



**HAL**  
open science

# Modélisation de la durée de vie en fretting-fatigue sous chargements d'amplitudes variables

Guillaume Rousseau

► **To cite this version:**

Guillaume Rousseau. Modélisation de la durée de vie en fretting-fatigue sous chargements d'amplitudes variables. Mécanique des matériaux [physics.class-ph]. Université Paris-Saclay, 2020. Français. NNT : 2020UPAST020 . tel-03044163

**HAL Id: tel-03044163**

**<https://theses.hal.science/tel-03044163>**

Submitted on 7 Dec 2020

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# Modélisation de la durée de vie en fretting-fatigue sous chargements complexes

**Thèse de doctorat de l'Université Paris-Saclay**

École doctorale n° 579, Sciences Mécaniques et Énergétiques,  
Matériaux et Géosciences (SMEMAG)

Spécialité de doctorat : Solides, structures et matériaux

Unité de recherche : Université Paris-Saclay, ENS Paris-Saclay, CNRS  
LMT - Laboratoire de Mécanique et Technologie  
91190, Gif-sur-Yvette, France

Référent : ENS Paris-Saclay

**Thèse présentée et soutenue en visioconférence partielle  
à Gif-sur-Yvette, le 20 octobre 2020, par**

**Guillaume Rousseau**

## Composition du jury :

<b>David Néron</b> Professeur, ENS Paris-Saclay	Président du jury
<b>Daniel Nélias</b> Professeur, INSA Lyon	Rapporteur
<b>Henry Proudhon</b> Directeur de recherche CNRS, Mines ParisTech	Rapporteur
<b>José Alexander Araújo</b> Professeur, Universidade de Brasília	Examineur
<b>David Nowell</b> Professeur, Imperial College London	Examineur
<b>Sylvie Pommier</b> Professeure, ENS Paris-Saclay	Directrice de thèse
<b>Yoann Guilhem</b> Maître de Conférences, ENS Paris-Saclay	Encadrant - Examineur
<b>Guillaume Chassaing</b> Docteur, Safran Aircraft Engines	Invité



# Remerciements

Mes premiers remerciements vont à l'ensemble des membres de mon jury et particulièrement à Daniel Nélias et Henry Proudhon qui ont eu la lourde tâche de rapporter ces travaux. Mais aussi à Alex Araujo, David Néron, David Nowel et Guillaume Chassaing pour avoir accepté de participer ont ce jury dans ces conditions particulières et pour l'ensemble des remarques et discussions intéressantes qui ont suivi.

Je tiens aussi à remercier mon équipe d'encadrement. Un grand merci à Sylvie et Yoann de m'avoir fait confiance pour mon stage de MAGIS ainsi que pour la thèse qui a suivi. Malgré vos emplois du temps chargé, vous avez toujours su vous montrer disponible et être présent pour m'aider, j'ai énormément apprécié travailler avec vous. Mes remerciements vont également à Safran (Claudio ainsi que l'ensemble des personnes avec qui j'ai eu l'opportunité d'échanger) pour leur enthousiasme ainsi que la confiance et l'autonomie qu'ils m'ont accordée.

Enfin, je remercie l'ensemble des personnes (permanents, doctorants actuels et anciens) que j'ai côtoyées et avec qui j'ai « travaillé » au sein du LMT, avec bien évidemment un pensé particulière pour mes collègues de bureau : Myriam, Bhimal, Xuyang, Gabriel et Yanjun, mais aussi pour mes camarades du CdC : Clotilde, Amélie, Ronan, Léonard et Richard... La liste n'est bien évidemment pas exhaustive, mais de manière plus globale, je remercie l'ensemble des personnes que j'ai croisées et avec qui j'ai eu l'occasion de partager un café au « Bar du LMT ».

Je tiens aussi à remercier Paul-Baptiste et Romain qui ont rendu ces 7-8 années à Cachan bien plus supportables.

Sans oublier mes parents qui m'ont toujours soutenu durant mes études.

**Merci à tous !**





# Table des matières

<b>Nomenclature</b>	<b>vii</b>
<b>Introduction</b>	<b>1</b>
<b>1 Contexte industriel et scientifique</b>	<b>3</b>
1.1 Contexte de l'étude . . . . .	5
1.2 Historique du fretting . . . . .	7
1.3 Concepts généraux . . . . .	9
1.3.1 Fatigue . . . . .	9
1.3.2 Fretting . . . . .	10
1.3.3 Géométrie . . . . .	15
1.3.4 Matériaux . . . . .	16
1.3.5 Moyens expérimentaux . . . . .	17
1.4 Enjeux scientifiques . . . . .	20
1.4.1 Frottement entre les surfaces . . . . .	20
1.4.2 Prédiction de la durée de vie . . . . .	22
1.5 Objectif scientifique . . . . .	29
1.5.1 Projet COGNAC . . . . .	29
1.5.2 Analogie avec la mécanique de la rupture . . . . .	30
1.5.3 Méthode incrémentale . . . . .	31
1.5.4 Temps de calcul . . . . .	31
1.6 Hypothèses simplificatrices . . . . .	31
1.6.1 Glissement partiel . . . . .	32
1.6.2 Matériau homogène élastique isotrope . . . . .	32
1.6.3 Hypothèse d'autosimilarité de la géométrie . . . . .	32
1.7 Conclusion partielle . . . . .	33
<b>2 Description non locale des problèmes de fretting-fatigue</b>	<b>35</b>
2.1 Contexte . . . . .	37
2.1.1 Mécanique de la rupture . . . . .	37
2.1.2 Mécanique du contact : contact de Hertz . . . . .	39

2.1.3	Philosophie de l'approche . . . . .	41
2.2	Partition du champ de vitesses . . . . .	43
2.2.1	Modèles éléments finis . . . . .	44
2.2.2	Méthodologie . . . . .	46
2.2.3	Base d'approximation . . . . .	51
2.2.4	Énergie dissipée dans le contact . . . . .	56
2.3	Chargement de fretting d'amplitude variable . . . . .	58
2.3.1	Erreur de reconstruction . . . . .	58
2.3.2	Estimation du glissement partiel . . . . .	58
2.3.3	Chargement non proportionnel . . . . .	60
2.4	Extension en Fretting-Fatigue . . . . .	63
2.4.1	Influence de la fatigue . . . . .	64
2.4.2	Erreur de reconstruction . . . . .	66
2.5	Prise en compte de la variabilité de l'effort normal . . . . .	67
2.5.1	Expression analytique des champs de référence . . . . .	67
2.5.2	Comparaison avec les champs éléments finis . . . . .	70
2.6	Applications . . . . .	77
2.6.1	Frontière d'amorçage . . . . .	77
2.6.2	Influence du maillage . . . . .	78
2.7	Conclusion partielle . . . . .	79
<b>3</b>	<b>Modèle incrémental : Prise en compte des chargements et géométries complexes</b>	<b>81</b>
3.1	Contexte . . . . .	83
3.2	Modèle incrémental pour la prédiction du glissement . . . . .	83
3.2.1	Méthodologie . . . . .	83
3.2.2	Analogie avec les modèles de plasticité . . . . .	87
3.2.3	Modélisation . . . . .	89
3.2.4	Implémentation . . . . .	90
3.2.5	Validation . . . . .	93
3.3	Modèle de déplacement du front de contact . . . . .	99
3.3.1	Méthodologie . . . . .	99
3.3.2	Validation . . . . .	100
3.4	Paramètres du modèle . . . . .	100
3.4.1	Nombre de surfaces seuils . . . . .	101
3.4.2	Coefficient de glissement . . . . .	102
3.4.3	Application avec des paramètres variables . . . . .	103
3.5	Application sur un contact complexe . . . . .	105
3.5.1	Méthodologie . . . . .	106
3.5.2	Application au cas ellipsoïde/plan . . . . .	107
3.5.3	Cas particulier : sphère/plan . . . . .	111
3.6	Influence du maillage . . . . .	113
3.7	Conclusion partielle . . . . .	114

---

<b>4</b>	<b>Prédiction de l'amorçage de fissure en fretting-fatigue</b>	<b>117</b>
4.1	Contexte . . . . .	119
4.2	Dispositif expérimental . . . . .	119
4.3	Méthodologie . . . . .	120
4.4	Critère d'amorçage . . . . .	120
4.4.1	Critère tribologique . . . . .	121
4.4.2	Critère énergétique . . . . .	121
4.4.3	Critère volumique . . . . .	121
4.4.4	Autres . . . . .	122
4.5	Cylindre/Plan . . . . .	122
4.5.1	Fretting pur . . . . .	122
4.5.2	Effet de la fatigue . . . . .	129
4.6	Effet de la géométrie des pièces en contact . . . . .	137
4.6.1	Cylindre/Plan . . . . .	137
4.6.2	Pion/Plan . . . . .	137
4.6.3	Sphère/Plan . . . . .	140
4.6.4	Validation . . . . .	141
4.7	Cumul spatial . . . . .	143
4.7.1	Modélisation . . . . .	144
4.7.2	Expérience . . . . .	144
4.8	Extension du critère en 3D . . . . .	146
4.9	Conclusion partielle . . . . .	149
	<b>Conclusions et perspectives</b>	<b>151</b>
	<b>A Transformation de Karhunen-Loeve</b>	<b>155</b>
	<b>Références bibliographiques</b>	<b>161</b>



# Nomenclature

## Mécanique du contact

$\sigma_F$	Contrainte de fatigue appliquée dans l'éprouvette
$\underline{P}(r, \theta)$	Vecteur position
$a$	Demi-longueur de contact
$N$	Effort normal à la surface de contact
$p_0$	Pression de contact maximale
$q$	Contrainte de cisaillement dans le contact
$Q_{III}$	Effort tangentiel hors plan
$Q_{II}$	Effort tangentiel dans le plan
$R$	Rayon de courbure du cylindre en contact

## Durée de vie

$C_{Ed}$	Critère en énergie dissipée
$C_{TB}$	Critère tribologique
$C_V$	Critère volumique

## Modèle cinématique

$\mathbf{R}'$	Repère centré sur le front de contact
$\mathbf{R}$	Repère initial
$dI_{III}^c$	Glissement relatif parallèle au front de contact
$dI_{II}^c$	Glissement relatif perpendiculaire au front de contact
$dI_{III}$	Incrément du facteur d'intensité linéaire (partie anti-plane)
$dI_{II}$	Incrément du facteur d'intensité linéaire (partie anti-symétrique)
$dI_I$	Incrément du facteur d'intensité linéaire (partie symétrique)

---

$\underline{\phi}_*^c$	Champ de référence lié au facteur d'intensité complémentaire
$\underline{\phi}_*$	Champ de référence lié au facteur d'intensité linéaire
$\underline{v}(\underline{P}, t)_{\mathbf{R}'}$	Champ de vitesses (champ de déplacements incrémental sur chaque pas de temps)
$I_{\text{III}}^c$	Facteur d'intensité complémentaire (partie anti-plane)
$I_{\text{II}}^c$	Facteur d'intensité complémentaire (partie anti-symétrique)
$I_{\text{III}}$	Facteur d'intensité linéaire (partie anti-plane)
$I_{\text{II}}$	Facteur d'intensité linéaire (partie anti-symétrique)
$I_{\text{I}}$	Facteur d'intensité linéaire (partie symétrique)
$r$	Distance depuis le front de contact

#### Modèle incrémental

$\tilde{I}^c$	Facteur d'intensité complémentaire prédit par le modèle
$\tilde{I}$	Facteur d'intensité linéaire normalisé
$\tilde{I}_{X_i}$	Centre de la surface seuil $i$
$\tilde{I}_{Y_i}$	Taille de la surface seuil $i$
$X_c$	Position du front de contact
$H_G$	Module de glissement

#### Paramètres matériaux

$\mu$	Coefficient de frottement de Coulomb
$\nu$	Coefficient de poisson
$\tilde{\mu}$	Coefficient de frottement non local
$E$	Module de Young
$E^*$	Module de Hertz

# Introduction

Le fretting est un phénomène apparaissant fréquemment dans les assemblages mécaniques soumis à des sollicitations vibratoires qui occasionnent un glissement partiel, généralement de très faible amplitude, entre les pièces en contact. Une discontinuité peut apparaître dans la zone de contact avec une partie adhérente et une autre en glissement créant ainsi une forte concentration de contrainte.

C'est un phénomène important pour l'industrie, car il peut mener à l'endommagement et la rupture des pièces en contact. Dans l'aéronautique, il apparaît notamment au niveau des contacts entre les aubes et les disques. Sur ces pièces, qui tournent à haute vitesse, la fissuration n'est pas autorisée, car une rupture de pièce peut menacer l'intégrité de l'appareil. La sécurité et la fiabilité étant un enjeu de première importance pour les acteurs de l'industrie aéronautique comme le Groupe Safran, cela implique de comprendre et prédire les mécanismes d'amorçage de fissure entrant en jeu.

Une vue en coupe partielle du Leap, moteur nouvelle génération offrant des performances techniques, économiques et environnementales supérieure à la génération précédente (CFM56), produit par CFM International, est présentée [FIGURE 1](#). Cette illustration permet de mesurer l'importance pratique de cette question de fretting, étant donné que chaque attache d'aube sur le disque compte plusieurs fronts de contact et qu'on voit que le nombre d'attache est considérable sur cette figure. La version 1B, équipant les Boeing 737 Max, est composée de 14 étages de compresseur et de 7 étages de turbine. Chaque étage étant composé d'un disque et de nombreuses aubes.

Ainsi, une meilleure prédiction de l'endommagement par fretting peut permettre une optimisation de la forme et de la masse des aubes. Et, au vu du nombre important d'aubes dans un moteur d'avion, cela contribuera à concevoir des moteurs toujours plus légers et économes en carburant.



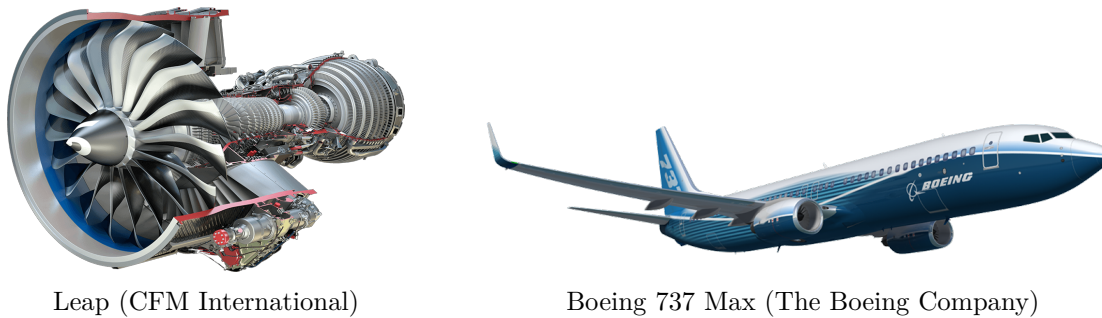


FIGURE 1 – Avion et son turboréacteur.

Les objectifs de cette thèse sont de :

1. Définir un cadre de caractérisation du fretting et des quantités d'intérêt associées, assurant l'indépendance vis à vis de la géométrie des pièces en contact et permettant de transférer des résultats expérimentaux obtenus en laboratoire sur les pièces réelles.
2. Définir et valider un critère, basé sur ces quantités d'intérêt, permettant de prédire l'amorçage des fissures et la durée de vie pour des conditions de chargement complexe.
3. Développer une approche peu coûteuse en temps de calcul pouvant être intégrée facilement dans les démarches de dimensionnement présentes en bureau d'études.

Le premier chapitre sera consacré à la synthèse bibliographique. Après une présentation du phénomène de fretting et de la place importante qu'il a dans les applications industrielles, les notions importantes pour comprendre le phénomène et prédire la durée de vie seront présentées. Puis, nous verrons les pistes qui ont été choisies dans cette thèse et les contraintes que cela implique.

Dans le deuxième chapitre, la modélisation des problèmes de fretting sera présentée. L'identification d'une base réduite, adaptée aux problèmes de fretting, permet de représenter le mouvement autour du front de contact de manière très simplifiée. Cette description sera dite « non locale » car elle permet de travailler avec des variables scalaires, qui caractérisent l'intensité des diverses composantes de la base réduite du champ cinématique et ainsi de s'affranchir des effets de gradient et de géométrie des pièces en contact.

Puis, dans le troisième chapitre, un modèle, utilisant la représentation définie dans le chapitre précédent et inspiré de ce qui peut être fait en plasticité, permettant de prédire le microglissement apparaissant au niveau du front de contact sera présenté. Ce modèle formulé de façon incrémentale pourra être appliqué à la fois avec des chargements variables et non proportionnels, mais aussi avec des géométries complexes.

Et dans le dernier chapitre, à partir de la modélisation et du modèle incrémental définis dans cette thèse, un critère de durée de vie à amorçage pour des chargements variables et non proportionnels sera formulé. Ce critère sera testé à partir d'essais de fretting présents dans la littérature et menés sur différentes géométries (cylindre, sphère, pion).

Chapitre

1

# Contexte industriel et scientifique

*Ce chapitre permet de présenter le contexte de l'étude et des problèmes de fretting-fatigue. Après un rappel des notions essentielles, les principaux défis actuels seront abordés. Puis, les principales orientations retenues seront présentées ainsi que les limitations qu'elles entraînent.*

**Sommaire**

---

<b>1.1</b>	<b>Contexte de l'étude</b>	<b>5</b>
<b>1.2</b>	<b>Historique du fretting</b>	<b>7</b>
<b>1.3</b>	<b>Concepts généraux</b>	<b>9</b>
1.3.1	Fatigue	9
1.3.2	Fretting	10
1.3.3	Géométrie	15
1.3.4	Matériaux	16
1.3.5	Moyens expérimentaux	17
<b>1.4</b>	<b>Enjeux scientifiques</b>	<b>20</b>
1.4.1	Frottement entre les surfaces	20
1.4.2	Prédiction de la durée de vie	22
<b>1.5</b>	<b>Objectif scientifique</b>	<b>29</b>
1.5.1	Projet COGNAC	29
1.5.2	Analogie avec la mécanique de la rupture	30
1.5.3	Méthode incrémentale	31
1.5.4	Temps de calcul	31
<b>1.6</b>	<b>Hypothèses simplificatrices</b>	<b>31</b>
1.6.1	Glissement partiel	32
1.6.2	Matériau homogène élastique isotrope	32
1.6.3	Hypothèse d'autosimilarité de la géométrie	32
<b>1.7</b>	<b>Conclusion partielle</b>	<b>33</b>

---

## 1.1 Contexte de l'étude

**Définition** L'endommagement par fretting apparait dans des contacts entre deux solides soumis à des forces vibratoires qui engendrent un glissement partiel. La prise en compte de ce phénomène est importante, car il peut induire un abattement de 20 % sur les niveaux de chargement acceptables pour les pièces en contact.

**Dans l'industrie** Le fretting étant un phénomène qui apparait entre deux pièces en contact, il est donc extrêmement fréquent de le retrouver au niveau des liaisons (cannelures, liaisons par axe, pieds d'aube...), des arbres de transmission, des assemblages rivetés, des câbles et bien plus encore. De ce fait, il concerne toutes les industries.

On peut notamment citer :

1. Le biomédical où du fretting a été observé dans des implants orthopédiques venant réduire drastiquement leur durée de vie et pouvant avoir des conséquences dramatiques pour les porteurs de prothèses.
2. Le secteur du bâtiment et des travaux publics où des câbles utilisés dans des ponts suspendus ou à haubans s'endommagent au niveau de leurs points d'ancrage.
3. L'électronique, notamment avec les contacts électriques où l'endommagement dû au fretting peut entraîner une variation de la résistance électrique du contact et provoquer des microcoupures de courant.
4. Le secteur de la production d'énergie où il apparaît dans les machines tournantes.
5. Le secteur aéronautique et du transport en général

**Dans l'aéronautique** Le phénomène de fretting apparait notamment au niveau de l'interface aube/disque dans les moteurs d'avion. Un schéma d'un turboréacteur est présenté en [FIGURE 1.1](#).

Des attaches aubes/disques sont présentes à trois niveaux :

1. Dans la soufflante (FAN) qui permet d'accélérer l'air admis à l'entrée du réacteur. À ce niveau, la température est faible ( $< 100$  °C).
2. Dans le compresseur dont le rôle est d'augmenter la pression du flux d'air. La température peut y être comprise entre 100 et 800 °C.
3. Dans la turbine qui permet de récupérer une partie de l'énergie fournie lors de la détente pour entraîner le compresseur en rotation. La température y est très haute et peut atteindre plus de 1000 °C.

Une aube FAN est présentée en [FIGURE 1.2](#). On peut y voir une géométrie complexe dont le chargement de fretting est induit par la combinaison entre la force centrifuge et les interactions dites aéroélastiques de l'aube avec le flux d'air. Cependant en fonction de l'aube considérée (soufflante, compresseur ou turbine), la géométrie et le chargement (mécanique et thermique) peuvent être très différents.

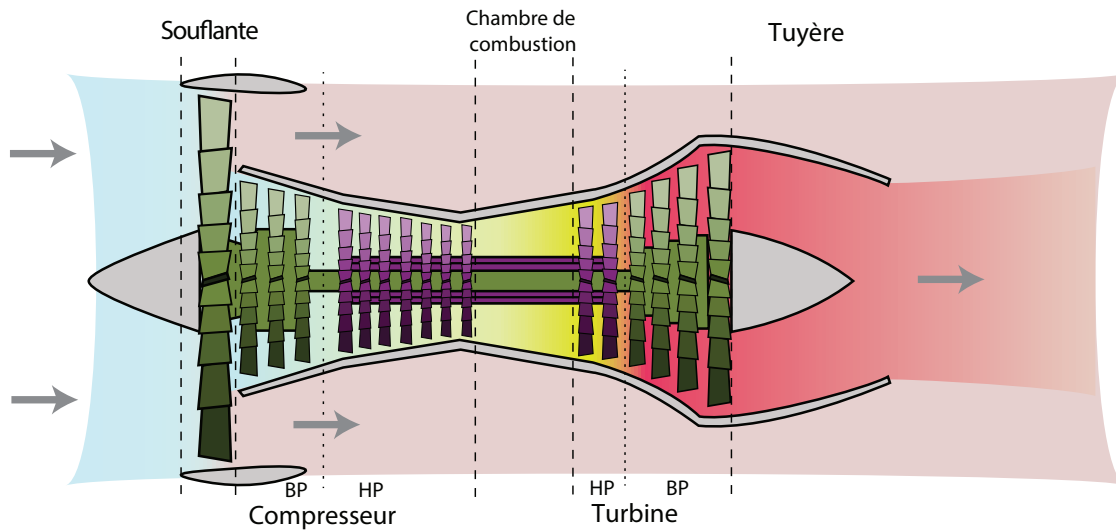


FIGURE 1.1 – Schéma d'un turboréacteur d'après K. Aainsqatsi.

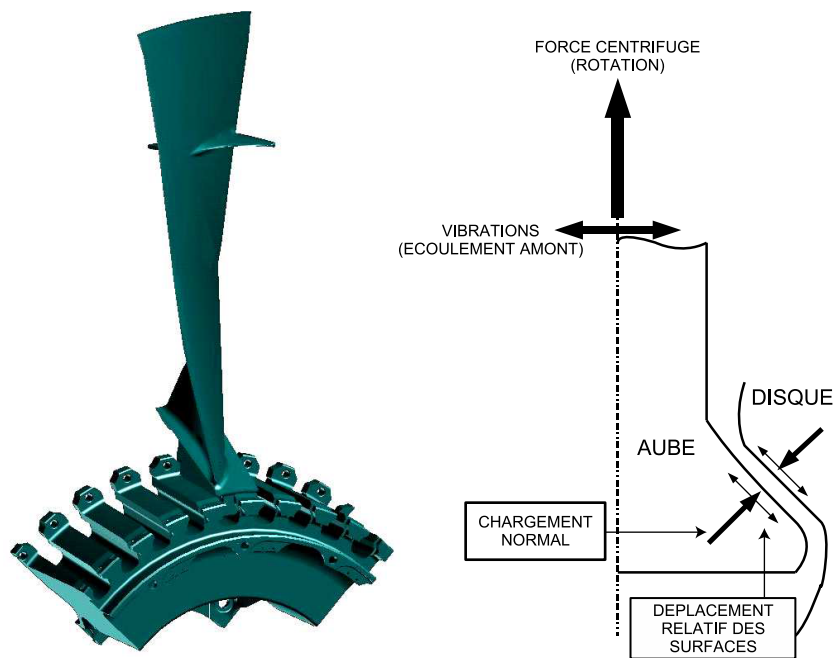


FIGURE 1.2 – Représentation d'une aube FAN et de son chargement (Gallego [2007]).

La prévention des ruptures de composants de moteurs d'avion est un enjeu de sécurité important et toujours d'actualité. Les chargements sont complexes et restent encore difficiles à simuler, en particulier pour les aubes qui sont soumises à la fois à un chargement aéroélastique, qui demande de simuler l'interaction entre le fluide et le solide déformable, et à un chargement dit « statique » provenant de la rotation du moteur.

## 1.2 Historique du fretting

La première référence à ce phénomène semble apparaître en 1911 (Eden *et al.* [1911]) où il a été identifié en observant des débris d'oxyde à l'interface entre des mors en métal et une éprouvette de fatigue.

Ce phénomène a été reproduit par Tomlinson [1927] qui a mis en place une machine d'essai spéciale pour appliquer des mouvements de faible amplitude entre deux pièces en contact. À partir de ce moment, le phénomène de fretting a été associé à des déplacements tangentiels de très faible amplitude entre deux surfaces en contact.

Ce n'est que peu de temps après que les premiers cas de fretting ont été observés dans les applications industrielles par General Motors (Almen [1937]). Du faux brinelling (apparition de taches creuses en surface) a été aperçu sur des roulements à billes présents sur des voitures qui avaient été soumises à des vibrations durant le transport en bateau et en train.

C'est en 1939 que Tomlinson *et al.* [1939] ont montré que ce phénomène de dégradation des surfaces, jusqu'ici attribué à une forme de corrosion, avait principalement une origine mécanique. De plus, l'endommagement des surfaces par fretting nécessitait obligatoirement du glissement entre les surfaces en contact.

L'impact négatif du fretting sur la durée de vie en fatigue a été illustré par Warlow-Davies [1941] puis par McDowell [1952] montrant que la durée de vie en fatigue pouvait facilement être réduite, du fait du fretting, par un facteur 2 et même plus encore. Fenner et Field [1958] montrèrent quant à eux que cette réduction de la durée de vie était liée à la taille de la zone en glissement partiel.

Afin de mieux comprendre les causes du phénomène de fretting, les paramètres pouvant influencer (pression, usure, taille du contact, amplitude du glissement, environnement) ont été analysés indépendamment par Nishioka et Hirakawa [1969a,b,c,d]. Cela a permis de déterminer notamment la faible influence de la fréquence de sollicitation, l'impact négatif de la contrainte moyenne sur la durée de vie ainsi que l'amorçage de fissure au voisinage des fronts de contact, puis la phase de propagation localisée sous le contact.

Une découverte intéressante a été l'amorçage, mais la non-propagation de certaines fissures. Dû au fort gradient de contrainte présent au niveau du contact entre la zone adhérente et celle en glissement, les fissures vont s'amorcer puis se propager. Or, comme on peut le voir sur la [FIGURE 1.3](#), la contrainte diminue rapidement. Ainsi, lorsque la fissure sera en dehors de l'influence du contact, elle s'arrêtera. De plus, cette condition de non-propagation dépend de la géométrie des pièces en contact dont dépend aussi le gradient de contrainte. Par conséquent, le fretting a principalement une influence sur l'amorçage des fissures, mais d'autres paramètres rentrent en jeu pour la partie propagation.

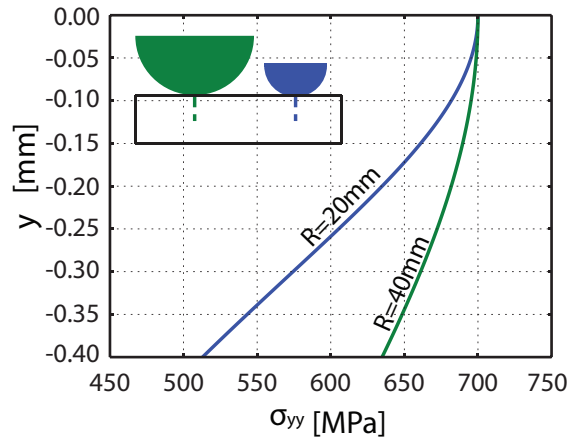


FIGURE 1.3 – Évolution de la contrainte normale sous le contact (Bellecave [2015]).

Par ailleurs, il a été observé que l'amplitude de glissement jouait un rôle sur l'endommagement produit. Cela permit à Vingsbo et Söderberg [1988] de définir trois régimes : le régime adhérent, le régime de glissement partiel et le régime de glissement total.

Dans les années 70, la compréhension des causes et des paramètres influents sur l'amorçage de microfissures par fretting s'est affinée. Ainsi, des travaux sur la recherche de solution palliative ou d'optimisation géométrique des pièces ont commencé à apparaître. Waterhouse [1976], Gordelier et Chivers [1979] et Hoepfner et Gates [1981] ont proposé des solutions telles que la réduction du coefficient de frottement entre les deux pièces grâce à l'effet de la lubrification ou à des revêtements adaptés, la diminution des vibrations dans le contact afin d'avoir des niveaux de glissement faibles, l'introduction de contraintes résiduelles via grenailage et même des règles de conception afin de minimiser la concentration de contrainte au niveau du front de contact.

L'influence de la concentration de contrainte a été aussi étudiée par Wright et O'Connor [1972] puis par Bramhall [1973] où la réalisation d'essais avec la même pression de contact, mais avec différentes taille de contact a mis en lumière l'effet de gradient. En effet, pour un même niveau de contrainte en surface, plus le contact sera large, plus le gradient de contrainte décroîtra lentement (cf. FIGURE 1.3) et influencera la propagation des fissures. Phénomène qui sera confirmé plus tard par Nowell [1988] puis par Araújo [1999].

En se basant sur les travaux précédents de Hertz [1882], Cattaneo [1938], Muskhelishvili [1953], des solutions analytiques pour les champs de contraintes et de déformations ont été obtenues par Johnson [1985] pour des géométries de contact usuelles en fretting-fatigue.

C'est à ce moment-là qu'on a vu se développer les principales approches de prédiction de la durée de vie en fretting-fatigue qui seront présentées plus tard dans le chapitre.

D'autres paramètres peuvent aussi affecter la durée de vie en fatigue, Dobromirski [1992] en recensait plus de 50. Aujourd'hui la question reste toujours ouverte et des approches issues de la science des données commencent à être utilisées par Nowell et Nowell [2020] pour déterminer si de nouvelles informations sur les paramètres influents peuvent être trouvées à partir des nombreux essais existants.

## 1.3 Concepts généraux

Dans la partie précédente, on a vu que le fretting-fatigue était un phénomène complexe, facilitant l'amorçage des fissures, qui sous certaines conditions, ne se propageaient pas. Dans la suite nous verrons les concepts généraux, provenant de la fatigue et du fretting, pouvant expliquer ce comportement.

### 1.3.1 Fatigue

La fatigue est une des principales causes de ruine des structures industrielles. Elle provient d'une répétition de contrainte (ou déformation) à des niveaux de chargement bien inférieurs à la limite d'élasticité du matériau.

Elle peut être décomposée en deux domaines : la fatigue oligocyclique (faible nombre de cycles ou LCF pour « Low cycle fatigue ») et la polycyclique (grand nombre de cycles ou HCF pour « High Cycle Fatigue »). Ces différents régimes sont représentés sur la [FIGURE 1.4](#) dans un diagramme de Wöhler représentant la contrainte de fatigue en fonction du nombre de cycles à rupture.

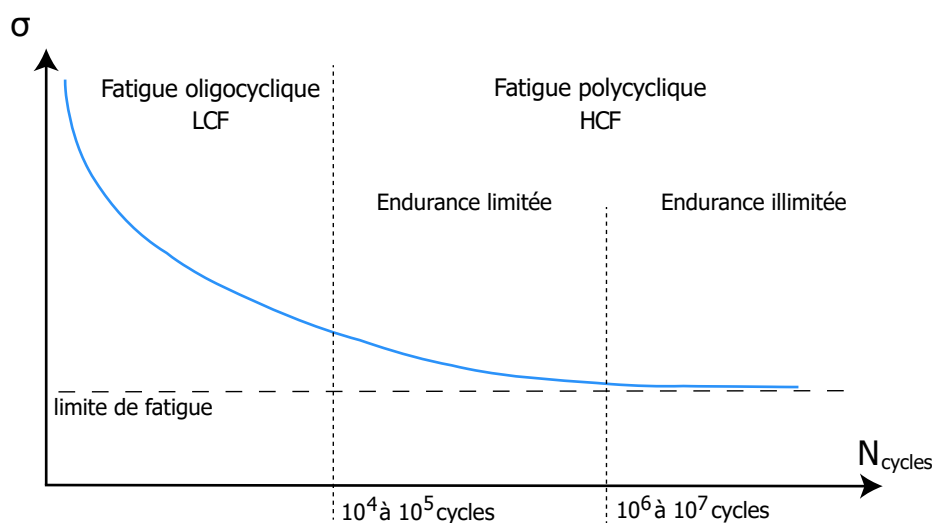


FIGURE 1.4 – Courbe de Wöhler définissant les différents régimes de fatigue.



Ces domaines peuvent être caractérisés par l'échelle à laquelle apparaissent les déformations inélastiques. La fatigue polycyclique est caractérisée par une contrainte relativement faible et des déformations plastiques apparaissant à l'échelle mesoscopique du grain. Dans la fatigue oligocyclique, les contraintes sont importantes et les déformations plastiques peuvent apparaître à l'échelle du grain ou à l'échelle macroscopique. La fatigue polycyclique peut encore être subdivisée en deux sous-domaines : d'une part l'endurance dite « illimitée », où la rupture ne peut pas être observée dans les durées conventionnelles des essais ( $10^6$  à  $10^7$  cycles), et d'autre part, l'endurance limitée correspondant à la transition entre la fatigue oligocyclique et polycyclique. Une forte dispersion des résultats en durée de vie est généralement observée en fatigue polycyclique, dû notamment aux effets de microstructure ou à la présence de défauts.

C'est dans ce dernier domaine que se situent les problèmes de fretting. Des fissures peuvent s'amorcer par microplasticité à cause de la concentration de contrainte importante en bord de contact. Puis elles pourront se propager hors de la portée du contact, si les niveaux de chargement de fatigue appliqués le permettent.

### 1.3.2 Fretting

Une des particularités des problèmes de fretting est le glissement qui apparaît au niveau du contact. Cependant, en fonction de l'amplitude de ce glissement, différents régimes, ayant leur propre mécanisme d'endommagement, peuvent être rencontrés.

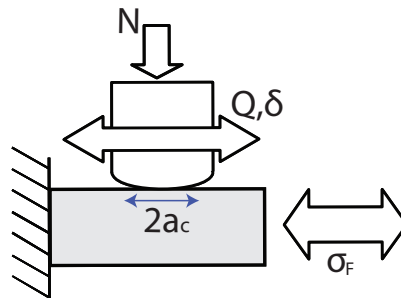


FIGURE 1.5 – Représentation schématique d'un problème de fretting-fatigue

#### 1.3.2.1 Régime de dégradation

Dans un contact entre deux pièces comme illustré sur la [FIGURE 1.5](#), on définit la largeur de contact  $2a_c$ , l'effort normal  $N$ , l'effort tangentiel  $Q$ , le débattement associé à cet effort  $\delta$  et  $\sigma_F$  la contrainte de fatigue. En considérant l'excentricité  $e$  comme le ratio de l'amplitude du déplacement  $\delta$  sur l'aire de contact  $2a_c$ , on peut définir le régime de glissement réciproque lorsqu'elle est supérieure à 1. Dans le cas contraire, on sera dans le régime du fretting avec une zone centrale qui ne sera jamais exposée à l'environnement.

En fretting, trois sous-régimes peuvent être définis (cf. [FIGURE 1.6](#)) :

1. Le régime d'adhérence où l'ensemble du contact est adhérent.
2. Le régime de glissement partiel où le centre du contact reste adhérent, mais du glissement apparaît aux extrémités. Durant ce régime, l'amplitude du déplacement est proportionnelle à l'effort tangentiel appliqué.
3. Le régime de glissement total où tout le contact est en glissement, la force tangentielle atteint sa valeur limite et n'est plus proportionnelle au déplacement.

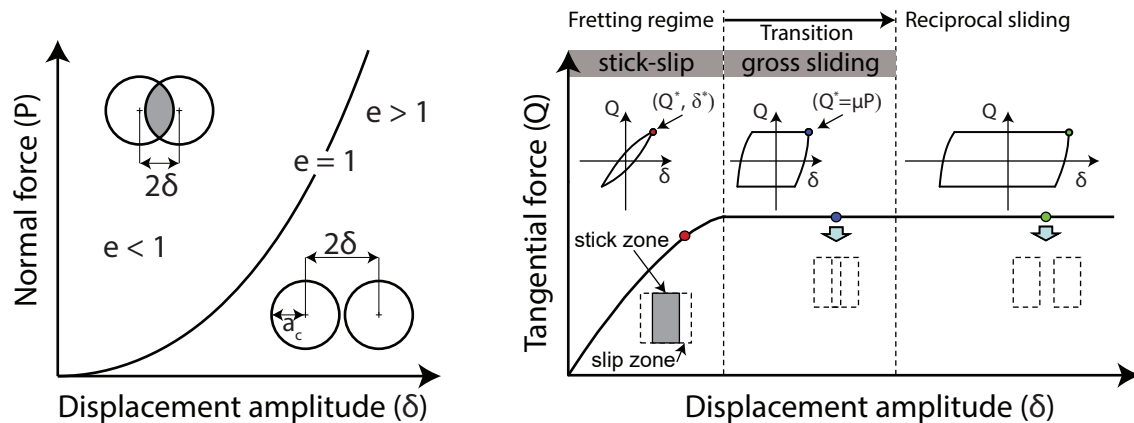


FIGURE 1.6 – Régime de glissement d'après [Fouvry et al. \[1996\]](#).

L'influence de l'amplitude du glissement sur la durée de vie a été observée par [Nishioka et al. \[1968\]](#) puis, plus tard, [Vingsbo et Söderberg \[1988\]](#) ont quantifié cette dépendance. En fonction de l'amplitude, on peut distinguer deux modes d'endommagement :

1. La fissuration qui apparaît en régime de glissement partiel avec l'amorçage de fissure en bord de contact.
2. L'usure qui, en glissement total, est caractérisée par une dégradation de la surface de contact et la formation de débris.

Le taux d'usure et la durée de vie sont tracés en fonction de l'amplitude du glissement partiel sur la [FIGURE 1.7](#) ([Vingsbo et Söderberg \[1988\]](#)). En régime de glissement partiel, la durée de vie diminue d'abord avec l'augmentation du glissement. Puis, quand le glissement augmente, le régime évolue vers du glissement total et la durée de vie augmente. Cette augmentation de la durée de vie est liée à l'usure, qui augmente en régime de glissement total, et va venir éliminer les microfissures, par abrasion, au fur et à mesure qu'elles s'initient.

Cependant, comme on peut le voir sur la [FIGURE 1.7](#), l'usure n'est pas nulle dans la phase de glissement partiel, cela a été montré expérimentalement par [Madge et al. \[2007a,b\]](#). L'endommagement présent, en fonction de l'effort normal et de l'amplitude de glissement, est présenté en [FIGURE 1.7](#) ([Fouvry et al. \[1996\]](#)). On peut voir qu'il existe une

zone, proche de la limite entre glissement partiel et total, où l'amorçage des fissures et l'usure seront en compétition.

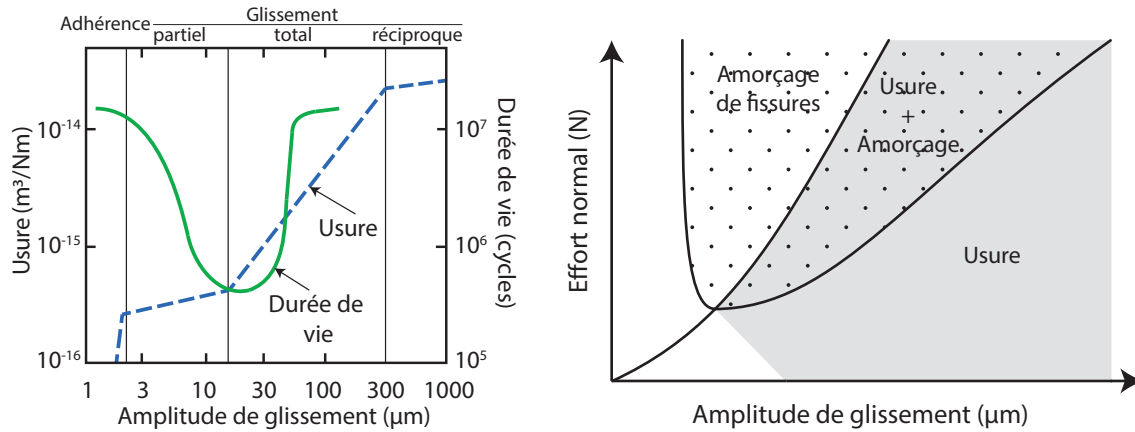


FIGURE 1.7 – Influence de l'amplitude de glissement sur l'usure et la durée de vie (Vingsbo et Söderberg [1988]) et endommagement associé (Fouvry *et al.* [1996]).

L'amplitude de transition entre les domaines de glissement partiel et total peut être déterminée analytiquement à l'aide de la théorie formulée par Hertz [1882] et Mindlin [1989]. Cependant, cela ne prend pas en compte la raideur du montage et suppose la connaissance de la loi de frottement, ce qui ne permet pas toujours de déterminer la transition de façon analytique. Pour cela, des critères énergétiques ont été mis en place par Fouvry *et al.* [1996] afin de caractériser cette transition expérimentalement.

### 1.3.2.2 Usure

L'usure est un phénomène d'endommagement généralement défini par une perte de volume ou de masse engendrée par le mouvement relatif tangentiel entre deux solides. Il est prépondérant durant le régime de glissement total, car le mouvement relatif entre les deux solides est important.

Différents types d'usure existent, pour les matériaux métalliques on peut notamment citer l'usure abrasive, l'usure par oxydation, par adhésion et par fatigue. Par conséquent, de très nombreux modèles sont disponibles pour la prendre en compte (Meng et Ludema [1995]). Cependant, deux approches sont très souvent utilisées :

**Approche d'Archard** Ce modèle proposé par Archard [1953] permet de décrire l'usure abrasive et relie la perte de volume  $V$  à l'effort normal  $N$  et à la longueur de glissement  $L$ .

$$V = kNL \quad (1.1)$$

Avec  $k$ , un coefficient matériau relatif à la vitesse d'usure. Ce modèle ne prend pas en compte de manière explicite les effets du coefficient de frottement, qui sont considérés comme de second ordre par rapport aux effets de la longueur de glissement ou de l'effort normal.

**Approche énergétique** La prise en compte de l'énergie dissipée par frottement pour quantifier l'usure a été mise en place par [Mohrbacher \*et al.\* \[1995\]](#). Par la suite, [Fouvry \*et al.\* \[2003\]](#) ont proposé de relier linéairement l'énergie dissipée au volume de matière usé :

$$V = \alpha \sum E_d \quad (1.2)$$

Avec  $\alpha$ , un coefficient d'usure énergétique. Par rapport à l'approche d'Archard, cette approche permet de tenir compte du coefficient de frottement, et, le cas échéant, de son évolution.

### 1.3.2.3 Fissuration

En glissement partiel, la fissuration est le mécanisme d'endommagement prépondérant. La [FIGURE 1.8](#) montre les différentes étapes de l'amorçage et de la propagation d'une fissure de fretting.

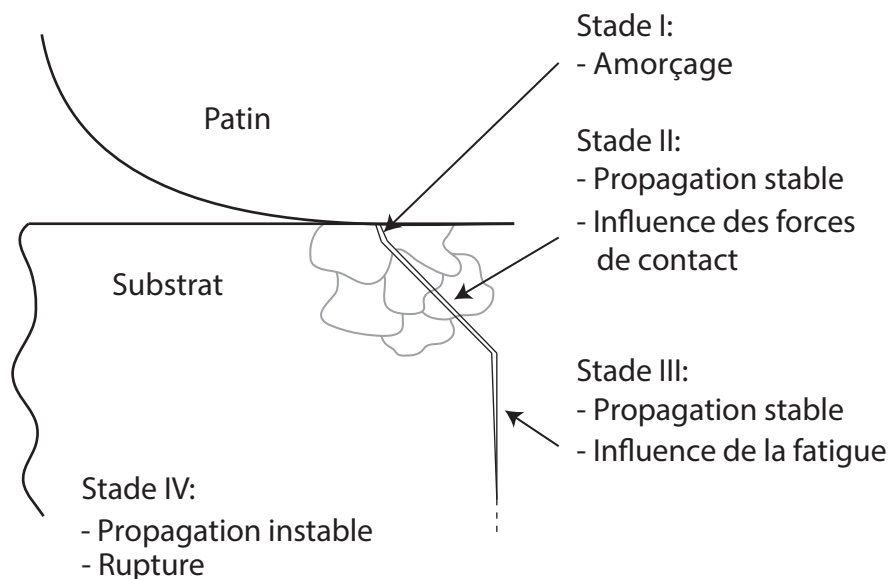


FIGURE 1.8 – Étapes de la fissuration en fretting fatigue.

- I - La concentration de contrainte, à la transition entre la zone collée et la zone en glissement, constitue un facteur favorable à l'amorçage des fissures.
- II - La fissure se propage vers le centre du contact dans la direction qui maximise le cisaillement ( $45^\circ$ ). Durant cette phase, la propagation est principalement influencée par les contraintes dues au contact.
- III - Dû au fort gradient, la fissure sort de l'influence du contact, mais continue à se propager grâce à la force volumique de fatigue.
- IV - La fissure devient de plus en plus importante, la propagation devient instable, on arrive à la rupture totale de la pièce.

L'amorçage et la propagation des fissures en fretting-fatigue sont donc liés, à la fois, à la force de fretting et à la force de fatigue.

En fonction de l'intensité des différentes sollicitations de fatigue et de fretting, on peut donc définir différentes frontières (cf. FIGURE 1.9). Il faut qu'il ait un effort de fretting suffisamment important pour amorcer une fissure et une force de fatigue suffisamment importante pour la propager.

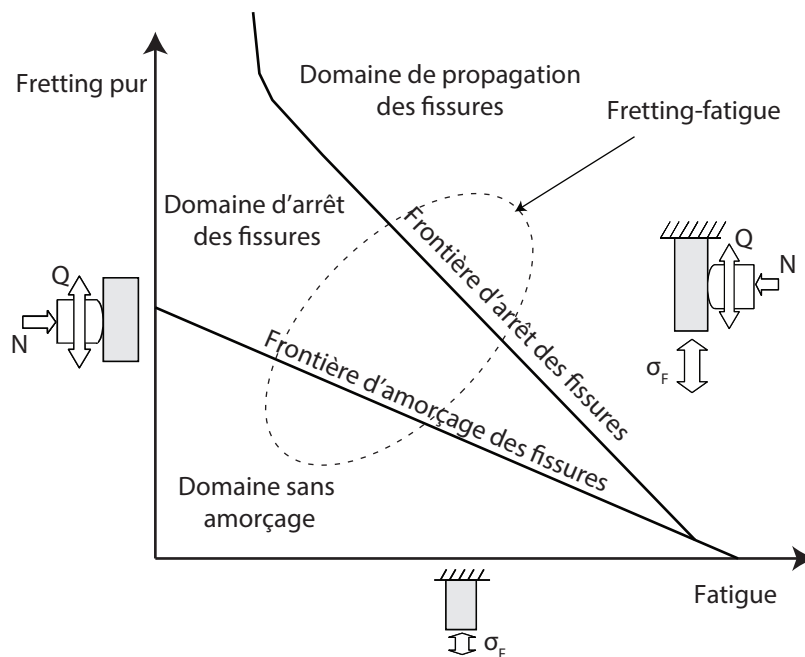


FIGURE 1.9 – Différents domaines possibles pour un essai de fretting fatigue en fonction des forces appliquées d'après Fouvry et Kubiak [2009].

Pour prédire correctement la durée de vie sans être trop conservatif, il faudra, par conséquent, prendre en compte cette possibilité d'arrêt de fissure dû au fort gradient des contraintes sous le contact.

### 1.3.3 Géométrie

Bien que les géométries industrielles soient complexes, le fretting est souvent étudié sur des géométries simplifiées (cf. [FIGURE 1.10](#)).

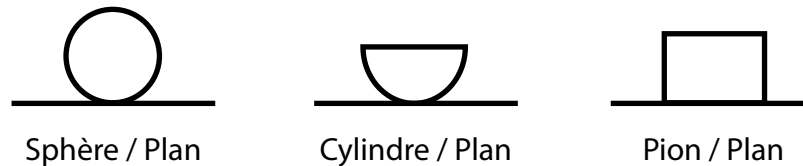


FIGURE 1.10 – Géométries simplifiées étudiées.

**Sphère/Plan** On est en présence d'un contact ponctuel formalisé par [Hertz \[1882\]](#) pour l'indentation normale. La distribution de chargement, en considérant le problème comme élastique, a été décrite par [Hamilton et Goodman \[1964\]](#), [Hamilton \[1983\]](#) et [Sackfield et Hills \[1983\]](#). Il est souvent utilisé expérimentalement, car cette configuration limite les problèmes d'alignement. Cependant, ce contact étant un problème 3D, il demande à être associé à une modélisation en 3D, coûteuse en temps de calcul.

**Cylindre/Plan** Le contact est linéique, et peut être, pourvu que la longueur du cylindre permette de s'affranchir des effets de bords, assimilé à un problème 2D plan. La solution de ce problème en présence d'un chargement tangentiel a été donnée par [Cattaneo \[1938\]](#) et [Mindlin \[1989\]](#). C'est une configuration souvent utilisée pour étudier la fissuration, car il est possible de réaliser des simulations par éléments finis rapidement. Expérimentalement, cela nécessite de faire attention à l'alignement du cylindre, l'axe du vérin appliquant l'effort tangentiel doit être perpendiculaire à l'axe du cylindre afin d'avoir des contraintes homogènes dans l'épaisseur du contact.

**Pion/Plan** Ce contact entre deux surfaces planes est caractérisé par une surface de contact importante (par rapport aux contacts précédents) avec un rayon de courbure faible (voire nul) aux extrémités. Son importante surface de contact nécessite de mailler finement une grande zone et entraîne donc des temps de calcul importants. Des problèmes d'alignement sont aussi présents. Des solutions analytiques ont été proposées par [Ciavarella et al. \[1998\]](#).

**Aube/Disque** Ce contact représente le cas d'étude de la thèse. Il est localement assimilable à un contact pion/plan (cf. [FIGURE 1.11](#)) : il présente une surface de contact importante avec des bords arrondis. Il est soumis à une force volumique d'inertie liée à la rotation du moteur et à des forces vibratoires créées par l'interaction entre le flux d'air et la pale. Il est par conséquent compliqué de connaître les efforts appliqués au niveau du contact. Il est peu testé expérimentalement, car il demande un dispositif spécial.

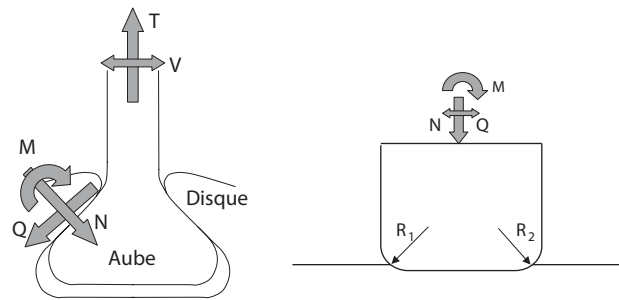


FIGURE 1.11 – Analogie entre le contact aube/disque et pion/plan d’après Rajasekaran et Nowell [2006].

### 1.3.4 Matériaux

Les alliages de titane (Ti-6Al-4V) et l’Inconel 718 sont souvent utilisés dans les moteurs d’avion, respectivement pour les parties froides et chaudes. De ce fait, ces alliages sont souvent étudiés afin de prédire et caractériser expérimentalement les conditions d’endommagement par fretting.

Ces matériaux subissent des traitements thermiques particuliers (détensionnement, recuit, trempe). La microstructure (et par conséquent, les paramètres mécaniques) est très influencée par les différentes étapes de fabrication des pièces. Ainsi, pour le Ti-6Al-4V, selon les nuances de matériaux, la limite en fatigue peut varier de 20 % d’une étude à une autre (Bellecave [2015]).

De plus, des traitements de surface peuvent être appliqués et modifier aussi bien les conditions d’amorçage en fatigue que le comportement en fretting. Le grenailage peut générer en surface des contraintes résiduelles de compression permettant de limiter l’amorçage et la propagation des fissures (Fridrici [2002]). Des revêtements de surface peuvent aussi être déposés et modifier la tenue en fretting (Chang *et al.* [1991], Wang et Kato [2002]). Par exemple, sur les aubes en Ti-6Al-4V du CFM-56, la présence d’un revêtement (cuivre-nickel-indium) et de lubrifiant solide (Molydag) influent considérablement sur les conditions d’amorçages de fissures.

Enfin, les contacts peuvent être hétérogènes, avec des matériaux différents utilisés pour les éléments en contact ou parce que ces éléments sont constitués de matériaux hétérogènes. On peut citer, par exemple, le moteur Leap où les aubes de soufflante en Ti-6Al-4V du CFM-56 ont cédé la place à des aubes en composite tissé 3D. Bien qu’à l’échelle macroscopique, ces pièces puissent être considérées comme homogènes, localement au niveau du contact, l’hétérogénéité du matériau (matrice + fibre) peut entraîner des contraintes très localisées qui varient en fonction du tissage (Beyer [2019]).

On peut aussi ajouter qu'en fonction du matériau (métallique ou céramique), les phénomènes d'oxydation ou corrosion liés à l'usure peuvent être très différents (Kapsa et Cartier [2001]).

Ainsi, en fonction des matériaux étudiés on pourra avoir des propriétés mécaniques, des mécanismes d'amorçage et un coefficient de frottement (ou une loi) très différents.

### 1.3.5 Moyens expérimentaux

Le fretting-fatigue combine une sollicitation de fretting (un effort normal et des sollicitations tangentielles sur un indenteur) et une sollicitation de fatigue (alternée ou constante) sur une éprouvette. Au vu de cette sollicitation particulière, les essais de fretting et de fretting-fatigue ont conduit au développement de machines d'essais spécifiques ainsi que de moyens d'observation adaptés.

#### 1.3.5.1 Machines d'essais

Les premières machines de fretting-fatigue ont été développées à partir de machines de fatigue classiques disposant d'un seul vérin. La charge appliquée par le vérin se décomposait en une charge, dite de fatigue, transmise directement à l'éprouvette d'une part et d'autre part, une charge de fretting, transmise à travers une liaison élastique entre la machine et le cylindre venant en contact sur l'éprouvette. Le contrôle de l'intensité de la force de fretting se fait, dans ces cas-là, par la modification de la raideur de la liaison entre la machine et le cylindre (changement de ressort).

Cependant, cette modification ne peut se faire qu'entre deux essais et ne permet pas de déphaser les forces de fatigue et de fretting. C'est ainsi que sont apparues des machines dites « doubles vérins » afin de pouvoir appliquer séparément les forces de fretting et de fatigue. Cela permet d'avoir un meilleur contrôle des efforts et d'appliquer des déphasages. Un schéma de principe des machines simples et doubles vérins est présenté [FIGURE 1.12](#).

La [FIGURE 1.13](#) montre une machine de fatigue double vérins présente à l'Université de Brasilla. Un dispositif de serrage (9) permet d'appliquer un effort normal. Ce dispositif est relié à un vérin (1) afin d'exercer un effort tangentiel de fretting. Tandis que l'éprouvette est reliée à un deuxième vérin (3) qui applique l'effort de fatigue. L'avantage de ce type de dispositif et de pouvoir appliquer des efforts de fretting et de fatigue déphasés avec des amplitudes variables.

Actuellement, on peut aussi trouver des machines avec trois vérins pour pouvoir aussi piloter l'effort normal pendant l'essai. Des configurations un peu plus originales permettent aussi de désaxer les vérins de fretting et de fatigue (Gandiolle *et al.* [2017]). Des dispositifs encore plus spécifiques existent aussi pour tester des géométries industrielles (cf. [FIGURE 1.14](#)).



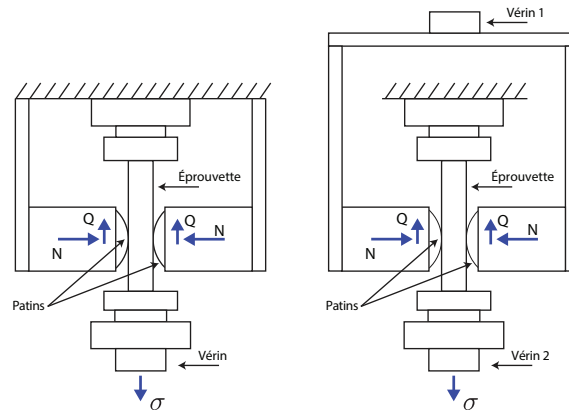


FIGURE 1.12 – Schéma de principe des machines simples et doubles vérins (Lee et Mall [2004]).

