



**HAL**  
open science

# Formation et instabilité de réservoirs de magma silicique dans la croûte continentale

Alexandra Morand

► **To cite this version:**

Alexandra Morand. Formation et instabilité de réservoirs de magma silicique dans la croûte continentale. Sciences de la Terre. Université Paris Cité, 2019. Français. NNT: 2019UNIP7090 . tel-03093846

**HAL Id: tel-03093846**

**<https://theses.hal.science/tel-03093846>**

Submitted on 4 Jan 2021

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Université de Paris

École doctorale STEP'UP – ED n° 560

*Institut de Physique du Globe de Paris*

# **Formation et instabilité de réservoirs de magma silicique dans la croûte Continentale**

Par Alexandra Morand

Thèse de doctorat de **Sciences de la Terre et de  
l'Environnement**

Dirigée par Stephen Tait et Geneviève Brandeis

Présentée et soutenue publiquement le 02 décembre 2019

Devant un jury composé de :

Virginie Pinel, Chargée de Recherche à l'IRD, ISTerre, rapportrice

Joan Martí, Professor of Research, Spanish Research Council (CSIC), rapporteur

Aline Peltier, Physicienne-adjointe, IPGP, examinatrice

Tim Druitt, Professeur, Laboratoire Magmas et Volcans, examinateur

Stephen Tait, Professeur, IPGP, directeur de thèse

Geneviève Brandeis, Physicienne-adjointe, IPGP, co-directrice de thèse

## **Formation et instabilité de réservoirs de magma silicique dans la croûte Continentale**

**Résumé :** Les grands systèmes magmatiques siliciques peuvent produire des éruptions dévastatrices avec des volumes émis supérieurs à 100 km<sup>3</sup>. La forme et l'organisation des zones de stockage du magma sont toujours source de débats. Or, la forme utilisée modifie les résultats des modélisations faites. Nous avons choisi de prendre le problème sous un angle nouveau, en réfléchissant aux raisons physiques qui expliquent la formation d'une zone de stockage pré-éruptive, ceci afin d'avoir une meilleure compréhension des contraintes exercées par la chambre magmatique sur son environnement. Notre hypothèse est que le magma silicique, sous l'effet de sa flottabilité positive, remonte dans la partie ductile de la croûte continentale sous forme de diapir. Il est ensuite stoppé par la transition fragile-ductile de la croûte continentale, provoquant la formation d'une zone de stockage. Ce travail de thèse suit trois axes. Dans le premier nous adaptons un modèle de déformation de plaque issu de la littérature, afin de pouvoir décrire les contraintes et les déplacements dus à un liquide de flottabilité positive stocké sous une plaque élastique. Le second axe est expérimental. Un montage expérimental a été créé afin de reproduire le stockage supposé en laboratoire. Nos résultats permettent de tester notre modèle. Troisièmement, afin de valider l'hypothèse de départ, les prédictions théoriques sont comparées à des données issues de cas naturels. Nous montrons d'abord que notre modèle permet de reproduire la répartition des grandes déformations observées au volcan Uturuncu en Bolivie. Plus généralement, nous montrons que les contraintes produites par la chambre magmatique dans la plaque, peuvent provoquer des failles circulaires au-dessus de la chambre magmatique. Ce résultat a des implications directes pour la compréhension de la formation des caldeiras lors des éruptions majeures des grands systèmes siliciques.

**Mots clefs :** Magma silicique ; stockage magmatique ; modèle de plaque ; expériences de laboratoire ; contraintes ; déformations ; formation de caldeiras

### **Formation and instability of silicic-magma reservoirs in continental crust**

**Abstract :** Huge silicic magmatic systems can produce devastating eruptions with emitted volumes above 100 km<sup>3</sup>. The shape and the organisation of magmatic storage are still debated, despite their crucial influence on the results of theoretical predictions. We choose to look at the problem in a new light, by thinking about the physical reasons that explain the formation of a storage zone. This is in order to better understand stresses produced by the magma chamber in the host rocks. Our hypothesis is that silicic magma, due to its positive buoyancy, rises through the ductile continental crust as a diapir, and is then stopped by the brittle-ductile transition. This PhD follows three axes. The first presents the adaptation of a published theoretical plate-model which enables us to describe the stresses and displacements due to the storage of a buoyant liquid under an elastic plate. The second axis is an experimental one. An apparatus was built to reproduce experimentally the storage configuration assumed. Our results, allow us to test our model. Thirdly, in order to validate our starting hypothesis, numerical results are compared with data from natural systems. We show that our model can reproduce the large observed deformation at Uturuncu volcano in Bolivia. Then, more broadly, we show that stresses produced in the plate by the magma chamber can produce circular faults above the storage zone. This result has direct implications for the understanding of caldera formation during large silicic eruptions.

**Keywords :** Silicic magma ; magma storage ; plate model ; laboratory experiments ; stresses ; deformations ; caldera formation

---

## Remerciements

---

Je voudrais d'abord remercier mes deux directeurs Steve Tait et Geneviève Brandeis. Tout d'abord, pour avoir cru en moi et m'avoir soutenue pour l'obtention de la bourse de thèse et ainsi me permettre de concrétiser mon rêve de petite fille. Ensuite, je voudrais vraiment les remercier pour leur encadrement, leurs conseils durant ces trois années et leur disponibilité pour répondre à mes questions. J'ai vraiment apprécié la liberté que j'ai eue pour proposer ou tester des choses durant cette thèse. Je les remercie aussi pour l'aide que j'ai reçue pour la rédaction alors que c'est vraiment mon point faible et qu'il y avait beaucoup à revoir.

Je remercie Caroline Martel, Harsha Bhat et Raphaël Grandin pour avoir accepté de faire partie de mon comité de thèse ainsi que pour leurs conseils au cours de ses trois années. Je remercie également Joan Martí et Virginie Pinel d'avoir accepté d'être dans mon jury en tant que rapporteur ainsi que Aline Peltier et Tim Druitt qui ont accepté d'être membres de mon jury. Je remercie les membres de mon jury pour leurs questions constructives et l'intéressante discussion qui a suivi.

Un grand merci à Abdelhak Souilah, Angela Limare et Thierry Rivet pour leur aide dans la conception du montage expérimental, les réglages des calibrations ou la mise en place qui pouvaient être difficilement faits seule. Je remercie aussi toute l'équipe de DFG dans laquelle j'ai fait ma thèse. La bonne ambiance dans cette équipe m'a vraiment permis d'avoir un très bon cadre de travail. Je remercie aussi la super équipe de doctorants de l'équipe DFG; Audrey, Cyril 1 et 2, Pauline et Valentin. Les pauses le midi permettaient de bien décompresser avant de reprendre le travail. Mention toute spéciale à ma co-bureau Audrey, maître en mots croisés le midi en première année et support moral en deuxième

et troisième année. Merci beaucoup pour tes relectures et ton soutien.

Je voudrais aussi remercier l'équipe de Géosciences du Palais de la Découverte de m'avoir accueillie durant deux ans dans cette super équipe. Cela m'a permis de découvrir la médiation scientifique. J'ai vraiment apprécié travailler là-bas. Un grand merci aussi aux autres médiateurs et doctorants présents au Palais pour la bonne ambiance lors des pauses repas. Enfin, merci à Arnaud, Olivier et Vincent dont la formation et les conseils pour les exposés m'ont beaucoup servis en congrès et jusque dans ma soutenance de thèse.

Ensuite, je voudrais remercier ma famille qui m'a toujours encouragée et soutenue. Plus particulièrement mes parents ainsi que mon grand-père qui m'ont soutenue moralement et financièrement pendant toutes mes études. Je remercie aussi mon grand-père, ma tante et mon oncle d'avoir fait plusieurs centaines de kilomètres afin d'assister à ma soutenance. Je dois aussi remercier mes parents de m'avoir acheté lorsque j'avais à peine 4 ans la collection de VHS "Puissance Terre - L'encyclopédie des phénomènes naturels", dont le numéro 2 sur les volcans m'a donné une passion qui ne m'a plus quittée.

Un grand merci à tous mes amis qui m'ont supportée. Faire la liste de tout le monde serait trop long entre ceux que je connais depuis mon enfance, les plus ou moins fan de cailloux de Grenoble ou encore ceux que j'ai rencontrés à Paris. Je remercie tout particulièrement Audrey, Celin, Jodie et Marin, sans vous je n'aurais jamais tenu en troisième année. Vous savez très bien tout ce à quoi je fais référence depuis un an et demi, heureusement que vous avez été là les filles !

J'oublie sûrement de remercier d'autres personnes, allant de tous ceux qui m'ont dit que je ne réussirai pas, ils m'ont donné la motivation de leur prouver le contraire, aux gens que j'ai juste croisés et qui m'ont quand même encouragée.

---

## Table des matières

---

<b>Remerciements</b>	<b>iii</b>
<b>Table des figures</b>	<b>xii</b>
<b>Liste des tableaux</b>	<b>xvi</b>
<b>1 État de l’art sur la formation des chambres magmatiques et problématiques liées aux cas des magmas siliciques dans la croûte continentale</b>	<b>1</b>
1.1 Définition des termes employés . . . . .	4
1.1.1 Stockage du magma : chambre magmatique, mush et zone de stockage . . . . .	4
1.1.2 Type de déformation des roches : élastique, plastique et cassante. . . . .	5
1.1.3 Mécanisme de la remontée du magma : dyke et diapir . . . . .	6
1.2 Stockage du magma silicique dans la croûte continentale . . . . .	6
1.2.1 Vision du stockage magmatique sous les volcans . . . . .	6
1.2.2 Modélisation de l’inversion des déformations de surfaces produites par les chambres magmatiques . . . . .	7
1.3 Formation d’une chambre magmatique . . . . .	9
1.3.1 Mécanismes physiques qui peuvent expliquer l’arrêt de la remontée du magma . . . . .	9
1.3.2 Le cas des magmas siliciques dans la croûte continentale . . . . .	11
1.4 Problématiques et organisation de la thèse . . . . .	12
1.4.1 Hypothèse de travail . . . . .	12
1.4.2 Axes de la thèse . . . . .	14

1.4.2.1	Axe théorique . . . . .	14
1.4.2.2	Axe expérimental . . . . .	14
1.4.2.3	Axe de l'application aux cas géologique . . . . .	15
<b>2</b>	<b>Mise en place d'un modèle théorique pour modéliser le stockage d'un magma silicique à l'interface ductile fragile dans la croûte</b>	<b>17</b>
2.1	Introduction . . . . .	18
2.2	Principe du modèle de base . . . . .	21
2.2.1	Calcul du champ de contraintes dans la plaque . . . . .	22
2.2.2	Calcul du champ de déformation dans la plaque . . . . .	25
2.2.3	Calcul du déplacement en surface . . . . .	25
2.3	Adaptation au cas d'un liquide avec une flottabilité positive sous une plaque élastique d'épaisseur variable . . . . .	26
2.3.1	Détermination des paramètres pour le calcul du déplacement dû à la contrainte verticale appliquée . . . . .	28
2.3.2	Limite due à la variabilité de la plaque : rapport d'aspect limite de la source . . . . .	31
2.3.3	Détermination des paramètres pour prendre en compte l'inclinaison du bas de la plaque élastique . . . . .	32
2.4	Adimensionnement des équations . . . . .	35
2.4.1	Notations utilisées . . . . .	35
2.4.2	Étape intermédiaire . . . . .	36
2.4.2.1	Équations générales des contraintes et des déplacements	36
2.4.2.2	Équations générales simplifiées . . . . .	37
2.4.2.3	Paramètres permettant de calculer les contraintes et les déplacements dus à $\sigma_{zz}^{eff}(r)$ . . . . .	39
2.4.2.4	Paramètres permettant de calculer les contraintes et les déplacements dus à $\sigma_{rz}^{eff}(r)$ . . . . .	39
2.4.2.5	Astuce de calcul . . . . .	40
2.4.3	Équations du modèle adimensionnées . . . . .	40
2.4.3.1	Équations des contraintes . . . . .	41
2.4.3.2	Équations des déplacements . . . . .	42
2.4.3.3	Paramètres servant à calculer les contraintes et les déplacements dus à la composante verticale de la poussée du fluide . . . . .	42
2.4.3.4	Paramètres servant à calculer les contraintes et les déplacements dus à la composante non verticale de la poussée du fluide . . . . .	43
2.5	Nombres sans dimension du problème . . . . .	43
2.5.1	$T'$ . . . . .	43

2.5.2	$H'_0$	44
2.5.3	$\beta_1$	45
2.5.4	$\beta_2$	45
2.6	Conclusion et principaux aspects	46
<b>3</b>	<b>Construction et exploitation du code numérique pour résoudre les équations du modèle théorique</b>	<b>49</b>
3.1	Bibliothèque Python et choix des bornes d'intégrations	49
3.1.1	Récapitulatif des équations résolues	50
3.1.2	Récapitulatif des notations utilisées dans ce chapitre	50
3.1.3	Choix des bornes d'intégration	51
3.2	Construction de la fonction Python	52
3.3	Test de l'adimensionnement réalisé	54
3.4	Exploitation du code	57
3.4.1	Effet de la variation du rapport d'aspect de la source	59
3.4.1.1	Discussion de l'effet sur les déplacements	59
3.4.1.2	Discussion de l'effet sur les contraintes	62
3.4.1.3	Conclusion	65
3.4.2	Lien entre la réponse de la plaque et la variation de $H'_0$ et $\beta_2$	66
3.4.2.1	Effets sur $\beta_1$	66
3.4.2.2	Effets sur le maximum de soulèvement	68
3.4.2.3	Effets sur la largeur de la déformation	69
3.4.3	Discussion et conclusion	70
3.5	Discussion et conclusion des résultats de l'ensemble du chapitre	72
3.5.1	Code numérique	72
3.5.2	Test de l'adimensionnement	72
3.5.3	Effets dus à la variation d'épaisseur de la plaque	72
3.5.4	Équilibre de la poussée du fluide par la plaque	74
<b>4</b>	<b>Validation du modèle théorique et des codes numériques par des expériences de laboratoire</b>	<b>75</b>
4.1	Conception globale	76
4.2	Méthode et source d'erreur pour la mesure de la déformation en surface et la mesure de la répartition du liquide sous la plaque	80
4.2.1	Mesure de la déformation en surface par projection de franges (méthode de Moiré)	80
4.2.2	Mesure de la répartition du liquide sous la plaque (méthode de colorimétrie)	82



4.2.3	Conclusion	83
4.3	Descriptif du montage expérimental	83
4.3.1	Fluides utilisés	84
4.3.2	Système d'injection et contrôle du volume injecté	84
4.3.3	Dispositif créé pour la mise en place de la gélatine	86
4.3.4	Problème lié à une plaque d'épaisseur constante	87
4.3.4.1	Incohérence liée à ce montage expérimental	87
4.3.4.2	Mise en évidence de l'étalement sous une plaque d'épaisseur constante	88
4.3.4.3	Conclusion	89
4.3.5	Création d'une plaque d'épaisseur variable	89
4.3.6	Système d'acquisition	90
4.3.6.1	Acquisition des données de déformation de la surface de la plaque de gélatine	91
4.3.6.2	Acquisition des données de la répartition du liquide sous la plaque élastique	92
4.4	Traitement des données expérimentales	93
4.4.1	Choix des expériences	93
4.4.2	Prétraitement des données grâce aux logiciels d'acquisition	94
4.4.2.1	Données de frange : logiciel Light3D	94
4.4.2.2	Données de colorimétrie : logiciel Davis	95
4.4.3	Construction du code/ protocole de traitement des données	97
4.4.3.1	Exploitation des données de déformation	97
4.4.3.2	Exploitation des données de colorimétrie	100
4.5	Validation du modèle physique et numérique : Inversion des données expérimentales à l'aide des codes numériques écrits à partir des équations de la partie théorique	102
4.5.1	Inversion des données expérimentales	102
4.5.1.1	Rajout de la modélisation du "débordement" du liquide	103
4.5.2	Reproduction des données observées	104
4.5.2.1	Reproduction de la déformation en surface	104
4.5.2.2	Volume de la source numérique et volume injecté	108
4.5.2.3	Perte de la symétrie axiale	109
4.5.2.4	Reproduction de la forme de la source de déformation	110
4.5.3	Discussion	114
4.6	Conclusion	115

<b>5</b>	<b>Validation de l'hypothèse de stockage par l'extension du modèle à des cas géologiques</b>	<b>119</b>
5.1	Cas de l'Uturuncu . . . . .	120
5.1.1	Contexte géologique globale . . . . .	120
5.1.2	Contexte géologique du volcan Uturuncu . . . . .	122
5.1.3	Déformations observées au niveau du volcan Uturuncu . . . . .	123
5.1.4	Modèles précédemment utilisés . . . . .	123
5.1.4.1	Premier modèle : La croissance d'un diapir au niveau de l'Altiplano Puna Magma Body . . . . .	124
5.1.4.2	Deuxième modèle : La mise sous pression et dépressurisation simultanée de deux sources différentes . . . . .	124
5.1.4.3	Troisième modèle : Mouvement de fluide au niveau de l'Altiplano Puna Magma Body . . . . .	124
5.1.5	Discussion de la possibilité d'appliquer notre modèle . . . . .	125
5.1.6	Reproduction expérimentale des déformations observées . . . . .	126
5.1.6.1	Montage expérimental . . . . .	126
5.1.6.2	Résultats . . . . .	127
5.1.6.3	Discussion . . . . .	128
5.1.7	Application de notre modèle au cas de l'Uturuncu . . . . .	128
5.1.7.1	Gamme de valeur des paramètres physiques pour l'application du modèle . . . . .	129
5.1.7.2	Nombres sans dimension utilisés pour tester la variabilité des paramètres physiques . . . . .	130
5.1.8	Résultats des inversions . . . . .	131
5.1.8.1	Géométrie des sources obtenues . . . . .	131
5.1.8.2	Reproduction de l'étendue spatiale de la zone de soulèvement	135
5.1.8.3	Reproduction du maximum de soulèvement . . . . .	136
5.1.8.4	Reproduction du maximum d'affaissement . . . . .	137
5.1.8.5	Rapport . . . . .	139
5.1.9	Discussion . . . . .	142
5.1.9.1	Reproduction de la déformation par le modèle . . . . .	142
5.1.9.2	Implication des résultats pour une potentielle chambre magmatique sous le volcan Uturuncu . . . . .	143
5.1.10	Conclusion . . . . .	144
5.1.11	Perspective . . . . .	145
5.1.11.1	Poids de l'édifice volcanique . . . . .	145
5.1.11.2	Cas du <i>Socorro Magma Body</i> . . . . .	146

5.2	Extension aux “super-volcans” siliciques : formation de caldeira . . . . .	147
5.2.1	Introduction . . . . .	147
5.2.2	Contraintes générées dans la plaque par un stockage à l’interface ductile fragile . . . . .	153
5.2.3	Volumes atteints par les chambres magmatiques. . . . .	162
5.2.4	Perspective . . . . .	165
5.3	Conclusion générale du chapitre . . . . .	166
<b>6</b>	<b>Conclusions et perspectives générales de la thèse</b>	<b>169</b>
6.1	Résultats obtenus pour les trois axes de la thèse . . . . .	170
6.1.1	Axe théorique . . . . .	170
6.1.2	Axe expérimental . . . . .	173
6.1.3	Axe de l’application aux données géologiques . . . . .	176
6.2	Discussion des deux questions de départ . . . . .	177
6.2.1	Est-il possible pour un fluide de se stocker sous une plaque élastique ?	178
6.2.2	Est-ce qu’un stockage de magma silicique à la transition fragile-ductile dans la croûte continentale peut expliquer la formation des chambres magmatiques superficielles dans le cas des grands systèmes siliciques ? . . . . .	178
6.3	Perspectives pour l’approfondissement des résultats des trois axes de la thèse . . . . .	179
6.3.1	Axe théorique . . . . .	179
6.3.2	Axe expérimental . . . . .	180
6.3.3	Axe de l’application aux données géologiques . . . . .	182
	<b>Annexe</b>	<b>184</b>
	<b>A Liste des variables</b>	<b>185</b>
	<b>B Descriptif des fonctions servant à coder le modèle théorique</b>	<b>191</b>
	B.1 Premier ensemble de fonctions . . . . .	191
	B.2 Second ensemble de fonctions . . . . .	192
	B.3 Troisième ensemble de fonctions . . . . .	193
	<b>C Protocole de mise en place et points clefs pour augmenter la précision des mesures</b>	<b>195</b>
	<b>D Récapitulatif des expériences faites</b>	<b>199</b>

<b>E</b>	<b>Récapitulatif des paramètres expérimentaux</b>	<b>205</b>
<b>F</b>	<b>Récapitulatif des paramètres pour le traitement des données expérimentales</b>	<b>209</b>
<b>G</b>	<b>Modifications du montage expérimental</b>	<b>213</b>
<b>H</b>	<b>Codes servant à traiter les données</b>	<b>217</b>
H.1	Données issues du logiciel Davis pour la méthode de colorimétrie . . . . .	219
H.1.1	Récupération des données issues du logiciel Davis : Trie _ fichier _Davis.py . . . . .	219
H.1.2	Extraction des profils radiaux : Radial_profil_am.py . . . . .	220
H.1.3	Conversion de l'intensité en hauteur de liquide : Colorimetrie_4k_am.py	221
H.2	Données issues de Light3D pour les déformations de surfaces . . . . .	222
H.2.1	Récupération des données issues du logiciel Light3D : Trie _ fi- chier _ Light3D.py . . . . .	222
H.2.2	Extraction des profils radiaux : Radial_Topography_am.py . . . . .	222
H.3	Inversion des données : Fit_curve_manip.py . . . . .	223
	<b>Bibliography</b>	<b>224</b>



---

## Table des figures

---

1.1	Vallée Hayden dans la caldeira du Yellowstone, États-Unis . . . . .	1
1.2	Illustration des dynamismes éruptifs . . . . .	2
1.3	Représentation sur une carte des États-Unis des dépôts des grandes éruptions liées au Yellowstone . . . . .	4
1.4	Illustration de la remontée du magma (dyke et diapir) . . . . .	6
1.5	Thermomètre de Galilée pour illustrer le niveau de flottabilité nulle . . . . .	9
1.6	Illustration de l'arrêt d'un dyke par un contraste de rigidité . . . . .	10
1.7	Illustration de l'arrêt d'un dyke par une variation du champ de contraintes . . . . .	10
1.8	Représentation du stockage supposé initialement . . . . .	13
1.9	Photo du volcan Uturuncu, Bolivie . . . . .	16
2.1	Représentation schématique du stockage supposé une fois le liquide mis en place . . . . .	18
2.2	Illustration du cas étudié par Melosh . . . . .	19
2.3	Fonction de Bessel de première espèce pour les ordres 0 à 3 . . . . .	21
2.4	Représentation schématique du stockage supposé et de la géométrie de la plaque avant l'arrivée du liquide . . . . .	27
2.5	Mise en évidence des deux principales forces qui s'exercent sur la plaque élastique après sa déformation . . . . .	29
2.6	Approximation du rapport d'aspect limite à partir de l'angle entre le bas de la plaque et l'horizontal . . . . .	32
2.7	Illustration de la force exercée par le fluide sur le bas de la plaque . . . . .	33
3.1	Figure illustrant le choix des bornes de l'intégration sur $k$ . . . . .	52

3.2	Comparaison des résultats renvoyés par les codes adimensionnés et non adimensionnés pour $\sigma_{zz}^{eff}(r)$ . . . . .	55
3.3	Comparaison des résultats renvoyés par les codes adimensionnés et non adimensionnés pour $\sigma_{rz}^{eff}(r)$ . . . . .	56
3.4	Évaluation de l'effet dû à la présence d'une pente au bas de la plaque sur les déplacements le long de $r$ . . . . .	60
3.5	Illustrations des déformations verticales produites . . . . .	61
3.6	Évaluation de la contribution de $\sigma_{zz}^{eff}(r)$ sur les déplacements totaux selon $T'$ . . . . .	62
3.7	Évaluation de la contribution de $\sigma_{rz}^{eff}(r)$ sur les quatre composantes du champ de contraintes dans la plaque . . . . .	63
3.8	Évaluation de la contribution de la correction au champ de contrainte totale selon $T'$ . . . . .	65
3.9	Réponse de la plaque à la poussée en fonction de la variation des paramètres. Variation de $\beta_1$ en fonction de $\beta_2$ et $H'$ . . . . .	67
3.10	Mise en évidence de l'équilibre isostatique avec le maximum de soulèvement	69
3.11	Mise en évidence de l'équilibre isostatique du point avec les demi-largeurs	70
4.1	Ensemble du dispositif expérimental . . . . .	76
4.2	Schéma de la cuve . . . . .	77
4.3	Illustration de la déformation des franges . . . . .	81
4.4	Comparaison entre une sinusoïde théorique et une observée . . . . .	81
4.5	Système d'injection . . . . .	85
4.6	Système de rail pour mettre en place la gélatine . . . . .	87
4.7	Illustration de l'étalement du liquide sous une plaque d'épaisseur constante	88
4.8	Illustration de la création du creux thermique par refonte de la plaque de gélatine . . . . .	90
4.9	Illustration du creux thermique obtenu par refonte de la plaque de gélatine	90
4.10	Mise en évidence du dispositif d'acquisition sur la structure du montage expérimental . . . . .	91
4.11	Acquisition initiale pour la méthode de colorimétrie . . . . .	96
4.12	Acquisition après une injection pour la méthode de colorimétrie . . . . .	96
4.13	Différence entre les deux images pour la méthode de colorimétrie . . . . .	97
4.14	Illustration de l'extraction d'un profil de déformation moyen . . . . .	98
4.15	Ensemble des profils des déplacements en surface moyens . . . . .	99
4.16	Profils permettant de poser une condition de détection du liquide pour la méthode de colorimétrie . . . . .	101
4.17	Comparaison entre la déformation observée et le déplacement calculé . . . . .	105

4.18	Reproduction de la déformation par le code est testée en 4 points . . . . .	107
4.19	Comparaison entre le volume de la source issue de l'inversion et celui qui a été injecté dans la cuve . . . . .	108
4.20	Illustration de la perte de la symétrie axiale dans le cas des expériences IV et X . . . . .	110
4.21	Comparaison entre la répartition du liquide sous la plaque et la forme de la source issue de l'inversion . . . . .	111
4.22	Reproduction de la forme de la source testée en 6 points . . . . .	113
5.1	Localisation du volcan Uturuncu . . . . .	121
5.2	Montage expérimental pour la reproduction de la déformation observée au niveau de l'Uturuncu . . . . .	126
5.3	Mise en évidence expérimentale d'un affaissement autour d'un soulèvement lors du stockage d'un fluide sous une plaque . . . . .	127
5.4	Valeurs du paramètre $a$ déterminées pour les 1681 inversions . . . . .	132
5.5	Valeurs du paramètre $T$ déterminées pour les 1681 inversions . . . . .	133
5.6	Illustration de la reproduction par notre modèle des données de déformations publiées . . . . .	134
5.7	Écart $dr_0$ entre les données publiées et les résultats des inversions pour la position du point où se fait la transition entre la zone de soulèvement et celle d'affaissement . . . . .	136
5.8	Écart $du_z^{max}$ entre les données publiées et les résultats des inversions pour soulèvement maximal . . . . .	137
5.9	Écart $du_z^{min}$ entre les données publiées et les résultats des inversions pour l'affaissement maximal . . . . .	138
5.10	Rapport entre les données publiées et les résultats des inversions dans le cas du rapport $R1$ . . . . .	140
5.11	Rapport entre les données publiées et les résultats des inversions dans le cas du rapport $R2$ . . . . .	141
5.12	Comparaison entre la profondeur de la transition fragile-ductile et celle du stockage du magma avant l'éruption pour cinq grands systèmes silicique	150
5.13	Répartition attendue des failles en surface lorsqu'une plaque est déformée par un liquide avec une flottabilité positive . . . . .	155
5.14	Contrainte dans la plaque et répartition des failles attendue dans le cas où le système a un $\beta_1$ de $3,52 \cdot 10^{-3}$ . . . . .	158
5.15	Contrainte dans la plaque et répartition des failles attendue dans le cas où le système a un $\beta_1$ de $1,7 \cdot 10^{-2}$ . . . . .	159



5.16	Contrainte dans la plaque et répartition des failles attendue dans le cas où le système a un $\beta_1$ de $4,92.10^{-2}$ . . . . .	160
5.17	Contrainte dans la plaque et répartition des failles attendue dans le cas où le système a un $\beta_1$ de $1,93.10^{-1}$ . . . . .	161
5.18	Estimation du volume atteint par la chambre magmatique avant de provoquer la cassure de la plaque et donc le déclenchement d'une éruption . . .	164
6.1	Représentation schématique du stockage supposé et de la géométrie de la plaque avant l'arrivée du liquide . . . . .	170
6.2	Ensemble des profils des déplacements en surface moyens . . . . .	181
6.3	Photos de la galette en plastique qui a été utilisée pour vérifier si la gélatine adhère à sa surface . . . . .	183
6.4	Photo de la moitié Sud de la zone des Champs Phlégréens . . . . .	184
H.1	Architecture de dossier dans laquelle les codes écrivent ou lisent des données	218

---

## Liste des tableaux

---

3.1	Comparaison des gammes de valeur que peuvent prendre les différents paramètres dans un cas naturel . . . . .	58
4.1	Comparaison des gammes de valeur que peuvent prendre les différents paramètres entre un cas expérimental et un cas naturel . . . . .	79
4.2	Description des trois configurations types utilisées pour les expériences . . . . .	93
5.1	Comparaison des gammes de valeur que peuvent prendre les différents paramètres dans le cas du volcan Uturuncu. . . . .	130
5.2	Récapitulatif des données bibliographiques concernant la profondeur de stockage . . . . .	151
5.3	Récapitulatif des données bibliographiques concernant la profondeur de la transition fragile-ductile . . . . .	152
5.4	Récapitulatif des failles attendues en fonction du champ de contrainte dans la plaque . . . . .	154
5.5	Comparaison des gammes de valeur que peuvent prendre les différents paramètres dans un cas naturel . . . . .	156
6.1	Description des trois configurations types utilisées pour les expériences . . . . .	180
A.1	Récapitulatif de toutes les notations et paramètres utilisés, classés par ordre alphabétique . . . . .	185
D.1	Liste des différentes expériences réalisées . . . . .	200
E.1	Liste des valeurs mesurées lors des expériences pour les différents paramètres physiques . . . . .	206

F.1	Liste des paramètres entrés comme <i>input</i> dans les codes pour extraire les profils radiaux . . . . .	210
G.1	Récapitulatif de tous les changements effectués sur le montage et dans le protocole et les raisons qui les ont motivés . . . . .	213

# CHAPITRE 1

---

## État de l'art sur la formation des chambres magmatiques et problématiques liées aux cas des magmas siliciques dans la croûte continentale

---



FIGURE 1.1 – Vallée Hayden dans la caldeira formée lors de la dernière éruption du Yellowstone, États-Unis. La limite nord de la caldeira est visible dans le fond de l'image. *NPS (via Wikimedia Commons , licence : domaine public).*

Les éruptions volcaniques sont des phénomènes naturels impressionnants qui peuvent fasciner ou effrayer. Elles résultent de l'arrivée en surface d'un magma qui était auparavant stocké en profondeur. Au-delà de la beauté du phénomène, ces éruptions volcaniques présentent un risque pour les populations. Ce risque est d'autant plus important lorsque l'activité volcanique se manifeste sous forme d'éruption explosive (figure 1.2a) et non sous forme d'éruption effusive (figure 1.2b). Les plus puissantes de ces éruptions explosives sont celles qualifiées de super-éruptions. Lors de ces éruptions, des centaines de kilomètres cubes de magma sont émis et couvrent une vaste zone (Miller and Wark, 2008), comme le montre la figure 1.3 dans le cas du Yellowstone. Au cours de l'éruption, le sol au-dessus de la zone où était stocké le magma s'effondre et laisse place à une dépression appelée caldeira (figure 1.1).



(a) Éruption explosive.

(b) Éruption effusive.

FIGURE 1.2 – Illustration des dynamismes éruptifs. (a) : Éruption du Pinatubo, Philippines, en juin 1991. *Richard P. Hoblitt, USGS (via Wikimedia Commons, licence : domaine public).* (b) : Éruption de l'Etna, Sicile, le 26 novembre 2006. *Robin Campion (via imaggeo.evu.eu, licence :CC BY-NC-SA 3.0).*

Les changements qui surviennent dans la chambre magmatique, où est stocké le magma avant son éruption, provoquent des déformations qui sont visibles en surface (Biggs et al., 2014; Biggs and Pritchard, 2017). Cela génère également des contraintes dans la roche environnante. Lorsqu'elles deviennent trop importantes, la roche se fracture et le magma peut arriver en surface. La question de la forme de ces zones de stockage est un point crucial. Il s'agit en effet du point de départ pour modéliser de nombreux phénomènes. Par exemple, la forme de la chambre magmatique, qui est utilisée pour modéliser les

contraintes générées dans la roche, influence les résultats. Cela à un impacte sur le calcul de la répartition des failles (Chadwick and Dieterich, 1995). La forme de ces zones de stockage et leur organisation sont toujours discutés (Cashman et al., 2017). Loin de l'ancienne vision d'une caverne remplie de magma bouillonnant, Tibaldi (2015) résume toute la complexité de la vision actuelle des réseaux de conduits et de zones de stockages qui se trouve sous les volcans. Il sépare son bilan des connaissances en trois : les systèmes felsiques, les systèmes mafiques et ceux ayant abouti à la formation de caldeira.

Ce sont à ces derniers que nous nous intéressons ici. Plus particulièrement, nous nous intéressons à la formation des grands réservoirs superficiels de magma silicique dans la croûte continentale. Ceux-ci peuvent éventuellement produire une éruption de grande envergure qui provoquera la formation d'une caldeira. Ces volcans sont qualifiés de super-volcans. Ce terme, plus ou moins bien accepté par la communauté scientifique, est attribué aux volcans ayant produit au moins une super-éruption au cours de leur histoire (Miller and Wark, 2008). Une super-éruption a été définie comme une éruption ayant émis l'équivalent d'au moins  $450 \text{ km}^3$  de magma (Miller and Wark, 2008). Le volume maximal de magma émis qui a été documenté est de  $5000 \text{ km}^3$ . Cependant, il existe également des cas d'éruptions siliciques ayant émis de plus petits volumes de magma et ayant quand même abouti à la formation de caldeira (Caricchi et al., 2014). Nous nous intéresserons également à ces éruptions siliciques de quelques dizaines de kilomètres cubes qui ont formé des caldeiras. Enfin, le terme de super-volcan semble être appliqué uniquement aux éruptions explosives. Les provinces ignées, qui peuvent émettre  $\approx 10^6 \text{ km}^3$  de magma, ne sont pas qualifiées de super-volcans.

Les effets de ces super-éruptions sont dévastateurs (Self and Blake, 2008). L'énorme quantité de cendres et d'aérosols émis dans l'atmosphère peut perturber la météorologie à l'échelle du globe jusqu'à une centaine d'années après l'éruption. Ces perturbations peuvent fortement affecter les populations (Jones, 2012). De nos jours, une telle éruption poserait également de graves problèmes économiques et sociétaux. En effet, les quantités de cendres émises peuvent fortement perturber l'aviation (Self and Blake, 2008; Miller and Wark, 2008). Comprendre la formation et le dynamisme de ces réservoirs peu profond qui produisent ces larges éruptions est donc un défi important pour la science de la volcanologie.

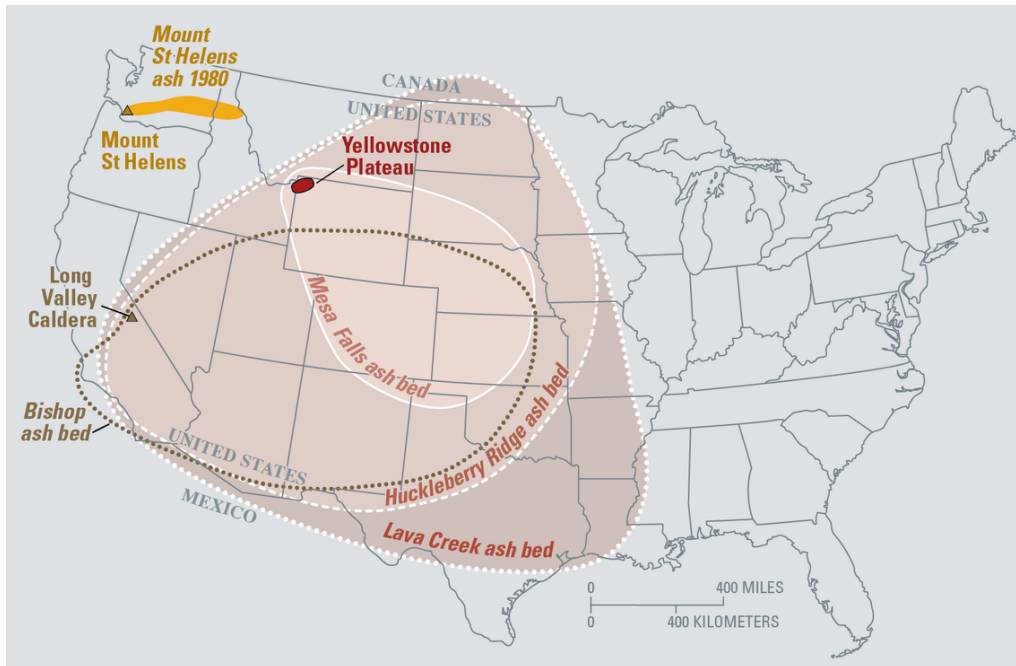


FIGURE 1.3 – Représentation sur une carte des États-Unis des limites des dépôts retrouvés pour les grandes éruptions liées au système volcanique du Yellowstone. Ces dépôts sont comparés à ceux produits lors de l'éruption de 1980 du Mont St. Helens. USGS (via usgs.gov/media, licence : domaine public).

## 1.1 Définition des termes employés

Dans cette section, sont rappelées les définitions de certains termes qui sont souvent utilisés au cours de ce manuscrit.

### 1.1.1 Stockage du magma : chambre magmatique, mush et zone de stockage

Nous avons choisi de reprendre la terminologie définie par [Bachmann and Bergantz \(2008\)](#) dans leur papier résumant brièvement l'état des connaissances sur les réservoirs de magma qui produisent des super-éruptions.

Une chambre magmatique est définie comme les régions dans la croûte où le magma stocké comporte moins de 50% de cristaux. Ce qui correspond à la partie éruptible du réservoir magmatique.

Le mush fait référence au magma contenant plus de 50 % de cristaux. Ce magma n'est pas considéré comme éruptible.

La zone de stockage ou bien le réservoir de magma font tous deux référence à l'ensemble de la zone où est stocké le magma dans la croûte. La zone de stockage comprend donc la chambre magmatique et le mush.

### **1.1.2 Type de déformation des roches : élastique, plastique et cassante.**

Lorsqu'un matériau est déformé sous l'effet d'une contrainte appliquée, nous pouvons distinguer trois types de déformations.

Premièrement, les déformations élastiques. Si lorsque la contrainte cesse d'être appliquée, le matériau revient à sa forme d'origine, on parle de déformation élastique. La déformation est réversible et n'est visible que le temps de l'application de la contrainte.

Deuxièmement, lorsque la déformation passe un certain seuil, qui est propre à chaque matériau, la déformation produite par les contraintes appliquées devient permanente. Cela sans que la cohésion du matériau soit perdue. Si les contraintes cessent d'être appliquées, la déformation est conservée et appelée plastique.

Finalement, les déformations cassantes. Lorsque la déformation dépasse un seuil, qui encore une fois est propre à chaque matériau, le matériau en question ne pourra pas garder sa cohésion et va se fracturer. Il s'agit encore une fois d'une déformation permanente.

Ces types de déformation sont importants lorsqu'on parle de la rhéologie de la croûte, ou même du manteau. La croûte et le manteau montrent tous deux, deux rhéologies différentes. Comme le sujet de cette thèse porte sur le stockage du magma dans la croûte continentale, seule la rhéologie de cette dernière est discutée.

La croûte continentale a une rhéologie ductile dans sa partie basse et une rhéologie élastique et cassante dans sa partie supérieure. La rhéologie ductile correspond à une déformation plastique de la roche. Les roches à l'état ductile se déforment de manière permanente, lentement et sans casser sous l'effet d'une contrainte appliquée. Lorsque la contrainte cesse d'être appliquée, les roches conservent la forme prise lors de la déformation. La limite entre les deux dépend de trois paramètres : la pression, la température et le taux de déformation de la roche. Plus la roche est chaude, plus elle aura tendance à se déformer ductilement plutôt qu'à se casser. Lorsque la croûte est chauffée, la transition fragile-ductile remonte donc dans la croûte (Fournier, 1999).

Une manière de déterminer cette transition est de regarder la localisation des séismes. En effet, ceux-ci sont principalement dans la partie élastique et cassante de la croûte. Les fractures se développant très difficilement dans un milieu où les roches se déforment principalement de manière plastique.



### 1.1.3 Mécanisme de la remontée du magma : dyke et diapir

Le magma peut remonter vers la surface, soit sous forme de diapir, soit sous forme de dyke. Ces deux mécanismes sont illustrés par la figure 1.4 qui est tirée de Rubin (1993). Lorsque le magma remonte sous forme de diapir, il déforme plastiquement la roche environnante. Lorsque le magma remonte sous forme de dyke, il fracture la roche. Il remonte alors au travers d'un plan de fracture vertical. Si le plan de fracture passe à l'horizontale, on parle alors de sill.

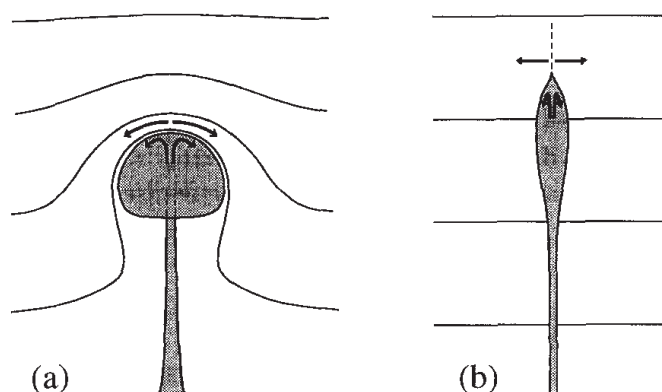


FIGURE 1.4 – (a) Représentation de la remontée de magma par diapirisme. Le magma remonte au travers du matériel sous forme d'un panache qui déforme le milieu de manière plastique. (b) Schématisation de la remontée de magma par des dykes. Le magma remonte dans une fracture qui se propage dans le milieu. *Figure tirée de Rubin (1993).*

## 1.2 Stockage du magma silicique dans la croûte continentale

Les informations sur l'état du stockage du magma au niveau d'un système actif, peuvent provenir de l'étude des roches qui ont été éruptées dans le passé ou des déformations actuellement observées.

### 1.2.1 Vision du stockage magmatique sous les volcans

La formation de caldeira et les volumes émis impliquent le stockage d'un grand volume de magma éruptible et silicique dans la croûte. De nombreuses évidences mettent en avant le fait que ces énormes volumes sont construits par de nombreux pulses de magma et que l'ensemble de la chambre soit remobilisé rapidement (Gardner et al., 2002; Wotzlaw et al., 2015; Troch et al., 2017). Cependant, il n'y a pas de relation entre le temps de

repos entre deux éruptions et le volume de celles-ci. Dans le cas du Taupo, [Wilson \(2017\)](#) montre que de grandes éruptions ont eu lieu après une courte période de repos. Il montre également que certaines éruptions qui ont émis de grands volumes étaient suivies peu de temps après par une nouvelle éruption. La durée moyenne entre deux éruptions de grande envergure, qualifiées de super-éruptions, est de plusieurs dizaines à centaine de milliers d'années.

Cependant, le fait de ne pas avoir pu imager des chambres magmatiques ayant un volume entre  $450 \text{ km}^3$  et  $5000 \text{ km}^3$  laisse penser que leur existence est éphémère ([Wotzlaw et al., 2015](#); [Lundstrom and Glazner, 2016](#)). Les chambres magmatiques qui peuvent aboutir à la formation de large caldeira ont un faible rapport d'aspect. Le rapport entre la hauteur et la largeur est de l'ordre de  $1/5$  à  $1/10$  ([Bachmann and Bergantz, 2008](#)). Ce faible rapport d'aspect et le diamètre des caldeiras produites montrent que les chambres magmatiques ont une épaisseur comprise entre 1 et 2 km. Cette épaisseur moyenne est constante aussi bien pour les petites caldeiras que pour les grandes ([Caricchi et al., 2014](#)). La faible hauteur totale des chambres magmatiques ainsi que le fait qu'elles soient construites par plusieurs pulses de magma laissent penser qu'elles pourraient être stockées à l'état solide durant la plus grande partie de leur vie ([Michaut and Jaupart, 2011](#); [Cooper and Kent, 2014](#); [Lundstrom and Glazner, 2016](#); [Cooper, 2017](#); [Rubin et al., 2017](#)).

Lors de leur croissance, les cristaux dans la chambre magmatique semblent voir différentes compositions ([Myers et al., 2016](#); [Loewen et al., 2017](#)). Pour résoudre le problème posé par le fait qu'un cristal voit différentes compositions au cours de sa croissance, [Cashman et al. \(2017\)](#) proposent que la zone de stockage s'étend sur toute la hauteur de la croûte. Ce gigantesque mush est parsemé de fines chambres magmatiques en forme de sill, qui se connectent rapidement au moment de l'éruption. Ce qui permet également d'expliquer la mobilisation rapide d'un grand volume éruptible dans la croûte.

### **1.2.2 Modélisation de l'inversion des déformations de surfaces produites par les chambres magmatiques**

Du point de vue géophysique, les chambres magmatiques sont principalement représentées comme une région plus ou moins sphérique dans un demi-espace élastique ou visco-élastique. Dans ces modèles, les variations de pression dans la chambre sont responsables des déformations en surface. Le modèle initial d'un point-source ([Mogi, 1958](#)) a été modifié et permet maintenant de prendre en compte des chambres sphériques ou oblongues qui sont utilisées pour modéliser les contraintes générées dans la roche et les

déplacements produits en surface. Généralement, le milieu entourant la chambre magmatique est considéré comme purement élastique (Chery et al., 1991; Michaut, 2011; Gregg et al., 2012). En prenant en compte l'état thermique de la croûte, certains modèles utilisent un milieu viscoélastique autour de la chambre magmatique (Malfait et al., 2014; Caricchi et al., 2014; Gregg et al., 2015).

L'inversion des déformations observées en surface permet de remonter à la localisation de la chambre, principalement sa profondeur. Cependant, comme le montre Muir et al. (2014) dans le cas du volcan Uturuncu en Bolivie, plusieurs sources de forme différente et à des profondeurs différentes peuvent reproduire les données observées. Des données pétrologiques ou d'imagerie géophysique doivent être utilisées en complément pour avoir une meilleure vision de la forme réelle de la chambre magmatique.

Les données pétrologiques et géochimiques donnent des informations sur les conditions de stockage du magma lors des éruptions passées. Les données géophysiques quant à elle permettent d'obtenir des informations sur la chambre magmatique qui se trouve actuellement sous les volcans. Les données sismiques (Chu et al., 2010; Jaxybulatov et al., 2014; Pritchard and Gregg, 2016), magnétotellurique (Comeau et al., 2015; Pritchard and Gregg, 2016) ou gravimétrique (Del Potro et al., 2013; Vajda, 2016; Pritchard and Gregg, 2016) permettent d'obtenir une image des chambres magmatiques dont l'épaisseur est supérieure à un kilomètre. Cependant, la question de la raison physique qui explique l'arrêt de la remontée du magma a encore été peu abordé.

L'ensemble de ce résumé montre comment la vision des chambres magmatiques s'est adaptée aux résultats issus de la pétrologie et de l'imagerie géophysique. Cependant, le lien avec la raison physique pouvant expliquer la formation d'une chambre magmatique reste peu regardé. Ni la raison physique pouvant expliquer que les chambres magmatiques à l'origine des super-éruptions soient situées entre 4 et 10 km de profondeur et que, quelque soit la largeur de la caldeira, leurs hauteurs soient comprises entre 1 et 2 km. C'est pour cela que nous avons choisi de prendre le problème sous un angle différent. Nous avons choisi de réfléchir aux raisons physiques qui expliquent l'arrêt de la remontée du magma et donc la formation d'une zone de stockage. En réfléchissant à la manière dont le magma se fait une place dans la croûte pour former une zone de stockage, nous espérons avoir une meilleure compréhension des contraintes exercées par la chambre magmatique sur son environnement. Une fois un modèle mis en place, nous pourrons le comparer à des données réelles pour vérifier notre hypothèse de départ.

## 1.3 Formation d'une chambre magmatique

L'histoire d'un magma peut se résumer en quatre grandes étapes ; sa production, sa ségrégation dans la zone de production, son transport dans le manteau ou la croûte et finalement son stockage. Cependant, le magma est stocké à de nombreuses reprises avant d'atteindre la chambre la plus superficielle qui produira éventuellement une éruption (Tibaldi, 2015). Dans cette section, les phénomènes physiques qui peuvent expliquer son arrêt seront présentés de manière générale. Puis, en plaçant notre réflexion dans le cas des grands systèmes siliciques, ils seront discutés afin de déterminer le plus probable pour expliquer la formation des chambres magmatiques peu profondes.

### 1.3.1 Mécanismes physiques qui peuvent expliquer l'arrêt de la remontée du magma

Petford et al. (2000) et Menand (2011) ont écrit deux articles listant les mécanismes physiques qui peuvent expliquer l'arrêt de la remontée du magma. Les mécanismes présentés qui peuvent expliquer que le magma stoppe sa progression verticale sont au nombre de quatre. Ils sont brièvement présentés dans cette section.

#### Un niveau où la flottabilité s'annule

Lorsque le magma est moins dense que son environnement il subit une poussée vers le haut. Cette force s'appelle la flottabilité. Sous l'effet de cette force, le magma va remonter, jusqu'au moment où il arrive à une profondeur où il a la même densité que la roche environnante. À cette profondeur, la force de flottabilité s'annule, la progression verticale du magma est donc stoppée. Il s'agit du niveau de flottabilité nulle (*neutral buoyancy level*). Ce mécanisme affecte aussi bien les diapirs que les dykes. Le principe d'un niveau de flottabilité nulle est illustré par un thermomètre de Galilée sur la figure 1.5 ci-contre.

#### Un contraste de rigidité entre deux couches

Lorsque la pression du magma est suffisamment élevée, celle-ci provoque la fracturation de la roche. Sous l'effet de la pression à l'origine de la fracture, le magma remonte au travers d'un dyke.



FIGURE 1.5 – Flottabilité nulle. via Wikimedia Commons, licence : domaine public.

Si le dyke rencontre une couche avec une rigidité plus importante au cours de sa remontée, il se peut que la pression ne soit pas suffisante pour fracturer cette couche. L'afflux de magma va provoquer une fracture horizontale et il va se mettre en place dans la croûte sous forme de sill à l'interface entre les deux couches de rigidité différente. Ce mécanisme a été reproduit en laboratoire par Menand et al. (2010), figure 1.6.

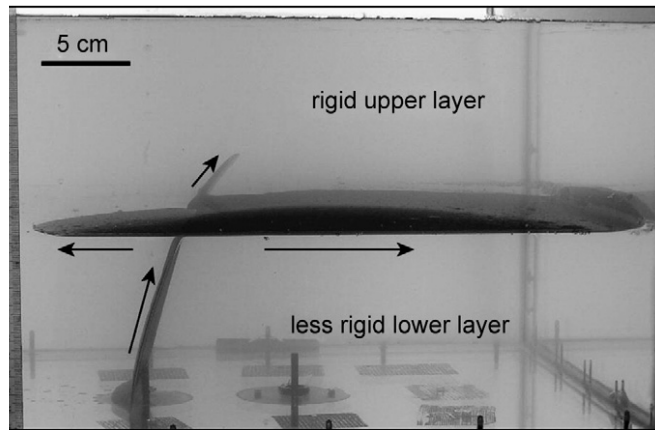


FIGURE 1.6 – Illustration de l'arrêt d'un dyke par un contraste de rigidité. *Figure tirée de Kavanagh et al. (2006).*

### Une variation du champ de contrainte dans les roches

Il s'agit encore une fois d'une contrainte sur la propagation des dykes. La propagation des dykes se fait perpendiculairement à la contrainte minimale. Lorsque le champ de contrainte dans la roche varie, la direction du dyke va être modifiée. Cette variation du champ de contrainte peut être due à la charge d'un édifice volcanique (Pinel and Jaupart, 2005; Galgana et al., 2009; Pinel, 2011; Corbi et al., 2016), à la contrainte exercée par la chambre magmatique (Pansino and Taisne, 2019) ou à un effet combiné des différentes sources de contrainte et des contraintes tectoniques régionales.

Lorsque les variations du champ de contrainte sont suffisamment importantes pour provoquer une rotation à  $90^\circ$  de l'orientation de la contrainte minimale, la fracture ne se propage plus verticalement, mais horizontalement telle qu'illustrée sur la figure 1.7.

### Un contraste de rhéologie

Il peut s'agir d'une contrainte sur la propagation des dykes comme sur la propagation de dia-

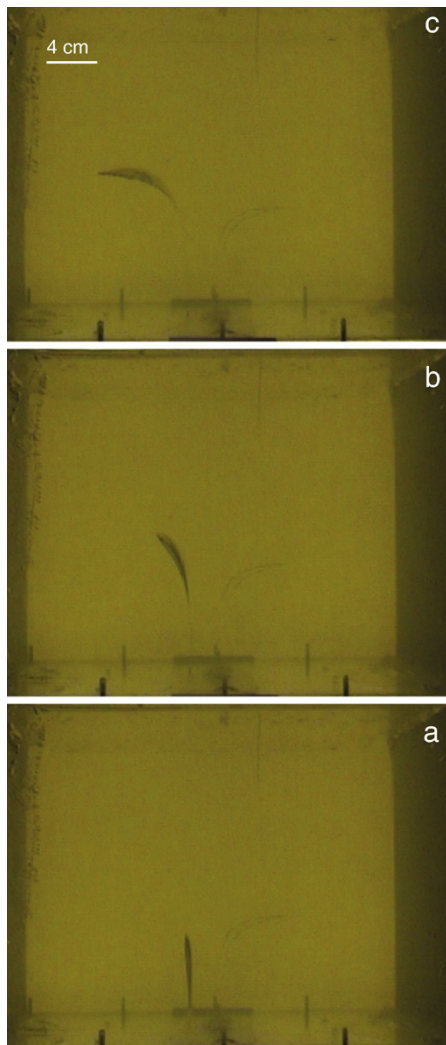


FIGURE 1.7 – Illustration de l'arrêt d'un dyke par une variation du champ de contraintes. *Figure tirée de Menand et al. (2010).*

pir. Tout comme dans le cas du contraste de rigidité, la présence d'une couche aux propriétés rhéologiques différentes peut stopper la progression verticale du magma. [Burov et al. \(2003\)](#) montre que la transition fragile-ductile dans la croûte arrête la remontée d'un diapir de magma silicique. C'est ce cas qui sera approfondi dans cette thèse.

### **1.3.2 Le cas des magmas siliciques dans la croûte continentale**

Le magma silicique peut être produit soit par différenciation d'un magma plus basique ([Annen et al., 2006](#)), soit par la fusion partielle d'une partie de la croûte ([Huppert and Sparks, 1988](#); [Devès et al., 2014](#)). Nous ne discutons pas plus en détail l'origine de ce magma, car dans les deux cas notre discussion reste inchangée.

Premièrement, dans les deux cas, le magma silicique produit a une faible masse volumique et a donc une flottabilité positive. Il est par conséquent soumis à une force qui le pousse vers le haut. Sa faible masse volumique fait que cette flottabilité est toujours positive, même à faible profondeur dans la croûte continentale ([Malfait et al., 2014](#)). Ce fait a même déjà été avancé comme explication au déclenchement des éruptions qualifiées de super-éruptions, sans pour autant expliquer la raison du stockage ([Malfait et al., 2014](#); [Caricchi et al., 2014](#)). Cependant, d'autres auteurs ont conclu que la flottabilité seule n'était pas suffisante pour déclencher une éruption ([Gregg et al., 2015](#)). Du point de vue des mécanismes qui peuvent expliquer la formation d'une chambre magmatique, cette flottabilité positive élimine naturellement l'hypothèse d'un arrête du magma là où la flottabilité devient nulle. Pour expliquer la formation des chambres de magma silicique, il ne reste donc que trois hypothèses : un contraste de rigidité, une variation du champ de contrainte et un contraste rhéologique.

Deuxièmement, indépendamment de l'origine du magma, dans le cas des grands systèmes siliciques le bas de la croûte est anormalement chaud. La partie basse de la croûte continentale a donc une rhéologie ductile, tandis que la partie supérieure a une rhéologie élastique et cassante. Pour de nombreux systèmes comme le Yellowstone, les Champs Phlégréens, l'Uturuncu, le Taupo et le Santorin, il y a de fortes évidences pour que la transition entre les deux rhéologies soit comprise entre 3 et 15 km de profondeur ([Bryan et al., 1999](#); [Smith et al., 2009](#); [Konstantinou, 2010](#); [Jay et al., 2012](#); [Castaldo et al., 2019](#)). Or, un milieu ductile facilite la formation de diapir tandis que les dykes sont moins susceptibles de s'y développer. Des évidences numériques ([Burov et al., 2003](#)) et géophysiques ([Del Potro et al., 2013](#)) ont également montré que les diapirs étaient un mécanisme plausible pour connecter les réservoirs intermédiaires aux réservoirs superficiels dans la croûte continentale. En outre, [Rubin, A. M. \(1995\)](#) a montré que les dykes siliciques n'arrivaient

pas à se propager loin de leur source, même si les dykes basaltiques le peuvent facilement. Pour toutes ces raisons, le mécanisme le plus plausible pour connecter les chambres intermédiaires aux chambres superficielles est celui du diapirisme. Or, parmi les hypothèses pouvant expliquer la formation des chambres magmatiques, deux sur trois concernent uniquement les dykes. En effet, l'hypothèse d'un contraste de rigidité et celle d'une variation du champ de contrainte affectent toutes deux la propagation des dykes et non des diapirs.

En nous basant sur ce raisonnement physique, nous pensons donc que le magma silicique, sous l'effet de sa flottabilité positive, va remonter au travers de la croûte sous forme de diapir. Comme la flottabilité ne s'annule pas, la remontée du diapir dans la croûte ne peut être stoppée que quand celui-ci rencontre un contraste rhéologique. Notre hypothèse sur la formation des chambres magmatiques silicique est qu'elles se forment à l'interface ductile fragile dans la croûte. De plus, des données pétrologique viennent appuyer notre hypothèse. Pour les mêmes systèmes que ceux cités précédemment, la profondeur de stockage issue des données pétrologiques est similaire à celle de la transition fragile-ductile dans la croûte (Muir et al., 2014; Druitt et al., 2016; Myers et al., 2016; Stock et al., 2018; Gualda et al., 2018).

Cependant, Cashman et al. (2017) donnent des évidences pétrologiques qui montrent que le magma a enregistré des profondeurs de stockage dans toute la croûte, ou au moins sur plus de 10 km d'épaisseur. Pour cela ils citent cinq volcans : le Galapagos ridge, l'Etna, le Popocatepetl, le Mont Saint Helens et le Taupo. Or, les volcans pouvant potentiellement produire des super-éruptions montrent des gammes de stockage plus étroites. Cashman et al. (2017) montrent même sur leur figure 4, que le seul super-volcan parmi les cinq qu'ils citent a une gamme de profondeur de stockage beaucoup plus étroite. Dans le cas du Taupo, les profondeurs varient entre 2,5 et  $\approx 7$  km.

## 1.4 Problématiques et organisation de la thèse

Au vu de la discussion précédente, nous pensons que le magma silicique, sous l'effet de sa flottabilité positive, remonte dans la partie ductile de la croûte continentale sous forme de diapir. Puis que l'ascension de ce diapir est stoppée par la transition fragile-ductile, qui marque un contraste rhéologique dans la croûte continentale.

### 1.4.1 Hypothèse de travail

Notre hypothèse sur la formation des chambres magmatiques est basée sur une considération physique de l'état de la croûte dans le cas des systèmes actifs, ainsi que sur les propriétés physiques des magmas siliciques. Pour valider cette hypothèse, nous ne cherchons

donc pas seulement à savoir si un magma peut se stocker sous un contraste rhéologique, mais nous cherchons à savoir si une chambre formée selon notre hypothèse a des caractéristiques semblables à celle des cas naturels. Ces caractéristiques peuvent être le rapport d'aspect de la zone de stockage, son volume ou bien les types de failles produits et leurs répartitions. Pour cela nous n'allons pas regarder le moment où le liquide arrive sous la plaque, ce qui par ailleurs a déjà été traité par [Burov et al. \(2003\)](#), mais nous allons nous intéresser aux contraintes et aux déformations produites par une chambre magmatique en place. Ceci afin de comparer les caractéristiques d'une chambre formée selon notre scénario physique avec celles qui ont produit des super-éruptions dans le passé.

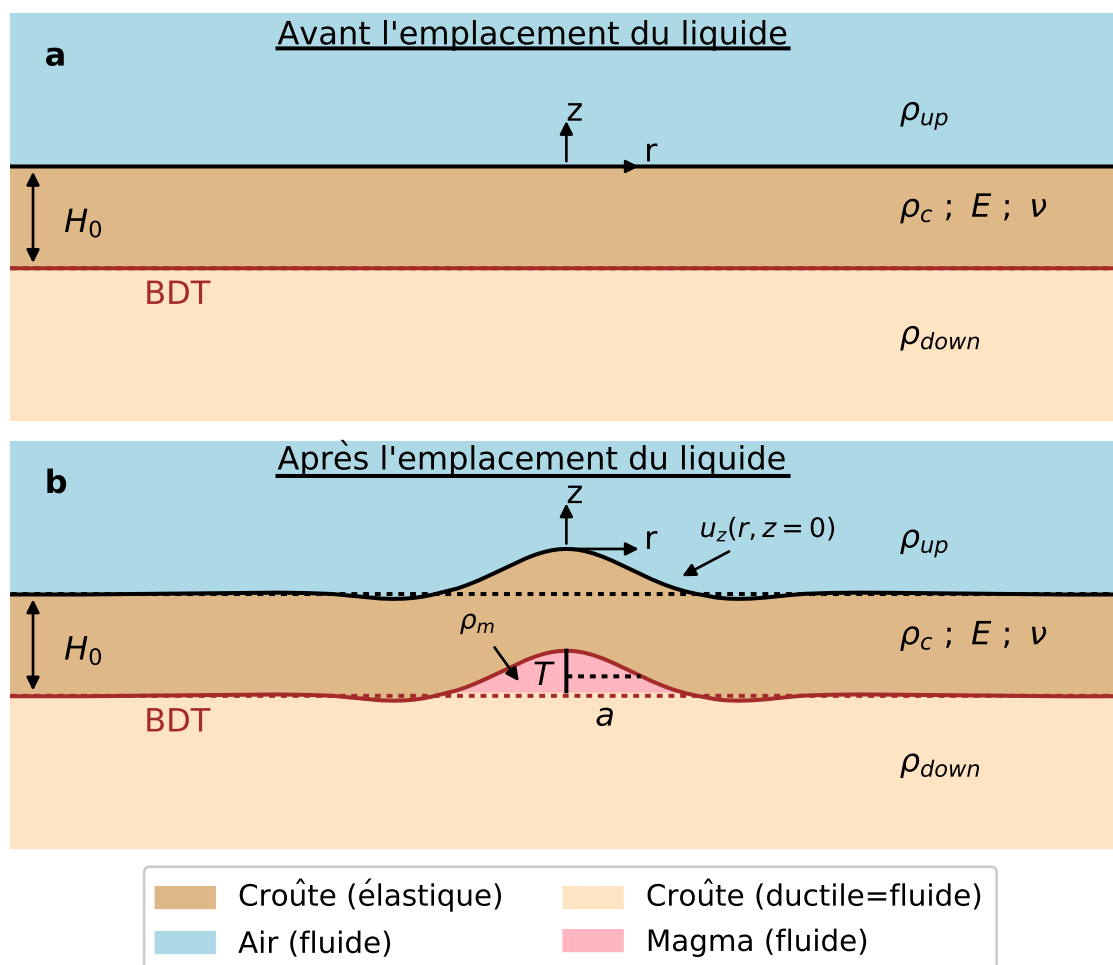


FIGURE 1.8 – Représentation du stockage supposé. Il ne s'agit pas ici du schéma final que nous proposons, mais de celui de notre hypothèse de départ. Le déplacement vertical  $u_z$  est exagéré. *BDT* : *Brittle Ductile Transition* (transition fragile-ductile)

Puisque nous nous intéressons à une chambre magmatique en place, nous regardons l'état des contraintes et les déformations produites après la relaxation des contraintes dans le milieu du bas. De plus, cette relaxation a lieu rapidement en comparaison du temps de



vie de ces systèmes. Pour simplifier le problème, nous allons considérer que le problème peut être résumé à celui d'un liquide remontant par flottabilité au travers d'un autre liquide et se stockant sous une plaque élastique, figure 1.8. Dans de nombreux modèles, la pression exercée par la chambre sur son environnement est due à des variations de volume. Il est important de préciser que, contrairement à ces modèles, dans le modèle présenté ici la seule force qui s'exerce sur la plaque est la flottabilité du magma stocké.

Nous devons donc répondre à deux questions :

- Premièrement, est-il possible pour un fluide de se stocker sous une plaque élastique ?
- Deuxièmement, est-ce qu'un stockage du magma au niveau de la transition fragile-ductile dans croûte continentale est cohérent avec les données observées dans le cas des grands systèmes siliciques ?

## **1.4.2 Axes de la thèse**

Pour répondre à ces questions, ce travail de thèse suit trois axes.

### **1.4.2.1 Axe théorique**

Le premier est un axe purement théorique qui s'est découpé en trois étapes. Premièrement, l'adaptation d'un modèle de déformation de plaque issu de la littérature pour décrire les effets d'un liquide se stockant sous une plaque élastique. Ce modèle nous permet de calculer le champ de contrainte dans la plaque ainsi que les déplacements verticaux et radiaux produits par ce stockage. Puis une fois cette adaptation faite, des codes numériques en langage Python ont été écrits pour résoudre les intégrations du modèle qui ne pouvaient pas être résolues analytiquement. Enfin, une série de tests a été réalisée à l'aide des codes numériques. Ceci afin de mettre en évidence la réponse du modèle face à la variation des différents paramètres qui le composent. Cet axe est développé dans les chapitres 2 et 3.

### **1.4.2.2 Axe expérimental**

Le deuxième axe est un axe expérimental. Il s'agissait de reproduire le stockage supposé en laboratoire. Cette reproduction permet, en premier lieu, de montrer physiquement qu'un liquide peut se stocker sous une plaque élastique. En second lieu, les résultats observés en laboratoire servent à tester les codes écrits dans l'axe précédent. De cette manière, nous prouvons que l'adaptation faite décrit bien la physique du stockage que nous supposons. Cet axe est développé dans le chapitre 4. Ces deux premiers axes sont donc étroitement liés, les résultats d'un des axes peuvent impliquer des modifications dans

l'autre. De plus, ils permettent à eux deux de répondre à notre première question en montrant les conditions dans lesquelles un magma silicique peut se stocker sous une plaque élastique et ainsi former une zone de stockage.

Dans ce manuscrit, il est présenté la version finale du protocole expérimental, du modèle ainsi que des codes numériques le résolvant. Néanmoins ils ont tous trois été créés au cours de cette thèse. L'annexe G page 213, qui liste les évolutions successives du montage expérimental, donne une brève idée du processus qui a permis d'y aboutir.

### 1.4.2.3 Axe de l'application aux cas géologique

Le troisième et dernier axe de cette thèse est une application du modèle à des cas géologiques. Il consiste à confronter les comportements prédits par notre modèle avec ceux observés sur les super-volcans.

Dans un premier temps, nous nous sommes focalisés sur le volcan Uturuncu en Bolivie, figure 1.9. Dans cette région, le soulèvement continu d'une zone de 40 km de rayon centré sur le volcan Uturuncu est observé depuis 25 ans (Lau et al., 2018). Plus récemment, la présence d'un faible affaissement l'ordre de  $1 \text{ mm.an}^{-1}$  autour de la zone de soulèvement a été détecté par Fialko and Pearce (2012). Trois mécanismes ont été proposés pour expliquer la présence d'un soulèvement circulaire simultanément bordé par un affaissement (Fialko and Pearce, 2012; Henderson and Pritchard, 2013). Ce faible affaissement autour d'une zone de soulèvement est similaire à la réponse élastique d'une plaque lors de sa déformation. Nous avons donc utilisé notre modèle pour réaliser une inversion des données publiées par Henderson and Pritchard (2017). Il est effectivement possible de reproduire une zone de soulèvement bordé par un affaissement similaire à celles qui ont été publiées. Cette partie est développée dans la première partie du chapitre 5 page 120.

Ensuite, nous avons regardé les grands systèmes siliciques plus en général. Pour cela, comme cela a déjà été discuté à la section précédente, nous nous sommes intéressés à 5 grands systèmes siliciques qui sont largement documentés : Le Yellowstone au États-Unis, les Champs Phlégréen en Italie, le Santorin en Grèce, le Toba en Indonésie et le Taupo en Nouvelle-Zélande. Les profondeurs de stockage avant éruption et les profondeurs de la transition fragile-ductile, issues de la littérature, ont été compilées mettant en évidence une similitude entre les deux.

Nous nous sommes également intéressés aux chambres magmatiques qui ont produit

des super-éruptions dans le passé et qui ont abouti à la formation de caldeira. Pour cela, nous avons d'abord établi où se formeraient les limites d'une caldeira selon notre modèle. De cette manière, nous avons pu relier, dans le cas de notre modèle, la taille d'une caldeira en surface à celle de la chambre magmatique qui l'a produite. Ensuite, à l'aide d'une compilation des volumes de magma émis et de la taille des caldeiras produites, publiée par Caricchi et al. (2014), nous sommes remonté à la forme que devrait prendre la chambre magmatique dans notre modèle pour respecté le volume émis et la taille de la caldeira qui a été formée. La forme des chambres dans le cas de notre modèle a un rapport d'aspect similaire à ceux qui ont été déterminés pour ces éruptions. Finalement, nous avons calculé le champ de contrainte produit dans la plaque avec notre modèle et nous avons vérifié qu'il était suffisant pour provoquer la fracturation de la croûte et le déclenchement potentiel d'une éruption. Notre résultat le plus important est qu'un modèle de plaque prévoit la formation de failles circulaires au-dessus de la chambre magmatique lorsque la flottabilité de celle-ci devient importante. Cette partie est développée dans la deuxième partie du chapitre 5 page 147.



FIGURE 1.9 – Photo du volcan Uturuncu, Bolivie. “Ceky” via Wikimedia Commons, licence : CC BY-SA 3.0.

## CHAPITRE 2

---

### Mise en place d'un modèle théorique pour modéliser le stockage d'un magma silicique à l'interface ductile fragile dans la croûte

---

Comme décrit précédemment, la physique du stockage supposé peut être résumée par un liquide avec une flottabilité positive stocké sous une plaque élastique, comme illustrée ci-dessous par la figure 2.1. Le liquide avec une flottabilité positive vient remplir une topographie préexistante dans le bas de la plaque. Cette variation d'épaisseur a une forme convexe vers le haut.

Le modèle présenté ici est le résultat de modifications et de corrections successives en lien avec ceux des expériences. Pour présenter le modèle final, il est nécessaire de prendre un peu d'avance et de considérer l'un des résultats, qui est que le liquide ne peut pas former un stockage statique sous une plaque d'épaisseur constante. Il est donc nécessaire d'avoir une plaque d'épaisseur variable comme illustrée sur la figure 2.1 a. La discussion détaillée de ce résultat se trouve dans la partie 4.3.4 page 87.

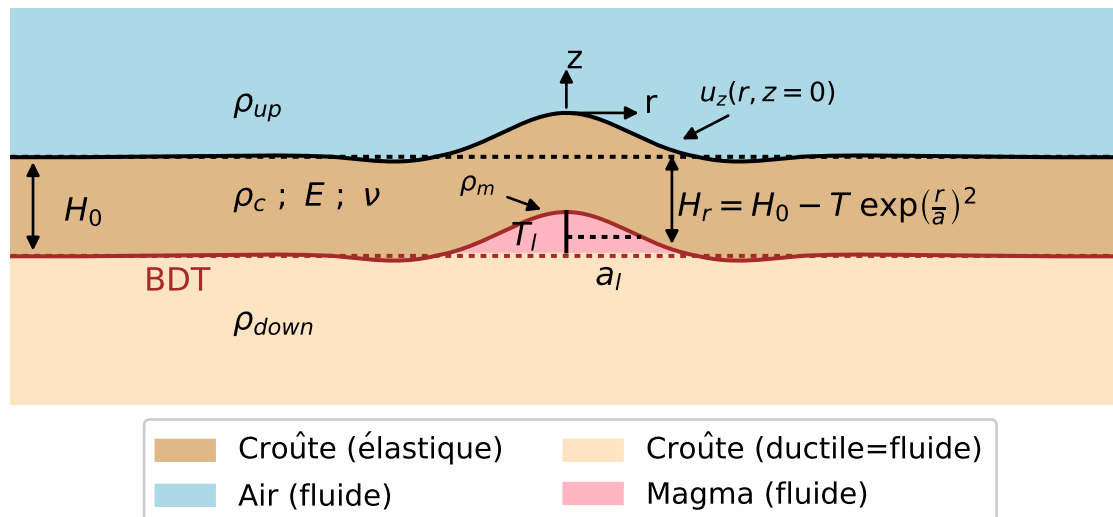


FIGURE 2.1 – Représentation schématique du stockage supposé. Le déplacement vertical  $u_z$  est exagéré. *BDT* : *Brittle Ductile Transition* (transition fragile-ductile). Les principaux paramètres physiques sont illustrés sur la figure :  $\rho_{up}$  la masse volumique du milieu au-dessus de la plaque,  $\rho_{down}$  celle de celui en dessous,  $\rho_c$  celle de la plaque,  $\rho_m$  celle du magma stocké sous la plaque,  $E$  le module de Young de la plaque,  $\nu$  son coefficient de Poisson,  $H_0$  l'épaisseur maximum de la plaque,  $H_r$  son épaisseur en un point  $r$  donné,  $T_l$  la hauteur maximale du liquide sous la plaque,  $a_l$  sa demi-largeur.

## 2.1 Introduction

Il est important de rappeler à ce stade que le but de ce travail n'était pas seulement d'exploiter les caractéristiques d'un stockage de magma à l'interface ductile fragile, mais en premier lieu de vérifier si cette hypothèse est plausible. L'accent a donc été mis sur le stade où la chambre magmatique est formée, après la mise en place du magma et après la relaxation des contraintes dans le milieu du bas. Au premier ordre, le milieu du bas est donc considéré comme fluide et non comme viscoélastique. Outre le fait que certaines études aient déjà décrit la remontée d'un diapir dans un milieu ductile, son ralentissement et son arrêt à la transition fragile-ductile (Burov et al., 2003); ce choix permet de vérifier si une chambre formée à cette interface rhéologique est capable de reproduire les signaux observés en surface. Cela permet également de vérifier si une chambre formée dans ces conditions est capable de provoquer des éruptions avec un volume et une caldeira de taille comparable à celles qui ont été observées. Ce modèle peut donc se résumer à un modèle de déformation de plaque. Pour décrire la déformation d'une plaque élastique sous l'effet de la poussée d'un liquide avec une flottabilité positive, nous avons adapté à ce problème un modèle préexistant. Il s'agit celui de Melosh (1976, 1978).

Dans son papier Melosh (1976, 1978) s'intéresse à la croûte lunaire et plus parti-

culièrement aux mascons lunaires. "Mascon" est un anglicisme qui provient de la concentration de *mass concentration* (concentration de masse), ce sont des zones à la surface des planètes qui ont une forte anomalie gravimétrique positive. Dans le cas des mascons lunaires, il y a aussi une répartition concentrique de failles autour de cette zone [Melosh1978]. L'origine de ces anomalies de masse sur la lune est toujours débattue [Montesi2013,Barenbaum2019], néanmoins, Melosh (1976) explique leurs formations par le fait que des dépressions peu profondes à la surface de la lune aient été remplies par des coulées de lave basaltique, telles qu'illustrées sur la figure 2.2. Ces coulées remplissent des dépressions et provoquent la déformation et la fracturation de la croûte lunaire. Étant plus denses que la croûte lunaire et non compensées isostatiquement, ces coulées pourraient être responsables des anomalies de gravimétrie observées. Melosh (1976) impute l'origine des dépressions à la surface de la lune à des impacts de météorites. Ici, peu importe si son hypothèse est juste, le point important est que la source de la déformation dans son modèle est un fluide qui a initialement rempli une dépression dans la plaque élastique, puis qui s'est solidifié. Ce mécanisme est similaire à celui que nous supposons pour un stockage au niveau de la transition fragile-ductile, où le magma vient remplir une topographie à la base de la plaque élastique. Plus que la similitude de géométrie visible grâce à la comparaison entre la figure 2.1 et 2.2, le modèle de Melosh a une autre caractéristique qui le rend intéressant pour le cas que nous étudions ici.

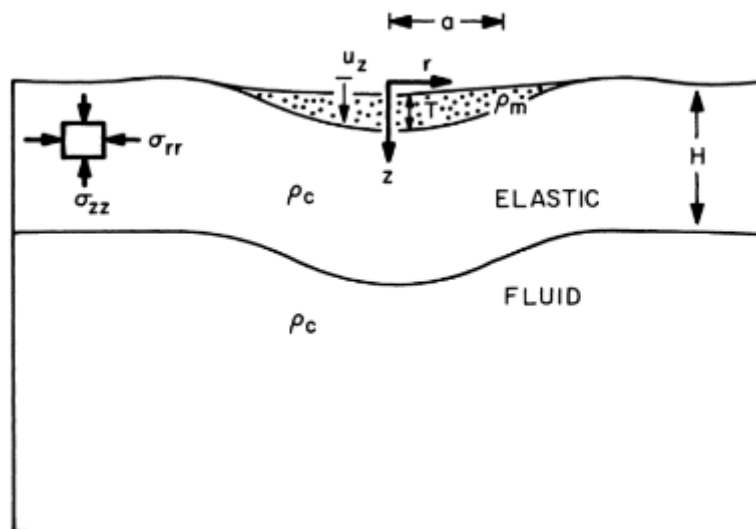


FIGURE 2.2 – Sur ce schéma, Melosh présente la géométrie supposée de la charge qui déforme la croûte lunaire ainsi que les paramètres importants pour son modèle. *Illustration tirée du papier de Melosh (1978).*

Dans son papier, Melosh (1978) utilise la répartition des failles autour de ces mascons pour déterminer l'épaisseur de la croûte élastique sur la lune. Ne connaissant pas l'épaisseur de la plaque il utilise donc un modèle de déformation de plaque qui est va-

lable pour des plaques fines et des plaques épaisses. Dans le cas que nous étudions, il est difficile à dire a priori si le stockage se place dans le cas des plaques fines ou non. Il est donc particulièrement utile d'utiliser également un modèle qui ne nécessite pas cette approximation de plaque fine.

En adaptant le modèle de Melosh (1978) nous supposons que nous avons comme dans le modèle d'origine :

- Une plaque homogène, isotrope et élastique,
- Une symétrie axiale,
- Une élasticité linéaire.

Cependant, contrairement à Melosh (1978) nous supposons que nous avons une plaque d'épaisseur variable. Melosh (1976) considérait une plaque d'épaisseur variable, mais l'effet de la variation d'épaisseur étant négligeable, il a par la suite considéré une plaque d'épaisseur constante. Cette modification entraîne une restriction dans l'usage de ce modèle qui est discuté en détail dans la suite de ce chapitre.

Pour la résolution des équations, certaines propriétés des fonctions de Bessel de première espèce,  $J_\nu(x)$  illustrées par la figure 2.3, ainsi que des fonctions hyperboliques,  $\cosh(x)$  et  $\sinh(x)$ , ont été utilisés. Elles sont résumées dans les deux *mémos* ci-dessous.

