validation du modèle de Teodosiu-Hu

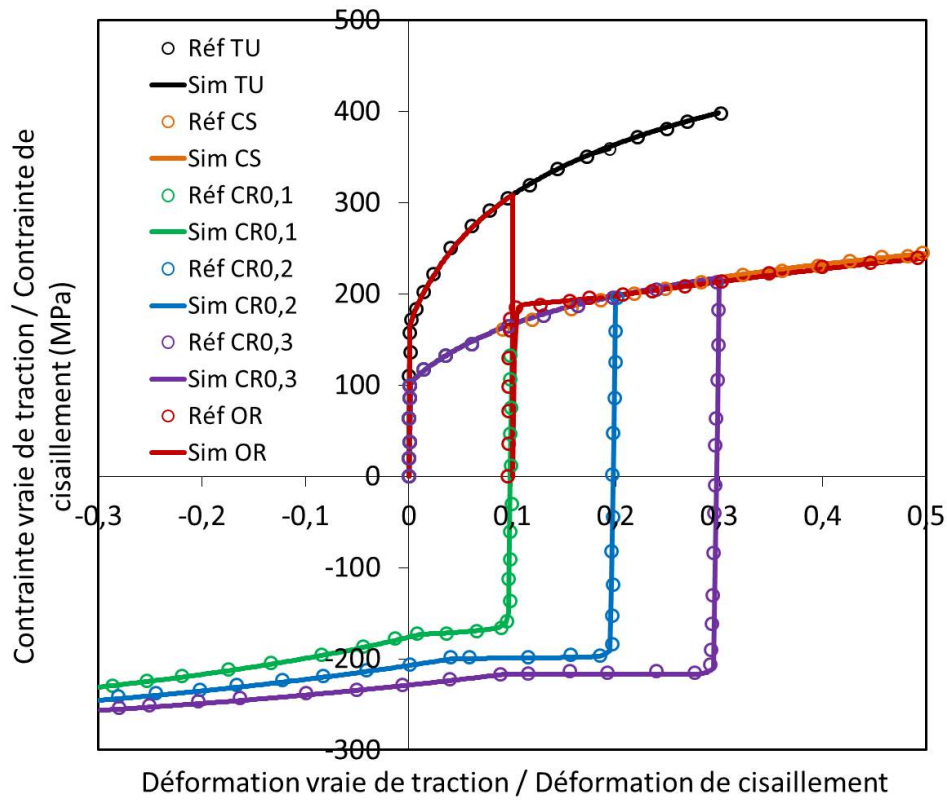
La validation du modèle de d'écrouissage microstructural de Teodosiu-Hu est un défi parce qu'il n'a pas encore été implémenté dans les logiciels d'éléments finis. Heureusement, des chercheurs avaient simulé les essais rhéologiques avec le modèle de Teodosiu-Hu, par exemple dans les références [3, 134]. Par conséquent ce modèle avancé peut être validé par la comparaison entre la référence et le développé. Le tableau 1.3 donne les paramètres de modèle de l'écrouissage de Teodosiu-Hu pour acier doux et acier à deux phase dans la référence [3]. Le Programme 1 peut utiliser ces paramètres pour simuler les essais rhéologiques, comme montré sur la figure 1.12 marqué avec 'Sim'. Toutes les courbes, y compris traction uniaxiale (TU); cisaillement simple (CS); cisaillement réversible (CR) à 0,1, 0,2 et 0,3 de pré-déformation; traction uniaxiale à 0,1 de pré-déformation suivie d'un cisaillement simple dans la même direction (OR), sont bien superposées. Cela prouve que le modèle de d'écrouissage microstructural de Teodosiu-Hu qu'on a programmé peut être appliqué dans notre investigation.

Tableau 1.3 – Paramètres du modèle d'écrouissage microstructural de Teodosiu-Hu dans [3].

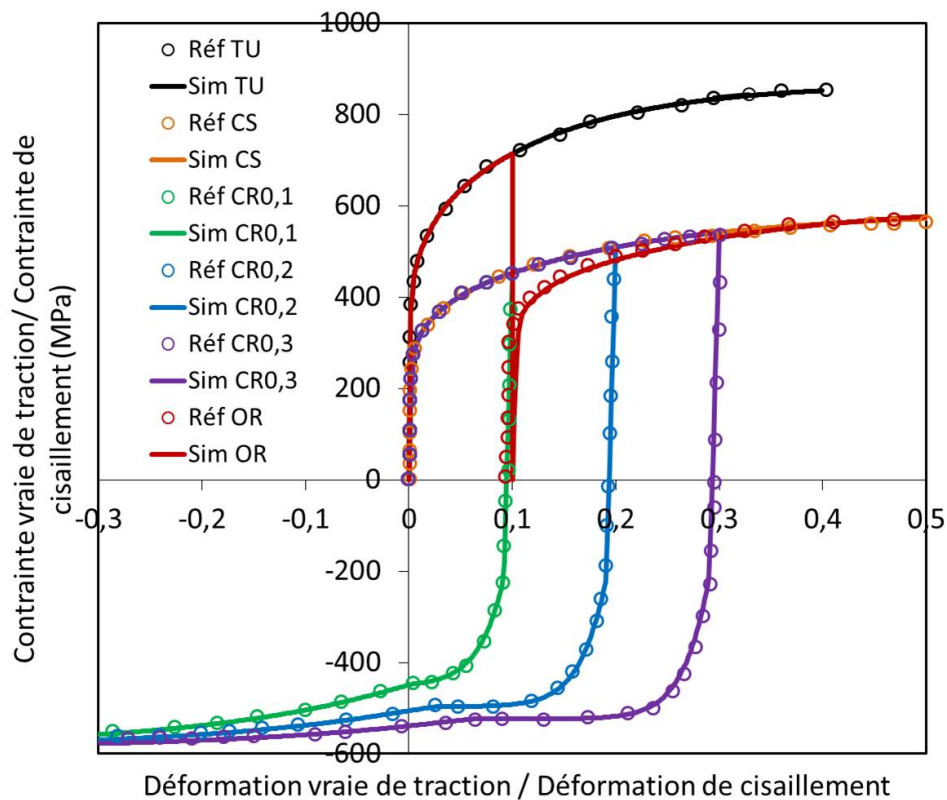
Paramètres	Modèle de Teodosiu-Hu	
	Acier doux	Acier dual phase
Y_0 (MPa)	161,7	356,1
C_R	23,29	558,9
R_{sat} (MPa)	75,12	77,02
C_X	361,9	65,1
X_0 (MPa)	7,3	120,4
S_{sat} (MPa)	233,3	313,3
C_{SD}	3,75	8,67
C_{SL}	1,097	0
C_P	2,42	1,53
n_L	0	0
n_p	974	700
f	1	0,49
r	0,86	0

1.5.3.4 Validation modèle élasto-visco-plastique

Pour valider le modèle de élasto-visco-plastique, le Programme 1 peut être aussi utilisé pour simuler plusieurs essais de traction à différentes vitesses 0,01/s, 0,5/s et 1/s avec les paramètres du tableau 1.4. Premièrement, trois essais de traction uniaxiale avec le modèle élasto-visco-plastique à trois différentes vitesses de déformation sont simulées sur la figure 1.13a. Ensuite, on peut simuler seulement un essai avec des sauts de vitesse, qui sont très courants pour l'identification paramétrique des coefficients de sensibilité à la vitesse de déformation, comme le montre la figure 1.13b. Selon ces résultats, les contraintes de Cauchy sont sensibles à la vitesse de déformation en utilisant le modèle élasto-visco-plastique. Cela signifie que la validation du modèle de élasto-visco-plastique est vérifié dans notre recherche.



(a) Acier doux.

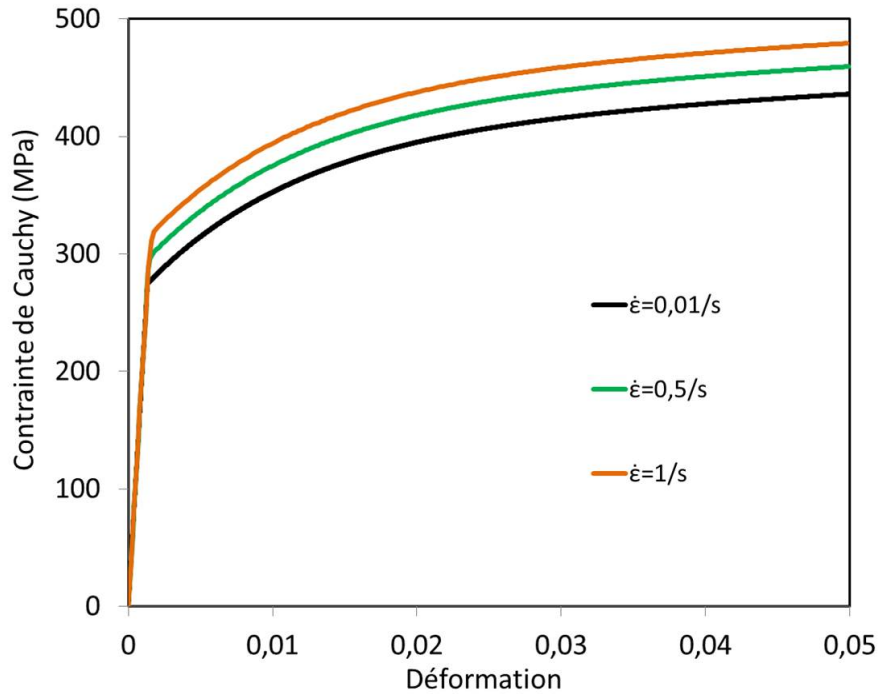


(b) Acier dual phase.

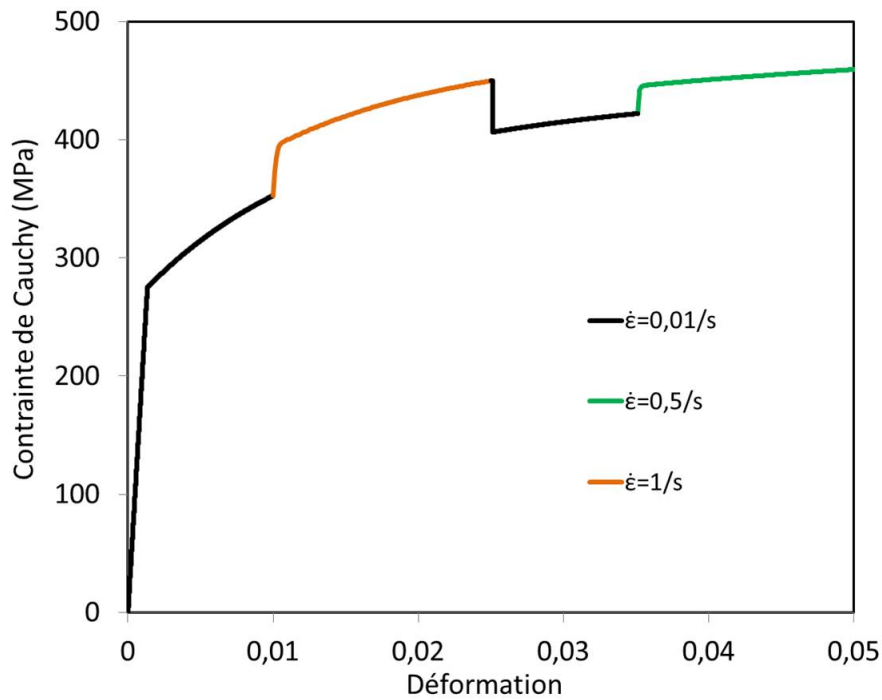
FIGURE 1.12 – Prédictions rhéologiques avec le modèle de Teodosiu-Hu. TU : traction uniaxiale ; CS : cisaillement simple ; CR : cisaillement réversible à 0,1, 0,2 et 0,3 de pré-déformation ; OR : traction uniaxiale à 0,1 de pré-déformation suivie d'un cisaillement simple dans la même direction.

Tableau 1.4 – Paramètres du modèle élasto-visco-plastique utilisé dans le Programme 1.

Paramètres	K (MPa)	n	ε_0	C_X	X_{sat} (MPa)	k^* (MPa)	$\dot{\varepsilon}^*$ (/s)
Programme 1	500	0,2	0,05	100	100	50	0,01 0,5 1



(a) Trois simulations de traction uniaxiale avec modèle élasto-visco-plastique à trois différentes vitesses de déformation.



(b) Une simulation traction uniaxiale avec modèle élasto-visco-plastique aux sauts de vitesse de déformation.

FIGURE 1.13 – Validation du modèle élasto-visco-plastique par la simulation de traction uniaxiale aux différentes vitesses de déformation.

1.6 Conclusions

La modélisation de la plasticité a donné lieu à de nombreux modèles avancés, qui s'améliorent sans cesse. Dans cette thèse, on s'intéresse en particulier aux effets de changement de trajet de déformation. Pour cela, nous avons choisi d'approfondir davantage les modèles d'érouissage, et d'adopter des modèles quadratiques simples pour la surface de plasticité.

Concernant les modèles d'érouissage, on peut identifier trois niveaux de complexité. Les modèles d'érouissage purement isotropes sont largement utilisés dans l'industrie et faciles à identifier, avec un seul essai monotone. Cependant, leurs prédictions sont erronées en dehors des chargements monotones. L'ajout de l'érouissage cinématique permet de décrire l'effet Bauschinger, avec le modèle de Chaboche-Marquis. C'est une amélioration significative, qui nécessite l'introduction d'une variable interne tensorielle et l'ajout d'essais inversés pour l'identification. Ce modèle offre une bien meilleure description du comportement sous changement de trajet. Il n'est toutefois pas capable de décrire tous les changements de trajet (orthogonal, par exemple), ni toutes les subtilités du comportement transitoire observé expérimentalement (stagnation de l'érouissage, voir adoucissement temporaire, après changement de trajet). Afin d'améliorer les prédictions, un grand nombre de modèles complexes sont publiés. Dans cette étude, le modèle de Teodosiu-Hu a été plus particulièrement retenu.

Tous ces modèles prédisent des comportements différents lors d'un changement de trajet. Leur comparaison vise à quantifier l'amélioration éventuelle apportée par l'un ou l'autre des modèles sous un chargement particulier. Cependant, la complexité de leur identification paramétrique fait que des différences subsistent aussi entre les prédictions des différents modèles sous chargement monotone. Ainsi, lorsque des résultats différents sont obtenus, il est difficile de savoir s'ils proviennent d'une spécificité du modèle, ou bien d'une identification imparfaite. Afin de lever ce doute, une modélisation alternative est adoptée qui permet de garantir des prédictions rigoureusement identiques sous chargement monotone.

L'implantation numérique des modèles de comportement au sein d'un logiciel de calcul par éléments finis nécessite un travail rigoureux afin d'allier précision, robustesse et efficacité. Dans le contexte de la comparaison de modèles de comportement sur des cas académiques, un algorithme d'intégration explicite a été adopté dans cette thèse. Ainsi, différents modèles d'érouissage ont pu être implantés, en prenant en compte ou pas la sensibilité à la vitesse de déformation. Moyennant des temps de calcul sensiblement plus longs, ce choix permet plus de flexibilité dans la comparaison de différents modèles. Un programme indépendant a été développé pour simuler des essais homogènes, qui sera utilisé ultérieurement pour l'identification paramétrique des différents modèles. L'algorithme a été validé par rapport à des données de la littérature, ou bien par rapport aux simulations avec le logiciel Abaqus lorsque les modèles y étaient disponibles.

Chapitre 2

Évolution de la surface de plasticité apparente après un changement de trajet sans décharge

L'effet du changement de trajet de chargement est classiquement étudié à l'aide d'essais séquentiels [134, 157, 158]. De tels essais seront utilisés au Chapitre 3, pour caractériser deux tôles d'acier dual phase. Ce type d'étude est relativement laborieuse, impliquant des essais spécifiques, le choix de modèles avancés, une identification paramétrique rigoureuse, parfois l'implantation de ces modèles dans un code de calcul par éléments finis, etc.

Cependant, le modèle d'écrouissage sélectionné influence les résultats de toute simulation, y compris lorsque le trajet de chargement évolue de manière continue [159–168], ou encore de manière soudaine mais sans qu'une décharge élastique ait lieu [2, 169–171]. L'étude expérimentale de tels chargements complexes est difficile, et les mesures sont limitées.

Afin d'acquérir une vision plus complète de l'effet des modèles d'écrouissage, nous avons choisi d'explorer ce type de changements de trajet sans décharge élastique en se basant sur la littérature. Nous avons sélectionné comme référence une étude expérimentale particulièrement précise et riche, adossée à des simulations de plasticité cristalline. Ses résultats portent sur des effets aussi spécifiques que les surfaces de plasticité avec vertex, et l'écart à la normalité de la loi d'écoulement. Afin de privilégier la généralité des conclusions obtenues, l'étude utilisera un modèle de comportement des plus classiques. Ce chapitre présente donc une étude générique, avec l'objectif d'éclairer l'effet du modèle d'écrouissage sur des chargements complexes, effets pas encore étudiés suffisamment dans la littérature.

2.1 Problématique et expérience de référence

Bien que la règle de normalité soit couramment utilisée dans la plupart des modèles de plasticité, sa validité générale est remise en cause dans plusieurs investigations, expérimentalement ou au moyen de la modélisation de la plasticité cristalline. Le développement d'un vertex de la surface de plasticité au point de chargement est une caractéristique clé révélée par les premiers modèles physiques polycristallins dans les années 60 [159, 160, 172, 173]. Des modèles de comportement phénoménologiques ont été proposés dans les années 70 pour tenir compte de la réponse élasto-plastique au vertex de la surface d'écoulement, en particulier dans le cadre des prévisions d'instabilité plastique, où le trajet de chargement peut s'écarter considérablement de la proportionnalité [174, 175]. Dans le contexte de la mise en œuvre numérique et de l'application à des géométries complexes, des théories plus simples de pseudo-vertex ont été proposées dans les années 80 [176–179] afin de représenter approximativement le phénomène de non-normalité sous des trajets de chargement non proportionnels. Un modèle non-associé

auto-cohérent a été proposé dans [180] pour valider des expériences de la littérature rapportant des écarts à la normalité [181] et présence de vertex sur la surface de plasticité au point de chargement [162, 164]. Par la suite, la modélisation de la non-normalité est devenue plus populaire et a été appliquée à la simulation de procédés de formage des métaux [46, 182–189]. Dans les règles d'écoulement correspondantes, le taux de déformation plastique dépend non seulement de l'état de contrainte actuel, mais peut également dépendre du taux de contrainte [171]. Les modèles alternatifs considèrent simplement que le potentiel plastique et la surface de plasticité sont décrits par des fonctions différentes (plasticité non-associée).

La recherche expérimentale des écarts par rapport à la normalité est une tâche très difficile. De tels écarts se produisent lors de trajets de déformation non proportionnels. Sur la base des simulations de plasticité cristalline de Kuroda et Tvergaard [169], une expérience discriminante et précise a été proposée par Kuwabara et al [2] pour déterminer, d'une part, la surface de plasticité après une pré-contrainte donnée et, d'autre part, de démontrer les écarts importants par rapport à la normalité, consécutifs à des changements brusques du trajet de contrainte sans décharge élastique. L'étude expérimentale de la surface de plasticité subséquente est un processus laborieux, impliquant classiquement un grand nombre d'échantillons pré-déformés à l'identique, déchargés élastiquement, puis soumis à différents trajets de déformation jusqu'à la rentrée en plasticité. La méthode alternative proposée par Kuroda et Tvergaard [169] et Kuwabara et al [2] consiste à appliquer un changement brusque de trajet de déformation immédiatement après la pré-déformation, sans déchargement élastique. Pour s'adapter à la nouvelle séquence de chargement, l'état de contrainte évoluera rapidement tout en restant sur la surface de plasticité. Si la déformation plastique cumulée au cours de ce processus transitoire est très faible, le point de chargement actuel trace une partie de la surface de plasticité dans l'espace des contraintes. La figure 2.1 et la figure 2.2 illustrent ces deux méthodologies pour la détermination de la surface de plasticité après une pré-déformation biaxiale.

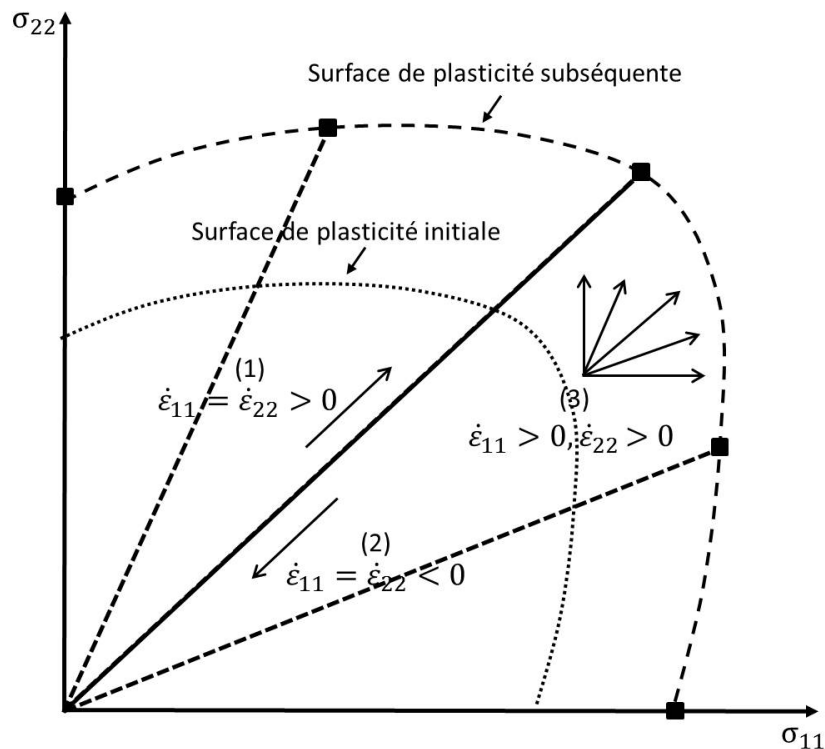


FIGURE 2.1 – Application une approche classique : la pré-déformation biaxiale (étape 1), le déchargement élastique (étape 2), la préparation pour le second chargement et le rechargement (étape 3) sous différentes trajectoires de contrainte jusqu'à l'entrée en plasticité.

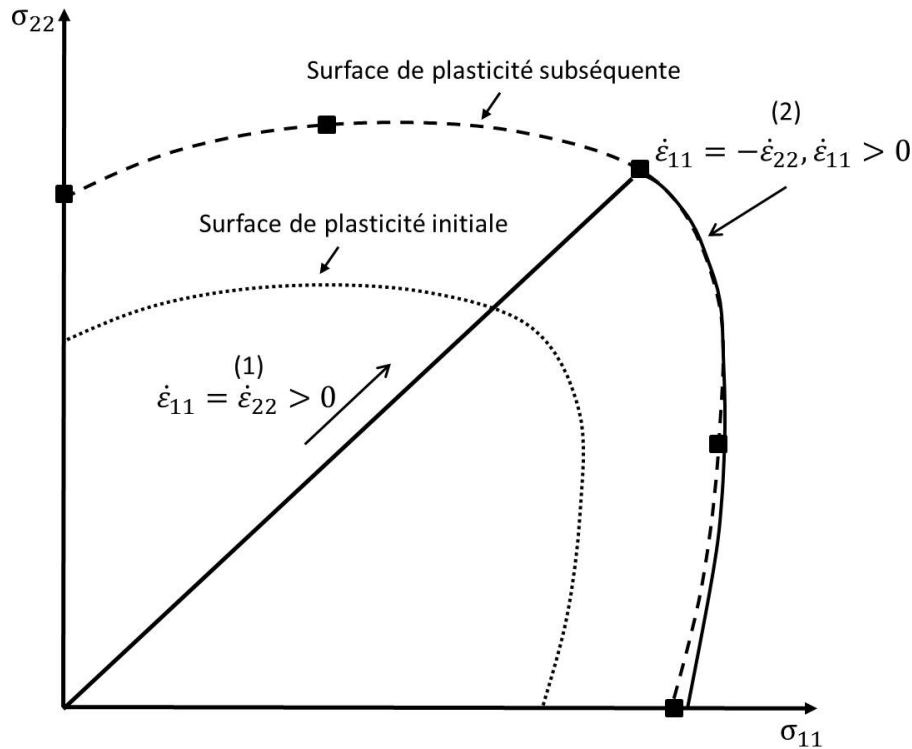


FIGURE 2.2 – Application d’un changement abrupt (étape 2) de trajet de contrainte après pré-déformation biaxiale (étape 1), sans déchargement, enregistrement de la trace du point de chargement dans l’espace de contrainte.

Les simulations de plasticité cristalline [169] et les expériences [2, 6] ont révélé plusieurs différences entre les surfaces de plasticité décrites par ces deux approches, comme illustré sur la figure 2.3. L’effet d’un pré-déformation biaxiale sur la surface de plasticité y est étudié avec les deux méthodes décrites ci-dessus : méthode des essais interrompus (traits pointillés) et méthode du changement de trajet sans décharge (traits continus). Le chargement biaxial initial est réalisé jusqu’à un niveau de déformation totale de 0,01. La méthode de modification abrupte du trajet de déformation, produit un vertex au début du deuxième trajet de déformation et le tenseur du taux de déformation plastique n’est pas perpendiculaire à la surface apparente de plasticité. Ces études pionnières ont servi de base au développement de lois d’écoulement non-associées phénoménologiques et à base plus physiques au cours des deux dernières décennies [170, 190–193]. Il est également évident à partir de ces expériences que la trace dans l’espace de contrainte du test séquentiel ne coïncide pas avec les contours d’iso-travail obtenus par déchargement-rechargement.

L’objectif de notre recherche est d’étudier le potentiel des modèles classiques d’élasto-plasticité associée pour prédire ce comportement spécifique, ainsi que les contributions respectives de plusieurs facteurs : sensibilité à la vitesse, écrouissage combiné cinématique-isotrope et élasticité. Il est à noter que dans la plupart des études impliquant des théories de non-normalité, des modèles simples d’écrouissage isotrope sont adoptés, et les écarts à la normalité sont entièrement décrits par de nouvelles équations spécifiques [46, 191]. Ici, le même changement de trajectoire de déformation biaxiale suivie de cisaillement est étudié, comme dans les expériences illustrées sur la figure 2.3. Le but est de préciser quelle fraction des résultats observés doit être décrite par des effets de non-normalité ajoutés spécifiquement, qui sinon peuvent être surestimés. La non-normalité apparente à chaque étape de la simulation est quantifiée par l’angle entre la vitesse de déformation plastique réel et la trace du trajet de chargement dans l’espace de contraintes, qui est supposée rester proche de la surface de plasticité - β sur la figure 2.4.

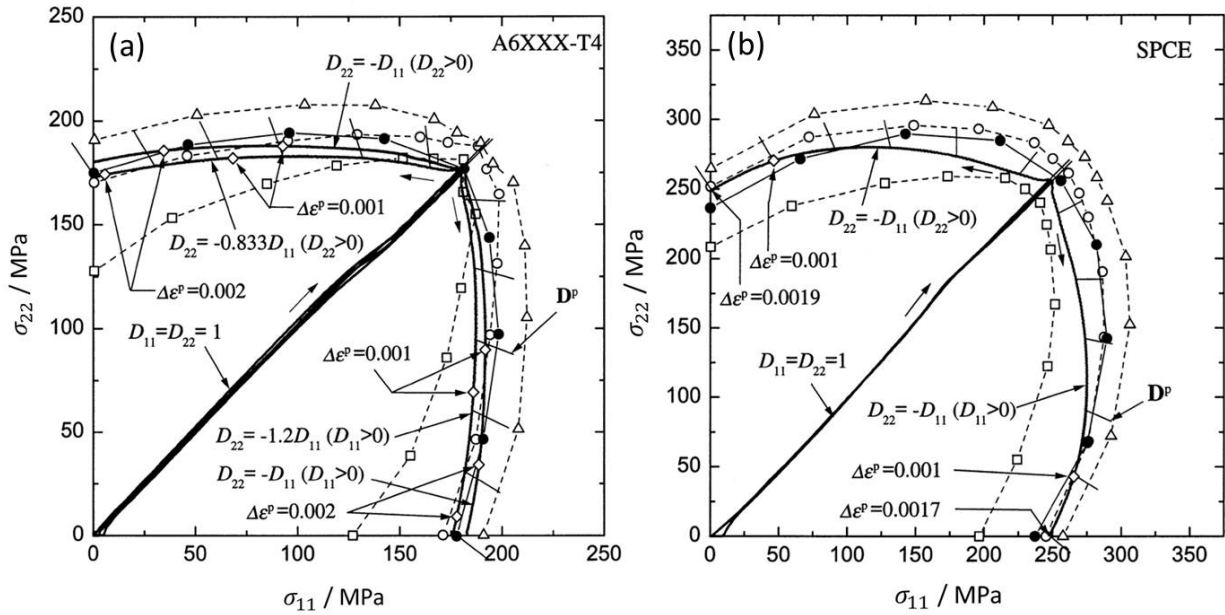


FIGURE 2.3 – Résultats expérimentaux de la référence [2] concernant la forme de la surface de plasticité subséquente en utilisant un changement de trajet de déformation abrupt suivant le chargement équi-biaxial (traits pleins), pour des tôles en (a) alliage d'aluminium et (b) acier doux. Les lignes / symboles en pointillés indiquent les surfaces de plasticité (contours iso-travail) classiquement déterminées par chargement / déchargement / rechargement, à différents niveaux de déformation plastique.

Nous pouvons définir l'angle α et l'angle β dans l'espace de contraintes par l'équation (2.1) :

$$\alpha = 45^\circ - \arctan\left(\frac{\sigma_{22}}{\sigma_{11}}\right) \quad (2.1a)$$

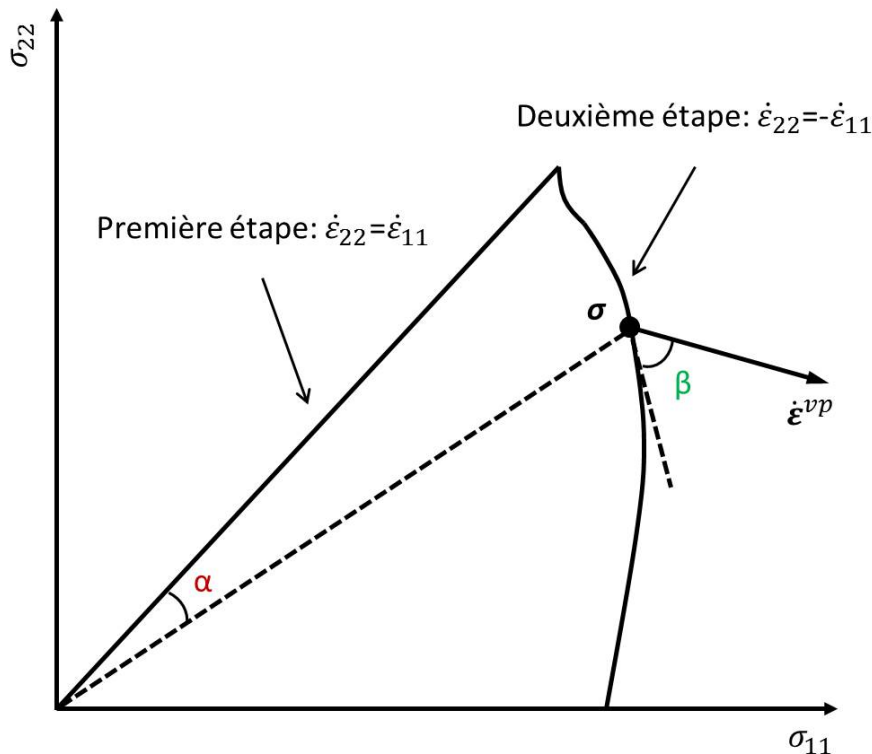


FIGURE 2.4 – Illustration schématique de la situation de non-normalité apparente après un changement du trajet de contrainte et la définition de l'angle α et l'angle β .

$$\beta = \arccos \left(\frac{\Delta\sigma \cdot \mathbf{V}}{\|\Delta\sigma\| \cdot \|\mathbf{V}\|} \right) \quad (2.1b)$$

où \mathbf{V} est la direction d'écoulement définie par la loi de normalité. La figure 2.5 montre la non-normalité apparente observée expérimentalement pour A6XXX-T4 et SPCE dans [2]. On constate des écarts significatifs par rapport à la valeur attendue de 90° : d'abord des valeurs bien supérieures, une chute très rapide et finalement d'une stagnation à des valeurs avoisinant 70° .

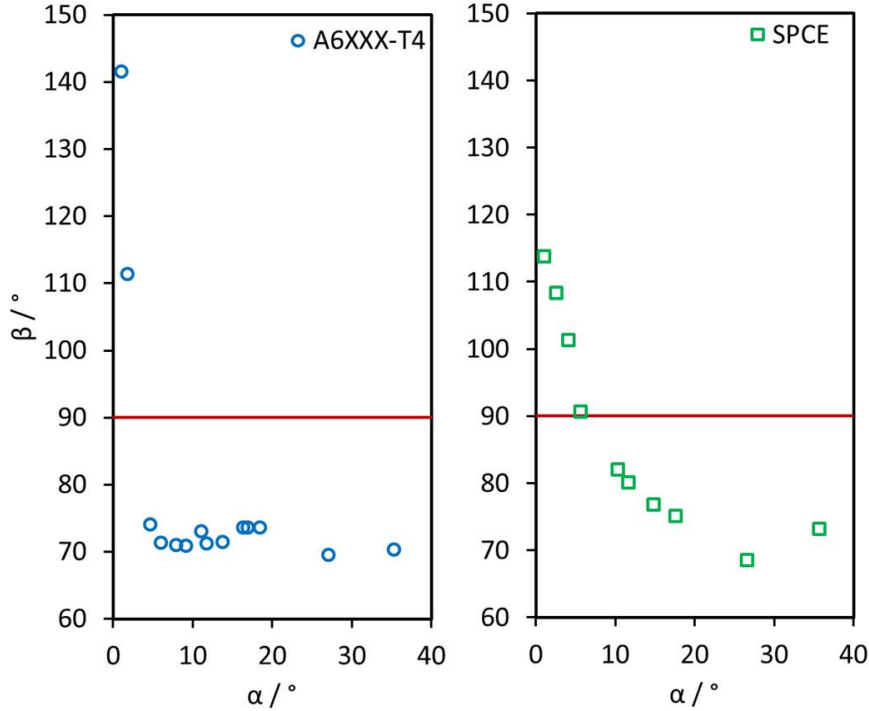


FIGURE 2.5 – Non-normalité apparente observée expérimentalement dans [2] pour A6XXX-T4 et SPCE.

2.2 Modélisation et simulation des expériences de référence

Le modèle visco-plastique décrit au Chapitre 1 est choisi pour la modélisation et la simulation. Le tenseur du taux de déformation visco-plastique $\dot{\varepsilon}^{vp}$ est donné par la règle d'écoulement associée :

$$\dot{\varepsilon}^{vp} = \dot{\varepsilon}^{vp} \cdot \frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial \boldsymbol{\sigma}} = \dot{\varepsilon}^{vp} \cdot \mathbf{V} \quad (2.2)$$

où \mathbf{V} est la direction d'écoulement définie par la loi de normalité, $\bar{\sigma}(\boldsymbol{\sigma}' - \mathbf{X})$ est la contrainte équivalente et $\boldsymbol{\sigma}'$ désigne la partie déviatorique du tenseur de contrainte de Cauchy. Le taux de déformation visco-plastique équivalente $\dot{\varepsilon}^{vp}$ est supposé suivre l'équation suivante [145, 147] :

$$\dot{\varepsilon}^{vp} = \dot{\varepsilon}^* \cdot \sinh \left(\frac{\sigma^*}{k^*} \right) \quad (2.3)$$

où k^* et $\dot{\varepsilon}^*$ sont des paramètres de matériau. La contrainte visqueuse σ^* est un scalaire, qui décrit l'augmentation de l'intensité de la contrainte en raison du comportement visco-plastique :

$$\bar{\sigma} - Y - \sigma^* \leq 0 \quad (2.4)$$

où Y représente la taille de la surface de plasticité. Le signe d'égalité correspond à une charge élasto-visco-plastique et le signe d'inégalité correspond à une charge purement élastique. En ce qui concerne l'érouissage, l'érouissage isotrope et cinématique peut être régi par les équations de taux génériques :

$$\dot{\mathbf{X}} = \mathbf{H}_{\mathbf{X}} \cdot \dot{\tilde{\varepsilon}}^{vp} \quad (2.5a)$$

$$\dot{Y} = H_Y \cdot \dot{\tilde{\varepsilon}}^{vp} \quad (2.5b)$$

Dans ces équations, $\mathbf{H}_{\mathbf{X}}$ utilise la forme de Armstrong-Frédéric :

$$\mathbf{H}_{\mathbf{X}} = C_X \cdot (X_{sat} \cdot \mathbf{N} - \mathbf{X}) \quad (2.6)$$

où C_X et X_{sat} sont paramétrés de matériau. $\mathbf{N} = \frac{\mathbf{V}}{\|\mathbf{V}\|}$ est le tenseur unitaire parallèle à la direction d'écoulement visco-plastique. H_Y utilise l'équation (2.7) :

$$H_Y = H_{\sigma_T} - H_X \quad (2.7a)$$

$$H_{\sigma_T} = n \cdot K^{1/n} (K \varepsilon_0^n)^{n-1/n} \quad (2.7b)$$

$$H_X = C_X \left(\sqrt{\frac{3}{2}} \cdot X_{sat} - X \right) \quad (2.7c)$$

où K , n et ε_0 sont des paramètres de matériau correspondant à la loi de Swift. Il est à noter que C_X et X_{sat} dans l'équation (2.7) sont ceux de l'équation (2.6) et X est une variable scalaire représentant la contribution de l'érouissage cinématique lors d'un chargement monotone. De cette manière, pour un même jeu de paramètres de la loi de Swift, la même courbe contrainte-déformation sera prédite en chargement monotone (traction par exemple), quel que soit le jeu de paramètres d'érouissage cinématique. Cette réécriture de la loi de Chaboche permet une estimation rigoureuse de l'influence de l'érouissage cinématique. La simple contrainte équivalente de von Mises est employée. Un algorithme d'intégration temporelle explicite du modèle élasto-visco-plastique est mise en œuvre selon l'Algorithme 3 du Chapitre 1.

2.3 Les effets du modèle de comportement sur l'évolution de la surface de plasticité

Dans cette section, les trajets de chargements explorés expérimentalement par [2] ont été simulés par un programme spécifiquement développé (sur la base du Programme 1). La première étape de chargement considérée dans les simulations était un chargement biaxial prescrit par $\dot{\varepsilon}_{11} = \dot{\varepsilon}_{22} > 0$. Lorsque les déformations nominales ont atteint les valeurs $\dot{\varepsilon}_{11} = \dot{\varepsilon}_{22} = 0,01$, la vitesse de déformation totale appliquée a été brusquement convertie en $\dot{\varepsilon}_{11} = -\dot{\varepsilon}_{22}$ avec $\dot{\varepsilon}_{11} > 0$. Aucun déchargement élastique n'était autorisé dans la séquence, exactement comme dans les expériences de référence. Les résultats d'intérêt sont la trace du point de chargement dans l'espace des contraintes, et l'évolution de l'angle β après le changement de trajet de déformation en fonction de l'angle α (voir la figure 2.4). La sensibilité de ces résultats au modèle de matériau a été étudiée : sensibilité à la vitesse, érouissage isotrope/cinématique et élasticité. Au cours de ces études de sensibilité, il était important de s'assurer que la réponse contrainte-déformation au cours du premier trajet de chargement était identique pour toutes les simulations de l'investigation, en particulier l'état de contrainte à la fin de l'étape de précontrainte biaxiale.

2.3.1 Effet de la sensibilité à la vitesse

La sensibilité à la vitesse du matériau a été répertoriée dans la littérature comme un facteur potentiel pouvant induire la formation d'un vertex après le changement de trajet de chargement, en raison du changement brusque de l'orientation et de la magnitude de la vitesse de déformation plastique. Les conséquences quantitatives de ces effets de sensibilité à la vitesse sur la surface de plasticité subséquent n'ont pas encore été complètement clarifiées. Pour isoler l'effet de la sensibilité à la vitesse, une réponse élastique-rigide-plastique a été utilisée, en réduisant l'écroutissage à zéro. Les paramètres de matériau utilisés dans cette série de simulations sont présentés dans le tableau 2.1. Les plus grandes valeurs de la sensibilité de la vitesse de déformation k^* ne correspondent pas à un matériau réel en particulier, elles sont utilisées uniquement à des fins d'illustration.

Tableau 2.1 – Les paramètres de matériau utilisés dans les simulations de sensibilité à la vitesse. Paramètres d'écroutissage $C_X = X_{sat} = K = n = \varepsilon_0 = 0$.