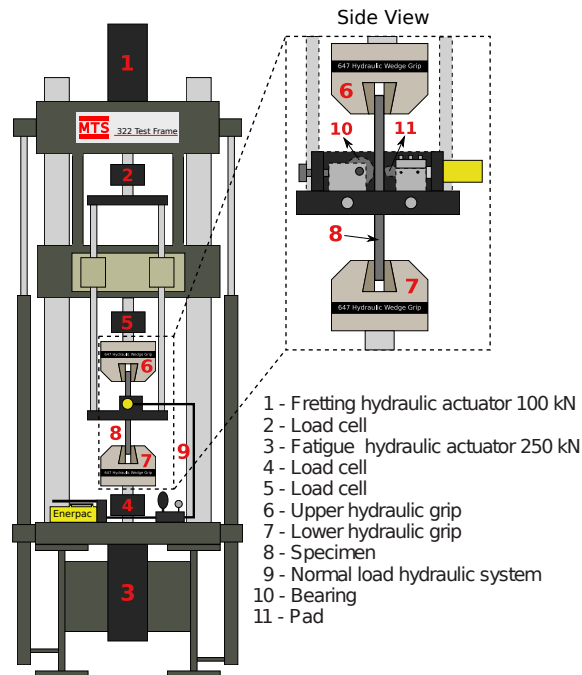


FIGURE 1.13 – Machine de fretting-fatigue présente à l'UnB (Cardoso [2019])

Pour mesurer l'amplitude du glissement partiel, en cours d'essai, il est nécessaire d'avoir une précision importante sur les déplacements imposés, les tailles de zones contact étant en général inférieures à 1 mm et celle des zones en glissement de l'ordre de 10  $\mu\text{m}$ . Afin d'avoir une mesure au plus près du front de contact, sans influence de la rigidité du montage, des mesures de champs de déplacement peuvent être réalisées par corrélation d'images numériques (Kartal *et al.* [2011], De Pauw *et al.* [2014]).

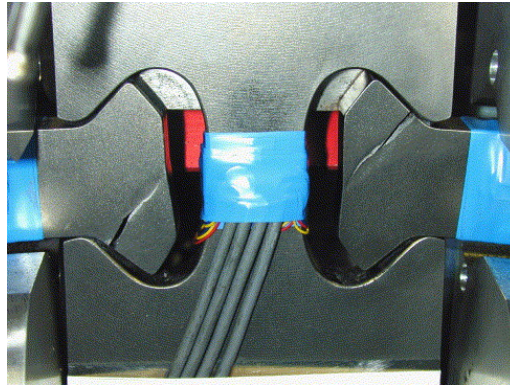


FIGURE 1.14 – Dispositif expérimental pour des géométries aube/disque (Rajasekaran et Nowell [2006]).

### 1.3.5.2 Détection de la fissuration

La détection de la fissuration est un problème complexe, en effet contrairement à la fatigue classique, l'amorçage de fissure se fait sous le contact au niveau du front de contact. Par conséquent, on ne peut pas détecter visuellement la fissuration en cours d'essais. Lorsqu'elle apparaît sur les bords de l'éprouvette, la durée de vie restante est souvent très faible.

**Observation post-mortem** La détection de l'amorçage de fissure peut se faire après l'essai. Sur une éprouvette non rompue, la détection peut se faire par observation optique via une opération destructive nécessitant un découpage des éprouvettes, un polissage et une observation microscopique des différentes parties de l'éprouvette (cf. Proudhon [2005]). Cette opération doit être réalisée avec minutie afin de ne pas passer à côté d'une fissure s'étant amorcée. Cette méthode contraignante permet cependant de détecter des fissures de l'ordre  $5\ \mu\text{m}$ .

Si l'essai a été mené jusqu'à rupture, on peut estimer le nombre de cycles à amorçage en déduisant de la durée de vie totale, le nombre de cycles requis pour la propagation dans le domaine de Paris. Cette solution est beaucoup utilisée, car elle ne nécessite pas de moyen de mesure spécifique.

**Observation en temps réel** L'endommagement en fretting apparaissant sous le contact, il est difficile de l'observer en temps réel. Une méthode indirecte pour détecter la fissuration est d'utiliser le suivi de potentiel. On considère que l'amorçage et la propagation de fissure vont changer la résistivité du matériau. Par conséquent, il va y avoir une chute de tension au fur et à mesure que l'éprouvette se fissure. Une calibration réalisée en amont permet d'associer la longueur de fissure à la chute de potentiel mesurée. Pour du Ta-6Al-4V, Meriaux *et al.* [2010] ont montré que cette méthode était robuste pour identifier des fissures de l'ordre de  $70\ \mu\text{m}$ .

Pour observer la fissuration directement, des essais ont été réalisés sur des polymères transparents par Dubourg *et al.* [2003]. De même, la tomographie a été utilisée par Proudhon *et al.* [2007] et aussi des essais in situ à l'ESRF (The European Synchrotron Radiation Facility) par de Pannemaecker *et al.* [2017] afin d'observer en détail le phénomène d'amorçage et de propagation sur des matériaux métalliques. Ces essais sont intéressants afin d'observer les mécanismes d'amorçage et de propagation de fissure. Cependant, ils ne sont pas utilisés pour déterminer des frontières d'amorçage au vu de la difficulté à les mettre en œuvre.

## 1.4 Enjeux scientifiques

Bien que les problèmes de fretting et l'endommagement associé soient des problématiques étudiées depuis de nombreuses années, la modélisation du frottement et la prédiction de la durée de vie restent des questions toujours ouvertes.

### 1.4.1 Frottement entre les surfaces

Le coefficient de frottement joue un rôle majeur dans les problèmes de fretting, car c'est lui qui va régir les régimes de glissement partiel et total.

Classiquement, on peut définir plusieurs coefficients de frottement :

- Le coefficient de frottement statique qu'on peut identifier avant ou après un essai de fretting lorsque tout le contact est adhérent.
- Le coefficient de frottement dynamique qui est identifié durant la phase de glissement total.

Endo *et al.* [1974] ont montré un effet de la fréquence sur le coefficient de frottement. Cependant, cet effet est surtout présent en glissement total et peut donc être négligé lorsque le contact est en glissement partiel.

Les problèmes de fretting sont caractérisés par deux zones assez différentes : une zone adhérente et une en glissement, on s'attend à ce qu'il y ait un coefficient de frottement différent en fonction de la zone de contact considérée. Cependant, la plupart des études considèrent un coefficient constant sur l'ensemble du contact. Cela est aussi motivé par le fait qu'il est facile d'obtenir une valeur moyenne du coefficient de frottement en se basant sur le ratio  $Q/N$ .

Or, les lois de frottement étant des lois locales, la détermination d'un coefficient de frottement devrait se faire avec les efforts et déplacements locaux autour d'un élément de surface. Cependant, comme le frottement a un impact sur la réponse de la structure,

il est donc souvent déterminé de façon globale et moyenné sur l'ensemble de la surface de contact. On peut cependant s'interroger sur la détermination du coefficient de frottement en glissement partiel, étant donné que les conditions de contact / glissement sont hétérogènes spatialement et variables dans le temps.

Différentes méthodes existent pour le déterminer, la plus simple consiste à appliquer un effort normal constant et à augmenter la charge tangentielle jusqu'à passer en glissement total. Cependant, cette méthode est assez éloignée des conditions d'un essai de fretting. Une deuxième méthode consiste à appliquer une sollicitation tangentielle sinusoïdale en augmentant petit à petit le débattement jusqu'à atteindre la limite entre glissement partiel et total (Voisin *et al.* [1995]). Le coefficient de frottement n'est pas déterminé durant la phase en glissement partiel afin de ne pas prendre en compte l'adaptation élastique du contact présente dans la partie adhérente du contact. Une troisième méthode a été mise en place par Hills *et al.* [1987] en considérant le coefficient dans la zone en glissement comme variable au cours des cycles, pour cela la zone adhérente et la zone en glissement sont considérées comme distinctes (cf. FIGURE 1.15). À partir du coefficient de frottement moyen mesuré grâce au rapport  $Q/N$  et aux solutions analytiques, il est alors possible de revenir au coefficient de frottement de la zone en glissement.

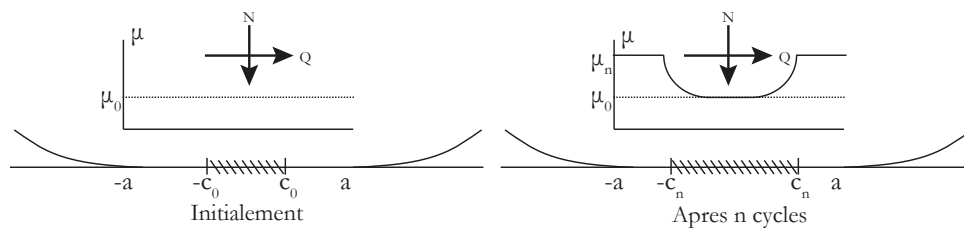


FIGURE 1.15 – Modélisation de la variation du coefficient de frottement

La première méthode qui ne représente pas bien la sollicitation d'un essai de fretting donne des résultats très éloignés des deux suivantes. Hojjati-Talemi *et al.* [2014] observe un écart de 35 % entre la première et la troisième méthode. Cependant, on peut obtenir des écarts de l'ordre de 15 % avec les deux dernières méthodes (Bellecave [2015]).

De plus, bien qu'il soit admis que les coefficients de frottement de la partie adhérente et en glissement sont différents, numériquement on utilise une valeur de coefficient de frottement constante (temporellement et spatialement) sur l'ensemble de la surface de contact déterminé au bout de plusieurs cycles de fretting. Hills et Nowell [1994] observent qu'à partir de  $10^3$  cycles, le coefficient de frottement se stabilise. Ce coefficient est associé à une loi de Coulomb qui reste celle utilisée dans la majorité des cas au vu de sa simplicité et de l'existence de solutions analytiques.

### 1.4.2 Prédiction de la durée de vie

La prédiction de la durée de vie en fatigue sous chargement multiaxial a été largement étudiée et de nombreux critères ont été formulés. Cependant, ils ne sont pas utilisables directement pour des problèmes présentant de forts gradients de contraintes.

#### 1.4.2.1 Effet de gradient

L'effet de gradient, aussi appelé effet d'entaille, désigne la dépendance de la résistance à la fatigue au gradient de contrainte (et donc à l'entaille). Ainsi, pour un état de contrainte donné, la pièce ayant le gradient le plus fort aura aussi la durée de vie la plus élevée (Neuber [1958], Papadopoulos et Panoskaltis [1996]). Dans le cadre du fretting, ce cas a été illustré en premier par Bramhall [1973] qui a étudié l'influence du rayon du cylindre pour un contact cylindre/plan sur la durée de vie en fretting-fatigue. Pour une même pression de contact, il y a une influence de la taille du cylindre, plus elle est grande, plus la durée de vie est faible. Des résultats similaires ont été observés par la suite par Nowell [1988]. C'est ainsi que des méthodes utilisées pour calculer la durée de vie d'éprouvette entaillée ont commencé à être utilisées sur des problèmes de fretting.

On peut aussi noter que l'effet de gradient est aussi souvent associé à l'effet de taille. En effet, en changeant le rayon de contact, le gradient, mais aussi la surface change. D'après Ferry [2017] qui a étudié les deux phénomènes en les dissociant, on peut dans un premier temps négliger l'effet d'échelle devant celui de gradient. Cela peut s'expliquer par le fait que les fissures qui se propagent sont celles amorcées au niveau du contact et ne viennent pas de défauts présents dans le matériau contrairement à la fatigue classique.

**Théorie des distances critiques** Pour prendre en compte cet effet de gradient, la théorie des distances critiques (Taylor [2008], Susmel [2008]) peut être utilisée. Cette théorie s'inspire des travaux précédemment réalisés par Neuber [1958] et Peterson [1959] qui avaient suggéré que l'utilisation de contraintes ponctuelles (en fond d'entaille) n'était pas adapté pour les problèmes à fort gradient. Cette théorie illustrée en [FIGURE 1.16](#) consistait initialement à considérer la contrainte  $\sigma^*$  à une certaine distance du point chaud.

$$\sigma^*(r = l_p, \theta = 0) \leq b \quad (1.3)$$

Avec  $b$  un paramètre matériau lié à la limite en fatigue.

Des variantes ont aussi été proposées où la contrainte n'était plus considérée en un point, mais moyennée sur une surface ou une ligne.

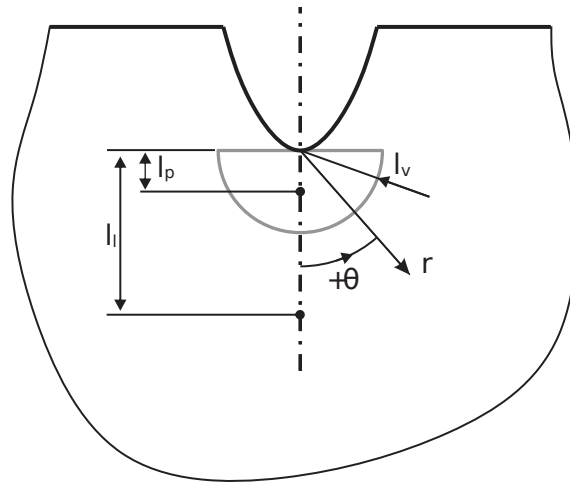


FIGURE 1.16 – Application de la théorie des distances critiques en 2D (Cardoso [2019]).

$$\frac{1}{l_i} \int_0^{l_i} \sigma^*(r, \theta = 0) dr \leq b \quad (1.4)$$

$$\frac{2}{\pi l_s^2} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \int_0^{l_s} \sigma^*(r, \theta) r dr d\theta \leq b \quad (1.5)$$

**Fonction de poids** Une deuxième façon de prendre en compte l'effet de gradient est d'utiliser un critère le prenant explicitement en compte. Papadopoulos et Panoskaltis [1996] ont montré que la résistance à la fatigue pour des éprouvettes cylindriques sollicitées en flexion est dépendante de leur diamètre qui influe aussi sur le gradient de contrainte. C'est ainsi qu'ils proposèrent d'intégrer une fonction de poids dépendant du gradient de la pression hydrostatique dans le critère de Crossland afin de décrire correctement l'évolution de la résistance à la fatigue en flexion pour différents aciers. Puis Nadot et Billaudeau [2006] et Morel *et al.* [2009] utilisèrent un gradient moyen au lieu de ponctuel (couplant ainsi l'approche fonction de poids et théorie des distances critiques). Ils obtinrent une très bonne corrélation essais/calculs pour des éprouvettes présentant des microdéfauts sollicités en traction et torsion.

Bien que ces méthodes de prise en compte du gradient soient différentes, en choisissant correctement la distance, surface ou volume utilisé avec la théorie des distances critiques ou les fonctions de poids, les résultats obtenus sont similaires.

Cependant, il n'existe pas de formule pour déterminer ces différents paramètres. L'identification se fait de façon empirique en utilisant des résultats expérimentaux. De plus, le nombre de cycles (Susmel et Taylor [2007]), le critère de fatigue utilisé (Castro *et al.* [2009]), la forme de l'entaille (Meggiolaro *et al.* [2007]), ou la longueur de la fissure considérée (Gandiolle et Fouvry [2016]) influent sur la distance critique. Par conséquent bien

qu'initialement définie comme un paramètre matériau (de l'ordre de la taille de grain) et souvent liée à la distance caractéristique du matériau définie par [El Haddad \*et al.\* \[1980\]](#), elle a plutôt un rôle de paramètre d'ajustement qui variera en fonction du cas qu'on cherchera à modéliser.

Ainsi, on peut alors se poser la question : « Comment variera cette distance critique lorsque l'on s'intéressera à différentes géométries ? ».

### 1.4.2.2 Critères multiaxiaux pour le fretting

Pour estimer la durée de vie en fretting fatigue, de nombreux critères issus de la fatigue multiaxiale ou créés spécialement pour le fretting sont utilisés. Un certain nombre sont recensés par [Bhatti et Abdel Wahab \[2018\]](#), les classant en quatre principales catégories.

**Invariant** Les approches basées sur les invariants (premier et deuxième) du tenseur des contraintes. Le critère de [Crossland \[1956\]](#) est le principal utilisé. Il peut être couplé à des fonctions de poids pour une meilleure prise en compte du gradient ([Amargier \*et al.\* \[2010\]](#) et [Heredia \*et al.\* \[2014\]](#)). On arrive ainsi à une équation de la forme :

$$\sqrt{J_{2,a}} + \alpha \sigma_{H,max} f(\nabla \sigma_H) \leq \beta \quad (1.6)$$

Avec  $\alpha$  et  $\beta$  des paramètres matériaux,  $J_2$  le deuxième invariant du déviateur des contraintes,  $\sigma_H$  la pression hydrostatique et  $f(\nabla \sigma_H)$  une fonction dépendant du gradient moyen de cette pression.

Les approches utilisant les invariants sont rapides et simples à mettre en œuvre. Cependant, elles ne donnent d'information que sur le risque d'amorçage et non sur l'orientation de la fissure.

**Plan critique** Les approches de type plan critique considèrent que le plan dont l'orientation tend à maximiser le critère est celui qui favorisera l'amorçage d'une fissure. Plusieurs critères peuvent être utilisés. On peut citer notamment le critère SWT développé par [Smith \*et al.\* \[1970\]](#) qui recherchera le plan maximisant l'énergie de déformation, utilisé dans le cadre du fretting par [Szolwinski et Farris \[1998\]](#). Le critère de [Fatemi et Socie \[1988\]](#) basé sur le paramètre de [Brown et Miller \[1973\]](#) et prenant mieux en compte les chargements non proportionnels qui se base sur les déformations. Ou la Méthode de la Courbe de Wöhler Modifié (MWCM) ([Araújo \*et al.\* \[2007\]](#)) qui elle, dépend de la contrainte normale  $\sigma_n^{max}$  et du cisaillement maximum  $\tau_a$  pouvant être formulé comme :

$$I_{MWCM} = \tau_a + \kappa \frac{\sigma_n^{max}}{\tau_a} \leq \lambda \quad (1.7)$$

Avec  $\kappa$  et  $\lambda$  des constantes matériaux. Cette méthode peut aussi être utilisée pour des chargements non proportionnels, pour cela on peut approximer le cisaillement équivalent comme le rayon du plus petit cercle (Minimum Radius Circle par [Dang Van \*et al.\* \[1989\]](#)) dans lequel s'inscrit le chargement. D'autres méthodes ont été développées en utilisant différentes formes (ellipse, rectangle) pour mieux prendre en compte l'effet de la non-proportionnalité ou de facilité l'identification du cisaillement maximum ([Zouain \*et al.\* \[2006\]](#), [Mamiya \*et al.\* \[2009\]](#))

[Navarro \*et al.\* \[2008\]](#) ont montré que les résultats obtenus avec les approches de type plan critique étaient comparables avec ceux utilisant le critère de Crossland. Cependant, comme les approches basées sur les invariants, elles permettent de déterminer uniquement le risque d'amorçage lorsqu'on travaille avec des chargements d'amplitude constante.

**Endommagement** Certaines approches sont basées sur la mécanique de l'endommagement. Le concept d'endommagement, initialement proposé par [Kachanov \[1957\]](#) a été entendu par [Lemaitre \[1987\]](#) à la fatigue LCF ou par [Chaboche \[1974\]](#) pour la fatigue HCF. Des modèles furent proposés dans le cadre du fretting par [Zhang \*et al.\* \[2012\]](#) et par [Hojjati-Talemi \*et al.\* \[2014\]](#). Ce dernier définit l'endommagement comme étant égal à

$$D = \left[ 1 + [A(\beta + 3)(\sigma_{eq,max}^{\beta+2} - \sigma_{eq,min}^{\beta+2})R_v^{\beta/2+1}N_f]^{1/\beta+3} \right] \quad (1.8)$$

Où  $R_v$  est le taux de triaxialité,  $\sigma_{eq}$  la contrainte équivalente de von Mises (en utilisant la théorie des distances critiques),  $N_f$  le nombre de cycles à amorçage,  $A$  et  $\beta$  des constantes d'endommagement. L'introduction d'une variable d'endommagement permet de travailler incrémentalement (cycle par cycle) et de pouvoir prédire la durée de vie à amorçage même pour des cycles d'amplitude variable.

**Fretting** La dernière catégorie est composée des critères spécifiques au fretting. En effet contrairement à la fatigue classique, le fretting est un problème de contact présentant du microglissement. En étudiant les problèmes d'assemblage en queue d'aronde, [Ruiz \*et al.\* \[1984\]](#) s'aperçurent que le glissement jouait un rôle dans l'amorçage. C'est ainsi qu'ils formulèrent deux paramètres combinant amplitude de glissement  $\delta$  et force de cisaillement  $\tau$  pour caractériser l'amorçage.

$$F_1 = \tau\delta \quad (1.9)$$

$$F_2 = \tau\delta\sigma_{ax} \quad (1.10)$$



Avec  $\sigma_{ax}$  la contrainte axiale. L'ajout de la contrainte axiale dans le paramètre  $F_2$  a été effectuée car le paramètre  $F_1$  ne permettait pas de prédire correctement la localisation de l'amorçage. Cependant, le paramètre  $F_2$  montre des écarts importants concernant la prédiction du nombre de cycles à amorçage. Plus récemment [Ding et al. \[2007\]](#), proposa une extension du critère SWT afin de prendre en compte l'effet du glissement tel que proposé dans le premier paramètre de Ruiz.

### 1.4.2.3 Contexte industriel et contraintes associées

Chacun des critères présentés ci-dessus, qu'ils soient locaux ou non locaux, demandent d'accéder, pour pouvoir être utilisés dans un contexte industriel, aux champs locaux, de contraintes, de déformations ou encore de déplacements. Les échelles caractéristiques de modélisation sont très fines, les zones en glissements partiel sont généralement de dimension faible ( $< 100 \mu\text{m}$ ) et sont le lieu de forts gradients. Cela peut constituer un obstacle à l'utilisation de ces critères en contexte industriel, où les composants sont tridimensionnels et les contacts multiples.

**Temps de calcul** La méthode des éléments finis reste une méthode largement utilisée dans l'industrie due à sa polyvalence et aux nombreux logiciels commerciaux l'utilisant. Elle reste une référence notamment pour simuler les géométries complexes. Couplée à des éléments X-Fem ([Pierres et al. \[2010\]](#), [Baietto et al. \[2013\]](#)), elle donne de bons résultats pour prédire la propagation et le trajet des fissures.

Cependant, pour pouvoir décrire correctement les contraintes dans des pièces 3D soumises à des chargements complexes, un maillage très fin est nécessaire. [Sinclair et al. \[2002\]](#) recommandent un maillage de l'ordre de 1 % de la taille du rayon de courbure en bord de contact afin d'avoir une précision de l'ordre de 5 % sur la contrainte pour un contact aube/disque en queue d'aronde. En comparaison, un maillage de type « bureau d'étude » est plutôt de l'ordre de 0.5 mm pour un rayon de courbure de 2 mm. Par conséquent, la condition précédente n'est pas vérifiée.

En revenant sur des contacts simples, la [FIGURE 1.17](#) montre l'influence du nombre d'éléments dans le demi-contact (sphère/plan) sur l'énergie dissipée (grandeur couplant contrainte et déplacement) et le temps de calcul. La simulation comportant 25 éléments dans le demi-contact a été considérée comme la référence pour le calcul de l'écart en énergie dissipée.

On observe que des écarts importants apparaissent très vite en diminuant le nombre d'éléments. Cependant au vu des écarts obtenus sur l'énergie dissipée, on peut supposer que la valeur n'est pas convergée et qu'il faudrait un maillage encore plus fin alors que le temps de calcul est déjà conséquent. Dans ce cas de contact 3D simple, il devient déjà difficile de réaliser des simulations avec un maillage plus fin. On voit donc toute la difficulté de réaliser des simulations de fretting lorsque les pièces ont des géométries 3D et complexes.

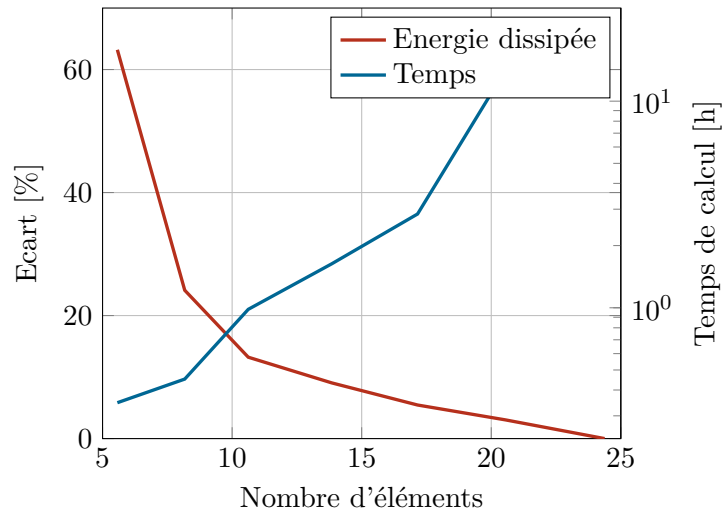


FIGURE 1.17 – Influence du nombre d'éléments dans le demi-contact sur l'énergie dissipée et le temps de calcul.

Même si le maillage n'est pas suffisamment fin, l'utilisation d'un critère en énergie  $\tau\delta$  (cisaillement  $\times$  glissement) peut permettre de repérer où se situent les zones critiques. Pour pallier ce problème de temps de calcul, différentes méthodes existent. La première, toujours basée sur les éléments finis, consiste à réaliser des zooms structuraux sur les zones critiques. Cela autorise un maillage grossier de la structure tout en permettant de mailler correctement les contacts afin de pouvoir appliquer des critères d'amorçage avec des valeurs de contrainte et de déformations précises (Denaux *et al.* [2017]) Cependant, Rajasekaran et Nowell [2005] ont montré que ces méthodes sont très utiles pour les problèmes présentant des concentrations de contrainte, mais, il faut garder à l'esprit qu'en fonction de la méthode de résolution du contact et des conditions aux limites du sous-modèle, des écarts peuvent apparaître.

Une deuxième approche pour limiter les temps de calcul consiste à utiliser des approches analytiques, elles permettent de fournir des solutions rapides et précises. Cependant elles restent limitées à des géométries de contact simple. Pour aller plus loin, des approches semi-analytiques ont été développées lorsque les solutions analytiques ne pouvaient pas être utilisées. Le problème est ainsi discrétisé en une somme de problèmes élémentaires et la solution du problème global est obtenue en sommant l'ensemble des solutions élémentaires. Ces méthodes sont adaptées à l'échelle du contact et peuvent permettre de représenter facilement la rugosité, le revêtement et la microstructure. Elles ont été appliquées sur des problèmes de fretting notamment par Gallego [2007] et Leroux [2013] aussi bien pour des matériaux homogènes qu'hétérogènes (composites). Elles peuvent être utilisées pour caractériser l'usure et endommagement qui apparaît (Jerbi [2016], Beyer *et al.* [2019]) au niveau du contact, mais aussi pour des études dynamiques de structures soumises à du fretting (Lemoine *et al.* [2020]).

**Géométrie et chargement** Les contacts industriels (aube/disque dans notre cas) soumis à du fretting sont complexes aussi bien au niveau de la géométrie que du chargement appliqué.

En simplifiant, on peut résumer le chargement mécanique subi par les aubes à :

- Des sollicitations oligocycliques caractérisées par de fortes intensités et des faibles fréquences qui résultent des changements de régime du moteur. Elles sont souvent simplifiées afin de considérer seulement les phases de décollage et d’atterrissage. L’effort centrifuge résultant de la rotation du moteur va venir plaquer les aubes contre le disque, il en résulte des efforts normaux et tangentiels, ainsi que des micro-déplacements au niveau de la portée de contact.
- Des sollicitations polycycliques de faibles intensités et de forte fréquence (quelques centaines de Hertz) créées notamment par les interactions aéroélastiques entre les aubes et le flux d’air venant créer du microglissement au niveau des portées de contact.

À cela il faut rajouter des contraintes thermiques importantes dépendantes de la partie du moteur considérée. Bien que les matériaux soient choisis pour avoir des propriétés élastiques stables sur leur plage de fonctionnement, cela peut engendrer des modifications au niveau du frottement entre les surfaces et par conséquent une modification du cisaillement.

Par ailleurs, différentes géométries d’attache aube/disque existent (cf. [FIGURE 1.18](#)). Par conséquent, en fonction du type d’attache choisie, les contraintes tangentielles de contact peuvent être différentes aussi bien en intensité qu’en direction vis-à-vis du front de contact.

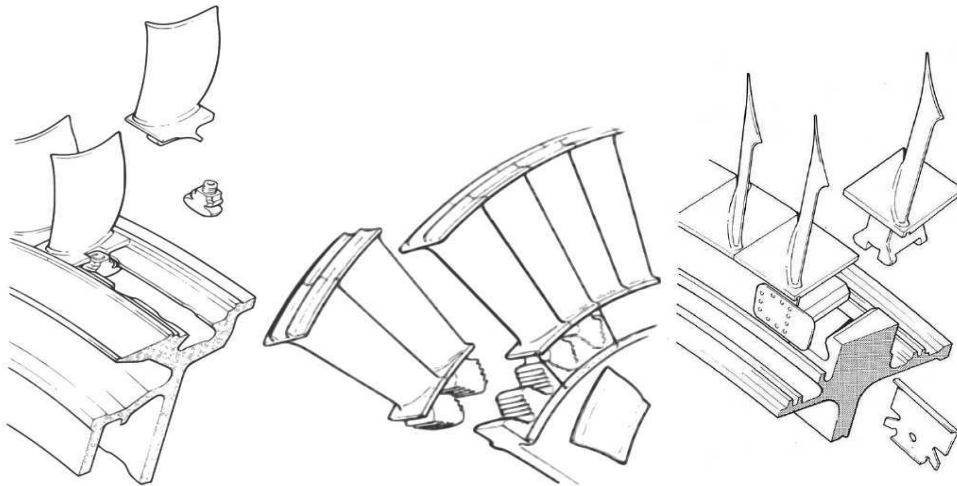


FIGURE 1.18 – Géométries de contact aube/disque (marteau, sapin et queue d’aronde) d’après [Rolls-Royce \[2005\]](#).

Or, par simplicité, la majorité des expériences sont sur des géométries simples (sphères, cylindres, pions) et avec des chargements simples (efforts normaux au front de contact et alignés avec l'effort de fatigue), car les essais sont plus faciles en mettre en œuvre. Ainsi, pour prédire la durée de vie, la méthode utilisée doit pouvoir être calibrée sur des contacts simples pour ensuite être appliquée sur des contacts réels. Cela implique que la méthode ne doit pas dépendre de la géométrie des pièces en contact ou des gradients qui en découlent.

**Amortissement** Lors de la conception d'un moteur, il n'est pas possible d'éviter toutes les fréquences de résonance. Pour cela, des dispositifs d'amortissement ont été mis en place pour pouvoir mieux contrôler ces fréquences de résonance. Une des solutions les plus utilisées dans les moteurs d'avion est l'amortissement par frottement sec qui peut être utilisé intentionnellement par l'ajout de frotteur (Griffin [1980]) afin d'éliminer une fréquence de résonance pouvant être critique lors du régime de croisière.

Cependant, le contact aube/disque est aussi un contact frottant. Vu le nombre important de contacts de type aube/disque présents, ils peuvent avoir une influence non négligeable sur les fréquences de résonance du moteur. Il est donc nécessaire d'avoir une estimation précise de l'énergie dissipée dans chaque contact aube/disque. Or l'endommagement dû au fretting peut venir, petit à petit, modifier la dissipation et par conséquent, modifier le comportement vibratoire (fréquences et modes de vibration). Une étude quantitative de l'impact de l'usure sur les fréquences de résonance d'une structure a été menée par Fantetti *et al.* [2019], ils ont montré que l'endommagement pouvait déplacer des fréquences de résonance ou en faire apparaître de nouvelles.

Ainsi, bien que l'amortissement par frottement soit étudié aussi bien expérimentalement et numériquement depuis plusieurs années et que l'aspect positif du frottement pour contrôler ces fréquences ait été montré, l'influence de l'endommagement dû au fretting sur l'amortissement est difficile à prendre en compte.

## 1.5 Objectif scientifique

Différentes méthodes existent pour prédire la durée de vie en fretting-fatigue. Les choix retenus et les pistes étudiées dans cette thèse seront présentés dans cette partie.

### 1.5.1 Projet COGNAC

Le projet COGNAC (COmpetition between the Gradient effect and the scale effect in Notch fatigue And Contact fatigue) a été lancé par le Groupe Safran en partenariat avec trois établissements universitaires l'UnB (Université de Brasilia), l'ISAE-ENSMA et l'ENS Paris-Saclay (anciennement ENS Cachan) afin de mieux comprendre le phénomène de fretting-fatigue et les analogies qui pouvaient être faites avec la fatigue classique.

Bellecave [2015] et Ferry [2017] ont étudié les effets de gradient et d'échelle sur la durée de vie en fretting fatigue à travers des campagnes expérimentales tandis qu'en parallèle, Simon [2017] réalisait notamment des essais de fatigue sur éprouvette entaillée présentant les mêmes gradients que les éprouvettes de fretting afin d'essayer de mettre en lumière certaine analogie.

Montebello [2016], en se basant sur une analogie avec la mécanique de la rupture, a mis en place une description simplifiée des champs de déplacements d'un contact 2D soumis à du fretting-fatigue à travers un jeu de variables prenant directement en compte l'effet de gradient.

Cardoso [2019] a, dans un premier temps, mis en place des éléments de contact enrichis, basés sur la modélisation précédente et sur une approche X-FEM utilisant des « level sets » pour représenter le front de contact, afin d'avoir une meilleure précision de calcul avec des éléments grossiers. Puis, il a étudié le couplage entre l'usure et la fissuration.

### 1.5.2 Analogie avec la mécanique de la rupture

Une façon de prendre en compte l'effet de gradient est de se baser sur ce qui existe en mécanique de la rupture où on utilise des facteurs d'intensité afin de caractériser les champs mécaniques et prendre en compte cet effet.

Cela se base sur les travaux de Giannakopoulos *et al.* [1998] qui a montré une équivalence entre les champs mécaniques présents en pointe de fissure et autour du front de contact. Une description des champs de contraintes en pointe de fissure a été proposée par Mugadu *et al.* [2002] en utilisant une approche asymptotique afin de généraliser les facteurs d'intensité définis par Williams et Pasadena [1956] pour les problèmes de fretting. Puis, des variables multiplicatives ont été définies par Hills *et al.* [2016] afin de décrire les distributions d'effort normal et de cisaillement. En se basant sur la description précédente, Panico *et al.* [2018] a défini un critère empirique d'amorçage de fissure à l'aide de seulement trois facteurs d'intensité.

Les travaux présentés dans cette thèse se baseront sur ceux de Montebello [2016] qui a développé une approche analogue à celle de Hills, mais basée sur les champs de déplacements. Cette méthode propose une modélisation simplifiée des champs de déplacements autour du front de contact d'un problème 2D avec uniquement trois degrés de liberté représentant les champs de déplacements relatifs à un effort normal et de cisaillement ainsi qu'un champ représentant le glissement caractéristique des problèmes de fretting. Travailler directement sur le champ de déplacements permet de facilement avoir accès au glissement apparaissant dans le contact. De plus cette modélisation a été réalisée dans un repère centré sur le front de contact permettant ainsi de traiter les problèmes où le front se déplace. Cette méthode sera présentée dans le chapitre suivant.

### 1.5.3 Méthode incrémentale

Les chargements réels subis par les pièces soumises à du fretting sont complexes et de différents types (mécanique et thermique). Les chargements mécaniques variables rendent très difficiles de définir un cycle, il faut pour cela réaliser des approximations afin de définir un cycle équivalent et obtenir les contraintes maximale et moyenne qui seront utilisées dans un critère. Ces méthodes largement utilisées rendent difficile la prise en compte de la non-proportionnalité des chargements, car différents trajets de chargement peuvent conduire à un même cycle équivalent.

L'utilisation d'une approche incrémentale permet de représenter au mieux le chargement sans avoir à réaliser d'approximation de type « comptage de cycles » et de pouvoir ainsi traiter et représenter correctement l'influence des variations d'amplitude et de la non-proportionnalité du chargement.

De plus, le deuxième avantage d'une approche incrémentale est la prise en compte des variations des paramètres matériaux comme les propriétés élastiques et le coefficient de frottement. Ces variations pouvant être liées à un chargement thermique ou un endommagement de la surface de contact.

### 1.5.4 Temps de calcul

Le fretting étant caractérisé par du microglissement au niveau du front de contact, un maillage fin est nécessaire et les temps de calcul sont conséquents.

La solution choisie ici est d'utiliser la réduction de modèle afin d'obtenir une approximation des champs de déplacements. L'identification d'une base de champs de déplacements, dépendante de la géométrie locale des pièces en contact et non pas du chargement permet de réduire le problème à quelques degrés de liberté (analogues aux facteurs d'intensité définie dans la mécanique de la rupture). Pour cela, une décomposition en valeur propre (POD) en utilisant la transformation Karhunen-Loeve (Karhunen [1947]) permet de décorréler la contribution des efforts de fretting sur les champs de déplacements. On peut alors obtenir une approximation du champ de déplacements avec un nombre réduit de modes. Cette méthode, déjà utilisée par Decreuse [2010], Frémy [2012] et par Tezeghdanti [2019] pour la fissuration et par Montebello [2016] pour le fretting, est détaillée en annexe A et sera rappelée dans le chapitre suivant lorsqu'elle sera utilisée.

## 1.6 Hypothèses simplificatrices

Afin de pouvoir prédire la durée de vie à amorçage en fretting fatigue, le choix a été fait d'utiliser une analogie avec la mécanique de la rupture afin de prendre en compte le gradient de contrainte. Tandis que la réduction de modèle permettra d'avoir des temps

de calcul raisonnables. Cependant, ces choix entraînent des contraintes, les hypothèses simplificatrices faites dans cette thèse sont résumées ci-après.

### 1.6.1 Glissement partiel

Cette approche se limite uniquement à l'étude de l'amorçage de fissure en fretting-fatigue dans des conditions de glissement partiel. Le régime de glissement total et par conséquent l'endommagement des surfaces par usure ne sera pas considéré.

Cependant, des études ([Madge \*et al.\* \[2007b\]](#), [Garcin \*et al.\* \[2015\]](#), [Cardoso \[2019\]](#)) ont montré que l'usure avait une influence sur l'amorçage de fissure en fretting. Dans des conditions de glissement total, l'usure a un effet bénéfique et enlève les zones sévèrement endommagées ou les fissures commencent à apparaître. Alors que, en glissement partiel, l'usure augmente la détérioration des surfaces et déplace la zone d'amorçage dans la zone de transition glissement/adhérence.

### 1.6.2 Matériau homogène élastique isotrope

Cette approche se basant sur la mécanique linéaire élastique de la rupture comporte les mêmes limites que celle-ci concernant le matériau. On considèrera uniquement un comportement du matériau élastique homogène et isotrope. Bien que dans les problèmes de contact de la plasticité apparaisse notamment en bord de contact, on fera l'hypothèse que la zone plastique est très petite et confinée autour du front de contact. Cela empêchera de prendre en compte l'influence des contraintes résiduelles qui peuvent être appliquées sur la surface de contact via un procédé de grenailage.

Le matériau sera considéré comme homogène, la prise en compte des revêtements (présent sur les contacts industriel) ou des contacts entre différents matériaux ne seront pas étudiés. Cela retire aussi les contacts en matériaux composites où l'échelle de travail nécessaire pour modéliser l'amorçage ne peut être considérée comme homogène. On supposera enfin le matériau isotrope négligeant ainsi l'effet de l'orientation de la microstructure ou les matériaux composites.

### 1.6.3 Hypothèse d'autosimilarité de la géométrie

La dernière hypothèse est celle d'autosimilarité de la géométrie, c'est-à-dire que la géométrie est invariante, quelle que soit l'échelle à laquelle on regarde. Cette hypothèse est importante dans la mécanique de la rupture, car elle permet d'étudier une fissure en considérant uniquement les champs mécaniques locaux.

Dans notre cas, à partir du moment où le front de contact peut être idéalisée comme

localement plan à front droit, l'existence de plans de symétries permet de décomposer le mouvement en modes cinématiques et l'invariance de la géométrie par changement d'échelle permet d'introduire des facteurs d'intensité qui seront utilisés comme quantité d'intérêt.

C'est ce qui nous permettra de dire que la méthodologie et les résultats obtenus sur un contact cylindre/plan pourront être appliqués sur n'importe quelle autre géométrie (tel qu'un contact aube/disque) sous réserve que localement elle soit autosimilaire.

Cela restreint par conséquent, tous les contacts présentant des arêtes vives tels que les contacts pion/plan avec un rayon de courbure quasi nul.

## 1.7 Conclusion partielle

L'objectif de cette thèse est la modélisation de la durée de vie en fretting-fatigue sous chargements complexes. Les verrous techniques associés à cette problématique sont nombreux. Les géométries réelles sont complexes et les chargements sont variables et non proportionnels.

La prise en compte de l'effet de gradient est importante. La méthode doit être indépendante de la géométrie afin de pouvoir transférer les résultats obtenus en laboratoire sur les pièces industrielles.

Le temps de calcul sera aussi un enjeu important. Afin que la méthode puisse être applicable dans un environnement industriel.

Enfin, la prédiction de la durée de vie, en prenant en compte de la non-proportionnalité et de la variabilité du chargement, sera nécessaire pour traiter les chargements réels.





# Chapitre 2

## Description non locale des problèmes de fretting-fatigue

*Dans ce chapitre, une nouvelle modélisation va être proposée pour prendre en compte l'effet du gradient en Fretting-Fatigue dans des conditions de chargement variable en direction comme en intensité.*

---

**Sommaire**

---

<b>2.1</b>	<b>Contexte</b>	<b>37</b>
2.1.1	Mécanique de la rupture	37
2.1.2	Mécanique du contact : contact de Hertz	39
2.1.3	Philosophie de l'approche	41
<b>2.2</b>	<b>Partition du champ de vitesses</b>	<b>43</b>
2.2.1	Modèles éléments finis	44
2.2.2	Méthodologie	46
2.2.3	Base d'approximation	51
2.2.4	Énergie dissipée dans le contact	56
<b>2.3</b>	<b>Chargement de fretting d'amplitude variable</b>	<b>58</b>
2.3.1	Erreur de reconstruction	58
2.3.2	Estimation du glissement partiel	58
2.3.3	Chargement non proportionnel	60
<b>2.4</b>	<b>Extension en Fretting-Fatigue</b>	<b>63</b>
2.4.1	Influence de la fatigue	64
2.4.2	Erreur de reconstruction	66
<b>2.5</b>	<b>Prise en compte de la variabilité de l'effort normal</b>	<b>67</b>
2.5.1	Expression analytique des champs de référence	67
2.5.2	Comparaison avec les champs éléments finis	70
<b>2.6</b>	<b>Applications</b>	<b>77</b>
2.6.1	Frontière d'amorçage	77
2.6.2	Influence du maillage	78
<b>2.7</b>	<b>Conclusion partielle</b>	<b>79</b>

---

## 2.1 Contexte

Une des caractéristiques principales des problèmes de fretting est le très fort gradient de contrainte au voisinage du front de contact, à la transition entre la zone collée et la zone glissante. En l'absence de zone en glissement partiel, le front de contact constitue alors une singularité. Il a été montré par [Giannakopoulos \*et al.\* \[1998, 2000\]](#) que les champs mécaniques autour du front de contact d'un problème de fretting pour un contact pion/plan sont similaires à ceux qu'on peut observer en fond d'entaille. Sur la configuration présentée [FIGURE 2.1](#) représentant l'analogie entre un contact conforme et une entaille, le lien entre les champs mécaniques générés par les efforts normal  $N$  et tangential  $Q$  et ceux générés par les facteurs d'intensité des contraintes  $K_I$  et  $K_{II}$  peut être observé.

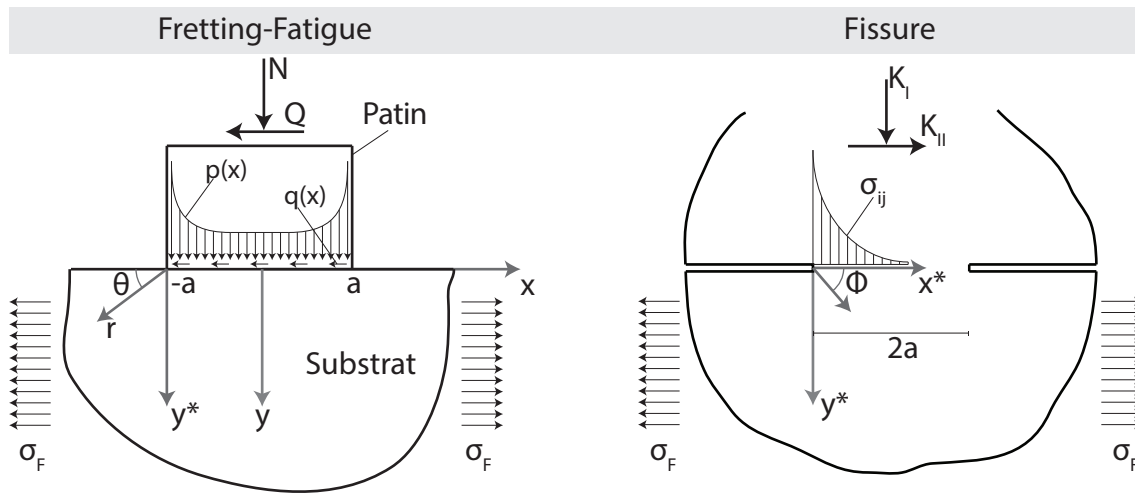


FIGURE 2.1 – Analogie entre un contact conforme sans glissement partiel et un milieu fissuré d'après [Giannakopoulos \*et al.\* \[1998\]](#).

Dans cette partie, un rappel des notions de base de la mécanique de la rupture d'une part et de la mécanique du contact d'autre part va être proposé afin de mettre en place et de valider la description des problèmes de fretting-fatigue par des quantités non locales analogues à celles utilisées en mécanique de la rupture.

### 2.1.1 Mécanique de la rupture

Dans le cadre de la mécanique de la rupture, pour une fissure supposée localement plane, à front droit et avec une extrémité parfaitement aiguë, le mouvement peut être décomposé en 3 composantes cinématiques élémentaires correspondantes aux 3 modes de ruptures (cf. [FIGURE 2.2](#)).

1. Mode I : mode « d'ouverture » correspondant à la partie symétrique du champ de déplacements par rapport au plan de fissure.

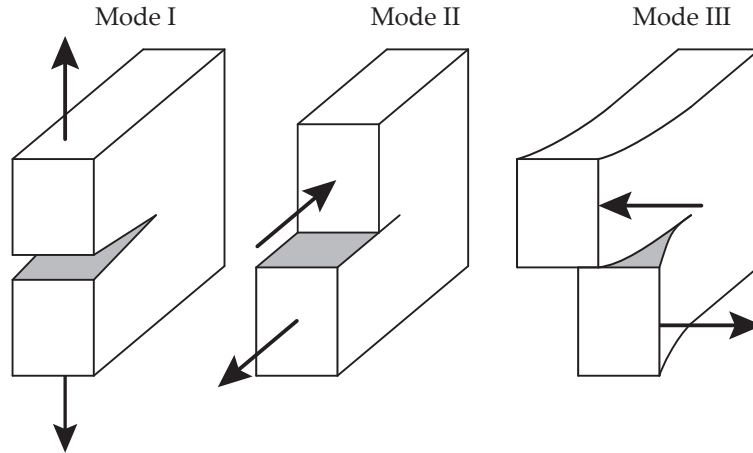


FIGURE 2.2 – Modes de rupture.

2. Mode II : mode « de cisaillement plan » correspondant à la partie antisymétrique du champ de déplacements par rapport au plan de fissure.
3. Mode III : mode « de cisaillement hors plan » correspondant à la partie antiplan du champ de déplacements par rapport au plan de fissure et au front de fissure.

En supposant le problème comme étant linéaire, homogène et élastique, [Westergaard \[1939\]](#) a formulé la solution exacte des champs de contraintes et de déplacements pour un milieu élastique linéaire fissuré. Cette solution a la particularité, de pouvoir être exprimée sous la forme d'un facteur multiplicatif (facteur d'intensité) et d'une fonction de forme représentant la distribution spatiale qui est indépendante du chargement et des dimensions de la fissure.

Cette fonction de forme est elle même le produit d'une fonction d'échelle  $f(r)$  et d'une fonction angulaire  $g(\theta)$  (cf. [FIGURE 2.3](#)). Le fait de pouvoir exprimer la fonction de forme comme une fonction à variables séparées découle de la géométrie de la fissure et de l'hypothèse d'autosimilarité locale vis-à-vis d'un changement d'échelle qui peut être faite.

Puis, [Irwin \[1957\]](#) a donné un caractère général et applicatif à ce résultat en montrant que les développements asymptotiques au premier ordre des solutions précédentes suffisent à décrire les champs en pointe de fissure. La distribution spatiale étant fixée pour chaque mode, les seuls degrés de liberté restants sont les facteurs d'intensité  $K_I$ ,  $K_{II}$  et  $K_{III}$  représentant l'intensité du chargement qui est associée à chaque mode de fissuration. Les champs de déplacements en pointe de fissure (cf. [FIGURE 2.3](#)) pour les trois modes sont donnés par les [ÉQUATIONS 2.1 à 2.3](#).

Mode I :

$$\begin{aligned}
 u_{Ix} &= K_I \phi_{Ix} = K_I \frac{4(1-\nu^2)}{E} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \left[ \frac{1}{4\nu-4} \cos(\theta) + \frac{3-4\nu}{4\nu-4} \right] \\
 u_{Iy} &= K_I \phi_{Iy} = K_I \frac{4(1-\nu^2)}{E} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \left[ \frac{1}{4-4\nu} \cos(\theta) + \frac{3-4\nu}{4\nu-4} \right]
 \end{aligned} \tag{2.1}$$

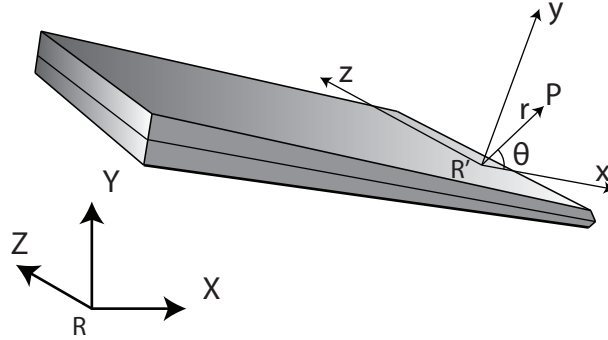


FIGURE 2.3 – Repère local attaché au front et au plan local de fissure.

Mode II :

$$\begin{aligned} u_{IIx} &= K_{II} \phi_{IIx} = K_{II} \frac{4(1-\nu^2)}{E} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \left[ \frac{1}{4\nu-4} \cos(\theta) + \frac{4\nu-5}{4\nu-4} \right] \\ u_{IIy} &= K_{II} \phi_{IIy} = K_{II} \frac{4(1-\nu^2)}{E} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \left[ \frac{1}{4\nu-4} \cos(\theta) + \frac{4\nu-1}{4\nu-4} \right] \end{aligned} \quad (2.2)$$

Mode III :

$$u_{IIIz} = K_{III} \phi_{IIIz} = K_{III} \frac{4(1+\nu)}{E} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \quad (2.3)$$

La mécanique linéaire de la rupture permet ainsi d'exprimer le champ de vitesses ( $\underline{v} = d\underline{u}/dt$ ) en pointe de fissure, dans un référentiel attaché au plan et au front de fissure, de manière approchée comme une somme de produits entre un facteur d'intensité dépendant du temps et un champ de référence dépendant de l'espace dans un repère attaché au front local et au plan local de la fissure :

$$\underline{v}(\underline{P}, t)_{/R'} = \dot{K}_I(t) \underline{\phi}_I(\underline{P}) + \dot{K}_{II}(t) \underline{\phi}_{II}(\underline{P}) + \dot{K}_{III}(t) \underline{\phi}_{III}(\underline{P}) \quad (2.4)$$

Les champs de référence  $\underline{\phi}_I$ ,  $\underline{\phi}_{II}$  et  $\underline{\phi}_{III}$  étant définis une fois pour toute, les facteurs d'intensité peuvent être déterminés facilement à partir des champs de déplacements, par exemple, en utilisant la méthode d'extrapolation du déplacement.

### 2.1.2 Mécanique du contact : contact de Hertz

Pour mettre en place cette modélisation, on s'intéressera au contact cylindre/plan dont la solution en élasticité linéaire (sans frottement) a été établie par Hertz [1882]. La FIGURE 2.4 montre les profils de pression et de cisaillement obtenus lorsqu'un contact est soumis à du fretting. Il est important de connaître avec précision les zones où le glissement

apparaît, car c'est à ce niveau que les fissures vont avoir tendance à s'amorcer.

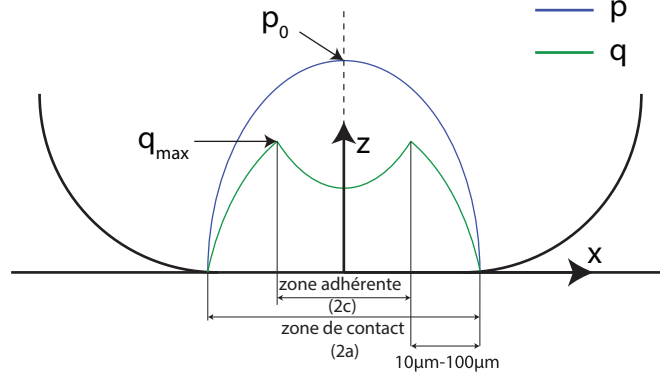


FIGURE 2.4 – Profils de pression et de cisaillement pour un contact cylindre plan en fretting pur.

Hertz [1882] a formulé des solutions analytiques pour décrire la zone de contact et le profil de pression :

$$p(x) = -p_0 \sqrt{1 - \left(\frac{x}{a}\right)^2} \quad (2.5)$$

avec

$$p_0 = \frac{2N}{\pi a} \quad (2.6)$$

où  $a$  est la largeur du demi-contact :

$$a = \sqrt{\frac{4NR}{\pi E^*}} \quad (2.7)$$

$R$  le rayon de courbure du cylindre et  $E^*$  le module de Young équivalent :

$$E^* = \left( \frac{1 - \nu_1^2}{E_1} + \frac{1 - \nu_2^2}{E_2} \right)^{-1} \quad (2.8)$$

avec  $E_i$  le module de Young et  $\nu_i$  le coefficient de poisson de chaque solide. Lorsqu'il y a du frottement (dont le coefficient est noté  $\mu$ ), la solution analytique pour la distribution de cisaillement a été formulée par Cattaneo [1938] et Mindlin [1989]. Lorsque tout le contact est adhérent, un chargement tangential monotone crée une distribution de cisaillement :

$$q(x) = \frac{Q}{\pi \sqrt{a^2 - x^2}} \quad (2.9)$$

Or quand  $x \rightarrow \pm a$ , on est en présence, au niveau du front de contact, d'une singularité en  $1/\sqrt{x}$  et  $q(x) \rightarrow \infty$ . Par conséquent, localement, la condition d'adhérence  $q(x) < \mu p(x)$  n'est pas respectée et du glissement partiel apparaît, de façon symétrique, aux deux extré-

mités du contact. Le cisaillement est décrit comme la superposition de deux termes afin de prendre en compte l'adhérence et le glissement partiel.

$$q(x) = \mu p_0 \left( \sqrt{1 - \left(\frac{x}{a}\right)^2} - \frac{c}{a} \sqrt{1 - \left(\frac{x}{c}\right)^2} \right) \quad (2.10)$$

Avec  $c$  qui représente la taille de la zone de contact adhérente :

$$c = a \sqrt{1 - \left| \frac{Q}{\mu N} \right|} \quad (2.11)$$

Lorsqu'on ajoute une sollicitation de fatigue  $\sigma_F$ , la partie adhérente va être excentrée d'une distance  $e$  créant ainsi une dissymétrie des zones adhérente et en glissement partiel. La distribution de pression ne change pas.

On aura alors :

$$q(x) = \mu p_0 \sqrt{1 - \left(\frac{x}{a}\right)^2} - \mu p_0 \frac{c}{a} \sqrt{1 - \left(\frac{x-e}{c}\right)^2} \quad (2.12)$$

avec :

$$e = \frac{\sigma_F a}{4\mu p_0} \quad (2.13)$$

La [FIGURE 2.5](#) montre les distributions de cisaillement obtenues pour du fretting pur et du fretting-fatigue.

