



**HAL**  
open science

# Modélisation de l'influence des défauts de surface sur le comportement en fatigue de nuances d'acier innovantes

Wichian Niamchaona

## ► To cite this version:

Wichian Niamchaona. Modélisation de l'influence des défauts de surface sur le comportement en fatigue de nuances d'acier innovantes. Génie mécanique [physics.class-ph]. Université Clermont Auvergne [2017-2020], 2019. Français. NNT : 2019CLFAC086 . tel-03097660

**HAL Id: tel-03097660**

**<https://theses.hal.science/tel-03097660>**

Submitted on 5 Jan 2021

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

---

N° d'ordre : D.U. :

EDSPIC :

**UNIVERSITÉ CLERMONT AUVERGNE**  
**ECOLE DOCTORALE**  
**SCIENCES POUR L'INGENIEUR DE CLERMONT-FERRAND**

**Thèse**

Présentée par

**NIAMCHAONA Wichian**

Pour obtenir le grade de

**DOCTEUR D'UNIVERSITÉ**

**Matériaux, Structures et Fiabilité**

*Spécialité : Génie mécanique*

MODELISATION DE L'INFLUENCE DES DEFAUTS DE SURFACE SUR LE  
COMPORTEMENT EN FATIGUE DE NUANCES D'ACIER INNOVANTES

Soutenue publiquement le 12 juillet 2019

Devant le jury :

M. AMROUCHE Abdelwaheb	Rapporteur
M. BOUCHAIR Abdelhamid	Examineur
M. LI Jia	Rapporteur
Mme. PENNEC Fabienne	Examineur
M. ROBERT Jean-Louis	Directeur de thèse
M. WEBER Bastien	Examineur

---

## **Sujet : Modélisation de l'influence des défauts de surface sur le comportement en fatigue de nuances d'acier innovantes**

L'innovation de l'industrie métallurgique des aciers pour le secteur automobile passe par la fabrication de nuances d'acier à haute résistance telle que le grade CP800. Les nuances d'acier sont très sensibles, du point de vue de leur comportement en fatigue, à la présence d'un défaut de surface comme ceux générés par la mise en forme des pièces ou par la découpe des tôles. Des défauts de plusieurs types et de différentes tailles, similaires à ceux rencontrés lors du poinçonnage ou de l'emboutissage des tôles, ont été reproduits par électroérosion sur des éprouvettes de la nuance d'acier CP800. Ces éprouvettes font l'objet de notre étude en fatigue sur les plans numérique et expérimental. La modélisation de l'influence de ces défauts en fatigue utilise les deux approches globale et de type plan critique de la fatigue multiaxiale, et avec prise en compte du gradient des contraintes.

La simulation numérique vise à établir les champs des contraintes et leurs gradients au voisinage des défauts analysés expérimentalement. La prise en compte des gradients des contraintes permet aux critères de fatigue multiaxiaux une prévision du comportement réel en fatigue beaucoup plus juste de cette nuance d'acier en présence de défauts de surface. Prendre en compte l'influence du gradient de contrainte est indispensable pour une prévision correcte de la limite de fatigue du matériau à haute résistance en présence d'un défaut de petite taille.

**Mots clés :** fatigue multiaxiale, défaut de surface, acier innovant, simulation numérique, essai de fatigue, gradient de contrainte, durée de vie.

## **Title: Modelisation of surface defects influence upon the fatigue behaviour of innovative steel grades**

The steel manufacturers develop nowadays high strength steels as CP800 grade for automotive applications for the purpose of lightening vehicles. Such steels are strongly sensitive from the fatigue behaviour point of view to the surface defects generated by metal forming or cutting of steel sheets. Surface defects of different types and sizes were machined by electroerosion on CP800 specimens so that they are similar to the surface defects observed on steel sheets after stamping or cutting. The present study deals with the numerical and the experimental fatigue behaviour simulation of these specimens. The defect influence modelisation about the steel fatigue behaviour uses either the critical plane approach or the integral approach in multiaxial fatigue. The stress gradient influence contributes also to the fatigue life prediction of the defective samples.

The numerical simulation aims to assess stress states and stress gradient fields within the tested specimens in the vicinity of their own surface defects. Accounting for stress gradients strongly improves the ability of multiaxial fatigue criteria to accurately predict the actual fatigue resistance of defective specimens. It shows also that multiaxial criteria have to be calibrated over fatigue test results with high stress gradients to properly predict the fatigue behaviour of high strength steel with surface small defect.

**Keywords :** multiaxial fatigue, surface defects, innovative steel, numerical simulation, fatigue test, stress gradient, fatigue life.

---

*A mes parents*

*A mes sœurs*

*Et à tous ceux qui me sont chers*



---

## REMERCIEMENTS

Je remercie d'abord Monsieur **Jean-Louis ROBERT**, Professeur à l'IUT d'Allier et à Polytech Clermont-Ferrand (Université Clermont Auvergne) qui m'a proposé ce sujet de thèse et a accepté d'être mon directeur de thèse. Je tiens à le remercier également pour le vélo qu'il m'a prêté pendant les années de thèse, pour tous les conseils qui m'ont permis de découvrir la vie de la recherche, et pour de bonnes connaissances transmises. Je remercie Madame **Evelyne GIL**, professeure et directrice de l'Institut Pascal, pour m'avoir autorisé à m'inscrire et effectuer ma thèse au sein du laboratoire, sur son site de Montluçon.

Ensuite, je voudrais adresser toute ma gratitude à Messieurs **Abdelwaheb AMROUCHE** et **Jia LI**, professeurs à l'université d'Artois et à l'université Paris XIII respectivement, pour avoir accepté de rapporter ma thèse. Je les remercie pour leur travail. Je suis très reconnaissant envers Monsieur **Abdelhamid BOUCHAIR**, professeur à l'Institut Pascal, d'avoir accepté de participer à ce jury de thèse.

Mes remerciements s'adressent bien entendu aussi à Messieurs **Bastien WEBER**, **Michel DUCHET** et **Kévin TIHAY**, l'équipe d'ingénieurs et technicien d'ArcelorMittal, le partenaire industriel de l'Institut Pascal pour cette thèse, pour nous avoir fourni toutes les éprouvettes pour les essais et pour le partage de données et de conseils pour analyser les résultats des essais.

Je tiens à remercier Monsieur **Pascal VELLEAUD**, Ingénieur d'études de l'IUT d'Allier pour sa gentillesse et pour avoir été mon support dans l'utilisation de la machine de fatigue. Il m'a donné de nombreux conseils pour la partie expérimentale de ma thèse notamment au niveau du réglage de la machine de fatigue.

Je remercie Madame **Fabienne PENNEC**, Maître de Conférences de l'Université Clermont Auvergne pour ses bons conseils sur l'utilisation des logiciels dont j'ai eu besoin dans cette thèse.

Je remercie également Monsieur **Sylvain LEPETIT**, technicien informatique au département Génie Mécanique et Productique de l'IUT d'Allier pour m'avoir aidé à résoudre les problèmes informatiques rencontrés.

Merci aussi à Madame **Isabelle LEGENDARME**, secrétaire dévouée du département Génie Mécanique et Productique de l'IUT d'Allier, pour son sourire et ses fournitures de bureautique durant mes années de thèse.

Merci enfin et surtout à ma famille pour m'avoir donné le moral et prodigué des encouragements chaleureux au cours de ma thèse. Je remercie également tous mes amis, qui m'ont aidé par leur réconfort et m'ont toujours encouragé à réussir.

---

# SOMMAIRE

<b>Introduction</b> .....	9
<b>Chapitre I : Analyse bibliographique</b> .....	11
I.1 Les défauts de surface étudiés.....	12
I.2 Propriétés en fatigue – courbe S-N.....	14
<i>I.2.1 Caractéristiques mécaniques en fatigue</i> .....	14
<i>I.2.2 Estimation de la limite de fatigue</i> .....	16
<i>I.2.2.1 Méthode de l’escalier</i> .....	16
<i>I.2.2.2 Méthode d’itération</i> .....	17
<i>I.2.3 Amorçage et propagation de fissure</i> .....	17
I.3 Critère d’endurance pour un matériau avec défaut.....	19
<i>I.3.1 Approches relevant de la mécanique de la rupture</i> .....	20
<i>I.3.2 Approches de type entaille</i> .....	21
<i>I.3.3 Approches empiriques</i> .....	25
<i>I.3.3.1 Cas d’un seul défaut</i> .....	25
<i>I.3.3.2 Cas des défauts multiples</i> .....	28
<i>I.3.4 Approche non locale</i> .....	29
I.4 Influence de l’effet d’échelle et du caractère non uniforme du champ des contraintes sur les propriétés de résistance à la fatigue.....	36
<i>I.4.1 Effet d’échelle et du type de sollicitation en fatigue</i> .....	37
<i>I.4.2 Influence en fatigue de l’hétérogénéité du champ de contraintes généré par... une entaille</i> .....	40
<i>I.4.3 Méthode de Brand et Sutterlin en fatigue uniaxiale pour tenir compte de... l’hétérogénéité du champ de contraintes</i> .....	41
<i>I.4.4 Prise en compte de l’effet d’échelle en fatigue multiaxiale en présence... d’un champ hétérogène de contraintes</i> .....	44
I.5 Conclusion.....	46

---

<b>Chapitre II : Campagne expérimentale</b> .....	48
II.1 Machine de fatigue.....	49
II.1.1 Machine de fatigue MTS.....	49
II.1.2 Réglage de l'alignement des mors.....	50
II.2 Matériaux et éprouvettes de fatigue.....	52
II.3 Observation des défauts usinés et des faciès de rupture des éprouvettes.....	55
II.3.1 Observation des éprouvettes sans défaut rompues par fatigue.....	55
II.3.2 Observation des éprouvettes rompues avec défaut.....	60
II.4 Résultats et analyse des essais de fatigue.....	62
II.4.1 Résultats obtenus pour la référence AR203.....	63
II.4.2 Résultats obtenus pour la référence AY1268.....	64
II.4.2.1 Résultats des essais pour les éprouvettes sans défaut : .....	
courbes S-N.....	64
a) Résultats obtenus par les deux laboratoires (Institut Pascal et.....	
ArcelorMital.....	64
b) Comparaison pour la référence AY1268 sans défaut des résultats..	
d'ArcelorMittal et de ceux de l'institut Pascal.....	69
c) Comparaison de la référence AY1268 et AR203.....	70
II.4.2.2 Influence des défauts en fatigue pour la référence AY1268.....	70
a) Défaut oblong présent sur la tranche des éprouvettes.....	70
b) Défaut rond présent sur la tranche des éprouvettes.....	72
c) Défaut coin.....	76
d) Défaut transversal sur la face principale de l'éprouvette.....	80
e) Défaut sur la face principale et incliné à 45°.....	83
f) Comparaison des défauts du point de vue de leur nocivité.....	
en fatigue.....	86
II.5 Conclusion.....	90

---

---

<b>Chapitre III : Démarche et résultats de la simulation Numérique.....</b>	<b>92</b>
III.1 Modèle géométrique.....	93
<i>III.1.1 Données matériau et lois de comportement.....</i>	<i>93</i>
<i>III.1.2 Modèle géométrique et conditions aux limites.....</i>	<i>94</i>
<i>III.1.3 Optimisation du maillage des éprouvettes .....</i>	<i>94</i>
<i>III.1.4 Utilisation des plans de symétrie.....</i>	<i>96</i>
<i>III.1.5 Second démarche d'optimisation des temps de calcul.....</i>	<i>98</i>
<i>III.1.5.1 Modèle sans défaut.....</i>	<i>98</i>
<i>III.1.5.2 Modèle avec défaut.....</i>	<i>102</i>
III.2 Obtention du gradient des contraintes par interpolation parabolique.....	104
III.3 Etude des champs et des gradients de contraintes pour une éprouvette sans défaut..	106
III.4 Etude des champs et des gradients de contraintes pour une éprouvette avec défaut..	108
<i>III.4.1 Cas d'un défaut présent sur le bord de découpe latéral de l'éprouvette.....</i>	<i>108</i>
<i>III.4.1.1 Défaut rond.....</i>	<i>108</i>
<i>III.4.1.2 Etude de l'influence du rayon du défaut.....</i>	<i>111</i>
<i>III.4.1.3 Défaut oblong.....</i>	<i>116</i>
<i>III.4.1.4 Comparaison des deux défauts.....</i>	<i>119</i>
<i>III.4.2 Défaut coin situé sur un angle de la section droite minimale.....</i>	<i>121</i>
de l'éprouvette.....	121
<i>III.4.3 Cas d'un défaut au centre de la face de l'éprouvette.....</i>	<i>128</i>
<i>III.4.3.1 Défaut dans le plan de la section droite.....</i>	<i>128</i>
<i>III.4.3.2 Défaut orienté à 45°.....</i>	<i>134</i>
<i>III.4.4 Comparaison de la concentration de contrainte et du gradient des défauts...137</i>	<i>137</i>
III.5 Conclusion.....	146
<b>Chapitre IV : Modélisation de l'influence des défauts de surface sur le comportement en fatigue de l'acier CP800.....</b>	<b>148</b>
IV.1 Influence du gradient de contrainte sur les propriétés de fatigue de l'acier CP800..	149

---

---

IV.2 Critères de fatigue multiaxiaux existants avec prise en compte du gradient.....	152
IV.2.1 Le critère de Matake.....	152
IV.2.2 Le critère de Crossland.....	154
IV.2.3 Le critère de Nadot.....	155
IV.2.4 Le critère de Fogue.....	156
IV.2.5 Le critère de Robert.....	158
IV.3 Critères de fatigue multiaxiaux adaptés à la prise en compte de l'influence en fatigue du gradient.....	160
IV.3.1 Critère de Dang Van adapté à la prise en compte du gradient de ..... contrainte.....	160
IV.3.2 Adaptation du critère de Papadopoulos à la prise en compte du gradient..... .....	160
IV.3.3 Intégration de l'influence en fatigue du gradient dans le critère de Zenner.... .....	161
IV.4 Application des critères de fatigue avec gradient aux éprouvettes comportant des..... défauts.....	162
IV.4.1 Comparaison des cycles de contraintes rencontrés avec le seuil d'endurance du matériau.....	165
IV.4.2 Prédiction des critères multiaxiaux avec gradient en endurance limitée.....	168
IV.5 Analyse des résultats obtenus et conclusion.....	181
IV.5.1 Synthèse de la démarche suivie.....	181
IV.5.2 Influence du type de défaut rencontré.....	182
IV.5.3 Validation des critères de fatigue multiaxiaux.....	183
<b>Conclusions et perspectives.....</b>	<b>185</b>
<b>Bibliographie.....</b>	<b>188</b>
<b>Liste des tableaux.....</b>	<b>193</b>
<b>Liste des figures.....</b>	<b>197</b>
<b>Annexe.....</b>	<b>205</b>

---

---

## INTRODUCTION

L'ingénieur de conception dans l'industrie automobile doit élaborer des produits qui répondent de façon durable aux besoins de qualité, de service et de sécurité. Les pièces de structure principales dans le domaine automobile sont souvent élaborées à partir d'aciers comme par exemple le châssis d'une voiture. La sidérurgie a beaucoup progressé ces dernières années en produisant des aciers de plus en plus performants. Les aciers à haute limite d'élasticité, notamment, permettent de supporter des charges plus importantes grâce à leur haute résistance, leur grande déformabilité et leur bonne soudabilité. Cependant, ces performances vis-à-vis de la tenue en service peuvent être dégradées par la présence de défauts au sein de la microstructure du matériau ou en surface du composant. Les sidérurgistes raisonnent en termes de taille du défaut admissible pour une durée de vie donnée de la structure sous chargement cyclique.

Le comportement en fatigue d'un matériau métallique dépend de plusieurs paramètres, comme la résistance du matériau de base, le rapport de charge du chargement rencontré, la nature du chargement (traction, compression ou torsion), ou encore la présence de défauts induits par le procédé de fabrication ou par la mise en forme. En général on peut rencontrer plusieurs familles de défauts : les inclusions non métalliques, les vides (porosités ou retassures), les fissures ou rayures dues à l'usinage ou à la mise en forme. Ces défauts contribuent tous à modifier le comportement en fatigue en fonction de la taille, de la position (interne ou en surface) et de la morphologie du défaut. Pour les aciers, la résistance à la fatigue est très sensible à la taille des défauts surtout si la résistance du matériau est très élevée. Même si la taille des défauts est considérée comme petite lorsque sa plus grande longueur est inférieure au millimètre, son influence n'en demeure pas moins marquée.

Le travail de cette thèse porte sur les défauts que la fabrication des composants mécaniques réalisés à partir de tôles d'acier génère sur leur surface. La nuance de métal étudiée est l'acier Complex Phase CP800. L'objectif est de mesurer expérimentalement l'influence des défauts de surface sur la réduction de résistance à la fatigue de la nuance d'acier puis ensuite d'utiliser les outils de la fatigue multiaxiale en présence de champs de contraintes hétérogènes pour estimer la limite de fatigue effective du matériau en présence de ces défauts. Les gradients des contraintes sont à inclure dans les critères de fatigue multiaxiaux, leur influence bénéfique venant contre-balancer en partie la nocivité de la concentration de contrainte générée par le défaut. La simulation numérique par Elément Finis est mise à contribution pour analyser à la fois les concentrations de contraintes liées au défaut et les gradients de contraintes importants naissant de cet effet local.

La présentation des travaux est réalisée sous la forme de quatre chapitres.

Le premier chapitre est une étude bibliographique de la fatigue uniaxiale et multiaxiale, plus particulièrement orientée vers la prise en compte des défauts dans la prévision de durée de vie des matériaux. Plusieurs méthodes sont répertoriées, qui prennent en compte le rôle d'un défaut quant au comportement en fatigue d'un matériau : l'approche dite de la mécanique de la rupture, l'approche de type entaille, l'approche empirique et enfin l'approche dite non locale, qui peut s'appliquer à tout type de chargement de fatigue, en particulier pour ceux

---

généralisant des états de contraintes multiaxiaux, et qui introduisent la notion de gradient de contrainte dans le formalisme d'un critère multiaxial de fatigue. Le gradient des contraintes est pris en compte, qu'il soit lié à la nature de la sollicitation (flexion par exemple), ou à la présence du défaut qui représente une discontinuité géométrique.

Le deuxième chapitre présente l'ensemble des travaux expérimentaux de caractérisation et d'observation du comportement en fatigue de l'acier CP800, tout d'abord pour le métal de base sans défaut (comportement intrinsèque en fatigue), puis avec les défauts de surface réalisés par électroérosion à fil (cette phase est destinée à mesurer la sensibilité de l'acier CP800 à ces défauts du point de vue de ses caractéristiques en fatigue). Les éprouvettes ont été prélevées dans des tôles de 2 mm d'épaisseur. Plusieurs types de défauts, de tailles et de géométries différentes sont testés.

La sollicitation de fatigue à amplitude constante appliquée aux éprouvettes est une traction ondulée de rapport de charge  $R$  égale à 0,1, et de fréquence 20 Hz. Deux nuances de cet acier, notées AR203 et AY1268 ont été étudiées conjointement par le partenaire industriel ArcelorMittal d'une part, et par notre laboratoire l'Institut Pascal sur le site de Montluçon où nous disposons d'une machine de fatigue MTS de traction-compression d'une capacité de  $\pm 100$  kN. L'ensemble des résultats des essais expérimentaux, en termes de durées de vie et d'observations, sont décrits et analysés dans ce chapitre.

Le troisième chapitre est dédié à la modélisation numérique des éprouvettes testées expérimentalement en vue d'obtenir les champs de contrainte au voisinage des défauts ainsi que les gradients de l'ensemble des composantes des contraintes. D'une façon générale le modèle numérique avec ou sans défaut est établi sous le logiciel de Conception Assistée par Ordinateur CATIA V5, puis importé sous le code de calcul par Eléments Finis FEMAP Nastran pour l'analyse par Eléments Finis, sous le chargement imposé en fatigue. La détermination des gradients des contraintes dans une direction donnée est basée sur une interpolation parabolique des contraintes aux trois premiers nœuds rencontrés dans cette direction.

Le quatrième chapitre est une étude de la capacité des critères de fatigue multiaxiaux avec prise en compte du gradient, de traduire la dégradation du comportement en fatigue de l'acier CP800, engendrée par les défauts de surface. Le fait de prendre en compte le gradient de contrainte est qualifié d'approche non locale puisque son évaluation fait appel aux contraintes dans une zone autour du point considéré, au voisinage immédiat du défaut. Plusieurs critères multiaxiaux de fatigue relevant soit de l'approche intégrale, soit de l'approche plan critique, sont retenus pour être complétés d'un terme proportionnel à la contrainte normale au plan matériel considéré et affecté du gradient de cette contrainte normale. Chaque modèle est basé sur des limites de fatigue obtenues pour l'acier sans défaut et une limite de fatigue obtenue en présence d'un défaut, afin de mesurer l'effet bénéfique en fatigue du gradient de contrainte.

---

**Chapitre I**  
*Analyse bibliographique*



---

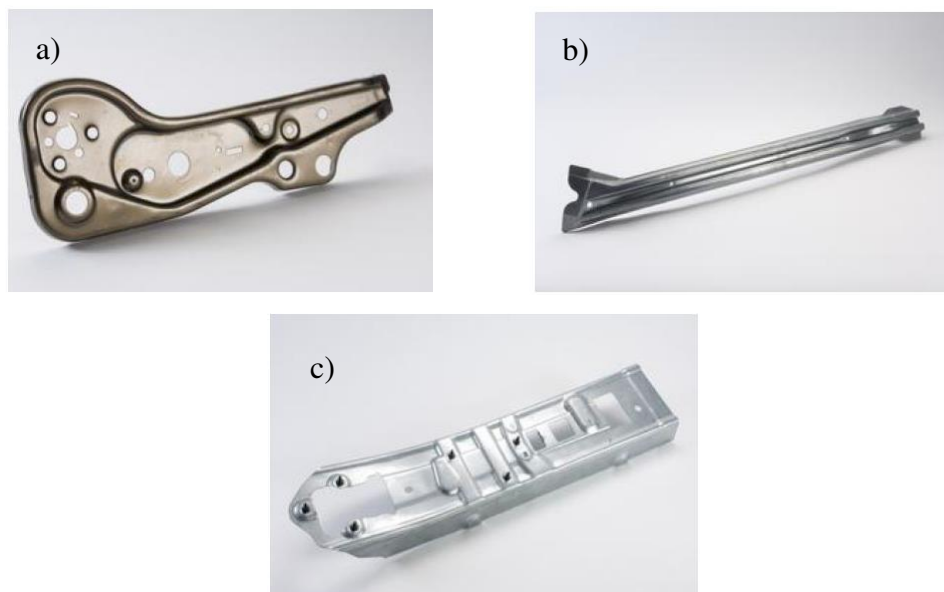
La première partie de cette analyse bibliographique concerne les défauts de surface qui apparaissent à la surface des composants mécaniques fabriqués à partir de tôles en acier mises en forme et découpées. C'est ce type de défaut qui fait l'objet du sujet scientifique de la thèse et sur lequel nous avons fait porter notre investigation. Des généralités concernant le phénomène de fatigue et le comportement en fatigue des matériaux et des structures, notamment du point de vue de la caractérisation des propriétés de fatigue, viennent décrire les éléments expérimentaux qui permettront de mettre en évidence l'influence de l'apparition de ces défauts de surface.

L'objectif de notre travail est de développer une démarche permettant de déterminer l'influence des défauts sur la tenue en fatigue à grand nombre de cycles de nuances d'acier à haute limite d'élasticité. A ce titre l'ensemble des approches existantes pour estimer la limite de fatigue d'un matériau comportant des défauts sont présentées et discutées dans la seconde partie de ce chapitre.

L'étude bibliographique distingue ainsi quatre types d'approches : les approches relevant de la mécanique de la rupture, les approches de type entaille, les approches dites empiriques, et les approches dites non locales, basées sur un gradient de contraintes. Les critères de fatigue multiaxiaux avec prise en compte du gradient sont à cette occasion présentés.

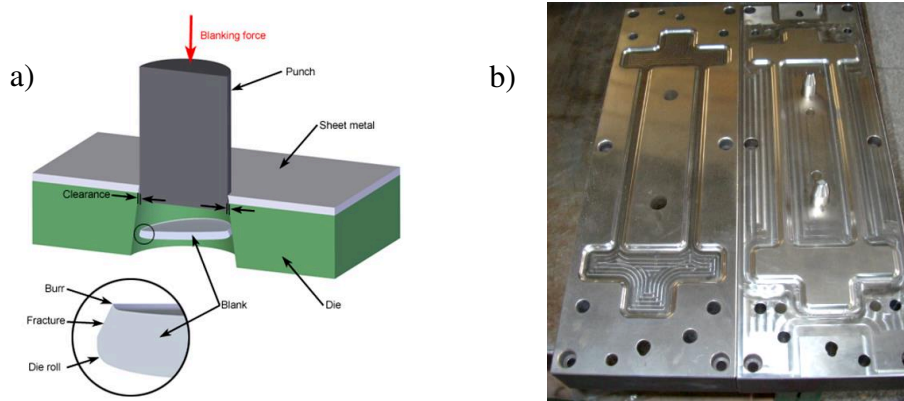
## I.1 Les défauts de surface étudiés

L'objet de la thèse est d'étudier l'influence de défauts de surface, dont la présence est liée à la mise en forme de tôles de la nuance d'acier Complex Phase (CP800), sur son comportement en fatigue. Des composants automobiles comme certains éléments de liaison au sol sont souvent élaborés à partir de tôles de ce type d'acier, détournées et mises en forme. A titre d'exemple la figure I.1 présente certains de ces composants comme un flasque d'assise (d'épaisseur 1,5 mm), une barre de porte (épaisseur 2 mm), ou un renfort de tunnel (épaisseur 1,6 mm).



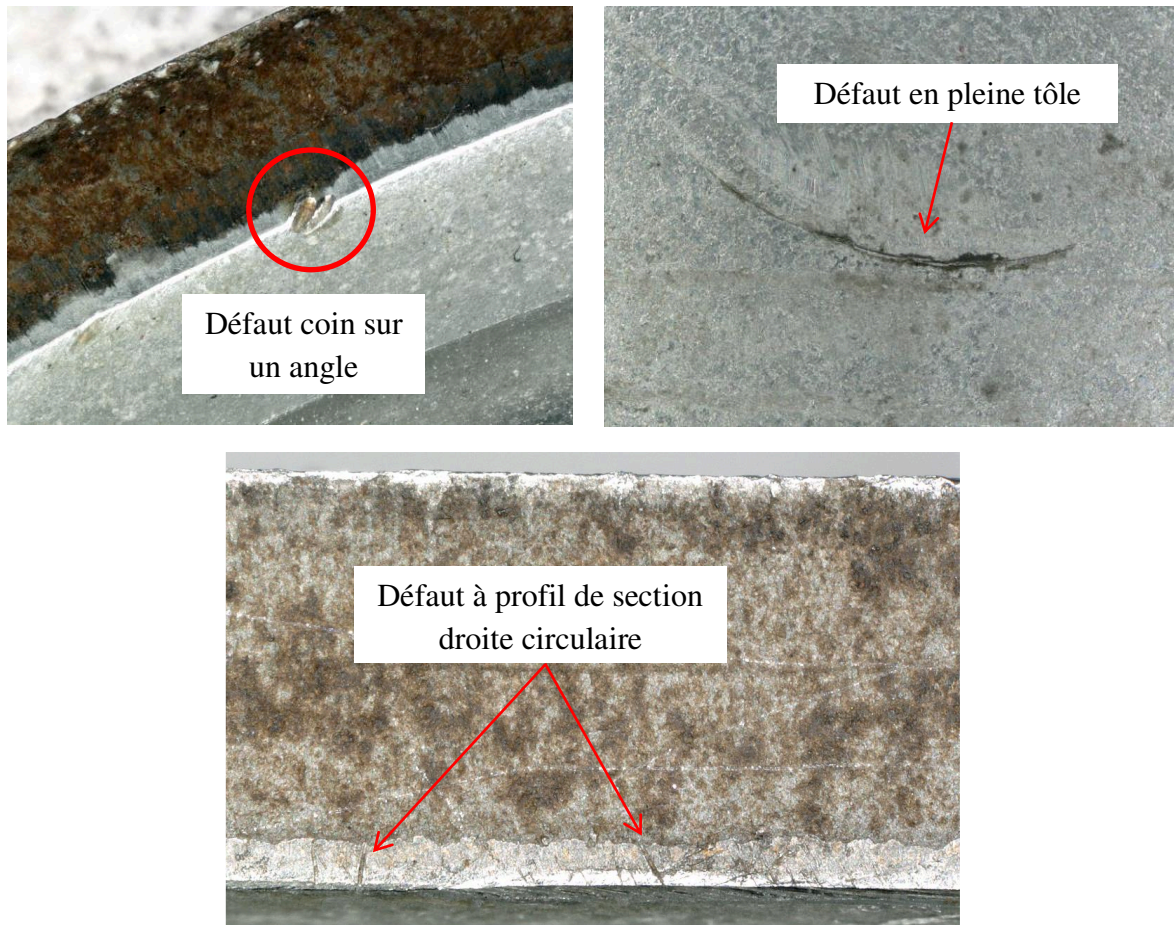
**Figure I.1 : Composants automobiles élaborés à partir de tôles d'acier a) flasque d'assise, b) barre de porte, c) renfort de tunnel**

Les défauts sur pièces apparaissent souvent lors de leur fabrication à haute cadence, de leur stockage, ou de leur acheminement du lieu de fabrication à celui du montage sur la chaîne d'assemblage. Ces défauts sont généralement situés soit sur le bord de découpe lorsque la pièce a été découpée par un poinçonnage ou un cisailage de la tôle, soit sur la face frontale de la tôle lorsque la mise en forme est réalisée par estampage, figure I.2.



**Figure I.2 : Principe a) du poinçonnage, b) de l'estampage de tôles**  
(source : [www.custompartnet.com](http://www.custompartnet.com) et [www.apexyl.com](http://www.apexyl.com))

La figure I.3 atteste de la présence de défauts de différentes formes sur un triangle de suspension automobile après sa mise en forme. Les trois principaux défauts géométriques étudiés dans nos travaux sont rencontrés sur ce triangle de suspension automobile.



**Figure I.3 : Principaux défauts observés sur un triangle de suspension automobile**

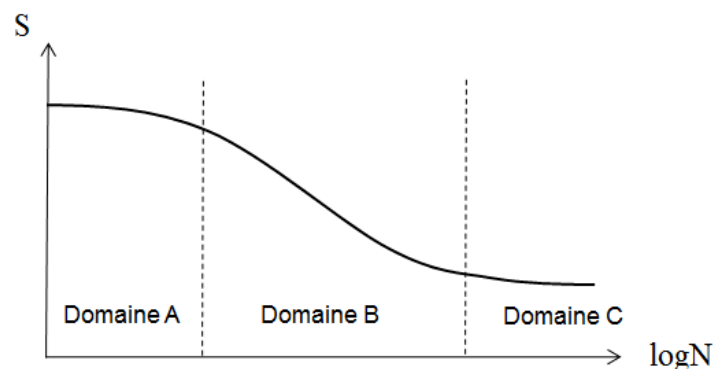
---

Dans le milieu de la construction automobile le seuil de l'endurance illimitée en fatigue est pris généralement égal à  $2 \cdot 10^6$  cycles. L'influence des défauts est donc notamment mesurée pour ce seuil d'endurance, même si la présence des défauts se fait ressentir sur la totalité de la courbe S-N. Il faut noter que notre étude ne s'intéresse qu'aux défauts de surface apparus lors de la fabrication des composants élaborés à partir de tôles (découpe, mise en forme). Les défauts d'origine métallurgique (inclusion, vide, retassure,...), souvent internes, ne font pas l'objet de ce travail.

## I.2 Propriétés en fatigue – courbe S-N

### I.2.1 Caractéristiques mécaniques en fatigue

La fatigue mécanique d'un matériau ou d'une structure est générée par le chargement cyclique ou à amplitude variable qui lui est appliqué. Le phénomène d'endommagement par fatigue est donc une fonction du nombre et des caractéristiques des cycles de contraintes appliqués (amplitude, valeur moyenne, triaxialité des états de contraintes, déphasage éventuel des contraintes). Pour caractériser le comportement en fatigue d'un matériau, on reporte en général, pour une sollicitation uniaxiale à amplitude constante, le niveau de contrainte représentatif du cycle (valeur maximale, amplitude, étendue) en fonction du nombre de cycles observé expérimentalement, soit à rupture des éprouvettes, soit à l'amorçage d'une fissure d'une certaine taille lorsque les moyens d'observation et de détection le permettent. On construit ainsi la courbe S-N du matériau [1], pour le type de chargement étudié (figure I.4).



**Figure I.4 : Allure générale d'une courbe S-N pour un matériau métallique**

On distingue généralement trois domaines de la courbe S-N en matière de niveau de contrainte ou de durée de vie.

- le domaine A ou domaine de la fatigue oligocyclique : c'est le domaine où le niveau de contrainte maximale des cycles génère une plasticité cyclique du matériau et correspond à une rupture par fatigue au bout d'un faible nombre de cycles (en général inférieur à  $10^5$  cycles). En raison des écrouissages cinématique et/ou isotrope susceptibles d'être rencontrés pour ce type de sollicitations et qui modifient progressivement la réponse contrainte - déformation du matériau, les essais conduits dans ce domaine sont généralement pilotés en déformation imposée.
- le domaine B est celui dit de l'endurance limitée. La durée de vie varie à l'inverse du niveau de contrainte représentatif du cycle : le nombre de cycles augmente quand le niveau de contrainte décroît.

- le domaine C appelé aussi domaine de l'endurance illimitée. Pour la plupart des matériaux métalliques, cela correspond aux niveaux de contraintes pour lesquels la durée de vie est illimitée (ou supposée comme telle faute d'essais, beaucoup trop longs en pratique, attestant du contraire). Ce domaine C est souvent représenté pour des aciers par une asymptote horizontale dont la valeur en ordonnée est appelée limite de fatigue ou limite d'endurance.

Un cycle uniaxial de contrainte est défini soit par ses valeurs extrêmes (contraintes maximale  $\sigma_{max}$  et minimale  $\sigma_{min}$ ), soit par son amplitude ( $\sigma_a$ ) et sa valeur moyenne ( $\sigma_m$ ). Ces paramètres sont définis sur la figure I.5.

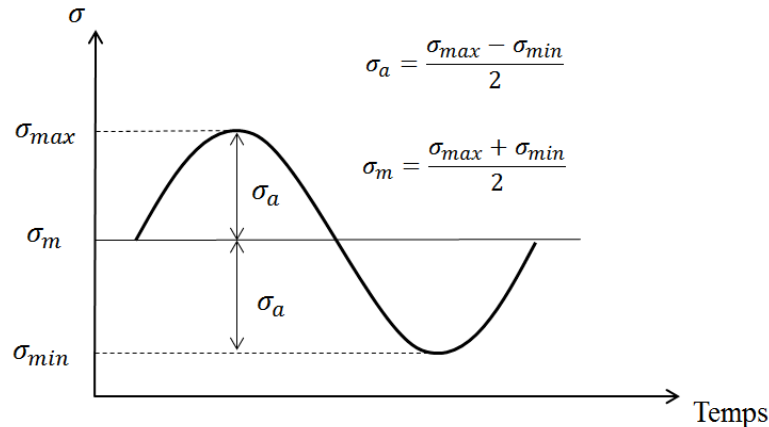


Figure I.5 : Paramètres de définition d'un cycle de contrainte

L'amplitude  $\sigma_a$  d'un cycle est le paramètre prépondérant de l'endommagement par fatigue du matériau. La contrainte moyenne  $\sigma_m$  joue également un rôle important, qui dépend notamment de son signe (influence bénéfique d'une compression moyenne et néfaste au contraire pour le cas d'une contrainte moyenne de traction). La limite de fatigue au seuil de l'endurance illimitée est en particulier affectée par cette contrainte moyenne. On définit le rapport de charge du cycle analysé par :

$$R = \frac{\sigma_{min}}{\sigma_{max}} \quad (I.1)$$

La terminologie spécifique de certains cycles est fonction de ce rapport de charge (figure I.6, traction répétée quand  $R = 0$  ; traction-compression alternée symétrique quand  $R = -1$ ).

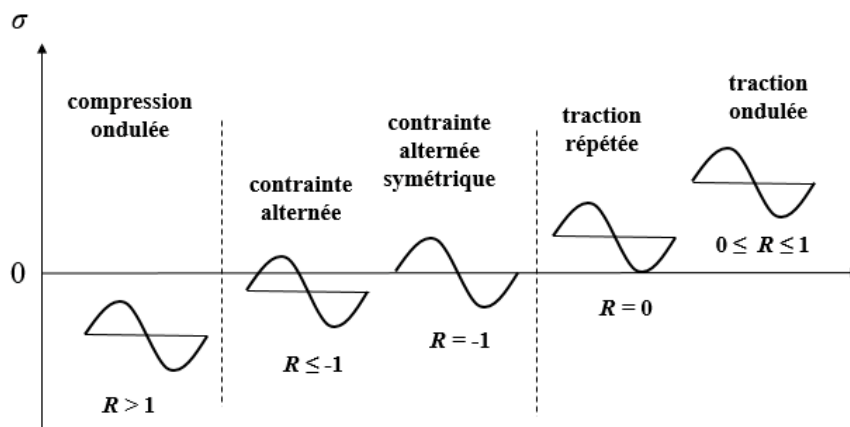


Figure I.6 : Terminologie spécifique en fonction du rapport de charge du cycle de chargement

---

## 1.2.2 Estimation de la limite de fatigue

Les résultats obtenus lors des essais de fatigue sont habituellement dispersés. Ces dispersions ont des origines multiples ; elles peuvent être dues à la nature hétérogène du matériau (effet de la microstructure générée par un traitement thermique par exemple), qui conduit à l'amorçage de la fissure de fatigue en une zone plutôt qu'une autre en raison de sa moindre résistance à la fatigue. La préparation des éprouvettes à tester est aussi une des causes de la dispersion des résultats (l'usinage influe sur l'état de surface de l'éprouvette et donc sur les irrégularités présentes en surface). L'étalonnage et le réglage plus ou moins précis de la machine de fatigue peuvent également être une cause de dispersion des résultats. L'estimation de la limite de fatigue du fait de ces dispersions n'est donc pas facile à effectuer, surtout lorsque le nombre d'éprouvettes à tester est réduit. La connaissance précise de la dispersion des résultats des essais de fatigue réclame un nombre d'éprouvettes à tester le plus grand possible. Un compromis est donc nécessaire entre le coût global des essais (lié au nombre d'éprouvettes testées) et le nombre d'informations nécessaires pour connaître correctement la distribution de la dispersion inhérente au phénomène de fatigue.

### 1.2.2.1 Méthode de l'escalier

La méthode de l'escalier est une méthode d'estimation de la limite de fatigue à  $N$  cycles. Les résultats d'essais doivent conduire à des éprouvettes rompues avant  $N$  cycles et d'autres non encore rompues à  $N$  cycles. Le nombre maximal de cycles appliqués à chaque éprouvette est égal à  $N$ . Lorsqu'une éprouvette a rompu avant l'application de  $N$  cycles, l'éprouvette suivante est testée au niveau de contrainte immédiatement inférieur (niveau de contrainte précédent diminué du pas). Lorsqu'une éprouvette n'a pas rompu après application de  $N$  cycles, l'essai de fatigue est stoppé et l'éprouvette suivante est testée au niveau immédiatement supérieur (niveau de contrainte précédent augmenté du pas). Le nombre d'éprouvettes rompues et celui d'éprouvettes non rompues doivent être égaux à une unité près (4 ou 5 éprouvettes par exemple si on consacre 9 éprouvettes à l'escalier). Cela suppose une bonne évaluation au préalable de la limite d'endurance recherchée. Bien entendu plus le nombre d'éprouvettes testées est grand, meilleure est la précision de la limite de fatigue obtenue, mais son coût est plus important.

La limite d'endurance à  $N$  cycles s'exprime, en considérant le type d'événements (rupture ou non rupture) qui s'est produit le moins fréquemment au cours de la série d'essais, par :

$$\sigma_D = \sigma_0 + d \left( \frac{iN_i}{N_i} \pm 0,5 \right) \quad (\text{I.2})$$

Où  $\sigma_0$  est le plus faible niveau de contrainte testé auquel on a obtenu au moins un événement du type considéré, et  $d$  est le pas d'échelonnement des niveaux de contraintes (c'est-à-dire l'écart entre deux niveaux successifs). On affecte l'indice  $i = 0$  au niveau de contrainte  $\sigma_0$ ,  $i = 1$  au niveau immédiatement supérieur, ...,  $N_i$  est le nombre d'événements du type retenu au niveau d'indice  $i$ . Dans la relation (I.2), on utilise  $-0,5$  dans le cas où l'événement retenu est la rupture, et  $+0,5$  dans le cas contraire.

La méthode de l'escalier permet ainsi une estimation de la limite de fatigue à  $N$  cycles à l'aide d'un nombre relativement réduit d'éprouvettes.



---

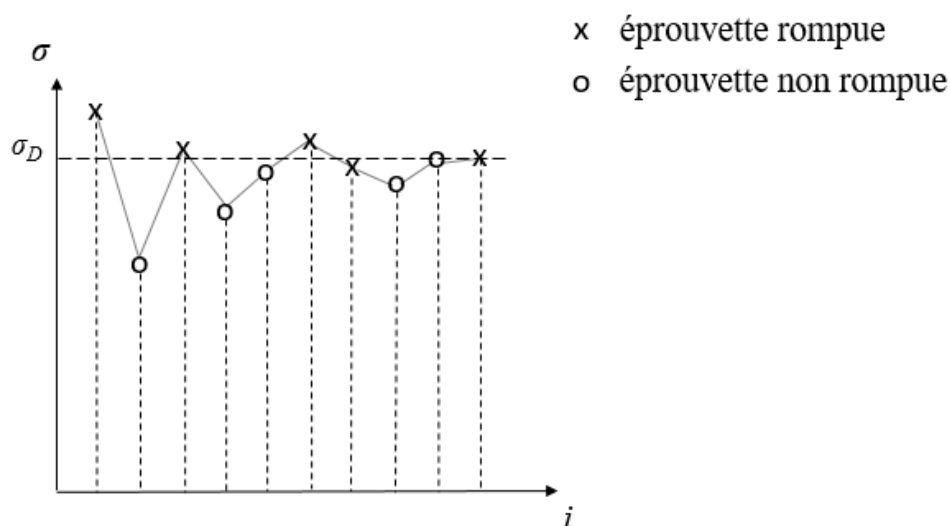
### 1.2.2.2 Méthode d'itération

La méthode d'itération ressemble à la méthode de l'escalier [2], mais le pas entre les niveaux de contrainte n'est pas constant. La contrainte appliquée pour l'éprouvette suivante est calculée selon :

$$S_{i+1} = S_i + A\sigma(p - f_i)/i \quad (I.3)$$

Où  $i$  est l'ordre de l'essai,  $p$  la probabilité de rupture,  $f_i$  la fréquence de rupture, et  $S_i$  la contrainte appliquée pour l'essai  $i$ . Pour une probabilité de rupture égale à 0,5 les valeurs de  $A$  et de  $\sigma$  sont respectivement égales à 2,5 et 3,2.

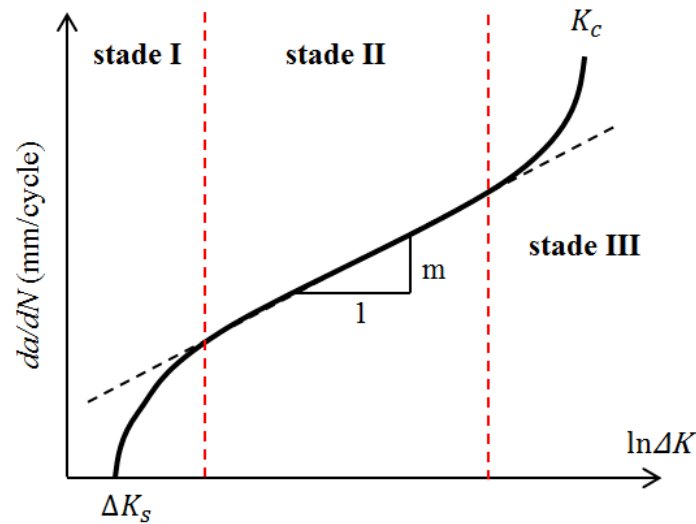
Le niveau de contrainte appliqué au premier essai doit être le plus près possible de la limite de fatigue recherchée du matériau. Les niveaux de contrainte suivants convergent progressivement vers le niveau de contrainte recherché. La figure I.7 montre l'évolution convergente des niveaux successifs des contraintes appliquées aux éprouvettes testées selon cette méthode.



**Figure I.7 : Détermination d'une limite de fatigue par la méthode d'itération**

### 1.2.3 Amorçage et propagation de fissure

Le mécanisme de ruine par fatigue comprend habituellement plusieurs étapes successives : l'amorçage de la fissure, la propagation lente de cette fissure et la rupture brutale finale [3-5]. La phase de propagation lente d'une fissure est décrite sur la figure I.8, laquelle présente l'évolution habituelle de la vitesse de propagation de la fissure par fatigue en mode I (mode d'ouverture).



**Figure I.8 : Evolution de la vitesse de propagation d'une fissure par fatigue**

Trois domaines du graphe décrivent l'évolution de la vitesse de fissuration (exprimée en mm/cycle) au cours de l'essai de propagation de fissure :

- stade I : la fissure s'amorce et commence à se propager. Pour certaines applications on considère le seuil  $\Delta K_s$  de variation du facteur d'intensité de contrainte comme la limite de fatigue de la structure ou de la pièce. La microstructure peut connaître un amorçage de fissure par fatigue, mais il n'y a pas de propagation de fissure du point de vue macroscopique.
- stade II : la fissure se propage avec une vitesse de propagation croissant linéairement. On parle alors en général de fissure macroscopique. Ce stade peut constituer dans certains cas la limite de fatigue du matériau, la fissure étant dite propageante. La durée de vie résiduelle est alors établie par la propagation de la fissure jusqu'à ce qu'elle atteigne la taille critique correspondant à la rupture brutale.
- stade III : c'est la phase qui conduit à la rupture finale de la structure ou du composant avec le facteur d'intensité de contrainte maximal. La vitesse de propagation est ici la plus élevée. Ce stade n'est pas le plus important pour l'évaluation de la durée de vie en fatigue.

La loi de propagation de fissure est généralement empirique, comme la loi de Paris qui est le modèle le plus connu de propagation de fissure. Cette loi est exprimée par :

$$\frac{da}{dN} = C \Delta K^m \quad (\text{I.4})$$

Où les paramètres  $m$  et  $C$  sont des constantes du matériau, et  $\Delta K$  est la variation du facteur d'intensité de contrainte au cours du cycle, laquelle est définie par :

$$\Delta K = K_{max} - K_{min} \quad (\text{I.5})$$

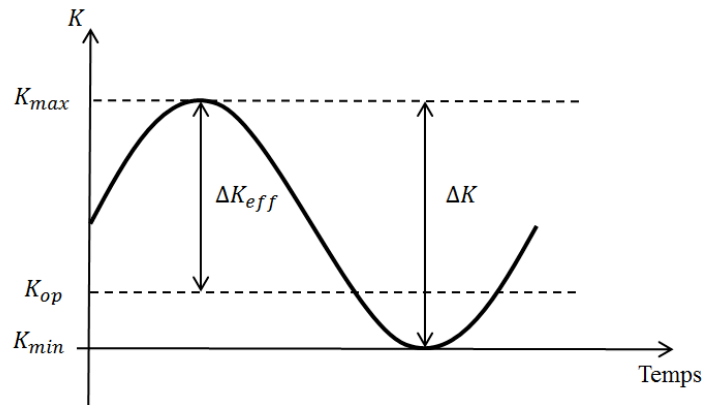
La vitesse de propagation de fissure peut être modifiée par le phénomène de fermeture de fissure, lorsque la contrainte décroît au cours du cycle et devient une contrainte de compression. Cette fermeture correspond pratiquement à une diminution de la longueur de fissure, donc traduit une réversibilité de la propagation de fissure. De ce fait, le facteur

d'intensité de contrainte efficace  $\Delta K_{eff}$  est défini et employé dans la loi de Paris en lieu et place de  $\Delta K$  :

$$\Delta K_{eff} = K_{max} - K_{op} \quad (I.6)$$

$$\frac{da}{dN} = C \Delta K_{eff}^m \quad (I.7)$$

Où  $\Delta K_{eff}$  est la variation du facteur d'intensité de contrainte efficace et  $K_{op}$  est le facteur d'intensité de contrainte correspondant à l'ouverture de la fissure. Ces paramètres sont illustrés, au cours d'un cycle, par la figure I.9.



**Figure I.9 : Paramètres du facteur d'intensité de contrainte**

$K$  est le facteur d'intensité de contrainte ; il est défini par :

$$K = \frac{FY}{B\sqrt{W}} \quad \text{pour } F > 0 \quad (I.8)$$

$$K = 0 \quad \text{pour } F \leq 0 \quad (I.9)$$

Où  $F$  est l'effort (de traction :  $F > 0$  ou de compression :  $F < 0$ ) appliqué à l'éprouvette au cours du cycle.  $Y$  est une fonction de forme liée à la géométrie de l'éprouvette utilisée,  $B$  et  $W$  sont respectivement l'épaisseur et la largeur de l'éprouvette. Ces paramètres sont définis par les normes correspondant aux essais de fissuration en fatigue (ASTM, AFNOR et ISO).

### I.3 Critère d'endurance pour un matériau avec défaut

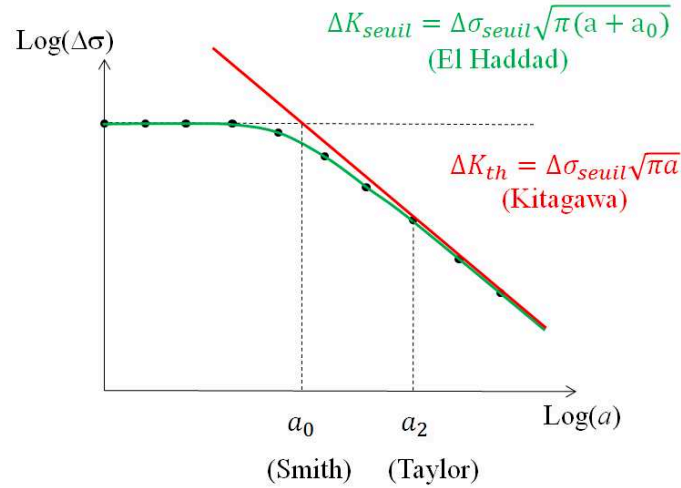
Le comportement en fatigue d'un matériau métallique dépend de plusieurs paramètres, comme sa microstructure métallurgique, la résistance maximale en traction du matériau de base, le rapport de charge du chargement rencontré, la nature du chargement (traction, torsion, flexion), ou encore la présence de défauts dans le matériau, présence induite par le procédé de fabrication ou par la mise en forme. En général on rencontre plusieurs familles de défauts : les inclusions non métalliques, les vides (porosités, lacunes ou retassures), les fissures ou les rayures dues à l'usinage ou à la mise en forme. Ces défauts contribuent tous à modifier le comportement en fatigue du matériau selon la taille, la position (interne ou en surface) et la morphologie des défauts. Pour les aciers, la résistance à la fatigue est très sensible à la taille des défauts et ceci d'autant plus que la résistance mécanique du matériau est élevée. L'influence de ces défauts sur le comportement en fatigue des matériaux fait l'objet de plusieurs types d'approches. Celles-ci sont résumées dans ce qui suit.



### 1.3.1 Approches relevant de la mécanique de la rupture

La première approche est proposée par Kitagawa et Takahashi en 1976 [6]. Ces auteurs sont les premiers à observer l'influence de la longueur de fissure sur le seuil de la contrainte à partir duquel la fissure se propage. Au-delà d'une certaine longueur de fissure, la mécanique de la rupture en élasticité linéaire est utilisée. Le diagramme de Kitagawa définit le seuil de contrainte, en fonction de la longueur  $a$  de la fissure, qui conduit à sa propagation (figure I.10). A partir de ce diagramme, le paramètre  $\Delta K_{\text{seuil}}$  est donc défini par :

$$\Delta K_{\text{seuil}} = \Delta \sigma_{\text{seuil}} \sqrt{\pi a} \quad (\text{I.10})$$



**Figure I.10 : Critères d'établissement du seuil de propagation de fissure**

Une autre approche en 1977 a conduit Smith [7, 8] à introduire le paramètre  $a_0$  qui exprime le seuil de la longueur de fissure pour la limite d'endurance, qui correspond au point intersection entre le seuil de la limite de fatigue sans défaut et le seuil de propagation  $\Delta K_{\text{seuil}}$ , qui lui dépend de la longueur de la fissure  $a$ . Au-delà de cette longueur, le seuil de contrainte  $\Delta \sigma_{\text{seuil}}$  est évalué par la mécanique linéaire élastique de la rupture. En deçà de cette longueur  $a_0$ , la limite de fatigue du matériau est prise égale à celle du matériau sans défaut.

El Haddad et al. [9] ont étudié en 1979 le seuil de propagation d'une fissure courte. Ils ont exprimé le seuil de propagation de la fissure courte par :

$$\Delta K_{\text{seuil}} = \Delta \sigma_{\text{seuil}} \sqrt{\pi(a + a_0)} \quad (\text{I.11})$$

Où  $\Delta \sigma_{\text{seuil}}$  est l'étendue de la contrainte appliquée,  $a$  est la longueur de fissure et  $a_0$  est une constante du matériau (c'est la longueur de la fissure courte présente dans le matériau sain). Cette longueur  $a_0$  est déterminée par :

$$a_0 = \frac{1}{\pi} \left( \frac{\Delta K_{\text{seuil},0}}{\Delta \sigma_{D,0}} \right)^2 \quad (\text{I.12})$$

Où  $\Delta K_{\text{seuil},0}$  est le seuil de propagation de fissure dans le matériau sans défaut (matériau sain), et  $\Delta \sigma_{D,0}$  la limite de fatigue du matériau sans défaut. L'expression (I.12) du critère de fissure courte est bien cohérente avec les résultats expérimentaux.

Taylor [10] a défini en 1986 un seuil de longueur  $a_2$ , taille critique de la fissure qui délimite la zone de transition entre fissure courte (microfissure ou fissure initiale) et fissure longue (macrofissure). Selon Taylor, le seuil  $a_2$  peut être déterminé par l'une des deux expressions suivantes :

$$a_2 \approx 10d \quad (\text{I.13})$$

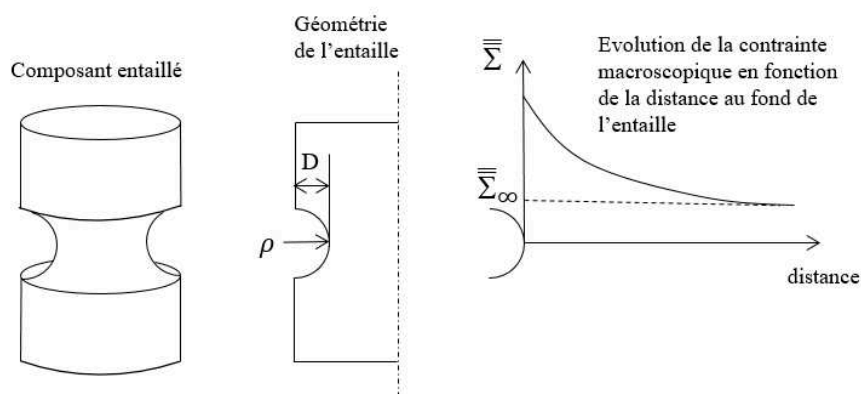
$$a_2 \approx 10r_p \quad (\text{I.14})$$

Le paramètre  $d$  est la taille moyenne des grains de la microstructure. Le paramètre  $r_p$  est la taille de la zone plastique du front de fissure. Selon Taylor les deux conditions conduisent aux mêmes résultats pour des essais avec différents matériaux.

Les approches de la mécanique de la rupture conduisent à une évaluation de l'amplitude de la contrainte fonction de la taille de fissure, qui conduit à la propagation de celle-ci. Le seuil entre les longueurs courte et longue des fissures est défini. La mécanique linéaire élastique de la rupture est ainsi utilisée pour déterminer le seuil de propagation de la fissure en fatigue. Ces approches sont étendues aux défauts en considérant que leur profondeur est la longueur de fissure. Le défaut est ainsi assimilé à une fissure et il n'est pas tenu compte de la concentration de contrainte autour du défaut.

### I.3.2 Approches de type entaille

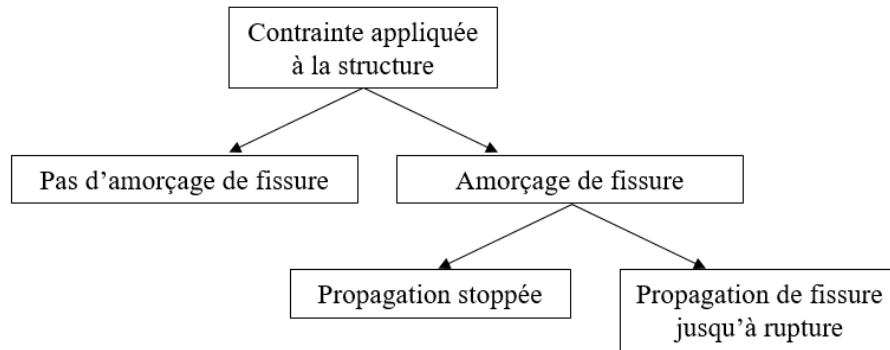
Ce type d'approche assimile le défaut à une entaille. Certains chercheurs associent le seuil de propagation de fissure au facteur (ou coefficient) de concentration de contrainte  $K_t$  dû à l'entaille. La contrainte est maximale au fond de l'entaille et est amenée à diminuer progressivement quand on s'éloigne de l'entaille, jusqu'à une valeur asymptotique  $\bar{\Sigma}_\infty$  appelée contrainte nominale (figure I.11).



**Figure I.11 : Paramètres géométriques de l'entaille et évolution des contraintes (d'après [11])**

Le facteur de concentration de contrainte  $K_t$  dépend des paramètres géométriques de l'entaille (dont la profondeur  $D$  et le rayon d'entaille  $\rho$ ), et aussi du mode de chargement statique appliqué. Les formules analytiques évaluant le facteur  $K_t$  sont établies pour un comportement purement linéaire élastique [11]. En réalité, l'amorçage de la fissure est facilité par la concentration de contrainte, et, au-delà d'une certaine taille de fissure, la propagation sera gérée uniquement par la contrainte nominale [12]. Dans certaines configurations on considère qu'une fissure s'amorce mais ne se propage pas. On l'appelle fissure non propageante ou

fissure initiale comme l'indique la figure I.12 qui décrit les différents scénarii de l'endommagement par fatigue.



**Figure I.12 : Scénarii de fissuration par fatigue (d'après [12])**

Le facteur de concentration de contrainte  $K_t$  est exprimé par le rapport entre la contrainte réelle maximale générée par la présence de l'entaille et la contrainte nominale :

$$K_t = \frac{\sigma_{entaille}}{\sigma_{nom}} \quad (I.15)$$

Devant la difficulté à déterminer la limite de fatigue du matériau avec entaille à partir du seul facteur  $K_t$ , Peterson [13] a proposé en 1974, en se basant sur les travaux de Massonnet [14] (figure I.13), de quantifier l'influence d'une entaille en fatigue par le facteur de sensibilité à l'entaille  $q$  qui s'exprime sous la forme d'une fonction des facteurs  $K_t$  et  $K_f$  selon:

$$q = \frac{K_f - 1}{K_t - 1} \quad (I.16)$$

Où  $K_f$  représente le facteur d'entaille en fatigue :

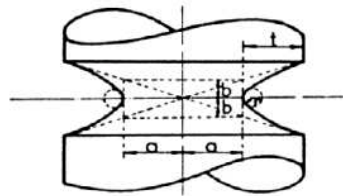
$$K_f = \frac{\sigma_{D,lisse}}{\sigma_{D,entaille}} \quad (I.17)$$

$\sigma_{D,lisse}$  et  $\sigma_{D,entaille}$  sont les limites de fatigue, exprimées en contraintes nominales, obtenues pour des éprouvettes lisse et entaillée respectivement.

Le facteur  $q$  est compris entre 0 et 1 (figure I.13 et tableau I.1) et permet de suivre la sensibilité du matériau à l'entaille :

- Si  $q = 1$  soit  $K_f = K_t$ , la sensibilité du matériau à l'effet d'entaille est maximale,
- Si  $q = 0$  soit  $K_f = 1$ , il n'y a pas d'effet d'entaille du point de vue de la fatigue.

Une entaille peut réduire la limite de fatigue du matériau en raison de la concentration de contrainte en fond de défaut, mais elle crée aussi un gradient de contrainte, qui lui est bénéfique du point de vue du comportement en fatigue. En effet le gradient permet au matériau de supporter localement un cycle de contrainte de niveau supérieur à celui admissible en l'absence de gradient c'est-à-dire pour un champ homogène de contraintes. L'effet du gradient de contraintes sera décrit en détail dans le chapitre IV.



