



**HAL**  
open science

# Étude expérimentale des propriétés optiques et acoustiques de cavités planaires et en micro-piliers de GaAs/AlAs pour l'optomécanique en micro-cavité

Camille Lagoin

► **To cite this version:**

Camille Lagoin. Étude expérimentale des propriétés optiques et acoustiques de cavités planaires et en micro-piliers de GaAs/AlAs pour l'optomécanique en micro-cavité. Optique [physics.optics]. Sorbonne Université, 2019. Français. NNT: 2019SORUS239 . tel-03023364

**HAL Id: tel-03023364**

**<https://theses.hal.science/tel-03023364>**

Submitted on 25 Nov 2020

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

THÈSE DE DOCTORAT  
DE SORBONNE UNIVERSITÉ

Spécialité : Physique

École doctorale n°564 : Physique en Île-de-France

réalisée

à l'Institut des Nano-Sciences de Paris (INSP)

sous la direction de Bernard Perrin,

co-encadrée par Daniel Garcia Sanchez,

présentée par

**Camille LAGOIN**

pour obtenir le grade de :

**DOCTEUR DE SORBONNE UNIVERSITÉ**

Sujet de la thèse :

**Étude Expérimentale des Propriétés Optiques et Acoustiques  
de Cavités Planaires et en Micro-Piliers de GaAs/AlAs pour  
l'Optomécanique en Micro-Cavité.**

soutenue le 01 Juillet 2019

devant le jury composé de :

M. Pascal Ruello	Rapporteur	PR, IMMM, Le Mans
M. Aurélien Crut	Rapporteur	MCF, ILM, Lyon
M <sup>me</sup> Claire Prada-Julia	Examinatrice SU	DR, Institut Langevin, Paris
M. Philippe Djemia	Examineur	PR, LSPM, Villetaneuse
M. Pierre-François Cohadon	Examineur	MCF, LKB, Paris
M. Bernard Perrin	Directeur de thèse	DR, INSP, Paris
M. Daniel Garcia Sanchez	Co-encadrant	CR, INSP, Paris



# Remerciements

Je tiens tout d'abord à remercier les deux rapporteurs de ma thèse, Aurélien Crut et Pascal Ruello, ainsi que mes examinateurs Claire Prada-Julia, Pierre-François Cohadon et Philippe Djemia, président du jury.

Je remercie mes encadrants de thèse : Daniel Garcia Sanchez, co-encadrant, pour avoir proposé le sujet de recherche de ma thèse et m'avoir montré comment programmer ma manip en python et mon directeur de thèse Bernard Perrin avec lequel j'ai effectué les expériences d'acoustique pico-seconde sur lesquelles nous avons galéré ensemble. Je remercie également Bernard pour les discussions sur mon sujet de thèse et sur le monde de la recherche académique ainsi que pour son soutien et son aide durant ma thèse et en particulier la rédaction.

Je remercie le laboratoire d'excellence Matisse pour mon environnement de thèse qui m'a permis, en plus de l'achat de matériel, d'aller en conférence à Nankin et en école d'été aux Houches avec Bernard.

Je remercie également Sorbonne Université (SU précédemment l'UPMC) pour mon financement de thèse via un CDSN de l'ENS Cachan (maintenant Paris-Saclay) et pour ma mission d'enseignement de deux ans en Licence 1 qui a été prenante (fatigante) mais très instructive et agréable (pour ce changer les idées des manips/codes/calculs qui ne marchent pas).

Je remercie Maria Chamarro (INSP) la responsable de l'ED PIF pour SU de m'avoir aidé pour la fin de ma thèse avec les formalités de prés-soutenance. Je tiens à remercier également François Dubin (INSP), mon tuteur scientifique et Franck Vidal (INSP) mon parrain pour leur écoute et leur soutien durant ma thèse.

Je souhaite remercier toutes les personnes qui ont participé à mon projet de thèse : les salles blanches de P7 et P6 (Loïc Becerra, Erwan Dandeu et Dominique Demaille), les membres du service de mécanique de l'INSP qui ont fabriqué le support du cryostat entre autres, les membres du service d'électronique de l'INSP et les membres du service des basses températures.

Je remercie Jean-Yves Prieur (Acoust, INSP) qui m'a aidé à régler la régul de température de mon cryostat, Eric Charron (Acoust, INSP) qui m'a aidé à choisir les pièces à acheter pour visualiser mon échantillon, Serge Vincent (Acoust, INSP) qui a fait et adapté les programmes LabVIEW qui font fonctionner les expériences d'acoustique pico-seconde, Mathieu Bernard (PHOCOS-PMTeQ, INSP) pour m'avoir aidé sur la cryogénie (fuites, changement de la vitre) de mon cryostat, etc.

Je souhaite remercier en particulier Paola Atkinson (ELACOU, INSP) qui a fait la crois-

sance des échantillons à l'INSP ainsi que Alex Arnoult (LAAS, Toulouse) qui a fait un échantillon en début de ma dernière année de thèse.

Je tiens à remercier les membres du laboratoire, le directeur Christophe Testelin, Cecile Lefèvre au secrétariat, la gestion financière, en particulier Valérie Guezo, le service d'informatique, Cécile Duflot à la communication ...

Je remercie l'équipe dans laquelle j'ai effectué ma thèse, l'équipe d'acoustique pour les nano-sciences. Merci à Laurent Beillard, Pauline Rovillain, Jean-Yves Duquesne de m'avoir fait répéter ma soutenance. Merci à Danièle Fournier de m'avoir invité à participer à la fête de la Science les trois années de ma thèse, même si on a eu un peu froid la première année.

Je remercie tout particulièrement les doctorants, postdoc et stagiaires de l'INSP avec qui j'ai passé de bons moments en *pause* en salle de convivialité et dont je vais faire une liste non exhaustive ici. Je remercie les « vieux » : Nathalie, Louis, Matia, Richard, Lise, Pierre-Yves, Romain, Suzanne, Rémi, Juan, Alberto; ceux qui sont toujours en thèse : Bertille, Clément, Raphaël, Violette, Arnaud, Audrey, Charlie, Mhedi, Matis, Ronei, Oliviero, Angus; les stagiaires de cette année : Thomas, Sophie, Maryam, Mhedi et les postdocs : Côme, Frédéric, Alexis, Julien ... Je remercie mes anciens co-bureau : Sébastien, Antoine et Cyril [1–3] qui m'ont lâchement abandonné, mes co-bureau actuel : Wei, Dan, Ronan que j'abandonne à mon tour ...

Je tiens à remercier la machine à café de l'équipe ACOUST qui m'a bien aidé surtout en troisième année et les plantes du bureau : feu ma menthe, Cyril et les bébés cyril.

Je remercie ceux qui m'ont soutenus pendant ma thèse et que je n'ai pas déjà listés ci-dessus, Ariane, Igor et le groupe de *Movie night this week ?*; Camille, Tanguy et le groupe *Reblochon* pour les sorties au japonais.

Enfin je remercie ma famille, en particulier mes parents et mon frère et les chats (Newton, Pepette et Juju).

# Table des matières

<b>Introduction</b>	<b>5</b>
<b>I Les cavités à miroirs de Bragg en GaAs/AlAs</b>	<b>5</b>
I.1 Cavité Fabry Péro	6
I.2 Cavité à miroirs de Bragg planaire	8
I.2.1 Description d'un miroir de Bragg	8
I.2.2 Particularité des miroirs de Bragg en GaAs/AlAs	9
I.2.3 Formalisme des matrices de transfert	9
I.2.4 Matrice de transfert acoustique	10
I.2.5 Matrice de transfert optique	19
I.2.6 Comparaison	23
I.3 Cavité à miroirs de Bragg en micro-piliers	25
I.3.1 Modes optiques des micro-piliers	25
I.3.2 Modes acoustiques des micro-piliers	30
<b>II Caractérisation de la cavité optique</b>	<b>39</b>
II.1 État de l'art	40
II.1.1 Historique	40
II.1.2 Micro-cavités de GaAs/AlAs	41
II.2 Fabrication des échantillons	43
II.2.1 Croissance des cavités planaires à miroirs de Bragg	43
II.2.2 Fabrication des micro-piliers	43
II.3 Montage expérimental	46
II.3.1 Mesure de la réflectivité de la cavité optique	46
II.3.2 Le LASER	46
II.3.3 Focalisation du faisceau LASER	47
II.3.4 Mesure en transmission et en réflexion	47
II.3.5 Régulation de l'intensité optique	48
II.3.6 Le système de visualisation	49
II.3.7 Interfaçage des appareils et automatisation de l'expérience	50
II.4 Mesure de la résonance optique	51
II.4.1 Cavités planaires	51
II.4.2 Micro-piliers	52
II.4.3 Discussion des temps de vie mesurés	55
<b>III Caractérisation de la cavité acoustique</b>	<b>56</b>
III.1 État de l'art	57
III.1.1 Historique de l'étude des super-réseaux acoustiques	57
III.1.2 Principe général de la technique pompe sonde	60
III.2 Technique d'excitation sous-harmonique résonante	64
III.3 Montage expérimental	69
III.3.1 Le LASER	70
III.3.2 Faisceaux pompe et sonde	70

III.3.3	Le modulateur acousto-optique (AOM)	71
III.3.4	La ligne à retard	71
III.3.5	L'interféromètre de Sagnac	72
III.3.6	La détection synchrone	72
III.4	Résultats expérimentaux	74
III.4.1	Cavités Planaires	74
III.4.2	Cavités en micro-pilier	78
<b>IV</b>	<b>Couplage Optomécanique</b>	<b>88</b>
IV.1	État de l'art	89
IV.1.1	Historique et contexte actuel	89
IV.1.2	Optomécanique en cavité	90
IV.1.3	Couplage optomécanique	91
IV.1.4	Principe de la transparence induite optomécaniquement	92
IV.1.5	Détection homodyne	94
IV.2	Montage expérimental	97
IV.2.1	Modulateur de phase	97
IV.2.2	Photodiode rapide	97
IV.2.3	Générateur et analyseur de spectre	97
IV.2.4	Déroulement de l'expérience	98
IV.2.5	La technique Pound-Drever-Hall (PDH)	99
IV.2.6	Signal de transparence induite mesuré	101
IV.3	Calculs de l'expérience d'OMIT	102
IV.3.1	Hamiltonien du système	102
IV.3.2	Équations de Langevin	103
IV.3.3	Équations dans l'espace des fréquences	104
IV.3.4	Solution générale	104
IV.3.5	Résolution pour une bande latérale	105
IV.3.6	Résolution pour deux bandes latérales : LASER modulé en phase	106
IV.3.7	Simulations	107
IV.4	Résultats expérimentaux	112
IV.4.1	Mesure en transmission	112
IV.4.2	Mesure en réflexion	113
IV.4.3	Bruits	114
IV.4.4	Estimation d'une borne supérieure du couplage optomécanique	116
	<b>Conclusion</b>	<b>119</b>
	<b>A Étapes de fabrication des micro-piliers</b>	<b>122</b>
	<b>B Caractéristiques des échantillons</b>	<b>123</b>
	<b>C Paramètres des expériences d'acoustique et d'optique</b>	<b>124</b>
	<b>D Calcul du diamètre de l'excitation acoustique</b>	<b>125</b>
	<b>E Calcul de la vitesse effective des cavités acoustiques</b>	<b>127</b>
	<b>F Fonctions de Bessel</b>	<b>128</b>
	<b>Nomenclature</b>	<b>130</b>
	<b>Bibliographie</b>	<b>134</b>

# Introduction

L'optomécanique traite de l'interaction entre la lumière et un ou des degrés de liberté mécaniques d'un objet, appelé le résonateur ou l'oscillateur mécanique. Ce domaine fait intervenir des notions d'optique, d'optique quantique, de physique du solide et de science des matériaux.

Certains effets de l'interaction lumière-mouvement sont connus depuis longtemps. En 1619, Kepler observe la déviation des queues de comètes par les rayons du soleil [4]. En 1873, James Clerk Maxwell prouve théoriquement que la lumière exerce une force sur la matière que l'on appelle la pression de radiation [5]. La lumière, constituée de photons, peut transmettre de la quantité de mouvement à un objet lorsque la lumière se réfléchit sur celui-ci. Cette quantité de mouvement  $2\hbar k$  (où  $k = 2\pi/\lambda$  est le vecteur d'onde de la lumière de longueur d'onde  $\lambda$ ) est faible, de l'ordre de  $1 \times 10^{-27} \text{ kg}\cdot\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ .

En 1967, Vladimir Braginsky et Anatolii Manukin étudient l'action de la lumière sur les propriétés mécaniques d'un oscillateur [6]. En 1970, ils mesurent le mouvement d'un miroir faisant partie d'une cavité Fabry Pérot, et montrent que sous l'action d'un faisceau LASER, ce mouvement pouvait être atténué ou amplifié [7]. En effet, la lumière effectue un certain nombre  $N$  d'aller-retours dans une cavité et exerce donc une force de pression de radiation d'autant plus grande sur le miroir mobile de la cavité. En contrepartie, le mouvement du miroir modifie la longueur de la cavité et donc la fréquence de résonance de la cavité. Cette modulation de la résonance optique par le mouvement de l'oscillateur mécanique crée des résonances, bandes latérales, décalées de la résonance optique par les fréquences de résonances mécaniques.

Le miroir mobile de la cavité, l'oscillateur mécanique, est couplé avec la cavité optique de grande finesse (c.-à-d. dans laquelle la lumière fait un grand nombre d'aller-retours). Si l'on envoie un faisceau LASER dans cette cavité, celui-ci peut échanger de l'énergie avec l'oscillateur mécanique par diffusion inélastique : processus Stokes et anti-Stokes. La cavité optique permet de favoriser l'un des processus par rapport à l'autre.

Si l'on envoie un LASER d'énergie inférieure à celle de la cavité optique (désaccord vers le rouge), les photons vont prendre de l'énergie au mode de l'oscillateur mécanique. Le mode mécanique perd cette énergie sous forme de phonons et son mouvement est alors amorti. On parle de refroidissement du mode, car le mouvement de l'oscillateur est amorti par rapport à son mouvement brownien à la température réelle de l'environnement. On peut alors lui attribuer une température effective plus basse. Si l'on envoie un LASER d'énergie supérieure à celle de la cavité optique (désaccord vers le bleu), les photons vont donner de l'énergie au mode de l'oscillateur mécanique dont le mouvement est alors amplifié.

On peut voir les traces de l'interaction entre l'oscillateur mécanique et le faisceau LA-

SER, désaccordé vers le rouge, dans le spectre de la résonance optique où apparaît une fenêtre de transparence (ou d'absorption). On parle de transparence induite optomécaniquement (OMIT pour *optomechanically induced transparency*).

De nos jours, des techniques de refroidissement LASER sont utilisées afin de piéger et refroidir des atomes (prix Nobel de physique de 1997 attribué à Claude Cohen-Tannoudji, Steven Chu et William D. Phillips).

Des efforts ont été faits pour utiliser ce type de méthode afin de refroidir un oscillateur mécanique dans son état fondamental, et d'étudier son comportement quantique. L'objectif est d'observer des comportements quantiques à l'échelle macroscopique.

Refroidir un oscillateur mécanique de fréquence  $f_m$ , dans son état fondamental nécessite de travailler à très basse température  $T$ , telle que  $k_B T \ll hf_m$ , afin que l'énergie d'agitation thermique soit faible devant l'écart entre deux niveaux d'énergie de l'oscillateur. Par exemple à 100 MHz, l'égalité  $k_B T = hf_m$  est atteinte à 5 mK, une température que l'on ne peut atteindre avec des systèmes cryogéniques standard. Une technique additionnelle doit donc être utilisée pour refroidir le mode mécanique de l'oscillateur.

Afin d'observer des effets quantiques à plus haute température, on peut augmenter la fréquence de l'oscillateur mécanique. Une stratégie pour augmenter la fréquence d'un oscillateur mécanique est de réduire la taille de l'oscillateur. En utilisant le modèle simple à une dimension de la corde vibrante, on constate que la fréquence de résonance augmente quand la longueur de corde diminue. Des efforts dans la fabrication et la création de nouveaux systèmes optomécaniques de taille réduite ont donc été effectués [8 ; 9].

Ici, nous avons choisi une autre stratégie. Des développements récents en acoustique picoseconde [10], ont montré la possibilité de confiner à la fois un mode de résonance mécanique et un mode de résonance optique dans la même cavité. Le système utilisé est une cavité à miroirs de Bragg en matériaux semi-conducteurs qui est constituée d'une couche d'arséniure de gallium, entourée de deux super-réseaux (multicouches) d'arséniure de gallium (GaAs) et d'arséniure d'aluminium (AlAs) qui forment des miroirs de Bragg.

Des miroirs de Bragg (acoustiques ou optiques) sont des empilements périodiques de bi-couches de deux matériaux (1 et 2) ayant des propriétés physiques contrastées. Il s'agit soit de l'indice de réfraction optique  $n$  (et de la vitesse de la lumière dans les matériaux  $c$ ), soit de la vitesse du son  $v$  et de l'impédance acoustique. Les épaisseurs des couches sont construites pour que des ondes de longueur d'onde proche de la longueur d'onde de Bragg,  $\lambda_B$ , réfléchies par une bi-couche, interfèrent de manière constructive : on obtient donc bien un miroir.

Si l'on insère une couche d'épaisseur effective  $\lambda_B/2$  entre deux miroirs de Bragg, on obtient une cavité de résonance à  $\lambda_B$ , dont le facteur de qualité (rapport entre l'énergie stockée et l'énergie dissipée) dépend de la réflectivité des miroirs, donc du contraste d'impédance et du nombre de couches. Plus les pertes sont faibles, plus le facteur de qualité est élevé et plus la résonance est étroite.

L'intérêt d'utiliser de l'arséniure de gallium GaAs (matériau 2) et de l'arséniure d'aluminium AlAs (matériau 1) est qu'entre ces deux matériaux, le rapport des vitesses optiques et acoustiques sont presque identiques. Les contrastes d'impédances optique et acoustique sont aussi proches. La même cavité à miroirs de Bragg de GaAs/AlAs optimisée pour confiner des photons à  $\lambda_B$ , confine donc également des phonons acoustiques pour la même longueur

d'onde, avec des facteurs de qualité du même ordre de grandeur.

Si l'on construit une cavité à miroirs de Bragg pour obtenir un mode optique dans la gamme optique de 850 nm–1064 nm, on obtient un mode acoustique de fréquence mécanique élevée pouvant couvrir la gamme 20 GHz–16 GHz confiné dans la même cavité. Pour une fréquence de résonance mécanique de 20 GHz, la condition  $k_B T = \hbar f_m$  est atteinte pour  $T=0.96$  K.

De plus, des micro-piliers de dimension micrométriques gravés à partir de cavités à miroirs de Bragg de GaAs/AlAs planaires sont utilisés comme cavités optiques depuis les années 1980. A la même époque, les super-réseaux et les cavités planaires à miroirs de Bragg de GaAs/AlAs ont également été étudiés par la communauté acoustique.

Les cavités à miroirs de Bragg de GaAs/AlAs en micro-piliers ont plusieurs avantages sur les systèmes couramment utilisés en optomécanique comme un volume occupé par le mode mécanique très faible. Les miroirs de Bragg assurent le confinement dans l'axe du micro-pilier par des phénomènes d'interférences et le fort contraste d'impédance (acoustique et optique) entre le pilier et l'air/vide assure le confinement transverse. On obtient un mode optique et un mode acoustique confinés dans les trois directions de l'espace qui occupent donc un faible volume dans une cavité intégrée de dimensions micro-métriques. De plus le mode mécanique est confiné dans la même cavité que le mode optique : on attend donc un couplage optomécanique important entre les modes optique et acoustique.

Après la preuve de concept de [10], ces micro-piliers ont alors été considérés comme des systèmes prometteurs pour réaliser des expériences d'optomécanique. Cependant, la détection du mode mécanique de haute fréquence avec les techniques classiques d'optomécanique est très compliquée. En effet, l'amplitude des fluctuations du mouvement du résonateur mécanique dans son état fondamental est inversement proportionnelle à la racine carrée de la fréquence de résonance. La mesure du bruit thermique de l'oscillateur, donne un spectre dont la hauteur du signal est inversement proportionnelle au carré de la fréquence de résonance. En revanche, lors d'une expérience de transparence induite optomécaniquement, le signal dépend de la coopérativité qui est une grandeur sans dimension qui compare le couplage optomécanique aux pertes du système.

Les objectifs de cette thèse étaient de caractériser les modes acoustiques et optiques de cavités à miroirs de Bragg planaires puis en micro-piliers et d'étudier le couplage optomécanique de ce type de système avec des expériences de transparence induite optomécaniquement.

Dans le premier chapitre, nous décrivons le système modèle de l'optomécanique qui est une cavité Fabry Pérot et nous rappelons les paramètres qui permettent de caractériser une telle cavité. Puis, à l'aide de la méthode des matrices de transfert, nous étudions les miroirs de Bragg pour aboutir à la description des cavités à miroirs de Bragg planaires en acoustique puis en optique. Enfin, nous abordons les cavités en micro-piliers en acoustique et en optique.

Le chapitre II, traite de la caractérisation optique des cavités à miroirs de Bragg planaires et en micro-piliers. Après un bref historique de l'utilisation des micro-piliers à miroirs de Bragg comme cavité optique par la communauté, nous abordons la fabrication des échantillons. Puis nous décrivons le montage expérimental, construit pendant cette thèse et son utilisation pour des mesures de caractérisation optique.

Le chapitre III, aborde la caractérisation du mode acoustique de ce type d'échantillon.

Nous expliquons les principes de la technique pompe sonde d'acoustique pico-seconde. En effet, cette technique est bien adaptée à la détection des modes à très haute fréquence et est bien connue de la communauté acoustique. En revanche, l'inconvénient de cette méthode est la fenêtre temporelle de mesure qui limite la résolution spectrale de ce type d'expérience, rendant impossible la détection de résonances mécaniques à haut facteur de qualité. Nous nous sommes affranchis du problème de la résolution spectrale, en utilisant une technique d'excitation sous-harmonique résonnante afin d'obtenir la fréquence et le facteur de qualité de la résonance acoustique pour caractériser des cavités planaires et en micro-piliers.

Dans le chapitre IV, nous faisons une présentation de l'optomécanique et en particulier de l'optomécanique en cavité. Nous expliquons ensuite le principe de la transparence induite optomécaniquement. Nous présentons le montage construit pour les expériences d'optomécanique ainsi que les calculs réalisés pour simuler les résultats attendus, que nous comparons à ce que nous obtenons expérimentalement.

À la suite des annexes, une nomenclature rassemble les abréviations et les variables utilisées dans ce manuscrit.

Ces travaux de thèse ont été réalisés à Sorbonne Université, à l'institut des nano-sciences de Paris (INSP), dans l'équipe Acoustique pour les nano-sciences, sous la direction de Bernard Perrin et co-encadrée par Daniel Garcia Sanchez. Ils ont été financés par un contrat doctoral spécifique de l'ENS Cachan (CDSN) et le labex Matisse.

# Chapitre I

## Les cavités à miroirs de Bragg en GaAs/AlAs

### Sommaire

---

I.1	Cavité Fabry Péro	6
	a) Description	6
	b) Facteur de qualité	7
I.2	Cavité à miroirs de Bragg plane	8
I.2.1	Description d'un miroir de Bragg	8
I.2.2	Particularité des miroirs de Bragg en GaAs/AlAs	9
I.2.3	Formalisme des matrices de transfert	9
I.2.4	Matrice de transfert acoustique	10
	a) Miroir de Bragg acoustique	11
	b) Cavité acoustique	13
	c) Cavité acoustique avec des pertes extrinsèques	15
	d) Cavité acoustique sur un substrat d'épaisseur finie	17
I.2.5	Matrice de transfert optique	19
	a) Miroir de Bragg optique	20
	b) Cavité optique	21
I.2.6	Comparaison	23
	a) Miroir de Bragg	23
	b) Cavité à miroirs de Bragg	24
I.3	Cavité à miroirs de Bragg en micro-piliers	25
I.3.1	Modes optiques des micro-piliers	25
	a) Guide d'onde optique	25
	b) Micro-pilier de GaAs	27
	c) Cavité à miroirs de Bragg optique en micro-pilier	29
I.3.2	Modes acoustiques des micro-piliers	30
	a) Guide d'onde acoustique	30
	b) Cavité à miroirs de Bragg acoustique en micro-pilier	35
	b).1 Simulations par éléments finis :	35
	b).2 Simulations par matrices de diffusion :	36
	b).3 Modèle simplifié :	37

---

Dans ce manuscrit, nous étudions des cavités à miroirs de Bragg qui peuvent être considérées comme une cavité Fabry Pérót qui confine à la fois des modes optiques et acoustiques. Nous allons donner ici un système modèle de cavité Fabry Pérót et rappeler les paramètres qui permettent de caractériser une telle cavité. Puis à l'aide de la méthode des matrices de transfert, nous étudierons les miroirs de Bragg pour aboutir à la description des cavités à miroirs de Bragg planaires en acoustique puis en optique. Enfin, nous aborderons les cavités en micro-piliers en acoustique et en optique.

## I.1 Cavité Fabry Pérót

### a) Description

Nous rappelons ici les calculs classiques pour une cavité Fabry Pérót plane.

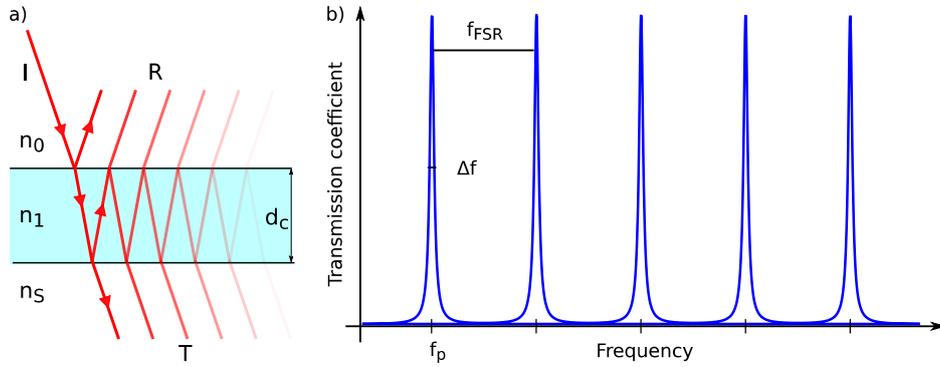


Fig. I.1 a) Schéma de l'interféromètre à ondes multiples de Fabry Pérót.  
b) Transmission d'une cavité Fabry Pérót en fonction de la fréquence optique.

On considère une couche d'un milieu d'indice optique  $n_1$  d'épaisseur  $d_c$  entre deux milieux d'indices  $n_0$  et  $n_s$  (Fig. I.1.a). Dans le milieu 1, on écrit  $k_1 = \frac{\omega}{c}n_1$  le vecteur d'onde de la lumière de pulsation  $\omega$ .  $c$  est la vitesse de la lumière dans le vide. On note  $t_{ij}$  et  $r_{ij}$  les coefficients de transmission et de réflexion optiques à l'interface entre les milieux  $i$  et  $j$ . Un simple traitement géométrique qui tient compte des différences de marche entre les ondes réfléchies ou transmises donne par effet d'interférences multiples les coefficients de transmission  $t_c$  et de réflexion  $r_c$  de la cavité :

$$t_c = \frac{E_T}{E_I} = \frac{t_{01}t_{1s}}{1 - r_{10}r_{1s} \exp(-2ik_1d_c \frac{n_s}{n_0})} \quad (\text{I.1})$$

$$r_c = \frac{E_R}{E_I} = \frac{r_{1s} \exp(-2ik_1d_c \frac{n_s}{n_0}) - r_{10}}{1 - r_{10}r_{1s} \exp(-2ik_1d_c \frac{n_s}{n_0})} \quad (\text{I.2})$$

La Fig. I.1.b représente la transmission de la cavité de Fabry Pérót  $T = |t_c|^2$  en fonction de la fréquence optique ( $f = \omega/2\pi$ ). La transmission (la réflexion) est constituée de maxima (minima) qui correspondent aux modes de résonance confinés dans la cavité (milieu 1), caractérisés par la condition de résonance  $k_1d_c \frac{n_s}{n_0} = \pi p$ ,  $p \in \mathbb{N}^*$ . Ces résonances sont centrées en  $f_p = p \frac{c}{2d_c n_1} \frac{n_0}{n_s}$ , elles ont une largeur à mi-hauteur  $\Delta f = -\ln(|r_{10}r_{1s}|) \frac{c}{d_c n_1}$ . Si les coefficients de réflexion aux interfaces  $r_{1j}$  sont suffisamment proches de 1, c.-à-d. si la réflectivité des

miroirs est assez élevée, les franges d'interférences obtenues sont assez fines pour être utilisées dans des systèmes d'analyse spectrale. On parle alors d'interféromètre de Fabry Péro. Deux résonances successives sont séparées par l'intervalle spectral libre  $f_{FSR} = \frac{c}{2d_c n_1} \frac{n_0}{n_s}$  qui diminue lorsque l'épaisseur de la cavité  $d_c$  augmente.

Pour caractériser la cavité de Fabry Péro, on définit sa finesse par  $\mathcal{F} = \frac{f_{FSR}}{\Delta f}$ . Le nombre d'oscillations  $N$  effectuées par la lumière dans la cavité est d'autant plus grand que la finesse est élevée  $N = \mathcal{F}/2\pi$ . Nous allons définir et rappeler ci-dessous des généralités sur le facteur de qualité qui est une grandeur sans dimension qui permet de caractériser une résonance.

### b) Facteur de qualité

On peut obtenir le facteur de qualité d'une résonance en faisant des mesures dans le domaine fréquentiel ou temporel.

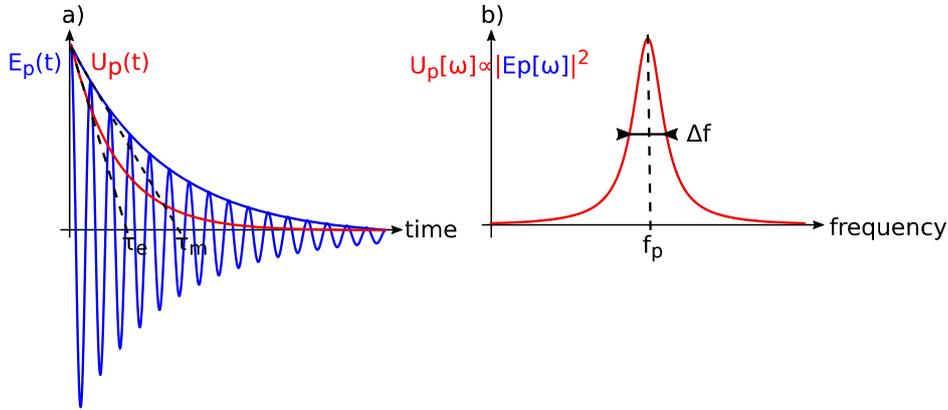


Fig. I.2 Mesures dans le domaine temporel a) et fréquentiel b).

a) Décroissance exponentielle de l'énergie (avec la constante  $\tau_e$ ) et de l'amplitude (avec la constante  $\tau_m$ ) du champ du mode  $p$  en fonction du temps.

b) Transformée de Fourier de l'évolution temporelle de l'énergie ou spectre de puissance de l'amplitude du champ en fonction de la fréquence. On a une résonance lorentzienne centrée en  $f_p$ , de largeur à mi-hauteur  $\Delta f$ .

Dans une cavité photonique/phononique aux miroirs parfaits (de réflectivité 1), les photons/phonons resteraient confinés un temps infini dans la cavité, on obtiendrait un spectre en peigne de Dirac. En revanche pour une cavité réelle, dont les miroirs ont une réflectivité inférieure à 1, les photons/phonons s'échappent de la cavité après un temps caractéristique  $\tau_e$  qui est le temps de vie en énergie.

L'énergie stockée dans le mode  $p$  de la cavité décroît donc avec le temps de manière exponentielle  $U_p(t) = U_p(0) e^{-\frac{t}{\tau_e}}$  (Fig. I.2.a). Au mode  $p$ , on peut également associer l'évolution du champ  $E_p(t) = E_p(0) e^{-\frac{t}{2\tau_e}} = E_p(0) e^{-\frac{t}{\tau_m}}$ , avec  $\tau_m = 2\tau_e$  le temps de vie en amplitude du mode  $p$  (Fig. I.2.a). De ces deux évolutions exponentiellement décroissantes, on peut déterminer  $f_p$  et  $\tau_e$ , respectivement  $\tau_m$ . Par transformée de Fourier de l'évolution temporelle, on obtient dans le domaine fréquentiel un élargissement lorentzien de la raie de la résonance  $U_p[f] \propto \left| \frac{1}{2\pi(f-f_p) + \frac{i}{2\tau_e}} \right|^2$  dont la largeur à mi-hauteur  $\Delta f$  est proportionnelle à l'inverse du temps de vie en énergie :  $\Delta f = 1/(2\pi\tau_e) = 1/(\pi\tau_m)$  (Fig. I.2.b).

En pratique, aux pertes intrinsèques, à travers les miroirs, s'ajoutent souvent des pertes dites extrinsèques (absorption, diffusion aux interfaces, etc.). Pour caractériser les pertes pour le mode  $p$ , on définit un paramètre sans dimension qui est égal à  $2\pi$  fois le rapport de l'énergie stockée dans la cavité  $\langle U_p(t) \rangle$  sur l'énergie  $\langle \Delta U_p(t) \rangle$  dissipée par cycle de durée  $\Delta t = 1/f_p$ . Plus les pertes sont faibles, plus le facteur de qualité du mode  $p$  est élevé.

$$Q_p = 2\pi \frac{\langle U_p(t) \rangle}{\langle \Delta U_p(t) \rangle} \quad (\text{I.3})$$

$$Q_p \simeq 2\pi \frac{\langle U_p(t) \rangle}{\langle U_p(t) \rangle \Delta t / \tau_e} \quad (\text{I.4})$$

$$Q_p \simeq 2\pi \tau_e f_p \quad (\text{I.5})$$

$$(\text{I.6})$$

On a donc :

$$Q_p = 2\pi \tau_e f_p = \frac{f_p}{\Delta f} = \pi \tau_m f_p \quad (\text{I.7})$$

## I.2 Cavité à miroirs de Bragg planeaire

Nous allons ici décrire les miroirs de Bragg. Nous nous intéresserons en particulier aux miroirs de Bragg de GaAs/AlAs dont nous expliquerons la particularité. Nous poursuivrons avec la description des cavités planaires à miroirs de Bragg, dont nous expliquerons le principe de fonctionnement, à la fois pour l'optique et l'acoustique, à l'aide de la méthode des matrices de transfert. Enfin, nous comparerons les caractéristiques de la cavité obtenue en optique et en acoustique.

### I.2.1 Description d'un miroir de Bragg

Un miroir de Bragg, ou DBR pour *Distributed Bragg Reflector*, est constitué d'un empilement périodique d'un nombre  $N$  de bi-couches (Fig. I.3.a). Ce type de miroir utilise des effets d'interférences multiples. La loi de Bragg donne une réflexion maximale pour une bi-couche d'épaisseur effective  $\lambda_B/2$ , où  $\lambda_B$  est la longueur d'onde de Bragg. Le miroir de Bragg permet de réfléchir des ondes incidentes proches de la normale à la multicouche qui ont une gamme de longueurs d'onde centrée autour de la longueur d'onde de Bragg. La réflectivité est alors proche de 1 : on parle de bande interdite ou *gap*.

Chaque bi-couche est constituée de deux couches de matériaux différents 1 et 2, d'impédances différentes (impédances optiques  $Z_{opt} \propto \frac{1}{n}$ , impédances acoustiques  $Z_{ac} = \rho v$ ) notées  $Z_1$  et  $Z_2$  (avec  $Z_2 < Z_1$ ), d'épaisseur effective  $p\lambda_B/4$ ,  $p$  impair. Pour un miroir de Bragg à  $\lambda_B/4 - \lambda_B/4$ , les deux couches de chaque bi-couche ont des épaisseurs correspondant à un déphasage  $k_1 d_1 = k_2 d_2 = \frac{\pi}{2}$ . Considérons une onde incidente selon la normale de la multicouche, à chaque interface, une partie de l'onde est transmise et l'autre réfléchi. À une interface 1/2, l'onde réfléchi subit un déphasage de  $\pi$  ( $n_2 > n_1$ ), alors qu'à une interface 2/1, l'onde ne subit aucun déphasage. Toutes les ondes réfléchies par une bi-couche sont en phase et interfèrent donc de manière constructive.

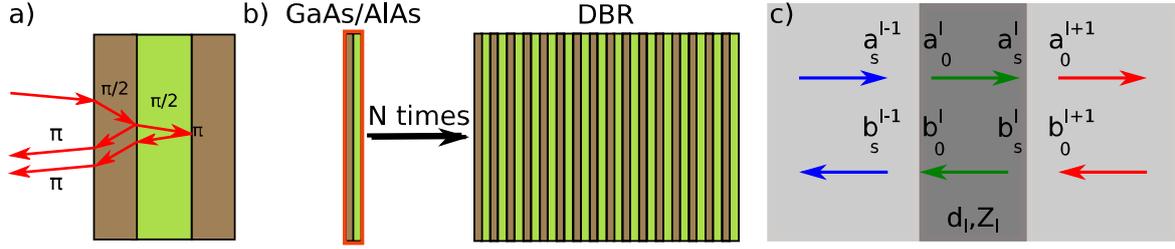


Fig. I.3 a) Schéma de deux ondes réfléchies par une bi-couche de GaAs/AlAs qui subissent toutes deux un déphasage de  $\pi$  et sont donc en phase.  
 b) Schéma d'une multicouche constituée d'un empilement périodique de bi-couche de GaAs/AlAs.  
 c) Ondes réfléchies et transmises aux interfaces  $l - 1$  et  $l$  de la couche  $l$ .

### I.2.2 Particularité des miroirs de Bragg en GaAs/AlAs

Pour du GaAs (matériau 2) et du AlAs (matériau 1) les contrastes des vitesses optiques et acoustiques sont presque identiques :  $\frac{c_2}{c_1} \approx \frac{v_2}{v_1} \approx \mathbf{1.2}$  et les contrastes d'impédances pour la lumière et le son sont également similaires :  $\frac{Z_1}{Z_2} \approx \frac{n_1}{n_2} \approx \mathbf{0.83}$ . Cela explique le fait que la même cavité optimisée pour confiner des photons, confine également des phonons acoustiques [10] pour la même longueur d'onde et avec un facteur de qualité du même ordre de grandeur. Nous allons vérifier plus bas par le calcul ces affirmations à l'aide de la méthode des matrices de transfert.

### I.2.3 Formalisme des matrices de transfert

Pour les calculs en acoustique et en optique d'un système multicouche, nous allons utiliser la méthode des matrices de transfert. On considère à chaque interface des ondes incidentes et émergentes de part et d'autre. On peut relier les amplitudes des ondes allant vers la droite  $a$  à celles des ondes allant vers la gauche  $b$  par une matrice de diffusion. Cependant, les calculs sont plus directs en passant par les matrices de transfert  $M_l$  qui donnent les amplitudes des ondes à droite de l'interface  $l$ ,  $a_0^{l+1}$  et  $b_0^{l+1}$  en fonction de celles à gauche  $a_s^l$  et  $b_s^l$  (Fig. I.3.b).

$$\begin{pmatrix} a_0^{l+1} \\ b_0^{l+1} \end{pmatrix} = M_l \cdot \begin{pmatrix} a_s^l \\ b_s^l \end{pmatrix} \quad (\text{I.8})$$

La propagation de l'onde de vecteur d'onde  $k_l$  dans la couche  $l$ , d'épaisseur  $d_l$  est décrite par la matrice de transfert  $t_l$  :

$$\begin{pmatrix} a_s^l \\ b_s^l \end{pmatrix} = t_l \cdot \begin{pmatrix} a_0^l \\ b_0^l \end{pmatrix} \quad (\text{I.9})$$

avec

$$t_l = \begin{pmatrix} \exp(ik_l d_l) & 0 \\ 0 & \exp(-ik_l d_l) \end{pmatrix} \quad (\text{I.10})$$

La matrice de transfert correspondant à la traversée de la couche  $l$  s'écrit donc :

$$\begin{pmatrix} a_0^{l+1} \\ b_0^{l+1} \end{pmatrix} = M_l \cdot t_l \cdot \begin{pmatrix} a_0^l \\ b_0^l \end{pmatrix} \quad (\text{I.11})$$

On peut ainsi écrire la matrice de transfert totale d'une structure multicouche quelconque :

$$\begin{pmatrix} \mathbf{a}_s \\ \mathbf{b}_s \end{pmatrix} = \mathbf{T}_{\text{multicouche}} \cdot \begin{pmatrix} \mathbf{a}_0 \\ \mathbf{b}_0 \end{pmatrix} \quad (\text{I.12})$$

$$\mathbf{T}_{\text{multicouche}} = \prod_l^{\text{couches}} (\mathbf{M}_l \cdot \mathbf{t}_l) \quad (\text{I.13})$$

avec  $a_0$  et  $b_0$  les amplitudes des ondes à droite (en entrée) de la multicouche et  $a_s$  et  $b_s$  les amplitudes des ondes à gauche (en sortie). Ensuite en prenant en compte les conditions limites aux interfaces qui diffèrent entre l'acoustique et l'optique on peut obtenir les coefficients de transmission et de réflexion de la structure. Nous allons donc traiter séparément le cas d'un miroir de Bragg, puis d'une cavité à miroirs de Bragg planeaire pour l'acoustique et pour l'optique en commençant par l'acoustique.

#### I.2.4 Matrice de transfert acoustique

On étudie la propagation des ondes acoustiques selon l'axe  $z$  (100) du GaAs, de constante élastique  $C_{11} = \rho v_L^2$ , avec  $v_L$  la vitesse des ondes longitudinales selon l'axe  $z$  (100) du GaAs et  $\rho$  la masse volumique du GaAs. L'équation de propagation des ondes acoustiques à une dimension s'écrit :

$$\frac{1}{v_L^2} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \quad (\text{I.14})$$

$$\rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \frac{\partial \sigma}{\partial z} \quad (\text{I.15})$$

avec  $u$  le déplacement et  $\sigma$  la contrainte. Pour une onde plane de vecteur d'onde  $K$ , on obtient la relation de dispersion  $K = \frac{\omega}{v_L}$ .

On définit l'impédance acoustique du milieu  $i$  pour des ondes longitudinales :

$$Z_i = \frac{E_i}{v_L^i} = \rho_i v_L^i = \sqrt{\rho_i E_i} = \sqrt{\frac{(1 + \nu_i)(1 - 2\nu_i)\rho_i E_i}{(1 - \nu_i)}} \quad (\text{I.16})$$

où  $E_i$  est le module d'Young,  $v_L^i$  la vitesse des ondes longitudinales,  $\rho_i$  la masse volumique et  $\nu_i$  le coefficient de Poisson du matériau  $i$ .

Pour un milieu unidimensionnel, le déplacement  $u$  dans la couche  $l$  peut s'écrire comme une combinaison linéaire d'ondes planes, l'une suivant les  $z$  croissants et l'autre suivant les  $z$  décroissants avec les amplitudes  $a$  et  $b$  :

$$u(z) = a \exp(iK_l z) + b \exp(-iK_l z) \quad (\text{I.17})$$

$$\sigma(z) = i\omega Z_l [a \exp(iK_l z) - b \exp(-iK_l z)] \quad (\text{I.18})$$

Pour les calculs des matrices de transfert nous allons changer de base et travailler avec le déplacement  $u$  et la contrainte  $\sigma$  au lieu des amplitudes  $a$  et  $b$ . En effet, à l'interface entre deux milieux 1 et 2, le déplacement et la contrainte sont continus et les conditions aux limites sont plus facilement applicables.

$$\begin{pmatrix} u_0^{l+1} \\ \sigma_0^{l+1} \end{pmatrix} = I_d \begin{pmatrix} u_s^l \\ \sigma_s^l \end{pmatrix} \quad (\text{I.19})$$

c.-à-d.  $M_l = I_d$ .

Il nous faut calculer la matrice de propagation dans la nouvelle base ; en  $z=0$  on a la relation :

$$\begin{pmatrix} u_0 \\ \sigma_0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a+b \\ i\omega Z_l(a-b) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ i\omega Z_l & -i\omega Z_l \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} \quad (\text{I.20})$$

Les matrices de changement de base s'écrivent donc :

$$P_{ua} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ i\omega Z_l & -i\omega Z_l \end{pmatrix} \quad (\text{I.21})$$

$$P_{au} = P_{ua}^{-1} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & \frac{-i}{\omega Z_l} \\ 1 & \frac{i}{\omega Z_l} \end{pmatrix} \quad (\text{I.22})$$

Donc la matrice de transfert de la propagation dans la couche d'indice  $l$  s'écrit dans la nouvelle base :

$$\tau_l = P_{ua} t_l P_{au} \quad (\text{I.23})$$

$$\tau_l = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ i\omega Z_l & -i\omega Z_l \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \exp(iK_l d_l) & 0 \\ 0 & \exp(-iK_l d_l) \end{pmatrix} 1/2 \begin{pmatrix} 1 & \frac{-i}{\omega Z_l} \\ 1 & \frac{i}{\omega Z_l} \end{pmatrix} \quad (\text{I.24})$$

$$\tau_l = \begin{pmatrix} \cos(K_l d_l) & \frac{1}{\omega Z_l} \sin(K_l d_l) \\ -\omega Z_l \sin(K_l d_l) & \cos(K_l d_l) \end{pmatrix} \quad (\text{I.25})$$

### a) Miroir de Bragg acoustique

On a donc une nouvelle matrice de transfert pour la multicouche (super-réseau) constituée de  $N$  bi-couches de matériaux 1 et 2 (Fig. I.3.a), située entre les milieux 0 et  $S$  :

$$\begin{pmatrix} u_S \\ \sigma_S \end{pmatrix} = T \begin{pmatrix} u_0 \\ \sigma_0 \end{pmatrix} \quad (\text{I.26})$$

$$T = \prod_l^{\text{couches}} (M_l \cdot \tau_l) = (\tau_2 \tau_1)^N = \tau_{21}^N \quad (\text{I.27})$$

avec la matrice de transfert d'une bi-couche :

$$\tau_{21} = \tau_2 \tau_1 \quad (\text{I.28})$$

$$\tau_{12} = \tau_1 \tau_2 = \tau_{21}^{-1} \quad (\text{I.29})$$

Ici, le milieu 1 est de l'AlAs et le milieu 2 du GaAs, on définit :

$$\alpha = d_1 K_1 = d_1 \frac{\omega}{v_1} \quad (\text{I.30})$$

$$\beta = d_2 K_2 = d_2 \frac{\omega}{v_2} \quad (\text{I.31})$$

$$r = Z_1 / Z_2 < 1 \quad (\text{I.32})$$

$$\tau_{21} = \begin{pmatrix} \cos \alpha \cos \beta - r \sin \alpha \sin \beta & \frac{1}{\omega} \left( \frac{1}{Z_1} \cos \beta \sin \alpha + \frac{1}{Z_2} \cos \alpha \sin \beta \right) \\ -\omega (Z_1 \cos \beta \sin \alpha + Z_2 \cos \alpha \sin \beta) & \cos \alpha \cos \beta - r^{-1} \sin \alpha \sin \beta \end{pmatrix} \quad (\text{I.33})$$

$\tau_{21}$  est une matrice unitaire ( $\text{Det}(\tau_{21}) = 1$ ) et a deux valeurs propres  $\lambda^\pm$  qui vérifient :

$$\lambda^{\pm 2} - \text{Tr}(\tau_{21})\lambda^\pm + \text{Det}(\tau_{21}) = 0 \quad (\text{I.34})$$

$$\lambda^\pm = \frac{\text{Tr}(\tau_{21})}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\text{Tr}(\tau_{21})}{2}\right)^2 - 1} \quad (\text{I.35})$$

Si  $\frac{\text{Tr}(\tau_{21})}{2} < 1$ , les valeurs propres sont complexes conjuguées et les vecteurs propres sont des ondes progressives. Le miroir de Bragg étant un milieu périodique de période  $d = d_1 + d_2$ , le théorème de Bloch permet d'écrire dans la base des vecteurs propres  $\phi^\pm$  associés aux valeurs propres  $\lambda^\pm$  :

$$\begin{pmatrix} \phi^+(z+d) \\ \phi^-(z+d) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \exp(iKd) & 0 \\ 0 & \exp(-iKd) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \phi^+(z) \\ \phi^-(z) \end{pmatrix} \quad (\text{I.36})$$

On obtient, par conservation de la trace, la relation de dispersion du super-réseau :

$$\cos(Kd) = \frac{\text{Tr}(\tau_{21})}{2} = \cos(\alpha) \cos(\beta) - 1/2(r + r^{-1}) \sin(\beta) \sin(\alpha) \quad (\text{I.37})$$

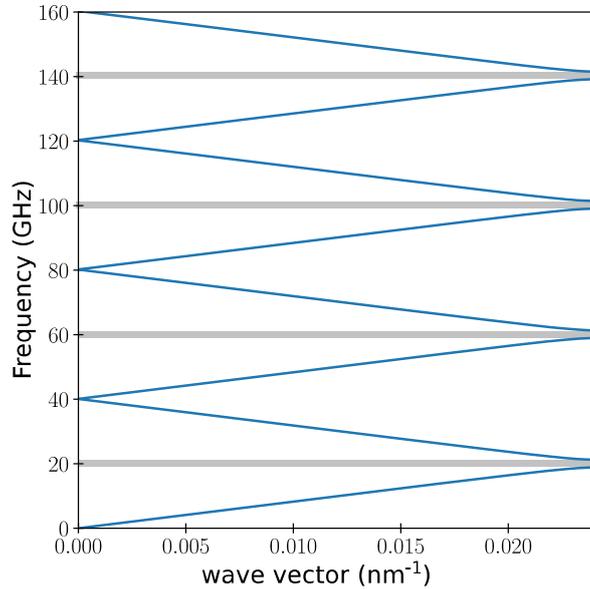


Fig. I.4 Première zone de Brillouin du miroir de Bragg avec  $f_B = 20$  GHz. La relation de dispersion du vecteur d'onde  $K$  en fonction de la fréquence fait apparaître des bandes interdites en bord de zone.

La Fig. I.4 représente les courbes de dispersions obtenues à partir de l'Eq. (I.37) pour un miroir de Bragg de AlAs (1,  $\rho_{\text{AlAs}} = 3.7285 \times 10^3 \text{ kgm}^{-3}$ ,  $v_{\text{AlAs}} = 5.7034888 \times 10^3 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ ) et de GaAs (2  $\rho_{\text{GaAs}} = 5.3150 \times 10^3 \text{ kgm}^{-3}$ ,  $v_{\text{GaAs}} = 4.7792 \times 10^3 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ ). Les épaisseurs

des couches sont  $d_1 = 70.1$  nm et  $d_2 = 60.0$  nm, ce qui donne une fréquence de Bragg de 20.19 GHz. Les valeurs des caractéristiques des matériaux sont prises à 20 K (Tableau. B.1).

La périodicité de la structure conduit à un repliement de la relation de dispersion du vecteur d'onde  $K$  du super-réseau en fonction de la fréquence au sein d'une zone de Brillouin réduite. En bord de la première zone de Brillouin, la relation de dispersion fait apparaître des bandes interdites centrées autour de  $f_B = 20.19$  GHz ici et de ses harmoniques impairs. Pour ces valeurs de fréquences, la relation de dispersion ne présente pas de solution. Les valeurs propres de  $\tau_{21}$  sont réelles, conduisant à des modes évanescents. En effet, pour  $\lambda \simeq \lambda_B$ ,  $\alpha \simeq \beta \simeq \pi/2$ , d'où :

$$\tau_{21} \simeq \begin{pmatrix} -r & 0 \\ 0 & -r^{-1} \end{pmatrix} \quad (\text{I.38})$$

Pour calculer les coefficients de transmission et de réflexion de la multicouche, il faut tenir compte des conditions limites. Étant donné que la surface supérieure de la multicouche est libre, elle ne subit aucune contrainte mécanique,  $\sigma_s = \mathbf{0}$ , on peut donc écrire :

$$\begin{pmatrix} u_s \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ i\omega Z_s & -i\omega Z_s \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_s \\ b_s \end{pmatrix} \quad (\text{I.39})$$

donc  $a_s = b_s$  et  $u_s = 2a_s$

On définit les coefficients de réflexion et de transmission de la multicouche :

$$t_r = \frac{a_s}{a_0} = \frac{\det(M)}{M_{22} - M_{12}} = \frac{\det(T)}{\frac{Z_0}{Z_s} T_{22} + i \frac{T_{21}}{\omega Z_s}} \quad (\text{I.40})$$

$$r_r = \frac{b_0}{a_0} = \frac{M_{21} - M_{11}}{M_{12} - M_{22}} = \frac{\frac{Z_0}{Z_s} T_{22} - i \frac{T_{21}}{\omega Z_s}}{\frac{Z_0}{Z_s} T_{22} + i \frac{T_{21}}{\omega Z_s}} \quad (\text{I.41})$$

On retrouve le fait que pour  $\lambda \simeq \lambda_B$ , le miroir de Bragg se comporte comme un miroir.

$$t_r \simeq \frac{Z_s}{Z_0} (-r)^N \ll 1 \quad (\text{I.42})$$

$$r_r \simeq 1 \quad (\text{I.43})$$

## b) Cavité acoustique

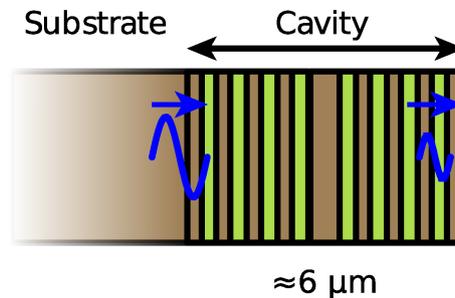


Fig. I.5 Schéma de la cavité excitée par une onde acoustique provenant de la gauche où l'on considère le substrat de *GaAs* comme infini.

Si l'on intercale une couche, *spacer*, d'épaisseur effective  $\lambda_B/2$  entre deux miroirs de Bragg dont les deux couches qui constituent une bi-couche ont des épaisseurs effectives de  $\lambda_B/4 - \lambda_B/4$ , on obtient une cavité acoustique. Cette cavité a des modes de résonance à  $f_B$  et pour ses harmoniques impairs qui vont apparaître dans les bandes interdites dues aux miroirs de Bragg (Fig. I.4). Nous allons pour les calculs nous intéresser plus particulièrement au mode fondamental, les calculs étant équivalents pour les modes d'ordre supérieur.

Comme pour un super-réseau, on peut calculer le coefficient de transmission de la structure avec la méthode des matrices de transfert. La matrice de la cavité s'écrit :

$$T = \tau_{21}^N \tau_c \tau_{12}^N \quad (\text{I.44})$$

avec  $\tau_{21} = t_2 t_1$ ,  $\tau_{12} = \tau_{21}^{-1}$  les matrices associées aux deux miroirs de Bragg.  $\tau_c$  est la matrice de transfert correspondant au *spacer*, elle s'écrit :

$$\tau_c = \begin{pmatrix} \cos(\gamma) & \frac{1}{\omega Z_c} \sin(\gamma) \\ -\omega Z_c \sin(\gamma) & \cos(\gamma) \end{pmatrix} \quad (\text{I.45})$$

avec  $\gamma = K_c d_c$  et pour un *spacer* en GaAs,  $Z_c = Z_2$ .

Pour le mode fondamental de la cavité :  $\alpha = \beta = \frac{\pi}{2}$  et  $\gamma = \pi$ . D'où :

$$\tau_{21} = \begin{pmatrix} -r & 0 \\ 0 & -r^{-1} \end{pmatrix}, \tau_{12} = \begin{pmatrix} -r^{-1} & 0 \\ 0 & -r \end{pmatrix}, \tau_c = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \text{ et } T_0 = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \quad (\text{I.46})$$

Près de la résonance (pour  $\omega = \omega_B + \delta\omega$ ), la matrice de transfert totale de la multicouche s'écrit  $T(\omega) = T_0 + \delta T \cdot (\omega - \omega_B)$ . On écrit :

$$\delta\tau_{12} = \begin{pmatrix} 0 & -\frac{1}{\omega Z_2}(\delta\beta + \delta\alpha r^{-1}) \\ \omega Z_2(\delta\beta r + \delta\alpha) & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & A \\ B & 0 \end{pmatrix} \quad (\text{I.47})$$

$$\delta\tau_{21} = \delta\tau_{12} \quad (\text{I.48})$$

$$\delta\tau_c = \begin{pmatrix} 0 & -\frac{\delta\gamma}{\omega Z_2} \\ \omega Z_2 \delta\gamma & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & C \\ D & 0 \end{pmatrix} \quad (\text{I.49})$$

avec

$$\delta\omega = \omega - \omega_c, \delta\alpha = \frac{\pi \delta\omega}{2 \omega}, \delta\beta = \frac{\pi \delta\omega}{2 \omega} \text{ et } \delta\gamma = \pi \frac{\delta\omega}{\omega} \quad (\text{I.50})$$

et

$$A = -\frac{\pi}{2\omega Z_2} \frac{\delta\omega}{\omega} (1 + r^{-1}) \quad (\text{I.51})$$

$$B = \omega Z_2 \frac{\pi}{2} \frac{\delta\omega}{\omega} (1 + r) \quad (\text{I.52})$$

$$C = \frac{-\pi}{\omega Z_2} \frac{\delta\omega}{\omega} \quad (\text{I.53})$$

$$D = \pi \omega Z_2 \frac{\delta\omega}{\omega} \quad (\text{I.54})$$

Par récurrence, on montre que :

$$\delta(\tau_{12}^N) = (-1)^{N+1} \frac{r^N - r^{-N}}{r - r^{-1}} \delta\tau_{12} \quad (\text{I.55})$$

d'où :

$$\delta T = \delta \left( \tau_{21}^N \right) \cdot \tau_c \cdot \tau_{12}^N + \tau_{21}^N \cdot \tau_c \cdot \delta \left( \tau_{12}^N \right) + \tau_{21}^N \cdot \delta \tau_c \cdot \tau_{12}^N \quad (\text{I.56})$$

$$\delta T = \tau_{21}^N \cdot \delta \tau_c \cdot \tau_{12}^N + 2\tau_{21}^N \cdot \tau_c \cdot \delta \left( \tau_{12}^N \right) \quad (\text{I.57})$$

$$\delta T = \begin{pmatrix} 0 & Cr^{2N} - 2Ar^{2N} \frac{r^{-2N}-1}{r-r^{-1}} \\ r^{-2N} D - 2Br^{-2N} \frac{1-r^{2N}}{r-r^{-1}} & 0 \end{pmatrix} \quad (\text{I.58})$$

$$T = \begin{pmatrix} -1 & -(\omega - \omega_B) \frac{\pi}{\omega_B^2 Z_2} \frac{1-r^{2N+1}}{1-r} \\ (\omega - \omega_B) r^{-2N} \pi Z_2 \frac{1-r^{2N+1}}{1-r} & -1 \end{pmatrix} \quad (\text{I.59})$$

Donc près de la résonance, le coefficient de transmission de la cavité s'écrit :

$$t = \frac{\det(T)}{i \frac{T[2,1]}{\omega Z_s} + \frac{Z_0}{Z_s} T[2,2]} = \frac{1}{-\frac{Z_0}{Z_s} + i \frac{Z_2}{Z_s} \frac{2}{\epsilon_0} (\omega - \omega_c)} \quad (\text{I.60})$$

Comme la multicouche est déposée sur un substrat de GaAs, ici  $Z_2 = Z_0$

$$t = -\frac{Z_s}{Z_2} \frac{i\epsilon_0/2}{(\omega - \omega_B) + i\epsilon_0/2} \quad (\text{I.61})$$

avec

$$\epsilon_0 = \frac{2\omega_B r^{2N}}{\pi} \frac{1-r}{1-r^{2N+1}} \quad (\text{I.62})$$

Près de la résonance, on peut approximer  $|t|^2$  par une lorentzienne :

$$|t|^2 = \left( \frac{Z_s}{Z_2} \right)^2 \frac{\epsilon_0^2/4}{(\omega - \omega_B)^2 + \epsilon_0^2/4} \quad (\text{I.63})$$

avec  $\epsilon_0$  la largeur à mi-hauteur (FWHM pour *Full Width at Half Maximum*).

On peut donc associer au mode acoustique un facteur de qualité  $Q = \frac{\omega_B}{\epsilon_0}$ , un temps de vie en énergie  $\tau_e = \frac{1}{\epsilon_0}$  et un temps de vie en amplitude  $\tau_m = 2\tau_e = \frac{2}{\epsilon_0}$  (Sec. b).

Le facteur de qualité  $Q = r^{-2N} \frac{\pi}{2} \frac{1-r^{2N+1}}{1-r} \approx r^{-2N} \frac{\pi}{2(1-r)} \propto r^{-2N} \propto (1.44)^N$  augmente théoriquement selon une loi de puissance avec le nombre  $N$  de bi-couches des miroirs de Bragg. Cependant comme nous le verrons expérimentalement au [chap. III](#), le facteur de qualité mesuré est inférieur à celui attendu théoriquement. En effet aux pertes intrinsèques dues à la réflectivité des miroirs, il faut ajouter des pertes extrinsèques pouvant être dues à l'absorption dans les couches, à la rugosité des interfaces, à la diffusion, etc.

### c) Cavité acoustique avec des pertes extrinsèques

Afin d'évaluer l'effet de pertes extrinsèques, on ajoute des pertes dans chacune des couches de la cavité. On admet que la partie imaginaire  $\nu$  de la constante élastique  $\tilde{C}$  est très petite devant la partie réelle  $C$ , ce qui correspond à des pertes faibles. On peut écrire une

constante élastique  $\tilde{C}$  complexe, ce qui donne une vitesse  $\tilde{V}$  et un vecteur d'onde acoustique  $\tilde{K}$  complexes.

$$\tilde{C} = C - i\nu \quad (\text{I.64})$$

$$\tilde{V} = \left( \frac{C - i\nu}{\rho} \right)^{1/2} \simeq V(1 - i \frac{\nu}{2\rho V^2}) \simeq V(1 - i\varepsilon) \quad (\text{I.65})$$

$$\varepsilon = \frac{\nu}{2\rho V^2} \quad (\text{I.66})$$

$$\tilde{K} = \frac{\omega}{\tilde{V}} = K \left( 1 + i \frac{\nu}{2\rho V^2} \right) = K(1 + i\varepsilon) \quad (\text{I.67})$$

On modélise donc les pertes en prenant une vitesse complexe  $v_i(1 - i\varepsilon_i)$  dans chaque matériau  $i$ . Les calculs sont identiques aux précédents, mais avec :

$$\delta\alpha = \frac{d_1}{V_1} \delta\omega + i\varepsilon_1 \frac{\omega d_1}{V_1} = \frac{\pi}{2} \left( \frac{\delta\omega}{\omega} + i\varepsilon_1 \right) \quad (\text{I.68})$$

$$\delta\beta = \frac{d_2}{V_2} \delta\omega + i\varepsilon_2 \frac{\omega d_2}{V_2} = \frac{\pi}{2} \left( \frac{\delta\omega}{\omega} + i\varepsilon_2 \right) \quad (\text{I.69})$$

$$\delta\gamma = \frac{d_c}{V_2} \delta\omega + i\varepsilon_2 \frac{\omega d_c}{V_2} = \pi \left( \frac{\delta\omega}{\omega} + i\varepsilon_2 \right) \quad (\text{I.70})$$

d'où :

$$A = -\frac{\pi}{2\omega Z_2} \left( \frac{\delta\omega}{\omega} (1 + r^{-1}) + i(r^{-1}\varepsilon_2 + \varepsilon_1) \right) \quad (\text{I.71})$$

$$B = \omega Z_2 \frac{\pi}{2} \left( \frac{\delta\omega}{\omega} (1 + r) - i(r\varepsilon_2 + \varepsilon_1) \right) \quad (\text{I.72})$$

$$C = \frac{-\pi}{\omega Z_2} \left( \frac{\delta\omega}{\omega} + i\varepsilon_2 \right) \quad (\text{I.73})$$

$$D = \pi\omega Z_2 \left( \frac{\delta\omega}{\omega} + i\varepsilon_2 \right) \quad (\text{I.74})$$

Pour simplifier, on prend  $\varepsilon_2 = \varepsilon_1$  (on suppose que les pertes sont identiques dans chaque couche) et l'on obtient la nouvelle expression du coefficient de transmission de la cavité :

$$t = \frac{\det(T)}{i \frac{T[2,1]}{\omega Z_s} + \frac{Z_0}{Z_s} T[2,2]} = \frac{1}{i \frac{2Z_2 \delta\omega}{\epsilon_0 Z_s} - \frac{2\omega_B Z_2 \varepsilon_2}{\epsilon_0 Z_s} - \frac{Z_0}{Z_s}} \quad (\text{I.75})$$

$$t = \frac{\frac{-i\epsilon_0 Z_s}{2Z_2}}{\delta\omega + i(\varepsilon_2 \omega_B + \frac{Z_0 \epsilon_0}{2})} \quad (\text{I.76})$$

On a toujours  $Z_0 = Z_2$  pour le substrat. On en déduit la nouvelle largeur à mi-hauteur de la résonance et la valeur de la transmission à résonance :

$$\epsilon = (\epsilon_0 + 2\varepsilon_2 \omega_B) \quad (\text{I.77})$$

$$\epsilon = \epsilon_0 \left( 1 + \pi \frac{1 - r^{2n+1}}{1 - r} r^{-2n} \varepsilon_2 \right) \quad (\text{I.78})$$

$$t_{max} = \frac{-Z_s}{Z_2} \frac{1}{\left( 1 + \pi \frac{1 - r^{2n+1}}{1 - r} r^{-2n} \varepsilon_2 \right)} \quad (\text{I.79})$$

$$\epsilon \simeq \epsilon_0 \left( 1 + \pi \frac{r^{-2n}}{1-r} \epsilon_2 \right) \quad (\text{I.80})$$

$$t_{max} \simeq t_{max,0} \frac{1}{\left( 1 + \pi \frac{r^{-2n}}{1-r} \epsilon_2 \right)} \quad (\text{I.81})$$

L'ajout de pertes dans les couches a pour effet de diminuer le temps de vie, donc d'augmenter la largeur à mi-hauteur  $\epsilon$  de la résonance acoustique et dans le même temps de diminuer la transmission à résonance  $t_{max}$ . La Fig. I.6 représente le rapport de la largeur à mi-hauteur de la résonance sur la largeur sans pertes  $\epsilon/\epsilon_0$  et la transmission à résonance  $t_{max}$  en fonction du paramètre  $\epsilon_2$  qui quantifie les pertes dans les couches pour trois valeurs du nombre de bi-couches (15, 20, 25).

