



**HAL**  
open science

# Observables robustes pour la détection haut-contraste à faible séparation angulaire

Romain Laugier

► **To cite this version:**

Romain Laugier. Observables robustes pour la détection haut-contraste à faible séparation angulaire. Astrophysique [astro-ph]. Université Côte d'Azur, 2020. Français. NNT : 2020COAZ4046 . tel-03052311

**HAL Id: tel-03052311**

**<https://theses.hal.science/tel-03052311v1>**

Submitted on 10 Dec 2020

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



# THÈSE DE DOCTORAT

Observables robustes pour la détection haut-contraste  
à faible séparation angulaire

**Romain LAUGIER**

Laboratoire J.-L. Lagrange (UMR 7293), Observatoire de la Côte d'Azur

**Présentée en vue de l'obtention du grade de  
docteur en Sciences de la Planète et de l'Univers  
de l'Université Côte d'Azur**

**Dirigée par :** Frantz MARTINACHE

**Soutenue le :** 22 septembre 2020

**Devant le jury composé de :**

Élodie Choquet, Laboratoire d'Astrophysique de Marseille

Pierre Kervella, Observatoire de Paris

Sylvestre Lacour, LESIA, Observatoire de Paris

Denis Mourard, OCA/UCA

Laurent Mugnier, ONERA

Frantz Martinache, OCA/UCA

**Invité :**

Denis Defrère, Université de Liège

# Observables robustes pour la détection haut-contraste à faible séparation angulaire

## Robust observables for high-contrast detection at small angular separation

### **Jury :**

#### Rapporteurs :

Pierre Kervella, Astronome, Observatoire de Paris  
Sylvestre Lacour, Chargé de recherche CNRS avec HDR, LESIA, Observatoire de Paris

#### Examineurs :

Élodie Choquet, Astronome adjointe, LAM  
Denis Mourard, Astronome, OCA/UCA  
Laurent Mugnier, Maître de recherche, ONERA

#### Directeur de thèse :

Frantz Martinache, Maître de conférences avec HDR, OCA/UCA

#### Invité :

Denis Defrère, Professeur associé, Université de Liège

# Résumé et mots clés

## Abstract and keywords

---

**Titre :** Observables robustes pour la détection haut-contraste à faible séparation angulaire

---

**Résumé :** L'étude des exoplanètes est un domaine très actif. Malgré la nature indirecte de la plupart des détections, celles-ci nous fournissent déjà une quantité importante d'informations sur les propriétés de ces systèmes exoplanétaires : leur masse, taille et paramètres orbitaux. Pourtant, la détection directe de la lumière qu'elles émettent ou réfléchissent fournit des informations encore plus précieuses.

Les instruments coronagraphiques conçus dans ce but sont généralement limités par la qualité de front d'onde, qui les empêchent notamment d'atteindre leurs performances théoriques. A l'inverse les techniques employant des observables qui sont robustes à ces aberrations sont limitées par le bruit de photon. Ces deux approches sont rendues incompatibles par la rupture de la relation de convolution qui lie l'objet à l'image.

Les travaux décrits dans cette thèse explorent différentes pistes visant à contourner cette incompatibilité afin de combiner les performances des méthodes coronagraphiques et interférométriques, grâce à des transferts technologiques et au développement de nouvelles méthodes :

Le développement des noyaux différentiels angulaires (ADK) qui utilisent les principes de l'imagerie différentielle angulaire (ADI) dans le cadre des noyaux de phases et clôtures de phases. L'expérimentation de noyaux de phases avec une pupille apodisée. L'exploitation des noyaux de phases à partir d'images saturées. Le développement d'architectures exploitant les noyaux d'obscurité (kernel nulling) pour un nombre arbitraire de pupilles, et notamment pour des architectures à grandes lignes de base.

Ces travaux poussent les performances en contraste des observables robustes à faible séparation, et entament l'exploration des nouvelles voies du haut contraste robuste.

---

**Mots clés :** – Exoplanètes, haut-contraste, interférométrie, interférométrie en frange sombre, coronagraphie, apodisation, clôture de phase, kernel, noyaux, imagerie

---

**Title :** Robust observables for high-contrast detection at small angular separation

---

**Abstract :** The study of exoplanets has been a very active topic in the past years. Despite the indirect nature of most detections to date, those already provide us with a wealth of information on the properties of these exoplanetary systems, like their mass, size, and orbital elements. However, the direct detection of the light emitted or reflected by those planets provides some even more precious information.

Coronagraphic instruments that would allow this are generally limited by the wavefront quality at their input, which prevents them from reaching their theoretical performance. Conversely, techniques employing observables designed to be robust to those aberrations are limited by photon noise. These two methods are made incompatible because coronagraphy breaks the convolution relationship between the object and its image.

The works described in this thesis explore different avenues aiming to sidestep this incompatibility and to combine the performance of coronagraphic and interferometric methods through technology transfers as well as the development of new methods.

The development of angular differential kernel phases (ADK) that make use the principles of angular differential imaging (ADI), transferring them for kernel and closure phases observables. The experimentation of kernel phases behind shaped pupil apodization masks. The exploitation kernel phases extracted from archival saturated images. The development of architectures for kernel nulling for an arbitrary number of apertures for Fizeau and long-baseline interferometry.

These works push the contrast performance of robust observables at small angular separations and begin the exploration of new methods of robust high-contrast observations.

---

**Keywords :** – Exoplanets, high contrast, interferometry, nulling interferometry, coronagraphy, apodization, closure phase, kernel, imaging

# Remerciements

En premier lieu, je dois remercier Frantz pour avoir encadré mes travaux et supporté mon entêtement, et surtout pour m'avoir prêté la patience que je n'ai jamais eue.

Un grand merci à la longue liste de personnes dont la confiance m'a porté jusqu'ici. Dans l'ordre chronologique : Auguste Le Van Suu, Michel Boër, Alain Klotz, Guillaume Langin, Eric Lagadec, Frantz Martinache (j'espère qu'ils n'ont pas été déçus). Et merci à Denis Defrère qui ajoute un maillon à cette chaîne.

Merci à Loïc pour avoir pris le relais à TAROT quand j'ai quitté l'équipe. Au moins avec toi, je savais que les télescopes étaient dans de bonnes mains.

Merci, bien sûr à toute l'équipe KERNEL. Merci à Alban, pour son travail et pour avoir su rester professionnel au bureau, tout en restant fidèle à ses opinions. Courage, tu vas t'en sortir. Merci à David pour son soutien et sa confiance. Un immense merci à Mamadou qui a (bien plus que moi) de très bon yeux pour voir le côté positif. *Thank you to Nick of course, for following me down this kernel nulling rabbit hole. That was a tough ride, and your support meant the world.*

*Thank you to Jens for his trust, and for the good times we had working together. Thank you to Yinzi for your determination in your research, and for listening to my crazy talk. I hope we will have more occasions to work together.*

Merci à l'équipe du télescope Subaru et en particulier à l'équipe de SCEXAO, Olivier, Seb, Julien, Ananya et aux autres pour leur accueil. Observer au sommet du Mauna Kea a représenté pour moi bien plus qu'une chance et une opportunité. C'est à mes yeux une expérience spirituelle, un pèlerinage scientifique qui fait honneur à l'héritage culturel de ce lieu unique. J'espère et je souhaite que le dialogue permettra de trouver les solutions acceptables pour tous.

Merci à Olivier Lai pour m'avoir permis de contribuer à son petit projet à mes heures perdues. Ces heures passées à inventer et réinventer des instruments de mesure resteront parmi mes meilleurs souvenirs de cette période à Valrose.

*Thank you to Vitalii for letting me pretend I was ready to invest time in those crazy hobby-science projects with you.*

Un grand merci à toute l'équipe FPV : Christophe, Yan, Florentin et Alex. Notre tradition du dimanche a été un des piliers de ma bonne humeur durant ces trois années.

Merci à Clément pour m'avoir fait découvrir SymPy, et pour ta camaraderie tout au long de cette aventure. Merci à Adrien et à tous les doctorants de MT180 pour l'excellente ambiance. Merci à Marc-Antoine, parce que même quand on ne comprend pas grand chose d'autres, au moins on se comprend. Merci à ceux qui sont partis devant : Onelda, Álvaro, François, Gerardo, Pierre, Marina, Anthony, Florian, Gabriele pour avoir montré l'exemple. On a fait de notre mieux de faire perdurer la tradition du AchSo!Café. Mais que voulez-vous l'ambiance n'était plus la même après votre départ! Merci à Malak et Mircea pour votre implication dans la vie associative. Merci aux voisins de bureau, Elison, Eric, Dinil pour la bonne

ambiance. Merci aux nouveaux, qui apportent l'espoir de la nouvelle génération, Raphaël, Coline, Peter, Guillaume, Cyril. C'est sur vos épaules que repose la vie associative, le Slack, etc.

Merci à Kevin Barjot avec qui on a partagé la Lune, et aux étudiants du CSU, Clément, Élise, Valentin, Lancelot pour avoir joué le jeu avec nous. Merci à Florian Zedek pour m'avoir fait sentir un peu moins seul durant ces longues heures.

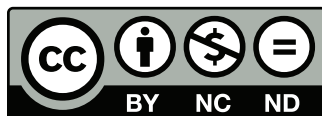
Merci à Khaled et au personnel du restaurant qui donnent à l'observatoire de airs de véritable famille. Merci à tous ceux que je ne nomme pas mais qui ont contribué à faire de ces années une expérience inoubliable.

Merci à Costud, à Costrass, et aux copains pour les moments de détente (malheureusement trop peu nombreux).

Puisque les premiers arrivent les derniers, merci à ma famille. Merci à mes parents pour n'avoir pas douté une seule seconde. Merci à mon grand père pour avoir bercé mon enfance sur une monture équatoriale et avoir mis des étoiles dans mes rêves. Merci à mon oncle et ma tante pour m'avoir hébergé quand j'en ai eu besoin. Et bien sûr merci au reste de ma famille dont le soutien m'a permis de travailler avec confiance.

Et enfin merci à toi, cher lecteur, pour le courage que tu t'apprêtes à montrer en tournant quelques pages supplémentaires pour plonger avec moi dans l'aventure périlleuse des observations à haut contraste et à faible séparation angulaire. Pour ce voyage semé d'embûches, et tel César s'adressant à Caius Céplus, je te souhaite "respect et robustesse".

Les travaux que réalisés durant cette thèse font partie du projet KERNEL qui a été financé par le Conseil Européen de la Recherche (ERC) dans le cadre du programme de recherche et d'innovation Horizon 2020 (CoG 683029).



This work is licensed under the Creative Commons Attribution 4.0 International License. To view a copy of this license, visit <http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/> or send a letter to Creative Commons, PO Box 1866, Mountain View, CA 94042, USA.





# Table des matières

<b>1</b>	<b>Exoplanètes : une révolution de l’astronomie</b>	<b>3</b>
1.1	Distances . . . . .	3
1.2	4000 mondes . . . . .	4
1.2.1	Méthodes de détection indirectes . . . . .	4
1.2.2	Caractérisation spectrale . . . . .	5
1.2.3	Le cas de la spectroscopie de transit . . . . .	5
1.3	Détection directe et limite de résolution . . . . .	6
1.3.1	Grossissement et limite de résolution . . . . .	6
1.3.2	Interférométrie . . . . .	7
1.3.3	Contraste . . . . .	8
<b>2</b>	<b>Haut contraste</b>	<b>9</b>
2.1	Imagerie . . . . .	9
2.1.1	Principes de base . . . . .	9
2.1.2	La Fonction d’étalement du point . . . . .	11
2.1.3	Un problème de stabilité . . . . .	13
2.2	Optique adaptative . . . . .	16
2.2.1	Fonctionnement . . . . .	16
2.2.2	Effets locaux . . . . .	18
2.2.3	Conséquences . . . . .	19
2.3	Coronographes . . . . .	19
2.3.1	Principes de base . . . . .	19
2.3.2	Besoins sur le front d’onde . . . . .	22
2.3.3	Post-traitement et techniques différentielles . . . . .	24
2.3.4	Conclusions relatives à la coronographie . . . . .	24
<b>3</b>	<b>Observables robustes</b>	<b>25</b>
3.1	Considération interférométriques . . . . .	25
3.1.1	Pupilles non-redondantes . . . . .	25
3.1.2	Le module de visibilité . . . . .	26
3.1.3	Obtenir une information de phase . . . . .	27
3.1.4	Généralisations à la pleine pupille . . . . .	30
3.1.5	Effet de l’optique adaptative et noyaux de phase . . . . .	30
3.2	Interprétation des observables robustes . . . . .	32
3.2.1	Erreurs de mesure . . . . .	32
3.2.2	Inférence et ajustement de modèle . . . . .	33
3.2.3	Cartes de colinéarité . . . . .	33
3.2.4	Tests de détection . . . . .	35
3.3	Choix stratégiques . . . . .	36
3.3.1	Les noyaux de phase . . . . .	36

3.3.2	Plan de bataille . . . . .	36
<b>4</b>	<b>Biais et étalonnage</b>	<b>39</b>
4.1	Erreurs affectant les observables . . . . .	39
4.1.1	Sources d’erreurs et enjeux . . . . .	39
4.1.2	Catégories pratiques . . . . .	39
4.1.3	Erreurs aux échelles intermédiaires . . . . .	40
4.2	Imagerie Différentielle Angulaire . . . . .	40
4.3	<i>Angular differential kernel phases</i> . . . . .	41
4.4	Conclusions sur la calibration . . . . .	55
4.4.1	Différentes manières d’obtenir une matrice <b>L</b> . . . . .	55
4.4.2	Course à la stabilité . . . . .	55
<b>5</b>	<b>Premiers pas vers des applications à haut contraste</b>	<b>57</b>
5.1	Rupture de la relation de convolution . . . . .	57
5.1.1	Problème de saturation . . . . .	57
5.2	<i>Recovering saturated images</i> . . . . .	58
5.3	Conclusion sur la saturation . . . . .	67
5.3.1	Autres travaux sur des images saturées . . . . .	67
5.3.2	Récupération avec référence . . . . .	67
5.3.3	Haut contraste . . . . .	69
<b>6</b>	<b>Masques de pupille apodisants</b>	<b>71</b>
6.1	Préserver la relation de convolution. . . . .	71
6.2	Conception d’un apodiseur pour le télescope Subaru . . . . .	73
6.2.1	Algorithme d’optimisation . . . . .	73
6.2.2	Fabrication du masque pour SCEXAO . . . . .	73
6.3	Simulation . . . . .	73
6.3.1	Construction de modèles . . . . .	73
6.3.2	Prédiction des performances . . . . .	74
6.3.3	Simulation de données . . . . .	78
6.4	Résultats . . . . .	78
6.4.1	Sensibilité . . . . .	78
6.4.2	Mesure de position . . . . .	78
6.5	Perspectives pour les noyaux apodisés . . . . .	81
6.5.1	Essais en conditions réelles . . . . .	81
6.5.2	Perspectives . . . . .	81
6.5.3	Conclusions . . . . .	82
<b>7</b>	<b>Noyaux d’obscurité</b>	<b>83</b>
7.1	Haut-contraste interférométrique . . . . .	83
7.1.1	Interférométrie longues bases . . . . .	83
7.1.2	Mode de recombinaison et interférométrie en frange sombre . . . . .	85
7.2	Vers une interférométrie en frange sombre robuste : les noyaux d’obscurité . . . . .	85
7.2.1	Observables robustes en frange sombre . . . . .	85
7.2.2	La dérivée seconde de l’intensité . . . . .	86
7.2.3	Diagrammes de matrices complexes . . . . .	88
7.3	Kernel nullers for an arbitrary number of apertures . . . . .	88
7.3.1	Ebauche soumise à $A\mathcal{E}A$ . . . . .	88
7.3.2	Double Bracewell . . . . .	101
7.4	Considérations pratiques . . . . .	101
7.4.1	Vers des évaluations de pertinence . . . . .	101

7.4.2	Pic de transmission hors-axe . . . . .	102
7.4.3	Combineurs multiplexés . . . . .	103
7.4.4	Combineurs en cascade . . . . .	104
7.5	Implémentation physique . . . . .	107
7.5.1	Combineurs élémentaires . . . . .	107
7.5.2	Le banc d'essais KERNEL . . . . .	108
7.5.3	Un prototype pour VIKiNG . . . . .	108
7.5.4	Correction de la solution proposée par BRIGHT Photonics . . . . .	110
7.5.5	Factorisation en combineurs élémentaires . . . . .	116
7.5.6	Prototype de combineur à trois entrées . . . . .	118
7.5.7	Combineurs plus complexes . . . . .	118
7.6	Discussion . . . . .	118
7.6.1	Solution continue . . . . .	118
7.6.2	Interprétation de mesures en noyau d'obscurité . . . . .	118
7.6.3	Conclusion . . . . .	121
<b>8</b>	<b>Conclusion</b> . . . . .	<b>123</b>
8.1	Contexte . . . . .	123
8.2	Parcours . . . . .	123
8.3	Perspectives . . . . .	124
<b>A</b>	<b>Mesure de la turbulence de coupole avec AIRFLOW</b> . . . . .	<b>139</b>
A.1	Turbulence locale . . . . .	139
A.2	L'instrument AIRFLOW . . . . .	139
A.3	Variante à pupille continue . . . . .	140
A.4	Conclusion . . . . .	142
<b>B</b>	<b>Analyse en noyaux de phase du jeu de données NEAR</b> . . . . .	<b>143</b>
B.1	Le jeu de données . . . . .	143
B.2	Analyse sommaire . . . . .	144
B.3	Analyse ADK . . . . .	146
B.4	Vers une analyse plus rigoureuse . . . . .	147
<b>C</b>	<b>Combineurs interférométriques multi-modes</b> . . . . .	<b>149</b>
C.1	Besoins de conception . . . . .	149
C.2	Equations . . . . .	149
C.3	Utilisation . . . . .	150
C.4	Conclusion . . . . .	153
<b>D</b>	<b>Capteurs infrarouges amplifiés eAPD</b> . . . . .	<b>155</b>
D.1	Capteurs d'images . . . . .	155
D.2	Capteurs amplifiés . . . . .	158
D.3	Caractérisation . . . . .	160
D.4	Performance . . . . .	161
D.5	Camera au foyer du télescope Subaru . . . . .	162
<b>E</b>	<b>Kernels coronographiques</b> . . . . .	<b>165</b>
<b>F</b>	<b>Le package SARO</b> . . . . .	<b>167</b>
F.1	Objectif . . . . .	167
F.2	Contenu . . . . .	167

**River** : I... I never told anyone but... I've always thought they were lighthouses. Billions of lighthouses stuck at the far end of the sky.

**John** : Wow, it must be so lively up there.

**River** : But it isn't. They can see all the other lighthouses out there, and they want to talk to them. But they can't, because they're all too far apart to hear what the others are saying. All they can do is shine their light from afar. So that's what they do. They shine their lights at the other lighthouses, and at me.

**John** : Why you?

**River** : Because one day... I'm going to befriend one of them.

Kan Gao, To the moon (2011)



# Chapitre 1

## Exoplanètes : une révolution de l'astronomie

### 1.1 Distances

Durant l'antiquité, le modèle cosmologique utilisé par les astronomes est celui de Ptolémée, qui place la Terre au centre de l'univers, entourée des planètes, les astres errants, et des étoiles, les astres fixes. Ce modèle, doit sans aucun doute sa longévité à ce qu'il explique aisément la plupart des observations qui peuvent être réalisées sans instrument.

Le mouvement de la Terre étant très lent, nous ne ressentons pas ses effets à échelle humaine, et elle nous paraît parfaitement immobile, ce qui conduit à penser que ce sont le Soleil, la Lune et les planètes qui tournent autour d'elle. La taille des planètes étant trop petite pour être résolue à l'oeil nu, il n'est pas possible de situer leur trajectoire en trois dimensions. Les étoiles fixes nous paraissent minuscules, et il paraît impossible de déterminer leur nature.

Les nouvelles observations apportées par les instruments de Galilée nous ont poussé à laisser derrière nous ce modèle. En effet, le grossissement fourni par ses premières lunettes astronomiques lui permirent, dès 1610 (Galilei, 1610) de mettre en évidence les satellites de Jupiter, les imperfections de la surface de la Lune, et les phases de Vénus, qui remettent en question le modèle de Ptolémée en révélant que les planètes tournent autour du Soleil et non de la Terre. Même si Galilée n'en est pas le seul artisan, plusieurs révolutions découlent de cette constatation.

La première est que la Terre est une planète, et par conséquent, les planètes sont des mondes qui sont à comparer au nôtre. La seconde est que l'orbite de la Terre autour du Soleil lui fait parcourir chaque année une ellipse d'une circonférence d'environ 940 millions de kilomètres. Cette trajectoire nous offre sur les étoiles des points de vue pouvant être séparés d'environ 300 millions de kilomètres, et la parallaxe (c'est à dire l'angle fourni par cette perspective) des étoiles nous permet donc d'en estimer la distance.

Si cette parallaxe annuelle ne fut détectée précisément qu'en 1838 par Friedrich Bessel (Hirshfeld, 2001), le fait que ce mouvement était alors trop petit pour être détecté n'a pas échappé aux observateurs qui pouvaient dès lors en conclure que les étoiles étaient particulièrement lointaines. Et pour que ces étoiles si lointaines nous apparaissent aussi brillantes, il fallait donc qu'elles soient chacune intrinsèquement très lumineuses, et qu'en somme elles soient comparables au Soleil.

De par ces constatations s'ouvre la perspective enivrante qu'autour de ces étoiles lointaines puissent orbiter des cortèges de planètes. Les environnements hétéroclites que représentent les planètes de notre système, et celles des systèmes distants fut discutée sur un plan philosophique notamment par de Fontenelle (1766), puis au fil des siècles par un volume considérable de littérature de science-fiction.

Soulignons à cette occasion que la distance qui nous sépare des étoiles les plus proches est estimée, à l'époque de Fontenelle, être au minimum 27 600 fois celle qui nous sépare du Soleil, ou qui séparerait de

son étoile une planète similaire à la nôtre. Hors, cette proportion, qui sera plus tard révisée à la hausse d'un facteur 10, laisse entrevoir la petitesse apparente des dimensions qu'il nous faudra résoudre pour les observer directement. A cette petite taille s'ajoute le fait qu'une étoile, grâce à sa composition et à sa masse bien plus importante, génère en son coeur des réactions thermonucléaires qui l'échauffent, la rendant ainsi entre un million et dix milliards de fois plus brillante que les planètes qui pourraient l'entourer. Il ne devrait donc pas surprendre le lecteur qu'il fallut attendre 1995 pour que ces planètes lointaines – nommées exoplanètes – soient effectivement détectées.

## 1.2 4000 mondes

### 1.2.1 Méthodes de détection indirectes

#### Vitesse radiale

La première détection d'une exoplanète autour d'une étoile comparable au Soleil a été obtenue par l'équipe de Michel Mayor et Didier Queloz (Mayor and Queloz, 1995), en mesurant les variations périodiques de la vitesse radiale de l'étoile 51 Pegase par spectroscopie à haute résolution. En effet, la force gravitationnelle exercée par l'étoile sur la planète, qui courbe sa trajectoire jusqu'à en faire une orbite, est en réalité réciproque, et la même force se retrouve exercée par la planète sur son étoile. En conséquences, les deux corps orbitent leur centre de masse, et c'est le rapport de masses de ces deux compagnons qui définit l'amplitude relative de leurs mouvements :

$$a_1 = \frac{m_2}{m_1 + m_2} a, \tag{1.1}$$

où  $a_1$  est le demi grand-axe du premier corps autour du centre de masse,  $a$  le demi grand-axe de l'orbite relative des deux corps, et  $m_1$  et  $m_2$  sont respectivement les masses du premier et du second corps.

En décomposant spectralement la lumière de l'étoile, on peut distinguer les fines raies sombres résultant de l'absorption par les éléments chimiques présents dans l'atmosphère de l'étoile. Leurs positions dans le spectre étant fixées par la nature de ces éléments, la longueur d'onde à laquelle elles sont détectées depuis la Terre ne dépend donc, de par l'effet Doppler-Fizeau, que de la vitesse d'éloignement et de rapprochement entre la Terre et l'étoile observée. Cette mesure permet donc d'obtenir la vitesse de l'étoile par rapport à la Terre projetée sur l'axe de visée. Après soustraction du mouvement de la Terre, et du mouvement constant du système, on en obtient donc une projection du mouvement orbital de l'étoile, et une estimation du rapport de masse entre celle-ci et l'objet orbitant autour d'elle.

Cette première détection, qui a ouvert la voie à l'étude observationnelle des exoplanètes, a fait l'objet en 2019 de la moitié du prix Nobel de Physique, partagée pour l'occasion entre Mayor et Queloz.

Cette méthode, dite de vélocimétrie (*radial velocity*) est la méthode généralement employée pour estimer de manière indirecte la masse des corps orbitant les étoiles, ce qui est généralement la condition pour établir leur statut de planète. Elle est particulièrement sensible aux planètes massives orbitant près de leur étoile.

#### Transits

La seconde méthode indirecte que nous devons mentionner ici est la méthode des transits, qui consiste à détecter la petite diminution de luminosité qui accompagne le passage de la planète entre l'observateur et l'étoile. Cette méthode, rendue célèbre par la mission NASA Kepler, a permis de détecter des milliers de planètes et a considérablement allongé les catalogues d'exoplanètes. En effet, même si la probabilité que la Terre se trouve suffisamment proche du plan orbital de la planète est

très faible, et que la baisse de luminosité est très petite, l’observation de dizaines de milliers d’étoiles depuis l’espace a permis une moisson considérable de plus de 2 600 planètes.

Bien que cette méthode ne permette pas de déterminer la masse, elle permet d’estimer le rapport entre le diamètre de la planète et celui de son étoile qui dépend quadratiquement de la fraction de flux occulté. Par ailleurs, elle fixe également l’inclinaison de l’orbite, ce qui permet d’affiner la détermination du rapport des masses par vélocimétrie, et permet donc d’estimer la densité de la planète.

### **Mouvement propre (astrométrie)**

Si la composante radiale de la vitesse d’une étoile peut être mesurée par spectroscopie, les composantes tangentielles de cette vitesse (projetées sur la sphère céleste) peuvent être mesurées par imagerie. Si la précision de cette mesure est suffisante, on peut alors détecter les modulations périodiques de leur mouvement sous l’influence de leur cortège planétaire. En particulier, la mission européenne Gaia (Gaia collaboration, 2016), qui fournit des mesures astrométriques d’une qualité sans précédent pour un immense catalogue d’étoiles, pourrait détecter plus de 20 000 exoplanètes par cette méthode (Perryman et al., 2014).

### **Autres méthodes**

Ici, nous n’avons mentionné que les méthodes les plus activement employées. D’autres méthodes indirectes existent, comme la détection de microlentilles gravitationnelles (Gaudi, 2012) qui consiste à détecter la courbure de l’espace-temps induite par la masse de la planète, ou la détection de rayonnement radio cohérent issu de l’interaction entre les champs magnétiques de l’étoile et de la planète (Vedantham et al., 2020). Cette diversité fait état de l’intérêt de la communauté pour cette recherche exoplanétaire, et tend à brouiller la démarcation entre les méthodes directes et indirectes.

## **1.2.2 Caractérisation spectrale**

Les méthodes de détection indirectes s’appuient sur les effets des planètes sur la lumière de leur étoile hôte. Ces effets permettent dans le cas de la vélocimétrie, d’estimer la masse relative des planètes, et dans le cas des planètes qui transitent, d’estimer leur taille relative. Ces informations, combinées à la période de révolution des planètes, nous informent sur leur nature, et la quantité d’énergie qu’elles reçoivent de leur étoile.

Mais, comme en attestent les exemples de Vénus, la Terre, et Mars dans notre système solaire, les conditions de température et de pression à la surface d’une planète ne sont que partiellement influencées par ces paramètres. La composition et la densité de leur atmosphère conditionne largement la présence d’eau liquide à leur surface, qui à son tour est souvent vue comme la condition nécessaire à l’apparition de la vie telle qu’on la connaît (Seager and Deming, 2010).

La détection de dioxygène et d’ozone qui sont, dans l’atmosphère Terrestre, la marque la plus visible du déséquilibre chimique causé par la biosphère, pourrait mener à conclure à la détection de traces de vie extraterrestre, à condition que leur production par des phénomènes abiotiques puisse être écartée (Wordsworth and Pierrehumbert, 2014; Meadows, 2017).

## **1.2.3 Le cas de la spectroscopie de transit**

Identifier dans l’atmosphère d’exoplanètes les gaz responsables de l’effet de serre qui régule la température de ces planètes, ainsi que les biosignatures à leur surface, nécessite d’analyser leur spectre. L’une des méthodes employées, communément appelée spectroscopie de transit, consiste à analyser le spectre de l’étoile, en comparant le spectre obtenu hors transit planétaire avec le spectre obtenu durant les transits de la planète.

Si cette technique a été employée avec succès grâce à la précision des instruments des télescopes spatiaux Hubble et Spitzer, elle ne permet de sonder que les couches les plus externes et diffuses de



l'atmosphère des planètes, et ne fonctionne que pour les planètes qui transitent devant leur étoile. Nous laisserons de côté cette technique et nous nous concentrerons ici sur les méthodes de détection directe.

## 1.3 Détection directe et limite de résolution

Contrairement à la détection indirecte, la détection directe consiste à utiliser nos instruments pour résoudre, c'est à dire distinguer, la lumière provenant de la planète, de celle provenant de son étoile. Cette résolution apporte généralement, en plus d'informations sur les propriétés spectrales de cette lumière, les informations de position angulaire relative de la planète par rapport à son étoile, ce qui permet d'obtenir certaines informations sur les paramètres orbitaux qui sont normalement hors de portée des méthodes indirectes.

Dans les prochains paragraphes, nous allons tenter d'éclaircir les paramètres qui déterminent dans notre contexte le pouvoir de résolution des télescopes et de leur instrumentation. C'est de ce pouvoir de résolution, dans son sens élargi, qu'il sera question tout au long de ce mémoire.

### 1.3.1 Grossissement et limite de résolution

La première inquiétude de l'astronome cherchant à observer l'environnement proche de ces étoiles lointaines est d'augmenter le grossissement de son instrument. Il se trouve qu'en pratique, augmenter le grossissement n'est nullement compliqué, mais fait apparaître d'autres problèmes qui nécessitent d'autres évolutions de l'instrument.

#### Luminosité

La luminosité des images s'en trouve tout d'abord réduite, car l'objectif de l'instrument, qui reçoit la même lumière de chaque source, l'étale maintenant sur une plus grande surface. Il convient donc tout d'abord d'accompagner ce grossissement d'une augmentation de la surface collectrice de l'instrument. Que ce soit pour les lunettes, ou pour les télescopes, c'est la raison la mieux connue qui a poussé les astronomes à la construction d'instruments de plus en plus grands. En effet, la surface collectrice  $S$  des miroirs, évolue avec le carré du diamètre du télescope  $D$  :

$$S = k_o \times \frac{\pi \times D^2}{4}, \quad (1.2)$$

où  $k_o$  exprime simplement la fraction de la surface non-obstruée par le miroir secondaire et son support. Notons que c'est en effet cette limitation qui a été dominante pour la majeure partie de l'histoire de l'astronomie moderne.

#### Diffraction

Cependant, au travers des contraintes que nous détaillerons en Section 2.1 et qui sont liées à la nature ondulatoire de la lumière, le grossissement des images n'est pas directement lié à leur résolution. En effet, cette résolution que l'on décrira pour l'instant comme la taille des plus petits détails reproduits par les images, est par ailleurs limitée par la dimension de l'objectif. Cette relation est généralement décrite, pour l'approximation d'une pupille circulaire sans obstruction, par le critère de Rayleigh :

$$\theta = 1.22 \times \frac{\lambda}{D} \quad (1.3)$$

où  $\lambda$  est la longueur d'onde de la lumière, et  $\theta$  représente la séparation angulaire de deux objets ponctuels pouvant être résolus par l'instrument au sens de Rayleigh.

## Turbulence atmosphérique

Mais si cette limite a mis si longtemps à se manifester en astronomie, c'est que cette formulation n'a de sens que lorsque la qualité de l'optique est "parfaite". Hors il convient de considérer notre système optique comme incluant non-seulement l'instrument, mais également le volume d'air traversé par la lumière dans son trajet depuis le vide de l'espace jusqu'à nos détecteurs. Cet air étant affecté d'écarts de température et d'agitation turbulente, offre à la propagation de la lumière une variété d'indices de réfraction qui appliquent à l'instrument des imperfections aux fluctuations rapides qui perturbent les images et limite leur résolution. Cette contrainte qui, dans la partie visible du spectre lumineux, limite la résolution à celle d'un télescope d'une dizaine de centimètres de diamètre, paraissait infranchissable à Newton (Isaac Newton, 1704). Les voies pour la contourner n'apparaîtront que dans les travaux de Fizeau (1864) et Stephan (1874), puis seront plus largement exploitées par Antoine Labeyrie au début des années 1970 (Labeyrie, 1970). Et il faudra attendre la fin des années 80 pour que le problème soit corrigé avec succès depuis le sol par des corrections opto-électroniques (Dickman, 1989; Kern et al., 1989), ou en envoyant des télescopes dans l'espace.

Malgré tous les progrès qui ont permis d'améliorer la qualité des instruments, il subsiste des imperfections optiques qui ne sauraient être entièrement corrigées. Qu'ils soient statiques et causés par des défauts de forme des miroirs et par leur alignement, ou dynamiques et causés par les irrégularités de l'atmosphère, on nommera ces défauts "différences de chemin optiques" (OPD<sup>1</sup>), et leurs effets "aberrations", et ce sont ces aberrations qui nous préoccupent tout au long de ce manuscrit.

### 1.3.2 Interférométrie

L'interférométrie est la discipline qui consiste à faire interférer la lumière afin d'en mesurer la cohérence. Pour le cas des interféromètres astronomiques, la cohérence de la lumière récoltée à plusieurs endroits de la pupille permet d'obtenir des informations sur la répartition intensité de l'objet source. Sous cette définition, l'imagerie est une forme d'interférométrie, pour laquelle le produit brut de l'interférence est particulièrement facile à interpréter.

Ces considérations d'optique ondulatoire qui dictent la limite de résolution proposée en équation (1.3) peuvent être généralisées du "diamètre" vers la "dimension", et la possibilité d'exploiter une pupille (la section collectrice de l'instrument) fractionnée, est tout-à-fait valide, ce qui a permis à des générations d'astronomes de dépasser les limites techniques liées à la création de télescopes géants. Ainsi, le concept de pupille a-t-il pu être décliné, depuis les réflecteurs monolithiques, en passant par les pupilles obstruées des télescopes réflecteurs, les périscopes de Michelson and Pease (1921), les miroirs segmentés des télescopes Keck, ou du télescope spatial James Webb (JWST<sup>2</sup>), le grand télescope binoculaire (LBT<sup>3</sup>), jusqu'aux grands observatoires interférométriques actuels comme CHARA<sup>4</sup> et VLTI<sup>5</sup>, qui en viennent à recombinaison la lumière recueillie par des télescopes indépendants séparés de plusieurs centaines de mètres.

Triompher de ces contraintes techniques est d'un grand secours pour notre démarche de détection des exoplanètes, mais ne saurait être un remède universel, en particulier pour atteindre les performances de contraste nécessaires.

Nous verrons en Section 2.1 que cette formulation est une approximation incomplète dans notre contexte, puis tout au long des Chapitres 2 et 3 quels outils sont employés pour repousser ces limites de performances.

---

1. De l'anglais *Optical path differences*  
2. De l'anglais *James Webb space telescope*.  
3. De l'anglais *Large Binocular Telescope*  
4. De l'anglais *Center for High Angular Resolution Astronomy*  
5. De l'anglais *Very Large Telescope Interferometer*

### 1.3.3 Contraste

D'après la limite de résolution mentionnée en équation 1.3, les télescopes de 8 à 10 mètres de diamètre en opération aujourd'hui devraient, en lumière visible et proche infrarouge, être capables de triompher de l'affligeant rapport de distance pressenti par Fontenelle, et de distinguer ainsi les planètes qui orbitent les plus proches voisines du Soleil.

Mais ce rapport de distance s'accompagne d'un rapport de taille et de température, qui aboutit à un rapport de luminosité entre l'étoile et la planète (que l'on appelle contraste) et qui peut aller de  $10^4$  à  $10^{10}$ , selon la masse de l'étoile et de la planète. C'est la combinaison de ce contraste avec la séparation angulaire qui rend la détection directe si difficile à obtenir et qui nous contraint à revoir affiner le sens du mot résolution. Il ne s'agit pas seulement d'un critère de séparation, mais d'un critère global impliquant les sources (leur séparation, leur contraste), l'instrument, les conditions d'observations et les méthodes de réduction des données ; et qui indique si l'ensemble permet de réaliser une mesure distinguant les sources de lumières (détection, astrométrie, photométrie etc.).

Tout au long de ce manuscrit, je serai forcé d'utiliser certaines approximations qui me permettront de présenter séparément différentes difficultés. Il demeure cependant important de conserver une vue d'ensemble du problème, afin d'anticiper la reconstitution de ses différentes facettes. Nous verrons au Chapitre 2 l'imagerie haut contraste du point de vue de la coronographie, puis du point de vue de l'interférométrie de Fizeau et des observables robustes au Chapitre 3. Mes contributions à ce domaine seront détaillées dans les Chapitres 4 pour l'étalonnage, 5 pour les images saturées, 6 pour les pupilles apodisées. Enfin, au Chapitre 7, nous quitterons les noyaux de phase pour construire des observables robustes à haut contraste en interférométrie annulante, avant de proposer une conclusion au Chapitre 8.

# Chapitre 2

## Haut contraste

### 2.1 Imagerie

L'imagerie, permettant de retranscrire une grande quantité d'information, demeure un mode d'observation très utilisé en astronomie, en particulier pour comprendre des objets complexes. Dans ce chapitre, j'introduis les principes de base de l'imagerie, et les principales difficultés de l'imagerie à haut contraste.

#### 2.1.1 Principes de base

L'instrument imageur a le rôle de transcrire la distribution d'intensité lumineuse du ciel, de sa position angulaire (que nous mesurerons en millisecondes d'angle "mas"), vers une distribution d'intensité sur un détecteur qui servira à la mesurer. Cette opération est généralement réalisée par l'utilisation de lentilles et/ou de miroirs. Lorsque ceux-ci sont correctement réglés pour être accommodés à l'infini, ils permettent aux rayons de lumière provenant d'une même direction du ciel de converger en un même point du plan focal, son image, et les rayons provenant d'une autre direction en un autre point distinct comme illustré en Fig. 2.1.

Si cette représentation sous forme de rayons est suffisante lorsque les angles sont importants ( $\alpha \gg \lambda/D$ ), elle devient insuffisante lorsque le grossissement augmente, et que les séparations angulaires  $\alpha$  d'intérêt deviennent comparables au rapport  $\lambda/D$ . Dans ce régime<sup>1</sup>, il devient nécessaire de considérer la nature ondulatoire de la lumière.

La lumière est la manifestation d'une vibration du champ électromagnétique qui se propage à travers l'espace et le temps selon les équations de Maxwell. Ici, nous considérons simplement la composante du champ électrique qui peut être décrite en un point  $\mathbf{x}$  de l'espace, à l'instant  $t$  et pour la fréquence  $\nu$  :

$$E_\nu(t, \mathbf{x}) = A(\mathbf{x})e^{-j2\pi\nu t}, \quad (2.1)$$

où  $A(\mathbf{x})$  est l'amplitude complexe du champ électrique. Notons que nous considérons ce champ électrique comme un champ scalaire, négligeant ici la polarisation de la lumière qui est une complexification inutile pour comprendre les travaux dont il sera question dans ce manuscrit.

Cette perturbation se propage dans l'espace sur de grandes distances avant d'atteindre nos instruments, ce qui fait que l'onde émise par chaque point source, initialement sphérique, peut être considérée comme plane lorsqu'elle parvient à la Terre. Dans la partie du spectre électromagnétique qui nous intéresse, appelée le domaine optique, qui s'étend du rayonnement ultraviolet au rayonnement infrarouge, la gamme de fréquences s'étend du pétaHertz ( $\nu \approx 10^{15}$  Hz), au téraHertz ( $\nu \approx 10^{12}$  Hz),

---

1. Pour la longueur d'onde de  $1.6\mu\text{m}$  (proche infrarouge), un télescope de 8m donne  $\lambda/D \approx 0.04$  secondes d'angle (40 mas).

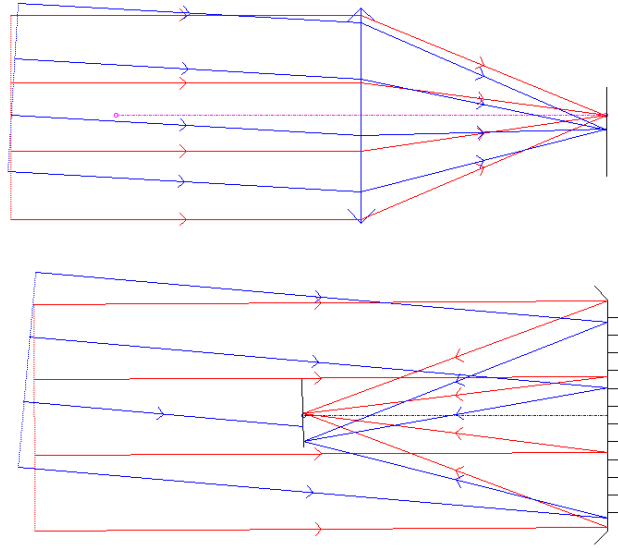


FIGURE 2.1: Schémas optiques représentant des instruments imageurs simples. En haut : une lunette astronomique ou télescope réfracteur. En bas : un télescope réflecteur. Ce schéma illustre comment des rayons incidents avec différentes inclinaisons sont séparés par l'instrument pour former des taches image distinctes.

bien au delà de notre capacité à mesurer cette vibration directement. Nos capteurs sont en revanche sensibles à l'intensité du champ électrique local  $E$  qui mesure l'énergie portée par l'onde qui s'écrit :

$$I = \langle EE^* \rangle = \int_{t_0}^{t_0+\tau} E(t)^2 dt. \quad (2.2)$$

Les fréquences en jeu étant très élevées ( $\tau \gg 1/\nu$ ), il est donc possible d'écarter le terme temporel de l'équation (2.1 et d'écrire :

$$I = |A|^2. \quad (2.3)$$

Notons que cette écriture met également à profit la simplification relative à la cohérence de la lumière. En effet, les ondes électromagnétiques provenant de diverses sources, sont en réalité émises au travers de différents procédés stochastiques pleinement indépendants. Ainsi bien qu'elles interfèrent à des échelles de temps très courtes, deux sources différentes pourront être considérées comme pleinement incohérentes. Au contraire, la lumière provenant d'une même source est pleinement cohérente tant que la différence des chemins optiques parcourus est faible devant la longueur de cohérence  $l \ll \lambda^2/\Delta\lambda$ , ou  $\lambda$  est la longueur d'onde et  $\Delta\lambda$  est la largeur de la bande spectrale considérée. Dans l'approximation monochromatique, ( $\Delta\lambda \ll \lambda$ ), cette condition sera supposée vérifiée.

L'interférence de cette lumière cohérente joue un rôle important dans la distribution d'intensité. La convergence des rayons de lumière utilisée en optique géométrique doit ici être traduite par la construction d'ondes convergentes qui, si elles sont cohérentes, peuvent alors interférer. On peut alors considérer que le rôle de l'instrument est de fournir, pour la lumière provenant d'une source du champ, l'égalité des chemins optiques jusqu'au point du plan focal correspondant à son image à travers les différentes parties de l'image. Cette égalité permet alors d'obtenir une interférence constructive qui produit le pic central de l'image de cette source. Pour comprendre les limitations liées à l'imagerie à haut contraste, il faut s'intéresser à l'ensemble de cette figure d'interférence qui se développe autour de ce pic central et que l'on appelle fonction d'étalement du point.

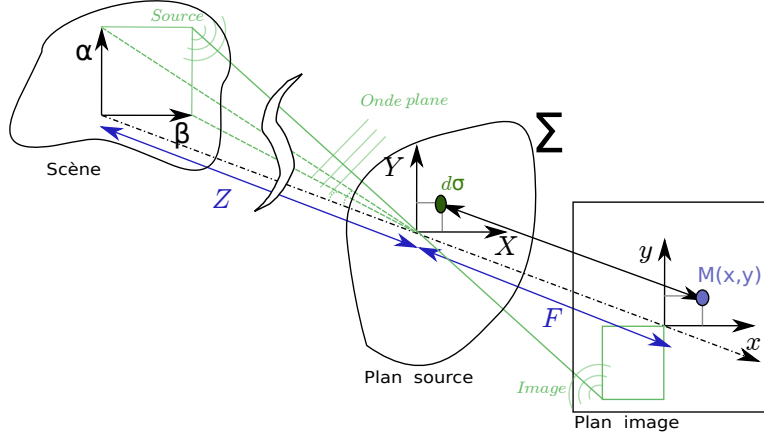


FIGURE 2.2: Figure de référence représentant trois plans de référence de nos calculs. Le plan de la cible repéré en coordonnées  $\alpha$ ,  $\beta$ , le plan pupille repéré en coordonnées  $X$ ,  $Y$ , et le plan image, repéré en coordonnées  $x$ ,  $y$ .

## 2.1.2 La Fonction d'étalement du point

### Calcul

Pour cela, nous utiliserons les définitions fournies en figure 2.2 et comprenant une scène observée repérée par des coordonnées angulaires  $\alpha$  et  $\beta$  par rapport à l'axe optique et située à grande distance  $Z$  du plan pupille. Ce plan pupille comporte une section collectrice  $\Sigma$  et un élément de section  $d\sigma$  aux coordonnées  $X$ ,  $Y$ . À une distance  $F$  (la longueur focale), on considérera l'éclairement d'un point  $M$  du plan image aux coordonnées,  $x$ ,  $y$ .

Nous suivrons ici une version abrégée (Martinache, 2019) des calculs classiques (Born and Wolf, 1959) qui mènent à la fonction d'étalement du point. Ceux-ci consistent à calculer, pour un point source donné, l'intégrale de l'interférence des champs électromagnétiques contribués par chaque élément de section  $d\sigma$  au point de l'image considéré. Cette intégrale se simplifie dans le cas où l'objet se situe à une grande distance  $Z$  de la pupille,

$$Z \ll X, Z \ll Y. \quad (2.4)$$

Dans cette approximation, l'objet est considéré comme étant "à l'infini".

Le calcul se simplifie davantage en lorsque la distance entre la pupille et l'image est grande devant la dimension de l'image :

$$F \ll x, F \ll y, \quad (2.5)$$

et connue sous le nom de diffraction de Fraunhofer, où  $F$  est la distance focale et  $K$  une constante. Cette équation peut également être traduite en position angulaire sur le ciel par la substitution de  $\alpha = x/F$  et  $\beta = y/F$  :

$$A(\alpha, \beta) = K \iint_{\Sigma} A(X, Y) \exp\left(-\frac{i2\pi}{\lambda}(\alpha X + \beta Y)\right) d\sigma. \quad (2.6)$$

Cette équation, qui lie l'amplitude complexe du champ électrique du plan image à l'amplitude complexe du plan pupille peut être identifiée comme l'équation de la transformée de Fourier en deux dimensions (notée  $\mathcal{F}$ ).

$$A(\alpha, \beta) = K \mathcal{F}\left(A(X, Y)\right) \quad (2.7)$$

Elle constitue le fondement de l'optique de Fourier. La constante  $K$  sera ignorée pour simplifier les calculs, tout en assurant la conservation d'énergie par ailleurs.

L'intensité produite par cette source  $s$  est alors la norme au carré de cette distribution d'intensité dans le plan image :

$$I_s = \mathcal{F}(A_s) \mathcal{F}(A_s)^* \quad (2.8)$$

où  $A_s$  est l'amplitude complexe du champ électrique dans la pupille engendré par la source  $s$  ( $X$  et  $Y$  sont ici implicites). Comme illustré en figure 2.2, en l'absence de toute perturbation, la source située à grande distance produit dans la pupille un front d'onde plan qui s'exprime dans la pupille :

$$A_s \approx a_s e^{j \frac{2\pi}{\lambda} (\alpha X + \beta Y)} \quad (2.9)$$

où  $a_s$  est un réel représentant l'amplitude du signal. On peut ici souligner l'effet du théorème du décalage pour la transformée de Fourier, qui indique que la transformée de Fourier d'une fonction à laquelle est appliquée une rampe de phase sera la transformée de Fourier de cette fonction décalée. Ainsi l'angle d'incidence du front d'onde déplace-t-il l'image de la source dans le plan image, comme illustré en figure 2.1.

L'image ainsi produite par une source ponctuelle est la fonction d'étalement du point aussi appelée réponse impulsionnelle ou PSF<sup>2</sup>. Toute source étendue peut être représentée comme une somme infinie de sources ponctuelles et incohérentes. Chacune des sources étant incohérente, l'intensité de l'image  $I$  résultante est la somme des intensités correspondant à l'image de chacune des sources :

$$I = \sum_{s \in \text{sources}} I_s. \quad (2.10)$$

### Système linéaire invariant en translation

Ces propriétés font rentrer ces imageurs à fort grossissement dans la famille des systèmes linéaires invariants en translation (Gaskill, 1978). En notant  $\mathcal{L}\{\}$  la transformation appliquée par ce système, cette décomposition s'écrit :

$$\mathcal{L}\{f(\alpha, \beta)\} = \mathcal{L}\left\{ \iint_{-\infty}^{\infty} f(x, y) \delta(\alpha - x, \beta - y) dx dy \right\}. \quad (2.11)$$

où  $x$  et  $y$  sont des variables d'intégration arbitraires. Par linéarité, ceci se développe :

$$\mathcal{L}\{f(\alpha, \beta)\} = \iint_{-\infty}^{\infty} f(x, y) \mathcal{L}\{\delta(\alpha - x, \beta - y)\} dx dy. \quad (2.12)$$

ou, en d'autres termes :

$$image = objet \otimes PSF. \quad (2.13)$$

Comme illustré en figure 2.3, la réponse  $g(\alpha, \beta)$  (l'image) peut être décrite par un signal d'entrée  $f(\alpha, \beta)$  (la scène) convolué par la réponse impulsionnelle  $h(\alpha, \beta)$  (PSF) du système (notez que par un changement de variable dans l'image en coordonnées projetées sur le ciel  $(\alpha, \beta) = (x/F, y/F)$ ). Dans le domaine fréquentiel, cette relation se traduit par un simple produit.

Ces considérations seront cruciales en Section 2.3.4, et au Chapitre 5.

La figure (2.4) met en évidence l'influence de la forme de la pupille sur la PSF. On peut noter en particulier que les pupilles de grandes dimensions fournissent des PSFs aux détails plus petits, qui permettront de mesurer de plus petits détails des objets observés, comme mentionné en section 1.3.

---

2. De l'anglais : *point spread function*

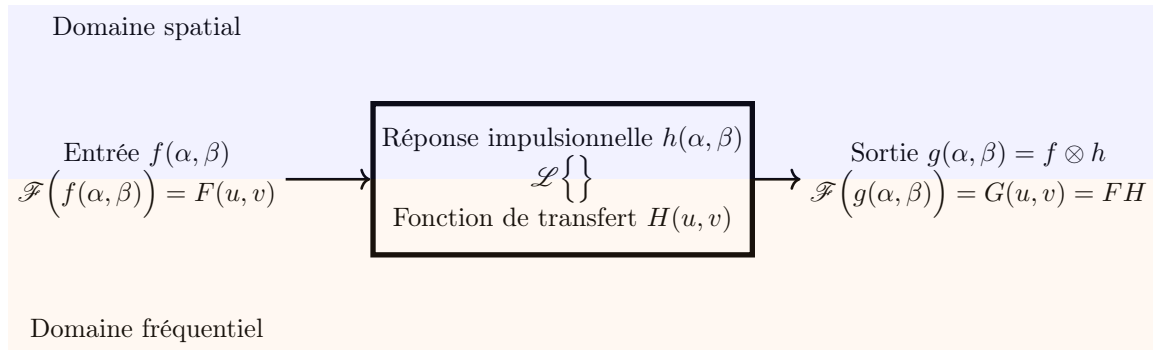


FIGURE 2.3: Représentation schématique d'un système linéaire invariant en translation.

On peut noter ici que la PSF d'une pupille de dimension finie aura toujours une dimension infinie dans l'image, du fait que chaque source contribue à l'intensité de tous les points de l'image. Comme l'intensité de cette contribution devient très faible au delà d'une certaine distance du pic central, elle peut être négligée dans la plupart des cas scientifiques. Cependant, dans le cas de l'imagerie haut-contraste même une contribution très faible devient significative.

### 2.1.3 Un problème de stabilité

Ainsi, la figure de diffraction des étoiles brillantes s'étale dans l'image avec une intensité pouvant être des milliers de fois plus importantes que les planètes que l'on souhaite détecter. Ce constat n'est pas un problème à lui seul. Si l'on était capables de connaître parfaitement la PSF, et de mesurer précisément l'intensité dans l'image, une simple soustraction nous permettrait de distinguer la contribution d'une planète de la contribution de son étoile. Cette opération, serait une déconvolution en ce qu'elle permettrait de séparer la contribution de l'objet, de la contribution de l'instrument en inversant la convolution de la source par la réponse instrumentale. Une déconvolution parfaite est généralement empêchée par l'existence de deux familles d'incertitudes qui sont décrites dans les paragraphes suivants.

#### Les effets du bruit de photons

Le bruit de photons est un bruit lié à la nature quantique des interactions entre le champ électromagnétique et la matière. En effet, l'intensité lumineuse au niveau d'un pixel du détecteur conditionne l'espérance  $\mathcal{E}$  de la fréquence des événements détectés (par exemple la collecte d'un photoélectron). Cette fréquence pourra par exemple être mesurée en mesurant le nombre d'événements survenus durant un temps d'intégration.

Même en supposant cette intégration parfaite (aucune perte de photoélectron), la nature discrète et aléatoire de ces événements impose que la mesure ainsi réalisée suit une statistique de Poisson. Par exemple pour le nombre de photoélectrons  $n$  collectés durant un intervalle de temps donné :

$$\text{Var}(n) = \mathcal{E}(n). \quad (2.14)$$

Ainsi, en contribuant à l'intensité dans l'image, la lumière de l'étoile brillante contribue également à l'incertitude de la mesure de cette intensité.

Dans la pratique, il faudra ajouter au bruit de photons plusieurs types de bruits liés aux imperfections du détecteurs.



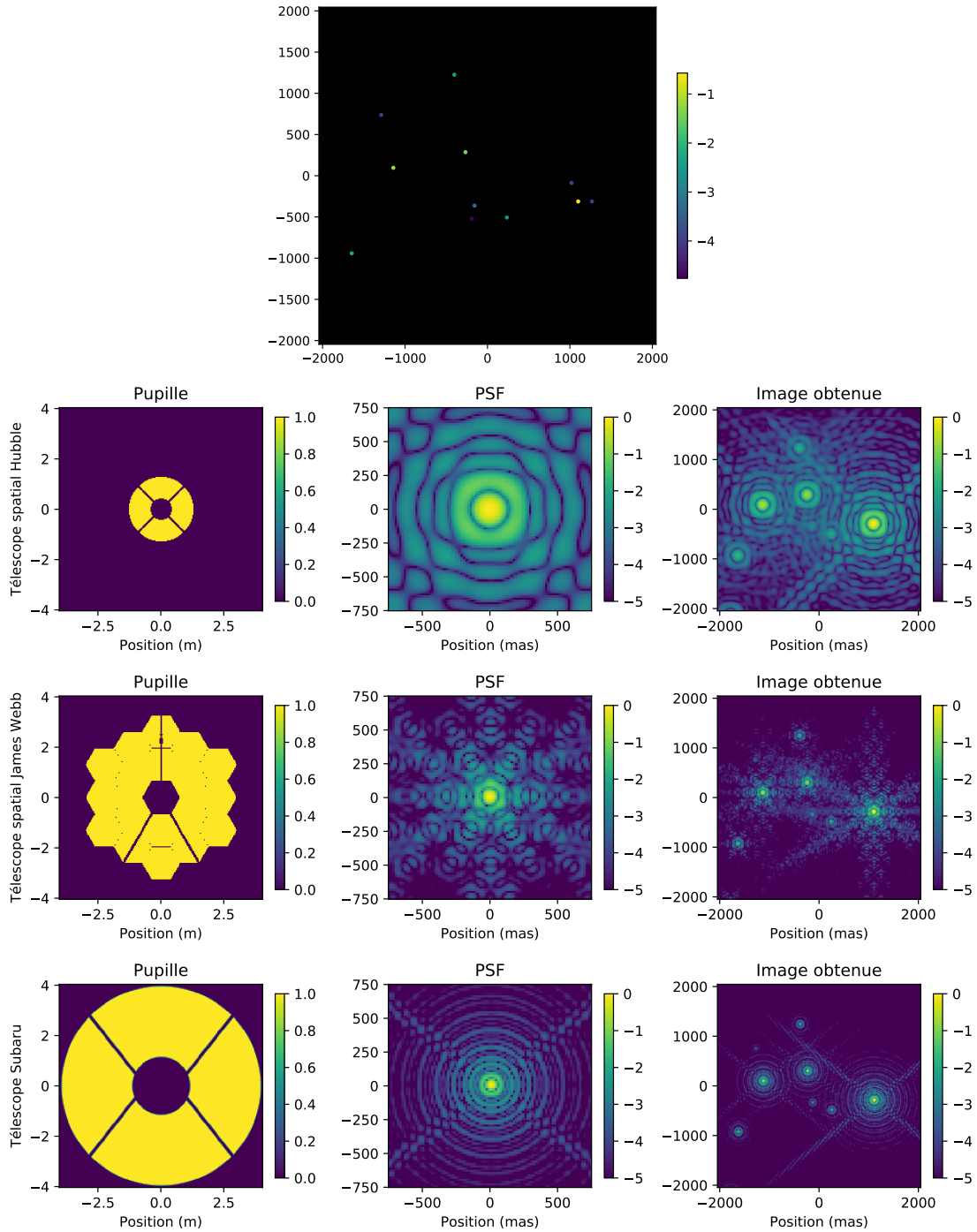


FIGURE 2.4: Une illustration de la relation de convolution liant l'objet et l'image. En haut, une représentation de la scène observée, où chaque source est représentée par un point de couleur en échelle logarithmique. En bas, trois exemples d'instruments, avec leur pupille, leur PSF, et l'image obtenue. On peut noter que la PSF plus compacte fournie par un instrument plus grand facilite l'identification des étoiles moins brillantes.

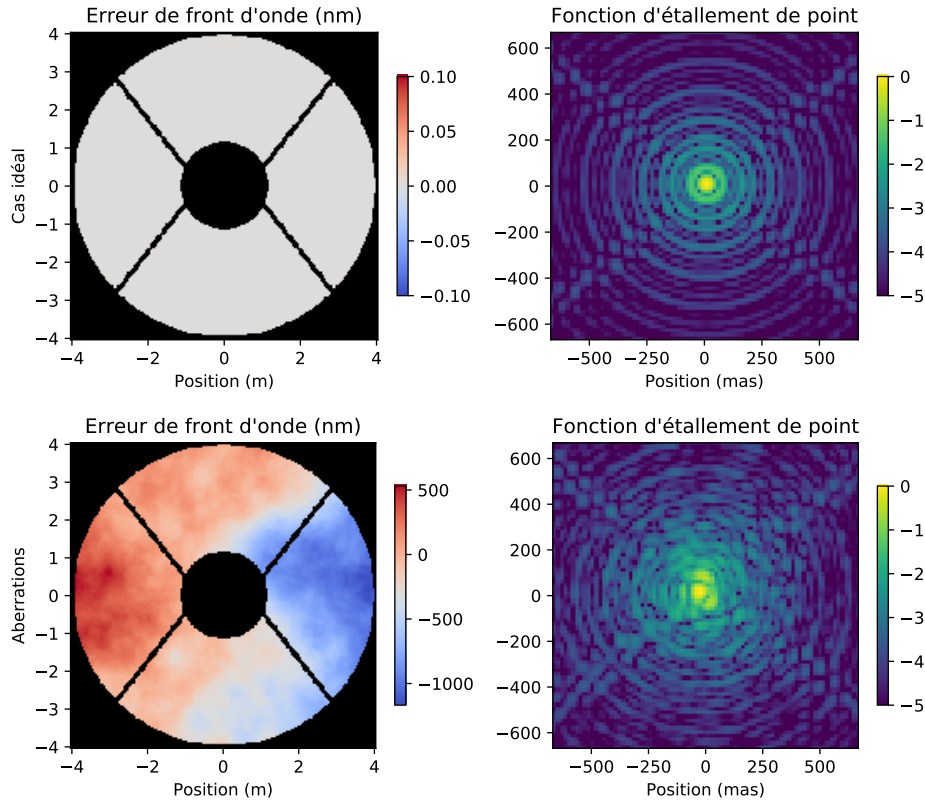


FIGURE 2.5: Une illustration de l'effet de l'erreur de front d'onde dans la pupille (à gauche) sur la fonction d'étalement de point. En haut : aucune aberration, en bas : un écran de phase de d'environ 200nm RMS.

### Les effets du bruit de phase

Le bruit de phase est la manifestation des imprécisions du système optique dont l'effet peut être modélisé par une erreur sur la phase du champ électrique dans la pupille. Ces erreurs consistent en des différences de chemins optiques (OPD<sup>3</sup>) entre les contributions des différentes portions de la pupille.

Ces OPDs peuvent provenir d'une grande variété de causes, comme des erreurs de taille des optiques, de déformations thermiques, de défauts d'alignements ou des variations des évolutions locales de l'indice de réfraction de l'atmosphère (l'effet de *seeing* provoqué par l'agitation de l'atmosphère).

Ces écarts de phase peuvent être considérés comme un phaseur complexe multiplicatif sur la fonction de transmission de la pupille  $A(x, y)$ , et modifiant directement la fonction de transfert de l'instrument et sa PSF, comme illustré par la figure 2.5.

Ces écarts d'intensité à la PSF idéale sont souvent appelés tavelures ou *speckles* en anglais. Les résidus induits dans les observations sont généralement nommés bruit de *speckle* ou bruit de phase.<sup>4</sup>

3. De l'anglais : *optical path difference*

4. Notons que ces effets instrumentaux peuvent également affecter l'amplitude du champ électrique complexe dans la pupille, impactant la PSF d'une manière comparable. Dans le cas des imageurs, cet effet est généralement négligé, mais dans certains cas, comme dans l'interférométrie, il faudra la prendre en compte.

## Rapport signal sur bruit

Comme il est d'usage pour évaluer la capacité à effectuer une mesure (ou sa qualité), le problème peut être posé comme un rapport signal sur bruit pour une hypothétique planète présente au point  $(x, y)$  de l'image au travers du rapport signal sur bruit (SNR<sup>5</sup>) suivant :

$$\text{SNR}(\text{planete}, (x, y)) = \frac{I_{\text{planete},(x,y)}}{\sigma_{(x,y)}}, \quad (2.15)$$

où  $\sigma_{(x,y)}$  est l'erreur affectant la mesure de l'intensité en  $(x, y)$ . Lors de l'observation, la contribution  $I_{\text{planete}}$  est donc estimée :

$$I_{\text{planete},(x,y)} = I_{\text{image},(x,y)} - I_{\text{etoile},(x,y)}, \quad (2.16)$$

où  $I_{\text{image},(x,y)}$  est le signal de la planète et  $I_{\text{etoile},(x,y)}$  est la contribution de l'étoile. La mesure d'intensité dans l'image est affectée par le bruit de photons :

$$I_{\text{image},(x,y)} = \hat{I}_{\text{image},(x,y)} + \varepsilon_{\text{photon}}, \quad (2.17)$$

où  $\hat{I}_{\text{image},(x,y)}$  est la mesure effectuée, et  $\varepsilon_{\text{photon}}$  est l'erreur associée au bruit de photons. De même,  $I_{\text{etoile},(x,y)}$  est affecté par l'incertitude sur la connaissance de la PSF au moment de la mesure :

$$I_{\text{etoile},(x,y)} = \hat{I}_{\text{etoile},(x,y)} + \varepsilon_{\text{psf}}, \quad (2.18)$$

où  $\hat{I}_{\text{etoile},(x,y)}$  est un estimateur de la valeur de la contribution de l'étoile, et  $\varepsilon_{\text{psf}}$  est l'erreur faite sur cet estimateur (le bruit de speckle). Dans ce cas simple, grâce à la distribution Poissonnienne de  $\varepsilon_{\text{photon}}$ , l'expression du SNR devient :

$$\text{SNR}(\text{planete}, (x, y)) = \frac{I_{\text{planete},(x,y)}}{\sqrt{\text{Var}(\varepsilon_{\text{psf}}) + I_{\text{etoile},(x,y)} + I_{\text{planete},(x,y)}}}, \quad (2.19)$$

où apparaissent à la fois l'incertitude de la contribution sur la PSF à soustraire, et l'incertitude liée à au bruit de photons contribué par celle-ci. Dans le cas d'observations à haut contraste,  $I_{\text{planete},(x,y)} \ll I_{\text{etoile},(x,y)}$  et pourra être négligé.

## Limite de résolution

Au vu des considérations évoquées dans cette section, la limite en séparation évoquée en équation (1.3) ne suffit pas à décrire le pouvoir de résolution d'un instrument imageur. Dans le domaine de l'imagerie haut contraste où l'on cherche à mesurer la lumière du compagnon ténu d'une étoile brillante, la position de ce compagnon (affectant la contribution de l'étoile  $I_{\text{etoile},(x,y)}$ ) et son contraste (affectant le signal  $I_{\text{planete},(x,y)}$ ) contribuent tous deux à la capacité de l'instrument à accomplir la mesure, c'est à dire à résoudre la lumière du compagnon. Par ailleurs, la prise en compte de la forme de la pupille et des aberrations optiques statiques et dynamiques qu'elle subit jouent un rôle clé dans la détermination de cette limite en trois dimensions :  $\text{limite}(\rho, \theta, c)|_{\text{pupille}, \lambda, \text{aberrations}}$ . Dans les travaux qui suivent, l'angle  $\lambda/D$  ne sera donc utilisé que comme un repère pour comparer la performance d'instruments de dimensions différentes, ou dans des longueurs d'onde différentes, et non comme un critère direct.

## 2.2 Optique adaptative

### 2.2.1 Fonctionnement

Dans le domaine optique, les variations de chemin optique induites par les effets atmosphériques mentionnés en section 2.1.3 se traduisent par une PSF qui devient méconnaissable, comme illustré en

---

5. De l'anglais *signal-to-noise ratio*

figure 2.5. Le pic central bien défini et les anneaux d’Airy sont remplacés par un amas de taches mobiles parfois décrit comme une structure "en grappe de raisins" (Léna, 2019). En effet, malgré les dégradations chaotiques subies par le champ électrique, celui-ci conserve à tout instant sa cohérence ce qui fait que cette lumière, émanant d’une source non-spatialement résolue, continue d’interférer avec elle-même, donnant lieu à un motif dont la dimension caractéristique est de l’ordre de  $\lambda/D$ , mais s’étendant sur une zone bien plus étendue qui constitue la tache de *seeing*. On dit alors que l’observation est limitée par le *seeing*. Comme cette tache évolue sur des intervalles de temps d’une fraction de seconde (temps de cohérence), ses détails ne sont donc visibles que sur des intégrations très courtes.

Lorsqu’on considère une direction d’observation spécifique, les variations d’indice de réfraction de l’air traversé par la lumière se traduisent par des variations de chemin optique affectant la lumière qui entre par les différentes parties de la pupille. Leur effet se traduit par une transformation de la forme du front d’onde, c’est à dire par une carte de phase affectant l’amplitude complexe du champ électrique dans la pupille. En première approximation, on considère souvent que le champ de turbulence pleinement développé qui s’établit dans l’air libre donne naissance à un motif dit de Kolmogorov qui modélise la distribution de l’amplitude de ces aberrations dans les différentes fréquences spatiales.

L’échelle interne,  $r_0$ , permet alors de définir l’échelle de ces aberrations en définissant la dimension sur laquelle l’erreur de phase moyenne atteint 1 radian. Dans le domaine visible ce paramètre est de l’ordre d’une dizaine de centimètres, et sera légèrement (Kern et al., 1989) plus grand dans le domaine infrarouge. Par ailleurs, ce masque de phase parasite évolue rapidement, en particulier en défilant devant la pupille. Le temps de cohérence, temps caractéristique pour lequel l’erreur de phase évolue d’environ 1 radian, est de l’ordre de 5 ms. Bien entendu, ces paramètres évoluent fortement selon le site d’observation, les conditions météorologiques, et même les bâtiments qui abritent nos instruments comme en témoignent les travaux de Lai et al. (2019) pour lesquels ma contribution est relatée en appendice A.

Les difficultés principales de ce problème sont que :

- la forme du front d’onde est difficile à mesurer car une image obtenue avec une pupille symétrique ne contient pas assez d’information pour la reconstituer,
- l’erreur évolue rapidement,
- l’erreur évolue en fonction de la direction d’observation,
- agir sur la phase du champ électrique n’est généralement pas facile.

C’est Horace Babcock qui est généralement cité comme l’inventeur de l’optique adaptative pour son papier (Babcock, 1953) dans lequel il propose un appareil combinant la mesure du front d’onde à l’aide d’une lame de Foucault rotative et d’un orthicon (caméra vidéo primitive) couplé à un eidophor (un canon à électrons déformant par effet électrostatique la surface d’un miroir liquide). Il faudra cependant attendre la fin des années 1980 et l’apparition de composants opto-électroniques plus fiables pour que l’optique adaptative devienne une technologie utilisable sur le ciel (Dickman, 1989; Kern et al., 1989).

La figure 2.6 montre le schéma classique d’une optique adaptative courante. Dans ce système, le front d’onde entre dans l’instrument déformé par l’atmosphère. Une lame séparatrice prélève une partie de la lumière en amont du détecteur scientifique pour permettre à un analyseur de surface d’onde de mesurer sa forme. Un correcteur numérique calcule les déformations qu’il convient d’appliquer au miroir déformable situé en amont afin que les déformations mesurées par le capteur (et envoyées vers le capteur scientifique) soient les plus faibles possibles.

La correction ainsi produite permet de réduire les aberrations du front d’onde et d’obtenir une PSF s’approchant de la PSF théorique attendue. Lorsque la largeur à mi-hauteur est réduite à  $\lambda/D$  on dit généralement que l’instrument est limité par la diffraction, ce qui constitue une amélioration considérable du pouvoir de résolution et de la sensibilité des instruments<sup>6</sup>. Ce critère est cependant insuffisant pour l’imagerie à haut contraste, qui requiert qu’une très faible fraction de la lumière soit présente là où elle ne devrait pas. Dans ce cas, on utilisera plutôt le rapport de Strehl qui est

---

6. Dans la bande H de l’infrarouge proche, ceci fait passer la largeur à mi-hauteur de 1 à 0.04 seconde d’angle. La concentration de cette énergie sur cette plus petite surface joue aussi sur la sensibilité.

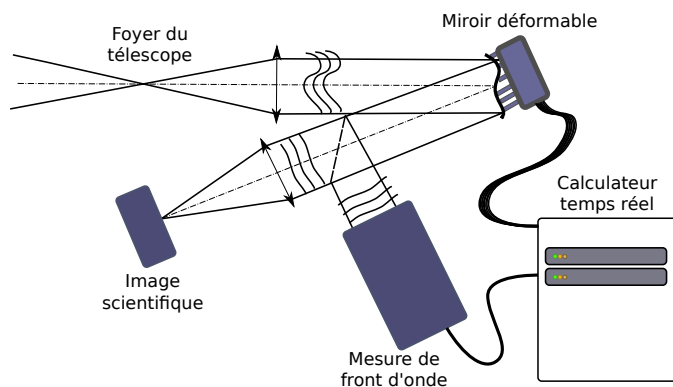


FIGURE 2.6: Schéma de principe d'une optique adaptative montrant le miroir déformable, la voie scientifique et la voie de mesure de front d'onde. Le calculateur temps réel implémente en logiciel un asservissement visant à minimiser les défauts sur le front d'onde mesuré.

le rapport entre l'intensité du pic central observé et l'intensité du pic central de la PSF théorique. Dans de bonnes conditions, les optiques adaptatives qui nous intéressent dans cette thèse fournissent des rapport de Strehl pouvant dépasser 90% dans le proche infrarouge. Ici, la région d'intérêt est l'environnement direct d'une étoile brillante, qui pourra servir de référence pour la mesure de front d'onde. On parle alors d'optique adaptative à simple conjugué. Des systèmes plus complexes seront nécessaires pour obtenir simultanément une correction dans différentes régions du plan focal, et pour fournir des corrections loin d'étoiles brillantes.

Cette architecture suit le schéma d'un système d'asservissement ou de régulation à boucle fermée ayant pour but de maintenir une consigne malgré une source d'erreur aléatoire. Dans ce type de scénarios, la qualité de la régulation qui peut être obtenue par un système donné dépend de la qualité de la mesure, de la précision et de l'exactitude de sa réponse, ainsi que de sa résolution temporelle et de sa latence. Dans les cas qui nous intéressent, cette mesure est faite en utilisant la lumière de l'étoile dont on cherche à observer l'environnement. Comme la mesure du front d'onde est elle-aussi limitée par des contraintes fondamentales comme la quantité de lumière disponible et le bruit de photons, la performance du système ne peut pas être parfaite et l'erreur de poursuite ne peut être éliminée entièrement.

Cette constatation doit être modérée par le succès opérationnel récent d'algorithmes prédictifs comme celui proposé par Guyon and Males (2017). En effet, les perturbations de front d'onde observées sont dominées par le défilement sur la pupille d'un front d'onde quasi-stationnaire. Ainsi, à l'exception de la partie où ce front d'onde entre dans la pupille, la mesure effectuée à un instant  $t$  peut être grandement améliorée par la prise en compte des mesures réalisées aux instants  $t - 1$ ,  $t - 2$  etc.

## 2.2.2 Effets locaux

Parmi les contributions aux aberrations optiques, certains effets sont encore au centre de difficultés et d'interrogations. En particulier, le *low wind effect* (LWE), qui apparaît lorsque les vitesses de vent au sol sont très faibles. Durant ces moments où l'on attendrait les meilleures conditions d'observations, la fonction d'étalement de point se trouve fortement dégradée par des aberrations qui ont tendance en particulier à fractionner son pic central. Ces effets, que j'ai rencontré durant les observations qui ont servi à l'article en section 4.3 (Laugier et al., 2020b), ont été un frein important à l'obtention des performances attendues des instruments coronographiques et semblent être dûs à la stimulation par des effets thermiques (Milli et al., 2018) de modes d'aberration qui sont mal mesurés par les capteurs de front d'onde de l'optique adaptative (N'Diaye et al., 2017). L'application d'un revêtement à faible

émissivité dans l’infrarouge moyen sur l’araignée du télescope UT3 a permis de réduire fortement l’apparition du phénomène pour l’instrument SPHERE.

D’autres effets locaux, résultant d’interactions entre l’air, le bâtiment et le télescope contribuent de manière significative aux aberrations, et sont regroupés sous le terme de turbulence de coupole (ou *dome seeing*). En marge des travaux de ma thèse, j’ai eu l’occasion de travailler avec Olivier Lai, pour contribuer à un projet concernant la mesure de la turbulence de coupole qui a donné lieu à une publication (Lai et al., 2019). Je donne un résumé de cette contribution en appendice A.

Par ailleurs, on note en figure 2.6 la présence d’une séparatrice qui envoie une partie de la lumière vers l’analyseur de front d’onde, et l’autre vers le foyer scientifique. Cette distinction implique que des aberrations qui apparaîtraient dans ces deux portions ne seraient pas vues par l’analyseur (ou vues mais non pertinentes). Ces aberrations de chemin non-commun (NCPA<sup>7</sup>) constituent une part significative du budget d’erreur du système, en particulier sous forme d’erreurs quasi-statiques (biais). Se débarrasser de ce types d’aberrations implique de mettre en oeuvre une mesure de front d’onde dans le plan image (Martinache, 2013; Korhonen et al., 2014; Wilby et al., 2016), ou au moins après le plan focal coronographique (Singh et al., 2014; Shi et al., 2016). Cependant, la mesure de front d’onde en plan focal constitue un cahier des charges peu compatible avec celui de l’imagerie scientifique, en particulier le besoin d’une bande passante temporelle élevée.

### 2.2.3 Conséquences

Les développements récents en optique adaptative continuent de fournir des améliorations de la qualité d’image qui sont significatives pour les conditions de haut-contraste qui nous intéressent, fournissant une PSF toujours plus propre et stable. Le développement de capteurs de front d’onde dans le proche infrarouge permettra notamment d’étudier de nouvelles cibles potentielles particulièrement froides ou enveloppées de poussières. Malgré ces perspectives d’amélioration, on peut s’attendre à ce que la performance de ces systèmes demeure imparfaite. C’est cette conclusion qui nous motive au développement de techniques aptes à fonctionner dans ces conditions imparfaites.

## 2.3 Coronographes

Notre capacité à détecter directement des exoplanètes est limitée par la présence d’une étoile brillante à proximité. Nous allons maintenant montrer de manière sommaire le principe de fonctionnement des instruments coronographiques (Macintosh et al., 2014; Chauvin et al., 2017; Jovanovic et al., 2015b) qui ont permis ces dernières années des avancées significatives dans la détection directe d’exoplanètes (Keppler et al., 2018; Mesa et al., 2019; Zurlo et al., 2016; Macintosh et al., 2015).

### 2.3.1 Principes de base

Les coronographes dont il est question ici sont les descendants d’un instrument développé en 1930 par Bernard Lyot, dans le but d’observer la couronne solaire. Même si leur principe reste inchangé, ils ont beaucoup évolué pour s’adapter à l’observation de l’environnement d’étoiles beaucoup plus lointaines.

La conception d’un coronographe moderne requiert de prendre en considération quatre plans optiques particuliers de l’instrument visibles en Fig. 2.7 :

- Le plan pupille  $P_1(x, y)$  qui correspond à la limitation de la pupille de l’instrument par le télescope,
- le plan focal intermédiaire  $P_2(\alpha, \beta)$  où se forme une image, et dans lequel on place un masque interagissant avec le champ électrique de l’étoile centrale,
- le plan de Lyot  $P_3(x, y)$  qui correspond à un plan pupille et dans lequel la lumière diffractée sera bloquée,

---

7. De l’anglais *non-common-path aberrations*

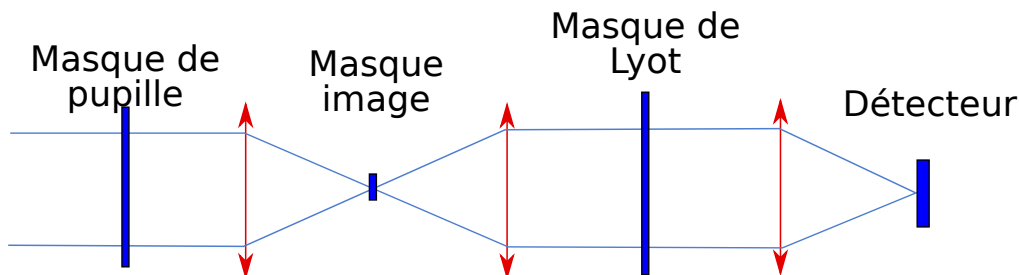


FIGURE 2.7: Le schéma optique d'un coronographe simple. Les masques représentés en bleu sont placés dans les quatre plans d'intérêt du coronographe. De gauche à droite : le plan pupille, le premier plan image, le plan de Lyot (plan pupille réimagé) et le plan image où a lieu la mesure.

— et le plan focal  $P_4(\alpha, \beta)$  dans lequel est placé un capteur.

Les masques spécifiques dans chacun de ces plans sont conçus pour supprimer la tache de diffraction de la source située dans l'axe de l'instrument, tout en laissant passer la lumière hors-axe. A première vue, le fonctionnement est aisé à comprendre. L'image de l'étoile, dans l'axe se forme sur le masque focal qui interfère avec sa lumière ; tandis que la lumière d'une planète, hors axe, tombe à côté du masque et peut poursuivre son chemin pour être ré-imagée sur le détecteur. Plus précisément, le champ électrique dans le plan pupille, limité par la dimension du télescope, crée dans le plan image une tâche dont les ailes s'étendent à l'infini. La partie de la lumière qui n'est pas bloquée par le masque continue sa propagation et c'est le rôle du masque de Lyot que d'en arrêter un maximum.