Entaille n°	1	2	3	4	5	6	7	
Forme	$\phi 32$	$\phi 32$	$\phi 28$	$\phi 28$	$\phi 24$	$\phi 24$	$\phi 24$	
a	8	8	8	8	8	8	8	
b	5	4	2,667	2	1,6	1,333	1	
r	3,125	2	0,889	0,5	0,32	0,222	0,125	
t	8	8	6	6	4	4	4	
$K_f$	Traction Flexion Torsion	1,842 1,582 1,306	2,257 1,824 1,423	3,027 2,463 1,743	3,86 3,150 2,004	4,60 3,735 2,37	5,41 4,40 2,70	7,06 5,76 3,36

Figure I.13 : Définition de la géométrie des éprouvettes entaillées de Massonnet [14]

Sollicitation	Entaille n°	Limite d'endurance exprimée en "contrainte nominale" $\sigma_D^{nom}$ (MPa)	$K_f$	$K_t$	$q = \frac{K_f - 1}{K_t - 1}$	Contrainte "locale" maximale $K_t \cdot \sigma_D^{nom}$ (MPa)
Traction-compression alternée symétrique	1	137	1,69	1,84	0,82	252
	2	120	1,93	2,26	0,74	271
	3	109	2,13	3,03	0,56	330
	5	86	2,70	4,60	0,47	396
	7	91	2,55	7,06	0,26	642
Flexion plane alternée symétrique	7	154	1,75	5,76	0,16	887
Torsion alternée symétrique	1	134	1,04	1,31	0,13	176
	2	120	1,17	1,42	0,40	170
	3	106	1,32	1,74	0,43	184
	4	117	1,20	2,00	0,20	234
	6	117	1,20	2,70	0,12	316
	7	114	1,23	3,36	0,10	383

Tableau I.1 : Limites d'endurance obtenues par Massonnet pour les éprouvettes entaillées (résultats synthétisés par Weber [15])

La valeur de  $K_t$  est toujours supérieure à celle de  $K_f$ . Le facteur q est très sensible à la présence de défauts naturels (rayures, porosités) ; il est donc un outil précis en règle générale pour estimer la limite de fatigue du matériau affectée par la présence de ces défauts.

Diverses formulations ont été proposées pour exprimer le facteur q, dont la formule de Neuber [16] :

$$q = \frac{K_f - 1}{K_t - 1} = \frac{1}{1 + \sqrt{a/r}} \quad (\text{I.18})$$

On peut donc relier la valeur de  $K_f$  au paramètre  $K_t$  en utilisant de la formule de Neuber précédente :

$$K_f = 1 + \frac{K_t - 1}{1 + \sqrt{a/r}} \quad (\text{I.19})$$

Où  $a$  est une constante du matériau et  $r$  le rayon d'entaille. La formule de Heywood [17, 18] a été proposée ultérieurement, en raison du fait que la formule de Neuber utilisée dans l'équation I.19 est limitée quand le rayon  $r$  tend vers zéro, et également quand la valeur de  $K_t$  tend vers l'unité ; Cette formule de Heywood est établie suivant :

$$K_f = \frac{K_t}{1 + 2\sqrt{a/r}} \quad (\text{I.20})$$

Puis par :

$$K_f = \frac{K_t}{1 + 2\sqrt{a/r}[(K_t - 1)/K_t]} \quad (\text{I.21})$$

Lukáš et al. [19] ont proposé en 1986 un modèle pour déterminer la limite de fatigue  $\sigma_D$  en présence d'une fissure en fond d'entaille. Le modèle prend en compte le coefficient de concentration de contrainte  $K_t$  et le rayon de l'entaille  $r$  selon :

$$\sigma_D = \frac{\sigma_{D0}}{K_t} \sqrt{1 + 4,5 \left(\frac{a_i}{r}\right)} \quad (\text{I.22})$$

Où  $\sigma_{D0}$  est la limite de fatigue du matériau sans défaut (matériau sain) et  $a_i$  la longueur de la fissure initiale non propageante (en fond d'entaille).

DuQuesnay et al. [20] utilisent eux aussi les concepts de la mécanique de la rupture pour démontrer que le comportement en fatigue des éprouvettes entaillées dépend de l'acuité de l'entaille. Ils ont proposé en 1986 de partager le domaine des fissures courtes et celui des fissures longues par le rayon de l'entaille critique  $\rho_{cr}$ , les zones ayant en commun le paramètre de longueur critique  $a_0$ . Ils ont donc relié le paramètre  $\rho_{cr}$  à la formule de  $K_f$  en s'appuyant sur les travaux de Topper, El Haddad et al. [21] :

$$K_f = \frac{1}{F} \left(1 + \sqrt{(\rho/a_0)}\right) \quad (\text{I.23})$$

Où  $F$  est ici le facteur de correction de la surface du front de fissure, en général pris égal à 1,12 si le défaut est petit. L'équation (I.23) devient alors :

$$K_f = 0,89 \left(1 + \sqrt{(\rho/a_0)}\right) \quad \text{pour } 1 \leq K_f \leq K_t \quad (\text{I.24})$$

Le rayon d'entaille critique  $\rho_{cr}$  est alors donné par la relation suivante :

$$\rho_{cr} \approx 5a_0 \quad (\text{I.25})$$

Le modèle est appliqué à l'acier et à l'aluminium, comme le montre la figure I.15. Il est considéré que lorsque le rayon d'entaille est inférieur au paramètre  $\rho_{cr}$ , l'entaille est aigüe et il faut alors la considérer comme une fissure courte.

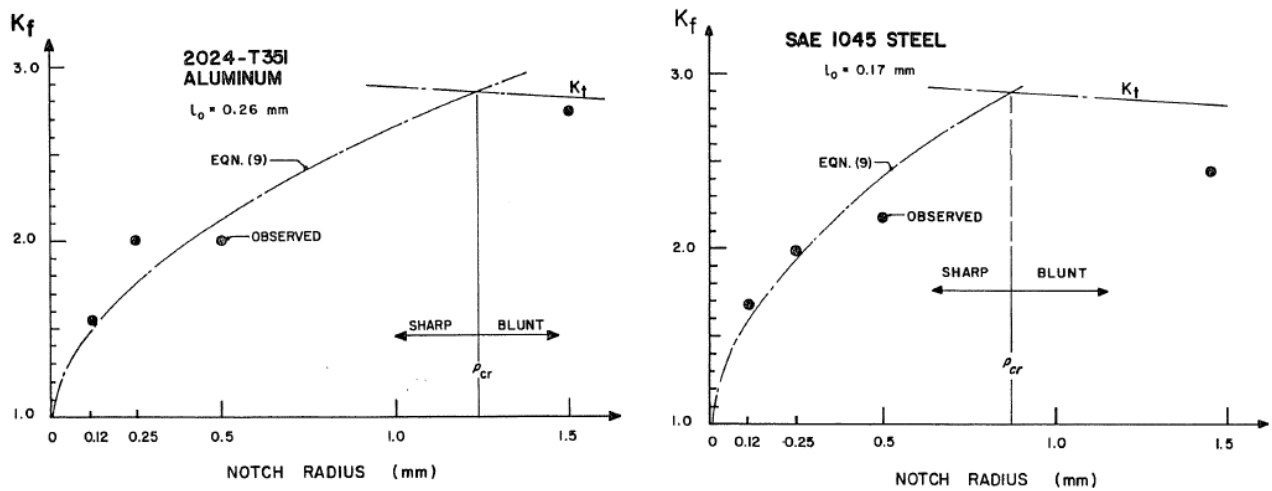


Figure I.15 : Evaluation de la valeur de  $K_f$  dans la zone des fissures courtes au voisinage du rayon d'entaille critique  $\rho_{cr}$  [20]

Les approches de type entaille sont basées sur la mécanique linéaire de la rupture. Topper et El Haddad ont proposé, dans le cas d'une fissure courte, de considérer le seuil d'amorçage de fissure comme limite de fatigue. Dans le cas d'une fissure longue, il faut en revanche considérer le seuil de propagation de fissure comme la limite de fatigue. Le paramètre  $K_f$  est plus pertinent que le paramètre  $K_t$  pour estimer la sensibilité du matériau à une fissure courte. Ces facteurs cependant ne peuvent évaluer à eux seuls la limite d'endurance du matériau entaillé.

La répartition des contraintes au voisinage de ces défauts est modélisée à l'aide d'un comportement purement élastique alors qu'à l'échelle du défaut il y a plasticité dans de très nombreux cas.

La règle de Neuber [22] ou celle de Glinka [23, 24] sont venues adapter cette approche pour traiter des problèmes de fissuration par fatigue en utilisant la loi de comportement élasto-plastique du matériau, que ce soit pour déterminer la répartition des contraintes réelles autour de l'entaille ou pour calculer la densité d'énergie de déformation.

### 1.3.3 Approches empiriques

#### 1.3.3.1 Cas d'un seul défaut

Les approches empiriques se basent sur la mécanique de la rupture en élasticité linéaire et assimilent les défauts à des fissures. La limite de fatigue en présence d'un défaut a été étudiée de manière empirique et de façon pionnière par De Kazinczy en 1970 [25], pour mesurer l'influence de retassures traitées comme des porosités dans un acier moulé A3Ni1Cr. La limite de fatigue est déterminée expérimentalement par une méthode de paliers jusqu'à rupture. La taille et la position du défaut à l'origine de la rupture sont observées sur les faciès de rupture. La courbe donnant une évaluation de la limite de fatigue en fonction de la taille du défaut, est tracée en distinguant s'il s'agit de défauts de surface ou de défauts internes (figure I.16).

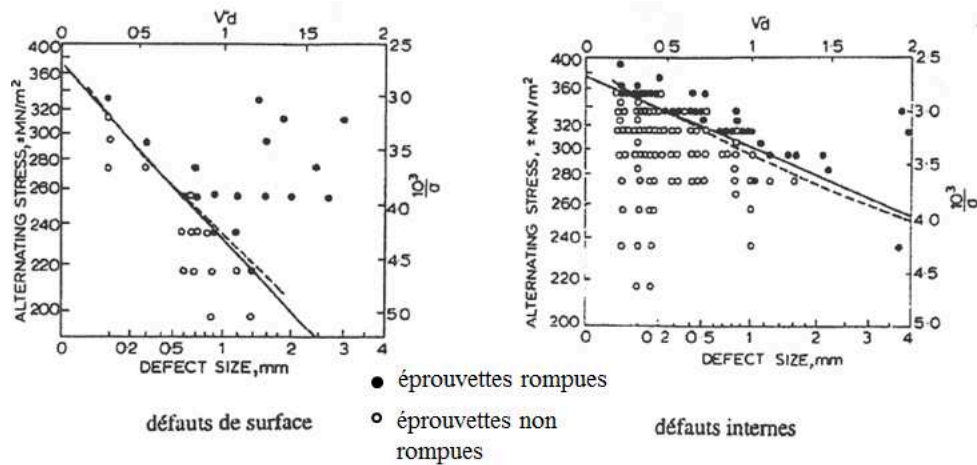


Figure I.16 : Courbes d'évaluation de la limite de fatigue par De Kazinczy [25]

De Kazinczy quantifie ensuite la taille d'un défaut dans un plan par le diamètre du plus petit cercle circonscrit à celui-ci. Ce modèle, pour un défaut à géométrie complexe, donne une taille équivalente qui peut surestimer sa nocivité, entraînant des résultats conservatifs. La limite d'endurance proposée en traction est :

$$\sigma_D = \frac{\sigma_{D,0}}{1 + \frac{\sigma_Y}{K} \sqrt{a}} \quad (I.26)$$

Où  $a$  est le diamètre du cercle géométrique qui circonscrit le défaut,  $\sigma_{D,0}$  la limite de fatigue de l'éprouvette sans défaut,  $\sigma_Y$  la limite d'élasticité du matériau et  $K$  une constante qui dépend du type et de la position du défaut. L'approche empirique développée pour ces essais est difficile à appliquer à d'autres chargements.

Murakami [26] a proposé en 1992 de considérer le paramètre  $\sqrt{\text{aire}}$  comme taille représentative d'un défaut de forme quelconque, car la limite de fatigue est sensible à la plus grande taille du défaut obtenue par projection sur le plan perpendiculaire à la direction du chargement appliqué (figure I.17), à la dureté Vickers  $HV$  du matériau, et à la position du défaut (en surface ou interne). Il a étudié l'influence de la taille du défaut sur la limite d'endurance pour différentes tailles et différentes morphologies du défaut, et pour deux types de sollicitation, l'une de flexion rotative et l'autre de traction-compression.

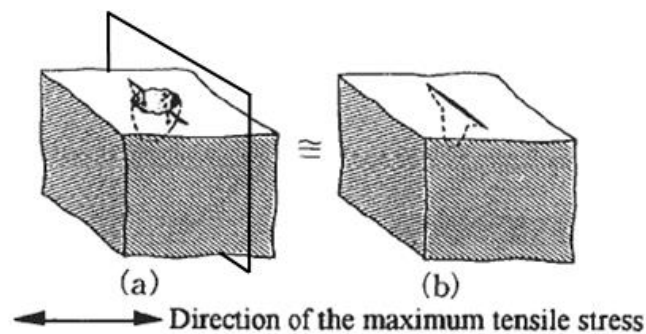


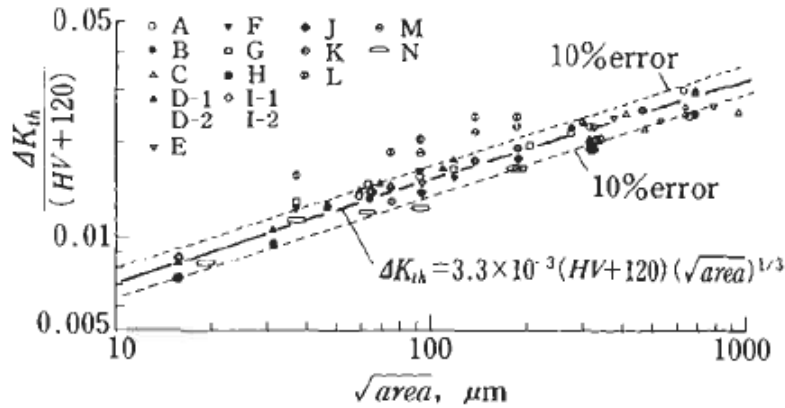
Figure I.17 : Définition de l'aire projetée du défaut sur un plan perpendiculaire à la direction du chargement maximal [26]

Murakami a également observé que le facteur d'intensité de contrainte en mode d'ouverture est proportionnel au paramètre  $\sqrt{aire}$ , ce qui se traduit par :

$$K_{I_{max}} = C\sigma_0\sqrt{\pi\sqrt{aire}} \quad (I.27)$$

Où  $C$  est égal à 0,5 pour un défaut interne et à 0,65 pour un défaut de surface, et  $\sigma_0$  est la contrainte nominale appliquée qui est égale à l'étendue de la limite de fatigue  $\Delta\sigma_D$ .

Il lie ensuite le seuil de propagation  $\Delta K_{th}$  à la dureté du matériau et au paramètre  $\sqrt{aire}$ , à partir d'un ensemble de résultats expérimentaux décrits sur la figure I.18.



**Figure I.18 : Seuil de propagation de fissure en fonction de  $\sqrt{aire}$  pour des matériaux de différentes duretés [26]**

D'après le lissage linéaire de la figure I.18, le seuil de propagation s'exprime par :

$$\Delta K_{th} = 3,3 \cdot 10^{-3} (HV + 120) (\sqrt{aire})^{1/3} \quad (I.28)$$

En remplaçant l'équation (I.27) dans l'équation (I.28), il faut noter que le paramètre  $\sqrt{aire}$  de l'équation (I.27) est exprimé en mètre, alors que celui de l'équation (I.28) est exprimé en micromètre. Le paramètre  $\Delta\sigma_D = 2\sigma_D$  est remplacé par  $\sigma_0$ . La valeur  $K_{I_{max}}$  est égale à  $\Delta K_{th}$ . On peut donc établir la limite de fatigue en fonction du paramètre  $\sqrt{aire}$  et de la dureté du matériau par :

$$\sigma_D = Y(HV + 120) / (\sqrt{aire})^{1/6} \quad (I.29)$$

Où  $Y$  est égal à 1,43 pour un défaut en surface et à 1,56 pour un défaut interne. Murakami a alors intégré dans sa proposition l'effet du rapport de charge  $R$  par :

$$\sigma_D = \frac{Y(HV+120)}{(\sqrt{aire})^{1/6}} \left[ \frac{1-R}{2} \right]^\alpha \quad (I.30)$$

Où :  $\alpha = 0,226 + HV \cdot 10^{-4}$ .

Pour un chargement de torsion, l'aire du défaut est projetée sur le plan normal à l'axe du moment de torsion. Le paramètre pris en compte est alors noté  $\sqrt{aire}_p$ . La limite d'endurance est définie comme étant une limite de non propagation des fissures en mode I au fond du défaut.



Ainsi la limite de fatigue en torsion pour un défaut de forme semi-elliptique s'exprime par :

$$\tau_D = \frac{0,93}{f(b/a)} (HV + 120) / (\sqrt{aire_p})^{1/6} \quad (I.31)$$

Où  $f(b/a)$  est le facteur de la forme semi-elliptique ; il est défini par :

$$f\left(\frac{b}{a}\right) = 0,0975 + 2,11\left(\frac{b}{a}\right) - 2,26\left(\frac{b}{a}\right)^2 + 1,09\left(\frac{b}{a}\right)^3 - 0,196\left(\frac{b}{a}\right)^4 \quad (I.32)$$

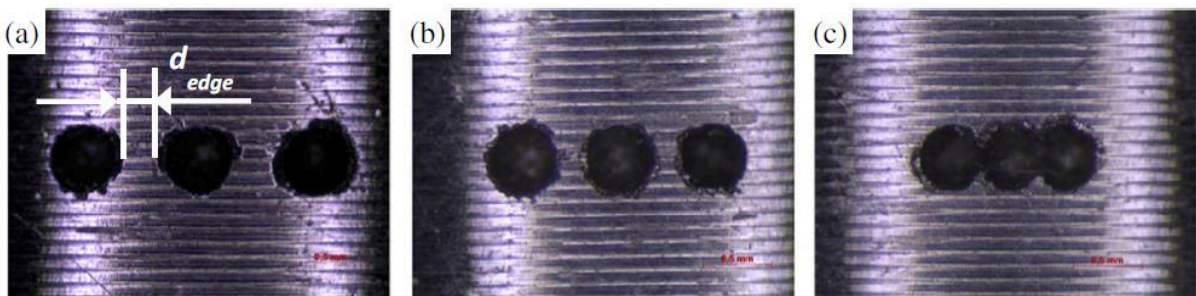
Cette expression polynomiale est valable pour  $0,1 < b/a < 2,0$  et le paramètre de l'aire est calculé au moyen de :  $aire_p = \pi abc \cos(45^\circ) / 2 = \pi ab \sqrt{2} / 4$ .

Nadot [27] a appliqué en 1997 ce critère à la fonte GS. Il en a conclu qu'il était adapté pour décrire la variété des géométries des retassures. Pour estimer la limite de fatigue au moyen de ce critère, il faut connaître la taille du défaut et la dureté du matériau. La taille du défaut peut être inférieure à 1 mm.

### I.3.3.2 Cas des défauts multiples

Mu et al. [28] ont étudié en 2013 l'influence de défauts complexes présents dans le matériau AS7G06-T6 en se basant sur le paramètre  $\sqrt{aire}$  de Murakami. Pour cela, plusieurs défauts de taille identique ont été introduits dans le matériau par électroérosion et espacés les uns des autres d'une distance notée  $d_{edge}$  (figure I.19). Les auteurs ont déterminé l'influence de cet espacement, c'est-à-dire de la longueur du ligament entre les bords de deux défauts adjacents  $d_{edge}$  sur la limite d'endurance. Ils en ont conclu que :

- Si  $d_{edge} < \sqrt{aire}$ , les défauts peuvent être assimilés à un seul grand défaut comprenant les ligaments,
- Si  $d_{edge} \geq \sqrt{aire}$ , les défauts sont à considérer séparément car ils ne présentent pas d'interaction.



**Figure I.19 : Défauts introduits dans le matériau, distants de trois espacements  $d_{edge}$  distincts [28]**

En résumé pour l'approche empirique, la taille la plus importante du défaut est celle mesurée sur sa projection dans le plan normal à la direction du chargement maximal. Le paramètre  $\sqrt{aire}$  est de plus en plus utilisé dans les nouveaux critères pour exprimer la taille représentative en termes d'influence en fatigue d'un défaut de forme quelconque (forme dite aussi "naturelle"). Cette proposition de Murakami s'appuie sur une hypothèse forte de non-influence de la morphologie du défaut sur la propagation de la fissure créée autour de celui-ci.

L'aspect empirique de la formulation génère cependant un doute quant à l'applicabilité de ce critère pour d'autres formes de chargements.

### I.3.4 Approche non locale

L'approche dite non locale est basée sur l'utilisation des critères de fatigue multiaxiaux. Une étude de l'ensemble des critères a fait l'objet du travail de Weber [15], qui a réparti 37 critères en trois familles selon leurs concepts : l'approche empirique, l'approche de type plan critique et l'approche globale (figure I.20).

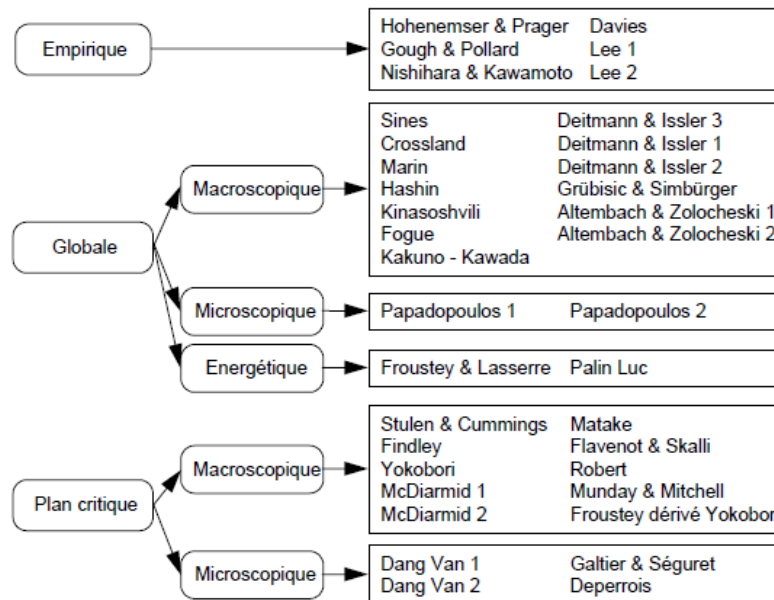


Figure I.20 : Les trois familles de critères multiaxiaux utilisables pour l'approche non locale [15]

Tous les critères sont basés sur la formulation d'une fonction de fatigue  $E$  qui est une fonction des états de contrainte des sollicitations périodiques analysées en fatigue et des propriétés en fatigue du matériau exprimées sous la forme de limites de fatigue :

$$E([\sigma_{ij}]_T, \sigma_{-1}, \tau_{-1}, f_{-1}, \dots) = 1 \quad (\text{I.33})$$

Où  $[\sigma_{ij}]_T$  est l'ensemble des états de contraintes du cycle analysé sur sa période  $T$ ,

$\sigma_{-1}, \tau_{-1}, f_{-1}$  sont les limites de fatigue du matériau en traction alternée symétrique, en torsion alternée symétrique et en flexion rotative respectivement. La formulation d'un critère de fatigue multiaxial comporte d'une manière générale des coefficients de pondération des contraintes utilisées par le critère (pression hydrostatique, cisaillement alterné, etc) de façon à ce que sa fonction de fatigue soit égale à l'unité lorsque la limite de fatigue du matériau est atteinte par le cycle de contrainte analysé. C'est bien entendu le cas pour les cycles correspondant aux limites de fatigue sous sollicitations simples ( $\sigma_{-1}, \tau_{-1}, f_{-1}$ ), ce qui permet d'exprimer les coefficients de pondération en fonction de ces limites de fatigue. L'étape de détermination de ces coefficients correspond à ce qui est conventionnellement appelé le calage du critère multiaxial.

La première façon d'aborder la fatigue multiaxiale a été basée historiquement sur l'approche empirique. Les critères étaient alors établis pour modéliser des résultats expérimentaux concernant des sollicitations de traction-torsion ou de flexion-torsion. De ce fait leur formalisme n'était adapté et applicable qu'à l'analyse de sollicitations de ce type. Ils ne peuvent donc pas aborder et traiter du comportement en fatigue pour d'autres types de sollicitations. Parmi les critères multiaxiaux relevant de l'approche empirique, on peut citer ceux proposés par Hohenemser et Prager [29] en 1933 ou par Gough et Pollard [30, 31] en 1935.

Le deuxième type d'approche, celle basée sur le plan critique, postule que le comportement en fatigue d'un matériau est régi par le plan physique (ou plan matériel) le plus sollicité au sens du critère. La mise en œuvre d'un critère de ce type consiste donc à analyser l'endommagement de tous les plans matériels possibles (ou tout au moins d'un très grand nombre) de manière à identifier le plan dit critique. Ce sont les contraintes relatives à ce plan qui permettent alors de définir la fonction de fatigue du critère pour le cycle analysé. En pratique, le critère définit un indicateur d'endommagement  $E_h$  propre à un plan matériel de normale  $h$ . Le plan critique est celui où l'indicateur  $E_h$  est maximal et la fonction de fatigue du critère est l'indicateur d'endommagement propre à ce plan. Plusieurs critères de fatigue multiaxiaux basés sur ce principe ont été proposés ; parmi eux on peut citer Stulen et Cummings [32], Mataka [33,34], Dan Vang [35-37], et Robert [38].

L'approche globale, dite aussi approche intégrale, est le troisième type d'approche pour les critères de fatigue multiaxiaux. Le principe mis en œuvre est une contribution de tous les plans matériels possibles pour l'évaluation de l'endommagement du matériau, généralement sous la forme d'une moyenne des indicateurs d'endommagement propres à ces plans matériels. Parmi les critères relevant de cette approche, on peut citer Crossland [39, 40], Simbürger [41] Fogue [42, 43], Papadopoulos [44-47], et Zenner [48, 49].

Pour les approches de types plan critique et intégrale, les critères multiaxiaux de fatigue utilisent généralement la contrainte normale et la contrainte tangentielle s'exerçant sur les plans matériels au cours du cycle multiaxial analysé. Les contraintes sont donc calculées sur un plan matériel de normale  $h$ . Certains critères multiaxiaux de fatigue vont considérer l'évolution des contraintes sur ce plan matériel au cours du cycle. Un exemple de cycle multiaxial est donné par la figure I.21.

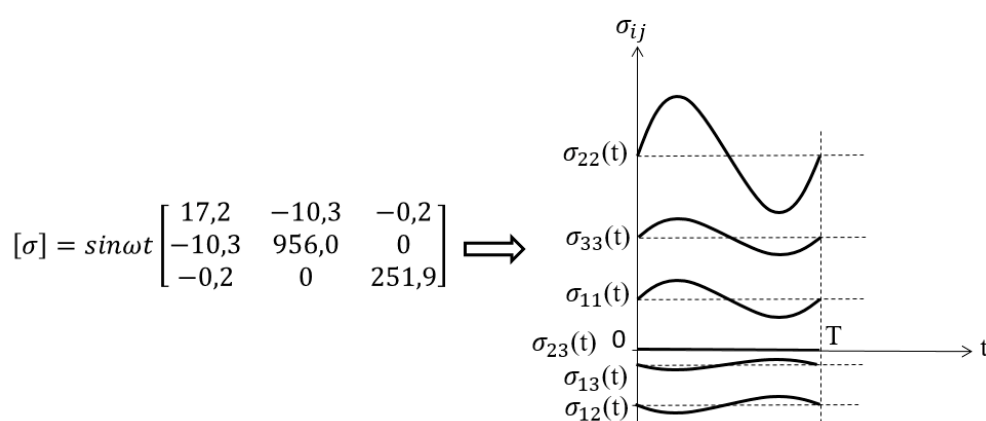
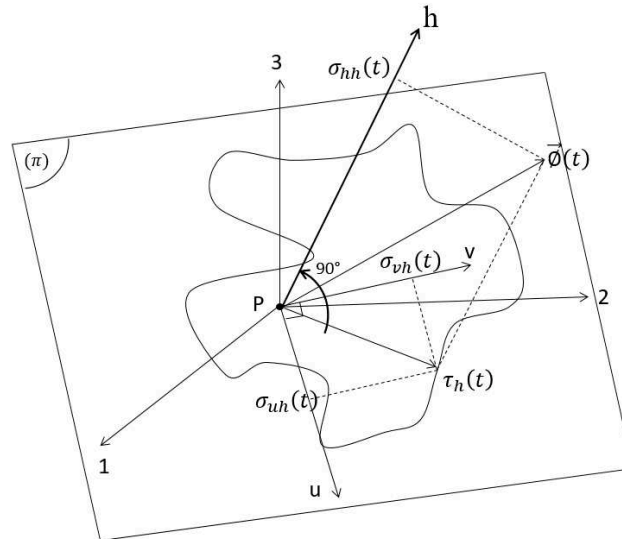


Figure I.21 : Exemple d'un cycle multiaxial

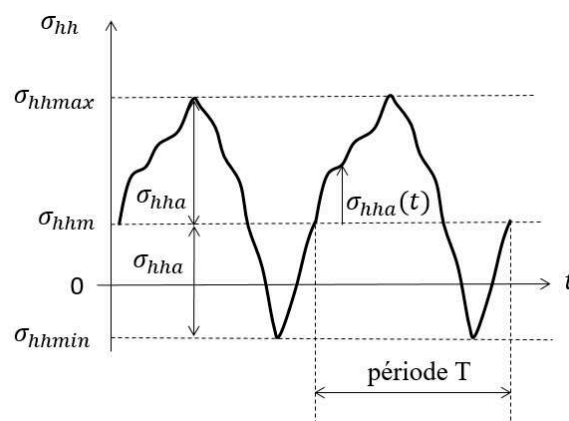
Sur un plan matériel, on peut décomposer le vecteur contrainte  $\vec{\phi}_h(t)$  qui agit sur ce plan à l'instant  $t$  en sa composante normale  $\sigma_{hh}(t)$  (par projection de  $\vec{\phi}_h(t)$  sur la normale  $h$  au plan) et en sa composante tangentielle  $\tau_h(t)$  (par projection de  $\vec{\phi}_h(t)$  sur le plan). Le plan matériel est muni du repère  $(u, v)$  de sorte que  $(u, v, h)$  forme un trièdre orthonormé direct. La figure I.22 illustre l'obtention des composantes normale et tangentielle du vecteur contrainte  $\vec{\phi}_h(t)$  qui s'exerce sur le plan matériel noté  $(\pi)$  à l'instant  $t$ . Le vecteur contrainte tangentielle  $\tau_h(t)$  a lui-même deux composantes sur les axes  $u$  et  $v$ , notées  $\sigma_{uh}(t)$  et  $\sigma_{vh}(t)$ .



**Figure I.22 :** Composantes  $\sigma_{hh}(t)$ ,  $\sigma_{uh}(t)$  et  $\sigma_{vh}(t)$  dans le repère  $(u, v, h)$  du vecteur contrainte  $\vec{\phi}_h(t)$  qui s'exerce sur le plan de normale  $h$

Une sollicitation est dite multiaxiale si les états de contraintes au cours du cycle sont multiaxiaux. Lorsqu'elle est cyclique la contrainte normale  $\sigma_{hh}(t)$  est elle-même une fonction périodique du temps, comme le montre la figure I.23. Cette contrainte normale est caractérisée par sa valeur moyenne  $\sigma_{hhm}$  et par son amplitude  $\sigma_{hha}$ . A tout instant, la contrainte normale  $\sigma_{hh}(t)$  est décrite par la superposition de la contrainte normale moyenne  $\sigma_{hhm}$  et de la contrainte alternée  $\sigma_{hha}(t)$ .

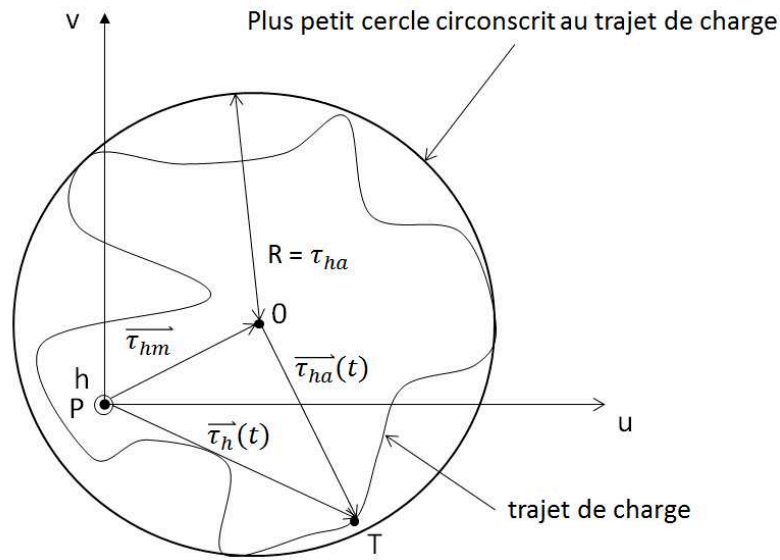
$$\sigma_{hh}(t) = \sigma_{hhm} + \sigma_{hha}(t) \quad (I.34)$$



**Figure I.23 :** Evolution de la contrainte normale  $\sigma_{hh}(t)$  sur le plan de normale  $h$  et décomposition de  $\sigma_{hh}(t)$  en ses composantes moyenne et alternée  $\sigma_{hhm}$  et  $\sigma_{hha}(t)$

La contrainte tangentielle  $\tau_h(t)$  qui existe à l'instant  $t$  sur le plan de normale  $h$  s'obtient en projetant le vecteur contrainte  $\vec{\phi}_h(t)$  sur le plan matériel en question, muni du repère  $(u, v)$ . La contrainte normale  $\sigma_{hh}(t)$  est unidimensionnelle puisqu'elle est obtenue par projection de  $\vec{\phi}_h(t)$  sur un axe (la normale au plan). La contrainte tangentielle a deux dimensions (deux composantes) puisqu'elle s'obtient par projection de  $\vec{\phi}_h(t)$  sur un plan. Elle est la superposition d'une contrainte tangentielle moyenne  $\tau_{hm}$  et d'une contrainte tangentielle alternée  $\tau_{ha}(t)$ . L'extrémité du vecteur contrainte tangentielle  $\vec{\tau}_h(t)$  dans le plan  $(u, v)$  décrit au cours d'un cycle une courbe fermée appelée trajet de charge (figure I.24). On construit le plus petit cercle circonscrit à ce trajet de charge pour identifier et séparer le vecteur contrainte tangentielle moyenne ( $\vec{\tau}_{hm}$ ) du vecteur contrainte tangentielle alternée  $\vec{\tau}_{ha}(t)$ .

$$\vec{\tau}_h(t) = \vec{\tau}_{hm} + \vec{\tau}_{ha}(t) \quad \text{soit} \quad \vec{PT} = \vec{PO} + \vec{OT} \quad (\text{I.35})$$

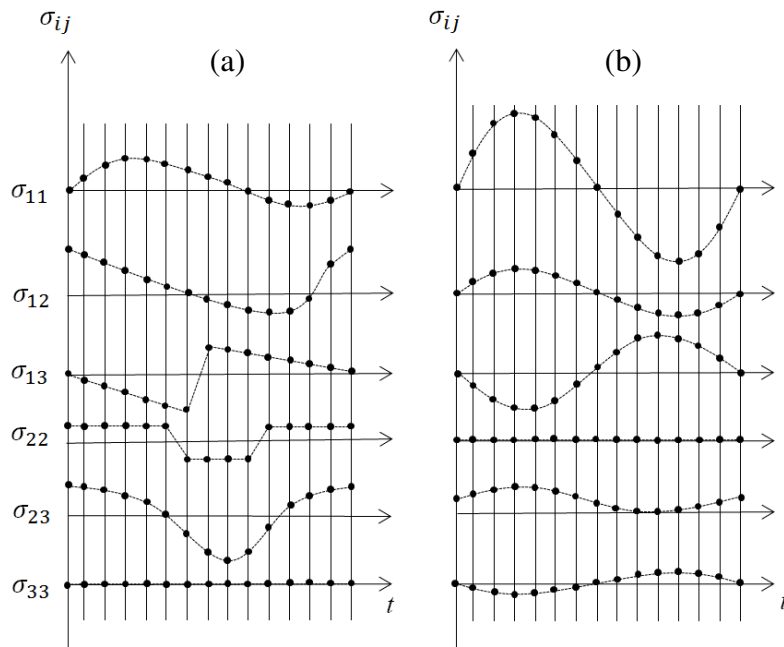


**Figure I.24 : Obtention des contraintes tangentielles moyenne et alternée au cours d'un cycle sur le plan matériel de normale  $h$**

Le centre du plus petit cercle circonscrit définit la contrainte tangentielle moyenne  $\vec{\tau}_{hm}$ , la contrainte tangentielle alternée est alors obtenue par soustraction de  $\vec{\tau}_{hm}$  à la contrainte tangentielle  $\vec{\tau}_h(t)$  :

$$\vec{\tau}_{ha}(t) = \vec{\tau}_h(t) - \vec{\tau}_{hm} \quad \text{soit} \quad \vec{OT} = \vec{PT} - \vec{PO} \quad (\text{I.36})$$

En pratique un cycle multiaxial de contraintes en un point d'une structure est rarement connu de manière continue simplement parce qu'il est issu soit de la mesure expérimentale de déformations relatives à pas échelonnés dans le temps et transformées en contraintes par extensométrie au moyen des lois de comportement du matériau, soit de calculs par Eléments Finis, réalisés de manière successive pour différents états du chargement appelés évènements (figure I.25.a).



**Figure I.25 : Cycle multiaxial de contraintes a) quelconques, b) à évolution sinusoïdale**

Pour certains cas de sollicitations particulières (flexion rotative sur une éprouvette toroïdale par exemple) ou pour des essais de laboratoire pilotés par une consigne sinusoïdale, chaque composante du tenseur des contraintes peut s'exprimer sous la forme de fonctions sinusoïdales (figure I.25.b) ; on a alors :

$$\sigma_{ij}(t) = \sigma_{ijm} + \sigma_{ija}(\sin(\omega t - \varphi_{ij})) \quad (\text{I.37})$$

Où :  $\sigma_{ijm}$  est la partie moyenne de  $\sigma_{ij}(t)$

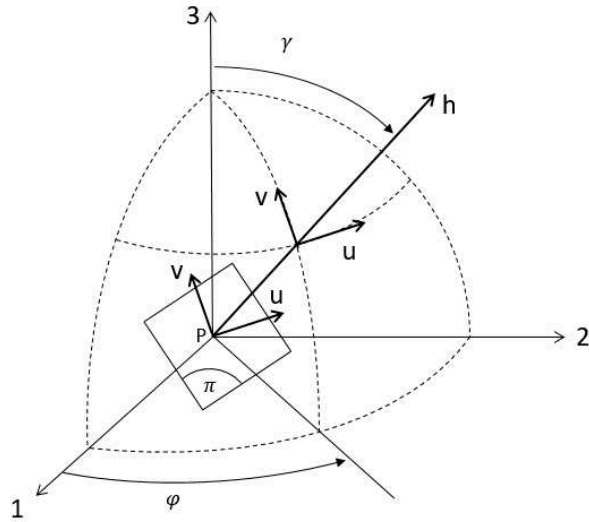
$\sigma_{ija}$  est l'amplitude de  $\sigma_{ij}(t)$

$\varphi_{ij}$  est le déphasage propre à la composante  $\sigma_{ij}(t)$

La plupart des critères de fatigue multiaxiaux, notamment les plus performants en termes de prévision de durée de vie, requièrent de calculer un indicateur d'endommagement  $E_h$  pour tout plan matériel ou tout au moins pour un grand nombre d'entre eux. Dans le cas de l'approche plan critique, il s'agit de déterminer le plan le plus sollicité au sens du critère alors que pour l'approche intégrale il est nécessaire de connaître l'indicateur d'endommagement sur tous les plans pour en faire une moyenne (principe d'une intégrale numérique).

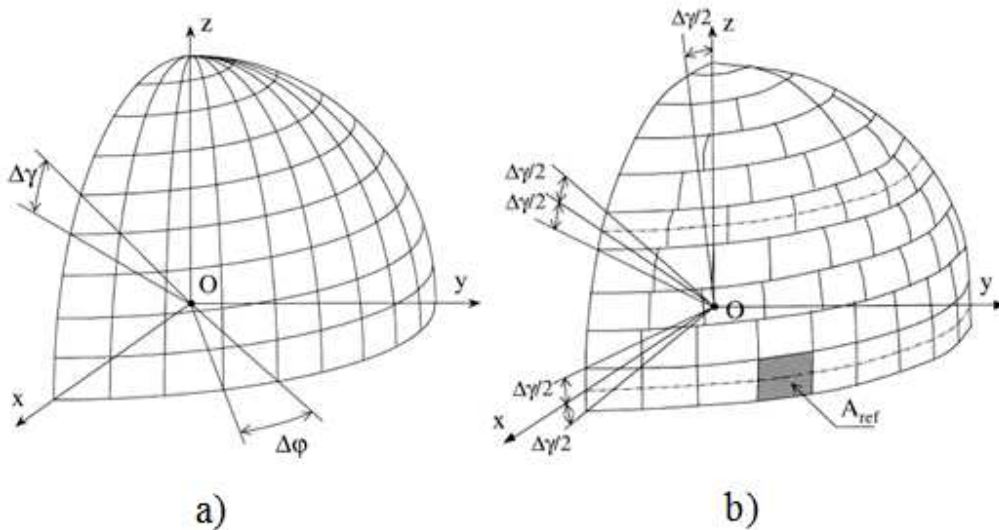
Deux angles d'Euler, notés  $\varphi$  et  $\gamma$  sur la figure I.26, sont utilisés depuis les notations de Simbürger en 1975 [41] pour définir le vecteur normal unitaire  $h$  à un plan matériel ( $\pi$ ). Dès lors que ces deux angles varient de  $0^\circ$  à  $180^\circ$ , toutes les orientations possibles de ce plan matériel sont explorées. Ce faisant, l'extrémité du vecteur unitaire  $h$  décrit une demi-sphère de rayon unité. Des pas d'incrémentations  $\Delta\varphi$  et  $\Delta\gamma$  de ces deux angles  $\varphi$  et  $\gamma$  dépend la précision du calcul réalisé de la fonction de fatigue du critère et du temps CPU nécessaire au processeur pour le réaliser.





**Figure I.26 : Paramètres de définition d'un plan matériel**

Une optimisation des temps de calcul sans altérer leur précision a été élaborée en 1999 par Weber *et al.* [50, 51] et a permis de réduire considérablement les temps de calcul. Cette optimisation porte à la fois sur l'homogénéité de la répartition des orientations des plans matériels examinés (figure I.27) et sur la détermination exacte et la plus rapide du plus petit cercle circonscrit à un trajet de charge.



**Figure I.27 : Discrétisation des facettes a) à pas angulaires  $\Delta\varphi$  et  $\Delta\gamma$  constants, b) à aire interceptée quasi constante sur la sphère de rayon unité [50]**

Pour aboutir à une répartition homogène des orientations des plans matériels analysés par le critère, l'idée a été d'incrémenter les angles d'Euler servant à définir la normale  $h$  de façon à ce que l'aire interceptée sur la sphère de rayon unité autour de la normale utilisée, et définie par les intervalles  $[\varphi - \frac{\Delta\varphi}{2}; \varphi + \frac{\Delta\varphi}{2}]$  et  $[\gamma - \frac{\Delta\gamma}{2}; \gamma + \frac{\Delta\gamma}{2}]$  soit sensiblement constante sur l'ensemble de la sphère (figure I.27.b). Auparavant les aires étaient disproportionnées entre elles, importantes au niveau de l'équateur, très petites sur les pôles, en raison de pas d'incrémentation  $\Delta\varphi$  et  $\Delta\gamma$  constants pour les angles  $\varphi$  et  $\gamma$ . Pour l'optimisation du plus petit

cercle circonscrit, le principe a été de déterminer les deux points du trajet de charge les plus éloignés l'un de l'autre pour construire le cercle circonscrit initial, le segment reliant ces deux points étant un de ses diamètres, et d'aller chercher et d'utiliser ensuite à chaque itération le point extérieur le plus éloigné du cercle courant pour aboutir au final au cercle contenant tous les points du trajet. La rapidité de la convergence de l'algorithme tient à ce fait et la solution est rigoureusement exacte.

La synthèse des critères de fatigue multiaxiaux a été analysée en détail au moyen de 13 séries d'essais multiaxiaux issus d'une banque de données publiée dans la littérature et qui regroupe différents matériaux métalliques et des sollicitations de natures différentes (traction-torsion, flexion-torsion, traction-compression biaxiale, ...). Ces essais de référence correspondent à la limite de fatigue des matériaux testés. La justesse d'un critère à l'égard d'un essai donné se mesure à la proximité de sa fonction de fatigue  $E$  vis-à-vis de la valeur unité, puisque le critère est calibré pour que cette fonction égale la valeur unité lorsque la limite de fatigue du matériau est atteinte par le cycle multiaxial appliqué.

Une valeur supérieure à 1 de la fonction de fatigue  $E$  du critère pour un essai de cette banque de données correspond à une prévision conservatrice de la sévérité du cycle en fatigue, puisque le cycle est analysé par le critère comme étant supérieur à la limite de fatigue du matériau. Dans le cas contraire, le critère est non conservatif car il évalue le cycle multiaxial en dessous de la capacité de résistance à la fatigue du matériau. Il est donc en ce cas non sécuritaire du point de vue du dimensionnement en fatigue.

Tous les critères ont été mis à l'épreuve par Weber [15] sur l'ensemble des essais de la banque de données ; leurs prévisions pour chaque essai sont classées en trois catégories : prévision juste (lorsque l'écart  $|E - 1|$  est inférieur ou égale à 2%, soit  $0,98 \leq E \leq 1,02$ ), prévision conservatrice ( $E > 1,02$ ) et prévision non conservatrice ( $E < 0,98$ ). Les tableaux I.2 et I.3 indiquent les fractions du nombre d'essais de la base de données pour chacune des trois catégories de résultats des prévisions parmi l'ensemble des 233 essais.

**Tableau I.2 : Performance des prévisions des critères d'approche plan critique sur la banque de données des essais multiaxiaux**

Critère d'approche plan critique	Prévisions justes	Prévisions conservatives	Prévisions non conservatives	Essai non valide
Dang Van	19,3%	30,9%	49,4%	0,4%
Robert	18,9%	41,2%	39,5%	0,4%
Deperrois	18,9%	37,8%	42,9%	0,4%
Matake	17,2%	39,1%	41,2%	2,5%
McDiarmid	10,3%	76,8%	11,2%	1,7%

Le tableau I.2 recense les cinq critères les plus pertinents concernant l'approche plan critique (Dang Van, Robert, Deperrois, Matake, McDiarmid) et le tableau I.3 cinq critères parmi les plus justes en ce qui concerne l'approche intégrale (Fogue, Sines, Froustey&Lasserre, Papadopoulos et Kakuno&Kawada). Même si la comparaison peut paraître un peu simplifiée



car la classification parmi les prévisions conservative ou non conservative n'est pas renseignée sur l'étendue des écarts des fonctions de fatigue par rapport aux frontières retenues pour les trois domaines (1,02 et 0,98), les meilleurs critères d'approche globale apparaissent plus pertinents que les plus performants de l'approche plan critique.

**Tableau I.3 : Performance des prévisions des critères d'approche globale sur la banque de données des essais multiaxiaux**

Critère d'approche globale	Prévisions justes	Prévisions conservatives	Prévisions non conservatives	Essai non valide
Fogue	22,3%	34,8%	38,6%	4,3%
Sines	20,2%	36,5%	42,5%	0,8%
Froustey&L.	19,7%	45,1%	31,3%	3,9%
Papadopoulos	19,3%	24,5%	55,8%	0,4%
Kakuno&Kawada	18,9%	31,8%	48,9%	0,4%

#### **I.4 Influence de l'effet d'échelle et du caractère non uniforme du champ des contraintes sur les propriétés de résistance à la fatigue**

Les propriétés mécaniques de résistance à la fatigue des matériaux métalliques sont dépendantes d'une part du type de sollicitations rencontrées et d'autre part du caractère non uniforme du champ des contraintes là où est analysée la tenue en fatigue. Lorsque le champ des contraintes est uniforme dans un volume de matière, toute cette matière est sollicitée de manière identique, la résistance à la fatigue est alors dépendante du volume de matière soumise aux mêmes cycles de contraintes. On parle en ce cas d'effet d'échelle puisque la résistance à la fatigue a tendance à diminuer dès lors que le volume de matière sollicitée s'accroît. Cette propriété peut être rattachée à la probabilité de trouver dans le volume de matière un défaut susceptible de provoquer l'amorçage d'une fissure de fatigue. Plus le volume considéré est grand et plus cette probabilité est grande.

Un champ de contraintes non uniforme explique de ce point de vue la différence de comportement en fatigue qui est généralement observée vis-à-vis d'un champ de contraintes uniforme et dont le cycle de contrainte serait identique au cycle le plus sévère présent dans le champ de contraintes non uniforme : la durée de vie pour la zone de matière soumise au champ de contraintes uniforme est plus faible que celle où le champ de contraintes n'est pas uniforme. Pour obtenir une durée de vie similaire dans la zone à champ de contrainte non uniforme vis-à-vis de celle de la zone à champ de contraintes uniforme, on peut amplifier les contraintes de la zone où le champ de contraintes n'est pas uniforme. L'exemple typique est celui des limites de fatigue en traction-compression et en flexion rotative, où la seconde est toujours supérieure à la première.

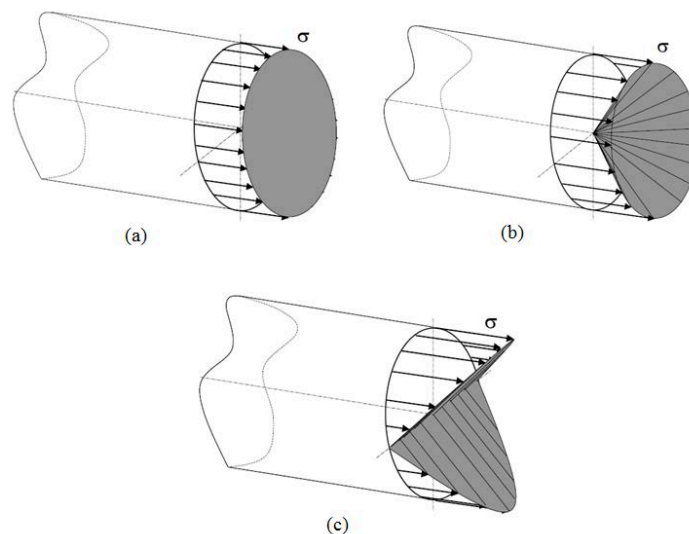
Ce paragraphe est dédié à la mise en évidence expérimentale de cet effet d'échelle en fatigue et à l'influence du caractère non uniforme des champs de contraintes sur le comportement en fatigue. Pratiquement, le caractère non uniforme des champs de contraintes se traduit par un gradient des contraintes (plus précisément par le gradient de la contrainte maximale atteinte

---

au cours du cycle). C'est ce paramètre qui est pris en compte et intégré dans la démarche d'analyse en fatigue, aussi bien en fatigue uniaxiale (méthode de Brand et Sutterlin) qu'en fatigue multiaxiale (critères de fatigue multiaxiaux).

#### *1.4.1 Effet d'échelle et du type de sollicitation en fatigue*

Lorsqu'on considère le cas d'une traction-compression alternée symétrique, la répartition de la contrainte maximale est uniforme dans la section droite (figure I.28.a). Ce type de sollicitation ne présente donc pas de gradient et tient lieu de référence pour les propriétés de fatigue sans effet du gradient. Pour le cas d'une flexion rotative sur éprouvette cylindrique, la contrainte est maximale en périphérie de l'éprouvette, et elle diminue linéairement vers le centre de l'éprouvette (figure I.28.b). La matière n'est donc plus du tout sollicitée de manière uniforme dans la section droite, toute la partie intérieure de la section droite étant moins sollicitée que sa périphérie. Le gradient de la contrainte maximale dans la direction radiale de la section droite traduit ici le caractère non uniforme du champ de contraintes propre à la flexion rotative. En général la limite de fatigue en flexion rotative est supérieure à celle de traction-compression alternée symétrique d'environ 5%. La flexion rotative ne sollicite au maximum que le pourtour extérieur de la section droite tandis qu'en traction-compression alternée symétrique toute la section droite est sollicitée au maximum comme le champ de contraintes est uniforme. L'écart des limites de fatigue en traction-compression alternée symétrique et en flexion rotative peut donc être considéré comme étant dû à un effet d'échelle. Il en est de même pour le cas de la flexion plane qui, par comparaison avec la flexion rotative, sollicite au maximum une zone plus réduite que la flexion rotative : les deux points les plus sollicités sont, en flexion plane à rapport de charge  $R = -1$ , les points diamétralement opposés les plus éloignés de l'axe portant le moment de flexion (figure I.28.c). En pratique cet effet d'échelle est sensible puisqu'on admet que la limite de fatigue en flexion plane est plus grande de 5% que celle de flexion rotative.



**Figure I.28 : Répartition des contraintes pour différents types de sollicitations [15]**

**a) traction-compression, b) flexion rotative, c) flexion plane**

L'hétérogénéité du champ de contraintes et surtout de la taille de la zone où la matière est la plus sollicitée est donc à l'origine des disparités entre les limites de fatigue pour différentes sollicitations où pourtant les états de contraintes sont de même nature (traction-compression uniaxiale). Le gradient de contrainte renseigne sur les variations des contraintes maximales au sein de la matière même s'il ne traduit pas la taille de la zone de matière la plus sollicitée.

L'effet de la nature de la sollicitation a été mesuré par Palin-Luc pour différents matériaux métalliques (acier ou fonte [52]). La limite de fatigue pour une durée de vie donnée, en flexion alternée symétrique ( $f_{-1}$ ), est toujours supérieure à celle obtenue en traction-compression alternée symétrique ( $\sigma_{-1}$ ). Le tableau I.4 récapitule les résultats expérimentaux obtenus sur éprouvettes lisses ( $K_t=1$ ), pour des durées de vie allant de  $10^6$  à  $10^7$  cycles. Les variations des limites de fatigue sont très importantes même si l'écart paraît plus réduit pour l'acier allié 35CD4 mais il est vrai que l'écart pour ce matériau est mesuré à  $10^7$  cycles.

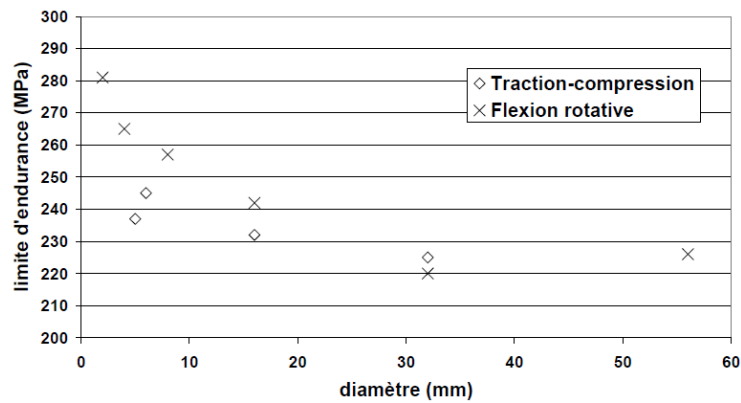
**Tableau I.4 : Variations des limites de fatigue obtenues par Palin-Luc en flexion rotative et en traction-compression pour des aciers alliés ou non alliés et une fonte GS**

Matériaux	$N_D$ (cycles)	$\sigma_{-1}$ (traction-comp.) (MPa)	$f_{-1}$ (flexion rotative) (MPa)	Variation relative $f_{-1}/\sigma_{-1}$ (%)
Acier 30NCD16	$10^6$	560	658	+17,5
Acier XC18	$10^6$	273	310	+13,6
Fonte GS61	$10^6$	245	280	+14,3
Acier 35CD4	$10^7$	558	581	+4,1

Le caractère non uniforme du champ de contraintes est traduit par le gradient de contraintes au premier ordre. Cependant le gradient ne peut traduire complètement l'effet d'échelle puisqu'en flexion plane et en flexion rotative on observe le même gradient alors que les limites de fatigue sont différentes.

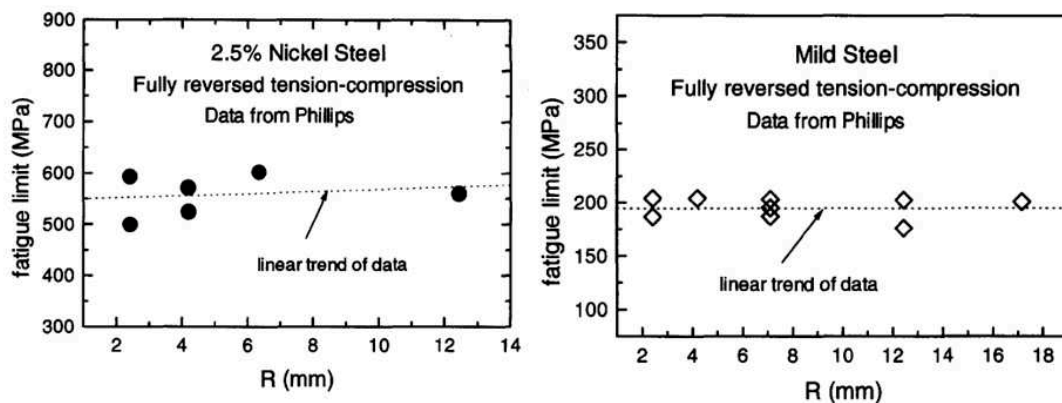
L'effet d'échelle peut être rencontré aussi bien en traction-compression alternée symétrique qu'en flexion rotative, comme le montrent les travaux de Massonnet [14] en 1995. L'auteur a établi la limite de fatigue d'un matériau mi-dur C35 en faisant varier le diamètre des éprouvettes utilisées pour des sollicitations de traction-compression alternée symétrique et de flexion rotative. La figure I.29 montre les résultats expérimentaux obtenus pour chaque type de sollicitation. La limite d'endurance diminue et tend vers une valeur asymptotique quand la taille de l'éprouvette s'accroît. Elle augmente sensiblement quand le diamètre des éprouvettes servant à déterminer la limite d'endurance décroît.

La tendance est plus accentuée pour la flexion rotative que pour la traction-compression où toute la section droite est soumise au même cycle de contrainte. Plus le diamètre de l'éprouvette diminue et plus la zone la plus sollicitée est faible en étendue dans la section droite et en volume dans l'éprouvette. La probabilité de trouver un défaut susceptible de provoquer l'amorçage d'une fissure par fatigue va donc en se réduisant, ce qui permet l'augmentation du niveau de contrainte admissible à l'endurance.



**Figure I.29 : Evolution des limites d'endurance, selon le type de sollicitation, en fonction du diamètre des éprouvettes testées [14]**

D'autres auteurs, Phillips et Heywood [53], ont également participé en 1951 à l'étude de l'influence de la taille des éprouvettes utilisées sur les limites de fatigue obtenues en traction-compression alternée symétrique et en flexion rotative sur des éprouvettes cylindriques en acier allié ou en acier doux. Ils n'ont pas décelé de tendance bien nette ou particulière en traction-compression en prenant des éprouvettes de diamètre allant de 2,5 à 17 mm (figure I.30). Le faible nombre de résultats d'essais n'est peut-être pas suffisant pour laisser transparaître une tendance plus explicite. Les échelles des diagrammes sur lesquels sont présentés les résultats ne sont pas non plus très bien adaptées à la mesure d'une tendance peu marquée.



**Figure I.30 : Limites de fatigue en traction-compression pour deux nuances d'acier en fonction du rayon de l'éprouvette cylindrique**

La même étude est conduite en flexion rotative sur un autre acier et en faisant varier cette fois-ci la longueur de l'éprouvette ou son rayon (figure I.31). L'effet d'échelle est cette fois marqué pour les deux paramètres. La limite de fatigue diminue quand la taille de l'éprouvette augmente, que ce soit par la longueur de l'éprouvette à rayon constant ou par son rayon (à longueur globale de l'éprouvette identique).

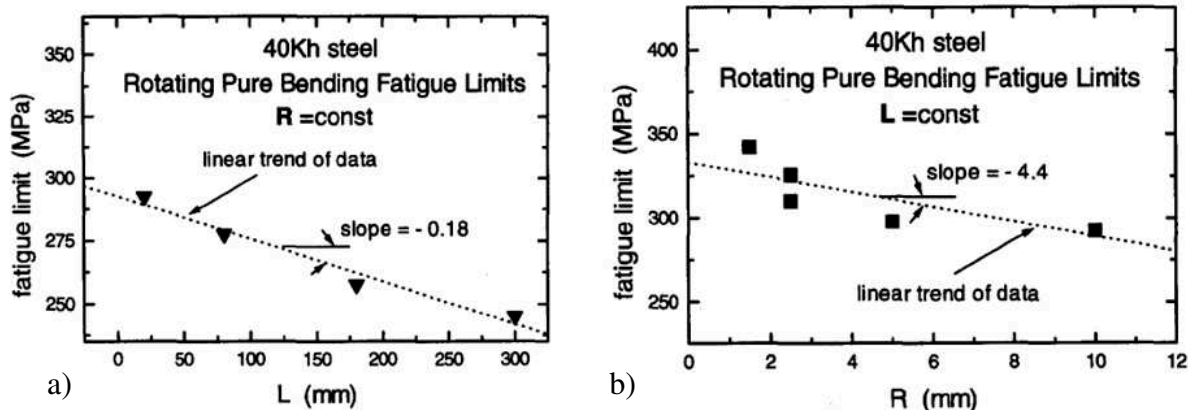


Figure I.31 : Limites de fatigue en flexion rotative d'un acier 40Kh en fonction  
a) de la longueur  $L$  des éprouvettes b) de leur rayon  $R$

Le fait que les tendances soient plus marquées en flexion rotative qu'en traction-compression alternée symétrique est peut être lié aux aciers différents utilisés dans l'un et l'autre cas mais probablement aussi au fait qu'une répartition des contraintes non uniforme dans une section droite telle qu'on la rencontre en flexion rotative exacerbe l'influence de l'échelle car la sollicitation de flexion par nature restreint la part de la section droite la plus sollicitée.