En connaissant les distributions de pression et de cisaillement, il est possible d'avoir accès à l'intégralité des champs de déformations, de contraintes et de déplacements grâce à la méthode des potentiels complexes de [Muskhelishvili \[1953\]](#) dans le cadre d'un problème d'élasticité linéaire en 2D.

### 2.1.3 Philosophie de l'approche

En reprenant l'analogie présentée en [FIGURE 2.1](#) entre la mécanique de la rupture et le contact adhérent, on peut comparer les champs de contraintes obtenus analytiquement pour un problème de contact soumis à un effort normal (cf. [ÉQUATION 2.14](#)) et une fissure sollicitée en mode I (cf. [ÉQUATION 2.15](#)), on obtient alors :





sité  $K_I$  et  $K_{II}$  car ceux-ci sont proportionnels aux chargements appliqués ( $N$  et  $Q$ ), mais dépendent aussi de l'aire de contact  $a$ . De fait, ils prennent directement en compte l'effet de gradient qui pose problème pour la prédiction de l'amorçage. De plus, ils peuvent être calculés simplement en utilisant les techniques existantes en mécanique de la rupture.

Cette analogie, basée sur la mécanique linéaire élastique de la rupture, suppose un contact adhérent sans glissement partiel.

Par ailleurs, pour prendre en compte le comportement non linéaire apparaissant en pointe de fissure Pommier et Hamam [2007], Pommier *et al.* [2009] ont mis en place une description originale du comportement élastoplastique pour des chargements en mode mixte basée sur le comportement de la pointe de fissure à l'échelle globale. Cette méthode permet de représenter le comportement de la zone plastique de la fissure et les effets d'histoire du chargement qui en découlent, en utilisant une représentation simplifiée des champs plastiques (facteurs d'intensité et fonctions de forme) et une loi de comportement incrémentale portant sur les quantités d'intérêt que constituent ces facteurs d'intensité.

C'est ainsi que, en se basant sur l'analogie mise en place par Giannakopoulos *et al.* [2000] et en déclinant l'approche mise en place par Pommier *et al.* [2009] pour les problèmes de fretting, Montebello *et al.* [2015] ont formulé une nouvelle description du champ de vitesses autour du front de contact en se basant sur des facteurs d'intensité non locaux afin de prendre en compte l'effet de gradient et représenter le glissement partiel.

Dans le cadre d'un contact cylindre/plan 2D soumis à un effort tangentiel, le champ de vitesses, dans un référentiel centré sur le front de contact, peut s'exprimer de la manière suivante :

$$\underline{v}(\underline{P}, t)_{\mathbf{R}' } \simeq \dot{I}_I(t)\underline{\phi}_I(\underline{P}) + \dot{I}_{II}(t)\underline{\phi}_{II}(\underline{P}) + \dot{I}_{II}^c(t)\underline{\phi}_{II}^c(\underline{P}) \quad (2.18)$$

Avec  $I_I$  et  $I_{II}$ , les facteurs d'intensité linéaires analogues à  $K_I$  et  $K_{II}$ , et  $I_{II}^c$  le facteur d'intensité complémentaire représentant le glissement partiel.

Cette description est réalisée sur le champ de vitesses plutôt que sur le champ de contraintes, car le champ de vitesses est une grandeur extensive permettant de caractériser de manière indépendante la contribution non linéaire venant du frottement.

## 2.2 Partition du champ de vitesses

Montebello [2016] avait proposé un partitionnement du champ de vitesses applicable aux problèmes bidimensionnels de contact avec un front de contact fixe (effort normal constant). Dans cette thèse, l'approche est généralisée pour être étendue aux problèmes 3D et aux fronts de contact mobiles.

### 2.2.1 Modèles éléments finis

Pour pouvoir mettre en place le partitionnement, un modèle 3D a été développé (cf. [FIGURE 2.6](#)) afin d'obtenir le champ de déplacements et de vitesses autour du front de contact. Les simulations ont été réalisées avec le logiciel Abaqus 2017. La méthode peut également être mise en œuvre avec d'autres codes de calcul.

Pour valider le modèle, la taille de la zone de contact ([ÉQUATION 2.7](#)) et celle de la zone adhérente ([ÉQUATION 2.11](#)) ainsi que la pression ([ÉQUATION 2.6](#)) et le cisaillement maximum ([ÉQUATION 2.10](#)) ont été comparés avec les résultats issus des simulations. De plus, pour des simulations sans effort tangentiel hors plan ( $Q_{III} = 0$ ), les facteurs d'intensité ont aussi été comparés à ceux obtenus avec le modèle 2D mis en place par [Montebello \[2016\]](#).

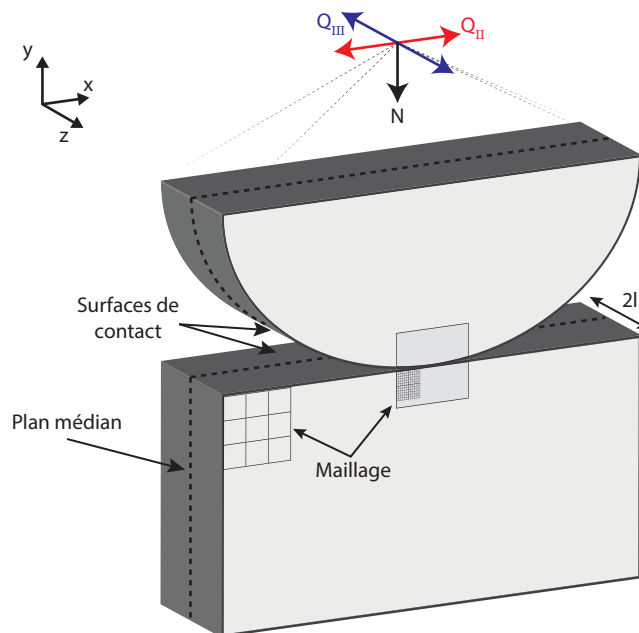


FIGURE 2.6 – Schéma du modèle éléments finis utilisé.

#### 2.2.1.1 Chargement et conditions aux limites

Dans le cadre d'un problème de fretting pur, les conditions aux limites sont les suivantes :

- Des conditions périodiques en déplacements sont appliquées sur les faces avant et arrière des deux pièces en contact afin de simuler des massifs semi-infinis :  $\underline{u}(x, y, z = l) = \underline{u}(x, y, z = -l)$
- Une loi de Coulomb est utilisée avec un coefficient constant entre les deux surfaces de contact. Pour la résolution du problème, une méthode utilisant les multiplicateurs

de Lagrange est choisie. Bien qu'elle soit plus couteuse en temps de calcul en comparaison avec celle de pénalisation, elle nous permet d'avoir une meilleure précision sur le déplacement au niveau du contact.

- Les déplacements suivant  $x$ ,  $y$  et  $z$  sont bloqués sur la face inférieure de l'éprouvette.
- Les efforts normal et tangentiels sont appliqués sur un point de référence lié à la face supérieure du patin par des poutres infiniment rigides.

**Rq. 2.2.1.** *Pour les nœuds appartenant à la fois aux surfaces de contact et aux faces avant ou arrière, les conditions de périodicité ne sont pas appliquées afin de ne pas surcontraindre le problème.*

### 2.2.1.2 Maillage

Afin d'avoir une estimation précise du microglissement, un maillage fin est nécessaire. Le choix du nombre d'éléments dans le demi-contact a été fixé grâce à une étude de sensibilité qui portait sur les contraintes en surface et les facteurs d'intensité. Dans la suite, les simulations ont été réalisées avec un nombre d'éléments dans le demi-contact supérieur à 50.

Afin de limiter le nombre d'éléments dans le problème global, les maillages proche et éloigné du contact sont non conformes. Le maillage est fin uniquement dans une zone carrée de 3 fois la taille du contact.

On fixe le nombre d'éléments dans la largeur de l'éprouvette à 20 afin de ne pas être influencé par les effets de bord.

### 2.2.1.3 Moyens de calcul

Les calculs ont été parallélisés afin de pouvoir utiliser des maillages aussi fins et avoir des temps de calculs raisonnables,

Concernant les calculs 2D, ils ont été réalisés sur des stations de travail équipées de 20 cœurs (Intel® Xeon® E5-2630) @ 2.20 GHz et 192 GB de mémoire vive. Pour les simulations 3D afin d'avoir des temps de calcul raisonnables malgré le nombre important de degrés de liberté, les moyens de calcul du Mésocentre de CentraleSupélec et de l'École Normale Supérieure Paris-Saclay avec le soutien du CNRS et de la région Île-de-France (<http://mesocentre.centralesupelec.fr/>) ont été utilisés. Cela a permis de pouvoir utiliser jusqu'à 80 cœurs (Intel® Xeon® Gold 6148) @ 2.40 GHz et 1.5 TB de mémoire vive en OpenMP et jusqu'à  $30 \times 24$  cœurs (Intel® Xeon® E5-2670) @ 2.30 GHz et  $30 \times 128$  GB de mémoire vive en MPI.

### 2.2.2 Méthodologie

Le champ de vitesse est partitionné dans une section plane normale au front de contact. Le champ de vitesses est extrait pour chaque nœud du maillage et pour chaque pas de temps, mais uniquement dans une région circulaire  $\Omega$ , de rayon  $a$ , centrée sur le front de contact comme le montre la [FIGURE 2.7](#).

**Rq. 2.2.2.** *La taille de la région circulaire où se fait l'extraction des déplacements est égale à la demi-largeur de contact  $a$  comme conseillé par [Montebello \[2016\]](#)*

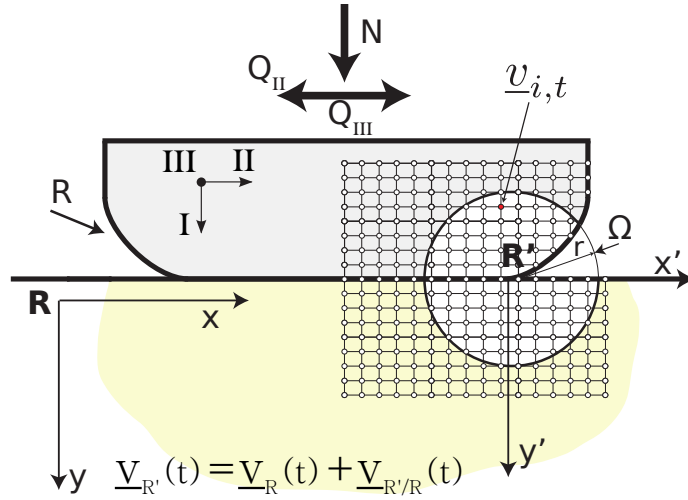


FIGURE 2.7 – Problème 3D de fretting pur.

Ce partitionnement est réalisé dans un référentiel mobile attaché au front de contact, par conséquent, un changement de repère est appliqué avant toute opération de partitionnement sur le champ de vitesses extrait de la simulation par éléments finis :

$$\underline{v}(\underline{P}, t)_{R'} = \underline{v}(\underline{P}, t)_R - \underline{v}(\underline{C}, t)_R \quad (2.19)$$

**Rq. 2.2.3.** *Par la suite, si le repère n'est pas précisé, on considérera toujours qu'on se place dans un repère centré sur le front de contact. La rotation de ce repère est négligée.*

Par analogie avec la mécanique linéaire élastique de la rupture, le champ de vitesses sera partitionné en fonction des symétries par rapport au front et au plan de contact en trois modes. Les champs linéaires symétrique, anti-symétrique et anti-plan sont générés respectivement par une variation de l'effort normal  $N$  (entre les temps  $t_A$  et  $t_B$ ), de l'effort tangentiel dans le plan  $Q_{II}$  (entre les temps  $t_C$  et  $t_D$ ) et hors plan  $Q_{III}$  (entre les temps  $t_E$  et  $t_F$ ). Le chargement est présenté [FIGURE 2.8](#). Ils sont identifiés séparément lors d'une petite variation des efforts auxquels ils sont associés afin de pouvoir négliger le glissement partiel et par conséquent supposer que le comportement est uniquement élastique (contact totalement adhérent).

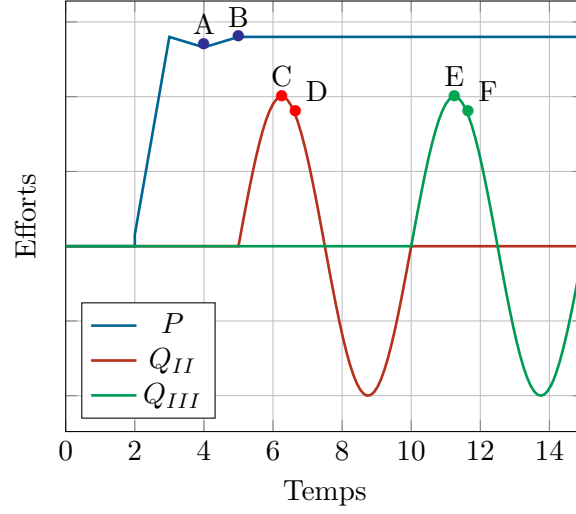


FIGURE 2.8 – Chargement effectué afin d'identifier les champs de référence.

$$\underline{\phi}_I = \underline{u}(\underline{P}, t_B) - \underline{u}(\underline{P}, t_A) \quad (2.20)$$

$$\underline{\phi}_{II} = \underline{u}(\underline{P}, t_D) - \underline{u}(\underline{P}, t_C) \quad (2.21)$$

$$\underline{\phi}_{III} = \underline{u}(\underline{P}, t_E) - \underline{u}(\underline{P}, t_F) \quad (2.22)$$

Comme les champs ont été définis en fonction des symétries du champ de vitesses, l'ÉQUATION 2.23 est vérifiée, les champs de référence  $\phi_*$  constituent une base. On peut donc identifier les facteurs d'intensité  $I_I$ ,  $I_{II}$  et  $I_{III}$  associés à ces champs directement par projection du champ de vitesses issue de la simulation éléments finis sur les champs de référence (cf. ÉQUATION 2.24). Cette méthode est analogue à la méthode d'extrapolation des champs de déplacements utilisée en mécanique de la rupture.

$$\underline{\phi}_i(\underline{P}) \cdot \underline{\phi}_j(\underline{P}) = 0 \quad (2.23)$$

$$\dot{I}_*(t) = \frac{\int_{\Omega} \underline{v} \cdot \underline{\phi}_*}{\int_{\Omega} \underline{\phi}_* \cdot \underline{\phi}_*} \quad (2.24)$$

On peut donc définir une première approximation linéaire du champ de vitesses décrivant le contact adhérent lorsqu'il n'y a pas de glissement partiel :

$$\underline{v}_e(\underline{P}, t)_{\mathbf{R}'} \simeq \dot{I}_I(t)\underline{\phi}_I(\underline{P}) + \dot{I}_{II}(t)\underline{\phi}_{II}(\underline{P}) + \dot{I}_{III}(t)\underline{\phi}_{III}(\underline{P}) \quad (2.25)$$

Pour prendre en compte la partie non linéaire venant du frottement, une décomposition orthogonale en modes propres (POD, cf. annexe A) est utilisée sur le champ de vitesses résiduel (cf. ÉQUATION 2.26) afin d'obtenir une expression simplifiée (cf. ÉQUATION 2.27). Les deux premiers modes principaux permettent de capturer les non-linéarités liées au glissement dans les deux directions tangentielles, le glissement lié à une variation d'effort normal  $N$  sera négligé.

$$\underline{v}_c(\underline{P}, t)_{\mathbf{R}'} = \underline{v}(\underline{P}, t)_{\mathbf{R}'} - \underline{v}_e(\underline{P}, t)_{\mathbf{R}'} \quad (2.26)$$

$$\underline{v}_c(\underline{P}, t)_{\mathbf{R}'} \simeq \dot{I}_{II}^c(t)\underline{\phi}_{II}^c(\underline{P}) + \dot{I}_{III}^c(t)\underline{\phi}_{III}^c(\underline{P}) \quad (2.27)$$

Par construction, ces deux champs de référence supplémentaires  $\underline{\phi}_{II}^c$  et  $\underline{\phi}_{III}^c$  sont orthogonaux aux précédents. On peut donc de nouveau obtenir les facteurs d'intensité liés à ces champs par projection.

L'approximation finale du champ de vitesses pour un contact 3D est définie (ÉQUATION 2.28) comme une somme de produits de 5 termes. Trois termes linéaires permettent de modéliser le comportement linéaire (adhérent) du contact et deux autres termes permettent de prendre en compte les non-linéarités (glissement partiel).

$$\underline{v}(\underline{P}, t)_{\mathbf{R}'} \simeq \underbrace{\dot{I}_I(t)\underline{\phi}_I(\underline{P}) + \dot{I}_{II}(t)\underline{\phi}_{II}(\underline{P}) + \dot{I}_{III}(t)\underline{\phi}_{III}(\underline{P})}_{\underline{v}_e} + \underbrace{\dot{I}_{II}^c(t)\underline{\phi}_{II}^c(\underline{P}) + \dot{I}_{III}^c(t)\underline{\phi}_{III}^c(\underline{P})}_{\underline{v}_c} \quad (2.28)$$

On arrive donc à approximer le champ de vitesses, dans un référentiel attaché au front de contact, avec uniquement 5 degrés de liberté auxquels il faut ajouter la position du front de contact.

**Rq. 2.2.4.** Avec la normalisation choisie, les facteurs d'intensité sont sans unité tandis que les champs de référence sont en mm.

La FIGURE 2.9 et l'ALGORITHME 1 montrent les différentes étapes de la méthode de partitionnement et d'identification des facteurs d'intensité lorsque les champs complémentaires sont identifiés à partir de la POD.

**Rq. 2.2.5.** On peut noter que l'identification des champs complémentaires se fait en une fois, sur l'ensemble des pas de temps, afin d'avoir un champ de référence constant au cours du temps.

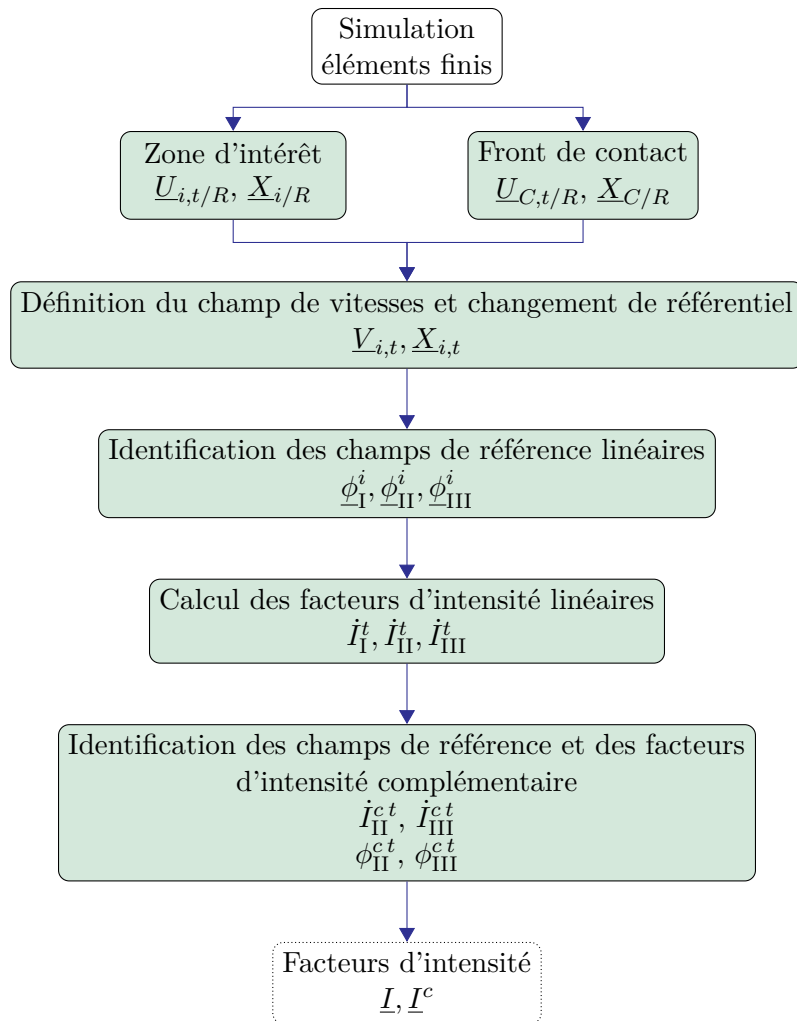


FIGURE 2.9 – Méthode de partitionnement et d'identification des champs de référence.



---

**Algorithme 1** : Identification des champs de référence en utilisant la POD
 

---

**Input** : Front de contact :  $\underline{X}_{C/R}, \underline{U}_{C,t/R}$

Nœuds :  $\underline{X}_{i/R}, \underline{U}_{i,t/R}$

- 1 **Pour chaque pas de temps  $t$**  ▷ Changement de référentiel
  - 2   **Pour chaque noeud  $i$**
  - 3    
$$\underline{U}_{i,t} = \underline{U}_{i,t/R} - \underline{U}_{C,t/R}$$
  - 4    
$$\underline{V}_{i,t} = \frac{\underline{U}_{i,t+1} - \underline{U}_{i,t}}{\Delta t}$$
  - 5 **Pour chaque noeud  $i$**  ▷ Champs de référence linéaires
  - 6   
$$\underline{X}_i = \underline{X}_{i/R} - \underline{X}_{C/R}$$
  - 7   
$$\underline{\phi}_I^i = \underline{U}_{i,t_B} - \underline{U}_{i,t_A}$$
  - 8   
$$\underline{\phi}_{II}^i = \underline{U}_{i,t_D} - \underline{U}_{i,t_C}$$
  - 9   
$$\underline{\phi}_{III}^i = \underline{U}_{i,t_F} - \underline{U}_{i,t_E}$$
  - 10 **Pour chaque pas de temps  $t$**  ▷ Facteurs d'intensité linéaires
  - 11   
$$\dot{I}_*^t = \frac{\sum_i \underline{V}_{i,t} \cdot \underline{\phi}_*^i}{\sum_i \underline{\phi}_*^i \cdot \underline{\phi}_*^i}$$
  - 12   **Pour chaque noeud  $i$**  ▷ Champ de vitesses résiduel
  - 13    
$$\underline{V}_{c,i,t} = \underline{V}_{i,t} - \left( \dot{I}_I^t \underline{\phi}_I^i + \dot{I}_{II}^t \underline{\phi}_{II}^i + \dot{I}_{III}^t \underline{\phi}_{III}^i \right)$$
  - 14 **POD** :  $\underline{V}_c^i \simeq \dot{I}_{II}^{ct} \underline{\phi}_{II}^{ci} + \dot{I}_{III}^{ct} \underline{\phi}_{III}^{ci}$
  - 15 **Pour chaque pas de temps  $t$**
  - 16   
$$\underline{I}^t = \underline{I}^{t-1} + \dot{I}^t$$
  - 17   
$$\underline{I}^{ct} = \underline{I}^{ct-1} + \dot{I}^{ct}$$
- Output** : Facteurs d'intensité :  $\underline{I}, \underline{I}^c$
-

### 2.2.3 Base d'approximation

Maintenant que la méthode d'identification de la base a été définie, on va s'intéresser plus en détail aux champs de référence obtenus afin de vérifier quels sont les phénomènes qu'ils décrivent.

Afin de connaître l'évolution radiale et angulaire des champs précédemment définis, la POD sera utilisée une nouvelle fois sur les champs de référence (cf. ÉQUATION 2.29) afin de séparer l'évolution angulaire de l'évolution radiale.

$$\underline{\phi}_*(\underline{P}) \rightarrow \underline{\phi}_*(r, \theta) \stackrel{POD}{\widehat{=}} f_*(r) \underline{g}_*(\theta) \quad (2.29)$$

**Rq. 2.2.6.** *La séparation des champs de référence en un facteur d'échelle  $f(r)$  et une distribution spatiale  $\underline{g}(\theta)$  est possible car la géométrie locale est autosimilaire.*

#### 2.2.3.1 Champs de référence linéaires

Pour les champs de référence linéaires, le premier mode de cette décomposition permet d'avoir une erreur de reconstruction de l'ordre de 1 %, la décomposition est quasiment exacte. La comparaison entre les évolutions radiale et angulaire des champs linéaires de fretting et issue de la mécanique de la rupture est présentée sur les FIGURES 2.10 à 2.12. Les deux champs étant très proches, cela permet de valider l'analogie faite avec la mécanique de la rupture.

Par conséquent, les facteurs d'intensité  $I_I$ ,  $I_{II}$  et  $I_{III}$  sont analogues aux facteurs d'intensité des contraintes  $K_I$ ,  $K_{II}$  et  $K_{III}$  et représentent l'intensité du chargement subi par le contact.

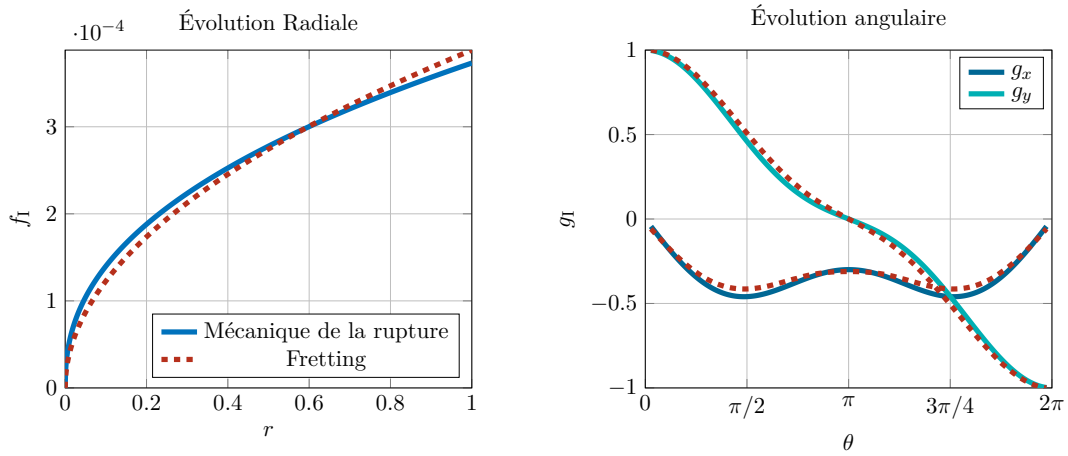
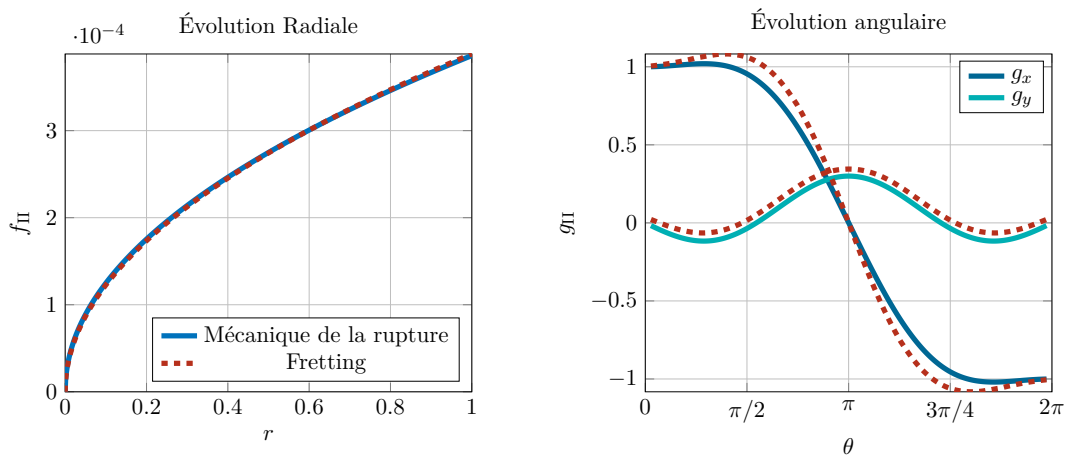
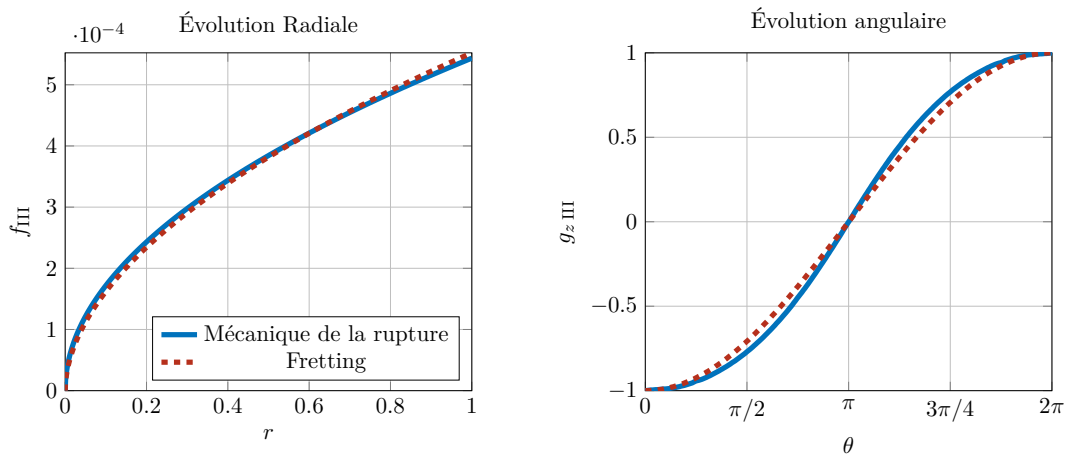
**Rq. 2.2.7.** *L'ensemble des champs de référence obtenus est indépendant de la géométrie et notamment du rayon de courbure (cf. Montebello [2016]).*

#### 2.2.3.2 Champs de référence complémentaires

Le premier mode de la décomposition POD permet de décrire le champ de vitesses avec 10 à 15 % d'erreur.

Pour les champs complémentaires, l'évolution radiale de ces champs est présentée FIGURE 2.14. On peut noter une décroissance exponentielle ayant les propriétés suivantes :

1. La fonction est finie en 0, au niveau de front de contact, à l'endroit où le glissement entre les deux faces du contact est maximum.
2. La fonction tend asymptotiquement vers zéro, ce qui traduit le fait que le glissement

FIGURE 2.10 – Champ de référence  $\phi_I$  pour le mode I.FIGURE 2.11 – Champs de référence  $\phi_{II}$  pour le mode II.FIGURE 2.12 – Champ de référence  $\phi_{III}$  pour le mode III.

partiel ne se produit qu'au voisinage du front de contact et que le reste du contact est adhérent.

3. La fonction est localement autosimilaire au voisinage du front de contact dans un repère attaché à ce front de contact. C'est dire, quand  $r \rightarrow 0$  :  $f(\alpha r) - f(0) = \beta(f(r) - f(0))$ . Ceci traduit le fait que la géométrie est supposée invariante par changement d'échelle au voisinage du front de contact. Cela permet de rechercher une expression à variables séparées (échelle :  $f(r)$  et distribution angulaire  $g(\theta)$ ). Ceci permet de donner de la généralité à la représentation (principe de similitude par analogie avec la mécanique de la rupture). Mais cela exclue les contacts pour lesquels cette propriété ne serait pas vérifiée (arêtes vives).

**Rq. 2.2.8.** *La décorrélation entre l'évolution spatiale et angulaire pour les champs complémentaires II et III a été faite en même temps afin d'avoir la même décroissance radiale.*

Concernant les évolutions angulaires, on observe sur la [FIGURE 2.13](#) un saut de déplacement (dans la direction  $x$  en mode II et dans la direction  $z$  pour le mode III) quand  $\theta$  vaut 0 et  $2\pi$  caractérisant le glissement. Avec la normalisation choisie ( $g(0) = 1$  et  $g(2\pi) = -1$ ),  $I^c$  représentera le double de la valeur du glissement observé au niveau du front de contact.

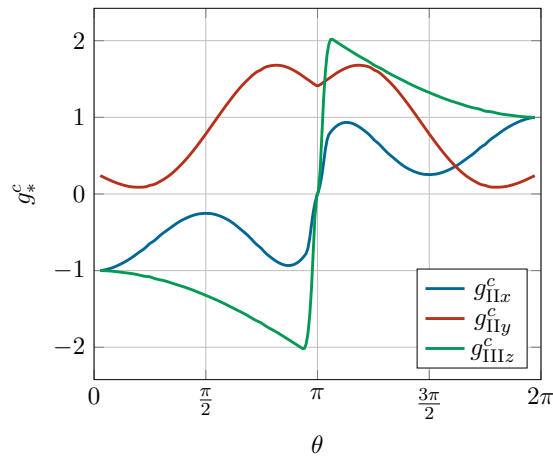


FIGURE 2.13 – Évolution angulaire des différentes composantes des champs complémentaires  $\underline{\phi}_{II}^c$  et  $\underline{\phi}_{III}^c$ .

**Rq. 2.2.9.** *La transformation de Karhunen-Loeve (POD) est une méthode générale d'analyse de données, sans lien particulier avec la mécanique. Cependant, il est intéressant de constater que les champs obtenus par cette méthode peuvent être reliés à des phénomènes mécaniques : le glissement partiel dans ce cas précis.*

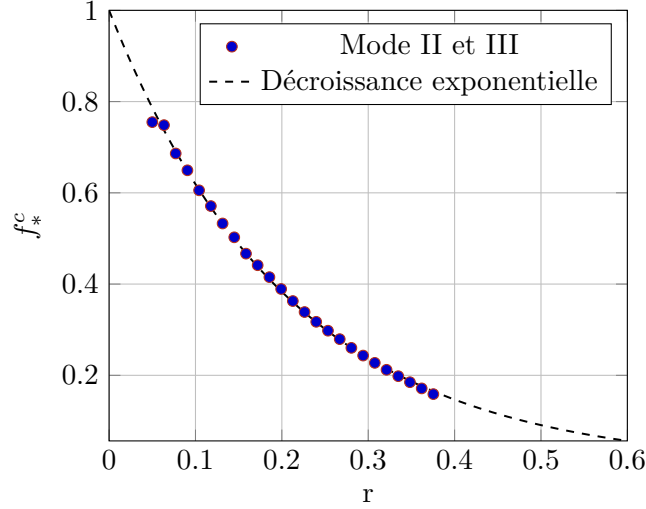


FIGURE 2.14 – Évolution radiale des champs complémentaires  $\phi_{II}^c$  et  $\phi_{III}^c$ .

### 2.2.3.3 Lien entre les facteurs d'intensité et la mécanique du contact

On a vu que les champs de référence linéaires définis sont proches de la mécanique de la rupture, par conséquent, en utilisant les formules des ÉQUATIONS 2.1 à 2.3, on peut avoir une approximation du champ de vitesses.

Or, la méthode des potentiels complexes de Muskhelishvili [1953] donne accès à l'intégralité des champs de déformations (cf. ÉQUATION 2.30), contraintes et déplacements (cf. ÉQUATION 2.31) dans le cadre d'un problème plan d'élasticité linéaire tel que celui schématisé sur la FIGURE 2.15 (Kourkoulis *et al.* [2013], Hariprasad et Ramesh [2017]).

$$2G \left[ \frac{\partial u}{\partial x} + i \frac{\partial v}{\partial y} \right] = (z - \bar{z})\bar{\Phi}'(\bar{z}) + \Phi'(\bar{z}) + k\Phi(z) \quad (2.30)$$

$$2G [u + iv] = k\phi(z) + \phi(\bar{z}) + (\bar{z} - z)\overline{\phi'(\bar{z})} + T \quad (2.31)$$

Avec  $u$  et  $v$  les composantes du déplacement suivant  $x$  et  $y$ ,  $G$  le module de cisaillement et  $k$  la constante de Kolosov.

La distribution de pression étant connue (cf. ÉQUATION 2.5) on peut définir le potentiel complexe associé :

$$\Phi(z) = \frac{p_0}{a} \left( \sqrt{a^2 - z^2} + iz \right) \quad (2.32)$$

On va s'intéresser plus précisément à l'ÉQUATION 2.30 et au champ de déplacements, car c'est sur celui-là qu'est basée cette modélisation, en isolant les parties réelle et imaginaire,

on peut dissocier les déplacements dans les directions  $x$  et  $y$  :

$$\begin{aligned}
2Gu(r, \theta) = & \frac{p_0}{2} \left\{ (k+1) \left[ r^2 \cos(2\theta) - r\sqrt{r_1 r_2} \cos\left(\theta + \frac{\theta_1 + \theta_2}{2}\right) \right] \right. \\
& + \frac{a^2}{4} \ln \frac{r^2 + r_1 r_2 + 2r\sqrt{r_1 r_2} \cos\left(\theta - \frac{\theta_1 + \theta_2}{2}\right)}{r^2 + r_1 r_2 - 2r\sqrt{r_1 r_2} \cos\left(\theta - \frac{\theta_1 + \theta_2}{2}\right)} \left. \right\} \\
& + 4r \sin \theta \left[ r \sin \theta - \sqrt{r_1 r_2} \sin\left(\frac{\theta_1 + \theta_2}{2}\right) \right]
\end{aligned} \tag{2.33}$$

$$\begin{aligned}
2Gv(r, \theta) = & \frac{p_0}{2} \left\{ (k+1) \left[ r^2 \sin(2\theta) - r\sqrt{r_1 r_2} \sin\left(\theta + \frac{\theta_1 + \theta_2}{2}\right) \right] \right. \\
& + \frac{a^2}{2} \left( \arctan \frac{r \sin \theta + \sqrt{r_1 r_2} \sin\left(\frac{\theta_1 + \theta_2}{2}\right)}{r \cos \theta + \sqrt{r_1 r_2} \cos\left(\frac{\theta_1 + \theta_2}{2}\right)} \right. \\
& - \left. \arctan \frac{r \sin \theta - \sqrt{r_1 r_2} \sin\left(\frac{\theta_1 + \theta_2}{2}\right)}{r \cos \theta - \sqrt{r_1 r_2} \cos\left(\frac{\theta_1 + \theta_2}{2}\right)} \right) \left. \right\} \\
& + 4r \sin \theta \left[ r \cos \theta - \sqrt{r_1 r_2} \cos\left(\frac{\theta_1 + \theta_2}{2}\right) \right]
\end{aligned} \tag{2.34}$$

Avec :

$$\begin{aligned}
r_1 &= \sqrt{r^2 + a^2 - 2ra \cos \theta} \\
r_2 &= \sqrt{r^2 + a^2 + 2ra \cos \theta} \\
\theta_1 &= \arctan \frac{r \sin \theta}{r \cos \theta - a} \\
\theta_2 &= \arctan \frac{r \sin \theta}{r \cos \theta + a}
\end{aligned} \tag{2.35}$$

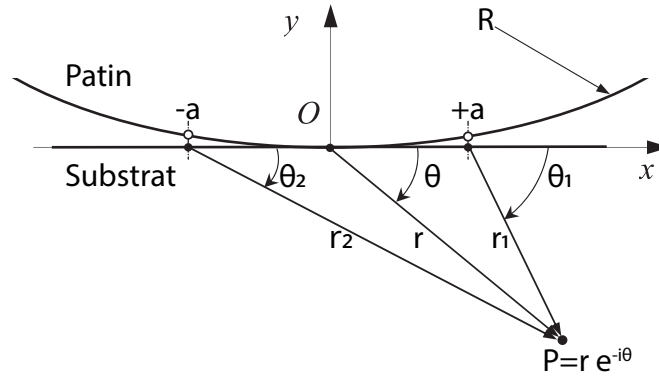


FIGURE 2.15 – Représentation schématique de la zone de contact.

Dans notre cas, on s'intéresse uniquement au champ de déplacements à proximité immédiate du front de contact ( $x = a$ ), on peut alors faire les simplifications suivantes :

$$\begin{aligned}
r &\simeq a \\
r_2 &\simeq 2a
\end{aligned} \tag{2.36}$$

En se plaçant dans un référentiel centré sur le front de contact et en réalisant un développement limité à l'ordre 1, on peut alors avoir une expression approchée du champ de déplacements de la forme :

$$\begin{aligned} u(r, \theta) &= K_u \quad p_0 \sqrt{a} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \quad f_u(\theta) \\ v(r, \theta) &= K_v \quad p_0 \sqrt{a} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \quad f_v(\theta) \end{aligned} \quad (2.37)$$

Avec  $K_u$  et  $K_v$  des constantes et  $f_u$  et  $f_v$  des fonctions qui dépendent seulement de  $\theta$ . En comparant la solution obtenue précédemment (cf. ÉQUATION 2.37) et celle donnée par les développements asymptotiques de Westergaard (cf. ÉQUATION 2.1), on peut alors définir une relation de proportionnalité entre le facteur d'intensité  $I_I$  et les grandeurs de la mécanique du contact :

$$I_I \propto p_0 \sqrt{a} \quad (2.38)$$

Et ainsi exprimer la relation entre  $I_I$  et les paramètres du modèle :

$$I_I \propto \sqrt[4]{\frac{N^3 E^*}{R}} \quad (2.39)$$

De la même façon, si l'on s'intéresse au champ de déplacements créé par un effort tangentiel, on peut définir le potentiel complexe associé à la distribution de cisaillement :

$$\Phi(z) = \frac{i\mu p_0}{a} \left( \sqrt{a^2 - z^2} + iz \right) \quad (2.40)$$

Ainsi, on arrive à la relation suivante :

$$I_{II} \propto q \sqrt{a} \quad (2.41)$$

#### 2.2.4 Énergie dissipée dans le contact

L'énergie dissipée par frottement dans le contact est une quantité importante permettant de caractériser le comportement. Dans un cas général, on peut la définir comme :

$$\delta E_d(t) = \int_x \tau(x, t) \delta(x, t) dx \quad (2.42)$$

Avec  $\tau(x)$  la contrainte de cisaillement et  $\delta(x)$  le glissement local en un point de la surface de contact.

A partir de l'ÉQUATION 2.41 donnant la relation entre la contrainte de cisaillement

maximale et  $I_{II}$ , et des ÉQUATIONS 2.7 et 2.38 permettant d'exprimer l'aire de contact en fonction de  $I_I$  (et des paramètres matériaux et géométriques), on arrive à la relation de proportionnalité entre l'énergie dissipée et les facteurs d'intensité suivante (pour du mode II) :

$$\tau^{max}(t) \propto I_{II}(t)/I_I(t)^{\frac{2}{3}} \quad (2.43)$$

De plus, avec les variables non locales précédemment définies, l'incrément de glissement est représenté par  $dI^c$ .

On peut donc exprimer l'énergie dissipée (pour un problème 3D) dans un pas de temps  $\delta\tilde{E}_d$  sur l'ensemble de la surface de contact à l'aide des facteurs d'intensité et des champs de référence précédemment définis :

$$\begin{aligned} \delta\tilde{E}_d \propto & \int_{-a}^a \frac{I_{II}^{\frac{2}{3}}}{I_I^{\frac{2}{3}}} \phi_{II} dI_{II}^c \phi_{II}^c \\ & + \int_{-a}^a \frac{I_{III}^{\frac{2}{3}}}{I_I^{\frac{2}{3}}} \phi_{III} dI_{III}^c \phi_{III}^c \end{aligned} \quad (2.44)$$

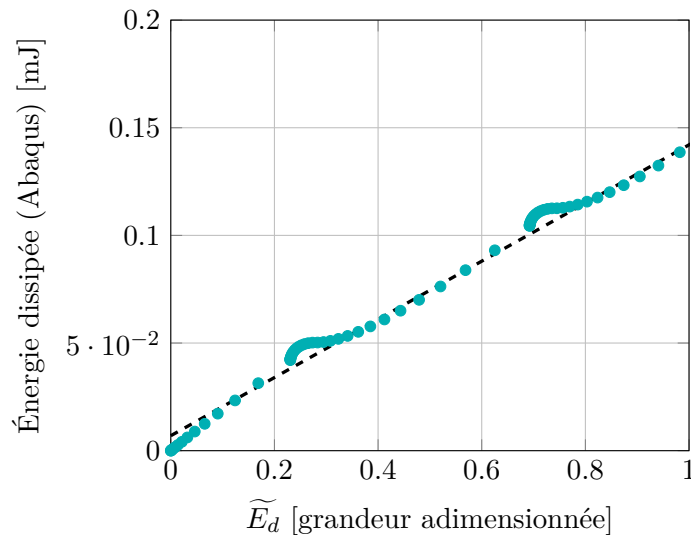


FIGURE 2.16 – Évolution de l'énergie dissipée en fonction de celle estimée par les facteurs d'intensité

En traçant sur la FIGURE 2.16, l'évolution de l'énergie dissipée en fonction de celle estimée par les facteurs d'intensité, on observe une tendance linéaire montrant qu'il y a bien une proportionnalité entre l'énergie dissipée issue d'Abaqus et la quantité calculée à l'aide des facteurs d'intensité (cf. ÉQUATION 2.44).



## 2.3 Chargement de fretting d'amplitude variable

Dans cette partie, on s'intéressera à vérifier la validité de cette modélisation dans le cas de chargements tangentiels variables, l'effort normal restant constant.

### 2.3.1 Erreur de reconstruction

Pour quantifier la précision de cette approximation, deux erreurs de reconstruction du champ de vitesses sont définies, l'erreur dite élastique (cf. ÉQUATION 2.45) qui prend en compte uniquement la partie linéaire de la modélisation et l'erreur dite totale (cf. ÉQUATION 2.46) dans laquelle la partie non linéaire a été rajoutée.

$$\xi_{el} = \frac{\sqrt{\int_{\Omega} (\underline{v} - \underline{v}_e)^2}}{\sqrt{\int_{\Omega} (\underline{v})^2}} \quad (2.45)$$

$$\xi_{tot} = \frac{\sqrt{\int_{\Omega} (\underline{v} - \underline{v}_e - \underline{v}_c)^2}}{\sqrt{\int_{\Omega} (\underline{v})^2}} \quad (2.46)$$

Pour une simulation de fretting pur avec une force normale constante et un effort tangentiel uniquement dans la direction II, la FIGURE 2.17 montre l'évolution de ces erreurs. On peut noter que les deux erreurs sont égales lorsque tout le contact est adhérent, cela implique que la partie complémentaire du champ  $\underline{v}_c$  est nulle et qu'elle est directement liée au glissement partiel. Lorsque celui-ci apparaît, l'erreur élastique devient importante alors que l'erreur totale reste inférieure à 5 %, niveau que l'on considère comme raisonnable.

**Rq. 2.3.1.** *Il est important de remarquer que l'erreur élastique est directement proportionnelle au pourcentage de la surface de contact en glissement partiel.*

### 2.3.2 Estimation du glissement partiel

À partir des facteurs d'intensité complémentaires  $d\underline{I}^c$ , qui représentent le saut de déplacement au niveau du contact, et en considérant que la taille de la zone en glissement partiel est directement proportionnelle à ce saut, on peut avoir accès à l'évolution de la zone en glissement partiel.

On peut noter que cette approximation n'est pas capable d'estimer le glissement partiel lorsque celui-ci est faible. L'extraction des facteurs d'intensité se faisant de manière globale sur toute la zone d'extraction, le terme linéaire peut écraser le terme non linéaire lorsque celui-ci est très faible.

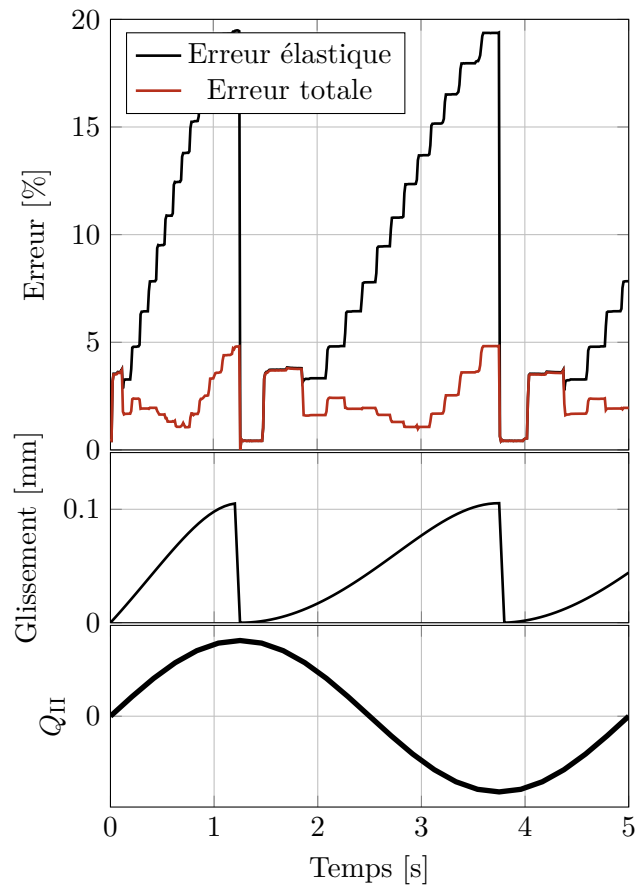


FIGURE 2.17 – Évolution de l'erreur et du glissement partiel lors d'un cycle de fretting pur.

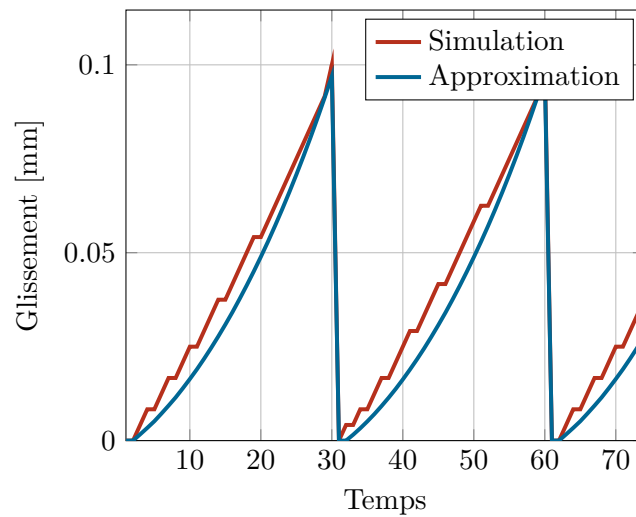


FIGURE 2.18 – Estimation du glissement partiel au cours du temps.

### 2.3.3 Chargement non proportionnel

La validité de cette base d'approximation a été aussi testée pour des chargements non proportionnels. On considère toujours un effort normal constant, mais cette fois-ci différents efforts tangentiels (dans le plan et hors plan) seront exercés.

Les FIGURES 2.19 à 2.24 montrent les différents trajets de chargement réalisés et le glissement obtenu. Pour tous les trajets, les efforts tangentiels maximums ( $Q_{II}$  et  $Q_{III}$ ) restent les mêmes, seul le trajet du chargement varie.

La FIGURE 2.25 représente l'évolution des deux erreurs précédemment définies lors d'un cycle de chargement « S ». Comme pour un chargement proportionnel (cf. CHAPITRE 2.3.1), l'erreur de reconstruction totale du champ de vitesses reste faible tout le long du cycle, cela permet de valider cette approximation dans le cas de chargements non proportionnels.

En comparant le glissement associé aux différents trajets de chargement, en termes de facteurs d'intensité complémentaires  $I^c$ , on peut remarquer en FIGURE 2.26 qu'il est assez différent aussi bien en termes de direction que d'intensité. Malgré le fait que les chargements tangentiels soient de même amplitude, il y a une différence non négligeable en termes d'intensité de glissement.

Pour quantifier cette différence, la FIGURE 2.27 montre la valeur de l'énergie dissipée dans le contact calculée grâce à l'ÉQUATION 2.44 pour les différents trajets de chargement. Sur un cycle, cette énergie peut être multipliée par quatre en fonction du trajet de chargement. Par conséquent, comme le trajet influence le glissement et l'énergie dissipée, on ne peut pas caractériser un chargement correctement uniquement avec les valeurs maximales de ses composantes tangentielles. De plus, on s'attend à ce que le trajet de chargement ait un impact non négligeable sur la durée de vie à amorçage.

La base de champs de référence, identifiée à partir de chargements proportionnels simples, permet de représenter correctement les champs de déplacements obtenus lors de trajets de chargements non proportionnels.

Cette analyse permet également de mettre en lumière la forte influence du trajet de chargement sur le glissement et l'énergie dissipée.

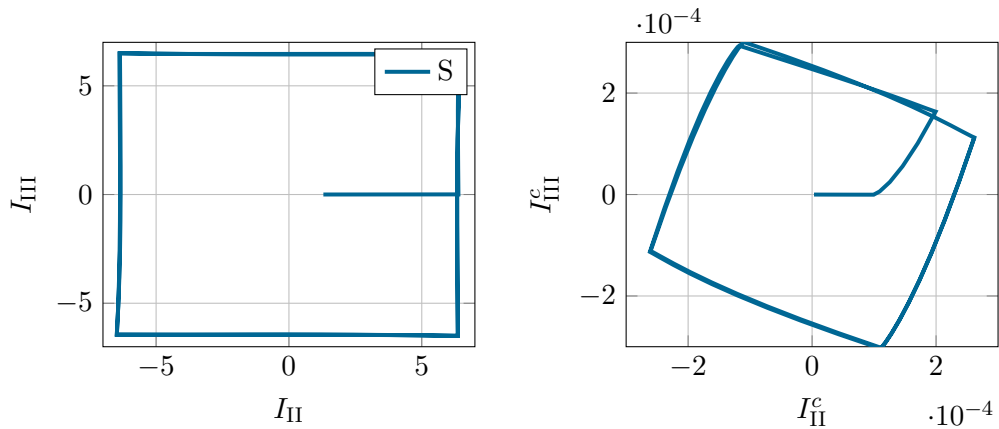


FIGURE 2.19 – Trajet de chargement « S » et glissement obtenu.

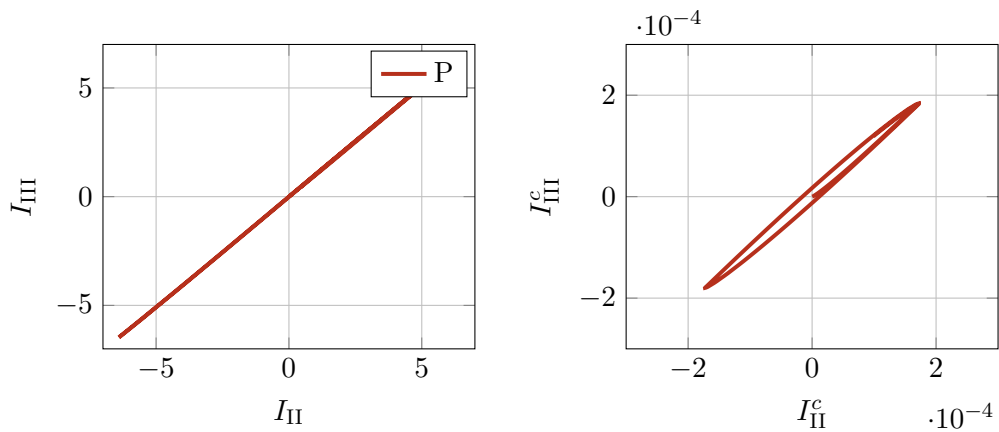


FIGURE 2.20 – Trajet de chargement « P » et glissement obtenu.

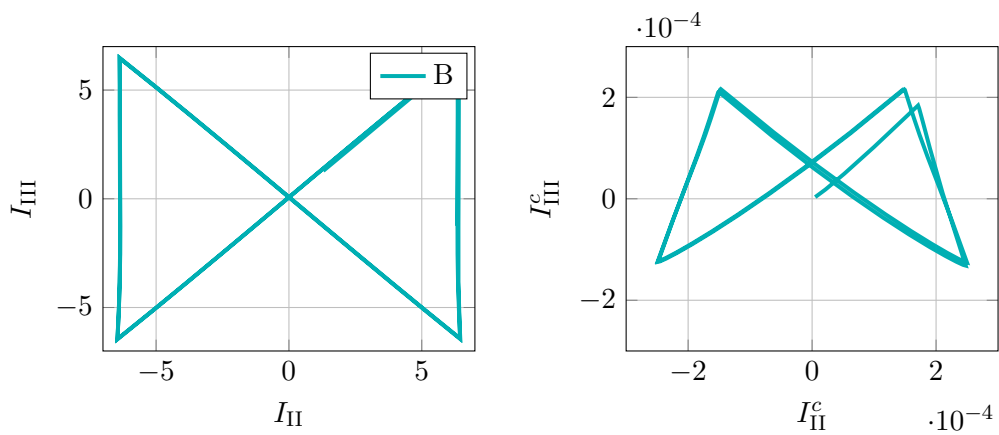


FIGURE 2.21 – Trajet de chargement « B » et glissement obtenu.