#	E (GPa)	Y_0 (MPa)	$\dot{\varepsilon}^*$ (/s)	k^* (MPa)
1	70	125	-	-
2	70	125	0,1	20
3	70	125	0,1	50
4	70	125	0,1	100

Une simulation rigide plastique indépendante de la vitesse a servi de référence, car elle représente un comportement idéal : la trace dans l'espace de contrainte décrit avec précision une surface de charge de von Mises et l'angle β est toujours égal à 90° pendant tout le second trajet de déformation. L'effet de la sensibilité à la vitesse est illustré plus en détail sur les figures 2.6 et 2.7 par les résultats de la simulation pour différentes valeurs du paramètre k^* . Comme attendu,

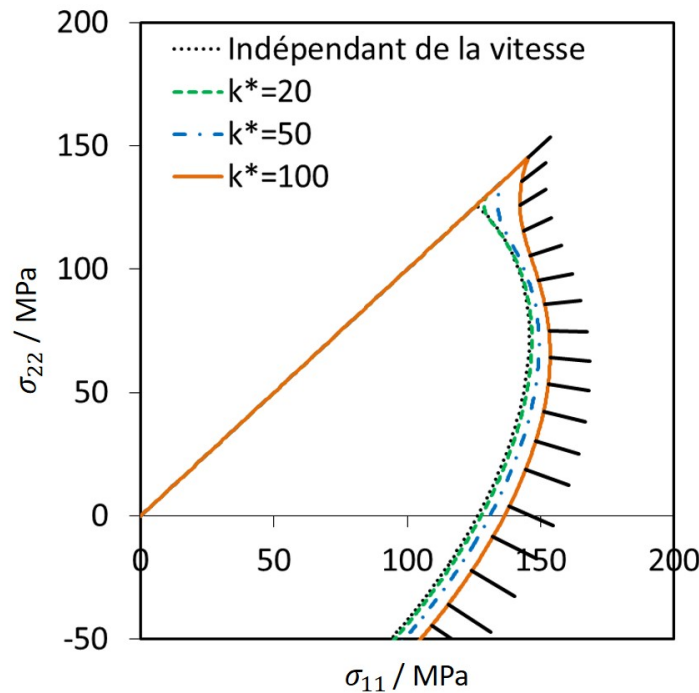


FIGURE 2.6 – L'évolution de la surface de plasticité influencé par le paramètre de sensibilité à la vitesse k^* pendant le deuxième trajet de chargement.

un vertex est apparu au point de changement de trajet de déformation, lié à la diminution de l'intensité du taux de déformation plastique, comme illustré sur la figure 2.6. L'intensité de contrainte a diminué en conséquence, se rapprochant du comportement idéal indépendant du taux. Des valeurs plus grandes de k^* ont entraîné un effet de vertex plus important. La figure 2.7 montre que l'effet de sensibilité à la vitesse est responsable d'une valeur élevée de l'angle β prédit immédiatement après le changement de trajet de déformation, et qu'il influence aussi de manière significative son évolution au cours du deuxième trajet de déformation. La valeur de l'angle β après le changement de trajet de déformation était de $151,7^\circ$ pour toutes les simulations dans cette section, indépendamment des valeurs de paramètre adoptées pour la sensibilité à la vitesse. L'angle β diminue ensuite rapidement jusqu'à une valeur minimale inférieure à 90° , puis augmente pour saturer progressivement à 90° lorsque le deuxième trajet de déformation a suffisamment progressé. Cependant, tous les effets de la sensibilité au taux ne disparaissent pas au cours du deuxième trajet. L'intensité de la contrainte diminue rapidement immédiatement après le changement de trajet de contrainte (jusqu'à un angle α égal à $5^\circ \dots 10^\circ$), pour ensuite augmenter à une valeur relativement grande sur le reste du contour, qui s'éloigne ainsi à nouveau du contour de référence indépendant du temps. Pour des valeurs plus grandes de k^* , il devient évident que le contour de contrainte n'atteint jamais le niveau indépendant de la vitesse pendant le deuxième trajet de contrainte.

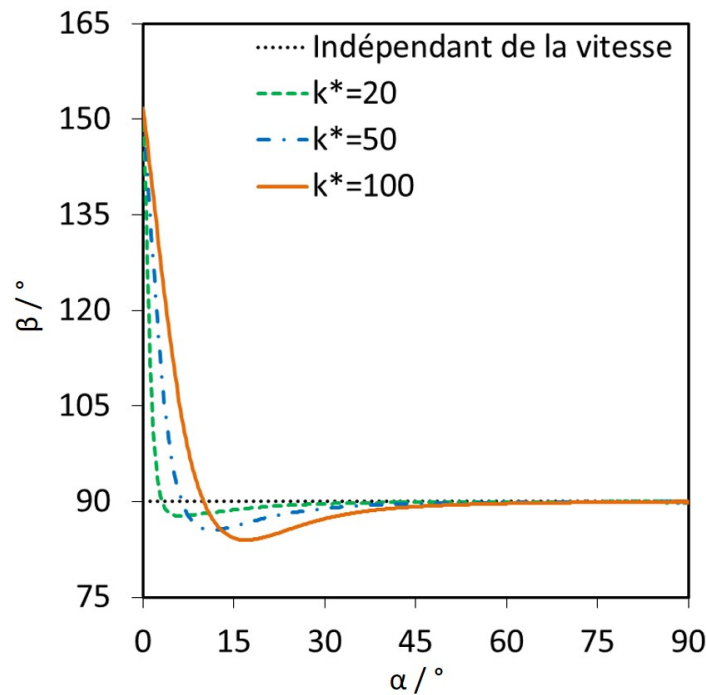


FIGURE 2.7 – L'effet de non-normalité apparente influencé par le paramètre de sensibilité à la vitesse k^* pendant le deuxième trajet de chargement.

La figure 2.8 montre l'influence du paramètre de sensibilité à la vitesse k^* sur la contrainte σ^* pendant le deuxième trajet de chargement. Pour des valeurs plus faibles de k^* , la contrainte visqueuse σ^* décroît plus rapidement jusqu'à une valeur relativement faible. La sensibilité à la vitesse a des effets permanents sur la contrainte visqueuse σ^* , qui ne disparaissent pas pendant le deuxième trajet de contrainte. L'évolution de la vitesse de déformation visco-plastique équivalent $\dot{\epsilon}^{vp}$ est également montrée sur la figure 2.9. Il présente la même tendance que le profil d'évolution de σ^* , sauf que les valeurs initiales du taux de déformation visco-plastique équivalent $\dot{\epsilon}^{vp}$ correspondant à différents k^* sont identiques. Il ressort clairement de ces figures que le comportement d'un matériau visco-plastique a plusieurs conséquences : un vertex ap-

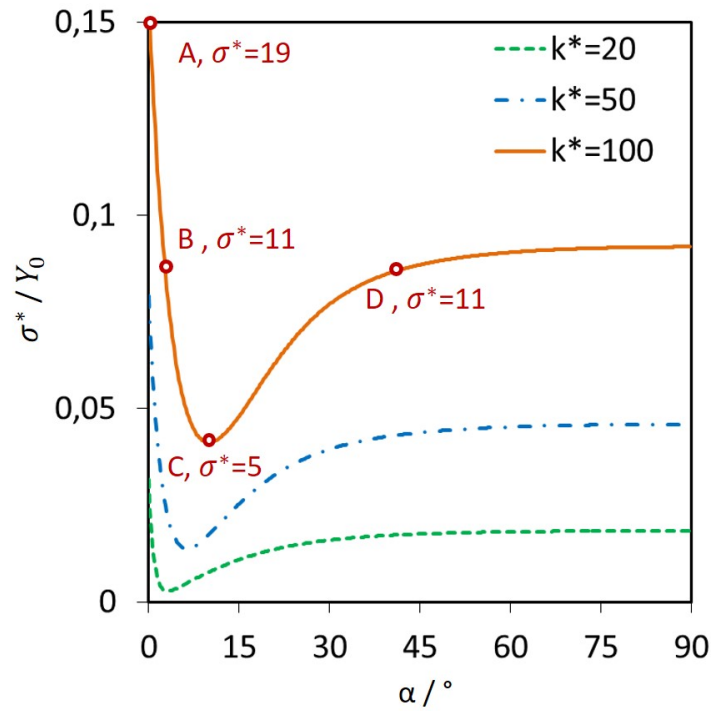


FIGURE 2.8 – La contrainte visqueuse σ^* prédit au cours du second trajet de chargement pour différentes valeurs du paramètre k^* .

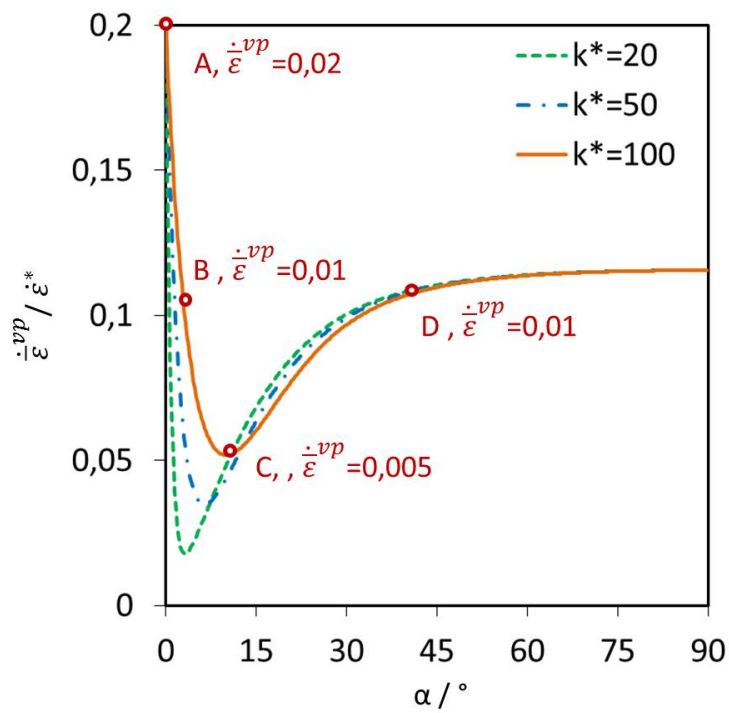


FIGURE 2.9 – La vitesse de déformation plastique équivalent $\dot{\varepsilon}^{vp}$ prédit au cours du second trajet de chargement pour différentes valeurs du paramètre k^* .

parent a été induit au début du trajet de déformation subséquente, et la trace du point de chargement dans l'espace de contrainte n'a pas suivi exactement la surface d'écoulement, ni une surface homothétiquement plus grande. La forme de cette trajectoire de contrainte est un résultat complexe de la forme de la surface de plasticité et de l'équation de sensibilité à la vitesse du matériau, tandis que la vitesse de déformation plastique est normale à la surface équi-potentielle courante à tout moment, comme illustré sur la figure 2.10.

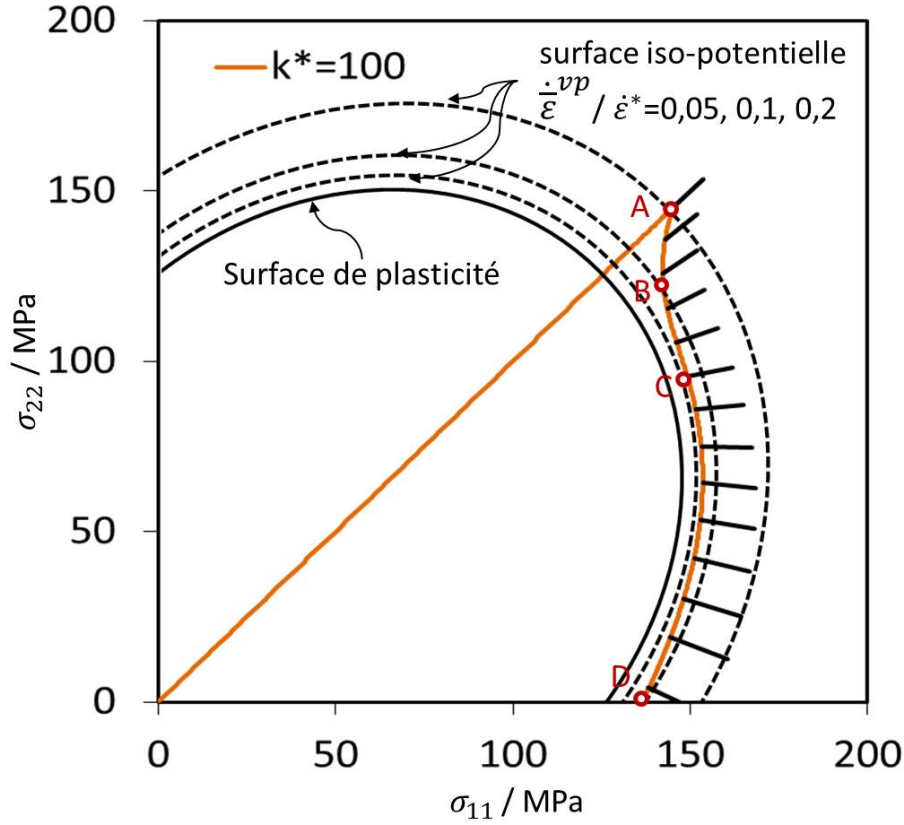


FIGURE 2.10 – La contrainte visqueuse σ^* et la vitesse de déformation plastique équivalente $\dot{\varepsilon}^{vp}$ prédites au cours du second trajet de chargement pour différentes valeurs du paramètre k^* , et leurs conséquences sur la trajectoire de la contrainte et de la non-normalité apparente.

2.3.2 Effet de l'écroissage isotrope

Afin de clarifier la contribution à l'écroissage isotrope dans l'évolution de la surface de plasticité après un changement brusque du trajet de déformation, les paramètres indiqués dans le tableau 2.2 sont utilisés comme référence. Ces paramètres correspondent à la courbe expérimentale identifiée par Kuwabara et al [2]. Les paramètres d'écroissage cinématique sont laissés égaux à zéro, de sorte que seul l'écroissage isotrope de Swift est étudié.

Tableau 2.2 – Les paramètres de matériau utilisés dans les simulations de sensibilité à l'écroissage isotrope, d'après [2].

E (GPa)	K (MPa)	ε_0	n	C_X	X_{sat} (MPa)	$\dot{\varepsilon}^*$ (/s)	k^* (MPa)
70	600	0,02	0,4	0	0	0,1	20

L'influence individuelle des paramètres K , n et ε_0 serait trop spécifique à la loi d'écroissage particulière utilisée. Une influence plus générique serait celle de la pente et de la courbure locales

de la courbe d'écroissance au point de changement du trajet de déformation. Pour atteindre cette information, plusieurs jeux de paramètres ont été générés pour la loi de Swift afin d'imposer des valeurs spécifiques pour la limite élastique, la pente et la courbure de la courbe d'écroissance à une valeur de pré-déformation plastique donnée. Ces conditions fournissent trois équations pour déterminer les trois paramètres de la loi, en utilisant une optimisation par la méthode des moindres carrés. Les tableaux 2.3 et 2.4 récapitulent les jeux de paramètres générés avec cette méthode, en partant des valeurs de référence données par [2]. Pour explorer l'influence de la pente et de la courbure d'écroissance isotropes dans le deuxième trajet de chargement, une série de quatre simulations ($0,5 \times \text{Réf}$, *Réf*, $2 \times \text{Réf}$, $4 \times \text{Réf}$) a été réalisée pour chaque cas. Les jeux de paramètres correspondants ne correspondent pas à des matériaux réels ; ils servent uniquement à illustrer l'effet de la pente et de la courbure sur une large plage.

Tableau 2.3 – Paramètres d'écroissance isotrope pour l'étude de l'effet de la pente de la courbe d'écroissance.

Pente d'écroissance	K (MPa)	ε_0	n	σ_T (MPa)	$\frac{\partial \sigma_T}{\partial \bar{\varepsilon}^{vp}}$	$\frac{\partial^2 \sigma_T}{\partial \bar{\varepsilon}^{vp2}}$
$0,5 \times \text{Réf}$	269	0,0095	0,143	160	871	-28453
<i>Réf</i>	600	0,02	0,4	160	1742	-28453
$2 \times \text{Réf}$	1896	0,0167	0,727	160	3484	-28453
$4 \times \text{Réf}$	5471	0,0043	0,914	160	6968	-28453

Tableau 2.4 – Paramètres d'écroissance isotrope pour l'étude de l'effet de la courbure de la courbe d'écroissance.

Courbure d'écroissance	K (MPa)	ε_0	n	σ_T (MPa)	$\frac{\partial \sigma_T}{\partial \bar{\varepsilon}^{vp}}$	$\frac{\partial^2 \sigma_T}{\partial \bar{\varepsilon}^{vp2}}$
$0,5 \times \text{Réf}$	862	0,036	0,571	160	1742	-14226,5
<i>Réf</i>	600	0,02	0,4	160	1742	-28453
$2 \times \text{Réf}$	411	0,0062	0,25	160	1742	-56906
$4 \times \text{Réf}$	297	-0,0036	0,143	160	1742	-113824

Les figures 2.11 et 2.12 montrent les résultats pour différentes valeurs de pente d'écroissance. L'évolution de la surface de plasticité montrée sur la figure 2.11 indique que pour une pente d'écroissance isotrope plus importante, la surface de plasticité apparente s'écarte vers l'extérieur. Sur la figure 2.12, la perte apparente de normalité après la formation du vertex devient plus importante pour des valeurs de pente d'écroissance isotropes plus grandes. Il est à noter que la normalité apparente ($\beta = 90^\circ$) n'a jamais été retrouvée lorsque l'écroissance isotrope a été pris en compte.

Les figures 2.13 et 2.14 montrent que l'effet de la courbure de la loi d'écroissance est négligeable. Ainsi, la pente de la courbe d'écroissance isotrope au moment du changement de trajet de déformation est le facteur principal qui influence la surface apparente de plasticité subséquente. Il ressort clairement de la figure 2.14 que le seul écroissance isotrope n'explique pas l'écart apparent par rapport à la normalité observé dans les expériences (voir la figure 2.5). Cependant, il induit clairement une fraction visible de cet effet, qui se combine encore avec les effets des autres facteurs étudiés ci-après. Ces contributions devraient être soustraites ainsi lors de l'élaboration d'un modèle précis de non-normalité.

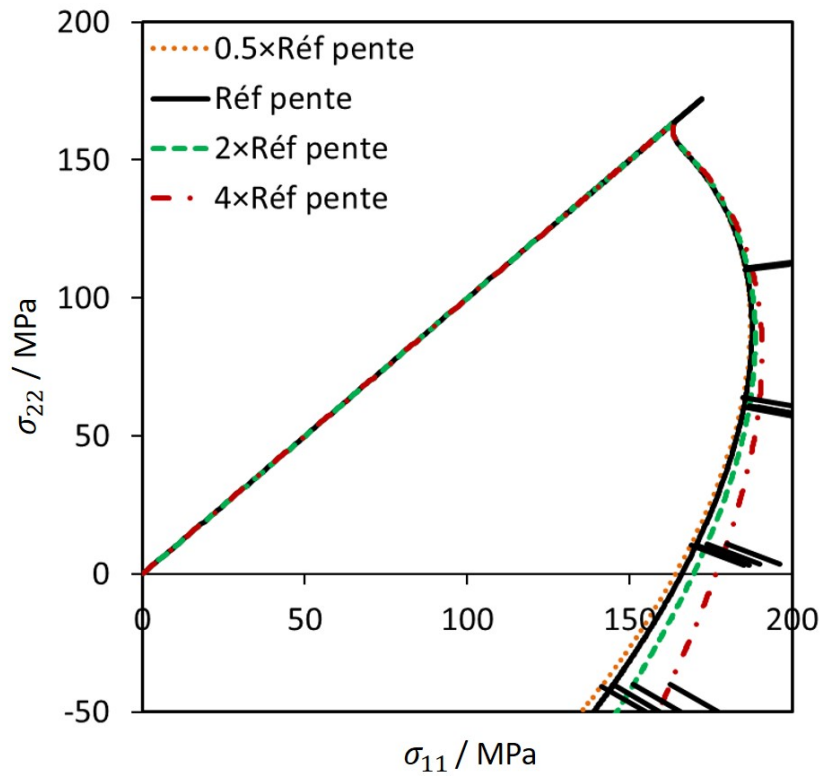


FIGURE 2.11 – Influence de la pente d'écroissage isotrope : l'évolution de la surface de plasticité dans le changement abrupt du trajet de déformation.

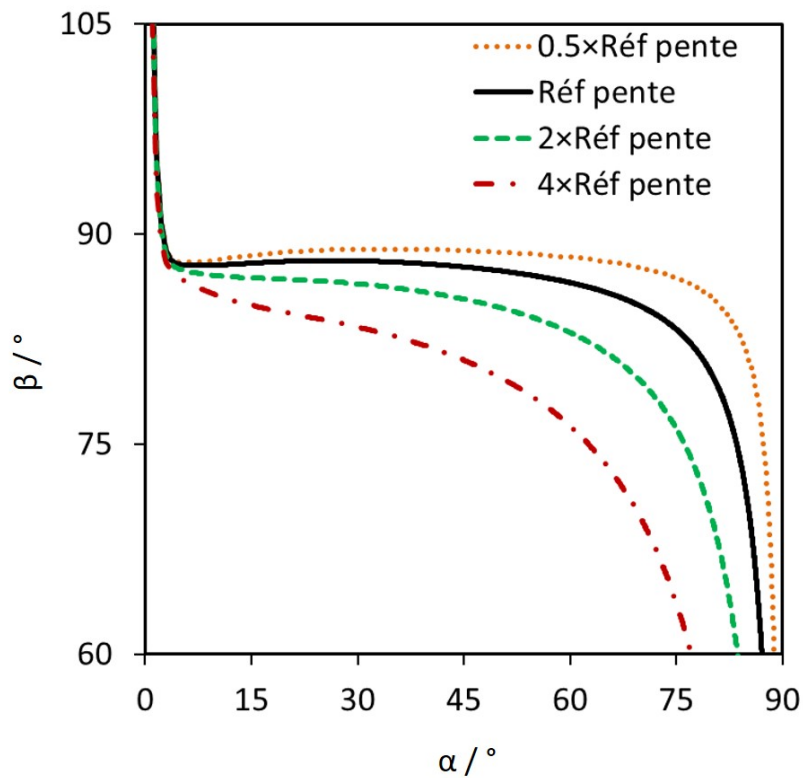


FIGURE 2.12 – Influence de la pente d'écroissage isotrope : les variations de la situation de normalité apparente dans le changement abrupt du trajet de déformation.

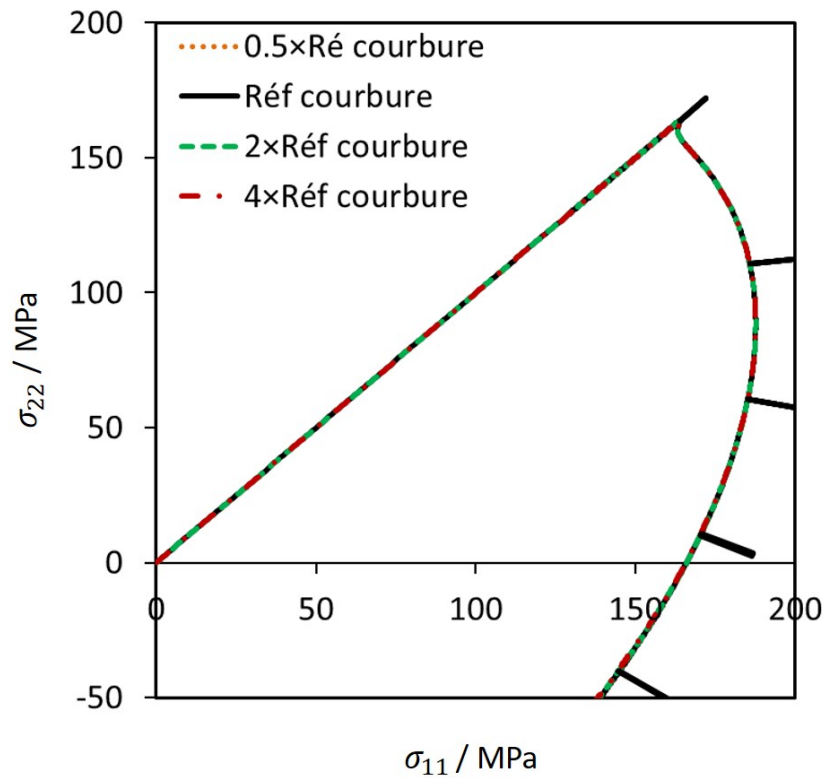


FIGURE 2.13 – Influence de la courbure d'érouissage isotrope : l'évolution de la surface de plasticité dans le changement abrupt du trajet de déformation.

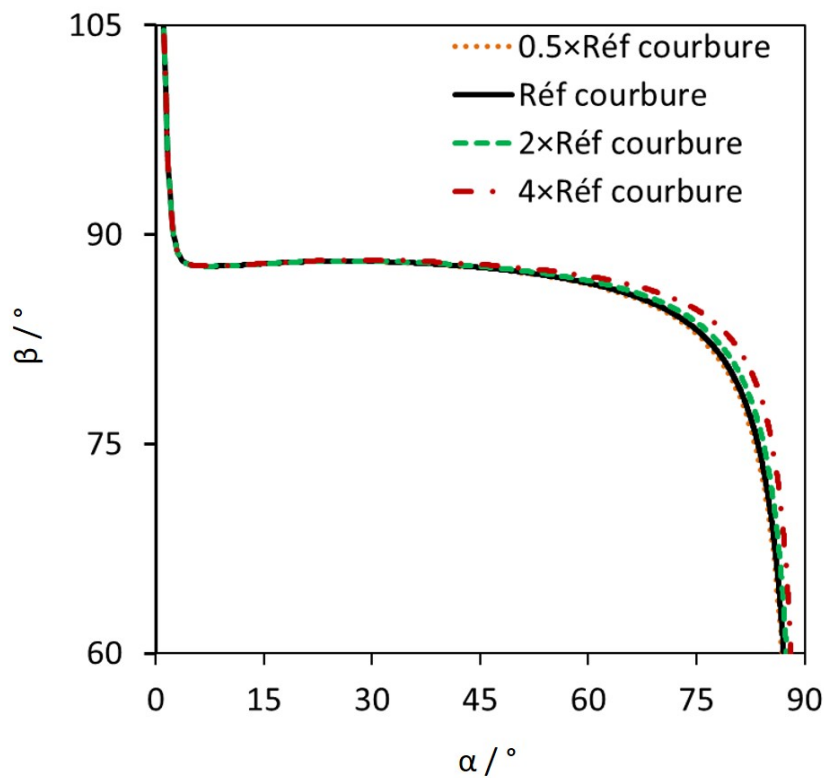


FIGURE 2.14 – Influence de la courbure d'érouissage isotrope : les variations de la situation de normalité dans le changement abrupt du trajet de déformation.

2.3.3 Effet de l'écroissage cinématique

L'écroissage cinématique décrit une translation de la surface de plasticité dans l'espace des contraintes, qui n'est plus symétrique par rapport à l'origine. La surface de plasticité peut même se traduire tellement, qu'elle ne contient plus l'origine de l'espace de contrainte [119, 162]. La surface de plasticité ne coïncide plus avec les contours classiques d'iso-travail. Il a été démontré que l'écroissage cinématique a une influence significative sur la surface de plasticité ultérieures à un changement brusque du trajet de chargement [194, 195]. Des essais numériques préliminaires ont montré que les paramètres C_X et X_{sat} ont une influence similaire sur l'évolution de la surface de plasticité. Par conséquent, trois simulations sont utilisées ici pour illustrer cette influence, faisant varier seulement X_{sat} . Les valeurs des paramètres sont répertoriées dans le tableau 2.5.

Tableau 2.5 – Paramètres d'écroissage cinématique utilisés dans la prévision de la surface de plasticité et l'évolution de la non-normalité.

#	E (GPa)	K (MPa)	ε_0	n	$\dot{\varepsilon}^*$ (/s)	k^* (MPa)	C_X	X_{sat} (MPa)
1	70	600	0,02	0,4	0,1	20	100	50
2	70	600	0,02	0,4	0,1	20	100	100
3	70	600	0,02	0,4	0,1	20	100	150

Un écroissage combiné a été utilisé, comprenant non seulement un écroissage cinématique, mais également un écroissage isotrope. Il convient de noter que pour toutes les simulations, la courbe de traction résultante est décrite par la loi de Swift, avec les paramètres identifiés expérimentalement dans la référence [2]. Lorsque l'écroissage cinématique est inclus, son influence sur la courbe d'écroissage résultante est automatiquement compensée, comme décrit à la section 2.2. En conséquence, l'étape de pré-contrainte est identique pour toutes les simulations, en particulier l'état de contrainte à la fin de l'étape de pré-contrainte. Les valeurs de C_X et X_{sat} ont été déduites comme valeurs typiques de la littérature [3, 153].

L'évolution de la surface de plasticité induite par différentes valeurs de X_{sat} est illustrée sur la figure 2.15. La trajectoire de contrainte après le changement de trajet de déformation était très sensible à l'écroissage cinématique, bien que la valeur de pré-déformation soit très petite. Il est à noter que pour la plus grande valeur du paramètre X_{sat} , la forme de la surface de plasticité apparente présente un vertex important. Il est évident que la forme du vertex dépend de la forme particulière de l'équation d'écroissage cinématique, et celles illustrées ici ne reproduisent pas les résultats expérimentaux de la figure 2.5. Cependant, dans ces essais numériques, les côtés du vertex du premier quadrant ont même donné des lignes droites, sans aucun lien avec la forme de la surface de plasticité de von Mises utilisée. C'est qualitativement le même résultat que celui obtenu dans la référence [169] par des simulations de plasticité polycristalline avec le modèle de Taylor. L'évolution de l'angle β représentée sur la figure 2.16 indique que l'écart apparent par rapport à la normalité était également très sensible. Dans tous les cas, l'angle β semble converger vers une valeur proche de 60° , au lieu des 90° idéalement attendus. Le moment et le taux de convergence vers cette valeur dépendaient fortement de la description de l'écroissage cinématique et des valeurs des paramètres.

2.3.4 Effet du module d'Young

En cas de changement du trajet de contrainte sans décharge élastique, il est également nécessaire de prendre en compte l'influence éventuelle du comportement du matériau élastique sur les résultats. En effet, le second trajet de contrainte est caractérisé par de très petites quantités de déformation plastique, de l'ordre de grandeur des déformations élastiques. Par conséquent, le

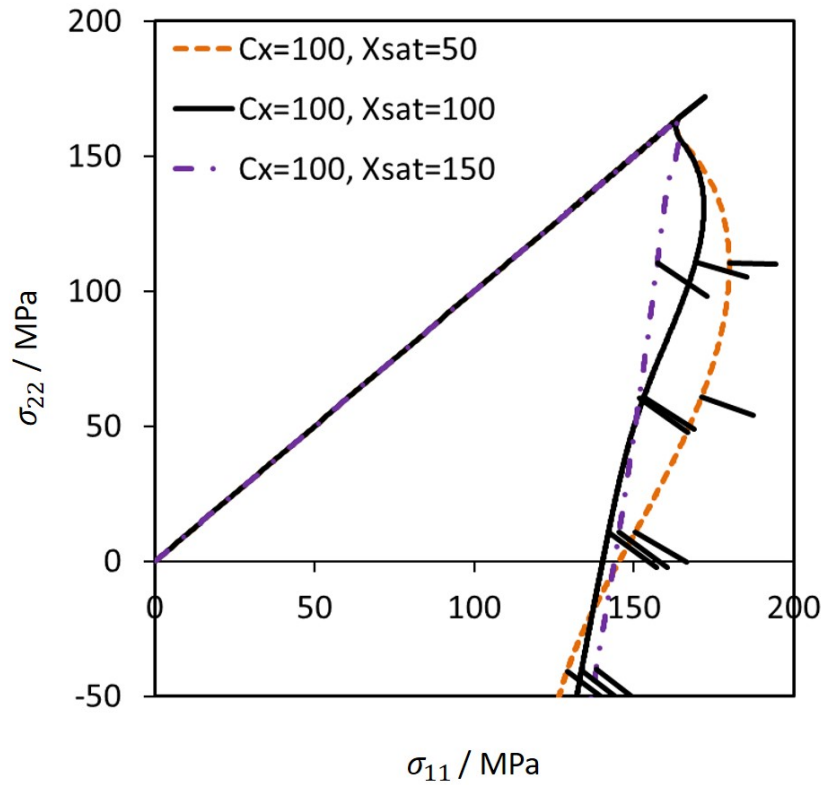


FIGURE 2.15 – L'évolution de la surface de plasticité prédite par l'écroissage cinématique après un changement de trajet, par rapport aux résultats expérimentaux de la référence [2].

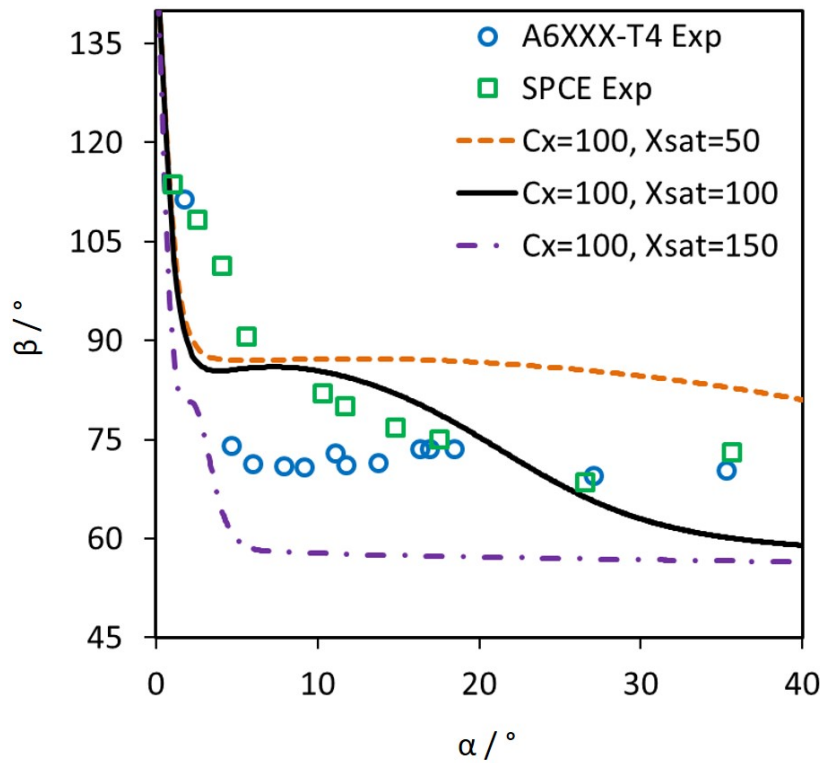


FIGURE 2.16 – L'évolution de la non-normalité apparente prédite par l'écroissage cinématique après un changement de trajet, par rapport aux résultats expérimentaux de la référence [2].

résultat final peut dépendre fortement de l'interaction entre les deux composantes de la vitesse de déformation imposée. Pour explorer l'influence de l'élasticité sur l'évolution de la surface de plasticité et la perte de normalité après un changement de trajet, les paramètres listés dans le tableau 2.6 ont été utilisés. Les valeurs du module d'Young de l'acier et de l'aluminium ont été sélectionnées, ainsi qu'une valeur arbitraire plus petite de 35 GPa.

Tableau 2.6 – Paramètres élasticité utilisés dans la prévision de la surface de plasticité et l'évolution de la non-normalité.

#	E (GPa)	K (MPa)	ε_0	n	$\dot{\varepsilon}^*$ (/s)	k^* (MPa)	C_X	X_{sat} (MPa)
1	35	600	0,02	0,4	0,1	20	100	50
2	70	600	0,02	0,4	0,1	20	100	50
3	210	600	0,02	0,4	0,1	20	100	50

Les figures 2.17 et 2.18 montrent les prédictions de l'évolution de la surface de plasticité et de la situation de normalité dans le deuxième trajet de chargement. Sur la figure 2.17, l'évolution de la surface de plasticité, immédiatement après la formation du vertex, n'a pas été affectée par les différentes valeurs des modules d'Young. Cependant, la surface de plasticité s'écartait davantage vers l'extérieur pour des valeurs plus faibles du module d'Young. L'effet apparent de non normalité a également été influencé, comme le montre la figure 2.18. Il semble que pour des valeurs du module d'Young correspondant aux alliages d'aluminium, cet effet soit déjà non-négligeable.

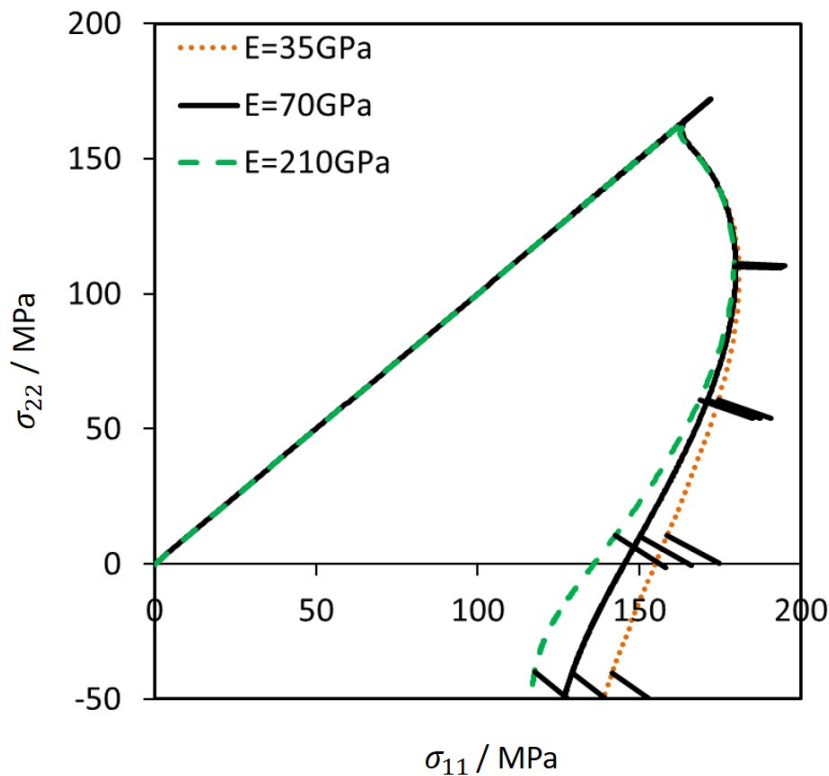


FIGURE 2.17 – L'évolution de la surface de plasticité pour différentes valeurs du module d'Young après le changement du trajet de déformation.

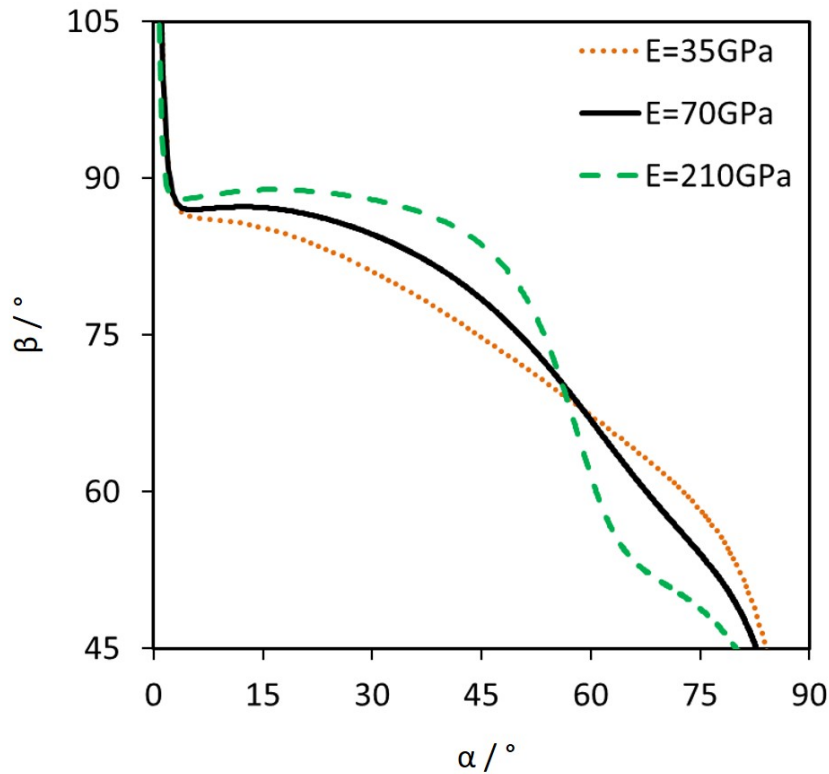


FIGURE 2.18 – L'évolution de la non-normalité apparente pour différentes valeurs du module d'Young après le changement du trajet de déformation.

2.4 Comparaison entre expérience et simulation

Commençons par résumer les différents effets constatés jusqu'à ce point du chapitre. Lorsque la sensibilité à la vitesse a été prise en compte dans le modèle, un écart significatif par rapport à la normalité apparente a été temporairement observé immédiatement après le changement de trajet de déformation, qui a ensuite disparu. Cependant, un effet permanent de la sensibilité à la vitesse sur la forme et la taille de la surface de plasticité apparente a été observé. Lorsque l'écroutissage isotrope a été pris en compte, la perte apparente de normalité est devenue permanente. Lorsque l'écroutissage cinématique était ajouté, la diminution de l'angle β était significativement affectée et sa valeur pouvait diminuer rapidement pour atteindre des valeurs aussi faibles que 60° , à comparer aux 70° observés expérimentalement. De plus, l'ajout d'un écroutissage cinématique a eu une incidence significative sur la surface de plasticité apparente tracée dans l'espace de contraintes avec la méthode de changement du trajet de contrainte. L'élasticité joue également un rôle dans la forme apparente de la surface de plasticité ; en particulier, la courbure apparente (dans le cas des alliages fcc, par exemple) semble être affectée par des valeurs relativement faibles du module d'Young. Afin de discuter plus en détail des effets d'écroutissage isotrope et cinématique sur l'évolution de la surface de plasticité, les méthodes de modification abrupte du trajet de déformation et de déchargement-rechargement ont été simulées. Le tableau 2.7 indique les valeurs de paramètres utilisées. Le premier jeu de paramètres correspond aux paramètres identifiés par Kuwabara et al [2], comportant uniquement un écroutissage isotrope. Le second jeu de paramètres prend en compte l'écroutissage cinématique, avec des valeurs de paramètres issues correspondant à la littérature. Enfin, un troisième jeu de paramètres a été généré arbitrairement afin d'exacerber l'effet de l'écroutissage cinématique pendant la petite pré-déformation appliquée lors du premier trajet.

Tableau 2.7 – Paramètres appliqués dans la méthode de modification abrupte du trajet de contrainte et la méthode de déchargement-rechargement pour prévoir l'évolution de la surface de plasticité.

Écrouissage	E (GPa)	K (MPa)	ε_0	n	$\dot{\varepsilon}^*$ (/s)	k^* (MPa)	C_X	X_{sat} (MPa)
Iso	70	600	0.02	0,4	0,1	20	0	0
Com a	70	600	0,02	0,4	0,1	20	100	75
Com b	70	600	0,02	0,4	0,1	20	850	50

Les figures 2.19, 2.20 montrent les surfaces de plasticité déterminées en utilisant les deux méthodes. Les symboles noirs (\blacktriangle) indiquent des valeurs de déformation plastique équivalente $\bar{\varepsilon}^{vp}$ le long du contour de contrainte après le changement de trajet de déformation dans ces trois figures. Lorsque l'on considère uniquement l'écrouissage isotrope, le trajet de contrainte pour la méthode du trajet de déformation abrupt (ligne continue) et les surfaces-enveloppe des points de contrainte (symboles) obtenus en utilisant le procédé de déchargement-rechargement à différents niveaux de travail plastique sont indiqués sur la figure 2.19.