#### 1.4.2 Influence en fatigue de l'hétérogénéité du champ de contraintes généré par une entaille

Massonnet s'est également intéressé à l'effet d'une entaille sur le comportement en fatigue, tant du point de vue de la contrainte nominale que de la contrainte réelle présente en fond d'entaille. Il a donc réalisé des essais de fatigue en faisant varier la géométrie de l'entaille pour obtenir différentes valeurs du coefficient de concentration de contrainte  $K_t$ . La figure I.32 présente les résultats obtenus pour les limites d'endurance sur éprouvettes lisses (sans entaille) et sur éprouvettes avec entaille, sous sollicitations de traction-compression, de torsion ou de flexion plane. Les limites d'endurance sont exprimées en contrainte nominale pour les éprouvettes lisses et en contrainte maximale pour les éprouvettes entaillées (il s'agit en ce cas de la contrainte maximale générée en fond d'entaille du fait de la concentration de contrainte). Une entaille génère une concentration de contrainte qui augmente la contrainte nominale dans le rapport du coefficient de concentration de contrainte  $K_t$  dans le domaine élastique. Localement, en fond d'entaille, la contrainte réelle passe donc de la valeur  $\sigma_{nom}$  à  $K_t \cdot \sigma_{nom}$ .

Cependant l'hétérogénéité du champ de contraintes qui accompagne une concentration de contrainte fait que le cycle de la contrainte locale en fond d'entaille n'est pas aussi sévère du point de vue de la fatigue que si le même cycle était appliqué uniformément dans tout le volume (ou toute la section droite) de l'éprouvette. C'est la raison pour laquelle c'est le coefficient  $K_f$  qui traduit la sévérité de l'entaille en fatigue et non le facteur  $K_t$ ,  $K_f$  étant le rapport de la limite d'endurance de l'éprouvette entaillée sur celle de l'éprouvette lisse.

Le fait que l'on soit amené à opter pour un coefficient  $K_f$  pour traduire la sévérité d'une entaille en fatigue qui soit différent de la concentration de contrainte  $K_t$  est la démonstration que le seul niveau de contrainte appliqué localement n'est pas suffisant pour prévoir le comportement en fatigue de la matière. Il y a effet d'échelle là aussi puisque le fait que le

volume le plus sollicité soit très restreint permet une augmentation des niveaux de contraintes appliqués pour une durée de vie donnée.

Le coefficient de sensibilité à l'effet d'entaille ( $q = \frac{K_f - 1}{K_t - 1}$ ) est l'indice qui finalement rend compte à la fois de l'effet de concentration de contrainte et du caractère plus ou moins confiné, qui a trait à la géométrie de l'entaille, du champ des contraintes au voisinage de l'entaille.

- Si  $q = 1$ , les paramètres  $K_f$  et  $K_t$  sont identiques ; tout se passe comme si la contrainte en fond d'entaille avait le même comportement que pour une éprouvette lisse. Il n'y a pas d'effet d'échelle en ce cas, autrement dit pas d'effet de confinement des contraintes maximales autour de l'entaille,
- Si  $q = 0$ , le paramètre  $K_f$  est égal à 1 pour toute valeur de  $K_t$ , l'éprouvette entaillée a la même limite de fatigue qu'une éprouvette lisse. L'effet d'échelle est maximal puisqu'on ne réduit pas, à la limite de fatigue, le niveau local de la contrainte en fond d'entaille.

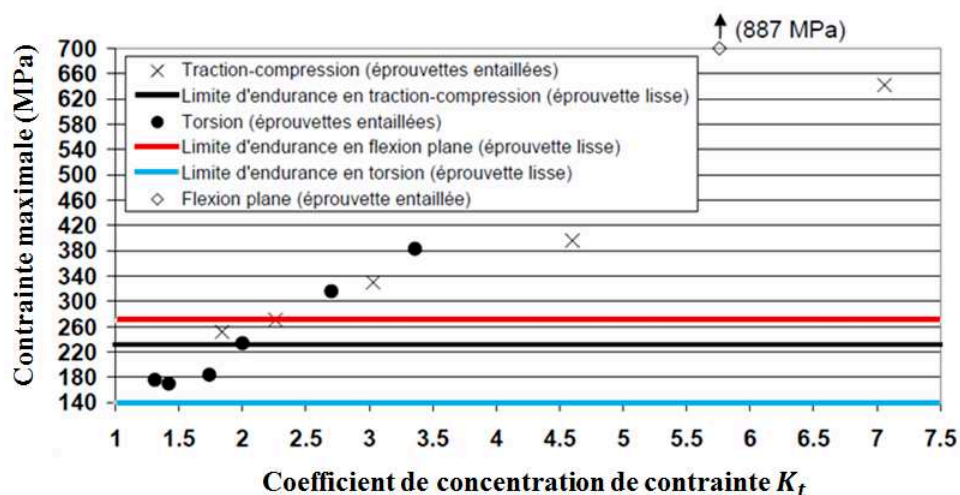


Figure I.32 : Limites d'endurance sur éprouvettes lisses ou entaillées en fonction du facteur de concentration de contrainte en fond d'entaille

#### I.4.3 Méthode de Brand et Sutterlin en fatigue uniaxiale pour tenir compte de l'hétérogénéité du champ de contraintes

Le caractère non uniforme du champ de contraintes ayant une incidence manifeste sur les limites de fatigue du matériau, certains auteurs ont proposé des modélisations permettant de quantifier cette influence. Le paramètre utilisé et inhérent à une distribution non uniforme des contraintes est leur gradient, car il est sensible à toute hétérogénéité du champ de contraintes.

Brand et Sutterlin [54] ont mis au point de manière pionnière une démarche dite "méthode du gradient" pour réévaluer la limite de fatigue des matériaux métalliques tels que les aciers dès lors que la répartition des contraintes au sein de l'éprouvette ou du composant mécanique n'est pas uniforme. Les cas traités visaient principalement les accidents de forme tels que les gorges, rainures, épaulements, trous de passage que l'on observe parfois sur des composants de guidage ou de transmission de puissance.



Le gradient pris en compte est défini par :

$$\chi = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{\sigma_{max}} \frac{d\sigma}{dx} \quad (I.38)$$

Où  $\frac{d\sigma}{dx}$  est le gradient (en valeur absolue) dans la direction de la plus grande variation des contraintes (axe x sur la figure I.33), et  $\sigma_{max}$  est la contrainte maximale au fond de l'accident géométrique, laquelle est définie par :

$$\sigma_{max} = K_t \cdot \sigma_{nom} \quad (I.39)$$

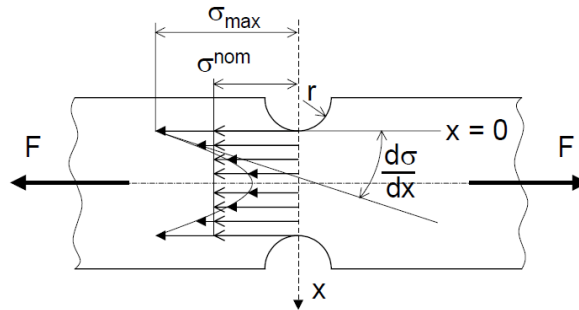


Figure I.33 : Définition du gradient de contrainte d'après Brand et Sutterlin [54]

Selon Brand et Sutterlin, plusieurs paramètres influencent la limite de fatigue du matériau, comme la résistance mécanique maximale, les dimensions de l'éprouvette, le type de sollicitation rencontrée, l'état de surface, ou les contraintes résiduelles. L'état de surface en particulier vient affecter la limite de fatigue du matériau via un coefficient  $K_s$  tributaire de la rugosité de la surface et de la résistance maximale du matériau en traction (figure I.34).

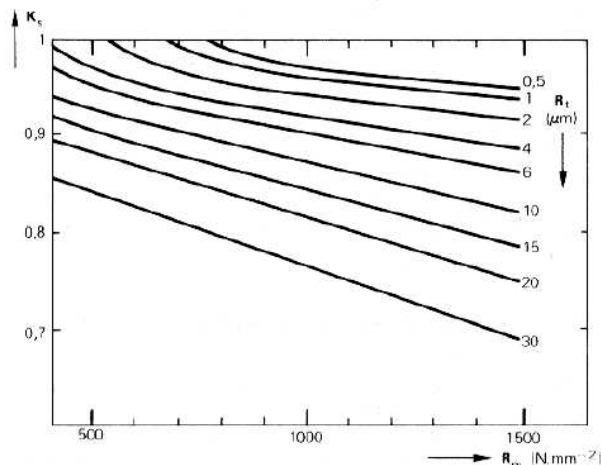
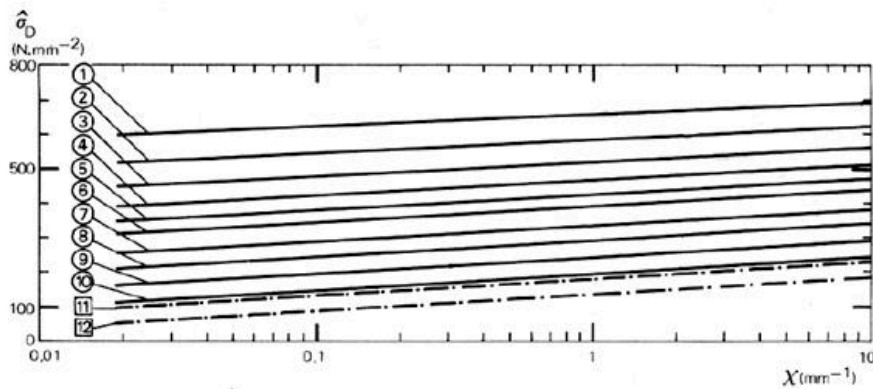


Figure I.34 : Facteur  $K_s$  traduisant l'influence de l'état de surface en fatigue en fonction de la rugosité  $R_t$  et de la résistance maximale  $R_m$  du matériau

Ils ont établi aussi le diagramme de la limite d'endurance de l'éprouvette entaillée  $\hat{\sigma}_D$  en fonction du gradient de contrainte qui est lié à chaque type de matériau en présence par la résistance maximale en traction  $R_m$  (figure I.35). Ainsi la limite de fatigue des éprouvettes entaillées en acier est établie en fonction du gradient rencontré  $\chi$  et de la résistance maximale en traction  $R_m$ .



Équation générale des courbes à 90 % :				Équation générale des courbes à 90 % :			
$\hat{\sigma}_D = a \log \chi + b$ ( $\hat{\sigma}_D$ en $N/mm^2$ - $\chi$ en $mm^{-1}$ )				$\hat{\sigma}_D = a \log \chi + b$ ( $\hat{\sigma}_D$ en $N/mm^2$ - $\chi$ en $mm^{-1}$ )			
Réf. courbe	Classe acier ( $R_m$ en $N/mm^2$ )	a	b	Réf. courbe	Classe acier moulé ( $R_m$ en $N/mm^2$ )	a	b
①	$R_m \geq 1\,400$	100/3	655	11	$350 \leq R_m < 500$	140/3	180
②	$1\,200 \leq R_m < 1\,400$	110/3	585	12	$R_m < 350$	140/3	135
③	$1\,000 \leq R_m < 1\,200$	120/3	520				
④	$900 \leq R_m < 1\,000$	130/3	465				
⑤	$800 \leq R_m < 900$	130/3	430				
⑥	$700 \leq R_m < 800$	135/3	390				
⑦	$600 \leq R_m < 700$	135/3	335				
⑧	$500 \leq R_m < 600$	140/3	295				
⑨	$400 \leq R_m < 500$	140/3	245				
⑩	$R_m < 400$	140/3	195				

Figure I.35 : Limite de fatigue  $\hat{\sigma}_D$  d'une pièce entaillée en fonction du gradient de contrainte  $\chi$  et de sa résistance maximale à la traction  $R_m$

Brand et Sutterlin proposent un facteur de passage  $k_p$  pour convertir la limite de fatigue d'un matériau de la flexion rotative à un autre type de sollicitation. Ces coefficients de passage sont définis dans le tableau I.5.

Exemple :  $\sigma_D$  (traction-compression) = 0,9  $\sigma_D$  (flexion rotative)

Tableau I.5 : Facteur  $k_p$  de conversion de la limite de fatigue en flexion rotative à celle pour un autre type de sollicitation

Limite de fatigue	Facteur $k_p$
$\sigma_D$ (traction-compression)	0,9
$\sigma_D$ (flexion plane)	1,05
$\sigma_D$ (torsion)	0,6

Le tableau I.5 n'intègre pas la dimension de l'éprouvette qui pourtant influe sur la limite de fatigue. Il ne prétend donc pas couvrir le cas le plus général et il est conseillé d'appliquer la conversion des limites de fatigue à des éprouvettes de mêmes dimensions.

Un coefficient d'adaptation statique  $\delta_s$  traduit la modification de la résistance maximale à la traction de l'éprouvette lisse à celle de l'éprouvette entaillée :



$$\delta_s = \frac{\hat{R}_m}{R_m} \quad (I.40)$$

Le tableau I.6 établi par les auteurs de la méthode présente le facteur d'adaptation statique  $\delta_s$  en fonction du gradient des contraintes  $\chi$  et de la résistance maximale  $R_m$ .

**Tableau I.6 : Résistance maximale à la traction  $\hat{R}_m$  en présence d'une entaille**

$R_m \geq 1800$ MPa	$\chi$ quelconque	$\delta_s = 1$	$\hat{R}_m = R_m$
$R_m < 1800$ MPa	$\chi \leq 0,03$ mm <sup>-1</sup>	$\delta_s = 1$	$\hat{R}_m = R_m$
	$0,03 < \chi \leq 4$ mm <sup>-1</sup>	$\delta_s = 0,25 \log \chi + 1,4$	$\hat{R}_m = R_m(0,25 \log \chi + 1,4)$
	$4 < \chi \leq 10$ mm <sup>-1</sup>	$\delta_s = 0,25 \log 4 + 1,4$	$\hat{R}_m = 1,55 R_m$
	$\chi > 10$ mm <sup>-1</sup>	il est nécessaire de redessiner la pièce	

Le diagramme de Haigh basé sur les paramètres intégrant l'effet d'entaille ( $\hat{R}_m$  et  $\hat{\sigma}_D$ ) est alors bâti et utilisé pour situer tout cycle de contrainte uniaxiale par rapport au seuil d'endurance que représente le diagramme de Haigh.

Une extension de la méthode établie en fatigue uniaxiale à la fatigue multiaxiale pour des sollicitations de flexion-torsion en phase est également proposée. Elle est basée sur un calcul du gradient des contraintes moyennes de flexion-torsion et de celui des contraintes alternées. Son idée directrice est d'établir un cycle uniaxial équivalent au cycle multiaxial rencontré, intégrant le gradient des contraintes en séparant les parties moyennes et alternées des contraintes. La concentration de contrainte introduite par l'accident géométrique n'est cependant pas prise en compte pour les contraintes moyennes. Le cycle uniaxial équivalent est reporté sur le diagramme de Haigh pour le situer par rapport à la limite de fatigue du matériau.

#### *I.4.4 Prise en compte de l'effet d'échelle en fatigue multiaxiale en présence d'un champ hétérogène de contraintes*

L'analyse en fatigue de cycles de contraintes multiaxiaux est généralement effectuée au moyen de critères de fatigue multiaxiaux. Leur formalisme se prête à la prévision de durée de vie en adaptant le calage des critères aux limites de fatigue à  $N$  cycles du matériau. Traditionnellement un critère multiaxial analyse le comportement en fatigue du matériau à l'aide du cycle de contrainte rencontré au point où ce cycle a été déterminé (par calcul selon le modèle poutre quand le composant mécanique s'y prête, par voie numérique approchée telle que la méthode des Eléments Finis quand le modèle poutre n'est pas applicable, par une démarche expérimentale comme l'extensométrie en utilisant les lois de comportement du matériau). Le phénomène de fatigue est éminemment local dans la mesure où l'état d'endommagement du matériau est directement lié à la confrontation sollicitation subie-résistance locale à la fatigue.

En présence d'un champ hétérogène de contraintes, l'effet d'échelle entre en jeu car l'amorçage d'une fissure par fatigue va être tributaire du volume de matière soumis au cycle de contrainte le plus sévère. L'hétérogénéité du champ de contraintes a comme conséquence pratique un gradient de contrainte. Les critères de fatigue multiaxiaux ont donc été modifiés

de manière à intégrer le gradient de contrainte afin de traduire l'augmentation de la capacité de résistance à la fatigue du matériau en sa présence. Généralement un terme supplémentaire incorporant le gradient est ajouté à l'expression de leur indicateur d'endommagement ou directement dans leur fonction de fatigue. Ce terme supplémentaire requiert pour le calage du critère une limite de fatigue traduisant l'augmentation de la limite de fatigue en présence d'un gradient, par exemple la limite de fatigue en flexion rotative. L'approche correspondante est alors qualifiée de non locale puisqu'un des paramètres entrant dans l'analyse en fatigue est le gradient de contrainte qui a besoin du champ des contraintes autour du point où est menée l'analyse en fatigue pour évaluer la sévérité du cycle de contrainte rencontré. La seule connaissance du cycle multiaxial local ne suffit plus pour estimer sa nocivité en fatigue. Il est nécessaire de connaître le taux de variation des contraintes au voisinage du point d'analyse.

Un certain nombre de critères de fatigue multiaxiaux ont été adaptés pour intégrer le gradient des contraintes. Papadopoulos [55, 56] modifie en 1994 et 1996 les critères de fatigue de Mataka [33] et de Crossland [39]. Weber [15] a adapté également les critères de Fogue [42] et de Robert [38] en 1999. Luu [57] et Ma [58] ont pour leur part en 2014 et 2015 intégré l'effet du gradient des contraintes dans les critères de Crossland (nouvelle proposition par rapport à celle de Papadopoulos de 1996) et de Dang Van [37].

Le tableau I.7 récapitule les critères de fatigue multiaxiaux qui ont été modifiés pour intégrer l'effet d'un gradient de contrainte.

**Tableau I.7 : Critères de fatigue multiaxiaux adaptés au gradient de contrainte**

Auteur du critère initial	Formalisme initial du critère	Auteur du critère avec gradient	Formalisme du critère avec gradient
Mataka (1977)	$E_{MT} = \frac{\tau_{ha} + \alpha\sigma_{hhmax}}{\gamma}$	Papadopoulos (1994)	$E_{PPG} = \frac{\tau_{ha} + \alpha\sigma_{hhmax} - \beta\sqrt{G(\sigma_{hhmax})}}{\gamma}$
Crossland (1956)	$E_{CR} = \frac{\sqrt{J_{2,a}} + \alpha P_{max}}{\gamma}$	Papadopoulos (1996)	$E_{PPG} = \left\{ \sqrt{J_{2,a}} + \alpha P_{max} \left( 1 - \beta \left( \frac{G}{P_{max}} \right)^n \right) \right\} / \gamma$
Robert (1992)	$E_h = \text{Max}_t \left\{ \frac{\tau_{ha}(t) + \alpha\sigma_{hha}(t) + \beta\sigma_{hhm}}{\theta} \right\}$ $E_{RB} = \text{Max}\{E_h\}_t$	Weber (1999)	$E_h = \text{Max}_t \left\{ \frac{\tau_{ha}(t) + \alpha\sigma_{hha}(t) + \beta\sigma_{hhm} + \delta\sqrt{G(t)(\sigma_{hh}(t))}}{\theta} \right\}$ $E_{RBG} = \text{Max}\{E_h\}_t$
Fogue (1987)	$E_h = \text{Max}_t \left\{ \frac{a\tau_{ha} + b\sigma_{hha} + d\sigma_{hhm}}{\sigma_{-1}} \right\}$ $E_{FG} = \sqrt{\frac{1}{S} \int E_h^2 dS}$	Weber (1999)	$E_h = \text{Max}_t \left\{ \frac{a\tau_{ha} + b\sigma_{hha} + d\sigma_{hhm} + \delta\sqrt{G(\sigma_{hhmax})}}{\sigma_{-1}} \right\}$ $E_{FGG} = \sqrt{\frac{1}{S} \int E_h^2 dS}$
Crossland (1956)	$E_{CR} = \frac{\sqrt{J_{2,a}} + \alpha P_{max}}{\gamma}$	Luu (2014)	$E_{LUG} = \left\{ \sqrt{J_{2,a}} \sqrt{1 - \left( l_\tau \frac{\ Y\ _a}{\ S\ _a} \right)^{n_\tau}} + \alpha_g P_{max} \left[ 1 - \left( l_\sigma \frac{\ G\ }{P_{max}} \right)^{n_\sigma} \right] \right\} / \gamma_g$
Dang Van (1984)	$E_h = \max_t \left\{ \frac{\tau(t) + a_D P(t)}{b_D} \right\}$ $E_{DV} = \text{Max}\{E_h\}_h$	Luu (2014)	$E_h = \max_t \left\{ \frac{\tau(t) + a_D P(t)}{b_D} \right\}$ $E_{LUG} = \text{Max}\{E_h\}_h$
Crossland (1956)	$E_{CR} = \frac{\sqrt{J_{2,a}} + \alpha P_{max}}{\gamma}$	Ma (2015)	$E_{MAG} = \{ \sqrt{J_{2,a}} + \alpha P_{max} - l_g \  \nabla \sqrt{J_{2,a}} + \alpha \nabla P_{max} \  \} / b$

Toutes ces formulations de critères avec gradient ont eu pour base d'application et de validation les essais de fatigue expérimentaux de Massonnet [14], de Findley [59], de Pogoretskii [60], de Moore [61-63], de Froustey [64], de Dubar [65] et de Gough [31].

Certains auteurs ont directement adapté les critères de fatigue multiaxiaux aux champs de contraintes qui se retrouvent au voisinage d'un défaut, intégrant ainsi la distribution et donc le gradient de ces contraintes dans la zone de concentration de contrainte générée par le défaut.

Nadot et al. [66-68] ont établi en 2006 la contrainte équivalente de Vu [69] autour du défaut et utilise le gradient de cette contrainte équivalente pour traduire l'état d'endommagement du matériau au voisinage du défaut. Le principe est donc de corriger la contrainte équivalente calculée par le critère de Vu par un terme de gradient égal à l'augmentation de la contrainte de Vu générée par le défaut sur la longueur  $\sqrt{aire}$  de Murakami [26]. La démarche ainsi établie est appelée Defect Stress Gradient.

Billaudeau et al. [70, 71] ont pris en compte l'influence du gradient de contrainte généré par un défaut dans le critère multiaxial de fatigue de Crossland [39]. L'analyse en fatigue utilise un volume effectif sollicité (VES) qui est la zone endommagée par fatigue autour du défaut et non plus le point le plus sollicité au bord du défaut.

Il faut noter que le calage des critères mis en œuvre pour ces démarches utilise systématiquement les résultats d'un essai de fatigue avec un défaut de taille de référence, qui est en général la moyenne des tailles des défauts pour lesquels la formulation proposée est validée. Comme nous le verrons au chapitre IV, les essais de fatigue correspondant à des champs de contraintes hétérogènes du fait de la nature de la sollicitation (flexion rotative, torsion, flexion plane) ne peuvent être utilisés pour le calage des critères avec gradient, car les gradients au voisinage des défauts sont sans commune mesure avec ceux générés seulement par la nature des sollicitations appliquées. Le tableau I.8 résume les approches formulées par Nadot et Billaudeau pour modéliser le comportement en fatigue au voisinage d'un défaut.

**Tableau I.8 : Résumé des propositions de Nadot et Billaudeau pour la modélisation du comportement en fatigue multiaxiale au voisinage d'un défaut**

Auteur du critère initial	Formalisme du critère initial	Auteur du critère avec gradient	Formalisme du critère avec gradient
Vu (2010)	$\sigma_{eqVu} = \sqrt{\gamma_1 J'_2(t)^2 + \gamma_2 J'_{2,mean}(t)^2 + \gamma_3 I_f(I_{1,a}, I_{1,m})}$	Nadot (2013)	$E_{NDG} = \left\{ \sigma_{eqVu,max} - b_g \frac{\sigma_{eqVu,max} - \sigma_{eqVu,\infty}}{\sqrt{aire}} \right\} / \beta$
Crossland (1956)	$E_{CR} = \frac{\sqrt{J_{2,a}} + \alpha P_{max}}{\gamma}$	Billaudeau (2002)	$E_{BLG} = \left\{ \sqrt{J_{2,a}} + \alpha I_{1,max} \left( 1 - a \left( \frac{G_{I1}}{I_{1,max}} \right) \right) \right\} / \beta$

## I.5 Conclusion

Ce premier chapitre d'étude bibliographique présente tout d'abord les défauts de surface habituellement observés après mise en forme des pièces mécaniques obtenues à partir de tôles en acier. Les défauts peuvent être rencontrés sur le bord de découpe comme sur les faces principales de la tôle, après poinçonnage et/ou emboutissage par exemple.

---

Le chapitre résume les quatre grandes approches qui tentent de prendre en compte et de modéliser l'influence en fatigue de ce type de défauts de petite taille. Il n'y a pas véritablement de définition précise de la taille de ces "petits" défauts mais le plus souvent leur profondeur dans la direction perpendiculaire à la surface extérieure de la pièce est largement inférieure au millimètre.

La première approche, de type mécanique de la rupture, assimile le défaut à une fissure et utilise la notion de seuil de fissuration  $\Delta K_{seuil}$ . Le paramètre représentatif du défaut est alors assimilé à la longueur de fissure.

La deuxième approche relève de la modélisation de type entaille. Elle relie la limite de fatigue du matériau en présence du défaut à la concentration de contrainte  $K_t$  et au facteur de sensibilité à l'entaille  $K_f$ . Le rayon du fond d'entaille et sa profondeur sont les paramètres représentatifs du défaut.

La troisième approche, empirique, est basée sur la mécanique de la rupture linéaire élastique. Elle lie la limite d'endurance du matériau à la taille du défaut, exprimée sous la forme de la racine carrée de l'aire du défaut dans un plan normal à la direction du chargement maximal.

La quatrième et dernière approche utilise les critères de fatigue multiaxiaux, avec prise en compte du gradient des contraintes au voisinage du défaut. Trois types d'approches existent pour les critères de fatigue multiaxiaux : empirique, plan critique et approche globale (ou intégrale). L'approche empirique est exclue de toute applicabilité universelle car elle n'est conçue que pour des types de sollicitations bien particuliers et ne peut donc prétendre à couvrir tout autre cas de sollicitation. L'approche plan critique stipule que le comportement en fatigue du matériau ne dépend que du plan le plus sollicité, au point où est menée l'analyse en fatigue. Quant à l'approche globale elle évalue l'état d'endommagement du matériau par une contribution de l'ensemble des plans matériels passant par le point d'analyse en fatigue et à hauteur de leur sollicitation propre.

Un critère multiaxial permet de comparer le cycle de contraintes analysé avec celui de la limite de fatigue du matériau. Sans prise en compte du gradient des contraintes, il ne peut pas faire de distinction entre la capacité de résistance à la fatigue en présence d'un gradient de contrainte et en l'absence de celui-ci (champ de contrainte uniforme dans une éprouvette sollicitée en traction-compression par exemple). Or la différence de comportement est importante comme cela peut être constaté en comparant les limites de fatigue observées en flexion rotative et en traction-compression alternée symétrique. Le gradient de contraintes, qu'il ait pour origine la sollicitation elle-même ou la présence d'un défaut, modifie sensiblement la tenue en fatigue du matériau. Il doit donc être intégré au formalisme des critères multiaxiaux de fatigue pour que ceux-ci puissent intégrer son influence.

On parle en ce cas d'approche non locale, le gradient des contraintes étant établi sur un champ volumique de contrainte. Pratiquement le comportement en fatigue du matériau dépend des niveaux de contraintes du cycle rencontré (valeur moyenne, amplitude) mais également des variations de ce champ de contraintes autour du point où est menée l'analyse.

La mise en évidence expérimentale de l'influence des défauts sur le comportement en fatigue des tôles de la nuance d'acier étudiée ici est réalisée dans le chapitre suivant.

---

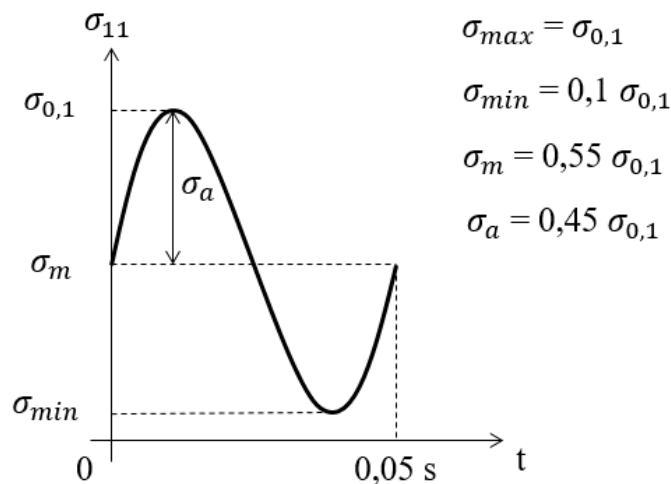
**Chapitre II**  
*Campagne expérimentale*

Dans ce chapitre sont présentés la démarche expérimentale suivie pour cette étude et l'ensemble des résultats expérimentaux obtenus. Les caractéristiques et le réglage de la machine de fatigue utilisée font l'objet de la première partie de ce chapitre. Les différents types d'éprouvettes utilisées pour la campagne expérimentale, tout d'abord sans défauts pour déterminer les propriétés de fatigue intrinsèques au matériau puis avec les différentes géométries envisagées des défauts, sont ensuite détaillés. Les moyens d'observation employés pour la mesure de la géométrie réelle des défauts et pour l'examen des faciès de rupture sont décrits dans une troisième partie. Enfin, la dernière partie de ce chapitre concerne la présentation de l'ensemble des résultats expérimentaux de fatigue obtenus.

## II.1 Machine de fatigue

### II.1.1 Machine de fatigue MTS

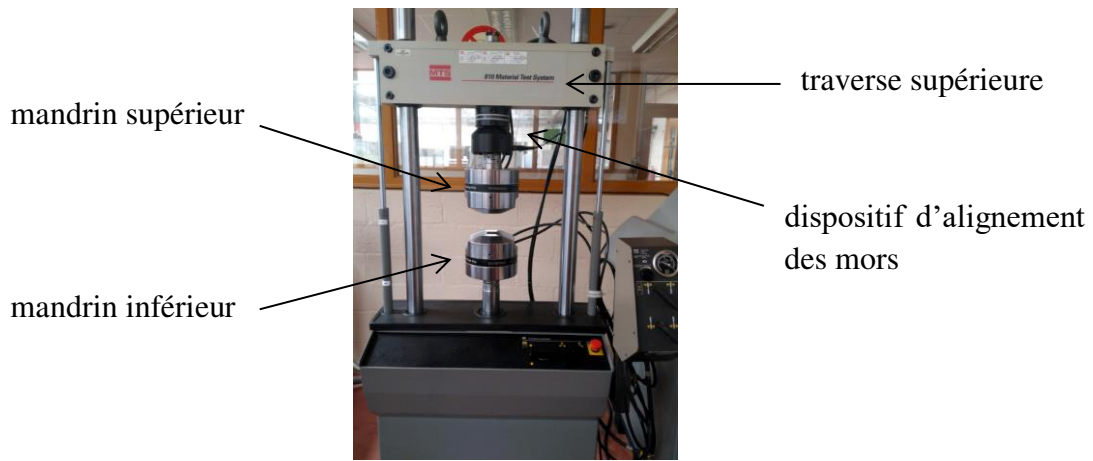
La machine de fatigue du laboratoire est une machine MTS810 de capacité maximale égale à  $\pm 100$  kN. Cette machine peut être à l'occasion utilisée pour réaliser un essai de traction statique monotone mais elle sert essentiellement pour les essais de fatigue de traction-compression uniaxiale. Tous les essais de fatigue réalisés pour la campagne expérimentale ont un rapport de charge  $R$  égal à 0,1 (on parle en ce cas d'essai de fatigue en traction ondulée) et une fréquence de 20 Hz (figure II.1).



**Figure II.1 : Description du cycle de traction ondulée utilisé pour la campagne expérimentale**

Ce type de rapport de charge est fréquemment employé pour la caractérisation en fatigue des tôles d'acier pour l'automobile. L'éprouvette étant soumise à une sollicitation de traction tout au long du cycle, il n'y a pas de risque de flambage de celle-ci en cours d'essai.

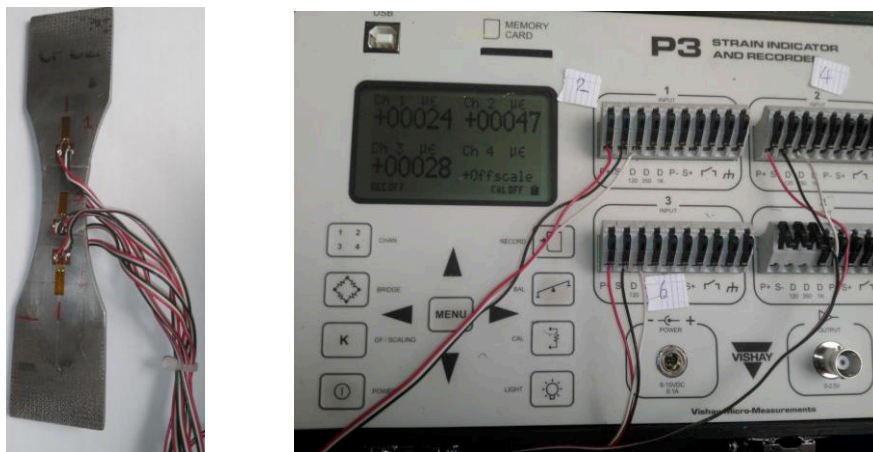
La figure II.2 présente la machine de fatigue MTS810 de notre laboratoire, l'Institut Pascal, à Montluçon. A sa droite on distingue le groupe multiplicateur de pression qui alimente via les servovalves le vérin hydraulique de la machine de fatigue.



**Figure II.2 : Machine de fatigue MTS810 du laboratoire**

### II.1.2 Réglage de l'alignement des mors

Un aspect important qui contribue à la validité des essais de fatigue réalisés sur des éprouvettes relativement flexibles est la minimisation du moment de flexion parasite qui vient se superposer à la sollicitation de traction lorsque les mandrins supérieur et inférieur de la machine connaissent un défaut de concentricité et/ou d'inclinaison angulaire. Une éprouvette similaire à celle utilisée pour les essais a été instrumentée de trois paires de jauges placées longitudinalement de façon symétrique sur les deux faces principales de l'éprouvette (figure II.3). Les mesures par des ponts d'extensométrie des déformations relatives des six jauges de cette éprouvette, soumise à une sollicitation de traction donnée (2 kN en pratique), une fois en place puis retournée, permettent de déterminer les défauts de positionnement des mandrins de la machine tout en s'affranchissant des défauts géométriques potentiels intrinsèques à cette éprouvette de réglage.



**Figure II.3 : Eprouvette instrumentée et pont d'extensométrie**

Le réglage s'opère sur le mandrin supérieur de la machine, porté par la traverse supérieure via le dispositif de réglage, le mandrin inférieur étant lié au nez du vérin. Deux réglages successifs sont réalisés :

- un ajustement en déplacement (coaxialité des mors) pour obtenir une déformée de flexion de l'éprouvette en "C" (après une déformée initiale généralement en "S", figure II.4),

- un alignement angulaire des mors pour passer d'une déformée en "C" de l'éprouvette à une déformée la plus faible possible (figure II.5).

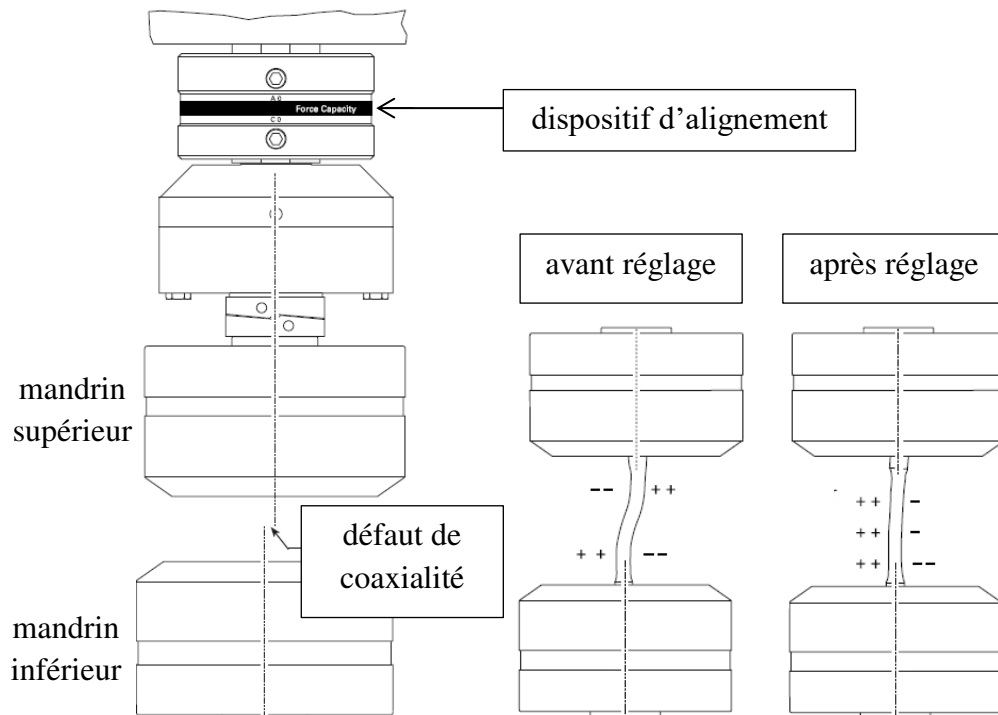


Figure II.4 : Premier réglage de coaxialité des mors de la machine de fatigue

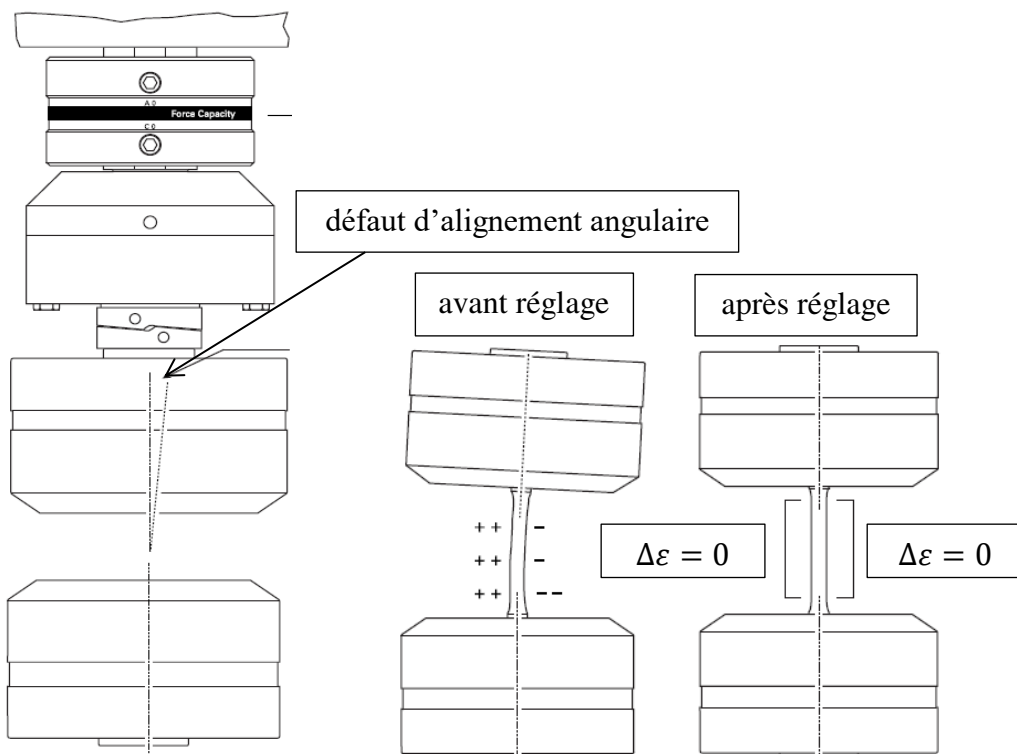


Figure II.5 : Second réglage ou élimination de l'inclinaison angulaire des mors

La déformée en forme de "S" est le défaut le plus général observé. Le réglage de la coaxialité précède systématiquement celui du défaut angulaire (d'après une préconisation MTS accompagnant le dispositif d'alignement). Il est réellement important de résoudre



---

correctement ces problèmes d'alignement car les sollicitations supplémentaires générées par les défauts géométriques de la machine de fatigue viennent se superposer à celle de l'essai de fatigue lui-même (traction ondulée) et faussent les niveaux des contraintes de la consigne de traction seule. En pratique le réglage est censé être réalisé correctement dès lors que les déformations longitudinales mesurées pour chaque paire de jauges sont les mêmes à 10  $\mu\text{m}/\text{m}$  près (microdéformations relatives). C'est seulement après ces réglages que la machine de fatigue est considérée comme prête pour les essais de fatigue.

## II.2 Matériaux et éprouvettes de fatigue

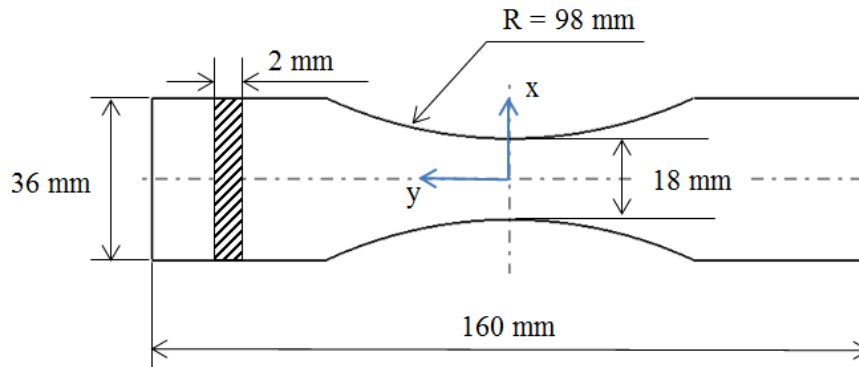
Les éprouvettes de fatigue testées ont été tirées de tôles d'un acier à haute résistance CP800 qui est une nuance d'acier appelée "Complex Phase". Les caractéristiques mécaniques de ce matériau sont les suivantes :

- limite d'élasticité :  $R_e = 830 \text{ MPa}$ ,
- résistance maximale à la traction :  $R_m = 848 \text{ MPa}$ .

Deux séries d'éprouvettes ont été tirées de ce matériau, une dont la référence est notée AR203 et l'autre AY1268. Toutes les éprouvettes de la référence AR203 ont été testées à Maizières par ArcelorMittal, celles de la référence AY1268 ont été testées en fatigue par ArcelorMittal et par l'Institut Pascal. Les éprouvettes des deux références comportaient pour certaines des défauts et d'autres pas, de façon à percevoir les effets de ces défauts sur les propriétés de fatigue du matériau sain. Les défauts géométriques usinés sur les éprouvettes sont de trois natures différentes selon leurs localisations et leurs formes :

- sur la tranche (c'est-à-dire sur le bord de découpe) dans la section droite minimale des éprouvettes (il s'agit de défauts à profil rond ou parfois oblong),
- sur un des angles de la section droite minimale de l'éprouvette (on parle dans ce cas de "défaut coin"),
- sur une face frontale de l'éprouvette, dans son plan médian ou incliné à  $45^\circ$  par rapport à celui-ci.

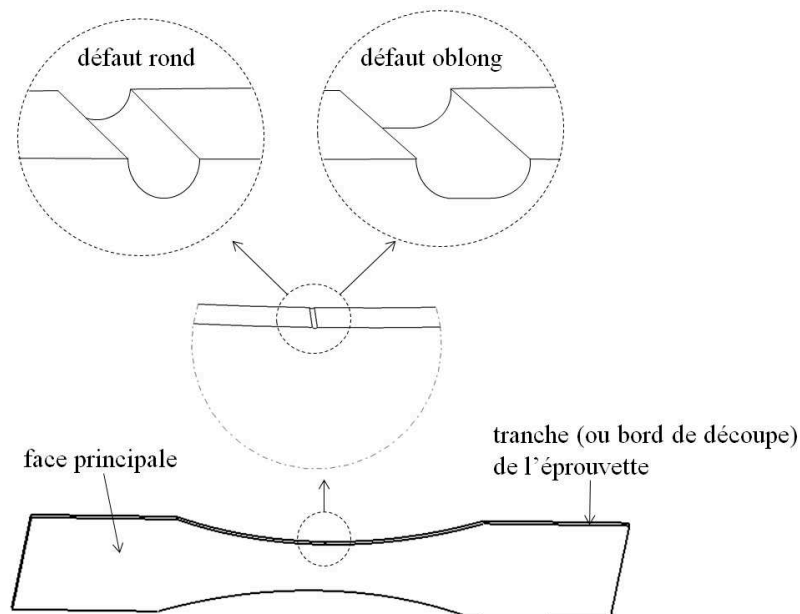
Tous les défauts ont été usinés par électroérosion. L'épaisseur des éprouvettes est celle de la tôle d'acier dont elles sont tirées (2 mm). La figure II.6 décrit la géométrie précise des éprouvettes de fatigue.



**Figure II.6 : Géométrie d'une éprouvette saine (sans défaut) d'épaisseur 2 mm**

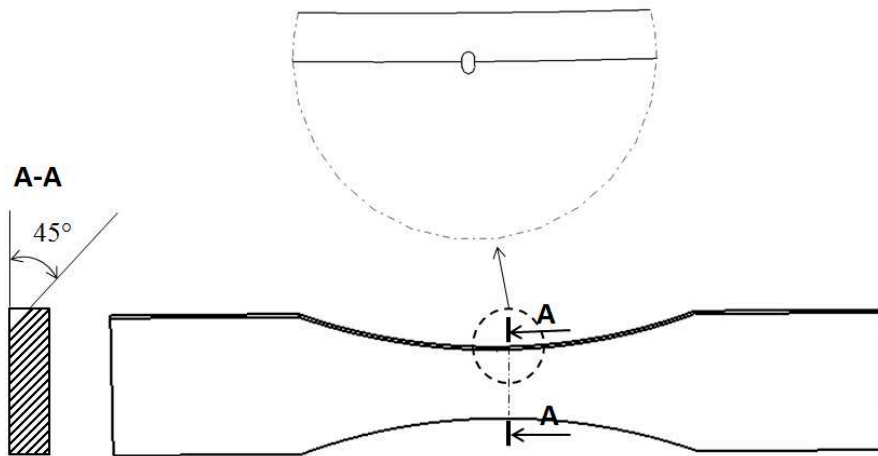
Le bord de découpe (ou tranche) de l'éprouvette est poli. Le coefficient de concentration de contrainte  $K_t$  de cette géométrie d'éprouvette est faible puisqu'il est égal à 1,06. Ce résultat a été obtenu par Eléments Finis pour un comportement élastique parfait.

Les défauts usinés sur la tranche d'une éprouvette ont une forme ronde ou oblongue. Ils se situent au droit de la section droite minimale de l'éprouvette (figure II.7).



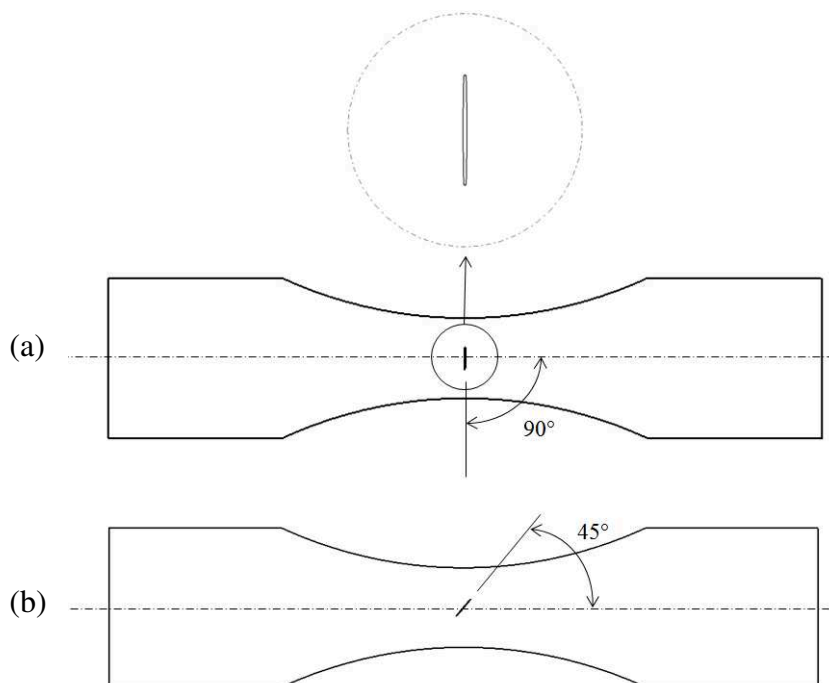
**Figure II.7 : Localisation et description d'un défaut rond ou oblong usiné sur la tranche d'une éprouvette**

Le défaut coin est observable pour sa part à la fois sur la tranche de l'éprouvette, et sur une de ses faces principales puisque le fond du défaut est incliné à  $45^\circ$  par rapport aux deux surfaces. Il est localisé lui aussi au droit de la section droite minimale de l'éprouvette (figure II.8).



**Figure II.8 : Description géométrique du défaut coin**

Les défauts usinés sur la face principale de l'éprouvette sont situés au centre d'une des faces et ont leur centre lui-même situé dans la section minimale de l'éprouvette. L'influence de l'orientation de ce défaut par rapport à l'axe principal de l'éprouvette (qui est aussi l'axe de la sollicitation de traction) sera étudiée au moyen d'essais de fatigue sur des éprouvettes comportant des défauts transversaux : à  $90^\circ$  par rapport à l'axe de l'éprouvette, les défauts sont alors contenus dans la section minimale de l'éprouvette, figure II.9 (a), ou à  $45^\circ$  par rapport à l'axe de traction, figure II.9 (b).



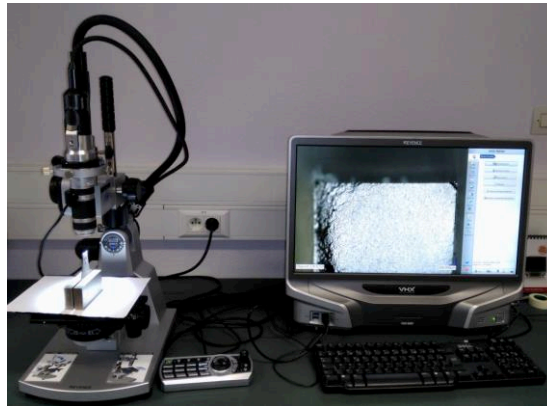
**Figure II.9 : Défaut sur une face principale de l'éprouvette a) transversal, b) orienté à  $45^\circ$**

Les dimensions de ces défauts sont variables, surtout en termes de profondeur, et font l'objet de l'analyse en fatigue. Elles sont détaillées au paragraphe II.4.2.

---

## II.3 Observation des défauts usinés et des faciès de rupture des éprouvettes

L'observation et les mesures précises de la géométrie des défauts usinés par électro-érosion sont réalisées à l'aide du microscope optique Keyence VHX-900F. Ce microscope dispose d'un grossissement maximal de rapport 200. Il permet à la fois l'observation du site d'amorçage d'une fissure sur le faciès de rupture et également de la production d'une cartographie 3D d'un défaut ou d'une surface non plane. La figure II.10 donne un aperçu du microscope au cours de l'observation du faciès de rupture d'une éprouvette rompue par fatigue.



**Figure II.10 : Microscope Keyence - modèle VHX-900F**

### *II.3.1 Observation des éprouvettes sans défaut et rompues par fatigue*

L'observation du faciès de rupture est effectuée pour l'ensemble des éprouvettes sans défaut de la référence AY1268 ayant connu une rupture lors des essais de fatigue. Chaque éprouvette rompue présente deux parties, l'une notée H (partie haute) qui était tenue par les mors supérieurs de la machine, l'autre notée B (partie basse) qui était fixée dans les mors inférieurs (ceux liés au mandrin porté par le nez de vérin).

On observe au microscope les faciès des deux parties rompues de chaque éprouvette. Des fissures secondaires apparaissent pratiquement systématiquement sur les faciès de rupture, témoignant ainsi soit de la multi-fissuration de l'éprouvette dans sa zone de section droite minimale, soit de la bifurcation de la fissure et de multiples branches de celle-ci. Ces fissures sont dites secondaires car elles ne sont pas la fissure qui a conduit à la rupture de l'éprouvette. Elles ont des longueurs allant de 30  $\mu\text{m}$  à 430  $\mu\text{m}$ . La figure II.11 présente un cas de fissures pouvant être qualifiées de "longues", la figure II.12 un cas de fissures secondaires "courtes". L'ensemble des résultats expérimentaux obtenus est donné au paragraphe II.4.

Les sites d'amorçage des fissures ayant conduit à la rupture de l'éprouvette sont relevés et notés amorçage à droite, à gauche, ou au centre de l'éprouvette en fonction de leur positionnement en vue de face de l'éprouvette installée sur la machine de fatigue.