Les pertes ont un effet d'autant plus important que le nombre de bi-couches est important :  $(\epsilon - \epsilon_0) \propto r^{-2n} \epsilon_2$ . Pour un coefficient de perte dans chaque couche de  $\epsilon_2 = \frac{\text{Im}(v_2)}{\text{Re}(v_2)} \approx 5 \cdot 10^{-6}$ , pour une cavité à miroirs de Bragg de 15 bi-couches, les pertes extrinsèques peuvent être négligées devant les pertes intrinsèques. En revanche pour une cavité de 25 bi-couches, la largeur à mi-hauteur de la résonance a doublé : l'effet des pertes extrinsèques est comparable à celui des pertes intrinsèques. On remarque également que la transmission à résonance a diminué d'un facteur 5, ce qui rend beaucoup plus difficile la détection de la résonance.

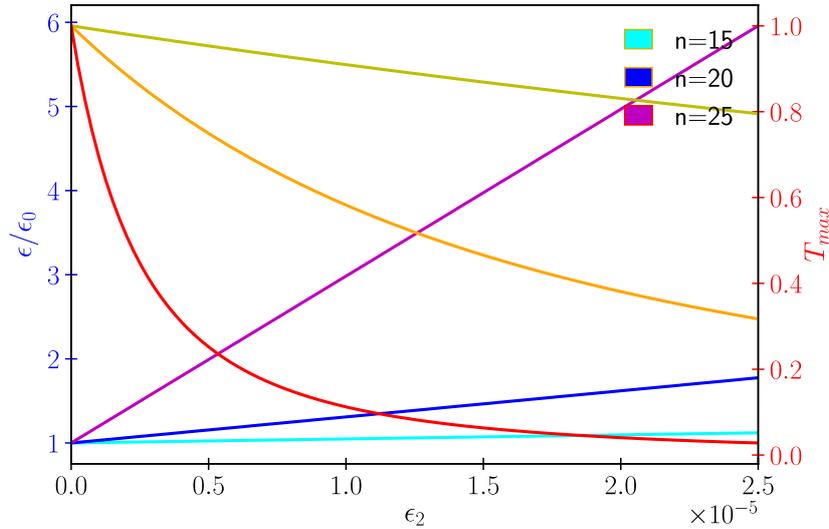


Fig. I.6 Rapport de la largeur à mi-hauteur de la résonance sur la largeur sans pertes et transmission à résonance en fonction du paramètre  $\epsilon_2$  qui quantifie les pertes, pour trois valeurs du nombre de bi-couches. Pour  $n = 15$  (cyan et jaune), 20 (bleu et orange), 25 (violet et rouge), on attend respectivement une largeur (sans pertes)  $\epsilon_0$  de  $2\pi \cdot 8.27$ ,  $1.29$ ,  $0.20$  MHz.

#### d) Cavité acoustique sur un substrat d'épaisseur finie

Jusqu'à présent, nous n'avons pas pris en compte le fait que la cavité est déposée sur un substrat de GaAs d'épaisseur finie. On considère ici (Fig. I.7) que l'onde acoustique est incidente sur le substrat puis se propage dans la cavité jusqu'à la surface de l'échantillon.

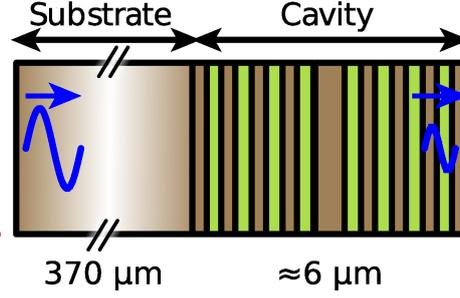


Fig. I.7 Schéma de l'échantillon excité par une onde acoustique provenant de la gauche du substrat de GaAs d'épaisseur finie.

Pour calculer la matrice de transfert totale de la multicouche, il faut écrire la matrice de transfert associée au substrat :

$$T_{\text{substrate}} = \begin{pmatrix} \cos(K_S d_S) & \frac{1}{\omega Z_{\text{sub}}} \sin(K_S d_S) \\ -\omega Z_{\text{sub}} \sin(K_S d_S) & \cos(K_S d_S) \end{pmatrix} \quad (\text{I.82})$$

avec  $d_S$  l'épaisseur du substrat et  $Z_{\text{sub}}$  son impédance acoustique. Ici  $Z_{\text{sub}} = Z_2$  pour un substrat de GaAs. En calculant la nouvelle matrice de transfert du système  $T = T_{\text{cav}} \cdot T_{\text{substrate}}$ , on obtient près de la résonance :

$$t = \frac{1}{-1 + i \frac{Z_2}{Z_s} \frac{2 \cos(k_S d_S)}{\epsilon_0} (\omega - \omega_B)} \quad (\text{I.83})$$

$$t = \frac{-i \frac{Z_s}{Z_2} \frac{\epsilon_0}{2 \cos(k_S d_S)}}{(\omega - \omega_B) + i \frac{Z_s}{Z_2} \frac{\epsilon_0}{2 \cos(k_S d_S)}} \quad (\text{I.84})$$

Afin d'éviter que  $|t(\omega)|^2$  ne diverge, on ajoute un terme de perte  $\epsilon_S = 5 \cdot 10^{-5}$  dans le substrat c.-à-d.  $k_S = \frac{\omega}{v_S}$  avec  $v_S = v_{\text{GaAs}}(1 - i\epsilon_S)$ .

On n'obtient plus une lorentzienne pour  $|t(\omega)|^2$ . En fait, l'amplitude de la résonance est modulée et l'on obtient des pics fins dus au substrat qui creusent un pic plus large correspondant à la résonance de la cavité obtenue précédemment (Fig. I.8). On peut également voir cela comme l'effet de deux cavités couplées : la cavité et le substrat, cavité de faible finesse avec un faible intervalle spectral libre. La distance entre les pics obtenus est donc liée à l'épaisseur du substrat.

Maintenant que nous avons caractérisé la cavité planaire à miroirs de Bragg pour l'acoustique, nous allons effectuer la même étude pour la cavité à miroirs de Bragg en optique.

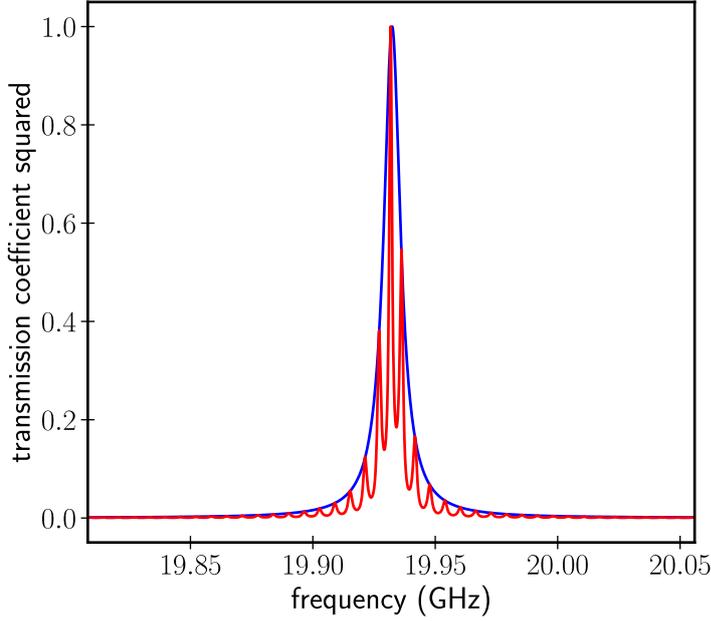


Fig. I.8 Résonance d'une cavité à 15 bi-couches sur un substrat d'épaisseur infinie (bleu) et d'épaisseur finie (rouge). Les caractéristiques des matériaux, prises à 20 K, sont données dans le [Tableau. B.1](#). On a introduit un terme de pertes dans le substrat  $\epsilon_S = 5 \cdot 10^{-5}$ .

### I.2.5 Matrice de transfert optique

Les équations de Maxwell dans un milieu diélectrique non magnétique à une dimension, structuré, selon l'axe  $z$  donnent :

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = 0 = \nabla \cdot (\epsilon(z)\mathbf{E}) \quad (\text{I.85})$$

$$0 = \epsilon(z)\nabla \cdot \mathbf{E} + \frac{\partial \epsilon(z)}{\partial z} E_z \quad (\text{I.86})$$

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = -\frac{1}{\epsilon(z)} \frac{\partial \epsilon(z)}{\partial z} E_z \quad (\text{I.87})$$

$$\nabla \left( \frac{1}{\epsilon(z)} \frac{\partial \epsilon(z)}{\partial z} E_z \right) + \nabla^2 \mathbf{E} = \mu_0 \epsilon(z) \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} \quad (\text{I.88})$$

avec  $\mathbf{E}$  le champ électrique,  $\mathbf{D}$  l'induction électrique,  $\epsilon$  la permittivité diélectrique du matériau et  $\mu_0$  la perméabilité magnétique du vide.

Pour les ondes transverses électriques TE dont le champ électrique est perpendiculaire à la direction de propagation ( $E_z(r, \theta, z) = 0$ ), on retrouve l'équation de propagation dans un milieu homogène  $i$  :

$$\nabla^2 \mathbf{E}_i = \frac{n_i^2}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{E}_i}{\partial t^2} \quad (\text{I.89})$$

Pour un milieu unidimensionnel d'indice  $n_i$ , on écrit le champ électrique  $E_i$  comme une combinaison linéaire d'une onde se propageant selon les  $z$  croissants et d'une autre se propageant selon les  $z$  décroissants, avec des amplitudes respectives  $a$  et  $b$  :

$$E_i(z) = a \exp(ik_i z) + b \exp(-ik_i z) \quad (\text{I.90})$$

$$H_i(z) = 1/Z_i [a \exp(ik_i z) - b \exp(-ik_i z)] \quad (\text{I.91})$$

avec  $H_i$  le champ magnétique. On définit  $Z_i$  l'impédance optique du matériau  $i$  :

$$Z_i = \frac{E_i}{H_i} = \sqrt{\frac{\mu_i}{\epsilon_i}} = \frac{Z_0}{n_i} \quad (\text{I.92})$$

avec  $Z_0 = \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}}$  l'impédance optique du vide.

Les champs électriques  $E$  et magnétiques  $H$  sont continus au travers d'une interface, on utilise donc les matrices de transfert relatives à la propagation de ces champs.

### a) Miroir de Bragg optique

On applique la même méthode qu'en acoustique, avec  $P_{ea}$  et  $P_{ae} = P_{ea}^{-1}$  les matrices de changement de base.

$$P_{ea} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1/Z_l & -1/Z_l \end{pmatrix} \text{ et } P_{ae} = \begin{pmatrix} 1 & Z_l \\ 1 & -Z_l \end{pmatrix} \quad (\text{I.93})$$

et  $t_l$  la matrice de propagation dans la couche  $l$  qui s'écrit comme en acoustique (Eq. (I.10)). La propagation dans une couche donne la matrice de transfert :

$$\tau_l = P_{ea} t_l P_{ae} \quad (\text{I.94})$$

$$\tau_l = \begin{pmatrix} \cos(k_l d_l) & i Z_l \sin(k_l d_l) \\ \frac{i}{Z_l} \sin(k_l d_l) & \cos(k_l d_l) \end{pmatrix} \quad (\text{I.95})$$

Pour une bi-couche 2/1 (GaAs/AlAs) :

$$\tau_{21} = \begin{pmatrix} \cos(\alpha) \cos(\beta) - r \sin(\alpha) \sin(\beta) & i Z_2 \left( \frac{1}{r} \cos(\beta) \sin(\alpha) + \cos(\alpha) \sin(\beta) \right) \\ \frac{i}{Z_2} (r \cos(\beta) \sin(\alpha) + \cos(\alpha) \sin(\beta)) & \cos(\alpha) \cos(\beta) - \frac{1}{r} \sin(\alpha) \sin(\beta) \end{pmatrix} \quad (\text{I.96})$$

avec

$$r = \frac{Z_2}{Z_1} = \frac{n_1}{n_2} < 1 \quad (\text{I.97})$$

$$\alpha = d_1 k_1 = d_1 \frac{\omega}{c_1} \quad (\text{I.98})$$

$$\beta = d_2 k_2 = d_2 \frac{\omega}{c_2} \quad (\text{I.99})$$

On obtient une relation de dispersion du super-réseau identique à celle vue en acoustique (Eq. (I.37)) :

$$\cos(qd) = \frac{\text{Tr}(\tau_{12})}{2} = \cos(\alpha) \cos(\beta) - 1/2(r + r^{-1}) \sin(\beta) \sin(\alpha) \quad (\text{I.100})$$

avec  $d = d_1 + d_2$ .

On obtient les mêmes courbes de dispersion qu'à la Fig. I.4 dans la gamme des fréquences optiques avec des bandes interdites pour les ondes lumineuses en bord de la première zone de Brillouin. Donc un miroir de Bragg pour les ondes acoustiques à  $\lambda_B$  est également un miroir de Bragg optique à la même longueur d'onde et réciproquement.

Comme en acoustique, on peut écrire la matrice de transfert totale de la multicouche :

$$\begin{pmatrix} a_s \\ b_s \end{pmatrix} = M \begin{pmatrix} a_0 \\ b_0 \end{pmatrix} \quad (\text{I.101})$$

$$M = P_{ae}^s \cdot T \cdot P_{ea}^0 \quad (\text{I.102})$$

Les conditions aux limites en optique diffèrent par rapport à l'acoustique, ce qui change l'expression des coefficients de transmission et de réflexion. En effet, en optique aucun champ n'arrive de la droite de la multicouche, donc  $b_s = 0$ .

$$t = \frac{a_s}{a_0} = \frac{\det(M)}{M_{22}} = \frac{2}{T_{11} + T_{22}Z_s/Z_0 - (T_{12}/Z_0 + T_{21}Z_s)} \quad (\text{I.103})$$

$$r = \frac{b_0}{a_0} = -\frac{M_{21}}{M_{22}} = \frac{-T_{11} + T_{22}Z_s/Z_0 - (T_{12}/Z_0 - T_{21}Z_s)}{T_{11} + T_{22}Z_s/Z_0 - (T_{12}/Z_0 + T_{21}Z_s)} \quad (\text{I.104})$$

A la longueur d'onde de Bragg  $\lambda_B$ , la réflectivité optique d'un miroir de Bragg déposé entre les milieux 0 et  $s$ , s'écrit simplement :

$$|r|^2 = \left( \frac{1 - \frac{n_0}{n_s} r^{2N}}{1 + \frac{n_0}{n_s} r^{2N}} \right)^2 \quad (\text{I.105})$$

### b) Cavité optique

On considère maintenant une cavité optique à miroirs de Bragg. Contrairement à l'expérience d'acoustique, l'onde est incidente du côté de la cavité et se propage ensuite dans le substrat (Fig. I.9).

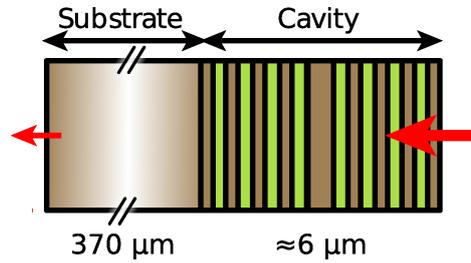


Fig. I.9 Schéma de l'échantillon excité par une onde électromagnétique provenant de la droite de la cavité.

On peut calculer de la même manière que précédemment la matrice de transfert de la cavité :

$$T = \tau_{21}^N \tau_c \tau_{12}^N \quad (\text{I.106})$$

avec  $\tau_{21} = t_2 \cdot t_1$  et  $\tau_{21} = \tau_{12}^{-1}$

$$\tau_c = \begin{pmatrix} \cos(\gamma) & iZ_c \sin(\gamma) \\ \frac{i \sin(\gamma)}{Z_c} & \cos(\gamma) \end{pmatrix} \quad (\text{I.107})$$

avec  $\gamma = k_c d_c$  et  $Z_c = Z_2$  pour un *spacer* de GaAs. Pour le mode de cavité,  $\alpha = \beta = \frac{\pi}{2}$  et  $\gamma = \pi$ , d'où :

$$\tau_{12} = \begin{pmatrix} -r & 0 \\ 0 & -r^{-1} \end{pmatrix}, \tau_{21} = \begin{pmatrix} -r^{-1} & 0 \\ 0 & -r \end{pmatrix}, \tau_c = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \text{ et } T_0 = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \quad (\text{I.108})$$

Près de la résonance,  $T(\omega) = T_0 + \delta T \cdot (\omega - \omega_B)$ . On écrit :

$$\delta\tau_{12} = \begin{pmatrix} 0 & -iZ_2(\delta\beta + \delta\alpha r^{-1}) \\ \frac{-i}{Z_2}(\delta\beta + r\delta\alpha) & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & A \\ B & 0 \end{pmatrix} \quad (\text{I.109})$$

$$\delta\tau_{21} = \delta\tau_{12} \quad (\text{I.110})$$

$$\delta\tau_c = \begin{pmatrix} 0 & -iZ_2\delta\gamma \\ \frac{-i}{Z_2}\delta\gamma & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & C \\ D & 0 \end{pmatrix} \quad (\text{I.111})$$

avec

$$\delta\alpha = \frac{\pi}{2} \frac{\delta\omega}{\omega} \quad (\text{I.112})$$

$$\delta\beta = \frac{\pi}{2} \frac{\delta\omega}{\omega} \quad (\text{I.113})$$

$$\delta\gamma = \pi \frac{\delta\omega}{\omega} \quad (\text{I.114})$$

et

$$A = -iZ_2(\delta\beta + \delta\alpha r^{-1}) = -iZ_2 \frac{\pi}{2} \frac{\delta\omega}{\omega} (1 + r^{-1}) \quad (\text{I.115})$$

$$B = \frac{-i}{Z_2} \frac{\pi}{2} \frac{\delta\omega}{\omega} (1 + r) \quad (\text{I.116})$$

$$C = -iZ_2\pi \frac{\delta\omega}{\omega} \quad (\text{I.117})$$

$$D = \frac{-i}{Z_2} \pi \frac{\delta\omega}{\omega} \quad (\text{I.118})$$

La matrice de transfert de la cavité s'écrit donc :

$$T = \begin{pmatrix} -1 & Cr^N - 2Ar^{2N} \frac{r^{-2N}-1}{r-r^{-1}} \\ r^{-2N}D - 2Br^{-2N} \frac{1-r^{2N}}{r-r^{-1}} & -1 \end{pmatrix} \quad (\text{I.119})$$

$$T = \begin{pmatrix} -1 & -i(\omega - \omega_c) \frac{\pi Z_2}{\omega_c} \frac{1-r^{2N+1}}{1-r} \\ -i(\omega - \omega_c) r^{-2N} \frac{\pi}{Z_2 \omega_c} \frac{1-r^{2N+1}}{1-r} & -1 \end{pmatrix} \quad (\text{I.120})$$

On obtient le coefficient de transmission optique de la cavité, avec  $Z_s = Z_2$  pour un substrat de GaAs :

$$t = \frac{a_s}{a_0} = \frac{\det(M)}{M_{22}} = \frac{2}{T_{11} + T_{22}Z_s/Z_0 - (T_{12}/Z_0 + T_{21}Z_s)} \quad (\text{I.121})$$

$$t = -\frac{1}{1/2(1 + Z_s/Z_0) - i(\omega - \omega_B)r^{-2N} \frac{\pi}{2\omega_B} \frac{1-r^{2N+1}}{1-r} (1 + \frac{Z_2}{Z_0}r^{2N})} \quad (\text{I.122})$$

$$t = -2 \frac{n_2}{n_0 + n_2} \frac{i\varepsilon_0/2}{(\omega - \omega_B) + i\varepsilon_0/2} \quad (\text{I.123})$$

$$\varepsilon_0 = \frac{2\omega_B r^{2N}}{\pi} \frac{1-r}{1-r^{2N+1}} \left(1 + \frac{n_0}{n_2}\right) \quad (\text{I.124})$$

On peut tenir compte de l'épaisseur finie du substrat de la même manière qu'en acoustique :  $T = T_{\text{substrate}} \cdot T_{\text{cav}}$  (ici l'onde est incidente sur la cavité d'où l'inversion d'ordre des matrices). On peut voir sur la Fig. I.10, une simulation par matrice de transfert de la transmission de la cavité seule (bleu) et de la cavité déposée sur le substrat épais (rouge). On obtient le même type de courbe qu'en acoustique (Fig. I.8) avec des pics dus au substrat qui modulent l'amplitude de la résonance de la cavité.

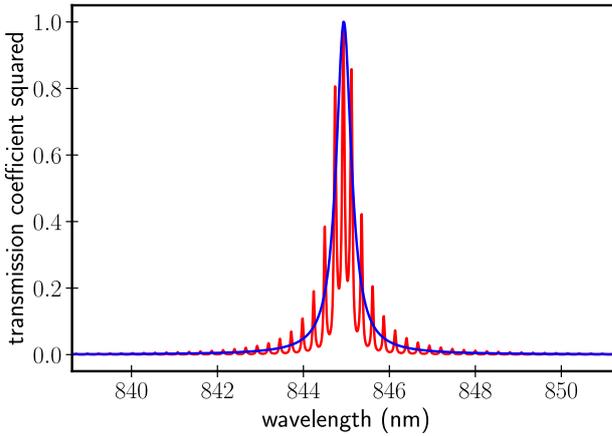


Fig. I.10 Transmission d'une cavité optique à 850 nm avec des miroirs de 15 bi-couches (bleu) et transmission de l'échantillon en tenant compte du substrat épais (rouge). Les caractéristiques optiques des matériaux prises à 20 K se trouvent dans le Tableau. B.1.

### I.2.6 Comparaison

Nous allons rappeler ici les résultats importants obtenus plus haut sur les super-réseaux et les cavités à miroirs de Bragg en optique (Sec. I.2.5 a) et b)) et en acoustique (Sec. I.2.4 a) et b)) et les comparer.

#### a) Miroir de Bragg

Les miroirs de Bragg ont des relations de dispersion équivalentes en acoustique et en optique qui donnent le vecteur d'onde acoustique ou optique  $k^{ac/opt}$  en fonction de la fréquence acoustique ou optique  $2\pi\omega^{ac/opt}$  :

$$\cos(k^{ac/opt}d) = \frac{Tr(\tau_{12})}{2} = \cos(\alpha) \cos(\beta) - 1/2(r + r^{-1}) \sin(\beta) \sin(\alpha) \quad (\text{I.125})$$

avec

$$d = d_1 + d_2 \quad (\text{I.126})$$

$$r = r^{ac/opt} = Z_1^{ac/opt} / Z_2^{ac/opt} < 1 \quad (\text{I.127})$$

$$\alpha = \alpha^{ac/opt} = d_1 k_1^{ac/opt} \quad (\text{I.128})$$

$$\beta = \beta^{ac/opt} = d_2 k_2^{ac/opt} \quad (\text{I.129})$$

avec  $k_i^{ac/opt} = \frac{\omega}{V_i}$  en remplaçant  $V_i$  par la vitesse des ondes acoustiques ou optiques dans le milieu  $i$ . Pour des longueurs d'onde près de  $\lambda_B$ ,  $\alpha^{ac/opt} \simeq \beta^{ac/opt} \simeq \pi/2$ . Pour un miroir de Bragg de GaAs/AlAs, dont les contrastes optiques et acoustiques sont semblables,  $\lambda_B$  est la même en optique et en acoustique (Sec. I.2.2). Un miroir de Bragg de GaAs/AlAs réfléchit donc un mode optique et un mode acoustique de même longueur d'onde  $\lambda_B$ .

### b) Cavité à miroirs de Bragg

On rappelle ci-dessous, les expressions des coefficients de transmission et des facteurs de qualité de cavité à miroirs de Bragg en acoustique et en optique :

$$t^{ac} = -\frac{Zs}{Z_2} \frac{i\epsilon_0^{ac}/2}{(\omega - \omega_B^{ac}) + i\epsilon_0^{ac}/2} \quad (\text{I.130})$$

$$\epsilon_0^{ac} = \frac{2\omega_B^{ac} r^{2N}}{\pi} \frac{1-r}{1-r^{2N+1}} \quad (\text{I.131})$$

$$Q^{ac} = \frac{\pi r^{-2N}}{2} \frac{1-r^{2N+1}}{1-r} \quad (\text{I.132})$$

$$t^{opt} = -2 \frac{n_2}{n_0 + n_2} \frac{i\epsilon_0^{opt}/2}{(\omega - \omega_B^{opt}) + i\epsilon_0^{opt}/2} \quad (\text{I.133})$$

$$\epsilon_0^{opt} = \frac{2\omega_B^{opt} r^{2N}}{\pi} \frac{1-r}{1-r^{2N+1}} \left(1 + \frac{n_0}{n_2}\right) \quad (\text{I.134})$$

$$Q^{opt} = \frac{\pi r^{-2N}}{2} \frac{1-r^{2N+1}}{1-r} \frac{n_2}{n_0 + n_2} \quad (\text{I.135})$$

Pour une cavité à miroirs de Bragg de GaAs/AlAs, la cavité confine un mode optique et un mode acoustique de même longueur d'onde  $\lambda_B \approx 2\pi c_{opt}/\omega_c \approx 2\pi v_{ac}/\omega_m$ . Les facteurs de qualité optiques et acoustiques sont tous deux proportionnels à  $r^{-2N} \approx (1.45)^N$ , avec  $N$  le nombre de bi-couches des miroirs de Bragg. On attend des facteurs de qualité optiques et acoustiques du même ordre de grandeur avec :

$$Q^{opt} \approx Q^{ac} \frac{n_2}{n_0 + n_2} \approx 0.78 \cdot Q^{ac} \quad (\text{I.136})$$

Après nous être intéressés aux cavités planaires à miroirs de Bragg de GaAs/AlAs qui permettent de confiner à la fois des modes optiques et acoustiques dans le plan de la cavité, nous allons aborder les cavités à miroirs de Bragg en micro-piliers.

### I.3 Cavité à miroirs de Bragg en micro-piliers

Les cavités en micro-piliers permettent de confiner des modes optiques et acoustiques dans les trois directions de l'espace grâce au confinement transverse du micro-pilier. Nous allons ici aborder la cavité optique puis la cavité acoustique.    chaque fois, nous commencerons par étudier le confinement transverse d'un cylindre infini puis nous verrons ce qu'ajoute le confinement dans l'axe des miroirs de Bragg.

#### I.3.1 Modes optiques des micro-piliers

Les modes optiques des micro-piliers ont été beaucoup étudiés et caractérisés contrairement aux modes acoustiques, c'est pourquoi ici nous commençons par l'optique contrairement à la section précédente.

Les modes optiques des micro-piliers [11 ; 12] sont nommés d'après ceux du guide d'onde optique infini. Nous allons dans un premier temps rappeler comment on obtient ces modes.

##### a) Guide d'onde optique

On considère un guide d'onde cylindrique infini selon l'axe  $z$  d'indice  $n$  et de rayon  $a$  (Fig. I.11). Les détails des calculs présentés dans cette partie se trouvent dans la référence [13] page 249 à 254.

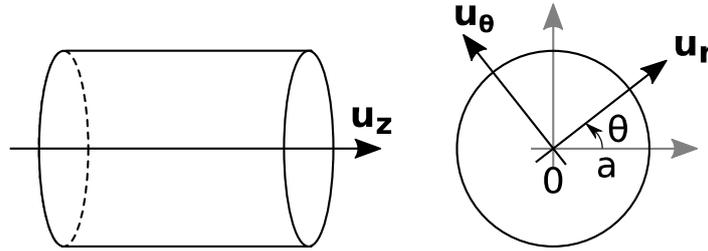


Fig. I.11 Guide d'onde cylindrique de rayon  $a$  orienté selon l'axe  $z$ .

On écrit les champs électromagnétiques sous la forme :

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}(r, \theta) \exp(ikz - i\omega t) \quad (\text{I.137})$$

$$\mathbf{H} = \mathbf{H}(r, \theta) \exp(ikz - i\omega t) \quad (\text{I.138})$$

L'équation de Maxwell (Eq. (I.89)) devient pour les composantes  $E_z$  et  $H_z$  (avec  $n_i = n$  dans le cylindre et  $n_i = n_0$  dans le milieu autour) :

$$(\nabla_T^2 + n_i^2 k_0^2 - k_i^2) E_z / H_z = 0 \quad (\text{I.139})$$

$$\left( \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} + n_i^2 k_0^2 - k_i^2 \right) E_z / H_z = 0 \quad (\text{I.140})$$

$k$  est le vecteur d'onde optique dans le cylindre et  $k_0 = \omega/c$  le vecteur d'onde dans le vide autour du cylindre.

Par séparation des variables, on peut écrire  $E_z = e_z(r) \begin{Bmatrix} \cos(l\theta) \\ \sin(l\theta) \end{Bmatrix}$  et  $H_z = h_z(r) \begin{Bmatrix} -\sin(l\theta) \\ \cos(l\theta) \end{Bmatrix}$ .

Les deux composantes  $e_z(r)$  et  $h_z(r)$  sont solutions des équations :

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \gamma_n^2 - l^2\right) e_z/h_z = 0, \text{ pour } 0 \leq r < a \quad (\text{I.141})$$

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} - \gamma_0^2 - l^2\right) e_z/h_z = 0, \text{ pour } r > a \quad (\text{I.142})$$

avec  $\gamma_n^2 = n^2 k_0^2 - k^2$  et  $\gamma_0^2 = k^2 - n_0^2 k_0^2$ .  $\gamma_n$  et  $\gamma_0$  sont respectivement les vecteurs d'onde transverses dans le cylindre et autour. On pose également  $\gamma^2 = \gamma_n^2 + \gamma_0^2 = k_0^2(n^2 - n_0^2)$ .

Les équations différentielles Eq. (I.141) et Eq. (I.142), dites de Bessel, ont pour solutions canoniques les fonctions de Bessel  $J_n(\gamma_n r)$  et  $Y_n(\gamma_n r)$  (Annexe F). Pour trouver des solutions définies en  $r = 0$ , au centre du guide d'onde, on ne conserve que les solutions  $J_n$ . On souhaite trouver les modes confinés dans le cylindre c.-à-d. les modes qui se propagent dans le guide, et sont évanescents à l'extérieur. Il faut pour cela que  $k \leq n k_0$  ( $\gamma_n$  réel dans le guide d'onde) et  $k > n_0 k_0$  ( $\gamma_0$  réel autour du guide d'onde). On a ainsi un mode dont le champ électrique décroît en dehors du cylindre  $\propto K_n(\gamma_0 r)$  et qui oscille à l'intérieur du cylindre  $\propto J_n(\gamma_n r)$ .

Les modes du guide d'onde cylindrique sont des combinaisons linéaires des modes transverses électriques  $TE$  et transverses magnétiques  $TM$ ; ils ont à la fois des composantes  $e_z$  et  $h_z$  non nulles. Ce sont des modes hybrides que l'on note  $EH_{lm}$  et  $HE_{lm}$ . Après calculs, on obtient l'expression des composantes des champs dans le guide et à l'extérieur [13]. L'énergie électromagnétique pour les modes  $EH_{lm}$  et  $HE_{lm}$  est :

$$\mathcal{E}_{lm} \propto \frac{A J_{l-1}(\gamma_n r)^2 + B J_{l+1}(\gamma_n r)^2}{J_l(\gamma_n a)^2} \quad (\text{I.143})$$

avec  $A$  et  $B$  des constantes qui dépendent des paramètres du système.

Pour les modes  $TE_{0m}$  et  $TM_{0m}$  :

$$\mathcal{E}_{0m} \propto \frac{J_1(\gamma_n r)^2}{J_1(\gamma_n a)^2} \quad (\text{I.144})$$

Chaque mode  $(l, m)$  a une distribution transverse spécifique. On peut définir l'indice effectif du mode guidé  $(l, m)$ ,  $1 < n_{\text{eff}}^{l,m} \leq n$  par :

$$n_{\text{eff}}^{l,m} = k_{l,m}/k_0 \quad (\text{I.145})$$

Cela permet d'écrire  $k_{l,m} = n_{\text{eff}}^{l,m} k_0$ . Chaque mode guidé  $l, m$  a un profil transverse du champ qui « voit » un matériau d'indice  $n_{\text{eff}}^{l,m}$ .

En prenant en compte les conditions aux limites pour un guide d'onde infini en  $r = a$ , on peut obtenir les relations de dispersion qui donnent  $k$  en fonction de  $\omega$ .

Pour les modes  $HE_{l,m}$  et  $EH_{l,m}$  :

$$\left(\frac{J'_l(\gamma_n a)}{(\gamma_n a) J_l(\gamma_n a)} + \frac{K'_l(\gamma_0 a)}{(\gamma_0 a) K_l(\gamma_0 a)}\right) \left(\frac{J'_l(\gamma_n a)}{(\gamma_n a) J_l(\gamma_n a)} + \frac{n_0^2}{n^2} \frac{K'_l(\gamma_0 a)}{(\gamma_0 a) K_l(\gamma_0 a)}\right) = \left(\frac{lk}{k_0 n}\right)^2 \left(\frac{\gamma a}{(\gamma_0 a)(\gamma_n a)}\right)^4 \quad (\text{I.146})$$

Pour les modes  $TE_{0,m}$ , respectivement  $TM_{0,m}$  :

$$\frac{J_1(\gamma_n a)}{(\gamma_n a) J_0(\gamma_n a)} + \frac{K_1(\gamma_0 a)}{(\gamma_0 a) K_0(\gamma_0 a)} = 0, \quad \frac{J_1(\gamma_n a)}{(\gamma_n a) J_0(\gamma_n a)} + \frac{n_0^2}{n^2} \frac{K_1(\gamma_0 a)}{(\gamma_0 a) K_0(\gamma_0 a)} = 0 \quad (\text{I.147})$$

Les courbes de dispersion des premiers modes d'un guide d'onde cylindrique de GaAs d'indice optique  $n = 3.553$  (Tableau. B.1) obtenues à partir des trois équations ci-dessus sont tracées sur la Fig. I.12. Ces courbes sont limitées par les droites  $k = \omega/c$  et  $k = \omega n/c$  qui correspondent à une propagation sans dispersion dans le vide et dans le GaAs d'indice  $n$ . Ces droites ne sont pas solutions.

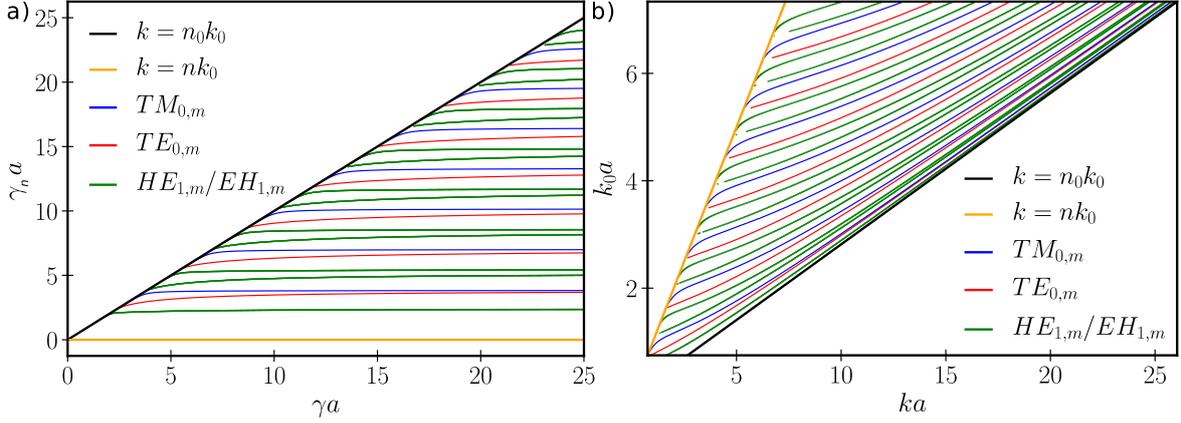


Fig. I.12 a) Courbes de dispersion  $\gamma_n a$  en fonction de  $\gamma a$ , pour les modes  $TE_{0,m}$  en rouge,  $TM_{0,m}$  en bleu, et les modes  $HE_{1,m}$  et  $EH_{1,m}$  en vert.  
b) Courbes de dispersion  $k_0 a$  en fonction de  $k a$ , pour les modes  $TE_{0,m}$  en rouge,  $TM_{0,m}$  en bleu, et les modes  $HE_{1,m}$  et  $EH_{1,m}$  en vert.

### b) Micro-pilier de GaAs

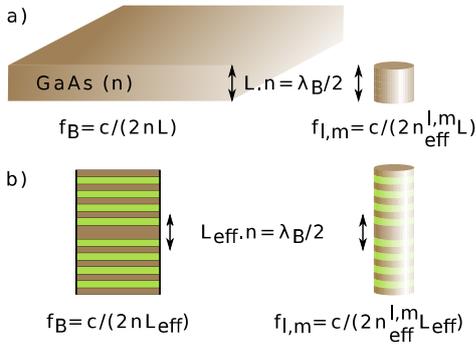


Fig. I.13 a) *Spacer* planaire de GaAs d'indice  $n$ , d'épaisseur  $L$  qui vérifie la condition de résonance :  $f_B = \frac{c}{2nL}$  et micro-pilier de GaAs dont les modes optiques ont des fréquences de résonance  $f_{l,m} = \frac{c}{2n_{\text{eff}}^{l,m} L} = \frac{n}{n_{\text{eff}}^{l,m}} f_B$ .  
b) Cavité planaire à miroirs de Bragg d'épaisseur effective  $L_{\text{eff}}$  qui vérifie la condition de résonance :  $f_B = \frac{c}{2nL_{\text{eff}}}$  et cavité à miroirs de Bragg en micro-pilier dont les modes optiques ont des fréquences de résonance  $f_{l,m} = \frac{c}{2n_{\text{eff}}^{l,m} L_{\text{eff}}} = \frac{n}{n_{\text{eff}}^{l,m}} f_B$ .

Les Eq. (I.147) et Eq. (I.146) qui permettent de trouver les relations de dispersion des modes optiques du cylindre infini se simplifient [13] près de la droite  $k = n\omega/c$  ( $\gamma_n a$  petit). Cette droite correspond à la relation de dispersion d'un *spacer* planaire de GaAs d'épaisseur  $L$ , d'indice  $n$  (Fig. I.13.a). On obtient :

$$J_1(\gamma_n a) = 0, \text{ pour les modes } TE_{0,m} \text{ et } TM_{0,m} \quad (\text{I.148})$$

$$J_{l-1}(\gamma_n a) = 0, \text{ pour les modes } HE_{l,m} \quad (\text{I.149})$$

$$J_{l+1}(\gamma_n a) = 0, \text{ pour les modes } EH_{l,m} \quad (\text{I.150})$$

On peut en déduire l'indice effectif associé à chaque mode :

$$n_{\text{eff}}^{0,m^2} = n^2 - \left(\frac{\alpha_{1,m}}{k_0 a}\right)^2, \text{ pour les modes } TE_{0,m} \text{ et } TM_{0,m} \quad (\text{I.151})$$

$$n_{\text{eff}}^{l,m^2} = n^2 - \left(\frac{\alpha_{l-1,m}}{k_0 a}\right)^2, \text{ pour les modes } HE_{l,m} \quad (\text{I.152})$$

$$n_{\text{eff}}^{l,m^2} = n^2 - \left(\frac{\alpha_{l+1,m}}{k_0 a}\right)^2, \text{ pour les modes } EH_{l,m} \quad (\text{I.153})$$

avec  $\alpha_{l,m}$  la  $m$  ième racine de la fonction de Bessel  $J_l$  d'ordre  $l$ .

En utilisant l'Eq. (I.145) et en écrivant  $k_0 = 2\pi f_{l,m}/c$ , et  $f_B = \frac{c}{2nL}$  la fréquence de résonance du *spacer* planaire de GaAs, on obtient l'expression des fréquences des modes optiques d'un micro-pilier de GaAs :

$$k = k_0 n_{\text{eff}}^{l,m} = 2\pi f_{l,m}/c \cdot n_{\text{eff}}^{l,m} \quad (\text{I.154})$$

$$k \simeq 2\pi f_B/c \cdot n \quad (\text{I.155})$$

D'où :

$$f_{l,m}^2 \simeq f_B^2 + \left(\frac{1}{2\pi} \frac{c}{n} \frac{\alpha_{1,m}}{a}\right)^2, \text{ pour les modes } TE_{0,m} \text{ et } TM_{0,m} \quad (\text{I.156})$$

$$f_{l,m}^2 \simeq f_B^2 + \left(\frac{1}{2\pi} \frac{c}{n} \frac{\alpha_{l-1,m}}{a}\right)^2, \text{ pour les modes } HE_{l,m} \quad (\text{I.157})$$

$$f_{l,m}^2 \simeq f_B^2 + \left(\frac{1}{2\pi} \frac{c}{n} \frac{\alpha_{l+1,m}}{a}\right)^2, \text{ pour les modes } EH_{l,m} \quad (\text{I.158})$$

On obtient les courbes de la Fig. I.14 qui donnent le décalage des fréquences de résonance des modes du micro-pilier de GaAs par rapport à la fréquence de résonance de la cavité planaire de GaAs. Les modes du micro-pilier ont des fréquences de résonance  $f_{l,m}$  plus élevées que celle de la cavité planaire car  $n_{\text{eff}}^{l,m} \leq n, \forall l, m$ . On parle de décalage vers le bleu ou *blueshift*.

En particulier pour le mode optique fondamental du micro-pilier  $HE_{1,1}$ , on peut écrire pour la pulsation  $\omega_{1,1}$ , en posant  $c_n = \frac{c}{n}$  la vitesse de la lumière dans le GaAs :

$$\omega_{1,1}^2 \simeq \omega_B^2 + \left(\frac{c_n}{a}\right)^2 \alpha_{0,1}^2 \quad (\text{I.159})$$

$$\mathcal{E}_{1,1} \propto \frac{J_0(\gamma_n r)^2}{J_1(\gamma_n a)^2} \quad (\text{I.160})$$

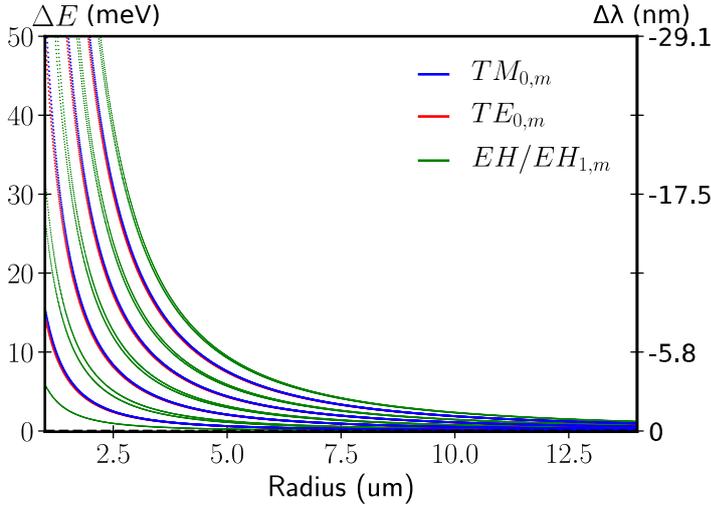


Fig. I.14 Fréquences des premiers modes optiques d'un micro-pilier de GaAs d'indice optique  $n = 3.553$  (Tableau. B.1),  $TE_{0,m}$  en rouge,  $TM_{0,m}$  en bleu,  $EH_{1,m}$  et  $EH_{1,m}$  en vert, en fonction du rayon du micro-pilier.

### c) Cavité à miroirs de Bragg optique en micro-pilier

Nous venons de trouver les fréquences de résonance des modes optiques d'un micro-pilier de GaAs, qu'en est-il des modes d'une cavité à miroirs de Bragg en micro-pilier? Afin de trouver les fréquences de résonance des modes d'une cavité à miroirs de Bragg en micro-pilier, les auteurs de la référence [11] utilisent une méthode approchée. Cette méthode repose sur la condition de résonance d'une cavité à miroirs de Bragg planeaire et sur les modes optiques d'un cylindre infini de GaAs (Fig. I.13.b).

La référence [11] fait l'hypothèse que les profils transverses des modes optiques sont les mêmes dans les couches de AlAs et de GaAs malgré le fait que les indices de GaAs et AlAs sont différents. Les calculs [11] pour un guide d'onde cylindrique de GaAs et de AlAs donnent  $\frac{n_{\text{eff}} - n}{n}$  semblables à 3% près, pour un même mode  $l$ .

Une cavité planeaire à miroirs de Bragg confine des modes optiques dans le plan de la cavité. Si l'on compare une cavité à miroirs de Bragg avec une cavité Fabry Pérot de longueur  $L$ , on peut associer à cette cavité une longueur effective  $L_{\text{eff}}$  afin de conserver la même condition de résonance :  $nL_{\text{eff}} = \lambda/2$ , où  $n$  est l'indice optique du *spacer*. En effet l'énergie du mode « déborde » toujours sur une longueur caractéristique  $L_{\text{eff},\text{mirror}}$  dans les miroirs de Bragg qui ne sont pas des miroirs parfaits. La longueur effective de la cavité est donc plus grande que celle du *spacer*.

$$L_{\text{eff}} = L_{\text{spacer}} + L_{\text{eff},\text{top}} + L_{\text{eff},\text{down}} \quad (\text{I.161})$$

La longueur d'onde de résonance  $\lambda_B$  de la cavité planeaire à miroirs de Bragg, de longueur effective  $L_{\text{eff}}$ , de *spacer* d'indice  $n$  est :  $\lambda_B = 2L_{\text{eff}}n$  pour une cavité à  $\lambda/2$  (Sec. b)). Passer d'une cavité planeaire à un micro-pilier, ajoute un confinement transverse dans l'axe du micro-pilier.

On part du cylindre infini d'indice  $n$  de rayon  $a$  et on tient compte des miroirs de Bragg (donc du confinement transverse). Un mode guidé  $(l, m)$  du cylindre infini d'indice effectif  $n_{\text{eff}}^{l,m}$  donne un mode confiné dans le micro-pilier avec le même profil transverse pour le champ

que celui du mode guidé  $(l, m)$  et vérifie la condition de résonance :

$$\lambda_{l,m} = 2L_{\text{eff}} n_{\text{eff}}^{l,m} = \lambda_B n_{\text{eff}}^{l,m} / n \quad (\text{I.162})$$

$$f_{l,m} = \frac{n}{n_{\text{eff}}^{l,m}} f_B \quad (\text{I.163})$$

Les fréquences des premiers modes optiques de micro-piliers à miroirs de Bragg de GaAs/AlAs, ainsi que leurs profils spatiaux ont été mesurés [12] en réflectivité en utilisant un faisceau de lumière blanche. On peut voir sur la Fig. I.15.a que les mesures expérimentales de la référence [12] sont bien en accord avec la théorie simplifiée utilisée par les auteurs. Les profils spatiaux des modes semblent également être en accord avec ceux des modes optiques d'un cylindre infini (Fig. I.15.b).

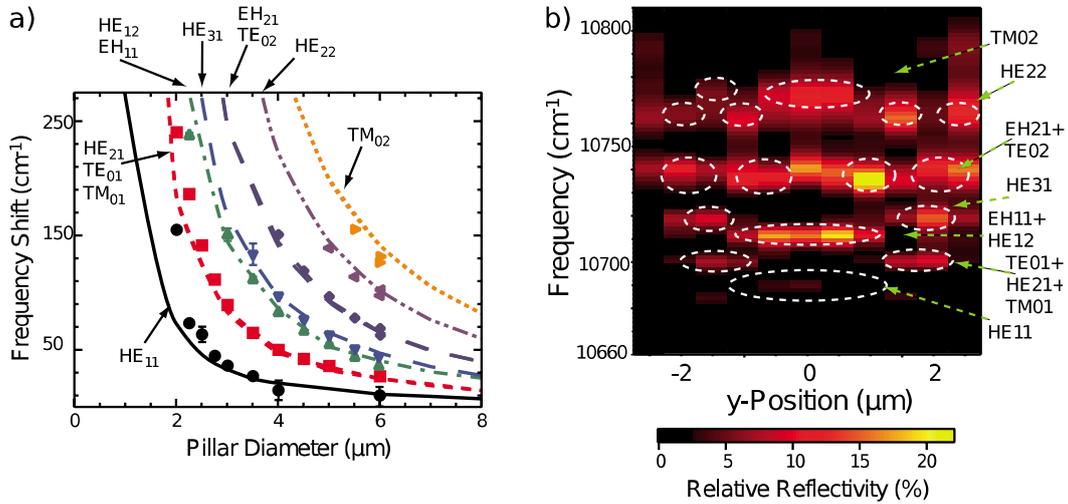


Fig. I.15 a) Décalages mesurés et calculés des fréquences de résonance des modes optiques d'un micro-pilier en fonction de son diamètre par rapport à la fréquence de résonance de la cavité planaire.  
b) Carte de chaleur de la réflectivité en fonction de la fréquence et de la position transverse du faisceau LASER sur le pilier, pour un micro-pilier de 6 μm de diamètre. - Source : 1

### I.3.2 Modes acoustiques des micro-piliers

#### a) Guide d'onde acoustique

Comme pour l'optique, nous allons commencer par décrire les modes acoustiques d'un cylindre infini (Fig. I.11), fait d'un matériau isotrope dans lequel les ondes acoustiques longitudinales ont une vitesse  $v_L$  et les ondes transverses une vitesse  $v_T$ . Les détails des calculs présentés dans cette partie se trouvent dans la référence [14] page 321 à 327.

Le vecteur déplacement dérive d'un potentiel scalaire  $\phi$  et d'un potentiel vecteur  $bm\psi$

1. Source : Georgios CTISTIS et al. « Optical characterization and selective addressing of the resonant modes of a micropillar cavity with a white light beam ». In : *Physical Review B* 82.19 (2010), p. 195330

qui vérifient les équations :

$$\nabla^2 \phi - \frac{1}{v_L^2} \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} = 0 \quad (\text{I.164})$$

$$\nabla^2 \psi - \frac{1}{v_T^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} = 0 \quad (\text{I.165})$$

On écrit  $\phi$  sous la forme :

$$\phi = R(r)\Theta(\theta) \exp(i\omega t - Kz) \quad (\text{I.166})$$

où  $K$  est le vecteur d'onde acoustique.

$$\frac{\partial^2 \Theta(\theta)}{\partial \theta^2} = -l^2 \Theta(\theta) \quad (\text{I.167})$$

$$r^2 \frac{\partial^2 R(r)}{\partial r^2} + r \frac{\partial R(r)}{\partial r} + (p^2 r^2 - l^2) R(r) = 0 \quad (\text{I.168})$$

avec  $l$  un entier et  $p^2 = \frac{\omega^2}{v_L^2} - K^2$ . D'où :

$$\Theta(\theta) = \left\{ \begin{array}{l} \cos(l\theta) \\ \sin(l\theta) \end{array} \right\} \quad (\text{I.169})$$

$$R(r) = J_l(pr) \quad (\text{I.170})$$

En écrivant le laplacien d'un vecteur en coordonnées cylindriques on montre que  $\psi_z$  vérifie la même équation que  $\phi$  en substituant  $v_L$  par  $v_T$  [14]. On pose donc également  $q^2 = \frac{\omega^2}{v_T^2} - K^2$ .

On obtient après calculs :

$$\phi(r, \theta, z) = A J_l(pr) \left\{ \begin{array}{l} \cos(l\theta) \\ \sin(l\theta) \end{array} \right\} \exp(i\omega t - Kz) \quad (\text{I.171})$$

$$\psi_z(r, \theta, z) = B J_l(qr) \left\{ \begin{array}{l} \sin(l\theta) \\ \cos(l\theta) \end{array} \right\} \exp(i\omega t - Kz) \quad (\text{I.172})$$

$$\psi_r(r, \theta, z) = C J_{l+1}(qr) \left\{ \begin{array}{l} \sin(l\theta) \\ \cos(l\theta) \end{array} \right\} \exp(i\omega t - Kz) \quad (\text{I.173})$$

$$\psi_\theta(r, \theta, z) = -C J_{l+1}(qr) \left\{ \begin{array}{l} \cos(l\theta) \\ \sin(l\theta) \end{array} \right\} \exp(i\omega t - Kz) \quad (\text{I.174})$$

Nous allons nous intéresser par la suite uniquement aux modes axisymétriques, dits de compression qui sont indépendants de  $\theta$ , c.-à-d. pour lesquels  $l = 0$ . Le déplacement s'écrit alors :

$$u_r(r, z) = -iU((q^2 - K^2) \frac{J_1(qa)}{2kJ_1(pa)} J_1(pr) + K J_1(qr)) e^{(i\omega t - Kz)} \quad (\text{I.175})$$

$$u_z(r, z) = U((q^2 - K^2) \frac{J_1(qa)}{2pJ_1(pa)} J_0(pr) - qJ_0(qr)) e^{(i\omega t - Kz)} \quad (\text{I.176})$$

avec  $U$  une constante qui a la dimension d'un déplacement.

En utilisant le fait que la contrainte est nulle en  $r = a$ , on n'obtient des solutions non triviales que si l'équation suivante, dite de Pochhammer-Chree, est vérifiée :

$$\frac{2p}{a}(q^2 + K^2)J_1(qa)J_1(pa) - (q^2 - K^2)^2J_0(pa)J_1(qa) - 4K^2qpJ_1(pa)J_0(qa) = 0 \quad (\text{I.177})$$

Cette équation permet de trouver les relations de dispersion du vecteur d'onde acoustique  $K$  en fonction de  $\omega$ .

Contrairement à l'optique où le vecteur d'onde transverse  $\gamma_n$  est réel, ici  $p$  et  $q$  peuvent être imaginaires. Pour  $K \leq \frac{\omega}{v_L}$ ,  $p$  et  $q$  sont réels. Pour  $\frac{\omega}{v_L} > K \leq \frac{\omega}{v_T}$ ,  $q$  est réel et  $p$  est imaginaire. Pour  $\frac{\omega}{v_T} < K$ ,  $p$  et  $q$  sont imaginaires.

Cela change la nature des modes entre les différentes régions délimitées par les droites des ondes longitudinales  $K = \omega/v_L$  et des ondes transverses  $K = \omega/v_T$  qui ne sont pas solutions de l'Eq. (I.177). Les relations de dispersion pour un cylindre de GaAs ( $v_L = 4.77 \times 10^3 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ ,  $\nu = 0.31$ ) sont tracées sur la Fig. I.16. On considère le GaAs comme isotrope et on prend les valeurs de  $v_L$  et  $\nu$  selon l'axe (001).

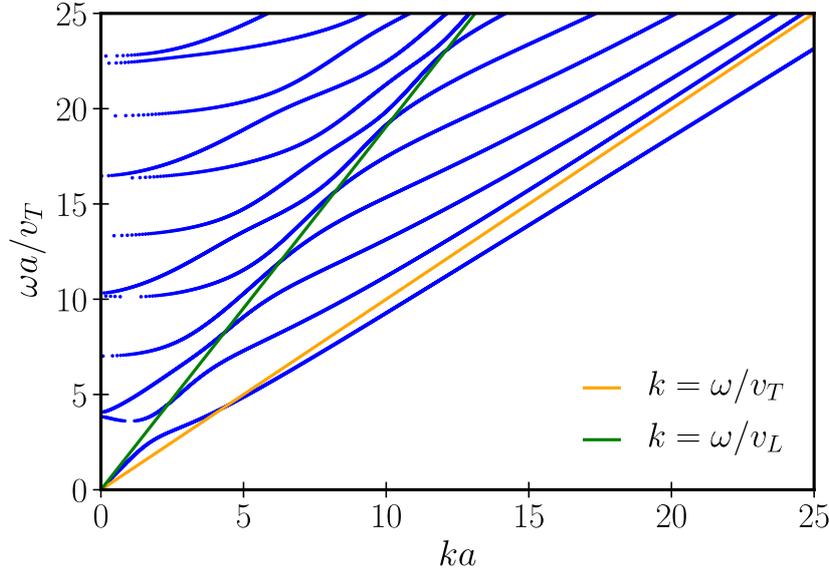


Fig. I.16 Relation de dispersion  $\frac{\omega}{v_T}a$  en fonction de  $Ka$  pour un cylindre infini de GaAs ( $v_L = 4.77 \times 10^3 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ ,  $\nu = 0.31$ ) de rayon  $a$ .

Comme en optique, on s'intéresse aux vecteurs d'onde proches de ceux du *spacer* de GaAs planaire, c.-à-d. proches de la droite  $K = \omega/v_L$  ( $p$  petit) qui n'est pas solution de l'Eq. (I.177).

Un développement limité pour  $p$  petit de l'Eq. (I.177), montre que le premier et le troisième terme sont d'ordre  $p^2$ , tandis que le second terme est d'ordre 1. C'est donc ce terme qu'il faut minimiser pour que l'Eq. (I.177) soit vérifiée :

$$(q^2 - K^2)^2 J_0(pa)J_1(qa) = 0 \quad (\text{I.178})$$

Comme on s'intéresse aux  $K \approx \omega/v_L$ ,  $q^2 - K^2 = 0$  si  $v_L \approx \sqrt{2}v_T$ , ce qui impliquerait que le coefficient de Poisson  $\nu$  du matériau soit nul. Ce n'est pas le cas pour le GaAs  $\nu_{\text{GaAs}} = 0.31$ .

Si l'on considère  $p \approx 0$ , une solution de l'Eq. (I.178) est  $J_1(qa) = 0$ , ce qui donne  $\omega a \sqrt{\frac{1}{v_T^2} - \frac{1}{v_L^2}} = \alpha_{1,m}$ , avec  $\alpha_{1,m}$  la  $m$  ième racine de la fonction de Bessel  $J_1$  d'ordre 1. Ici  $\omega = \omega_B$  est la pulsation qui correspond à la fréquence de résonance du *spacer* planaire de GaAs.

On a donc des rayons particuliers qui vérifient :

$$\mathbf{a}_m = \frac{\alpha_{1,m}}{\omega_B \sqrt{\frac{1}{v_T^2} - \frac{1}{v_L^2}}} = \frac{\alpha_{1,m} v_L}{\omega_B} \sqrt{1 - 2\nu} \quad (\text{I.179})$$

$$\text{car } \frac{v_L}{v_T} = \sqrt{\frac{2(1-\nu)}{1-2\nu}}.$$

Pour ces valeurs du rayon, le mode de compression (axisymétrique)  $(0, m)$  est alors mixte,  $u_r$  et  $u_z$  sont du même ordre de grandeur.

$$u_r(r, z) \approx -iUKJ_1(qr) e^{(i\omega t - Kz)} \quad (\text{I.180})$$

$$u_z(r, z) \approx -UqJ_0(qr) e^{(i\omega t - Kz)} \quad (\text{I.181})$$

En dehors de ces rayons particuliers :

$$p \neq 0 \quad (\text{I.182})$$

$$J_1(qa) \neq 0 \quad (\text{I.183})$$

$$-(q^2 - K^2)^2 J_0(pa) J_1(qa) = 0 \quad (\text{I.184})$$

Donc  $J_0(pa) = 0$  et

$$u_r(r, z) \approx -iU(q^2 - K^2) \frac{J_1(qa)}{2kJ_1(pa)} J_1(pr) e^{(i\omega t - Kz)} \quad (\text{I.185})$$

$$u_z(r, z) \approx U(q^2 - K^2) \frac{J_1(qa)}{2pJ_1(pa)} J_0(pr) e^{(i\omega t - Kz)} \quad (\text{I.186})$$

Dans ce cas,  $|u_z(r, z)|^2 \gg |u_r(r, z)|^2$ , on a un mode de compression d'indice  $(0, m)$  majoritairement longitudinal, dont on peut exprimer la pulsation de résonance  $\omega_{0,m}$  avec :

$$J_0(pa) = 0 \quad (\text{I.187})$$

$$\left(\frac{\omega_{0,m}}{v_L}\right)^2 = K^2 + \left(\frac{\alpha_{0,m}}{a}\right)^2 \quad (\text{I.188})$$

$$\left(\frac{\omega_{0,m}}{v_L}\right)^2 = \left(\frac{\omega_B}{v_L}\right)^2 + \left(\frac{\alpha_{0,m}}{a}\right)^2 \quad (\text{I.189})$$

Donc :

$$\omega_{0,m}^2 = \omega_B^2 + \left(\frac{v_L}{a}\right)^2 \alpha_{0,m}^2 \quad (\text{I.190})$$

Les modes axisymétriques, c.-à-d. de compression, (Eq. (I.190)) d'un micro-pilier de GaAs suivent la même tendance qu'en optique (Eq. (I.159)). La fréquence de résonance du mode augmente avec le confinement (lorsque le rayon du micro-pilier diminue) et le mode est majoritairement longitudinal, sauf pour des rayons particuliers (Eq. (I.179)) où le mode est mixte et la fréquence de résonance subit des sauts ou des anti-croisements. On peut observer

ces anti-croisements sur la Fig. I.17.b qui montre le décalage de la fréquence de résonance du mode acoustique fondamental d'un micro-pilier de GaAs ( $v_L = 4.77 \times 10^3 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ ,  $\nu = 0.31$ ) par rapport à la fréquence du *spacer* planaire de GaAs ( $f_{\text{planaire}} = 20 \text{ GHz}$ ) en fonction du rayon du micro-pilier.

Si l'on considère un matériau pour lequel le coefficient de Poisson est nul, c.-à-d.  $v_L = v_T\sqrt{2}$ , alors le terme qui dominait dans l'Eq. (I.177) près de la droite des ondes longitudinales est nul et l'Eq. (I.177) devient :

$$pJ_1(pa)\left(\frac{2}{a}(q^2 + K^2)J_1(qa) - 4K^2qJ_0(qa)\right) = 0 \quad (\text{I.191})$$

On n'observe pas d'anti-croisement lorsque  $\nu = 0$  mais un comportement monotone comme en optique.