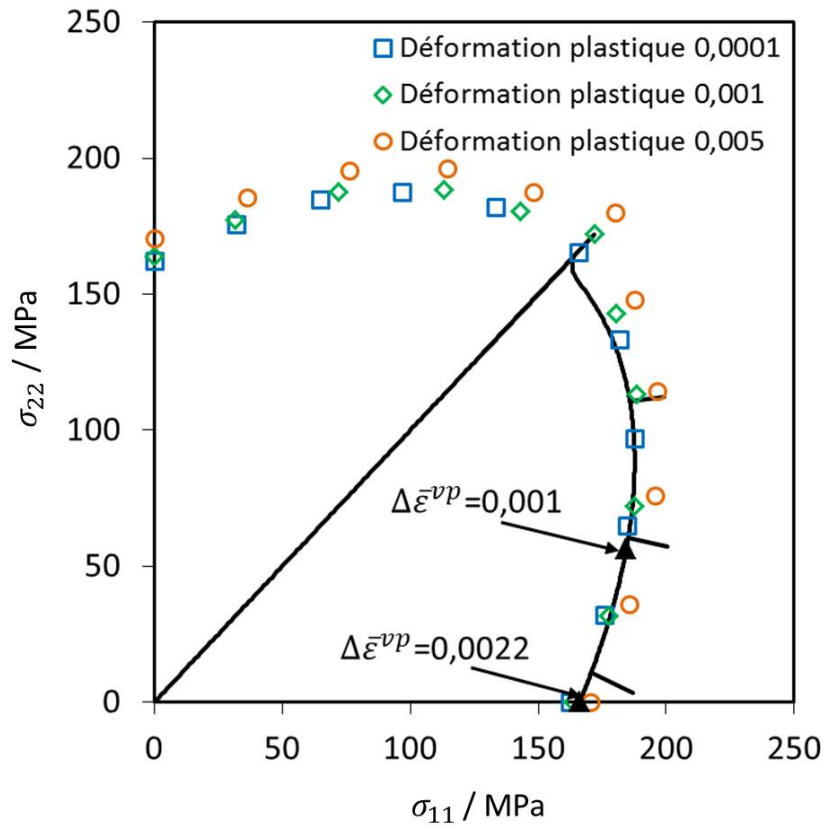
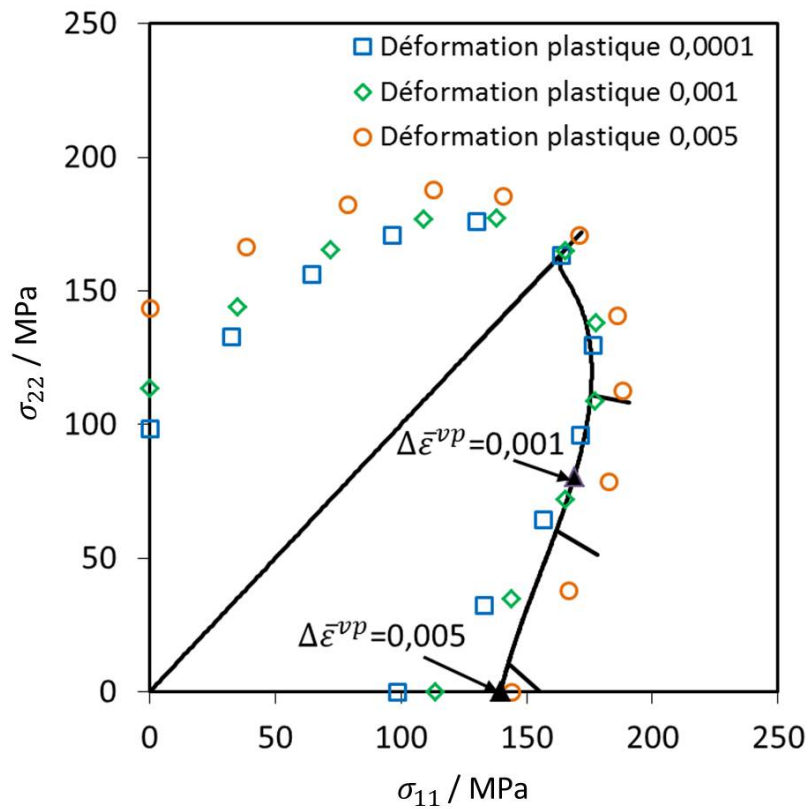
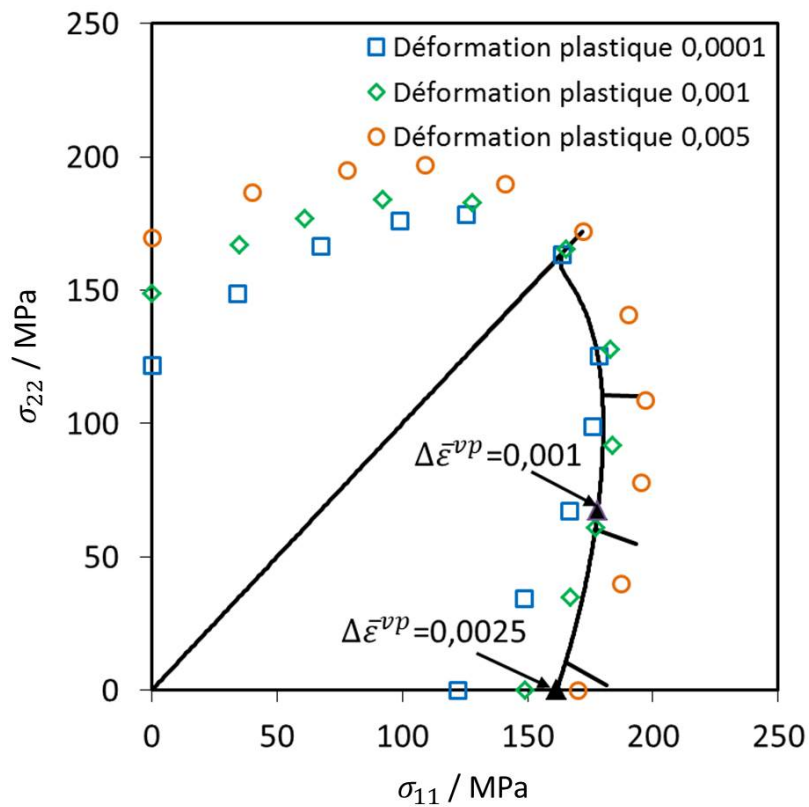


FIGURE 2.19 – L'évolution de la surface de plasticité déterminée à l'aide de la méthode de modification abrupte du trajet de chargement (trait plein) et de la méthode de déchargement-rechargement (symboles), avec uniquement un écrouissage isotrope (Iso).

La surface apparente de plasticité après modification abrupte du trajet de contrainte est presque superposée au contour d'iso-travail avec une faible déformation plastique. Ainsi, les intuitions que l'on pouvait avoir à propos de ces deux méthodes se vérifient bien lorsque l'écrouissage isotrope seul est employé, comme dans la plupart des études s'intéressant à la perte de normalité. Cependant, lorsque l'écrouissage cinématique a été pris en compte (voir la figure 2.20), les surfaces de plasticité apparentes déterminés par les deux méthodes ne se superposent



(a) Com a.



(b) Com b.

FIGURE 2.20 – L'évolution de la surface de plasticité déterminée à l'aide de la méthode de modification abrupte du trajet de chargement (trait plein) et de la méthode de déchargement-rechargement (symboles), avec un écrouissage combiné.

plus. Les figures 2.20a et 2.20b peuvent être comparées qualitativement aux résultats expérimentaux de la référence [2](voir la figure 2.3). Bien que seulement qualitatives, les similitudes sont frappantes. Il apparaît avec évidence que la prise en compte de l'écroissage cinématique permet de reproduire une partie significative des écarts entre ces deux types de surfaces de plasticité apparentes, et cela avec un modèle de comportement associé des plus classiques.

La figure 2.21 montre l'évolution de l'angle de non-normalité apparente prédite pendant ces mêmes simulations. On constate que ces simulations reproduisent fidèlement plusieurs caractéristiques des surfaces de plasticité apparentes déterminées expérimentalement par Kuwabara et al [2]. En échange, les angles β prédits ne suivent pas la tendance expérimentale. Il semble donc judicieux de conclure que ces essais avaient bien mis en évidence un écart à la normalité. Cependant, nos résultats montrent qu'une partie des observations expérimentales peuvent s'expliquer par un modèle de plasticité classique, simplement en prenant en compte l'écroissage cinématique. On observe aussi que la trace du point de charge dans l'espace de contraintes, après changement de trajet, ne suit pas la surface de plasticité : la courbe obtenue dépend aussi bien de la surface de plasticité que du type d'écroissage, de la sensibilité à la vitesse et même du comportement élastique. Ce n'est donc qu'en identifiant correctement toutes ces composantes du comportement élasto-visco-plastique que l'on peut espérer accéder à une description juste de l'écart à la normalité - et de la réponse du matériau sous chargements arbitraires.

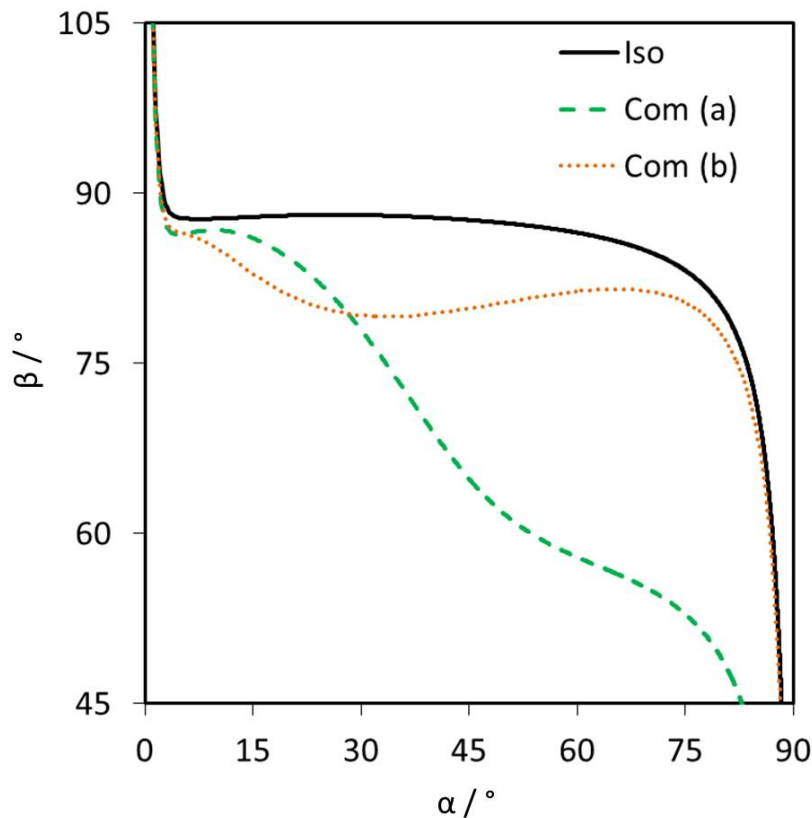


FIGURE 2.21 – L'évolution de la non-normalité prédite par l'écroissage isotrope (Iso) et deux les écroissages combinés (Com a et Com b) après le changement de trajet.

2.5 Conclusions

La méthode de changement de trajet abrupte en deux étapes a été utilisée pour étudier l'évolution de la surface de plasticité, comme prédit par les modèles de plasticité J_2 associés. Les résultats expérimentaux de la littérature ont révélé plusieurs spécificités de l'évolution de la surface de plasticité suite à un tel changement de trajet de contrainte, notamment la formation d'un vertex et une non-normalité apparente. Les effets de l'écoulement isotrope, cinématique, ainsi que la sensibilité à la vitesse de déformation et l'élasticité ont été étudiés.

Un modèle élasto-visco-plastique associé comprenant un écoulement isotrope-cinématique et une sensibilité à la vitesse a été utilisé pour simuler une méthode typique de changement du trajet de déformation. Plusieurs effets apparents de non-normalité ont été prédits dans cette configuration, bien que la loi de normalité ait été appliquée dans le modèle de plasticité classique utilisé. La sensibilité du matériau à la vitesse de déformation a eu une forte influence au début de la transition après le changement de trajet de déformation, tandis que l'écoulement cinématique a contribué de manière significative à la non-normalité apparente à un stade ultérieur. Ces résultats suggèrent qu'une certaine fraction des effets apparents de non-normalité observés après un changement soudain du trajet de déformation est mal décrite si l'écoulement cinématique et la sensibilité à la vitesse sont négligés. Ainsi, lorsque des théories phénoménologiques sur la non-normalité sont élaborées, il est recommandé de prendre en compte ces ingrédients, pour une identification plus discriminante du comportement réel de non-normalité, qui nécessite effectivement des termes supplémentaires dans le modèle. D'autre part, la surface apparente de plasticité et la direction de l'écoulement plastique après un changement brusque du trajet de chargement apparaissent comme des moyens prometteurs et discriminants de validation des modèles d'écoulement combiné.

Deuxième partie

Caractérisation et Application

Chapitre 3

Caractérisation du comportement des tôles métalliques

3.1 Introduction

Les aciers à très haute résistance (THR) sont largement utilisés dans l'industrie automobile en raison de leur résistance supérieure tout en maintenant un allongement satisfaisant en fonction des différentes exigences des pièces automobiles. Ces aciers présentent diverses résistances et capacités maximales d'allongement à la traction, principalement en raison de différentes fractions volumiques des phases ferrite, martensite, bainite et austénite. Lors de la mise en forme des tôles, il est souvent difficile d'obtenir la forme souhaitée avec ces matériaux, car ceux-ci présentent généralement une ductilité inférieure et un retour élastique supérieur, lors du relâchement des efforts de formage.

La complexité des modèles de matériaux signifie généralement que leur identification expérimentale nécessite un plus grand nombre d'essais. En ce qui concerne la caractérisation mécanique des tôles métalliques suivant des trajets de déformation complexes, les essais avec changement de trajet ont une grande importance dans le formage de la tôle car ils mettent en évidence l'érouissage cinématique, liée à l'effet Bauschinger et aux phénomènes de stagnation de l'érouissage. La prise en compte de ces phénomènes dans le modèle conduit à une meilleure prédiction de certains défauts observés dans le formage de la tôle.

Pour l'identification des paramètres, le choix de la technique d'optimisation est crucial car cette technique contrôle l'efficacité de la méthode d'identification [74, 76]. Parmi les trois familles principales d'algorithmes d'optimisation, les méthodes basées sur les gradients, les algorithmes inspirés de la nature et les algorithmes d'intelligence artificielle sont appliqués à optimiser des jeux de paramètres [85]. Les deux dernières familles appartiennent à la classe des méthodes directes et exploratoires. Les méthodes d'optimisation non-linéaires basées sur le gradient peuvent trouver des minima locaux par le biais de processus itératifs [87]. Cependant, ces valeurs ne sont généralement pas les valeurs minimales absolues et la solution finale dépend beaucoup du jeu de paramètres initial. Ces méthodes d'optimisation sont largement utilisées en raison de leur efficacité et de leur faible coût en CPU. L'inconvénient d'atteindre un minimum local au lieu d'un minimum global est parfois accepté en ingénierie, où une plus grande importance peut être accordée au temps nécessaire pour atteindre les erreurs admissibles et améliorer le processus global. La recherche directe et les techniques d'optimisation inspirées par la nature ont une grande probabilité de trouver le minimum global [91, 94, 196]. Cependant, ceci est réalisé au prix de beaucoup plus de temps de calcul. Les deux types de méthodes d'optimisation, la recherche par gradient et la recherche directe, sont parfaitement capables de déterminer avec succès les jeux de paramètres de modèles de comportement.

3.2 Essais mécaniques de caractérisation

Le but des essais de caractérisation envisagés ici est de révéler le comportement d'écroûissage des matériaux sous de grandes déformations monotones et lors d'un changement de trajet de déformation. En particulier, une séquence de chargement inversé est prévue car cette séquence se produit fréquemment dans des tôles métalliques étirées sur un rayon de matrice.

Le matériau sélectionné dans ce travail est un acier THR DP600 avec une épaisseur de 1,22 mm fourni par Voestalpine. Par rapport aux aciers doux d'emboutissage, ce matériau illustre la tendance d'allègement, qui consiste à remplacer un matériau donné par un autre de plus forte résistance, afin d'en diminuer l'épaisseur. Bien évidemment, cette réduction n'est pas directement proportionnelle, dans la mesure où le matériau est soumis à des chargements plus complexes que la seule traction uniaxiale.

Le tableau 3.1 donne le plan des tests rhéologiques du matériau DP600. Ces expériences réalisées consistent en :

1. traction uniaxiale (TU) dans la direction de laminage (DL), dans la direction transversale (DT) et la direction diagonale - à 45° (DD) ;
2. cisaillement simple (CS) dans la direction de laminage (DL) ;
3. cisaillement réversible (CR) dans la direction de laminage (DL) ;
4. chargement orthogonal (OR) : traction uniaxiale (TU) dans la direction de laminage (DL) suivie d'un cisaillement simple (CS) dans la même direction.

Tableau 3.1 – Le plan des tests rhéologiques du matériau DP600.

Type de chargement	Test rhéologique	Nombre d'essais (DL, DT, DD)
Chargement monotone	TU	(4, 5, 5)
	CS	(13, -, -)
Chargement changement de trajet	CR	(13, -, -)
	OR	(3, -, -)

Dans ces essais de mécanique de caractérisation, il y a deux types de chargement : monotone (TU, CS) et changement de trajet (CR, OR). Ces choix d'essais ont été utilisés par Haddadi et al [134] par exemple, qui ont montré qu'ils permettent d'identifier les paramètres de modèles avancés comme celui de Teodosiu-Hu et d'autres auteurs ont utilisé des essais similaires [90, 157, 158, 197–200].

3.2.1 Procédure d'essais

Premièrement, les éprouvettes d'essais sont conçues et réalisées. Les figures 3.1, 3.2 et 3.3 montrent les dimensions des éprouvettes de traction uniaxiale (TU), cisaillement (CS, CR) et chargement orthogonal (OR). Pour l'éprouvette de cisaillement, par rapport à d'autres auteurs [90, 134, 157, 199], on usine une rainure dans la partie centrale par fraisage. C'est parce que les ratios de longueur / largeur et largeur / épaisseur de la zone de déformation par cisaillement ont un effet important sur le homogénéité de la contrainte et la déformation [201]. En conséquence, nous choisissons les dimensions de l'éprouvette comme illustré sur la figure 3.2. Pour l'essai de chargement orthogonal (OR), on fait une pré-déformation de traction, ensuite on coupe une

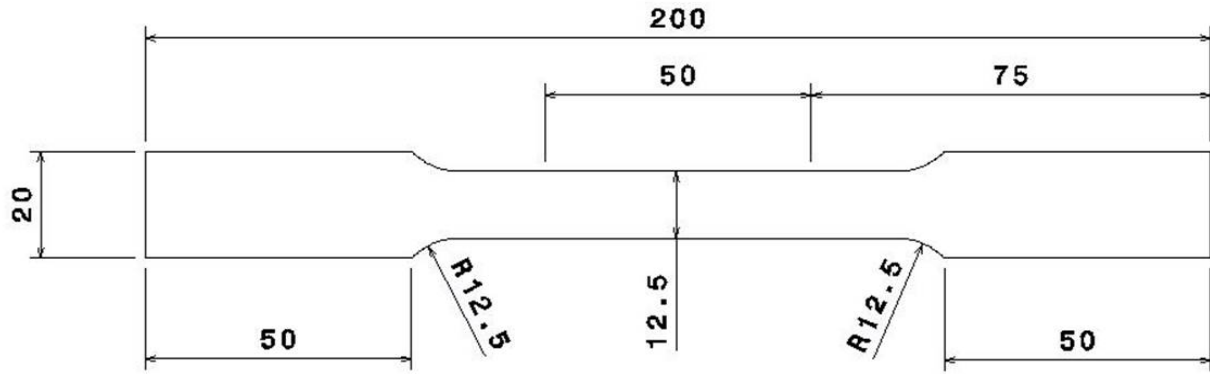


FIGURE 3.1 – Les dimensions de l'éprouvette de traction uniaxiale (TU).

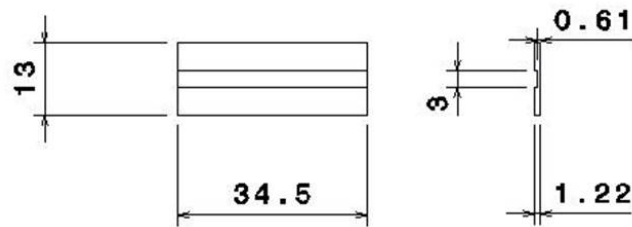
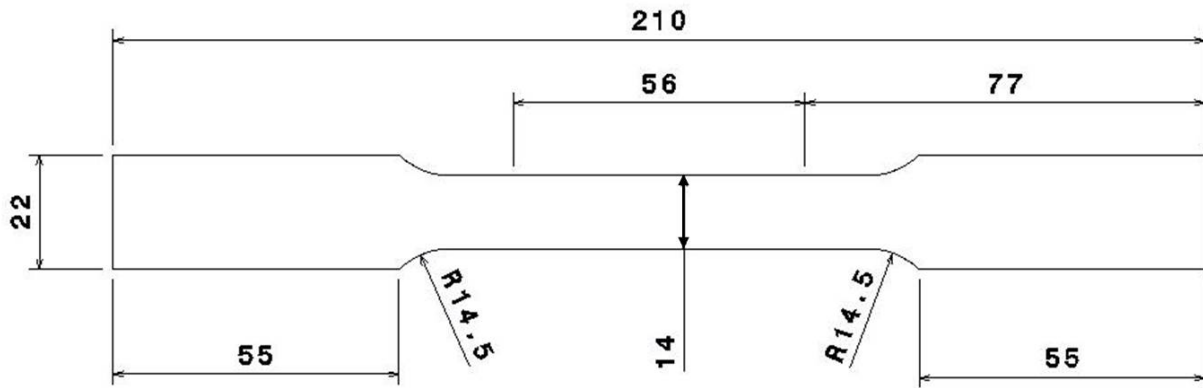
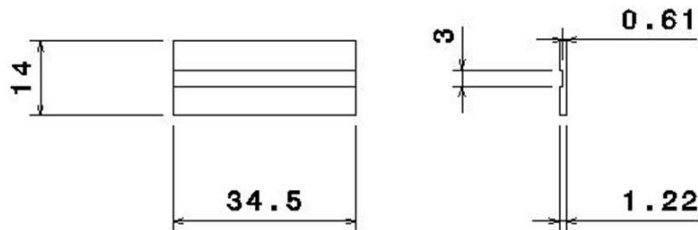


FIGURE 3.2 – Les dimensions de l'éprouvette de cisaillement (CS, CR).



(a) Traction uniaxiale



(b) Cisaillement simple

FIGURE 3.3 – Les dimensions de l'éprouvette de chargement orthogonal (OR).

éprouvette de cisaillement (voir la figure 3.3b), dans laquelle on usine une rainure et ensuite on fait un essai de cisaillement.

Toutes les éprouvettes des essais sont découpées par jet d'eau. Les essais de caractérisation ont été réalisés lors d'un séjour de plusieurs semaines à l'Université d'Aveiro au Portugal. La figure 3.4 présente l'appareil d'essai de caractérisation des matériaux à l'Université d'Aveiro. Les essais (TU, CS, CR, OR) sont chargées en quasi-statique. Pour les essais de changement de trajet, c'est-à-dire cisaillement réversible (CR) et chargement orthogonal (OR), deux méthodes sont appliquées afin de contrôler la valeur de déformation à la fin du premier chargement. Pour le cisaillement réversible (CR), la valeur de déformation de cisaillement à la fin du premier trajet peut être choisie selon la courbe contrainte-déformation de cisaillement simple (contrôle de la force). Cependant, dans les cas de chargement orthogonal (OR), la valeur de déformation traction peut être obtenue directement par le système de mesure (contrôle du déplacement). Enfin, les essais des matériaux DP600 dans le tableau 3.1 sont réalisées.



FIGURE 3.4 – Appareils d'essai de caractérisation des matériaux : (a) Essai de traction uniaxiale ; (b) Machine de traction avec le montage d'essai de cisaillement ; (c) Système de mesure de la déformation ARAMIS-GOM.

3.2.2 Résultats expérimentaux de caractérisation

Une fois que les essais de caractérisations sont finis, les courbes de la contrainte varie de traction ou contrainte de cisaillement peuvent être obtenus. Ensuite, ces courbes seront utilisées pour identifier des paramètres des modèles de l'écrouissage.

3.2.2.1 Traction uniaxiale, TU

La figure 3.5 montre les éprouvettes soumises aux essais de traction uniaxiale sur DP600. On peut voir une très bonne répétabilité. Les courbes DL/DT/DD sont superposées sur la figure 3.6. On constate que le DP600 n'a pas d'effet d'anisotropie sur les contraintes selon différentes directions. De plus, les coefficients de Lankford sont mesurés et donné dans le tableau 3.2. Donc, cela justifie l'utilisation d'un critère de plasticité isotrope, parce que l'anisotropie est faible.

Tableau 3.2 – Quelques paramètres du matériau DP600.

Coefficients de Lankford			Module d'Young	Limite d'élasticité
$r_0 = 0,85$	$r_{45} = 0,80$	$r_{90} = 1,03$	$E = 210(\text{GPa})$	$Y_0 = 308(\text{MPa})$

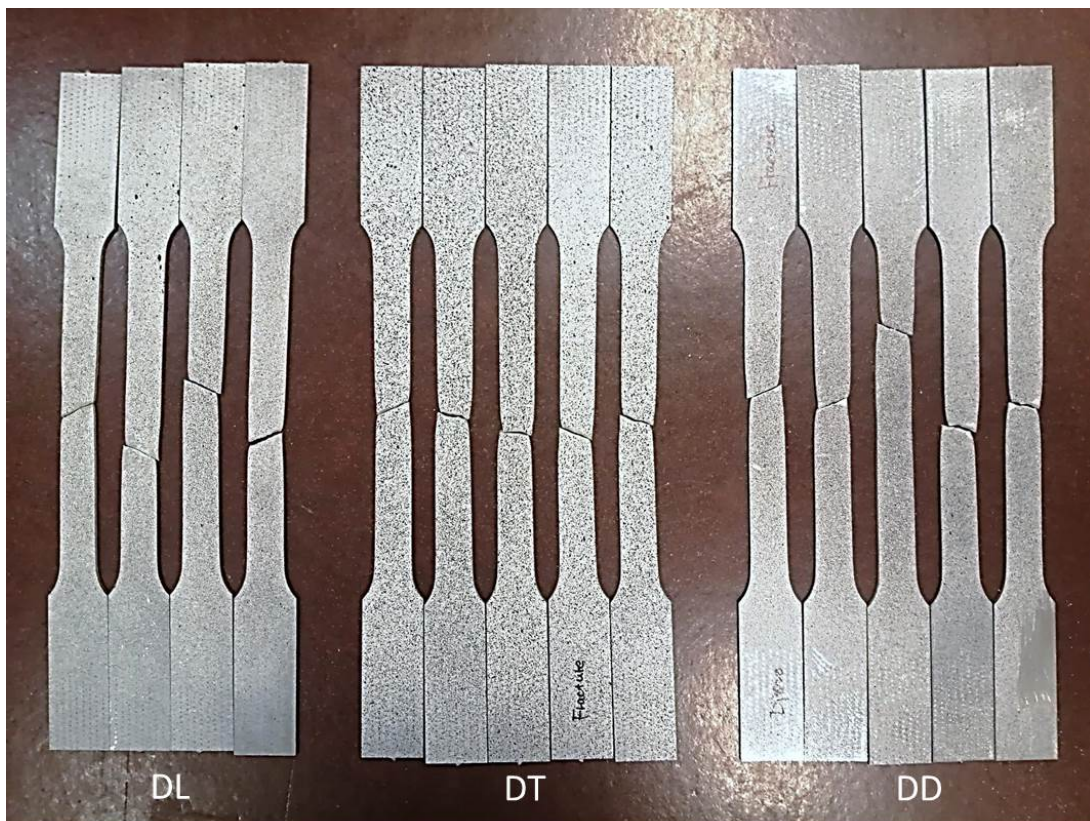


FIGURE 3.5 – Traction uniaxiale (TU) dans la direction de laminage (DL), la direction traverse (DT) et la direction diagonale (DD) pour DP600.

3.2.2.2 Cisaillement simple, CS

Le cisaillement simple est un type de chargement monotone. Les déformations sont bien plus grandes qu'en traction, donc il permet l'identification à de grandes déformations. La figure 3.7 montre l'éprouvette de cisaillement avant et après essai.

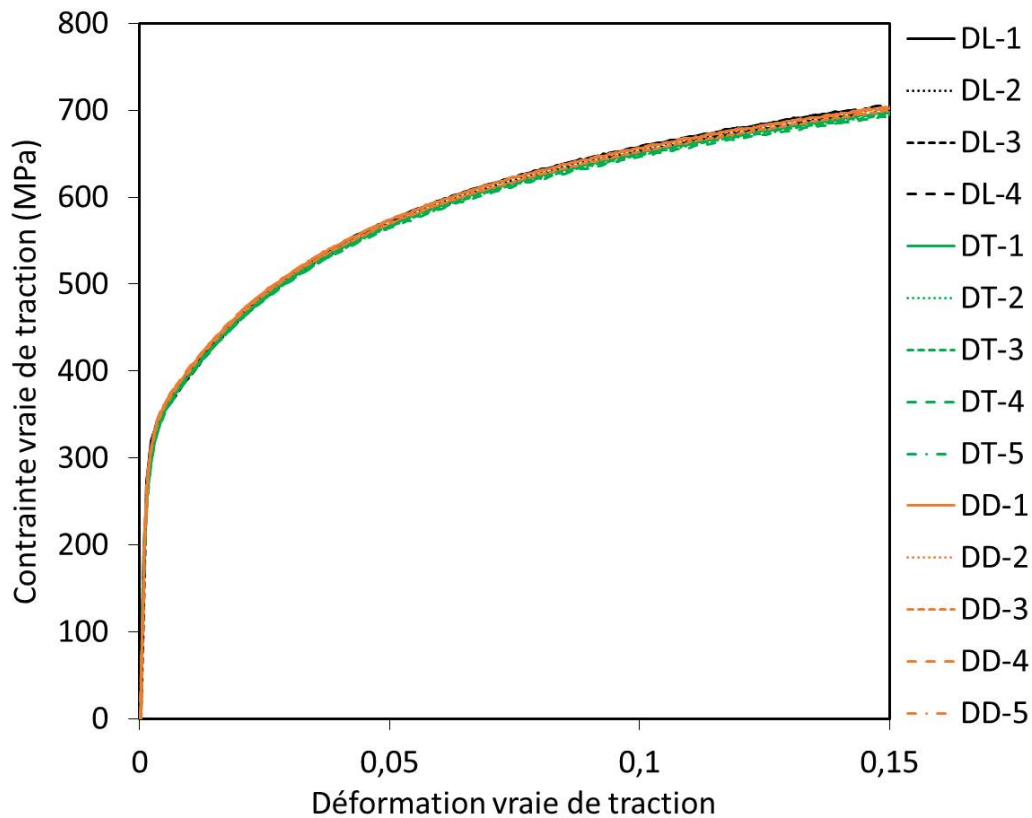
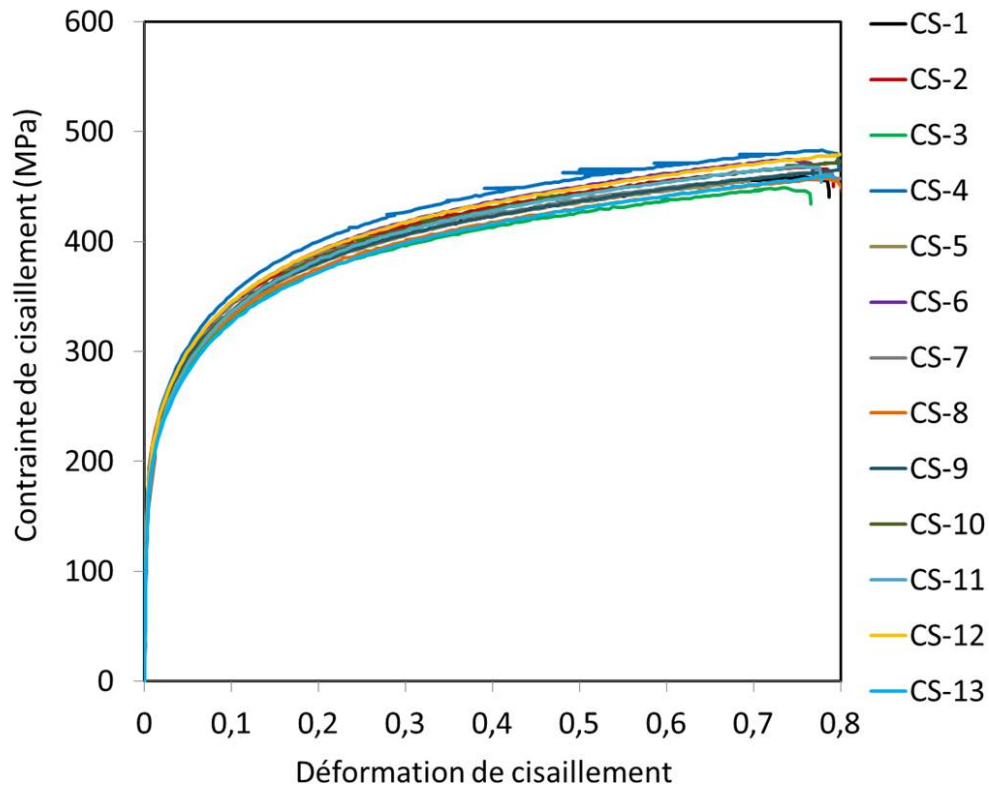


FIGURE 3.6 – Résultats expérimentaux de traction uniaxiale pour DP600.

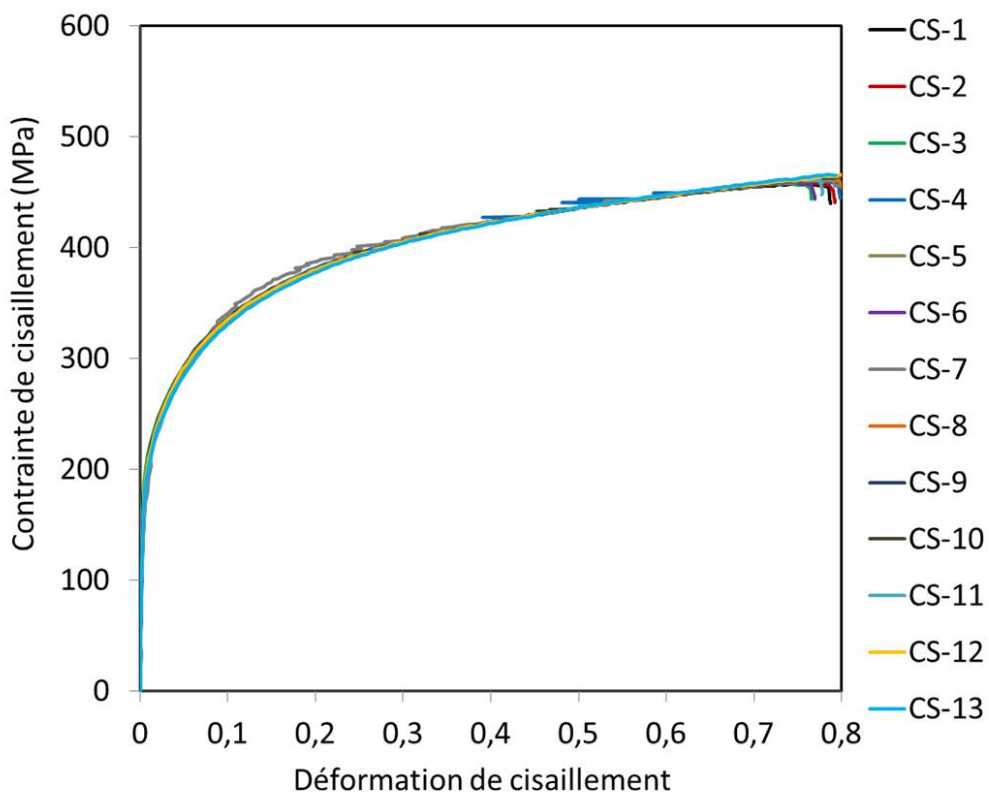
Parmi ces essais de cisaillement simple, on peut voir une dispersion assez grande sur la figure 3.8a. C'est la raison pour laquelle un nombre plus grand d'essais ont été réalisés. Après études des sources possibles d'erreur, nous avons constaté une dispersion non anticipée de l'épaisseur des rainures usinées, qui était de l'ordre de grandeur de cette dispersion de contrainte. Nous avons donc décidé de corriger les courbes en prenant l'hypothèse d'un facteur constant par courbe. La méthode de correction est l'ajout d'un petit facteur constant (inférieur à 6%) à chaque courbe, qui rend tous les résultats cohérents. Ceci conforte l'hypothèse selon laquelle la principale raison de la dispersion provient d'un facteur constant, comme par exemple la variation d'épaisseur. La figure 3.8b montre les courbes obtenues.



FIGURE 3.7 – Cisaillement simple (DL) pour DP600 : (a) éprouvette avant essai ; (b) éprouvette après essai.



(a) Avant la correction.



(b) Après la correction.

FIGURE 3.8 – Résultats expérimentaux de cisaillement simple (CS) dans la direction de laminage (DL) pour DP600.

La figure 3.9 comprend trois courbes : traction uniaxiale (TU) dans la direction de laminage (DL), cisaillement simple (CS) dans la direction de laminage (DL) et la contrainte et déformation équivalentes de von Mises pour le cisaillement simple (CS). Puisque la courbe de traction uniaxiale et la courbe de contrainte et déformation équivalente sont très proches, l'usage de la contrainte équivalente de von Mises se justifie encore une fois.

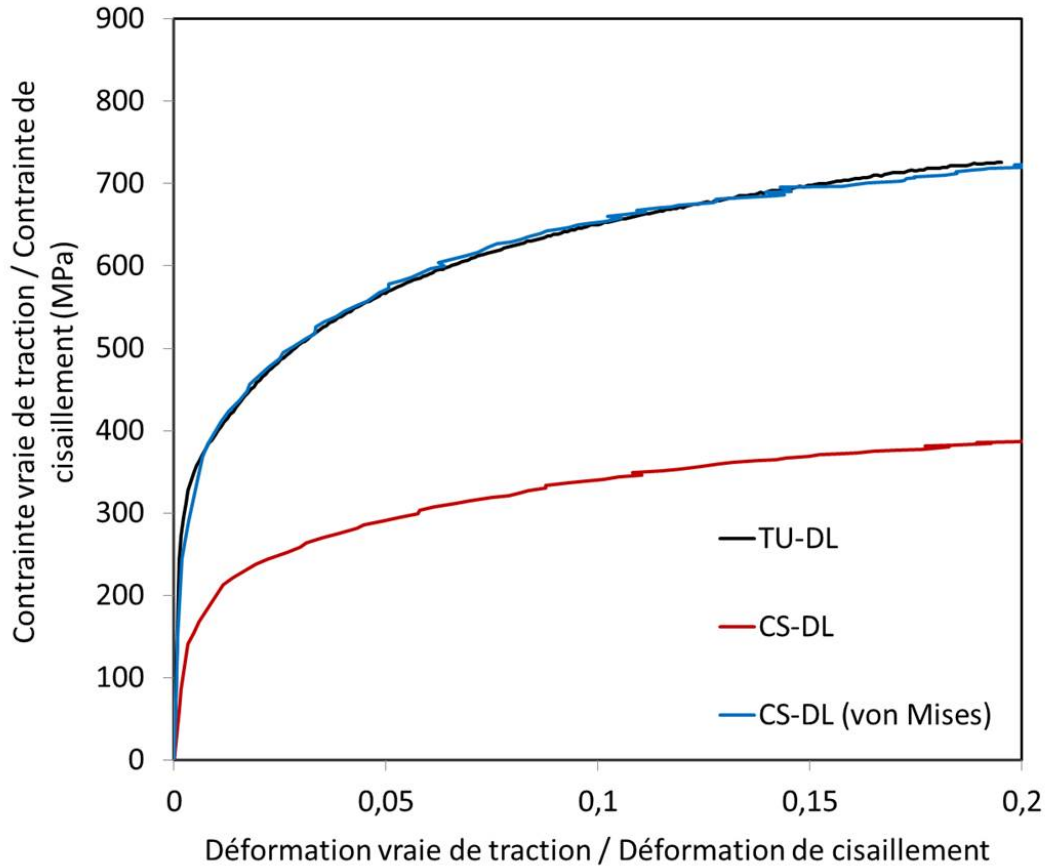


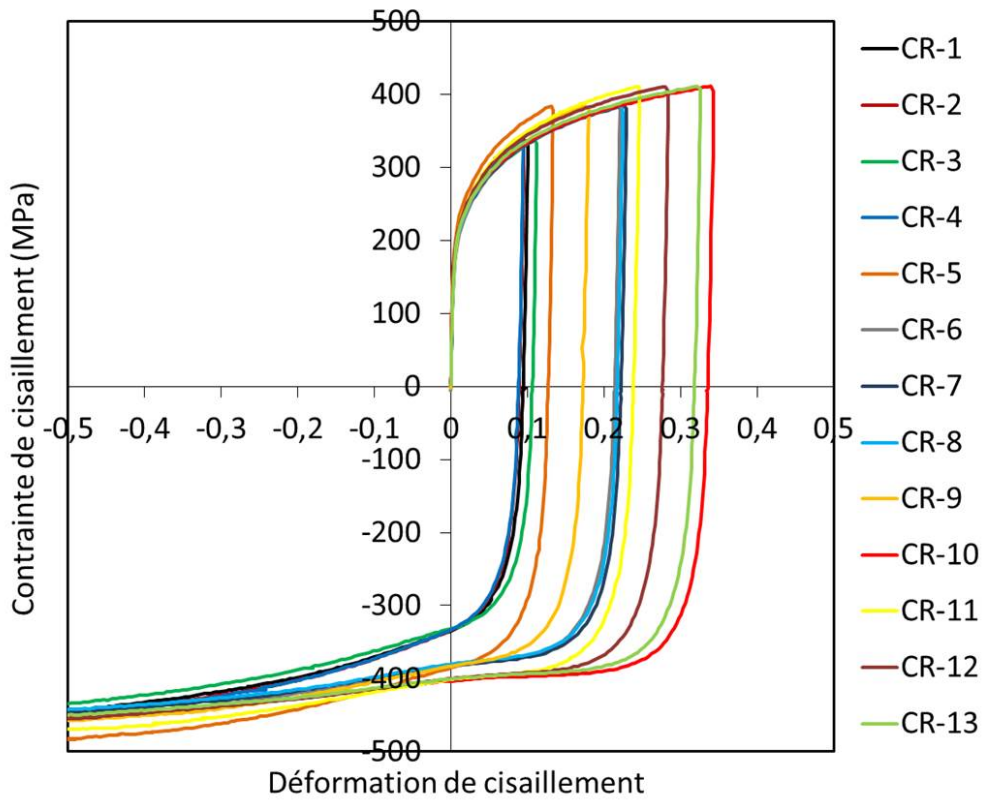
FIGURE 3.9 – La validation de l'usage de la contrainte équivalente de von Mises par comparaison entre traction uniaxiale (TU) et cisaillement simple (CS), dans la direction de laminage (DL).