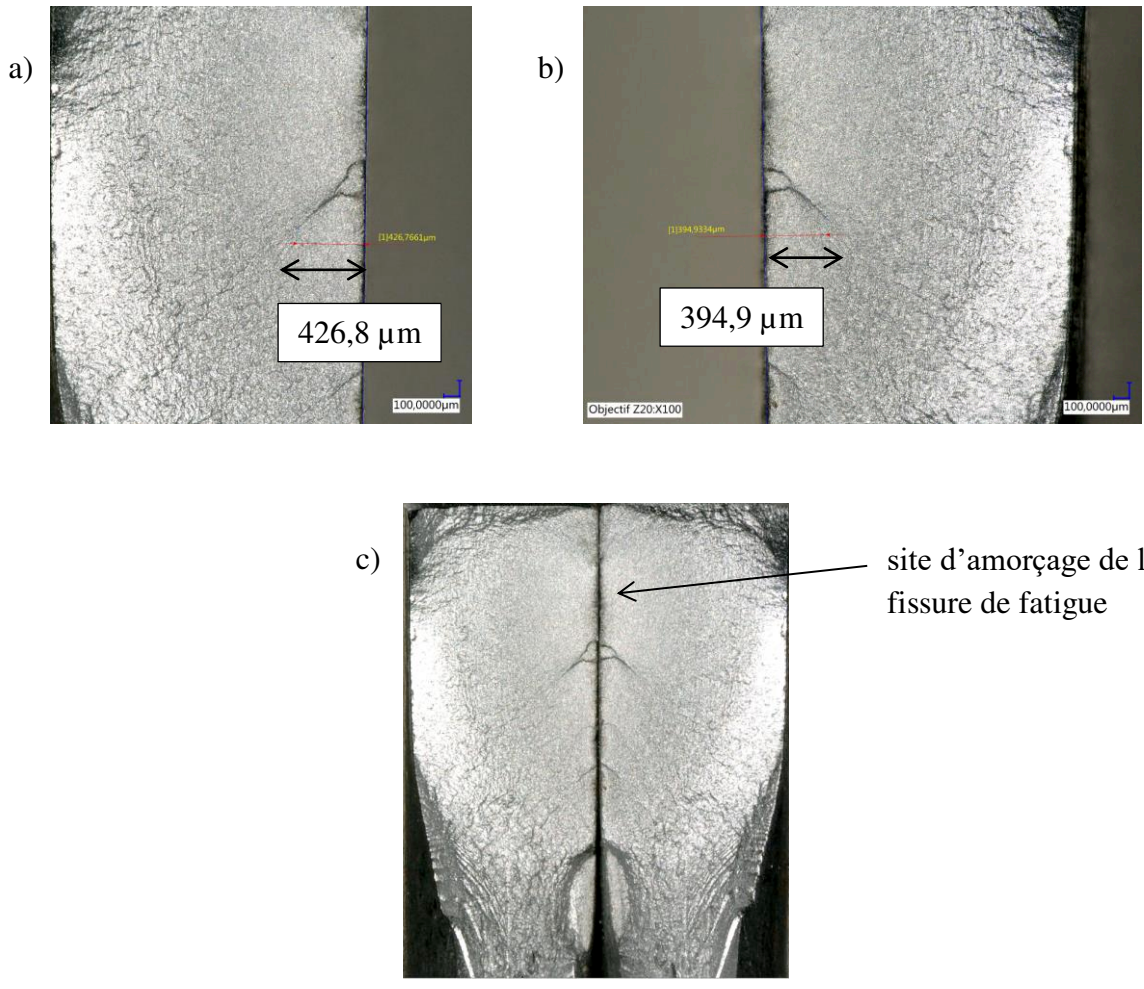
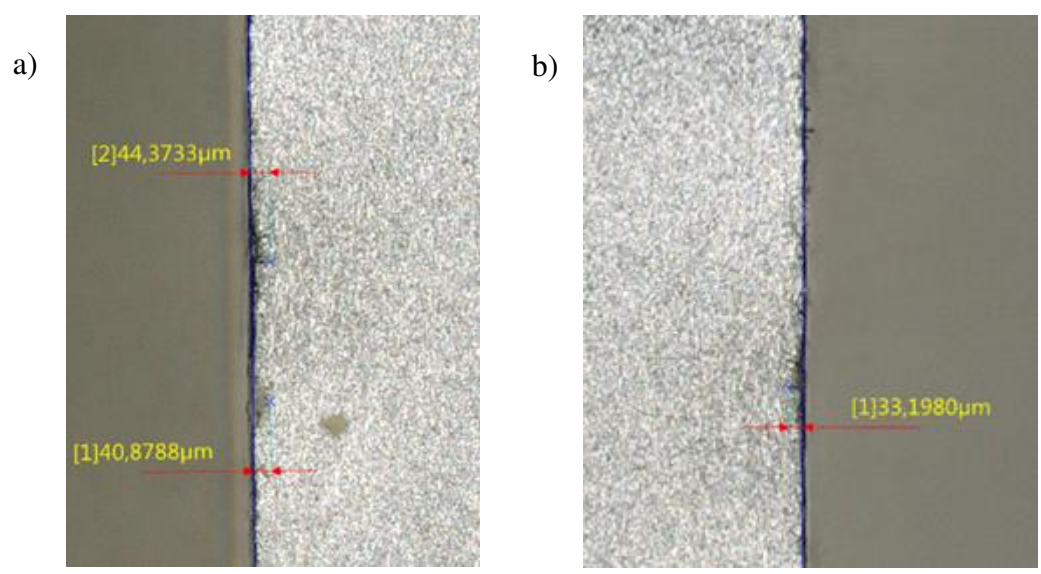
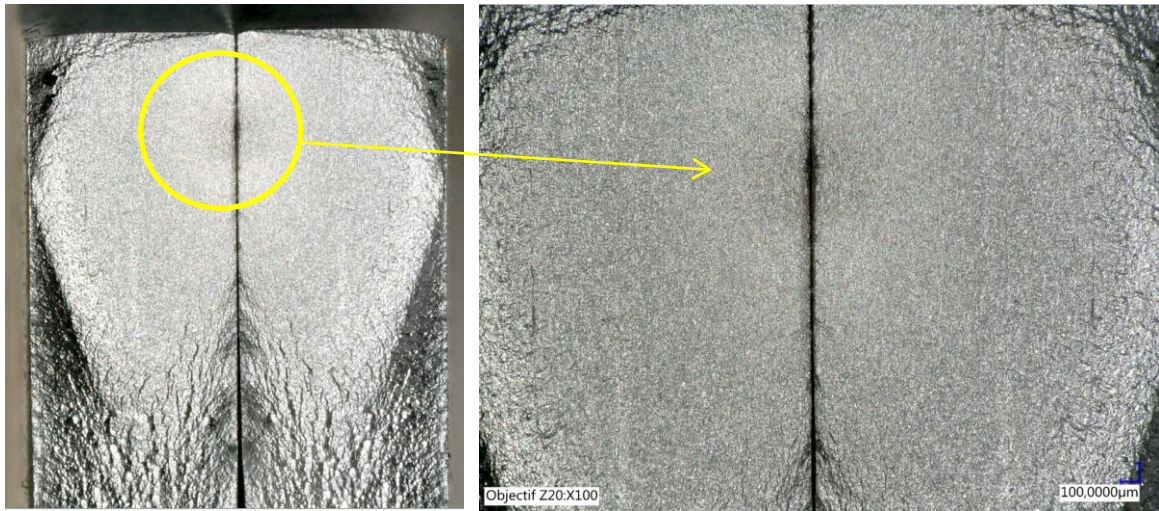


Figure II.11 : Faciès de rupture de l'éprouvette n°105 avec fissures dites longues  
 a) faciès H, b) faciès B, et c) site d'amorçage



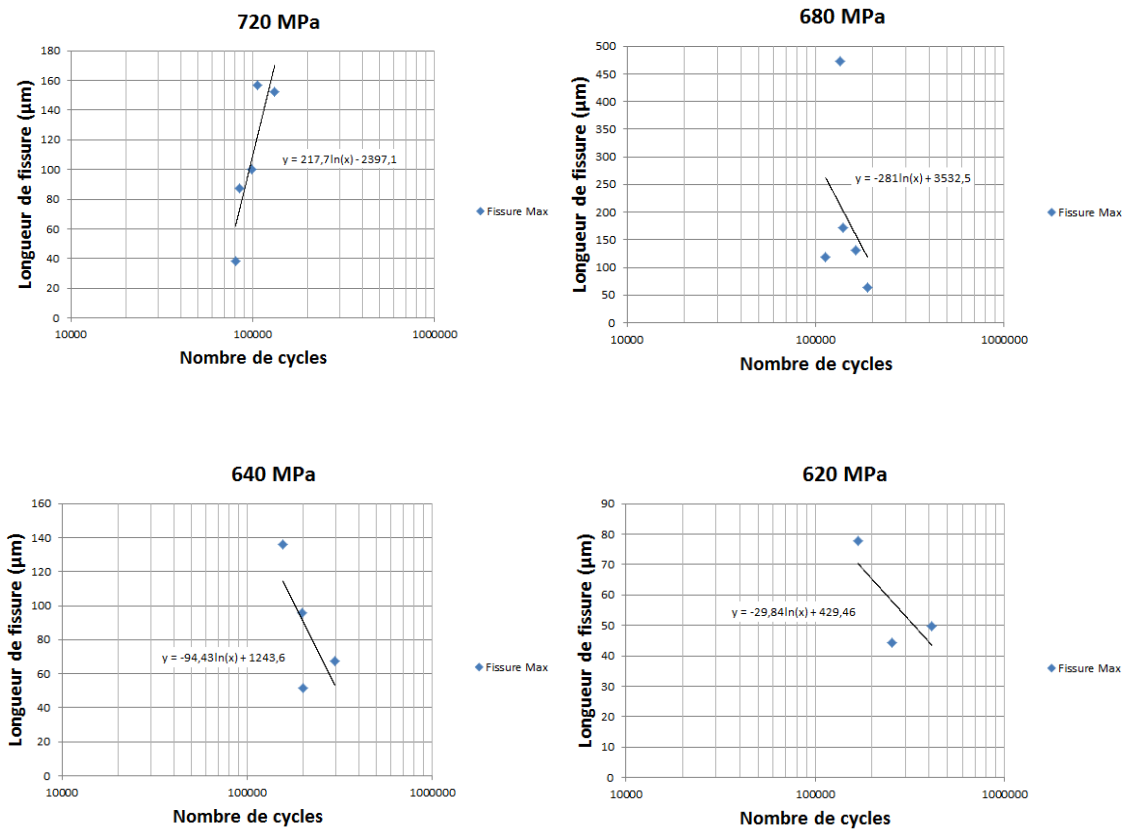


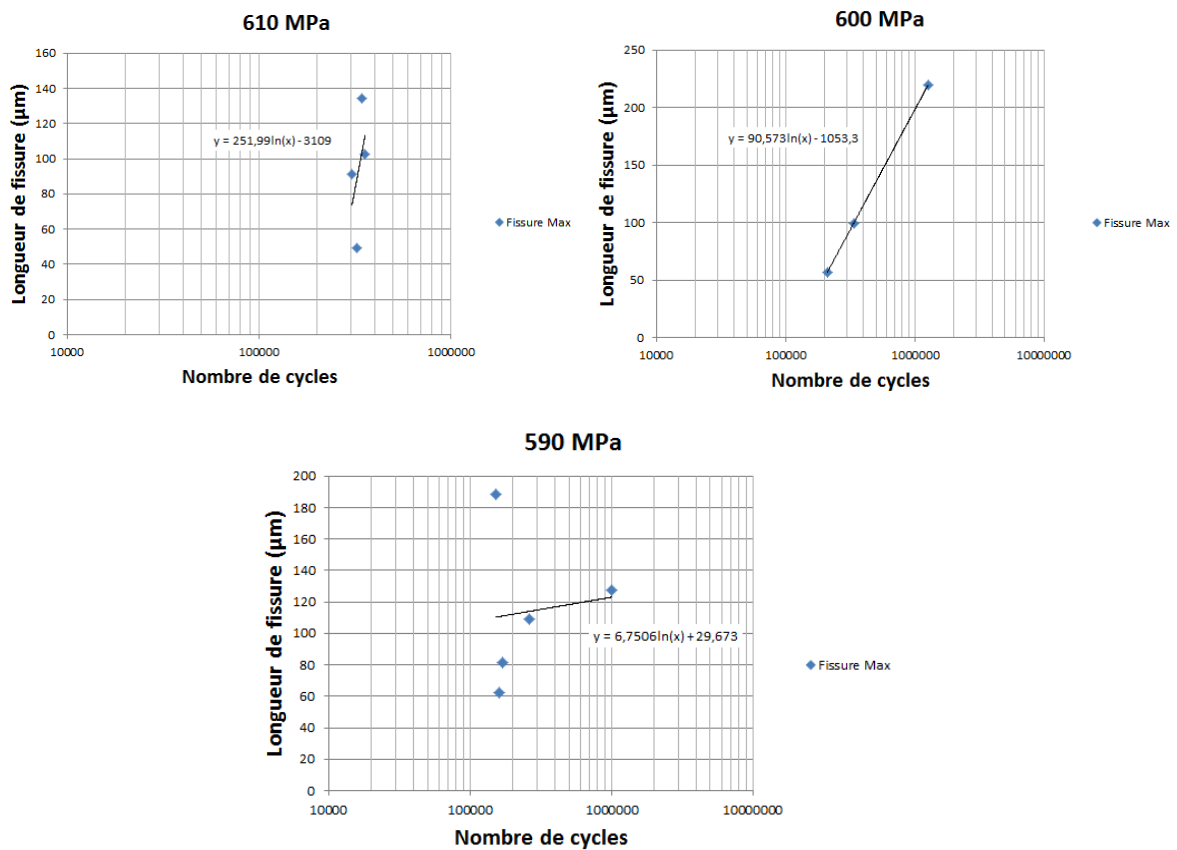
c)



**Figure II.12 : Faciès de rupture de l'éprouvette n°118 avec fissures dites courtes**  
a) faciès H, b) faciès B, et c) site d'amorçage

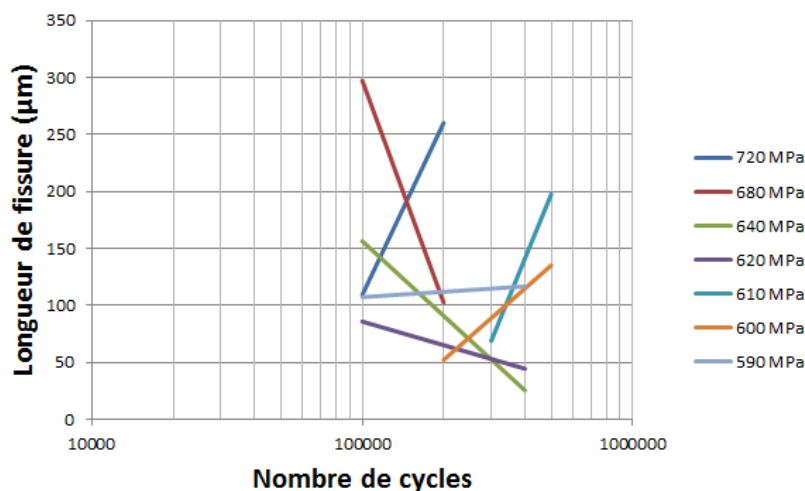
Afin d'établir une éventuelle corrélation entre la longueur des fissures secondaires et la durée de vie de l'éprouvette fissurée et rompue, nous avons mesuré, sur le faciès des parties H et B des éprouvettes rompues la longueur de la fissure secondaire la plus longue. Pour chaque niveau de la contrainte nominale testée, cette longueur de fissure mesurée est reportée en fonction de la durée de vie exprimée en nombre de cycles à la rupture de l'éprouvette. La figure II.13 présente l'ensemble des points expérimentaux et la courbe de lissage obtenue pour chacun des 7 niveaux de contraintes qui ont été testés.





**Figure II.13 : Longueur de la fissure secondaire la plus importante en fonction de la durée de vie de l'éprouvette pour chaque niveau de contrainte**

La superposition des courbes de tendances obtenues aux différents niveaux de contraintes ne donne pas d'indication générale notable (figure II.14). C'est la marque à la fois du fait qu'une fissure secondaire, même la plus longue, n'est pas celle qui pilote la durée de vie de l'éprouvette, et que toutes les fissures secondaires n'interceptent pas forcément le faciès de rupture de l'éprouvette analysée. Il est probable en effet que d'autres fissures apparaissent au sein de l'éprouvette, qui restent parallèles ou tout au moins disjointes de la fissure principale ayant conduit à la rupture.



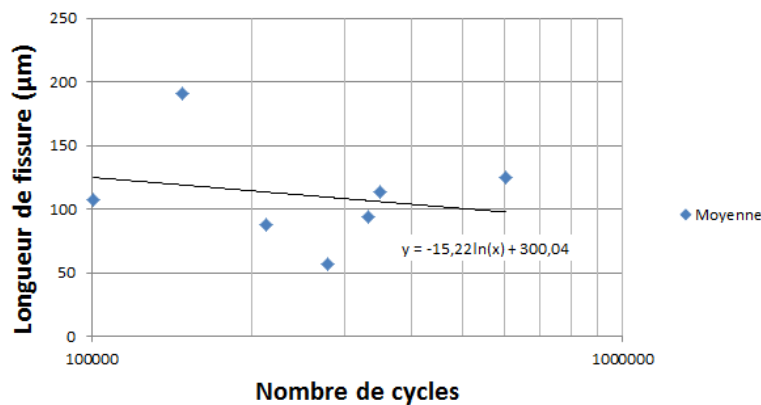
**Figure II.14 : Superposition des courbes de tendance de la longueur maxi de la fissure secondaire en fonction de la durée de vie pour les différents niveaux de contrainte**

Le tableau II.1 et les figures II.15 et II.16 traduisent à leur manière cet état de fait. Le tableau II.1 établit les moyennes de la durée de vie et de la longueur de la plus grande fissure secondaire observée sur le faciès de rupture pour les sept niveaux de contrainte maximale des essais de fatigue.

**Tableau II.1 : Moyennes de la durée de vie et de la longueur de la plus grande fissure observée pour chaque niveau de contrainte testé**

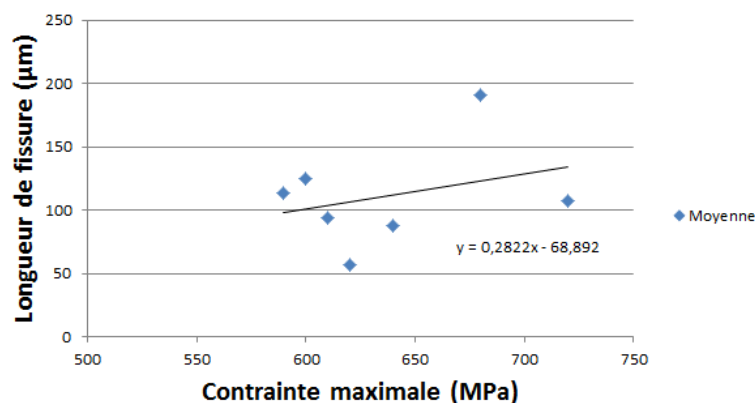
Contrainte max. (MPa)	Durée de vie moyenne (nombre de cycles)	Longueur moyenne de la plus grande fissure secondaire observée (µm)	Nombre d'éprouvettes testées
720	100611	102	5
680	147941	191	5
640	213117	88	4
620	278987	57	3
610	332333	94	4
600	602952	125	3
590	350309	114	5

Les figures II.15 et II.16 représentent la longueur moyenne de la plus grande fissure secondaire en fonction de la durée de vie et de la contrainte nominale maximale appliquée respectivement. Même s'il est logique d'observer que la longueur de fissure secondaire semble augmenter avec le niveau de contrainte appliquée, il est difficile de tirer une tendance de ces deux courbes, là aussi vraisemblablement en raison du fait que le faciès de rupture de l'éprouvette ne permet pas d'observer quantitativement l'ensemble des fissures générées dans l'éprouvette lors de l'essai de fatigue.



**Figure II.15 : Longueur de la plus grande fissure secondaire en fonction de la durée de vie**



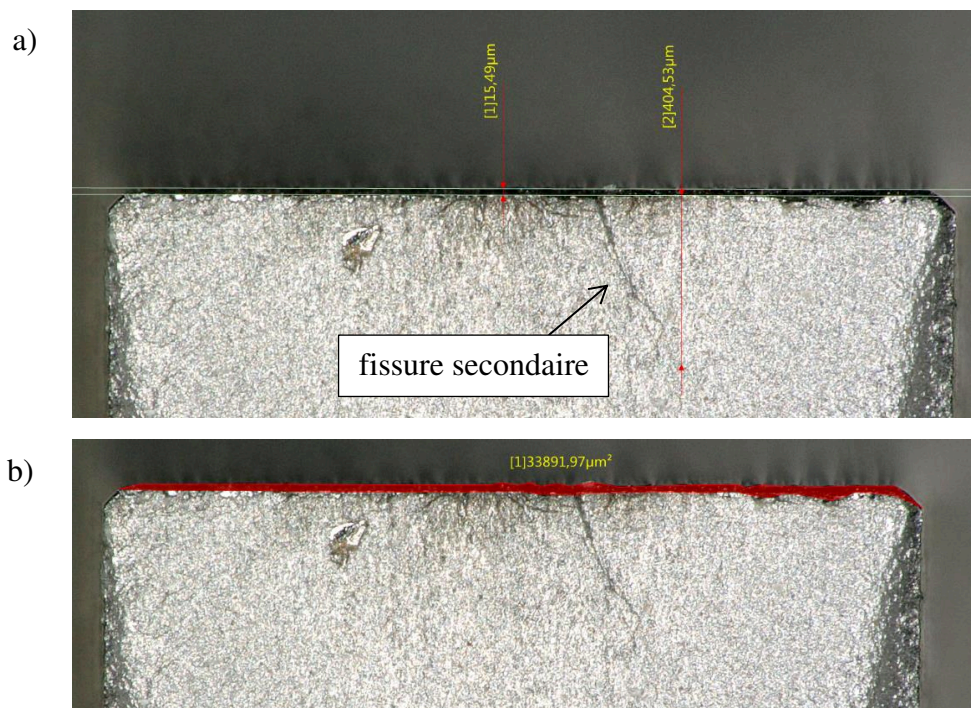


**Figure II.16 : Longueur de la plus grande fissure secondaire en fonction de la contrainte nominale maximale**

### II.3.2 Observation des éprouvettes rompues avec défaut

Les faciès de rupture des éprouvettes avec défaut et ayant rompu ont été eux aussi observés et mesurés pour relever la taille du défaut, notamment pour établir le paramètre "racine de l'aire" et la longueur de la plus grande fissure secondaire. Le défaut est observé pour les éprouvettes comportant un défaut de forme oblongue et dont la profondeur est de 10 µm ou de 40 µm (taille nominale donnée aux défauts de la référence AY1268 testée par ArcelorMittal). La taille du défaut est mesurée sur les 2 parties de l'éprouvette rompue, la partie H et la partie B.

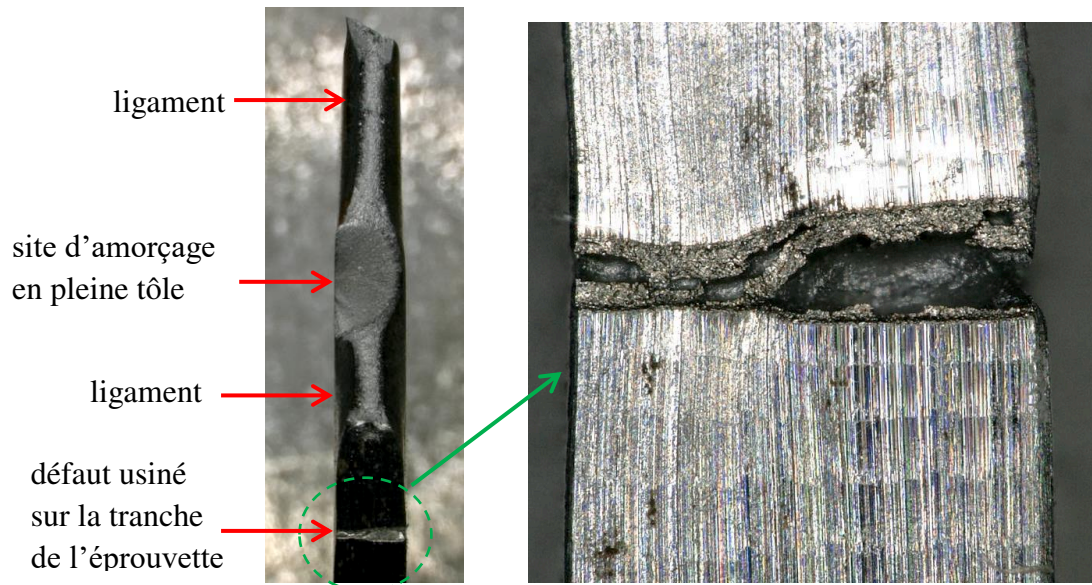
Pour le défaut de profondeur annoncée de 10 µm, les profondeurs réelles du défaut varient de 11 µm à 25 µm avec une valeur moyenne de 17 µm. La racine de l'aire moyenne du défaut est de 176 µm. Un faciès de rupture représentatif est donné par la figure II.17.



**Figure II.17 : Observation du faciès de rupture et mesure a) de la profondeur du défaut et de la longueur de la plus grande fissure secondaire, et b) de l'aire du défaut (éprouvette n°C3)**

Pour cette profondeur du défaut de 10 µm (4 éprouvettes concernées), il est important de remarquer que le défaut usiné n'est pas à l'origine de l'amorçage de la fissure de fatigue qui a

conduit à la rupture, même si une amorce de fissure importante peut cependant être observée à partir de ce défaut (figure II.18 pour l'éprouvette C13). Dans le cas de cette éprouvette, l'amorçage de fissure s'est produit en pleine tôle au milieu de l'éprouvette. Les ligaments latéraux dont celui contenant le défaut ont subi une striction importante au moment de la rupture de l'éprouvette, preuve qu'ils n'ont pas été le siège de la fissure de fatigue à l'origine de la rupture de l'éprouvette



**Figure II.18 : Détail du défaut usiné fortement déformé par striction (mais qui n'est pas à l'origine de la rupture par fatigue) de l'éprouvette C13**

Dans le cas d'un défaut usiné de profondeur 40  $\mu\text{m}$ , l'observation des éprouvettes est faite de manière similaire à celle utilisée pour les éprouvettes comportant un défaut de profondeur 10  $\mu\text{m}$ . La profondeur des défauts mesurés varie de 24  $\mu\text{m}$  à 49  $\mu\text{m}$ , avec une profondeur moyenne égale à 35  $\mu\text{m}$ . Le paramètre "racine de l'aire" a une valeur moyenne de 256  $\mu\text{m}$ . Un fait marquant est que, pour les tailles de défaut rencontrées ici, l'amorçage des fissures ayant conduit à la rupture de l'éprouvette s'est systématiquement produit à partir du défaut usiné. C'est donc bien le défaut usiné qui ici est à l'origine de la fissure de fatigue ayant conduit à la rupture. Les résultats des observations pour les deux profondeurs des défauts sont résumés dans le tableau II.2. La limite de fatigue à  $2 \cdot 10^6$  cycles est obtenue par lissage des points expérimentaux selon le modèle de Stromeyer.

**Tableau II.2 : Récapitulatif des mesures pour la référence AY1268, avec défauts oblongs de profondeurs 10  $\mu\text{m}$  et 40  $\mu\text{m}$**

Epreuves avec défaut	Profondeur du défaut ( $\mu\text{m}$ )			Racine de l'aire moyenne ( $\mu\text{m}$ )	Longueur de fissure secondaire moyenne ( $\mu\text{m}$ )	Limite de fatigue (MPa)
	Min.	Max.	Moy.			
Prof. de défaut de 10 $\mu\text{m}$	11,1	25,2	17,0	177,5	286,9	554
Prof. de défaut de 40 $\mu\text{m}$	24,1	49,2	35,4	255,5	272,3	501

On constate que la longueur moyenne de la plus grande fissure secondaire présente sur les faciès de rupture est de l'ordre de 280  $\mu\text{m}$  pour les éprouvettes comportant un défaut initial de 10  $\mu\text{m}$  ou de 40  $\mu\text{m}$  de profondeur. Cette longueur moyenne de fissure secondaire est plus grande que celle observée pour les éprouvettes sans défaut (où la longueur moyenne de la fissure secondaire variait entre 57  $\mu\text{m}$  et 192  $\mu\text{m}$ ).

Un défaut de cette forme et de profondeur 10  $\mu\text{m}$  semble ne pas influencer le comportement en fatigue des éprouvettes, puisque les 4 éprouvettes présentant ce défaut n'ont pas rompu au niveau du défaut introduit. Le seuil de sensibilité du matériau au défaut peut donc être cette profondeur de 10  $\mu\text{m}$ . Cependant la taille réelle du défaut de ces éprouvettes ne peut pas être correctement mesurée après les essais de fatigue, d'une part car le défaut est fortement déformé du fait de la striction rencontrée lors de la rupture finale, et d'autre part car il aurait fallu que la section de rupture passe par le plan principal de géométrie du défaut pour le rendre facilement visible dans son épaisseur. Ce n'est pas le cas puisque les éprouvettes n'ont pas rompu au niveau du défaut

Une profondeur de défaut de 40  $\mu\text{m}$  rend le défaut très influent en fatigue, puisque chaque éprouvette a rompu au niveau du défaut introduit. Ce défaut gouverne donc la rupture par fatigue et, en fin de compte, le comportement en fatigue de l'éprouvette.

#### II.4 Résultats et analyse des essais de fatigue

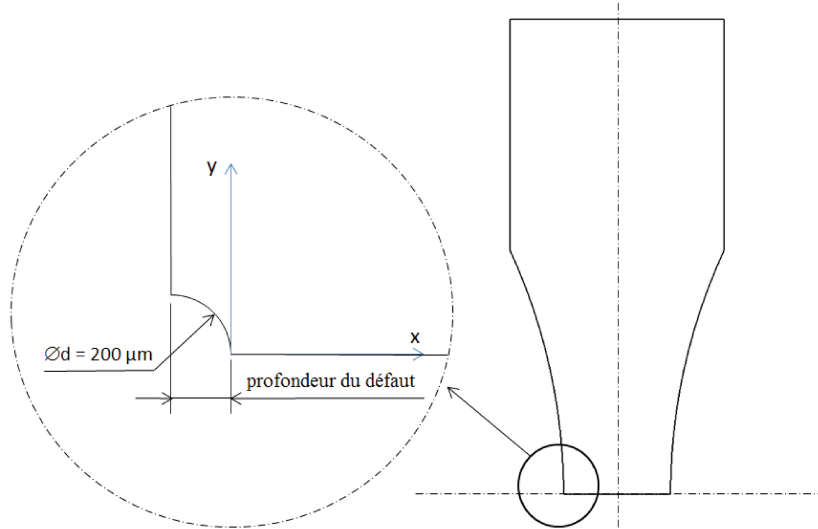
L'ensemble des essais expérimentaux de fatigue menés dans le cadre de cette campagne pour les deux références AR203 et AY1268 de la nuance d'acier CP800 sont décrits par le tableau II.3.

**Tableau II. 3 : Récapitulatif général des essais de fatigue menés sur la nuance d'acier CP800**

Numéro de la série	Référence de la nuance d'acier	Nombre d'ép.	Type d'ép.	Taille du défaut ( $\mu\text{m}$ )	Laboratoire
série 1	AR203	50	sans défaut et défaut rond	sans défaut, 31, 67, 127, 297	ArcelorMittal
série 2	AY1268	52	sans défaut et défaut oblong	sans défaut, 10, 40	ArcelorMittal
série 3	AY1268	48	sans défaut	sans défaut	Institut Pascal
série 4	AY1268	30	défaut rond	40, 46, 65, 73, 76, 103, 120, 143	Institut Pascal
série 5	AY1268	25	défaut frontal transversal	41, 66, 123	Institut Pascal
série 6	AY1268	10	défaut frontal incliné à 45°	30, 60, 120	Institut Pascal
série 7	AY1268	24	défaut coin	42, 77, 141	Institut Pascal

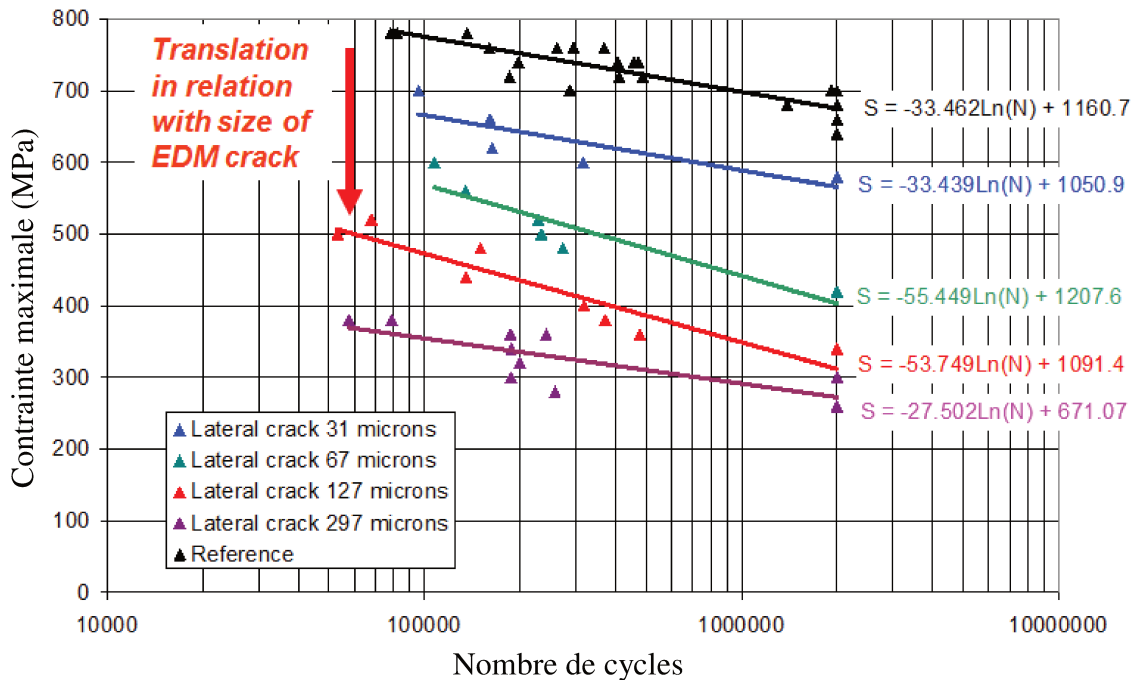
### II.4.1 Résultats obtenus pour la référence AR203

Toutes les éprouvettes avec ou sans défaut de la référence AR203 ont été testées en fatigue (en traction ondulée avec le rapport de charge égal à 0,1) par le laboratoire d'ArcelorMittal. Les défauts ont été usinés sur le bord de découpe poli des éprouvettes au niveau de la section minimale, par électro-érosion à fil de diamètre 200  $\mu\text{m}$  (figure II.19).



**Figure II.19 : Géométrie, pour la référence AR203, du défaut usiné par électroérosion à fil sur la tranche de l'éprouvette**

Les courbes S-N obtenues à partir des résultats de ces essais sont présentées par la figure II.20.



**Figure II.20 : Courbes S-N de la référence AR203 selon le modèle de Wöhler pour les éprouvettes sans défaut et avec défaut**

Les limites de fatigue à  $2.10^6$  cycles de la référence AR203 en traction ondulée de rapport de charge égal à 0,1, avec et sans défaut, sont récapitulées dans le tableau II.4. Toutes les limites



---

de fatigue sont exprimées en termes de contrainte nominale dans la section droite minimale de l'éprouvette.

**Tableau II.4 : Récapitulatif des limites de fatigue à  $2.10^6$  cycles de la référence AR203 avec et sans défaut en traction ondulée de rapport de charge égal à 0,1**

Eprouvettes	Profondeur du défaut ( $\mu\text{m}$ )	Limite de fatigue (MPa)
sans défaut (référence)	-	675
défaut sur le bord de découpe	31	566
	67	403
	127	312
	297	272

On constate logiquement que plus la profondeur du défaut est grande, plus la limite de fatigue est faible. La nocivité des défauts est donc clairement établie du point de vue du comportement en fatigue.

#### *II.4.2 Résultats obtenus pour la référence AY1268*

Les essais de fatigue pour la référence AY1268 ont été effectués à la fois dans le laboratoire d'ArcelorMittal et au sein de l'Institut Pascal sur le site de Montluçon. Tous les essais de fatigue sont relatifs à la traction ondulée de rapport de charge égal à 0,1, et effectués à la fréquence de 20 Hz. Les dimensions des éprouvettes sont celles qui ont été décrites par la figure II.6. Le seuil de troncature des essais est de  $2.10^6$  cycles, plus précisément 28 heures d'essais, soit 2 015 920 cycles.

##### *II.4.2.1 Résultats des essais pour les éprouvettes sans défaut : courbe S-N*

Les éprouvettes sans défaut de la référence AY1268 ont été testées en fatigue afin de déterminer la courbe S-N de référence du matériau. Les essais de fatigue ont été menés conjointement par les deux laboratoires.

##### *a) Résultats obtenus par les deux laboratoires (Institut Pascal et ArcelorMittal)*

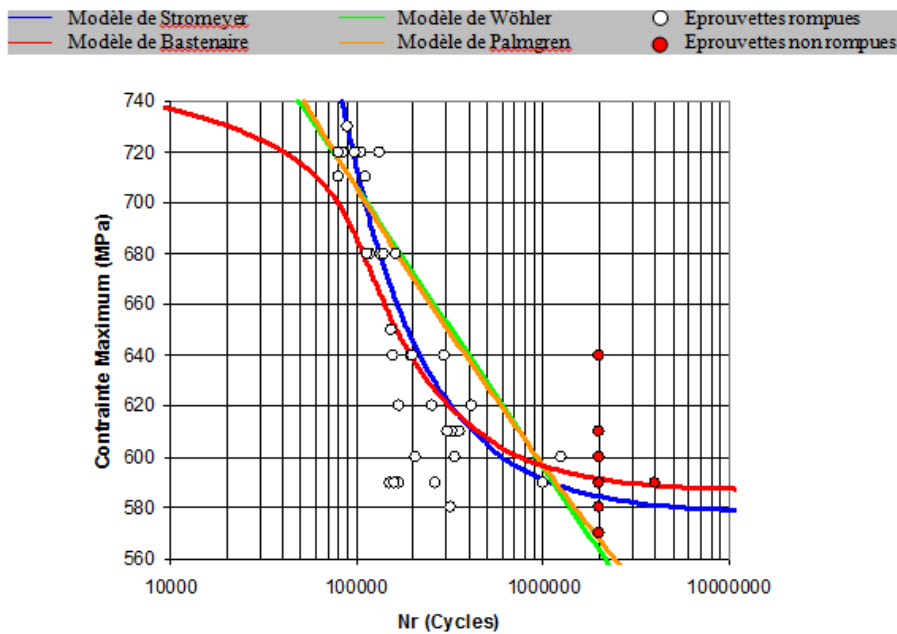
49 éprouvettes lisses (sans défaut) ont été testées par l'Institut Pascal ; un essai a été déclaré non valide pour une raison de montée excessive en température de l'huile du groupe multiplicateur de pression ce qui a provoqué l'arrêt de la machine de fatigue. La courbe S-N obtenue utilise donc les résultats d'essais de 48 éprouvettes. Les résultats des essais réalisés à l'Institut Pascal pour ces éprouvettes sans défaut sont présentés dans le tableau II.5.

**Tableau II.5 : Résultats expérimentaux de l'Institut Pascal pour les éprouvettes sans défaut de la référence AY1268**

Eprouvette	Contrainte nominale $\sigma_{0,1}$ (MPa)	Nombre de cycles	Eprouvette	Contrainte nominale $\sigma_{0,1}$ (MPa)	Nombre de cycles
101	730	88 986	142	680	163 569
102	720	80 524	143	680	113 000
103	720	106 369	144	680	134 643
136	720	98 837	108	650	152 405
137	720	132 438	145	640	297 973
140	720	84 889	146	640	197 832
104	710	112 016	147	640	155 600
105	710	79 388	148	640	2 015 920
107	680	139 932	149	640	201 062
141	680	118 560	109	620	168 100
118	620	253 402	123	590	170 441
119	620	415 458	125	590	152 262
115	610	305 765	127	590	264 292
116	610	2 015 920	132	590	2 015 920
117	610	2 015 920	133	590	2 015 920
120	610	357 487	134	590	1 004 175
121	610	322 227	138	590	4 031 840
122	610	343 851	139	590	160 374
110	600	209 477	124	580	2 015 920
111	600	2 015 920	126	580	2 015 920
112	600	336 461	128	580	317 327
113	600	2 015 920	130	580	2 015 920
114	600	2 015 920	135	580	2 015 920
131	600	1 262 650	129	570	2 015 920

**NB :** l'éprouvette n°138 a été soumise à  $4,03.10^6$  cycles par prolongation d'un essai sans rupture au cours d'un week-end.

Le logiciel ESOPE est utilisé pour déterminer les paramètres de calage des modèles de Wöhler, de Basquin, de Stromeyer et de Bastenaire à partir de l'ensemble des essais réalisés. La figure II.21 présente les résultats de ces lissages effectués par ESOPE.



**Figure II.21 : Modèles ajustés par le logiciel ESOPE sur les points expérimentaux obtenus à l’Institut Pascal pour la référence AY1268 sans défaut**

Le tableau II.6 donne les coefficients des modèles établis par le logiciel ESOPE pour l’ensemble des résultats d’essais obtenus à l’Institut Pascal pour les éprouvettes sans défaut de la référence AY1268.

**Tableau II.6 : Modèles établis par le logiciel ESOPE pour la référence AY1268 (essais réalisés à l’Institut Pascal)**

Modèle de courbe S-N	Equation du modèle	Paramètres du modèle	Limite de fatigue à $2 \cdot 10^6$ cycles (MPa)
Stromeyer	$N = A / (S-E)$	$A = 13547277$ $E = 577,76$	585
Wöhler	$\text{Log}(N) = A \cdot S + B$	$A = -0,02102$ $B = 26,34675$	563
Bastenaire	$N = A \cdot e^{-\left(\frac{S-E}{B}\right)^C} / (S-E)$	$A = 10427688$ $B = 139,9$ $C = 9 ; E = 586,36$	592
Palmgren (Basquin)	$\text{Log}(N) = A \cdot \text{Log}(S) + B$	$A = -13,78783$ $B = 101,9445$	568

On applique la méthode de l’escalier pour déterminer la limite de fatigue à  $2 \cdot 10^6$  cycles. 25 éprouvettes parmi les 48 peuvent être mises à contribution pour établir cette limite de fatigue, l’intervalle de contrainte entre deux niveaux successifs étant de 10 MPa (Tableau II.7).

**Tableau II.7 : Escalier construit sur les éprouvettes retenues pour la détermination de la limite de fatigue à  $2.10^6$  cycles – éprouvettes sans défaut de la référence AY1268 testées par l’Institut Pascal**

$\sigma_{max}$ (MPa)	AY 123	AY 124	AY 125	AY 126	AY 127	AY 128	AY 129	AY 130	AY 132	AY 131	AY 133	AY 112	AY 134	AY 135	AY 138	AY 111	AY 115	AY 113	AY 120	AY 114	AY 116	AY 118	AY 117	AY 119	AY 121
640																									
630																									
620																						X			X
610																	X		X		O		O		X
600										X		X				O		O		O					
590	X		X		X			O		O			X		O										
580		O		O		X		O						O											
570							O																		
560																									
550																									

X Rupture      O Non rupture

Application de la méthode de l’escalier (l’évènement le moins fréquent étant la rupture) :

Niveau	$i$	$N_i$	$iN_i$	$i^2N_i$
620	4	2	8	32
610	3	3	9	27
600	2	2	4	8
590	1	4	4	4
580	0	1	0	0
Total		$\sum N_i = 12$	$\sum iN_i = 25$	$\sum i^2N_i = 71$

L’estimation de la limite de fatigue à  $2.10^6$  cycles est donnée par :

$$\sigma_D = S_0 + d \left( \frac{\sum iN_i}{\sum N_i} \pm 0,5 \right) = 580 + 10 \left( \frac{25}{12} - 0,5 \right) = 595,8 \text{ MPa}$$

On constate que la détermination de la limite de fatigue à  $2.10^6$  cycles par la méthode de l’escalier donne une valeur plus élevée que celles établies par les modèles des courbes S-N obtenues par le logiciel ESOPE. Cela provient d’une part du fait que l’on a une éprouvette rompue de plus que le nombre d’éprouvette non rompues à 590 MPa et une éprouvette non rompue de plus que le nombre d’éprouvettes rompues à 600 MPa. C’est plutôt l’inverse qui se produit généralement dans l’intervalle des contraintes où le type d’évènements rupture-non rupture change de majorité. Cela vient aussi du fait que la méthode de l’escalier ne se sert que des résultats des éprouvettes testées à un niveau de contrainte au voisinage de la limite de fatigue, alors que les modèles de courbes S-N ont été établis sur l’ensemble des résultats d’essais, y compris ceux obtenus à des niveaux de contrainte bien supérieurs à la limite de fatigue à  $2.10^6$  cycles.

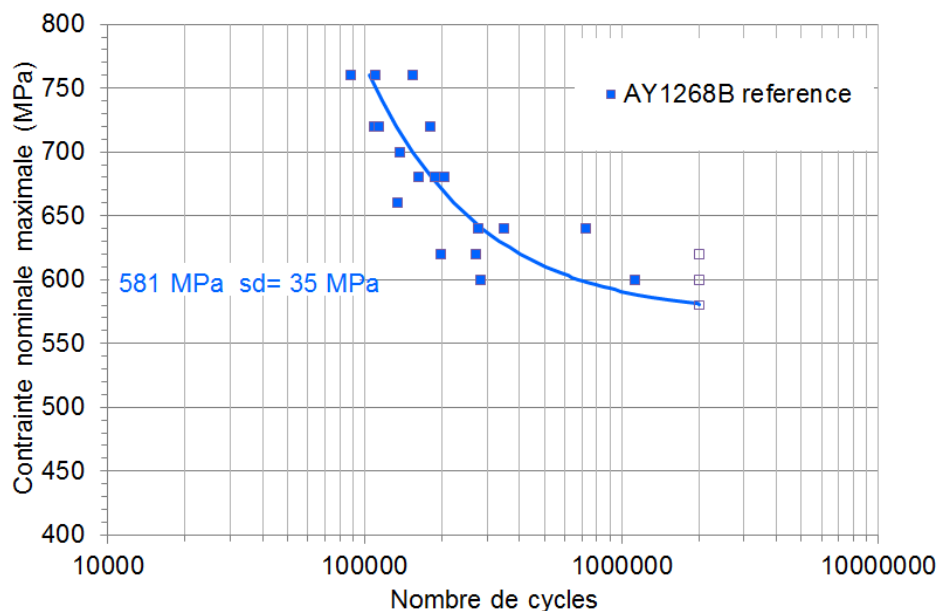
21 éprouvettes sans défaut ont été testées en fatigue au sein du laboratoire d’ArcelorMittal. Les résultats de ces essais sont récapitulés dans le tableau II.8. Le pas d’incrémentation des essais réalisés au sein de ce laboratoire est égal à 20 MPa.



**Tableau II.8 : Résultats expérimentaux d'ArcelorMittal pour les éprouvettes sans défaut du lot AY1268**

Eprouvette	Contrainte nominale $\sigma_{0,1}$ (MPa)	Nombre de cycles	Eprouvette	Contrainte nominale $\sigma_{0,1}$ (MPa)	Nombre de cycles
1	700	136839	12	680	188059
2	640	347392	13	720	179356
3	620	2000000	14	640	721680
4	660	134128	15	580	2000000
5	680	203102	16	720	113254
6	640	276243	17	680	161165
7	620	197823	18	600	282173
8	620	270365	19	760	88000
9	600	2000000	20	760	153064
10	600	1129535	21	760	109524
11	720	109329			

Les résultats sont lissés par le modèle de Stromeier. On choisit ce modèle comme modèle de référence pour les comparaisons. La courbe S-N correspondante de la référence AY1268 sans défaut, établie par ArcelorMittal, est présentée par la figure II.22.



**Figure II.22 : Courbe S-N selon le modèle de Stromeier pour les résultats d'essais obtenus par ArcelorMittal avec des éprouvettes sans défaut de la référence AY1268**

b) Comparaison pour la référence AY1268 sans défaut des résultats d'ArcelorMittal et de ceux de l'Institut Pascal

Les résultats d'essais expérimentaux menés par les deux laboratoires pour les éprouvettes sans défaut de la référence AY1268 sont comparés. La figure II.23 présente les courbes S-N obtenues pour les deux groupes d'essais réalisés par les deux laboratoires.

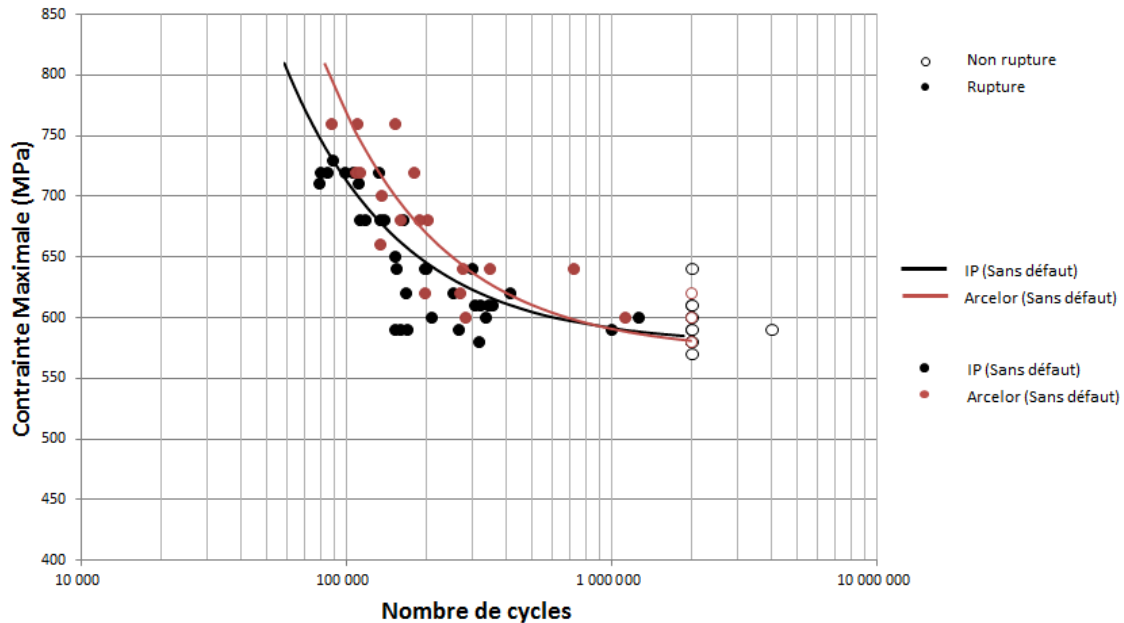


Figure II.23 : Comparaison des courbes S-N obtenues par les deux laboratoires pour les éprouvettes sans défaut de la référence AY1268

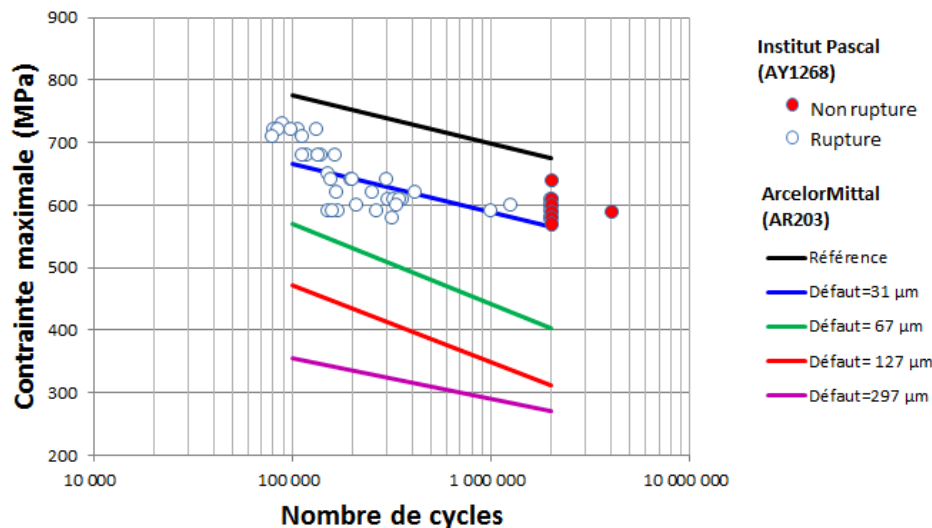
Les deux courbes S-N obtenues par le logiciel ESOPE sont assez distinctes pour les niveaux de contraintes les plus élevés et sont similaires pour les niveaux de contraintes proches de la limite de fatigue à  $2.10^6$  cycles. Les écarts peuvent être exprimés en termes de durée de vie pour être plus significatifs. Les deux courbes S-N présentent donc un écart de durée de vie de 33 % à 760 MPa, 24% à 640 MPa et 11% à 600 MPa. Les deux courbes S-N sont sensiblement superposables en dessous strictement de 600 MPa. Les deux limites de fatigue à  $2.10^6$  cycles obtenues par les deux courbes S-N sont très proches puisqu'établies à 585 MPa et 581 MPa selon les essais de l'Institut Pascal et d'ArcelorMittal respectivement, par lissage du logiciel ESOPE selon le modèle de Stromeyer (Tableau II.9).

Tableau II.9 : Récapitulatif des courbes S-N obtenues selon le modèle de Stromeyer pour les éprouvettes sans défaut de la référence AY1268

Laboratoire	Paramètres du modèle	Limite de fatigue à $2.10^6$ cycles (MPa)	Nombre d'éprouvettes testées
Institut Pascal	A = 13547277 E = 577,76	585	48
ArcelorMittal	A = 19765643 E = 571,07	581	21

### c) Comparaison des références AY1268 et AR203

Les résultats expérimentaux obtenus au sein de l'Institut Pascal pour les éprouvettes de la référence AY1268 sans défaut sont reportés pour comparaison sur les courbes S-N établies par ArcelorMittal pour la référence AR203. Cette comparaison est faite sur la figure II.24.



**Figure II.24 : Comparaison des résultats expérimentaux de l'Institut Pascal pour la référence AY1268 sans défaut avec ceux d'ArcelorMittal pour la référence AR203**

On constate que les résultats des essais conduits à l'Institut Pascal pour la référence AY1268 diffèrent sensiblement de ceux obtenus par ArcelorMittal pour les éprouvettes sans défaut de la référence AR203. Ils ne correspondent pas à la courbe S-N de référence obtenue par ArcelorMittal mais se situent plutôt sur celle correspondant à des défauts de 31 µm de profondeur. Les deux références AR203 et AY1268 de la nuance d'acier CP800 n'ont donc pas le même comportement en fatigue. Autrement dit, les deux lots de tôles dont les éprouvettes ont été extraites n'ont pas les mêmes propriétés de fatigue.

#### II.4.2.2 Influence des défauts en fatigue pour la référence AY1268

Les éprouvettes avec défauts de la référence AY1268 testées par notre laboratoire à Montluçon sont classées en plusieurs séries d'éprouvettes avec un défaut de forme ronde, usiné sur la tranche (bord de découpe), un défaut coin, et des défauts sur une face frontale (défaut transversal ou orienté à 45°). Une autre série d'éprouvettes, avec un défaut de forme oblongue sur la tranche de l'éprouvette, ont été testées par ArcelorMittal à Maizières.

##### a) Défaut oblong présent sur la tranche des éprouvettes

Les essais de la référence AY1268 avec ce type de défaut ont été conduits par ArcelorMittal. Les éprouvettes présentent des défauts de forme oblongue tels que celui observé au microscope sur la figure II.25 ; le fil d'électroérosion utilisé pour usiner ces défauts a un diamètre de l'ordre de 100 µm.

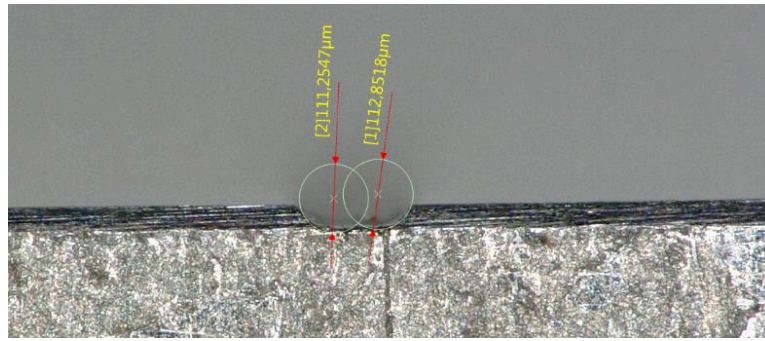


Figure II.25 : Défaut de forme oblongue observé au microscope

Sur la figure II.26 sont superposés les points expérimentaux et les courbes S-N correspondantes déduites par le logiciel ESOPE pour les éprouvettes sans défaut (effectués à l’Institut Pascal) et pour les éprouvettes sans défaut et avec défaut oblong de profondeur 10 μm et 40 μm (essais effectués par ArcelorMittal), toutes les éprouvettes étant tirées de la même référence AY1268.

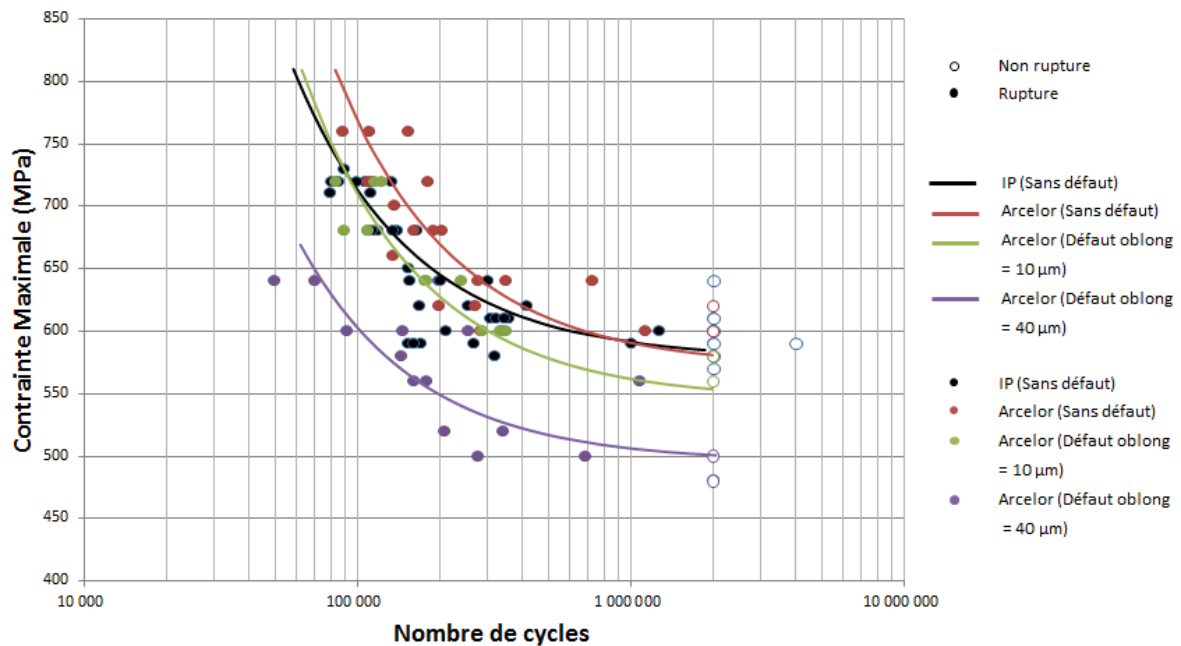


Figure II.26 : Courbes S-N selon le modèle de Stromeyer pour la référence AY1268 (sans défaut et avec défauts oblongs de profondeurs 10 μm et 40 μm)

Le tableau II.10 récapitule l’ensemble des paramètres des courbes S-N selon le modèle de Stromeyer et les limites de fatigue à  $2.10^6$  cycles pour ces essais sur éprouvettes de la référence AY1268 avec ou sans défaut oblong.

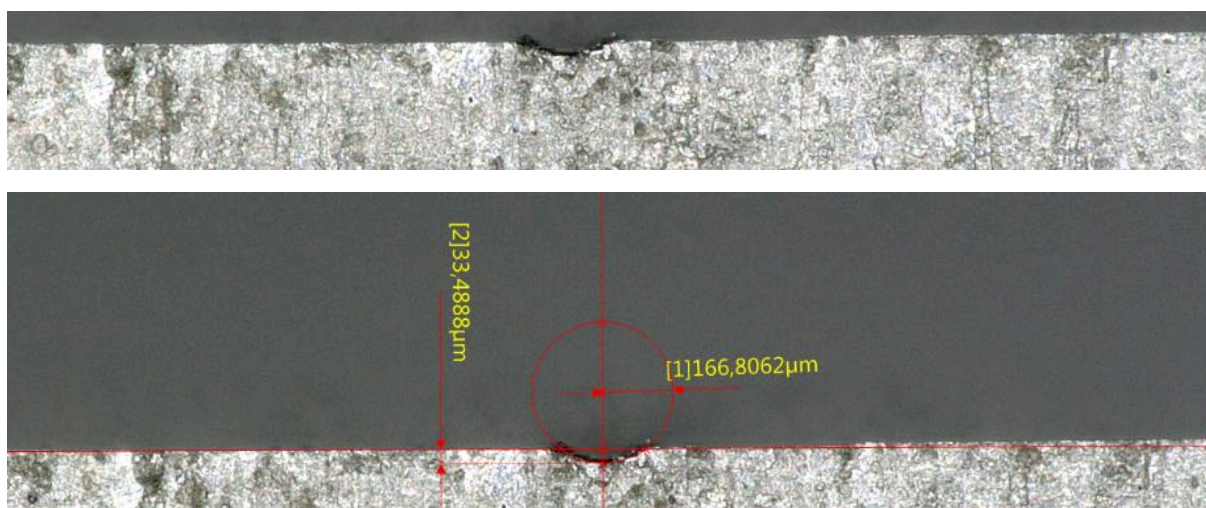
**Tableau II.10 : Récapitulatif des courbes S-N du modèle de Stromeyer**

Taille du défaut	Paramètres du modèle	Limite de fatigue à $2 \cdot 10^6$ cycles (MPa)	Nombre d'éprouvettes testées
Sans défaut (IP)	A = 13547277 E = 577,76	585	48
Sans défaut (AM)	A = 19765643 E = 571,07	581	21
Défaut de 10 $\mu\text{m}$	A = 16499982 E = 545,4	554	15
Défaut de 40 $\mu\text{m}$	A = 10747776 E = 495,5	501	16

On peut constater que la limite de fatigue à  $2 \cdot 10^6$  cycles diminue lorsque la profondeur du défaut oblong augmente.

*b) Défaut rond présent sur la tranche des éprouvettes*

Préalablement aux essais de fatigue, les éprouvettes sont observées au microscope pour mesurer la géométrie réelle de leurs défauts respectifs. La figure II.27 montre un défaut rond usiné sur la tranche d'une éprouvette (de profondeur 33  $\mu\text{m}$  et avec un rayon de courbure de 83  $\mu\text{m}$ ) ; le défaut est observé depuis les deux faces principales de l'éprouvette.



**Figure II.27 : Défaut rond observé et mesuré au microscope sur la tranche d'une éprouvette**

Les défauts dits ronds ont un profil circulaire en projection latérale et sont en fait en volume des portions de cylindres puisqu'ils ont été générés par un fil d'électroérosion de diamètre 200  $\mu\text{m}$ . Leur profondeur maximale varie de 36  $\mu\text{m}$  à 213  $\mu\text{m}$  d'après les mesures effectuées au microscope Keyence sur chacune des deux faces des éprouvettes. Toutes les éprouvettes ont été mesurées. Le tableau II.11 dresse un récapitulatif de l'ensemble des mesures effectuées. Les éprouvettes sont regroupées par profondeur de défaut de façon à pouvoir mener des essais

à niveaux de contraintes analogues en présence de défauts similaires, afin d'avoir un aperçu de la dispersion des résultats des essais de fatigue pour chaque profondeur de défaut.

**Tableau II.11 : Profondeur maximale des défauts mesurée sur les éprouvettes avant essai**

N° de l'éprouvette	Profondeur maximale (µm)	Profondeur moyenne (µm)	N° de l'éprouvette	Profondeur maximale (µm)	Profondeur moyenne (µm)
11	36,9	40	3	74,6	76
18	40,2		1	75,2	
14	40,4		24	78,8	
16	40,6		25	100,9	104
17	45,1	26	106,4		
10	45,3	46	27	113,0	120
13	45,8		28	119,1	
15	46,8		12	124,3	
19	47,4		4	125,0	
21	62,5	65	30	138,6	143
26	64,3		29	148,1	
23	68,9		7	166,8	166,8
20	72,5	73	8	213,1	213,1
22	72,5				
5	72,6				
2	72,6				
9	73,8				

Les éprouvettes classées ainsi par taille de défaut sont en nombre très limité, ce qui fait que chaque groupe d'éprouvettes ne peut être testé qu'à un seul niveau de contrainte du fait des dispersions habituelles des durées de vie en fatigue. On ne dispose donc pas d'un nombre d'éprouvettes suffisant pour établir une courbe S-N par profondeur de défaut. Aussi avons nous retenu le niveau de contrainte de 585 MPa (limite de fatigue à  $2.10^6$  cycles pour la référence AY1268 sans défaut), comme valeur la plus commune à tous les groupes d'éprouvettes pour observer les variations de durée de vie en fonction de la taille des défauts. Le récapitulatif des niveaux des contraintes appliquées et les résultats des essais sont données dans le tableau II.12.

Les groupes d'essais principaux concernent les défauts de profondeur 40, 46, 73, et 120 µm. Ces groupes comportent 4 à 5 éprouvettes. Pour les autres profondeurs de défaut il ne s'agit que d'essais complémentaires car on ne dispose que de 2 ou 3 éprouvettes par taille de défaut.

**Tableau II.12 : Récapitulatif des essais de fatigue pour les éprouvettes de la référence AY1268 avec défaut rond**

N° de l'ép.	Contrainte nominale $\sigma_{0,1}$ (MPa)	Durée de vie (cycles)	Prof. ( $\mu\text{m}$ ) moyenne du défaut	N° de l'ép.	Contrainte nominale $\sigma_{0,1}$ (MPa)	Durée de vie (cycles)	Prof. ( $\mu\text{m}$ ) moyenne du défaut
11	515	2015920	40	3	550	179973	76
18	515	2015920		1	550	125306	
14	515	2015919		24	550	138257	
16	585	487941		25	550	89943	104
17	525	2015920	26	550	109374		
10	585	288230	46	27	585	86786	120
13	585	512578		28	585	51247	
15	585	215710		12	585	54900	
19	585	456979		4	585	49823	
21	550	389414	65	30	515	72343	143
26	550	385038		29	515	76208	
23	550	229548		7	non testée	non testée	166,8
20	585	134760	73	8	non testée	non testée	213,1
22	585	240674					
5	585	112023					
2	585	95193					
9	585	110248					

Remarque : trois éprouvettes avec un défaut de profondeur 40  $\mu\text{m}$  et une autre avec un défaut de profondeur 46  $\mu\text{m}$  avaient préalablement été testées en fatigue aux niveaux de 515 MPa et 525 MPa respectivement. Ces niveaux de contraintes avaient en fait été déduits des courbes S-N avec défaut oblong obtenues par ArcelorMittal pour la même référence AY1268 et pour la même profondeur de défaut. Ces essais à 515 MPa et 525 MPa ont conduit à des durées de vie supérieures à  $2 \cdot 10^6$  cycles (pas de rupture à ce seuil de troncature de durée de vie). C'est cet écart au départ inexplicable qui a conduit à observer au microscope les éprouvettes testées par ArcelorMittal, à découvrir la forme réelle oblongue et un rayon de raccordement plus faible que les éprouvettes avec défaut rond testées à l'Institut Pascal. Le calcul par Eléments Finis des contraintes au voisinage des défauts oblongs a permis de comprendre pourquoi les éprouvettes avec un défaut oblong de la référence AY1268 à même profondeur de défaut connaissent une rupture alors que celles avec un défaut rond de la même référence AY1268 ne rompaient pas. Le rayon de raccordement des défauts de forme oblongue étant plus petit (de l'ordre de 50  $\mu\text{m}$ ), il crée en fait une concentration de contrainte plus forte.