On peut obtenir la courbe de la Fig. I.17.b pour un micro-pilier de AlAs ( $v_L = 5.66 \times 10^3 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ ,  $\nu = 0.31$ ) (Fig. I.17.c); on prend le même coefficient de Poisson que pour GaAs car celui du AlAs à basse température est mal connu. Si l'on compare l'évolution de l'écart relatif de la vitesse effective du mode acoustique fondamental du micro-pilier par rapport à la vitesse  $v_L$  du matériau  $(v_L - v_{\text{eff}})/v_L$  pour un micro-pilier de GaAs et un micro-pilier de AlAs, on obtient la même tendance en fonction du rayon du micro-pilier et des valeurs proches (Fig. I.17.a). Cependant, les rayons particuliers des anti-croisements dépendent de la vitesse longitudinale du matériau (Eq. (I.179)) et l'écart entre les anti-croisements également :  $\Delta a = a_{m+1} - a_m = v_L \frac{(\alpha_{1,m+1} - \alpha_{1,m})}{\omega_B} \sqrt{1 - 2\nu}$  (Fig. I.17.d).

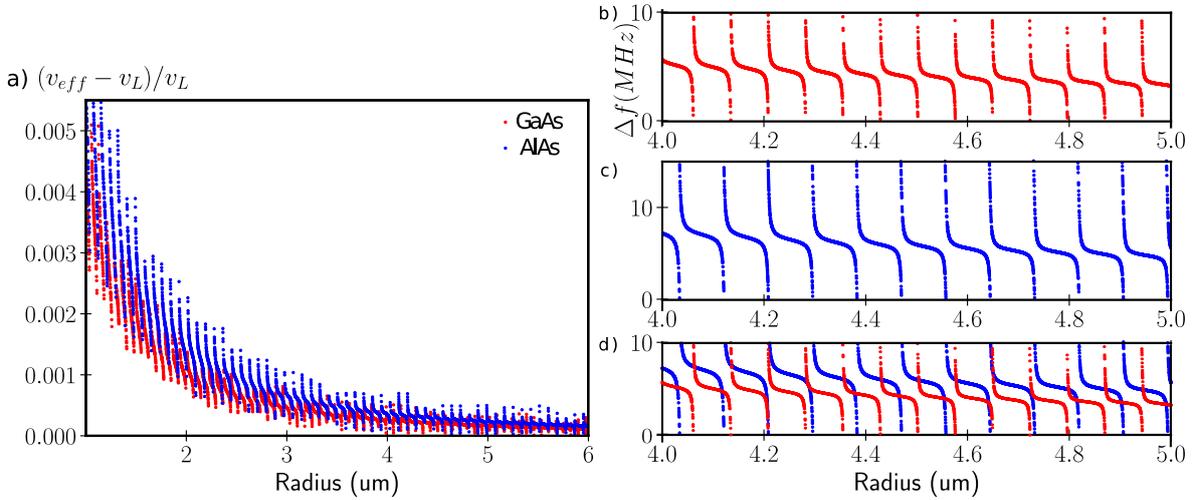


Fig. I.17 a) Écart relatif de la vitesse effective du mode acoustique fondamental du micro-pilier par rapport à la vitesse  $v_L$  du matériau pour un micro-pilier de GaAs ( $v_L = 4.77 \times 10^3 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ ,  $\nu = 0.31$ , rouge) et de AlAs ( $v_L = 5.66 \times 10^3 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ ,  $\nu = 0.31$ , bleu).

Décalage de la fréquence de résonance du mode acoustique fondamental d'un micro-pilier de GaAs, b) et de AlAs, c), par rapport à la fréquence du *spacer* planaire ( $f_{\text{planaire}} = 20 \text{ GHz}$ ) en fonction du rayon du micro-pilier.

Les deux courbes de b) et c) sont tracées sur le même graphe d) pour comparaison.

### b) Cavité à miroirs de Bragg acoustique en micro-pilier

**b).1 Simulations par éléments finis :** Des simulations par éléments finis [15] sur un micro-pilier à miroirs de Bragg de GaAs/AlAs ont montré que contrairement au mode optique dont la fréquence de résonance augmente de manière monotone lorsque l'on réduit le rayon du pilier, si le mode acoustique suit la même tendance, on trouve des anti-croisements dus au couplage par le coefficient de Poisson entre les vibrations selon l'axe  $z$  du pilier ( $u(z, k) \propto \cos(kz)$  – cylindre infiniment large,  $\nu = 0$ ) et les vibrations radiales ( $u(r, p) \propto pJ_1(pr)$  – cylindre infiniment long,  $\nu = 0$ ), Fig. I.18.

La référence [15] trouve le même type de comportement pour une cavité à miroirs de Bragg en micro-pilier que pour un pilier de GaAs (Fig. I.17.b). Il semble donc qu'on puisse appliquer la même méthode qu'en optique [12].

Sur une branche d'anti-croisement (pour une variation de rayon de 100 nm, la fréquence de résonance du mode varie de 200 MHz, le facteur de qualité diminue d'un facteur 4 et le couplage optomécanique d'un facteur 5 (Fig. I.18). Cela est dû au fait que le mode quasi longitudinal devient mixte avec une partie radiale non négligeable aux anti-croisements. Les

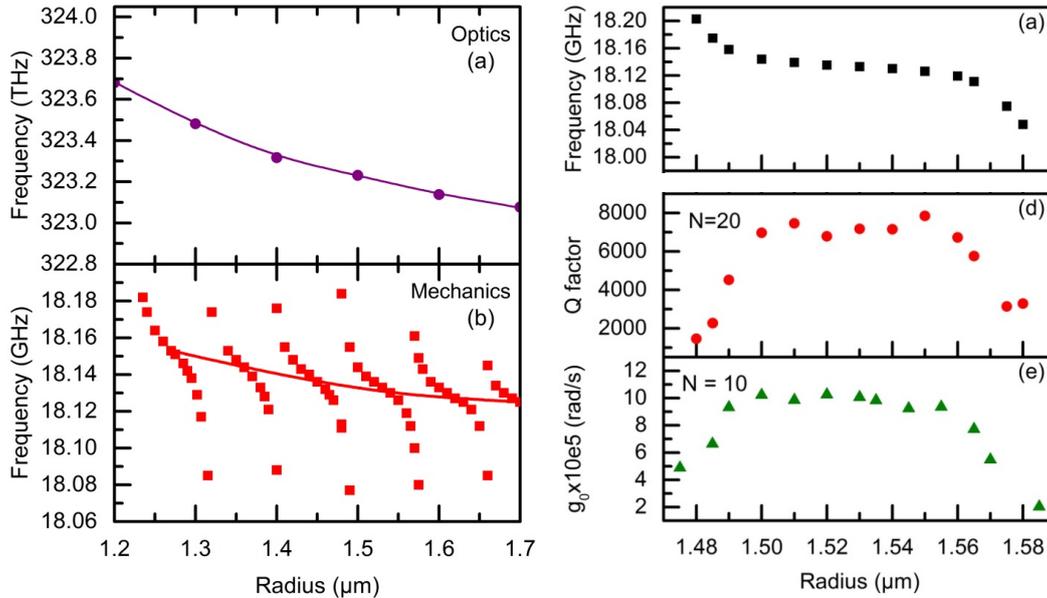


Fig. I.18 Colonne de gauche : fréquences des modes fondamentaux optique a) et acoustique b) en fonction du rayon du micro-pilier. Colonne de droite : a) fréquence du mode fondamental acoustique en fonction du rayon du micro-pilier pour une zone d'anti-croisement. d) et e) montrent respectivement l'évolution du facteur de qualité (pour  $N=20$  bi-couches) et du couplage optomécanique  $g_0$  (pour  $N=10$  bi-couches) en fonction du rayon du micro-pilier. - Source : 2

simulations par éléments finis permettent également d'obtenir le profil du mode acoustique  $|u(z, r)|^2$  qui subit une forte modulation radiale contrairement au champ du mode optique  $|E(z, r)|^2$ .

2. Source : FR LAMBERTI et al. « Optomechanical properties of GaAs/AlAs micropillar resonators operating in the 18 GHz range ». In : *Optics Express* 25.20 (2017), p. 24437–24447

**b).2 Simulations par matrices de diffusion :** Des simulations fondées sur les matrices de diffusion [16] ont permis d'étudier les propriétés des modes acoustiques de micro-piliers. Les modes acoustiques d'un cylindre infini sont utilisés comme base (en tenant compte également des ondes évanescentes) afin de construire les modes du micro-pilier. On note qu'aucun des modes du cylindre infini n'est purement longitudinal comme vu précédemment. Cependant, il est possible de préparer une onde longitudinale en prenant une combinaison linéaire de modes ayant une vitesse de phase proche de la vitesse des ondes longitudinales.

On excite la première couche du micro-pilier par un faisceau gaussien que l'on décompose sur la base des modes du cylindre infini. Avec les matrices de diffusion, et en utilisant les conditions de continuité aux interfaces on peut obtenir le déplacement dans toutes les couches et ainsi reconstruire le profil spatial de l'énergie  $|u(r, z)|^2$ .

Contrairement au mode optique, le mode acoustique est fortement confiné au centre du micro-pilier (Fig. I.19.c). On peut expliquer cela en comparant la longueur traversée par le mode acoustique dans la cavité  $l_c = Q\lambda$  et la longueur de Rayleigh du faisceau gaussien de waist  $\omega_0$ ,  $Z_R = \frac{\pi\omega_0^2}{\lambda}$ . Pour un faible confinement vertical ( $Q$  faible),  $Z_R > l_c$ , le pilier se comporte comme une cavité planaire. Pour un fort confinement vertical ( $Q$  élevé),  $Z_R < l_c$ , à cause des réflexions au bord du pilier, le volume du mode est réduit et le mode est confiné au centre du pilier. Pour un diamètre plus grand que la longueur d'onde, le pilier est multimode et le mode longitudinal n'est pas le mode fondamental, mais il est celui le plus couplé au mode optique pour des raisons géométriques.

La Fig. I.19.b ne montre pas d'évolution du facteur de qualité avec le diamètre du micro-pilier. En revanche, le couplage optomécanique augmente avec le confinement, mais ne semble pas dépendre du nombre de bi-couches des miroirs de Bragg.

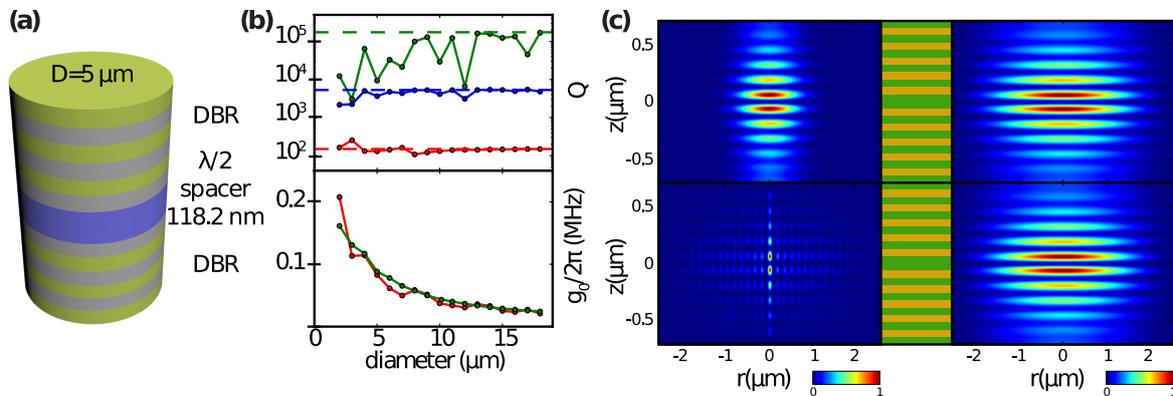


Fig. I.19 a) Schéma d'un micro-pilier à miroirs de Bragg.  
 b) Graphe du haut : facteur de qualité du mode longitudinal en fonction du diamètre du micro-pilier de 10 (rouge), 20 (bleu), 30 (vert) bi-couches. Les lignes en pointillés représentent le facteur de qualité de la cavité planaire correspondante. Graphe du bas : couplage optomécanique  $g_0$  en fonction du diamètre du micro-pilier de 10 (rouge), 30 (vert) bi-couches.  
 c) Champ électrique au carré et déplacement au carré du mode longitudinal pour un pilier de 5  $\mu\text{m}$  de diamètre, de 25 bi-couches (gauche) et de 5 bi-couches (droite). - Source : 3

3. Source : Daniel GARCIA-SANCHEZ et al. « Acoustic confinement in superlattice cavities ». In : *Physical Review A* 94.3 (2016), p. 033813

**b).3 Modèle simplifié :** Un modèle simplifié omettant volontairement les anti-croisements, par analogie avec les modes optiques confinés dans un micro-pilier a été utilisé dans la référence [17] pour décrire des résultats expérimentaux.

Les modes acoustiques sont considérés comme étant polarisés selon l'axe du pilier, avec des distributions latérales analogues aux modes d'une membrane vibrante fixe en son pourtour. Ce qui donne pour un pilier de section circulaire de diamètre  $D$  :

$$u(r, \theta) = \left\{ \begin{array}{c} \cos(l\theta) \\ \sin(l\theta) \end{array} \right\} \cdot J_l(\alpha_{lm} \frac{2r}{D}) \quad (\text{I.192})$$

avec  $l$  entier naturel ordre de la fonction de Bessel  $J_l$  et  $m > 0$ , le numéro de la racine  $\alpha_{lm}$  de la fonction de Bessel  $J_l$ ,

et pour un pilier de section carrée de côté  $L$  :

$$u(x, y) = \left\{ \begin{array}{c} \cos(\pi(n_x + 1)\frac{x}{L}), \text{ pour } n_x \text{ pair} \\ \sin(\pi(n_x + 1)\frac{x}{L}), \text{ pour } n_x \text{ impair} \end{array} \right\} \cdot \left\{ \begin{array}{c} \cos(\pi(n_y + 1)\frac{y}{L}), \text{ pour } n_y \text{ pair} \\ \sin(\pi(n_y + 1)\frac{y}{L}), \text{ pour } n_y \text{ impair} \end{array} \right\} \quad (\text{I.193})$$

avec  $n_x$  et  $n_y$  entiers naturels.

Lorsqu'on ne considère que les modes axisymétriques, seuls modes excités dans la configuration de l'expérience [17], il faut prendre seulement les racines de la fonction de Bessel d'ordre  $l = 0$  et à la fois  $n_x$  et  $n_y$  pairs. Le *blueshift* de la fréquence de résonance du mode fondamental avec le confinement latéral suit donc respectivement pour un pilier de section circulaire de diamètre  $D$ , de section carrée de côté  $L$ , l'évolution suivante :

$$\omega_{lm}^2 = \omega_0^2 + \left(\frac{2v_s}{D}\right)^2 \alpha_{lm}^2 \quad (\text{I.194})$$

$$\omega_m^2(n_x, n_y) = \omega_0^2 + \left(\frac{\pi v_s}{L}\right)^2 ((n_x + 1)^2 + (n_y + 1)^2) \quad (\text{I.195})$$

Ces équations sont semblables à l'Eq. (I.190) en changeant la vitesse des ondes longitudinales  $v_L$  pour une vitesse effective  $v_s$  qui correspond au fait que le pilier est un matériau composite.

En conclusion, si les modes optiques de cavités à miroirs de Bragg en micro-piliers ont été étudiés et caractérisés [11 ; 12], en ce qui concerne les modes acoustiques, des calculs [15 ; 16] et des expériences préliminaires [17–19] ont été effectués.

D'après les résultats des simulations par éléments finis de la référence [15], il semble qu'on puisse utiliser la même méthode qu'en optique pour trouver les variations des fréquences des modes acoustiques d'une cavité à miroirs de Bragg en micro-pilier en fonction du rayon du micro-pilier. Pour l'acoustique, on a des « accidents » (anti-croisements) qui n'arrivent pas pour les mêmes rayons pour le GaAs et l'AlAs (Fig. I.17.d). Le mode acoustique n'a pas le même profil transverse dans les deux couches pour des rayons qui correspondent à l'anti-croisement d'un des deux matériaux et l'on peut donc se demander si cette méthode est valable.

L'effet des anti-croisements qui d'après les simulations par éléments finis [15] affecte la fréquence de résonance et le facteur de qualité du mode acoustique ainsi que le couplage optomécanique pour certains diamètres de micro-pilier n'a pas été confirmé expérimentalement, mais si ce comportement était vérifié, il pourrait être un frein à l'utilisation des micro-piliers comme systèmes optomécaniques.

Un modèle simplifié qui ne tient pas compte des anti-croisements, fondé sur un équivalent avec l'optique a été introduit dans la référence [17]. Une étude expérimentale [17] semble indiquer un accord avec cette loi d'échelle pour le *blueshift* mais avec une résolution spectrale très limitée. L'étude du comportement de la fréquence de résonance mécanique en fonction du diamètre du micro-pilier, avec une résolution très supérieure reste donc à faire, ainsi que la mise en évidence de l'effet attendu des rayons critiques. Par ailleurs, les profils spatiaux des modes de résonance n'ont pas été mesurés et notamment ceux des modes non axisymétriques. Cette étude expérimentale fait l'objet du chapitre III.

# Chapitre II

## Caractérisation de la cavité optique

### Sommaire

---

II.1	État de l'art . . . . .	40
II.1.1	Historique . . . . .	40
II.1.2	Micro-cavités de GaAs/AlAs . . . . .	41
II.2	Fabrication des échantillons . . . . .	43
II.2.1	Croissance des cavités planaires à miroirs de Bragg . . . . .	43
II.2.2	Fabrication des micro-piliers . . . . .	43
II.3	Montage expérimental . . . . .	46
II.3.1	Mesure de la réflectivité de la cavité optique . . . . .	46
II.3.2	Le LASER . . . . .	46
II.3.3	Focalisation du faisceau LASER . . . . .	47
II.3.4	Mesure en transmission et en réflexion . . . . .	47
II.3.5	Régulation de l'intensité optique . . . . .	48
II.3.6	Le système de visualisation . . . . .	49
II.3.7	Interfaçage des appareils et automatisation de l'expérience . . . . .	50
II.4	Mesure de la résonance optique . . . . .	51
II.4.1	Cavités planaires . . . . .	51
II.4.2	Micro-piliers . . . . .	52
II.4.3	Discussion des temps de vie mesurés . . . . .	55

---

Dans ce chapitre nous allons nous intéresser à la caractérisation optique des cavités à miroirs de Bragg planaires et en micro-piliers. Après un bref historique de l'utilisation des micro-piliers à miroirs de Bragg comme cavités optiques par la communauté, nous aborderons la fabrication des échantillons. Puis nous décrirons le montage expérimental utilisé et les mesures de caractérisation optique réalisées.

## II.1 État de l'art

Nous allons dans un premier temps revenir sur l'utilisation des micro-piliers à miroirs de Bragg pour confiner des photons, et étudier leurs interactions avec des quasi-particules. Puis, nous donnerons deux autres exemples de micro-cavités en GaAs pour comparaison.

### II.1.1 Historique

Les miroirs de Bragg ont été utilisés en optique dès les années 1980 pour fabriquer des diodes LASER à cavité verticale VCSEL (*vertical-cavity surface-emitting LASER*). La preuve de concept date de 1979 [20], mais ces dispositifs se sont développés à partir des années 1990, grâce à un abaissement du seuil (1 mA).

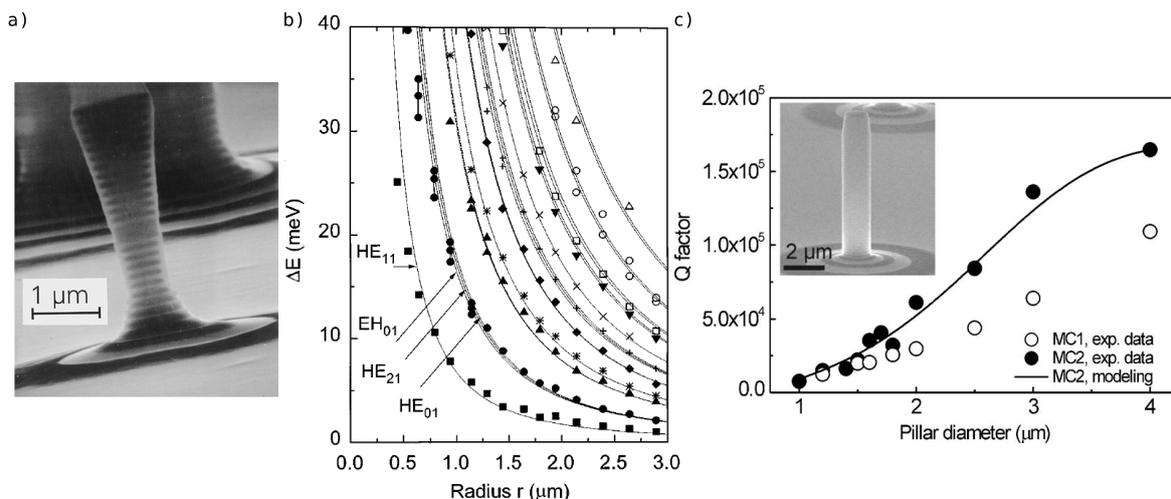


Fig. II.1 a) Image au microscope électronique à balayage (MEB) d'un micro-pilier de GaAs/AlAs de diamètre 1.3 μm<sup>1</sup>.  
 b) Énergie de confinement mesurée et calculée (lignes) des premiers modes optiques d'un micro-pilier en fonction du rayon du micro-pilier<sup>1</sup>.  
 c) Variation du facteur de qualité avec le diamètre du pilier pour deux types d'échantillons (MC1 et MC2). L'encart représente une photographie prise au MEB d'un micro-pilier de diamètre 1.2 μm<sup>2</sup>.

Les micro-piliers à miroirs de Bragg ont ensuite suscité un grand intérêt [22 ; 23], car ils représentaient de nouveaux candidats pour la réalisation d'expériences d'électrodynamique

1. source : JMea GERARD et al. « Quantum boxes as active probes for photonic microstructures : The pillar microcavity case ». In : *Applied Physics Letters* 69.4 (1996), p. 449–451

2. source : S REITZENSTEIN et al. « AlAs/GaAs micropillar cavities with quality factors exceeding 150.000 ». In : *Applied Physics Letters* 90.25 (2007), p. 251109

quantique en cavité (*cQD*) et pourraient être utilisés dans la construction d'un ordinateur quantique. L'électrodynamique quantique en cavité étudie l'interaction entre des photons d'un mode optique confiné par la cavité et des particules (atomes) ou quasi-particules. Ce sujet de recherche a fait l'objet du prix Nobel de physique de 2012, reçu par Serge Haroche et David Wineland (« *for ground-breaking experimental methods that enable measuring and manipulation of individual quantum systems* »).

Afin de réaliser de telles expériences, les modes optiques des micro-piliers ont été caractérisés, comme vu à la [Sec. I.3.1](#). L'influence du profil transverse du micro-pilier a été approfondie [24] ([Fig. II.1.a](#)). Des cavités de micro-piliers couplés ont été fabriquées et étudiées [25]. Le confinement des modes a été observé en fonction du diamètre du micro-pilier [11 ; 12]. La dynamique temporelle de ces modes en régime pulsé a également été étudiée [26].

Afin de pouvoir efficacement coupler le mode optique avec une particule ou quasi-particule, il faut que le facteur de qualité optique soit assez élevé, des efforts dans la croissance et la fabrication des micro-piliers ont été effectués. Des facteurs de qualité de quelques centaines de milliers ont ainsi été obtenus et mesurés pour des modes confinés selon l'axe du micro-pilier [21 ; 27], pour des modes de respiration [28] et modélisés [29–31]. Les variations du facteur de qualité avec le rayon du micro-pilier [32 ; 33] ont été examinées et une diminution du facteur de qualité avec le rayon du micro-pilier a été observée, due à la rugosité de surface du pilier [32] ([Fig. II.1.c](#)).

Une boîte quantique (QD) a été ajoutée lors de la croissance au niveau du *spacer* du micro-pilier. Le couplage entre le QD et la cavité optique a servi dans l'étude d'interactions fondamentales lumière matière [34] et dans le développement de systèmes quantiques [35]. Des phénomènes de *lasing* [36–39], des effets d'électrodynamique quantique comme l'effet Purcell (augmentation de l'émission spontanée) [40–42], le couplage cohérent entre QDs [43] ont été observés. Le régime de couplage fort lumière matière a été atteint, ce qui a permis l'étude de polaritons [44–46]. Ce type de système a également été utilisé pour obtenir des sources de photon unique [47 ; 48], de paires de photons intriqués, de photons indiscernables [49].

### II.1.2 Micro-cavités de GaAs/AlAs

Nous allons présenter rapidement ici d'autres types de micro-cavités de GaAs/AlAs qui sont également beaucoup étudiées et utilisées pour des expériences d'optique ou d'optomécanique.

Dans des micro-disques de GaAs ([Fig. II.2.b](#)), la lumière est confinée grâce au phénomène de réflexion totale à l'interface semi-conducteur/air, et est couplée au mode de respiration du disque. Les micro-disques de GaAs ou d'AlAs présentent de hauts facteurs de qualité optiques  $Q_{\text{opt}} \approx 10^5$  limités par la rugosité de surface. Les pertes en fonction de la longueur d'onde et du matériau ont été étudiées [51] ; des QDs ont également été ajoutés dans ce type de structure [52 ; 53].

Un cristal phononique peut être obtenu par gravure d'une matrice de trous dans un film de GaAs, ce qui crée un cristal photonique à 2D ([Fig. II.2.c](#)) ou 3D par des phénomènes d'interférences. Une cavité est obtenue en créant un défaut dans la structure périodique. Ces micro-cavités ont des facteurs de qualité de plusieurs centaines de milliers [54–56].

---

3. source : J.-M. LOURTIOZ et al. *Photonic Crystals Towards Nanoscale Photonic Devices*. Springer, 2008, p. 246

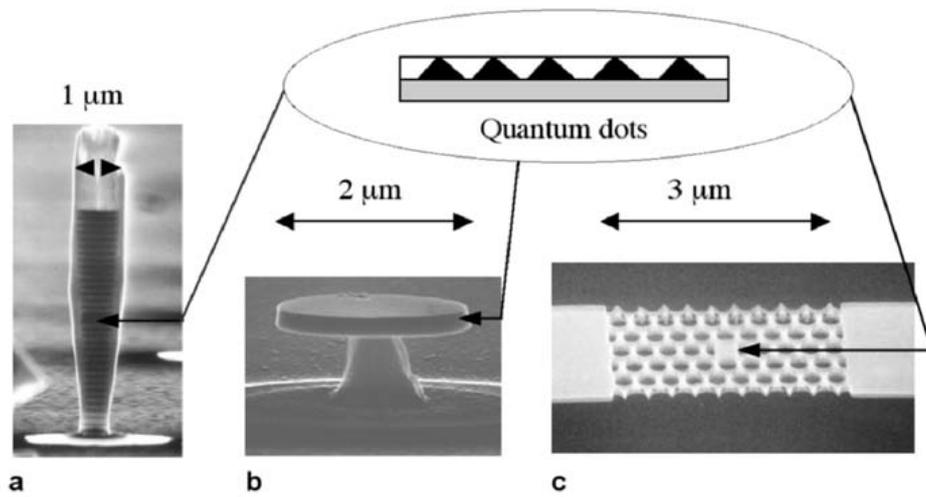


Fig. II.2 a) Micro-pilier, b) Micro-disque et c) Cristal photonique 2D, chacun contenant des QDs<sup>3</sup>.

Les micro-piliers à miroirs de Bragg (Fig. II.2.a) utilisent ces deux types de confinements. Latéralement, la réflexion totale entre le semi-conducteur et l'air confine le mode optique et le confinement dans l'axe du pilier est assuré par les miroirs de Bragg. On obtient ainsi un confinement dans les trois directions de l'espace avec une cavité de taille micrométrique.

## II.2 Fabrication des échantillons

La croissance des cavités planaires décrites ci-dessous a été effectuée au laboratoire par Paola Atkinson pour les *wafers* DS15, DS20 et DS25 et par Alex Arnoult du LAAS de Toulouse pour le *wafer* DS26 (Tableau. B.3). La fabrication des micro-piliers a été réalisée par Daniel Garcia Sanchez dans la salle blanche de l'université Paris Diderot<sup>1</sup>.

### II.2.1 Croissance des cavités planaires à miroirs de Bragg

Les échantillons sont fabriqués par épitaxie par jets moléculaires (*molecular beam epitaxy* - MBE). Sur un substrat en arséniure de gallium (GaAs) d'axe (100), on fait croître la cavité à miroirs de Bragg. Celle-ci est constituée d'un premier miroir de Bragg à  $\lambda/4 - \lambda/4$  réalisé par empilement d'un certain nombre de bi-couches d'arséniure de gallium et d'arséniure d'aluminium AlGaAs (noté AlAs), d'un *spacer* à  $\lambda/2$  en GaAs puis d'un second miroir de Bragg symétrique du premier.

Les couches de AlAs s'oxydent facilement au contact de l'air. Cette oxydation peut être réduite en dopant avec du gallium ; les couches de AlAs sont alors remplacées par des couches de  $Al_xGa_{1-x}As$ , ce qui diminue un peu le contraste (à la fois entre les indices optiques et les impédances acoustiques) entre les couches et donc la réflectivité des miroirs.

### II.2.2 Fabrication des micro-piliers



Fig. II.3 Images durant la fabrication d'un échantillon de micro-piliers cylindriques obtenu à partir du *wafer* DS25.

- Image au microscope optique de l'échantillon après lithographie électronique et développement.
- Image au Microscope Électronique à Balayage d'un micro-pilier de 4 µm de diamètre, avec un grossissement de 8k, sur le détecteur SE2, sous une tension de 10 kV.
- Zoom sur les bi-couches des miroirs de Bragg du micro-pilier de 4 µm avec un grossissement de 17.8k, sur le détecteur SE2, sous une tension de 10 kV. Les couches de GaAs apparaissent en gris clair, et celles de AlAs en gris foncé.

Les micro-piliers sont fabriqués par technique *top-down*, par gravure de la cavité planaire (Fig. II.4). Les paramètres détaillés utilisés lors de la fabrication sont récapitulés dans le Tableau. A.1. La Fig. II.3 montre des images prises aux différentes étapes de fabrication de micro-piliers cylindriques à partir du *wafer* DS25.

1. source : <https://www.mpq.univ-paris-diderot.fr/?-salle-blanche-&lang=fr>

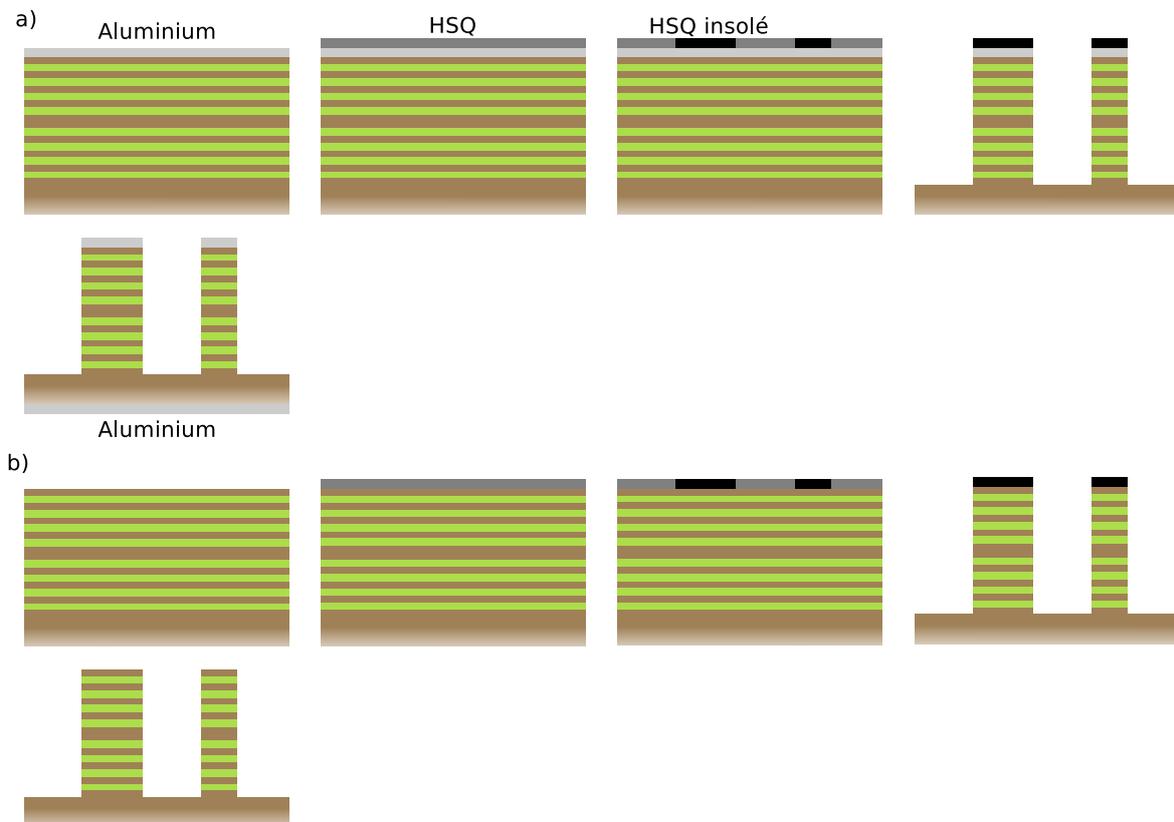


Fig. II.4 Fabrication des micro-piliers pour les expériences d'acoustique a) et d'optique b).

La face de l'échantillon, du côté de la cavité, est nettoyée par *oxygen plasma etching* avec un appareil de *Diener Electronics Pico*. Pour les expériences d'acoustique, on dépose ensuite une couche d'aluminium (Al) de 60 nm d'épaisseur par évaporation sous vide *Plassys MEB 550S* qui utilise un canon à électrons de 10 keV.

On dépose par *spin coating* une résine photosensible, l'hydrogénosilsesquioxane ( $(HSiO_{3/2})_n$ ), notée HSQ. Avec un Microscope Électronique à Balayage, *MEB-FEG Zeiss Merlin Compact* utilisant un canon à électrons de 20 keV, on « imprime » le dessin du profil transverse des micro-piliers sur l'échantillon. La lithographie par faisceau électronique insole la résine négative sur les zones où l'on souhaite graver des piliers. On plonge ensuite l'échantillon dans une solution contenant un développeur pour dissoudre le HSQ non exposé au faisceau d'électrons (Fig. II.3.a).

On grave les micro-piliers avec un *Système ICP-RIE- Sentech SI500*. Il s'agit d'une gravure ionique réactive à torche à plasma (ICP-RIE) qui permet de graver profondément (plusieurs  $\mu\text{m}$ ) les semi-conducteurs III-V. Pour cela, un gaz chloré, le  $SiCl_4$  (dans certains cas le  $HBr$ ) combiné à  $Ar$ ,  $H_2$  et/ou  $O_2$  est utilisé. La profondeur de gravure est vérifiée avec un profilomètre mécanique, *Dektak 150*.

Pour les expériences d'acoustique, on nettoie la face de l'échantillon du côté substrat par *oxygen plasma etching* et l'on dépose ensuite une couche d'aluminium de 60 nm d'épaisseur sur cette face par dépôt par évaporation sous vide.

Une observation des micro-piliers au MEB (Fig. II.3.b) permet de voir l'état des couches

des micro-piliers. On peut voir les alternances de couches de GaAs (gris clair) et de AlAs (gris foncé) et le *spacer* de GaAs sur la Fig. II.3.c. Avec cette technique, on fabrique des micro-piliers de 64  $\mu\text{m}$  à 2  $\mu\text{m}$  de diamètre (Fig. II.5) à section circulaire et à section carrée.

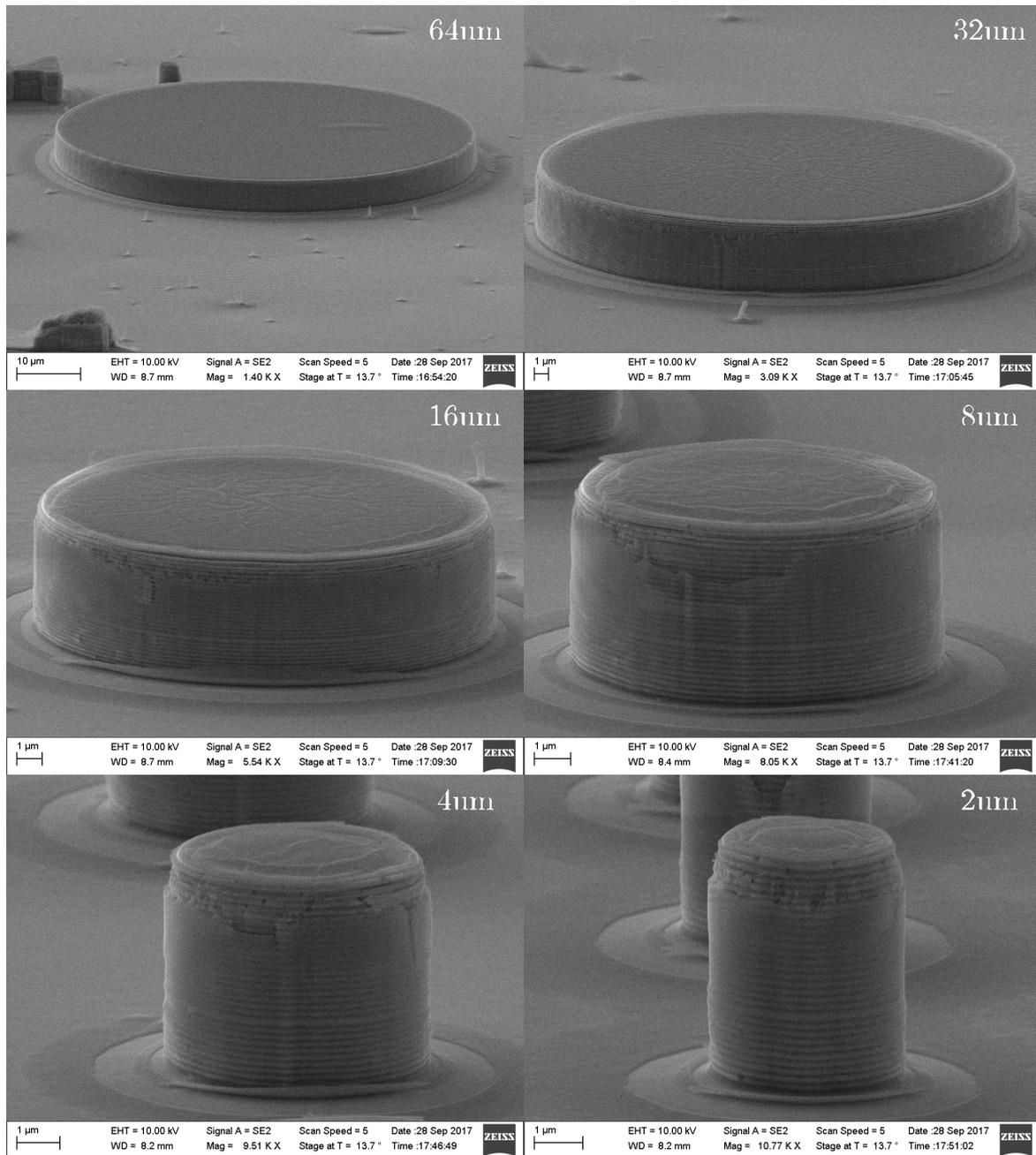


Fig. II.5 Images au microscope électronique à balayage de micro-piliers cylindriques de diamètre 64, 16 , 8, 4 et 2  $\mu\text{m}$ .

## II.3 Montage expérimental

Une partie de ma thèse consistait à réaliser et interfacer un montage expérimental afin de réaliser des caractérisations optiques des cavités et des expériences d'optomécanique.

### II.3.1 Mesure de la réflectivité de la cavité optique

Le montage le plus commun pour caractériser les cavités optiques en micro-piliers est un montage de spectroscopie par micro Photo Luminescence ( $\mu$ PL). En effet, dans la majorité des systèmes étudiés de nos jours, des boîtes ou puits quantiques sont fabriqués dans le *spacer* du micro-pilier au cours de la croissance MBE. On excite alors l'émetteur (QD) qui réémet un spectre lumineux filtré par la cavité optique et mesuré à l'aide d'un réseau de diffraction par exemple.

Ici, nos micro-piliers ne contiennent pas d'émetteurs, on utilise donc un montage de mesure de la réflectivité de la cavité. Un LASER continu permet de mesurer la transmission et la réflexion de la cavité. Toutes les expériences ont été réalisées à basse température. L'échantillon est placé dans un cryostat « galette », à doigt froid à Hélium 4. Le cryostat possède deux fenêtres, ce qui permet de récupérer le faisceau transmis par l'échantillon. Le montage a beaucoup évolué durant ma thèse, la Fig. II.6 et la Fig. II.9 schématisent respectivement la première et la dernière version du montage optique.

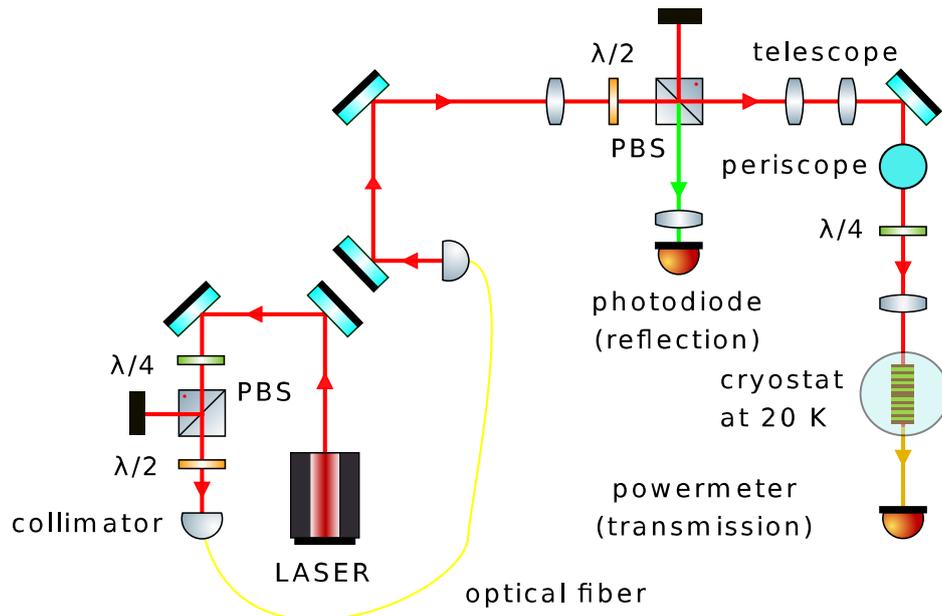


Fig. II.6 Schéma du premier montage de caractérisation optique.  
Le faisceau LASER incident est tracé en rouge, le faisceau réfléchi en vert et le faisceau transmis en jaune.

### II.3.2 Le LASER

On utilise une diode LASER (*Lion Sacher Lasertechnik Group*) continue dont la longueur d'onde est accordable avec un moteur entre 830 nm et 870 nm. De plus, le LASER possède

un dispositif piézoélectrique qui permet de faire varier finement sa fréquence optique sur une plage de 40 GHz. Le faisceau LASER passe dans une fibre optique monomode, car celle-ci sert lors des expériences d'optomécanique.

### II.3.3 Focalisation du faisceau LASER

On focalise le faisceau LASER du côté de la cavité avec une lentille de 50 mm de focale ou un objectif de microscope à longue distance de travail *Mitutoyo* avec un grossissement  $\times 10$  fixé sur une platine *Newport XYZ* de 12.7 mm de course. Les axes X et Y de la platine sont motorisés, ce qui permet de réaliser des cartographies si nécessaire. Un télescope en amont de l'objectif permet de doubler la taille du faisceau LASER afin de l'adapter à la pupille de l'objectif. Un périscope constitué de deux miroirs fixés sur un plot (schématisé par le disque cyan sur la Fig. II.6) permet d'adapter la hauteur du faisceau LASER à celle de la fenêtre de notre cryostat.

### II.3.4 Mesure en transmission et en réflexion

Derrière la fenêtre de transmission du cryostat, on place un mesureur de puissance qui permet de mesurer le spectre en transmission de la cavité même sans régulation d'intensité du LASER (Sec. II.3.5 ci-dessous); le signal de transmission étant très peu affecté par des variations d'intensité contrairement au signal en réflexion.

Grâce à un cube polarisant et une lame quart d'onde, on récupère le faisceau réfléchi que l'on envoie sur une photodiode de mesure. En traçant l'évolution de l'intensité mesurée en fonction de la longueur d'onde du LASER, on obtient le spectre en réflexion de la cavité. Cependant comme le dispositif de régulation d'intensité (Sec. II.3.5 ci-dessous) n'a été ajouté que tardivement dans le montage, on effectuait auparavant uniquement des mesures en transmission.

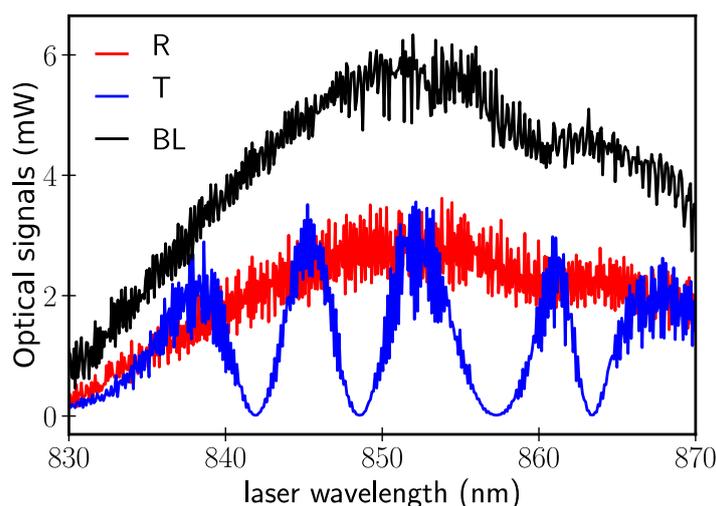


Fig. II.7 Mesure de la transmission (bleu) et de la réflexion (rouge) d'un substrat de GaAs, à basse température et de l'intensité du LASER avant l'échantillon (ligne de base en noir), sur toute la gamme de longueurs d'onde accessible par le LASER.

## II.3.5 Régulation de l'intensité optique

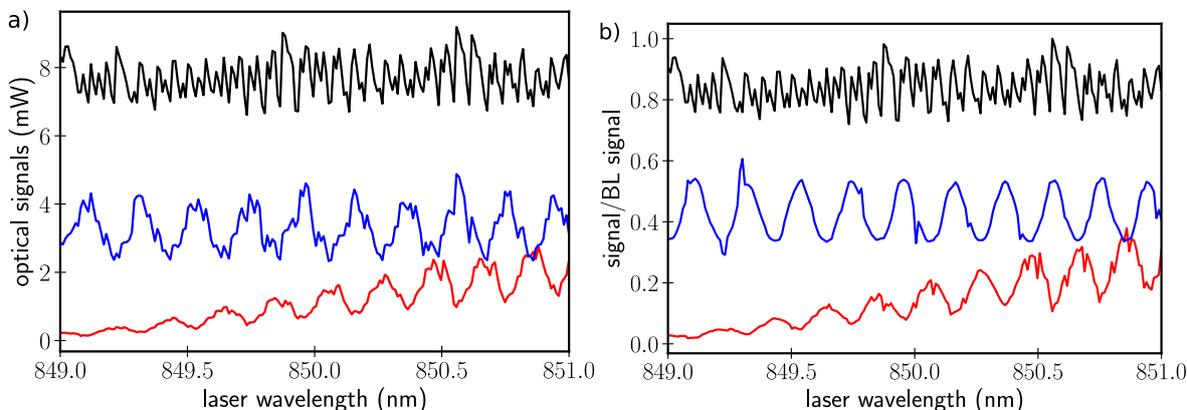


Fig. II.8 a) Mesure de la transmission (bleu) et de la réflexion (rouge) d'un substrat de GaAs, à froid et de l'intensité du LASER avant l'échantillon (ligne de base BL en noir), sur une faible gamme de longueurs d'onde (2 nm).  
 b) Transmission (bleu) et réflexion (rouge) divisées par la ligne de base BL (noir).

Lorsque l'on fait varier la longueur d'onde du LASER, sa polarisation et son intensité varient de l'ordre de 10%, ce qui empêche toute mesure en réflexion dans l'état. En effet, si l'on mesure la réflexion et la transmission à basse température d'un *wafers* de GaAs, on observe que le signal en réflexion (Fig. II.7, courbe rouge) suit l'évolution de l'intensité incidente du LASER (Fig. II.7, courbe noire). On remarque également que l'intensité de la transmission du faisceau LASER (Fig. II.7, courbe bleue) subit des oscillations est tombée même à zéros. Nous avons attribué cela à une variation de la polarisation du LASER avec la longueur d'onde.

Pour remédier à cela, nous avons ajouté au montage optique un cube polarisant en sortie de la fibre optique afin que le faisceau LASER incident ait toujours la même polarisation. Cela permet également de transformer des fluctuations de polarisation du LASER en fluctuations d'intensité.

Ensuite, nous avons ajouté une photodiode sur la réflexion du faisceau incident par le cube polarisant qui sert aux mesures en réflexion afin de mesurer les variations de l'intensité incidente et de diviser les signaux transmis et réfléchi par cette ligne de base. La Fig. II.8.a montre en noir la ligne de base du LASER et les signaux réfléchi et transmis par un substrat de GaAs à basse température. On peut voir les oscillations séparées par l'intervalle spectral libre du substrat. La Fig. II.8.b montre les signaux réfléchi et transmis divisés par la ligne de base. Le signal transmis (bleu) est moins bruité, mais cette correction n'est pas suffisante pour le signal réfléchi (rouge).

Nous souhaitons exciter avec la même puissance optique l'échantillon lorsque l'on change la longueur d'onde et pouvoir travailler en réflexion, plutôt qu'en transmission. En effet à la fois pour les caractérisations optiques et pour les expériences d'optomécanique, l'intensité du signal réfléchi est supérieure à celle du signal transmis. Afin de corriger plus efficacement les variations d'intensité du LASER, nous avons ajouté un système actif de régulation de l'intensité du faisceau LASER au montage optique.

Le faisceau LASER passe dans un modulateur acousto-optique (Fig. II.9) qui est composé d'un cristal de paratellurite ( $\text{TeO}_2$ ) dans lequel une onde ultrasonore de 200 MHz se propage. Le faisceau LASER est diffracté par le réseau acoustique ainsi créé et plus on augmente l'intensité de l'onde acoustique, plus l'intensité de la partie du LASER qui est diffractée augmente.

En sortie du modulateur, on récupère l'ordre zéro (non diffracté) que l'on sépare en deux parties avec un cube non polarisant 90T/10R. Le faisceau transmis par le cube passe dans l'objectif et est focalisé sur l'échantillon. Le faisceau réfléchi est détecté par une photodiode dite de consigne. Ce signal passe dans un régulateur PID (*RedPitaya*) dont le signal de sortie est injecté dans le contrôleur de l'acousto-optique afin de faire varier la tension de modulation appliquée en fonction de l'intensité mesurée par la photodiode (branchée à un multimètre). Cela permet de réguler l'intensité optique du LASER de manière efficace et rapide sur une faible gamme de longueurs d'onde afin que les fluctuations ne soient pas trop importantes mais suffisante pour mesurer la réflexion de la cavité optique.

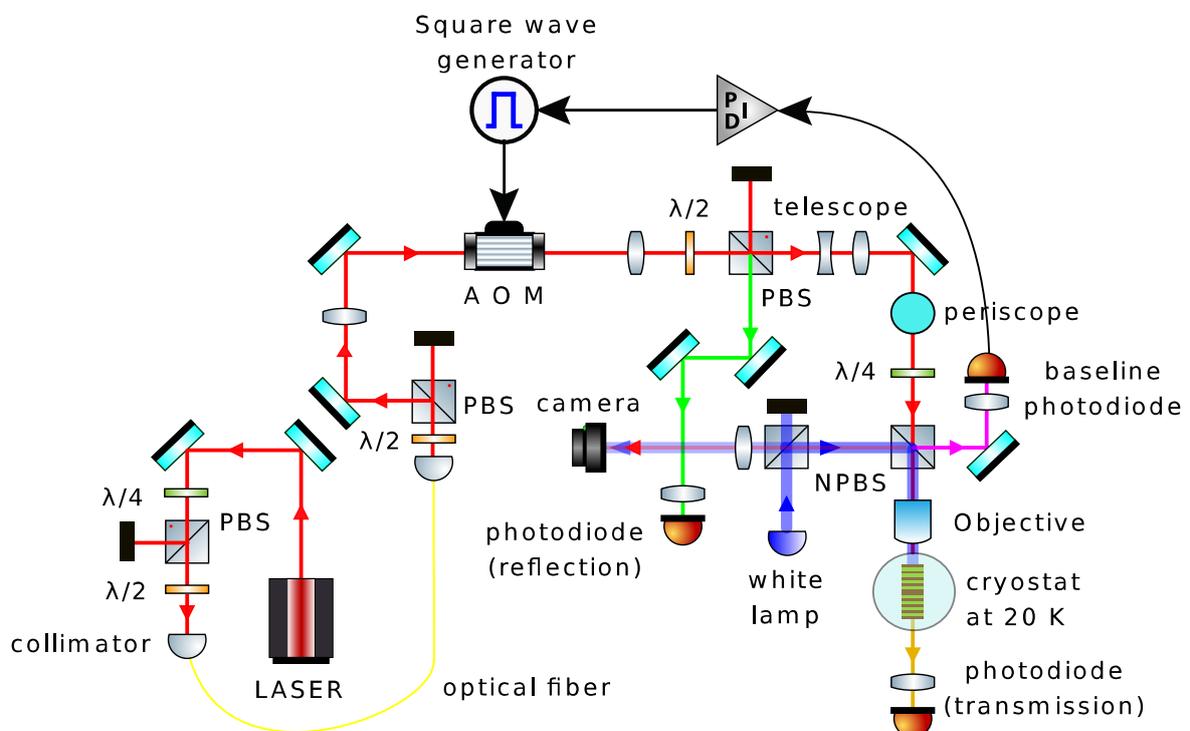


Fig. II.9 Schéma du dernier montage de caractérisation optique.

Le faisceau LASER incident est tracé en rouge, le faisceau réfléchi en vert, le faisceau transmis en jaune et le faisceau utilisé pour la régulation de l'intensité en rose. Le faisceau de la lampe blanche est représenté en bleu.

### II.3.6 Le système de visualisation

Afin de réaliser des expériences sur des micro-piliers, un système de visualisation a été ajouté au montage. Le cube non polarisant 90T/10R utilisé pour récupérer l'intensité de consigne du LASER est également utilisé pour amener le faisceau de lumière blanche de la

lampe LED dans l'objectif (Fig. II.9). Les faisceaux de lumière blanche et du LASER se réfléchissent sur l'échantillon, puis sur ce cube et sont focalisés avec une lentille de 200 mm de focale sur une camera *CMOS thorlabs*. On obtient alors une image de la surface de l'échantillon et de la tache LASER grossie 10 fois. Cela permet de visualiser la surface de l'échantillon lorsque l'on se place sur les micro-piliers. D'abord on déplace avec un vernier grossier le cryostat, puis le faisceau LASER avec la platine XYZ motorisée sur lequel est fixé l'objectif.

### II.3.7 Interfaçage des appareils et automatisation de l'expérience

Au début, nous avons testé notre premier échantillon planaire en mesurant point par point avec le mesureur de puissance, la transmission à différentes longueurs d'onde en faisant bouger le LASER manuellement entre chaque mesure.

Ensuite, nous avons utilisé le mode *Single* de l'oscilloscope. On branchait le mesureur de puissance sur une des voies de l'oscilloscope et on lançait un balayage en longueur d'onde du LASER afin d'observer sur l'oscilloscope la trace de la résonance optique.

Nous avons ensuite interfacé en Python les différents appareils du montage : l'oscilloscope, le LASER, le mesureur de puissance, le multimètre, l'analyseur de spectre, le générateur de signaux, le contrôleur de température du cryostat (dont il a fallu également régler les paramètres du PID), les moteurs de la platine de l'objectif, le système de régulation de l'intensité du LASER (en utilisant un programme de PID déjà créé pour la *RedPitaya*). Puis, nous avons écrit des programmes en Python qui permettent d'automatiser les expériences et de visualiser le signal transmis, réfléchi et celui de consigne ainsi que la température du cryostat en temps réel pendant la mesure. En fin de mesure, les données ainsi que les courbes des résultats bruts obtenus sont enregistrées et stockées de manière automatique.

## II.4 Mesure de la résonance optique

Nous avons commencé par travailler avec des cavités planaires à « faibles » facteurs de qualité pour ensuite augmenter le facteur de qualité et enfin travailler sur des micro-piliers, le montage ayant assez évolué tout au long de ma thèse (Fig. II.6, Fig. II.9).

### II.4.1 Cavités planaires

Le premier échantillon étudié est une cavité planaire de 15 bi-couches (DS15) construite pour avoir une résonance optique à 850 nm et un facteur de qualité  $Q_c^{th} = 2 \cdot 10^3$  (Tableau. B.3). La résonance de la cavité a été mesurée en transmission avec le mesureur de puissance branché sur une entrée de l'oscilloscope. On lance une acquisition en mode *Single* sur l'oscilloscope et l'on obtient la Fig. II.10. La résonance n'a pas un profil lorentzien, mais comme attendu d'après la Fig. I.10, on obtient une résonance optique modulée par les pics dus au substrat. L'écart spectral libre est de 87 GHz ce qui est inférieur à la largeur de la résonance  $\Delta f = 216$  GHz. On estime un facteur de qualité de  $Q_c^{exp} = 1.63 \cdot 10^3$  pour cette résonance, ce qui est cohérent avec celui attendu théoriquement.

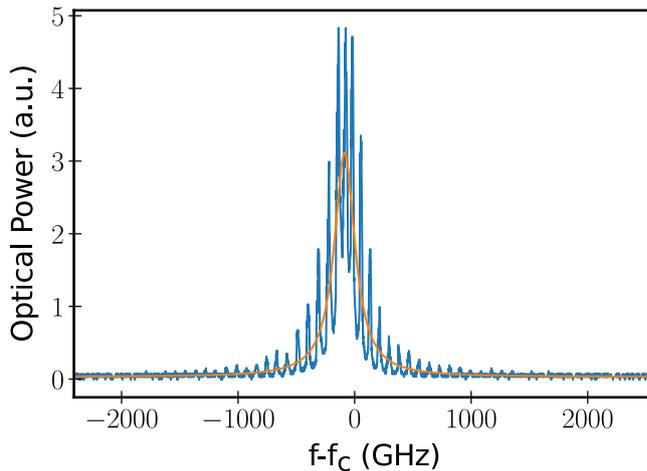


Fig. II.10 Résonance optique d'un échantillon planaire de 15 bi-couches (bleu), et ajustement par une Lorentzienne (orange) qui donne les paramètres suivants :  $Q_c = 1.63 \cdot 10^3$ ,  $\Delta f = 216$  GHz,  $\lambda_c = 851.35$  nm.

Lorsqu'on augmente le facteur de qualité, on diminue la largeur de la résonance optique, l'effet du substrat joue un rôle moins important. On peut voir cela sur la forme de la résonance optique d'un échantillon planaire de 25 bi-couches (Fig. II.11) qui a des « épaules » dues au substrat, mais dont la largeur  $\Delta f = 20.1$  GHz est inférieure à l'intervalle spectral libre du substrat. La résonance de la cavité a été mesurée en transmission avec le mesureur de puissance qui est contrôlé, comme le LASER par ordinateur. On remarque ici que le facteur de qualité optique mesuré est de  $Q_c^{exp} = 17.5 \cdot 10^3$ , ce qui est presque 5 fois plus faible que ce qui est attendu théoriquement (Tableau. B.3).

On a également étudié un échantillon provenant du *wafers* DS26 de 26 bi-couches dont les miroirs de Bragg sont faits de  $Al_{0.95}Ga_{0.05}As/GaAs$  afin d'être moins sensibles à l'oxydation. Le facteur de qualité attendu  $Q_c^{exp} = 76.7 \cdot 10^3$  est du même ordre de grandeur (légèrement inférieur) à celui de l'échantillon DS25. On effectue simultanément la mesure de la résonance optique en transmission (bleu) et en réflexion (rouge, Fig. II.12.a). Grâce à la régulation

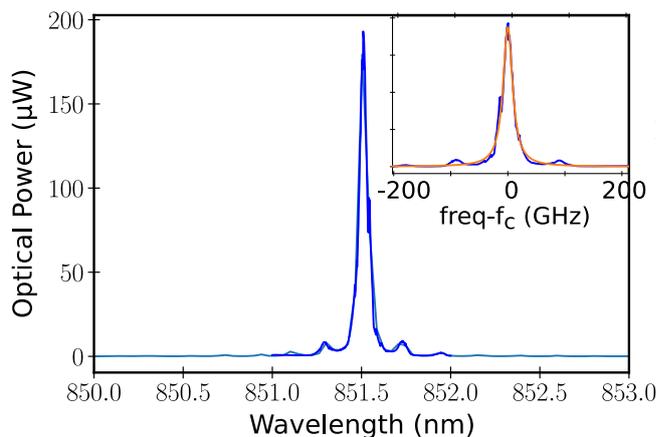


Fig. II.11 Résonance optique d'un échantillon planaire de 25 bi-couches, dont l'ajustement dans l'encart donne les paramètres suivants :  $Q_c = 1.75 \cdot 10^4$ ,  $\Delta f = 20.1$  GHz,  $\lambda_c = 852.10$  nm.

de l'intensité optique du LASER, même s'il reste quelques accidents, on peut observer la résonance sur le signal réfléchi qui correspond bien à la résonance en transmission.

On effectue un ajustement lorentzien du signal en transmission, qui donne un facteur de qualité de  $Q_c^{exp} = 21.2 \cdot 10^3$  ce qui est 3.6 fois plus faible qu'attendu théoriquement, mais supérieur à celui de l'échantillon DS25. On remarque également que cet échantillon transmet mieux la lumière (le maximum de transmission est supérieur que pour le DS25). On a donc plus de signal en transmission et l'on peut également travailler en réflexion pour les expériences d'optomécanique.

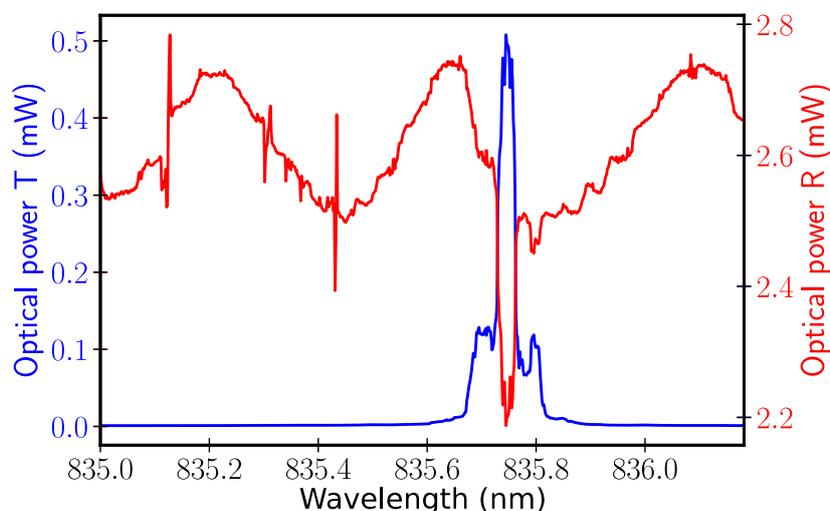


Fig. II.12 Résonance optique d'un échantillon planaire de 26 bi-couches : transmission (bleu) et réflexion (rouge).

#### II.4.2 Micro-piliers

Grâce à l'ajout d'un système de visualisation au montage (Sec. II.3.6), on peut effectuer des mesures sur des micro-piliers. On utilise alors un objectif de microscope à longue distance de travail de grossissement  $\times 10$ . La Fig. II.13 montre la transmission de micro-piliers à section circulaire de différents diamètres gravés à partir du *wafer* DS25. Les courbes de transmission

sont renormalisées et décalées pour la lisibilité du graphe. Contrairement aux échantillons planaires, on observe un fond (intensité transmise non nulle) en dehors de la résonance. Ce fond est probablement dû à des réflexions parasites sur la vitre d'entrée du cryostat qui font qu'une partie du faisceau traverse le substrat et n'est pas filtrée par la cavité.