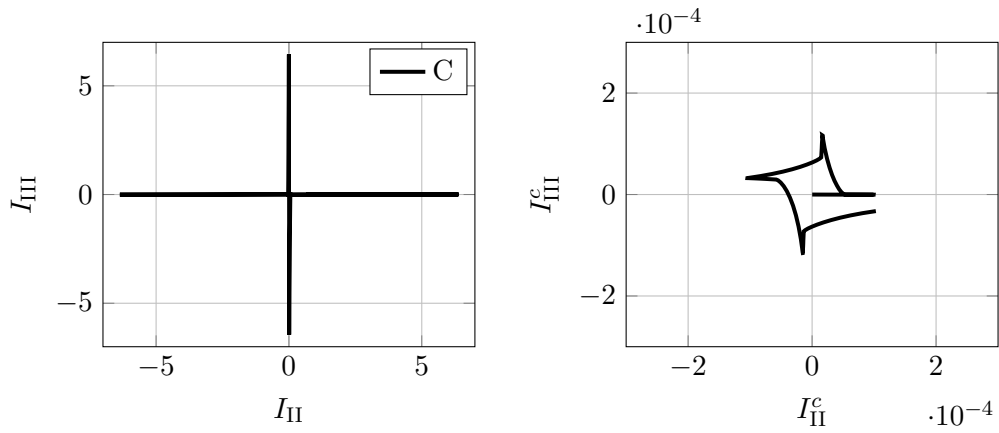


FIGURE 2.22 – Trajet de chargement « C » et glissement obtenu.

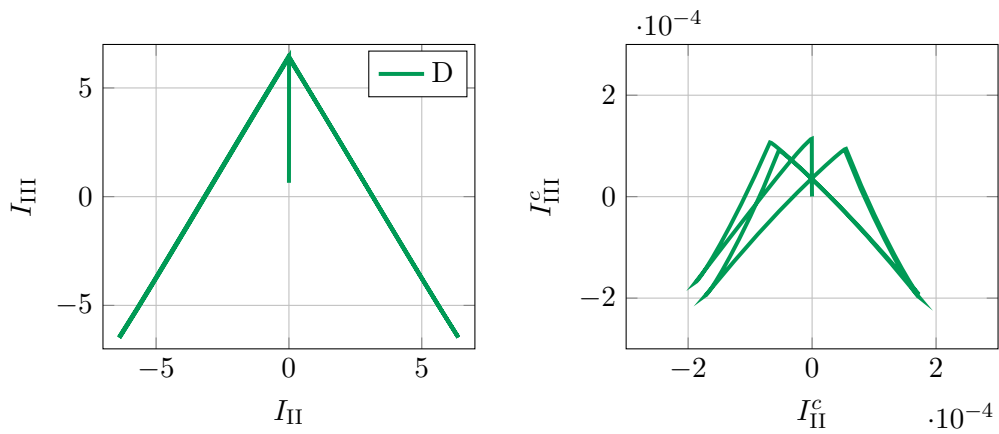


FIGURE 2.23 – Trajet de chargement « D » et glissement obtenu.

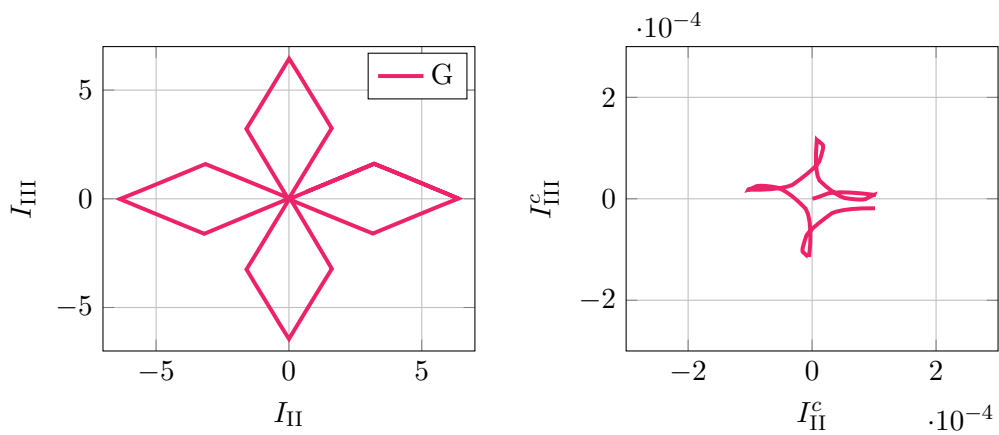


FIGURE 2.24 – Trajet de chargement « G » et glissement obtenu.

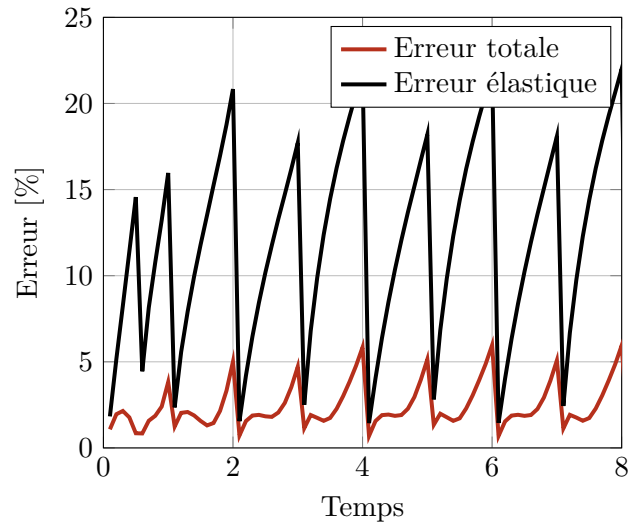
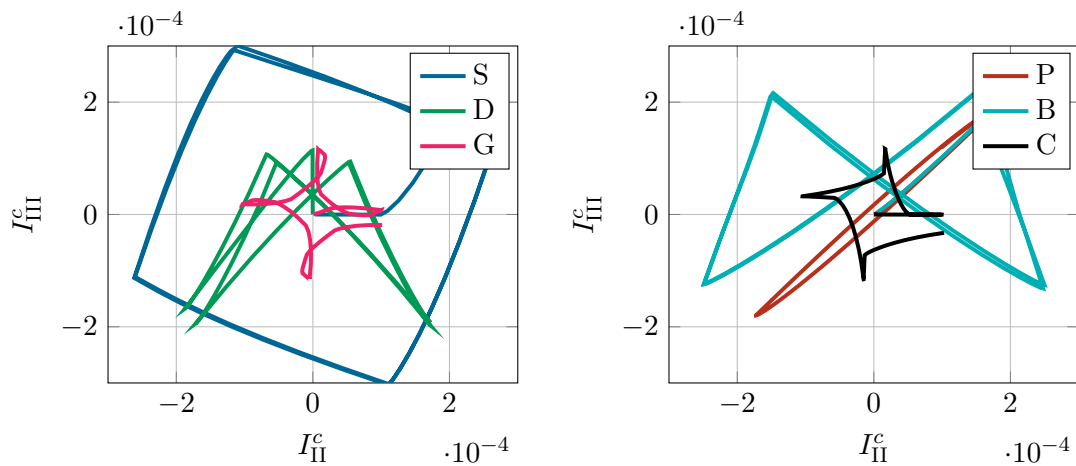


FIGURE 2.25 – Évolution de l'erreur pour un chargement non proportionnel « S ».

FIGURE 2.26 – Amplitude et trajet du glissement obtenu exprimé en fonction de  $I$ .

## 2.4 Extension en Fretting-Fatigue

Cette partie est consacrée à l'étude de l'influence d'un chargement de fatigue sur la description 2D précédemment définie.

On considère un problème de fretting-fatigue 2D sans effort tangentiel hors plan ( $Q_{III} = 0$ ). Un effort normal  $N$  et un effort tangentiel dans le plan  $Q_{II}$  permettent d'appliquer des conditions de fretting, auxquels s'ajoute une force de fatigue homogène  $\sigma_F$  dans la partie inférieure (cf. FIGURE 2.28).

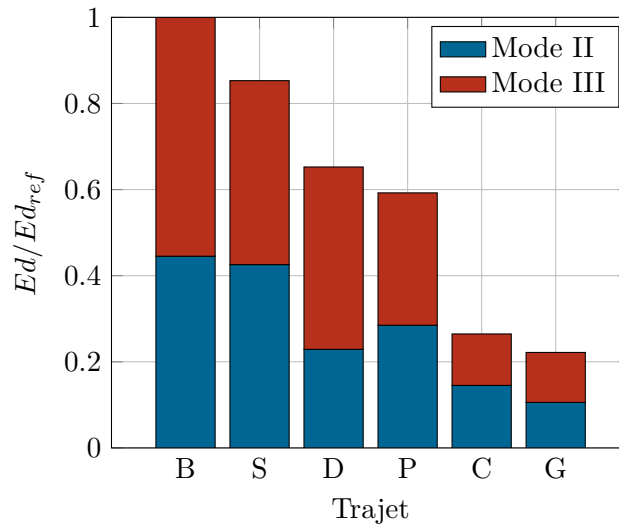


FIGURE 2.27 – Énergie dissipée dans le contact par frottement normalisée par rapport à l'énergie dissipée du chargement « B ».

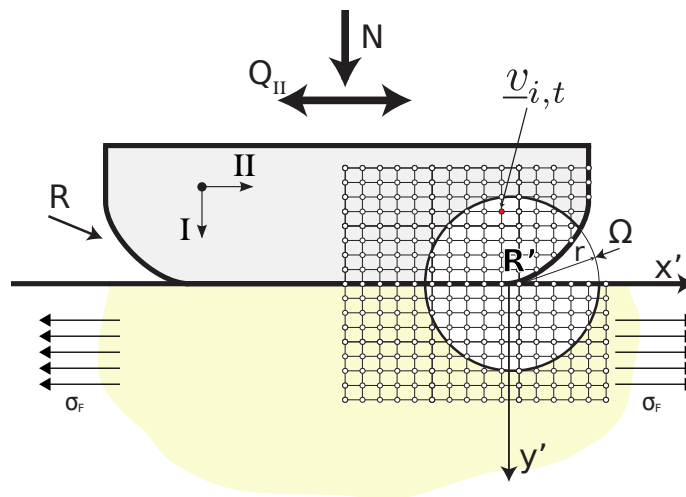


FIGURE 2.28 – Problème de fretting-fatigue.

### 2.4.1 Influence de la fatigue

Dans un premier temps, la modélisation de l'effet d'une force de fatigue se fait par l'ajout d'un champ de référence  $\phi_\sigma$  dans l'expression de la partie élastique du champ de vitesse (cf. ÉQUATION 2.48). Ce champ est identifié par une POD sur le champ résiduel  $\tilde{v}_r$  (cf. ÉQUATION 2.47).

Pour des chargements de fatigue en phase ou déphasés (cf. FIGURE 2.29), on s'aperçoit que l'évolution du facteur d'intensité  $I_\sigma$ , associé à la fatigue, est proportionnelle à

la force appliquée (cf. FIGURE 2.30). Cela montre par la même occasion que le champ précédemment défini  $\underline{\phi}_\sigma$  est bien caractéristique du chargement de fatigue.

$$\tilde{v}_r = \underline{v} - (\underline{v}_e + \underline{v}_c) \quad (2.47)$$

$$\tilde{v}_e(\underline{P}, t) \simeq \dot{I}_I(t)\underline{\phi}_I(\underline{P}) + \dot{I}_{II}(t)\underline{\phi}_{II}(\underline{P}) + \dot{I}_\sigma(t)\underline{\phi}_\sigma(\underline{P}) \quad (2.48)$$

**Rq. 2.4.1.** On peut noter que le champ de fatigue a été normalisé de façon à avoir directement l'ÉQUATION 2.49.

La FIGURE 2.30a représente l'évolution des facteurs d'intensité pour un chargement de fretting-fatigue en phase. En comparant  $I_{II}$ , le facteur d'intensité en mode II associé à cette simulation de fretting-fatigue avec  $I_{II}^{PF}$  le facteur d'intensité en mode II associé à une simulation de fretting pur (sans la force de fatigue), on peut noter que la force de fatigue va aussi apporter sa contribution à  $I_{II}$ . Cela se voit très nettement sur la FIGURE 2.30b où les forces de fretting et de fatigue sont déphasées.

On peut donc définir :

$$I_{II} = I_{II}^{Fatigue} + I_{II}^{Fretting} \quad (2.49)$$

En fonction du déphasage entre les forces de fretting et de fatigue, la contribution venant de la force de fatigue pourra s'ajouter (cf. FIGURE 2.30a) ou s'opposer (cf. FIGURE 2.30b) à la force de fretting. Par conséquent, on retrouve ce qui a été montré analytiquement dans l'ÉQUATION 2.12 : la force de fatigue a une influence sur le cisaillement au niveau du contact. Cette influence est directement prise en compte par le facteur d'intensité  $I_{II}$ .

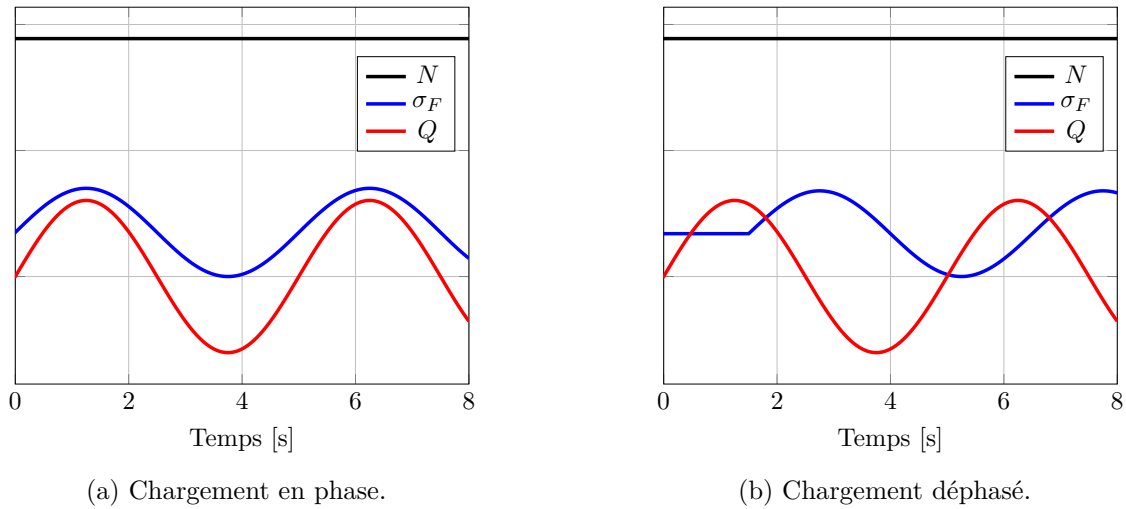
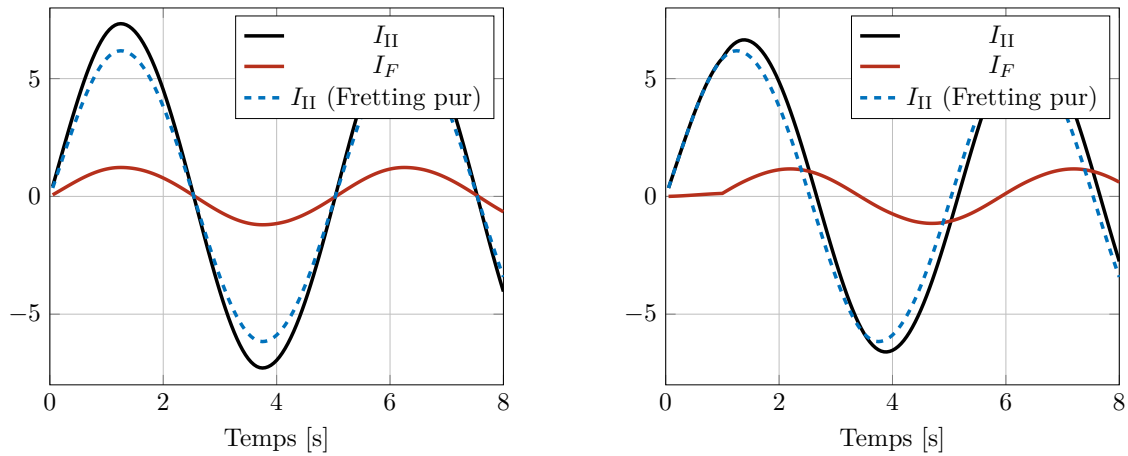


FIGURE 2.29 – Chargement appliqué.





(a) Chargement en phase.

(b) Chargement déphasé.

FIGURE 2.30 – Évolution temporelle des facteurs d'intensité linéaires.

### 2.4.2 Erreur de reconstruction

D'après l'ÉQUATION 2.49, l'influence du chargement de fatigue est directement prise en compte avec le facteur d'intensité en mode II. Cependant, en approximant le champ de vitesses sur la base de fretting précédemment défini, une erreur assez élevée est obtenue (cf. FIGURE 2.31 : Fretting pur). Cette erreur est supérieure à 15 % alors qu'auparavant, pour du fretting pur, elle était autour de 5 %. Mais, en utilisant la base de fretting-fatigue nouvellement définie (cf. ÉQUATION 2.48), les erreurs de reconstruction obtenues (cf. FIGURE 2.31 : Fretting-fatigue) sont similaires à celles présentées dans la section CHAPITRE 2.3.1 et restent à un niveau correct. La prise en compte du champ de fatigue  $\phi_\sigma$  est donc nécessaire afin de reconstruire correctement le champ de vitesses proche du contact.

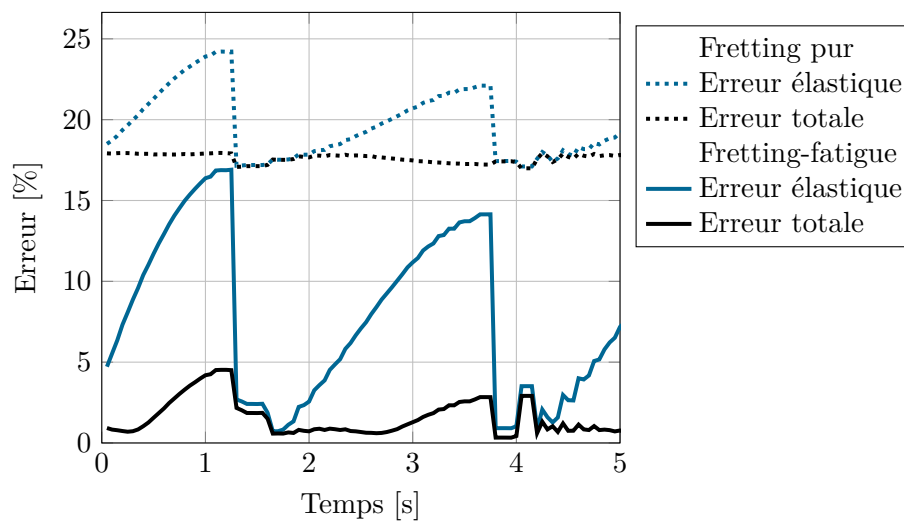


FIGURE 2.31 – Évolution de l'erreur pour un cycle de fretting-fatigue.

Toutefois, en regardant plus précisément la contribution du champ de fatigue comparé au champ de fretting (cf. FIGURE 2.32), on s'aperçoit que sa contribution est faible et qu'elle n'est pas dans le voisinage immédiat du contact. Par conséquent, on supposera qu'en s'intéressant uniquement à l'amorçage de fissure en bord de contact, le champ de référence lié à la fatigue et son facteur d'intensité associé ne vont pas avoir d'influence, car la force de fatigue influence déjà  $I_{II}$ .

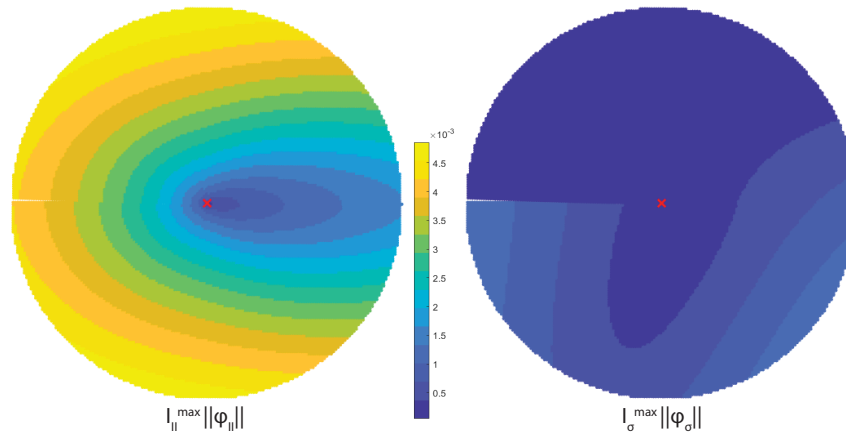


FIGURE 2.32 – Normes des champs de référence linéaires caractéristiques du mode II et de la fatigue à l'instant où les facteurs d'intensité associés sont maximums.

Par la suite, comme on ne s'intéresse pas à la phase de propagation qui est pilotée par la force de fatigue, mais uniquement à l'amorçage, on négligera le champ de fatigue.

## 2.5 Prise en compte de la variabilité de l'effort normal

Précédemment, les champs de référence étaient directement identifiés sur un calcul par éléments finis. Par conséquent, ils étaient donc associés à une position donnée du front de contact et dépendants de la position des nœuds du maillage éléments finis. Cela n'a pas posé de problème, car on travaillait avec un effort normal constant et par conséquent un front de contact fixe. Cependant, si l'effort normal commence à être variable, le repère de notre modélisation étant un repère mobile, la méthode précédente ne peut pas être appliquée, car elle demanderait de ré-identifier les champs de référence pour chaque nouvelle position du front de contact. Pour pallier ce problème, une expression analytique des champs de référence a été formulée afin de pouvoir les calculer rapidement pour n'importe quelle position du front.

### 2.5.1 Expression analytique des champs de référence

Dans le CHAPITRE 2.2.3, il a été montré que les champs de référence linéaires obtenus étaient très proches des champs définis dans le cadre de la mécanique linéaire élastique

de la rupture. Par conséquent pour les champs de référence  $\phi_I$ ,  $\phi_{II}$  et  $\phi_{III}$ , les formules (cf. ÉQUATIONS 2.1 à 2.3) issues du développement asymptotique de Westergaard [1939] seront utilisées pour calculer ces champs.

Concernant les champs complémentaires, ceux-ci servent à décrire la non-linéarité liée au frottement dans le contact, il n'y a donc pas de formulations analytiques pour les décrire présentes dans la mécanique linéaire élastique de la rupture. Par conséquent, ces champs seront spécifiquement définis pour les problèmes de fretting.

Ces champs complémentaires doivent être orthogonaux entre eux ainsi qu'avec les champs linéaires afin de continuer à former une base. Or, de par les symétries du champ de vitesse, comme les champs correspondant au mode III ont uniquement une composante suivant  $z$ , et les champs correspondant aux modes I et II ont une composante suivant  $x$  et  $y$ , certaines conditions d'orthogonalité sont naturellement vérifiées. Il reste uniquement les relations suivantes à vérifier :

$$\begin{aligned} \int_{\Omega} \underline{\phi}_{II}^c \cdot \underline{\phi}_I \, d\Omega &= 0 \\ \int_{\Omega} \underline{\phi}_{II}^c \cdot \underline{\phi}_{II} \, d\Omega &= 0 \\ \int_{\Omega} \underline{\phi}_{III}^c \cdot \underline{\phi}_{III} \, d\Omega &= 0 \end{aligned} \quad (2.50)$$

Avec, en plus, les conditions aux limites de ces champs sur les deux faces du contact en glissement partiel :

$$\begin{aligned} g_{IIx}^c(0) &= g_{IIIz}^c(0) = 1 \\ g_{IIx}^c(2\pi) &= g_{IIIz}^c(2\pi) = -1 \end{aligned} \quad (2.51)$$

Afin de simplifier la résolution, des champs solutions, admissibles pour les parties angulaires, sont formulés en respectant les conditions de parité par rapport à  $\pi$  tel que l'on peut le voir sur la FIGURE 2.13 :

$$\begin{aligned} g_{IIy}^c(\theta) &= a * \cos\left(\frac{\pi}{2}|\theta - \pi| + \frac{2\pi}{3}\right) + b \\ g_{IIx}^c(\theta) &= [(\theta - \pi - c) \mathcal{H}(\theta - \pi - c) - (\theta - \pi + c) \mathcal{H}(\theta - \pi + c)] / c + d * \sin(\theta) \\ g_{IIIz}^c(\theta) &= [(\theta - \pi - f) \mathcal{H}(\theta - \pi - f) - (\theta - \pi + f) \mathcal{H}(\theta - \pi + f)] / e + g * \sin(\theta) \\ &\quad + h * \sin(\theta/2) \end{aligned} \quad (2.52)$$

Avec  $\mathcal{H}(x)$  qui représente la fonction de Heaviside et  $a, b, c, d, e, f, g$  et  $h$  des constantes à identifier.

Le système comportant plus d'inconnues que d'équation, les variables  $c$  et  $f$ , qui cor-

respondent à la pente des courbes pour  $\theta = \pi$  (cf. FIGURES 2.33a et 2.33c), sont imposées. On obtient alors les relations suivantes :

$$\begin{cases} d = \frac{1.75+0.33\nu-0.5*b-1.50\nu-0.58a\nu+1.5b\nu}{1.2-1\nu} \\ c = 0.15 \\ f = 0.15 \\ g = -1.18 + 0.0481/e \\ h = 1 + 0.15/e \end{cases} \quad (2.53)$$

Pour identifier les paramètres restants ( $a$ ,  $b$  et  $e$ ), on cherchera à minimiser l'écart entre les champs issus de la POD et ceux formulés analytiquement.

Après minimisation, le jeu de paramètres suivant est trouvé :

$$\begin{aligned} a &= -1.25 \\ b &= 0.25 \\ e &= 1.2 \end{aligned} \quad (2.54)$$

Pour l'évolution radiale, on remarque qu'en normalisant la distance par la demi-aire de contact  $a$ , la distance caractéristique de l'exponentielle est de 0.5, on obtient alors la formule suivante :

$$f_r^c \left( \frac{r}{a} \right) = \exp \left( -\frac{r}{0.5a} \right) \quad (2.55)$$

Cela est cohérent avec le fait que les gradients au niveau du contact sont inversement proportionnels à l'aire de contact.

En utilisant l'expression de l'aire de contact (ÉQUATION 2.7) et l'analogie faite avec la mécanique de la rupture (ÉQUATION 2.38), on peut obtenir une expression en fonction des paramètres du modèle et du facteur d'intensité  $I_I$ .

$$f_r^c(r) = \exp \left( -\frac{1}{K_p} \left( \frac{E^*}{I_I R} \right)^{2/3} r \right) \quad (2.56)$$

**Rq. 2.5.1.** *On peut noter la présence de  $I_I$  dans l'expression de l'évolution radiale. Par conséquent, les champs de référence complémentaires  $\phi_*^c$  dépendront du chargement et pas uniquement de la géométrie des pièces en contact. On peut expliquer cela par le fait que les champs complémentaires représentent la non-linéarité liée au glissement partiel et que celui-ci dépend de l'aire de contact (cf. ÉQUATION 2.11) et par conséquent de l'effort normal. Plus l'aire de contact sera importante, plus le gradient de contrainte et la décroissance exponentielle seront faibles.*

## 2.5.2 Comparaison avec les champs éléments finis

En comparant les expressions analytiques des champs obtenus précédemment (cf. [ÉQUATION 2.52](#)) avec les champs obtenus par éléments finis, on observe sur les [FIGURES 2.33a](#) à [2.33c](#) des écarts importants. En effet, les évolutions angulaires des champs analytiques coïncident seulement pour des orientations de  $0$ ,  $\pi$  et  $2\pi$  qui correspondent au plan de contact. Cependant, on voit sur la [FIGURE 2.34](#) que l'évolution radiale est bien décrite.

### 2.5.2.1 Nouvelles erreurs de reconstructions

En regardant l'évolution des erreurs précédemment définies dans les [ÉQUATIONS 2.45](#) et [2.46](#) pour le même chargement non proportionnel que dans le [CHAPITRE 2.3.3](#), on observe sur la [FIGURE 2.35](#) que celles-ci sont plus élevées qu'en utilisant les champs identifiés par éléments finis. Cela s'explique par le fait que les champs complémentaires identifiés précédemment ne permettent pas de représenter correctement le champ de vitesses pour des orientations autres que  $0^\circ$  et  $180^\circ$ . De plus, il y a aussi des petits écarts entre les champs issus de la mécanique de la rupture et les évolutions angulaire et radiale des champs obtenues grâce à la décomposition POD.

Cependant, comme précédemment, en rajoutant la partie complémentaire dans l'approximation du champ de vitesses, on obtient une erreur de reconstruction plus faible. Cela montre que l'influence du glissement partiel est prise en compte et cela entraîne une meilleure approximation. Néanmoins l'erreur totale maximale reste tout de même assez élevée.

En s'intéressant aux différences entre les facteurs d'intensités, identifiés à partir des champs éléments finis et ceux identifiés avec les champs analytiques, on peut remarquer dans la [FIGURE 2.36](#) que l'utilisation des champs analytiques entraîne une surestimation des facteurs d'intensité linéaires.

Concernant les facteurs d'intensité complémentaires représentés sur la [FIGURE 2.36](#), ils sont plutôt bien décrits avec l'utilisation des champs analytiques.

La [FIGURE 2.37](#) montre les écarts obtenus en terme de glissement cumulé ou d'énergie dissipée calculée d'après l'[ÉQUATION 2.44](#). On obtient au maximum 15 % d'écart. Bien que cela puisse paraître important, on considère cette erreur comme acceptable au vu des possibilités offertes par l'utilisation de champs de référence issus de formulations analytiques. Cela permet de gagner en temps de calcul, car il n'est plus nécessaire de réaliser des étapes de calcul ou de post-traitement supplémentaires (cf. section [CHAPITRE 2.2.3](#)). Mais, le principal intérêt apparaît lorsqu'on a affaire à des cas de chargement variable entraînant un déplacement du front de contact. On se retrouve alors à travailler dans un référentiel mobile nécessitant de recalculer l'ensemble des champs de référence à chaque pas de temps, ce qui serait difficile en identifiant les champs à partir de simulations éléments finis.

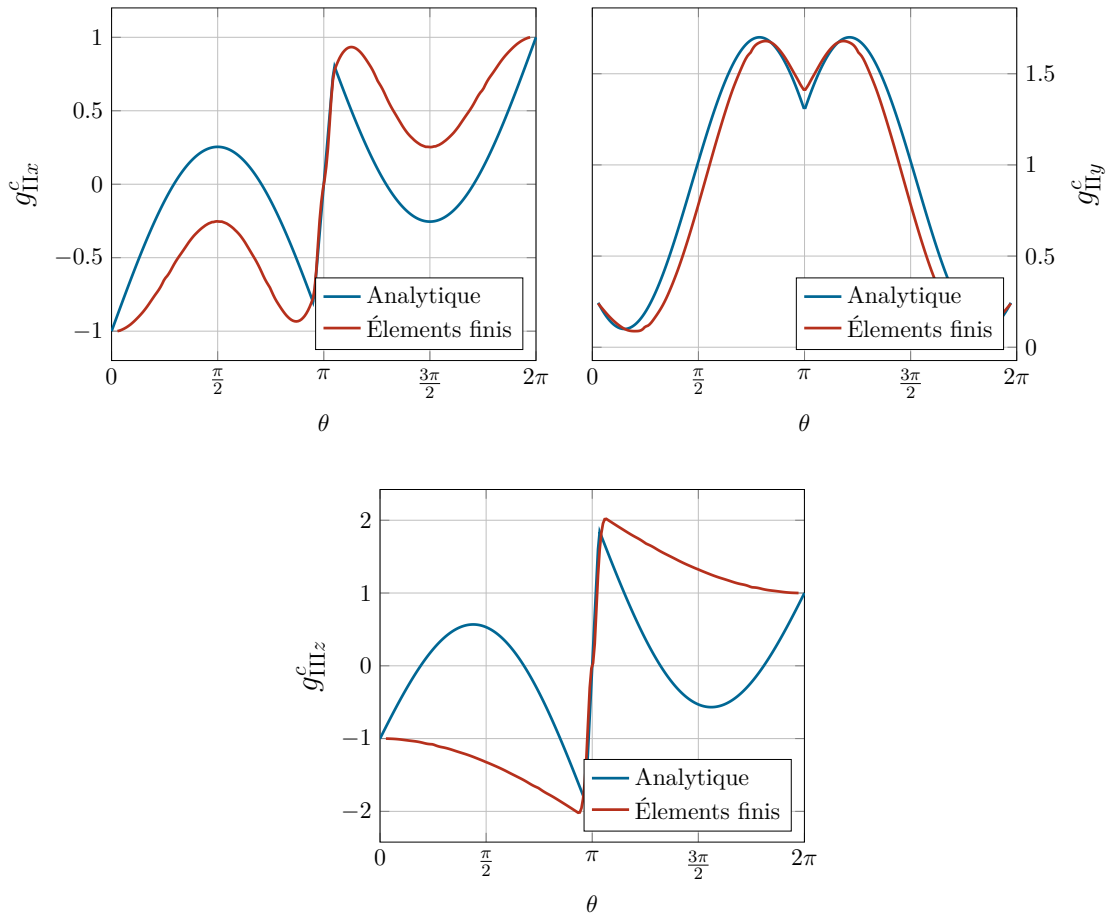


FIGURE 2.33 – Comparaison entre l'évolution angulaire des champs analytiques complémentaires et celles issus de la POD.

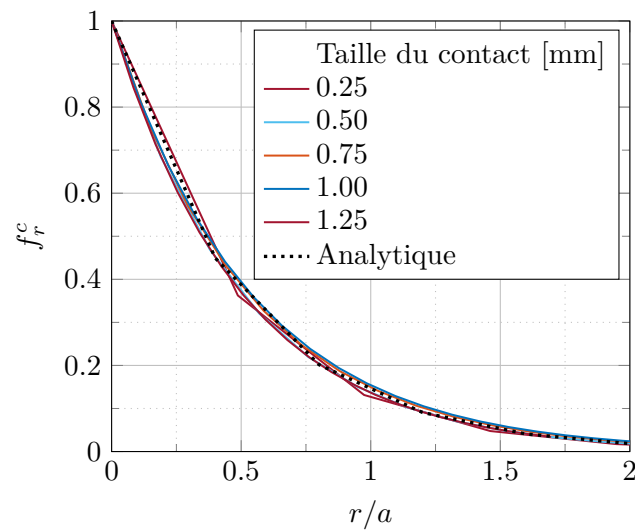


FIGURE 2.34 –  $f_r^c$  - Comparaison entre l'évolution radiale du champ analytique et celui issue de la POD.

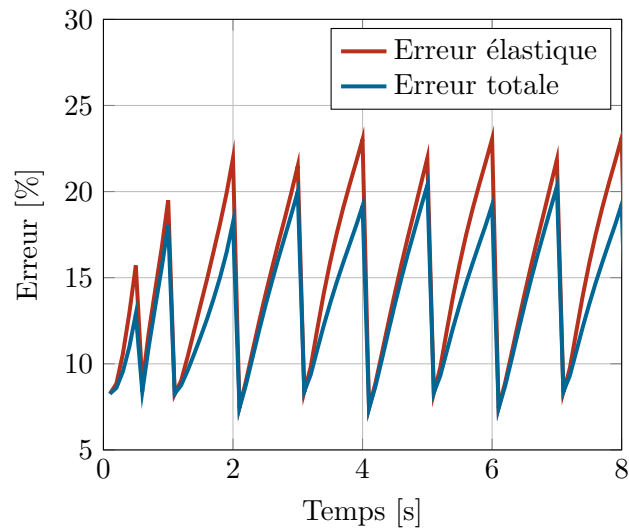


FIGURE 2.35 – Évolution de l'erreur durant un cycle pour un chargement « S ».

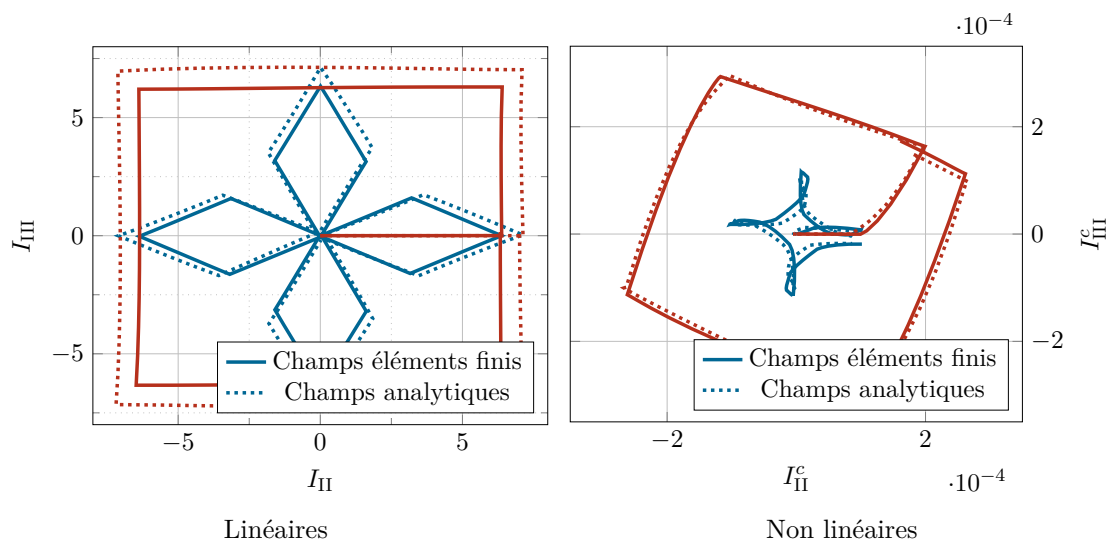


FIGURE 2.36 – Comparaison des facteurs d'intensité obtenus avec les champs de référence analytiques et éléments finis pour les trajets « S » et « G ».

### 2.5.2.2 Application avec un effort normal variable

Maintenant que l'approche utilisant les champs de référence analytiques a été validée, on va regarder ce qu'il se passe quand le front de contact est mobile. Pour cela, on applique un chargement avec un effort normal variable (cf. FIGURE 2.38a), déphasé par rapport à la force de fretting, entraînant un déplacement du front de contact (et donc du référentiel d'étude) au cours du temps.

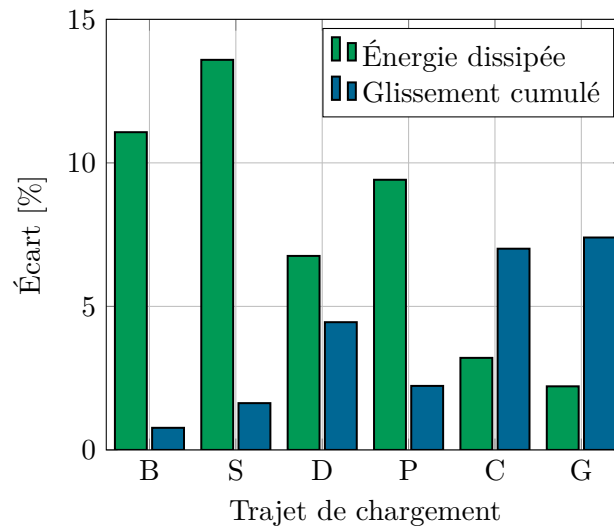


FIGURE 2.37 – Erreur entre l'énergie dissipée (et le glissement cumulé) calculée en utilisant les champs de référence analytiques ou issus du calcul par éléments finis.

En projetant le champ de vitesses issu de la simulation éléments finis sur les champs analytiques, on obtient les facteurs d'intensité présentés sur la FIGURE 2.38b. Ceux linéaires sont directement proportionnels au chargement appliqué à l'exception près que  $I_{II}$  est plus important lorsque l'effort normal est faible, car il dépend aussi de la pression de contact (cf. ÉQUATION 2.41).

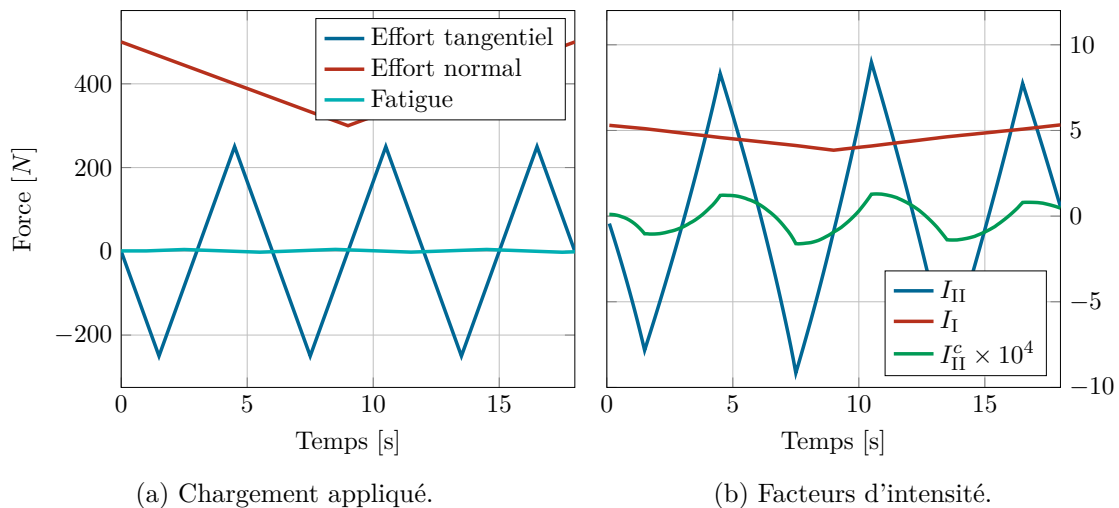


FIGURE 2.38 – Cycle de fretting avec effort normal variable.

Concernant les erreurs de reconstruction du champ de vitesses, on peut remarquer FIGURE 2.39 que l'erreur est maximale à  $t = 7.5s$  qui correspond au moment où le ratio  $\frac{Q}{\mu P}$  (et donc la taille de la zone en glissement partiel) est maximal. Mais comme précédemment, la prise en compte de la partie complémentaire permet de mieux approximer le champ de



vitesses en prenant en compte la partie en glissement partiel.

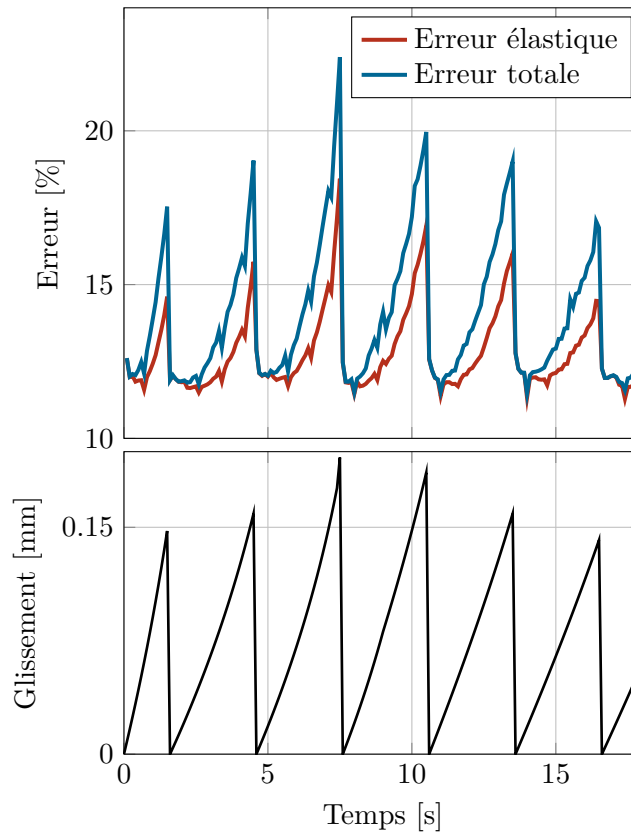


FIGURE 2.39 – Évolution des erreurs de reconstruction durant un cycle de fretting avec effort normal variable.

### 2.5.2.3 Nouvelle méthodologie

La FIGURE 2.40 et l'ALGORITHME 2 résument les étapes de la méthode permettant de calculer les champs de référence et les facteurs d'intensité dans le cadre d'un front de contact mobile.

On peut noter que cette méthode nécessite d'itérer sur chaque pas de temps pour mettre à jour la position du front de contact et les champs de référence. Cependant, le coût en temps de calcul est moindre, car les champs de référence sont tous spécifiés de façon analytique et qu'il n'y a pas besoin de les identifier en utilisant la POD.

Grâce à cette nouvelle méthodologie et aux champs de référence définis analytiquement, on peut avoir accès facilement aux facteurs d'intensité afin de caractériser les problèmes de fretting-fatigue, et ce même dans des cas de chargements non proportionnels et variables.

---

**Algorithme 2 :** Identification des facteurs d'intensité à partir des champs analytiques

---

**Input** : Paramètres matériaux et géométrique :  $E, \nu, R$

Front de contact :  $\underline{X}_{C,t/R}, \underline{U}_{C,t/R}$

Nœuds :  $\underline{X}_{i/R}, \underline{U}_{i,t/R}$

1 Pour chaque pas de temps  $t$

2    **Pour chaque nœud  $i$**

3    
$$\underline{V}_{i,t} = \frac{\underline{U}_{i,t+1/R} - \underline{U}_{i,t/R}}{\Delta t}$$

4    
$$\underline{V}_{i,t} = \underline{V}_{i,t/R} - \underline{V}_{C/R}$$

5    
$$\underline{X}_i = \underline{X}_{i/R} - \underline{X}_{C,t/R}$$

6    
$$\underline{\phi}_*^i = f_*(X_i) g_*(X_i)$$

7    
$$\underline{\phi}_*^{ci} = f_*(X_i, I_1, E, R) g_*(X_i)$$

8    
$$\underline{\dot{I}}_*^t = \frac{\sum_i \underline{V}_t^i \cdot \underline{\phi}_*^i}{\sum_i \underline{\phi}_*^i \cdot \underline{\phi}_*^i}$$

9    
$$\underline{\dot{I}}_*^{ct} = \frac{\sum_i \underline{V}_t^i \cdot \underline{\phi}_*^{ci}}{\sum_i \underline{\phi}_*^{ci} \cdot \underline{\phi}_*^{ci}}$$

10   
$$\underline{I}^t = \underline{I}^{t-1} + \underline{\dot{I}}^t$$

11   
$$\underline{I}^{ct} = \underline{I}^{ct-1} + \underline{\dot{I}}^{ct}$$

**Output** : Facteur d'intensité :  $\underline{I}, \underline{I}^c$

---

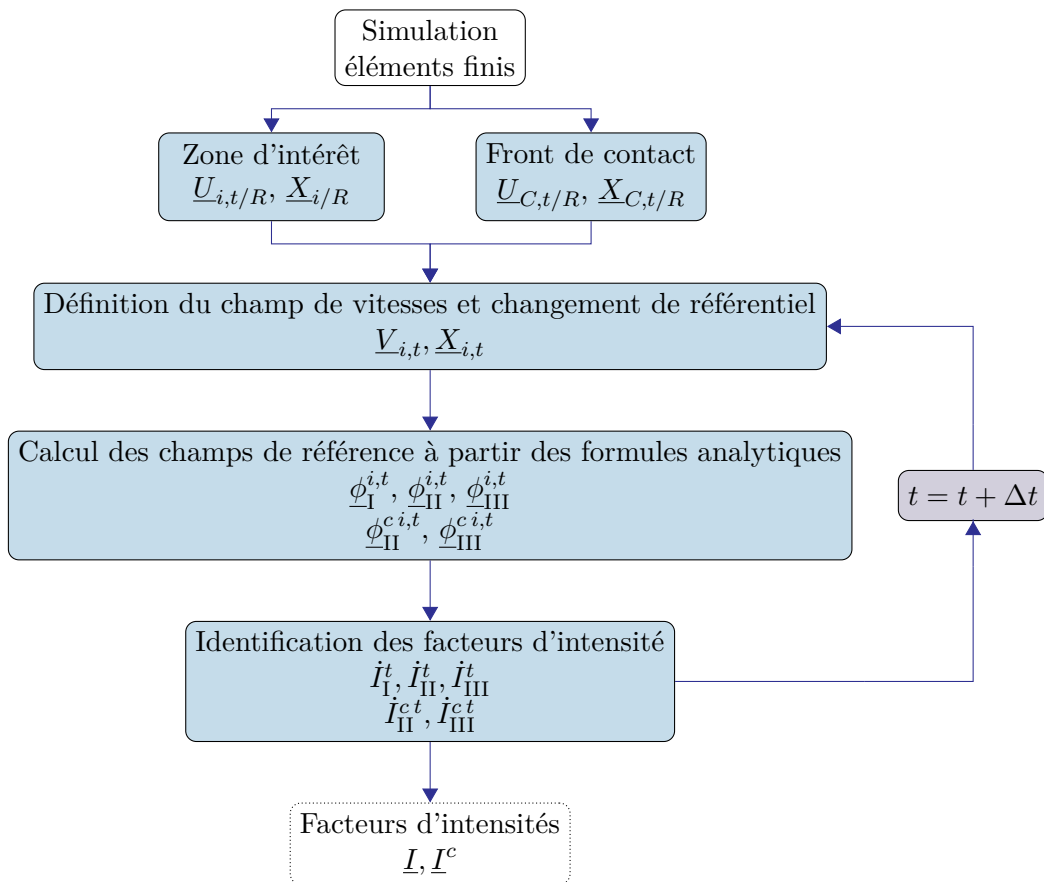


FIGURE 2.40 – Méthode de partitionnement et d'identification des champs de référence.

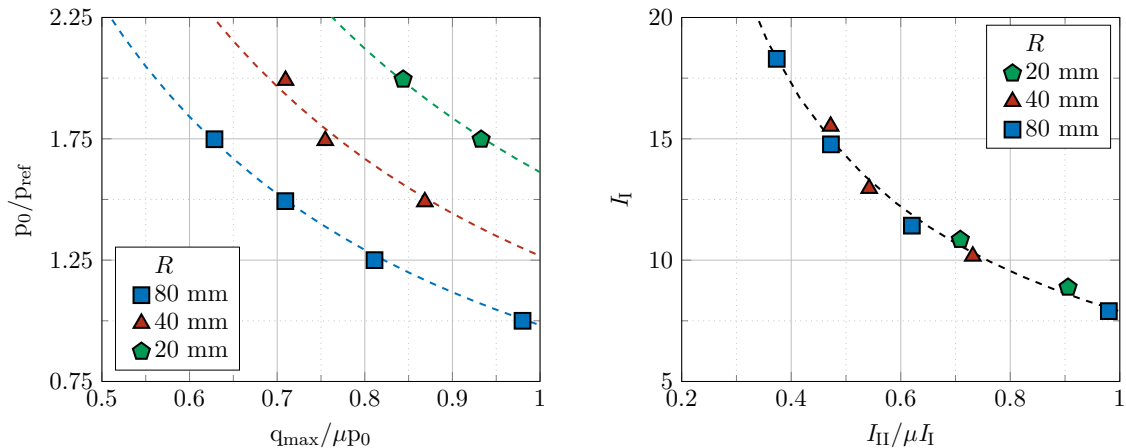
## 2.6 Applications

Maintenant que la méthode de partitionnement et d'identification des facteurs d'intensité a été présentée, nous allons voir quels sont les avantages à décrire les problèmes de fretting-fatigue en utilisant ces quantités non locales.

### 2.6.1 Frontière d'amorçage

Un des principaux avantages de cette description est la caractérisation des frontières d'amorçages des fissures. Plusieurs études (Bellocave [2015], Amargier *et al.* [2010]) ont montré que l'effet de gradient, qui est lié au rayon du cylindre en contact, empêche de pouvoir tracer des frontières d'amorçage uniques lorsqu'on utilise les quantités locales de la mécanique du contact : la pression de contact  $p_0$  et le cisaillement maximum  $q_{max}$ . En effet, sur la FIGURE 2.41a on observe trois frontières d'amorçage différentes, une pour chaque rayon du cylindre en contact.

Cependant, en utilisant les facteurs d'intensité linéaires qui prennent directement en compte l'effet du gradient (cf. ÉQUATIONS 2.38 et 2.41), il est possible d'avoir une frontière d'amorçage unique, indépendante de la géométrie des pièces en contact (cf. FIGURE 2.41b).



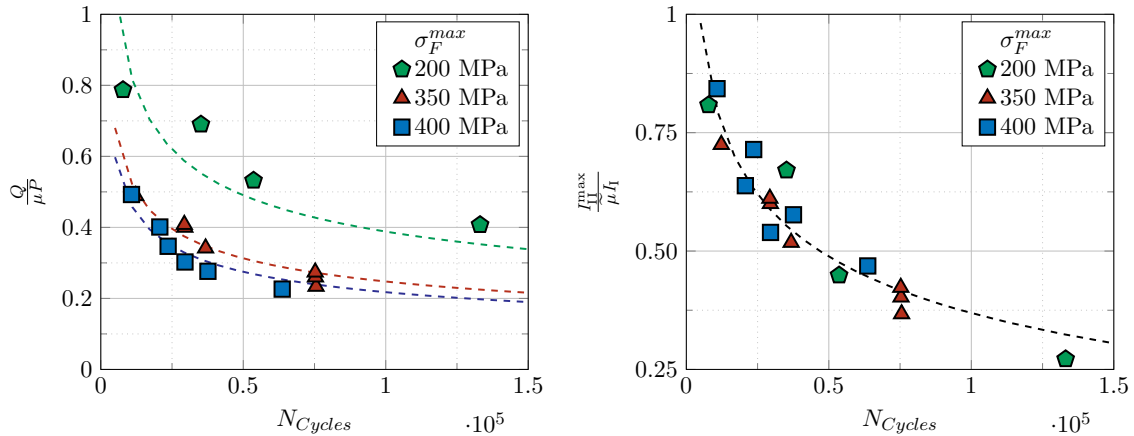
(a) Diagramme local utilisant les quantités de la mécanique du contact (Amargier *et al.* [2010]).

(b) Diagramme non local utilisant les facteurs d'intensité (Montebello [2016]).

FIGURE 2.41 – Frontières d'amorçage en fretting pur pour trois rayons de contact différents.

Ce phénomène apparaît aussi pour des essais de fretting-fatigue, en traçant, la frontière d'amorçage dans un diagramme local  $\left(\frac{Q}{\mu N}\right)$  pour des essais avec différentes forces de fatigue, on observe différentes frontières, une pour chaque force de fatigue (cf. FIGURE 2.42a). Plus la force de fatigue est importante, plus la force de fretting nécessaire à l'amorçage doit être faible pour un nombre de cycles donné. Alors que, en traçant cette même frontière en

fonction du facteur d'intensité  $I_{II}$  qui prend en compte à la fois la fatigue et le fretting, les trois courbes se superposent et définissent une seule frontière (cf. FIGURE 2.42b).



(a) Diagramme local utilisant les quantités de la mécanique du contact (Meriaux [2010]).

(b) Diagramme non local utilisant les facteurs d'intensités.

FIGURE 2.42 – Frontière d'amorçage en fretting-fatigue avec trois forces de fatigue différentes.

Ainsi, formulées à partir des facteurs d'intensité, les frontières d'amorçage obtenues pour divers rayons de cylindres coïncident sur une même courbe maîtresse. Cela peut permettre d'identifier l'amorçage sur des géométries simples (cylindre/plan par exemple) pour transférer les résultats obtenus vers des géométries complexes (aube/disque).

## 2.6.2 Influence du maillage

Le deuxième avantage est la faible influence du maillage sur les facteurs d'intensité linéaires. La FIGURE 2.43 montre l'influence du nombre d'éléments dans le demi-contact pour une géométrie cylindre/plan sur les facteurs d'intensité pour un chargement non proportionnel de type « S ». On observe que les facteurs d'intensité linéaires sont très peu sensibles à la taille du maillage tandis que pour les complémentaires, lorsque le nombre d'éléments est inférieur à 40, l'écart augmente très rapidement. Par conséquent, il faut un maillage suffisamment fin si on veut avoir une estimation correcte du glissement partiel.

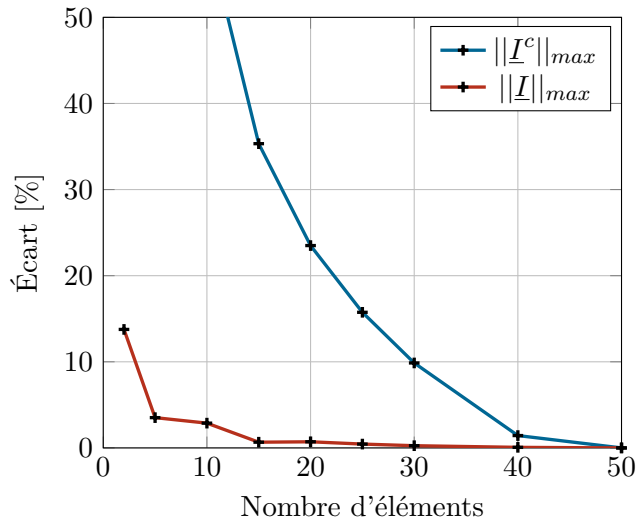


FIGURE 2.43 – Évolution des écarts en fonction du nombre d'éléments dans le demi-contact.

## 2.7 Conclusion partielle

Ce chapitre a permis de présenter une modélisation non locale des problèmes de fretting 3D soumis à des chargements complexes, permettant de représenter le champ de vitesses autour du front de contact avec uniquement 5 degrés de liberté plus la position du front de contact et des champs de référence. Des formules analytiques, issues en partie de la mécanique de la rupture, ont été données pour l'ensemble des champs de référence permettant de les calculer rapidement et d'obtenir les facteurs d'intensité caractérisant le chargement subi par le contact et le glissement partiel.