### Mémo de mathématique 2.1 : fonctions de Bessel

Définitions générales :

$$\frac{\partial J_\nu(\zeta x)}{\partial x} = \zeta \left[ \frac{\nu}{\zeta x} J_\nu(\zeta x) - J_{\nu+1}(\zeta x) \right]$$

$$J_{-\nu}(\zeta x) = (-1)^\nu J_\nu(\zeta x)$$

où  $\nu$  est l'ordre de la fonction et  $\zeta$  une constante

D'où :

$$\frac{\partial J_0(\zeta x)}{\partial x} = -\zeta J_1(\zeta x)$$

$$\frac{\partial J_1(\zeta x)}{\partial x} = \zeta \left[ J_0(\zeta x) - \frac{J_1(\zeta x)}{\zeta x} \right]$$

### Mémo de mathématique 2.2 : fonctions hyperboliques

Définitions générales :

$$\cosh(-x) = \cosh(x)$$

$$\sinh(-x) = -\sinh(x)$$

$$\frac{d\sinh(x)}{dx} = \cosh(x)$$

$$\frac{d\cosh(x)}{dx} = \sinh(x)$$

$$\cosh^2(x) - \sinh^2(x) = 1$$

D'où :

$$\int_0^\infty Cst x \cosh(\zeta x) dx = \frac{Cst x \sinh(\zeta x)}{\zeta} - \frac{Cst \cosh(\zeta x)}{\zeta^2}$$

$$\int_0^\infty \partial Cst x \sinh(\zeta x) dx = \frac{Cst x \cosh(\zeta x)}{\zeta} - \frac{Cst \sinh(\zeta x)}{\zeta^2}$$

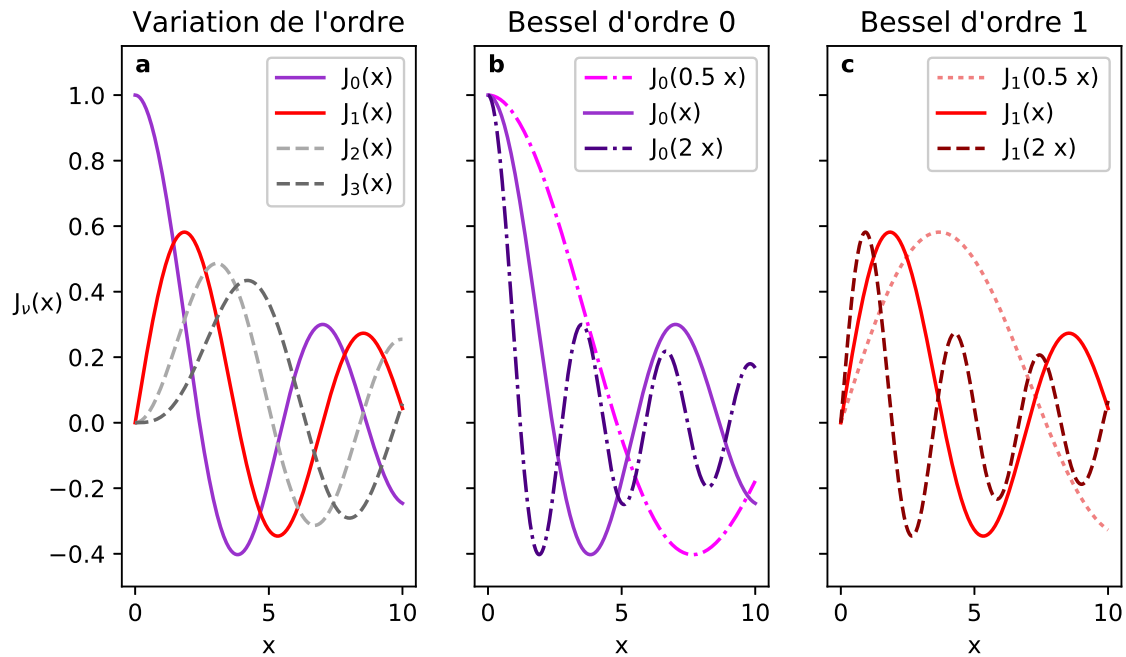


FIGURE 2.3 – Illustration de la fonction de Bessel. **a**, représentation de la forme de la fonction de Bessel de première espèce pour les ordres 0 à 3. Seuls les ordres 0 et 1, représentés en trait plein, sont utilisés dans note modèle. **b** et **c**, dans les deux cas, plus le coefficient devant  $x$  dans la fonction de Bessel est grand, plus la longueur d'onde de la fonction est petite.

## 2.2 Principe du modèle de base

Le principe de base de Melosh (1976, 1978) est donc celui d'un problème élastique tel que décrit par exemple par Timoshenko and Goodier (1969). La logique générale est la suivante :

Une contrainte appliquée sur un corps élastique génère des forces de cohésion interne qui sont reliées au champ de contrainte dans la plaque. Avec la loi de Hook, le champ de contrainte permet de calculer le champ de déformation. Le déplacement de la surface de la plaque est déduit du tenseur de déformation par intégration de ce dernier.

Pour résoudre le problème, il faut commencer par déterminer une solution générale du champ de contrainte dans une plaque élastique. Puis en appliquant des conditions aux limites, cette solution générale devient celle du problème étudié. Il est alors possible pour



une contrainte appliquée donnée de calculer les contraintes produites dans la plaque et le déplacement induit.

Pour pouvoir discuter des modifications qui ont été faites sur le modèle d'origine, et plus particulièrement du fait de prendre une plaque d'épaisseur variable, il est nécessaire de discuter le modèle de base en détail (Melosh, 1976, 1978; Timoshenko and Goodier, 1969; Ike, 2018).

La démonstration qui suit dans cette partie est principalement basée sur Timoshenko and Goodier (1969) et Ike (2018). Cependant, contrairement à la notation utilisée dans Timoshenko and Goodier (1969), les contraintes normales et cisailantes sont toutes deux notées en utilisant  $\sigma$ . Les contraintes normales sont notées  $\sigma_{ii}$  et les contraintes cisailantes sont noté  $\sigma_{ij}$  avec  $i \neq j$ . La même logique de notation a été appliquée au tenseur de déformation  $\underline{\underline{\varepsilon}}$ . La totalité des notations utilisées dans la discussion qui suit est résumée dans le tableau de l'annexe A page 185.

### 2.2.1 Calcul du champ de contraintes dans la plaque

Pour calculer la solution générale du champ de contrainte, il faut commencer par faire l'équilibre des forces sur un petit élément non déformé. L'équilibre des forces sur un petit élément dans le cas d'une symétrie axiale donne les équations suivantes

$$\begin{aligned} \frac{\partial \sigma_{rr}}{\partial r} + \frac{\partial \sigma_{rz}}{\partial z} + \frac{\sigma_{rr} - \sigma_{\theta\theta}}{r} + R &= 0, \\ \frac{\partial \sigma_{rz}}{\partial r} + \frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial z} + \frac{\sigma_{rz}}{r} + Z &= 0, \end{aligned} \quad (2.1)$$

où  $\sigma_{rr}$  est la contrainte radiale,  $\sigma_{rz}$  est la contrainte cisailante dans les plans perpendiculaires à  $(\vec{r}, \vec{z})$ ,  $\sigma_{\theta\theta}$  la contrainte circonférentielle et  $\sigma_{zz}$  la contrainte verticale,  $r$  la distance à l'origine du point considéré.  $R$  et  $Z$  sont les composantes, respectivement selon les vecteurs  $\vec{r}$  et  $\vec{z}$ , des forces de volume par unité de volume. Dans notre cas il s'agit uniquement des forces de gravité. Les forces de volumes sont ici négligées, il y a donc  $R = Z = 0$ .

L'équation d'équilibre (2.1) est satisfaite si

$$\begin{aligned}
\sigma_{rr} &= \frac{\partial}{\partial z} \left[ \nu \nabla^2 \phi - \frac{\partial^2 \phi}{\partial r^2} \right] \\
\sigma_{\theta\theta} &= \frac{\partial}{\partial z} \left[ \nu \nabla^2 \phi - \frac{1}{r} \frac{\partial \phi}{\partial r} \right] \\
\sigma_{zz} &= \frac{\partial}{\partial z} \left[ (2 - \nu) \nabla^2 \phi - \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} \right] \\
\sigma_{rz} &= \frac{\partial}{\partial z} \left[ (1 - \nu) \nabla^2 \phi - \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} \right]
\end{aligned} \tag{2.2}$$

où  $\nu$  est le coefficient de poisson de la plaque élastique et  $\phi$  une fonction posée pour résoudre le problème.

Les équations d'équilibre (2.1) produisent 2 équations avec 4 inconnues. Le problème est donc sous-déterminé. Il faut donc également considérer le corps élastique après la déformation.

Le lien entre la déformation et le déplacement d'un corps élastique donne

$$\begin{aligned}
\varepsilon_{rr} &= \frac{\partial u_r}{\partial r} , \\
\varepsilon_{\theta\theta} &= \frac{u_r}{r} , \\
\varepsilon_{zz} &= \frac{\partial u_z}{\partial z} , \\
\varepsilon_{rz} &= \frac{\partial u_r}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial r} ,
\end{aligned} \tag{2.3}$$

où  $u_r$  est la composante selon  $\vec{r}$  du vecteur de déplacement de la plaque  $\vec{u}$ ,  $u_z$  la composante de ce vecteur selon  $\vec{z}$ ,  $\varepsilon_{rr}$  est la déformation radiale,  $\varepsilon_{\theta\theta}$  la déformation circonférentielle,  $\varepsilon_{zz}$  la déformation verticale et  $\varepsilon_{rz}$  la déformation angulaire dans le plan  $(\vec{r}, \vec{z})$ . La relation entre le tenseur des contraintes et celui des déformations ainsi que les définitions (2.3) permettent de poser une équation de compatibilité. En injectant la définition des contraintes donnée par les équations (2.2) dans l'équation de compatibilité il ressort que la fonction  $\phi$  doit satisfaire

$$\nabla^4 \phi = 0 . \tag{2.4}$$

Pour résoudre l'équation biharmonique (2.4) on utilise une solution sous forme de série de Fourier, comme il y a une symétrie axiale, la transformée est simplifiée. La solution utilise donc une transformée de Hankel, aussi appelé Fourier-Bessel, dont la définition est donnée dans le *mémo* 2.3 page 25. La résolution de ce type de problème est donnée en détail dans Ike (2018). La démarche est brièvement résumée ici.

La démarche consiste à appliquer la transformée de Hankel sur l'équation biharmonique de manière à la résoudre dans un domaine fréquentiel. Puis en appliquant une transformée de Hankel inverse, la solution repasse dans le domaine réel. La transformée de Hankel de la fonction  $\phi$  est

$$\Phi(k, z) = \int_0^{\infty} \phi(r, z) r J_0(kr) dr \quad (2.5)$$

Pour satisfaire l'équation biharmonique (2.4) la fonction  $\Phi$  doit satisfaire dans l'espace fréquentiel

$$\left( \frac{\partial^2}{\partial z^2} - k^2 \right)^2 \Phi(k, z) = 0 \quad (2.6)$$

En appliquant la transformée de Hankel à la définition des contraintes (2.2) et en y injectant la fonction  $\Phi$  on obtient une solution générale du champ de contrainte.

Celle donnée dans le papier de Melosh (1978) est,

$$\sigma_{zz}(r, z) = - \int_0^{\infty} J_0(kr) [(\mathbf{A} + \mathbf{C}z) \cosh(kz) + (\mathbf{B} + \mathbf{D}z) \sinh(kz)] dk, \quad (2.7)$$

$$\begin{aligned} \sigma_{rr}(r, z) = & \int_0^{\infty} \left( J_0(kr) - \frac{J_1(kr)}{kr} \right) [(\mathbf{A} + \mathbf{C}z) \cosh(kz) + (\mathbf{B} + \mathbf{D}z) \sinh(kz)] \\ & + \frac{2}{k} \left( J_0(kr) - \frac{(1-\nu)}{kr} J_1(kr) \right) [\mathbf{D} \cosh(kz) + \mathbf{C} \sinh(kz)] dk, \end{aligned} \quad (2.8)$$

$$\begin{aligned} \sigma_{\theta\theta}(r, z) = & \int_0^{\infty} \frac{J_1(kr)}{kr} [(\mathbf{A} + \mathbf{C}z) \cosh(kz) + (\mathbf{B} + \mathbf{D}z) \sinh(kz)] \\ & + \frac{2}{k} \left( \nu J_0(kr) + \frac{(1-\nu)}{kr} J_1(kr) \right) [\mathbf{D} \cosh(kz) + \mathbf{C} \sinh(kz)] dk, \end{aligned} \quad (2.9)$$

$$\sigma_{rz}(r, z) = \int_0^{\infty} J_1(kr) \left[ \left( \mathbf{A} + \mathbf{C}z + \frac{\mathbf{D}}{k} \right) \sinh(kz) + \left( \mathbf{B} + \mathbf{D}z + \frac{\mathbf{C}}{k} \right) \cosh(kz) \right] dk, \quad (2.10)$$

$$\sigma_{r\theta}(r, z) = \sigma_{z\theta}(r, z) = 0, \quad (2.11)$$

où  $J_0(kr)$  est la fonction de Bessel de première espèce et d'ordre 0,  $J_1(kr)$  celle d'ordre 1,  $\sigma_{r\theta}(r, z)$  est la contrainte cisailante dans les plans perpendiculaires à  $(\vec{r}, \vec{\theta})$ , et  $\sigma_{z\theta}(r, z)$  est la contrainte cisailante dans les plans perpendiculaires à  $(\vec{z}, \vec{\theta})$ . Les paramètres  $\mathbf{A}$ ,  $\mathbf{B}$ ,  $\mathbf{C}$ ,  $\mathbf{D}$  sont déterminés par la suite grâce aux conditions aux limites qui sont posées. Ils permettent de transformer la solution générale en la solution du problème étudié.

## Mémo de mathématique 2.3 : transformée de Hankel

Définitions générales :

$$F_0(k) = \int_0^\infty r f(r) J_0(kr) dr \quad (\text{transformée directe})$$

$$f(r) = \int_0^\infty k F_0(k) J_0(kr) dk \quad (\text{transformée inverse})$$

$$\text{Or } f(r) = e^{-\frac{\zeta^2 r^2}{2}} \text{ donne } F_0(k) = \frac{1}{\zeta^2} e^{-\frac{k^2}{2\zeta^2}}$$

D'où

$$f(r) = e^{-\left(\frac{r}{a}\right)^2} \leftrightarrow F_0(k) = \frac{a^2}{2} e^{-\left(\frac{ak}{2}\right)^2}$$

### 2.2.2 Calcul du champ de déformation dans la plaque

En utilisant la loi de Hook

$$\underline{\underline{\varepsilon}} = \frac{1+\nu}{E} \underline{\underline{\sigma}} - \frac{\nu}{E} \text{tr}(\underline{\underline{\sigma}}) \underline{\underline{Id}},$$

où  $\underline{\underline{Id}}$  est la matrice identité et  $E$  le module de Young de la plaque, on obtient le champ de déformation  $\underline{\underline{\varepsilon}}$ . Du fait de la symétrie axiale, il n'y a pas de déplacement circonférentiel  $u_\theta$ . Seul les déplacements verticaux  $u_z$  et radiaux  $u_r$  sont présents, nous ne regardons donc que les composantes  $\varepsilon_{zz}$  et  $\varepsilon_{rr}$  du tenseur.

$$\begin{aligned} \varepsilon_{zz}(r,z) = & - \int_0^\infty \frac{1+\nu}{E} J_0(kr) \left( \mathbf{A} + \mathbf{C}z + \frac{2\nu}{k} \mathbf{D} \right) \cosh(kz) dk \\ & - \int_0^\infty \frac{1+\nu}{E} J_0(kr) \left( \mathbf{B} + \mathbf{D}z + \frac{2\nu}{k} \mathbf{C} \right) \sinh(kz) dk, \end{aligned} \quad (2.12)$$

$$\begin{aligned} \varepsilon_{rr}(r,z) = & \int_0^\infty \frac{1+\nu}{E} \left( J_0 - \frac{J_1(kr)}{kr} \right) [(\mathbf{A} + \mathbf{C}z) \cosh(kz) + (\mathbf{B} + \mathbf{D}z) \sinh(kz)] dk \\ & + \int_0^\infty \frac{2(1-\nu)(1+\nu)}{Ek} \left( J_0 - \frac{J_1(kr)}{kr} \right) [\mathbf{D} \cosh(kz) + \mathbf{B} \sinh(kz)] dk. \end{aligned} \quad (2.13)$$

### 2.2.3 Calcul du déplacement en surface

Les déplacements sont obtenus par :

$$\begin{aligned} u_z(r,z) &= \int_0^\infty \varepsilon_{zz}(r,z) dz, \\ u_r(r,z) &= \int_0^\infty \varepsilon_{rr}(r,z) dr. \end{aligned}$$

En prenant les équations de la déformation verticale (2.12) et radiale (2.13) les déplacements sont donc

$$\begin{aligned} u_z(r, z) = & - \int_0^\infty J_0(kr) \frac{1+\nu}{Ek} \left( \mathbf{A} + \mathbf{C}z + \frac{2\nu-1}{k} \mathbf{D} \right) \sinh(kz) dk \\ & - \int_0^\infty J_0(kr) \frac{1+\nu}{Ek} \left( \mathbf{B} + \frac{2\nu-1}{k} \mathbf{C} + \mathbf{D}z \right) \cosh(kz) dk, \end{aligned} \quad (2.14)$$

$$\begin{aligned} u_r(r, z) = & - \int_0^\infty J_1(kr) \frac{1+\nu}{Ek} \left( \mathbf{A} + \mathbf{C}z + \frac{2(1-\nu)}{k} \mathbf{D} \right) \cosh(kz) dk \\ & - \int_0^\infty J_1(kr) \frac{1+\nu}{Ek} \left( \mathbf{B} + \frac{2(1-\nu)}{k} \mathbf{C} + \mathbf{D}z \right) \sinh(kz) dk. \end{aligned} \quad (2.15)$$

### 2.3 Adaptation au cas d'un liquide avec une flottabilité positive sous une plaque élastique d'épaisseur variable

La variation d'épaisseur de la plaque est supposée ici de forme gaussienne. Deux raisons peuvent expliquer ce choix. Premièrement, la transition fragile-ductile est dépendante de la pression et de la température. En supposant que localement en profondeur dans la croûte il y a une source de chaleur plus importante, la diffusion thermique donnera naturellement une forme gaussienne à la transition. Deuxièmement, il s'agit également d'un choix mathématique. Une des limites du modèle se trouve ici, il faut que la fonction qui décrit la forme de la charge puisse être exprimée en utilisant la transformation de Hankel. Par exemple, il n'est pas possible de prendre  $f(x) = x^2$  pour décrire la distribution de la poussée due au fluide sous la plaque, car il n'est pas possible d'en faire la transformée de Hankel.

La figure 2.4 illustre le stockage supposé et illustre les principaux paramètres. Comme pour Melosh (1978) la forme de la source de déformation,  $s(r)$ , est supposée gaussienne.

$$s(r) = T e^{-\frac{r^2}{a^2}}, \quad (2.16)$$

avec  $T$  la hauteur de liquide au centre de la charge et  $a$  la demi-largeur de la gaussienne qui décrit la source de déformation.

La contrainte verticale appliquée par le fluide sur le bas de la plaque est exprimée,

$$\sigma_{zz}^{appl}(r) = \mathbf{w} e^{-\left(\frac{r}{a}\right)^2}, \quad (2.17)$$

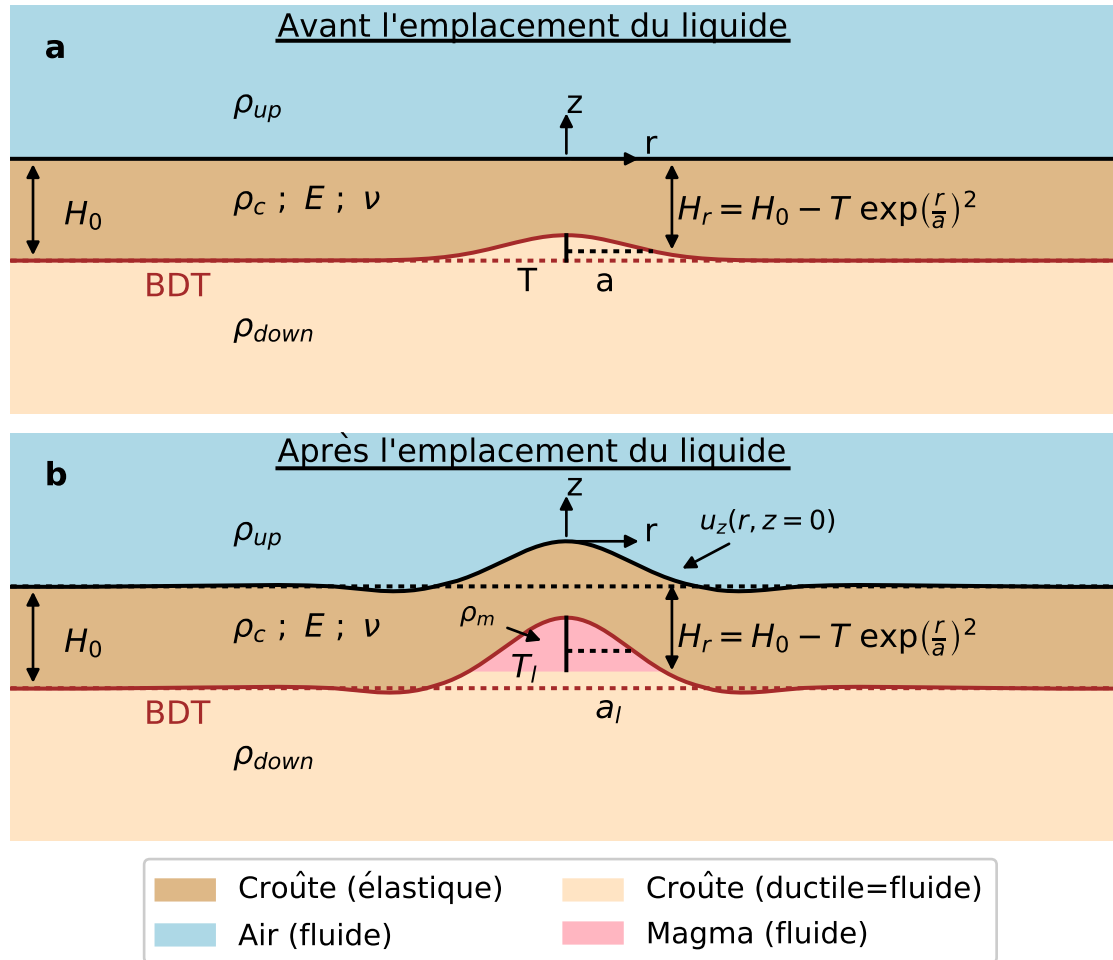


FIGURE 2.4 – Représentation schématique du stockage supposé et de la géométrie de la plaque avant l'arrivée du liquide. *BDT* : *Brittle Ductile Transition* (transition fragile-ductile). **a** : Géométrie de la plaque avant l'arrivée du liquide. **b** Deformation produite après la mise en place du liquide. Le déplacement vertical  $u_z$  est exagéré de manière à mettre en évidence la subsidence autour de la zone de soulèvement.

avec  $w$  qui est la poussée du fluide au centre de la charge et qui est définie par

$$w = (\rho_c - \rho_m)gT , \quad (2.18)$$

où  $\rho_m$  est la masse volumique du liquide stocké sous la plaque,  $\rho_c$  celle de la plaque et  $g$  l'accélération due à la gravité. Comme nous utilisons la convention de "géologue", *i.e.* la compression est de signe positif,  $w$  (2.18) est de signe positif pour que la pression appliquée par le fluide (2.17) soit bien de signe positif.

Comme expliqué plus tôt, il faut passer par la transformée de Hankel pour résoudre les équations d'élasticité. En appliquant une transformée de Hankel directe puis inverse,

la contrainte verticale appliquée sous la plaque (2.17) peut être réécrite telle que

$$\sigma_{zz}^{apl}(r) = \frac{\mathbf{w}a^2}{2} \int_0^\infty k e^{-\left(\frac{ak}{2}\right)^2} J_0(kr) dk . \quad (2.19)$$

### 2.3.1 Détermination des paramètres pour le calcul du déplacement dû à la contrainte verticale appliquée

Pour déterminer les paramètres **A**, **B**, **C**, **D**, on se place dans l'espace fréquentiel.

Comme dans ce travail l'accent est mis sur l'état de la plaque élastique après la relaxation du milieu du bas. Au premier ordre, le milieu du bas est considéré comme fluide. Le milieu au-dessus de la plaque élastique est également un fluide, puisqu'il s'agit d'air. Il n'y a donc pas de cisaillement sur les surfaces supérieures et inférieures de la plaque. La seule contrainte appliquée sur la plaque est celle du magma avec une flottabilité positive qui déforme la plaque depuis en dessous. Les conditions aux limites sont donc :

$$\sigma_{zz}(z = -H(r), r, k) = b_{zz}(k) J_0(kr), \quad (2.20)$$

$$\sigma_{rz}(z = 0, r, k) = \sigma_{rz}(z = -H(r), r, k) = \sigma_{zz}(z = 0, r, k) = 0 , \quad (2.21)$$

avec  $b(k)$  un paramètre qui regroupe tout les termes qui sont en facteur de la fonction de Bessel  $J_0(kr)$  dans l'expression de la contrainte au bas de la plaque et  $H(r)$  qui est l'épaisseur de la plaque élastique en fonction de  $r$  tel que

$$H(r) = H_0 - s(r) , \quad (2.22)$$

avec  $s(r)$  qui est la forme du bas de la plaque décrite par l'équation (2.16) et  $H_0$  l'épaisseur maximale de la plaque, comme illustré sur la figure 2.4. De manière à alléger la notation des équations,  $H(r)$  est noté  $H_r$ .

Pour calculer le déplacement produit pour une source donnée, le paramètre  $b_{zz}(k)$  dans la condition (2.20) est déterminé de manière à ce que cette condition ne représente pas seulement la contrainte verticale appliquée (2.19), mais également les contraintes qui s'opposent à la contrainte appliquée après la déformation de la plaque, figure 2.5. La condition (2.20) est donc une contrainte effective,  $\sigma_{zz}^{eff}$ .

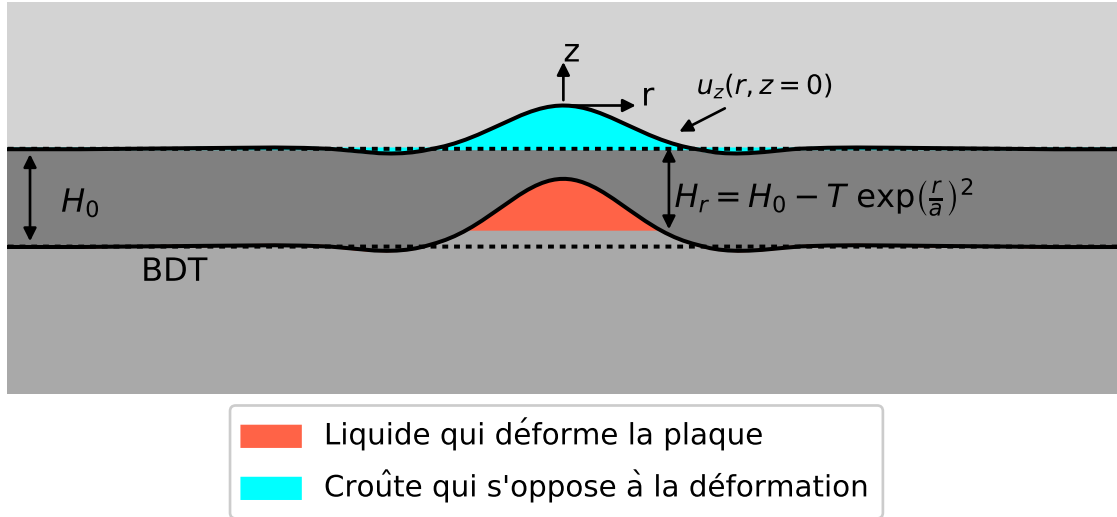


FIGURE 2.5 – Illustration de la plaque déformée avec une mise en évidence des deux principales forces qui s'exercent sur la plaque élastique. En rouge est représentée la source qui déforme la plaque, en bleu la partie de la plaque dont le poids s'oppose à la poussée une fois la déformation faite.

En prenant les conditions aux limites (2.20) et (2.21) ainsi que la solution générale du champ de contrainte dans la plaque (2.7) à (2.11), les paramètres  $\mathbf{A}$ ,  $\mathbf{B}$ ,  $\mathbf{C}$  et  $\mathbf{D}$  peuvent être déterminés. Ils sont notés avec un indice  $zz$  pour signaler qu'ils viennent de la contrainte verticale appliquée,

$$\begin{aligned}
 \mathbf{A}_{zz} &= 0, \\
 \mathbf{B}_{zz} &= b_{zz}(k) \frac{\sinh(kH_r) + kH_r \cosh(kH_r)}{\sinh^2(kH_r) - (kH_r)^2}, \\
 \mathbf{C}_{zz} &= -k\mathbf{B}_{zz}, \\
 \mathbf{D}_{zz} &= -b_{zz}(k) \frac{k^2 H_r \sinh(kH_r)}{\sinh^2(kH_r) - (kH_r)^2}.
 \end{aligned} \tag{2.23}$$

De manière à déterminer le paramètre  $b(k)$  ces paramètres  $\mathbf{A}_{zz}$ ,  $\mathbf{B}_{zz}$ ,  $\mathbf{C}_{zz}$  et  $\mathbf{D}_{zz}$  sont réinjectés dans l'équation du déplacement verticale (2.14). De manière à incorporer les contraintes qui s'opposent à la déformation après celle-ci, on se place là où la contrainte verticale est appliquée. En  $z = -H_r$ , l'équation du déplacement vertical (2.14) devient

$$u_{z(zz)}(k, r, z = -H_r) = J_0(kr) b(k) \frac{2(\nu^2 - 1) kH_r + \sinh(kH_r) \cosh(kH_r)}{Ek \sinh^2(kH_r) - (kH_r)^2}. \tag{2.24}$$

Comme pour les paramètres  $\mathbf{A}_{zz}$ ,  $\mathbf{B}_{zz}$ ,  $\mathbf{C}_{zz}$  et  $\mathbf{D}_{zz}$  le déplacement est noté avec un indice ( $zz$ ) pour signaler qu'il provient de la contrainte verticale appliquée. La condition aux



limites (2.20) apparaît dans cette écriture, il est donc possible d'écrire le déplacement tel que

$$u_{z(zz)}(k, r, z = -H_r) = \sigma_{zz}^{eff} \frac{2(v^2 - 1) k H_r + \sinh(k H_r) \cosh(k H_r)}{E k \sinh^2(k H_r) - (k H_r)^2}. \quad (2.25)$$

La force qui déforme la plaque est la contrainte verticale appliquée (2.19). Après déformation la contrainte qui agit sur la plaque, et qui s'oppose à  $\sigma_{zz}^{appl}$ , est celle due au poids de la portion de plaque soulevée,  $\sigma_{zz}^p = -(\rho_c - \rho_{up}) g u_{z(zz)}(r)$ . Le signe négatif dans  $\sigma_{zz}^p$  vient du fait que la force due au poids de la plaque soulevée s'exerce dans le sens inverse du vecteur  $z$ , comme illustré sur la figure 2.5. La contrainte effective est donc

$$\begin{aligned} \sigma_{zz}^{eff}(k, r) &= \sigma_{zz}^{appl}(k, r) - \sigma_{zz}^p(k, r), \\ \sigma_{zz}^{eff} &= \sigma_{zz}^{appl}(k, r) + (\rho_c - \rho_{up}) g u_{z(zz)}(r, k). \end{aligned} \quad (2.26)$$

En injectant la contrainte effective (2.26) dans l'expression du déplacement en  $z = -H_r$  (2.25) et en posant

$$F(k) = \frac{2(1 - v^2)(\rho_c - \rho_{up})g}{E k} \frac{\sinh(k H_r) \cosh(k H_r) + k H_r}{\sinh^2(k H_r) - (k H_r)^2}, \quad (2.27)$$

on obtient

$$\begin{aligned} u_{z(zz)}(k, r, z = -H_r) &= [\sigma_{zz}^{appl} + (\rho_c - \rho_{up}) g u_{z(zz)}(r, k)] \frac{F(k)}{(\rho_c - \rho_{up})}, \\ u_{z(zz)}(k, r, z = -H_r) &= \frac{F(k)}{(\rho_c - \rho_{up})} \frac{\sigma_{zz}^{appl}}{1 + F(k)}. \end{aligned} \quad (2.28)$$

Par identification entre (2.25) et (2.28), en y injectant la notation  $F(k)$  (2.27) et en prenant la condition (2.20) comme définition de  $\sigma_{zz}^{eff}$ , il est possible de déterminer  $b_{zz}(k)$

$$\sigma_{zz}^{eff}(k, r) = \frac{\sigma_{zz}^{appl}(k, r)}{1 + F(k)}, \quad (2.29)$$

$$\begin{aligned} b_{zz}(k) J_0(kr) &= \frac{\mathbf{w} a^2}{2} \frac{k e^{-\left(\frac{ak}{2}\right)^2} J_0(kr)}{1 + F(k)}, \\ b_{zz}(k) &= \frac{\mathbf{w} a^2}{2} \frac{k e^{-\left(\frac{ak}{2}\right)^2}}{1 + F(k)}. \end{aligned} \quad (2.30)$$

Les paramètres  $\mathbf{A}_{zz}$ ,  $\mathbf{B}_{zz}$ ,  $\mathbf{C}_{zz}$  et  $\mathbf{D}_{zz}$  (2.23) qui dépendent de  $b_{zz}(k)$  sont utilisés pour calculer le champ de contrainte ou les déplacements dus à un liquide avec une flottabilité positive stocké dans une topographie à la base d'une plaque élastique.

### 2.3.2 Limite due à la variabilité de la plaque : rapport d'aspect limite de la source

Comme mentionné dans l'introduction et illustré par la figure 2.4, la différence majeure entre le modèle de Melosh et celui présenté ici est que la plaque est d'épaisseur variable. Or, lorsque les conditions aux limites sont posées (2.20), cette variabilité dans l'épaisseur de la plaque introduit une dépendance en  $r$  dans les coefficients **A**, **B**, **C**, **D** (2.23). Si l'on se réfère à l'équation (2.6) il en ressort que la fonction  $\Phi(k, z)$  n'est plus uniquement fonction de  $z$  et  $k$  mais devient également fonction de  $r$ , ce qui fait qu'elle n'est plus exactement la transformée de Hankel de la fonction  $\phi(z, r)$  (2.4).

Cependant tant que la topographie du bas de la plaque est avec une pente douce, *i.e.* qu'il soit possible d'utiliser l'approximation des petits angles, il est possible de considérer cette dépendance en  $r$  comme négligeable.

En utilisant cette approximation, du moment que la topographie du bas de la plaque est avec une pente douce, il est possible d'utiliser la solution générale du champ de contrainte dans la plaque donnée par Melosh comme base pour étudier notre problème schématisé sur la figure 2.1 et 2.4.

Dans l'approximation des petits angles, l'angle en  $r$  entre le bas de la plaque et l'horizontal est donnée par la valeur de  $\frac{ds(r)}{dr}$  en  $r$ . On a donc

$$\gamma(r) = \left\| -\frac{2Tr}{a^2} e^{-\frac{r^2}{a^2}} \right\| . \quad (2.31)$$

On peut donc poser un angle limite  $\gamma(r)$  qui vérifie l'approximation des petits angles. Pour déterminer dans quel cas le bas de la plaque se place dans cette condition, il faut regarder là où la pente est la plus importante. Pour déterminer là où la pente est maximum il faut trouver où la dérivée de la forme de la source  $s(r)$  admet un maximum, *i.e.* où la dérivée seconde de  $s(r)$  s'annule. La dérivée seconde de  $s(r)$  étant

$$\frac{d^2s(r)}{dr^2} = \frac{2T}{a^2} e^{-\frac{r^2}{a^2}} - \frac{4Tr^2}{a^4} e^{-\frac{r^2}{a^2}} , \quad (2.32)$$

et s'annulant en

$$r = \pm a\sqrt{0.5} , \quad (2.33)$$

la pente maximum est donc

$$\gamma_{max} = \left\| \pm 2\sqrt{0.5} \frac{T}{a} e^{-0.5} \right\| , \quad (2.34)$$

et dépend du rapport d'aspect de la source  $\frac{T}{a}$ . Il est donc possible de définir une valeur

seuil du rapport d'aspect de la source en dessous de laquelle il est possible d'utiliser le modèle décrit précédemment. Dans l'approximation des petits angles  $\sin(\gamma) = \gamma$ . Bien sûr  $\sin(\gamma)$  n'est jamais parfaitement égal à  $\gamma$  mais le rapport  $\frac{\sin(\gamma)}{\gamma}$  peut être pris comme une estimation de l'erreur que l'on fait. En traçant ce rapport en fonction du rapport d'aspect de la source, il est possible de choisir un rapport  $\frac{T}{a}$  qui fasse un seuil acceptable, figure 2.6. Nous avons choisi comme rapport d'aspect limite celui où l'écart relatif est inférieur à 1 %, c'est à dire  $\frac{T}{a} = 0.286$ .

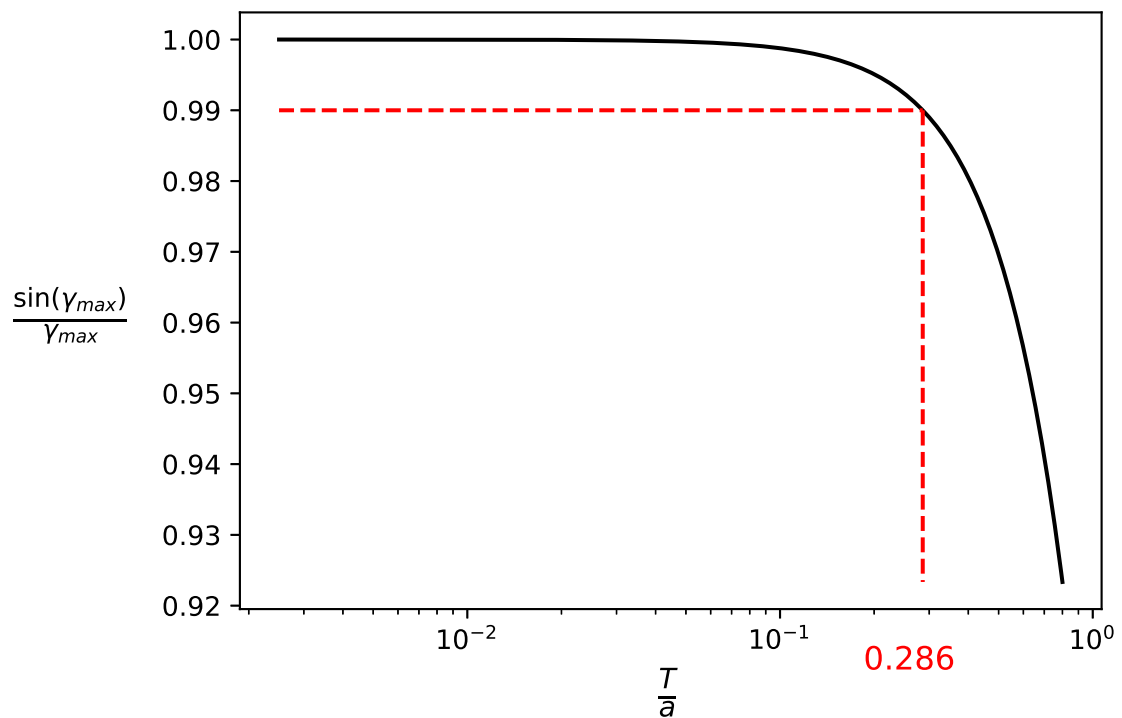


FIGURE 2.6 – La valeur du sinus de l'angle maximal entre le bas de la plaque et l'horizontale est divisée par la valeur de l'angle lui-même. L'évolution du rapport est donnée en fonction du rapport d'aspect de la source. Le rapport du sinus de l'angle par la valeur de l'angle lui-même sert à déterminer un rapport d'aspect limite au-delà duquel la pente au bas de la plaque est trop forte pour pouvoir utiliser la solution générale donnée par Melosh. La valeur choisie 0,286 est donnée en rouge sur le graphique.

### 2.3.3 Détermination des paramètres pour prendre en compte l'inclinaison du bas de la plaque élastique

La contrainte due à la flottabilité du liquide (2.19), qui s'applique sous la plaque s'exerce perpendiculairement à la plaque. Or, comme la plaque est d'épaisseur variable, le bas est légèrement incliné et la contrainte n'est pas appliquée purement verticalement, comme illustrée sur la figure 2.7.

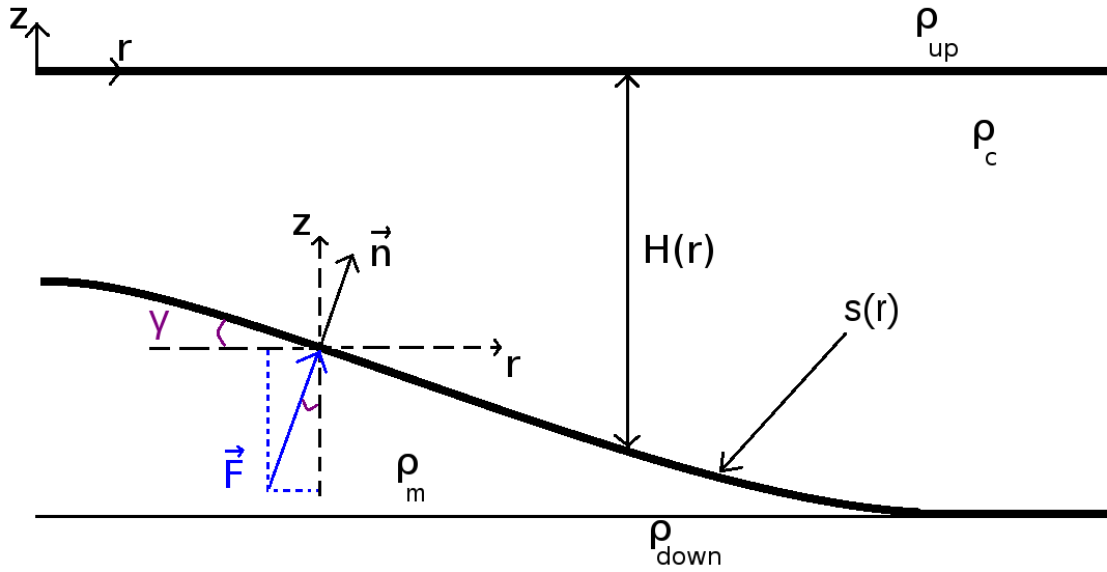


FIGURE 2.7 – Illustration de la force exercée par le fluide sur le bas de la plaque. La force est représentée par le vecteur  $\vec{F}$ , elle s'exerce selon la normale au bas de la plaque noté  $\vec{n}$ . Du fait de l'angle  $\gamma$  entre l'horizontal et le bas de la plaque, le vecteur  $\vec{F}$  a une composante selon  $\vec{z}$  et une composante selon  $\vec{r}$ .

Dans le cas où la contrainte  $\vec{\sigma}_{zz}^{appl}(r)$  n'est pas strictement verticale, elle a une composante selon  $\vec{z}$  et une selon  $\vec{r}$  tel que

$$\vec{\sigma}_{zz}^{appl}(r) = \begin{bmatrix} \vec{\sigma}_{rz}^{appl}(r)_r = \|\sigma_{zz}^{appl}(r)\| \sin(\gamma) \vec{r} \\ \vec{\sigma}_{zz}^{appl}(r)_z = \|\sigma_{zz}^{appl}(r)\| \cos(\gamma) \vec{z} \end{bmatrix}, \quad (2.35)$$

avec

$$\gamma = \tan^{-1} \left( \frac{d s(r)}{dr} \right), \quad (2.36)$$

où  $s(r)$  correspond à la forme de la charge (2.16) qui agit sur la plaque. Dans le cas de l'approximation des petits angles nous avons  $\sin(\gamma) = \gamma$ ,  $\cos(\gamma) = 1$  et  $\tan(\gamma) = \gamma$ . Avec cette approximation, et en injectant  $\gamma$  (2.36) dans (2.35), l'équation (2.35) devient donc

$$\vec{\sigma}_{zz}^{appl}(r) = \begin{bmatrix} \vec{\sigma}_{rz}^{appl}(r) = \|\sigma_{zz}^{appl}(r)\| \frac{d s(r)}{dr} \vec{r} \\ \vec{\sigma}_{zz}^{appl}(r) = \|\sigma_{zz}^{appl}(r)\| \vec{z} \end{bmatrix}. \quad (2.37)$$

Pour prendre en compte l'inclinaison du bas de la plaque, il faut donc l'application d'une contrainte cisailante,  $\sigma_{rz}^{appl}(r)$ , en bas de la plaque qui est proportionnelle à la contrainte verticale appliquée. Pour directement avoir cet effet avec la prise en compte du poids de la plaque soulevée (Melosh, 1976), il est possible de poser une contrainte

cisailante effective  $\sigma_{rz}^{eff}(r)$  telle que

$$\sigma_{rz}^{eff}(r) = \sigma_{zz}^{eff}(r) \frac{d s(r)}{dr}$$

où  $s(r)$  est la forme de la charge définie à l'équation (2.16). La contrainte cisailante effective peut être écrite telle que

$$\begin{aligned} \sigma_{rz}^{appl}(r) &= (\rho_c - \rho_m) g T e^{-\frac{r^2}{a^2}} \frac{d s(r)}{dr} \\ \sigma_{rz}^{appl}(r) &= -\frac{2}{a^2} (\rho_c - \rho_m) g T^2 r e^{-2\frac{r^2}{a^2}} \\ \sigma_{rz}^{appl}(r) &= -\int_0^\infty \frac{(\rho_c - \rho_m) g T^2 a^2}{8} k^2 e^{-\frac{a^2 k^2}{8}} J_1(kr) dk . \end{aligned} \quad (2.38)$$

Il faut alors poser de nouvelles conditions aux limites qui traduisent ce cisaillement en bas de plaque :

$$\sigma_{rz}(z = -H_r, r, k) = b_{rz}(k) J_1(kr), \quad (2.39)$$

$$\sigma_{rz}(z = 0, r, k) = \sigma_{zz}(z = -H_r, r, k) = \sigma_{zz}(z = 0, r, k) = 0, \quad (2.40)$$

avec  $b_{rz}(k)$  un paramètre qui regroupe tous les termes qui sont en facteur de la fonction de Bessel  $J_1(kr)$ . En utilisant ces nouvelles conditions aux limites et la solution générale du champ de contrainte dans la plaque (2.2), il est possible de déterminer de nouveaux paramètres **A**, **B**, **C** et **D**

$$\begin{aligned} \mathbf{A}_{rz} &= 0, \\ \mathbf{B}_{rz} &= -b_{rz}(k) \frac{kH_r \sinh(kH_r)}{\sinh^2(kH_r) - (kH_r)^2}, \\ \mathbf{C}_{rz} &= -k\mathbf{B}_{rz}, \\ \mathbf{D}_{rz} &= -b_{rz}(k) k \frac{\sinh(kH_r) - kH_r \cosh(kH_r)}{\sinh^2(kH_r) - (kH_r)^2}, \end{aligned} \quad (2.41)$$

qui sont notés, cette fois-ci, avec un indice  $rz$  pour dénoter le fait qu'ils proviennent de la prise en compte de l'inclinaison du bas de la plaque faite en appliquant une contrainte cisailante à la base de celle-ci.

Comme précédemment dans la partie 2.3.1 page 30 il est possible de définir  $b_{rz}(k)$  par identification entre deux équations. Ici, ce sont les équations (2.38) et (2.39). Nous avons donc

$$b_{rz}(k) = -\frac{(\rho_c - \rho_m)gT^2a^2}{8} \frac{k^2 e^{-\frac{a^2k^2}{8}}}{1 + F(k)}. \quad (2.42)$$

## 2.4 Adimensionnement des équations

Pour adimensionner les équations, nous posons :

$$\begin{aligned} k' &= a k, \\ dk' &= a dk, \\ r' &= \frac{r}{a}, \\ dr' &= \frac{dr}{a}, \\ z' &= \frac{z(r)}{H(r)}, \\ u_i^{ad}(r, z) &= \frac{u_i^{ad}(r, z)}{H(r)}, \\ \sigma_{ij}^{ad}(r, z) &= \frac{\sigma_{ij}^{ad}(r, z)}{G}, \end{aligned} \quad (2.43)$$

avec  $G$  le module de cisaillement de la plaque tel que  $G = \frac{E}{2(1+\nu)}$ . Nous posons également

$$\begin{aligned} T' &= \frac{T}{a}, \\ H_r' &= \frac{H(r)}{a}, \end{aligned} \quad (2.44)$$

qui apparaissent naturellement lors de l'adimensionnement avec les paramètres (2.43).

### 2.4.1 Notations utilisées

Les variables physiques adimensionnées sont notées avec une apostrophe, par exemple le nombre d'onde  $k$  une fois adimensionné est noté  $k'$ . Les fonctions, ou les paramètres regroupant plusieurs variables, ont une notation différente. Leur expression adimensionnée est notée avec un exposant  $ad$ . Ainsi l'expression sans dimension du déplacement vertical est notée  $u_z^{ad}(r', z')$ . De même l'expression sans dimension des paramètres  $\mathbf{A}_{zz}$ ,  $\mathbf{B}_{zz}$ ,  $\mathbf{C}_{zz}$ ,  $\mathbf{D}_{zz}$ ,  $\mathbf{A}_{rz}$ ,  $\mathbf{B}_{rz}$ ,  $\mathbf{C}_{rz}$  et  $\mathbf{D}_{rz}$ , déterminés par les conditions aux limites, sont notés  $\mathbf{A}_{zz}^{ad}$ ,  $\mathbf{B}_{zz}^{ad}$ ,  $\mathbf{C}_{zz}^{ad}$ ,  $\mathbf{D}_{zz}^{ad}$ ,  $\mathbf{A}_{rz}^{ad}$ ,  $\mathbf{B}_{rz}^{ad}$ ,  $\mathbf{C}_{rz}^{ad}$  et  $\mathbf{D}_{rz}^{ad}$ .

Ce dernier point est important pour la sous-section suivante. Remplacer les variables

$k$  et  $H_r$  par leurs expressions adimensionnées dans les paramètres  $\mathbf{A}_{zz}$ ,  $\mathbf{B}_{zz}$ ,  $\mathbf{C}_{zz}$ ,  $\mathbf{D}_{zz}$ ,  $\mathbf{A}_{rz}$ ,  $\mathbf{B}_{rz}$ ,  $\mathbf{C}_{rz}$ ,  $\mathbf{D}_{rz}$  et  $b_{zz}(k')$  ne donne pas directement une expression sans dimension de ces paramètres. Ils sont donc encore notés sans l'exposant *ad* mais avec un exposant *tmp*. Une étape de calcul est nécessaire pour obtenir une expression adimensionnée de ces paramètres. La sous-section suivante permet d'expliquer cette étape de calcul. Les deux exposants *tmp* et *ad* se côtoient donc.

## 2.4.2 Étape intermédiaire

Cette étape intermédiaire consiste à remplacer les paramètres et les variables présents dans chaque formule du modèle par leur expression adimensionnée.

### 2.4.2.1 Équations générales des contraintes et des déplacements

En partant des équations (2.7) à (2.11), (2.14) et (2.15) on obtient le champ de contrainte et les déplacements adimensionnés tels que

$$G \sigma_{zz}^{ad}(r', z') = - \int_0^\infty J_0(k' r') (\mathbf{A}^{tmp} + \mathbf{C}^{tmp} z' H) \cosh(k' z' H_r) \frac{dk'}{a} - \int_0^\infty J_0(k' r') (\mathbf{B}^{tmp} + \mathbf{D}^{tmp} z' H) \sinh(k' z' H_r) \frac{dk'}{a}, \quad (2.45)$$

$$G \sigma_{rr}^{ad}(r', z') = \int_0^\infty \left( J_0(k' r') - \frac{J_1(k' r')}{k' r'} \right) [\mathbf{A}^{tmp} + \mathbf{C}^{tmp} z' H] \cosh(k' z' H_r) \frac{dk'}{a} + \int_0^\infty \left( J_0(k' r') - \frac{J_1(k' r')}{k' r'} \right) [\mathbf{B}^{tmp} + \mathbf{D}^{tmp} z' H] \sinh(k' z' H_r) \frac{dk'}{a} + \int_0^\infty \frac{2}{k'} a \left( J_0(k' r') - \frac{(1-\nu)}{k' r'} J_1(k' r') \right) \mathbf{D}^{tmp} \cosh(k' z' H_r) \frac{dk'}{a} + \int_0^\infty \frac{2}{k'} a \left( J_0(k' r') - \frac{(1-\nu)}{k' r'} J_1(k' r') \right) \mathbf{C}^{tmp} \sinh(k' z' H_r) \frac{dk'}{a}, \quad (2.46)$$

$$\begin{aligned}
G \sigma_{\theta\theta}^{ad}(r', z') = & \int_0^\infty \frac{J_1(k' r')}{k' r'} (\mathbf{A}^{tmp} + \mathbf{C}^{tmp} z' H) \cosh(k' z' H_r') \frac{dk'}{a} \\
& + \int_0^\infty \frac{J_1(k' r')}{k' r'} (\mathbf{B}^{tmp} + \mathbf{D}^{tmp} z' H) \sinh(k' z' H_r') \frac{dk'}{a} \\
& + \int_0^\infty \frac{2}{k'} a \left( \nu J_0(k' r') + \frac{(1-\nu)}{k' r'} J_1(k' r') \right) \mathbf{D}^{tmp} \cosh(k' z' H_r') \frac{dk'}{a} \\
& + \int_0^\infty \frac{2}{k'} a \left( \nu J_0(k' r') + \frac{(1-\nu)}{k' r'} J_1(k' r') \right) \mathbf{C}^{tmp} \sinh(k' z' H_r') \frac{dk'}{a} ,
\end{aligned} \tag{2.47}$$

$$\begin{aligned}
G \sigma_{rz}^{ad}(r', z') = & \int_0^\infty J_1(k' r') \left( \mathbf{A}^{tmp} + \mathbf{C}^{tmp} z' H + \frac{\mathbf{D}^{tmp}}{k'} a \right) \sinh(k' z' H_r') \frac{dk'}{a} \\
& + \int_0^\infty J_1(k' r') \left( \mathbf{B}^{tmp} + \mathbf{D}^{tmp} z' H + \frac{\mathbf{C}^{tmp}}{k'} a \right) \cosh(k' z' H_r') \frac{dk'}{a} ,
\end{aligned} \tag{2.48}$$

$$G \sigma_{r\theta}^{ad}(r, z) = G \sigma_{z\theta}^{ad}(r, z) = 0 , \tag{2.49}$$

$$\begin{aligned}
H(r) u_z^{ad}(r', z') = & - \int_0^\infty J_0(k' r') \frac{a}{2Gk'} \left( \mathbf{A}^{tmp} + \mathbf{C}^{tmp} z' H + \frac{2\nu-1}{k'} a \mathbf{D}^{tmp} \right) \sinh(k' z' H_r') \frac{dk'}{a} \\
& - \int_0^\infty J_0(k' r') \frac{a}{2Gk'} \left( \mathbf{B}^{tmp} + \frac{2\nu-1}{k'} a \mathbf{C}^{tmp} + \mathbf{D}^{tmp} z' H \right) \cosh(k' z' H_r') \frac{dk'}{a} ,
\end{aligned} \tag{2.50}$$

$$\begin{aligned}
H(r) u_r^{ad}(r', z') = & - \int_0^\infty J_1(k' r') \frac{a}{2Gk'} \left( \mathbf{A}^{tmp} + \mathbf{C}^{tmp} z' H + \frac{2(1-\nu)}{k'} a \mathbf{D}^{tmp} \right) \cosh(k' z' H_r') \frac{dk'}{a} \\
& - \int_0^\infty J_1(k' r') \frac{a}{2Gk'} \left( \mathbf{B}^{tmp} + \frac{2(1-\nu)}{k'} a \mathbf{C}^{tmp} + \mathbf{D}^{tmp} z' H \right) \sinh(k' z' H_r') \frac{dk'}{a} .
\end{aligned} \tag{2.51}$$

### 2.4.2.2 Équations générales simplifiées

Les équations précédentes sont simplifiées de manière à mettre en avant là où se fera l'étape supplémentaire qui permet d'obtenir les expressions des paramètres  $\mathbf{A}$ ,  $\mathbf{B}$ ,  $\mathbf{C}$ ,  $\mathbf{D}$  de manière adimensionnée.

$$\begin{aligned}
G \sigma_{zz}^{ad}(r', z') = & - \int_0^\infty J_0(k' r') \left( \frac{\mathbf{A}^{tmp}}{a} + \mathbf{C}^{tmp} z' H_r' \right) \cosh(k' z' H_r') dk' \\
& - \int_0^\infty J_0(k' r') \left( \frac{\mathbf{B}^{tmp}}{a} + \mathbf{D}^{tmp} z' H_r' \right) \sinh(k' z' H_r') dk' ,
\end{aligned} \tag{2.52}$$



$$\begin{aligned}
G \sigma_{rr}^{ad}(r', z') = & \int_0^\infty \left( J_0(k' r') - \frac{J_1(k' r')}{k' r'} \right) \left[ \frac{\mathbf{A}^{tmp}}{a} + \mathbf{C}^{tmp} z' H_r' \right] \cosh(k' z' H_r') dk' \\
& + \int_0^\infty \left( J_0(k' r') - \frac{J_1(k' r')}{k' r'} \right) \left[ \frac{\mathbf{B}^{tmp}}{a} + \mathbf{D}^{tmp} z' H_r' \right] \sinh(k' z' H_r') dk' \\
& + \int_0^\infty \frac{2}{k'} \left( J_0(k' r') - \frac{(1-\nu)}{k' r'} J_1(k' r') \right) \mathbf{D}^{tmp} \cosh(k' z' H_r') dk' \\
& + \int_0^\infty \frac{2}{k'} \left( J_0(k' r') - \frac{(1-\nu)}{k' r'} J_1(k' r') \right) \mathbf{C}^{tmp} \sinh(k' z' H_r') dk' ,
\end{aligned} \tag{2.53}$$

$$\begin{aligned}
G \sigma_{\theta\theta}^{ad}(r', z') = & \int_0^\infty \frac{J_1(k' r')}{k' r'} \left( \frac{\mathbf{A}^{tmp}}{a} + \mathbf{C}^{tmp} z' H_r' \right) \cosh(k' z' H_r') dk' \\
& + \int_0^\infty \frac{J_1(k' r')}{k' r'} \left( \frac{\mathbf{B}^{tmp}}{a} + \mathbf{D}^{tmp} z' H_r' \right) \sinh(k' z' H_r') dk' \\
& + \int_0^\infty \frac{2}{k'} \left( \nu J_0(k' r') + \frac{(1-\nu)}{k' r'} J_1(k' r') \right) \mathbf{D}^{tmp} \cosh(k' z' H_r') dk' \\
& + \int_0^\infty \frac{2}{k'} \left( \nu J_0(k' r') + \frac{(1-\nu)}{k' r'} J_1(k' r') \right) \mathbf{C}^{tmp} \sinh(k' z' H_r') dk' ,
\end{aligned} \tag{2.54}$$

$$\begin{aligned}
G \sigma_{rz}^{ad}(r', z') = & \int_0^\infty J_1(k' r') \left( \frac{\mathbf{A}^{tmp}}{a} + \mathbf{C}^{tmp} z' H_r' + \frac{\mathbf{D}^{tmp}}{k'} \right) \sinh(k' z' H_r') dk' \\
& + \int_0^\infty J_1(k' r') \left( \frac{\mathbf{B}^{tmp}}{a} + \mathbf{D}^{tmp} z' H_r' + \frac{\mathbf{C}^{tmp}}{k'} \right) \cosh(k' z' H_r') dk' ,
\end{aligned} \tag{2.55}$$

$$G \sigma_{r\theta}^{ad}(r, z) = G \sigma_{z\theta}^{ad}(r, z) = 0 , \tag{2.56}$$

$$\begin{aligned}
G u_z^{ad}(r', z') = & - \int_0^\infty J_0(k' r') \frac{1}{2H_r' k'} \left( \frac{\mathbf{A}^{tmp}}{a} + \mathbf{C}^{tmp} z' H_r' + \frac{2\nu-1}{k'} \mathbf{D}^{tmp} \right) \sinh(k' z' H_r') dk' \\
& - \int_0^\infty J_0(k' r') \frac{1}{2H_r' k'} \left( \frac{\mathbf{B}^{tmp}}{a} + \frac{2\nu-1}{k'} \mathbf{C}^{tmp} + \mathbf{D}^{tmp} z' H_r' \right) \cosh(k' z' H_r') dk' ,
\end{aligned} \tag{2.57}$$

$$\begin{aligned}
Gu_r^{ad}(r', z') = & - \int_0^\infty J_1(k' r') \frac{1}{2H'_r k'} \left( \frac{\mathbf{A}^{tmp}}{a} + \mathbf{C}^{tmp} z' H'_r + \frac{2(1-\nu)}{k'} \mathbf{D}^{tmp} \right) \cosh(k' z' H'_r) dk' \\
& - \int_0^\infty J_1(k' r') \frac{1}{2H'_r k'} \left( \frac{\mathbf{B}^{tmp}}{a} + \frac{2(1-\nu)}{k'} \mathbf{C}^{tmp} + \mathbf{D}^{tmp} z' H'_r \right) \sinh(k' z' H'_r) dk' .
\end{aligned} \tag{2.58}$$

### 2.4.2.3 Paramètres permettant de calculer les contraintes et les déplacements dus à $\sigma_{zz}^{eff}(r)$

Le remplacement des paramètres  $k$ ,  $H_r$ ,  $\mathbf{B}_{zz}$  et  $b_{zz}(k)$  par leur expression adimensionnée dans les paramètres  $\mathbf{A}_{zz}$ ,  $\mathbf{B}_{zz}$ ,  $\mathbf{C}_{zz}$  et  $\mathbf{D}_{zz}$  (2.23) donne

$$\begin{aligned}
\mathbf{A}_{zz}^{tmp} &= 0 , \\
\mathbf{B}_{zz}^{tmp} &= b_{zz}^{tmp}(k') \frac{\sinh(k' H'_r) + k' H'_r \cosh(k' H'_r)}{\sinh^2(k' H'_r) - (k' H'_r)^2} , \\
\mathbf{C}_{zz}^{tmp} &= -\frac{k'}{a} \mathbf{B}_{zz}^{tmp} , \\
\mathbf{D}_{zz}^{tmp} &= -b_{zz}^{tmp}(k') \frac{k'}{a} \frac{k' H'_r \sinh(k' H'_r)}{\sinh^2(k' H'_r) - (k' H'_r)^2} ,
\end{aligned} \tag{2.59}$$

Le remplacement des paramètres  $k$  et  $F(k)$  par leurs expressions adimensionnées dans  $b_{zz}(k)$  (2.30) donne

$$b_{zz}^{tmp}(k') = \frac{g(\rho_c - \rho_m) T a}{2} \frac{k' e^{-(\frac{k'}{2})^2}}{1 + F^{ad}(k')} . \tag{2.60}$$

Une fois adimensionné le paramètre  $F(k)$  (2.27) devient

$$F^{ad}(k') = \frac{\beta_1}{k'} \frac{\sinh(k' H'_r) \cosh(k' H'_r) + k' H'_r}{\sinh^2(k' H'_r) - (k' H'_r)^2} , \tag{2.61}$$

avec  $\beta_1$  un paramètre sans dimension tel que

$$\beta_1 = \frac{2(1-\nu^2)(\rho_c - \rho_{up})ga}{E} . \tag{2.62}$$

### 2.4.2.4 Paramètres permettant de calculer les contraintes et les déplacements dus à $\sigma_{rz}^{eff}(r)$

Une fois adimensionnés les paramètres  $\mathbf{A}_{rz}$ ,  $\mathbf{B}_{rz}$ ,  $\mathbf{C}_{rz}$  et  $\mathbf{D}_{rz}$  (2.41) et  $b_{rz}(k)$  (2.42) sont injectés dans les équations (2.52) à (2.58) pour calculer l'effet de l'inclinaison du bas de

la plaque sur la contrainte verticale appliquée. Ces paramètres s'expriment

$$\begin{aligned}
\mathbf{A}_{rz}^{tmp} &= 0, \\
\mathbf{B}_{rz}^{tmp} &= -b_{rz}^{tmp}(k') \frac{k' H_r' \sinh(k' H_r')}{\sinh^2(k' H_r') - (k' H_r')^2}, \\
\mathbf{C}_{rz}^{tmp} &= -\frac{k'}{a} \mathbf{B}_{rz}^{tmp}, \\
\mathbf{D}_{rz}^{tmp} &= -b_{rz}^{tmp}(k') \frac{k' \sinh(k' H_r') - k' H_r' \cosh(k' H_r')}{a \sinh^2(k' H_r') - (k' H_r')^2},
\end{aligned} \tag{2.63}$$

et

$$b_{rz}^{tmp}(k') = -\frac{(\rho_c - \rho_m) g T^2}{8} \frac{k'^2 e^{-\frac{k'^2}{8}}}{1 + F^{ad}(k')}. \tag{2.64}$$

#### 2.4.2.5 Astuce de calcul

À la fin de cette première étape de calcul, les déplacements et les contraintes ont été adimensionnés. Cependant les paramètres  $\mathbf{A}_{zz}^{tmp}$ ,  $\mathbf{B}_{zz}^{tmp}$ ,  $\mathbf{C}_{zz}^{tmp}$  et  $\mathbf{D}_{zz}^{tmp}$  (2.59), les paramètres  $\mathbf{A}_{rz}^{tmp}$ ,  $\mathbf{B}_{rz}^{tmp}$ ,  $\mathbf{C}_{rz}^{tmp}$  et  $\mathbf{D}_{rz}^{tmp}$  (2.63), ainsi que  $b_{zz}^{tmp}(k')$  (2.60) et  $b_{rz}^{tmp}(k')$  (2.64) n'ont pas encore une expression adimensionnée.

En posant

$$\mathbf{A}^{ad} = \frac{\mathbf{A}^{tmp}}{a} \tag{2.65}$$

$$\mathbf{B}^{ad} = \frac{\mathbf{B}^{tmp}}{a} \tag{2.66}$$

$$b_{zz}^{ad}(k') = \frac{b_{zz}^{tmp}(k')}{aG} \tag{2.67}$$

$$b_{rz}^{ad}(k') = \frac{b_{rz}^{tmp}(k')}{aG} \tag{2.68}$$

Il est possible d'obtenir une expression adimensionnée pour ces paramètres.

### 2.4.3 Équations du modèle adimensionnées

Les équations du modèle une fois adimensionnées sont données dans cette sous-section.

### 2.4.3.1 Équations des contraintes

Les contraintes normales sont données par,

$$\begin{aligned}\sigma_{zz}^{ad}(r', z') = & - \int_0^\infty J_0(k' r') (\mathbf{A}^{ad} + \mathbf{C}^{ad} z' H'_r) \cosh(k' z' H'_r) dk' \\ & - \int_0^\infty J_0(k' r') (\mathbf{B}^{ad} + \mathbf{D}^{ad} z' H'_r) \sinh(k' z' H'_r) dk' .\end{aligned}\quad (2.69)$$

Les contraintes radiales le sont par,

$$\begin{aligned}\sigma_{rr}^{ad}(r', z') = & \int_0^\infty \left( J_0(k' r') - \frac{J_1(k' r')}{k' r'} \right) (\mathbf{A}^{ad} + \mathbf{C}^{ad} z' H'_r) \cosh(k' z' H'_r) dk' \\ & + \int_0^\infty \left( J_0(k' r') - \frac{J_1(k' r')}{k' r'} \right) (\mathbf{B}^{ad} + \mathbf{D}^{ad} z' H'_r) \sinh(k' z' H'_r) dk' \\ & + \int_0^\infty \frac{2}{k'} \left( J_0(k' r') - \frac{(1-\nu)}{k' r'} J_1(k' r') \right) \mathbf{D}^{ad} \cosh(k' z' H'_r) dk' \\ & + \int_0^\infty \frac{2}{k'} \left( J_0(k' r') - \frac{(1-\nu)}{k' r'} J_1(k' r') \right) \mathbf{C}^{ad} \sinh(k' z' H'_r) dk' .\end{aligned}\quad (2.70)$$

Les contraintes circonférentielles sont définies par,

$$\begin{aligned}\sigma_{\theta\theta}^{ad}(r', z') = & \int_0^\infty \frac{J_1(k' r')}{k' r'} (\mathbf{A}^{ad} + \mathbf{C}^{ad} z' H'_r) \cosh(k' z' H'_r) dk' \\ & + \int_0^\infty \frac{J_1(k' r')}{k' r'} (\mathbf{B}^{ad} + \mathbf{D}^{ad} z' H'_r) \sinh(k' z' H'_r) dk' \\ & + \int_0^\infty \frac{2}{k'} \left( \nu J_0(k' r') + \frac{(1-\nu)}{k' r'} J_1(k' r') \right) \mathbf{D}^{ad} \cosh(k' z' H'_r) dk' \\ & + \int_0^\infty \frac{2}{k'} \left( \nu J_0(k' r') + \frac{(1-\nu)}{k' r'} J_1(k' r') \right) \mathbf{C}^{ad} \sinh(k' z' H'_r) dk' .\end{aligned}\quad (2.71)$$

Enfin, les contraintes cisillantes sont données par

$$\begin{aligned}\sigma_{rz}^{ad}(r', z') = & \int_0^\infty J_1(k' r') \left( \mathbf{A}^{ad} + \mathbf{C}^{ad} z' H'_r + \frac{\mathbf{D}^{ad}}{k'} \right) \sinh(k' z' H'_r) dk' , \\ & + J_1(k' r') \left( \mathbf{B}^{ad} + \mathbf{D}^{ad} z' H'_r + \frac{\mathbf{C}^{ad}}{k'} \right) \cosh(k' z' H'_r) dk' ,\end{aligned}\quad (2.72)$$

$$\sigma_{r\theta}^{ad}(r, z) = \sigma_{z\theta}^{ad}(r, z) = 0 .\quad (2.73)$$

### 2.4.3.2 Équations des déplacements

Le déplacement vertical adimensionné est alors décrit par,

$$u_z^{ad}(r', z') = \int_0^\infty -J_0(k'r') \frac{1}{2k'H_r'} \left( \mathbf{A}^{ad} + \mathbf{C}^{ad} z'H_r' + \frac{2\nu-1}{k'} \mathbf{D}^{ad} \right) \sinh(k'z'H_r') - J_0(k'r') \frac{1}{2k'H_r'} \left( \mathbf{B}^{ad} + \frac{2\nu-1}{k'} \mathbf{C}^{ad} + \mathbf{D}^{ad} z'H_r' \right) \cosh(k'z'H_r') dk' . \quad (2.74)$$

Le déplacement radial est donné par

$$u_r^{ad}(r', z') = \int_0^\infty -J_1(k'r') \frac{1}{2H_r'k'} \left( \mathbf{A}^{ad} + \mathbf{C}^{ad} z'H_r' + \frac{2(1-\nu)}{k'} \mathbf{D}^{ad} \right) \cosh(k'z'H_r') - J_1(k'r') \frac{1}{2H_r'k'} \left( \mathbf{B}^{ad} + \frac{2(1-\nu)}{k'} \mathbf{C}^{ad} + \mathbf{D}^{ad} z'H_r' \right) \sinh(k'z'H_r') dk' . \quad (2.75)$$

### 2.4.3.3 Paramètres servant à calculer les contraintes et les déplacements dus à la composante verticale de la poussée du fluide

Les paramètres qui servent à calculer la contribution verticale de la poussée exercée par le fluide sont

$$\begin{aligned} \mathbf{A}_{zz}^{ad} &= 0 , \\ \mathbf{B}_{zz}^{ad} &= b_{zz}^{ad}(k') \frac{\sinh(k'H_r') + k'H_r' \cosh(k'H_r')}{\sinh^2(k'H_r') - (k'H_r')^2} , \\ \mathbf{C}_{zz}^{ad} &= -k' \mathbf{B}_{zz}^{ad} , \\ \mathbf{D}_{zz}^{ad} &= -b_{zz}^{ad}(k') k' \frac{k'H_r' \sinh(k'H_r')}{\sinh^2(k'H_r') - (k'H_r')^2} , \end{aligned} \quad (2.76)$$

avec  $b_{zz}^{ad}(k')$  tel que

$$b_{zz}^{ad}(k') = \beta_2 \frac{k' e^{-(\frac{k'}{2})^2}}{1 + F^{ad}(k')} , \quad (2.77)$$

où  $\beta_2$  est un nombre sans dimension tel que

$$\beta_2 = \frac{g(\rho_c - \rho_m)T}{2G} . \quad (2.78)$$

$F(k)$  et  $\beta_1$  présents dans  $b_{zz}^{ad}(k')$  sont inchangés par rapport à ceux donnés à l'étape

intermédiaire et s'écrivent toujours

$$F^{ad}(k') = \frac{\beta_1}{k'} \frac{\sinh(k'H'_r) \cosh(k'H'_r) + k'H'_r}{\sinh^2(k'H'_r) - (k'H'_r)^2} \quad (2.79)$$

et

$$\beta_1 = \frac{2(1 - \nu^2)(\rho_c - \rho_{up})ga}{E} \quad (2.80)$$

#### 2.4.3.4 Paramètres servant à calculer les contraintes et les déplacements dus à la composante non verticale de la poussée du fluide

Les paramètres qui servent à calculer la contribution non verticale de la poussée exercée par le fluide sont dorénavant

$$\begin{aligned} \mathbf{A}_{rz}^{ad} &= 0, \\ \mathbf{B}_{rz}^{ad} &= -\mathbf{b}_{rz}^{ad}(k') \frac{k'H'_r \sinh(k'H'_r)}{\sinh^2(k'H'_r) - (k'H'_r)^2}, \\ \mathbf{C}_{rz}^{ad} &= -k' \mathbf{B}_{rz}^{ad}, \\ \mathbf{D}_{rz}^{ad} &= -\mathbf{b}_{rz}^{ad}(k') k' \frac{\sinh(k'H'_r) - k'H'_r \cosh(k'H'_r)}{\sinh^2(k'H'_r) - (k'H'_r)^2}, \end{aligned} \quad (2.81)$$

avec  $\mathbf{b}_{rz}^{ad}(k')$  définit tel que

$$\mathbf{b}_{rz}^{ad}(k') = -\frac{\beta_2}{4} T' k'^2 \frac{e^{-\frac{k'^2}{8}}}{1 + F^{ad}(k')}. \quad (2.82)$$

Cette contribution non verticale est due à l'inclinaison du bas de la plaque et est reliée à la forme de la source. Cela est mis en évidence par la présence du rapport d'aspect de la source, noté  $T'$ , dans  $\mathbf{b}_{rz}^{ad}(k')$  (2.82).

## 2.5 Nombres sans dimension du problème

Il ressort de l'adimensionnement fait que notre modèle peut être représenté par 4 nombres sans dimension.

### 2.5.1 $T'$

Le premier nombre sans dimension du problème est le rapport d'aspect de la source

$$T' = \frac{T}{a}, \quad (2.83)$$

où  $a$  est la hauteur maximale de la variation d'épaisseur de la plaque et  $a$  la demi-largeur de cette variation, figure 2.4 a. Comme la source de déformation est un liquide qui vient remplir cette topographie convexe vers le haut, ce rapport correspond aussi au rapport d'aspect de la source.

Ce nombre sans dimension caractérise la forme de la source de déformation. La contribution de la prise en compte de l'inclinaison du bas de la plaque, mis en place à la section 2.3.3, est donc directement liée à  $T'$ . Comme indiqué à la fin de la section précédente, ce paramètre apparaît dans l'expression de  $b_{rz}^{ad}(k')$  (2.82). Plus la variation dans la profondeur de la transition fragile-ductile sera raide, plus  $T'$  sera grand. Or, le paramètre  $b_{rz}^{ad}(k')$  pondère les équations des déplacements et des contraintes dus à  $\sigma_{rz}^{eff}(r)$ . Ce qui veut dire que les contraintes et les déplacements dus à  $\sigma_{rz}^{eff}(r)$  deviendront de plus en plus grands.

### 2.5.2 $H'_0$

Le nombre sans dimension  $H'_0$  est la valeur de  $H'_r$  prise en  $r = \pm\infty$ . Son expression est

$$H'_0 = \frac{H_0}{a}, \quad (2.84)$$

où  $H_0$  est l'épaisseur maximale de la plaque et  $a$  la demi-largeur de la variation de profondeur de la transition fragile-ductile, figure 2.4 a.

Ce nombre sans dimension caractérise la manière dont la contrainte est appliquée au bas de la plaque. Plus  $H'_0$  est grand, plus la charge appliquée sous la plaque tend vers le point source.

Il peut aussi être vu comme une simple comparaison entre la taille de la source de déformation et l'épaisseur de la plaque déformée. Dans ce cas là, un  $H'_0$  petit indique une plaque fine devant la source de déformation et un  $H'_0$  grand une plaque épaisse devant la largeur de la source de déformation.

Il ne faut cependant pas confondre ce nombre sans dimension et celui qui sert à poser la limite dite de plaque fine dans les modèles de plaque. La limite de plaque fine est atteinte quand la largeur caractéristique de la déformation produite est grande devant l'épaisseur de la plaque. Lorsque la charge devient étroite et tend vers le point source ( $H'_0 \rightarrow +\infty$ ), la largeur caractéristique de la déformation est déterminée par le paramètre flexural de la plaque. Ce paramètre n'apparaît pas dans les équations de notre modèle, car le modèle mis en place ici est valide pour une plaque épaisse et pour une plaque fine.

Il est cependant possible de mettre en place une expression du déplacement vertical dans le cas d'une plaque fine en prenant l'équation du déplacement en  $z = -H_r$  (2.25) et en faisant tendre  $kH_r$  vers 0. Le paramètre flexural apparaît alors dans l'expression lors de la simplification de celle-ci.

### 2.5.3 $\beta_1$

Le troisième nombre sans dimension est  $\beta_1$  défini tel que,

$$\beta_1 = \frac{2(1 - \nu^2)(\rho_c - \rho_{up})ga}{E}, \quad (2.85)$$

où  $\nu$  est le coefficient de Poisson de la plaque,  $\rho_c$  sa masse volumique,  $E$  son module de Young,  $\rho_{up}$  la masse volumique du milieu au-dessus de la plaque,  $g$  l'accélération de la pesanteur et  $a$  la demi-largeur de la variation de profondeur de la transition fragile-ductile.

Il correspond au rapport entre le poids d'un morceau de plaque égale au diamètre de la source de déformation et la rigidité de cette plaque. Le nombre sans dimension  $\beta_1$  quantifie la manière dont la plaque s'oppose à la contrainte qui est appliquée à sa base. Lorsqu'une poussée est appliquée sur une plaque, celle-ci peut avoir deux comportements limites. La poussée peut être supportée soit par la rigidité élastique de la plaque, soit atteindre un équilibre isostatique. Dans le dernier cas, la poussée s'équilibre alors avec le poids de la portion plaque soulevée. Lorsque  $\beta_1$  est grand, c'est principalement le poids de la plaque qui s'oppose à la contrainte appliquée. Au contraire, lorsque  $\beta_1$  est petit c'est principalement la rigidité élastique de la plaque qui s'oppose à cette contrainte.

### 2.5.4 $\beta_2$

Le dernier nombre sans dimension est  $\beta_2$  défini tel que,

$$\beta_2 = \frac{g(\rho_c - \rho_m)T}{2G}, \quad (2.86)$$

où  $g$  est l'accélération de la pesanteur,  $\rho_c$  la masse volumique de la plaque,  $G$  son module élastique,  $\rho_m$  la masse volumique du liquide stocké la plaque, et  $T$  la variation maximum de profondeur de la transition fragile-ductile. Le module élastique de la plaque est défini  $G = \frac{E}{2(1+\nu)}$  où  $\nu$  est le coefficient de Poisson de la plaque et  $E$  son module de Young.

Il s'agit du rapport entre la flottabilité du liquide stocké sous la plaque et la rigidité élastique de celle-ci. Plus  $\beta_2$  est grand plus la flottabilité de la source est importante par



rapport à la rigidité de la plaque. Inversement plus ce paramètre est petit plus la rigidité de la plaque est forte par rapport à la flottabilité du liquide stocké sous celle-ci.

Ce paramètre est présent dans  $b_{zz}^{ad}(k')$  (2.77) qui pondère les équations des contraintes et des déplacements dus à la composante verticale de la poussée du fluide. De plus,  $b_{zz}^{ad}(k')$  est également présent dans  $b_{rz}^{ad}(k')$  (2.82). Or,  $b_{rz}^{ad}(k')$  pondère les équations des contraintes et des déplacements qui permettent de prendre en compte l'effet de l'inclinaison du bas de la plaque. Le paramètre  $\beta_2$  pondère donc l'ensemble des contraintes et des déplacements. Lorsque la flottabilité du fluide est faible par rapport à la rigidité de la plaque,  $\beta_2$  est petit. Les déplacements et contraintes produits seront eux aussi faibles.