Pour des piliers de grands diamètres, comparés à la taille du faisceau LASER, on excite plusieurs modes du micro-pilier et le faisceau diffracte dans la cavité ce qui augmente la largeur de la résonance. Pour le pilier de  $8\ \mu\text{m}$ , on observe qu'on excite majoritairement le mode fondamental et le deuxième mode (à plus basse longueur d'onde).

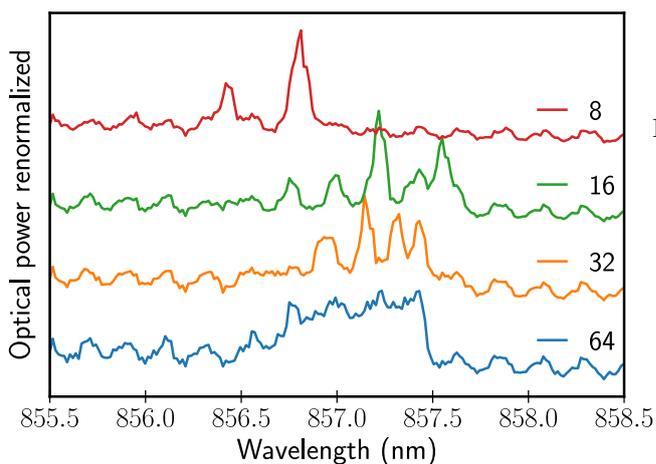


Fig. II.13 Résonance optique d'un échantillon de 25 bi-couches pour différents diamètres de micro-piliers avec un objectif x10. Les courbes de transmission sont renormalisées et décalées pour la lisibilité du graphe.

On utilise la platine XYZ sur laquelle est fixé l'objectif dont les axes X et Y sont motorisés pour mesurer le spectre du micro-pilier en déplaçant le faisceau LASER le long du diamètre du pilier. On obtient la carte de chaleur de la Fig. II.14.a qui donne l'intensité optique mesurée au mesureur de puissance, en mW, en fonction de la position du faisceau LASER par rapport au centre du pilier et de la longueur d'onde du LASER.

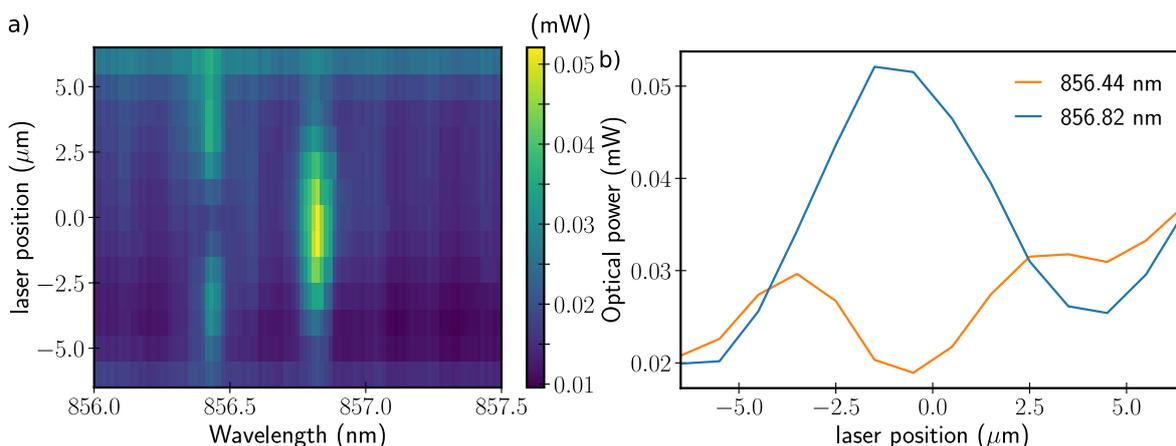


Fig. II.14 a) Transmission en fonction de la longueur d'onde du LASER et de la position du faisceau LASER lors d'un balayage spatial le long du diamètre d'un pilier de  $8\ \mu\text{m}$  de diamètre, avec un objectif x10. b) Profil spatial de la transmission optique du plot pour deux longueurs d'onde,  $856.44\ \text{nm}$  et  $856.82\ \text{nm}$  (coupes de la figure précédente, Fig. II.14.a).

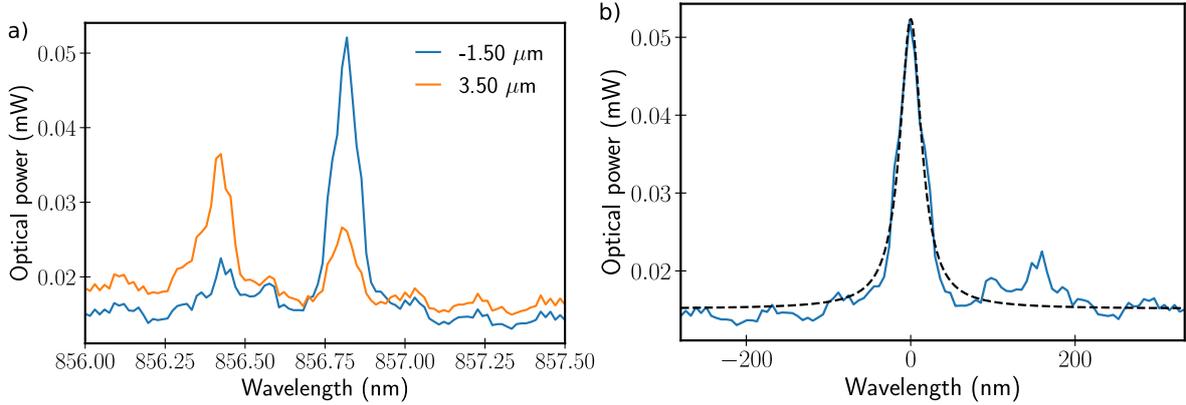


Fig. II.15 a) Transmission optique pour deux positions du faisceau LASER sur le pilier, au centre et près du bord (coupes de la figure précédente, Fig. II.14.a)  
 b) Transmission au centre du micro-pilier de  $8\ \mu\text{m}$  de diamètre. On trouve une résonance de paramètres :  $Q_c = 1.11 \cdot 10^4$ ,  $\Delta f = 31.50\ \text{GHz}$ ,  $\lambda_c = 856.82\ \text{nm}$ .

Lorsque le faisceau LASER est bien au centre du pilier, on obtient le spectre en bleu de la Fig. II.15.a. On excite quasiment uniquement le mode fondamental dont le profil spatial est tracé sur la Fig. II.14.b en bleu. C'est bien le mode de plus basse énergie qui a un profil d'intensité  $\mathcal{E}_{11} \propto \frac{J_0(\gamma_n r)^2}{J_1(\gamma_n a)^2}$  (Eq. (I.143)).

Lorsque le faisceau LASER se trouve près du bord du pilier, on obtient le spectre en orange de la Fig. II.15.a. On excite majoritairement le second mode dont le profil spatial est tracé sur la Fig. II.14.b en orange. C'est bien le second mode de plus basse énergie qui a un profil d'intensité  $\mathcal{E}_{01} \propto \frac{J_1(\gamma_n r)^2}{J_1(\gamma_n a)^2}$  (Eq. (I.144)).

La différence de longueur d'onde entre les deux premiers modes est de  $\Delta\lambda = 0.38\ \text{nm}$  pour ce pilier de  $8\ \mu\text{m}$  de diamètre. Nous allons la comparer avec celle attendue par la théorie Sec. I.3.1. Les fréquences des premiers modes optiques des micro-piliers sont, dans l'ordre croissant (Eq. (I.158)) :

$$f_{1,1}^H \simeq f_B^2 + \left(\frac{1}{2\pi} \frac{c}{na}\right)^2 \alpha_{0,1}^2, \text{ pour le mode } HE_{1,1} \quad (\text{II.1})$$

$$f_{0,1}^2 \simeq f_B^2 + \left(\frac{1}{2\pi} \frac{c}{na}\right)^2 \alpha_{1,1}^2, \text{ pour les modes } TE_{0,1} \text{ et } TM_{0,1} \quad (\text{II.2})$$

$$f_{1,1}^E \simeq f_B^2 + \left(\frac{1}{2\pi} \frac{c}{na}\right)^2 \alpha_{2,1}^2, \text{ pour le mode } EH_{1,1} \quad (\text{II.3})$$

$$f_{1,2}^H \simeq f_B^2 + \left(\frac{1}{2\pi} \frac{c}{na}\right)^2 \alpha_{0,2}^2, \text{ pour le mode } HE_{1,2} \quad (\text{II.4})$$

avec :  $\alpha_{0,1} \simeq 2.4048 < \alpha_{1,1} \simeq 3.8317 < \alpha_{2,1} \simeq 5.1356 < \alpha_{0,2} \simeq 5.5201$ . Donc pour un rayon théorique de  $a = 4\ \mu\text{m}$ , un indice du GaAs de  $n = 3.553$  et  $\lambda_B = 856.82\ \text{nm}$ .

$$f_{0,1} - f_{1,1}^H \simeq \left(\frac{1}{2\pi} \frac{c}{na}\right)^2 \frac{1}{2f_B} (\alpha_{1,1}^2 - \alpha_{1,0}^2) \quad (\text{II.5})$$

$$\simeq 0.34\ \text{nm} \quad (\text{II.6})$$

En admettant les valeurs de l'indice du GaAs et celle de la fréquence de la cavité planaire correcte, modifier la valeur du rayon du micro-pilier par  $a = 3.825 \mu\text{m}$  permet d'obtenir la valeur observée expérimentalement. Notre mesure est donc en très bon accord avec la théorie.

Pour le mode fondamental, le facteur de qualité optique mesuré,  $Q_c^{exp} = 11.1 \cdot 10^3$  ( $\Delta f = 31.50 \text{ GHz}$ , Fig. II.15.b), est 37% plus faible que pour l'échantillon planaire (Fig. II.11) qui a un facteur de qualité  $Q_c^{exp} = 17.5 \cdot 10^3$  ( $\Delta f = 20.1 \text{ GHz}$ ).

### II.4.3 Discussion des temps de vie mesurés

Le Tableau II.1 rassemble les valeurs des facteurs de qualité mesurés pour les différents échantillons. On obtient des valeurs de l'ordre de 20 à 30% des valeurs attendues théoriquement pour les échantillons plans.

Alors que l'on attend théoriquement pour l'échantillon DS26 un facteur de qualité légèrement plus faible que pour le DS25, expérimentalement, on obtient un facteur de qualité légèrement supérieur. L'échantillon DS26 dont les miroirs sont constitués de GaAs/ $Al_{0.95}Ga_{0.05}As$  au lieu de GaAs/AlAs afin de réduire l'oxydation, laisse également passer plus de lumière en transmission.

Pour le mode fondamental du micro-pilier cylindrique de  $8 \mu\text{m}$ , le facteur de qualité diminue d'un facteur 2 ( $\Delta f_c^{exp}(\text{planaire})/\Delta f_c^{exp}(\text{pilier})=63.8\%$ ) par rapport au planaire. Cette réduction du facteur de qualité peut être due à des défauts de surface du micro-pilier. Des efforts dans la fabrication des micro-piliers doivent donc être effectués. Dans la littérature on trouve des facteurs de qualité pouvant atteindre  $10^5$  [21 ; 27].

sample	wafers	$\lambda_c^{exp}$ (nm)	$\Delta f_c^{exp}$ (GHz)	$Q_c^{exp}$	$\Delta f_c^{th}/\Delta f_c^{exp}$ (%)
planaire	DS25	852.10	20.1	$17.5 \cdot 10^3$	20.9
planaire	DS26	835.75	16.95	$21.2 \cdot 10^3$	27.1
pilier cylindrique, $2a=8 \mu\text{m}$	DS25	856.82	31.5	$11.1 \cdot 10^3$	13.3

Table II.1 Récapitulatif des caractéristiques des résonances optiques mesurées (fréquence, temps de vie, facteur de qualité) et comparaison avec les valeurs attendues théoriquement.

Nous avons caractérisé les résonances optiques de cavités planes et de micro-piliers. Nous avons pu observer les deux premiers modes optiques d'un micro-pilier de  $8 \mu\text{m}$  de diamètre. Nous avons obtenu leurs profils fréquentiels (résonances) et spatiaux.

Les auteurs de la référence [12] ont effectué des mesures systématiques des premiers modes optiques de cavités à miroirs de Bragg en micro-piliers en fonction du rayon du micro-pilier et ont pu obtenir leurs profils spatiaux et fréquentiels.

Nous décrivons, dans le chapitre suivant, des études similaires pour caractériser les modes acoustiques de cavités à miroirs de Bragg plans et en micro-piliers.

# Chapitre III

## Caractérisation de la cavité acoustique

### Sommaire

---

III.1	État de l'art . . . . .	<b>57</b>
III.1.1	Historique de l'étude des super-réseaux acoustiques . . . . .	57
III.1.2	Principe général de la technique pompe sonde . . . . .	60
	a) Description . . . . .	60
	b) Mesure en réflectivité . . . . .	60
	c) Mesures interférométriques en transmission . . . . .	61
III.2	Technique d'excitation sous-harmonique résonante . . . . .	<b>64</b>
III.3	Montage expérimental . . . . .	<b>69</b>
III.3.1	Le LASER . . . . .	70
III.3.2	Faisceaux pompe et sonde . . . . .	70
III.3.3	Le modulateur acousto-optique (AOM) . . . . .	71
III.3.4	La ligne à retard . . . . .	71
III.3.5	L'interféromètre de Sagnac . . . . .	72
III.3.6	La détection synchrone . . . . .	72
III.4	Résultats expérimentaux . . . . .	<b>74</b>
III.4.1	Cavités Planaires . . . . .	74
	a) Excitation multiple par les échos acoustiques . . . . .	74
	b) Détermination du facteur de qualité d'une cavité planaire . . . . .	76
	c) Profil spatial acoustique . . . . .	77
III.4.2	Cavités en micro-pilier . . . . .	78
	a) Détermination du facteur de qualité . . . . .	78
	b) Discussion des temps de vie mesurés . . . . .	83
	c) Étude du profil spatial des modes de micro-piliers . . . . .	84

---

Dans ce chapitre, nous allons faire un bref historique des études réalisées sur les super-réseaux en acoustique, puis rappeler le principe de la technique pompe sonde d'acoustique pico-seconde. Ensuite, nous décrirons la technique d'excitation sous-harmonique qui nous permet de contourner la limitation de résolution de la technique d'acoustique pico-seconde standard et ainsi de mesurer les résonances acoustiques de nos échantillons. Enfin, nous décrirons notre montage expérimental et les résultats obtenus.

## III.1 État de l'art

### III.1.1 Historique de l'étude des super-réseaux acoustiques

Les structures périodiques, en particulier les super-réseaux de GaAs/AlAs ont été étudiées par la communauté acoustique depuis les années 1980. La relation de dispersion des super-réseaux a été vérifiée expérimentalement par des expériences de spectroscopie RAMAN [57–60]. Les modes acoustiques dans des super-réseaux et des cavités à miroirs de Bragg ont également été étudiés [61]. Aux expériences de spectroscopie RAMAN se sont ajoutées des expériences d'acoustique pico-seconde. Les super-réseaux ont été utilisés pour générer des phonons sub-THz cohérents [62–67] et pour les détecter [67]. Le temps de vie des phonons sub-THz dans les super-réseaux [68] et dans les cavités à miroirs de Bragg [69] a été mesuré. Les miroirs de Bragg ont été utilisés pour fabriquer une cavité verticale qui constitue un SASER équivalent du LASER mais pour des phonons de fréquence 325 GHz [70]. Cette structure est constituée d'un super-réseau de GaAs/AlAs, le milieu à gain, dans une cavité multimode entre deux miroirs de Bragg acoustiques et peut être vue comme l'analogie pour l'acoustique des diodes LASER à cavité verticale (VCSEL) en optique.

Des systèmes à cavités gigognes ont été réalisés. Une cavité à miroirs de Bragg acoustique remplaçait le spacer d'une cavité à miroirs de Bragg optique [71–73].

En 2013, le confinement d'un mode acoustique et d'un mode optique dans la même cavité à miroir de Bragg (Fig. III.1.a) a été démontré expérimentalement [10]. La méthode utilisée est une technique pompe-sonde en réflexion avec un LASER pulsé pico-seconde. La variation de la réflectivité de l'échantillon est mesurée de manière résolue en temps avec une fenêtre temporelle de 3 ns. Le spectre du signal mesuré fait apparaître des pics correspondants aux différents harmoniques du mode de résonance mécanique (Fig. III.1.e).

Des micro-piliers qui seraient fabriqués avec le même type d'empilement sont alors considérés comme des systèmes prometteurs pour réaliser des expériences d'optomécanique. Des simulations [15 ; 16] et un modèle simplifié [17] ont été réalisés sur ce type de structures comme nous l'avons déjà abordé à la Sec. I.3.2.

Des expériences préliminaires ont été effectuées [17 ; 18 ; 74]. Des mesures pompe sonde en réflexion ont permis de construire la dynamique temporelle de la réflectivité optique modulée par les vibrations mécaniques du mode acoustique de piliers carrés construits pour fonctionner à  $\approx 880$  nm ( $\approx 19$  GHz (près du *gap* de GaAs à température ambiante)). La pompe et la sonde dégénérées passent par le même objectif qui permet une résolution latérale de 4  $\mu$ m. Des facteurs de qualité mécaniques de 200 à 1600 ont été mesurés pour des piliers de

1. source : Alejandro FAINSTEIN et al. « Strong optical-mechanical coupling in a vertical GaAs/AlAs for subterahertz phonons and near-infrared light ». In : *Physical review letters* 110.3 (2013), p. 037403

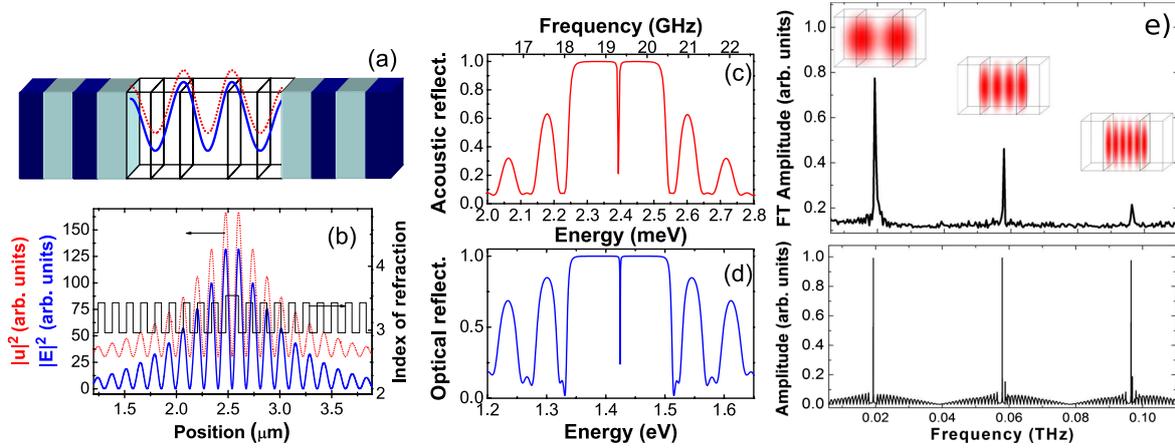


Fig. III.1 a) Schéma de la cavité à miroirs de Bragg de GaAs/AlAs. b) Calcul de l'intensité du mode optique (bleu) et déplacement au carré (rouge). c) et d) : Réflectivités acoustique et optique calculées. e) Amplitude de la Transformée de Fourier calculée à partir d'une mesure sur une fenêtre de 3 ns en haut et en bas spectre calculé. <sup>1</sup>

3 à 7  $\mu\text{m}$ , ce qui donne un produit  $Q$  – fréquence de  $10^{14}$  à température ambiante [17].

Par analogie avec les modes optiques confinés dans un micro-pilier, un modèle simplifié (abordé dans la Sec. I.3.2) a été utilisé pour décrire des résultats expérimentaux et a permis de déterminer des lois d'échelles [17]. Nous rappelons ici l'expression que donne ce modèle, du décalage de la fréquence de résonance du mode  $(n_x, n_y)$  par rapport à la fréquence de résonance de la cavité planaire  $\Omega_0$ , en fonction de la taille latérale  $L$  du micro-pilier de section carrée.

$$\Omega_m(n_x, n_y) - \Omega_0 \simeq \frac{1}{2\Omega_0} \left( \frac{\pi v_s}{L} \right)^2 ((n_x + 1)^2 + (n_y + 1)^2) \quad (\text{III.1})$$

avec  $v_s$  la vitesse effective qui correspond au fait que le pilier est un matériau composite. Le confinement transverse induit une augmentation de la réponse optomécanique (en  $g_0 \propto 1/L$ ) et un léger *blueshift* de la fréquence de la résonance acoustique est observé (Fig. III.2.c). Le décalage en fréquence,  $\Delta f_m \propto \frac{1}{f_{\text{planar}} L^2}$ , est calculé théoriquement par éléments finis et la tendance est en accord avec le modèle simplifié (Fig. III.2.a).

Le facteur de qualité, donc le temps de vie du mode  $\tau_m \propto \frac{L}{f_{\text{planar}}}$  diminue (Fig. III.2.b). D'après les auteurs cela s'explique par le rôle croissant de l'état de surface lorsque l'on diminue la taille latérale du pilier plutôt que par un élargissement dû aux différents modes excités évoqué dans [18].

Pour un pilier de 3  $\mu\text{m}$  de côté, l'espacement fréquentiel entre les différents modes et le *blueshift* du mode fondamental sont de l'ordre de grandeur de 40–60 MHz. Ces écarts en fréquence sont légèrement inférieurs à la résolution fréquentielle de l'expérience qui est de 100 MHz, due à la largeur temporelle de la fenêtre de mesure [18]. Cela empêche d'observer nettement sur le spectre la signature des différents modes.

1. Source : S ANGUIANO et al. « Scaling rules in optomechanical semiconductor micropillars ». In : *Physical Review A* 98.6 (2018), p. 063810

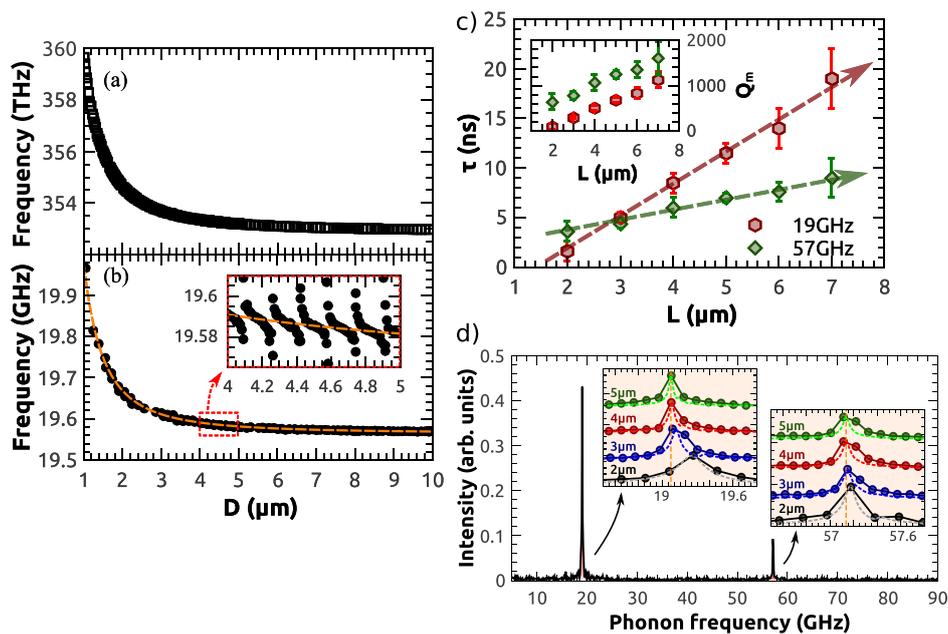


Fig. III.2 Fréquences des modes optique a) et acoustique b) en fonction du diamètre du micro-pilier. L'encart représente un zoom sur l'un des anti-croisements du mode mécanique. La ligne brisée orange est un ajustement effectué en utilisant l'Eq. (I.194), avec  $v_s = 5285 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ . c) Temps de vie du mode acoustique fondamental à 19 GHz et de son harmonique à 57 GHz en fonction du côté  $L$  du micro-pilier à section carrée. Les lignes brisées correspondent à des ajustements linéaires. L'encart représente la dépendance des facteurs de qualité correspondants. d) Spectre acoustique. L'encart montre un zoom sur les deux premières résonances mesurées et calculées de piliers à section carrée de 2 à 5  $\mu\text{m}$  de côté. - Source : 1

Les mesures sur les cavités à miroirs de Bragg de GaAs/AlAs décrites ci-dessus ont été réalisées par des expériences d'acoustiques pico-seconde dont nous allons rappeler le principe.

### III.1.2 Principe général de la technique pompe sonde

#### a) Description

En 1984, Thomsen et al. [75] utilisent un LASER pulsé pico-seconde à la fois pour la génération de phonons cohérents et pour leur détection par la technique pompe sonde. Une impulsion LASER (pompe) permet de générer, par excitation photo-thermique, un paquet d'ondes acoustiques qui va se propager dans l'échantillon. Une impulsion LASER d'intensité plus faible (sonde), décalée en temps grâce à une ligne à retard mécanique, permet de venir sonder les effets engendrés par l'impulsion pompe avec un retard contrôlé et variable. On reconstruit ainsi la dynamique temporelle de l'échantillon (Fig. III.3).

Le mode de mesure utilisé est fondé sur l'effet photo-élastique (l'indice de réfraction dépend de l'état de contrainte du matériau). L'indice de réfraction proche de la surface du solide est perturbé par les ondes acoustiques générées par la pompe, ce qui résulte en une variation de la réflexion optique de la sonde.

Soumis à une impulsion de contrainte  $\sigma(z, t)$ , l'indice du matériau et donc son coefficient de réflexion  $r$  sont modifiés. la variation relative du coefficient de réflexion s'écrit :

$$\frac{\delta r}{r} = 2k i u(z = 0, t) + i k \frac{\partial n}{\partial \sigma} \frac{4n}{1 - n^2} \int_0^{+\infty} \sigma(z, t) e^{2iknz} dz = \rho + i\phi \quad (\text{III.2})$$

avec  $n$  l'indice de réfraction du matériau,  $k$  le nombre d'onde de la sonde dans le vide,  $\frac{\partial n}{\partial \sigma}$  la constante photo-élastique,  $z$  la profondeur dans l'échantillon ( $z = 0$  à la surface) et  $u$  le déplacement.

L'intensité des signaux mesurés étant faible ( $\frac{\delta r}{r} \approx 10^{-4} - 10^{-5}$ ), on utilise une détection synchrone pour augmenter le rapport signal sur bruit.

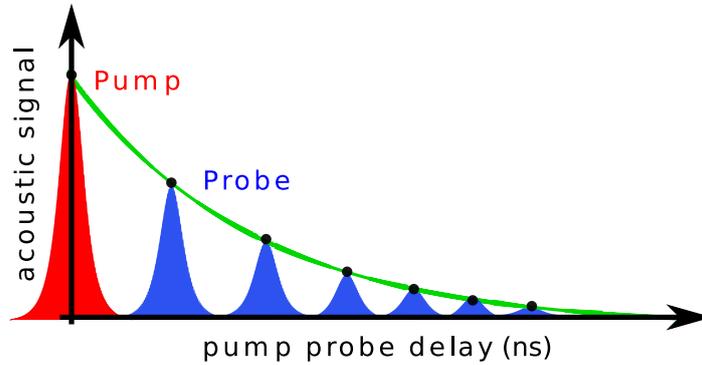


Fig. III.3 Reconstruction de l'évolution temporelle du signal avec la technique pompe sonde.

#### b) Mesure en réflectivité

La plupart des groupes qui travaillent sur l'acoustique pico-seconde procède à des mesures de réflectométrie. Avec la mesure, par la sonde, de la réflexion optique de l'échantillon perturbée par l'impulsion pompe acoustique, on reconstruit l'évolution temporelle de la partie réelle  $\rho$  de  $\frac{\delta r}{r}$ .

Dans la référence [76], les propriétés élastiques de multicouches de  $Py - Al_2O_3$  déposées sur un substrat sont étudiées par expériences d'acoustique pico-seconde (et par diffusion Brillouin). Un exemple de mesure de réflectométrie est représentée sur la Fig. III.4. La pompe et la sonde sont confondues spatialement et frappent la surface de la multicouche. En  $t = 0$ , la pompe et la sonde coïncident temporellement (retard nul). La lente décroissance du signal, lorsqu'on augmente le retard de la sonde par rapport à la pompe, correspond à la relaxation thermique après l'impulsion pompe. On observe également un des échos acoustiques (entre 100 et 200 ps) qui correspondent au paquet d'onde acoustique qui effectue plusieurs aller-retours dans la multicouche, et est réfléchi à l'interface avec le substrat et à la surface libre où ces échos sont détectés. L'encart pour lequel le fond thermique a été soustrait du signal permet d'observer les oscillations d'un mode de surface localisé à 250 GHz.

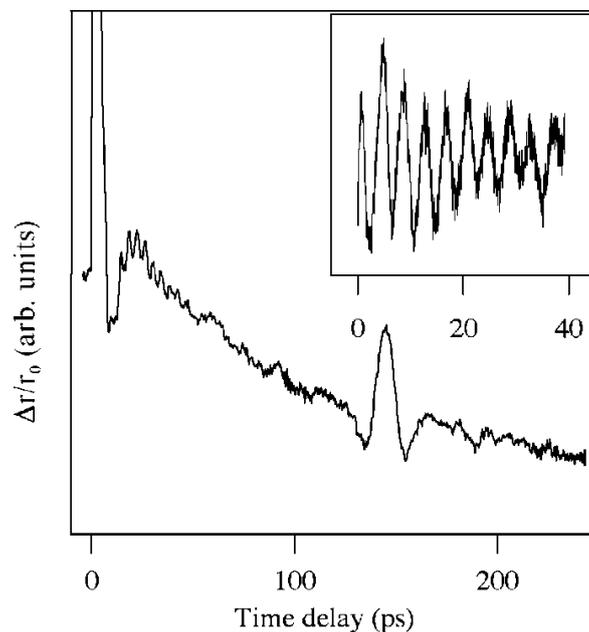


Fig. III.4 Partie réelle de la variation relative de la réflectivité d'une multicouche de  $Py - Al_2O_3$ . L'encart pour lequel le fond thermique a été soustrait permet d'observer les oscillations d'un mode de surface localisé à 250 GHz. - Source : 2

### c) Mesures interférométriques en transmission

La configuration utilisée dans cette thèse n'est pas celle présentée ci-dessus, et est peu employée. Nous avons effectué des mesures pompe sonde interférométriques, en transmission, à basse température.

Les échantillons étudiés sont constitués d'un substrat épais ( $370 \mu\text{m}$ ) de GaAs sur lequel on a fait croître une cavité à miroirs de Bragg acoustique à 20 GHz (Fig. III.5). Les deux surfaces de l'échantillon (côté cavité et côté substrat) sont recouvertes d'une couche opaque d'aluminium (60 nm). Le faisceau pompe frappe la surface de la couche d'Al du côté du sub-

2. Source : Clément ROSSIGNOL et al. « Elastic properties of ultrathin permalloy/alumina multilayer films using picosecond ultrasonics and Brillouin light scattering ». In : *Physical Review B* 70.9 (2004), p. 094102

strat et crée une onde acoustique qui se propage dans le substrat et dans la cavité (Fig. III.5). Le faisceau sonde frappe la surface de la couche d'Al du côté de la cavité (Fig. III.5).

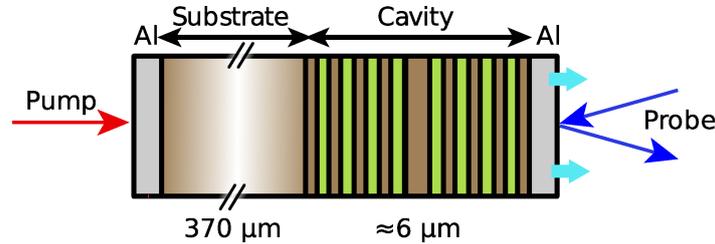


Fig. III.5 Schéma de l'échantillon et des faisceaux pompe et sonde en transmission.

Les couches d'Al opaques permettent d'éviter que les faisceaux optiques pompe et sonde n'interagissent avec l'échantillon qui est également une cavité optique. Cela permet d'effectuer une caractérisation passive de la cavité acoustique.

L'utilisation d'une détection interférométrique permet d'accéder à la partie imaginaire  $\phi$  de  $\frac{\delta r}{r}$ , à laquelle contribue fortement le déplacement de surface [77]. Pour une détection sur une surface libre, c.-à-d. sans contrainte, la déformation est nulle à la surface. Lorsque la longueur de pénétration optique de la sonde est faible (la couche d'Al est opaque), comparée à la longueur d'onde acoustique (de l'ordre de 240 nm ici), la contribution photoélastique devient très faible contrairement au déplacement de surface. La détection interférométrique permet donc d'augmenter la sensibilité des mesures par rapport à la réflectométrie dans la détection de « basses fréquences » (de l'ordre de 20 GHz).

Travailler en transmission, avec la pompe et la sonde sur des faces opposées de l'échantillon permet de découpler excitation et détection et d'éviter un *cross talk* entre la pompe et la sonde. On n'observe donc pas de décroissance due à la relaxation thermique sur le signal. Cependant, afin que les ondes acoustiques puissent se propager dans le substrat épais jusqu'à la cavité, il faut qu'elles soient peu absorbées, cette méthode nécessite donc de travailler à basse température.

En faisant varier le retard pompe sonde, on obtient expérimentalement les traces temporelles des voies X et Y de sortie de la détection synchrone. Sur la figure Fig. III.6.a, on peut observer les deux premiers échos acoustiques qui correspondent respectivement à l'impulsion acoustique qui a effectué une traversée de l'échantillon et à celle qui a effectué une traversée et un aller-retour. On observe également les oscillations de faible amplitude du mode acoustique à 20 GHz.

Les différents échos peuvent ne pas être observés dans leur ordre d'arrivée réel, car le signal mesuré correspond au signal temporel replié sur la fenêtre de mesure de 11.5 ns, temps qui correspond à la longueur optique de la ligne à retard. En effet, les différents échos créés par une impulsion pompe ne sont pas détectés pas la même impulsion sonde, car leur temps d'aller-retour dans l'échantillon  $2t_t \approx 150$  ns excède l'intervalle entre deux impulsions du LASER qui est de l'ordre de 12.5 ns.

Pour une épaisseur de *wafers*  $d_s$  d'Arséniure de gallium (GaAs) typique de 370 µm, le

premier écho est détecté par la 6<sup>e</sup> impulsion sonde qui suit l'impulsion pompe qui a généré cet écho. Le deuxième écho est détecté par la 18<sup>e</sup> impulsion sonde, etc. À partir du temps d'arrivée de ces échos successifs, on peut en particulier déduire l'épaisseur de l'échantillon ou la vitesse du son dans le matériau (en admettant l'autre grandeur connue).

Lorsqu'on effectue la transformée de Fourier du signal temporel, on obtient le spectre du coefficient de transmission acoustique de la cavité et du substrat. Sur le spectre de la Fig. III.6.c, on peut observer les différentes bandes interdites (*gaps*) centrées autour de la fréquence de résonance fondamentale et de ses harmoniques impaires. Ces *gaps* correspondent bien au calcul des relations de dispersion des miroirs de Bragg en bord de la première zone de Brillouin (Sec. a)), qui sont reportées en Fig. III.6.b.

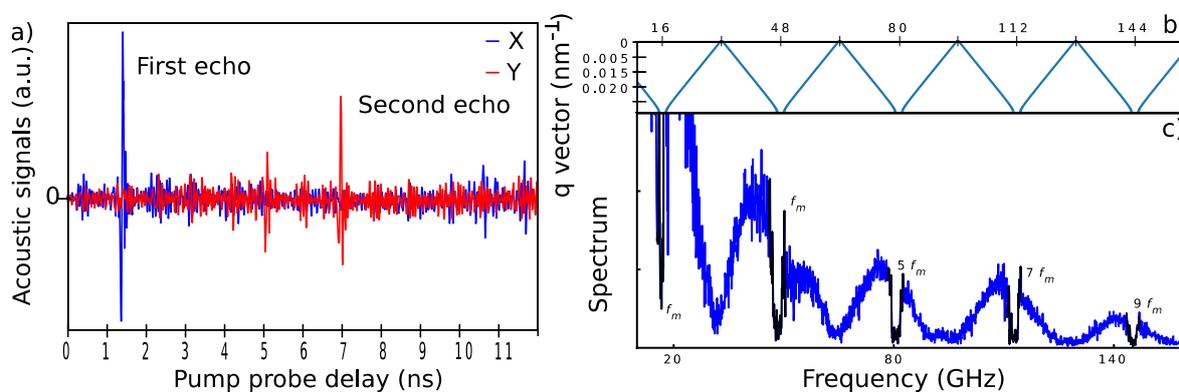


Fig. III.6 a) Traces temporelles : voies X et Y de sortie de la détection synchrone en fonction du retard pompe sonde.  
 b) Calcul de la première zone de Brillouin du miroir de Bragg correspondant à l'échantillon.  
 c) Spectre acoustique de l'échantillon obtenu par transformée de Fourier des traces temporelles.

Le spectre de la Fig. III.6.c, a une résolution fréquentielle limitée par la longueur de la ligne à retard ( $T^{LAR}=11.5$  ns) à 87 MHz. Les expériences d'acoustiques pico-seconde sont bien adaptées à la détection des modes mécaniques de hautes fréquences, mais elles ne permettent pas d'étudier des phénomènes dont le temps de vie est supérieur à la durée temporelle finie de la fenêtre de mesure ou à la durée entre deux impulsions LASER. Nous allons donc utiliser une technique d'excitation sous-harmonique résonante afin de contourner notre résolution fréquentielle insuffisante.

### III.2 Technique d'excitation sous-harmonique résonante

La résolution fréquentielle des expériences d'acoustique pico-seconde est limitée par le taux de répétition du LASER ou par la longueur de la ligne à retard. Dans notre cas, la résolution du spectre est limitée par la longueur de la ligne à retard ( $T^{LAR}=11.5$  ns) à 87 MHz. La technique pompe sonde standard ne permet pas de résoudre des résonances de 15 – 20 GHz ayant des facteurs de qualité supérieurs à une centaine ; c'est à dire pour lesquelles le temps de vie est supérieur à la durée temporelle de la fenêtre de mesure (11.5 ns). De plus comme le taux de répétition du LASER est d'environ  $f_{rep} = 80$  MHz, pour des temps de vie supérieurs à  $1/f_{rep} = 12.5$  ns, il nous faut tenir compte de l'excitation multiple due au train d'impulsions pompe.

En effet, si l'on filtre les traces temporelles de la Fig. III.7.a autour de la fréquence de résonance acoustique, on obtient les traces de la Fig. III.7.b. On observe que l'amplitude du mode acoustique ne décroît pas sur la durée de la fenêtre de mesure et l'on n'observe pas non plus de déclin exponentiel classique. On peut voir que le mode subit des excitations multiples.

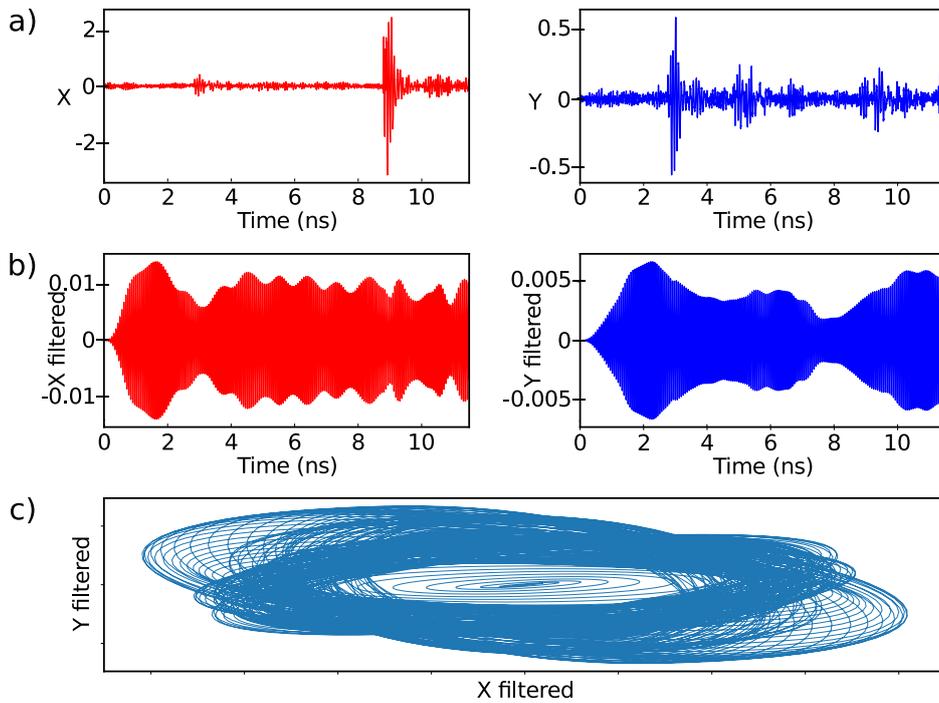


Fig. III.7 a) Traces temporelles : signaux  $X$  et  $Y$  obtenus en sortie de la détection synchrone en fonction du retard pompe sonde.  
 b) Traces temporelles de  $X$  et  $Y$  filtrées autour de la fréquence de résonance acoustique à 20 GHz.  
 c) Signal  $Y$  filtré autour de la fréquence de résonance en fonction du signal  $X$  filtré.

Nous allons modéliser simplement le phénomène d'excitation multiple due au train d'impulsions pompe et aux échos acoustiques par des calculs inspirés de [78]. Les ordres de grandeur des valeurs des paramètres mis en jeu dans l'expérience d'acoustique sont récapitulés dans le Tableau. C.1. Posons les hypothèses et les notations utilisées. Comme les impulsions

LASER sont très courtes comparées à la durée des phénomènes thermiques, on considère les trains d'impulsions pompe et sonde comme des peignes de Dirac. Le faisceau pompe est modulé par un signal créneau  $M(t) = \sum_k M_k e^{i2\pi f_{mod}kt}$  à une fréquence  $f_{mod}$  de l'ordre de 1 MHz. A l'excitation multiple des impulsions pompe, s'ajoute celle des échos acoustiques qui font des aller-retours dans le substrat. Cette contribution n'est pas prise en compte dans la référence [78].

Le signal détecté au temps  $t$  dépend des échos aux temps  $t - mT_{rep} - (2l + 1)t_t$ , où chaque impulsion pompe  $m$  crée une série d'échos indicés par  $l$ , d'amplitude  $A_l$ . On a écrit  $T_{rep} = \frac{1}{f_{rep}} = 12.5$  ns le temps entre deux impulsions LASER et  $t_t$  le temps mis par l'impulsion acoustique pour traverser l'épaisseur de l'échantillon  $t_t = \frac{d_s}{v_{ac}} \approx 77$  ns. On note  $\tau$  le retard temporel d'une impulsion sonde par rapport à l'impulsion pompe correspondante.

On écrit les trains d'impulsions pompe  $I_p(t)$  et sonde  $I_s(t)$  sous la forme :

$$\begin{cases} I_p(t) = I_p \sum_{m,l} A_l M(mT_{rep} + (2l + 1)t_t) \delta(t - mT_{rep} - (2l + 1)t_t) \\ I_s(t) = I_s \sum_n \delta(t - \tau - nT_{rep}) \end{cases} \quad (\text{III.3})$$

La réponse impulsionnelle du matériau est notée  $r$ . La réponse du matériau à l'excitation pompe est notée  $\Delta r(t)$ .

$$\Delta r(t) = r * I_p(t) \quad (\text{III.4})$$

$$= \int_{-\infty}^{-\infty} r(t - u) I_p(u) du \quad (\text{III.5})$$

$$= I_p \sum_{m,l} A_l r(t - mT_{rep} - (2l + 1)t_t) M(mT_{rep} + (2l + 1)t_t) \quad (\text{III.6})$$

Le signal détecté par une photodiode est :

$$S(t) \propto I_s(t) \Delta r(t) = S_0 \sum_{m,l,n} A_l M(mT_{rep} + (2l + 1)t_t) r(t - mT_{rep} - (2l + 1)t_t) \delta(t - \tau - nT_{rep}) \quad (\text{III.7})$$

La réponse de l'échantillon  $S(t)$  est séparée en deux et multipliée soit par le signal de référence de la détection synchrone  $v_{ref}(t) = \cos(2\pi f_{mod}t + \phi_0)$  soit par le signal de référence déphasé de  $\pi/2$ . Ici  $\phi_0$  est la phase de la référence que l'on peut faire varier. Un filtre passe-bas permet de ne garder que les variations de  $\Delta r$  à la fréquence de modulation  $f_{mod}$ . En sortie, on obtient les signaux en phase  $X(t)$  et en quadrature de phase  $Y(t)$  par rapport à la référence.

Nous définissons le signal complexe après multiplication par la référence :

$$\begin{aligned} D_{f_{mod}}(\tau) &= S(\tau) e^{-i(2\pi f_{mod}\tau + \phi_0)} \\ D_{f_{mod}}(\tau) &= X(\tau) + iY(\tau) \end{aligned} \quad (\text{III.8})$$

En posant  $p = n - m$ , et en ne conservant que les variations du signal à  $f_{mod}$ , on obtient :

$$D_{f_{mod}}(\tau) = \sum_{l,p} e^{-i\phi_0} A_l r(\tau + pT_{rep} - (2l + 1)t_t) e^{-i2\pi f_{mod}(\tau + pT_{rep} - (2l + 1)t_t)} \quad (\text{III.9})$$

Nous prenons la réponse impulsionnelle du mode acoustique  $r(t)$  sous la forme :

$$\mathcal{H}(t) e^{-t/\tau_m} \cos(2\pi f_m t + \phi_m) \quad (\text{III.10})$$

avec  $\mathcal{H}$  la fonction Heaviside,  $\tau_m$  le temps de vie en amplitude du mode acoustique,  $f_m$  sa fréquence de résonance et  $\phi_m$  la phase du mode.

On obtient alors deux termes en notant  $f^- = f_m - f_{mod}$  et  $f^+ = f_m + f_{mod}$  :

$$D_{f_{mod}}(\tau) = D_{f_{mod}}^+(\tau) + D_{f_{mod}}^-(\tau) \quad (\text{III.11})$$

Comme on ne peut pas avoir de signal avant que la première impulsion pompe n'arrive, si l'on fait la somme sur  $l$  de 0 à  $+\infty$ , celle sur  $p$  doit être effectuée de  $p_l = \lfloor (2l+1)\frac{t}{T_{rep}} \rfloor$  à  $+\infty$  on pose donc  $p = q + p_l$ , d'où :

$$D_{f_{mod}}^\pm(\tau) = e^{-i(\phi_0 \pm \phi_m)} e^{-\tau(\pm i2\pi f^\pm + \frac{1}{\tau_m})} \frac{\sum_l A_l e^{T_{rep}(\frac{1}{\tau_m} \pm i2\pi f^\pm)((2l+1)\frac{t}{T_{rep}} - p_l)}}{1 - e^{-T_{rep}(\pm i2\pi f^\pm + \frac{1}{\tau_m})}} \quad (\text{III.12})$$

On effectue la transformée de Fourier du signal temporel mesuré avec la détection synchrone par rapport au retard  $\tau$ . On prend en compte ici le fait que la mesure s'effectue sur une durée de  $T^{LAR}$  et que l'on a un retard initial entre la pompe et la sonde  $\tau_0$  auquel on ajoute le retard  $\tau$  que l'on fait varier dans l'expérience.

$$\tilde{D}_{f_{mod}}^\pm(\Omega) = \int_0^\infty e^{-i\Omega\tau} \theta(\tau, T^{LAR}, \tau_0) e^{-\tau(\pm i2\pi f^\pm + \frac{1}{\tau_m})} d\tau. \quad (\text{III.13})$$

$$e^{-i(\phi_0 \pm \phi_m)} \frac{\sum_l \xi^{2l} e^{-T_{rep}(\frac{1}{\tau_m} \pm i2\pi f^\pm)(p_l - (2l+1)\frac{t}{T_{rep}})}}{1 - e^{-T_{rep}(\pm i2\pi f^\pm + \frac{1}{\tau_m})}} \quad (\text{III.14})$$

avec  $\theta$  la fonction porte.

Après calculs, on obtient :

$$\tilde{D}_{f_{mod}}^+(\Omega > 0) = e^{-i(\phi_0 - \phi_m)} \Sigma_l^- W^- \frac{1}{1 - e^{-T_{rep}(-i2\pi f^- + \frac{1}{\tau_m})}} \cdot \frac{1}{i(\Omega - 2\pi f^-) + \frac{1}{\tau_m}} \quad (\text{III.15})$$

avec  $\Sigma_l^- = \sum_l A_l e^{-T_{rep}(\frac{1}{\tau_m} - i2\pi f^-)(p_l - (2l+1)\frac{t}{T_{rep}})}$  l'effet d'excitation multiple par les échos acoustiques.

$W_l^- = e^{-\tau_0(i(\Omega - 2\pi f^-) + \frac{1}{\tau_m})} (e^{-T^{LAR}(i(\Omega - 2\pi f^-) + \frac{1}{\tau_m})} - 1)$  l'effet de la fenêtre de mesure finie.

En faisant le même calcul avec  $D_{f_{mod}}^-(\tau) = X(t) - iY(t)$ , on obtient :

$$\tilde{D}_{f_{mod}}^-(\Omega > 0) = e^{i(\phi_0 - \phi_m)} \Sigma_l^+ W^+ \frac{1}{1 - e^{-T_{rep}(-i2\pi f^+ + \frac{1}{\tau_m})}} \cdot \frac{1}{i(\Omega - 2\pi f^+) + \frac{1}{\tau_m}} \quad (\text{III.16})$$

Le spectre de puissance  $|\tilde{D}_{\pm f_{mod}}|^2$  est une lorentzienne  $|\frac{1}{i(\Omega - 2\pi f^\pm) + \frac{1}{\tau_m}}|^2$  dont l'amplitude dépend du taux de répétition  $|\frac{1}{1 - \exp(-T_{rep}(-i2\pi f^\pm + \frac{1}{\tau_m}))}|^2$ . Cette lorentzienne n'est pas centrée sur la fréquence de résonance mais sur  $f^\pm = f_m \pm f_{mod}$  à cause de la modulation de l'excitation pompe.

Lorsque  $f^\pm$  est un multiple du taux de répétition c.-à-d.  $f^\pm T_{rep} = \frac{f^\pm}{f_{rep}} = n \approx 250$ ,  $n$  entier, l'amplitude du mode est maximale. Inversement, lorsque  $f^\pm T_{rep} = \frac{f^\pm}{f_{rep}} = n + 1/2$ , l'amplitude du mode est minimale. Dans le premier cas, on parle d'excitation sous-harmonique

résonante et dans le second on parle d'excitation anti-résonante.

Les signaux que l'on obtient expérimentalement sont  $X(\tau) = \frac{1}{2}(D_{f_{mod}}^+(\tau) + D_{f_{mod}}^-(\tau))$  et  $Y(\tau) = \frac{-i}{2}(D_{f_{mod}}^+(\tau) - D_{f_{mod}}^-(\tau))$ . Donc  $\tilde{X} = \frac{1}{2}(\tilde{D}_{f_{mod}}^+ + \tilde{D}_{f_{mod}}^-)$  et  $\tilde{Y} = \frac{-i}{2}(\tilde{D}_{f_{mod}}^+ - \tilde{D}_{f_{mod}}^-)$  comportent donc deux composantes à  $f^+$  et  $f^-$ . Afin de les séparer, on reconstruit à partir des signaux  $X(\tau)$  et  $Y(\tau)$  obtenus expérimentalement,  $X(\tau) \pm iY(\tau)$  et l'on calcule ensuite la transformée de Fourier de ces deux signaux complexes.

Dans nos expériences comme le montre la Fig. III.8.a si l'on n'ajuste pas le taux de répétition on ne voit pas la résonance du mode acoustique en général. En revanche, si l'on fixe le taux de répétition sur un sous harmonique de  $f^- = f_m - f_{mod}$ , on observe pour le spectre de  $X(t) + iY(t)$  que la résonance est visible (Fig. III.8.b).

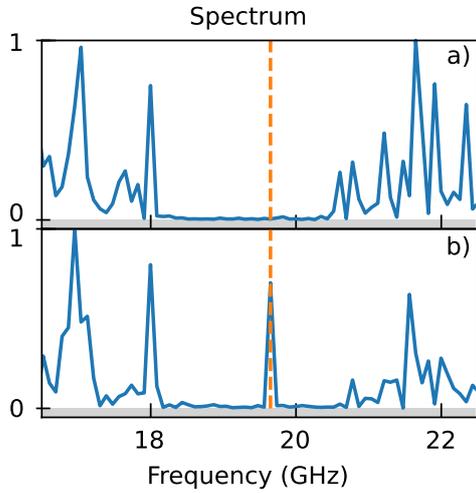


Fig. III.8 a) Zoom du spectre acoustique sur la *gap* centré autour de la fréquence du mode fondamental à 19.9 GHz, pour un taux de répétition de 79.990 MHz a) et 80.130 MHz b). La résonance à 19.9 GHz est visible sur la b) mais pas sur la a).

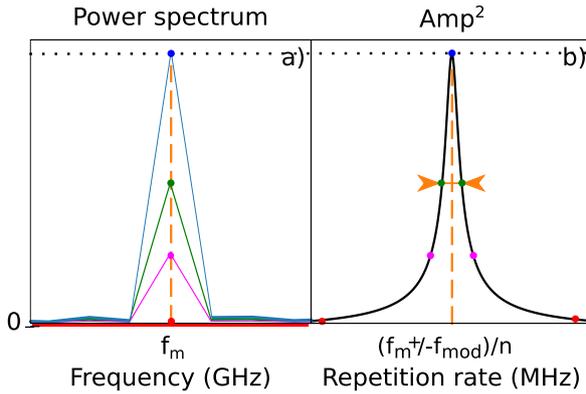


Fig. III.9 a) Schéma de la résonance telle que mesurée expérimentalement sur le spectre acoustique, pour plusieurs taux de répétition. b) Schéma de l'amplitude du maximum de la résonance tracée en fonction du taux de répétition.

On peut utiliser ce phénomène d'excitation sous harmonique, pour contourner notre manque de résolution fréquentielle et ainsi déterminer le temps de vie du mode acoustique. Cette méthode a déjà été utilisée pour déterminer le temps de vie du mode fondamental à 19 GHz d'une membrane de silicium à température ambiante avec un taux de répétition de 1 GHz [79]. Un temps de vie en amplitude  $\tau_m$  de 18 ns ( $Q = 313$ ) a ainsi pu être mesuré.

Le taux de répétition de notre LASER est asservi pas un oscillateur local dont la fréquence peut être contrôlée par un générateur et mesurée par un fréquencemètre avec une précision de

10 Hz. On fixe donc le taux de répétition du LASER et l'on réalise une expérience d'acoustique pico-seconde standard, on obtient un spectre de puissance acoustique avec la résonance du mode dont on extrait l'amplitude (qui peut être nulle). On fait varier le taux de répétition pour trouver la zone où le mode de résonance sort du bruit (Fig. III.9.a). Une exploration fine (pas de quelques centaines de Hz) nous permet alors, en traçant l'amplitude de la résonance en fonction du taux de répétition de déterminer la fréquence de résonance et la largeur de la résonance avec une très bonne précision.

On obtient une courbe comme celle schématisée sur la figure Fig. III.9.b qui donne l'amplitude de la résonance en fonction du taux de répétition du LASER. Cette courbe est une lorentzienne centrée en  $f_m \pm f_{mod}/n$  selon que l'on utilise  $X \pm iY$ . Sa largeur à mi-hauteur (FWHM) est reliée au temps de vie en amplitude du mode :  $FWHM = (\pi n \tau_m)^{-1}$ .

### III.3 Montage expérimental

Nous allons détailler ici le montage expérimental d'acoustique pico-seconde interférométrique en transmission. Ce montage permet par technique d'excitation sous-harmonique résonnante de caractériser la résonance acoustique de nos échantillons.

Toutes les expériences ont été réalisées à basse température. L'échantillon est placé dans un cryostat à Hélium 4 et maintenu à 20 K. Le cryostat possède deux fenêtres qui permettent d'envoyer les faisceaux pompe et sonde sur l'échantillon et de faire des mesures en réflexion ou en transmission. Nous avons effectué des expériences en transmission (Fig. III.5). Cela permet de découpler excitation et détection et d'éviter un *cross talk* entre la pompe et la sonde. Les montages optiques et électriques sont schématisés dans la Fig. III.10, et la Fig. III.13 respectivement.

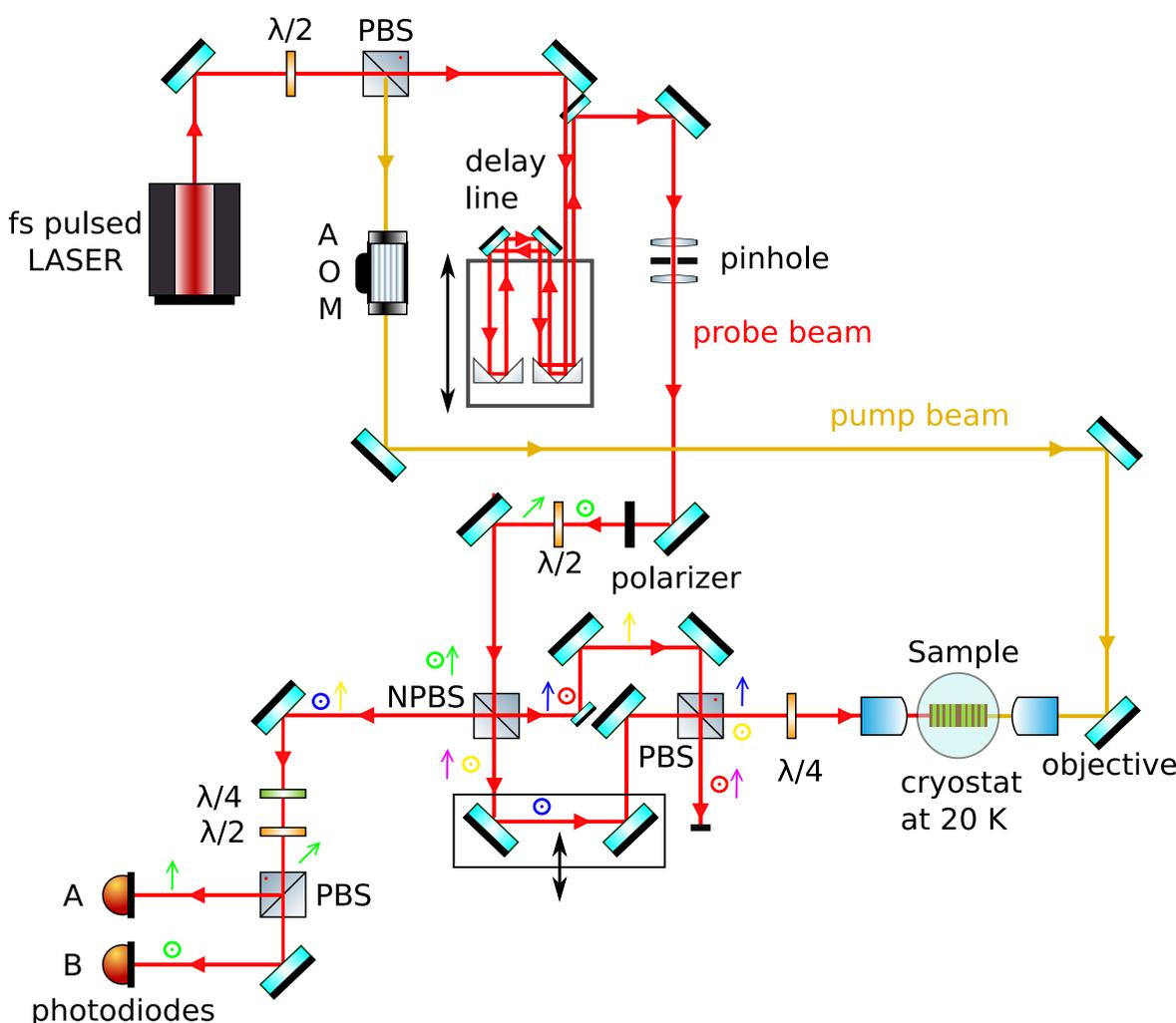


Fig. III.10 Schéma optique du montage pompe sonde d'acoustique pico-seconde.

### III.3.1 Le LASER

Le LASER utilisé pour nos expériences est composé de deux parties. Un LASER Yag doublé de 15 W qui pompe un oscillateur Titane-saphir (modèle *Tsunami* de *Spectra Physics*) délivrant des impulsions d'une durée de l'ordre de 100 fs. Le taux de répétition  $f_{rep}$ , inverse du temps entre deux impulsions successives, est ajustable entre 79.6 MHz et 80.2 MHz (soit un temps de l'ordre de 12.5 ns entre deux impulsions successives). Le taux de répétition est asservi par un oscillateur local dont la fréquence peut être contrôlée par un générateur Radio Fréquence (RF) et mesurée par un fréquencemètre. Le LASER pulsé fonctionne en mode asservi (*locked*) entre 690 et 1080 nm de longueur d'onde. On travaille avec une longueur d'onde autour de 780 nm.

### III.3.2 Faisceaux pompe et sonde

Le LASER est séparé en deux faisceaux par un cube polariseur. On peut ainsi régler la puissance de la sonde par rapport à la pompe avec une lame demi-onde. La puissance du faisceau pompe est de l'ordre de 100–200 mW et celle de la sonde lorsqu'elle arrive sur l'échantillon est de quelques mW.

Les faisceaux pompe et sonde sont respectivement focalisés sur la surface de l'échantillon du côté du substrat et du côté de la cavité grâce à des objectifs de microscope *Mitutoyo* à longue distance de travail. La sonde est focalisée sur la surface de la couche opaque d'aluminium recouvrant la cavité par un objectif de grossissement x50 avec un *waist* de 2.08  $\mu\text{m}$ . Cet objectif est fixé sur une platine XYZ à déplacements piézoélectriques qui permet d'ajuster finement la position de l'objectif et le tirage (Z). Cette platine est également interfacée avec l'ordinateur ce qui permet de faire de l'imagerie de surface de l'échantillon.

Le *waist* optique du faisceau est déterminé avec la « méthode du couteau ». On place une lame de rasoir à la place de l'échantillon et avec la platine on effectue une image (Z,Y). Au fur et à mesure du déplacement selon Y, le faisceau sera de plus en plus écarté. La puissance optique réfléchie mesurée par la photodiode représente la primitive du profil local (en Z) d'intensité du faisceau (Fig. III.11). Pour focaliser la pompe sur la surface de la

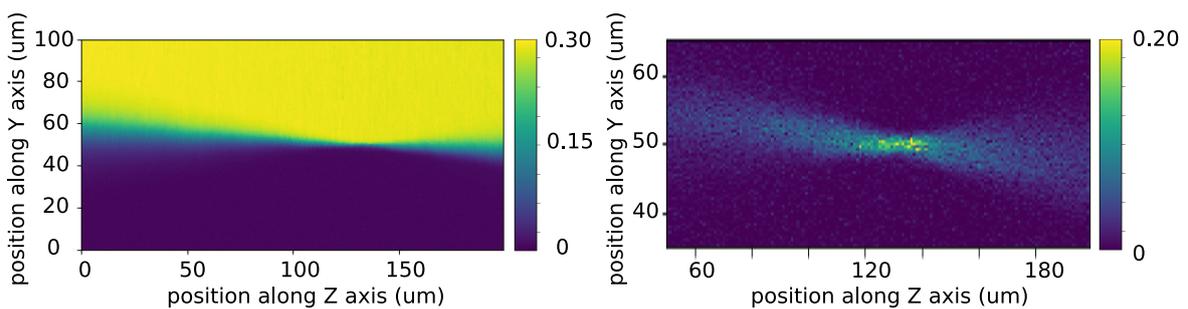


Fig. III.11 a) Intensité sonde réfléchie mesurée avec une photodiode en fonction du tirage de l'objectif x50 et de la position sur l'axe Y de la platine.  
b) Profil du faisceau sonde gaussien en fonction du tirage de l'objectif x50 obtenu en dérivant selon l'axe Y le signal de a).

couche opaque d'aluminium recouvrant le substrat, on utilise une lentille ou un objectif de grossissement x10. Pour l'objectif x10, on mesure avec un profilomètre un *waist* optique de 6.8  $\mu\text{m}$ . Ce qui donne en tenant compte de la diffraction du faisceau acoustique lors de la

propagation dans le substrat, et de l'anisotropie du substrat, un *waist* acoustique au niveau de la cavité de  $14.3\ \mu\text{m}$  à 20 GHz, et de  $17.5\ \mu\text{m}$  à 16 GHz (Annexe D).