Cette modélisation a été formulée dans le but de prendre en compte l'effet de gradient. Elle montre tout son intérêt lorsqu'on trace des frontières d'amorçage de fissure dans un diagramme  $(I_{II}, I_I)$  au lieu de  $(q_{max}, p_0)$ , car on obtient une frontière d'amorçage unique, indépendante du rayon du cylindre en contact dans le cas d'un essai cylindre/plan.

On a aussi montré que le trajet de chargement avait un impact important sur le glissement partiel, mais aussi sur l'énergie dissipée par frottement dans le contact. Par conséquent, l'impact sur la durée de vie à amorçage risque d'être important.

De plus, comme les facteurs d'intensité linéaire sont basés sur la mécanique de la rupture et, par conséquent, sur le comportement linéaire autour du front de contact, ils sont peu sensibles à la taille de maille. Cependant, pour caractériser le glissement partiel avec les facteurs d'intensité complémentaires, un maillage fin est tout de même requis.

Afin de pouvoir utiliser cette modélisation avec des maillages grossiers, une approche incrémentale à variable interne représentant le glissement partiel sera formulée afin d'avoir un niveau de précision satisfaisant sur les facteurs d'intensité complémentaires et, par conséquent, sur le glissement partiel et l'énergie dissipée.

# Chapitre 3

## Modèle incrémental : Prise en compte des chargements et géométries complexes

*Ce chapitre présente le principe et les hypothèses du modèle permettant de décrire de façon incrémentale le glissement partiel apparaissant dans un contact soumis à du fretting-fatigue. Ce modèle est formulé à partir des facteurs d'intensité obtenus grâce à la méthodologie présentée dans le chapitre précédent.*



**Sommaire**

---

<b>3.1</b>	<b>Contexte</b> . . . . .	<b>83</b>
<b>3.2</b>	<b>Modèle incrémental pour la prédiction du glissement</b> . . . . .	<b>83</b>
3.2.1	Méthodologie . . . . .	83
3.2.2	Analogie avec les modèles de plasticité . . . . .	87
3.2.3	Modélisation . . . . .	89
3.2.4	Implémentation . . . . .	90
3.2.5	Validation . . . . .	93
<b>3.3</b>	<b>Modèle de déplacement du front de contact</b> . . . . .	<b>99</b>
3.3.1	Méthodologie . . . . .	99
3.3.2	Validation . . . . .	100
<b>3.4</b>	<b>Paramètres du modèle</b> . . . . .	<b>100</b>
3.4.1	Nombre de surfaces seuils . . . . .	101
3.4.2	Coefficient de glissement . . . . .	102
3.4.3	Application avec des paramètres variables . . . . .	103
<b>3.5</b>	<b>Application sur un contact complexe</b> . . . . .	<b>105</b>
3.5.1	Méthodologie . . . . .	106
3.5.2	Application au cas ellipsoïde/plan . . . . .	107
3.5.3	Cas particulier : sphère/plan . . . . .	111
<b>3.6</b>	<b>Influence du maillage</b> . . . . .	<b>113</b>
<b>3.7</b>	<b>Conclusion partielle</b> . . . . .	<b>114</b>

---

## 3.1 Contexte

Le chapitre précédent a permis de mettre en lumière certaines particularités des chargements variables en fretting-fatigue. En fonction de la non-proportionnalité du chargement tangentiel, le glissement obtenu peut être très différent. De plus, soumis à un effort normal variable, le front de contact et, par conséquent, la zone en glissement partiel, vont se déplacer spatialement. Pour des géométries complexes, où il n'y a pas de solutions analytiques, il va donc falloir des maillages très fins pour pouvoir quantifier le glissement et le déplacement obtenus.

Cette partie a pour but de mettre en place un modèle permettant de prédire le glissement partiel et le déplacement du front de contact pour des chargements variables. Ce modèle sera formulé de façon incrémentale afin de prendre en compte précisément les chargements variables et non proportionnels, sans avoir à les approximer en définissant un cycle équivalent. Cette approche présente aussi l'avantage de pouvoir prendre en compte les effets dépendants du temps comme l'évolution des paramètres matériaux au cours d'un essai de fretting.

## 3.2 Modèle incrémental pour la prédiction du glissement

La prédiction du glissement apparaissant en bord de contact dans les problèmes de fretting-fatigue est un phénomène complexe, nécessitant un maillage fin afin de le déterminer avec précision. Elle est importante car le glissement joue un rôle important dans l'amortissement et la durée de vie des contacts. Pouvoir le prédire précisément avec des temps de calcul rapides est donc un enjeu important. De plus, les chargements présents dans un contact aube/disque sont variables au cours du temps aussi bien en amplitude qu'en direction. Par conséquent, il faut nécessairement un modèle 3D qui, couplé à une approche incrémentale, permet de décrire le chargement au cours du temps sans avoir besoin de le simplifier.

### 3.2.1 Méthodologie

À partir des courbes observées précédemment l'idée est de mettre en place un modèle de comportement avec variables internes permettant de prédire la non-linéarité due au frottement.

La [FIGURE 3.1](#) montre un cycle  $I_{II} - I_{II}^c$  obtenu pour une simulation de fretting avec un chargement tangentiel dans le plan. La forme de la courbe peut faire penser à une courbe  $\sigma - \epsilon$  pour des comportements élastoplastiques, avec notamment la présence d'un seuil, où  $I_{II}$  évolue et  $I_{II}^c$  reste quasiment nul, caractérisant un état adhérent où le glissement est négligeable. Par analogie avec les modèles de plasticité, on cherchera à caractériser

le domaine linéaire et la direction locale du glissement partiel (analogue à la direction d'écoulement) afin de pouvoir effectuer la prédiction du glissement de la même façon que la prédiction de la déformation plastique.

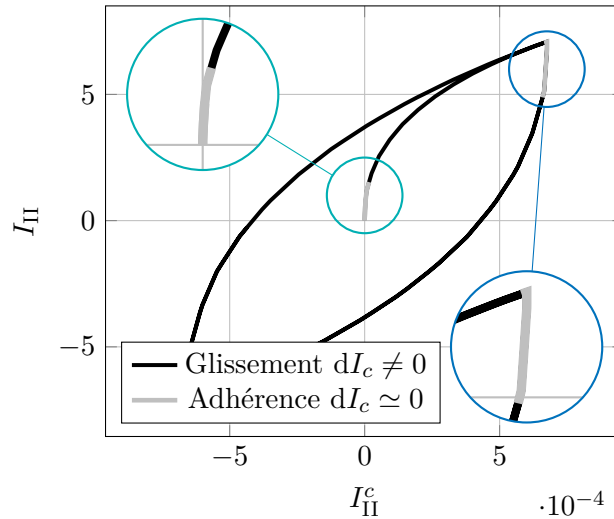


FIGURE 3.1 – Cycle  $I_{II} - I_{II}^c$  analogue à une courbe  $\sigma$ - $\epsilon$ .

### 3.2.1.1 Domaine linéaire

Afin de voir comment modéliser le glissement partiel, des simulations, avec un effort tangentiel dans le plan et hors plan, ont été réalisées en se focalisant sur la direction du glissement partiel et la taille du domaine d'adhérence.

**Taille du domaine d'adhérence** Il a été montré dans le [CHAPITRE 2.3.1](#) que lorsque du glissement apparaît, les deux erreurs ( $\xi_{el}$  et  $\xi_{total}$ ) précédemment définies divergent. Cela nous permet d'établir un critère pour l'apparition du glissement :

$$\xi_{el} - \xi_{total} > 5\% \quad (3.1)$$

Pour identifier la taille et la forme de la surface d'adhérence, trois étapes ont été effectuées :

- un chargement initial afin d'avoir du glissement partiel.
- une petite décharge afin de retourner dans un état considéré comme totalement adhérent.
- un chargement final afin de déterminer la valeur seuil de  $\underline{I}$ , à partir de laquelle le glissement partiel apparaît, et la direction du glissement  $d\underline{I}^c$  à l'instant où le glissement apparaît.

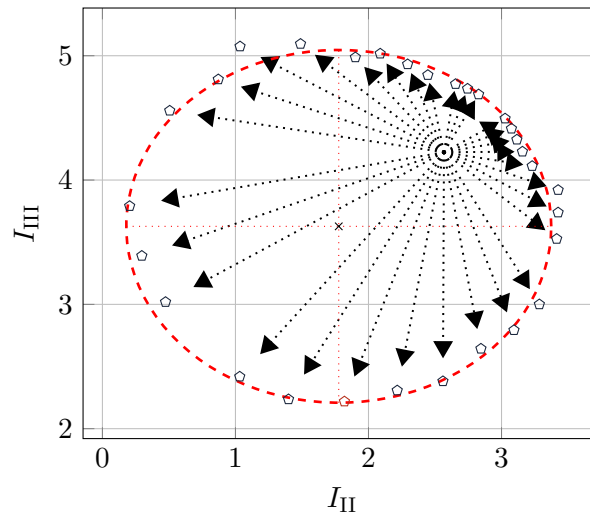


FIGURE 3.2 – Direction du chargement et seuil obtenu.

À partir d'un état donné ( $I_I = 8$ ,  $I_{II} = 2.6$  et  $I_{III} = 4.3$  dans ce cas-là) où le contact est supposé adhérent, 30 simulations ont été réalisées avec une direction de chargement tangentiel différente afin de déterminer le moment où du glissement commence à apparaître. Les résultats sont présentés dans la [FIGURE 3.2](#). On remarque que la surface obtenue peut être approximée par un cercle.

**Évolution du domaine d'adhérence** Les étapes précédentes ont été réalisées pour différents chargements initiaux afin de voir comment évolue cette surface. La [FIGURE 3.3a](#) montre les surfaces seuils obtenues, pour 3 instants donnés, lors d'un chargement proportionnel. On peut noter que la taille et la forme de la surface ne changent pas, mais qu'il y a un déplacement de son centre.

L'identification du centre de la surface seuil a aussi été faite durant un chargement non proportionnel. Cette fois-ci, on considère que la taille de la surface est fixe, et on s'intéresse uniquement à l'évolution du centre de celle-ci. La [FIGURE 3.3b](#) montre le chargement simulé ainsi que les positions du centre de la surface seuil identifiées le long de ce chargement.

Il est important de noter que le centre ne suit pas tout le temps la direction de chargement, on le voit notamment lorsque la direction du trajet de chargement change.

**Direction du glissement** Maintenant, on s'intéresse à la direction de glissement pour voir comment se déplace la surface seuil. À partir de la [FIGURE 3.2](#), on peut, pour chaque point, tracer le vecteur  $d\underline{I}^c$  qui représente la direction du glissement lorsque celui-ci apparaît. Les résultats obtenus sont présentés sur la [FIGURE 3.4](#).

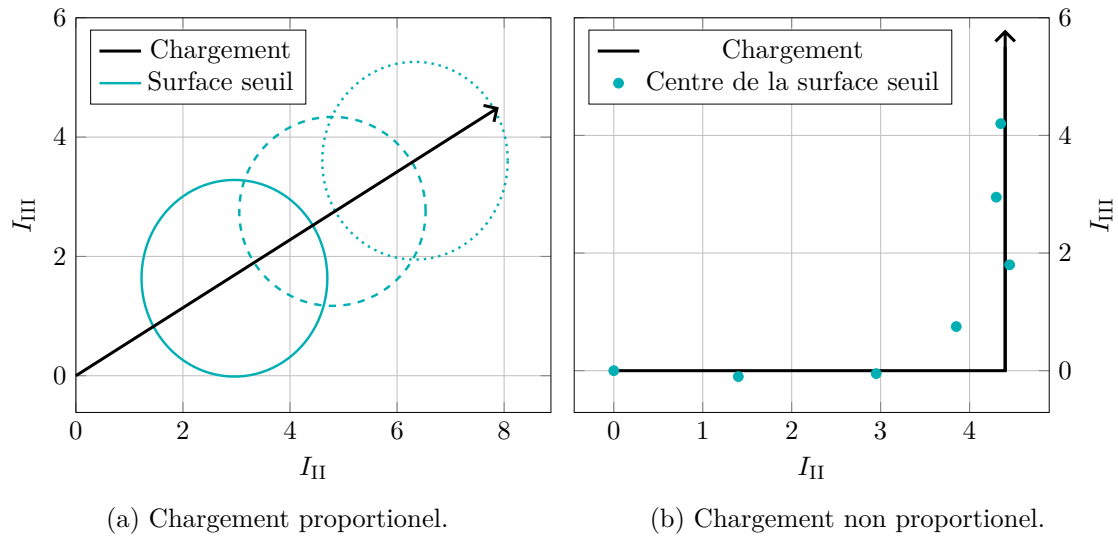


FIGURE 3.3 – Évolution de la surface seuil.

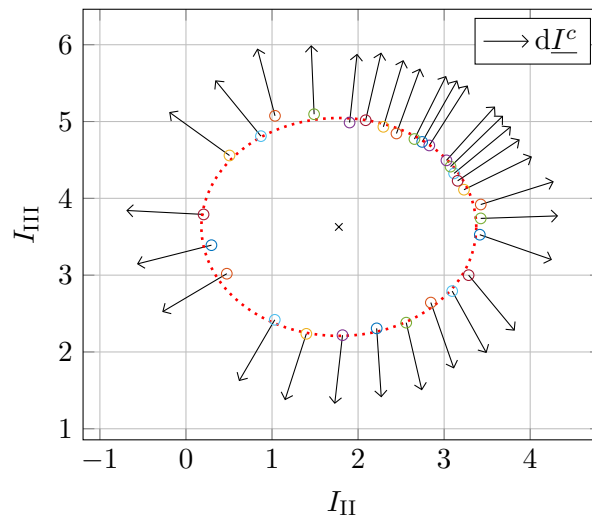


FIGURE 3.4 – Surface seuil et direction du glissement.

En comparant la direction de glissement avec la normale à la surface seuil définie précédemment et à la direction de chargement, on s'aperçoit dans la [FIGURE 3.5](#) que la direction de glissement n'est pas liée à la direction de chargement. On peut aussi noter qu'elle est très proche de la direction normale à la surface seuil.

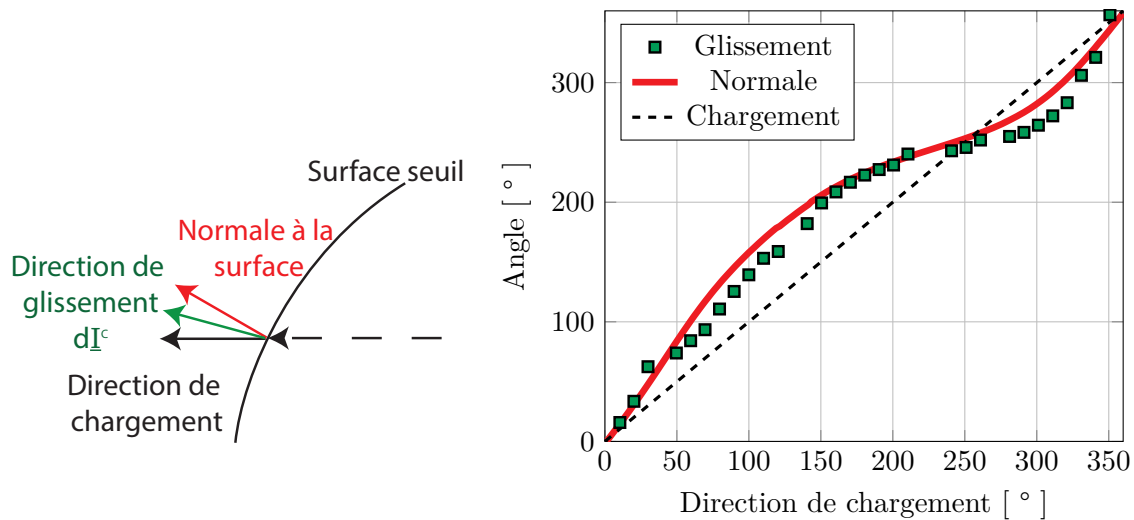


FIGURE 3.5 – Direction du glissement.

### 3.2.2 Analogie avec les modèles de plasticité

La démarche, présentée ici, est comparable à ce qui est fait en plasticité. À travers les différentes simulations réalisées précédemment, on a pu caractériser le phénomène de glissement :

- Existence d'une surface seuil circulaire associée à un phénomène dissipatif (glissement).
- Déplacement sans changement de taille de la surface.
- Direction du glissement lié à la normale de la surface seuil définie.

Si on fait une analogie avec la plasticité, ce comportement est caractéristique d'un écrouissage cinématique.

#### 3.2.2.1 Modèles d'écrouissage cinématique existants

Afin de modéliser le comportement observé, deux lois d'écrouissage cinématique classiques ont été regardées : le modèle linéaire de [Prager \[1949\]](#) et le non linéaire de [Frederick et Armstrong \[2007\]](#). Les résultats sont présentés sur la [FIGURE 3.6](#). Pour chaque modèle, deux jeux de paramètres ont été testés.

Pour le modèle linéaire, le premier jeu de paramètres représente bien la simulation uniquement pour l'amplitude maximale tandis que le deuxième permet d'avoir une représentation correcte du glissement pour des amplitudes moyennes à hautes. Le problème vient de la non-linéarité qui n'est pas bien représentée, par conséquent, avec des chargements d'amplitudes variables, les erreurs peuvent être importantes. Concernant le modèle

non linéaire, on peut avoir une très bonne représentation de la première charge (évolution monotone) ou de l'amplitude (crête à crête) de glissement durant un cycle. Cependant, il n'est pas capable de représenter le comportement cyclique du chargement.

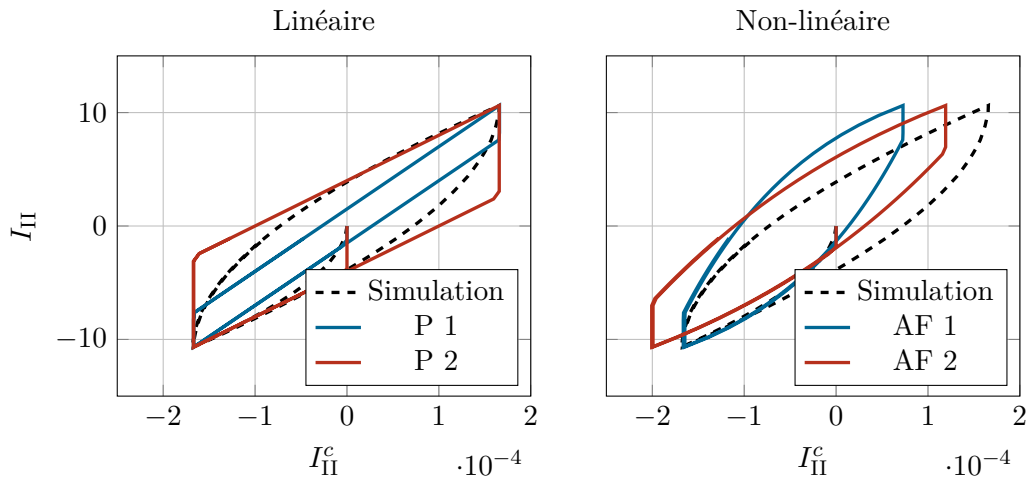


FIGURE 3.6 – Prédiction de  $I_{II}^c$  en utilisant les modèles de Prager et Armstrong-Frederick

### 3.2.2.2 Modèle retenu

Les deux modèles précédents n'ont pas montré satisfaction. Cependant comme le modèle linéaire permettait de modéliser correctement le comportement cyclique, mais n'était pas adapté pour représenter la non-linéarité obtenue, un modèle multilinéaire (Mróz [1967]) a été choisi afin de mieux la représenter (cf. FIGURE 3.7).

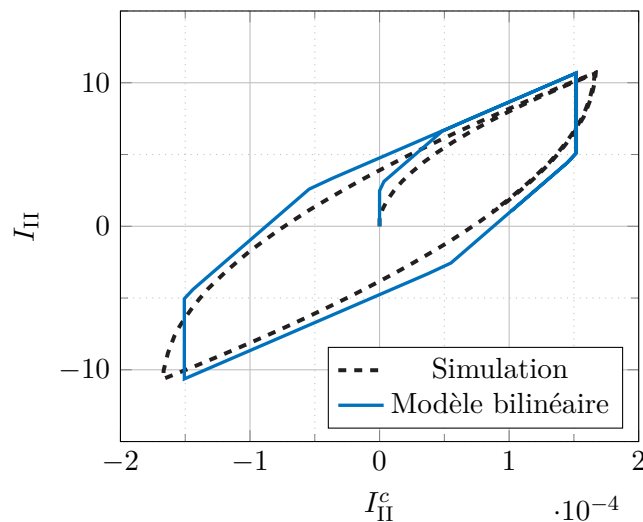


FIGURE 3.7 – Prédiction de  $I_{II}^c$  en utilisant un modèle bilinéaire.

Ce modèle est constitué d'une surface seuil déterminant quand la non-linéarité apparaît

et de une ou plusieurs surfaces de glissement venant modifier l'intensité et la direction de la non-linéarité.

### 3.2.3 Modélisation

Pour modéliser ce comportement semblable à un écrouissage cinématique, un modèle multilinéaire est choisi. La variable d'entrée du modèle sera  $\tilde{\underline{I}} = \frac{1}{\tilde{\mu}I_1} (I_{II}, I_{III})$  afin d'avoir une grandeur normalisée, comprise entre 0 et 1, pour tout type de chargement et de matériaux.

On considère  $N_s$  surfaces seuils caractérisées par leur centre  $\tilde{\underline{I}}_{X_i}$  et leur rayon  $\tilde{I}_{Y_i}$  : la première est la surface d'adhérence qui déterminera si du glissement partiel apparaît ou non et les  $N_s - 1$  suivantes sont les surfaces de glissements qui s'activeront à mesure que le glissement partiel sera de plus en plus important afin de représenter correctement la non-linéarité observée.

La surface d'adhérence permettant de déterminer la frontière entre un comportement totalement adhérent et en glissement partiel est définie par :

$$f_1 = \left\| \tilde{\underline{I}} - \tilde{\underline{I}}_{X_1} \right\| - \tilde{I}_{Y_1} \leq 0 \quad (3.2)$$

Puis les surfaces de glissement ( $\tilde{I}_{Y_k} < \tilde{I}_{Y_{k+1}}$ ) sont définies pour modéliser le comportement lorsque le glissement partiel devient de plus en plus important :

$$f_k = \left\| \tilde{\underline{I}} - \tilde{\underline{I}}_{X_k} \right\| - \tilde{I}_{Y_k} \leq 0 \quad (3.3)$$

Avec, en plus, une condition afin d'éviter l'interpénétration entre les surfaces :

$$\hat{f}_k = \tilde{I}_{Y_k} - \tilde{I}_{Y_{k-1}} - \left\| \tilde{\underline{I}}_{X_k} - \tilde{\underline{I}}_{X_{k-1}} \right\| \leq 0 \quad (3.4)$$

**Rq. 3.2.1.** La condition de non interpénétration  $\hat{f}_k$  est plus stricte que celle empêchant de sortir de la surface d'écrouissage  $f_k$ . Par conséquent, en la respectant on validera nécessairement la condition  $f_k$ .

Pour un incrément de chargement  $d\tilde{\underline{I}}$  deux cas sont alors possibles :

- $f_1 \leq 0$ , tout le contact est supposé adhérent. On a alors  $d\tilde{\underline{I}}^c = 0$ .
- $f_1 > 0$ , la surface d'adhérence et potentiellement celles de glissements sont activées entraînant un déplacement de leur centre et du glissement.



Le déplacement de la surface d'adhérence se fait alors en respectant la règle de normalité :

$$d\tilde{I}_{X_1} = \dot{\lambda}_1 \underline{n} \quad (3.5)$$

Où  $\underline{n}$  représente la normale à la surface d'adhérence :

$$\underline{n} = \frac{\partial f_1}{\partial \tilde{I}} \quad (3.6)$$

Et  $\dot{\lambda}_1$ , le multiplicateur de glissement, permettant de résoudre l'équation  $f_1 = 0$  (cf. ÉQUATION 3.2)

Pour les surfaces de glissement, plusieurs conventions existent pour modéliser leur déplacement (cf. Meggiolaro *et al.* [2015]). Dans notre cas, le déplacement se fera suivant la normale au contact entre les deux surfaces afin de minimiser leur déplacement.

$$d\tilde{I}_{X_k} = \dot{\lambda}_k \underline{m}_k \quad (3.7)$$

Où  $\underline{m}_k$  représente la normale de contact entre les surfaces  $k-1$  et  $k$ . Et  $\dot{\lambda}_k$ , le multiplicateur de glissement, permettant de résoudre l'équation  $\hat{f}_k = 0$  (cf. ÉQUATION 3.4).

Un incrément de glissement est créé pour chaque déplacement d'une surface et est proportionnel à celui-ci :

$$d\tilde{I}^c = H_G \cdot \sum_{i=1}^{N_s} d\tilde{I}_{X_i} \quad (3.8)$$

Avec  $H_G$ , le module de glissement qui est commun à chaque surface.

Ce modèle permet donc, à partir de  $\underline{I}$  et des paramètres  $H_G$  et  $\tilde{I}_{Y_i}$ , d'avoir accès à une approximation des facteurs d'intensité complémentaires  $\tilde{I}^c$ .

### 3.2.4 Implémentation

On considère un cas général avec  $N_s$  surfaces seuil. La FIGURE 3.8 montre à la fois une visualisation de la modélisation analogue à la théorie de Mróz et une théorie héréditaire permettant ainsi de faciliter l'implémentation (cf. Zhang *et al.* [2018]).

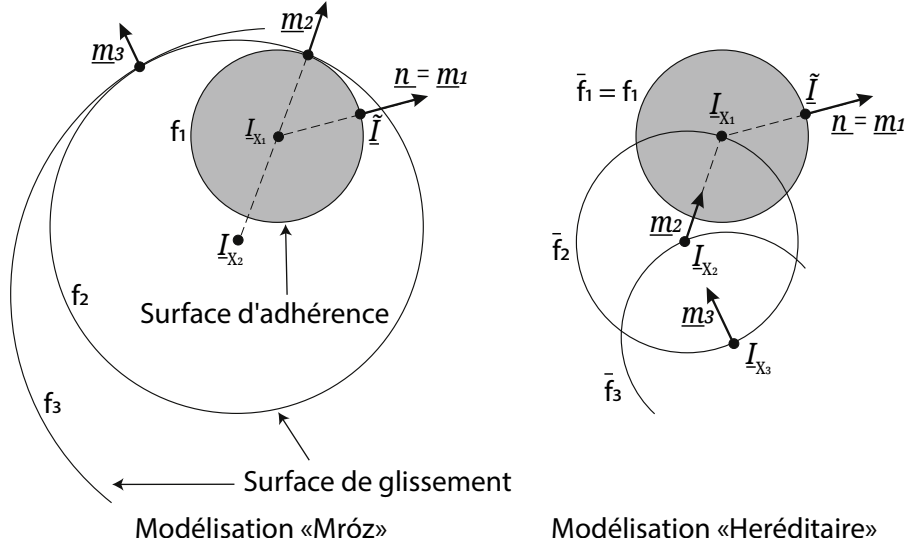


FIGURE 3.8 – Modélisation des surfaces seuils

Dans le premier cas, on a une représentation classique où les surfaces sont les unes dans les autres. Dans le second cas, la surface d'adhérence et le centre des surfaces de glissements ne changent pas. Seul le rayon des surfaces de glissements est modifié. Ainsi, on peut voir cette représentation comme une succession d'écroissage linéaire où la surface  $k$  sera pilotée par le centre de la surface  $k-1$ . Dans les deux cas on retrouve bien les mêmes directions de glissement  $m_i$ .

Pour cela, on définit des pseudo-surfaces pour les  $N_s - 1$  surfaces de glissement définies par le même centre que précédemment,  $\tilde{I}_{X_k}$  mais de rayon  $\bar{I}_{Y_k} = \tilde{I}_{Y_k} - \tilde{I}_{Y_{k-1}}$  avec  $k \in [2..N_s]$ . On arrive ainsi à ces nouvelles équations :

$$\begin{aligned} \bar{f}_1^t &= \left\| \tilde{I}^t - \tilde{I}_{X_1}^t \right\| - \bar{I}_{Y_1} \leq 0 \\ \bar{f}_k^t &= \left\| \tilde{I}_{X_{k-1}}^t - \tilde{I}_{X_k}^t \right\| - \bar{I}_{Y_k} \leq 0 \end{aligned} \quad (3.9)$$

$k \in [2, N_s]$

Dans un premier temps, pour un incrément de chargement on suppose le comportement totalement adhérent.

Il n'y a donc pas de déplacement de la surface d'adhérence :

$$\tilde{I}_{X_1}^{tr} = \tilde{I}_{X_1}^t \quad (3.10)$$

Puis on vérifie cette hypothèse, en regardant si la surface d'adhérence est activée ou non.

$$\bar{f}_1^{t+1} = \left\| \tilde{\underline{I}}^{t+1} - \tilde{\underline{I}}_{X_1}^{tr} \right\| - \tilde{I}_{Y_1} \quad (3.11)$$

Si  $\bar{f}_1^{t+1} < 0$ , l'hypothèse est correcte,  $\tilde{\underline{I}}_{X_1}^{t+1} = \tilde{\underline{I}}_{X_1}^t$ .

Si  $\bar{f}_1^{t+1} \geq 0$ , la surface d'adhérence est activée, son centre se déplace et du glissement partiel apparaît.

Le déplacement de la surface se fait dans une direction normale à celle-ci :

$$\underline{n} = \frac{\tilde{\underline{I}}^{t+1} - \tilde{\underline{I}}_{X_1}^t}{\left\| \tilde{\underline{I}}^{t+1} - \tilde{\underline{I}}_{X_1}^{tr} \right\|} \quad (3.12)$$

Avec un incrément de déplacement permettant de résoudre  $\bar{f}_1^{t+1} = 0$  :

$$\left\| \Delta \tilde{\underline{I}}_{X_1}^t \right\| = \left( \tilde{\underline{I}}^{t+1} - \tilde{\underline{I}}_{X_1}^{tr} \right) \cdot \underline{n} - \tilde{I}_{Y_1} \quad (3.13)$$

Et, on met à jour la nouvelle position du centre de la surface d'adhérence :

$$\tilde{\underline{I}}_{X_1}^{t+1} = \tilde{\underline{I}}_{X_1}^t + \left\| \Delta \tilde{\underline{I}}_{X_1}^t \right\| \cdot \underline{n} \quad (3.14)$$

Puis, de la même façon, on vérifie pour chaque pseudo-surface de glissement  $k \in [2..N_s]$  si elles sont activées en supposant initialement qu'elles ne le sont pas.

$$\tilde{\underline{I}}_{X_k}^{tr} = \tilde{\underline{I}}_{X_k}^t \quad (3.15)$$

On vérifie cette hypothèse :

$$\bar{f}_k^{t+1} = \left\| \tilde{\underline{I}}_{X_{k-1}}^{t+1} - \tilde{\underline{I}}_{X_k}^{tr} \right\| - \bar{I}_{Y_k} \leq 0 \quad (3.16)$$

Si l'hypothèse est vérifiée :  $\tilde{\underline{I}}_{X_k}^{t+1} = \tilde{\underline{I}}_{X_k}^{tr}$

Sinon, il y a un déplacement du centre dans la direction normale à la surface au niveau du point de contact :

$$\underline{m}_k = \frac{\tilde{\underline{I}}_{X_{k-1}}^{t+1} - \tilde{\underline{I}}_{X_k}^{tr}}{\left\| \tilde{\underline{I}}_{X_{k-1}}^{t+1} - \tilde{\underline{I}}_{X_k}^{tr} \right\|} \quad (3.17)$$

$$\left\| \Delta \tilde{I}_{X_k}^t \right\| = \left( \tilde{I}_{X_{k-1}}^{t+1} - \tilde{I}_{X_k}^{tr} \right) \cdot \underline{m}_k - \bar{I}_{Y_k} \quad (3.18)$$

Et on met à jour la nouvelle position du centre :

$$\tilde{I}_{X_k}^{t+1} = \tilde{I}_{X_k}^t + \left\| \Delta \tilde{I}_{X_k}^t \right\| \cdot \underline{m}_k \quad (3.19)$$

On définit l'incrément de glissement en sommant la contribution de chaque surface :

$$\Delta \tilde{I}^t = H_G \sum_{i=1}^{N_s} \Delta \tilde{I}_{X_i}^t \quad (3.20)$$

**Rq. 3.2.2.** *Si la surface seuil  $i$  n'est pas activée, la surface  $i + 1$  ne l'est pas non plus.*

Les différentes étapes du modèle incrémental de prédiction du glissement sont présentées dans l'ALGORITHME 3.

**Rq. 3.2.3.** *L'implémentation a été réalisée de façon explicite permettant une implémentation plus simple du modèle. Cependant, sous cette forme, la discrétisation du chargement a une influence sur la réponse du modèle. Dans la suite, on considérera des incréments de chargements suffisamment petits pour pouvoir négliger cette influence.*

### 3.2.5 Validation

Un modèle incrémental de prédiction du glissement a ainsi été construit. Maintenant, les résultats obtenus avec le modèle seront comparés aux résultats issus des simulations éléments finis afin de le valider. Tout d'abord, on s'intéressera uniquement aux chargements avec un effort normal  $N$  constant.

#### 3.2.5.1 Chargement uniaxial

Dans un premier temps, on regardera comment se comporte le modèle pour un chargement de fretting uniaxial ( $Q_{III} = 0$ ) avec une amplitude tangentielle variable et un effort normal constant. La FIGURE 3.9 montre l'évolution de  $I_{II}$  en fonction  $I_{II}^c$  issue de la simulation et de  $\tilde{I}_{II}^c$  prédit par le modèle.

Cela permet de voir que l'utilisation d'un modèle bilinéaire permet de prédire globalement le glissement aussi bien pour de faibles amplitudes que pour de grandes. Pour quantifier plus précisément les écarts, on définit l'approximation du champ de vitesses dans un repère attaché au front mobile du contact en utilisant cette fois-ci les facteurs d'intensité complémentaires prédits par le modèle  $\tilde{I}^c$  :

**Algorithme 3** : Prédiction du glissement

---

**Input** : Facteur d'intensité :  $\tilde{I}$   
Paramètres du modèle :  $H_G, \tilde{I}_{Yi}$

**1** Pour chaque pas de temps  $t$  :

**2**  $\tilde{I}^{t+1} = \tilde{I}^t + \Delta\tilde{I}^t$

**3**  $\tilde{I}_{X_1}^{tr} = \tilde{I}_{X_1}^t$

**4**  $\bar{f}_1^{t+1} = \left\| \tilde{I}_{t+1} - \tilde{I}_{X_1}^{tr} \right\| - \tilde{I}_{Y_1}$  ▷ Surface d'adhérence

**5** **Si**  $\bar{f}_1^{t+1} < 0$  : ▷ Adhérence

**6**  $\Delta\tilde{I}_{X_i}^t = 0$

**7**  $\tilde{I}_{X_1}^{t+1} = \tilde{I}_{X_1}^{tr}$

**8** **Sinon** : ▷ Glissement

**9**  $\underline{n} = \frac{\tilde{I}^{t+1} - \tilde{I}_{X_1}^{tr}}{\left\| \tilde{I}^{t+1} - \tilde{I}_{X_1}^{tr} \right\|}$  ▷ Direction

**10**  $\left\| \Delta\tilde{I}_{X_1}^t \right\| = \left( \tilde{I}^{t+1} - \tilde{I}_{X_1}^{tr} \right) \cdot \underline{n} - \tilde{I}_{Y_1}$  ▷ Intensité

**11**  $\tilde{I}_{X_1}^{t+1} = \tilde{I}_{X_1}^t + \left\| \Delta\tilde{I}_{X_1}^t \right\| \cdot \underline{n}$

**12** **Pour** chaque surface de glissement  $k$  :

**13**  $\tilde{I}_{X_k}^{tr} = \tilde{I}_{X_k}^t$

**14**  $\bar{f}_k^{t+1} = \left\| \tilde{I}_{X_{k-1}}^{t+1} - \tilde{I}_{X_k}^{tr} \right\| - \bar{I}_{Y_k}$  ▷ Pseudo-surface de glissement

**15** **Si**  $\bar{f}_k^{t+1} < 0$  :

**16**  $\Delta\tilde{I}_{X_k}^t = 0$

**17** **Sinon** :

**18**  $\underline{m}_k = \frac{\tilde{I}_{X_{k-1}}^{t+1} - \tilde{I}_{X_k}^{tr}}{\left\| \tilde{I}_{X_{k-1}}^{t+1} - \tilde{I}_{X_k}^{tr} \right\|}$  ▷ Direction

**19**  $\left\| \Delta\tilde{I}_{X_k}^t \right\| = \left( \tilde{I}_{X_{k-1}}^{t+1} - \tilde{I}_{X_k}^{tr} \right) \cdot \underline{m}_k - \bar{I}_{Y_k}$  ▷ Intensité

**20**  $\tilde{I}_{X_k}^{t+1} = \tilde{I}_{X_k}^t + \left\| \Delta\tilde{I}_{X_k}^t \right\| \cdot \underline{m}_k$

**21**  $\Delta\tilde{I}^c{}^t = H_G \sum_{i=1}^{N_s} \Delta\tilde{I}_{X_i}^t$  ▷ Incrément de glissement partiel

**22**  $\tilde{I}^c{}^{t+1} = \tilde{I}^c{}^t + \Delta\tilde{I}^c{}^t$

**Output** : Facteur d'intensité complémentaire :  $\tilde{I}^c$

---

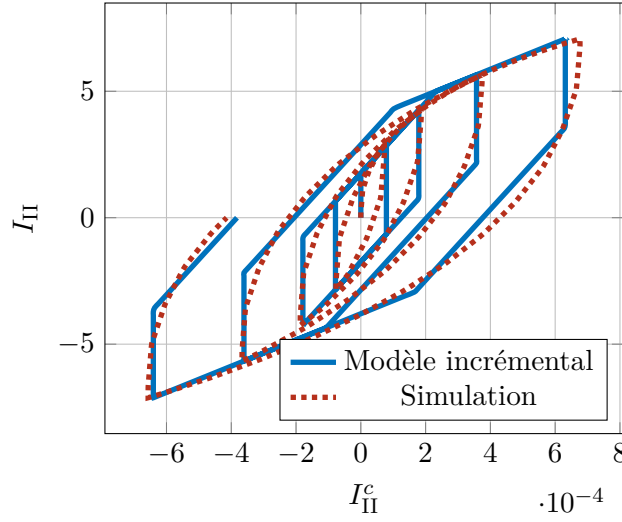


FIGURE 3.9 – Prédiction du glissement pour un chargement uniaxial d’amplitude variable

$$\tilde{v}(\underline{P}, t) \simeq \dot{I}_I(t)\underline{\phi}_I(\underline{P}) + \dot{I}_{II}(t)\underline{\phi}_{II}(\underline{P}) + \dot{I}_{III}(t)\underline{\phi}_{III}(\underline{P}) + \tilde{I}^c_{II}(t)\underline{\phi}^c_{II}(\underline{P}) + \tilde{I}^c_{III}(t)\underline{\phi}^c_{III}(\underline{P}) \quad (3.21)$$

Puis, de la même façon que dans le [CHAPITRE 2.3.1](#), on définit l’erreur dite « de modèle » associé à cette approximation :

$$\xi_{mod} = \frac{\sqrt{\int_{\Omega} (v - \tilde{v})^2}}{\sqrt{\int_{\Omega} (v)^2}} \quad (3.22)$$

La [FIGURE 3.10](#) montre l’évolution des différentes erreurs durant les cycles de chargements. On peut noter que l’erreur de modèle  $\xi_{mod}$  est évidemment plus élevée que l’erreur totale, mais reste bien plus faible que l’erreur élastique. De plus, lors de ce cycle, elle reste en dessous de 10 % ce qui est convenable.

### 3.2.5.2 Non proportionnel

Concernant les chargements non proportionnels, l’ensemble des trajets (cf. [FIGURE 3.11](#)), illustrés dans le [CHAPITRE 2.3.3](#), ont été testés par le modèle afin de pouvoir estimer la validité du modèle pour des cas de chargements complexes et non proportionnels.

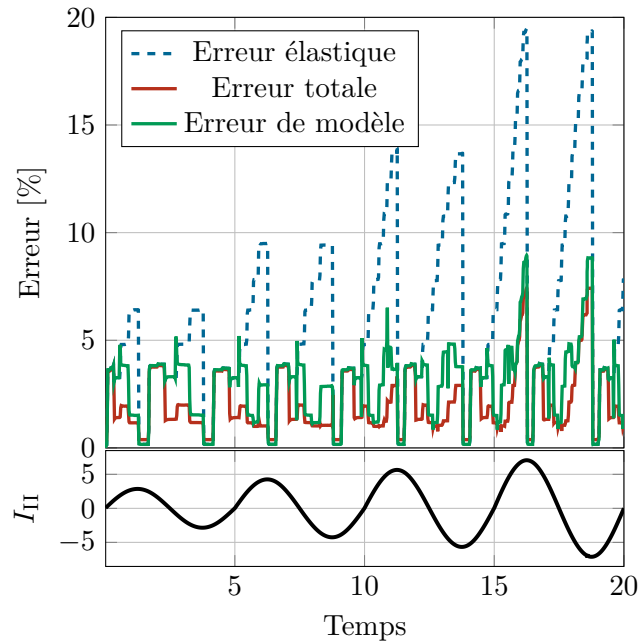


FIGURE 3.10 – Évolution des erreurs de reconstruction lors d'un chargement uniaxial d'amplitude variable

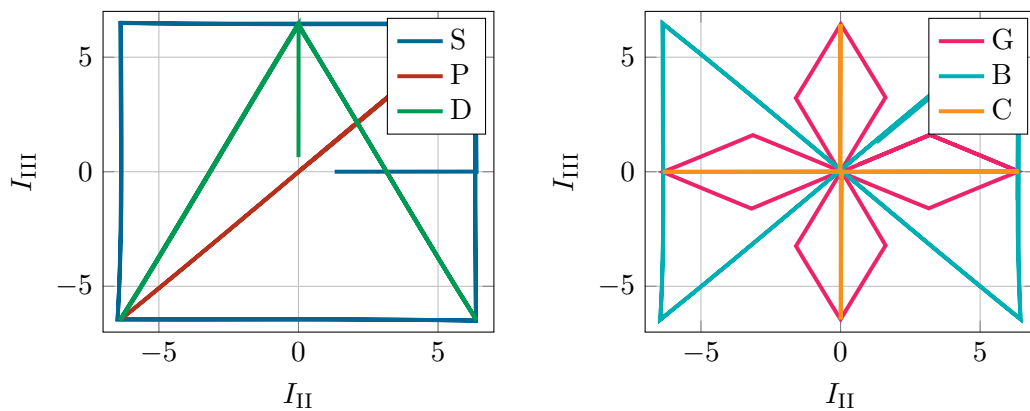


FIGURE 3.11 – Amplitude et trajet des différents chargements testés exprimés en fonction de  $I_{II}$ .

En comparant les évolutions des facteurs d'intensité complémentaires issus de la simulation éléments finis et ceux prédites par le modèle (cf. FIGURE 3.12), on peut noter que les directions sont correctement reproduites. Cependant, si l'on s'intéresse aux intensités, le modèle semble plutôt les surestimer.

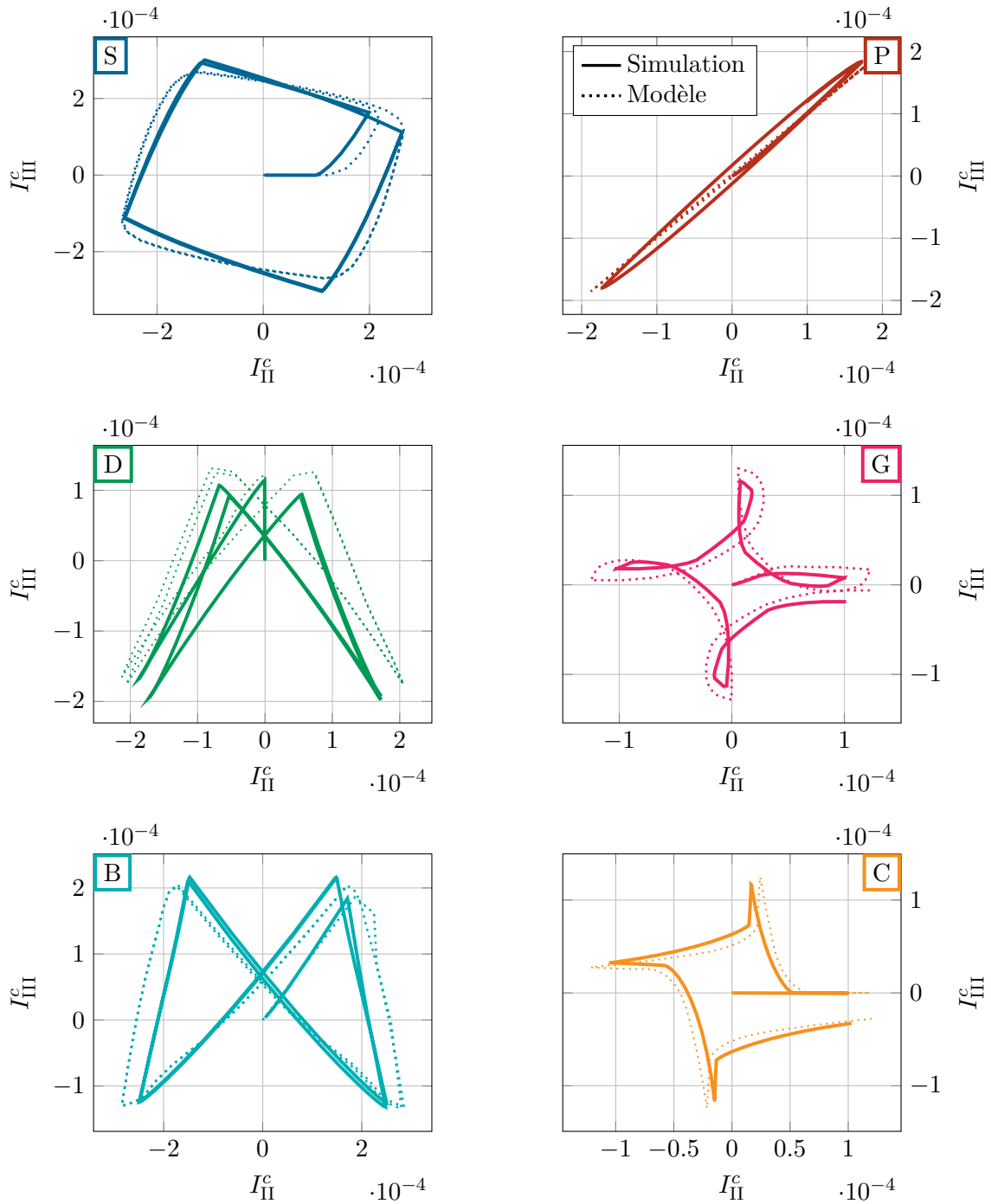


FIGURE 3.12 – Comparaison entre les facteurs d'intensité complémentaires issus de la simulation et ceux prédits par le modèle



Pour quantifier plus précisément l'erreur faite par le modèle, on peut regarder l'écart entre les prédictions du modèle incrémental et la simulation numérique complète par éléments finis, sur des quantités d'intérêts pour les bureaux d'études, telles que l'énergie dissipée et le glissement cumulé (cf. FIGURE 3.13). Cette fois, on s'aperçoit que malgré les différences visibles, il y a relativement peu d'écarts (moins de 7 %) sauf pour le trajet « G », où l'écart sur le glissement cumulé atteint les 20 %.

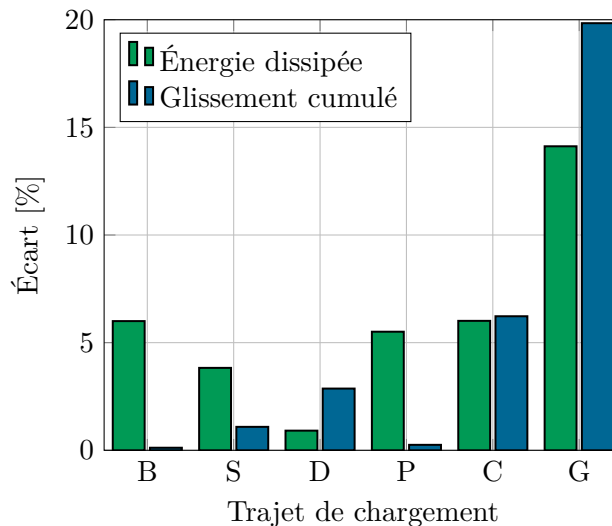


FIGURE 3.13 – Écart obtenu avec les facteurs d'intensité issus de la simulation et ceux prédits par le modèle

Pour comprendre d'où vient cet écart important, on peut regarder plus précisément le trajet « G ». On peut noter que c'est un des trajets présentant le moins de glissement. Or, c'est avec des amplitudes faibles que le modèle produit beaucoup d'écart si le nombre de surfaces seuils n'est pas suffisant pour décrire précisément la non-linéarité. La FIGURE 3.14 compare l'amplitude du glissement cumulé en fonction de sa direction au cours d'un cycle pour les trajets « C » et « G » qui sont les trajets présentant le moins de glissement. Cela permet de représenter les directions de glissement sollicitées au cours d'un cycles et les amplitudes associées

On peut s'apercevoir que le trajet « C », qui sollicite moins de directions mais avec des amplitudes plus importantes, est celui pour lequel le modèle prédit le mieux le glissement. Par conséquent, la non-proportionnalité importante, couplée à l'amplitude de glissement assez faible peuvent expliquer les écarts importants obtenus pour le trajet « G ».

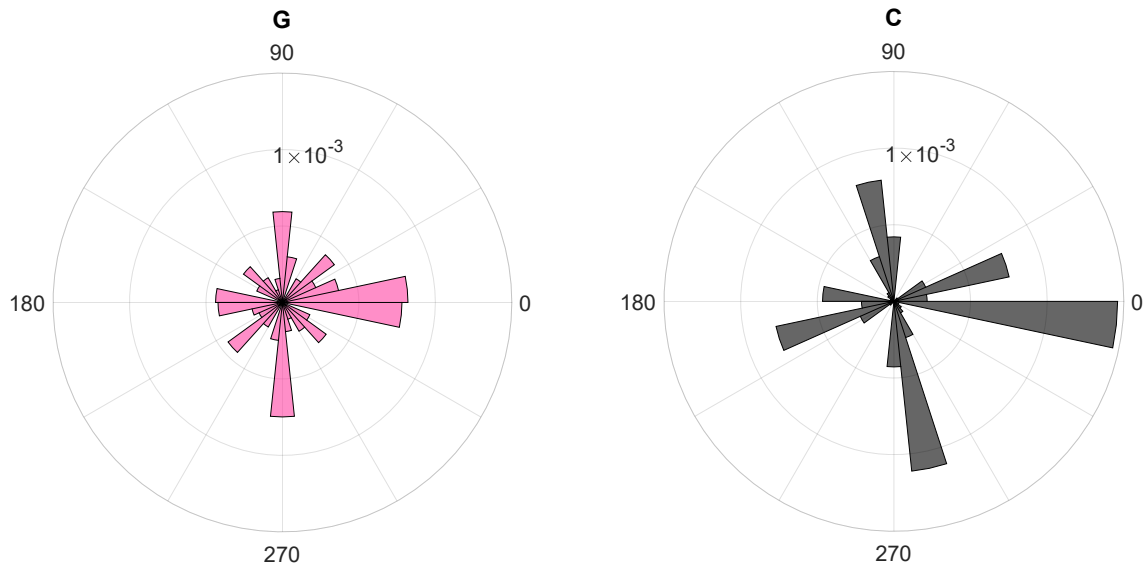


FIGURE 3.14 – Amplitude du glissement en fonction de l'orientation au cours d'un cycle pour les trajets de chargement 'G' et 'C'

### 3.3 Modèle de déplacement du front de contact

Le déplacement du front de contact lié à une variation d'effort normal  $N$  entraîne un déplacement de la zone en glissement partiel. Or la localisation de cette zone est très importante, car c'est à cet endroit-là que les fissures vont avoir tendance à s'amorcer. Cependant, avec des maillages grossiers, la position de cette zone sera liée à la taille du maillage au niveau du contact. Par conséquent, on ne pourra pas avoir une position précise avec un maillage grossier. Dans cette partie, nous verrons comment relier la position du front de contact aux facteurs d'intensité linéaires qui dépendent peu du maillage.

#### 3.3.1 Méthodologie

Le déplacement du front de contact est lié à une variation d'effort normal. D'après l'ÉQUATION 2.7 caractérisant l'aire de contact selon Hertz, la position du front de contact est proportionnelle à :

$$X_c \propto \sqrt{NR/E^*} \quad (3.23)$$

Or, d'après l'ÉQUATION 2.38, on a :

$$N \propto I_1^{\frac{4}{3}} R^{\frac{1}{3}} E^{*\frac{-1}{3}} \quad (3.24)$$

D'où :

$$X_c \propto I_1^{\frac{2}{3}} R^{\frac{2}{3}} E^{*\frac{-2}{3}} \quad (3.25)$$

En différenciant l'équation précédente on obtient alors la relation liant le déplacement du front de contact à la variation de  $I_1$ .

$$dX_c \propto \left( \frac{R}{E^*} \right)^{\frac{2}{3}} I_1^{-\frac{1}{3}} dI_1 \quad (3.26)$$

On a alors une équation permettant d'exprimer le déplacement du front de contact  $dX_c$  en fonction du facteur d'intensité en mode I. Cette équation intègre aussi l'influence de la géométrie avec  $R$  (rayon de courbure local équivalent) et du matériau  $E^*$  (module de Young équivalent).

### 3.3.2 Validation

Pour valider l'équation obtenue, une simulation avec un effort normal  $N$  variable est réalisée. Aucun effort tangentiel  $Q$  n'est appliqué afin de caractériser uniquement le déplacement du front lié à une variation d'effort normal.

La [FIGURE 3.15](#) compare l'évolution du front de contact estimée par Abaqus avec un maillage fin (50  $\mu\text{m}$ ) et un maillage grossier (250  $\mu\text{m}$ ), la solution analytique issue de la théorie de Hertz (cf. [ÉQUATION 2.7](#)) et le déplacement du front prédit par l'approche incrémentale en utilisant le facteur d'intensité  $I_1$  calculé avec le maillage grossier.

On peut voir qu'avec un maillage fin, on retrouve la solution théorique de Hertz tandis que lorsque le maillage est trop grossier, le déplacement du front est assez mal représenté. Cependant, avec l'approche incrémentale basée sur le maillage grossier, on arrive quasiment à être superposé avec la solution théorique même avec un maillage grossier.

## 3.4 Paramètres du modèle

Dans les deux parties précédentes, un modèle de prédiction de glissement dans un contact soumis à du fretting avec un effort normal constant et un modèle de déplacement du front de contact dû à un effort normal variable ont été présentés. Cependant, les deux modèles ne sont pas couplés. Ainsi, lorsque l'effort normal sera variable, le front de contact se déplacera, mais il y aura aussi un impact sur le glissement.

Cette partie aura pour but de regarder comment évolue le module de glissement  $H_G$ , lorsque le chargement normal, mais aussi les paramètres matériaux varient. Elle expliquera aussi pourquoi un modèle uniquement bilinéaire a été choisi pour prédire le glissement.

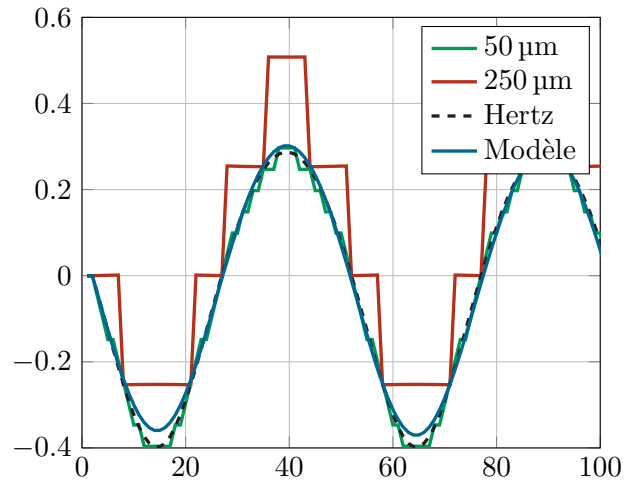


FIGURE 3.15 – Comparaison entre des calculs par éléments finis avec des tailles de mailles de  $50\ \mu\text{m}$  et  $250\ \mu\text{m}$ , la théorie de Hertz et le modèle incrémental du déplacement du front de contact lors d'un chargement normal variable.