## 2.6 Conclusion et principaux aspects

Dans ce chapitre, a été présenté le modèle mis en place à partir de celui publié par Melosh (1976, 1978). Il permet de calculer les déformations et les contraintes produites par un liquide avec une flottabilité positive qui est stocké sous une plaque. Le modèle a été mis en place afin de tester notre hypothèse sur la formation des chambres magmatiques. Cette hypothèse est que le magma remonte au travers de la partie ductile de la croûte et qu'il est stoppé par une transition rhéologique. Cette transition est la limite entre la partie élastique de la croûte et sa partie ductile.

Afin de vérifier si notre hypothèse est plausible, les contraintes et les déplacements seront calculés pour une chambre magmatique en place et seront comparés à des données observées. Au premier ordre, le milieu du bas est donc considéré comme fluide et non comme viscoélastique. Ce modèle consiste à utiliser une solution générale du champ de contrainte dans la plaque et des déplacements. Puis, grâce aux conditions aux limites, quatre paramètres sont déterminés afin de rendre cette solution générale spécifique au problème étudié. Le modèle mis en place est donc celui d'une plaque élastique au-dessus d'un fluide. Il a l'avantage d'être valable pour des plaques fines et des plaques épaisses. En adaptant le modèle de Melosh (1978) nous supposons que nous avons comme dans le modèle d'origine :

- Une plaque homogène, isotrope et élastique,
- Une symétrie axiale de la source de déformation,
- Une élasticité linéaire.

Les deux principales différences entre le cas étudié par Melosh (1978) et celui que nous étudions sont premièrement que la plaque est déformée par en dessous et deuxièmement que la plaque considérée a une épaisseur variable.

Le fait de déformer la plaque par en dessous fait que, contrairement au modèle de plaque classique, la force qui s'oppose à la poussée une fois la plaque déformée n'est pas la poussée du milieu du bas mais le poids de la plaque qui a été soulevé. C'est pour cela que dans le paramètre  $F(k)$  (2.27) c'est le poids de la plaque qui apparaît  $(\rho_c - \rho_u p)g$  et non la poussée du milieu du bas sur la plaque  $(\rho_c - \rho_{down})g$ . De plus, le fait de déformer la plaque vers le haut fait que la masse volumique du milieu du bas,  $\rho_{down}$ , est complètement absente du problème.

Comme la plaque a une épaisseur variable, le bas de celle-ci n'est pas purement horizontal. Le bas de la plaque a une forme gaussienne qui forme un creux convexe vers le haut. Or, la poussée du fluide s'exerce perpendiculairement à la surface de la plaque. La poussée du fluide est donc décomposée en deux. La première composante correspond à une poussée purement verticale exercée sur la plaque par le fluide. Elle est notée  $\sigma_{zz}^{eff}(r)$ . C'est cette composante qui est uniquement utilisée dans le cas d'une plaque d'épaisseur constante. La deuxième composante correspond à une contrainte cisailante appliquée au bas de la plaque  $\sigma_{rz}^{eff}(r)$ . Elle permet de traduire le fait que la poussée s'exerce perpendiculairement à la surface de la plaque, et que cette dernière est légèrement inclinée. Grâce au principe de l'élasticité linéaire, les déplacements et contraintes totaux sont la somme de ceux dus à  $\sigma_{zz}^{eff}(r)$  et ceux dus à  $\sigma_{rz}^{eff}(r)$ .

Initialement Melosh (1978) considère que la plaque est d'épaisseur constante. Pour continuer à utiliser la solution générale du modèle de Melosh, le bas de la plaque doit satisfaire l'approximation des petits angles. Cette approximation est satisfaite tant que le rapport d'aspect de la source est inférieur à 0,286. Cette valeur a été posée volontairement de manière stricte afin de s'assurer que l'utilisation d'une plaque d'épaisseur variable n'ait aucune répercussion sur les résultats.

Enfin l'adimensionnement qui a été réalisé, a permis de mettre en évidence quatre nombres sans dimension indépendants les uns des autres :

$T'$  : Rapport d'aspect de la source. Plus la source est haute et étroite plus  $T'$  est grand.

$H'_0$  : Quantifie la manière dont la contrainte est appliquée sur la plaque ( $H'_0 \rightarrow \infty$  : Point source).

$\beta_1$  : Quantifie la manière dont la plaque s'oppose à la poussée du liquide. Si  $\beta_1$  est fort c'est principalement le poids de la portion de plaque soulevée qui s'oppose à la poussée du fluide. Si  $\beta_1$  est faible c'est principalement sa rigidité élastique.

$\beta_2$  : Quantifie l'effet dominant entre la flottabilité du fluide stocké sous la plaque et la rigidité de celle-ci. Si  $\beta_2$  est grand la flottabilité de la source est importante par

rapport à la rigidité de la plaque et inversement pour un  $\beta_2$  petit.

## CHAPITRE 3

---

### Construction et exploitation du code numérique pour résoudre les équations du modèle théorique

---

Une fois le modèle physique mis en place, nous avons écrit des codes numériques en langage Python pour résoudre les équations. En effet, pour calculer les déplacements ou les contraintes mis en place au chapitre précédent, l'intégration sur le nombre d'onde  $k$  doit être réalisée numériquement.

Dans ce chapitre, nous rappelons dans un premier temps les équations qui sont résolues et leur notation. Ensuite, le code servant à les résoudre et les bornes d'intégration qui ont été fixées sont brièvement présentés. Finalement, le code est utilisé pour réaliser une série de tests sur notre modèle. Les premiers portent sur la vérification de l'adimensionnement qui a été faite au chapitre précédent. Les autres portent sur l'effet de la variation des quatre nombres sans-dimension du problème. Grâce à ces tests, nous avons mis en évidence le comportement de la plaque en fonction de la variation des différents paramètres qui composent le problème.

### 3.1 Bibliothèque Python et choix des bornes d'intégrations

Le cœur du calcul est l'intégration sur le nombre d'onde  $k$ . Cette intégration est réalisée grâce à la fonction `scipy.integrate.quad()` de la bibliothèque Python. Bien que cette fonction gère l'intégration de  $-\infty$  à  $+\infty$ , nous avons choisi de délimiter des bornes d'intégration afin d'accélérer le calcul.

### 3.1.1 Récapitulatif des équations résolues

Les équations générales des contraintes et des déplacements dans une plaque élastique, homogène et isotrope sont définies par les équations (2.7) à (2.11), (2.14) et (2.15) pages 26 et 24. Pour calculer les déplacements et les contraintes produits par le fluide, nous injectons dans ces équations les paramètres  $\mathbf{A}$ ,  $\mathbf{B}$ ,  $\mathbf{C}$  et  $\mathbf{D}$  déterminés par les conditions aux limites. Les équations (2.7) à (2.11), (2.14) et (2.15) deviennent alors celles du problème étudié.

Dans un premier temps, la force du fluide est considérée purement verticale. Les paramètres  $\mathbf{A}_{zz}$ ,  $\mathbf{B}_{zz}$ ,  $\mathbf{C}_{zz}$  et  $\mathbf{D}_{zz}$  dus à l'application d'une contrainte verticale au bas de la plaque sont décrits par l'équation (2.23) page 29.

Cependant, la force du fluide s'exerce perpendiculairement à la surface de la plaque. Pour représenter ce fait, une sorte de correction est effectuée. Cette "correction" est faite par l'application d'une contrainte cisailante au bas de la plaque. Pour calculer son effet, nous injectons les paramètres  $\mathbf{A}_{rz}$ ,  $\mathbf{B}_{rz}$ ,  $\mathbf{C}_{rz}$ ,  $\mathbf{D}_{rz}$  (2.41), définis page 34, dans les équations générales des contraintes et des déplacements.

Du fait de l'élasticité linéaire, les déplacements et contraintes totaux sont la somme de ceux calculés grâce à  $\mathbf{A}_{zz}$ ,  $\mathbf{B}_{zz}$ ,  $\mathbf{C}_{zz}$  et  $\mathbf{D}_{zz}$  et de ceux calculés grâce à  $\mathbf{A}_{rz}$ ,  $\mathbf{B}_{rz}$ ,  $\mathbf{C}_{rz}$  et  $\mathbf{D}_{rz}$ .

Les équations adimensionnées des contraintes et des déplacements sont définies par les équations (2.69) à (2.73), (2.74) et (2.75) page 41 à 42. Les paramètres adimensionnés  $\mathbf{A}_{zz}^{ad}$ ,  $\mathbf{B}_{zz}^{ad}$ ,  $\mathbf{C}_{zz}^{ad}$  et  $\mathbf{D}_{zz}^{ad}$ , servent à calculer l'effet de la contrainte verticale appliquée (définis par l'équation (2.76) page 42). Ceux servant à calculer l'effet dû à l'inclinaison du bas de la plaque sont définis par l'équation (2.81) page 43.

### 3.1.2 Récapitulatif des notations utilisées dans ce chapitre

Les notations utilisées dans ce chapitre sont consistantes avec celle du chapitre précédent. Les déplacements sont donc notés  $u_i$  avec  $i = r, z$  et les contraintes  $\sigma_{ij}$  avec  $i = r, \theta, z$  et  $j = r, \theta, z$ .

La contrainte verticale responsable des déformations et des contraintes est notée  $\sigma_{zz}^{eff}(r)$ . La contrainte cisailante utilisée pour rendre compte de l'effet dû à l'inclinaison du bas de la plaque est notée  $\sigma_{rz}^{eff}(r)$ . L'exposant "eff" signifie qu'il s'agit des contraintes effectives. C'est-à-dire que les contraintes appliquées, dues à la poussée du fluide sous la plaque, ont été réduites par celles qui s'y opposent une fois la plaque déformée. Ceci afin de représenter les contraintes et déplacements réellement produits. Cet exposant permet également de différencier les contraintes qui déforment la plaque de celles produites dans

celle-ci par la poussée du fluide.

Les paramètres, contraintes ou déplacements issus des équations adimensionnées sont différenciés de ceux issus de celles non adimensionnées par l'ajout d'un exposant "ad". Les paramètres utilisés pour calculer l'effet de  $\sigma_{zz}^{eff}(r)$  comportent un indice supplémentaire : "zz" ou "(zz)". De même, ceux utilisés pour calculer l'effet dû à  $\sigma_{rz}^{eff}(r)$  au bas de la plaque, comportent un indice supplémentaire "rz" ou "(rz)". Finalement, les contraintes et déplacements totaux ne comportent pas d'indice supplémentaire,  $u_z(r, z)$  est donc le déplacement vertical total calculé à partir des équations non adimensionnées. Quant à  $u_{z(zz)}(r, z)$ , il s'agit du déplacement vertical dû à  $\sigma_{zz}^{eff}(r)$  et  $u_{z(rz)}(r, z)$  est celui dû à  $\sigma_{rz}^{eff}(r)$ . Enfin,  $u_z^{ad}(r, z)$  est le déplacement vertical calculé à partir des équations adimensionnées.

Toutes les notations utilisées sont résumées dans le tableau de l'annexe A page 185.

### 3.1.3 Choix des bornes d'intégration

En regardant les équations rappelées à la section 3.1.1, il apparaît que les effets produits par  $\sigma_{zz}^{eff}(r)$  sont proportionnels à  $b_{zz}(k)$  (2.30), défini page 30, pour les équations non adimensionnées, et à  $b_{zz}^{ad}(k')$  (2.77), défini page 42, pour les équations adimensionnées. De même, les contraintes et les déplacements produits par  $\sigma_{rz}^{eff}(r)$  sont proportionnels à  $b_{rz}(k)$  (2.42), défini page 35, pour les équations non adimensionnées, et à  $b_{rz}^{ad}(k')$  (2.82), défini page 43, pour les équations adimensionnées.

De manière à déterminer les bornes de l'intégration, ces quatre paramètres sont normalisés et représentés en fonction de  $k' = k.a$ , où  $a$  est la demi-largeur de la distribution gaussienne qui décrit la forme de la source. Sur la figure 3.1, les courbes des paramètres  $b_{zz}(k)$  et  $b_{zz}^{ad}(k')$  se superposent. Ce qui est également le cas des courbes correspondant aux paramètres  $b_{rz}(k)$  et  $b_{rz}^{ad}(k')$ .

Lorsque  $k'$  tend vers 0 ou vers  $+\infty$ , les paramètres tendent tous vers 0. Il est donc possible de poser deux bornes d'intégration  $k_{min}$  et  $k_{max}$  qui dépendent du paramètre  $a$ . Lorsque la valeur normalisée des paramètres  $b_{zz}(k)$ ,  $b_{zz}^{ad}(k')$ ,  $b_{rz}(k)$  et  $b_{rz}^{ad}(k')$  passe en dessous de  $10^{-9}$ , la contribution à l'intégration est jugée négligeable. Comme la valeur seuil sur le rapport d'aspect de la source, posée au chapitre 2 page 31, cette valeur de  $10^{-9}$  est volontairement stricte. Ceci, afin que les différentes approximations qui ont été faites lors de la construction du modèle et des codes ne produisent une erreur importante sur les résultats. Les bornes qui ont été choisies sont donc  $k_{min} = \frac{0,02}{a}$  et  $k_{max} = \frac{11}{a}$ .

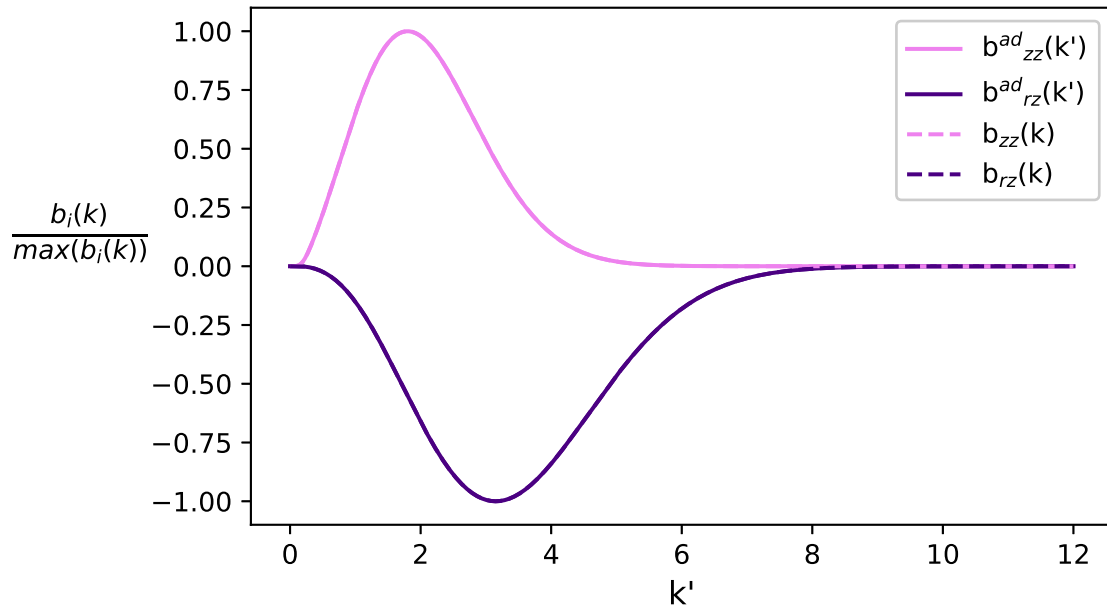


FIGURE 3.1 – Valeurs normalisées des paramètres adimensionnés  $b_{zz}^{ad}(k')$  (courbe mauve) et  $b_{rz}^{ad}(k')$  (courbe violette), ainsi que des paramètres non adimensionnés  $b_{zz}(k)$  (courbe mauve en pointillé) et  $b_{rz}(k)$  (courbe violette en pointillé), en fonction de  $k' = k a$ . Les courbes de  $b_{zz}(k)$  et  $b_{zz}^{ad}(k')$  se superposent tout comme celles de  $b_{rz}(k)$  et  $b_{rz}^{ad}(k')$ . Le fait que ces paramètres tendent vers 0 en 0 et en  $+\infty$  permettent de choisir les bornes d'intégration :  $k'_{min} = 0,02$  et  $k'_{max} = 11$ . Les bornes de l'intégration sur le nombre d'onde  $k$  sont donc adimensionnées en fonction de la demi-largeur de la charge  $a$ .

Au regard des bornes choisies, plus la charge sera large ( $a$  grand), plus les nombres d'ondes limites  $k_{min}$  et  $k_{max}$  seront petites. Ce fait est directement explicable par le comportement de la fonction de Bessel qui est illustré sur les figures 2.3.b et 2.3.c page 21. Ces figures représentent respectivement les fonctions de Bessel de première espèce d'ordre 0,  $J_0(x)$ , et d'ordre 1,  $J_1(x)$ . Comme le montrent ces figures, plus l'argument de la fonction de Bessel est grand, plus la longueur d'onde produite est petite. Inversement, plus cet argument est petit, plus la longueur d'onde est grande.

Pour décrire des déformations étroites, il faut donc bien utiliser de grands nombres d'onde. Inversement, il faut donc bien utiliser de petits nombres d'onde pour représenter les déformations plus larges.

## 3.2 Construction de la fonction Python

Deux fichiers ayant structure identique ont été écrits. Chacun des deux fichiers correspond à un ensemble de fonctions dont certaines s'appellent entre elles. Un des fichiers

résout les équations adimensionnées, l'autre résout les équations non adimensionnées. Par la suite, ces fichiers peuvent être importés comme une bibliothèque Python. Les fonctions servant à calculer les déplacements et les contraintes peuvent alors être appelées dans d'autres codes. Un descriptif détaillé de la construction des fichiers est donné en annexe B page 191.

Les équations résolues sont proches d'une solution analytique. Seule l'intégration sur le nombre d'onde  $k$  est réalisée numériquement. Il est donc possible de calculer le déplacement :

- Uniquement en un point,
- Pour une profondeur constante en fonction de  $r$ ,
- Pour une profondeur qui varie en fonction de  $r$ ,
- Sur toute la hauteur de la plaque en un point  $r = cst$ .

Cette particularité permet d'accélérer le temps de calcul. Les contraintes et les déplacements ne sont pas calculés dans l'ensemble de la plaque, mais uniquement aux points qui sont testés.

Les fonctions sont écrites de manière à reconnaître automatiquement si la profondeur  $z$ , ou la position radiale  $r$ , est un nombre décimal ou un vecteur de points. La seule contrainte est que les vecteurs doivent être de type "List" ou un vecteur de la forme  $[nx1]$ , où  $n$  est le nombre de points.

Les fonctions qui calculent les déplacements et les contraintes nécessitent 13 paramètres comme *inputs*. Ces paramètres sont listés ci-dessous dans l'ordre dans lequel il faut les renseigner dans la fonction :

- r** : position radiale, il peut être un nombre décimal ou une liste de points,
- z** : position verticale, il peut être un nombre décimal ou une liste de points,
- a** : demi-largeur de la gaussienne qui décrit la forme du bas de la plaque.
- T** : hauteur maximale de la gaussienne qui décrit la forme du bas de la plaque.
- H0** : hauteur maximale de la plaque,
- al** : demi-largeur de la gaussienne qui décrit la forme de la charge,
- Tl** : hauteur maximale de la gaussienne qui décrit la forme de la charge,
- E** : module de Young de la plaque,
- nu** : coefficient de Poisson de la plaque,



**rho\_c** : masse volumique de la plaque,  
**rho\_m** : masse volumique du liquide stocké sous la plaque,  
**rho\_up** : masse volumique de la couche au-dessus de la plaque,  
**g** : l'accélération de la pesanteur.

Dans les deux fichiers, les fonctions prennent comme *input* des paramètres non adimensionnés et renvoient les valeurs non adimensionnées des déplacements et des contraintes. Les unités des *outputs* dépendent de celles des *inputs*. Par exemple, si l'utilisateur entre les distances en kilomètres, le code renvoie des déplacements en kilomètres et les contraintes en  $\text{kg.km}^{-1}.\text{s}^{-2}$ . Les *outputs* de ces fonctions sont au nombre de trois. Les fonctions renvoient toujours dans le même ordre : le déplacement ou la contrainte totale, la contribution due à  $\sigma_{zz}^{eff}(r)$  et la contribution due à  $\sigma_{rz}^{eff}(r)$ .

### 3.3 Test de l'adimensionnement réalisé

De manière à vérifier la validité de l'adimensionnement, nous avons comparé les résultats des deux fichiers. Afin d'alléger la formulation, les fonctions résolvant les équations adimensionnées sont appelées "code adimensionné", et celles résolvant les équations non adimensionnées sont appelées "code non adimensionné".

Pour faire ce test, les déplacements et les contraintes ont été normalisés et tracés sur un même graphique (figures 3.2 et 3.3). Les résultats du code non adimensionné sont représentés par une courbe en trait continu noir. Les résultats du code adimensionné sont représentés par une courbe en tiretés rouge. La figure 3.2 montre les déplacements et des contraintes dues à  $\sigma_{zz}^{eff}(r)$  tandis que la figure 3.3 montre ceux dus à  $\sigma_{rz}^{eff}(r)$ .

Comme le milieu au-dessus de la plaque est de l'air et qu'il s'agit d'un fluide, les conditions aux limites imposent que la contrainte cisailante soit nulle en  $z = 0$ . Les calculs ont donc été faits à une profondeur  $z$  proche de 0 afin que la composante  $\sigma_{rz}$  ne soit nulle.

Dans les deux cas, pour chaque déplacement ou contrainte, les courbes se superposent (figure 3.2 et 3.3). La forme du déplacement et la répartition des contraintes le long de  $r$  sont donc bien reproduites. De plus, leurs comportements sont cohérents avec les déplacements et les contraintes dans la partie supérieure d'une plaque fléchie vers le haut.

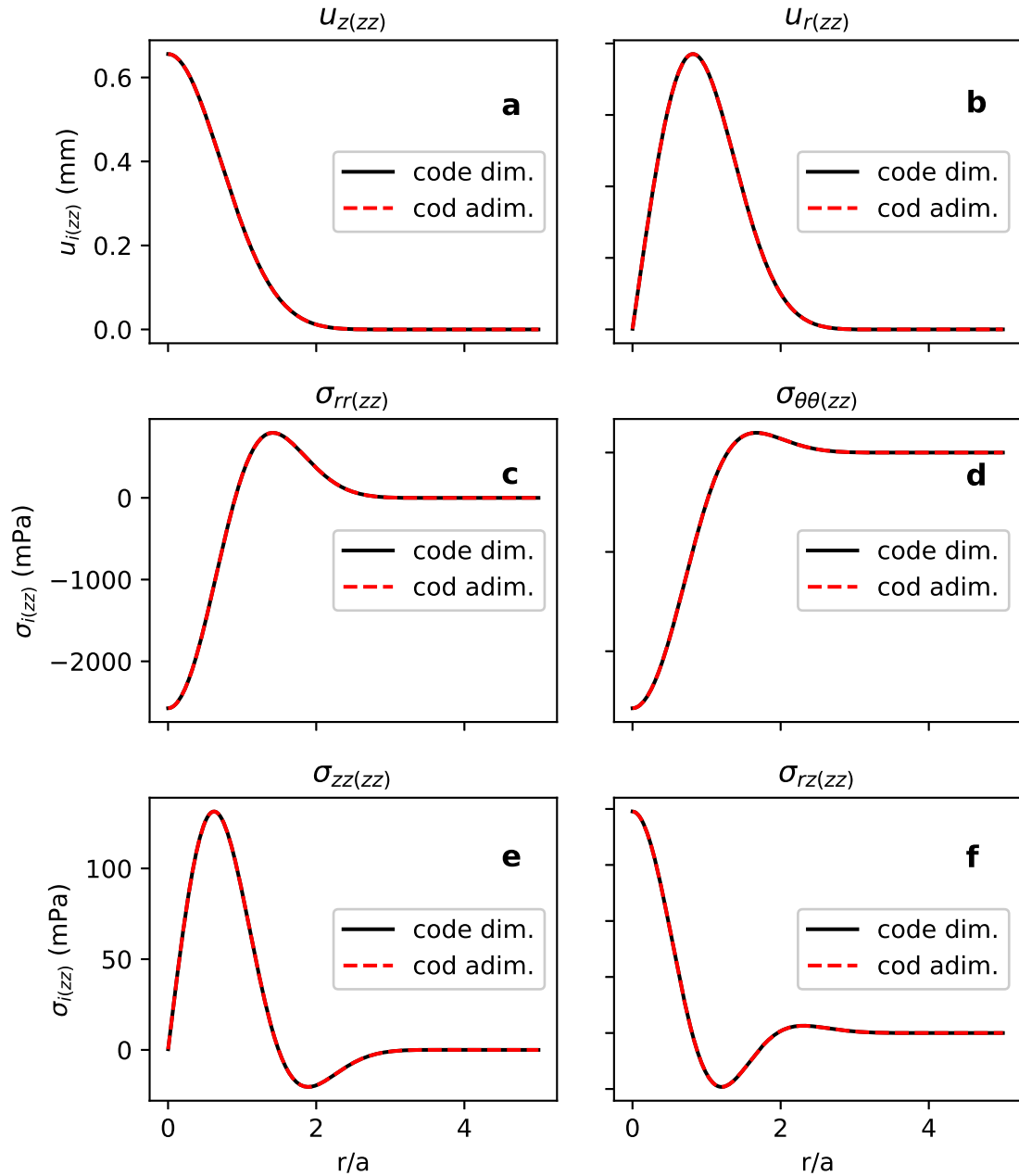


FIGURE 3.2 – Comparaison des résultats renvoyés par les codes adimensionnés (courbe noire) et non adimensionnés (courbe rouge en pointillé) pour les contraintes et déplacements dus à  $\sigma_{zz}^{eff}(r)$ . **a** : Déplacement vertical. **b** : Déplacement radial. **c** : Contrainte radiale. **d** : Contrainte circonférentielle. **e** : Contrainte normale. **f** : Contrainte cisillante.

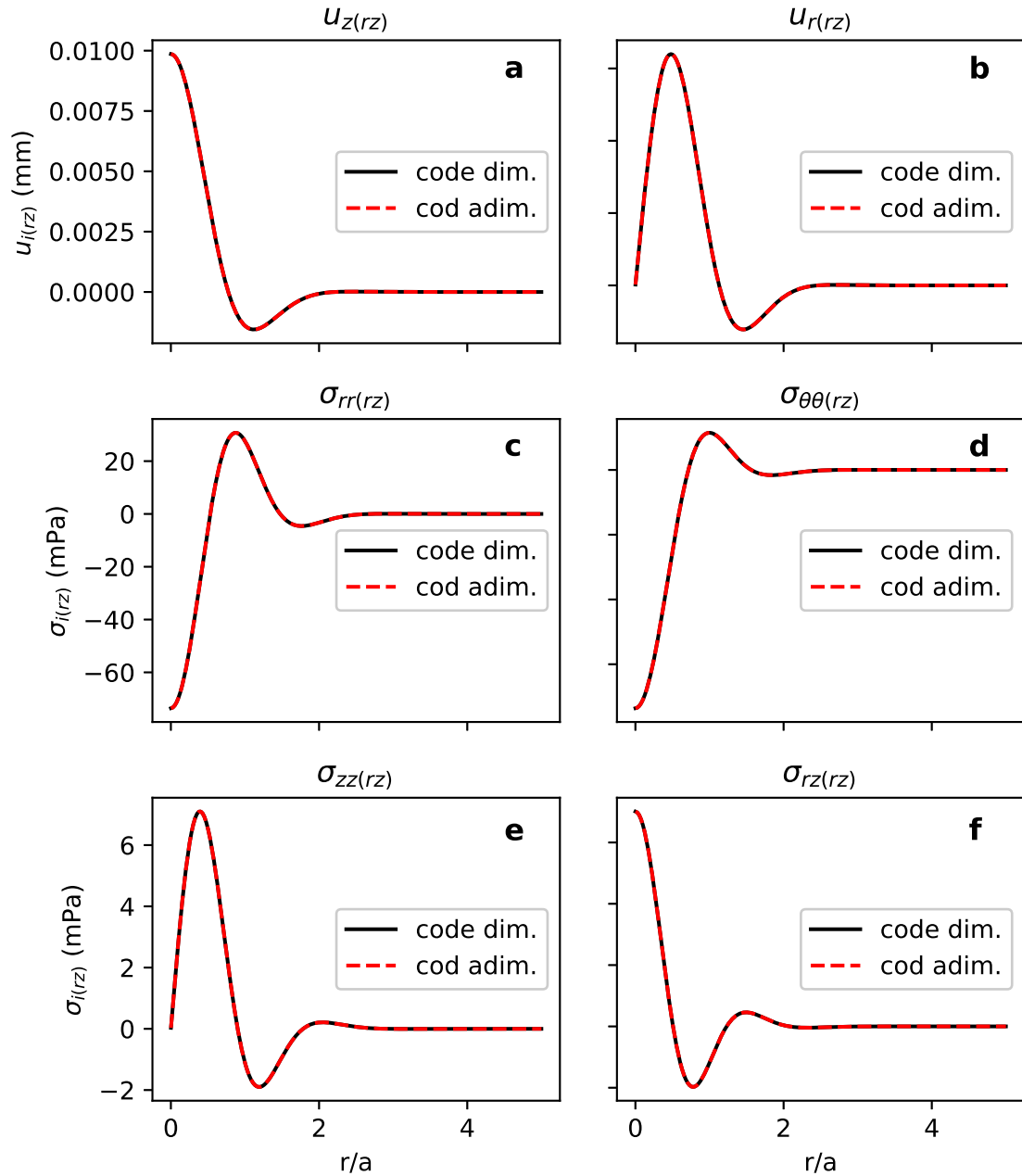


FIGURE 3.3 – Comparaison des résultats renvoyés par les codes adimensionnés (courbe noire) et non adimensionnés (courbe rouge en pointillé) pour les contraintes et déplacements dus à  $\sigma_{rz}^{eff}(r)$ . **a** : Déplacement vertical. **b** : Déplacement radial. **c** : Contrainte radiale. **d** : Contrainte circonférentielle. **e** : Contrainte normale. **f** : Contrainte cisillante.

## 3.4 Exploitation du code

Au total, les fonctions du modèle qui calculent les déplacements et les contraintes nécessitent 13 paramètres comme *inputs*. Comme la source est un liquide et que les déformations produites sont généralement petites devant la taille de la source, il est possible de considérer que  $a_i = a$  et  $T_i = T$ . Le nombre de variables est ainsi réduit à 11.

Sur Terre, certains de ces *inputs*, comme l'accélération de la gravité  $g$ , sont bien connus et constants d'un cas à l'autre. D'autres comme la profondeur où faire le calcul sont choisis par l'utilisateur. Il reste cependant des paramètres physiques dont la valeur est plus incertaine. Par exemple, la flottabilité du magma silicique dans la croûte continentale, qui est généralement comprise entre 200 et 400  $\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$  (Caricchi et al., 2014).

La variation des 11 paramètres peut être entièrement présentée par les quatre nombres sans dimension détaillés à la section 2.5 page 43, et résumés dans le tableau 3.1 ci-dessous. Le tableau 3.1 résume les gammes de valeur généralement utilisées pour les paramètres physiques présents dans notre modèle, ainsi que les valeurs extrêmes entre lesquelles les quatre nombres sans dimension du problème peuvent varier au vu des gammes de valeurs assumées pour les différents paramètres.

Dans la suite de cette section, l'effet de la variation des quatre nombres sans dimension est discuté en se basant sur les résultats de simulations faites grâce à notre modèle.

TABLE 3.1 – Comparaison des gammes de valeur que peuvent prendre les différents paramètres dans un cas naturel.

Paramètre	Notation (unité)	Valeurs
<i>Plaque élastique</i>		
Coefficient de Poisson	$\nu$	0,25
Module de Young	$E$ (Pa)	$10.10^9$ à $60.10^9$
Épaisseur maximale*	$H_0$ (m)	$4.10^3$ à $10.10^3$
Poids	$\rho_c - \rho_{up}$ ( $\text{kg.m}^{-3}$ )	2300 à 2700
<i>Source de la déformation</i>		
Flottabilité dans la plaque	$\rho_c - \rho_m$ ( $\text{kg.m}^{-3}$ )	200 à 400
Demi-largeur de la gaussienne <sup>†</sup>	$a$ (m)	$5.10^3$ à $40.10^3$
Hauteur maximum <sup>†</sup>	$T$ (m)	$10^2$ à $4.10^3$
<i>Nombres sans-dimension associés</i>		
Quantifie la manière dont la plaque s'oppose à la poussée du liquide (principalement par son poids ou principalement par sa rigidité élastique).	$\beta_1 = \frac{2(1-\nu^2)(\rho_c - \rho_{up})ga}{E}$	$3,5.10^{-3}$ à 0.20
Quantifie l'effet dominant entre la flottabilité du fluide stocké sous la plaque et la rigidité de celle-ci.	$\beta_2 = \frac{(1+\nu)(\rho_c - \rho_m)gT}{E}$	$4,09.10^{-6}$ à $1,96.10^{-3}$
Quantifie la manière dont la contrainte est appliquée sur la plaque. $H'_0 \rightarrow \infty$ : Point source.	$H'_0 = \frac{H_0}{a}$	0,1 à 2
Rapport d'aspect de la source.	$T' = \frac{T}{a}$	$2,5.10^{-3}$ à 0.8

\* Gamme de valeur issue de la littérature pour la profondeur de la transition fragile-ductile dans le cas des grands systèmes siliciques tels que le Yellowstone ou les Champs Phlégréens (Smith et al., 2009; Castaldo et al., 2019).

<sup>†</sup>Valeurs considérées plausibles au vu de la taille des caldeiras produites par l'éruption des grands systèmes siliciques (Caricchi et al., 2014; Jaxybulatov et al., 2014).

### 3.4.1 Effet de la variation du rapport d'aspect de la source

Le bas de la plaque n'est pas purement horizontal. Or, la force du fluide s'exerce perpendiculairement à celle-ci. La poussée du fluide est dans un premier temps considérée comme étant principalement verticale. Son effet sur la plaque est calculé à l'aide de  $\sigma_{zz}^{eff}(r)$ . Pour rendre compte du fait que cette poussée n'est pas purement verticale, nous calculons des contraintes et déplacements grâce à  $\sigma_{rz}^{eff}(r)$ . Grâce au principe de l'élasticité linéaire, nous obtenons les contraintes et déplacements totaux en additionnant ceux produits par  $\sigma_{zz}^{eff}(r)$  et ceux dus à  $\sigma_{rz}^{eff}(r)$ .

L'effet de  $\sigma_{rz}^{eff}(r)$  est directement lié à la forme du bas de la plaque. Plus la pente du bas de la plaque sera raide, plus cela aura un effet important sur les déplacements et les contraintes produites par la poussée du liquide. L'effet dû à  $\sigma_{rz}^{eff}(r)$  est donc directement lié au rapport d'aspect de la source  $T'$ , qui est le rapport entre la hauteur maximale de la source,  $T$ , et sa demi-largeur,  $a$ . L'estimation de la contribution peut être exprimée par

$$R_{u_i} = \frac{u_{i(rz)}(r, z)}{u_i(r, z)} \quad (3.1)$$

pour les déplacements, et par

$$R_{\sigma_{ij}} = \frac{\sigma_{ij(rz)}(r, z)}{\sigma_{ij}(r, z)} \quad (3.2)$$

pour les contraintes.

Ce rapport permet de donner une idée de la proportion du déplacement total, ou de la contrainte totale, due à  $\sigma_{rz}^{eff}(r)$ . Ils permettent également de discuter l'effet produit par la présence d'une pente au bas de la plaque par rapport aux déplacements, ou aux contraintes, calculés pour une plaque qui n'en a pas ( $\sigma_{zz}^{eff}(r)$ ).

Si les rapports sont positifs et supérieurs à 1, l'effet de  $\sigma_{rz}^{eff}(r)$  est dominant par rapport à celui de  $\sigma_{zz}^{eff}(r)$ . Dans ce cas, les contraintes ou les déplacements totaux reflètent le comportement dû à  $\sigma_{rz}^{eff}(r)$ .

Si les rapports sont positifs et inférieurs à 1, l'effet de  $\sigma_{rz}^{eff}(r)$  amplifie l'amplitude de  $u_{i(zz)}$  ou  $\sigma_{ij(zz)}(r, z)$  dus à  $\sigma_{zz}^{eff}(r)$ .

Si les rapports sont négatifs, cela montre que  $\sigma_{rz}^{eff}(r)$  provoque une diminution de l'amplitude des contraintes ou déformations dues à  $\sigma_{zz}^{eff}(r)$ .

#### 3.4.1.1 Discussion de l'effet sur les déplacements

Pour mettre en évidence l'effet de  $T'$  sur les déplacements, l'évolution du rapport  $R_{u_i}$  (3.1) est représentée en fonction de  $r$  pour un  $T'$  quelconque. Ceci afin de choisir un

point  $r$  représentatif où regarder ensuite l'évolution de  $R_{u_i}$  en fonction de  $T'$ . La figure 3.4 montre la contribution de  $\sigma_{rz}^{eff}(r)$  au déplacement total en fonction de  $r$  pour un  $T' = 0.14$ .

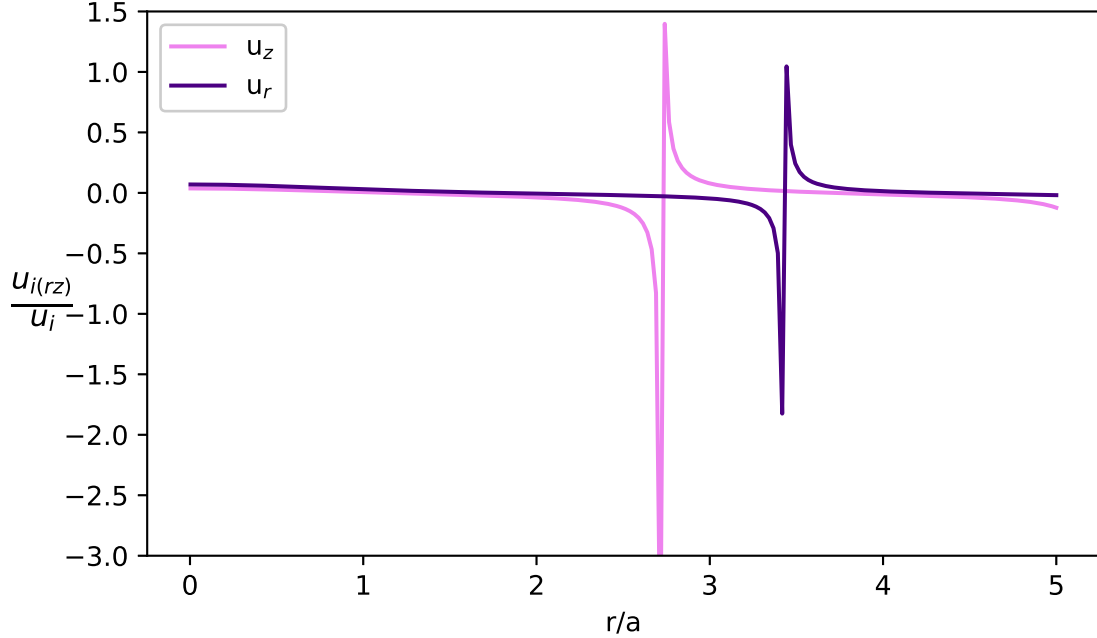


FIGURE 3.4 – Évaluation de l'effet dû à la présence d'une pente au bas de la plaque sur les déplacements totaux le long d'un profil en  $z = 0$  pour un  $T' = 0.14$ . La distance radiale est adimensionnée par la demi-largeur de la source.  $u_z$  : déplacement vertical.  $u_r$  : déplacement radial.

Sur la figure 3.4, deux choses sont à noter. Premièrement, le rapport (3.1) est parfois positif, parfois négatif. Il y a donc une alternance de l'effet dû à la présence d'une pente au bas de la plaque. Deuxièmement, le rapport est chaotique en fonction de  $r$ , venant du fait que le déplacement change de signe en fonction de  $r$ .

Lorsqu'une plaque élastique est déformée, le déplacement vertical montre une alternance de soulèvement et d'affaissement en fonction de  $r$ , puis il tend vers 0. À chaque changement, le déplacement passe par 0. Ce comportement se retrouve sur le déplacement vertical dû à  $\sigma_{zz}^{eff}(r)$ , sur celui produit par  $\sigma_{rz}^{eff}(r)$  et enfin sur le déplacement vertical total (figure 3.5). Comme le déplacement vertical total est le dénominateur de  $R_{u_i}$  (3.1), lorsqu'il tend vers 0, le rapport tend vers  $-\infty$  ou  $+\infty$ . Ce qui explique cet aspect chaotique du rapport  $R_{u_i}$  (3.1).

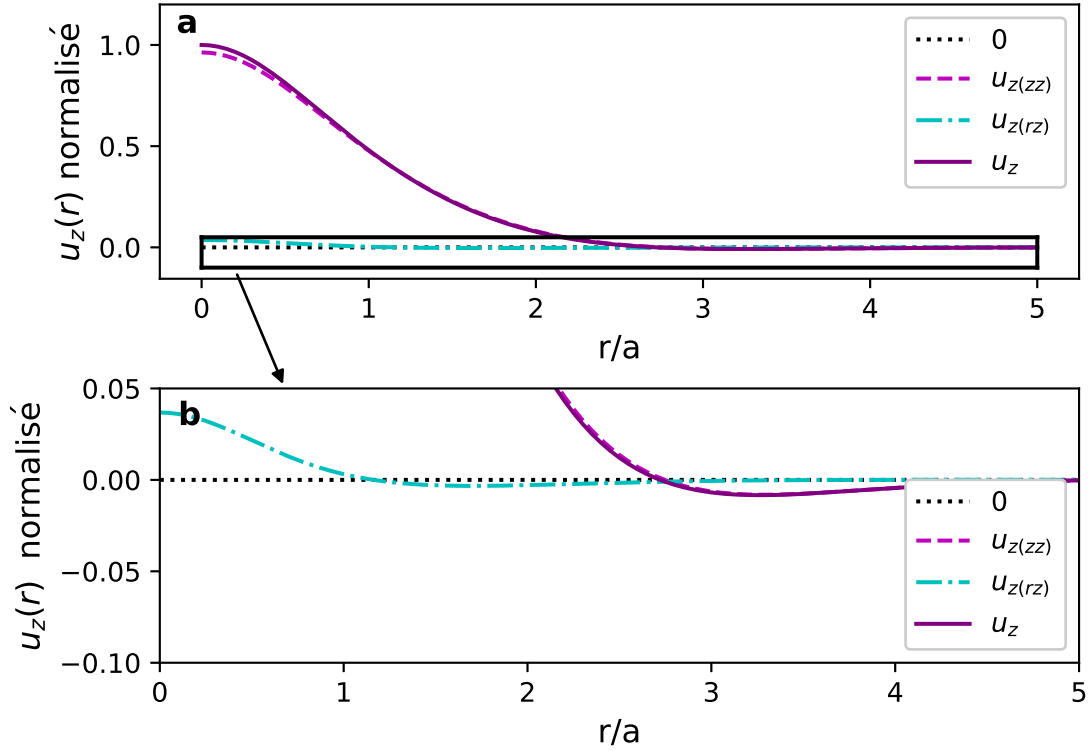


FIGURE 3.5 – Déformations verticales produites dans le cas du calcul qui a permis de faire la figure 3.4.  $u_z$  (courbe violette) : déplacement total.  $u_{z(zz)}$  (courbe rose) : déplacement dû à  $\sigma_{zz}^{eff}(r)$ .  $u_{z(rz)}$  (courbe bleue) : déplacement dû à  $\sigma_{rz}^{eff}(r)$ . Les distances radiales sont adimensionnées par la demi-largeur de la source. **a** : Déformations verticales normalisées par rapport à la déformation totale. **b** : Mise en évidence de la position des changements de signe.

De manière à regarder l'importance de  $\sigma_{zz}^{eff}(r)$  en fonction du rapport d'aspect de la source  $T'$ , le rapport (3.1) est calculé pour différents  $T'$ . Le maximum de soulèvement situé au centre de la déformation étant un point intéressant pour l'application aux cas géologiques, le rapport a été calculé en  $r = 0$ . Dans le cas de  $u_r(r, z)$ , le rapport ne varie pas beaucoup en fonction de  $r$ . Il augmente juste très légèrement lorsque  $r$  tend vers 0. Comme  $u_r(r = 0, z = 0) = 0$ , le rapport  $R_{u_i}$  a été calculé en  $r \approx 0$ .

La figure 3.6 représente l'évolution du rapport  $R_{u_i}$  (3.1) en fonction de  $T'$  pour les déplacements verticaux,  $u_z$ , et radiaux,  $u_r$ . La zone en gris sur cette figure correspond à celle où l'approximation des petits angles n'est plus valide selon la limite posée au chapitre précédent. Dans cette zone, les calculs réalisés par notre modèle sont moins précis. Nous avons cependant choisi de les représenter pour deux raisons. Premièrement, le cas naturel peut théoriquement aller jusqu'à des rapports d'aspect de 0,8. Deuxièmement, la limite de cette zone a été choisie arbitrairement de manière stricte. Ceci afin d'éviter que le cumul des approximations utilisées ne produise une erreur significative sur les résultats.



Un choix moins strict que celui détaillé au chapitre 2 page 31 aurait pris en compte cette zone.

En résumé, ce qui ressort de la figure 3.6 est que les déplacements sont peu impactés par les effets de  $\sigma_{rz}^{eff}(r)$ . Pour des rapports d'aspect de la source  $T'$  élevé, plus de 10% à 15% du maximum de soulèvement observé est dû à la présence d'une pente au bas de la plaque. Comme le montre la figure 3.5, l'effet de  $\sigma_{rz}^{eff}(r)$  produit un rétrécissement de la déformation selon  $r$  et une augmentation de l'amplitude verticale.

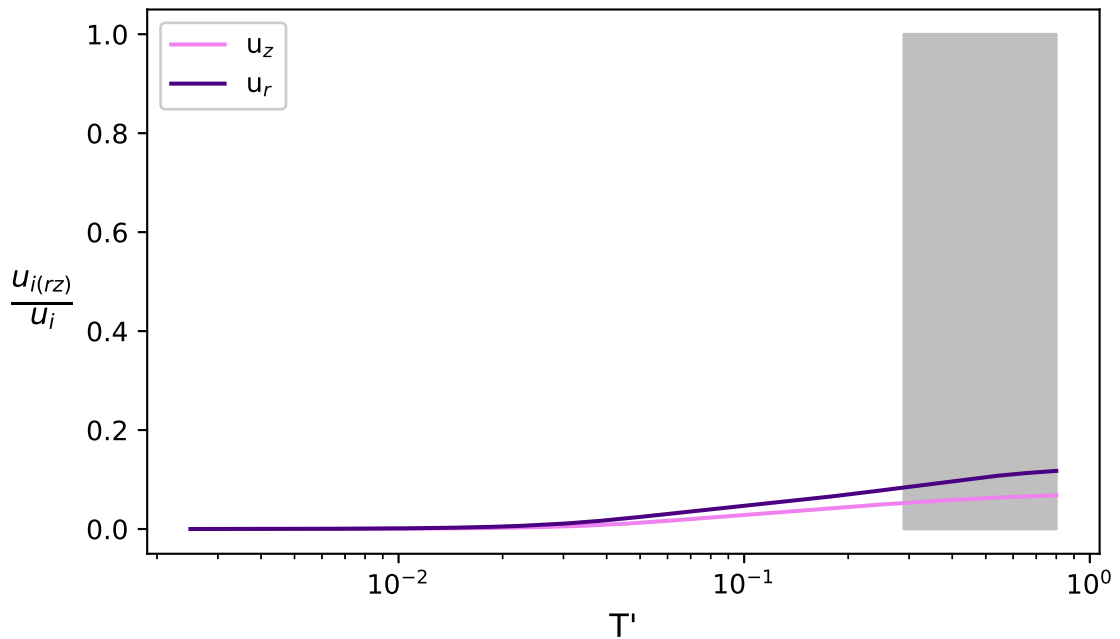


FIGURE 3.6 – Évaluation de la contribution de  $\sigma_{zz}^{eff}(r)$  sur le déplacement total pour le déplacement vertical  $u_z(r = 0, z = 0)$ , courbe mauve, et le déplacement radial  $u_r(r \rightarrow 0, z = 0)$ , courbe violette. La zone grise correspond à la zone où l'approximation des petits angles n'est plus respectée selon notre critère. Il s'agit donc d'une zone où les résultats sont moins précis.

### 3.4.1.2 Discussion de l'effet sur les contraintes

Comme cela a été fait pour les déplacements à la sous-section précédente, nous regardons l'effet de  $\sigma_{rz}^{eff}(r)$  sur les contraintes dans l'ensemble de la plaque de manière à choisir un point représentatif où regarder par la suite les variations en fonction de  $T'$ .

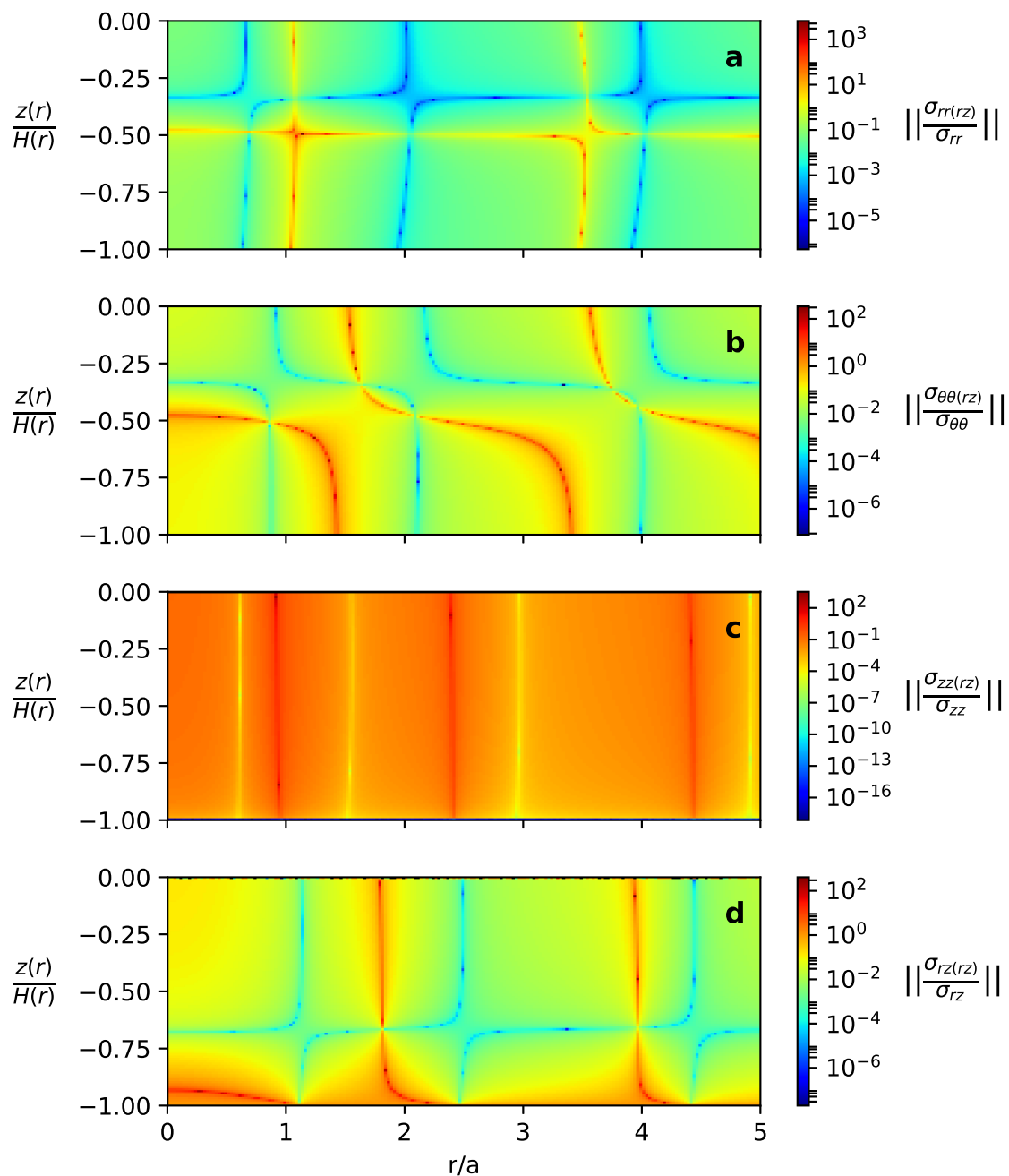


FIGURE 3.7 – Évaluation de la contribution de  $\sigma_{rz}^{eff}(r)$  sur les quatre composantes non nulles du champ de contraintes totales dans la plaque : **a.** contrainte radiale, **b.** contrainte circonférentielle, **c.** contrainte normale, **d.** contrainte cisillante. Sauf le long de lignes dues à des artefacts, le rapport vaut environ  $10^{-2}$  dans l'ensemble de la plaque. Les artefacts correspondent aux amplitudes supérieures à  $10^2$  et inférieures à  $10^{-5}$ . Ils sont respectivement dus au fait que le dénominateur et le numérateur du rapport  $R_{\sigma_{ij}}$  changent de signe et passe donc par 0.

La figure 3.7 montre la contribution des contraintes produites par  $\sigma_{rz}^{eff}(r)$  au champ de contraintes totales, pour un  $T' = 0.06$ . Pour cela, le rapport  $R_{\sigma_{ij}}$  (3.2) est représenté selon une coupe radiale de la plaque pour les quatre composantes non nulles du champ de contrainte : la contrainte radiale  $\sigma_{rr}$  (figure 3.7.a.), la contrainte circonférentielle  $\sigma_{\theta\theta}$  (figure 3.7.b.), la contrainte normale  $\sigma_{zz}$  (figure 3.7.c.) et la contrainte cisailante  $\sigma_{rz}$  (figure 3.7.d.). La profondeur  $z(r)$  en un point  $r$  est normalisée par l'épaisseur de la plaque à ce même point  $H(r)$ . La forme convexe vers le haut du bas de la plaque n'est donc pas visible sur la figure 3.7. Comme pour le rapport  $R_{u_i}$ , des pics dans l'amplitude du rapport  $R_{\sigma_{ij}}$  sont présents. Les amplitudes maximums et minimums de ces pics sont de l'ordre de  $10^2$  et  $10^{-5}$ . De manière à rendre visible ces artefacts, une échelle logarithmique est utilisée pour représenter l'intensité du rapport entre les contraintes dues à  $\sigma_{rz}^{eff}(r)$  et le champ de contrainte totale. L'utilisation d'une échelle logarithmique ne permettant pas de représenter des rapports négatifs, nous représentons la valeur absolue du rapport. Cela n'a pas d'incidence sur notre discussion, car elle porte sur la part du champ de contrainte totale dû à  $\sigma_{rz}^{eff}(r)$  et non sur son effet en détail.

Il apparaît que le rapport à une valeur de  $10^{-2}$  dans la majorité de la plaque, et ce pour les quatre composantes non nulles du champ de contrainte. Les valeurs limites de  $10^2$  et  $10^{-5}$  sont très localisées et dessinent des lignes à l'intérieur de la plaque. Comme pour les pics visibles sur la figure 3.4, ces discontinuités sont liées au changement de signe des contraintes dont le rapport est fait. Les amplitudes supérieures à  $10^2$  sont dues au fait que le dénominateur du rapport change de signe et qu'il passe donc par 0, celles inférieures à  $10^{-5}$  sont dus au fait que c'est le numérateur qui change de signe.

Pour avoir une bonne représentation de la contribution de  $\sigma_{zz}^{eff}(r)$  au champ de contrainte total en fonction de  $T'$ , le point doit être loin des cas limites discutés au paragraphe précédent. Pour cela, le point choisi est proche de  $r = 0$  et  $z = 0$  pour les quatre composantes représentées sur la figure 3.7.

La figure 3.8 représente la contribution de la correction aux différentes composantes du tenseur des contraintes. Sur la figure 3.8, les courbes des contraintes radiales,  $\sigma_{rr}(r = 0, z = 0)$ , et circonférentielles,  $\sigma_{\theta\theta}(r = 0, z = 0)$ , sont superposées. C'est également le cas pour celles des contraintes verticales,  $\sigma_{zz}(r = 0, z = 0)$ , et cisailante,  $\sigma_{rz}(r = 0, z = 0)$ . Comme sur la figure 3.6, la zone grise sur la figure 3.8 correspond aux valeurs de  $T'$  pour lesquels l'approximation des petits angles n'est pas vérifiée selon le critère posé au chapitre 2 page 31.

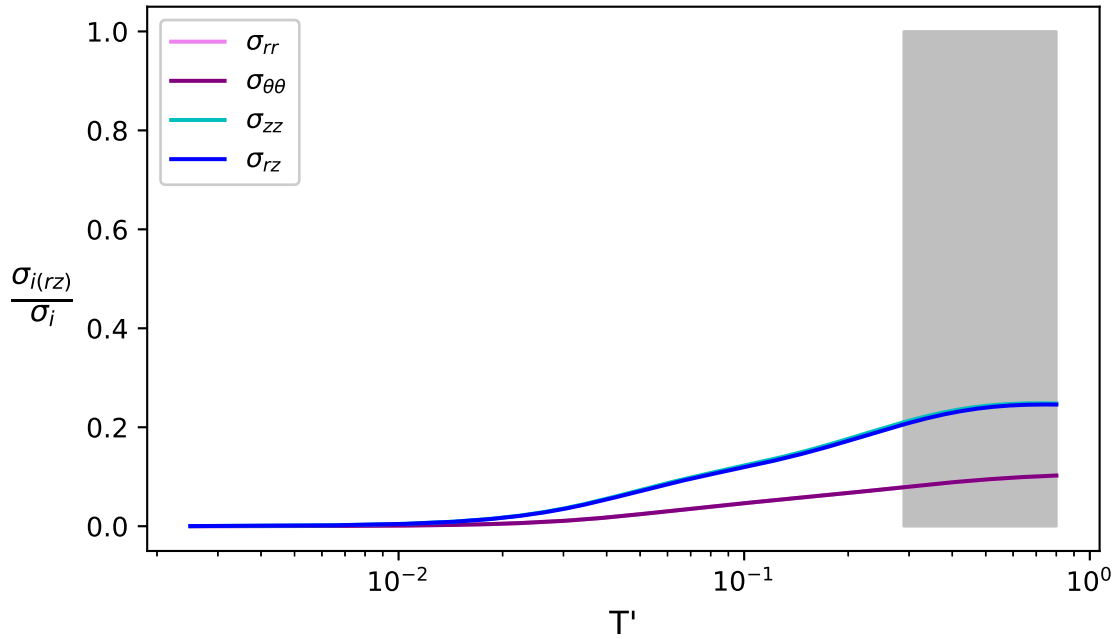


FIGURE 3.8 – Évaluation de la contribution de la correction au champ de contrainte totale. Contraintes radiales  $\sigma_{rr}(r = 0, z = 0)$  (courbe mauve), circonférentielles  $\sigma_{\theta\theta}(r = 0, z = 0)$  (courbe violette), verticales  $\sigma_{zz}(r = 0, z = 0)$  (courbe bleu clair) et cisailantes  $\sigma_{rz}(r = 0, z = 0)$  (courbe bleu foncé). Les courbes de  $\sigma_{rr}$  et  $\sigma_{\theta\theta}$  sont superposées, ainsi que les courbes de  $\sigma_{zz}$  et  $\sigma_{rz}$ . La zone grise correspond à la zone où l’approximation des petits angles n’est plus respectée selon le critère établi. Les résultats sont moins précis dans cette zone.

### 3.4.1.3 Conclusion

Le bas de la plaque a une forme convexe vers le haut, formant comme un creux au bas de la plaque. Le liquide vient se stocker dans cette variation d’épaisseur et provoque une poussée globalement orientée vers le haut. Au premier ordre, l’effet de cette poussée sur la plaque est calculé grâce à une contrainte appliquée, notée  $\sigma_{zz}^{eff}(r)$ , au bas de la plaque et corrigé du poids de la plaque qui a été soulevée. Cependant, la poussée du liquide s’exerce perpendiculairement à la surface de la plaque. Pour rendre compte de cet effet sur les déplacements et contraintes calculés grâce à  $\sigma_{zz}^{eff}(r)$ , d’autres déplacements et contraintes sont calculés cette fois-ci avec une contrainte cisailante  $\sigma_{rz}^{eff}(r)$ .

L’effet de  $\sigma_{rz}^{eff}(r)$  permet de rendre compte du fait que la contrainte est appliquée dans une zone de faiblesse de la plaque. Ce qui a pour effet de faciliter sa pliure, ce qui augmente l’amplitude de la flexion de la plaque tout en resserrant les bords du creux.

La variation du rapport d’aspect de la source  $T'$  correspond à la variation de la forme du bas de la plaque. Plus la source est étroite et haute, plus  $T'$  est grand. Sa variation

influence donc directement les déplacements et contraintes calculés grâce à  $\sigma_{rz}^{eff}(r)$ . En comparant les figures 3.4 et 3.7, il en résulte que l'effet de  $\sigma_{rz}^{eff}(r)$  sur les déplacements est plus similaire à ceux sur les contraintes. La contribution de  $\sigma_{rz}^{eff}(r)$  au champ de contrainte totale n'est pas nécessairement négligeable. La figure 3.7 montre en effet que près de 10% des contraintes totales en  $r = 0$  sont dus à  $\sigma_{rz}^{eff}(r)$  lorsque  $T' \approx 0,2$ .

Physiquement, le fluide stocké sous la plaque appuie sur une zone de faiblesse de celle-ci. La pliure de la plaque qui en résulte provoque un rétrécissement radial et un allongement vertical du creux au bas de la plaque. Cela fait l'effet d'une "rotation" de la plaque, comme illustré par la figure 3.5 avec les courbes violette et mauve.

### 3.4.2 Lien entre la réponse de la plaque et la variation de $H'_0$ et $\beta_2$

Lorsqu'un liquide avec une flottabilité positive se stocke sous une plaque, il exerce une poussée sur celle-ci. La contrainte, traduisant cette poussée, peut être appliquée au bas de la plaque soit en un point, soit sur une large étendue. De plus, la force de flottabilité du liquide peut être plus ou moins importante en face de la rigidité de la plaque élastique. Ces deux aspects, quantifiés respectivement par  $H'_0$  et  $\beta_2$ , influencent la manière dont la plaque réagit à la contrainte appliquée.

#### 3.4.2.1 Effets sur $\beta_1$

Lorsqu'une charge est appliquée sur une plaque, celle-ci peut avoir deux comportements limites. Dans les modèles habituels, où la plaque est déformée par l'ajout de masse sur celle-ci, (Haxby et al., 1976; Melosh, 1976, 1978; Fjeldskaar and Cathles, 1991, 1990; Fjeldskaar, 1997), la charge peut soit être supportée par la rigidité élastique de la plaque, soit atteindre un équilibre isostatique. Dans ce dernier cas, la charge est soutenue par la poussée exercée par le milieu sous la plaque.

Dans notre cas, où la plaque est déformée par en dessous, l'équilibre isostatique est atteint lorsque le poids de la plaque soulevée est égal à la poussée exercée par le liquide. La manière dont la poussée est équilibrée est quantifiée par  $\beta_1$  : lorsque  $\beta_1$  est grand, la poussée du fluide est équilibrée par le poids de la plaque soulevée ; lorsque  $\beta_1$  est petit, c'est la rigidité élastique de la plaque qui s'oppose à la poussée du fluide.

La figure 3.9 montre l'évolution de  $\beta_1$  en fonction de la variation de  $H'_0$  et  $\beta_2$ . Sur cette figure,  $\beta_1$  varie entre  $3,5 \cdot 10^{-3}$  (zone bleu foncé) et 0,20 (zone rouge). Comme le résume le tableau 3.1, le paramètre  $\beta_2$  contient les paramètres  $T$ ,  $E$  et  $(\rho_c - \rho_m)$ , l'effet de la variation de ces paramètres se lit donc sur des droites parallèles à l'axe des ordonnées. Les effets de la variation de la largeur de la source  $a$ , ou de l'épaisseur maximale de la

plaque  $H_0$ , se lisent selon  $H'_0$ .

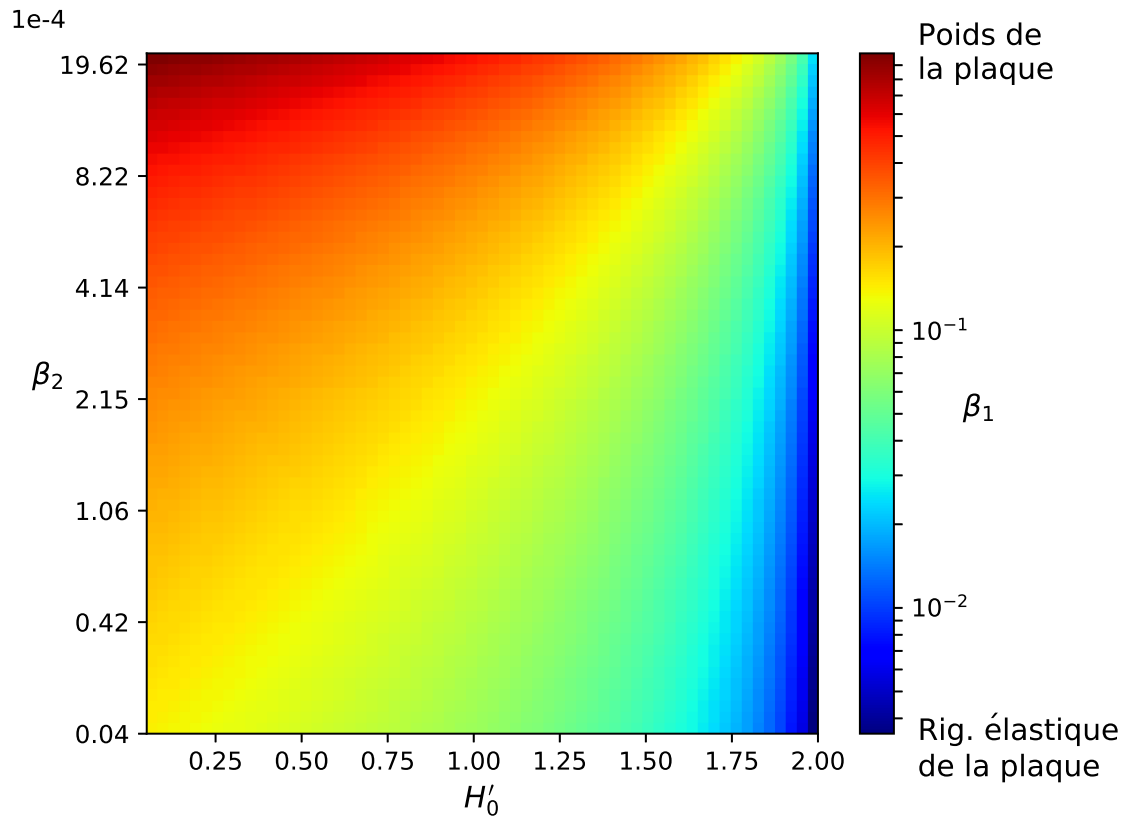


FIGURE 3.9 – Représentation de la manière dont la poussée du liquide est équilibrée en fonction de la variation des différents paramètres du problème. Le paramètre  $H'_0$  traduit la manière dont la contrainte est appliquée au bas de la plaque ( $H'_0 \rightarrow \infty$  : Point source). Le nombre sans dimension  $\beta_2$  quantifie l'importance de la flottabilité du liquide devant la rigidité de la plaque ( $\beta_2$  grand : flottabilité forte). La poussée s'équilibre soit avec le poids de la plaque ( $\beta_1$  petit, zone bleue), soit avec sa rigidité ( $\beta_1$  grand, zone rouge),  $\beta_1$  est maximum dans le coin en haut à gauche du graphique et minimum dans celui en bas à droite.

Sur la figure 3.9, les zones en rouge correspondent à des  $\beta_1$  forts, ce qui signifie que c'est principalement le poids de la plaque qui s'oppose à la poussée du fluide. Les zones en bleu correspondent à des  $\beta_1$  faibles, ce qui signifie que c'est la rigidité élastique de la plaque qui s'oppose à l'ascension du fluide. Dans la zone allant de l'orange au vert, la poussée du fluide s'équilibre avec une combinaison de la rigidité et du poids de la plaque. La valeur maximale de  $\beta_1$  se trouve en haut à gauche de la figure, là où  $\beta_2$  est élevé et où  $H'_0$  est petit, ce qui correspond à une plaque fine devant la taille de la source et peu rigide devant sa flottabilité. Sur la figure 3.9, la valeur minimum de  $\beta_1$  est à l'opposé de la valeur maximum. Elle se situe en bas à droite, là où  $\beta_2$  est faible et où  $H'_0$  est grand, ce qui indique une plaque épaisse et rigide devant la taille de la source et rigide devant sa

flottabilité.

Cette figure montre que notre modèle a un comportement cohérent. Lorsque la plaque est épaisse par rapport à la largeur de la source et que sa rigidité est forte face à la flottabilité du liquide, la force qui s'oppose à la poussée du fluide est principalement la rigidité élastique de la plaque (zone bleue sur la figure 3.9). Au contraire lorsque la plaque devient de plus en plus fine par rapport à la largeur de la source et que la flottabilité du liquide devient de plus en plus importante par rapport à l'élasticité de la plaque, c'est le poids de la plaque soulevée qui s'oppose à la poussée du fluide (zone rouge sur la figure 3.9).

### 3.4.2.2 Effets sur le maximum de soulèvement

Lorsque la plaque atteint le comportement limite où uniquement le poids de la plaque s'oppose au fluide, un équilibre isostatique est atteint. La déformation en surface est donc censée refléter la forme de la source qui produit cette déformation. À l'équilibre isostatique, le maximum de soulèvement  $u_z(r=0, z=0)$  reflète la hauteur maximum de liquide :

$$(\rho_c - \rho_{up})u_z(r=0, z=0) = (\rho_c - \rho_m)T$$

Pour déterminer à partir de quel  $\beta_1$  l'équilibre isostatique est atteint, la valeur du rapport

$$\frac{(\rho_c - \rho_{up})u_z(r=0, z=0)}{(\rho_c - \rho_m)T} \quad (3.3)$$

est testée en fonction de la variation des nombres sans dimension  $H'_0$  et  $\beta_2$ .

Sur la figure 3.10, comme pour la figure 3.9, l'effet d'une variation des paramètres  $a$  et  $H_0$  se lit sur des droites parallèles à l'axe des abscisses. Les effets des variations des paramètres  $T$ ,  $E$  et  $(\rho_c - \rho_m)$  se lisent sur des droites parallèles à l'axe des ordonnées. L'échelle de couleur va du bleu, pour des rapports inférieurs à 1, au rouge, pour des rapports supérieurs à 1, en passant par le blanc (rapport = 1). L'échelle de couleur est donc centrée sur la valeur 1, et les zones en blanc sur la figure correspondent à celles où l'équilibre isostatique est atteint. Les zones en rouge représentent donc des calculs pour lesquels le soulèvement maximum est plus important que ce qui est attendu pour un équilibre isostatique. Au contraire, les zones bleues correspondent à des soulèvements maximum plus faibles.

Le maximum de soulèvement reflète l'équilibre isostatique pour une minorité de cas. La grande majorité des cas reflète le fait que la déformation est inférieure à celle attendue si la charge était à l'équilibre isostatique, comme le montre l'étendue de la zone bleu sur la figure 3.10. Cette figure montre également que lorsque la charge appliquée appuie for-

tement dans le creux, elle produit des déformations plus importantes que celles attendues à l'équilibre isostatique.

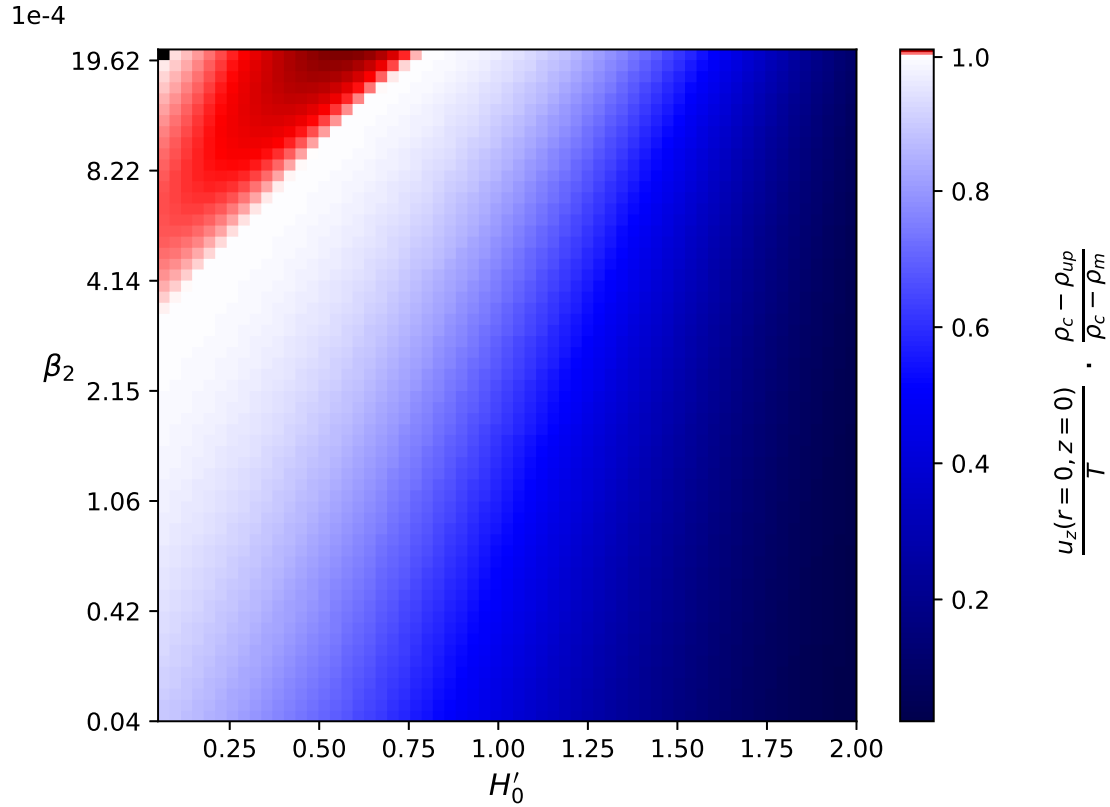


FIGURE 3.10 – Mise en évidence de l'équilibre isostatique avec le maximum de soulèvement. Pour cela, le rapport entre le maximum de soulèvement  $u_z(r = 0, z = 0)$  et l'épaisseur maximale de liquide  $T$  est multiplié par le rapport des masses volumiques en jeu. Puis ce rapport est représenté en fonction de  $H'_0$  et de  $\beta_2$ . Lorsque la valeur est 1 (zone blanche) l'équilibre isostatique est atteint. C'est le cas pour une minorité des valeurs de  $H'_0$  et  $\beta_2$ . Les zones bleues correspondent à des cas où le soulèvement est inférieur à ce qu'il pourrait être si la source était à l'équilibre isostatique. Les zones rouges correspondent à l'exact inverse, le soulèvement produit est alors supérieur.

### 3.4.2.3 Effets sur la largeur de la déformation

Le test porte maintenant sur la largeur de la déformation. Pour cela, le rapport entre la demi-largeur de la déformation en surface,  $a_s$ , et celle de la source  $a$ , est représenté en fonction de la variation des paramètres  $H'_0$  et  $\beta_2$  (figure 3.11). L'échelle de couleur est la même que pour la figure 3.10.



La petite étendue de la zone blanche sur la figure 3.11 montre que la largeur caractéristique de la déformation est la même que celle de la source pour une minorité de cas. Une plus petite portion encore montre que les résultats des calculs ont produit des déformations plus larges que la source elle-même (zone rouge foncé). Dans la majorité des cas, la déformation produite est légèrement plus large que la source, comme le montre l'étendue de la zone rouge claire sur la figure 3.11.

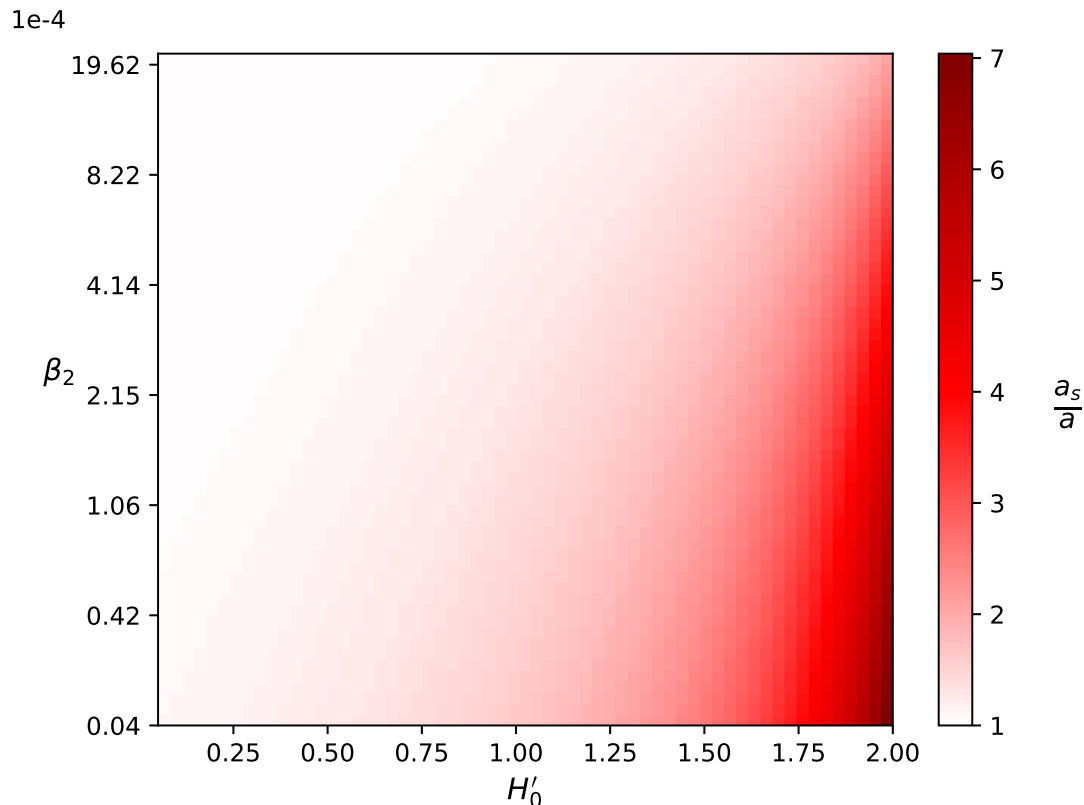


FIGURE 3.11 – Mise en évidence de l'équilibre isostatique avec les demi-largeurs. Pour cela le rapport entre la demi-largeur de la déformation  $a_s$  et celle de la source  $a$  est représenté en fonction de  $H'_0$  et de  $\beta_2$ . Lorsque la valeur est 1 (zone blanche), l'équilibre isostatique est atteint. C'est le cas pour une petite partie des valeurs de  $H'_0$  et  $\beta_2$ . Les zones rouges correspondent à des cas où la déformation est plus large que la source.

### 3.4.3 Discussion et conclusion

La variation des différents paramètres du problème peut être résumée par les trois nombres sans dimensions  $\beta_1$ ,  $\beta_2$  et  $H'_0$ . Le premier quantifie la réponse de la plaque, le second la force dominante entre la flottabilité de la source et la rigidité élastique de la plaque, et le dernier est le rapport entre l'épaisseur maximale de la plaque et la demi-largeur de la source. Pour regarder l'effet de la variation de  $\beta_2$  et  $H'_0$  sur la réponse de

la plaque, 3721 (61x61) calculs ont été effectués de manière à couvrir toute la variabilité de ces deux paramètres. Cela représente environ une journée de calcul pour les figures 3.10 et 3.11. Pour chacun des calculs, trois points ont été calculés : la valeur de  $\beta_1$ , le maximum de soulèvement produit et la largeur caractéristique de la source.

Les valeurs de  $\beta_1$  montrent que notre modèle a un comportement cohérent. Lorsque la plaque est épaisse et que sa rigidité est forte, c'est principalement cette rigidité élastique qui s'oppose à la poussée du fluide stocké sous la plaque. Au contraire, lorsque la plaque est fine et que la flottabilité de la source est importante, c'est principalement le poids de la portion de plaque soulevée qui s'oppose à la poussée du fluide. Cependant, il faut bien noter que le paramètre  $\beta_1$  est un paramètre sans dimension indépendante de  $\beta_2$  et  $H'_0$ . Il est le seul à contenir la masse volumique du milieu au-dessus de la plaque  $\rho_{up}$ . Ainsi, les valeurs de  $\beta_1$  représentées sur la figure 3.9 ne sont valides que si la couche au-dessus de la plaque est de l'air.

Les figures 3.10 et 3.11 montre un comportement semblable. Pour une petite partie des résultats des simulations, la déformation en surface reproduit la forme de la source et traduit l'équilibre isostatique de cette dernière. Les calculs qui correspondent à ce cas sont au niveau des zones blanches sur ces figures. Ces calculs correspondent à des  $\beta_1$  supérieurs à  $2.10^{-2}$ .