Par excitation photo-thermique de la couche d'aluminium par la pompe, un paquet d'ondes acoustiques est généré et se propage dans l'échantillon. Ce paquet d'onde cohérent ainsi formé a un spectre acoustique large avec des fréquences allant jusqu'à la centaine de GHz, contrairement aux transducteurs piézoélectriques qui ont une gamme plus limitée en fréquence. Le spectre acoustique du paquet d'onde peut évoluer lors de sa propagation dans le substrat, car il est soumis à des effets non linéaires.

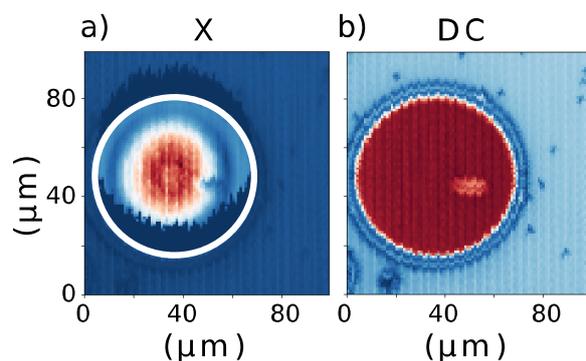


Fig. III.12 Image acoustique et optique de la surface de l'échantillon, vue par la sonde lorsqu'on aligne le signal pompe sur un micro-pilier de  $64\ \mu\text{m}$  de diamètre. a) voie X de la détection synchrone, avec le signal pompe et le signal DC b) provenant d'une des photodiodes de détection qui permet d'avoir une image optique du micro-pilier. Le cercle blanc correspond à la bordure du pilier vue en optique qui a été superposée à l'image acoustique.

Comme les couches d'Al sont opaques pour le faisceau LASER, pour aligner la pompe sur la sonde en transmission, on réalise une expérience classique d'acoustique pico-seconde à basse température. On obtient sur le signal temporel une trace d'un écho acoustique. On choisit le retard correspondant pour effectuer une image acoustique de l'échantillon avec la sonde. On superpose ainsi le signal pompe, la sonde et un micro-pilier de l'échantillon. La Fig. III.12.a représente l'image acoustique du signal de pompe et d'un micro-pilier de  $64\ \mu\text{m}$  de diamètre que l'on devine, mais que l'on voit plus nettement sur l'image optique de l'échantillon (DC de la photodiode, Fig. III.12.b).

### III.3.3 Le modulateur acousto-optique (AOM)

Le faisceau pompe passe dans un modulateur acousto-optique qui est composé d'un cristal de paratellurite ( $\text{TeO}_2$ ) dans lequel une onde ultra-sonore de 200 MHz se propage. Celle-ci est modulée par un signal carré issu de la détection synchrone de fréquence ajustable  $f_{mod} = 1\ \text{MHz}$  (soit une période de 500 ns). On conserve l'ordre 1 dont l'amplitude est modulée par le signal carré à  $f_{mod}$ , ce qui permet de pouvoir exciter l'échantillon et ensuite de le laisser relaxer. On utilise également cette fréquence de modulation afin d'extraire du signal détecté, le signal utile du bruit avec un système de détection synchrone.

### III.3.4 La ligne à retard

Pour retarder l'impulsion sonde par rapport à la pompe, on allonge le trajet de la sonde avec une ligne à retard mécanique. Elle est constituée de deux miroirs et de deux coins de cube qu'on translate avec une platine motorisée interfacée avec l'ordinateur. La sonde effectue 6 passages dans la ligne à retard qui dispose d'une course de 60 cm permettant d'ajouter un

retard à la sonde par rapport à la pompe compris entre 0 et 11.5 ns, avec une vitesse de déplacement de 5 à 40 mm·s<sup>-1</sup>.

### III.3.5 L'interféromètre de Sagnac

Pour garantir des mesures d'une grande précision, l'interféromètre doit avoir une grande stabilité mécanique et doit donc être protégé des vibrations. Pour des interféromètres de Maxwell ou de Mach Zehnder on peut agir sur les miroirs par rétroaction pour tenter de compenser les modifications dans la longueur du chemin optique. Un moyen d'éviter ce type de problème est d'utiliser un interféromètre de Sagnac.

Le faisceau sonde est séparé par un cube non polarisant en deux faisceaux qui parcourent le même trajet optique dans des sens opposés. Il n'y a donc pas de déphasage de l'un par rapport à l'autre par différence de marche, car celle-ci est nulle. Cet aspect assure à ce type de montage une stabilité remarquable. En revanche, les faisceaux sonde frappent l'échantillon à des temps différents ( $t_o$  et  $t_o + \tau_S$ ). On récupère une partie des deux faisceaux sonde qui retransverse le cube non polarisant (Fig. III.10). Ces deux faisceaux sont de polarisations orthogonales, on utilise une lame quart d'onde pour les faire interférer. On utilise une lame demi-onde et un cube polarisant pour recueillir sur les diodes A et B des signaux complémentaires.

$$I_A = \rho(t_o + \tau_S) + \rho(t_o) + \phi(t_o) - \phi(t_o + \tau_S) \quad (\text{III.17})$$

$$I_B = \rho(t_o + \tau_S) + \rho(t_o) - \phi(t_o) + \phi(t_o + \tau_S) \quad (\text{III.18})$$

Le signal  $I_B - I_A = 2(\phi(t_o + \tau_S) - \phi(t_o))$  qui dépend fortement du déplacement de la surface de l'échantillon est ensuite amplifié et envoyé dans la détection synchrone.

Deux des miroirs de l'interféromètre de Sagnac sont montés sur une translation micrométrique qui permet de changer le trajet que doit réaliser un des faisceaux sonde avant d'atteindre l'échantillon. Cela permet de choisir  $\tau_S$ . Comme l'on cherche à augmenter la partie du signal à la fréquence de résonance de la cavité  $f_m$ , et que l'on mesure  $\phi(t_o + \tau_S) - \phi(t_o)$ , il faut que pour  $f_m$ ,  $\phi(t_o + \tau_S) = -\phi(t_o)$  afin d'éviter que des ondes à  $f_m$  prises en  $t_o$  et  $t_o + \tau_S$  n'interfèrent de manière destructive. On règle donc l'interféromètre de Sagnac tel que :  $\tau_S = \frac{1}{2f_m}$ , ce qui permet de multiplier la composante de Fourier du signal à  $f_m$  par un facteur 2. Ce réglage s'effectue avec la pompe « en face avant » (du même côté que la sonde), on observe alors deux signaux décalés de  $\tau_S$ .

### III.3.6 La détection synchrone

Les variations de réflectivité que l'on cherche à détecter sont de l'ordre de  $10^{-4} - 10^{-5}$ , elles sont donc noyées dans le bruit. Le signal  $I_B - I_A = 2(\phi(t_o + \tau_S) - \phi(t_o))$  est amplifié par le gain de la photodiode ( $0.53 \times 10^5 \text{ V}\cdot\text{W}^{-1}$ ) et par celui de la détection synchrone  $2 \cdot 10^3$ . La détection synchrone permet également d'éliminer le bruit autour de la fréquence de modulation (ajustable autour de 1 MHz) en filtrant le signal reçu. Notre système de détection synchrone est à double étage : un *translateur Palo Alto PAR 100* permet de travailler entre 100 kHz et 12.5 MHz (fréquence de modulation) et donne en sortie un signal de quelques dizaines de kHz, traité par la détection synchrone (*lockin Stanford SR 830*) dont la bande passante est limitée à 100 kHz. En sortie du *lockin*, on obtient les signaux en phase  $X$  et en quadrature de phase  $Y$  avec le signal de référence à  $f_{mod}$ , utilisé dans la

détection synchrone. C'est l'évolution de ces signaux en fonction du retard pompe sonde  $\tau$  qui permet d'obtenir la dynamique temporelle du déplacement de surface. La phase de la détection synchrone est réglée afin d'avoir la totalité du signal du premier écho sur la voie X, ce qui permet d'optimiser plus facilement le signal lors des réglages.

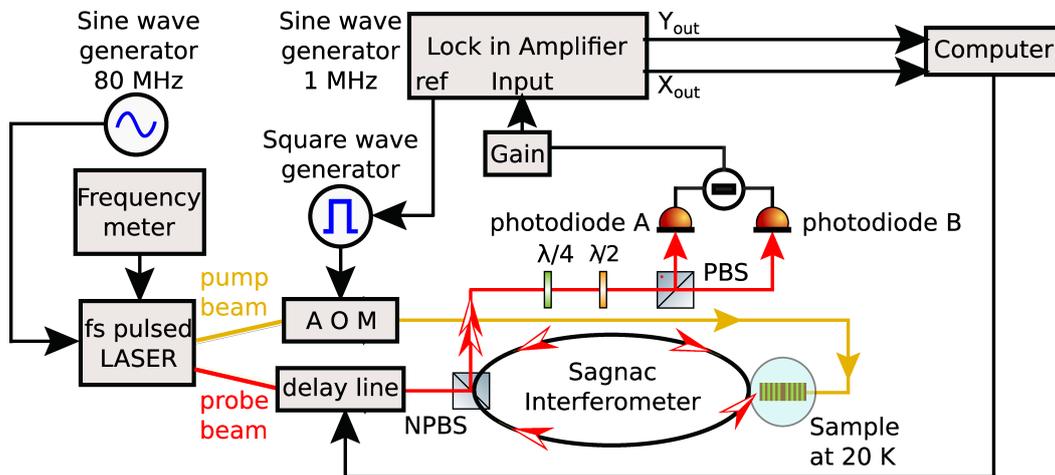


Fig. III.13 Schéma électronique du montage pompe sonde d'acoustique pico-seconde.

L'expérience standard pompe sonde (à taux de répétition fixé) est interfacée avec un programme *Labview*. Cependant jusqu'à tardivement dans ma thèse, on changeait la fréquence du générateur et l'on vérifiait au fréquencesmètre que la fréquence avait changé et que le LASER était bien asservi, avant de relancer manuellement une nouvelle mesure et ainsi de suite. Cette partie a été ajoutée au programme *Labview* de l'expérience d'acoustique pico seconde par Serge Vincent (Ingénieur de Recherche - CNRS de l'équipe).

### III.4 Résultats expérimentaux

Nous allons présenter ici les résultats obtenus avec notre montage d'acoustique picoseconde en utilisant la technique d'excitation sous-harmonique résonante.

#### III.4.1 Cavités Planaires

##### a) Excitation multiple par les échos acoustiques

Nous avons commencé les expériences avec une cavité planaire de 15 bi-couches DS15 pour laquelle le facteur de qualité théorique est assez faible (Tableau. B.3). L'expérience est menée avec des lentilles de part et d'autre de l'échantillon pour la pompe et la sonde. La largeur en fréquence théorique de la cavité est  $\Delta f_{\text{cavity}} = 10.09 \text{ MHz}$  qu'il faut comparer à l'intervalle en fréquence entre deux pics dus aux échos qui est de  $\Delta f_{\text{echo}} = 6.45 \text{ MHz}$ . La Fig. III.14.a représente l'amplitude de la résonance de l'échantillon DS15 en fonction du taux de répétition du LASER. On observe un pic large dû à l'excitation sous-harmonique résonante de la cavité par la série d'impulsions pompe dont l'amplitude est modulée par de fins pics dus à l'excitation multiple par les échos acoustiques. Cette situation peut également être vue comme une cavité Fabry Péro de grande finesse (la cavité à miroirs de Bragg) couplée à une cavité de faible finesse (le substrat épais). En utilisant le modèle développé à la Sec. III.2, on peut reproduire l'allure de la courbe de la Fig. III.14.a (Fig. III.14.b), mais la détermination du facteur de qualité acoustique est difficile à cause des pics des échos.

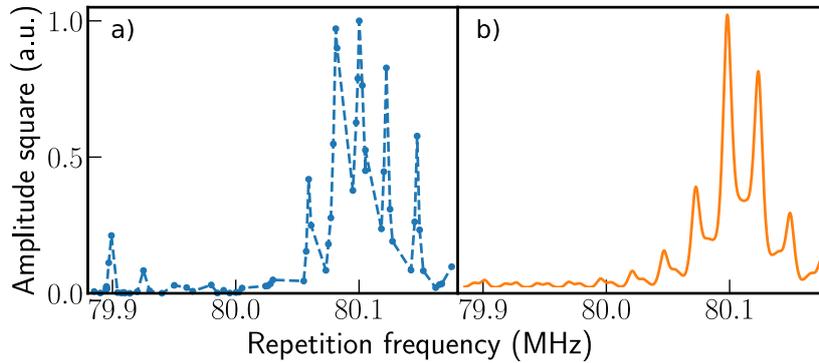


Fig. III.14 a) Amplitude de la résonance au carré mesurée en fonction du taux de répétition du LASER pour un échantillon planaire de 15 bi-couches à 20 GHz (DS15). b) Calcul de la réponse attendue de l'échantillon à une excitation multiple qui prend en compte l'effet des échos en utilisant les résultats de la Sec. III.2.

Les calculs de la Sec. III.2 montrent que l'on mesure une résonance non pas à la fréquence de résonance mécanique  $f_m$ , mais à  $f_m \pm f_{\text{mod}}$ . Pour vérifier cela, nous avons fixé la fréquence de répétition à  $f_{\text{rep}}^1 = 80.072 \text{ MHz}$ . Nous effectuons des expériences en changeant la fréquence de modulation  $f_{\text{mod}}$  de la pompe.

Pour une fréquence de  $f_{\text{mod}}^1 = 0.2 \text{ MHz}$ , la résonance est détectable, mais à  $f_{\text{mod}}^2 = 1 \text{ MHz}$  ce n'est plus le cas. Il faut alors changer la fréquence de répétition du LASER à  $f_{\text{rep}}^2 = 80.075 \text{ MHz}$  (un décalage de 3 kHz) pour pouvoir observer à nouveau la résonance. Comme à  $f_{\text{mod}}^1$ , nous avons optimisé  $f_{\text{rep}}^1$  pour être en condition d'excitation résonante. En changeant la fréquence de modulation, on perd la condition d'excitation résonante :  $(f_m + f_{\text{mod}})T_{\text{rep}} = \text{entier}$ . Pour

satisfaire à nouveau ce critère, il faut changer la fréquence de répétition du LASER de telle sorte que :

$$(f_m + f_{mod}^1)/f_{rep}^1 = (f_m + f_{mod}^2)/f_{rep}^2 \quad (\text{III.19})$$

$$f_{rep}^2 - f_{rep}^1 = f_{rep}^1 \cdot (f_{mod}^2 - f_{mod}^1)/(f_m + f_{mod}^1) = 3.3 \text{ kHz} \quad (\text{III.20})$$

Ce résultat est en accord avec l'expérience compte tenu de la largeur des pics dus aux échos.

Afin de tester la sensibilité de la technique d'excitation sous-harmonique, nous avons fixé la fréquence de répétition à  $f_{rep} = 80.100 \text{ MHz}$ , sur un des pics des échos de la Fig. III.14.a. Ensuite, nous avons déplacé le spot LASER sur l'échantillon (Fig. III.15.c). L'épaisseur du substrat n'est pas homogène sur le *wafer*. Nous avons trouvé une zone où la variation d'épaisseur du substrat est constante ( $0.1 \text{ nm} \cdot \mu\text{m}^{-1}$ , Fig. III.15.b), ce qui permet de mesurer l'amplitude de la résonance en fonction de l'épaisseur de l'échantillon (Fig. III.15.a). Lorsque l'on change l'épaisseur du substrat, les pics fins de la Fig. III.14.a se décalent et l'on passe d'une situation d'excitation résonante à une situation d'excitation anti-résonante. Les pics des échos ont une largeur de  $1.3 \text{ MHz}$  qui est inférieure à deux fois la fréquence de modulation, ici  $2 \cdot 1.6 \text{ MHz}$ . On peut donc résoudre les deux résonances à  $f^\pm$  et observer qu'ici le pic à  $f^-$  est maximal alors que celui à  $f^+$  est minimal.

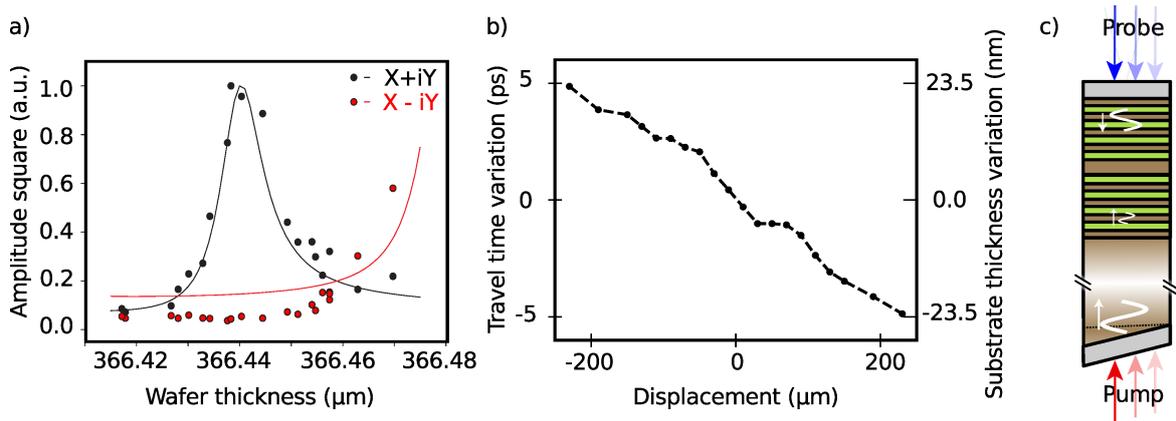


Fig. III.15 a) Amplitude de la résonance au carré mesurée pour  $X + iY$  (points noirs) et  $X - iY$  (points rouges) en fonction de l'épaisseur du substrat proportionnelle au temps de traversée de l'échantillon (DS15). Les courbes en trait plein correspondent à des ajustements par le modèle de la Sec. III.2.

b) Temps de traversée mesuré et épaisseur du substrat correspondante en fonction du déplacement du spot LASER sur l'échantillon.

c) Schéma de l'échantillon dont le substrat comporte un gradient d'épaisseur.

Si la résonance de la cavité acoustique est large, les échos peuvent avoir un effet important et il faut en tenir compte si l'on fait des mesures pour un taux de répétition fixe à différents endroits de l'échantillon. Pour réduire l'effet des échos, nous avons focalisé plus fortement le faisceau pompe sur la face arrière de l'échantillon avec un objectif x10. Cela augmente la diffraction lors de la propagation dans le substrat et réduit ainsi la force des échos d'ordre supérieur. On considère un faisceau acoustique gaussien créé par la pompe au niveau de la face arrière de l'échantillon. On peut calculer la taille du faisceau acoustique à la fréquence

de résonance de la cavité lorsque celui-ci arrive au niveau de la cavité après avoir traversé le substrat et diffracté (Annexe D). On tient compte de l'anisotropie ; comme la propagation a lieu autour de l'axe (100), la distance traversée doit être multipliée par  $\xi_{100}^2 = \frac{C_{44}}{C_{11}} + \frac{(C_{44}+C_{12})^2}{C_{11}(C_{11}-C_{44})} = 2.3$ . Le rapport entre les amplitudes du premier et du second écho, à 20 GHz, avec un objectif x10 (x20) est 0.351 (0.335) mais pour un objectif x20, l'amplitude du premier écho est beaucoup plus faible que celle de la source. On choisit donc par la suite un objectif x10.

### b) Détermination du facteur de qualité d'une cavité planeaire

Les échos jouent un rôle moins important lorsque l'on s'intéresse à des facteurs de qualité plus importants.

Si l'on considère la cavité planeaire de 25 bi-couches (DS25), la largeur en fréquence théorique de la cavité est  $\Delta f_{\text{cavity}} = 0.289$  MHz (Tableau. B.3), ce qui est beaucoup plus faible que l'intervalle en fréquence entre deux pics dus aux échos ( $\Delta f_{\text{echo}} = 6.45$  MHz). En effet, même si la largeur réelle est plus importante, on n'observe pas sur la Fig. III.16 une série de pics fins comme sur la Fig. III.14.a. Nous effectuons un ajustement lorentzien qui donne la fréquence de résonance à  $f_m = 20.039$  GHz, le facteur de qualité  $Q_{\text{meas}} = 27.2 \cdot 10^3$  ( $\Delta f_m = 4.84$  MHz), ce qui correspond à un temps de vie en amplitude de  $\tau_m = 413$  ns. Le temps de vie obtenu est 2.7 fois plus faible que celui attendu théoriquement. À 20 K, les pertes intrinsèques ne peuvent expliquer une telle différence [80] que nous attribuons plutôt à des fluctuations aléatoires d'épaisseur lors de la croissance MBE [69].

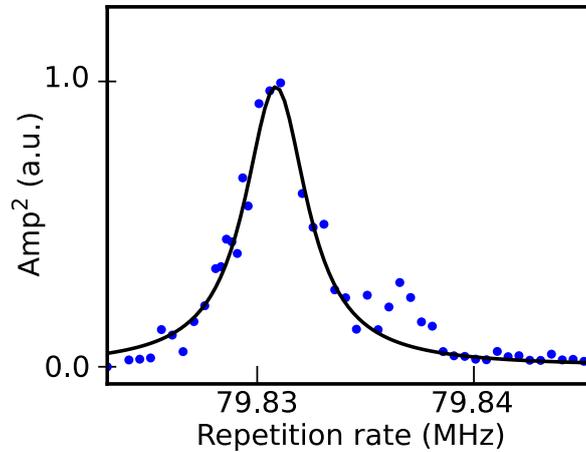


Fig. III.16 Amplitude de la résonance au carré mesurée en fonction du taux de répétition du LASER, pour une cavité planeaire à miroirs de Bragg de 25 bi-couches à 20 GHz.

Lorsque l'on étudie des facteurs de qualité assez élevés et que la largeur de la résonance est plus faible que le double de la fréquence de modulation, les résonances à  $f_m \pm f_{\text{mod}}$  se superposent moins. Sur la Fig. III.17, on peut observer l'amplitude de la résonance en fonction du taux de répétition pour l'échantillon DS26 qui est une cavité planeaire à miroirs de Bragg de 26 bi-couches. Les signaux de sortie de la détection synchrone  $X$  et  $Y$  sont tracés sur la Fig. III.17.a. On peut voir qu'il y a deux résonances proches l'une de l'autre. Si l'on trace les signaux  $X \pm iY$  (Fig. III.17.b), on peut séparer les réponses à  $f_m \pm f_{\text{mod}}$  et ainsi

déterminer les paramètres de la résonance. On travaille ici avec une fréquence de modulation de 1.0 MHz, on trouve une fréquence de résonance  $f_m = 20.247$  GHz, un facteur de qualité  $Q_{\text{meas}} = 19.94 \cdot 10^3$  ( $\Delta f_m = 1.02$  MHz) et un temps de vie en amplitude de  $\tau_m = 314$  ns. Nous obtenons également ici un facteur de qualité plus faible que celui calculé théoriquement.

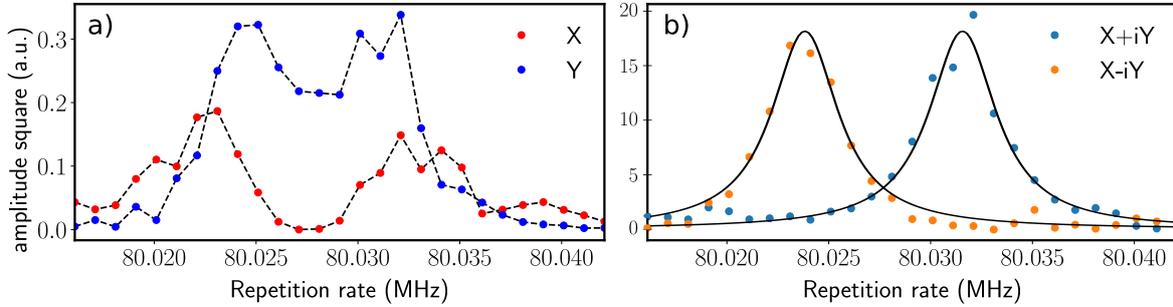


Fig. III.17 Amplitude de la résonance au carré pour les signaux  $X$ ,  $Y$  a) et  $X \pm iY$  b) mesurée en fonction du taux de répétition du LASER, pour une cavité plane à miroirs de Bragg de 26 bi-couches à 20 GHz.

### c) Profil spatial acoustique

Les expériences sont réalisées en transmission, avec la pompe du côté du substrat et la sonde du côté de la cavité, nous pouvons balayer la sonde et ainsi obtenir le profil spatial du mode de résonance de la cavité plane. Pour cela, nous faisons l'expérience précédente afin de déterminer la fréquence de résonance de la cavité, ensuite nous fixons le taux de répétition afin d'exciter de manière résonante. Enfin, nous mesurons l'amplitude de la résonance pour chaque position de la sonde, la pompe étant fixe. La Fig. III.18 montre l'amplitude de  $X$ ,  $Y$ ,  $X \pm iY$  et l'amplitude maximale de l'écho, en points noirs, en fonction de la position de la sonde pour une fréquence de répétition fixe  $f_{\text{rep}} = 79.893$  00 MHz qui excite de manière résonante la résonance de  $X - iY$  de la cavité plane (DS26). On peut voir sur la Fig. III.18.b que la résonance de  $X + iY$  est nulle, car les deux résonances en  $f_m \pm f_{\text{mod}}$  se superposent peu avec une fréquence de modulation  $f_{\text{mod}}$  de 2 MHz.

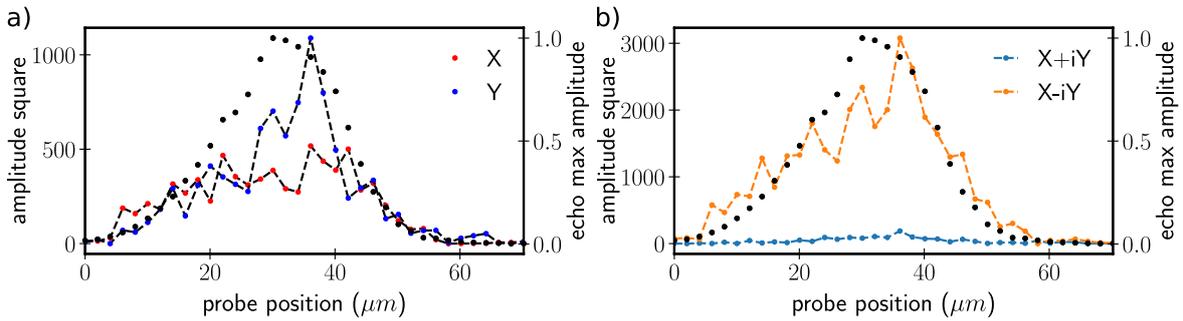


Fig. III.18 Balayage spatial de la sonde pour une cavité plane à miroirs de Bragg de 26 bi-couches, avec un taux de répétition fixe  $f_{\text{rep}} = 79.893$  00 MHz. L'amplitude au carré de la résonance est tracée pour les signaux  $X$ ,  $Y$  a) et  $X \pm iY$  b) en fonction de la position du faisceau sonde. L'amplitude maximale renormalisée du premier écho acoustique est tracée en points noirs (échelle de droite).

## III.4.2 Cavités en micro-pilier

## a) Détermination du facteur de qualité

Nous avons étudié un échantillon DS20 de 20 bi-couches à 16 GHz, sur lequel ont été gravés des micro-piliers cylindriques. Sur la Fig. III.19.b, on peut voir l'amplitude de la résonance du mode fondamental et celles de ces harmoniques impaires en fonction du taux de répétition pour un pilier de 16  $\mu\text{m}$  de diamètre pour lequel les harmoniques étaient assez visibles. On voit deux pics sur la courbe du mode fondamental qui correspondent à des conditions d'excitation résonante pour deux sous-harmoniques et l'on observe d'autant plus de résonances sous-harmoniques que la fréquence du mode est élevée (donc pour les harmoniques supérieurs). On détermine pour le mode fondamental un facteur de qualité  $Q_{\text{meas}} = 7 \cdot 10^3$  ( $\Delta f_m = 2.38 \text{ MHz}$ ) et un temps de vie en amplitude de  $\tau_m = 135 \text{ ns}$ . Nous obtenons ici un temps de vie 1.7 fois plus faible que celui calculé théoriquement. La technique d'excitation sous-harmonique nous permet de détecter des fréquences jusqu'à 100 GHz, alors que l'on utilise le sous-harmonique  $\approx 1400$  pour le mode à  $7f_m$ .

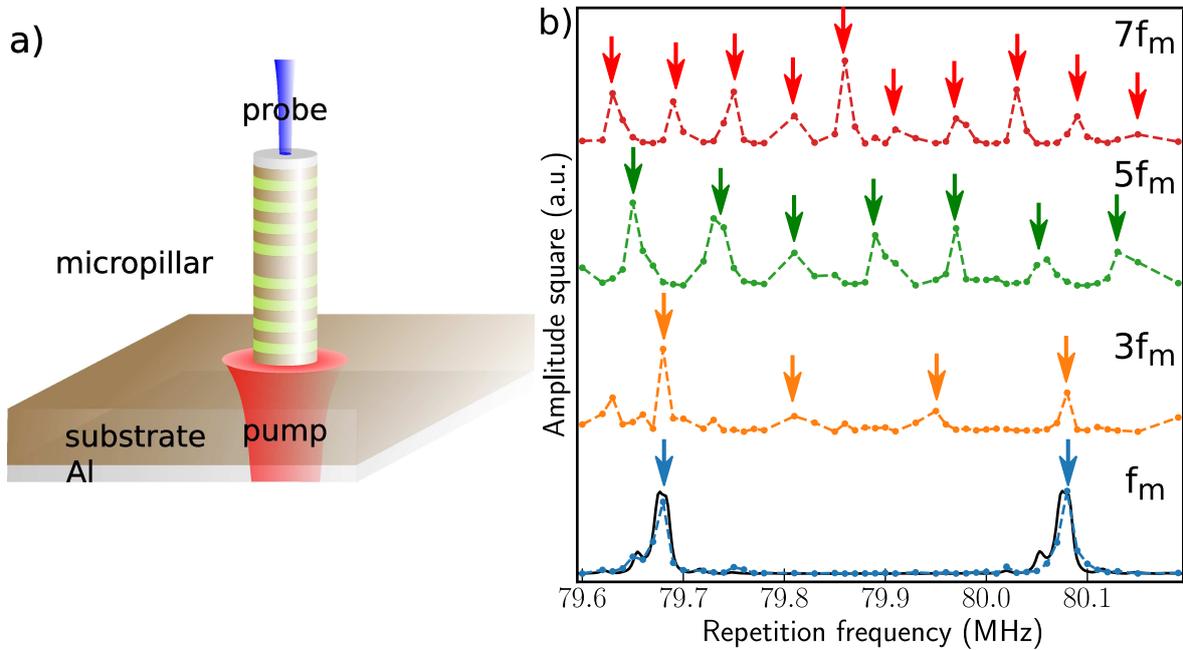


Fig. III.19 a) Schéma de l'expérience pompe sonde en transmission sur un micro-pilier. b) Amplitude de la résonance du mode fondamental à  $f_m$  (16 GHz) et de ses harmoniques impaires  $3f_m$  (48 GHz),  $5f_m$  (80 GHz),  $7f_m$  (112 GHz) en fonction du taux de répétition, pour un pilier cylindrique de 16  $\mu\text{m}$  de diamètre avec 20 bi-couches. Les harmoniques ont été grossis et décalés pour plus de lisibilité.

Nous avons également étudié des piliers à section carrée, gravés à partir du *wafers* DS26. La fréquence de modulation est ici de 2.0 MHz, ce qui permet de séparer nettement les réponses à  $f_m \pm f_{\text{mod}}$ .

Sur la Fig. III.20.a est tracée l'amplitude de la résonance en fonction du taux de répétition pour un pilier de 32  $\mu\text{m}$  de côté. La résonance de  $X - iY$  est dissymétrique et ne peut être ajustée par un profil Lorentzien. La largeur à mi-hauteur de la résonance est de 1.4 MHz,

ce qui donne un facteur de qualité apparent de  $Q_{\text{app}} \approx 14 \cdot 10^3$ . Afin d'expliquer l'allure non lorentzienne et dissymétrique de cette résonance, nous avons utilisé le modèle simplifié de [17]. En effet, la dissymétrie du profil est cohérente qualitativement avec ce modèle qui prévoit des modes acoustiques d'ordre supérieur de plus hautes fréquences.

Nous rappelons ici les expressions des fréquences de résonance et des profils spatiaux des modes acoustiques indicés  $(n_x, n_y)$ , d'une cavité à miroirs de Bragg d'un micro-pilier à section carrée de côté  $L$  (Eq. (I.195) et Eq. (I.193), Sec. b)

$$\omega_m^2(n_x, n_y) = \omega_0^2 + \left(\frac{\pi v_s}{L}\right)^2((n_x + 1)^2 + (n_y + 1)^2) \quad (\text{III.21})$$

$$u(x, y) = \sqrt{\frac{2}{L}} \left\{ \begin{array}{l} \cos(\pi(n_x + 1)\frac{x}{L}), \text{ pour } n_x \text{ pair} \\ \sin(\pi(n_x + 1)\frac{x}{L}), \text{ pour } n_x \text{ impair} \end{array} \right\} \cdot \left\{ \begin{array}{l} \cos(\pi(n_y + 1)\frac{y}{L}), \text{ pour } n_y \text{ pair} \\ \sin(\pi(n_y + 1)\frac{y}{L}), \text{ pour } n_y \text{ impair} \end{array} \right\} \quad (\text{III.22})$$

avec  $v_s$  la vitesse effective et  $\omega_0$  la fréquence de résonance de la cavité planaire.

Pour simplifier, on admet que la résonance de chaque mode est lorentzienne avec le même temps de vie  $\tau_m$  :

$$S(\omega, n_x, n_y) = \frac{1/\tau_m}{i(\omega - \omega_m(n_x, n_y)) + 1/\tau_m} \quad (\text{III.23})$$

Pour déterminer les amplitudes des résonances des différents modes, on a tenu compte du fait que l'on excite le micro-pilier avec une pompe gaussienne centrée en  $(x_p, y_p)$  et de paramètre  $\sigma_p$ . L'amplitude du mode  $(n_x, n_y)$  s'écrit :

$$A(x, y, n_x, n_y) = u(x, y, n_x, n_y) \int_{-L/2}^{L/2} dx \int_{-L/2}^{L/2} dy u(x, y, n_x, n_y) \cdot e^{(x-x_p)^2/2\sigma_p^2} e^{(y-y_p)^2/2\sigma_p^2} \quad (\text{III.24})$$

Le mode est détecté par la sonde à la position  $(x_s, y_s)$ . On prend également en compte le phénomène d'excitation sous-harmonique résonante (Sec. III.2). On fait varier le taux de répétition du LASER  $f_{rep} = \frac{\omega}{2\pi n}$  avec  $n = 253$  ici, le sous-harmonique. Le spectre acoustique obtenu est :

$$S^\pm(x_s, y_s, f_{rep}) = \sum_{n_x, n_y} A(x_s, y_s, n_x, n_y) S(2\pi n f_{rep}, n_x, n_y) / \left(1 - \exp - \frac{1/\tau_m - (\omega_m(n_x, n_y) \pm 2\pi i f_{mod})}{f_{rep}}\right) \quad (\text{III.25})$$

Sur la Fig. III.20.b, sont tracées les résonances de  $X \pm iY$  en fonction du taux de répétition et en noir la résonance du mode fondamental. On a pris une largeur à mi-hauteur de 1.4 MHz pour chaque mode. Pour déterminer les amplitudes des résonances des différents modes, on a tenu compte du fait que l'on excite le micro-pilier avec une pompe gaussienne de largeur à mi-hauteur 23.38  $\mu\text{m}$ . Les rebonds à plus haute fréquence sont dus aux modes d'ordres supérieurs. Faire la sommes pour  $n_x$  et  $n_y$  de 0 à 10 est suffisant (Eq. (III.25)). Les modes d'ordre supérieurs sont d'amplitudes plus faibles et leurs fréquences de résonance sont trop éloignées.

La Fig. III.20.c est un zoom de la Fig. III.20.b autour de la résonance du mode fondamental (en noir). La résonance totale du micro-pilier est bien dissymétrique. On remarque que pour un micro-pilier carré de 32  $\mu\text{m}$  de côté, les fréquences de résonances des premiers

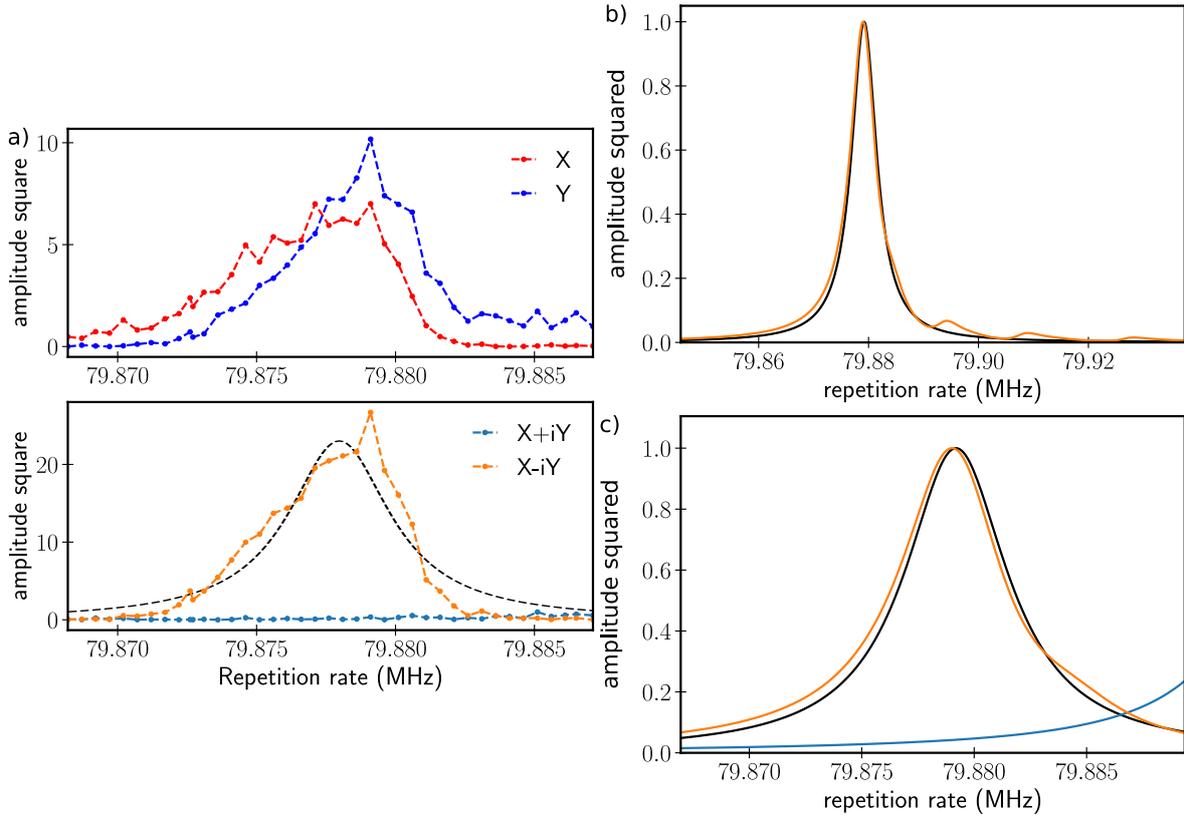


Fig. III.20 a) Amplitude de la résonance en fonction du taux de répétition pour un pilier carré de  $32\ \mu\text{m}$  de côté avec 26 bi-couches. En ligne brisée noire est tracé un fit lorentzien. Amplitude au carré de la résonance de  $X - iY$  b) et  $X \pm iY$  c) en fonction du taux de répétition et en noir la résonance du mode fondamental correspondant.

modes sont trop proches les unes des autres pour que l'on observe un élargissement notable de la résonance.

La Fig. III.21.a montre l'amplitude de la résonance en fonction du taux de répétition pour un pilier à section carrée, de  $32\ \mu\text{m}$  de côté, excité par une pompe au centre du pilier. Dans la Fig. III.21.b, nous avons tenté de simuler les signaux  $X \pm iY$ . Nous avons pris une largeur à mi-hauteur identique pour tous les modes de  $1.4\ \text{MHz}$ . Le rebond du signal à  $f_m - f_{mod}$  sur la Fig. III.21.a n'a pas pu être rendu par les simulations qui donnent une pic secondaire de plus faible amplitude. Le caractère dissymétrique de la résonance ainsi que ce rebond sont la signature de plusieurs modes acoustiques d'ordres supérieurs.

Afin d'étudier l'évolution de la résonance avec la taille du pilier, nous avons mesuré la résonance de micro-piliers à section carrée de  $32\ \mu\text{m}$  (Fig. III.22.a),  $12\ \mu\text{m}$  (Fig. III.22.b) et  $8\ \mu\text{m}$  (Fig. III.22.c), qui sont dans une direction perpendiculaire à l'axe du gradient d'épaisseur de la cavité de la croissance MBE.

Les Fig. III.23.a et Fig. III.23.b rassemblent respectivement les résonances à  $f_m - f_{mod}$  et  $f_m + f_{mod}$  mesurées (Fig. III.22) et calculées. Sur la Fig. III.24.a, on peut voir que si la fréquence de résonance des piliers de  $32$  et  $12\ \mu\text{m}$  sont très proches, celle du plot de  $8\ \mu\text{m}$  est plus élevée de  $8.33\ \text{MHz}$ . Un tel décalage en fréquence ne serait pas observable dans une expérience pompe sonde standard car il est dix fois inférieur à notre résolution fréquentielle.

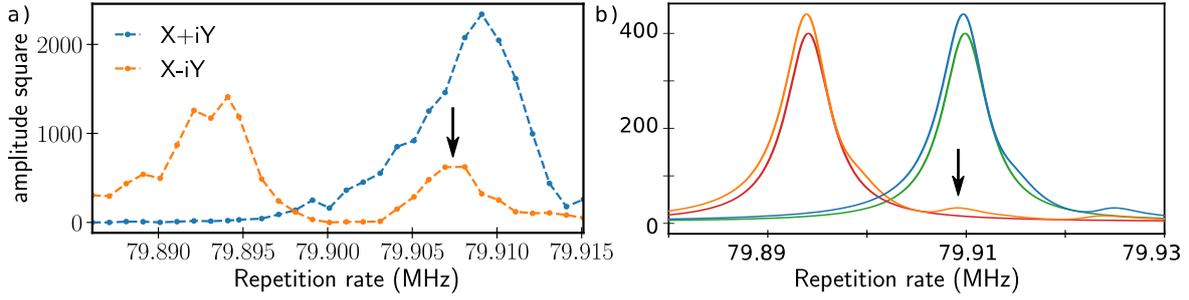


Fig. III.21 a) Amplitude de la résonance en fonction du taux de répétition pour un pilier carré de  $32\ \mu\text{m}$  de côté avec 26 bi-couches avec la pompe et la sonde au centre du pilier.  
b) Simulation des signaux  $X \pm iY$  (en bleu et orange) et du mode fondamental correspondant (en rouge et vert).

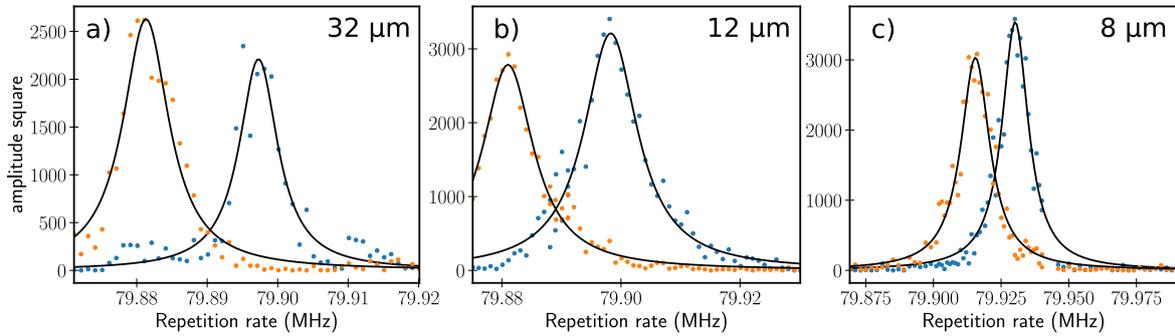


Fig. III.22 Amplitude de la résonance en fonction du taux de répétition pour un pilier de section carrée avec 26 bi-couches de a)  $32\ \mu\text{m}$ , b)  $12\ \mu\text{m}$ , c)  $8\ \mu\text{m}$  de diamètre.  
Des ajustements lorentziens sont tracés en noir afin d'évaluer le facteur de qualité.

Nous ne sommes pas parvenus, en utilisant le modèle simplifié de [17], à reproduire le décalage en fréquence observé expérimentalement entre le micro-pilier de  $12\ \mu\text{m}$  et celui de  $8\ \mu\text{m}$  qui est de  $8.33\ \text{MHz}$  alors qu'avec une vitesse effective de l'ordre de  $5200\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$  (Tableau. B.3), on obtient avec l'Eq. (I.195) un décalage de  $5.26\ \text{MHz}$ .

L'écart en fréquence entre les micro-piliers de  $12\ \mu\text{m}$  et  $32\ \mu\text{m}$  est inférieur à celui attendu, mais on peut expliquer cela en invoquant le fait que le modèle n'est valable que pour des piliers de tailles plus faibles ( $\lesssim 10\ \mu\text{m}$ ), car au delà le confinement ne serait pas suffisant. Cependant, l'écart en fréquence entre les micro-piliers de  $8\ \mu\text{m}$  et  $12\ \mu\text{m}$  est nettement supérieur à celui attendu. Ce décalage en fréquence pourrait s'expliquer par le fait que le pilier de  $8\ \mu\text{m}$  de côté serait proche d'un anti-croisement. Cependant, si le facteur de qualité est inférieur à celui du pilier de  $32\ \mu\text{m}$ , on n'observe pas une chute importante comme attendue d'après les simulation de la référence [15].

Sur la Fig. III.24.b, on remarque également que le temps de vie diminue avec la taille du piler : de 41% entre le plot de  $32\ \mu\text{m}$  et celui de  $8\ \mu\text{m}$ . Pour les piliers de  $12\ \mu\text{m}$  et  $8\ \mu\text{m}$ , l'écart en fréquence entre les modes est suffisant pour que la résonance du mode fondamental soit séparée de celles des modes d'ordre supérieur. On attend donc un facteur de qualité identique à celui de la cavité planaire [16] (Fig. I.19.b). Cette diminution pourrait indiquer une détérioration de la surface du micro-pilier lors du processus de gravure.

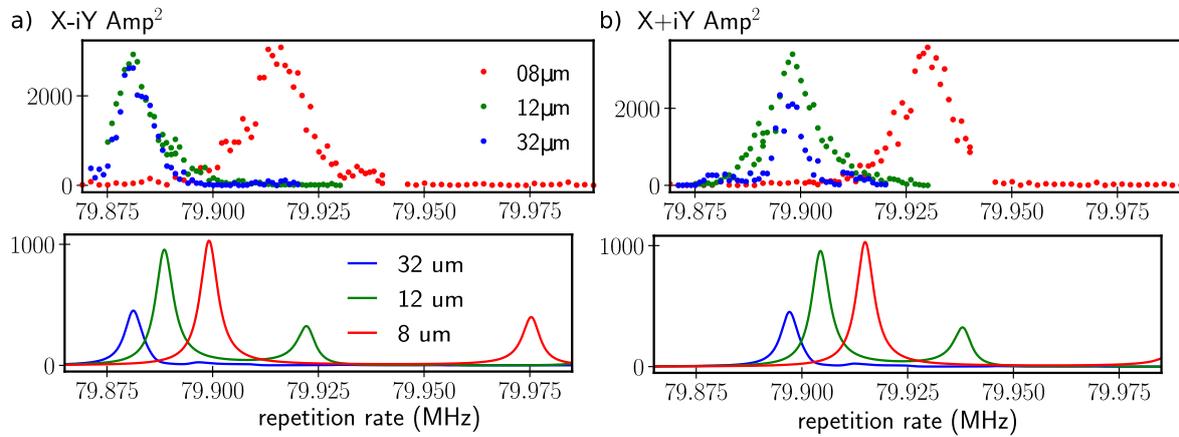


Fig. III.23 a) Résonances à  $f_m - f_{mod}$  pour des piliers à section carrée de 32, 12 et 8 μm de côté mesurées expérimentalement et leur ajustement lorentzien (ligne noire).  
 b) Résonances à  $f_m + f_{mod}$  pour des piliers à section carrée de 32, 12 et 8 μm de côté mesurées expérimentalement (haut) et calculées (bas).

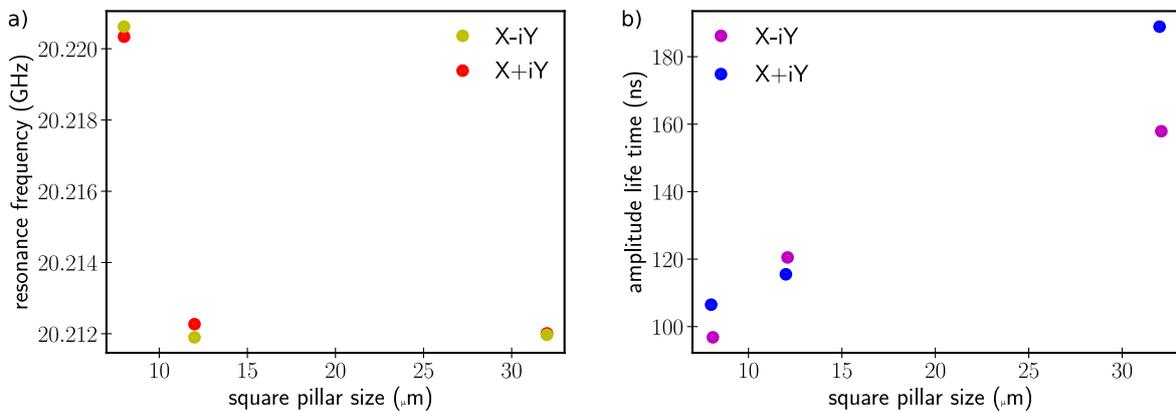


Fig. III.24 a) Fréquences de résonance mesurées en fonction de la taille du micro-pilier. La courbe en rouge correspond à la fréquence déterminée à partir du signal de  $X + iY$ , celle en jaune correspond à la fréquence déterminée à partir du signal de  $X - iY$ .  
 b) Temps de vie en amplitude mesurés en fonction de la taille du micro-pilier. La courbe en bleu correspond à la fréquence déterminée à partir du signal de  $X + iY$ , celle en violet correspond à la fréquence déterminée à partir du signal de  $X - iY$ .

### b) Discussion des temps de vie mesurés

Les facteurs de qualité mesurés pour les différents échantillons sont reportés dans le [Tableau. III.1](#). On obtient des valeurs de l'ordre de 30% des valeurs attendues théoriquement pour les échantillons planaires. Pour les échantillons planaires provenant du *wafer* DS25, on obtient pour l'optique un temps de vie  $\tau_c^{exp} = 20.9\% \tau_c^{th}$  et pour l'acoustique  $\tau_m^{exp} = 37.5\% \tau_m^{th}$  par rapport aux valeurs théoriques attendues. Pour les échantillons planaires provenant du *wafer* DS26, on obtient pour l'optique un temps de vie  $\tau_c^{exp} = 27.1\% \tau_c^{th}$  et pour l'acoustique  $\tau_m^{exp} = 32.2\% \tau_m^{th}$  par rapport aux valeurs théoriques attendues.

Dans la [Sec. c](#)), on a modélisé les pertes acoustiques en prenant une vitesse complexe  $v_i(1 - i\varepsilon_2)$  dans chaque matériau  $i$ . Après calculs, on a obtenu les nouvelles expressions de la largeur à mi-hauteur ([Eq. \(I.80\)](#)) et de la transmission maximale ([Eq. \(I.81\)](#)) de la résonance acoustique par rapport aux paramètres intrinsèques. On appelle ici  $\Delta f_m(\varepsilon_2)$  la largeur à mi-hauteur en fréquence qui dépend de  $\varepsilon_2$  qui quantifie l'importance des pertes. On a (par réécriture de l'[Eq. \(I.80\)](#)) :

$$\varepsilon_2 \simeq \frac{\Delta f_m(\varepsilon_2) - \Delta f_m(0)}{\pi \Delta f_m(0)} (1 - r)r^{2n} \quad (\text{III.26})$$

L'équation [Eq. \(III.26\)](#) donne  $\varepsilon_2 = 1.19 \cdot 10^{-5}$ , pour le DS25 ( $n = 25$ ,  $r^{ac} = 0.829$ ) et  $\varepsilon_2 = 1.73 \cdot 10^{-5}$  pour le DS26 ( $n = 26$ ,  $r^{ac} = 0.837$ ). À partir de ce paramètre  $\varepsilon_2$ , on peut estimer le coefficient d'absorption moyen dans les couches  $\alpha = 2\pi \frac{f_m}{v_{ac}} \varepsilon_2$ . On obtient  $\alpha(DS25) \simeq 0.31 \text{ mm}^{-1}$  et  $\alpha(DS26) \simeq 0.46 \text{ mm}^{-1}$ .

Une telle absorption acoustique, à 20 GHz, à basse température, ne peut s'expliquer par des phénomènes d'absorption du matériau massif [\[80\]](#). Si de légères variations aléatoires dans les épaisseurs des couches lors du processus de croissance MBE n'affectent pas le facteur de qualité du mode de manière notable en un point de l'échantillon, cela peut créer un élargissement inhomogène de la résonance lorsque l'on moyenne la mesure du facteur de qualité sur la taille du spot LASER [\[69\]](#). On peut également ajouter des pertes extrinsèques dues à la rugosité des interfaces entre les couches lors du processus de croissance MBE.

Le facteur de qualité des micro-piliers, même de grande dimension (32  $\mu\text{m}$ ) est inférieur au facteur de qualité du planaire et diminue fortement avec la taille du micro-pilier. Ce qui est probablement dû à une augmentation de la rugosité du matériau à la surface du micro-pilier lors du processus de gravure.

sample	wafer	$f_m^{exp}$ (GHz)	$\tau_m^{exp}$ (ns)	$Q_m^{exp}$	$\tau_m^{exp}/\tau_m^{th}$ (%)	$\tau_m^{exp}(\text{pilier})/\tau_m^{exp}(\text{planaire})$ (%)
pilier « rond », 2a=16 $\mu\text{m}$	DS20	16.000	135	$7.0 \cdot 10^3$	57.5	
	planaire	DS25	20.039	413	$27.2 \cdot 10^3$	37.5
planaire	DS26	20.247	314	$19.9 \cdot 10^3$	32.2	
pilier carré, L=32 $\mu\text{m}$	DS26	20.207	225	$14.3 \cdot 10^3$	23.1	71.7
pilier carré, L=32 $\mu\text{m}$	DS26	20.212	173	$11.0 \cdot 10^3$	17.8	55.1
pilier carré, L=12 $\mu\text{m}$	DS26	20.212	118	$7.5 \cdot 10^3$	12.1	37.6
pilier carré, L=8 $\mu\text{m}$	DS26	20.220	102	$6.5 \cdot 10^3$	10.5	32.5

Table III.1 Récapitulatif des caractéristiques des résonances acoustiques mesurées (fréquence, temps de vie, facteur de qualité) et comparaison avec les valeurs attendues théoriquement.

## c) Étude du profil spatial des modes de micro-piliers

Comme vu précédemment pour un échantillon planaire (Sec. c)), la configuration de notre expérience nous permet, comme schématisé sur la Fig. III.25, de déplacer la sonde tout en gardant la pompe (l'excitation) à la même position et en fixant la fréquence de répétition du LASER. Les expériences étant réalisées en transmission, avec la pompe du côté du substrat et la sonde du côté de la cavité, nous pouvons balayer la sonde et ainsi obtenir les profils spatiaux des modes de résonance du micro-pilier.

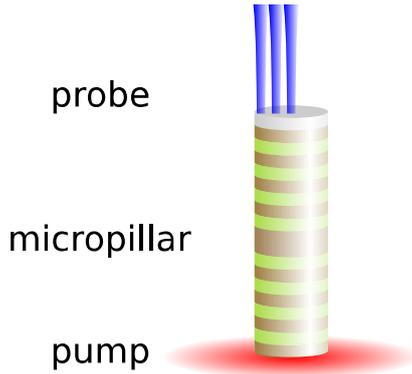


Fig. III.25 Schéma du balayage spatial de la sonde sur une cavité à miroirs de Bragg en micro-pilier, lorsque la position de la pompe et taux de répétition sont fixes.

Sur la Fig. III.26, on a l'amplitude au carré des résonances à  $f_m \pm f_{mod}$  en fonction de la position de la sonde en bleu et orange et, en points noirs l'amplitude maximale de l'écho acoustique. Sur la Fig. III.26.a, on a placé la pompe au centre d'un micro-pilier à section carrée de  $32 \mu\text{m}$  de côté et la fréquence de répétition est fixée pour être en condition d'excitation résonante pour le signal  $X - iY$ . On déplace le faisceau sonde dans une direction parallèle à un côté du carré. Sur la Fig. III.26.b, on a placé la pompe au centre d'un micro-pilier à section circulaire de  $16 \mu\text{m}$  de diamètre et la fréquence de répétition pour être en condition d'excitation résonante pour le signal  $X + iY$ . On déplace le faisceau sonde selon un diamètre du pilier. Dans les deux cas, on excite le micro-pilier de manière axisymétrique, donc les seuls modes à prendre en compte dans le modèle de [17] sont les modes symétriques. On obtient un profil spatial acoustique dû à la somme des profils spatiaux des modes excités.

On peut également exciter les micro-piliers de manière non axisymétrique. La Fig. III.27.a représente l'amplitude au carré des résonances à  $f_m \pm f_{mod}$  en fonction de la position de la sonde en bleu et orange, et en points noirs l'amplitude maximale de l'écho acoustique. On a placé la pompe au centre du côté gauche d'un micro-pilier à section carrée de  $32 \mu\text{m}$  de côté. On a fixé la fréquence de répétition pour être en condition d'excitation résonante, lorsque la pompe et la sonde sont au centre du pilier, pour le signal  $X + iY$ . On déplace le faisceau sonde dans une direction parallèle au côté du carré.

La Fig. III.27.b représente la simulation des signaux à  $79.9035 \text{ MHz}$  pour une pompe centrée en  $(x_p = -16 \mu\text{m}, y_p = 0 \mu\text{m})$ . On a pris une fréquence de résonance de  $f_m = 20.2136 \text{ GHz}$  et un facteur de qualité de  $Q_m = 15.82 \cdot 10^3$ . On arrive ici à reproduire qualitativement le profil spatial acoustique.

La Fig. III.28 représente l'amplitude au carré des signaux  $X \pm iY$  lorsque l'on excite avec la pompe au centre du pilier et que l'on balaye la sonde selon la diagonale du pilier à section carrée de  $32 \mu\text{m}$ . On a fixé sur la Fig. III.28.b la fréquence de répétition pour être en

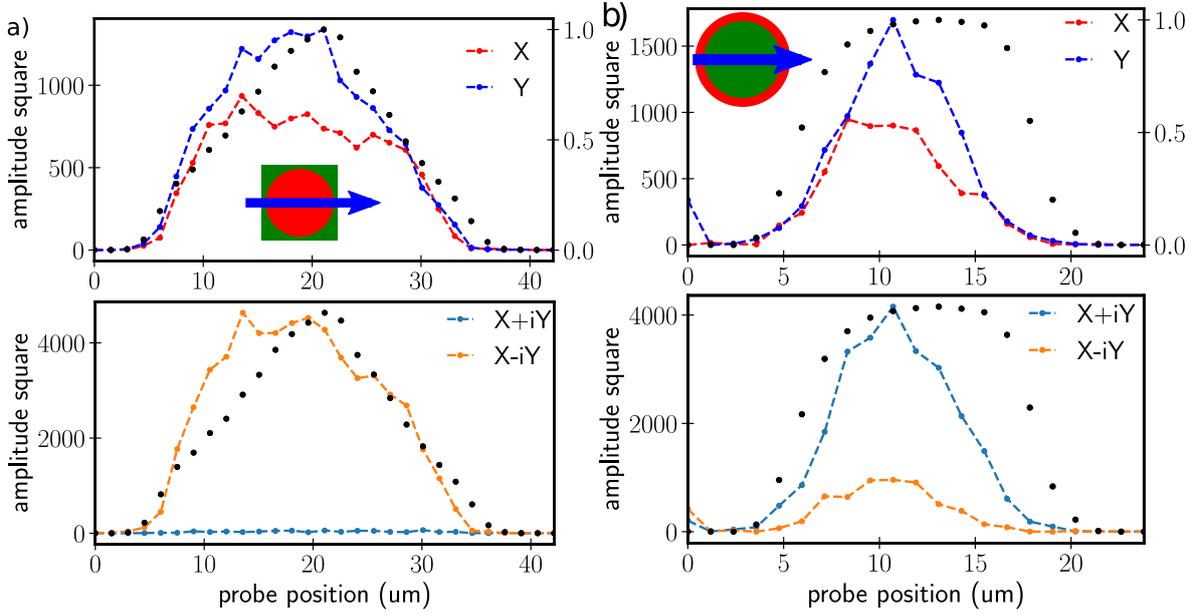


Fig. III.26 a) Amplitude de la résonance en fonction de la position de la sonde pour un pilier carré de  $32\ \mu\text{m}$  de diamètre (DS26). La pompe est fixée au centre du pilier et l'on balaye la sonde selon une direction parallèle à un côté du carré. La fréquence de répétition est fixée à  $79.879\ \text{MHz}$  (résonance de  $X - iY$ ).

b) Amplitude de la résonance en fonction de la position de la sonde pour un pilier cylindrique de  $16\ \mu\text{m}$  de diamètre (DS26). La pompe est fixée au centre du pilier et l'on balaye la sonde le long du diamètre du pilier. La fréquence de répétition est fixée à  $79.882\ \text{MHz}$  (résonance de  $X + iY$ ).

Les points noirs représentent l'amplitude maximale de l'écho acoustique.

condition d'excitation résonante avec la résonance à  $f_m - f_{mod}$ , alors que sur la Fig. III.28.a, la fréquence de répétition est telle que les deux signaux  $X \pm iY$  ont la même amplitude. Les signaux pour les deux fréquences de répétition sont rassemblés sur la Fig. III.28.c pour comparaison.

Comme on avait fixé la pompe au centre du pilier, on s'attendait à un profil spatial symétrique, ce n'est pas ce que l'on observe expérimentalement (Fig. III.28.b). La pompe a dû être mal centrée par rapport au pilier. On simule les signaux à  $79.907\ \text{MHz}$  et  $79.901\ \text{MHz}$  pour une pompe centrée en  $(x_p = -6\ \mu\text{m}, y_p = -6\ \mu\text{m})$ . On a pris une fréquence de résonance de  $f_m = 20.2167\ \text{GHz}$  et un facteur de qualité de  $Q_m = 15.82 \cdot 10^3$ . Les résultats des simulations aux deux fréquences sont tracés sur la Fig. III.28.d. En utilisant le modèle simplifié de [17] on arrive à reproduire qualitativement la forme des profils spatiaux observés, mais pas l'amplitude relative entre les résonances à  $f_m \pm f_{mod}$  à la fréquence de répétition de  $79.907\ \text{MHz}$ .