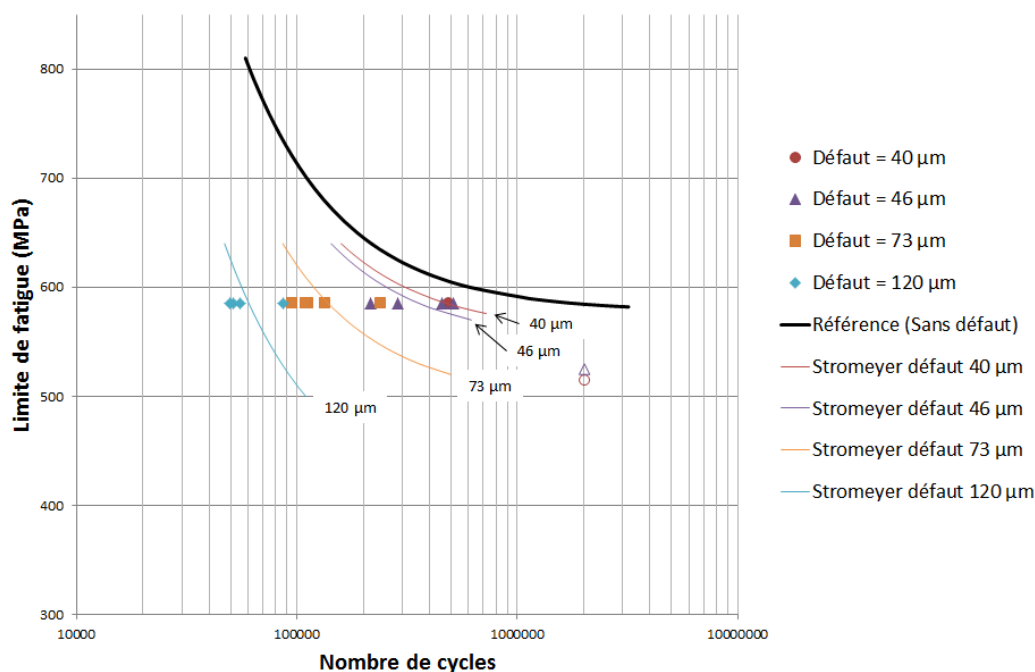
Les résultats des essais expérimentaux pour chaque taille (profondeur) de défaut rond sont reportés sur la courbe S-N de référence (obtenue pour les éprouvettes sans défaut). Sur ce



graphe, les courbes de tendance, selon le modèle de Stromeier, des éprouvettes avec défaut sont tracées localement à l'aide des hypothèses suivantes :

1. Elles sont tracées au voisinage du seul niveau de contrainte de 585 MPa, en s'appuyant sur la forme de la courbe de référence,
2. La portion de courbe tracée, pour un groupe donné d'éprouvettes, c'est-à-dire pour une profondeur de défaut donnée, passe au niveau de contrainte égal à 585 MPa par la durée de vie moyenne des résultats des essais pour ce groupe d'éprouvettes.

Au regard de ces hypothèses, les courbes de tendance selon le modèle de Stromeier pour les éprouvettes avec défaut sont tracées et présentées sur la figure II.28.

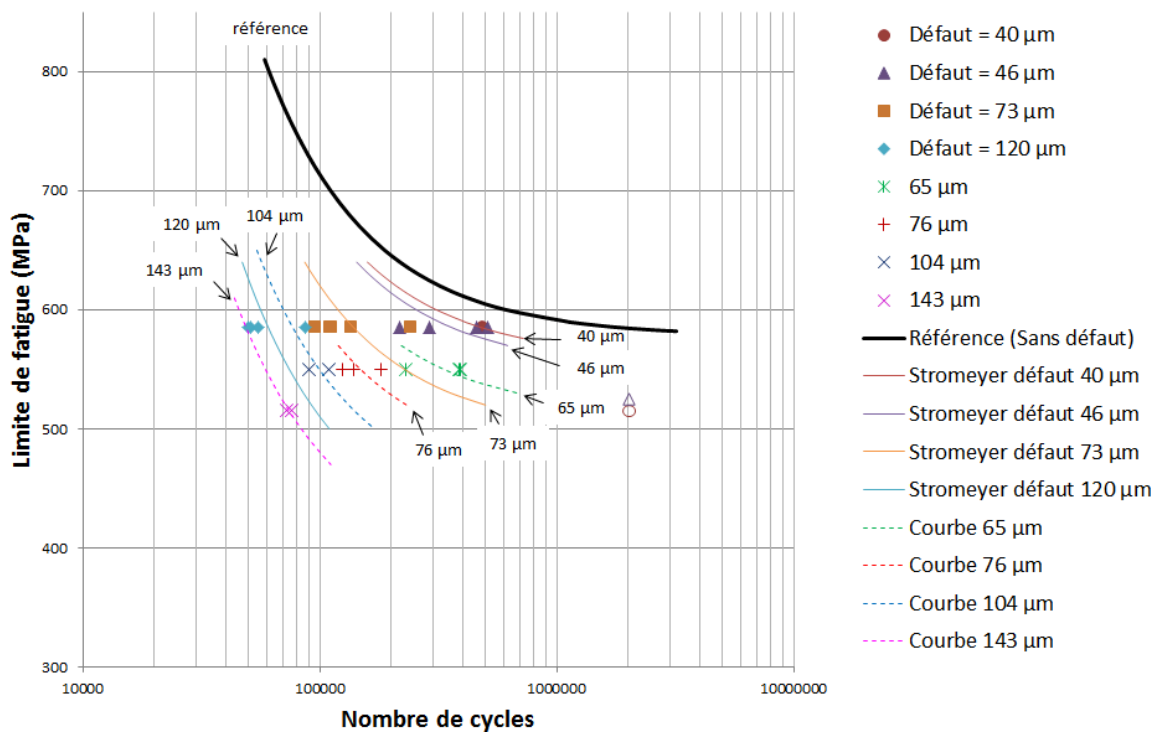


**Figure II.28 : Courbes de tendance obtenues selon le modèle de Stromeier à partir des essais réalisés pour différentes tailles de défaut rond pour la référence AY1268**

Les éprouvettes présentant un défaut de profondeur 65  $\mu\text{m}$ , 76  $\mu\text{m}$  ou 104  $\mu\text{m}$  ont été testées à un niveau de contrainte complémentaire de 550 MPa, et celles avec un défaut de profondeur 143  $\mu\text{m}$  à 515 MPa, afin de viser des durées de vie se situant dans l'intervalle [ $10^5$  cycles ;  $5 \cdot 10^5$  cycles]. En effet plus les défauts sont profonds, plus le niveau de la contrainte nominale maximale du cycle appliqué doit être réduit pour conserver une durée de vie du même ordre de grandeur.

Tous les résultats expérimentaux obtenus et leurs courbes de tendance selon le modèle de Stromeier sont présentés sur la figure II.29.





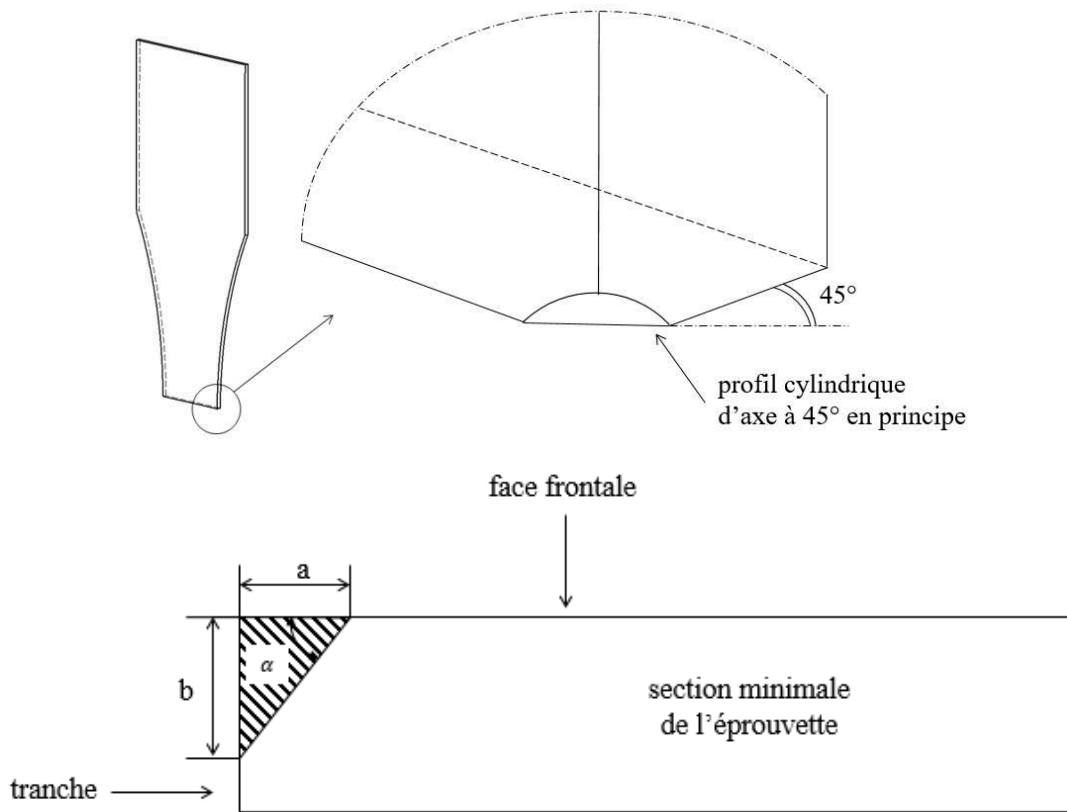
**Figure II.29 : Résultats des essais pour l'ensemble des éprouvettes de la référence AY1268 présentant un défaut rond**

On vérifie que les courbes de tendance sont décalées vers le bas et vers la gauche quand la taille du défaut augmente. Ceci confirme que la durée de vie diminue quand la profondeur du défaut augmente à niveau de contrainte nominale identique, ou que le niveau de contrainte admissible diminue à durée de vie donnée quand la profondeur du défaut augmente.

### c) Défaut coin

Les défauts coins sont usinés par électro-érosion à fil sur un angle de la tranche de l'éprouvette dans le plan de sa section minimale. La géométrie du défaut est observée et mesurée au microscope. Les dimensions du défaut, notées respectivement a et b sur la face principale frontale et sur la tranche respectivement de l'éprouvette, sont définies sur la figure II.30.

Ces dimensions a et b sont identiques si l'axe du fil d'électroérosion est à 45° des bords de la section minimale de l'éprouvette. A l'observation cette inclinaison à 45° est rarement vérifiée et de ce fait nous avons été amenés à distinguer les deux cotes du défaut sur la tranche (cote notée b) et sur la face principale de l'éprouvette où apparait le défaut (cote notée a).

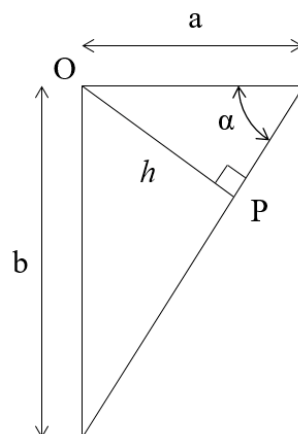


**Figure II.30 : Dimensions du défaut coin sur la tranche et sur la face frontale de l'éprouvette**

Les cotes  $a$  et  $b$  permettent de déterminer l'angle d'orientation  $\alpha$  du défaut et sa profondeur effective  $h$ , la contrainte maximale étant rencontrée au point P (figure II.31). La profondeur effective est calculée par la relation suivante :

$$h = \frac{ab}{\sqrt{a^2+b^2}} \quad (\text{II.1})$$

Le détail de cette profondeur effective  $h$  est donné par la figure II.31. Elle représente la dimension appelée par la suite taille du défaut coin.



**Figure II.31 : Profondeur effective  $h$  (ou taille) du défaut coin**

Les profondeurs effectives du défaut coin pour l'ensemble des éprouvettes à disposition sont classées en trois groupes selon leur valeur moyenne. Les dimensions et le nombre d'éprouvettes testées sont présentés par le tableau II.13.

**Tableau II.13 : Dimensions moyennes des différentes profondeurs de défaut coin**

Profondeur effective $h$ ( $\mu\text{m}$ )	Cote a ( $\mu\text{m}$ )	Cote b ( $\mu\text{m}$ )	Diamètre du défaut ( $\mu\text{m}$ )	Angle $\alpha$ ( $^\circ$ )	Nombre d'ép.
42	53	78	176	56	8
77	108	110	162	46	8
141	193	209	159	47	8

Les résultats obtenus pour les essais de fatigue réalisés sont présentés dans le tableau II.14.

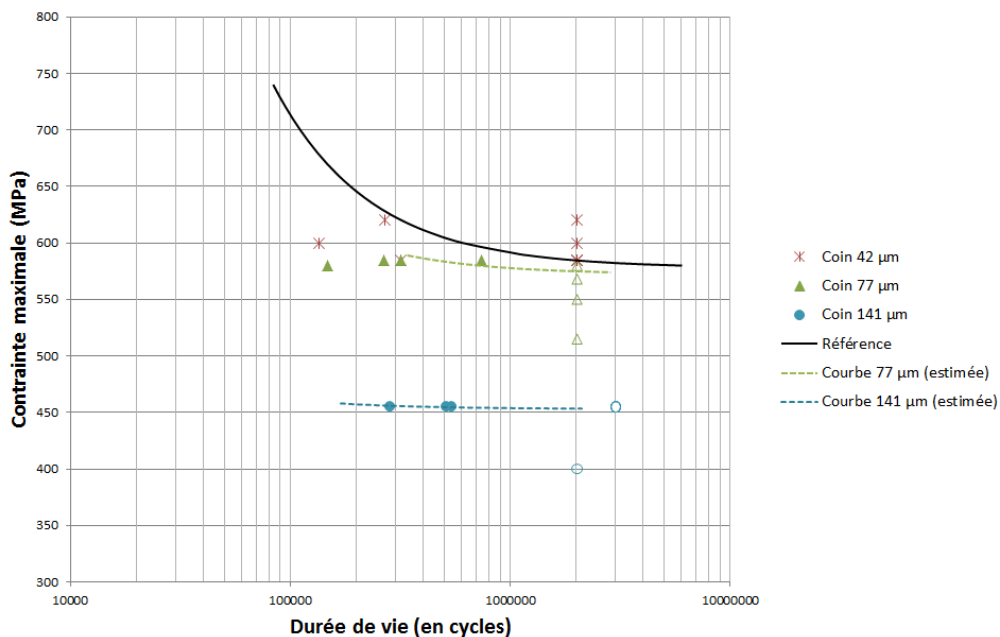
**Tableau II.14 : Durées de vie expérimentales obtenues pour les éprouvettes présentant un défaut coin**

Profondeur effective ( $\mu\text{m}$ )	Contrainte nominale $\sigma_{0,1}$ (MPa)	Durée de vie (cycles)	Remarque sur l'amorçage
42	585	316570	défaut naturel
	585	2015920	ép. non rompue (NR)
	585	2015920	NR
	585	2015920	NR
	600	135301	défaut naturel
	600	2015920	NR
	620	269227	défaut naturel
	620	2015920	NR
77	515	2015920	NR
	550	2015920	NR
	568	2015920	NR
	580	148522	
	580	2015920	NR
	585	266585	
	585	317890	
	585	741034	

141	400	2015920	NR
	455	284295	
	455	514042	
	455	540242	
	455	3023920	NR
	455	3023920	NR
	455	3023920	NR
	455	3023920	NR

Le nombre d'éprouvettes à tester pour chaque taille de défaut est trop faible pour pouvoir construire une courbe S-N entière. Les durées de vie des éprouvettes ayant rompu par fatigue s'échelonnent de  $10^5$  à  $10^6$  cycles. L'indication "défaut naturel" est mentionnée lorsque l'amorçage de la fissure ayant conduit à la rupture s'est produit en un site autre que le défaut coin de l'éprouvette. Les points expérimentaux obtenus sont reportés en superposition à la courbe S-N de la référence AY1268 sans défaut sur la figure II.32, de manière à observer l'influence de ce type de défaut sur le comportement en fatigue de cette référence d'acier CP800.

Une courbe de tendance selon le modèle de Stromeyer est construite pour les tailles de défaut coin égales à  $77\ \mu\text{m}$  et à  $141\ \mu\text{m}$ . Pour le défaut coin de taille  $42\ \mu\text{m}$ , cette courbe de tendance ne peut pas être tracée car d'une part très peu de ruptures ont été obtenues dans ce groupe et d'autre part en raison du fait que les amorçages ayant conduit aux ruptures ne proviennent pas des défauts coins des éprouvettes concernées.



**Figure II.32 : Résultats des essais de fatigue sur les éprouvettes de la référence AY1268 comportant un défaut coin**

Il ressort de cette campagne expérimentale en fatigue sur les défauts coins plusieurs constats :

- les courbes de tendance pour chaque taille de défaut sont sensiblement horizontales : le niveau de contrainte correspondant à la limite de fatigue à  $2 \cdot 10^6$  cycles peut générer aussi bien une rupture très rapide (durée de vie de l'ordre de  $10^5$  cycles) que bien plus longue pour une autre éprouvette contenant le même défaut.
- les éprouvettes comportant un défaut coin de taille égale à  $42 \mu\text{m}$  se comportent comme des éprouvettes sans défaut. Cette taille de défaut coin se situe probablement au-dessous de la taille critique d'amorçage (à partir duquel c'est le défaut qui pilote le comportement en fatigue de l'éprouvette de référence AY1268).
- pour les éprouvettes avec un défaut coin de  $42 \mu\text{m}$  et ayant rompu à partir d'une fissure amorcée sur un défaut naturel, celui-ci a été observé au microscope sur le faciès de rupture. Il présente une forme soit ronde, soit plutôt elliptique (figure II.33)

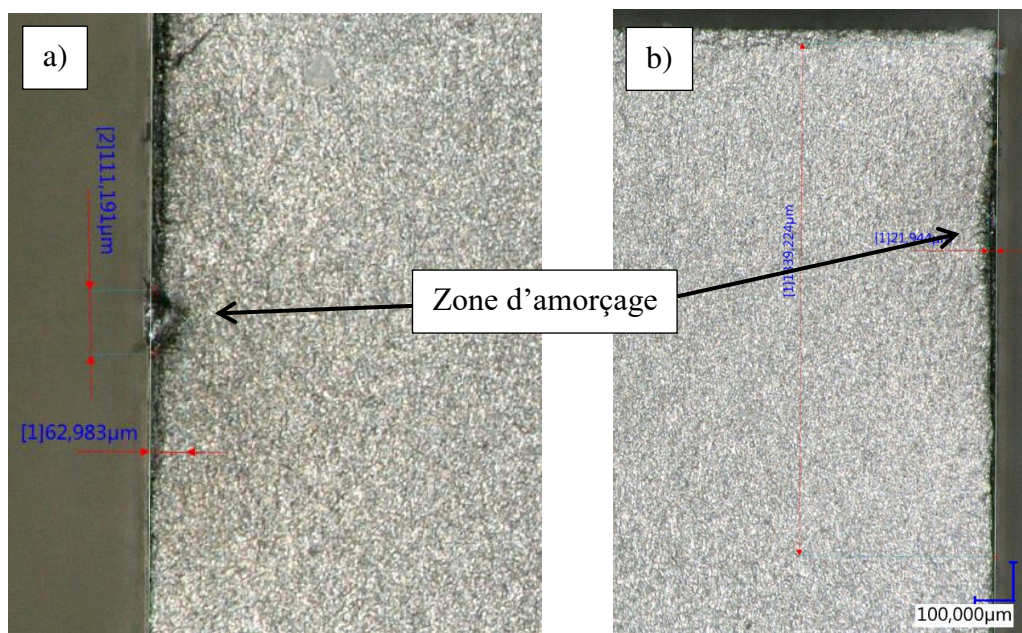


Figure II.33 : a) Défaut naturel rond et b) Défaut naturel elliptique à l'origine de l'amorçage des fissures et de la rupture des éprouvettes en dehors des défauts coins

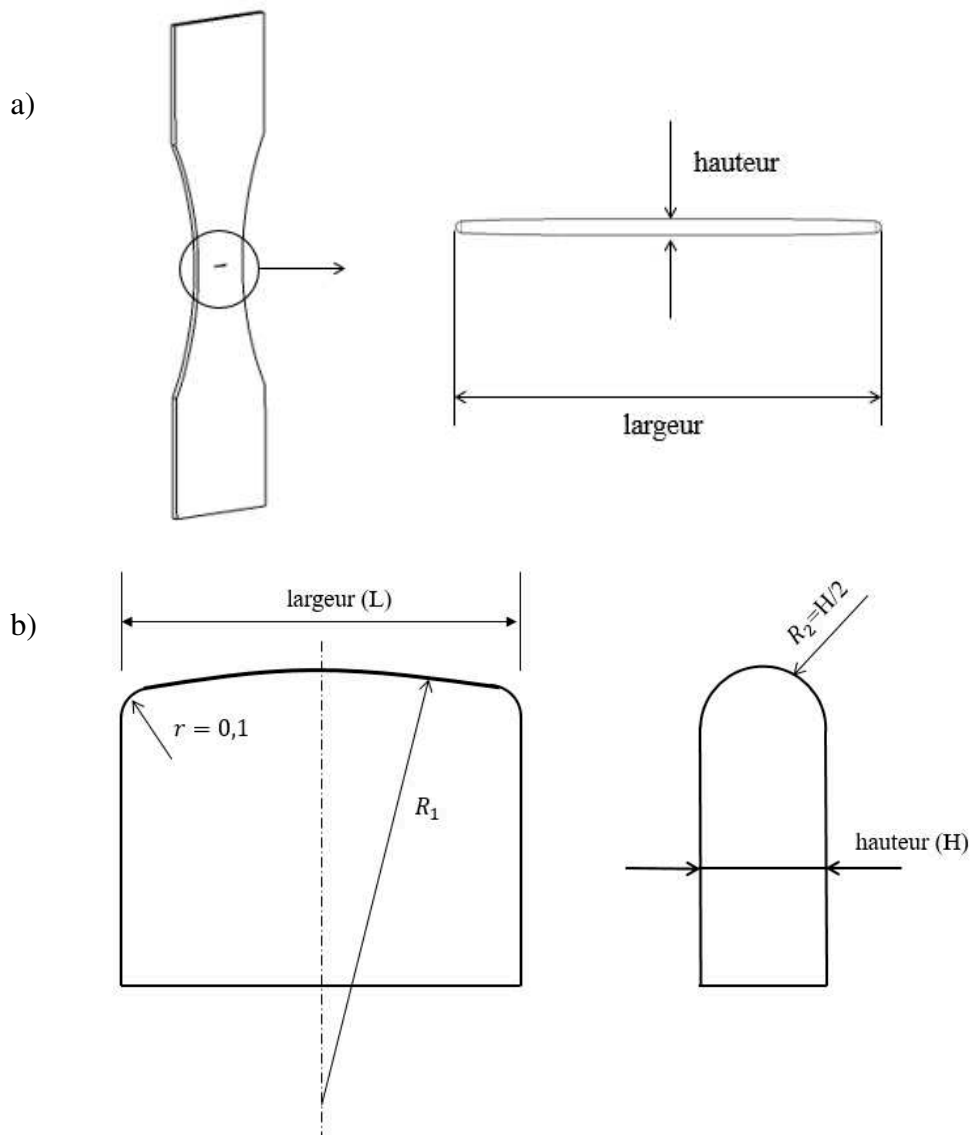
*d) Défaut transversal sur la face principale de l'éprouvette*

Les défauts transversaux présents sur la face principale des éprouvettes sont usinés par l'électro-érosion, au centre et dans le plan de leur section droite minimale. Les dimensions des défauts obtenus sont observées et mesurées au microscope ; ces défauts sont décrits par la figure II.34.a. Le diamètre en fond du défaut est supposé être égal à la hauteur du défaut ; il est celui de l'électrode ayant servi à l'usiner (figure II.34.b), car on ne peut pas observer directement ce diamètre même sur les faciès de rupture des éprouvettes.

Les profondeurs des défauts sont classées en trois niveaux moyens. Les différentes dimensions des défauts et le nombre d'éprouvettes pour chaque cas sont précisés dans le tableau II.15.

**Tableau II.15 : Dimensions moyennes des défauts transversaux présents sur la face principale des éprouvettes**

Profondeur ( $\mu\text{m}$ )	Largeur (mm)	Hauteur ( $\mu\text{m}$ )	$R_1$ (mm)	$R_2 = H/2$ ( $\mu\text{m}$ )	Nombre d'éprouvettes
41	4,99	159	203	80	9
66	4,94	174	68	87	8
123	4,99	184	35	92	8



**Figure II.34 : Dimensions a) d'un défaut transversal, b) de l'électrode ayant servi à l'usiner**

Ces éprouvettes ont été testées en fatigue dans les mêmes conditions que les lots précédents (c'est-à-dire en traction ondulée de rapport de charge  $R$  égal à 0,1, et à 20 Hz). Les durées de vie obtenues sont comprises entre  $10^5$  et  $10^6$  cycles, et indiquées dans le tableau II.16.

**Tableau II.16 : Durées de vie en fatigue des éprouvettes avec un défaut transversal présent sur une des faces principales**

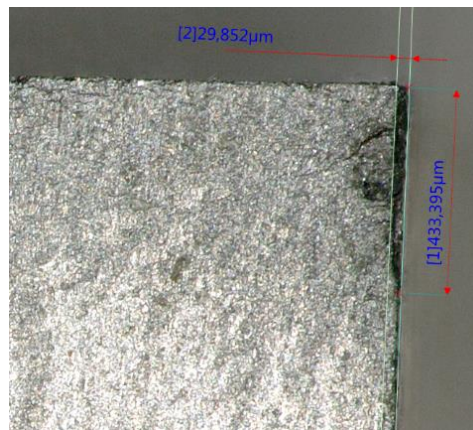
Profondeur moyenne du défaut ( $\mu\text{m}$ )	Contrainte nominale $\sigma_{0,1}$ (MPa)	Durée de vie (cycles)	Remarque sur l'amorçage
41	585	142068	défaut naturel
	585	159049	
	585	221560	
	585	229707	
	585	267846	défaut naturel
	585	298278	
	585	353625	
	585	383100	défaut naturel
	585	416466	
66	455	285296	
	455	838092	
	515	127362	
	515	137695	
	515	147163	
	515	183260	
	550	92901	
	585	66930	
123	363	303392	
	363	311637	
	400	180907	
	400	184693	
	400	184719	
	400	186142	
	400	191437	
	455	102000	

A l'inverse de ce qui avait été observé pour les éprouvettes avec un défaut coin, toutes les éprouvettes ont connu une rupture avec des durées de vie comprises entre  $6,7 \cdot 10^4$  cycles et  $8,4 \cdot 10^5$  cycles. Pour les défauts transversaux de profondeur moyenne 41  $\mu\text{m}$ , trois éprouvettes sur neuf ont connu un site d'amorçage en dehors du défaut usiné. L'amorçage s'est en effet principalement réalisé à partir d'un angle de la section rompue (figure II.35). Il faut noter que ces défauts dits "naturels" présentent une profondeur du même ordre de grandeur voire supérieure à celle des défauts usinés, égale en moyenne à 41  $\mu\text{m}$ .

L'amorçage s'est produit à partir du défaut usiné pour les six autres éprouvettes. Il faut noter cependant que les durées de vie sont du même ordre de grandeur que les amorçages de la

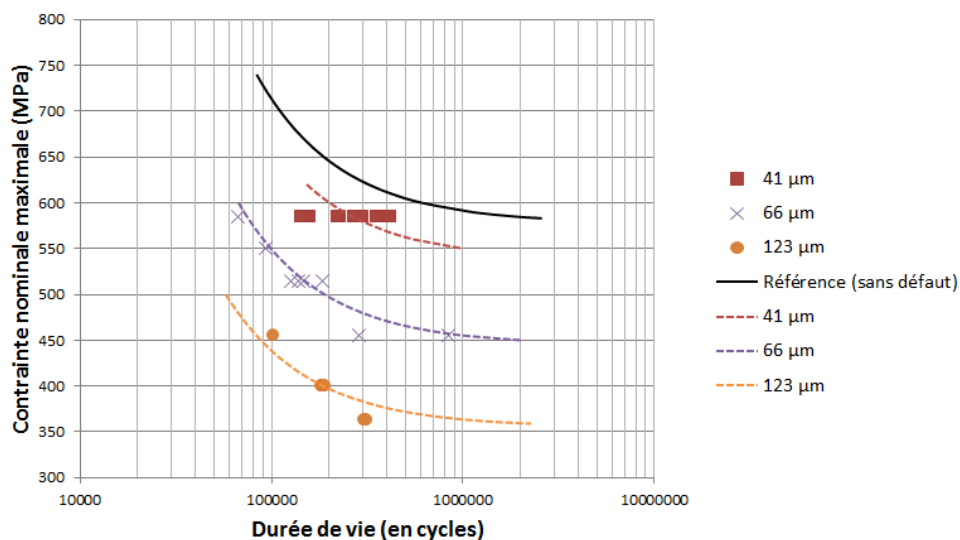


fissure ayant causé la rupture de l'éprouvette se soient produits à partir d'un "défaut naturel" ou du défaut usiné par électroérosion.



**Figure II.35 : Défaut naturel de forme elliptique à l'origine de l'amorçage de la fissure de fatigue pour trois éprouvettes comportant un défaut transversal de 41 µm de profondeur**

Les résultats expérimentaux sont reportés sur la figure II.36 ; ils sont superposés à la courbe S-N sans défaut de la référence AY1268.



**Figure II.36 : Durées de vie des éprouvettes de la référence AY1268 présentant un défaut transversal sur la face principale**

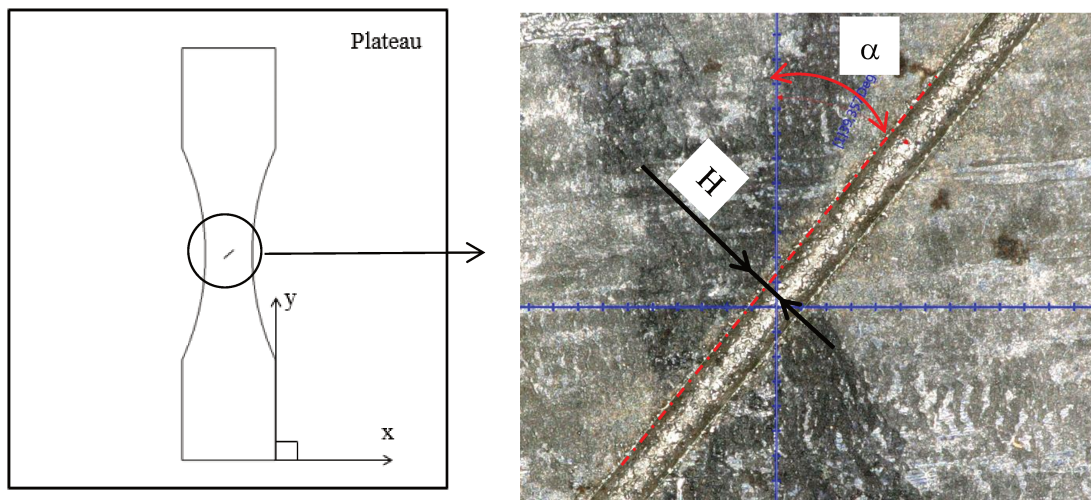
Au-delà de 41 µm de profondeur du défaut transversal, les ruptures par fatigue ont toutes pour origine le défaut transversal usiné au centre de la face principale de l'éprouvette. L'augmentation de la profondeur du défaut diminue fortement la résistance à la fatigue de l'éprouvette, comme en témoignent les courbes de tendance superposées aux résultats expérimentaux pour les trois profondeurs de défaut transversal.

*e) Défaut sur la face principale et incliné à 45°*

Les défauts inclinés à 45° et usinés au milieu de la face principale des éprouvettes ont été réalisés dans des conditions d'usinage analogues à celles des défauts transversaux (orientés quant à eux à 90° de l'axe principal des éprouvettes et de la sollicitation de fatigue). Ils ont des profondeurs et des largeurs similaires à celles des défauts transversaux. L'inclinaison



réelle des défauts a été mesurée au microscope en rendant parallèle l'axe principal des éprouvettes avec celui de translation du plateau support du microscope (figure II.37).



**Figure II.37 : Mesure de l'orientation du défaut incliné par rapport à l'axe longitudinal de l'éprouvette**

Le diamètre  $2R_2$  du fond arrondi du défaut est supposé égal à la hauteur  $H$  du défaut, comme cela a été postulé pour les défauts transversaux. Les éprouvettes avec un défaut incliné ont été réparties en trois groupes de profondeurs moyennes distinctes :  $34\ \mu\text{m}$ ,  $59\ \mu\text{m}$  et  $110\ \mu\text{m}$ . Les dimensions moyennes des défauts et les nombres d'éprouvettes testées en fatigue sont récapitulés dans le tableau II.17.

**Tableau II.17 : Dimensions moyennes des défauts inclinés sur la face principale et nombres d'éprouvettes**

Profondeur ( $\mu\text{m}$ )	Largeur (mm)	Hauteur $H$ ( $\mu\text{m}$ )	$R_1$ (mm)	$R_2 = H/2$ ( $\mu\text{m}$ )	Orientation $\alpha$ ( $^\circ$ )	Nombre d'éprouvettes
34	4,95	152	203	76	43	4
59	4,94	181	68	91	40	3
110	4,99	181	35	91	40	3

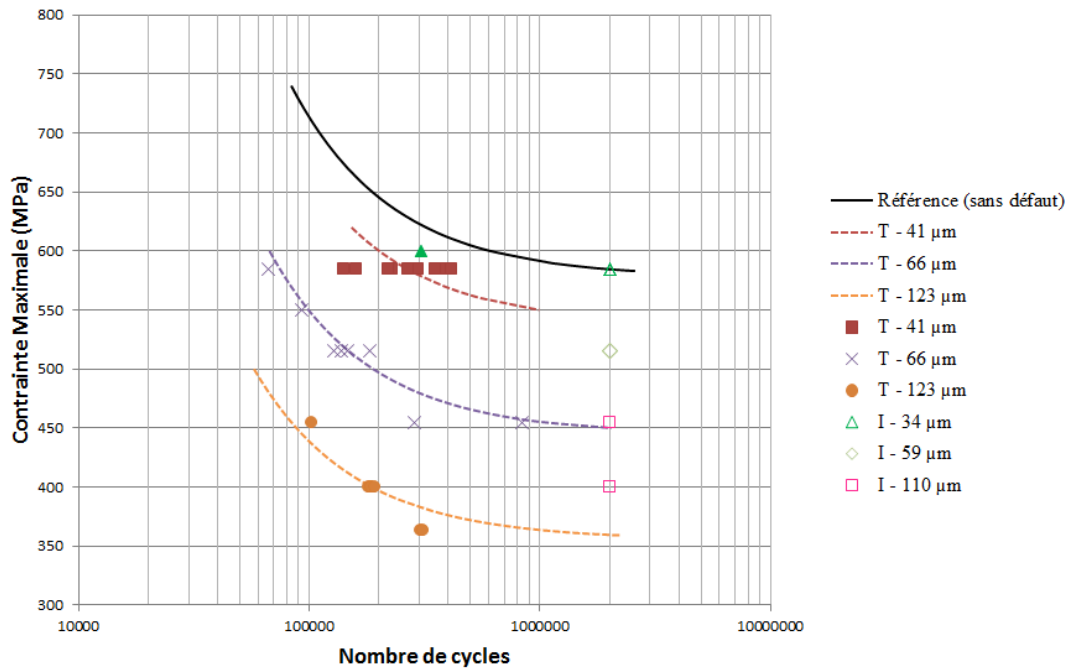
Pour les essais de fatigue, les mêmes niveaux de contraintes nominales ont presque systématiquement été appliqués que pour les éprouvettes avec défauts transversaux, à profondeur du défaut sensiblement identique. L'objectif était de comparer l'influence de l'orientation du défaut sur la durée de vie obtenue dans des conditions d'essais et de profondeur de défaut similaires. Le tableau II-18 précise les niveaux de contrainte nominale maximale appliqués et le nombre de cycles subis par chaque éprouvette testée.

**Tableau II.18 : Durées de vie en fatigue des éprouvettes avec un défaut incliné à 45° présent sur une des faces principales**

Profondeur moyenne du défaut ( $\mu\text{m}$ )	Contrainte nominale $\sigma_{0,1}$ (MPa)	Durée de vie (cycles)
34	585	2015920
	585	2015920
	585	2015920
	600	305473
59	515	2015920
	515	2015920
	515	2015920
110	400	2015920
	400	2015920
	455	2015920

Une seule éprouvette comportant un défaut incliné a rompu, toutes les autres ont atteint le seuil de troncature des essais ( $2 \cdot 10^6$  cycles) sans rupture. Le défaut incliné d'un angle autour de  $45^\circ$  est donc nettement moins sévère en fatigue que le même défaut mais disposé transversalement. La raison est liée au rayon de courbure existant en fond de défaut dans le plan vertical yz, nettement plus grand que  $R_2$  du fait de l'inclinaison à  $45^\circ$  du défaut. La concentration de contrainte est donc bien moindre, ce qui augmente le niveau de contrainte nominale admissible pour une durée de vie donnée ou rallonge considérablement la durée de vie à niveau de contrainte nominale identique (c'est le cas rencontré ici).

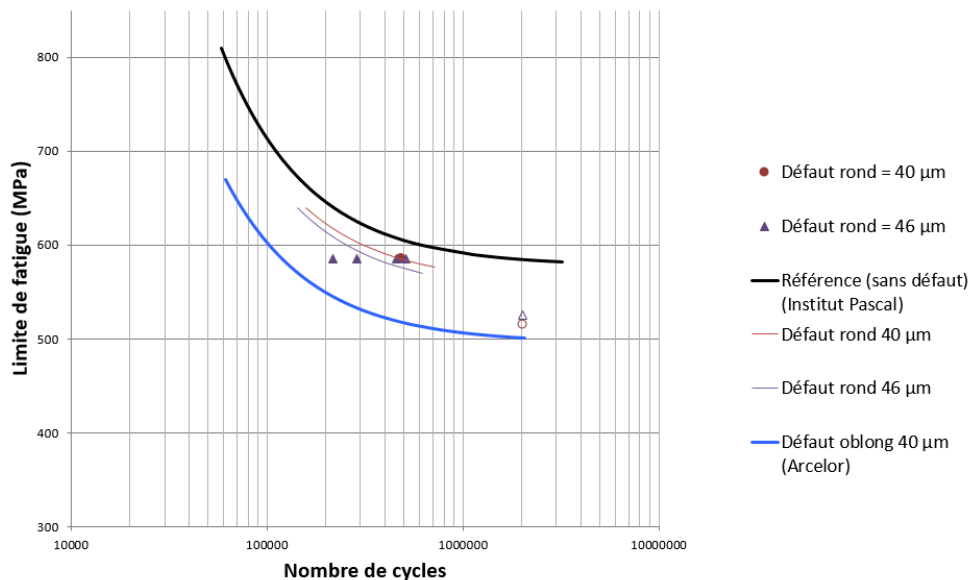
La figure II.38 présente l'ensemble des résultats expérimentaux pour les défauts usinés sur la face principale des éprouvettes, que les défauts aient une orientation transversale ou qu'ils soient inclinés à  $45^\circ$ .



**Figure II.38 : Durées de vie des éprouvettes de la référence AY1268 avec des défauts transversaux ou des défauts inclinés à 45° à niveaux de contraintes identiques**

*f) Comparaison des défauts du point de vue de leur nocivité en fatigue*

Les résultats des essais obtenus à l’Institut Pascal pour des défauts de forme ronde de profondeurs 40  $\mu\text{m}$  et 46  $\mu\text{m}$  de la référence AY1268 sont comparés à ceux obtenus par ArcelorMittal pour des éprouvettes avec un défaut de forme oblongue de profondeur 40  $\mu\text{m}$  (figure II.39).

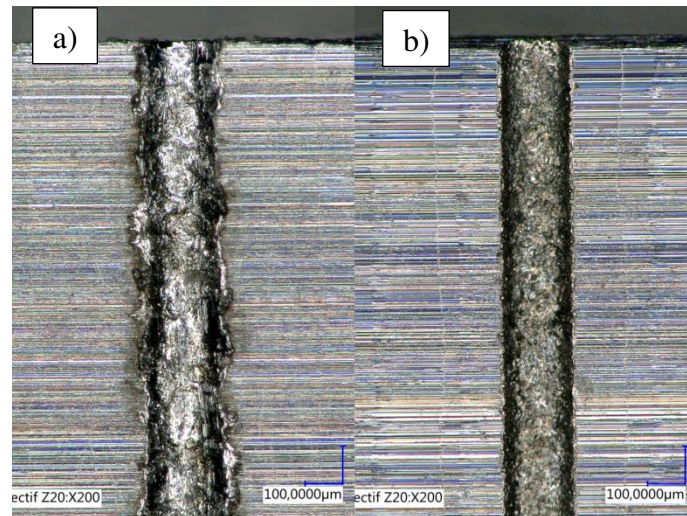


**Figure II.39 : Comparaison de l’influence de la forme du défaut (rond/oblong) de la référence AY1268 pour une profondeur 40  $\mu\text{m}$**

On constate que, pour les essais menés à un niveau égal à 585 MPa de la contrainte nominale maximale, le défaut rond de taille 40  $\mu\text{m}$  donne une durée de vie plus grande que le défaut oblong de même taille. Cette différence est à attribuer à la différence des diamètres des fils qui réalisent l’usinage du défaut par électro-érosion dans les deux cas. Le défaut oblong est en

effet usiné par un fil de diamètre plus petit ( $\varnothing 100 \mu\text{m}$ ) que celui qui a usiné le défaut rond ( $\varnothing 200 \mu\text{m}$ ).

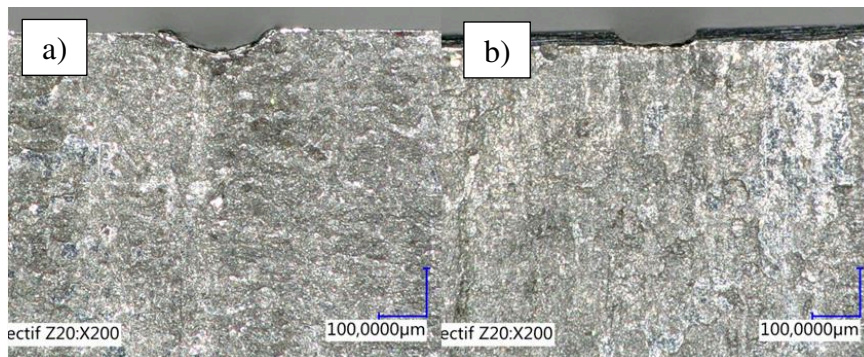
En fait, après observation au microscope, on peut percevoir l'autre paramètre qui influence peut-être le comportement en fatigue de l'éprouvette avec ce type de défaut : l'état de surface. La figure II.40 présente la vue du bord de découpe de l'éprouvette pour les deux défauts (rond et oblong).



**Figure II.40 : Observation du défaut de  $40 \mu\text{m}$  de profondeur, présent sur le bord de découpe a) de forme ronde, b) de forme oblongue**

Sur cette figure, les bords du défaut oblong sont beaucoup mieux définis, plus propres que ceux du défaut rond, comme si la vitesse d'usinage avait été bien plus lente dans le premier cas que dans le second.

La figure II.41 présente les vues des sections droites de ces deux défauts, c'est-à-dire les vues en projection sur une face principale des éprouvettes. Pour le défaut rond, la profondeur du défaut réel est de  $41 \mu\text{m}$ , alors que pour le défaut oblong sa profondeur est de  $33 \mu\text{m}$ . On constate que le diamètre du fil d'électro-érosion qui a généré les deux défauts n'est pas le même, de l'ordre de  $100 \mu\text{m}$  pour le défaut oblong et de  $200 \mu\text{m}$  environ pour le défaut rond.



**Figure II.41 : Vue en section droite a) du défaut rond, b) du défaut oblong**

Les trois types de défaut (défaut rond - fil de  $\varnothing 200 \mu\text{m}$  ; défaut oblong - fil de  $\varnothing 200 \mu\text{m}$  ; défaut oblong - fil de  $\varnothing 100 \mu\text{m}$ ) sont comparés en termes de durée de vie expérimentale et de contrainte réelle maximale avec l'hypothèse d'un comportement purement élastique, ceci pour une même profondeur de défaut ( $40 \mu\text{m}$ ) et une contrainte nominale donnée.

Des simulations par Eléments Finis avec les deux formes de défaut sont réalisées pour ce niveau de contrainte nominale avec la même profondeur de défaut (40  $\mu\text{m}$ ). Le défaut rond est généré avec un fil de diamètre égal à 200  $\mu\text{m}$ . Le défaut oblong est lui réalisé avec un fil de diamètre 200  $\mu\text{m}$  puis de 100  $\mu\text{m}$ . Les résultats obtenus sont présentés dans le tableau II.19.

**Tableau II.19 : Récapitulatif des résultats obtenus pour  $\sigma_{nom} = 515 \text{ MPa}$**

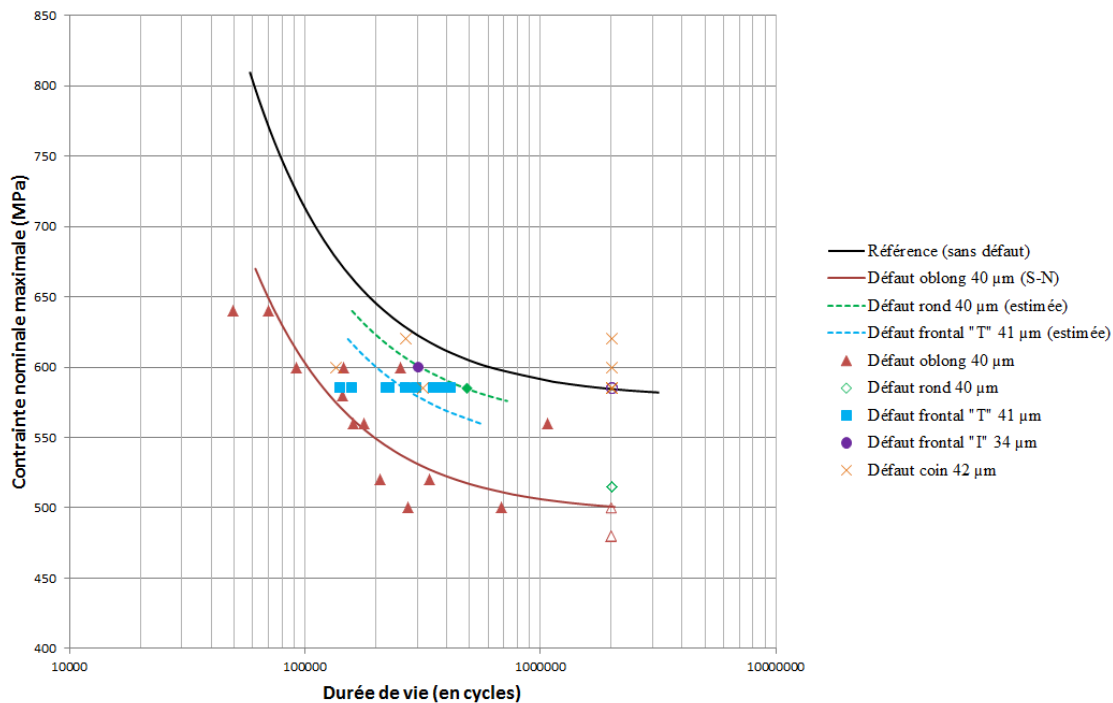
Forme du défaut	Défaut rond (fil $\varnothing = 200 \mu\text{m}$ )	Défaut oblong
Profondeur du défaut	40 $\mu\text{m}$	40 $\mu\text{m}$
Contrainte maximale (élastique)	1240 MPa	1034 MPa (fil $\varnothing 200 \mu\text{m}$ ) 1259 MPa (fil $\varnothing 100 \mu\text{m}$ )
Contrainte maximale (élasto-plastique)	962 MPa	932 MPa (fil $\varnothing 200 \mu\text{m}$ ) 982 MPa (fil $\varnothing 100 \mu\text{m}$ )
Durée de vie	> 2 015 920 cycles (non rupture)	500 000 cycles (courbe S-N expérimentale)
$K_t$	2,41	2,01 (fil $\varnothing 200 \mu\text{m}$ ) 2,44 (fil $\varnothing 100 \mu\text{m}$ )

On peut conclure qu'à même profondeur de défaut, et pour un diamètre de fil d'électro-érosion identique, le défaut rond génère une contrainte maximale plus importante. Mais à même profondeur de défaut et pour différents diamètres du fil, c'est le plus petit diamètre qui occasionne la contrainte en fond de défaut la plus importante et donc se révèle le plus nocif du point de vue du comportement en fatigue.

Le défaut oblong avec le plus petit rayon de courbure générant une plus grande concentration de contrainte en fond de défaut que le défaut rond avec un plus grand rayon, il est cohérent que la durée de vie pour le défaut oblong soit réduite par rapport à celle obtenue en présence du défaut rond dans le cadre des dimensions expérimentales rencontrées ici.

Une seconde comparaison porte sur l'ensemble des types de défaut dont la profondeur est voisine de 40  $\mu\text{m}$ . La comparaison porte plus précisément sur les durées de vie obtenues avec ces différents défauts (figure II.42).





**Figure II.42 : Comparaison des durées de vie pour une profondeur moyenne des défauts de l'ordre de 40 µm (tout type de défaut considéré)**

A profondeur du défaut sensiblement identique, on constate que la durée de vie dépend principalement du rayon en fond de défaut. Le défaut le plus sévère est le défaut oblong situé sur la tranche de l'éprouvette et de rayon 50 µm, devant le défaut transversal situé sur la face principale de l'éprouvette et dont le rayon de courbure est de l'ordre de 80 à 90 µm, puis le défaut rond de rayon égal à 100 µm et situé sur le bord de découpe.

Les défaut coins et les défauts inclinés à 45° sur la face principale des éprouvettes n'ont pas été testés en nombre ou ont donné des durées de vie supérieures à  $2 \cdot 10^6$  cycles (ce qui signifie une non rupture à ce seuil d'endurance en général). Ils sont donc difficiles à comparer à partir des essais expérimentaux qui ont été menés. D'après les résultats de calcul par Eléments Finis, le défaut coin génère une concentration de contrainte plus forte que le défaut incliné à 45° sur la face principale de l'éprouvette. Ce point sera justifié dans le chapitre suivant portant sur la simulation numérique des contraintes au voisinage des défauts.

Le bilan des enseignements qui peuvent être tirés de la campagne expérimentale menée, en matière d'influence des défauts en fatigue, peut être dressé en termes d'importance des paramètres par ordre décroissant de la réduction de la résistance en fatigue :

1. **la profondeur** du défaut : plus elle est grande et plus le défaut diminue la limite de fatigue exprimée en contrainte nominale,
2. **le rayon de fond du défaut** ou de variation de la section droite dans le plan longitudinal contenant la direction de la sollicitation de traction : plus celui-ci est petit et plus la limite de fatigue diminue,
3. **la forme, ronde ou oblongue, du défaut** : à profondeur du défaut et à diamètre du fil d'électroérosion identiques, le défaut rond génère la contrainte maximale réelle la plus importante, et constitue donc une forme de défaut plus réductrice de la limite de fatigue que la forme oblongue.

---

Le facteur de concentration de contrainte propre à chacun de ces paramètres semble être le témoin privilégié de la sévérité en fatigue des défauts qui peuvent être rencontrés. C'est un des paramètres clés mis en évidence dans le chapitre suivant qui va porter sur la simulation numérique des champs de contraintes au voisinage des défauts.

## II.5 Conclusion

Ce chapitre présente et analyse l'ensemble des résultats des essais de fatigue réalisés dans le cadre de notre étude pour la nuance d'acier CP800, concernant l'influence en fatigue de plusieurs types de défauts : des défauts présents sur le bord de découpe latéral, des défauts présents en surface de la tôle avec deux inclinaisons distinctes possibles, des défauts présents dans un coin de la section droite de l'éprouvette. Tous ces défauts sont usinés par électroérosion ; ils sont centrés ou contenus dans la section droite minimale des éprouvettes.

Deux lots d'éprouvettes de la nuance d'acier CP800, référencés AR203 et AY1268 ont été utilisés. Les essais de fatigue ont été répartis entre le laboratoire d'ArcelorMittal et l'Institut Pascal. Les propriétés de fatigue de référence étant celles du métal de base sans les défauts de surface étudiés, la campagne expérimentale a débuté par la caractérisation en fatigue, sous la forme de courbes S-N, des deux références sans défaut. Tous les essais sont menés en traction ondulée de rapport de charge égal à 0,1 et à la fréquence de 20 Hz.

La première observation notable est l'écart entre les limites de fatigue à  $2 \cdot 10^6$  cycles des deux références AR203 et AY1268, qui atteint 16% en faveur de la référence AR203. De toute évidence il y a une variabilité des propriétés de fatigue d'un lot à l'autre pour cette nuance d'acier.

Les deux principaux paramètres géométriques qui émergent comme les plus influents en fatigue concernant les défauts usinés par électroérosion sont leur profondeur et leur rayon de courbure dans le plan (y,z), car ceux-ci sont directement contributeurs de la concentration de contrainte introduite par le défaut. La durée de vie en fatigue est d'autant plus faible que la profondeur du défaut est importante et que le rayon de courbure de fond du défaut est faible, l'un et l'autre contribuant à accentuer le coefficient de concentration de contrainte.

Il existe une profondeur minimale de chaque type de défaut en dessous de laquelle le défaut usiné par électroérosion n'est plus le facteur déclenchant à l'origine de la fissure de fatigue qui va aboutir à la ruine de l'éprouvette. Les défauts "naturels" du matériau, c'est-à-dire de la tôle testée en fatigue, prennent alors le pas sur les défauts étudiés. La valeur de 40  $\mu\text{m}$  pour les défauts coins correspond à cette profondeur minimale. Il est probable que cette valeur soit liée à la taille des défauts naturels. Lorsque cette dernière dépasse celle des défauts usinés, ce sont les défauts naturels qui pilotent le comportement en fatigue de l'acier.

L'influence de l'orientation des défauts présents sur une face principale de l'éprouvette, vis-à-vis de la direction de la sollicitation a été montrée, même si le nombre d'éprouvettes disponibles pour cet aspect était réduit. L'orientation la plus néfaste est une orientation perpendiculaire à la direction principale de la sollicitation (direction transversale pour les éprouvettes utilisées pour cette campagne), qui donne lieu à l'aire projetée la plus grande dans le plan perpendiculaire à la direction de traction.



---

La classification des défauts selon leur nocivité en fatigue, pour une profondeur et un rayon de courbe données, est établie par comparaison des durées de vie obtenues à des niveaux de contrainte nominale maximale identiques pour la sollicitation de fatigue. Les défauts de forme ronde présents sur le bord de découpe dégradent davantage les propriétés de fatigue de l'acier CP800 que ceux présents et transversaux sur une face de la tôle, eux-mêmes étant plus endommageants que les défauts coins.

L'analyse des champs de contraintes au voisinage des défauts, développée dans le chapitre trois, est l'étape suivante pour justifier ces observations expérimentales.

---

## **Chapitre III**

### *Démarche et résultats de la simulation Numérique*

---

Ce chapitre est dédié à l'analyse de la répartition des contraintes au voisinage d'un défaut, en fonction de sa morphologie, de sa profondeur, de sa localisation et de sa position. En effet, la modélisation du comportement en fatigue d'une éprouvette est établie en règle générale à partir des cycles de contraintes dans les zones les plus sollicitées. Une des étapes importantes de la démarche est donc de simuler les états de contraintes dans les zones qui contiennent le site d'amorçage des fissures de fatigue. Les différents modèles utilisés, suivant la géométrie et le type de défaut rencontrés, sont présentés (taille des éléments, maillage, conditions aux limites, symétrie). Les contraintes au voisinage des défauts sont relevées, pour la prévision de durée de vie en fatigue, en intégrant les gradients de contraintes présents. Les modèles numériques adoptés visent à la rapidité des temps de calculs sans déroger à la précision des résultats de ces calculs.

### III.1 Modèle géométrique

#### III.1.1 Données matériau et lois de comportement

La nuance d'acier CP800 dont sont tirées les éprouvettes pour les essais de fatigue possède les propriétés mécaniques suivantes :

- Module de Young :  $E = 200$  GPa
- Coefficient de Poisson :  $\nu = 0,3$
- Limite élastique :  $R_e = 830$  MPa
- Résistance maximale en traction :  $R_m = 848$  MPa

Les propriétés mécaniques utilisées pour la simulation numérique, pour les deux références AR203 et AY1268, sont identiques. Les concentrations de contraintes introduites par les défauts étant dans certains cas importantes, le niveau de contrainte atteint en fond de défaut au moment où la contrainte nominale du cycle atteint sa valeur maximale relève du comportement élastoplastique du matériau. Un calcul Eléments Finis en comportement élastoplastique est alors mené. La loi de comportement de l'acier CP800 en traction monotone est décrite par la figure III.1.

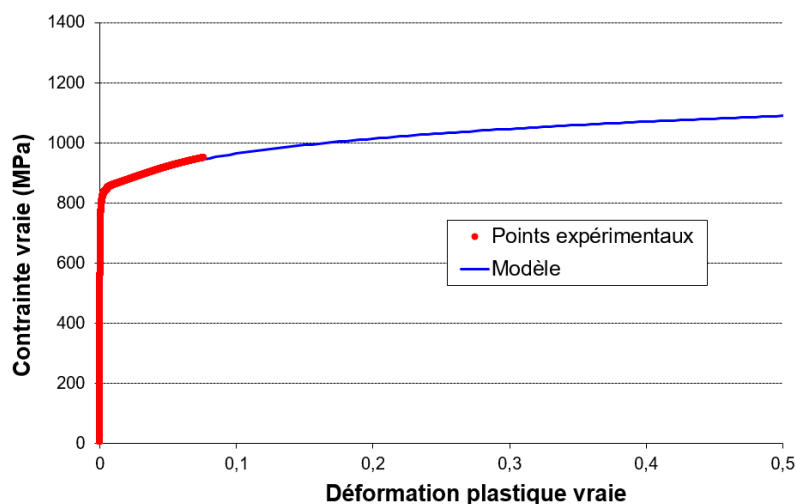
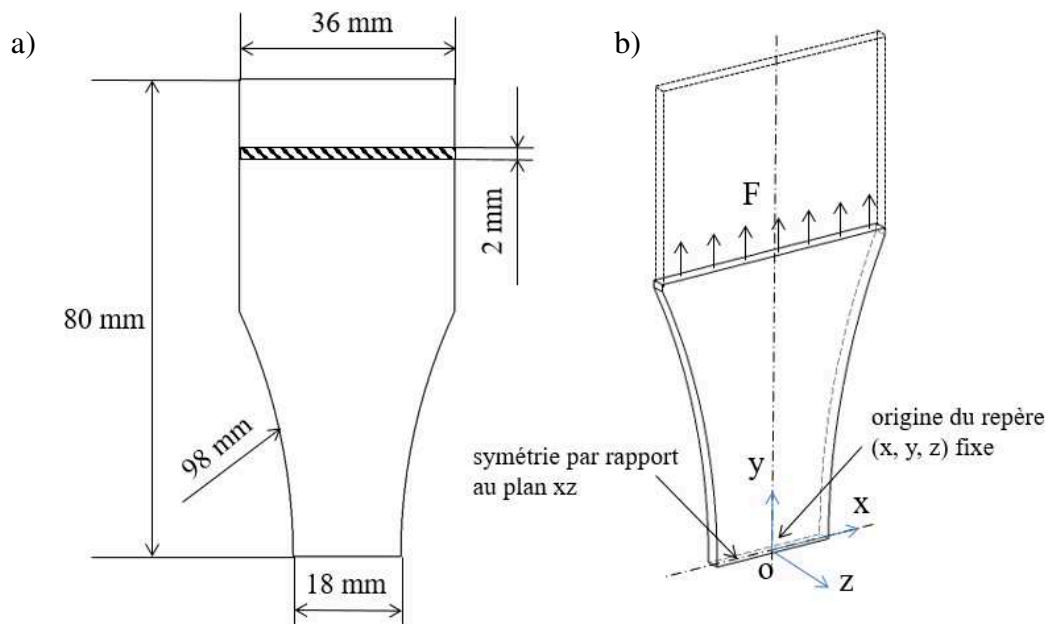


Figure III.1 : Courbe de traction monotone élastoplastique de l'acier CP800

### III.1.2 Modèle géométrique et conditions aux limites

Le modèle géométrique de l'éprouvette, avec ou sans défaut est réalisé sous le logiciel de CAO CATIA V5. Le modèle enregistré au format "step" (.stp) est alors importé sous le code de calcul par Eléments Finis Femap Nastran. La figure III.2 (a) rappelle le modèle géométrique des éprouvettes ayant fait l'objet de la campagne d'essais en fatigue. Le modèle numérique de départ utilisé (figure III.2 (b)) concerne la moitié supérieure de l'éprouvette réelle, tronquée de la zone en pointillés, qui est la partie de l'éprouvette serrée dans les mors hydrauliques, pour une question de réduction des temps de calcul. En effet des simulations préalables ont montré l'intérêt de cette troncature de la partie supérieure de l'éprouvette tenue par les mors de la machine de fatigue du point de vue de la réduction des temps de calcul et de sa non influence du champ de contraintes dans la section minimale de l'éprouvette, là où sont usinés les différents types de défauts. Le centre de la section minimale de l'éprouvette est l'origine du repère utilisé et se trouve à l'intersection des trois plans de symétrie de l'éprouvette sans défaut. Du point de vue des conditions aux limites, outre le plan (x,z) défini comme un plan de symétrie, le point O origine du repère est fixe (tous ses déplacements sont bloqués). Le chargement de l'éprouvette (effort de traction F) est donné par la contrainte nominale définie par la sollicitation de fatigue maximale du cycle (contrainte notée  $\sigma_{0,1}$ ). L'effort de traction F appliqué à l'éprouvette est réparti uniformément sur la section droite supérieure du modèle.