3.2.2.3 Cisaillement réversible, CR

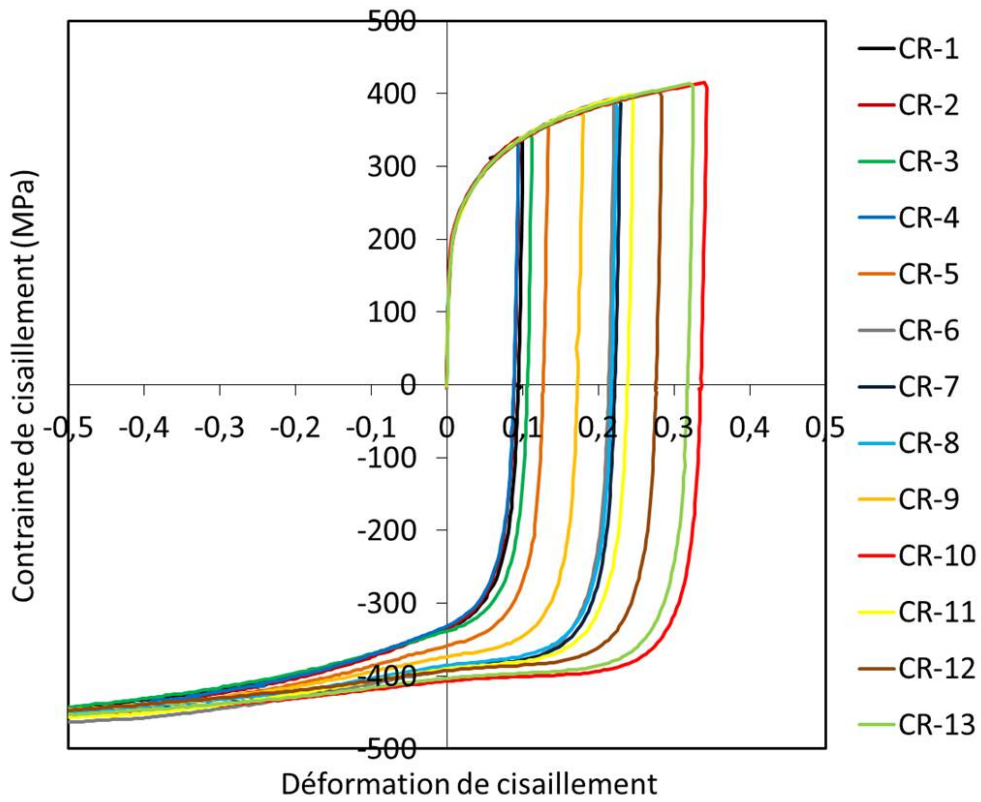
Pour les essais de cisaillement réversible, trois niveaux de pré-déformations ont été réalisés, comme montré sur la figure 3.10a. La dispersion de ces courbes est claire, et elle rend très difficile l'interprétation des courbes après changement de trajet. Nous avons donc appliqué la même méthode de correction qu'on a utilisé pour le cisaillement simple. La figure 3.10b montre les courbes obtenues après la correction. Ces courbes de cisaillement réversible sont bien plus cohérentes et montrent un important effet Bauschinger, la stagnation, la reprise de l'écroutissage à de très grandes déformations. Cela peut permettre d'identifier l'écroutissage cinématique, à différents niveaux de déformation, faibles et élevés à la fois.

3.2.2.4 Chargement orthogonal, OR

Le chargement orthogonal (OR) est un type de changement de trajet qui inclut deux étapes : (1) traction uniaxiale (TU) dans la direction de laminage (DL) jusqu'à 0,05 de pré-déformation ; (2) un cisaillement simple (CS) dans la même direction. La figure 3.11 montre trois courbes (OR-1, OR-2, OR-3) de chargement orthogonal. Le trait pointillé représente sur la figure 3.11, à



(a) Avant la correction.



(b) Après la correction.

FIGURE 3.10 – Résultats expérimentaux de cisaillement réversible (CR) dans la direction de laminage (DL) pour DP600.

titre de comparaison, le résultat du cisaillement simple (CS) dans la direction de laminage (DL). Ces essais ne montrent pas un grand effet orthogonal. Donc, pour ce matériau, la modélisation de l'effet orthogonal n'est pas indispensable. Cela justifie en partie l'usage des modèles isotrope et isotrope-cinématique pour les simulations de pliage sous tension, au chapitre suivant.

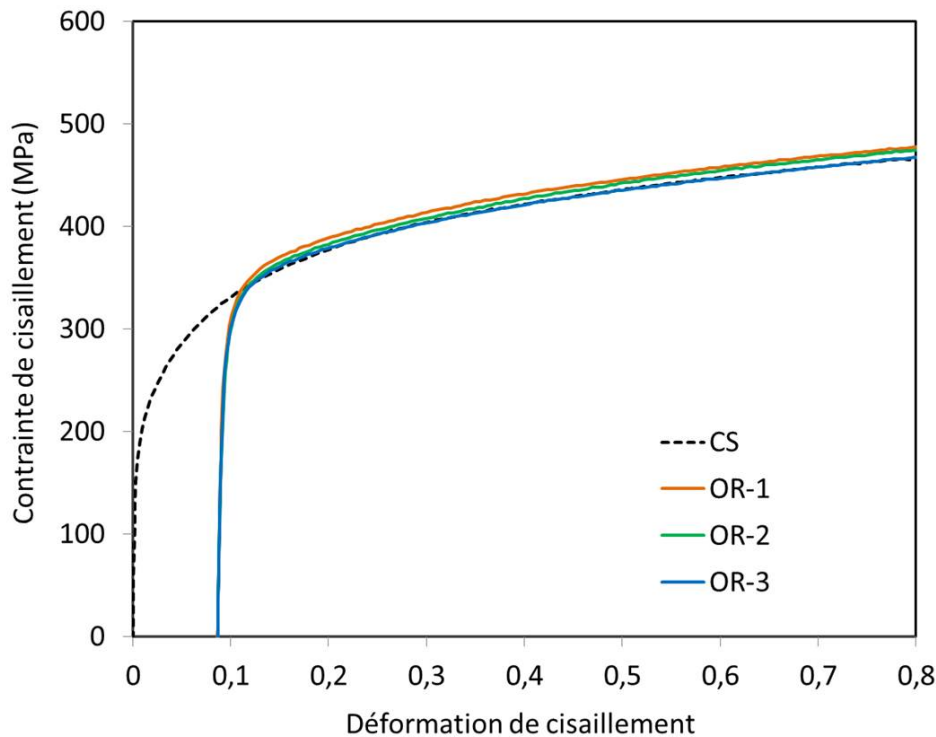


FIGURE 3.11 – Résultats expérimentaux de chargement orthogonal : traction uniaxiale (TU) jusqu'à 0,05 de pré-déformation suivie d'un cisaillement simple (CS) dans la direction de laminage (DL).

3.3 Méthodes d'identification des paramètres

L'identification de paramètres matériau pour un modèle donné est un élément clé pour la prédiction du comportement d'un matériau, par exemple, dans des simulations par éléments finis. En pratique, la détermination directe de paramètres matériau est difficile pour un modèle complexe. De plus, certains paramètres peuvent ne pas avoir de signification physique. Dans ce cas, un outil de solution inverse devient nécessaire.

De nos jours, la recherche de données d'entrée sécurisées pour les simulations et plus spécifiquement pour les codes de la méthode des éléments finis (MEF) augmente, en raison de la demande accrue de l'industrie pour obtenir des résultats numériques plus fiables. Le comportement des matériaux, décrit mathématiquement par les équations du modèle de comportement, est l'une des données d'entrée les plus importantes pour les logiciels MEF. En raison du nombre important de phénomènes devant être décrits par les codes MEF, les modèles de matériau sont devenus complexes et tentent de décrire généralement un grand nombre de phénomènes. Il en découle un plus grand nombre de paramètres à identifier pour chaque matériau spécifique.

L'identification des paramètres du matériau, pour un modèle donné, peut être vue comme un problème inverse. Dans ce contexte, l'idée principale est de simuler l'expérience réalisée en essayant d'adapter les paramètres du matériau afin d'obtenir numériquement les mêmes résultats que ceux expérimentaux. La méthodologie générale de détermination des paramètres des

modèles de comportements de matériaux, en tant que problème inverse, consiste à minimiser une fonction coût f qui représente la différence entre le comportement observé expérimentalement du matériau et le modèle mathématique choisi pour la reproduire. On cherche $\min(f)$, avec

$$f = L(\mathbf{B}, \mathbf{Z}^{sim}, \mathbf{Z}^{exp}) \quad (3.1)$$

où \mathbf{B} représente les paramètres à déterminer et \mathbf{Z} représente l'ensemble des propriétés mesurées, par exemple la contrainte et la déformation. Les indices supérieurs '*sim*' et '*exp*' signifient valeurs calculées et valeurs expérimentales, respectivement. La minimisation est obtenue à l'aide d'algorithmes d'optimisation, qu'ils soient basés sur les gradients, la recherche directe, la méta-heuristique ou les algorithmes basés sur l'intelligence artificielle. Cependant, l'efficacité de tous les algorithmes dépend directement de la qualité de l'information donnée par la fonction objectif, définie comme f dans l'équation (3.1).

Dans ce travail, afin d'améliorer la précision de l'identification, une fonction coût combinée $L(\mathbf{B}, \mathbf{Z}^{sim}, \mathbf{Z}^{exp})$ est utilisée, qui intègre en même temps la pente donnée par le taux d'écroutissage et la valeur de la contrainte :

$$L(\mathbf{B}, \mathbf{Z}^{sim}, \mathbf{Z}^{exp}) = \sum_{i=1}^N L_i(\mathbf{B}, \mathbf{Z}^{sim}, \mathbf{Z}^{exp}) \quad (3.2)$$

avec

$$L_i(\mathbf{B}, \mathbf{Z}^{sim}, \mathbf{Z}^{exp}) = \frac{1}{M_i} \sum_{j=1}^{M_i} \left(\frac{\sigma_{i,j}^{exp} - \sigma_{i,j}^{sim}}{\sigma_{i,j}^{exp}} \right)^2 + \left(\frac{h_{i,j}^{exp} - h_{i,j}^{sim}}{h_{i,j}^{exp}} \right)^2 \quad (3.3)$$

où N est le nombre de tests, M_i est le nombre de points de mesure du *ime* test, σ est la contrainte de traction ou la contrainte de cisaillement et h est le taux d'écroutissage dans l'équation (3.3).

Sur la base des modèles de matériaux mis en œuvre en utilisant le Programme 1 au Chapitre 1, les simulations des essais (TU, CS, CR, OR) ont été programmées en Fortran, indépendamment de tout logiciel commercial à éléments finis. Le programme Fortran peut sortir l'information de simulation, par exemple les données de contrainte σ^{sim} et taux d'écroutissage h^{sim} . Le logiciel SciLab fournit l'appel interactif du programme utilisateur Fortran qui permet d'échanger des données entre SciLab et Programme Fortran. Finalement, l'identification des paramètres des modèles de comportement est traitée comme un problème de minimisation de la fonction coût illustré sur la figure 3.12. Le critère de convergence dans le processus d'identification comprend deux conditions :

1. Le nombre maximum limité d'itération à 100 ;
2. L'écart de la valeur de la fonction coût moins inférieur à 10^{-6} pendant une itération.

L'efficacité de la convergence pour la méthode de minimisation sélectionnée est importante. Pour déterminer les meilleures méthodes d'optimisation des paramètres des modèles, trois algorithmes sont employés dans nos travaux d'identification des paramètres :

1. Méthode des moindres carrés (LSM) ;
2. Algorithme génétique (GA) ;
3. Algorithme recuit simulé (SA).

Ces trois méthodes d'optimisation (LSM, GA, SA) sont disponibles dans SciLab, donc on peut utiliser ces trois algorithmes directement pour identifier des paramètres dans la Section 3.4.

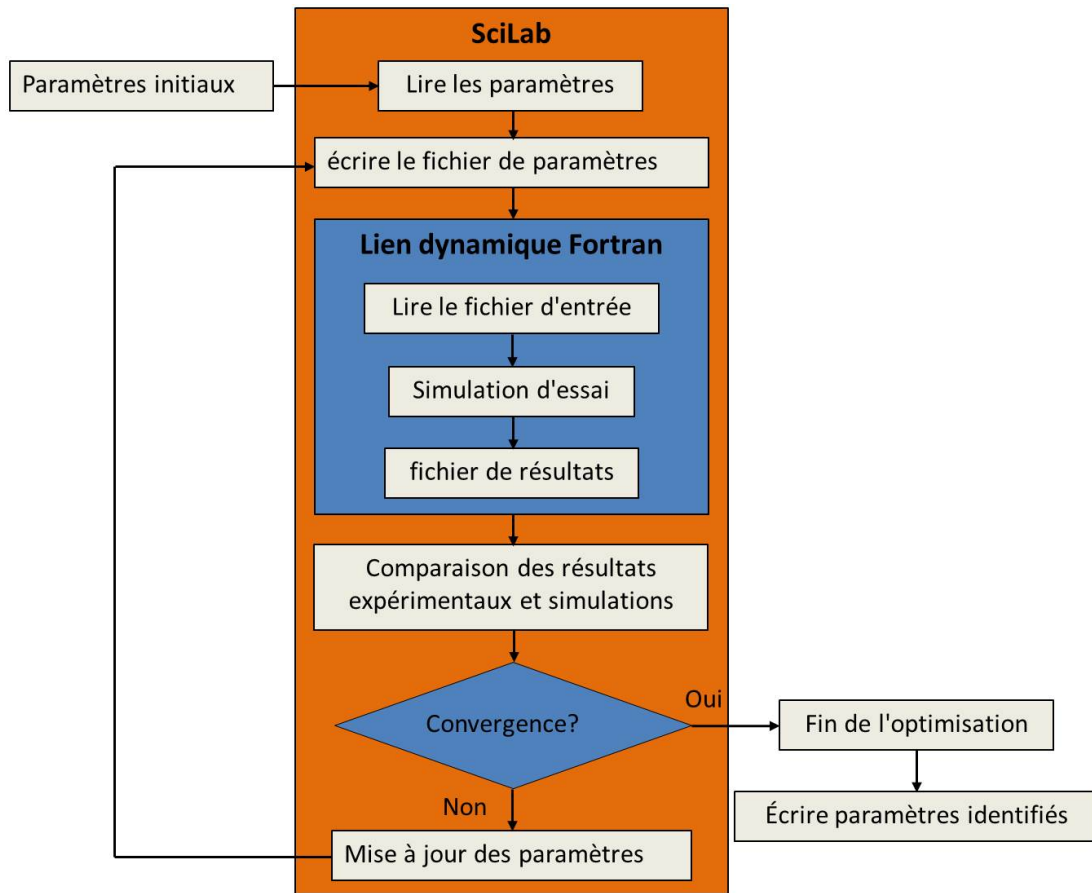


FIGURE 3.12 – Processus d’identification des paramètres avec SciLab et Fortran.

3.4 Paramètres identifiés des modèles d’écrouissage

Selon les résultats expérimentaux des essais caractérisation, le comportement d’écrouissage du matériau est plus compliqué lorsque le trajet de déformation implique plusieurs étapes, notamment l’effet Bauschinger. Suite à toutes ces investigations nous avons sélectionné trois modèles, avec trois niveaux de complexité différents :

1. Écrouissage isotrope (Swift+Voce) : ce type de modèle décrit très bien le comportement monotone, même en grandes déformations. Il peut être introduit dans n’importe quel code via la courbe de contrainte et déformation (courbe d’écrouissage par points). Cependant, il ne convient que pour des simulations où les chargements sont majoritairement monotones ;
2. Écrouissage combiné (Swift+Voce+AF1+AF2 modifié) : Le mérite de ce modèle est une description identique au précédent en chargement monotone, mais avec une nette amélioration en chargement inversé. Ce modèle est disponible dans un grand nombre de codes de calcul, et en particulier, ce modèle peut être inclus dans Abaqus ;
3. Écrouissage avancé (Teodosiu-Hu) : Ce type de modèle est capable de décrire finement l’ensemble des phénomènes. Le modèle de Teodosiu-Hu est représentatif d’une famille plus large de modèles [37–39, 202]. Cependant, il n’est pas disponible dans les codes commerciaux.

3.4.1 Modèle d’écrouissage isotrope

Les modèles d’écrouissage isotrope sont les modèles les plus courants dans l’industrie. Ce type de modèles ne peuvent décrire que les essais monotones, on utilise donc traction uniaxiale (TU)

et cisaillement simple (CS) pour l'identification. Le modèle isotrope Swift+Voce est donné par l'équation (3.4) :

$$\dot{R}_v = C_{R_v}(R_v^{sat} - R_v) \cdot \dot{\lambda} \quad (3.4a)$$

$$\dot{R}_s = nK^{1/n}(K\varepsilon_0^n)^{n-1/n} \cdot \dot{\lambda} \quad (3.4b)$$

$$\dot{R} = \dot{R}_v + \dot{R}_s \quad (3.4c)$$

où C_{R_v} , R_v^{sat} , K , n , ε_0 sont 5 paramètres qui doivent être identifiés. Le tableau 3.3 donne les paramètres identifiés du modèle d'écrouissage isotrope pour DP600. Ensuite, les prédictions d'écrouissage isotrope sont décrites sur la figure 3.13. On constate une très bonne prédiction des essais monotones, mais des erreurs significatives pour les essais séquencés.

Tableau 3.3 – Paramètres identifiés du modèle d'écrouissage isotrope pour DP600.

Écrouissage isotrope	C_{R_v}	R_v^{sat} (MPa)	K (MPa)	n	ε_0
Paramètres identifiés	44,8	136,9	664,1	0,32	0,0038

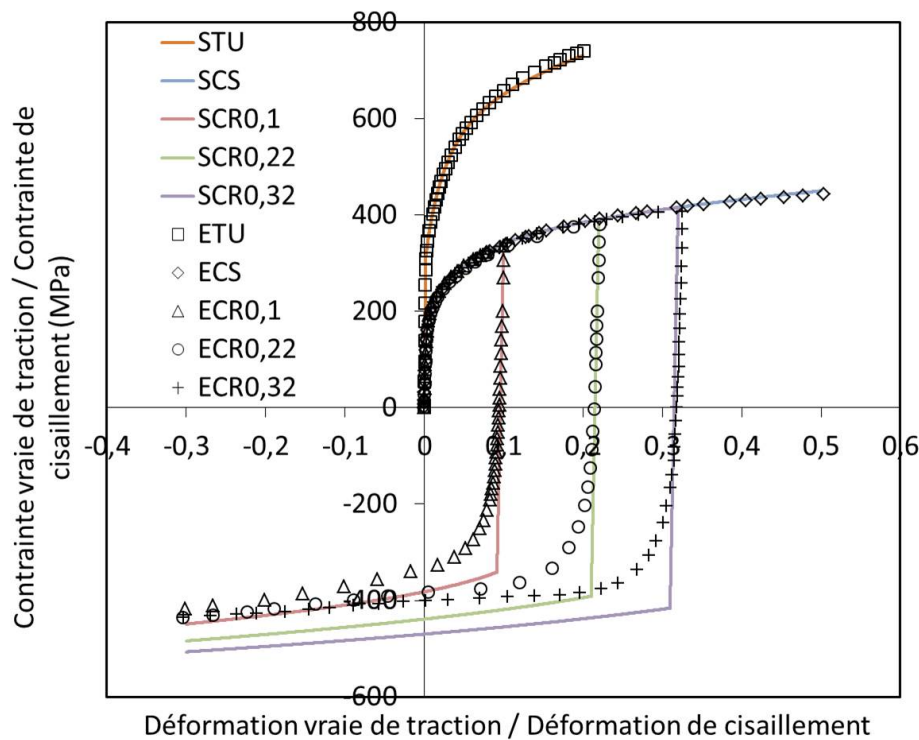


FIGURE 3.13 – Les prédictions du modèle d'écrouissage décrites par la loi d'isotrope. STU : simulation de traction uniaxiale ; ETU : essai de traction uniaxiale ; SCS : simulation de cisaillement simple ; ECS : essai de cisaillement simple ; SCR : simulation de cisaillement réversible à 0,1, 0,22 et 0,32 de pré-déformation ; ECR : essai de cisaillement réversible à 0,1, 0,22 et 0,32 de pré-déformation.

3.4.2 Modèle d'écrouissage combiné

Le modèle d'écrouissage combiné décrit l'effet Bauschinger à l'aide de l'écrouissage cinématique. L'écrouissage de Chaboche est un modèle combiné classique qui décrit bien mieux le cisaillement réversible. Cependant, ce modèle ne permet pas de décrire la stagnation etc. On peut avoir différentes prédictions selon l'étendue de déformation inversée considérée pendant l'identification : toute l'étendue, juste le coude etc. Pour éviter d'avoir de petites différences de prédiction en chargement monotone, nous avons utilisé un modèle de Chaboche modifié comme on l'a vu au paragraphe 1.3.4. Afin de disposer de plus de flexibilité, deux termes ont été adoptés pour l'écrouissage isotrope R , en se basant sur la loi de Voce (3.5a), la loi de Swift (3.5b) :

$$\dot{R}_v = C_{R_v}(R_v^{sat} - R_v) \cdot \dot{\lambda} \quad (3.5a)$$

$$\dot{R}_s = nK^{1/n}(K\varepsilon_0^n)^{n-1/n} \cdot \dot{\lambda} \quad (3.5b)$$

$$\dot{R} = \dot{R}_v + \dot{R}_s \quad (3.5c)$$

et deux termes ont été adoptés pour l'écrouissage cinématique \mathbf{X} , équations de type Frederick-Armstrong (3.6a) et (3.6b) :

$$\dot{\mathbf{X}}_1 = C_{X_1}(X_{sat1}\mathbf{n} - \mathbf{X}_1) \cdot \dot{\lambda} \quad (3.6a)$$

$$\dot{\mathbf{X}}_2 = C_{X_2}(X_{sat2}\mathbf{n} - \mathbf{X}_2) \cdot \dot{\lambda} \quad (3.6b)$$

$$\dot{\mathbf{X}} = \dot{\mathbf{X}}_1 + \dot{\mathbf{X}}_2 \quad (3.6c)$$

Ce modèle d'écrouissage combiné comprend 9 paramètres qui doivent être identifiés. Le processus d'identification des paramètres du modèle de Chaboche modifié inclut deux étapes. D'abord, on identifie la loi de Voce et la loi de Swift sur les essais traction uniaxiale (TU) et cisaillement simple (CS) selon la procédure du paragraphe 3.4.1. Ensuite, on identifie la partie de loi de cinématique uniquement sur les essais réversibles (CR). Le tableau 3.4 donne les paramètres du modèle d'écrouissage combiné pour DP600.

Tableau 3.4 – Paramètres identifiés du modèle d'écrouissage combiné pour DP600.

Écrouissage combiné	Paramètres identifiés
C_{R_v}	44,8
R_v^{sat} (MPa)	136,9
K (MPa)	664,1
n	0,32
ε_0	0,0038
C_{X_1}	90,2
X_{sat1} (MPa)	198,4
C_{X_2}	5,9
X_{sat2} (MPa)	124,7

Les prédictions d'érouissage combiné sont décrits sur la figure 3.14. On constate que les prédictions sont identiques en chargement monotone, mais elles sont sensiblement améliorées en chargement inversé. L'effet Bauschinger est très bien décrit dans tous les cas, ainsi que la reprise rapide de l'érouissage après changement de trajet. L'ensemble des courbes est décrit assez correctement pour des niveaux modérés de pré-déformation et seconde déformation. Cependant, dans le cas d'une grande pré-déformation suivie d'une grande déformation secondaire, on constate une surévaluation du niveau de contrainte prédit. Notons que l'utilisation de deux termes d'érouissage cinématique a permis d'améliorer les prédictions en chargement inversé.

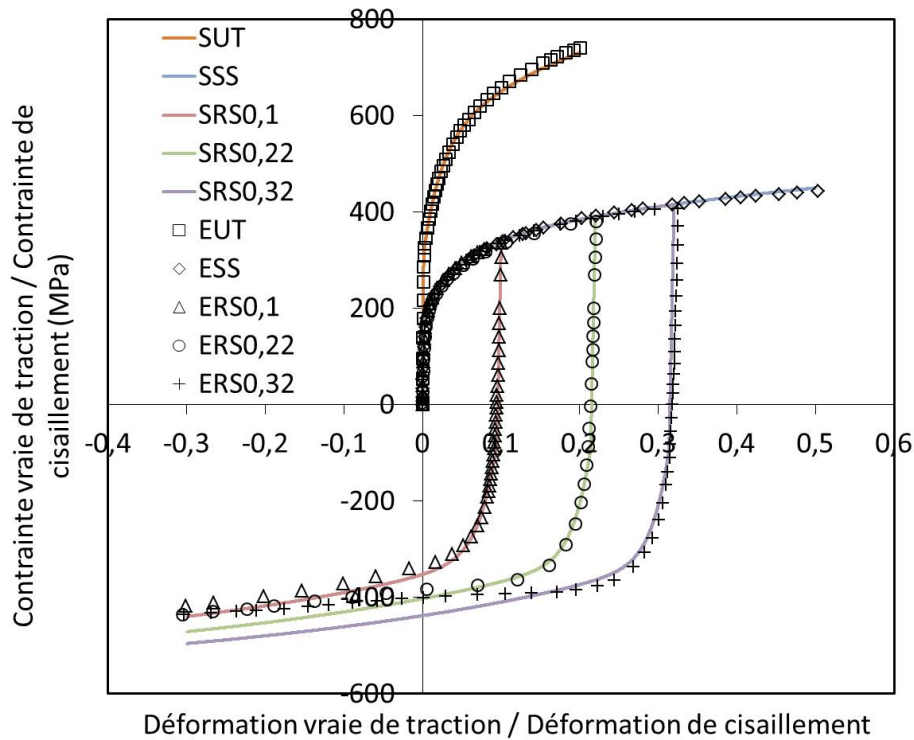


FIGURE 3.14 – Les prédictions du modèle d'érouissage décrites par la loi de combiné. STU : simulation de traction uniaxiale ; ETU : essai de traction uniaxiale ; SCS : simulation de cisaillement simple ; ECS : essai de cisaillement simple ; SCR : simulation de cisaillement réversible à 0,1, 0,22 et 0,32 de pré-déformation ; ECR : essai de cisaillement réversible à 0,1, 0,22 et 0,32 de pré-déformation.

3.4.3 Modèle d'érouissage avancé

Pour le modèle d'érouissage avancé, nous avons utilisé le modèle d'érouissage de Teodosiu-Hu, comme on l'a vu au paragraphe 1.3.5. Ce modèle d'érouissage de Teodosiu-Hu comprend 12 paramètres qui doivent être identifiés. Le processus d'identification des paramètres du modèle de Teodosiu-Hu inclut deux étapes. Premièrement, on utilise les courbes (TU, CS, CR) pour identifier les 9 paramètres (C_R , R_{sat} , X_0 , C_X , S_{sat} , C_{SD} , C_P , n_p , f). Ensuite, on identifie 3 paramètres (C_{SL} , n_L , r) sur l'essai de chargement orthogonal (OR). Le tableau 3.5 donne les paramètres identifiés du modèle d'érouissage de Teodosiu-Hu pour DP600.

Les prédictions d'érouissage de Teodosiu-Hu sont décrits sur la figure 3.15. Les résultats sont bons, on voit que ce modèle a le potentiel de décrire tous les phénomènes (même si les courbes ne sont pas parfaites). C'est un modèle avancé, qui n'est pas disponible dans les codes commerciaux, mais on voit qu'il peut représenter une solution complète pour ce matériau.

Tableau 3.5 – Paramètres identifiés du modèle d'érouissage de Teodosiu-Hu pour DP600.

Érouissage avancé	Paramètres identifiés
C_R	30,8
R_{sat} (MPa)	93,02
X_0 (MPa)	168,2
C_X	65,1
S_{sat} (MPa)	405,3
C_{SD}	2,66
C_{SL}	1,2
C_P	0,58
n_L	0
n_p	609,4
f	0,04
r	0,8

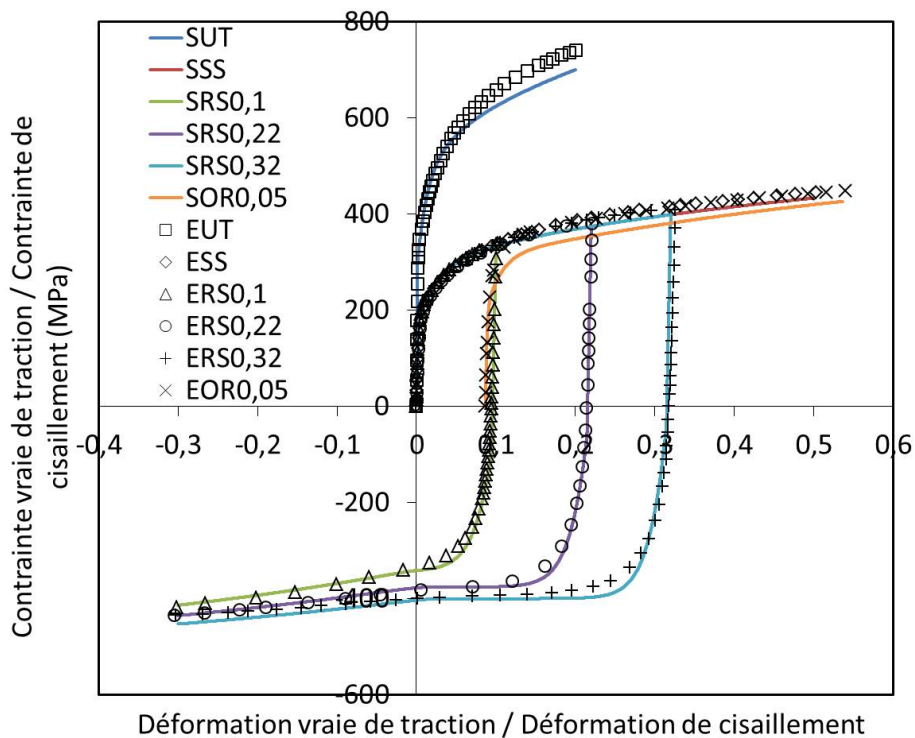


FIGURE 3.15 – Les prédictions du modèle d'érouissage décrites par la loi de Teodosiu-Hu. STU : simulation de traction uniaxiale; ETU : essai de traction uniaxiale; SCS : simulation de cisaillement simple; ECS : essai de cisaillement simple; SCR : simulation de cisaillement réversible à 0,1, 0,22 et 0,32 de pré-déformation; ECR : essai de cisaillement réversible à 0,1, 0,22 et 0,32 de pré-déformation; SOR : simulation de traction uniaxiale à 0,05 de pré-déformation suivie d'un cisaillement simple dans la même direction; EOR : essai de traction uniaxiale à 0,05 de pré-déformation suivie d'un cisaillement simple dans la même direction.

3.5 Conclusions

Dans ce chapitre, les essais de caractérisations par traction uniaxiale, cisaillement simple, cisaillement réversible et chargement orthogonal sont réalisés. Ensuite, trois modèles d'écrouissage sont utilisés, avec trois niveaux de complexité différents : isotrope, combiné et avancé. Les paramètres du matériau DP600 correspondant à ces trois modèles d'écrouissage différents sont identifiés. En comparant avec les essais de caractérisation des matériaux, les modèles d'écrouissage combiné et d'écrouissage avancé peuvent bien reproduire les données expérimentales pour tous les essais rhéologiques. Les jeux de paramètres ainsi déterminés pourront être appliqués au chapitre suivant à un problème typique de retour élastique en emboutissage.

Chapitre 4

Étude expérimentale et numérique du retour élastique

4.1 Introduction

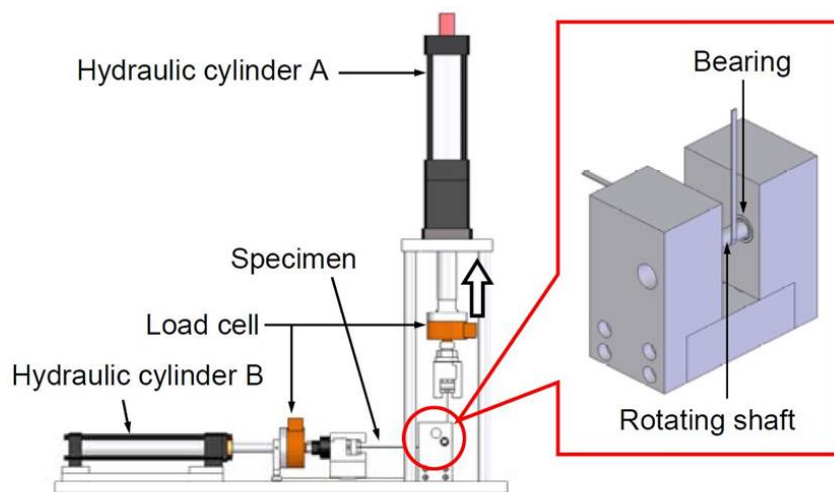
Le retour élastique est l'une des principales sources d'inexactitude géométrique et dimensionnelle dans les composants emboutis. Donc dans cette thèse, les essais expérimentaux pour discriminer les meilleurs modèles utilisés concernent le retour élastique. Le but de cette étude est de vérifier l'influence des différents modèles de comportement sur la simulation numérique d'un embouti soumis à des modifications du trajet de déformation. Dans l'introduction générale, une revue de la littérature sur le retour élastique montre que de nombreux chercheurs ont étudié ce phénomène au cours des quatre dernières décennies. Afin de reproduire le retour élastique dans des conditions mécaniques similaires à la pratique industrielle tout en offrant la possibilité de contrôler et de faire varier les conditions de chargement, une variété d'expériences de retour élastique ont été utilisées [203–210]. L'écoulement de la tôle sur le rayon de la matrice induit un gauchissement de la paroi latérale après le déchargement en raison d'une contrainte non uniforme sur l'épaisseur de la tôle et de la répartition des contraintes non uniforme correspondante. La plupart des études dans la littérature soulignent l'influence prédominante de la tension dans la tôle sur le retour élastique. Cependant, la force de retenue dans un essai d'emboutissage en oméga, par exemple, n'est imposée qu'indirectement, en raison de la force de serrage appliquée et du frottement entre la matrice et le serre-flan.

En conséquence, des essais spécifiques de retour élastique ont été conçus pour que la force de retenue soit directement contrôlée. L'un de ces tests, le test de pliage sous tension (bending under tension - BUT), a été conçu pour mesurer les forces et les coefficients de frottement [211, 212]. Dans l'essai de pliage sous tension, l'éprouvette en tôle est étirée sur un rayon d'outil avec ses côtés avant et arrière formant un angle prédéfini, généralement 90° . L'extrémité avant de l'éprouvette est soumise à une vitesse constante, tandis l'arrière est soumise à une force constante, généralement au moyen de vérins hydrauliques comme illustré sur la figure 4.1. En 1995, Kuwabara et ses collaborateurs [213, 214] ont été les premiers à utiliser ce test pour étudier le retour élastique ; leurs modèles analytiques ont capturé les principales tendances bien qu'ils n'aient pas été en mesure de prédire avec précision le retour élastique dans toutes les situations. Par la suite, Wagoner et ses collaborateurs [103, 114, 203, 215] ont pleinement exploité ce test pour les investigations sur le retour élastique. Les lignes directrices définies pour une simulation par éléments finis précise du test pliage sous tension et la clarification de l'influence de la courbure secondaire, caractéristique de ce test particulier, sont particulièrement utiles. Plusieurs paramètres adimensionnels ont été proposés pour résumer les principaux effets. Au cours des dix dernières années, plusieurs chercheurs ont étudié le retour élastique utilisant des essais de pliage sous tension [118, 216–218]. D'après la littérature, cet essai semble l'un des plus

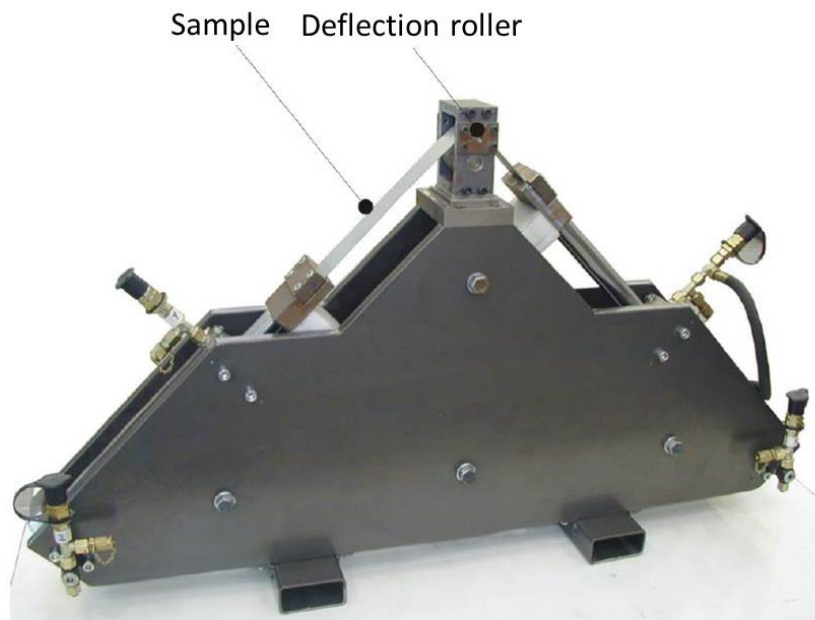
flexibles et discriminant pour étudier le retour élastique. Il apparaît par ailleurs que peu de laboratoires français se sont dotés de ce type d'essai.

4.2 Mise en place d'un essai discriminant de validation

L'intérêt de cet essai par rapport à l'emboutissage, c'est qu'il simule expérimentalement le chargement subi par une tôle qui passe par le rayon d'une matrice en emboutissage profond : le rayon de l'outil simule le rayon de matrice, le déplacement à vitesse constante simule l'entraînement dû au poinçon et la force de retenue simule la tension induite par le serrage. Donc, cet



(a) Le montage BUT développé par Kuwabara et ses collaborateurs [213,214].



(b) Le montage BUT de l'IUL, Université Technique de Dortmund [118, 216–218].

FIGURE 4.1 – Dispositifs de pliage sous tension (BUT) mis en place par des chercheurs de différents laboratoires.

essai impose un chargement pertinent industriellement, avec un équipement de laboratoire qui permet de contrôler les paramètres bien mieux que pour un essai sur outillage industriel.

Le principe de l'essai de pliage sous tension est illustré sur la figure 4.2. Dans cette configuration, l'éprouvette de tôle métallique est déformée autour d'un outil cylindrique (rouleau). L'actionneur avant applique une vitesse de déplacement constante, tandis que l'actionneur arrière fournit une force de retenue constante. Pour réduire au maximum les frottements, le montage utilise le guidage en rotation par roulements à bille sur ses axes, solution adoptée aussi par d'autres études [118, 203, 213, 214, 216–218]. L'acier dual phase DP600 est utilisé. Les dimensions de l'éprouvette sont 490 mm (longueur) \times 12 mm (largeur). Pour rappel, l'épaisseur de tôle est de 1,22 mm.