La manière d'exciter les micro-piliers est assez sensible pour des piliers de grande taille qui ne voient pas une excitation assez homogène, on s'attend à ce que l'excitation de plus petit pilier soit plus homogène et comme les modes sont plus séparés en fréquence que l'on puisse exciter ces modes plus individuellement.

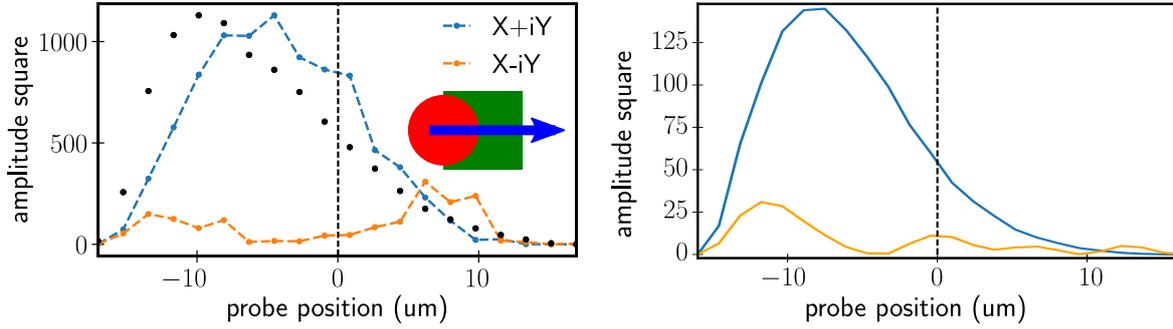


Fig. III.27 a) Amplitude de la résonance en fonction de la position de la sonde pour un plot carré de  $32\ \mu\text{m}$  de diamètre (DS26). La pompe est fixée au milieu d'un côté du pilier et l'on balaye la sonde selon une direction parallèle au côté du carré. La fréquence de répétition est fixée à  $79.9035\ \text{MHz}$ . Les points noirs représentent l'amplitude maximale de l'écho acoustique.

b) Simulations des signaux à  $79.9035\ \text{MHz}$  pour une pompe centrée en  $(x_p = -16\ \mu\text{m}, y_p = 0\ \mu\text{m})$ . On a pris une fréquence de résonance de la cavité planaire de  $20.2136\ \text{GHz}$  et un facteur de qualité de  $Q_m = 15.82 \cdot 10^3$  identique pour chaque mode du pilier.

Dans ce chapitre, nous avons montré comment grâce à la technique d'excitation sous-harmonique résonante, nous pouvions caractériser la résonance de cavité à miroirs de Bragg planaires et en micro-piliers, dont le temps de vie est supérieur au temps entre deux impulsions LASER. Nous avons ainsi mesuré des facteurs de qualité jusqu'à  $27 \cdot 10^3$ . Ce qui donne un produit  $Q_m f_m$  de  $5 \times 10^{14}\ \text{Hz}$  à  $20\ \text{K}$ , qui est comparable à l'état de l'art des systèmes optomécaniques [81]. Cette technique pourrait être utilisée pour mesurer des facteurs de qualité de l'ordre du million. Nous avons mesuré des facteurs de qualité inférieurs à ceux attendus théoriquement pour les cavités à miroirs de Bragg planaires et avons observé une forte diminution du facteur de qualité acoustique même pour des micro-piliers de grande taille. Des efforts dans la croissance et la gravure des échantillons doivent donc être faits.

Notre montage en transmission, où la pompe et la sonde sont découplées, permet également de mesurer le profil spatial acoustique de micro-piliers. Nos expériences préliminaires semblent montrer que le modèle simplifié de [17] ne reproduit pas le décalage en fréquence entre un pilier de  $12$  et  $8\ \mu\text{m}$ . Ce modèle permet de reproduire qualitativement les profils spatiaux observés mais pas de manière quantitative.

Des expériences systématiques doivent être réalisées afin d'obtenir de manière nette l'évolution de la fréquence de résonance et du facteur de qualité des modes acoustiques en fonction de la taille des micro-piliers. On attend une différence d'après le modèle simplifié pour des piliers à section carrée ou circulaire. Les anti-croisements, sauts de la fréquence de résonance et forte diminution du facteur de qualité du mode acoustique pour certains diamètres de micro-piliers, observés dans des simulations [15] n'ont pas été mis en évidence expérimentalement. Si tel était le cas, ces sauts fréquents (tous les  $100\ \text{nm}$ ) seraient un frein quant à l'utilisation de cavités à miroirs de Bragg en micro-piliers comme résonateurs mécaniques et donc comme systèmes optomécaniques.

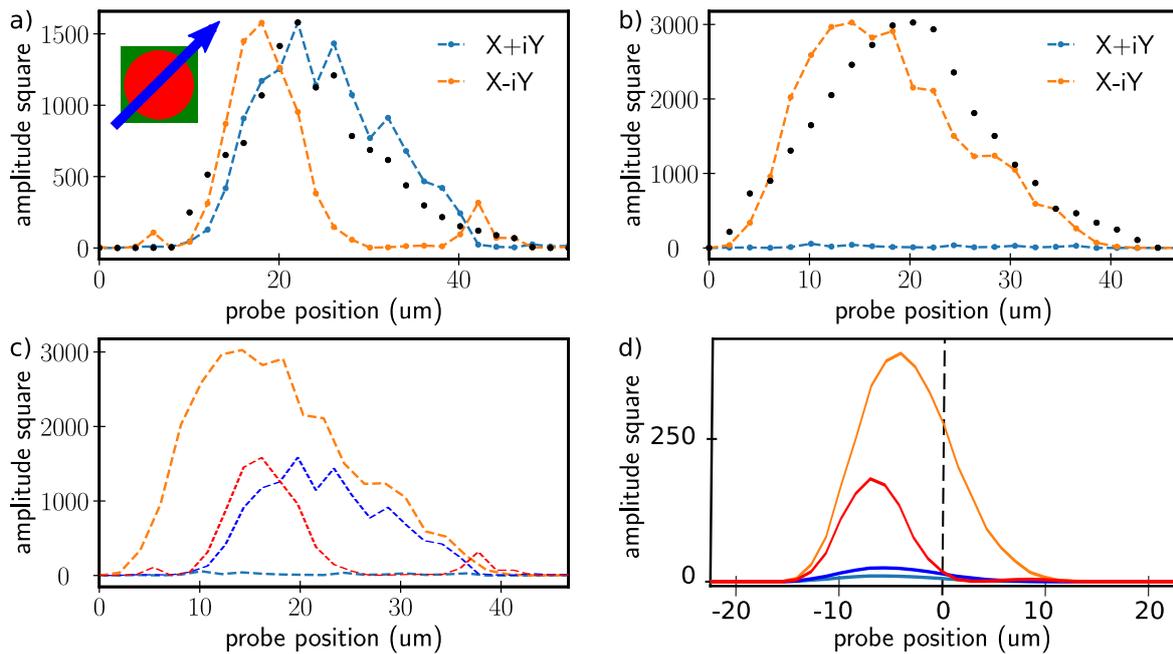


Fig. III.28 Amplitude de la résonance en fonction de la position de la sonde pour un plot carré de  $32\ \mu\text{m}$  de diamètre (DS26). La pompe est fixée au centre du pilier et l'on balaye la sonde le long de la diagonale du pilier. La fréquence de répétition est fixée à  $79.907\ \text{MHz}$  (a) et  $79.901\ \text{MHz}$  (b). Les points noirs représentent l'amplitude maximale de l'écho acoustique. c) Les courbes a) et b) sont tracées sur la même figure pour comparaison. d) Simulations des signaux à  $79.907\ \text{MHz}$  et  $79.901\ \text{MHz}$  pour une pompe centrée en  $(x_p = -6\ \mu\text{m}, y_p = -6\ \mu\text{m})$ . On a pris une fréquence de résonance de la cavité planaire de  $20.2167\ \text{GHz}$  et un facteur de qualité de  $Q_m = 15.82 \cdot 10^3$  identique pour chaque mode du pilier.

# Chapitre IV

## Couplage Optomécanique

### Sommaire

---

IV.1	État de l'art . . . . .	<b>89</b>
IV.1.1	Historique et contexte actuel . . . . .	89
IV.1.2	Optomécanique en cavité . . . . .	90
IV.1.3	Couplage optomécanique . . . . .	91
IV.1.4	Principe de la transparence induite optomécaniquement . . . . .	92
IV.1.5	Détection homodyne . . . . .	94
IV.2	Montage expérimental . . . . .	<b>97</b>
IV.2.1	Modulateur de phase . . . . .	97
IV.2.2	Photodiode rapide . . . . .	97
IV.2.3	Générateur et analyseur de spectre . . . . .	97
IV.2.4	Déroulement de l'expérience . . . . .	98
IV.2.5	La technique Pound-Drever-Hall (PDH) . . . . .	99
IV.2.6	Signal de transparence induite mesuré . . . . .	101
IV.3	Calculs de l'expérience d'OMIT . . . . .	<b>102</b>
IV.3.1	Hamiltonien du système . . . . .	102
IV.3.2	Équations de Langevin . . . . .	103
IV.3.3	Équations dans l'espace des fréquences . . . . .	104
IV.3.4	Solution générale . . . . .	104
IV.3.5	Résolution pour une bande latérale . . . . .	105
IV.3.6	Résolution pour deux bandes latérales : LASER modulé en phase . . . . .	106
IV.3.7	Simulations . . . . .	107
	a) Cas d'une coopérativité de l'ordre de l'unité . . . . .	107
	b) Cas d'une coopérativité faible devant 1 . . . . .	110
IV.4	Résultats expérimentaux . . . . .	<b>112</b>
IV.4.1	Mesure en transmission . . . . .	112
IV.4.2	Mesure en réflexion . . . . .	113
IV.4.3	Bruits . . . . .	114
IV.4.4	Estimation d'une borne supérieure du couplage optomécanique . . . . .	116

---

## IV.1 État de l'art

Nous allons faire une brève présentation de l'optomécanique et en particulier de l'optomécanique en cavité. Ensuite, nous expliquerons le principe de la transparence induite optomécaniquement (OMIT pour *optomechanically induced transparency*). Nous présenterons le montage construit pour les expériences d'optomécanique et les résultats obtenus.

### IV.1.1 Historique et contexte actuel

Avec le développement de l'optomécanique, de nombreux systèmes dans lesquels une cavité optique est couplée à un résonateur mécanique ont été développés. Ces systèmes peuvent avoir des tailles variées : grands édifices comme l'interféromètre Virgo [82] cavité de plusieurs km de long, des micro et nano-objets tels que les micro-piliers suspendus [83], les micro-toroïdes de silice [8], les membranes de graphène [84], de SiN [85], les nano-cristaux photoniques [9], etc. (Fig. IV.1).

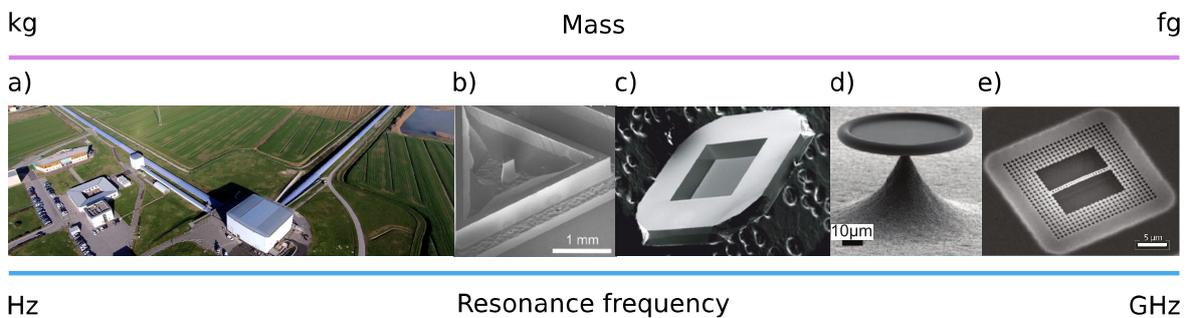


Fig. IV.1 Systèmes optomécaniques. De gauche à droite :

- a) Interféromètre Virgo à ondes gravitationnelles<sup>1</sup>, b) micro-pilier suspendu<sup>2</sup>, c) Membrane suspendue de nitrure de silicium, SiN (1mmx 1mmx50nm)<sup>3</sup>, d) micro-toroïde de silice<sup>4</sup>, e) nano-poutre de cristal photonique en Silicium entourée d'un cristal phononique<sup>5</sup>.

Plusieurs groupes indépendants ont atteint le régime où l'on voit apparaître les effets quantiques sur le mouvement de l'oscillateur mécanique. Certains seulement sont parvenus à atteindre l'état fondamental du mouvement de l'oscillateur et ont ainsi pu observer les fluctuations quantiques de point zéro du résonateur mécanique [9 ; 87]. Dans les dernières années, le domaine de l'optomécanique a bénéficié de très grandes avancées [88]. Des phénomènes très importants ont été démontrés comme l'effet de transparence induite optomécaniquement (OMIT) [89–91], utilisé pour refroidir un oscillateur mécanique, la création d'états

1. source : <http://www.virgo-gw.eu/>

2. source : AG KUHN et al. « A micropillar for cavity optomechanics ». In : *Applied Physics Letters* 99.12 (2011), p. 121103

3. source : JD THOMPSON et al. « Strong dispersive coupling of a high-finesse cavity to a micromechanical membrane ». In : *Nature* 452.7183 (2008), p. 72

4. source : Rémi RIVIÈRE et al. « Evanescent straight tapered-fiber coupling of ultra-high Q optomechanical micro-resonators in a low-vibration helium-4 exchange-gas cryostat ». In : *Review of Scientific Instruments* 84.4 (2013), p. 043108

5. source : Jasper CHAN et al. « Laser cooling of a nanomechanical oscillator into its quantum ground state ». In : *Nature* 478.7367 (2011), p. 89

comprimés de lumière [92], ou le comptage de phonons [93].

L'optomécanique est aujourd'hui un domaine de recherche en forte expansion, car il présente des intérêts croissants pour des applications concrètes, comme pour le stockage et le transfert de données par le transfert d'états quantiques entre photons optiques et micro-ondes [94], ainsi que dans la mesure de faibles masses avec de très grandes sensibilités [95].

### IV.1.2 Optomécanique en cavité

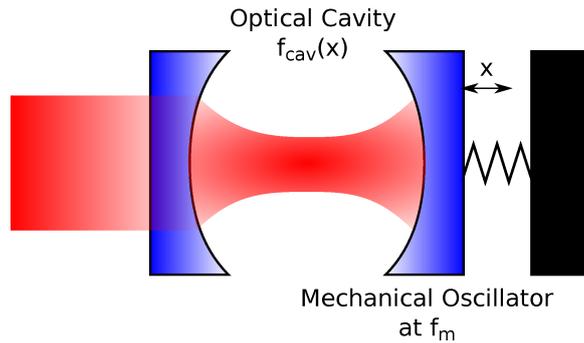


Fig. IV.2 Schéma de la cavité Fabry Péroth dont l'un des miroirs est mobile.

Dans un modèle simple, le couplage entre la lumière (photons) et les degrés de liberté mécaniques d'un oscillateur (phonons) est décrit par la pression de radiation, c.-à-d. par le transfert d'impulsion entre le photon et le phonon. Comme la quantité de mouvement du photon est très faible devant celle du résonateur mécanique, on utilise une cavité optique pour augmenter ce couplage.

Plusieurs types de systèmes peuvent être envisagés. Dans une cavité Fabry Péroth le résonateur mécanique est le miroir mobile de la cavité optique [96] qui peut être modélisé par un miroir attaché à un ressort. Dans le cas dispersif, un milieu dispersif est introduit dans une cavité optique aux miroirs fixes [97].

Plusieurs autres types de couplages lumière-matière peuvent être envisagés comme l'électrostriction (couplage photo élastique), le couplage par le potentiel de déformation et par un mécanisme piézoélectrique [98] ... On peut coupler l'oscillateur mécanique et le champ électromagnétique de la cavité par une onde lumineuse évanescente [99].

Le système modèle de l'optomécanique est une cavité Fabry Péroth (Fig. IV.2) de grande finesse  $\mathcal{F}$ , de longueur  $L$  dont le mode de résonance optique à  $f_c = \frac{c}{2nL}$  est couplé au mouvement mécanique de l'oscillateur qui est le miroir de la cavité. Son mouvement modifie la longueur de la cavité  $L + \partial x$  et donc sa fréquence de résonance  $f_c(1 - \frac{\partial x}{L})$ , ce qui peut être directement observé sur le spectre de réflectivité de la cavité. Quand on injecte une onde électromagnétique à la fréquence de résonance de la cavité, le mouvement de l'oscillateur module la phase du faisceau émergent de la cavité ce qui permet une détection très sensible du mouvement mécanique limitée uniquement en théorie par les lois de la physique quantique. La modulation mécanique produit deux pics latéraux désaccordés vers le bleu et le rouge par rapport à la fréquence de résonance optique de la cavité.

### IV.1.3 Couplage optomécanique

Pour percevoir les fluctuations quantiques du mouvement de l'oscillateur, il faut que le mode mécanique soit proche de son état fondamental. Cela est réalisable si :

$$k_B T \ll \hbar f_m \quad (\text{IV.1})$$

Travailler à plus haute fréquence de résonance mécanique  $f_m$  permet donc d'atteindre le régime quantique à plus haute température. Par exemple à 1 GHz, l'état fondamental est atteint à 50 mK alors qu'à 100 MHz, il faut atteindre une température de 5 mK. Dans la plupart des cas, des cryostats à dilution ne sont pas suffisants pour atteindre ce régime, une technique additionnelle doit donc être utilisée pour refroidir le mode mécanique de l'oscillateur.

Les micro-piliers à miroirs de Bragg ont l'avantage d'être un système compact, de taille micrométrique avec une fréquence mécanique élevée  $f_m = 20$  GHz. La condition  $k_B T = \hbar f_m$  est alors atteinte pour  $T=0.96$  K et le taux d'occupation de l'environnement à la fréquence mécanique :  $\bar{n}_{th}(T) = (e^{\hbar f_m / k_B T} - 1)^{-1}$  est faible ( $\bar{n}_{th}(20K) = 20.3$ ,  $\bar{n}_{th}(10K) = 9.9$ ,  $\bar{n}_{th}(4.2K) = 3.9$ ).

Pour quantifier le découplage du mode mécanique de son environnement, on peut calculer le produit  $Q_m f_m$ . En effet, le nombre d'oscillations cohérentes en présence de décohérence due au bain thermique s'écrit :  $N(T) = Q_m f_m (\frac{\hbar}{k_B T})$ . Par exemple avec  $Q_m = 10^4$ ,  $N(20K) = 480$ .

Pour caractériser le couplage entre le mode optique et le mode mécanique, on définit le couplage optomécanique  $G = -\frac{\partial \omega_c}{\partial x}$ . Il est aussi usuel de définir le couplage à un photon (*vacuum optomechanical coupling rate*) :  $g_0 = G \cdot x_{ZPF}$  où  $x_{ZPF}$  décrit les fluctuations de point zéro de l'oscillateur.

Dans une cavité à miroirs de Bragg en micro-pilier, le mode mécanique peut être couplé à un mode optique confiné dans la même cavité. On devrait donc obtenir un couplage important entre photons et phonons. Il y a deux composantes au couplage optomécanique  $g_0 = g_0^{geom} + g_0^{ph}$ . La composante géométrique  $g_0^{geom}$  est due aux déplacements des surfaces diélectriques dans des régions où le champ électrique est non nul. La composante photoélastique  $g_0^{ph}$  est due à la modulation des propriétés diélectriques par la contrainte mécanique, elle dépend du tenseur photoélastique  $p_{ij}$ , et sa valeur augmente fortement pour des énergies proches (légèrement inférieures) de l'énergie de *gap* du matériau.

Des expériences sur des micro-disques de GaAs de rayons entre 5 et  $\approx 1$   $\mu\text{m}$  ont montré que le couplage optomécanique entre le mode de galerie optique et le mode de respiration mécanique est de l'ordre de 100–300 kHz [100]. Des simulations en accord avec ces expériences ont montré que les contributions géométriques et photoélastiques au couplage optomécanique sont du même ordre de grandeur et augmentent lorsque l'on réduit le rayon du micro-disque [100].

En revanche pour les cavités à miroirs de Bragg, des simulations sur des micro-piliers de rayons de 1 à 5  $\mu\text{m}$ , ont calculé des couplages  $g_0^{ph}$  de 100 à 500 kHz et des couplages  $g_0^{geom}$  d'un ordre de grandeur inférieur à  $g_0^{ph}$ , quelque soit le rayon étudié. Les deux composantes du couplage optomécanique suivent la même tendance et augmentent lorsque l'on diminue le rayon du micro-pilier [17]. Il est donc important, pour les cavités à miroirs de Bragg en micro-piliers, de travailler à une longueur d'onde optique proche de celle du *gap* de GaAs afin de maximiser le couplage photoélastique qui domine le couplage optomécanique.

L'indice de réfraction de couches de  $Al_xGa_{1-x}As$  a été mesuré et modélisé en fonction de la température et de la fraction d'Aluminium  $x$  pour des longueurs d'onde d'énergies inférieures à l'énergie de *gap* [101]. L'énergie de *gap* de GaAs est à température ambiante de  $E_{GaAs}(300K)=1.426$  eV, soit  $\lambda_{GaAs}(300K)=870$  nm, et à basse température de  $E_{GaAs}(40K)=1.521$  eV, soit  $\lambda_{GaAs}(40K)=816$  nm.

Des cavités à miroirs de Bragg en micro-piliers ont donc été considérées comme des systèmes prometteurs pour réaliser des expériences d'optomécanique. Cependant, la détection du mode mécanique de haute fréquence avec les techniques classiques d'optomécanique est très compliquée. En effet, l'amplitude des fluctuations du mouvement du résonateur mécanique dans son état fondamental  $x_{ZPF}$  est inversement proportionnelle à la racine carrée de la fréquence de résonance. La mesure du bruit thermique de l'oscillateur, donne un spectre dont la hauteur du signal est inversement proportionnelle au carré de la fréquence de résonance. En revanche, lors d'une expérience de transparence induite optomécaniquement (OMIT), le signal dépend de la coopérativité  $C = 4g_0^2\bar{n}_c/(\Gamma_m\kappa)$  qui est une grandeur sans dimension qui compare le couplage optomécanique aux pertes du système. La montage expérimental couramment utilisé pour les expériences d'OMIT est un montage à détection homodyne qui nécessite de l'électronique qui fonctionne au GHz pour équilibrer les diodes et stabiliser la phase d'un oscillateur local.

Nous allons présenter le principe de la transparence induite optomécaniquement puis le montage de détection homodyne.

#### IV.1.4 Principe de la transparence induite optomécaniquement

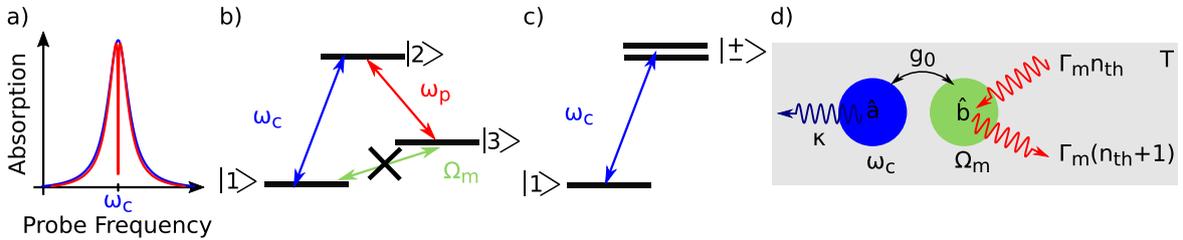


Fig. IV.3 a) Absorption en fonction de la fréquence optique du faisceau sonde sans (bleu) et avec (rouge) le faisceau pompe accordé à la transition 2-3 à  $\omega_p$ . On voit apparaître une fenêtre de transparence dans le spectre d'absorption de la transition 1-2 à  $\omega_c$ . b) Niveaux atomiques avec les différentes transitions entrant en jeu dans la transparence induite électromagnétiquement (EIT). c) Modélisation de l'EIT par la transition entre le niveau  $|1\rangle$  et les niveaux  $|\pm\rangle$ , *dressed states*, préparés par le faisceau LASER pompe accordé à la transition 2-3. d) Schéma du mode optique à  $\omega_c$ , de taux de pertes  $\kappa$  et du mode mécanique à  $\Omega_m$ , de taux de pertes  $\Gamma_m$ , auxquels on associe respectivement les opérateurs d'annihilation  $\hat{a}$  et  $\hat{b}$ . Ces deux modes sont couplés optomécaniquement avec un couplage  $g_0$  et le mode mécanique est couplé à un bain thermique à la température  $T$  de population  $n_{th}$ .

Une expérience permettant de mettre en évidence le couplage optomécanique entre le mode optique et acoustique de notre cavité est la transparence induite optomécaniquement (OMIT). Nous allons expliquer le principe de ce phénomène puis effectuer les calculs afin de

prévoir les résultats expérimentaux attendus. La transparence induite optomécaniquement (OMIT) est l'équivalent du phénomène de transparence induite électromagnétiquement (EIT) pour un système atomique dont nous allons tout d'abord dire quelques mots.

On considère un système atomique à trois niveaux dont les transitions 1-2 et 2-3 sont couplées à la lumière, alors que la transition 1-3 ne l'est pas; l'état  $|3\rangle$  est métastable (Fig. IV.3.b). Un faisceau LASER sonde mesure l'absorption de la transition 1-2 d'énergie  $\hbar\omega_c$ . On obtient un spectre classique d'absorption avec un maximum à  $\omega_c$ . Si l'on ajoute un faisceau LASER pompe accordé à la transition 2-3 à  $\omega_p$ , on voit apparaître une fenêtre de transparence dans le spectre d'absorption de la transition 1-2 (Fig. IV.3.a). Cette absence d'absorption peut être expliquée par un phénomène d'interférences destructives entre les amplitudes de probabilité des transitions entre les états 1 et 2. En effet au chemin direct 1-2, s'ajoute grâce au faisceau pompe le chemin 1-2-3-2 qui est déphasé de  $\pi$  par rapport au chemin direct. On peut également écrire la probabilité de transition dans la base des états préparés  $|\pm\rangle$  par le faisceau pompe qui couple les états 2 et 3 (Fig. IV.3 c).

La transparence induite optomécaniquement (OMIT) est l'équivalent de l'EIT. La transition atomique 1-2 est remplacée par le mode d'une cavité optique de fréquence de résonance  $\omega_c$  avec un grand facteur de qualité. Un faisceau LASER sonde la résonance de la cavité optique. On ajoute un faisceau LASER pompe de fréquence optique  $\omega_p$  qui peut théoriquement interagir avec le mode mécanique à la fréquence  $\Omega_m$  par diffusion inélastique. Un photon à  $\omega$  peut donner un photon à  $\omega - \Omega_m$  par création d'un phonon (processus Stokes) ou à  $\omega + \Omega_m$  par absorption d'un phonon (processus anti-Stokes). Cela correspond à la transition 2-3. L'un des processus peut être favorisé par rapport à l'autre par la résonance de la cavité optique.

Si la fréquence de la pompe est inférieure à la résonance optique avec un écart (désaccord) égal à moins la fréquence mécanique de l'oscillateur, c.-à-d.  $\omega_p = \omega_c - \Omega_m$  (désaccord vers le rouge, Fig. IV.4.a), alors le processus Anti-Stokes est favorisé. On a une situation équivalente à celle de la Fig. IV.3.b et l'on obtient comme pour l'EIT une fenêtre de transparence dans le spectre en réflexion du mode optique. En outre, lors de ce processus, des photons de la pompe prennent un quanta d'énergie  $\hbar\Omega_m$  au mode de l'oscillateur mécanique dont le mouvement est alors amorti. Avec cette technique dite de refroidissement LASER, on peut donc diminuer la température effective du mode mécanique à  $\Omega_m$ .

Si la fréquence de la pompe est supérieure à la résonance optique avec un désaccord égal à la fréquence mécanique de l'oscillateur, c.-à-d.  $\omega_p = \omega_c + \Omega_m$  (désaccord vers le bleu, Fig. IV.4.b), alors le processus Stokes est favorisé. Des photons de la pompe donnent un quanta d'énergie  $\hbar\Omega_m$  au mode de l'oscillateur mécanique dont le mouvement est alors amplifié.

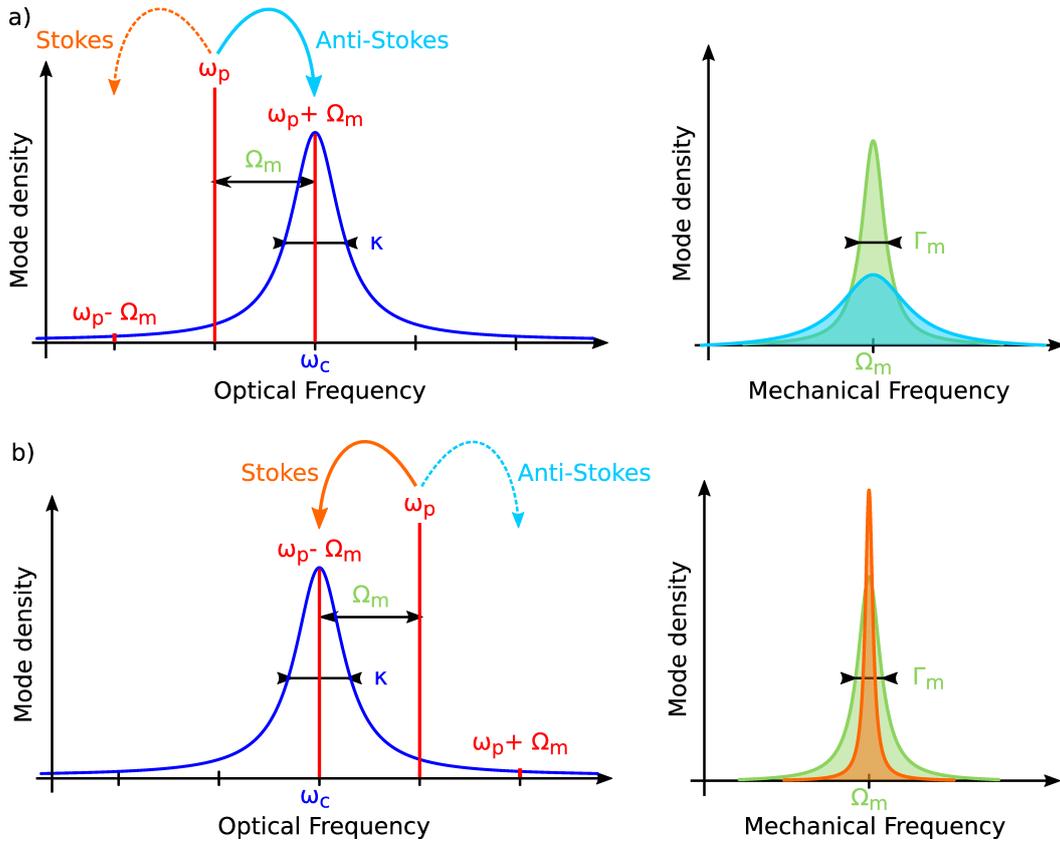


Fig. IV.4 Schéma de l'amplification a) et du refroidissement b) du mode mécanique à  $\Omega_m$ .  
a) Le LASER est désaccordé vers le rouge de  $\Delta = -\Omega_m$  par rapport à la fréquence de résonance  $\omega_c$  de la cavité optique. Le processus de diffusion Anti-Stokes est favorisé par rapport au processus Stokes. Le mode mécanique perd des phonons, donc le mouvement associé est amorti.  
b) Le LASER est désaccordé vers le bleu de  $\Delta = +\Omega_m$  par rapport à la fréquence de résonance  $\omega_c$  de la cavité optique. Le processus de diffusion Stokes est favorisé par rapport au processus Anti-Stokes. Le mode mécanique gagne des phonons, donc le mouvement associé est amplifié.

#### IV.1.5 Détection homodyne

Le montage couramment utilisé pour réaliser des expériences d'OMIT est un montage de détection homodyne qui permet de détecter la réponse du système optomécanique avec une grande sensibilité. Le battement haute fréquence du faisceau sonde transmis ou réfléchi par le système optomécanique avec un oscillateur local est détecté par un système de deux photodiodes rapides équilibrées [89].

Nous allons décrire ici le montage de la référence [89] (Fig. IV.5.a) qui utilise un faisceau LASER de fréquence optique  $\omega_l$ , modulé en phase à la fréquence  $\Omega$  grâce à un modulateur électro optique (EOM), ce qui crée deux bandes latérales à  $\omega_l \pm \Omega$ . Dans le régime des bandes latérales résolues ( $\kappa \ll \Omega_m$ ), seule la bande latérale supérieure interagit avec la cavité optique lorsque le faisceau pompe est désaccordé vers le rouge, et permet de sonder la transmission optique du système optomécanique qui est un micro-torroïde.

$\lambda$	$\approx 775 \text{ nm}$	$\kappa/\Omega_m$	0.29
$m_{eff}$	20 ng	$g_0$	$2\pi \cdot 1.08 \text{ kHz}$
$G$	$2\pi \cdot 12 \text{ GHz} \cdot \text{nm}^{-1}$	$Q_{opt}$	$23.5 \cdot 10^6$
$\Gamma_m$	$2\pi \cdot 41 \text{ kHz}$	$Q_m$	$12.6 \cdot 10^3$
$\Omega_m$	$2\pi \cdot 51.8 \text{ MHz}$	$Q_m f_m$	$6.5 \times 10^{11} \text{ Hz}$
$\kappa$	$2\pi \cdot 15 \text{ MHz}$	$C_0$	$7.59 \cdot 10^{-6}$

Table IV.1 Récapitulatif des paramètres du système optomécanique étudié dans la référence [89].

Le faisceau de mesure (la porteuse et deux bandes latérales affectées par la transmission de la cavité optique) et l'oscillateur local (la porteuse et deux bandes latérales non affectées) sont recombinaés par un cube séparateur. On ne conserve que les termes croisés à la fréquence  $\Omega_m$  détectés par le système de détection homodyne équilibré. La référence [89] montre que le signal mesuré par la détection homodyne  $t_{hom}$  est relié à la transmission de la bande latérale supérieure  $t_{us}$  qui près de la résonance ( $\omega_l \approx -\Omega_m$ ,  $\Omega \approx \Omega_m$ ) sonde le signal d'OMIT  $t_p$  :

$$t_{hom} = 1 - t_{us} = 1 - t_p \quad (\text{IV.2})$$

La puissance transmise renormalisée est également calculée en fonction du signal d'OMIT renormalisé  $t'_p$  :

$$|t'_{hom}|^2(\Omega) = 1 - \frac{\frac{\Omega_c^2}{\kappa} \left( \frac{\Omega_c^2}{\kappa} + 2\Gamma_m \right)}{\left( \frac{\Omega_c^2}{\kappa} + \Gamma_m \right)^2 + (2(\Omega - \Omega_m))^2} \quad (\text{IV.3})$$

avec  $\Omega_c = 2G\bar{a}x_{ZPF}$  le couplage entre l'oscillateur mécanique et le mode optique.

Le signal mesuré dans la référence [89] est une lorentzienne inversée, centrée en  $\Omega = \Omega_m$ , de largeur  $\Gamma_{OMIT} = \Gamma_m + \frac{\Omega_c^2}{\kappa}$ . Dans la [89], le signal d'OMIT est mesuré en fonction de la puissance du faisceau LASER de contrôle, ce qui permet de mesurer la transmission minimale

$$|t'_{hom}|^2(\Omega_m) = 1 - \sqrt{|t'_p(\Omega_m)|^2} = 1 - \sqrt{\left( \frac{\frac{\Omega_c^2}{\kappa}}{\Gamma_{OMIT}} \right)^2} \quad (\text{Fig. IV.5.b})$$

et la largeur de la lorentzienne  $\Gamma_{OMIT}$  (Fig. IV.5.c) qui dépendent de  $\bar{a}^2 = \bar{n}_c$ , donc de la puissance incidente du faisceau LASER.

Les auteurs de la référence [89] introduisent la coopérativité du système optomécanique  $C$  qui est une grandeur sans dimension qui compare le couplage optomécanique aux pertes du système et qui permet d'exprimer les paramètres du signal mesuré :

$$C = \frac{\Omega_c^2}{\Gamma_m \kappa} = \frac{4G^2 \bar{n}_c x_{ZPF}^2}{\Gamma_m \kappa} = \frac{4g_0^2 \bar{n}_c}{\Gamma_m \kappa} \quad (\text{IV.4})$$

$$\Gamma_{OMIT} = \Gamma_m (1 + C) \quad (\text{IV.5})$$

$$|t'_p(\Omega_m)|^2 = \left( \frac{C}{1 + C} \right)^2 \quad (\text{IV.6})$$

Une coopérativité de l'ordre de 1 assure un signal d'OMIT visible par rapport au fond optique du signal transmis, alors que pour une coopérativité petite devant 1, l'amplitude du signal d'OMIT est très faible est donc difficile à extraire du fond optique.

1. Source : Stefan WEIS et al. « Optomechanically Induced Transparency ». In : *Science* 330.6010 (2010), p. 1520–1523

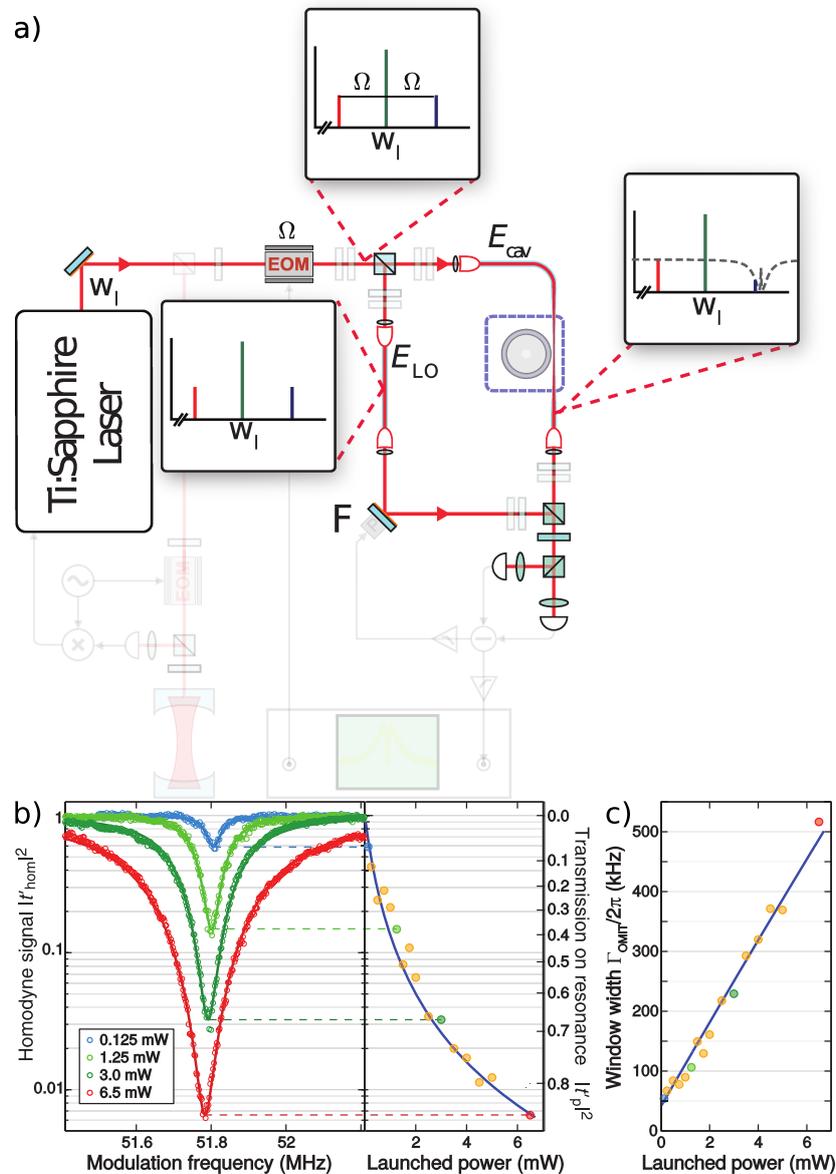


Fig. IV.5 a) Schéma simplifié du montage de la référence [89] : le LASER de fréquence optique  $\omega_l$  est modulé en phase ce qui crée deux bandes latérales à  $\omega_l \pm \Omega$ . L'oscillateur local est transmis sans changement alors que le faisceau du bras de mesure est affecté par la transmission de la cavité optique.

b) Traces expérimentales renormalisées pour quatre différentes puissances du faisceau de contrôle. Le minimum du signal homodyne qui correspond au maximum de transmission de la sonde est tracé dans le graphe de droite avec l'ajustement du modèle.

c) Largeur de la fenêtre de transparence en fonction de la puissance du faisceau de contrôle et ajustement avec le modèle. - Source : 1

## IV.2 Montage expérimental

Le montage utilisé pendant ma thèse n'est pas un montage de détection homodyne (Sec. IV.1.5). Dans l'expérience prise en exemple [89], la fréquence de l'oscillateur mécanique est de 51.8 MHz, nous travaillons à une fréquence mécanique de 20 GHz. Dans cette gamme de fréquences, il est plus difficile d'asservir la phase du faisceau de l'oscillateur local et de réaliser une détection homodyne équilibrée.

Notre montage pour l'expérience d'OMIT est le même que celui pour la caractérisation de la résonance optique décrit en Sec. II.3, avec quelques ajouts (Fig. IV.6). Ce qui rend le montage proche de celui de la technique Pound-Drever-Hall (PDH) que nous aborderons plus bas. Les caractéristiques techniques des appareils sont récapitulées dans le Tableau. C.2.

### IV.2.1 Modulateur de phase

La fibre monomode en sortie du LASER possède un modulateur de phase de la série *NIR-MPX800* 800 nm *band Phase Modulator* ( $V_{\pi}(10 \text{ GHz}) = 27 \text{ dBm}$ ) qui permet de moduler la phase du faisceau LASER de fréquence optique  $\omega_p$  à la fréquence  $\Omega$  autour de 10 GHz. Après le modulateur de phase, on obtient un faisceau à la fréquence  $\omega_p$  et deux bandes latérales à  $\omega_p \pm \Omega$ .

### IV.2.2 Photodiode rapide

La photodiode rapide 1437 de *New Focus* a un photo-détecteur de 25  $\mu\text{m}$  de diamètre constitué d'InGaAs. Elle a une bande passante allant jusqu'à 25 GHz et est équipée d'un connecteur K (aussi appelé 2.92 mm ou SMA 2.9 pour *Sub Miniature version A* qui est un type de connecteur coaxial d'impédance caractéristique 50  $\Omega$ ; il opère du continu (DC) à 40 GHz).

Afin de pouvoir focaliser convenablement le faisceau LASER sur le photo-détecteur, la photodiode est fixée sur une équerre avec des verniers micrométriques pour la déplacer sur les axes X et Y (horizontal et vertical). La lentille d'injection possède un vernier micrométrique sur l'axe Z pour régler la distance lentille-photodiode. Après alignement du faisceau LASER transmis (Fig. IV.6 en jaune) ou réfléchi (Fig. IV.6 en vert) par la cavité optique, on commence par focaliser le faisceau avec la lentille loin d'être à la distance focale de la photodiode. Cela permet d'éclairer une plus grande surface. On déplace la photodiode et lorsqu'on obtient un peu de signal, on rapproche la lentille et ainsi de suite jusqu'à maximiser le signal DC de la photodiode rapide lu sur le multimètre.

### IV.2.3 Générateur et analyseur de spectre

Le signal électrique qui permet de moduler la phase du LASER est créé par un générateur *Rohde & Schwarz* (relié par un câble K au modulateur) qui peut créer des signaux de fréquences allant de 100 kHz à 40 GHz. Lorsque l'on fait varier la puissance du générateur, on augmente l'amplitude du signal LASER modulé à  $\Omega$ .

Le générateur est synchronisé avec un analyseur de spectre *Rohde & Schwarz* qui transmet l'ordre de la valeur de la fréquence et de la puissance de modulation au générateur.

La photodiode rapide est reliée par un câble K à l'analyseur de spectre qui nous donne la puissance du signal haute fréquence détecté en fonction de la fréquence.

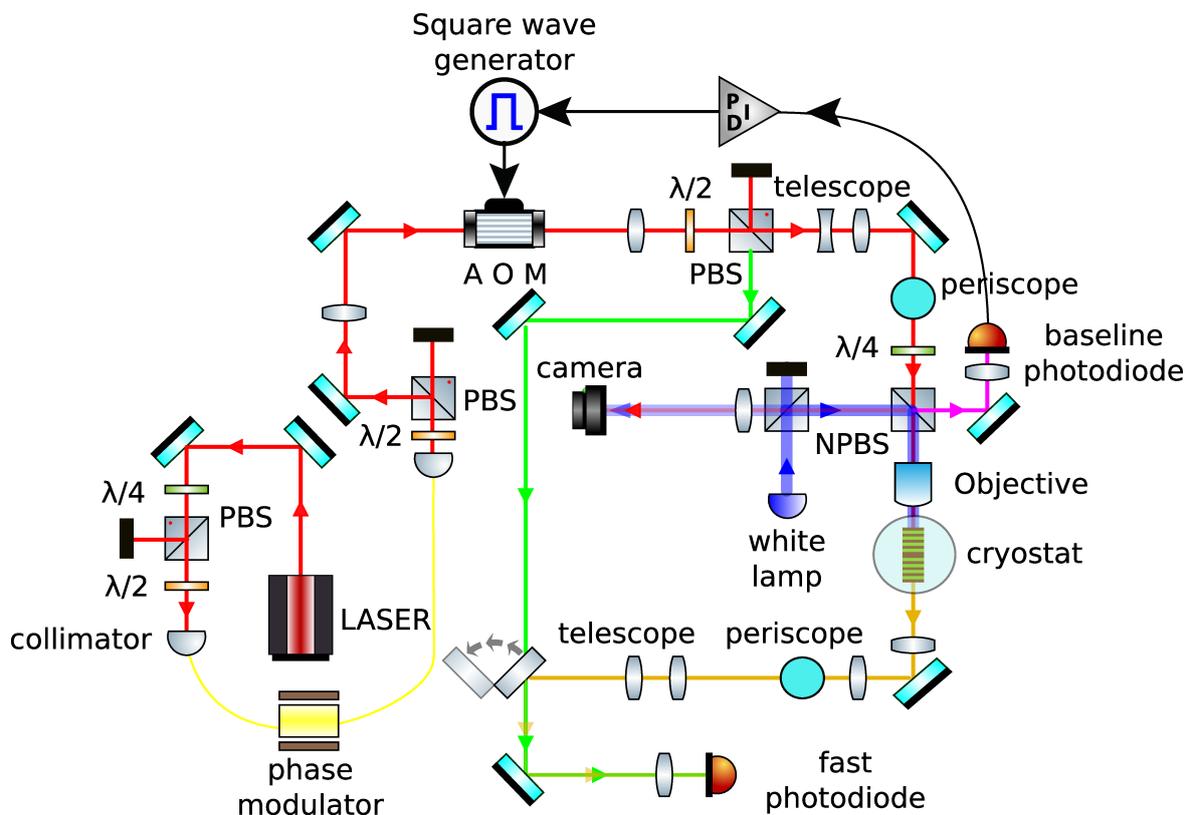


Fig. IV.6 Schéma du montage d'OMIT.

#### IV.2.4 Déroulement de l'expérience

Lors d'une expérience d'OMIT dont le montage simplifié est représenté sur la Fig. IV.7.b, on commence par placer la longueur d'onde du LASER à la résonance optique où proche de celle-ci avec le moteur du LASER. Ensuite, on fait varier la fréquence  $\omega_p$  du LASER avec le système piézoélectrique du LASER. Pour chaque fréquence  $\omega_p$ , on balaye la fréquence de modulation du LASER  $\Omega$  avec le générateur tout en enregistrant la puissance du signal RF (en dBm) à cette même fréquence (avec une certaine bande passante *bandwidth*) avec l'analyseur de spectre. On obtient ainsi une carte de chaleur de la puissance du signal mesuré en fonction de la fréquence de modulation  $\Omega$  et de la fréquence du LASER  $\omega_p$ .

Notre montage (Fig. IV.7.b) dans sa constitution est proche de celui de la technique PDH. Nous allons donc en dire quelques mots.

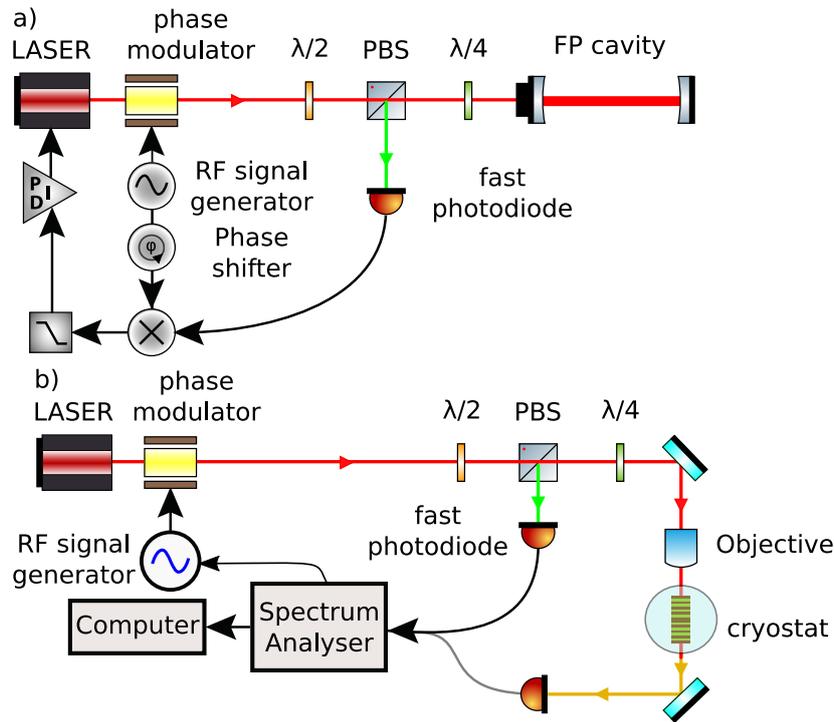


Fig. IV.7 Schémas des montages de PDH a) et d'OMIT b).

### IV.2.5 La technique Pound-Drever-Hall (PDH)

Le montage Pound-Drever-Hall (PDH) (Fig. IV.7.a) permet de stabiliser la fréquence de la lumière émise par un LASER en l'asservissant sur une cavité stable de haute finesse de fréquence de résonance  $f_c$ , de largeur à mi-hauteur  $2\pi\kappa$ , dont la réflectivité théorique est tracée sur la Fig. IV.8.a.

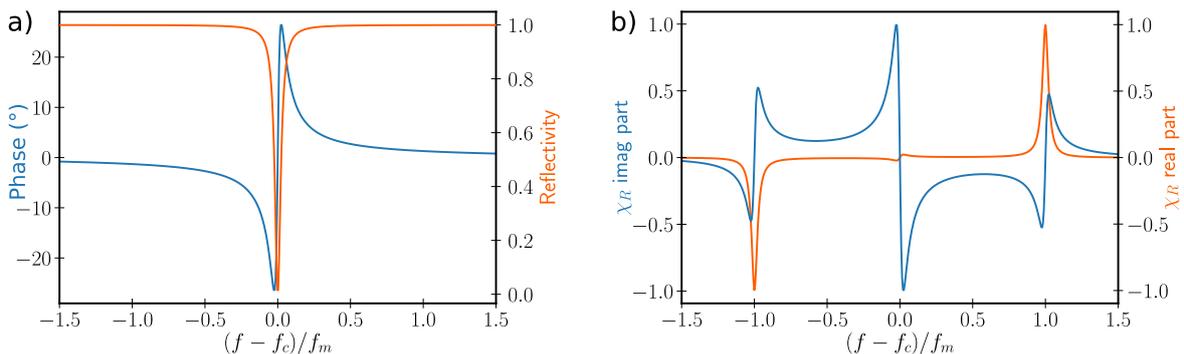


Fig. IV.8 a) Amplitude (orange) et phase (bleu) du signal réfléchi par une cavité Fabry Péro en fonction du désaccord de la fréquence optique par rapport à la fréquence de résonance de la cavité,  $f - f_c$ , renormalisé par la fréquence de modulation  $f_m$ .  
 b) Partie réelle (orange) et imaginaire du signal PDH  $\chi_R$ .

La phase du faisceau LASER incident de puissance  $\hbar\omega_p|\bar{s}_{in}|^2$  est modulée par un modu-

lateur de phase à la fréquence  $\Omega$  d'amplitude  $\beta$  pour donner :

$$s_{in}(t) = \bar{s}_{in} e^{-i(\omega_p t + \beta \sin(\Omega t + \phi))} \quad (\text{IV.7})$$

$$s_{in}(t) = \bar{s}_{in} e^{-i\omega_p t} \left( J_0(\beta) + \sum_{k=1}^{\infty} J_k(\beta) e^{-ik(\Omega t + \phi)} + \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k J_k(\beta) e^{ik(\Omega t + \phi)} \right) \quad (\text{IV.8})$$

$$s_{in}(t) \simeq \bar{s}_{in} e^{-i\omega_p t} \left( 1 + \frac{\alpha}{2} e^{-i\Omega t} - \frac{\alpha^*}{2} e^{i\Omega t} \right) \quad (\text{IV.9})$$

$$s_{in}(t) \simeq e^{-i\omega_p t} (\bar{s}_{in} + s_{us} e^{-i\Omega t} + s_{ls} e^{i\Omega t}) \quad (\text{IV.10})$$

avec  $\beta$  réel,  $\alpha = J_1(\beta) e^{-i\phi}$ .  $s_{us} = \bar{s}_{in} \frac{\alpha}{2}$  et  $s_{ls} = -\bar{s}_{in} \frac{\alpha^*}{2}$  sont respectivement les bandes latérales supérieure et inférieure.

La fréquence  $\Omega$  et l'amplitude de modulation  $\beta$  sont données par un générateur radio fréquence (RF). La cavité Fabry Pérot de pulsation de résonance  $\omega_c = 2\pi f_c$  a un coefficient de réflexion  $r(\omega) = \frac{s_r}{s_{in}} = \kappa_{ext} \chi_c[\omega] - 1$  avec  $\chi_c[\omega] = \left( \frac{\kappa}{2} - i(\omega - \omega_c) \right)^{-1}$  la susceptibilité optique, et  $\kappa_{ext}$  le taux de pertes dû au couplage de la cavité avec l'environnement. L'intensité  $I_r$  du faisceau LASER réfléchi qui est détectée par la photodiode rapide s'écrit :

$$s_r(t) = \bar{s}_{in} e^{-i\omega_p t} \left( r[\omega_p] + \frac{\alpha}{2} r[\omega_p + \Omega] e^{-i\Omega t} - \frac{\alpha^*}{2} r[\omega_p - \Omega] e^{i\Omega t} \right) \quad (\text{IV.11})$$

$$I_r = |s_r(t)|^2 = I_r[0] + I_r[\Omega] + I_r[2\Omega] \quad (\text{IV.12})$$

L'intensité  $I_r$  a plusieurs composantes : continu (DC), à  $\Omega$  et à  $2\Omega$ . On souhaite conserver uniquement celle à la fréquence de modulation  $\Omega$ . Le signal est ensuite démodulé en le multipliant par un oscillateur local  $V_0(t) = \cos(\Omega t + \phi_0)$  et en appliquant un filtre passe-bas. On obtient alors le signal  $D_r[\Omega]$  :

$$D_r[\Omega] (\text{Re}(\chi_R[\Omega]) \cos(\phi_0) + \text{Im}(\chi_R[\Omega]) \sin(\phi_0)) \quad (\text{IV.13})$$

où on a posé :

$$\chi_R[\Omega] = \alpha |\bar{s}_{in}|^2 (r^*[\omega_p] r[\omega_p + \Omega] - r[\omega_p] r^*[\omega_p - \Omega]) \quad (\text{IV.14})$$

Les parties réelle et imaginaire de  $\chi_R[\Omega]$  sont tracées sur la (Fig. IV.8.b). On peut choisir  $\phi_0 = \pi/2$ , alors le signal  $D_r[\Omega] \propto |\bar{s}_{in}|^2 \text{Im}(\chi_R[\Omega])$  varie beaucoup près de la résonance optique où il s'annule (Fig. IV.8.b).  $D_r[\Omega]$  est envoyé à un système PID dont le signal de sortie est utilisé pour modifier la phase optique du LASER. Cela permet d'asservir la fréquence du LASER sur la fréquence de résonance de la cavité Fabry Pérot de haute finesse.

On peut faire le même type de calcul avec le signal transmis par la cavité Fabry Pérot.

$$s_t(t) = \bar{s}_{in} e^{-i\omega_p t} \left( t[\omega_p] + \frac{\alpha}{2} t[\omega_p + \Omega] e^{-i\Omega t} - \frac{\alpha^*}{2} t[\omega_p - \Omega] e^{i\Omega t} \right) \quad (\text{IV.15})$$

$$I_t = |s_t|^2 = I_t[0] + I_t[\Omega] + I_t[2\Omega] \quad (\text{IV.16})$$

$$D_t[\Omega] = \text{Re}(\chi_T[\Omega]) \cos(\phi_0) + \text{Im}(\chi_T[\Omega]) \sin(\phi_0) \quad (\text{IV.17})$$

où  $t[\omega] = \frac{s_t}{s_{in}} = \kappa_{ext} \chi_c[\omega]$  est le coefficient de transmission de la cavité optique, on a posé :

$$\chi_T[\Omega] = |\bar{s}_{in}|^2 \alpha (t^*[\omega_p] t[\omega_p + \Omega] - t[\omega_p] t^*[\omega_p - \Omega]) \quad (\text{IV.18})$$

### IV.2.6 Signal de transparence induite mesuré

Ici, on utilise un faisceau LASER modulé en phase pour sonder les processus Stokes (d'amplitude  $A^+$ ) et anti-Stokes (d'amplitude  $A^-$ ) entre le mode mécanique et le faisceau LASER à  $\omega_p$  qui peuvent être favorisés ou défavorisés par la résonance de la cavité optique.

On envoie le signal transmis ou réfléchi par la cavité optique sur une photodiode rapide. Ensuite, le signal est envoyé dans l'analyseur de spectre et démodulé par multiplication avec  $V(t) = \sin(\Omega t + \phi(t))$  puis filtré par un filtre passe-bas. Pour le signal réfléchi, respectivement transmis, on obtient :

$$\chi_R^{OMIT}[\Omega] = \alpha |\bar{s}_{in}|^2 (r^*[\omega_p] r[\omega_p + \Omega] - r[\omega_p] r^*[\omega_p - \Omega]) \quad (\text{IV.19})$$

$$\chi_T^{OMIT}[\Omega] = \alpha |\bar{s}_{in}|^2 (t^*[\omega_p] t[\omega_p + \Omega] - t[\omega_p] t^*[\omega_p - \Omega]) \quad (\text{IV.20})$$

$$\chi_R^{OMIT}[\Omega] = 2\bar{a}\kappa_{ext}(A^- + (A^+)^*) + \alpha\kappa_{ext}|\bar{s}_{in}|^2(\chi_c[\omega_p](1 - \frac{2}{\alpha\bar{a}}A^-) - \chi_c^*[\omega_p](1 + \frac{2}{\alpha\bar{a}}(A^+)^*)) \quad (\text{IV.21})$$

$$\chi_T^{OMIT}[\Omega] = 2\bar{a}\kappa_{ext}(A^- + (A^+)^*) \quad (\text{IV.22})$$

L'analyseur de spectre mesure le spectre de puissance :

$$PS[\Omega] \propto \langle |\chi_{R/T}[\Omega]|^2 \rangle \quad (\text{IV.23})$$

C'est la grande différence avec le montage PDH, nous n'avons pas accès à l'amplitude et à la phase de  $\chi_{R/T}[\Omega]$ , mais seulement au module.

Afin de modéliser ce que nous attendons expérimentalement, il nous faut calculer les expressions de  $A^-$  et  $(A^+)^*$ . Contrairement à [89], nous ne sommes pas dans le régime des bandes latérales résolues. Dans notre cas,  $\Omega_m \approx \kappa$  au mieux ; on ne peut donc pas simplifier les calculs en admettant que pour les expériences d'OMIT,  $A^+ \approx 0$  et  $\kappa \ll \Omega_m$ . Nous allons donc dans la partie suivante effectuer les calculs sans ces simplifications en prenant en compte l'effet des deux bandes latérales.

## IV.3 Calculs de l'expérience d'OMIT

### IV.3.1 Hamiltonien du système

On considère un unique mode mécanique, décrit par les opérateurs photoniques annihilation  $\hat{b}$  et création  $\hat{b}^\dagger$ , couplé à un unique mode optique, décrit par les opérateurs phononiques annihilation  $\hat{a}$  et création  $\hat{a}^\dagger$ , (Fig. IV.3.d). Le hamiltonien total du système en interaction s'écrit :

$$\hat{H}_S = \hat{H}_{opt} + \hat{H}_{mech} + \hat{H}_{drive} + \hat{H}_{noise} \quad (IV.24)$$

avec

$$\hat{H}_{opt} = \hbar\omega_c(\hat{x})(\hat{a}^\dagger\hat{a} + 1/2) \quad (IV.25)$$

le hamiltonien du mode optique de pulsation  $\omega_c(\hat{x})$  qui dépend du mouvement de l'oscillateur mécanique.

Par développement de Taylor au premier ordre, on peut écrire :

$$\omega_c(\hat{x}) \simeq \omega_c(0) + \hat{x} \frac{\partial\omega_c(\hat{x})}{\partial x} \quad (IV.26)$$

$$\omega_c(\hat{x}) \simeq \omega_c - G\hat{x} \quad (IV.27)$$

où l'on a posé  $G = -\frac{\partial\omega_c(\hat{x})}{\partial x} > 0$  le décalage en fréquence par déplacement (*optical frequency shift per displacement*) et  $\omega_c(0) \equiv \omega_c$ .

Le hamiltonien du mode mécanique à la pulsation  $\Omega_m$  s'écrit :

$$\hat{H}_{mech} = \hbar\Omega_m(\hat{b}^\dagger\hat{b} + 1/2) \quad (IV.28)$$

On peut séparer

$$\hat{H}_{opt} + \hat{H}_{mech} = \hat{H}_0 + \hat{H}_{int} \quad (IV.29)$$

en un hamiltonien sans interactions

$$\hat{H}_0 = \hbar\omega_c(\hat{a}^\dagger\hat{a} + 1/2) + \hbar\Omega_m(\hat{b}^\dagger\hat{b} + 1/2) - \hbar g_0/2(\hat{b}^\dagger + \hat{b}) \quad (IV.30)$$

et en un hamiltonien d'interaction

$$\hat{H}_{int} = -\hbar g_0(\hat{b}^\dagger + \hat{b})\hat{a}^\dagger\hat{a} \quad (IV.31)$$

$$\hat{H}_{int} = -\hbar G\hat{x}\hat{a}^\dagger\hat{a} \quad (IV.32)$$

où on a posé  $g_0 = G \cdot x_{ZPF}$  la constante de couplage à un photon (*vacuum optomechanical coupling strength*), qui est une pulsation. Cela caractérise la force de l'interaction entre un photon et un phonon.  $x_{ZPF} = \sqrt{\frac{\hbar}{2m_{eff}\Omega_m}}$  étant l'écart type des fluctuations de point zéro (*Zero Point Fluctuation motion*).

$$\hat{H}_{drive} = i\hbar\sqrt{\kappa_{ext}}(s_{int}(t)\hat{a}^\dagger - s_{int}^*(t)\hat{a}) \quad (IV.33)$$

correspond au terme de source (*drive*) avec  $s_{in}(t)$  l'opérateur associé au faisceau LASER classique et  $\kappa_{ext}$  le taux de perte associé au couplage du mode optique avec l'environnement. On réécrit le hamiltonien dans un référentiel en rotation à la fréquence du LASER  $\omega_p$  :

$$\hat{H}_S^R = \hat{U}\hat{H}_S\hat{U}^\dagger - i\hbar\hat{U}\frac{\partial\hat{U}^\dagger}{\partial t} \quad (IV.34)$$

où  $\hat{U} = e^{i\omega_p \hat{a}^\dagger \hat{a}}$  est une transformation unitaire.

$$\hat{H}_S^R = \hat{H}_0^R + \hat{H}_{int}^R + \hat{H}_{drive}^R + \hat{H}_{noise}^R \quad (IV.35)$$

avec

$$\hat{H}_0^R = -\hbar\Delta\hat{a}^\dagger\hat{a} + \hbar\Omega_m\hat{b}^\dagger\hat{b} - \hbar g_0/2(\hat{b}^\dagger + \hat{b}) \quad (IV.36)$$

$$\hat{H}_{int}^R = -\hbar g_0(\hat{b}^\dagger + \hat{b})\hat{a}^\dagger\hat{a} \quad (IV.37)$$

$$\hat{H}_{drive}^R = i\hbar\sqrt{\kappa_{ext}}(s_{in}(t)\hat{a}^\dagger - s_{in}^*(t)\hat{a}) \quad (IV.38)$$

où  $\Delta = \omega_p - \omega_c$  le désaccord du faisceau LASER par rapport à la cavité optique.