Les masques peuvent agir sur la phase et/ou sur l'amplitude du champ électrique qui les traverse, et ils sont choisis pour que leur effet combiné supprime au maximum la lumière dans l'axe et laisse passer la lumière hors-axe. Il est en fait possible de placer des contraintes mathématiques sur l'amplitude dans le plan de Lyot. Connaissant le champ électrique dans le plan image, un masque peut être choisi qui transforme ce champ et le rend plus favorable. Dans le cas du coronographe à bande limitée (Kuchner and Traub, 2002) qui me sert d'exemple ici en Fig. 2.8, le but est de faire en sorte qu'il soit contenu exclusivement dans une petite bande dans le pourtour de la pupille au niveau du plan de Lyot, afin de pouvoir s'en débarrasser facilement à l'aide d'un masque simple.

On appelle l'angle intérieur de travail (IWA<sup>8</sup>) l'angle à partir duquel la lumière hors-axe n'est atténuée que de moitié. Cet angle définit les ambitions de l'instrument quand aux observations à faible séparation. Le coronographe à bande limitée, bien qu'apportant une solution exacte, montre plusieurs inconvénients. Le masque image, en particulier, est particulièrement étendu (un compromis pour que le masque de Lyot ne soit pas trop restreint), ce qui se traduit par un IWA relativement grand.

D'autres solutions permettent d'obtenir des angles intérieurs de travail plus petits. Parmi les plus simples, le coronographe de Roddier (Ferrari et al., 2007; Roddier and Roddier, 1997) utilise un masque de phase en forme de disque positionné sur le cœur de l'image de l'étoile et dont le but est d'appliquer un écart de phase de  $\pi$  à la moitié du champ électrique dans l'axe. Par l'interférence destructive qui se produit, l'amplitude du champ électrique correspondant devient très faible dans une part importante du plan de Lyot. En masquant le reste du plan de Lyot, permet donc se débarrasser de la plus grande part de la lumière dans l'axe.

Les performances peuvent être améliorées en plaçant un masque supplémentaire dans le plan pupille. Ce masque, dit "apodisant" agit sur la phase (Otten et al., 2017), sur l'amplitude (Soumer et al., 2003) ou sur la combinaison des deux (Guyon and Roddier, 2002; Guyon, 2003), afin de transformer la PSF de l'instrument, généralement pour faire en sorte que la conception des autres masques soit plus avantageuse.

---

8. de l'anglais : *Inner Working Angle*

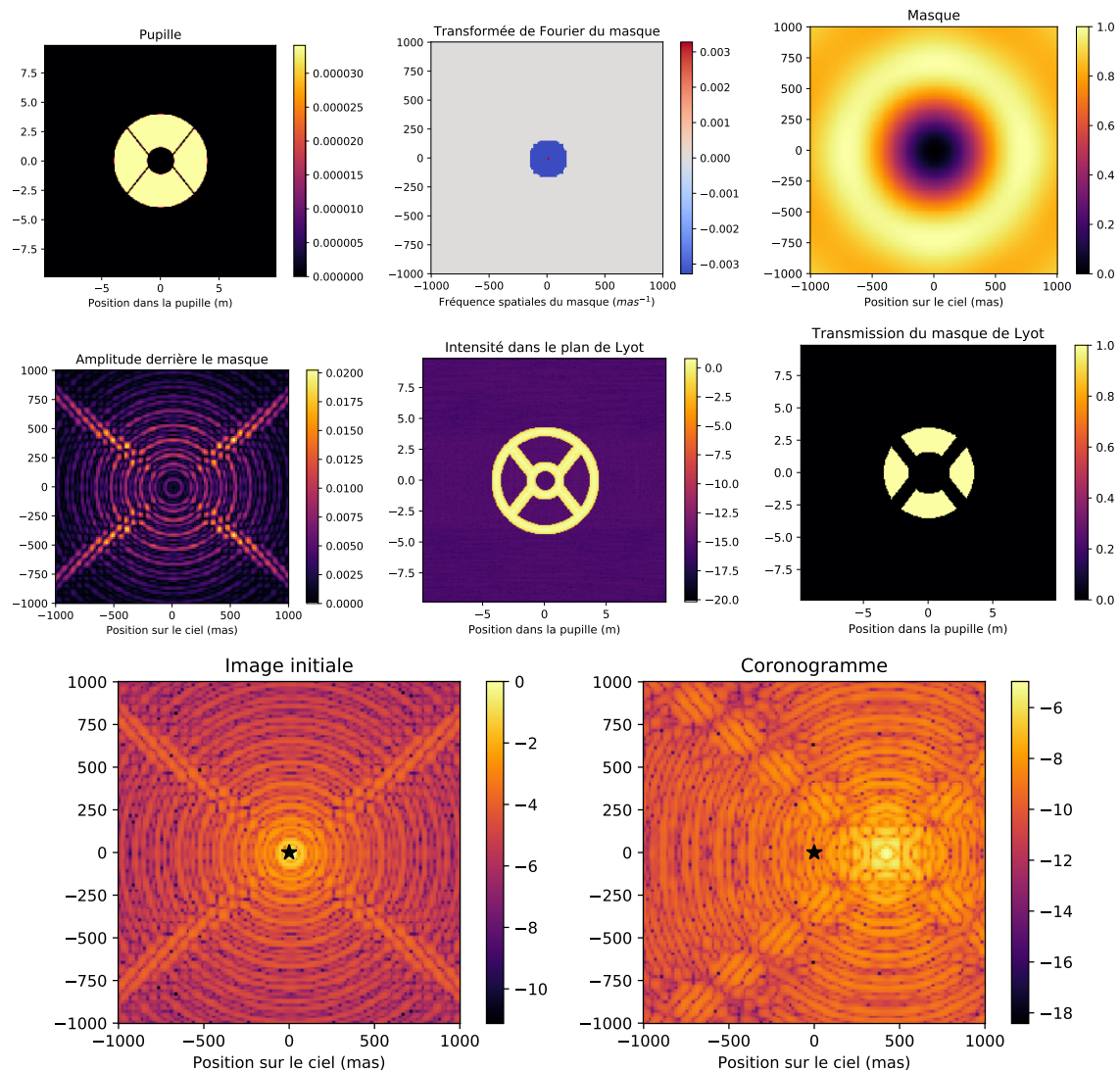


FIGURE 2.8: Une série d'images illustrant la conception d'un coronographe à bande limitée. La construction du masque par sa transformée de Fourier permet de limiter la région contenant la lumière diffractée dans le plan de Lyot. Le masque de Lyot adapté permet alors de se débarrasser de l'ensemble de cette lumière diffractée. La ligne inférieure montre en exemple une scène comportant une étoile et un compagnon de contraste 100 :1. À gauche une image directe, et à droite le coronogramme de la même scène réalisé dans des conditions parfaites (sans aberrations).



La conception de ces coronographes est maintenant particulièrement maîtrisée, avec un écosystème fourni de techniques qui permettent, en théorie (Guyon et al., 2006; Mawet et al., 2012), d'atteindre des contrastes de  $10^{10}$  et de travailler à des séparations allant jusqu'à  $2\lambda/D$  et en dessous.

Mis à part certains contre-exemples évoqués au Chapitre 6, c'est grâce à la présence d'un masque dans le plan image que la réponse instrumentale est différente dans l'axe (pour l'étoile) et hors-axe (pour son environnement). Cette distinction fait sortir le coronographe de la catégorie des systèmes linéaires invariants en translation, qui ne sont donc plus des systèmes imageurs au sens où nous les avons décrits au début de ce chapitre. Pour cette raison, je m'abstiendrai autant que possible de parler d'"images coronographiques", ou de "PSF coronographique", et nous préférons les termes de "coronogrammes" et de "figure de diffraction" qui sont moins spécifiquement associés aux systèmes invariants en translation. Ce fait impose des limitations strictes sur les techniques de post-traitement qui peuvent être employées sur les coronogrammes, en particulier en empêchant l'usage des méthodes utilisant le domaine de Fourier décrites au Chapitre 3. Une explication plus détaillée sera fournie au Chapitre 5.

### 2.3.2 Besoins sur le front d'onde

Il est ainsi possible de supprimer complètement la figure de diffraction de l'étoile à l'aide d'un coronographe. Cependant, celui-ci est conçu pour une réponse instrumentale donnée, et cette réjection ne peut être parfaite si la PSF de l'instrument devient imparfaite et évolue comme indiqué en section 2.1.2. Dans ce cas, les erreurs se propagent jusqu'au plan image au travers du terme  $\text{Var}(\varepsilon_{psf})$  de l'équation (2.19).

Une modulation spatiale sinusoïdale dans la pupille d'amplitude  $a$  (même unité que la longueur d'onde  $\lambda$ ) introduit dans l'image une paire de speckles de contraste  $c$  (primaire/secondaire) (Martinache, 2018) :

$$c = \left( \frac{\lambda}{2\pi a} \right)^2, \quad (2.20)$$

qui interfèrent avec la lumière diffractée résiduelle. Par exemple pour un speckle d'un contraste de  $10^5$  dans la longueur d'onde de  $1.6\mu m$ , une modulation d'environ  $1nm$ . L'interaction entre les speckles et la lumière diffractée résiduelle ne fait qu'augmenter l'amplitude des variations d'intensité, un phénomène appelé *speckle pinning* (Soummer et al., 2007).

En simulant la propagation d'un front d'onde de Kolmogorov à travers un coronographe idéal, et en mesurant l'écart type de l'intensité du plan image en fonction de la séparation pour différentes amplitudes d'aberrations, on peut la comparer avec le bruit de photons de la PSF initiale. Le résultat, montré en figure 2.9, suggère qu'à faible séparation, le bruit de speckle dans le coronogramme est très rapidement dominant devant le bruit de photons de l'image directe. Le choix fait ici d'utiliser un front d'onde de Kolmogorov pour représenter une fonction de structure de phase corrigée par optique adaptative est principalement un choix de simplicité, compte tenu du fait que les contenus des aberrations dans les plus bas ordres sont très difficiles à quantifier, car fortement dépendants d'effets comme les aberrations de chemin non-commun, les vibrations, le *low-wind effect* et le *island effect*.

On pourra remarquer que les percées récentes d'instruments coronographiques comme SPHERE, GPI, et SCExAO, tiennent davantage aux avancées de l'optique adaptative, qu'aux innovations coronographiques. En effet, les coronographes les plus utilisés sur ces instruments ne sont pas les coronographes dernier-cri à faible IWA, mais plutôt des coronographes plus conservateurs comme le coronographe de Lyot apodisé (APLC) qui sont légèrement plus robustes aux conditions d'observations réelles. Par ailleurs c'est la haute densité d'actionneurs de leur optique adaptative dite "extrême" qui leur permet de travailler à ces séparations plus grandes, et qui ont donné lieu à des succès remarquable par la détection de planètes jeunes à des séparations à environ  $20\lambda/D$  (Chauvin et al., 2017),  $10\lambda/D$  (Macintosh et al., 2015), et même  $4.7\lambda/D$  (Keppler et al., 2018). Ces progrès se répercutent également sur les cas scientifiques ne nécessitant pas de coronographe, mais profitant de l'amélioration de résolution liée à la qualité du front d'onde, comme pour l'observation de nébuleuses de poussières

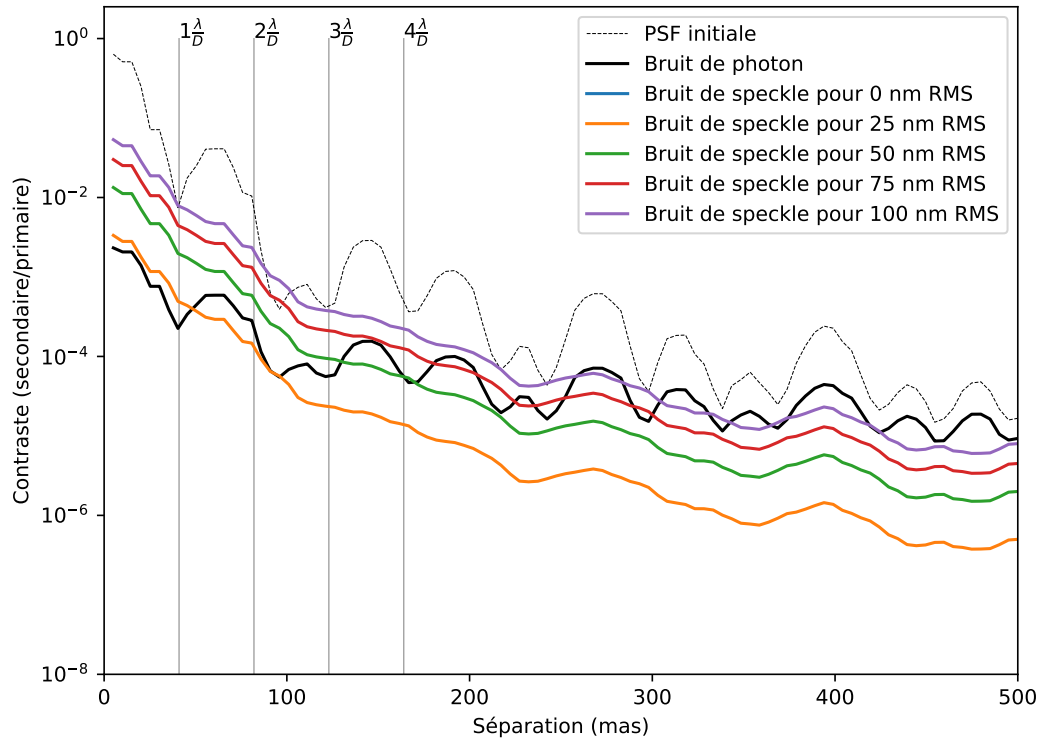


FIGURE 2.9: Un graphe illustrant l'amplitude du bruit de speckle à faible séparation en comparaison avec le bruit de photons dans le cas d'un coronographe idéal. La simulation est monochromatique à  $1.6\mu m$  et se base sur une centaine de réalisations indépendantes d'un écran de phase de Kolmogorov. Aux faibles séparations, le bruit de speckle est très rapidement dominant par rapport au bruit de photons.

autour d'étoiles Wolf-Rayet (Soulain et al., 2018), ou la cartographie d'astéroïdes (Marsset et al., 2017; Fétick et al., 2019).

Le temps nous dira si les observations dans l'espace permettront de mettre en oeuvre des coronographes à faible IWA avec succès. Certaines missions (Nancy Grace Roman Space Telescope (anciennement WFIRST), LUVOIR, HabEx) affichent déjà des objectifs scientifiques qui exigent des erreurs de front d'onde en plan pupille de quelques picomètres, qui devront être obtenues grâce à des systèmes d'optique adaptative spécialement conçus pour corriger les dérives instrumentales (Shi et al., 2016, 2018; Bottom et al., 2018; Coyle et al., 2019).

### 2.3.3 Post-traitement et techniques différentielles

Les hautes performances atteintes par les instruments coronographiques sont dues pour une large part à l'utilisation de techniques permettant de gérer la lumière de fuite présente dans les coronogrammes. Un grand nombre de ces méthodes ont été développées qui sont adaptées pour différentes cibles et différents cas scientifiques. En voici quelques exemples :

- *Spectral Differential Imaging* (SDI) qui exploite l'évolution de la taille de la figure de diffraction avec la longueur d'ondes pour différencier les speckles de la lumière spatialement incohérente.
- *Dual Band Imaging* (DBI) qui exploite la différence entre le spectre de la planète et de l'étoile, en particulier dans des raies d'absorption moléculaires.
- *Angular Differential Imaging* (ADI) qui exploite la diversité entre la rotation du champ et la rotation de la figure de diffraction qui reste fixe par rapport à l'instrument.
- *Referenced Differential Imaging* (RDI) qui repose sur la soustraction de la figure de diffraction mesurée sur une étoile de référence.
- *Polarimetric Differential Imaging* (PDI) qui exploite la différence de polarisation entre la lumière directement émise par l'étoile et la lumière réflétee ou diffusée par les objets de son environnement.

Certaines sont parfois combinées pour améliorer leur performance. L'ADI sera évoquée plus en détail au Chapitre 4. On peut noter que toutes ces techniques n'exploitent pas la transformée de Fourier de l'image.

### 2.3.4 Conclusions relatives à la coronographie

Comme nous l'avons vu, la figure de diffraction joue un rôle clé dans l'imagerie à haut contraste, en conditionnant le rapport signal sur bruit qui peut être attendu pour la détection d'un compagnon ténu, au travers de deux effets : le bruit de photons, et le bruit de speckle. Les coronographes aident à combattre le bruit de photons, et l'optique adaptative permet de lutter contre le bruit de speckle.

Lorsque les conditions sont idéales, les coronographes sont capables de supprimer intégralement la lumière arrivant sur l'axe ce qui permet de parfaitement distinguer les planètes qui peuvent l'accompagner. Cependant, les aberrations optiques produisent des fuites qui limitent très fortement le contraste directement accessible, et qui nécessitent l'emploi de techniques de post-traitement avancées.

Ces techniques de post-traitement jouent un rôle crucial dans les performances des instruments coronographiques installés sur les télescopes au sol et dans l'espace, et ont permis de commencer à imager directement des systèmes d'exoplanètes géantes en formation à des orbites relativement larges. Cependant elles sont fortement limitées par la nature des coronographes qui sortent de la catégorie des systèmes linéaires invariants en translation. Dans les chapitres suivants, nous laisserons de côté les coronographes pour retrouver les caractéristiques canoniques des imageurs et examiner les méthodes d'analyse d'image qui utilisent l'imageur comme un interféromètre.

# Chapitre 3

## Observables robustes

Comme nous l'avons vu, la fonction d'étalement du point du télescope produit dans l'image un motif d'illumination qui est la source du bruit de photons et du bruit de speckle qui dominent pour la détection des planètes qui l'environnent. Aux séparations les plus faibles, c'est le bruit de speckle qui devient dominant et qui empêche les coronographes à faible IWA de fonctionner efficacement.

Les optiques adaptatives, en tant que systèmes d'asservissement visant à compenser en temps réel une perturbation aléatoire, sont nécessairement affectées par une erreur de poursuite qui ne peut être combattue que par des algorithmes prédictifs, mais ne sera probablement jamais supprimée entièrement.

Ces erreurs de phase affectent aussi les images traditionnelles, et certaines techniques ont permis aux astronomes d'exploiter des mesures au delà de la qualité qu'elles offrent au premier abord. Ces techniques qui sont multiples peuvent être regroupées sous le titre d'observables robustes, en ce qu'elles permettent de construire et d'interpréter des quantités observables qui sont moins affectées par ces variations d'OPD, tout en étant porteuses d'une information astrophysique intéressante.

Ce chapitre fournit une présentation sommaire d'une collection de techniques qui visent à contourner ces problèmes de stabilité des conditions d'observations en abandonnant une partie de l'information qui est disponible à l'observateur mais trop affectée par ces effets parasites. Il donne quelques exemples de ces techniques et en particulier de celle des noyaux de phase qui joue un rôle important dans cette thèse. Enfin, il présente certains des outils permettant d'exploiter l'information recueillie à travers ces méthodes et qui serviront dans le reste de cette thèse.

### 3.1 Considération interférométriques

Comme nous l'avons vu en Section 2.1.2, les aberrations dans l'image peuvent être interprétées comme des modifications de la fonction de transfert de l'instrument, causées principalement par les variations de chemin optique affectant les différentes parties de la pupille de l'instrument. La complexité du problème vient, comme remarqué par Isaac Newton (1704), que les contributions à l'image des différentes parties de la pupille se mélangent et deviennent difficiles à interpréter.

#### 3.1.1 Pupilles non-redondantes

En 1867, les travaux de Young (1804) sur la propagation de la lumière au travers de fentes inspirent à Hippolyte Fizeau une nouvelle méthode d'observation. Le lien entre la dimension angulaire de la source et les franges qu'elle produit à travers deux fentes très rapprochées suggère à Fizeau que cette approche pourrait permettre de mesurer directement la dimension angulaire des étoiles. Cette approche peut être vue comme une application avant l'heure du théorème de Van-Cittert-Zernike.

La pupille de l'instrument réduite à deux fentes (ou deux trous), on transforme l'équation 2.10 en

$$I = \sum_{s \in \text{sources}} \mathcal{F}(A_{s,1} + A_{s,2}) \mathcal{F}(A_{s,1} + A_{s,2})^*, \quad (3.1)$$

où  $A_{s,1}$  et  $A_{s,2}$  sont les amplitudes complexes dans chacune des sous-pupilles de l'instrument. En exploitant la linéarité de la transformée de Fourier,

$$I = \sum_{s \in \text{sources}} \left( \mathcal{F}(A_{s,1}) + \mathcal{F}(A_{s,2}) \right) \left( \mathcal{F}(A_{s,1})^* + \mathcal{F}(A_{s,2})^* \right), \quad (3.2)$$

et en développant ce produit :

$$I = \sum_{s \in \text{sources}} \left[ \begin{aligned} &\mathcal{F}(A_{s,1}) \mathcal{F}(A_{s,1})^* + \mathcal{F}(A_{s,2}) \mathcal{F}(A_{s,2})^* \\ &+ \mathcal{F}(A_{s,1}) \mathcal{F}(A_{s,2})^* + \mathcal{F}(A_{s,2}) \mathcal{F}(A_{s,1})^* \end{aligned} \right] \quad (3.3)$$

Dont les deux premiers termes correspondent aux images qui auraient été produites par chacune des ouvertures utilisées isolément, et les deux derniers termes sont la fonction de cohérence mutuelle  $\Gamma_{1,2}(s)$  et sa conjuguée et sont à l'origine des franges qui se forment dans l'image.

$$I = \sum_{s \in \text{sources}} \left[ I_1(s) + I_2(s) + 2\Re\left( \mathcal{F}(A_{s,1}) \mathcal{F}(A_{s,2})^* \right) \right] \quad (3.4)$$

### 3.1.2 Le module de visibilité

En choisissant ces sous-pupilles pour que ces fonction puissent être approximées chacune par une fonction de Dirac localisée au centre de chacune des ouvertures aux positions  $(X_i, Y_i)$ <sup>1</sup>, et pondérée par leur section notée  $b_i$ , on peut alors considérer que ces ouvertures réalisent un échantillonnage discret du front d'onde :

$$A_{s,i} = b_i A_s(X_1, Y_i) = \delta(X - X_i, Y - Y_i) b_i a_s e^{j \frac{2\pi}{\lambda} (p_i + \frac{\alpha_s X_i}{\lambda} + \frac{\beta_s Y_i}{\lambda})}, \quad (3.5)$$

où  $p_i = \phi_i$  est un terme d'erreur de phase instrumentale dans le plan pupille,  $\delta()$  est la fonction impulsionnelle de Dirac,  $a_s$  est le module du champ électrique produit par la source  $s$  dans la pupille.

Par les propriétés de la transformée de Fourier sur une fonction de Dirac, et en injectant (3.5) dans le terme croisé de (3.4) :

$$I_{12} = 2\Re\left( b_1 a_s e^{j \frac{2\pi}{\lambda} (p_1 + \alpha_s X_1 + \beta_s Y_1)} e^{-j 2\pi (X_1 x + Y_1 y)} b_2 a_s e^{-j \frac{2\pi}{\lambda} (p_2 + \alpha_s X_2 + \beta_s Y_2)} e^{j 2\pi (X_2 x + Y_2 y)} \right) \quad (3.6)$$

Vu que  $x = F\alpha$  et  $y = F\beta$ . Pour deux ouvertures alignées sur l'axe  $X$  et séparées d'une distance  $\Delta X$  et de même section,  $s$  :

$$I = \sum_{s \in \text{sources}} \left[ I_1(s) + I_2(s) + 2s^2 a_s^2 \Re\left( e^{j \frac{2\pi}{\lambda} (p_1 - p_2 + \alpha_s \Delta X)} e^{-j \frac{2\pi}{\lambda F} (\Delta X x)} \right) \right]. \quad (3.7)$$

Dans cette équation, les contributions de  $I_1(s)$  et  $I_2(s)$  sont toutes deux uniformes dans l'image à cause de l'étendue négligeable des deux ouvertures. Le terme croisé constitue une fonction cosinus de  $x$  qui produit un système de franges dans l'image. La fréquence spatiale de ces franges est proportionnelle

1. cette condition dépend du champ de vision recherché pour l'étude

à la séparation des trous et inversement proportionnelle à la longueur d'onde. L'amplitude de ces franges dépend de l'intensité de la source, et si  $p_1 = p_2$  (s'il n'y a pas d'aberrations optiques dans le système), alors leur position (phase) dépend directement de la position de la source.

Si une source incohérente supplémentaire se trouve à une position  $\alpha'^2$ , alors elle fera apparaître un système de frange s'additionnant au premier. Ces franges composites seront légèrement décalées et leur contraste sera légèrement modifié. Ces deux éléments, qui constituent l'amplitude  $\mu$  et la phase  $\phi$  de la visibilité complexe mesurée, correspondant respectivement au contraste et à la position des franges mesurées, peuvent être extraits directement en calculant la transformée de Fourier de l'image. Le théorème de van Cittert-Zernike permet de les comparer directement à la transformée de Fourier de la distribution d'intensité de la cible. Dans ce processus, la fonction de transfert de l'instrument définit l'échantillonnage disponible pour cette comparaison.

Comme illustré en figure 3.1, la séparation des ouvertures définit la fréquence spatiale des franges de l'image, identifiées par leurs coordonnées  $(u, v)$  dans la transformée de Fourier de l'interférogramme. Le choix d'ouvertures dont la séparation est plus grande que leur diamètre assure que les pics représentant ces franges dans l'espace de Fourier sont disjoints. On dit que le masque est non-redondant car chaque coordonnée du plan  $uv$  n'est échantillonnée qu'une seule fois.

La propriété remarquable dans cette approche est qu'en modifiant la pupille de l'instrument, Fizeau et Stephan ont simplifié sa réponse impulsionnelle. En choisissant une dimension de trous plus petite que la dimension caractéristique des aberrations du front d'onde, l'impact de l'atmosphère se trouve réduit à un piston différentiel entre les deux sous-pupille qui se manifeste par un déplacement des franges de l'image. En contrepartie, la seule information qui sera mesurée sur l'objet correspond à la fréquence spatiale identifiée par  $\Delta X/\lambda$ . La plus grande partie de la lumière incidente se trouve bloquée par le masque, ce qui limite la sensibilité du système. De plus, comme le terme de piston atmosphérique varie rapidement, il est impossible de faire des intégrations longues pour accumuler plus de signal, sous peine de voir les franges se "flouter" et de biaiser ainsi la mesure de leur visibilité.

Lors de son expérience, Stephan (1874) était limité, pour la séparation de ses fentes (0.65m), par le diamètre du télescope de Foucault de l'observatoire de Marseille (0.80m), et n'a donc pu donner qu'une limite supérieure au diamètre angulaire des étoiles qu'il a observées. Cependant, pour la première fois, son observation n'était pas limitée par la tache du seeing (peut-être 3", à Marseille) mais bien par la dimension de son instrument, le limitant à 0.158". La visibilité des franges produites par une pupille non-redondante constitue donc un premier exemple des observables robustes qui sont l'objet de notre intérêt.

Cette expérience sera plus tard reprise par Albert Michelson sur le télescope de 2.5m de l'observatoire du Mont Wilson, sur lequel il poursuivra les expériences de masquage. Afin de repousser la limite de résolution au delà de la taille du télescope, il installera une poutre de 6m équipée de périscopes mobiles. Ces extensions, qui lui permirent d'augmenter la ligne de base de son observation, et d'être enfin capable de fournir une mesure du diamètre angulaire de Betelgeuse (Michelson and Pease, 1921). Cette réussite marquera le début de l'interférométrie longue base qui renaîtra avec Labeyrie (1975) et que nous aurons l'occasion de retrouver au chapitre 7.

### 3.1.3 Obtenir une information de phase

Cette technique donne donc accès à l'amplitude de visibilité de la cible, qui contient les attributs symétriques de celle-ci. La phase de la visibilité est perdue car sa signature, la position des franges, se confond directement avec la contribution en piston de l'atmosphère et les erreurs de pointage. Afin d'obtenir des informations sur les attributs asymétriques de la scène, on peut utiliser une technique qui a été développée pour l'interférométrie longue base dans le domaine radio par Jennison (1958), puis appliqué dans le domaine visible par Baldwin et al. (1986) : la clôture de phase.

---

2. Pour cela, il est nécessaire que l'aberration reste constante pour les différentes directions d'observation : c'est la limite imposée par l'angle d'isoplanétisme

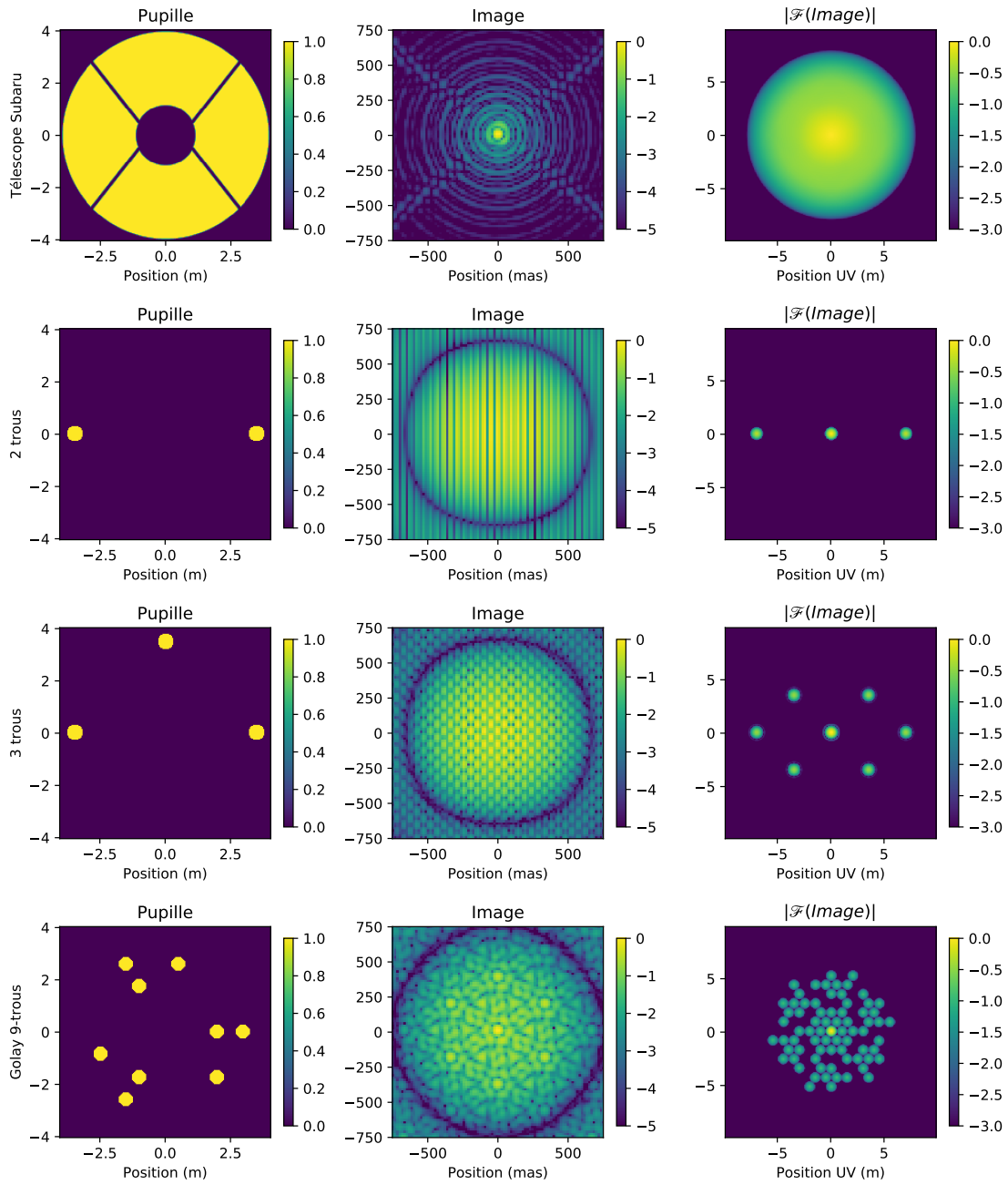


FIGURE 3.1: L'effet de différentes pupilles sur la fonction d'étalement de point et sur le l'amplitude de visibilité, en simulation à la longueur d'onde de  $1.6\mu m$ . De haut en bas : la pleine pupille du télescope Subaru, une paire de trous, trois trous, et un masque non-redundant à neuf trous. Chaque paire d'ouvertures donne naissance à un système de franges dans l'image correspondant à une fréquence spatiale dans le plan  $uv$ .

La clôture de phase est construite sur l'idée que si l'on met en oeuvre un instrument de trois sous-pupilles ou plus, il sera capable de mesurer trois phases simultanément. Ces phases  $\Phi_{k,l}$ , correspondant à l'association des pupilles  $k$  et  $l$ , permettent de mesurer les phases objets  $\Phi_{k,l}^O$  mais sont chacune biaisées par la contribution due aux pistons  $\varphi_k$  et  $\varphi_l$  présents sur les chemins optiques de ces sous-pupilles. De plus, puisque le système est insensible à un effet de piston global, on peut écrire ces phases de piston relativement à la phase de piston de la pupille 1 :

$$\begin{aligned}\Phi_{1,2} &= \Phi_{1,2}^O + \varphi_2 \\ \Phi_{2,3} &= \Phi_{2,3}^O + \varphi_3 - \varphi_2 \\ \Phi_{3,1} &= \Phi_{3,1}^O - \varphi_3\end{aligned}\tag{3.8}$$

En prenant la somme de ces trois phases en boucle fermée, le terme de perturbation s'annule et on obtient :

$$C_{123} = \Phi_{1,2} + \Phi_{2,3} + \Phi_{3,1} = \Phi_{1,2}^O + \Phi_{2,3}^O + \Phi_{3,1}^O.\tag{3.9}$$

Ceci fait apparaître une observable robuste qui nous permet de comparer une caractéristique de la cible : la clôture de phase<sup>3</sup>  $C_{123}$ , qui peut être comparée à un modèle sans l'intervention des termes parasites. Cette technique est très utilisée en interférométrie longue base et en interférométrie de Fizeau pour obtenir des informations sur l'asymétrie des objets, et peut donc servir à la détection de compagnons stellaires.

Ce cas simple permet d'introduire le formalisme qui servira pour le reste de ce travail. Il s'agit du formalisme introduit par Martinache (2010) pour reproduire ce comportement. L'équation (3.8) peut être écrite vectoriellement :

$$\mathbf{\Phi} = \mathbf{\Phi}^O + \mathbf{A} \cdot \boldsymbol{\varphi}\tag{3.10}$$

où  $\boldsymbol{\varphi}$  contient les différents pistons relatifs pour les sous-pupilles 2 et 3, et la matrice  $\mathbf{A}$  est la matrice qui applique ces aberrations sur les phases mesurées et s'écrit ici :

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}.\tag{3.11}$$

Ainsi, pour  $n_a$  sous-pupilles, cette contribution de l'aberration dans le plan pupille peut être considérée comme une application linéaire d'un espace vectoriel de dimension  $n_a - 1 = 2$  des phases de piston relatives vers l'espace vectoriel de dimension  $\binom{n_a}{2} = 3$  des phases de Fourier échantillonnées par la pupille.

Sous cette forme, les outils de l'algèbre linéaire peuvent être appliqués pour retrouver la combinaison qui annule la contribution des perturbations. Trouver les combinaisons linéaires de  $\mathbf{\Phi}$  qui annulent la contribution de  $\mathbf{A}$  équivaut à trouver la matrice  $\mathbf{K}$  telle que :

$$\mathbf{K} \cdot \mathbf{A} = 0,\tag{3.12}$$

c'est à dire de trouver une base du noyau à gauche de  $\mathbf{A}$ , le sous-espace vectoriel qui ne peut être atteint par l'aberration. La solution proposée précédemment correspond à la matrice plate  $\mathbf{K} = [1, 1, 1]$  qui est une solution de l'équation (3.12). Par conséquent, multiplier le signal de phase  $\boldsymbol{\varphi}$  par la matrice du noyau  $\mathbf{K}$  nous permet de nous débarrasser de la contribution de l'aberration :

$$\mathbf{K}\mathbf{\Phi} = \mathbf{K}\mathbf{\Phi}^O + \mathbf{K}\mathbf{A}\boldsymbol{\varphi}.\tag{3.13}$$

Le fait que ce noyau contienne de l'information astrophysiquement intéressante est une autre question.

---

3. En pratique la clôture de phase est souvent extraite à partir du bispectre de la visibilité (Millour, 2015; Ireland, 2013).



### 3.1.4 Généralisations à la pleine pupille

Comme nous l’avons vu, l’utilisation de masques de pupille permet de transformer la fonction d’étalement du point afin que la contribution de l’aberration présente dans la pupille se manifeste dans l’image (en particulier dans sa transformée de Fourier) de manière plus simple, et puisse être isolée du reste de l’information. Cet avantage vient avec deux coûts.

- La réduction de l’information échantillonnée par la pupille : seules les fréquences spatiales correspondant aux lignes de bases décrites par les paires de trous peuvent être mesurées.
- La perte d’une grande partie de la lumière du fait que la plus grande partie de la surface collectrice soit bloquée par le masque (90 à 95%).

De plus, comme la taille maximale des trous est limitée par la longueur de la plus petite ligne de base, ces deux effets doivent être pris en compte pour obtenir un compromis.

Malgré leurs limitations, l’implémentation de tels masques dans le plan pupille réimagé est extrêmement simple, et on en trouve dans la plupart des instruments astronomiques modernes conçus pour la haute résolution angulaire (Tuthill et al., 1998; Martinache et al., 2007; Tuthill et al., 2010; Lacour et al., 2011; Norris et al., 2015), même dans l’espace (Sivaramakrishnan et al., 2012; Artigau et al., 2014). Certaines techniques ont montré que certaines des limitations pouvaient être repoussées (Jovanovic et al., 2012; Huby et al., 2013; Doelmann et al., 2018), mais la voie que nous explorons sort de ce contexte.

Dans le cas des pupilles redondantes, la plupart des lignes de bases sont échantillonnées par la pupille un grand nombre de fois. Par conséquent l’amplitude complexe représentée par le terme croisé de l’équation (3.7) n’est pas unique, mais la somme complexe de chacune de ces contributions. Il fut remarqué par Labeyrie (1970) que l’amplitude de visibilité de l’image présentait une certaine résilience à la perturbation. En effet, si ce la variété des erreurs de phase dans le plan pupille a pour effet de réduire l’amplitude de visibilité de ces franges, cet effet peut être pris en compte de manière statistique sur un grand nombre de réalisations (à travers la pupille et dans le temps). En moyennant l’amplitude de visibilité (ou la visibilité carré telle qu’obtenue par un calcul optique) sur un grand nombre d’images, Antoine Labeyrie a montré qu’on pouvait récupérer la signature du module de visibilité de la scène observée, sans avoir à masquer la pupille de l’instrument.

### 3.1.5 Effet de l’optique adaptative et noyaux de phase

Malheureusement, la phase ne partage pas cette propriété de résilience. En effet, la diminution de l’amplitude de visibilité, qui augmente l’erreur de mesure sur sa phase, ainsi que la nature circulaire de la mesure font que l’information de phase est perdue lorsque le PSF se dégrade trop. Cependant les progrès de l’optique adaptative mentionnés en section 2.2 permettent d’obtenir des niveaux de qualité et de stabilité de PSF dans l’infrarouge proche qui offrent un nouveau régime de fonctionnement : le régime des faibles aberrations.

Dans ce régime, la contribution en amplitude constitue un biais, car son effet résulte toujours en une diminution de l’amplitude, mais l’effet est suffisamment faible pour ne pas empêcher la mesure de la phase. Par contre, pour la phase, les différentes contributions de chacune des sous-ouvertures virtuelles pour une fréquence spatiale donnée sont aléatoires, se moyennent et ont tendance à être plus stables. On peut décrire ce régime par l’approximation suivante :  $e^{-i\varphi} \approx 1 - i\varphi$ , qui permet de simplifier la somme de ce terme croisé.

C’est dans ce régime qu’on peut construire les noyaux de phases (Martinache, 2010). En construisant un modèle discret de la pupille de l’instrument comme illustré en figure 1 du papier en section 4.3, figure 2 du papier en section 5.2, ou encore en figure 6.3, on se munit d’une base permettant d’identifier les fréquences spatiales échantillonnées par la pupille, ainsi que la redondance qui leur est associée. En écrivant ces relations de manière vectorielle, on peut alors exploiter le formalisme proposé en équations (3.10), (3.11) et (3.12).

Pour les applications que j’ai mises en oeuvre, ces équations impliquent des matrices beaucoup plus grandes. Dans les modèles utilisés dans ces travaux, une matrice  $\mathbf{A}$  peut contenir environ 800 colonnes

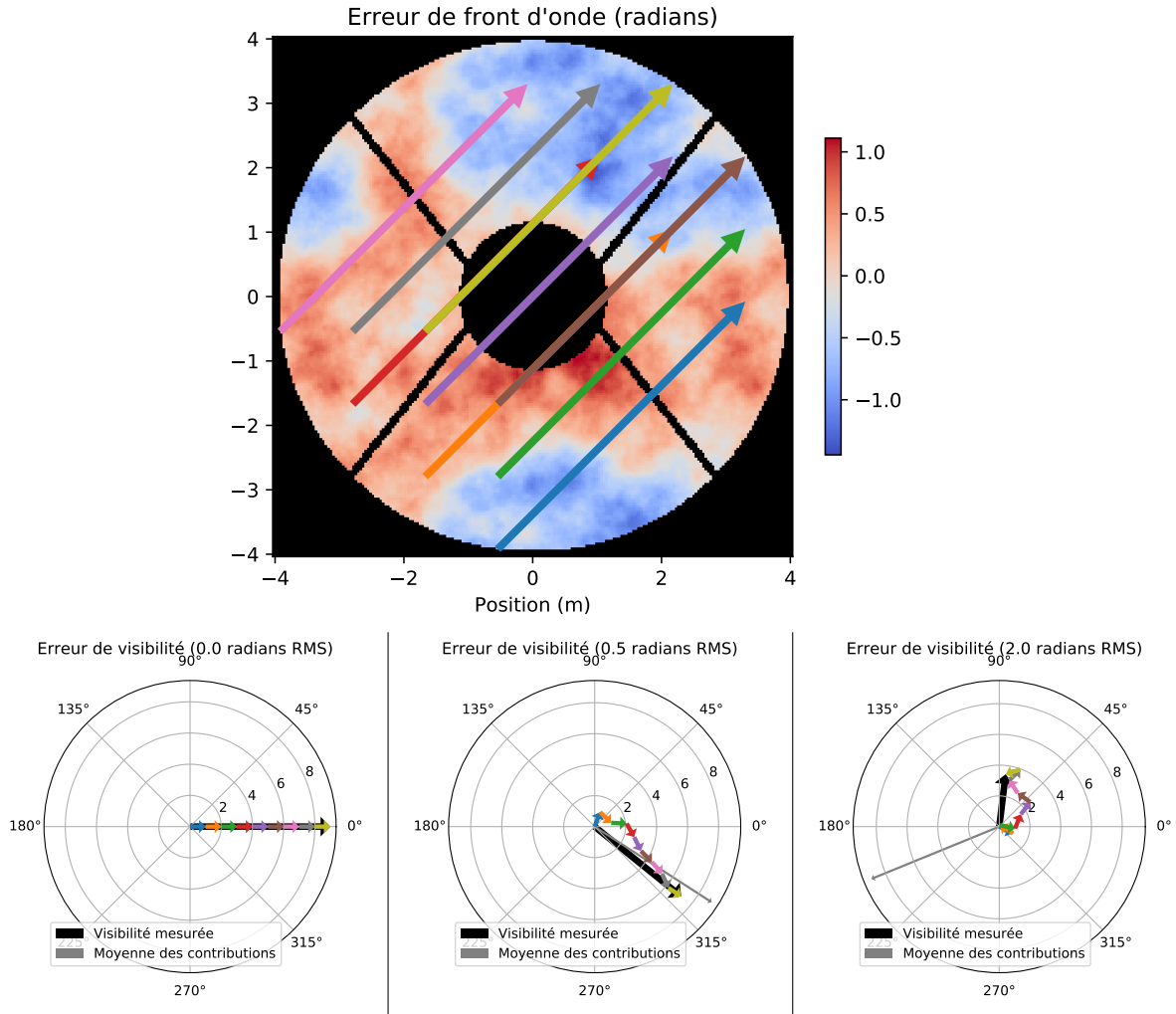


FIGURE 3.2: Une illustration des différents régimes d'aberrations. La partie supérieure représente la pupille d'un instrument comportant des aberrations et dans laquelle on considère une ligne de base redondante identifiée par les flèches colorées. Dans la partie inférieure, les trois figures représentent dans le plan complexe la mesure de visibilité complexe d'une source non-résolue qui serait obtenue par différentes manières. Les flèches colorées indiquent la visibilité qui serait mesurée à travers un masque percé de la paire de trous correspondante dans la pupille. La flèche noire représente la visibilité complexe telle qu'elle peut être mesurée dans la transformée de Fourier de l'image pleine pupille, et correspond à la somme complexe des contributions de chacune des occurrences de la ligne de base. Enfin, la flèche grise correspond à la mesure attendue dans le cadre de l'hypothèse de linéarité utilisée pour les noyaux de phase : son module est la somme de l'amplitude des contributions, et sa phase est la moyenne des phases des contributions. Sans aberrations, les contributions sont alignées. Pour une erreur d'environ 0.5 radians rms, on constate un léger biais sur l'amplitude de visibilité, mais les contributions de phase se moyennent et résultent en une mesure de phase consistante avec l'hypothèse de linéarité et un module légèrement biaisé vers le bas. Pour une erreur d'environ 2 radians RMS, l'amplitude mesurée s'approche de zéro, et la distribution de la phase s'étale sur tout l'intervalle  $[-\pi.. \pi]$ .

et 2000 lignes. Cependant les outils de l’algèbre linéaire, déployés sur les ordinateurs puissants dont nous disposons de nos jours font que ce problème est résolu en quelques secondes. Ainsi, une solution pour la matrice  $\mathbf{K}$  qui identifie les combinaisons linéaires robustes est trouvée par décomposition en valeurs singulières.

Les travaux que j’ai réalisés durant cette thèse font partie du projet KERNEL qui vise à explorer les applications des noyaux de phase que nous venons de décrire. C’est donc sur cette méthode que se concentreront les travaux qui suivent.

## 3.2 Interprétation des observables robustes

Nous cherchons à obtenir des informations sur la cible dans un domaine de séparation où la contribution de l’instrument (la PSF) et ses aberrations sont non-négligeables, voire dominantes. Ce problème peut donc être vu comme un problème de déconvolution en ce qu’il vise à séparer la contribution de la cible de la contribution de l’instrument dans le signal obtenu. Les observables robustes nous fournissent un avantage vis-à-vis de la variation de la contribution instrumentale, mais la mesure reste entachée d’erreurs, en particulier liées au bruit de lecture et au bruit de photons des images.

Nous utiliserons la boîte à outils logicielle `xara`<sup>4</sup> créée et maintenue par Frantz Martinache et qui permet de construire les modèles du pupille, d’identifier leur noyau par décomposition en valeurs singulières, et d’extraire les visibilités complexes des images par une transformée de Fourier discrète des images.

### 3.2.1 Erreurs de mesure

L’extraction des visibilités complexes de l’image se fait par l’utilisation d’une transformée de Fourier discrète. Pour l’obtenir, l’image pré-traitée est transformée en un vecteur  $\mathbf{x}$  en concaténant ses différentes colonnes, puis multipliée par la matrice de Fourier  $\mathbf{F}$  construite spécialement pour échantillonner les coordonnées du plan  $uv$  correspondantes aux lignes de base identifiées dans le modèle. Cette transformée de Fourier est alors normalisée pour suivre la convention en vogue en interférométrie et fournir un vecteur de visibilités complexes  $\mathbf{v} = \mathbf{F} \cdot \mathbf{x}$ . Son amplitude  $|\mathbf{v}|$  est alors écartée pour ne considérer que sa phase  $\Phi = \angle \mathbf{v}$ , et notre intérêt se portera sur le noyau de phase  $\kappa = \mathbf{K} \Phi$ .

Le vecteur image est entaché des erreurs causées par le bruit de photons, le bruit de lecture ainsi que d’autres erreurs et biais qui peuvent survenir dans l’image. Ces erreurs se propagent à travers le processus d’extraction jusqu’aux observables finales. Celles qui ont une évolution rapide seront traitées statistiquement, les autres seront considérées comme des biais. L’équation de comparaison au modèle devient donc :

$$\kappa = \kappa^O + \varepsilon, \tag{3.14}$$

où  $\varepsilon$  est le terme d’erreur.

Ces erreurs et leur propagation dans les observables robustes ont été étudiées en détail par Ireland (2013), et plus récemment par Ceau et al. (2019). En particulier, ces travaux montrent que même les erreurs qui sont indépendantes sur le détecteur, comme le bruit de lecture et le bruit de photons, sont à l’origine d’un bruit corrélé dans l’espace des phases, et des noyaux de phase. Afin de prendre en compte cette propriété dans l’analyse statistique, nous suivons la démarche préconisée par Ceau et al. (2019), en utilisant le blanchiment statistique.

La première étape est d’évaluer la covariance de nos observables,

$$\Sigma = \text{Cov}(\kappa), \tag{3.15}$$

---

4. <https://github.com/fmartinache/xara>

soit empiriquement lorsqu'un grand nombre de réalisations sont disponibles, soit par une approximation analytique comme proposé par Kammerer et al. (2019) à partir des erreurs attendues au niveau du détecteur. Il est alors possible de construire une matrice de passage qui nous permette d'exprimer nos observables dans une base où leur covariance est diagonale. On appelle cette matrice  $\mathbf{W}$  la matrice de blanchiment :

$$\mathbf{W} = \mathbf{\Sigma}^{-\frac{1}{2}}, \quad (3.16)$$

ce qui permet d'obtenir :

$$\text{Cov}(\mathbf{W} \cdot \boldsymbol{\kappa}) = \mathbf{I}. \quad (3.17)$$

L'utilisation d'observables dont la covariance est identité simplifie l'expression de la vraisemblance utilisée pour l'ajustement de modèles.

### 3.2.2 Inférence et ajustement de modèle

Pour les régimes dans lesquels nous travaillons, à haute résolution et haut contraste, les images sont dominées par les effets de la diffraction, ce qui les rends plus difficiles à interpréter que les images à grand champ. Dans les travaux que j'ai menés, celles-ci ne sont généralement qu'un moyen d'obtenir les mesures qui nous intéressent, comme la présence d'un objet (détection), la position d'une source (astrométrie), ou la luminosité celle-ci (photométrie). Les observables que nous avons décrites ne contiennent pas l'intégralité des informations que contiendrait une image. Par conséquent, plutôt que de tenter de reconstruire une image (Renard et al., 2015; Domiciano De Souza et al., 2014), nous utiliserons directement ces observables pour réaliser une estimation de ces propriétés à mesurer.

Cette approche relève de l'inférence statistique pour répondre à des questions plus ciblées mettant en jeu moins de degrés de liberté : par l'ajustement de modèles ou par tests d'hypothèse. Dans les deux cas, la bonne maîtrise des erreurs statistiques et des biais affectant les observables nous permettent d'obtenir une mesure objective de la certitude de nos conclusions.

Le cas scientifique qui nous sert de référence dans ces travaux est la détection de compagnons. Le modèle qui s'applique est celui d'une source de faible luminosité non-résolue à proximité d'une source brillante non-résolue située dans l'axe. La signature en phase de Fourier de cette scène s'écrit (Ceau et al., 2019) :

$$\boldsymbol{\Phi}^O = \left[ \angle \left( 1 + \frac{1}{c} e^{-j \frac{2\pi}{\lambda} (\alpha u_i + \beta v_i)} \right) \right], \quad (3.18)$$

où  $c$  est le contraste (primaire / secondaire) et  $u_i$  et  $v_i$  sont les  $i$ -ième éléments des vecteurs  $\mathbf{u}$  et  $\mathbf{v}$  contenant les coordonnées  $uv$  échantillonnées par le modèle. Lorsque le contraste est grand ( $c \gg 10$ ), alors l'amplitude de cette signature et son noyau  $\mathbf{K}\boldsymbol{\Phi}^O$  deviennent inversement proportionnels au contraste (ou proportionnels à la luminosité du compagnon), de telle sorte que :

$$\boldsymbol{\Phi}^O(c) \approx \frac{c_0}{c} \boldsymbol{\Phi}^O(c_0). \quad (3.19)$$

La signature d'une planète est donc extrêmement faible et réclamera d'obtenir une mesure extrêmement précise de  $\boldsymbol{\Phi}$ .

### 3.2.3 Cartes de colinéarité

Il peut être difficile de mettre en évidence le signal d'un compagnon dans cet espace à trois degrés de liberté ( $\rho$ ,  $\theta$ ,  $c$ ). Heureusement, la linéarité de l'amplitude de la signature avec la luminosité du compagnon permet de prendre un certain raccourci et de projeter le signal sur le sous-espace de

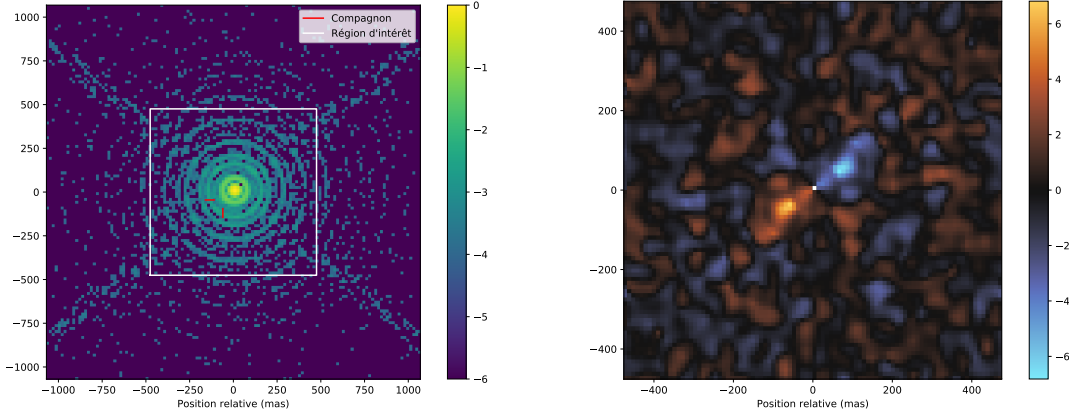


FIGURE 3.3: Exemple montrant (à gauche) une image en échelle logarithmique simulée pour  $10^5$  photons et avec environ  $50nm$  rms d'erreur de front d'onde, et (à droite) la carte de colinéarité du noyau de phase obtenu pour la région délimitée par le carré blanc. Le compagnon, à un contraste de  $100 : 1$  est situé dans le quadrant inférieur gauche et marqué en rouge dans l'image. Dans la carte, il correspond au pic positif. On note que la carte hérite du signal de phase sa nature impaire (antisymétrique), soulignée par le pic négatif situé du côté opposé du compagnon. Les pics secondaires sont principalement le résultat de la propagation des erreurs dans la démarche.

la position relative  $(\alpha, \beta)$  d'un compagnon. On crée pour cela une base normalisée des signaux de compagnons :

$$\left[ \frac{\left( \mathbf{W}\boldsymbol{\kappa}^O(\alpha, \beta, c_0) \right)^T}{\| \mathbf{W}\boldsymbol{\kappa}^O(\alpha, \beta, c_0) \|} \right]_{\alpha, \beta}, \quad (3.20)$$

où  $\alpha$  et  $\beta$  sont pris sur une grille quadrillant la région d'intérêt, et  $c_0$  est un contraste de référence compatible avec l'approximation du haut contraste ( $c \gg 10$ ).

On peut alors projeter le signal mesuré sur la cible  $\mathbf{W}\boldsymbol{\kappa}$  sur cette base, obtenant le vecteur

$$\mathbf{m} = \left[ \frac{\left( \mathbf{W}\boldsymbol{\kappa}^O(\alpha, \beta, c_0) \right)^T \cdot \mathbf{W}\boldsymbol{\kappa}}{\| \mathbf{W}\boldsymbol{\kappa}^O(\alpha, \beta, c_0) \|} \right]_{\alpha, \beta} \quad (3.21)$$

qui peut donc être vu comme une carte évaluée pour chaque position  $(\alpha, \beta)$  et que l'on appelle carte de colinéarité. Cette carte a pour intérêt principal que si le signal mesuré est celui d'un compagnon effectivement présent en  $(\alpha_c, \beta_c)$  (c'est à dire  $\boldsymbol{\kappa} \approx \boldsymbol{\kappa}^O(\alpha_c, \beta_c, c)$ ), alors  $\mathbf{m}$  atteint un maximum en  $(\alpha_c, \beta_c)$ , quel que soit son contraste  $c$ .

Ces cartes constituent un filtre adapté (*matched filter*) (Scharf, 1990; Scharf and Friedlander, 1994) pour la présence d'un compagnon dans la scène, et elles seront employées à de nombreuses occasions. La figure 3.3 montre un exemple de ces cartes réalisé en simulation en utilisant des données simulées pour la pupille du télescope Subaru avec un compagnon à faible contraste ( $c = 100$ ), un écran de phase de  $50nm$  rms, et du bruit de photons correspondant à un total de  $10^5$  photons.

Par ailleurs, injecter (3.19) dans (3.21), fait apparaître une approximation du contraste :

$$\frac{c_0}{c} = \frac{\mathbf{m}(\alpha_c, \beta_c)}{\| \mathbf{W}\boldsymbol{\kappa}^O(\alpha_c, \beta_c, c_0) \|}. \quad (3.22)$$

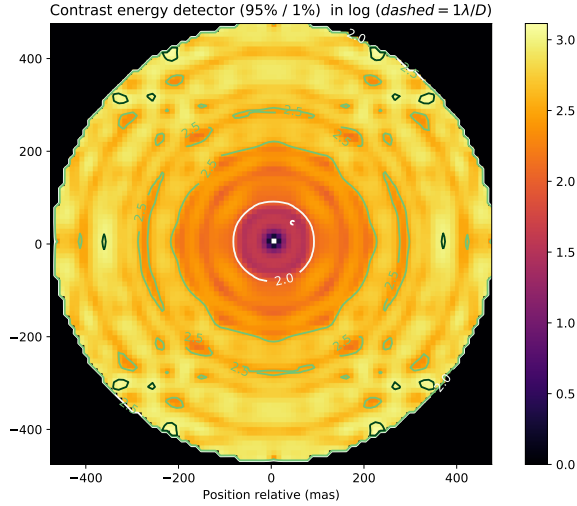


FIGURE 3.4: Un exemple de carte de sensibilité pour le détecteur d'énergie correspondant au cas illustré en figure 3.3 et montrant la sensibilité du détecteur d'énergie pour les observations simulées.

Dans ce régime où les observables sont très riches, et les objets observés simples, ces cartes sont faciles à interpréter, et sont donc très utilisées dans mes travaux. Elles permettent par exemple de choisir un point de départ d'un ajustement de modèle, ou d'aider à identifier la nature d'un signal. Suite aux utilisations que j'en ai fait, leur usage s'est généralisé au sein de l'équipe KERNEL. Afin de faciliter leur utilisation, j'ai intégré les outils servant à leur construction dans le package python `saro` que j'ai développé et que je décris dans l'annexe F.

### 3.2.4 Tests de détection

Un aspect qui a particulièrement été développé au sein de l'équipe est l'utilisation de tests statistiques de détection. Nous ne ferons ici qu'effleurer les résultats des travaux d'Alban Ceau et David Mary (Ceau et al., 2019) sur l'utilisation de ces tests avec les noyaux de phase.

Un test de détection est un outil de décision qui se repose sur une statistique de test  $T(y)$  fonction des observables mesurées  $y$ . Connaissant la covariance de la mesure réalisée, la théorie permet de définir un seuil  $\xi$  pour la statistique  $T$  menant à une probabilité d'erreur donnée pour les fausses alertes  $P_{FA}$  et une probabilité de détection  $P_{DET}$ .

Un exemple que nous utiliserons souvent est le détecteur d'énergie  $T_E$  qui est un test agnostique visant à détecter la présence d'un signal sans hypothèse sur sa structure. Autrement dit il consiste à utiliser les mesures pour rejeter l'hypothèse que l'étoile observée est une simple source non-résolue, simplement par le fait que la quantité de signal présent dans  $y$  n'est pas expliqué par la distribution des erreurs de mesure. La connaissance de cette distribution permet alors de fixer un seuil permettant de garantir une  $P_{FA}$  donnée (la valeur de  $P_{FA} = 1\%$  sera régulièrement utilisée ici).

Même s'il n'est pas le plus puissant disponible, ce test sera souvent mentionné dans les travaux qui suivent car il permet de calculer très facilement  $P_{DET}$  pour un signal donné et, pour le cas qui nous intéresse d'un compagnon, d'inverser cette relation pour fournir une carte du contraste auquel un compagnon peut être détecté avec une probabilité donnée (la valeur de  $P_{DET} = 95\%$  sera régulièrement utilisée). A titre d'exemple, nous avons employé à nouveau les simulations utilisées en figure 3.3 pour construire la carte de sensibilité en figure 3.4. Cette carte de contraste constitue un indicateur de la performance de l'instrument et sera donc fréquemment employée dans mes travaux.

Les travaux d'Alban proposent également un test plus puissant reposant sur l'hypothèse que le signal observé est celui d'un unique compagnon, et dont la statistique est appelée  $T_B$  (Ceau et al.,

2019). Pour ce test, déterminer la distribution de la statistique de test est plus compliqué car celle-ci dépend de l'estimateur maximum de vraisemblance du signal d'un compagnon qui doit être calculé de manière itérative pour un grand nombre de réalisations simulées. Il est cependant possible de placer une borne supérieure à la probabilité de fausse alerte pour la détection d'un signal donné en réalisant un nombre limité de simulations Monte-Carlo sous l'hypothèse nulle. Afin de faciliter la construction de ces cartes de contraste et l'utilisation de ces tests, j'ai intégré ces outils au package `saro` décrit en annexe F.

## 3.3 Choix stratégiques

### 3.3.1 Les noyaux de phase

Les noyaux de phase sont des observables robustes aux petites erreurs de front d'onde et qui permettent l'interprétation d'images à haute résolution angulaire. Pour les raisons mathématiques que nous avons vues, leur construction et leur utilisation réclame de disposer d'images satisfaisant aux critères suivants :

- Les images sont non-coronographiques, et correspondent à une convolution (conditions de Fraunhofer, dans l'angle d'isoplanétisme et sans coronographes).
- Les erreurs de phase du front d'onde sont petites (aberrations petites, et pas de masque apodisant de phase).
- Toutes les fréquences spatiales du modèle sont échantillonnées par le détecteur (au moins deux pixels<sup>5</sup> par élément de résolution  $\lambda/D$ , et au moins  $\lambda/b$  en champ de vue,  $b$  étant la plus petite ligne de base du modèle).
- La réponse du détecteur est linéaire (pas de saturation).
- Les temps d'exposition sont plus courts que le temps caractéristique de l'évolution des aberrations (temps de cohérence).

Des écarts à ces règles sont parfois possibles, au prix de certains ajustements afin de pouvoir récupérer une partie de l'information. Si l'échantillonnage est insuffisant, il est par exemple possible d'écarter de l'analyse les lignes de base dont l'information est aliasée, et ainsi de pouvoir analyser l'information disponible sur le reste de plan  $uv$ . Pour des temps d'exposition plus long que le temps de cohérence, ces erreurs se moyennent, ajoutant une redondance temporelle à la redondance spatiale du plan pupille, laissant aux noyaux la charge d'être robustes aux modes plus lents, comme les aberrations quasi-statiques (Ireland and Kraus, 2013). Ou encore, comme nous le verrons en section 5 en corrigeant ou en interpolant les pixels qui ont une réponse non-linéaire.

Ces limitations peuvent être satisfaites par la plupart des instruments optimisés pour la haute résolutions angulaire. Il existe donc une large base de données exploitables en l'état par les noyaux de phase, et de nombreuses opportunités pour réaliser de nouvelles observations. Dans notre cas, nous nous concentrerons sur la valeur ajoutée que peuvent avoir de telles observables pour la détection à haut-contraste, et nous travaillerons à développer ces aspects.

### 3.3.2 Plan de bataille

Les approches présentées au cours des deux chapitres précédents peuvent être vues comme opposées. Cette opposition, synthétisée par le tableau 3.1, semble indiquer que nous savons pleinement traiter le bruit de photons avec les coronographes, et le bruit de speckles par l'approche des noyaux de phase ; mais nous sommes incapables de combiner les deux méthodes pour éliminer les deux problèmes en même temps. Différentes approches de cette incompatibilité seront faites aux Chapitres 5 et 6 dans lequel nous expérimenterons avec des effets comparables.

Bien entendu, ces distinctions ont eu pour conséquence de cloisonner leur utilisation. En particulier, pour les observations dans le proche infrarouge (bandes J, H et K) et depuis le sol, la coronographie

---

5. théorème d'échantillonnage de Nyquist-Shannon

Coronographie	Noyaux de phase
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Traitement du bruit de photons</li> <li>• Optiques complexes</li> <li>• Suppression de la lumière de l'étoile</li> <li>• Limité par le bruit de speckle</li> <li>• Repose sur la destruction de la fonction de transfert</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Traitement du bruit de speckle</li> <li>• Imageur simple</li> <li>• Extraction d'observables robustes</li> </ul> Limité par le bruit de photons <ul style="list-style-type: none"> <li>• Repose sur la préservation de la fonction de transfert</li> </ul>

TABLE 3.1: Un tableau synthétisant l'opposition entre la coronographie et les noyaux de phase.

a surtout porté ses fruits entre environ  $3$  et  $20\lambda/D$  à des contrastes élevés ( $> 10^5$ ); tandis que l'interférométrie de Fizeau aux plus faibles séparations entre  $0.5$  et  $3\lambda/D$  et à des contrastes plus modestes ( $< 10^3$ ).

Les travaux de ma thèse ont été motivés par cette volonté de combiner ces approches afin d'ouvrir un nouveau régime de haut contraste à ces faibles séparations. Les approches définies dans les trois prochains chapitres concernent des améliorations incrémentales visant notamment à améliorer la performance des noyaux de phase par des transferts de technologie avec les techniques employées en coronographie.





# Chapitre 4

## Biais et étalonnage

### 4.1 Erreurs affectant les observables

#### 4.1.1 Sources d'erreurs et enjeux

L'extraction des observables robustes repose sur certaines approximations, comme la discrétisation de la pupille, l'approximation monochromatique, l'approximation des courts temps de pose, la linéarité de la réponse du détecteur. Les écarts entre les conditions réelles d'observation et les conditions idéales sont à l'origine d'erreurs qui affectent la précision et la fidélité des observables extraites. Ces erreurs ont été décrites en détail par Ireland (2013), et apparaissent dans l'équation d'ajustement de modèle sous la forme d'un vecteur de résidu  $\varepsilon$  comme à l'équation (3.14).

#### 4.1.2 Catégories pratiques

##### Contributions rapides

Les contributions rapides sont généralement constituées de la propagation à travers l'analyse des bruits inhérents aux détecteurs, ainsi que de résidus des effets atmosphériques sur le front d'onde (Ceau et al., 2019). On considère généralement leurs effets comme purement stochastiques et non-biaisés, ce qui suggère qu'en moyennant un grand nombre de réalisations leurs effets n'induisent pas de biais. Par contre les incertitudes qu'elles entraînent sur la mesure doivent être prises en compte, comme mentionné à la section 3.2.1. En limitant la précision, elles limitent la performance des inférences et des tests de détection mentionnés en sections 3.2.2 et 3.2.4.

##### Contributions lentes

Les contributions lentes peuvent être dominés par les erreurs liées à la discrétisation de la pupille, les aberrations de chemin non-commun ou autres biais de l'optique adaptative, des biais au niveau du détecteur, ou encore par une mauvaise correction de la dispersion atmosphérique. Pour une partie d'entre-elles, leur apparition et amplitude n'étant pas maîtrisées, elles peuvent dans certains cas être considérées comme des phénomènes stochastiques. Cependant, comme elles évoluent lentement à l'échelle des observations, elles n'ont pas le temps de se moyennner et produisent des biais, affectant ainsi la justesse de la mesure.

L'approche classique mise en place pour traiter ce type d'erreurs consiste à réaliser des mesures d'étalonnage (*calibration*) acquises sur une ou plusieurs cibles non-résolues avant ou après l'observation de la cible scientifique. Celles-ci permettent de mesurer les biais et de les soustraire aux observations scientifiques.

Les erreurs qui constituent ces différentes contributions dépendent intrinsèquement du mode d'observation et de l'instrument. Les instruments spatiaux en particulier sont généralement particulière-

ment stables, ce qui fait que l'ensemble des erreurs de front d'onde peut être considéré comme des contributions lentes. Sur les instruments au sol, au contraire, les flexions des télescopes sous l'effet de la gravité, ainsi que les effets de dispersion atmosphérique introduisent des biais dépendant de la direction d'observation. Les effets de la variabilité des conditions d'observation (*seeing*, élévation) et les diversités intrinsèques (magnitude apparente, type spectral) entre les observations des sources d'intérêt et d'étalonnage contribuent fortement aux erreurs qui subsistent après cette démarche.

La qualité du modèle discret servant à la construction des kernels peut aussi être responsable d'une part des erreurs. Un modèle qui décrit mal la pupille produit un filtrage imparfait des erreurs de phase statiques et dynamique. Des recommandations pour la construction de modèles discrets sont fournies par Martinache et al. (2020). Ces progrès récents ont permis de réduire les erreurs systématiques, et donc de réduire le besoin de la procédure d'étalonnage.

### Erreurs de modèle astrophysique

Il convient de noter que les erreurs liées au choix du modèle se retrouvent en pratique dans cette catégorie et contribuent à gonfler le terme d'erreur. Seront inclus dans cette catégorie les éléments auxquels les observables sont sensibles mais qui n'ont pas été inclus dans le modèle, comme par exemple un compagnon ou un disque supplémentaire et dont la présence est inconnue ou négligée. Ce signal, qu'il existe pour la cible scientifique ou pour les observations de référence, se retrouve dans le résidu et est susceptible de biaiser les mesures.

Une bonne pratique pour réduire ce risque consiste à examiner en détail le résidu pour constater s'il contient une structure, et en particulier s'ils projettent un signal fort dans l'espace des compagnons par exemple avec une carte de colinéarité.

#### 4.1.3 Erreurs aux échelles intermédiaires

Comme nous l'avons vu, les contributions lentes et rapides sont généralement chacune gérées séparément, d'une manière qui devrait être satisfaisante pour contrôler la distribution du résidu. Dans la pratique ces catégories ne sont cependant pas clairement cloisonnées. Nous suivons la dénomination de Ireland (2013) en appelant erreurs de calibration les erreurs résultant de l'écart entre les conditions des observations de calibrations et les conditions des observations de la cible scientifique. Parmi les limitations des techniques que nous évoquons ici est la difficulté à estimer leur amplitude (Laugier et al., 2019) et à réduire leurs effets (Ireland, 2013; Kammerer et al., 2019), ce qui se fait généralement en utilisant les données acquises sur un grand nombre de calibrateurs.

C'est sans doute ce phénomène qui explique le fait que les tests statistiques d'hypothèse mentionnés en section 3.2.4, bien qu'extrêmement puissants, n'aient été introduits que si récemment. Tant que les utilisateurs jugeront nécessaire d'ajouter manuellement à leurs erreurs des termes d'origine et de distribution inconnue pour prendre en compte ces phénomènes au moment de l'interprétation des données, ces tests ne pourront pas être utilisés au maximum de leur potentiel. C'est pour progresser dans ce domaine que j'ai voulu explorer des possibilités d'améliorer nos méthodes d'étalonnage des observables.

## 4.2 Imagerie Différentielle Angulaire

La coronographie est affectée par ce même problème, et un riche écosystème de méthodes de traitement s'est développé pour améliorer cet étalonnage. Dans ce cadre, la méthode que nous proposons vise à éviter entièrement l'utilisation de source de calibration afin de réduire le risque lié aux erreurs de modélisation et de réduire les erreurs de calibration. Elle s'inspire de l'imagerie différentielle angulaire (ADI<sup>1</sup>) très utilisée pour les observations coronographiques.

Comme c'est généralement le cas pour les techniques d'étalonnage, celle-ci consiste à opposer :

---

1. De l'anglais *Angular Differential Imaging*

- une similarité entre des conditions d’observation
- une diversité de la scène observée.

C’est cette opposition qui permet de faire la distinction entre les biais et le signal d’intérêt. Ici, la diversité vient non-pas d’un changement de cible, mais de la rotation continue du champ de vision de l’instrument.

En effet, pour un télescope équipé d’une monture alt-azimutale (comme la plupart des grand télescopes actuels), le suivi de la cible au cours de la rotation de la Terre, réalisé sur deux axes, ne fournit pas un suivi de l’orientation du champ de vue, et l’utilisation du foyer Nasmyth (SPHERE, SCExAO) implique une rotation supplémentaire. Les instruments sont souvent équipés d’un dérotateur qui permet de faire tourner le faisceau pour placer le champ de vue dans la direction souhaitée. Pour les instruments à haute résolution angulaire, il est généralement utilisé pour orienter le faisceau de telle sorte que la pupille (et les aberrations qui lui sont liées) soit dans une direction fixe<sup>2</sup>, fournissant ainsi la similarité des conditions d’observations. Par conséquent, le champ de vision tourne lentement durant la séquence d’observations, fournissant la diversité de la scène qui peut être utilisée pour l’étalonnage.

L’imagerie différentielle angulaire a été décrite par Bonneau et al. (1975), puis formalisée par Marois et al. (2006) et utilise une série d’observations comportant de la rotation de champ. Comme illustré en figure 4.1, on construit une référence en calculant la médiane des images de la série. Sur cette référence, les biais liés à la pupille fixe (figure de diffraction, speckles) se trouvent conservés, mais les éléments de la scène en rotation (compagnons) se trouvent étalés et dilués. On soustrait alors cette image de référence aux images de la série afin de soustraire ces biais. Les images sont ensuite réalignées en rotation de telle sorte que le signal de la scène se trouve additionné (moyenné pour améliorer le SNR).

La diversité qui découle de la rotation de champ conduit à certaines limitations qui sont détaillées dans l’article de Christian Marois. Cette diversité étant partielle, une partie du signal d’intérêt demeure présent dans la référence et sera soustraite au signal des observations. Plus la diversité est importante, moins ce signal est soustrait et plus l’approche devient sensible. Cette limitation est surtout significative pour les faibles séparations, dans les régions où la même rotation entraîne un déplacement linéaire plus faible, et pour lesquelles une rotation plus importante (et donc un temps d’observation plus long) sera nécessaire pour obtenir le même résultat. La vitesse de rotation est maximale lorsque la cible passe au méridien de l’observatoire. Elle dépend de la latitude de l’observatoire et de la déclinaison de la cible, mais sera maximale pour les cibles passant proche du zénith, et pour les observatoires proches de l’équateur terrestre mais sera limitée par les capacités de la monture à suivre un tel mouvement.

### 4.3 *Angular differential kernel phases*

C’est durant les séances d’observations au télescope Subaru (riches en frustrations techniques et météorologiques) que Frantz Martinache m’a proposé l’idée d’utiliser la rotation de champ pour étalonner des observations en formant des observables différentielles. Contrairement à l’approche ADI dans le plan image, la rotation du signal pour réaligner le champ de vision n’est pas une opération simple dans l’espace des noyaux de phase.

L’implémentation la plus simple de cette idée, est d’utiliser la différence de deux signaux de noyaux de phase obtenus pour créer une nouvelle observable différentielle  $\kappa_{\Delta} = \kappa_2 - \kappa_1$  où  $\kappa_2$  et  $\kappa_1$  sont acquis avec la même position de pupille, mais à deux moments distincts afin de fournir des angles parallactiques différents. De cette manière, le biais instrumental identique dans les deux cas est annulé, et s’il demeure un signal différentiel, il est attribuable à la cible. Pour le cas d’observations depuis le sol, afin de maximiser la diversité (angle parallactique) et la similarité (air mass) mentionnées plus haut, celles-ci pourraient être prises au même angle d’élévation de part et d’autre du méridien. Pour un télescope spatial ceci pourrait être obtenu en réalisant une manoeuvre de roulis entre les deux observations, comme envisagé par Bonneau et al. (1975).

---

2. *pupil tracking mode*

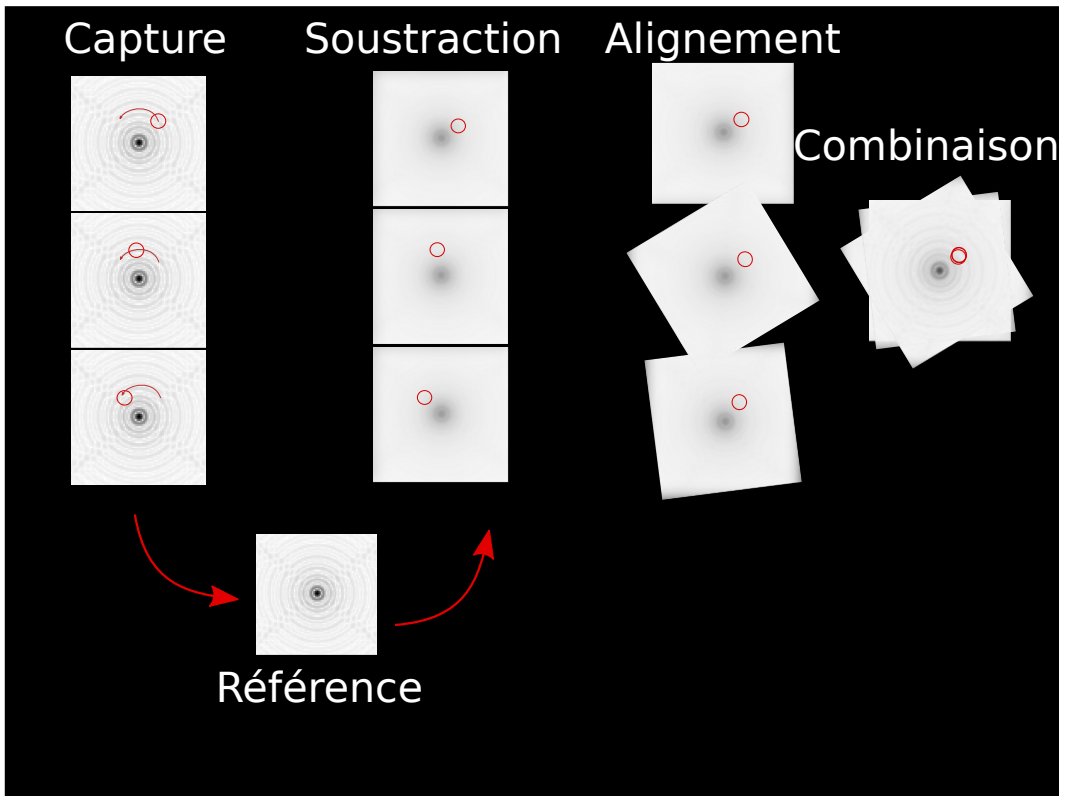


FIGURE 4.1: Schéma du principe de fonctionnement de l'imagerie différentielle angulaire

Considérons un modèle général de signal  $\kappa^O(\mathbf{x}, \alpha)$  où  $\mathbf{x}$  est un vecteur de paramètres décrivant les traits de la cible par rapport au champ de vision, et  $\alpha$  est la position angulaire du champ (angle parallactique, angle de roulis ou autre). Dans ce cas, l'équation de comparaison au modèle (3.14) devient :

$$\kappa_{\Delta} = (\kappa^O(\mathbf{x}, \alpha) + \overline{\kappa_{bias}} + \varepsilon_1) - (\kappa^O(\mathbf{x}, \alpha + \Delta\alpha) + \overline{\kappa_{bias}} + \varepsilon_2), \quad (4.1)$$

où  $\Delta\alpha$  est la rotation de champ entre les deux observations,  $\overline{\kappa_{bias}}$  est le terme de biais, et  $\varepsilon_1$  et  $\varepsilon_2$  sont les termes d'erreur statistiques. Elle se simplifie ainsi :

$$\kappa_{\Delta} = \kappa_{\Delta}^O(\mathbf{x}, \alpha, \Delta\alpha) + \varepsilon_{\Delta}, \quad (4.2)$$

où  $\kappa_{\Delta}^O(\mathbf{x}, \alpha, \Delta\alpha)$  est le modèle du signal différentiel pour la rotation  $\Delta\alpha$  entre les acquisitions et le trait  $\mathbf{x}$  et  $\varepsilon_{\Delta}$  est le résidu correspondant. L'amplitude du signal utilisable  $\kappa_{\Delta}$  est alors une fonction de  $\Delta\alpha$ .

Cette modification est compatible avec le blanchiment par une matrice commune construite à partir de la covariance des observables différentielles qui s'obtient comme la somme des matrices de covariance des deux observables :  $\mathbf{W}_{\Delta} = (\mathbf{\Sigma}_1 + \mathbf{\Sigma}_2)^{-\frac{1}{2}}$ .