Une majorité des résultats montre des déformations qui ont simultanément un soulèvement plus faible et une largeur plus importante que si l'équilibre isostatique était atteint. Ces cas correspondent à des  $\beta_1$  qui sont inférieurs à  $2.10^{-2}$ . Pour ces cas, c'est la rigidité de la plaque qui s'oppose principalement à la poussée du fluide.

Enfin, une petite partie des résultats montre un soulèvement plus important que celui attendu si le système était juste à l'équilibre isostatique. Ces cas correspondent à ceux où la pliure de la plaque provoque le rapprochement des bords du creux formé par la variation d'épaisseur de la plaque.

Néanmoins, en regardant ensemble les figures 3.9, 3.10 et 3.11, le lien entre la forme des déformations produites par rapport à celle de la source et  $\beta_1$  peut être établi. Si la plaque s'oppose principalement à la poussée du fluide par son poids ( $\beta_1$  grand), la forme de la déformation reproduit celle de la chambre magmatique. Si la plaque s'oppose principalement à la poussée du fluide par sa rigidité élastique ( $\beta_1$  petit), la déformation est plus large que la source qui en est responsable. Au vu de nos résultats, il est possible de poser une limite entre les deux autour de  $\beta_1 \approx 2.10^{-2}$ .

## 3.5 Discussion et conclusion des résultats de l'ensemble du chapitre

L'ensemble des résultats et des conclusions présentés dans ce chapitre peut être regroupé en 4 points. Le premier concerne les codes écrits, le second concerne le test fait sur l'adimensionnement réalisé au chapitre précédent. Enfin, le troisième correspond à un résumé des effets dus à l'utilisation d'une plaque d'épaisseur variable dans notre modèle. Enfin, le dernier point est l'effet de la variation des paramètres physique sur la manière dont la poussée du fluide est équilibrée par la plaque.

### 3.5.1 Code numérique

Nous avons écrit deux fichiers de code en langage python pour résoudre les équations du modèle : l'un résolvant les équations adimensionnées, l'autre les équations non adimensionnées. Ils prennent chacun 13 paramètres non adimensionnés comme *input*. Ils renvoient tous deux les déplacements et les contraintes non adimensionnés. Pour cela l'intégration sur le nombre d'onde  $k$  est faite grâce à la fonction `scipy.integrate.quad()` du langage Python entre  $k_{min} = \frac{0,02}{a}$  et  $k_{max} = \frac{11}{a}$ .

Comme seule l'intégration sur  $k$  est réalisée numériquement, les calculs peuvent être accélérés en ne calculant les contraintes ou les déplacements qu'en un ou quelques points.

### 3.5.2 Test de l'adimensionnement

Les codes ont montré que les codes résolvant les équations non adimensionnées et ceux résolvant les équations adimensionnées donnent les même résultats.

Dans la suite de ce manuscrit, seuls les codes résolvant les équations adimensionnées sont utilisés. Cela permet de s'affranchir du problème posé par la présence de  $\cosh(kH_r)$  et  $\sinh(kH_r)$  dans les équations. En effet, dans les cas géologiques  $H_0$  vaut entre 5 000 m et 10 000 m. Or, il n'est pas possible pour notre ordinateur de calculer des valeurs de  $\cosh(kH_r)$ , ou  $\sinh(kH_r)$ , aussi grandes. Il faudrait passer toutes les dimensions en kilomètre.

### 3.5.3 Effets dus à la variation d'épaisseur de la plaque

Mathématiquement, le principal effet lié à la variation d'épaisseur de la plaque est dû à la présence d'une pente au bas de la plaque. Pour quantifier cet effet, le déplacement to-

tal est découpé en deux composantes. L'une correspond à une poussée purement verticale exercée sur la plaque par le fluide, notée  $\sigma_{zz}^{eff}(r)$ . C'est la composante qui est uniquement utilisée dans le cas d'une plaque d'épaisseur constante. La deuxième composante correspond à une contrainte cisailante appliquée au bas de la plaque  $\sigma_{rz}^{eff}(r)$ . Elle permet de traduire le fait que la poussée s'exerce perpendiculairement à la surface de la plaque, et que cette dernière est légèrement inclinée. Plus la pente au bas de la plaque sera importante, plus l'effet de  $\sigma_{rz}^{eff}(r)$  sera important.

Cet effet peut être qualifié grâce au rapport d'aspect de la source  $T'$  et au rapport entre la composante due à  $\sigma_{rz}^{eff}(r)$  et les contraintes ou déplacements totaux. Le rapport d'aspect de la source est donné par le rapport entre sa hauteur et sa largeur caractéristique. L'évolution du rapport en fonction de  $T'$  montre que les déplacements sont autant impactés que les contraintes. Jusqu'à 10% des soulèvements, ou des contraintes, totaux sont dus à  $\sigma_{rz}^{eff}(r)$ .

Physiquement, le bas de la plaque a une forme convexe vers le haut, la poussée du fluide qui y est stocké est donc appliquée dans une zone de faiblesse. Cela a pour effet de faciliter la pliure de la plaque. Lorsque la variation d'épaisseur est importante, les bords du creux où est stocké le liquide vont se rapprocher sous l'effet de la flexion de la plaque. Cela a pour effet de diminuer la largeur de la source et d'augmenter sa hauteur. Cet effet est illustré par les figures 3.10 et 3.11.

Or ces figures montrent également que le rapport d'aspect de la source n'est pas le seul paramètre qui influence cet effet. En effet,  $\beta_2$  contient le paramètre  $T$ , et  $H'_0$  contient le paramètre  $a$ . La figure 3.11 représente le rapport  $\frac{a_s}{a}$ , où  $a_s$  est la demi-largeur de la déformation en surface et  $a$  celle de la source. Il est possible en faisant varier les autres paramètres de trouver plusieurs points  $(\beta_2, H'_0)$  pour lesquels  $T'$  est le même et le rapport  $\frac{a_s}{a}$  est différent. Plus la plaque est rigide, moins elle se pliera facilement. Ce qui fait que les bords de la source se rapprocheront moins.

Cet effet de pliure disparaît lorsque la plaque devient très rigide ou que  $H'_0$  tend vers  $\infty$ . Lorsque l'application de la charge tend vers le point, le rapport  $T'$  tend vers  $+\infty$ . Or l'effet de  $\sigma_{rz}^{eff}(r)$  finit quand même par devenir négligeable. Cela vient du fait que lorsque la demi-largeur de la charge tend vers 0, la variation d'épaisseur créant un creux au bas de la plaque se referme. Dans ce cas très particulier, non représentatif de la réalité, la plaque a une épaisseur constante.

### 3.5.4 Équilibre de la poussée du fluide par la plaque

Le paramètre sans dimension  $\beta_1$  quantifie la manière dont la plaque s'oppose à la poussée du fluide. Lorsque  $\beta_1$  est grand, c'est le poids de la plaque qui s'équilibre avec la poussée du fluide. Lorsque  $\beta_1$  est petit, c'est sa rigidité élastique. La variation de l'ensemble des paramètres physiques peut être représentée par  $\beta_2$  et  $H'_0$ . Le premier quantifie la force dominante entre la flottabilité de la source et la rigidité élastique de la plaque. Le deuxième, l'importance de l'épaisseur de la plaque face à la largeur de la source. En comparant les figures 3.10 et 3.11, il ressort que pour seulement une petite partie des valeurs de  $\beta_2$  et de  $H'_0$ , la déformation traduit un équilibre isostatique parfait de la source.

En prenant en compte la gamme de valeur pour chaque paramètre, les calculs ont montré que lorsque  $\beta_2$  était maximum et  $H'_0$  minimum, la valeur de  $\beta_1$  était maximum. Inversement, lorsque  $\beta_2$  est minimum et  $H'_0$  maximum, la valeur de  $\beta_1$  est minimum. Le paramètre  $\beta_1$  semble donc fonction de  $\beta_2$  et  $H'_0$ . Cependant, il s'agit bien d'un paramètre indépendant des deux autres, car il est le seul à contenir la masse volumique du milieu au-dessus de la plaque  $\rho_{up}$ . Cependant, tous les cas étudiés ici sont à l'air libre. Il n'y a donc pas une vraie indépendance de ces trois paramètres dans nos résultats.

Le point important concerne l'étude du comportement de la plaque en fonction de la variation des différents paramètres physiques présents dans le modèle. Il est possible de regarder la réponse de la plaque en faisant varier conjointement  $\beta_2$  et  $H'_0$ . Or, la variation de  $\beta_1$  couvre l'ensemble des cas correspondant à la variation de  $\beta_2$  et  $H'_0$ . Il est donc également possible de regarder la réponse de la plaque uniquement en fonction de  $\beta_1$ . Ce point sera utilisé au chapitre 5 pour l'étude des contraintes dans la plaque.

---

### Validation du modèle théorique et des codes numériques par des expériences de laboratoire

---

Notre hypothèse de départ est que la remontée du magma silicique dans la croûte continentale est stoppée par la transition fragile-ductile. Cette transition marque un contraste rhéologique qui arrête la remontée du magma, bien que celui-ci ait toujours une flottabilité positive. De manière simplifiée, il s'agit d'un liquide avec une flottabilité positive qui est stocké sous une plaque élastique. Le milieu sous cette plaque élastique est viscoélastique, mais au premier ordre il est considéré comme fluide.

Pour modéliser les effets de ce stockage, un modèle de plaque (Melosh, 1976, 1978) a été adapté. Afin de vérifier que l'adaptation faite, détaillée au chapitre 2, et les codes numériques qui en découlent, détaillés au chapitre 3, représentent bien la physique d'un liquide stocké sous une plaque élastique, des expériences ont été réalisées en laboratoire. Le stockage du liquide est reproduit de manière simplifiée et les différents paramètres sont alors contrôlés et mesurés. En comparant les observations faites en laboratoire avec les résultats du code numérique, il est possible de valider ce dernier.

À l'instar du modèle théorique, les expériences servant à le valider ont été mises en place au cours de la thèse. Le protocole expérimental et le montage lui-même ont subi de nombreuses modifications au cours de l'avancée de ce travail. Ces modifications ont parfois été motivées par l'évolution de la compréhension que nous avons de la physique du problème, parfois, elles ont résulté de la nécessité d'améliorer la précision et la qualité des mesures.

Ce chapitre présente la version finale du montage expérimental qui a servi à valider le modèle. Un tableau, en annexe G page 213, résume les différentes évolutions du pro-

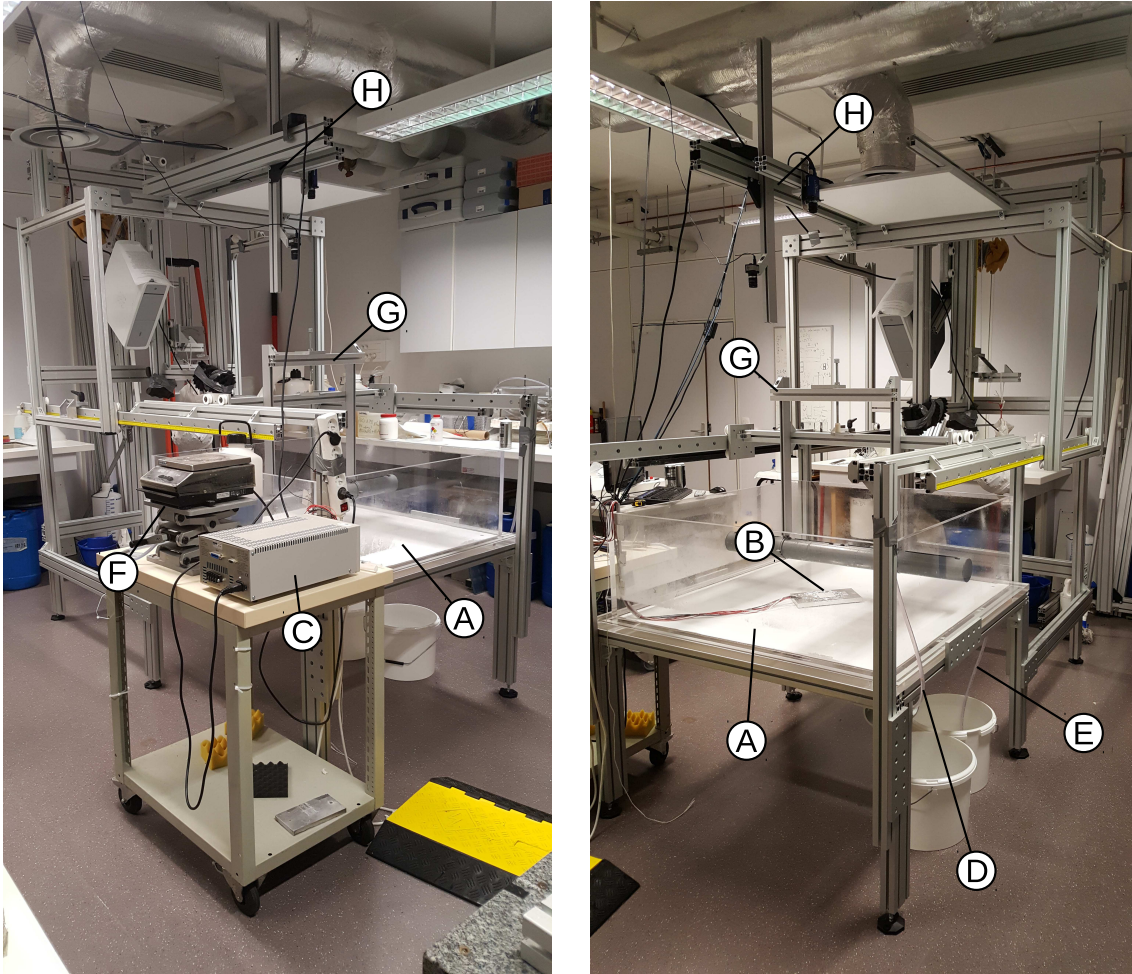


FIGURE 4.1 – Dispositif expérimental. **A** : Cuve de 1x1 m. **B** : Peltier (image de droite uniquement). **C** : Alimentation électrique du Peltier (image de gauche uniquement). **D** : Tube contre la surpression (image de droite uniquement). **E** : Tube d'évacuation des fluides (image de droite uniquement). **F** : Injection, détaillée sur la figure 4.5 (image de gauche uniquement). **G** : Système de mise en place de la gélatine, détaillé sur la figure 4.6. **H** : Système d'acquisition, détaillé sur la figure 4.10.

toque expérimental, et les raisons qui les ont motivées. Seule la configuration initiale est brièvement discutée, car elle correspondait à un cas particulier dont la solution a prouvé la nécessité d'avoir une plaque d'épaisseur variable pour mettre en place un stockage sous une plaque élastique.

## 4.1 Conception globale

Comme discuté dans le chapitre 2 à la page 18, la partie inférieure de la croûte continentale, qui est ductile, est considérée au premier ordre comme fluide. La partie supérieure de la croûte qui est cassante et élastique est considérée comme purement élastique. Dans

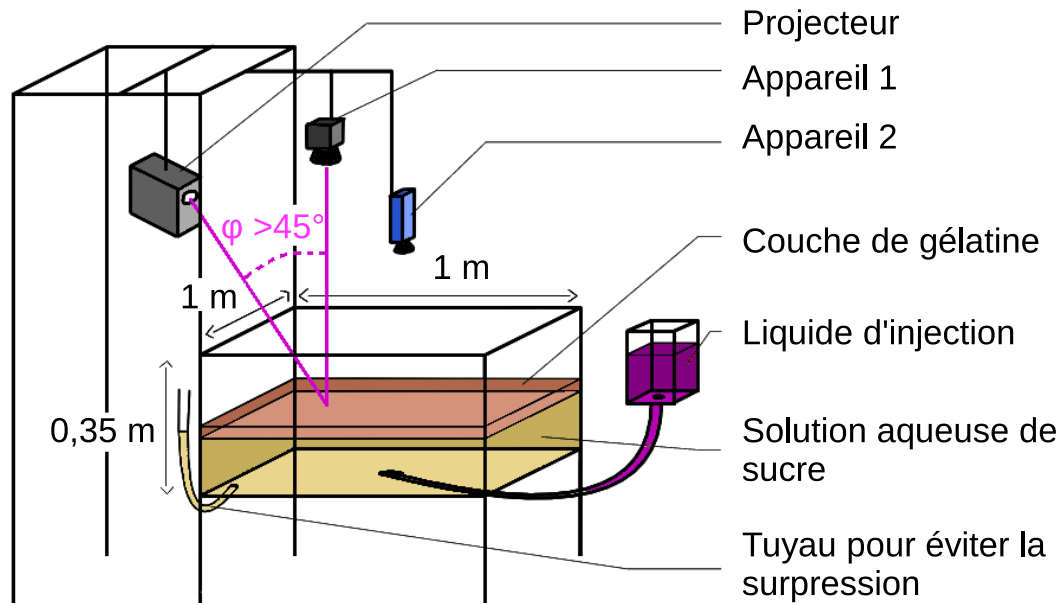


FIGURE 4.2 – Schéma de la cuve avec les points importants du montage expérimental. La partie ductile de la croûte est représentée par une solution liquide de sucre et la partie élastique par une plaque de gélatine. Du liquide coloré avec une flottabilité positive dans les deux est injecté au bas de la cuve. Les deux caméras au-dessus de la cuve servent à l'acquisition des déformations de surface et de la répartition du liquide sous la plaque. Pour permettre la mesure de la déformation, le projecteur et la caméra servant à l'acquisition doivent avoir un angle minimum de  $45^\circ$ .

le laboratoire, la partie ductile de la croûte est donc représentée par une solution aqueuse liquide de sucre et sa partie élastique et cassante est représentée par une plaque de gélatine. Les expériences sont représentées par la figure 4.2, qui schématise les éléments clés du montage expérimental, lui-même montré dans son ensemble par la figure 4.1. Un liquide coloré avec une flottabilité positive est injecté depuis le bas de la cuve. Il remonte au travers de la couche de sucre et est arrêté par la plaque de gélatine. Comme sa flottabilité est toujours positive, ce fluide déforme la plaque. C'est la déformation produite par ce liquide et sa répartition sous la plaque qui sont mesurés.

Le point fort de ce montage expérimental est que la version finale du protocole permet de mesurer la déformation en surface et en même temps la forme de la source qui produit ces déformations. Ce qui permet de contraindre à la fois la reproduction de la déformation et la forme de la source qui produit ces déformations.

Les expériences ne sont pas directement comparées avec les observations faites sur des systèmes naturels. Pour que cela soit possible, il faut mettre les expériences à l'échelle en utilisant les nombres sans dimension du problème. Lorsque ces nombres sans dimension sont les mêmes dans les cas géologiques et dans les expériences, les expériences reproduisent bien le comportement des systèmes naturels. Or avec les fluides à notre



disposition une telle mise à l'échelle tout en ayant un signal mesurable est difficile à obtenir. Les valeurs prises par les différents paramètres physiques sont résumées dans le tableau 4.1. Dans ce tableau sont comparées les valeurs qu'il est possible d'atteindre pour les expériences et celles généralement utilisées dans la littérature pour modéliser les cas naturels. Il y est également comparé les 4 grands nombres sans dimension qui ressortent de l'adimensionnement fait au chapitre 2 à partir de la page 35. Il en ressort, qu'avec les fluides à notre disposition, il n'est pas possible d'explorer toute la variabilité des cas géologiques. C'est pour cela que nous n'utilisons les expériences que pour valider le modèle physique.

TABLE 4.1 – Comparaison des gammes de valeur que peuvent prendre les différents paramètres entre un cas expérimental et un cas naturel.

Paramètre	Notation (unité)	Expérience	Géologie
<i>Plaque élastique</i>			
Coefficient de Poisson	$\nu$	0,5	0,25
Module de Young	$E$ (Pa)	1905 à 2727	$10 \cdot 10^9$ à $60 \cdot 10^9$
Module de cisaillement	$G$ (Pa)	635 à 909	$4 \cdot 10^9$ à $24 \cdot 10^9$
Épaisseur maximale*	$H_0$ (m)	0,02	$4 \cdot 10^3$ à $10 \cdot 10^3$
Poids	$\rho_c - \rho_{up}$ ( $\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$ )	1000 à 1240	2300 à 2700
<i>Source de la déformation</i>			
Flottabilité dans la plaque	$\rho_c - \rho_m$ ( $\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$ )	20 à 180	200 à 400
Demi-largeur de la gaussienne <sup>†</sup>	$a$ (m)	0,03 à 0,08	$5 \cdot 10^3$ à $40 \cdot 10^3$
Hauteur maximum <sup>†</sup>	$T$ (m)	$2 \cdot 10^{-3}$ à $1,5 \cdot 10^{-2}$	$10^2$ à $4 \cdot 10^3$
<i>Nombres sans dimension associés</i>			
Quantifie la manière dont la plaque s'oppose à la poussée du liquide (principalement par son poids ou principalement par sa rigidité élastique)	$\beta_1$	0.16 à 0.74	$3,5 \cdot 10^{-3}$ à 0.20
Quantifie l'effet dominant entre la flottabilité du fluide stocké sous la plaque et la rigidité de celle-ci	$\beta_2$	$2,16 \cdot 10^{-4}$ à $2,09 \cdot 10^{-2}$	$4,09 \cdot 10^{-6}$ à $1,96 \cdot 10^{-3}$
Quantifie la manière dont la contrainte est appliquée sur la plaque $H'_0 \rightarrow \infty$ : Point source	$H'_0 = \frac{H_f}{a}$	0,25 à 0,67	0,1 à 2
Rapport d'aspect de la source	$T' = \frac{T}{a}$	$2,5 \cdot 10^{-2}$ à 0,5	$2,5 \cdot 10^{-3}$ à 0.8

\* Dans les cas géologiques : gamme de valeur issue de la littérature pour la profondeur de la transition fragile-ductile dans le cas des grands systèmes siliciques.

† Dans les cas géologiques : valeurs assumées plausibles au vu de la taille des caldeiras produites par l'éruption des grands systèmes silicique.

## **4.2 Méthode et source d'erreur pour la mesure de la déformation en surface et la mesure de la répartition du liquide sous la plaque**

Deux méthodes distinctes ont été utilisées pour mesurer les déformations à la surface de la plaque de gélatine et la répartition du liquide qui les produit. Ces deux méthodes vont être présentées en détail afin de pointer les sources d'erreur qui leur sont propres et ainsi de pouvoir discuter par la suite de certains points importants du protocole final.

### **4.2.1 Mesure de la déformation en surface par projection de franges (méthode de Moiré)**

Les déformations à la surface de la gélatine ont été mesurées grâce à une méthode de Moiré. Cette méthode a été inspirée par le travail fait par [Delorme et al. \(2017\)](#), qui l'utilisaient de manière à mesurer le déport des sédiments dans le cas de la reproduction en laboratoire d'un cône alluvial. Cette méthode nécessite de fixer sur le montage expérimental un projecteur et un appareil photo. L'acquisition et le traitement des données se font via le logiciel Light3D. Ce logiciel propose deux méthodes différentes ; soit il renvoie le relief de la surface observé, soit il calcule la déformation produite entre deux acquisitions en faisant la différence entre le relief de la première acquisition réalisé et le relief des autres acquisitions. Contrairement à [Delorme et al. \(2017\)](#), comme notre dispositif s'y prêtait mieux, nous avons choisi la deuxième méthode dite de "déformée".

La méthode de relief nécessite un post-traitement des données pour corriger une distorsion de la surface. Cette distorsion est due à une déformation optique de l'image acquise par l'appareil photo. Cette déformation est visible sur les données brutes, qui consistent en une série d'images au format .BMP. Sur ces images en s'éloignant de leur centre les lignes paraissent de plus en plus bombées alors qu'elles sont en réalité rectiligne. Cet effet est visible sur la partie gauche de la cuve sur les images 4.3a et 4.3b. Comme la méthode de déformée correspond à la soustraction de deux reliefs, elle a l'avantage de corriger automatiquement cette distorsion qui est présente lorsqu'on calcule uniquement le relief.

La méthode de Moiré utilisée repose sur la projection de franges sinusoïdales sur la surface observée. Les franges projetées se déforment lorsqu'elles le sont sur une surface déformée, figure 4.3b. Pour calculer le relief d'une surface, le logiciel calcule le déphasage entre la sinusoïde théorique, qui est projetée à l'aide du projecteur, et celle obtenue à l'aide de l'appareil photo. Plus la sinusoïde observée sur une surface plane est proche de

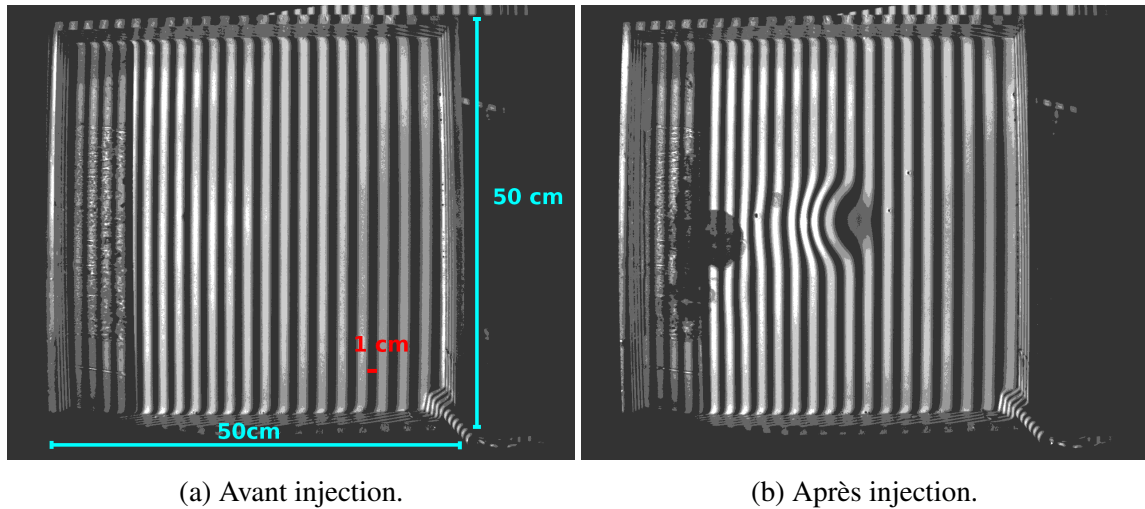


FIGURE 4.3 – Illustration de la déformation des franges lors de l’injection dans le cas de l’expérience V. Cette expérience a été réalisée dans une plus petite cuve que les autres. La large déformation est produite par l’injection d’une bulle d’air.

la sinusoïde théorique, plus faible sera le bruit sur la mesure.

La sinusoïde est projetée sous la forme de bandes noires et blanches, figure 4.4 *Gauche*. Ce point est le premier qui peut être source d’erreur. Le réglage du projecteur influence la qualité de la sinusoïde projetée. Le réglage de la brillance du projecteur utilisé est critique pour ce point. Il influence la symétrie de part et d’autre de l’amplitude maximale, tel qu’illustré sur la figure 4.4 *Droite*, qui montre la sinusoïde observée par l’appareil photo. Pour corriger cette perte de symétrie la brillance, "BRIGHTNESS" dans le menu du projecteur utilisé ici, doit être réglé sur +20.

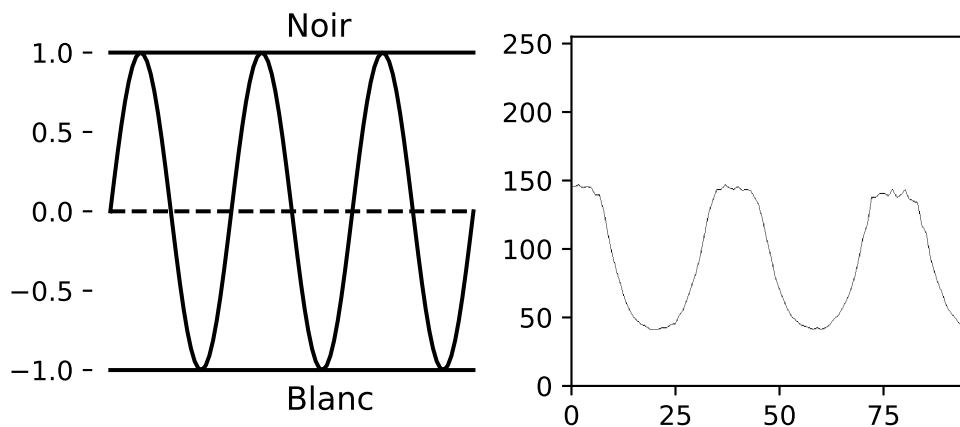


FIGURE 4.4 – Comparaison entre une sinusoïde théorique (*Gauche*) et une observée (*Droite*). *Droite* : La sinusoïde correspond à celle observée après la correction de la brillance du projecteur.

La méthode de projection de frange est très sensible à l'alignement entre le projecteur et l'appareil photo. L'appareil photo doit être normal à la surface de la gélatine et l'angle entre la projection du projecteur et la normale passant par l'appareil photo doit être supérieur à  $45^\circ$ , comme indiqué sur la figure 4.2. Plus l'angle est important, plus les franges seront rasantes et se déformeront de manière importante lorsque la plaque sera déformée.

Pour régler l'alignement des deux, il faut afficher en temps réel ce qu'on observe l'appareil photo dans la fenêtre du logiciel Light3D. Il est alors possible de projeter une croix sur la surface. En réglant à la fois la position du projecteur et celle de l'appareil, il est possible de faire coïncider la croix projetée avec celle théorique, qui est affichée directement sur l'affichage en temps réel dans le logiciel Light3D.

Pour calculer les reliefs, qui seront ensuite utilisés pour calculer la déformation entre deux acquisitions, le logiciel a besoin d'un plan de référence sous forme d'un fichier de calibration. C'est de la précision de ce fichier que dépend en grande partie la qualité de la mesure. Pour réaliser ce fichier, il faut utiliser un plan inclinable dont la surface est plate. Une acquisition doit être faite lorsque le plan est horizontal, et la seconde lorsqu'il est incliné en prenant soin de mesurer l'angle d'inclinaison. Pour finir, l'axe d'inclinaison du plan servant à la calibration doit passer par l'un des axes de la croix projetée qui a servi à régler l'alignement.

Pour avoir le maximum de précision lors des expériences, il faut donc que le projecteur et l'appareil photo aient gardé exactement la même position que le fichier de calibration qui a été fait. Il est donc nécessaire de mettre au point un système qui rend le trio projecteur, appareil photo, cuve solidaire.

Enfin pour diminuer au maximum le bruit, la régularité de la surface de la plaque de gélatine est cruciale. En effet les petites imperfections à la surface de la gélatine peuvent provoquer un déphasage entre la sinusoïde théorique et celle observée.

#### **4.2.2 Mesure de la répartition du liquide sous la plaque (méthode de colorimétrie)**

Pour mesurer la répartition du liquide sous la plaque, nous avons utilisé une méthode de colorimétrie, telle qu'utilisée par Garel et al. (2012) pour mesurer l'étalement d'un liquide en laboratoire. Ce liquide modélisait l'étalement d'une coulée de lave. Cette méthode est beaucoup plus simple à mettre en place que la méthode de Moiré utilisée pour mesurer la déformation. Elle se base sur la différence d'intensité de couleur entre une image prise avant le début des injections et les images prises après les injections.

Grâce à la loi de Beer-Lambert, il est possible de remonter à l'épaisseur du liquide,

$$\begin{aligned} I &= I_0 e^{-h(r)c} \\ h(r) &= -\frac{1}{c} \log\left(\frac{I}{I_0}\right) \end{aligned} \quad (4.1)$$

où  $I$  est l'intensité d'un pixel où se situe le liquide sur l'image prise après l'injection,  $I_0$  l'intensité du pixel correspondant sur la photo avant injection,  $h(r)$  la hauteur de liquide et  $c$  une constante déterminée à partir du volume réellement injecté. La mesure du volume est donc un point important. De manière à détecter les pixels où il y a du liquide, celui-ci doit provoquer une différence d'intensité significative.

### 4.2.3 Conclusion

Il ressort de la discussion sur les méthodes utilisées que pour permettre de bonnes mesures le protocole doit vérifier certains points.

Pour la mesure de la déformation de la gélatine, grâce à la projection de franges sur sa surface, le montage expérimental et le protocole doivent permettre de respecter ces deux points importants :

- L'alignement entre l'appareil photo et le projecteur doit être parfait et ne pas bouger entre la calibration et l'expérience.
- La surface de la gélatine doit être la plus régulière possible.

De plus, un réglage propre au projecteur utilisé doit être également réalisé. La brillance du projecteur, "BRIGHTNESS", doit être réglée sur +20.

Concernant la répartition du liquide sous la plaque, obtenu grâce à une technique de colorimétrie, les sources d'erreur proviennent principalement de la qualité des images obtenues. Le montage expérimental et le protocole doivent donc assurer que :

- La caméra reste fixe au cours de l'expérience.
- L'éclairage soit constant au cours de l'expérience.
- La différence d'intensité de couleur due à la présence de liquide sous la plaque soit clairement mesurable.

## 4.3 Descriptif du montage expérimental

Les expériences sont réalisées dans une cuve carrée de 1x1 m suffisamment grande pour éviter les effets de bords. Le montage expérimental est illustré par la figure 4.1, qui montre l'ensemble du dispositif, et par la figure 4.2, qui schématise les points importants

pour les mesures réalisées.

### 4.3.1 Fluides utilisés

Lorsqu'on regarde le stockage d'un magma à l'interface fragile ductile dans la croûte continentale, en simplifiant, on regarde le stockage d'un fluide avec une flottabilité positive sous une plaque élastique. C'est la flottabilité de ce liquide qui va être responsable de la déformation de la plaque et y produire des contraintes. Comme l'accent est mis sur le cas statique, et sur les déformations après la mise en place du magma, nous ne voyons pas l'effet de la viscosité des différents fluides dans notre modèle. Seuls sont visibles, l'effet de la flottabilité du liquide stocké sous la plaque et la réponse élastique de cette dernière à la contrainte appliquée. Le point le plus important à vérifier est donc l'effet de la variation de la flottabilité du liquide injecté. Le deuxième point important à tester est l'effet de la rigidité de la plaque élastique qui arrête l'ascension du liquide. Les différents fluides utilisés sont donc choisis de manière à pouvoir faire varier ces deux paramètres :

**Couche liquide du bas :** Une solution aqueuse sucrée. La densité de cette couche est contrôlée par la proportion de sucre liquide et d'eau qui sont mélangés. Le sucre utilisé est du fructose de densité  $d=1.422$ . Cette couche fait dans toutes les expériences 4 cm de haut, ce qui représente 40L de solution sucrée.

**Plaque solide et élastique :** Il s'agit d'une plaque de gélatine. La densité de cette plaque est contrôlée par l'ajout de glycérol ( $d=1.226$ ) lors de la préparation de la gélatine. Le pourcentage de gélatine utilisé ainsi que la quantité de glycérol ajouté influence le module de Young de la plaque élastique. Dans la majorité des expériences, cette couche fait 2cm de haut ce qui représente 20 L de gélatine.

**Liquide injecté :** Il s'agit d'eau à laquelle est ajouté du colorant. Le colorant qui offre les meilleurs contrastes avec la teinte jaunâtre de la couche du bas est le violet. Du Natrosol (Nom commercial de l'éther de cellulose) est également injecté de manière à augmenter la viscosité du liquide injecté. Ceci afin d'éviter qu'il ne se mélange avec la solution sucrée de la couche du bas et que sa masse volumique change. L'ajout de Natrosol n'a pas d'impact sur la densité, car la concentration requise est très faible.

### 4.3.2 Système d'injection et contrôle du volume injecté

Le système d'injection est représenté sur la figure 4.5. Pour permettre l'injection du liquide sans pompe, le bidon contenant le liquide d'injection est surélevé par rapport au fond de la cuve, figure 4.5 A et B. Le bidon contenant le liquide coloré est également posé sur une balance, figure 4.5 C. Au début de l'expérience, la balance est tarée avec le poids

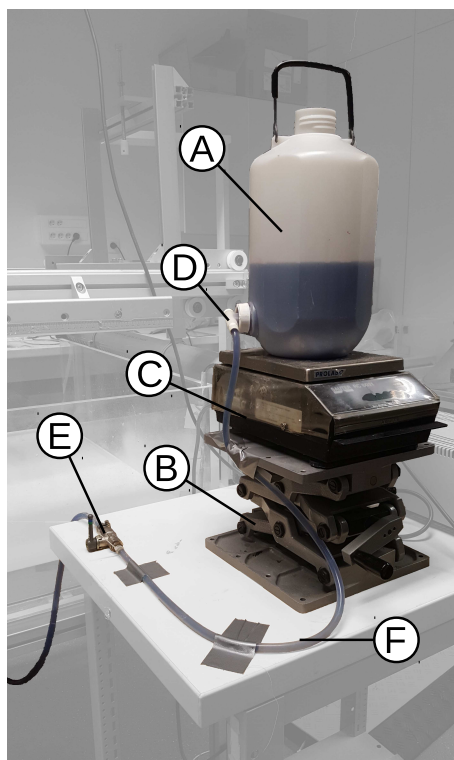


FIGURE 4.5 – Système d’injection. **A** : bidon contenant le liquide. **B** : élévateur. **C** : balance. **D** : robinet du bidon. **E** : robinet d’injection. **F** : tuyaux d’injection

du bidon rempli de liquide. À chaque injection, la quantité de liquide injecté est donc directement affichée par la balance, qui affiche la masse perdue par le récipient. L’injection du liquide peut être faite de deux manières. Soit en une fois, en injectant d’un coup un grand volume. Soit en plusieurs fois en réalisant plusieurs injections successives. C’est cette dernière méthode qui a été préférée pour la réalisation des expériences. Lors des expériences en moyenne 4 à 5 injections de 20 ml chacune sont réalisées.

Comme discuté plus tôt, le volume injecté est une donnée essentielle pour remonter à la répartition du liquide sous la plaque. Il est donc important de diminuer au maximum les sources d’erreur sur le poids mesuré. Pour éviter d’avoir à manipuler le bidon lui-même, et ainsi de risquer de fausser la mesure du poids entre deux injections, deux robinets différents sont placés sur le système d’injection, figure 4.5 **D** et **E**. Le premier est celui du bidon lui-même, celui-ci est toujours laissé ouvert et n’est jamais manipulé, figure 4.5 **D**. Le second est un robinet placé sur le tuyau d’injection entre le bidon et le bas de la cuve, figure 4.5 **E**. C’est en ouvrant et fermant ce robinet que l’on contrôle l’injection. Le tuyau d’injection est fixé à la table ainsi qu’au support du bidon, figure 4.5 **F**, de manière à éviter que des à-coups ne soient propagés jusqu’au bidon, et donc à la balance, lors de la manipulation du robinet d’injection.



Au cours des expériences, il a été noté que la balance montrait parfois des variations +1 à +1,5 g entre la fin d'une injection et le début d'une autre, sans que le dispositif d'injection ait été manipulé entre temps. La précision sur la mesure du volume injecté est donc fixée à  $\pm 1,5$  ml. Lors des expériences, plusieurs injections sont réalisées successivement. Le volume total injecté depuis le début de l'expérience est plus important que le volume de la dernière injection qui le compose. Ce volume peut être directement déduit de la lecture de la balance qui indique la perte de poids du bidon depuis le début de l'expérience. Cependant, comme la variation de poids mentionnée au début de ce paragraphe est visible après chaque injection, l'erreur de  $\pm 1,5$  ml augmente après chaque injection. Si l'on pose  $n$  le nombre d'injections, l'erreur sur le volume total injecté après la  $n^{ieme}$  injection est  $\pm 1,5n$  ml.

### 4.3.3 Dispositif créé pour la mise en place de la gélatine

Comme discuté plus tôt, dans la partie 4.2.1 à la page 80, la régularité de la surface de la plaque de gélatine est un point crucial pour la qualité des mesures de sa déformation. La mise en place d'une couche uniforme de gélatine sur une surface de  $1\text{ m}^2$  a donc nécessité la mise en place d'un système de rail, illustré sur la partie gauche de la figure 4.6. Fixé à un rail, figure 4.6 A, se trouve un tuyau en PVC de 99,7 cm dont le bas est percé sur toute sa longueur de trous espacés de 1,0 cm, figure 4.6 B. La gélatine est placée à l'état liquide dans ce tuyau. En réglant la position verticale du tuyau dans la cuve pour l'approcher au plus près de la couche du bas, figure 4.6 C, la gélatine est déposée au goutte à goutte sur la couche de liquide sucré (partie droite de la figure 4.6). De cette manière, on minimise le mélange entre la gélatine et la solution sucrée. En utilisant le rail pour déplacer le tuyau sur toute la longueur de la cuve, il est ainsi possible de déposer une couche uniforme de gélatine sur toute la surface de la cuve. Plusieurs aller-retour sont nécessaires pour déposer les 20 L de gélatine.

Après différents essais, il est apparu que la gélatine doit être à une température minimum de  $60^\circ\text{ C}$  lors de sa mise en place. Si la température est plus basse, la gélatine se solidifie entre deux aller-retour du rail et les gouttelettes qui sont déposées forment des bosses sur la surface de la gélatine. Après plusieurs aller-retour du rail, ces bosses finissent par se souder et former des lignes plus épaisses. Ce qui donne un aspect gondolé à la gélatine. Outre le fait que la méthode de Moiré perd en précision avec une plaque gondolée, le liquide a tendance à s'étaler sous la plaque là où elle est la plus fine. Le liquide injecté forme donc des bandes parallèles au rail. En perdant à la fois de la précision sur la mesure des déformations en surface et la symétrie axiale dans la répartition du liquide

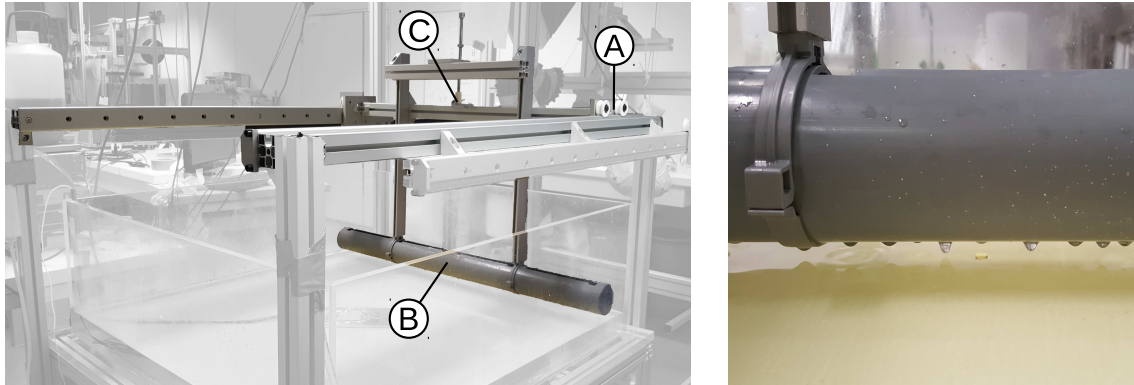


FIGURE 4.6 – *Gauche* : Système de rail mis en place pour que la gélatine liquide soit déposée uniformément sur la couche de solution sucrée. **A** : Rail. **B** : Système pour régler la hauteur. **C** : Tuyau en PCV . *Droite* : La gélatine est déposée aux gouttes à goutte à l'aide d'un tuyau percé afin d'éviter un mélange avec la couche du bas.

sous la plaque, les données de l'expérience deviennent inutilisables. Cette température minimum de  $60^{\circ}\text{C}$ , permettant la mise en place des 20 L de gélatine avant que celle-ci ne commence à figer, est donc critique.

#### 4.3.4 Problème lié à une plaque d'épaisseur constante

Au tout départ, les expériences étaient faites dans une cuve de 50x50 cm et la plaque de gélatine était d'épaisseur constante. De l'eau était mise au-dessus de la couche élastique de manière à amplifier la déformation et à rendre les mesures plus faciles. Cependant, cette configuration correspondait à un cas particulier qui a mené à une incohérence détaillée ci-dessous.

##### 4.3.4.1 Incohérence liée à ce montage expérimental

À ce moment, seule la répartition du liquide sous la plaque après chaque injection était mesurée. Comme ce qui était modélisé dans ces expériences servait à tester la formation de chambre magmatique sous une plaque élastique d'épaisseur constante, deux points étaient vérifiés :

1. Que le magma peut se stocker sous une plaque élastique, et donc que la déformation produite permet de stocker tout le volume du liquide injecté.
2. Comme la charge qui déforme la plaque est un liquide, elle doit épouser la forme de la déformation produite.

Nous vérifions donc juste que

1. Le volume de la déformation calculé par le code correspondait au volume injecté.

2. La forme de la déformation calculée correspondait à la répartition du liquide observé sous la plaque.

Ces deux points étaient vérifiés par le code pour les données issues des expériences. Cependant, lorsque le code était appliqué à un cas géologique, le volume de la déformation était beaucoup plus petit que le volume de magma qui la produisait. Ce qui signifiait que le volume de magma ne pouvait pas entièrement se stocker dans la déformation créée.

Logiquement, le surplus devait donc s'étaler sous la plaque, ce qui faisait qu'il y avait une épaisseur de magma plus faible sous la plaque. Nous avons simulé un étalement avec notre code. Pour cela, si le volume de la déformation était inférieur au volume injecté l'épaisseur maximale de la source,  $T$ , était légèrement diminué et sa demi-largeur,  $a$ , augmentée de manière à conserver le volume. Cependant, pour un cas géologique, il n'a pas été possible de trouver un cas où le volume de la déformation était supérieur ou égal à celui injecté.

#### 4.3.4.2 Mise en évidence de l'étalement sous une plaque d'épaisseur constante

Une autre expérience a donc été réalisée dans une cuve plus large de 1x1 m, pour éviter les effets de bord, et sans mettre d'eau au-dessus de la plaque de gélatine. Cette fois-ci, une acquisition a été faite juste après l'injection du liquide et une seconde acquisition a été réalisée 8 min plus tard sans avoir ajouté de liquide entre temps. Comme le montre la figure 4.7, le liquide s'est étalé entre les deux acquisitions.

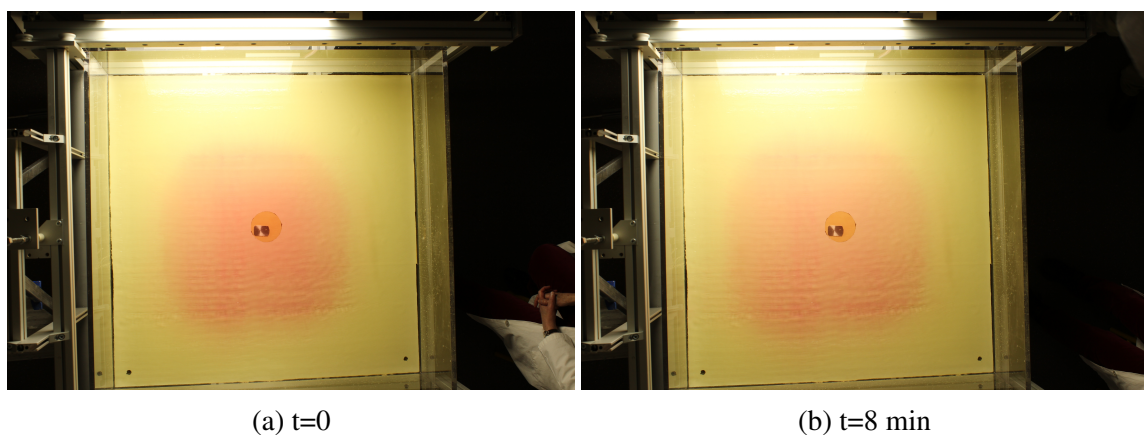


FIGURE 4.7 – Illustration de l'étalement du liquide sous une plaque d'épaisseur constante. Entre l'image (a) et l'image (b) 8 min se sont écoulées sans injection supplémentaire de liquide. Sur l'image (b) la tache de liquide injecté est plus étendue et sa couleur est moins intense que sur l'image (a), ce qui prouve l'étalement du liquide entre les deux images.

#### **4.3.4.3 Conclusion**

Il est apparu que la flottabilité seule n'est pas suffisante pour permettre au magma de se faire une place sous une plaque élastique d'épaisseur constante. Lors des expériences dans la cuve de 50x50 cm, nous nous étions placés dans un cas particulier. En effet, si la masse volumique du liquide injecté est la même que celle du milieu au-dessus de la plaque, le liquide peut se stocker sous une plaque d'épaisseur constante. La raison est que la flottabilité du liquide injecté par rapport à la plaque est la même que celle de la plaque par rapport au milieu au-dessus. Or dans les cas naturels qui nous intéressent, le magma est beaucoup plus dense que l'air et le stockage ne peut donc pas se faire sous une plaque d'épaisseur constante. Cela a également été confirmé par l'expérience illustrée par la figure 4.7.

Pour qu'il y ait un stockage à la transition fragile-ductile, le magma doit remplir une sorte de topographie préexistante à la base de la plaque élastique. Ce qui a conduit à une modification importante du montage expérimental et du modèle théorique : la plaque élastique doit être d'épaisseur variable pour permettre le stockage.

Dans un cas géologique, la transition fragile-ductile dépend de la pression et de la température. Dans un cas naturel, la pression peut être considérée comme constante à une profondeur donnée. Il est cependant moins probable que la température le soit. Une variation de la profondeur de la transition due à une variation horizontale de la température est donc probable.

#### **4.3.5 Création d'une plaque d'épaisseur variable**

Pour créer une plaque d'épaisseur variable, nous avons choisi de refondre le bas de la gélatine après sa solidification. Pour cela, nous avons utilisé un Peltier comme source de chaleur (figure 4.8a). Le creux créé dans la plaque de gélatine est mis en évidence sur la figure 4.8b et 4.9. La forme du creux montré sur ces images est similaire à une forme gaussienne. Ce qui montre que la forme supposée de la source dans le modèle théorique est cohérente avec une zone localement plus chaude sous la plaque.

Ces images ont été prises lors de la série de tests qui a précédé la mise en place de ce système. Cette série de tests a permis de déterminer qu'avec un Peltier alimenté avec un courant de 10 V et 7,17 A, il faut attendre 15 min pour que la hauteur maximale du creux soit de 0.5cm.

Lors de la réalisation des expériences, le Peltier est placé dans le centre de la cuve, juste au-dessus du système d'alimentation, puis il est tiré sur le côté grâce à un fil pour être écarté de la zone d'injection et d'observation. Le dispositif est visible sur l'image de droite de la figure 4.1 B. Sur cette image, le Peltier est placé au centre de la cuve



(a) Vu du dessus avant le test

(b) Vu de profil après le test.

FIGURE 4.8 – Illustration de la création du creux thermique par refonte de la plaque de gélatine. (a) La source de chaleur est la pièce carrée et blanche au centre de l’image. Cette source de chaleur est fixée sur une plaque de métal. Les fils noir et rouge sur la gauche de l’image servent à l’alimentation du Peltier. Le fin fil métallique qui est fixé sur le Peltier est un thermocouple utilisé pour mesurer la température de ce dernier lors des tests. (b) Le creux dans la gélatine, après refonte de celle-ci, est mis en évidence par un cercle rouge.

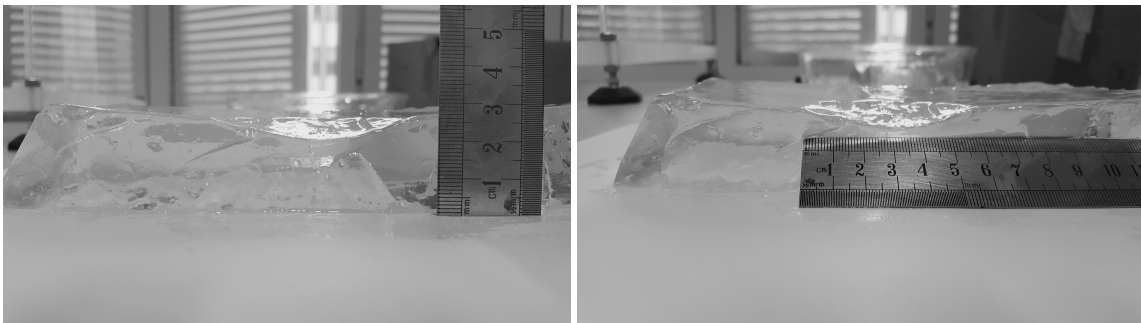


FIGURE 4.9 – Coupe de la couche de gélatine après la réalisation du test illustré à la figure 4.8. Le creux réalisé est d’environ 0,5 cm pour une largeur totale d’environ 6 cm. La forme du creux produit est proche de la forme gaussienne de la source qui est imposée dans le modèle théorique.

et les câbles d’alimentation partent vers la gauche de l’image où se trouve le système d’alimentation du Peltier. Ce dernier n’est pas visible sur l’image de droite, figure 4.1 C.

#### 4.3.6 Système d’acquisition

Sur la figure 4.10 les parties nécessaires à l’acquisition dans le montage expérimental sont mises en évidence. Sur cette image, il apparaît que la grande partie de la structure métallique en Norcan a été mise en place pour supporter le système d’acquisition. Au total, la structure mise en évidence sur la figure 4.10 fait 2,27 m de haut et 2,1 m de long.

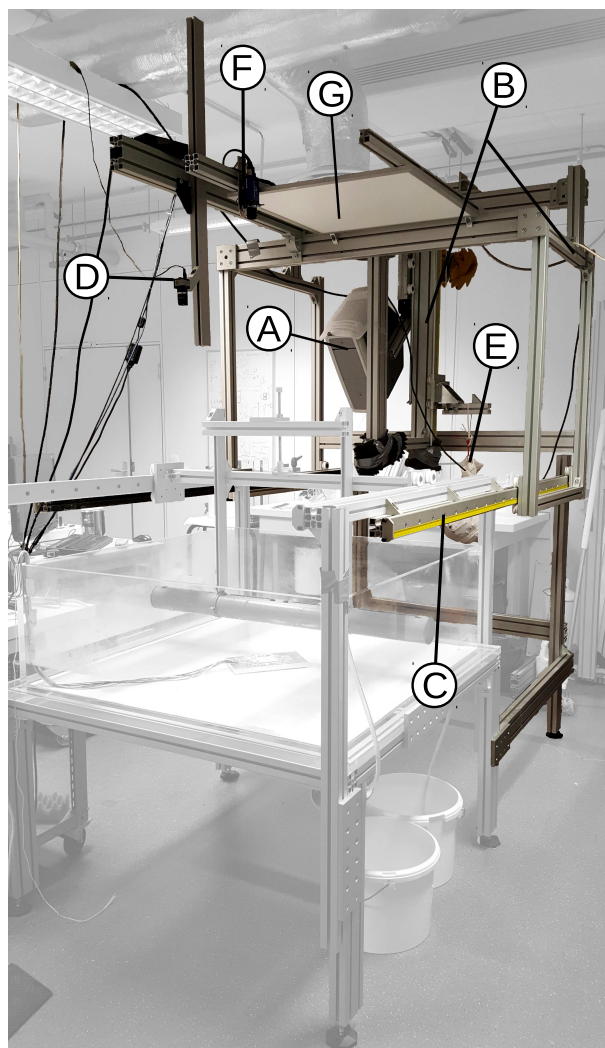


FIGURE 4.10 – Mise en évidence du dispositif d’acquisition sur la structure du montage expérimental. **A** : Projecteur. **B** : Structure qui supporte le projecteur. **C** : Rail qui permet d’écarter la structure **B** par rapport à la cuve. **D** : Caméra servant à l’acquisition pour la méthode de Moiré. **E** : Contre poids. **F** : Caméra servant à l’acquisition des images pour la méthode de colorimétrie. **G** : Plaque lumineuse.

#### 4.3.6.1 Acquisition des données de déformation de la surface de la plaque de gélatine

La méthode de Moiré, qui permet de mesurer les déformations de la surface, a nécessité de mettre en place un système avec un projecteur dont on pouvait régler la position horizontale, celle verticale, l’éloignement à la cuve et l’inclinaison. Il fallait également pouvoir régler la position de l’appareil d’acquisition qui servirait à acquérir les données. Comme décrit précédemment, à la partie 4.2.1 page 80, cette méthode est très sensible à l’alignement entre le projecteur et l’appareil d’acquisition, aussi, une fois ce réglage fait le plus précisément possible, il était important de s’assurer que l’ensemble reste solidaire.

Le projecteur est donc fixé à une plaque qu'il est possible d'incliner et dont la hauteur est réglable, figure 4.10 A. La barre qui supporte ce système est elle-même fixée de manière à pouvoir coulisser horizontalement, ce qui permet de régler la position latérale du projecteur. L'ensemble est supporté par une structure, figure 4.10 B, qui est montée sur des rails, figure 4.10 C. Ce qui permet de régler l'éloignement entre le projecteur et la cuve.

L'appareil d'acquisition utilisé pour l'acquisition des données de la méthode de Moiré est une caméra CCD monochromatique IDS Ueye 1240 de Stemmer imaging, figure 4.10 C. Cet appareil a une dynamique de  $2^8$  par capteur. Elle est fixée grâce à deux barres de Norcan. L'une est fixée horizontalement au-dessus de la cuve. Une autre, sur laquelle vient se fixer la caméra, est fixée verticalement à la première. L'ensemble permet de contrôler la position de la caméra.

Des poignées et des écrous permettent de bloquer les mouvements de la structure et de rendre l'ensemble parfaitement fixe et immobile d'une expérience à une autre. Bien que bloqué et ne pouvant pas bouger, pour plus de sécurité, le poids du projecteur et du système qui permet de l'incliner est compensé par un système de contrepoids, figure 4.10 E.

La gélatine étant translucide, de la peinture en spray de blanc de titane est pulvérisée sur la surface afin de permettre la projection des franges sur celle-ci. Pour ne pas induire de pollution lumineuse qui pourrait perturber le signal projeté par le projecteur, les acquisitions se font dans le noir.

#### **4.3.6.2 Acquisition des données de la répartition du liquide sous la plaque élastique**

Les données utilisées pour la méthode de colorimétrie sont moins contraignantes en termes de système d'acquisition, mais sont très sensibles aux variations de lumière. Fixée sur la barre horizontale qui supporte la caméra utilisée pour la méthode de Moiré, une caméra CCD de Lavision avec une dynamique de  $2^{12}$  par capteur, permet de prendre des images de l'ensemble de la cuve, figure 4.10 F. Juste à côté est fixée une plaque lumineuse qui permet d'éclairer la cuve, figure 4.10 G.

De manière à diminuer le bruit sur la mesure, cette plaque est la seule source de lumière pendant l'expérience. Il n'est pas possible d'éteindre et de rallumer le projecteur à chaque acquisition des données de colorimétrie, car cela aurait un impact sur la qualité du signal projeté par le projecteur. La projection du projecteur est donc masquée le temps de l'acquisition des données de colorimétrie.

Toujours de manière à diminuer le bruit, que ce soit pour l'image initiale ou pour les images après chaque injection, plusieurs images sont prises à la suite pour permettre de les moyenner.

## 4.4 Traitement des données expérimentales

### 4.4.1 Choix des expériences

Chaque expérience nécessite la préparation de 40L de solution sucrée pour la couche du bas et de 20L de gélatine pour une plaque élastique de 2 cm d'épaisseur. Comme les fluides ne peuvent pas être réutilisés pour une autre expérience, nous avons cherché à minimiser le nombre d'expériences en nous concentrant sur 3 configurations clefs qui nous permettent de mettre en évidence l'effet de la variation de la masse volumique des différentes couches. Ces configurations sont résumées dans le tableau 4.2.

TABLE 4.2 – Description des trois configurations types utilisées pour les expériences.

	Cas 1	Cas 2	Cas 3
<i>Plaque de gélatine</i>			
Densité	1,15	1,02	1,02
Épaisseur	2 cm	2 cm	2 cm
Module de Young	2727 Pa	1905 Pa	1905 Pa
<i>Couche du bas</i>			
Densité	1,2	1,2	1,1
Épaisseur	4 cm	4 cm	4 cm
<i>Liquide injecté</i>			
Densité	1,0	1,0	1,0
<i>Expériences</i>			
Dans cette configuration	II ; III ; VIII ; IX ; XI ; XII	I ; IV ; X	VI ; VII
Dont les données sont utilisables	II ; IX ; XI ; XII	IV ; X	∅
<i>Représentations des données</i>			
Couleurs des points dans les graphiques	Tons de rouge	Tons de bleu	Tons de vert

La comparaison entre le cas 1 et le cas 2 décrit par le tableau 4.2 permet de mettre en



évidence l'effet de la flottabilité du liquide injecté dans la plaque de gélatine. Celle entre le cas 2 et le cas 3 permet de mettre en évidence l'effet de la flottabilité du liquide dans la couche du bas. De plus, entre le cas 1 et les cas 2 et 3, le module de Young de la plaque n'est pas le même. Cela vient du fait que du glycérol est ajouté dans la préparation de la gélatine utilisée pour le cas 1 et le pourcentage de gélatine n'est pas le même entre la gélatine utilisée pour le cas 1 et celle utilisée pour le cas 2 et 3. Avec ces trois cas, il y a donc également une variation de la rigidité de la plaque.

Entre le cas 1 et le cas 2, la diminution de la flottabilité et l'augmentation simultanée du module de Young ne permettent pas une quantification de l'effet de la variation de ces paramètres directement à partir des données des expériences ; ce qui n'est pas la but premier de ces expériences. Ces expériences sont avant tout faites pour contraindre le modèle physique et le code qui en découle. De même que nous ne comparons pas directement les résultats de nos expériences aux données issues des observations de terrain publiées dans la littérature.

#### **4.4.2 Prétraitement des données grâce aux logiciels d'acquisition**

Les logiciels qui servent à faire l'acquisition des données permettent de faire un premier traitement directement depuis leur interface. Les deux logiciels ne permettent pas de faire le même degré de prétraitement.

##### **4.4.2.1 Données de frange : logiciel Light3D**

Le logiciel Light3D, qui sert à traiter les données de projection de frange, est celui qui permet le plus de pré-traiter les données. Comme la méthode choisie est celle dite de "déformée" la distorsion optique est corrigée automatiquement lors de la soustraction du relief initial et du relief à un instant  $t$ .

Le logiciel permet de choisir le nombre de périodes sur lesquelles les franges se décalent. De manière à diminuer le bruit au maximum, c'est le nombre maximal de cycles qui a été choisi. Pour chaque acquisition, les franges sont donc décalées sur 3 périodes, ce qui fait que 32 photos sont prises pour chaque acquisition.

En plus des photos prises, le logiciel génère également des fichiers en ".ima", ".ACQ" et ".pro" qui stockent respectivement la liste des images acquises lors de cette expérience, les paramètres utilisés pour leurs acquisitions et les réglages pour le calcul de la déformation dans le logiciel. Le détail précis des valeurs utilisées pour les acquisitions et le prétraitement pour chaque expérience sont donc stockés dans ces fichiers. Il génère également des fichiers en ".tmp" et ".tmg" qui sont des images qui représentent les franges projetées

théoriques. Ces fichiers servent au logiciel pour calculer le déphasage entre les images prises de la cuve et la sinusoïde projetée.

Le logiciel renvoie des fichiers en ".XYZ" qui donnent la cartographie de la déformation de la surface pour une acquisition donnée.

#### **4.4.2.2 Données de colorimétrie : logiciel Davis**

L'acquisition des images est gérée par le logiciel Davis. Ce logiciel permet de faire une partie du traitement des images, mais le traitement principal, qui permet de traduire l'intensité de couleur des images en épaisseur de liquide sous la plaque, ne peut pas être fait avec ce logiciel. Le traitement nécessaire est présenté plus en détail dans la partie suivante de ce chapitre, cette partie met l'accent sur l'acquisition et le prétraitement réalisable à l'aide de Davis.

La peinture d'oxyde de titane, nécessaire à la projection des franges sur la surface de la gélatine, opacifie cette dernière. Cela rajoute une source de bruit dans les données de colorimétrie qu'il n'est pas possible d'éviter. La deuxième source de bruit est la légère variation d'éclairage entre l'image initiale et la photo prise après l'injection du liquide. De manière à diminuer le bruit, plusieurs images sont prises rapidement à la suite. Le logiciel Davis permet de moyennner automatiquement ces images. Cette méthode d'acquisition n'a été utilisée qu'à partir de l'expérience IX. Toutes les données des expériences précédentes correspondent à l'acquisition d'une unique image.

Comme le montrent les figures 4.11 et 4.12, qui représentent respectivement l'acquisition initiale et l'acquisition après l'injection de 27 ml dans le cas de l'expérience IV, il est très difficile de mettre un critère pour détecter le fluide. Il faut alors s'aider de la différence des deux images, figure 4.13. Cette différence est gérée par le logiciel Davis. Une fois ces deux opérations faites, les images sont exportées sous la forme de nuage de points au format ".xyz" pour être traitées.

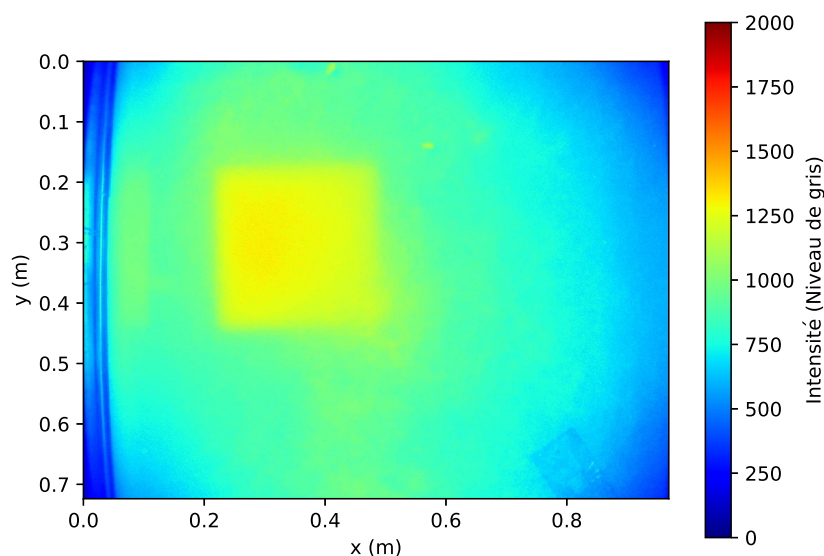


FIGURE 4.11 – Acquisition initiale pour la méthode de colorimétrie. La caméra utilisée est monochromatique l'intensité lumineuse est donc exprimée en nuance de gris. La tâche carrée de forte intensité correspond à la réflexion de la plaque lumineuse sur le fond de la cuve.

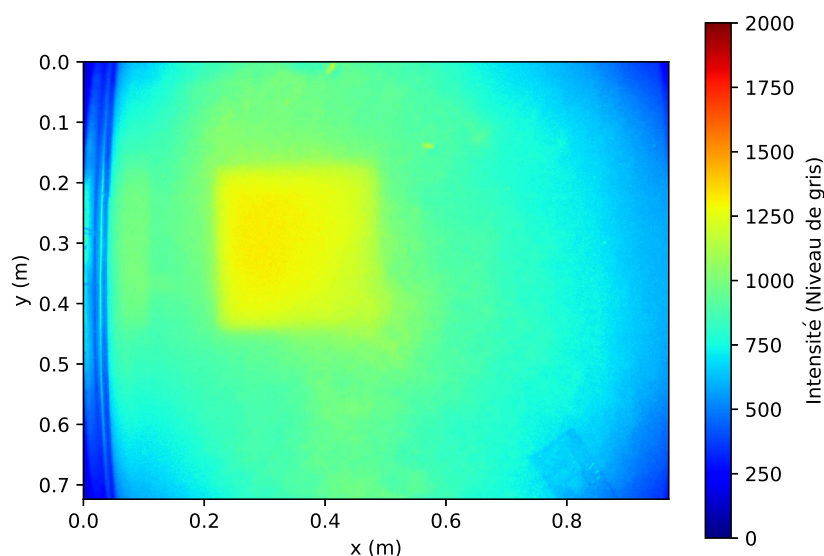


FIGURE 4.12 – Acquisition après l'injection de 20 ml de liquide. La caméra utilisée est monochromatique l'intensité lumineuse est donc exprimée en nuance de gris. La tâche carrée de forte intensité correspond à la réflexion de la plaque lumineuse sur le fond de la cuve.

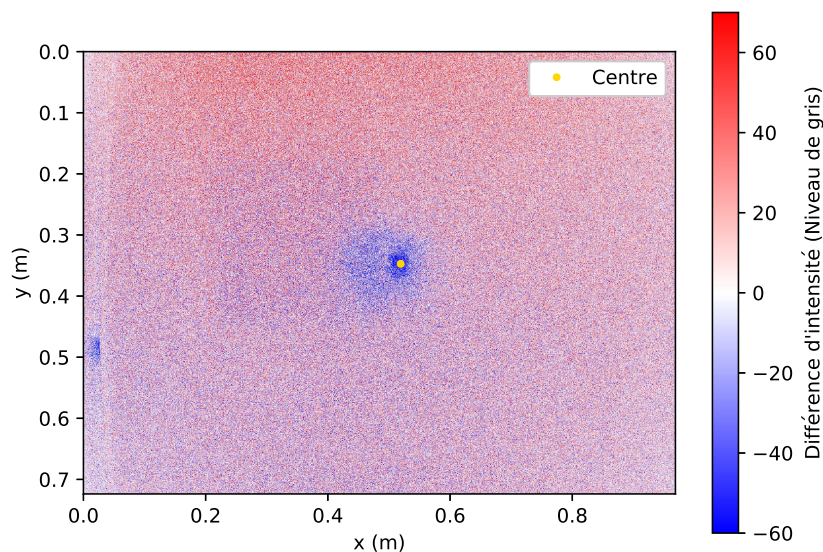


FIGURE 4.13 – Différence les deux images précédentes (figure 4.11 et figure 4.12). La caméra utilisée est monochromatique l’intensité lumineuse est donc exprimée en nuance de gris. La répartition du liquide est montrée par la tâche bleue. La zone bleu foncé correspond au liquide dans le creux. L’auréole bleue correspond à l’excédent de liquide qui s’étale sous la plaque.

### 4.4.3 Construction du code/ protocole de traitement des données

De manière à traiter les données, une série de codes a été mise en place. Certains codes ont été adaptés à partir de ceux utilisés par Delorme et al. (2017) et Garel et al. (2012), d’autres ont été créés au cours de ce travail. L’ensemble des codes utilisés suivent une architecture de dossier fixe. De cette manière, peu importe le code utilisé et le dossier courant depuis lequel il est lancé, le code ira chercher les données et enregistrera ses *outputs* dans des dossiers spécifiques. Si c’est nécessaire, chaque code crée le dossier où il enregistre ses *outputs* de manière à ce que l’utilisateur n’ait pas à le faire manuellement. Le détail des *inputs* et *output* de ces codes, l’ordre d’utilisation et l’architecture des dossiers sont détaillés à l’annexe H page 217. Les valeurs des *inputs* utilisés pour le traitement des données pour chaque expérience sont données à l’annexe F page 209.

#### 4.4.3.1 Exploitation des données de déformation

Dans le modèle et dans les expériences, la déformation est supposée axisymétrique. De manière à obtenir un profil lissé de la déformation de surface, plusieurs profils radiaux sont pris entre les rayons  $\Theta_1$  et  $\Theta_2$ , illustrés sur la figure 4.14.a. Sur cette figure est représentée la déformation de la surface issue du logiciel Light3D, dans le cas de l’expérience V. Les bandes bleues verticales qui sont visibles sur la figure 4.14.a cor-

respondent à un bruit résiduel. Ce bruit est dû à la légère différence entre la sinusoïde projetée et celle observée, comme illustrée par la figure 4.4. Bien que, cette expérience ne corresponde pas à l'un des trois cas tests décrits dans le tableau 4.2, elle est utilisée ici car les grandes déformations obtenues permettent de bien illustrer le propos.

Ces différents profils sont ensuite moyennés pour obtenir une version lissée de la déformation de surface. Sur la figure 4.14.b, l'ensemble des profils radiaux entre  $\Theta_1$  et  $\Theta_2$  est représenté en gris, le profil moyen obtenu est tracé en rouge. La variation des différents profils radiaux autour de la courbe moyenne permet de définir une barre d'erreur sur la mesure de la déformation. Ici, et comme pour toutes les expériences, la précision est d'environ  $\pm 0,05$  mm.

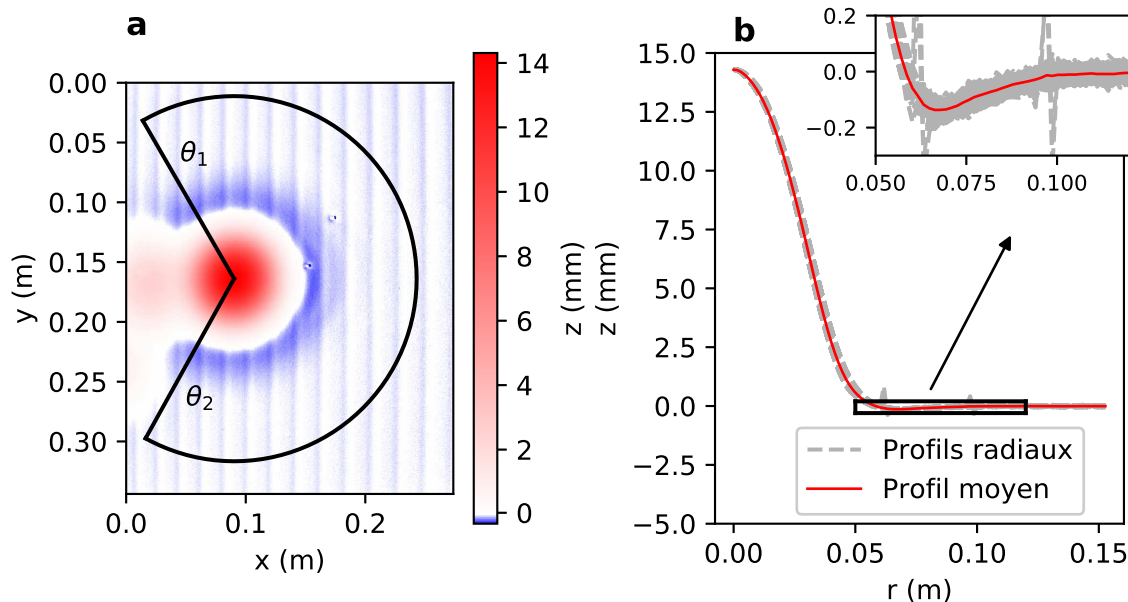


FIGURE 4.14 – Illustration de l'extraction d'un profil de déformation moyen dans le cas de l'expérience V. **a** : Représentation de la déformation de la surface renvoyé par le logiciel Light3D. Les profils radiaux sont pris entre  $\Theta_1$  et  $\Theta_2$  dans la zone délimitée par un trait noir. Les bandes bleues verticales correspondent à un bruit résiduel. **b** : Ensemble des profils radiaux pris entre  $\Theta_1$  et  $\Theta_2$  (courbes grises) et le profil moyen de déformation (courbe rouge), issu de la moyenne des différents profils radiaux.

Les différents profils ainsi déterminés pour l'expérience XI sont représentés sur la figure 4.15. En regardant les 60 derniers points, le profil tend vers un plateau qui n'est pas 0, figure 4.15.b. Le fait que les déformations atteignent un plateau exclut que la déformation due à la poussée du liquide sous la plaque se poursuive au-delà de la zone d'observation. De plus, ce plateau ne peut pas être dû à du liquide qui se serait répandu uniformément sous l'ensemble de la plaque. Le volume nécessaire pour provoquer chacun des plateaux est supérieur à celui qui a été injecté jusque là. Nous pensons que cette dérive vient

d'une légère erreur dans la conception des expériences. Le tuyau qui devrait empêcher la surpression ne l'empêche pas totalement. Pour correctement empêcher la surpression, le tuyau devrait autoriser un débordement du liquide. Or dans la conception actuelle des expériences, lorsqu'il y a une injection, le niveau du liquide dans le tuyau augmente très légèrement. Cela ne permet pas d'éviter totalement une surpression, car cela ne permet pas d'évacuer l'ensemble du surplus de liquide dû à l'injection. Nous supposons donc que ce plateau est provoqué par une surpression dans la couche du bas. Elle-même provoquée par l'augmentation de volume de la couche du bas lors des injections.

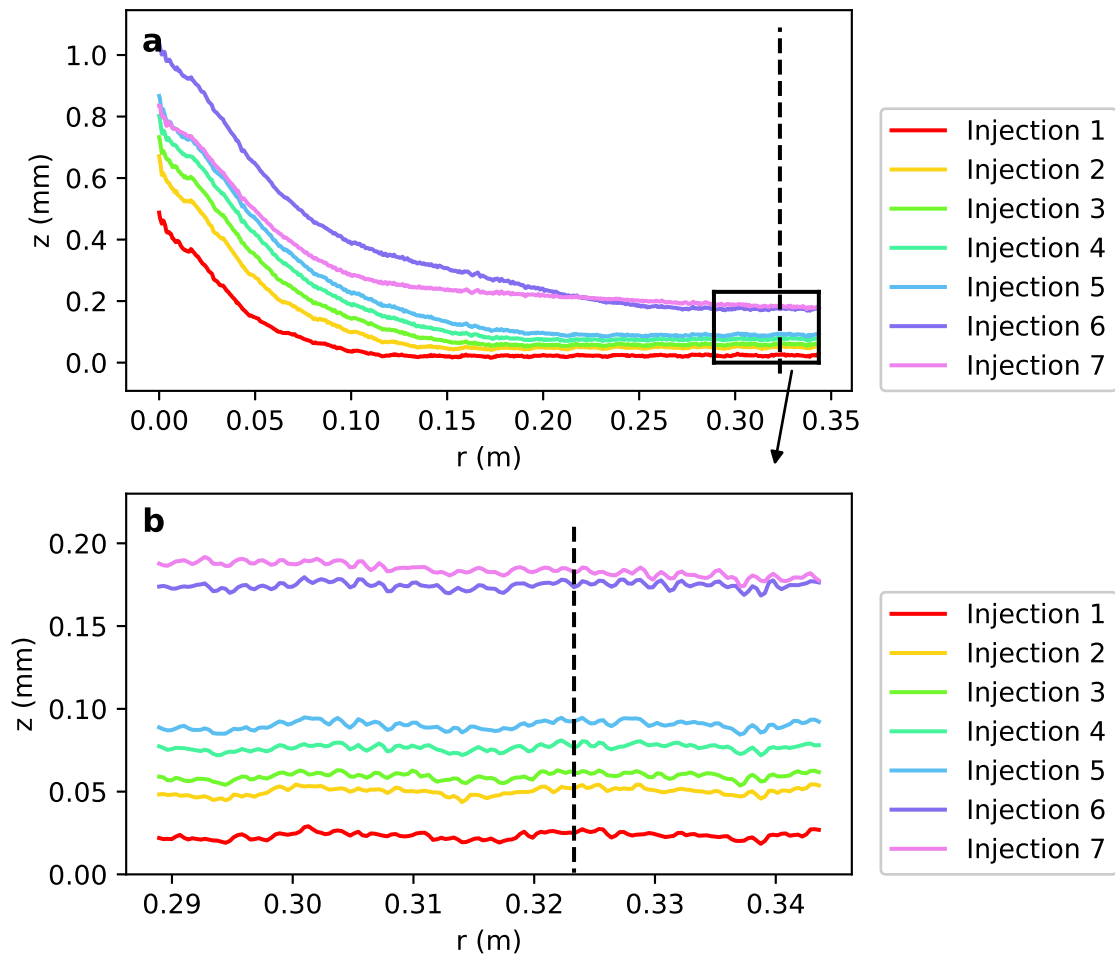


FIGURE 4.15 – Ensemble des profils moyens des déplacements en surface pour l'expérience XI. L'injection numéro 6, contrairement aux autres, correspond à l'injection de 100 ml d'un seul coup. L'injection 7 ne correspond pas à une injection, mais à une autre acquisition de l'injection 6 quelques minutes après celle-ci. L'injection 7 est donc l'étalement de l'injection 6. **a** : Ensemble des profils. **b** : Zoom sur les 160 derniers points. En  $r \approx 0,36$  m les déformations ne sont pas nulles. Le fait qu'elles atteignent un plateau entre  $r = 0,31$  et  $r = 0,36$  m, exclu le fait que ce soit un prolongement de la déformation qui soit responsable de la déformation mesurée en  $r \approx 0,36$ .

Comme les expériences se placent dans le cas de l'élasticité linéaire, pour corriger

cette dérive, la valeur moyenne du profil sur les 60 derniers points est retranchée à l'ensemble du profil. Cette opération est faite automatiquement, mais l'utilisateur doit s'assurer manuellement que les 60 derniers points correspondent bien à un plateau. Dans le cas contraire, cela indique que la déformation dépasse de la zone d'observation et le profil moyen n'est pas utilisable. Lors de la validation du modèle, seules les 4 premières injections ont été utilisées de manière à s'assurer qu'elle n'était pas trop étendue radialement et que les 60 derniers points correspondent bien à un plateau.