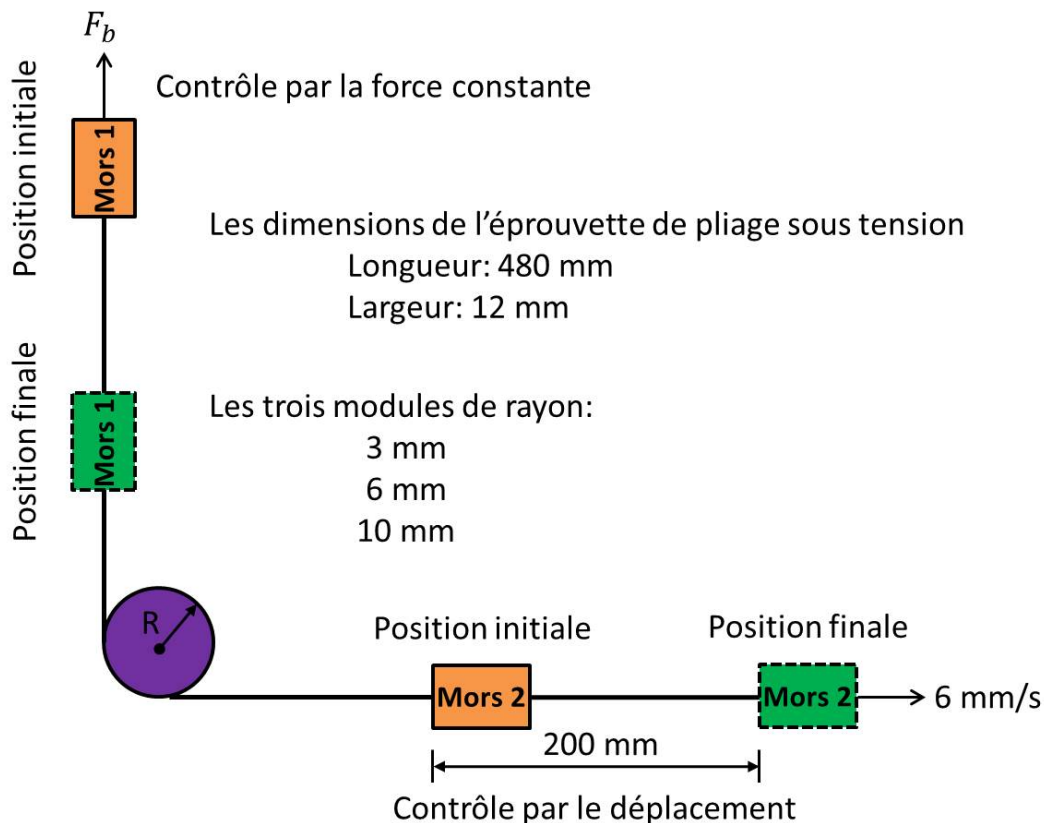


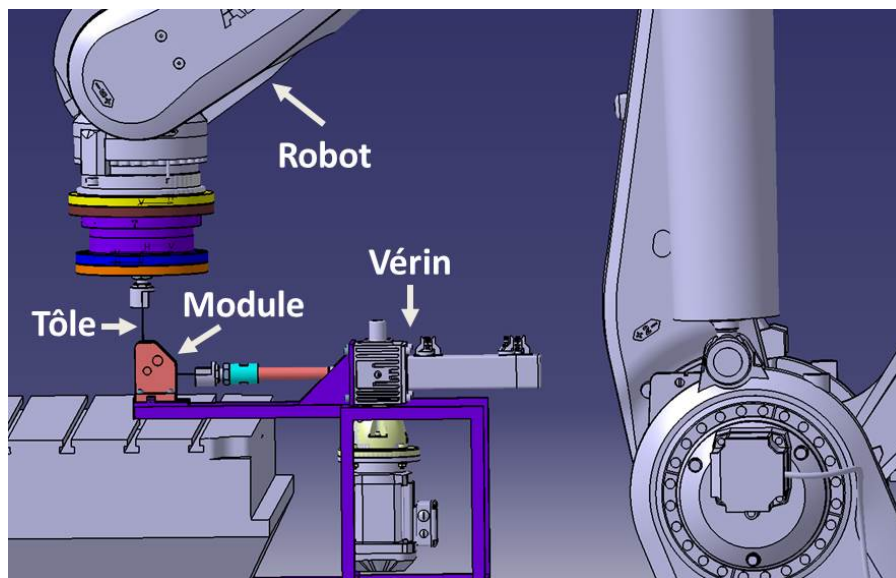
FIGURE 4.2 – Schéma de l'essai de retour élastique par pliage sous tension.

Dans cet essai, la longueur de l'éprouvette découle des dimensions des modules d'essai et de la course de 200 mm. Par rapport à la course utilisée par d'autres chercheurs [214–216], nous avons souhaité choisir une course plutôt longue afin d'être sûrs que nous sommes loin des effets de bord, et aussi parce qu'on avait remarqué par le passé que la courbure de la paroi emboutie n'est peut-être pas constante. Nous voulions donc avoir une longueur suffisante pour vérifier cette hypothèse. Pour la largeur, la plupart des chercheurs choisissent 50 mm [122, 203, 216]. Cependant, l'équipe de Wagoner [215] a montré que le retour élastique varie avec la largeur : un minimum a été constaté vers 20 mm et ensuite la valeur augmente pour de grandes largeurs, mais aussi pour de petites largeurs. On a choisi une petite largeur de 12 mm parce que cela permet de travailler à des efforts bien plus faibles. Et cela permet aussi d'être complémentaire avec la littérature, de vérifier si les tendances sont les mêmes pour des largeurs différentes.

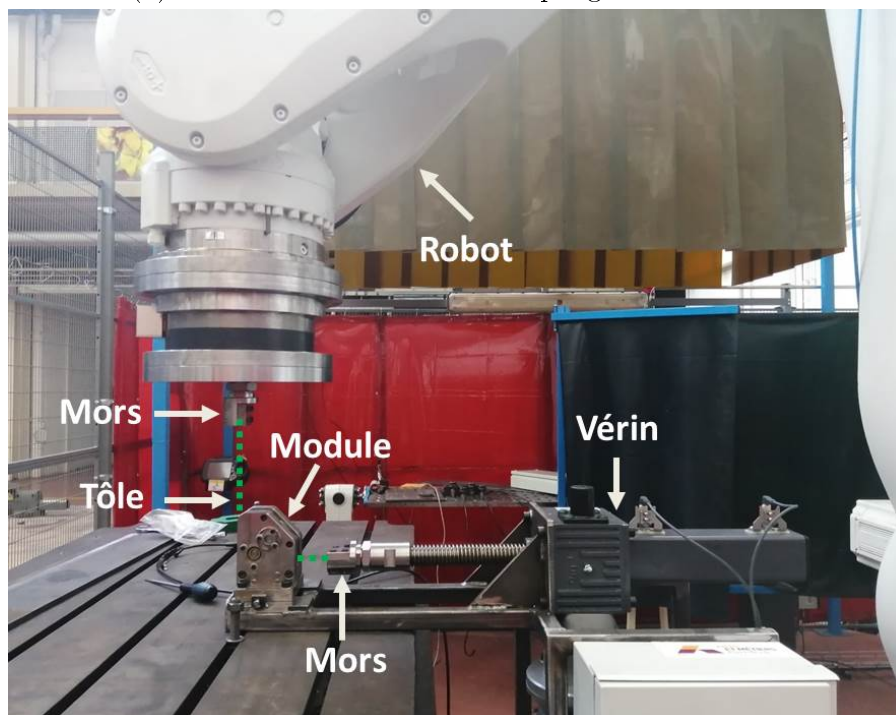
4.2.1 Mise en place du montage de pliage sous tension

En l'absence de machine d'essais à vérins hydrauliques au LCFC, nous avons choisi de concevoir un banc d'essais transportable, qui puisse se monter sur la table d'une machine d'essais quelconque. Ainsi, on peut l'installer soit sur la table d'une machine d'essais hydraulique (chez un laboratoire partenaire), soit sur la table de notre robot, qui accepte un pilotage en effort et est équipé d'un capteur d'effort.

Pour réaliser les essais de pliage sous tension, une configuration spécifique d'essai de pliage sous tension a été mise en place au LCFC, au campus de Metz des Arts et Métiers. Cet essai, montré sur la figure 4.3, permet de caractériser le retour élastique après les processus de pliage sous tension, pour différentes valeurs de rayon d'outil et de tension dans la tôle. Ce dispositif



(a) Le modèle CAO du banc de pliage sous tension.



(b) Le dispositif de pliage sous tension.

FIGURE 4.3 – La configuration spécifique d'essai de pliage sous tension mise en place au LCFC.

de pliage sous tension se compose de trois parties :

1. Robot ABB-IRB-8700 ;
2. Vérin CETIC-TYPE-MJ4 ;
3. Modules d'outil avec différents rayons.

Le rôle du robot ABB-IRB-8700 est de fournir la force de retenue constante pendant la processus de pliage sous tension ; sa force maximale fournie est de 8 kN, suffisante pour effectuer tous les essais sur les matériaux de l'étude. Un vérin à vis traversante de charge statique admissible 50 kN est choisi, avec un déplacement maximum de 200 mm à une vitesse de 6 mm/s.

Les forces de tension dépendent de la section des éprouvettes (épaisseur/largeur) et de la contrainte que l'on veut appliquer. Nous avons souhaité pouvoir dépasser la limite élastique par la tension appliquée. La force de 8 kN permet de faire cela pour le matériau de l'étude. Pour la vitesse de déplacement, nous choisissons 6 mm/s parce que nous pensons que les effets de vitesse ne sont pas importants sur le retour élastique, et surtout on ne les prend pas en compte dans le modèle. Nous avons donc choisi une vitesse assez faible par rapport aux choix d'autres chercheurs, inspirés visiblement par les travaux de Wagoner et al [103, 114, 203, 215].

Afin d'étudier l'effet de rayon de matrice, trois rayon d'outil (3 mm, 6 mm et 10 mm) sont utilisés dans ce montage, voir la figure 4.4. Ces modules ont été conçus et réalisés au cours d'une étude précédente [219], alors que le banc d'essais a été conçu et réalisé dans le cadre de cette thèse. Les rayons d'outil ont été choisis afin de pouvoir tester des ratios R/e (rayon/épaisseur) assez variés, notamment des valeurs à la fois inférieures et supérieures à cinq. On a vu dans la littérature [103, 114, 118, 203, 215, 219] que des changements de tendance et des difficultés de

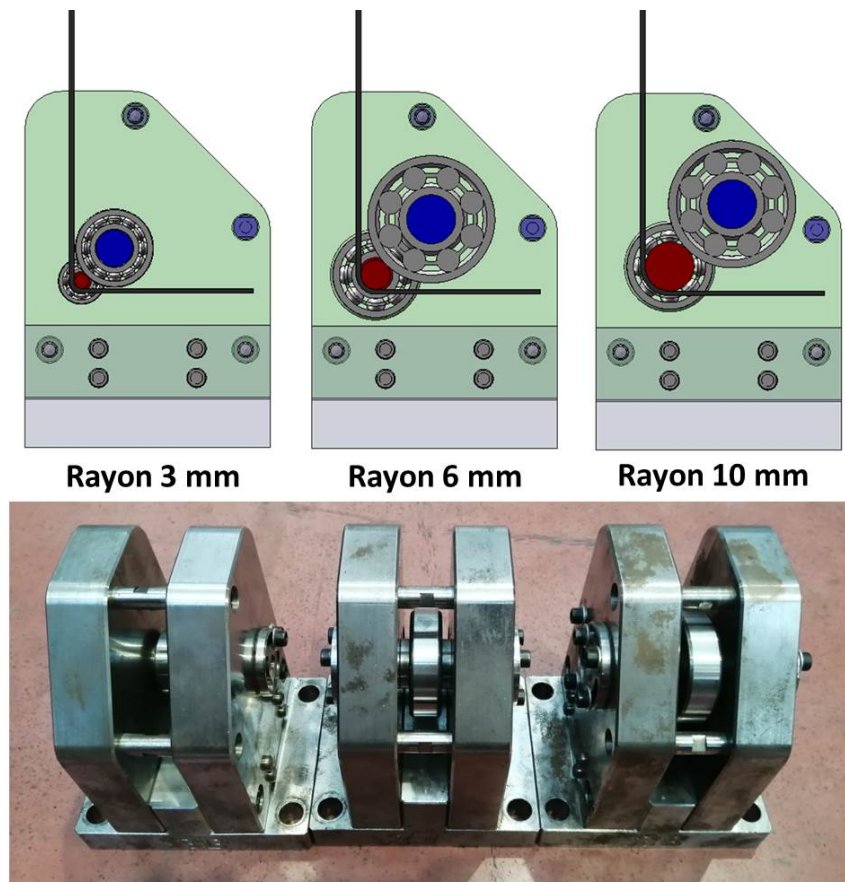


FIGURE 4.4 – Les trois modules d'outil pour étudier le retour élastique par pliage sous tension.

simulation apparaissent lorsque l'on passe cette valeur seuil. Le processus de pliage sous tension comporte trois étapes :

1. Pliage de la tôle autour du rayon d'outil, manuellement, à un angle approximatif de 90° ;
2. Serrage des mors 1 et 2 et application de la force de retenue par robot ;
3. Démarrage de la traction par le vérin à vis traversante qui sera arrêté automatiquement au déplacement maximum, à savoir 200 mm.

4.2.2 Les essais de pliage sous tension sur DP600

Une fois que le dispositif de pliage sous tension est mise en place, les essais sont faits avec ce montage développé. Afin d'étudier le retour élastique, deux facteurs sont choisis : le ratio R/e et le facteur de retenue k_b . Le facteur de retenue est le ratio entre la contrainte de traction appliquée et la limite élastique du matériau. Dans ces essais de pliage sous tension, trois ratios de R/e (2,46 ; 4,92 ; 8,2) et six facteurs de retenue souhaitées k_{bs} (0,3 ; 0,5 ; 0,7 ; 0,9 ; 1,1 ; 1,3) sont étudiés pour DP600. La force de retenue souhaitée F_{bs} peut être défini par :

$$F_{bs} = k_{bs} \cdot \sigma_0 \cdot e \cdot L \quad (4.1)$$

où e et L sont l'épaisseur et le largeur de l'éprouvette respectivement. σ_0 est la limite élastique, définie comme la contrainte correspondant à la déformation plastique égale à 0,02%. C'est important de noter que le robot n'applique pas exactement la force souhaitée. Pendant ces essais de pliage sous tension, la force de retenue F_b effectivement appliquée est mesurée par le capteur d'effort installé sur le robot. Au cours des essais de pliage sous tension, la force obtenue n'est pas exactement celle programmée, par contre elle est bien constante, et a été mesurée pour

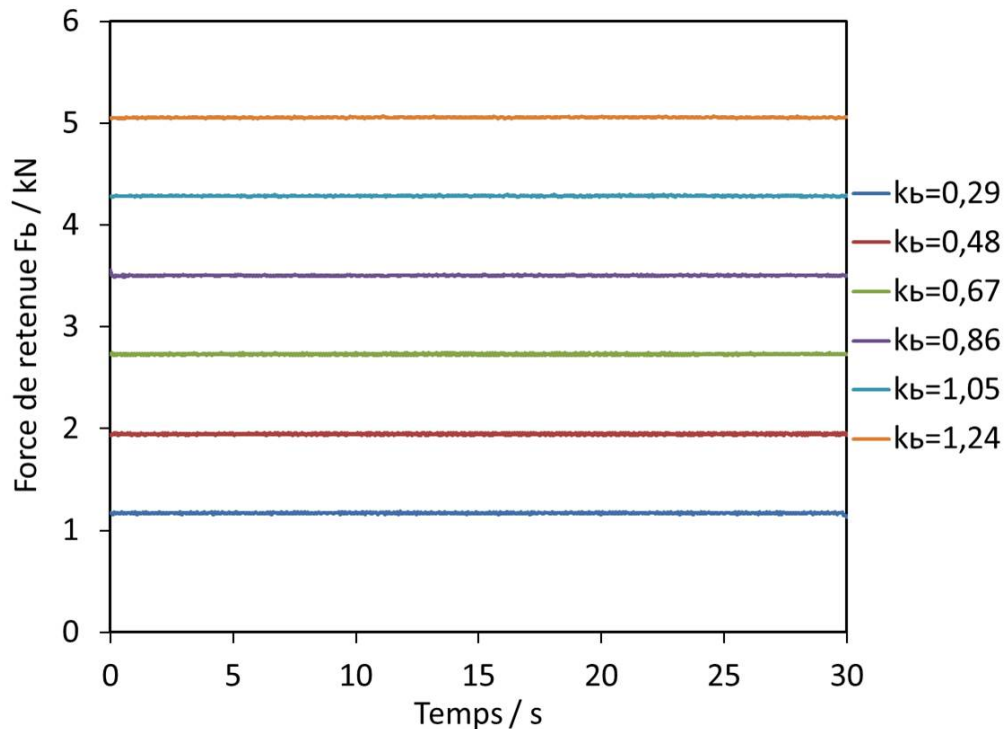


FIGURE 4.5 – Force de retenue mesurée pendant le processus de pliage sous tension pour les cas du DP600 avec un rayon $R=10$ mm, $R/e=8,2$ et $k_b=0,29$; $0,48$; $0,67$; $0,86$; $1,05$; $1,24$.

chaque essai comme illustré sur la figure 4.5. La variation de la force obtenue est pratiquement nulle. Aussi, la valeur du facteur de retenue k_b réel peut être calculé par :

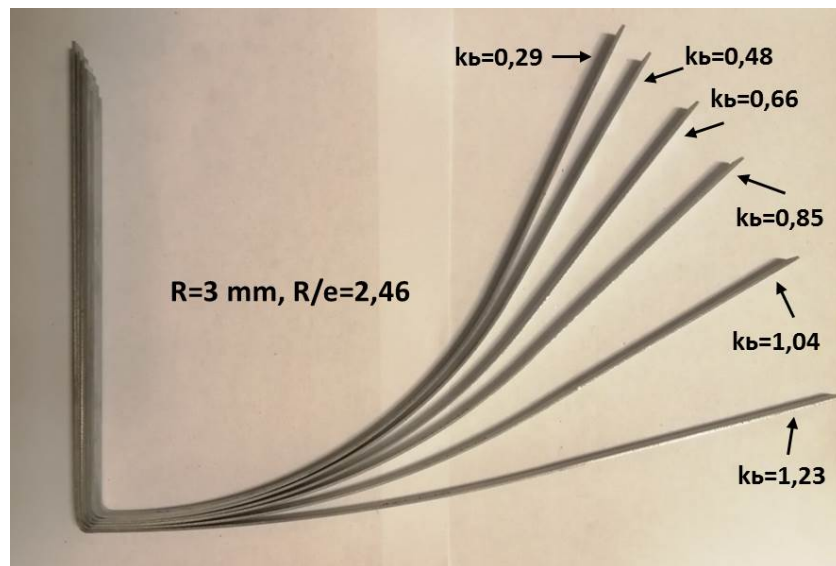
$$k_b = \frac{F_b}{\sigma_0 \cdot e \cdot L} \quad (4.2)$$

où k_b est le facteur de retenue et F_b est la force de retenue réellement mesurée pendant les essais. Le tableau 4.1 donne le plan d'expériences pour les essais de pliage sous tension sur DP600.

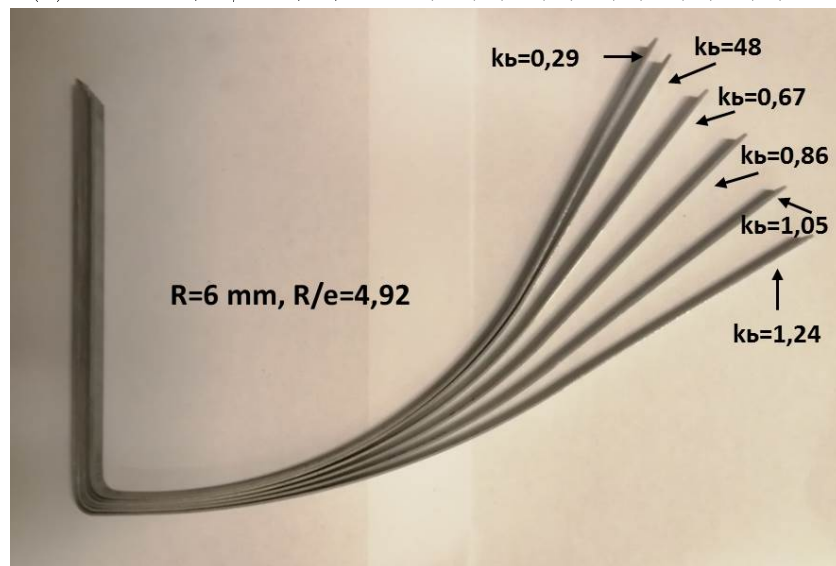
Tableau 4.1 – Le plan d'expérience pour les essais de pliage sous tension sur DP600.

Configuration	DP600, $\sigma_0 = 278$ MPa				
	k_{bs}	F_{bs} (kN)	F_b (kN)	k_b	Nombre d'essais (DL, DT)
R=3 mm, R/e=2,46	0,3	1,22	1,17	0,29	(2, -)
	0,5	2,03	1,94	0,48	(3, 3)
	0,7	2,85	2,71	0,66	(3, 2)
	0,9	3,66	3,47	0,85	(2, 2)
	1,1	4,48	4,25	1,04	(2, 3)
	1,3	5,29	5,02	1,23	(2, -)
R=6 mm, R/e=4,92	0,3	1,22	1,17	0,29	(2, -)
	0,5	2,03	1,94	0,48	(2, 3)
	0,7	2,85	2,73	0,67	(2, 2)
	0,9	3,66	3,49	0,86	(2, 2)
	1,1	4,48	4,27	1,05	(2, 3)
	1,3	5,29	5,04	1,24	(3, -)
R=10 mm, R/e=8,2	0,3	1,22	1,17	0,29	(3, -)
	0,5	2,03	1,95	0,48	(3, 3)
	0,7	2,85	2,73	0,67	(3, 2)
	0,9	3,66	3,51	0,86	(3, 3)
	1,1	4,48	4,29	1,05	(3, 3)
	1,3	5,29	5,05	1,24	(2, -)

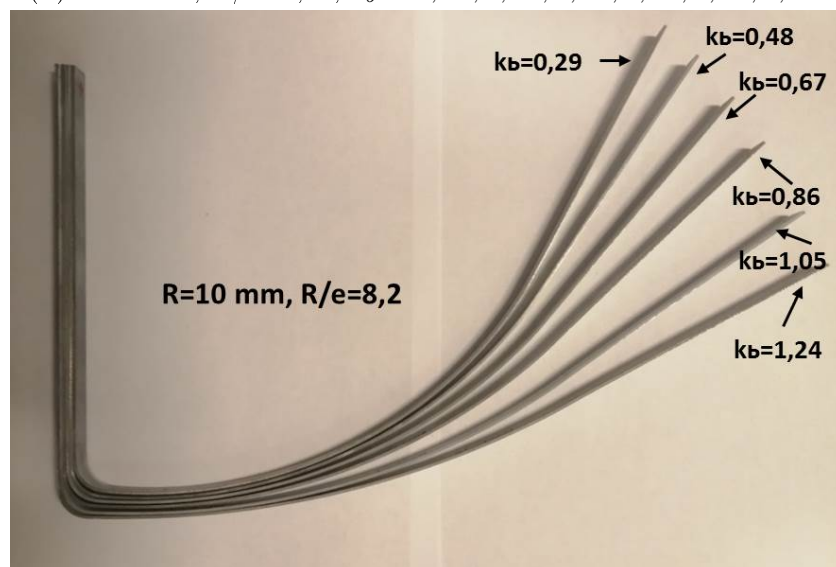
Les résultats expérimentaux de pliage sous tension du DP600 sont montrés sur la figure 4.6. Ont été testés trois ratios R/e et six facteurs de retenue k_b , donc 18 configurations expérimentales pour la validation des simulations. Cela a représenté un total de 75 essais représentant une base de données expérimentale significative pour valider les calculs, et on espère qu'elle sera discriminante. Sur la figure 4.6, on observe des variations très importantes du retour élastique avec les différents facteurs. Ces écarts sont bien plus importants que la dispersion expérimentale ce qui valide les choix faits lors du dimensionnement de l'essai : largeur, course, forces et rayons. Le nombre de répétitions dans les directions DL et DT est donnée dans le tableau 4.1. Des essais ont été faits dans les deux directions pour vérifier l'influence de la direction de sollicitation, et vérifier la pertinence du choix de von Mises pour la simulation de pliage sous tension. Comme l'illustre la figure 4.7, une relative l'isotropie est observée.



(a) $R=3$ mm, $R/e=2,46$, $k_b = 0,29; 0,48; 0,66; 0,85; 1,04; 1,23$.



(b) $R=6$ mm, $R/e=4,92$, $k_b = 0,29; 0,48; 0,67; 0,86; 1,05; 1,24$.



(c) $R=10$ mm, $R/e=8,2$, $k_b = 0,29; 0,48; 0,67; 0,86; 1,05; 1,24$.

FIGURE 4.6 – Les résultats expérimentaux de pliage sous tension du DP600 en direction de laminage (DL).

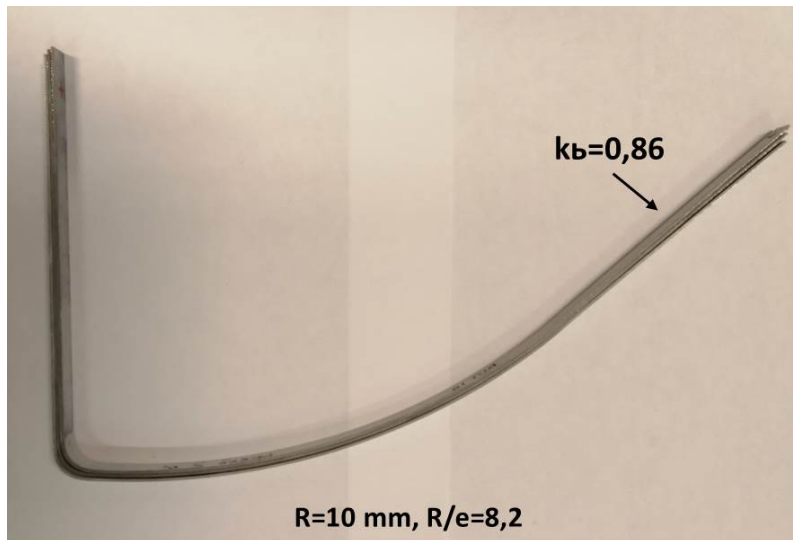


FIGURE 4.7 – Illustrations de l’isotropie des essais de pliage sous tension pour les cas du DP600 en DL et DT avec un rayon $R=10$ mm, $R/e=8,2$ et $k_b=0,86$.

4.3 Mesures de l’angle de retour élastique et de la courbure locale

Une fois les essais terminés, l’information concernant le retour élastique doit être extraite. Dans un premier temps, la géométrie de l’éprouvette est relevée par un scanner optique, illustré sur la figure 4.8. Ce équipement comprend trois parties :

1. Le système ATOS peut scanner la géométrie de l’éprouvette et délivrer des données de

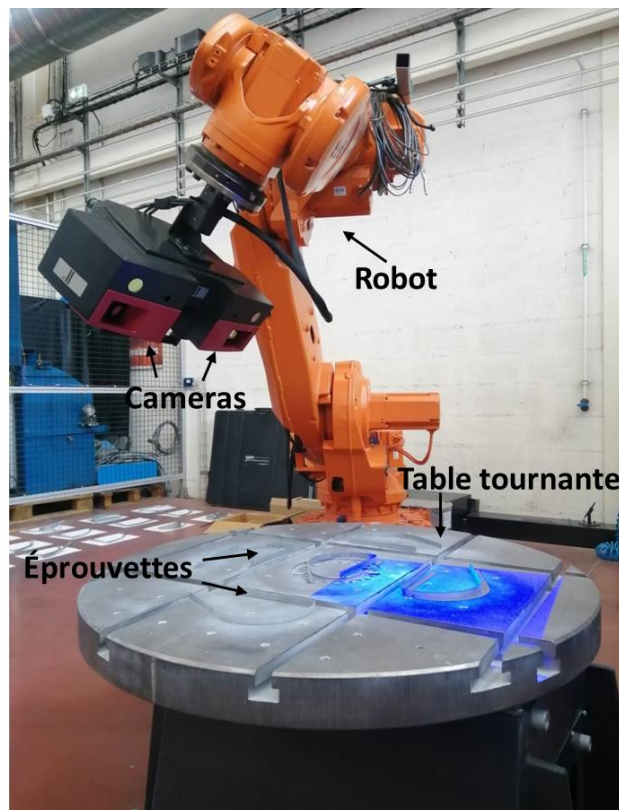


FIGURE 4.8 – Le système optique de mesure 3D GOM ATOS mis en place au LCFC.

mesure tridimensionnelles ;

2. Le robot pour piloter le trajet en mouvement ;
3. La table tournante pour la mise en place des éprouvettes, fonctionnant avec le robot pour trouver la bonne position de mesure.

Le scanner mesure les surfaces intérieure et extérieure de l'ensemble de l'éprouvette. Dans un premier temps, une coupe est effectuée avec le plan médian de l'éprouvette, afin de générer une ligne représentant l'intersection de ce plan avec la face intérieure de l'éprouvette (voir la figure 4.9). Dans cette thèse, c'est uniquement cette ligne qui est exploitée. Les coordonnées des points, par rapport à un repère situé dans ce plan médian, sont listées dans l'ordre, à partir d'une extrémité de l'éprouvette. La discrétisation spatiale de cette mesure est inférieure au millimètre, ce qui permet d'effectuer par la suite des mesures assez locales.

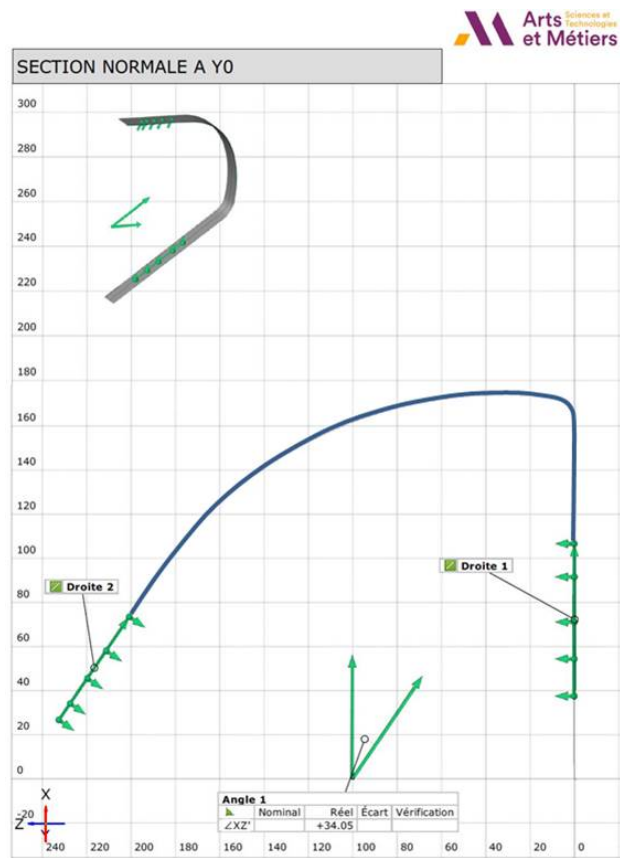


FIGURE 4.9 – Détail des éprouvettes scannées et le plan de coupe.

Afin de caractériser le retour élastique pour l'essai de pliage sous tension, premièrement, l'angle de retour élastique θ et la courbure locale C sont définis sur la figure 4.10. Notons que l'angle θ est une mesure globale du retour élastique sur l'ensemble de l'éprouvette, alors que la courbure peut être mesurée localement, et peut éventuellement présenter une variation le long de la zone utile de l'éprouvette. Le calcul de l'angle du retour élastique θ peut être calculé par l'équation (4.3) :

$$\theta = 90^\circ - \arccos \left(\frac{\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD}}{|\overrightarrow{AB}| \cdot |\overrightarrow{CD}|} \right) \quad (4.3)$$

où AB et CD sont choisis sur les deux parties linéaires de l'éprouvette. La courbure locale C de l'éprouvette après retour élastique peut être déduite du rayon local ρ dans la zone d'intérêt

par l'équation (4.4) ci-dessous :

$$C = \frac{1}{\rho} \tag{4.4}$$

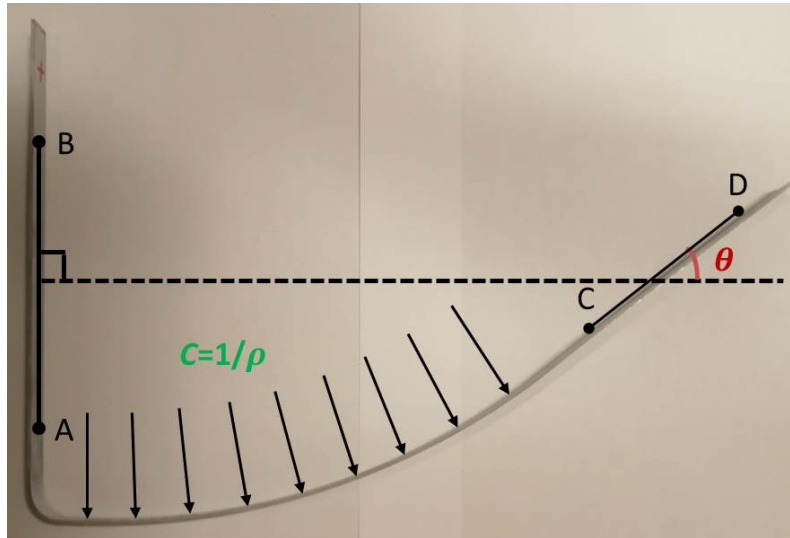


FIGURE 4.10 – Illustration schématique de l'angle de retour élastique global θ et de la courbure locale $C = 1/\rho$.

4.3.1 L'angle de retour élastique

Les résultats expérimentaux de l'angle de retour élastique θ du DP600 sont montrés sur la figure 4.11. Tous les essais montrent une même tendance, connue dans la littérature, qui est celle de la diminution du retour élastique lorsqu'on augmente la force de tension. Cette tendance est vraie dans tous les cas, cependant elle n'est pas tout à fait linéaire ; le fait d'avoir pris six valeurs

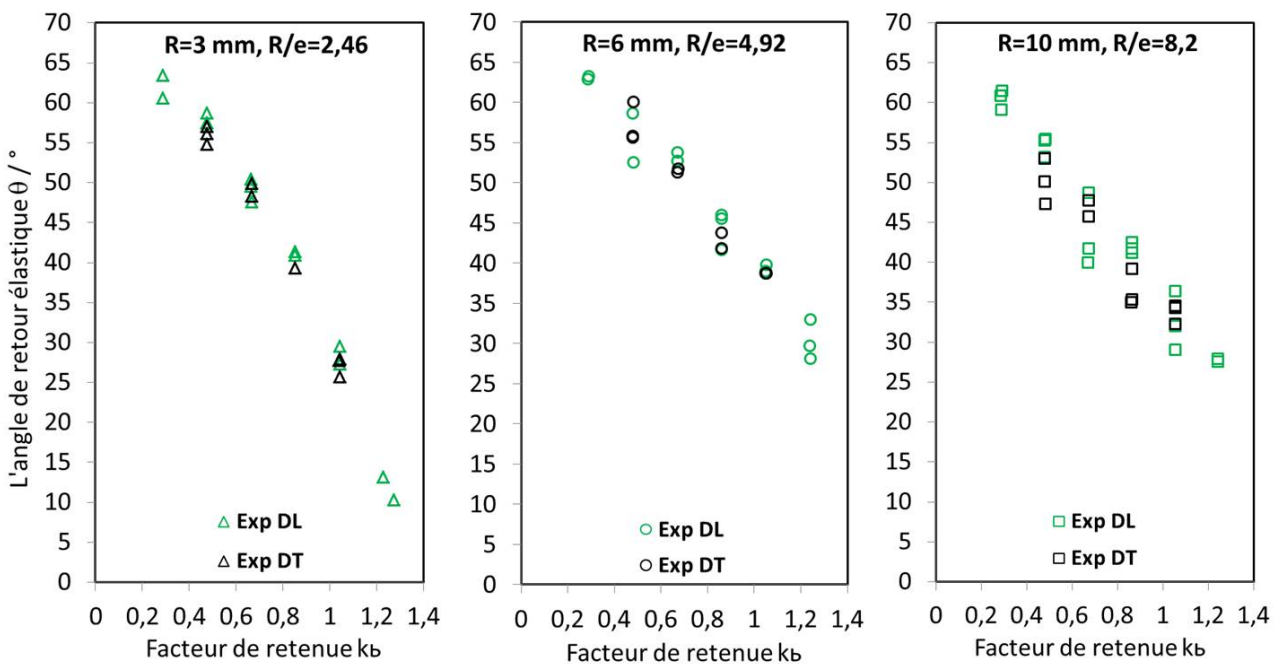


FIGURE 4.11 – Les résultats expérimentaux de l'angle de retour élastique θ du DP600.

de k_b permet de donner une meilleure description de cette tendance. Par contre, l'effet de R/e n'est pas linéaire, ni même monotone, ce qui montre l'intérêt non seulement de tester plusieurs R/e , mais aussi d'avoir choisi des valeurs inférieures/supérieures à cinq. La dispersion de ces résultats varie entre 1 et 8 degrés environ selon les essais. En tout cas, on les mesures en DL et DT montrent les mêmes tendances et les mêmes valeurs moyennes, ce qui conforte le choix d'une modélisation isotrope.

La figure 4.12 synthétise les effets du facteur k_b et du ratio R/e sur le retour élastique global tels que révélés par ces essais. L'effet du ratio R/e pour différentes valeurs de k_b sur le retour élastique est montré sur la figure 4.12a. De plus, on trace la différence $(\theta_{R10}-\theta_{R6})$ et $(\theta_{R6}-\theta_{R3})$ de l'angle de retour élastique, en fonction de k_b comme illustré sur la figure 4.12b. On peut voir que entre R10 et R6, il y a une petite augmentation, plus ou moins indépendante de k_b . Mais entre R6 et R3, on a une diminution, qui dépend fortement de k_b . Ça montre que les tendances ne sont ni monotones, ni simples.

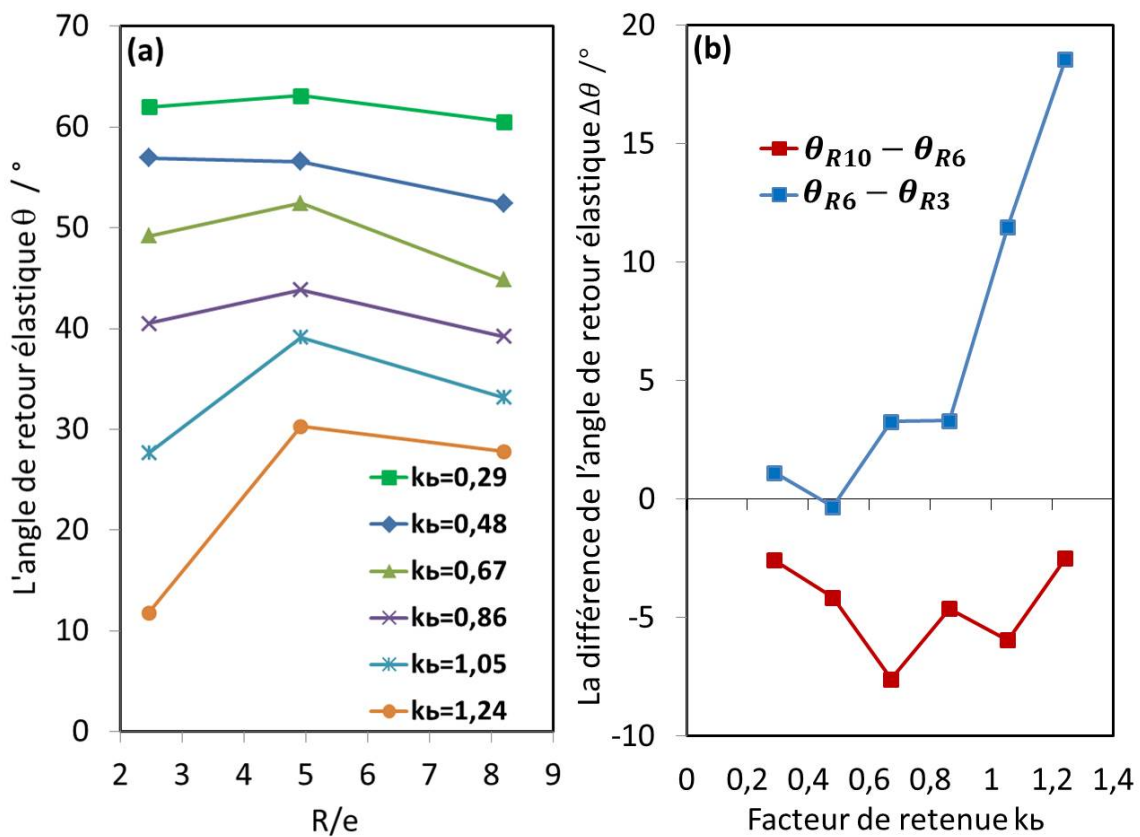


FIGURE 4.12 – Les effets du facteur k_b et du ratio R/e sur le retour élastique global.

4.3.2 La courbure locale

Dans la littérature, plusieurs auteurs - à commencer par Kuwabara et al [214] - utilisent la courbure de la zone active de l'éprouvette comme mesure du retour élastique. Cependant, cette courbure est mesurée pour l'ensemble de la zone active - en utilisant par exemple les coordonnées de trois points matériels. Cependant, on n'a pas la preuve que la courbure soit constante (partie active de l'éprouvette en forme de cercle parfait). Afin de lever ce doute, nous avons mis en place une méthodologie pour mesurer la courbure localement. Pour déterminer la courbure locale, il faut calculer le rayon local ρ dans la zone d'intérêt de l'éprouvette. Pour cela, nous avons appliqué deux méthodes. Une première méthode consiste à déterminer le rayon du cercle

qui passe par trois points successifs (TP), et la seconde méthode est celle de Savitzky-Golay (SG).