Cette approche est pleinement fonctionnelle, mais manque de flexibilité. Afin de fournir un formalisme pleinement opérationnel, j'ai voulu construire un outil qui permette de combiner un nombre arbitraire d'acquisitions faites de manière continue, ou discontinue. J'ai donc cherché à suivre le raisonnement de l'ADI en recherchant un estimateur du biais  $\hat{\kappa}_{cal}$  qui pourrait être soustrait aux observations. Or, l'estimateur des moindres carrés dans le cas linéaire s'écrit comme une projection sur l'espace occupé par le biais. On peut donc écrire l'ensemble de l'opération comme une matrice de projection dans le complément orthogonal de ce sous-espace vectoriel occupé par le biais. Le reste de la démarche est décrit dans cet article publié dans la revue *Astronomy & Astrophysics* présenté ci-après.

## Angular differential kernel phases

Romain Laugier<sup>1</sup>, Frantz Martinache<sup>1</sup>, Nick Cvetojevic<sup>1</sup>, David Mary<sup>1</sup>, Alban Ceau<sup>1</sup>, Mamadou N'Diaye<sup>1</sup>, Jens Kammerer<sup>2,7</sup>, Julien Lozi<sup>3</sup>, Olivier Guyon<sup>3,4,5,6</sup>, and Coline Lopez<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Université Côte d'Azur, Observatoire de la Côte d'Azur, CNRS, Laboratoire Lagrange, Lagrange, France  
e-mail: [romain.laugier@oca.eu](mailto:romain.laugier@oca.eu)

<sup>2</sup> Research School of Astronomy & Astrophysics, Australian National University, Canberra, ACT 2611, Australia

<sup>3</sup> Subaru Telescope, National Astronomical Observatory of Japan, National Institutes of Natural Sciences (NINS), 650 North Aohoku Place, Hilo, HI 96720, USA

<sup>4</sup> Steward Observatory, University of Arizona, Tucson, AZ 85721, USA

<sup>5</sup> College of Optical Sciences, University of Arizona, Tucson, AZ 85721, USA

<sup>6</sup> Astrobiology Center of NINS, 2-21-1, Osawa, Mitaka, Tokyo 181-8588, Japan

<sup>7</sup> European Southern Observatory, Karl-Schwarzschild-Str 2, 85748 Garching, Germany

Received 15 November 2019 / Accepted 24 February 2020

### ABSTRACT

**Context.** To reach its optimal performance, Fizeau interferometry requires that we work to resolve instrumental biases through calibration. One common technique used in high contrast imaging is angular differential imaging, which calibrates the point spread function and flux leakage using a rotation in the focal plane.

**Aims.** Our aim is to experimentally demonstrate and validate the efficacy of an angular differential kernel-phase approach, a new method for self-calibrating interferometric observables that operates similarly to angular differential imaging, while retaining their statistical properties.

**Methods.** We used linear algebra to construct new observables that evolve outside of the subspace spanned by static biases. On-sky observations of a binary star with the SCExAO instrument at the Subaru telescope were used to demonstrate the practicality of this technique. We used a classical approach on the same data to compare the effectiveness of this method.

**Results.** The proposed method shows smaller and more Gaussian residuals compared to classical calibration methods, while retaining compatibility with the statistical tools available. We also provide a measurement of the stability of the SCExAO instrument that is relevant to the application of the technique.

**Conclusions.** Angular differential kernel phases provide a reliable method for calibrating biased observables. Although the sensitivity at small separations is reduced for small field rotations, the calibration is effectively improved and the number of subjective choices is reduced.

**Key words.** instrumentation: high angular resolution – techniques: image processing – techniques: interferometric – methods: numerical

## 1. Introduction

Since the advent of speckle interferometry (Labeyrie 1970), Fizeau interferometry techniques that use the aperture of a single telescope have proven to be a reliable way to obtain measurements at and beyond the classically defined resolution limit of telescopes. By working with the Fourier transform of images, they exploit observables that were originally developed for long baseline interferometry, such as closure phases (Jennison 1958; Baldwin et al. 1986), to provide observables that are robust for instrumental phase errors. Non-redundant masking, in particular, has been established as an observing mode in most of the high-resolution instruments available (Tuthill et al. 2010). Kernel-phase observables (Martinache 2010) rely on a generalization of the notion of closure phase for redundant apertures that is applicable in the high Strehl regime.

These interferometric techniques rely on simplifications, such as the monochromatic approximation, the short exposure approximation, or the absence of scintillation and instrumental amplitude errors. As described by Ireland (2013), deviations from these model conditions induce biases in the data that may sometimes prevent direct interpretations. Calibration

observations, where calibrator targets are observed in the same conditions as the science target, are routinely used to remove these instrumental biases.

Techniques exist for improving the performance of the calibration, such as optimal calibration weighting (Ireland 2013), or Karhunen-Loève projection (Kammerer et al. 2019). In both of those approaches, a number of different calibrators are used either to better interpolate the calibration signal or to project the target signal outside of the subspace containing the most common calibration signals. Both of these methods attempt to circumvent the problem of hidden variables that affect the quality of the calibration, but they tend to be limited by the small number of calibration sources available and the diversity they represent. Sampling this diversity requires the acquisition of a lot of data on calibration sources which is very inefficient. Among the hidden variables are spectral properties of the targets, inaccuracies of the model, and quasi-static instrumental biases. An ideal solution to the problem would be, therefore, to have a method to calibrate the science target with itself during the same observing session, thus preserving the consistency of the aforementioned parameters.

Systematic biases also affect coronagraphic observations, and similar approaches are used to characterize the flux leakage through coronagraphs. Angular differential imaging (ADI), proposed by [Marois et al. \(2006\)](#), uses the opportunity provided by the fact that the telescope uses an alt-azimuth mount and the relay train provides a fixed pupil relative to the detector along with a slowly rotating field of view. In consequence, the technique is capable of distinguishing instrumental errors that are fixed with the pupil from features of the target that are rotating with the field. The technique has been used extensively as part of different analysis processes such as TLOCI ([Marois et al. 2014](#)), KLIP ([Soummer et al. 2012](#)), or PYNPOINT ([Amara & Quanz 2012](#)).

The application of such a technique to closure phases or kernel phases has, to our knowledge, not yet been reported. We therefore introduce a mathematical expression for angular differential kernels (ADK), a self-calibration technique that modifies the observables to completely remove the static bias while preserving their properties, both in terms of instrumental phase rejection and in terms of versatility, therefore building upon the current tools that have been developed for kernel-phase analyses.

## 2. Analytical formulation

In this section, we describe a mathematical framework for generating self-calibrated ADKs building up from the traditional kernel-phase formalism.

Section 2.1 provides the context for kernel-phase observables and discusses the nature of the biases that arise. Construction of the new self-calibrating observables is handled in two steps: construction of the projection and whitening.

### 2.1. Classical calibration

The fundamental approximation of kernel-phase techniques is based on the finding that at high Strehl ratios (behind ExAO or in space), the phase error in the telescope's Pupil-plane  $\varphi$  will, to first-order, propagate linearly into the Fourier plane phase ([Martinache 2010](#)). This linear application is described by the matrix  $\mathbf{A}$ , which leads, through the van Cittert-Zernike theorem, to a comparison of the observations and the model as follows:

$$\Phi = \Phi_0 + \mathbf{A} \cdot \varphi + \varepsilon', \quad (1)$$

where  $\Phi$  and  $\Phi_0$  are the vectors of observed and theoretical Fourier phases and  $\varepsilon'$  are deviations between model and observation. Their dimension is the number of considered baselines defined by a discrete representation of the pupil. Identifying the left null space of  $\mathbf{A}$  ([Martinache 2010](#)) provides the matrix  $\mathbf{K}$ :

$$\mathbf{K} \cdot \mathbf{A} \cdot \varphi = 0, \quad (2)$$

therefore leading to the model-fitting equation:

$$\mathbf{K} \cdot \Phi = \mathbf{K} \cdot \Phi_0 + \mathbf{K} \cdot \varepsilon'. \quad (3)$$

The origins of different error sources that comprise  $\mathbf{K} \cdot \varepsilon'$  have previously been described by [Ireland \(2013\)](#) and are also described further below. To simplify our notations, we introduce  $\kappa = \mathbf{K} \cdot \Phi$  as the observables,  $\kappa_0 = \mathbf{K} \cdot \Phi_0$  as the model. For the purpose of this work, we decompose the errors into two types based on their temporal properties, namely,  $\mathbf{K} \cdot \varepsilon' = \kappa_{\text{bias}} + \varepsilon$ , where  $\kappa_{\text{bias}}$  regroups the errors that remain stable over the timescale of the observations (the bias) and  $\varepsilon$  regroups all

the errors varying during the observation. Therefore, the model-fitting equation is written as follows:

$$\kappa = \kappa_0 + \kappa_{\text{bias}} + \varepsilon. \quad (4)$$

The varying error can encompass both correlated effects of sensor noise (readout noise and shot noise) or by third-order residual effects of wavefront error leaking through the kernel matrix. Here, both are treated as Gaussian ([Ceau et al. 2019](#)) and described by a covariance matrix  $\Sigma$ .

This covariance is usually estimated through either analytic propagation of the shot noise ([Kammerer et al. 2019](#)), image-plane bootstrapping of the shot noise ([Ceau et al. 2019](#); [Laugier et al. 2019](#)), or empirically, when a sufficient number of short exposure images is available as in the case of the example presented here. The covariance  $\Sigma$  is used to construct a square whitening matrix

$$\mathbf{W} = \Sigma^{-\frac{1}{2}}, \quad (5)$$

corresponding to a subspace where the considered errors are uncorrelated. This transforms Eq. (4) into:

$$\mathbf{W}\kappa = \mathbf{W}(\kappa_0 + \kappa_{\text{bias}} + \varepsilon), \quad (6)$$

which decorrelates uncertainties ( $\text{Cov}(\mathbf{W}\varepsilon) = \mathbf{I}$ ), where  $\mathbf{W}$  is the whitening matrix.

This approach, which lies at the heart of our statistical treatment, allows for optimal performance if the evaluation of the covariance is representative of the actual experimental errors.

A calibration signal  $\kappa_{\text{calibrator}}$  acquired on an unresolved source ( $\kappa_0 = 0$ ) is subtracted from the target signal as follows:

$$\mathbf{W}(\kappa_{\text{target}} - \kappa_{\text{calibrator}}) = \mathbf{W}(\kappa_0 + \varepsilon''), \quad (7)$$

In this manner, the biases  $\kappa_{\text{bias}}$ , which are present in both observations, are canceled, whereas  $\varepsilon''$  now contains the combined errors from the target and the calibrator, and  $\mathbf{W}$  must therefore be calculated based on the covariance  $\Sigma$  that is written as:

$$\Sigma = \Sigma_{\text{target}} + \Sigma_{\text{calibrator}}, \quad (8)$$

with  $\Sigma_{\text{target}}$  and  $\Sigma_{\text{calibrator}}$  as the covariances of the target and the calibrator, respectively.

### 2.2. Discussion of the classical approach

It should be noted here that  $\varepsilon''$  also contains residual calibration errors as described by [Ireland \(2013\)](#) that arise from a number of factors including some intrinsic to the choice of calibrators. Furthermore, we make the assumption that the calibrator is an unresolved point source, so that  $\kappa_0$  only represents the signal from the target. In practice, verifying this hypothesis is difficult, especially when the observing campaign has cutting-edge sensitivity and attempts to make new discoveries. Thus, any resolved signature in the calibrator propagates through the entire pipeline and either imprints artifacts or false detections on the final results, or it suppresses a real companion signal.

While a valid approach is to use a second calibrator to lift the ambiguity, requiring two calibrators for each target is inefficient as a smaller fraction of observation time is spent on the target.

Experience shows that observations of different calibration sources differ by amounts larger than can be explained by the statistics observed for each ([Kraus et al. 2008](#); [Martinache et al. 2009](#); [Laugier et al. 2019](#)); this is either because of the differences in spectral properties between the calibrators or because of



slow variations in observing conditions. For this reason, a larger number of calibration sources are often used to try to improve the performance of the calibration step as described by Ireland (2013) and Kammerer et al. (2019).

Unfortunately, the distribution of the calibration errors are very difficult to evaluate both because of the small number of realizations (i.e., of calibrators) and because they combine variations of the spectral properties of the target, sky location leading to different air mass, adaptive optics performance, and telescope flexures. Our approach mitigates this effect while preserving the possibility to use the whitening transform to manage the fast varying errors.

### 2.3. Angular differential kernels

An alternative approach would be to completely remove the errors introduced by the intrinsic differences between target and calibrator by using only observations of the target itself in the logic of self-calibration. As is the case in ADI, the signal of interest would then be identified through the diversity brought on by the field rotation.

For this purpose, we consider an arbitrary  $n_f$  number of frames acquired during an observing sequence, each taken at a known field position angle (parallactic angle for ground based telescopes, or roll angle for space telescopes, or other).

We consider a series of  $n_f$  kernel-phase observable vectors  $\kappa_i$  extracted from the series of images, each corresponding to a different field rotation angle. We concatenate the whole dataset into a single long observable vector  $\kappa_s$  of length  $n_k \times n_f$ , where  $n_k$  is the number of kernel-phase observables. The model observables  $\kappa_{0,s}$  and the residuals  $\epsilon_s$  are treated in the same way, leading to the new model-fitting equation, now written with the concatenated observables:

$$\kappa_s = \kappa_{0,s} + \kappa_{\text{bias},s} + \epsilon_s, \quad (9)$$

where  $\kappa_{\text{bias},s}$  is the contribution of the static bias on all the observable vectors, and  $\epsilon_s$  is the residual in this concatenated form. Since it is the same for all the frames, this contribution can be expressed as a function of an arbitrary single kernel-phase signal of dimension  $n_k$ :

$$\kappa_{\text{bias},s} = \mathbf{U}_f \cdot \kappa_{\text{bias}}, \quad (10)$$

where  $\kappa_{\text{bias}}$  is the static calibrator signal of length  $n_k$ , and  $\mathbf{U}_f$  is an unfolding matrix that maps the constant calibrator signal into a series of repeated signals (a concatenation of  $n_f$  identity matrices  $\mathbf{I}$ , each of size  $n_k$  by  $n_k$ )

$$\mathbf{U}_f = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{I} \\ \vdots \\ \mathbf{I} \end{bmatrix}. \quad (11)$$

The model-fitting equation can then be formulated as follows:

$$\kappa_s = \kappa_{0,s} + \mathbf{U}_f \cdot \kappa_{\text{bias}} + \epsilon_s, \quad (12)$$

where any evolution of the quasi-static component has to be considered as part of  $\epsilon_s$ . In a manner reminiscent of the ADI approach, we build a matrix  $\mathbf{L}$  that cancels out the static bias in the observables. This matrix subtracts from each of the observable vectors  $\kappa_i$ , the mean of the observable vectors of each frame. We call this matrix  $\mathbf{L}$  and express it as:

$$\mathbf{L} = \left( \mathbf{I} - \frac{1}{n_f} \mathbf{U}_f \mathbf{U}_f^T \right). \quad (13)$$

Details behind the construction of this matrix and its properties can be found in Appendix A. Since, by design,  $\mathbf{L} \mathbf{U}_f = 0$ , multiplying by  $\mathbf{L}$  brings to zero any purely static contribution to the signal. Although the signal of interest  $\kappa_{0,s}$  may contain some static part that will be lost, the antisymmetric nature of phase signatures relative to the image plane guarantees that any feature with a non-zero phase signature will never be perfectly static with field rotation. As a consequence, some sensitivity loss is expected at small separations and small field rotations, the same as ADI.

### 2.4. Statistical whitening

The fact that the application described by  $\mathbf{L}$  is not a surjection poses problems to subsequent statistical treatment as it implies a singular covariance for the resulting observables. In order to make direct use of statistical tools, we use a modified version  $\mathbf{L}'$  of the matrix  $\mathbf{L}$ , which spans the same subspace but has been made into a surjection by removing its last  $n_k$  lines.

This turns Eq. (12) into:

$$\mathbf{L}' \kappa_s = \mathbf{L}' \kappa_{0,s} + \mathbf{L}' \epsilon_s. \quad (14)$$

This is better described in Appendix B; also, it does not affect the information gathered by the observables.

In the particular case  $n_f = 2$ , the  $\mathbf{L}'$  matrix can be written as two blocks:

$$\mathbf{L}' = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} \mathbf{I} & -\frac{1}{2} \mathbf{I} \end{bmatrix}, \quad (15)$$

which reveals that it operates a subtraction of the observables in the case of two frames. This algebraic approach provides flexibility of the number of frames that are acquired during a session, as well as the moment they are taken.

Assuming the statistical errors affecting the measurements are independent from one frame to the other, the covariance matrix of the concatenated observables is block-diagonal:

$$\Sigma_s = \begin{bmatrix} \Sigma_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \Sigma_2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \Sigma_{n_f} \end{bmatrix}, \quad (16)$$

where  $\Sigma_i$  is the covariance matrix of the  $i$ th kernel-phase observable vector. Therefore, the covariance of the ADK observables built with the matrix  $\mathbf{L}'$  becomes:

$$\Sigma_{\text{ADK}} = \mathbf{L}' \Sigma_s \mathbf{L}'^T. \quad (17)$$

In this case, the covariance matrix is invertible, and a whitening matrix  $\mathbf{W}_{\text{ADK}}$  can be computed with Eq. (5), leading to the model-fitting equation to be used in the data reduction:

$$\mathbf{W}_L \mathbf{L}' \kappa_s = \mathbf{W}_L \mathbf{L}' \kappa_{0,s} + \mathbf{W}_L \mathbf{L}' \epsilon_s. \quad (18)$$

In line with the goal of this work, this equation can be used in all the typical applications of kernel phases, such as model-fitting and hypothesis testing. Observable quantities that are thus

formed are insensitive to static biases and make up a generalization of simpler intuitive approaches. While similar in principle to what is carried out with ADI in the image plane, their covariance can be inverted for more rigorous post-processing techniques.

An alternative approach consists in deriving the same reasoning on a whitened version of Eq. (12). We show in Appendix C that this approach, although it is more complicated mathematically, leads to a projection matrix that is equivalent.

### 3. On-sky validation

Having established the mathematical principles for a self-calibration procedure, we now propose a practical implementation and on-sky demonstration of its usability to show that an observing sequence of a rotating field can be exploited without the need to observe a calibration source. A classical calibration approach will be followed in parallel to provide a qualitative comparison.

Although the approach can also be used with other kinds of observables, we use full-pupil kernel-phase observations, which requires an imaging instrument that provides a good wavefront correction.

#### 3.1. The SCEXAO instrument

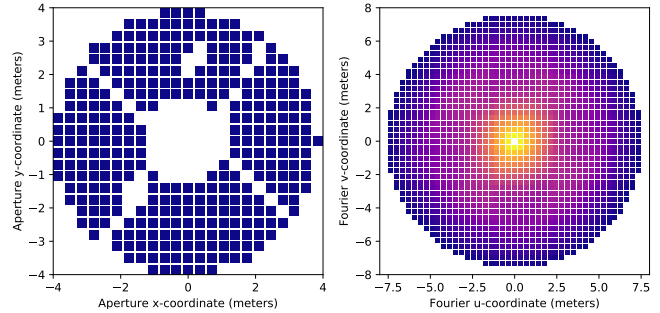
The Subaru Coronagraphic Extreme Adaptive Optics (SCEXAO; Jovanovic et al. 2015; Lozi et al. 2018) instrument is a planet-hunting, high-contrast imaging instrument on the Subaru telescope located on Maunakea, Hawaii. It is equipped with a  $50 \times 50$  actuators deformable mirror controlled in closed-loop with a pyramid wavefront sensor at several kHz. It operates as a second stage to the facility adaptive optics system AO188 which corrects 188 modes with a larger stroke using a curvature wavefront sensor.

Our observations took place within some of the dedicated on-sky engineering time of the instrument, in parallel with other characterization and commissioning tasks, which was decisive in the choice of targets and observing time. We used the internal near-infrared camera without any coronagraphic mask. This camera is a C-RED2 camera providing low readout noise (30 electrons) at high frame rates (up to several kHz in cropped mode). It provides a plate scale of 16.2 mas per pixel, which satisfies the Nyquist-Shannon sampling requirement in the  $H$  band.

The non-common-path aberrations (NCPA) on SCEXAO are generally corrected for the CHARIS module (Groff et al. 2015), which is the prime near-infrared scientific instrument for high-contrast observations. As a consequence, the data was affected by large amounts of low-order static phase error dominated by astigmatism and trefoil for a total of 2 radians peak-to-valley in the Fourier phase, which is very challenging for kernel-phase observables.

The camera was also used to capture the pupil of the instrument using the internal calibration source. The pupil is then discretized using the tools provided in the `xara`<sup>1</sup> package with a step of 35 cm. This model, represented in Fig. 1, is composed of 329 sub-apertures of equal transmission that normally generate 781 baselines to be sampled in the  $uv$  plane. However, in order to avoid the problem of  $\pi$  radians degeneracy of the phase that appears as a combination of the large NCPA and the phase noise, the longest baselines were discarded. The values of these parameters, and others described in this section, can be found in Table 1.

<sup>1</sup> <https://github.com/fmartinache/xara>



**Fig. 1.** Discrete representation of the pupil of the SCEXAO instrument (*left*) and corresponding  $uv$  plane samples (*right*) used for the analysis of 3 Ser and the calibrator 31 Boo. Some more of the longest baselines were discarded for HD 211976, leading to a slightly smaller sampled  $uv$  plane.

**Table 1.** Value of relevant parameters for the extraction of the kernel phases.

Parameter	3 Ser	31 Boo	HD 211976
Exposure time (ms)	0.308	0.308	1.99
Image domain coadd	2	2	4
Selection ratio (%)	5	5	50
Field rotation bin (deg)	1.8	–	1.8
Number of valid bins	16	1	23
Total field rotation (deg)	29.	0.	40.
Maximum baseline (m)	7.6	7.6	7.3
Number of baselines	740	740	680
Number of kernel phases	412	412	352

#### 3.2. The data reduction pipeline

The fast frame rate of the camera resulted in millions of images. All were dark-subtracted and flat-fielded using dome flats. Images were co-added to increase the signal-to-noise ratio (S/N), then the frame selection was applied based on a criterion of empirical Strehl ratio, while the image timestamps were tracked. The number of co-adds and frame selection rates were selected to prevent the  $\pi$  radians degeneracy mentioned before, yet to keep a large enough number of images for the statistical treatment to be valid.

Each frame was then re-centered on the brightest speckle to integer pixel. A fourth-order exponential mask was numerically applied to the images both to reduce the contribution of the read noise in the unused parts of the image and to avoid the Fourier space aliasing (Laugier et al. 2019). Its radius  $r_0$  was chosen to correspond to a radius of  $0.5\lambda/b$ , where  $b$  is the smallest baseline.

The complex visibilities were extracted for the pupil model using the `xara` package, which computes a discrete Fourier transform at the exact  $uv$  coordinates of the model, directly providing a vector of complex visibilities. A gradient descent algorithm was used to find a phase wedge that minimizes the square of the phase in the  $uv$  plane, thus providing a subpixel centering. The phase was then multiplied by the kernel matrix to obtain kernel-phase observables.

The parallactic angle was determined for each frame and the kernel phases were binned together with a resolution of a few degrees of field rotation into  $n_f$  individual chunks. The value must be selected to be smaller than the rotation angle at

which the kernel-phase signal decorrelates, which depends on the extent of the region of interest. Larger separations therefore require smaller angular bins. This allows us to consider the signal as stationary for the statistical analysis, as well as to keep the calculation within reasonable scales. For the bins containing a number of realizations at least three times larger than  $n_k$ , the mean  $\kappa_i$  and its covariance  $\Sigma_i$  are empirically determined. The other bins are discarded so that they do not produce a biased covariance matrix. The mean parallactic angle is also evaluated for each bin to be used in the model fitting.

As described in Sect. 2.3 yielding  $\kappa_s$  and  $\mathbf{W}_s$  to be used in what will be subsequently referred to as the raw analysis:

$$\mathbf{W}_s \kappa_s = \mathbf{W}_s \kappa_{0,s} + \mathbf{W}_s \varepsilon_s, \quad (19)$$

which neglects any bias, where  $\text{Cov}(\mathbf{W}_s \varepsilon_s) = \mathbf{I}$ , and where  $\kappa_{0,s}$  is a concatenated signal model evaluated for each of the mean field rotation parallactic angles.

The projection matrix is built based on Eqs. (C.3), (C.4), and (C.7) and to be used in the ADK model-fitting Eq. (3).

For the standard calibration strategy, the mean observables of the calibrator  $\kappa_{\text{calibrator}}$  were subtracted from each of the target observables and the covariance adjusted accordingly as the sum of the covariance matrices of the two signals, leading to the corresponding whitening matrix  $\mathbf{W}'_s$ . This provided what will be subsequently referred to as the classical calibration analysis:

$$\mathbf{W}'_s (\kappa_s - \mathbf{U}_f \kappa_{\text{calibrator}}) = \mathbf{W}'_s \kappa_{0,s} + \mathbf{W}'_s \varepsilon_s, \quad (20)$$

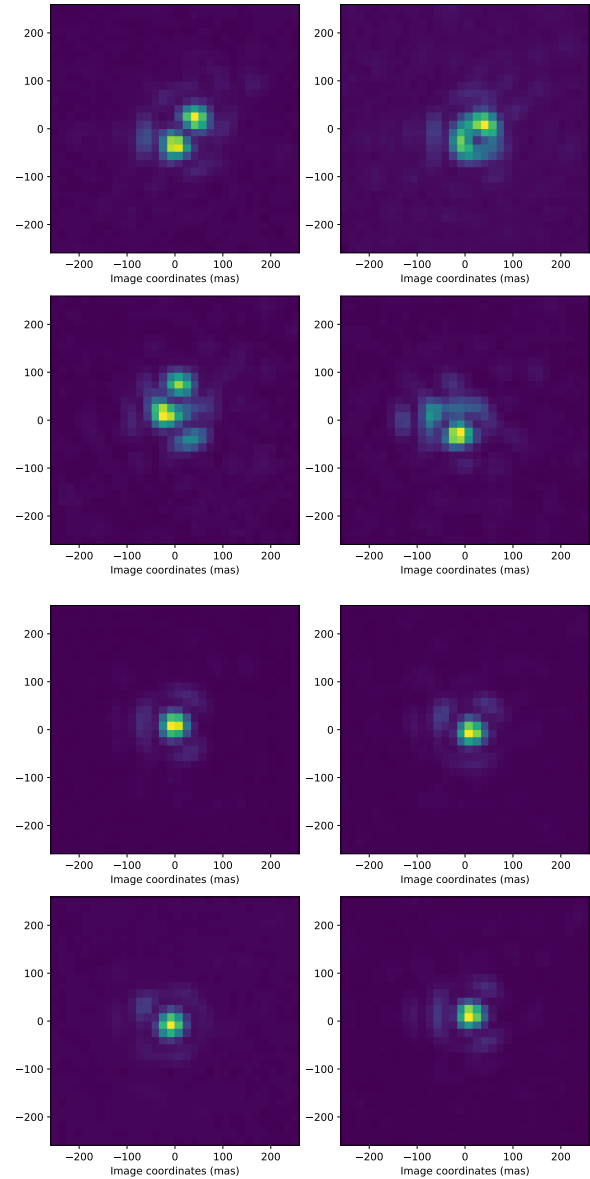
Equations (18)–(20) are used in parallel for comparison of the three approaches.

### 3.3. Targets

We observed targets of opportunity that were easily accessible over the engineering time of the instrument. 3 Ser (HDS 2143, HIP 74649) is a K0III star with a main-sequence stellar companion expected at a separation of  $\approx 280$  mas and a contrast in the infrared of  $\Delta H \approx 5$  according to the orbit determined by Horch et al. (2015). The observations took place during the engineering time of the SCExAO instrument, starting 2019-03-21T13:40:00. Here, we acquire  $308 \mu\text{s}$  exposures at 3193 Hz for 40 min during its transit. The total rotation during this period was 35 degrees.

In order to compare the approach with a standard calibration procedure, a calibrator star of the same spectral type and the same apparent magnitude was selected in order to observe it with the same exposure times and similar AO performance. Proximity on sky is also necessary in order to replicate the air-mass and instrumental flexures and for it to be observed just before or after the target. These constraints and the subjective decision they entail are a large part of the problems caused by classical calibration. In our case, we observed 31 Boo, a G7III star with the same frame rate and exposure times for a duration of two minutes between 13:09 and 13:40 UTC on the same night.

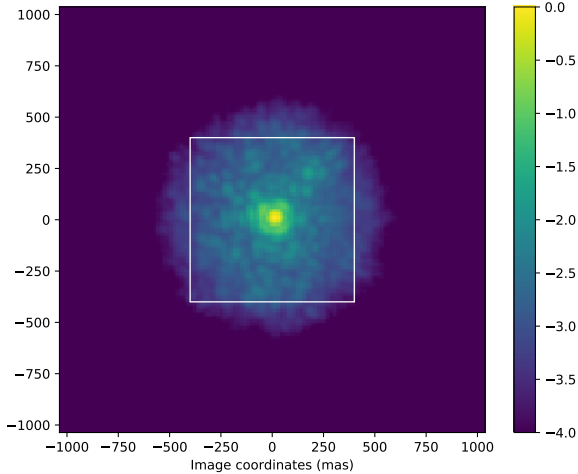
During this observing session, the wind was low, resulting in a high prominence of low wind effect (Sauvage et al. 2016) with devastating consequences for the PSF at high spatial frequencies and evolutions in the timescales of seconds. This was dealt with during the processing through frame selection by selecting only the 5% best frames. Figure 2 shows a few examples of images of the calibrator 31 Boo which were kept and rejected at this stage. In our case, for a companion located at the expected separation of 280 mas, the kernel phases were binned into steps of 1.8 degrees. Some of those bins that contained too few images had



**Fig. 2.** *First two rows:* images of the calibrator 31 Boo rejected at frame selection due to the low-wind effect. *Last two rows:* images kept for the analysis. Despite the selection, the appropriate images still display some variability on top of a static aberration revealed by the aspect of the first diffraction ring.

to be discarded, leaving 11 bins covering a total field rotation of 29 degrees.

For the second observing session, the aim was to study the stability of the instrument by observing a single star for a long period during its transit in a more typical set of observing conditions. We observed HD 211976 (HIP 110341) during an engineering time starting at 2019-06-25T14:21:00 for a duration of 38.5 minutes, resulting in a total field rotation of 40 degrees. Because the star was fainter, the integration time was pushed to 2 ms at 500 Hz, and co-added four by four before a selection of the 50% best images based on empirical Strehl ratio. The field rotation binning was kept at 1.8 degrees, providing 23 bins with a total field rotation of 40 degrees. Parameters for both targets are available in Table 1.



**Fig. 3.** Lucky imaging integration extracted from the parallactic angle bin with  $PA \approx -0.4$  deg. The white square represents the region of interest of the analysis and the axis are labelled in mas.

### 3.4. Basic analysis

Lucky imaging using a stack of the images around parallactic angle  $-0.4$  degrees is given in Fig. 3, showing the instrumental PSF and the region of interest. Careful examination of the upper right quadrant reveals the companion hidden in a field of speckles.

Colinearity maps are plotted as in Laugier et al. (2019) to highlight the possible location of the companion. The maximum value of this map is then used as a starting point for the extraction of the parameters of the binary by maximizing the likelihood with a Levenberg–Marquardt algorithm.

Figure 4 shows the colinearity maps where a companion is clearly visible, compatible with HDS 2143B. The companion’s position and contrast are evaluated by model-fitting and colinearity maps of the residual of this fit shown in Fig. 4 do not reveal any other strong binary signal.

### 3.5. Re-evaluation of the covariance

The amplitude of the residuals of this model-fitting are much higher than expected. They do not show a strong binary signature, as revealed by colinearity maps of the residuals. We introduce the hypothesis that the extracted companion signal is the only significant kernel-phase signal on 3 Ser. Based on this assumption, we evaluate the residual variance of the observables along the course of the observation. This variance is then added to the diagonal of the covariance matrix of each slice in order to better represent the errors. In the case of the classical calibration, the signal of the calibrator was appended to the series in order to account for the evolution of the signal in the relevant timescale.

Throughout the entire process, the different calibration strategies were applied independently from each other so that the residuals would not be affected by small differences in the model-fitting result.

## 4. Results

### 4.1. Revised analysis

Model fitting was performed anew with the corrected covariance estimation and the result is shown in Table 2. The results show

consistent parameters for the three reduction pipelines. The estimated standard deviation for the position angle is significantly smaller in the case of ADK.

In the case of classical calibration, the higher value of  $\chi^2$  is a sign of under estimation of the errors. This may indicate that a source of error was not taken into account. In this case, evolution of the bias between the calibrator and the target is a probable cause. This uncertainty is a typical source of problems in calibrating on-sky observations.

### 4.2. Performance comparison

The distribution of the residuals shown in Fig. 5 demonstrates a comparable distribution between ADK and classical calibration residuals.

Based on the revised covariance estimation, sensitivity maps were drawn following the energy detector  $T_E$  test proposed by Ceau et al. (2019). They were determined for a detection probability of 0.95 and false alarm rate of 0.01 for the region of interest, which is plotted in Fig. 6. They show a sensitivity lower in ADK than in classical calibration, especially at small separations. Although sensitivity loss at small separation is expected in ADK, a significant part of the overall lower performance shown here can be attributed to the under-evaluated covariance in the case of the classical calibration.

### 4.3. Stability analysis

Stability of the measurement is key to any calibration process. In classical calibration, the bias must remain static over the timescale necessary to switch from the calibration reference to the target, whereas in ADK, it must remain static during the necessary time to allow sufficient field rotation. We made use of the measurements on the single star HD 211976 to evaluate the evolution timescale of the bias signal. Since it is a single star, the only signal present is the bias signal. We considered each possible pair of kernel-phase signals  $\kappa_l$  and  $\kappa_m$ , and built a common whitening matrix based on the mean of the two covariance matrices  $\Sigma_l$  and  $\Sigma_m$ :

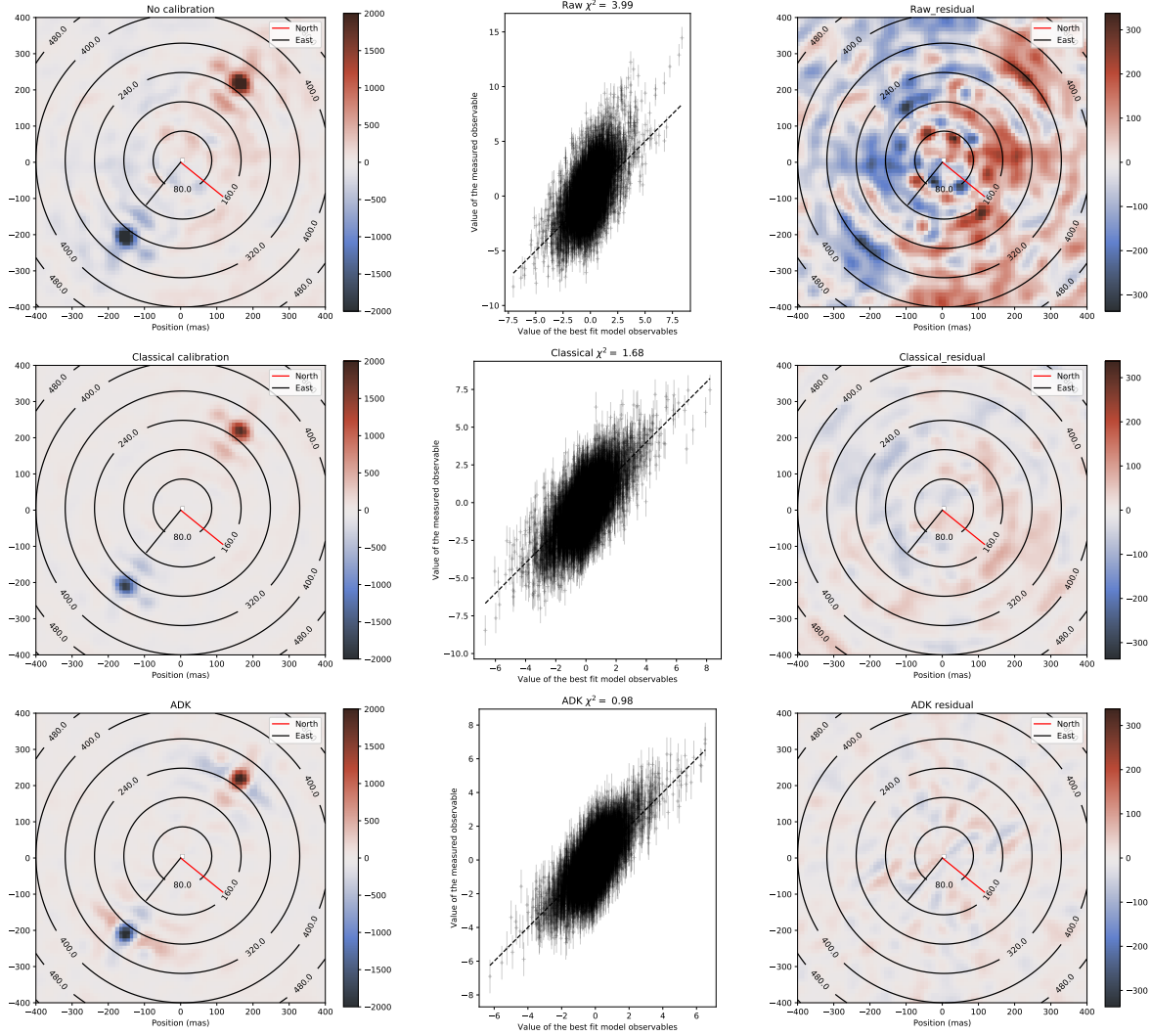
$$\mathbf{W}_{l,m} = \left( \frac{\Sigma_l + \Sigma_m}{2} \right)^{-\frac{1}{2}}. \quad (21)$$

This defines the preferred basis in which we can compare the two vectors. Then we computed the correlation  $c$  of the two vectors in this base:

$$C = \frac{\mathbf{y}_l^T \cdot \mathbf{y}_m}{\mathbf{y}_l^T \cdot \mathbf{y}_l}, \quad (22)$$

where  $\mathbf{y}_l = \mathbf{W}_{l,m} \cdot \Sigma_l$  and  $\mathbf{y}_m = \mathbf{W}_{l,m} \cdot \Sigma_m$ . This correlation value is plotted in mean and standard deviation in Fig. 7. It shows that the signal loses the first 10% of consistency on the 5 min timescale. However, 90% of consistency is maintained over 20 min and around 80% over 30 min. Although the sample is too small to draw conclusions at longer timescales, the stability seems to deteriorate after that point.

In the case of ADK, the bias must remain static in the timescale necessary for the field rotation to generate a significant signal in the differential kernel phases. As a consequence, the ADK sensitivity becomes the result of a race between the decorrelation of the signal and the decorrelation of the bias. This result is mostly influenced by the separation and contrast of the target and by the peak elevation of the target as seen from a



**Fig. 4.** *Left:* colinearity maps of the region of interest around the target 3 Ser. The orientation corresponds to the orientation on the detector at a parallactic angle of 0 deg. *Middle:* correlograms corresponding to the final fit with adjusted covariance matrix. The corresponding  $\chi^2$  is indicated for each plot. *Right:* colinearity map of the residual, after subtraction of the fitted binary signal. No additional companion is visible. The raw data has a significant amount of residual visible in the background and residual of the colinearity maps, as well as on the residual map. The level of bias is also visible with the poor fitting quality of the fit. ADK and classical calibration show comparable amount of residual background in the colinearity maps, but the  $\chi^2$  value closer to 1 seem to indicate an even lower level of bias with ADK.

**Table 2.** Extracted binary parameters compared for the different calibration approaches.

Mode	$\rho$ (mas)	$\theta$ (deg, E of N)	contrast
Raw	$265.1 \pm 0.3$	$272.52 \pm 0.08$	$58. \pm 1.$
Classical	$266.8 \pm 0.2$	$272.55 \pm 0.06$	$65.1 \pm 0.8$
ADK	$266.8 \pm 0.2$	$272.6 \pm 0.04$	$62.2 \pm 0.7$

given observatory (as it conditions the rate of field rotation). The amplitude of the bias signal is best evaluated in comparison to the signal of interest. Here, we add to the kernel-phase value of each bin, the corresponding theoretical signal  $\kappa_{s,th}$  of a companion. Then we produce a reduction of the signal similar to what is described in Sect. 3.2, for all the possible pairs of bins – as per the pairwise solution proposed with Eq. (15) – and for all the

possible series of consecutive bins (as per what is proposed in this work). We then project this signal onto the injected signal, in the same way as in the colinearity maps presented previously:

$$M(l, m) = \frac{\mathbf{y}_{l,m}^T \cdot \mathbf{x}_{l,m}}{|\mathbf{x}_{l,m}|}, \quad (23)$$

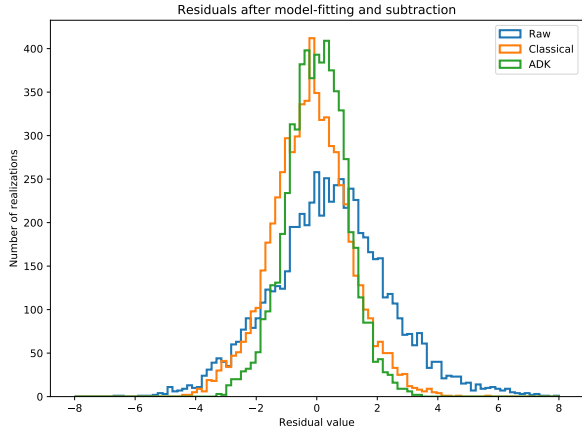
where

$$\mathbf{y}_{l,m} = \mathbf{W}_{L,l,m} \cdot \mathbf{L}'_{l,m} \cdot (\kappa_{s,l,m} + \kappa_{s,th,l,m}) \quad (24)$$

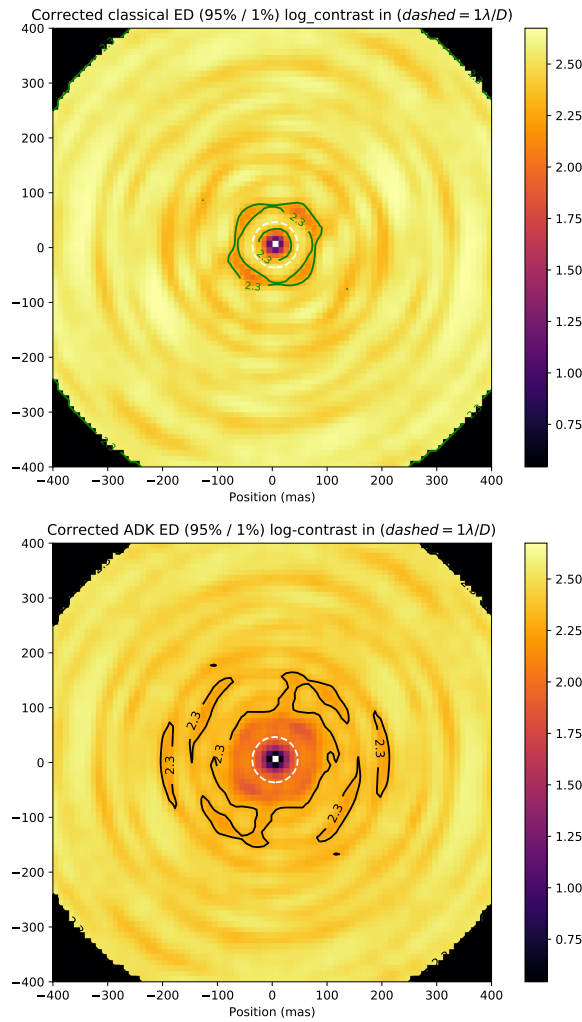
and

$$\mathbf{x}_{l,m} = \mathbf{W}_{L,l,m} \cdot \mathbf{L}'_{l,m} \cdot \kappa_{s,th,l,m}. \quad (25)$$

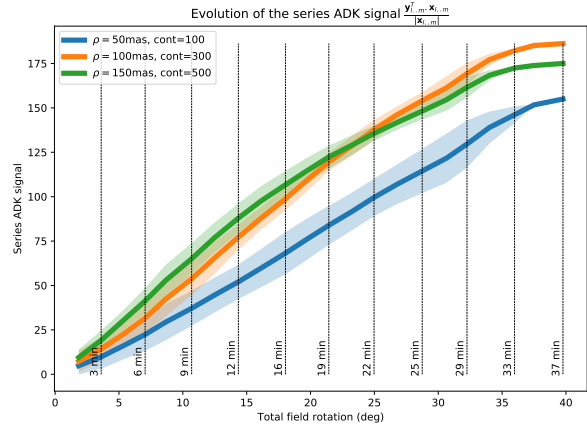
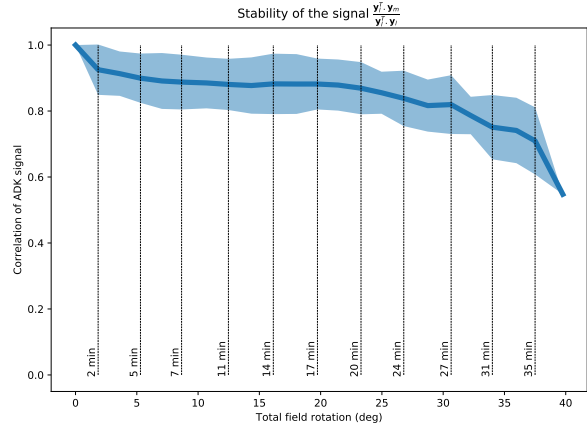
The result, presented in Fig. 7, shows that the signal increases steadily during the acquisition and only starts to taper-off after 30 min when the bias decorrelates to a significant extent.



**Fig. 5.** Comparison of the distribution of residuals after the final model fitting. The residual from classical calibration appears skewed to the left, whereas the ADK residual looks very compatible with a centered Gaussian distribution.



**Fig. 6.** Classical calibration and ADK sensitivity maps compared. The sensitivity is expressed in log-contrast on a common scale and the dashed line marks a separation of  $1\lambda/D$ . The performance in classical calibration are expected to be optimistic, as hinted by a larger value of  $\chi^2 = 1.68$ .



**Fig. 7.** Representations of the evolution of the biases and signals with field rotation and time based on the observations of the single star HD 211976. *Top:* correlation between pairs of the kernel-phase vectors evolving with their temporal separation. *Bottom:* series ADK signal for different target separations. The colored regions represent the standard deviation of the realizations in our sample, therefore, it is not relevant for the largest field rotation signals that only have one realization. The contrast for the binary signals are adjusted to provide signals of similar amplitudes.

## 5. Discussion

### 5.1. Adverse conditions

In the comparative test, the performance of both methods are affected by two adverse effects that are contingent upon the observing conditions. The low wind effect introduces strong correlated wavefront errors and the use of frame selection introduces selection bias in the residual wavefront errors, which can dominate the quasi-static errors. These effects impact both the classical and ADK calibration procedures.

In the case of both observing nights, the static non-common path aberrations are expected to degrade the rejection performance of the kernel-phase analysis as they impose a deviation from the linear regime. We expect this effect to increase the errors on the observables and, therefore, increase the covariance due to both quasi-static and quickly varying errors. This has a substantial effect on the sensitivity of the kernel-phase analysis in general.

Because of the effect of these errors, our test does not provide a definitive reference for the performance of kernel-phase observations with SCEXAO. However, the comparison between

raw observables, classically calibrated observables, and ADK observables remains a topic of interest.

### 5.2. Non-stationarity of the problem

In all of the test cases, despite the improvements brought by the ADK approach, our efforts at calibration were not sufficient to bring the residuals down to a level that could be explained by the covariances derived from each temporal bins. As in most of the published use-cases of robust observables, ad hoc adjustment was employed for the final analysis. This could be explained either by the presence of astrophysical signal different from a point-like companion (no response in the binary colinearity maps) or by the evolution of the bias at intermediate timescales.

In the general case (not only in ADK), the rotation of the field of view introduces an added difficulty to the evaluation and treatment of this error because of the non-stationarity of the problem. The observables we use evolve in time, which imposes some constraints to the analysis. The temporal binning of the parallactic angle in particular must be selected with care as a compromise. Although its step has to be small enough that the signal of interest can be considered static in its timescale, a longer timescale may improve the quality of the evaluation of the covariance. The signature of binary stars decorrelates faster at larger separations, therefore requiring a finer temporal binning scheme than for smaller separations. Since the density of the pupil model also has to increase in order to reach larger separations, this may render explorations farther than  $10\lambda/D$  in long continuous sequences which are computationally demanding in ADK, where the projection matrix grows as  $(n_k \cdot n_f)^2$ .

As is the case with ADI, the sensitivity is slightly reduced at very small separations, especially in the case where small field rotation is available.

### 5.3. Conclusion

ADK is a new approach proposed for the calibration of robust observables that is aimed at removing most of the subjective choices that may often affect classical calibration techniques. It can be used both in the case of closure phases for non-redundant masking and in the case of kernel phases for full-pupil imaging. In all our test cases, it was the approach that provided the smallest and most Gaussian residuals.

Although our proposition for the matrix  $L'$  may seem mathematically simplistic compared to some of the more advanced forms of ADI, it was designed for the purposes of a flawless integration with our kernel-phase pipeline, especially with regard to the statistical whitening and hypothesis testing proposed by Ceau et al. (2019). Furthermore, the mathematical framework provided in Appendix A can be used even with more elaborate

definitions of the bias signal by replacing the matrix  $U_f$  with the appropriate matrices.

The performance of the method currently appears to be limited by the opposition between the decorrelation of the signal of interest by field rotation and the decorrelation of the bias signal through the stability of the instrument. In the case of SCEXAO, we showed that a steady accumulation of signal of interest was possible over more than 30 min and more than 33 degrees of field rotation, which makes the technique competitive even down to  $1\lambda/D$ .

Further improvements are expected with the coming improvements of the kernel-phase models, as well as the use of dedicated NCPA corrections for the internal infrared camera.

*Acknowledgements.* KERNEL has received funding from the European Research Council (ERC) under the European Union's Horizon 2020 research and innovation program (grant agreement CoG – 683029). Based in part on data collected at Subaru Telescope, which is operated by the National Astronomical Observatory of Japan. The development of SCEXAO was supported by the Japan Society for the Promotion of Science (Grant-in-Aid for Research #23340051, #26220704, #23103002, #19H00703 & #19H00695), the Astrobiology Center of the National Institutes of Natural Sciences, Japan, the Mt Cuba Foundation and the director's contingency fund at Subaru Telescope. The authors wish to recognise and acknowledge the very significant cultural role and reverence that the summit of Maunakea has always had within the indigenous Hawaiian community. We are most fortunate to have the opportunity to conduct observations from this mountain.

## References

- Amara, A., & Quanz, S. P. 2012, *MNRAS*, **427**, 948  
 Baldwin, J. E., Haniff, C. A., Mackay, C. D., & Warner, P. J. 1986, *Nature*, **320**, 595  
 Ceau, A., Mary, D., Greenbaum, A., et al. 2019, *A&A*, **120**, 1  
 Groff, T. D., Kasdin, N. J., Limbach, M. A., et al. 2015, *Techniques and Instrumentation for Detection of Exoplanets VII*, 9605, 96051C  
 Horch, E. P., Van Belle, G. T., Davidson, J. W., et al. 2015, *AJ*, **150**, 151  
 Ireland, M. J. 2013, *MNRAS*, **433**, 1718  
 Jennison, R. 1958, *MNRAS*, **118**, 276  
 Jovanovic, N., Martinache, F., Guyon, O., et al. 2015, *PASP*, **127**, 890  
 Kammerer, J., Ireland, M. J., Martinache, F., & Girard, J. H. 2019, *MNRAS*, **486**, 639  
 Kraus, A. L., Ireland, M. J., Martinache, F., & Lloyd, J. P. 2008, *ApJ*, **679**, 762  
 Labeysrie, A. O. 1970, *A&A*, **6**, 85  
 Laugier, R., Martinache, F., Ceau, A., et al. 2019, *A&A*, **164**, 1  
 Lozi, J., Guyon, O., Jovanovic, N., et al. 2018, *Proc., SPIE*, **10703**, 1070359  
 Marois, C., Lafreniere, D., Doyon, R., Macintosh, B., & Nadeau, D. 2006, *ApJ*, **641**, 556  
 Marois, C., Correia, C., Galicher, R., et al. 2014, *Proc. SPIE*, **9148**, 13  
 Martinache, F. 2010, *ApJ*, **724**, 464  
 Martinache, F., Rojas-Ayala, B., Ireland, M. J., Lloyd, J. P., & Tuthill, P. G. 2009, *ApJ*, **695**, 1183  
 Sauvage, J.-F., Fusco, T., Lamb, M., et al. 2016, *Adaptive Optics Systems V*, 9909, 990916  
 Soummer, R., Pueyo, L., & Larkin, J. 2012, *ApJ*, **755**, 1  
 Tuthill, P. G., Lacour, S., Amico, P., et al. 2010, in *Ground-based and Airborne Instrumentation for Astronomy III*, ed. I. S. McLean, 7735, 773510

## Appendix A: The matrix $\mathbf{L}$ via projection

There are several ways to obtain a matrix  $\mathbf{L}$  that has the required properties. We will detail one and suggest a few approaches that eventually lead to mathematically equivalent results. We start with Eq. (12) describing the application of a static signal in the data:

$$\boldsymbol{\kappa}_s = \boldsymbol{\kappa}_{0,s} + \mathbf{U}_f \cdot \boldsymbol{\kappa}_{\text{bias}} + \boldsymbol{\varepsilon}_s, \quad (\text{A.1})$$

where  $\mathbf{U}_f$  is the unfolding matrix described in Sect. 2.3.

Considering that  $\mathbf{U}_f$  is full column rank, the matrix  $\mathbf{U}_f^T \mathbf{U}_f$  is invertible, and a matrix  $\mathbf{P}_U$  can be built that projects the signal into the space spanned by  $\mathbf{U}_f$ .

$$\mathbf{P}_U = \mathbf{U}_f (\mathbf{U}_f^T \mathbf{U}_f)^{-1} \mathbf{U}_f^T. \quad (\text{A.2})$$

And conversely, a projection into the orthogonal complement to this subspace can be computed as:

$$\mathbf{L} = (\mathbf{I} - \mathbf{P}_U). \quad (\text{A.3})$$

This matrix, therefore, projects the concatenated observables outside of the subspace reached by static bias as  $\mathbf{L} \mathbf{U}_f = \mathbf{0}$ . This can easily be demonstrated as:

$$(\mathbf{I} - \mathbf{U}_f (\mathbf{U}_f^T \mathbf{U}_f)^{-1} \mathbf{U}_f^T) \mathbf{U}_f = \mathbf{U}_f - \mathbf{U}_f (\mathbf{U}_f^T \mathbf{U}_f)^{-1} \mathbf{U}_f^T \mathbf{U}_f, \quad (\text{A.4})$$

where  $(\mathbf{U}_f^T \mathbf{U}_f)^{-1} \mathbf{U}_f^T \mathbf{U}_f = \mathbf{I}$ .

In this particular case,

$$(\mathbf{U}_f^T \mathbf{U}_f)^{-1} = \frac{1}{n_f} \mathbf{I}, \quad (\text{A.5})$$

which leads us to write

$$\mathbf{L} = \left( \mathbf{I} - \frac{1}{n_f} \mathbf{U}_f \mathbf{U}_f^T \right), \quad (\text{A.6})$$

which is used in Eq. (13).

It is fair to note a resemblance to an approach that would evaluate an estimate of  $\boldsymbol{\kappa}_{\text{bias}}$ , then subtract it from the observables of the series. Indeed, a rigorous least squares approach written in linear algebra, leads to the construction of the same matrix.

This reasoning would lead one to consider following this approach with a whitened observable  $\mathbf{W}_s \cdot \boldsymbol{\kappa}_s$  in order to improve the estimate by benefiting from the weighting and decorrelation provided the whitening transform. This approach is provided in Appendix C for reference, but it does not improve the result, since the subspace is exactly the same, as it is perfectly defined by the matrix  $\mathbf{U}_f$ .

## Appendix B: Managing the correlations

Typical statistical analyses such as model fitting or detection tests rely on the computation of a likelihood functions which, for multivariate distributions, require the inversion of their covariance. In the typical kernel-phase analyses, this is commonly done by the construction of the whitening matrix. In both cases, this requires that the covariance matrix of the final observables be invertible. In the case of the basic  $\mathbf{L}$  matrix, the covariance of the observables is written as:

$$\text{Cov}(\mathbf{L} \boldsymbol{\kappa}_s) = \mathbf{L} \text{Cov}(\boldsymbol{\varepsilon}_s) \mathbf{L}^T, \quad (\text{B.1})$$

where, in the best-case scenario,  $\text{Cov}(\boldsymbol{\varepsilon}_s) = \mathbf{I}$ , leads to:

$$\text{Cov}(\mathbf{L} \boldsymbol{\kappa}_s) = \mathbf{L} \quad (\text{B.2})$$

because  $\mathbf{L}$  is symmetric ( $\mathbf{L}^T = \mathbf{L}$ ) and, as a projection, idempotent ( $\mathbf{L}^2 = \mathbf{L}$ ). Here  $\mathbf{L}$ , as the matrix of a projection, is not invertible. In the general case, this comes from the fact that  $\mathbf{L}$  is non-surjective as it does not span the entire subspace of dimension  $n_f \times n_k$ . As a consequence, the observables cannot be directly used through the rest of the usual kernel-phase pipeline.

Since this is caused by the non-surjective nature of  $\mathbf{L}$ , an obvious solution to this problem is to reduce the dimensions of the output vectors to match the span of the matrix in order to make it into a surjection, and obtain an invertible covariance matrix. In the general case, an eigenvalue decomposition can be used to identify the subspace that is not reached by the transformation as will be defined by the eigenvectors that correspond to zero eigenvalues.

Here, we remark that the matrix is constituted of blocks corresponding to each frames, where each row of blocks can be expressed as a linear combination of all the other rows (minus their sum). We remove the last row and call this new matrix  $\mathbf{L}'$ . This reduces the number of rows to the rank of the matrix which is  $(n_f - 1) \times n_k$ , and therefore making it a surjection matrix.

## Appendix C: Computing the projection on whitened observables

Since our construction of the matrix  $\mathbf{L}$  is based around the expression of an estimator of  $\boldsymbol{\kappa}_{\text{bias}}$ , one might expect to obtain better result using a weighted estimation. In our case the error  $\boldsymbol{\varepsilon}_s$  is correlated. A good way to deal with this is to use a whitening transformation  $\mathbf{W}$  (Ceau et al. 2019) that provides both weighting and decorrelation in a single step. In the context of the concatenated observables, this translates to a block-diagonal  $\mathbf{W}_s$  matrix that can be computed block by block as follows:

$$\mathbf{W}_s = \begin{bmatrix} \mathbf{W}_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \mathbf{W}_2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \mathbf{W}_{n_f} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\Sigma}_1^{-\frac{1}{2}} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \boldsymbol{\Sigma}_2^{-\frac{1}{2}} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \boldsymbol{\Sigma}_{n_f}^{-\frac{1}{2}} \end{bmatrix} \quad (\text{C.1})$$

where  $\boldsymbol{\Sigma}_i$  is the covariance matrix of the  $i$ th kernel-phase observable vector. Working with this new observable, the steps are similar, although they are more complicated.

$$\mathbf{W}_s \boldsymbol{\kappa}_s = \mathbf{W}_s \boldsymbol{\kappa}_{0,s} + \mathbf{W}_s \mathbf{U}_f \cdot \boldsymbol{\kappa}_{\text{bias}} + \mathbf{W}_s \boldsymbol{\varepsilon}_{\text{sc}}, \quad (\text{C.2})$$

where  $\mathbf{U}_f$  is still the unfolding matrix that maps the constant calibrator signal into a series of repeated signals; and  $\boldsymbol{\kappa}_{\text{bias}}$  is the fixed calibrator signal.

As was done in Appendix A, we can compute the matrix of the projection into the orthogonal complement of  $\mathbf{U}_f$ . This time, the method requires inverting  $(\mathbf{W}_s \mathbf{U}_f)^T \mathbf{W}_s \mathbf{U}_f$  which is a bit more complicated, but can still be done very efficiently in the case where the errors between frames are independent ( $\mathbf{W}_s$  is block-diagonal) because of the structure of both matrices. The result is a  $n_k$  by  $n_k$  matrix  $\mathbf{B}$ .

$$\mathbf{B} = \left( (\mathbf{W}_s \mathbf{U}_f)^T \mathbf{W}_s \mathbf{U}_f \right)^{-1} = \left( \sum_{i=1}^{n_f} \mathbf{W}_i^2 \right)^{-1}. \quad (\text{C.3})$$

By defining the matrix as

$$\mathbf{L}_2 = (\mathbf{I} - \mathbf{W}_s \mathbf{U}_f \mathbf{B} \mathbf{U}_f^T \mathbf{W}_s), \quad (\text{C.4})$$



we can simplify the equation into the following:

$$\mathbf{L}_2 \mathbf{W}_s \boldsymbol{\kappa}_s = \mathbf{L}_2 \mathbf{W}_s \boldsymbol{\kappa}_{0,s} + \mathbf{L}_2 \mathbf{W}_s \boldsymbol{\varepsilon}_s. \quad (\text{C.5})$$

This approach uses the hypothesis on the calibration signal to project the observables in a subspace that is beyond its reach. Now since the error term  $\mathbf{L}_2 \mathbf{W}_s \boldsymbol{\varepsilon}_s$  is correlated, there is an additional step to perform as its covariance  $\mathbf{L}_2$  is not invertible. However, since  $\mathbf{L}_2$  is a projection, we can build a different projection matrix  $\mathbf{L}'_2$  that has full column-rank. As a real symmetric matrix,  $\mathbf{L}_2$  is diagonalized as per the form:

$$\mathbf{L}_2 = \mathbf{V} \boldsymbol{\Lambda} \mathbf{V}^{-1} = \mathbf{V} \boldsymbol{\Lambda} \mathbf{V}^T, \quad (\text{C.6})$$

where  $\boldsymbol{\Lambda}$  is a diagonal matrix containing 0s and 1s (because  $\mathbf{L}_2$  is a projection). In the subspace defined by  $\mathbf{V}^T$ , the operation corresponds to cropping the observable vector by  $n_k$ . We can therefore define a new projection matrix with full column rank with the rows of  $\mathbf{V}^T$  corresponding to the non-zero eigenvalues of  $\mathbf{L}_2$  (here by using  $\boldsymbol{\Lambda}'$  which is a correspondingly cropped version of  $\boldsymbol{\Lambda}$ ):

$$\mathbf{L}'_2 = \boldsymbol{\Lambda}' \mathbf{V}^T. \quad (\text{C.7})$$

This time, the covariance of the error parameter  $\mathbf{L}'_2 \mathbf{W}_s \boldsymbol{\varepsilon}_s$  is:

$$\boldsymbol{\Lambda}' \mathbf{V}^T \mathbf{I} (\boldsymbol{\Lambda}' \mathbf{V}^T)^T = \mathbf{I}. \quad (\text{C.8})$$

With this new projection matrix, Eq. (C.5) becomes:

$$\mathbf{L}'_2 \mathbf{W}_s \boldsymbol{\kappa}_s = \mathbf{L}'_2 \mathbf{W}_s \boldsymbol{\kappa}_{0,s} + \mathbf{L}'_2 \mathbf{W}_s \boldsymbol{\varepsilon}_s. \quad (\text{C.9})$$

Once again, we have successfully built a new projected observable in a smaller subspace that is robust to static errors ( $\mathbf{L}'_2 \mathbf{W}_s \mathbf{U}_f \boldsymbol{\kappa}_{\text{bias}} = 0$ ) and has identity covariance ( $\text{Cov}(\mathbf{L}'_2 \mathbf{W}_s \boldsymbol{\varepsilon}_s) = \mathbf{I}$ ). This allows for the construction of

a likelihood function for  $\boldsymbol{\kappa}_{0,s}$  and the application of all the statistical tools defined in Ceau et al. (2019). In other terms, it means that based simply on the covariance  $\boldsymbol{\Sigma}_i$  of the observables in the different frames, we can easily build the matrix  $\mathbf{L}'_2$  that transforms Eq. (C.2) into Eq. (C.9), effectively removing the bias signal; and because of the precautions taken here, it can be used in any model fitting or statistical test as a drop-in replacement of usual whitened observables.

The matrices  $\mathbf{L}'$  and  $\mathbf{L}'_2$  are both designed to explore the same subspace that is purely defined as the orthogonal complement of the subspace of  $\mathbf{U}_f$ . Although the observables are described in a different basis, the likelihood function that they provide is expected to be the same.

A transfer matrix  $\mathbf{M}$  can be computed to pass from one set of observables to the other:

$$\mathbf{M} = \mathbf{L}'_2 \mathbf{W}_s (\mathbf{W}_L \mathbf{L}')^+, \quad (\text{C.10})$$

where the  $+$  sign indicates a Moore-Penrose pseudo-inverse. Although we do not provide a proof for it, we have found in our cases that  $\mathbf{M}$  is a real unitary matrix which both confirms that they span the same subspace and that they provide the same sensitivity since they produce the same  $\chi^2$ :

$$\chi^2(\mathbf{L}'_2 \mathbf{W}_s \boldsymbol{\kappa}_s) = \chi^2(\mathbf{M} \mathbf{W}_L \mathbf{L}' \boldsymbol{\kappa}_s), \quad (\text{C.11})$$

which develops:

$$\chi^2(\mathbf{L}'_2 \mathbf{W}_s \boldsymbol{\kappa}_s) = (\mathbf{M} \mathbf{W}_L \mathbf{L}' \boldsymbol{\kappa}_s)^T \mathbf{M} \mathbf{W}_L \mathbf{L}' \boldsymbol{\kappa}_s \quad (\text{C.12})$$

and since  $\mathbf{M}^T \mathbf{M} = \mathbf{I}$ , we obtain:

$$\chi^2(\mathbf{L}'_2 \mathbf{W}_s \boldsymbol{\kappa}_s) = \chi^2(\mathbf{W}_L \mathbf{L}' \boldsymbol{\kappa}_s). \quad (\text{C.13})$$

La démarche proposée dans cet article est bien une généralisation de l’approche de soustraction par paire proposée en début de section 4.3. En effet, pour le cas  $n_f = 2$ , la matrice  $\mathbf{L}'$  s’écrit sous la forme de deux blocs carrés de dimension  $n_k$  :

$$\mathbf{L}' = \begin{bmatrix} \frac{1}{2}\mathbf{I} & -\frac{1}{2}\mathbf{I} \end{bmatrix}. \quad (4.3)$$

Ceci correspond bien, au facteur  $1/2$  près (qui disparaît au blanchiment) à l’opération réalisée en équation (4.1).

## 4.4 Conclusions sur la calibration

### 4.4.1 Différentes manières d’obtenir une matrice $\mathbf{L}$

Cet article, a déjà mis en évidence plusieurs manières de construire la matrice de projection qui donnent accès aux observables différentielles angulaires. Ici, il me semble important d’en mentionner une dernière.

Le lecteur aura peut-être remarqué une similarité entre les équations (1) et (A.1) de cet article. Cette similarité suggère que l’approche qui nous sert à construire la matrice de noyau de phase, c’est à dire la décomposition en valeurs singulière introduite par Martinache (2010), pourrait nous fournir une autre solution au problème en produisant une matrice du noyau à gauche de  $\mathbf{U}_f$  comme elle l’avait fait pour la matrice  $\mathbf{A}$ . À la différence de  $\mathbf{A}$ ,  $\mathbf{U}_f$  est toujours de rang plein, mais comme elle comporte un plus grand nombre de lignes que de colonnes, cela n’empêche pas de construire une nouvelle matrice  $\mathbf{L}''$  satisfaisant  $\mathbf{L}''\mathbf{U}_f = 0$ .

Un intérêt de cette approche est que  $\mathbf{L}''$  est directement la matrice d’une surjection et sa dimension correspond à celle de  $\mathbf{L}'$ . Il n’est donc pas nécessaire d’avoir recours à l’étape décrite en Annexe B de l’article. Les deux matrices décrivent deux bases différentes du même espace d’arrivée.

Puis, en suivant la même démarche qu’en Annexe C de l’article, nous avons pu construire une matrice de blanchiment adaptée, fournissant une transformation  $\mathbf{W}_{L''}\mathbf{L}''$  équivalente à celle utilisée sur les données. Ceci est une fois de plus mis en évidence par la construction d’une matrice de passage unitaire  $\mathbf{M}_2$  :

$$\mathbf{M}_2\mathbf{W}_{L'}\mathbf{L}' = \mathbf{W}_{L''}\mathbf{L}'', \quad (4.4)$$

montrant que les deux transformations fournissent le même  $\chi^2$ .

Ceci met en évidence que les différentes approches que nous avons élaborées pour fournir un noyau différentiel angulaire (ADK) sont en fait une recherche de noyau dans le noyau.

### 4.4.2 Course à la stabilité

Nous pouvons conclure cette section en remarquant que la recherche de la meilleure précision sur les observables peut généralement se résumer à une course entre la génération de diversité qui fait apparaître le signal (rotation du champ, saut entre cible et calibrateur), et l’évolution des biais instrumentaux. Même si nous proposons ici de nouvelles pistes qui pourront être utilisées en observations, il est loin d’être garanti que ce nouveau chemin soit toujours un raccourci qui donne un avantage dans cette course.

Travailler à maximiser la stabilité des instruments est généralement une façon sûre d’améliorer la précision qu’ils pourront fournir. Une autre voie consiste à augmenter la fréquence à laquelle les biais sont évalués. Durant mes travaux, j’ai pu réaliser, en partenariat avec Jens Kammerer, un doctorant d’ANU (*Australian National University*) coencadré par Frantz Martinache, une expérience pour la réduction du jeu de données NEAR que je décris en appendice B. Ce jeu de données a la particularité d’avoir été acquis en alternant à une fréquence de 10Hz les acquisitions sur les deux composantes de l’étoile binaire  $\alpha$  du Centaure. Si cette pratique offre certains avantages, elle fait également apparaître certaines limitations.

Durant la période de ma thèse, des progrès significatifs ont été réalisés pour améliorer la fidélité des modèles discrets (Martinache et al., 2020), en particulier par la prise en compte la transmission de chaque sous-ouverture de manière non-binaire. Ces modèles "gris", fournissent une meilleure description de la géométrie de la pupille et par conséquent produisent une meilleure réjection des aberrations optiques statiques et dynamiques. Ils permettront sans aucun doute de pousser les performances de la méthode kernel, avec et sans ADK, surtout dans le cas de pupilles aux géométries compliquées, comme nous en verrons au Chapitre 6.

Dans le chapitre suivant, nous laisserons ces considérations de côté pour nous intéresser aux contributions du détecteur dans les mesures de noyaux de phase.

## Chapitre 5

# Premiers pas vers des applications à haut contraste

### 5.1 Rupture de la relation de convolution

Le travail fourni durant ces trois années est principalement motivé par le besoin de pousser l'utilisation des noyaux de phase vers des contrastes de plus en plus élevés. Le contrôle des biais de mesure (Laugier et al., 2020b; Martinache et al., 2020) est crucial pour l'application de tests statistiques de détection performants (Ceau et al., 2019).

Le coronographe demeure l'outil principal des observations à haut contraste. J'ai rappelé au Chapitre 2 que son masque focal, qui brise la relation de convolution entre l'objet et l'image, rend impossible l'analyse d'images par les noyaux de phase. Afin d'évaluer la perspective d'un progrès dans ce domaine, je me suis intéressé à un cas moins radical de rupture de convolution : celui où la réponse de certains pixels est rendu non-linéaire par la saturation.

#### 5.1.1 Problème de saturation

Les effets de biais locaux (non-uniformités) du plan image sont généralement traités par le processus d'étalonnage du détecteur (Howell, 2012; Klotz and Martinez, 1994) que l'on mentionne en annexe D, et parfois par du *dithering*. Pour que les propriétés de système linéaire invariant en translation soient conservées dans l'image enregistrée, il est nécessaire que le détecteur fonctionne dans sa plage linéaire.

La saturation d'un capteur imageur correspond en général à la perte de linéarité dans sa réponse qui survient lorsque le signal accumulé par un pixel devient trop important. Une partie du signal peut alors (pour les CCDs) être déversé dans les pixels voisins, ou tout simplement être perdue. Dans les cas bénins, la courbe de réponse du pixel est légèrement infléchie, mais demeure monotone. Dans ces cas là, si cette inflexion a été mesurée et modélisée, on peut inverser le processus mathématiquement pour retrouver la valeur d'intensité initiale, et ainsi corriger le problème. Dans les cas plus sérieux, la courbe de réponse atteint un palier (saturation dure), le pixel ne peut alors fournir qu'une information de borne inférieure de l'intensité, et la mesure réelle est perdue.

Dans ces cas là, on obtient donc des pixels pour lesquels la valeur mesurée est non-linéaire. Ce comportement local brise la relation de convolution attendue entre la scène et l'image, en brisant les prérequis sur lesquels s'appuient les propriétés de la transformée de Fourier, comme le théorème du shift, ou le théorème de Van Cittert et Zernike. Par conséquent, nous ne pouvons plus exploiter les observables robustes, et travailler dans le domaine de Fourier perd tout son intérêt.

De nombreux jeux de données ont été acquis pour rechercher des compagnons de faible masse autour d'étoiles proches en utilisant la soustraction de PSF. On laisse saturer le cœur de la PSF de l'étoile. Comme cet effet n'affecte qu'un nombre limité de pixels, il semble envisageable de corriger

cet effet de saturation, tout en limitant l'introduction de nouveaux biais. Ceci permettrait de rendre ces jeux de données accessibles à l'approche des noyaux de phase, afin de pouvoir retraiter ces données avec une plus grande sensibilité.

L'expérimentation qui est décrite dans ce chapitre, visant à réparer cette rupture de la relation de convolution, est également motivée par la volonté de considérer la possibilité de réparer la rupture de la relation de convolution qui se produit pour les observations coronographiques.

## 5.2 *Recovering saturated images*

# Recovering saturated images for high dynamic kernel-phase analysis

## Application to the determination of dynamical masses for the system GI 494AB

R. Laugier<sup>1</sup>, F. Martinache<sup>1</sup>, A. Ceau<sup>1</sup>, D. Mary<sup>1</sup>, M. N'Diaye<sup>1</sup>, and J.-L. Beuzit<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Université Côte d'Azur, Observatoire de la Côte d'Azur, CNRS, Laboratoire Lagrange, France  
e-mail: [romain.laugier@oca.eu](mailto:romain.laugier@oca.eu)

<sup>2</sup> Aix-Marseille Univ., CNRS, CNES, LAM, Marseille, France

Received 5 October 2018 / Accepted 8 January 2019

### ABSTRACT

Kernel-phase observables extracted from mid- to high-Strehl images are proving to be a powerful tool to probe within a few angular resolution elements of point sources. The attainable contrast is limited, however, by the dynamic range of the imaging sensors. The Fourier interpretation of images with pixels exposed beyond the saturation has so far been avoided. In cases where the image is dominated by the light of a point source, we show that we can use an interpolation to reconstruct the otherwise lost pixels with an accuracy sufficient to enable the extraction of kernel-phases from the patched image. We demonstrate the usability of our method by applying it to archive images of the GI 494AB system taken with the *Hubble* Space Telescope in 1997. Using this new data point along with other resolved observations and radial velocity measurements, we produce improved constraints on the orbital parameters of the system, and consequently the masses of its components.

**Key words.** techniques: image processing – techniques: interferometric – techniques: high angular resolution – stars: low-mass – binaries: close

## 1. Introduction

The quest for the direct imaging of exoplanets has accelerated in recent years with the commissioning of extreme adaptive optics systems with coronagraphic capabilities, such as SPHERE (Beuzit et al. 2008), GPI (Macintosh et al. 2014), and SCExAO (Jovanovic et al. 2015). These instruments were designed to achieve high-contrast detections ( $10^4$ ) at small angular separations (down to  $\sim 2\lambda/D$ , where  $\lambda/D$  defines the resolution element,  $\lambda$  is the wavelength, and  $D$  is the telescope diameter). The planets discovered thus far by these instruments, however, have been detected at larger separations: Macintosh et al. (2015) report a detection at  $\sim 10\lambda/D$  (449 mas) and Chauvin et al. (2017) at  $\sim 20\lambda/D$  (830 mas). The performance of these coronagraphic devices at small angular separations is currently limited by the quality of the wavefront correction of the adaptive optics system, to which they are extremely sensitive (Guyon et al. 2006).

In the small angular separation regime, the wavefront quality requirements become so stringent that light leakage induced by instrumental phase dominates over the shot noise in the coronagraphic images. In practice, interferometric techniques designed to be robust to the wavefront errors, like closure phases (Jennison 1958) or kernel-phases (KPs; Martinache 2010), are competitive tools for discovering faint companions around nearby stars. The aim of the KERNEL project is to develop observation and image processing techniques that provide observables that are intrinsically robust to small wavefront errors, and that can therefore be used to recover information in the image.

Kernel-phase observables (Martinache 2010) provide a reliable probe for the detection of asymmetric features at the

smallest separations (down to  $0.5\lambda/D$ ) with moderate contrast (80–200:1). The attainable contrast is constrained by the dynamic range of the camera used. The acquisition of images for their kernel-phase analysis requires a compromise: the image must be sufficiently exposed to obtain a satisfactory signal-to-noise ratio from the faint feature, while avoiding saturation on its brightest parts.

By destroying linearity of the intensity distribution, saturation (or clipping) violates some of the prerequisites of the Fourier transform. As a result the shift theorem and object-image convolution relationship become unusable, preventing the interpretation of the phase and the construction of kernels. Although the limits were pushed by Pope et al. (2016), who had to linearize the sensor's response (soft saturation), and by Martinache et al. (2016), where the uv plane sampling was truncated to avoid the problematic signals and function in a degraded mode, no kernel-phase analysis has yet been published based on hard saturated images.

The work presented in this paper attempts to circumvent this limitation, and extracts kernel-phases from images featuring a saturated core after using a saturation recovery algorithm. As a demonstration, we apply this method to the reduction of images taken with the Near Infrared Camera and Multi-Object Spectrograph (NICMOS) on the *Hubble* Space Telescope (HST) of GI 494 (DT Vir, LHS 2665, HIP 63510, BD +13 2618) acquired in 1997, which leads to a new detection and measurement of a known companion. The novel visual astrometry data point, combined with available resolved observations at other epochs together with radial velocity observations, lead to improved constraints on the orbital parameters of the system and therefore on the mass of its components.

## 2. Interpolation of saturated images and kernel analysis

Typical algorithms for the correction of bad pixels assume that problematic pixels are few and isolated, allowing recovery by interpolating the neighboring pixels in the image or by minimizing the power associated with the highest spatial frequencies in the Fourier plane (Ireland 2013). In the case of saturation, the pixels to recover are clustered. Our approach tackles this problem in the image plane, and uses a synthetic point spread function (PSF) as a reference to interpolate the value of the saturated pixels, after which Fourier-phase values can then be reliably extracted from these enhanced images.

### 2.1. Saturation recovery algorithm

The restoration of saturated pixels assumes that the local signal is dominated by the flux of a bright point source. This makes it possible to fit a parametric theoretical (or empirical) PSF to the nonsaturated parts of the image and to replace the saturated pixels by interpolation of this adjusted PSF. The best solution of position  $(x, y)$  and amplitude  $z$  minimizes the  $\chi^2$  variable

$$\chi^2(x, y, z) = \|\mathbf{i} - z \cdot \mathbf{p}(x, y)\|^2, \quad (1)$$

where  $\mathbf{i} = \Sigma^{-\frac{1}{2}} \cdot \mathbf{s}_{\text{img}}$  and  $\mathbf{p}(x, y) = \Sigma^{-\frac{1}{2}} \cdot \mathbf{s}_{\text{PSF}}(x, y)$  are, respectively, error-normalized (whitened) vectors of the image signal  $\mathbf{s}_{\text{img}}$  and the  $(x, y)$  shifted PSF signal  $\mathbf{s}_{\text{PSF}}(x, y)$ . The synthetic PSF is obtained with the TinyTim (Krist et al. 2011) simulator, and both vectors exclude saturated pixels, which ensures the fitting is not biased by their arbitrary value. A centroid algorithm provides a starting point within a few pixels of the final result, a scale at which the problem is convex. Minimizing  $\chi^2(x, y, z)$  should give the best performance assuming a good estimator of the covariance matrix  $\Sigma$  is used.