**Figure III.2 : a) Dimensions de l'éprouvette d'essai b) Modèle géométrique utilisé**

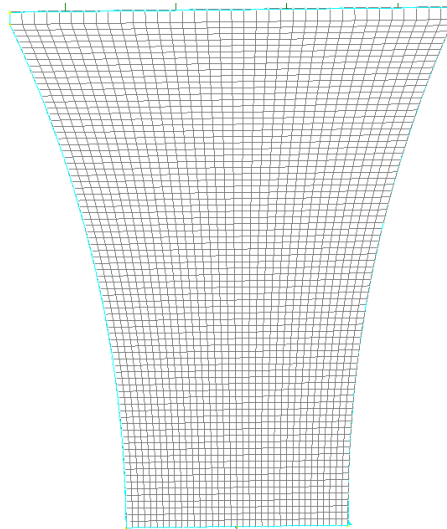
### III.1.3 Optimisation du maillage des éprouvettes

L'ensemble des propriétés mécaniques de l'acier CP800, celles relatives au comportement purement élastique comme celles propres à la loi d'écrouissage, sont utilisées pour tous les calculs effectués, tout type de défaut et tout type de chargement. L'objet de l'étude est entre autres d'effectuer une classification des différents types de défauts du point de vue de leur nocivité en fatigue. La démarche visant à l'obtention des états de contraintes réels dans un laps de temps de calcul compatible avec l'ensemble des simulations nécessaires revêt de ce

---

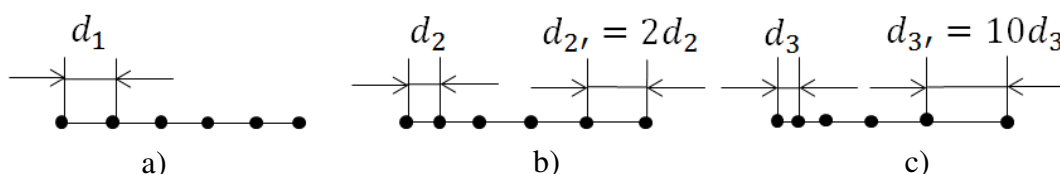
fait une importance du premier ordre. Le type d'élément retenu pour le maillage de l'éprouvette est un élément hexaédrique (élément QUAD dans le code Nastran).

L'influence de la taille de maille est alors étudiée quant au calcul des contraintes dans la section minimale de l'éprouvette. Le raffinement de la taille des mailles est recherché afin d'obtenir le champ de contraintes au voisinage des défauts le plus précis possible. La figure III.3 présente le modèle numérique maillé de l'éprouvette sans défaut.



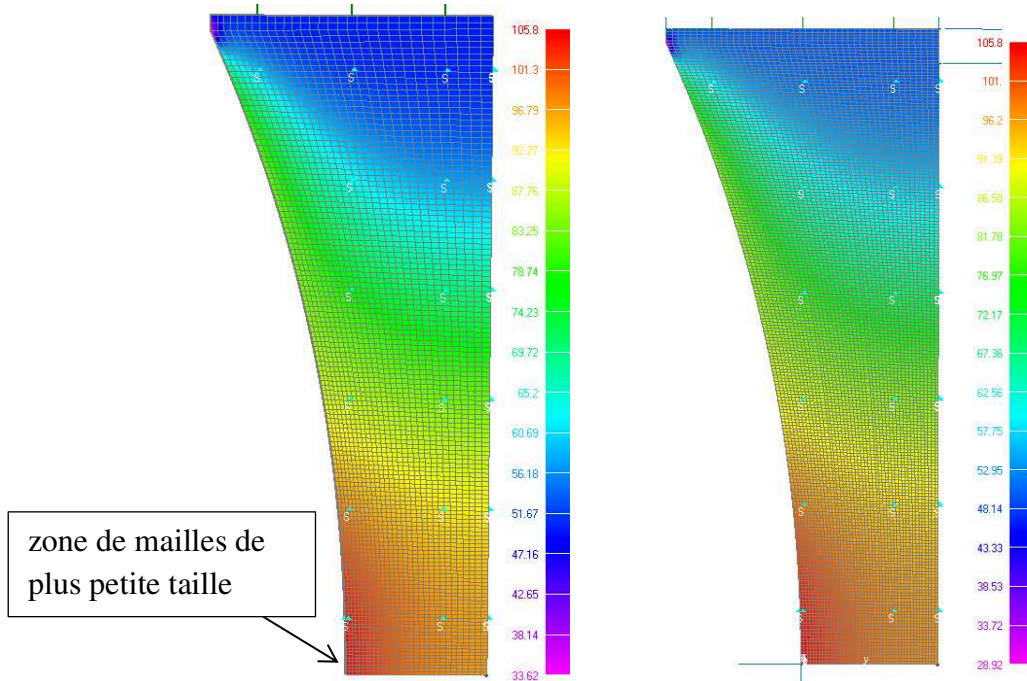
**Figure III.3 : Maillage du modèle par l'élément hexaédrique (QUAD)**

Dans le cas d'un calcul purement élastique, la convergence des calculs ne pose aucun problème. Pour le calcul en comportement élastoplastique en revanche, pour un modèle numérique avec défaut, la convergence des valeurs des contraintes sur le bord de découpe n'est pas atteinte de manière satisfaisante au seuil de la plus petite taille de maille réalisable (3  $\mu\text{m}$ ). Un maillage offrant une progressivité de la taille des mailles est alors mis en place avec une taille de 3  $\mu\text{m}$  au bord du défaut et une taille de maille qui va en grandissant au fur et à mesure que l'on s'éloigne du défaut. Le logiciel Nastran offre en effet la possibilité d'un maillage avec une progressivité de la taille des mailles réglable par un coefficient de progressivité. La figure III.4 donne une illustration du maillage à taille progressive dans une direction donnée, en fonction du facteur de progressivité choisi. L'intérêt de la démarche est bien entendu le gain de temps de calcul tout en conservant en fond de défaut une taille de maille assurant la convergence des calculs des contraintes et leur représentativité des états de contraintes réels.



**Figure III.4 : Illustration de différents types de maillage a) à maille identique, b) à maillage progressif de facteur 2, et c) à maillage progressif de facteur 10**

La figure III.5 permet de visualiser sur un exemple les modèles numériques et leurs résultats avec et sans maillage progressif.



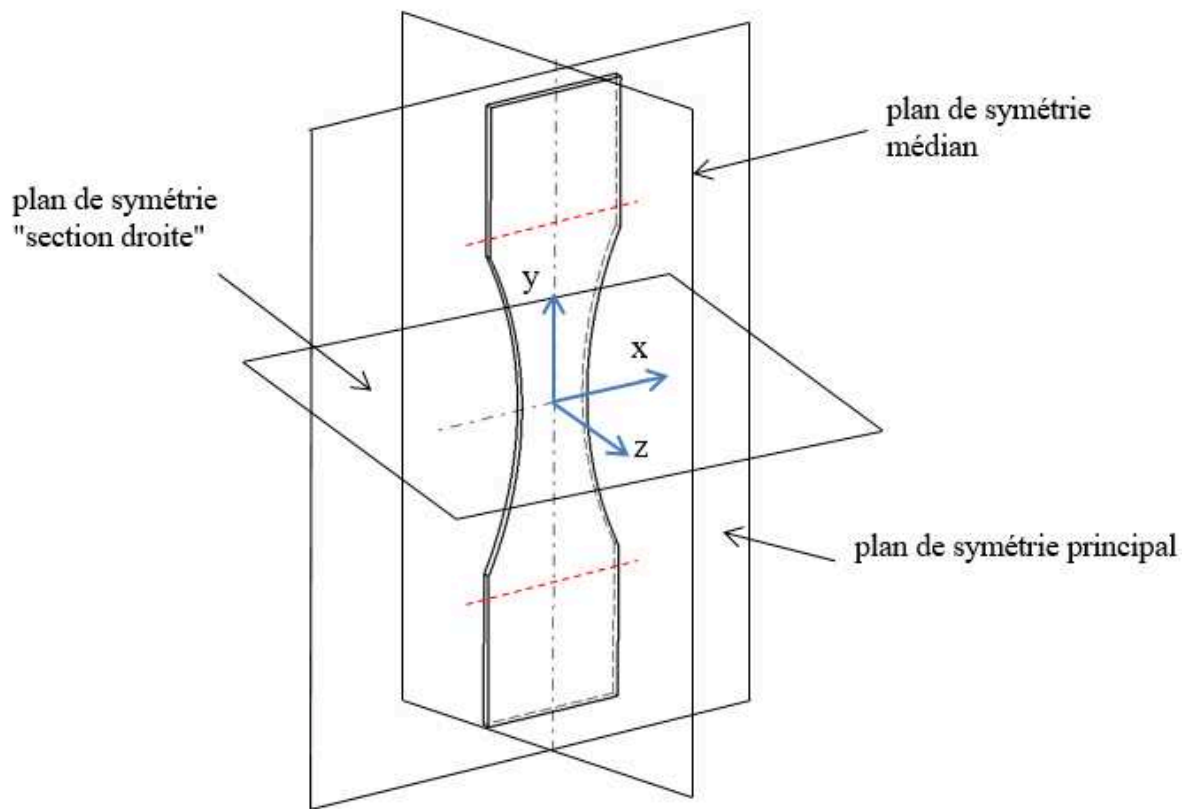
**Figure III.5 : Comparaison des modèles numériques avec et sans maillage progressif**

L'utilisation du maillage progressif donne des résultats, en termes de contraintes, identiques à ceux obtenus pour un maillage de taille uniforme des éléments. Le maillage progressif est donc un moyen permettant de réduire les temps de calcul tout en s'assurant de la finesse du maillage dans la zone la plus fortement sollicitée, nécessaire à une évaluation précise des contraintes.

#### *III.1.4 Utilisation des plans de symétrie*

La figure III.6 présente une éprouvette complète sans défaut avec ses trois plans de symétrie. Le repère global (x, y, z) a pour origine le centre de l'éprouvette, point d'intersection des trois plans orthogonaux deux à deux :

- le plan de symétrie principal est le plan parallèle aux faces principales de l'éprouvette, à mi-épaisseur,
- le plan de symétrie médian contient l'axe principal de l'éprouvette (qui est aussi la direction de la sollicitation de traction) et est normal au plan de symétrie principal,
- le plan de symétrie "section droite" qui contient la section droite d'aire minimale de l'éprouvette. Il est perpendiculaire à l'axe principal de l'éprouvette.



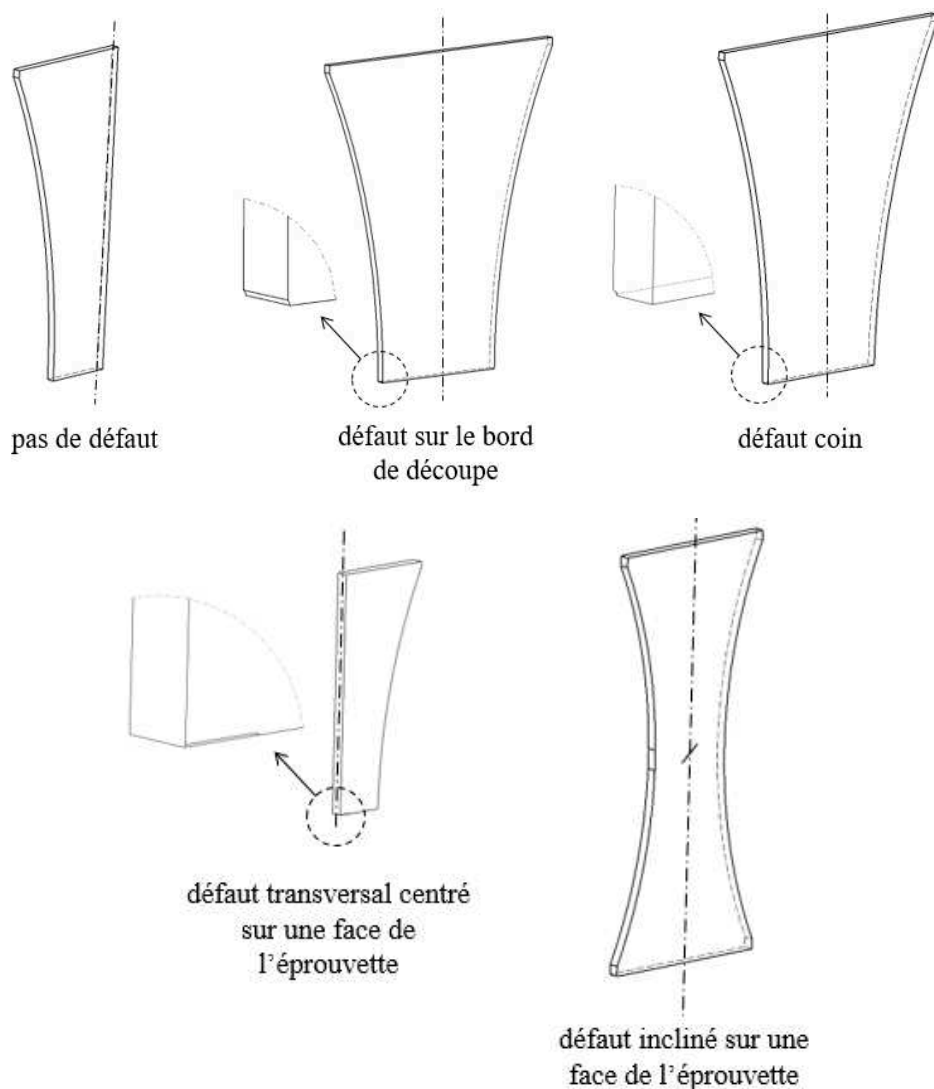
**Figure III.6 : Plans de symétrie du modèle numérique**

Ces plans de symétrie ne sont pas systématiquement utilisables du fait de la géométrie propre au défaut rencontré. Un défaut sur un bord de découpe dans la section minimale de l'éprouvette fait disparaître en toute rigueur la symétrie par rapport au plan médian. Un défaut coin dans la section minimale ôte à l'éprouvette ses plans de symétrie principal et médian. Un défaut incliné présent sur une face principale de l'éprouvette lui enlève toutes les symétries.

Quoi qu'il en soit la vérification a été faite, pour les lois de comportement purement élastique et élastoplastique, que l'analyse par Eléments Finis des contraintes donnait des résultats identiques en utilisant les plans de symétrie ou non, ce qui permet des gains de temps de calcul très substantiels notamment pour la modélisation à l'aide du comportement élastoplastique.

Pour résumer, la figure III.7 indique les modèles numériques utilisés suivant la nature, l'orientation et la position du défaut pour déterminer les champs de contraintes dans l'éprouvette.





**Figure III.7 : Modèles numériques utilisés pour l'éprouvette sans défaut ou pour celles avec un défaut en fonction de son type**

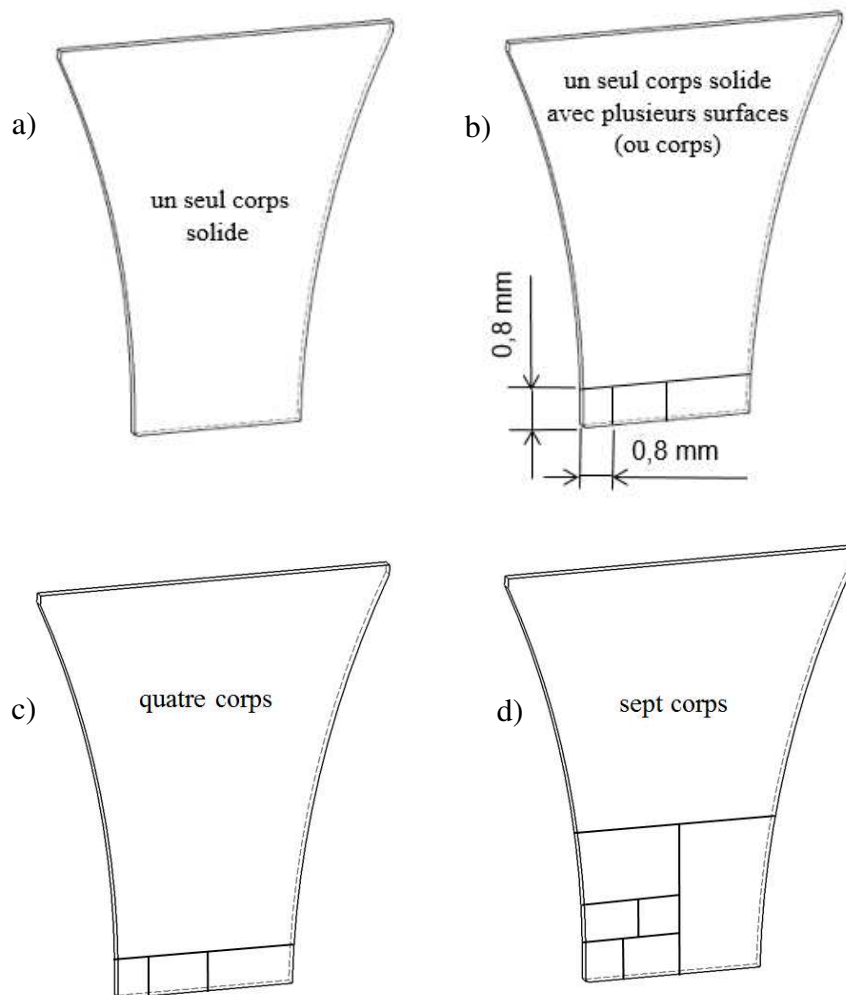
### *III.1.5 Seconde démarche d'optimisation des temps de calcul*

#### *III.1.5.1 Modèle sans défaut*

Le maillage fin au voisinage d'un défaut de petite taille est nécessaire pour la précision des résultats des calculs. La contrepartie est un temps de calcul long lorsque le nombre d'éléments devient important, même si la progressivité du maillage apporte une solution partielle au compromis entre le temps de calcul et la précision.

Le code de calcul Nastran offre plusieurs options pour le maillage de la structure qui vont être présentées et analysées sur la demi-éprouvette sans défaut de la figure III.8. Le modèle peut être constitué d'un seul corps (monobloc) c'est-à-dire maillé d'un seul tenant comme un seul solide (figure III.8 a), ou peut être maillé en étant découpé sur la surface principale en plusieurs zones qui sont maillées différemment et séparément (figure III.8 b). L'interface entre les deux surfaces fait alors l'objet d'un maillage identique.

Le modèle peut également être constitué de l'assemblage de plusieurs corps ou solides (appelé modèle polybloc) eux-mêmes maillés indépendamment les uns des autres. La figure III.8 c) et d) présente ce modèle polybloc constitué respectivement de quatre et de sept corps. L'intérêt de cette façon de faire réside dans la possibilité d'un maillage très fin au voisinage du défaut dont on veut faire l'analyse du point de vue de la fatigue et d'une zone maillée avec des éléments bien plus grands. Cela permet de préserver la précision dans la zone utile et de réduire le temps de calcul global de toute la structure. La gestion du contact (par la condition de contact "glue") permet la continuité des champs de contraintes et de déformations à l'interface entre les blocs. Le modèle de la figure III.8 d) à sept blocs est la version la plus optimisée pour permettre à la taille des mailles de croître régulièrement au fur et à mesure que l'on s'éloigne de la zone maillée la plus finement, zone qui contient le défaut dont on veut analyser l'influence.



**Figure III.8 : Modèles a) monobloc, b) coupé en surfaces, c) assemblage polybloc à 4 corps et d) assemblage polybloc optimisé à 7 corps**

La comparaison des quatre modèles sur la base des temps de calcul et des contraintes dans la zone maillée le plus finement a été menée en comportement purement élastique et élastoplastique (contraintes nominales respectives de traction de 100 MPa et de 810 MPa). Les tableaux III.1 et III.2 indiquent les temps de calculs obtenus pour les comportements purement élastique et élastoplastique respectivement.

---

**Tableau III.1 : Temps de calculs observés pour les différents modèles numériques en comportement élastique ( $\sigma_{nom} = 100$  MPa)**

Modèle	Temps de calcul
Monobloc	12 min
Monobloc à plusieurs surfaces	55 sec
Polybloc (4 corps)	40 sec
Polybloc optimisé (7 corps)	10 sec

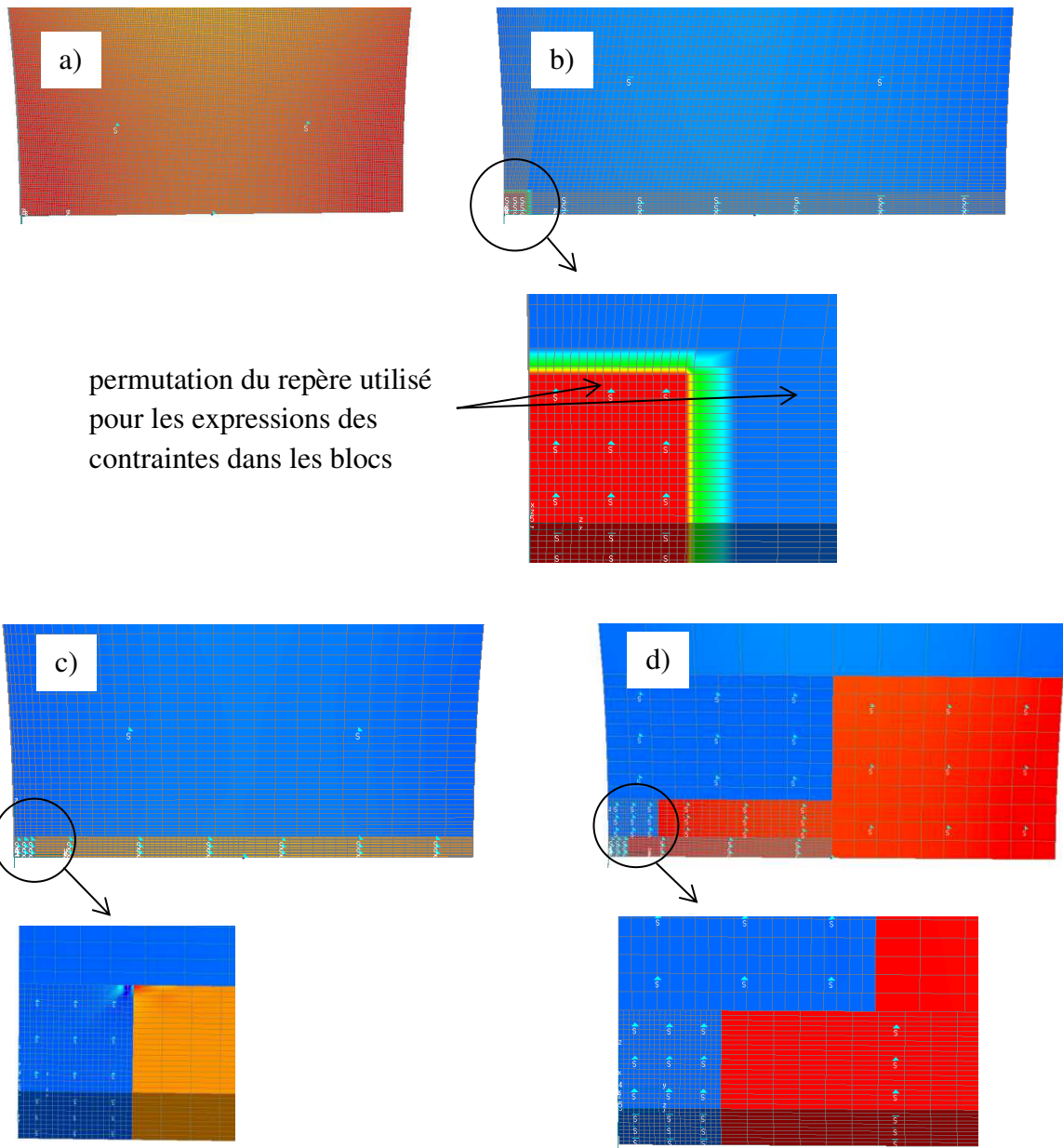
**Tableau III.2 : Temps de calculs observés pour les différents modèles numériques en comportement élastoplastique ( $\sigma_{nom} = 810$  MPa)**

Modèle	Temps de calcul
Monobloc	3h18min
Monobloc à plusieurs surfaces	13 min
Polybloc (4 corps)	11 min
Polybloc optimisé (7 corps)	3 min

Comme cela est prévisible, les temps de calcul sont beaucoup plus faibles en comportement purement élastique que pour le comportement élastoplastique car une seule itération est nécessaire pour la loi de Hooke élastique. Le schéma itératif propre au domaine plastique rallonge fortement les temps de calcul.

Que ce soit dans le cadre du calcul purement élastique ou dans celui du calcul élastoplastique, les contraintes obtenues dans la zone la plus finement maillée sont les mêmes quel que soit le modèle retenu parmi les quatre. L'approche dite polybloc est donc très intéressante en pratique du point de vue des temps de calcul.

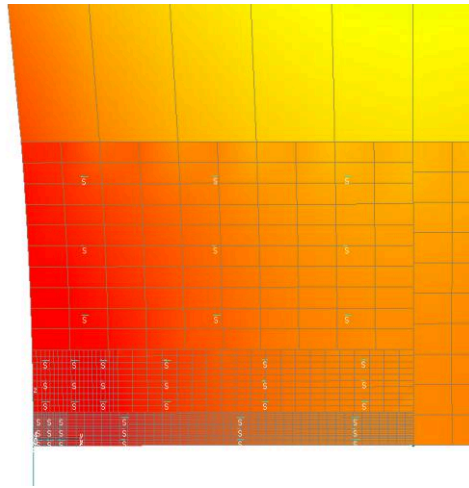
*Remarque* : un inconvénient peut survenir au niveau de l'affichage des contraintes relevées dans la zone de raccordement entre les blocs. Les repères locaux dans lesquels sont exprimées les contraintes peuvent ne pas être les mêmes d'un bloc à son voisin ce qui crée une anomalie dans l'affichage des contraintes à la traversée d'une frontière entre deux blocs juxtaposés (comme l'illustre la figure III.9) car le logiciel effectue une interpolation entre des matrices de contraintes situées de part et d'autre part de la frontière entre deux blocs, et donc exprimées en des repères différents. On peut éviter ce problème en imposant le repère global identique dans chaque bloc préalablement aux calculs. Il faut noter que le problème ne concerne cependant pas la zone principale d'intérêt (celle du bord de découpe dans la section minimale, ou celle au voisinage du défaut pour l'éprouvette qui en contient un).



**Figure III.9 : Champs de contraintes pour chacun des quatre modèles (cas où  $\sigma_{nom} = 810$  MPa)**  
 a) monobloc b) découpé en surfaces c) polybloc à 4 corps et d) polybloc optimisé à 7 corps

L'efficacité de la méthode dite polybloc et la solution trouvée au problème de permutation des axes du repère font que cette méthode est celle retenue pour conduire les simulations par Éléments Finis dans notre étude.

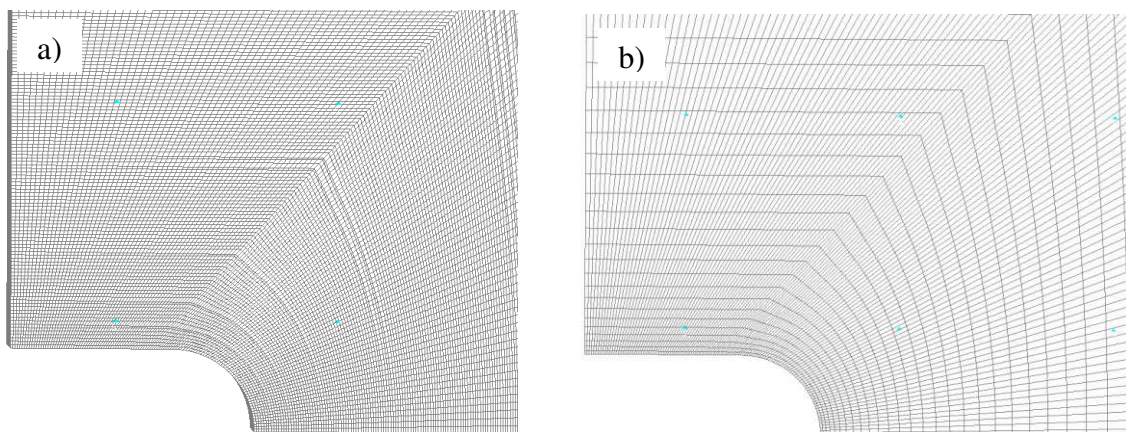
La solution au problème de permutation des axes du repère dans lequel sont exprimées les contraintes est en fait simple à mettre en œuvre. Il faut définir un repère global préalablement au maillage et indiquer alors le repère global comme repère de référence pour chaque bloc. La figure III.10 atteste de la correction du problème par ce biais. Elle indique le résultat du calcul par Éléments Finis après transfert au repère global de tous les blocs.



**Figure III.10 : Répartition des contraintes obtenues par le calcul E.F. après transfert au repère global de tous les blocs du modèle numérique**

### III.1.5.2 Modèle avec défaut

La modélisation par Eléments Finis des éprouvettes contenant des défauts suit le principe du modèle polybloc, en adoptant le concept du maillage à taille progressive afin d'optimiser au maximum les temps de calcul tout en s'assurant de la justesse des résultats. On a donc comparé les résultats des calculs en termes de contraintes obtenues par le maillage progressif et par le maillage à taille uniforme des éléments. La taille du défaut (profondeur) prise pour cette comparaison est de 297  $\mu\text{m}$ , la taille des mailles au voisinage du défaut est de 3  $\mu\text{m}$ . Deux chargements distincts sont utilisés, l'un pour lequel le comportement du matériau est purement élastique ( $\sigma_{nom} = 100 \text{ MPa}$ ), l'autre pour lequel il y a déformation plastique en fond du défaut ( $\sigma_{nom} = 272 \text{ MPa}$ ). Ce dernier correspond à la limite de fatigue à  $2 \cdot 10^6$  cycles de l'éprouvette avec cette taille de défaut, pour la nuance d'acier CP800 et sa référence AR203. La figure III.11 présente les maillages réalisés au voisinage du défaut avec une taille de maille de 3  $\mu\text{m}$ .



**Figure III.11 : Maillage au voisinage du défaut, avec une taille des éléments de 3  $\mu\text{m}$   
a) taille uniforme pour tous les éléments, b) taille progressive des éléments**

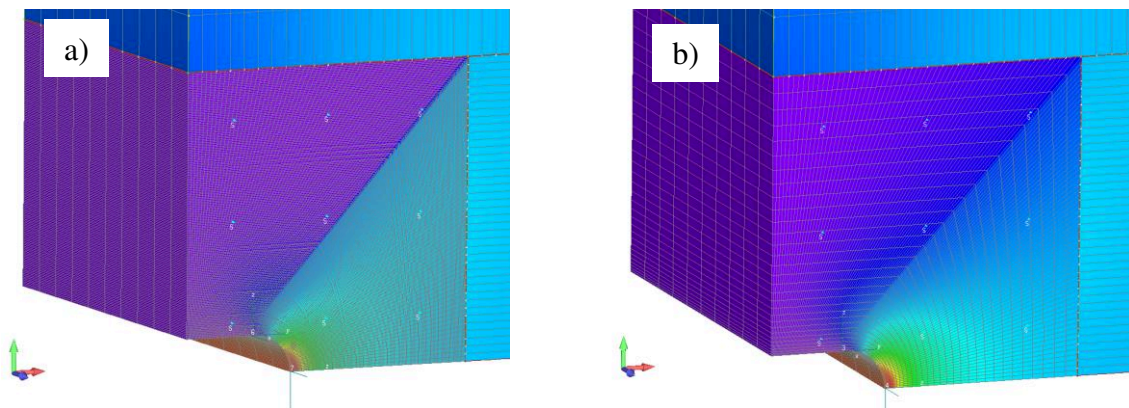
La comparaison des performances des deux types de maillage est établie par le tableau III.3, en termes de temps de calcul cette fois ci.



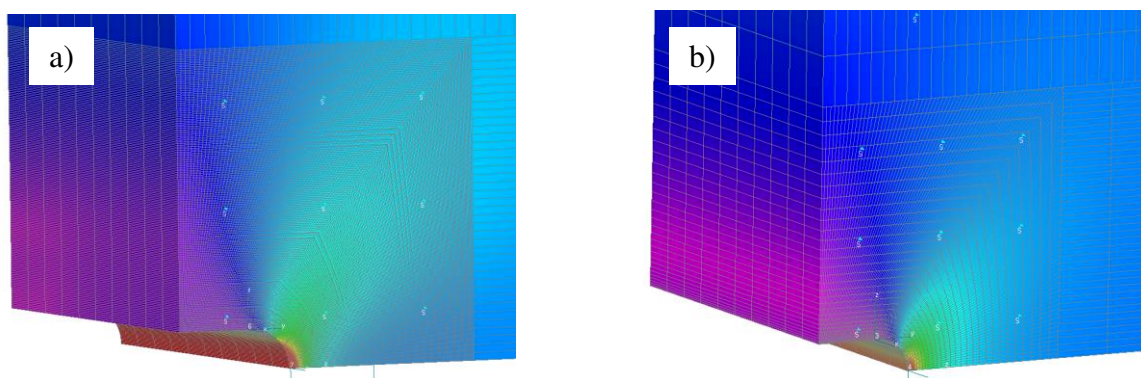
**Tableau III.3 : Comparaison des temps de calcul du maillage à taille uniforme des éléments par rapport au maillage à taille progressive pour un modèle numérique avec défaut**

Modèle	Loi de comportement	Contrainte nominale appliquée (MPa)	Temps de calcul
Maillage à taille uniforme	Elastique pur	100	10 min
Maillage à taille progressive	Elastique pur	100	2 min
Maillage à taille uniforme	Elastoplastique	272	2 h 31 min
Maillage à taille progressive	Elastoplastique	272	28 min

Les temps de calcul sont réduits dans un rapport de cinq, c'est-à-dire de 80% grâce au maillage à taille progressive. Le même gain relatif est observé pour le comportement purement élastique comme pour le comportement élastoplastique puisque le rapport est lié au nombre d'éléments dans les deux cas. En ce qui concerne les valeurs des contraintes obtenues pour les deux maillages distincts, les résultats sont identiques même si le maillage automatique laisse apparaître initialement des repères différents pour exprimer les contraintes dans deux parties d'un même bloc (figure III.12). Si l'on prend la précaution de ramener le bloc avant maillage au repère global, le problème n'existe plus (figure III.13). Il faut noter que ce problème de permutation des axes du repère n'a pas trait au type de maillage utilisé (taille identique ou taille progressive). Il est résolu dans les deux cas de la même façon.



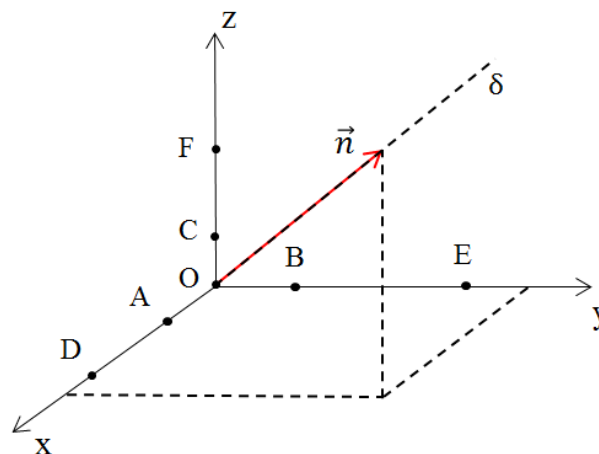
**Figure III.12 : Analyse des contraintes par EF au voisinage d'un défaut a) maillage à taille uniforme, b) maillage progressif avec facteur de progressivité de 10**



**Figure III.13 : Analyse des contraintes au voisinage d'un défaut en imposant un repère global, a) maillage à taille uniforme, b) maillage progressif avec facteur de progressivité de 10**

### III.2 Obtention du gradient des contraintes par interpolation parabolique

Etablir le gradient d'un paramètre en fonction de la position dans l'espace requiert la connaissance du champ de ce paramètre c'est-à-dire son évolution sur chaque axe  $x$ ,  $y$  et  $z$  du repère servant à décrire la position dans cet espace. Le calcul par Eléments Finis ayant permis d'établir le champ de contraintes, on utilise les trois nœuds successifs à partir du fond du défaut selon chaque axe pour évaluer le gradient dans la direction de ces axes par interpolation parabolique. Pour une question d'homogénéité de l'incertitude numérique dans les trois directions du repère (un calcul par Eléments Finis étant une solution numérique approchée), il est préférable que les distances entre les nœuds selon les trois directions soient du même ordre de grandeur (la distance n'est pas constante on l'a vu précédemment car on utilise généralement un maillage à pas progressif). La figure III.14 décrit la position des nœuds utilisés au voisinage du point origine  $O$  pour le calcul des gradients selon les directions  $x$ ,  $y$  et  $z$  du repère. Ces gradients sont mis à contribution pour évaluer ensuite le gradient dans une direction quelconque  $\delta$  de vecteur unitaire  $\vec{n}$ .



**Figure III.14 : Description des nœuds utilisés pour le calcul des gradients en  $O$  selon les trois directions  $x$ ,  $y$  et  $z$  du repère**

Prenons l'exemple du calcul du gradient de contrainte selon l'axe  $x$  en utilisant les contraintes existant aux trois points successifs que sont le point d'origine  $O$ , le point  $A$  et le point  $D$ . Les contraintes sont relevées en ces trois points grâce au calcul du champ de contraintes par Eléments Finis. Le modèle du lissage parabolique est illustré par la figure III.15.

L'évolution parabolique de la contrainte  $\sigma_{ij}$  est traduite par :

$$k = ax^2 + bx + c \quad (\text{III.1})$$

On obtient ainsi un système de trois équations à trois inconnues ( $a$ ,  $b$  et  $c$ ) en écrivant l'appartenance des contraintes existant en ces trois nœuds (d'abscisses respectives notées  $x_i$ ,  $x_{i+1}$  et  $x_{i+2}$ ) au modèle parabolique d'évolution des contraintes :

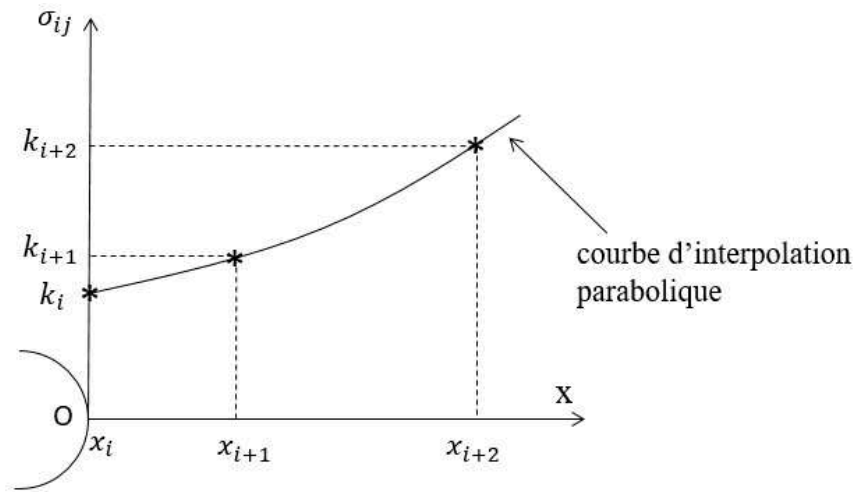
$$\begin{cases} k_i = ax_i^2 + bx_i + c \\ k_{i+1} = ax_{i+1}^2 + bx_{i+1} + c \\ k_{i+2} = ax_{i+2}^2 + bx_{i+2} + c \end{cases} \quad (\text{III.2})$$



La résolution de ce système donne :

$$a = \frac{(k_{i+1}-k_i)(x_{i+2}-x_i) - (k_{i+2}-k_i)(x_{i+1}-x_i)}{(x_{i+1}-x_i)(x_{i+2}-x_i)(x_{i+1}-x_{i+2})} \quad (\text{III.3})$$

$$b = \frac{(k_{i+1}-k_i) - a(x_{i+1}^2 - x_i^2)}{x_{i+1} - x_i} \quad (\text{III.4})$$



**Figure III.15 : Principe de l'interpolation parabolique pour déterminer le gradient des contraintes suivant l'axe x**

En remplaçant les valeurs de a et de b dans la troisième équation, on obtient la valeur de c.

Les gradients des contraintes au point O dans les trois directions x, y et z sont obtenus grâce aux dérivées premières des fonctions paraboliques correspondantes (de la forme décrite par l'équation III.1) dans ces trois directions :

$$\text{Ainsi :} \quad \begin{cases} \left( \frac{\partial \sigma}{\partial x} \right)_{x=x_i} = \left( \frac{\partial k}{\partial x} \right)_{x=x_i} = 2a(x_i) + b \\ \left( \frac{\partial \sigma}{\partial y} \right)_{y=y_i} = \left( \frac{\partial k}{\partial y} \right)_{y=y_i} = 2a'(y_i) + b' \\ \left( \frac{\partial \sigma}{\partial z} \right)_{z=z_i} = \left( \frac{\partial k}{\partial z} \right)_{z=z_i} = 2a''(z_i) + b'' \end{cases} \quad (\text{III.5})$$

Pour établir de façon complète le gradient des contraintes dans chacune des trois directions du repère, il est nécessaire d'établir à partir du champ de contraintes les trois gradients de chacune des six composantes de la matrice des contraintes, matrice symétrique. Cette information constitue donc un ensemble de dix-huit gradients élémentaires récapitulés par la matrice des gradients au point d'analyse noté O ( $x_i, y_i, z_i$ ) :

$$[G]_{\sigma} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} & \frac{\partial \sigma_{yy}}{\partial x} & \frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial x} & \frac{\partial \sigma_{xy}}{\partial x} & \frac{\partial \sigma_{yz}}{\partial x} & \frac{\partial \sigma_{zx}}{\partial x} \\ \frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial y} & \frac{\partial \sigma_{yy}}{\partial y} & \frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial y} & \frac{\partial \sigma_{xy}}{\partial y} & \frac{\partial \sigma_{yz}}{\partial y} & \frac{\partial \sigma_{zx}}{\partial y} \\ \frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial z} & \frac{\partial \sigma_{yy}}{\partial z} & \frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial z} & \frac{\partial \sigma_{xy}}{\partial z} & \frac{\partial \sigma_{yz}}{\partial z} & \frac{\partial \sigma_{zx}}{\partial z} \end{bmatrix}_{x,y,z} \quad (\text{III.6})$$

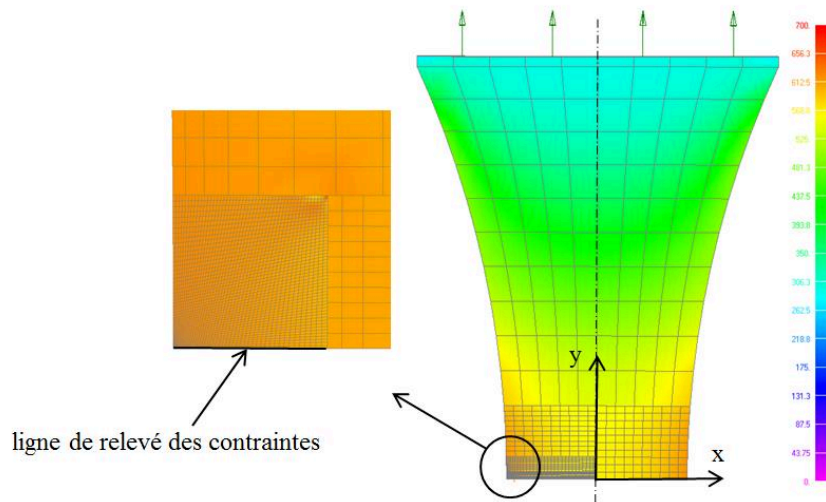
La prise en compte du gradient des contraintes en fatigue au voisinage des défauts passe donc par la détermination de cette matrice pour chaque type de défaut étudié et au fond de celui-ci.

---

Préalablement ce calcul va être mené sur une éprouvette sans défaut, ce qui constituera le référentiel pour la suite lorsqu'il s'agira de mesurer l'influence en fatigue des défauts.

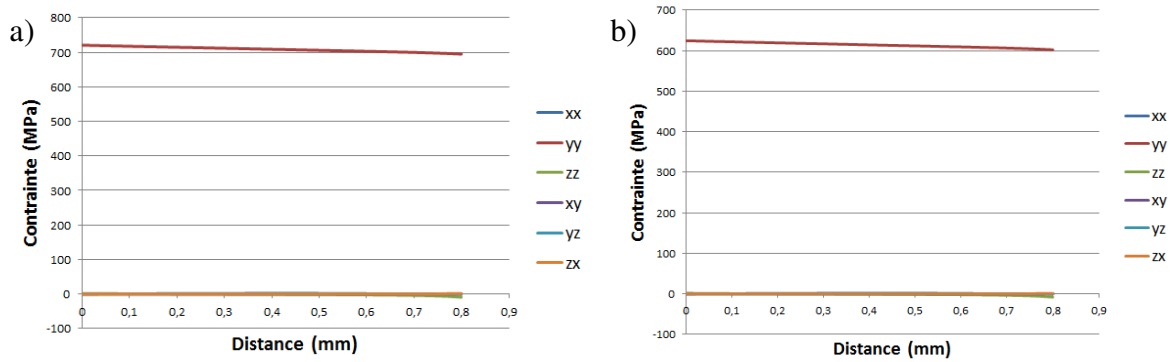
### III.3 Etude des champs et des gradients de contraintes pour une éprouvette sans défaut

Le calcul des contraintes est réalisé par Eléments Finis sur le modèle numérique d'une éprouvette sans défaut dont le chargement appliqué correspond à la force de traction maximale du cycle correspondant à la limite de fatigue à  $2.10^6$  cycles. Les gradients de contraintes sont établis dans la zone de légère concentration de contrainte, c'est-à-dire sur le bord de découpe latérale de l'éprouvette, au niveau de sa section minimale. Le calcul est mené pour les deux références AR203 et AY1268 de l'acier CP800. La référence AR203 a une limite de fatigue à  $2.10^6$  cycles, pour des éprouvettes sans défaut et au bord de découpe poli, de 675 MPa, la référence AY1268 de 585 MPa. Ces deux limites de fatigue sont exprimées en termes de contrainte nominale ; la contrainte réelle maximale est affectée du coefficient de concentration de contrainte propre à la géométrie de l'éprouvette, elle est obtenue au niveau du bord de découpe dans le plan de symétrie de la section droite (figure III.16)



**Figure III.16 : Modèle numérique de l'éprouvette sans défaut des références AR203 et AY1268**

Les évolutions des contraintes sont relevées selon la direction x. La composante de contrainte  $\sigma_{yy}$  est la plus grande (contrainte normale longitudinale), et les autres composantes des contraintes sont négligeables (figure III.17). Les éprouvettes sont logiquement soumises à une traction uniaxiale, maximale dans leur section minimale.



**Figure III.17 : Evolution des contraintes à partir du bord de découpe dans la direction x, a) pour la référence AR203, b) pour la référence AY1268**

Le calcul a été réalisé en comportement purement élastique puisqu'il n'y a pas de dépassement de la limite d'élasticité sur le bord de découpe de l'éprouvette en l'absence de défaut. La contrainte maximale relevée et le coefficient de concentration de contrainte  $K_t$  sont présentés dans le tableau III.4.

**Tableau III.4 : Contrainte  $\sigma_{yy}$  maximale et coefficient de concentration de contrainte  $K_t$  pour les éprouvettes sans défaut des références AR203 et AY1268**

Référence	Contrainte appliquée $\sigma_{nom}$ (MPa)	$\sigma_{yy}$ max. (MPa)	$K_t$
AR203	675	720	1,067
AY1268	585	624	1,067

Les matrices des gradients de contraintes, telles que définies par l'expression (III.6) et établies là où les contraintes rencontrées sont maximales, c'est-à-dire sur le bord de découpe sont données par les expressions (III.7) et (III.8) pour les références AR203 et AY1268 respectivement. Chaque composante de ces matrices est exprimée en MPa/mm.

$$[G]_{\sigma} = \begin{bmatrix} 1 & -10 & -5 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}_{x,y,z} \quad (\text{III.7})$$

et

$$[G]_{\sigma} = \begin{bmatrix} 0 & -8 & -4 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}_{x,y,z} \quad (\text{III.8})$$

Les gradients de contraintes pour les deux références d'acier sont logiquement dans le rapport des contraintes nominales du chargement (comme le sont les contraintes maximales obtenues sur le bord de découpe).

---

### III.4 Etude des champs et des gradients de contraintes pour les éprouvettes avec défaut

Les calculs par Eléments Finis des contraintes sont réalisés pour chaque type de défaut décrit au chapitre II, et dans les conditions d'essais (c'est-à-dire pour les niveaux de chargement) pour lesquelles nous avons pu mesurer leur impact en fatigue au niveau expérimental.

#### III.4.1 Cas d'un défaut présent sur le bord de découpe latéral de l'éprouvette

Le calcul par Eléments Finis des éprouvettes avec défaut est réalisé afin de déterminer les états de contrainte réels existant en fond de défaut au cours d'un cycle et les gradients de contraintes maximums observés lorsque le chargement appliqué atteint sa valeur maxi (ce qui correspond à la contrainte nominale  $\sigma_{0,1}$  du cycle de chargement). Pratiquement, les calculs sont menés à la limite de fatigue à  $2.10^6$  cycles.

##### III.4.1.1 Défaut rond

On analyse ici les éprouvettes de la référence AY203 qui contiennent un défaut rond sur un bord de découpe au droit de leur section minimale. Les profondeurs de ces défauts sont de 31  $\mu\text{m}$ , 67  $\mu\text{m}$ , 127  $\mu\text{m}$  et 297  $\mu\text{m}$ . Ayant été usinés par électroérosion à l'aide d'un fil de diamètre 200  $\mu\text{m}$ , leur largeur pour les profondeurs de 127  $\mu\text{m}$  et 297  $\mu\text{m}$  est de 200  $\mu\text{m}$  et ils ont donc une extrémité cylindrique de rayon égal à 100  $\mu\text{m}$ .

Le maillage à taille progressive est utilisé avec un facteur de progressivité égal à 10. La taille de maille en fond de défaut est la plus petite qu'il a été possible d'établir, elle est égale à 3  $\mu\text{m}$ . Pour une comparaison objective des résultats des différentes dimensions des défauts, les mêmes tailles de maille sont utilisées (en fond de défaut) pour tous les défauts.

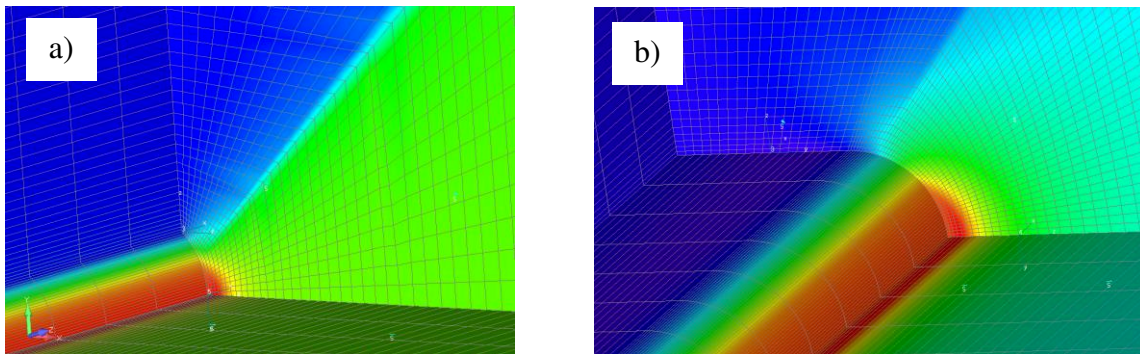
Les premières simulations sont faites avec un comportement purement élastique afin d'établir ainsi le coefficient de concentration de contrainte  $K_t$  propre aux détails géométriques du défaut. Les résultats de cette analyse par Eléments Finis sont présentés dans le tableau III.5.

**Tableau III.5 : Résultats des calculs EF en comportement élastique pour les éprouvettes avec défauts ronds de la référence AR203 pour les différentes profondeurs de défaut**

Eprouvette	$\sigma_{yy,nom}$ (MPa)	$\sigma_{yy,max}$ (MPa)	$K_t$
Sans défaut	675	720,1	1,07
Défaut 31 $\mu\text{m}$	566	1266,6	2,24
Défaut 67 $\mu\text{m}$	403	1141,1	2,83
Défaut 127 $\mu\text{m}$	312	1103,5	3,54
Défaut 297 $\mu\text{m}$	272	1327,7	4,88

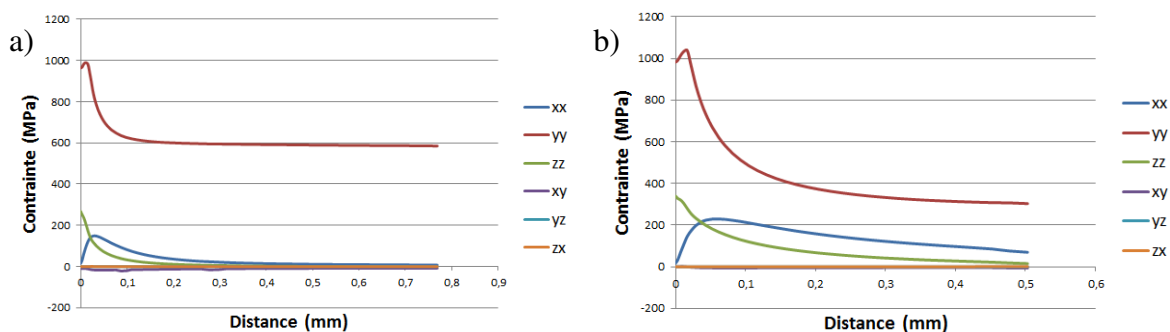
Plus le défaut est profond et plus la concentration de contrainte est élevée, ce qui conduit à une réduction très forte de la contrainte nominale à la limite de fatigue à  $2.10^6$  cycles. La contrainte maximale obtenue en fond de défaut avec un comportement purement élastique dépasse systématiquement la limite d'élasticité du matériau ( $R_e = 830$  MPa).

Un second calcul est alors mené, en comportement élastoplastique cette fois-ci. La figure III.18 donne la répartition des contraintes obtenues au voisinage du défaut pour un défaut de profondeur 31  $\mu\text{m}$  puis 297  $\mu\text{m}$ .



**Figure III.18 Répartition des contraintes lors d'un calcul élastoplastique pour un défaut rond de profondeur a) 31  $\mu\text{m}$ , b) 297  $\mu\text{m}$**

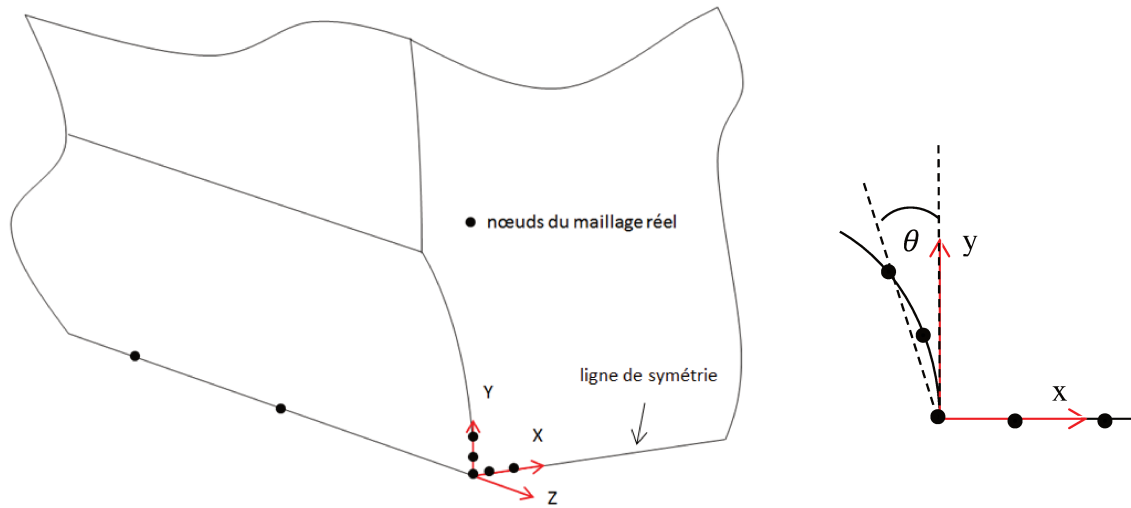
La figure III.19 donne la répartition des contraintes à partir du fond de défaut, pour les deux cas de profondeur, dans la direction x.



**Figure III.19 : Répartition des contraintes de la référence AR203 dans la direction x en comportement élastoplastique pour une profondeur de défaut égale à a) 31  $\mu\text{m}$ , b) 297  $\mu\text{m}$**

Les évolutions des contraintes en fond de défaut sont relativement analogues pour les deux profondeurs de défaut, pourtant très différentes (rapport sensiblement égal à 10 entre les deux profondeurs). Il faut cependant se souvenir que la contrainte nominale à la limite de fatigue chute de plus de moitié lorsqu'on passe d'une profondeur de 31  $\mu\text{m}$  à celle de 297  $\mu\text{m}$  (en passant de 566 MPa à 272 MPa). Il y a un effet de triaxialité très marqué en fond de défaut (outre  $\sigma_{yy}$  qui traduit la mise en traction des éprouvettes dans la direction y au cours de l'essai de fatigue,  $\sigma_{xx}$  et  $\sigma_{zz}$  ne sont pas négligeables).

La détermination de la matrice des gradients de contraintes en fond de défaut est réalisée de façon similaire à ce qui a été établi pour les éprouvettes sans défaut. Il n'y a pas de problème particulier pour l'interpolation parabolique dans les directions x et z puisque les nœuds du maillage sont sur des segments de droite. Cependant pour le gradient dans la direction y, une approximation est faite puisqu'on utilise les nœuds se trouvant sur la surface du défaut, ils ne sont donc pas tout à fait sur la verticale, c'est à dire suivant y, du fond de défaut (figure III.20).



**Figure III.20 : Points du maillage utilisés pour le calcul des gradients de contraintes au fond du défaut rond sur la face principale de l'éprouvette**

Etant donné la dimension des mailles en fond de défaut et celle du rayon de courbure du défaut ( $R = 100 \mu\text{m}$ ), l'écart angulaire  $\theta$  par rapport à l'axe  $y$  est très faible (moins de  $2^\circ$ ). Il n'y a donc pas d'influence de cette approximation sur les valeurs calculées des gradients. Une étude préliminaire a montré que la dimension des mailles dans la direction  $z$  n'a pas d'influence sur les champs de contraintes rencontrés en fond de défaut. Pour réduire le nombre de mailles du modèle et ainsi les temps de calcul, leur taille dans la direction  $z$  est prise plus grande que celles dans les directions  $x$  et  $y$ .

Le tableau III.6 récapitule les valeurs des gradients de contraintes obtenues par interpolation parabolique pour les quatre profondeurs de défaut testées expérimentalement. Toutes les composantes des matrices des gradients sont exprimées en MPa/mm.

**Tableau III.6 : Gradients de contraintes obtenus pour les quatre profondeurs de défaut rond analysées expérimentalement**

Profondeur du défaut ( $\mu\text{m}$ ) $R = 100 \mu\text{m}$	Matrice des gradients de contrainte
31	$[G]_\sigma = \begin{bmatrix} 3023 & 468 & -5216 & -36 & 11 & 6 \\ 115 & 358 & 815 & -1274 & -3 & -9 \\ 2 & 3 & -3 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}_{(x,y,z)}$
67	$[G]_\sigma = \begin{bmatrix} 3018 & 616 & -6818 & 60 & 1 & -14 \\ -24 & 0 & 29 & -480 & -1 & -1 \\ 2 & 0 & -4 & 0 & 0 & -2 \end{bmatrix}_{(x,y,z)}$
127	$[G]_\sigma = \begin{bmatrix} 2807 & -763 & -6293 & 145 & -2 & -15 \\ -40 & -50 & -74 & 226 & -3 & -2 \\ 1 & -2 & -4 & 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}_{(x,y,z)}$
297	$[G]_\sigma = \begin{bmatrix} 3514 & 1464 & -4358 & -7 & -3 & -2 \\ 16 & -109 & -448 & 23 & -4 & 4 \\ 2 & 1 & -4 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}_{(x,y,z)}$

### III.4.1.2 Etude de l'influence du rayon du défaut rond

L'observation des éprouvettes avec défaut testées expérimentalement a montré que plusieurs rayons différents de fil d'électroérosion avaient été utilisés ; il nous a donc paru intéressant de mesurer l'influence de ce rayon quant aux champs de contraintes et à leurs gradients générés en fond de défaut. Trois diamètres de fil sont analysés (100  $\mu\text{m}$ , 200  $\mu\text{m}$  et 400  $\mu\text{m}$ ), pour des profondeurs de défaut variables : 10, 20, 30, 40, 46, 73 et 120  $\mu\text{m}$ . La même contrainte nominale est appliquée à l'éprouvette dans tous les cas de figure (585 MPa). Le calcul par Eléments Finis utilise le comportement élastoplastique de l'acier CP800 (avec une limite élastique égale à 830 MPa). Les tailles des mailles en fond de défaut (3  $\mu\text{m}$ ) sont identiques pour tous les cas de simulation numérique.