Par cohérence avec la modélisation proposée (basée sur le champ de déplacements), les coefficients du modèle ont été identifiés en minimisant l'écart entre les facteurs d'intensité issue de la simulation et ceux prédits par le modèle de façon à avoir une erreur de reconstruction du champ de vitesses la plus faible possible.

**Rq. 3.4.1.** *En fonction de l'application considérée et des grandeurs utiles (énergie dissipée dans le contact, glissement cumulé, durée de vie à amorçage, etc...), il peut être intéressant d'identifier les coefficients du modèle de façon à minimiser l'écart avec ces grandeurs.*

### 3.4.1 Nombre de surfaces seuils

Concernant le choix des surfaces seuils, elles sont choisies arbitrairement afin de représenter correctement la non-linéarité obtenue. Elles peuvent être réparties uniformément ou uniquement autour de certaines valeurs en fonction de la plage de chargement considérée. Dans le modèle présenté, uniquement deux surfaces seuils ont été considérées. Cependant avec la modélisation choisie, comme le module de glissement  $H_G$  est commun à toutes les surfaces seuils, on peut en rajouter sans rendre le modèle et l'identification des coefficients plus complexes.

L'influence du nombre de surfaces seuils sur la réponse du modèle est présentée sur la [FIGURE 3.16](#). On remarque que l'augmentation du nombre de surfaces permet d'améliorer la réponse autour des seuils. La [FIGURE 3.17](#) montre l'évolution de l'erreur maximale de modèle en fonction du nombre de surfaces seuils. On peut remarquer qu'à partir de 10 surfaces seuils, l'erreur commence à diminuer assez lentement. Cela s'explique par le fait qu'une fois que le nombre de surfaces seuils est suffisant pour décrire la non-linéarité, l'ajout d'une surface seuil supplémentaire n'apporte pas d'amélioration, car l'erreur res-

tante est intrinsèque à la modélisation choisie. Uniquement 2 surfaces seront considérées car cela suffit à avoir une erreur inférieure à 15 %.

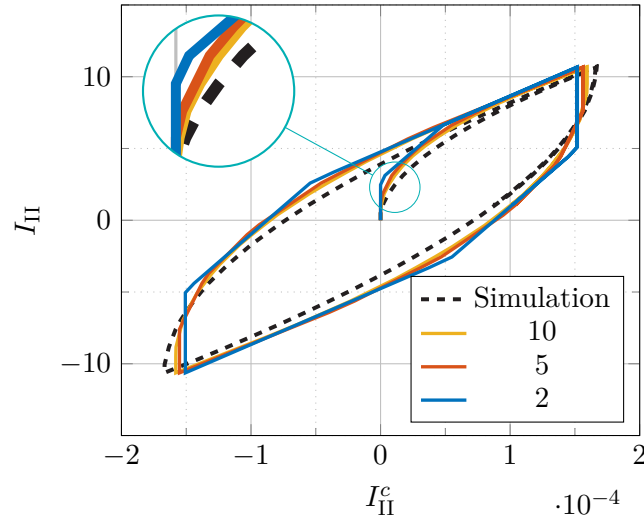


FIGURE 3.16 – Influence du nombre de surfaces seuils sur la réponse du modèle.

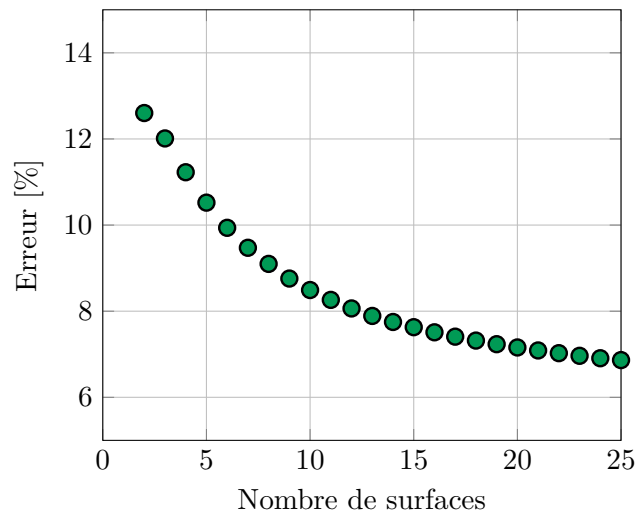


FIGURE 3.17 – Influence du nombre de surfaces seuils sur l'erreur commise.

**Rq. 3.4.2.** Dans cet exemple-là, les surfaces ont été placées arbitrairement. En les plaçant astucieusement, on peut encore diminuer l'écart lorsque le nombre de surfaces est faible.

### 3.4.2 Coefficient de glissement

Afin d'identifier plus précisément le module de glissement  $H_G$ , plusieurs simulations ont été effectuées en faisant varier :

1. le coefficient de frottement  $\mu$ .

2. le module de Young équivalent  $E^*$ .
3. l'effort normal  $N$ .

La FIGURE 3.18 montre l'ensemble des simulations effectuées et la valeur de  $H_G$  obtenue.

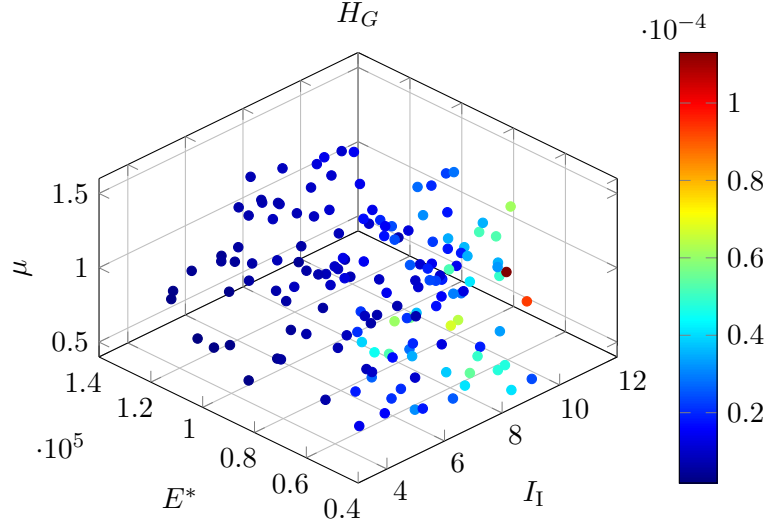


FIGURE 3.18 – Valeur du module de glissement  $H_G$  en fonction de  $I_I$ ,  $E^*$  et  $\mu$ .

On arrive à trouver (avec un coefficient de détermination  $r^2 > 0.97$ ) l'expression analytique suivante :

$$H_G = \frac{10}{3} \tilde{\mu} \left( \frac{I_I}{E_e} \right)^{4/3} \quad (3.27)$$

### 3.4.3 Application avec des paramètres variables

Maintenant que l'expression du module de glissement  $H_G$  est connue, on peut utiliser le modèle lorsque ces paramètres varient au cours du temps. Pour cela, à chaque pas de temps, on viendra mettre à jour la valeur de  $H_G$  (cf. ALGORITHME 3 ligne 21) :

$$H_G^t = \frac{10}{3} \tilde{\mu}^t \left( \frac{I_I^t}{E^* t} \right)^{4/3} \quad (3.28)$$

#### 3.4.3.1 Effort normal variable

On considère un cycle de fretting où  $I_I$  varie au cours du temps à cause d'un effort normal variable. Le chargement appliqué est le même que dans le CHAPITRE 2.5.2.2. La FIGURE 3.19 montre les évolutions des différentes erreurs précédemment définies au cours

du cycle. On s'aperçoit que cette fois-ci l'erreur de modèle est du même ordre que l'erreur totale.

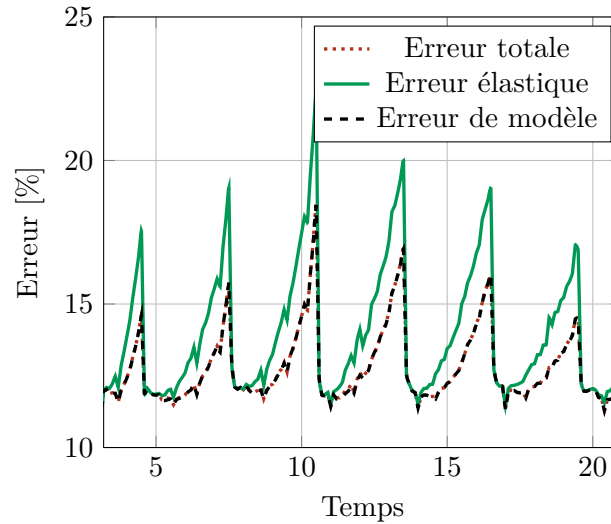


FIGURE 3.19 – Comparaison des erreurs de reconstruction du champ de vitesses lors d'un cycle de fretting avec un effort normal variable.

La comparaison entre  $I_{II}^c$  issu de la simulation et  $\tilde{I}_{II}^c$  issu du modèle avec et sans mise à jour de  $H_G$  est présentée sur la FIGURE 3.20. Bien que sur un cycle, les écarts soient assez faibles, on peut quand même voir que le modèle avec mise à jour permet de prédire le glissement correctement tout le long du cycle.

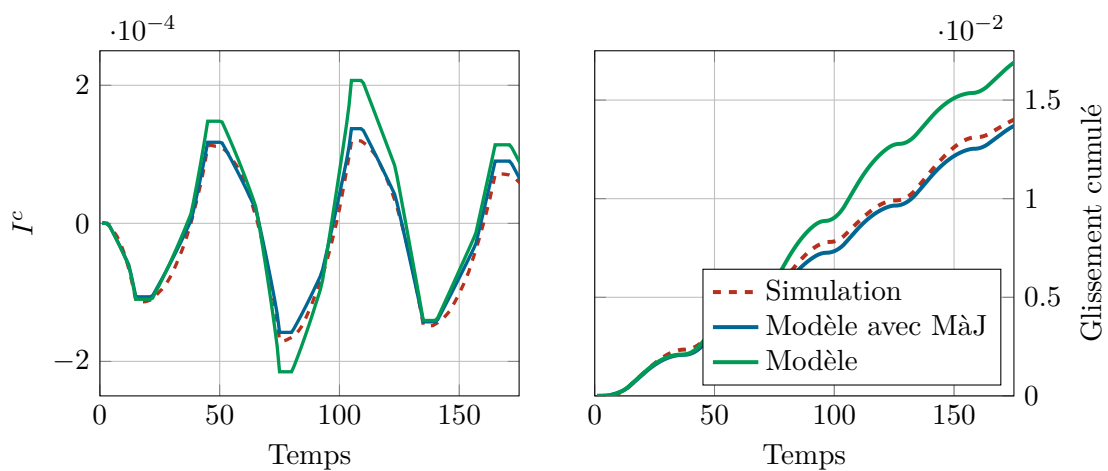


FIGURE 3.20 – Évolution du glissement lors d'un cycle de chargement avec effort normal variable.

### 3.4.3.2 Paramètres matériaux variables

Cette fois-ci, on considère que le coefficient de Coulomb varie au cours du temps. Il varie de façon linéaire lors du cycle de fretting, passant de 0.8 à 1.2.

Les erreurs de reconstruction du champ de vitesses sont présentées sur la [FIGURE 3.21](#). On retrouve de nouveau une erreur de modèle du même ordre que l'erreur totale.

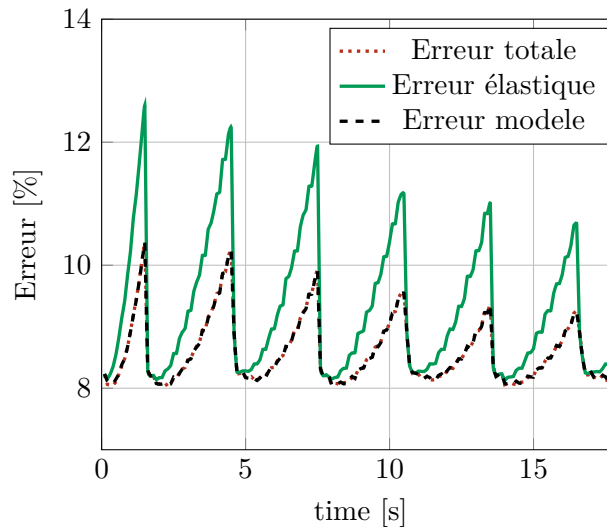


FIGURE 3.21 – Comparaison des erreurs de reconstruction du champ de vitesses lors d'un cycle de fretting avec un coefficient de frottement variable.

Si on s'intéresse au glissement au cours d'un cycle (cf. [FIGURE 3.22](#)), on voit que la mise à jour du module de glissement (cf. [ÉQUATION 3.27](#)) permet une prédiction précise du glissement lorsque le coefficient de frottement varie au cours du temps.

**Rq. 3.4.3.** *On peut aussi faire varier le module de Young au cours du temps, cela fera varier la pression et l'aire de contact et on se retrouvera avec un comportement similaire à une simulation avec effort normal variable.*

En mettant à jour, à chaque pas de temps, le module de glissement, le modèle peut prendre en compte les variations d'effort normal et les évolutions des paramètres matériaux au cours du temps.

## 3.5 Application sur un contact complexe

Maintenant que le modèle a été validé pour les chargements variables et non proportionnels, l'objectif est de regarder comment il se comporte dans le cas de géométries dif-



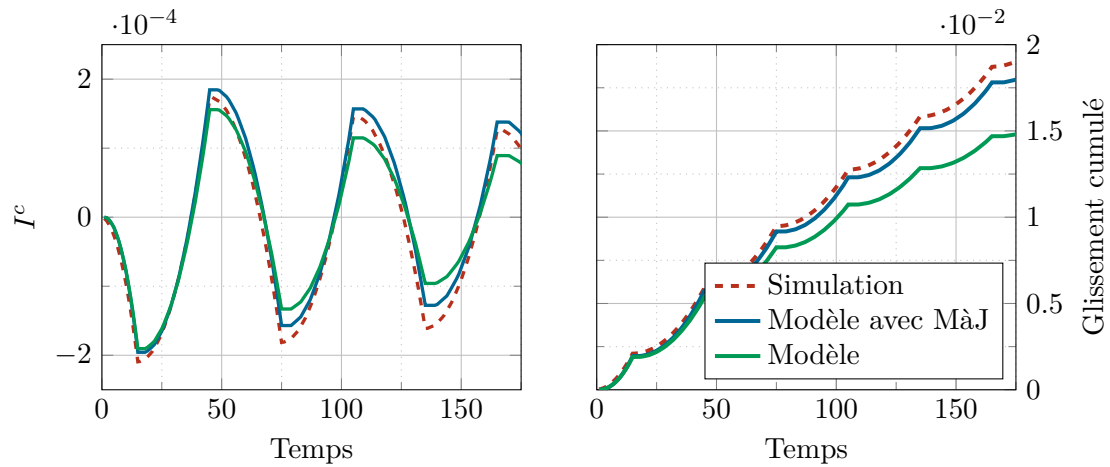


FIGURE 3.22 – Évolution du glissement lors d'un cycle de chargement avec coefficient de frottement variable.

férentes soumises à des conditions de chargements complexes. Pour illustrer ça, le contact ellipsoïde/plan a été choisi.

L'ellipsoïde présente une plage de rayons de courbure, du rayon maximum  $R_2$  au niveau du grand axe au rayon minimum  $R_1$  selon le petit axe, l'aire de contact sera elliptique (cf. FIGURE 3.23). Par conséquent, la courbure évoluera en fonction de la portion du front de contact étudiée. De plus, l'aire de contact n'étant pas uniforme, le cisaillement, la pression de contact et par conséquent les facteurs d'intensité évolueront le long du front de contact.

On est donc sur un contact que l'on peut considérer comme complexe, car à la fois la géométrie et le chargement évoluent en fonction de l'endroit considéré. Cet exemple permet donc d'illustrer comment appliquer la méthode sur un contact complexe que l'on peut trouver dans l'industrie par exemple.

### 3.5.1 Méthodologie

L'hypothèse importante dans la suite est que la courbure du front de contact est considérée comme faible, ce qui permet de discrétiser le front de contact en segment assimilés à un contact localement à front droit. On suppose donc que le front est rectiligne et qu'il peut être approximé localement à un contact cylindre/plan. Cette hypothèse peut être remise en question lorsque le glissement partiel est très important.

Le front de contact est considéré comme rectiligne par morceau (cf. FIGURE 3.23). Ainsi, sur chaque segment du front de contact considéré comme rectiligne :

- On recherche le plan perpendiculaire à celui-ci dans lequel on extrait le champ de déplacements.
- On calcule les facteurs d'intensité linéaires  $I_I$ ,  $I_{II}$  et  $I_{III}$  en appliquant la méthode

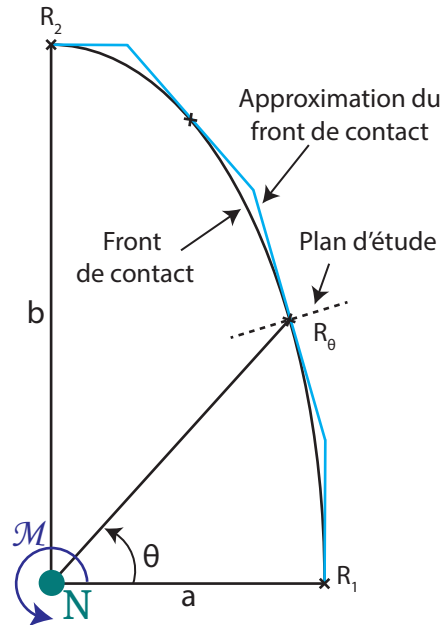


FIGURE 3.23 – Représentation schématique du quart de l'aire de contact entre un ellipsoïde et un plan

présentée dans le [CHAPITRE 2.5.2.3](#).

- Avec le modèle incrémental dont les coefficients ont été préalablement identifiés sur une simulation cylindre/plan, on peut avoir une estimation du déplacement du front de contact (cf. [CHAPITRE 3.3](#)) et de l'intensité du glissement partiel présent (cf. [CHAPITRE 3.2](#)).

En appliquant cette méthode sur l'ensemble des segments du front de contact, on peut alors avoir le comportement global du contact complexe.

### 3.5.2 Application au cas ellipsoïde/plan

De par les symétries du problème, seul un quart de l'aire de contact est étudié. Pour un contact ponctuel quelconque, la théorie de [Hertz \[1882\]](#) donne les dimensions des deux axes principaux de l'ellipse de contact :

$$a = \alpha \sqrt[3]{\frac{3N}{2E^* (1/R_1 + 1/R_2)}} \quad (3.29)$$

$$b = \beta \sqrt[3]{\frac{3N}{2E^* (1/R_1 + 1/R_2)}} \quad (3.30)$$

Avec  $R_1$  et  $R_2$  les rayons de courbure principaux de l'ellipsoïde et  $\alpha$  et  $\beta$  des coefficients dépendant de la géométrie de l'ellipsoïde, obtenue à partir d'abaque (cf. Inglebert *et al.* [2011]). De plus, lorsqu'on se place en dehors des axes principaux, le rayon de courbure est donné par la relation suivante :

$$R = \left( \frac{\cos^2 \theta}{R_1} + \frac{\sin^2 \theta}{R_2} \right)^{-1} \quad (3.31)$$

### 3.5.2.1 Déplacement du front de contact

Pour valider le déplacement du front de contact, uniquement un chargement normal variable est appliqué sur l'ellipsoïde et on regarde le déplacement du front dans les deux axes principaux de l'ellipse de contact.

**Rq. 3.5.1.** *Par simplicité, uniquement les axes principaux ont été étudiés, car, suivant ces directions, le plan d'étude (normal au front de contact) ne bouge pas.*

La FIGURE 3.24 compare les déplacements obtenus par le modèle avec ceux issus de la simulation et de la théorie. Suivant les deux axes, le modèle est très proche de la théorie. On peut noter que le gain par rapport à la simulation est surtout présent suivant le petit axe ( $\theta = 0^\circ$ ) où le nombre d'éléments est faible. De plus, le modèle permet d'avoir un déplacement du front continu et de bien représenter les extrémums.

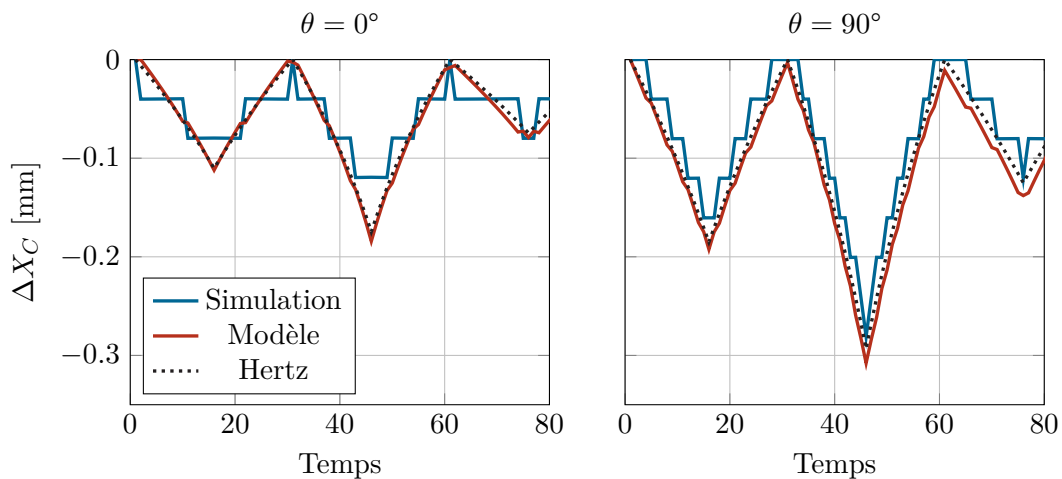


FIGURE 3.24 – Comparaison entre un calcul par éléments finis avec une taille de mailles de  $30 \mu\text{m}$ , la théorie de Hertz et le modèle incrémental du déplacement du front de contact suivant les axes principaux de l'ellipse de contact.

### 3.5.2.2 Prédiction de la zone en glissement partiel

Cette fois-ci, l'effort normal est constant, mais un moment variable est appliqué suivant la direction normale au contact (cf. FIGURE 3.23). Cela permet d'avoir un chargement en mode III (mais avec une amplitude différente) dans les axes principaux et un chargement mixte II+III en dehors. La méthode est appliquée pour 9 positions différentes ( $\theta = 0, 10, 20, 30, 45, 60, 70, 80, 90^\circ$ ).

La FIGURE 3.24 compare la taille de la zone en glissement partiel issue d'une simulation avec un maillage grossier et d'une avec un maillage relativement fin considérée comme la référence, ainsi que celle obtenue par le modèle appliqué sur le maillage grossier.

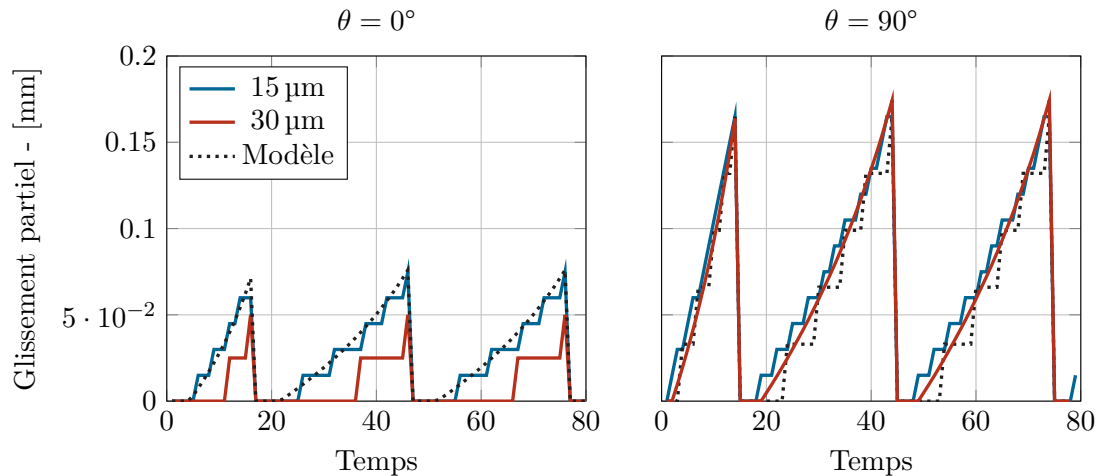


FIGURE 3.25 – Comparaison entre des calculs par éléments finis avec des tailles de mailles de  $15\ \mu\text{m}$  et  $30\ \mu\text{m}$  et le modèle incrémental de la taille de la zone en glissement partiel suivant les axes principaux de l'ellipse de contact.

On remarque que suivant le grand axe, le modèle est assez proche des deux simulations. Par contre, suivant le petit axe, l'écart entre le modèle et la simulation grossière est assez important, mais le modèle reste toujours proche de la simulation fine.

En connaissant la taille du contact et celle de la zone en glissement pour 9 positions différentes, on peut, par interpolation, obtenir la frontière entre la zone adhérente et en glissement. La FIGURE 3.26 montre cette frontière superposée à la surface de contact issue de la simulation fine pour deux instants de chargement différent. On peut noter que même hors des axes principaux, les résultats obtenus sont cohérents.

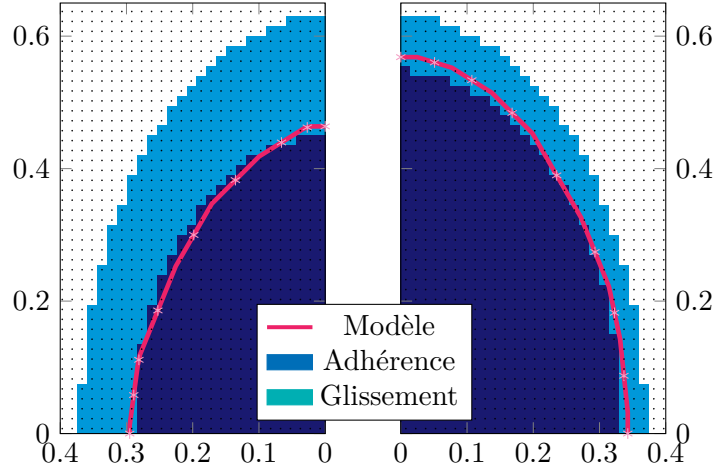


FIGURE 3.26 – Frontière entre la zone adhérente et la zone en glissement.

### 3.5.2.3 Estimation de l'énergie dissipée

Une fois que tous les facteurs d'intensité ont été déterminés, on peut avoir une estimation de l'énergie dissipée par frottement sur l'ensemble du contact.

À partir de l'ÉQUATION 2.44, on peut calculer l'incrément d'énergie dissipée par unité de longueur  $\delta\tilde{e}_{ds}(t)$  durant un pas temps sur chaque segment de front de longueur  $l_s$ .

$$\delta\tilde{e}_{ds} \propto K_{iII} I_{II} dI_{II}^c + K_{iIII} I_{III} dI_{III}^c \quad (3.32)$$

Avec  $K_{iII}$  et  $K_{iIII}$  des constantes liées à l'intégration des champs de référence sur la surface de contact.

En sommant, les incréments d'énergie dissipée sur chaque portion de front de contact, on arrive à l'énergie dissipée sur l'ensemble du contact.

$$\Delta\tilde{E}_d = \sum_{s=1}^{N_s} \delta\tilde{e}_{ds} l_s \quad (3.33)$$

En traçant l'énergie dissipée calculée à partir des facteurs d'intensité en fonction de celle issue d'Abaqus (cf. FIGURE 3.27), une tendance linéaire se dégage montrant ainsi que la grandeur  $\tilde{E}_d$ , exprimée en fonction des facteurs d'intensité, est bien proportionnelle à l'énergie dissipée dans l'ensemble du contact.

On peut aussi remarquer que le coefficient de proportionnalité obtenu n'est pas le même que celui du CHAPITRE 2.2.4. On peut expliquer cela par le fait que le maillage utilisé est assez grossier, par conséquent la valeur de l'énergie obtenue n'est pas convergée. Mais, lorsque le glissement est faible, on a toujours tendance à sous-estimer l'énergie dissipée.

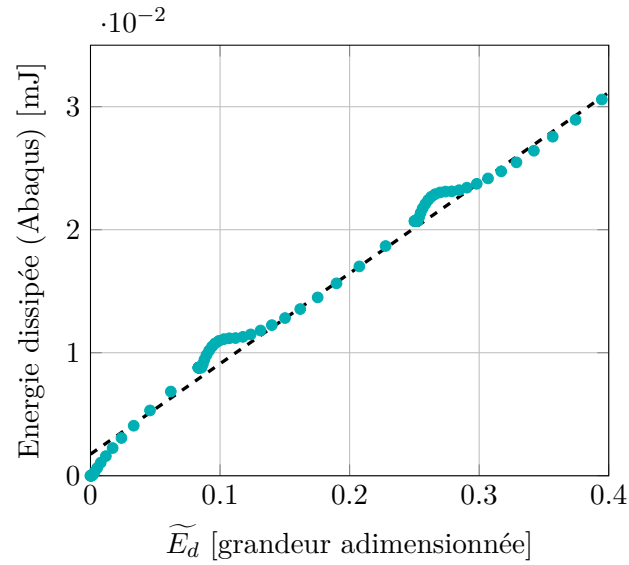


FIGURE 3.27 – Évolution de l'énergie dissipée en fonction de celle estimée par les facteurs d'intensité.

### 3.5.3 Cas particulier : sphère/plan

Afin de pouvoir comparer la zone en glissement partiel avec des résultats analytiques, on peut aussi s'intéresser au contact sphère/plan qui est un cas particulier du contact précédent où l'ellipsoïde possède un seul rayon de courbure  $R_1 = R_2 = R$

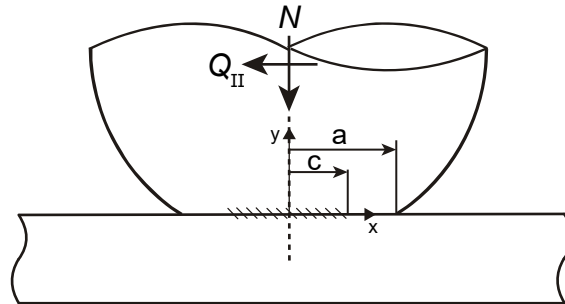


FIGURE 3.28 – Représentation schématique d'un contact sphère/plan.

Pour un contact sphère/plan soumis à du fretting (cf. FIGURE 3.28), l'aire de contact est circulaire de rayon  $a$  :

$$a = \sqrt[3]{\frac{3NR}{4E^*}} \quad (3.34)$$

Concernant la zone adhérente, d'après Cattaneo [1938], Mindlin [1989], Mindlin et Deresiewicz [1989], elle a aussi une forme circulaire de rayon  $c$  :

$$c = a \sqrt[3]{1 - \frac{Q}{\mu N}} \quad (3.35)$$

Si on s'intéresse uniquement à la zone de contact et la zone adhérente, le problème présente une symétrie de révolution. Par conséquent, on étudiera uniquement le déplacement du front et le glissement apparaissant dans le plan (x-y)

Dans la première simulation, on applique uniquement un effort normal variable afin de comparer le déplacement du front obtenu par éléments finis et celui prédit par le modèle incrémental. La FIGURE 3.29 compare le déplacement du front de contact obtenu par éléments finis avec un maillage très grossier (100  $\mu\text{m}$ ) et fin (20  $\mu\text{m}$ ), le déplacement obtenu par la théorie de Hertz et celui issu du modèle incrémental appliqué sur la simulation grossière (100  $\mu\text{m}$ ). On peut noter que la simulation grossière ne permet pas de décrire le déplacement du front de contact, tandis que la simulation fine donne des résultats beaucoup plus précis même si le maillage nécessiterait d'être encore plus fin. Le modèle incrémental, basé sur la simulation grossière, permet quant à lui de plutôt bien décrire le déplacement, dans ce cas là, il est même plus précis que la simulation fine alors qu'on a utilisé un maillage 4 fois plus grossier.

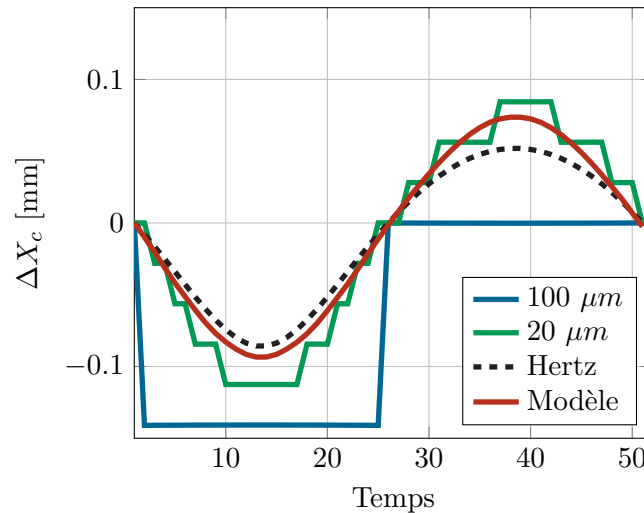


FIGURE 3.29 – Comparaison entre des calculs par éléments finis avec des tailles de mailles de 20  $\mu\text{m}$  et 100  $\mu\text{m}$ , la théorie de Hertz et le modèle incrémental du déplacement du front de contact lors d'un chargement normal variable.

Dans la deuxième simulation, on applique un effort normal constant avec un effort tangentiel  $Q_{II}$  sinusoïdal. Comme précédemment, on remarque sur la FIGURE 3.30 que la simulation grossière ne permet pas de représenter avec précision le glissement partiel contrairement à la simulation fine. Tandis que le modèle incrémental basé sur la simulation grossière permet de représenter bien plus précisément le glissement.

**Rq. 3.5.2.** *On peut toutefois noter que lorsque le glissement est faible, le modèle n'est pas*

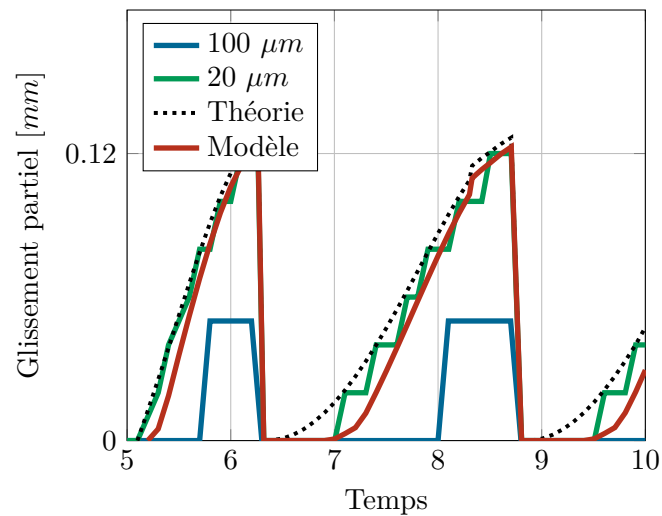


FIGURE 3.30 – Comparaison entre des calculs par éléments finis avec des tailles de mailles de  $20\ \mu\text{m}$  et  $100\ \mu\text{m}$ , le calcul analytique et le modèle incrémental de la taille de la zone en glissement partiel au cours d'un cycle de fretting.

*capable de le représenter correctement. Cela vient du fait que lorsque la zone d'étude est trop grande par rapport à la zone en glissement partiel, les facteurs d'intensité complémentaires ne permettent pas de la représenter avec précision (cf. CHAPITRE 2.3.2) et que le modèle a été identifié afin de représenter correctement l'évolution des facteurs d'intensités complémentaires.*

À travers le contact ellipsoïde/plan, on a pu voir que le modèle de prédiction du glissement et de déplacement du front pouvait s'appliquer sur des géométries plus complexes et pas uniquement sur un contact cylindre/plan. De plus, les résultats montrent qu'avec des maillages assez grossiers, on peut arriver à des résultats aussi précis que ceux obtenus avec des maillages deux fois plus fins.

## 3.6 Influence du maillage

Dans le CHAPITRE 2.6.2, on avait vu que les facteurs d'intensité complémentaires, extraits des calculs par éléments finis, étaient très influencés par le nombre d'éléments dans le contact. Par conséquent, on ne pouvait avoir des valeurs précises qu'avec un nombre d'éléments importants et des temps de calcul très longs.

La FIGURE 3.31 montre l'influence du nombre d'éléments dans le contact (cylindre/plan soumis à un chargement de type « S ») sur les facteurs d'intensité complémentaires prédits maintenant à l'aide du modèle incrémental. On considère la solution de référence comme étant la simulation avec 50 éléments dans le demi-contact.



En regardant l'écart entre les facteurs complémentaires prédit par le modèle  $\tilde{I}^c$  avec les facteurs complémentaires issus de la simulation de référence, on observe un écart constant pour un nombre d'éléments compris entre 15 et 50. Cela vient du fait que le modèle se base sur les facteurs linéaires qui sont très peu dépendants du nombre d'éléments dans le contact.

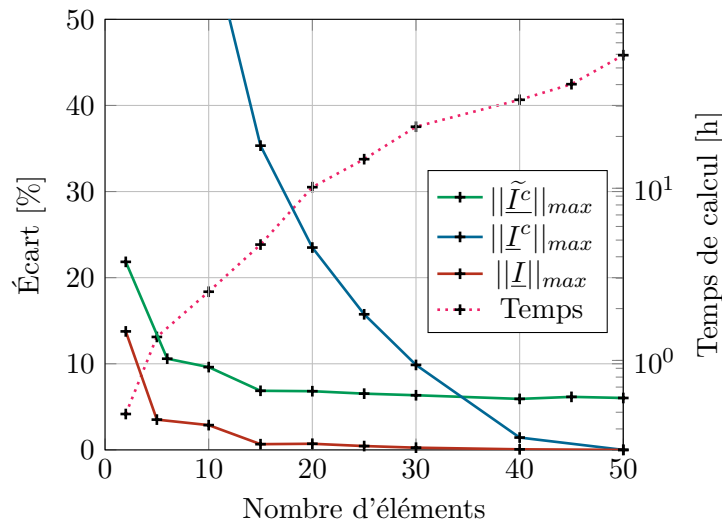


FIGURE 3.31 – Influence du nombre d'éléments dans le demi-contact sur les facteurs d'intensité et le temps de calcul.

En s'intéressant au temps de calcul, pour avoir une erreur de 6% sur les facteurs d'intensité complémentaires, il faut environ 35 éléments dans le demi-contact et 30 h de calcul si on cherche à les déterminer par éléments finis. En utilisant le modèle, on peut utiliser uniquement 15 éléments et avoir un temps de calcul de 4h, soit un gain de temps d'un facteur supérieur à 7.

Avec le modèle incrémental, on va être capable d'estimer le glissement partiel et le déplacement du front de contact sans être dépendant de la taille du maillage. Cependant, ce modèle sera toujours moins précis qu'une simulation avec un maillage fin, mais il permet d'avoir des temps de calcul bien plus courts.

### 3.7 Conclusion partielle

Dans un premier temps, un modèle, décliné des modèles d'écrouissage existants en plasticité, a été formulé afin de prédire les facteurs d'intensité complémentaires du contact à partir des facteurs linéaires du contact et pouvoir estimer le glissement apparaissant dans un contact soumis à du fretting-fatigue. Puis une loi dérivée de la théorie de Hertz a été identifiée pour décrire l'évolution du front de contact en fonction de la variation du facteur d'intensité linéaire associé au mode I. Ces modèles ont été identifiés pour une

configuration cylindre/plan et ont été testés puis validés avec des chargements complexes et non proportionnels, ainsi qu'avec des paramètres matériaux variables.

Puis dans un deuxième temps, le modèle a été utilisé sur un contact complexe (ellipsoïde/plan) en supposant que localement le front de contact était rectiligne et pouvait être considéré comme un contact cylindre/plan. Au vu des écarts assez faibles entre les résultats issus de la simulation et ceux prédits par le modèle, cela a permis de définir la méthodologie à appliquer dans le cadre d'un contact tridimensionnel complexe.

Enfin, l'intérêt du modèle lorsque les maillages ne sont pas assez fins a été montré. En effet, grâce à la faible influence du maillage sur les facteurs d'intensité linéaires du contact, le modèle est capable de prédire les facteurs d'intensité complémentaires (et donc le glissement) ainsi que le déplacement du front de contact même quand le maillage est trop grossier pour donner des grandeurs précises.



# Prédiction de l'amorçage de fissure en fretting-fatigue

*A partir de la modélisation présentée précédemment, ce chapitre montrera comment utiliser les facteurs d'intensité afin de prédire la durée de vie à amorçage en fretting-fatigue pour des chargements complexes.*

---

**Sommaire**

---

<b>4.1</b>	<b>Contexte</b>	<b>119</b>
<b>4.2</b>	<b>Dispositif expérimental</b>	<b>119</b>
<b>4.3</b>	<b>Méthodologie</b>	<b>120</b>
<b>4.4</b>	<b>Critère d'amorçage</b>	<b>120</b>
4.4.1	Critère tribologique	121
4.4.2	Critère énergétique	121
4.4.3	Critère volumique	121
4.4.4	Autres	122
<b>4.5</b>	<b>Cylindre/Plan</b>	<b>122</b>
4.5.1	Fretting pur	122
4.5.2	Effet de la fatigue	129
<b>4.6</b>	<b>Effet de la géométrie des pièces en contact</b>	<b>137</b>
4.6.1	Cylindre/Plan	137
4.6.2	Pion/Plan	137
4.6.3	Sphère/Plan	140
4.6.4	Validation	141
<b>4.7</b>	<b>Cumul spatial</b>	<b>143</b>
4.7.1	Modélisation	144
4.7.2	Expérience	144
<b>4.8</b>	<b>Extension du critère en 3D</b>	<b>146</b>
<b>4.9</b>	<b>Conclusion partielle</b>	<b>149</b>

---

## 4.1 Contexte

Dans les parties précédentes, une description non locale des problèmes de fretting-fatigue, basée sur un jeu de facteurs d'intensité, permettant de prendre en compte les effets de gradients, a été présentée. Couplée à une approche incrémentale, cela rend possible l'accès, avec des maillages grossiers, à des quantités d'intérêts nécessitant habituellement un maillage assez fin et des temps de calcul plutôt conséquents.

Dans cette partie, on regardera comment, à partir de ces facteurs non locaux permettant de décrire précisément le champ de vitesses, on peut mettre en place un critère d'amorçage de fissure, qui soit utilisable dans des conditions de chargements complexes.

## 4.2 Dispositif expérimental

Une représentation simplifiée d'un essai réalisé sur une machine double vérins est présentée [FIGURE 4.1](#). Un effort normal est appliqué sur le patin. Cet effort est repris par un roulement (positionné en vis à vis du patin) afin de ne pas introduire de flexion dans l'éprouvette. De plus, l'utilisation d'un roulement permet de ne pas créer de cisaillement au niveau du contact, ainsi les fissures s'amorceront uniquement au niveau du patin. Un effort tangentiel est appliqué sur l'ensemble patin + roulement afin de créer un effort de fretting. Une force de fatigue peut potentiellement être appliquée sur l'éprouvette.

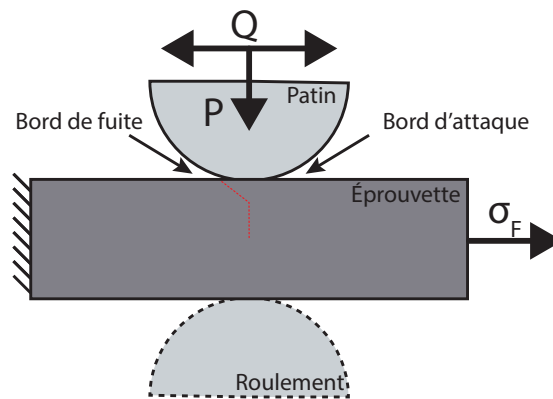


FIGURE 4.1 – Schéma d'un essai de fretting-fatigue.

Lors d'un essai de fretting pur, les deux bords du contact sont sollicités symétriquement. Par conséquent, un seul côté sera étudié. Lorsqu'on rajoute une force de fatigue (en phase avec la force de fretting), le problème n'est plus symétrique et le cisaillement sera maximum au niveau du bord de fuite, c'est ce côté qui sera étudié pour déterminer la durée de vie à amorçage.

### 4.3 Méthodologie

Pour pouvoir prédire la durée de vie, des critères d'amorçage ont été définis et la méthodologie suivante a été appliquée.

Pour chaque essai considéré, la simulation a été réalisée puis post-traitée afin d'extraire les facteurs d'intensité. On a donc, d'un côté, les facteurs d'intensité linéaires représentant l'effort normal ( $I_I$ ) et les efforts tangentiels ( $I_{II}$ ,  $I_{III}$ ) et, de l'autre, les facteurs d'intensité complémentaires représentant l'incrément de glissement ( $dI_{II}^c$ ,  $dI_{III}^c$ ) prédit à partir du modèle incrémental, dont les coefficients ont été définis pour chaque matériau.

Pour chaque essai la valeur du critère d'amorçage est calculée sur un cycle, puis multipliée par le nombre de cycles à amorçage, et enfin ces valeurs sont moyennées sur l'ensemble de la matrice d'essais afin de ne pas privilégier un essai plutôt qu'un autre. C'est cette valeur critique du critère qui sera utilisée afin de prédire la frontière d'amorçage.

Pour les essais de fretting pur, on considèrera l'effort normal comme connu et on cherchera la valeur de l'effort tangential ( $I_{II}$ ) nécessaire pour obtenir la valeur critique du critère à amorçage. Tandis que pour les essais de fretting-fatigue où le nombre de cycles à amorçage varie, à partir du critère calculé sur un cycle, on cherchera le nombre de cycles nécessaire pour obtenir la valeur critique du critère à amorçage.

### 4.4 Critère d'amorçage

Deux types de facteurs d'intensité ont été définis. Les facteurs linéaires, associés aux champs de référence issue de la mécanique de la rupture, analogue aux facteurs d'intensité des contraintes qui permettent de décrire l'intensité du chargement et des contraintes subits par le contact. Et les facteurs complémentaires qui représentent le glissement qui apparaît au niveau du front de contact.

A partir de ces deux types de variables, on peut définir des critères de la forme :

$$C(x, t) = \int_t f(I_*(t)) F(\phi_*(x)) dt \quad (4.1)$$

Avec  $f$  une fonction dépendant des facteurs d'intensité et  $F$  des champs de référence. Les critères sont définis en tous points de la surface de contact. Or comme les facteurs d'intensité dépendent uniquement du temps et les champs de référence, lorsque l'effort normal est fixe, ne dépendent que de l'espace, on peut écrire :

$$C(x, t) = F(\phi_*) \int_t f(I_*) dt \quad (4.2)$$

Dans un premier temps, les chargements avec un effort normal constant et donc un front de contact fixe seront considérés. Par conséquent, on se contentera de cumuler le critère uniquement au niveau de la zone la plus sollicitée : le front de contact

Or en s'intéressant à ce qu'il se passe au niveau du front de contact ( $x = 0$  dans le repère centré sur le front de contact),  $F(\phi_*(0))$  peut être vu comme une constante multiplicative. On arrive donc à une expression simplifiée des critères lorsque le front de contact est fixe :

$$C(t) \propto \int_t f(I_*) dt \quad (4.3)$$

Les critères suivants ont été formulés à partir des facteurs d'intensité représentant le chargement et le glissement. Cependant, les essais expérimentaux étant uniquement des essais avec des forces de fretting et de fatigue dans le plan, les critères seront uniquement exprimés en deux dimensions en fonction de  $I_I$ ,  $I_{II}$  et  $I_{II}^c$ .

#### 4.4.1 Critère tribologique

Le premier critère considéré est basé sur le glissement au niveau du contact. On considère que le frottement des deux surfaces l'une contre l'autre suffira à amorcer les fissures. Pour cela on cumulera temporellement  $dI_{II}^c$  qui représente l'incrément de glissement au niveau du front de contact.

$$C_{TB} \propto \int_t |dI_{II}^c| dt \quad (4.4)$$

#### 4.4.2 Critère énergétique

Ce critère est basé sur l'énergie dissipée dans le contact par frottement. L'énergie dissipée étant définie comme le cisaillement multiplié par le glissement. Avec les variables non locales définies précédemment, le cisaillement représenté par  $I_{II}$  est multiplié par l'incrément de glissement  $dI_{II}^c$ . Ce critère est une déclinaison du premier paramètre de Ruiz (cf. [CHAPITRE 1.4.2.2](#)).

$$C_{ED} \propto \int_t |I_{II} dI_{II}^c| dt \quad (4.5)$$

#### 4.4.3 Critère volumique

Le dernier critère formulé décline la loi d'Archard (présentée [CHAPITRE 1.3.2.2](#)) utilisée pour décrire l'usure abrasive et définissant le volume usé comme proportionnel à l'effort normal ( $I_I$ ) multiplié par la longueur de glissement ( $dI_{II}^c$ ).

$$C_V \propto \int_t |I_I dI_{II}^c| dt \quad (4.6)$$



#### 4.4.4 Autres

Seulement trois critères ont été définis, cependant on peut en imaginer d'autres, basés sur les facteurs d'intensités définis dans cette thèse, en fonction des phénomènes physiques qu'on souhaite privilégier pour définir l'amorçage. Certains critères largement utilisés en fretting-fatigue tel que le deuxième paramètre de Ruiz ainsi que les critères de Crossland ou Dang Van ne seront pas étudiés.

Le deuxième paramètre de Ruiz prend en compte la contrainte de fatigue maximale  $\sigma$ , avec la modélisation choisie, il n'est pas possible de différencier la contribution de la fatigue et du fretting dans le facteur d'intensité  $I_{II}$ . Pour le prendre en compte, on pourrait envisager de réintroduire le facteur d'intensité  $I_{\sigma}$  caractéristique de la fatigue (cf. CHAPITRE 2.4). Pour les critères de Crossland ou Dang Van, il faudrait définir les valeurs  $I_{II}^{moyen}$  et  $I_{II}^{max}$  pour chaque cycle et travailler de façon incrémentale par cycle. Ici, on a fait le choix de travailler de façon incrémentale sur chaque pas de temps afin d'approximer le chargement le moins possible.

## 4.5 Cylindre/Plan

Dans cette partie, la méthodologie définie précédemment sera appliquée dans des configurations de fretting-fatigue sur un contact cylindre/plan afin de voir comment se comportent les critères définis pour prédire l'amorçage et la durée de vie. L'effort normal étant constant, on considérera uniquement ce qui se passe au niveau du front de contact fixe au cours du temps.

### 4.5.1 Fretting pur

Dans un premier temps, on se consacre à l'amorçage en fretting pur. L'objectif étant de vérifier si les critères définis précédemment permettent de prendre en compte l'effet de gradient et de prédire correctement les frontières d'amorçage.

#### 4.5.1.1 Effet de l'effort normal

On commencera par regarder l'influence de l'effort normal sur la prédiction de l'amorçage. À partir des essais réalisés par Proudhon *et al.* [2005] (cf. TABLEAU 4.1) sur de l'Al2024 où la détection de la fissuration a été faite par observation optique à 50000 cycles, les trois critères sont utilisés afin de prédire les frontières d'amorçage. Uniquement les essais de 2 à 9 ont été utilisés pour déterminer les valeurs des critères, car l'essai 1 présente un rapport  $\frac{Q}{\mu N} > 1$ . Par conséquent, un régime de glissement total a pu apparaître

durant l'essai ce qui correspond aux limites de cette approche.

Matériau	$E$ [MPa]	$\nu$	$\mu$
Al2024	72000	0.33	1.1

Essais	$R$ [mm]	$p_0$ [MPa]	$Q/\mu N$
1		246	1.02
2		268	0.74
3		289	0.68
4*	49	318	0.55
5		344	0.47
6*		384	0.37
7		420	0.31

\* Données interpolées

TABLE 4.1 – Données expérimentales pour de l'Al2024 obtenues par Proudhon *et al.* [2005].

Les résultats obtenus sont présentés sur la FIGURE 4.2 dans le diagramme non local. On peut remarquer que le critère tribologique ( $C_{TB}$ ) et celui d'énergie dissipée ( $C_{ED}$ ) ne semblent pas modéliser correctement l'effet de l'effort normal sur la durée de vie à amorçage, car pour des valeurs de  $I_I$  inférieure à 7, ils sous-estiment l'effort nécessaire alors que quand  $I_I$  est supérieur à 7, ils le surestiment. Tandis que le critère volumique ( $C_V$ ) semble correctement modéliser la tendance aussi bien pour les fortes ou faibles valeurs de  $I_I$

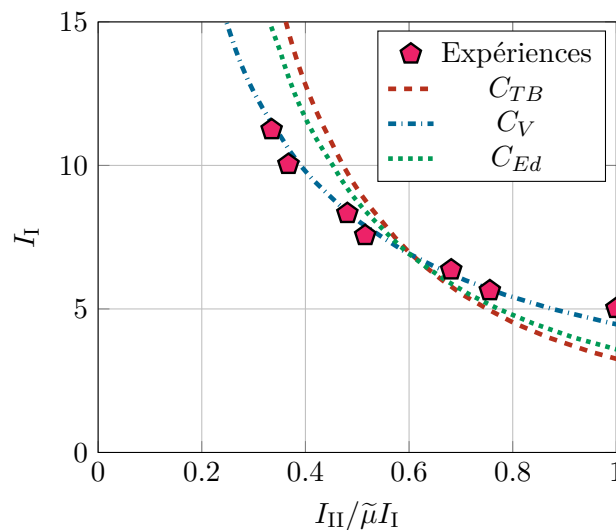


FIGURE 4.2 – Prédiction de la frontière d'amorçage pour de l'Al2024.

La frontière d'amorçage obtenue avec le critère volumique dans le diagramme local est présentée sur la FIGURE 4.3. Les incertitudes sur le cisaillement nécessaire à l'amorçage

sont mise en comparaison avec les écarts obtenus par le critère. Les deux sont du même ordre de grandeur, on peut donc en conclure que le critère volumique est capable de bien prédire l'effet de l'effort normal sur la frontière d'amorçage.

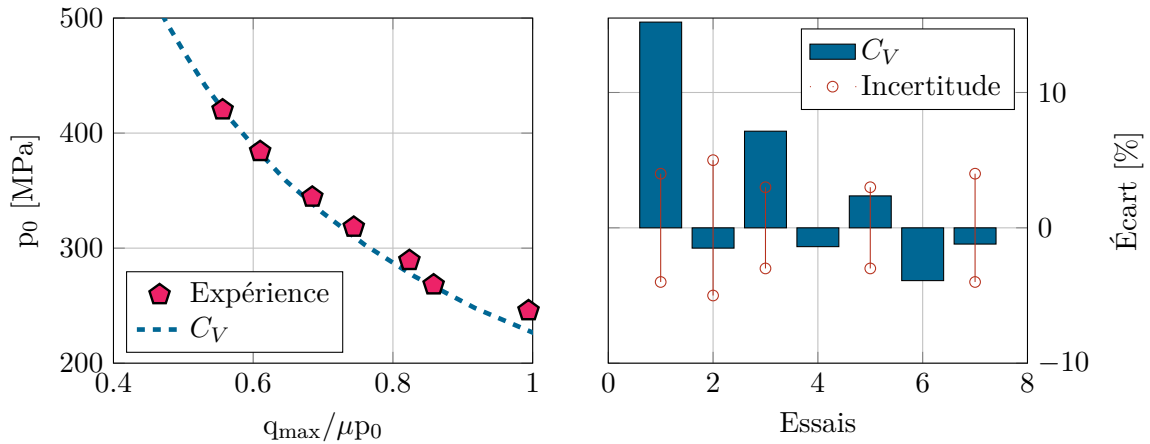


FIGURE 4.3 – Frontière d'amorçage et incertitude pour l'Al2024.

#### 4.5.1.2 Effet du gradient

Cette fois-ci, on regardera l'effet du rayon de cylindre en contact sur la prédiction de la frontière d'amorçage. Comme précédemment, l'amorçage ou non de l'éprouvette a été détecté par microscopie optique après essais.

**35NiCrMo16** Le premier matériau testé est un acier faiblement allié (35NiCrMo16). Les données expérimentales pour un amorçage (fissure de  $10\ \mu\text{m}$ ) à  $10^6$  cycles sont données dans le TABLEAU 4.2. Trois rayons de courbure et trois pressions de contact ont été testés.

Les résultats obtenus avec les trois critères dans le diagramme non local sont présentés dans la FIGURE 4.4. Le critère volumique ( $C_V$ ) semble mieux prédire la frontière en restant proche des points expérimentaux pour toutes valeurs de  $I_1$ . Tandis que pour les critères tribologique ( $C_{TB}$ ) ou d'énergie dissipée ( $C_{ED}$ ), il existe une valeur de  $I_1$  à partir de laquelle les critères vont passer d'une sous-estimation de l'effort tangentiel nécessaire, à une surestimation.