This covariance has contributions from the image sensor, and from the PSF model. For the image, the pixels are independent (and the contribution diagonal), and a good estimator can be built from the data in the reduced image file, with Eq. (6) for the terms on the diagonal. For the PSF, however, the deviations in the image plane are strongly correlated, and their estimations would rely on strong hypotheses on the spectral distribution of the aberration modes of the wavefront errors. In the case of a space telescope, thanks to the good stability of the PSF, we would expect to be able to neglect this error term, effectively using the sensor noise as the only source of deviation between the image and the PSF. However, it was found that a uniform error estimator made the interpolation less sensitive to the evolution of the small instrumental phase over long timescales, and therefore produced smaller biases in the observables. In practice, since the images are large, an exponential windowing function (sometimes called super-Gaussian) was used to exclude the pixels that have low S/N,

$$g = e^{-\left(\frac{r}{r_0}\right)^4}, \quad (2)$$

where  $r$  is the distance from the pixel to the approximated center of the star and  $r_0$  is a radius parameter chosen depending on the S/N of the image. From the error estimation point of view this can be seen as using the inverse of the values of the mask as the corresponding  $\sigma_{ii}^2$  terms of a diagonal matrix  $\Sigma$ . A constant value of  $r_0 = 40$  pixels gave satisfactory results with the NICMOS images and was used for the whole dataset.

An analytical expression of  $\hat{z}$ , the optimal value of  $z$  can be obtained from Eq. (1),

$$\hat{z}(x, y) = \frac{\mathbf{p}(x, y)^t \cdot \mathbf{i}}{\mathbf{p}(x, y)^t \cdot \mathbf{p}(x, y)}, \quad (3)$$

leading, through the substitution in Eq. (1) to the definition of a new criterion, a function of  $x$  and  $y$  only:

$$\varepsilon(x, y) = -\frac{(\mathbf{p}(x, y)^t \cdot \mathbf{i})^2}{\mathbf{p}(x, y)^t \cdot \mathbf{p}(x, y)}. \quad (4)$$

Minimizing  $\varepsilon(x, y)$  is therefore equivalent to minimizing  $\chi^2(x, y, z)$ , but is computationally more efficient.

### 2.2. Simulation of realistic NICMOS images

The simulation of images is necessary for two purposes: the evaluation of the fidelity of the algorithm (Sect. 2.4) and the bootstrapping of the kernel-phase covariance matrix (Sect. 3.3).

Images of single and binary stars were simulated based on a PSF of HST obtained with the TinyTim software. Binary stars were constructed by adding a shifted and contrasted copy of the original PSF. The noise behavior of the nondestructive reads was also emulated in order to reproduce the typical behavior of the sensor in MULTIACCUM/STEP128 mode. First the number of correct readouts and exposure time is estimated for each pixel through an iterative process using the full well capacity and the flux. Then the readout noise map is estimated as

$$\sigma_{\text{ro}} = \frac{\sigma_{\text{ro, single}}}{\sqrt{N_s}}, \quad (5)$$

where  $\sigma_{\text{ro, single}}$  is the readout noise value for a single read and  $N_s$  is the number of successful samples. This is useful when simulating images in order to build sensible approximations for the metadata maps included in the cal.fits files, but is not necessary when bootstrapping the errors for existing data as in Sect. 3.3.

For the application of photon (shot) noise, we follow the directions (and notations) provided in the NICMOS data handbook (Thatte & Dahlen 2009) and consider a total error map of

$$\text{ERR}_{\text{total}} = \sqrt{\frac{\text{SCI}}{G \times \text{TIME}} + \text{ERR}^2}, \quad (6)$$

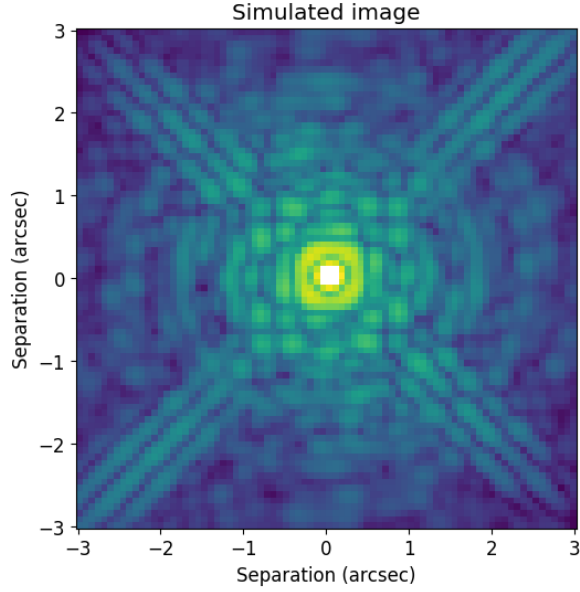
where SCI is the flux in counts per second,  $G$  is the ADC inverse gain (in electrons/ADU), ERR is the noise map, and TIME is the map of the total exposure time, all available in the FITS file. Figure 1 shows an example of a simulated binary star image.

The images are then clipped to a maximum value, interpolated using the algorithm described in Sect. 2.1, and compared to ideal (nonsaturated) images to judge the fidelity of the algorithm.

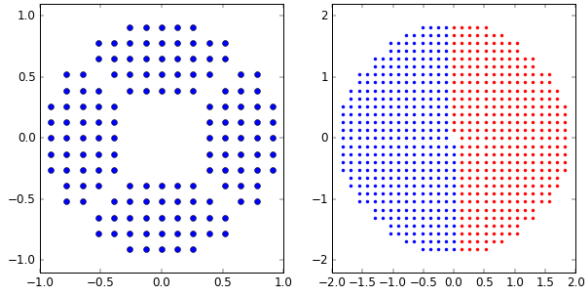
### 2.3. Kernel-phase method and pipeline

Kernel analysis relies on the discrete model of the pupil of the telescope that was built using a dedicated python package called XARA<sup>1</sup>, developed in the context of the KERNEL project. A discrete pupil model of 140 subapertures was constructed following a Cartesian grid covering the aperture of the telescope with an outer diameter of 1.95 m, with an inner obstruction diameter of 0.71 m and spider 0.07 m thickness spider arms. Figure 2 shows the sampling of the model both in the pupil plane and in the UV plane. According to the Nyquist–Shannon sampling theorem, the grid's pitch of  $b_{\text{min}} = 0.13$  m allows detection up to  $\rho_{\text{max}} = \lambda/2b_{\text{min}} \approx 1.76$  arcsec at  $2.22 \mu\text{m}$  without aliasing.

<sup>1</sup> XARA is available at [github.com/fmartinache/xara](https://github.com/fmartinache/xara)



**Fig. 1.** Example of a simulated HST NICMOS2 128 s image through the F222M filter ( $2.22 \mu\text{m}$ ) including shot, readout noise, and saturation. The plate scale is 76.5 mas per pixel and the image also features a companion at  $10^3$  contrast located 450 mas to the left and 450 mas below the primary. The clipped value of nine pixels at the core of the PSF (displayed in white) would usually prevent the use of Fourier analysis.



**Fig. 2.** Discrete representation of the HST for kernel analysis of the NICMOS images. *Left panel:* representation of the pupil model defined by the cold mask of the instrument. The model takes into account central obstruction and spider vanes, but neglects finer structures such as support pads. The grid pitch is 0.13 m, the outer diameter is 1.95 m, the inner diameter is 0.71 m, and the thickness of the spider vanes is 0.07 m. *Right panel:* corresponding uv-plane coverage.

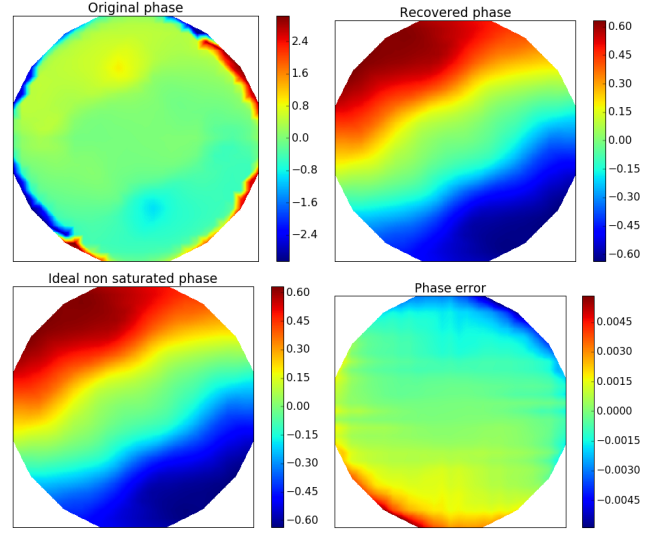
The extraction of kernel-phases requires five steps:

1. Integer pixel recentering of the image;
2. Application of an apodization mask to reduce the effect of readout noise and avoid Fourier domain ringing;
3. Subpixel recentering of the image by application of a wedge phasor in the Fourier domain;
4. Extraction of the complex visibility vector;
5. Multiplication of the phase of the visibility by the Kernel matrix.

This procedure is applied to each image of a given dataset, and produces each time a vector  $\kappa$  of  $n_k = 262$  kernel-phases.

#### 2.4. Fidelity of the saturation recovery procedure

Since the aim of this study is to enable the extraction of kernel-phases, the main concern is with the fidelity of the phase of



**Fig. 3.** Representation of the Fourier plane phase (in radians) sampled for an example of saturated image of a binary star (shown in Fig. 1) for the ideal nonsaturated image, for the recovered image, and for the residual. For the original image (*upper left*) the saturation results in large amplitude aberrations in the outer ring. After recovery (*upper right*), the phase is very close to what it would be if the sensor had remained linear (*lower left*). The difference between the two (*lower right*) shows small residuals concentrated in the outermost ring.

the Fourier transform of the image. The discretized pupil model (see Sect. 2.3) provides a comprehensive sampling scheme of the Fourier plane.

A binary star image with a  $10^3$  contrast companion is simulated, as described in Sect. 2.2, with a central peak intensity corresponding to four times the dynamic range of the sensor, resulting in nine clipped pixels. Figure 3 shows the Fourier phase compared between the saturated image where the outer edge of the uv plane is unusable, the ideal nonsaturated image, and the recovered image for which the phase information was restored.

Our recovery algorithm assumes that the image is dominated by the PSF of the primary star. The end result is therefore likely to be affected by the three following potential biases:

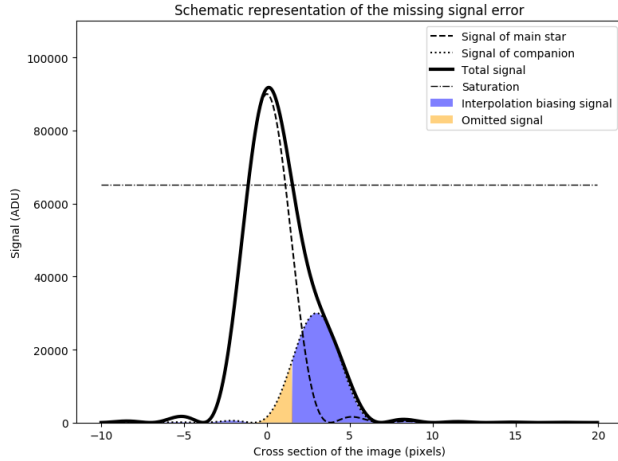
1. The signal of the companion acquired by the saturated pixels is lost and omitted by the recovery process (in orange in Fig. 4);
2. The signal of the companion still present in the image, but not in the ideal fitted PSF, therefore biasing the interpolated value (in blue in Fig. 4);
3. The instrumental PSF is distorted by a small amount of instrumental phase, therefore biasing the interpolated value.

The impact of this bias was mitigated through the use of a uniform deviation estimation (Sect. 2.1).

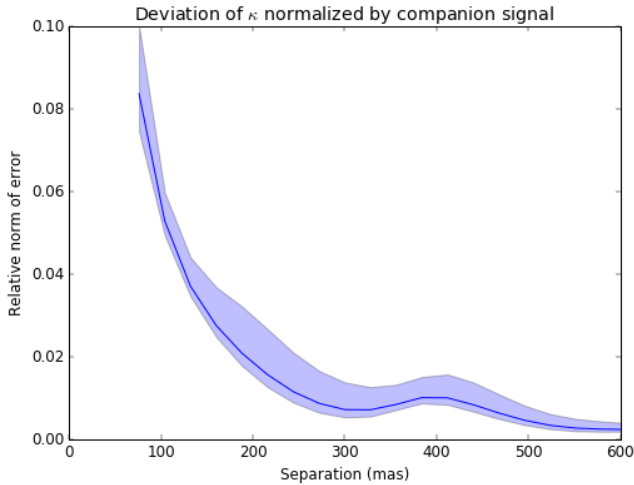
At high contrast, the effect of bias 1 is negligible compared to shot noise. For bias 2, it is much more difficult to evaluate as the effect is nonlinear and highly dependent on the geometry of the PSF.

We characterized the combined effect of biases 1 and 2 on kernel-phases through a controlled noiseless simulation in a case with four saturated pixels, representative of the GL 494 case highlighted in Sect. 4. We measured the amplitude of the relative error  $e = \frac{\|\kappa_e - \kappa_r\|}{\|\kappa_e\|}$ , where  $\kappa_e$  is the expected kernel-phase signal, and  $\kappa_r$  is the recovered kernel-phase signal. In the high-contrast regime, this metric sets an upper bound to the fitted contrast, but also generally encompasses fitting residuals in the whole kernel-phase subspace. As shown in Fig. 5, this metric mostly





**Fig. 4.** Illustration of both the deviation from the single star PSF that influence the fitting, and the bias of recovered pixel due to omitted feature signal. This configuration at a very low contrast of 3 and  $\sim 1\lambda/D$  separation exaggerates the situation.



**Fig. 5.** Relative norm of the kernel-phase bias due to saturation-recovery process (normalized by the amplitude of the companion signal) obtained by noiseless simulations. The colored region indicates the range of values for contrasts between 10 and 250, while the solid line indicates their mean. As we can see, the bias quickly drops to below 2% past the  $\sim 1\lambda/D = 235$  mas separation.

depends on the separation, and it drops below 2% at separations  $\geq 200$  mas.

The influence of biases 2 and 3 are both affected by the choice of weighting scheme mentioned in Sect. 2.1. Although the weighting function used produced satisfying results, further optimization work could lead to more improvements in the future.

### 3. Kernel analysis of NICMOS archival images

The dataset that we propose to examine comes from the *Hubble* Space Telescope proposal # 7420. The aim of the study was to observe nearby stars within 10 pc of the Sun in order to find very low-mass stars ( $M < 0.2M$ ). Observations were conducted from 1997 to 1998 using the HST NICMOS camera 2 through the F110W, F180M, F207M, and F222M filters.

Analysis of the data was published by Krist et al. (1998) and Dieterich et al. (2012) where PSF subtraction was performed

through manual adjustments. They determined detection limits by trying to identify artificially inserted companion stars over the subtraction residual. Contrast detection limits are given for the F180M filter from  $0.2''$  to  $4''$ . In comparison, our model is sensitive between  $0.12''$  and  $1.76''$  due to its extent and resolution. In this work, we focus on the images taken in the F222M filter consisting of 159 images of 80 targets.

#### 3.1. Saturated and bad pixels

The first step of the reduction process is the identification of problematic pixels. When considering the raw output of a camera, this might seem trivial: identify the pixels that have reached the maximum ADC value of the camera, often in the form  $2^{n_{\text{bits}}}$  in scientific sensors. However, this will prove erroneous when the gain of the camera is chosen for maximum dynamic range and the value is actually limited by the full well capacity of the pixel. This value can vary from pixel to pixel and is often more of a soft maximum showing a nonlinear region (which is often linearized by advanced reduction pipelines). Furthermore, dark subtraction and flat-fielding will also play a role in making the clipped pixels harder to identify. For all these reasons, it is more appropriate to have the image reduction pipeline identify the saturated pixels and provide the information along with the metadata. Here we relied on the metadata provided along with the image in the cal.fits output of the CALNICA reduction pipeline. This is explained in more detail for our case in chapter 2.2.1 of the NICMOS Data Handbook by Thatte & Dahlen (2009).

All the images in the dataset were obtained using MULTIACCUM mode with a STEP128 sampling scheme for 128 s exposures. This is a mode that uses multiple nondestructive readouts to compute the flux on each pixel. If saturation is detected in some of the last samples, the first nonsaturated samples can still be used to compute the flux. In this case, a pixel is only considered saturated if the first 0.303 s of exposure are sufficient to saturate the pixel. This explains the remarkable dynamic range of single images.

Bad pixels are also identified during this step. Bad pixels near the core of the PSF would be treated as saturated pixels and recovered, but pixels farther out are simply interpolated with their nearest neighbors.

#### 3.2. Whitening for the image plane errors

Usually in Fourier phase analysis, the image noise (mainly shot and readout noise) translates into correlated phase noise and, in turn, correlated kernel-phase noise. These correlations must be accounted for before model-fitting or hypothesis testing. Decorrelation can be performed using a whitening transformation described by the matrix

$$\mathbf{W} = \Sigma_{\mathbf{K}}^{-\frac{1}{2}}, \quad (7)$$

where  $\Sigma_{\mathbf{K}}$  is an estimate of the covariance of  $\kappa$ , the kernel-phase signal vector, therefore ensuring that

$$\text{cov}(\mathbf{W} \cdot \kappa) \approx \mathbf{I}. \quad (8)$$

This is very similar to the approach of Ireland (2013) who uses the finite-dimensional spectral theorem to compute a unitary matrix that diagonalizes the covariance, then normalizes the observables by the corresponding standard deviation, which are the square roots of the terms of the diagonal matrix. In our case the same goal is reached through a non-unitary matrix  $\mathbf{W}$  that also applies normalization, as shown by Eq. (8).

Using this whitening matrix, the reduced goodness-of-fit parameter  $\chi_v^2$  writes as

$$\chi_v^2 = \frac{\|\mathbf{W} \cdot \boldsymbol{\kappa}_o - \mathbf{W} \cdot \boldsymbol{\kappa}_c - \mathbf{W} \cdot \boldsymbol{\kappa}_m\|^2}{n_k - n_p}, \quad (9)$$

where  $\boldsymbol{\kappa}_o$ ,  $\boldsymbol{\kappa}_c$ , and  $\boldsymbol{\kappa}_m$  respectively represent the kernel-phase for the object of interest, the calibrator (explained in 3.5) and the model. The value of  $\boldsymbol{\kappa}_m$  is computed using a parametric binary object model of  $n_p = 3$  parameters: angular separation  $\rho$ , position angle  $\theta$ , and contrast  $c$ , which leaves  $\nu = n_k - n_p$  degrees of freedom at the denominator. The minimization of this  $\chi_v^2$  with a Levenberg–Marquardt algorithm allows us to identify the best fit model.

### 3.3. Estimation of the covariance of the kernel-phase

The evaluation of the covariance matrix  $\boldsymbol{\Sigma}_K$  of the calibrated kernel-phase vector  $\boldsymbol{\kappa} = \boldsymbol{\kappa}_o - \boldsymbol{\kappa}_c$  is necessary for the whitening step (3.2). It is obtained for each target-calibrator pair as

$$\boldsymbol{\Sigma}_K = \text{cov}(\boldsymbol{\kappa}_o) + \text{cov}(\boldsymbol{\kappa}_c). \quad (10)$$

Although these covariances can be approximated analytically for normal images, the saturation recovery process used here is bound to introduce covariance even within the image plane, making the problem more complicated. Building a reliable covariance matrix estimator for the 262 observables requires the acquisition of a large number of realizations. Since the data available only consists of two snapshots, we use a bootstrapping Monte Carlo approach. A number of realizations are simulated by adding noise to the real science image, as described in Sect. 2.2. These realizations are then pushed through the same pipeline as the science image, as described in Sect. 2.1 for the recovery and in Sect. 2.3 for the extraction of the observables. The only exception is the saturation mask which is kept identical. Since this process is rather computationally intensive because of the necessity to interpolate each image, we use 5000 realizations for each target; the same covariance estimator is used for both images of the same target because they share the same exposure conditions, sensor location, and aberrations.

### 3.4. Colinearity maps

In addition to the three parameters  $\chi_v^2$  used for model fitting, colinearity maps can be built that constitute a matched filter defined by Scharf (1990) as

$$M(\alpha, \delta) = \frac{(\mathbf{W} \cdot \boldsymbol{\kappa}_o - \mathbf{W} \cdot \boldsymbol{\kappa}_c)^T \cdot \mathbf{W} \cdot \boldsymbol{\kappa}_m(\alpha, \delta, c_0)}{\|\mathbf{W} \cdot \boldsymbol{\kappa}_m(\alpha, \delta, c_0)\|}, \quad (11)$$

where  $c_0$  is a fixed high-contrast value ( $10^2$  is used in our case).

In the high-contrast regime, the uv phase signal  $\Phi_0 = \arg\left(1 + \frac{1}{c} e^{-i\frac{2\pi}{\lambda}(u\alpha_0 + v\delta_0)}\right)$  and therefore of  $\mathbf{W} \cdot \boldsymbol{\kappa}$  are inversely proportional to  $c$ . As a consequence,  $M(\alpha, \delta)$  will peak at coordinates  $[\alpha, \delta] = [\alpha_0, \delta_0]$  regardless of their contrast. For this reason, this map is useful for 2D visualization of binary signals present in the kernel signature. It can be computed very quickly over a grid, and plotted as in Fig. 7.

### 3.5. Choice of calibrators

The calibration of interferometric observations requires the selection of point sources observed under similar conditions and with spectral and photometric properties similar to those of the

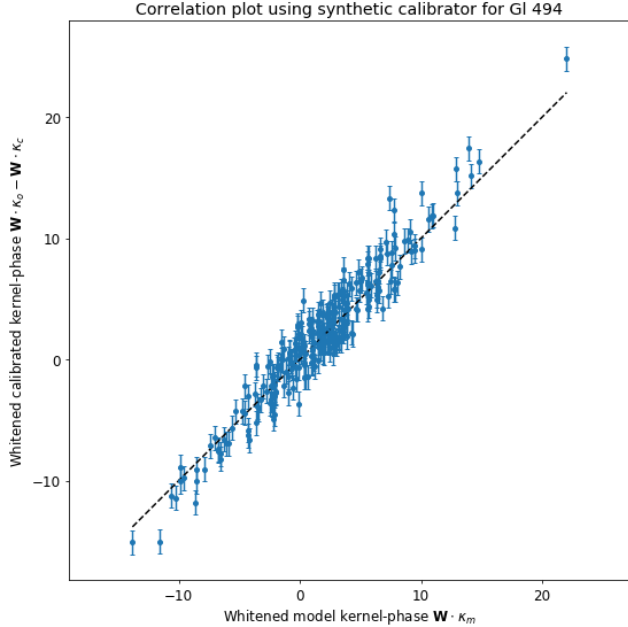
**Table 1.** Selected calibrators.

Identifier	Spectral type	K (mag)
LHS 1326	M5.5V	8.93
LHS 3558	M3V	5.93
HD 204961	M2/3V	4.50
HD 209100	K5V	2.24
LHS 531	M3V	5.81
LHS 546	M5.0Ve	8.18
LHS 4003	M4.5V	7.23
BD+01 4774	M1VFe-1	5.04
LHS 31	M4V	6.39
HD 42581	M1V	4.17
HD 260655	M0.0Ve	5.86
LHS 223	M5.0Ve	8.23
CD-45 5375	M1.0	5.78
HD 85512	K6Vk:	4.72
LHS 288	M5.0V	7.73
FI VIR	M4V	5.65
LHS 316	M7	7.64
HD 109358	G0V	2.72
FN VIR	M4.5Ve	7.66
LHS 3233	M3.0V	8.05
LHS 3255	M3.5Ve	7.12
BD+25 3173	M2V	5.62
LHS 3262	M5.0V	7.92
HD 157881	K7V	4.14
CD-46 11540	M3V	4.86
BD+18 3421	M1.5Ve	5.57
HD 165222	M0V	5.31
LHS 465	M4.0V	7.74
LHS 476	M4.0Ve	7.93
HD 190248	G8IV	2.04
HD 191849	M0V	4.28
HD 192310	K2+V	3.50

target. The dataset associated with proposal # 7420 consists of images acquired on a wide variety of targets with respect to intrinsic brightness and spectral types; with observations separated by several weeks. We used two different procedures, one for the detection of binary signals among all targets of the sample and one for the binary model fitting and parameter estimation.

For the detection, we built a generic calibrator through the elimination of images producing outlier kernel signals (in the sense of Euclidean distance to the median of the remaining subset) one at a time until 10 out of the original 159 remained. This conservative approach excludes occurrences of spurious signals caused by potential failures of the interpolation process, sensor defects, and the mask alignment inconsistency mentioned by Krist et al. (1998), as well as targets with resolved features. The mean of the ten remaining kernel-phase signals constitutes the generic calibration signal, subtracted from all raw extracted kernel-phases, that allowed the identification of the companion in the saturated images of Gl 494, as shown in Fig. 6.

Evaluating the impact of this calibration-induced bias on the extracted binary parameters requires as many calibrators as possible. Suitable ones were selected using visual examination of colinearity maps for Gl 494 after subtraction of each of the 79 other possible calibrators (see Fig. 7). Candidates for which the map was not dominated by the binary signal identified at the first stage were discarded, leaving the 32 targets listed in Table 1. The distribution of the parameters fitted after subtraction of each



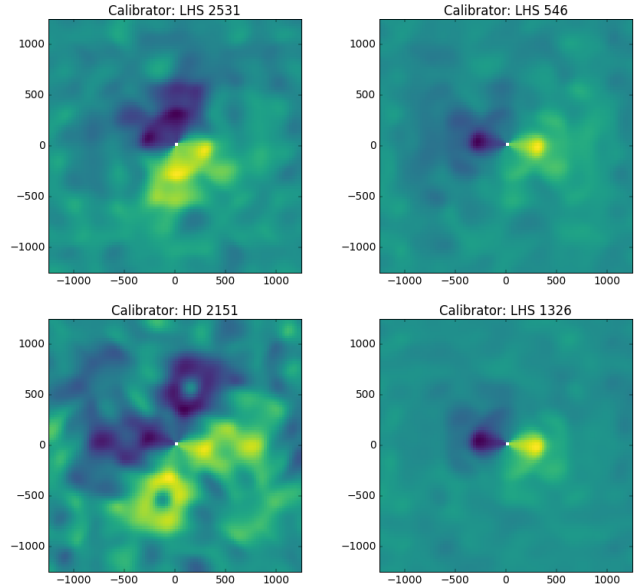
**Fig. 6.** Correlation plot showing the good agreement between the GI494 data and the fitted binary model. Here the data is whitened and calibrated with the mean of list of ten selected calibrators. The covariance matrix used for whitening takes into account the covariance of the target, the covariances of the calibrators, and the variance between calibrators.

calibrator signal was used to estimate the confidence intervals for the final measurement.

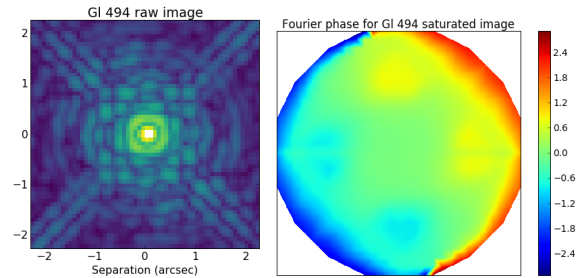
#### 4. GI 494

The binary system GI 494AB was first identified by Heintz (1994) as an astrometric binary with a 14.5 year period. The system was later resolved with the PUEO adaptive optics (Véran et al. 1999) at the Canada-France-Hawaii Telescope (CFHT) with a brief summary of the properties of the system (Beuzit et al. 2004). The dynamical masses derived remained inconclusive because they relied on the Heintz orbital parameters, which are given without standard errors, and show some inconsistency with the position angle. The system was later resolved again with VLT NaCo (Lenzen et al. 2003; Rousset et al. 2003) in 2005 and 2006 as published by Ward-Duong et al. (2015), but the orbital parameters were only recently updated by Mann et al. (2019).

The *Hubble* Space Telescope archive images of the system used here went overlooked in the early studies, probably for two combined reasons: the system is close to the resolution limit of the telescope ( $\approx 1.3\lambda/D$ ) with a high contrast ( $\approx 55$ ), and the central peak of the images is saturated. Contrast sensitivities for this target in the same dataset in the F180M filter were later re-examined by Dieterich et al. (2012) to be  $\Delta_H = 0.1$  at  $0.2''$  and  $\Delta_H = 2.6$  at  $0.4''$  on this target, which is insufficient for this system. Figure 8 shows a crop of the saturated image used here, and the corresponding unusable uv phase signal. Overcoming the saturation problem allows us to use the more sensitive kernel analysis and adds a valuable high-precision visual astrometric point. With the recent observations reported by Mann et al. (2019), the visual observations of this binary system now span 18 years, covering more than one orbital period. Together with the radial velocity data, these observations give strong constraints on the



**Fig. 7.** Examples of colinearity maps described in Sect. 3.4 for rejected calibrators (*left panels*) where the signal from the calibrator is prominent, and selected calibrators (*right panels*) where the signal of interest is dominant and visible on the right. In the high-contrast approximation, the value of each pixel peaks for the calibrated signal vector colinear to the signal of a companion at the pixel’s location, regardless of its contrast. The map is antisymmetric, reflecting that the kernel-phase is – like the closure phases – a measure of the asymmetries of the target.



**Fig. 8.** *Left panel:* cropped image of GI 494 taken in F222M filter in log scale before recovery. The four saturated pixels appear in white. The companion is embedded within the first airy ring, to the right of the primary, and not discernible by eye. *Right panel:* Fourier phase of GI 494 image with saturation. The spurious phase signal visible in the outer ring would usually prevent interpretation.

orbital parameters of the system, and therefore on the masses of its components.

##### 4.1. Extraction of the visual astrometry

The method was applied to images of the system GI 494 taken in August 1997 with the HST NICMOS camera 2 through the F222M filter. This configuration provides 3.1 pixels per resolution element. The kernel-phase vectors of both images were then averaged to reduce noise. The steps described in Sect. 3.5 were followed to obtain a detection, then a distribution of the parameters of the binary provided in the first row of Table 2 for use in the orbital determination. The kernel-phase analysis provides a standard deviation 5 mas in separation and 2.3 deg in position angle, which is significantly lower than the value obtained for the same target with larger ground-based

**Table 2.** Visual astrometry data (projected on the plane orthogonal to the line of sight).

Epoch (decimal year)	$\rho$ (mas)	$\theta$ (deg. EoN)	Contrast (mag)	Instrument
1997.614	$295 \pm 5$	$137.8 \pm 2.3$	$4.36 \pm 0.15$ (F222M)	HST/NICMOS
2000.134 (2)	$475.1 \pm 7.1$	$81.4 \pm 2.8$	$4.41 \pm 0.30$ (K)	CFHT/KIR
2001.337 (2)	$526.3 \pm 8.2$	$66.9 \pm 2.6$	$4.79 \pm 0.45$ (BrG)	CFHT/KIR
2001.515 (2)	$522.0 \pm 6.2$	$65.3 \pm 2.5$	$4.54 \pm 0.20$ (BrG)	CFHT/KIR
2001.592 (2)	$527.6 \pm 5.0$	$64.1 \pm 2.6$	$4.63 \pm 0.16$ (BrG)	CFHT/KIR
2002.170 (2)	$533 \pm 12$	$56.2 \pm 1.2$	$3.55 \pm 0.63$ (K)	Keck/NIRC2
2005.328 (1)	$280 \pm 50$	$357.0 \pm 1.0$	$3.26$ ( $K_s$ )	VLT/NaCo
2006.389 (1)	$240 \pm 10$	$307.4 \pm 4.5$	$3.71$ ( $K_s$ )	VLT/NaCo
2006.389 (2)	$236.2 \pm 3.9$	$304.62 \pm 0.96$	$4.54 \pm 0.12$ (J)	VLT/NaCo
2006.389 (2)	$233.6 \pm 5.7$	$304.3 \pm 1.5$	$4.527 \pm 0.086$ (H)	VLT/NaCo
2007.142 (2)	$270.6 \pm 8.2$	$269.3 \pm 1.1$	$4.064 \pm 0.076$ (H)	VLT/NaCo
2009.323 (2)	$309.38 \pm 0.67$	$203.182 \pm 0.069$	$4.724 \pm 0.035$ (H)	Keck/NIRC2
2009.323 (2)	$307.5 \pm 1.1$	$202.950 \pm 0.049$	$4.746 \pm 0.093$ (J)	Keck/NIRC2
2009.323 (2)	$308.2 \pm 1.8$	$203.22 \pm 0.10$	$5.46 \pm 0.17$ (Lp)	Keck/NIRC2
2013.301 (2)	$448.30 \pm 0.66$	$86.777 \pm 0.041$	$4.359 \pm 0.013$ ( $K_s$ )	Keck/NIRC2
2015.471 (2)	$524.49 \pm 0.27$	$60.087 \pm 0.016$	$4.301 \pm 0.012$ (K)	Keck/NIRC2

**References.** (1) Ward-Duong et al. (2015); (2) Mann et al. (2019).

**Table 3.** Orbital parameters.

Parameter	Heintz (1994)	Mann et al. (2019)	This work
$P$ (years)	14.5	$13.709^{+0.036}_{-0.037}$	$13.63 \pm 0.03$
$T_p$ (decimal year)	1983.3	$2021.41 \pm 0.05$	$2007.67 \pm 0.02$
$a$ (AU)	6.3	–	$4.93 \pm 0.01$
$e$	0	$0.2436 \pm 0.0012$	$0.245 \pm 0.001$
$\omega_0$ (deg)	0	$158.81 \pm 0.62$	$157.5 \pm 0.6$
$\Omega_1$ (deg)	16	$56.13 \pm 0.17$	$56.25 \pm 0.17$
$i$ (deg)	144	$130.79 \pm 0.20$	$130.3 \pm 0.3$
$M_T$ ( $\frac{M_2}{M_{\text{tot}}}$ )	–	–	$0.140 \pm 0.008$
$V_0$ ( $\text{km s}^{-1}$ )	–	–	$-12.307 \pm 0.04$
$V_1$ ( $\text{km s}^{-1}$ )	–	–	$-0.07 \pm 0.11$
$M_{\text{tot}}$ ( $M_{\odot}$ )	–	$0.666 \pm 0.035$	$0.642 \pm 0.005$
$M_2$ ( $M_{\odot}$ )	–	–	$0.090 \pm 0.005$
$M_1$ ( $M_{\odot}$ )	–	–	$0.553 \pm 0.007$

telescopes. We also measured the contrast at  $\Delta_K = 4.36 \pm 0.15$ , which is consistent with the initial PUEO measurement by Beuzit et al. (2004) and with later measurements by Mann et al. (2019) showing  $\Delta_{K_s} = 4.269 \pm 0.017$ , but not with the NACO measurements presented by Ward-Duong et al. (2015). An instrumental bias in the NACO measurements or the variability of the active primary could explain these differences.

#### 4.2. Determination of orbital parameters

In order to determine orbital parameters for the system, we used the radial velocity data obtained with the ELODIE spectrograph (Baranne et al. 1996) at the Observatoire de Haute-Provence between 2000 and 2006 obtained through the ELODIE archive, and the CORAVEL spectrograph between 1983 and 1995. The standard deviation figure used for ELODIE data was  $75 \text{ m s}^{-1}$ . Two data points acquired with the SOPHIE spectrograph are also available, but were not included in the model because it was not worth calibrating for one more instrument.

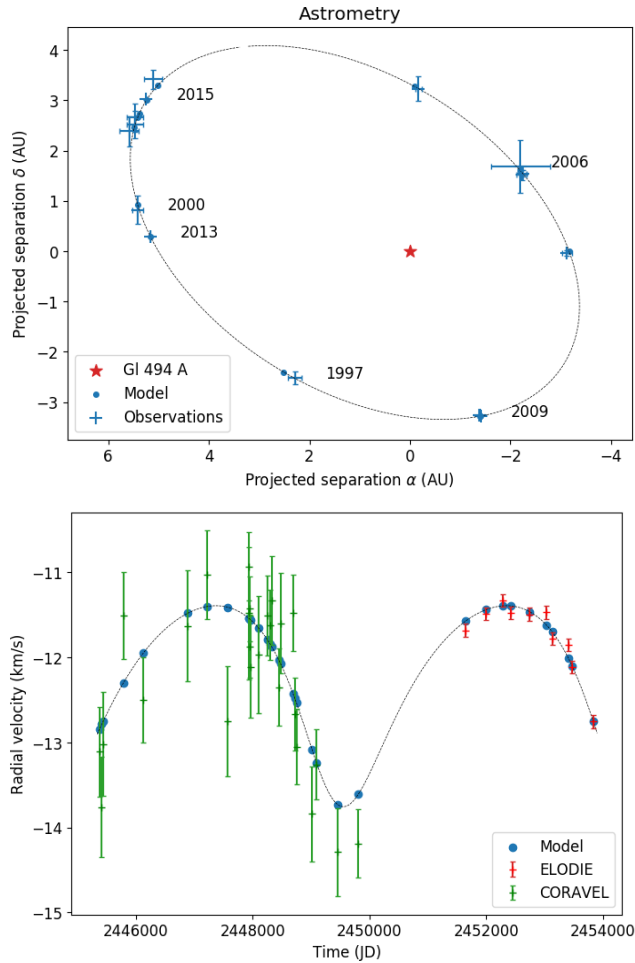
The parallax of the system is given by the *Gaia* DR2 catalog at  $\pi = 86.86 \pm 0.1515 \text{ mas}$  (Gaia Collaboration 2018, 2016),

which gives a distance of  $d = 11.513 \pm 0.02 \text{ pc}$ . The technique employed to fit the orbital parameters with both the visual orbit and the radial velocity data is similar to that described by Martinache et al. (2007). The `lmfit` package (Newville et al. 2014), a python implementation of the Levenberg–Marquardt algorithm, is used to obtain a least-squares fit for a  $10^\circ$  of freedom problem, resulting in the parameters presented in Table 3 and Fig. 9.

The apparent magnitude of the system from 2MASS  $m_K = 5.578 \pm 0.016$  together with the distance and contrast provide us with an absolute magnitude of  $M_K = 5.29 \pm 0.017$  for GI 494A and  $M_K = 9.65 \pm 0.15$  for GI 494B. Figure 10 shows how this compares to the expected mass-luminosity relationship provided by Benedict et al. (2016) for the M dwarfs in the solar neighborhood. The two components are found to be in reasonable agreement with the model.

## 5. Conclusion

We demonstrated via simulation and on-sky data that it is possible to use our knowledge of the PSF to recover the saturated

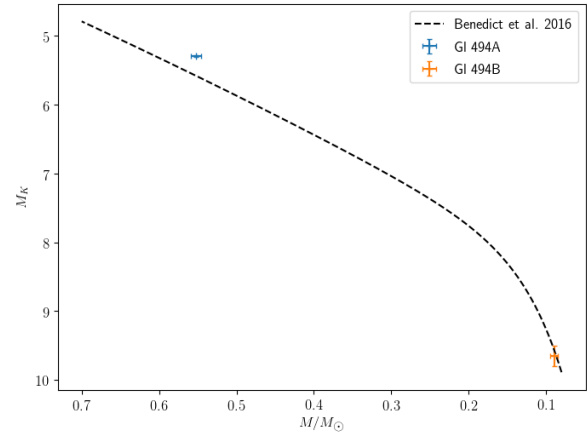


**Fig. 9.** Orbital fitting for the GI 494AB system. *Upper panel:* astrometric measurements and corresponding fitted model results. The 1997 point is the novel measurement provided by this work. *Lower panel:* radial velocity measurements obtained with CORAVEL (1983–1995) and ELODIE (2000–2006), and the corresponding fitted model results.

pixels of images. Unlike the original images, the mended images can then be used successfully in kernel-phase analysis. The proposed method works particularly well in the case of images dominated by the PSF of a single star. Its primary purpose is to expand the field of applicability of kernel-phase methods, especially to the larger body of archival space telescope images.

As an example, we used the technique on images from the HST of the GI 494AB system with a saturated core, and produced a new visual astrometry data point at an interesting older epoch and small uncertainties. Combining this information with radial velocity data, we improved the orbital model of the system and determined the masses of its two components.

As remarked by Torres (1999), providing high-precision visual measurement of astrometric and spectroscopic binary systems is key to obtaining accurate orbital parameters and masses, and this work shows once more how kernel analysis can play a major role in the follow-up of the large numbers of binary systems that will be discovered by the *Gaia* mission. The possibility of using saturated images could lead us to reevaluate how to optimize the observation strategy for this goal, and for the discovery of new stellar binary systems, especially in the context of the *James Webb* Space Telescope.



**Fig. 10.** Comparison of the mass and absolute magnitudes obtained from this work with the mass-luminosity relationship for the low-mass stars in the solar neighborhood, showing reasonable agreement.

**Acknowledgements.** The authors wish to thank Xavier Delfosse, Stéphane Udry, Damien Ségransan, and the CORAVEL team at the Observatoire Astronomique de l’Université de Genève for allowing us to use the data from the CORAVEL instrument; and Sébastien Peretti for helping us with the data. KERNEL has received funding from the European Research Council (ERC) under the European Union’s Horizon 2020 research and innovation program (grant agreement CoG - 683029). This publication makes use of data products from the Two Micron All Sky Survey, which is a joint project of the University of Massachusetts and the Infrared Processing and Analysis Center/California Institute of Technology, funded by the National Aeronautics and Space Administration and the National Science Foundation.

## References

- Baranne, A., Queloz, D., Mayor, M., et al. 1996, *A&AS*, 373, 373  
 Benedict, G. F., Henry, T. J., Franz, O. G., et al. 2016, *ApJ*, 152, 1  
 Beuzit, J.-L., Ségransan, D., Forveille, T., et al. 2004, *A&A*, 425, 997  
 Beuzit, J.-L., Feldt, M., Dohlen, K., et al. 2008, *Proc. SPIE*, 7014, 701418  
 Chauvin, G., Desidera, S., Lagrange, A. M., et al. 2017, *A&A*, 605, A1  
 Dieterich, S. B., Henry, T. J., Golimowski, D. A., Krist, J. E., & Tanner, A. M. 2012, *ApJ*, 144, 19  
 Gaia Collaboration (Prusti, A., et al.) 2016, *A&A*, 595, A1  
 Gaia Collaboration (Brown, A. G. A., et al.) 2018, *A&A*, 616, A1  
 Guyon, O., Pluzhnik, E. A., Kuchner, M. J., Collins, B., & Ridgway, S. T. 2006, *ApJS*, 167, 81  
 Heintz, W. D. 1994, *ApJ*, 108, 2338  
 Ireland, M. J. 2013, *MNRAS*, 433, 1718  
 Jennison, R. 1958, *MNRAS*, 118, 276  
 Jovanovic, N., Martinache, F., Guyon, O., et al. 2015, *PASP*, 127, 890  
 Krist, J. E., Golimowski, D. A., Schroeder, D. J., & Henry, T. J. 1998, *PASP*, 110, 1046  
 Krist, J. E., Hook, R. N., & Stoehr, F. 2011, *Proc. SPIE*, 8127, 81270J  
 Lenzen, R., Hartung, M., Brandner, W., et al. 2003, *SPIE Astron. Telescopes Instrum.*, 4841, 4841  
 Macintosh, B., Graham, J. R., Ingraham, P., et al. 2014, *PNAS*, 111, 12661  
 Macintosh, B., Graham, J. R., Barman, T., et al. 2015, *Science*, 350, 64  
 Mann, A. W., Dupuy, T., Kraus, A. L., et al. 2019, *ApJ*, 871, 63  
 Martinache, F. 2010, *ApJ*, 724, 464  
 Martinache, F., Lloyd, J. P., Ireland, M. J., Yamada, R. S., & Tuthill, P. G. 2007, *ApJ*, 661, 496  
 Martinache, F., Jovanovic, N., & Guyon, O. 2016, *A&A*, 33, A9  
 Newville, M., Stensitzki, T., Allen, D. B., & Ingargiola, A. 2014, *Zenodo*, DOI 10.5281/zenodo.11813  
 Pope, B., Tuthill, P., Hinkley, S., et al. 2016, *MNRAS*, 455, 1647  
 Rousset, G., Lacombe, F., Puget, P., et al. 2003, *Proc. SPIE*, 4839, 4810  
 Scharf, L. 1990, *Statistical Signal Processing – Detection Estimation and Time Series Analysis* (Addison-Wesley Publishing Company), 136  
 Thatte, D., & Dahlen, T. 2009, *NICMOS Data Handbook version 8.0, Tech. rep* (Baltimore: STScI)  
 Torres, G. 1999, *PASP*, 111, 169  
 Véran, J. P., Beuzit, J. L., & Chaytor, D. 1999, *ESO Conference and Workshop*, 56, 691  
 Ward-Duong, K., Patience, J., De Rosa, R. J., et al. 2015, *MNRAS*, 449, 2618

## 5.3 Conclusion sur la saturation

### 5.3.1 Autres travaux sur des images saturées

Il est donc possible de réparer les dégâts de la saturation suffisamment bien pour pouvoir construire et exploiter des noyau, pour peu que l'on surveille que le signal que l'on mesure et les pixels réparés ne se biaisent pas mutuellement. On peut noter ici que des travaux similaires ont été menés de manière indépendante par Kammerer et al. (2019). Contrairement au travail que j'ai mené, ils exploitent une méthode de récupération très différente développée par Ireland (2013) et qui fonctionne en ajustant les pixels saturés pour minimiser l'énergie présente dans la transformée de Fourier de l'image, en dehors du support fourni par la fonction de transfert de la pupille. Cette méthode alternative ne fait pas d'hypothèse forte sur la fonction d'étalement du point. En minimisant l'énergie aux fréquences spatiales élevées, elle réalise un "lissage", jusqu'aux fréquences spatiales maximales fournies par la pupille, et impactant uniquement les pixels saturés. On notera enfin que ce choix peut se justifier du fait qu'ils exploitaient les données d'un instrument au sol : VLT/NaCO<sup>1</sup>, pour lequel on ne peut atteindre une stabilité de PSF aussi bonne que pour HST.

Si nous avons pu réparer la relation de convolution dans le cas des images saturées, il est important de rappeler qu'il s'agissait d'un cas simple, pour lequel seuls quelques pixels sont affectés, et l'image est autrement dominée par la PSF d'une unique source non-résolue, ce qui permet de facilement interpoler la valeur de ces pixels. Pour le cas des observations coronographiques, la situation est très différente, car l'effet du coronographe est de supprimer au maximum cette PSF qui dominait l'image, ce qui affecte donc l'ensemble des pixels, et laisse peu d'information sur la lumière bloquée.

### 5.3.2 Récupération avec référence

Une technique couramment utilisée aujourd'hui consiste à utiliser le miroir déformable pour introduire volontairement des modulations de phase sinusoïdales dans le plan pupille de l'instrument (Jovanovic et al., 2015a). Ces modulations font effet de réseau et font apparaître dans la PSF une paire de speckles artificiels à des endroits connus, d'amplitude contrôlable, et que l'on peut rendre incohérents avec les autres speckles. En modulant la phase de cette modulation, on peut rendre ces répliques apparemment incohérentes et les utiliser à des fins métrologiques, pour fournir une référence de la photométrie et de la position astrométrique de l'étoile.

Durant mes travaux, j'ai aussi pu expérimenter la récupération des pixels saturés en utilisant ces speckles artificiels comme référence, au lieu d'utiliser une PSF théorique. La démarche est la suivante : On commence par évaluer la position approximative des références (à partir de la fréquence spatiale des modulations introduites), et en extraire des vignettes. Puis, on détermine précisément le centroïde des références, qui ne sont pas saturées. On peut alors recentrer précisément les deux vignettes sur la source centrale (qui est à mi-chemin des centroïdes des speckles artificiels) et les moyenner. On peut alors utiliser la comparaison entre les pixels non-saturés de l'image avec la valeur des vignettes pour remettre à l'échelle l'intensité de la référence. Il reste à remplacer la valeur des pixels saturés par la valeur de la référence.

Dans le cas monochromatique, comme illustré en figure 5.1, la récupération fonctionne très bien, et la qualité de la restauration offre une meilleure robustesse aux aberrations que la méthode utilisée sur les images d'archive HST (Laugier et al., 2019). J'ai eu l'occasion de présenter certains résultats de simulation à ce sujet au workshop SPHERE Upgrade le 31 mai 2018 à l'IPAG.

Les essais réalisés lors de mon passage à l'instrument SCExAO cette année là a révélé que l'utilisation pratique peut se trouver limitée par la largeur de bande spectrale. En effet, la position des speckles artificiels dépend linéairement de la longueur d'onde. En utilisant un filtre bande large (comme le filtre H), on constate que les speckles sont radialement dispersés, ce qui nuit à la qualité de la reconstruction. Inspirés par Garrel et al. (2012), nous pensons qu'il est possible, en utilisant quatre références dans des directions orthogonales, d'utiliser un filtrage spatial dans le domaine de Fourier pour récupérer

---

1. *Very Large Telescope/ Nasmyth Adaptive Optics System Near-Infrared Imager and Spectrograph*

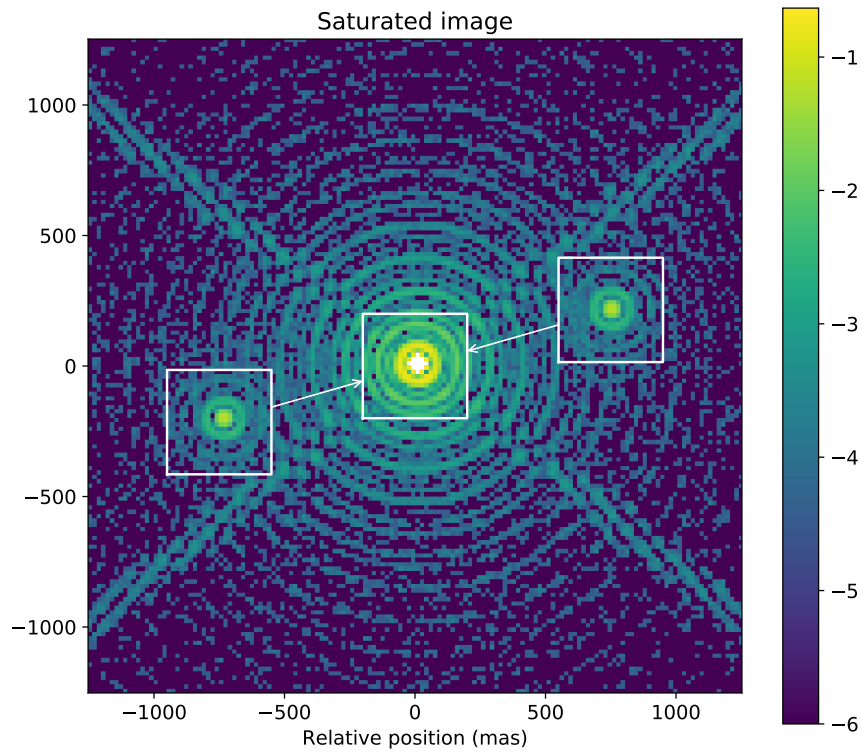


FIGURE 5.1: Image simulée à la longueur d'onde de  $1.6\mu m$  de l'approche de récupération de saturation utilisant les références artificielles. Le pic d'intensité dépasse la valeur de saturation du détecteur par un facteur 12, donnant lieu à 13 pixels saturés affichés en blanc. Les pixels les mieux exposés (75% de la plage dynamique) correspondant principalement au premier anneau sont utilisés pour ajuster l'intensité du signal de référence pris sur la moyenne des speckles artificiels.

l'information dans la direction où elle n'est pas dispersée. Le problème ne se pose pas si les données sont acquises avec un spectro intégral de champ (IFS<sup>2</sup>).

### 5.3.3 Haut contraste

Au delà du traitement images d'archives, il est possible que pour certains cas pratiques, l'exploitation d'images saturées offre l'opportunité d'étendre la plage dynamique offerte par le détecteur, généralement formulée comme le ratio entre le signal maximum mesurable et le bruit de lecture (exprimé dans la même unité) :

$$R_d = \frac{S_{max}}{\sigma_{read}}. \quad (5.1)$$

Ceci pourrait venir en complément d'approches comme la lecture non-destructive du détecteur, qui permet déjà de repousser cette limite dans beaucoup de capteurs modernes.

Cependant, ces expérimentations ne suggèrent pas qu'il soit possible de rendre les coronogrammes exploitables par les noyaux de phase. En effet, dans le cas de la coronographie, c'est sur toute l'image que le signal de la PSF de l'étoile est supprimée. Alors que nous avons initialement prévu de poursuivre les investigations sur cette technique, j'ai préféré la laisser de côté le pour m'intéresser aux autres facettes du projet qui ont un attrait plus direct aux noyaux de phases, et aux observables robustes en général. Les chapitres suivants explorent des voies qui permettent de lutter contre le bruit de photons sans gêner la possibilité de construire des observables robustes.

Une personne cependant a eu plus de courage que moi. Il s'agit de Yeyuan (Yinzi) Xin, une étudiante du MIT qui s'est attelée à rechercher des observables robustes directement dans le signal des coronogrammes. Intéressé par sa démarche de recherche de "noyaux coronographiques", j'ai fait de mon mieux pour l'aider dans ses travaux, dont je fournis une brève description en annexe E.

---

2. De l'anglais *integral field spectrograph*





## Chapitre 6

# Masques de pupille apodisants

### 6.1 Préserver la relation de convolution.

Les approches dont nous avons parlé ne permettent pas d'utiliser les noyaux de phase extraits de coronogrammes, pour lequel la perte de la relation de convolution intervient pour l'ensemble de l'image. Il existe cependant une famille de coronographes qui ne se repose pas sur l'utilisation de masque dans le plan image, les masques de pupille apodisants. Ces coronographes exploitent le fait que la fonction d'étalement du point est une conséquence directe de la forme de la pupille (ainsi que des écarts de phases dans celle-ci). Même s'il est vrai qu'une pupille de dimension finie produira toujours une PSF dont les ailes s'étendent à l'infini, il demeure possible de construire des pupilles dont la PSF comporte des régions sombres plus ou moins étendues.

On peut mentionner les deux catégories les plus répandues : les masques de phases apodisants (Otten et al., 2014) (APP<sup>1</sup>) et les masques d'amplitude binaires (SPC<sup>2</sup>) (Carlotti et al., 2011). Ces masques sont conçus par des approches itératives pour minimiser l'amplitude relative du champ électrique dans une portion de la PSF, maximisant ainsi le ratio signal à bruit défini en équation (2.19).

Pour les masques de phase, on utilise la méthode de Gerchberg-Saxton modifiée (Kostinski and Yang, 2005) qui consiste à faire des allers-retours entre l'amplitude complexe du plan pupille et l'amplitude complexe du plan image. A chaque itération, on remplace le module du champ électrique de la région d'intérêt par la valeur cible, ce qui fournit, au retour dans le plan pupille, une carte de phase qui sera utilisée dans l'itération suivante avec l'illumination de pupille attendue (uniforme). C'est cette approche que j'ai utilisée pour construire le masque montré en exemple en figure 6.1.

Dans les deux cas, la performance est obtenue par cette modification de la fonction d'étalement de point, et le masque en plan image n'est utilisé que pour éviter d'exposer le détecteur à la saturation au niveau du centre de l'image. Si le masque de plan pupille est utilisé seul, alors la relation de convolution est conservée, et l'instrument reste un système linéaire invariant en translation.

Sur les coronographes à masque focal, l'erreur de pointage, premier ordre des erreurs de front d'onde est particulièrement stimulé par les vibrations. Il donne lieu à des erreurs d'alignement du masque coronographique. Ce mode ainsi que les autres modes de bas ordres sont donc particulièrement néfastes pour les coronographes à faible angle intérieur de travail (Singh et al., 2014). Mais si la relation de convolution est préservée, les erreurs de pointage ne font que déplacer l'image (Currie et al., 2018). De plus, ces masques peuvent être réalisés avec les techniques actuelles pour rester achromatiques sur de larges bandes. En effet, si la longueur d'onde impacte la taille de la région sombre (comme la taille de l'ensemble de la PSF), ceci aura pour seul effet d'adoucir les contours extérieurs et intérieurs de cette région lorsque le masque est utilisé dans une large bande spectrale.

---

1. De l'anglais *Apodizing Phase Plate*

2. De l'anglais *Shaped Pupil Coronagraph*

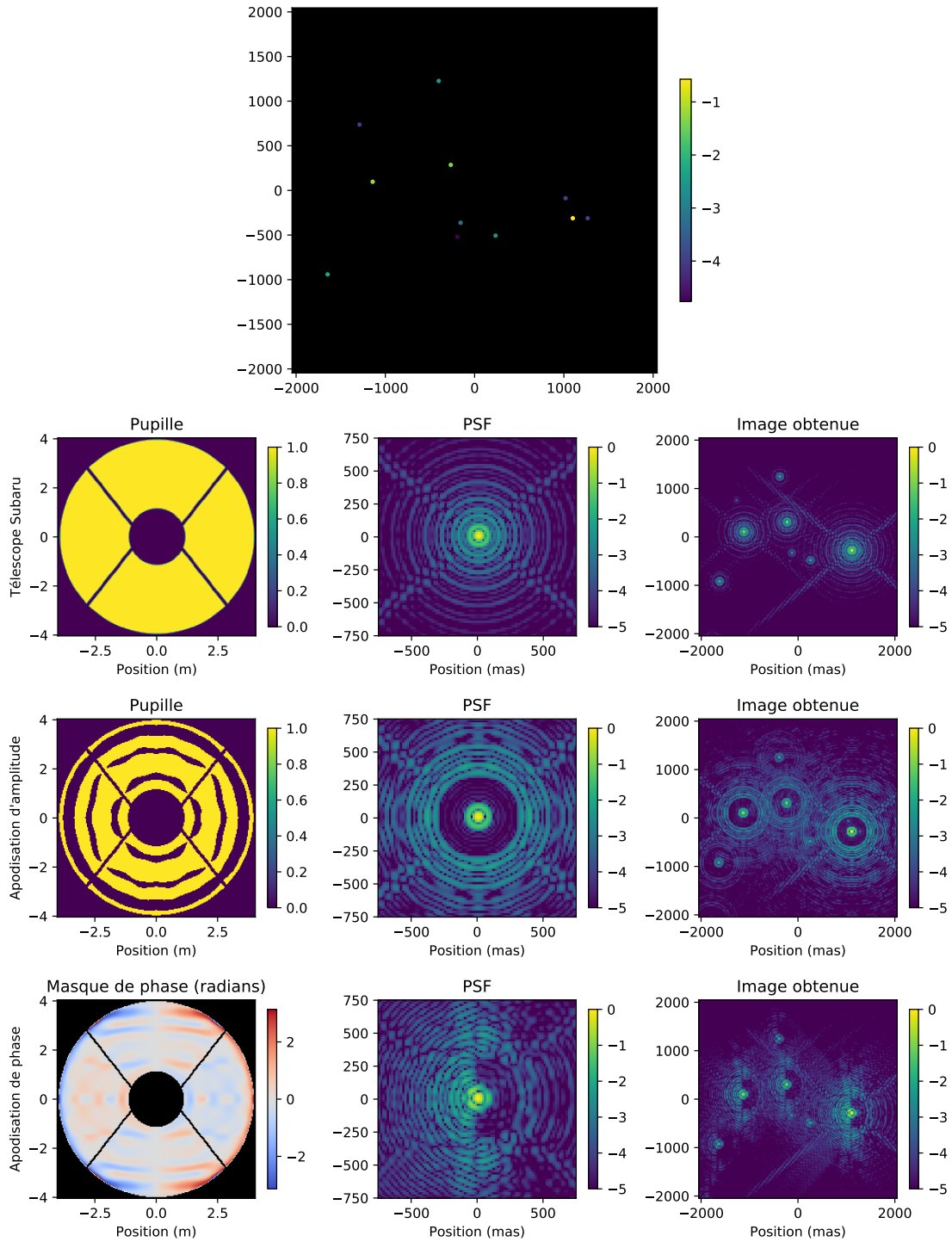


FIGURE 6.1: Illustration de l'effet des masques apodisants en comparaison avec la pupille originale (ligne du haut). Le masque de pupille binaire (ligne centrale) utilisé pour les expériences de ce chapitre et fournissent une région sombre symétrique de  $3$  à  $6.7 \lambda/D$ . Un masque de phase construit pour comparaison (ligne inférieure) dans la même plage de séparation mais d'un seul côté de l'image. On peut aussi construire des masques de phase donnant des régions sombres symétriques, ce qui les rend plus flexibles. L'étoile brillante située le plus à droite de l'image a des compagnons contrastés qui sont visibles dans les régions sombres des PSF apodisées.

Dans notre formalisme, la construction de la matrice  $\mathbf{A}$  qui sert à l'identification des noyaux de phase impose pour contrainte supplémentaire que les écarts de phase restent dans l'approximation des petits angles, ce qui n'est pas le cas pour les masques de phase apodisants. Pour le cas des masques de pupille binaires en revanche, rien n'empêche de construire des noyaux de phase utilisables. J'ai donc cherché à explorer cette opportunité de combiner le rejet du bruit de photons et le rejet du bruit de phase fourni par les noyaux de phase.

## 6.2 Conception d'un apodiseur pour le télescope Subaru

### 6.2.1 Algorithme d'optimisation

La fonction d'un masque apodisant est de créer une région de haut contraste dans la PSF, pour y faciliter la détection d'objets ténus. Avec un masque d'amplitude, ceci se fait en réduisant localement la transmission de la pupille, ce qui se traduit par une perte sur la transmission (section utile), et sur l'élément de résolution  $\lambda/D$  (dimensions maximales). La conception d'un tel masque est donc l'identification d'un compromis réalisée en recherchant la fonction de transmission (dans la limite fournie par le télescope) qui maximise la transmission totale, tout en satisfaisant à des contraintes imposées dans le plan image. En particulier, ces contraintes se formulent par une limite sur l'intensité à l'intérieur d'une certaine région de la PSF en relation avec l'intensité du pic central. Cette région sombre (communément appelée "dark hole") peut être de forme annulaire ou quelconque, mais dans le cas d'un masque d'amplitude, elle demeure symétrique (la transformée de Fourier d'une fonction réelle est symétrique).

J'ai utilisé l'implémentation fournie par Mamadou N'Diaye de l'algorithme développé par Carlotti et al. (2011) qui permet de satisfaire à la contrainte de contraste tout en maximisant la transmission. Cette optimisation, converge naturellement vers la production de pupilles dont la transmission est binaire, définissant des péninsules et îles en noir et blanc, et la dimension de leurs détails diminue lorsque l'angle extérieur de travail augmente.

### 6.2.2 Fabrication du masque pour SCEXAO

J'ai donc conçu un masque sur la base de la pupille de l'instrument SCEXAO, spécialement orienté pour l'utilisation des noyaux de phase. Comme ceux-ci sont surtout avantageux aux faibles séparations, auxquelles le bruit de phase est dominant, nous avons choisi une région sombre qui s'étend de 3 à 6.7  $\lambda/D$ , ainsi qu'un contraste cible modéré de  $10^4$ . Ceci se traduit par un masque relativement simple, montré à la ligne centrale de la figure 6.1 et dont la transmission relative est de 64%.

Un des intérêts de ce masque est qu'il peut facilement être réalisé par la découpe d'un matériau opaque, plutôt que par dépôt sur un substrat de verre qui risque d'avoir un effet sur le front d'onde. Après avoir traduit cette carte en 36 arcs de cercles et 8 segments (x4 par symétrie), j'ai traduit ce modèle en une série de commandes qui a permis à la machine de découpe laser du télescope Subaru de découper le masque dans une feuille de fibres de carbone. Le masque résultant, visible en figure 6.2 a pu être installé dans la roue à masques de SCEXAO par Julien Lozi. Le diamètre utile du masque correspond au diamètre du faisceau de l'instrument SCEXAO de 18mm, et les plus petites structures de 0.3mm projettent sur le miroir primaire une dimension de 130mm.

## 6.3 Simulation

### 6.3.1 Construction de modèles

Le choix de la densité d'un modèle de pupille est avant tout motivé par la dimension de la région d'intérêt. En effet, un modèle construit sur la base d'un pas  $b$  (sa plus petite ligne de base) permet

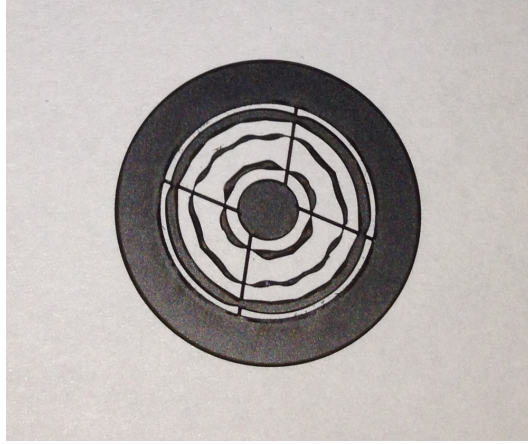


FIGURE 6.2: Une photo du masque découpé dans un disque de 25.4mm de diamètre pour être compatible avec une roue à filtre standard. Le diamètre extérieur de la région utile est de 18mm pour correspondre à la dimension du faisceau dans l'instrument, et les plus petites structures font 0.3mm.

d'explorer sans alias une région de dimension  $\lambda/b$ . C'est dans un cas comme celui-ci que les modèles gris introduits par Martinache et al. (2020) sont particulièrement utiles.

La région d'intérêt s'étend jusqu'à un rayon de  $7\lambda/D$ . Un modèle au pas d'environ  $8/14 \approx 0.57m$  devrait donc suffire à échantillonner le signal de la région d'intérêt et les aberrations qui l'affectent. Cependant, la prise en compte de la fonction de transmission de la pupille est aussi importante pour l'efficacité. Les modèles gris que nous utilisons, montrés en figure 6.3, nous permettent d'obtenir une représentation qui reproduit fidèlement la fonction de transfert optique de l'instrument comme montré en figure 6.4.

### 6.3.2 Prédiction des performances

Sur la simple base de cette représentation discrète, il est possible de proposer une prédiction de la performance attendue avec un test comme le détecteur d'énergie. Ceci est rendu possible par les calculs mentionnés en section 3.2.4 et implémentés dans le package SARO décrit en appendice F.

Cette méthode nécessite de fournir un estimateur de la covariance des observables utilisées. Il est possible de fournir un tel estimateur sur la base de la variance du bruit dans l'image par l'approche proposée par Kammerer et al. (2019). Celle-ci consiste à produire une linéarisation de la relation entre l'image  $\mathbf{x}$  et les observables robustes  $\boldsymbol{\kappa}$  sous la forme d'une matrice  $\mathbf{B}$  :

$$\boldsymbol{\kappa} \approx \mathbf{B} \cdot \mathbf{x}. \quad (6.1)$$

Dans le cas des noyaux de phase,  $\mathbf{B}$  peut s'écrire :

$$\mathbf{B} = \mathbf{K} \cdot \frac{1}{|\mathbf{F} \cdot E(\mathbf{d})|} \cdot \text{Im}(\mathbf{F}), \quad (6.2)$$

où  $E(\mathbf{d})$  est l'espérance du vecteur image non-aberré  $\mathbf{d}$ , et  $\mathbf{F}$  est la matrice de transformée de Fourier discrète. Par conséquent, en se basant sur la matrice de covariance  $\boldsymbol{\Sigma}_d$  du vecteur image, on peut évaluer la covariance du vecteur  $\boldsymbol{\kappa}$  :

$$\boldsymbol{\Sigma}_K \approx \mathbf{B} \cdot \boldsymbol{\Sigma}_d \cdot \mathbf{B}^T. \quad (6.3)$$

Dans notre cas, nous considérons uniquement l'effet du bruit de photons dans l'image, ce qui résulte en une matrice  $\boldsymbol{\Sigma}_d$  diagonale contenant le vecteur  $E(\mathbf{d})$ . Dans tous les cas présentés ici, nous

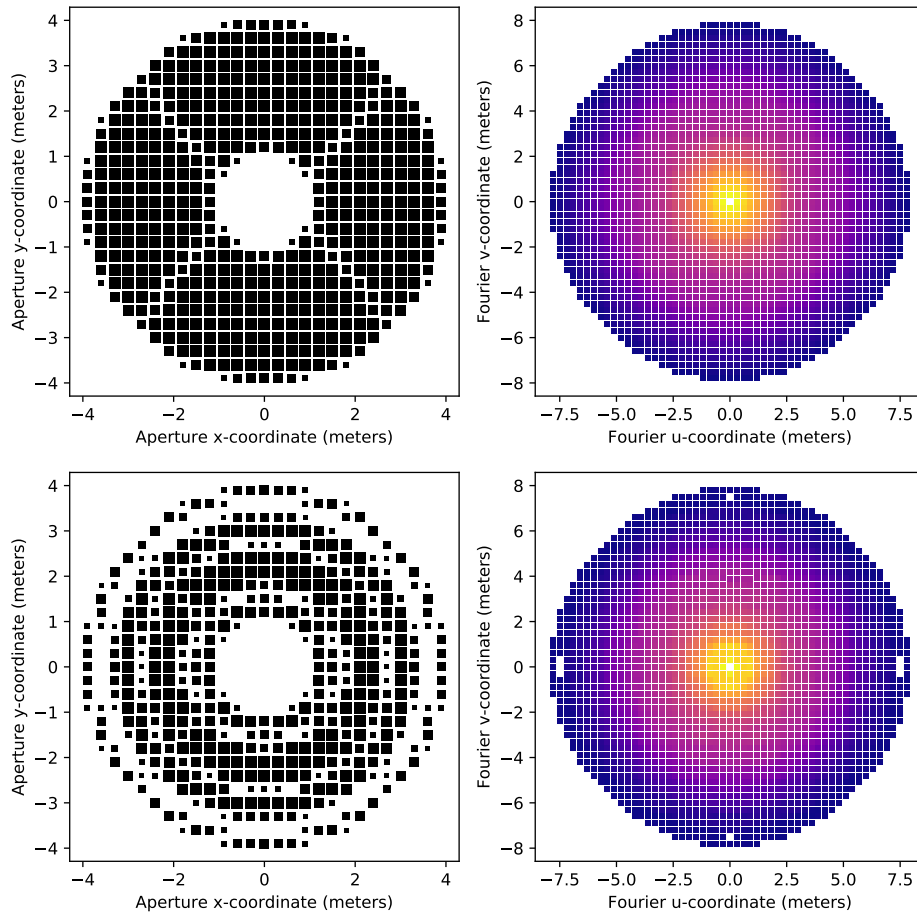


FIGURE 6.3: Représentation des modèles discrets utilisés en simulation pour la pupille originale (en haut) et la pupille apodisant (en bas). Chacune montre les sous-ouvertures (à gauche) dont la taille représente la transmission, et l'échantillonnage du plan  $uv$  (à droite, avec la couleur représentant la redondance). Pour la pupille originale, le modèle comporte 532 sous-ouvertures constituant 1084 lignes de base distinctes, et 818 noyaux de phase. Pour la pupille apodisante, il comporte 464 sous-ouvertures constituant 1080 lignes de base distinctes, et 848 noyaux de phase. Les deux sont construits suivant une grille au pas de 0.3m, ce qui permet une exploration jusqu'au rayon de 550 mas, soit environ  $13\lambda/D$ . La dimension des marqueurs des sous-pupilles traduit la transmission qui leur est attribuée dans le modèle.

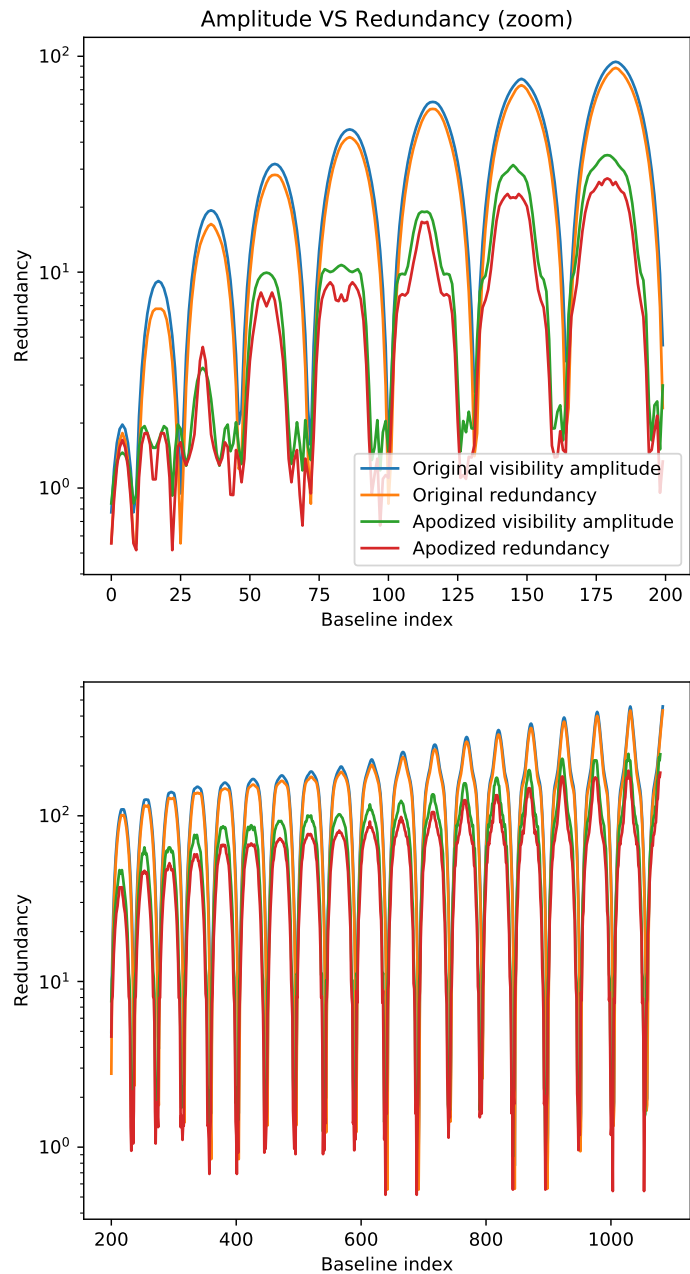


FIGURE 6.4: Graphes de comparaison du module de la fonction de transfert optique (initiale en bleu et apodisée en vert) comparée avec la fonction de redondance (initiale en orange et masquée en rouge). Le premier graphe est un zoom sur les 200 premières lignes de base. Leur correspondance est satisfaisante, mais pourrait être améliorée par l'utilisation d'un modèle encore plus dense. Cependant l'utilisation de modèles plus denses implique l'utilisation de portions de l'image pour lesquelles le SNR est plus faible, ce qui diminue les performances en contraste.

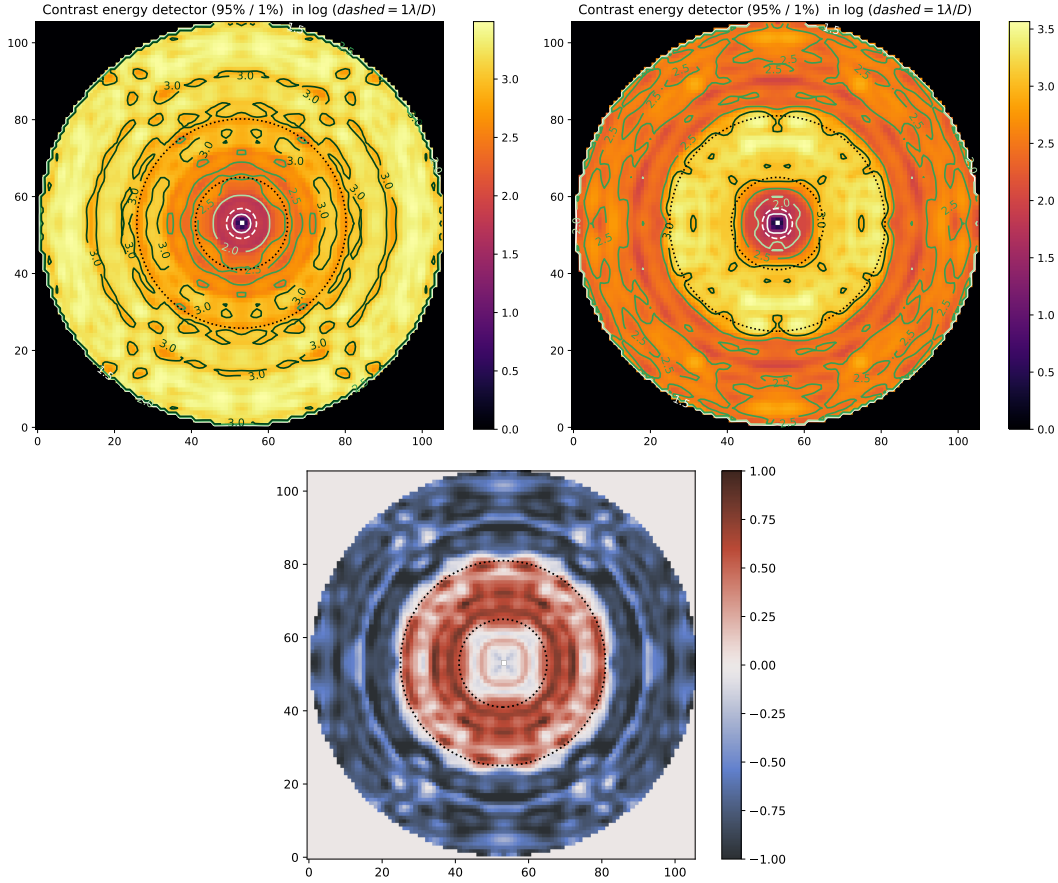


FIGURE 6.5: Cartes représentant en échelle logarithmique la sensibilité du test de détecteur d'énergie évaluée pour la covariance théorique pour un taux de détection de 95% et un taux de fausse alerte de 1%. En haut à gauche pour l'image originale, en haut à droite pour l'image apodisée, et en bas la différence des deux cartes (le gain de sensibilité). Les cartes utilisent un pas de 10.45 mas, la ligne de tirets blancs représente un rayon de  $1\lambda/D$  et la région d'intérêt est marquée de pointillés. Ces cartes montrent une sensibilité qui atteint un contraste de  $10^3$  pour les images apodisées dans presque toute la région d'intérêt, ce qui représente une amélioration significative dans presque toute cette région.

considérons que les observations sont limitées par la luminosité de la cible et sont réalisées avec la même exposition dans les deux cas. Par conséquent l'illumination au niveau du détecteur est ajustée de la transmission du masque. Alternativement, il serait possible de faire la comparaison en limitant l'exposition par la valeur du pic, pour représenter un scénario où l'exposition est limitée par la saturation du détecteur (ce qui est fréquent pour les observations avec le noyaux de phase). Les résultats obtenus sont similaires, et nous avons choisi la première option pour mieux représenter le compromis de l'utilisation d'un masque de transmission.

Sous ces hypothèses, nous pouvons produire une carte de sensibilité pour le test du détecteur d'énergie montrée en figure 6.5. Cette carte met en évidence une amélioration de performance significative dans l'ensemble de la région d'intérêt, et jusqu'à un facteur 10 dans les anneaux de diffraction de la PSF originale. Elle ne prend en compte que le bruit de photons attendu dans l'image.



Pupil	$\sigma_\rho$ (mas)	$\sigma_\theta$ (deg)	$\sigma_c$
Pupille originale	5.22	1.73	150
Pupille apodisante	3.08	1.06	73

TABLE 6.1: Effet de l’apodization, sur la précision de l’estimation des paramètres astrométriques à un contraste de 530 :1 et une séparation de 150mas.

### 6.3.3 Simulation de données

Pour aller plus loin et prendre en compte les erreurs dues au bruit de phase, nous avons utilisé le simulateur **XAOSIM** développé par Frantz Martinache pour générer des images affectées par une erreur de front d’onde. Ici, nous utiliserons 10 000 réalisations de front d’onde de Kolmogorov avec un écart type de 50 nm. Si ce type de fonction n’est pas directement représentatif de la fonction de structure de phase à la sortie d’une optique adaptative extrême, il a l’intérêt d’être simple à décrire et de présenter une abondance dans modes de bas ordre, auxquels les analyseurs de surface d’onde des optiques adaptatives sont moins sensibles.

Sur ces réalisations, du bruit de photons est ajouté, et les observables robustes sont extraites. Contrairement au cas précédent, la covariance de ces observables est une covariance empirique évaluée sur la base de ces réalisations. De la même manière que précédemment, on construit les cartes de sensibilité pour une image qui prennent cette fois en compte à la fois une meilleure évaluation de l’effet du bruit de photons (non basée sur une linéarisation) et une prise en compte de la contribution de l’aberration. Ces cartes, montrées en figure 6.6 montrent une performance similaire au cas précédent qui ne prenait en compte que le bruit de photons.

## 6.4 Résultats

### 6.4.1 Sensibilité

Pour comparaison, on peut réaliser une moyenne de ces résultats en fonction du rayon. Pour comparaison avec les graphes largement utilisés dans le domaine de l’imagerie à haut contraste, on peut superposer les courbes d’écart type obtenues sur les pixels de l’image. La figure 6.7, montre ces courbes à la fois pour le cas idéal obtenu en prédiction, et pour le cas avec aberration.