La méthode du cercle passant par trois points ne comporte aucune interpolation : on prend trois vrais points mesurés, et on cherche le cercle qui passe par les trois points, comme illustré sur la figure 4.13. L'équation du cercle a trois paramètres : on les calcule en l'appliquant aux trois points. Ces trois points ont pour coordonnées respectives (X_{i-j}, Y_{i-j}) , (X_i, Y_i) et (X_{i+j}, Y_{i+j}) , où ' i ' représente l'indice du point concerné par le calcul, et ' j ' représente le décalage entre les points considérés pour effectuer le calcul. Ensuite, le système d'équations (4.5) suivant peut être utilisé pour calculer le centre (X_c, Y_c) et le rayon ρ_i :

$$(X_{i-j} - X_c)^2 + (Y_{i-j} - Y_c)^2 = \rho_i^2 \quad (4.5a)$$

$$(X_i - X_c)^2 + (Y_i - Y_c)^2 = \rho_i^2 \quad (4.5b)$$

$$(X_{i+j} - X_c)^2 + (Y_{i+j} - Y_c)^2 = \rho_i^2 \quad (4.5c)$$

où ρ_i est le rayon correspondant au $i^{\text{ème}}$ point (X_i, Y_i) et la courbure C_i peut être calculé par l'équation (4.6) :

$$C_i = \frac{1}{\rho_i} \quad (4.6)$$

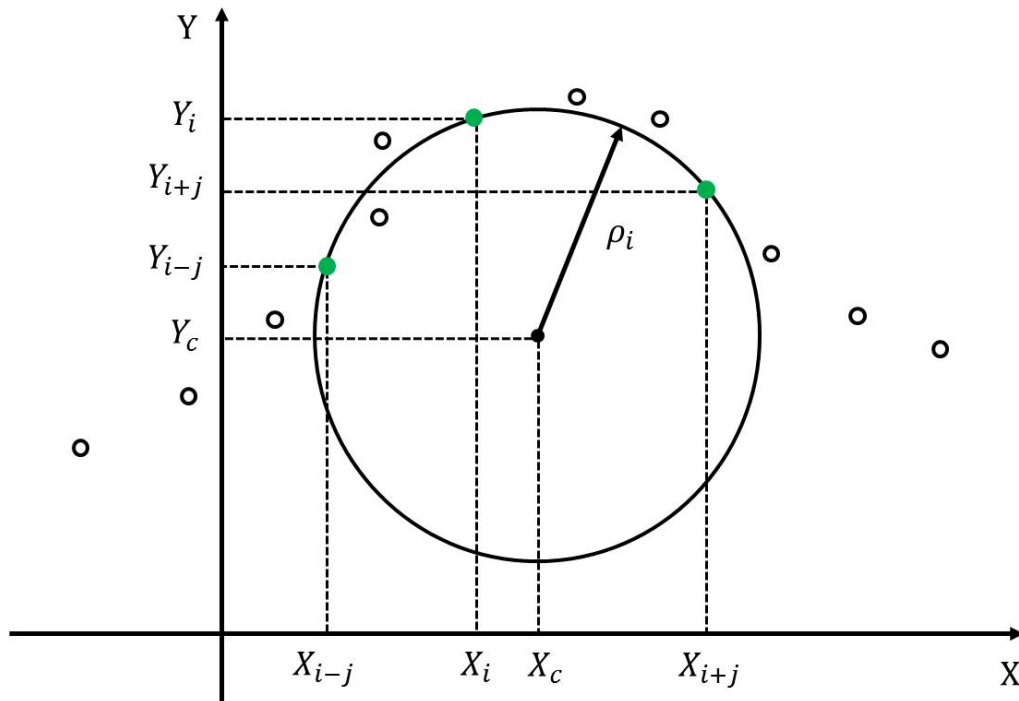


FIGURE 4.13 – Méthode des cercles passant par trois points.

L'algorithme de Savitzky-Golay [220] est une méthode utilisée pour lisser une courbe avec un polynôme et en extraire les dérivées successives. Dans la pratique, un polynôme de degré 2 permet de prendre en compte la courbure ; un polynôme de degré 3 permet de prendre en compte des points d'inflexion ; le nombre de points d'un intervalle doit être suffisamment grand devant le degré du polynôme pour que le lissage soit effectif. Plus la fenêtre est large, plus la courbe est lissée, on prend donc en général un polynôme de degré 3 et une fenêtre glissante de

9 points. La figure 4.14 montre ces 9 points (cercles pleins jaunes) utilisés pour le lissage. Leur coordonnées sont $(X_{i-4j}, Y_{i-4j}), \dots (X_i, Y_i), \dots (X_{i+4j}, Y_{i+4j})$ respectivement, où 'i' représente l'indice du point concerné par le calcul, et 'j' représente le décalage entre les points considérés pour effectuer le calcul. C'est-à-dire que l'on n'utilise pas forcément des points successifs. La courbe lissée, la dérivée et la dérivée seconde peuvent être calculées par :

$$X_i = \frac{1}{231}(-21 \times X_{i-4j} + 14 \times X_{i-3j} + 39 \times X_{i-2j} + 54 \times X_{i-j} + 59 \times X_i + 54 \times X_{i+j} + 39 \times X_{i+2j} + 14 \times X_{i+3j} - 21 \times X_{i+4j}) \quad (4.7a)$$

$$X'_i = \frac{1}{1188 \times S_i} (86 \times X_{i-4j} - 142 \times X_{i-3j} - 193 \times X_{i-2j} - 126 \times X_{i-j} + 0 \times X_i + 126 \times X_{i+j} + 193 \times X_{i+2j} + 142 \times X_{i+3j} - 86 \times X_{i+4j}) \quad (4.7b)$$

$$X''_i = \frac{1}{462 \times S_i^2} (28 \times X_{i-4j} - 7 \times X_{i-3j} - 8 \times X_{i-2j} - 17 \times X_{i-j} - 20 \times X_i - 17 \times X_{i+j} - 8 \times X_{i+2j} + 7 \times X_{i+3j} + 28 \times X_{i+4j}) \quad (4.7c)$$

où X_i , X'_i et X''_i sont les coordonnées après lissage, dérivée et dérivée seconde respectivement au $i^{\text{ième}}$ point. $S_i = \sqrt{(X_i - X_{i-j})^2 + (Y_i - Y_{i-j})^2}$ est la distance entre deux points (X_i, Y_i) . L'équation (4.7) peut également être appliquée pour calculer Y_i , Y'_i et Y''_i . Finalement, la courbure déterminé par l'algorithme de Savitzky-Golay est obtenue par l'équation (4.8) :

$$C_i = \frac{X'_i Y''_i - X''_i Y'_i}{((X'_i)^2 + (Y'_i)^2)^{\frac{3}{2}}} \quad (4.8)$$

où C_i est la courbure au $i^{\text{ième}}$ point (X_i, Y_i) .

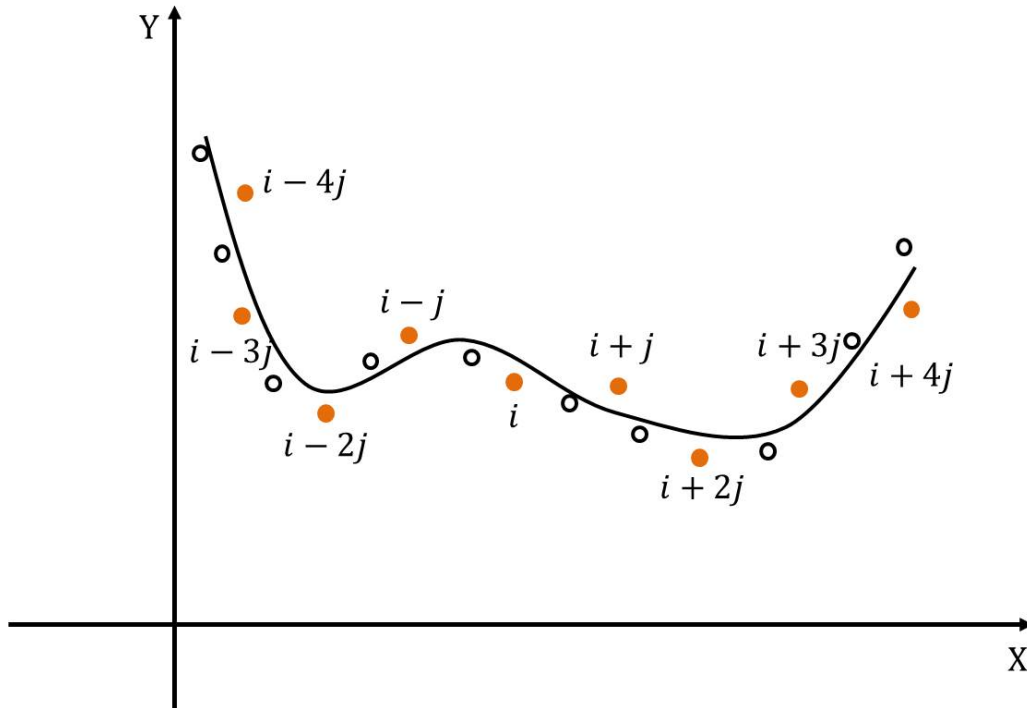


FIGURE 4.14 – Méthode de l'interpolation par polynôme en utilisant l'algorithme de Savitzky-Golay.

Les deux méthodes (TP, SG) ont été appliquées à une première éprouvette (voir la figure 4.15a, $R=10$ mm, $R/e=8,2$ et $k_b = 0,29$). L'étendue de la zone couverte par les points considérés a un grand effet sur la dispersion de la courbure. On a testé plusieurs valeurs de cette étendue : 0,15 mm, 5 mm, 30 mm, pour TP comme pour SG. La figure 4.15b illustre l'effet de la méthode et de la distance sur la dispersion de la courbure.

On constate que les deux méthodes ont des précisions similaires, lorsque l'amplitude de la zone d'interpolation est la même. L'algorithme SG permettant aussi un lissage de la courbe brute, nous avons finalement décidé d'appliquer d'abord SG pour le lissage, et ensuite TP pour le calcul du rayon. A la première étape (SG) uniquement un lissage est effectué, et à la seconde étape on calcule le rayon moyen sur une zone suffisamment large pour que la dispersion soit atténuée. Des essais réalisés sur différentes éprouvettes ont montré qu'une largeur de 30 mm offre un bon compromis entre la dispersion et le caractère local de la mesure. Comme le montre la figure 4.16, les différents choix de largeur de zone ne semblent pas influencer la valeur moyenne mesurée. Cette méthode simple de calcul permet donc de déterminer la variation de

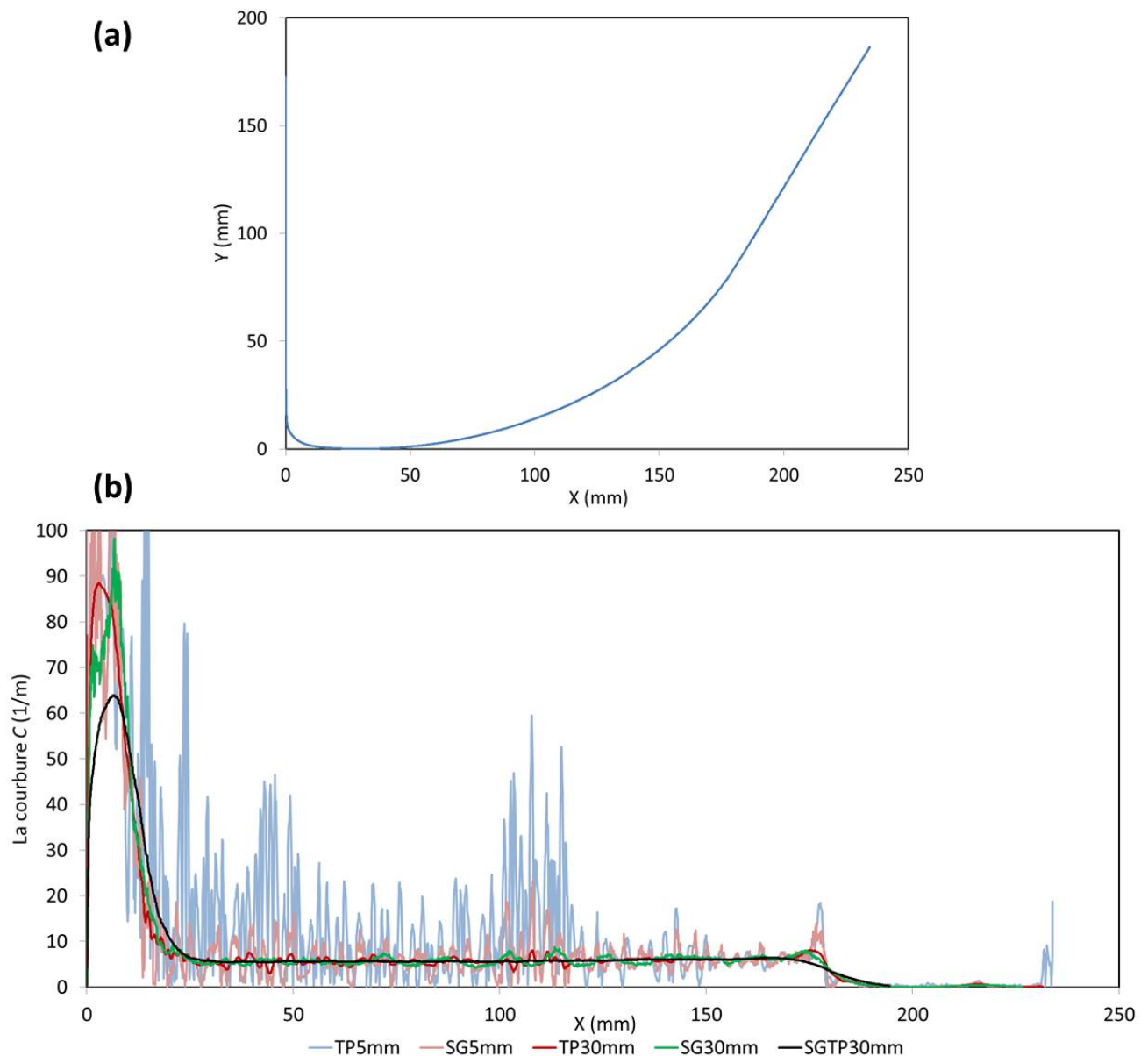


FIGURE 4.15 – Application et comparaison des méthodes TP et SG : (a) L'éprouvette de pliage sous tension ; (b) L'effet de l'étendue sur la dispersion de la courbure.

la courbure locale le long de l'éprouvette. Notons qu'une méthode plus précise aurait consisté à déterminer le cercle qui approxime un nombre plus grand de points, au sens des moindres carrés - plutôt que seulement trois points. Cependant, cette méthode simple s'est avérée suffisante et permet d'éviter une série de calculs itératifs.

La figure 4.17 montre les résultats expérimentaux de la courbure C aux différents ratios de R/e et facteurs de retenue k_b du DP600. Pour chaque courbe, les tendances de la courbure sont les mêmes : la courbure est plus grande lorsque k_b appliqué est plus petit. Cependant, les écarts entre la courbure minimum ($k_b = 0,29$) et la courbure maximum ($k_b = 1,24$) pour les trois ratios R/e sont différents. Bien que les courbures maximums de ces trois ratios R/e sont presque identiques (environ 6/m), les courbures minimums correspondants sont sensiblement différentes.

Finalement, la courbure est quasi-constante entre l'ordonnée $X=30$ mm et $X=150$ mm, ce qui facilite le dépouillement. La figure 4.18 montre toutes les courbures aux différents ratios R/e et facteurs de retenue du DP600, relevées au point où $X=100$ mm. Les courbures aux mêmes ratio de R/e et k_b dans la direction laminage (DL) et dans la direction transverse (DT) sont

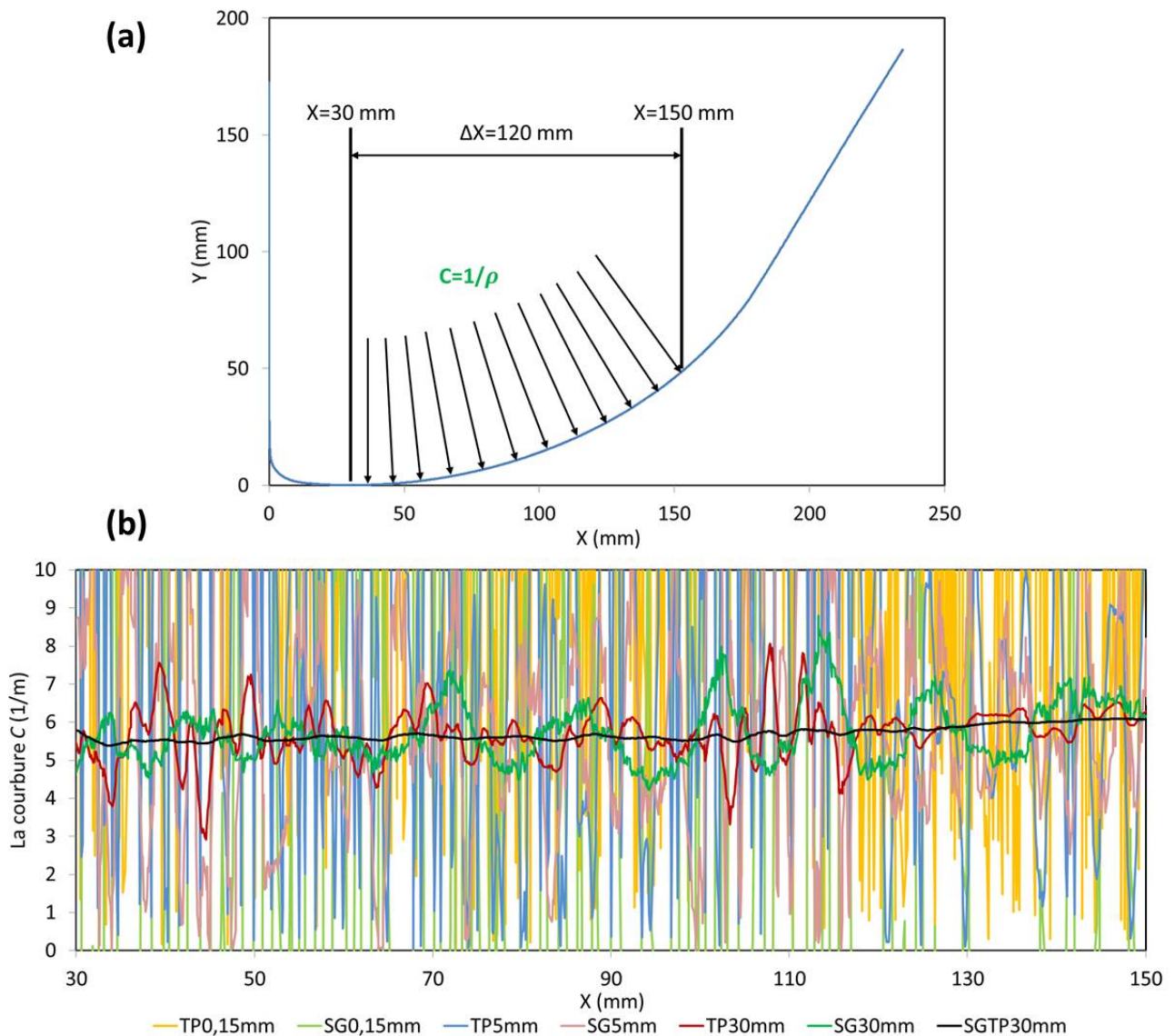
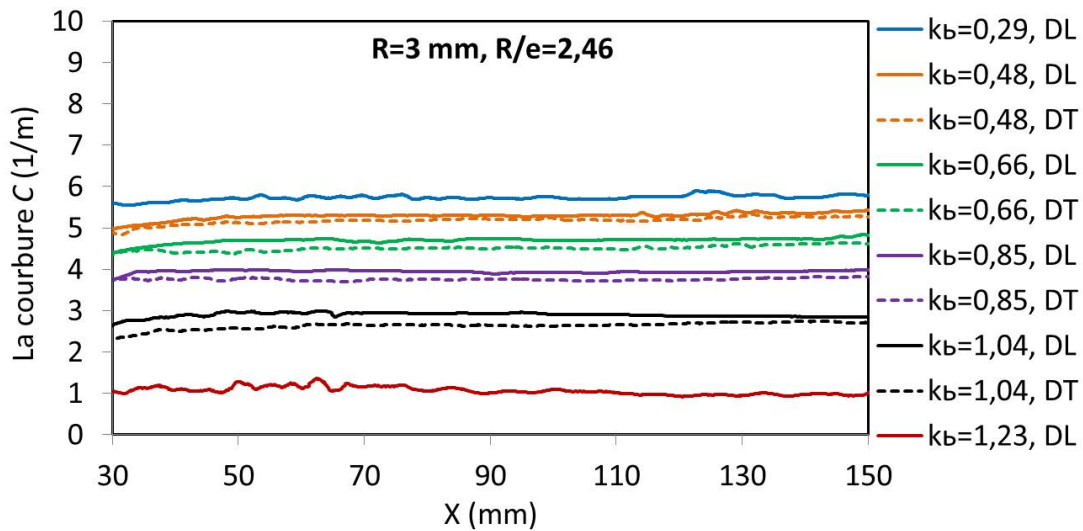
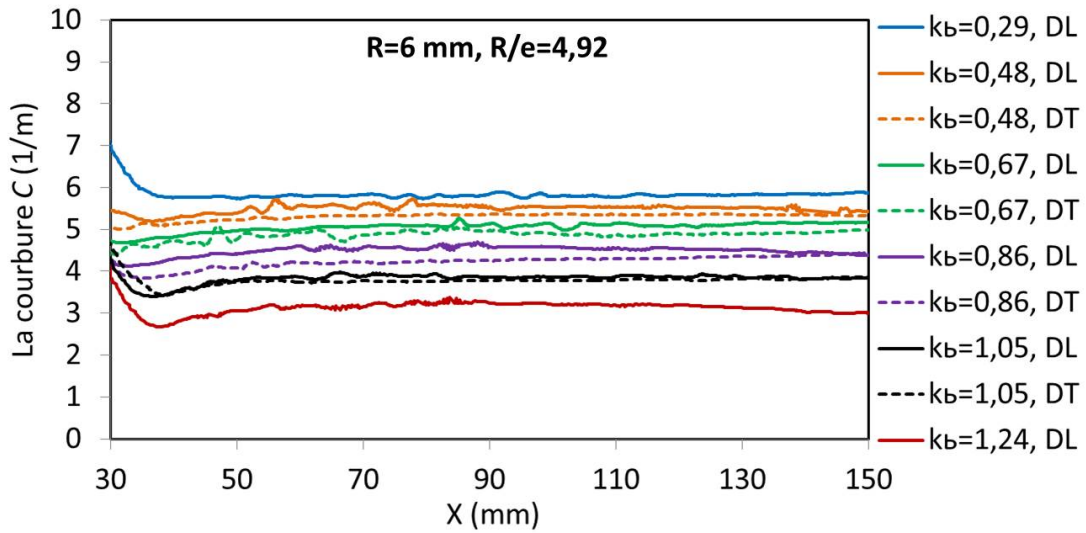


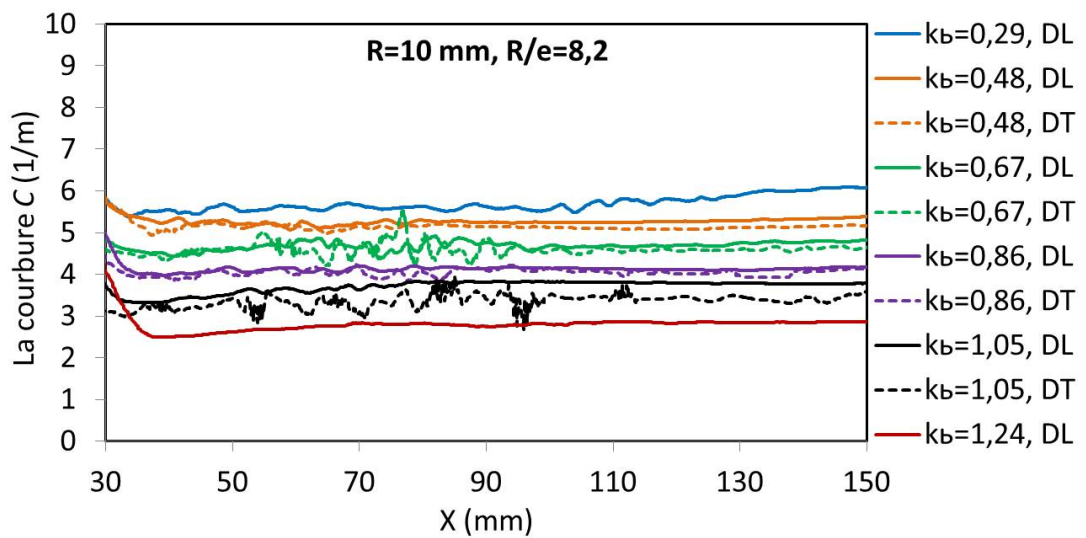
FIGURE 4.16 – La courbure locale déterminée par SG et TP : (a) Illustration schématique de la zone utile de l'éprouvette de pliage sous tension, utilisée pour le calcul de la courbure locale du profil ; (b) Comparaison des méthodes TP, SG et SGTP.



(a) $R=3$ mm, $R/e=2,46$, $k_b = 0,29; 0,48; 0,66; 0,85; 1,04; 1,23$.



(b) $R=6$ mm, $R/e=4,92$, $k_b = 0,29; 0,48; 0,67; 0,86; 1,05; 1,24$.



(c) $R=10$ mm, $R/e=8,2$, $k_b = 0,29; 0,48; 0,67; 0,86; 1,05; 1,24$.

FIGURE 4.17 – Les résultats expérimentaux de la courbure C aux différents ratios de R/e et facteurs de retenue k_b du DP600.

presque identiques. Les résultats expérimentaux de la courbure C sur la figure 4.18, ainsi que les résultats expérimentaux de l'angle de retour élastique θ sur la figure 4.11, indiquent que l'effet de la direction d'essai (DL ou DT) est négligeable, donc il est raisonnable de choisir la fonction de plasticité de von Mises pour simuler ces essais.

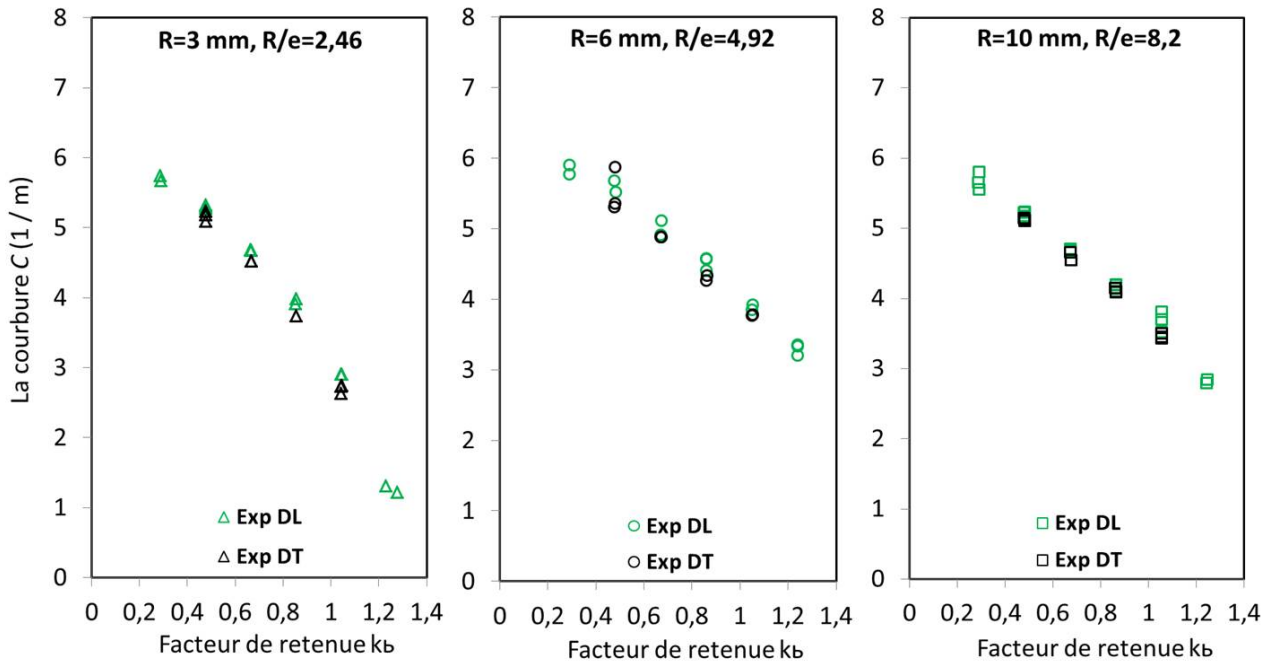


FIGURE 4.18 – Les courbures aux différents ratios R/e et facteurs de retenue k_b du DP600.

4.4 Simulation de l'essai de pliage sous tension

La simulation numérique est capable de traiter des problèmes complexes en utilisant la méthode des éléments finis (MEF). Pour la simulation numérique des processus de formage, y compris le retour élastique, des codes éléments finis implicites statiques sont recommandés. Ici, le logiciel Abaqus/Standard a été utilisé pour simuler les expériences de pliage sous tension en utilisant les modèles élasto-plastiques discutées au Chapitre 3. Premièrement, les recommandations de la littérature [103, 114, 118, 203, 215] concernant la simulation numérique d'essais de pliage sous tension ont été vérifiées pour les géométries proposées (épaisseur et largeur). Ensuite, deux modèles d'érouissage ont été comparés sur les différentes conditions de charge pour étudier l'aptitude à utiliser les tests de pliage sous tension pour révéler des domaines de validité et d'invalidité pour des modèles de comportement particuliers et/ou des ensembles de paramètres correspondants.

4.4.1 Modélisation par éléments finis de l'essai de pliage sous tension

La simulation par éléments finis de l'essai de pliage sous tension a été réalisée en quatre étapes : pliage, pré-charge en traction jusqu'à la force de retenue requise, déplacement imposé et retour élastique. Afin de simuler le pliage manuel à 90° , nous avons dû introduire un outil supplémentaire qui effectuera le pliage. La figure 4.19 montre la position des outils et de la tôle avant et après l'étape de pliage. Les détails de ces quatre étapes sont donnés ci-dessous :

1. Pliage : pliage de la tôle 'manuellement' à 90° réalisé par l'outil de pliage ;

2. Tension : mise en place d'une force verticale appliquée à la tôle avant l'outil de rayon, pour la tendre ; un déplacement nul est imposé à l'extrémité de droite de l'éprouvette ;
3. Déplacement : un déplacement de la tôle de 200 mm est imposé ;
4. Retour élastique : toutes les contraintes sont supprimées, sauf encastrer une extrémité de l'éprouvette.

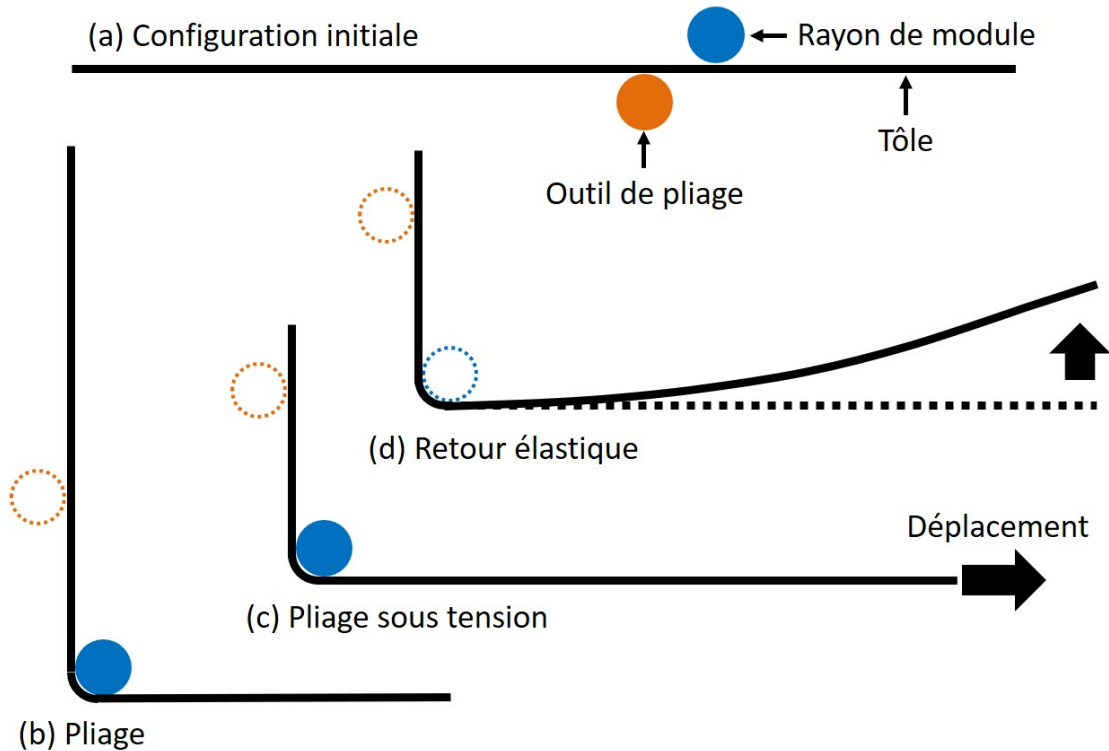


FIGURE 4.19 – Illustration schématique de la position des outils dans le modèle de éléments finis de l'essai de pliage sous tension.

L'outil de pliage et le rayon de module ont été jugés rigides, ce qui est une hypothèse acceptable dans cette configuration d'essai. En raison des géométries particulières étudiées, des éléments solides ont été utilisés pour modéliser les éprouvettes. Comme souligné dans la littérature [103, 114, 118], les simulations du test de pliage sous tension sont particulièrement exigeantes et coûteuses. Des recommandations très restrictives, notamment en ce qui concerne le raffinement des mailles, sont rapportées. Comme déjà signalé dans la littérature [103], la simulation du pliage initial n'a pratiquement aucune influence sur la géométrie finale après déchargement élastique, bien qu'elle induise des déformations plastiques non négligeables : les angles de retour prédits avec et sans la pliage étaient identiques. L'angle de retour élastique prédit dépend du nombre d'éléments de manière oscillatoire, qui dépend de la position relative des points de transition élasto-plastique par rapport aux points d'intégration [114, 221]. Néanmoins, une convergence satisfaisante a été rapidement atteinte car les valeurs obtenues avec quatre éléments ou plus se situaient dans un intervalle de $\pm 1^\circ$, ce qui est une marge d'erreur typique pour la mesure de l'angle de retour élastique.

Le modèle numérique utilisé en [118] a été utilisé comme point de départ, et les simulations ont été réalisées en étroite collaboration avec Hocine Chalal du laboratoire LEM3. Le tableau 4.2 synthétise l'information de la modélisation éléments finis de l'essai de pliage sous tension. Un frottement nul est considéré. Le type d'élément est C3D8R qui est solide tridimensionnel linéaire (hexaèdre) à 8 nœuds avec la méthode d'intégration réduite (1 seul point de Gauss).

Huit éléments ont été utilisés dans le sens de l'épaisseur pour toutes les simulations rapportées dans cette section. Le nombre d'éléments dans le sens de la largeur n'a que peu d'influence, comme observé dans la référence [118]. Dans le sens de la longueur : la taille de l'élément a été choisie en fonction de l'angle au centre correspondant à un élément dans la zone de pliage. Ce dernier conditionne le nombre d'éléments qu'on doit mettre dans le rayon pour une meilleure description des phénomènes de flexion dans la zone plastifiée (la taille de l'élément varie donc en fonction du rayon). Par conséquent, on a choisit un angle de 4° par élément pour les 3 rayons (voir la figure 4.20). En raison de la symétrie, seule la demi-largeur de l'éprouvette a été maillée au maillage d'éléments finis typique utilisé pour les simulations de l'essai de pliage sous tension.

Tableau 4.2 – L'information de la modélisation éléments finis de l'essai de pliage sous tension.

Type d'élément	Nombre d'éléments		Angle par élément	Solveur ABAQUS	
	épaisseur	largeur		Explicit	Standard
C3D8R	8	10	4°	étape 1, 2, 3	étape 4

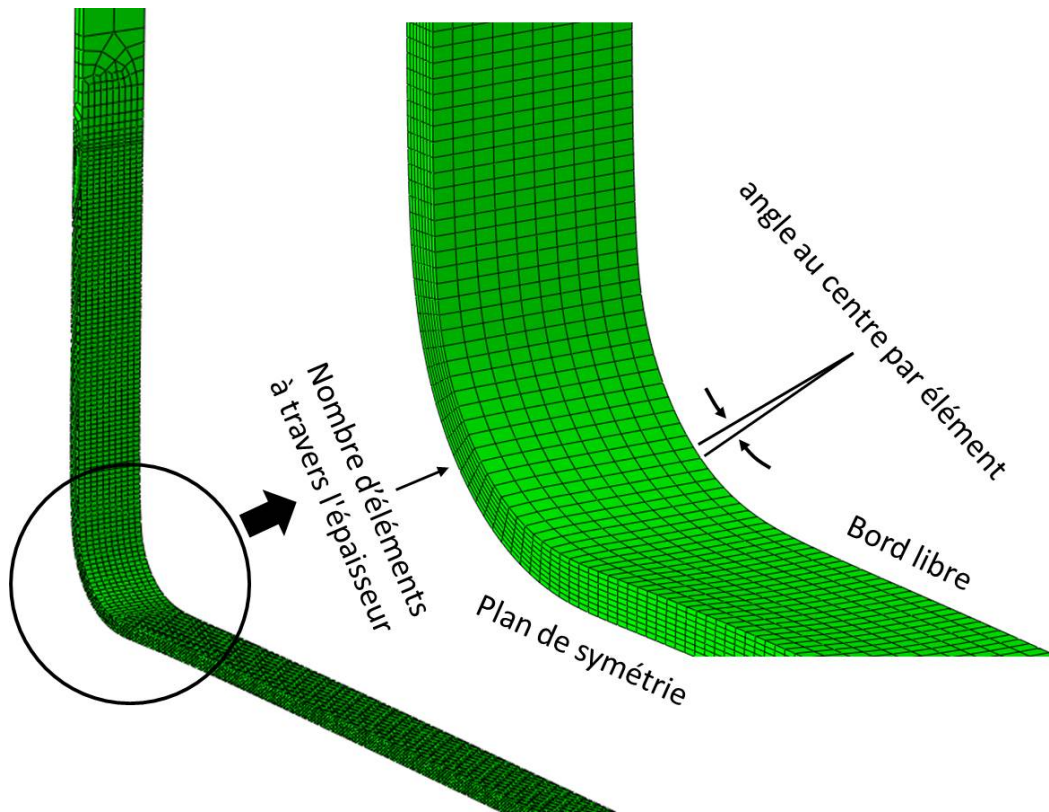


FIGURE 4.20 – Maillage de l'éprouvette dans le modèle éléments finis de l'essai de pliage sous tension.

4.4.2 Lois de comportement utilisées

Des modèles de matériau d'élasto-plasticité associée ont été pris en compte pour la simulation numérique des tests de pliage sous tension. La fonction de plasticité de von Mises a été utilisée car les prévisions précises de retour élastique basées sur von Mises sont disponibles dans la littérature pour divers matériaux [103], et ce modèle a l'avantage d'être associé à des équations d'écrouissage isotrope, cinématique et combiné dans Abaqus. Pour le modèle d'écrouissage, un type d'écrouissage isotrope (Swift+Voce) et un type spécial d'écrouissage combiné

(Swift+Voce+Armstrong-Frederick modifié) ont été utilisés, qui sont décrits au Chapitre 2. Les paramètres de ces deux modèles ont déjà été identifiés au Chapitre 3 en utilisant des essais de traction uniaxiale, cisaillement simple et cisaillement réversible, pour activer l'écroutissage cinématique.

La figure 4.21 montre des simulations de traction-compression avec les modèles d'écroutissage isotrope et combiné pour la tôle d'acier DP600. L'effet Bauschinger caractéristique des aciers DP peut être observé même après de petites prédéformations et a été capturé avec le modèle d'écroutissage combiné. Le modèle d'écroutissage isotrope ne peut décrire l'effet Bauschinger; ses paramètres ont été identifiés afin que ses prédictions soient totalement identiques par rapport au modèle d'écroutissage combiné le long d'un chargement monotone. Cette propriété est importante lorsque l'on compare les prédictions des deux modèles. Les courbes de contrainte d'écoulement-déformation équivalente correspondant à l'écroutissage isotrope et à l'écroutissage combiné sont montrés sur la figure 4.22 pour DP600.

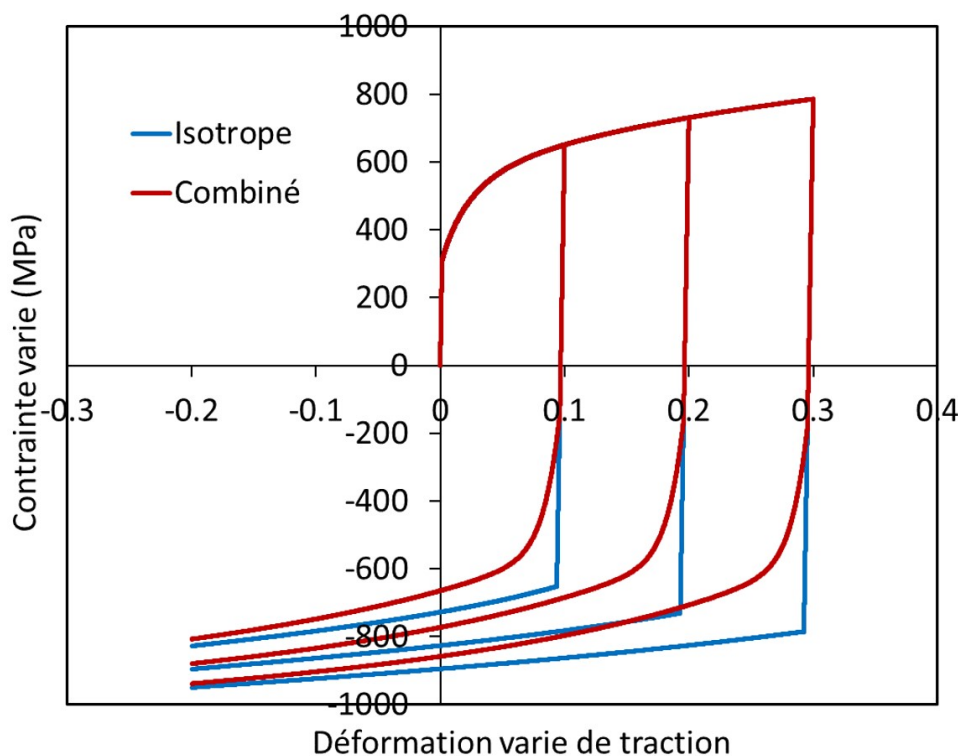


FIGURE 4.21 – Simulations de chargements cycliques traction-compression avec le modèle d'écroutissage isotrope et le modèle d'écroutissage combiné pour l'acier DP600.