#### 4.4.3.2 Exploitation des données de colorimétrie

L'épaisseur de liquide est déterminée à partir de la loi de Beer-Lambert (4.1). Seules l'image initiale et celle acquise après l'injection sont donc utiles. Cependant comme le montre la comparaison entre les figures 4.11 et 4.12, la répartition du liquide n'est pas facilement visible sur ces deux images. La différence entre les deux, représentée par la figure 4.13, va donc être utilisée pour permettre de détecter les pixels qui correspondent à du liquide sur l'image 4.12.

La répartition du liquide est également supposée axisymétrique. Comme pour la déformation en surface des profils radiaux vont être réalisés entre les rayons  $\Theta_1$  et  $\Theta_2$ . Cependant, les zones d'observation entre les deux techniques ne se recoupent pas et la peinture mise pour la projection des franges gêne parfois la mesure de l'intensité de couleur. Le  $\Theta_1$  et le  $\Theta_2$  utilisé pour borner les profils radiaux, ne correspondent donc pas à ceux utilisés pour obtenir le profil moyen de la déformation en surface.

Tout comme pour les déformations de surface, une dérive de la mesure est observée. Le code utilisé permet de gérer une erreur due à une variation d'éclairage au cours de l'expérience. La valeur du bruit entre l'image initiale et l'image d'une injection donnée est déterminée comme étant la valeur moyenne des 60 derniers points du profil moyen de l'image de différence. S'il n'y a pas eu de variation, ce bruit vaut 0. S'il y en a eu, il est automatiquement corrigé. Encore une fois, l'utilisateur doit s'assurer manuellement que les 60 derniers points correspondent bien à un plateau.

Le code détermine l'épaisseur de liquide à partir de l'intensité des différentes images grâce à l'équation (4.1). Il calcule d'abord la valeur " $h(r) c$ " où  $h(r)$  est l'épaisseur de liquide et  $c$  une constante liée à la concentration de colorant dans le liquide. Toujours en supposant une symétrie axiale, le code détermine  $c$  en faisant le rapport entre le volume sous la courbe " $h(r) c$ " et celui réellement injecté. De cette manière, le volume sous la courbe  $h(r)$  correspond au volume injecté.

Le critère pour la détection du liquide est donc un point clef, car il conditionne le volume sous la courbe  $h(r) c$  et donc l'épaisseur finale de  $h(r)$ . Les profils moyens de la

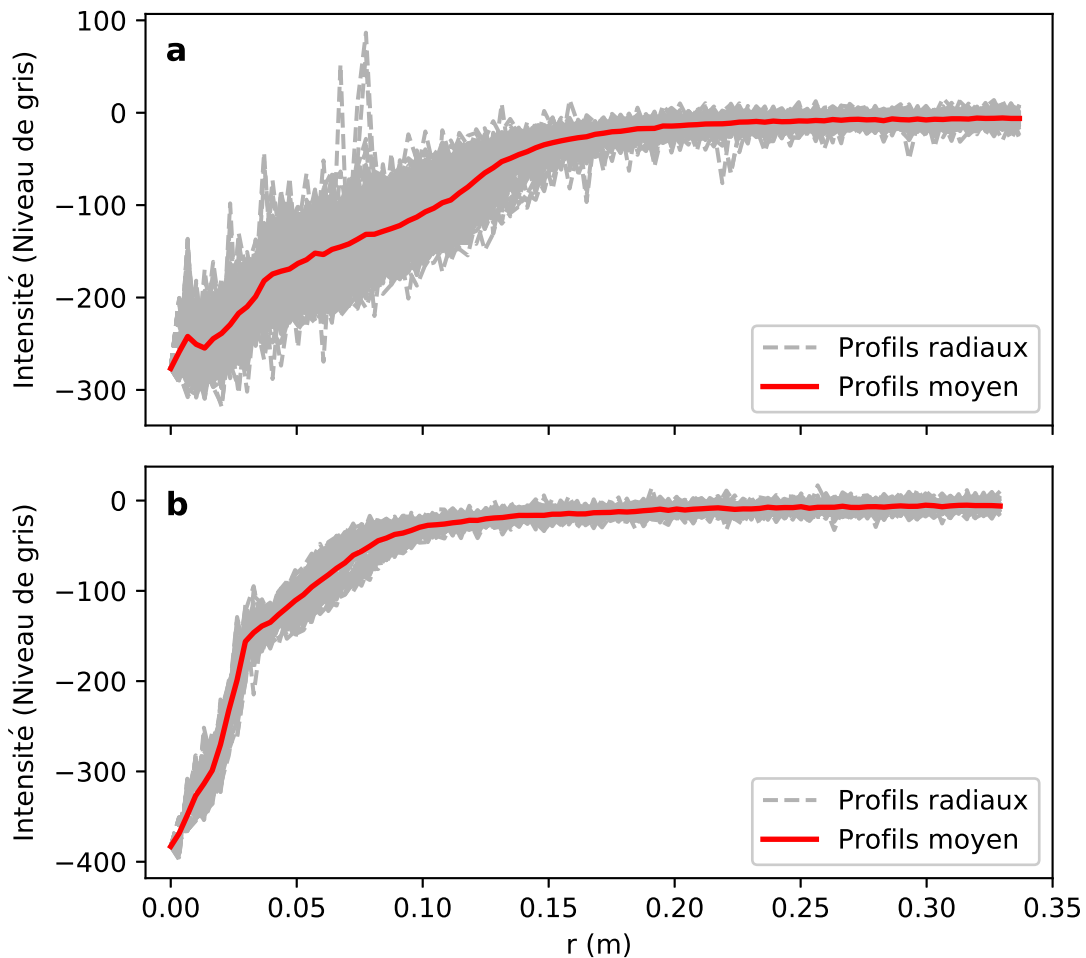


FIGURE 4.16 – Profil moyen (courbe rouge) de la différence d’intensité entre l’injection et l’image initiale issue de la moyenne de plusieurs profils radiaux (courbes grises). Ce sont ces courbes qui sont utilisées pour détecter le liquide sur les images. Cependant le bord de la tache de liquide n’est pas marqué nettement sur ces courbes. **a** : Expérience XI. Entre  $r = 0$  et  $r = 0,05$  m, la courbe correspond au creux du bas de la plaque remplie de liquide. De  $r = 0,05$  à  $r = 0,12$  m, la courbe correspond clairement au disque de liquide qui s’étale sous la plaque. Le bord du liquide peut être entre  $r = 0,12$  et  $r = 0,15$  m. **b** : Expérience X. La courbe de  $r = 0$  à  $r = 0,04$  m correspond au creux. De  $r = 0,04$  à  $r = 0,10$  m, elle correspond soit au disque soit au bord de la répartition du liquide.

différence d’intensité entre l’injection et l’image initiale donnent une idée de la répartition réelle du liquide sous la plaque. Or comme le montre la figure 4.16, le bord du disque qui se répand sous la plaque est flou. Pour traiter ces données, nous nous sommes donc appuyés sur les résultats de l’inversion des déformations de surface. Le critère de détection a été choisi de manière à ce que la courbe  $h(r)$  corresponde au plus près à la source issue de l’inversion. Puis, il a été vérifié que le critère choisi pour obtenir cette ressemblance était cohérent avec la forme des profils illustrés par la figure 4.16. S’il était évident au vu de la forme de la courbe de colorimétrie que le bord du liquide ne pouvait pas se trouver



là où le critère était, la priorité est donnée aux données de colorimétrie. Le critère est alors déterminé au mieux en se basant sur les profils moyens de la différence d'intensité entre l'injection et l'image initiale.

## 4.5 Validation du modèle physique et numérique : Inversion des données expérimentales à l'aide des codes numériques écrits à partir des équations de la partie théorique

Une fois que les profils de la déformation de la plaque et ceux de la répartition du liquide sous cette plaque ont été obtenus, il est possible de vérifier si le modèle peut reproduire les données. Pour que le modèle soit complètement validé, il doit reproduire les déformations observées avec une source dont le volume et la forme sont similaires à ceux mesurés. Les notations utilisées pour les différents paramètres sont les mêmes que celles utilisées dans les chapitres précédents. Les notations et leurs significations sont résumées dans l'annexe A page 185.

### 4.5.1 Inversion des données expérimentales

Le modèle détaillé au chapitre 2 est utilisé pour faire une inversion des données de déformation observée en surface et ainsi déterminer la forme de la source qui permet de les reproduire. Le détail des équations résolues par le code est donné dans l'annexe B page 191. L'inversion est faite grâce à la fonction `scipy.optimize.curve_fit()` du langage python. En partant d'un vecteur de donnée, `scipy.optimize.curve_fit()` permet de trouver les valeurs des variables d'une fonction qui permettent de reproduire au mieux un vecteur de données. Il est également possible de fixer des intervalles de valeur dans lesquels doivent se trouver les variables.

Comme décrit dans le chapitre 3 à la page 53, la fonction qui permet de calculer la déformation produite par une charge gaussienne à la base de la croûte nécessite 13 paramètres d'entrée. Dans les expériences 7 d'entre eux sont connus :

- L'accélération de la pesanteur :  $g$ .
- Les masses volumiques des différentes couches :  $\rho_c$ ,  $\rho_{up}$  et  $\rho_m$ .
- Le module de Young de la plaque :  $E$ .
- Le coefficient de Poisson de la plaque :  $\nu$ .
- L'épaisseur initiale :  $H_0$ .

Les déplacements sont mesurés à la surface de la plaque, le paramètre  $z$  vaut donc 0. Pour utiliser la fonction `scipy.optimize.curve_fit()` le nombre de points entre le vecteur de données et le vecteur du déplacement calculé doit être le même. Le déplacement est donc calculé là où les points ont été mesurés ce qui fixe la valeur du vecteur  $r$ . Il ne reste donc que 4 inconnues et comme nous supposons que le creux dans la plaque est entièrement rempli par le liquide nous avons  $a = a_l$  et  $T = T_l$ . Ce qui fait que les deux seules inconnues du problème sont  $a$  et  $T$  qui caractérise la forme du creux au bas de la plaque et donc celle du liquide.

#### 4.5.1.1 Rajout de la modélisation du "débordement" du liquide

Comme montré sur la figure 4.13, à partir d'un certain volume, le volume injecté excède le volume du creux créé en bas de la plaque, et le liquide commence à s'étaler sous celle-ci. Pour modéliser cet étalement, nous utilisons la solution d'une charge en forme de disque appliqué sur une plaque (Haxby et al., 1976). Une fois adapté à notre problème, le déplacement produit par un disque sous une plaque est donné par

$$\begin{aligned} u_z^{disc}(r < R_d) &= \frac{(\rho_{down} - \rho_m)gT_d}{(\rho_c - \rho_{up})g} \left[ \frac{R_d}{\alpha} \ker' \left( \frac{R_d}{\alpha} \right) \text{ber} \left( \frac{r}{\alpha} \right) - \frac{R_d}{\alpha} \text{kei}' \left( \frac{R_d}{\alpha} \right) \text{bei} \left( \frac{r}{\alpha} \right) + 1 \right], \\ u_z^{disc}(r < R_d) &= \frac{(\rho_{down} - \rho_m)gT_d}{(\rho_c - \rho_{up})g} \left[ \frac{R_d}{\alpha} \text{ber}' \left( \frac{R_d}{\alpha} \right) \ker \left( \frac{r}{\alpha} \right) - \frac{R_d}{\alpha} \text{bei}' \left( \frac{R_d}{\alpha} \right) \text{kei} \left( \frac{r}{\alpha} \right) \right], \end{aligned} \quad (4.2)$$

où  $T_d$  est la hauteur du disque,  $R_d$  son rayon et  $\alpha$  le paramètre flexural de la plaque. Les fonctions de Kelvin ber, bei, ker et kei correspondent respectivement aux parties réelles et imaginaires des fonctions de Bessel du premier et second type ( $J_\zeta \left( \frac{R_d}{\alpha} \right)$  et  $K_\zeta \left( \frac{R_d}{\alpha} \right)$ ). En se basant sur la démonstration du paramètre flexural présenté par Watts (2001), il est important de noter que dans le cas où la flexion se fait vers le haut, le paramètre flexural doit être réécrit tel que

$$\alpha = \left[ \frac{D}{(\rho_c - \rho_{up})g} \right]^{\frac{1}{4}}. \quad (4.3)$$

où  $D$  est le coefficient de rigidité flexural de la plaque tel que

$$D = \frac{EH_r^3}{12(1 - \nu^2)}. \quad (4.4)$$

Encore une fois, cette solution a été faite pour une plaque d'épaisseur constante. Cependant, comme discuté en détail pour l'adaptation du modèle de Melosh (1976, 1978) nous considérons que cette solution est valide tant que l'approximation des petits angles est vérifiée.

Le rapport d'aspect de la source,  $\frac{T}{a}$  donné dans le tableau 4.1, peut théoriquement monter jusqu'à 0,5, ce qui est supérieur à la valeur limite de 0,286 posée dans la section 2.3.2 page 31. Cependant, dans les expériences réalisées le rapport  $\frac{T}{a}$  ne dépasse pas cette valeur limite et l'adaptation de la solution de Haxby et al. (1976) est donc utilisable.

Comme les expériences se placent dans le cas de l'élasticité linéaire les deux solutions sont donc sommées pour obtenir la déformation totale. L'inversion réalisée a donc quatre inconnues  $T$ ,  $a$ ,  $R_d$  et  $T_d$ . Les bornes entrées dans la fonction `scipy.optimize.curve_fit()` sont :  $T$  compris entre 0,0 et 0,019 m, en se basant sur l'épaisseur de la plaque de gélatine ;  $a$  compris entre 0,005 et 0,06 m, en se basant sur la taille du Peltier ;  $R_d$  compris entre 0,06 et 0,15 m et  $T_d$  compris entre 0,0 et 0,005 m, en se basant sur ce qui est généralement observé.

Or, en réalité, le disque de liquide sous la plaque n'est pas entièrement dans le milieu du bas. Une seconde inversion a donc été faite à partir de la première. Nous avons fait varier le pourcentage de la hauteur du disque qui était dans la plaque. Ainsi pour  $x\%$  de la hauteur du disque, la flottabilité du liquide était calculée par rapport à la plaque et non par rapport à la couche de liquide sucrée. Cette deuxième inversion permet de déterminer pour quel  $x$  la source issue de la première inversion (celle sur les déformations) reproduisait au mieux le volume injecté. Pour tous les points et toutes les expériences, la valeur de  $x$  a été 50%.

## 4.5.2 Reproduction des données observées

Les données qui peuvent être reproduites se distinguent en trois points :

- Les déformations à la surface de la gélatine.
- Le volume de liquide injecté, et donc le volume de la source de déformation.
- La répartition du liquide sous la plaque, et donc la forme de la source de la déformation.

### 4.5.2.1 Reproduction de la déformation en surface

L'inversion faite permet effectivement de reproduire les déformations observées comme le montre la figure 4.17. Sur cette figure est représentée en pointillé rouge la déformation observée lors de l'expérience IV après l'injection de 21,7 ml de liquide, la zone grise représente l'erreur sur cette mesure. Superposée à la déformation observée, la déformation calculée est représentée par une courbe noire. La figure 4.17 montre donc que les déformations de surface sont parfaitement reproduites dans ce cas là.

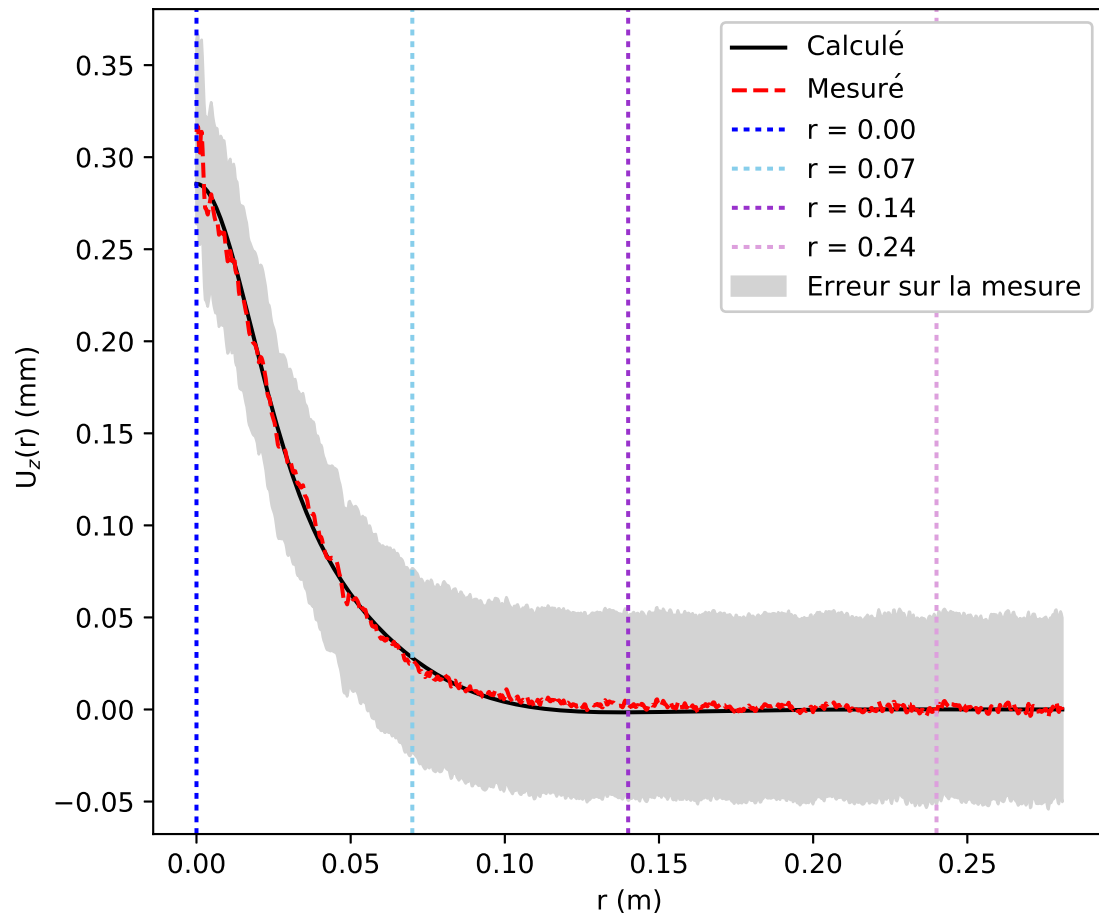


FIGURE 4.17 – Comparaison entre la déformation observée (courbe rouge en pointillé) et le déplacement calculé (courbe noire) qui représente au mieux la déformation observée dans le cas de l'expérience IV après l'injection de 21,7 ml. La superposition des deux courbes montre qu'il est possible de reproduire très précisément les déformations observées en superposant la déformation produite par une source gaussienne et celle produite par une source discoïdale. La position des points de référence, qui servent à comparer les différentes injections des différentes expériences, est marquée par les traits verticaux en pointillé.

De manière à pouvoir comparer toutes les expériences les unes avec les autres, les valeurs du déplacement mesuré et celui calculé sont comparés pour quatre points de référence répartis le long du profil. Ces points ont été choisis de manière à être également répartis sur la longueur de tous les profils et ainsi donner une bonne idée de la reproduction de la déformation par le code. La longueur totale des différents profils étant généralement de 0,35 m, les points choisis ont été  $r=0$ m,  $r=0,07$ m,  $r=0,14$  m et  $r=0,24$  m. Leurs positions sont représentées par des traits pointillés verticaux sur la figure 4.17.

Les valeurs des déplacements verticaux calculés et observés ont été mesurées pour les quatre premières injections de chaque expérience. En ne prenant que les premières injections, la déformation est peu étendue latéralement, il est ainsi certain qu'il n'y a pas d'effet de bord. Les mesures sont ensuite comparées dans la figure 4.18.

Sur cette figure, pour chaque point de référence, le déplacement vertical calculé est représenté en fonction du déplacement vertical observé correspondant. Lorsque le déplacement mesuré et celui observé sont les mêmes, les points se placent donc sur la droite  $y = x$  qui est représentée par une droite grise en pointillé sur la figure 4.18. Une barre d'erreur horizontale rend compte de l'incertitude sur la mesure du déplacement vertical.

Les expériences qui ont produit des données exploitables sont les expériences II, IV, IX, X et XI. Les expériences qui correspondent au cas 1 dans le tableau 4.2, qui résume les différentes configurations, sont représentées par des points dans les tons rouges. Les expériences qui correspondent au cas 2, dans des tons bleus. Le cas 3 correspond à des déformations très faibles. Il n'a pas encore été possible d'acquérir des données dans cette configuration. Pour les quatre points de référence le long du profil les points de chaque expérience viennent s'aligner sur la droite " $x=y$ ". Ce qui veut dire qu'avec l'inversion faite à partir de notre modèle et de la modification de la solution d'Haxby et al. (1976), il est possible de déterminer une source qui permet de reproduire parfaitement les déformations observées.

Sur la figure 4.18, les points dans les teintes de bleu sont systématiquement plus bas que ceux dans les teintes de rouges. Les expériences du cas 1 produisent donc systématiquement des déformations plus importantes que celle du cas 2.

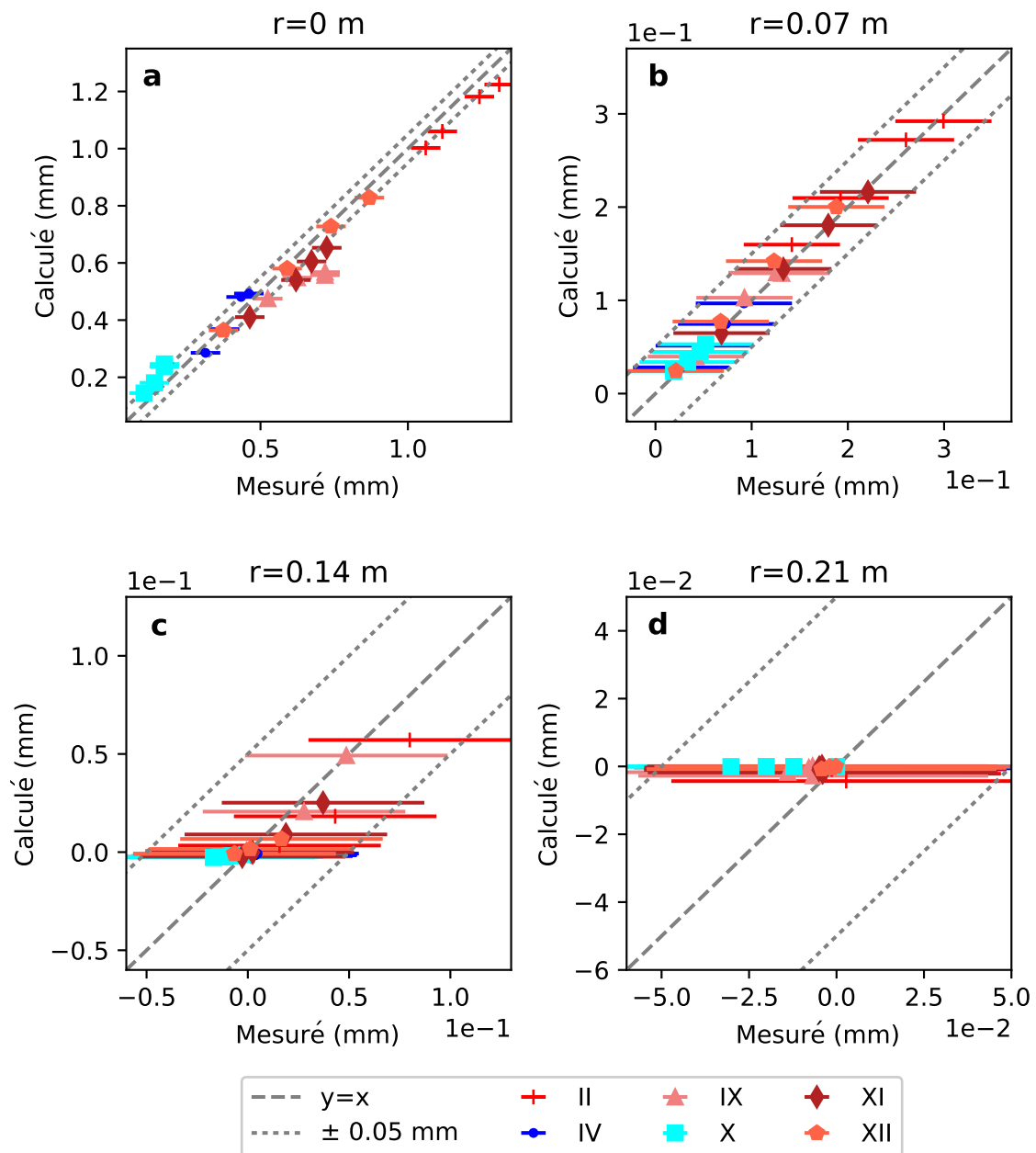


FIGURE 4.18 – La reproduction de la déformation par le code est testée en 4 points  $r=0$  m,  $r=0,07$  m,  $r=0,14$  m et  $r=0,21$  m. Pour les quatre sous figures, la déformation calculée est tracée en fonction de celle mesurée. Lorsque les deux correspondent parfaitement, le point se situe sur la droite  $y = x$ , qui est représentée par la droite grise en tireté. La barre d'erreur horizontale rend compte de l'incertitude sur les mesures de la déformation. Tous les points dans les tons rouges correspondent au cas 1 du tableau 4.2, tous les points dans les tons bleus au cas 2.

#### 4.5.2.2 Volume de la source numérique et volume injecté

La première vérification qui est faite après avoir déterminé la source qui permet de reproduire la déformation observée, porte sur son volume. Suivant la même logique que pour la figure 4.18, sur la figure 4.19 le volume de la source déterminée par l'inversion est représenté en fonction du volume qui a été mesuré lors de l'expérience. Le code couleur est le même que celui de la figure 4.18, les cas 1 et 2 sont représentés sur la figure 4.19 avec des teintes respectivement rouges et bleues.

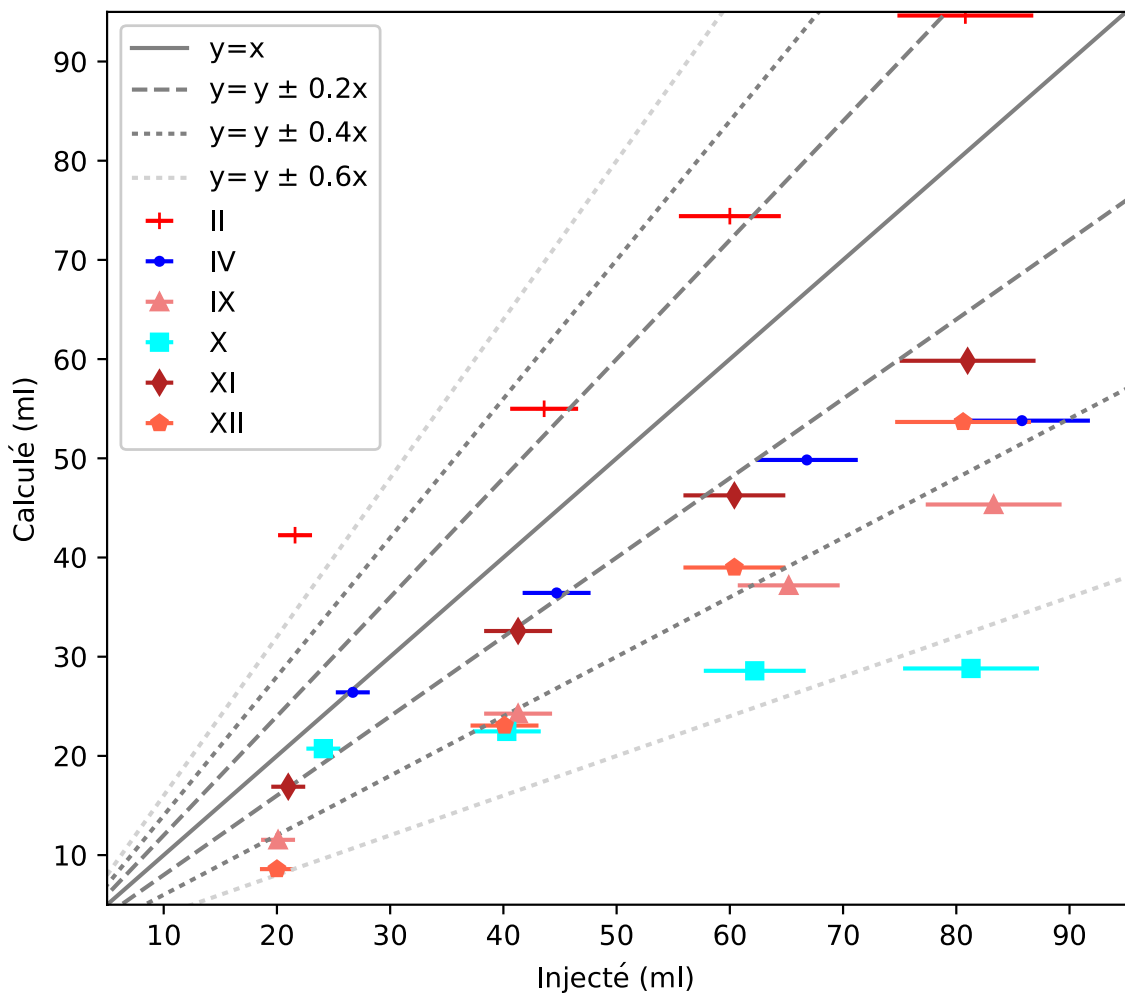


FIGURE 4.19 – Comparaison entre le volume de la source qui permet de reproduire les déformations et celui qui a été injecté dans la cuve. La comparaison a été faite pour les 4 premières injections de chaque expérience. Suivant la logique de la figure 4.18 les volumes identiques sont sur la droite  $y = x$  représentés par la droite grise en tireté. Tous les points dans les tons rouges correspondent au cas 1 du tableau 4.2, ceux dans les tons bleus au cas 2.

Trois comportements se dégagent sur la figure 4.19. Le premier est suivi par l'expérience

II qui est représentée par des croix rouges. Les points de cette expérience ont un volume surestimé. Dans le cas de l'expérience II, les déformations sont donc reproduites avec une source qui a un volume plus important que le volume de liquide injecté.

Le deuxième comportement est celui des expériences IV, IX, X et XI, ces points couvrent les cas 1 et 2. Les volumes de ces expériences sont de moins en moins bien reproduits par le code à mesure que le volume total injecté augmente. Ce fait est très marquant pour l'expérience X.

Le troisième et dernier comportement est celui suivi par les expériences II et XII. Pour ces expériences, le volume est de mieux en mieux déterminé au fil des injections. La première injection de l'expérience XII est sous-estimée de 60% la dernière l'est de seulement 30 %.

En considérant 20% d'erreur comme une marge acceptable, les points qui correspondent à l'injection de 20 ml pour les expériences IV, X et XI sont bien reproduits, ainsi que les points correspondant à un volume total de 40 ml pour les expériences IV et XI. Le volume de la première injection de l'expérience IV est même parfaitement déterminé par le code lors de l'inversion.

#### **4.5.2.3 Perte de la symétrie axiale**

Dans le cas des expériences IV et X le liquide ne s'est pas réparti selon une symétrie axiale. La répartition du liquide pour ces deux expériences est montrée par la figure 4.20. Sur cette figure est représentée la différence entre l'image initiale et l'image acquise après une injection. La répartition du liquide correspond aux valeurs négatives qui forment une tache bleue au centre des images. Les valeurs positives sont représentées en rouge. Sur cette figure, la différence maximum, qui correspond à l'épaisseur de liquide maximum, est mise en évidence par un point orange.

Les figure 4.20 a et c correspondent à l'expérience IV et les figures 4.20 b et d correspondent à l'expérience X. Dans le cas de l'expérience IV, la répartition du liquide pour la première injection est bien axisymétrique, figure 4.20 a. Cependant au bout de quelques injections il apparaît que le liquide ne s'est pas réparti sous la plaque selon une symétrie axiale, figure 4.20 c. En effet, la zone en bleu semble décalée vers le coin supérieur gauche de l'image. Dans le cas de l'expérience X la répartition du liquide ne suit pas une symétrie axiale depuis la première injection, figure 4.20 b.



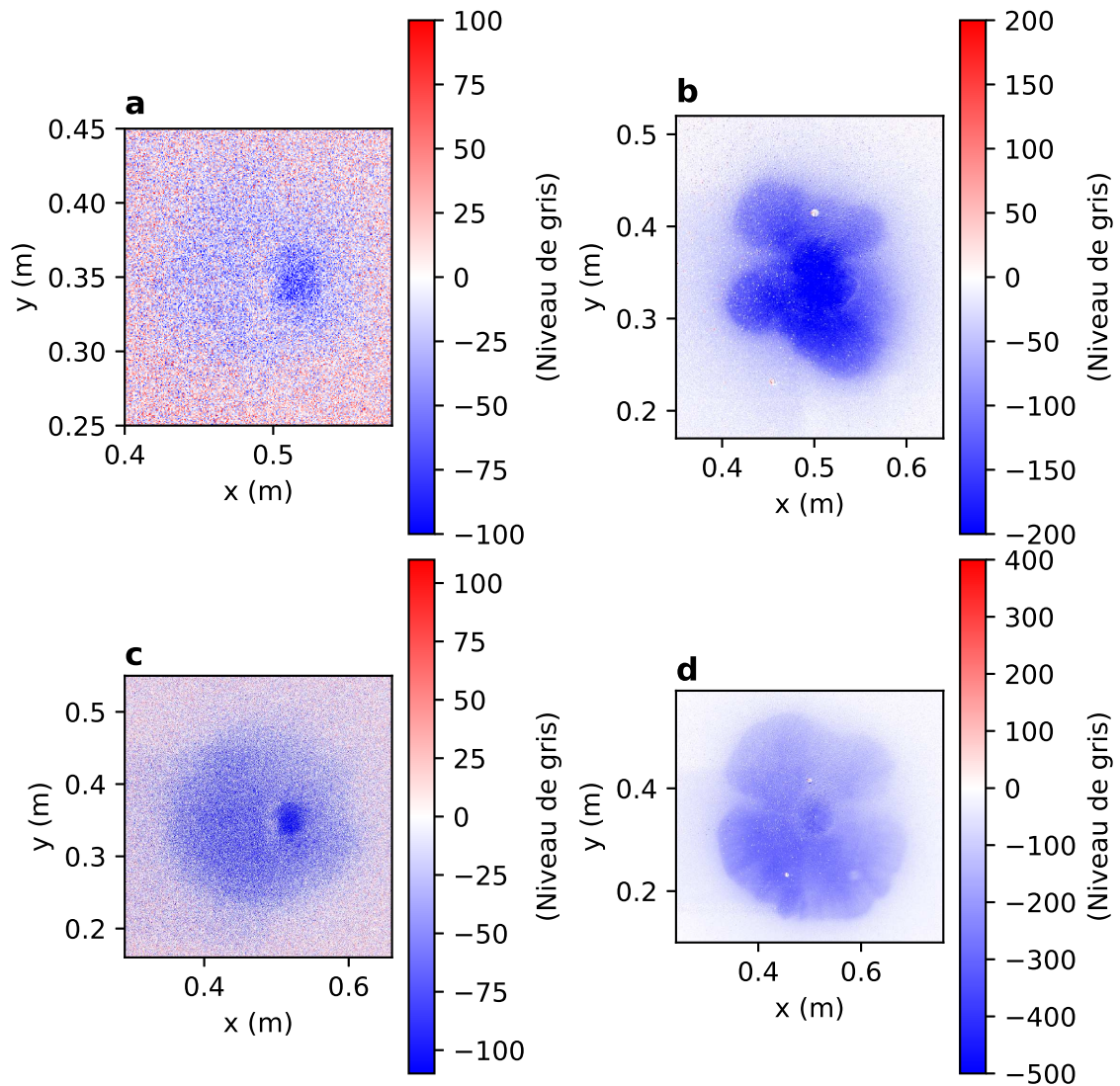


FIGURE 4.20 – Illustration de la perte de la symétrie axiale dans le cas des expériences IV et X. **a** Expérience IV. Première injection. **b** Expérience X. Première injection. **c** Expérience IV. Après plusieurs injections. **d** Expérience X. Après plusieurs injections.

#### 4.5.2.4 Reproduction de la forme de la source de déformation

Pour vérifier que le code reproduit les déformations avec une source de forme similaire à celle qui les a produits, nous avons suivi la même logique que celle utilisée pour vérifier qu’il reproduisait les déformations de surface.

La répartition du liquide sous la plaque, déduite de la colorimétrie, est représentée par une courbe rouge en pointillé sur la figure 4.21. La source qui permet de reproduire les déformations est représentée par la courbe noire. Ces courbes correspondent à la première

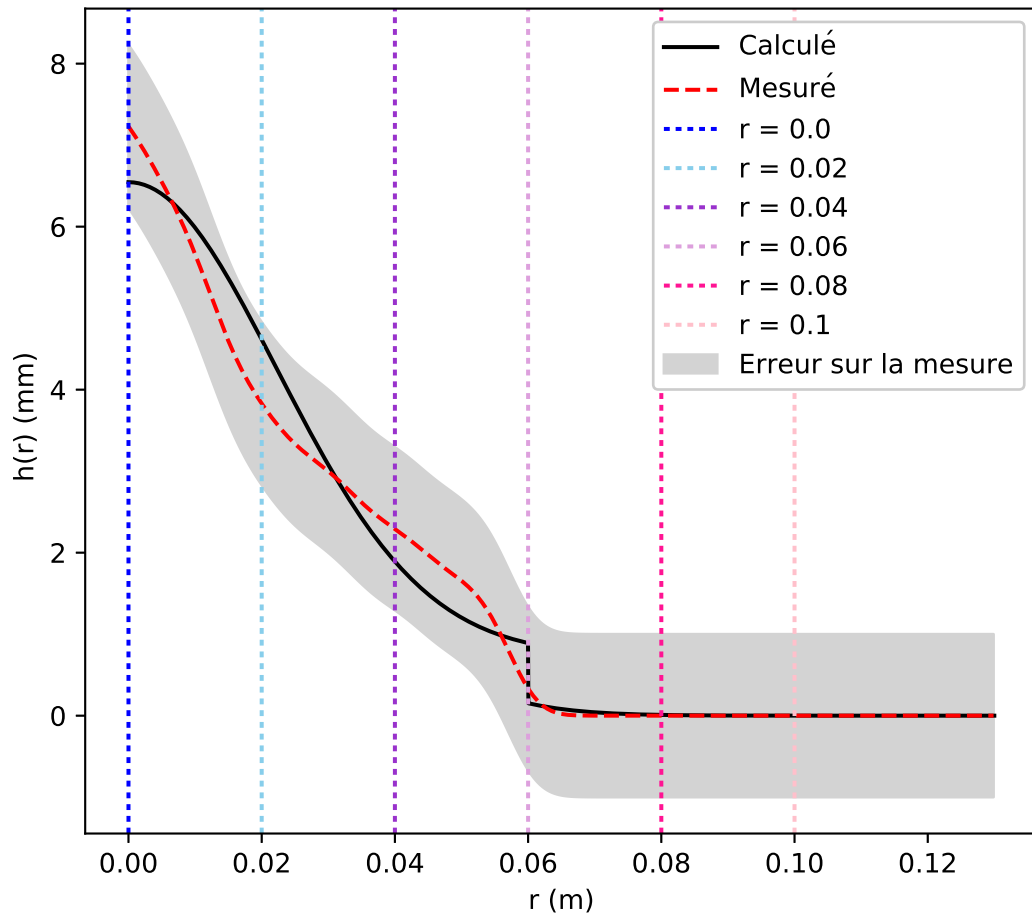


FIGURE 4.21 – Comparaison entre la répartition du liquide sous la plaque (courbe rouge en pointillé) et la forme de la source issue de l’inversion (courbe noire) dans le cas de l’expérience IV après l’injection de 21,7 ml. La superposition des deux courbes n’est pas parfaite, mais l’ensemble de la répartition du liquide est similaire à la source utilisée pour reproduire les déformations de l’injection correspondante. La position des points de référence, qui servent à comparer les différentes injections des différentes expériences, est marquée par les traits verticaux en pointillé.

injection, d’un volume de 21,7 ml, faite lors de l’expérience IV. Il s’agit de la même injection que celle utilisée pour illustrer la reproduction de la déformation sur la figure 4.17. Sur la figure 4.21 les deux courbes sont similaires, mais ne correspondent pas parfaitement. C’est pourquoi 6 points de référence répartis également le long du profil ont été choisis, contrairement à la déformation de surface où seuls 4 points avaient été pris. Le premier point  $r=0$  m correspond au centre de la déformation, la hauteur du liquide en ce point est la somme de la hauteur du creux et de l’épaisseur du disque. Les points  $r=0,06$  m et  $r=0,08$  m correspondent uniquement au disque de liquide qui s’étale sous la plaque. Les points  $r=0,1$  m correspondent soit à la hauteur de liquide d’un disque très étalé, soit au niveau zéro.

Le résultat de la comparaison entre la répartition du liquide et la forme de la source numérique pour plusieurs expériences est donné par la figure 4.22. Cette figure quantifie la reproduction de la forme de la source en comparant l'épaisseur du liquide et l'épaisseur de la source en 6 points tests. Encore une fois, les données issues du modèle théorique sont représentées en fonction de celles observées. Sur cette figure, les mêmes codes couleur ont été utilisés pour différencier les différents cas que pour les figures 4.18 et 4.19. Les expériences II et XII n'ont pas produit de données de colorimétrie utilisable. Ces expériences sont donc absentes de la figure 4.22.

Pour les trois premiers points de référence de  $r=0$  à  $r=0,04$  m les données viennent s'aligner proche de la courbe "y=x". Le code reproduit donc bien la forme de la source pour ces trois points.

Pour les points  $r=0,06$  à  $r=0,08$  m les sources pour le cas 1 sont bien reproduites. Cependant, le décalage vers la gauche des points du cas 2 indique que dans ces deux cas la hauteur du disque est sous-estimée par le code. De plus, le rayon total du disque est sous-estimé pour le cas 2 comme le montre la figure 4.22 e qui correspond au point  $r=0,08$  m. Sur cette sous-figure, les points de teinte bleue indiquent que l'épaisseur du disque calculé est de 0 et l'épaisseur du disque mesuré est entre 1,5 et 2,5 mm pour les différents points.

Finalement, la position globale des points de teinte bleue et ceux de teinte rouge sur la figure 4.22 montrent que les expériences du cas 1 produisent des sources plus épaisses que celle du cas 2.

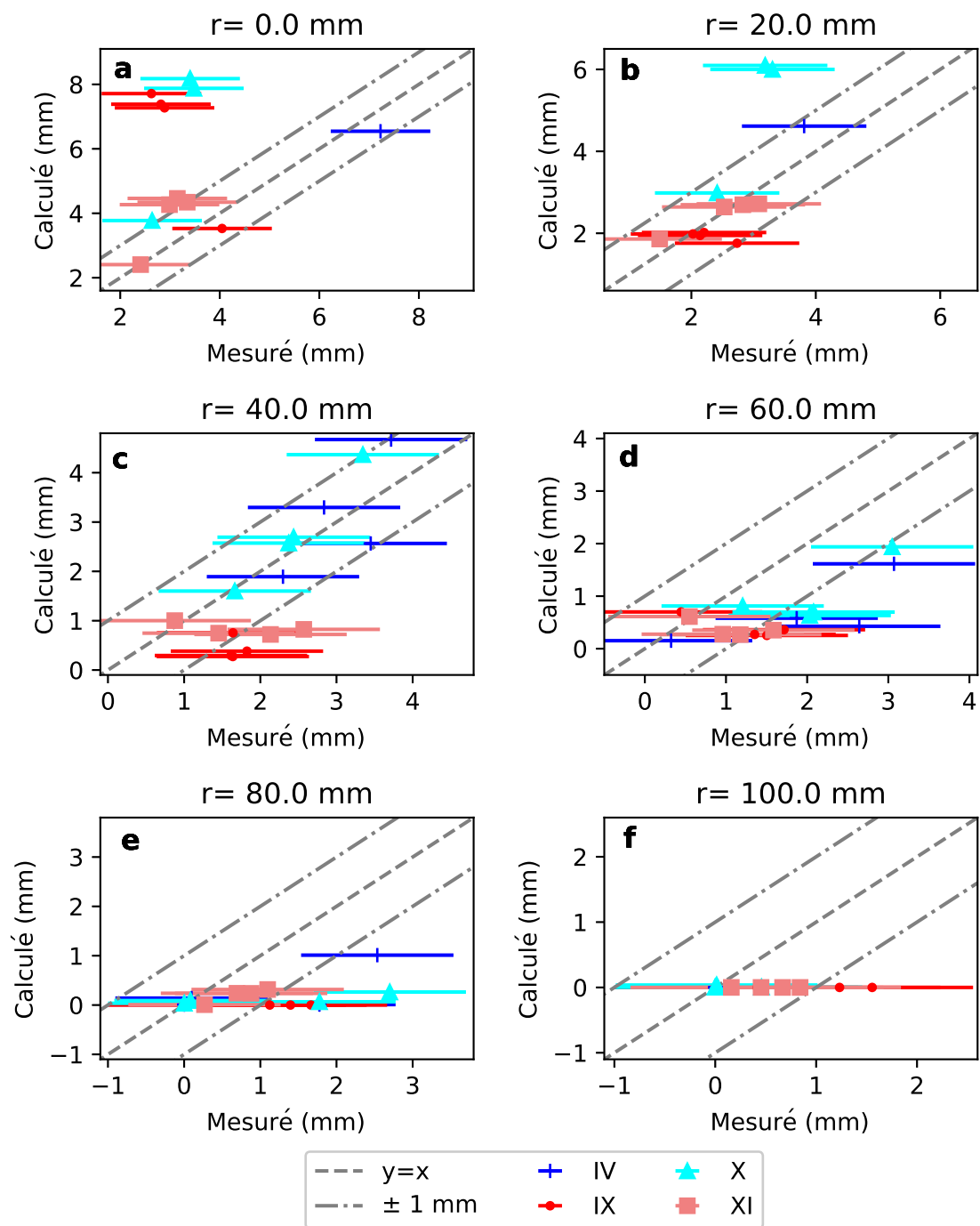


FIGURE 4.22 – La reproduction des déformations de surface pour une source de forme similaire est testée en 6 points. Pour les six sous figures, la hauteur de la source issue de l'inversion est tracée en fonction de l'épaisseur de liquide mesuré. Cette figure suit les mêmes codes couleur que les figures 4.18 et 4.19.

### 4.5.3 Discussion

Comme le montre la figure 4.18, les déformations observées sont globalement bien reproduites par le code. Cependant, la source déterminée par l'inversion a un volume plus faible que celui qui a réellement été injecté pour produire ces déformations, comme le montre la figure 4.19. Nous pensons que le problème peut venir de la reproduction du disque de liquide qui s'étale sous la plaque. Les données de colorimétrie montrent que la forme de la source est bien reproduite proche de  $r = 0$  m, mais pour des  $r$  supérieurs à 0,06 m la forme de la source est moins bien reproduite (figure 4.22). Lors de l'inversion, le code ne produit pas un disque de liquide suffisamment étendu radialement. Or, comme le rayon est grand, même si l'épaisseur est faible, nous sous-estimons grandement le volume. C'est ce qui peut expliquer pourquoi, dans la majorité de nos expériences, le volume est de moins en moins bien reproduit au fur et à mesure des injections. Le creux au bas de la plaque est rempli de liquide dès la première injection. Tous les volumes supplémentaires sont donc stockés dans le disque. Cet effet est d'autant plus amplifié que nous travaillons avec de tout petits volumes (20 ml par injection).

Le comportement des points des expériences IV et X peut être relié à la répartition du liquide sous la plaque. Dans le cas des déformations de la surface, du fait de la zone d'observation, les profils radiaux sont pris dans le coin inférieur droit de la cuve. Dans le cas des données utilisées pour la méthode de colorimétrie, du fait de la réflexion de la plaque lumineuse, les profils radiaux sont pris du côté droit de l'image. Or comme le montre la figure 4.20, le liquide a tendance à se mettre en place sous la plaque principalement dans le coin en haut à gauche de l'image, ce qui est hors de la zone où sont faits les profils radiaux. De ce fait, les profils moyens, déduits de la moyenne de plusieurs profils radiaux, sous-estiment la déformation de la plaque et le liquide sous celle-ci. Cette erreur augmente au fil des injections, car la différence entre le liquide perçu dans la zone d'observation et le liquide présent sous la plaque augmente de plus en plus. Cela peut donc expliquer le comportement des points de l'expérience IV et X sur la figure 4.19. En effet, pour ces deux expériences le volume de la source déduit de l'inversion est proche de celui qui a été mesuré lors de l'injection pour la première injection qui était d'environ 25 ml. Par la suite, le volume de la source déduite par l'inversion des déformations augmente peu, de l'ordre de quelques ml entre deux injections, alors que l'incrément de liquide injecté est de 20 ml à chaque fois. Ce comportement est cohérent si seulement une petite partie du liquide injecté est allée dans la zone d'observation et une grande partie hors de la zone d'observation.

Les expériences dont le volume est bien reproduit pour la première injection, mais pour lesquelles les volumes sont de moins en moins bien reproduits au fil des injections,

sont des expériences où le liquide ne s'est pas réparti de manière axisymétrique sous la plaque.

En regardant les déformations produites par les expériences sur la figure 4.18, il est évident que les déformations produites par l'expérience II sont beaucoup plus importantes que celles des autres expériences. En effet, les maxima de déplacement observé pour les expériences IX et XI sont entre 0,45 et 0,75 mm alors que pour l'expérience II ils sont entre 1,1 et 1,3 mm. En résumé, pour les expériences II, IX et XI les volumes injectés sont presque les mêmes (figure 4.19), les propriétés physiques des fluides utilisés aussi (annexe E page 205), cependant, les déformations produites par l'expérience II sont beaucoup plus grandes que celles produites par les autres expériences. Il est donc logique que le code sous-estime le volume de la source dans les autres expériences sans que cela remette en question la validité du modèle. Le point crucial est de comprendre l'origine de la différence entre les déformations produites par l'expérience II et celles produites par les autres expériences.

Bien que s'étant révélées inutilisables pour la méthode de colorimétrie, des images de la cuve ont été prises avec un appareil photo Canon lors de l'expérience II. Ces images, ainsi que les données brutes utilisées par le logiciel Light3D, ont été regardées. Il ne semble pas que la déformation de l'expérience II soit amplifiée par la présence de bulles. Chacune de ces expériences a son propre fichier de calibration, réalisé peu de temps avant les expériences. Une erreur lors de la réalisation de ce fichier n'est pas impossible, mais le soin apporté lors de leur réalisation rend cette hypothèse peu probable.

## 4.6 Conclusion

Pour tester la validité du modèle physique qui a été mis en place, des expériences de laboratoire ont été réalisées. Dans une cuve de 1x1 m, une solution de sucre liquide représente la partie ductile de la croûte continentale. Elle est surmontée par une plaque de gélatine, qui représente la partie cassante et élastique de la croûte. Depuis la base de la cuve, un fluide coloré avec une flottabilité positive remonte au travers de la couche de sucre liquide et est arrêté par la transition rhéologique à l'interface sucre-gélatine. Les masses volumiques des différentes couches et la rigidité de la plaque sont contrôlées et mesurées de manière à balayer trois configurations de référence qui permettent de tester le modèle.

Pour que le stockage puisse s'effectuer, le modèle et les expériences ont tous deux montré que la plaque devait avoir une variation d'épaisseur à sa base. La flottabilité seule

n'est pas suffisante pour permettre au liquide de se faire une place sous la plaque élastique. Le liquide se stocke au bas de la plaque en remplissant une topographie dans le bas de celle-ci.

Dans les expériences, cette variation d'épaisseur est créée thermiquement par la fonte de la gélatine après sa solidification. La forme prise par le creux ainsi créée est proche d'une forme gaussienne. Ce qui va dans le sens de la forme imposée par notre modèle.

Une fois stocké sous la plaque, le liquide produit la déformation de celle-ci. Le montage expérimental a été modifié de nombreuses fois au cours de la thèse. Dans sa version finale, il permet de mesurer à la fois la déformation en surface et la répartition du liquide sous la plaque qui provoque cette déformation. La déformation est mesurée par une méthode de projection de franges. La répartition du liquide est, elle, mesurée par colorimétrie. Pour chaque déformation, il est donc possible de contraindre le volume et la forme de la source qui la provoque.

Pour permettre les mesures les plus précises possible, au vu des méthodes utilisées, le protocole expérimental doit assurer 6 points ;

- L'alignement entre l'appareil d'acquisition et le projecteur doit être parfait et ne pas bouger entre la calibration et l'expérience.
- La surface de la gélatine doit être la plus régulière possible.
- Le signal projeté par le projecteur doit être le plus net possible.
- Les caméras doivent rester fixes au cours de l'expérience.
- L'éclairage doit être constant au cours de l'expérience.
- La différence d'intensité de couleur due à la présence de liquide sous la plaque doit être clairement mesurable.

Cependant, la mise en place de peinture sur la surface de la gélatine, indispensable pour la projection des franges, rajoute un bruit sur la méthode de colorimétrie qu'il n'est pas possible d'enlever.

Un autre problème est apparu. Loin de la déformation, les profils de déformation tendent vers un plateau qui n'est pas zéro. Après chaque injection ce plateau est légèrement plus haut, figure 4.15. Ce plateau ne peut pas être dû à du liquide réparti uniformément sous la plaque. Il semblerait que son origine soit une surpression dans le liquide du bas et que le montage doive encore subir des modifications pour corriger cet effet. La modification envisagée serait de permettre le débordement du surplus de liquide dans la couche du bas provoqué par l'injection.

Grâce à ce montage, il a néanmoins été possible de mesurer des déformations de 0,2 à 1,5 mm avec une précision de  $\pm 0,05$  mm. Il a également été possible de mesurer des

épaisseurs de liquide de l'ordre de 1 à 8 mm.

Les expériences ont donc permis de tester que l'adaptation du modèle Melosh (1976, 1978) reproduit bien le cas d'un liquide stocké à une interface entre une plaque élastique et un milieu au premier ordre fluide. Les déformations sont bien reproduites par le code, mais les volumes des sources le sont moins. Malgré tout, quelques points permettent de reproduire les déformations pour une source de volume et de forme similaires à celles observées. Nous avons donc certains points pour lesquels le test est concluant. Nous pensons que l'erreur sur les autres points vient du liquide qui s'étale sous la plaque. Or, nous cherchions à valider le stockage statique d'un liquide remplissant un creux au bas de la plaque. Les points les mieux reproduits sont les points où le volume est faible, il s'agit de ceux où la plus grande partie du volume est stockée dans la plaque. Nous décidons donc d'appliquer notre modèle à des cas géologiques.





---

### Validation de l'hypothèse de stockage par l'extension du modèle à des cas géologiques

---

Notre hypothèse est que le magma silicique remonte sous forme de diapir au travers de la partie ductile de la croûte. Comme sa masse volumique est faible, sa flottabilité est toujours positive dans la croûte continentale. Lorsque le diapir arrive à l'interface ductile fragile de la croûte, sa remontée est stoppée. Le magma forme donc une chambre magmatique à l'interface ductile fragile dans la croûte continentale. De manière à valider l'hypothèse de stockage, les prévisions de notre modèle et des observations issues de cas naturels ont été comparées.

Dans un premier temps, cette comparaison a été faite en se concentrant uniquement sur le cas du volcan Uturuncu. Depuis plusieurs années, un soulèvement bordé par un affaissement est observé (Fialko and Pearce, 2012; Henderson and Pritchard, 2013). Cette déformation est globalement circulaire et centrée sur le volcan. La configuration de cette déformation fait penser à celle d'une plaque élastique. Notre modèle a donc été utilisé pour faire une inversion des déformations. La précision de l'inversion a ensuite été discutée pour 5 points importants :

- La reproduction du maximum de soulèvement,
- La reproduction de l'affaissement autour du soulèvement,
- la position radiale où se fait le changement entre soulèvement et affaissement,
- le rapport entre le maximum de soulèvement et d'affaissement,
- le rapport entre le maximum de déplacement radial et le maximum de déplacement vertical.

L'application au cas de l'Uturuncu est discutée dans la première section de ce chapitre.

Dans la seconde section, nous nous concentrons plus largement sur les contraintes générées dans la plaque. Nous ne pouvons pas discuter directement de la formation des caldeiras sans les contraintes tectoniques globales. Cependant, nous discutons nos résultats en les comparant avec des phénomènes observés actuellement au niveau de super-volcans.

## 5.1 Cas de l'Uturuncu

La première application de notre modèle à des données géologiques concerne le volcan Uturuncu situé dans la cordillère des Andes. Le volcan Uturuncu et la zone environnante ont été étudiés au cours du projet PLUTON. Ce projet a débuté en 2009 et la synthèse a été publiée récemment (Kern et al., 2016; Perkins et al., 2016a; Shen et al., 2017; Kukarina et al., 2017; Farrell et al., 2017; Henderson and Pritchard, 2017; Gottsmann et al., 2017; Naranjo et al., 2018; Gottsmann et al., 2018; Pritchard et al., 2018; McFarlin et al., 2018; Lopez et al., 2018).

### 5.1.1 Contexte géologique globale

À l'issue du projet PLUTON, Naranjo et al. (2018) ont publié un article résumant et détaillant les connaissances actuelles sur la zone volcanique du centre des Andes. Après avoir détaillé le contexte géologique, ils résumant l'activité volcanique qui a eu lieu pendant les 25 derniers millions d'années. Ils discutent également l'implication que ces résultats ont sur l'historique de la formation des grands systèmes de failles, la corrélation entre les différents types d'activité volcanique et les mécanismes de remontée du magma dans cette région. Dans le restant de cette section, le contexte géologique global est très brièvement résumé et l'accent est mis sur la zone géographique des Andes proche de l'Uturuncu.

La cordillère des Andes se situe au niveau de la subduction de la plaque de Nazca sous la plaque Sud-Américaines, comme illustré sur la figure 5.1 tirée de Muir et al. (2014). Cette subduction est responsable de l'activité volcanique sur la côte ouest de l'Amérique du Sud. Nous nous intéressons ici plus particulièrement à l'Altiplano Puna.

L'Altiplano est une région de l'Amérique du Sud s'étendant à travers plusieurs pays : Bolivie, Argentine, Pérou et Chili. L'Altiplano compte un grand nombre de volcans actifs qui sont illustrés en rouge sur la figure de Muir et al. (2014). Certains de ces volcans sont

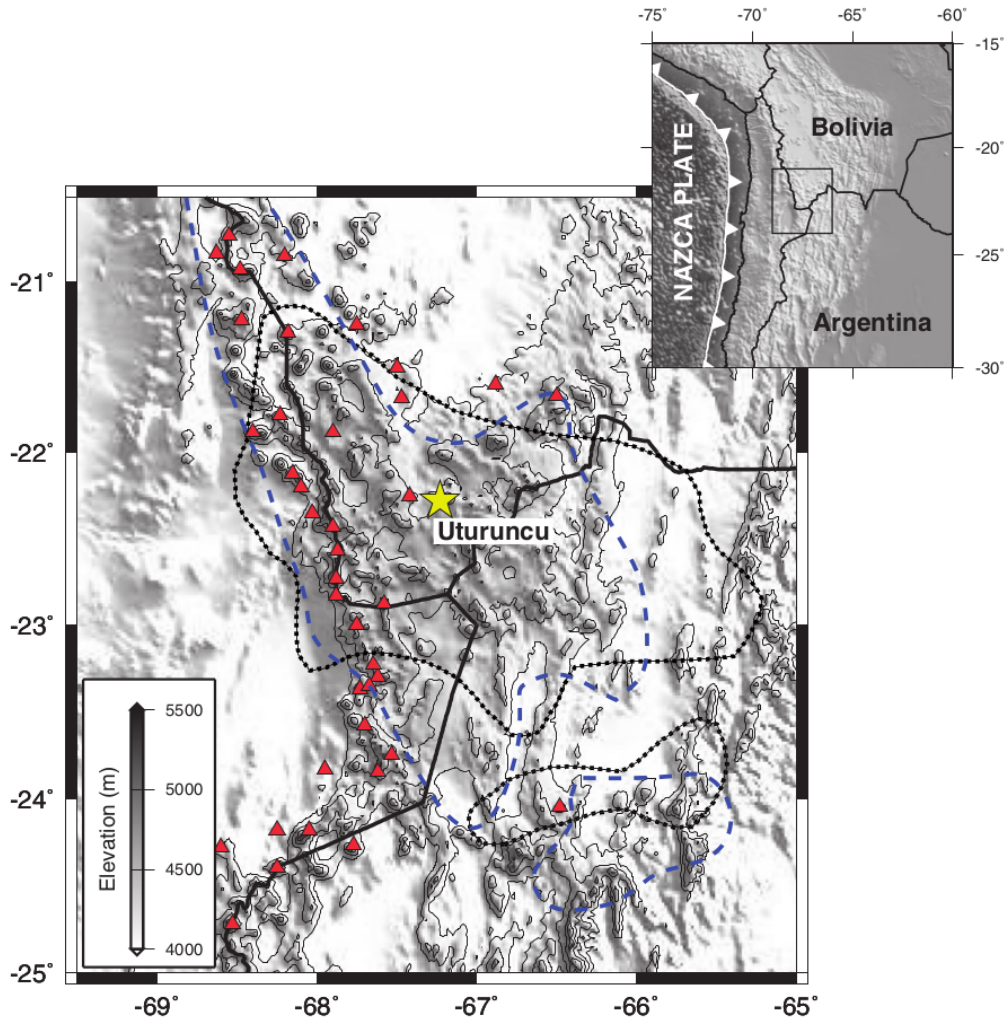


FIGURE 5.1 – Localisation du volcan Uturuncu (étoile jaune). Les triangles rouges correspondent aux autres volcans actifs de la région. Les pointillés noirs délimitent la zone de l'APVC (*Altiplano Puna Volcanic Complex*). Les tiretés bleus délimitent les bords de l'APMB (*Altiplano Puna Magma Body*). La figure est issue de *Muir et al. (2014)*.

dus à la présence d'un énorme réservoir de magma, identifié à 25 km de profondeur (*Pritchard et al., 2018*). Ce réservoir a un volume estimé de  $500\,000\text{ km}^3$  avec environ 25% de ce volume qui correspond à du liquide (*Ward et al., 2014*). Il a été nommé *Altiplano Puna Magma Body* (APMB) (Réservoir magmatique de l'Altiplano Puna). L'étendue de l'APMB est délimitée sur la figure 5.1 par des tiretés bleus. Cet énorme réservoir pourrait être responsable du soulèvement d'une partie de l'Altiplano (*Perkins et al., 2016b*). Le soulèvement mentionné ici est à l'échelle de l'Altiplano, il ne s'agit pas de celui au niveau de l'Uturuncu qui est discuté dans la suite de cette section.

Au vu de la résistance électrique des données de magnétotellurique, *Laumonier et al. (2017)* montrent que le magma dans ce réservoir est ultra hydraté. Il contient environ 10 %wt d'eau. L'ensemble des volcans dus à la présence de l'APMB sont regroupés dans

ce qui est nommé *Altiplano Puna Volcanic Complex* (APVC) (Complexe volcanique de l'Altiplano Puna). L'APVC est délimité par des pointillés noirs sur la figure 5.1. Ce complexe volcanique s'étend sur trois des quatre pays de l'Altiplano : Bolivie, Argentine et Chili. La région de l'APVC, au-dessus de l'APMB, a été le siège de plusieurs cycles d'éruption très violente ayant abouti à la formation de caldeira (de Silva and Gosnold, 2007; Naranjo et al., 2018). En tout, 11 caldeiras se sont formées au cours de ces 25 dernier millions d'années, avec un diamètre entre 10 et 45 km. Elles ont été reliées à 15 dépôts d'ignimbrites qui représentent un volume de magma entre 2951,5 et 3451,5 km<sup>3</sup> (Naranjo et al., 2018). De Silva et al. (2006) estiment que le volume total dépasse les 15 000 km<sup>3</sup> de magma érupté. La profondeur moyenne du stockage des magmas ayant produit ces ignimbrites est entre 4 et 8 km (De Silva et al., 2006).

### 5.1.2 Contexte géologique du volcan Uturuncu

Le volcan Uturuncu est un des volcans de l'APVC. Sa position est illustrée par une étoile jaune sur la figure 5.1. Il a été l'un des volcans étudiés au cours du projet PLUTONS, dont la synthèse a été récemment publiée (Pritchard et al., 2018). La dernière éruption de ce volcan remonte à 250 ka. Les magmas éruptés sont principalement dacitique (Muir et al., 2014). Muir et al. (2014) ont montré que la profondeur de stockage avant l'éruption était comprise entre 1,9 et 5,7 km sous le niveau moyen de l'Altiplano.

De plus dans cette zone, les données sismiques Jay et al. (2012) et les flux de chaleur (Springer and Förster, 1998) suggèrent que la transition fragile-ductile est entre 4,5 et 12,5 km de profondeur. Cette large gamme provient des différents types de croûte considérés pour remonter à la transition à partir des flux de chaleur (Jay et al., 2012). Cependant, les données sismiques montrent très peu de séismes en dessous de 5 km (Jay et al., 2012). Cette limite de 5 km de profondeur est donc largement utilisée dans la littérature comme limite entre la partie ductile et la partie élastique et cassante de la croûte (Hickey et al., 2013; Henderson and Pritchard, 2013, 2017). Cette profondeur d'environ 5 km semble assez constante en dessous de l'Altiplano, comme le montrent les forts flux de chaleur (Springer and Förster, 1998) et les modélisations qui ont étudié l'état thermique de la croûte après la mise en place de l'APMB (de Silva and Gosnold, 2007).

En résumant brièvement, au niveau de l'Uturuncu la croûte est élastique et cassante sur les 5 premiers kilomètres, puis plus bas, cette croûte a un comportement ductile. Cette plaque élastique de 5 km a une grande étendue et peut être considérée au premier ordre comme infinie. De plus, la profondeur de stockage du magma lors de la dernière éruption est proche de celle de la transition fragile-ductile. Ce volcan est donc un candidat idéal

pour tester notre modèle.

Un argument supplémentaire est que les données magnéto-telluriques semblent montrer des structures identifiées comme des diapirs qui connecte l'APMB et la surface (Del Potro et al., 2013). Del Potro et al. (2013) montrent en effet que ces structures sont trop épaisses pour être des dykes. Ils soulignent également que des dykes seraient invisibles au vu de la résolution de la méthode qu'ils utilisent. Au-delà de la configuration thermique de la croûte, c'est l'étonnante distribution de la déformation observée depuis 25 ans qui est intéressante du point de vue de notre modèle.

### 5.1.3 Déformations observées au niveau du volcan Uturuncu

Un mouvement de soulèvement autour du volcan est visible depuis 1992 (Pritchard and Simons, 2002; Lau et al., 2018; Gottsmann et al., 2018). Fialko and Pearse (2012) publient des données qui mettent en évidence qu'un anneau d'affaissement borde le soulèvement centré sur le volcan Uturuncu. L'ensemble des déformations sont circulaires et centrées sur le volcan Uturuncu. Lau et al. (2018) ont publié un résumé des déplacements cumulés maximum entre 1992 et 2017. Ils montrent que les mouvements de soulèvement observés entre 1992 et 2010 sont assez constants avec un soulèvement maximal de l'ordre de  $1 \text{ cm.an}^{-1}$ . Le soulèvement a commencé à ralentir depuis 2010 et semble tendre vers 0 depuis 2017 (Lau et al., 2018). Les données GPS entre 2010 et 2015 montrent également un ralentissement du soulèvement au niveau du sommet du volcan (Henderson and Pritchard, 2017).

### 5.1.4 Modèles précédemment utilisés

Le soulèvement est mesuré au niveau de l'Uturuncu depuis 1992 et l'anneau de subsidence a été mis en évidence en 2012 (Fialko and Pearse, 2012). Dans un premier temps, seul le soulèvement faisait donc l'objet d'une inversion (Henderson and Pritchard, 2013; Hickey et al., 2013; Walter and Motagh, 2014). Les profondeurs déterminées étaient globalement proches de celles de l'APMB. Depuis, plusieurs autres modèles ont été proposés dans la littérature pour expliquer la présence de l'anneau de subsidence qui entoure la zone de soulèvement. Ces modèles sont aux nombres de trois. Ils sont listés ci-dessous du premier proposé dans la littérature au dernier en date.

#### **5.1.4.1 Premier modèle : La croissance d'un diapir au niveau de l'Altiplano Puna Magma Body**

Fialko and Pearce (2012) proposent qu'il s'agit du signal d'un diapir en formation au niveau de l'APMB. Pour expliquer cette déformation, ils construisent un modèle avec un demi-espace viscoélastique surmonté par une croûte élastique de 12 km. Dans leur modèle, la croissance de la tête du panache est responsable du soulèvement. Le magma drainé dans le diapir depuis l'APMB est responsable de la subsidence autour du soulèvement.

#### **5.1.4.2 Deuxième modèle : La mise sous pression et dépressurisation simultanée de deux sources différentes**

Henderson and Pritchard (2017) ont proposé un système avec deux sources pour expliquer la subsidence autour de la zone de soulèvement. L'une des sources est profonde et a une pression négative. Cette source profonde est responsable de la subsidence. La deuxième source est peu profonde. Celle-ci a une pression positive et est responsable du soulèvement. En lien avec l'observation d'anomalie sismique, Henderson and Pritchard (2017) posent dans leur modèle une source à 20 km de profondeur et une seconde source à 70 km de profondeur.

Pour correctement reproduire les déformations observées, le rapport entre la perte de volume en profondeur et l'augmentation de volume de la source superficielle est de 10 :1. Cette solution nécessite la vidange d'un volume dans la source profonde jusqu'à 10 fois plus important que celui qui provoque la mise sous pression de la chambre peu profonde. Or le magma en remontant voit sa masse volumique diminuer. Pour équilibrer la conservation de la masse, Henderson and Pritchard (2017) montrent que, lors de la remontée, la compressibilité de la chambre magmatique et celle du magma augmentent plus que ne baisse la masse volumique du magma. Ce qui permet de conserver la masse alors que le rapport du changement de volume entre la source profonde et la source superficielle est de 10 :1.

#### **5.1.4.3 Troisième modèle : Mouvement de fluide au niveau de l'Altiplano Puna Magma Body**

Gottsmann et al. (2017) construisent un modèle qui prend en compte des données pétrologiques, géomorphologiques, géodésiques et géophysiques pour expliquer la déformation observée au niveau de l'Uturuncu. Les données géophysiques montrent une structure allongée et large de 12 à 24 km de diamètre au-dessus de l'APMB (Del Potro et al., 2013; Comeau et al., 2016). Ils supposent donc qu'il s'agit d'une colonne de magma qui

remonte de l'APMB. Ce qui est similaire à [Fialko and Pearse \(2012\)](#). [Gottsmann et al. \(2017\)](#) considèrent également un fort transfert de fluide vers la surface.

Le modèle développé représente une croûte viscoélastique et autorise la présence d'hétérogénéités dans cette croûte. Dans le modèle de [Gottsmann et al. \(2017\)](#), les gaz dus à l'exolution des volatiles s'échappent vers la surface et provoquent la déformation de la croûte. Comme ce sont ces fluides qui sont responsables de la déformation, celle-ci s'efface après le dégazage de ceux-ci. Ce qui explique le fait qu'il n'y ait pas de déformation enregistrée dans les dépôts sédimentaires ([Perkins et al., 2016a](#)).

### **5.1.5 Discussion de la possibilité d'appliquer notre modèle**

Nous proposons que les déformations visibles au niveau du volcan Uturuncu sont dues à la lente arrivée d'un diapir sous la plaque. Contrairement à [Fialko and Pearse \(2012\)](#), ce n'est pas la croissance du diapir qui provoque la déformation, mais sa poussée sur la plaque élastique lors de son stockage sous celle-ci.

Indépendamment du fait que le magma soit produit par la différenciation d'un magma basique ou par la fusion d'une partie de la croûte, la présence de magma silicique implique une croûte anormalement chaude. Les travaux de [Kay et al. \(2011\)](#) ont montré dans le cas du Cerro Galán que le magma provenait pour 50% de la fusion de la croûte et pour 50% de la différenciation d'un magma plus basique. Bien que ce volcan de l'APVC soit plus au sud, il illustre la complexité de l'origine du magma. Le point important est que la croûte est anormalement chaude et que par conséquent, la profondeur de la transition fragile-ductile est peu profonde. Dans cette région, elle est entre 4,6 et 12,5 km, même si le nombre de séismes à des profondeurs inférieures à 5 km est faible ([Jay et al., 2012](#)).

Le fait que la profondeur moyenne du stockage des magmas avant les éruptions ayant abouti à la formation de caldeira, soit similaire à celle de l'actuelle transition fragile-ductile ([De Silva et al., 2006](#); [Jay et al., 2012](#)) va dans le sens de notre hypothèse. De plus, la distribution spatiale des déformations observées au niveau de l'Uturuncu ([Fialko and Pearse, 2012](#); [Henderson and Pritchard, 2017](#)) ressemble fortement à celles attendues lorsqu'une plaque élastique est déformée depuis en dessous. Nous décidons donc d'appliquer notre modèle au cas de l'Uturuncu, bien que les données de résistivité et sismiques ne semblent pas montrer la présence d'une chambre magmatique peu profonde sous le volcan Uturuncu ([Pritchard et al., 2018](#)).



## 5.1.6 Reproduction expérimentale des déformations observées

Dans un premier temps, nous avons vérifié si le stockage d'un fluide sous une plaque élastique peut expliquer les déformations visibles au niveau du volcan Uturuncu. Pour cela, nous avons réalisé une expérience en laboratoire similaire à celles utilisées pour valider le modèle théorique.

### 5.1.6.1 Montage expérimental

Le montage expérimental diffère légèrement de celui présenté au chapitre 4. Celui utilisé pour reproduire les déformations visibles au niveau de l'Uturuncu est illustré par la figure 5.2. Les fluides utilisés pour la couche du bas et la plaque de gélatine étaient les mêmes. Comme la déformation attendue était plus étroite, une cuve plus petite a été utilisée afin d'économiser les fluides à disposition. Cette cuve faisait 50 cm par 50 cm.

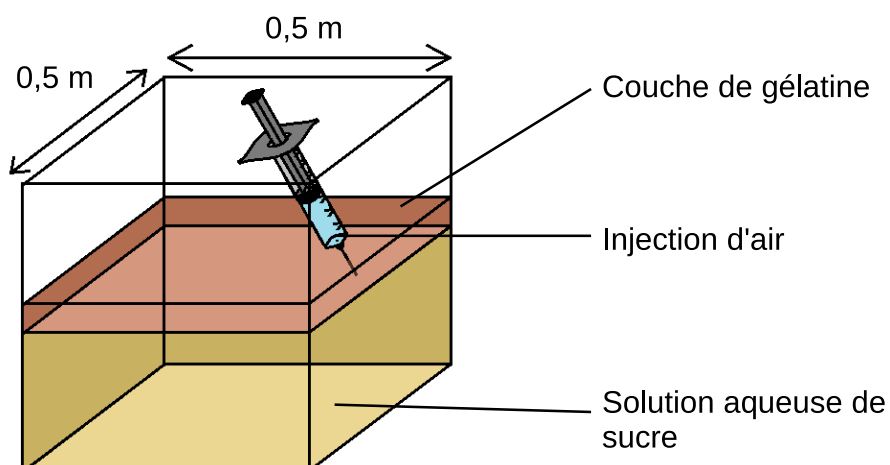


FIGURE 5.2 – Illustration de l'expérience qui a été réalisée pour reproduire les déformations observées au niveau du volcan Uturuncu. De manière à produire une déformation suffisamment importante, de l'air a été injecté à l'aide d'une seringue sous la couche de gélatine.

Comme pour les autres expériences, la plaque a été refondue avec une source de chaleur Peltier afin de créer une variation d'épaisseur à sa base. De manière à mesurer l'affaissement autour du soulèvement, il faut une déformation importante. De l'air a donc été injecté sous la couche de gélatine à l'aide d'une seringue. L'injection se faisant à l'aide d'une seringue, il n'a pas été nécessaire de mettre en place un dispositif pour éloigner le Peltier de la zone de mesure. Comme c'est de l'air qui a été injecté, il n'est pas possible d'utiliser la méthode de colorimétrie. Pour cette expérience, seuls la déformation et les

volumes injectés sont mesurés.

L'injection de l'air s'est faite proche d'un des bords de la cuve. Les bulles d'air se déplaçaient ensuite en direction du creux à la base de la plaque. L'ensemble des conditions expérimentales est résumé dans le tableau de l'annexe E page E. Cette expérience correspond à l'expérience numéro V.

### 5.1.6.2 Résultats

Les résultats obtenus sont illustrés par la figure 5.3. La figure 5.3.a. représente la déformation de la plaque directement renvoyée par le logiciel Light3D. Le soulèvement central, en rouge sur la figure 5.3.a., est bordé par une subsidence, en bleu sur la figure. L'affaissement est très faible autour de la zone de soulèvement. Il n'est que de 0,14 mm, figure 5.3.b.

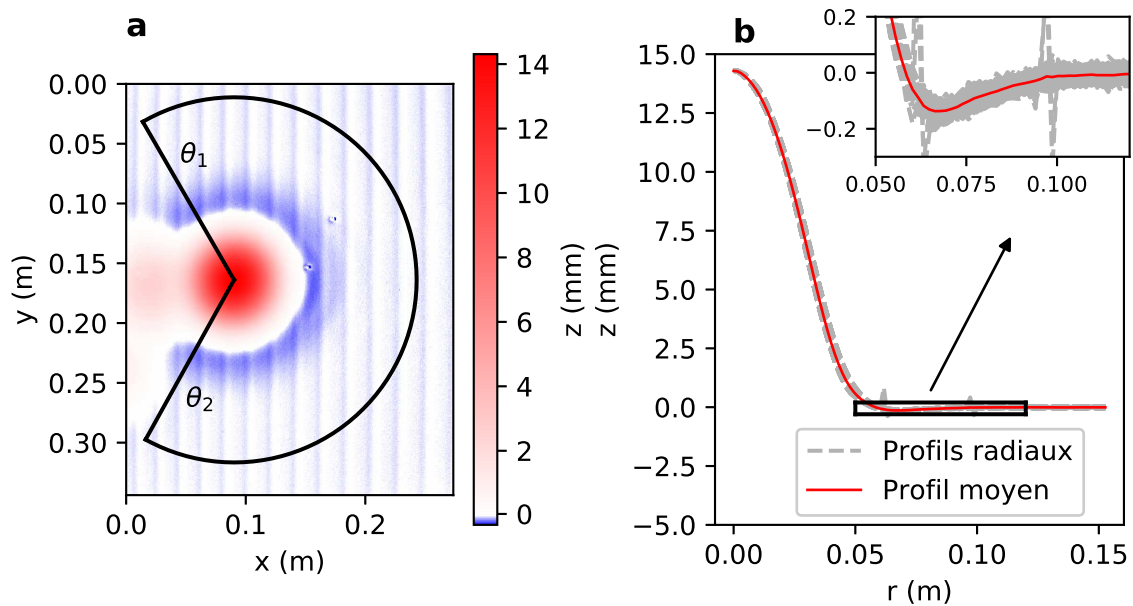


FIGURE 5.3 – Mise en évidence expérimentale d'un affaissement autour du soulèvement lors du stockage d'un fluide avec une flottabilité positive sous une plaque. Le fluide injecté est ici de l'air. **a** : Déformation de la surface de la gélatine. Un anneau de subsidence (en bleu) est visible autour de la zone de soulèvement (en rouge). Les bandes bleues verticales correspondent à un bruit résiduel. **b** : Profils radiaux pris entre  $\Theta_1$  et  $\Theta_2$  (courbes grises) et profil de déformation moyenne (courbe rouge). L'affaissement entre  $r = 0,05$  m et  $r = 0,1$  m est mis en évidence dans l'encadré en haut à droite.

La zone d'injection est en dehors de la zone de mesure illustrée sur la figure 5.3.a. La zone rouge en  $x=0$  m et  $y=0,15$  m sur cette figure, correspond à une petite bulle d'air qui n'a pas atteint le creux à la base de la plaque et qui est resté bloqué à cet endroit. La

petite aspérité en  $x=0,14$  m et  $y=0,15$  m ainsi que celle en  $x=0,17$  m et  $y=0,11$  m ne sont pas dues aux injections, mais correspondent à de petits défauts à la surface de la gélatine.