Ces résultats montrent que malgré la réduction de la transmission apportée par le masque, l’analyse par les noyaux de phase bénéficie pleinement du gain de contraste apporté par la nouvelle fonction de transfert optique. La comparaison des cartes de colinéarité montrées en figure 6.8 et obtenues dans les deux cas (pupille originale et pupille masquée) montre un pic beaucoup plus prononcé dans le cas des simulations avec masque. Les observables extraites des images apodisées sont caractérisées par un meilleur rapport signal sur bruit pour les signatures de compagnons dans la zone sombre.

Les performances ont été comparées pour le détecteur d’énergie (statistique  $T_E$ ) pour lequel une limite de détection peut être calculée rapidement. Il est aussi possible d’utiliser le test de détection de binaires (statistique  $T_B$ ) qui est plus sensible (Ceau et al., 2019), mais pour lequel la détermination de la performance est gourmande en ressource. Avec ce test, un compagnon localisé comme pour la figure 6.8 a pu être détecté à un contraste de 3 000 :1 sur une image apodisée individuelle.

### 6.4.2 Mesure de position

Afin de fournir un autre indicateur de performance, nous avons évalué l’amélioration apportée à l’estimation des paramètres astrométriques d’un compagnon dans la région sombre. Pour cela, nous avons simulé des observations d’une étoile binaire pour 500 réalisations indépendantes. Cette étude révèle une réduction de la dispersion des paramètres extraits indiquée en table 6.1, comme illustré par les graphes montrés en figure 6.9.

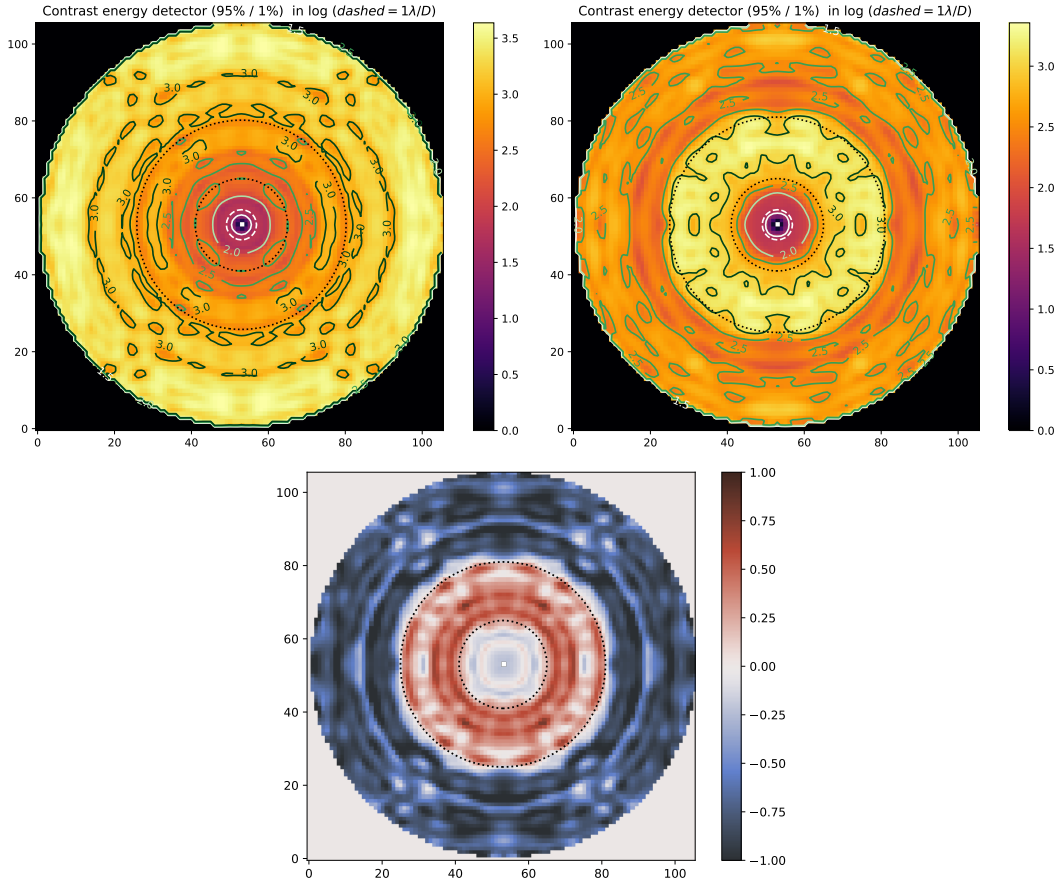


FIGURE 6.6: Cartes représentant en échelle logarithmique la sensibilité du test de détecteur d'énergie évaluée pour la covariance obtenue par simulation Monte-Carlo pour un taux de détection de 95% et un taux de fausse alerte de 1% (résultat très similaire à la figure 6.5. En haut à gauche pour l'image originale, en haut à droite pour les images apodisées, et en bas à gauche la différence des deux cartes (le gain de sensibilité). Les cartes utilisent un pas de 10.45 mas, la ligne de tirets blancs représente un rayon de  $1\lambda/D$  et la région d'intérêt est marquée de pointillés. Ces cartes montrent une sensibilité qui atteint un contraste de  $10^3$  dans presque toute la région d'intérêt, ce qui représente une amélioration significative dans presque toute cette région.

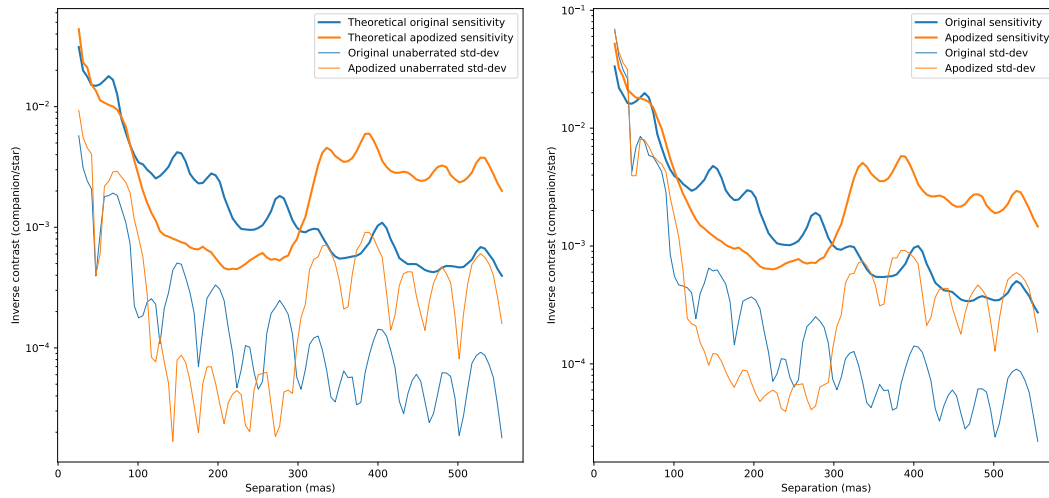


FIGURE 6.7: Un profil radial de la sensibilité du détecteur d'énergie sur les noyaux de phase (lignes épaisses) comparé à l'écart type dans l'image (lignes fines). À gauche en prédiction pour le bruit de photons seul, et à droite pour une covariance empirique évaluée par simulations Monte-Carlo prenant en compte une erreur de front d'onde. On constate une amélioration de performance en contraste pour la détection de compagnons dans la zone sombre de l'image. Cette amélioration coïncide avec la réduction de bruit dans l'image fournie par l'apodisation.

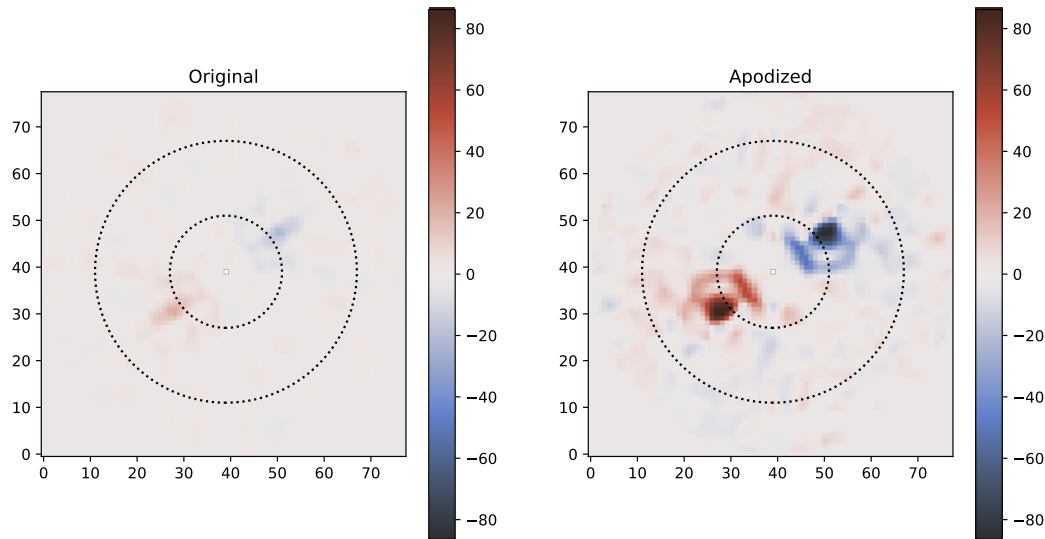


FIGURE 6.8: Cartes de colinéarité comparées avec (à droite) et sans (à gauche) apodisation chacune construite à partir des noyaux de phase d'une unique image simulée dans chacun des cas, et incluant un compagnon au contraste de 300 :1 dans la partie intérieure de la zone sombre (ici marquée par des pointillés). Les simulations, à  $1.6\mu m$  incluent une erreur de front d'onde de  $50nm$  rms, et du bruit de photons correspondant à un total de  $10^5$  photons. L'amplitude du pic plus élevée pour les images apodisées marque un meilleur SNR dans les mesures apodisées.

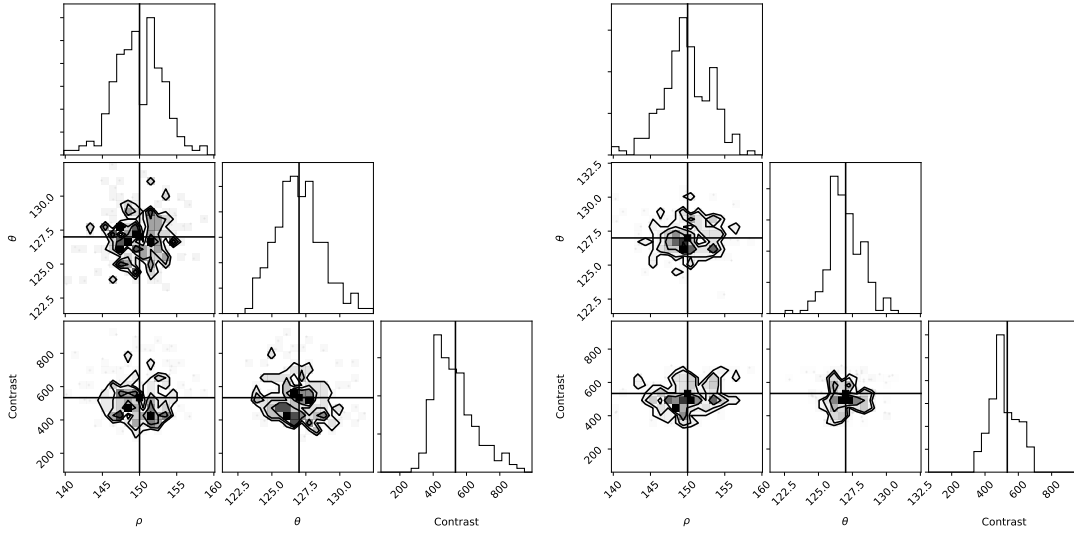


FIGURE 6.9: Histogrammes montrant la distribution du modèle binaire ajusté sur des données simulées sans masque (à gauche) et avec masque (à droite). Le compagnon, à un contraste de 530 :1, est situé dans la partie intérieure de la région sombre de l'image. L'utilisation du masque ne semble pas introduire de biais, ni de dégénérescence des paramètres.

## 6.5 Perspectives pour les noyaux apodisés

### 6.5.1 Essais en conditions réelles

Les nombreux problèmes rencontrés avec notre caméra lors de notre visite au télescope Subaru nous ont empêchés de réaliser des observations sur le ciel lors des nuits d'ingénierie de juin 2018. Puis, la partie expérimentale de ces travaux a été sans-cesse repoussée car nous avons d'autres priorités. Des expériences sur le banc ont repris avec le support de Steven Bos ce qui nous a permis d'utiliser ses travaux en contrôle de front d'onde avec l'algorithme "Fast & Furious" (Korkiakoski et al., 2014; Bos et al., 2020) pour obtenir une correction de front des NCPA satisfaisante.

Nous espérons pouvoir réaliser ces expérience pour les inclure à ces résultats qui feront l'objet d'une présentation à la conférence SPIE, repoussée à décembre 2020.

### 6.5.2 Perspectives

Les travaux présentés ici suggèrent que les masques apodisants sont efficaces en combinaison avec les noyaux de phases. Les courbes de sensibilité du détecteur d'énergie montrent en effet que la sensibilité pour les noyaux de phase suit de près le bruit de photons dans l'image, et ce comportement se confirme avec la modification de la PSF.

Ce comportement est dû au blanchiment statistique. En effet, si on opère le traitement en supprimant la covariance des observables diagonale, on obtient une carte de sensibilité pratiquement plate, comme remarqué par Ireland (2013). Il semble possible de démontrer ce comportement en s'appuyant sur l'équation (6.3), qui n'est pas sans rappeler la décomposition en valeurs propres d'une matrice réelle symétrique ( $\Sigma_K$  est réelle symétrique car c'est une matrice de covariance). Cependant, il faudrait réécrire cette expression en remplaçant  $\mathbf{B}$  par une matrice  $\mathbf{B}_2$  carrée et unitaire (et donc d'une transformée de Fourier complète). Dans ce cas, la fonction puissance de  $\mathbf{W}_K = \Sigma_K^{-\frac{1}{2}}$  est directement reportée sur la variance de l'image à la diagonale de  $\Sigma_d$ , illustrant cette correspondance.

### 6.5.3 Conclusions

Le masquage de pupille a joué un rôle clé dans l'obtention d'observations à haute résolution angulaire. Dans les premiers temps, certains instruments étaient diaphragmés pour l'observation d'objets brillants afin de réduire l'effet d'aberrations statiques de bas-ordre (aberration sphérique, coma) dans les optiques. Plus tard, les travaux de Fizeau et Stephan (Stephan, 1874) que nous avons déjà évoqués en section 3.1.2 utilisaient un masque pour réduire la redondance de la pupille et ainsi empêcher l'aberration atmosphérique de détruire l'information présente dans le contraste des franges de l'image. Des masques plus complexes et le développement de l'informatique permirent ensuite de travailler avec ces masques non-redondants en synthèse d'ouverture. Cette puissance de calcul est ici employée pour concevoir une pupille afin qu'elle produise la fonction d'étalement de point avantageuse recherchée, et ainsi combattre la limite du bruit de photons sans détruire la fonction de transfert de l'instrument.

Grâce aux noyaux de phase, des observables robustes peuvent être extraites de pupilles arbitraires. Dans ce cas, c'est souvent la pleine pupille qui est préférée, pour laisser entrer le maximum de lumière et réduire la quantité de lumière dans les ailes de la PSF. Nous avons montré ici qu'une pupille spécialement conçue pour créer des zones sombres dans la PSF, peut aussi créer des zones de sensibilité et précision accrues pour l'analyse des noyaux de phase.

Dans les coronographes, ces masques de pupille binaires sont souvent utilisés en conjonction de masques en plan image, qui servent alors à limiter l'intensité du pic central de l'image, et à éviter la saturation de la caméra. Si l'utilisation des noyaux de phase proscrit l'utilisation de ces masques hors plan pupille, les performances pourraient être limitées par la plage dynamique de la caméra et son bruit de lecture, qui n'a pas été pris en compte dans cette étude, deviendrait déterminant. Une utilisation en conjonction avec les techniques de reconstruction d'images saturées mentionnées au Chapitre 5 pourrait alors être avantageuse.

Une autre limitation est qu'il est difficile de créer des masques de pupille binaires fournissant des zones sombres à faibles séparations (en dessous de  $3\lambda/D$ ) tout en conservant une transmission acceptable. Ces régions de très faibles séparation angulaire qui sont habituellement celles où les noyaux de phase fournissent l'avantage le plus marqué ne peuvent bénéficier de cette approche. Cette constatation n'est pas sans rappeler les noyaux différentiels angulaires développés au Chapitre 4, pour lesquels l'utilisation à faible séparation nécessite une rotation de champ plus importante.

L'approche exposée au chapitre suivant prend le contre-pied de ces limitations et se trouve être particulièrement adaptée à ces régimes de séparation, en plus du fait qu'elle s'applique en premier lieu à l'interférométrie longue base. En effet, plutôt que de rechercher des observables robustes dans les combinaisons interférométriques offertes par les imageurs, l'étape suivante consiste à construire délibérément les combinaisons interférométriques qui seront favorables à l'obtention d'observables robustes à la fois au bruit de phase et au bruit de photons de l'étoile : nous allons parler des noyaux d'obscurité. Comme l'approche de Fizeau (1864) et Stephan (1874) qui a consisté à rendre la pupille non-redondante pour rendre sa PSF plus facile à interpréter, cette démarche nous conduit à nouveau à considérer des configurations discrètes et non-redondantes, et ainsi diviser pour mieux régner.

# Chapitre 7

## Noyaux d’obscurité

### 7.1 Haut-contraste interférométrique

#### 7.1.1 Interférométrie longues bases

Comme nous l’avons vu au Chapitre 3, la théorie ondulatoire de la formation des images permet de mettre à profit des pupilles éparses afin d’obtenir et d’interpréter une information fragmentaire sur les cibles étudiées. Ces pupilles éparses peuvent être constituées par des télescopes indépendants dont la lumière est acheminée par des jeux de miroirs jusqu’à un instrument combineur. Même si Michelson and Pease (1921) ont en effet pu utiliser cette approche pour dépasser le pouvoir de résolution des plus grands télescopes de l’époque, il a fallu attendre Labeyrie (1975) pour que la recombinaison optique soit réellement envisagée à partir de télescopes différents et sur des lignes de bases dépassant la dizaine de mètres.

De nos jours, les interféromètres optiques les plus actifs, le VLTI (von der Lühne, 1997) au Cerro Paranal et CHARA<sup>1</sup> (ten Brummelaar et al., 2005) au Mont Wilson recombinent la lumière respectivement de quatre et six télescopes simultanément. Un des obstacles majeurs qui ont été surmontés ces dernières décennies pour atteindre cet objectif est la mise au point de lignes à retard et instruments de cophasage qui permettent d’égaliser les chemins optiques correspondants aux différentes parties de la pupille avec une précision meilleure que la longueur de cohérence. Au même titre que la monture des télescopes individuels, ces jeux de miroirs se déplaçant sur des rails participent au pointage de l’interféromètre, et constituent le coeur de ces infrastructures interférométriques. Les figures 7.1 et 7.2 donnent un aperçu de ces infrastructures du VLTI.

Dans la plupart des cas pratiques, l’utilisation des interféromètres passe par la mesure de la visibilité complexe des franges correspondant à chacune des lignes de base de l’interféromètre. Contrairement aux mesures de noyaux de phase qui fournissent un très grand nombre de lignes de base en une seule observation, le nombre de lignes de base accessibles est ici limité. Souvent, ces mesures sont prises de manière répétées afin d’obtenir, au travers de la rotation de la Terre, une évolution des lignes de base projetées qui enrichissent les mesures.

Cette approche, permet donc de produire de très grandes lignes de base (plusieurs centaines de mètres). Si ces grandes lignes de base peuvent apporter un avantage dans l’observation à haut contraste de planètes déjà résolues par coronographie (Lacour et al., 2019b; Nowak et al., 2020), elles restent sujettes aux mêmes effets que l’imagerie. La disposition des pupilles conditionne le bruit de photons dans la mesure selon les mêmes principes que ceux rencontrés au Chapitre 6, et l’aspect épars de leur distribution est ici défavorable. D’autre part, les turbulences de l’atmosphère perturbent ces chemins optiques en apportant des OPD qui devront être corrigées en temps réel. Ces corrections sont apportées par le suiveur de franges qui peut être considéré comme une version discrète des optiques adaptatives

---

1. De l’anglais *Center for High Angular Resolution Astronomy*



FIGURE 7.1: Vue aérienne du VLTI sous le soleil couchant montrant les coupes des quatre UTs dans les grands bâtiments gris, et des 4 ATs dans les petites boules blanches. Crédit : ESO

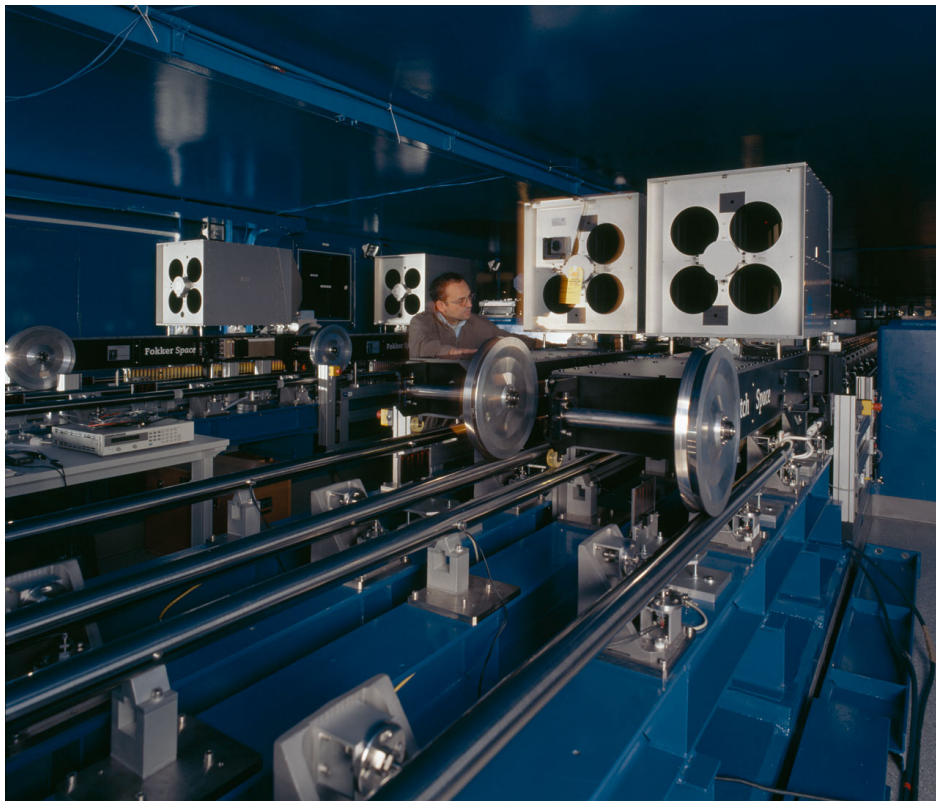


FIGURE 7.2: Une photo des chariots mobiles des lignes à retard servant à égaliser les chemins optique provenant des différents télescopes. Chacune des boîtes grises contient une système rétroreflecteur qui renvoie le faisceau collimaté et se déplace sur un chariot à trois roues. Crédit : ESO

utilisées pour les pupilles continues, réalisant des ajustements fins et rapides des chemins optiques. Comme pour leurs homologues, des progrès sont encore attendus, en particulier par des algorithmes prédictifs et l'amélioration des suiveurs de franges. Cependant, comme la turbulence demeure un phénomène stochastique, les résidus d'OPD ne seront jamais entièrement supprimés.

### 7.1.2 Mode de recombinaison et interférométrie en frange sombre

Comme nous l'avons mentionné au Chapitre 6, la détection de sources à très haut contraste comme des planètes ou des structures proto-planétaires, nécessitent une mesure extrêmement précise de ces franges. Hors ces mesures sont également affectées par le bruit de photons. Les modes de recombinaison les plus utilisés sont le mode ABCD, qui utilise quatre mesures ponctuelles d'intensité à des OPDs fixes, le mode de Michelson, qui utilise une recombinaison coaxiale sur une séparatrice associée à une modulation temporelle de l'OPD, et le mode de Fizeau qui utilise une optique pour produire une modulation spatiale des OPDs à la manière d'un imageur, et ainsi produire une image des franges sur un détecteur.

Grâce à l'utilisation des suiveurs de franges, la précision de correction des OPDs peut être amenée en dessous de la longueur d'onde d'observation ( $OPD \ll \lambda$ ) (Gravity Collaboration et al., 2017). Ce saut de performance rend pertinente l'utilisation de nouveaux modes de recombinaisons. Dans une lettre publiée par le journal Nature, Bracewell (1978) décrit un concept d'instrument interférométrique spatial d'un nouveau genre destiné spécifiquement à la détection directe d'exoplanètes. Bien que son idée d'interféromètre rotatif spatial comporte d'autres innovations, celle que l'histoire a retenue est l'idée d'effectuer spécifiquement la mesure de la frange sombre de l'interférogramme. C'est ce qu'on appelle aujourd'hui le *nulling* interférométrique, ou interférométrie en frange sombre.

Il s'agit, en un mot, de mesurer le module de visibilité des franges en mesurant la profondeur de leur minimum. Dans le cas idéal où les chemins optiques sont parfaitement maîtrisés, l'interférométrie en frange sombre permet d'obtenir une discrimination de la lumière dans l'axe de la lumière hors-axe. Cependant elle est en pratique tributaire des erreurs d'OPD du système, desquelles dépendent la position des franges. Cette vulnérabilité aux aberrations optiques pourrait être directement comparée à celle des coronographes détaillée au Chapitre 2. Comme dans leur cas, le combineur en frange sombre ne fournit pas une invariance en translation sur laquelle se reposent les techniques du Chapitre 3, et la technique qui nous intéresse pour ce chapitre est donc fondamentalement différente.

## 7.2 Vers une interférométrie en frange sombre robuste : les noyaux d'obscurité

L'idée des noyaux d'obscurité (*kernel nulling*) a été introduite par Martinache and Ireland (2018) et propose une stratégie qui s'inscrit particulièrement dans la démarche de cette thèse qui est de combiner la performance de la coronographie et de l'interférométrie. Dans une certaine mesure il s'agit d'appliquer à l'imagerie haut-contraste (décrite au Chapitre 2) les techniques d'observables robustes (du Chapitre 3).

### 7.2.1 Observables robustes en frange sombre

Dans la proposition de de Bracewell (1978) de l'interféromètre rotatif, l'impact des erreurs d'OPD (qui dans ce cas se réduisaient à des erreurs de pointage) était atténué par la modulation apportée par la rotation continue de l'instrument. En effet, la proposition consistait à utiliser les harmoniques de l'intensité du signal annulé auxquelles les erreurs de pointage ne doivent pas contribuer.

Le choix d'utiliser des lignes de base relativement courtes (une dizaine de mètres) est en partie motivé par le fait que des lignes de bases beaucoup plus grandes résoudraient le disque de l'étoile, ce qui donnerait une quantité significative de lumière de l'étoile dans le canal sombre, gênant ainsi la détection de planètes. Des travaux ultérieurs ont donc proposé de combiner un plus grand nombre



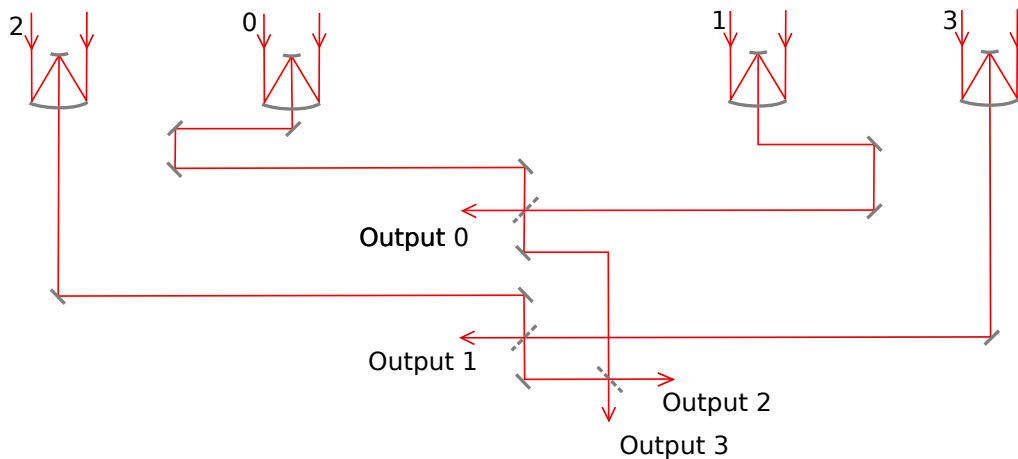


FIGURE 7.3: Une représentation symbolique de la recombinaison en Double-Bracewell proposée par Angel and Woolf (1997)

de télescopes de façon à transformer le profil de sensibilité de l'instrument, en le rendant aveugle à une région plus vaste autour de l'axe optique. Ces travaux menèrent à la conception du combineur double Bracewell (Angel and Woolf, 1997) qui recombine quatre faisceaux venant de quatre télescopes différents. Les faisceaux sont d'abord combinés deux à deux dans un premier étage, puis les sorties obscures de ce premier étage sont à nouveau combinées entre elles. Grâce à l'ajout d'une modulation une nouvelle manière d'apporter de la robustesse est ajoutée.

Plus tard, Guyon et al. (2013) proposent une approche pour optimiser ce type de combineur et obtenir le profil de réponse qui maximise le rejet de la lumière de l'étoile et la transmission de la lumière de planètes. On peut remarquer que ces approches, en optimisant la position, la taille, et le phasage des pupilles par lesquelles la lumière est recueillie, utilisent une démarche qui rappelle celle de l'apodisation de pupille (Soummer et al., 2003).

Une autre proposition pour fournir de la robustesse est apportée par Hanot et al. (2011) et consiste à mesurer la valeur du nul avec une cadence élevée et à analyser sa distribution. Cette distribution résulte de la convolution des densités de probabilité correspondant aux différentes sources d'erreur. L'utilisation de simulations Monte-Carlo permet alors d'ajuster les paramètres d'un modèle comprenant les sources d'erreurs et les grandeurs astrophysiques à mesurer, jusqu'à ce qu'il corresponde à la distribution observée. Cette approche a permis d'obtenir sur le ciel une précision de mesure du nul astrophysique de l'ordre de  $10^4$  (Norris et al., 2020).

Enfin, dans le domaine de la conception instrumentale, une solution est proposée par Lacour et al. (2014) qui utilise un combineur qui fonctionne en deux étages. Le premier étage produit un nul par paire de télescope. La lumière résiduelle dans ces nuls est alors combinée par paire pour produire des franges. Ces franges sont mesurées par des combineurs ABCD et leur phase est estimée à partir de l'intensité de quatre canaux. Le but est que la mesure simultanée d'au moins trois phases permette de construire par combinaison linéaire, une clôture de phase dont le comportement est robuste aux écarts d'OPD.

### 7.2.2 La dérivée seconde de l'intensité

La démarche de noyaux d'obscurité décrite par Martinache and Ireland (2018) est examinée en détail dans l'article 7.3, mais rappelons-en quelques bases. J'utilise le formalisme utilisé par Guyon et al. (2006, 2013) et qui consiste à modéliser un combineur interférométrique par une matrice  $\mathbf{M}$ . Cette matrice a pour nombre de colonnes le nombre d'entrées du combineur, et pour nombre de lignes, son nombre de sorties. Elle réalise une combinaison linéaire des amplitudes complexes du champ électrique

aux entrées qui sont les composante du vecteur  $\mathbf{z}$  pour donner les amplitudes complexes qui constituent le vecteur de sortie  $\mathbf{x}$  :

$$\mathbf{x} = \mathbf{M} \cdot \mathbf{z}. \quad (7.1)$$

Le détecteur réalise une mesure de l'intensité des sorties  $\mathbf{x}_I = |\mathbf{x}|^2 = \mathbf{x}^* \mathbf{x}$ . Le combineur peut se décomposer en plusieurs étages, ce qui se représente par une matrice  $\mathbf{M}$  factorisée :

$$\mathbf{M} = \mathbf{S} \cdot \mathbf{N}, \quad (7.2)$$

où  $\mathbf{S}$  et  $\mathbf{N}$  représentent chacune de ces étages.

L'approche suivie par Martinache and Ireland (2018) consiste à étudier l'impact sur les sorties de la contribution de petites erreurs d'OPD en piston  $p$  qui se traduisent par des écarts de phase  $\varphi_k = 2\pi p_k / \lambda$  dans les amplitudes complexes des champs électriques collectés en entrée du combineur interférométrique. Ainsi, dans le cas des petites erreurs de phase  $\varphi_k \ll 1$ , nous utiliserons l'approximation :

$$z_k = e^{(-j\varphi_k)} \approx 1 - j\varphi_k, \quad (7.3)$$

où  $j$  est l'unité imaginaire et  $k$  est l'indice de l'entrée. La phase de l'entrée 0 est choisie en référence, ce qui donne  $\varphi_0 = 0$ .

Contrairement au cas des kernel phases, où l'erreur de phase de Fourier de l'image se simplifie en une contribution linéaire de l'erreur de phase du plan pupille, l'erreur d'intensité du nul est une fonction quadratique de l'erreur de phase en entrée. Le terme linéaire étant annulé par conception, la matrice  $\mathbf{A}$  qui nous intéresse ici est donc la matrice des dérivées secondes du vecteur d'intensités  $\mathbf{x}_I$  et a pour dimensions  $(n_{col}, n_{lignes}) = (n_{derivees}, n_{nuls})$ , avec :

$$n_{derivees} = n_a - 1 + \binom{n_a - 1}{2}, \quad (7.4)$$

incluant les  $n_a - 1$  termes carrés et tous les termes croisés.

Martinache and Ireland (2018) utilisent cette matrice pour rechercher des combinaisons linéaires des observables (les intensités de nuls) qui annulent la contribution des termes d'ordre deux représentés par la matrice, ce qui correspond une fois de plus à l'utilisation de l'approche décrite au Chapitre 3 :

$$\mathbf{x}_I \approx \mathbf{x}_{I,0} + \mathbf{A}\phi_2, \quad (7.5)$$

où  $\phi$  est un vecteur contenant les erreurs de phase d'entrée du second ordre, et  $\mathbf{x}_{I,0}$  est un vecteur d'observables théoriquement attendu. Une fois de plus, l'utilisation de la matrice  $\mathbf{K}$  décrivant le noyau à gauche de  $\mathbf{A}$  (si celui-ci est non-vide) permet de faire disparaître le terme parasite du second ordre, et ainsi d'obtenir une équation plus précise pour réaliser des ajustements de modèles :

$$\mathbf{K}\mathbf{x}_I = \mathbf{K}\mathbf{x}_{I,0} + \varepsilon, \quad (7.6)$$

où  $\varepsilon$  est un terme d'erreur à minimiser.

Afin d'utiliser cette approche, il est nécessaire que ce noyau soit non-vide :

$$\text{Rang}(\mathbf{A}) < n_{nuls}. \quad (7.7)$$

Si il est trivial de satisfaire cette condition (par exemple en dupliquant certaines sorties), il est plus compliqué d'assurer que ce noyau contienne des informations sur la scène observée. Martinache and Ireland (2018) proposent un combineur à quatre télescopes qui satisfait ces deux conditions et fournit trois observables robustes. Cependant ils ne fournissent pas d'approche systématique pour la conception de tels combineurs.

### 7.2.3 Diagrammes de matrices complexes

Afin d'étudier le comportement de ces combineurs, j'ai développé un mode de représentation qui permet de mettre en évidence graphiquement la façon dont la lumière est recombinaison, et de visualiser l'impact des OPDs résiduelles sur les différentes sorties du combineur. Un combineur peut être modélisé par une matrice complexe dans laquelle chaque ligne correspond à une sortie et contient les coefficients complexes qui s'appliquent à chaque entrée du combineur dans leur combinaison. Les diagrammes de matrices complexes (DMC) représentent chacune de ces lignes par un graphe du plan complexe chacun de ces phaseurs par une ligne de couleur différente.

A titre d'exemple, un combineur de annulant de Bracewell peut être modélisé par la matrice suivante :

$$M_{simple} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -j & j \end{bmatrix}. \quad (7.8)$$

Cette matrice peut être représenté par le DMC Fig. 7.4. Même si ils sont conçus pour représenter la matrice, ces diagrammes peuvent aussi être vus comme une représentation des amplitudes complexes recombinaison, à la condition que les entrées soient parfaitement cophasées et équilibrées.

Ces représentations ont permis de mettre en évidence les caractéristiques du combineur proposé par Martinache and Ireland (2018) qui lui confèrent ses propriétés intéressantes et de fournir une méthode pour concevoir des combineurs pour un nombre arbitraire d'entrées qui possèdent les mêmes caractéristiques. Une partie importante de ces avancées sont décrites dans l'article intitulé intitulé *Kernel nullers for an arbitrary number of apertures* dont l'ébauche (acceptée pour publication dans *A&A*) est jointe à cette thèse.

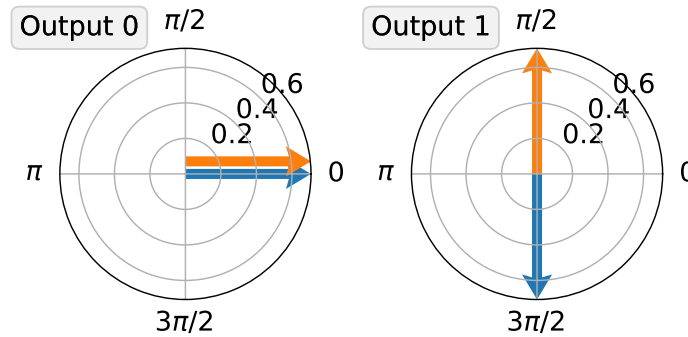


FIGURE 7.4: Une représentation DMC du combineur de Bracewell décrit en équation (7.8). Chaque ligne est représentée par un graphe du plan complexe faisant apparaître chacun de ses coefficients d'une couleur différente. Notez que pour le cas de la sortie annulée, la somme des phaseurs est zéro. Ces diagrammes peuvent aussi être vus comme une représentation de l'amplitude complexe de la lumière des différentes entrées au moment de la recombinaison finale pour le cas où la lumière incidente est parfaitement cophasée.

## 7.3 Kernel nullers for an arbitrary number of apertures

### 7.3.1 Ebauche soumise à *A&A*

# Kernel nullers for an arbitrary number of apertures

Romain Laugier<sup>1</sup>, Nick Cvetojevic<sup>1</sup>, and Frantz Martinache<sup>1</sup>

Université Côte d’Azur, Observatoire de la Côte d’Azur, CNRS, Laboratoire Lagrange, France

September 28, 2020

## ABSTRACT

**Context.** The use of interferometric nulling for the direct detection of extrasolar planets is in part limited by the extreme sensitivity of the instrumental response to tiny optical path differences between apertures. The recently proposed kernel-nuller architecture attempts to alleviate this effect with an all-in-one combiner design that enables the production of observables inherently robust to residual optical path differences ( $\ll \lambda$ ).

**Aims.** To date, a unique kernel-nuller design has been proposed ad hoc for a four-beam combiner. We examine the properties of this original design and generalize them for an arbitrary number of apertures.

**Methods.** We introduce a convenient graphical representation of the complex combiner matrices that model the kernel nuller and highlight the symmetry properties that enable the formation of kernel nulls. The analytical description of the nulled outputs we provide demonstrates the properties of a kernel nuller.

**Results.** Our description helps outline a systematic way to build a kernel nuller for an arbitrary number of apertures. The designs for three- and six-input combiners are presented along with the original four-input concept. The combiner grows in complexity with the square of the number of apertures. While one can mitigate this complexity by multiplexing nullers working independently over a smaller number of sub-apertures, an all-in-one kernel nuller recombining a large number of apertures appears as the most efficient way to characterize a high-contrast complex astrophysical scene.

**Conclusions.** Kernel nullers can be designed for an arbitrary number of apertures that produce observable quantities robust to residual perturbations. The designs we recommend are lossless and take full advantage of all the available interferometric baselines. They are complete, result in as many kernel nulls as the theoretically expected number of closure-phases, and are optimized to require the smallest possible number of outputs.

## 1. Introduction

The last 25 years have seen the detection of more than 4,000 exoplanets (Schneider et al. 2011). Despite the indirect nature of most detections, existing observations already provide us with a wealth of information on the properties of exoplanetary systems: their mass, size, and orbital elements. Even so, direct detection of a planet’s reflected or radiated light, which would permit the direct spectral analysis of a large sample of targets, remains an exciting prospect that will contribute to further characterizing individual planets, in particular the properties of their atmospheres (Marois et al. 2008; Zurlo et al. 2016).

The use of coronagraphic instruments is now leading to the detection of young giant planets in wide orbits around nearby stars (Macintosh et al. 2015; Chauvin et al. 2017; Mesa et al. 2019). This success is advanced by the continued improvements of extreme adaptive optics systems (Sauvage et al. 2016; Lozi et al. 2018; Boccaletti et al. 2020). For smaller separations approaching the diffraction limit (below  $\sim 3\lambda/D$ ), small residual wavefront errors still dominate the error budget and coronagraphic solutions become less favorable.

Lacour et al. (2019) have demonstrated the advantages brought by long-baseline interferometry for the characterization of extrasolar planets. This observing mode takes advantage of the spatial filtering provided by the resolving power of each of the 8-meter telescopes of the VLTI, coupled into single mode fibers to reach the required contrast. Interferometric nullers (Bracewell 1978; Colavita et al. 2009; Serabyn et al. 2019; Hoffmann et al. 2014; Defrère et al. 2015;

Norris et al. 2020) offer the possibility to explore smaller angular separations through the use of fragmented apertures and long-baseline interferometry. Some combining solutions have been found that optimize the rejection of resolved stars (Angel & Woolf 1997; Guyon et al. 2013). The exploitation of these instruments is still limited by their vulnerability to optical path difference (OPD) errors, and requires sophisticated statistical analysis, like those proposed by Hanot et al. (2011) and Defrère et al. (2016), and more recently used by Norris et al. (2020) to disentangle the off-axis astrophysical signal from the effects of unwanted OPDs.

Classical long-baseline and Fizeau interferometry make extensive use of the production of robust observables, like closure phases (Jennison 1958), and their generalized form, kernel phases (Martinache 2010), to sidestep the limitations brought by the OPD residuals. This approach has provided reliable performance at very small separations, down to one resolution element and below.

Bringing together the robustness of interferometric observables and the photon-noise suppression of nulling is an exciting perspective as it opens a novel high-contrast, high-precision regime. The double-Bracewell architecture (Angel & Woolf 1997) was noted to offer such robustness (Velusamy et al. 2003) when implemented with the adequate phase shift between the two stages (known as sin-chop). A different approach was later proposed by Lacour et al. (2014), which exploits the measurement of fringes in the leakage light.

Martinache & Ireland (2018) introduced an alternative, more efficient solution for a four-telescope beam-combiner architecture that produces six nulled outputs. By analyz-

ing the response of these outputs to parasitic OPDs (instrumentally or atmospherically induced phase error), the authors identify linear combinations of outputs that are robust to these aberrations to second order. The solution they propose uses a four-input nuller that provides three nulled kernel observables.

In this paper we look for the properties that ensure that a combiner will produce kernel nulls. They help outline a general strategy for the design of kernel nullers for an arbitrary number of apertures.

## 2. Analysis of the existing four-input kernel-nulling architecture

### 2.1. Kernel-nulling approach

Using the nuller architecture laid out by Martinache & Ireland (2018) for a four-beam interferometer as the starting point and reexamining its properties, we look into ways of generalizing this special case to a wider range of configurations involving different numbers of apertures.

The inner structure of a homodyne interferometric combiner (nulling or not) is conveniently represented by a combiner matrix  $\mathbf{M}$  that acts on a vector  $\mathbf{z}$  of input electric fields and leads to the production of an output electric field vector  $\mathbf{x}$ :

$$\mathbf{x} = \mathbf{M} \cdot \mathbf{z}. \quad (1)$$

A detector then records the intensity associated with the square norm of this output electric field.

The fact that only the square norm of the field is recorded has two consequences. The first is that the response of the combiner is insensitive to the absolute phase of the input electric field: one of the sub-apertures can therefore be arbitrarily picked as a reference, and the phases of the different electric fields sampled by the other sub-apertures are measured relative to that reference. The second is that the output intensity is equally insensitive to any global phase shift  $\phi$  applied to any row  $\mathbf{m}$  of the matrix  $\mathbf{M}$  describing the combiner. This is of consequence when identifying distinct combinations (or rows).

Assuming that the recombiner is fed by a balanced array of identical sub-apertures, the complex amplitude of the input electric field can be described by a vector of phasors. We further assume that the combiner benefits from a fringe tracker that, although not perfect, brings the system close to its nominal state. The fringe tracking residuals are assumed to be small and all phasors  $e^{-j\varphi_k}$  are approximated using the following expansion, where  $j$  is the imaginary unit:

$$z_k = e^{-j\varphi_k} \approx 1 - j\varphi_k. \quad (2)$$

Since only intensities are measured, the overall response of the system is a quadratic function of the perturbation phase vector. Martinache & Ireland (2018) thus use this description to look at the properties of the second-order derivative of the intensity relative to the phase. One of the  $n_a$  sub-apertures being used as a phase reference, there are  $n_a - 1$  degrees of freedom, and  $n_d = n_a * (n_a - 1)/2$  such derivatives. This response can be stored in a  $n_o \times n_d$  matrix  $\mathbf{A}$  called the matrix of second-order derivatives, where  $n_o$  is the number of relevant outputs. Linear combinations of rows of  $\mathbf{A}$  that equal 0 cancel out the second-order intensity

deviations caused by small input phase errors. The same linear combination applied to the intensity measured after the recombiner will be equally insensitive to small input phase errors. We refer to these linear combinations as kernel outputs or kernel nulls when applied to a collection of nulled outputs.

The rank of  $\mathbf{A}$  and the possibility of forming such robust observables rely entirely on the properties of the matrix  $\mathbf{M}$ , and therefore does not depend on the geometry of the input array. However, the question of whether a kernel null carries astrophysically relevant information also depends on the configuration of the array. Throughout this work, phase and amplitude contributions are considered independently, but their coupled contribution is neglected. In Sects. 2.2, 2.3 and 3, of this paper we introduce a convenient visual representation of the structure of  $\mathbf{M}$ , and further examine the properties of the combiner.

### 2.2. Visualization of complex combiner matrices

The effect of the matrix  $\mathbf{M}$  on the complex amplitude of the input electric field can be conveniently visualized by a series of plots of the complex plane. For a given combiner, each input is represented by a colored arrow that, in the absence of environmental perturbation, is aligned with the real axis. Each plot illustrates the effect of a row of  $\mathbf{M}$  on such inputs: the resulting electric field is the sum of all colored arrows present in the plot. A nuller is characterized by several outputs for which the sum of the arrows, associated with the electric fields, sum up to zero. These complex matrix plots (CMPs) are used throughout this work to describe several nuller designs of varying complexity.

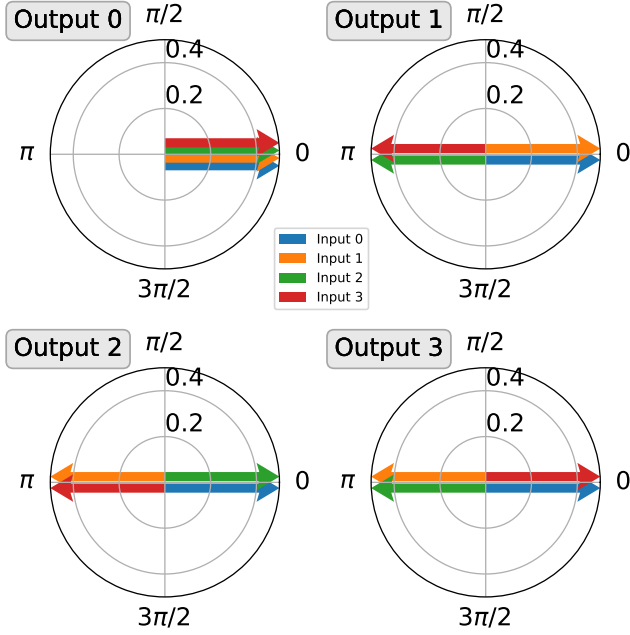
### 2.3. From real to complex nulls

The architecture of the kernel nuller described in Martinache & Ireland (2018) builds from an initial all-in-one four-beam nuller whose overall effect can be described by the following matrix:

$$\mathbf{N}_4 = \frac{1}{\sqrt{4}} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \end{bmatrix}. \quad (3)$$

This matrix is real. Each nulled row of  $\mathbf{N}_4$  recombines distinct arrangements of the four input electric fields such that the coefficients on the corresponding rows sum up to zero, as represented in Fig. 1, with arrows aligned with the real axis: two positive (or not phase-shifted), and two negative (or phase-shifted by  $\pi$ ). As discussed in this reference, this nuller does not allow the formation of kernels because the output intensities it produces are a degenerate function of the target information and input phase perturbations. The outputs of this nuller can however be fed to a second stage, described by the following matrix:

$$\mathbf{S}_4 = \frac{1}{\sqrt{4}} \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & e^{j\frac{\pi}{2}} & 0 \\ 0 & e^{j\frac{\pi}{2}} & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & e^{j\frac{\pi}{2}} \\ 0 & e^{j\frac{\pi}{2}} & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & e^{j\frac{\pi}{2}} \\ 0 & 0 & e^{j\frac{\pi}{2}} & 1 \end{bmatrix}, \quad (4)$$



**Fig. 1.** CMP of the matrix  $\mathbf{N}_4$  in Eq. (3), representing a four-input nulling combiner. The first row constitutes the bright channel, with all inputs combined constructively. Each output is a contribution of all the inputs, and not just a pair of them, which prevents the direct interpretation through the uv plane.

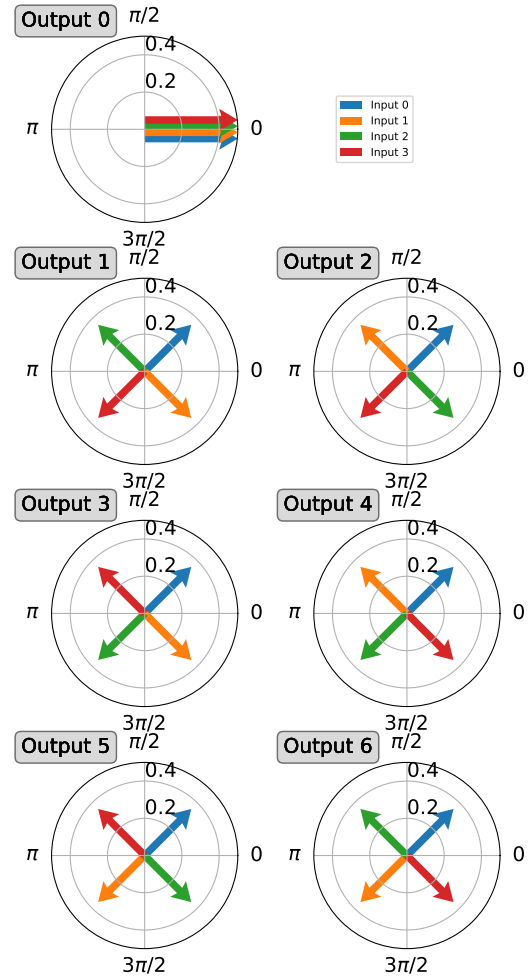
which leaves the bright output untouched, but further splits the nulled ones and selectively introduces  $\pi/2$  phase shifts. The overall effect of the combiner is described by a new complex combiner matrix, result of the product  $\mathbf{M}_4 = \mathbf{S}_4 \cdot \mathbf{N}_4$ . The CMPs of this modified combiner, shown in Fig. 2, offer a more easily readable description of its effect, with components of the output electric field no longer simply aligned with the real axis, but spanning the complex plane.

The new complex configuration enables the greater diversity that is required to disentangle the otherwise degenerate effect that environmental perturbations have on the input electric fields. The modified nuller indeed features more outputs than inputs, and a close examination of the CMPs in Fig. 2 shows that all six combinations offer a distinct arrangement of the four input fields. The construction of a larger number of distinct nulls is one of the requirements for the existence of a non-empty left null space for  $\mathbf{A}$  described in Sect. 2.1. Pairs of outputs produce the same response to environmental effects while still producing different response to off-axis light.

### 3. Properties of conjugate pairs of nulls

#### 3.1. Kernel outputs

Identifying the kernel-forming combinations of outputs no longer requires building the second-order derivative matrix  $\mathbf{A}$ , but can be achieved by examination of the CMP representation of the nuller. Figure 2 lays out, side by side, the two outputs leading to one kernel-null observable. Since close examination of such pairs of outputs reveals that the electric field combination patterns are the mirror image of one another, we call them enantiomorph.



**Fig. 2.** CMP of the  $\mathbf{S}_4 \cdot \mathbf{N}_4$  combination. The first output is the bright channel for which all the inputs add up constructively. The vectors are staggered for readability. Pairs of nulled rows represented side by side are mirror images of each other (enantiomorph). The amplitude of the phasors is reduced compared to Fig. 1 due to additional splitting.

Given that the measured intensity associated with any output is insensitive to a global phase shift, such a shift can always be applied so as to align the arrow corresponding to the phase reference input with the real axis, and point it towards the positive direction. After such a rotation is applied, enantiomorph outputs simply become complex conjugate. This makes it possible to write simple equations that describe the two key properties of kernel nulls: their robustness to small phase perturbation, and the antisymmetric nature of the signal they provide.

#### 3.2. Robustness

We consider  $\mathbf{m}_1$  and  $\mathbf{m}_2$  a conjugate pair of null rows of  $\mathbf{M}$ :

$$\mathbf{m}_2 = \mathbf{m}_1^*. \quad (5)$$

A corresponding kernel null  $\kappa(\mathbf{z})$  writes as the difference of the two measured intensities:

$$\kappa(\mathbf{z}) = |\mathbf{m}_1 \mathbf{z}|^2 - |\mathbf{m}_2 \mathbf{z}|^2 = \mathbf{m}_1 \mathbf{z} (\mathbf{m}_1 \mathbf{z})^* - \mathbf{m}_2 \mathbf{z} (\mathbf{m}_2 \mathbf{z})^*. \quad (6)$$

Using (5) and (6) gives

$$\kappa(\mathbf{z}) = \mathbf{m}_1 \mathbf{z} (\mathbf{m}_1 \mathbf{z})^* - \mathbf{m}_1^* \mathbf{z} (\mathbf{m}_1^* \mathbf{z})^*. \quad (7)$$

In the case of the approximation mentioned in Eq. (2), we have

$$\kappa(\mathbf{z}) = \mathbf{m}_1 (\mathbf{a} + j\varphi) (\mathbf{m}_1 (\mathbf{a} + j\varphi))^* - \mathbf{m}_1^* (\mathbf{a} + j\varphi) (\mathbf{m}_1^* (\mathbf{a} + j\varphi))^*, \quad (8)$$

where  $\mathbf{a}$  is a vector of ones. Developing this expression, since  $\mathbf{m}_1 \mathbf{a} = 0$  and  $\mathbf{m}_1^* \mathbf{a} = 0$ , the only terms left are those containing only the imaginary perturbation term  $j\varphi$ :

$$\kappa(\mathbf{z}) = \mathbf{m}_1 j\varphi (\mathbf{m}_1 j\varphi)^* - \mathbf{m}_1^* j\varphi (\mathbf{m}_1^* j\varphi)^*. \quad (9)$$

Distributing the conjugate operator gives

$$\kappa(\mathbf{z}) = -\mathbf{m}_1 j\varphi \mathbf{m}_1^* j\varphi + \mathbf{m}_1^* j\varphi \mathbf{m}_1 j\varphi, \quad (10)$$

and therefore  $\kappa(\mathbf{z}) = 0$  due to the commutativity. This shows that the subtraction of intensity of complex conjugate pairs of nulled outputs always produces a kernel null that is robust to arbitrary imaginary phasors, to which the small input phase aberrations are approximated.

This property also applies to arbitrary purely real input electric fields that would correspond to pure photometric error generated by fluctuations of the coupling efficiencies. Considering a purely real input vector  $\mathbf{a}$ , we have

$$\kappa(\mathbf{z}) = \mathbf{m}_1 \mathbf{a} (\mathbf{m}_1 \mathbf{a})^* - \mathbf{m}_1^* \mathbf{a} (\mathbf{m}_1^* \mathbf{a})^*. \quad (11)$$

Distributing the conjugate operator gives

$$\kappa(\mathbf{z}) = \mathbf{m}_1 \mathbf{a} \mathbf{m}_1^* \mathbf{a} - \mathbf{m}_1^* \mathbf{a} \mathbf{m}_1 \mathbf{a}, \quad (12)$$

and therefore  $\kappa(\mathbf{z}) = 0$  due to the commutativity.

At any instant the subtraction of the signals recorded by conjugate (or more generally enantiomorph) outputs forms a kernel null. Conjugate pairs of nulls allow the formation of kernel nulls. This property generalizes to enantiomorph pairs of nulls through the rotation by a single common phasor. A complementary approach for the identification of robust combinations of outputs is the use of the singular value decomposition (SVD) of the second-order derivative matrix  $\mathbf{A}$ , as mentioned by Martinache & Ireland (2018), which ensures the identification of all the robust combinations of outputs.

This behavior can be illustrated by adding different phased contributions to the inputs, and plotting the resulting electric field on top of the original perfectly cophased CMPs (dashed lines). The first panel of Fig. 3 uses this representation of the combined light to illustrate how small input phase aberrations affect the amplitude (and therefore the intensity) of the combiner's outputs. In particular it shows how, for small phase errors, conjugate pairs of nulls suffer the same leakage-light intensity.

### 3.3. Symmetry of the response

The second and third panels of Fig. 3 show how input light coming from a significantly off-axis source (input phases  $\phi \geq 1$  radian) propagates to the nulled outputs. They highlight how this off-axis light produces different intensities at the outputs of the conjugate pairs, translating into a kernel-null signal.

For a combiner that is fed by an array of apertures collecting the light from the sky, the value of this response as a function of the incidence of the light is the response map of the interferometer and depends on the position of each of the apertures. Martinache & Ireland (2018) note how this map is antisymmetric, therefore providing a rejection of the photosphere of stars and symmetric circumstellar disks that could hide a planetary companion, and provide the astrometry of such companions without ambiguity. Using our formalism, we can demonstrate this antisymmetric property for any aperture configuration. If  $\mathbf{z}$  and  $\mathbf{z}'$  are two input electric field vectors coming from sources located at symmetric positions in the field of view, then

$$\mathbf{z}' = \mathbf{z}^*. \quad (13)$$

Considering again a conjugate pair of null rows  $\mathbf{m}_1$  and  $\mathbf{m}_2$ , and by substitution of (13) into (6) we get

$$\kappa(\mathbf{z}) = \mathbf{m}_1 \mathbf{z}'^* \mathbf{m}_1^* \mathbf{z}' - \mathbf{m}_2 \mathbf{z}'^* \mathbf{m}_2^* \mathbf{z}'. \quad (14)$$

After substitution of (5), this becomes

$$\kappa(\mathbf{z}) = \mathbf{m}_2^* \mathbf{z}'^* \mathbf{m}_2 \mathbf{z}' - \mathbf{m}_1^* \mathbf{z}'^* \mathbf{m}_1 \mathbf{z}'. \quad (15)$$

This leads to the conclusion that the response is antisymmetric:

$$\kappa(\mathbf{z}) = -\kappa(\mathbf{z}'). \quad (16)$$

Conversely, we can also extract from this pair of nulls the complementary observable

$$\tau(\mathbf{z}) = \mathbf{m}_1 \mathbf{z} (\mathbf{m}_1 \mathbf{z})^* + \mathbf{m}_2 \mathbf{z} (\mathbf{m}_2 \mathbf{z})^* \quad (17)$$

whose response is symmetric. The observables  $\kappa$  and  $\tau$  therefore carry complementary information on the target field, much like the amplitude and phase of complex visibility in classical interferometry.

Although  $\tau$  does not have the same robustness to aberrations, there may be ways to use it with the processing methods employed by Hanot et al. (2011) and Norris et al. (2020) so as to provide additional information on the target in different science cases. The kernel null  $\kappa$  is best suited for the study of high-contrast non-symmetrical features such as planetary companions, while  $\tau$  may be used to study brighter symmetrical features such as debris disks or stellar envelopes. Combining the two types of observables could enable image reconstruction.

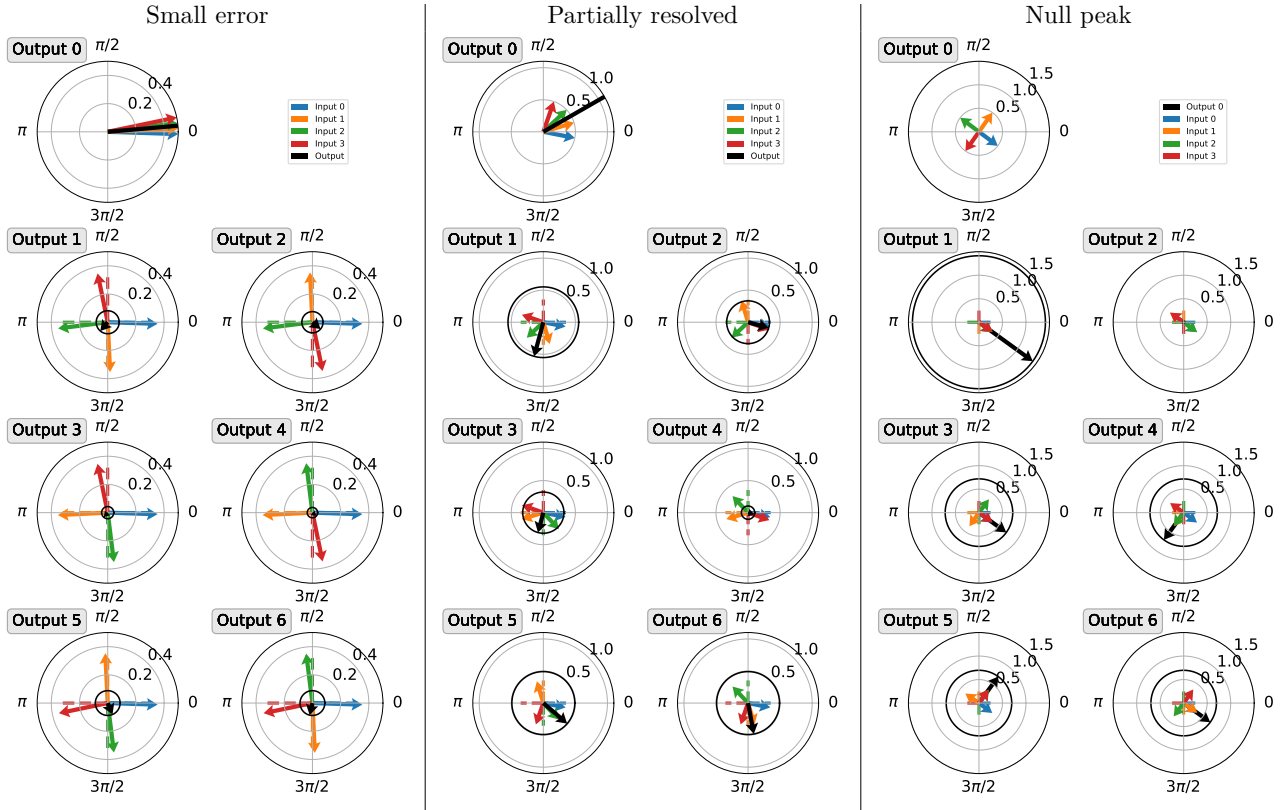
The  $\tau$  observables carry some information about the input phase errors. We can use their values over the course of a scan or modulation of the OPDs to locate the setpoint of the kernel nuller, for which they will reach a minimum.

## 4. Construction of new nullers

### 4.1. Blueprints of kernel-nulling matrices

The properties used in Sects. 3.2 and 3.3 to demonstrate the robustness of kernel nullers to small phase perturbations can be used as constraints to guide the design of an arbitrary kernel-nuller matrix. For the output of any row  $l$  to provide an on-axis null, the matrix coefficients must satisfy

$$\sum_{k=0}^{n_a-1} M_{k,l} = 0. \quad (18)$$



**Fig. 3.** CMP for a four-input combiner, representing the coefficients of the combiner matrix  $\mathbf{M}'_4$  (dashed lines), functionally equivalent to  $\mathbf{M}_4$ , and the contributions of the complex amplitude of an example input electric field (solid arrows) to the output electric field represented in black. Most dashed lines are hidden under the arrows. A black circle of radius equal to the modulus of this output is plotted for a visual cue, its area being proportional to the corresponding intensity. Enantiomorph pairs that generate kernel combinations by subtraction are represented side by side. As do Martinache & Ireland (2018), we use the example of the VLTI UT configuration observing at zenith at a wavelength of  $3.6\mu\text{m}$ . Left panel: Source located at 0.2 mas from the optical axis and for which the corresponding input phase shifts are within the small phase approximation. As a result, the output intensities within each pair are fully correlated and result in no kernel signal. Center panel: Source located 1.1 mas off-axis, which generates larger phase shifts. As a result, the null intensities from the enantiomorph pairs begin to decorrelate and generate kernel-null signal. Right panel: Source located 4.3 mas

from the optical axis, in the position where the first nulled output peaks. At this position the second output gets to zero.

Output intensities are unchanged when the coefficients of a row are all multiplied by a common phasor. We therefore apply one such phasor so as to get  $\text{Arg}(M_{0,l}) = 0$ . We also build output zero by combining all the inputs without any phase offset:  $\text{Arg}(M_{k,0}) = 0$ .

Simple solutions to Eq. (18) for a balanced array can be found by picking arrangements of uniformly spaced phase values in the  $[0, 2\pi]$  interval as can be seen of Figs. 2, 4, and 6. The phase of each coefficient is therefore a multiple of  $\Phi_0 = 2\pi/n_a$ . On the CMPs seen thus far, this would result in the rotation of all of the arrows on the nulled outputs until the one associated with input zero is aligned with the real axis in the positive direction. With these constraints in place, outputs will only differ in the order in which the remaining  $n_a - 1$  phase offsets are associated with the inputs. The maximum number of distinct nulled outputs is therefore

$$n_{max} = (n_a - 1)! \quad (19)$$

The phase term  $\phi_{k,l}$  writes

$$\phi_{k,l} = c_{k,l}\Phi_0, \quad (20)$$

where  $c_{k,l}a$  is the  $k$ -th term of the  $l$ -th possible combination on the circle. In general, a complex coefficient of  $\mathbf{M}$  will therefore write

$$M_{k,l} = a_l \cdot e^{j\phi_{k,l}}, \quad (21)$$

where  $a_l$  is a real coefficient, normalizing the matrix, so that  $\mathbf{M}$  represents a lossless beam-combiner for which each column vector is of unit norm. As mentioned in Appendix A, this condition on the norm is necessary (but not sufficient) to ensure that the matrix represents a lossless beam combiner, and one solution for it is to have

$$\begin{cases} a_l = \frac{1}{\sqrt{n_a}} & \text{for the bright output} \\ a_l = \frac{1}{\sqrt{n_a}} \sqrt{\frac{n_a-1}{n_{null}}} & \text{for the nulled outputs} \end{cases}, \quad (22)$$

where  $n_{null}$  is the number of nulled outputs. Normalization is not mandatory to study the qualitative properties of the combiner, but it is necessary to study their throughput in a quantitative manner and their practical implementation.

The matrix  $\mathbf{M}$  obtained with Eq. (21), represents a combiner for which pairs of complex conjugate nulls can be sub-



Inputs	Distinct nulls	Indep. nulls	Kernel nulls
$n_a$	$n_{max}$	$n_{indep.}$	$n_{kn}$
3	2	2	1
4	6	6	3
5	24	12	6
6	120	20	10
7	720	30	15

**Table 1.** Growth of kernel-nuller combiners with the number of apertures.

tracted to build the kernel nulls that are the focus of this work.

#### 4.2. Information redundancy

As shown by Eq. (19) and Table 1, the number of nulled outputs that would result from a strict application of these blueprint rules rapidly grows as the factorial of the number of inputs. However, for numbers of apertures larger than four, although all the nulls produced with the presented scheme are distinct, some of them do not carry new information on the target as their response function to an off-axis signal is a linear combination of the response function of other nulls.

Here we analyze this property empirically by examining the response maps (analogous to Figs. 5 and 7 of Martinache & Ireland 2018) and assembling them as vectors of a set of nulled outputs and a set of kernel outputs. The ranks of these sets provide the number of independent observables produced by the combiner. Although we were not able to link this property to particular traits of the combinations, the largest number of independent kernel nulls obtainable by a given non-redundant array of apertures was always the same as the number of independent closure phases, which is in agreement with the expectations set by Martinache & Ireland (2018). For any non-redundant array of apertures, this number is

$$n_{kn}(n_a) = \binom{n_a}{2} - (n_a - 1) = \frac{(n_a - 1)(n_a - 2)}{2}. \quad (23)$$

The underlying relationship between the baselines and our new observables is non-trivial, but will be assumed to hold for any non-redundant array. For redundant arrays this number decreases. We call “complete” a nuller that provides the above-mentioned maximum number  $n_{kn}$  of independent observables. The number of independent nulls in the full set is  $n_{indep.} = 2 \times n_{kn}$ . The results obtained empirically for up to seven inputs are shown in Table 1, along with their expected progression for larger numbers of inputs.

As seen in Eq. (22), an increase in the number of nulled rows decreases the normalization coefficients  $a_i$  as, in practice, fewer splittings of the input light are necessary to obtain fewer combinations. Our goal may therefore be to construct complete combiners using the minimum number of nulled combinations from the full matrix  $\mathbf{M}$ , with the intent of increasing its throughput. Expecting this number to be twice the number of kernel nulls (if we consider only pairwise kernel nulls), this produces a very large number  $n_{crops}(n_a)$  of possible combinations:

$$n_{crops}(n_a) = \binom{(n_a - 1)!}{(n_a - 1)(n_a - 2)}. \quad (24)$$

Only for the cases of three and four inputs is the solution unique ( $n_{crops}(n_a) = 1$ ), and all null rows must be kept. For more inputs, this number grows rapidly. Although a large fraction of them are complete, fewer satisfy the conditions detailed in Appendix A for conservation of energy.

The following characteristics are shared by the three- and four-input combiners, as well as all the lossless realizations of the cropped five-input combiner:

- All nulls appear in conjugate (or enantiomorph) pairs, which implies that robust observables can be constructed by subtraction.
- Each phasor appears in each column the same number of times (except for that of phase zero which serves as the reference). Equation (23) implies that for a combiner producing  $n_o = 2n_{kn}$  nulls, each phasor is used  $(n_a - 2)$  times for each input.

Enforcing these characteristics as rules for reducing the number of outputs has helped us to identify lossless realizations of the cropped six-input combiner outlined in Sect. 5.2 by reducing the parameter space. The process leading to a valid solution remains one of trial and error: chosen randomly among all the possible arrangements that respect the above-mentioned characteristics, a solution is only accepted when the corresponding combiner is both lossless (see Appendix A) and produces a complete set of kernel nulls.

## 5. Examples of combiners

### 5.1. Three-input kernel nuller

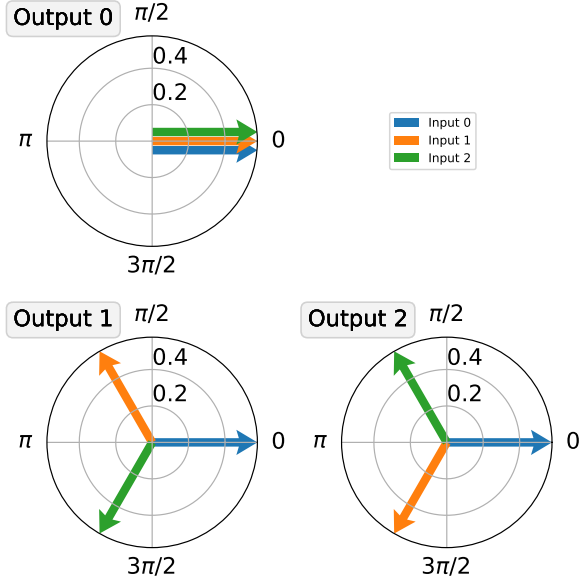
The simplest practical example of this architecture appears for the combination of three inputs. Here the algorithm results in the formation of two enantiomorph nulled outputs. These two outputs will, by subtraction, produce one robust observable. The resulting combiner matrix writes

$$\mathbf{M}_3 = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & e^{\frac{2j\pi}{3}} & e^{\frac{4j\pi}{3}} \\ 1 & e^{\frac{4j\pi}{3}} & e^{\frac{2j\pi}{3}} \end{bmatrix}. \quad (25)$$

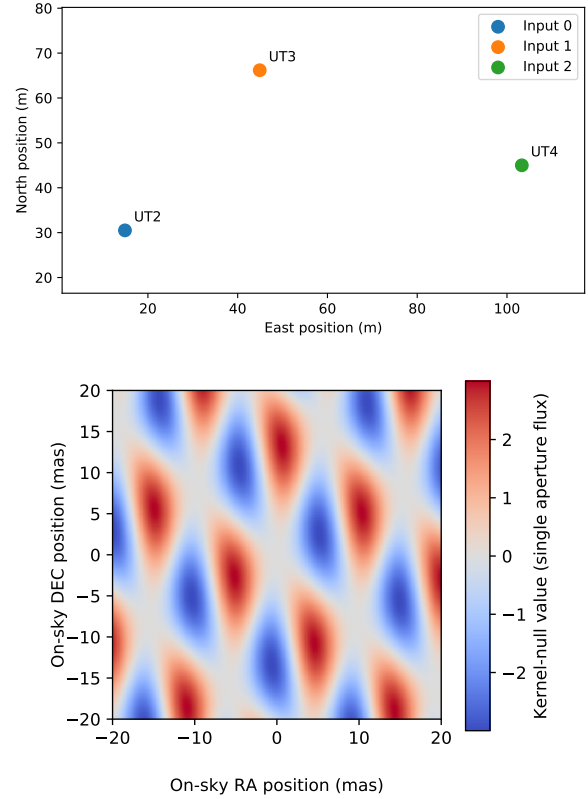
The combinations offered by this matrix are illustrated in Fig. 4.

As an example, we built a response map of the robust observable produced by this combiner fed by three of the VLTI (von der Lühe 1997) unit telescopes (UTs) observing at zenith. Figure 5 shows the values of the kernel-null observable represented as a two-dimensional function of the relative position of a source normalized by the flux of one aperture. While simpler than that provided in Fig. 7 of Martinache & Ireland (2018) for the four-input combiner, this pattern retains the same antisymmetric property.

Assuming the practical implementation of the combiner itself can be manufactured either with bulk or integrated optics, this configuration would allow the production of robust high-contrast observables with the least amount of infrastructure. Drawing a parallel between this type of combinations and closure triangles used for closure phases is tempting but misleading. Here, as the combination must be done optically rather than in post-processing, kernel nulling does not scale in the same way. The advantages and drawbacks of using these simple combiners as building blocks is briefly discussed in Sect. 6.1.



**Fig. 4.** CMP for a three-input kernel nuller of Eq. (25). The first row corresponds to the bright channel with the overlapping phasors staggered for readability. The two nulled outputs are complex conjugates of one another and form a kernel null.



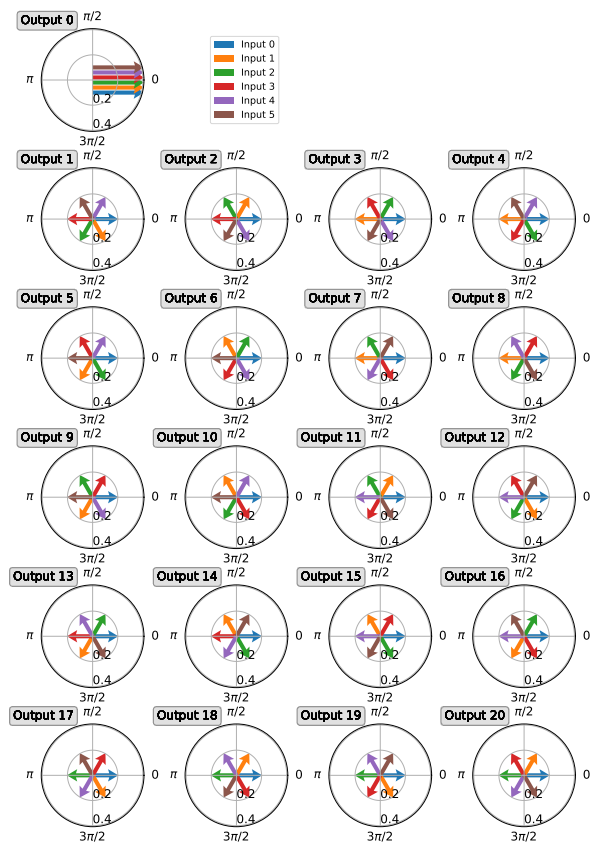
**Fig. 5.** Top: Three telescope configurations picked for the example and corresponding to the positions of three of the VLTI UTs. Bottom: Value of the kernel null as a function of the relative position of a source of unit contrast at  $3.6\mu\text{m}$ , normalized to the throughput of one aperture. The map is relevant for a target observed at Zenith and would evolve with the projected aperture map. The nature of the response is antisymmetric, as demonstrated in Sect. 3.3.

## 5.2. Six-input kernel nuller

We also outline a solution for a kernel-nulling recombiner for six telescopes that could, for example, be used at the focus of the CHARA array. The initial algorithm produces a combiner matrix  $\mathbf{M}_6$  with 121 rows with redundancy in the off-axis response. It is cropped to  $\mathbf{M}'_6$  using the guidelines offered in Sect. 4.2 to reduce it to the minimum of 21 rows, while making sure the number of independent kernel nulls  $n_{kn}$  is preserved. Furthermore, by enforcing the properties outlined in Appendix A, we make sure that  $\mathbf{M}'_6$  remains the matrix of a lossless beam combiner.

The matrix describing this six-input combiner writes

$$\mathbf{M}'_6 = \frac{1}{\sqrt{6}} \frac{1}{\sqrt{4}} \begin{bmatrix} 2 & 2 & 2 & 2 & 2 & 2 \\ 1 & e^{\frac{5j\pi}{3}} & e^{\frac{4j\pi}{3}} & -1 & e^{\frac{j\pi}{3}} & e^{\frac{2j\pi}{3}} \\ 1 & e^{\frac{j\pi}{3}} & e^{\frac{2j\pi}{3}} & -1 & e^{\frac{5j\pi}{3}} & e^{\frac{4j\pi}{3}} \\ 1 & -1 & e^{\frac{j\pi}{3}} & e^{\frac{2j\pi}{3}} & e^{\frac{5j\pi}{3}} & e^{\frac{4j\pi}{3}} \\ 1 & -1 & e^{\frac{5j\pi}{3}} & e^{\frac{4j\pi}{3}} & e^{\frac{j\pi}{3}} & e^{\frac{2j\pi}{3}} \\ 1 & e^{\frac{4j\pi}{3}} & e^{\frac{5j\pi}{3}} & e^{\frac{2j\pi}{3}} & e^{\frac{j\pi}{3}} & -1 \\ 1 & e^{\frac{2j\pi}{3}} & e^{\frac{j\pi}{3}} & e^{\frac{4j\pi}{3}} & e^{\frac{5j\pi}{3}} & -1 \\ 1 & -1 & e^{\frac{2j\pi}{3}} & e^{\frac{5j\pi}{3}} & e^{\frac{4j\pi}{3}} & e^{\frac{j\pi}{3}} \\ 1 & -1 & e^{\frac{4j\pi}{3}} & e^{\frac{j\pi}{3}} & e^{\frac{2j\pi}{3}} & e^{\frac{5j\pi}{3}} \\ 1 & e^{\frac{4j\pi}{3}} & e^{\frac{2j\pi}{3}} & e^{\frac{j\pi}{3}} & e^{\frac{5j\pi}{3}} & -1 \\ 1 & e^{\frac{2j\pi}{3}} & e^{\frac{4j\pi}{3}} & e^{\frac{5j\pi}{3}} & e^{\frac{j\pi}{3}} & -1 \\ 1 & e^{\frac{j\pi}{3}} & e^{\frac{3j\pi}{3}} & e^{\frac{4j\pi}{3}} & -1 & e^{\frac{5j\pi}{3}} \\ 1 & e^{\frac{5j\pi}{3}} & e^{\frac{4j\pi}{3}} & e^{\frac{2j\pi}{3}} & -1 & e^{\frac{j\pi}{3}} \\ 1 & e^{\frac{4j\pi}{3}} & e^{\frac{j\pi}{3}} & -1 & e^{\frac{2j\pi}{3}} & e^{\frac{5j\pi}{3}} \\ 1 & e^{\frac{2j\pi}{3}} & e^{\frac{5j\pi}{3}} & -1 & e^{\frac{4j\pi}{3}} & e^{\frac{j\pi}{3}} \\ 1 & e^{\frac{j\pi}{3}} & e^{\frac{5j\pi}{3}} & e^{\frac{j\pi}{3}} & -1 & e^{\frac{4j\pi}{3}} \\ 1 & e^{\frac{4j\pi}{3}} & e^{\frac{j\pi}{3}} & e^{\frac{5j\pi}{3}} & -1 & e^{\frac{2j\pi}{3}} \\ 1 & e^{\frac{j\pi}{3}} & -1 & e^{\frac{5j\pi}{3}} & e^{\frac{4j\pi}{3}} & e^{\frac{2j\pi}{3}} \\ 1 & e^{\frac{5j\pi}{3}} & -1 & e^{\frac{4j\pi}{3}} & e^{\frac{j\pi}{3}} & e^{\frac{2j\pi}{3}} \\ 1 & e^{\frac{j\pi}{3}} & -1 & e^{\frac{2j\pi}{3}} & e^{\frac{5j\pi}{3}} & e^{\frac{4j\pi}{3}} \\ 1 & e^{\frac{5j\pi}{3}} & -1 & e^{\frac{4j\pi}{3}} & e^{\frac{j\pi}{3}} & e^{\frac{2j\pi}{3}} \\ 1 & e^{\frac{j\pi}{3}} & -1 & e^{\frac{2j\pi}{3}} & e^{\frac{5j\pi}{3}} & e^{\frac{4j\pi}{3}} \end{bmatrix}. \quad (26)$$



**Fig. 6.** Representation of the 20 nulled outputs of the six-input beam combiner proposed in Eq. (26). The conjugate pairs that form the ten kernel nulls are represented side by side.