4.4.3 Angle de retour élastique et courbure locale simulés

La figure 4.23 montre les comparaisons des prédictions de l'angle de retour élastique θ en utilisant les deux modèles d'écroutissage. Selon ces résultats, les deux modèles prédisent des valeurs très similaires pour les ratios de $R/e=4,92$ et $8,2$. De plus, les tendances de l'effet de k_b sont identiques - presque linéaire, avec toutefois une inflexion pour $k_b=0,29$. Pour le ratio de $R/e=2,42$ les prédictions des deux modèles sont aussi très proches lorsque $k_b=0,67$ et $k_b=0,86$. Cependant, pour les autres trois facteurs de retenue ($k_b=0,29$; $0,48$; $1,04$), l'écart des prédictions entre ces deux modèles sont très grands. En outre, la tendance de la prédiction de l'angle de retour élastique avec l'écroutissage isotrope n'est plus monotone, par rapport à la tendance du modèle d'écroutissage combiné.

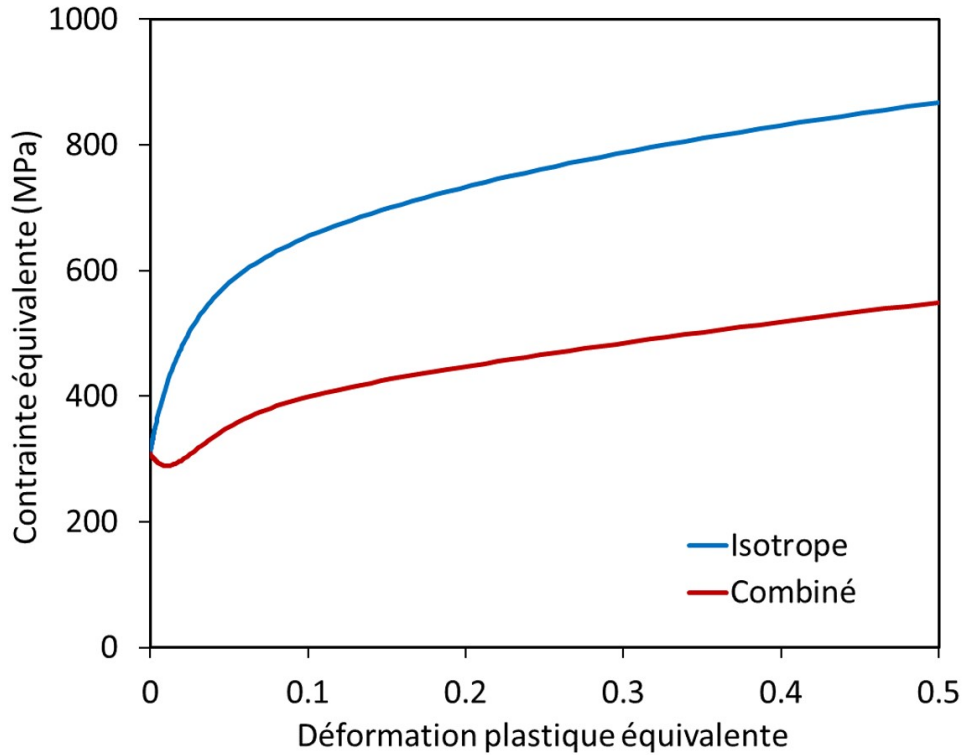


FIGURE 4.22 – Courbes de contrainte équivalente vs. déformation équivalente utilisés pour la simulation de pliage sous tension pour DP600.

Afin de calculer la courbure locale de la simulation, la méthode qui a été utilisée à la partie expérimentale sera appliquée aux résultats de simulation. La figure 4.24 montre la courbure C pour les simulations aux différents ratios R/e et facteurs de retenue k_b . En général, la courbure est quasi-constante entre l'ordonnée $X=30$ mm et $X=150$ mm dans tous les cas. Les deux modèles d'érouissage donnent les mêmes prédictions de la courbure avec les ratios $R/e=4,92$

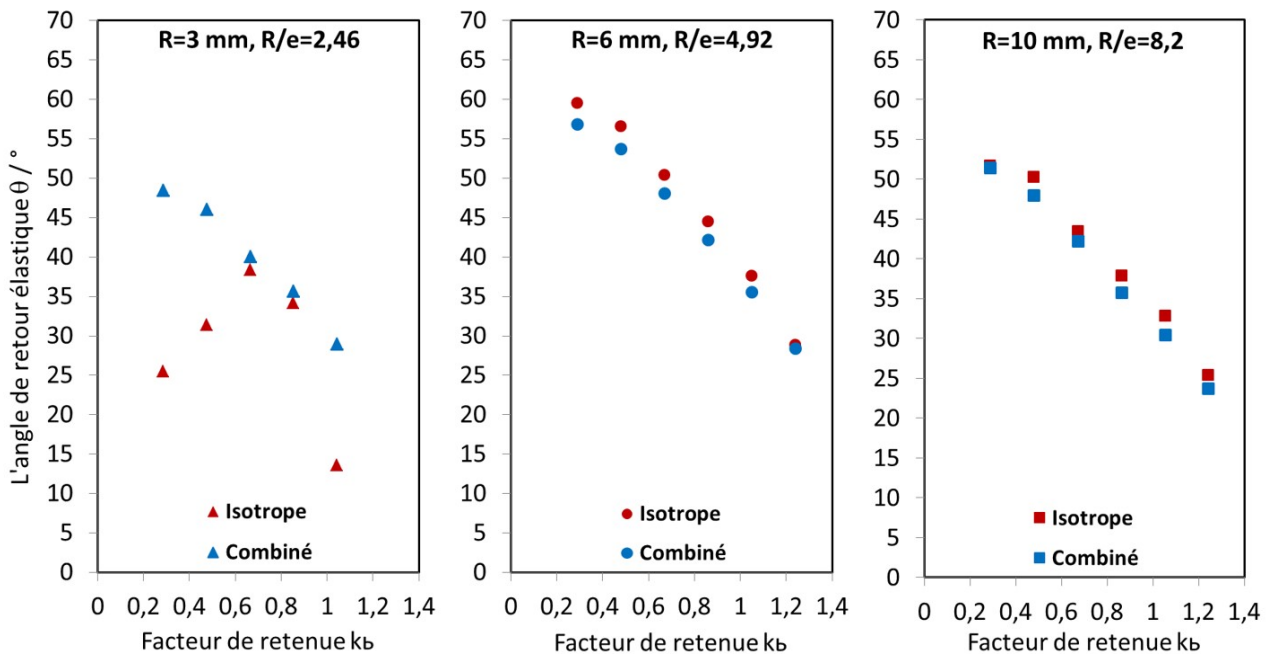


FIGURE 4.23 – Les comparaisons des prédictions de l'angle de retour élastique θ en utilisant le modèle d'érouissage isotrope et le modèle d'érouissage combiné.

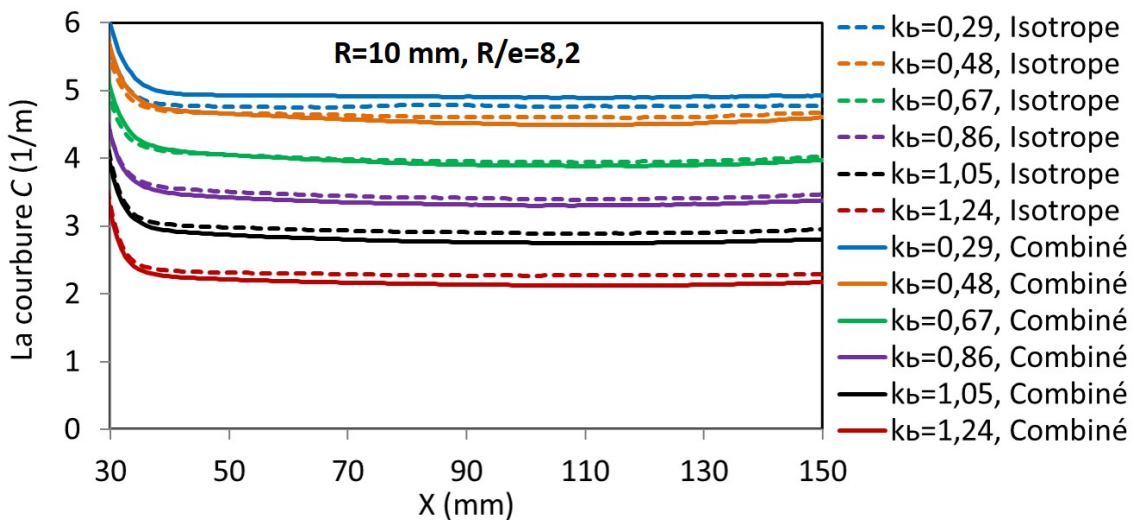
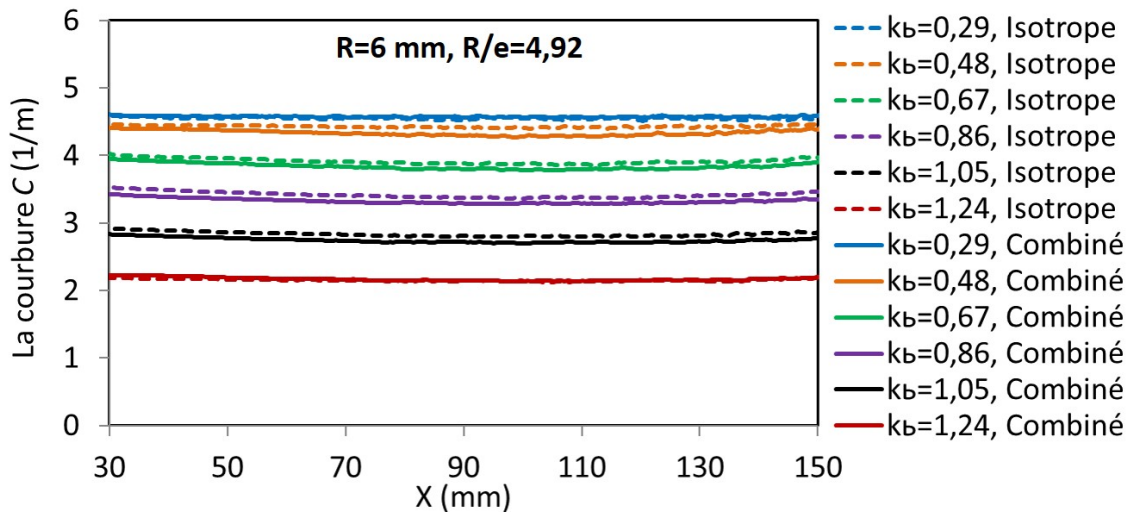
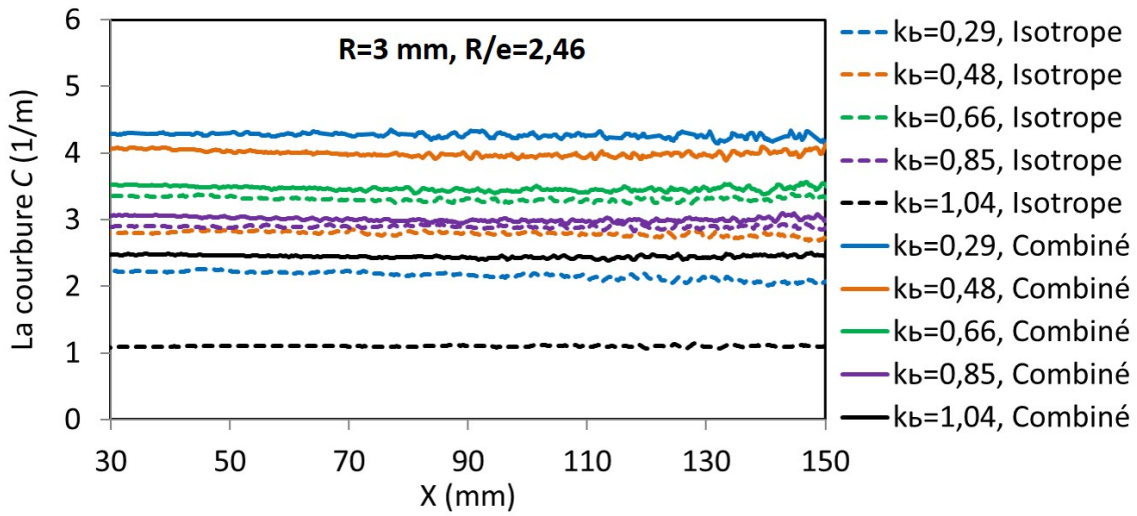


FIGURE 4.24 – Les résultats simulations de la courbure ρ aux différents ratios de R/e et facteurs de retenue k_b du DP600.

et 8,2, voir les figures 4.24b et 4.24c. Cependant, au petit ratio $R/e=2,46$, les prédictions d'écrouissage isotrope et combiné ne sont pas toujours les mêmes (voir la figure 4.24a). Afin de les voir clairement, on peut choisir la courbure locale où $X=100$ mm et ensuite tracer les valeurs correspondantes.

La figure 4.25 montre les comparaisons des prédictions de la courbure locale C en utilisant le modèle d'écrouissage isotrope et combiné. Les tendances d'écrouissage isotrope et combiné présentent presque les mêmes écarts par rapport aux tendances de l'angle de retour élastique. Finalement, les résultats de simulation numérique peuvent être comparés à l'expérience de pliage sous tension pour discriminer les meilleurs modèles.

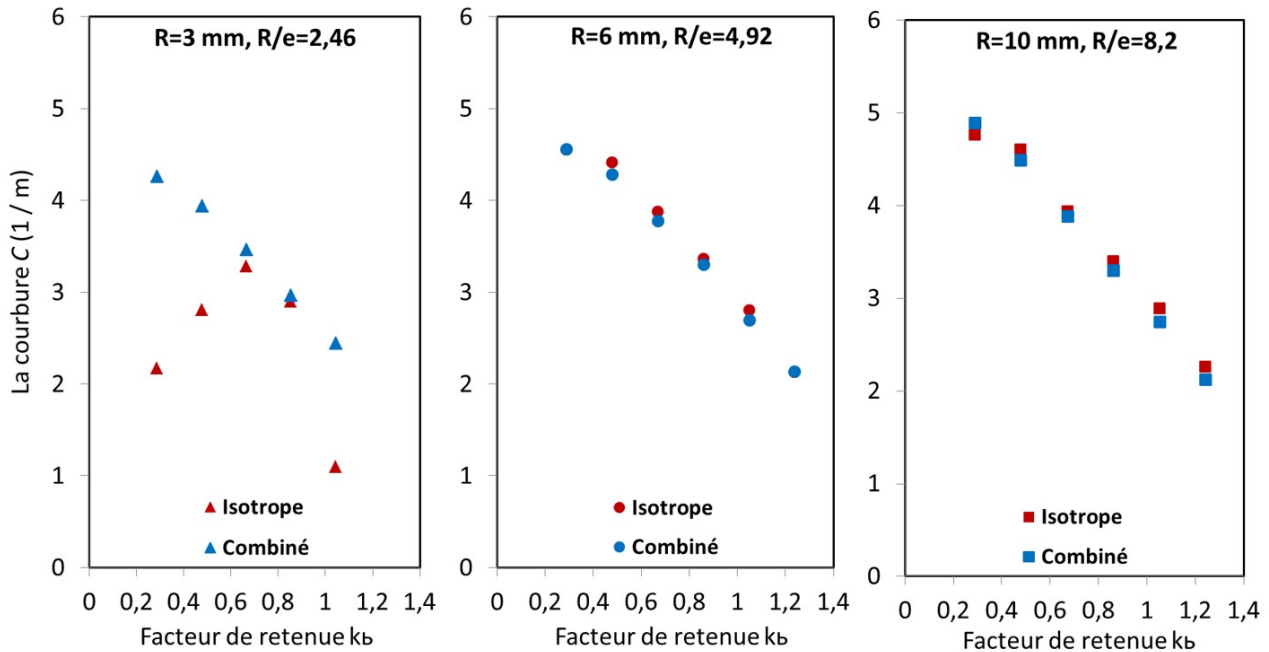


FIGURE 4.25 – Les comparaisons des prédictions de la courbure locale C en utilisant le modèle d'écrouissage isotrope et combiné.

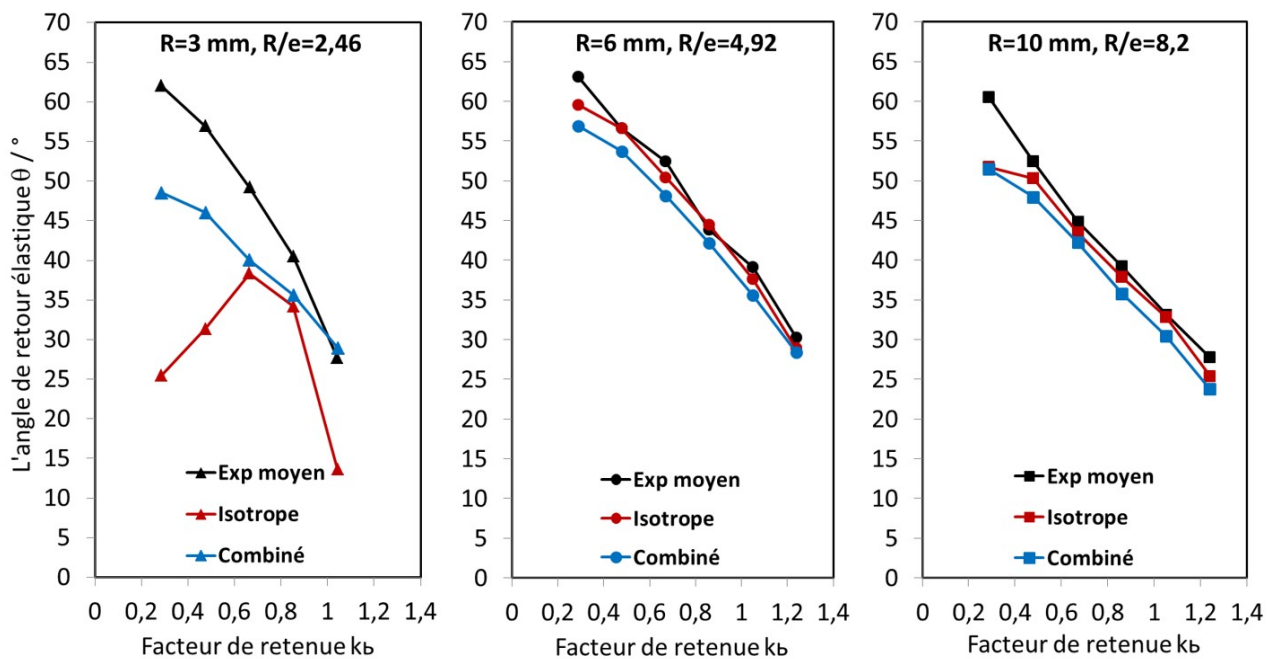
4.5 Confrontation calcul-essais

Le tableau 4.3 synthétise l'ensemble des confrontations calcul-essais de l'angle de retour élastique θ et de la courbure locale C pour la tôle d'acier DP600. L'influence du modèle d'écrouissage sur les angles de retour élastique pour l'acier DP600 dans diverses conditions de charge est illustrée sur la figure 4.26. Les prédictions faites par le modèle d'écrouissage combiné étaient toujours plus proches des résultats expérimentaux que celles du modèle d'écrouissage isotrope seul. Toutefois, les différences entre les deux modèles sont très minimes lorsque les rapports R/e de l'outil étaient supérieurs à 5 ou lorsque les facteurs de la force retenue s'approchent de l'unité. Cela peut expliquer en partie pourquoi l'écrouissage isotrope a si souvent du succès dans les applications industrielles, y compris les prévisions de retour élastique. Les résultats numériques et expérimentaux de la courbure sont comparés sur la figure 4.27. Il convient de noter que les meilleures prédictions ont été obtenues avec un rayon d'outil de 10 mm, ce qui correspond à $R/e=8,2$ dans ce cas. Les conclusions sont exactement les mêmes que pour les angles, avec toutefois une corrélation globale aux essais un peu moins bonne pour la courbure.

La confrontation essais-simulation sur ce grand nombre de configurations permet de faire plusieurs observations. D'une part, les deux modèles donnent des prédictions très proches pour la plupart des configurations - notamment pour R/e supérieure à cinq. Dans tous ces cas,

Tableau 4.3 – Confrontations calcul-essais de l'angle de retour élastique θ et de la courbure locale C pour l'acier DP600.

Facteurs	k_b	Isotrope		Combiné		Exp moyen	
		θ_{Iso}	C_{Iso}	θ_{Com}	C_{Com}	θ_{Exp}	C_{Exp}
		(/°)	(1/m)	(/°)	(1/m)	(/°)	(1/m)
R=3 mm, R/e=2,46	0,29	25	2,2	49	4,3	62	5,7
	0,48	31	2,8	46	3,9	57	5,2
	0,66	38	3,3	40	3,5	49	4,6
	0,85	34	2,9	36	3	41	3,9
	1,04	14	1,1	29	2,4	28	2,8
R=6 mm, R/e=4,92	0,29	60	4,6	57	4,6	63	5,8
	0,48	57	4,4	54	4,3	57	5,6
	0,67	50	3,9	48	3,8	52	5
	0,86	44	3,4	42	3,3	44	4,4
	1,05	38	2,8	36	2,7	39	3,8
	1,24	29	2,1	28	2,1	30	3,3
R=10 mm, R/e=8,2	0,29	52	4,8	51	4,9	61	5,7
	0,48	50	4,6	48	4,5	52	5,2
	0,67	43	3,9	42	3,9	45	4,7
	0,86	38	3,4	36	3,3	39	4,2
	1,05	33	2,9	30	2,8	33	3,6
	1,24	25	2,3	24	2,1	28	2,8

FIGURE 4.26 – Confrontations calcul-essais de l'angle de retour élastique θ pour l'acier DP600.

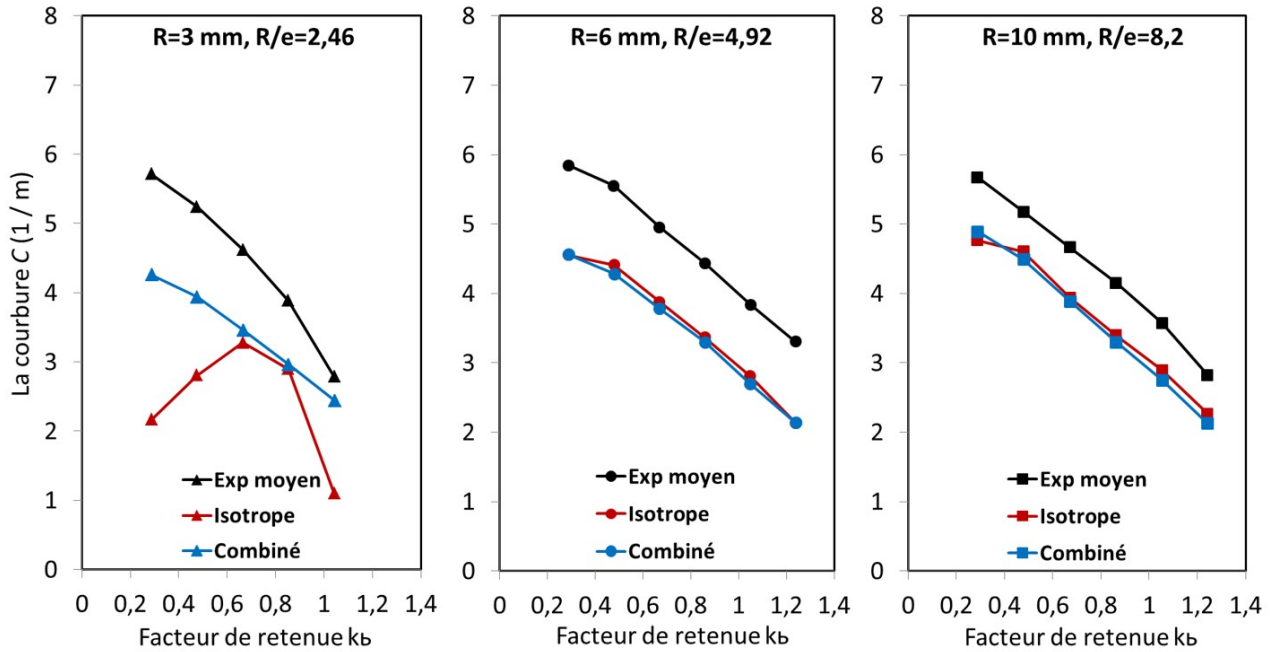


FIGURE 4.27 – Confrontations calcul-essais de la courbure locale C pour l'acier DP600.

l'apport de l'écroissage cinématique est marginal. On pourrait même conclure que l'écroissage isotrope est plus fidèle aux essais, au vu des résultats. Il ne faudrait toutefois pas négliger les autres sources potentielles d'erreur. Par exemple, le module d'Young de 200GPa utilisé dans les simulations est certainement surestimé, ce qui conduit à une sous-estimation du retour élastique.

Pour le ratio R/e de 2,46 les deux modèles prédisent des réponses sensiblement différentes, à deux exceptions. Si l'on balaye l'ensemble de la gamme de valeurs de force de retenue, on voit clairement la supériorité de l'écroissage combiné. Non seulement les valeurs prédites par l'écroissage isotrope sont moins fidèles aux essais, mais parfois mêmes les tendances sont fausses, ce qui pénalise beaucoup la capacité prédictive. On constate enfin que pour cette faible valeur de R/e , même le modèle d'écroissage combiné ne permet pas de reproduire l'ensemble des valeurs : la tendance globale est bonne mais sous-estimée. Il semble donc que pour cette configuration, notamment dans le cas des forces de retenue plus faibles, un modèle de comportement avancé pourrait apporter un plus de précision. Cette hypothèse pourra être vérifiée dans une étude future, puisque nous avons déjà pu identifier un modèle de Teodosiu pour ce matériau.

Ensemble, ces résultats suggèrent que même le modèle d'écroissage isotrope-cinématique combiné adopté dans les simulations est incapable de prédire toutes les combinaisons de conditions de charge de la série. Cela corrobore bien les résultats précédents obtenus à l'aide de simulations d'emboutissage en U [3], dans lesquelles il a été démontré que de très petits rayons d'outil augmentaient la sensibilité du retour élastique à différents modèles d'écroissage combinés. Les études de [133] ont montré que l'utilisation d'un modèle d'écroissage cinématique amélioré impliquant deux tenseurs de contrainte de rappel permettait de décrire correctement la réponse transitoire de faible contrainte. Ainsi, cela améliorerait les prévisions aux grands rayons d'outils.

4.6 Conclusions

Dans le Chapitre 4, la tôle en acier THR DP600 a été étudié par les essais de pliage sous tension. Des simulations par éléments finis ont été réalisées afin de déterminer la pertinence et la validité des recommandations de la littérature concernant le retour élastique. Le retour élastique diminue presque linéairement à mesure que la tension de la tôle augmente. En général, le retour élastique diminue pour les plus grands rayons d'outil, cet effet étant moins important que celui de la tension de la tôle. Cependant, cette tendance s'est complètement inversée avec des ratios R/e faibles. L'utilisation du modèle d'écroûissage combiné a amélioré les prévisions établies avec le modèle d'écroûissage isotrope seul. Cependant, les deux modèles ont prédit des résultats en retour similaires pour des forces de retenue élevées ou pour des ratios R/e élevés. Les essais de pliage sous tension se sont révélés utiles pour évaluer la précision du modèle d'écroûissage, à condition de combiner plusieurs conditions d'essai : la tension de la tôle et le ratio R/e étant les facteurs principaux.

Conclusion générale

Conclusions

Cette thèse étudie les effets des changements de trajet en emboutissage. Elle comporte deux parties principales : une portant sur la modélisation et la simulation et une deuxième axée sur la caractérisation et l'application.

Premièrement, la modélisation de l'écouissage et l'implantation numérique des modèles de comportement élasto-(visco)-plastiques sont réalisés comme des outils de base pour la suite des travaux de la thèse. D'autre part, nous avons développé une méthode et des outils numériques pour identifier les paramètres des modèles d'écouissage. Tous ces travaux nous permettent de modéliser certains effets des changements de trajet.

La modélisation approfondie d'un changement de trajet typique est réalisée en s'appuyant sur des travaux expérimentaux de Kuwabara et Kuroda [2]. Ces travaux ont mis en évidence des effets de non-normalité apparente après changement de trajet. Nous avons pu montrer que la simple utilisation d'écouissage cinématique et de la sensibilité à la vitesse permettent d'expliquer une partie de cette non-normalité apparente, bien que la loi de normalité ait été appliquée dans le modèle de plasticité classique utilisé. Ainsi, lorsque des théories phénoménologiques sur la non-normalité sont élaborées, il est recommandé de prendre en compte ces ingrédients, pour une identification plus discriminante du comportement réel de non-normalité, qui nécessite effectivement des termes supplémentaires dans le modèle. Finalement, ces contributions originales ont été publiées dans [222–224].

Pour une meilleure compréhension des effets des changements des trajets à travers la déformation plastique, une validation expérimentale par pliage sous tension (BUT) a été mise en place. Ce type d'essais discriminants permet d'explorer les effets causés par différents facteurs sur le retour élastique. L'application à matériau isotrope DP600 a été étudiée par les essais de pliage sous tension. On a identifié des domaines de chargement (rayon, force) qui exigent l'utilisation de l'un ou l'autre type de modèle d'écouissage pour évaluer la précision de la prédiction. Cela prouve que les deux modèles 'classiques' (écouissage isotrope, et écouissage combiné isotrope-cinématique) ont prédit des retours élastiques similaires pour des forces de retenue élevées ou pour des ratios R/e élevés. Cependant, ces deux modèles ne peuvent pas bien estimer le changement de petit ratio R/e avec petite force, domaine dans lequel l'écouissage combiné apparaît comme nettement meilleur - mais partiellement insuffisant. Ainsi, un domaine d'application potentielle des modèles plus avancés a été identifié. Ce travail sur le retour élastique est communiqué partiellement dans [225].

Perspectives

Les travaux réalisés dans cette thèse ont permis de développer plusieurs outils de calcul et expérimentaux pour étudier et valider certains effets des changements de trajet en emboutissage. À sa fin, de nombreuses perspectives sont ouvertes.

Le modèle d'écrouissage avancé de Teodosiu devrait être modifié afin de prédire de manière identique tout chargement monotone, pour une comparaison plus cohérente avec les modèles d'écrouissage classiques. À terme, cela devrait nous permettre de sélectionner un modèle avec la plus faible complexité pour la plus grande précision, en fonction des applications visées.

Nous avons concentré nos efforts uniquement sur les modèles d'écrouissage, en les appliquant à des matériaux relativement isotropes. Pour les surfaces de plasticité, l'approche d'identification des paramètres basée sur des essais homogènes donne souvent des résultats incomplets. Elle pourrait être comparée à l'approche alternative utilisant des éprouvettes hétérogènes. Une autre approche pour l'identification de la fonction de plasticité utilise des simulations de plasticité cristalline. Cette approche permet de décrire la surface de plasticité complète en utilisant une petite éprouvette, ce qui représente un avantage important. La précision de la surface de plasticité basée sur la plasticité cristalline nécessite toujours une validation plus approfondie.

Pour la validation expérimentale, l'essai mis en place s'est avéré discriminant, donc on devait continuer à l'utiliser pour étudier d'autres facteurs dans le retour élastique : modèle d'écrouissage avancé, module d'Young variable et critère d'anisotrope. Ces effets jouent un rôle important dans la prévision du retour élastique donc on pourrait vérifier si les modèles avancés, module d'Young variable, critère d'anisotrope améliorent les prédictions pour R/e petit et k_b petit et grand.

D'autre part, l'essai de pliage sous tension n'est que partiellement représentatif des emboutis industriels. L'emboutissage de vrais composants semi-industriels (U, V, S-rail), devrait être aussi étudiée. Finalement, l'effet d'autres types de pré-déformation (à part la traction et le cisaillement) serait intéressant à étudier, pour élargir le spectre de validation. Par exemple, l'effet d'une pré-déformation biaxiale pourrait être pris en compte dans l'étude du retour élastique et du comportement des matériaux en général.

Enfin, la modélisation développée, de par sa généralité peut être appliquée à la simulation de nombreux problèmes de mise en forme des tôles.

Bibliographie

- [1] M. Oliveira, J. Alves, B. Chaparro, and L. Menezes, “Study on the influence of work-hardening modeling in springback prediction,” *International Journal of Plasticity*, vol. 23, no. 3, pp. 516–543, 2007.
- [2] T. Kuwabara, M. Kuroda, V. Tvergaard, and K. Nomura, “Use of abrupt strain path change for determining subsequent yield surface : experimental study with metal sheets,” *Acta Materialia*, vol. 48, no. 9, pp. 2071–2079, 2000.
- [3] B. Haddag, T. Balan, and F. Abed-Meraim, “Investigation of advanced strain-path dependent material models for sheet metal forming simulations,” *International Journal of Plasticity*, vol. 23, no. 6, pp. 951–979, 2007.
- [4] A. Col, *L’emboutissage des aciers*. Dunod, 2010.
- [5] A. Phillips, “A review of quasistatic experimental plasticity and viscoplasticity,” *International Journal of Plasticity*, vol. 2, no. 4, pp. 315–328, 1986.
- [6] T. Kuwabara, “Advances in experiments on metal sheets and tubes in support of constitutive modeling and forming simulations,” *International Journal of Plasticity*, vol. 23, no. 3, pp. 385–419, 2007.
- [7] C. J. Freitas, “The issue of numerical uncertainty,” *Applied Mathematical Modelling*, vol. 26, no. 2, pp. 237–248, 2002.
- [8] C. J. Roy and W. L. Oberkampf, “A comprehensive framework for verification, validation, and uncertainty quantification in scientific computing,” *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, vol. 200, no. 25-28, pp. 2131–2144, 2011.
- [9] H. Tresca, “On the yield of solids at high pressures,” *Comptes Rendus Academie des Sciences*, vol. 59, p. 754, 1864.
- [10] R. von Mises, “Mechanics of the solid body in the plastic deformation state,” *Göttingen Nachrichten Math Phys*, vol. 1, p. 582, 1913.
- [11] R. Hill, “A theory of the yielding and plastic flow of anisotropic metals,” *Proceedings of the Royal Society of London. Series A. Mathematical and Physical Sciences*, vol. 193, no. 1033, pp. 281–297, 1948.
- [12] R. Hill, “Theoretical plasticity of textured aggregates,” in *Mathematical Proceedings of the Cambridge Philosophical Society*, vol. 85, pp. 179–191, Cambridge University Press, 1979.
- [13] R. Hill, *The mathematical theory of plasticity*, vol. 11. Oxford University Press, 1998.
- [14] R. Hill, “Constitutive modelling of orthotropic plasticity in sheet metals,” *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, vol. 38, no. 3, pp. 405–417, 1990.

- [15] A. Hershey, "The elasticity of an isotropic aggregate of anisotropic cubic crystals," *Journal of Applied Mechanics Transactions of the ASME*, vol. 21, no. 3, pp. 236–240, 1954.
- [16] W. Hosford, "A generalized isotropic yield criterion," *Journal of Applied Mechanics*, vol. 39, no. 2, pp. 607–609, 1972.
- [17] F. Barlat, J. Brem, J. Yoon, K. Chung, R. Dick, D. Lege, F. Pourboghrat, S.-H. Choi, and E. Chu, "Plane stress yield function for aluminum alloy sheets—part I : theory," *International Journal of Plasticity*, vol. 19, no. 9, pp. 1297–1319, 2003.
- [18] D. Banabic, "Yield criterion for orthotropic sheet metals," in *Proc. 8th Intern. Conf. Metal Working-Metal Working 2000*, pp. 755–761, 2000.
- [19] H. Aretz and F. Barlat, "General orthotropic yield functions based on linear stress deviator transformations," in *AIP Conference Proceedings*, vol. 712, pp. 147–156, AIP, 2004.
- [20] F. Barlat, H. Aretz, J. W. Yoon, M. Karabin, J. Brem, and R. Dick, "Linear transformation-based anisotropic yield functions," *International Journal of Plasticity*, vol. 21, no. 5, pp. 1009–1039, 2005.
- [21] D. Banabic, H. Aretz, D. Comsa, and L. Paraianu, "An improved analytical description of orthotropy in metallic sheets," *International Journal of Plasticity*, vol. 21, no. 3, pp. 493–512, 2005.
- [22] K. Mattiasson and M. Sigvant, "An evaluation of some recent yield criteria for industrial simulations of sheet forming processes," *International Journal of Mechanical Sciences*, vol. 50, no. 4, pp. 774–787, 2008.
- [23] O. Cazacu and F. Barlat, "Generalization of Drucker's yield criterion to orthotropy," *Mathematics and Mechanics of Solids*, vol. 6, no. 6, pp. 613–630, 2001.
- [24] H. Vegter and A. H. van den Boogaard, "A plane stress yield function for anisotropic sheet material by interpolation of biaxial stress states," *International Journal of Plasticity*, vol. 22, no. 3, pp. 557–580, 2006.
- [25] D. Banabic, F. Barlat, O. Cazacu, and T. Kuwabara, "Advances in anisotropy and formability," *International Journal of Material Forming*, vol. 3, no. 3, pp. 165–189, 2010.
- [26] P. J. Armstrong and C. Frederick, *A mathematical representation of the multiaxial Bauschinger effect*, vol. 731. Central Electricity Generating Board and Berkeley Nuclear Laboratories, 1966.
- [27] A. Agah-Tehrani, E. Lee, R. Mallett, and E. Onat, "The theory of elastic-plastic deformation at finite strain with induced anisotropy modeled as combined isotropic-kinematic hardening," *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, vol. 35, no. 5, pp. 519–539, 1987.
- [28] J.-L. Chaboche and J. Lemaitre, *Mechanics of solid materials*. Cambridge University Press Cambridge, 1990.
- [29] J. Chaboche, "A review of some plasticity and viscoplasticity constitutive theories," *International Journal of Plasticity*, vol. 24, no. 10, pp. 1642–1693, 2008.
- [30] F. Yoshida, T. Uemori, and K. Fujiwara, "Elastic–plastic behavior of steel sheets under in-plane cyclic tension–compression at large strain," *International Journal of Plasticity*, vol. 18, no. 5-6, pp. 633–659, 2002.

- [31] F. Yoshida and T. Uemori, "A model of large-strain cyclic plasticity describing the baushinger effect and workhardening stagnation," *International Journal of Plasticity*, vol. 18, no. 5, pp. 661–686, 2002.
- [32] B. Chun, J. Jinn, and J. Lee, "Modeling the baushinger effect for sheet metals, part I : theory," *International Journal of Plasticity*, vol. 18, no. 5-6, pp. 571–595, 2002.
- [33] C. Teodosiu and Z. Hu, "Evolution of the intragranular microstructure at moderate and large strains : modelling and computational significance," *Simulation of Materials Processing : Theory, Methods and Applications*, pp. 173–182, 1995.
- [34] C. Teodosiu and Z. Hu, "Microstructure in the continuum modelling of plastic anisotropy," in *Nineteenth Riso International Symposium on Materials Science 1998*, pp. 149–168, 1998.
- [35] W. Hu, "Constitutive modeling of orthotropic sheet metals by presenting hardening-induced anisotropy," *International Journal of Plasticity*, vol. 23, no. 4, pp. 620–639, 2007.
- [36] M.-G. Lee, D. Kim, C. Kim, M. Wenner, R. Wagoner, and K. Chung, "A practical two-surface plasticity model and its application to spring-back prediction," *International Journal of Plasticity*, vol. 23, no. 7, pp. 1189–1212, 2007.
- [37] F. Barlat, J. Gracio, M. Lee, E. Rauch, and G. Vincze, "An alternative to kinematic hardening in classical plasticity," *International Journal of Plasticity*, vol. 27, no. 9, pp. 1309–1327, 2011.
- [38] F. Barlat, G. Vincze, J. Grácio, M.-G. Lee, E. Rauch, and C. Tomé, "Enhancements of homogenous anisotropic hardening model and application to mild and dual-phase steels," *International Journal of Plasticity*, vol. 58, pp. 201–218, 2014.
- [39] F. Barlat, J. Ha, J. J. Grácio, M.-G. Lee, E. F. Rauch, and G. Vincze, "Extension of homogeneous anisotropic hardening model to cross-loading with latent effects," *International Journal of Plasticity*, vol. 46, pp. 130–142, 2013.
- [40] B. Berisha, P. Hora, A. Wahlen, and L. Tong, "A combined isotropic-kinematic hardening model for the simulation of warm forming and subsequent loading at room temperature," *International Journal of Plasticity*, vol. 26, no. 1, pp. 126–140, 2010.
- [41] G. Rousselier, F. Barlat, and J. W. Yoon, "A novel approach for anisotropic hardening modeling. part I : Theory and its application to finite element analysis of deep drawing," *International Journal of Plasticity*, vol. 25, no. 12, pp. 2383–2409, 2009.
- [42] G. Rousselier, F. Barlat, and J. W. Yoon, "A novel approach for anisotropic hardening modeling. part II : Anisotropic hardening in proportional and non-proportional loadings, application to initially isotropic material," *International Journal of Plasticity*, vol. 26, no. 7, pp. 1029–1049, 2010.
- [43] S. Zang, C. Guo, S. Thuillier, and M. Lee, "A model of one-surface cyclic plasticity and its application to springback prediction," *International Journal of Mechanical Sciences*, vol. 53, no. 6, pp. 425–435, 2011.
- [44] T. Clausmeyer and B. Svendsen, "Comparison of two models for anisotropic hardening and yield surface evolution in bcc sheet steels," *European Journal of Mechanics-A/Solids*, vol. 54, pp. 120–131, 2015.