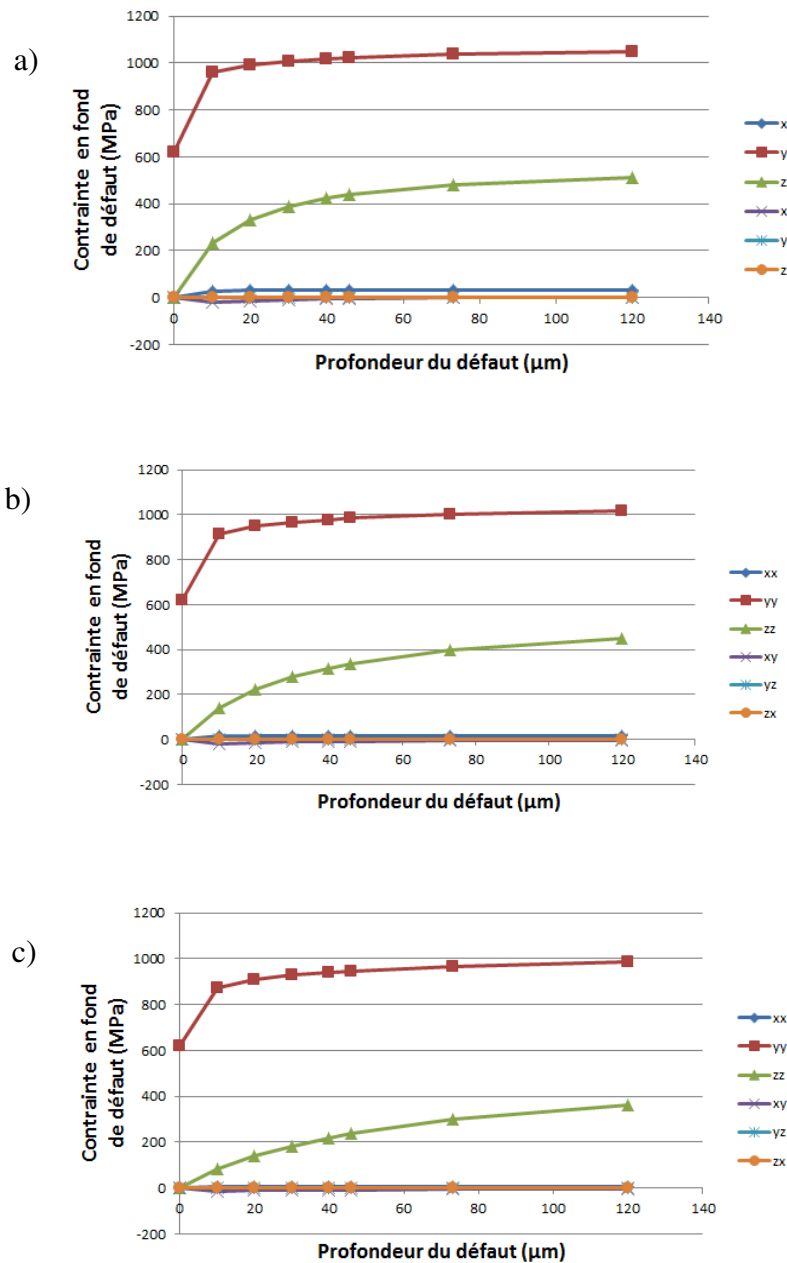


Figure III.21 : Evolution des contraintes en fond du défaut en fonction de sa profondeur pour les trois diamètres de fil a) 100  $\mu\text{m}$ , b) 200  $\mu\text{m}$  et c) 400  $\mu\text{m}$

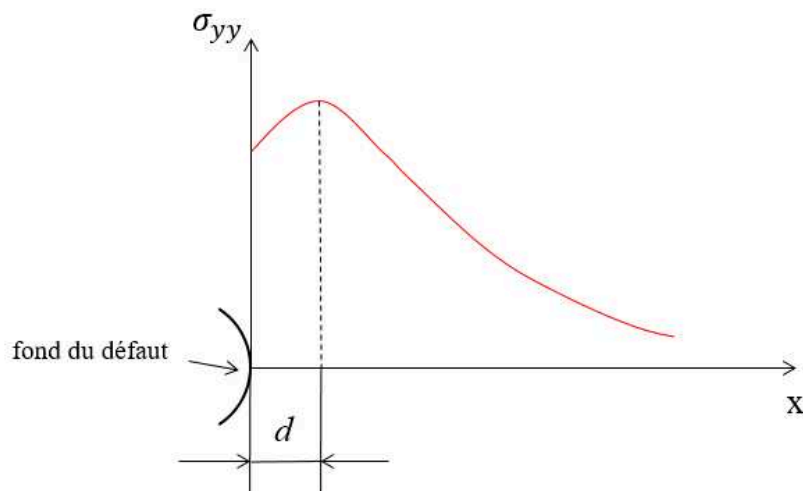


---

Les états de contraintes sont relevés en fond de défaut pour tout diamètre de fil d'électroérosion et toute profondeur du défaut. La figure III.21 décrit les contraintes relevées pour toutes les profondeurs de défaut analysés et pour les trois valeurs du rayon de fond de défaut (rayon du fil d'électroérosion). Le premier point des courbes tracées, pour une profondeur de défaut nulle, représente le cas de l'éprouvette sans défaut.

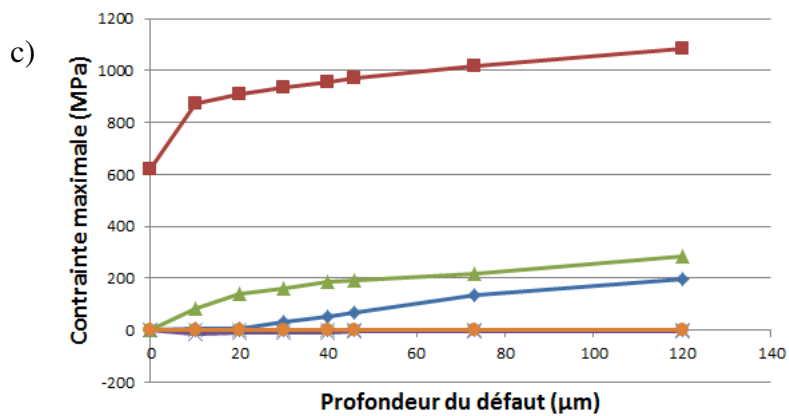
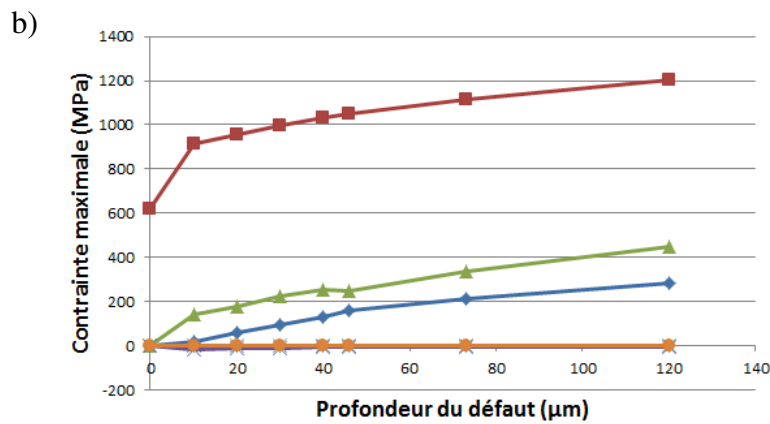
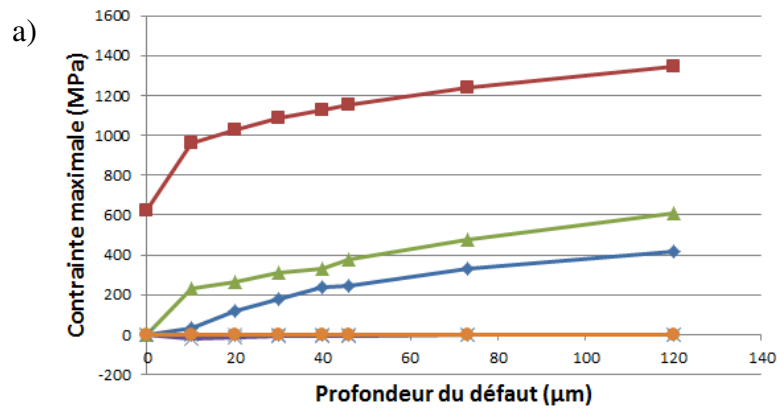
Les tendances des courbes d'évolution sont relativement similaires. Les contraintes augmentent avec la profondeur du défaut et diminuent lorsque le rayon du fil ayant usiné ces défauts augmente.

La contrainte maximale  $\sigma_{yy}$  existant en fond de défaut n'est pas obtenue sur la surface mais légèrement en retrait de cette dernière, lorsque les calculs utilisent le modèle de comportement élastoplastique. La figure III.22 matérialise la distance  $d$  au fond du défaut où se situe l'état de contrainte maximal. Il faut noter que ce maximum est enregistré pour la seule composante  $\sigma_{yy}$ . Les autres composantes ne connaissent pas forcément de maximum relatif à cette distance de la surface du défaut.



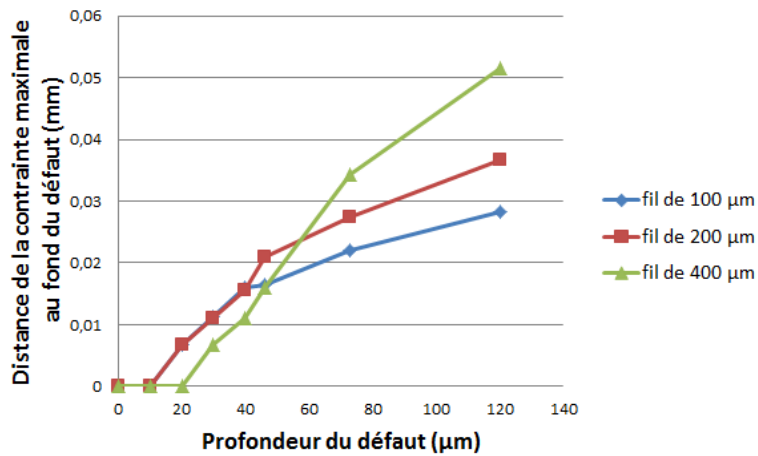
**Figure III.22 : Définition de la distance  $d$  au fond de défaut où la contrainte  $\sigma_{yy}$  est maximale**

La figure III.23 décrit les évolutions des états de contraintes là où la composante  $\sigma_{yy}$  est maximale (donc plus importante que celle présente en surface du défaut), en fonction de la profondeur du défaut et pour les trois rayons distincts du fond de défaut.



**Figure III.23 : Etats de contraintes présents là où  $\sigma_{yy}$  est maximale au voisinage du défaut, en fonction de sa profondeur pour différents diamètres du fil a) 100  $\mu\text{m}$ , b) 200  $\mu\text{m}$  et c) 400  $\mu\text{m}$**

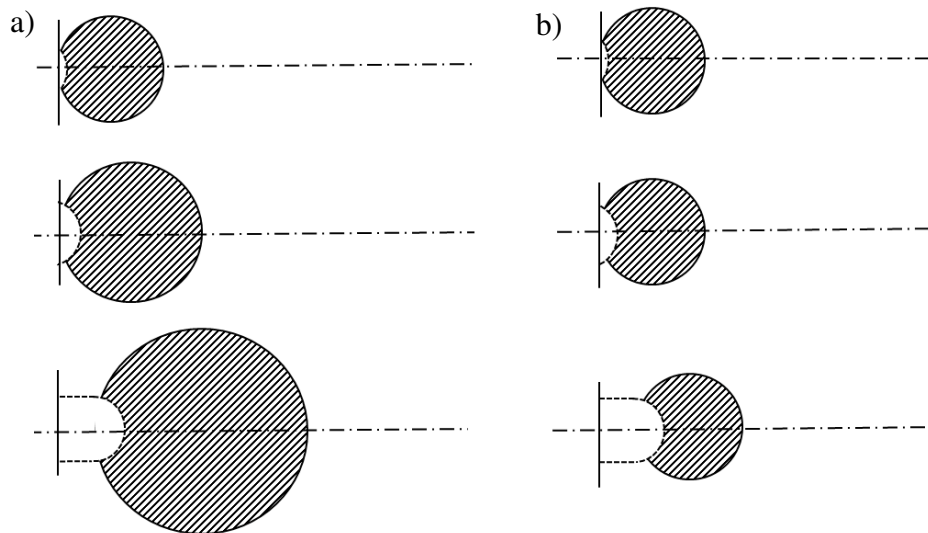
Sur la figure III.24 est reportée la distance  $d$  au fond de défaut où la contrainte  $\sigma_{yy}$  est maximale pour les trois diamètres de fil et pour l'ensemble des profondeurs de défaut analysées. Cette distance s'accroît avec la profondeur du défaut et avec le diamètre du fil d'électroérosion (donc avec la largeur du défaut).



**Figure III.24 : Distance du lieu de la contrainte maximale au fond du défaut, en fonction de la profondeur du défaut et du diamètre du fil d'électroérosion**

Pour cette étude nous avons appliqué à l'éprouvette la même contrainte nominale de 585 MPa. Le défaut le plus profond génère la zone plastifiée la plus grande, ce qui conduit aussi à la contrainte maximale la plus éloignée du fond du défaut (figure II.25.a). Si l'on veut raisonner au seuil de l'endurance illimitée, c'est-à-dire à la limite de fatigue à  $2 \cdot 10^6$  cycles, le niveau de contrainte nominale à appliquer à l'éprouvette est réduit quand la profondeur du défaut augmente, puisque la limite de fatigue décroît fortement avec la profondeur du défaut.

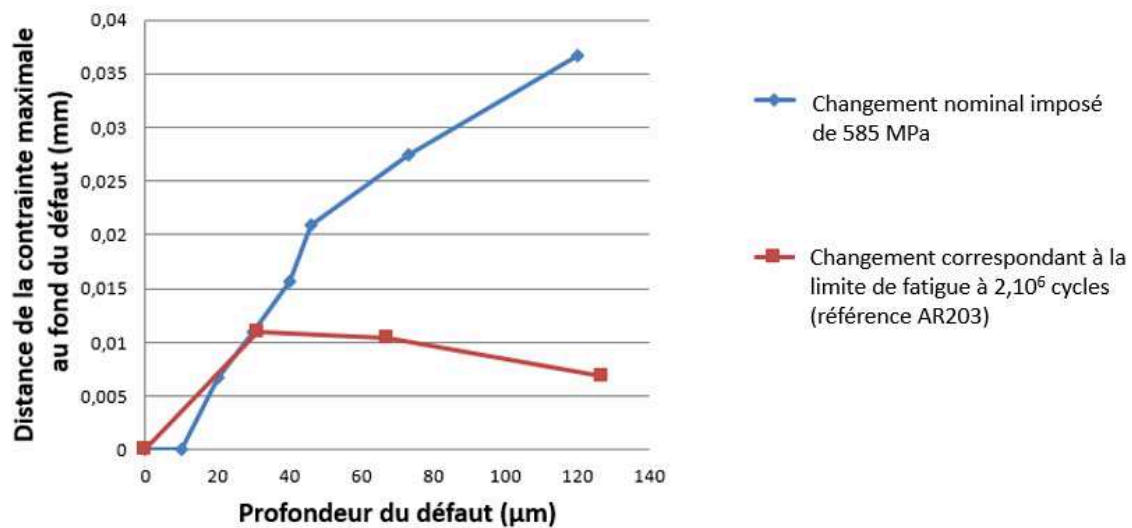
Si on observe la zone plastifiée obtenue en fond de défaut pour le chargement nominal correspondant à la limite de fatigue à  $2 \cdot 10^6$  cycles, la taille de la zone plastifiée demeure sensiblement la même et ne dépend donc plus de la profondeur du défaut.



**Figure III.25 : Taille de la zone de plastifiée en fond de défaut en fonction de la profondeur du défaut a) à contrainte nominale identique (585 MPa), et b) à contrainte nominale appliquée égale à la limite de fatigue propre à la profondeur du défaut**

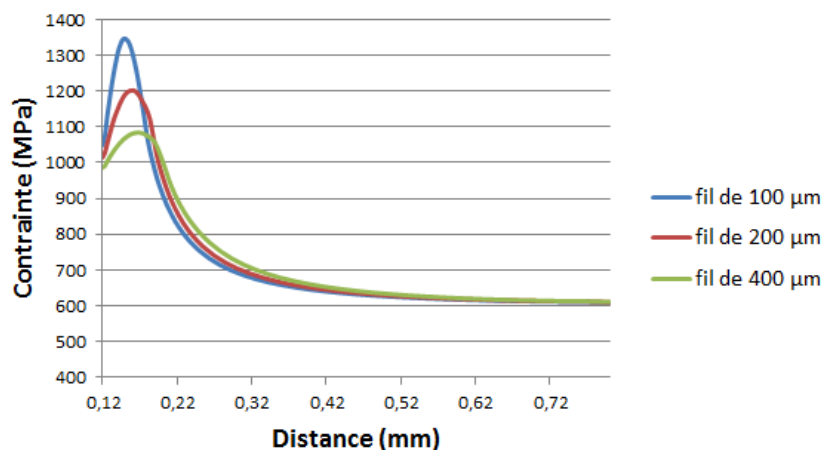
Cette conclusion est attestée par la comparaison de la représentation de la distance  $d$  au fond de défaut de la contrainte  $\sigma_{yy}$  maximale en fonction de la profondeur du défaut, lorsque le chargement nominal demeure constant (et égal à 585 MPa) et lorsque le chargement correspond à la limite de fatigue à  $2 \cdot 10^6$  cycles de la référence AR203 pour la profondeur du

défaut rencontré. Dans le premier cas, la distance du lieu de la contrainte  $\sigma_{yy}$  maximale augmente continûment, dans le second cas elle reste sensiblement constante (figure III.26).



**Figure III.26 : Comparaison de la distance au fond du défaut du lieu de contrainte  $\sigma_{yy}$  maximale (centre de la zone plastifiée) en fonction de la profondeur du défaut**

Le diamètre de fil le plus petit donne la concentration de contrainte la plus importante en fond de défaut et dans la matière au centre de la zone plastifiée. Un diamètre de fil plus grand donne une distance plus importante (au fond de défaut) du lieu où la contrainte  $\sigma_{yy}$  est maximale mais cette contrainte maximale diminue quand le diamètre de fil augmente (figure III.27).



**Figure III.27 : Evolution de la contrainte  $\sigma_{yy}$  dans la direction x pour différents diamètres du fil, à profondeur du défaut (120  $\mu\text{m}$ ) et contrainte nominale (585 MPa) données**

Le niveau de contrainte en fond de défaut est le paramètre le plus sévère pour le comportement en fatigue, même si le gradient de contrainte est pour sa part bénéfique au comportement en fatigue.

On étudie par la suite une autre forme de défaut, observée sur un lot d'éprouvettes de la référence AY1268. Il s'agit du défaut oblong, usiné par un fil de diamètre 100  $\mu\text{m}$ , différent de celui du défaut rond élaboré avec un fil de diamètre 200  $\mu\text{m}$ .

### III.4.1.3 Défaut oblong

Cette étude est conduite sur les défauts oblongs de la référence AY1268 pour deux profondeurs du défaut (10  $\mu\text{m}$  et 40  $\mu\text{m}$ ). Les défauts oblongs sont usinés sur le bord de découpe de l'éprouvette par électroérosion avec un fil de diamètre égal à 100  $\mu\text{m}$ . La géométrie du défaut est présentée par la figure III.28.

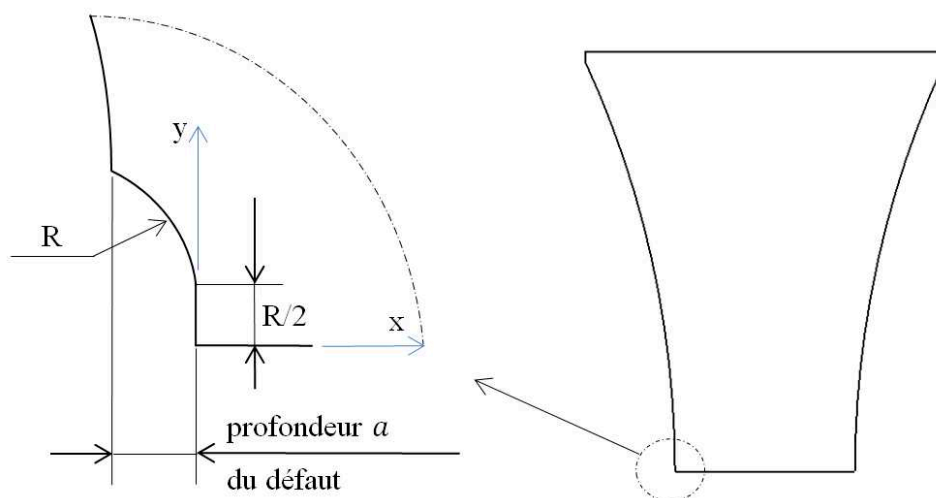


Figure III.28 : Description de la géométrie du défaut oblong

L'analyse de la répartition des contraintes au voisinage du défaut oblong est très similaire dans son principe à celle adoptée pour analyser les contraintes générées par les défauts ronds. Le maillage adopte lui aussi les mêmes choix que ceux retenus pour les défauts ronds, en particulier pour ce qui est de la taille des mailles au niveau du défaut et de leur progressivité avec l'éloignement au fond du défaut. Tous les défauts ayant une taille du même ordre de grandeur, les problèmes rencontrés pour les temps de calcul et la précision des résultats sont identiques. La figure III.29 présente le maillage local réalisé pour les deux profondeurs étudiées de défaut oblong (10  $\mu\text{m}$  et 40  $\mu\text{m}$ ).

Les modèles présentant un défaut oblong sont analysés par EF d'abord en comportement purement élastique. Ils sont effectués avec la même taille de maillage que pour le cas du défaut rond. Un exemple de résultat de calcul par EF utilisant ce modèle est présenté dans la figure III.29.

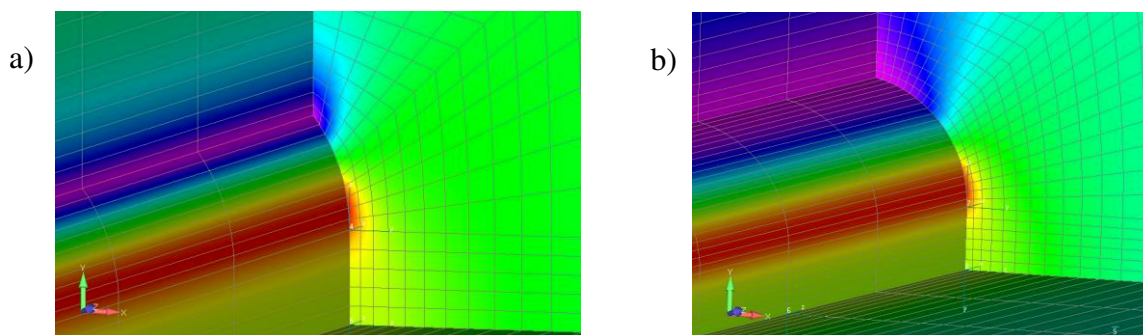
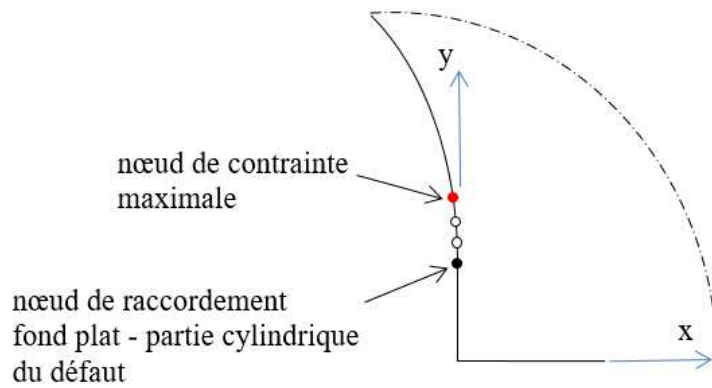


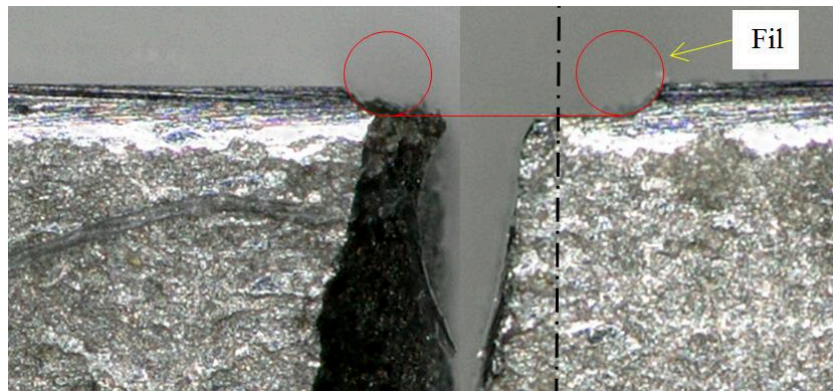
Figure III.29 : Modèle EF adopté pour un défaut oblong de profondeur a) 10  $\mu\text{m}$ , b) 40  $\mu\text{m}$

La contrainte maximale se situe un peu au-dessus de la zone de raccordement du fond plat du défaut oblong avec sa partie cylindrique, laquelle remonte et intercepte le bord de découpe (figure III.30).



**Figure III.30 : Localisation du site de contrainte  $\sigma_{yy}$  maximale observée pour le défaut oblong**

Cette zone, identifiée par voie numérique, correspond plutôt fidèlement à l'observation expérimentale si l'on admet logiquement que c'est la zone la plus sollicitée de l'éprouvette qui est à l'origine de la défaillance par fatigue. A titre d'exemple, la figure III.31 montre un cliché de l'éprouvette rompue D10 qui comportait un défaut oblong de profondeur  $36 \mu\text{m}$ . La section droite minimale de l'éprouvette dans le plan de symétrie (zx) est figurée par un trait mixte sur cette photo. La fissure de fatigue passe par cette zone de raccordement du fond plat du défaut avec sa partie cylindrique.



**Figure III.31 : Eprouvette D10 rompue (à partir du défaut oblong de profondeur  $36 \mu\text{m}$ )**

La valeur maximale de la contrainte et le facteur de concentration de contrainte obtenus pour les deux profondeurs de défaut étudiées sont présentés dans le tableau III.7. Pour mémoire sont rappelés les mêmes éléments obtenus sur l'éprouvette sans défaut.

**Tableau III.7 : Résultats issus des calculs par Eléments Finis en comportement purement élastique pour les éprouvettes de la référence AY1268 avec un défaut oblong de profondeur  $10 \mu\text{m}$  ou  $40 \mu\text{m}$**

Modèle	$\sigma_{yy,nom}$ (MPa)	$\sigma_{yy,max}$ (MPa)	$K_t$
Sans défaut	585	620	1,07
Défaut $10 \mu\text{m}$	554	929	1,68
Défaut $40 \mu\text{m}$	501	1220	2,44

L'état de contrainte maximal rencontré au voisinage du défaut oblong pour les deux profondeurs dépasse la limite d'élasticité. Aussi l'analyse par Eléments Finis est renouvelée

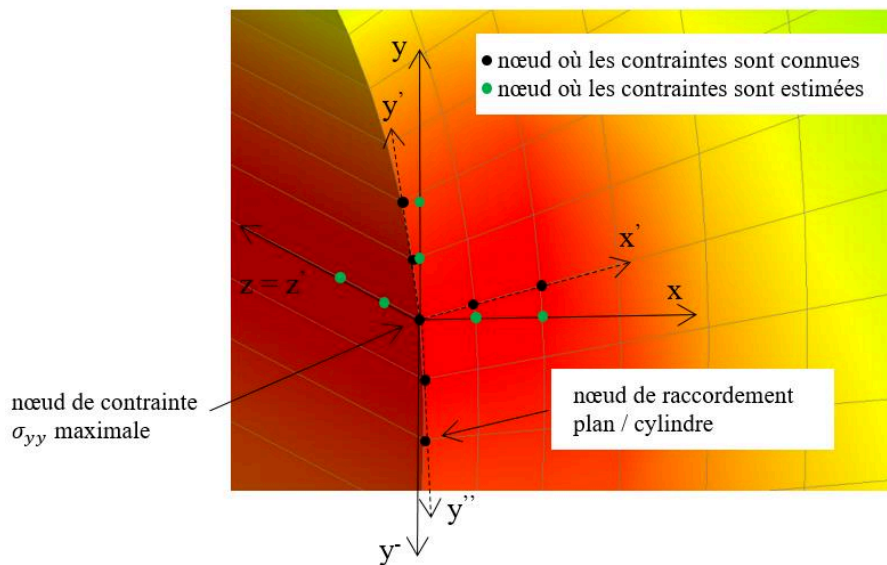


avec cette fois-ci la loi de comportement élastoplastique du matériau. Les résultats de la contrainte maximale  $\sigma_{yy,max}$  obtenue par le calcul EF en comportement élastoplastique sont présentés dans le tableau III.8.

**Tableau III.8 : Résultats issus des calculs par Éléments Finis en comportement élastoplastique pour les éprouvettes de la référence AY1268 avec un défaut oblong de profondeur 10  $\mu\text{m}$  ou 40  $\mu\text{m}$**

Modèle	$\sigma_{yy,nom}$ (MPa)	$\sigma_{yy,max}$ (MPa)
Défaut 10 $\mu\text{m}$	554	826
Défaut 40 $\mu\text{m}$	501	925

Les gradients des contraintes sont ensuite évalués, au point de contrainte maximale. Leur calcul nécessite des approximations géométriques puisque les nœuds servant de base au calcul ne sont pas exactement alignés dans les directions x et y du repère global dans lequel sont exprimées les contraintes (figure III.32).



**Figure III.32 : Nœuds d'interpolation utilisés pour le calcul des gradients de contrainte (exemple du défaut oblong de profondeur 40  $\mu\text{m}$ )**

Une interpolation géométrique est opérée pour obtenir les états de contraintes en des points situés sur les axes x et y, d'origine le nœud de contrainte  $\sigma_{yy}$  maximale. Les gradients des différentes composantes des contraintes sont calculés classiquement à partir des contraintes en ces points situés sur les trois axes du repère global. Cette démarche revient sensiblement au même que celle qui consiste à calculer les gradients dans les directions  $x'$  et  $y'$  à partir des contraintes calculées dans ces directions puis à établir les gradients dans les directions x et y à partir de ceux dans les directions  $x'$  et  $y'$ .

Les matrices des gradients de contraintes au point de contrainte maximale pour les défauts oblongs de profondeurs égales à 10  $\mu\text{m}$  et à 40  $\mu\text{m}$  respectivement sont données par :

Pour la profondeur de 10  $\mu\text{m}$  :



$$[G]_{\sigma} = \begin{bmatrix} 1966 & -33329 & -21154 & 4631 & -2 & 20 \\ 3513 & -5617 & -5122 & -14253 & 63 & 32 \\ 2 & -2 & -5 & 0 & 0 & 6 \end{bmatrix}_{(x,y,z)} \quad (\text{III.9})$$

Pour la profondeur de 40  $\mu\text{m}$  :

$$[G]_{\sigma} = \begin{bmatrix} 6948 & 1915 & -12880 & 435 & -7 & 56 \\ 2221 & 441 & -3489 & -2258 & 23 & -34 \\ 9 & 5 & -11 & 0 & 0 & 5 \end{bmatrix}_{(x,y,z)} \quad (\text{III.10})$$

Toutes les composantes des gradients sont exprimées en MPa/mm.

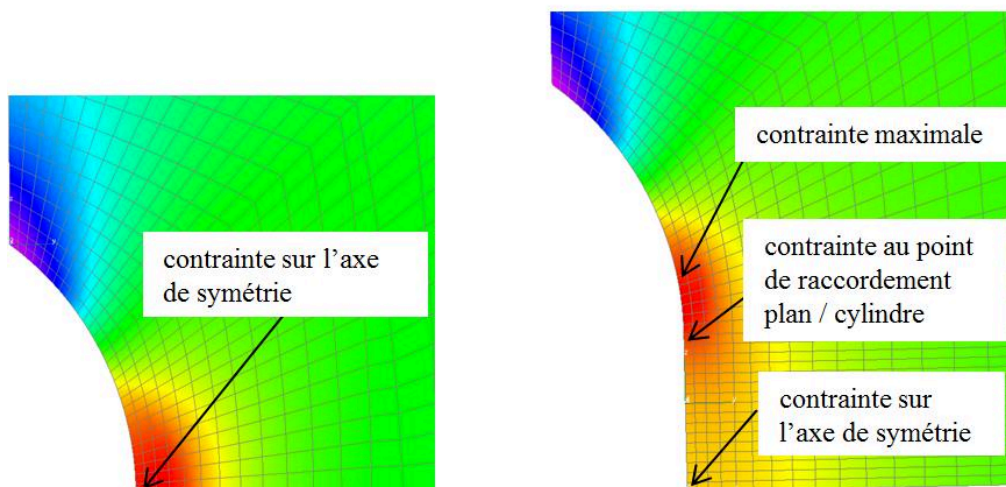
On constate que le défaut oblong génère des gradients bien plus importants que le défaut rond de même profondeur du fait d'un rayon de fil d'électroérosion deux fois plus petit (50  $\mu\text{m}$  au lieu de 100  $\mu\text{m}$ ).

#### III.4.1.4 Comparaison des deux défauts

Cette partie rassemble l'ensemble des résultats de l'étude numérique visant à comparer les défauts de formes ronde et oblongue pour analyser leur nocivité respective du point de vue de la fatigue. Dans la première étude effectuée pour un défaut rond (§ III.4.1.1), on a utilisé un résultat expérimental qui indiquait très nettement que plus la profondeur du défaut était grande, plus la limite de fatigue du matériau exprimée en contrainte nominale diminuait.

On compare ici dans un premier temps deux défauts, un rond puis un oblong, usinés par un fil d'électroérosion de même diamètre (200  $\mu\text{m}$ ), au moyen de la contrainte  $\sigma_{yy}$  maximale en fond de défaut. L'étude est conduite pour deux profondeurs de défaut (10  $\mu\text{m}$  et 40  $\mu\text{m}$ ) et pour un chargement nominal correspondant à la limite de fatigue de l'acier pour chaque type de défaut.

La figure III.33 donne un aperçu de la répartition des contraintes obtenues au voisinage des deux types de défaut de même profondeur (40  $\mu\text{m}$ ).



**Figure III.33 : Cartographie de la contrainte  $\sigma_{yy}$  pour les deux défauts de forme ronde et oblongue de profondeur 40  $\mu\text{m}$**

Le tableau III.9 récapitule les valeurs notables des contraintes obtenues pour les deux types de défauts de même profondeur et de même rayon de courbure (100  $\mu\text{m}$ ) pour leur partie cylindrique.

**Tableau III.9 Influence du type de défaut à profondeur et rayon de courbure identiques sur les contraintes maximales générées**

Forme du défaut	Profondeur du défaut (µm)	Chargement appliqué (MPa)	Contrainte sur l'axe de symétrie (MPa)	Contrainte au point tangent du rayon (MPa)	Contrainte maximale (MPa)
Ronde	10	554	899	-	899
	40	515	962	-	962
Oblongue	10	554	674	812	826
	40	515	751	881	925

Lorsqu'ils sont usinés avec un fil de même diamètre, les deux défauts ne présentent pas la même nocivité en fatigue pour une même profondeur. Le défaut rond génère en effet des contraintes plus importantes que celles générées par le défaut oblong et s'avère donc plus pénalisant en fatigue que le défaut oblong.

La deuxième partie de la comparaison est la simulation numérique correspondant aux géométries expérimentales réelles : le défaut rond a été réalisé par un fil de diamètre 200 µm tandis que le défaut oblong par un fil de diamètre 100 µm. Le tableau III.10 présente donc les valeurs des contraintes maximales obtenues lors de cette simulation.

**Tableau III.10 : Influence du diamètre du fil d'usinage des défauts sur les contraintes générées à profondeur et chargement nominal identiques**

Forme du défaut	Profondeur du défaut (µm)	Diamètre du fil (µm)	Chargement appliqué (MPa)	Contrainte maximale (MPa)
Ronde	10	200	554	899
	40	200	515	962
Oblongue	10	100	554	905
	40	100	515	979

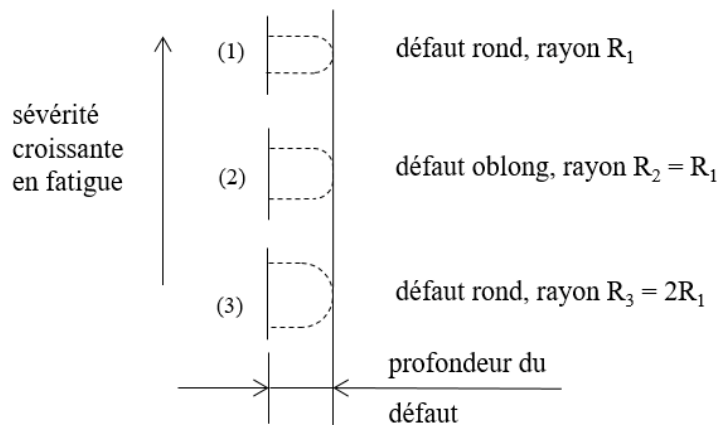
Le défaut oblong qui était sensiblement moins nocif en fatigue que le défaut rond à diamètre de fil identique devient cette fois-ci légèrement plus sévère en fatigue dès lors que le diamètre du fil d'électroérosion l'ayant usiné est deux fois plus petit que celui du défaut rond. L'écart est peu marqué pour des défauts de profondeur 10 µm mais l'est davantage pour une profondeur plus importante. La remarque est donc d'autant plus vraie que la profondeur du défaut est grande. Les résultats expérimentaux corroborent cette analyse par Eléments Finis ; le tableau III.11 rappelle les résultats expérimentaux obtenus pour une profondeur de défaut de 40 µm. A profondeur de défaut et à contrainte nominale identiques le défaut rond obtenu avec un diamètre de fil de 200 µm conduit à une durée de vie supérieure à  $2.10^6$  cycles (non rupture à  $2.10^6$  cycles) alors que la durée de vie pour un défaut oblong usiné avec un diamètre de fil de 100 µm limite la durée de vie à  $5.10^5$  cycles.

**Tableau III.11 : Influence sur la durée de vie expérimentale en fatigue du diamètre du fil, pour les défauts rond et oblong de même profondeur (40  $\mu\text{m}$ )**

Forme du défaut	Diamètre du fil ( $\mu\text{m}$ )	$\sigma_{nom}$ appliquée (MPa)	Nombre de cycles obtenu lors de l'essai
ronde	200	515	> 2 015 920
oblongue	100	515	500 000*

\*obtenu sur la courbe S-N du modèle de Stromeier [d'après les résultats d'ArcelorMittal]

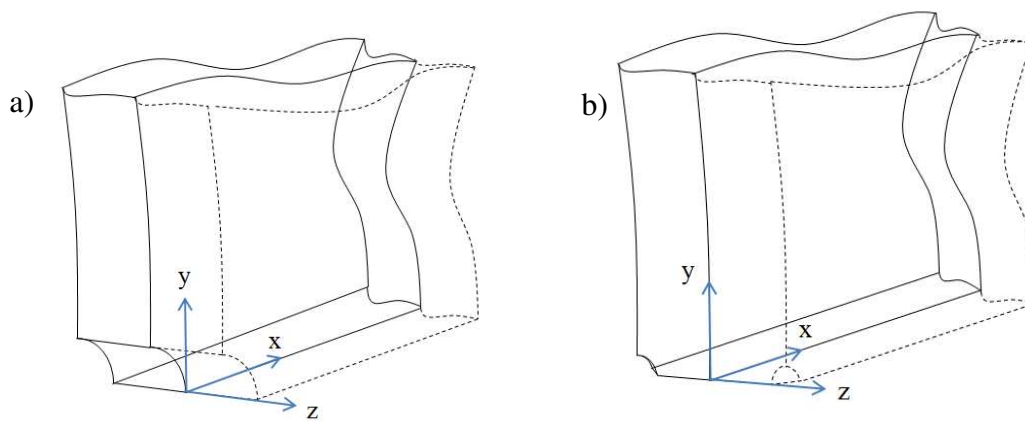
On peut donc résumer graphiquement par la figure III.34 la sévérité relative en fatigue des différentes formes de défaut à profondeur identique.



**Figure III.34 : Influence relative en fatigue de la forme et du rayon des défauts rond et oblong à profondeur du défaut identique**

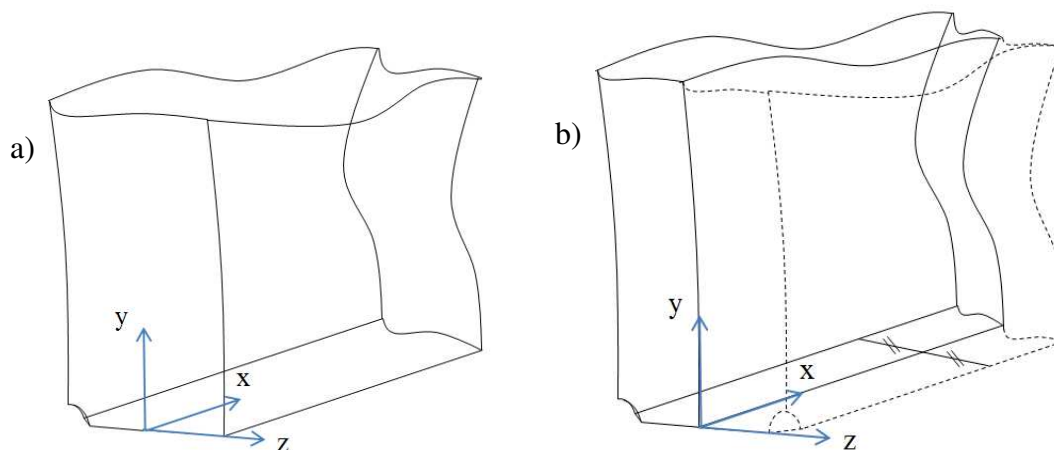
#### III.4.2 Défaut coin situé sur un angle de la section droite minimale de l'éprouvette

Ce paragraphe est dédié à la modélisation par Eléments Finis d'un défaut coin, en vue de déterminer la zone critique en fatigue de l'éprouvette, là où les contraintes sont maximales, et leurs gradients. Les caractéristiques du maillage au voisinage du défaut, en termes de taille minimale et de progressivité sont les mêmes que celles mises au point pour les défauts ronds et oblongs. La particularité géométrique du défaut coin est qu'il fait disparaître deux symétries par rapport aux plans principaux de l'éprouvette. Seule la symétrie par rapport au plan de "section droite" demeure. Les deux autres symétries, par rapport au plan médian et par rapport au plan parallèle à la face principale de l'éprouvette, n'existent plus. La figure III.35 illustre cette particularité. Pour un défaut rond ou oblong situé sur le bord de découpe latéral de l'éprouvette, l'utilisation de la symétrie par rapport au plan principal est parfaitement justifiée. Elle conduit à la présence du défaut sur toute l'épaisseur de l'éprouvette, reflétant ainsi fidèlement la géométrie réelle. La même symétrie pour le défaut coin suppose la présence de deux défauts sur l'éprouvette, un en chaque coin, ce qui ne correspond pas à la réalité.



**Figure III.35 : Effet de l'utilisation du plan de symétrie médian a) pour un défaut rond ou oblong sur le bord de découpe, b) pour un défaut coin**

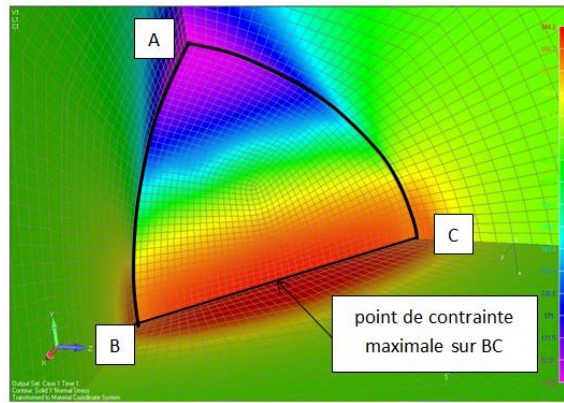
Le premier objectif étant d'optimiser les temps de calcul (surtout lorsqu'on utilise pour la simulation le comportement élastoplastique du matériau), on cherche à vérifier la possibilité en pratique d'utiliser le plan de symétrie médian. Pour cela on compare dans un premier temps les champs de contraintes obtenus avec une éprouvette présentant un seul défaut coin et une autre avec deux défauts coins symétriques (figure III.36).



**Figure III.36 : a) Modèle réel avec un seul défaut coin, b) Modèle numérique comprenant deux défauts coins du fait de l'utilisation du plan de symétrie principal**

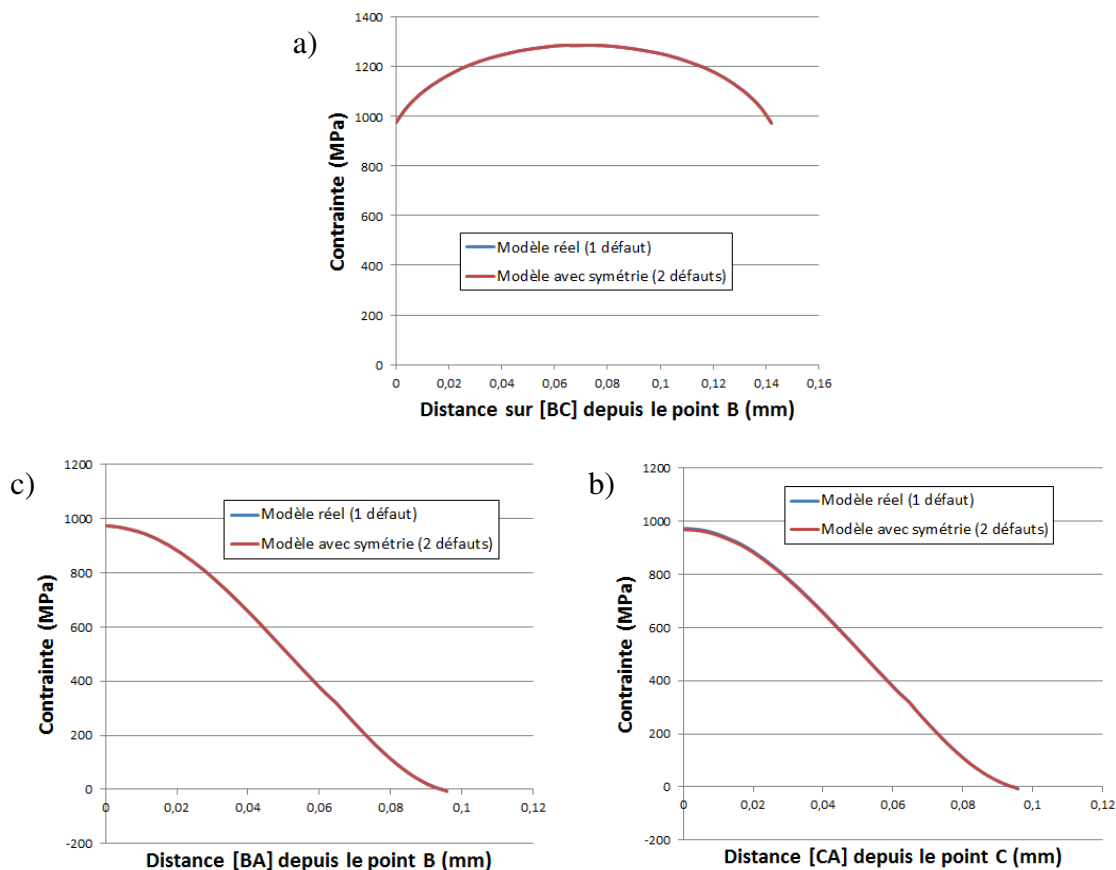
Cette analyse est menée en comportement purement élastique (les contraintes étant plus élevées qu'en comportement élastoplastique, les différences entre les deux modèles géométriques sont perçues avec plus d'acuité). Le défaut coin retenu a une profondeur de 100  $\mu\text{m}$ . Ce défaut a été usiné avec un fil d'électroérosion de 200  $\mu\text{m}$  de diamètre ; le chargement nominal de traction appliqué à l'éprouvette correspond à une contrainte nominale  $\sigma_{yy,nom}$  égale à 585 MPa, ce qui correspond à la limite de fatigue de la référence AY1268 à  $2.10^6$  cycles. C'est un cas de chargement et une géométrie d'éprouvette rencontrés au cours de la campagne expérimentale.

Les contraintes générées par ce chargement nominal au voisinage du défaut coin sont analysées et comparées sur les trois arêtes BC, BA et CA de l'éprouvette au niveau du défaut (figure III.37).



**Figure III.37 : Relevé des contraintes sur les trois arêtes au voisinage du défaut**

On effectue la comparaison entre la contrainte  $\sigma_{yy}$  du champ de contraintes du modèle réel avec un seul défaut coin et celle du modèle utilisant la symétrie par rapport au plan principal, qui duplique de fait le défaut coin en deux exemplaires. La figure III.38 présente les résultats obtenus sur les arêtes BC, BA et CA respectivement, en allant du premier point cité de la ligne au second.



**Figure III.38 : Relevé de la contrainte  $\sigma_{yy}$  sur les arêtes a) BC, b) BA, et c) CA (en fonction de l'abscisse curviligne depuis le premier point cité de l'arête au second point)**

Le premier point important à noter d'après les résultats de cette simulation est que les deux modèles (à un seul défaut et à deux défauts) donnent des niveaux de contraintes identiques. Ce point autorise l'utilisation par la suite des deux plans de symétrie (principal et "section droite") pour les éprouvettes avec un défaut coin pour réduire au maximum les temps de calcul. C'était l'objectif de cette première étude sur le défaut coin.

Le second point d'intérêt est que la contrainte maximale au voisinage du défaut est rencontrée au milieu de [BC] (figure III.37). Les gradients de contraintes seront donc déterminés en ce point à l'aide du champ de contraintes établi au voisinage du défaut.

Les états de contraintes existant sur les arêtes BA et CA sont très proches, avec des contraintes  $\sigma_{yy}$  maximales identiques en B et C, et une contrainte  $\sigma_{yy}$  nulle en A.

La contrainte est maximale au point le plus profond du défaut dans l'éprouvette, c'est-à-dire au milieu du segment [BC]. La répartition des contraintes est similaire sur les lignes BA et CA (valeurs maximales identiques en B et en C, nulle au point A). Cela traduit l'aspect d'une concentration de contrainte localisée au voisinage du défaut. Pour optimiser les temps de calcul et confirmer le caractère confiné de la concentration de contrainte au niveau du défaut, le même calcul a été mené mais en utilisant les trois symétries de l'éprouvette sans défaut. Cela revient à considérer finalement que l'éprouvette contient quatre défauts, aux quatre angles de sa section droite minimale. Les valeurs des contraintes sont similaires, ainsi que les distributions de ces contraintes sur les lignes BC, BA et CA, au cas d'un seul défaut coin.

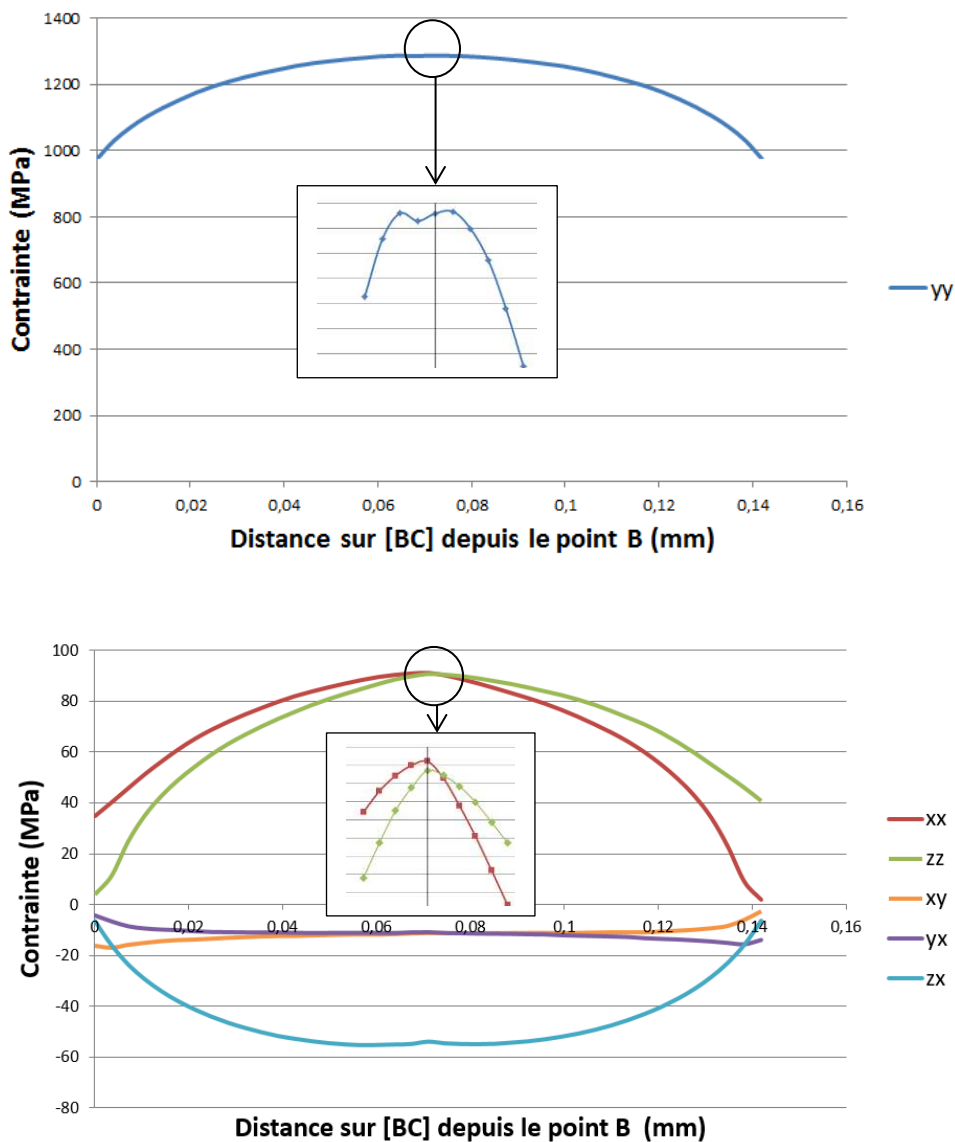


Figure III.39 : Répartition des contraintes (obtenues en comportement purement élastique) sur la ligne BC



L'aire de la section droite minimale de l'éprouvette est en fait très peu affectée par la présence ou non d'un défaut coin ou de quatre défauts coins. Ceci est vrai bien entendu pour les tailles de défaut coin qui ont été modélisées numériquement et qui reproduisent les tailles de défaut coin des éprouvettes testées expérimentalement.

Le point de contrainte maximale étant le milieu du segment [BC], c'est donc en ce point que sont évalués les gradients de contraintes à partir du champ des contraintes déterminé pour un comportement élastoplastique. Toutes les composantes du tenseur des contraintes ne sont pas maximales exactement au point milieu de [BC] mais au voisinage de ce dernier. Il faut noter d'ailleurs que le plan perpendiculaire à [BC] et passant par son milieu est un plan de symétrie du volume qu'occupe le défaut dans l'éprouvette mais pas un plan de symétrie de l'éprouvette. La figure III.39 présente les contraintes obtenues ici pour un modèle de comportement purement élastique, avec des échelles différentes par la composante  $\sigma_{yy}$  et les autres composantes.

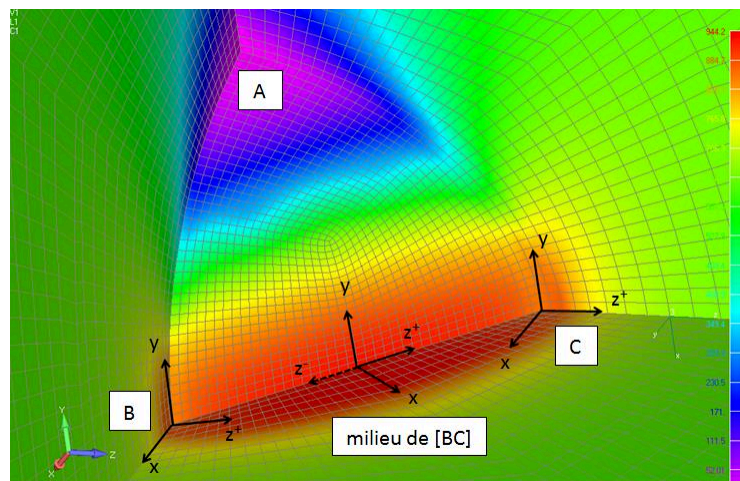
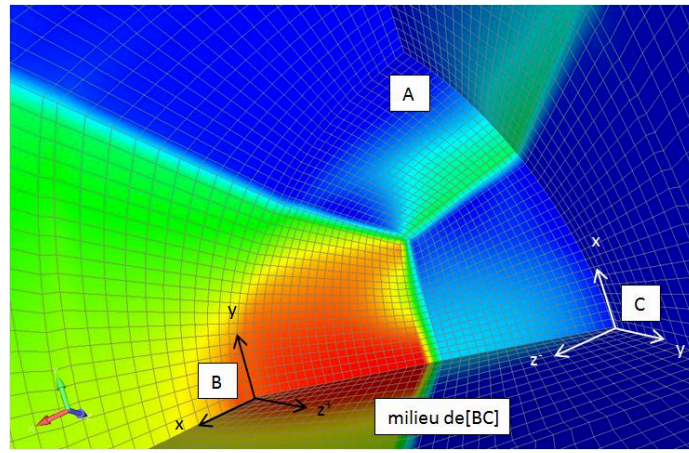


Figure III.40 : Points d'analyse du gradient des contraintes

Le modèle du défaut coin est étudié maintenant pour le chargement nominal appliqué de 585 MPa en comportement élastoplastique (figure III.40). Les gradients de contraintes sont établis aux points B et C ainsi qu'au milieu de [BC]. Le point d'analyse en contrainte le plus intéressant est le milieu de BC, car c'est le point le plus sollicité. Cependant les points B et C sont également analysés.

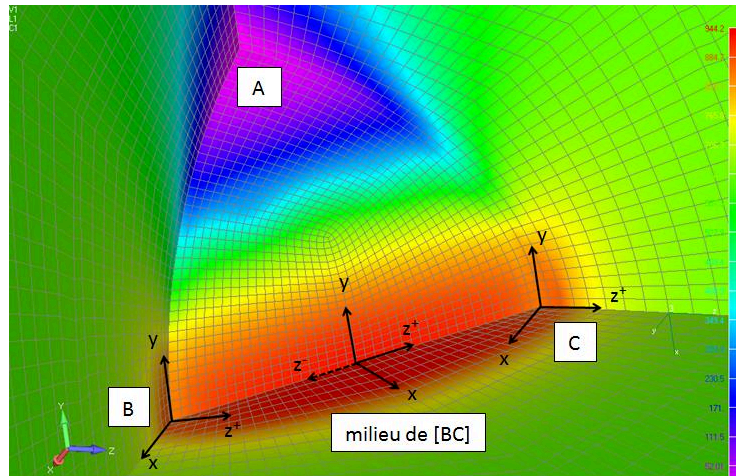
En fait le défaut coin est un défaut de forme complexe qui génère une permutation des axes des contraintes au voisinage du défaut lors d'un calcul élastoplastique (figure III.41). En effet le logiciel Femap Nastran propose automatiquement un maillage plus simple par des éléments quadratiques (QUAD) autour du défaut coin qui a une forme globalement triangulaire. Dans le cas contraire (en l'absence de maillage automatique) il faut avoir recours à des maillages par des éléments quadratiques et tétraédriques pour mailler la matière au voisinage du défaut. Le problème de permutation des axes du repère local dans lequel sont exprimées les contraintes est résolu en imposant une utilisation du repère global dans les différentes zones de maillage. La figure III.41 illustre cette permutation des axes des repères opérée par le logiciel sur les différentes zones en fond de défaut. Pour cette représentation, la contrainte  $\sigma_{yy}$  est choisie comme paramètre de contrainte sur l'ensemble des zones. La non continuité des valeurs de cette contrainte atteste de l'utilisation de repères différents d'une zone à une autre.





**Figure III.41 : Permutation observable des axes du repère, à l'issue d'un calcul élastoplastique, par non continuité de la contrainte  $\sigma_{yy}$  à la traversée de certaines zones de maillage**

Sur la figure III.41, la contrainte visualisée est obtenue par un lissage sur plusieurs nœuds. A la traversée de deux zones où les repères dans lesquels sont exprimées les contraintes sont différents, le lissage se traduit par une zone où la contrainte passe progressivement de celle de la première zone à celle qui porte le même nom mais qui ne correspond plus à la contrainte du même axe. Cette zone de transition qui devrait être une zone de continuité connaît une grande variation, révélatrice de la permutation des axes du repère. La figure III.42 donne la représentation de la contrainte en ayant imposé l'utilisation du repère global dans tout le volume de matière de l'éprouvette. Ce repère est donc commun à toutes les zones de maillage.