This combiner offers a total of 20 independent nulls, and 10 independent kernel nulls. The corresponding CMP is shown in Fig. 6 and highlights how each aperture contributes to all of the outputs.

To illustrate the astrophysical information gathered by the larger number of kernel nulls, we construct response maps of the kernel-null observables. The plots are shown in Fig. 7 and display the response of each of the observables for the combiner being fed by the CHARA array observing a target at zenith in the  $3.6\mu\text{m}$  wavelength. The patterns reflect the richness of the uv coverage provided by an array like CHARA, and the fact that each output uses information collected by every telescope. As a consequence, each map covers the field of view differently, and brings a new constraint on the properties of the astrophysical scene observed.

## 6. Discussion

No active long-baseline optical interferometer currently provides more than six sub-apertures. However, the masking of monolithic apertures to produce interferometric arrays is an established practice (Tuthill et al. 2010; Jovanovic et al. 2012) that may be used in conjunction with nulling interferometry (Norris et al. 2020). Therefore, the use of even larger combiners may prove to be a viable alternative to small inner working angle coronagraphs (Guyon et al. 2006). Their robustness to small aberrations might provide

unprecedented contrast performance in the  $1-3\lambda/D$  regime in the near-infrared.

### 6.1. Multiplexing nullers

Instead of building an all-in-one combiner, which may be difficult to construct for a large number of apertures, an alternative approach would be to multiplex several independent nullers, each of which recombines a smaller number of apertures. For example, instead of a six-input nuller producing 20 nulled outputs, one conservative option would be to use two three-input kernel nullers (identical to the one presented in Sect. 5.1) side by side, producing four nulled outputs.

While the second of these two options results in a reassuring higher throughput per output, it can only produce distinct robust observables, whereas the  $M'_6$  combiners offer ten. Moreover, this multiplexed option also results in two bright channels where some of the off-axis light is also lost, further reducing the overall efficiency of the combiner. In between these two extreme scenarios intermediate solutions can be imagined to alleviate some of their risks and deficiencies, with a modular design multiplexing the nullers much like a number of ABCD combiners are multiplexed inside the beam combiner of VLTI/GRAVITY.

It was already argued by Guyon et al. (2013) that efficient nulling solutions concentrate the most starlight into the smallest number of outputs, which favors the all-in-one combiner over the multiplexed versions. If manufacturability or operational constraints were to prevent the deployment of an all-in-one combiner at the focus of a specific observatory, one way to alleviate this inefficiency could be to recombine the light from the multiple bright outputs into an additional nulling stage so as to extract additional useful observables. This type of architecture, in part inspired by the hierarchical fringe tracker idea of Petrov et al. (2014), might prove a necessary compromise to the implementation of a kernel nuller at the focus of a very-long-baseline observing facility such as the envisioned Planet Formation Imager (Monnier et al. 2016), for which a distributed hierarchical recombination mode seems particularly apt.

### 6.2. Evolution of robustness

In addition to trade-off considerations between the total number of observables and the throughput efficiency of the available options, we must also consider whether the number of inputs has an impact on the phase-noise rejection performance of a kernel nuller.

To evaluate this risk, we trace the evolution of the noise affecting the outputs and their kernels as a function of the amount of phase noise affecting the inputs. We do this for the 3T, 4T, and 6T designs described in the previous sections. For simplicity, this study assumes that the phase noise affecting all inputs is Gaussian, non-correlated, and characterized by a single rms value equally affecting all inputs. Following a Monte Carlo approach, random realizations of input piston errors are drawn, propagated through the different combiner matrices, and the standard deviation of the output intensities are evaluated. Figure 8 thus shows the evolution of the standard deviation of the output intensities of the nulls and of the kernel nulls of the different architecture normalized by the peak null intensity

$I_{peak}$  from their response map. This therefore constitutes a noise-to-signal ratio of sorts. The simple Bracewell nuller is also added to this study for comparison, as modeled by the combiner matrix:

$$\mathbf{M}_B = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -j & j \end{bmatrix}. \quad (27)$$

This plot shows that the larger kernel-nulling combiners provide a rejection of the phase noise that is very similar to the smaller ones, if not slightly better. The improvement on the raw observables may be credited to a manifestation of the central limit theorem affecting the distribution of the sum of a larger number of complex intensities. Further interpretation of this plot must be undertaken with caution. While the distribution of kernel nulls under such conditions is close to Gaussian (Martinache & Ireland 2018), the distribution of null intensities is not (Hanot et al. 2011) and is therefore poorly described by its standard deviation. While a full performance comparison of the different designs lies outside the scope of the present paper and would include the coupled effects of phase and amplitude fluctuations (Lay 2004), these elements already indicate that kernel nullers recombining a large number of sub-apertures are intrinsically at least as robust to phase noise as their smaller, simpler counterparts. This is an encouraging prospect for single telescope applications of the kernel nuller for which a potentially large number of sub-apertures can be used.

## 7. Conclusions

In this work we offer a new description of the kernel-nuller design introduced by Martinache & Ireland (2018). This is done by introducing a new graphical representation of the complex matrix that models the nuller and the transformations it operates on the input electric field. Combined with an analytical description of the outputs used to form a kernel, these representations explain the origin of a kernel nuller's main properties: their intrinsic robustness to small input piston and amplitude fluctuations, and their sensitivity to asymmetric features of the observed scene. We show that the same outputs can also be summed so as to fall back on the original outputs of an all-in-one  $\mathbf{N}_4$  nuller stage; while not robust to perturbations, this can nevertheless provide further astrophysical information.

Our visual and analytical representations help devise a systematic way to build a kernel nuller as a combiner featuring pairs of channels that are enantiomorph in the complex plane. It is this feature that makes two channels equally sensitive to perturbations, although they respond differently to the presence of an off-axis structure. This approach allows us to design kernel nullers for an arbitrary number of apertures, which we apply in this paper to three- and six-aperture arrays.

We discuss the possibility of simplifying kernel nullers that grow in complexity when they recombine a larger number of input beams, for instance using distinct nullers operating in parallel over a subset of input beams. For a given total number of inputs, a global architecture that gives access to a larger number of high-contrast observables is more efficient and offers the means to explore and characterize complex astrophysical scenes. For the same number of inputs, we also note that the total number of outputs for a kernel nuller (exactly twice the number of theoretical closure-phases) is in fact less than that of non-nulling

combiners designed to measure the complex visibility of all baselines. Integrated optical circuits in particular already enable the implementation of such complicated designs in small and stable packages, and are a very promising avenue for the construction of these larger kernel-nulling combiners.

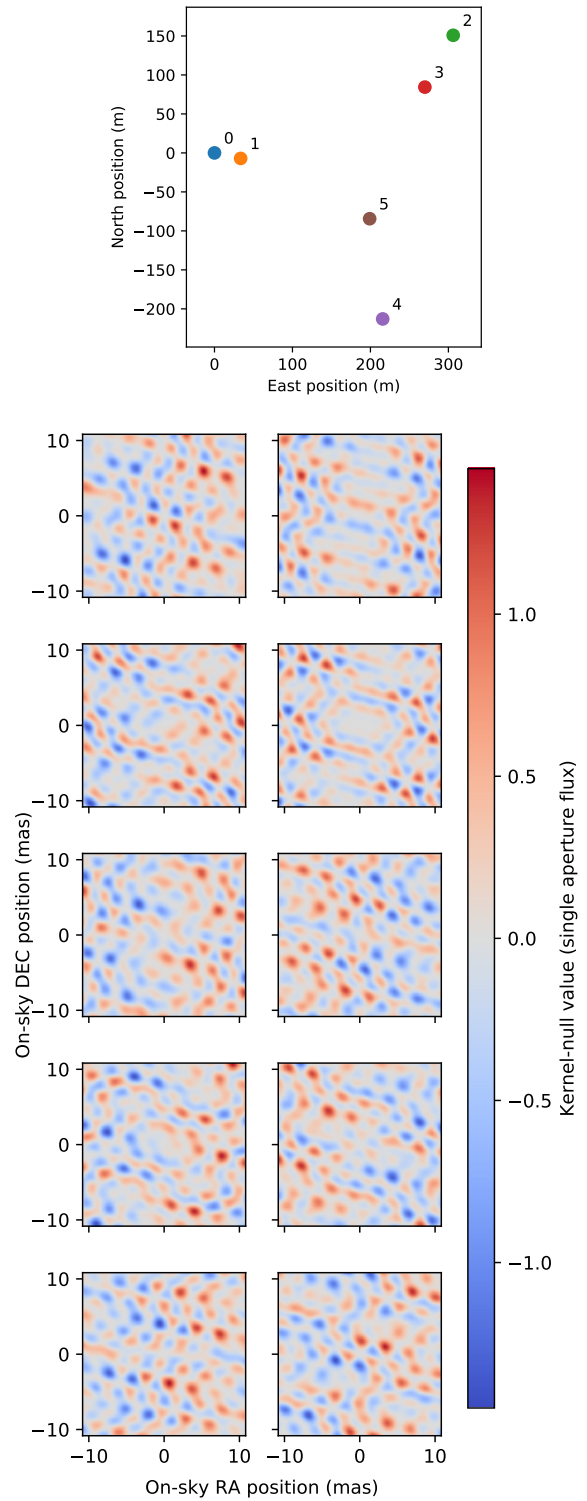
While no existing long-baseline optical interferometric facility currently offers the simultaneous combination of more than six apertures, a kernel nuller sampling the pupil of a single telescope could prove to be a valuable complement to a coronagraph, producing high-contrast observations near one resolution element that would be insensitive to the small but ever present adaptive optics residuals. The evaluation of performance in practical implementations including the contribution of coupled phase and amplitude contributions and the consideration of relevant science cases will be the topic of future theoretical and experimental work.

*Acknowledgements.* We thank Alban Ceau and Coline Lopez for their suggestions to improve the manuscript. KERNEL has received funding from the European Research Council (ERC) under the European Union's Horizon 2020 research and innovation program (grant agreement CoG - 683029).

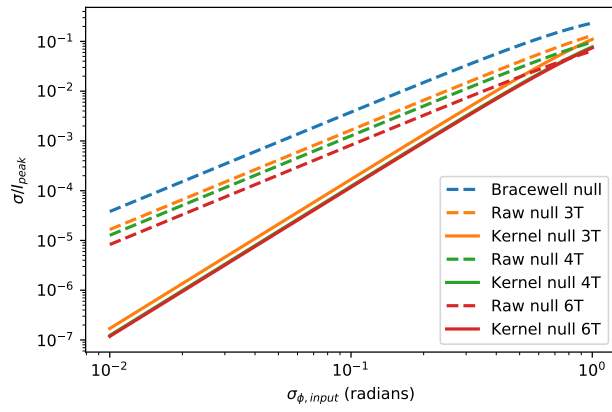
## References

- Angel, J. R. P. & Woolf, N. J. 1997, *The Astrophysical Journal*, 475, 373
- Boccaletti, A., Chauvin, G., Mouillet, D., et al. 2020, SPHERE+: Imaging young Jupiters down to the snowline, Tech. rep.
- Bracewell, R. N. 1978, *Nature*, 274, 780
- Chauvin, G., Desidera, S., Lagrange, A. M., et al. 2017, *Astronomy and Astrophysics*, 605, 1
- Colavita, M. M., Serabyn, E., Millan-Gabet, R., et al. 2009, *Publications of the Astronomical Society of the Pacific*, 121, 1120
- Defrère, D., Hinz, P. M., Mennesson, B., et al. 2016, *The Astrophysical Journal*, 824, 66
- Defrère, D., Hinz, P. M., Skemer, A. J., et al. 2015, *Astrophysical Journal*, 799
- Guyon, O., Mennesson, B., Serabyn, E., & Martin, S. 2013, *Publications of the Astronomical Society of the Pacific*, 125, 951
- Guyon, O., Pluzhnik, E. A., Kuchner, M. J., Collins, B., & Ridgway, S. T. 2006, *The Astrophysical Journal Supplement Series*, 167, 81
- Hanot, C., Mennesson, B., Martin, S., et al. 2011, *Astrophysical Journal*, 729
- Hoffmann, W. F., Hinz, P. M., Defrère, D., et al. 2014, *Ground-based and Airborne Instrumentation for Astronomy V*, 9147, 91471O
- Jennison, R. C. 1958, *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 118, 276
- Jovanovic, N., Tuthill, P. G., Norris, B., et al. 2012, *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 427, 806
- Lacour, S., Nowak, M., Wang, J., et al. 2019, *Astronomy & Astrophysics*, 623, L11
- Lacour, S., Tuthill, P., Monnier, J. D., et al. 2014, *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 439, 4018
- Lay, O. P. 2004, *Applied Optics*, 43, 6100
- Loudon, R. 2000, *The Quantum Theory of Light*, third edit edn.
- Lozi, J., Guyon, O., Jovanovic, N., et al. 2018, *Proc of SPIE*, 1070359 [[arXiv:1809.08301](https://arxiv.org/abs/1809.08301)]
- Macintosh, B., Graham, J. R., Barman, T., et al. 2015, *Science*, 350, 64
- Marois, C., Macintosh, B., Barman, T. S., et al. 2008, *Science*, 322, 1348
- Martinache, F. 2010, *The Astrophysical Journal*, 724, 464
- Martinache, F. & Ireland, M. J. 2018, *Astronomy and Astrophysics*, 619, 1
- Mesa, D., Keppler, M., Cantalloube, F., et al. 2019, *Astronomy and Astrophysics*, 632, 1
- Monnier, J. D., Ireland, M. J., Kraus, S., et al. 2016, *Proc of SPIE*, 9907, 99071O
- Norris, B. R. M., Cvetojevic, N., Lagadec, T., et al. 2020, *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 491, 4180

Petrov, R. G., Elhalkouj, T., Boskri, A., et al. 2014, *Optical and Infrared Interferometry IV*, 9146, 91462P  
 Sauvage, J.-F., Fusco, T., Petit, C., et al. 2016, *Journal of Astronomical Telescopes, Instruments, and Systems*, 2  
 Schneider, J., Dedieu, C., Le Sidaner, P., Savalle, R., & Zolotukhin, I. 2011, *Astronomy and Astrophysics*, 532 [arXiv:1106.0586]  
 Serabyn, E., Mennesson, B., Martin, S., Liewer, K., & Kühn, J. 2019, *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 489, 1291  
 Tuthill, P., Lacour, S., Amico, P., et al. 2010, *Ground-based and Airborne Instrumentation for Astronomy III*, 7735, 77351O  
 Velusamy, T., Angel, R. P., Eatchel, A., Tenerelli, D., & Woolf, N. J. 2003, *European Space Agency, (Special Publication) ESA SP*, 2003, 631  
 von der Lühe, O. 1997, in *Science with the VLT interferometer*, ed. F. Paresce (ESO Astrophysics Symposia), 13–34  
 Zurlo, A., Vigan, A., Galicher, R., et al. 2016, *Astronomy and Astrophysics*, 587, 13



**Fig. 7.** Top: Six-telescope configuration for the CHARA array used as example. Bottom: Value of all ten kernel nulls as a function of the relative position of a source at the wavelength  $3.6\mu\text{m}$  observed at zenith. The transmission is normalized by the flux of a single aperture. Again, each map remains antisymmetric.



**Fig. 8.** Propagation of phase noise from the input to the nulled intensities for different kernel-nulling architectures. Values are normalized by the peak transmission of an off-axis signal. The raw nulls (dashed lines) are compared with their corresponding kernel-null observable (solid lines), showing the suppression of second-order phase noise (by a few orders of magnitude) for small input phase error. This effect decreases as the input phase errors depart from the small phase approximation. The behavior of the Bracewell nuller is shown for reference (dashed blue lines).

## Appendix A: Lossless combiners

As emphasized by Loudon (2000) in section 3.2, the conservation of energy in a single beamsplitter cube imply that its matrix is unitary. This property can be generalized to larger combiners. The required condition is that the sum of intensities of the inputs is the same as the sum of intensities at the outputs. As the output intensities are gathered in the vector  $\mathbf{x}$ , this sum also writes

$$\sum_{i=0}^{n_{outputs}} |x_i|^2 = \mathbf{x}^H \mathbf{x}, \quad (\text{A.1})$$

with  $^H$  designating the Hermitian adjoint (conjugate transpose) operator. Based on Eq. (1) this sum writes

$$\mathbf{x}^H \mathbf{x} = (\mathbf{M}\mathbf{z})^H \mathbf{M}\mathbf{z}, \quad (\text{A.2})$$

which develops as

$$\mathbf{x}^H \mathbf{x} = \mathbf{z}^H \mathbf{M}^H \mathbf{M}\mathbf{z}. \quad (\text{A.3})$$

As a consequence we obtain

$$\forall \mathbf{z} \in \mathbb{C}^{n_a} \quad \sum_{i=0}^{n_{outputs}} |x_i|^2 = \sum_{i=0}^{n_a} |z_i|^2 \iff \mathbf{M}^H \mathbf{M} = \mathbf{I}. \quad (\text{A.4})$$

Thus, the following propositions are equivalent:

- $\mathbf{M}$  is the matrix of a lossless beam combiner;
- $\mathbf{M}$  is semi-unitary on the left;
- $\mathbf{M}^H$  is the left inverse of  $\mathbf{M}$ ;
- The columns of  $\mathbf{M}$  are orthonormal;
- All the singular values of  $\mathbf{M}$  are equal to one.

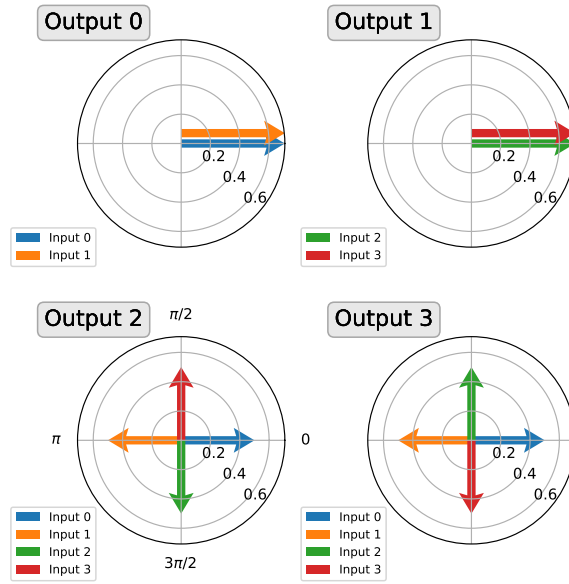


FIGURE 7.5: Une représentation DMC du combineur double Bracewell modélisé par l'équation (7.9). Les deux sorties annulées sont des combinaisons énantiomorphes.

### 7.3.2 Double Bracewell

Cet article fait apparaître la création de paires de sorties sombres énantiomorphes comme une clé permettant l'obtention de noyaux d'obscurités. Il démontre leur robustesse aux aberrations de phase et d'amplitude. Il montre aussi comment des signaux hors-axe se résultent en une réponse sur le ciel antisymétrique (par rapport à l'axe optique).

Il est à noter que la combinaison du double Bracewell (Velusamy et al., 2003) dans sa configuration dite *sin-chop*, exploitait déjà implicitement cette construction énantiomorphe pour obtenir sa robustesse. Cette configuration peut être modélisée sous la forme de la matrice suivante :

$$\mathbf{M}_{\text{DB}} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} \sqrt{2} & \sqrt{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sqrt{2} & \sqrt{2} \\ 1 & -1 & -j & j \\ 1 & -1 & j & -j \end{bmatrix}. \quad (7.9)$$

Son DMC représenté en figure 7.5, met en évidence deux nuls énantiomorphes qui permettent un rapprochement de cette configuration avec la famille de combineurs que nous avons décrite.

## 7.4 Considérations pratiques

### 7.4.1 Vers des évaluations de pertinence

Dans cette étude, nous concentrons nos efforts sur l'architecture de ces combineurs à noyaux d'obscurités (*kernel nullers*) et sur la démonstration de leurs propriétés élémentaires. Une évaluation complète de la pertinence des différentes architectures possibles demanderait une étude système de grande envergure, incluant :

- la définition des objectifs astrophysiques :
  - découverte de nouveaux compagnons
  - caractérisation d'objets connus



- les spécificités de l’observatoire et de l’infrastructure :
  - taille et position des télescopes
  - propriétés du train optique jusqu’au foyer interférométrique
  - vibrations
  - transmission et émission des optiques dans le domaine spectral concerné
  - performance du suivi de franges
  - stabilité du couplage monomode
- les propriétés inhérentes au mode de recombinaison :
  - diaphonie entre les guides d’onde (crosstalk)
  - covariance des erreurs et bruits
  - propriétés du détecteur
  - stabilité de la fonction optique du kernel nuller

Une telle étude dépasse largement du cadre de cette thèse mais devra être menée en parallèle de la R&D sur les composants qui a été entamée dans le projet KERNEL.

Il sera également important d’évaluer la possibilité d’utiliser sur ces noyaux d’obscurité la méthode de *nulling self calibration* (Hanot et al., 2011; Norris et al., 2020) avec ces combineurs. En effet, pour la combinaison globale d’un plus grand nombre d’entrées, l’effet du théorème central limite pourrait rendre plus difficile la déconvolution des distributions d’erreurs.

#### 7.4.2 Pic de transmission hors-axe

La transmission hors-axe est un paramètre important pour évaluer et comparer différentes solutions. La carte de réponse en intensité des sorties sombres est une fonction périodique à deux dimensions de la position relative de la source, dont amplitude peut être caractérisée par la valeur de ses maxima. Pour chaque sortie, la position de ces maxima dépend de la disposition des ouvertures de l’interféromètre et des propriétés internes du combineur.

La transmission du combineur à cette position est par contre une propriété intrinsèque du combineur. Un maximum d’intensité est atteint lorsque, après passage par le nuller, les champs électriques en provenance d’une même direction s’alignent et se retrouvent en phase (un exemple est représenté en figure 7.6 pour le combineur à trois entrées, et dans le panneau de droite de la figure 3 de l’article, pour la sortie #1). La transmission hors-axe maximale ne dépend donc que du nombre  $n_a$  d’ouvertures recombinaison et du facteur de normalisation  $a_l$  caractérisant un nuller sans perte. Cette transmission maximale vaut (en utilisant l’équation 22 de l’article) :

$$I_{peak} = (n_a a_l)^2 = \frac{n_a(n_a - 1)}{n_{null}}, \quad (7.10)$$

exprimé en flux d’une pupille.

Dans le cas de ces combineurs, un noyau d’obscurité est construit en calculant la différence des intensités enregistrées sur deux sorties énantiomorphes, propriété qu’on peut, pour faciliter le calcul, écrire comme une relation de conjugué complexe : si on appelle  $\mathbf{m}_1$  et  $\mathbf{m}_2$  les coefficients des deux lignes du combineur formant un noyau, alors on peut considérer que  $\mathbf{m}_2 = \mathbf{m}_1^*$ .

Pour le lieu du pic de transmission et en utilisant la phase de l’entrée #0 comme référence, on attend toutes les contributions complexes sur l’axe des réels dans la direction positive (voir figure 7.6). Pour la sortie #1, ceci nécessite que les phases des entrées soient l’opposé des phases des coefficients de  $\mathbf{m}_1$ . En d’autres termes, ceci se produit pour un vecteur d’entrée s’écrivant :

$$\mathbf{z} = g\mathbf{m}_1^H = g\mathbf{m}_2^T, \quad (7.11)$$

où  $g$  est un coefficient scalaire complexe qui dépende de l’intensité de la source.

Les deux sorties énantiomorphes contribuent à chacun des noyaux d’obscurité. Il est donc important d’examiner l’intensité du second nul en ce point. Celle-ci s’écrit :

$$|\mathbf{m}_2 \mathbf{z}|^2 = g^2 |\mathbf{m}_2 \mathbf{m}_1^H|^2, \quad (7.12)$$

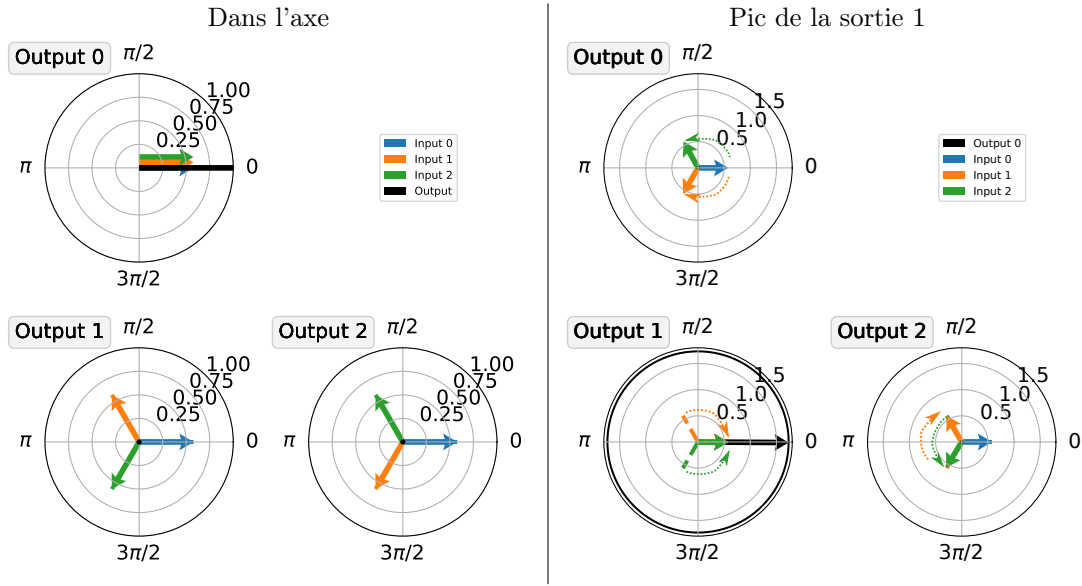


FIGURE 7.6: Illustration du comportement au lieu du pic de transmission hors-axe. Le diagramme de gauche correspond au comportement dans l'axe. Le diagramme de droite correspond à une lumière provenant du lieu d'un pic de transmission pour la sortie 1. On note que le phasage des entrées correspond à l'inverse du phasage de la combinaison initiale, et le module atteint  $\sqrt{3}$ . Pour ce même phasage, les sorties 0 et 2 passent par un zéro.

où  $\mathbf{m}_2 \mathbf{m}_1^H$  peut s'écrire comme la somme des termes de  $\mathbf{m}_2$  élevés au carré. Ici, avec les phaseurs uniformément répartis comme proposé dans le papier, les combinaisons des phases  $\phi_k$  utilisées pour construire chaque ligne de  $\mathbf{M}$ ,  $2\phi_{k,l} = 2c_{kl} \frac{2\pi}{n_a}$  (où  $c_{k,l}$  sont des entiers différents de l'intervalle  $[0, n_a - 1]$ ) sont eux aussi uniformément espacés le long du cercle complexe, et résultent en des phaseurs dont la somme est nulle. Ce comportement est illustré pour le cas d'un combineur à trois entrées par le DMC figure 7.6.

Par conséquent, pour le cas particulier des combineurs à noyaux d'obscurité réguliers introduits dans notre article, cette valeur  $I_{peak}$  représente à la fois l'amplitude de la réponse hors-axe des sorties sombres, et la demi-amplitude de la réponse hors-axe des noyaux d'obscurité. Elle fournit une métrique pour évaluer la sensibilité maximale atteignable dans de bonnes conditions (régime limité par le bruit du détecteur), en tout cas pour la comparaison directe de la transmission de différentes architectures, tout en restant indépendante du positionnement des pupilles et des conditions d'utilisations.

### 7.4.3 Combineurs multiplexés

Ces considérations sur la transmission hors-axe de nos combineurs à noyaux d'obscurité peuvent aider à comparer différentes architectures, et ainsi étayer les commentaires de la section 6.1 de l'article. En effet, la recombinaison de la lumière de six télescope peut être faite de manière complète avec le combineur correspondant à la matrice  $\mathbf{M}'_6$ , fournissant, pour chacune des 20 sorties sombres et des 10 noyaux, un pic de transmission que l'équation (7.10) détermine à  $3/2$  dans l'unité du flux d'un télescope.

Dans une approche différente, orientée pour la sensibilité, on peut obtenir par la juxtaposition de deux combineurs à noyaux à trois entrées (modélisés par  $\mathbf{M}_3$ ). Cette implémentation fournirait deux sorties annulées et un unique noyau dont le pic s'élève à 3 dans la même unité. Les plus petits combineurs fournissent donc une fonction de transmission hors-axe dont l'amplitude est plus élevée, mais ils fournissent un nombre plus petit de sorties et d'observables (deux noyaux dans ce cas).

Combineur	$n_{kn}$	$I_{peak}$ (Flux d'une pupille)
Global $\mathbf{M}'_6$	10	3/2
Paire de $\mathbf{M}_3$	2	3
$5 \times \mathbf{M}_3$ multiplexés	10	3/5
Global $\mathbf{M}_4$	3	2
Double Bracewell $\mathbf{M}_{DB}$	1	4
$3 \times \mathbf{M}_{DB}$ multiplexés	3	4/3

TABLE 7.1: Comparaison d'architectures globales et multiplexées pour  $n_a = 6$  et  $n_s = 4$ .

Conclure sur la sensibilité et sur l'information fournie ne pourrait donc se faire que pour des cas scientifiques précis.

Il est cependant possible d'envisager une troisième option pour laquelle des combineurs à trois entrées sont multiplexés pour obtenir le même nombre de sorties qu'avec  $\mathbf{M}'_6$ . Pour cela la lumière incidente est partagée entre un plus grand nombre de combineurs, chacun alimenté par un différent trio de télescopes. Pour obtenir le même nombre de sorties, chaque entrée doit être divisée en cinq<sup>2</sup>, ce qui donne une intensité crête de 3/5, à comparer avec 3/2 pour le combineur  $\mathbf{M}'_6$ .

Ce même raisonnement peut aider à comparer le combineur double Bracewell ( $\mathbf{M}_{DB}$ ) à celui proposé par Martinache and Ireland (2018) que l'on appellera  $\mathbf{M}_4$ . On peut noter que le facteur de 1/2 qui s'applique aux sortie annulées de  $\mathbf{M}_{DB}$  et qui lui confèrent un pic de transmission<sup>3</sup> de 4. Dans le cas de  $\mathbf{M}_4$ , le coefficient est de  $\sqrt{2}/4$ , ce qui lui confère une intensité de pic de 2. En contrepartie de cette diminution de l'amplitude de la carte de transmission hors-axe, le combineur fournit simultanément les trois observables que  $\mathbf{M}_{DB}$  peut construire par permutations de ses entrées. L'utilisation d'un combineur global complet permette d'explorer plus efficacement des objets complexes, ou moins bien connus a priori, et pour la détection de nouveaux compagnons ; tandis que la configuration en double Bracewell, grâce à sa transmission instantanée plus élevée, pourrait permettre d'utiliser de plus grandes résolution spectrales pour la caractérisation de compagnons dont la position relative est déjà connue.

Ces écarts de transmission, compilés en table 7.1, peuvent s'expliquer par le nombre plus grand de sorties brillantes dans les solutions multiplexées. Ces sorties collectent la lumière qui est vue comme spatialement cohérente chaque groupe d'ouvertures. Dans le cas d'un combineur global, seule la lumière qui apparaît spatialement cohérente pour l'ensemble de l'interféromètre est envoyée vers la sortie brillante.

#### 7.4.4 Combineurs en cascade

Bien que résultant de l'analyse des propriétés d'un recombineur kernel et pas d'un nulleur dans la continuité du design original de Bracewell, ces constatations rappellent une conclusion de Guyon et al. (2013) qui favorise les combineurs concentrant la lumière de l'étoile dans le plus petit nombre de sorties. Bien que leur approche soit radicalement différente (combineurs en frange sombre aux réponses purement symétriques, limités par la lumière d'une étoile centrale partiellement résolue), ces constatations rappellent une conclusion de Guyon et al. (2013) qui remarquent que les combineurs les plus optimaux concentrent la lumière de l'étoile dans le plus petit nombre de sorties. Ceci joue en la défaveur des solutions construites à partir plusieurs petits combineurs qui produisent chacun une sortie brillante. Une voie pour contourner cette limitation serait d'injecter les sorties brillantes des combineurs dans un second étage de combinaison qui pourra fournir quelques observables supplémentaires.

2. ce multiplexage peut aussi être réalisé de manière séquentielle en en conservant deux combineurs à trois entrées, mais en opérant des permutation entre les entrées. Cette solution donne un résultat équivalent pour un même temps d'intégration.

3. Le double Bracewell ne suit pas exactement le schéma proposé dans notre article, et il ne suit donc pas l'équation (7.10).

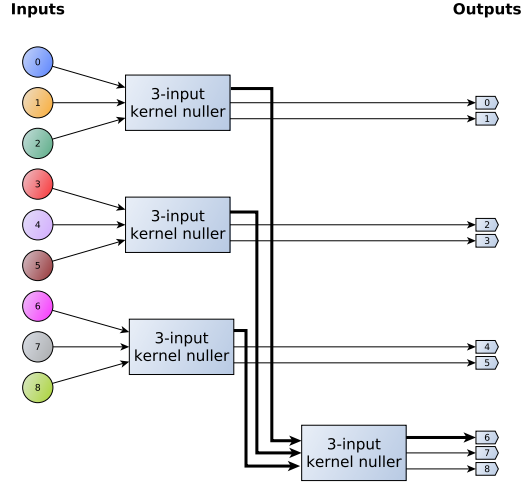


FIGURE 7.7: Représentation schématique d'un combineur à noyaux d'obscurité en cascade constitué de quatre combineurs  $\mathbf{M}_3$ . Les lignes épaisses représentent les sorties brillantes.

La quantité de lumière disponible à cet étage est plus importante qu'au premier étage car chaque sortie brillante regroupe la lumière collectée par plusieurs ouvertures, cependant cet étage sera insensible aux traits de la cible qui auront déjà été résolus par le premier étage.

Je propose ici à titre d'exemple un combineur à neuf entrées construit en associant quatre combineurs  $\mathbf{M}_3$ , trois au premier étage, et un en cascade. Ce combineur illustré en figure 7.7 et peut être modélisé par la matrice  $\mathbf{M}_{9,c}$  :

$$\mathbf{M}_{9,c} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 3 & 3e^{\frac{2j\pi}{3}} & 3e^{-\frac{2j\pi}{3}} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 3 & 3e^{-\frac{2j\pi}{3}} & 3e^{\frac{2j\pi}{3}} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 3 & 3e^{\frac{2j\pi}{3}} & 3e^{-\frac{2j\pi}{3}} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 3 & 3e^{-\frac{2j\pi}{3}} & 3e^{\frac{2j\pi}{3}} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 3 & 3e^{\frac{2j\pi}{3}} & 3e^{-\frac{2j\pi}{3}} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 3 & 3e^{-\frac{2j\pi}{3}} & 3e^{\frac{2j\pi}{3}} \\ \sqrt{3} & \sqrt{3} & \sqrt{3} & \sqrt{3} & \sqrt{3} & \sqrt{3} & \sqrt{3} & \sqrt{3} & \sqrt{3} \\ \sqrt{3} & \sqrt{3} & \sqrt{3} & \sqrt{3}e^{\frac{2j\pi}{3}} & \sqrt{3}e^{\frac{2j\pi}{3}} & \sqrt{3}e^{\frac{2j\pi}{3}} & \sqrt{3}e^{-\frac{2j\pi}{3}} & \sqrt{3}e^{-\frac{2j\pi}{3}} & \sqrt{3}e^{-\frac{2j\pi}{3}} \\ \sqrt{3} & \sqrt{3} & \sqrt{3} & \sqrt{3}e^{-\frac{2j\pi}{3}} & \sqrt{3}e^{-\frac{2j\pi}{3}} & \sqrt{3}e^{-\frac{2j\pi}{3}} & \sqrt{3}e^{\frac{2j\pi}{3}} & \sqrt{3}e^{\frac{2j\pi}{3}} & \sqrt{3}e^{\frac{2j\pi}{3}} \end{bmatrix}. \quad (7.13)$$

Les six premières lignes de cette matrice correspondent aux sorties sombres du premier étage, et la septième ligne correspond à l'unique sortie brillante du combineur. Les deux dernières produisent deux nouvelles sorties sombres qui permettent de construire une observable robuste supplémentaire.

Pour cet exemple, j'utilise la disposition correspondant au masque Golay à neuf trous (Golay, 1971) utilisée notamment dans l'instrument VLT/NaCO (Tuthill et al., 2010) et inscrite dans une ouverture de 8m. Les simulations sont réalisées dans la longueur d'onde de  $1.6\mu\text{m}$  correspondant à la bande H.

La figure 7.8 montre trois configurations possibles de ces mêmes sous-pupilles, choisies en particulier pour illustrer leur diversité. Dans la configuration "Petits triangles", les combineurs du premier étage rassemblent chacun les pupilles des petits triangle. Ceux-ci ne comportant que des petites lignes de base, leur fonction de réponse (en sorties sombres et en noyaux) comporte exclusivement de faibles fréquences spatiales. Pour le second étage, les lignes de base qui séparent ces trois groupes sont plus grandes, et ses cartes de réponse comportent principalement des hautes fréquences spatiales, et leur

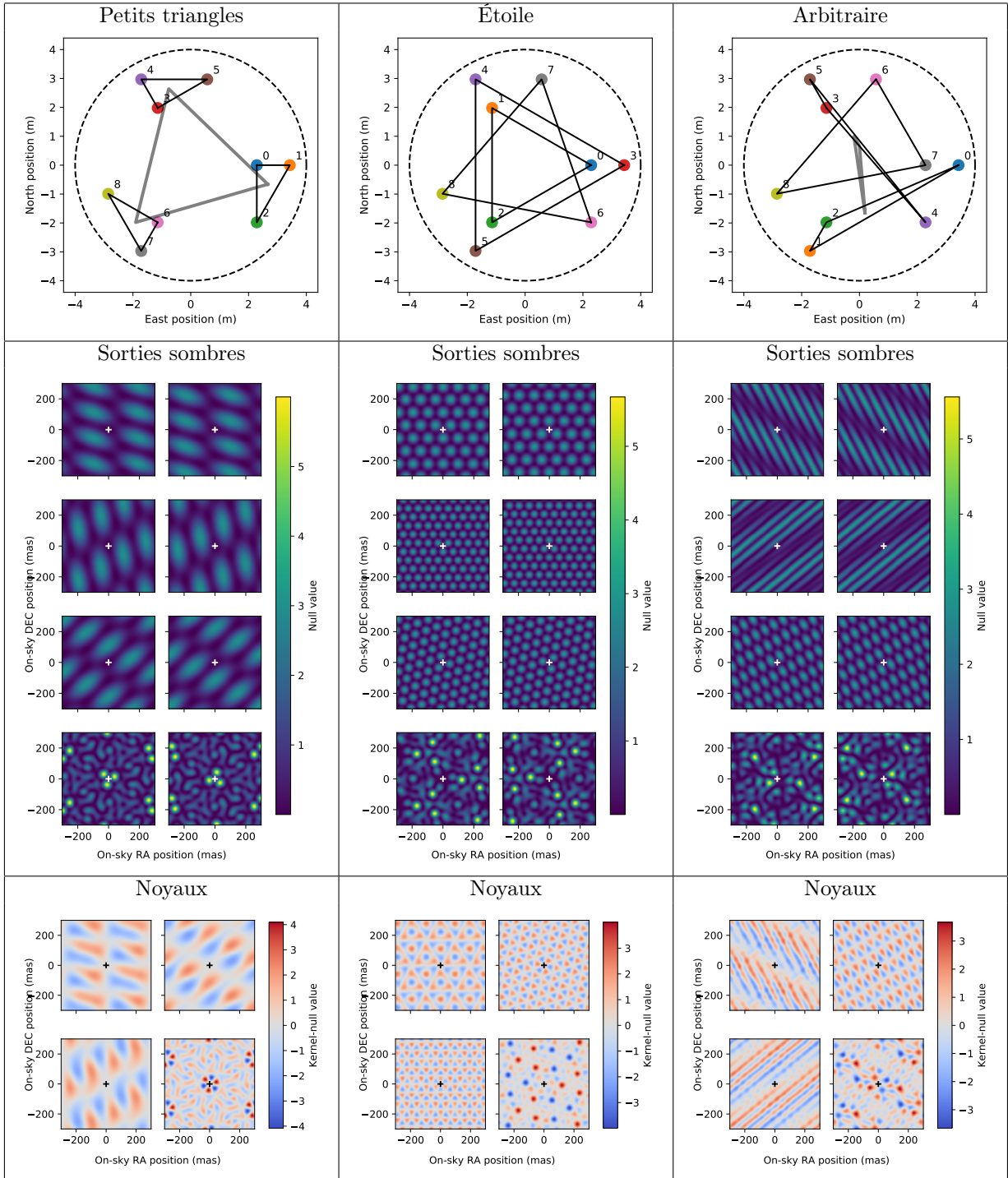


FIGURE 7.8: Trois exemples de groupement de configurations basées sur la même disposition de sous-pupilles Golay-9 inscrite dans un cercle de 8m, et considérées pour la longueur d'onde de  $1.6\mu\text{m}$ . Pour chacune, on peut voir la carte de la configuration sur laquelle des triangles noirs représentent les combinaisons construites par le premier étage, les huit cartes de réponse des sorties sombres, et quatre cartes de réponse des noyaux. On note que les cartes correspondant aux sorties du deuxième étage ont toutes une amplitude plus importante. Leur morphologie est cependant très différente, en particulier dans leur sensibilité à faible séparation angulaire.

pic principal se situe à faible séparation, dans la région où le premier étage n'est pas sensible. Cette configuration pourrait être plus intéressante pour la détection aux plus faibles séparations angulaire, dans les cas où l'étoile est non-résolue.

Dans la configuration "Etoile", les combineurs du premier étage rassemblent des triangles de grandes lignes de base, qui sont concentriques. On remarque un comportement inverse, avec des pics de sensibilité du second étage qui se produisent à plus grande séparations angulaire. Cette configuration pourrait être plus adaptée à l'observation de l'environnement d'étoiles partiellement résolues car la zone sombre centrale des cartes des sorties sombres sont plus étendues.

La configuration "Arbitraire" a été choisi aléatoirement pour illustrer un cas plus général. On note en particulier que les cartes de noyaux perdent leur antisymétrie par rotation de 60 degrés. Ils conservent cependant l'antisymétrie par rotation de 180 degrés fondamentale dans les noyaux d'obscurité.

Ces exemples ont été choisis pour mettre en évidence la sensibilité accrue qui peut être obtenue dans certaines régions du champ par le choix des combinaisons de pupilles. On peut supposer que pour les cas scientifiques nécessitant l'exploration d'une région spécifique autour d'une étoile, il serait possible de choisir une configuration dont la transmission est plus avantageuse localement, ce qui permettrait par exemple d'améliorer la sensibilité, ou d'utiliser une résolution spectrale plus élevée.

Le multiplexage de petits combineurs peut donc aussi être réalisé par étages, ce qui permet de récupérer une partie de la transmission hors-axe, et offre une flexibilité supplémentaire. La famille des solutions globales complètes, que nous avons identifiée dans notre article demeure cependant le sujet principal de nos travaux. La suite de ce chapitre, entame une examination de certains des enjeux liés à leur implémentation physique.

## 7.5 Implémentation physique

Les solutions technologiques pour l'implémentation physique de tels combineurs n'est pas abordée dans notre article qui se concentre sur les aspects théoriques. Si j'en ai donné une démonstration algébrique concise dans l'annexe A du papier, je souhaite développer ici une démonstration plus physique et instinctive de ces contraintes.

L'approche mathématique qui nous a servi à construire des matrices ce combineurs permet d'appréhender l'aspect fonctionnel, mais comporte le risque de concevoir des solutions qui n'ont pas de sens physique. En particulier l'amplification de la lumière présente aux entrées, ou l'utilisation de combineurs en "Y" convergents. C'est pour cette raison que nous avons introduit en annexe A de notre article un critère algébrique servant à vérifier qu'une matrice est bien celle d'un combineur conservatif.

### 7.5.1 Combineurs élémentaires

Traduire cette matrice en un circuit optique n'est pas toujours facile. Dans la pratique, qu'il soit réalisé en optique de volume ou en optique intégrée, un combineur est le plus souvent construit en assemblant des briques élémentaires qui sont autant de composants discrets.<sup>4</sup>

Dans le cadre d'interférences monochromatiques, ces composants élémentaire sont au nombre de quatre :

— Retard optique (phaseur de norme un) :  $a = e^{j\varphi}$

— Croisement :  $\mathbf{C} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$

— Scindeur en "Y" :  $\mathbf{Y} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$

— Coupleur en "X" :  $\mathbf{X} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -j & j \end{bmatrix}$

---

4. Une exception notable est le cas des combineurs à interférence multimodes évoqués en section 7.5.4 qui peuvent enrichir l'énumération proposée ici.

L'identification d'une solution technique pour une matrice de combineur consiste à en identifier une décomposition en ces composants élémentaires.

### 7.5.2 Le banc d'essais KERNEL

Le banc d'essai KERNEL, est en cours d'intégration dans les salles blanches du laboratoire Lagrange à Valrose. Il a pour but de mettre à l'épreuve différents aspects des observations à haut contraste. Il comporte d'une part une voie métrologique constituée d'un suiveur de franges de précision fonctionnant par la recombinaison de Fizeau simultanée de tous les faisceaux dans quatre bandes prises dans les bandes J et H; et d'autre part une voie dédiée à des expériences de recombinaison en frange sombre dans la bande H.

Cette voie de recombinaison doit servir à démontrer expérimentalement les principes de noyaux d'obscurité, en particulier avec des combineurs d'optique intégrée. Le cas scientifique de la détection d'exoplanètes pousse l'exploitation d'observations dans l'infrarouge moyen, depuis le sol dans les bandes L, M, et N, et depuis l'espace de 3 à 20  $\mu\text{m}$  (Von Paris et al., 2013). Cependant, le degré de maturité des composants d'optique intégrée en bande H est bien plus élevé en raison leur usage intensif dans les composants de télécommunications, ce qui permet des expérimentations à un coût réduit.

### 7.5.3 Un prototype pour VIKiNG

VIKiNG (*VLTi Infrared Kernel NullinG instrument*) est une implémentation possible de l'architecture originale du *kernel-nuller* à quatre télescopes introduit par Martinache and Ireland (2018), prévue pour fonctionner au foyer du VLTi dans la bande L où il serait au moins capable de réaliser la détection directe et la caractérisation spectrale d'une quinzaine de planètes extrasolaires de type Jupiter chauds connues par vitesse radiale.

L'objectif premier de la voie de recombinaison est de valider l'intérêt pour les combineurs à noyaux d'obscurité et la robustesse qu'ils peuvent apporter en pratique, et donc l'intérêt pour un instrument tel que VIKiNG. En particulier, elle vise à tester le fonctionnement de ces techniques dans le cas de combineurs réels affectés par des imperfections de fabrication. La conservation des propriétés avantageuses propres de ces *kernel-nullers* dans ce type de conditions est l'un des axes principaux de recherche du projet KERNEL.

Le procédé retenu pour ces expérimentation repose sur des guides d'onde en nitrure de silicium sur un substrat de silice ( $\text{Si}_3\text{N}_4/\text{SiO}_2$ <sup>5</sup>). Cette technologie permet la réalisation avec une grande finesse de détails (de l'ordre de 50nm) pour les guides d'ondes avec un contraste d'indice de réfraction élevé. Ce contraste permet l'utilisation de faibles rayons de courbures et de construire des composants de petite taille. Comme il est très utilisé dans l'industrie, les fabricants proposent la réalisation de lots partagés qui abaissent le coût du prototypage.

Les coupleurs qui sont intégrés dans les composants d'optique intégrée pour les instruments astronomiques, comme GRAVITY (Gravity Collaboration et al., 2017), PIONIER (Le Bouquin et al., 2011), SPICA-FT (Mourard et al., 2018), GLINT (Norris et al., 2020) ont historiquement été plutôt réalisés sous la forme de coupleurs à champ évanescent. Dans ce cas, le couplage est réalisé en rapprochant deux guides d'ondes suffisamment pour que leurs champs évanescents soient couplés. La technique qui a été retenue ici est une technique différente qui est maintenant mature dans les composants au nitrure de silicium : les coupleurs à interférence multi-modes (MMI<sup>6</sup>). Dans le cas de ces derniers, les guides d'ondes monomodes qui transportent la lumière l'injectent dans une section qui est capable de porter plusieurs modes (parfois plusieurs dizaines). Les interférences qui s'établissent entre les modes dans cette section font apparaître différents profils d'amplitudes complexes, dont certains sont en quelque sorte des images multiples (Heaton and Jenkins, 1999) du profil d'entrée et dans lesquelles l'énergie

---

5. aussi appelé en anglais *silicon nitride*

6. De l'anglais *multi-mode interference couplers*

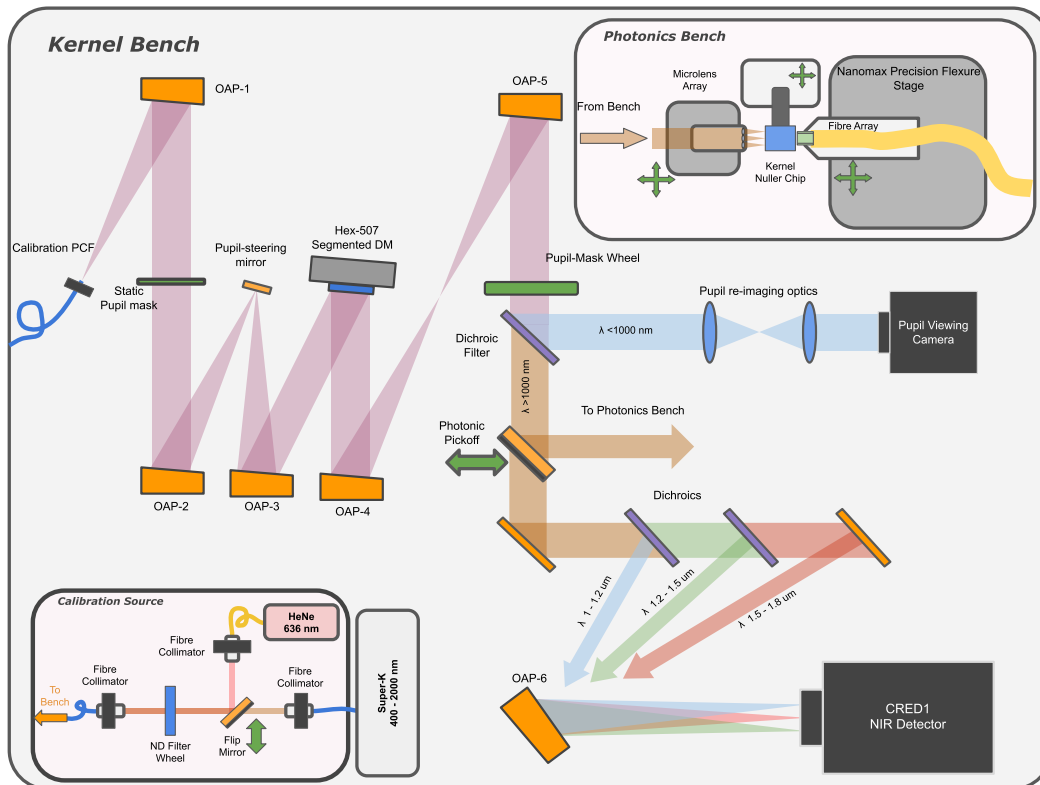


FIGURE 7.9: Représentation schématique du banc kernel. La source de calibration, réalisée à partir d'une source laser polychromatique super-continuum, est détaillée dans le coin inférieur-gauche. Une voie commune comporte deux plans pupille et deux plans images, ainsi que le miroir déformable segmenté. Dans la partie inférieure-droite se trouve la partie imagerie multi-bande dédiée à la métrologie et au suivi de frange. La voie photonique détaillée dans le coin supérieur-droit comprend des positionneurs fins qui permettent d'aligner les microlentilles, le circuit optique intégré, et les fibres optiques qui collectent les sorties. Un petit spectrographe, encore en cours de conception permettra de disperser ces sorties.



est concentrée dans un seul mode. En interrompant cette section à la bonne longueur, on peut alors injecter dans les guides d'onde monomodes de sortie la combinaison recherchée. Les coupleurs en "X" et en "Y" en particulier sont maîtrisés dans cette technologie et montrent des performances supérieures aux coupleurs à champ évanescents, c'est pourquoi ils ont été retenus pour ces expériences.

Comme nous le verrons, cette technique permet de concevoir des coupleurs plus compliqués réalisant des opérations sur trois ou quatre entrées en déclinant une certaine famille de recombinaisons, et qui s'ajoutent à la liste proposée en section 7.5.1. Afin d'explorer ces possibilités, j'ai mis sur pied un outil de calcul permettant d'examiner la propagation de la lumière dans la section multimodes, que je détaille en annexe C.

La solution de combineur à noyaux d'obscurité pour quatre entrées détaillée par Martinache and Ireland (2018) et s'écrivant  $\mathbf{M}_{\text{papier}} = \mathbf{S} \cdot \mathbf{N}$  peut être représentée par le DMC en Fig. 7.12. C'est la société BRIGHT Photonics qui a été consultée pour la conception d'une implémentation des deux étages

$$\mathbf{N} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \end{bmatrix}, \quad (7.14)$$

et

$$\mathbf{S} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & j & 0 \\ 0 & j & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & j \\ 0 & j & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & j \\ 0 & 0 & j & 1 \end{bmatrix}, \quad (7.15)$$

dans leur technologie au nitrure de silicium. Pour le combineur  $\mathbf{S}$ , il peut être construit à partir de composants discrets (trois séparateurs en "Y" et trois coupleurs en "X").

#### 7.5.4 Correction de la solution proposée par BRIGHT Photonics

Pour le combineur  $\mathbf{N}$ , la technologie MMI offre une solution constituée d'un seul combineur à quatre entrées et quatre sorties dont le design proposé par BRIGHT est illustré en figure 7.11. Cette solution semble, à première vue, répondre au cahier des charges d'un nuller, avec la lumière sur l'axe couplée vers une sortie unique. Mon analyse m'a cependant révélé que ce combineur ne produit pas des sorties compatibles avec le combineur  $\mathbf{S}$ . Ceci est révélé par le modèle matriciel  $\mathbf{N}_{\text{Bright}}$  illustré par le DMC en figure 7.13 :

$$\mathbf{N}_{\text{Bright}} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ e^{\frac{3j\pi}{4}} & e^{-\frac{3j\pi}{4}} & e^{\frac{j\pi}{4}} & e^{-\frac{j\pi}{4}} \\ e^{-\frac{j\pi}{4}} & e^{-\frac{3j\pi}{4}} & e^{\frac{j\pi}{4}} & e^{\frac{3j\pi}{4}} \\ 1 & -1 & -1 & 1 \end{bmatrix} \quad (7.16)$$

Cependant, mon examen de cette solution grâce au DMC figure 7.13 a révélé que, bien qu'elle forme une unique sortie brillante et trois sorties annulées distinctes, elle ne produit pas les combinaisons attendues (composées de phaseurs réels) telles qu'illustré en figure 7.10. Par conséquent, son association avec le combineur  $\mathbf{S}$  ne pourra pas produire les combinaisons robustes souhaitées.

Il a donc fallu concevoir un combineur  $\mathbf{S}'$  dédié qui permette de passer des combinaisons obscures fournies par cette version (panneau de gauche de la figure 7.13), aux combinaisons obscures recherchées

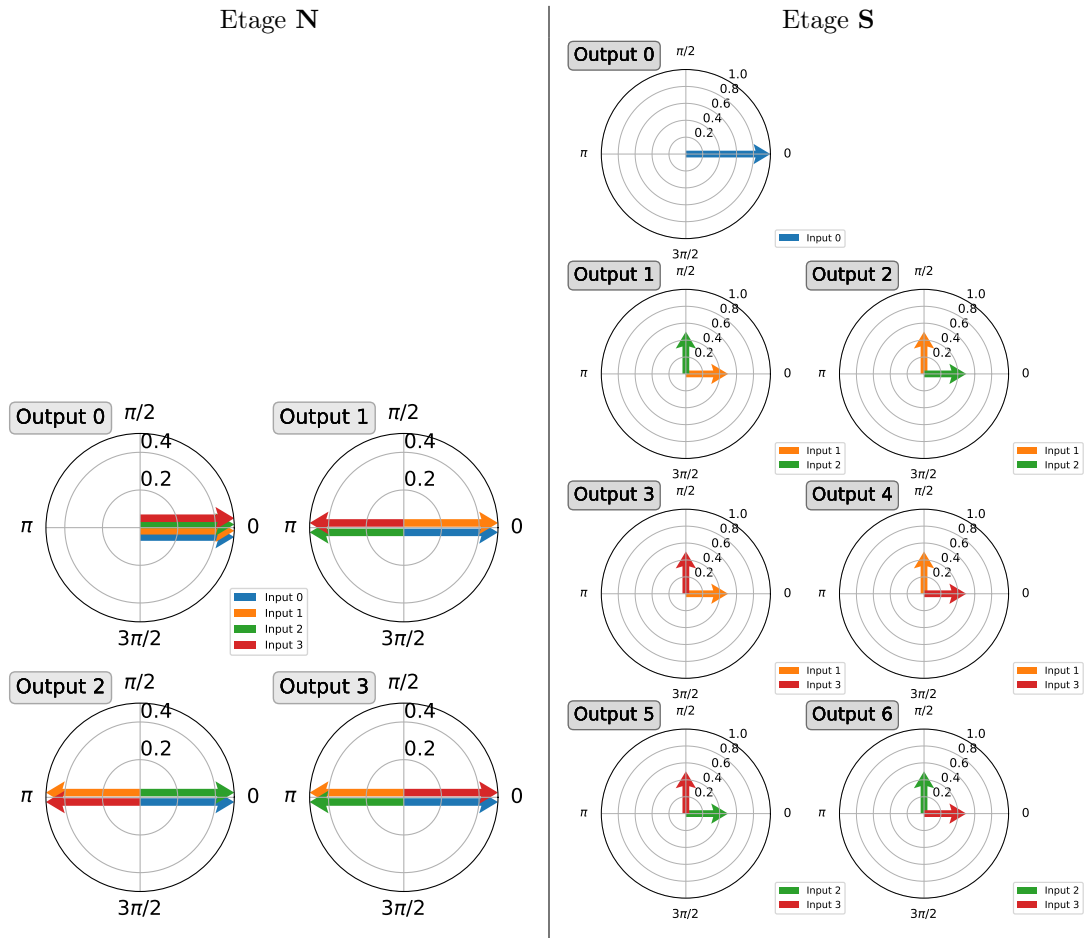


FIGURE 7.10: À gauche, le DMC de l'étage N (équation (7.14)) issu de Martinache and Ireland (2018) et montré dans Laugier et al. (2020a). À droite, le DMC de l'étage S (équation (7.15)) issu de Martinache and Ireland (2018).

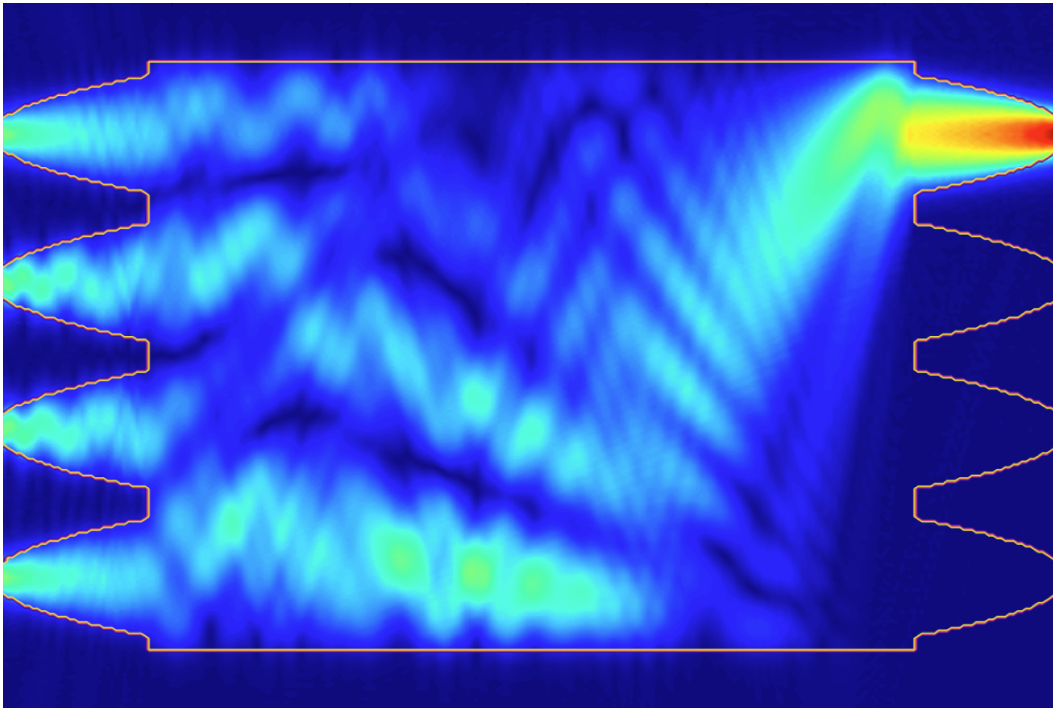


FIGURE 7.11: Une carte de l'intensité dans le combineur multimodes à quatre entrées proposée par BRIGHT. Les quatre entrées (à gauche), interfèrent dans la section multimodes pour former une sortie brillante (en haut) et trois sorties sombres.

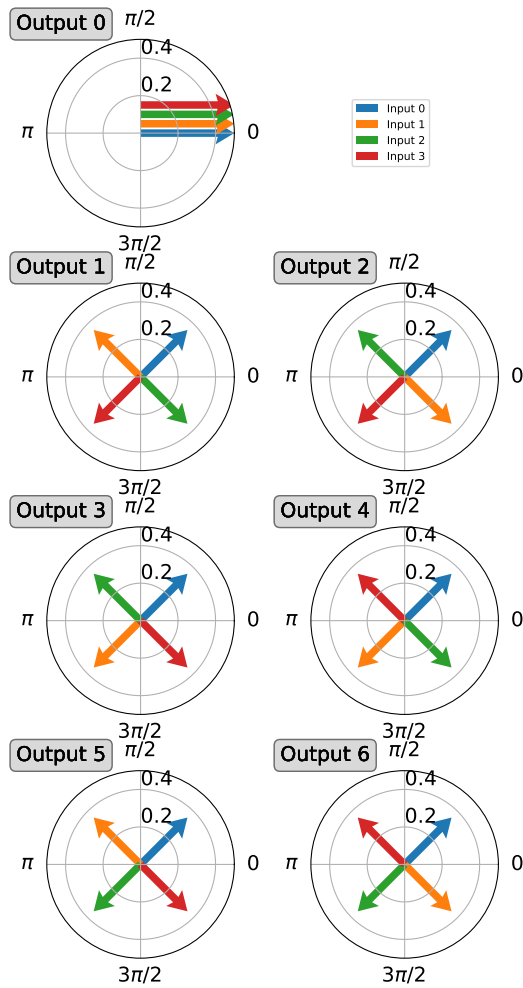


FIGURE 7.12: Le DMC du combineur global recherché  $\mathbf{M}_{target}$  montré en Eq. (7.18).

(figure 7.12). Pour cela, j'ai pu utiliser les outils que j'ai développés pour mettre en évidence une solution.

Le combineur proposé fournit déjà deux combinaisons complexes énantiomorphe adéquates à la production d'une observable robuste. La dernière sortie, par contre, ne permet pas d'en créer davantage, et cet étage est comparable à un double Bracewell pour lequel on aurait à nouveau combiné les deux sorties brillantes pour donner un nul classique et une sortie brillante.

Le problème est donc de chercher  $\mathbf{S}'$  tel que :

$$\mathbf{S}' \cdot \mathbf{N}_{Bright} = \mathbf{M}_{target}, \quad (7.17)$$

où  $\mathbf{M}_{target}$  est la matrice du combineur recherché :

$$\mathbf{M}_{target} = \frac{\sqrt{2}}{4} \begin{bmatrix} \sqrt{2} & \sqrt{2} & \sqrt{2} & \sqrt{2} \\ e^{\frac{j\pi}{4}} & je^{\frac{j\pi}{4}} & -je^{\frac{j\pi}{4}} & -e^{\frac{j\pi}{4}} \\ e^{\frac{j\pi}{4}} & -je^{\frac{j\pi}{4}} & je^{\frac{j\pi}{4}} & -e^{\frac{j\pi}{4}} \\ e^{\frac{j\pi}{4}} & -e^{\frac{j\pi}{4}} & je^{\frac{j\pi}{4}} & -je^{\frac{j\pi}{4}} \\ e^{\frac{j\pi}{4}} & -e^{\frac{j\pi}{4}} & -je^{\frac{j\pi}{4}} & je^{\frac{j\pi}{4}} \\ e^{\frac{j\pi}{4}} & je^{\frac{j\pi}{4}} & -e^{\frac{j\pi}{4}} & -je^{\frac{j\pi}{4}} \\ e^{\frac{j\pi}{4}} & -je^{\frac{j\pi}{4}} & -e^{\frac{j\pi}{4}} & je^{\frac{j\pi}{4}} \end{bmatrix}, \quad (7.18)$$

Dans notre cas,  $\mathbf{N}_{Bright}$  est une matrice carrée, et qui doit être unitaire (et inversible) afin de respecter la conservation d'énergie. On peut donc résoudre cette équation ainsi :

$$\mathbf{S}' = \mathbf{M}_{target} \cdot \mathbf{N}_{Bright}^{-1}, \quad (7.19)$$

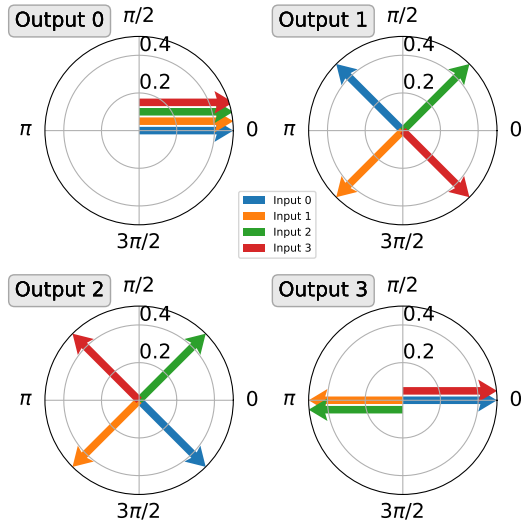
où  $\mathbf{N}_{Bright}^{-1} = \mathbf{N}_{Bright}^H$ .

On obtient :

$$\mathbf{S}' = \frac{\sqrt{2}}{4} \begin{bmatrix} 2\sqrt{2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -2j & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2j & 0 \\ 0 & 1 & j & \sqrt{2} \\ 0 & -j & 1 & \sqrt{2}j \\ 0 & -j & -1 & \sqrt{2} \\ 0 & -1 & j & \sqrt{2}j \end{bmatrix}. \quad (7.20)$$

Bien que la formulation matricielle puisse paraître compliquée, le DMC représenté en Fig. 7.13 la rend plus compréhensible. En effet, en gardant à l'esprit que les sorties du combineur peuvent être arbitrairement phasées, on constate que les deux premières sorties annulées sont scindées en deux pour alimenter, d'une part les deux premières sorties annulées du combineur global, d'autre part elles sont combinées entre elles, telles que l'indique le petit angle droit et son image miroir que leur contribution forme dans les quatre dernières sorties. Dans ces dernières, ces recombinaisons sont à nouveau combinées avec avec l'entrée trois qui a été scindée en deux pour l'occasion. L'implémentation de cette architecture est visible sur le masque du combineur montré en Fig. 7.14.

Étage  $N_{Bright}$



Étage  $S$

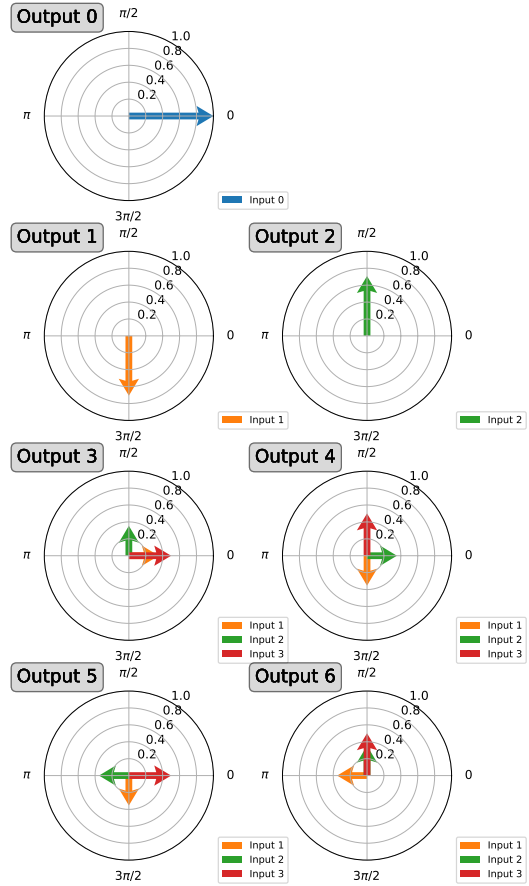


FIGURE 7.13: À gauche, le DMC de l'étage  $N_{Bright}$  (équation ()) proposée par Bright. On remarque que deux nuls sont déjà énantiomorphes, ce qui rend la solution comparable à un Double Bracewell. À droite, le DMC de l'étage  $S$  obtenu par le calcul en Eq. (7.19). Notez que certains phaseurs se superposent.

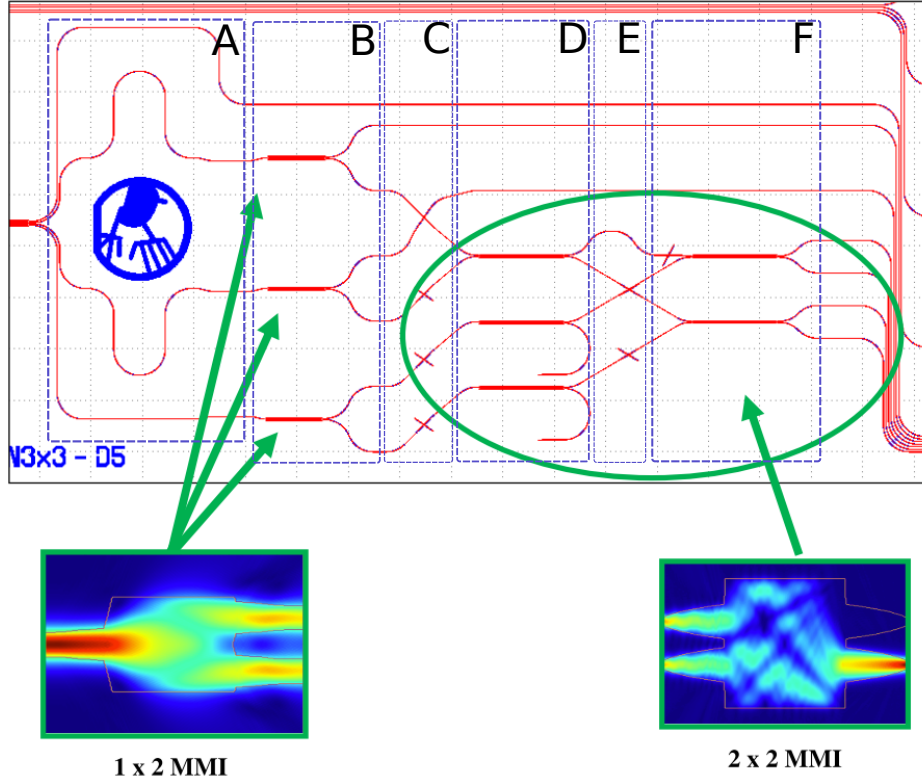


FIGURE 7.14: La partie du composant d'optique intégrée contenant le combineur  $S'$ . Les traits rouges fins sont des guides d'onde, les traits rouges épais sont des combineurs MMI. On voit à gauche les quatre sorties de  $N_{Bright}$ . Les contours en tirets bleus indiquent le découpage de la factorisation détaillée aux équations (7.21) à (7.27). La sortie brillante traverse le reste du combineur, tandis que les trois sorties annulées sont d'abord scindées par des combineurs en "Y", puis recombinaées entre-elles par deux étages de combineurs en "X". On note deux coupleurs en "X" supplémentaires qui permettent d'assurer l'égalité des chemins optiques, et dont une sortie inutile est braquée vers l'entrée du composant par précaution.

### 7.5.5 Factorisation en combineurs élémentaires

Rendre systématique ce type de décomposition serait très intéressant pour la construction des combineurs à noyaux d'obscurité les plus complexes (plusieurs dizaines de sorties). Le passage de la matrice globale représentant le combineur de manière fonctionnelle, à une implémentation physique à partir de combineurs élémentaires revient à en proposer une factorisation en une série de matrices plus simples. Ces matrices sont des matrices bloc-diagonales, dont chaque bloc est la matrice d'un combineur élémentaire.

A titre d'exemple (et pour vérifier que la décomposition obtenue correspond bien à la matrice), on peut reproduire cette décomposition du combineur  $S'$ . Celui-ci peut se décomposer en six sections délimitées par des contours en bleu. Chaque section peut considérée comme un combineur sans perte modélisé par les matrices  $A$ ,  $B$ ,  $C$ ,  $D$ ,  $E$  et  $F$  (les zéros sont omis pour souligner leur nature bloc-diagonale).

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & & & \\ & 1 & & \\ & & e^{j\frac{\pi}{2}} & \\ & & & 1 \end{bmatrix} \quad (7.21)$$

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 1 & & & & \\ & \frac{\sqrt{2}}{2} & & & \\ & \frac{\sqrt{2}}{2} & & & \\ & & \frac{\sqrt{2}}{2} & & \\ & & \frac{\sqrt{2}}{2} & & \\ & & & \frac{\sqrt{2}}{2} & \\ & & & \frac{\sqrt{2}}{2} & \end{bmatrix} \quad (7.22)$$

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} 1 & & & & & & \\ & e^{j\frac{\pi}{2}} & & & & & \\ & & 0 & 1 & & & \\ & & 1 & 0 & & & \\ & & & & 1 & & \\ & & & & & 1 & \\ & & & & & & 1 \end{bmatrix} \quad (7.23)$$

$$\mathbf{D} = \begin{bmatrix} 1 & & & & & & \\ & 1 & & & & & \\ & & 1 & & & & \\ & & & \frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} & & \\ & & & -\frac{\sqrt{2}j}{2} & \frac{\sqrt{2}j}{2} & & \\ & & & & & 1 & \\ & & & & & & 1 \end{bmatrix} \quad (7.24)$$

$$\mathbf{E} = \begin{bmatrix} 1 & & & & & & \\ & 1 & & & & & \\ & & 1 & & & & \\ & & & 1 & & & \\ & & & & 0 & 1 & \\ & & & & 1 & 0 & \\ & & & & & & 1 \end{bmatrix} \quad (7.25)$$

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} 1 & & & & & & \\ & 1 & & & & & \\ & & 1 & & & & \\ & & & \frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} & & \\ & & & -\frac{\sqrt{2}j}{2} & \frac{\sqrt{2}j}{2} & & \\ & & & & & \frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} \\ & & & & & -\frac{\sqrt{2}j}{2} & \frac{\sqrt{2}j}{2} \end{bmatrix} \quad (7.26)$$

La matrice du combineur  $\mathbf{S}'$  peut alors s'écrire :

$$\mathbf{S}' = \mathbf{F} \cdot \mathbf{E} \cdot \mathbf{D} \cdot \mathbf{C} \cdot \mathbf{B} \cdot \mathbf{A}. \quad (7.27)$$

Cette représentation a l'avantage d'offrir une traduction directe avec l'implémentation physique de la figure 7.14. Il sera intéressant d'explorer les outils offerts par l'algèbre linéaire pour construire de manière systématique de telles factorisations.



### 7.5.6 Prototype de combineur à trois entrées

Parmi les solutions proposées pour construire des combineurs annulants robustes proposés dans notre article, la plus simple est celle de la recombinaison de trois entrées. Or, il se trouve que cette recombinaison peut être obtenue en un seul combineur MMI. Une telle solution a été proposée par BRIGHT qui paraît fonctionnelle d’après les résultats de leur simulation. Une carte de l’intensité de ce champ électrique est montré en Fig. 7.15.

Ce composant est extrêmement simple et compact. Dans la technologie SiN employée ici, il mesure  $15\mu\text{m}$  de large et  $330\mu\text{m}$  de long ( $495\mu\text{m}$  en incluant les adaptations d’entrée et de sortie). Vu sa petite taille, deux exemplaires ont été ajoutés dans le composant, qui pourront donc être testés en laboratoire.

### 7.5.7 Combineurs plus complexes

Il est attendu que la construction des combineurs évoqués ici soit possible en optique de volume. L’utilisation de séparatrices à la manière de Guyon et al. (2013), doit permettre de constituer un étage fournissant  $n_a - 1$  combinaisons annulées. Dans le cas d’un combineur à trois télescopes, cette architecture peut être ajustée pour obtenir la combinaison que nous proposons.

Pour des combineurs à noyaux d’obscurité plus grands, l’approche suivie en section 7.5.4 pourrait permettre d’identifier une décomposition en composants élémentaires du reste du combineur. Au vu des résultats obtenus, on attend dans tous les cas que cet étage débute par une série de séparatrices scindant chacun des faisceaux annulés en  $n_a - 2$ .

## 7.6 Discussion

### 7.6.1 Solution continue

En tant utilisateur familier de techniques comme les noyaux de phase qui généralisent une solution discrète à des instruments continus, je ne peux m’empêcher d’envisager que ces concepts puissent donner lieu de manière pratique à des solutions continues en optique de volume. Hors, comme mis en évidence par l’équation (2.6), les combinaisons produites pour des directions situées symétriquement de part et d’autre de l’axe optique sont complexe conjuguées et donc énantiomorphes. Par conséquent, si ces deux combinaisons sont obscures, alors elles rempliront tous les critères identifiés dans ce chapitre et pourront constituer, par soustraction, des noyaux d’obscurité.

Il conviendra d’examiner en particulier la soustraction d’images obtenues avec des coronographes à masque de pupille binaire, par leur image tournée de 180 degrés. Cette approche peut être rapprochée aux travaux de Bloemhof (2006) sur la soustraction des speckles symétriques, et de Soummer et al. (2007) sur le *speckle pinning*. Le phénomène n’est donc pas inconnu, mais pourrait être difficile à obtenir aux plus faibles séparations.

### 7.6.2 Interprétation de mesures en noyau d’obscurité

Un aspect de ces noyaux d’obscurité qui les distingue d’autres observations interférométriques est que chaque sortie est le résultat de la combinaison, non-pas de paires de télescopes, mais de trois télescopes (comme pour les clôtures) ou plus. Par conséquent, les valeurs mesurées ne sont pas liées directement à des valeurs de visibilité qui seraient l’expression des fréquences spatiales correspondantes de la distribution d’intensité sur le ciel.