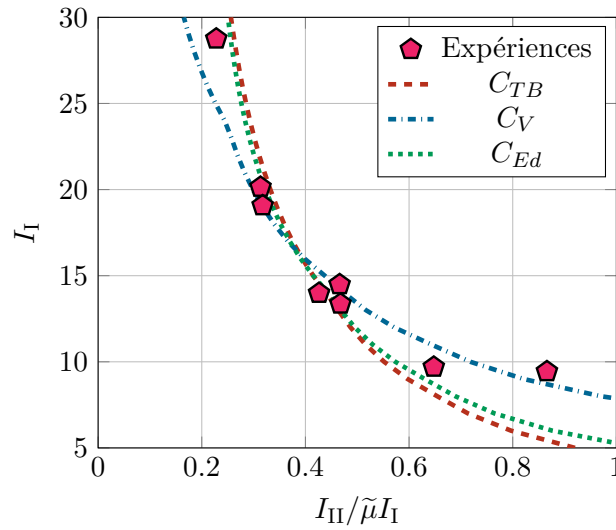


FIGURE 4.4 – Prédiction de la frontière d’amorçage en fretting pur pour du 35NiCrMo16.

Matériau	$E$ [MPa]	$\nu$	$\mu$
35NiCrMo16	205000	0.3	0.8

Essais	$R$ [mm]	$p_0$ [MPa]	$Q/\mu N$
1		600	0.49
2	80	800	0.36
3		1000	0.29
4		600	0.80
5	40	800	0.46
6		1000	0.38
7		800	0.66
8	20	1000	0.46

TABLE 4.2 – Données expérimentales pour du 35NiCrMo16 réalisées par Fouvry *et al.* [2014].

**Ti6Al4V** Le deuxième matériau testé est un alliage de titane. Les données expérimentales pour un amorçage (fissure de  $10\ \mu\text{m}$ ) à  $10^5$  cycles sont données dans le TABLEAU 4.3. Trois rayons de courbure et trois pressions de contact ont été testés.

Les résultats obtenus avec les trois critères dans le diagramme non local sont présentés dans la FIGURE 4.5. On observe un peu plus de dispersion que précédemment, mais les points expérimentaux restent toujours plus proches de la courbe obtenue en utilisant le critère volumique ( $C_V$ ).

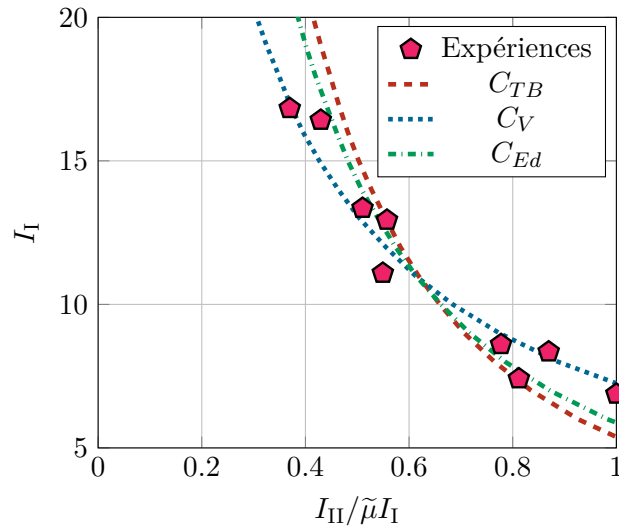


FIGURE 4.5 – Prédiction de la frontière d'amorçage en fretting pur pour du Ti-6Al-4V.

Matériau	$E$ [MPa]	$\nu$	$\mu$
Ti-6Al-4V	119400	0.286	1

Essais	$R$	$p_0/p_{ref}$	$Q/\mu N$
1		0.75	0.8
2	2R	1.00	0.54
3		1.17	0.42
4		1.00	0.71
5	R	1.17	0.52
6		1.50	0.36
7		1.00	0.99
8	R/2	1.17	0.74
9		1.67	0.49

TABLE 4.3 – Données expérimentales pour du Ti-6Al-4V obtenue par Ferre *et al.* [2013].

**Inconel 718** Le troisième matériau testé est un superalliage base nickel. Trois rayons de courbure et cinq niveaux de pression de contact ont été testés, les données sont présentées dans le TABLEAU 4.4.

Les résultats obtenus avec les trois critères dans le diagramme non local sont présentés sur la FIGURE 4.6. Cette fois-ci, il y a très peu de dispersion, les points expérimentaux sont alignés sur la courbe obtenue avec le critère volumique ( $C_V$ ).

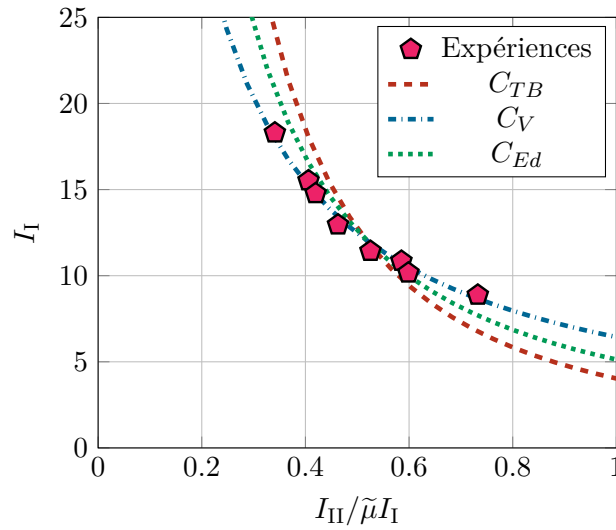


FIGURE 4.6 – Prédiction de la frontière d’amorçage pour de l’Inconel 718 à 50000 cycles.

Matériau	$E$ [MPa]	$\nu$	$\mu$
Inconel 718	74000	0.33	0.75

Essais	$R$ [mm]	$p_0/p_{ref}$	$Q/\mu N$
1	80	1.00	0.99
2		1.25	0.66
3		1.50	0.50
4		1.75	0.40
5	40	1.50	0.76
6		1.75	0.57
7		2.00	0.50
8	20	1.75	0.87
9		2.00	0.71

TABLE 4.4 – Donnés expérimentale pour l’Inconel 718 réalisées par [Amargier et al. \[2010\]](#).

Pour ces essais, une incertitude sur le cisaillement maximum à amorçage est définie. La zone d’incertitude correspondant à la zone entre le premier essai montrant une fissure atteignant une profondeur supérieure à  $5\mu m$  et le premier essai sur lequel on observe une fissure atteignant une profondeur de  $10\mu m$ . La [FIGURE 4.7](#) présente les incertitudes expérimentales et les écarts obtenus avec le critère volumique. On peut donc voir que le critère prédit la frontière d’amorçage avec des écarts, entre l’expérience et la prédiction, qui sont inférieurs à l’incertitude expérimentale.

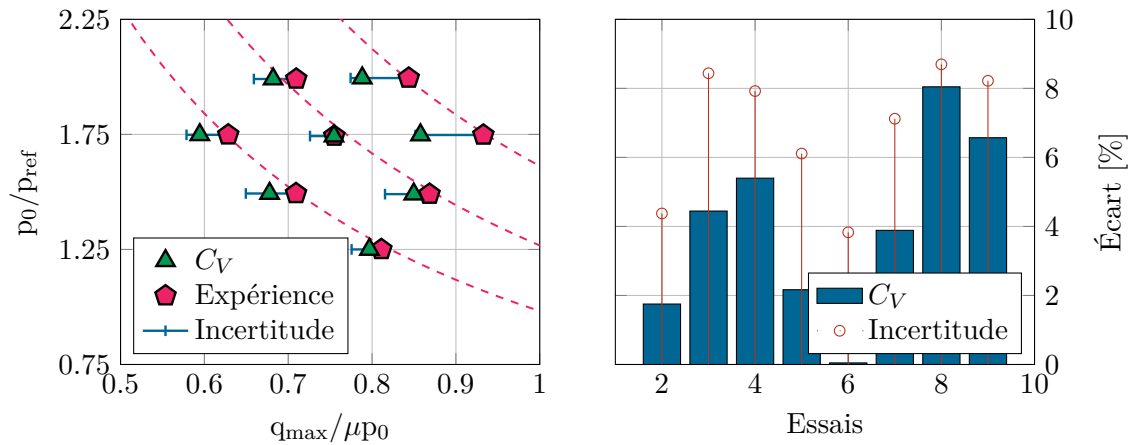


FIGURE 4.7 – Comparaison des écarts obtenus avec le critère volumique et les incertitudes expérimentales.

Amargier *et al.* [2010] a testé différents critères pour prédire la frontière d'amorçage : un critère basé sur Crossland avec prise en compte du gradient de la pression hydrostatique ainsi que le critère SWT moyenné sur un volume variable (Proudhon *et al.* [2005]).

La FIGURE 4.8 présente les écarts obtenus avec ces deux critères ainsi qu'avec le critère volumique. On peut remarquer que la prise en compte du gradient avec le critère volumique est correcte et donne des résultats aussi précis que les deux autres méthodes.

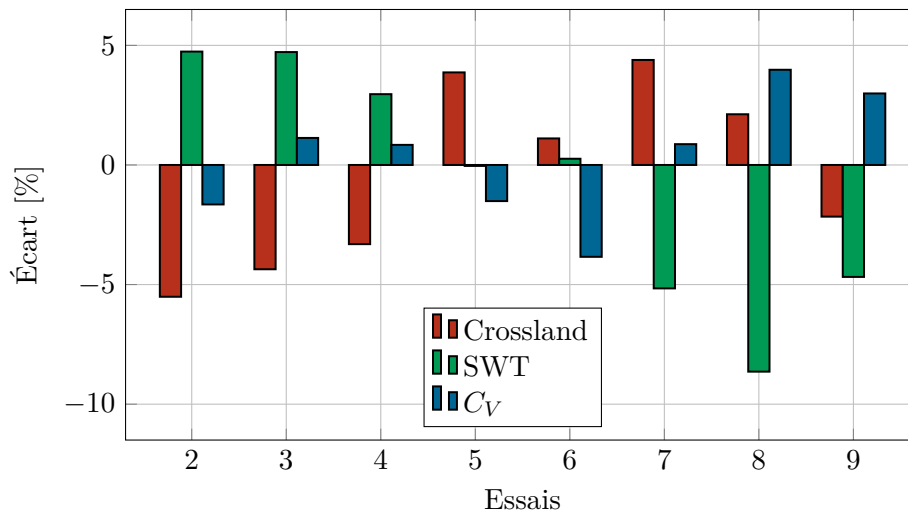


FIGURE 4.8 – Comparaison des résultats obtenus avec le critère volumique et les critères basés sur SWT et Crossland (cf. Amargier *et al.* [2010]).

**Rq. 4.5.1.** Si on s'intéresse uniquement à prédire l'amorçage pour un nombre de cycles donné en fretting pur avec un chargement d'amplitude constante, un critère de type  $I_I - a \frac{I_{II}^b}{\mu I_I} \leq 0$  suffit à décrire les conditions d'amorçage en prenant en compte l'effet de gradient.

### 4.5.2 Effet de la fatigue

Pour regarder l'effet de la fatigue sur la prédiction de la durée de vie, les essais de Hojjati-Talemi *et al.* [2014] sont utilisés. Ces données présentent l'avantage de pouvoir regarder uniquement l'influence d'une force de fatigue en phase avec le fretting, le rayon de contact et l'effort normal restent constants sur toutes les éprouvettes testées. Les données expérimentales sont présentées dans le TABLEAU 4.5.

Matériau					
E [MPa]					
$\nu$					
$\mu$					
Al 2024-T3					
Essais	$R$ [mm]	$p_0$ [MPa]	$Q/\mu N$	$\sigma_F^{max}$ [MPa]	Cycles
1			0.44	155	1 407 257
2			0.53	186	1 105 245
3			0.63	224	358 082
4			0.55	195	419 919
5	50	187	0.55	194	245 690
6			0.94	330	141 890
7			0.91	322	114 645
8			0.76	267	99 607
9			0.90	318	86 647

TABLE 4.5 – Données expérimentales pour l'AL 2024-T3 réalisées par Hojjati-Talemi *et al.* [2014].

Cette fois-ci, les données expérimentales caractérisent la rupture de l'éprouvette. Pour chaque point expérimental, on calcule l'ensemble des critères sur un cycle puis on cherche le nombre de cycles nécessaire pour obtenir la valeur critique du critère. Les résultats sont présentés dans un diagramme logarithmique « Durée de vie calculée - Durée de vie expérimentale ». Si l'estimation est correcte, tous les points doivent être alignés sur la bissectrice. Pour mieux caractériser la dispersion, les droites correspondantes à  $\pm 1$  et  $\pm 2$  durée de vie ont été rajoutées sur le diagramme.

Les résultats obtenus sont présentés sur la FIGURE 4.9. On peut remarquer que les trois critères donnent des résultats comparables. Cependant, les écarts sont plus faibles pour le critère volumique.

La FIGURE 4.10 compare les écarts obtenus avec le critère volumique ( $C_V$ ) et le critère de Hojjati-Talemi *et al.* [2014] basé sur la mécanique de l'endommagement (cf. CHAPITRE 1.4.2.2), on peut s'apercevoir qu'il y a beaucoup plus de dispersion qu'en fretting pur. De plus, dans ce cas-là, le critère basé sur la mécanique de l'endommagement est plus précis, mais contrairement au critère volumique, il prend aussi en compte la propagation. Cependant, les résultats sont du même ordre de grandeur.



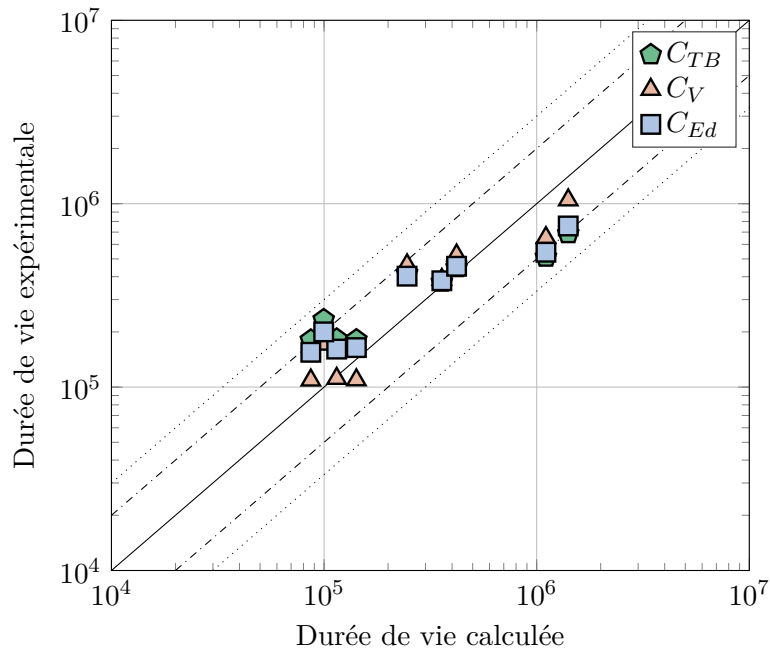


FIGURE 4.9 – Durée de vie prédite avec les trois critères pour l'AL 2024-T3.

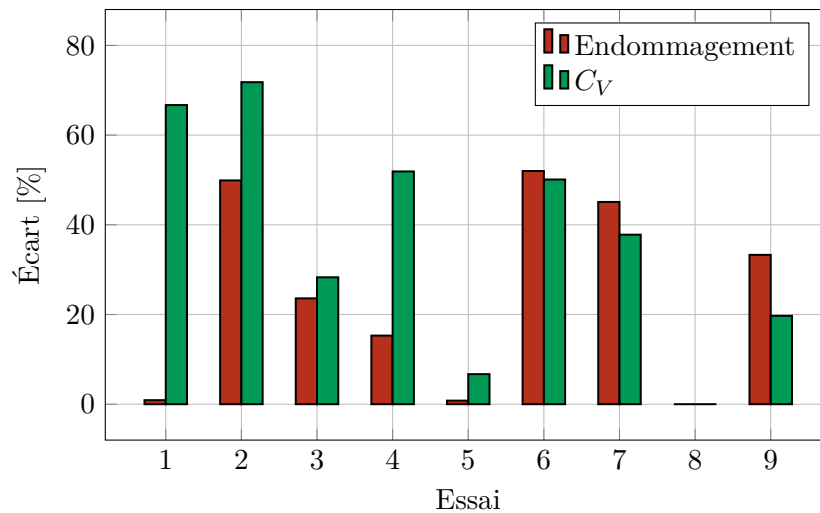


FIGURE 4.10 – Écarts sur la durée de vie prédite avec le critère volumique et celui de Hojjati-Talemi *et al.* [2014].

#### 4.5.2.1 Déphasage

Pour regarder l'influence du déphasage entre la fatigue et le fretting, les essais réalisés par Gaillieue *et al.* [2020] ont été utilisés. Seul le déphasage entre la force de fretting et de fatigue varie, l'effort normal et l'amplitude des forces de fretting et de fatigue ne changent pas. Ces essais ont été réalisés à rupture, cependant comme la force de fatigue ne varie

pas, on supposera que la durée de propagation est la même pour l'ensemble des points expérimentaux. Les paramètres expérimentaux sont présentés dans le TABLEAU 4.6.

Matériau					
	$E$ [MPa]	$\nu$	$\mu$		
Al/4%Cu					
	74000	0.33	0.75		
Essais	$p_0$ [MPa]	$Q/\mu N$	$\sigma_F^{max}$ [MPa]	Déphasage	Cycles
1				0	100000 <sup>1</sup>
2					88000 <sup>1</sup>
3				45	169000 <sup>1</sup>
4	290	0.64	114		144000 <sup>1</sup>
5				90	208000 <sup>1</sup>
6					209000 <sup>2</sup>
7				135	79000 <sup>2</sup>
8					78000 <sup>2</sup>

Amorçage :

<sup>1</sup> Bord d'attaque

<sup>2</sup> Bord de fuite

TABLE 4.6 – Données expérimentales pour l'Al/4%Cu.

On peut noter que, en plus d'une variation de la durée de vie, le déphasage influe sur la localisation de l'amorçage qui peut apparaître sur le bord d'attaque ou sur le bord de fuite.

Pour prendre en compte cette modification de la localisation de l'amorçage, tous les essais ont été simulés puis les facteurs d'intensité et les critères ont été calculés sur le bord d'attaque et le bord de fuite. La FIGURE 4.11 montre le nombre de cycles à amorçage obtenu pour les deux bords du contact, normalisé par rapport au nombre de cycles à amorçage sur le bord de fuite pour un essai en phase, en fonction du déphasage entre la force de fretting et de fatigue. Ces résultats ont été obtenus avec le critère volumique. Cependant, comme l'effort normal ne varie pas et que le rapport de charge est de -1, les trois critères donnent des résultats assez semblables.

On remarque que le critère prédit très bien la durée de vie pour des déphasages de 0, 90 et 135°. Pour 45° de déphasage, l'écart est un peu plus important, mais il reste relativement faible (20 %). Concernant la localisation de l'amorçage, on retrouve bien que pour un déphasage de 90°, la durée de vie du bord d'attaque et du bord de fuite est la même, l'amorçage peut apparaître des deux côtés.

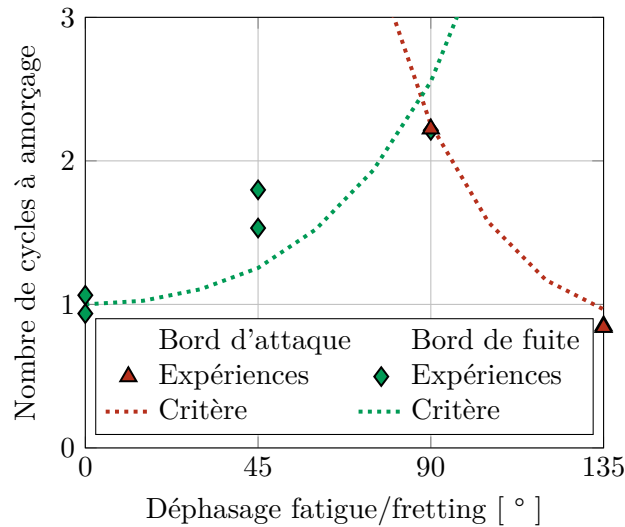


FIGURE 4.11 – Prédiction du nombre de cycles à amorçage en fonction du déphasage.

#### 4.5.2.2 Validation

Précédemment, on s'est intéressé à des campagnes expérimentales faisant varier peu de paramètres en même temps : l'effort normal, le rayon de courbure, la force de fatigue et le déphasage fatigue/fretting. Maintenant, pour valider le critère, on s'intéressera à des campagnes expérimentales importantes faisant varier plusieurs paramètres simultanément ( $N$ ,  $Q$ ,  $R$ ,  $\sigma_F$ ) réalisées par Nowell [1988] et Szolwinski et Farris [1998].

Les essais ont été menés jusqu'à rupture totale des éprouvettes sur deux alliages d'aluminium : de l'Al/4%Cu pour le premier et de l'Al 2024-T351 pour le deuxième dont les constantes d'élasticité sont présentées dans le TABLEAU 4.7. Bien que les alliages d'aluminium utilisés soient différents, les propriétés mécaniques des deux matériaux sont assez proches pour qu'on puisse les considérer comme équivalents et calculer l'amorçage en une seule fois sur l'ensemble des données expérimentales. Ces données sont présentées dans les TABLEAUX 4.8 et 4.9.

Matériau	$E$ [MPa]	$\nu$	$\mu$
Al/4%Cu	74000	0.33	0.75
Al 2024-T351	74100	0.33	0.65

TABLE 4.7 – Constantes d'élasticité des alliages d'aluminium testés.

Comme, à travers les différents exemples précédents, il a été montré que le critère volumique ( $C_V$ ) était le plus précis des trois critères définis, seul celui-ci est présenté sur la FIGURE 4.12. À l'exception des expériences qui n'ont pas été menées jusqu'à rupture, tous les points sont dans une plage d'un facteur 2 durées de vie et une majorité dans une plage d'un facteur 1. Les résultats avec le critère volumique sont une fois de plus satisfaisants.

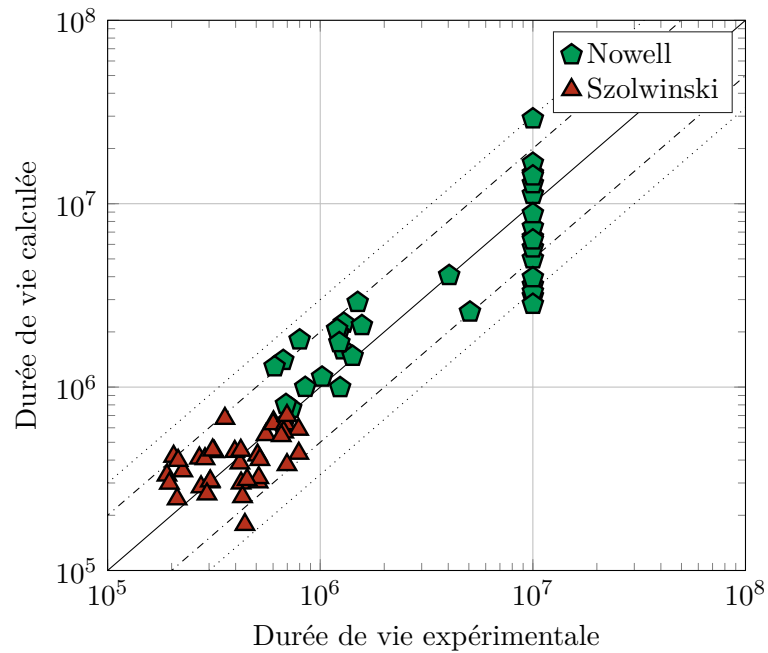


FIGURE 4.12 – Prédiction du nombre de cycles à amorçage pour un alliage d'aluminium en utilisant le critère volumique  $C_v$  et le modèle incrémental.

Les données expérimentales présentées dans le TABLEAU 4.8 ont aussi été utilisées par Hojjati-Talemi *et al.* [2014] et Kouanga *et al.* [2018]. Le premier a utilisé un critère en énergie dissipée basé sur la mécanique de l'endommagement. Tandis que le deuxième a utilisé la Méthode de la Courbe de Wöhler modifiée (MWCM). Les résultats qui ont été obtenus sont présentés sur la FIGURE 4.13.

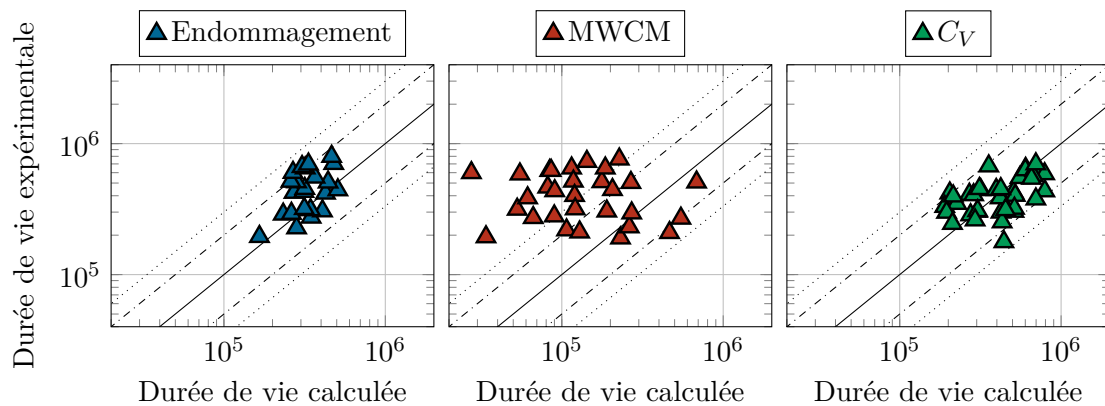


FIGURE 4.13 – Comparaison de trois critères de prédiction du nombre de cycles à amorçage (cf. Hojjati-Talemi *et al.* [2014] et Kouanga *et al.* [2018]).

Dans le premier cas, les essais sont compris dans une plage d'un facteur 2 durées de vie avec une majorité dans une plage d'un facteur 1, tandis que pour le second, les écarts sont plus importants, mais le critère reste conservatif. En regardant le critère volumique,

on s'aperçoit que cette approche donne des résultats d'une précision équivalente avec des méthodes plus classiquement utilisées en fretting-fatigue mais les temps de calcul sont bien plus courts.

À travers les différentes séries d'essais testées, on a pu voir que le critère volumique  $C_v$  donnait des résultats cohérents pour différentes valeurs de pression de contact, force de fatigue et rayon de cylindre. On peut aussi noter qu'il est d'une précision comparable avec les autres critères utilisés plus classiquement en fretting-fatigue.

Essais	$R$ [mm]	$p_0$ [MPa]	$Q/\mu N$	$\sigma_F^{max}$ [MPa]	Cycles	
1	121	205	0.54	101	241 016	
2		233	0.48	110	217 061	
3	127	249	0.34	110	314 000	
4		200	0.43	85	422 000	
5		211	0.48	110	241 475	
6		226	0.35	85	668 277	
7		210	0.54	88	563 946	
8		244	0.48	102	545 489	
9		207	0.80	116	465 000	
10		226	0.54	109	302 804	
11		241	0.42	109	253 883	
12		227	0.55	98	464 166	
13		212	0.51	97	311 516	
14		242	0.42	85	381 535	
15		178	192	0.42	100	349 520
16			176	0.58	86	582 922
17	202		0.52	113	455 759	
18	204		0.32	85	665 073	
19	206		0.48	99	552 250	
20	190		0.42	85	621 442	
21	176		0.55	97	459 882	
22	194		0.52	106	225 535	
23	177		0.58	111	330 695	
24	229		158	0.58	112	238 000
25		157	0.57	113	249 574	
26		168	0.49	97	739 250	
27		169	0.49	85	856 524	
28		179	0.37	82	747 135	
29		179	0.38	82	729 715	
30		155	0.48	81	867 330	
31		156	0.40	83	768 364	
32		179	0.52	110	320 864	
33		168	0.51	111	479 540	
34	180	0.37	98	463 324		

TABLE 4.8 – Données expérimentales pour l'Al 2024-T351 obtenues par Szolwinski et Farris [1998].

Essais	$R$ [mm]	$p_0$ [MPa]	$Q/\mu N$	$\sigma_F^{max}$ [MPa]	Cycles $\cdot 10^6$
1	12.5	157	0.6	93	10.00*
2		143	0.32	93	10.00*
3		143	0.6	93	10.00*
4		143	0.6	77	10.00*
5	25.0	157	0.6	93	10.00*
6		143	0.32	93	10.00*
7		143	0.6	93	10.00*
8		143	0.6	77	10.00*
9		120	0.6	62	10.00*
10	37.5	157	0.6	93	10.00*
11		143	0.6	93	4.04
12		120	0.6	62	10.00*
13	50.0	157	0.6	93	1.29
14		143	0.32	93	10.00*
15		143	0.6	93	1.50
16		143	0.6	77	10.00*
17		120	0.6	62	10.00*
18	75.0	157	0.6	93	0.67
19		143	0.32	93	10.00*
20		143	0.6	93	0.80
21		143	0.6	77	1.20
22		120	0.6	62	10.00*
23	100.0	157	0.6	93	0.85
24		143	0.32	93	5.06
25		143	0.6	93	0.61
26		143	0.6	77	1.42
27		120	0.6	62	10.00*
28	125.0	157	0.6	93	0.73
29		143	0.32	93	1.22
30		143	0.6	93	1.24
31		143	0.6	77	1.02
32		120	0.6	62	1.57
33	150.0	157	0.6	93	0.67
34		143	0.32	93	1.28
35		143	0.6	93	0.69
36		120	0.6	62	1.23

\* Pas de fissuration

TABLE 4.9 – Données expérimentales pour l'Al/4%Cu obtenues par Nowell [1988].

## 4.6 Effet de la géométrie des pièces en contact

La section précédente a permis de voir qu'avec cette modélisation et les critères formulés, on peut prendre en compte l'effet de gradient dans la prédiction de l'amorçage. En effet, le critère volumique a donné de bons résultats pour différents paramètres de chargement et différents rayons de cylindre.

Une des hypothèses fortes de la modélisation mise en place dans cette thèse est de considérer que cette approche est valide indépendamment de la géométrie des pièces en contact, tant qu'elle est localement autosimilaire et peut être localement assimilée à un contact cylindre/plan. Dans cette partie, on vérifiera si cette hypothèse est correcte en testant plusieurs géométries de pièce en contact.

Bien que plusieurs études sur des contacts pion/plan aient été réalisées, notamment par Sabsabi *et al.* [2011] et Abbasi et Majzoubi [2018], du fait de l'angle droit au bord du contact, l'hypothèse d'autosimilarité n'est pas respectée. Par conséquent, ces essais ne seront pas étudiés.

### 4.6.1 Cylindre/Plan

La première géométrie testée est un contact cylindre/plan comme étudié précédemment. Les essais réalisés par Meriaux [2010] ont été utilisés. Le rayon du cylindre ne change pas, mais trois intensités de force de fatigue sont utilisées. Ces essais ont été réalisés à amorçage pour une longueur de fissure de 70  $\mu\text{m}$  détectée par suivi de potentiel. L'ensemble des données expérimentales est présenté dans le TABLEAU 4.10.

Les nombres de cycles prédits par le critère volumique sont présentés FIGURE 4.14. La plupart des points sont dans une plage d'un facteur 1 durée de vie. De plus, on remarque que la force de fatigue n'a pas sensiblement d'influence sur la dispersion.

### 4.6.2 Pion/Plan

La deuxième géométrie testée est un contact pion/plan. Il est caractérisé par une longueur de contact importante (7 mm) et aux extrémités un rayon de courbure très faible (1 mm). Comme précédemment, ces essais ont été réalisés par Meriaux [2010] sur du Ti-6Al-4V avec détection de l'amorçage par suivi de potentiel. L'ensemble des données expérimentales est présenté dans le TABLEAU 4.11. L'effort normal est le même pour tous les essais et deux forces de fatigue (relativement proches) sont considérées.

Les résultats sur la prédiction du nombre de cycles à amorçage avec le critère volumique sont présentés sur la FIGURE 4.15. On s'aperçoit qu'il y a relativement peu de dispersion et que l'ensemble des points prédits se situe dans une plage d'un facteur 1 durée de vie.



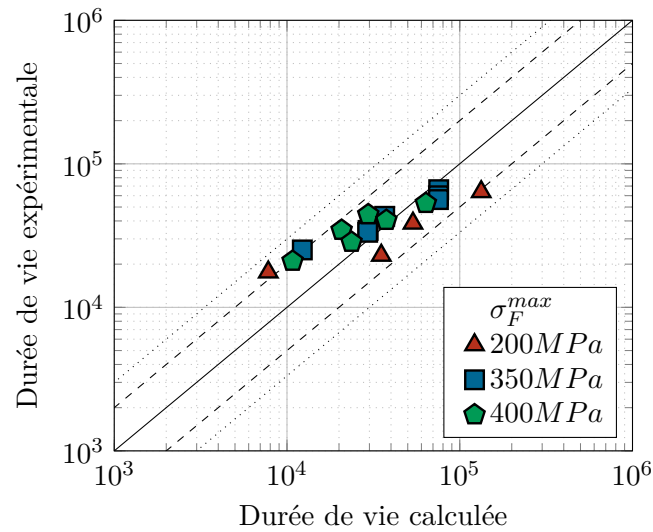


FIGURE 4.14 – Prédiction du nombre de cycles à amorçage pour du Ti-6Al-4V en utilisant le critère volumique pour un contact cylindre/plan.

Matériau					
	$E$ [MPa]	$\nu$	$\mu$		
Ti-6Al-4V					
	119400	0.286	0.8		
Essais	$R$ [mm]	$p_0/p_{ref}$	$Q/\mu N$	$\sigma_F^{max}$ [MPa]	Cycles
1			0.79		7792
2			0.69	200	35 143
3			0.53		53 601
4			0.41		133 100
5			0.49		12 265
6			0.41	350	29 309
7			0.40		29 493
8	40	1	0.34		36 776
9			0.27		75 248
10			0.26		75 331
11			0.23		75 538
12			0.23		63 660
13			0.30	37 598	
14			0.28	400	29 545
15	0.35	20 710			
16	0.40	23 633			
17	0.49	10 775			

TABLE 4.10 – Données expérimentales pour un contact cylindre/plan en Ti-6Al-4V obtenues par Meriaux [2010].

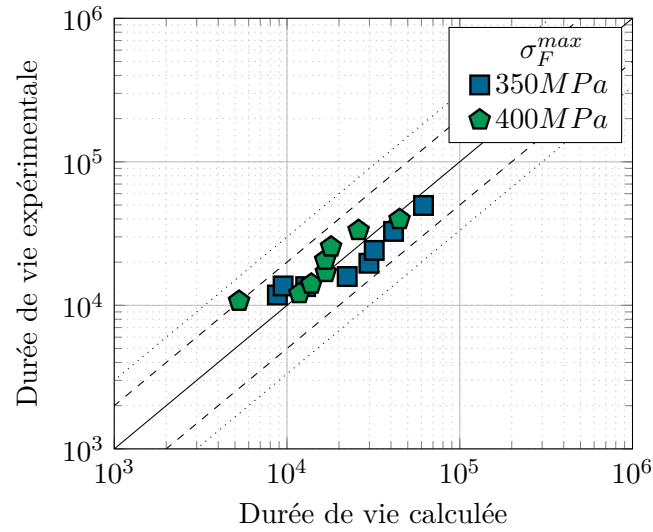


FIGURE 4.15 – Prédiction du nombre de cycles à amorçage pour du Ti-6Al-4V en utilisant le critère volumique pour un contact pion/plan.

Matériau	$E$ [MPa]	$\nu$	$\mu$
Ti-6Al-4V	119400	0.286	0.8

Essais	$p_0/p_{ref}$	$Q/\mu N$	$\sigma_F^{max}$ [MPa]	Cycles
1	1	0.42	350	8796
2		0.38		9497
3		0.38		12 824
4		0.34		22 311
5		0.29		29 794
6		0.26		22 990
7		0.25		31 989
8		0.18		41 388
9		0.11		61 668
10		0.42	400	5279
11		0.38		11 787
12		0.34		13 835
13		0.29		16 783
14		0.25		16 637
15		0.20		17 993
16		0.15		25 957
17		0.12		44 813

TABLE 4.11 – Données expérimentales pour un contact pion/plan en Ti-6Al-4V réalisées par Meriaux [2010].

### 4.6.3 Sphère/Plan

La dernière géométrie est un contact sphère/plan. Contrairement aux deux géométries précédentes, ce contact ne peut pas être approximé par un contact 2D, car le front de contact est circulaire. Cependant, comme la force de fatigue appliquée est colinéaire avec la force de fretting, l'amorçage se fait suivant cette direction. Par conséquent, bien que les essais soient simulés avec un modèle 3D, seule la portion du front de contact la plus critique (suivant la force de fretting) sera étudiée. De plus, dans cette zone, uniquement du mode II est présent, on peut donc toujours utiliser les critères précédemment définis.

La première série d'essais a été réalisée par Venkatesh *et al.* [2001] afin d'étudier le rôle de la microstructure et des conditions de contact. Ici, nous allons nous intéresser qu'au deuxième point, les essais sélectionnés sont regroupés dans le TABLEAU 4.12. Comme cette modélisation ne permet que de prédire l'amorçage et que les essais ont été réalisés jusqu'à rupture totale de l'éprouvette, on considèrera la phase de propagation comme négligeable devant celle d'amorçage. Les résultats obtenus sont présentés sur la FIGURE 4.16.

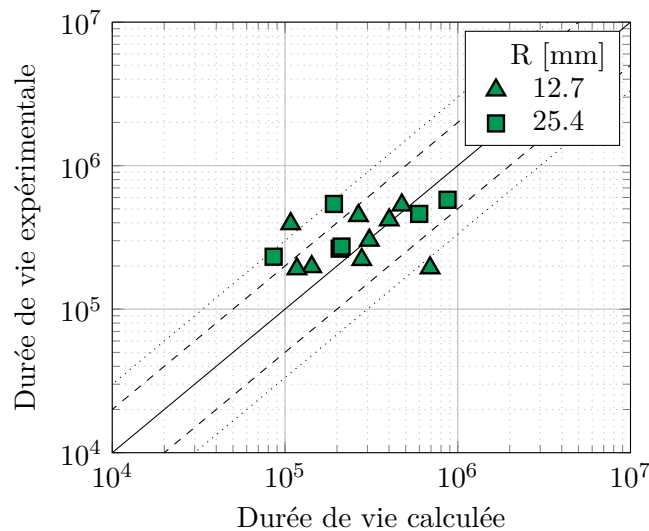


FIGURE 4.16 – Prédiction du nombre de cycles à rupture pour du Ti-6Al-4V en utilisant le critère volumique pour un contact sphère/plan.

On peut remarquer que l'ensemble des points prédits se situe dans une plage d'un facteur 2 durées de vie et que la dispersion est un peu plus importante que précédemment. Cela peut être dû au fait que l'intensité de la force de fatigue et par conséquent la durée de propagation changent en fonction des essais. Or, la modélisation présentée néglige cette phase.

Une deuxième série d'essais a été réalisée par Wittkowsky *et al.* [2000]. Les paramètres d'essai sont présentés dans le TABLEAU 4.13. La FIGURE 4.17 montre les résultats obtenus. On remarque que pour les essais qui ont fissuré, il y a peu de dispersion. Excepté un point expérimental (qui a une durée de vie beaucoup plus importante), tous les résultats

sont compris dans une plage d'un facteur 0.5 durée de vie. Pour les essais qui ne sont pas allés jusqu'à rupture, on remarque que la durée de vie prédite est plus importante que l'expérimentale. Cela est cohérent, car le critère donne la durée à rupture tandis que dans l'expérience on sous-estime cette durée de vie.

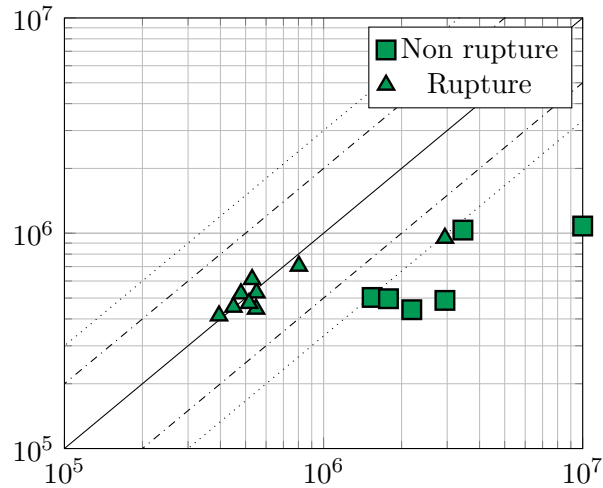


FIGURE 4.17 – Prédiction du nombre de cycles à rupture pour un alliage d'aluminium en utilisant le critère volumique.

#### 4.6.4 Validation

Précédemment on a vu qu'en traitant indépendamment différentes géométries, on arrivait à prédire correctement l'amorçage. Or, en considérant que la valeur critique du critère est une caractéristique matériau, on devrait pouvoir prédire, à partir de la même valeur critique, l'amorçage pour toutes les géométries de contact possible sous réserve qu'elles soient localement autosimilaire assimilable à un contact cylindre/plan.

Pour cela on va considérer les essais cylindre/plan et pion/plan en Ta-6Al-4V réalisés par Meriaux [2010] et les essais sphère/plan réalisés par Venkatesh *et al.* [2001]. On gardera à l'esprit que contrairement aux deux premiers qui ont été réalisés dans les mêmes conditions expérimentales, les essais sphère/plan ont été menés jusqu'à rupture totale de l'éprouvette.

La valeur du critère volumique à amorçage est calculée à partir des essais cylindre/plan et on cherche à prédire l'ensemble des points expérimentaux (cylindre, pion et sphère/plan). Les résultats obtenus sont présentés sur la FIGURE 4.18.

Matériau					
	$E$ [MPa]	$\nu$	$\mu$		
Ti-6Al-4V					
	116000	0.34	0.95		
Essais	$R$ [mm]	$p_0$ [MPa]	$Q/\mu N$	$\sigma_F^{max}$ [MPa]	Cycles
1	12.7	50	0.29	394	107 899
2			0.29	300	474 656
3			0.3	341	266 176
4			0.6	300	142 746
5			0.66	225	691 612
6			0.6	315	117 183
7			0.46	300	307 653
8			0.6	250	278 238
9			0.4	300	401 153
10	25.4	50	0.3	341	192 000
11			0.3	325	872 863
12			0.64	300	207 258
13			0.42	300	598 191
14			0.6	375	85 957
15			0.6	320	212 491

TABLE 4.12 – Données expérimentales pour un contact sphère/plan en Ti-6Al-4V obtenues par Venkatesh *et al.* [2001].

Matériau					
	$E$ [MPa]	$\nu$	$\mu$		
Al 7075-T6					
	72000	0.33	1.2		
Essais	$R$ [mm]	$p_0$ [MPa]	$Q/\mu N$	$\sigma_F^{max}$ [MPa]	Cycles
1	25.4	183	0.538	83.0	10 000 000*
2		151	0.904	83.0	3 450 000*
3		211	0.800	62.5	2 190 000*
4		211	0.750	56.0	1 540 000*
5		211	0.750	63.0	2 940 000*
6		211	0.750	59.0	1 780 000*
7		211	0.750	84.2	549 000
8		171	0.728	83.6	2 940 000
9		241	0.500	85.0	480 000
10		214	0.721	83.0	449 000
11		194	0.962	85.0	395 000
12		206	0.735	77.0	551 000
13		196	0.731	83.0	530 000
14		187	0.719	83.0	803 000
15		211	0.750	70.0	516 000

\* Pas de fissuration

TABLE 4.13 – Données expérimentales pour un contact sphère/plan en Al 7075-T6 obtenues par Wittkowsky *et al.* [2000].

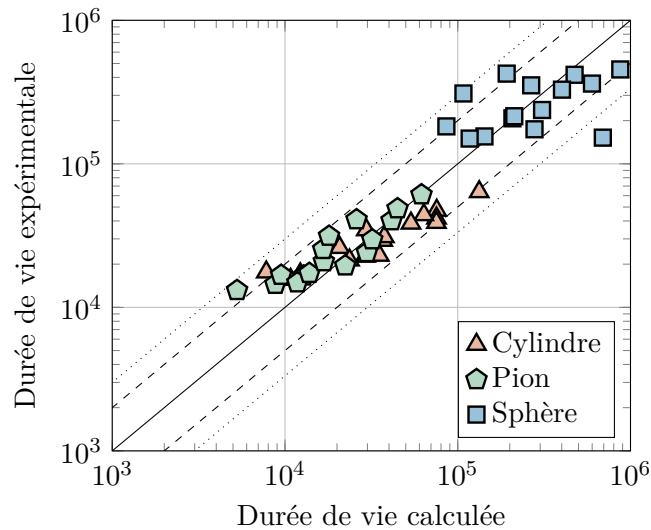


FIGURE 4.18 – Prédiction du nombre de cycles à amorçage pour des géométries cylindre, pion et sphère/plan en utilisant le critère volumique.

On remarque que pour les essais cylindre/plan et pion/plan réalisés avec la même pression de contact, le même dispositif expérimental et avec des éprouvettes réalisées de façon similaire, les résultats sont confondus et compris principalement entre  $\pm 1$  durée de vie. Pour les essais sphère/plan, bien qu'ils aient été réalisés jusqu'à rupture totale de l'éprouvette, les résultats sont assez proches de ceux obtenus précédemment et compris entre  $\pm 2$  durées de vie.

Après avoir montré dans le chapitre précédent que le modèle identifié sur un contact cylindre/plan pouvait être utilisé sur des contacts plus complexes, nous venons de voir que le critère d'amorçage identifié sur un contact cylindre/plan permet aussi de déterminer l'amorçage pour d'autres géométries.

## 4.7 Cumul spatial

Toute cette méthodologie a été formulée de façon à pouvoir être utilisée facilement dans le cadre de chargements variables. Lorsqu'on a affaire à un chargement normal variable, le front de contact et par conséquent le point où l'amorçage apparaît en priorité vont se déplacer posant ainsi la question de comment cumuler spatialement l'endommagement afin de prendre ce phénomène en compte.

Or, comme la majorité des critères actuellement utilisés sont appliqués uniquement au niveau d'un point critique qui reste fixe au cours du temps, il est par conséquent compliqué de trouver des essais dans la littérature permettant de quantifier l'influence de ce phénomène.

Dans cette partie, une méthode pour prendre en compte cet effet et des essais permettant de quantifier ce phénomène seront proposés.

#### 4.7.1 Modélisation

Dans la partie précédente, les critères avaient été uniquement cumulés temporairement, au niveau du front de contact qui restait fixe.

En considérant que l'amorçage est piloté par le glissement, on s'attend à ce que l'endommagement soit nul en dehors de la zone de contact, maximum au niveau du front de contact et de plus en plus faible en se rapprochant du centre. On peut donc exprimer l'endommagement de la surface par :

$$C_V(x) \propto \int_t |I_{Id} I_{II}^c| F(x) \quad (4.7)$$

Où  $F(x)$  est une fonction décrivant la répartition spatiale de l'endommagement. Elle doit être nulle en dehors de la surface de contact, maximale au niveau du front de contact et décroître quand on se rapproche du centre du contact.

Comme cette répartition est liée à l'amplitude du glissement, par cohérence avec la modélisation proposée dans le chapitre 2, on choisira  $\phi_{II}^c$  (le champ de référence lié au glissement) pour décrire la répartition spatiale.

$$F(x) = \begin{cases} \phi_{II}^c(x) & \text{si } x \leq a \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases} \quad (4.8)$$

#### 4.7.2 Expérience

Pour pouvoir valider cette modélisation du cumul spatial, une stratégie expérimentale a été proposée. Pour cela, 5 cycles élémentaires de fretting pur sont définis dans le TABLEAU 4.14.

Cycle	R	$p_0$ [MPa]	$Q/\mu N$	$a$ [mm]
A		816	0.46	0.50
B		719	0.52	0.44
C	20	608	0.62	0.37
D		471	0.79	0.29
E		384	0.97	0.24

TABLE 4.14

Ces cycles sont caractérisés par une pression de contact et par conséquent une aire de contact de plus en plus faible, mais, la taille maximale de la zone en glissement partiel reste de 0.23 mm pour tous les cycles.

Les profils d'endommagement de la surface de contact, normalisés par rapport au cycle A, pour les différents cycles sont présentés dans la [FIGURE 4.19](#). On voit donc que pour chaque cycle, la localisation de l'amorçage et la durée de vie seront différentes.

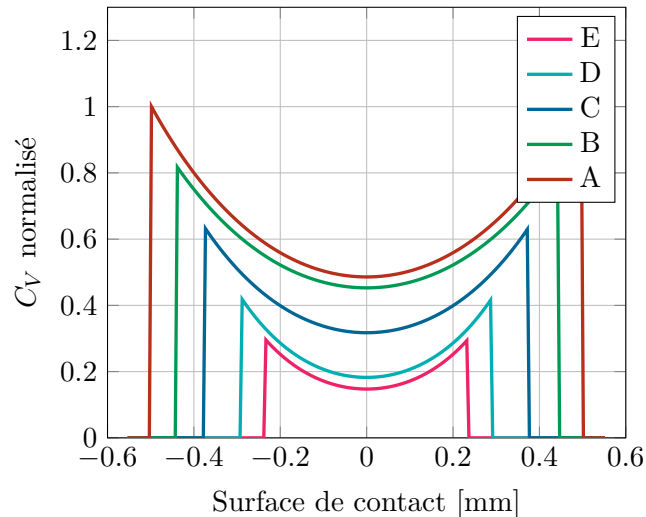


FIGURE 4.19 – Profils d'endommagement obtenus pour les cycles élémentaires.

L'idée est d'alterner entre le cycle A et un autre de ces cycles au cours d'un même essai afin de solliciter différentes zones de la surface de contact. Pour le cycle A, la demi-largeur de contact est de 0.5 mm et la taille maximale de la zone en glissement est de 0.23 mm. Par conséquent, si on alterne le cycle A et le cycle E, qui a une demi-largeur de contact de 0.24 mm, le front de contact, durant le cycle E, va se trouver dans une zone qui n'aura pas été en glissement lors du cycle A. Il n'y aura, à priori, pas de couplage entre l'endommagement produit au cours des deux cycles. Tandis que, si on alterne le cycle A avec les cycles B, C ou D, le front de contact va se retrouver dans une zone qui aura été préalablement endommagée.

Les profils d'endommagement obtenus avec ces nouveaux cycles sont présentés sur la [FIGURE 4.20](#). Comme prévu, l'intensité et la localisation du point critique vont être modifiées. On peut noter que pour le cycle AE, les zones sollicitées lors des deux cycles élémentaires sont suffisamment écartées pour qu'il n'y ait pas d'impact sur la durée de vie. En effet pour les cycles A et AE, on s'attend à avoir la même durée de vie et localisation à l'amorçage.

Le [TABLEAU 4.15](#) résume la localisation de l'amorçage, par rapport au centre du contact, attendue ainsi que les durées de vie estimées en considérant la méthode de cumul spatial présentée et une autre où on suppose l'endommagement de la surface de contact comme étant homogène (Miner).



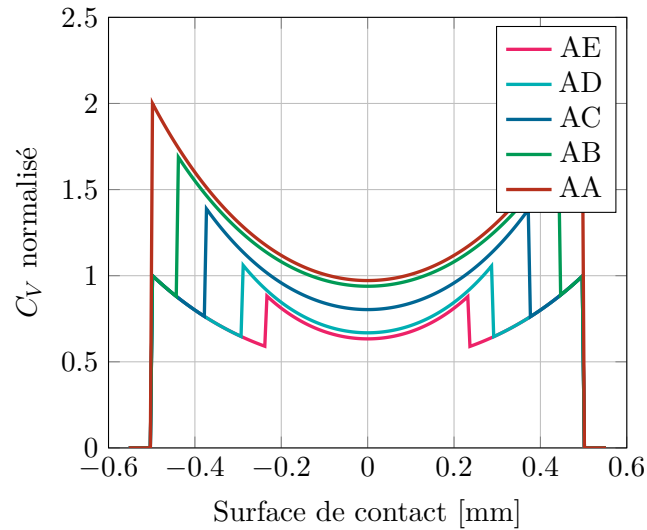


FIGURE 4.20 – Profils d'endommagement obtenus pour les cycles combinés

Cycle	Durée de vie [%]		Localisation de l'amorçage [mm]
	Homogène	Non homogène	
AA	50	50	0.5
AB	55	59	0.44
AC	61	72	0.37
AD	70	94	0.29
AE	77	100	0.5

TABLE 4.15 – Durée de vie et localisation de l'amorçage pour les cycles combinés

**Rq. 4.7.1.** *La géométrie et le chargement choisis ont été faits en cohérence avec les caractéristiques de la future machine de fretting-fatigue de Safran Aircraft Engines.*

## 4.8 Extension du critère en 3D

Précédemment, on a uniquement formulé les critères dans un cadre 2D. En effet, les essais cylindre/plan testés pouvaient se modéliser avec un problème en 2D (sans mode III) tandis que pour les essais sphère/plan qui étaient des problèmes 3D, une force de fatigue colinéaire au fretting venait localiser l'amorçage dans un endroit sans mode III.

En réalisant des essais de fretting-fatigue où les deux forces ne sont pas colinéaires, [Gandiolle et al. \[2017\]](#) ont montré que l'amorçage semblait toujours apparaître suivant la direction de la force de fretting. Pour appliquer l'approche avec des chargement complexe, on peut définir l'extension en 3D du critère volumique comme :

$$C_V \propto \int_t I_I |dI_{II}^c + dI_{III}^c| dt \quad (4.9)$$

Pour vérifier cette observation, plusieurs simulations ont été effectuées en faisant varier l'angle entre la force de fretting et de fatigue de 0 à 90°. Pour chaque simulation, les facteurs d'intensité ont été extraits dans le quart de contact le plus critique (cf. FIGURE 4.21).

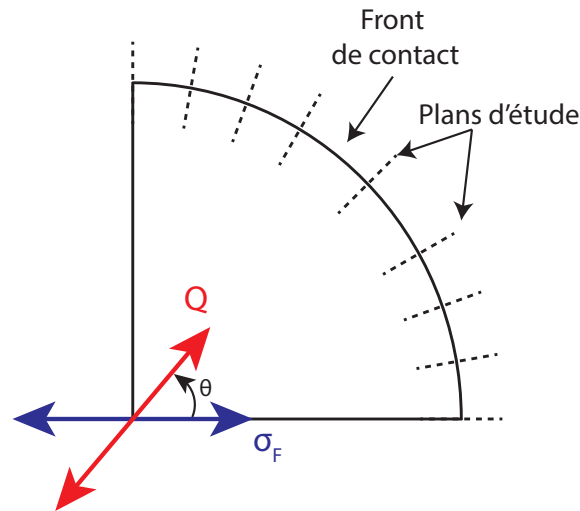
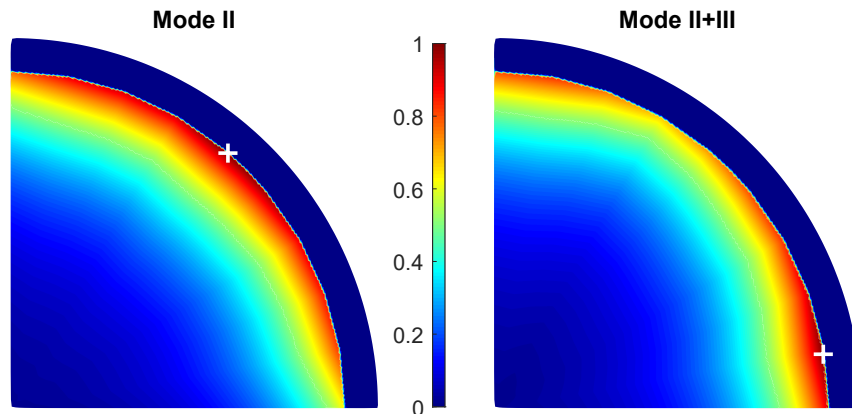
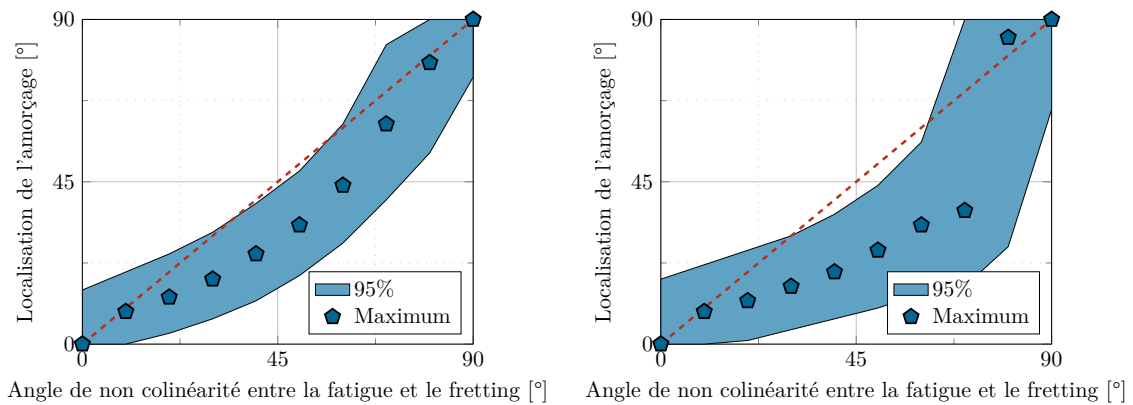


FIGURE 4.21 – Représentation schématique d'un problème de fretting-fatigue non colinéaire.