### 5.1.6.3 Discussion

Le soulèvement maximal observé est de 14,3 mm. Or l'épaisseur de la plaque est de 2 cm. La déformation est trop importante par rapport à l'épaisseur de la plaque, l'expérience V sort du cas de l'élasticité linéaire. Il n'est donc pas possible d'utiliser notre modèle pour reproduire les données de cette expérience. Cependant, cette expérience a mis en évidence que lorsqu'un fluide avec une flottabilité positive se stocke sous une plaque élastique, le soulèvement produit par la poussée du fluide est entouré par une zone d'affaissement. Ce type de déformation est semblable à celle observée au niveau de l'Uturuncu. Nous appliquons donc notre modèle au cas de l'Uturuncu.

### 5.1.7 Application de notre modèle au cas de l'Uturuncu

Les points de la figure 4 de [Henderson and Pritchard \(2017\)](#) ont été récupérés de manière à réaliser une inversion. Ils correspondent à la moyenne des déformations issues de plusieurs passages de satellite entre 1992 et 2010. Cette période correspond au maximum de déplacement mesuré. Depuis 2010, le soulèvement a tendance à ralentir ([Lau et al., 2018](#)). Bien qu'il s'agisse d'une vitesse de déformations, nous allons dans un premier temps considérer qu'il s'agit d'une déformation statique. Ces points sont inversés pour déterminer les paramètres  $a$  et  $T$  de la source gaussienne qui permettent de reproduire au mieux les déformations observées. Le paramètre  $a$  correspond à la demi-largeur de la gaussienne et le paramètre  $T$  à sa hauteur maximale. Comme pour l'inversion des données expérimentales au chapitre 4, la fonction `scipy.optimize.curve_fit()` du langage Python a été utilisée.

Les résultats du chapitre 3 ont montré que lorsque  $a$  est grand, la demi-largeur de la déformation était la même que celle de la déformation. Au contraire, lorsque  $a$  est petit, la demi-largeur de la déformation peut être 7 fois plus grande que celle de la source. La demi-largeur approximative des données est de 21,4 km à gauche et 23 km à droite. La demi-largeur des données qui a été choisie est donc  $22,2 \pm 0,8$  km. Les bornes pour l'inversion du paramètre  $a$  sont donc 1 km, pour la limite inférieure, et 30 km, pour la limite supérieure. Ces valeurs encadrent l'estimation qu'il est possible de faire grâce aux résultats du chapitre 3 de manière à garder une marge d'erreur sur cette estimation. Les résultats du chapitre 3 ont également montré que le maximum de soulèvement était entre  $\approx \frac{\rho_c - \rho_{up}}{\rho_c - \rho_m}$  et  $0,01 \frac{\rho_c - \rho_{up}}{\rho_c - \rho_m}$  fois la hauteur maximale de liquide sous la plaque. Les paramètres

$\rho_c$ ,  $\rho_m$  et  $\rho_{up}$  sont respectivement les masses volumiques de la croûte, du magma et du milieu au-dessus de la plaque. Le maximum de soulèvement annuel issu des données de Henderson and Pritchard (2017) est de  $9,1 \cdot 10^{-3}$  m. De manière à garder une marge d'erreur, nous avons choisi comme borne pour l'inversion du paramètre  $T_0$  0 et 0,6 m.

#### 5.1.7.1 Gamme de valeur des paramètres physiques pour l'application du modèle

Pour rester cohérent avec notre modèle, qui place  $z = 0$  à la surface de la plaque, toutes les profondeurs reportées ici sont relatives à la surface de la plaque élastique et donc à l'altitude moyenne de l'Altiplano Puna. Certains auteurs donnent les profondeurs par rapport au niveau moyen des mers. Lorsqu'elles ont été utilisées, les profondeurs publiées ont été corrigées de l'altitude moyenne du plateau. Cette altitude moyenne est de 4000 m autour de l'Uturuncu (Muir et al., 2014).

En se basant sur des données magnéto-telluriques et des données de pétrologie expérimentale, Laumonier et al. (2017) montrent qu'il pourrait y avoir jusqu'à 10wt.% d'eau dissoute dans le magma contenue dans l'APMB. Ce qui lors de l'exolution de cette eau sous forme de bulle dans le magma peut fortement diminuer la masse volumique de l'ensemble du corps magmatique stocké sous la plaque.

Jay et al. (2012) estiment la profondeur de la transition fragile-ductile,  $H_0$ , entre 4,5 et 12,5 km. Pour cela, ils se basent à la fois sur la localisation des séismes au niveau de l'Uturuncu, mais également sur des données de flux de chaleur qui ont été mesurées au niveau de l'Altiplano. Henderson and Pritchard (2017) résument dans leur figure 15 le module de Young, le coefficient de Poisson et la masse volumique de la croûte qui ont été déterminés grâce aux données sismiques. Les masses volumiques considérées par Henderson and Pritchard (2017) pour le haut de la croûte sont entre 2400 et 2600  $\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$ . Or, Fialko and Pearse (2012) utilise une masse volumique pour la croûte allant jusqu'à 2800  $\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$ . Ils supposent également un contraste de densité entre le magma et le milieu environnant de 400  $\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$ .

En résumé, l'ensemble des valeurs des paramètres physiques données dans la littérature comportent une grande variabilité. Le tableau 5.1 résume toutes les gammes de valeurs entre lesquelles les paramètres physiques pourraient varier. De manière à explorer toutes les gammes de valeurs utilisées par d'autres auteurs, nous allons utiliser les nombres sans dimension de notre problème.

TABLE 5.1 – Comparaison des gammes de valeur que peuvent prendre les différents paramètres dans le cas du volcan Uturuncu.

Paramètre	Notation (unité)	Gamme de valeurs
<i>Plaque élastique</i>		
Coefficient de Poisson <sup>1</sup>	$\nu$	0,25 à 0,3
Module de Young <sup>2</sup>	$E$ (Pa)	$10 \cdot 10^9$ à $62 \cdot 10^9$
Épaisseur maximale <sup>3</sup>	$H_0$ (m)	$4,5 \cdot 10^3$ à $12,5 \cdot 10^3$
Poids <sup>4</sup>	$\rho_c - \rho_{up}$ (kg.m <sup>-3</sup> )	2400 à 2800
<i>Source de la déformation</i>		
Flottabilité dans la plaque <sup>5</sup>	$\rho_c - \rho_m$ (kg.m <sup>-3</sup> )	200 à 400

1 (Fialko and Pearse, 2012; Henderson and Pritchard, 2017).

2 (Henderson and Pritchard, 2017).

3 (Jay et al., 2012; Henderson and Pritchard, 2017).

4 (Fialko and Pearse, 2012; Henderson and Pritchard, 2017).

5 (Fialko and Pearse, 2012).

### 5.1.7.2 Nombres sans dimension utilisés pour tester la variabilité des paramètres physiques

Il est ressorti de l'adimensionnement fait au chapitre 2 que le problème peut être décrit par quatre nombres sans dimension. De manière à représenter la variation des résultats de l'inversion en fonction de la variation possible des paramètres physiques, deux de ces quatre nombres sans dimension vont être utilisés.

Le premier est

$$\beta_2 = \frac{g(\rho_c - \rho_m)T}{2G}, \quad (5.1)$$

avec  $g$  l'accélération de la pesanteur,  $\rho_c$  la masse volumique de la croûte,  $\rho_m$  celle du magma,  $T$  la hauteur maximale de liquide et  $G$  le module de cisaillement de la plaque tel que

$$G = \frac{E}{2(1 + \nu)}.$$

où  $E$  est le module de Young de la plaque et  $\nu$  son coefficient de Poisson.

Le second est

$$H'_0 = \frac{H_0}{a}, \quad (5.2)$$

avec  $H_0$  l'épaisseur maximale de la plaque et  $a$  la demi-largeur de la gaussienne qui décrit la source.

Le nombre sans dimension  $\beta_2$  représente le rapport entre la flottabilité du fluide et la rigidité de la plaque. Lorsque  $\beta_2$  est grand, la flottabilité du fluide est forte devant la rigidité de la plaque, et inversement lorsque  $\beta_2$  est petit.

Le nombre sans dimension  $H'_0$  quant à lui quantifie la manière dont la charge est appliquée au bas de la plaque. Lorsque  $H'_0$  tend vers  $+\infty$  la charge est appliquée sous la plaque selon un point source.

L'expression de  $\beta_2$  (5.1) contient le paramètre  $T$  et celle de  $H'_0$  (5.2) contient  $a$ . Or ces deux paramètres  $a$  et  $T$  correspondent à la géométrie de la source. Ce sont eux que nous cherchons à déterminer grâce à l'inversion des déformations observées en surface. Il n'est donc pas possible de connaître a priori les valeurs de  $\beta_2$  et  $H'_0$  dans le cas de l'Uturu. De manière à représenter les résultats de l'inversion en fonction de la variabilité des paramètres, les résultats seront représentés en fonction de  $aH'_0 = H_0$  et de  $\beta_2 T^{-1}$ .

## 5.1.8 Résultats des inversions

En ce basant sur la variation des paramètres physiques décrite dans le tableau 5.1, nous autorisons une variation du paramètre  $H_0$  entre 4,5 et 12,5 km et du paramètre  $\beta_2 T^{-1}$  entre  $3,96 \cdot 10^{-5}$  et  $5,10 \cdot 10^{-4} \text{ km}^{-1}$ . De manière à tester la variation des paramètres, plusieurs inversions ont été faites en faisant varier à chaque fois les valeurs de  $E$ ,  $(\rho_c - \rho_m)$ , et  $H'_0$ . Pour représenter leur variation les résultats sont représentés en fonction de  $H_0$  et de  $\beta_2 T^{-1}$ . Pour chaque paramètre  $H_0$  et  $\beta_2 T^{-1}$ , 41 points ont été pris. Un total de 1681 inversions ont donc été réalisées. L'ensemble des calculs a duré entre 3 et 4 jours.

### 5.1.8.1 Géométrie des sources obtenues

La source de déformation dans notre modèle est une gaussienne. Sa géométrie est donc décrite par sa hauteur maximale  $T$  et sa demi-largeur  $a$ . Les paramètres  $a$  et  $T$ , qui permettent de reproduire au mieux les déformations publiées par Henderson and Pritchard (2017) pour les 1681 inversions, sont représentés respectivement sur les figures 5.4 et 5.5.

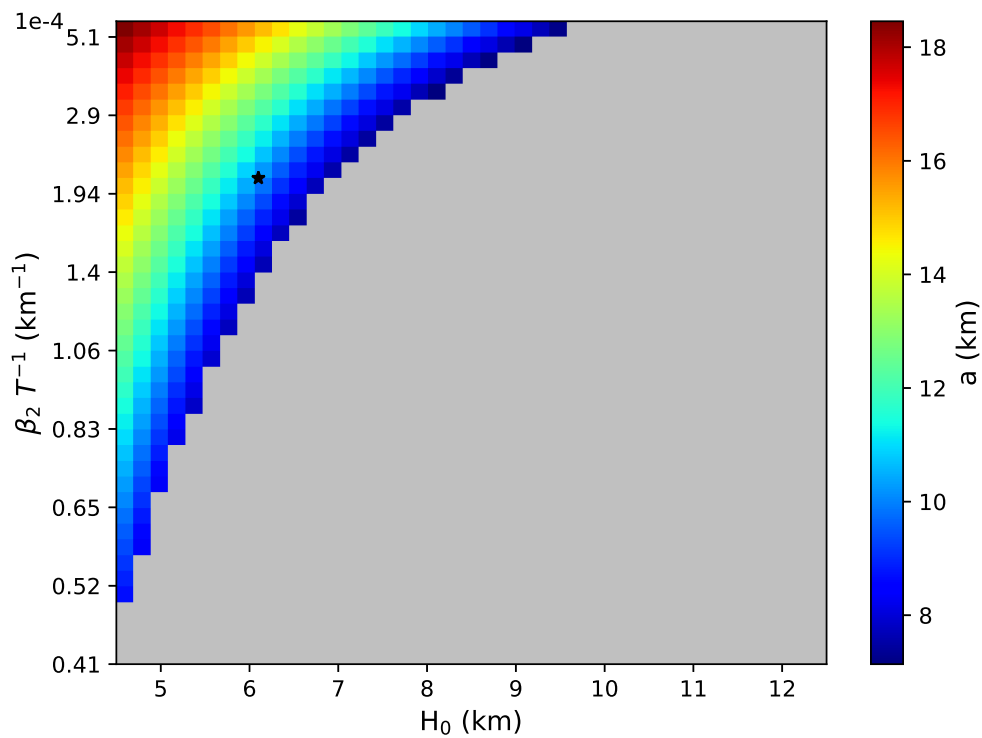


FIGURE 5.4 – Valeurs du paramètre  $a$  déterminées pour les 1681 inversions. La variabilité de tous les paramètres physiques d'*inputs* est représentée par la variation de  $\beta_2 T^{-1}$  et  $H_0$ . Plus la flottabilité de la source est forte face à la rigidité de la plaque ( $\beta_2 T^{-1}$  croissant), plus le paramètre  $a$  qui permet de reproduire les données est large. De même, plus la plaque élastique est fine ( $H_0$  décroissant), plus  $a$  sera grand. La zone grise correspond à des résultats irréalistes. L'étoile noire correspond au calcul illustré sur la figure 5.6.

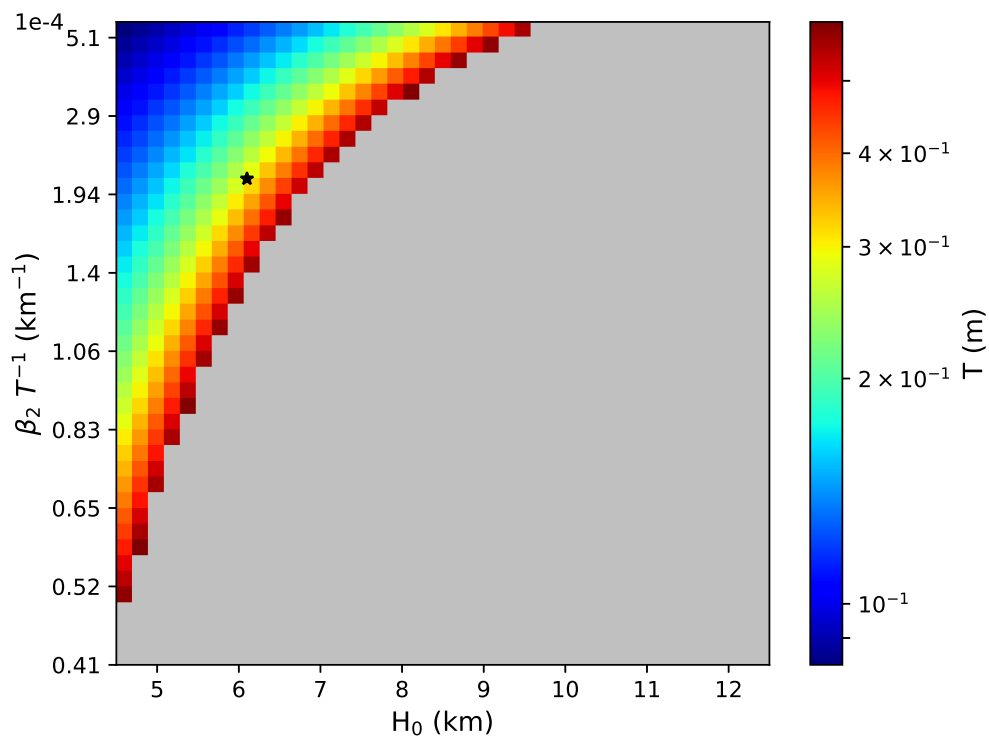


FIGURE 5.5 – Valeurs du paramètre  $T$  déterminées pour les 1681 inversions. La variabilité de tous les paramètres physiques d'*inputs* est représentée par la variation de  $\beta_2 T^{-1}$  et  $H_0$ . Plus la flottabilité de la source est forte face à la rigidité de la plaque ( $\beta_2 T^{-1}$  croissant), plus l'épaisseur de liquide  $T$  qui permet de reproduire les données est petite. De même, plus la plaque élastique est fine ( $H_0$  décroissant), plus  $T$  sera petit. La zone grise correspond à des résultats irréalistes. L'étoile noire correspond au calcul illustré sur la figure 5.6.



Sur ces figures, l'effet de la variation de la profondeur de la transition fragile-ductile sur les résultats de l'inversion se lit horizontalement par la variation du paramètre  $H_0$ . L'effet de la variation des paramètres élastiques, ou de la flottabilité du magma dans la croûte se lit verticalement par la variation du paramètre  $\beta_2 T^{-1}$ . Plus la plaque est fine et la flottabilité du magma important,  $H_0$  petit et  $\beta_2 T^{-1}$  grand, plus la source qui permet de reproduire les données publiées par Henderson and Pritchard (2017) est étendue et peu épaisse. Inversement, lorsque la plaque est épaisse et rigide, soit un  $H_0$  grand et un  $\beta_2 T^{-1}$  petit, la source qui permet de reproduire les données est épaisse et étroite. Les calculs en gris correspondent à ceux où le code a atteint la limite de 0,6 m fixé pour l'inversion du paramètre  $T$ . Ces résultats ont donc été retirés des figures. L'étoile noire représentée sur les figures 5.4 et 5.5 marque le calcul qui a permis de produire la figure 5.6.

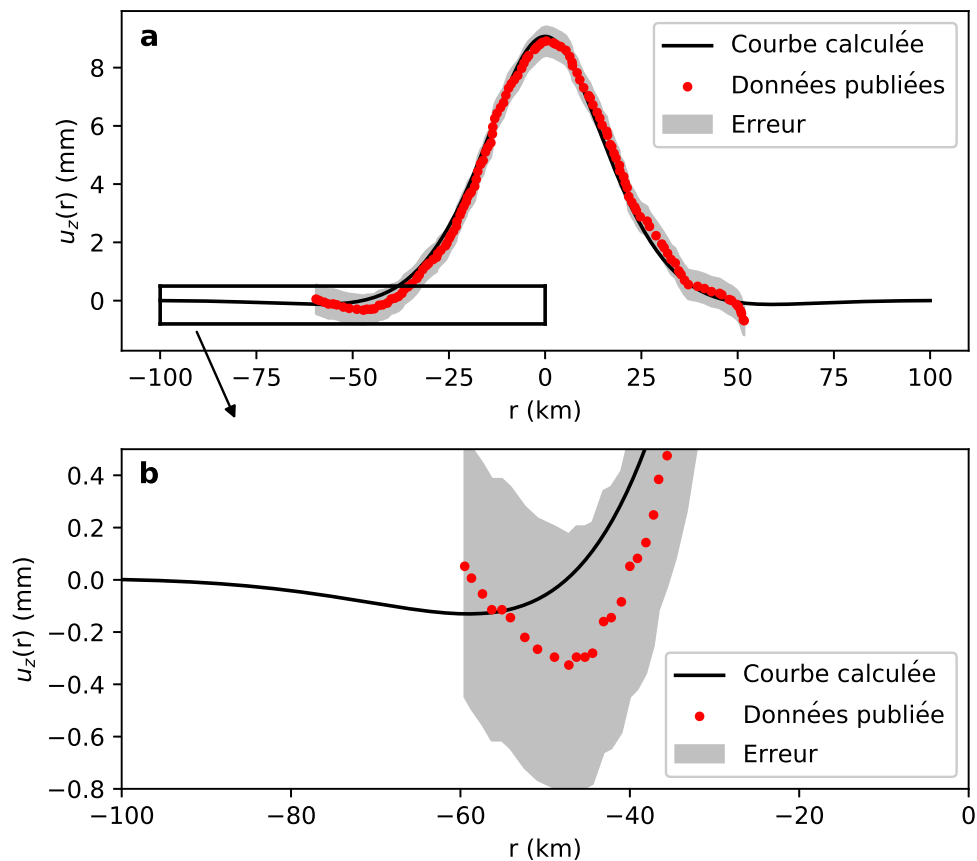


FIGURE 5.6 – Illustration de la reproduction par notre modèle des données de déformations publiées par Henderson and Pritchard (2017). **a** et **b** : Les données publiées (points rouges) sont bien reproduites par les données du calcul (courbe noire). Les barres d'erreur (zone grise) sont celles publiées par Henderson and Pritchard (2017). **a** : Ensemble du profil. **b** : Zoom sur l'affaissement autour du soulèvement.

La figure 5.6 montre que les déformations publiées sont très bien reproduites dans le cas d'un  $H_0$  de 6,1 km et d'un  $\beta_2 T^{-1}$  de  $2,09 \cdot 10^{-4} \text{ km}^{-1}$ . Cette valeur de  $\beta_2 T^{-1}$  a été atteinte avec un module de Young  $E$  de 21,7 GPa, une masse volumique de la croûte  $\rho_c$  de  $2710 \text{ kg.m}^{-3}$ , une flottabilité du magma dans la croûte  $(\rho_c - \rho_m)$  de  $355 \text{ kg.m}^{-3}$ . Ce qui implique une masse volumique du magma  $\rho_m$  de  $2355 \text{ kg.m}^{-3}$ . L'accélération de pesanteur  $g$  est toujours prise égale à  $9,81 \text{ m.s}^{-1}$ . La même valeur de  $\beta_2 T^{-1}$  peut être atteinte pour des valeurs de  $E$ ,  $\rho_c$  et  $(\rho_c - \rho_m)$  différentes. Les combinaisons de paramètres qui permettent d'aboutir à la courbe représentée sur la figure 5.6 ne sont donc pas uniques. Le nombre de sources qui ont été déterminées sur les 1681 inversions est 338. Ce qui correspond à une grande quantité de possibilités pour les paramètres  $E$ ,  $\rho_c$ ,  $\rho_m$ ,  $\rho_{up}$  et  $v$ . Plus globalement, il est possible de trouver une source qui reproduit les déformations lorsque la plaque est fine ou que la flottabilité du magma est forte devant la rigidité de la plaque.

De manière à tester la validité pour les 1681 inversions, l'écart entre le résultat de l'inversion et les données publiées va être regardé pour cinq critères clefs :

- La position du point où se fait la transition entre la zone de soulèvement et celle d'affaissement :  $r_0$ .
- Le soulèvement maximal :  $u_z(r = 0, z = 0)$ .
- L'affaissement maximal :  $u_z^{min}$ .
- Le rapport entre  $u_z(r = 0, z = 0)$  et  $u_z^{min}$  :  $R1$ .
- Le rapport entre le maximum du déplacement radial et celui du déplacement vertical :  $R2$ .

### 5.1.8.2 Reproduction de l'étendue spatiale de la zone de soulèvement

Le premier critère qui est regardé est la position radiale où la déformation de surface passe d'une zone de soulèvement à une zone d'affaissement. Ce point est noté  $r_0$ . En regardant la figure 5.6, il apparaît que la déformation publiée par Henderson and Pritchard (2017) n'est pas symétrique par rapport à  $r = 0$ . Pour les  $r$  négatifs,  $r_0$  vaut 41,0 km, pour les  $r$  positifs, il vaut 48,5 km. Nous avons donc posé un  $r_0$  pour les données de  $44,7 \pm 3,7$  km.

Sur la figure 5.7 l'écart entre le  $r_0$  donné par l'inversion numérique et celui des données est représenté en fonction de  $\beta_2 T^{-1}$  et  $H_0$ . Cet écart est noté  $dr_0$ . La manière de lire cette figure est la même que celle détaillée plus tôt pour les figures 5.4 et 5.5. L'échelle de couleur est cependant différente. Elle varie entre le vert et le violet en passant par le blanc. Les valeurs représentées par des teintes de vert correspondent à une surestimation de  $r_0$  par le code. Les teintes en violet correspondent à des valeurs de  $r_0$  sous-estimées

par le code par rapport aux données publiées. L'échelle de couleur est centrée sur la valeur 0 de manière à ce que les zones en blanc représentent les cas où le code reproduit parfaitement les données.

En prenant en compte la barre d'erreur sur  $r_0$  de  $\pm 3,7$  km, la figure 5.7 montre que notre code reproduit correctement  $r_0$  pour 248 cas. Ces cas correspondent à des cas où la plaque est soit fine,  $H_0$  est petit ; soit des cas où la flottabilité de la source est forte,  $\beta_2 T^{-1}$  est grand. L'écart maximum entre nos calculs et les déformations mesurées est de 7,1 km.

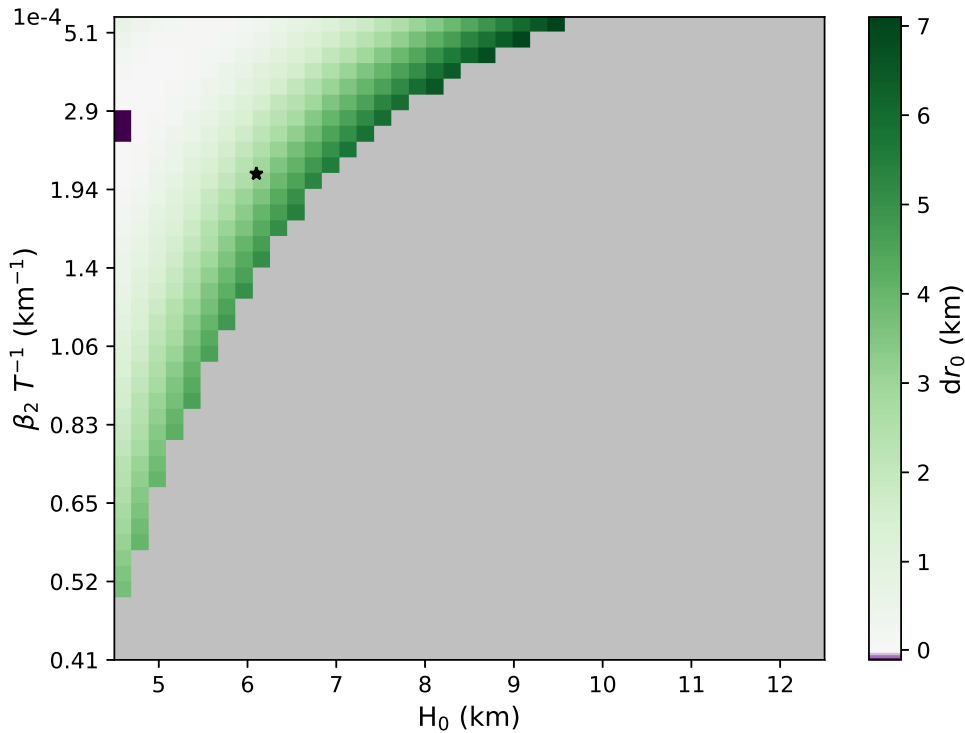


FIGURE 5.7 – Écart  $dr_0$  entre les données publiées par Henderson and Pritchard (2017) et les résultats des inversions dans le cas de la position du point où se fait la transition entre la zone de soulèvement et celle d'affaissement  $r_0$ . L'échelle de couleur choisie est centrée sur 0 (zone blanche). Les valeurs surestimées sont en vert et les valeurs sous-estimées en violet. La zone blanche correspond donc à des points où la répartition est parfaitement reproduite. La zone en gris correspond à des résultats irréalistes. L'étoile noire correspond au calcul illustré sur la figure 5.6.

### 5.1.8.3 Reproduction du maximum de soulèvement

Le second critère qui est testé est la reproduction du maximum de soulèvement  $u_z(r = 0, z = 0)$ . La valeur du soulèvement maximal issue des données est  $91 \pm 0,5$  mm.an $^{-1}$ . L'écart entre cette valeur et le maximum de déplacement calculé lors des inversions est représenté en fonction de  $\beta_2 T^{-1}$  et  $H_0$  sur la figure 5.8. Cet écart est noté  $du_z^{max}$ . L'effet

de la variation des différents paramètres résumés dans le tableau 5.1 se lit de la même manière que sur les figures 5.4 et 5.5. De plus, l'échelle de couleur se lit de la même manière que celle de la figure 5.7. Elle n'est donc pas détaillée de nouveau.

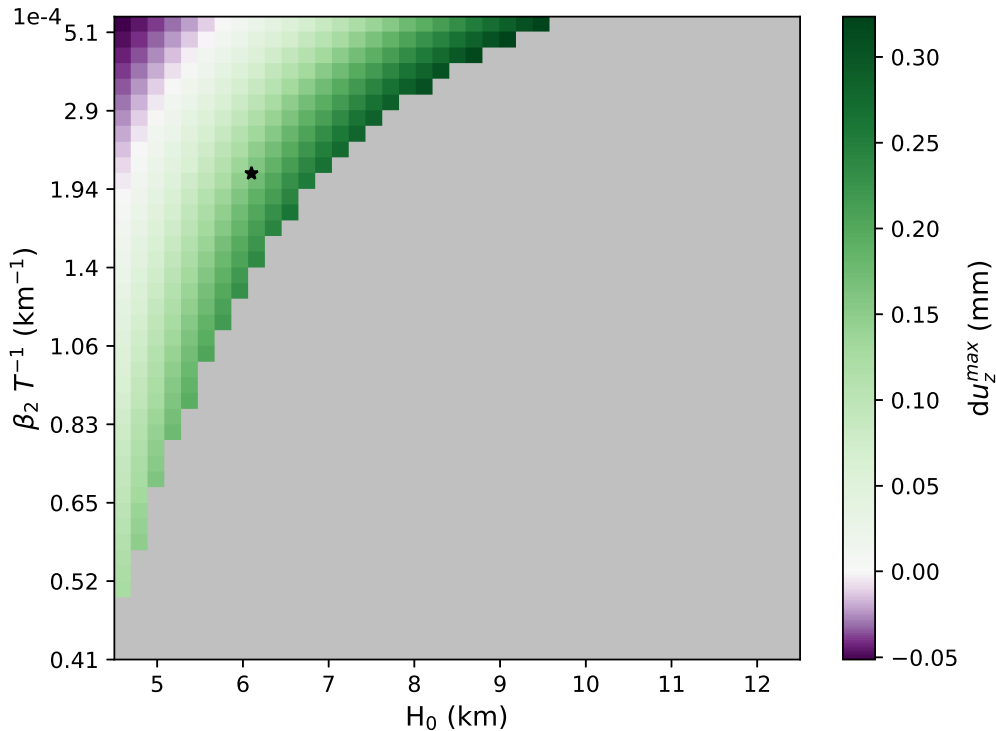


FIGURE 5.8 – Écart  $du_z^{max}$  entre les données publiées par Henderson and Pritchard (2017) et les résultats des inversions dans le cas du soulèvement maximal  $u_z(r = 0, z = 0)$ . L'échelle de couleur choisie est centrée sur 0 (zone blanche). Les valeurs surestimées sont en verte et celles sous-estimées en violet. La zone blanche correspond donc à des points où  $u_z(r = 0, z = 0)$  est parfaitement reproduit. La zone en gris correspond à des résultats irréalistes. L'étoile noire correspond au calcul illustré sur la figure 5.6.

Sur cette figure, il apparaît que l'écart maximum entre les résultats du code et les données observées est de  $du_z^{max} = 0,32$  mm. Cette différence est en dessous de la barre d'erreur de 0,5m donnée par Henderson and Pritchard (2017). Dans le cas du soulèvement maximum, les 338 inversions qui ont donné des résultats réalistes permettent de reproduire  $u_z(r = 0, z = 0)$ . Comme précédemment pour  $r_0$ , les données sont mieux reproduites pour des cas où la plaque est fine ( $H_0$  est petit) ou bien des cas où la flottabilité de la source est forte ( $\beta_2 T^{-1}$  est grand).

#### 5.1.8.4 Reproduction du maximum d'affaissement

Nous nous sommes ensuite intéressés à l'amplitude maximale de l'affaissement  $u_z^{min}$ . L'affaissement est mieux défini pour les  $r$  négatifs que pour les  $r$  positifs, figure 5.6. Nous

avons donc choisi la valeur de l'affaissement dans les  $r$  négatifs comme référence. La valeur de  $u_z^{min}$  est donc  $-0,33 \pm 0,5$  mm. De même que pour vérifier la reproduction de  $r_0$ , la différence entre la valeur de  $u_z^{min}$  issue du code et celle issue des données est représentée en fonction de  $\beta_2 T^{-1}$  et  $H_0$  sur la figure 5.9. Comme  $u_z^{min}$  est une valeur négative du déplacement, lorsque le code sous-estime l'affaissement la différence est positive.

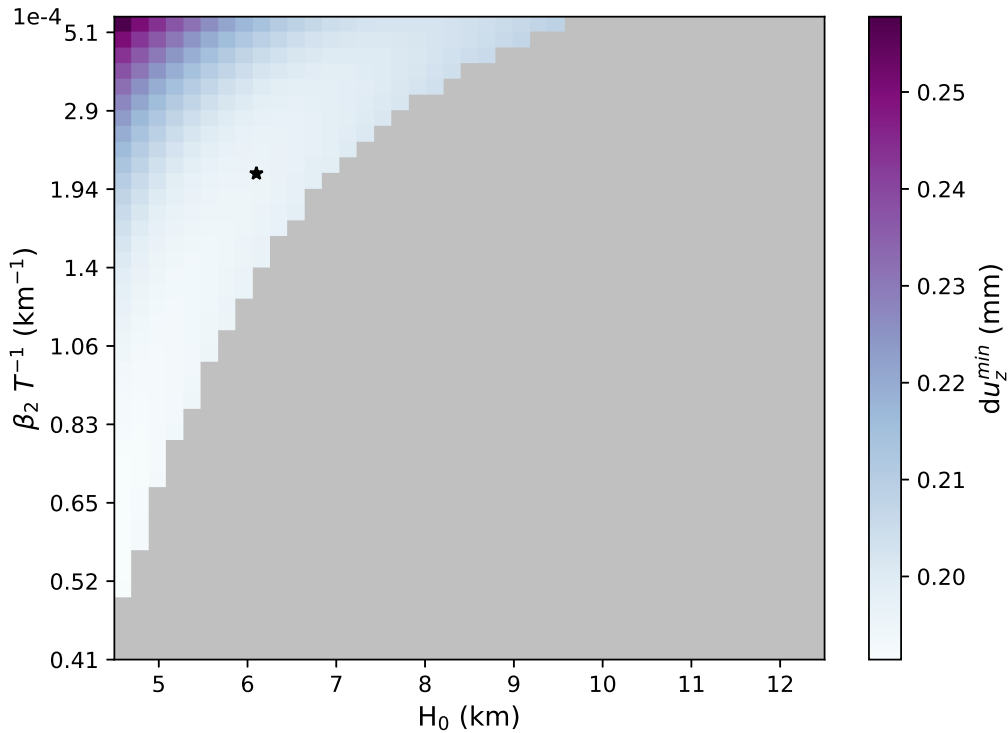


FIGURE 5.9 – Écart  $du_z^{min}$  entre les données publiées par Henderson and Pritchard (2017) et les résultats des inversions dans le cas de l'affaissement maximal  $u_z^{min}$ . Contrairement aux deux figures précédentes, l'échelle de couleur n'est pas centrée sur 0. L'affaissement est toujours sous-estimé. Comme les valeurs de  $u_z^{min}$  sont négative, lorsque les valeurs sont sous-estimées par le code la différence  $du_z^{min}$  est positive. La zone en gris correspond à des résultats irréalistes. L'étoile noire correspond au calcul illustré sur la figure 5.6.

Bien que les valeurs sous-estimées soient représentées en violet, l'échelle de couleur n'est pas centrée sur 0 comme c'était le cas pour les figures 5.7 et 5.8. En tout, 338 inversions ont donné un résultat exploitable. L'écart minimal  $du_z^{min}$  représenté sur la figure 5.9 est de 0,19 mm. L'écart maximal est de 0,26 mm, ce qui reste en dessous de la barre d'erreur de 0,5 mm. Contrairement à  $r_0$  et  $u_z(r = 0, z = 0)$  les valeurs de  $u_z^{min}$  sont de moins en moins bien contraintes à mesure que la plaque devient de plus en plus fine et la source a une flottabilité de plus en plus forte, soit  $H_0$  décroissant et  $\beta_2 T^{-1}$  croissant. La zone blanche sur la figure 5.9 montre le domaine où l'affaissement est le mieux reproduit.

### 5.1.8.5 Rapport

Le premier rapport qui est observé est celui entre le maximum de soulèvement et le maximum d'affaissement, ce rapport est noté  $R1$ . Pour regarder l'écart qu'a notre modèle avec les observations, nous regardons le rapport  $R1^{num}/R1^{data}$ , où  $R1^{num}$  est le rapport issu des calculs numériques et  $R1^{data}$  celui issu des données publiées par Henderson and Pritchard (2017). Le rapport  $R1$  observé est de  $R1^{data} = -3,7 \cdot 10^{-2}$ .

La figure 5.10 montre la variation de  $R1^{num}/R1^{data}$  en fonction de  $\beta_2 T^{-1}$  et  $H_0$ . L'échelle de couleur va du violet pour les valeurs les plus élevées, au blanc pour les valeurs les plus faibles. Dans le cas de la figure 5.10 plus la valeur de  $R1^{num}/R1^{data}$  est proche de 1, plus le rapport  $R1$  est bien reproduit par le code. Les cas où le rapport est le mieux représenté correspondent donc aux zones violet sur la figure. Le rapport déterminé par le code est entre 0,21 et 0,41 fois celui observé. Le rapport  $R1$  est donc grandement sous-estimé par notre code.

Le deuxième rapport observé est celui entre le maximum de déplacement radial et le maximum de déplacement vertical. Il est noté  $R2$ . Dans le cas des données InSAR, le déplacement est calculé selon la ligne de visée du satellite Hickey et al. (2013). La ligne de visée des satellites n'est pas purement verticale. Il y a donc un écart entre la position du déplacement maximal vu par un satellite en trajectoire montante et celle vue par un satellite en trajectoire descendante. Ce rapport  $R2$  peut être relié à l'écartement entre la position des deux maxima de vitesse vu par les satellites (Fialko and Pearse, 2012).

Pour regarder l'écart qu'a notre modèle avec les observations nous regardons le rapport  $R2^{num}/R2^{data}$ , où  $R2^{num}$  est le rapport issu des calculs numériques et  $R2^{data}$  est celui issu des données publiées par Henderson and Pritchard (2017). Le rapport  $R2$  observé est de  $R2^{data} = 0,30 \pm 0,15$ .

La figure 5.11 montre la variation de  $R2^{num}/R2^{data}$  en fonction de celle des différents paramètres. L'échelle de couleur est la même que pour la figure 5.10. Le rapport déterminé par le code est entre 0,27 et 0,5 fois celui observé. Le rapport  $R2$  est donc grandement sous-estimé par notre code.

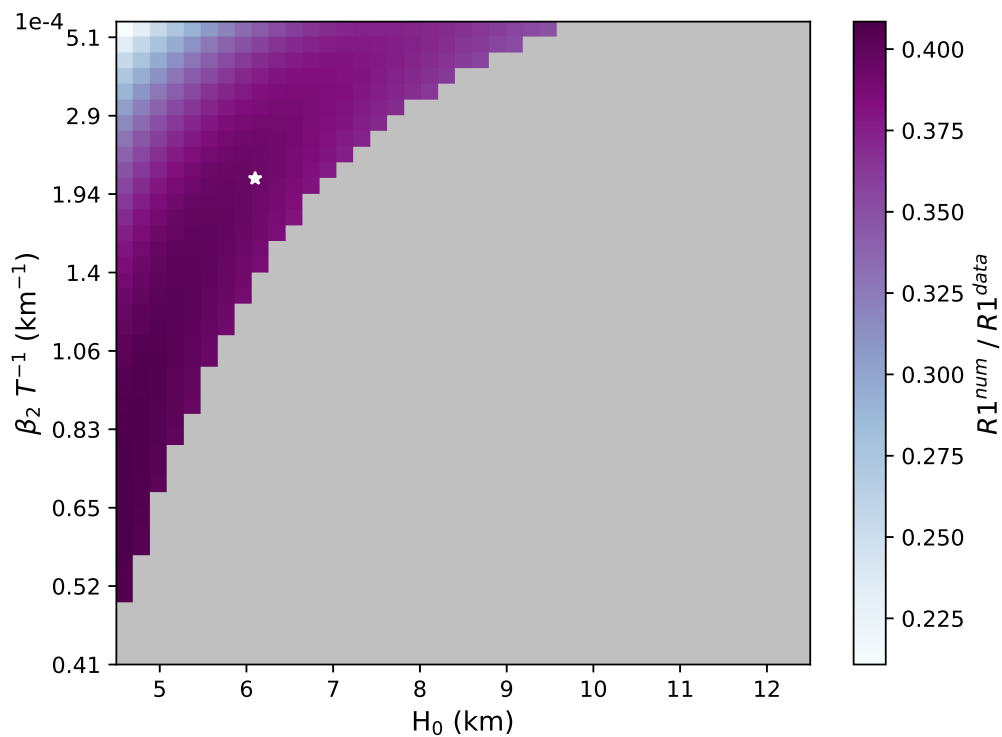


FIGURE 5.10 – Écart entre les données publiées par Henderson and Pritchard (2017) et les résultats des inversions dans le cas du rapport  $R1$ . Cette différence est représentée par le rapport du rapport issu du calcul numérique  $R1^{num}$  et celui issu des données  $R1^{data}$ . La zone en gris correspond à des résultats irréalistes. L'étoile blanche correspond au calcul illustré sur la figure 5.6.

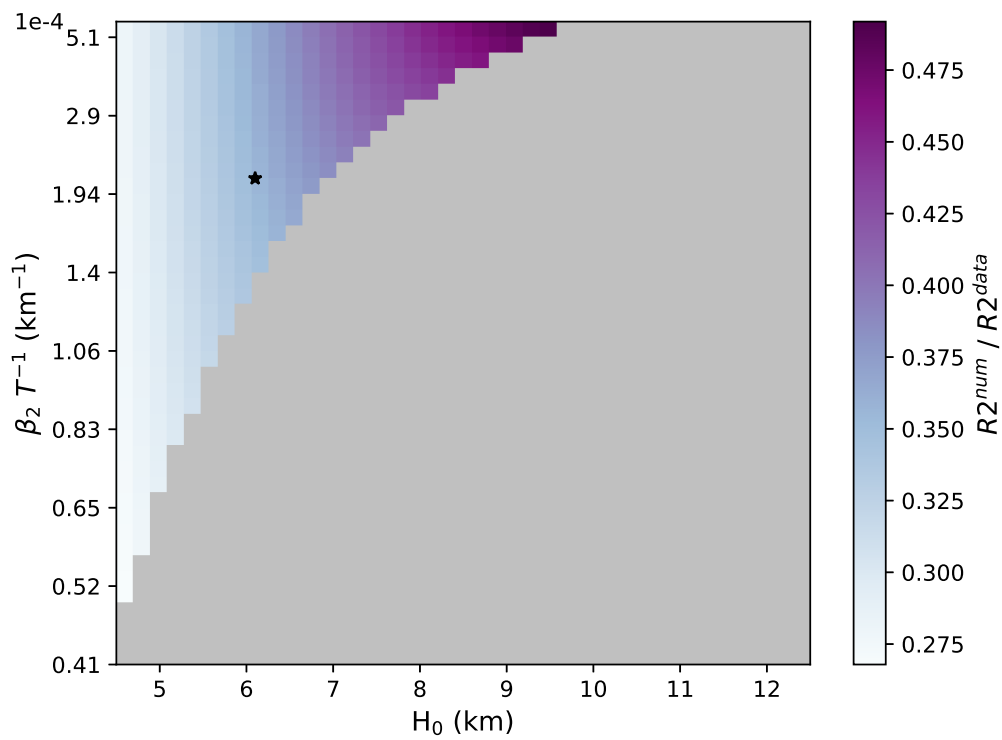


FIGURE 5.11 – Écart entre les données publiées par Henderson and Pritchard (2017) et les résultats des inversions dans le cas du rapport  $R2$ . Cette différence est représentée par le rapport du rapport issu du calcul numérique  $R2^{num}$  et celui issu des données  $R2^{data}$ . La zone en gris correspond à des résultats irréalistes. L'étoile noire correspond au calcul illustré sur la figure 5.6.



## 5.1.9 Discussion

### 5.1.9.1 Reproduction de la déformation par le modèle

Sur les 1681 cas, il a été possible de trouver une source grâce à l'inversion pour 338 d'entre eux. Pour des  $H_0$  compris entre 4,5 et 5,5 km il est possible de trouver une source pour n'importe quelle valeur de  $E$ ,  $\rho_c$ ,  $\rho_m$ ,  $\rho_{up}$  et  $\nu$  données dans le tableau 5.1. Pour des  $H_0$  supérieurs à 5,5 km il est toujours possible de reproduire les données pour une grande possibilité de combinaison des valeurs des paramètres  $E$ ,  $\rho_c$ ,  $\rho_m$ ,  $\rho_{up}$  et  $\nu$ . Bien que Jay et al. (2012) donne une gamme de profondeur pour la transition fragile-ductile allant de 4,5 à 12,5 km sous l'Altiplano, la grande majorité des séismes ne dépassent pas une profondeur de 5 km. La transition fragile-ductile dans la croûte semble donc être plus proche de 5 km que de 12 km. De plus, les paramètres élastiques utilisés pour réaliser le calcul illustré par la figure 5.6 sont proches de ceux récemment publiés par Henderson and Pritchard (2017). Le cas limite d'une plaque épaisse et rigide, soit un  $H_0$  grand et un  $\beta_2 T^{-1}$  petit, ne permet pas de reproduire correctement les données.

Henderson and Pritchard (2017) ont montré que le rapport entre le maximum de soulèvement et le maximum de déplacement radial,  $R2$ , est affecté par les hétérogénéités présentes en surface. Dans leur cas, celui d'une source pressurisée dans un demi-espace élastique, ils ont montré que la présence d'une couche moins rigide diminuait le rapport  $R2$ . Le rapport issu de notre modèle est déjà inférieur à celui observé. Cependant, notre modèle correspond à une plaque isotrope et homogène. La présence de couche de rigidité différente dans la plaque, ou même le fait que la surface en  $z = 0$  ne soit pas parfaitement plate, peut influencer ce rapport. Cela peut expliquer la différence entre les rapports  $R2$  issus de notre modèle et celui observé.

En regardant l'ensemble des figures 5.4 à 5.11 il apparaît que le code peut reproduire les déformations verticales de manière fidèle lorsque la plaque est fine ou que la flottabilité de la source est forte. La répartition radiale entre la zone de soulèvement et d'affaissement ainsi que le maximum de déplacement vertical sont particulièrement bien contraints lors des inversions.

La valeur maximale de l'affaissement est moins bien reproduite que celle du soulèvement, mais reste dans les barres d'erreur. Ce point explique l'écart important qu'ont nos calculs avec le rapport  $R1$  issu des données publiées.

La figure 5.11 montre que le rapport entre le maximum de déplacement radial et celui du déplacement vertical n'est pas très bien reproduit par le code. Le rapport  $R2$  est sous-estimé. Or le maximum de déplacement vertical est bien reproduit par le code. Cela

indique que notre modèle reproduit moins bien les déplacements radiaux. Cela peut venir du fait que nous considérons une plaque homogène, isotrope et purement élastique. [Henderson and Pritchard \(2017\)](#) ont montré que la présence de couches avec des rhéologies différentes influençait ce rapport. Dans leur cas, la présence d'une couche moins rigide a tendance à diminuer ce rapport.

### **5.1.9.2 Implication des résultats pour une potentielle chambre magmatique sous le volcan Uturuncu**

L'épaisseur de magma nécessaire pour reproduire les déformations est très fine. Il suffit d'une lentille de magma entre 0,6 et 0,083 m pour reproduire le soulèvement annuel observé. Ce qui correspond à un flux entre 0,092 km<sup>3</sup> et 0,089 km<sup>3</sup> par an. Ces flux correspondent respectivement à une zone étroite avec une augmentation de la hauteur de 0,6 m.ans<sup>-1</sup> et à une zone large avec une augmentation de la hauteur de 0,089 m.an<sup>-1</sup>. En tenant compte du fait que ces déformations sont observées depuis 1992 ([Lau et al., 2018](#)), nous estimons qu'entre 15,6 et 2,16 m de magma se sont accumulés sous l'Uturuncu. Ce qui représenterait un volume total entre 2,42 et 2,3 km<sup>3</sup>. Cette faible épaisseur et ce faible volume peuvent expliquer le fait qu'une chambre magmatique active n'a pas été détectée ([Pritchard et al., 2018](#)).

L'arrivée constante de magma peut être expliquée par le fait qu'un diapir arrive lentement sous la croûte élastique. Avec notre modèle, nous modélisons cela par une succession de calcul avec une source de plus en plus épaisse. [Burov et al. \(2003\)](#) montrent que pour un fort contraste de densité entre la croûte et le magma la remontée de celui-ci se fait entre 0,015 et 0,063 m.an<sup>-1</sup>. Lorsque le contraste de densité est plus faible, la remontée se fait à une vitesse comprise entre 0,015 et 0,047 m.an<sup>-1</sup>. Les vitesses de remontée nécessaires pour reproduire les déformations avec notre modèle sont comprises entre 0,6 et 0,083 m.an<sup>-1</sup>. La valeur maximum est supérieure à l'estimation donnée par [Burov et al. \(2003\)](#) d'un ordre de grandeur. La valeur minimale est également supérieure, mais est de même ordre de grandeur que celle donnée par [Burov et al. \(2003\)](#). Or, les données sont bien mieux reproduites quand la flottabilité de la source est forte. Le magma au niveau de l'APMB étant très hydraté, sa masse volumique est susceptible de décroître à faible profondeur, sous l'effet de l'exsolution des volatiles. Ces points correspondent à des sources larges dont l'épaisseur est faible et donc aux vitesses de remontée proches de 0,047 m.ans<sup>-1</sup>.

### 5.1.10 Conclusion

Au niveau de l'Uturuncu, depuis une dizaine d'années un anneau d'affaissement est mesuré autour d'une zone de soulèvement. Plusieurs hypothèses ont été proposées pour expliquer cette déformation circulaire en forme de «sombbrero» centré sur le volcan. Nous proposons ici qu'il s'agisse de la signature de la déformation d'une plaque élastique qui est déformée par un magma avec une flottabilité positive qui est stocké au niveau de la transition fragile-ductile. Pour tester cette hypothèse, nous avons appliqué le modèle détaillé au chapitre 2 afin de réaliser une inversion des données de déformations publiées par Henderson and Pritchard (2017). De manière à tester toute la variabilité possible des paramètres élastiques de la plaque, nous avons réalisé 1681 inversions. Puis nous avons représenté les résultats en fonction de  $H_0$  et  $\beta_2 T^{-1}$ . Ces deux paramètres représentent respectivement la variation de la profondeur de la transition fragile-ductile et la variation des paramètres élastiques de la plaque ainsi que celle de la flottabilité de la source. Nous avons ensuite testé notre inversion pour 5 points précis.

La position du point  $r_0$  où se fait la transition entre la zone de soulèvement et celle d'affaissement, le soulèvement maximal,  $u_z(r = 0, z = 0)$ , et l'affaissement maximal,  $u_z^{min}$ , sont tous trois bien reproduit par notre modèle. Cependant, le rapport  $R1$  entre  $u_z(r = 0, z = 0)$  et  $u_z^{min}$  et le rapport  $R2$  entre le maximum du déplacement radial et celui du déplacement vertical ne sont pas très bien contraints par notre modèle.

Sur les 1681 inversions, 338 ont permis de déterminer une source, dont 248 reproduisent correctement les déformations. Ce qui correspond à une large gamme de valeurs pour les paramètres  $E$ ,  $\rho_c$ ,  $\rho_m$ ,  $\rho_{up}$  et  $\nu$ . Les données sont globalement mieux reproduites lorsque  $H_0$  est petit et  $\beta_2 T^{-1}$  grand. Ce qui indique une profondeur de la transition fragile-ductile plutôt faible et que, soit la source a une forte flottabilité, soit la plaque est peu rigide. Ces caractéristiques sont cohérentes avec les valeurs des différents paramètres physiques issues des données sismiques (Henderson and Pritchard, 2017).

Les données de déformation annuelle sont bien mieux reproduites pour les sources larges dont la hauteur est faible que pour les sources étroites dont la hauteur est plus importante. Ce sont donc uniquement les premières qui sont résumées. Nous concluons donc que la déformation au niveau de l'Uturuncu peut être due à la lente arrivée d'un diapir juste sous la plaque élastique. L'arrivée de ce diapir provoque le stockage du magma sur une zone d'une largeur totale de 40 km. Ce qui correspond à la largeur du soulèvement observé. L'affaissement autour de la zone de soulèvement est due à la réponse élastique de la plaque sous l'effet de la poussée de ce stockage. Nous estimons que depuis 1992

environ 2,16 m de magma ont pu se stocker sous le volcan Uturuncu. Cette fine épaisseur peut expliquer que la lentille de magma n'ait pas été détectée par des méthodes sismiques.

Perkins et al. (2016a) ont montré que les déformations au niveau de l'Uturuncu n'étaient pas archivées dans les dépôts sédimentaires des lacs environnants. Ce qui selon Gottsmann et al. (2017) indique que la déformation n'est pas permanente. Or rien n'indique non plus que les déformations observées depuis 1992 ne correspondent pas à un tout nouveau cycle de stockage et que ces déformations ne correspondent pas au premier pulse de magma dans l'intervalle de temps enregistré par les sédiments. Pour valider ou invalider notre modèle, il faut étendre la durée des observations. Les soulèvements observés semblent diminuer et tendre vers 0 depuis un ou deux ans (Lau et al., 2018). Si les soulèvements se maintiennent dans le temps, cela donnera un argument supplémentaire en faveur de notre modèle. En effet, le stockage d'un magma à la transition fragile-ductile provoque des déformations permanentes. Si le soulèvement observé commence à diminuer cela ira dans le sens du modèle de Gottsmann et al. (2017).

### 5.1.11 Perspective

Le travail réalisé offre plusieurs perspectives. L'une concernerait un approfondissement du cas de l'Uturuncu, l'autre un possible autre cas d'application.

#### 5.1.11.1 Poids de l'édifice volcanique

Henderson and Pritchard (2017) ont publié, en plus des déplacements observés par InSAR, des données SRTM (*Shuttle Radar Topography Mission*) qui montrent le relief moyen au niveau de l'Uturuncu (figure 3 dans le papier d' Henderson and Pritchard (2017)). Ils mettent en évidence un petit fossé autour du volcan. La topographie en partant de  $r = 0$  jusqu'à  $r \approx 14$  km correspond au volcan lui-même. Vient ensuite un fossé entre  $r \approx 14$  et  $r \approx 20$  km, puis à partir de  $r \approx 20$  km une légère augmentation de la topographie puis une lente diminution. Cette topographie n'est pas corrélée à la déformation observée depuis 1992 dans cette région. Ce fossé autour du volcan se situe à environ 14 km du sommet du volcan. Tout comme l'anneau de fracture qui entoure le volcan et qui a été mis en évidence par Walter and Motagh (2014). Walter and Motagh (2014) explique la répartition des failles par l'inflation et la déflation d'une source plate et allongée à  $18 \pm 2$  km de profondeur. Ce qui est en accord avec la source qu'ils déterminent après l'inversion des données de surface. La source responsable du soulèvement observé est selon les calculs de Walter and Motagh (2014) est à  $22 \pm 9$  km de profondeur.

La répartition des failles autour du volcan décrite par Walter and Motagh (2014) et la

topographie publiée par [Henderson and Pritchard \(2017\)](#) font fortement penser au modèle initial de ([Melosh, 1978](#)). Il serait intéressant de voir si ces observations ne peuvent pas être expliquées par l'effet du poids des 1000 m de l'édifice volcanique qui s'est mis en place sur une plaque élastique particulièrement fine.

Il serait également intéressant d'ajouter l'effet du poids de l'édifice volcanique aux résultats discutés dans cette section. Ceci afin de vérifier que cela ne change pas nos résultats. La prise en compte du poids du volcan pourrait être faite en modifiant les conditions aux limites de notre modèle. Les conditions aux limites actuellement utilisées sont :

$$\begin{aligned}\sigma_{zz}(z = -H(r), r, k) &= \sigma_{zz}^{eff}(r, k) , \\ \sigma_{rz}(z = 0, r, k) = \sigma_{rz}(z = -H(r), r, k) &= \sigma_{zz}(z = 0, r, k) = 0 ,\end{aligned}$$

où  $\sigma_{zz}^{eff}(r, k)$  est la contrainte due au fluide qui déforme la plaque. Pour prendre en compte le poids du volcan il faudrait que les conditions aux limites deviennent :

$$\begin{aligned}\sigma_{zz}(z = -H(r), r, k) &= \sigma_{zz}^{eff}(r, k) , \\ \sigma_{zz}(z = 0, r, k) &= Vol(r) , \\ \sigma_{rz}(z = 0, r, k) = \sigma_{rz}(z = -H(r), r, k) &= 0 ,\end{aligned}$$

où  $Vol(r)$  peut être une gaussienne étroite qui décrit au mieux la forme du volcan et la contrainte qu'il applique sur la plaque.

### 5.1.11.2 Cas du *Socorro Magma Body*

[Fialko and Pearse \(2012\)](#) présentent une autre zone pour laquelle un affaissement est mesuré tout autour d'une zone de soulèvement. Il s'agit du cas du *Socorro Magma Body* proche de la ville de Socorro au Nouveau-Mexique, États-Unis. La zone désertique où il se trouve permet, tout comme pour l'Uturuncu, de mesurer la subsidence autour du soulèvement. Étudier plus en détail ce cas pour voir si notre modèle y est applicable et s'il peut reproduire les déformations observées serait une autre perspective.

## 5.2 Extension aux “super-volcans” siliciques : formation de caldeira

Il existe plusieurs contextes pour la formation des caldeiras (Cole et al., 2005; Geyer and Martí, 2014; Cashman and Giordano, 2014; Tibaldi, 2015). Ici, nous ne traitons qu’un type de caldeira. Il s’agit de celles se formant durant l’éruption massive d’un volcan silicique. Ces éruptions qualifiées de super-éruptions émettent au minimum  $450 \text{ km}^3$  de magma (Miller and Wark, 2008) et aboutissent à la formation de caldeira.

### 5.2.1 Introduction

Bachmann and Bergantz (2008) résume l’état des connaissances sur les réservoirs de magma qui produisent des super-éruptions. En reprenant les trois points qu’il met en avant comme base, nous pouvons dresser le résumé suivant.

Premièrement, les chambres magmatiques qui produisent des super-éruptions ont un volume compris entre  $450 \text{ km}^3$  et  $5000 \text{ km}^3$ . Cependant, il existe des cas d’éruption silicique ayant émis de plus petits volumes de magma et ayant quand même abouti à la formation de caldeira (Caricchi et al., 2014). Les grands volumes émis montrent qu’il doit exister dans la croûte des énormes zones de magma comportant moins de 50 % de cristaux. Il y a de nombreuses évidences que ces chambres magmatiques sont construites par une succession d’injections magmatiques sur une durée allant jusqu’à  $10^6$  ans. Il y a également des évidences que le magma dans la chambre magmatique est remobilisé rapidement (Gardner et al., 2002; Wotzlaw et al., 2014, 2015; Wilson and Charlier, 2016; Troch et al., 2017). Enfin, lors de leur croissance les cristaux semblent voir différentes compositions (Myers et al., 2016; Loewen et al., 2017). Le fait de savoir si la zone de stockage, qui inclue le mush résiduel, est significativement plus grande que la chambre magmatique ou non est toujours débattu, car la présence de plutons résiduels n’est pas observée (Lundstrom and Glazner, 2016).

Deuxièmement, les chambres magmatiques ont un faible rapport d’aspect. Le rapport entre la hauteur et la largeur est de l’ordre de 1/5 à 1/10. Ce faible rapport d’aspect et le diamètre des caldeiras produites montrent que les chambres magmatiques ont une épaisseur comprise entre 1 et 2 km. Cette épaisseur moyenne est constante aussi bien pour les petites caldeiras que pour les grandes (Caricchi et al., 2014).

Troisièmement et dernièrement, les données pétrologiques montrent que les chambres magmatiques qui produisent des super-éruptions sont presque toutes situées à une profondeur dans la croûte comprise entre 4 et 10 km (Bachmann and Bergantz, 2008).

Le fait de ne pas imager des chambres magmatiques ayant un volume entre 450 km<sup>3</sup> et 5000 km<sup>3</sup> laisse penser que leur existence est éphémère (Lundstrom and Glazner, 2016; Wotzlaw et al., 2015). La faible hauteur totale des chambres magmatiques ainsi que le fait qu'elles soient construites par plusieurs pulses de magma, laissent penser qu'elles pourraient être stockées à l'état solide durant la plus grande partie de leur vie (Michaut and Jaupart, 2011; Cooper and Kent, 2014; Lundstrom and Glazner, 2016; Cooper, 2017; Rubin et al., 2017).

Pour résoudre le problème posé par le fait qu'un cristal voit différentes compositions au cours de sa croissance, Cashman et al. (2017) proposent que la zone de stockage s'étend sur toute la hauteur de la croûte. Ce gigantesque mush est parsemé de fines chambres magmatiques en forme de sill, qui se connectent rapidement au moment de l'éruption. Ce qui permet également d'expliquer la mobilisation rapide d'un grand volume éruptible dans la croûte.

L'ensemble de ce résumé montre comment la vision des chambres magmatiques s'est adaptée aux résultats issus de la pétrologie et de l'imagerie géophysique. Cependant, le lien avec la raison physique pouvant expliquer la formation d'une chambre magmatique reste peu regardé. Notamment la raison physique pouvant expliquer que la grande majorité des éruptions ait démarré d'une chambre magmatique située entre 4 et 10 km de profondeur. De plus, il est assez étonnant que, quelle que soit la largeur de la caldeira, la hauteur de la chambre magmatique soit comprise entre 1 et 2 km.

L'hypothèse développée dans l'introduction de cette thèse au chapitre 1, s'appuie sur l'état thermique de la croûte proche des systèmes actifs, et sur la faible flottabilité du magma silicique. La faible masse volumique du magma silicique fait que sa flottabilité est positive dans la croûte continentale. Leur masse volumique peut même être encore réduite par l'exolution des volatiles qui forment des bulles dans le magma. Physiquement, ces magmas sont donc soumis à une force qui les pousse vers le haut. Ces magmas peuvent provenir aussi bien de la fusion partielle d'une partie de la croûte (Huppert and Sparks, 1988; Devès et al., 2014) que de la différenciation d'un magma plus basique (Annen et al., 2006). Indépendamment de l'origine de ces magmas siliciques, ils sont produits au niveau d'une croûte continentale anormalement chaude. La transition entre la partie de la croûte ayant un comportement ductile et celle ayant un comportement fragile remonte donc jusqu'à de faibles profondeurs. La rhéologie ductile de la croûte ayant tendance à favoriser la formation de diapir. Le magma silicique doit donc remonter jusqu'à être arrêté par la transition fragile-ductile dans la croûte.

La figure 5.12 a été construite à partir des tableaux 5.2 et 5.3. Elle représente la comparaison entre la profondeur de la transition fragile-ductile (*BDT* sur la figure) et celles du stockage avant éruptions des magmas pour 5 volcans. Le tableau 5.2 résume toutes les profondeurs de stockage que nous avons trouvées dans la littérature. Le tableau 5.3 correspond à un résumé des profondeurs de la transition fragile-ductile qui ont été trouvées dans la littérature. Lorsque c'était possible nous faisons la distinction entre la profondeur de la transition au centre du système volcanique ( $H(r = 0)$ ) et celle loin du système actif ( $H_0$ ).

Sur la figure 5.12, la variation dans la profondeur de stockage est représentée par une barre verticale mauve. Lorsque nous utilisons plusieurs sources bibliographique différentes pour un même volcan, nous plaçons une barre verticale par source. La profondeur de la transition fragile-ductile est représentée par la zone grise. Le haut de zone grise correspond à la profondeur la plus faible donnée dans la littérature, et le bas la profondeur la plus grande. Les deux volcans les mieux documentés sont le Yellowstone (Yw) et les Champs Phlégréens (C-F) : pour ces deux volcans il a été possible de trouver  $H_0$  et  $H(r = 0)$ . La profondeur de la transition fragile-ductile pour le Taupo (TVZ) et le Santorin (Sant) sont moins bien contraintes. Nous supposons que les profondeurs trouvées dans le cas du Santorin correspondent à  $H(r = 0)$ . Cependant, la figure 5.12 montre qu'il y a bien une similitude entre la profondeur de stockage avant éruption et la profondeur de la transition fragile-ductile.



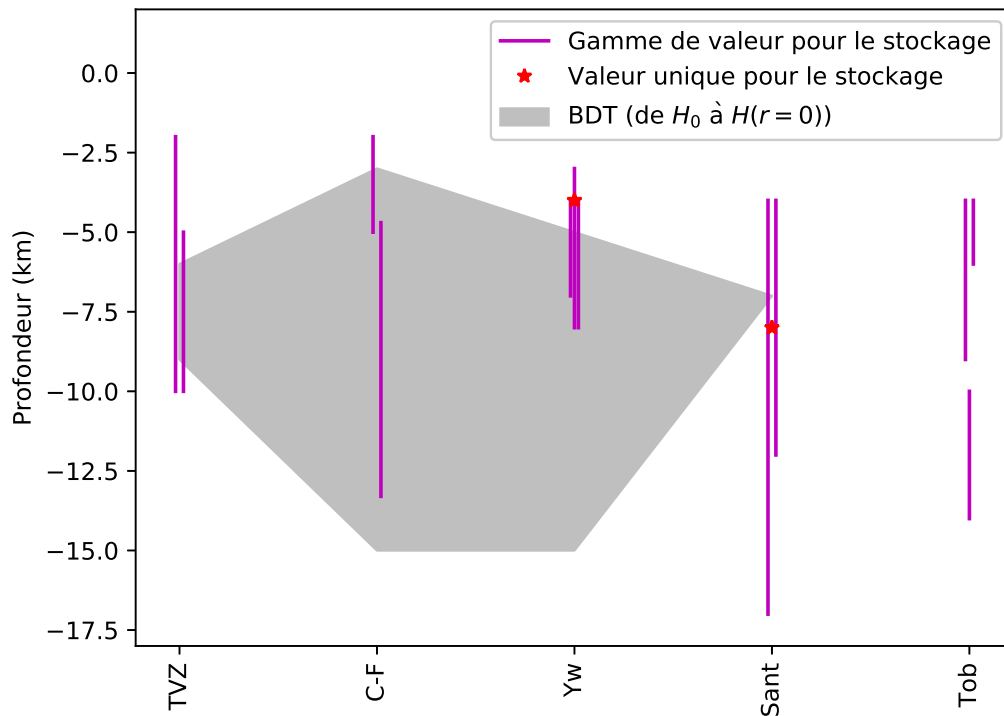


FIGURE 5.12 – Comparaison entre la profondeur de la transition fragile-ductile et celle du stockage du magma juste avant l'éruption pour cinq grands systèmes silicique. Les profondeurs de stockage sont données par les barres verticales mauves ou les étoiles rouges. Les données issues de la littérature qui ont permis de les positionner sont résumées dans le tableau 5.2. La variation de la profondeur de la transition fragile-ductile (*BDT* sur la figure) est donnée par l'étendue de la zone grise. Les sources qui ont permis de faire cette zone grise sont résumées dans le tableau 5.3. TVZ : Taupo, C-F : Champs Phlégréens, Yw : Yellowstone, Sant : Santorin, Tob : Toba.

TABLE 5.2 – Récapitulatif des données bibliographiques concernant la profondeur de stockage. Les profondeurs données sont par rapport à la surface et incluent les barres d'erreur lorsqu'elles sont données. Entre parenthèses à côté du nom de chaque volcan se trouve l'abréviation utilisée pour le désigner sur la figure 5.12.

Profondeur (km)	Publication
<i>Yellowstone (Yw)</i>	
8 à 3 km	Myers et al. (2016)
≈4 km	Troch et al. (2017)
≈4 à 8 km	Loewen et al. (2017)
7 à 4 km	Wotzlaw et al. (2014)
<i>Champs Phlégréens (C-F)</i>	
7 km	Zollo et al. (2008)
Superficiel : 2 à 5 km	Stock et al. (2018) (Résumé des données pétrologiques et géophysiques publiées)
Profond : 4,7 à 13,3 km	Stock et al. (2018) (Résumé des données pétrologiques et géophysiques publiées)
<i>Taupo (TVZ)</i>	
2 à 10 km	Gualda et al. (2018)
Majorité : 5 à 10 km Fusion de la croûte ≈ 15 km	Charlier et al. (2005)
<i>Santorin (Sant)</i>	
4 à 12 km de profondeur	Druitt et al. (2016)
4 à 17 km	Druitt et al. (2016) (Résumé des études précédentes)
Silicique ≈ 8 km Mafique ≈ 15 km	Cadoux et al. (2014) Cadoux et al. (2014)
<i>Toba (Tob)</i>	
4 à 6 km	Gardner et al. (2002)
Majorité des analyses : 4 à 9 km Autres : 10 à 14 km	Reid and Vazquez (2017)

TABLE 5.3 – Récapitulatif des données bibliographiques concernant la profondeur de la transition fragile-ductile. Les profondeurs données sont par rapport à la surface et incluent les barres d'erreur lorsqu'elles sont données. Entre parenthèses à côté du nom de chaque volcan se trouve l'abréviation utilisée pour le designer sur la figure 5.12.

Profondeur (km)	Méthode	Publication
<i>Yellowstone (Yw)</i>		
$H_0=11$ ; $H(r=0)=6$	Localisation des séismes (80% des séismes sont au-dessus de cette profondeur)	Chang et al. (2007)
$H_0=12$ ; $H(r=0)=5$	Résumé des données publiées	Shelly et al. (2013)
$H_0=15$ ; $H(r=0)=5$	Données sismiques + Flux de chaleur+ Résumé de données publiées	DeNosaquo et al. (2009)
$H_0=13$ ; $H(r=0)=6$	Localisation des séismes (80% des séismes sont au-dessus de cette profondeur)	Smith et al. (2009)
<i>Champs Phlegréens (C-F)</i>		
$H_0=15$ ; $H(r=0)=3$	Modélisation à partir des données géophysiques, géothermiques et géologiques.	Castaldo et al. (2019)
$H(r=0)=4$	Localisation des séismes et flux de chaleur	Carlino and Somma (2010)
<i>Taupo (TVZ)</i>		
$H_0 \approx 8.5$ km	Basé sur la répartition des séismes publiés	Sherburn (1992)
$H_0 \approx 9$ km	Basé sur la répartition des séismes publiés	Webb et al. (1986)
$H(r=0) \approx 6$ km	Localisation des séismes (80% des séismes sont au-dessus de cette profondeur)	Bryan et al. (1999)
<i>Santorin (Sant)</i>		
$H_0=7$	Position des séismes et flux de chaleur	Konstantinou (2010)
<i>Toba (Tob)</i>		
<i>Pas de données</i>		

### 5.2.2 Contraintes générées dans la plaque par un stockage à l'interface ductile fragile

Pour déterminer la répartition des failles, nous utilisons la méthode de Ritz (1994). Le champ de contrainte est diagonalisé pour obtenir le tenseur des contraintes principales. Puis un paramètre que nous notons  $\Phi_f$  est calculé tel que

$$\Phi_f = \frac{\sigma_{II} - \sigma_{III}}{\sigma_I - \sigma_{III}} \quad (5.3)$$

où  $\sigma_{II}$ ,  $\sigma_{III}$  et  $\sigma_I$  sont les contraintes principales telles que  $\sigma_I > \sigma_{II} > \sigma_{III}$ . Enfin, en fonction de quelle contrainte est maximale ou minimale, Ritz (1994) définit 5 types de failles. Dans sa méthode Ritz (1994) se concentre sur  $\sigma_{zz}$ . En prenant en compte les deux autres composantes, nous rajoutons un sixième type de failles. Le tableau 5.4 résume les différentes combinaisons possibles et la figure 5.13 montre leur répartition spatiale attendue en surface. Pour définir les failles, la figure 5.13 reprend les notations définies dans le tableau 5.4.

TABLE 5.4 – Récapitulatif des failles attendues en fonction du champ de contrainte dans la plaque. Ce tableau résume les cas définis par Ritz (1994).

Contrainte	$\Phi_f$	Type de faille	Notation utilisée sur les figures
$\sigma_I = \sigma_{zz}$ $\sigma_{II} = \sigma_{rr}$ $\sigma_{III} = \sigma_{\theta\theta}$	0 à 0,5	Normale orientée selon $\vec{r}$	FN <sub>r</sub>
$\sigma_I = \sigma_{zz}$ $\sigma_{II} = \sigma_{\theta\theta}$ $\sigma_{III} = \sigma_{rr}$	0,5 à 1	Normale orientée selon $\vec{\theta}$	FN <sub>θ</sub>
$\sigma_I = \sigma_{rr}$ $\sigma_{II} = \sigma_{zz}$ $\sigma_{III} = \sigma_{\theta\theta}$	0 à 1	Cisailante senestre	FC
$\sigma_I = \sigma_{\theta\theta}$ $\sigma_{II} = \sigma_{zz}$ $\sigma_{III} = \sigma_{rr}$	0 à 1	Cisailante dextre	FC
$\sigma_I = \sigma_{rr}$ $\sigma_{II} = \sigma_{\theta\theta}$ $\sigma_{III} = \sigma_{zz}$	0 à 0,5	Inverse orientée selon $\vec{\theta}$	FI <sub>θ</sub>
$\sigma_I = \sigma_{\theta\theta}$ $\sigma_{II} = \sigma_{rr}$ $\sigma_{III} = \sigma_{zz}$	0,5 à 1	Inverse orientée selon $\vec{r}$	FI <sub>r</sub> (absent des figures)

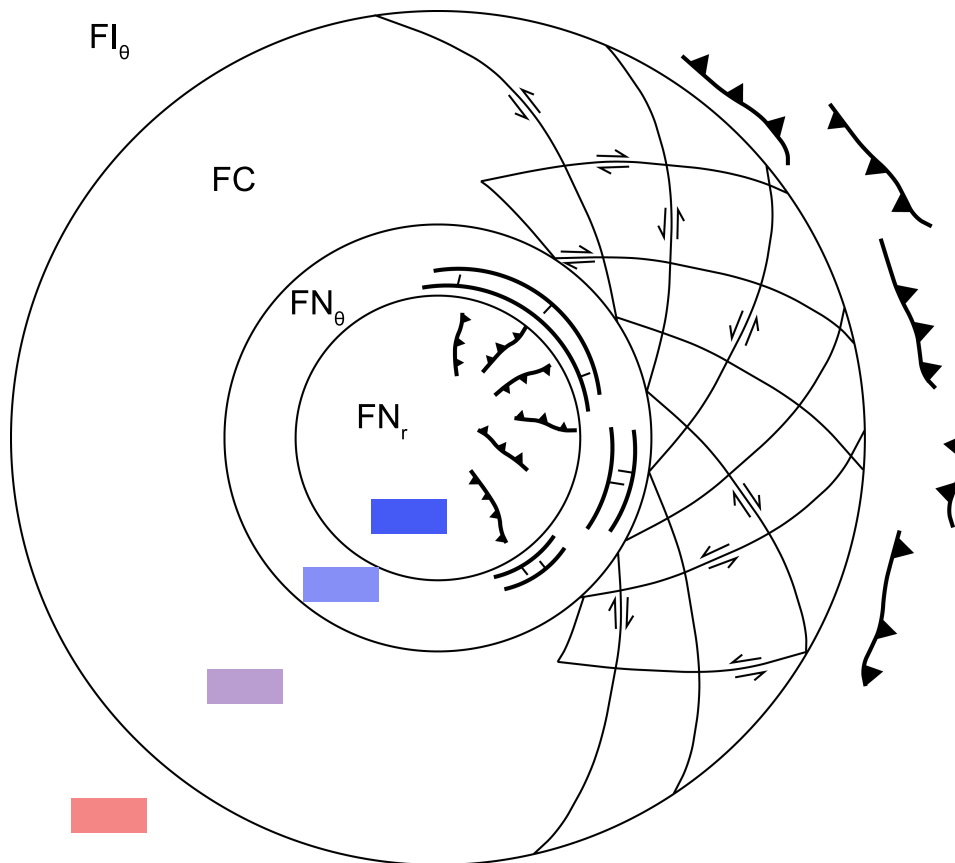


FIGURE 5.13 – Répartition attendue des failles en surface lorsqu’une plaque est déformée par un liquide avec une flottabilité positive.

Contrairement à la section précédente, les effets de la variation des paramètres physiques sur le champ de contrainte ne vont pas être regardés en fonction de  $\beta_2$  et de  $H'_0$ . Il a été démontré au chapitre 3 que le paramètre sans dimension  $\beta_1$  varie en fonction de  $\beta_2$  et de  $H'_0$ . Explorer la réponse du modèle en fonction de  $\beta_1$  permet donc d’explorer indirectement sa réponse en fonction de la variation des paramètres physiques de la plaque et de la source. La variabilité des paramètres physiques, celle des nombres sans dimension et leurs significations sont résumées dans le tableau 5.5.

TABLE 5.5 – Comparaison des gammes de valeur que peuvent prendre les différents paramètres dans un cas naturel. Il s’agit ici de gammes de valeur générales dans lesquelles sont généralement définis les paramètres.

Paramètre	Notation (unité)	Valeur
<i>Plaque élastique</i>		
Coefficient de Poisson	$\nu$	0,25
Module de Young	$E$ (Pa)	$10 \cdot 10^9$ à $60 \cdot 10^9$
Épaisseur maximale*	$H_0$ (m)	$4 \cdot 10^3$ à $15 \cdot 10^3$
Poids	$\rho_c - \rho_{up}$ ( $\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$ )	2300 à 2700
<i>Source de la déformation</i>		
Flottabilité dans la plaque	$\rho_c - \rho_m$ ( $\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$ )	200 à 400
Demi-largeur de la gaussienne <sup>†</sup>	$a$ (m)	$5 \cdot 10^3$ à $40 \cdot 10^3$
Hauteur maximum <sup>†</sup>	$T$ (m)	$10^2$ à $4 \cdot 10^3$
<i>Nombres sans-dimension associés</i>		
Quantifie la manière dont la plaque s’oppose à la poussée du liquide (principalement par son poids ou principalement par sa rigidité élastique).	$\beta_1 = \frac{2(1-\nu^2)(\rho_c - \rho_{up})ga}{E}$	$3,5 \cdot 10^{-3}$ à 0.20
Quantifie l’effet dominant entre la flottabilité du fluide stocké sous la plaque et la rigidité de celle-ci.	$\beta_2 = \frac{(1+\nu)(\rho_c - \rho_m)gT}{E}$	$4,09 \cdot 10^{-6}$ à $1,96 \cdot 10^{-3}$
Quantifie la manière dont la contrainte est appliquée sur la plaque. $H'_0 \rightarrow \infty$ : Point source.	$H'_0 = \frac{H_0}{a}$	0,1 à 3
Rapport d’aspect de la source.	$T' = \frac{T}{a}$	$2,5 \cdot 10^{-3}$ à 0.8

\* Gamme de valeur issue de la littérature pour la profondeur de la transition fragile-ductile dans le cas des grands systèmes siliciques tels que le Yellowstone ou les Champs Phlégréens (Smith et al., 2009; Castaldo et al., 2019).

<sup>†</sup> Valeurs assumées plausibles au vu de la taille des caldeiras produites par l’éruption des grands systèmes siliciques (Caricchi et al., 2014).

Les figures 5.14 à 5.17 montrent le champ de contrainte généré dans la plaque ainsi que la répartition des failles qui sont attendues pour quatre valeurs de  $\beta_1$ . Sur ces quatre figures, les contraintes compressives sont positives et celles qui marquent une extension sont négatives. L'échelle de couleur utilisée pour représenter les contraintes va du violet au marron en passant par le blanc. Cette échelle est centrée sur 0. Les contraintes positives sont donc représentées en violet, les contraintes négatives en marron et les contraintes nulles en blanc. Pour la représentation des failles, les failles normales sont en bleu, les failles inverses en rouge et les failles cisailantes en violet. Enfin la zone grise au bas de la plaque représente la variation dans l'épaisseur de la plaque qui est remplie par le magma.

Les valeurs de  $\beta_1$  représentées par les figures 5.14 à 5.17 sont dans l'ordre  $3,52 \cdot 10^{-3}$ ,  $1,7 \cdot 10^{-2}$ ,  $4,92 \cdot 10^{-2}$  et  $1,93 \cdot 10^{-1}$ . Ces quatre valeurs couvrent toute la variabilité assumée possible de  $\beta_1$ .

La plus petite valeur correspond à un cas où la plaque est très épaisse devant la largeur de la source et où la flottabilité de cette dernière est très faible devant la rigidité élastique de la plaque. Dans ce cas limite, c'est la rigidité de la plaque qui s'oppose à la poussée du fluide.

La plus grande valeur de  $\beta_1$  correspond à un autre cas limite. Dans ce cas, la plaque est très fine devant la largeur de la source et la flottabilité de celle-ci est très forte par rapport à la rigidité élastique de la plaque. Pour  $\beta_1 = 1,93 \cdot 10^{-1}$ , c'est le poids de la plaque soulevée qui s'équilibre avec la poussée du fluide et qui arrête la remontée de celui-ci.