En d’autres termes, le théorème de Van Cittert-Zernike mentionné au chapitre 3 ne peut pas être utilisé directement. Cependant, les principes fondamentaux sur lequel il repose, l’incohérence des sources de lumière et la linéarité de la réponse, demeurent valides, et permettent la comparaison et l’ajustement de modèles, tout comme elles le permettent pour les clôtures et les noyaux de phase. Ici,

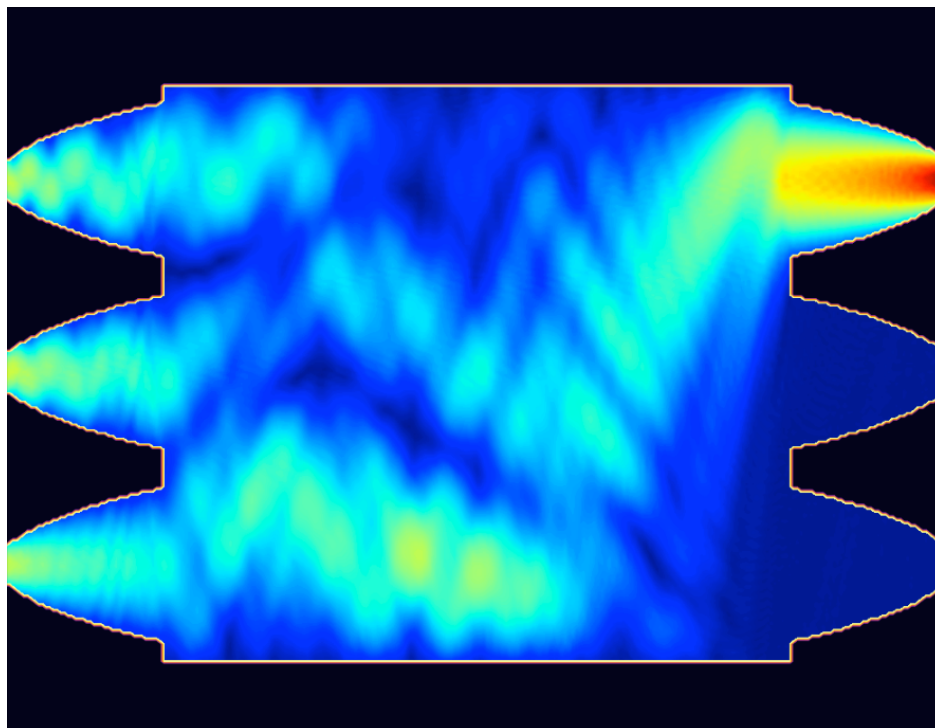


FIGURE 7.15: Une simulation du combineur annulant à trois entrées proposé par BRIGHT. La carte montre l'intensité du champ électrique à l'intérieur du coupleur à interférence multimode dans lequel sont injectés des champs électriques cophasés par les trois entrées à gauche. La totalité de ce champ cophasé produit une interférence constructive dans la première sortie, tandis que des champs spatialement incohérents produiraient de la lumière dans les deux autres sorties. Chacune des entrées et sorties présentent un amincissement progressif en forme d'entonnoir qui est optimisé pour mieux contrôler le contenu modal généré par la transition entre les guides d'ondes monomodes et multimodes.

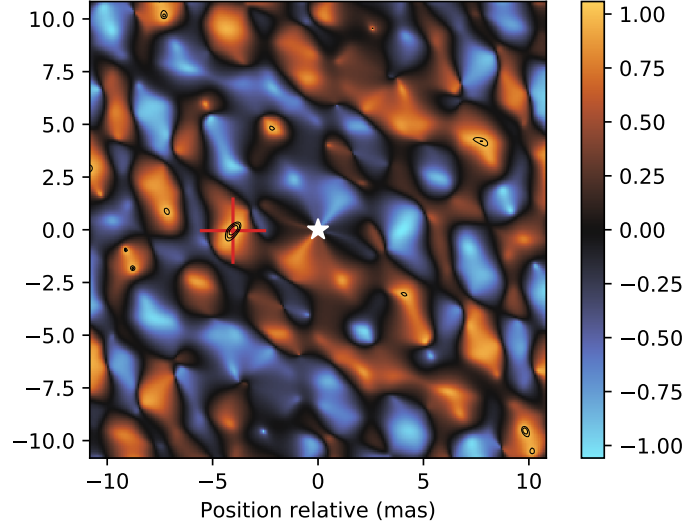


FIGURE 7.16: Une carte de colinéarité correspondant à une observation en snapshot du signal simulé avec d'un compagnon. Des contours noirs soulignent les valeurs les plus élevées, et un + rouge indique la position du compagnon. Même si la carte présente de nombreux extrema locaux, la position du maximum coïncide avec la position du compagnon. On peut noter également la nature antisymétrique de la carte.

la signature en intensité à la sortie du combineur d'une source ponctuelle d'intensité  $s$  localisée en un point  $(\alpha, \beta)$  par rapport à l'axe optique peut s'écrire :

$$\mathbf{x}^O(\alpha, \beta, s) = (\mathbf{Mz}(\alpha, \beta, s))^* \circ \mathbf{Mz}(\alpha, \beta, s) = [(\mathbf{m}_l \mathbf{z}(\alpha, \beta, s))^* \mathbf{m}_l \mathbf{z}(\alpha, \beta, s)]_l \quad (7.28)$$

où  $\circ$  désigne le produit de Hadamard (produit terme-à-terme) et  $\mathbf{z}$  est le vecteur de champ électrique aux entrées, qui s'exprime (en l'absence d'aberrations) :

$$\mathbf{z}(\alpha, \beta, s) = \left[ \sqrt{s} e^{j \frac{2\pi}{\lambda} (X_k \alpha_s + Y_k \beta_s)} \right]_{|k} \quad (7.29)$$

où  $X_k$  et  $Y_k$  sont les coordonnées projetées des sous-pupilles, et  $\alpha_s$  et  $\beta_s$  sont les coordonnées sur le ciel relatives à l'axe optique.

Ayant effectué les mesures d'intensité  $\mathbf{x}$  à la sortie du combineur, on pourra donc réaliser un ajustement de modèle en noyaux d'obscurité en utilisant l'équation :

$$\mathbf{Kx} = \mathbf{Kx}^O + \varepsilon_\kappa \quad (7.30)$$

où  $\mathbf{K}$  est la matrice du noyau qui réalise la soustraction par paire des nuls énantiomorphes, et  $\varepsilon_\kappa$  est le résidu.

Des raccourcis, comme les cartes de colinéarité décrites en section 3.2.3 pourront toujours être utilisés. La figure 7.16 montre un exemple de carte pour le signal simulé d'un compagnon observé avec la configuration décrite en section 5.3 et figure 7 de l'article et utilisant un combineur à six télescope, alimenté par l'interféromètre CHARA observant au zénith. On peut noter que la carte présente de nombreux extrema locaux, à cause du petit nombre d'observables (10 dans ce cas). La super synthèse permettra d'augmenter le nombre d'observables et conduira à des cartes présentant (en l'absence de tout autre bruit) un maximum plus prononcé, marquant la position du compagnon comme c'est le cas avec les cartes de colinéarité des noyaux de phase. Cette étude fait l'objet de la thèse de Peter

Chingaïpe de l'équipe KERNEL qui va également veiller à l'intégration et à la caractérisation du prototype de combineur fabriqué par BRIGHT Photonics.

Dans ce nouveau cas, le signal modèle (pour toutes les sorties du combineur) s'écrit :

$$\mathbf{g}^O(\alpha, \beta) = \int_{-\text{inf}}^{+\text{inf}} (\mathbf{Mz}(\alpha, \beta))^* \circ \mathbf{Mz}(\alpha, \beta) = \left[ \int_{-\text{inf}}^{+\text{inf}} (\mathbf{m}_l \mathbf{z}(\alpha, \beta))^* \mathbf{m}_l \mathbf{z}(\alpha, \beta) \right]_{|l} \quad (7.31)$$

En injectant (7.29) dans (7.31), on obtient, pour chaque sortie, l'équation qui joue le même rôle que (3.7). Ici, au lieu de former un jeu de franges, dont la visibilité complexe pourra être comparée à la fréquence spatiale correspondante du plan  $uv$ , on obtient une unique intensité par sortie.

De même que le théorème de Van Cittert-Zernike opère une comparaison dans l'espace de Fourier (une décomposition en fonctions propres du signal), le signal que nous mesurons ici est une projection de la fonction de distribution d'intensité de la scène sur la base décrite par  $\mathbf{x}^O$ . L'exploration des propriétés de cette nouvelle transformée en est à son balbutiement. Il sera intéressant de comparer cette base à la base de Fourier qui sert généralement en interférométrie. L'existence de séparabilité, orthogonalité, ainsi que l'existence de relations linéaires de passage (de projection) de l'une vers l'autre pourraient faciliter l'adaptation de certains outils d'analyse des données et de reconstruction d'images.

### 7.6.3 Conclusion

Le concept de noyau d'obscurité, ou *kernel nulling* est un concept balbutiant qui donne un nouveau sens au sujet de cette thèse en combinant dans une même approche le rejet du bruit de photons nécessaire à l'obtention de mesures à haut contraste avec la construction d'observables robustes de l'approche kernel. Par la construction d'un nouvel outil de représentation nous avons pu consolider notre compréhension des principes qui permettent la production de ces observables robustes. Grâce à cet outil, nous avons pu démontrer leurs propriétés de robustesse et de sensibilité, ainsi que concevoir de tels combineurs pour un nombre arbitraire de pupilles.

Les interféromètres CHARA et VLTI sont maintenant équipés d'instruments capables de recombinaison quatre télescopes ou plus (Lopez et al., 2014; Gravity Collaboration et al., 2017). Des améliorations de l'infrastructure (optique adaptative, suiveur de franges de GRAVITY (Choquet et al., 2010; Lacour et al., 2019a)) permettent d'envisager la mise en œuvre de combineurs optimisés pour les observations haut contraste. Dans ces régimes, les solutions de recombinaison à noyaux d'obscurité sont très intéressantes.

Par ailleurs, la possibilité de construire ce type de combineurs produisant un grand nombre d'observables ouvre la possibilité de mieux comprendre des objets plus complexes comme par exemple des systèmes abritant plusieurs planètes. Grâce à leur propriété de robustesse, de telles architectures pourraient prendre une place de choix dans la comparaison des coronographes à faible angle intérieur de travail analysés par Guyon et al. (2006). De plus, en combinant les noyaux d'obscurité à d'autres observables donnant accès à la partie symétrique de la scène observée, on peut même espérer un jour faire de la reconstruction d'images à haut contraste (Renard et al., 2015; Domiciano De Souza et al., 2014).



# Chapitre 8

## Conclusion

### 8.1 Contexte

L'état actuel de notre société permet le financement d'un nombre réduit d'instruments scientifiques de pointe dans le but de repousser la frontière de nos connaissances. Il est de notre responsabilité, non-seulement d'en faire le meilleur usage possible, mais aussi de partager le fruit de cet usage avec le plus grand nombre. Si la production de belles images joue un rôle important dans le partage de cette connaissance et la transmission de la passion qui nous anime pour l'exploration scientifique, l'exploitation de ces instruments à la limite de leur capacité offre généralement un aspect moins flatteur.

Ces limites sont définies par la quantité de lumière disponible, la dimension finie de l'instrument, les défauts de celui-ci et de l'atmosphère à travers laquelle il observe, et les défauts du détecteur ; plus particulièrement par les régimes dans lesquels ces défauts deviennent dominants. Connaître ces défauts, leur nature et leur comportement, permet d'employer les bonnes méthodes physiques, mathématiques, et statistiques pour les prendre en compte de la meilleure manière et fournir un résultat maîtrisé.

### 8.2 Parcours

A travers ces travaux de thèse, j'ai pu explorer la frontière qui sépare les observables interférométriques robustes et la coronographie, et l'intérêt qu'il y aurait à combiner ces deux techniques. Ce parcours à travers le *no man's land* m'a permis de mettre en évidence les raisons qui empêchent de directement profiter d'une telle combinaison, et de mettre en évidence certaines cohabitations.

La première est le transfert technologique depuis le riche écosystème de solutions de post-traitement qui a donné naissance aux noyaux différentiels angulaire (ADK) (Laugier et al., 2020b). Ces méthodes de post-traitement jouent un rôle clé dans la performance des instruments coronographiques, et on peut espérer que ce nouveau mode d'observation améliore la performance des observables robustes, que ce soit en pleine-pupille, ou en pupille non-redondante.

La seconde est l'utilisation de masques de pupille apodisants en conjonction avec les noyaux de phase. En effet, les coronographes à masque de pupille binaire, lorsqu'ils sont pris dans leur plus simple forme (sans masque en plan focal), préservent la relation de convolution. Le cas des coronographes à masque de pupille binaires (Carlotti et al., 2011), en particulier, peut être exploité directement, et devrait faire l'objet de travaux futurs (article SPIE en préparation).

Afin de gagner en dynamique, il est tentant de laisser saturer le cœur de la PSF. J'ai expérimenté avec la possibilité de contourner la perte de la relation de convolution qui en découle et utiliser néanmoins la technique des noyaux de phase (Laugier et al., 2019).

Enfin, dans un domaine où le problème est plus simple (même si sa mise en œuvre demeure plus complexe), celui de l'interférométrie annulante, j'ai pu généraliser la solution proposée par Marti-

nache and Ireland (2018) sous la forme d'une famille de combineurs annulants. Ces combineurs, qui permettent d'offrir des noyaux d'obscurité, peuvent maintenant être construits pour exploiter pleinement des infrastructures plus complexes telles que CHARA à six télescopes ou en échantillonnant la pupille de grands télescopes. Leur robustesse permettrait de relâcher significativement les contraintes sur le front d'ondes nécessaires pour atteindre un contraste élevé entre 1 et  $3\lambda/D$ . Ces travaux font l'objet d'un article soumis à la revue *A&A* (Laugier et al., 2020a).

### 8.3 Perspectives

Les observables robustes et la coronagraphie demeurent des méthodes non-miscibles. Les "dégâts" infligés par la plupart des coronographes sont trop profonds pour permettre l'extraction de noyaux de phase, et beaucoup de choses sont impossibles. Cependant, de nombreuses synergies entre les deux approches demeurent possibles qui permettraient d'enrichir les deux partis de manière incrémentale. Certaines ont été explorées ici, et d'autres simplement effleurées, en particulier dans le domaine des approches statistiques et dans ce qui peut se faire dans le plan image (annexe E). D'autres restent sans doute à découvrir.

Au milieu de ce *no man's land*, la technique des noyaux d'obscurité se présente comme une innovation de rupture. Elle présente une opportunité d'intégrer la robustesse aux aberrations au coeur de la conception des instruments à haut contraste. Cette voie, dont nous avons entamé l'exploration, pourrait donner lieu à un renouveau de l'interférométrie annulante, comme annoncé par des projets d'instruments comme VIKiNG (Martinache and Ireland, 2018) et Hi-5 (Defrère et al., 2018) au VLTI ou LIFE (Bonati et al., 2019) dans l'espace. Sous des formes plus complexes, elle pourrait donner naissance à des coronographes interférométriques robustes à faible angle intérieur de travail fournissant suffisamment d'information pour la reconstruction d'images.

Les essais sur le banc KERNEL des prototypes de combineurs que nous avons développés n'ont à ce jour pas encore débuté (retard causé en partie par la situation sanitaire de pandémie COVID19). Ils devraient nous permettre de valider la faisabilité pratique de ces solutions et de mieux définir les tolérances nécessaires à leur fabrication. De plus, les expériences de mesure d'OPD en recombinaison de Fizeau multi-bandes devraient permettre d'explorer les limites pratiques pour la précision d'un suiveur de franges dans le proche infrarouge. Cette précision, reportée dans la longueur d'onde de travail (Matter et al., 2010) sera déterminante pour évaluer les limites de performances des combineurs annulants comme VIKiNG et Hi-5.

L'accès à ces séparations angulaires plus faibles devrait permettre détecter directement la lumière d'exoplanètes découvertes par vitesse radiale (Martinache and Ireland, 2018), de déterminer leur orbite, de mieux contraindre leur masse et leur diamètre, et de permettre leur caractérisation spectrale.

# Bibliographie

- Angel, J. R. P. and Woolf, N. J. (1997). An Imaging Nulling Interferometer to Study Extrasolar Planets. *The Astrophysical Journal*, 475(1) :373–379.
- Artigau, É., Sivaramakrishnan, A., Greenbaum, A. Z., Doyon, R., Goudfrooij, P., Fullerton, A. W., Lafrenière, D., Volk, K., Albert, L., Martel, A., Ford, K. E. S., and McKernan, B. L. (2014). NIRISS aperture masking interferometry : an overview of science opportunities. *Space Telescopes and Instrumentation 2014 : Optical, Infrared, and Millimeter Wave*, 9143 :914340.
- Babcock, H. W. (1953). The Possibility of Compensating Astronomical Seeing. *Publications of the Astronomical Society of the Pacific*, 65(386) :229.
- Baldwin, J. E., Haniff, C. A., Mackay, C. D., and Warner, P. J. (1986). Closure phase in high-resolution optical imaging. *Nature*, 320(6063) :595–597.
- Beck, J., Wan, C., Kinch, M., Robinson, J., Mitra, P., Scritchfield, R., Ma, F., and Campbell, J. (2006). The HgCdTe electron avalanche photodiode. *Journal of Electronic Materials*, 35(6) :1166–1173.
- Blahut, M., Karasiński, P. S., Kasprzak, D., and Rogoziński, R. (2003). Visualization method of modal interference in multimode interference structures. *Optics Communications*, 214(1-6) :47–53.
- Bloemhof, E. E. (2006). Suppression of speckles at high adaptive correction using speckle symmetry. *Instruments, Methods, and Missions for Astrobiology IX*, 6309 :63090X.
- Bonati, I., Lichtenberg, T., Bower, D. J., Timpe, M. L., and Quanz, S. P. (2019). Direct imaging of molten protoplanets in nearby young stellar associations. *Astronomy and Astrophysics*, 621 :1–12.
- Bonneau, D., Josse, M., and Labeyrie, A. (1975). Lock-in image subtraction : detectability of circumstellar planets with the large space telescope. In de Jager, C. and Nieuwenguijzen, H., editors, *Image Processing Techniques in Astronomy, Utrecht on March 25–27, 1975*, pages 403–409. Springer, Dordrecht.
- Born, M. and Wolf, E. (1959). *Principles of Optics*. Seventh ed edition.
- Bos, S. P., Vievard, S., Wilby, M. J., Snik, F., Lozi, J., Guyon, O., Norris, B. R. M., and Jovanovic, N. (2020). On-sky verification of “ Fast & Furious ” focal-plane wavefront sensing : controlling the island effect at Subaru / SCExAO. pages 1–11.
- Bottom, M., Cady, E., Cantalloube, F., de Boer, J., Krist, J., Vigan, A., Choquet, E., Kern, B., Lagrange, A.-M., Marois, C., Milli, J., N’Diaye, M., Ngo, H., Rhodes, J., Bailey, V. P., Chilcote, J. K., De Rosa, R. J., Girard, J., Groff, T. D., Guyon, O., Macintosh, B., Males, J., Meshkat, T., Millar-Blanchaer, M., Nielsen, E. L., Ruane, G., van Holstein, R. G., Wang, J. J., and Xuan, W. (2018). Lessons for WFIRST CGI from ground-based high-contrast systems. *Space Telescopes and Instrumentation 2018 : Optical, Infrared, and Millimeter Wave*, page 241.



- Bracewell, R. N. (1978). Detecting nonsolar planets by spinning infrared interferometer. *Nature*, 274(5673) :780–781.
- Carlotti, A., Vanderbei, R., and Kasdin, N. J. (2011). Optimal pupil apodizations of arbitrary apertures for high-contrast imaging. *Optics Express*, 19(27) :26796.
- Ceau, A., Mary, D., Greenbaum, A., Martinache, F., Sivaramakrishnan, A., Laugier, R., and N’Diaye, M. (2019). Kernel-phase detection limits : Hypothesis testing and the example of JWST NIRISS full-pupil images. *Astronomy and Astrophysics*, 630 :1–10.
- Chauvin, G., Desidera, S., Lagrange, A. M., Vigan, A., Gratton, R., Langlois, M., Bonnefoy, M., Beuzit, J. L., Feldt, M., Mouillet, D., Meyer, M., Cheetham, A., Biller, B., Boccaletti, A., D’Orazi, V., Galicher, R., Hagelberg, J., Maire, A. L., Mesa, D., Olofsson, J., Samland, M., Schmidt, T. O., Sissa, E., Bonavita, M., Charnay, B., Cudel, M., Daemgen, S., Delorme, P., Janin-Potiron, P., Janson, M., Keppler, M., Le Coroller, H., Ligi, R., Marleau, G. D., Messina, S., Mollière, P., Mordasini, C., Müller, A., Peretti, S., Perrot, C., Rodet, L., Rouan, D., Zurlo, A., Dominik, C., Henning, T., Menard, F., Schmid, H. M., Turatto, M., Udry, S., Vakili, F., Abe, L., Antichi, J., Baruffolo, A., Baudoz, P., Baudrand, J., Blanchard, P., Bazzon, A., Buey, T., Carillet, M., Carle, M., Charton, J., Cascone, E., Claudi, R., Costille, A., Deboulbe, A., De Caprio, V., Dohlen, K., Fantinel, D., Feautrier, P., Fusco, T., Gigan, P., Giro, E., Gisler, D., Gluck, L., Hubin, N., Hugot, E., Jaquet, M., Kasper, M., Madec, F., Magnard, Y., Martinez, P., Maurel, D., Le Mignant, D., Möller-Nilsson, O., Llored, M., Moulin, T., Origné, A., Pavlov, A., Perret, D., Petit, C., Pragt, J., Puget, P., Rabou, P., Ramos, J., Rigal, R., Rochat, S., Roelfsema, R., Rousset, G., Roux, A., Salasnich, B., Sauvage, J. F., Sevin, A., Soenke, C., Stadler, E., Suarez, M., Weber, L., Wildi, F., Antonucci, S., Augereau, J. C., Baudino, J. L., Brandner, W., Engler, N., Girard, J., Gry, C., Kral, Q., Kopytova, T., Lagadec, E., Milli, J., Moutou, C., Schlieder, J., Szulágyi, J., Thalmann, C., and Wahhaj, Z. (2017). Discovery of a warm, dusty giant planet around HIP 65426. *Astronomy and Astrophysics*, 605 :1–9.
- Choquet, E., Cassaing, F., Perrin, G., Eisenhauer, F., Brandner, W., Straubmeier, C., Perraut, K., and Gillessen, S. (2010). GRAVITY : design and performance of the fringe tracker. *Proc of SPIE*, 7734.
- collaboration, G., Prusti, T., J de Bruijne, J. H., A Brown, A. G., Vallenari, A., Babusiaux, C., L Bailer-Jones, C. A., Bastian, U., Biermann, M., Evans, D. W., Eyer, L., Jansen, F., Jordi, C., Klioner, S. A., Lammers, U., Lindegren, L., Luri, X., Mignard, F., Milligan, D. J., Panem, C., Poinsignon, V., Pourbaix, D., Randich, S., Sarri, G., Sartoretti, P., Siddiqui, H. I., Soubiran, C., Valette, V., van Leeuwen, F., Walton, N. A., Aerts, C., Arenou, F., Cropper, M., Drimmel, R., Høg, E., Katz, D., Lattanzi, M. G., Grebel, E. K., Holland, A. D., Huc, C., Passot, X., Bramante, L., Cacciari, C., Castañeda, J., Chaoul, L., Cheek, N., De Angeli, F., Fabricius, C., Guerra, R., Hernández, J., Jean-Antoine-Piccolo, A., Masana, E., Messineo, R., Mowlavi, N., Nienartowicz, K., Ordóñez-Blanco, D., Panuzzo, P., Portell, J., Richards, P. J., Barache, C., Barata, C., Barbier, A., Barblan, F., Baroni, M., Barrado Navascués, D., Barros, M., Barstow, M. A., Becciani, U., Bellazzini, M., Bellei, G., Bello García, A., Belokurov, V., Bendjoya, P., Berihuete, A., Bianchi, L., Bienaymé, O., Billebaud, F., Blagorodnova, N., Blanco-Cuaresma, S., Boch, T., Bombrun, A., Borrachero, R., Bouquillon, S., Bourda, G., Bouy, H., Bragaglia, A., Breddels, M. A., Brouillet, N., Brüsemeister, T., Bucciarelli, B., Budnik, F., Burgess, P., Burgon, R., Burlacu, A., Busonero, D., Buzzi, R., Caffau, E., Cambras, J., Campbell, H., Cancelliere, R., Cantat-Gaudin, T., Carlucci, T., Carrasco, J. M., Castellani, M., Charlot, P., Charnas, J., Charvet, P., Chassat, F., Chiavassa, A., Clotet, M., Coccozza, G., Collins, R. S., Collins, P., Costigan, G., Crifo, F., G Cross, N. J., Crosta, M., Crowley, C., Dafonte, C., Damerdjji, Y., Dapergolas, A., David, P., David, M., De Cat, P., de Felice, F., de Laverny, P., De Luise, F., De March, R., de Martino, D., de Souza, R., Debosscher, J., del Pozo, E., Delbo, M., Delgado, A., Delgado, H. E., di Marco, F., Di Matteo, P., Diakite, S., Distefano, E., Dolding, C., Dos Anjos, S., Drazinos, P., Durán, J., Dzigana, Y., Ecale, E., Edvardsson,

B., Enke, H., Erdmann, M., Escolar, D., Espina, M., Evans, N. W., Eynard Bontemps, G., Fabre, C., Fabrizio, M., Faigler, S., Falcão, A. J., Farràs Casas, M., Faye, F., Federici, L., Fedorets, G., Fernández-Hernández, J., Fernique, P., Fienga, A., Figueras, F., Filippi, F., Findeisen, K., Fonti, A., Fouesneau, M., Fraile, E., Fraser, M., Fuchs, J., Furnell, R., Gai, M., Galleti, S., Galluccio, L., Garabato, D., García-Sedano, F., Garé, P., Garofalo, A., Garralda, N., Gavras, P., Gerssen, J., Geyer, R., Gilmore, G., Girona, S., Giuffrida, G., Gomes, M., González-Marcos, A., González-Núñez, J., González-Vidal, J. J., Granvik, M., Guerrier, A., Guillout, P., Guiraud, J., Gúrpide, A., Gutiérrez-Sánchez, R., Guy, L. P., Haignon, R., Hatzidimitriou, D., Haywood, M., Heiter, U., Helmi, A., Hobbs, D., Hofmann, W., Holl, B., Holland, G., S Hunt, J. A., Hypki, A., Koubsky, P., Kowalczyk, A., Krone-Martins, A., Kudryashova, M., Kull, I., Bachchan, R. K., Lacoste-Seris, F., Lanza, A. F., Lavigne, J.-b., Le Poncin-Lafitte, C., Lebreton, Y., Lebzelter, T., Leccia, S., Leclerc, N., Lecoœur-Taïbi, I., Lemaitre, V., Lenhardt, H., Leroux, F., Liao, S., Licata, E., P Lindstrøm, H. E., Lister, T. A., Livanou, E., Lobel, A., Löffler, W., López, M., Lopez-Lozano, A., Lorenz, D., Loureiro, T., MacDonald, I., Magalhães Fernandes, T., Managau, S., Mann, R. G., Mantelet, G., Marchal, O., Pagani, C., Pagano, I., Pailler, F., Palacin, H., Palaversa, L., Parsons, P., Paulsen, T., Pecoraro, M., Pedrosa, R., Pentikäinen, H., Pereira, J., Pichon, B., Piersimoni, A. M., Pineau, F.-x., Plachy, E., Plum, G., Poujoulet, E., Prša, A., Pulone, L., Ragaini, S., Rago, S., Rambaux, N., Ramos-Lerate, M., Ranalli, P., Rauw, G., Read, A., Regibo, S., Renk, F., Reylé, C., Ribeiro, R. A., Rimoldini, L., Ripepi, V., Riva, A., Rixon, G., Roelens, M., Romero-Gómez, M., Rowell, N., Royer, F., Rudolph, A., Ruiz-Dern, L., Sadowski, G., Sagristà Sellés, T., Sahlmann, J., Salgado, J., Salguero, E., Sarasso, M., Savietto, H., Schnorhk, A., Schultheis, M., Sciacca, E., Segol, M., Segovia, J. C., Segransan, D., Serpell, E., Shih, I.-c., Smareglia, R., Smart, R. L., Smith, C., Solano, E., Solitro, F., Sordo, R., Soria Nieto, S., Souchay, J., Spagna, A., Spoto, F., Stampa, U., Steele, I. A., Steidelmüller, H., Stephenson, C. A., Stoev, H., Suess, F. F., Süveges, M., Surdej, J., Szabados, L., Szegedi-Elek, E., Tapiador, D., Taris, F., Tauran, G., Taylor, M. B., Teixeira, R., Terrett, D., Tingley, B., Trager, S. C., Turon, C., Ulla, A., Utrilla, E., Valentini, G., van Elteren, A., Van Hemelryck, E., van Leeuwen, M., Varadi, M., Vecchiato, A., Veljanoski, J., Via, T., Vicente, D., Vogt, S., Voss, H., Votruba, V., Voutsinas, S., Walmsley, G., Weiler, M., Weingrill, K., Werner, D., Wevers, T., Whitehead, G., Wyrzykowski, L., Yoldas, A., Žerjal, M., Zucker, S., Zurbach, C., Zwitter, T., Alecu, A., Allen, M., Allende Prieto, C., Amorim, A., Anglada-Escudé, G., Arsenijevic, V., Azaz, S., Balm, P., Beck, M., Bernstein, H.-h., Bigot, L., Bijaoui, A., Blasco, C., Bonfigli, M., Bono, G., Boudreault, S., Bressan, A., Brown, S., Brunet, P.-m., Bunclark, P., Buonanno, R., Butkevich, A. G., Carret, C., Carrion, C., Chemin, L., Chéreau, F., Corcione, L., Darmigny, E., de Boer, K. S., de Teodoro, P., de Zeeuw, P. T., Delle Luche, C., Domingues, C. D., Dubath, P., Fodor, F., Frézouls, B., Fries, A., Fustes, D., Fyfe, D., Gallardo, E., Gallegos, J., Gardiol, D., Gebran, M., Gomboc, A., Gómez, A., Grux, E., Gueguen, A., Heyrovsky, A., Hoar, J., Iannicola, G., Isasi Parache, Y., Janotto, A.-m., Joliet, E., Jonckheere, A., Keil, R., Kim, D.-w., Klagyivik, P., Klar, J., Knude, J., Kochukhov, O., Kolka, I., Kos, J., Kutka, A., Lainey, V., LeBouquin, D., Liu, C., Loreggia, D., Makarov, V. V., Marseille, M. G., Martayan, C., Martinez-Rubi, O., Massart, B., Meynadier, F., Mignot, S., Munari, U., Nguyen, A.-t., Nordlander, T., Ocvirk, P., Olias Sanz, A., Ortiz, P., Osorio, J., Oszkiewicz, D., Ouzounis, A., Palmer, M., Park, P., Pasquato, E., Peltzer, C., Peralta, J., Péturaud, F., Pieniluoma, T., and Pigozzi, E. (2016). The Gaia mission. *Astronomy & Astrophysics*, 595.

Coyle, L., Knight, S., Barto, A., Allard, C., East, M., Wells, C., Havey, K., Sullivan, C., Allen, L., Arenberg, J., Lawton, T., Patton, K., and Hellekson, B. (2019). Ultra-Stable Telescope Research and Analysis (ULTRA) Program. Technical report.

Currie, T., Kasdin, N. J., Groff, T. D., Lozi, J., Jovanovic, N., Guyon, O., Brandt, T., Martinache, F., Chilcote, J., Skaf, N., Kuhn, J., Pathak, P., and Kudo, T. (2018). Laboratory and on-sky validation of the shaped pupil coronagraph’s sensitivity to low-order aberrations with active wavefront control. *Publications of the Astronomical Society of the Pacific*, 130(986) :044505.

- de Fontenelle, M. (1766). *Entretiens sur la pluralité des mondes*.
- Defrère, D., Absil, O., Berger, J. P., Boulet, T., Danchi, W. C., Ertel, S., Gallenne, A., Hénault, F., Hinz, P., Huby, E., Ireland, M., Kraus, S., Labadie, L., Le Bouquin, J. B., Martin, G., Matter, A., Mérand, A., Mennesson, B., Minardi, S., Monnier, J. D., Norris, B., de Xivry, G. O., Pedretti, E., Pott, J. U., Reggiani, M., Serabyn, E., Surdej, J., Tristram, K. R., and Woillez, J. (2018). The path towards high-contrast imaging with the VLTI : the Hi-5 project. *Experimental Astronomy*, 46(3) :475–495.
- Dickman, S. (1989). Adaptive optics shown on French telescope. *Nature*, 341(6244) :675–675.
- Doelmann, D. S., Tuthill, P., Norris, B., Keller, C. U., Por, E. H., Doelman, D. S., Snik, F., Escuti, M. J., and Wilby, M. J. (2018). Multiplexed holographic aperture masking with liquid-crystal geometric phase masks. *Proc of SPIE*, 10701 :12.
- Domiciano De Souza, A., Kervella, P., Moser Faes, D., Dalla Vedova, G., Mérand, A., Le Bouquin, J. B., Espinosa Lara, F., Rieutord, M., Bendjoya, P., Carciofi, A. C., Hadjara, M., Millour, F., and Vakili, F. (2014). The environment of the fast rotating star Achernar? : III. Photospheric parameters revealed by the VLTI. *Astronomy and Astrophysics*, 569 :1–15.
- Ferrari, A., Soummer, R., and Aime, C. (2007). An introduction to stellar coronagraphy. *Comptes Rendus Physique*, 8(3-4) :277–287.
- Fétick, R. J., Jorda, L., Vernazza, P., Marsset, M., Drouard, A., Fusco, T., Carry, B., Marchis, F., Hanuš, J., Viikinkoski, M., Birlan, M., Bartczak, P., Berthier, J., Castillo-Rogez, J., Cipriani, F., Colas, F., Dudziński, G., Dumas, C., Ferrais, M., Jehin, E., Kaasalainen, M., Kryszczyńska, A., Lamy, P., Le Coroller, H., Marciniak, A., Michalowski, T., Michel, P., Mugnier, L. M., Neichel, B., Pajuelo, M., Podlowska-Gaca, E., Santana-Ros, T., Tanga, P., Vachier, F., Vigan, A., Witasse, O., and Yang, B. (2019). Closing the gap between Earth-based and interplanetary mission observations : Vesta seen by VLT/SPHERE. *Astronomy and Astrophysics*, 623 :1–14.
- FirstLight (2016). C-Red One Ultra Low Noise Fast Swir Camera. Technical report.
- Fizeau, H. (1864). Note relative au prix Bordin, Rapport du concours de l'année 1867. *Comptes rendus de l'Académie des Sciences*, 66 :932–4.
- Galilei, G. (1610). *Sidereus nuncius*. Paris, 196 edition.
- Garrel, V., Guyon, O., and Baudoz, P. (2012). A Highly Efficient Lucky Imaging Algorithm : Image Synthesis Based on Fourier Amplitude Selection. *Publications of the Astronomical Society of the Pacific*, 124(918) :861–867.
- Gaskill, J. D. (1978). *Linear systems, Fourier transforms and optics*. Wiley seri edition.
- Gaudi, B. S. (2012). Microlensing Surveys for Exoplanets. *Annual Review of Astronomy and Astrophysics*, 50(1) :411–453.
- Golay, M. (1971). Point Arrays Having Compact , Nonredundant Autocorrelations. *Journal of the Optical Society of America*, 61(2) :272–273.
- Gravity Collaboration, Abuter, R., Accardo, M., Amorim, A., Anugu, N., Ávila, G., Azouaoui, N., Benisty, M., Berger, J. P., Blind, N., Bonnet, H., Bourget, P., Brandner, W., Brast, R., Buron, A., Burtscher, L., Cassaing, F., Chapron, F., Choquet, É., Clénet, Y., Collin, C., Coudé Du Foresto, V., De Wit, W., De Zeeuw, P. T., Deen, C., Delplancke-Ströbele, F., Dembet, R., Derie, F., Dexter, J., Duvert, G., Ebert, M., Eckart, A., Eisenhauer, F., Esselborn, M., Fédou, P., Finger, G., Garcia, P., Dabo, C. E. G., Lopez, R. G., Gendron, E., Genzel, R., Gillessen, S., Gonte, F., Gordo, P., Grould, M., Grözinger, U., Guieu, S., Haguenaer, P., Hans, O., Haubois, X., Haug, M., Haussmann, F.,

- Henning, T., Hippler, S., Horrobin, M., Huber, A., Hubert, Z., Hubin, N., Hummel, C. A., Jakob, G., Janssen, A., Jochum, L., Jocou, L., Kaufer, A., Kellner, S., Kendrew, S., Kern, L., Kervella, P., Kiekebusch, M., Klein, R., Kok, Y., Kolb, J., Kulas, M., Lacour, S., Lapeyrère, V., Lazareff, B., Le Bouquin, J.-B., Lèna, P., Lenzen, R., Lévêque, S., Lippa, M., Magnard, Y., Mehrgan, L., Mellein, M., Mérand, A., Moreno-Ventas, J., Moulin, T., Müller, E., Müller, F., Neumann, U., Oberti, S., Ott, T., Pallanca, L., Panduro, J., Pasquini, L., Paumard, T., Percheron, I., Perraut, K., Perrin, G., Pflüger, A., Pfuhl, O., Phan Duc, T., Plewa, P. M., Popovic, D., Rabien, S., Ramírez, A., Ramos, J., Rau, C., Riquelme, M., Rohloff, R.-R., Rousset, G., Sanchez-Bermudez, J., Scheithauer, S., Schöller, M., Schuhler, N., Spyromilio, J., Straubmeier, C., Sturm, E., Suarez, M., Tristram, K. R. W., Ventura, N., Vincent, F., Waisberg, I., Wank, I., Weber, J., Wieprecht, E., Wiest, M., Wiezorrek, E., Wittkowski, M., Woillez, J., Wolff, B., Yazici, S., Ziegler, D., and Zins, G. (2017). First light for GRAVITY : Phase referencing optical interferometry for the Very Large Telescope Interferometer. *A&A*, 602.
- Gravrand, O. (2015). La détection IR pour l'imagerie militaire, scientifique et spatiale. page 91.
- Guyon, O. (2003). Phase-Induced Amplitude Apodization of Telescope Pupils for Extrasolar Terrestrial Planet Imaging.
- Guyon, O. and Males, J. (2017). Adaptive Optics Predictive Control with Empirical Orthogonal Functions (EOFs). (2007).
- Guyon, O., Mennesson, B., Serabyn, E., and Martin, S. (2013). Optimal Beam Combiner Design for Nulling Interferometers. *Publications of the Astronomical Society of the Pacific*, 125(930) :951–965.
- Guyon, O., Pluzhnik, E. A., Kuchner, M. J., Collins, B., and Ridgway, S. T. (2006). Theoretical Limits on Extrasolar Terrestrial Planet Detection with Coronagraphs. *The Astrophysical Journal Supplement Series*, 167(1) :81–99.
- Guyon, O. and Roddier, F. (2002). A Nulling Wide Field Imager for Exoplanets Detection and General Astrophysics.
- Hanot, C., Mennesson, B., Martin, S., Liewer, K., Loya, F., Mawet, D., Riaud, P., Absil, O., and Serabyn, E. (2011). Improving interferometric null depth measurements using statistical distributions : Theory and first results with the palomar fiber nuller. *Astrophysical Journal*, 729(2).
- Heaton, J. M. and Jenkins, R. M. (1999). General Matrix Theory of Self-Imaging in Multimode Interference (MMI) Couplers. *IEEE Photonics Technology Letters*, 11(2) :212–214.
- Hirshfeld, A. (2001). *Parallax : the race to measure the cosmos*, volume 39.
- Howell, S. B. (2012). *Handbook of CCD astronomy*. Cambridge edition.
- Huby, E., Duchêne, G., Marchis, F., Lacour, S., Perrin, G., Kotani, T., Choquet, E., Gates, E. L., Lai, O., and Allard, F. (2013). FIRST, a fibered aperture masking instrument : II. Spectroscopy of the Capella binary system at the diffraction limit. *Astronomy and Astrophysics*, 560 :1–11.
- Ireland, M. J. (2013). Phase errors in diffraction-limited imaging : Contrast limits for sparse aperture masking. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 433(2) :1718–1728.
- Ireland, M. J. and Kraus, A. L. (2013). Orbital Motion and Multi-Wavelength Monitoring of LkCa15 b. *Proceedings of the International Astronomical Union*, 8(S299) :199–203.
- Isaac Newton (1704). *Opticks or, a Treatise of the Reflections, Refractions, Inflections, and Colours of Light*. Le pommier edition.

- Jennison, R. C. (1958). A Phase Sensitive Interferometer Technique for the Measurement of the Fourier Transforms of Spatial Brightness Distributions of Small Angular Extent. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 118(3) :276–284.
- Jovanovic, N., Guyon, O., Martinache, F., Pathak, P., Hagelberg, J., and Kudo, T. (2015a). Artificial incoherent speckles enable precision astrometry and photometry in high-contrast imaging. *Astrophysical Journal Letters*, 813(2).
- Jovanovic, N., Martinache, F., Guyon, O., Clergeon, C., Singh, G., Kudo, T., Garrel, V., Newman, K., Doughty, D., Lozi, J., Males, J., Minowa, Y., Hayano, Y., Takato, N., Morino, J., Kuhn, J., Serabyn, E., Norris, B., Tuthill, P., Schworer, G., Stewart, P., Close, L., Huby, E., Perrin, G., Lacour, S., Gauchet, L., Vievard, S., Murakami, N., Oshiyama, F., Baba, N., Matsuo, T., Nishikawa, J., Tamura, M., Lai, O., Marchis, F., Duchene, G., Kotani, T., and Willez, J. (2015b). The Subaru Coronagraphic Extreme Adaptive Optics System : Enabling High-Contrast Imaging on Solar-System Scales. *Publications of the Astronomical Society of the Pacific*, 127(955) :890–910.
- Jovanovic, N., Tuthill, P. G., Norris, B., Gross, S., Stewart, P., Charles, N., Lacour, S., Ams, M., Lawrence, J. S., Lehmann, A., Niel, C., Robertson, J. G., Marshall, G. D., Ireland, M., Fuerbach, A., and Withford, M. J. (2012). Starlight demonstration of the Dragonfly instrument : An integrated photonic pupil-remapping interferometer for high-contrast imaging. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 427(1) :806–815.
- Kammerer, J., Ireland, M. J., Martinache, F., and Girard, J. H. (2019). Kernel phase imaging with VLT/NACO : High-contrast detection of new candidate low-mass stellar companions at the diffraction limit. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 486(1) :639–654.
- Kasper, M., Arsenault, R., Käuffl, H.-U., Jakob, G., Fuenteseca, E., Riquelme, M., Siebenmorgen, R., Sterzik, M., Zins, G., Ageorges, N., Gutruf, S., Reutlinger, A., Kampf, D., Absil, O., Carlomagno, B., Guyon, O., Klupar, P., Mawet, D., Ruane, G., Karlsson, M., Pantin, E., and Dohlen, K. (2017). NEAR : Low-mass Planets in  $\alpha$  Cen with VISIR. *The Messenger*, vol. 169, p. 16-20, 169(September) :16–20.
- Käuffl, H.-U., Kasper, M., Arsenault, R., Jakob, G., Fuenteseca, E., Riquelme, M., Siebenmorgen, R., Sterzik, M., Zins, G., Ageorges, N., Gutruf, S., Reutlinger, A., Kampf, D., Absil, O., Carlomagno, B., Guyon, O., Klupar, P., Mawet, D., Ruane, G., Karlsson, M., Pantin, E., Dohlen, K., and Leveratto, S. (2018). NEAR : New Earths in the Alpha Cen Region (bringing VISIR as a "visiting instrument" to ESO-VLT-UT4). (May 2019) :12.
- Keppler, M., Benisty, M., Müller, A., Henning, T., Van Boekel, R., Cantalloube, F., Ginski, C., Van Holstein, R. G., Maire, A. L., Pohl, A., Samland, M., Avenhaus, H., Baudino, J. L., Boccaletti, A., De Boer, J., Bonnefoy, M., Chauvin, G., Desidera, S., Langlois, M., Lazzoni, C., Marleau, G. D., Mordasini, C., Pawellek, N., Stolker, T., Vigan, A., Zurlo, A., Birnstiel, T., Brandner, W., Feldt, M., Flock, M., Girard, J., Gratton, R., Hagelberg, J., Isella, A., Janson, M., Juhasz, A., Kemmer, J., Kral, Q., Lagrange, A. M., Launhardt, R., Matter, A., Ménard, F., Milli, J., Mollière, P., Olofsson, J., Pérez, L., Pinilla, P., Pinte, C., Quanz, S. P., Schmidt, T., Udry, S., Wahhaj, Z., Williams, J. P., Buenzli, E., Cudel, M., Dominik, C., Galicher, R., Kasper, M., Lannier, J., Mesa, D., Mouillet, D., Peretti, S., Perrot, C., Salter, G., Sissa, E., Wildi, F., Abe, L., Antichi, J., Augereau, J. C., Baruffolo, A., Baudoz, P., Bazzon, A., Beuzit, J. L., Blanchard, P., Brems, S. S., Buey, T., De Caprio, V., Carbillet, M., Carle, M., Cascone, E., Cheetham, A., Claudi, R., Costille, A., Delboulb e, A., Dohlen, K., Fantinel, D., Feautrier, P., Fusco, T., Giro, E., Gluck, L., Gry, C., Hubin, N., Hugot, E., Jaquet, M., Le Mignant, D., Llored, M., Madec, F., Magnard, Y., Martinez, P., Maurel, D., Meyer, M., M oller-Nilsson, O., Moulin, T., Mugnier, L., Orign e, A., Pavlov, A., Perret, D., Petit, C., Pragt, J., Puget, P., Rabou, P., Ramos, J., Rigal, F., Rochat, S., Roelfsema, R., Rousset, G., Roux, A., Salasnich, B., Sauvage, J. F., Sevin, A., Soenke, C., Stadler, E., Suarez, M., Turatto, M., and Weber,

- L. (2018). Discovery of a planetary-mass companion within the gap of the transition disk around PDS 70. *Astronomy and Astrophysics*, 617 :1–21.
- Kern, P., Lena, P., Gigan, P., Fontanella, J.-C., Rousset, G., Merkle, F., and Gaffard, J.-P. (1989). Come-On : An Adaptive Optics Prototype Dedicated To Infrared Astronomy. *Active Telescope Systems*, 1114 :54.
- Klotz, A. and Martinez, P. (1994). *Le guide pratique de l'astronomie CCD*. Adagio edition.
- Korkiakoski, V., Keller, C. U., Doelman, N., Kenworthy, M., Otten, G., and Verhaegen, M. (2014). Fast & Furious focal-plane wavefront sensing. *Applied Optics*, 53(20) :4565.
- Kostinski, A. B. and Yang, W. (2005). Pupil phase apodization for imaging of faint companions in prescribed regions. *Journal of Modern Optics*, 52(17) :2467–2474.
- Kuchner, M. J. and Traub, W. A. (2002). A Coronagraph with a Band-limited Mask for Finding Terrestrial Planets. *The Astrophysical Journal*, 570(2) :900–908.
- Labeyrie, A. (1970). Attainment of Diffraction Limited Resolution in Large Telescopes by Fourier Analysing Speckle Patterns in Star Images. *Astronomy & Astrophysics*, 6 :85.
- Labeyrie, A. (1975). Interference fringes obtained on Vega with two optical telescopes. *The Astrophysical Journal*, 196 :L71–L75.
- Lacour, S., Dembet, R., Abuter, R., Fédou, P., Perrin, G., Choquet, P., Pfuhl, O., Eisenhauer, F., Woillez, J., Cassaing, F., Wieprecht, E., Ott, T., Wiezorrek, E., Tristram, K. R., Wolff, B., Ramírez, A., Haubois, X., Perraut, K., Straubmeier, C., Brandner, W., and Amorim, A. (2019a). The GRAVITY fringe tracker. *Astronomy and Astrophysics*, 624.
- Lacour, S., Nowak, M., Wang, J., Pfuhl, O., Eisenhauer, F., Abuter, R., Amorim, A., Anugu, N., Benisty, M., Berger, J. P., Beust, H., Blind, N., Bonnefoy, M., Bonnet, H., Bourget, P., Brandner, W., Buron, A., Collin, C., Charnay, B., Chapron, F., Clénet, Y., Foresto, V. C., Zeeuw, P. T. D., Deen, C., Dembet, R., Dexter, J., Duvert, G., Eckart, A., Schreiber, N. M. F., Fédou, P., Garcia, P., Lopez, R. G., Gao, F., Gendron, E., Genzel, R., Gillessen, S., Gordo, P., Greenbaum, A., Habibi, M., Haubois, X., Haußmann, F., Henning, T., Hippler, S., Horrobin, M., Hubert, Z., Rosales, A. J., Jocou, L., Kendrew, S., Kervella, P., Kolb, J., Lagrange, A., Lapeyrère, V., Bouquin, J. L., Léna, P., Lippa, M., Lenzen, R., Maire, A., Mollière, P., Ott, T., Paumard, T., Perraut, K., Perrin, G., Pueyo, L., Rabien, S., Ramírez, A., Rau, C., Rousset, G., Scheithauer, S., Schuhler, N., Straub, O., Straubmeier, C., Sturm, E., Tacconi, L. J., Vincent, F., Dishoeck, E. F. V., Fellenberg, S. V., Wank, I., Waisberg, I., Widmann, F., Wieprecht, E., Wiest, M., Wiezorrek, E., Woillez, J., Yazici, S., Ziegler, D., and Zins, G. (2019b). First direct detection of an exoplanet by optical interferometry. *Astronomy & Astrophysics*, 623 :L11.
- Lacour, S., Tuthill, P., Monnier, J. D., Kotani, T., Gauchet, L., and Labeye, P. (2014). A new interferometer architecture combining nulling with phase closure measurements. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 439(4) :4018–4029.
- Lacour, S., Tuthill, P. G., Amico, P., Ireland, M., Ehrenreich, D., Huelamo, N., and Lagrange, A. M. (2011). Sparse aperture masking at the VLT I. Faint companion detection limits for the two debris disk stars HD 92945 and HD 141569. 72 :1–9.
- Lai, O., Withington, J. K., Laugier, R., and Chun, M. (2019). Direct measure of dome seeing with a localized optical turbulence sensor. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 484(4) :5568–5577.

- Lanthermann, C., Anugu, N., Le Bouquin, J.-B., Monnier, J. D., Kraus, S., and Perraut, K. (2019). Modeling the e-APD SAPHIRA/C-RED ONE camera at low flux level. *Astronomy & Astrophysics*, 625 :A38.
- Laugier, R., Cvetojevic, N., and Martinache, F. (2020a). Exploring kernel-nulling architectures. *soumis à Astronomy & Astrophysics*.
- Laugier, R., Martinache, F., Ceau, A., Mary, D., N'Diaye, M., and Beuzit, J. L. (2019). Recovering saturated images for high dynamic kernel-phase analysis : Application to the determination of dynamical masses for the system Gl 494AB. *Astronomy and Astrophysics*, 623 :1–8.
- Laugier, R., Martinache, F., Cvetojevic, N., Mary, D., Ceau, A., Diaye, M. N., Lozi, J., Guyon, O., and Lopez, C. (2020b). Angular differential kernel phases. *Astronomy & Astrophysics*, 636(April 2020).
- Le Bouquin, J. B., Berger, J. P., Lazareff, B., Zins, G., Haguenaue, P., Jocu, L., Kern, P., Millan-Gabet, R., Traub, W., Absil, O., Augereau, J. C., Benisty, M., Blind, N., Bonfils, X., Bourget, P., Delboulbe, A., Fautrier, P., Germain, M., Gitton, P., Gillier, D., Kiekebusch, M., Kluska, J., Knudstrup, J., Labeye, P., Lizon, J. L., Monin, J. L., Magnard, Y., Malbet, F., Maurel, D., Ménard, F., Micallef, M., Michaud, L., Montagnier, G., Morel, S., Moulin, T., Perraut, K., Popovic, D., Rabou, P., Rochat, S., Rojas, C., Roussel, F., Roux, A., Stadler, E., Stefl, S., Tatulli, E., and Ventura, N. (2011). PIONIER : A 4-telescope visitor instrument at VLTI. *Astronomy and Astrophysics*, 535 :1–14.
- Leboulleux, L., Sauvage, J.-F., Pueyo, L. A., Fusco, T., Soummer, R., Mazoyer, J., Sivaramakrishnan, A., N'Diaye, M., and Fauvarque, O. (2018). Pair-based Analytical model for Segmented Telescopes Imaging from Space for sensitivity analysis. *Journal of Astronomical Telescopes, Instruments, and Systems*, 4(03) :1.
- Léna, P. (2019). *Une histoire de Flou*. Le pommier edition.
- Lopez, B., Lagarde, S., Jaffe, W., Petrov, R., Schöller, M., Antonelli, P., Beckmann, U., Berio, P., Bettonvil, F., Glindemann, A., Gonzalez, J.-C., Graser, U., Hofmann, K.-H., Millour, F., Robbedubois, S., Venema, L., Wolf, S., Henning, T., Lanz, T., Weigelt, G., Agocs, T., Bailet, C., Bresson, Y., Bristow, P., Dugué, M., Heininger, M., Kroes, G., Laun, W., Lehmitz, M., Neumann, U., Augereau, J.-C., Avila, G., Behrend, J., van Belle, G., Berger, J.-P., van Boekel, R., Bonhomme, S., Bourget, P., Brast, R., Clause, J.-M., Connot, C., Conzelmann, R., Cruzalèbes, P., Csepány, G., Danchi, W., Delbo, M., Delplancke, F., Dominik, C., van Duin, A., Elswijk, E., Fantei, Y., Finger, G., Gabasch, A., Gay, J., Girard, P., Girault, V., Gitton, P., Glazenberg, A., Gonté, F., Guitton, F., Guniat, S., De Haan, M., Haguenaue, P., Hanenburg, H., Hogerheijde, M., ter Horst, R., Hron, J., Hugues, Y., Hummel, C., Idserda, J., Ives, D., Jakob, G., Jasko, A., Jolley, P., Kiraly, S., Köhler, R., Kragt, J., Kroener, T., Kuindersma, S., Labadie, L., Leinert, C., Le Poole, R., Lizon, J.-L., Lucuix, C., Marcotto, A., Martinache, F., Martinot-Lagarde, G., Mathar, R., Matter, A., Mauclet, N., Mehrigan, L., Meilland, A., Meisenheimer, K., Meisner, J., Mellein, M., Menardi, S., Menut, J.-L., Merand, A., Morel, S., Mosoni, L., Navarro, R., Nussbaum, E., Ottogalli, S., Palsa, R., Panduro, J., Pantin, E., Parra, T., Percheron, I., Duc, T. P., Pott, J.-U., Pozna, E., Przygodda, F., Rabbia, Y., Richichi, A., Rigal, F., Roelfsema, R., Rupperecht, G., Schertl, D., Schmidt, C., Schuhler, N., Schuil, M., Spang, A., Stegmeier, J., Thiam, L., Tromp, N., Vakili, F., Vannier, M., Wagner, K., and Woillez, J. (2014). An Overview of the MATISSE Instrument — Science, Concept and Current Status. *The Messenger*, 157(September) :5–12.
- Macintosh, B., Graham, J. R., Barman, T., De Rosa, R. J., Konopacky, Q., Marley, M. S., Marois, C., Nielsen, E. L., Pueyo, L., Rajan, A., Rameau, J., Saumon, D., Wang, J. J., Patience, J., Ammons, M., Arriaga, P., Artigau, E., Beckwith, S., Brewster, J., Bruzzone, S., Bulger, J., Burningham, B.,

- Burrows, A. S., Chen, C., Chiang, E., Chilcote, J. K., Dawson, R. I., Dong, R., Doyon, R., Draper, Z. H., Duchêne, G., Esposito, T. M., Fabrycky, D., Fitzgerald, M. P., Follette, K. B., Fortney, J. J., Gerard, B., Goodsell, S., Greenbaum, A. Z., Hibon, P., Hinkley, S., Cotton, T. H., Hung, L. W., Ingraham, P., Johnson-Groh, M., Kalas, P., Lafreniere, D., Larkin, J. E., Lee, J., Line, M., Long, D., Maire, J., Marchis, F., Matthews, B. C., Max, C. E., Metchev, S., Millar-Blanchaer, M. A., Mittal, T., Morley, C. V., Morzinski, K. M., Murray-Clay, R., Oppenheimer, R., Palmer, D. W., Patel, R., Perrin, M. D., Poyneer, L. A., Rafikov, R. R., Rantakyö, F. T., Rice, E. L., Rojo, P., Rudy, A. R., Ruffio, J. B., Ruiz, M. T., Sadakuni, N., Saddlemyer, L., Salama, M., Savransky, D., Schneider, A. C., Sivaramakrishnan, A., Song, I., Soummer, R., Thomas, S., Vasisht, G., Wallace, J. K., Ward-Duong, K., Wiktorowicz, S. J., Wolff, S. G., and Zuckerman, B. (2015). Discovery and spectroscopy of the young jovian planet 51 Eri b with the Gemini Planet Imager. *Science*, 350(6256) :64–67.
- Macintosh, B., Graham, J. R., Ingraham, P., Konopacky, Q., Marois, C., Perrin, M., Poyneer, L., Bauman, B., Barman, T., Burrows, A. S., Cardwell, A., Chilcote, J., De Rosa, R. J., Dillon, D., Doyon, R., Dunn, J., Erikson, D., Fitzgerald, M. P., Gavel, D., Goodsell, S., Hartung, M., Hibon, P., Kalas, P., Larkin, J., Maire, J., Marchis, F., Marley, M. S., McBride, J., Millar-Blanchaer, M., Morzinski, K., Norton, A., Oppenheimer, B. R., Palmer, D., Patience, J., Pueyo, L., Rantakyro, F., Sadakuni, N., Saddlemyer, L., Savransky, D., Serio, A., Soummer, R., Sivaramakrishnan, A., Song, I., Thomas, S., Wallace, J. K., Wiktorowicz, S., and Wolff, S. (2014). First light of the Gemini Planet Imager. *Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America*, 111(35) :12661–12666.
- Marois, C., Lafreniere, D., Doyon, R., Macintosh, B., and Nadeau, D. (2006). Angular Differential Imaging : A Powerful High-Contrast Imaging Technique. *The Astrophysical Journal*, 641(1) :556–564.
- Marsset, M., Carry, B., Dumas, C., Hanuš, J., Viikinkoski, M., Vernazza, P., Müller, T. G., Delbo, M., Jehin, E., Gillon, M., Grice, J., Yang, B., Fusco, T., Berthier, J., Sonnett, S., Kugel, F., Caron, J., and Behrend, R. (2017). 3D shape of asteroid (6) Hebe from VLT/SPHERE imaging : Implications for the origin of ordinary H chondrites. *Astronomy and Astrophysics*, 604.
- Martinache, F. (2010). Kernel phase in Fizeau interferometry. *Astrophysical Journal*, 724(1) :464–469.
- Martinache, F. (2013). The Asymmetric Pupil Fourier Wavefront Sensor. *Publications of the Astronomical Society of the Pacific*, 125(926) :422–430.
- Martinache, F. (2018). *HDR thesis Repousser les limites de la diffraction*.
- Martinache, F. (2019). Diffraction-dominated observational astronomy. In Nardetto, N., Lebreton, Y., and Lagadec, E., editors, *Proc. of Evry Schatzman school 2017 : Imaging at High Angular Resolution of Stellar Surfaces and Close Environment*. EDP sciences.
- Martinache, F., Ceau, A., Laugier, R., Kammerer, J., N’Diaye, M., Mary, D., Cvetojevic, N., and Lopez, C. (2020). Kernel-phase analysis : Aperture modeling prescriptions that minimize calibration errors. *Astronomy and Astrophysics*, 636 :1–12.
- Martinache, F. and Ireland, M. J. (2018). Kernel-nulling for a robust direct interferometric detection of extrasolar planets. *Astronomy and Astrophysics*, 619 :1–10.
- Martinache, F., Lloyd, J. P., Ireland, M. J., Yamada, R. S., and Tuthill, P. G. (2007). Precision Masses of the Low-Mass Binary System GJ 623. *The Astrophysical Journal*, 661(1) :496–501.
- Matter, A., Vannier, M., Morel, S., Lopez, B., Jaffe, W., Lagarde, S., Petrov, R. G., and Leinert, C. (2010). First step to detect an extrasolar planet using simultaneous observations with the VLTI instruments AMBER and MIDI \*. *Astronomy and Astrophysics*, 515 :A69.



- Mawet, D., Pueyo, L., Lawson, P., Mugnier, L., Traub, W., Boccaletti, A., Trauger, J. T., Gladysz, S., Serabyn, E., Milli, J., Belikov, R., Kasper, M., Baudoz, P., Macintosh, B., Marois, C., Oppenheimer, B., Barrett, H., Beuzit, J.-L., Devaney, N., Girard, J., Guyon, O., Krist, J., Mennesson, B., Mouillet, D., Murakami, N., Poyneer, L., Savransky, D., Vérinaud, C., and Wallace, J. K. (2012). Review of small-angle coronagraphic techniques in the wake of ground-based second-generation adaptive optics systems. *Space Telescopes and Instrumentation 2012 : Optical, Infrared, and Millimeter Wave*, 8442 :844204.
- Mayor, M. and Queloz, D. (1995). A jupiter-mass companion to a solar-type star. *Nature*, 378(6555) :355–359.
- Meadows, V. S. (2017). Reflections on O2 as a Biosignature in Exoplanetary Atmospheres. *Astrobiology*, 17(10) :1022–1052.
- Mesa, D., Keppler, M., Cantalloube, F., Rodet, L., Charnay, B., Gratton, R., Langlois, M., Boccaletti, A., Bonnefoy, M., Vigan, A., Flasseur, O., Bae, J., Benisty, M., Chauvin, G., De Boer, J., Desidera, S., Henning, T., Lagrange, A. M., Meyer, M., Milli, J., Müller, A., Pairet, B., Zurlo, A., Antonucci, S., Baudino, J. L., Brown Sevilla, S., Cascone, E., Cheetham, A., Claudi, R. U., Delorme, P., D’Orazi, V., Feldt, M., Hagelberg, J., Janson, M., Kral, Q., Lagadec, E., Lazzoni, C., Ligi, R., Maire, A. L., Martinez, P., Menard, F., Meunier, N., Perrot, C., Petrus, S., Pinte, C., Rickman, E. L., Rochat, S., Rouan, D., Samland, M., Sauvage, J. F., Schmidt, T., Udry, S., Weber, L., and Wildi, F. (2019). VLT/SPHERE exploration of the young multiplanetary system PDS70. *Astronomy and Astrophysics*, 632 :1–12.
- Michelson, A. A. and Pease, F. G. (1921). Measurement of the diameter of alpha orionis with the interferometer. *The Astrophysical Journal*, 53 :249–259.
- Milli, J., Mouillet, D., Beuzit, J.-L., Sauvage, J.-F., Fusco, T., Bourget, P., Kasper, M., Tristram, K., Reyes, C., Girard, J. H., Telle, A., Pannetier, C., Cantalloube, F., Wahhaj, Z., Mawet, D., Vigan, A., and N’Diaye, M. (2018). Low wind effect on VLT/SPHERE : impact, mitigation strategy, and results. *Proc of SPIE*.
- Millour, F. (2015). Interferometry concepts. *EAS Publications Series*, 69-70 :17–52.
- Mourard, D., Berio, P., Clausse, J.-M., Martinod, M.-A., Nardetto, N., Perraut, K., Bailet, C., Bresson, Y., Cassaing, F., Dejonghe, J., Lagarde, S., Michau, V., Petit, C., Tallon, M., Tallon-Bosc, I., and ten Brummelaar, T. (2018). SPICA, a new 6T visible beam combiner for CHARA : science, design and interfaces. *Proc of SPIE*, page 55.
- N’Diaye, M., Martinache, F., Jovanovic, N., Lozi, J., Guyon, O., Norris, B., Ceau, A., and Mary, D. (2017). Calibration of the island effect : Experimental validation of closed-loop focal plane wavefront control on Subaru/SCEXAO. *Astronomy & Astrophysics*, 18 :1–9.
- Norris, B., Schworer, G., Tuthill, P. G., Jovanovic, N., Guyon, O., Stewart, P., and Martinache, F. (2015). The VAMPIRES instrument : Imaging the innermost regions of protoplanetary discs with polarimetric interferometry. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 447(3).
- Norris, B. R. M., Cvetojevic, N., Lagadec, T., Jovanovic, N., Gross, S., Arriola, A., Gretzinger, T., Martinod, M.-A., Guyon, O., Lozi, J., Withford, M. J., Lawrence, J. S., and Tuthill, P. (2020). First on-sky demonstration of an integrated-photonics nulling interferometer : the GLINT instrument. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 491(3) :4180–4193.
- Nowak, M., Lacour, S., Mollière, P., Wang, J., Charnay, B., van Dishoeck, E. F., Abuter, R., Amorim, A., Berger, J. P., Beust, H., Bonnefoy, M., Bonnet, H., Brandner, W., Buron, A., Cantalloube, F., Collin, C., Chapron, F., Clénet, Y., Coudé du Foresto, V., de Zeeuw, P. T., Dembet, R., Dexter,

- J., Duvert, G., Eckart, A., Eisenhauer, F., Förster Schreiber, N. M., Fédou, P., Garcia Lopez, R., Gao, F., Gendron, E., Genzel, R., Gillessen, S., Haußmann, F., Henning, T., Hippler, S., Hubert, Z., Jocou, L., Kervella, P., Lagrange, A.-M., Lapeyrière, V., Le Bouquin, J.-B., Léna, P., Maire, A.-L., Ott, T., Paumard, T., Paladini, C., Perraut, K., Perrin, G., Pueyo, L., Pfuhl, O., Rabien, S., Rau, C., Rodríguez-Coira, G., Rousset, G., Scheithauer, S., Shangguan, J., Straub, O., Straubmeier, C., Sturm, E., Tacconi, L. J., Vincent, F., Widmann, F., Wieprecht, E., Wiezorrek, E., Woillez, J., Yazici, S., and Ziegler, D. (2020). Peering into the formation history of  $\beta$  Pictoris b with VLTI/GRAVITY long-baseline interferometry. *Astronomy & Astrophysics*, 633(2011) :A110.
- Otten, G. P. P. L., Snik, F., Kenworthy, M. A., Keller, C. U., Males, J. R., Morzinski, K. M., Close, L. M., Codona, J. L., Hinz, P. M., Hornburg, K. J., Brickson, L. L., and Escuti, M. J. (2017). On-sky performance analysis of the vector Apodizing Phase Plate coronagraph on MagAO/Clio2.
- Otten, G. P. P. L., Snik, F., Kenworthy, M. A., Miskiewicz, M. N., and Escuti, M. J. (2014). Performance characterization of a broadband vector Apodizing Phase Plate coronagraph. *Optics Express*, 22(24) :30287.
- Perryman, M., Hartman, J., Bakos, G., and Lindegren, L. (2014). Astrometric exoplanet detection with GAIA. *Astrophysical Journal*, 797(1).
- Renard, S., Thiébaud, E., and Malbet, F. (2015). Image reconstruction in optical interferometry. *EAS Publications Series*, 69-70 :133–147.
- Roddier, F. and Roddier, C. (1997). Stellar Coronagraph with Phase Mask. *Publications of the Astronomical Society of the Pacific*, 109 :815–820.
- Rooms, F., Morand, A., Schanen, I., Benech, P., and Blaize, S. (2003). A complete physical approach to position the access waveguides of weakly confined multi-mode interference couplers. *Optics Communications*, 221(4-6) :317–322.
- Rothman, J., Mollard, L., Goût, S., Bonnefond, L., and Wlassow, J. (2011). History-dependent impact ionization theory applied to HgCdTe e-APDs. *Journal of Electronic Materials*, 40(8) :1757–1768.
- Scharf, L. (1990). *Statistical Signal Processing - Detection, Estimation, and Time Series Analysis*. Addison-Wesley Publishing Company.
- Scharf, L. and Friedlander, B. (1994). Matched Subspace Detectors. 42(8) :2146–2157.
- Seager, S. and Deming, D. (2010). Exoplanet Atmospheres. *Annual Review of Astronomy and Astrophysics*, 48(1) :631–672.
- Shi, F., Balasubramanian, K., Hein, R., Lam, R., Moore, D., Moore, J., Patterson, K., Poberezhskiy, I., Shields, J., Sidick, E., Tang, H., Truong, T., Wallace, J. K., Wang, X., and Wilson, D. (2016). Low-order wavefront sensing and control for WFIRST-AFTA coronagraph. *Journal of Astronomical Telescopes, Instruments, and Systems*, 2(1) :011021.
- Shi, F., Kern, B. D., Marx, D. S., Patterson, K., Mejia Prada, C., Seo, B.-J., Shelton, J. C., Shields, J., Tang, H., Truong, T., Shaw, J., Cady, E. J., and Lam, R. (2018). WFIRST low order wavefront sensing and control dynamic testbed performance under the flight like photon flux. *Proc of SPIE*, 10698(July 2018).
- Singh, G., Guyon, O., Baudoz, P., Jovanovic, N., Martinache, F., Kudo, T., Serabyn, E., Kuhn, J. G., Telescope, S., and Lagrange, L. (2014). Lyot-based Low Order Wavefront Sensor : Implementation on the Subaru Coronagraphic Extreme Adaptive Optics System and its Laboratory Performance. *SPIE Astronomical Telescopes + Instrumentation*, 9148 :1–9.

- Sivaramakrishnan, A., Lafrenière, D., Ford, K. E. S., McKernan, B., Cheetham, A., Greenbaum, A. Z., Tuthill, P. G., Lloyd, J. P., Ireland, M. J., Doyon, R., Beaulieu, M., Martel, A., Koekemoer, A., Martinache, F., and Teuben, P. (2012). Non-redundant Aperture Masking Interferometry (AMI) and segment phasing with JWST-NIRISS. 8442 :84422S.
- Soldano, L. B. and Pennings, E. C. (1995). Optical Multi-Mode Interference Devices Based on Self-Imaging : Principles and Applications. *Journal of Lightwave Technology*, 13(4) :615–627.
- Soulain, A., Millour, F., Lopez, B., Matter, A., Lagadec, E., Carbillet, M., La Camera, A., Lamberts, A., Langlois, M., Milli, J., Avenhaus, H., Magnard, Y., Roux, A., Moulin, T., Carle, M., Sevin, A., Martinez, P., Moulin, T., Soulain, A., Milli, J., Lagadec, E., Langlois, M., Matter, A., Millour, F., Avenhaus, H., Lamberts, A., Carle, M., Carbillet, M., Ramos, J., La Camera, A., Abe, L., Lopez, B., Roux, A., and Magnard, Y. (2018). SPHERE view of Wolf-Rayet 104. *Astronomy & Astrophysics*, 108 :1–19.
- Soummer, R., Aime, C., and Falloon, P. E. (2003). Stellar coronagraphy with prolate apodized circular apertures. *Astronomy and Astrophysics*, 397(3) :1161–1172.
- Soummer, R., Ferrari, A., Aime, C., and Jolissaint, L. (2007). Speckle Noise and Dynamic Range in Coronagraphic Images. *The Astrophysical Journal*, 669(1) :642–656.
- Stephan, E. (1874). Comptes rendus hebdomadaires des séances de l’ Académie des sciences / publiés ... par MM . les secrétaires. *Comptes Rendus Hebdomadères de l’Académie des Sciences*, LXXVII(1) :1008–1012.
- Teich, Malvin, C. and Matsuo, K. (1986). Excess Noise Factors for Conventional and Superlattice Avalanche Photodiodes and Photomultiplier Tubes. *IEEE JOURNAL OF QUANTUM ELECTRONICS*, (8).
- Teledyne (2010). Teledyne Imaging Sensors HAWAII-2RG™ Visible & Infrared Focal Plane Array.
- ten Brummelaar, T. A., McAlister, H. A., Ridgway, S. T., Bagnuolo, Jr., W. G., Turner, N. H., Sturmman, L., Sturmman, J., Berger, D. H., Ogden, C. E., Cadman, R., Hartkopf, W. I., Hopper, C. H., and Shure, M. A. (2005). First Results from the CHARA Array. II. A Description of the Instrument. *The Astrophysical Journal*, 628(1) :453–465.
- Tuthill, P., Lacour, S., Amico, P., Ireland, M., Norris, B., Stewart, P., Evans, T., Kraus, A., Lidman, C., Pompei, E., and Kornweibel, N. (2010). Sparse aperture masking (SAM) at NAOS/CONICA on the VLT. *Ground-based and Airborne Instrumentation for Astronomy III*, 7735 :77351O.
- Tuthill, P. G., Monnier, J. D., Danchi, W. C., and Haniff, C. A. (1998). Michelson interferometry with Keck I. *Astronomical Interferometry*, 3350 :839.
- Vedantham, H. K., Callingham, J. R., Shimwell, T. W., Tasse, C., Pope, B. J., Bedell, M., Snellen, I., Best, P., Hardcastle, M. J., Haverkorn, M., Mechev, A., O’Sullivan, S. P., Röttgering, H. J., and White, G. J. (2020). Coherent radio emission from a quiescent red dwarf indicative of star–planet interaction. *Nature Astronomy*.
- Velusamy, T., Angel, R. P., Eatchel, A., Tenerelli, D., and Woolf, N. J. (2003). Single and double Bracewell nulling interferometer in space. *European Space Agency, (Special Publication) ESA SP*, 2003(539) :631–636.
- von der Lühe, O. (1997). An introduction to interferometry with the ESO Very Large Telescope. In Paresce, F., editor, *Science with the VLT interferometer*, pages 13–34. ESO Astrophysics Symposia.

- Von Paris, P., Hedelt, P., Selsis, F., Schreier, F., and Trautmann, T. (2013). Characterization of potentially habitable planets : Retrieval of atmospheric and planetary properties from emission spectra. *Astronomy and Astrophysics*, 551 :1–13.
- Wilby, M. J., Keller, C. U., Snik, F., Korkiakoski, V., and Pietrow, A. G. M. (2016). The coronagraphic Modal Wavefront Sensor : a hybrid focal-plane sensor for the high-contrast imaging of circumstellar environments.
- Wordsworth, R. and Pierrehumbert, R. (2014). Abiotic oxygen-dominated atmospheres on terrestrial habitable zone planets. *Astrophysical Journal Letters*, 785(2) :2–5.
- Young, T. (1804). The Bakerian Lecture : Experiments and Calculations Relative to Physical Optics. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London*, 94 :1–16.
- Zurlo, A., Vigan, A., Galicher, R., Maire, A. L., Mesa, D., Gratton, R., Chauvin, G., Kasper, M., Moutou, C., Bonnefoy, M., Desidera, S., Abe, L., Apai, D., Baruffolo, A., Baudoz, P., Baudrand, J., Beuzit, J. L., Blancard, P., Boccaletti, A., Cantalloube, F., Carle, M., Cascone, E., Charton, J., Claudi, R. U., Costille, A., De Caprio, V., Dohlen, K., Dominik, C., Fantinel, D., Feautrier, P., Feldt, M., Fusco, T., Gigan, P., Girard, J. H., Gisler, D., Gluck, L., Gry, C., Henning, T., Hugot, E., Janson, M., Jaquet, M., Lagrange, A. M., Langlois, M., Llored, M., Madec, F., Magnard, Y., Martinez, P., Maurel, D., Mawet, D., Meyer, M. R., Milli, J., Moeller-Nilsson, O., Mouillet, D., Origne, A., Pavlov, A., Petit, C., Puget, P., Quanz, S. P., Rabou, P., Ramos, J., Rousset, G., Roux, A., Salasnich, B., Salter, G., Sauvage, J. F., Schmid, H. M., Soenke, C., Stadler, E., Suarez, M., Turatto, M., Udry, S., Vakili, F., Wahhaj, Z., Wildi, F., and Antichi, J. (2016). First light of the VLT planet finder SPHERE : III. New spectrophotometry and astrometry of the HR 8799 exoplanetary system. *Astronomy and Astrophysics*, 587 :13.



## Annexe A

# Mesure de la turbulence de coupole avec AIRFLOW

### A.1 Turbulence locale

Même les meilleures optiques adaptatives sont limitées dans leur performance et la qualité de la correction qu'elles fournissent sont tributaires de l'ampleur des aberrations initiales. Cette qualité est mesurée par plusieurs paramètres. Comme le paramètre de Fried  $r_0$  qui indique l'échelle spatiale à laquelle l'aberration intégrée sur le chemin optique atteint statistiquement un radian RMS dans la longueur d'onde considérée, le temps de cohérence qui est sa contrepartie dans le domaine temporel.

Si ces paramètres sont utiles pour considérer l'effet total de la turbulence (intégrée sur le chemin optique), l'étude de leur répartition le long de chemin optique peut également fournir des informations intéressantes pour les éliminer efficacement. Certains appareils de mesure (DIMM, PBL), qui mesurent la turbulence selon différentes directions, permettent d'évaluer le profil du paramètre  $C_n^2$  qui met en évidence la contribution locale de chaque couche d'air à la perturbation optique. Ces instruments mettent en évidence que la plus grande part de l'aberration optique est générée au niveau du sol par les derniers mètres d'air traversés par la lumière. Ceci s'explique par les interactions entre l'air et le terrain, à la fois dynamiques par le vent, et thermiques par l'échange de chaleur stockée durant la journée.

La contribution du bâtiment abritant le télescope lui-même, appelée turbulence de dôme, est un sujet qui a fait l'objet de très nombreuses études et que continuent de justifier des quantités importantes d'études en simulations pour la construction de tout télescope d'envergure, afin de ne pas nuire au bon fonctionnement du futur télescope. Ce problème est complexe. Il doit prendre en compte la variété des conditions, thermiques et dynamiques de l'instrument et du bâtiment, les différentes directions de pointage, les orientations du bâtiment par rapport au vent, et la position des volets et événements de la coupole.

### A.2 L'instrument AIRFLOW

AIRFLOW<sup>1</sup> est un instrument conçu par Olivier Lai visant à fournir à un très faible coût une mesure de la turbulence locale de l'air ambiant. Son principe de fonctionnement exploite un masque interférométrique non-redondant repose sur les principes décrits au Chapitre 3 et est expliqué dans Lai et al. (2019) dont je suis co-auteur. Comme illustré en figure A.1, la lumière d'une source laser fibrée est collimatée par une lentille pour fournir un front d'onde plan dans la cellule de mesure qui est à l'air libre. Ce faisceau est limité par un masque non-redondant, puis ré-imagé par une seconde lentille

---

1. De l'anglais *Airborne Interferometric Recombiner - FLuctuations of Light at Optical Wavelengths*

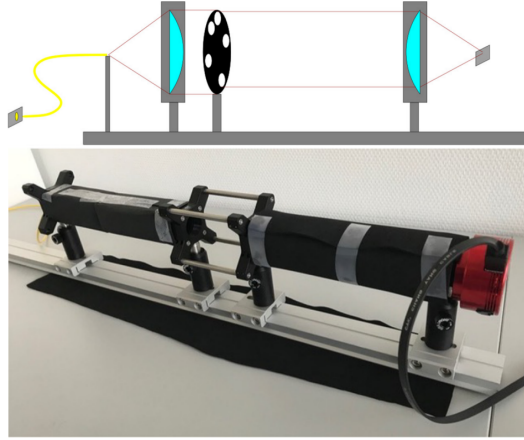


FIGURE A.1: Schéma et photo de l'instrument AIRFLOW issu de Lai et al. (2019).

sur une caméra CMOS du commerce. La présence du masque permet, par la phase de la transformée de Fourier de l'image obtenue, de mesurer la variation de chemin optique relative au niveau des sous-pupilles concernées. Cette relation entre l'échelle spatiale et la variance de phase fournit une mesure de la fonction de structure de phase, et par conséquent de sa constante de structure  $C_n^2$  et de son  $r_0$ .

Mes contributions au projet ont été modestes mais diverses. En premier lieu j'ai conçu et réalisé des masques non-redondants à 9 trous et 18 trous en fabrication additive (impression 3D), et j'ai participé à des réflexions pour la conception de nouveaux systèmes de mesure pour différents usages. Entre autres, l'idée d'utiliser simultanément trois longueurs d'onde avec un capteur couleur à matrice de Bayer (caméra couleur) pourrait permettre d'augmenter significativement la plage dynamique de la mesure sur le même principe que pour la voie suiveur de frange du banc KERNEL. Combinée à une augmentation de la cellule de mesure, cette approche pourrait permettre un gain de sensibilité significatif. Nous n'avons pas poussé l'exploration de cette piste qui nécessitait des modifications significatives de l'instrument, en particulier des optiques à plus grande focale et achromatiques. J'ai également utilisé les outils du formalisme kernel pour déterminer des limites théoriques de bruit, et des outils de réduction de données alternatifs.