### IV.3.2 Équations de Langevin

L'équation de Langevin pour la variable  $\hat{X}(t)$  s'écrit :

$$\frac{d\hat{X}}{dt}(t) = \frac{i}{\hbar}[\hat{H}, \hat{X}] + \frac{\partial\hat{X}}{\partial t}(t) \quad (IV.39)$$

Sachant que  $\frac{\partial\hat{a}/\hat{b}}{\partial t}(t) = 0$ , les évolutions temporelles de  $\hat{a}$  et  $\hat{b}$  s'écrivent :

$$\frac{d\hat{a}}{dt}(t) = -\frac{\kappa}{2}\hat{a} + i(\Delta + G\hat{x})\hat{a} + \sqrt{\kappa_{ext}}s_{in}(t) + \sqrt{\kappa_0}\hat{f}_{noise}(t) \quad (IV.40)$$

$$\frac{d\hat{b}}{dt}(t) = -\frac{\Gamma_m}{2}\hat{b} - i\Omega_m\hat{b} + ig_0\hat{a}^\dagger\hat{a} + \sqrt{\Gamma_m}\hat{b}_{noise}(t) \quad (IV.41)$$

où  $\kappa$  et  $\Gamma_m$  sont respectivement les taux de perte des modes optique et mécanique et  $\hat{b}_{noise}(t)$ ,  $\hat{f}_{noise}(t)$  des termes de bruit. L'équation de  $\hat{b}$  peut être écrite en fonction de  $\hat{x} = x_{ZPF}(\hat{b} + \hat{b}^\dagger)$ , le déplacement associé et  $\hat{p} = -i\frac{\hbar}{2x_{ZPF}}(\hat{b} - \hat{b}^\dagger)$ , la quantité de mouvement :

$$\frac{d\hat{x}}{dt}(t) = \frac{\hat{p}}{m_{eff}} \quad (IV.42)$$

$$\frac{d\hat{p}}{dt}(t) = -\Gamma_m\hat{p} - m_{eff}\Omega_m^2\hat{x} + \hbar G\hat{a}^\dagger\hat{a} + \delta\hat{F}_{th}(t) \quad (IV.43)$$

avec  $m_{eff}$  la masse effective du mode et  $\hat{F}_{th}(t)$  la force de fluctuations thermiques. On sépare les champs entre un champ moyen cohérent et un terme de fluctuation.

$$\hat{a} \simeq \bar{a} + \delta\hat{a} \quad (IV.44)$$

$$\hat{x} \simeq \bar{x} + \delta\hat{x} \quad (IV.45)$$

$$s_{in}(t) \simeq \bar{s}_{in} + \delta s_{in} \quad (IV.46)$$

avec  $\bar{a}$  pris comme réel positif (origine des phases) et  $\bar{n}_c = \bar{a}^2$  le nombre moyen de photons dans la cavité optique. On définit également  $g = g_0\sqrt{\bar{n}_{cav}}$ .

À partir des évolutions de  $\hat{a}$  et  $\hat{b}$ , on obtient pour le régime stationnaire :

$$\bar{a} = \sqrt{\kappa_{ext}\chi_c}[\omega = \omega_p]\bar{s}_{in} \quad (IV.47)$$

$$\bar{x} = \frac{\hbar G\bar{n}_c}{m_{eff}\Omega_m^2} \quad (IV.48)$$

où  $\chi_c$  est la susceptibilité optique qui s'écrit :

$$\chi_c[\bar{\Delta} + \Omega] = \left(\frac{\kappa}{2} - i(\bar{\Delta} + \Omega)\right)^{-1} \quad (\text{IV.49})$$

avec  $\bar{\Delta} = \Delta + G\bar{x}$  le désaccord effectif du LASER par rapport à la fréquence de résonance de la cavité optique.

Comme  $\bar{a}$  est réel :

$$\chi_c[\omega_p]\bar{s}_{in} = \chi_c^*[\omega_p]\bar{s}_{in}^* \quad (\text{IV.50})$$

Le déplacement moyen  $\bar{x}$  peut être supprimé en changeant l'origine des déplacements :  $x_{new} = x_{old} - \bar{x} \equiv \delta x$  et  $\bar{x}_{new} = 0$

On peut étudier les évolutions de  $\delta\hat{a}$  et  $\delta\hat{x}$  en linéarisant les équations de Langevin, on obtient alors :

$$\frac{d\delta\hat{a}}{dt}(t) = \left(-\frac{\kappa}{2} + i\bar{\Delta}\right)\delta\hat{a} + iG\bar{a}\delta\hat{x} + \sqrt{\kappa_{ext}}\delta s_{in}(t) + \sqrt{\kappa_0}\hat{f}_{noise}(t) \quad (\text{IV.51})$$

$$\frac{d\hat{p}}{dt}(t) = -\Gamma_m\hat{p} - m_{eff}\Omega_m^2\delta\hat{x} + \hbar G(\bar{a}\delta\hat{a}^\dagger + \bar{a}^*\delta\hat{a}) + \delta\hat{F}_{th}(t) \quad (\text{IV.52})$$

### IV.3.3 Équations dans l'espace des fréquences

Pour une variable  $X(t)$  dans l'espace temporel, dans l'espace fréquentiel, la variable associée est  $X[\Omega]e^{-i\Omega t}$ . Donc dans l'espace fréquentiel les Eq. (IV.51) et Eq. (IV.52) deviennent :

$$\delta\hat{a}[\Omega]\chi_c^{-1}[\omega_p + \Omega] = iG\bar{a}\delta\hat{x}[\Omega] + \sqrt{\kappa_{ext}}\delta s_{in}[\Omega] + \sqrt{\kappa_0}\hat{f}_{noise}([\Omega]) \quad (\text{IV.53})$$

$$\delta\hat{x}[\Omega]\chi_m^{-1}[\Omega] = \hbar G(\bar{a}\delta\hat{a}^\dagger[\Omega] + \bar{a}^*\delta\hat{a}[\Omega]) + \delta\hat{F}_{th}[\Omega] \quad (\text{IV.54})$$

avec  $\chi_m$  la susceptibilité mécanique qui s'écrit :

$$\chi_m[\Omega] = [m_{eff}(\Omega_m^2 - \Omega^2 - i\Gamma_m\Omega)]^{-1} \quad (\text{IV.55})$$

On étudie des fluctuations classiques et l'on néglige les termes de bruit :

$$\delta a[\Omega]\chi_c^{-1}[\omega_p + \Omega] = iG\bar{a}\delta x[\Omega] + \sqrt{\kappa_{ext}}\delta s_{in}[\Omega] \quad (\text{IV.56})$$

$$\delta x[\Omega]\chi_m^{-1}[\Omega] = \hbar G(\bar{a}\delta a^*[\Omega] + \bar{a}^*\delta a[\Omega]) \quad (\text{IV.57})$$

### IV.3.4 Solution générale

On utilise la décomposition suivante :

$$\delta a(t) = A^- e^{-i\Omega t} + A^+ e^{+i\Omega t} \quad (\text{IV.58})$$

$$\delta a^*(t) = (A^+)^* e^{-i\Omega t} + (A^-)^* e^{+i\Omega t} \quad (\text{IV.59})$$

$$\delta x(t) = X e^{-i\Omega t} + X^* e^{+i\Omega t} \quad (\text{IV.60})$$

Dans le référentiel en rotation à la fréquence du LASER :

$$\delta s_{in}^R(t) = s_{us} e^{-i\Omega t} + s_{ls} e^{i\Omega t} \quad (\text{IV.61})$$

$s_{us}$  et  $s_{ls}$  sont les bandes latérales supérieure et inférieure du LASER à la fréquence  $\pm\Omega$  par rapport à  $\omega_p$ . En intégrant les expressions des Eq. (IV.60), Eq. (IV.59) et Eq. (IV.58) dans les équations Eq. (IV.57) et Eq. (IV.56) et en regroupant les termes en  $e^{\pm i\Omega t}$ , on obtient les trois équations suivantes :

$$X\chi_m^{-1}[+\Omega] = \hbar G(\bar{a}^* A^- + \bar{a}(A^+)^*) \quad (\text{IV.62})$$

$$A^- \chi_c^{-1}[\omega_p + \Omega] = iG\bar{a}X + \sqrt{\kappa_{ext}}s_{us} \quad (\text{IV.63})$$

$$A^+ \chi_c^{-1}[\omega_p - \Omega] = iG\bar{a}X^* + \sqrt{\kappa_{ext}}s_{ls} \quad (\text{IV.64})$$

On prend le conjugué de la dernière équation et l'on réécrit ce système sous forme matricielle :

$$\begin{pmatrix} \hbar G\bar{a}^* & \hbar G\bar{a} & -\chi_m^{-1}[+\Omega] \\ \chi_c^{-1}[\omega_p + \Omega] & 0 & -iG\bar{a} \\ 0 & \chi_c^{-1*}[\omega_p - \Omega] & +iG\bar{a}^* \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A^- \\ (A^+)^* \\ X \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ \sqrt{\kappa_{ext}}s_{us} \\ \sqrt{\kappa_{ext}}s_{ls}^* \end{pmatrix} \quad (\text{IV.65})$$

$$\begin{pmatrix} A^- \\ (A^+)^* \\ X \end{pmatrix} = D \begin{pmatrix} -iG\bar{a}\chi_m[\Omega] & 1 + if[\Omega] & if[\Omega] \\ i\frac{f[\Omega]}{\hbar G\bar{a}}\chi_c^{-1}[\omega_p + \Omega] & -if[\Omega] & \chi_c^*[\omega_p - \Omega]\chi_c^{-1}[\omega_p + \Omega] - if[\Omega] \\ -\chi_m[\Omega]\chi_c^{-1}[\omega_p + \Omega] & \frac{f[\Omega]}{G\bar{a}}\chi_c^{-1}[\omega_p - \Omega] & \frac{f[\Omega]}{G\bar{a}}\chi_c^{-1}[\omega_p + \Omega] \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ \sqrt{\kappa_{ext}}s_{us} \\ \sqrt{\kappa_{ext}}s_{ls}^* \end{pmatrix} \quad (\text{IV.66})$$

avec

$$D = (\chi_c^{-1}[\omega_p + \Omega] + 2\bar{\Delta}f[\Omega])^{-1} \quad (\text{IV.67})$$

$$f[\Omega] = \hbar G^2 \bar{a}^2 \chi_m[\Omega] \chi_c^*[\omega_p - \Omega] \quad (\text{IV.68})$$

On obtient donc :

$$A^-[\Omega] = D\sqrt{\kappa_{ext}}(s_{us}(1 + if[\Omega]) + s_{ls}^*if[\Omega]) \quad (\text{IV.69})$$

$$(A^+)^*[\Omega] = D\sqrt{\kappa_{ext}}(-s_{us}if[\Omega] + s_{ls}^*(\chi_c^*[\omega_p - \Omega]\chi_c^{-1}[\omega_p + \Omega] - if[\Omega])) \quad (\text{IV.70})$$

$$X[\Omega] = Df[\Omega]/(G\bar{a})\sqrt{\kappa_{ext}}(s_{us}\chi_c^{-1}[\omega_p - \Omega] + s_{ls}^*\chi_c^{-1}[\omega_p + \Omega]) \quad (\text{IV.71})$$

### IV.3.5 Résolution pour une bande latérale

On considère ici le cas où seule la bande latérale supérieure joue un rôle, on peut donc négliger les termes faisant intervenir l'autre bande. C'est le cas lorsque la largeur de la cavité optique  $\kappa$  est petite devant la fréquence de résonance mécanique  $\Omega_m$  (régime des bandes résolues). On obtient alors :

$$A^-[\Omega] = \frac{(1 + if[\Omega])}{\frac{\kappa}{2} - i(\bar{\Delta} + \Omega) + 2\bar{\Delta}f[\Omega]} \sqrt{\kappa_{ext}}s_{us} \quad (\text{IV.72})$$

$$(A^+)^*[\Omega] = \frac{-if[\Omega]}{\frac{\kappa}{2} - i(\bar{\Delta} + \Omega) + 2\bar{\Delta}f[\Omega]} \sqrt{\kappa_{ext}}s_{us} \quad (\text{IV.73})$$

$$X[\Omega] = \frac{\hbar G\bar{a}\chi_m[\Omega]}{\frac{\kappa}{2} - i(\bar{\Delta} + \Omega) + 2\bar{\Delta}f[\Omega]} \sqrt{\kappa_{ext}}s_{us} \quad (\text{IV.74})$$

Pour un LASER désaccordé vers le rouge avec  $\Delta = \omega_p - \omega_c$  proche de  $-\Omega_m$  et une bande latérale de fréquence  $\Omega = \delta\Omega + \Omega_m$  proche de  $\Omega_m$ , on peut simplifier les expressions des grandeurs utilisées :

$$\chi_m^{-1}[\Omega] \simeq -m_{eff}\Omega_m(2\delta\Omega + i\Gamma_m) \quad (IV.75)$$

$$\chi_c^{*-1}[\omega_p - \Omega] \simeq \frac{\kappa}{2} - 2i\Omega_m \simeq -2i\Omega_m \quad (IV.76)$$

$$\chi_c^{-1}[\omega_p + \Omega] \simeq \frac{\kappa}{2} - i\delta\Omega \quad (IV.77)$$

$$f[\Omega] \simeq -\frac{\hbar G^2 \bar{a}^2}{2m_{eff}\Omega_m^2} \frac{1}{\Gamma_m - 2i\delta\Omega} \quad (IV.78)$$

$$D^{-1} \simeq \frac{\kappa}{2} - i\delta\Omega - 2\Omega_m f[\Omega] \quad (IV.79)$$

On rappelle que l'on a défini le couplage entre l'oscillateur mécanique et optique  $\Omega_c = 2G\bar{a}x_{ZPF} = 2g_0\bar{a} = 2g$ , d'où :

$$f[\Omega] \simeq -\frac{\Omega_c^2}{4\Omega_m} \frac{1}{\Gamma_m - 2i\delta\Omega} \quad (IV.80)$$

$$D^{-1} \simeq \frac{\kappa}{2} - i\delta\Omega + \frac{\frac{\Omega_c^2}{4}}{\Gamma_m/2 - i\delta\Omega} \simeq \frac{\kappa}{2} + \frac{\frac{\Omega_c^2}{4}}{\Gamma_m/2 - i\delta\Omega} \quad (IV.81)$$

$$A^-[\Omega] \simeq 4\frac{\Gamma_m/2 - i\delta\Omega}{2\kappa(\Gamma_m/2 - i\delta\Omega) + \Omega_c^2} \sqrt{\kappa_{ext}s_{us}} \quad (IV.82)$$

On retrouve bien les calculs effectués dans la référence [89].

Dans notre expérience, selon que l'on travaille en réflexion ou en transmission, on peut mesurer  $|\chi_{R/T}[\Omega]|^2$  avec :

$$\chi_R^{OMIT}[\Omega] \simeq 2\bar{a}\kappa_{ext}A^- + \alpha\kappa_{ext}|\bar{s}_{in}|^2(\chi_c[\omega_p](1 - \frac{2}{\alpha\bar{a}}A^-) \quad (IV.83)$$

$$\chi_T^{OMIT}[\Omega] \simeq 2\bar{a}\kappa_{ext}A^- \quad (IV.84)$$

$$\chi_R^{OMIT}[\Omega] \simeq \alpha|\bar{s}_{in}|^2 \frac{\kappa_{ext}^2}{\kappa^2} \frac{\Gamma_m - i2\delta\Omega + 2\Omega_c^2/\kappa_{ext}}{\Gamma_m + \Omega_c^2/\kappa - 2i\delta\Omega} \quad (IV.85)$$

$$\chi_T^{OMIT}[\Omega] \simeq \alpha|\bar{s}_{in}|^2 \frac{\kappa_{ext}^2}{\kappa^2} \frac{\Gamma_m - i2\delta\Omega}{\Gamma_m + \Omega_c^2/\kappa - 2i\delta\Omega} \quad (IV.86)$$

On s'attend pour notre expérience, dans le régime des bandes latérales résolues (Eq. (IV.85), Eq. (IV.86)), à un signal qui est une lorentzienne inversée, centrée en  $\Omega = \Omega_m$ , de largeur  $\Gamma_{OMIT} = \Gamma_m + \frac{\Omega_c^2}{\kappa}$ .

### IV.3.6 Résolution pour deux bandes latérales : LASER modulé en phase

Dans notre cas, il nous faut utiliser les Eq. (IV.69) et Eq. (IV.70) plus générales avec  $s_{us} = \frac{\alpha}{2}\bar{s}_{in}$  et  $s_{ls} = -\frac{\alpha^*}{2}\bar{s}_{in}$  pour notre LASER modulé en phase.

$$A^-[\Omega] = D\sqrt{\kappa_{ext}}(s_{us}(1 + if[\Omega]) + s_{ls}^*if[\Omega]) \quad (IV.87)$$

$$(A^+)^*[\Omega] = D\sqrt{\kappa_{ext}}(-s_{us}if[\Omega] + s_{ls}^*(\chi_c^*[\omega_p - \Omega]\chi_c^{-1}[\omega_p + \Omega] - if[\Omega])) \quad (IV.88)$$

Ce qui donne après simplification :

$$A^-[\Omega] = D \frac{\alpha}{2} \sqrt{\kappa_{ext}} \bar{s}_{in} (1 + 2\bar{\Delta} \chi_c[\omega_p] f[\Omega]) \quad (IV.89)$$

$$(A^+)^*[\Omega] = -D \frac{\alpha}{2} \sqrt{\kappa_{ext}} \bar{s}_{in} (1 + 2\bar{\Delta} \chi_c[\omega_p] (f[\Omega] + \Omega \chi_c^*[\omega_p - \Omega])) \quad (IV.90)$$

$$\chi_T^{OMIT}[\Omega] = -\alpha \bar{a}^2 \frac{2\bar{\Delta} \Omega \chi_c^*[\omega_p - \Omega]}{\chi_c^{-1}[\omega_p + \Omega] + 2\bar{\Delta} f[\Omega]} \quad (IV.91)$$

$$\chi_R^{OMIT}[\Omega] = \chi_T^{OMIT}[\Omega] \left(1 - \frac{\Omega + \kappa}{\kappa_{ext}}\right) = -\chi_T^{OMIT}[\Omega] \frac{\Omega + \kappa_0}{\kappa_{ext}} \quad (IV.92)$$

En utilisant les équations Eq. (IV.91) et Eq. (IV.92), on peut obtenir les cartes de chaleur de la puissance du signal mesuré en fonction de la fréquence optique du LASER  $\omega_p$  et de la fréquence de modulation  $\Omega$ .

### IV.3.7 Simulations

#### a) Cas d'une coopérativité de l'ordre de l'unité

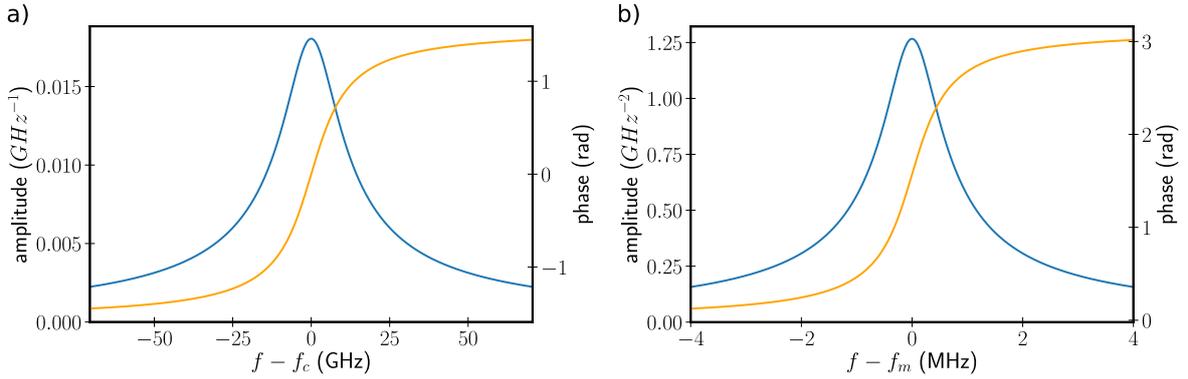


Fig. IV.9 a) Amplitude et phase de la susceptibilité optique  $\chi_c$  pour un taux de pertes  $\kappa = 2\pi \cdot 17.6$  GHz ( $\lambda_c = 850$  nm,  $Q_c = 20 \cdot 10^3$ ).  
b) Amplitude et phase de la susceptibilité mécanique renormalisée  $m_{eff} \chi_m$  pour un taux de pertes  $\Gamma_m = 2\pi \cdot 1$  MHz ( $f_m = 20$  GHz,  $Q_m = 20 \cdot 10^3$ ).

Nous allons tout d'abord simuler une situation avec des paramètres favorables pour voir l'allure du signal. On considère un mode optique à 850 nm et un mode acoustique à 20 GHz de même facteur de qualité de  $20 \cdot 10^3$  (ordre de grandeur pour nos meilleures mesures). La Fig. IV.9 représente les susceptibilités optique (a) et mécanique (b) pour ces paramètres. On obtient des figures identiques dans des gammes différentes de fréquence.

On considère que la puissance optique incidente du LASER sur l'échantillon est de 10 mW (fourchette haute de ce que nous pouvons réaliser expérimentalement) et que la puissance de modulation, c.-à-d. celle du générateur haute fréquence, est de 15 dBm (fourchette haute de ce que nous pouvons réaliser expérimentalement).

Enfin pour le couplage optomécanique, nous prenons un couplage optomécanique  $g_0$  de  $2\pi \cdot 100$  kHz qui correspond à la valeur simulée dans la référence [15], mais qui est très probablement surestimée pour nos expériences. Les paramètres du calcul sont récapitulés dans le tableau de la Fig. IV.10.

$\lambda_c$	850 nm
$f_m$	20 GHz
$Q_m$	$20 \cdot 10^3$
$\Gamma_m$	$2\pi \cdot 1.0$ MHz
$Q_c$	$20 \cdot 10^3$
$\kappa$	$2\pi \cdot 17.6$ GHz
$\kappa_{ext}$	$\kappa/2$
$\kappa/\Omega_m$	0.88
$Q_m f_m$	400 THz
$g_0$	$2\pi \cdot 100$ kHz
$g_0/\kappa$	$5.68 \cdot 10^{-6}$
$C$	1.75
$C_0$	$2.27 \cdot 10^{-6}$
$P_{mod}$	15 dBm
$\beta$	0.43
$P_{in}$	10 mW
$\bar{n}_c(\Delta = -\Omega_m)$	$1.26 \cdot 10^5$

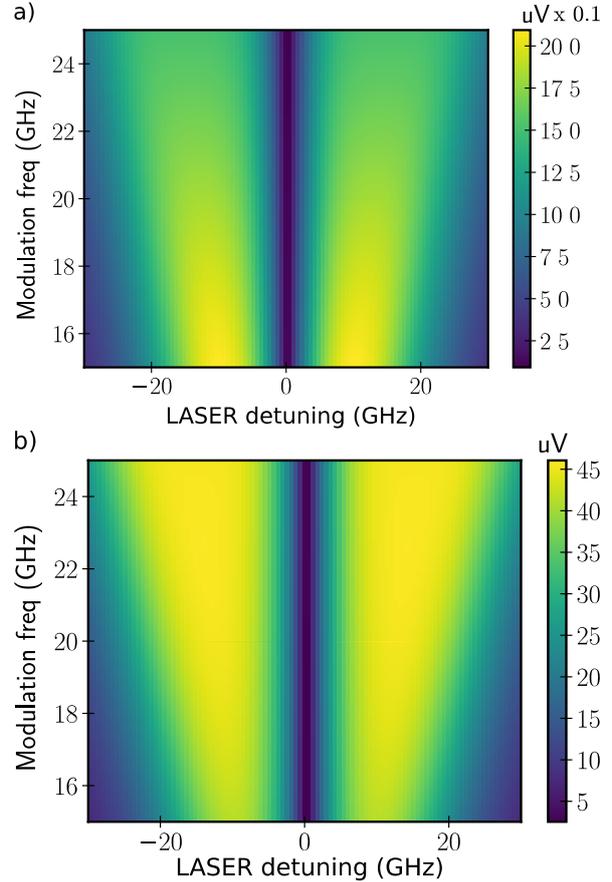


Fig. IV.10 À gauche, tableau récapitulatif des paramètres pris pour la simulation.  $P_{mod}$  est la puissance de modulation et  $P_{in}$  la puissance optique incidente.

À droite, carte de chaleur de la puissance (convertie en  $\mu\text{V}$ ) des signaux RF transmis a) et réfléchi b), en fonction de la fréquence de modulation et de la fréquence optique du faisceau LASER. On a pris un nombre de points  $n_\Omega=100$  et  $n_{\omega_p}=100$  pour cette simulation.

La Fig. IV.10 représente la carte de chaleur de la puissance des signaux transmis (a) et réfléchi (b), en fonction de la fréquence de modulation et de la fréquence optique du LASER. On n'a pas de signal lorsque le LASER est à la fréquence de résonance de la cavité optique, car les signaux des deux bandes latérales s'annulent. La Fig. IV.12.c représente une coupe de la Fig. IV.10 pour une fréquence de modulation de 20 GHz. On obtient une courbe dont l'allure est semblable au module des courbes obtenues avec la technique PDH (Fig. IV.8). En effet, on n'a accès ici qu'au module et non pas à l'amplitude et la phase du signal.

Si l'on fait un zoom de la Fig. IV.10, pour une fréquence de modulation autour de la fréquence mécanique  $f_m$  et pour un désaccord de la fréquence optique du faisceau LASER

par rapport à la fréquence de résonance de la cavité optique  $f_c$  proche de  $-f_m$ , on obtient la Fig. IV.11.a. On observe que sur le fond optique semblable à un signal PDH, se rajoute une diminution d'intensité pour une fréquence de modulation très proche de la fréquence mécanique.

Si l'on effectue des coupes dans cette figure pour différents désaccords du LASER proche de  $-f_m$  (Fig. IV.12.a), on observe une lorentzienne inversée dont la fréquence du minimum varie avec le désaccord du faisceau LASER. C'est le signal d'OMIT qui dans notre cas ne donne pas une fenêtre de transparence, mais plutôt une fenêtre d'absorption.

Si l'on fait un zoom de la Fig. IV.10, pour une fréquence de modulation autour de la fréquence mécanique  $f_m$  et pour un désaccord de la fréquence optique du faisceau LASER par rapport à la fréquence de résonance de la cavité optique  $f_c$  proche de  $+f_m$ , on obtient la Fig. IV.11.b. On observe que sur le fond optique semblable à un signal PDH, se rajoute une augmentation d'intensité pour une fréquence de modulation très proche de la fréquence mécanique.

Si l'on effectue des coupes dans cette figure pour différents désaccords du LASER proche de  $+f_m$  (Fig. IV.12.b), on observe une lorentzienne dont la fréquence du minimum varie avec le désaccord du faisceau LASER. C'est le signal lié à l'amplification du mouvement de l'oscillateur mécanique.

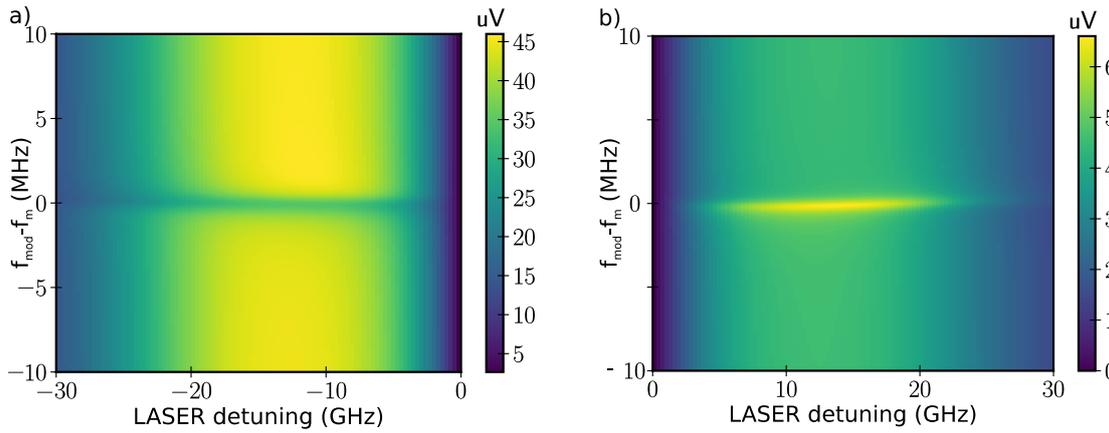


Fig. IV.11 Cartes de chaleur de la puissance (convertie en  $\mu\text{V}$ ) du signal RF réfléchi en fonction de la fréquence de modulation (près de la fréquence de résonance mécanique  $f_m$ ) et de la fréquence optique du faisceau LASER, avec un désaccord proche de  $-f_m$  a) et proche de  $+f_m$  b). On a pris un nombre de points  $n_\Omega=1000$  et  $n_{\omega_p}=100$  pour ces simulations.

À partir de ses signaux, on peut remonter aux caractéristiques de la résonance mécanique et à la constante de couplage  $g_0$ .

Nous avons pris une valeur élevée du couplage optomécanique  $g_0$ , ce qui donne une coopérativité (qui permet de comparer le couplage optomécanique par rapport aux pertes optique et mécanique)  $C = 1.75$ . D'après la Eq. (IV.6), la hauteur de la lorentzienne inversée du signal d'OMIT dépend de  $C$  :  $t^{OMIT}(C) \propto \left(\frac{C}{1+C}\right)^2$ . Un  $C$  de l'ordre de 1 permet donc d'observer clairement ce signal. Dans la Fig. IV.12.a, on obtient une diminution de l'intensité du signal optique de 2.13 dBm pour un désaccord de  $-f_m$ , ce qui correspond à

une forte variation du signal de 39%.

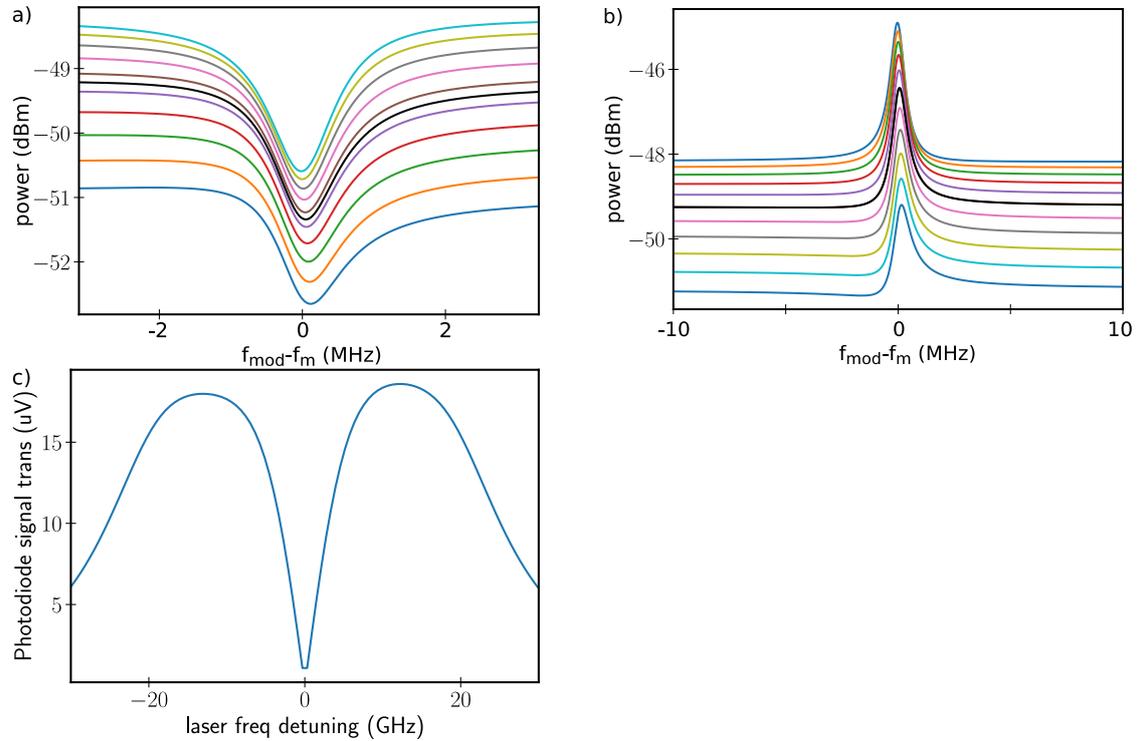


Fig. IV.12 a) Coupes de la Fig. IV.10 pour différents désaccords du LASER proche de  $-f_m$  qui donnent la puissance en fonction de la fréquence de modulation. La courbe en noir correspond à un désaccord de  $-f_m$ .  
 b) Coupes de la Fig. IV.10 pour différents désaccords du LASER proche de  $+f_m$  qui donnent la puissance en fonction de la fréquence de modulation. La courbe en noir correspond à un désaccord de  $+f_m$ .  
 c) Coupe de la Fig. IV.10 à une fréquence de modulation de 20 GHz. On obtient la puissance en fonction du désaccord de la fréquence optique du LASER par rapport à la fréquence de résonance de la cavité optique.

### b) Cas d'une coopérativité faible devant 1

Si maintenant on réduit le couplage optomécanique, en prenant  $g_0 = 2\pi \cdot 10 \text{ kHz}$  (on a réduit le couplage d'un facteur 10), on n'observe plus nettement sur la Fig. IV.13.a, une diminution d'intensité pour une fréquence de modulation proche de  $f_m$ . En effet,  $C \propto g_0^2 = 1.75 \cdot 10^{-2} \ll 1$ . La lorentzienne inversée de la Fig. IV.13.b, a une hauteur de  $1.81 \times 10^{-2} \text{ dBm}$  pour un désaccord de  $-f_m$ , ce qui correspond à une variation du signal très faible de 0.42%.

Nous allons utiliser ces résultats théoriques afin de discuter nos résultats expérimentaux que nous présentons dans la partie suivante.

$\lambda_c$	850 nm
$f_m$	20 GHz
$Q_m$	$20 \cdot 10^3$
$\Gamma_m$	$2\pi \cdot 1.0$ MHz
$Q_c$	$20 \cdot 10^3$
$\kappa$	$2\pi \cdot 17.6$ GHz
$\kappa_{ext}$	$\kappa/2$
$\kappa/\Omega_m$	0.88
$Q_m f_m$	400 THz
$g_0$	$2\pi \cdot 10$ kHz
$g_0/\kappa$	$5.68 \cdot 10^{-7}$
$C$	$1.75 \cdot 10^{-2}$
$C_0$	$2.27 \cdot 10^{-8}$
$P_{mod}$	15 dBm
$\beta$	0.43
$P_{in}$	10 mW
$\bar{n}_c(\Delta = -\Omega_m)$	$1.26 \cdot 10^5$

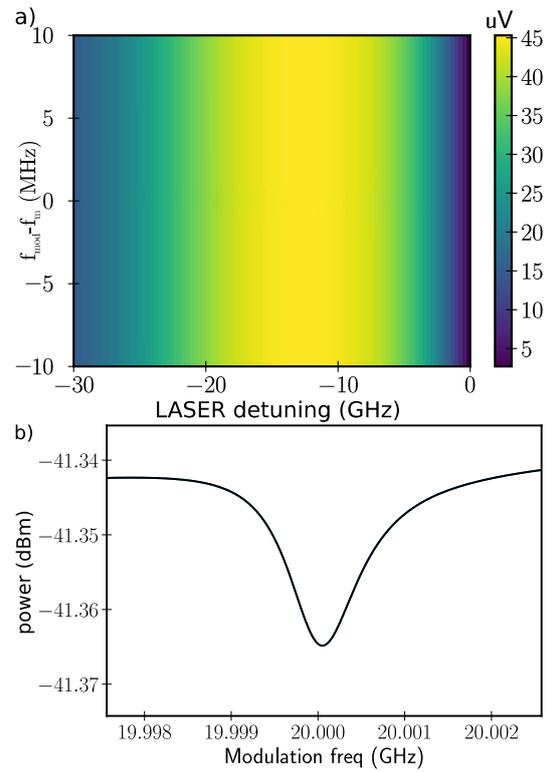


Fig. IV.13 a) Carte de chaleur de la puissance (convertie en  $\mu\text{V}$ ) du signal RF réfléchi en fonction de la fréquence de modulation, près de la fréquence de résonance mécanique  $-f_m$ . On a pris un nombre de points  $n_\Omega=1000$  et  $n_{\omega_p}=100$  pour cette simulation.  
b) Coupe de a) pour un désaccord du LASER de  $-f_m$  qui donne la puissance en fonction de la fréquence de modulation.

## IV.4 Résultats expérimentaux

### IV.4.1 Mesure en transmission

Comme expliqué en Sec. II.3.5, nous ne pouvions pas réaliser de mesure en réflexion sans régulation de l'intensité du faisceau LASER. Nous présentons donc dans un premier temps des mesures en transmission.

La Fig. IV.14.a, représente la résonance optique d'une cavité planaire à miroirs de Bragg de 25 bi-couches. On a une résonance optique lorentzienne centrée en 848.65 nm, de largeur à mi-hauteur 20.861 GHz, ce qui correspond à un facteur de qualité optique de  $Q = 16.945 \cdot 10^3$ .

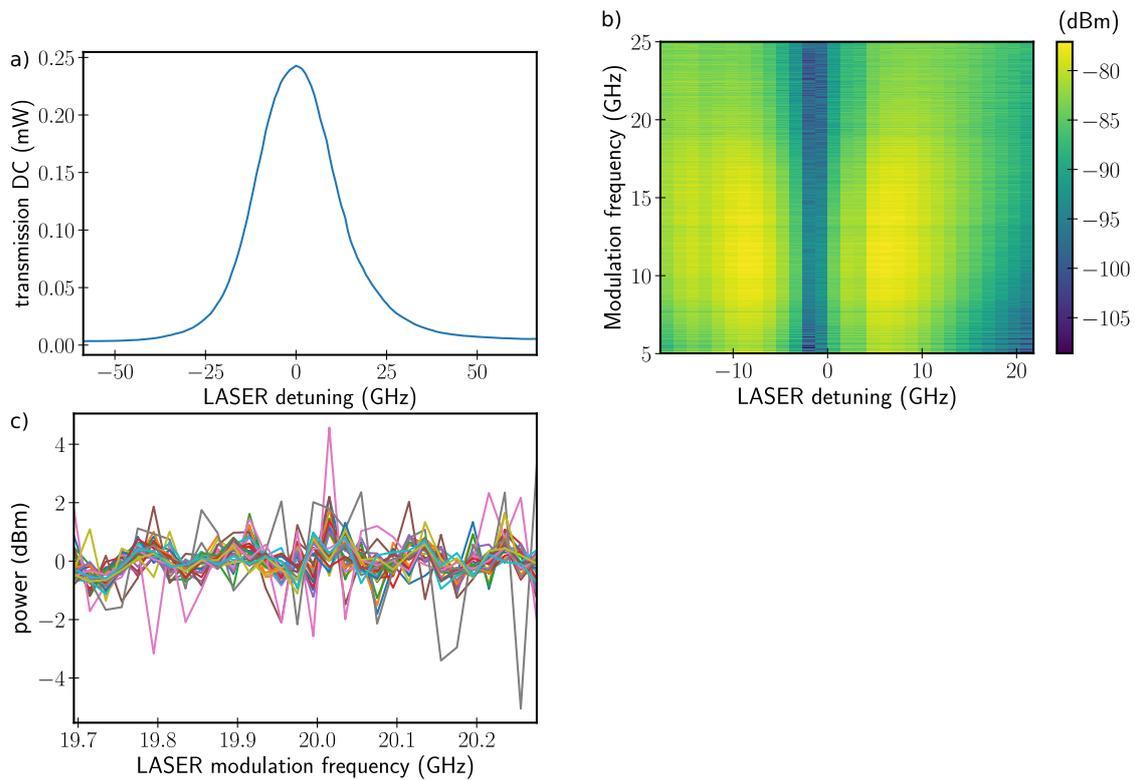


Fig. IV.14 a) Résonance optique d'un échantillon planaire de 25 bi-couches.  
 b) Puissance (dBm) du signal RF transmis, détecté par la photodiode rapide en fonction de la fréquence de modulation du LASER et du désaccord de la fréquence optique du LASER par rapport à celle de la cavité optique.  
 c) Coupe de b) pour des fréquences de modulation entre 19.7 et 20.3 GHz, on a tracé la puissance moins sa valeur moyenne pour chaque désaccord. On obtient un écart type moyen de 0.6 dBm.

Pour l'expérience d'OMIT, on mesure avec l'analyseur de spectre la réponse RF en transmission de l'échantillon à un faisceau LASER modulé en phase qui est détectée par la photodiode rapide. On fait varier la fréquence optique du LASER autour d'une valeur choisie avec les moteurs du LASER sur une gamme de 40 GHz grâce aux moteurs piézoélectriques. On fait varier la fréquence de modulation du LASER grâce au modulateur de phase et du générateur RF dont la puissance est fixée à 15 dBm ici et dont la fréquence est commandée par l'analyseur de spectre.

Pour chaque fréquence optique du LASER, c.-à-d. désaccord par rapport à la cavité optique ( $n_{\omega_p} = 30$  points ici), on mesure la puissance du signal transmis pour  $n_{\Omega} = 1000$  fréquences de modulation entre 5 et 25 GHz. L'analyseur de spectre effectue ces mesures avec une bande passante (*bandwidth*) de 10 kHz et l'expérience est moyennée 15 fois.

On observe bien sur la Fig. IV.14.b, une forte diminution du signal à la résonance optique, et une intensité plus importante pour une fréquence de modulation autour de 10 GHz ce qui correspond à la fréquence de fonctionnement optimale du modulateur de phase.

Pour des fréquences de modulation proches de la fréquence mécanique entre 19.7 et 20.3 GHz, nous n'observons pas de diminution d'intensité. Les variations du signal par rapport à sa valeur moyenne pour chaque désaccord (Fig. IV.14.c) donnent un écart type moyen de 0.6 dBm.

#### IV.4.2 Mesure en réflexion

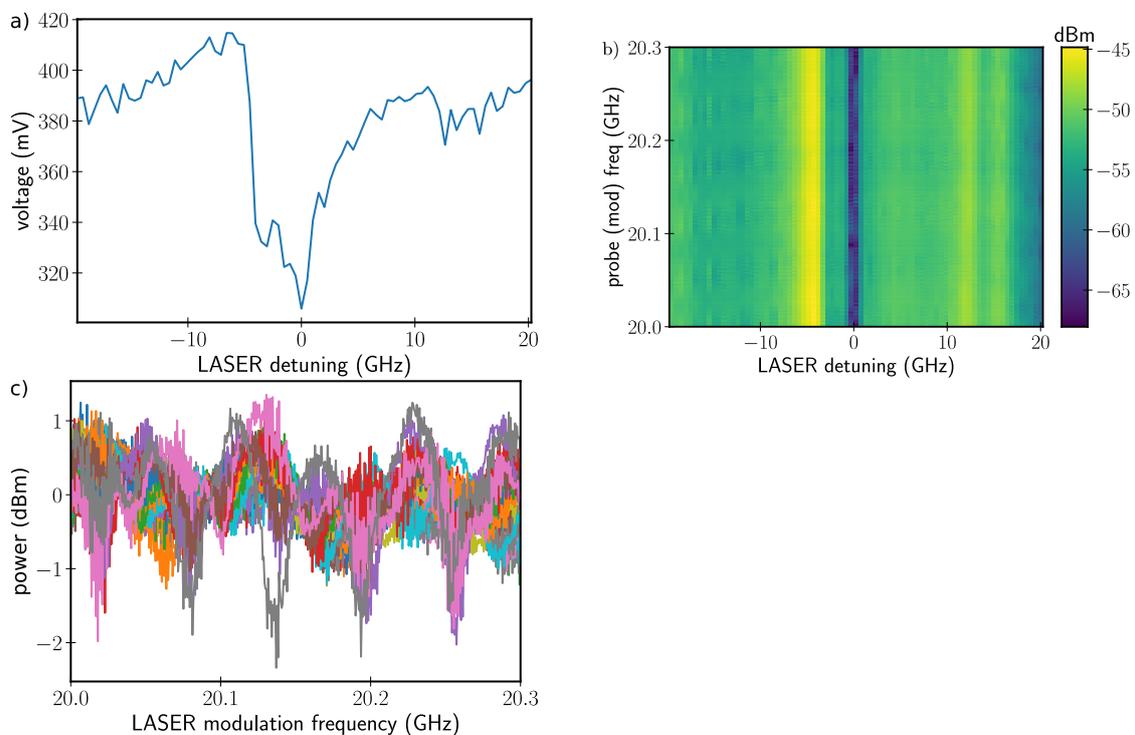


Fig. IV.15 a) Résonance optique d'un échantillon planaire de 26 bi-couches. b) Puissance (dBm) du signal RF réfléchi, détecté par la photodiode rapide en fonction de la fréquence de modulation du LASER et du désaccord de la fréquence optique du LASER par rapport à celle de la cavité optique. c) Coupe de b) pour des fréquences de modulation entre 20.0 et 20.3 GHz, on a tracé la puissance moins sa valeur moyenne pour chaque désaccord. On obtient un écart type moyen de 0.35 dBm.

Lorsque la régulation d'intensité du LASER a été opérationnelle, nous avons effectué des mesures en réflexion. La Fig. IV.15.a, représente la résonance optique d'une cavité planaire à miroirs de Bragg de 26 bi-couches. Pour chaque fréquence optique du LASER ( $n_{\omega_p} = 80$  points ici), on mesure la puissance du signal pour  $n_{\Omega} = 500$  fréquences de modulation

entre 20.0 et 20.3 GHz. L'analyseur de spectre effectue ces mesures avec une bande passante de 10 kHz et l'expérience est moyennée 10 fois. La puissance du générateur RF est fixée à 15 dBm. On obtient la Fig. IV.15.b.

On remarque que par rapport à la mesure en transmission (Fig. IV.14.a), on a beaucoup plus de signal. Cependant, on a des oscillations de l'amplitude du signal en fonction de la fréquence de modulation, le signal est très bruité (Fig. IV.15.c). On a tracé la puissance moins sa valeur moyenne pour chaque désaccord. On obtient un écart type moyen de 0.35 dBm.

### IV.4.3 Bruits

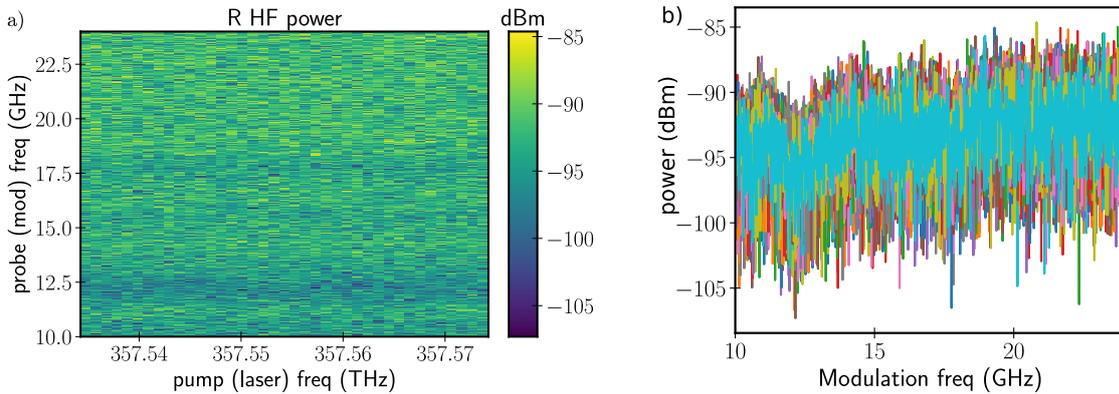


Fig. IV.16 a) Puissance (dBm) du signal RF réfléchi, détecté par la photodiode rapide en fonction de la fréquence de modulation du LASER et du désaccord de la fréquence optique du LASER par rapport à celle de la cavité optique, lorsque le générateur RF n'est pas en marche. On a un plancher de bruit de  $-93.4$  dBm. b) Coupe de a) pour des fréquences de modulation entre 10 et 24 GHz, on a tracé la puissance pour chaque désaccord.

On a mesuré le spectre de la densité de puissance du signal réfléchi lorsque le générateur RF n'est pas en marche (Fig. IV.16.a). On a un plancher de bruit de  $-93.4$  dBm (Fig. IV.16.b), mais pas d'oscillations du signal en fonction de la fréquence de modulation.

On a également mesuré la puissance du signal réfléchi par un miroir diélectrique que l'on a placé sur le trajet du faisceau laser avant l'échantillon. Pour chaque fréquence optique du LASER ( $n_{\omega_p} = 40$  points ici), on mesure la puissance pour  $n_{\Omega} = 1000$  fréquences de modulation entre 20.0 et 20.3 GHz. L'analyseur de spectre effectue ces mesures avec une bande passante de 10 kHz et l'expérience est moyennée 10 fois. La puissance du générateur RF est fixée à 15 dBm.

Sur la Fig. IV.17.b, on peut voir le signal DC mesuré par la photodiode rapide reliée au multimètre. La variation de l'intensité est due au fait que l'on n'utilisait pas la régulation d'intensité pour cette expérience, à part cela, on n'observe rien de particulier.

Cependant sur la Fig. IV.17.a, qui correspond au signal haute fréquence, on observe des oscillations de l'intensité en fonction de la fréquence de modulation. La Fig. IV.18.a est une coupe de la Fig. IV.17.a qui donne la puissance en fonction de la fréquence de modulation pour différents désaccords. On observe nettement les oscillations d'intensité en fonction de la fréquence de modulation.

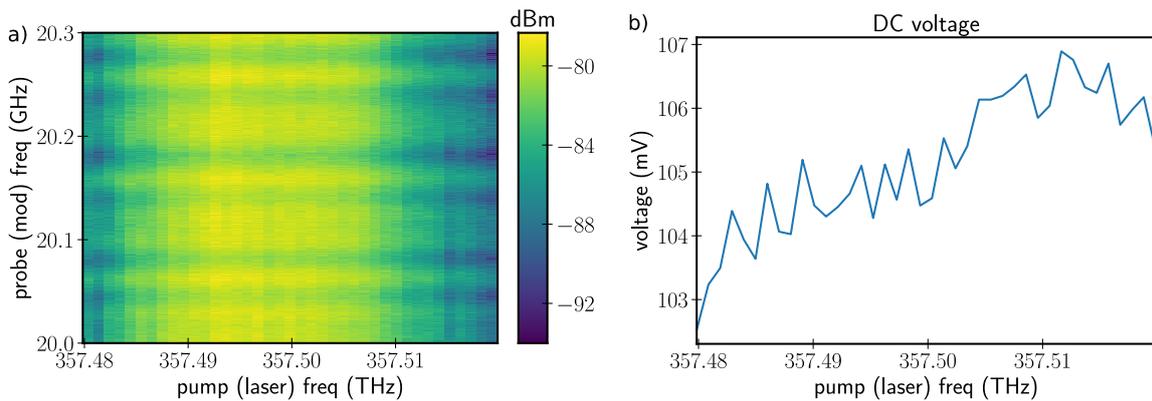


Fig. IV.17 a) Puissance (dBm) du signal RF réfléchi par un miroir diélectrique à large bande (750–1100 nm) en fonction de la fréquence de modulation du LASER et du désaccord de la fréquence optique du LASER par rapport à celle de la cavité optique.  
b) Signal DC mesuré par la photodiode rapide.

Comme le faisceau est modulé en phase, on n'attend aucun signal, car notre système ne permet de mesurer que des variations d'intensité. On obtient ainsi un signal faible entre  $-80$  dBm et  $-90$  dBm environ. Les oscillations observées sont probablement dues à une modulation d'intensité résiduelle du modulateur de phase.

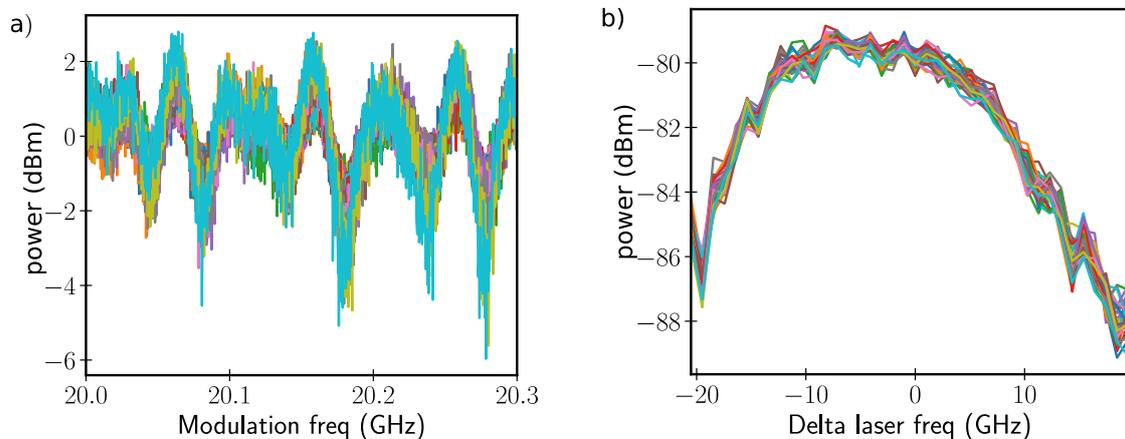


Fig. IV.18 a) Coupe de la Fig. IV.17.a, pour des fréquences de modulation entre 20.0 et 20.3 GHz. On a tracé la puissance moins sa valeur moyenne pour chaque désaccord.  
b) Coupe de la Fig. IV.17.a, pour les différentes fréquences de modulation.

La Fig. IV.18.b est une coupe de la Fig. IV.17.a qui donne la puissance en fonction de la fréquence optique du LASER pour différentes fréquences de modulation. On remarque qu'on a une grande variation du signal (8 dBm) en fonction de la fréquence optique du LASER. Le maximum de signal est proche de la fréquence optique initiale du LASER pour laquelle on a injecté le faisceau dans la photodiode rapide de  $25 \mu\text{m}$  de diamètre. Lorsque l'on change la fréquence optique du LASER avec les moteurs piézoélectriques peut être que la position du faisceau LASER change et est donc moins bien focalisé sur la diode. Cependant, le faisceau LASER passe dans une fibre monomode et l'on ne retrouve pas le même comportement sur

le signal DC (Fig. IV.17.b).

#### IV.4.4 Estimation d'une borne supérieure du couplage optomécanique

Nous n'avons pas réussi à nous débarrasser des oscillations d'amplitude parasites, il faudrait réduire le niveau de bruit de notre expérience. Nous n'avons pas réussi dans ces conditions à observer un signal de transparence induite.

$\lambda_c$	835.75 nm
$f_m$	20.2470 GHz
$Q_m$	$19.94 \cdot 10^3$
$\Gamma_m$	$2\pi \cdot 1.02$ MHz
$Q_c$	$21.20 \cdot 10^3$
$\kappa$	$2\pi \cdot 16.92$ GHz
$\kappa_{ext}$	$\kappa/2$
$\kappa/\Omega_m$	0.84
$Q_m f_m$	404 THz
$g_0$	$2\pi \cdot 10$ kHz– $2\pi \cdot 100$ kHz
$C$	$9.21 \cdot 10^{-3}$ – $9.21 \cdot 10^{-1}$
$C_0$	$2.34 \cdot 10^{-8}$ – $2.34 \cdot 10^{-6}$
$g_0/\kappa$	$5.91 \cdot 10^{-7}$ – $5.91 \cdot 10^{-6}$
$P_{mod}$ (dBm)	15 dBm
$\beta$	0.43
$P_{in}$	5 mW
$\bar{n}_c(\Delta = -\Omega_m)$	$5.88 \cdot 10^4$

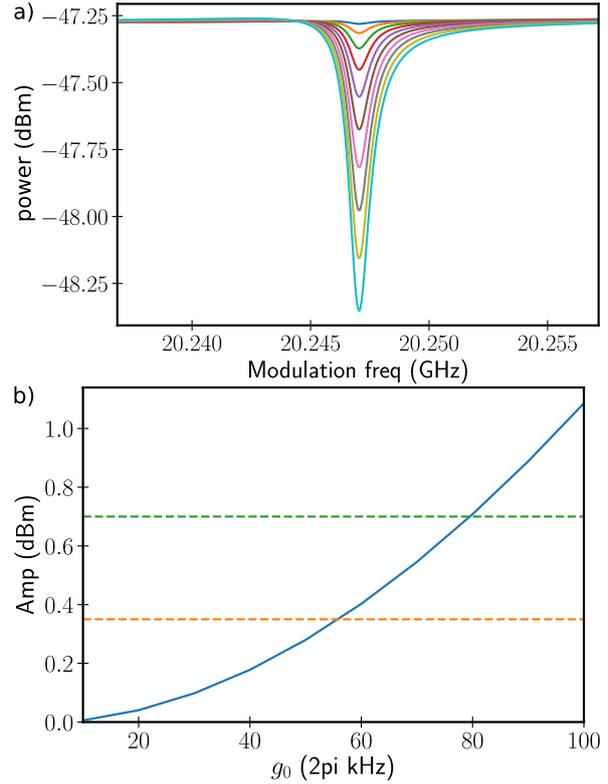


Fig. IV.19 a) Signal de l'expérience d'OMIT en dBm en fonction de la fréquence de modulation pour un désaccord de  $-f_m$  pour différentes valeurs de la constante de couplage optomécanique  $g_0$ .  
b) Amplitude de la lorentzienne inversée par rapport au fond optique en dBm, en fonction du couplage optomécanique  $g_0$ .

Si l'on fait des calculs pour estimer la hauteur de la lorentzienne du signal d'OMIT en fonction des paramètres de notre expérience (tableau de la Fig. IV.19) et de la constante de couplage optomécanique  $g_0$  ( $2\pi \cdot 10$  kHz– $2\pi \cdot 100$  kHz), on obtient la Fig. IV.19.a. La Fig. IV.19.b, représente l'amplitude du signal d'OMIT en dBm en fonction du couplage. En pointillés orange, est tracée l'amplitude de l'écart type due aux oscillations observées dans notre expérience, et en pointillés verts, l'amplitude correspondant à deux fois l'écart type.

Un pic d'une amplitude de 0.35 dBm correspond à un couplage de  $g_0 = 2\pi \cdot 60$  kHz et un pic d'une amplitude de 0.70 dBm correspond à un couplage de  $g_0 = 2\pi \cdot 80$  kHz, Si l'on suppose que l'on n'observe pas le signal d'OMIT car il est faible devant nos fluctuations expérimentales, on peut estimer une borne supérieure au couplage optomécanique de

notre échantillon de l'ordre de  $g_0 \lesssim 2\pi \cdot 60$  kHz.

Dans la référence [17], pour un pilier de section carrée, de  $3\ \mu\text{m}$  de côté, construit pour fonctionner à  $\approx 880$  nm ( $\approx 19$  GHz), une coopérativité à un photon  $C_0 \approx 3.8 \cdot 10^{-9}$ , un ratio  $\frac{g_o}{\kappa} \approx 1.3 \cdot 10^{-6}$  sont estimés à température ambiante. C'est le minimum des valeurs des systèmes optomécaniques utilisés de nos jours. Nous utilisons la Fig. III.2.c de [17] pour estimer  $\Gamma_m \approx 2\pi \cdot 63.7$  MHz et  $Q_c = 1.3 \cdot 10^4$  donne  $\kappa \approx 2\pi \cdot 26.2$  GHz), ce qui donne un couplage estimé de  $g_o \approx 34.1$  kHz. Tous les paramètres extraient de [17] sont rassemblés dans le Tableau. IV.2.a.

Les piliers étudiés par les auteurs de [17] à température ambiante ont des facteurs de qualité optiques de l'ordre de  $Q_c = 13 \cdot 10^3$  pour des piliers carrés, de côté  $L \geq 5\ \mu\text{m}$  qui diminuent à  $Q_c = 5 \cdot 10^3$  pour  $L = 2\ \mu\text{m}$  et des facteurs de qualité mécaniques de l'ordre de  $10^3$ .

Les auteurs observent une augmentation du signal de réflectivité dans leur mesure d'acoustique pico-seconde lorsqu'ils diminuent la taille des piliers étudiés ; ce qui irait dans le sens d'une augmentation du couplage optomécanique avec le confinement latéral. Les auteurs de [17] calculent les contributions géométrique et photoélastique du couplage optomécanique  $g_0$  en fonction de la taille du micro-pilier. Ils obtiennent un couplage qui augmente avec le confinement latéral et dont la composante photoélastique est toujours d'un ordre de grandeur plus élevée que la composante géométrique.

Les auteurs de [17] concluent que des améliorations peuvent être faites quant à la fabrication. En effet, il est possible avec la technologie actuelle d'atteindre des facteurs de qualité optiques  $Q_c \approx 10^5$  ( $Q_c \approx 1.5 \cdot 10^5$  [27],  $Q_c \approx 2.0 \cdot 10^5$  [21]) et il serait également théoriquement possible d'atteindre des facteurs de qualité mécaniques  $Q_m \approx 10^5$ .

Les auteurs de [17] ajoutent que travailler à basse température augmenterait les facteurs de qualité optiques et acoustiques, cependant les valeurs attendues des paramètres optomécaniques resteraient toujours dans le bas de gamme des autres systèmes optomécaniques de la littérature. Les auteurs en utilisant les valeurs optimisées pour les facteurs de qualité optique et acoustique ainsi que le couplage optomécanique calculé, obtiennent  $\frac{g_o}{\kappa} \geq 10^{-5}$  et  $C_0 \approx 10^{-6}$ . Les auteurs de [17] concluent que la force des micro-piliers est leur fréquence de résonance mécanique élevée  $\approx 20$  GHz.

Nous avons obtenu sur des échantillons planaires, des facteurs de qualité optique et acoustique de l'ordre de  $Q_c \approx 2 \cdot 10^4$  et  $Q_m \approx 2.7 \cdot 10^4$  à basse température. Ce qui représente une augmentation d'un facteur 22 pour le facteur de qualité acoustique ( $Q_m f_m$  d'un facteur 24) par rapport aux mesures à haute température de [17], mais seulement un facteur 1.6 pour le facteur de qualité optique. En revanche pour nos micro-piliers (Tableau. IV.2.b) les facteurs de qualités optique et acoustique chutent même pour des diamètres de  $\approx 10\ \mu\text{m}$ . Nous n'avons pas réussi à étudier des piliers de  $\approx 5\ \mu\text{m}$  et plus petits car les structures étaient trop abîmées. Pour un micro-pilier de  $8\ \mu\text{m}$ , le facteur de qualité optique chute d'un facteur 2 ( $Q_c \approx 1.1 \cdot 10^4$ ) et est du même ordre de grandeur que ceux mesurés à température ambiante par [17]. Le facteur de qualité mécanique chute fortement d'un facteur 4.5 ( $Q_m \approx 6 \cdot 10^3$ ) mais reste cependant 5 fois supérieur à ceux mesurés à température ambiante par [17].