Les calculs des cas limites  $\beta_1 = 3,52 \cdot 10^{-3}$  et  $\beta_1 = 1,93 \cdot 10^{-1}$  ne sont pas réalistes d'un point de vue géologique. Pour obtenir  $\beta_1 = 3,52 \cdot 10^{-3}$ , il faut prendre dans le tableau 5.5 :  $H_0$  maximal,  $E$  maximal,  $T$  et  $a$  minimum ainsi que  $(\rho_c - \rho_m)$  minimum. Inversement, pour obtenir  $\beta_1 = 1,93 \cdot 10^{-1}$ . Les deux valeurs intermédiaires de  $\beta_1$  permettent d'illustrer l'évolution des contraintes dans la plaque entre ces deux cas limites. La représentation des deux valeurs limites, tout en ayant deux valeurs intermédiaires, permet de discuter de l'effet de la variation des paramètres physiques sur la répartition des contraintes et des failles dans la plaque. Cette discussion n'est possible qu'au premier ordre. Une discussion plus précise nécessite la prise en compte des contraintes dues à la tectonique globale.



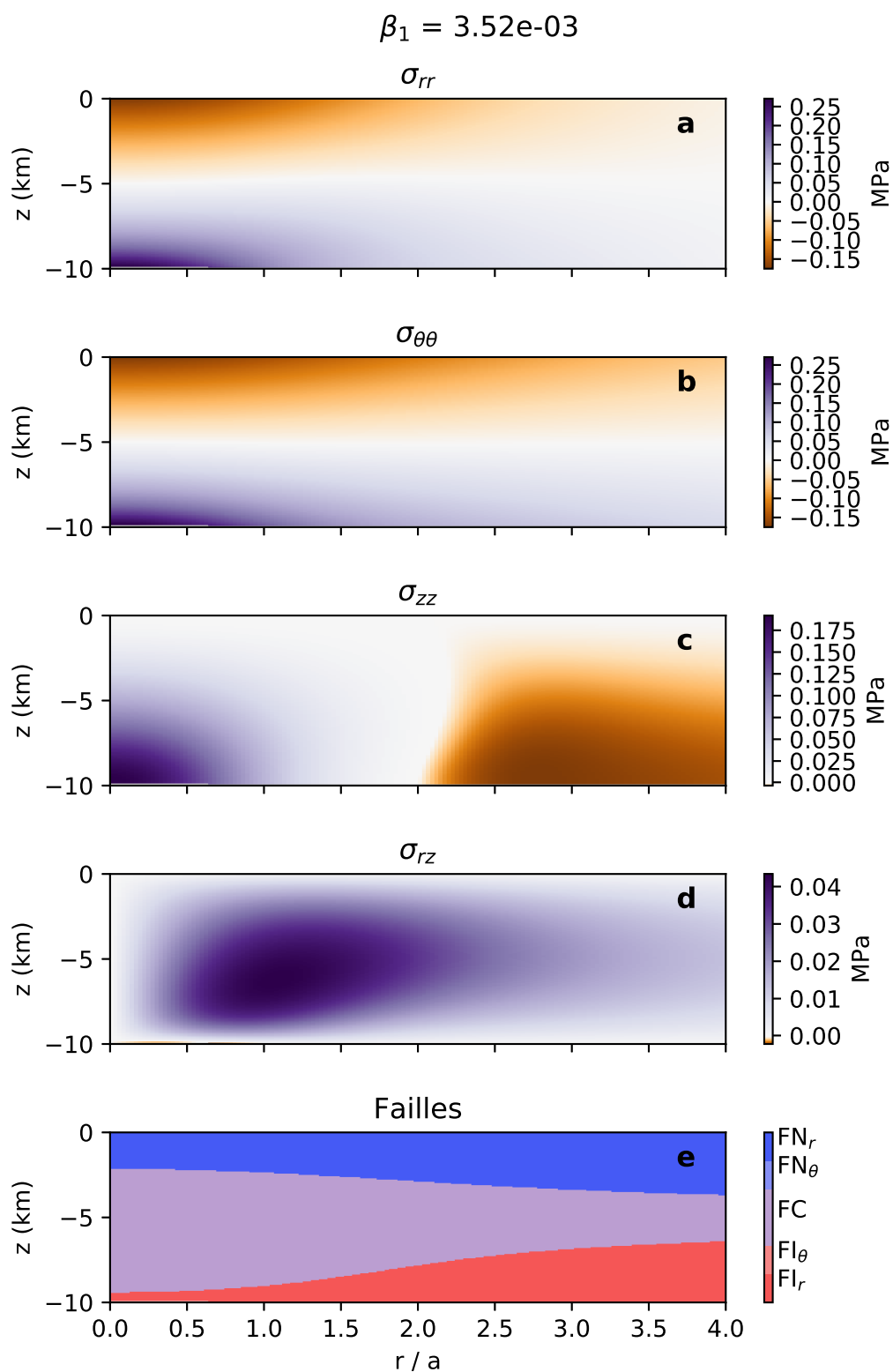


FIGURE 5.14 – Contrainte dans la plaque (**a**, **b**, **c**, **d**) et répartition des failles attendues (**e**) dans le cas où le système a un  $\beta_1$  de  $3,52 \cdot 10^{-3}$ . Il s'agit d'un cas irréaliste du point de vue géologique. La poussée du fluide est équilibrée par la rigidité élastique de la plaque.

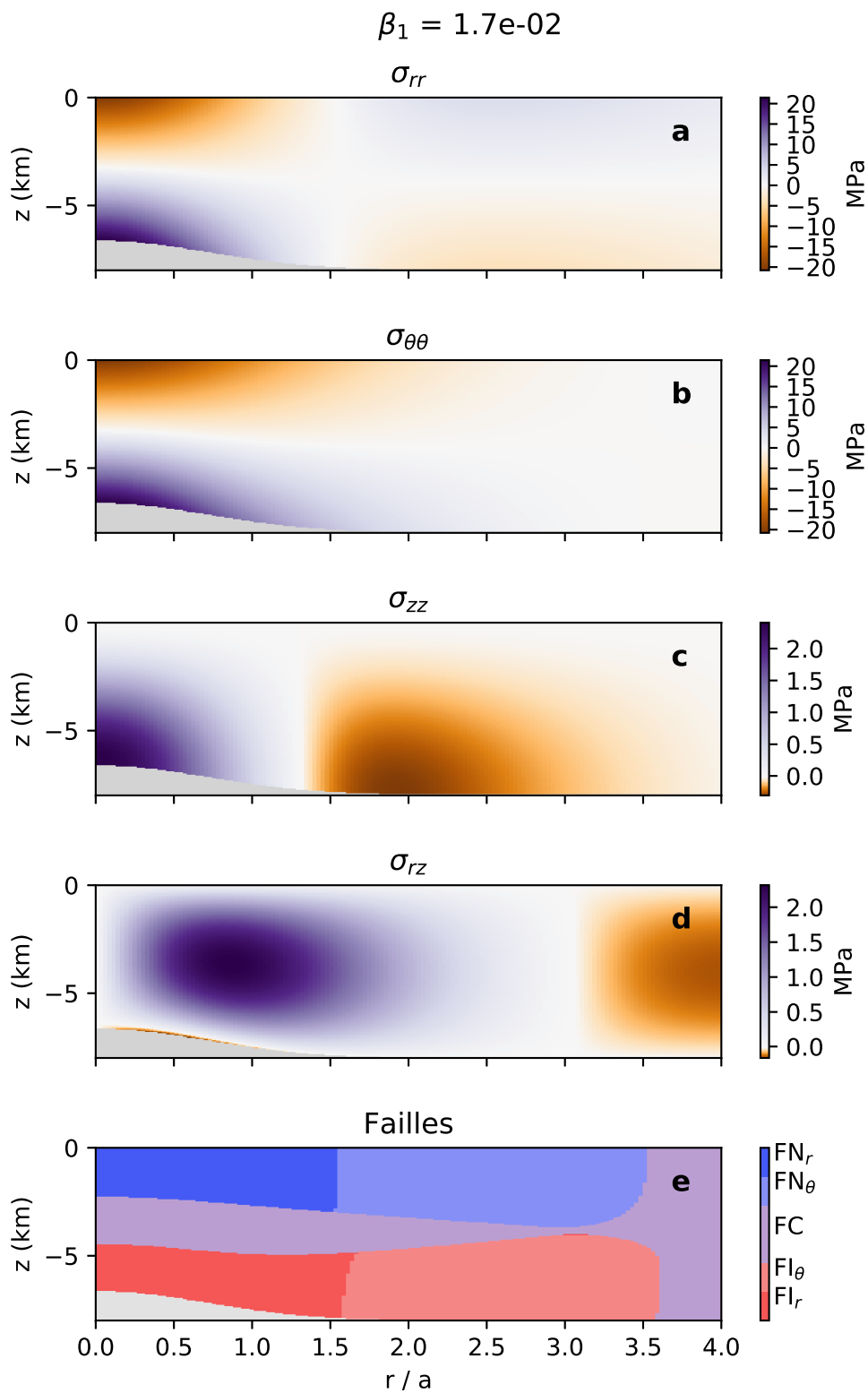


FIGURE 5.15 – Contrainte dans la plaque (**a**, **b**, **c**, **d**) et répartition des failles attendues (**e**) dans le cas où le système a un  $\beta_1$  de  $1,7 \cdot 10^{-2}$ .

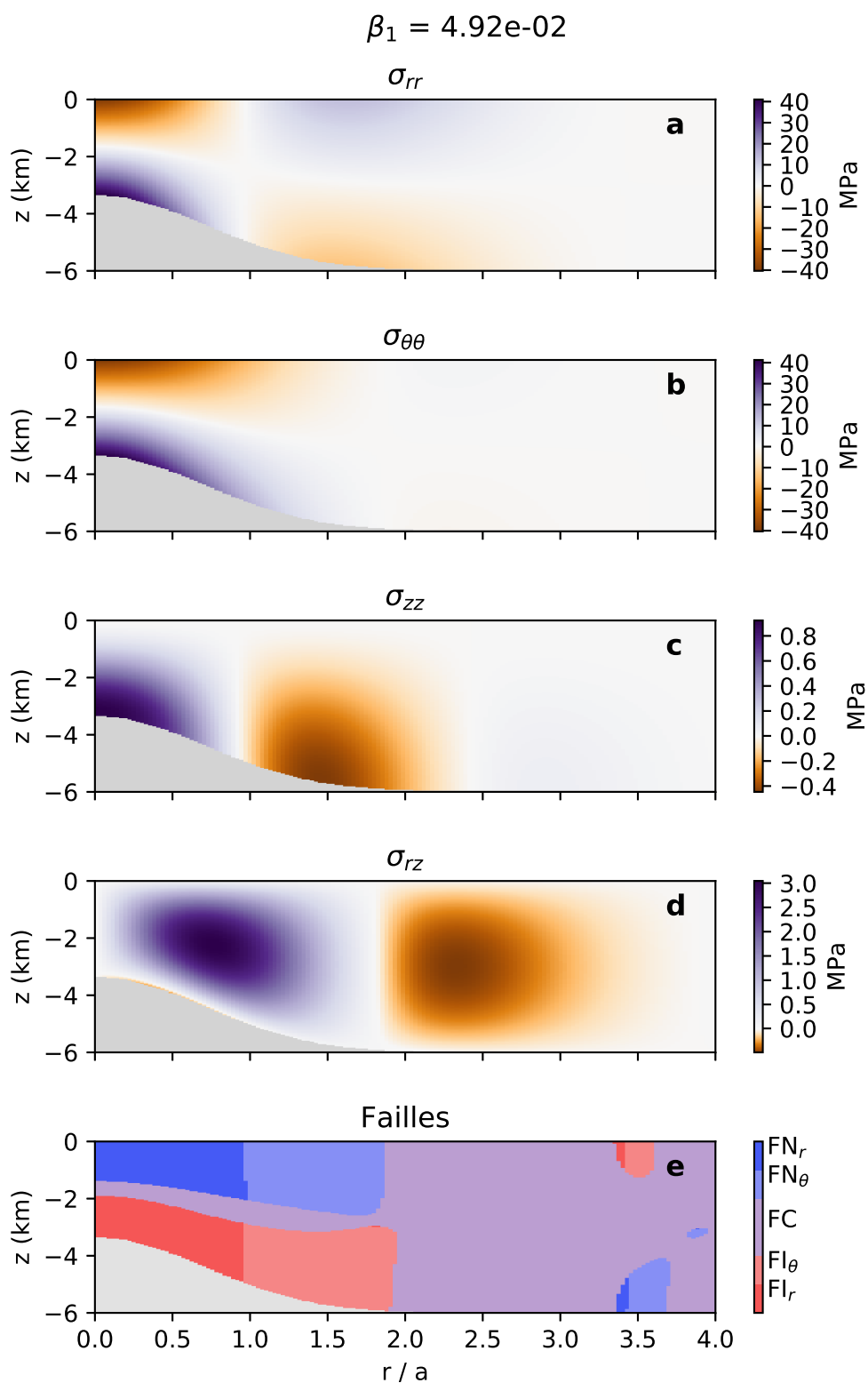


FIGURE 5.16 – Contrainte dans la plaque (**a**, **b**, **c**, **d**) et répartition des failles attendues (**e**) dans le cas où le système a un  $\beta_1$  de  $4,92 \cdot 10^{-2}$ .

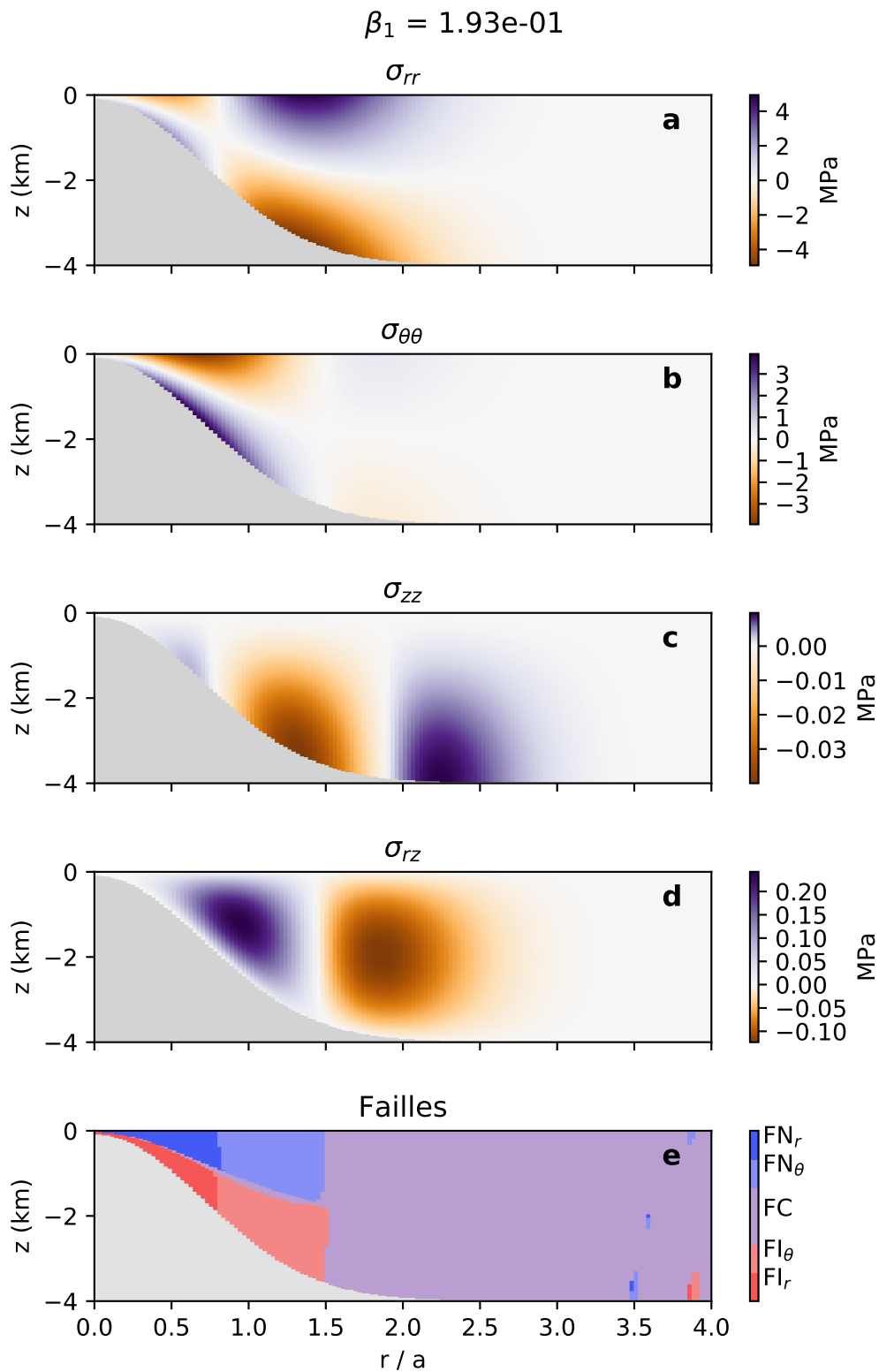


FIGURE 5.17 – Contrainte dans la plaque (**a**, **b**, **c**, **d**) et répartition des failles attendues (**e**) dans le cas où le système a un  $\beta_1$  de  $1,93 \cdot 10^{-1}$ . Il s’agit d’un cas irréaliste du point de vue géologique. La poussée du fluide est équilibrée par le poids de la portion de plaque soulevée.

La répartition des contraintes dans la plaque montre des similitudes entre les quatre cas :

Les contraintes radiales et circonférentielles, pour toutes les valeurs de  $\beta_1$ , ont une répartition verticale dans la plaque qui est symétrique par rapport au centre de la plaque élastique qui se situe en  $z = H(r)/2$  (a. et b. des figures 5.14 à 5.17). Cette répartition est classique dans le cas des déformations de plaque. Cependant, elle implique une zone de compression radiale et circonférentielle au toit de la chambre magmatique, alors que la zone d'extension se situe en surface. Cette répartition est inhabituelle par rapport à celle généralement calculée dans le cas des chambres magmatiques dans des modèles supposant que la chambre magmatique est située dans un demi-espace élastique.

La contrainte verticale permet d'avoir une idée de la répartition des déformations en surface (c. des figures 5.14 à 5.17). En effet, la zone de compression correspond à la zone où la plaque est soulevée, et la zone d'extension à celle où la plaque s'affaisse en réponse au soulèvement. Il est intéressant de noter que dans le cas de la figure 5.17, une seconde zone de compression est visible entre  $r/a = 2$  à  $r/a = 2,5$ . Ce cas correspond à un calcul irréaliste du point de vue géologique, néanmoins le code montre un petit soulèvement entre  $r/a = 2$  à  $r/a = 2,5$ . La réponse élastique d'une plaque n'implique pas forcément un seul soulèvement suivi d'un seul affaissement. Si la déformation est grande, il peut y avoir une succession de soulèvement et d'affaissement, ce qui est le cas ici. Les contraintes cisailantes sont réparties entre les zones de soulèvement et de subsidence (c. des figures 5.14 à 5.17).

Même si la forme du champ de contraintes est similaire entre les quatre calculs, la position radiale de ces composants change. Plus la force qui s'oppose à la poussée du magma est le poids de la plaque, moins le champ de contrainte est étendu radialement. Par exemple, le maximum de traction selon  $\sigma_{zz}$  passe de  $r \approx 3a$  pour  $\beta_1 = 3,52 \cdot 10^{-3}$  à  $r \approx 1,75a$  pour  $\beta_1 = 1,93 \cdot 10^{-1}$ .

Ce rapprochement vers  $r/a = 0$  est aussi visible sur la répartition des failles. La limite entre le domaine des failles orientées radialement et celles orientées uniaxialement se rapproche de  $r = 0$  lorsque  $\beta_1$  augmente. Entre  $\beta_1 = 1,7 \cdot 10^{-2}$  et  $\beta_1 = 4,92 \cdot 10^{-2}$  le domaine des failles uniaxiales arrive au niveau de la chambre magmatique.

### 5.2.3 Volumes atteints par les chambres magmatiques.

Dans le but de vérifier si des chambres formées dans les conditions de notre hypothèse peuvent produire des super-éruptions nous avons cherché à estimer à partir de quel volume une éruption pouvait se déclencher. Il est important de souligner deux choses. La

première est que ce calcul est au premier ordre et sert uniquement à donner une idée du volume nécessaire au déclenchement d'une éruption dans notre modèle. La seconde est que dans notre modèle la seule source de contrainte que la chambre exerce sur la plaque est la poussée due à sa flottabilité. Dans notre modèle, l'état des contraintes est considéré après la relaxation de toutes les contraintes dans le milieu ductile.

Nous supposons que les bords de la caldeira se forment là où la contrainte cisailante est maximum. En se basant sur les figures 5.15 et 5.16 nous situons cette limite entre  $r=0,7a$  et  $r=a$ . Ce qui signifie que le diamètre de la caldeira attendue en surface, notée  $L$ , varie entre  $1,4a$  et  $2a$  pour respectivement des  $\beta_1$  faibles et des  $\beta_1$  forts.

Le maximum de l'extension radiale est situé à  $r=0$  et  $z=0$ . Nous supposons que la plaque commencera à se fracturer, ce qui entraînera une éruption, lorsque l'extension radiale aura atteint une valeur entre -10 et -30 MPa. Le déclenchement de l'éruption sera au centre le long de failles radiales. Nous supposons que ce conduit central aboutira à la vidange complète de la chambre magmatique et donc à la formation d'une caldeira.

Pour estimer le volume atteint avant qu'une éruption se déclenche, nous fixons la demi-largeur de la chambre. Puis nous faisons lentement varier la hauteur de la chambre magmatique jusqu'à ce que  $\sigma_{rr}(r=0, z=0)$  atteigne -10 et -30 MPa. Le volume d'une gaussienne étant défini par  $V = a^2 T \pi$ , il est possible de calculer le volume atteint lorsque la plaque commence à se fracturer. Pour effectuer ces calculs nous avons pris :  $\rho_{up} = 1,24 \text{ kg.m}^{-3}$ ,  $\rho_m = 2400 \text{ kg.m}^{-3}$ ,  $\rho_c = 2700 \text{ kg.m}^{-3}$ ,  $H_0 = 5 \text{ km}$ ,  $E = 30 \text{ GPa}$  et  $\nu = 0,25$ .

La figure 5.18 montre les volumes atteints par la chambre en fonction de la taille de la caldeira potentiellement produite lorsque le critère de rupture est -10 MPa (courbes bleues) et -30MPa (courbes rouges). Ces volumes théoriques sont comparés avec les données publiées par [Caricchi et al. \(2014\)](#). Les courbes en trait plein correspondent aux volumes qui se sont formés si la taille de la caldeira est reliée à la demi-largeur de la chambre par  $L = 1,4a$ . Les courbes en pointillés correspondent au calcul où la taille de la caldeira est  $L = 2a$ . Plus la taille de la caldeira augmente plus  $\beta_1$  augmente. Il y a donc une transition entre les courbes en pointillés vers celle en trait plein lorsque  $L$  augmente. L'ensemble des hauteurs de chambre maximales correspondantes sont comprises entre  $T = 0,5 \text{ km}$  et  $T = 2 \text{ km}$ .

Cette figure montre qu'au premier ordre notre modèle reproduit les données compilées par [Caricchi et al. \(2014\)](#). Cependant, pour discuter plus précisément des volumes atteints par les chambres magmatiques lors du déclenchement de super-éruption plusieurs points sont à préciser. Premièrement la relation entre la demi-largeur de la chambre magmatique

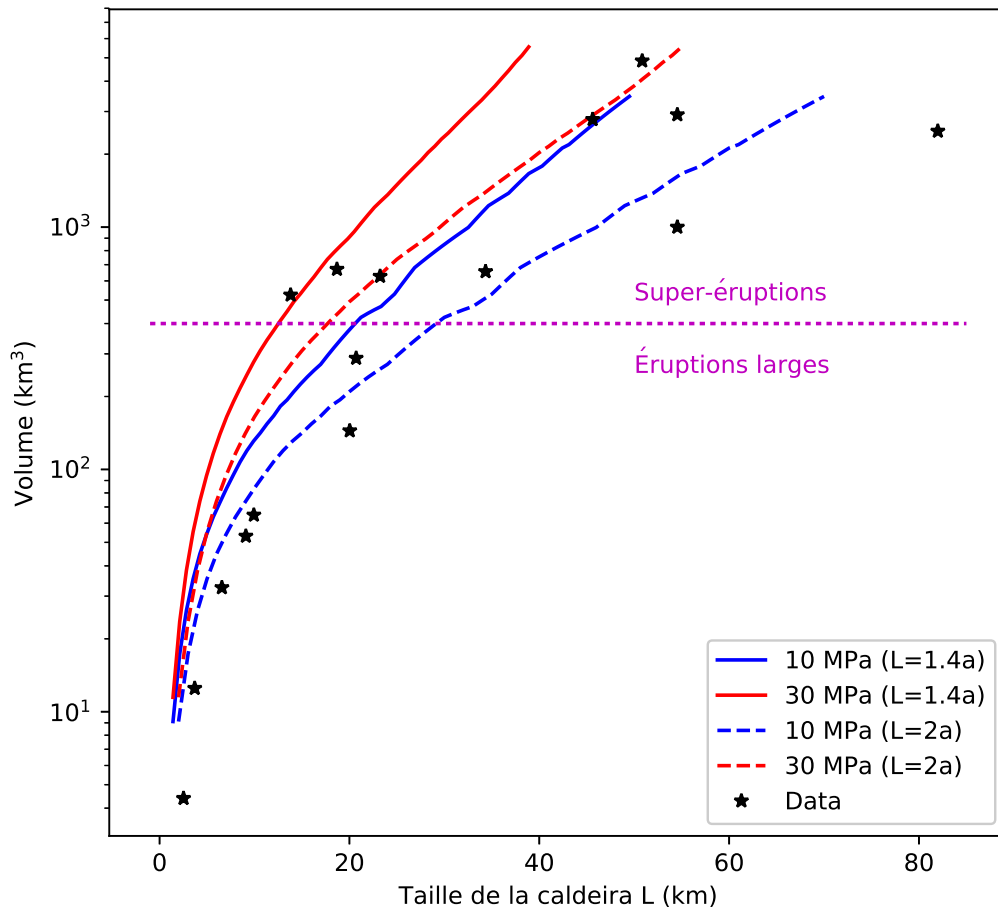


FIGURE 5.18 – Estimation du volume atteint par la chambre magmatique avant de provoquer la cassure de la plaque et donc le déclenchement d’une éruption. Le déclenchement de l’éruption est estimé par un critère sur  $\sigma_{rr}(r = 0, z = 0)$ . Ces critères sont -10MPa (courbe bleue) et -30MPa (courbe rouge). La taille de la caldeira peut être reliée à la demi-largeur par  $L = 1,4a$  ou  $L = 2a$  en fonction de la valeur de  $\beta_1$ . À mesure que  $L$  augmente  $\beta_1$  change et il doit y avoir une transition de  $L = 2a$  et  $L = 1,4a$ .

et celle de la caldeira. Nous supposons ici que les bords de la caldeira se forment là où la contrainte cisailante est maximale, mais cela reste au premier ordre. Deuxièmement, les poids des édifices volcaniques et les contraintes dues au contexte tectonique global ne sont pas pris en compte. Or, l’un comme l’autre, ont un effet sur le champ de contrainte aux abords de la chambre magmatique (Pinel and Jaupart, 2005; Galgana et al., 2009; Pinel, 2011; Corbi et al., 2016).

Il faut préciser ici que notre modèle ne nécessite pas une pression négative dans la chambre magmatique pour former une caldeira. La plaque est déformée par la flottabilité du magma. C’est cette même flottabilité qui maintient en place le toit de la chambre

magmatique. Lors de l'éruption si une fracture circulaire se forme et délimite une caldeira, le toit de la chambre magmatique s'effondrera à mesure que la diminution du magma dans la chambre arrêtera de le supporter.

## 5.2.4 Perspective

La première perspective consisterait à prendre en compte les contraintes dues à la tectonique régionale, ainsi que prendre en compte le poids des édifices volcaniques. Cependant, deux points montrent qu'il serait intéressant de poursuivre le travail sur ce modèle.

### Failles uniaxiales

Notre modèle produit des failles normales orientées selon  $\vec{\theta}$ . Entre  $\beta_1=1,7.10^{-2}$  et  $\beta_1=4,92.10^{-2}$  les failles orientées selon  $\vec{\theta}$  commencent à se former au-dessus de la chambre magmatique. C'est la situation qui peut correspondre à la formation d'une caldeira. Cette répartition de faille due à un modèle de plaque peut être importante pour la compréhension de la formation des caldeiras.

Nos calculs ont montré qu'une fois que les contraintes dans le milieu ductile se sont relaxées, les contraintes dans la plaque, qui sont produites par la flottabilité de la chambre magmatique, peuvent atteindre 40 MPa (cas de  $\beta_1=4,92.10^{-2}$ ). Or, les contraintes dans la partie ductile de la croûte se relaxent rapidement en comparaison du temps de vie de ces systèmes. L'effet de la poussée de la chambre sur la partie élastique et cassante de la croûte n'est donc pas négligeable. Il faudrait combiner cet effet avec les autres sources de contraintes dans la plaque pour vérifier si les failles orientées selon  $\vec{\theta}$  continuent à se former au-dessus de la chambre magmatique.

### Essaim sismique de 1985 au Yellowstone, États-Unis

Dans un modèle de plaque, les contraintes radiales et circonférentielles sont maximales en haut et en bas de la plaque et nulles au centre. Radialement, ces contraintes sont maximales en  $r=0$  et décroissent alors que  $r$  augmente. Cette distribution des contraintes peut aider à expliquer la formation d'essaim sismique comme celui de 1985.

Entre 1923 et 1984, le sol au niveau de la caldeira se soulevait. À partir de 1984, les déformations se sont inversées et le sol a commencé à s'affaisser. En 1985, plus de 3000 séismes ont été enregistrés entre le mois d'octobre et le mois de décembre. Cet essaim sismique survient juste après l'inversion des déformations au niveau du Yellowstone. La propagation des séismes lors de cet essaim a été vers le Nord Ouest, en s'éloignant de la caldeira à une vitesse d'environ 150 m par jours. Les séismes ont commencé proche de la surface et se sont propagés vers le bas à une vitesse de 25 m par jours (Waite and Smith, 2002).



Ce phénomène est cohérent avec les calculs au premier ordre de notre modèle. Notre modèle prévoit une extension maximale à la surface et une compression maximale au toit de la chambre. On s'attend donc à ce que la première instabilité pour former un conduit se déclenche en haut de la plaque, et non pas au niveau de la chambre.

### 5.3 Conclusion générale du chapitre

En nous basant sur l'état thermique de la croûte et la faible masse volumique des magmas siliciques, nous supposons qu'il remonte sous l'effet de leur flottabilité positive au travers de la croûte jusqu'à la transition fragile-ductile. Cette transition, en stoppant la remontée du magma, provoque le stockage de celui-ci. Comme la remontée du magma sous forme de diapir est lente, les contraintes dans le milieu ductile vont être relaxées presque à la même vitesse. Selon notre hypothèse, le problème des contraintes produites par une chambre magmatique stockée à l'interface ductile fragile doit plus être vu du point de vue d'un modèle de plaque que du point de vue d'une source pressurisée dans un demi-espace élastique. Pour valider notre hypothèse, nous avons comparé des observations faites sur des systèmes naturels avec notre modèle. Trois principaux points montrent que ce modèle mérite plus d'investigation.

Dans un premier temps, nous nous sommes concentrés sur le cas du volcan Uturuncu. Depuis 1992, centré sur le volcan, un soulèvement bordé par une subsidence est observé. En tout, 1681 inversions ont été faites, 338 ont permis de déterminer une source, dont 248 reproduisent correctement les déformations. Cela correspond à une large gamme de valeur pour les paramètres physiques de la plaque et de la source. En résumé, il est possible de trouver une source qui reproduit les déformations si la plaque est fine ou si la flottabilité de la source est forte devant la rigidité de la plaque. Notre modèle permet de bien reproduire le maximum de soulèvement et la répartition radiale de la zone de soulèvement et d'affaissement. Le maximum d'affaissement est moins bien reproduit, mais l'écart reste inférieur aux barres d'erreur données par [Henderson and Pritchard \(2017\)](#).

Nous proposons donc que les déformations observées au niveau de l'Uturuncu soient dues à la lente arrivée d'un diapir sous la plaque. La flottabilité du diapir pousse sur la plaque ce qui provoque son soulèvement. La subsidence autour du soulèvement est due à la réponse élastique de la plaque. L'augmentation de l'épaisseur de magma sous la plaque qui permet de reproduire les données est entre  $0,6 \text{ m.an}^{-1}$  et  $0,083 \text{ m.an}^{-1}$ . Ces vitesses sont du même ordre de grandeur que celles calculées par [Burov et al. \(2003\)](#) dans le cas d'un diapir remontant au travers de la partie ductile de la croûte.

Ensuite, nous nous sommes intéressés aux contraintes générées dans la plaque et la répartition des failles attendues au vu de ce champ de contraintes. Les contraintes produites sont typiques de celles produites dans le cas d'un modèle de plaque. Les contraintes circonférentielles et radiales sont maxima en haut et en bas de la plaque et nulles au centre. Il y a une extension en  $z = 0$  alors que le toit de la chambre en  $z = -H(r)$  est soumis à une compression. Les contraintes cisailantes sont maximales au centre de la plaque à une position radiale située entre  $r = 0,7a$  et  $r = a$ .

Lorsque la poussée du fluide est de plus en plus équilibrée par le poids de la plaque soulevée et de moins en moins par la rigidité de la plaque élastique, le champ de contrainte se resserre de plus en plus autour de  $r = 0$ . À partir d'un certain point, qui reste à déterminer précisément, des failles normales et inverses orientées selon  $\vec{\theta}$  se créent au-dessus des bords de la chambre magmatique. Ce point peut être important pour comprendre comment se forment les caldeiras lors des éruptions massives des grands systèmes siliciques.

La répartition des contraintes peut aider à comprendre la propagation des essaims sismique comme celui de 1985 au Yellowstone, États-Unis. Cet essaim de séismes s'est propagé en s'éloignant de la caldeira et de la surface vers le bas. Les contraintes sont maximales en  $r = 0$  et en  $z = 0$  ainsi qu'en  $z = -H(r)$ . Elles décroissent à mesure que  $r$  augmente et que  $z$  tend vers  $-0,5H(r)$ . Cela peut expliquer la naissance d'un essaim sismique en surface proche de la caldeira, puis son déplacement en profondeur tout en s'éloignant de la caldeira.

Enfin, nous avons fait un calcul au premier ordre pour estimer le volume atteint par la chambre magmatique avant que l'éruption ne se déclenche. En assumant que les bords de la caldeira se formeraient là où la contrainte cisailante est maximale, nous relierons la largeur de la caldeira  $L$  à la demi-largeur de la source  $a$  par la relation  $L = 2a$  ou  $L = 1,7a$ . Lorsque les contraintes en  $r = 0$  et  $z = 0$  atteignent une valeur seuil, nous estimons qu'un conduit central peut s'ouvrir et que l'éruption peut démarrer. Les volumes atteints par la chambre magmatique en fonction de la taille de la caldeira produite sont similaires aux données compilées par [Caricchi et al. \(2014\)](#).

Selon notre hypothèse sur la formation des chambres magmatiques, la seule pression exercée sur la roche élastique et cassante est la flottabilité du magma. Ces calculs montrent que la flottabilité est suffisante pour provoquer des contraintes de l'ordre de 10 à 30 MPa. Or, ces valeurs sont souvent prises comme critère de rupture. Au premier ordre, ces calculs montrent également que les volumes nécessaires à produire ces contraintes, en fonction de la taille de la potentielle caldeira, sont similaires à ceux reconstruits pour des éruptions passées.

Au vu de ces résultats, nous pensons que l'arrêt de la remontée du magma par la transition fragile-ductile dans la croûte continentale est un mécanisme plausible. Une perspective ressort aussi bien du travail sur l'Uturuncu que celui sur les contraintes de manière plus générale. Il s'agit de la nécessité de prendre en compte les contraintes dues à la tectonique globale de la région et si cela est nécessaire de prendre également en compte les contraintes générées par le poids des édifices volcaniques à la surface de la plaque élastique.

Une seconde perspective serait d'affiner nos critères sur le lien entre la demi-largeur de la caldeira et la largeur de la caldeira produite. Puis en affinant notre réflexion sur le déclenchement des éruptions, nous pourrions approfondir la discussion que nous avons eu sur les volumes atteints par la chambre lors du déclenchement de celle-ci.

## CHAPITRE 6

---

### Conclusions et perspectives générales de la thèse

---

Dans cette thèse, nous avons étudié la formation des chambres magmatiques siliciques dans la croûte continentale. Notre hypothèse est que la remontée du magma est arrêtée à l'interface ductile fragile, ce qui provoque la formation d'une zone de stockage. La géométrie du stockage supposé est résumée sur la figure 6.1.

Pour valider notre hypothèse sur la formation des chambres magmatiques siliciques, nous avons développé trois axes : un théorique, un expérimental et un géologique. Les résultats de ces trois axes sont résumés ici. Les deux questions qui ont été posées dans l'introduction sont ensuite discutées. Enfin, les perspectives et les améliorations possibles sont discutées axe par axe.

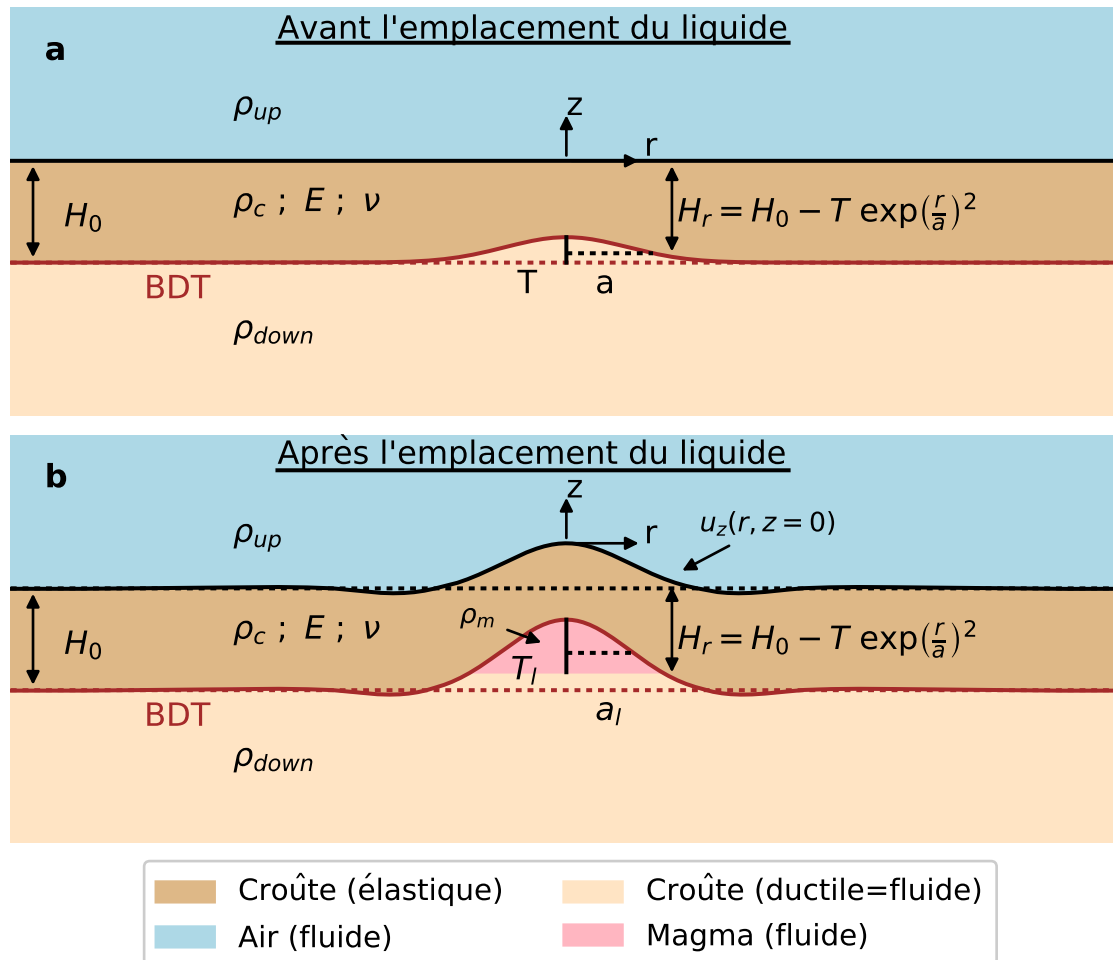


FIGURE 6.1 – Représentation schématique du stockage supposé et de la géométrie de la plaque avant l'arrivée du liquide. *BDT* : *Brittle Ductile Transition* (transition fragile-ductile). **a** : Géométrie de la plaque avant l'arrivée du liquide. **b** Déformation produite après la mise en place du liquide. Le déplacement vertical  $u_z$  est exagéré de manière à mettre en évidence la subsidence autour de la zone de soulèvement.

## 6.1 Résultats obtenus pour les trois axes de la thèse

Dans cette section sont résumés pour chacun des trois axes ce qui a été effectué ainsi que les résultats majeurs obtenus au cours de cette thèse.

### 6.1.1 Axe théorique

Le premier axe de la thèse était centré sur la mise en place d'un modèle de plaque. Puis, sur l'écriture de code numérique permettant le calcul des déplacements et des contraintes produits par une chambre de magma formée à l'interface fragile ductile. Les principaux

résultats sont résumés ci-dessous.

### **Modèle de déformation de plaque**

Un modèle de déformation de plaque a été mis en place au cours de cette thèse, pour décrire les déformations et le champ de contrainte produits par un liquide se stockant sous une plaque élastique d'épaisseur variable. Il a été adapté d'un modèle publié par Melosh (1976, 1978). Ce modèle a l'avantage de ne pas nécessiter de se placer dans l'approximation "plaque fine", la largeur caractéristique de la déformation n'a pas à être grande par rapport à l'épaisseur de la plaque.

Contrairement au modèle initial de Melosh (1978), notre modèle comporte une plaque d'épaisseur variable. Il a été montré que tant que la pente du bas de la plaque était dans l'approximation des petits angles, les équations générales du champ de contrainte dans une plaque données par Melosh (1978) sont valides. Il a été possible de relier ce critère au rapport d'aspect du bas de la plaque, et donc de la source. Selon la limite de validité que nous avons choisie, ce modèle peut être utilisé en gardant une bonne précision tant que le rapport d'aspect de la source est inférieur à 0,268.

La poussée du liquide sur la plaque s'exerce perpendiculairement à la surface de celle-ci. La contrainte appliquée a donc été décomposée en deux parties. Une première partie est une contrainte purement verticale  $\sigma_{zz}^{appl}(r)$ , qui est appliquée au bas de la plaque. La seconde est une sorte de correction qui traduit le fait que la contrainte appliquée n'est pas purement verticale. Cet effet est calculé par l'application d'une contrainte cisailante au bas de la plaque  $\sigma_{rz}^{appl}(r)$ .

De par la manière dont sont définies les conditions aux limites, le modèle ne calcule pas les déplacements et les contraintes dus à  $\sigma_{zz}^{appl}(r)$  et  $\sigma_{rz}^{appl}(r)$ , mais ceux dus à  $\sigma_{zz}^{eff}(r)$  et  $\sigma_{rz}^{eff}(r)$ . Ces contraintes effectives sont les contraintes  $\sigma_{zz}^{appl}(r)$  et  $\sigma_{rz}^{appl}(r)$  corrigées du fait qu'une fois la plaque déformée, la poussée due au poids de la portion de plaque soulevée s'oppose à la poussée du liquide. Grâce au principe d'élasticité linéaire, les déplacements totaux et le champ de contraintes totales dans la plaque sont obtenus en sommant ceux dus à  $\sigma_{zz}^{eff}(r)$  et ceux dus à  $\sigma_{rz}^{eff}(r)$ .

### **Adimensionnement des équations et nombres sans dimension du problème**

L'adimensionnement des équations a également été réalisé ce qui a permis de mettre en avant les quatre nombres sans dimension du problème :

$T'$  Il s'agit du rapport d'aspect du bas de la plaque, qui est aussi le rapport d'aspect

de la source.

$H'_0$  Il s'agit du rapport entre l'épaisseur maximale de la plaque élastique  $H_0$  et la demi-largeur de la source  $a$ . Il quantifie la manière dont la contrainte produite par le fluide est appliquée sur la plaque ( $H'_0 \rightarrow \infty$  : Point source).

$\beta_1$  Il correspond au rapport entre le poids de la plaque et ses paramètres élastiques. Il quantifie la manière dont la plaque s'oppose à la poussée du liquide. Si  $\beta_1$  est élevé, c'est principalement le poids de la portion de plaque soulevée qui s'équilibre avec la poussée du fluide. Si  $\beta_1$  est faible, c'est principalement la rigidité élastique de la plaque qui s'oppose à la poussée du fluide.

$\beta_2$  Il correspond au rapport entre la flottabilité du liquide stocké sous la plaque et les paramètres élastiques de cette dernière. Il quantifie l'effet dominant entre la flottabilité du fluide stocké sous la plaque et la rigidité de celle-ci. Si  $\beta_2$  est élevé, la flottabilité du liquide stocké sous la plaque est forte par rapport au module élastique de cette dernière ; et inversement si  $\beta_2$  est faible.

Ces quatre nombres sans dimension sont indépendants les uns des autres et rassemblent l'ensemble des 13 paramètres d'entrée de notre modèle.

### Écriture de code pour résoudre le modèle

Deux fichiers en langage Python ont été écrits. Ils contiennent des fonctions qui résolvent les équations du modèle. Un fichier de 591 lignes, contenant 25 fonctions, permet de calculer les déplacements et les contraintes grâce aux équations non adimensionnées du modèle. Un autre fichier, de 732 lignes contenant 27 fonctions, permet quant à lui de calculer les déplacements et les contraintes grâce aux équations adimensionnées du modèle. Le coeur du calcul est l'intégration sur le nombre d'onde  $k$ . Elle est réalisée grâce à la fonction `scipy.integrate.quad()` du langage Python. Dans chacun de ces fichiers, seules 6 fonctions sont réellement appelées par l'utilisateur pour calculer les déplacements et les contraintes. Ces fonctions renvoient dans l'ordre le déplacement ou la contrainte totale, celui ou celle dû à  $\sigma_{zz}^{eff}(r)$  et celui ou celle dû à  $\sigma_{rz}^{eff}(r)$ .

Comme ce modèle est proche d'une solution analytique, seule l'intégration sur le nombre d'onde  $k$  est réalisée numériquement. Il est donc possible de calculer les déplacements et les contraintes aussi bien en un seul point que dans l'ensemble de la plaque. Cette particularité permet d'accélérer les tests numériques en restreignant la zone de calcul à la seule zone d'intérêt. Il est par exemple possible de calculer uniquement les contraintes en  $z = 0$  alors que la contrainte est appliquée en  $z = -H_r$ .

Les bornes d'intégrations ont été posées grâce au paramètre  $b_{zz}(k)$  et  $b_{rz}(k)$  qui pondèrent

les équations des contraintes et des déplacements respectivement dus à  $\sigma_{zz}^{eff}(r)$  et  $\sigma_{rz}^{eff}(r)$ . Ces bornes d'intégration sont  $k_{min} = \frac{0,02}{a}$  et  $k_{max} = \frac{11}{a}$ .

La comparaison entre les résultats des fonctions des codes résolvant les équations adimensionnées et non adimensionnées montre que les deux codes donnent bien les mêmes résultats. Dans l'ensemble de la thèse, ce sont les fonctions résolvant les équations adimensionnées qui ont été utilisées.

### **Test du modèle par des simulations numériques**

Les codes numériques ont été utilisés pour réaliser un ensemble de tests qui ont permis de mettre en évidence le comportement du modèle lors de la variation des différents paramètres physiques qui le composent.

Un point important est que, bien qu'en étant indépendant les uns des autres,  $\beta_1$  suit la variation de  $\beta_2$  et  $H'_0$ . La valeur de  $\beta_1$  maximale est atteinte lorsque  $\beta_2$  est maximum et  $H'_0$  minimum. Inversement, la valeur de  $\beta_1$  minimum est atteinte lorsqu'  $\beta_2$  est minimum et  $H'_0$  maximum. À l'exception de la masse volumique du milieu au-dessus de la plaque, contenu dans  $\beta_1$ ,  $\beta_2$  et  $H'_0$  contiennent tous les paramètres physiques du modèle. Le fait que  $\beta_1$  suive leur variation indique que l'on peut étudier indirectement les effets de la variation de tous les paramètres du modèle juste en faisant varier  $\beta_1$ .

Ces tests numériques ont également montré que plus la variation d'épaisseur au bas de la plaque est importante et étroite, *i.e.* plus  $T'$  est grand, plus la contribution des déplacements et des contraintes dus à  $\sigma_{rz}^{eff}(r)$  sera importante. Cette correction permet de traduire le fait que la poussée du fluide est appliquée là où l'épaisseur de la plaque est réduite. Cette zone correspond à une zone de faiblesse dans la plaque, ce qui facilite sa pliure. Cette pliure a pour effet de rapprocher très légèrement les bords du creux que forme la variation d'épaisseur. Cela a également pour effet d'augmenter l'amplitude de la déformation. Les tests ont montré que plus la plaque était rigide moins cet effet de pliure était important. Ils ont également montré que, par rapport à une plaque d'épaisseur constante, l'effet de la présence d'une pente au bas de la plaque modifie de la même manière les déplacements et les contraintes.

## **6.1.2 Axe expérimental**

Le deuxième axe était centré sur le test du modèle mis en place par des expériences de laboratoire. Pour cela, le stockage a été recréé de manière simplifiée dans une cuve. Un fluide avec une flottabilité positive remontait au travers d'une couche liquide de sucre, et



était arrêté par une plaque de gélatine. Cette configuration représente le magma remontant sous forme de diapir au travers de la partie ductile de la croûte et s'arrêtant à l'interface entre la partie ductile et élastique de la croûte.

### **Validation de la modification faite à l'hypothèse de départ**

Au départ, nous considérons une plaque d'épaisseur constante sous laquelle venait se stocker un liquide avec une flottabilité positive. Cependant, les codes étaient capables de reproduire les données expérimentales, mais pas les données de déformations issues du volcan Uturuncu, Bolivie.

Des expériences de laboratoire ont été réalisées en modifiant le montage pour se rapprocher de celui supposé dans les cas naturels. Les expériences ont montré qu'effectivement le liquide s'étalait sous une plaque d'épaisseur constante et qu'il n'était donc pas possible de former une zone de stockage statique sous une telle plaque.

Les expériences ont mis en évidence le fait que la flottabilité du liquide n'est pas suffisante pour permettre au magma de se faire une place dans la croûte en déformant la partie élastique. Le liquide doit nécessairement remplir une variation dans la profondeur de la transition fragile-ductile. Pour permettre le stockage d'un liquide sous une plaque, nous sommes arrivés à la conclusion que le bas de la plaque devait avoir une forme convexe vers le haut et que le liquide venait se stocker dans ce creux.

### **Mise en place d'un montage et d'un protocole expérimental**

Le montage expérimental décrit au chapitre 4 a été mis en place au cours de la thèse. Dans sa version finale, il permet de mesurer conjointement les déformations produites par un liquide stocké sous une plaque et la répartition de celui-ci. Il est donc possible de mesurer à la fois la déformation et la forme de la source de cette déformation. La mesure de la déformation a une précision de 0,05 mm. Les déformations mesurées varient entre  $0,2 \pm 0,05$  et  $1,5 \pm 0,05$  mm. Il n'a pas été possible de définir précisément une barre d'erreur sur les données de colorimétrie, cependant au vu de toutes les sources de bruit sur cette mesure nous l'avons fixée à 1 mm. Les épaisseurs de liquide mesurées sont de l'ordre de 1 à 8 mm. En tout, 12 expériences ont été réalisées. Sur ces 12 expériences, 7 ont produit des données utilisables.

### **Écriture et adaptation de codes pour le traitement des données**

Une routine de code a été, soit adaptée, soit écrite, afin d'automatiser au maximum le traitement de nos données. Ces codes sont au nombre de 6. Ils sont détaillés à l'annexe

H page 217. Grâce à eux, les données peuvent être rapidement dépouillées. Néanmoins, l'inversion des données de déformations tout en reproduisant au mieux les volumes dure environ 6h par injection.

### **Test du modèle par les expériences de laboratoire**

Les expériences de laboratoire ont permis de tester le modèle. Pour cela, une inversion des déformations en surface a été faite afin de retrouver la source qui en était à l'origine. Le volume de la source déterminée par l'inversion et sa forme étaient ensuite comparés aux valeurs mesurées. Parmi toutes les expériences réalisées, seules quelques injections reproduisent bien à la fois le volume et la forme. Plus le volume injecté augmente, moins le volume est correctement déterminé par le code. Cependant, deux expériences montrent la tendance inverse, leurs volumes sont moins bien reproduits pour les faibles volumes que pour les plus importants.

Pour plusieurs expériences ayant été faites a priori dans les mêmes conditions expérimentales, le code donne des volumes différents. Le cas le plus marquant est celui des expériences numéro IX, XI et XII. Les masses volumiques sont presque identiques, l'épaisseur initiale de la plaque est la même et l'écart entre le volume de leurs premières injections est inférieur à 1 ml. Pourtant le code trouve des sources avec un volume entre 8 et 16 ml lors de l'inversion des déformations de surface. L'analyse de ce problème est toujours en cours.

Nous pensons que le problème peut venir de la reproduction du disque de liquide qui s'étale sous la plaque. Les données de colorimétrie montrent que lors de l'inversion, le code ne produit pas un disque de liquide suffisamment étendu radialement. Or, comme le rayon est grand, même si l'épaisseur est faible, nous sous-estimons grandement le volume. C'est ce qui peut expliquer pourquoi, dans la majorité de nos expériences, le volume est de moins en moins bien reproduit au fur et à mesure des injections. De plus, dans le cas des expériences IV et X, il a été montré que le liquide s'étalait préférentiellement hors de la zone d'observation. Or, le modèle suppose une symétrie axiale. Ce qui provoque une sous-estimation des volumes.

L'écart entre les volumes des expériences IX, XI et XII peut être expliqué par le fait que le creux au bas de la plaque n'a pas toujours la même taille. En effet, même si la puissance et le temps de chauffage utilisés pour refondre la gélatine sont toujours les mêmes, le creux produit ne l'est pas toujours. Plus le creux est petit, plus un volume important de liquide s'étalera sous forme de disque sous la plaque. C'est ce qui peut expliquer la différence dans la détermination des volumes des expériences IX, XI et XII qui a été expliquée un peu plus tôt. La plus grande source de variation entre ces expériences est la

forme du creux à la base de la plaque. Nous pensons donc que l'erreur sur la reproduction des volumes vient de l'inversion du liquide qui s'étale sous la plaque.

Or, nous cherchions à valider le stockage statique d'un liquide remplissant un creux au bas de la plaque. Ce qui correspond aux cas des premières injections, qui sont aussi celles où le volume est mieux reproduit. Nous avons donc décidé d'appliquer notre modèle à des cas géologiques.

Une manière de corriger ce problème serait de contrôler la forme du creux très précisément. Un système de moule a donc été imaginé. Ce système est détaillé dans la partie des perspectives, car il n'a pas été possible de le mettre en place dans le temps imparti.

### **6.1.3 Axe de l'application aux données géologiques**

Le dernier axe de la thèse consistait à confronter notre modèle à des données issues de cas naturels afin de valider notre hypothèse de départ. L'idée étant que si le code peut reproduire des signaux observés dans un contexte géologique correspondant à notre hypothèse, sur la base de la discussion que nous avons faite sur les mécanismes d'arrêt, il se peut que les signaux proviennent de la formation d'une chambre à l'interface ductile fragile.

#### **Reproduction des déformations observées au volcan Uturuncu avec notre modèle**

Les déformations publiées par [Henderson and Pritchard \(2017\)](#) dans cette région ont fait l'objet d'une inversion grâce à notre modèle. Depuis 1992, un soulèvement bordé par une subsidence est observé. En tout, 1681 inversions ont été réalisées afin de tester toutes les valeurs possibles pour les différents paramètres. Pour chacune des inversions, cinq points ont été testés. Pour 338 inversions sur les 1681 il a été possible de déterminer une source qui reproduit correctement le maximum de soulèvement et la répartition radiale entre la zone de soulèvement et la zone de subsidence. Ces 338 cas correspondent à de larges gammes de valeurs pour les différents paramètres physiques qui composent le modèle. L'amplitude de la subsidence est moins bien reproduite, mais la valeur calculée par le code reste dans les barres d'erreur données par [Henderson and Pritchard \(2017\)](#). Cependant, les déplacements radiaux eux sont moins bien reproduits par notre modèle. Nous pensons que cela vient du fait que nous considérons une plaque simplifiée qui est purement élastique, homogène et isotrope.

#### **Calcul des contraintes générées par ces stockages dans la plaque**

Les contraintes dans la plaque due à la poussée de la chambre magmatique ont été calculées. Ces contraintes correspondent aux contraintes dans la plaque après la relaxation

des contraintes dans le milieu ductile. Cette relaxation est rapide devant le temps de vie de ces systèmes. Ces calculs ont produit plusieurs résultats résumés dans la conclusion générale du chapitre 5. Nous résumons ici les deux plus importants.

Premièrement, notre résultat le plus important est que lorsqu'on considère les contraintes au-dessus de la chambre magmatique du point de vue d'un modèle de plaque. Les contraintes générées produisent une zone de fracturation où les failles sont orientées selon  $\vec{\theta}$ . Ce qui signifie qu'elles sont circulaires, et que le centre du cercle formé par ces failles est le centre de la déformation. Lorsque la flottabilité de la source augmente, cette zone de fracturation, de géométrie circulaire, se déplace jusqu'à être au-dessus des bords de la chambre magmatique. Ce point peut être important pour la compréhension des mécanismes qui amène à la formation des caldeiras. De plus, les contraintes générées par la flottabilité de la chambre magmatique sont de l'ordre de la dizaine de mégas Pascal. Cet ordre de grandeur pour les contraintes est souvent cité comme étant l'ordre de grandeurs des contraintes nécessaire pour déclencher une éruption.

Deuxièmement, nous avons effectué un calcul au premier ordre pour estimer le volume atteint par la chambre au moment du déclenchement d'une potentielle éruption qui mènerait à la formation d'une caldeira. Ces calculs ont montré que les volumes produits par le code, en fonction de la taille de la potentielle caldeira, correspondent à ceux qui ont été documentés pour des éruptions passées.

## 6.2 Discussion des deux questions de départ

En se basant sur les propriétés physiques de la croûte dans ces régions et sur celle des magmas siliciques, l'hypothèse la plus probable était que les chambres magmatiques peu profondes se forment lorsque la remontée du magma est stoppée par la transition fragile-ductile dans la croûte. Le magma se stocke alors sous la partie élastique de la croûte formant une zone de stockage. Pour valider notre hypothèse, nous devons dans un premier temps vérifier s'il est possible de stocker un liquide sous une plaque élastique. Dans un second temps, il a fallu vérifier que ce stockage peut reproduire les observations faites sur des cas naturels. Les trois axes de cette thèse ont été développés pour répondre à deux grandes questions issues de notre réflexion sur les mécanismes de stockage. Chacune de ces questions sont discutées ci-dessous.

### **6.2.1 Est-il possible pour un fluide de se stocker sous une plaque élastique ?**

Grâce au résultat de l'axe 1, il a été possible de mettre en place un modèle qui décrit la physique de ce stockage. Les résultats de l'axe 2 ont permis de reproduire ce stockage en laboratoire. Les résultats des deux axes montrent qu'il est possible de stocker un fluide sous une plaque élastique à condition que son épaisseur ne soit pas constante.

Il a été montré que le magma ne peut pas suffisamment soulever et déformer une plaque élastique pour faire de la place à l'ensemble de son volume. Pour permettre un stockage statique, il faut que la plaque ait une variation d'épaisseur initiale telle qu'illustrée sur la figure 6.1 a. Cette variation dans la profondeur de la transition fragile-ductile est due à une variation locale de la température dans la plaque. Une telle forme pour la transition fragile-ductile a été déduite de la répartition des séismes dans le cas du Yellowstone (Smith et al., 2009), et également des inversions qui permettent de reproduire les flux thermiques observés au niveau des Champs Phlégréens (Castaldo et al., 2019).

### **6.2.2 Est-ce qu'un stockage de magma silicique à la transition fragile-ductile dans la croûte continentale peut expliquer la formation des chambres magmatiques superficielles dans le cas des grands systèmes siliciques ?**

Pour pouvoir répondre en détail à cette question, le modèle a besoin d'être amélioré, notamment avec la prise en charge du champ de contrainte due à la tectonique régionale autour d'un système. Néanmoins, nos calculs ont montré des résultats qui vont en ce sens. De plus, les profondeurs de stockage avant éruptions, issues de la littérature, sont similaires à celle de la transition fragile-ductile pour au moins 4 systèmes siliciques largement documentés : Le Yellowstone (États-Unis), les Champs-Phlégréens (Italie), le Taupo (Nouvelle-Zélande) et l'Uturuncu (Bolivie).

Nous avons donc calculé les contraintes provoquées dans une plaque élastique par une chambre magmatique avec une flottabilité positive. Nous avons pu montrer qu'un domaine de failles orientées selon  $\vec{\theta}$  se trouve au-dessus de la chambre lorsque la flottabilité de celle-ci est forte par rapport à l'élasticité de la plaque. Cette répartition circulaire des failles centrées sur le maximum de déformation peut aider à comprendre la formation des caldeiras lors des éruptions massives des grands systèmes siliciques.

De plus, nous avons calculé au premier ordre quel serait le volume atteint par une chambre magmatique, d'une largeur donnée, au moment où se déclencherait l'éruption. En prenant l'hypothèse que la chambre était totalement vidangée lors de l'éruption, ces calculs ont montré que les volumes produits par le code étaient comparables à ceux qui ont été documentés pour des éruptions passées (Caricchi et al., 2014).

L'ensemble de ces résultats laisse penser que ce modèle mérite d'être plus exploité. Nous pensons également que les contraintes générées au-dessus de la chambre magmatique doivent être plus considérées du point de vue d'un modèle de plaque. Du moins, la répartition des contraintes dans une plaque élastique doit être prise en compte lors de la considération de toutes les contraintes autour de la chambre magmatique (*i.e.* prise en compte des contraintes dues au poids des édifices volcanique à la surface, de celles dues au contexte tectonique).

## **6.3 Perspectives pour l'approfondissement des résultats des trois axes de la thèse**

### **6.3.1 Axe théorique**

#### **Prise en compte des effets thermiques**

Le modèle mis en place ne prend pas en compte les effets thermiques. Or, la transition fragile-ductile dans la croûte dépend de la température et de la pression. Les effets thermiques peuvent donc modifier la forme de la transition fragile-ductile dans la croûte. De plus, ce sont les effets thermiques qui conditionnent les paramètres qui décrivent la forme de la source.

#### **Prise en compte du champ de contrainte régional**

Ce qui ressort du travail sur le cas géologique est que nous devons également prendre en compte les contraintes issues du contexte tectonique pour affiner notre discussion. Combiner cet effet à notre modèle est l'une des perspectives qui permettra l'amélioration du modèle actuel.

#### **Prise en compte du poids de l'édifice volcanique**

De même que les contraintes dues au contexte tectonique doivent être prises en compte, celles dues au poids des édifices volcanique en surface doivent être également prises en compte. En effet, le poids de l'édifice volcanique a un effet sur la répartition des contraintes et sur la propagation des dykes dans la partie élastique et cassante (Pinel and Jaupart, 2005; Galgana et al., 2009; Pinel, 2011; Corbi et al., 2016).

### 6.3.2 Axe expérimental

#### Réalisation d'expériences supplémentaires

Une des premières perspectives, pour l'approfondissement du travail réalisé, est la réalisation de quelques expériences supplémentaires. En effet, pour tester notre modèle trois conditions expérimentales ont été définies. Elles sont résumées dans le tableau 6.1 ci-dessous qui correspond au tableau 4.2 page 93. Or, le cas 3 produit des déformations tellement faibles qu'il n'a pas encore été possible de réaliser des mesures utilisables.

TABLE 6.1 – Description des trois configurations types utilisées pour les expériences.

	Cas 1	Cas 2	Cas 3
<i>Plaque de gélatine</i>			
Densité	1,15	1,02	1,02
Épaisseur	2 cm	2 cm	2 cm
Module de Young	2727 Pa	1905 Pa	1905 Pa
<i>Couche du bas</i>			
Densité	1,2	1,2	1,1
Épaisseur	4 cm	4 cm	4 cm
<i>Liquide injecté</i>			
Densité	1,0	1,0	1,0

Si après la réalisation de nouvelle expérience il n'est toujours pas possible de mesurer des déformations, la configuration de ce troisième cas devrait être repensée. Ce cas correspond à une plaque et à une couche du bas avec les masses volumiques les plus faibles possible. Une piste serait d'augmenter légèrement la masse volumique de la plaque et de la couche du bas. Cela rendrait les contrastes de densité entre le fluide injecté et ces deux couches plus fort. Ce qui produirait des déformations plus importantes. Cependant, en utilisant cette nouvelle configuration l'écart entre les trois cas tests serait plus faible.

#### Modification de l'évacuation de la surpression

La figure 6.2, issue du chapitre 4 à la page 99, montre les déformations mesurées à la surface de la gélatine dans le cas de l'expérience XI. Le maximum de déformation est en  $r = 0$ , et plus  $r$  augmente, plus la déformation tend vers un plateau. Théoriquement ce plateau devrait être à  $u_z = 0$ . Cependant comme le montre la figure 6.2 le niveau où se fait le plateau est de plus en plus haut à chaque injection.

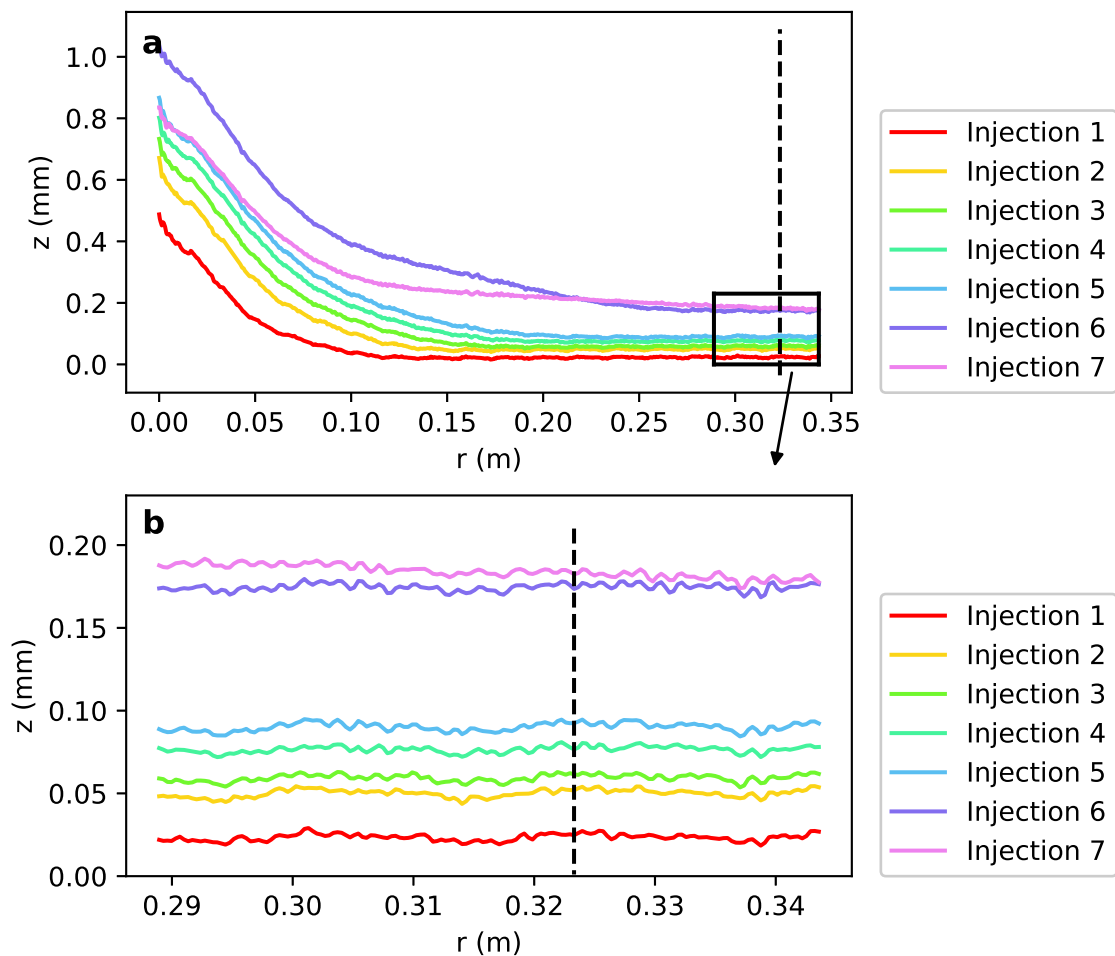


FIGURE 6.2 – Ensemble des profils moyens des déplacements en surface pour l'expérience XI. L'injection numéro 6, contrairement aux autres, correspond à l'injection de 100 ml d'un seul coup. L'injection 7 ne correspond pas à une injection, mais à une autre acquisition de l'injection 6 quelques minutes après celle-ci. L'injection 7 est donc l'étalement de l'injection 6. **a** : Ensemble des profils. **b** : Zoom sur les 160 derniers points. En  $r \approx 0,36$  m les déformations ne sont pas nulles. Le fait qu'elles atteignent un plateau entre  $r = 0,31$  et  $r = 0,36$  m, exclut le fait que ce soit un prolongement de la déformation qui soit responsable de la déformation mesurée en  $r \approx 0,36$ .

Nous suspectons que l'augmentation du "niveau 0" visible après chaque injection est due à une surpression dans la cuve. À chaque injection, le volume de fluide présent dans la couche du bas augmente. Ce qui crée une légère surpression dans le milieu sous la plaque. Pour éviter cette surpression, un tuyau a été mis en place. Or, le tuyau mis en place n'autorise pas le débordement du surplus de fluide. Le liquide s'élève verticalement dans le tuyau après chaque injection. Cependant, au vu de la taille de ce tuyau et des volumes injectés, il est évident que le surplus de volume n'est pas complètement évacué. Si c'était le cas, il devrait déborder dès la deuxième injection, soit environ 40 ml.



Pour réellement éviter la surpression dans le milieu du bas, un système de tuyaux autorisant le débordement du surplus de liquide doit être mis en place.

### **Mettre en place un dispositif pour contrôler plus précisément la forme de la source**

L'une des plus grandes sources d'incertitude vient de la forme du creux créé au bas de la plaque. La méthode actuellement utilisée pour créer une variation d'épaisseur au bas de la plaque est une méthode thermique. La plaque de gélatine est refondue après sa solidification grâce à une source de chaleur de type Peltier. Cette méthode a l'avantage de correspondre à notre hypothèse. En effet, nous supposons que dans le cas naturel la variation de profondeur dans la transition fragile-ductile provient d'une variation thermique. Localement dans la plaque qui est déjà anormalement chaude, une zone peut l'être plus encore. [Burov et al. \(2003\)](#) ont en effet montré que la remontée d'un diapir dans la croûte changeait la forme de la transition fragile-ductile. Cependant, dans les expériences cette méthode rend la forme de la source imprévisible. Le temps de chauffage et la puissance utilisés ont été testés afin de produire toujours le même creux, mais dans les faits les sources créées de cette façon ne sont pas strictement reproductibles.

Pour rendre la forme du creux reproductible, un système de moule a été imaginé. Une galette solide, illustrée sur la figure 6.3, ayant une forme gaussienne sera maintenue à la surface de la couche de sucre. Puis après la solidification de la couche de gélatine, la galette sera ramenée au fond de la cuve et éloignée de la zone d'observation grâce à un système rétractable. Des tests ont déjà été faits à petite échelle pour vérifier que la gélatine n'adhère pas à la galette. De plus, un prototype pour le support rétractable a été dessiné. Il n'a cependant pas encore été usiné.

Si cela s'avère nécessaire, ce dispositif de galette permettra par la suite de tester le modèle pour des sources de formes variées. De plus, ce système de moule nous permet de contrôler précisément le volume du creux. Ainsi lors des expériences, le volume de liquide injecté pourra être adapté. De cette manière, le disque de liquide, que nous soupçonnons d'être à l'origine de l'erreur sur l'estimation des volumes de la source, sera supprimé.

### **6.3.3 Axe de l'application aux données géologiques**

#### **Rechercher la présence d'une subsidence autour des zones de soulèvement dans le cas des grands systèmes siliciques.**

Une prédiction de notre modèle, qui diffère des modèles supposant que la chambre magmatique est située dans un demi-espace élastique, est la présence d'un anneau de

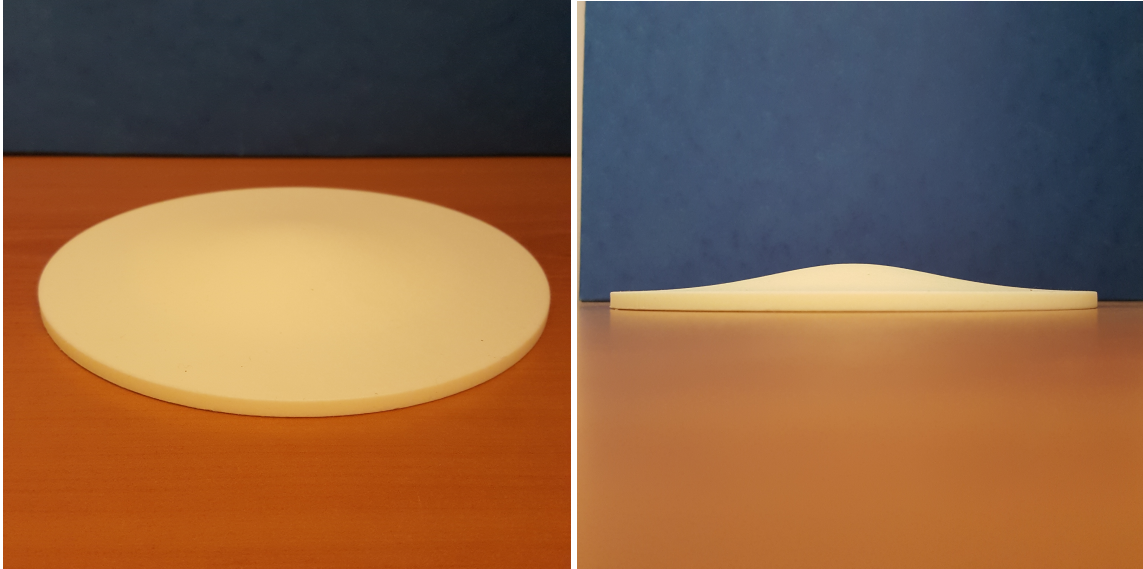


FIGURE 6.3 – Photos de la galette en plastique qui a été utilisée pour vérifier si la gélatine adhère à sa surface.

subsidence autour de la zone de soulèvement. Néanmoins, cette amplitude est très faible et représente quelques pour cent de l'amplitude du soulèvement. Pour pouvoir mesurer cette subsidence, il faut une forte déformation, qui correspond également à un très fort soulèvement, et une zone dégagée là où les données INSAR ne sont pas altérées. Par exemple, par la présence de végétation. Ceci peut expliquer pourquoi ce phénomène n'a pas été décrit plus souvent dans la littérature. Le cas de l'Uturuncu cité sur l'Altiplano Puna est un cas parfait pour mesurer cet anneau de subsidence. Une perspective intéressante serait de chercher dans les données de déformation des grands systèmes siliques une trace de cette subsidence. En effet, en plus d'être très faible elle est éloignée du centre de la déformation et de la zone de soulèvement. Or, lors des périodes de fort soulèvement, l'attention est focalisée sur celui-ci et non sur la zone périphérique.

#### **Lier les déformations observées à la géométrie de la chambre.**

Les tests numériques ont montré que lorsque  $\beta_1$  est grand, c'est-à-dire que la poussée du liquide est principalement équilibrée par le poids de la plaque soulevée, les déformations en surface suivent de près la forme du toit de la chambre. Ce fait ouvre la perspective très intéressante de pouvoir obtenir des informations sur la forme des réservoirs directement en analysant les signaux de déformation.

#### **Autres zones d'intérêt pour l'application de notre modèle : *Socorro magma body* (Nouveau-Mexique, États-Unis)**

Une zone proche de la ville de Socorro (Nouveau-Mexique, États-Unis) montre les

mêmes déformations que l'Uturuncu (Fialko et al., 2001; Fialko and Pearse, 2012). Dans cette région, un large soulèvement est bordé par un anneau de subsidence. Une des perspectives serait de voir si notre modèle est également applicable dans ce cas. Puis de voir s'il peut reproduire les déformations observées.

**Autres zones d'intérêt pour l'application de notre modèle : *Kakkonda geothermal field* (Japon)**

La zone du *Kakkonda geothermal field* au Japon montre, tout comme la zone de l'Altiplano Puna, une transition fragile-ductile peut profonde sur une large étendue (Matsushima and Okubo, 2003; Cho and Kuwahara, 2013). Dans cette région, il y a eu la formation de nombreuses caldeiras siliciques. Le modèle développé ici pourrait également être appliqué à cette zone.



FIGURE 6.4 – Photo de la moitié Sud de la zone des Champs Phlégréens. La photo est prise depuis le bord Est. Le bord Ouest des Champs Phlégréens est marqué par les reliefs dans le fond de l'image. Sur la droite de l'image, on aperçoit la ville de Pozzuoli (Italie) qui est construite dans la zone des Champs Phlégréens. *Photo personnelle.*

## ANNEXE A

---

### Liste des variables

---

TABLE A.1 – Récapitulatif de toutes les notations et paramètres utilisés, classés par ordre alphabétique. Les minuscules sont en premier, puis les majuscules et enfin les lettres grecques.

Paramètre	Description	Dimension
<i>Minuscules</i>		
$a$	Demi-largeur de la gaussienne qui décrit la variation de profondeur du bas de la plaque.	[L]
$a_l$	Demi-largeur de la gaussienne qui décrit la forme de la source liquide. Comme la source est liquide $a_l = a$ .	[L]
$b_{rz}(k)$ et $b_{zz}(k)$	Paramètres présents dans les conditions initiales déterminés de manière à ce que cette condition représente la contrainte effective, $\sigma_{zz}^{eff}$ . $rz$ : dus à l'effet de la contrainte verticale appliquée. (éq.2.42) $zz$ : dus à l'effet de la correction, faite par l'application d'une contrainte cisillante. (éq.2.30)	[M].[L] <sup>-2</sup> .[T] <sup>-2</sup>

*Suite page suivante ...*

---

Suite de la page précédente

Paramètre	Description	Dimension
$b_{rz}^{ad}(k)$ et $b_{zz}^{ad}(k)$	Paramètres $b_{rz}(k)$ et $b_{zz}(k)$ adimensionnés. $rz$ : dus à l'effet de la contrainte verticale appliquée. (éq.2.82) $zz$ : dus à l'effet de la correction, faite par l'application d'une contrainte cisillante. (éq.2.77)	$\emptyset$
$g$	Accélération de la pesanteur. Dans tous les calculs elle vaut $9.81 \text{ m.s}^{-2}$ .	$[\text{L}].[\text{T}]^{-2}$
$h(r)$	Épaisseur de liquide sous la plaque.	$[\text{L}]$
$k$	Nombre d'ondes.	$[\text{L}]^{-1}$
$k'$	Paramètre $k$ adimensionné : $k' = k a$ .	$\emptyset$
$r$	Position le long du vecteur de position radiale, $r = 0$ est là où la variation d'épaisseur de la plaque est maximum.	$[\text{L}]$
$r'$	Paramètre $r$ adimensionné : $r' = r/a$ .	$\emptyset$
$s(r)$	Forme de la variation de topographie au bas de la plaque. (éq.2.16)	$[\text{L}]$
$u_r(r, z)$ $u_{r(rz)}(r, z)$ $u_{r(zz)}(r, z)$	Déplacement radial. (éq.2.15) $(rz)$ : dû à l'effet de la contrainte verticale appliquée. $(zz)$ : dû à l'effet de la correction, faite par l'application d'une contrainte cisillante.	$[\text{L}]$
$u_r^{ad}(r, z)$ $u_{r(rz)}^{ad}(r, z)$ $u_{r(zz)}^{ad}(r, z)$	Déplacement radial adimensionné. (éq.2.75) $(rz)$ : dû à l'effet de la contrainte verticale appliquée. $(zz)$ : dû à l'effet de la correction, faite par l'application d'une contrainte cisillante.	$\emptyset$
$u_z(r, z)$ $u_{z(rz)}(r, z)$ $u_{z(zz)}(r, z)$	Déplacement vertical. (éq.2.14) $(rz)$ : dû à l'effet de la contrainte verticale appliquée. $(zz)$ : dû à l'effet de la correction, faite par l'application d'une contrainte cisillante.	$[\text{L}]$

Suite page suivante ...