- [45] R. Rentmeester and L. Nilsson, “On mixed isotropic-distortional hardening,” *International Journal of Mechanical Sciences*, vol. 92, pp. 259–268, 2015.
- [46] F. Yoshida, H. Hamasaki, and T. Uemori, “Modeling of anisotropic hardening of sheet metals including description of the bauschinger effect,” *International Journal of Plasticity*, vol. 75, pp. 170–188, 2015.
- [47] E.-H. Lee, T. B. Stoughton, and J. W. Yoon, “Kinematic hardening model considering directional hardening response,” *International Journal of Plasticity*, vol. 110, pp. 145–165, 2018.
- [48] J. Qin, B. Holmedal, and O. S. Hopperstad, “A combined isotropic, kinematic and distortional hardening model for aluminum and steels under complex strain-path changes,” *International Journal of Plasticity*, vol. 101, pp. 156–169, 2018.
- [49] V. Okorokov, Y. Gorash, D. MacKenzie, and R. van Rijswick, “New formulation of nonlinear kinematic hardening model, part I : a dirac delta function approach,” *International Journal of Plasticity*, 2019.
- [50] M. Ortiz and J. Simo, “An analysis of a new class of integration algorithms for elastoplastic constitutive relations,” *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, vol. 23, no. 3, pp. 353–366, 1986.
- [51] S. W. Sloan, “Substepping schemes for the numerical integration of elastoplastic stress-strain relations,” *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, vol. 24, no. 5, pp. 893–911, 1987.
- [52] J. C. Simo, “Algorithms for static and dynamic multiplicative plasticity that preserve the classical return mapping schemes of the infinitesimal theory,” *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, vol. 99, no. 1, pp. 61–112, 1992.
- [53] C. Miehe, “Aspects of the formulation and finite element implementation of large strain isotropic elasticity,” *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, vol. 37, no. 12, pp. 1981–2004, 1994.
- [54] D. Potts and D. Ganendra, “An evaluation of substepping and implicit stress point algorithms,” *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, vol. 119, no. 3-4, pp. 341–354, 1994.
- [55] R. I. Borja, K. M. Sama, and P. F. Sanz, “On the numerical integration of three-invariant elastoplastic constitutive models,” *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, vol. 192, no. 9-10, pp. 1227–1258, 2003.
- [56] J. Raphanel, G. Ravichandran, and Y. Leroy, “Three-dimensional rate-dependent crystal plasticity based on Runge-Kutta algorithms for update and consistent linearization,” *International Journal of Solids and Structures*, vol. 41, no. 22-23, pp. 5995–6021, 2004.
- [57] R. McGinty and D. McDowell, “A semi-implicit integration scheme for rate independent finite crystal plasticity,” *International Journal of Plasticity*, vol. 22, no. 6, pp. 996–1025, 2006.
- [58] A. V. Amirkhizi and S. Nemat-Nasser, “A framework for numerical integration of crystal elasto-plastic constitutive equations compatible with explicit finite element codes,” *International Journal of Plasticity*, vol. 23, no. 10-11, pp. 1918–1937, 2007.

- [59] K. Ding, Q.-H. Qin, and M. Cardew-Hall, “Substepping algorithms with stress correction for the simulation of sheet metal forming process,” *International Journal of Mechanical Sciences*, vol. 49, no. 11, pp. 1289–1308, 2007.
- [60] Y. Yamakawa, K. Hashiguchi, and K. Ikeda, “Implicit stress-update algorithm for isotropic cam-clay model based on the subloading surface concept at finite strains,” *International Journal of Plasticity*, vol. 26, no. 5, pp. 634–658, 2010.
- [61] M. Vrh, M. Halilović, and B. Štok, “Improved explicit integration in plasticity,” *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, vol. 81, no. 7, pp. 910–938, 2010.
- [62] J. Lee, D. Kim, Y.-S. Lee, H. Bong, F. Barlat, and M.-G. Lee, “Stress update algorithm for enhanced homogeneous anisotropic hardening model,” *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, vol. 286, pp. 63–86, 2015.
- [63] C. Zhou, Z. Chen, J. Lee, M. Lee, and R. Wagoner, “Implementation and application of a temperature-dependent chaboche model,” *International Journal of Plasticity*, vol. 75, pp. 121–140, 2015.
- [64] M. Miñano, M. A. Caminero, and F. J. Montáns, “On the numerical implementation of the closest point projection algorithm in anisotropic elasto-plasticity with nonlinear mixed hardening,” *Finite Elements in Analysis and Design*, vol. 121, pp. 1–17, 2016.
- [65] M. Á. Sanz, F. J. Montáns, and M. Latorre, “Computational anisotropic hardening multiplicative elastoplasticity based on the corrector elastic logarithmic strain rate,” *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, vol. 320, pp. 82–121, 2017.
- [66] A. Bartels and J. Mosler, “On the numerical implementation of thermomechanically coupled distortional hardening,” *International Journal of Plasticity*, vol. 96, pp. 182–209, 2017.
- [67] H. Choi and J. W. Yoon, “Stress integration-based on finite difference method and its application for anisotropic plasticity and distortional hardening under associated and non-associated flow rules,” *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, vol. 345, pp. 123–160, 2019.
- [68] D. Schnur and N. Zabaras, “An inverse method for determining elastic material properties and a material interface,” *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, vol. 33, no. 10, pp. 2039–2057, 1992.
- [69] G. Amar and J. Dufailly, “Identification and validation of viscoplastic and damage constitutive equations,” *European journal of mechanics. A. Solids*, vol. 12, no. 2, pp. 197–218, 1993.
- [70] J. Gelin and O. Ghouati, “An inverse method for determining viscoplastic properties of aluminium alloys,” *Journal of Materials Processing Technology*, vol. 45, no. 1-4, pp. 435–440, 1994.
- [71] J. Chaboche, D. Nouailhas, and S. Savalle, “Agice : logiciel pour l’identification interactive graphique des lois de comportement,” *La Recherche Aéronautique*, no. 3, pp. 59–76, 1991.
- [72] G. Cailletaud, “Identification and inverse problems related to material behaviour,” *Inverse Problems in Engineering Mechanics*, vol. 79, 1994.

- [73] R. Mahnken and E. Stein, “A unified approach for parameter identification of inelastic material models in the frame of the finite element method,” *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, vol. 136, no. 3-4, pp. 225–258, 1996.
- [74] R. Mahnken and E. Stein, “Parameter identification for viscoplastic models based on analytical derivatives of a least-squares functional and stability investigations,” *International Journal of Plasticity*, vol. 12, no. 4, pp. 451–479, 1996.
- [75] A. L. Araújo, C. M. Soares, and M. M. De Freitas, “Characterization of material parameters of composite plate specimens using optimization and experimental vibrational data,” *Composites Part B : Engineering*, vol. 27, no. 2, pp. 185–191, 1996.
- [76] J.-P. Kleinermann and J.-P. Ponthot, “Parameter identification and shape/process optimization in metal forming simulation,” *Journal of Materials Processing Technology*, vol. 139, no. 1-3, pp. 521–526, 2003.
- [77] J.-P. Ponthot and J.-P. Kleinermann, “A cascade optimization methodology for automatic parameter identification and shape/process optimization in metal forming simulation,” *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, vol. 195, no. 41-43, pp. 5472–5508, 2006.
- [78] M. Grédiac, E. Toussaint, and F. Pierron, “Special virtual fields for the direct determination of material parameters with the virtual fields method. 1—principle and definition,” *International Journal of Solids and Structures*, vol. 39, no. 10, pp. 2691–2705, 2002.
- [79] H. Chalal, F. Meraghni, F. Pierron, and M. Grédiac, “Direct identification of the damage behaviour of composite materials using the virtual fields method,” *Composites Part A : Applied Science and Manufacturing*, vol. 35, no. 7-8, pp. 841–848, 2004.
- [80] J. Kajberg and G. Lindkvist, “Characterisation of materials subjected to large strains by inverse modelling based on in-plane displacement fields,” *International Journal of Solids and Structures*, vol. 41, no. 13, pp. 3439–3459, 2004.
- [81] M. Springmann and M. Kuna, “Identification of material parameters of the gurson–tvergaard–needleman model by combined experimental and numerical techniques,” *Computational Materials Science*, vol. 33, no. 4, pp. 501–509, 2005.
- [82] E. Toussaint, M. Grédiac, and F. Pierron, “The virtual fields method with piecewise virtual fields,” *International Journal of Mechanical Sciences*, vol. 48, no. 3, pp. 256–264, 2006.
- [83] M. Grédiac and F. Pierron, “Applying the virtual fields method to the identification of elasto-plastic constitutive parameters,” *International Journal of Plasticity*, vol. 22, no. 4, pp. 602–627, 2006.
- [84] M. Grediac, F. Pierron, S. Avril, and E. Toussaint, “The virtual fields method for extracting constitutive parameters from full-field measurements : a review,” *Strain*, vol. 42, no. 4, pp. 233–253, 2006.
- [85] B. Chaparro, S. Thuillier, L. Menezes, P.-Y. Manach, and J. Fernandes, “Material parameters identification : Gradient-based, genetic and hybrid optimization algorithms,” *Computational Materials Science*, vol. 44, no. 2, pp. 339–346, 2008.

- [86] S. Avril and F. Pierron, “General framework for the identification of constitutive parameters from full-field measurements in linear elasticity,” *International Journal of Solids and Structures*, vol. 44, no. 14-15, pp. 4978–5002, 2007.
- [87] J. Cao and J. Lin, “A study on formulation of objective functions for determining material models,” *International Journal of Mechanical Sciences*, vol. 50, no. 2, pp. 193–204, 2008.
- [88] S. Belhabib, H. Haddadi, M. Gaspérini, and P. Vacher, “Heterogeneous tensile test on elastoplastic metallic sheets : Comparison between FEM simulations and full-field strain measurements,” *International Journal of Mechanical Sciences*, vol. 50, no. 1, pp. 14–21, 2008.
- [89] H. Haddadi and S. Belhabib, “Improving the characterization of a hardening law using digital image correlation over an enhanced heterogeneous tensile test,” *International Journal of Mechanical Sciences*, vol. 62, no. 1, pp. 47–56, 2012.
- [90] S. Thuillier and P.-Y. Manach, “Comparison of the work-hardening of metallic sheets using tensile and shear strain paths,” *International Journal of Plasticity*, vol. 25, no. 5, pp. 733–751, 2009.
- [91] R. De-Carvalho, R. Valente, and A. Andrade-Campos, “On the objective function evaluation in parameter identification of material constitutive models-single-point or FE analysis,” *International Journal of Material Forming*, vol. 3, no. 1, pp. 33–36, 2010.
- [92] F. Pierron, S. Avril, and V. T. Tran, “Extension of the virtual fields method to elastoplastic material identification with cyclic loads and kinematic hardening,” *International Journal of Solids and Structures*, vol. 47, no. 22-23, pp. 2993–3010, 2010.
- [93] M. Rossi and F. Pierron, “Identification of plastic constitutive parameters at large deformations from three dimensional displacement fields,” *Computational Mechanics*, vol. 49, no. 1, pp. 53–71, 2012.
- [94] A. Andrade-Campos, R. De-Carvalho, and R. Valente, “Novel criteria for determination of material model parameters,” *International Journal of Mechanical Sciences*, vol. 54, no. 1, pp. 294–305, 2012.
- [95] M. Merklein, S. Suttner, and A. Brosius, “Characterisation of kinematic hardening and yield surface evolution from uniaxial to biaxial tension with continuous strain path change,” *CIRP Annals*, vol. 63, no. 1, pp. 297–300, 2014.
- [96] J. Fu, F. Barlat, J.-H. Kim, and F. Pierron, “Identification of nonlinear kinematic hardening constitutive model parameters using the virtual fields method for advanced high strength steels,” *International Journal of Solids and Structures*, vol. 102, pp. 30–43, 2016.
- [97] J. Fu, F. Barlat, J.-H. Kim, and F. Pierron, “Application of the virtual fields method to the identification of the homogeneous anisotropic hardening parameters for advanced high strength steels,” *International Journal of Plasticity*, vol. 93, pp. 229–250, 2017.
- [98] M. Abspoel, M. E. Scholting, M. Lansbergen, Y. An, and H. Vegter, “A new method for predicting advanced yield criteria input parameters from mechanical properties,” *Journal of Materials Processing Technology*, vol. 248, pp. 161–177, 2017.
- [99] L. Geng and R. Wagoner, “Role of plastic anisotropy and its evolution on springback,” *International Journal of Mechanical Sciences*, vol. 44, no. 1, pp. 123–148, 2002.

- [100] S. C. Tang, "Trends on simulation of sheet metal forming processes," *SAE Transactions*, pp. 523–530, 2000.
- [101] A. Forcellese, L. Fratini, F. Gabrielli, and F. Micari, "The evaluation of springback in 3d stamping and coining processes," *Journal of Materials Processing Technology*, vol. 80, pp. 108–112, 1998.
- [102] S. Lee and D.-Y. Yang, "An assessment of numerical parameters influencing springback in explicit finite element analysis of sheet metal forming process," *Journal of Materials Processing Technology*, vol. 80, pp. 60–67, 1998.
- [103] K. Li, W. Carden, and R. Wagoner, "Simulation of springback," *International Journal of Mechanical Sciences*, vol. 44, no. 1, pp. 103–122, 2002.
- [104] F. Barlat and K. Lian, "Plastic behavior and stretchability of sheet metals. part I : A yield function for orthotropic sheets under plane stress conditions," *International Journal of Plasticity*, vol. 5, no. 1, pp. 51–66, 1989.
- [105] F. Barlat, Y. Maeda, K. Chung, M. Yanagawa, J. Brem, Y. Hayashida, D. Lege, K. Matsui, S. Murtha, S. Hattori, *et al.*, "Yield function development for aluminum alloy sheets," *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, vol. 45, no. 11-12, pp. 1727–1763, 1997.
- [106] D. Banabic, "Experimental validation of some anisotropic yield criteria," in *Proc. Cold Metal Forming Conference-TPR2000*, pp. 109–116, 2000.
- [107] K. Li, L. Geng, and R. Wagoner, "Simulation of springback : choice of element," *Advanced Technology of Plasticity*, vol. 3, pp. 2091–2098, 1999.
- [108] F. Pourboghrat, K. Chung, and O. Richmond, "A hybrid membrane/shell method for rapid estimation of springback in anisotropic sheet metals," *Journal of Applied Mechanics*, vol. 65, no. 3, pp. 671–684, 1998.
- [109] M. Wenner, "On work hardening and springback in plane strain draw forming," *Journal of Applied Metalworking*, vol. 2, no. 4, pp. 277–287, 1983.
- [110] F. Morestin, M. Boivin, and C. Silva, "Elasto plastic formulation using a kinematic hardening model for springback analysis in sheet metal forming," *Journal of Materials Processing Technology*, vol. 56, no. 1-4, pp. 619–630, 1996.
- [111] R. Cleveland and A. Ghosh, "Inelastic effects on springback in metals," *International Journal of Plasticity*, vol. 18, no. 5-6, pp. 769–785, 2002.
- [112] K. Chung, M.-G. Lee, D. Kim, C. Kim, M. L. Wenner, and F. Barlat, "Spring-back evaluation of automotive sheets based on isotropic-kinematic hardening laws and non-quadratic anisotropic yield functions, part I : theory and formulation," *International Journal of Plasticity*, vol. 21, no. 5, pp. 861–882, 2005.
- [113] M.-G. Lee, D. Kim, C. Kim, M. L. Wenner, and K. Chung, "Spring-back evaluation of automotive sheets based on isotropic-kinematic hardening laws and non-quadratic anisotropic yield functions, part III : applications," *International Journal of Plasticity*, vol. 21, no. 5, pp. 915–953, 2005.
- [114] R. Wagoner and M. Li, "Simulation of springback : through-thickness integration," *International Journal of Plasticity*, vol. 23, no. 3, pp. 345–360, 2007.

- [115] P. Chen and M. Koc, “Simulation of springback variation in forming of advanced high strength steels,” *Journal of Materials Processing Technology*, vol. 190, no. 1-3, pp. 189–198, 2007.
- [116] P.-A. Eggertsen and K. Mattiasson, “On constitutive modeling for springback analysis,” *International Journal of Mechanical Sciences*, vol. 52, no. 6, pp. 804–818, 2010.
- [117] S. Wang, W. Zhuang, J. Cao, and J. Lin, “An investigation of springback scatter in forming ultra-thin metal-sheet channel parts using crystal plasticity FE analysis,” *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, vol. 47, no. 9-12, pp. 845–852, 2010.
- [118] H. Chalal, S.-G. Racz, and T. Balan, “Springback of thick sheet ahss subject to bending under tension,” *International Journal of Mechanical Sciences*, vol. 59, no. 1, pp. 104–114, 2012.
- [119] J.-W. Lee, M.-G. Lee, and F. Barlat, “Finite element modeling using homogeneous anisotropic hardening and application to spring-back prediction,” *International Journal of Plasticity*, vol. 29, pp. 13–41, 2012.
- [120] J.-Y. Lee, J.-W. Lee, M.-G. Lee, and F. Barlat, “An application of homogeneous anisotropic hardening to springback prediction in pre-strained u-draw/bending,” *International Journal of Solids and Structures*, vol. 49, no. 25, pp. 3562–3572, 2012.
- [121] H. Lim, M. Lee, J. Sung, J. Kim, and R. Wagoner, “Time-dependent springback of advanced high strength steels,” *International Journal of Plasticity*, vol. 29, pp. 42–59, 2012.
- [122] R. H. Wagoner, H. Lim, and M.-G. Lee, “Advanced issues in springback,” *International Journal of Plasticity*, vol. 45, pp. 3–20, 2013.
- [123] J.-Y. Lee, F. Barlat, and M.-G. Lee, “Constitutive and friction modeling for accurate springback analysis of advanced high strength steel sheets,” *International Journal of Plasticity*, vol. 71, pp. 113–135, 2015.
- [124] X. Xue, J. Liao, G. Vincze, A. B. Pereira, and F. Barlat, “Experimental assessment of nonlinear elastic behaviour of dual-phase steels and application to springback prediction,” *International Journal of Mechanical Sciences*, vol. 117, pp. 1–15, 2016.
- [125] X. Xue, *Modelling and Control of Twist Springback in Lightweight Automotive Structures with Complex Cross-Sectional Shape*. PhD thesis, Universidade de Aveiro (Portugal), 2016.
- [126] S. Sumikawa, A. Ishiwatari, J. Hiramoto, and T. Urabe, “Improvement of springback prediction accuracy using material model considering elastoplastic anisotropy and baushinger effect,” *Journal of Materials Processing Technology*, vol. 230, pp. 1–7, 2016.
- [127] J. Liao, X. Xue, M.-G. Lee, F. Barlat, G. Vincze, and A. B. Pereira, “Constitutive modeling for path-dependent behavior and its influence on twist springback,” *International Journal of Plasticity*, vol. 93, pp. 64–88, 2017.
- [128] C. L b be and A. E. Tekkaya, “Mechanisms for controlling springback and strength in heat-assisted sheet forming,” *CIRP Annals*, vol. 67, no. 1, pp. 273–276, 2018.
- [129] J. Lee, H. Bong, J. Ha, J. Choi, F. Barlat, and M.-G. Lee, “Influence of yield stress determination in anisotropic hardening model on springback prediction in dual-phase steel,” *JOM*, vol. 70, no. 8, pp. 1560–1566, 2018.

- [130] J. Yoon, F. Barlat, R. Dick, K. Chung, and T. Kang, "Plane stress yield function for aluminum alloy sheets—part II : FE formulation and its implementation," *International Journal of Plasticity*, vol. 20, no. 3, pp. 495–522, 2004.
- [131] D. Banabic, *Sheet Metal Forming Processes : Constitutive Modelling and Numerical Simulation*. Springer Berlin Heidelberg, 2010.
- [132] J. Chaboche, "On some modifications of kinematic hardening to improve the description of ratchetting effects," *International Journal of Plasticity*, vol. 7, no. 7, pp. 661–678, 1991.
- [133] J. Carbonniere, S. Thuillier, F. Sabourin, M. Brunet, and P.-Y. Manach, "Comparison of the work hardening of metallic sheets in bending–unbending and simple shear," *International Journal of Mechanical Sciences*, vol. 51, no. 2, pp. 122–130, 2009.
- [134] H. Haddadi, S. Bouvier, M. Banu, C. Maier, and C. Teodosiu, "Towards an accurate description of the anisotropic behaviour of sheet metals under large plastic deformations : modelling, numerical analysis and identification," *International Journal of Plasticity*, vol. 22, no. 12, pp. 2226–2271, 2006.
- [135] T. Mánik, B. Holmedal, and O. Hopperstad, "Strain-path change induced transients in flow stress, work hardening and r-values in aluminum," *International Journal of Plasticity*, vol. 69, pp. 1–20, 2015.
- [136] A. Friaâ, "La loi de norton-hoff généralisée en plasticité et viscoplasticité," *THESE DE DOCTORAT D'ETAT ES SCIENCES MATHÉMATIQUES PRESENTÉE A L'UNIVERSITÉ PIERRE ET MARIE CURIE, PARIS VI*, 1979.
- [137] M. Djaoua, P. Suquet, and J. Nedelec, "Évolution quasi-statique des milieux viscoplastiques de maxwell-norton," *Mathematical Methods in the Applied Sciences*, vol. 6, no. 1, pp. 192–205, 1984.
- [138] A. S. Khan and S. Huang, "Experimental and theoretical study of mechanical behavior of 1100 aluminum in the strain rate range 10⁻⁵- 10⁴s⁻¹," *International Journal of Plasticity*, vol. 8, no. 4, pp. 397–424, 1992.
- [139] R. Liang and A. S. Khan, "A critical review of experimental results and constitutive models for bcc and fcc metals over a wide range of strain rates and temperatures," *International Journal of Plasticity*, vol. 15, no. 9, pp. 963–980, 1999.
- [140] A. S. Khan and R. Liang, "Behaviors of three bcc metal over a wide range of strain rates and temperatures : experiments and modeling," *International Journal of Plasticity*, vol. 15, no. 10, pp. 1089–1109, 1999.
- [141] A. Rusinek and J. Klepaczko, "Shear testing of a sheet steel at wide range of strain rates and a constitutive relation with strain-rate and temperature dependence of the flow stress," *International Journal of Plasticity*, vol. 17, no. 1, pp. 87–115, 2001.
- [142] A. Uenishi and C. Teodosiu, "Constitutive modelling of the high strain rate behaviour of interstitial-free steel," *International Journal of Plasticity*, vol. 20, no. 4-5, pp. 915–936, 2004.
- [143] A. Molinari and G. Ravichandran, "Constitutive modeling of high-strain-rate deformation in metals based on the evolution of an effective microstructural length," *Mechanics of Materials*, vol. 37, no. 7, pp. 737–752, 2005.

- [144] A. Rusinek, R. Zaera, and J. R. Klepaczko, “Constitutive relations in 3-d for a wide range of strain rates and temperatures—application to mild steels,” *International Journal of Solids and Structures*, vol. 44, no. 17, pp. 5611–5634, 2007.
- [145] S. Allain, O. Bouaziz, and X. Lemoine, “A viscoplastic behavior law for ferritic steels at low homologous temperature,” *Revue de Métallurgie—International Journal of Metallurgy*, vol. 106, no. 2, pp. 80–89, 2009.
- [146] J.-M. Pipard, *Modélisation du comportement élasto-viscoplastique des aciers multiphasés pour la simulation de leur mise en forme*. PhD thesis, 2012.
- [147] J.-M. Pipard, T. Balan, F. Abed-Meraim, and X. Lemoine, “Elasto-visco-plastic modeling of mild steels for sheet forming applications over a large range of strain rates,” *International Journal of Solids and Structures*, vol. 50, no. 16-17, pp. 2691–2700, 2013.
- [148] J. Weertman, “Steady-state creep through dislocation climb,” *Journal of Applied Physics*, vol. 28, no. 3, pp. 362–364, 1957.
- [149] F. Garofalo, “An empirical relation defining the stress dependence of minimum creep rate in metals,” *Trans. AIME*, vol. 227, pp. 351–356, 1963.
- [150] C. Barrett and W. Nix, “A model for steady state creep based on the motion of jogged screw dislocations,” *Acta Metallurgica*, vol. 13, no. 12, pp. 1247–1258, 1965.
- [151] C. M. Sellars and W. Tegart, “La relation entre la résistance et la structure dans la déformation à chaud,” *Mémoires Scientifiques de la Revue de Métallurgie*, vol. 63, pp. 731–746, 1966.
- [152] J. Jonas, C. Sellars, and W. M. Tegart, “Strength and structure under hot-working conditions,” *Metallurgical Reviews*, vol. 14, no. 1, pp. 1–24, 1969.
- [153] B. Haddag, *Contribution à la modélisation de la mise en forme des tôles métalliques : application au retour élastique et à la localisation*. PhD thesis, Arts et Métiers ParisTech, Metz, 2007.
- [154] T. Balan, “On the numerical implementation of elasto-plastic constitutive equations for metal forming,” *Romanian Journal of Technical Sciences - Applied Mechanics*, vol. 60, pp. 89–104, 2015.
- [155] W. H. Press, S. A. Teukolsky, W. T. Vetterling, and B. P. Flannery, *Numerical recipes in Fortran 90*, vol. 2. Cambridge University Press Cambridge, 1996.
- [156] K. Hibbitt and I. Sorensen, “Abaqus manuals version 6.3,” *Pawtucket, RI, USA : Hibbitt Karlsson and Sorensen Inc*, 2003.
- [157] G. Vincze, F. Barlat, E. F. Rauch, C. N. Tomé, M. C. Butuc, and J. J. Grácio, “Experiments and modeling of low carbon steel sheet subjected to double strain path changes,” *Metallurgical and Materials Transactions A*, vol. 44, no. 10, pp. 4475–4479, 2013.
- [158] W. Wen, M. Borodachenkova, C. Tomé, G. Vincze, E. Rauch, F. Barlat, and J. Grácio, “Mechanical behavior of mg subjected to strain path changes : experiments and modeling,” *International Journal of Plasticity*, vol. 73, pp. 171–183, 2015.
- [159] D. C. Drucker and F. Stockton, *Instrumentation and fundamental experiments in plasticity*. Division of Applied Mathematics, Brown University, 1952.

- [160] R. Hill, "A new method for determining the yield criterion and plastic potential of ductile metals," *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, vol. 1, no. 4, pp. 271–276, 1953.
- [161] J. Hutchinson, "Elastic-plastic behaviour of polycrystalline metals and composites," *Proceedings of the Royal Society of London. A. Mathematical and Physical Sciences*, vol. 319, no. 1537, pp. 247–272, 1970.
- [162] A. Phillips and T. Juh-Ling, "The effect of loading path on the yield surface at elevated temperatures," *International Journal of Solids and Structures*, vol. 8, no. 4, pp. 463–474, 1972.
- [163] S. Stören and J. Rice, "Localized necking in thin sheets," *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, vol. 23, no. 6, pp. 421–441, 1975.
- [164] S. Hecker, "Experimental studies of yield phenomena in biaxially loaded metals," tech. rep., Los Alamos Scientific Lab., NM (USA), 1976.
- [165] M. J. Michno Jr and W. N. Findley, "An historical perspective of yield surface investigations for metals," *International Journal of Non-Linear Mechanics*, vol. 11, no. 1, pp. 59–82, 1976.
- [166] J. W. Hutchinson and V. Tvergaard, "Shear band formation in plane strain," *International Journal of Solids and Structures*, vol. 17, no. 5, pp. 451–470, 1981.
- [167] B. Budiansky, J. Hutchinson, and S. Slutsky, "Mechanics of solids, hg hopkins and mj sewell eds," 1982.
- [168] T. Lehmann, "On a generalized constitutive law in thermo-plasticity taking into account different yield mechanisms," *Acta Mechanica*, vol. 57, no. 1-2, pp. 1–23, 1985.
- [169] M. Kuroda and V. Tvergaard, "Use of abrupt strain path change for determining subsequent yield surface : illustrations of basic idea," *Acta Materialia*, vol. 47, no. 14, pp. 3879–3890, 1999.
- [170] M. Kuroda and V. Tvergaard, "A phenomenological plasticity model with non-normality effects representing observations in crystal plasticity," *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, vol. 49, no. 6, pp. 1239–1263, 2001.
- [171] M. Kuroda and V. Tvergaard, "Plastic spin associated with a non-normality theory of plasticity," *European Journal of Mechanics-A/Solids*, vol. 20, no. 6, pp. 893–905, 2001.
- [172] R. Hill, "The essential structure of constitutive laws for metal composites and polycrystals," *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, vol. 15, no. 2, pp. 79–95, 1967.
- [173] E. Shiratori and K. Ikegami, "Experimental study of the subsequent yield surface by using cross-shaped specimens," *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, vol. 16, no. 6, pp. 373–394, 1968.
- [174] J. W. Rudnicki and J. Rice, "Conditions for the localization of deformation in pressure-sensitive dilatant materials," *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, vol. 23, no. 6, pp. 371–394, 1975.
- [175] J. Christoffersen and J. W. Hutchinson, "A class of phenomenological corner theories of plasticity," *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, vol. 27, no. 5-6, pp. 465–487, 1979.

- [176] M. Gotoh, “A class of plastic constitutive equations with vertex effect—I. general theory,” *International Journal of Solids and Structures*, vol. 21, no. 11, pp. 1101–1116, 1985.
- [177] M. Gotoh, “A class of plastic constitutive equations with vertex effect—II. discussions on the simplest form,” *International Journal of Solids and Structures*, vol. 21, no. 11, pp. 1117–1129, 1985.
- [178] T. J. Hughes and F. Shakib, “Pseudo-corner theory : a simple enhancement of J_2 -flow theory for applications involving non-proportional loading,” *Engineering Computations*, vol. 3, no. 2, pp. 116–120, 1986.
- [179] J. Simo, “A J_2 -flow theory exhibiting a corner-like effect and suitable for large-scale computation,” *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, vol. 62, no. 2, pp. 169–194, 1987.
- [180] J. H. Lee, “Research note on a simple model for pressure-sensitive strain-hardening materials,” *International Journal of Plasticity*, vol. 4, no. 3, pp. 265–278, 1988.
- [181] W. Spitzig and O. Richmond, “The effect of pressure on the flow stress of metals,” *Acta Metallurgica*, vol. 32, no. 3, pp. 457–463, 1984.
- [182] T. B. Stoughton, “A non-associated flow rule for sheet metal forming,” *International Journal of Plasticity*, vol. 18, no. 5-6, pp. 687–714, 2002.
- [183] T. B. Stoughton and J.-W. Yoon, “A pressure-sensitive yield criterion under a non-associated flow rule for sheet metal forming,” *International Journal of Plasticity*, vol. 20, no. 4-5, pp. 705–731, 2004.
- [184] V. Cvitanić, F. Vlak, and Ž. Lozina, “A finite element formulation based on non-associated plasticity for sheet metal forming,” *International Journal of Plasticity*, vol. 24, no. 4, pp. 646–687, 2008.
- [185] T. B. Stoughton and J. W. Yoon, “Anisotropic hardening and non-associated flow in proportional loading of sheet metals,” *International Journal of Plasticity*, vol. 25, no. 9, pp. 1777–1817, 2009.
- [186] A. Taherizadeh, D. E. Green, A. Ghaei, and J.-W. Yoon, “A non-associated constitutive model with mixed iso-kinematic hardening for finite element simulation of sheet metal forming,” *International Journal of Plasticity*, vol. 26, no. 2, pp. 288–309, 2010.
- [187] M. Safaei, S.-l. Zang, M.-G. Lee, and W. De Waele, “Evaluation of anisotropic constitutive models : Mixed anisotropic hardening and non-associated flow rule approach,” *International Journal of Mechanical Sciences*, vol. 73, pp. 53–68, 2013.
- [188] M. Safaei, J. W. Yoon, and W. De Waele, “Study on the definition of equivalent plastic strain under non-associated flow rule for finite element formulation,” *International Journal of Plasticity*, vol. 58, pp. 219–238, 2014.
- [189] E.-H. Lee, T. B. Stoughton, and J. W. Yoon, “A yield criterion through coupling of quadratic and non-quadratic functions for anisotropic hardening with non-associated flow rule,” *International Journal of Plasticity*, vol. 99, pp. 120–143, 2017.
- [190] M. Schurig, A. Bertram, and H. Petryk, “Micromechanical analysis of the development of a yield vertex in polycrystal plasticity,” *Acta Mechanica*, vol. 194, no. 1-4, pp. 141–158, 2007.

- [191] M. Kuroda, “A higher-order strain gradient plasticity theory with a corner-like effect,” *International Journal of Solids and Structures*, vol. 58, pp. 62–72, 2015.
- [192] K. Yoshida, “A plastic flow rule representing corner effects predicted by rate-independent crystal plasticity,” *International Journal of Solids and Structures*, vol. 120, pp. 213–225, 2017.
- [193] K. Yoshida and T. Tsuchimoto, “Plastic flow of thin-walled tubes under nonlinear tension-torsion loading paths and an improved pseudo-corner model,” *International Journal of Plasticity*, vol. 104, pp. 214–229, 2018.
- [194] M. Zhang, J. M. Benítez, and F. J. Montáns, “Capturing yield surface evolution with a multilinear anisotropic kinematic hardening model,” *International Journal of Solids and Structures*, vol. 81, pp. 329–336, 2016.
- [195] M. V. Upadhyay, A. Patra, W. Wen, T. Panzner, S. Van Petegem, C. N. Tome, R. A. Lebensohn, and H. Van Swygenhoven, “Mechanical response of stainless steel subjected to biaxial load path changes : Cruciform experiments and multi-scale modeling,” *International Journal of Plasticity*, vol. 108, pp. 144–168, 2018.
- [196] N. Souto, A. Andrade-Campos, and S. Thuillier, “Material parameter identification within an integrated methodology considering anisotropy, hardening and rupture,” *Journal of Materials Processing Technology*, vol. 220, pp. 157–172, 2015.
- [197] S. Bouvier, J. Alves, M. Oliveira, and L. Menezes, “Modelling of anisotropic work-hardening behaviour of metallic materials subjected to strain-path changes,” *Computational Materials Science*, vol. 32, no. 3-4, pp. 301–315, 2005.
- [198] J. Wang, V. Levkovitch, and B. Svendsen, “Modeling and simulation of directional hardening in metals during non-proportional loading,” *Journal of Materials Processing Technology*, vol. 177, no. 1-3, pp. 430–432, 2006.
- [199] S. Bouvier, B. Gardey, H. Haddadi, and C. Teodosiu, “Characterization of the strain-induced plastic anisotropy of rolled sheets by using sequences of simple shear and uniaxial tensile tests,” *Journal of Materials Processing Technology*, vol. 174, no. 1-3, pp. 115–126, 2006.
- [200] P. Flores, L. Duchene, C. Bouffieux, T. Lelotte, C. Henrard, N. Pernin, A. Van Bael, S. He, J. Dufloy, and A. Habraken, “Model identification and fe simulations : effect of different yield loci and hardening laws in sheet forming,” *International Journal of Plasticity*, vol. 23, no. 3, pp. 420–449, 2007.
- [201] S. Bouvier, H. Haddadi, P. Levée, and C. Teodosiu, “Simple shear tests : Experimental techniques and characterization of the plastic anisotropy of rolled sheets at large strains,” *Journal of Materials Processing Technology*, vol. 172, no. 1, pp. 96–103, 2006.
- [202] T. Clausmeyer, A. Güner, A. E. Tekkaya, V. Levkovitch, and B. Svendsen, “Modeling and finite element simulation of loading-path-dependent hardening in sheet metals during forming,” *International Journal of Plasticity*, vol. 63, pp. 64–93, 2014.
- [203] W. Carden, L. Geng, D. Matlock, and R. Wagoner, “Measurement of springback,” *International Journal of Mechanical Sciences*, vol. 44, no. 1, pp. 79–101, 2002.

- [204] D. Zhang, Z. Cui, X. Ruan, and Y. Li, “An analytical model for predicting springback and side wall curl of sheet after u-bending,” *Computational Materials Science*, vol. 38, no. 4, pp. 707–715, 2007.
- [205] H. S. Kim and M. Koç, “Numerical investigations on springback characteristics of aluminum sheet metal alloys in warm forming conditions,” *Journal of Materials Processing Technology*, vol. 204, no. 1-3, pp. 370–383, 2008.
- [206] H. Laurent, R. Grèze, P.-Y. Manach, and S. Thuillier, “Influence of constitutive model in springback prediction using the split-ring test,” *International Journal of Mechanical Sciences*, vol. 51, no. 3, pp. 233–245, 2009.
- [207] L. Sanchez, “Modeling of springback, strain rate and baushinger effects for two-dimensional steady state cyclic flow of sheet metal subjected to bending under tension,” *International Journal of Mechanical Sciences*, vol. 52, no. 3, pp. 429–439, 2010.
- [208] S.-l. Zang, M.-G. Lee, L. Sun, and J. H. Kim, “Measurement of the baushinger behavior of sheet metals by three-point bending springback test with pre-strained strips,” *International Journal of Plasticity*, vol. 59, pp. 84–107, 2014.
- [209] H. Ren, J. Xie, S. Liao, D. Leem, K. Ehmann, and J. Cao, “In-situ springback compensation in incremental sheet forming,” *CIRP Annals*, 2019.
- [210] S. Chen, J. Liao, H. Xiang, X. Xue, and A. B. Pereira, “Pre-strain effect on twist springback of a 3d p-channel in deep drawing,” *Journal of Materials Processing Technology*, p. 116224, 2019.
- [211] J. Haruff, C. Van Tyne, and D. Matlock, “The sensitivity of lab-measured friction coefficients,” *JOM*, vol. 47, no. 7, pp. 50–52, 1995.
- [212] G. Wenzloff, T. Hylton, and D. Mattock, “A new test procedure for the bending under tension friction test,” *Journal of Materials Engineering and Performance*, vol. 1, no. 5, pp. 609–613, 1992.
- [213] T. Kuwabara, S. Takahashi, K. Akiyama, and Y. Miyashita, “2-D springback analysis for stretch-bending processes based on total strain theory,” *SAE Transactions*, pp. 504–513, 1995.
- [214] T. Kuwabara, S. Takahashi, and K. Ito, “Springback analysis of sheet metal subjected to bending–unbending under tension I (theory and results of numerical analysis),” *Advanced Technology of Plasticity, Proceedings of the 5th ICTP*, vol. 2, pp. 743–746, 1996.
- [215] J. Wang, R. Wagoner, D. Matlock, and F. Barlat, “Anticlastic curvature in draw-bend springback,” *International Journal of Solids and Structures*, vol. 42, no. 5-6, pp. 1287–1307, 2005.
- [216] C. Barthel, T. Clausmeyer, and B. Svendsen, “Numerical investigation of draw bending and deep drawing taking into account cross hardening,” in *Proceedings of the 7th European LS-DYNA conference, Dynamore GmbH, Salzburg, Germany*, 2009.
- [217] N. Noma and T. Kuwabara, “Springback analysis of draw-bending of 980 MPa cold rolled steel sheet and its experimental validation,” in *AIP Conference Proceedings*, vol. 1315, pp. 1485–1490, AIP, 2011.

- [218] R. K. Verma, N. Noma, K. Chung, and T. Kuwabara, “Draw-bending analysis of a cold rolled DP980 steel sheet,” in *AIP Conference Proceedings*, vol. 1353, pp. 1405–1410, AIP, 2011.
- [219] S.-G. Racz, S. Khan, H. Chalal, F. Abed-Meraim, and T. Balan, “Prediction of springback after draw-bending test using different material models,” in *AIP Conference Proceedings*, vol. 1315, pp. 419–424, AIP, 2011.
- [220] A. Savitzky and M. J. Golay, “Smoothing and differentiation of data by simplified least squares procedures.,” *Analytical Chemistry*, vol. 36, no. 8, pp. 1627–1639, 1964.
- [221] I. Burchitz and T. Meinders, “Adaptive through-thickness integration for accurate springback prediction,” *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, vol. 75, no. 5, pp. 533–554, 2008.
- [222] Y. Yang, C. Baudouin, and T. Balan, “Effect of the plasticity model on the yield surface evolution after abrupt strain-path changes,” in *Journal of Physics : Conference Series*, vol. 1063, p. 012091, IOP Publishing, 2018.
- [223] Y. Yang and T. Balan, “Prediction of the yield surface evolution and some apparent non-normality effects after abrupt strain-path change using classical plasticity,” *International Journal of Plasticity*, vol. 119, pp. 331–343, 2019.
- [224] Y. Yang, C. Baudouin, and T. Balan, “Effect of kinematic hardening on the yield surface evolution after strain-path change,” in *IOP Conference Series : Materials Science and Engineering*, vol. 651, p. 012033, IOP Publishing, 2019.
- [225] Y. Yang, H. Chalal, C. Baudouin, G. Vincze, and T. Balan, “Springback investigation of advanced path-dependent constitutive models for sheet metal forming,” in *NUMISHEET 2020*, Submitted.

Yanfeng YANG
ÉTUDE DES EFFETS DES
CHANGEMENTS DE TRAJET EN
EMBOUITISSAGE

Résumé

Dans le processus de formage de tôle, le matériau subit généralement de grandes déformations, des historiques de chargement complexes et son comportement mécanique peut être modélisé par des équations constitutives. Malgré les efforts considérables déployés pour développer des modèles d'écrouissage avancés tenant compte de l'effet de Bauschinger, la fiabilité et l'applicabilité des modèles d'écrouissage développés doivent encore être étudiés, à la fois expérimentalement et théoriquement. Plusieurs types de modèles d'écrouissage sont implantés numériquement dans cette thèse. Ils sont utilisés pour étudier la prévision de l'évolution de la surface de plasticité, ce qui montre qu'une certaine violation apparente de la condition de normalité peut être simulés modèles basés sur la plasticité associée. La deuxième partie porte principalement sur la caractérisation et la discrimination pour la sélection de modèles de matériaux. Premièrement, certains tests de caractérisation, y compris les trajets de chargement complexes, sont effectués pour identifier les paramètres des matériaux, puis le test discriminant de pliage sous tension est conçu pour l'investissement d'un comportement de retour élastique capable de déterminer le meilleur modèle.

Mots clés: emboutissage, changement de trajet, effet Bauschinger, modèle d'écrouissage, identification des paramètres, pliage sous tension, retour élastique

Résumé en anglais

In sheet metal forming process, the material usually undergoes large deformations, complex loading histories and its mechanical behavior can be modeled by constitutive equations. Despite the great efforts paid to develop advanced hardening models considering the Bauschinger effect, the reliability and applicability of the developed hardening models still needs to be investigated, both experimentally and theoretically. In the first part, based on the developed hardening models, some classical and advanced models are selected are implemented by using Euler explicit implementation method. After that, the developed numerical instruments in current work are applied to investigate the prediction of the yield surface evolution, which show that some apparent violation of the normality condition can be simulated using models based on associated plasticity. The second part mainly focuses on characterizing and discriminating for selecting material models. Firstly some characterizations tests including complex loading path are performed to identify material parameters and bending-under-tension discriminant test is built to investing springback behavior that can sort out the best model.

Keywords: sheet metal forming, strain-path change, Bauschinger effect, hardening model, parameters identification, bending under tension test, springback