En dehors des 9 plans étudiés, la valeur du critère a été interpolée afin de pouvoir tracer l'endommagement de la surface présenté sur la FIGURE 4.22. Les croix blanches indiquent la position de la valeur maximale. On voit donc que la prise en compte du mode III a un fort impact sur la localisation de l'amorçage prédite par le modèle. Pour le mode II, la localisation semble plutôt être influencée par la direction de la force de fretting, tandis qu'en considérant les modes II+III la force de fatigue semble avoir un impact non négligeable sur la localisation de l'amorçage.

Pour quantifier plus précisément cette observation, les FIGURES 4.23a et 4.23b montrent l'angle pour lequel le critère est supérieur à 95 % de sa valeur maximale pour une non-colinéarité comprise entre 0 et 90°. Lorsque le critère prend en compte uniquement le mode II, l'amorçage est plutôt suivant la direction du fretting. Cependant, il y a beaucoup de dispersion (entre 20 et 40°) concernant la zone où l'amorçage est probable (valeur du critère supérieure à 95 % de sa valeur maximale). En considérant cette fois-ci que l'amorçage est lié aux modes II+III, la localisation de l'amorçage est plus éloignée de la direction du fretting tout en ayant une dispersion plus importante (entre 30 et 65°).

Il semble donc que le critère prenant en compte uniquement le mode II soit plus indiqué pour caractériser la localisation de l'amorçage, car on retrouve la même tendance qu'expérimentalement. C'est-à-dire que l'amorçage apparaît suivant la direction de la force

FIGURE 4.22 – Surface d'endommagement pour une non-colinéarité de  $60^\circ$ .

(a) Mode II.

(b) Modes II+III.

FIGURE 4.23 – Localisation de l'amorçage.

de fretting. Cela peut s'expliquer par le fait qu'une fissure s'amorçant au niveau d'un front de contact sollicité en mode II sera sollicitée en mode I. Tandis que si le front est sollicité en mode III, la fissure sera aussi sollicitée en mode III. Or le mode I est celui qui va en général faciliter la propagation de fissure. Cela peut expliquer pourquoi prendre en compte uniquement le mode II dans le critère suffit à caractériser l'amorçage.

**Rq. 4.8.1.** *Il faut toutefois noter que les simulations ont été réalisées avec un maillage relativement grossier (10 éléments dans le demi-contact). Pour des résultats un peu plus quantitatifs, un maillage plus fin est nécessaire.*

En plus de s'intéresser à la localisation de l'amorçage, on peut aussi regarder l'influence du critère sur la durée de vie. Pour cela, la valeur du critère volumique en prenant en compte que le mode II ou les modes II+III a été calculée. Les résultats obtenus sont présentés sur la FIGURE 4.24. On remarque que la prise en compte du mode III dans le critère impacte très peu la durée de vie (environ 10% pour un angle de non-colinéarité de  $60^\circ$ ). De plus, lorsque les forces de fretting et de fatigue sont perpendiculaires la valeur du

critère obtenue est proche de celle correspondante à du fretting pur montrant ainsi que la fatigue n'a quasiment plus d'influence sur l'amorçage. On retrouve bien ce qui a été montré expérimentalement.

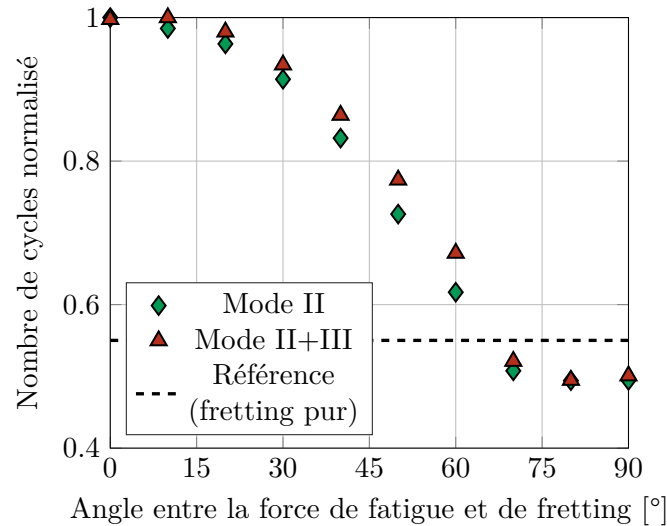


FIGURE 4.24 – Nombre de cycles à amorçage en fonction de l'angle de non-colinéarité.

## 4.9 Conclusion partielle

Dans ce chapitre, des critères pour prédire l'amorçage des fissures pour des problèmes de fretting-fatigue ont été proposés. Ces critères formulés de façon incrémentale peuvent traiter les chargements complexes (efforts normal et tangentiel variables) et non proportionnels. Cependant, ces critères ont été seulement testés avec des efforts normaux constants dû au manque d'essais dans la littérature comportant des chargements complexes. On a pu voir que le critère volumique, décliné de la loi d'Archard, donnait des résultats cohérents et d'une précision comparable à d'autres critères plus largement utilisés. Ce critère a été validé en fretting pur sur des essais avec différents gradients ainsi qu'en fretting-fatigue avec des chargements en phase ou déphasés.

Différentes géométries ont été testées (cylindre, sphère et pion) et, à partir d'un même critère, les frontières d'amorçage ont pu être prédites sans influence des différentes géométries. Cela permet de valider l'hypothèse faite et ainsi pouvoir appliquer l'approche sur toute géométrie si localement, autour du front de contact, elle est autosimilaire. Cette hypothèse est importante car c'est elle qui permet de pouvoir prédire la durée de vie à amorçage sur un contact industriel (aube/disque) à partir d'essais réalisés sur des éprouvettes simples (cylindre/plan).

Une proposition de modélisation a été formulée pour considérer l'endommagement de l'ensemble de la surface de contact. Cela permet la prise en compte d'une variation d'effort

normal et un déplacement du front de contact. Des essais ont aussi été proposés afin de pouvoir quantifier cette influence.

# Conclusions et perspectives

Le but de cette thèse était de proposer et de valider une méthode, applicable en contexte industriel, pour prévoir le comportement et l'endommagement de contacts tridimensionnels en conditions de fretting-fatigue multiaxiales et variables. Les défis principaux étaient :

1. la prise en compte des effets non-linéaires.
2. la prise en compte des effets de gradient.
3. les temps de calculs qui doivent être minimisés.
4. l'applicabilité à des contacts maillés assez grossièrement.

Dans ce but, une nouvelle modélisation pour décrire le champ de déplacements autour du front de contact, dans un repère centré sur celui-ci, a été formulée. Cette modélisation s'appuie sur un ensemble réduit de variables scalaires ( $I_I$ ,  $I_{II}$ ,  $I_{III}$ ,  $I_{II}^c$  et  $I_{III}^c$ ) et de champs de référence ( $\phi_I$ ,  $\phi_{II}$ ,  $\phi_{III}$ ,  $\phi_{II}^c$  et  $\phi_{III}^c$ ) pour définir une base permettant de caractériser à la fois les contraintes et le glissement. Ces variables non-locales, analogues aux facteurs d'intensité définis dans la mécanique de la rupture, permettent de prendre en compte l'effet de gradient et d'avoir, par conséquent, des frontières d'amorçage indépendantes de la géométrie des pièces en contact.

Les facteurs d'intensité linéaires, caractérisant la réponse élastique du contact, peuvent être identifiés précisément sans influence du maillage. Cependant, les facteurs d'intensité complémentaires, qui caractérisent le glissement, nécessitent un maillage très fin. Pour pallier ce problème, une approche incrémentale à variable interne a été mise en place. Cette approche, inspirée des modèles de plasticité, permet de prédire le glissement ( $I_{II}^c$  et  $I_{III}^c$ ) en fonction des facteurs d'intensité linéaires. Elle a été formulée de façon incrémentale pour pouvoir travailler avec des chargements non-proportionnels et d'amplitude variable. Un modèle de prédiction du déplacement du front de contact a aussi été formulé pour pouvoir travailler avec des efforts normaux variables.

Une application a été faite sur un contact entre un ellipsoïde et un plan, contact considéré comme complexe, car le rayon de courbure et les efforts évoluent en fonction de la position du front de contact considéré. En comparant les résultats obtenus par le modèle et ceux issue d'une simulation éléments finis avec un maillage fin, il apparaît que cette

approche permet d'obtenir des résultats d'une précision similaire mais avec des temps de calcul sensiblement plus faibles.

À partir de ces facteurs d'intensité précédemment définis, pouvant être identifiés avec des maillages grossiers, différents critères permettant de caractériser l'amorçage ont été spécifiés. Le critère volumique  $C_V$ , déclinant l'approche d'Archard avec les facteurs d'intensité précédemment définis, a donné satisfaction pour prédire les frontières d'amorçage avec différents gradients de contraintes. Les résultats ont aussi été concluants en présence de force de fatigue en phase ou déphasée. On obtient une précision similaire aux autres critères classiquement utilisés tout en étant plus souple d'utilisation (maillage grossier, chargement complexe, déplacement du front de contact).

La FIGURE 5.25 résume les différentes étapes de la démarche mise en place dans cette thèse.

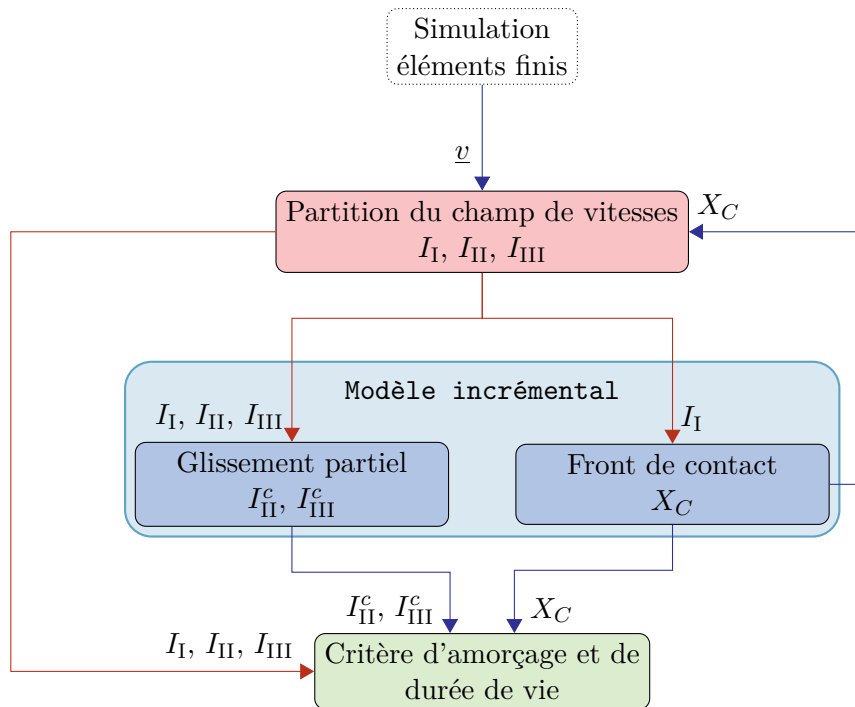


FIGURE 5.25 – Étapes de la démarche mise en place dans cette thèse.

Ce travail a aussi ouvert des perspectives pour de futures recherches.

En effet, les critères définis n'ont pas pu être testés lors d'essais de fretting fatigue avec des efforts normaux variables, permettant de déplacer le front de contact. Comme la plupart des critères actuels ne permettent pas de prendre en compte le phénomène de cumul spatial de l'endommagement dû à un déplacement du front de contact, il est difficile de trouver ce type d'essai dans la littérature. Ce qui n'a donc pas permis de valider expérimentalement cette partie du modèles. Une méthodologie a été formulée dans

le chapitre 4 afin de quantifier ce phénomène. Il reste donc à la mettre en œuvre pour valider ou non la formulation proposée.

D'autre part, cette méthode a, pour le moment, été utilisée seulement à posteriori. On peut imaginer étendre les travaux de *Cardoso et al.* [2018], qui avait intégré le modèle cinématique simplifié dans des éléments enrichis afin d'avoir une estimation précise des contraintes avec des maillages grossiers et des temps de calcul raisonnables. L'ajout des champs complémentaires permettrait, en plus, d'avoir une estimation précise du glissement et permettrait l'introduction d'une variable d'endommagement, associée aux critères définis dans cette thèse. Le calcul de cette variable en temps réel permettrait de faire évoluer le coefficient de frottement local en fonction de l'endommagement de la surface.

Il ne faut pas non plus oublier l'objectif industriel de cette thèse. Cette méthode avait pour but d'être appliquée sur des contacts industriels (aube/disque) afin d'être intégrée dans les méthodes de dimensionnement de Safran Aircraft Engines. Avant cela, il faut vérifier notamment que cette modélisation permet de caractériser les frontières d'amorçage et la durée de vie sans influence de l'effet de gradient et de la géométrie. Des résultats prometteurs ont été obtenus en prédisant, avec un même critère, la durée de vie à amorçage de différentes géométries (sphère, cylindre et pion). Il reste cependant à comparer la durée de vie avec celle obtenue sur des éprouvettes technologiques (représentatives du contact aube/disque). De plus, les chargements réels sont complexes. Par conséquent une étude plus approfondie de l'extension des critères en 3D doit être effectuée.

L'influence de la température sur l'amorçage en fretting doit aussi être étudiée afin de mieux correspondre avec les conditions d'utilisation réelle. Une thèse est actuellement en cours, dans le cadre du projet COGNAC, en partenariat avec Safran, l'ENS Paris-Saclay et l'UnB.

De plus, l'hypothèse d'un matériau homogène isotrope est trop restrictive pour être utilisée dans des applications industrielles. Une déclinaison de cette méthode aux contacts entre différents matériaux ou avec des matériaux anisotropes est nécessaire. Cela nécessite notamment de revoir la méthode d'identification de champs de référence.

Enfin, en fretting la fissuration n'est pas le seul phénomène présent. L'usure peut venir affecter la géométrie locale et la répartition de pression. Il peut être intéressant de voir comment se comporte cette méthode sur des simulations de fretting-fatigue prenant en compte l'effet de l'usure sur la géométrie des surfaces. Cela peut, à terme, permettre de prendre en compte le couplage fretting/usure et de pouvoir appliquer la méthode dans le régime de glissement total.





# Transformation de Karhunen-Loeve

La transformation de Karhunen-Loeve (KLT), basée sur les travaux de [Karhunen \[1947\]](#), est aussi connue sous le nom de décomposition orthogonale aux valeurs propres (POD) ou analyse en composantes principales (PCA) en fonction des domaines d'application. C'est une technique de réduction de modèle utilisée afin d'approximer un ensemble de vecteurs (ou une image) par un sous-ensemble de dimension inférieure et permettre ainsi de réaliser des calculs de très grande taille.

En supposant que nous voulons approximer la fonction  $\underline{v}(\underline{P}, t)$  représentant le champ de vitesses, sur un domaine spatial et un intervalle de temps donnés, comme une somme finie de termes, le principe est d'extraire les éléments de ce signal dont l'évolution en fonction du temps est spatialement corrélée.

À partir de la fonction  $\underline{v}(\underline{P}, t)$ , on construit la matrice associée  $\underline{\underline{V}}_i \in R^{N \times T}$  :

$$\underline{\underline{V}}_i(\underline{P}, t) = \begin{bmatrix} v_i(\underline{P}_1, 1) & \cdots & v_i(\underline{P}_1, T) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ v_i(\underline{P}_N, 1) & \cdots & v_i(\underline{P}_N, T) \end{bmatrix} \quad (\text{A.1})$$

Avec  $i = x, y$  ou  $z$ , les trois composantes du champ de vitesses.

On définit la matrice  $\underline{\underline{V}}$  en concaténant les trois matrices élémentaires  $\underline{\underline{V}}_i$  :

$$\underline{\underline{V}} = \begin{bmatrix} \underline{\underline{V}}_x \\ \underline{\underline{V}}_y \\ \underline{\underline{V}}_z \end{bmatrix} \quad (\text{A.2})$$

La matrice d'autocorrélation spatiale est calculée comme suit :

$$\underline{\underline{C}} = \underline{\underline{V}} \cdot \underline{\underline{V}}^T \quad (\text{A.3})$$

Les vecteurs propres normalisés  $\underline{\phi}_k$  de la matrice  $\underline{\underline{C}}$  permettent de construire une base orthogonale de vecteurs propres. Ces vecteurs propres sont triés par ordre décroissant de valeurs propres.

En projetant  $\underline{\underline{V}}$  sur la base identifiée précédemment, on peut déterminer les coefficients temporels  $a_k$ . Cela permet de construire la décomposition orthogonale de Karhunen-Loeve :

$$\underline{\underline{V}}(P, t) = \sum_{k=1}^{3N} a_k(t) \cdot \underline{\phi}_k(P) \quad (\text{A.4})$$

Cette décomposition est exacte. Mais, dans notre cas, le but est d'obtenir une approximation  $\underline{\underline{\tilde{V}}}$  de  $\underline{\underline{V}}$ . Pour cela, on garde seulement les  $n$  premiers modes de cette décomposition :

$$\underline{\underline{\tilde{V}}} = \sum_{k=1}^n a_k \cdot \underline{\phi}_k \quad (\text{A.5})$$

Par construction :

$$\underline{\phi}_k = \begin{bmatrix} \underline{\phi}_{kx} \\ \underline{\phi}_{ky} \\ \underline{\phi}_{kz} \end{bmatrix} \quad (\text{A.6})$$

On peut ainsi revenir à l'expression approximée de chaque composante :

$$\underline{\underline{\tilde{V}}}_i = \sum_{k=1}^n a_k \cdot \underline{\phi}_{ki} \quad (\text{A.7})$$

Avec  $i = x, y$  ou  $z$ , les trois composantes du champ de vitesses. L'évolution temporelle étant la même pour les trois composantes.

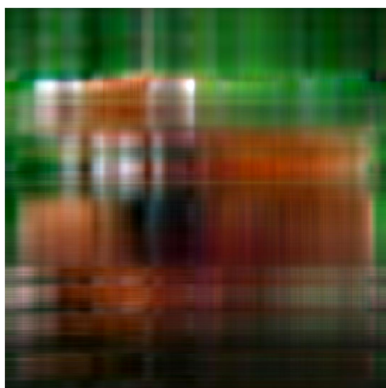
L'erreur introduite par cette approximation peut ainsi être calculée :

$$\xi = \sqrt{\frac{\sum_{i,k} (V_{ik} - \tilde{V}_{ik})^2}{\sum_{i,k} (V_{ik})^2}} \quad (\text{A.8})$$

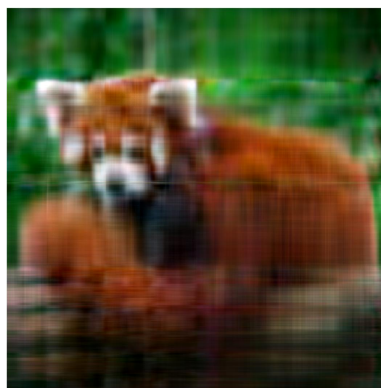
## Illustration

On peut imaginer appliquer cette méthode à une photographie (*Ailurus fulgens* par Appel [2012]) codée en RGB, ou chaque pixel  $\underline{P}(x, y)$  possède trois composantes afin de décrire l'intensité du rouge, du vert et du bleu.

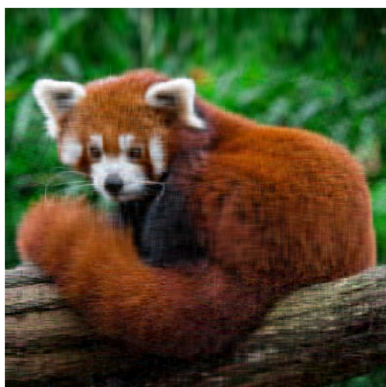
La reconstruction de l'image, avec différents nombres de modes, est présentée en A.1.



(a) 5 modes



(b) 10 modes



(c) 40 modes



(d) Original (400 modes)

FIGURE A.1 – Influence du nombre de modes sur la reconstruction d'une image.

Ainsi, bien que, l'image initiale possède 400 modes, 10 modes suffisent à avoir une idée de cette image et, avec 40 modes on a une bonne représentation des détails de l'image.

## Application

Cette méthode a été utilisée dans cette thèse pour deux tâches élémentaires différentes.

## Espace/Temps

Dans un premier temps, on applique cette méthode pour séparer la contribution spatiale et temporelle du champs de vitesses complémentaire dans le [CHAPITRE 2.2.2](#), [ÉQUATION 2.27](#).

En considérant un chargement uniquement en mode II et en appliquant la transformation de Karhunen-Loeve sur le champ résiduel, l'erreur obtenue en fonction du nombre de modes considérés est présentée sur la [FIGURE A.2](#).

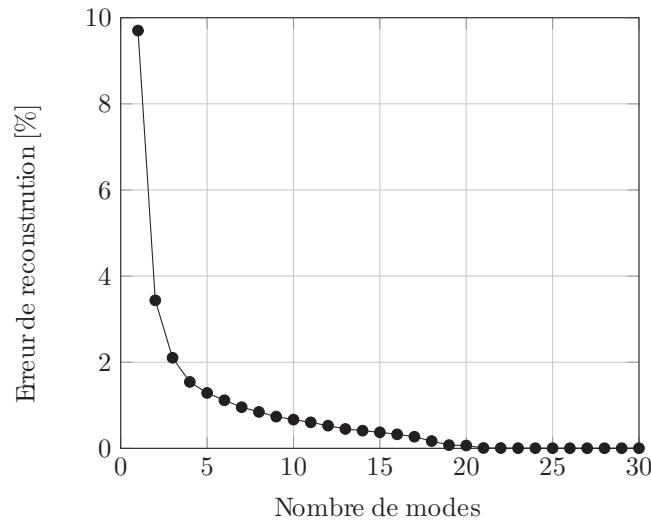


FIGURE A.2 – Évolution de l'erreur de reconstruction en fonction du nombre de modes considérés

On peut voir que l'erreur est très faible en considérant un seul mode, cela permet d'avoir une expression simplifiée du champ de vitesses complémentaire en mode II à l'aide d'un seul degré de liberté.

$$\underline{v}_c(\underline{P}, t) \simeq \dot{I}_{II}^c(t) \underline{\phi}_{II}^c(\underline{P}) \quad (\text{A.9})$$

## Radial/Angulaire

Dans un second temps, la méthode est utilisée pour séparer l'évolution radiale et angulaire des champs de référence en considérant uniquement le premier mode.

On peut garder un seul mode grâce à l'hypothèse d'autosimilarité de la géométrie. En considérant que le front de contact est plongé dans un milieu infini, la géométrie locale du front de contact peut être considérée comme invariante par changement d'échelle. Dans ce cas, la cinématique du champ de vitesses doit présenter également une forme invariante par changement d'échelle. On peut donc l'exprimer sous la forme d'un produit d'une distribution spatiale  $\underline{g}(\theta)$  et d'un facteur d'échelle  $f(r)$ .

Le fait de pouvoir approximer les champs de référence en considérant uniquement le premier mode (cf. [A.10](#)) permet de valider l'hypothèse d'autosimilarité de la géométrie.

$$\underline{\phi}_*(r, \theta) \simeq f_*(r) \underline{g}_*(\theta) \tag{A.10}$$



# Références bibliographiques

- ABBASI, F. et MAJZOUBI, G. H. (2018). Effect of out-of-phase loading on fretting fatigue response of Al7075-T6 under cyclic normal loading using a new testing apparatus. *Eng. Fract. Mech.*, 188:93–111. [137](#)
- ALMEN, J. O. (1937). Lubricants and false brinelling of ball and roller bearings. *Mech. Eng.*, 59(6):415. [7](#)
- AMARGIER, R., FOUVRY, S., CHAMBON, L., SCHWOB, C. et POUPON, C. (2010). Stress gradient effect on crack initiation in fretting using a multiaxial fatigue framework. *Int. J. Fatigue*, 32(12):1904–1912. [24](#), [77](#), [127](#), [128](#)
- APPEL, M. (2012). Ailurus fulgens. <https://www.flickr.com/people/mathiasappel/>. [157](#)
- ARAÚJO, J. A. (1999). Analysis of pad size effects in fretting fatigue using short crack arrest methodologies. *Int. J. Fatigue*, 21(9):947–956. [8](#)
- ARAÚJO, J. A., SUSMEL, L., TAYLOR, D., FERRO, J. C. et MAMIYA, E. N. (2007). On the use of the Theory of Critical Distances and the Modified Wöhler Curve Method to estimate fretting fatigue strength of cylindrical contacts. *Int. J. Fatigue*, 29(1):95–107. [24](#)
- ARCHARD, J. F. (1953). Contact and rubbing of flat surfaces. *J. Appl. Phys.*, 24(8):981–988. [12](#)
- BAIETTO, M.-C., PIERRES, E., GRAVOUIL, A., BERTHEL, B., FOUVRY, S. et TROLLE, B. (2013). Fretting fatigue crack growth simulation based on a combined experimental and XFEM strategy. *Int. J. Fatigue*, 47:31–43. [26](#)
- BELLECAVE, J. (2015). *Stress gradients in fretting fatigue*. Thèse de doctorat, École normale supérieure de Cachan - ENS Cachan. [8](#), [16](#), [21](#), [29](#), [77](#)
- BEYER, T. (2019). *Semi-analytical modeling of damage under contact loading : Application to heterogeneous materials*. Thèse de doctorat. [16](#)



- BEYER, T., CHAISE, T., LEROUX, J. et NELIAS, D. (2019). A damage model for fretting contact between a sphere and a half space using semi-analytical method. *Int. J. Solids Struct.*, 164:66–83. 27
- BHATTI, N. A. et ABDEL WAHAB, M. (2018). Fretting fatigue crack nucleation : A review. 24
- BRAMHALL, R. (1973). *Studies in fretting fatigue*. Thèse de doctorat, University of Oxford. 8, 22
- BROWN, M. W. et MILLER, K. J. (1973). A Theory for Fatigue Failure under Multiaxial Stress-Strain Conditions. *Proc. Inst. Mech. Eng.*, 187(1):745–755. 24
- CARDOSO, R. A. (2019). *Études numériques sur la modélisation du fretting fatigue*. Thèse de doctorat. 18, 23, 30, 32
- CARDOSO, R. A., NÉRON, D., POMMIER, S. et ARAÚJO, J. A. (2018). An enrichment-based approach for the simulation of fretting problems. *Comput. Mech.*, 62(6):1529–1542. 153
- CASTRO, F. C., ARAÚJO, J. A. et ZOUAIN, N. (2009). On the application of multiaxial high-cycle fatigue criteria using the theory of critical distances. *Eng. Fract. Mech.*, 76(4):512–524. 23
- CATTANEO, C. (1938). Sul contatto di due corpi elastici : distribuzione locale degli sforzi. *Rend. dell' <accademia Natl. dei Lincei*, 27(1):342,434,474,[214]. 8, 15, 40, 111
- CHABOCHE, J. L. (1974). Une loi différentielle d'endommagement de fatigue avec cumulation non linéaire. *RFM, Rev. Fr. Mec.*, (50-51):71–82. 25
- CHANG, T. P., CHENG, H. S., CHIOU, W. A. et SPROUL, W. D. (1991). A comparison of fatigue failure morphology between tin coated and uncoated lubricated rollers. *Tribol. Trans.*, 34(3):408–416. 16
- CIAVARELLA, M., HILLS, D. A. et MONNO, G. (1998). The influence of rounded edges on indentation by a flat punch. *Proc. Inst. Mech. Eng. Part C J. Mech. Eng. Sci.*, 212(4):319–327. 15
- CROSSLAND, B. (1956). Effect of large hydrostatic pressures on the torsional fatigue strength of an alloy steel. *In Proc. Int. Conf. Fatigue Met.*, volume 138, page 12. Institution of Mechanical Engineers London. 24
- DANG VAN, K., GRIVEAU, B. et MESSAGE, O. (1989). On a new multiaxial fatigue criterion theory and application, Biaxial and Multiaxial Fatigue. *In Biaxial Multiaxial Fatigue (EGF 3)*, pages 479–496. 25
- de PANNEMAECCKER, A., BUFFIÈRE, J. Y., FOUVRY, S. et GRATON, O. (2017). In situ fretting fatigue crack propagation analysis using synchrotron X-ray radiography. *Int. J. Fatigue*, 97:56–69. 20

- DE PAUW, J., DE WAELE, W., HOJJATI-TALEMI, R. et DE BAETS, P. (2014). On the use of digital image correlation for slip measurement during coupon scale fretting fatigue experiments. *Int. J. Solids Struct.*, 51(18):3058–3066. 18
- DECREUSE, P.-Y. (2010). Fissuration en mode mixte I + II non proportionnel : approche expérimentale et modélisation de la plasticité. <http://www.theses.fr>, page 214. 31
- DENAUX, M., BAIETTO, M.-C., RÉTHORÉ, J. et DIJOURD, M. (2017). Calcul de la durée de vie en fretting d'une attache pale / disque de turbomachine soumise à un chargement vibratoire . Abstract : Résumé :. 27
- DING, J., SUM, W. S., SABESAN, R., LEEN, S. B., MCCOLL, I. R. et WILLIAMS, E. J. (2007). Fretting fatigue predictions in a complex coupling. *Int. J. Fatigue*, 29(7):1229–1244. 26
- DOBROMIRSKI, J. (1992). Variables of Fretting Process : Are There 50 of Them? *In Stand. Frett. Fatigue Test Methods Equip.*, pages 60–60–7. ASTM International, 100 Barr Harbor Drive, PO Box C700, West Conshohocken, PA 19428-2959. 9
- DUBOURG, M. C., CHATEAUMINOIS, A. et VILLECHAISE, B. (2003). In situ analysis and modeling of crack initiation and propagation within model fretting contacts using polymer materials. *Tribol. Int.*, 36(2):109–119. 20
- EDEN, E. M., ROSE, W. N. et CUNNINGHAM, P. L. (1911). The Endurance of Metals : Experiments on Rotating Beams at University College, London. *Proc. Inst. Mech. Eng.*, 81(1):839–974. 7
- EL HADDAD, M. H., DOWLING, N. E., TOPPER, T. H. et SMITH, K. N. (1980). J integral applications for short fatigue cracks at notches. *Int. J. Fract.*, 16(1):15–30. 24
- ENDO, K., GOTO, H. et FUKUNAGA, T. (1974). Behaviors of Frictional Force in Fretting Fatigue. *Bull JSME*, 17(108):647–654. 20
- FANTETTI, A., TAMATAM, L., VOLVERT, M., LAWAL, I., LIU, L., SALLES, L., BRAKE, M., SCHWINGSHACKL, C. et NOWELL, D. (2019). The impact of fretting wear on structural dynamics : Experiment and Simulation. *Tribol. Int.*, 138:111–124. 29
- FATEMI, A. et SOCIE, D. F. (1988). a Critical Plane Approach To Multiaxial Fatigue Damage Including Out-of-Phase Loading. *Fatigue Fract. Eng. Mater. Struct.*, 11(3):149–165. 24
- FENNER, A. J. et FIELD, J. E. (1958). La fatigue dans les conditions de frottement. *Rev. Métallurgie*, 55(5):475–485. 7
- FERRE, R., FOUVRY, S., BERTHEL, B. et RUIZ-SABARIEGO, J.-A. (2013). Stress gradient effect on the crack nucleation process of a Ti–6Al–4V titanium alloy under fretting loading : Comparison between non-local fatigue approaches. *Int. J. Fatigue*, 54:56–67. 126

- FERRY, B. (2017). *Study of the Stress Gradient Effect and the Size Effect in Fretting Fatigue*. Thèse de doctorat. 22, 30
- FOUVRY, S., GALLIEN, H. et BERTHEL, B. (2014). From uni- to multi-axial fretting-fatigue crack nucleation : Development of a stress-gradient-dependent critical distance approach. *Int. J. Fatigue*, 62:194–209. 42, 125
- FOUVRY, S., KAPSA, P. et VINCENT, L. (1996). Quantification of fretting damage. *Wear*, 200(1-2):186–205. 11, 12
- FOUVRY, S. et KUBIAK, K. (2009). Development of a fretting-fatigue mapping concept : The effect of material properties and surface treatments. *Wear*, 267(12):2186–2199. 14
- FOUVRY, S., LISKIEWICZ, T., KAPSA, P., HANNEL, S. et SAUGER, E. (2003). An energy description of wear mechanisms and its applications to oscillating sliding contacts. *Wear*, 255(1-6):287–298. 13
- FREDERICK, C. et ARMSTRONG, P. (2007). A mathematical representation of the multiaxial Bauschinger effect. *Mater. High Temp.*, 24(1):1–26. 87
- FRÉMY, F. (2012). *Fissuration par fatigue en mode mixte I+II+III non proportionnel dans l'acier 316L : approche expérimentale et modélisation des effets de la plasticité*. Thèse de doctorat. 31
- FRIDRICI, V. (2002). *Fretting d'un alliage de titane revêtu et lubrifié : application au contact aube/disque*. Thèse de doctorat. 16
- GALLIEGUE, T., DOCA, T., ARAÚJO, J. A. et FERREIRA, J. L. (2020). Fretting life of the Al7050-T7451 under out-of-phase loads : Numerical and experimental analysis. *Theor. Appl. Fract. Mech.*, 106:102492. 130
- GALLEGO, L. (2007). *Fretting et Usure des Contacts Mécaniques : Modélisation Numérique*. Thèse de doctorat. 6, 27
- GANDIOLLE, C. et FOUVRY, S. (2016). Stability of critical distance approach to predict fretting fatigue cracking : A "lopt-bopt" concept. In *Int. J. Fatigue*, volume 82, pages 199–210. Elsevier Ltd. 23
- GANDIOLLE, C., GARCIN, S. et FOUVRY, S. (2017). A non-collinear fretting-fatigue experiment to compare multiaxial fatigue criteria : critical shear plane strategy is better than invariant formulations. *Tribol. Int.*, 108:57–68. 17, 146
- GARCIN, S., FOUVRY, S. et HEREDIA, S. (2015). A FEM fretting map modeling : Effect of surface wear on crack nucleation. *Wear*, 330-331:145–159. 32
- GIANNAKOPOULOS, A. E., LINDLEY, T. C. et SURESH, S. (1998). Aspects of equivalence between contact mechanics and fracture mechanics : theoretical connections and a life-prediction methodology for fretting-fatigue. *Acta Mater.*, 46(9):2955–2968. 30, 37

- GIANNAKOPOULOS, A. E., LINDLEY, T. C., SURESH, S. et CHENUT, C. (2000). Similarities of stress concentrations in contact at round punches and fatigue at notches : Implications to fretting fatigue crack initiation. *Fatigue Fract. Eng. Mater. Struct.*, 23(7):561–571. 37, 43
- GORDELIER, S. et CHIVERS, T. (1979). A literature review of palliatives for fretting fatigue. *Wear*, 56(1):177–190. 8
- GRIFFIN, J. H. (1980). Friction Damping of Resonant Stresses in Gas Turbine Engine Airfoils. *J. Eng. Power*, 102(2):329–333. 29
- HAMILTON, G. M. (1983). Explicit equations for the stresses beneath a sliding spherical contact. *Proc. Inst. Mech. Eng. Part C J. Mech. Eng. Sci.*, 197(1):53–59. 15
- HAMILTON, G. M. et GOODMAN, L. E. (1964). The stress field created by a circular sliding contact. *J. Appl. Mech. Trans. ASME*, 33(2):371–376. 15
- HARIPRASAD, M. P. et RAMESH, K. (2017). Evaluation of Hertzian contact parameters from whole field displacement data. *J. Strain Anal. Eng. Des.*, 52(7):403–409. 54
- HEREDIA, S., FOUVRY, S., BERTHEL, B. et GRECO, E. (2014). Introduction of a "principal stress-weight function" approach to predict the crack nucleation risk under fretting fatigue using FEM modelling. *Int. J. Fatigue*, 61:191–201. 24
- HERTZ, H. (1882). Ueber die Berührung fester elastischer Körper. *J. für die reine und Angew. Math. (Crelles Journal)*, 1882(92):156–171. 8, 12, 15, 39, 40, 107
- HILLS, D. A., FLEURY, R. M. et DINI, D. (2016). Partial slip incomplete contacts under constant normal load and subject to periodic loading. *Int. J. Mech. Sci.*, 108-109:115–121. 30
- HILLS, D. A. et NOWELL, D. (1994). *Mechanics of Fretting Fatigue*, volume 30 de *Solid Mechanics and Its Applications*. Springer Netherlands, Dordrecht. 21
- HILLS, D. A., NOWELL, D. et SACKFIELD, A. (1987). Paper II(ii) Surface fatigue considerations in fretting. *Tribol. Ser.*, 12(C):35–40. 21
- HOEPPNER, D. W. et GATES, F. (1981). Fretting fatigue considerations in engineering design. *Wear*, 70(2):155–164. 8
- HOJJATI-TALEMI, R., ABDEL WAHAB, M., DE PAUW, J. et DE BAETS, P. (2014). Prediction of fretting fatigue crack initiation and propagation lifetime for cylindrical contact configuration. *Tribol. Int.*, 76:73–91. 21, 25, 129, 130, 133
- INGLEBERT, G., BOTELHO, T. D. S. et CARON, I. L. (2011). Théorie du contact de Hertz - Contacts ponctuels ou linéiques. *Frott. usure Lubrif.* 108
- IRWIN, G. (1957). Analysis of Stresses and Strains Near the End of a Crack Traversing a Plate. 38

- JERBI, H. (2016). Modélisation de l'usure et l'endommagement des contacts nus et revêtus sous chargement de fretting par une méthode semi-analytique. Rapport technique. 27
- JOHNSON, K. L. (1985). *Contact Mechanics*. Cambridge University Press. 8
- KACHANOV, L. M. (1957). Time of the rupture process under creep conditions (in {R}ussian). *Izv. Akad. Nauk. USSR, Otd. Tekh. Nauk.*, 8:26–31. 25
- KAPSA, P. et CARTIER, M. (2001). Usure des contacts mécaniques - Manifestations de l'usure. *Ref TIP574WEB - "Frottement, usure Lubrif.* 17
- KARHUNEN, K. (1947). Über lineare Methoden in der Wahrscheinlichkeitsrechnung. *Ann. Acad. Sci. Fenn.*, 37:79. 31, 155
- KARTAL, M. E., MULVIHILL, D. M., NOWELL, D. et HILLS, D. A. (2011). Measurements of pressure and area dependent tangential contact stiffness between rough surfaces using digital image correlation. *Tribol. Int.*, 44(10):1188–1198. 18
- KOUANGA, C., JONES, J., REVILL, I., WORMALD, A., NOWELL, D., DWYER-JOYCE, R., ARAÚJO, J. A. et SUSMEL, L. (2018). On the estimation of finite lifetime under fretting fatigue loading. *Int. J. Fatigue*, 112:138–152. 133
- KOURKOULIS, S. K., MARKIDES, C. F. et CHATZISTERGOS, P. E. (2013). The standardized Brazilian disc test as a contact problem. *Int. J. Rock Mech. Min. Sci.*, 57:132–141. 54
- LEE, H. et MALL, S. (2004). Some observations on frictional force during fretting fatigue. *Tribol. Lett.*, 17(3):491–499. 18
- LEMAITRE, J. (1987). Formulation and Identification of Damage Kinetic Constitutive Equations. *In Contin. Damage Mech. Theory Appl.*, pages 37–89. Springer Vienna, Vienna. 25
- LEMOINE, E., NÉLIAS, D., THOUVEREZ, F. et VINCENT, C. (2020). Influence of fretting wear on bladed disks dynamic analysis. *Tribol. Int.*, 145:106148. 27
- LEROUX, J. (2013). *Modelisation numerique du contact pour materiaux composites*. Thèse de doctorat. 27
- MADGE, J. J., LEEN, S. B., MCCOLL, I. R. et SHIPWAY, P. H. (2007a). Contact-evolution based prediction of fretting fatigue life : Effect of slip amplitude. *Wear*, 262(9-10):1159–1170. 11
- MADGE, J. J., LEEN, S. B. et SHIPWAY, P. H. (2007b). The critical role of fretting wear in the analysis of fretting fatigue. *Wear*, 263(1-6 SPEC. ISS.):542–551. 11, 32
- MAMIYA, E. N., ARAÚJO, J. A. et CASTRO, F. C. (2009). Prismatic hull : A new measure of shear stress amplitude in multiaxial high cycle fatigue. *Int. J. Fatigue*, 31(7):1144–1153. 25

- MCDOWELL, J. R. (1952). Fretting Corrosion Tendencies of Several Combinations of Materials. *In Symp. Frett. Corros.*, pages 24–24–16, 100 Barr Harbor Drive, PO Box C700, West Conshohocken, PA 19428-2959. ASTM International, ASTM International. [7](#)
- MEGGIOLARO, M. A., CASTRO, J. T. et WU, H. (2015). On the applicability of multi-surface, two-surface and non-linear kinematic hardening models in multiaxial fatigue. *Frat. ed Integrita Strutt.*, 9(33):357–367. [90](#)
- MEGGIOLARO, M. A., MIRANDA, A. C. d. O. et de CASTRO, J. T. P. (2007). Short crack threshold estimates to predict notch sensitivity factors in fatigue. *Int. J. Fatigue*, 29(9-11):2022–2031. [23](#)
- MENG, H. et LUDEMA, K. (1995). Wear models and predictive equations : their form and content. *Wear*, 181-183(PART 2):443–457. [12](#)
- MERIAUX, J. (2010). Etude expérimentale de modélisation de l'endommagement d'un contact aube disque de soufflante soumis à des chargements de fretting fatigue. [78](#), [137](#), [138](#), [139](#), [141](#)
- MERIAUX, J., FOUVRY, S., KUBIAK, K. et DEYBER, S. (2010). Characterization of crack nucleation in TA6V under fretting-fatigue loading using the potential drop technique. *Int. J. Fatigue*, 32(10):1658–1668. [19](#)
- MINDLIN, R. D. (1989). Compliance of Elastic Bodies in Contact. *In Collect. Pap. Raymond D. Mindlin Vol. I*, pages 197–206. Springer New York, New York, NY. [12](#), [15](#), [40](#), [111](#)
- MINDLIN, R. D. et DERESIEWICZ, H. (1989). Elastic Spheres in Contact Under Varying Oblique Forces. *In Collect. Pap. Raymond D. Mindlin Vol. I*, pages 269–286. [111](#)
- MOHRBACHER, H., BLANPAIN, B., CELIS, J. P., ROOS, J. R., STALS, L. et VAN STAPPEN, M. (1995). Oxidational wear of TiN coatings on tool steel and nitrided tool steel in unlubricated fretting. *Wear*, 188(1-2):130–137. [13](#)
- MONTEBELLO, C. (2016). *Analysis of the stress gradient effect in Fretting-Fatigue through a description based on nonlocal intensity factors*. Thèse de doctorat. [30](#), [31](#), [43](#), [44](#), [46](#), [51](#), [77](#)
- MONTEBELLO, C., POMMIER, S., DEMMOU, K., LEROUX, J. et MÉRIAUX, J. (2015). Multi-scale approach for the analysis of the stress fields at a contact edge in fretting fatigue conditions with a crack analogue approach. *Frat. ed Integrita Strutt.*, 9(33):159–166. [43](#)
- MOREL, F., MOREL, A. et NADOT, Y. (2009). Comparison between defects and micro-notches in multiaxial fatigue - The size effect and the gradient effect. *Int. J. Fatigue*, 31(2):263–275. [23](#)
- MRÓZ, Z. (1967). On the description of anisotropic workhardening. *J. Mech. Phys. Solids*, 15(3):163–175. [88](#)

- MUGADU, A., HILLS, D. A. et LIMMER, L. (2002). An asymptotic approach to crack initiation in fretting fatigue of complete contacts. *J. Mech. Phys. Solids*, 50(3):531–547. 30
- MUSKHELISHVILI, N. I. (1953). *Some Basic Problems of the Mathematical Theory of Elasticity*. Springer Netherlands. 8, 41, 54
- NADOT, Y. et BILLAUDEAU, T. (2006). Multiaxial fatigue limit criterion for defective materials. *Eng. Fract. Mech.*, 73(1):112–133. 23
- NAVARRO, C., MUÑOZ, S. et DOMÍNGUEZ, J. (2008). On the use of multiaxial fatigue criteria for fretting fatigue life assessment. *Int. J. Fatigue*, 30(1):32–44. 25
- NEUBER, H. (1958). Theory of notch stresses : principles for exact calculation of strength with reference to structural form and material. *Springer*, page 292. 22
- NISHIOKA, K. et HIRAKAWA, K. (1969a). Fundamental Investigations of Fretting Fatigue : Part 2, Fretting Fatigue Testing Machine and Some Test Results. *Bull. JSME*, 12(50):180–187. 7
- NISHIOKA, K. et HIRAKAWA, K. (1969b). Fundamental Investigations of Fretting Fatigue : Part 3, Some Phenomena and Mechanisms of Surface Cracks. *Bull. JSME*, 12(51):397–407. 7
- NISHIOKA, K. et HIRAKAWA, K. (1969c). Fundamental Investigations of Fretting Fatigue : Part 4, The Effect of Mean Stress. *Bull. JSME*, 12(51):408–414. 7
- NISHIOKA, K. et HIRAKAWA, K. (1969d). Fundamental Investigations of Fretting Fatigue : Part 5, The Effect of Relative Slip Amplitude. *Bull. JSME*, 12(52):692–697. 7
- NISHIOKA, K., NISHIMURA, S. et HIRAKAWA, K. (1968). Fundamental Investigations of Fretting Fatigue : Part 1, On the Relative Slip Amplitude of Press-fitted Axle Assemblies. *Bull. JSME*, 11(45):437–445. 11
- NOWELL, D. (1988). An Analysis of Fretting Fatigue. 8, 22, 132, 136
- NOWELL, D. et NOWELL, P. (2020). A machine learning approach to the prediction of fretting fatigue life. *Tribol. Int.*, 141:105913. 9
- PANICO, P., BAIETTO, M.-C., CHAISE, T. et GUILÉMOT, N. (2018). Détermination d'un critère d'amorçage de fissures de fretting utilisant une description asymptotique du contact. 30
- PAPADOPOULOS, I. V. et PANOSKALTSIS, V. P. (1996). Invariant formulation of a gradient dependent multiaxial high-cycle fatigue criterion. *Eng. Fract. Mech.*, 55(4):513–528. 22, 23
- PETERSON, R. (1959). Notch sensitivity. *Met. Fatigue*, pages 293–306. 22



- PIERRES, E., BAIETTO, M.-C., GRAVOUIL, A. et MORALES-ESPEJEL, G. (2010). 3D two scale X-FEM crack model with interfacial frictional contact : Application to fretting fatigue. *In Tribol. Int.*, volume 43, pages 1831–1841. 26
- POMMIER, S. et HAMAM, R. (2007). Incremental model for fatigue crack growth based on a displacement partitioning hypothesis of mode I elastic-plastic displacement fields. *Fatigue Fract. Eng. Mater. Struct.*, 30(7):582–598. 43
- POMMIER, S., LOPEZ-CRESPO, P. et DECREASE, P. Y. (2009). A multi-scale approach to condense the cyclic elastic-plastic behaviour of the crack tip region into an extended constitutive model. *Fatigue Fract. Eng. Mater. Struct.*, 32(11):899–915. 43
- PRAGER, W. (1949). Recent developments in the mathematical theory of plasticity. *J. Appl. Phys.*, 20(3):235–241. 87
- PROUDHON, H. (2005). *Identification des mécanismes de fissuration dans un alliage d'aluminium sollicité en fretting et en fatigue*. Thèse de doctorat. 19
- PROUDHON, H., BUFFIÈRE, J. Y. et FOUVRY, S. (2007). Three-dimensional study of a fretting crack using synchrotron X-ray micro-tomography. *Eng. Fract. Mech.*, 74(5):782–793. 20
- PROUDHON, H., FOUVRY, S. et BUFFIÈRE, J. Y. (2005). A fretting crack initiation prediction taking into account the surface roughness and the crack nucleation process volume. *Int. J. Fatigue*, 27(5):569–579. 122, 123, 128
- RAJASEKARAN, R. et NOWELL, D. (2005). On the finite element analysis of contacting bodies using submodelling. *J. Strain Anal. Eng. Des.*, 40(2):95–106. 27
- RAJASEKARAN, R. et NOWELL, D. (2006). Fretting fatigue in dovetail blade roots : Experiment and analysis. *Tribol. Int.*, 39(10):1277–1285. 16, 19
- ROLLS-ROYCE (2005). The Jet Engine. page 292. 28
- RUIZ, C., BODDINGTON, P. H. et CHEN, K. C. (1984). An investigation of fatigue and fretting in a dovetail joint. *Exp. Mech.*, 24(3):208–217. 25
- SABSABI, M., GINER, E. et FUENMAYOR, F. J. (2011). Experimental fatigue testing of a fretting complete contact and numerical life correlation using X-FEM. *Int. J. Fatigue*, 33(6):811–822. 137
- SACKFIELD, A. et HILLS, D. A. (1983). Some useful results in the tangentially loaded hertzian contact problem. *J. Strain Anal. Eng. Des.*, 18(2):107–110. 15
- SIMON, J. (2017). *Influence de micro-entailles sur le comportement en fatigue à grand nombre de cycles d'un alliage de TA6V ; comparaison avec le fretting-fatigue*. Thèse de doctorat. 30



- SINCLAIR, G. B., CORMIER, N. G., GRIFFIN, J. H. et MEDA, G. (2002). Contact Stresses in Dovetail Attachments : Finite Element Modeling. *J. Eng. Gas Turbines Power*, 124(1):182–189. [26](#)
- SMITH, R. A., WATSON, P. et TOPPER, T. H. (1970). A stress-strain parameter for the fatigue of metals. *J. Mater.*, 5(4):767–778. [24](#)
- SUSMEL, L. (2008). The theory of critical distances : a review of its applications in fatigue. *Eng. Fract. Mech.*, 75(7):1706–1724. [22](#)
- SUSMEL, L. et TAYLOR, D. (2007). A novel formulation of the theory of critical distances to estimate lifetime of notched components in the medium-cycle fatigue regime. *Fatigue Fract. Eng. Mater. Struct.*, 30(7):567–581. [23](#)
- SZOLWINSKI, M. P. et FARRIS, T. N. (1998). Observation, analysis and prediction of fretting fatigue in 2024-T351 aluminum alloy. *Wear*, 221(1):24–36. [24](#), [132](#), [135](#)
- TAYLOR, D. (2008). The theory of critical distances. *Eng. Fract. Mech.*, 75(7):1696–1705. [22](#)
- TEZEGHDANTI, W. (2019). *Stratégie de réduction de modèle appliquée à un problème de fissuration dans un milieu anisotrope : application à la modélisation de la plasticité cristalline*. Thèse de doctorat. [31](#)
- TOMLINSON, G. A. (1927). The Rusting of Steel Surfaces in Contact. *Proc. R. Soc. A Math. Phys. Eng. Sci.*, 115(771):472–483. [7](#)
- TOMLINSON, G. A., THORPE, P. L. et GOUGH, H. J. (1939). An Investigation of the Fretting Corrosion of Closely Fitting Surfaces. *Proc. Inst. Mech. Eng.*, 141(1):223–249. [7](#)
- VENKATESH, T. A., CONNER, B. P., SURESH, S., GIANNAKOPOULOS, A. E., LINDLEY, T. C. et LEE, C. S. (2001). An experimental investigation of fretting fatigue in Ti-6Al-4V : the role of contact conditions and microstructure. *Metall. Mater. Trans. A*, 32(5):1131–1146. [140](#), [141](#), [142](#)
- VINGSBO, O. et SÖDERBERG, S. (1988). On fretting maps. *Wear*, 126(2):131–147. [8](#), [11](#), [12](#)
- VOISIN, J. M., VANNES, A. B., VINCENT, L., DAVIOT, J. et GIRAUD, B. (1995). Analysis of a tube-grid oscillatory contact : methodology for the selection of superficial treatments. *Wear*, 181-183(PART 2):826–832. [21](#)
- WANG, D. F. et KATO, K. (2002). Effect of coating thickness on friction for carbon nitride films in repeated sliding against a spherical diamond with nano-scale asperities. *Wear*, 252(3-4):210–219. [16](#)
- WARLOW-DAVIES, E. J. (1941). Fretting Corrosion and Fatigue Strength : Brief Results of Preliminary Experiments. *Proc. Inst. Mech. Eng.*, 146(1):32–38. [7](#)

## Références bibliographiques

---

- WATERHOUSE, R. (1976). Fretting fatigue. *Mater. Sci. Eng.*, 25(C):201–206. [8](#)
- WESTERGAARD, H. (1939). Bearing Pressures and Cracks. *J. Appl. Mech.*, 6:49–53. [38](#), [68](#)
- WILLIAMS, M. L. et PASADENA, C. (1956). On the Stress Distribution at the Base of a Stationary Crack. Rapport technique. [30](#)
- WITTKOWSKY, B. U., BIRCH, P. R., DOMÍNGUEZ, J. et SURESH, S. (2000). Experimental investigation of fretting fatigue with spherical contact in 7075-T6 aluminum alloy. In *ASTM Spec. Tech. Publ.*, numéro 1367, pages 213–227, 100 Barr Harbor Drive, PO Box C700, West Conshohocken, PA 19428-2959. ASTM International. [140](#), [142](#)
- WRIGHT, G. P. et O’CONNOR, J. J. (1972). The Influence of Fretting and Geometric Stress Concentrations on the Fatigue Strength of Clamped Joints. *Proc. Inst. Mech. Eng.*, 186(1):827–835. [8](#)
- ZHANG, M., BENÍTEZ, J. M. et MONTÁNS, F. J. (2018). Cyclic plasticity using Prager’s translation rule and both nonlinear kinematic and isotropic hardening : Theory, validation and algorithmic implementation. *Comput. Methods Appl. Mech. Eng.*, 328:565–593. [90](#)
- ZHANG, T., MCHUGH, P. E. et LEEN, S. B. (2012). Finite element implementation of multiaxial continuum damage mechanics for plain and fretting fatigue. *Int. J. Fatigue*, 44:260–272. [25](#)
- ZOUAIN, N., MAMIYA, E. N. et COMES, F. (2006). Using enclosing ellipsoids in multiaxial fatigue strength criteria. *Eur. J. Mech. A/Solids*, 25(1):51–71. [25](#)





**Titre :** Modélisation de la durée de vie en fretting-fatigue sous chargements complexes

**Mots clés :** Fretting-fatigue, Durée de vie, Approche incrémentale

**Résumé :** Dans ce manuscrit, une nouvelle méthode pour prendre en compte l'effet du gradient et prédire la durée de vie en fretting-fatigue est proposée. Cette approche consiste à représenter le mouvement au voisinage du front de contact en utilisant un ensemble de degrés de liberté et de champs spatiaux de référence. Les facteurs d'intensité de ces champs spatiaux sont un ensemble de variables non-locales qui constituent les degrés de liberté du problème. Il est démontré qu'un très petit nombre suffit à décrire avec précision le problème mécanique. Des analyses 3D par éléments finis ont été réalisées, d'abord pour construire le cadre de cette approximation, ensuite pour quantifier sa précision et enfin pour déterminer

la réponse non-linéaire d'un contact tridimensionnel dans des conditions de frottement multiaxiales. Un modèle de comportement incrémental a été développé pour prédire cette réponse non-linéaire et a été comparé aux résultats des analyses par éléments finis. Enfin, ces facteurs d'intensité non locaux sont utilisés pour établir un critère d'amorçage de fissure et la durée de vie en fretting-fatigue est comparée aux données expérimentales. Cette représentation non-locale a l'avantage d'être indépendante de la géométrie des solides en contact. Ainsi, les facteurs d'intensité peuvent être utilisés pour prédire le comportement d'un assemblage industriel à l'échelle réelle en utilisant les données obtenues sur des géométries de laboratoire.

**Title :** Modeling fretting-fatigue life under complex loading conditions

**Keywords :** Fretting-fatigue, Life prediction, Incremental approach

**Abstract :** In this manuscript a new method to describe the stress gradient effect and predict the life in fretting-fatigue is proposed. This approach consists of representing the movement in the vicinity of a contact front by using a set of degrees of freedom and reference spatial fields. The intensity factors of these reference spatial fields are hence a set of non-local variables which constitute the degrees of freedom of the problem. It is shown that a very small number of them is required to accurately describe the mechanical problem. 3D finite element analyses were conducted, first to build the framework of this approximation, second to qualify its accuracy

and finally to determine the non-linear response of a contact in multiaxial fretting-fatigue conditions. An incremental constitutive model was developed to predict this non-linear response and was compared to the results of the finite elements analyses. Finally, these non-local intensity factors are used to set up crack initiation criteria and the predicted crack initiation threshold. Then, fretting fatigue lives are compared to experimental data. This non-local representation has the advantage of being independent of the geometry of the contacting bodies. So, intensity factors can be used to predict the behavior of real-scale industrial assembly using data obtained on laboratory test geometry.