On a estimé d'après nos expériences d'OMIT seulement une borne supérieure du couplage optomécanique :  $g_0 \lesssim 2\pi \cdot 60$  kHz. Cela nous permet d'estimer une coopérativité à un photon de  $C_0 \lesssim 1.2 \cdot 10^{-6}$  pour nos échantillons planaires.

a)	pilier de 2 $\mu\text{m}$	à 7 $\mu\text{m}$	b)	pilier de 8 $\mu\text{m}$	meilleure valeur mesurée (planaire)
Température	ambiante	idem	Température	$\approx 20$ K	idem
$\lambda_c$	$\approx 880$ nm	idem	$\lambda_c$	$\approx 850$ nm	idem
$f_m$	$\approx 19$ GHz	idem	$f_m$	$\approx 20$ GHz	idem
$Q_m$	$\approx 1.2 \cdot 10^2$	$\approx 1.2 \cdot 10^3$	$Q_m$	$6 \cdot 10^3$	$2.7 \cdot 10^4$
$\Gamma_m$	$2\pi \cdot 158$ MHz	$2\pi \cdot 15.8$ MHz	$\Gamma_m$	$2\pi \cdot 3$ MHz	$2\pi \cdot 0.7$ MHz
$Q_c$	$\approx 5 \cdot 10^3$	$\approx 1.3 \cdot 10^4$	$Q_c$	$1.1 \cdot 10^4$	$2.1 \cdot 10^4$
$\kappa$	$2\pi \cdot 68.2$ GHz	$2\pi \cdot 26.2$ GHz	$\kappa$	$2\pi \cdot 31.5$ GHz	$2\pi \cdot 17.0$ GHz
$\kappa/\Omega_m$	3.6	1.4	$\kappa/\Omega_m$	1.6	0.85
$Q_m f_m$	2.3 THz	22.8 THz	$Q_m f_m$	120 THz	540 THz
$g_0$	$2\pi \cdot 34.1$ kHz	idem	$g_0$	$\lesssim 2\pi \cdot 60$ kHz	idem
$C_0$	$3.8 \cdot 10^{-9}$	$1.1 \cdot 10^{-8}$	$C_0$	$\lesssim 1.3 \cdot 10^{-7}$	$\lesssim 1.2 \cdot 10^{-6}$
$g_0/\kappa$	$5.0 \cdot 10^{-7}$	$1.3 \cdot 10^{-6}$	$g_0/\kappa$	$\lesssim 1.9 \cdot 10^{-6}$	$\lesssim 3.5 \cdot 10^{-6}$

Table IV.2 a) Paramètres calculés et estimés des auteurs de [17] à partir d'expériences d'acoustique pico-seconde réalisées à température ambiante.  
b) Paramètres mesurés et calculés pour un de nos micro-pilier de 8  $\mu\text{m}$  de diamètre et pour les échantillons planaires.

Si l'on arrive à obtenir un facteur de qualité optique de  $Q_c = 5 \cdot 10^4$  ( $2\pi \cdot 7$  GHz) respectivement  $Q_c = 1 \cdot 10^5$  ( $2\pi \cdot 3.5$  GHz), on obtient  $\kappa/\Omega_m = 0.35$  respectivement  $\kappa/\Omega_m = 0.18$ , ce qui permettrait d'être dans le régime des bandes latérales résolues et d'augmenter la coopérativité d'un facteur 2 respectivement 3.4.

Nous n'avons pas observé expérimentalement de signal de transparence induite. Il nous est donc impossible de donner une valeur au couplage optomécanique à basse température des cavités à miroirs de Bragg d'AlAs/GaAs planaires ou en micro-piliers, mais seulement une borne supérieure de  $g_0 \lesssim 2\pi \cdot 60$  kHz.

Nous avons pu mesurer des facteurs de qualité acoustiques à 20 K plus grands que ceux mesurés à température ambiante et des facteurs de qualité optique du même ordre de grandeur. Le fait de ne pas avoir pu mesurer la résonance (acoustique et optique) de pilier de taille de l'ordre de 5  $\mu\text{m}$  et plus petits indique que des progrès peuvent et doivent être faits dans la fabrication des échantillons.

# Conclusion

À la suite de développements récents en acoustique pico-seconde [10] qui ont montré la possibilité de confiner à la fois un mode de résonance mécanique et un mode de résonance optique dans la même cavité, les cavités à miroirs de Bragg de GaAs/AlAs en micro-piliers ont été considérées comme des systèmes prometteurs pour réaliser des expériences d'optomécanique. Le couplage optomécanique élevé attendu dans ce type de structure et la fréquence élevée du mode acoustique ( $\approx 20$  GHz) pourraient permettre de refroidir l'oscillateur mécanique dans son état fondamental et d'observer son comportement quantique à des températures de l'ordre du Kelvin.

Nous avons développé un montage expérimental pour les expériences d'optique et les expériences de transparence induite optomécaniquement. Ce montage nous a permis de caractériser les résonances optiques de cavités planaires et de micro-piliers. Nous avons pu observer les deux premiers modes optiques d'un micro-pilier cylindrique de  $8 \mu\text{m}$  de diamètre. Nous avons obtenu leurs profils fréquentiel (résonance) et spatial.

Dans cette thèse, la technique d'excitation sous-harmonique résonante nous a permis de contourner la limite de résolution en fréquence inhérente aux expériences d'acoustique pico-seconde. Nous avons caractérisé la résonance acoustique de cavités à miroirs de Bragg planaires et en micro-piliers dont le temps de vie est supérieur au temps entre deux impulsions LASER. Notre montage en transmission, où la pompe et la sonde sont découplées, nous a également permis de mesurer le profil spatial acoustique de micro-piliers. Nous avons mesuré des facteurs de qualité acoustiques de plusieurs dizaines de milliers, ce qui donne un produit facteur de qualité–fréquence ( $Q_m f_m$ ) de  $5 \times 10^{14}$  Hz à 20 K, comparable à l'état de l'art des systèmes optomécaniques [81].

Les facteurs de qualité acoustiques que nous avons mesurés à 20 K sont plus grands que ceux de la littérature à température ambiante [17], alors que les facteurs de qualité optiques sont du même ordre de grandeur. Travailler à basse température permet de réduire fortement les pertes dues aux interactions phonon-phonon et les valeurs des facteurs de qualité obtenues ne sont pas limitées par l'absorption de phonons dans les matériaux.

Cependant, nous avons mesuré des facteurs de qualité optiques et acoustiques inférieurs à ceux attendus théoriquement pour les cavités à miroirs de Bragg planaires et nous avons observé une forte diminution du facteur de qualité acoustique même pour des micro-piliers de grande taille. Cela indique que des progrès peuvent et doivent être faits dans la fabrication des échantillons. La littérature donne des facteurs de qualité optiques pouvant aller jusqu'à  $10^5$  [21 ; 27] et il serait également théoriquement possible d'atteindre des facteurs de qualité mécaniques  $Q_m \approx 10^5$ .

Nos expériences préliminaires semblent montrer que le modèle simplifié de la référence [17] ne reproduit pas le décalage en fréquence entre un pilier de 12 et 8  $\mu\text{m}$ . Ce modèle permet de reproduire qualitativement les profils spatiaux observés, mais pas de manière quantitative.

Des expériences systématiques doivent être réalisées afin d'obtenir de manière nette l'évolution de la fréquence de résonance et du facteur de qualité des modes acoustiques en fonction de la taille des micro-piliers. Afin de confirmer ou non la présence d'anti-croisements, sauts de la fréquence de résonance et forte diminution du facteur de qualité du mode acoustique, observés dans des simulations [15] pour certains diamètres de micro-piliers, il faudrait étudier plus finement l'évolution de la résonance en fonction du rayon du micro-pilier. Si de tels sauts fréquents (pour des rayons particuliers tous les 100 nm environ) étaient observés expérimentalement, cela serait un frein quant à l'utilisation de cavités à miroirs de Bragg en micro-piliers comme résonateurs mécaniques et donc comme systèmes optomécaniques.

Notre montage d'optique/optomécanique, a beaucoup évolué durant cette thèse. L'ajout d'un système de visualisation nous a permis de travailler sur des micro-piliers. La régulation de l'intensité optique du LASER nous a permis de travailler en réflexion et donc d'augmenter l'intensité du signal mesuré. Nous n'avons pas observé expérimentalement de signal de transparence induite, mais nos expériences nous ont permis de donner une borne supérieure au couplage optomécanique à basse température des cavités à miroirs de Bragg de GaAs/AlAs planaires de  $g_0 \lesssim 2\pi \cdot 60$  kHz. Notre expérience peut être perfectionnée, afin d'augmenter le rapport signal sur bruit. Une amélioration de la qualité des échantillons permettrait d'augmenter le rapport couplage optomécanique sur pertes (optiques et acoustiques) et donc la coopérativité ainsi que d'augmenter le signal haute fréquence mesuré.

Ce travail de thèse pourrait être poursuivi de plusieurs manières. Outre l'amélioration de l'expérience de transparence optomécaniquement induite, des mesures du spectre du bruit thermique devraient être explorées, afin de mettre en évidence le mode mécanique du micro-pilier. Les quelques essais réalisés avec notre montage actuel, sur des échantillons planaires ont été infructueux.

La technique d'excitation sous-harmonique résonante et notre expérience d'acoustique pico-seconde pourraient être utilisées pour étudier la dépendance des fréquences de résonance de modes acoustiques de cavités à miroirs de Bragg en micro-piliers et de leurs temps de vie en fonction de la température. Des tests sur un micro-pilier cylindrique de 64  $\mu\text{m}$  de diamètre ont montré que l'on avait toujours du signal acoustique à 80 K et que la fréquence de résonance du mode fondamental acoustique diminue d'environ 0.1% entre 20 K et 80 K, compatible avec la mesure de la variation de la constante élastique  $C_{11}$  du GaAs en fonction de la température [102].

De plus, notre expérience d'acoustique pico-seconde couplée à la technique d'excitation sous-harmonique résonante permettrait de caractériser des résonateurs mécaniques de hautes fréquences de résonance et de hauts facteurs de qualité, comme par exemple les modes de respiration de membranes de SiN et de nano-fils.

Dans une cavité à miroirs de Bragg en micro-pilier, le couplage entre un *quantum dot* (QD) et le mode optique de la cavité donne lieu à l'étude d'excitons et de polaritons qui intéressent fortement la communauté. Par analogie, des expériences où un QD est couplé à

un mode de flexion d'un nano-fil de GaAs ont été réalisées [103]. La vibration du fil crée une variation temporelle de la contrainte et donc une modulation de l'énergie de transition du QD. Ce système est un système hybride, compact qui couple un objet quantique (QD) à un objet classique (le mouvement du fil).

En reprenant cette idée, une autre stratégie pour refroidir le mode mécanique de cavités à miroirs de Bragg en micro-piliers pourrait donc être d'ajouter un QD dans la cavité, là où la contrainte est maximale afin de coupler le QD au mode acoustique de la cavité : on obtient une Diode laser à cavité verticale émettant par la surface (VCSEL). La modulation de l'émission du QD par un mode acoustique de la cavité, excité par une impulsion acoustique pico-seconde, a déjà été étudiée [104]. Le taux de décohérence excitonique ( $> 10$  GHz) du QD et la fréquence de résonance mécanique (20 GHz) sont du même ordre de grandeur, ce qui pourrait permettre de refroidir le mode mécanique jusque dans son état fondamental.

## Annexe A

# Étapes de fabrication des micro-piliers

step	sample side	characteristics
cleaning	cavity	$O_2$ plasma 4 min
evaporation	cavity	60 nm, $0.2 \text{ nm}\cdot\text{s}^{-1}$ , current $\sim 200 \text{ mA}$
Spin coating	cavity	Bake, $100^\circ\text{C}$ , 1 min Ti Prime, 4000 rpm, 30 s Bake, $120^\circ\text{C}$ , 2 min HSQ, 4000 rpm, 30 s Bake, $150^\circ\text{C}$ , 2 min Bake, $200^\circ\text{C}$ , 2 min
E-beam Lithography	cavity	voltage 20 kV aperture $30 \mu\text{m}$ dose $1200 \mu\text{C}\cdot\text{cm}^{-2}$ (large structure), $1800 \mu\text{C}\cdot\text{cm}^{-2}$ (small structure) current 286 pA
Developpement	AZ 400K cleaning water	25 s 1 min
etching (ICP)		Cleaning Conditioning : Handling insert GaAs wafer, 1 cycle of 30 min Etching : Handling insert sample, 10 cycles of 20 min
profilometre		
cleaning	substrate	IPA, $O_2$ plasma 9 min
evaporation	substrate	60 nm, $0.2 \text{ nm}\cdot\text{s}^{-1}$ , current $\sim 200 \text{ mA}$

Table A.1 Différentes étapes de la fabrication des micro-piliers. Les lignes grisées correspondent aux étapes supplémentaires à effectuer pour la préparation d'un échantillon pour les expériences d'acoustique.

## Annexe B

# Caractéristiques des échantillons

	densité ( $\text{g}\cdot\text{cm}^{-3}$ )	vitesse des ondes acoustiques ( $\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ )	impédance acoustique ( $\text{kg}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{s}^{-1}$ )	indice optique (sans unité)
Aluminium	2.699	$6.00 \cdot 10^3$	$16.19 \cdot 10^6$	2.23
AlAs	3.7285	$5.7034888 \cdot 10^3$ ( $\nu = 0.31$ )	$21.27 \cdot 10^6$	2.945
GaAs	5.315	$4.7792 \cdot 10^3$ ( $\nu = 0.31$ )	$25.40 \cdot 10^6$	3.553

Table B.1 Propriétés physiques des matériaux utilisés. Les valeurs des caractéristiques des matériaux sont prises à 20 K.

	contraste d'impédance	contraste de vitesse
acoustique	$r = Z_{\text{AlAs}}/Z_{\text{GaAs}} = 0.837$	$v_{\text{AlAs}}/v_{\text{GaAs}} = 1.193$
	$r' = Z_{\text{Al}_{0.95}\text{Ga}_{0.05}\text{As}}/Z_{\text{GaAs}} = 0.846$	$v_{\text{Al}_{0.95}\text{Ga}_{0.05}\text{As}}/v_{\text{GaAs}} = 1.181$
optique	$r = n_{\text{GaAs}}/n_{\text{AlAs}} = 0.829$	$c_{\text{AlAs}}/c_{\text{GaAs}} = 1.207$
	$r' = n_{\text{GaAs}}/n_{\text{Al}_{0.95}\text{Ga}_{0.05}\text{As}} = 0.837$	$c_{\text{Al}_{0.95}\text{Ga}_{0.05}\text{As}}/c_{\text{GaAs}} = 1.194$

Table B.2 Contrastes acoustiques et optiques entre le GaAs et le AlAs

	DS15	DS20	DS25	DS26
doublets	15	20	25	26
GaAs (nm)	59.74	75.14	60.0	59.84
AlAs (nm)	71.29361	88.67	70.1	71.45 ( $\text{Al}_{0.95}\text{Ga}_{0.05}\text{As}$ )
cavité (nm)	119.48	150.3	120.0	119.67
Acoustique				
$f_m$ (GHz)	20.00	15.98	20.11	19.87
$Q_m$	$1.984 \cdot 10^3$	$11.78 \cdot 10^3$	$69.61 \cdot 10^3$	$60.78 \cdot 10^3$
$\Delta f_m$ (MHz)	10.09	1.36	0.289	0.327
$\tau_m$ (ns)	31.6	234.6	1102.0	973.8
$v_{eff}^{-1}$ ( $\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ )	$5.2059 \cdot 10^3$	$5.2069 \cdot 10^3$	$5.2068 \cdot 10^3$	$5.1876 \cdot 10^3$
Optique				
$f_c$ (THz)	354.8	283.5	356.6	352.5
$\lambda_c$ (nm)	845.5	1058.2	841.2	851.1
$Q_c$	$1.99 \cdot 10^3$	$13.0 \cdot 10^3$	$85.0 \cdot 10^3$	$76.7 \cdot 10^3$
$\Delta f_c$ (GHz)	$1.78e \cdot 10^2$	$2.18e \cdot 10^1$	4.20	4.60
$\Delta \lambda_c$ (nm)	$4.25 \cdot 10^{-1}$	$8.12 \cdot 10^{-2}$	$9.90 \cdot 10^{-3}$	$1.110 \cdot 10^{-2}$

Table B.3 Caractéristiques des échantillons et paramètres théoriques attendus

1. calculs détaillés dans l'Annexe E

## Annexe C

# Paramètres des expériences d'acoustique et d'optique

	fréquence	période
largeur impulsion	10 GHz	100 fs
$f_{rep}$	80 MHz	12 ns
$f_{mod}$	1 MHz	100 ns
$T_{LAR}$	86.96 MHz	11.5 ns
$\tau_S$	$\frac{1}{2f_m}$	25 ps
$t_t$		77.5 ns
$f_m$	15 GHz–20 GHz	66.7 ps–50 ps
$\tau_m$		30ns

Table C.1 Échelles de temps et de fréquence pour l'expérience d'acoustique

LASER	
gamme moteurs	830 nm–870 nm
gamme piezo	40 GHz $\rightarrow$ $9.64 \cdot 10^{-2}$ nm
modulateur de phase	
Max RF inpout power	28 dBm
Max Optical input power	14 dBm=25mW
$\pi$ modulation at 10GHz	27dBm
Insertion loss	4 dBm
maximum output power	10 dBm = 10 mW
photodiode rapide Model 1437 New Focus	
diametre	25 $\mu$ m
gamme	400 nm–1650 nm
Bandwidth	25 GHz
dark voltage	< 10 mV (50 $\Omega$ )
Spectrum Analyzer FSW26	
gamme fréquence	2 Hz – 26.5 GHz
gamme puissance	–153 dBm – 30 dBm
Resolution bandwidth	1 Hz – 10 MHz
SMB100A Signal Generator	
gamme fréquence	50 MHz – 40 GHz
max power out	16 dBm
Minimum specified output power	0 dBm
Harmonics	< –8 dBm

Table C.2 Caractéristiques des appareils utilisés pour les expériences d'optique et d'optomécanique.

## Annexe D

# Calcul du diamètre de l'excitation acoustique

Le faisceau pompe optique focalisé sur la surface du substrat de l'échantillon a un *waist* de  $6.92 \mu\text{m}$  que l'on déduit d'une largeur à mi hauteur *FWHM* du profil d'intensité de la tache. On considère une source acoustique gaussienne générée par le faisceau pompe optique qui va se propager dans le substrat jusqu'à la cavité et diffracter lors de sa propagation. La source acoustique s'écrit :

$$u(r, z = 0) = \sqrt{\frac{2}{\pi\omega_0^{ac2}}} \exp\left(-\frac{r^2}{\omega_0^{ac2}}\right) \quad (\text{D.1})$$

avec  $\omega_0^{ac}$  le *waist* du faisceau acoustique.

Le faisceau acoustique qui s'est propagé sur une distance  $d$  s'écrit :

$$u(r, z = d) = \sqrt{\frac{2}{\pi\omega_0^{ac2}}} \frac{q}{q + iq_d} \exp\left(-\frac{q^2}{q^2 + q_d^2} \frac{r^2}{\omega_0^{ac2}}\right) \quad (\text{D.2})$$

avec  $q = \frac{\omega}{v_{\text{GaAs}}}$  le vecteur d'onde acoustique et  $q_d = \frac{2d}{\omega_0^{ac2}}$

Comme la croissance de la cavité se fait selon l'axe (100) du GaAs, pour tenir compte de l'anisotropie près de cet axe, il faut multiplier la distance parcourue par les ondes acoustiques  $d$  par un coefficient  $\xi_{100}^2$  qui s'exprime en fonction des constantes élastiques du GaAs :

$$\xi_{100}^2 = \frac{C_{44}}{C_{11}} + \frac{(C_{44} + C_{12})^2}{C_{11}(C_{11} - C_{44})} = 2.3 \quad (\text{D.3})$$

On en déduit le *waist* du faisceau acoustique lorsqu'il arrive sur la cavité :

$$\omega_{d_s}^{ac} = \omega_0^{ac} \sqrt{\frac{q^2 + q_d^2}{q^2}} \quad (\text{D.4})$$

On peut calculer le rapport d'amplitude entre la source et le  $(l + 1)^{\text{e}}$  échos  $r_{l0}$  pour avoir une idée de l'énergie perdue par diffraction lors de la propagation du faisceau acoustique. Le premier échos correspond à  $l = 0$ .

$$r_{l0} = \frac{u(0, (2l + 1)d_s)}{u(0, 0)} = \sqrt{\frac{q^2}{q^2 + q_{(2l+1)d_s}^2}} \quad (\text{D.5})$$

$$(\text{D.6})$$

Objectif	$FWHM_0 I_{opt}$	$\omega_0^{ac}$	$FWHM_{d_s}^{ac}$	$\omega_{d_s}^{ac}$	$r_{00}$	$r_{10}$
x10	8 $\mu\text{m}$	4.80 $\mu\text{m}$	23.8 $\mu\text{m}$	14.3 $\mu\text{m}$	0.34	0.12
x20	4.5 $\mu\text{m}$	2.70 $\mu\text{m}$	40.1 $\mu\text{m}$	24.1 $\mu\text{m}$	0.11	0.038

Table D.1 Caractéristiques du faisceau acoustique qui excite la cavité à 20 GHz pour deux objectifs de grossissements différents x10 et x20.

On peut voir dans le [Tableau. D.1](#), qu'avec un objectif de grossissement x10, on excite la cavité avec un faisceau de largeur à mi-hauteur de 23.8  $\mu\text{m}$ . On excite donc de manière assez homogène même des piliers de « grands » diamètres. On perd cependant les deux tiers de l'intensité du faisceau pompe. On remarque également que le rapport entre l'amplitude du second et du premier échos est de 0.35, le rôle des échos successifs est donc réduit pour les deux valeurs de grossissements étudiées ici. Cependant, on perd trop d'intensité avec l'objectif x20 qui fait trop diffracter le faisceau, on utilise donc pour les expériences sur des micro-pilier l'objectif de grossissement x10.

## Annexe E

# Calcul de la vitesse effective des cavités acoustiques

Une cavité à miroirs de Bragg est constituée de couches de GaAs et de AlAs de vitesses des ondes longitudinales acoustiques différentes. La cavité est constituées de deux miroirs de Bragg de  $n$  bi-couches de GaAs/AlAs d'épaisseur  $d_{GaAs}/d_{AlAs}$  qui encadrent une couche de GaAs d'épaisseur  $d_{spacer}$ . L'épaisseur totale de la cavité est notée  $d_c = d_{spacer} + 2n(d_{GaAs} + d_{AlAs})$ .

On écrit la vitesse effective des ondes longitudinales dans cette cavité :

$$v_{eff} = \sqrt{\frac{C_{eff}}{\rho_{eff}}} \quad (\text{E.1})$$

avec  $\rho_{eff}$  la masse volumique effective de la cavité :

$$\rho_{eff} = \frac{2nd_{GaAs}}{d_c} \rho_{GaAs} + \frac{2nd_{AlAs}}{d_c} \rho_{AlAs} \quad (\text{E.2})$$

où  $\rho_{GaAs}$  et  $\rho_{AlAs}$  sont la masse volumique du GaAs et de l'AlAs. et  $C_{eff}$  la constante élastique effective de la cavité :

$$C_{eff} = \frac{d_c}{\frac{2nd_{GaAs}}{C_{GaAs}} + \frac{2nd_{AlAs}}{C_{AlAs}}} \quad (\text{E.3})$$

où  $C_{GaAs} = \rho_{GaAs} v_{GaAs}^2$  et  $C_{AlAs} = \rho_{AlAs} v_{AlAs}^2$  sont les constantes élastiques du GaAs et du AlAs.  $v_{GaAs}$  et  $v_{AlAs}$  sont les vitesses des ondes longitudinales dans le GaAs et dans le AlAs.

# Annexe F

## Fonctions de Bessel

### Équation de Bessel

L'équation de Bessel, pour une fonction  $f : x \in \mathbb{R} \mapsto f(x) \in \mathbb{R}$  s'écrit :

$$(x^2 \frac{\partial^2}{\partial x^2} + x \frac{\partial}{\partial x} + x^2 - \alpha^2)f(x) = 0, \text{ avec } \alpha \in \mathbb{C} \quad (\text{F.1})$$

Si  $\alpha \in \mathbb{N}$ , on l'appelle ordre de la fonction de Bessel. Cette équation a deux familles de solutions.

Les fonctions de seconde espèce  $Y_\alpha$  ne sont pas définies en  $x = 0$ , elles ont une limite infinie en 0.

Les fonctions de première espèce  $J_\alpha$  sont définies en  $x = 0$ . Elles sont également appelées harmoniques cylindriques, elles forment une base orthogonale d'un certain espace de fonctions.

On peut effectuer des développements asymptotiques de  $J_\alpha$  :

$$\text{Pour } 0 < x \ll \sqrt{\alpha + 1} \ (\alpha > 0), \quad J_\alpha(x) \simeq \frac{1}{\Gamma(\alpha + 1)} \left(\frac{x}{2}\right)^\alpha \quad (\text{F.2})$$

$$\text{Pour } x \gg |\alpha^2 - \frac{1}{4}|, \quad J_\alpha(x) \simeq \sqrt{\frac{2}{\pi x}} \cos\left(x - \frac{\alpha\pi}{2} - \frac{\pi}{4}\right) \quad (\text{F.3})$$

avec  $\Gamma$  la fonction qui prolonge la fonction factorielle aux nombres complexes.

### Fonctions de Bessel modifiées

Les fonctions de Bessel modifiées sont solutions de l'équation :

$$(x^2 \frac{\partial^2}{\partial x^2} + x \frac{\partial}{\partial x} - x^2 - \alpha^2)f(x) = 0 \quad (\text{F.4})$$

Si  $\alpha \in \mathbb{N}$ , les fonctions de Bessel modifiées se séparent en deux familles : les fonctions de première espèce  $I_\alpha$  et de deuxième espèce  $K_\alpha$ . Elles sont reliées à la fonction de Bessel de première espèce  $J_\alpha$  par :

$$I_\alpha(x) = i^{-\alpha} J_\alpha(ix) \quad (\text{F.5})$$

$$K_\alpha(x) = \frac{\pi}{2} \frac{i^\alpha J_{-\alpha}(ix) - i^{-\alpha} J_\alpha(ix)}{\sin(\pi\alpha)} \quad (\text{F.6})$$

On peut effectuer un développement asymptotique : Pour  $x \gg |\alpha^2 - \frac{1}{4}|$  :

$$I_\alpha(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi x}} e^x \quad (\text{F.7})$$

$$K_\alpha(x) = \sqrt{\frac{\pi}{2x}} e^{-x} \quad (\text{F.8})$$

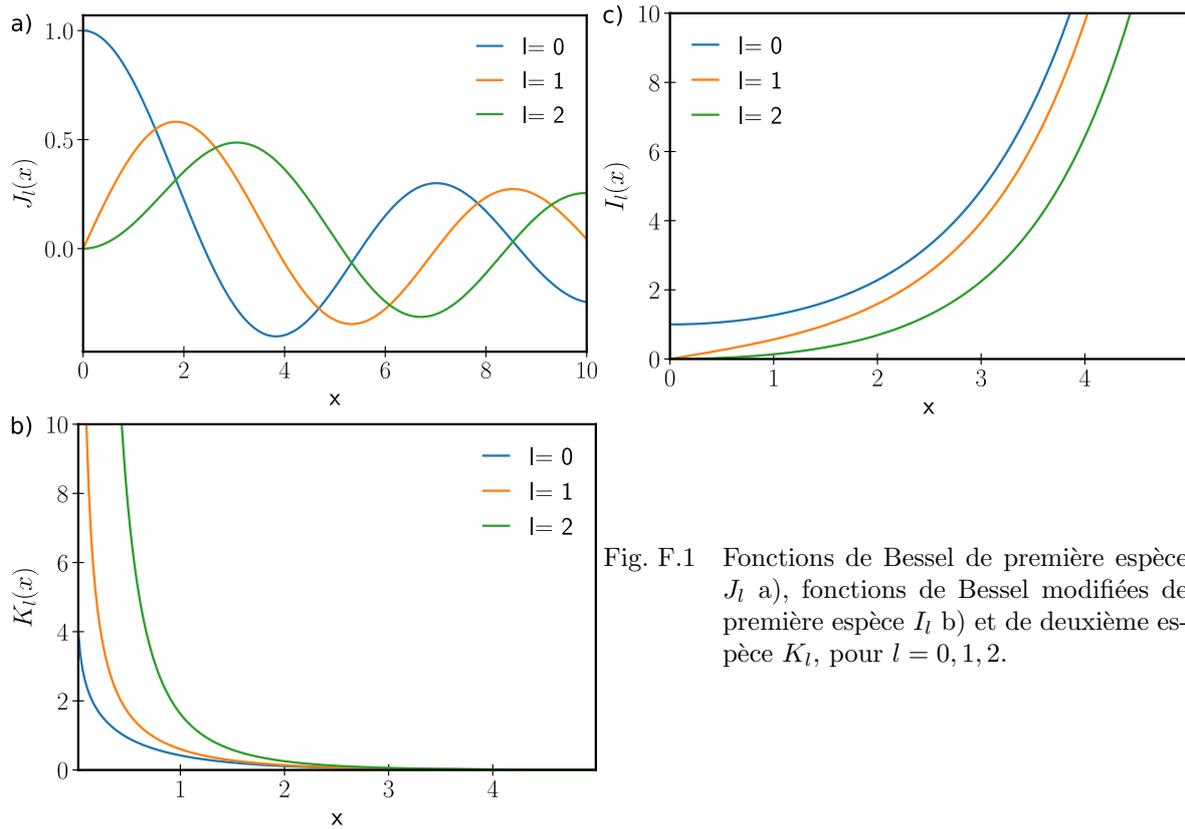


Fig. F.1 Fonctions de Bessel de première espèce  $J_l$  a), fonctions de Bessel modifiées de première espèce  $I_l$  b) et de deuxième espèce  $K_l$ , pour  $l = 0, 1, 2$ .

# Nomenclature

## Constantes Fondamentales

$h = 6.626\,069\,57 \times 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}$  Constante de Planck

$\hbar = h/2\pi$

$k_B = 1.380\,648\,52 \times 10^{-23} \text{ m}\cdot\text{kg}^2\cdot\text{s}^{-2}\cdot\text{K}^{-1}$  Constante de Boltzmann

$c = 2.997\,924\,58 \times 10^8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$  Vitesse de la lumière dans le vide

$\mu_0 = 1.256\,637\,06 \times 10^{-6} \text{ m}\cdot\text{kg}\cdot\text{s}^{-2}\cdot\text{A}^{-2}$  Perméabilité magnétique du vide

$\epsilon_0 = 8.854\,187\,82 \times 10^{-12} \text{ m}^{-3} \text{ kg}^{-1}\text{s}^4 \text{ A}^2$  Permittivité du vide

$Z_0 = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} \approx 376.730 \Omega$  Impédance optique du vide

## Cavité

$\mathcal{F}$  Finesse de la cavité

$f_{FSR}$  Intervalle spectral libre (en fréquence) d'une cavité Fabry Pérot

$r = Z_1/Z_2 < 1$  Contraste d'impédance (optique ou acoustique) entre les matériaux 1 (AlAs) et 2 (GaAs)

$\lambda$  Longueur d'onde optique/acoustique

$\tau_e$  Temps de vie associé à l'énergie du mode optique/acoustique d'une cavité

$f_m$  Fréquence de résonance acoustique de la cavité

$\Omega_m = 2\pi f_m$

$\Gamma_m$   $2\pi\cdot$  Largeur à mi-hauteur en fréquence de la cavité acoustique, taux de pertes

$\tau_m$  Temps de vie associé à l'amplitude du mode acoustique de cavité

$\Delta f_m$  Largeur à mi-hauteur (en fréquence) de la résonance du mode acoustique de cavité

$Q_m$  Facteur de qualité de la résonance acoustique du mode de cavité

$f_c$  Fréquence de résonance optique de la cavité

$\omega_c = 2\pi f_c$

$\kappa = \kappa_0 + \kappa_{ext}$   $2\pi\cdot$  Largeur à mi-hauteur en fréquence de la cavité optique, taux de pertes

$\kappa_0$  Taux de pertes intrinsèques du mode optique

$\kappa_{ext}$  Taux de pertes extrinsèques associé au couplage du mode optique avec l'environnement

$\Delta f_c$  Largeur à mi-hauteur (en fréquence) de la résonance du mode optique de cavité

$Q_c$  Facteur de qualité de la résonance optique du mode de cavité

### Acoustique

$u(z = 0, t)$  Déplacement de la surface de l'échantillon au temps  $t$

$f_{mod}$  Fréquence de modulation du faisceau pompe

$$f^- = f_m - f_{mod}$$

$$f^+ = f_m + f_{mod}$$

$f_{rep}$  Fréquence de répétition du LASER

$T_{rep} = \frac{1}{f_{rep}} \simeq 12.5$  ns Intervalle de temps entre deux impulsions LASER

$T^{LAR} = 11.5$  ns Fenêtre temporelle de mesure due à la longueur de la ligne à retard

$\tau_S$  Différence des temps d'arrivée sur l'échantillon entre les faisceaux sondes interférométriques

$\tau$  Retard temporel du faisceau sonde par rapport au faisceau pompe

$d_S$  Épaisseur du substrat

$t_t = \frac{d_S}{v_{ac}} \approx 77$  ns Temps mis par l'impulsion acoustique pour traverser l'épaisseur du substrat

$K_i$  Vecteur d'onde acoustique dans le matériau  $i$

$v_L^i$  Vitesse longitudinale des ondes acoustiques dans le matériau  $i$

$v_T^i$  Vitesse transverse des ondes acoustiques dans le matériau  $i$

$\rho_i$  Densité du matériau  $i$

$Z_{ac} = \rho_i v_i$  Impédance acoustique du matériau  $i$

$Z_{sub}$  Impédance acoustique du substrat

$E_i$  Module d'Young du matériau  $i$

$\nu_i$  Coefficient de Poisson du matériau  $i$

$C_{11} = \rho v_L^2$  Constante élastique du GaAs selon l'axe (100)

$\phi$  Potentiel scalaire

$\psi$  Potentiel vecteur

$p = \sqrt{\frac{\omega^2}{v_L^2} - k^2}$ ,  $q = \sqrt{\frac{\omega^2}{v_T^2} - k^2}$  Vecteurs d'onde transverses d'un mode acoustique dans un cylindre infini fait d'un matériau isotrope

### Optique

$H$  Champ magnétique

- $\mathbf{E}$  Champ électrique
- $\mathbf{D}$  Induction électrique
- $\omega$  Pulsation de l'onde optique
- $k_0 = \frac{\omega}{c} = \frac{2\pi}{\lambda}$  Vecteur d'onde optique dans le vide
- $k_i$  Vecteur d'onde optique le matériau  $i$
- $c_i$  Vitesse de la lumière dans le matériau  $i$
- $n_i$  Indice de réfraction du milieu  $i$
- $Z_{opt} = \frac{Z_0}{n_i}$  Impédance optique du matériau  $i$
- $\epsilon_i = \epsilon_0 n_i^2$  Permittivité diélectrique du matériau  $i$
- $\mathcal{E}$  Énergie du champ électromagnétique
- $\gamma_n = \sqrt{n^2 k_0^2 - k^2}$  Vecteur d'onde transverse d'un mode optique dans un cylindre infini d'indice  $n$
- $\gamma_0 = \sqrt{k^2 - n_0^2 k_0^2}$  Vecteur d'onde transverse d'un mode optique dans le milieu, d'indice  $n_0$ , autour d'un cylindre infini
- $1 < n_{eff}^l = k_l/k_0 < n$  Indice effectif du mode optique guidé  $l$  dans d'un cylindre infini d'indice  $n$

### Optomécanique

- $G = -\frac{\partial \omega_c}{\partial x} > 0$  Opposé du décalage de la fréquence de résonance optique par déplacement mécanique
- $m_{eff}$  Masse effective du mode mécanique
- $x_{ZPF} = \sqrt{\frac{\hbar}{2m_{eff}\Omega_m}}$  Écart type des fluctuations de point zéro de l'oscillateur
- $g_0 = G \cdot x_{ZPF}$  Taux de couplage optomécanique à un photon
- $\omega_p$  Pulsation optique du LASER
- $\bar{s}_{in}$  Opérateur associé au faisceau LASER classique à la fréquence  $\omega_p$
- $\bar{a} = \sqrt{\kappa_{ext}\chi_c}[\omega = 0]\bar{s}_{in}$
- $g = g_0\sqrt{\bar{n}_{cav}}$  Taux de couplage optomécanique
- $\bar{n}_{th}(T) = (e^{\hbar f_m/k_B T} - 1)^{-1}$  Nombre moyen d'occupation de l'environnement à la fréquence mécanique
- $N(T) = Q_m f_m (\frac{\hbar}{k_B T})$  Nombre d'oscillations cohérentes en présence de décohérence due au bain thermique
- $\Delta = \omega_p - \omega_c$  Désaccord du LASER par rapport à la fréquence de la cavité optique
- $\bar{x} = \frac{\hbar G \bar{n}_c}{m_{eff}\Omega_m^2}$  Déplacement statique de l'oscillateur mécanique
- $\bar{\Delta} = \Delta + G\bar{x}$  Désaccord effectif du LASER par rapport à la fréquence de la cavité optique

- $\hat{a}, \hat{a}^\dagger$  Opérateurs annihilation et création photoniques  
 $\hat{b}, \hat{b}^\dagger$  Opérateurs annihilation et création phononiques  
 $\hat{x} = x_{ZPF}(\hat{b} + \hat{b}^\dagger)$  Opérateur déplacement  
 $\hat{p} = -i\frac{\hbar}{2x_{ZPF}}(\hat{b} - \hat{b}^\dagger)$  Opérateur quantité de mouvement  
 $\chi_c[\omega] = (\frac{\kappa}{2} - i\omega)^{-1}$  Susceptibilité optique  
 $\chi_m[\Omega] = [m_{eff}(\Omega_m^2 - \Omega^2 - i\Gamma_m\Omega)]^{-1}$  Susceptibilité mécanique  
 $s_{us}$  et  $s_{ls}$  Bandes latérales supérieure et inférieure du LASER à la fréquence  $\pm\Omega$  par rapport à  $\omega_p$   
 $\Omega_c = 2G\bar{\alpha}x_{ZPF}$  Couplage entre l'oscillateur mécanique et la cavité optique  
 $C = \frac{\Omega_c^2}{\Gamma_m\kappa}$  Coopérativité du système optomécanique

### Abréviations

- Al Aluminium  
 GaAs Arséniure de gallium  
 AlAs Abréviation de AlGaAs pour Arséniure de gallium-aluminium  
 $Al_xGa_{1-x}As$  Arséniure de gallium-aluminium avec une proportion  $x$  d'aluminium  
 HSQ hydrogénosilsesquioxane  $(HSiO_{3/2})_n$   
 DBR Miroir de Bragg, pour *Distributed Bragg Reflector*  
 FWHM Largeur à mi-hauteur (FWHM pour *Full Width at Half Maximum*)  
 MBE Épitaxie par jet moléculaire (pour *molecular beam epitaxy*)  
 MEB Microscope électronique à balayage  
 RF Radio fréquence  
 DC Composante continu du signal (pour *direct current*)  
 OMIT Transparence induite optomécaniquement (pour *optomechanically induced transparency*)  
 EIT Transparence induite électromagnétiquement (pour *electromagnetically induced transparency*)  
 cQD Électrodynamique quantique en cavité (pour *cavity quantum dynamics*)  
 QD Boîte quantique (pour *Quantum dot*)  
 PDH Pound-Drever-Hall  
 VCSEL Diode laser à cavité verticale émettant par la surface (pour *vertical-cavity surface-emitting LASER*)  
 BL Ligne de base (pour *baseline*)  
 PID Régulateur PID (proportionnel, intégral, dérivé)

# Bibliographie

- [1] Cyril JEAN et al. « Direct observation of gigahertz coherent guided acoustic phonons in free-standing single copper nanowires ». In : *The journal of physical chemistry letters* 5.23 (2014), p. 4100–4104 (cf. p. 2).
- [2] Cyril JEAN et al. « Backward propagating acoustic waves in single gold nanobeams ». In : *Applied Physics Letters* 107.19 (2015), p. 193103 (cf. p. 2).
- [3] Cyril JEAN et al. « Spatiotemporal imaging of the acoustic field emitted by a single copper nanowire ». In : *Nano letters* 16.10 (2016), p. 6592–6598 (cf. p. 2).
- [4] J. KEPLER. *De cometis libelli tres (Typis Andreae Apergiri)*. 1619 (cf. p. 1).
- [5] James Clerk MAXWELL. *A treatise on electricity and magnetism*. T. 1. Oxford : Clarendon Press, 1873 (cf. p. 1).
- [6] VB BRAGINSKI et AB MANUKIN. « Ponderomotive effects of electromagnetic radiation ». In : *Sov. Phys. JETP* 25.4 (1967), p. 653–655 (cf. p. 1).
- [7] VB BRAGINSKII, Anatoli B MANUKIN et M Yu TIKHONOV. « Investigation of dissipative ponderomotive effects of electromagnetic radiation ». In : *Soviet Journal of Experimental and Theoretical Physics* 31 (1970), p. 829 (cf. p. 1).
- [8] A. SCHLIESSER et al. « Radiation Pressure Cooling of a Micromechanical Oscillator Using Dynamical Backaction ». In : *Phys. Rev. Lett.* 97 (24 déc. 2006), p. 243905 (cf. p. 2, 89).
- [9] Jasper CHAN et al. « Laser cooling of a nanomechanical oscillator into its quantum ground state ». In : *Nature* 478.7367 (2011), p. 89 (cf. p. 2, 89).
- [10] Alejandro FAINSTEIN et al. « Strong optical-mechanical coupling in a vertical GaAs/AlAs for subterahertz phonons and near-infrared light ». In : *Physical review letters* 110.3 (2013), p. 037403 (cf. p. 2, 3, 9, 57, 119).
- [11] JMea GERARD et al. « Quantum boxes as active probes for photonic microstructures : The pillar microcavity case ». In : *Applied Physics Letters* 69.4 (1996), p. 449–451 (cf. p. 25, 29, 37, 40, 41).
- [12] Georgios CTISTIS et al. « Optical characterization and selective addressing of the resonant modes of a micropillar cavity with a white light beam ». In : *Physical Review B* 82.19 (2010), p. 195330 (cf. p. 25, 30, 35, 37, 41, 55).
- [13] Allan W SNYDER et John LOVE. *Optical waveguide theory*. Springer Science & Business Media, 2012 (cf. p. 25–27).

- [14] Daniel ROYER et Eugene DIEULESAINT. *Elastic Waves in Solids I*. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2000 (cf. p. 30, 31).
- [15] FR LAMBERTI et al. « Optomechanical properties of GaAs/AlAs micropillar resonators operating in the 18 GHz range ». In : *Optics Express* 25.20 (2017), p. 24437–24447 (cf. p. 35, 37, 57, 81, 86, 108, 120).
- [16] Daniel GARCIA-SANCHEZ et al. « Acoustic confinement in superlattice cavities ». In : *Physical Review A* 94.3 (2016), p. 033813 (cf. p. 36, 37, 57, 81).
- [17] S ANGUIANO et al. « Scaling rules in optomechanical semiconductor micropillars ». In : *Physical Review A* 98.6 (2018), p. 063810 (cf. p. 37, 38, 57, 58, 79, 81, 84–86, 91, 117–120).
- [18] S ANGUIANO et al. « Micropillar resonators for optomechanics in the extremely high 19–95-GHz frequency range ». In : *Physical review letters* 118.26 (2017), p. 263901 (cf. p. 37, 57, 58).
- [19] Camille LAGOIN et al. « High spectral resolution of GaAs/AlAs phononic cavities by subharmonic resonant pump-probe excitation ». In : *Physical Review B* 99.6 (2019), p. 060101 (cf. p. 37).
- [20] Haruhisa SODA et al. « GaInAsP/InP surface emitting injection lasers ». In : *Japanese Journal of Applied Physics* 18.12 (1979), p. 2329 (cf. p. 40).
- [21] S REITZENSTEIN et al. « AlAs/GaAs micropillar cavities with quality factors exceeding 150.000 ». In : *Applied Physics Letters* 90.25 (2007), p. 251109 (cf. p. 40, 41, 55, 117, 119).
- [22] Kerry J VAHALA. « Optical microcavities ». In : *nature* 424.6950 (2003), p. 839 (cf. p. 40).
- [23] S REITZENSTEIN et A FORCHEL. « Quantum dot micropillars ». In : *Journal of Physics D : Applied Physics* 43.3 (2010), p. 033001 (cf. p. 40).
- [24] B GAYRAL et al. « Optical study of GaAs/AlAs pillar microcavities with elliptical cross section ». In : *Applied physics letters* 72.12 (1998), p. 1421–1423 (cf. p. 41).
- [25] M KARL et al. « Localized and delocalized modes in coupled optical micropillar cavities ». In : *Optics express* 15.13 (2007), p. 8191–8196 (cf. p. 41).
- [26] Henri THYRRESTRUP et al. « Differential ultrafast all-optical switching of the resonances of a micropillar cavity ». In : *Applied physics letters* 105.11 (2014), p. 111115 (cf. p. 41).
- [27] Christophe ARNOLD et al. « Optical bistability in a quantum dots/micropillar device with a quality factor exceeding 200 000 ». In : *Applied Physics Letters* 100.11 (2012), p. 111111 (cf. p. 41, 55, 117, 119).
- [28] Y-R NOWICKI-BRINGUIER et al. « High Q whispering gallery modes in GaAs/AlAs pillar microcavities ». In : *Optics express* 15.25 (2007), p. 17291–17304 (cf. p. 41).
- [29] Niels GREGERSEN et al. « Quality factors of nonideal micro pillars ». In : *Applied physics letters* 91.1 (2007), p. 011116 (cf. p. 41).
- [30] M KARL et al. « Dependencies of micro-pillar cavity quality factors calculated with finite element methods ». In : *Optics Express* 17.2 (2009), p. 1144–1158 (cf. p. 41).

- [31] Niels GREGERSEN et al. « Numerical and Experimental Study of the  $Q$  Factor of High- $Q$  Micropillar Cavities ». In : *IEEE Journal of Quantum Electronics* 46.10 (2010), p. 1470–1483 (cf. p. 41).
- [32] T RIVERA et al. « Optical losses in plasma-etched AlGaAs microresonators using reflection spectroscopy ». In : *Applied physics letters* 74.7 (1999), p. 911–913 (cf. p. 41).
- [33] S REITZENSTEIN et al. « Oscillatory variations in the  $Q$  factors of high quality micropillar cavities ». In : *Applied Physics Letters* 94.6 (2009), p. 061108 (cf. p. 41).
- [34] Petros ANDROVITSANEAS et al. « Charged quantum dot micropillar system for deterministic light-matter interactions ». In : *Physical Review B* 93.24 (2016), p. 241409 (cf. p. 41).
- [35] T SATTLER et al. « Cavity switching : A novel resource for solid-state quantum optics ». In : *Transparent Optical Networks (ICTON), 2017 19th International Conference on*. IEEE. 2017, p. 1–4 (cf. p. 41).
- [36] S REITZENSTEIN et al. « Lasing in high- $Q$  quantum-dot micropillar cavities ». In : *Applied physics letters* 89.5 (2006), p. 051107 (cf. p. 41).
- [37] M LERMER et al. « High beta lasing in micropillar cavities with adiabatic layer design ». In : *Applied Physics Letters* 102.5 (2013), p. 052114 (cf. p. 41).
- [38] T CZERNIUK et al. « Impact of nanomechanical resonances on lasing from electrically pumped quantum dot micropillars ». In : *Applied Physics Letters* 106.4 (2015), p. 041103 (cf. p. 41).
- [39] Fabian GERICKE et al. « Single quantum dot laser-emission from a micropillar cavity in the strong coupling regime ». In : *European Quantum Electronics Conference*. Optical Society of America. 2015, EA\_8.3 (cf. p. 41).
- [40] JM GÉRARD et al. « Enhanced spontaneous emission by quantum boxes in a monolithic optical microcavity ». In : *Physical review letters* 81.5 (1998), p. 1110 (cf. p. 41).
- [41] JM GERARD et al. « InAs quantum boxes in GaAs/AlAs pillar microcavities : from spectroscopic investigations to spontaneous emission control ». In : *Physica E : Low-dimensional Systems and Nanostructures* 2.1-4 (1998), p. 804–808 (cf. p. 41).
- [42] AJ BENNETT et al. « Observation of the Purcell effect in high-index-contrast micropillars ». In : *Applied physics letters* 90.19 (2007), p. 191911 (cf. p. 41).
- [43] S REITZENSTEIN et al. « Coherent photonic coupling of semiconductor quantum dots ». In : *Optics letters* 31.11 (2006), p. 1738–1740 (cf. p. 41).
- [44] Marta GALBIATI et al. « Polariton condensation in photonic molecules ». In : *Physical review letters* 108.12 (2012), p. 126403 (cf. p. 41).
- [45] Oleksandr KYRIENKO, Timothy Chi Hin LIEW et Ivan A SHELYKH. « Optomechanics with cavity polaritons : dissipative coupling and unconventional bistability ». In : *Physical review letters* 112.7 (2014), p. 076402 (cf. p. 41).
- [46] Sebastian UNSLEBER et al. « Deterministic generation of bright single resonance fluorescence photons from a Purcell-enhanced quantum dot-micropillar system ». In : *Optics express* 23.26 (2015), p. 32977–32985 (cf. p. 41).

- [47] E MOREAU et al. « Single-mode solid-state single photon source based on isolated quantum dots in pillar microcavities ». In : *Applied Physics Letters* 79.18 (2001), p. 2865–2867 (cf. p. 41).
- [48] Xing DING et al. « On-demand single photons with high extraction efficiency and near-unity indistinguishability from a resonantly driven quantum dot in a micro-pillar ». In : *Physical review letters* 116.2 (2016), p. 020401 (cf. p. 41).
- [49] Sebastian UNSLEBER et al. « Highly indistinguishable on-demand resonance fluorescence photons from a deterministic quantum dot micropillar device with 74% extraction efficiency ». In : *Optics express* 24.8 (2016), p. 8539–8546 (cf. p. 41).
- [50] J.-M. LOURTIOZ et al. *Photonic Crystals Towards Nanoscale Photonic Devices*. Springer, 2008, p. 246 (cf. p. 41).
- [51] CP MICHAEL et al. « Wavelength-and material-dependent absorption in GaAs and AlGaAs microcavities ». In : *Applied Physics Letters* 90.5 (2007), p. 051108 (cf. p. 41).
- [52] B GAYRAL et al. « High-Q wet-etched GaAs microdisks containing InAs quantum boxes ». In : *Applied physics letters* 75.13 (1999), p. 1908–1910 (cf. p. 41).
- [53] A RASTELLI et al. « Fabrication and characterization of microdisk resonators with In (Ga) As/GaAs quantum dots ». In : *physica status solidi c* 3.11 (2006), p. 3641–3645 (cf. p. 41).
- [54] Rafael HERRMANN et al. « Ultrahigh-quality photonic crystal cavity in GaAs ». In : *Optics letters* 31.9 (2006), p. 1229–1231 (cf. p. 41).
- [55] Evelin WEIDNER et al. « Achievement of ultrahigh quality factors in GaAs photonic crystal membrane nanocavity ». In : *Applied physics letters* 89.22 (2006), p. 221104 (cf. p. 41).
- [56] Sylvain COMBRIÉ et al. « GaAs photonic crystal cavity with ultrahigh Q : microwatt nonlinearity at 1.55  $\mu\text{m}$  ». In : *Optics letters* 33.16 (2008), p. 1908–1910 (cf. p. 41).
- [57] C COLVARD et al. « Observation of folded acoustic phonons in a semiconductor superlattice ». In : *Physical Review Letters* 45.4 (1980), p. 298 (cf. p. 57).
- [58] Bernard JUSSERAND et al. « Raman scattering study of acoustical zone-center gaps in GaAs/AlAs superlattices ». In : *Physical Review B* 33.4 (1986), p. 2897 (cf. p. 57).
- [59] J SAPIRIEL et al. « Coupled Brillouin-Raman study of direct and folded acoustic modes in GaAs-AlAs superlattices ». In : *Physical Review B* 37.8 (1988), p. 4099 (cf. p. 57).
- [60] M TRIGO et al. « Finite-size effects on acoustic phonons in GaAs/AlAs superlattices ». In : *Physical Review B* 66.12 (2002), p. 125311 (cf. p. 57).
- [61] M GIEHLER et al. « Standing acoustic waves in GaAs/AlAs mirror-plane superlattices and cavity structures studied by Raman spectroscopy ». In : *Physica B : Condensed Matter* 263 (1999), p. 489–491 (cf. p. 57).
- [62] Albrecht BARTELS et al. « Coherent control of acoustic phonons in semiconductor superlattices ». In : *Applied Physics Letters* 72.22 (1998), p. 2844–2846 (cf. p. 57).
- [63] K MIZOGUCHI et al. « Observation of coherent folded acoustic phonons propagating in a GaAs/AlAs superlattice by two-color pump-probe spectroscopy ». In : *Physical Review B* 60.11 (1999), p. 8262 (cf. p. 57).

- [64] NM STANTON et al. « Terahertz phonon optics in GaAs/AlAs superlattice structures ». In : *Physical Review B* 68.11 (2003), p. 113302 (cf. p. 57).
- [65] A HUYNH et al. « Subterahertz phonon dynamics in acoustic nanocavities ». In : *Physical review letters* 97.11 (2006), p. 115502 (cf. p. 57).
- [66] A HUYNH et al. « Subterahertz monochromatic acoustic wave propagation using semiconductor superlattices as transducers ». In : *Physical Review B* 78.23 (2008), p. 233302 (cf. p. 57).
- [67] Agnès HUYNH, Bernard PERRIN et A LEMAÎTRE. « Semiconductor superlattices : A tool for terahertz acoustics ». In : *Ultrasonics* 56 (2015), p. 66–79 (cf. p. 57).
- [68] AA MAZNEV et al. « Lifetime of sub-THz coherent acoustic phonons in a GaAs-AlAs superlattice ». In : *Applied Physics Letters* 102.4 (2013), p. 041901 (cf. p. 57).
- [69] G ROZAS et al. « Lifetime of THz acoustic nanocavity modes ». In : *Physical review letters* 102.1 (2009), p. 015502 (cf. p. 57, 76, 83).
- [70] W. MARYAM et al. « Dynamics of a vertical cavity quantum cascade phonon laser structure. » In : *Nature communications* 4 (2013), p. 2184 (cf. p. 57).
- [71] P LACHARMOISE et al. « Optical cavity enhancement of light–sound interaction in acoustic phonon cavities ». In : *Applied physics letters* 84.17 (2004), p. 3274–3276 (cf. p. 57).
- [72] ND LANZILLOTTI-KIMURA et al. « Coherent generation of acoustic phonons in an optical microcavity ». In : *Physical review letters* 99.21 (2007), p. 217405 (cf. p. 57).
- [73] ND LANZILLOTTI-KIMURA et al. « Enhanced optical generation and detection of acoustic nanowaves in microcavities ». In : *Physical Review B* 83.20 (2011), p. 201103 (cf. p. 57).
- [74] S ANGUIANO et al. « Optical cavity mode dynamics and coherent phonon generation in high-Q micropillar resonators ». In : *Physical Review A* 98.1 (2018), p. 013816 (cf. p. 57).
- [75] C. THOMSEN et al. « Coherent Phonon Generation and Detection by Picosecond Light Pulses ». In : *Physical Review letters* 53.10 (sept. 1984) (cf. p. 60).
- [76] Clément ROSSIGNOL et al. « Elastic properties of ultrathin permalloy/alumina multilayer films using picosecond ultrasonics and Brillouin light scattering ». In : *Physical Review B* 70.9 (2004), p. 094102 (cf. p. 61).
- [77] B. PERRIN et al. « Interferometric detection of hypersound waves in modulated structures ». In : *Progress in Natural Science* 6, S-444 (1996) (cf. p. 62).
- [78] B. PERRIN. *Microscale and Nanoscale Heat Transfer (107 Topics in Applied Physics)*. Volz, Springer, 2007 (cf. p. 64, 65).
- [79] A. BRUCHHAUSEN et al. « Subharmonic Resonant Optical Excitation of Confined Acoustic Modes in a Free-Standing Semiconductor Membrane at GHz Frequencies with a High-Repetition-Rate Femtosecond Laser ». In : *Phys. Rev. Lett.* 106 (7 fév. 2011), p. 077401 (cf. p. 67).
- [80] R. LEGRAND et al. « Direct measurement of coherent subterahertz acoustic phonons mean free path in GaAs ». In : *Phys. Rev. B* 93 (18 mai 2016), p. 184304 (cf. p. 76, 83).

- [81] Alex G KRAUSE et al. « Nonlinear radiation pressure dynamics in an optomechanical crystal ». In : *Physical review letters* 115.23 (2015), p. 233601 (cf. p. 86, 119).
- [82] THE LIGO SCIENTIFIC COLLABORATION & THE VIRGO COLLABORATION. « An upper limit on the stochastic gravitational-wave background of cosmological origin ». In : *Nature* 460 (2009), p. 990 (cf. p. 89).
- [83] AG KUHN et al. « A micropillar for cavity optomechanics ». In : *Applied Physics Letters* 99.12 (2011), p. 121103 (cf. p. 89).
- [84] X. SONG et al. « Graphene Optomechanics Realized at Microwave Frequencies ». In : *Phys. Rev. Lett.* 113 (2 juil. 2014), p. 027404 (cf. p. 89).
- [85] JD THOMPSON et al. « Strong dispersive coupling of a high-finesse cavity to a micro-mechanical membrane ». In : *Nature* 452.7183 (2008), p. 72 (cf. p. 89).
- [86] Rémi RIVIÈRE et al. « Evanescent straight tapered-fiber coupling of ultra-high Q optomechanical micro-resonators in a low-vibration helium-4 exchange-gas cryostat ». In : *Review of Scientific Instruments* 84.4 (2013), p. 043108 (cf. p. 89).
- [87] J. D. TEUFEL et al. « Sideband cooling of micromechanical motion to the quantum ground state ». In : *Nature* 475.7356 (juil. 2011), p. 359–363 (cf. p. 89).
- [88] Markus ASPELMEYER, Tobias J KIPPENBERG et Florian MARQUARDT. « Cavity optomechanics ». In : *Reviews of Modern Physics* 86.4 (2014), p. 1391 (cf. p. 89).
- [89] Stefan WEIS et al. « Optomechanically Induced Transparency ». In : *Science* 330.6010 (2010), p. 1520–1523 (cf. p. 89, 94–97, 101, 106).
- [90] E. VERHAGEN et al. « Quantum-coherent coupling of a mechanical oscillator to an optical cavity mode ». In : *Nature* 482.7383 (fév. 2012), p. 63–67 (cf. p. 89).
- [91] Albert SCHLIESSER et al. « Radiation pressure cooling of a micromechanical oscillator using dynamical backaction ». In : *Physical Review Letters* 97.24 (2006), p. 243905 (cf. p. 89).
- [92] Amir H. SAFAVI-NAEINI et al. « Squeezed light from a silicon micromechanical resonator ». In : *Nature* 500.7461 (août 2013), p. 185–189 (cf. p. 90).
- [93] Justin D. COHEN et al. « Phonon counting and intensity interferometry of a nano-mechanical resonator ». In : *Nature* 520.7548 (avr. 2015), p. 522–525 (cf. p. 90).
- [94] C A REGAL et K W LEHNERT. « From cavity electromechanics to cavity optomechanics ». In : *Journal of Physics : Conference Series* 264.1 (2011), p. 012025 (cf. p. 90).
- [95] B. LASSAGNE et al. « Ultrasensitive Mass Sensing with a Nanotube Electromechanical Resonator ». In : *Nano Letters* 8.11 (2008), p. 3735–3738 (cf. p. 90).
- [96] O. ARCIZET et al. « Radiation-pressure cooling and optomechanical instability of a micromirror ». In : *Nature* 444.7115 (nov. 2006), p. 71–74 (cf. p. 90).
- [97] J. D. THOMPSON et al. « Strong dispersive coupling of a high-finesse cavity to a micromechanical membrane ». In : *Nature* 452.7183 (mar. 2008), p. 72–75 (cf. p. 90).
- [98] Hajime OKAMOTO et al. « Cavity-less on-chip optomechanics using excitonic transitions in semiconductor heterostructures ». In : *Nature communications* 6 (2015), p. 8478 (cf. p. 90).

- 
- [99] G. ANETSBERGER et al. « Near-field cavity optomechanics with nanomechanical oscillators ». In : *Nat Phys* 5.12 (déc. 2009), p. 909–914 (cf. p. 90).
- [100] Krishna C BALRAM et al. « Moving boundary and photoelastic coupling in GaAs optomechanical resonators ». In : *Optica* 1.6 (2014), p. 414–420 (cf. p. 91).
- [101] S GEHSITZ et al. « The refractive index of Al<sub>x</sub>Ga<sub>1-x</sub>As below the band gap : accurate determination and empirical modeling ». In : *Journal of Applied Physics* 87.11 (2000), p. 7825–7837 (cf. p. 92).
- [102] R I t COTTAM et GA SAUNDERS. « The elastic constants of GaAs from 2 K to 320 K ». In : *Journal of Physics C : Solid State Physics* 6.13 (1973), p. 2105 (cf. p. 120).
- [103] Inah YEO et al. « Strain-mediated coupling in a quantum dot–mechanical oscillator hybrid system ». In : *Nature nanotechnology* 9.2 (2014), p. 106 (cf. p. 121).
- [104] Thomas CZERNIUK et al. « Lasing from active optomechanical resonators ». In : *Nature communications* 5 (2014), p. 4038 (cf. p. 121).



---

**Sujet : Étude Expérimentale des Propriétés Optiques et Acoustiques de Cavités Planaires et en Micro-Piliers de GaAs/AlAs pour l'Optomécanique en Micro-Cavité.**

---

**Résumé :** Dans cette thèse, nous caractérisons expérimentalement les modes acoustiques et optiques de cavités à miroirs de Bragg de GaAs/AlAs, planaires et en micro-piliers. L'objectif est d'étudier le couplage optomécanique de ce type de système avec des expériences de transparence induite optomécaniquement. La caractérisation des modes acoustiques de haute fréquence (20 GHz) est effectuée par expériences d'acoustique pico-seconde, à basse température. On utilise la technique d'excitation sous-harmonique résonante afin de contourner la limite de résolution fréquentielle de l'expérience. Grâce à cette technique, nous avons mesuré des facteurs de qualité acoustiques jusqu'à  $3 \cdot 10^4$ , ce qui donne un produit facteur de qualité-fréquence  $Q_m f_m$  de  $5 \times 10^{14}$  Hz à 20 K. La caractérisation des modes optiques s'effectue avec un montage de mesure de réflectivité qui est également utilisé pour les expériences de transparence induite optomécaniquement. Nous n'avons pas observé expérimentalement de signal de transparence induite. À partir de calculs réalisés pour simuler les résultats attendus, nous avons pu estimer une borne supérieure du couplage optomécanique à basse température de ces cavités à miroirs de Bragg de GaAs/AlAs planaires,  $g_0 \lesssim 2\pi \cdot 60$  kHz.

**Mots clés :** optomécanique, optique, acoustique pico-seconde, cavité à miroirs de Bragg, micropilier, GaAs/AlAs

---

**Subject : Experimental Study of Optical and Acoustic Properties of Planar and Micropillar GaAs/AlAs Cavities for MicroCavity Optomechanics.**

---

**Abstract:** Here, we experimentally characterize acoustic and optical modes of GaAs/AlAs Bragg mirror planar and micropillar cavities. The goal is to study the optomechanical coupling of such system with optomechanically induced transparency experiments. To characterize the high frequency acoustic modes (20 GHz) of the cavity, we use picosecond acoustic experiments, along with a subharmonic excitation technique, at low temperature. It allows to overcome the frequency resolution limitation of the experiment. Thanks to this technique, we measure acoustic quality factors as high as  $3 \cdot 10^4$ , which gives a quality factor frequency product  $Q_m f_m$  of  $5 \times 10^{14}$  Hz at 20 K. The optical mode characterization is performed with a reflectometric setup, which is also used for the induced transparency measurements. We did not experimentally observed any induced transparency signal. From calculation realized to simulate the result we expected, we were able to estimate an upper bound of the optomechanical coupling of the studied GaAs/AlAs Bragg mirror planar cavity at low temperature,  $g_0 \lesssim 2\pi \cdot 60$  kHz.

**Keywords :** optomechanics, optics, picosecond acoustics, Bragg mirror cavity, micropillar, GaAs/AlAs