### A.3 Variante à pupille continue

Parmi les complexités du problème de la turbulence de dôme est le fait que la turbulence ne soit pas pleinement développée à ces échelles. Une direction intéressante que j'ai pu commencer à explorer expérimentalement concerne la recherche de l'échelle externe de la turbulence. En effet, la petite taille de la pupille utilisée ne permet pas de mesurer ces effets sur des distances de plus de 50 mm environ avec la plus grande version de détecteur que nous ayons fabriqué. Un des éléments qui pourrait donner des indications sur ces effets est la mesure instantanée de la vitesse d'écoulement de l'air dans la cellule. En effet, dans l'hypothèse de la turbulence à écoulement figé (*frozen flow turbulence*), l'extrapolation de séries temporelles fournirait artificiellement des informations sur la turbulence à plus grande échelle.

Pour cela j'ai utilisé les aspects métrologiques du formalisme kernel présentés par Martinache (2013) et qui permettent de reconstruire le front d'onde dans une pupille continue dans l'approximation des petites aberrations, pour peu que la pupille soit asymétrique. En effet, dans l'équation qui définit la répercussion des erreurs dans la phase de Fourier de l'image,

$$\Phi = \Phi^0 + \mathbf{A}\varphi, \tag{A.1}$$

la matrice  $\mathbf{A}$  est alors de rang plein. Par conséquent son pseudo-inverse de Moore-Penrose constitue

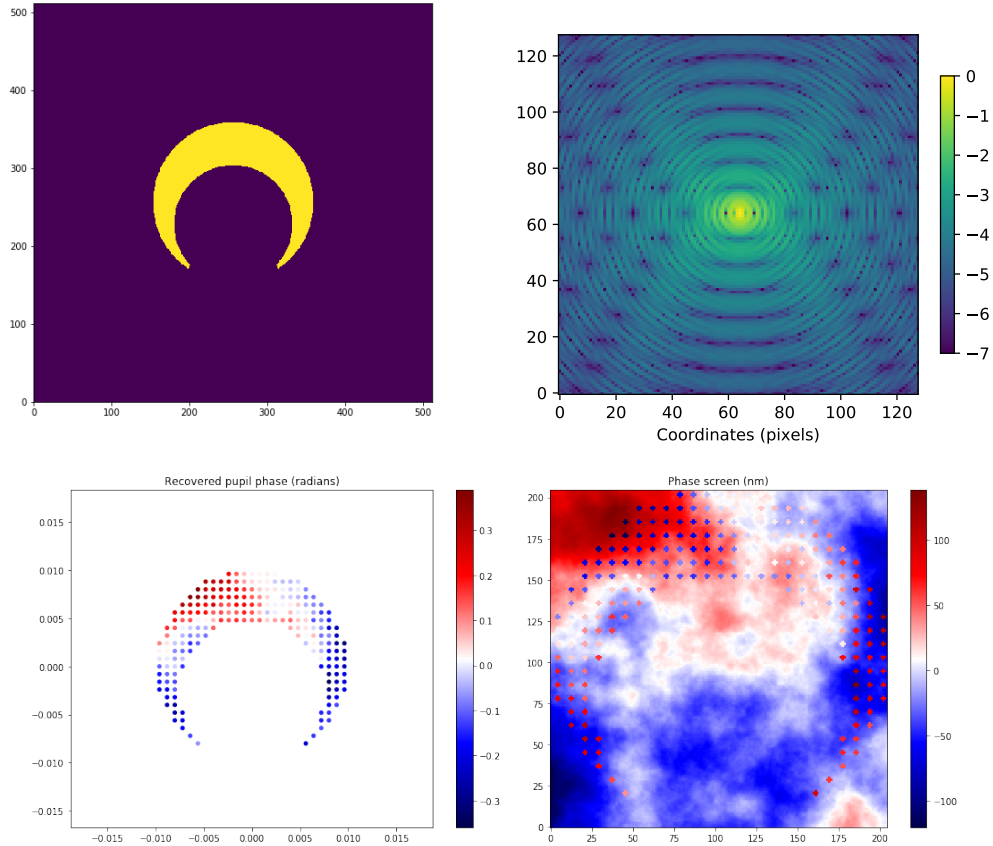


FIGURE A.2: La pupille asymétrique conçue pour AIRFLOW (en haut) et une reconstruction de front d'onde en simulation, montrant en bas à gauche les mesures effectuées, et en bas à gauche le front d'onde utilisé pour la simulation.

un inverse à gauche :

$$\mathbf{A}^+ \mathbf{A} = \mathbf{I}. \quad (\text{A.2})$$

Par conséquent, si on considère que la source observée est ponctuelle (et par conséquent  $\Phi^0 = 0$ , on peut alors reconstituer la phase du front d'onde par le calcul de  $\mathbf{A}^+ \Phi = \varphi$ .

J'ai donc conçu et fabriqué une pupille asymétrique pour l'instrument AIRFLOW, qui remplit les caractéristiques suivantes :

- asymétrie prononcée pour une bonne précision sur les modes pairs,
- une large portion continue pour permettre les mesures de cross-correlation,
- une obstruction importante limitant la redondance des plus courtes lignes de base.

La simulation montrée en figure A.2 et réalisée avec le package XAOSIM montre la reconstruction d'un front d'onde par la pupille asymétrique.

J'ai pu installer cette pupille sur l'un des instruments et réaliser quelques acquisitions à l'aide d'un outil de réduction de données en temps réel (*soft real time*) développé pour l'occasion. Un premier examen de ces données montre le besoin d'appliquer un traitement temporel sur les modes de *tip-tilt* de la mesure, qui sont directement affectés par les vibrations de l'instrument. L'identification et la séparation de ces modes devrait être triviale dans la décomposition en valeurs singulières de



A et l'implémentation d'un filtre coupe-bande temporel (notch filter) devrait permettre d'isoler la contribution de ces vibrations mécaniques, et de préparer les données pour l'étude en cross-correlation. Faute de temps, cette approche n'a pas été mise en place.

## A.4 Conclusion

Si la compréhension de ces phénomènes pour guider la conception des bâtiments d'observatoire à venir est une entreprise au long cours pour laquelle notre contribution n'est encore qu'anecdotique, nous pensons avoir amorcé un effort de mesures *in-situ* qui fournira un jour une précieuse source de données. À plus court terme, offrir des systèmes de mesure en temps réel de la turbulence locale offre aux observateurs un retour quantitatif en temps réel des effets de l'ouverture de tel ou tel volet et évent dont sont équipées la plupart des coupoles modernes, ce qui facilitera la prise de décision durant les observations.

## Annexe B

# Analyse en noyaux de phase du jeu de données NEAR

### B.1 Le jeu de données

Durant la période de ma thèse, j’ai eu l’opportunité de réaliser, avec Jens Kammerer, un examen du jeu de données NEAR (Kasper et al., 2017; Käuffl et al., 2018). NEAR est un projet visant à détecter par imagerie directe des planètes de faible masse dans le cadre de l’initiative Breakthrough<sup>1</sup> en apportant certaines améliorations aux fonctionnalités coronographiques de l’instrument VLT/VISIR, l’imageur en infrarouge moyen du VLT. Celui-ci a pour cela été équipé d’un coronographe à rainures annulaires de phase (AGPM<sup>2</sup>) et installé au foyer d’UT4 pour utiliser le miroir secondaire adaptatif de ce dernier. Dans l’infrarouge moyen (10 $\mu$ m) où celui-ci fonctionne, ce système fournit ainsi une excellente qualité d’image.

Depuis le sol et dans ces longueurs d’ondes, la luminosité du ciel est une source dominante d’erreur. Il est donc nécessaire d’opérer un *chopping*, c’est à dire des observations alternées de la cible et d’une direction différente du ciel qui servira à mesurer la luminosité du ciel pour la soustraire aux observations. Ici, la cible principale est l’étoile binaire  $\alpha$  Cen AB. Ce couple est constitué de deux étoiles de type solaire, séparées d’environ 5 secondes d’angle et très peu contrastées, offre une opportunité hors du commun pour l’étalonnage des données. En effet, les deux étoiles rentrent simultanément dans le champ du capteur Raytheon Aquarius, ce qui permet d’obtenir une référence de manière simultanée. Comme le *chopping* est réalisé (grâce au secondaire adaptatif) en alternant entre les deux étoiles, il y a toujours une étoile derrière le coronographe, et une étoile à côté, comme on le voit en figure B.1.

Comme l’étoile à côté du masque coronographique est suffisamment loin du coronographe, elle n’est pas affectée par celui-ci, et pourra donc être analysée avec la méthode des noyaux de phase. Pour cela, nous avons construit un modèle discret de la pupille NEAR, en prenant en compte son masque de Lyot et son motif apodisant montré en figure B.2. Ce masque fournit une zone sombre qui s’étend entre environ 10 et 30 $\lambda/D$ , et qui vise donc à limiter la contamination de l’image d’une étoile par la lumière diffractée de l’autre étoile. Notre modèle comporte 208 sous-pupilles correspondant à 418 lignes de base indépendantes et permet de construire un vecteur de 212 noyaux de phase. Contrairement aux travaux du Chapitre 6, nous ne cherchons pas ici à travailler dans la zone sombre de cette fonction d’étalement de point, et l’échantillonnage de la pupille est plutôt choisi pour une utilisation entre 150 et 2400 mas.

---

1. <https://breakthroughinitiatives.org/>

2. De l’anglais *Annular Groove Phase Mask*

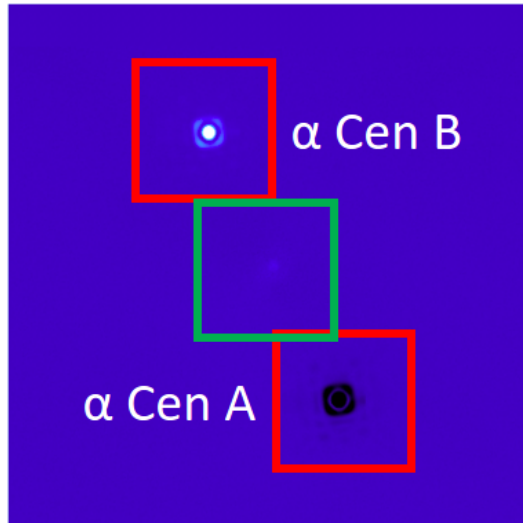


FIGURE B.1: Les observations NEAR du système  $\alpha$  Cen AB telles que réduites pour la coronographie. Au coronogramme de  $\alpha$  Cen A, a été soustrait le coronogramme de  $\alpha$  Cen B. On voit donc dans le coin en haut à gauche une image positive de  $\alpha$  Cen B et en bas à droite, une image négative de  $\alpha$  Cen A. C’est sur ces deux images que l’analyse kernel est réalisée.

## B.2 Analyse sommaire

Les observables ont été extraites du jeu de données compilé comprenant 449 410 clichés, obtenus par la somme de 8 sous-acquisitions de 5ms de pose, pour un total de près de 75h d’intégration. L’analyse présentée ici est un travail inachevé réalisé en partenariat avec Jens Kammerer qui a réalisé tout le travail d’extraction : une première analyse du jeu de données avec une approche monolithique.

En effet, bien que les données aient été acquises au cours de 20 nuits différentes (du 23 mai au 27 juin 2019), nous réalisons ici l’étalonnage sans prendre en compte son aspect temporel. Nous les traitons comme si elles avaient été réalisées durant une unique séance d’observation, simplement en les classant par leur angle parallactique. Ce faisant, la réduction des données est réalisée comme dans Laugier et al. (2020b), en moyennant les observables sur des paquets de 6 degrés de rotation de champ. Sur chacun de ces paquets, on détermine la moyenne du vecteur d’observables dont on soustrait celle du signal d’étalonnage, on évalue la covariance de ce signal (dans cette approche le nombre de réalisations est suffisant). La covariance de chaque tranche permet alors de produire la matrice de blanchiment correspondante. Les observables de chaque tranche sont alors concaténées pour être traitées comme un unique vecteur d’observables.

Ici plusieurs approches sont possibles pour l’étalonnage. La première est d’utiliser le signal extrait sur l’autre étoile durant le cycle de *chopping*. A priori, elle devrait être la plus efficace car elle permettrait de soustraire les biais affectant les mesures jusqu’à des échelles de temps courtes. Les cartes de colinéarité pour cette réduction qui est montrée en figure B.3 et font apparaître un signal résiduel dans des quadrants opposés pour les deux étoiles.

Ce signal résiduel peut s’expliquer ainsi : malgré l’apodisation du masque de Lyot, des restes de la figure de diffraction de l’autre étoile sont présent dans l’image de l’étoile analysée. Ces speckles sont incohérents car ils proviennent d’une seconde source et ne peuvent par conséquent pas être filtrés par les propriétés des noyaux de phase. De plus, en supposant que ces speckles sont symétriques pour la PSF qui les engendre<sup>3</sup>, ils seront aussi présents dans les observations d’étalonnage et projetés sur la partie opposée du champ. Par conséquent, si ils ont une signature en noyaux de phase, celle-ci sera

<sup>3</sup>. hypothèse particulièrement vraisemblable dans le cadre des petites aberrations dans la région sombre (Bloemhof, 2006)

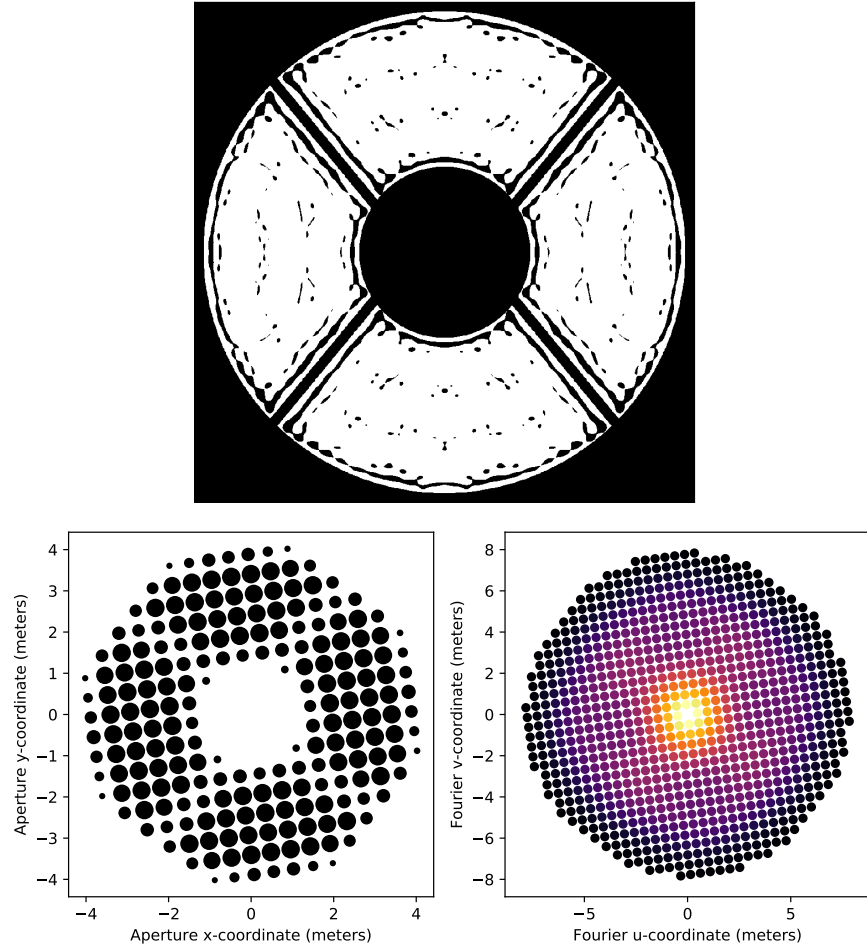


FIGURE B.2: En haut, le masque de Lyot qui définit la pupille pour l'analyse Kernel-phase. Son motif est conçu pour fournir une région sombre entre environ  $10$  et  $30\lambda/D$ , et donc limiter la contamination d'une étoile par l'autre. En bas, à gauche, le modèle discret de pupille utilisé pour cette étude, à droite la couverture du plan  $uv$  fournie par ce modèle. On note un écart angulaire entre la pupille et le détecteur qui se traduit par une rotation du modèle. Celui-ci est implémenté après discrétisation, afin de conserver les propriétés de symétrie du modèle de pupille.

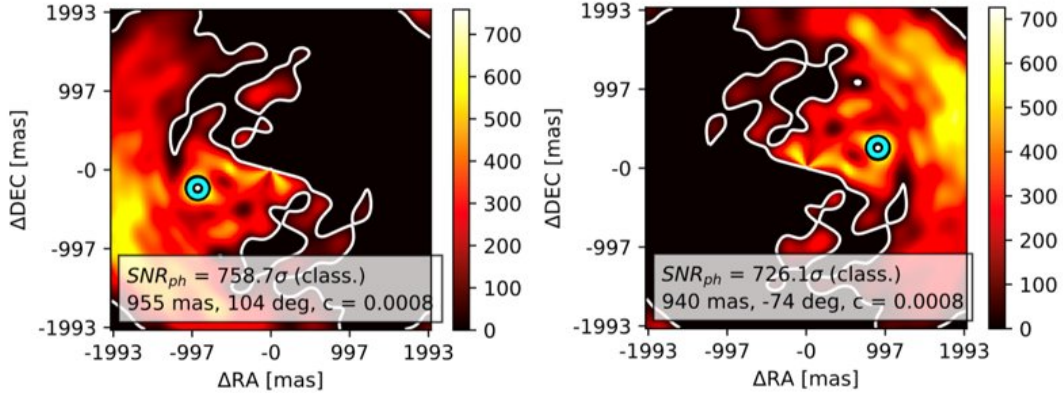


FIGURE B.3: Cartes de colinéarité réalisées par Jens Kammerer pour le jeu de données NEAR avec un étalonnage direct des observables, pour  $\alpha$  Cen A à gauche, et pour  $\alpha$  Cen B à droite. On constate une grande quantité de signal dans des secteurs opposés pour les deux étoiles et amplifiés par l'étalonnage direct.

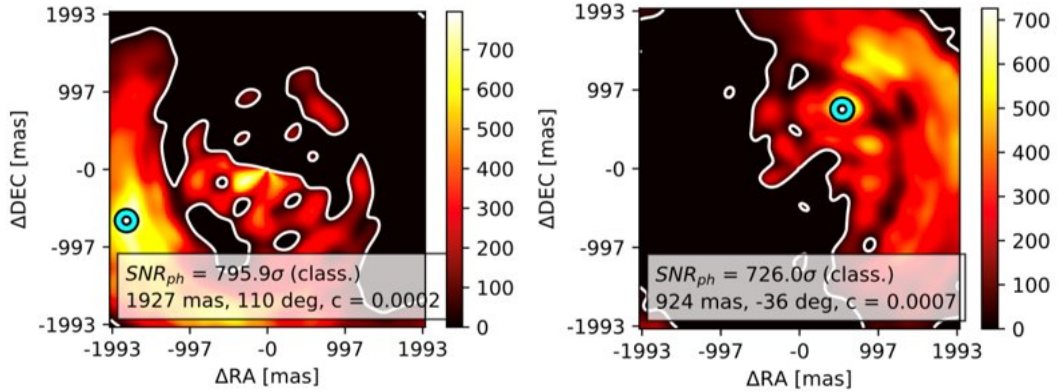


FIGURE B.4: Cartes de colinéarité réalisées par Jens Kammerer pour le jeu de données NEAR avec un étalonnage moyen des observables, pour  $\alpha$  Cen A à gauche, et pour  $\alpha$  Cen B à droite. Les pics de signal les plus marqués ont disparu et le signal en dessous de 1500 mas est moins marqué.

non-pas supprimée, mais doublée lors de l'étalonnage.

Pour limiter les effets de ce problème, nous avons utilisé une approche différente, en utilisant pour l'étalonnage un vecteur d'observables moyenné sur l'ensemble du jeu de données. Dans ce cas, la signature de ces erreurs dans les mesures d'étalonnage sont étalées et moins marquées.

### B.3 Analyse ADK

Ce jeu de données a été une opportunité d'expérimenter l'analyse ADK fraîchement développée. Ici le fait de considérer le jeu de données comme une seule séance permet d'obtenir une grande rotation de champ, ce qui est favorable à la sensibilité à faible séparation angulaire. Ici, en conservant 23 tranches de position angulaire, on obtient une matrice de projection de 4664 par 4876.

La méthode ADK, bien, qu'elle ne produise pas d'amplification des speckles de l'autre étoile comme pour l'étalonnage direct, n'est pas insensible au problème. En effet, en supposant que ces speckles prennent la forme d'anneaux autour de l'autre étoile, ceux-ci vont suivre le mouvement général de rotation du champ. Ils pourraient donc être vus, en première approximation, comme un signal réel.

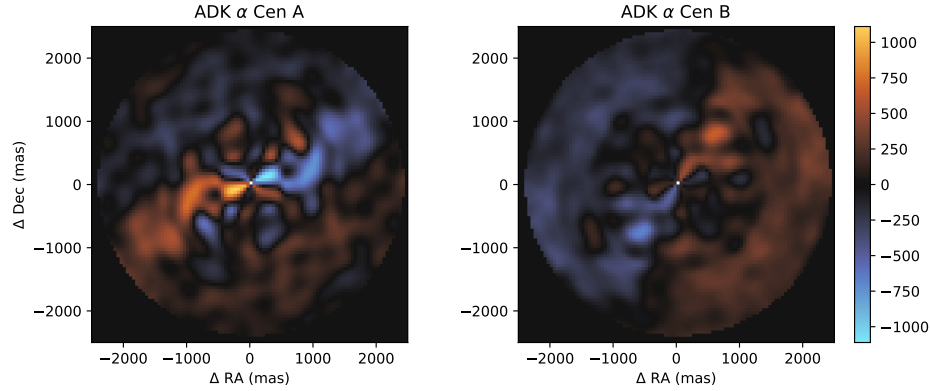


FIGURE B.5: Carte de colinéarité en réduction ADK pour  $\alpha$  Cen A à gauche, et pour  $\alpha$  Cen B à droite.

Les cartes de colinéarité en figure B.5 sont consistantes avec la réduction classique. Pour  $\alpha$  Cen A, un lobe de signal à faible séparation pourrait correspondre à un compagnon partiellement résolu. Ce type de signal peut aussi être dû à des erreurs de pointage durant le temps d'intégration qui auraient tendance à étirer légèrement l'image. Ceci pourrait être dû à des vibrations mécaniques de l'instrument. Cependant, ici, le signal est acquis avec une large plage d'angles parallactiques. Le fait qu'il persiste dans la réduction indiquerait qu'il est dans une direction fixe par rapport au ciel.

En l'occurrence, le repointage du secondaire adaptatif de manière alternée sur chacune des cibles pourrait engendrer ce type de défaut, en particulier si un temps insuffisant est laissé à la stabilisation du système entre chaque pointage. Cette approche avait été validées avant ces observations (Käuffel et al., 2018), mais pas avec les noyaux de phase.

Pour *alpha* Cen B, une tâche plus marquée apparaît à une séparation de 1" et était également visible dans l'analyse précédente. Cependant le fait qu'il soit localisé dans le secteur qui est le plus affecté par les speckles incohérents de l'autre étoile et à une séparation pour laquelle de nombreux artefacts sont présent pousse à la prudence.

## B.4 Vers une analyse plus rigoureuse

La stratégie d'étalonnage sommaire que nous avons utilisée ne semble donc pas être la principale limitation de sa performance, mais nous pouvons cependant proposer quelques indications sur une approche plus rigoureuse. Pour cela, il faudrait produire un nouveau découpage du jeu de données qui permette de fournir un étalonnage différent pour chaque condition d'observation. Par exemple, il s'agirait de créer des blocs différents pour chaque nuit d'observation, puis de reproduire la démarche précédente avec à nouveau un découpage par angle parallactique à l'intérieur de chacun de ces blocs.

Dans ce nouveau découpage, il n'y aurait pas assez de réalisations dans chaque bloc pour pouvoir déterminer empiriquement leur covariance. Il s'agirait alors de contourner le problème en mesurant plutôt la variance dans le plan image. En négligeant les corrélations entre les pixels, on peut obtenir une estimation de cette variance avec un très petit nombre de réalisations. On peut alors utiliser l'approche de (Kammerer et al., 2019) pour évaluer la covariance des observables à partir de la variance dans le plan image.

Ces résultats préliminaires ont été présentés par Jens au webmeeting NEAR du 11 octobre 2019.



## Annexe C

# Combineurs interférométriques multi-modes

### C.1 Besoins de conception

Les principes que nous avons exposés dans Laugier et al. (2020b) réclament de construire soit des combineurs complexes à plus de deux entrées, soit d’assembler plusieurs combineurs simples en maîtrisant les différents écarts de phase entre ceux-ci afin de former les combinaisons recherchées. Comme nous l’avons vu au Chapitre 7, il est possible d’obtenir certaines de ces combinaisons complexes sous la forme de composants monolithiques d’optique intégrée.

Cependant, obtenir les bonnes combinaisons de phase et d’amplitude correspondant à la matrice recherchée n’est pas garanti. Rechercher ces combinaisons réclame des outils de calcul et de simulation adaptés. Les itérations de conception qui ont eu lieu entre notre équipe et les ingénieurs de Bright Photonics et qui ont donné lieu aux travaux présentés en section 7.5.4 laissaient alors entendre que leurs outils de conception étaient peut-être plus adaptés aux travaux d’optimisation pour les performances qu’à la recherche exploratoire de ces solutions complexes.

C’est pour essayer de combler ce manque que j’ai essayé de mettre en place un outil de calcul semi-analytique très flexible qui permette d’explorer des solutions innovantes rapidement dans un format qui puisse être traduit sous forme matricielle.

### C.2 Equations

Un combineur interférométrique multimodes (MMI) est une section de guide d’onde d’une optique intégrée qui est capable de supporter plusieurs modes contrairement au reste du circuit optique qui est composé de guides d’onde monomodes. Cette section est conçue pour se comporter comme une cavité dans sa dimension transversale (présence d’ondes stationnaires), et comme un guide d’ondes dans sa dimension longitudinale (l’énergie injectée d’un côté s’échappe par l’autre).

Le comportement du champ électrique dans cette cavité est régi par un jeu d’équations décrit par Soldano and Pennings (1995) and Heaton and Jenkins (1999).

On considère une cavité de longueur  $W$  et de longueur  $L$  dont l’indice de réfraction  $n_r$  est plus élevé que celui du milieu environnant  $n_c$  (cladding). La position (et la dimension) des entrées par lesquelles la lumière est injectée limite les modes transverses qu’elle peut exciter.

L’approche consiste à séparer la propagation longitudinale (suivant  $z$ ) de la propagation transverse (suivant  $x$ ) :

$$k_0^2 n_r^2 = k_{x\nu}^2 + \beta_\nu^2, \tag{C.1}$$



où  $\beta_\nu$  est le coefficient de propagation pour le mode  $\nu$  et  $k_{x\nu}$  est le nombre d'onde transverse pour le mode  $\nu$ , permettant de définir le terme modal :

$$\psi_\nu(x) = \sin(k_{x\nu}x) = \sin\left(\frac{\pi(\nu+1)}{W_s}\right), \quad (\text{C.2})$$

avec  $W_s$  la largeur effective de la cavité. Pour les cavités dont le contraste d'indice est élevé :  $W_s \approx W$ . La constante de propagation, quand à elle s'écrit :

$$\beta_\nu = \sqrt{\left(\frac{2\pi n_s}{\lambda_{0s}}\right)^2 - \left(\frac{\pi(\nu+1)}{W_s}\right)^2}, \quad (\text{C.3})$$

avec  $\lambda_{0s}$  la longueur d'onde considérée.

Le champ électrique peut alors se décomposer sous forme d'une somme des contributions de chaque mode  $\nu$

$$\Psi(x, y) = \sum_{\nu=0}^M \underbrace{c_\nu}_{\text{Coefficient du mode}} \underbrace{\psi_\nu(x)}_{\text{Terme modal}} \underbrace{e^{j(\omega t - \beta_\nu z)}}_{\text{Propagation axiale et temporelle}} \quad (\text{C.4})$$

où  $\omega$  est la pulsation,  $t$  le temps. On peut alors factoriser le terme temporel et l'écartier pour le reste des calculs.

Les coefficients de mode  $c_\nu$  constituent le spectre spatial excité par le champ électrique d'amplitude complexe  $E_i$  injecté à l'entrée  $i$  du coupleur situées aux positions  $x = x_i$  et  $z = 0$ . Ici, la lumière est injectée par des guides d'onde fournissant un profil Gaussien, ce qui se traduit par un profil Gaussien dans le domaine spectral :

$$c_\nu = \frac{2}{W_s} e^{-\frac{\pi^2 b^2 (\nu+1)^2}{8W_s^2 \log(2)}} \sum_i E_i \psi_\nu(x_i), \quad (\text{C.5})$$

avec  $b$  la largeur à mi-hauteur du profil injecté aux entrées. On peut donc produire une bonne approximation en fixant  $M$  à quelques dizaines.

La propriété clé de ces combineurs est que ces ondes modes transverses font apparaître à une distance fixe une image du profil d'entrée, et à différentes distances intermédiaires des images multiples de ce même profil. En positionnant les guides d'onde de sortie à la position de ces images multiples, il est donc possible de construire un composant qui scinde le signal lumineux en autant de sorties.

### C.3 Utilisation

J'ai réalisé une implémentation Python de ces équations en utilisant le module se calculs symbolique SymPy. Cette solution offre une grande flexibilité. On peut donc obtenir la valeur du champ électrique complexe en tout point de la section multimodes à l'aide d'une unique équation, en calculer des dérivées partielles, les extrema, etc..

Pour réaliser l'application numérique sur l'ensemble de la cavité, j'ai mis en oeuvre la méthode `sp.utilities.lambdify` qui permet de construire une macro numpy implémentant ce calcul en fonction d'un petit nombre de variables (ici  $x, z, E_i$ ). On peut alors de diffuser (broadcast) le calcul sur l'ensemble de la région d'intérêt de manière très efficace (pleinement multithread) et en utilisant une syntaxe familière. A titre d'exemple, sur ma station de travail, le calcul sur une fenêtre de 256x512 sur 100 modes et 3 entrées prend 10 secondes (dont 9 pour la création de la macro). En comparaison, effectuer l'application numérique avec SymPy directement nécessiterait environ  $40 \cdot 10^6$  de substitutions, et environ 170 minutes de calcul (malgré une parallélisation manuelle de SymPy avec `multiprocessing.Pool`).

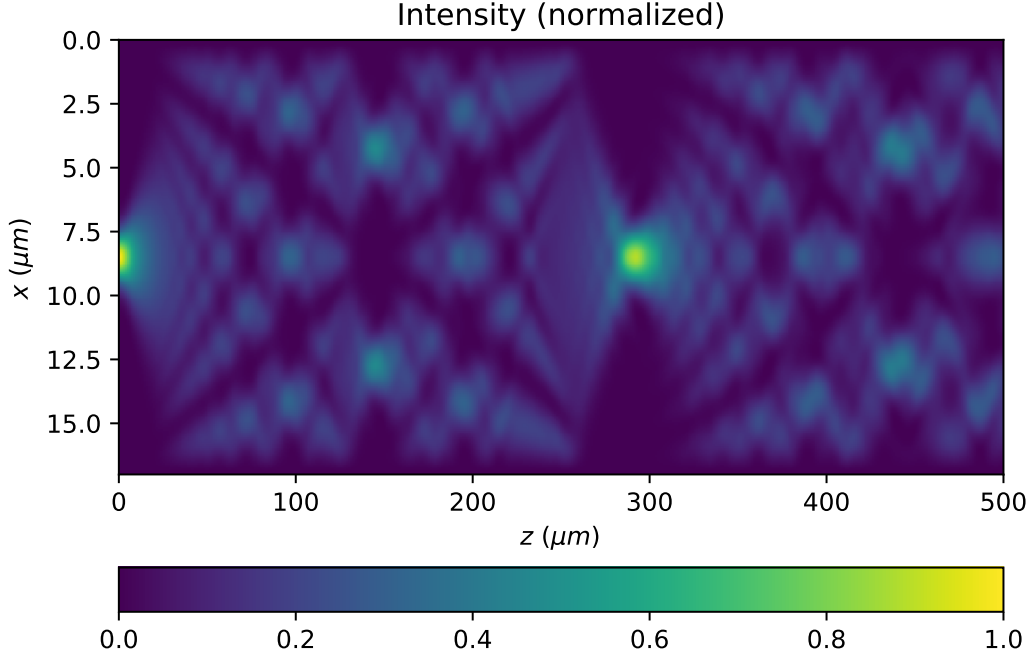


FIGURE C.1: Une carte de l'intensité dans une cavité multimodes alimentée par une unique entrée située à la moitié du bord gauche. La lumière se propage et interfère sur toute la longueur de la cavité et n'est pas et s'échape par le bord droit (elle n'est pas réfléchiée). On constate l'apparition d'images multiples du profil d'amplitude d'entrée : une image unique à environ  $300\mu m$ , une image double à environ  $150\mu m$ , une image triple à environ  $100$  et  $200\mu m$ .

Ici, je montre à titre d'exemple la démarche exploratoire pour la conception d'un combineur à noyau d'obscurité pour trois entrées sous la forme d'un unique combineur MMI et ainsi reproduire la fonction de la matrice  $\mathbf{M}_3$  décrite en section 5.1 de notre article sur les noyaux d'obscurité. Afin d'identifier les dimensions du combineur, on peut procéder à l'envers : on crée une cavité multimodes d'une certaine largeur  $W$  et on l'alimente par une unique entrée située en  $x = W/2$  et qui sera la sortie brillante du combineur. En traçant l'amplitude du champ électrique se propageant depuis cette entrée, on peut identifier le lieu d'apparition de trois images de ce profil d'intensité d'entrée. Ainsi en injectant dans l'autre sens de la lumière par ces trois points (et en reproduisant la phase mesurée sur ces points), celle-ci se formera une combinaison constructive à  $x = W/2$  sur la sortie brillante.

Il s'agit ensuite de localiser des sorties sombres fournissant des combinaisons utiles au sens de l'interférométrie annulante. Ces combinaisons ne doivent pas recevoir la lumière qui est spatialement cohérente pour les trois entrées (qui sort par la sortie brillante), mais doivent recevoir la lumière spatialement incohérente pour les entrées, qui correspondra à la lumière d'une source hors-axe. Ici, le profil d'intensité au niveau de la section terminale du combineur peut être dû à deux facteurs : l'absence d'illumination par aucune des trois entrées, ou le combinaison annulante de celle-ci. Les combinaisons obscures recherchées font intervenir la lumière des trois entrées en quantités égales. Pour cela, nous pouvons alors identifier une amplitude incohérente conjointe :

$$A_{common} = \frac{\prod_{i=0}^N |\Psi_i|}{\text{Max} \left( \prod_{i=0}^N |\Psi_i| \right)} \quad (\text{C.6})$$

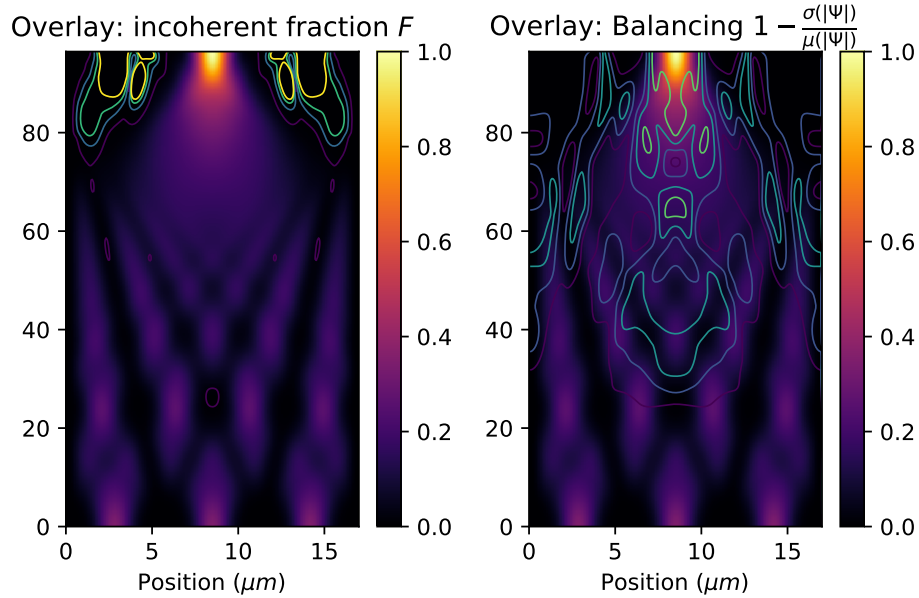


FIGURE C.2: Carte de l’amplitude du champ électrique dans le combineur avec en superposition les contours de la fraction incohérente à gauche, et l’équilibrage à droite. Les trois entrées sont situées sur le bord inférieur et la sortie brillante est située au maximum d’intensité sur le bord supérieur. Les maxima indiqués par les contours le long du bord supérieur sont indicatrices de la position des sorties pour obtenir les combinaisons sombres recherchées.

Il est également nécessaire que ces combinaisons soient annulées, minimisant la lumière cohérente :

$$A_{coherent} = \frac{|\Psi|}{\text{Max}(|\Psi|)} \quad (\text{C.7})$$

On peut par exemple proposer un critère de fraction incohérente :

$$F = \frac{A_{common}}{A_{coherent}} \quad (\text{C.8})$$

qui sera employé en figure C.2.

Un autre critère peut être celui de l’équilibrage entre la contribution des trois entrées. Ici, je propose le critère :

$$B = 1 - \frac{\sigma_i(|\Psi(E_i)|)}{\mu_i(|\Psi(E_i)|)} \quad (\text{C.9})$$

dont des contours sont montrés en figure C.2. Ces critères permettent d’identifier le lieu des sorties sombres du combineur qui pourront recueillir les combinaisons recherchées.

On peut alors construire la matrice du combineur et tracer son diagramme complexe (voir section 7.2.3). Ici, le lieu des sorties a été identifié manuellement pour construire une matrice dont le diagramme est montré en figure C.3. Ici, les combinaisons sont imparfaites, avec des déséquilibres d’amplitude et de phase sur les contributions des entrées aux sorties annulées. On peut cependant reconnaître la nature en étoile des sorties annulées, et on peut espérer qu’un ajustement des paramètres du combineur permettraient de se rapprocher de la solution théorique.

L’analogie entre les combineurs à interférences multimodes et les imageurs est souvent évoquée dans la littérature (Soldano and Pennings, 1995; Heaton and Jenkins, 1999; Błahut et al., 2003; Rooms

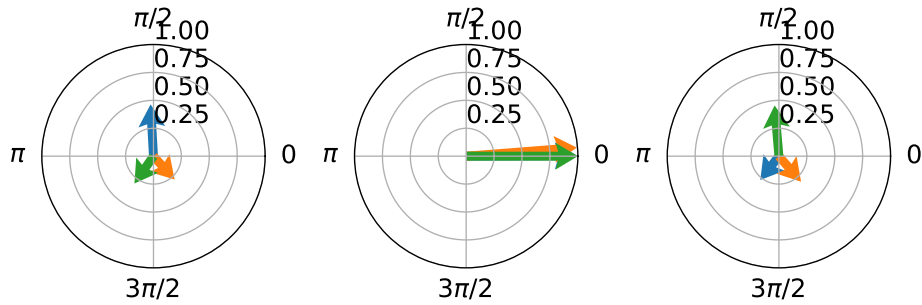


FIGURE C.3: Diagramme de la matrice obtenue pour un combineur à noyaux d’obscurité à trois télescopes, avec combinaison brillante (au centre), et les combinaisons annulées (de part et d’autre). On note que les combinaisons sont imparfaites et les amplitudes des sorties annulées sont légèrement déséquilibrées.

et al., 2003), où on parle d’auto-imagerie. L’analogie peut ici être poussée plus loin en comparant les multiples entrées du combineur avec la pupille d’un combineur de Fizeau. Pourtant, comme nous l’avons vu, l’éclairement de la ligne de sortie n’est pas uniforme, ce qui fait qu’on obtient un petit nombre de combinaisons discrètes. Malgré tout, j’ai pu constater avec cette étude que les combinaisons sombres, se formant de manière symétrique de part et d’autre de la sortie brillante sont effectivement constituées de phasages symétriques des entrées de part et d’autre de la sortie brillante.

## C.4 Conclusion

L’outil que j’ai construit et présenté ici n’a pas encore été comparé avec les outils de simulation éprouvés utilisés par l’industrie, ni avec des résultats expérimentaux. Il s’agit d’une implémentation hâtive d’un jeu d’équations qui se reposent sur des approximations et, si le comportement correspond à première vue à celui attendu, on peut s’attendre à ce que certains phénomènes soient mal reproduits.

La solution qui sert ici d’illustration a été identifiée au moment même où notre partenaire industriel venait d’identifier une solution valide (différente) pour ce combineur à trois entrées, et cette solution n’a donc pas été retenue. Cependant, le choix que j’ai fait de conserver le calcul symbolique jusqu’à l’application numérique ouvre des portes intéressantes pour réaliser des optimisations analytiques des paramètres du modèle, par le calcul et l’annulation de dérivées. Combiné avec la puissance de calcul numérique de numpy, qui permet d’évaluer très rapidement ces équations sur des grilles de paramètres et de réaliser des optimisations numériques, ces modèles pourraient permettre de simplifier l’exploration de solutions basées sur les combineurs à interférence multimode.

Si le module sympy est assez peu connu de la communauté d’utilisateurs de python, cette application est une excellente démonstration de la puissance qu’il peut offrir dans sa synergie avec numpy pour le calcul scientifique.



## Annexe D

# Capteurs infrarouges amplifiés eAPD

### D.1 Capteurs d'images

Les mesures évoquées dans ce travail de thèse dépendent toutes de notre capacité à mesurer l'intensité lumineuse. La technologie eAPD dont il est question ici offre une innovation de rupture pour cette mesure. J'essaie ici de mettre en lumière les particularités fondamentales qui sont à l'origine des performances et des limitations de cette technologie. Ce travail n'a pas apporté de conclusions décisives dans le domaine (en partie à cause de problèmes techniques sur notre caméra), mais il met en évidence certaines des complexités liées à l'utilisation de ces détecteurs.

Pour les instruments imageurs, la distribution d'intensité lumineuse est généralement mesurée avec un capteur plan en matériau semiconducteur, sur lequel un quadrillage régulier délimite des pixels. Chacun de ces pixels comporte une région photosensible transparente qui sert d'interface entre le champ électromagnétique et le matériau. Dans cette région photosensible la probabilité dans chaque intervalle de temps de l'apparition d'un électron libre par effet photoélectrique est proportionnel à l'intensité (c'est à dire le carré de l'amplitude) du champ électrique. Selon les longueurs d'ondes d'intérêt, différentes technologies de capteurs permettront de fournir différentes performances qui dépendront du temps d'intégration disponible.

Afin de démontrer de nouvelles performances dans le cas de courts temps d'intégration, l'équipe du projet KERNEL a fait l'acquisition d'une caméra C-RED One (FirstLight, 2016) utilisant une technologie émergente pour laquelle j'ai tenté de développer une démarche de caractérisation et d'étalonnage. Je détaille ici les principes de base de sa technologie, par comparaisons aux capteurs CCD plus classiques pour lesquels ces démarches sont connues et éprouvées (Klotz and Martinez, 1994; Howell, 2012).

Dans la plupart des cas, on laisse ces électrons s'accumuler dans le petit condensateur que constitue le pixel durant un certain temps que l'on appelle le temps d'intégration. C'est la capacité de ce condensateur qui lie la charge ainsi accumulée à la valeur de tension qui y sera mesurée. Une chaîne d'acquisition classique comprenant un amplificateur et un convertisseur analogique numérique est alors utilisé pour mesurer la charge de chaque pixel et la convertir en un nombre qui sera stocké en mémoire.

La plage de longueurs d'onde auxquelles de détecteur est sensible dépend de la nature du matériau semiconducteur. Le silicium permet une sensibilité dans le domaine visible (0.4 à 1.0  $\mu\text{m}$ ), alors que des matériaux plus exotiques comme *Indium Gallium Arsenide* (InGaAs), *Indium Antimonide* (InSb) et *Mercury Cadmium Telluride* (HgCdTe) permettent d'obtenir une sensibilité dans différentes portions du domaine infrarouge.

Il existe également plusieurs façons d'acheminer la charge à l'amplificateur. Les capteurs CCD<sup>1</sup>, même si ils ne sont plus utilisés dans la grande distribution, sont encore très utilisés en astronomie

---

1. De l'anglais *Charge Coupled Device*

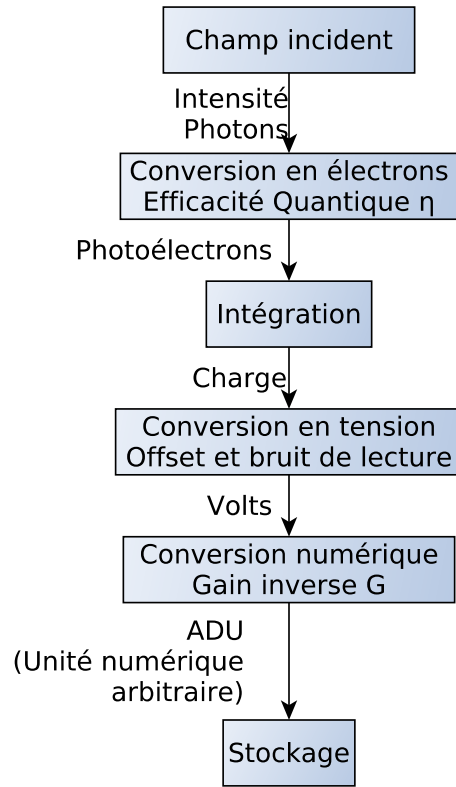


FIGURE D.1: Représentation fonctionnelle simple d'un photodétecteur

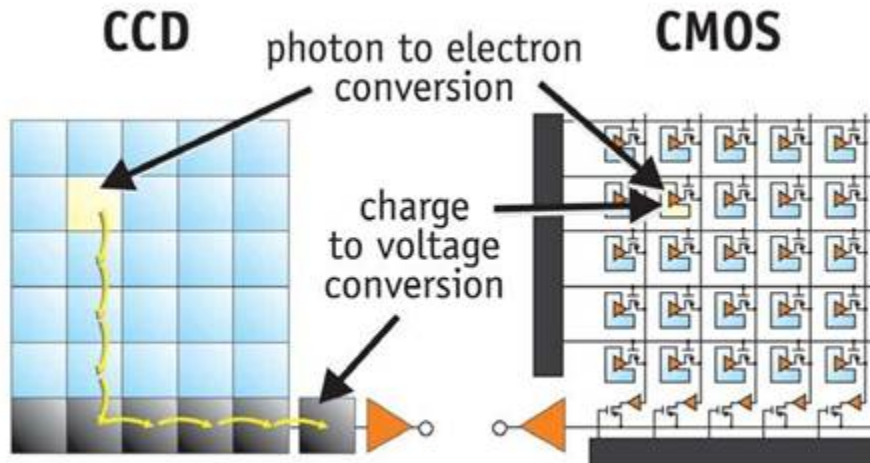


FIGURE D.2: Un schéma comparatif de l'électronique de lecture des CCDs et CMOS. (Schéma de Stefano Meroli : [https://meroli.web.cern.ch/lecture\\_cmos\\_vs\\_ccd\\_pixel\\_sensor.html](https://meroli.web.cern.ch/lecture_cmos_vs_ccd_pixel_sensor.html))

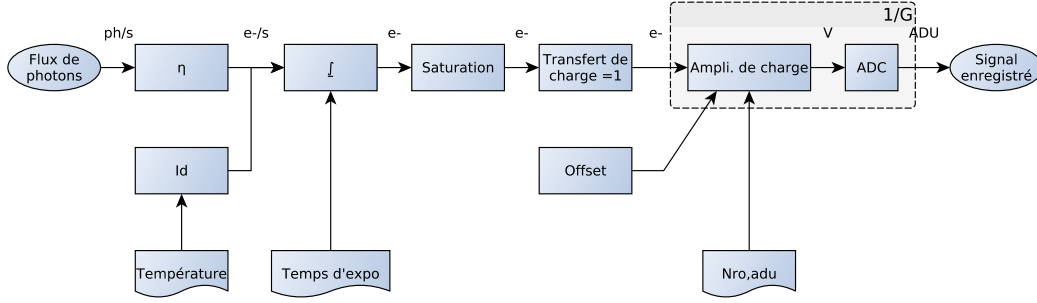


FIGURE D.3: Représentation en schéma-bloc de la chaîne d'acquisition d'un détecteur classique.

dans le domaine visible. Ils utilisent des électrodes pour transférer les électrons recueillis par chaque pixel, de proche en proche, jusqu'à l'électronique de lecture. Si cette technique a été très avantageuse au début des capteurs numériques car elle permet d'utiliser un amplificateur unique pour un grand nombre de pixels, elle est peu à peu remplacée par l'utilisation de capteurs de technologie CMOS<sup>2</sup>. Cette technologie permet d'implémenter un amplificateur et un circuit de multiplexage à l'intérieur de chaque pixel, comme montré en figure D.2. Dans certains cas, chaque pixel peut même être lu plusieurs fois sans avoir à vider la charge qu'il contient. On appelle cette fonctionnalité la lecture non-destructrice.

Les capteurs pour lesquels la région photosensible est fabriquée dans un matériau différent du silicium sont généralement construits en deux parties, avec la grille de pixels photosensibles soudée sur un composant en silicium construit en technologie CMOS et intégrant toute l'électronique de lecture pour chacun des pixels. On dit qu'ils sont hybridés. C'est le cas d'une majorité des détecteurs infrarouges modernes, et aussi du capteur à photodiodes avalanche qui nous intéresse ici. Sur l'aspect de la lecture, ces capteurs se comportent donc comme des capteurs CMOS classique.

Pour les capteurs, la valeur du signal de sortie est une grandeur aléatoire qui est la somme d'une distribution de Poisson  $\mathcal{P}$  correspondant à la charge accumulée, et d'une erreur distribuée selon une loi Normale  $\mathcal{N}$  obtenue au moment de la lecture :

$$S_{tot,ADU} = \frac{1}{G} \mathcal{P}(S_{e^-}) + \mathcal{N}(S_{bias,ADU}, \sigma_{ron,ADU}) \quad (D.1)$$

la valeur  $S_{bias,ADU}$  est une valeur d'offset arbitraire qui dépend du circuit de lecture mais qui reste statique.  $G$  est le gain inverse dont la valeur est donnée en  $e^- / ADU$  et qui englobe l'ensemble des conversions et amplifications du signal. La procédure de caractérisation consiste à tirer de (D.1) deux équations.

La première sur l'espérance du signal :

$$S_{ADU} = \frac{1}{G} S_{e^-} + \frac{1}{G} I_{D,e^-} \times t + S_{bias,ADU} \quad (D.2)$$

qui prend en compte le signal généré par l'illumination  $S_{e^-}$ , ainsi qu'un courant d'obscurité lié à la température du matériau  $I_{D,e^-}$

La deuxième sur l'erreur :

$$\sigma_{tot,ADU}^2 = \frac{1}{G} S_{ph,ADU} + \frac{1}{G^2} I_{D,e^-} \times t + \sigma_{ro,ADU}^2 \quad (D.3)$$

où  $\sigma_{ro,ADU}$  est l'écart type du bruit de lecture exprimé en ADU. Ici, nous négligerons le bruit de discrétisation<sup>3</sup>.

2. De l'anglais *Complementary Metal Oxyde Semiconductor*

3. L'erreur traduit le fait que la valeur mesurée par le convertisseur analogique numérique est exprimée par une



L'étalonnage est alors réalisé en mesurant le bruit de lecture et l'offset sur des observations non-illuminées à temps d'intégration court ( $S_{e^-} = 0$  et  $I_{D,e^-t} = 0$ ) (bias). Puis, on peut en déduire le courant d'obscurité  $I_{D,ADU}t$  à partir d'observations non-exposées à intégration longue (darks). Enfin, on peut utiliser des acquisitions exposées (flats) pour obtenir, à partir de (D.3) une évaluation du gain inverse  $G$  grâce à la loi de Poisson.

Ce processus est aussi applicable pour les capteurs CMOS. Cependant chaque pixel comporte une électronique de lecture différente, il est dans ce cas préférable des les considérer indépendamment. On utilisera donc de longues séries d'acquisitions pour évaluer l'écart type et l'espérance et pouvoir déterminer des cartes pour chacun des paramètres. C'est la même approche qui nous servira également pour la caméra eAPD.

## D.2 Capteurs amplifiés

Les capteurs dont nous allons parler sont dits à photodiodes avalanche induite par électrons (eAPD<sup>4</sup>). Dans ces capteurs, une réaction en chaîne se produit à la production de chaque photo-électron : lorsque celui-ci descend dans le puits de potentiel pour y être stocké, il traverse une région d'amplification dans laquelle il va arracher d'autres électrons au matériau. Il s'agit de la conversion d'un électron avec un potentiel élevé en un plus grand nombre d'électrons avec un potentiel plus faible. De ce fait le nombre d'électrons se trouve multiplié d'un facteur  $M$ . L'effet est comparable à ce qui se produit pour les capteurs couplés en charge avec multiplication d'électrons (EMCCD<sup>5</sup>), à l'exception que pour ces derniers, la zone d'amplification se situe à l'extérieur de la matrice des pixels, juste avant l'arrivée dans le circuit de conversion. Dans ce cas, le ou les étages d'amplifications sont partagés par une fraction importante des pixels (le capteur est souvent partagé entre deux ou quatre convertisseurs). Le fonctionnement d'un capteur amplifié suit le schéma en figure D.4.

Pour les capteurs APD ou eAPD, en revanche, l'étape d'amplification est indépendante pour chaque pixel. Il est donc dans ce cas préférable de considérer que le gain est donc une carte avec une valeur différente pour chaque pixel, plutôt qu'une valeur unique. Cette précaution est ici prise pour la plupart des paramètres, et les statistiques nécessaires aux mesures sont obtenues sur des intégrations successives plutôt que sur l'ensemble des pixels du détecteur. Comme cette architecture permet des vitesses de lecture élevées, ce n'est généralement pas un problème.

Le phénomène d'avalanche qui permet de multiplier les électrons recueillis est un phénomène stochastique appelé ionisation par impact (Teich, Malvin and Matsuo, 1986; Rothman et al., 2011) durant lequel l'énergie acquise par l'électron durant sa descente est partagée entre l'énergie d'ionisation qui fait apparaître une nouvelle paire électron-trou dans la bande de conduction et l'émission de phonons dans le matériau<sup>6</sup>. Lorsqu'un nombre  $a$  de photoélectrons est généré dans la région de photosensible, chacun donne naissance à  $M$  électrons dans le puits de potentiel du pixel, donnant lieu à un nombre total  $n$  d'électrons.  $a$  et  $M$  sont toutes-deux des variables aléatoires généralement considérées comme indépendantes, auquel cas l'espérance de  $n$  s'écrit :

$$\langle n \rangle = \langle M \rangle \langle a \rangle. \quad (\text{D.4})$$

En définissant le facteur d'excès de bruit  $F$  :

$$F = \frac{\langle M^2 \rangle}{\langle M \rangle^2}, \quad (\text{D.5})$$

on obtient :

$$\text{Var}(n) = \langle a \rangle \langle M \rangle (F_a + (F - 1)), \quad (\text{D.6})$$

valeur entière, ce qui donne lieu à une erreur supplémentaire dont la distribution est uniforme. Avec les convertisseurs modernes utilisant une échelle de 16bits, cet effet est généralement négligeable.

4. De l'anglais *electron-induced Avalanche Photodiode*

5. De l'anglais *Electron Multiplication Charge Coupled Devices*

6. excitation d'un mode mécanique de vibration mécanique de la structure cristalline

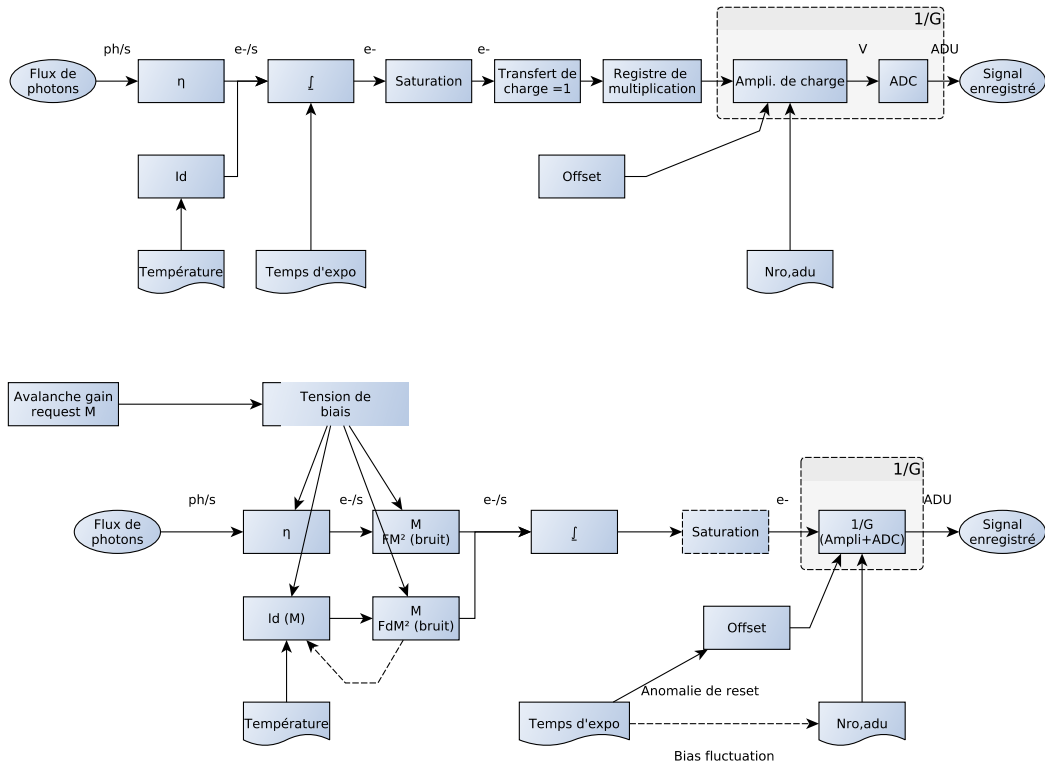


FIGURE D.4: Schéma-bloc décrivant le fonctionnement simplifié d'un capteur de type EMCCD (en haut) et eAPD (en bas). On note en particulier un traitement différent de la saturation. Dans un EMCCD, les registres d'amplification peuvent être dimensionnés pour accommoder la pleine capacité des pixels du détecteurs. Pour un capteur eAPD, c'est directement la charge multipliée qui est stockée à l'intérieur des pixels. On note par ailleurs que l'ajustement du gain a également un effet secondaire sur l'efficacité quantique.

où  $F_a$  est le facteur de Fano de la distribution des photoélectrons. Dans le cas de la conversion photoélectrique, il s'agit d'une distribution de Poisson, ce qui donne  $F_a = 1$ .

La présence d'une grande quantité de phonons dans le matériau peut donner lieu à des réactions qui mènent à la détérioration progressive et au vieillissement du matériau. Dans les capteurs EMCCD, le phénomène de multiplications se produit dans une partie très localisée du détecteur (les registres de multiplication) pour lesquels la durée de vie est considérée comme limitée et pour laquelle l'exposition à une grande quantité de lumière accélère le vieillissement. Les capteurs APD sont réputés moins sensibles à ce problème du fait que l'amplification se produit au niveau de chacun des pixels. Au moment de cette étude, le fournisseur n'a pas assez de recul pour fournir des données précises sur la durée de vie des détecteurs et leur détérioration sous forte illumination, et recommande une certaine prudence.

Le matériau HgCdTe se démarque par deux propriétés (Gravrand, 2015; Beck et al., 2006) : Premièrement, le taux d'ionisation par impact des trous est pratiquement nul, ce qui permet d'atteindre des facteurs d'excès de bruit inférieurs à 2. Ceci est à l'origine de la terminologie eAPD car le phénomène d'avalanche ne concerne que les électrons. Deuxièmement, la probabilité d'ionisation par impact des électrons est fortement dépendante de leur énergie, ce qui rend le processus plus déterministe et réduit le facteur d'excès de bruit. Par ailleurs, comme ces diodes ne semblent pas présenter de tension de rupture (*breakdown voltage*), le gain d'amplification est principalement limité par le courant d'obscurité par effet tunnel, ce qui permet de travailler jusqu'à un gain d'environ 100.

### D.3 Caractérisation

Cette information n'est pas directement disponible, mais je suppose que le circuit intégré de lecture (ROIC<sup>7</sup>) SAPHIRA utilise des amplificateurs de transimpédance dans chaque pixel, ce qui semble nécessaire pour pouvoir ajuster la tension de polarisation qui permet d'ajuster le gain.

Une particularité supplémentaire est que le courant d'obscurité ne se manifeste pas uniquement dans la zone photosensible, mais dans toute l'épaisseur de matériau. Il en résulte que, selon où les électrons de dark apparaissent, leur énergie potentielle est différente, ce qui affecte le gain le nombre d'électrons qu'ils vont générer. Le courant d'obscurité voit s'appliquer un gain d'amplification différent, et un facteur d'excès de bruit supérieur par rapport au signal des photoélectrons, comme indiqué en figure D.4. Je fais apparaître cet effet dans les équations pour le prendre en compte dans le choix de la procédure expérimentale, mais comme l'utilisation pratique de ce type de détecteur est souvent réservé aux expositions très courtes, cet effet sera négligé.

Pour le signal, l'équation (D.2) devient :

$$S_{ADU} = \frac{\langle M \rangle}{G} S_{e^-} + \frac{\langle M_D \rangle}{G} I_{D,e^-} \times t + S_{bias,ADU}, \quad (D.7)$$

dans laquelle il faut déterminer, en plus des paramètres habituels, le gain d'amplification  $\langle M \rangle$  pour le signal et  $\langle M_D \rangle$  pour le courant d'obscurité.

Pour le bruit, l'équation (D.3) devient :

$$\sigma_{tot,ADU}^2 = F \frac{\langle M \rangle}{G} S_{ph,ADU} + F_D \frac{\langle M_D \rangle^2}{G^2} I_{D,e^-} \times t + \sigma_{ro,ADU}^2, \quad (D.8)$$

dans laquelle, il faut déterminer, en plus des paramètres habituels, le facteur d'excès de bruit  $F$  pour le signal et  $F_D$  pour le courant d'obscurité.

Tel que décrit jusqu'ici, (à l'exception de  $M_D$  et  $F_D$  peu conséquents ici et qui peuvent être approximés à  $M$  et  $F$ ) les paramètres peuvent être mesurés par l'expérience, en utilisant pour pour seules hypothèses que :

1. on sait fixer  $M$  à 1,

---

7. De l'anglais *Read-out integrated circuit*

Paramètre	C-RED One eAPD	HAWAII-2RG (2)
Efficacité quantique	0.7 (1)	0.8
Bruit de lecture $\sigma_{ro,e-}$ ( $e^-$ )	12 (3)	18
Facteur d'excès de bruit $F$	1.47 (3)	1.
Gain d'amplification $M$	50	1.

TABLE D.1: Valeurs utilisées pour une comparaison des technologies de capteur. Références. (1) First-Light (2016); (2) Teledyne (2010); (3) Lanthermann et al. (2019)

2. pour  $M = 1$ ,  $F = 1$ ,
3. pour  $M > 1$ ,  $F = \text{constante}$ .

Les mesures que j'ai réalisées semblent indiquer que ces hypothèses ne sont pas entièrement vérifiées, ce qui nous a empêché de vérifier pleinement les performances affichées par le constructeur par cette méthode (valeurs de  $F < 1$  dans certaines conditions, ce qui est non-physique et indique un problème).

Une méthode alternative a été plus récemment publiée par Lanthermann et al. (2019) qui propose d'utiliser le comportement en faible exposition pour caractériser la réponse de la caméra. En effet, en utilisant une simulation Monte-Carlo sur des acquisitions faiblement exposées, on peut utiliser la distribution des réalisations pour ajuster les paramètres qui sont importants du point de vue fonctionnel : le facteur d'excès de bruit  $F$ , le gain global  $\frac{M}{G}$  avec le flux réel  $S_p h$ . Cette approche tire parti de l'écart entre la distribution liée au bruit de lecture (normale) et la distribution discrète du nombre d'événements (0, 1, 2...), pour en quelque sorte déconvoluer le bruit les différentes contributions. Ceci n'est pas sans rappeler des méthodes utilisées pour l'analyse de données de nulling (Hanot et al., 2011).

## D.4 Performance

Malgré les difficultés liées à l'étalonnage du détecteur, les performances sont très intéressantes. Afin de fournir une illustration plus parlante de l'intérêt qu'il peut y avoir pour des détecteurs si complexes à caractériser, on peut les comparer à des détecteurs HAWAII-2RG (Teledyne, 2010) qui constituent l'état de l'art pour des détecteurs scientifiques dans le proche infrarouge. Pour cela, on peut comparer le ratio signal-à-bruit obtenu pour un flux donné en fonction du temps d'intégration. Les paramètres utilisés sont ceux fournis par les constructeurs respectifs et indiqués en Table ?? et le courant d'obscurité est négligé (poses courtes).

Le résultat d'une telle étude est montré en figure D.5. Lorsque le nombre de photo-électrons est grand ( $S_{e-} \gg \sigma_{ro,e-}$ ), le ratio signal-à-bruit est limité par le bruit de photons. Dans ce régime, les capteurs classiques qui ne sont pas soumis à un facteur d'excès de bruit sont avantagés. Dans le cas contraire, la mesure est limitée par le bruit de lecture. Dans ce cas, le capteur amplifié, pour lequel cette mesure est faite sur un plus grand nombre d'électrons est avantagé.

Par conséquent, les capteurs amplifiés sont surtout intéressants dans les cas pour lesquels la vitesse d'évolution du phénomène observé force l'utilisation de temps d'intégration très courts, durant lesquels peu de signal peut être intégré. C'est le cas notamment des observations en tavelographie (*speckle-imaging*), et pour les analyseurs de front d'onde. Ils permettent de transformer une mesure est limitée par le bruit de lecture en mesure limitée par le bruit de photon, au prix d'un facteur d'excès de bruit. Pour cette raison, tous les analyseurs de surface d'onde pour l'optique adaptative utilisent des caméras amplifiées (EMCCD pour les analyseurs visibles, et eAPD pour les analyseurs infrarouge).

Il est parfois indiqué que les capteurs eAPD permettent une diminution du bruit de lecture (First-

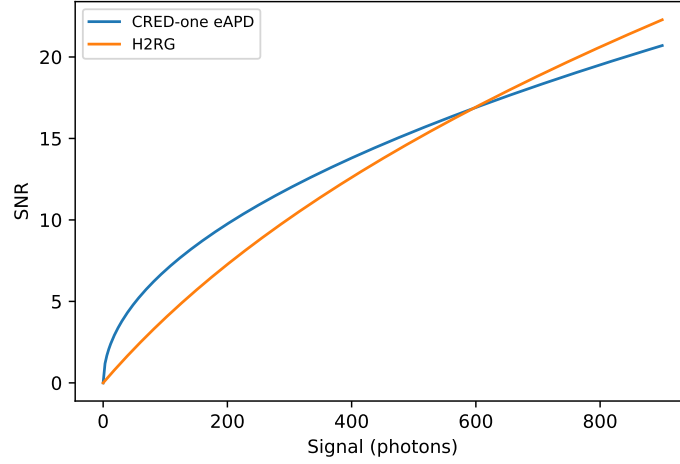


FIGURE D.5: Illustration de l'écart de performance entre le ratio signal-à-bruit pour un capteur eAPD et pour un détecteur infrarouge classique. Pour le cas généralement limité en bruit de lecture, la performance est meilleure pour les capteurs amplifiés. Lorsque le signal est plus abondant, le facteur d'excès de bruit présent pour les capteurs amplifiés joue en leur défaveur et les capteurs classiques sont préférables.

Light, 2016), ce qui nous encouragerait à écrire :

$$\frac{S_{utile,ADU}}{\sigma_{Noise,ADU}} = \frac{S_{e-}}{\sqrt{FS_{e-} + FI_{Dt} + \left(\frac{G}{M}\sigma_{ron,ADU}\right)^2}} \quad (D.9)$$

Si cette affirmation peut aider à dimensionner une application en première approximation, elle est à utiliser avec prudence, en particulier dans le domaine qui nous intéresse : l'obtention d'images à haut contraste avec le besoin d'une réponse linéaire. Dans notre cas, il sera préférable d'écrire :

$$\frac{S_{utile,ADU}}{\sigma_{Noise,ADU}} = \frac{\frac{M}{G}S_{e-}}{\sqrt{F\frac{M^2}{G^2}S_{e-} + F\frac{M^2}{G^2}I_{Dt} + \sigma_{ron,ADU}^2}} \quad (D.10)$$

Si les deux sont mathématiquement équivalents, c'est bien le terme  $\frac{M}{G}S_{e-}$  qui est à comparer à la capacité maximale du pixel (*full well depth*) pour s'assurer qu'il n'y a pas saturation et que le capteur reste linéaire.

## D.5 Camera au foyer du télescope Subaru

Afin d'installer temporairement la caméra au sein de la suite de l'instrument SCExAO au télescope Subaru, j'ai piloté la conception de pièces mécaniques d'adaptation avec l'équipe du S2M (l'atelier du mécanique mutualisé de l'observatoire). Si l'installation de la caméra s'est déroulée sans problèmes, celle-ci avait souffert du transport et un faux-contact s'était déclaré au niveau des connecteurs coaxiaux (MMCX) : deux des connecteurs avaient la pin centrale tordue au montage. Après réparation de ce problème, il s'est avéré que l'alimentation d'un des deux cylindres du système de refroidissement à *pulse tube* ne fonctionnait plus, générant d'importantes vibrations, et empêchant le refroidissement. Le problème venait du départ des câbles, soudés sur la carte électronique dans des trous trop petits pour eux avec des brins en moins. Malgré les efforts faits pour protéger ces connexions affaiblies, celles-ci ont cassé pendant la réparation des autres problèmes.

Ces problèmes sont dus au fait que la caméra est l'un des premiers exemplaires fabriqués, et porte encore certains défauts du prototype. Heureusement FirstLight nous a fait confiance et nous a donné le feu-vert pour réaliser le diagnostic et les réparations de fortune à la plateforme Nasmyth, que j'ai moi-même réalisées. Plus tard, il s'est avéré que le capteur de pression du cryostat était défectueux, et nous avons dû la rapporter au fabricant pour réparations. Combiné au mauvais temps durant les séances d'observations de juillet 2018, la caméra n'a donné à SCEXAO que peu de données utilisables. Elle est maintenant installée dans le banc optique KERNEL où elle servira de capteur infrarouge principal.



## Annexe E

# Kernels coronographiques

Comme mentionné en section 2.3.4, la destruction de la fonction de transfert instrumentale qui se produit avec l'utilisation de masques coronographiques dans le plan image, rend vaine l'utilisation de la transformée de Fourier de l'image, et donc de la démarche des noyaux de phase. Cependant ceci n'empêche pas nécessairement de construire des observables robustes. J'ai eu l'opportunité de collaborer avec Yeyuan "Yinzi" Xin, une étudiante du Massachusetts Institute of Technology (MIT), qui s'est proposée pour explorer la possibilité de rechercher des noyaux dans l'intensité du plan image. Le résultat a été présenté sous forme d'un poster à la conférence Spirit of Lyot 2019 dont j'ai été co-auteur. J'en ferai ici un bref résumé en conservant ses notations.

Considérant un vecteur d'amplitude complexe du champ électrique dans le plan pupille  $\mathbf{x}$ , on peut modéliser l'action d'un coronographe sur ce champ électrique par la matrice  $\mathbf{C}$  :

$$\mathbf{y} = \mathbf{C} \cdot \mathbf{x}, \quad (\text{E.1})$$

où  $\mathbf{y}$  est l'amplitude complexe du champ électrique dans l'image. Par conséquent, le vecteur image s'écrit  $\mathbf{z} = \text{Abs}(\mathbf{y})^2$ . En considérant que l'amplitude complexe produite dans la pupille par une étoile dans l'axe peut se décomposer en un terme nominal  $\mathbf{x}_{0,*}$  et un terme d'aberration  $\mathbf{x}_{\delta,*}$ , l'expression de l'image devient :

$$\mathbf{z} = \underbrace{\text{Abs}(\mathbf{C}\mathbf{x}_{0,*})^2}_{\text{Fuite du front d'onde nominal}} + \underbrace{2\text{Re}((\mathbf{C}\mathbf{x}_{0,*})^* \mathbf{C}\mathbf{x}_{\delta,*})}_{\text{Terme linéaire en } \mathbf{x}_{\delta,*}} + \underbrace{\text{Abs}(\mathbf{C}\mathbf{x}_{\delta,*})^2}_{\text{Terme quadratique en } \mathbf{x}_{\delta,*}} + \underbrace{\text{Abs}(\mathbf{C}\mathbf{x}_p)^2}_{\text{Contribution d'une planète (petit)}} \quad (\text{E.2})$$

Cette forme met en évidence deux contributions aux aberrations de l'image : l'une linéaire, et l'autre quadratique. Ces deux contributions peuvent être calculées par simulation pour mener à :

$$\mathbf{z} \approx \text{Abs}(\mathbf{C}\mathbf{x}_{0,*})^2 + \mathbf{A}_l \mathbf{x}_{\delta,*} + \mathbf{A}_q \mathbf{x}_{\delta,*}^2 + \text{Abs}(\mathbf{C}\mathbf{x}_{0,p})^2, \quad (\text{E.3})$$

où  $\mathbf{A}_l$  applique la contribution linéaire, et  $\mathbf{A}_q$  applique la contribution quadratique. Comme le signal de la planète est hors-axe, mais d'amplitude beaucoup plus faible, on néglige l'effet des aberrations sur lui. Ainsi, en suivant le même raisonnement que pour les noyaux de phase (section 3.1.3), on pourrait obtenir, par décomposition en valeurs singulières, les matrices  $\mathbf{K}_l$  et  $\mathbf{K}_q$ .

Dans la pratique, les premières expériences ont montré que ces matrices  $\mathbf{A}_l$  et  $\mathbf{A}_q$  sont de rang plein, ce qui indique que leurs noyaux sont "vides". Malgré tout, des valeurs singulières plus faibles sont indicatrice de combinaisons pour lesquelles la contribution des aberrations est plus faible. De ce fait, cette étude se rapproche plus de l'analyse en composantes principales que des noyaux à proprement parler. De plus, la composante quadratique devrait ici comprendre non-seulement les termes carrés en



$\mathbf{x}_{\delta,*}[i]^2$ , mais également les termes croisés en  $\mathbf{x}_{\delta,*}[i]\mathbf{x}_{\delta,*}[j]$ , comme c'est le cas pour la matrice  $\mathbf{A}$  de Martinache and Ireland (2018). Dans cette étude, les termes croisés sont négligés.

Dans les régions de l'image où le terme linéaire est dominant, c'est à dire où  $\mathbf{C}\mathbf{x}_{0,*}$  est important (flux de fuite important), l'observable  $\mathbf{o}_l = \mathbf{K}_l\mathbf{z}$  devrait être débarrassé de l'aberration dominante. À l'inverse, dans les régions les plus sombres qui sont dominés par l'erreur quadratique,  $\mathbf{o}_q = \mathbf{K}_q\mathbf{z}$  devrait être débarrassé de l'erreur dominante. Cette distinction correspond à la distinction entre les speckles "épinglés" (pinned) et les speckles "non-épinglés" par Soummer et al. (2007).

Nous avons en effet pu constater par simulation pour ces cas avantageux, le rapport de vraisemblance pour la présence d'un compagnon est amélioré, ce qui met en évidence un avantage pour un test de détection. Nous avons par contre pu constater que leur intersection ne contient pas de signal (les observables qu'il contient présentent un très faible SNR). Ces travaux ont été présentés sous forme d'un poster à la conférence Spirit of Lyot 2019.

Yinzi a pu poursuivre ces travaux et apporter dans son mémoire de master certaines conclusions que je résume ici : Dans le cas de coronographes performants, l'intensité de fuite est négligeable et le terme dominant est le terme quadratique. Traduits dans un test de détection, cette approche montre (pour un taux de faux positif de 0.01 et un taux de détection de 0.9) un gain de sensibilité d'un facteur environ deux en contraste, et qui se conserve dans le cas où une paire de miroirs déformables est utilisée pour creuser la région sombre. Enfin elle propose d'étudier le problème dans sa pleine dimension par un formalisme similaire à PASTIS (Lebouilleux et al., 2018) qui prend en compte les contributions croisées d'un nombre limité de modes dans la pupille en construisant la matrice Hessienne pour les contributions à chaque pixel de l'image. Dans le formalisme des noyaux d'obscurité, cette matrice est aplatie pour ne conserver que les éléments de la diagonale (termes carrés) et la moitié des termes non-diagonaux (termes croisés) en vertu de la commutativité des dérivées; et le tenseur 3 de PASTIS devient la matrice  $\mathbf{A}$  du formalisme des noyaux d'obscurité, réduisant la dimension de  $N_{pix} \times (N_{basis})^2$ , à  $N_{pix} \times N_{basis} + \binom{N_{basis}}{2}$ . Un abstract concernant ces travaux a été soumis pour la conférence SPIE repoussée à décembre 2020.

En utilisant cette approche, elle a pu construire et décomposer en valeurs singulières la matrice  $\mathbf{A}$  pour un coronographe de Lyot, prenant en compte 276 modes de Zernike et 1104 pixels. Les valeurs singulières ne montrent pas de chute brutale autre que celle engendrée autour de l'indice 2000 par le nombre de degrés de liberté de la simulation.

Au vu de la conjecture avancée en section 7.6.1, nous avons l'intention de reproduire cette approche sur un coronographe à masque de pupille binaire, qui devrait fournir un résultat plus intéressant.

# Annexe F

## Le package SARO

### F.1 Objectif

Le package SARO<sup>1</sup> (*Statistical Analysis of Robust Observables*) a été développé pour fournir certains afin de faciliter l'accès des utilisateurs de XARA et des noyaux de phase aux dernières techniques de réduction de données développées par l'équipe KERNEL. Avec l'aide d'Alban Ceau, j'ai pu consolider certains outils logiciels que nous avons développé pour nos publications afin de les offrir à la communauté.

Comme c'est le cas pour XARA, SARO s'adresse, à une communauté d'utilisateurs avertis qui maîtrisent le traitement d'images, le traitement d'observables interférométriques et l'analyse statistique. Pour ces personnes, l'objectif est de fournir un jeu d'outils maintenus et partagés par une (petite) communauté d'utilisateurs incorporant les dernières innovations en terme de noyaux de phases. Idéalement, le package évoluera pour rester compatible avec XARA, et certains outils jugés utiles pourraient être directement intégrés à XARA.

### F.2 Contenu

Le package fournit une classe `saro.KPO` qui hérite de `xara.KPO` mais tout en fournissant de nombreuses fonctionnalités supplémentaires.

```
import xara
import saro
mykpo = saro.KPO("pupil_model.txt")
```

Le premier inrêret de SARO est d'être pensé intégralement pour l'intégration du blanchiment statistique, et/ou des kernels différentiels angulaires (ADK). Les calculs sont simplifiés du fait que les méthodes attendent, par défaut, une matrice de post-traitement stockée en attribut de l'instance KPO `mykpo.Mp`. Cette matrice peut être une matrice de blanchiment  $\mathbf{W}$  comme défini en section 3.2.1, ou une matrice de type  $\mathbf{W}_L \mathbf{L}'$  combinant le blanchiment et la matrice de projection ADK comme décrit au Chapitre 4.

De plus, le package propose des raccourcis pour construire des cartes de colinéarités décrites dans Laugier et al. (2019), ainsi que des cartes de sensibilités pour le test statistique du détecteur d'énergie Ceau et al. (2019).

Par ailleurs, nous avons pu incorporer une version itérative du test du rapport de vraisemblance généralisé (GLR<sup>2</sup> présenté par Ceau et al. (2019)). Dans cette implémentation, l'utilisateur peut spécifier en plus du nombre  $N$  de réalisations sous  $\mathcal{H}_0$  à tester, un nombre de faux-positifs maximum  $n$ .

---

1. <https://github.com/rlaugier/saro>

2. De l'anglais : *Generalized Likelihood Ratio*

En spécifiant par exemple  $N = 100$  et  $n = 10$ , l'algorithme pourra pousser l'exploration jusqu'à cent réalisations et d'estimer une borne supérieure pour la probabilité de fausse-alerte à 1%. Cependant, si il découvre  $n$  fausses-alertes avant d'atteindre  $N$  réalisations, il s'arrêtera prématurément en estimant la probabilité de fausse-alerte. Le raisonnement est que lorsque la probabilité de fausse alerte est élevée (non-détection), elle n'a pas besoin d'être estimée précisément. En revanche quand elle faible (détection), il peut être important de bien contraindre sa borne supérieure.