Suite de la page précédente

Paramètre	Description	Dimension
$u_z^{ad}(r', z')$ $u_{z(rz)}^{ad}(r', z')$ $u_{z(zz)}^{ad}(r', z')$	Déplacement vertical adimensionné. (éq.2.74) $(rz)$ : dû à l'effet de la contrainte verticale appliquée. $(zz)$ : dû à l'effet de la correction, faite par l'application d'une contrainte cisillante.	$\emptyset$
$u_z^{disc}$	Déplacement de la plaque dû au disque de liquide qui s'étale en dessous. (éq.4.2)	[L]
$w$	Poussée du fluide au centre de la charge. (éq.2.18)	[M].[L] <sup>-1</sup> .[T] <sup>-2</sup>
$z$	Position le long du vecteur vertical $\vec{z}$ , $z = 0$ est à la surface de la plaque. Le vecteur $\vec{z}$ est dans le même sens que celui de l'accélération de la pesanteur.	[L]
$z'$	Paramètre $z$ adimensionné : $z' = z/H_r$ .	$\emptyset$

**Majuscules**

<b>A, B, C, D</b> $A_{rz}, B_{rz}, C_{rz}, D_{rz}$ $A_{zz}, B_{zz}, C_{zz}, D_{zz}$	Paramètres déterminés par conditions aux limites. $rz$ : correspondent à ceux déterminés avec les conditions aux limites qui décrivent l'effet de la correction, faite par l'application d'une contrainte cisillante. (éq.2.41) $zz$ : correspondent à ceux déterminés avec les conditions aux limites qui décrivent l'effet de la contrainte verticale appliquée. (éq.2.23)	<b>B</b> : [M].[L] <sup>-2</sup> .[T] <sup>-2</sup> <b>C, D</b> : [M].[L] <sup>-3</sup> .[T] <sup>-2</sup>
$A^{ad}, B^{ad}, C^{ad}, D^{ad}$ $A_{rz}^{ad}, B_{rz}^{ad}, C_{rz}^{ad}, D_{rz}^{ad}$ $A_{zz}^{ad}, B_{zz}^{ad}, C_{zz}^{ad}, D_{zz}^{ad}$	Paramètres <b>A, B, C, D</b> adimensionnés. $zz$ : correspondent à ceux déterminés avec les conditions aux limites qui décrivent l'effet de la contrainte verticale appliquée. (éq.2.76) $rz$ : correspondent à ceux déterminés avec les conditions aux limites qui décrivent l'effet de la correction, faite par l'application d'une contrainte cisillante. (éq.2.81)	$\emptyset$

Suite page suivante ...

Suite de la page précédente

Paramètre	Description	Dimension
$D$	Coefficient de rigidité flexural de la plaque. (éq.4.4)	$[L]^2.[M].[T]^{-2}$
$E$	Module de Young de la plaque.	$[M].[L]^{-1}.[T]^{-2}$
$F_0(k)$	Résultat de la transformée de Hankel directe page 25	$\emptyset$
$F(k)$	Paramètre utilisé pour simplifier l'écriture des équations. (éq.2.27)	$\emptyset$
$F^{ad}(k')$	Paramètre $F(k)$ adimensionné. (éq.2.79)	$\emptyset$
$G$	Module de cisaillement de la plaque.	$[M].[L]^{-1}.[T]^{-2}$
$H(r)$ ou $H_r$	Épaisseur de la plaque le long du vecteur. (éq.2.22) $\vec{r}$ .	$[L]$
$H'$	Paramètre $H_r$ adimensionné : $H' = H_r/a$ .	$\emptyset$
$H_0$	Épaisseur initiale de la plaque, qui est aussi l'épaisseur de la plaque en $r = \pm\infty$ .	$[L]$
$I$	Intensité d'un pixel sur une image acquise après une injection.	$[M].[L]^{-1}.[T]^{-2}$
$I_0$	Intensité d'un pixel sur l'image initiale.	$[M].[L]^{-1}.[T]^{-2}$
$J_0(kr)$	Fonction de Bessel de première espèce et d'ordre 0.	$\emptyset$
$J_1(kr)$	Fonction de Bessel de première espèce et d'ordre 1.	$\emptyset$
$R$	Composantes selon le vecteur $\vec{r}$ des forces de volume par unité de volume.	$[M].[L].[T]^{-2}$
$R_d$	Rayon du disque de liquide qui s'étale sous la plaque.	$[L]$
$T$	Hauteur maximale de la variation d'épaisseur du bas de la plaque.	$[L]$
$T'$	Paramètre $T$ adimensionné : $T' = T/a$ .	$\emptyset$
$T_d$	Hauteur du disque de liquide qui s'étale sous la plaque.	$[L]$
$T_l$	Hauteur de liquide au centre de la charge. Généralement $T_l = T$ .	$[L]$
$Z$	Composantes selon le vecteur $\vec{z}$ des forces de volume par unité de volume.	$[M].[L].[T]^{-2}$

Suite page suivante ...

Suite de la page précédente		
Paramètre	Description	Dimension
<i>Lettres grecques</i>		
$\alpha$	Paramètre flexural de la plaque. (éq.4.3)	[L]
$\beta_1$	Nombre sans dimension. Quantifie la manière dont la plaque s'oppose à la poussée du liquide. (principalement par son poids ou principalement par sa rigidité élastique). (éq.2.85)	$\emptyset$
$\beta_2$	Nombre sans dimension. Quantifie l'effet dominant entre la flottabilité du fluide stocké sous la plaque et la rigidité de celle-ci. (éq.2.86)	$\emptyset$
$\varepsilon_{ij}(r,z)$	Déformation. (éq.2.3) $ij = rr$ : déformation radiale. (éq.2.13) $ij = zz$ : déformation verticale (éq.2.12)	$\emptyset$
$\nu$	Coefficient de Poisson de la plaque.	$\emptyset$
$\rho_c$	Masse volumique de la plaque.	[M].[L] <sup>-3</sup>
$\rho_{down}$	Masse volumique du milieu ductile/liquide sous la plaque.	[M].[L] <sup>-3</sup>
$\rho_m$	Masse volumique du liquide stocké sous la plaque.	[M].[L] <sup>-3</sup>
$\rho_{up}$	Masse volumique du milieu au-dessus de la plaque.	[M].[L] <sup>-3</sup>
$\sigma_{ij(rz)}(r,z)$ et $\sigma_{ij(zz)}(r,z)$	Contraintes. (éq.2.7 à 2.11) ( $rz$ ) : dues à l'effet de la correction, faite par l'application d'une contrainte cisillante. ( $zz$ ) : dues à l'effet de la contrainte verticale appliquée. $ij = rr$ : contrainte radiale. $ij = \theta\theta$ : contrainte circonférentielle. $ij = zz$ : contrainte verticale. $ij = rz$ : contrainte cisillante.	[M].[L] <sup>-1</sup> .[T] <sup>-2</sup>

Suite page suivante ...



Suite de la page précédente

Paramètre	Description	Dimension
$\sigma_{ij(rz)}^{ad}(r, z)$ et $\sigma_{ij(zz)}^{ad}(r, z)$	Contraintes adimensionnées. (éq.2.69 à 2.73) $(rz)$ : dues à l'effet de la correction, faite par l'application d'une contrainte cisailante. $(zz)$ : dues à l'effet de la contrainte verticale appliquée. $ij = rr$ : contrainte radiale. $ij = \theta\theta$ : contrainte circonférentielle. $ij = zz$ : contrainte verticale. $ij = rz$ : contrainte cisailante.	$\emptyset$
$\sigma_{rz}^{appl}(r)$	Contrainte cisailante appliquée au bas de la plaque pour effectuer la correction.	$[M].[L]^{-1}.[T]^{-2}$
$\sigma_{rz}^{eff}(r)$	Contrainte cisailante effective : $\sigma_{rz}^{appl}(r)$ corrigée des contraintes qui s'opposent à la déformation. (éq.2.38)	$[M].[L]^{-1}.[T]^{-2}$
$\sigma_{zz}^{appl}(r)$	Contrainte verticale appliquée au bas de la plaque. (éq.2.19)	$[M].[L]^{-1}.[T]^{-2}$
$\sigma_{zz}^{eff}(r)$	Contrainte verticale effective : $\sigma_{zz}^{appl}(r)$ corrigée des contraintes qui s'opposent à la déformation. (éq.2.29)	$[M].[L]^{-1}.[T]^{-2}$
$\Phi$	Fonction de contrainte (ou fonction d'Airy) qui permet de résoudre l'équation de compatibilité. (éq.2.4)	$\emptyset$
$\nabla^2$	Opérateur différentiel. $\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$ (coordonnée cylindrique)	$[L]^{-2}$

---

## Descriptif des fonctions servant à coder le modèle théorique

---

Le fichier qui contient l'ensemble des fonctions utilisées peut être divisé en trois ensembles de fonctions distincts. Le fichier contient en tout 26 petites fonctions, mais seules les 6 du troisième ensemble sont réellement appelées par l'utilisateur pour résoudre le modèle. Seul le fonctionnement du code adimensionné est décrit. Bien que ce soit celui dimensionné qui ait été utilisé, leurs constructions sont identiques au détail près que le code adimensionné comporte une fonction supplémentaire “**Cal\_dimless\_var()**” dans le premier ensemble de fonctions.

### B.1 Premier ensemble de fonctions

Le premier est un ensemble de sous-fonctions qui vont être utilisées par les autres. Il s'agit principalement des paramètres qui sont communs aux différentes expressions des contraintes et des déplacements :

**Cal\_H()** qui calcule l'épaisseur de la plaque  $H(r)$  au point  $r$  considéré, selon l'équation (2.22).

**Cal\_dimless\_var()** qui adimensionne les paramètres  $H_r$ ,  $T$ ,  $r$ ,  $k$  et  $z$ , tel que décrit dans les équations (2.43) et (2.44).

**Cal\_Fk\_am()** qui calcule le paramètre  $F^{ad}(k')$ , selon l'équation (2.79).

**Cal\_bzz\_am()** qui calcule le paramètre  $b_{zz}^{ad}(k')$ , selon l'équation (2.77).

**Cal\_brz\_am()** qui calcule le paramètre  $b_{rz}^{ad}(k')$ , selon l'équation (2.82).

**Cal\_ABCD\_zz\_am()** qui calcule les paramètres  $\mathbf{A}_{zz}^{ad}$ ,  $\mathbf{B}_{zz}^{ad}$ ,  $\mathbf{C}_{zz}^{ad}$  et  $\mathbf{D}_{zz}^{ad}$ , selon l'équation (2.76).

**Cal\_ABCD\_rz\_am()** qui calcule les paramètres  $\mathbf{A}_{rz}^{ad}$ ,  $\mathbf{B}_{rz}^{ad}$ ,  $\mathbf{C}_{rz}^{ad}$  et  $\mathbf{D}_{rz}^{ad}$ , selon l'équation (2.81).

Ces différentes fonctions sont ensuite appelées par les autres pour calculer les déplacements et les contraintes.

## B.2 Second ensemble de fonctions

Le second ensemble de fonctions correspond aux équations des contraintes et des déplacements dans le domaine fréquentiel. Les fonctions de cet ensemble n'acceptent pas de vecteur comme *input*. Tous leurs *inputs* doivent être des nombres décimaux. Cet ensemble de fonctions contient en contient 14 :

**Cal\_uz\_zz\_am()** qui calcule le déplacement vertical,  $u_{z(zz)}^{ad}(k, r, z)$ , dû à la contrainte appliquée, selon l'équation (2.74) avec les paramètres (2.76) et (2.77).

**Cal\_uz\_rz\_am()** qui calcule le déplacement vertical,  $u_{z(rz)}^{ad}(k, r, z)$ , dû à la correction, selon l'équation (2.74) avec les paramètres (2.81) et (2.82).

**Cal\_ur\_zz\_am()** qui calcule le déplacement radial,  $u_{r(zz)}^{ad}(k, r, z)$ , dû à la contrainte appliquée, selon l'équation (2.75) avec les paramètres (2.76) et (2.77).

**Cal\_ur\_rz\_am()** qui calcule le déplacement radial,  $u_{r(rz)}^{ad}(k, r, z)$ , dû à la correction, selon l'équation (2.75) avec les paramètres (2.81) et (2.82).

**Cal\_Szz\_zz\_am()** qui calcule la contrainte verticale,  $\sigma_{zz(zz)}^{ad}(k, r, z)$ , due à la contrainte appliquée, selon l'équation (2.69) avec les paramètres (2.76) et (2.77).

**Cal\_Szz\_rz\_am()** qui calcule la contrainte verticale,  $\sigma_{zz(rz)}^{ad}(k, r, z)$ , due à la correction, selon l'équation (2.69) avec les paramètres (2.81) et (2.82).

**Cal\_Srr\_zz\_am()** qui calcule la contrainte radiale,  $\sigma_{rr(zz)}^{ad}(k, r, z)$ , due à la contrainte appliquée, selon l'équation (2.70) avec les paramètres (2.76) et (2.77).

**Cal\_Srr\_rz\_am()** qui calcule la contrainte radiale,  $\sigma_{rr(rz)}^{ad}(k, r, z)$ , due à la correction, selon l'équation (2.70) avec les paramètres (2.81) et (2.82).

**Cal\_Stt\_zz\_am()** qui calcule la contrainte circonférentielle,  $\sigma_{\theta\theta(zz)}^{ad}(k, r, z)$ , due à la contrainte appliquée, selon l'équation (2.71) avec les paramètres (2.76) et (2.77).

**Cal\_Stt\_rz\_am()** qui calcule la contrainte circonférentielle,  $\sigma_{\theta\theta(rz)}^{ad}(k, r, z)$ , due à la correction, selon l'équation (2.71) avec les paramètres (2.81) et (2.82).

**Cal\_Srz\_zz\_am()** qui calcule la contrainte cisailante,  $\sigma_{rz(zz)}^{ad}(k, r, z)$ , due à la contrainte appliquée, selon l'équation (2.72) avec les paramètres (2.76) et (2.77).

**Cal\_Srz\_rz\_am()** qui calcule la contrainte cisailante,  $\sigma_{rz}^{ad}(k, r, z)$ , due à la correction, selon l'équation (2.72) avec les paramètres (2.81) et (2.82).

### B.3 Troisième ensemble de fonctions

Ces fonctions sont appelées par le troisième ensemble de fonction pour réaliser l'intégration sur le nombre d'onde  $k$  et calculer les contraintes et les déplacements dans le domaine réel.

Il y a 6 fonctions dans cet ensemble :

**Vertical\_Displacement\_am()** qui calcule le déplacement vertical corrigé,  $u_z(r, z)$ , et convertit ensuite ce déplacement adimensionné en déplacement dimensionné.

**Radial\_Displacement\_am()** qui calcule le déplacement radial corrigé,  $u_r(r, z)$ , et convertit ensuite ce déplacement adimensionné en déplacement dimensionné.

**Hoop\_Stress\_am()** qui calcule la contrainte circonférentielle adimensionnée corrigée,  $\sigma_{\theta\theta}(r, z)$ , et renvoie ensuite une contrainte dimensionnée.

**Vertical\_Stress\_am()** qui calcule la contrainte verticale adimensionnée corrigée,  $\sigma_{zz}(r, z)$ , et renvoie ensuite une contrainte dimensionnée.

**Radial\_Stress\_zz\_am()** qui calcule la contrainte radiale adimensionnée corrigée,  $\sigma_{rr}(r, z)$ , et renvoie ensuite une contrainte dimensionnée.

**Shaear\_Stress\_rz\_am()** qui calcule la contrainte cisailante adimensionnée corrigée,  $\sigma_{rz}(r, z)$ , et renvoie ensuite une contrainte dimensionnée.





---

### Protocole de mise en place et points clefs pour augmenter la précision des mesures

---

Les différentes étapes de la préparation des expériences sont résumées ci-dessous :

- **Amorcer l'injection et chasser les bulles une première fois.** Il faut chasser les bulles dans le tuyau d'injection et dans le robinet qui permet de contrôler l'injection. Les bulles qui sont dans le robinet sont dures à déloger, il arrive parfois qu'elles se délogent au bout de la 3e ou 4e injection. Pour éviter cela, il faut impérativement décrocher le robinet de la table et le secouer alors que du liquide circule afin de bien déloger toutes les bulles. Il faut faire cette étape avant de mettre la solution sucrée dans la cuve, car beaucoup de liquide d'injection s'écoule lors de ce premier amorçage.
- **Déboucher un à un les trous dans le tuyau qui sert à mettre en place la gélatine.** Même si le nettoyage de la précédente expérience a été fait minutieusement, il y a toujours une fine pellicule qui se forme lors du séchage et qui bouche les trous. Si les trous ne sont pas correctement débouchés, la gélatine ne s'écoule pas par l'ensemble des trous et forme des traînées à la surface, qui rendent cette dernière irrégulière.
- **Nettoyer le fond de la cuve.**
- **Vérifier le tuyau qui empêche la surpression.** Il arrive qu'il se bouche si de la gélatine est allée s'y loger durant le nettoyage de la précédente expérience.
- **Vérifier que l'évacuation de la cuve est bien fermée.**
- **Verser le sucre.**
- **Prendre un échantillon pour mesurer la masse volumique.**

- **Amorcer une deuxième fois l'injection.** Il faut injecter une petite quantité de liquide dans la cuve de manière à chasser les dernières bulles présentes dans le système d'injection.
- **Mélanger le sucre.** De manière à éviter une variation de densité localisée au centre de la cuve due à l'amorçage.
- **Mettre en place les sources Peltier et chasser les bulles.** Il faut bien faire attention au-dessous de la plaque en métal, aux aspérités autour des sources Peltier, là où elles sont fixées à la plaque ainsi qu'à l'endroit où les fils viennent se fixer à la plaque.
- **Allumer quelques dizaines de seconds les sources Peltier dans la couche de sucre.** En chauffant, les dernières bulles d'air se dilatent et s'échappent.  Les Peltier montent à plus de 70° C.
- **Éteindre les sources Peltier et chasser les dernières bulles.** Ils refroidissent assez rapidement, au bout de quelques secondes il est possible de les toucher pour chasser les dernières bulles s'il en reste.
- **Mettre en place la gélatine.** La gélatine doit être à 60° C pour qu'elle reste chaude et ne fige pas trop vite. Si la température est plus basse, la gélatine se solidifie entre deux aller-retour du rail et les gouttelettes qui sont déposées forment des bosses sur la surface de la gélatine. Cela endommage fortement la planitude de la surface et la mesure de la déformation.
- **Allumer le projecteur et régler le paramètre "BRITNESS" dans le menu sur +20.** L'ampoule du projecteur a besoin de chauffer avant de fonctionner parfaitement, le projecteur est donc allumé juste après la mise en place de la gélatine. Le réglage de "BRITNESS" est très important, car il influence la qualité de la sinusoïde projetée. Cela a une incidence sur la qualité de la mesure de déformation.
- **Attendre en moyenne 3 h pour la solidification de la gélatine.** Lorsque la gélatine est parfaitement solidifiée, on doit pouvoir la toucher sans qu'elle n'adhère au doigt.
- **Allumer les Peltier.** Avec les réglages : 9 V et 1,7 A il faut attendre en moyenne 30 min pour créer un creux de T=1cm.
- **Mettre de l'oxyde de titane blanc sur la surface de la gélatine.** On peut en mettre soit une couche opaque sur la moitié de la gélatine qui sert à mesurer les déformations, soit en mettre légèrement sur toute la surface. La dernière option bruite énormément la colorimétrie, mais si l'on n'est pas sûr de pouvoir faire passer la délimitation peinture/absence de peinture par le centre du creux thermique, elle reste la meilleure option.  Un masque doit être utilisé pour ne pas respirer des particules d'oxyde de titane lors de l'utilisation de la bombe à peinture.

— **Allumer l'appareil photo et ses boîtiers avant de lancer le logiciel Davis pour l'acquisition.**





## ANNEXE D

---

Récapitulatif des expériences faites

---

TABLE D.1 – Liste des différentes expériences réalisées et des noms de fichiers correspondants sur les ordinateurs du laboratoire. Pour chaque expérience, plusieurs types de fichiers sont générés par méthode d’acquisition. Le symbole \* signifie qu’à partir de ce point plusieurs chaînes de caractères différents sont possibles.

Date	Nom	But	Commentaires	Fichier Déformation	Fichier Colorimétrie
02.03.2017	02.03.2017	Première expérience dans la cuve de 1mx1m avec une plaque de gélatine d’épaisseur constante.	La gélatine n’a pas été versée assez chaude. La surface était irrégulière et le liquide ne s’est pas étalé de façon axisymétrique. Les données sont inutilisables.	Pas encore mis en place	IMG_00*.jpg (photo RGB)
22.03.2017	22.03.17	Refaire l’expérience du 02.03.2017 pour acquérir des données. Tester la température de la gélatine au moment de la mise en place.	50°C semble être une bonne température pour permettre à la gélatine de former une plaque d’épaisseur uniforme.	Pas encore mis en place	IMG_00*.jpg (photo RGB)
13.10.2017	Manip_I	Première expérience avec l’acquisition des déformations de surface. Première expérience avec une plaque d’épaisseur variable.	Données de déformation inutilisables. Le temps entre deux déclenchements d’acquisition était trop petit, le logiciel Light3D a fini par manquer des acquisitions.	manip_I.13.10.17*	IMG_00*.jpg (photo RGB)

Suite page suivante ...

Suite de la page précédente

Date	Nom	But	Commentaires	Fichier Déformation	Fichier Colorimétrie
20.10.2017	Manip_II	Première expérience d'une série de 3 (gélatine dense, couche du bas dense). Refaire "Manip_I" en corrigeant le temps entre chaque acquisition pour le logiciel Light3D.	Données de déformations utilisables. Données de colorimétrie inutilisables. Les photos prises sont trop sombres et les variations de lumière ont été trop importantes.	manip_II_20_10_17*	IMG_00*.jpg (photo RGB)
09.11.2017	Manip_III	Refaire "Manip II" avec la mise en place d'un nouveau système d'acquisition des données de colorimétrie.	Données de déformations inutilisables. L'acquisition de la situation initiale a été oubliée, il n'a pas été possible de calculer les déformations par relief.	manip_III_09_11_17*	Fichier dans "gelatine1" (logiciel Davis)
30.11.2017	Manip_IV	Deuxième expérience d'une série de 3 (gélatine peu dense, couche du bas peu dense).	Données utilisables, mais la répartition du liquide n'est pas axisymétrique. Des bulles sont sorties de l'injection à la 6 <sup>eme</sup> injection. Seules les 5 premières sont utilisables.	manip_IV_30_11_17*	Fichier dans "gelatine2" (logiciel Davis)

Suite page suivante ...

*Suite de la page précédente*

Date	Nom	But	Commentaires	Fichier Déformation	Fichier Colorimétrie
18.01.2018	Manip_V	Injection de bulles d'air pour avoir de fortes déformations et imager la subsidence autour du uplif central.	Données utilisables.	manip_V_18_01_18*	Pas de colorimétrie
09.02.2018	Manip_VI	Troisième expérience d'une série de 3 (gélatine peu dense, couche du bas dense).	Données utilisables, mais le creux en bas de la plaque ne s'est pas fait. Cette expérience s'est faite avec une plaque d'épaisseur constante.	manip_VI_09_02_18*	Fichier dans "gelatine_manipVI" (logiciel Davis)
05.04.2018	Manip_VII	Refaire "Manip_VI".	Données utilisables, mais le creux en bas de la plaque ne s'est pas fait. Cette expérience s'est faite avec une plaque d'épaisseur constante.	manip_VII_05_04_18*	Fichier dans "gelatine_manipVII" (logiciel Davis)

*Suite page suivante ...*

*Suite de la page précédente*

Date	Nom	But	Commentaires	Fichier Déformation	Fichier Colorimétrie
28.06.2018	Manip_VIII	Refaire "Manip_II" pour avoir des données de déformations et de colorimétrie dans cette configuration.	Données utilisables, mais le creux en bas de la plaque ne s'est pas fait. Cette expérience s'est faite avec une plaque d'épaisseur constante.	manip_VIII_28_06_18*	Fichier dans "gelatine_manipVIII" (logiciel Davis)
14.11.2018	Manip_IX	Refaire "Manip_II" pour avoir des données de déformations et de colorimétrie dans cette configuration.	Données utilisables.	Manip_IX	Fichier dans "Manip_IX" (logiciel Davis)
04.12.2018	Manip_X	Refaire "Manip_IV", car il y avait eu une perte de symétrie axiale au cours des injections dans cette expérience.	Données utilisables.	Manip_X	Fichier dans "Manip_X" (logiciel Davis)
04.12.2018	Manip_XI	Refaire "Manip_IX" pour essayer de voir si l'écart sur les volumes lors de l'inversion vient d'un problème d'acquisition.	Données utilisables.	Manip_XI	Fichier dans "Manip_XI" (logiciel Davis)
<i>Suite page suivante ...</i>					

*Suite de la page précédente*

Date	Nom	But	Commentaires	Fichier Déformation	Fichier Colorimétrie
04.12.2018	Manip_XII	Refaire "Manip_XI" pour essayer de voir si l'écart sur les volumes lors de l'inversion vient du fait qu'on ne mettait plus de Natrosol (Nom commercial de l'éther de cellulose) dans le liquide d'injection.	Données utilisables.	Manip_XII	Fichier dans "Manip_XII" (logiciel Davis)

## ANNEXE E

---

### Récapitulatif des paramètres expérimentaux

---



TABLE E.1 – Listes des valeurs mesurées lors des expériences pour les différents paramètres physiques.

Expériences		Plaque			Liquide du bas			Liquide d'injection	
Date	Nom	H <sub>0</sub> (cm)	$\rho_c$ (kg.m <sup>-3</sup> )	Composition	H (cm)	$\rho_{down}$ (kg.m <sup>-3</sup> )	Composition	$\rho_m$ (kg.m <sup>-3</sup> )	Composition
02.03.2017	02.03.2017	1	1205.0	eau + gélatine (3%) + glycérol	5	1237.7	eau + sucre (d=1.44)	999.187	eau + 3% de Natrosol (Nom commercial de l'éther de cellulose) +colorant rouge (30 gouttes pour 5 litres)
22.03.2017	22.03.17	1	1190.0	eau + gélatine (3%) + glycérol	4	1240.95	eau + sucre (d=1.44)	999.187	Reste de l'expérience du 02.03.2017
13.10.2017	Manip_I	2	≈ 1000.0	eau + gélatine (3%) + glycérol	4	1239.94	eau + sucre (d=1.44)	999.187	eau + 3% de Natrosol +colorant rouge (30 gouttes pour 5 litres)
20.10.2017	Manip_II	2	1182.18	eau + gélatine (7%)	4	1240.26	eau + sucre (d=1.44)	999.187	Reste de Manip_I
09.11.2017	Manip_III	4	1183.04	eau + gélatine (3%) + glycérol	4	1240.9	eau + sucre (d=1.44)	999.187	Reste de Manip_I
30.11.2017	Manip_IV	2	1018.35	eau + gélatine (7%)	4	1242.7	eau + sucre (d=1.44)	999.187	Reste de Manip_I

Suite page suivante ...

Suite de la page précédente

Expériences		Plaque			Liquide du bas			Liquide d'injection	
Date	Nom	H <sub>0</sub> (cm)	$\rho_c$ (kg.m <sup>3</sup> )	Composition	H (cm)	$\rho_{down}$ (kg.m <sup>3</sup> )	Composition	$\rho_m$ (kg.m <sup>3</sup> )	Composition
18.01.2018	Manip_V	2	1196.62	eau + gélatine (3%) + glycérol	22.5	1242.95	eau + sucre (d=1.44)	1.24	Air
09.02.2018	Manip_VI	2	1022.06	eau + gélatine (7%)	4	1139.21	eau + sucre (d=1.422)	999.187	Reste de Manip_I
05.04.2018	Manip_VII	2	1020.82	eau + gélatine (7%)	4	1137.44	eau + sucre (d=1.422)	999.187	eau + colorant rouge (30 gouttes pour 1 litre)
28.06.2018	Manip_VIII	2	1182.30	eau + gélatine (3%) + glycérol	4	1247.01	eau + sucre (d=1.422)	999.187	Reste de Manip_VII
14.11.2018	Manip_IX	2	1185.64	eau + gélatine (3%) + glycérol	4	1243.56	eau + sucre (d=1.422)	999.187	eau + colorant violet
04.12.2018	Manip_X	2	1017.57	eau + gélatine (7%)	4	1243.94	eau + sucre (d=1.422)	999.187	eau + colorant violet
04.12.2018	Manip_XI	2	1187,25	eau + gélatine (3%) + glycérol	4	1247.46	eau + sucre (d=1.422)	999.187	eau + colorant violet
04.12.2018	Manip_XII	2	1183.76	eau + gélatine (3%) + glycérol	4	1246.44	eau + sucre (d=1.422)	999.187	eau + 3% de Natrosol + colorant violet



## ANNEXE F

---

Récapitulatif des paramètres pour le traitement des données  
expérimentales

---

TABLE F.1 – Liste des paramètres entrés comme *input* dans les codes pour extraire les profils radiaux. Les noms des colonnes correspondent aux noms des variables dans le code.

Dates	Nom	Données issues de Davis					Données issues de Light3D				
		X_center, Y_center	alpha	X_max, Y_max	npoints	dR	X_center, Y_center	alpha	X_max, Y_max	npoints	magnification
02.03.2017	02.03.2017	Image	RGB	Méthode	non	applicable	Méthode	non	mise	en	place
22.03.2017	22.003.17	Image	RGB	Méthode	non	applicable	Méthode	non	mise	en	place
13.10.2017	Manip_I	Image	RGB	Méthode	non	applicable	Fichiers	non	utilisables	Variable	0.54
20.10.2017	Manip_II	Image	RGB	Méthode	non	applicable	229, 46	-3.0, 110.0, 1.0	229, 678	980	0.54
09.11.2017	Manip_III	757, 505	-90.0, 120.0, 1.0	757, 0	1392	0.695953	Fichier	non	utilisable	1056	0.54
30.11.2017	Manip_IV	746, 499	-90.0, 120.0, 1.0	744, 0	1392	0.695953	387, 30	-3.0, 119.0, 1.0	387, 550	1140	0.54

Suite page suivante ...

Suite de la page précédente

Dates	Nom	Données issues de Davis					Données issues de Light3D				
		X_center, Y_center	alpha	X_max, Y_max	npoints	dR	X_center, Y_center	alpha	X_max, Y_max	npoints	magnification
18.01.2018	Manip_V	Non	utilisée	pour	cette	expérience	188, 345	-120.0, 120.0, 1.0	188, 685	576	0.475
09.02.2018	Manip_VI	747, 474	-90.0, 120.0, 1.0	747, 0	1392	0.695953	298, 60	-5.0, 119.0, 1.0	298, 713	1008	0.524
05.04.2018	Manip_VII	765, 503	-90.0, 120.0, 1.0	765, 0	1392	0.695953	377, 63	-5.0, 119.0, 1.0	377, 681	1104	0.524
28.06.2018	Manip_VIII	729, 484	-90.0, 120.0, 1.0	729, 0	1392	0.695953	439, 89	-5.0, 119.0, 1.0	439, 695	1152	0.524
14.11.2018	Manip_IX	740, 499	-90.0, 120.0, 1.0	753, 0	1392	0.695953	304, 67	-5.0, 119.0, 1.0	304, 715	976	0.524

Suite page suivante ...

Suite de la page précédente

Dates	Nom	Données issues de Davis					Données issues de Light3D				
		X_center, Y_center	alpha	X_max, Y_max	npoints	dR	X_center, Y_center	alpha	X_max, Y_max	npoints	magnification
0.412.2018	Manip_X	727, 484	-90.0, 120.0, 1.0	727, 0	1392	0.695953	305, 46	-3.0, 63.0, 1.0	305, 700	1036	0.524
0.412.2018	Manip_XI	658, 348	-90.0, 120.0, 1.0	658, 0	1392	0.695953	334, 0	0.0, 68.0, 1.0	305, 700		0.524
0.412.2018	Manip_XII		-90.0, 120.0, 1.0		1392	0.695953	Fichiers	non	utilisables		

## ANNEXE G

---

### Modifications du montage expérimental

---

TABLE G.1 – Récapitulatif de tous les changements effectués sur le montage et dans le protocole et les raisons qui les ont motivés.

Étape	Problèmes	Modifications apportées
État initial. Cuve de 50x50 cm. Plaque d'épaisseur constante. Présence d'eau au-dessus de la couche élastique pour amplifier les déformations. Uniquement l'acquisition de la répartition du liquide est faite.	Les données expérimentales sont reproduites, mais le modèle ne marche pas pour les données naturelles (Uturuncu).	Cuve plus grande de 1x1 m, sans eau au-dessus de la plaque élastique. Mise en place du système de rail pour la mise en place de la gélatine.

*Suite page suivante ...*



*Suite de la page précédente*

Étape	Problèmes	Modifications apportées
Montage et protocole n° 2.	La couche de gélatine se solidifie trop vite lors de la mise en place ce qui endommage la planitude de la surface.	Modification du protocole expérimental : la gélatine doit être à minimum 50° C.
Montage et protocole n° 3.	Le liquide s'étale sous la plaque et ne se stocke pas.	Création d'une plaque d'épaisseur variable et mise en place de la double acquisition déformation/répartition du liquide.
Montage et protocole n° 4.	Les données de colorimétrie sont inutilisables à cause de la peinture mise pour permettre la projection des franges et de variations de l'éclairage entre deux images.	Mise en place d'un nouveau dispositif d'acquisition (caméra 4k) et d'éclairage (plaque lumineuse fixée au-dessus de la cuve).
Montage et protocole n° 5.	Des bulles sont apparues après la première injection.	Modification du protocole expérimental de manière à assurer l'absence de bulles lors des injections.
Montage et protocole n° 6.	Le liquide d'injection préparé la veille de l'expérience et celui réutilisé des semaines plus tard donnent les mêmes types de résultats. L'ajout de Natrosol (Nom commercial de l'éther de cellulose) dans le liquide d'injection ne semble pas avoir d'utilité.	Du Natrosol n'est plus ajouté dans le liquide d'injection lors de la préparation des expériences.

*Suite page suivante ...*

*Suite de la page précédente*

Étape	Problèmes	Modifications apportées
Montage et protocole n° 7.	Des difficultés ont été rencontrées lors de la mise en place de la gélatine. Certains trous dans le rail étaient bouchés et la gélatine s'écoulait difficilement.	Modification du protocole expérimental : repercer les trous avant l'expérience et augmentation de la température de la gélatine lors de sa mise en place (60 ° C).
Montage et protocole n° 8.	Le liquide injecté excède celui du creux dès la première injection.	Mise en place d'un Peltier plus large.
Montage et protocole n° 9.	Lors des tests pour déterminer le voltage qui permet de refondre la gélatine, des bulles sortaient souvent du Peltier.	Modification du protocole expérimental pour s'assurer qu'il n'y ait pas de bulles qui s'échappent lors de l'utilisation du Peltier.
Montage et protocole n° 10.	Les données de colorimétries sont très bruitées.	Lors de la mise en place, ne mettre de la peinture que sur une moitié de la surface de la gélatine.
Montage et protocole n° 11.	Il est très difficile de faire passer la limite entre la surface contenant de la peinture et celle n'en ayant pas par le centre du creux créé par les Peltier, et donc le maximum de déformation.	Retour à une mise en place diffuse de peinture sur toute la surface.
Montage et protocole n° 12.	Avec la nouvelle méthode d'inversion des données expérimentale, les déformations sont reproduites, mais pas les volumes.	Retour à un ajout de Natrosol dans le liquide d'injection pour voir si cela vient d'un mélange entre celui-ci et la solution sucrée de la couche du bas.

*Suite page suivante ...*

*Suite de la page précédente*

Étape	Problèmes	Modifications apportées
Montage et protocole n° 13.	Nous mesurons la surpression dans le fluide du bas.	Modifier le tuyau pour autoriser le débordement du liquide (pas encore réaliser).

---

## Codes servant à traiter les données

---

Pour traiter les données, des codes ont été soit adaptés, soit écrits. Ils l’ont été de manière à rendre le traitement des deux types de données et leur inversion le plus automatique possible, en suivant une architecture fixe, illustrée par la figure H.1, pour lire et écrire des données.

Les codes **Trie\_fichier\_Davis.py** et **Trie\_fichier\_Light3D.py** permettent de fixer la nomenclature des fichiers issus de Davis ou Light3D, ainsi que celle des dossiers où ils sont enregistrés. Les codes servant au traitement des données ou à leur inversion peuvent ainsi être enregistrés et lancés dans n’importe quel dossier de l’ordinateur.

Par la suite, les codes **Radial\_profil\_am.py** et **Radial\_Topography\_am.py** permettent d’extraire des profils radiaux des images issues des logiciels d’acquisition.

Le code **Parameters\_value.py** permet de créer les fichiers “*Injected\_Volumes\_Manip\_#.txt*” et “*Experimentale\_conditions\_Manip\_#.txt*”. Ils contiennent respectivement les volumes et les valeurs des paramètres physiques ( $\rho_{down}$ ,  $\rho_c$ ,  $\rho_{up}$ ,  $\rho_m$ ,  $H_0$ ,  $\nu$ , *Coefficient*). Le paramètre “*Coefficient*” est celui utilisé pour calculer le module de Young,  $E$ , à partir du coefficient de Poisson  $\nu$  et des mesures rhéologiques qui ont été faites sur des morceaux de gélatine représentant les trois cas tests.

Le code **Colorimetrie\_4k\_am.py** permet de traiter les données de colorimétrie et de convertir l’intensité lumineuse en hauteur de liquide.

Le code **Fit\_curve\_manip.py**, quant à lui, permet de faire l’inversion des données de déformation.

Dans la suite de cette annexe ces codes sont détaillés, notamment leur *input* et leur *output* comme ils apportent des précisions sur la manière de traiter les données.

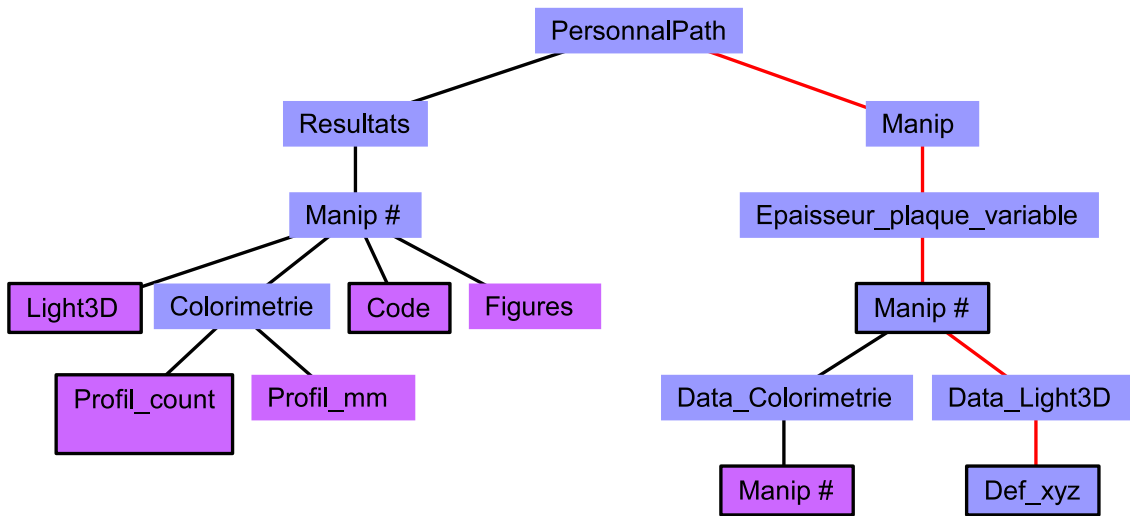


FIGURE H.1 – Architecture de dossier dans laquelle les codes écrivent ou lisent des données. Les dossiers encadrés sont ceux où les codes lisent des données, les dossiers en mauves sont ceux où ils enregistrent des *outputs*.

Dans tous les codes cités ci-dessus, les paramètres qui sont à modifier à chaque nouvelle expérience sont regroupés tout au début. Ce sont eux qui sont détaillés dans la suite de cette annexe. Dans les codes, ils sont précédés de l'indication :

```
1 #####
2 #   Editable part   #
3 #####
```

Viennent ensuite une série d'autres paramètres qui sont à modifier qu'une seule fois, lorsque les codes sont utilisés sur un nouvel ordinateur. Il s'agit des chemins d'accès des dossiers et de la nomenclature des fichiers à y lire. Si les noms des dossiers de l'architecture illustrée par la figure H.1 ne sont pas changés, seul le chemin du dossier nommé "PersonalPath" sur cette même figure est à modifier. Ces paramètres ne sont pas détaillés ici. Ils le sont brièvement sous forme de commentaire dans les codes eux-mêmes. Ils sont précédés de l'indication :

```
1 #####
2 #   Data location   #
3 #####
```

Finalement, la partie qui ne nécessite pas de modifications est à la suite de l'indication :

```
1 #####
2 #   Automatic part (no modification needed)   #
3 #####
```

## H.1 Données issues du logiciel Davis pour la méthode de colorimétrie

Pour cette méthode, la majeure partie du traitement se fait en dehors du logiciel d'acquisition.

### H.1.1 Récupération des données issues du logiciel Davis : Trie \_ fichier \_Davis.py

Lorsque le logiciel Davis exporte les images sous forme de nuages de point il crée un dossier avec le nom de l'image et écrit à l'intérieur un fichier "*B00001.xyz*" qui contient les données de l'image. De manière à trier et fixer le nom de ces différents fichiers, une courte série de lignes de code ont été écrites. Le point le plus important est que ce code trie et range les fichiers en leur attribuant un préfixe. Ce préfixe est différent en fonction du type de données : si le fichier représente l'image acquise avant les injections, une image acquise après une injection ou la différence entre les deux. La nomenclature attribuée au fichier permet aux autres codes de les détecter automatiquement. Il y a 5 *inputs* à modifier dans ce code.

**manip** Nom de l'expérience considérée. Il faut utiliser la forme "*Manip\_n°*" pour nommer les expériences, sans quoi les autres codes ne reconnaîtront pas les fichiers.

**Date** Date de l'expérience au format JJMMAA.

**Debut** 'Diff\_', si l'utilisateur veut trier les images qui correspondent à la différence entre deux images. 'Int\_', s'il veut trier les images acquises lors de l'expérience.

**ok** 'o', si les données contiennent l'acquisition initiale. Dans le cas contraire : 'n'. Il faut faire attention à bien modifier si nécessaire entre les images qui correspondent à une différence et les images qui correspondent à une acquisition. L'acquisition initiale dans le cas de la différence de deux images correspond à la différence de l'image initiale par elle même.

**test2** 'o', si les données sont issues de la moyenne de plusieurs images. 'n', si les données sont issues de l'acquisition d'une unique image. Ce paramètre permet de gérer la différence de nomenclature qu'a Davis pour exporter les données issues de ces deux méthodes.

Les préfixes attribués par le code sont

**Diff** si l'image correspond à une différence entre l'image initiale et une image acquise après une injection.

**Ini\_Diff** si l'image correspond à la soustraction de l'image initiale par elle même. Normalement, cette image a une intensité de 0 pour tous les pixels.

**Int** si l'image correspond à une image acquise après une injection.

**Ini\_Int** si l'image correspond à l'image initiale.

Ce code doit être lancé dans le même dossier que celui où se situe le dossier "*Fi-chiers\_a\_tries\_Davis*" qui contient les dossiers exportés depuis Davis.

## H.1.2 Extraction des profils radiaux : `Radial_profil_am.py`

Les codes qui ont été mis en place par [Delorme et al. \(2017\)](#) ont été réutilisés et adaptés pour extraire des profils radiaux des données de colorimétrie. Les images exportées depuis le logiciel Davis sont sous la forme d'un fichier ".XYZ" qui contient 3 colonnes. Les deux premières correspondent à la position de chaque pixel sur l'image et la troisième correspond à l'intensité mesurée pour chaque pixel. Ce code comporte plusieurs paramètres modifiables.

**manip** Nom de l'expérience considérée, fixé par la variable du même nom dans le code `Trie_fichier_Davis.py`.

**prefix** Il peut prendre quatre valeurs en fonction des quatre types d'images qui sont à traiter : 'Diff', 'Int', 'Ini\_Diff', 'Ini\_Int' (voir sous section précédente pour leur signification).

**test** 'o', si le code est lancé pour faire des tests afin de déterminer les meilleurs paramètres pour **X\_center**, **Y\_center**, **X\_max** et **Y\_max** ou 'n' s'il s'agit du calcul pour traiter les données.

**X\_center**, [**Y\_center** Position de l'épaisseur maximale de liquide sur l'image. Cette position est déterminée par celle du maximum de différence entre l'image initiale et une image acquise après une injection. Le code attend une position en pixel et non en mètre.

**X\_max**, **Y\_max** Position sur l'image servant à définir un cercle de centre (**X\_center**, **Y\_center**) dans lequel seront faits les profils radiaux. Comme pour le centre du cercle le code attend une position en pixel et non en mètre.

**ExclusionList** Indice des fichiers contenant un problème lors de l'acquisition. Il est important pour la suite qu'il n'y ait qu'un seul profil radial par volume consigné dans le fichier "*Injected\_Volumes\_Manip\_#.txt*". Ce paramètre sert à exclure les doublons. Pour gérer le fait d'avoir plusieurs profils pour un même volume injecté, la valeur de ce volume doit être écrite plusieurs fois dans le fichier "*Injected\_Volumes\_Manip\_#.txt*".

**alpha** Délimitation de la zone où sont faits les profils radiaux ainsi que l'angle entre deux profils ( $\theta_{min}$ ,  $\theta_{max}$ ,  $d\theta$ )

**npoints** Nombre de points dans le fichier d'origine qui correspond à une ligne complète sur l'image.

**dR** équivalence pixel/mètre sur l'image.

**step** Nombre de points le long du profil moyen qui seront renvoyés en *output*.

Toutes les valeurs utilisées pour les différentes expériences sont consignées dans le tableau de l'annexe F page 209..

L'*output* de ce code est un fichier "*Colorimetry\_mean\_measured\_prefix\_profile\_manip\_#.txt*". Ce fichier contient deux colonnes. Dans la première est inscrite l'intensité moyenne calculée à partir des profils radiaux, en niveau de gris. Dans la seconde, les positions radiales correspondant aux intensités moyennes en mètre.

### H.1.3 Conversion de l'intensité en hauteur de liquide : Colorimetric\_4k\_am.py

Ce code a été adapté à partir de celui écrit par Garel et al. (2012). Il n'y a que trois paramètres à modifier pour traiter les données.

**manip** Nom de l'expérience considérée, fixé par la variable du même nom dans le code **Trie\_fichier\_Davis.py**.

**test** 'o', si le code est lancé pour tester différents seuils de détection avant de traiter les données, 'n' si l'utilisateur veut que le résultat soit conservé.

**NbValid** Nombre de fichiers à traiter. Généralement, seuls les 4 premiers ont été traités, de manière à être sûr d'éviter les effets de bord.

Les paramètres à utiliser pour traiter les données, comme le seuil de détection, sont demandés à l'utilisateur lors de l'exécution du code. Ils sont ensuite sauvegardés dans le fichier de *output* du code. Le fichier "*Liquid\_mean\_profile\_manip\_#.mat*" contient :

**Epaisseur\_metres\_moy** un vecteur contenant l'épaisseur en mètre de liquide sous la plaque.

**Vol** un nombre décimal, qui correspond au volume utilisé pour remonter à cette épaisseur.

**Pix** un nombre décimal, qui correspond au facteur pour la conversion de la taille d'un pixel sur l'image en mètre.

**SeuilCount** un nombre décimal, qui correspond au seuil de détection entré par l'utilisateur.



**niveau\_moyen\_bruit** un nombre décimal qui est le niveau de bruit dont les images ont été automatiquement corrigées. Cette valeur correspond à la moyenne des 60 derniers points du profil de différence entre l'image initiale et l'image considérée. Lorsqu'il n'y a pas eu de bruit, cette valeur est zéro.

**w1, score1, w2, score2** qui sont chacun des nombres décimaux. Ils contiennent le nombre de points qui correspond aux deux fenêtres utilisées pour lisser la courbe de données et le score de cross-corrélation correspondant au lissage à l'aide de cette fenêtre.

**bornemin, bornemax** qui sont des entiers, ils correspondent à la portion de la courbe lissée avec la fenêtre 2 qui a été remplacée par celle lissée avec la fenêtre 1 de manière à reproduire au mieux les données.

## H.2 Données issues de Light3D pour les déformations de surfaces

Les données issues du logiciel Light3D ne nécessitent pas de post-traitement. Seuls des profils radiaux sont extraits de la surface renvoyée par le logiciel.

### H.2.1 Récupération des données issues du logiciel Light3D : Trie \_ fichier \_ Light3D.py

Le logiciel Light3D renvoie la déformation du plan sous la forme d'un fichier ".XYZ" contenant 3 colonnes. Les deux premières correspondent à la position de chaque pixel sur l'image et la troisième correspond à la déformation calculée pour chaque pixel. Ces lignes de code servent à créer les fichiers de l'architecture illustrée par la figure H.1 et s'assurer que les fichiers ont la bonne nomenclature pour pouvoir être détectés par les autres codes. Pour cela, il détecte les fichiers dans le dossier "*Fichiers\_a\_tries\_Light3D*", ce dossier doit être dans le même dossier que celui où se situe ce code.

### H.2.2 Extraction des profils radiaux : Radial\_Topography\_am.py

La structure est exactement la même que le code **Radial\_profil\_am.py** décrit plus haut. Son fonctionnement est même plus simple puisqu'il n'attribue pas de préfixes différents entre les différents *outputs*. Seul le nom de quelques variables change :

**manip** Nom de l'expérience considérée, fixé par la variable du même nom dans le code **Trie\_fichier\_Davis.py**.

**test** 'o' si le code est lancé pour faire des tests afin de déterminer les meilleures valeurs pour **X\_center**, **Y\_center**, **X\_max** et **Y\_max** ou 'n' s'il s'agit du calcul pour traiter les données.

**X\_center, Y\_center** Position de l'épaisseur maximale de liquide sur l'image. Cette position est déterminée par celle du maximum de différence entre l'image initiale et une image acquise après une injection. Le code attend une position en pixel et non en mètre.

**X\_max, Y\_max** Position sur l'image servant à définir un cercle de centre (**X\_center**, **Y\_center**) dans lequel seront faits les profils radiaux. Comme pour le centre du cercle le code attend une position en pixel et non en mètre.

**ExclusionList** Indice des fichiers contenant un problème lors de l'acquisition. Il est important pour la suite qu'il n'y ait qu'un seul profil radial par volume consigné dans le fichier "*Injected\_Volumes\_Manip\_#.txt*". Ce paramètre sert à exclure les doublons. Pour gérer le fait d'avoir plusieurs profils pour un même volume injecté, la valeur de ce volume doit être écrite plusieurs fois dans le fichier "*Injected\_Volumes\_Manip\_#.txt*".

**alpha** Délimitation de la zone où sont faits les profils radiaux ainsi que l'angle entre deux profils :  $(\theta_{min}, \theta_{max}, d\theta)$

**npoints** nombre de points dans le fichier d'origine qui correspond à une ligne complète sur l'image.

**magnification** équivalence pixel/mètre sur l'image.

**step** Nombre de points le long du profil moyen qui seront renvoyés en *output*.

Toutes les valeurs utilisées pour les différentes expériences sont consignées dans le tableau de l'annexe F page 209.

Le *output* est également similaire. Il s'agit de fichiers "*Deformation\_mean\_measured\_profile\_manip\_#.txt*" qui contiennent deux colonnes. Dans la première, est inscrite la hauteur de déformation moyenne en millimètre. Dans la seconde, les positions radiales correspondantes en mètre.

### H.3 Inversion des données : `Fit_curve_manip.py`

Ce code contient peu de *inputs* :

**NumberManip** qui correspond au numéro de l'expérience sous forme d'une chaîne de caractère.

**NbValid** un entier qui correspond au nombre d'injections à traiter. Généralement, seules les 4 premières le sont.

**R2, R3, R4** qui sont des nombres décimaux qui correspondent à des points spécifiques le long du profil où la déformation mesurée et celle calculée par le code sont sauvegardées, de manière à pouvoir comparer la reproduction des déformations pour toutes les expériences.

Il renvoie cependant un grand nombre d'*outputs*. La signification des notations utilisées pour désigner les paramètres physiques est récapitulée dans le tableau de l'annexe A page 185. Les notations entre guillemets correspondent aux notations utilisées dans les codes. Toutes les longueurs sont en mètre.

- *Calculated\_deformation\_manip\_#.mat* qui contient le déplacement vertical calculé : "Uz\_tot", le vecteur  $r$  correspondant : "r", la géométrie de la source gaussienne :  $a$  : "acreu" et  $T$  : "Tcreu", la géométrie du disque de liquide :  $R_d$  : "ad" et  $T_d$  : "Td" et la correction apportée au profil, qui correspond à la moyenne des 60 derniers points, "correction".
- *Shape\_source\_code\_manip\_#.mat* qui contient la forme de la source : "Source" et le vecteur  $r$  correspondant : "r".
- *Calculated\_deformation\_r\_0\_manip.mat* qui contient le déplacement calculé au point  $r=0$  : "r1code" est le déplacement mesuré à ce même point : "r1data".
- *Calculated\_deformation\_r\_0ptR2\*100\_manip.mat* qui contient le déplacement calculé au point **R2** : "r2code" et le déplacement mesuré à ce même point : "r2data".
- *Calculated\_deformation\_r\_0ptR3\*100\_manip.mat* qui contient le déplacement calculé au point **R3** : "r3code" et le déplacement mesuré à ce même point : "r3data".
- *Calculated\_deformation\_r\_0ptR4\*100\_manip.mat* qui contient le déplacement calculé au point **R3** : "r3code" et le déplacement mesuré à ce même point : "r3data".
- *Calculated\_volume\_manip.mat* qui contient le volume des sources issues de l'inversion : "CodeVolume".
- *Parameters\_for\_deformation\_manip.mat* qui contient les paramètres décrivant la géométrie de la source gaussienne :  $a$  : "acreu" et  $T$  : "Tcreu" et discoïdale :  $R_d$  : "ad" et  $T_d$  : "Td".

---

## Bibliographie

---

- Annen, C., J. D. Blundy, and R. S. Sparks  
2006. The genesis of intermediate and silicic magmas in deep crustal hot zones. *Journal of Petrology*, 47(3) :505–539.
- Bachmann, O. and G. Bergantz  
2008. The magma reservoirs that feed supereruptions. *Elements*, 4(1) :17–21.
- Biggs, J., S. K. Ebmeier, W. P. Aspinall, Z. Lu, M. E. Pritchard, R. S. J. Sparks, and T. A. Mather  
2014. Global link between deformation and volcanic eruption quantified by satellite imagery. *Nature Communications*, 5(1) :3471.
- Biggs, J. and M. E. Pritchard  
2017. Global Volcano Monitoring : What Does It Mean When Volcanoes Deform? *Elements*, 13(1) :17–22.
- Bryan, C. J., S. Sherburn, H. M. Bibby, S. C. Bannister, and A. W. Hurst  
1999. Shallow seismicity of the central Taupo Volcanic Zone, New Zealand : Its distribution and nature. *New Zealand Journal of Geology and Geophysics*, 42(4) :533–542.
- Burov, E., C. Jaupart, and L. Guillou-Frottier  
2003. Ascent and emplacement of buoyant magma bodies in brittle-ductile upper crust. *Journal of Geophysical Research : Solid Earth*, 108(B4).
- Cadoux, A., B. Scaillet, T. H. Druitt, and E. Deloule  
2014. Magma Storage Conditions of Large Plinian Eruptions of Santorini Volcano (Greece). *Journal of Petrology*, 55(6) :1129–1171.

- Caricchi, L., C. Annen, J. Blundy, G. Simpson, and V. Pinel  
2014. Frequency and magnitude of volcanic eruptions controlled by magma injection and buoyancy. *Nature Geoscience*, 7(2) :126–130.
- Carlino, S. and R. Somma  
2010. Eruptive versus non-eruptive behaviour of large calderas : The example of Campi Flegrei caldera (southern Italy). *Bulletin of Volcanology*, 72(7) :871–886.
- Cashman, K. V. and G. Giordano  
2014. Calderas and magma reservoirs. *Journal of Volcanology and Geothermal Research*, 288 :28–45.
- Cashman, K. V., R. S. J. Sparks, and J. D. Blundy  
2017. Vertically extensive and unstable magmatic systems : A unified view of igneous processes. *Science*, 355(6331) :eaag3055.
- Castaldo, R., L. D’Auria, S. Pepe, G. Solaro, V. De Novellis, and P. Tizzani  
2019. The impact of crustal rheology on natural seismicity : Campi Flegrei caldera case study. *Geoscience Frontiers*, 10(2) :453–466.
- Chadwick, W. W. and J. H. Dieterich  
1995. Mechanical modeling of circumferential and radial dike intrusion on Galapagos volcanoes. *Journal of Volcanology and Geothermal Research*, 66(1-4) :37–52.
- Chang, W. L., R. B. Smith, C. Wicks, J. M. Farrell, and C. M. Puskas  
2007. Accelerated uplift and magmatic intrusion of the Yellowstone caldera, 2004 to 2006. *Science*, 318(5852) :952–956.
- Charlier, B. L., C. J. Wilson, J. B. Lowenstern, S. Blake, P. W. van Calsteren, and J. P. Davidson  
2005. Magma generation at a large, hyperactive silicic volcano (Taupo, New Zealand) revealed by U-Th and U-Pb systematics in zircons. *Journal of Petrology*, 46(1) :3–32.
- Chery, J., A. Bonneville, J. P. Vilotte, and D. Yuen  
1991. Numerical modelling of caldera dynamical behaviour. *Geophysical Journal International*, 105(2) :365–379.
- Cho, I. and Y. Kuwahara  
2013. Constraints on the three-dimensional thermal structure of the lower crust in the Japanese Islands. *Earth, Planets and Space*, 65(8) :855–861.

- Chu, R., D. V. Helmberger, D. Sun, J. M. Jackson, and L. Zhu  
2010. Mushy magma beneath Yellowstone. *Geophysical Research Letters*, 37(1) :L01306.
- Cole, J. W., D. M. Milner, and K. D. Spinks  
2005. Calderas and caldera structures : A review. *Earth-Science Reviews*, 69(1-2) :1–26.
- Comeau, M. J., M. J. Unsworth, and D. Cordell  
2016. New constraints on the magma distribution and composition beneath Volcán Uturuncu and the southern Bolivian Altiplano from magnetotelluric data. *Geosphere*, 12(5) :1391–1421.
- Comeau, M. J., M. J. Unsworth, F. Ticona, and M. Sunagua  
2015. Magnetotelluric images of magma distribution beneath Volcán Uturuncu, Bolivia : Implications for magma dynamics. *Geology*, 43(3) :243–246.
- Cooper, K. M.  
2017. What Does a Magma Reservoir Look Like? The “Crystal’s-Eye” View. *Elements*, 13(1) :23–28.
- Cooper, K. M. and A. J. R. Kent  
2014. Rapid remobilization of magmatic crystals kept in cold storage. *Nature*, 506(7489) :480–483.
- Corbi, F., E. Rivalta, V. Pinel, F. Maccaferri, and V. Acocella  
2016. Understanding the link between circumferential dikes and eruptive fissures around calderas based on numerical and analog models. *Geophysical Research Letters*, 43(12) :6212–6219.
- De Silva, S., G. Zandt, R. Trumbull, J. G. Viramonte, G. Salas, and N. Jiménez  
2006. Large ignimbrite eruptions and volcano-tectonic depressions in the Central Andes : A thermomechanical perspective. *Geological Society Special Publication*, 269(January) :47–63.
- de Silva, S. L. and W. D. Gosnold  
2007. Episodic construction of batholiths : Insights from the spatiotemporal development of an ignimbrite flare-up. *Journal of Volcanology and Geothermal Research*, 167(1-4) :320–335.

- Del Potro, R., M. Díez, J. Blundy, A. G. Camacho, and J. Gottsmann  
2013. Diapiric ascent of silicic magma beneath the Bolivian Altiplano. *Geophysical Research Letters*, 40(10) :2044–2048.
- Delorme, P., V. Voller, C. Paola, O. Devauchelle, É. Lajeunesse, L. Barrier, and F. Métivier  
2017. Self-similar growth of a bimodal laboratory fan. *Earth Surface Dynamics*, 5(2) :239–252.
- DeNosaquo, K. R., R. B. Smith, and A. R. Lowry  
2009. Density and lithospheric strength models of the Yellowstone-Snake River Plain volcanic system from gravity and heat flow data. *Journal of Volcanology and Geothermal Research*, 188(1-3) :108–127.
- Devès, M. H., S. R. Tait, G. C. King, and R. Grandin  
2014. Strain heating in process zones; implications for metamorphism and partial melting in the lithosphere. *Earth and Planetary Science Letters*, 394 :216–228.
- Druitt, T. H., M. Mercier, L. Florentin, E. Deloule, N. Cluzel, T. Flaherty, E. Médard, and A. Cadoux  
2016. Magma Storage and Extraction Associated with Plinian and Interplinian Activity at Santorini Caldera (Greece). *Journal of Petrology*, 57(3) :461–494.
- Farrell, A. K., S. R. McNutt, and G. Thompson  
2017. Seismic attenuation, time delays, and raypath bending of teleseisms beneath Uturuncu volcano, Bolivia. *Geosphere*, 13(3) :699–722.
- Fialko, Y. and J. Pearse  
2012. Sombrero uplift above the Altiplano-Puna magma body : Evidence of a ballooning mid-crustal diapir. *Science*, 338(6104) :250–252.
- Fialko, Y., M. Simons, and Y. Khazan  
2001. Finite source modelling of magmatic unrest in Socorro, New Mexico, and Long Valley, California. *Geophysical Journal International*, 146(1) :191–200.
- Fjeldskaar, W.  
1997. Flexural rigidity of Fennoscandia inferred from the postglacial uplift. *Tectonics*, 16(4) :596–608.
- Fjeldskaar, W. and L. Cathles  
1990. Rheology of mantle and lithosphere inferred from post-glacial uplift in Fennoscandia. *Glacial isostasy, sea-level and mantle rheology*, Pp. 1–19.

Fjeldskaar, W. and L. Cathles

1991. The present rate of uplift of Fennoscandia implies a low-viscosity asthenosphere. *Terra Nova*, 3(4) :393–400.

Fournier, R. O.

1999. Hydrothermal processes related to movement of fluid from plastic into brittle rock in the magmatic-epithermal environment. *Economic Geology*, 94(8) :1193–1211.

Galgana, G., P. McGovern, and E. Grosfils

2009. Coupled Models of Lithospheric Flexure and Magma Chamber Pressurization at Large Volcanoes on Venus. *Proceedings of the 2009 . . . .*

Gardner, J. E., P. W. Layer, and M. J. Rutherford

2002. Phenocrysts versus xenocrysts in the youngest Toba Tuff : Implications for the petrogenesis of 2800 km<sup>3</sup> of magma. *Geology*, 30(4) :347–350.

Garel, F., E. Kaminski, S. Tait, and A. Limare

2012. An experimental study of the surface thermal signature of hot subaerial isoviscous gravity currents : Implications for thermal monitoring of lava flows and domes. *Journal of Geophysical Research : Solid Earth*, 117(2) :B02205.

Geyer, A. and J. Martí

2014. A short review of our current understanding of the development of ring faults during collapse caldera formation. *Frontiers in Earth Science*, 2(September) :1–13.

Gottsmann, J., J. Blundy, S. Henderson, M. Pritchard, and R. Sparks

2017. Thermomechanical modeling of the Altiplano-Puna deformation anomaly : Multiparameter insights into magma mush reorganization. *Geosphere*, 13(4) :GES01420.1.

Gottsmann, J., R. del Potro, and C. Muller

2018. 50 years of steady ground deformation in the Altiplano-Puna region of southern Bolivia. *Geosphere*, 14(1) :65–73.

Gregg, P. M., S. L. De Silva, E. B. Grosfils, and J. P. Parmigiani

2012. Catastrophic caldera-forming eruptions : Thermomechanics and implications for eruption triggering and maximum caldera dimensions on Earth. *Journal of Volcanology and Geothermal Research*, 241-242 :1–12.

Gregg, P. M., E. B. Grosfils, and S. L. de Silva

2015. Catastrophic caldera-forming eruptions II : The subordinate role of magma buoyancy as an eruption trigger. *Journal of Volcanology and Geothermal Research*, 305 :100–113.



- Gualda, G. A. R., D. M. Gravley, M. Connor, B. Hollmann, A. S. Pamukcu, F. Bégué, M. S. Ghiorso, and C. D. Deering  
2018. Climbing the crustal ladder : Magma storage-depth evolution during a volcanic flare-up. *Science Advances*, 4(10) :eaap7567.
- Haxby, W., D. Turcotte, and J. Bird  
1976. Thermal and mechanical evolution of the michigan basin. *Tectonophysics*, 36(1) :57 – 75. Sedimentary basins of continental margins and cratons.
- Henderson, S. T. and M. E. Pritchard  
2013. Decadal volcanic deformation in the central andes volcanic zone revealed by InSAR time series. *Geochemistry, Geophysics, Geosystems*, 14(5) :1358–1374.
- Henderson, S. T. and M. E. Pritchard  
2017. Time-dependent deformation of Uturuncu volcano, Bolivia, constrained by GPS and InSAR measurements and implications for source models. *Geosphere*, 13(6) :1834–1854.
- Hickey, J., J. Gottsmann, and R. Del Potro  
2013. The large-scale surface uplift in the Altiplano-Puna region of Bolivia : A parametric study of source characteristics and crustal rheology using finite element analysis. *Geochemistry, Geophysics, Geosystems*, 14(3) :540–555.
- Huppert, H. E. and R. S. J. Sparks  
1988. The generation of granitic magmas by intrusion of basalt into continental crust. *Journal of Petrology*, 29(3) :599–624.
- Ike, C. C.  
2018. General Solutions for Axisymmetric Elasticity Problems of Elastic Half Space using Hankel Transform Method. *International Journal of Engineering and Technology*, 10(2) :565–580.
- Jaxybulatov, K., N. M. Shapiro, I. Koulakov, A. Mordret, M. Landès, and C. Sens-Schönfelder  
2014. A large magmatic sill complex beneath the Toba caldera. *Science*, 346(6209) :617–619.
- Jay, J. A., M. E. Pritchard, M. E. West, D. Christensen, M. Haney, E. Minaya, M. Sunagua, S. R. McNutt, and M. Zabala  
2012. Shallow seismicity, triggered seismicity, and ambient noise tomography at the long-dormant Uturuncu Volcano, Bolivia. *Bulletin of Volcanology*, 74(4) :817–837.

Jones, S. C.

2012. Local- and regional-scale impacts of the ~74 ka Toba supervolcanic eruption on hominin populations and habitats in India. *Quaternary International*, 258 :100–118.

Kavanagh, J. L., T. Menand, and R. S. J. Sparks

2006. An experimental investigation of sill formation and propagation in layered elastic media. *Earth and Planetary Science Letters*, 245(3-4) :799–813.

Kay, S. M., B. Coira, G. Wörner, R. W. Kay, and B. S. Singer

2011. Geochemical, isotopic and single crystal  $^{40}\text{Ar}/^{39}\text{Ar}$  age constraints on the evolution of the Cerro Galán ignimbrites. *Bulletin of Volcanology*, 73(10) :1487–1511.

Kern, J. M., S. L. de Silva, A. K. Schmitt, J. F. Kaiser, A. R. Iriarte, and R. Economos

2016. Geochronological imaging of an episodically constructed subvolcanic batholith : U-Pb in zircon chronochemistry of the Altiplano-Puna Volcanic Complex of the Central Andes. *Geosphere*, 12(4) :1054–1077.

Konstantinou, K. I.

2010. Crustal rheology of the Santorini-Amorgos zone : Implications for the nucleation depth and rupture extent of the 9 July 1956 Amorgos earthquake, southern Aegean. *Journal of Geodynamics*, 50(5) :400–409.

Kukarina, E., M. West, L. H. Keyson, I. Koulakov, L. Tsibizov, and S. Smirnov

2017. Focused magmatism beneath Uturuncu volcano, Bolivia : Insights from seismic tomography and deformation modeling. *Geosphere*, 13(6) :1855–1866.

Lau, N., E. Tymofyeyeva, and Y. Fialko

2018. Variations in the long-term uplift rate due to the Altiplano–Puna magma body observed with Sentinel-1 interferometry. *Earth and Planetary Science Letters*, 491 :43–47.

Laumonier, M., F. Gaillard, D. Muir, J. Blundy, and M. Unsworth

2017. Giant magmatic water reservoirs at mid-crustal depth inferred from electrical conductivity and the growth of the continental crust. *Earth and Planetary Science Letters*, 457 :173–180.

Loewen, M. W., I. N. Bindeman, and O. E. Melnik

2017. Eruption mechanisms and short duration of large rhyolitic lava flows of Yellowstone. *Earth and Planetary Science Letters*, 458 :80–91.

Lopez, T., F. Aguilera, F. Tassi, J. M. de Moor, N. Bobrowski, A. Aiuppa, G. Tamburello, A. L. Rizzo, M. Liuzzo, F. Viveiros, C. Cardellini, C. Silva, T. Fischer, P. Jean-Baptiste,

- R. Kazayaha, S. Hidalgo, K. Malowany, G. Lucic, E. Bagnato, B. Bergsson, K. Reath, M. Liotta, S. Carn, and G. Chiodini  
2018. New insights into the magmatic-hydrothermal system and volatile budget of Lascar volcano, Chile : Integrated results from the 2014 IAVCEI CCVG 12th Volcanic Gas Workshop. *Geosphere*, 14(3) :983–1007.
- Lundstrom, C. C. and A. F. Glazner  
2016. Silicic Magmatism and the Volcanic–Plutonic Connection. *Elements*, 12(2) :91–96.
- Malfait, W. J., R. Seifert, S. Petitgirard, J. P. Perrillat, M. Mezouar, T. Ota, E. Nakamura, P. Lerch, and C. Sanchez-Valle  
2014. Supervolcano eruptions driven by melt buoyancy in large silicic magma chambers. *Nature Geoscience*, 7(2) :122–125.
- Matsushima, J. and Y. Okubo  
2003. Rheological implications of the strong seismic reflector in the Kakkonda geothermal field, Japan. *Tectonophysics*, 371(1-4) :141–152.
- McFarlin, H., D. Christensen, S. R. McNutt, K. M. Ward, J. Ryan, G. Zandt, and G. Thompson  
2018. Receiver function analyses of Uturuncu volcano, Bolivia and vicinity. *Geosphere*, 14(1) :50–64.
- Melosh, H. J.  
1976. On the origin of fractures radial to lunar basins. *Proc. Lunar Planet. Sci. Conf.*, 7(September) :2967–2982.
- Melosh, H. J.  
1978. The tectonics of mascon loading. *Proceedings of the 9th Lunar and Planetary Science Conference*, 3(A79-39253 16-91) :3513–3525.
- Menand, T.  
2011. Physical controls and depth of emplacement of igneous bodies : A review.
- Menand, T., K. A. Daniels, and P. Bengeriat  
2010. Dyke propagation and sill formation in a compressive tectonic environment. *Journal of Geophysical Research : Solid Earth*, 115(8).
- Michaut, C.  
2011. Dynamics of magmatic intrusions in the upper crust : Theory and applications to laccoliths on Earth and the Moon. *Journal of Geophysical Research*, 116(B5) :B05205.

- Michaut, C. and C. Jaupart  
2011. Two models for the formation of magma reservoirs by small increments. *Tectonophysics*, 500(1-4) :34–49.
- Miller, C. F. and D. A. Wark  
2008. Supervolcanoes and their explosive supereruptions. *Elements*, 4(1) :11–15.
- Mogi, K.  
1958. Relations between the eruptions of various volcanoes and the deformations of the ground surfaces around them.
- Muir, D. D., J. D. Blundy, A. C. Rust, and J. Hickey  
2014. Experimental constraints on dacite pre-eruptive magma storage conditions beneath Uturuncu volcano. *Journal of Petrology*, 55(4) :749–767.
- Myers, M. L., P. J. Wallace, C. J. Wilson, B. K. Morter, and E. J. Swallow  
2016. Prolonged ascent and episodic venting of discrete magma batches at the onset of the Huckleberry Ridge supereruption, Yellowstone. *Earth and Planetary Science Letters*, 451(October) :285–297.
- Naranjo, J. A., V. Villa, C. Ramírez, and C. Pérez de Arce  
2018. Volcanism and tectonism in the southern Central Andes : Tempo, styles, and relationships. *Geosphere*, 14(2) :626–641.
- Pansino, S. and B. Taisne  
2019. How Magmatic Storage Regions Attract and Repel Propagating Dikes. *Journal of Geophysical Research : Solid Earth*, 124(1) :274–290.
- Perkins, J. P., N. J. Finnegan, S. T. Henderson, and T. M. Rittenour  
2016a. Topographic constraints on magma accumulation below the actively uplifting Uturuncu and Lazufre volcanic centers in the Central Andes. *Geosphere*, 12(4) :1078–1096.
- Perkins, J. P., K. M. Ward, S. L. de Silva, G. Zandt, S. L. Beck, and N. J. Finnegan  
2016b. Surface uplift in the Central Andes driven by growth of the Altiplano Puna Magma Body. *Nature Communications*, 7(1) :13185.
- Petford, N., a. R. Cruden, K. J. McCaffrey, and J. L. Vigneresse  
2000. Granite magma formation, transport and emplacement in the Earth's crust.
- Pinel, V.  
2011. Influence of pre-existing volcanic edifice geometry on caldera formation. *Geophysical Research Letters*, 38(11).

Pinel, V. and C. Jaupart

2005. Caldera formation by magma withdrawal from a reservoir beneath a volcanic edifice. *Earth and Planetary Science Letters*, 230(3-4) :273–287.

Pritchard, M., S. de Silva, G. Michelfelder, G. Zandt, S. McNutt, J. Gottsmann, M. West, J. Blundy, D. Christensen, N. Finnegan, E. Minaya, R. Sparks, M. Sunagua, M. Unsworth, C. Alvizuri, M. Comeau, R. del Potro, D. Díaz, M. Diez, A. Farrell, S. Henderson, J. Jay, T. Lopez, D. Legrand, J. Naranjo, H. McFarlin, D. Muir, J. Perkins, Z. Spica, A. Wilder, and K. Ward

2018. Synthesis : PLUTONS : Investigating the relationship between pluton growth and volcanism in the Central Andes. *Geosphere*, 14(3) :954–982.

Pritchard, M. E. and P. M. Gregg

2016. Geophysical Evidence for Silicic Crustal Melt in the Continents : Where, What Kind, and How Much? *Elements*, 12(2) :121–127.

Pritchard, M. E. and M. Simons

2002. A satellite geodetic survey of large-scale deformation of volcanic centres in the central Andes. *Nature*, 418(6894) :167–171.

Reid, M. R. and J. A. Vazquez

2017. Fitful and protracted magma assembly leading to a giant eruption, Youngest Toba Tuff, Indonesia. *Geochemistry, Geophysics, Geosystems*, 18(1) :156–177.

Ritz, J. F.

1994. Determining the slip vector by graphical construction : use of a simplified representation of the stress tensor. *Journal of Structural Geology*, 16(5) :737–741.

Rubin, A. E., K. M. Cooper, C. B. Till, A. J. R. Kent, F. Costa, M. Bose, D. Gravley, C. Deering, and J. Cole

2017. Rapid cooling and cold storage in a silicic magma reservoir recorded in individual crystals. *Science*, 356(6343) :1154–1156.

Rubin, A. M.

1993. Dikes vs. diapirs in viscoelastic rock.

Rubin, A. M.

1995. Getting granite dikes out of the source region. *Journal of Geophysical Research*, 100 :5911–5929.

Self, S. and S. Blake

2008. Consequences of explosive supereruptions. *Elements*, 4(1) :41–46.

- Shelly, D. R., D. P. Hill, F. Massin, J. Farrell, R. B. Smith, and T. Taira  
2013. A fluid-driven earthquake swarm on the margin of the Yellowstone caldera. *Journal of Geophysical Research E : Planets*, 118(9) :4872–4886.
- Shen, W., C. Alvizuri, F.-C. Lin, and C. Tape  
2017. A one-dimensional seismic model for Uturuncu volcano, Bolivia, and its impact on full moment tensor inversions. *Geosphere*, 13(1) :1–10.
- Sherburn, S.  
1992. Characteristics of earthquake sequences in the Central Volcanic Region, New Zealand. *New Zealand Journal of Geology and Geophysics*, 35(1) :57–68.
- Smith, R. B., M. Jordan, B. Steinberger, C. M. Puskas, J. Farrell, G. P. Waite, S. Husen, W. L. Chang, and R. O’Connell  
2009. Geodynamics of the Yellowstone hotspot and mantle plume : Seismic and GPS imaging, kinematics, and mantle flow. *Journal of Volcanology and Geothermal Research*, 188(1-3) :26–56.
- Springer, M. and A. Förster  
1998. Heat-flow density across the central Andean subduction zone. *Tectonophysics*, 291(1-4) :123–139.
- Stock, M. J., M. C. S. Humphreys, V. C. Smith, R. Isaia, R. A. Brooker, and D. M. Pyle  
2018. Tracking Volatile Behaviour in Sub-volcanic Plumbing Systems Using Apatite and Glass : Insights into Pre-eruptive Processes at Campi Flegrei, Italy. *Journal of Petrology*, 59(12) :2463–2492.
- Tibaldi, A.  
2015. Structure of volcano plumbing systems : A review of multi-parametric effects. *Journal of Volcanology and Geothermal Research*, 298 :85–135.
- Timoshenko, S. and J. N. Goodier  
1969. *Theory of elasticity*, 3rd ed edition. Tokyo : McGraw-Hill Kogakusha Ltd.
- Troch, J., B. S. Ellis, D. F. Mark, I. N. Bindeman, A. J. R. Kent, M. Guillong, and O. Bachmann  
2017. Rhyolite Generation prior to a Yellowstone Supereruption : Insights from the Island Park–Mount Jackson Rhyolite Series. *Journal of Petrology*, 58(1) :egw071.
- Vajda, P.  
2016. Recent Developments and Trends in Volcano Gravimetry. In *Updates in Volcanology - From Volcano Modelling to Volcano Geology*, chapter 4. InTech.

Waite, G. P. and R. B. Smith

2002. Seismic evidence for fluid migration accompanying subsidence of the Yellowstone caldera. *Journal of Geophysical Research : Solid Earth*, 107(B9) :ESE 1–1–ESE 1–15.

Walter, T. R. and M. Motagh

2014. Deflation and inflation of a large magma body beneath Uturuncu Volcano, Bolivia? Insights from InSAR data, surface lineaments and stress modelling. *Geophysical Journal International*, 198(1) :462–473.

Ward, K. M., G. Zandt, S. L. Beck, D. H. Christensen, and H. McFarlin

2014. Seismic imaging of the magmatic underpinnings beneath the Altiplano-Puna volcanic complex from the joint inversion of surface wave dispersion and receiver functions. *Earth and Planetary Science Letters*, 404 :43–53.

Watts, A.

2001. *Isostasy and Flexure of the Lithosphere*, chapter 3. Isostasy and Flexure of the Lithosphere. Cambridge University Press.

Webb, T. H., B. G. Ferris, and J. S. Harris

1986. The Lake Taupo, New Zealand, earthquake swarms of 1983. *New Zealand Journal of Geology and Geophysics*, 29(4) :377–389.

Wilson, C. J.

2017. Volcanoes : Characteristics, Tipping Points, and those Pesky Unknown Unknowns. *Elements*, 13(1) :41–46.

Wilson, C. J. and B. L. Charlier

2016. The Life and Times of Silicic Volcanic Systems. *Elements*, 12(2) :103–108.

Wotzlaw, J.-F., I. N. Bindeman, R. A. Stern, F.-X. D’Abzac, and U. Schaltegger

2015. Rapid heterogeneous assembly of multiple magma reservoirs prior to Yellowstone supereruptions. *Scientific Reports*, 5(1) :14026.

Wotzlaw, J. F., I. N. Bindeman, K. E. Watts, A. K. Schmitt, L. Caricchi, and U. Schaltegger

2014. Linking rapid magma reservoir assembly and eruption trigger mechanisms at evolved yellowstone-type supervolcanoes. *Geology*, 42(9) :807–810.

Zollo, A., N. Maercklin, M. Vassallo, D. Dello Iacono, J. Virieux, and P. Gasparini

2008. Seismic reflections reveal a massive melt layer feeding Campi Flegrei caldera. *Geophysical Research Letters*, 35(12) :L12306.