**Figure III.42 : Répartition de la contrainte  $\sigma_{yy}$  dans le repère global**

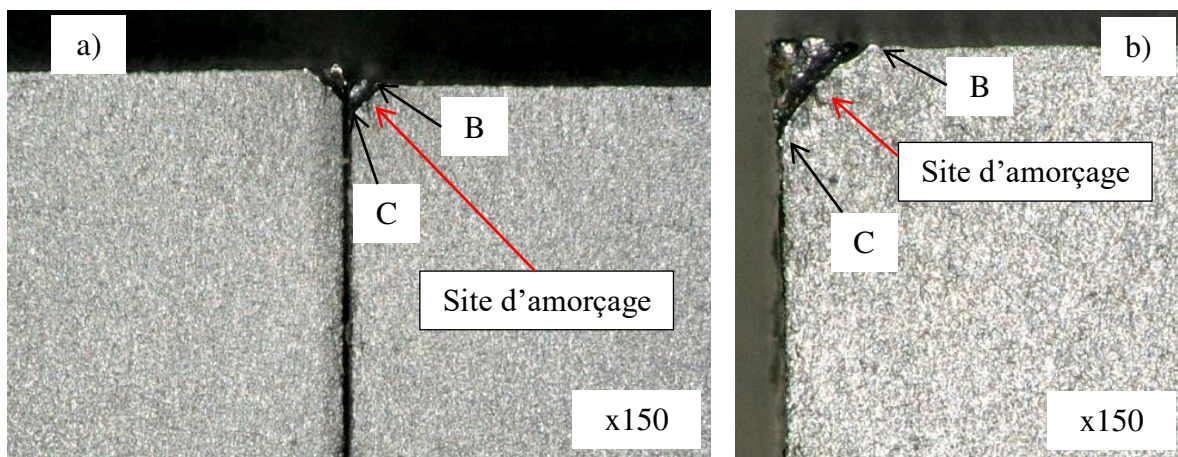
Les gradients de contraintes aux point B et C et au point milieu du segment [BC], dans les directions x, y et z du repère global, sont établis à partir de ce champ de contraintes. Les résultats obtenus sont présentés dans le tableau III.12.

**Tableau III.12 : Récapitulatif des gradients de contraintes aux points B et C, et au milieu de [BC]**

Point considéré	Matrice des gradients $[G]_{\sigma}$ en (MPa/mm)
B	$\begin{bmatrix} 6237 & -53 & -2194 & 578 & 922 & 788 \\ -313 & -124 & -8 & -1803 & -509 & 121 \\ 2868 & 723 & -293 & -325 & 75 & -2771 \end{bmatrix}$
C	$\begin{bmatrix} -292 & 967 & 3272 & -283 & -432 & -2610 \\ 0 & 63 & 71 & -550 & -1839 & 160 \\ -2059 & -108 & 6292 & 365 & 621 & 767 \end{bmatrix}$
Milieu de [BC]	$\begin{bmatrix} -793 & 251 & -760 & 275 & 215 & 3766 \\ 829 & 301 & 909 & -2160 & -2221 & -2421 \\ 49 & 57 & 141 & 25 & -95 & -170 \end{bmatrix}$

*Remarque :* tous les gradients de contraintes aux points B et C et au milieu de [BC] ont été obtenus par plusieurs interpolations paraboliques successives car les nœuds où sont déterminées les contraintes n'appartiennent pas tous aux directions x, y et z issues du point de calcul.

Les gradients de contraintes aux points B et C sont très importants. Par ailleurs, comme cela a été vu pour les défauts de forme ronde ou oblongue, l'amorçage des fissures en fatigue se situe au point où les amplitudes des contraintes sont les plus grandes donc au point où la contrainte est maximale lorsque le rapport de charge est égal à 0,1. Sur les faciès de rupture des éprouvettes ayant rompu à partir d'un défaut coin présent sur leur section droite minimale, on peut observer au microscope le site d'amorçage dans la zone sensiblement médiane du segment [BC] (figure III.43). Vu la taille du défaut, il n'est pas très aisé de situer exactement le site d'amorçage. On observe également que le segment [BC] n'est pas forcément bien rectiligne.



**Figure III.43 : Faciès de rupture de deux éprouvettes ayant rompu en fatigue à partir d'un défaut coin a) ép. AY436, b) ép. AY438**

### Comparaison des concentrations de contraintes introduites par les différents types de défaut

Le tableau III.13 présente les résultats de calcul par Eléments Finis obtenus pour les trois types de forme de défaut à profondeur identique (40  $\mu\text{m}$ ) et à chargement identique, exprimé

---

sous la forme de la contrainte nominale appliquée ( $\sigma_{yy,nom} = 515$  MPa). Le même diamètre de fil d'électroérosion a été utilisé pour usiner tous les défauts. Les calculs ont été réalisés pour un comportement purement élastique.

**Tableau III.13 Comparaison des contraintes maximales et des coefficients de concentration de contrainte correspondant aux trois types de défaut analysés**

Forme du défaut	Contrainte maximale $\sigma_{yy}$ (MPa)	$K_t$
Ronde	1240	2,41
Oblongue	1034	2,01
Coin	953	1,85

Le défaut coin est le moins sévère des trois défauts (rond, oblong, coin) du point de vue de la contrainte maximale rencontrée et donc de la concentration de contrainte, à profondeur et à rayon de fond de défaut identiques.

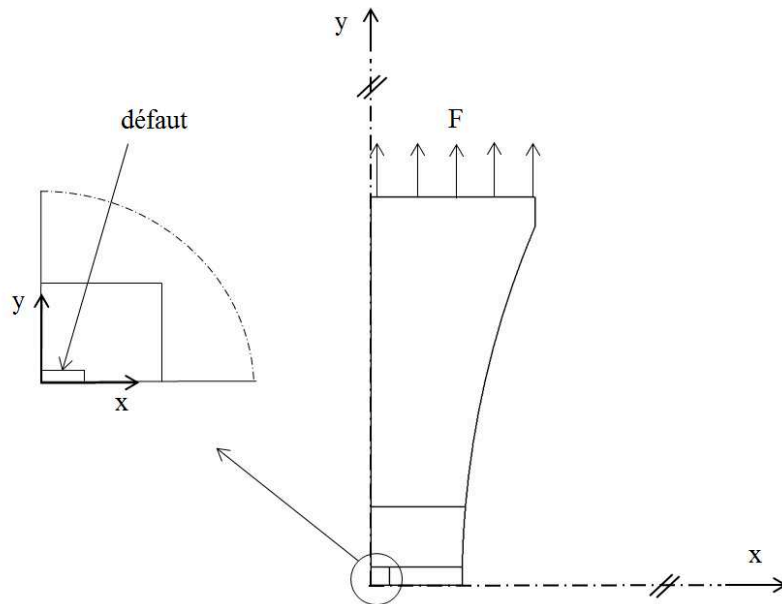
#### *III.4.3 Cas d'un défaut centré sur la face principale de l'éprouvette*

On étudie dans cette partie l'influence de défauts placés sur la face principale de l'éprouvette. Deux orientations distinctes du défaut sont étudiées, l'une dans le plan de la section droite minimale de l'éprouvette, l'autre à 45° de cette section droite et donc aussi à 45° de l'axe de la sollicitation de traction de l'éprouvette.

##### *III.4.3.1 Défaut dans le plan de la section droite*

Le calcul est tout d'abord mené en comportement purement élastique, sous un chargement de traction générant une contrainte nominale de 100 MPa. On relève la contrainte  $\sigma_{yy}$  au voisinage du défaut.

On adopte un modèle numérique avec deux plans de symétrie, celui de "section droite" et celui du plan médian de l'éprouvette. Le modèle numérique conserve donc l'épaisseur entière de l'éprouvette (2 mm). Plusieurs formes du défaut sont dans un premier temps étudiées pour une profondeur donnée égale à 100  $\mu\text{m}$  : usinage par une meule à bord arrondi, à angle droit, à bout sphérique ou cylindrique pour décrire la forme particulière de différents types de rayures. La concentration de contrainte est établie pour chacune de ces formes. La figure III.44 présente le modèle géométrique mis en œuvre avec les deux plans de symétrie utilisés. Le défaut est inscrit dans le "bloc" près de l'origine, au centre de l'éprouvette.

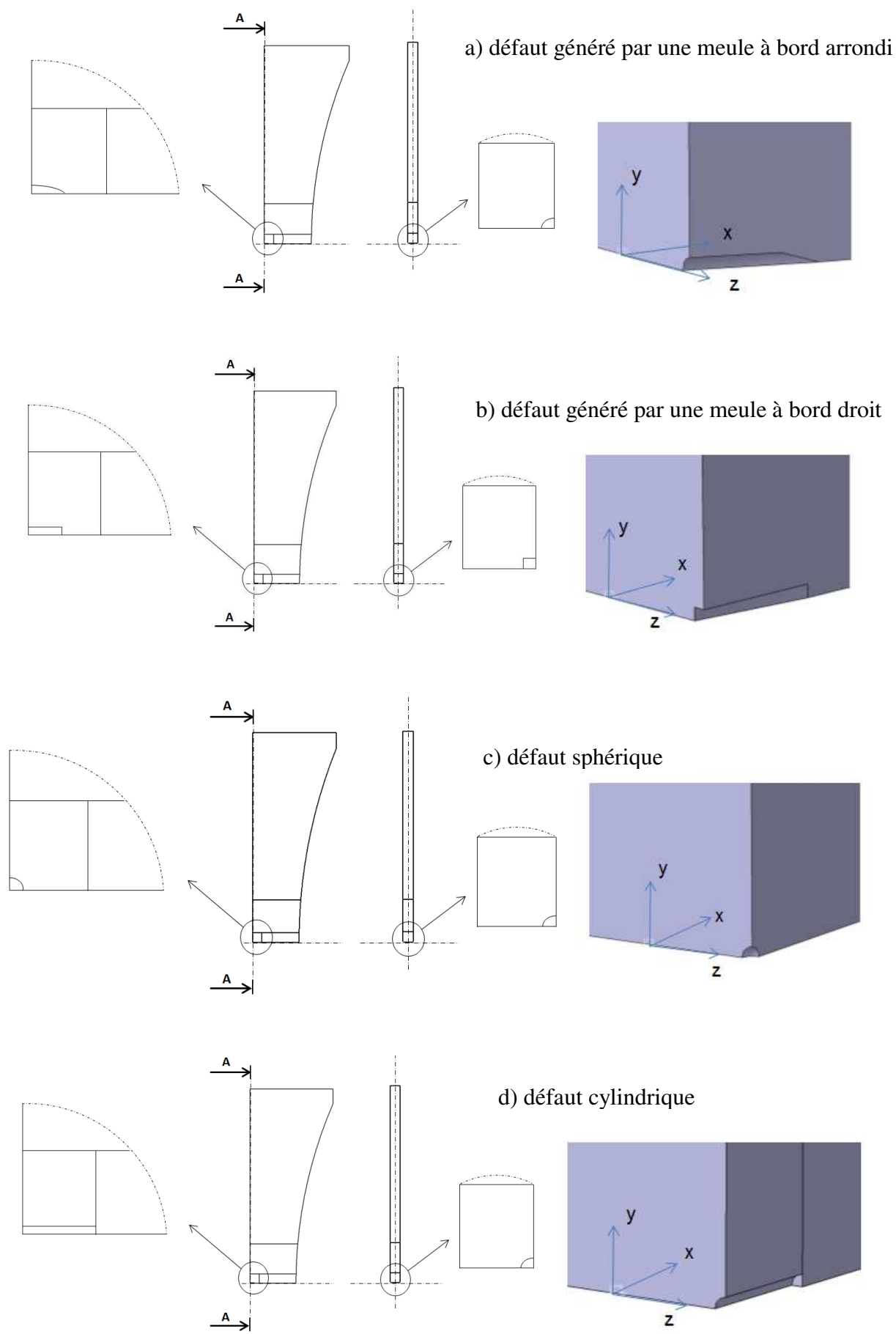


**Figure III.44 : Modèle géométrique utilisé pour un défaut présent sur une face principale de l'éprouvette et dans sa section droite minimale**

La taille des mailles au voisinage immédiat du défaut est identique quelle que soit sa forme particulière, de façon à assurer la comparaison la plus objective possible de l'influence respective de chaque défaut étudié. Pour cette raison également, au niveau de la construction du maillage, la taille du bloc contenant le défaut est adaptée aux dimensions intrinsèques de ce dernier.

La géométrie des différents défauts étudiés ici est résumée sur la figure III.45. Le volume du défaut peut être décrit par l'outil d'électroérosion qui viendrait le générer en plongée. L'annexe 1 décrit la géométrie et les dimensions propres à chaque défaut étudié.

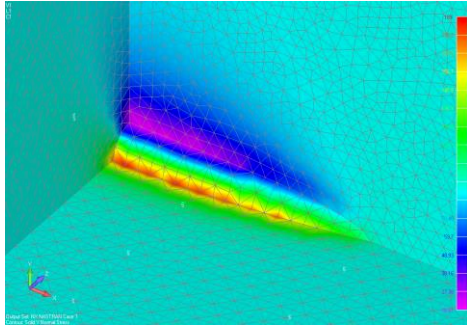
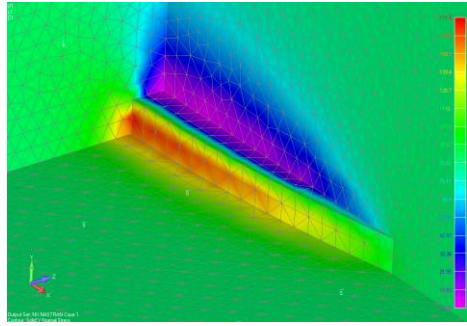
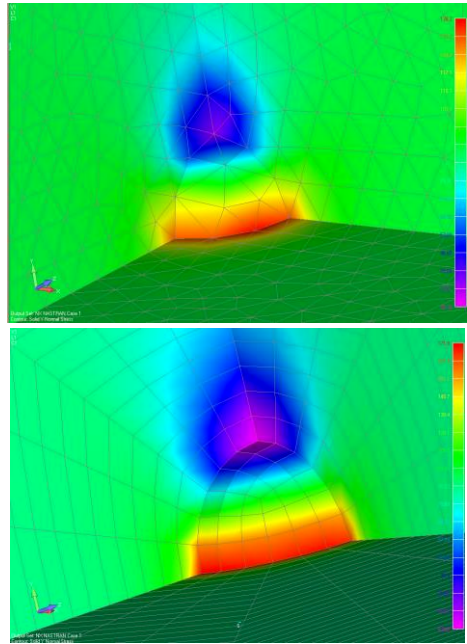
Des éléments tétraédriques (TET) de taille  $50\ \mu\text{m}$  sont utilisés pour le maillage de tous les modèles de manière automatique par le logiciel Nastran, une fois le modèle géométrique conçu sous CATIA V5 et importé dans Femap. Des éléments quadratiques (QUAD) sont employés pour les défauts de forme cylindrique ou sphérique. Dans ce cas une taille plus petite des éléments est retenue ( $26\ \mu\text{m}$ ) au voisinage immédiat du défaut puis la taille va en augmentant d'après le principe du maillage progressif. Les résultats obtenus par les calculs EF sont présentés dans le tableau III.14.

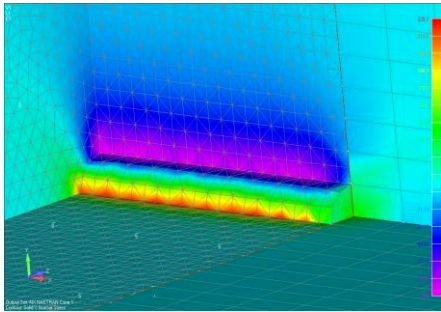
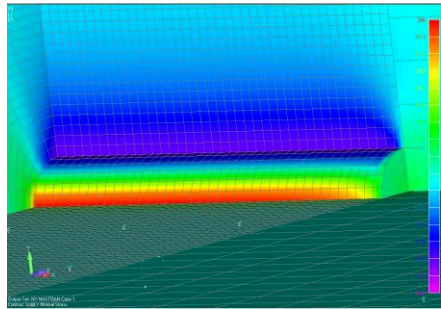


**Figure III.45 : Description des quatre formes étudiées de défauts présents sur la face principale des éprouvettes**



**Tableau III.14 : Récapitulatif des résultats obtenus par EF pour les quatre formes de défaut en comportement purement élastique et sous chargement nominal de 100 MPa**

Modèle	Répartition de la contrainte $\sigma_{yy}$	$\sigma_{yy}$ max. (MPa)	Remarques
défaut usiné par une meule à bord arrondi		221 (TET)	maillage automatique en éléments tétraédriques (TET) de taille 0,05 mm  le maillage par éléments QUAD ne peut s'appliquer  contrainte maximale obtenue au point le plus profond du défaut,
défaut usiné par une meule à bord droit		172 (TET)	maillage automatique en éléments tétraédriques (TET) de taille 0,05 mm  le maillage par éléments QUAD ne peut s'appliquer  contrainte maximale obtenue au point le plus profond du défaut,
défaut sphérique		138 (TET)  172 (QUAD)	maillage automatique en éléments tétraédriques (TET) de taille 0,05 mm  ou maillage QUAD de taille 0,026 mm  contrainte maximale obtenue au point le plus profond du défaut,

défaut cylindrique		221 (TET)	maillage automatique en éléments tétraédriques (TET) de taille 0,05 mm  ou maillage QUAD de taille 0,026 mm  contrainte maximale obtenue au point le plus profond du défaut,
			

Les valeurs maximales de la contrainte  $\sigma_{yy}$  sont récapitulées pour comparaison dans le tableau III.15 pour chaque modèle de défaut et pour les deux types de maillage possibles.

**Tableau III.15 : Récapitulatif des contraintes maximales  $\sigma_{yy}$  rencontrées pour les quatre types de géométrie de défaut (à profondeur et chargement nominal identiques)**

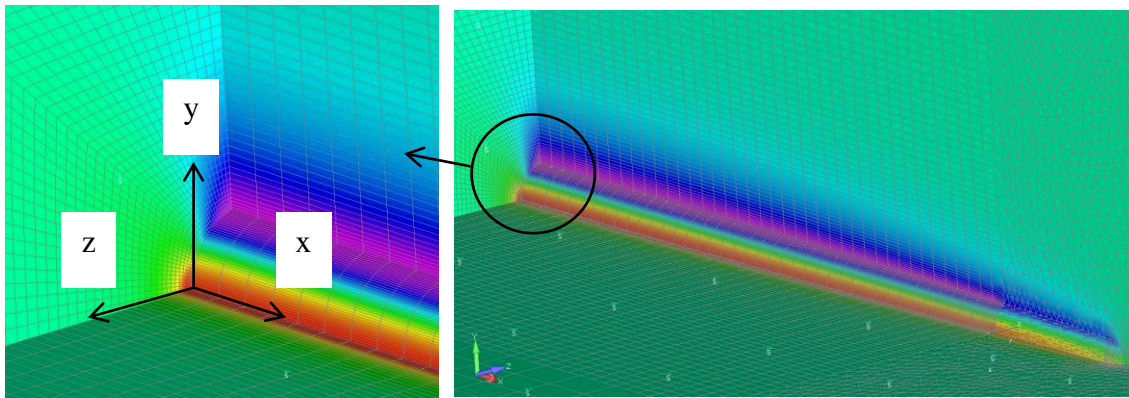
Modèle	Contrainte maximale $\sigma_{yy}$ (MPa)	
	Eléments TET (0,05 mm)	Eléments QUAD (0,026 mm)
"Meule arrondie"	221	-
"Meule angle droit"	172	-
Sphère	138	172
Cylindre	221	288

On constate que, parmi les défauts situés sur la face principale de l'éprouvette, le défaut sphérique est celui qui conduit à la contrainte maximale la plus faible. Il est le moins pénalisant en fatigue. Le défaut de forme "meule arrondie" et le défaut cylindrique, à profondeur identique, conduisent à une contrainte maximale identique pour un même rayon de fond de défaut.

C'est un défaut usiné par une meule arrondie qui a été généré pour confectionner les éprouvettes testées en fatigue. Les dimensions réelles ayant été mesurées au microscope, trois profondeurs de défaut ont été simulées numériquement par Eléments Finis : 41  $\mu\text{m}$ , 66  $\mu\text{m}$  et 123  $\mu\text{m}$ . Les diamètres du bord arrondi de la lame (ou meule) varient entre 160  $\mu\text{m}$  et 180  $\mu\text{m}$ . La longueur du défaut, mesurée sur la face principale de l'éprouvette, est égale à 5 mm dans tous les cas (figure III.46). La contrainte nominale appliquée pour les simulations numériques correspond à la limite de fatigue à 200 000 cycles ( $\sigma_{yy,nom} = 585 \text{ MPa}$ ) ou à celle à 500 000 cycles ( $\sigma_{yy,nom} = 515 \text{ MPa}$ ), car on ne dispose pas de celle relative à  $2 \cdot 10^6$  cycles (référence de durée de vie qui avait été utilisée pour les défaut ronds et oblongs). En effet, le



nombre restreint d'éprouvettes avec ce type de défaut ne nous a pas permis d'établir une courbe S-N entière.



**Figure III.46 : Modèle EF du défaut situé en face principale et présent dans la section droite minimale de l'éprouvette, de profondeur 66  $\mu\text{m}$**

Le tableau III.16 présente les concentrations de contrainte  $K_t$  établies pour les défauts transversaux pour les trois profondeurs différentes analysées.

**Tableau III.16 : Contrainte maximale  $\sigma_{yy,max}$  et facteur de concentration de contraintes  $K_t$  en fond du défaut**

Profondeur de défaut ( $\mu\text{m}$ )	Diamètre du bord arrondi ( $\mu\text{m}$ )	Contrainte nominale appliquée $\sigma_{yy}$ (MPa)	Contrainte maximale rencontrée $\sigma_{yy,max}$ (MPa)	$K_t$
41	160	585	1401	2,39
66	174	515	1386	2,69
123	184	400	1314	3,29

Les calculs par Eléments Finis sont réalisés ensuite à l'aide de la loi de comportement élastoplastique afin de déterminer les gradients des contraintes réelles au voisinage du défaut. Les gradients de contraintes dans la direction y sont calculés à partir des trois premiers nœuds près du fond du défaut, ces points étant très peu écartés de la verticale au-dessus du nœud situé au fond du défaut. Comme cela a été pratiqué pour les autres types de défaut c'est une interpolation parabolique qui est utilisée pour établir les gradients de contraintes dans les trois directions x, y et z en se basant sur les premiers nœuds rencontrés dans ces directions. Les distances entre nœuds sont d'ailleurs semblables dans ces trois directions. Le tableau III.17 donne les matrices des gradients de contraintes (en MPa/mm) obtenues au point le plus sollicité (point situé à l'origine du repère, figure III.46), qui est au demeurant le point le plus profond du défaut. Les gradients de contraintes ont été calculés pour les trois profondeurs de défauts testées expérimentalement (41  $\mu\text{m}$ , 66  $\mu\text{m}$  et 123  $\mu\text{m}$ ) et pour une contrainte nominale correspondant à la limite de fatigue à 200 000 cycles ( $\sigma_{yy,nom} = 585$  MPa), puis pour celle à 500 000 cycles ( $\sigma_{yy,nom} = 515$  MPa).

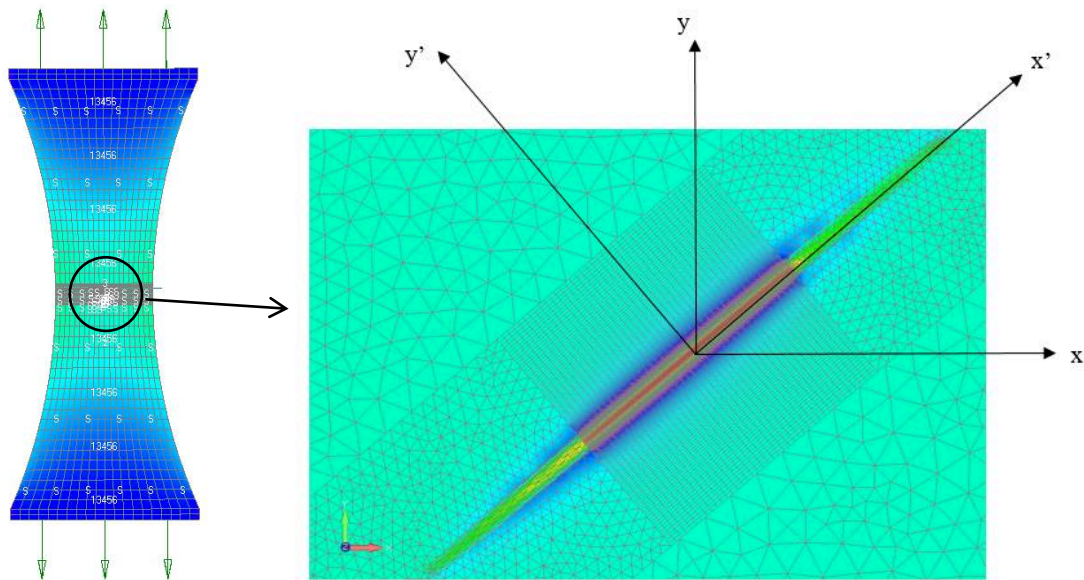
**Tableau III.17 : Gradients de contraintes (en MPa/mm) pour les défauts sur la face frontale**

Profondeur du défaut (μm)	Matrice des gradients de contraintes (en MPa/mm)											
	$\sigma_{yy,nom} = 585 \text{ MPa}$						$\sigma_{yy,nom} = 515 \text{ MPa}$					
41	$\begin{bmatrix} -76 & -73 & -55 & 3 & -61 & 2 \\ -945 & -273 & 63 & 14 & 3246 & 24 \\ -5077 & 1272 & 3656 & 89 & -605 & -41 \end{bmatrix}$						$\begin{bmatrix} -45 & -54 & -44 & 3 & -63 & 2 \\ -711 & -315 & -105 & -12 & 3230 & 19 \\ -5995 & 999 & 3733 & 93 & -663 & -22 \end{bmatrix}$					
66	$\begin{bmatrix} 51 & 16 & -11 & -1 & 15 & 10 \\ -313 & -1150 & -1214 & 4 & 2917 & 9 \\ -6440 & 1790 & 4563 & 29 & -431 & -7 \end{bmatrix}$						$\begin{bmatrix} 91 & -7 & -51 & -1 & -3 & 6 \\ -513 & -1165 & -1847 & 14 & 2940 & 6 \\ -7864 & 901 & 4333 & 36 & -474 & 30 \end{bmatrix}$					
123	$\begin{bmatrix} -62 & -29 & -12 & 4 & -63 & 7 \\ -722 & -2 & 347 & -9 & 2596 & 47 \\ -5076 & 988 & 3272 & 113 & -465 & -7 \end{bmatrix}$						$\begin{bmatrix} -107 & -89 & -72 & 4 & -68 & 6 \\ -936 & -403 & -96 & -13 & 2598 & 65 \\ -5876 & 921 & 3258 & 114 & -483 & 5 \end{bmatrix}$					

On remarque que le gradient dans la direction z, qui est celle de l'épaisseur (dernière ligne des matrices), est le plus important. Cette direction z est perpendiculaire au plan tangent au fond du défaut. Elle est donc celle où la variation des contraintes est la plus importante. La variation des contraintes est nettement plus faible dans les deux autres directions, x ou y.

#### III.4.3.2 Défaut orienté à 45°

L'influence de l'orientation du défaut présent sur la face principale de l'éprouvette a été investiguée expérimentalement par des défauts orientés à 45°. Du point de vue de la simulation numérique, une orientation identique a été conçue, avec des profondeurs de défaut égales à 34 μm, 59 μm ou 110 μm. Trois éprouvettes seulement par profondeur de défaut ont pu être testées en fatigue. Aussi les limites de fatigue n'ont pas pu être établies. On a donc appliqué les contraintes nominales identiques à celles utilisées pour les défauts contenus dans la section droite minimale de l'éprouvette (défauts dits transversaux). Les niveaux de contrainte se situent en dessous de la limite de fatigue réelle puisqu'aucune éprouvette avec ce défaut incliné n'a rompu. Les essais ont donc été menés à 2.10<sup>6</sup> cycles sans avarie de fatigue. De ce fait, l'analyse par Eléments Finis a été conduite avec le chargement nominal égal à 585 MPa (limite de fatigue à 2.10<sup>6</sup> cycles du matériau sans défaut) pour observer la concentration de contrainte  $K_t$  en comportement purement élastique. La figure III.47 présente le modèle Elément Finis du défaut frontal à 45° avec une profondeur de 59 μm.



**Figure III.47 : Modèle EF de l'éprouvette avec le défaut frontal orienté à 45° et de profondeur égale à 59 µm**

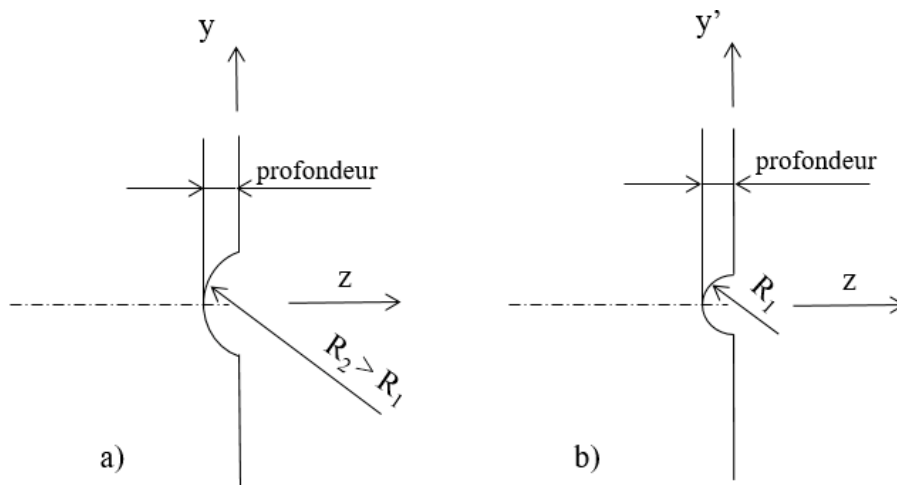
La contrainte maximale est bien entendu toujours rencontrée en fond de défaut. Elle est cependant nettement moins importante que celles rencontrées pour les défauts de forme ronde ou oblongue sur la tranche, pour les défauts coins ou pour le défaut sur la face principale de l'éprouvette, mais contenu dans sa section droite minimale. Le tableau III.18 présente les concentrations de contrainte obtenues pour les défauts orientés à 45°.

**Tableau III.18 : Contrainte maximale  $\sigma_{yy,max}$  et facteur de concentration de contraintes  $K_t$  pour les défauts inclinés présents sur la face principale de l'éprouvette**

Profondeur de défaut (µm)	Diamètre du bord arrondi du défaut (µm)	Contrainte nominale appliquée $\sigma_{yy}$ (MPa)	Contrainte maximale rencontrée $\sigma_{yy,max}$ (MPa)	$K_t$
34	152	585	1002	1,71
59	180	515	1038	2,02
110	180	400	966	2,42

La concentration de contrainte introduite par le défaut incliné à 45° existe bel et bien mais elle est environ 30% plus faible que celle rencontrée pour le même défaut mais orienté transversalement.

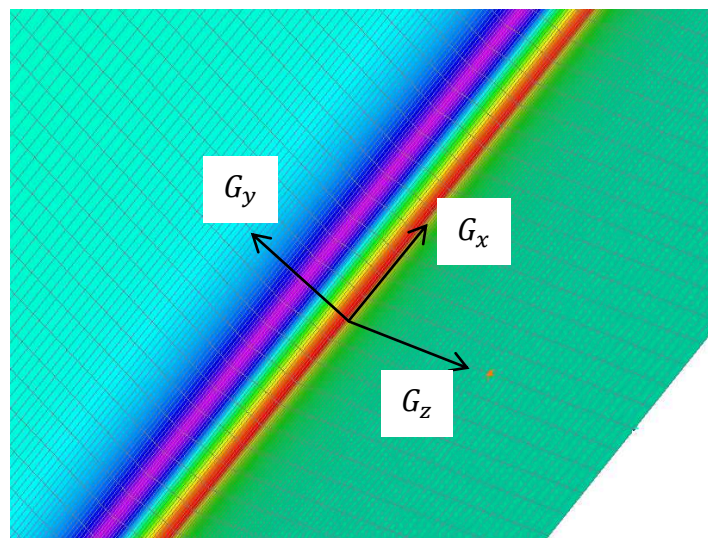
Le rayon  $R_2$  du défaut dans le plan (yz), figure III.48 a, est en fait plus grand, du fait de son inclinaison, que celui, noté  $R_1$ , obtenu dans une coupe par un plan (y'z) perpendiculaire à l'axe principal du défaut, figure III.48 b.



**Figure III. 48 : Géométrie du défaut perçue dans a) le plan (yz)  
b) le plan (y'z) normal à l'axe principal du défaut**

Comme l'effort de traction exercé sur l'éprouvette est dirigé suivant l'axe  $y$ , la concentration de contrainte est celle générée par le rayon  $R_2$  du fond de défaut perçue dans le plan (yz). Celui-ci étant plus grand que le rayon  $R_1$ , la concentration de contrainte est plus faible, ce qui explique la durée de vie nettement plus élevée observée expérimentalement pour les défauts orientés à  $45^\circ$  : pas de rupture à  $2.10^6$  cycles pour le défaut incliné de profondeur  $34 \mu\text{m}$  alors que la durée de vie est de l'ordre de  $275\,000$  cycles quand ce défaut est transversal (c'est-à-dire non incliné) de profondeur  $41 \mu\text{m}$  et soumis à une sollicitation de fatigue de contrainte nominale maximale identique.

On analyse ensuite par simulation numérique le défaut orienté à  $45^\circ$  en comportement élastoplastique soumis à un chargement identique à celui du défaut transversal ( $585 \text{ MPa}$ ,  $515 \text{ MPa}$  et  $400 \text{ MPa}$  selon la profondeur du défaut). Les directions utilisées pour calculer les gradients de contrainte sont présentées dans la figure III.49.



**Figure III.49 : Directions  $x$ ,  $y$  et  $z$  de calcul des gradients de contrainte en fond du défaut orienté à  $45^\circ$  (pour le défaut présent sur la face principale)**

Le tableau III.19 donne les matrices des gradients de contraintes pour les défauts orientés à  $45^\circ$  sur la face principale des éprouvettes.

**Tableau III.19 : Gradients de contraintes (MPa/mm) pour les défauts orientés à 45° sur la face principale des éprouvettes**

Profondeur du défaut ( $\mu\text{m}$ )	Contrainte nominale appliquée (MPa)	Matrice des gradients (en MPa/mm)
34	585	$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 & 0 & 1 & -1 \\ 66 & -2 & 5 & -17 & 4725 & 1934 \\ -10229 & -593 & 2184 & 4269 & -793 & 477 \end{bmatrix}$
59	515	$\begin{bmatrix} 7 & 5 & 123 & -1 & -6 & -1 \\ 85 & -114 & -185 & -56 & 3906 & 1633 \\ -8804 & -1483 & 2370 & 3430 & -329 & 131 \end{bmatrix}$
110	400	$\begin{bmatrix} 0 & 2 & -5 & -1 & 0 & 11 \\ -474 & 231 & -223 & -1662 & 135 & 3931 \\ 3074 & -9056 & 2947 & -194 & -2407 & -357 \end{bmatrix}$

On observe là aussi que les gradients de contraintes les plus grands sont ceux obtenus dans la direction perpendiculaire au plan tangent des fonds de défauts, c'est à dire dans la direction z.

#### *III.4.4 Comparaison de la concentration de contrainte et du gradient générés par les défauts*

Le premier récapitulatif concerne l'ensemble des simulations numériques effectuées, pour tout type et géométrie de défaut et à un niveau de contrainte correspondant à la limite de fatigue du matériau avec le défaut rencontré.

L'analyse par EF a été menée dans cette partie en comportement purement élastique pour différentes géométries, positions, et profondeurs des défauts. Les concentrations de contrainte  $K_t$  calculées à partir des contraintes maximales  $\sigma_{yy,max}$ , sont données dans le tableau III.20.

Tous les types de défauts sont maintenant comparés pour une profondeur identique du défaut, égale à 40  $\mu\text{m}$ , et un diamètre de fond de défaut (fil d'électroérosion pour l'usinage) égal à 200  $\mu\text{m}$ . La comparaison porte sur les coefficients de concentration de contrainte obtenus par le calcul EF avec un comportement purement élastique sous une contrainte nominale égale à 515 MPa.

Les résultats des calculs des coefficients de concentration de contrainte  $K_t$  montrent que le défaut rond situé sur la tranche de l'éprouvette est le plus sévère en fatigue à profondeur identique et pour un chargement appliqué donné. Ceci est dû à la position du défaut qui se situe dans la section minimale de l'éprouvette, et là où la géométrie propre de l'éprouvette génère une (légère) concentration de contrainte de valeur 1,06. Le défaut orienté à 45° sur la face principale est le moins sévère en fatigue, son orientation donnant lieu à un rayon de courbure en fond de défaut dans le plan yz plus grand que le rayon du défaut lui-même. De ce fait la concentration de contrainte en fond de défaut est plus faible.



**Tableau III.20 : Récapitulatif des concentrations de contrainte obtenues pour les différents défauts étudiés**

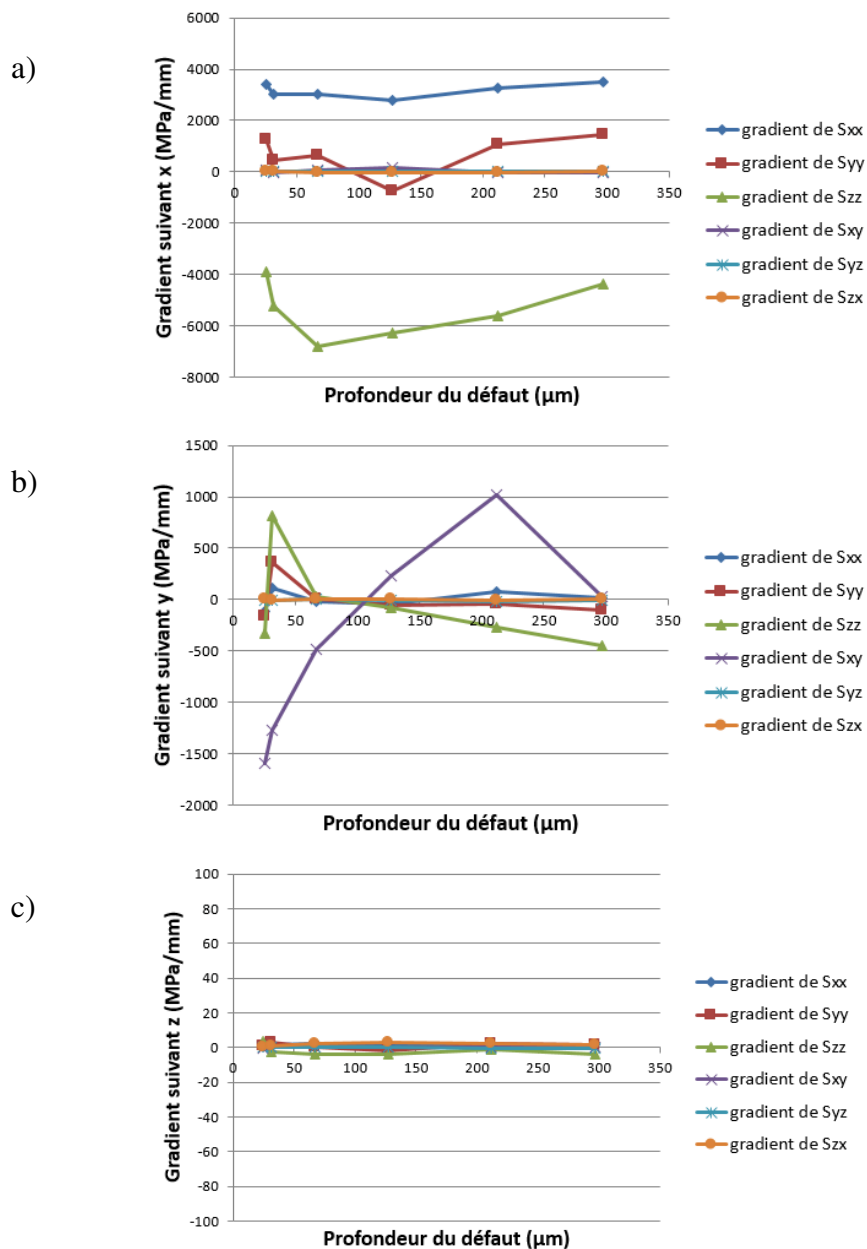
Nuance d'acier	Type de défaut	Profondeur du défaut ( $\mu\text{m}$ )	Diamètre du défaut ( $\mu\text{m}$ )	Contrainte nominale appliquée $\sigma_{yy}$ (MPa)	Contrainte maximale rencontrée $\sigma_{yy,max}$ (MPa)	$K_t$
AY1268	sans défaut	-	-	585	624	1,07
	oblong	10	100	554	929	1,68
		40		501	1220	2,44
AR203	sans défaut	-	-	675	720	1,07
	rond	31	200	566	1267	2,24
		67		403	1141	2,83
		127		312	1104	3,54
		297		272	1328	4,88
AY1268	coin	42	176	585	1157	1,98
		77	162	585	1415	2,42
		141	160	455	1359	2,99
AY1268	sur la face principale, non incliné	41	160	585	1401	2,39
		66	174	515	1386	2,69
		123	184	400	1314	3,29
AY1268	sur la face principale, incliné à $45^\circ$	34	152	585	1002	1,71
		59	180	515	1038	2,02
		110	180	400	966	2,42

On calcule et compare ensuite les gradients de contraintes suivant les directions x, y et z. Ceux-ci sont déterminés à partir des champs de contraintes obtenus pour un chargement appliqué qui correspond à la contrainte nominale de la limite de fatigue à  $2.10^6$  cycles pour les défauts ronds (référence AR203) ou les défauts oblongs (référence AY1268). Les figures III.50 et III.51 présentent les résultats de ces calculs en fonction de la profondeur du défaut, de forme ronde et de forme oblongue respectivement.

**Tableau III.21 : Synthèse des concentrations de contrainte sur la composante  $\sigma_{yy}$  pour les différents types de défaut**

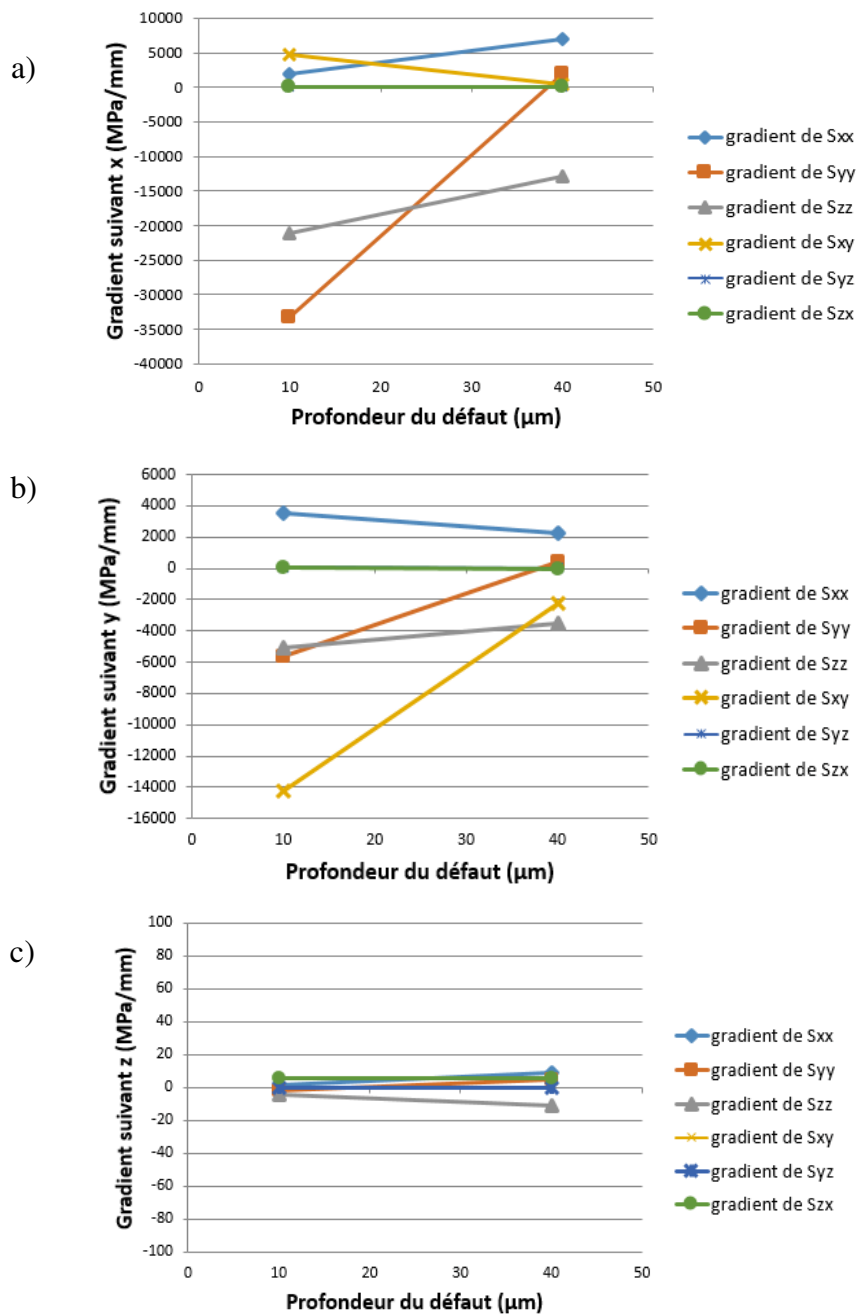
Position et forme du défaut	Profondeur du défaut ( $\mu\text{m}$ )	Contrainte nominale appliquée (MPa)	Contrainte maximale $\sigma_{yy,max}$ (MPa)	$K_t$
rond	40	515	1240	2,41
oblong	40	515	1034	2,01
coin	40*	515	953	1,85
sur la face principale, non incliné	40	515	1143	2,22
sur la face principale, incliné à $45^\circ$	40	515	859	1,67

\* profondeur effective du défaut coin (longueur maximale égale à  $40\sqrt{2}$   $\mu\text{m}$ )



**Figure III.50 : Gradients de contraintes obtenus au fond du défaut rond (référence AR203) suivant les directions a) x, b) y et c) z**





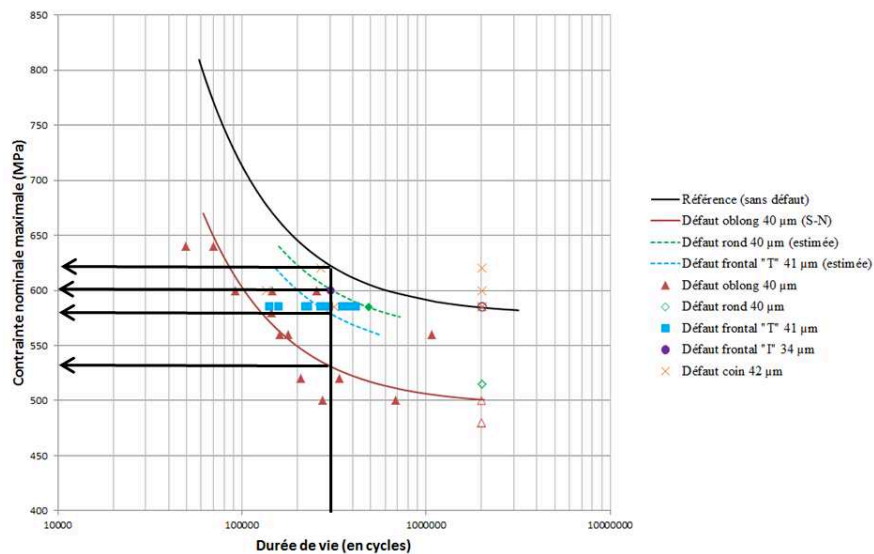
**Figure III.51 : Gradients de contraintes obtenus au fond du défaut oblong (référence AY1268) suivant les directions a) x, b) y et c) z**

Les gradients de contraintes dans la direction x sont de façon générale les plus importants en valeur absolue. Cette direction est celle perpendiculaire au plan tangent au fond du défaut, que celui-ci soit de forme ronde ou de forme oblongue.

Les gradients dans la direction y (direction du chargement de traction de l'éprouvette) ont la particularité d'être plus importants à faible profondeur du défaut, leurs valeurs absolues diminuant lorsque la profondeur du défaut (rond ou oblong) augmente. Les gradients de contraintes dans cette direction ne sont donc "forts" que pour des défauts de petite taille.

Les gradients de contraintes établis dans la direction z (direction de l'épaisseur de l'éprouvette) sont logiquement très faibles, l'axe du défaut étant parallèle à z.

On compare ensuite les gradients de contraintes obtenus pour tous les types de défaut, ayant une profondeur sensiblement égale à 40  $\mu\text{m}$ , pour la référence AY1268 et avec un chargement nominal appliqué ayant conduit à une durée de vie expérimentale de l'ordre de  $3.10^5$  cycles. La figure III.52 présente la détermination des niveaux de contrainte nominaux propres à chaque type de défaut de cette profondeur et correspondant à la durée de vie de  $3.10^5$  cycles.



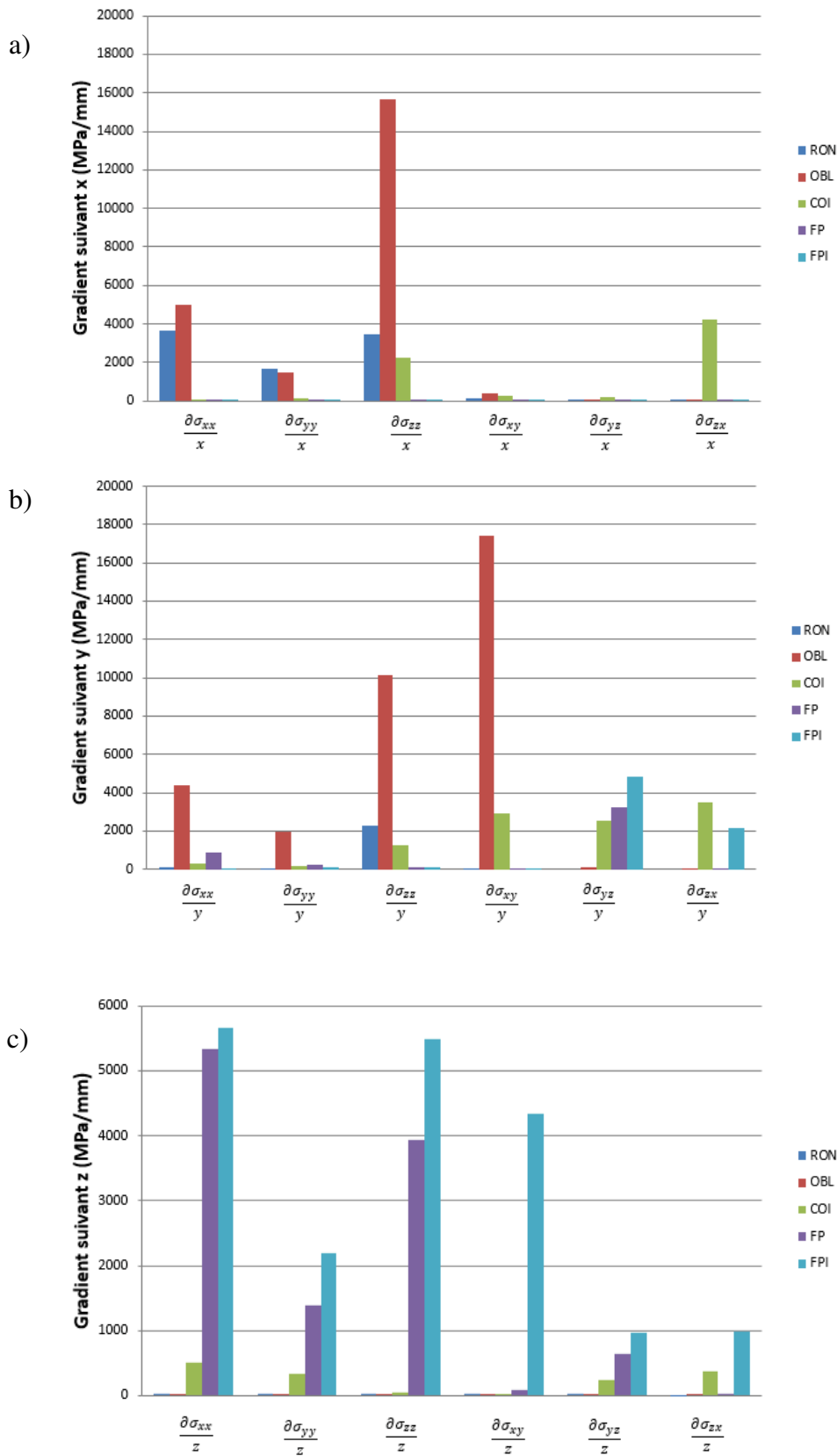
**Figure III.52 : Etablissement de la contrainte nominale correspondant à la limite de fatigue à 300 000 cycles de la référence AY1268 pour les différents types de défaut de profondeur 40  $\mu\text{m}$**

Le récapitulatif général de ces contraintes nominales et des gradients de contraintes obtenus aux points de contrainte maximale en fond de défaut est établi par le tableau III.22.

**Tableau III.22 : Gradients de contraintes pour la durée de vie de  $3.10^5$  cycles de la référence AY1268 et pour l'ensemble des défauts étudiés**

Type de défaut	Profondeur du défaut ( $\mu\text{m}$ )	Contrainte nominale appliquée (MPa)	Gradients de contraintes (MPa/mm)
rond	40	600	$\begin{bmatrix} 3625 & 1666 & -3480 & 127 & 0 & -10 \\ 161 & 139 & -34 & -2294 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$
oblong	40	530	$\begin{bmatrix} 4972 & -1466 & -15646 & -411 & 30 & 7 \\ 4398 & 1992 & 10111 & -17427 & 98 & 6 \\ 9 & 7 & -4 & 2 & 4 & -5 \end{bmatrix}$
coin	42	620	$\begin{bmatrix} -97 & -161 & -2269 & 291 & 190 & 4249 \\ -319 & -169 & 1270 & -2930 & -2557 & -3518 \\ -497 & -334 & 54 & -12 & -232 & -367 \end{bmatrix}$
sur face principale, transversal	41	580	$\begin{bmatrix} -66 & -63 & -46 & 3 & -61 & 2 \\ -902 & -242 & 95 & -16 & 3255 & 16 \\ -5324 & 1380 & 3944 & 86 & -644 & -32 \end{bmatrix}$
sur face principale, incliné à $45^\circ$	34	600	$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 & 1 & 1 & -1 \\ 74 & 125 & 92 & -15 & 4859 & 2133 \\ 5660 & 2197 & -5497 & -4342 & 969 & -992 \end{bmatrix}$

Les résultats des calculs de gradients de contraintes sont représentés graphiquement en valeur absolue par la figure III.53 en vue de leur comparaison pour les 5 types de défauts.



**Figure III.53 : Comparaison des gradients de contraintes générés par les différents types de défaut dans les directions a) x, b) y et c) z**

On constate que le défaut oblong donne les valeurs les plus élevées des gradients de contraintes, car le rayon de fond du défaut est plus petit que celui existant pour les autres types de défauts. Le plus petit rayon génère une concentration de contrainte de plus grande

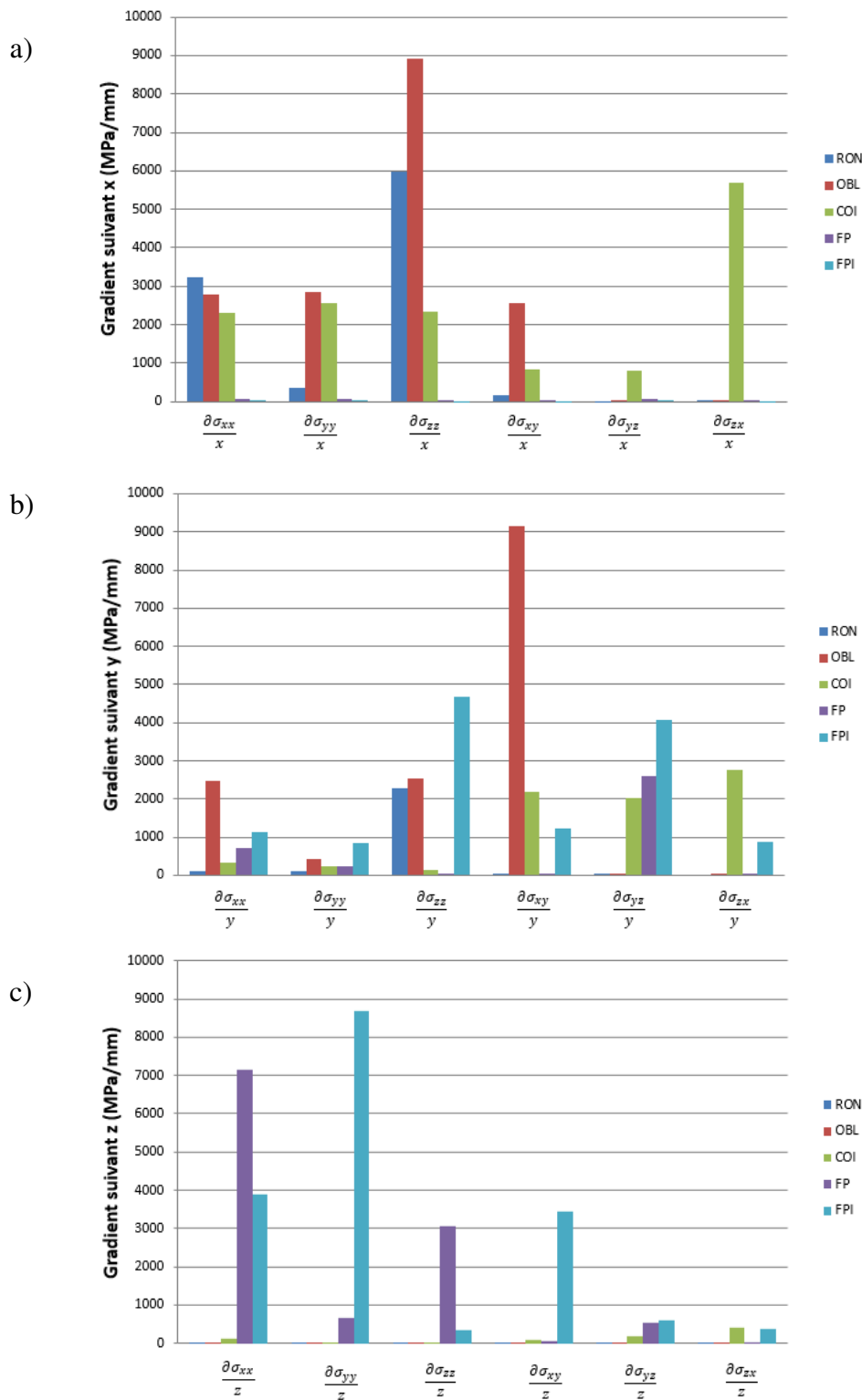
acuité. Les défauts sur la face principale conduisent à des gradients à peu près du même ordre de grandeur et ils sont maximum suivant la direction z. La normale au bord de découpe et à la face principale étant respectivement suivant x et suivant z, les gradients de contraintes dans ces directions sont les plus importants quand celles-ci correspondent aux normales au plan tangent des fonds de défaut

On calcule ensuite les gradients pour une même profondeur de défaut (40  $\mu\text{m}$ ), un même rayon de fond de défaut (100  $\mu\text{m}$ ) et la même contrainte nominale (515 MPa). Le tableau III.23 résume les calculs des gradients de contraintes obtenus.

**Tableau III.23 : Gradients de contraintes pour la même profondeur de défaut, le même rayon en fond de défaut et une contrainte nominale donnée par la référence AY1268**

Type de défaut	Profondeur du défaut ( $\mu\text{m}$ )	Contrainte nominale appliquée (MPa)	Gradients des contraintes (MPa/mm)
rond	40	515	$\begin{bmatrix} 3242 & 359 & -5984 & 171 & 0 & -5 \\ 43 & 96 & 123 & -2270 & 4 & -1 \\ 2 & -1 & -2 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$
oblong	40	515	$\begin{bmatrix} 2798 & -2861 & -8910 & 2554 & -5 & 23 \\ 2461 & -447 & 2526 & -9131 & 18 & -4 \\ 2 & 1 & -5 & 1 & 0 & -4 \end{bmatrix}$
coin	40	515	$\begin{bmatrix} -2321 & -2571 & -2331 & 836 & 819 & 5695 \\ -332 & 253 & -152 & -2186 & -2020 & -2775 \\ -122 & 18 & -21 & -80 & -170 & -400 \end{bmatrix}$
sur face principale, transversal	40	515	$\begin{bmatrix} -71 & -56 & -35 & 2 & -54 & 2 \\ -724 & -254 & 54 & -12 & 2609 & 37 \\ -7148 & 653 & 3046 & 63 & -550 & -36 \end{bmatrix}$
sur face principale, incliné à 45°	40	515	$\begin{bmatrix} -1 & -1 & 0 & 0 & 2 & 0 \\ 1122 & -849 & -4664 & -1219 & 4079 & 879 \\ -3897 & -8686 & 344 & 3457 & -603 & 391 \end{bmatrix}$

Les résultats sont représentés graphiquement sur la figure III.54 de manière analogue à ceux obtenus pour des niveaux de contraintes qui conduisaient à une durée de vie de  $3.10^5$  cycles.



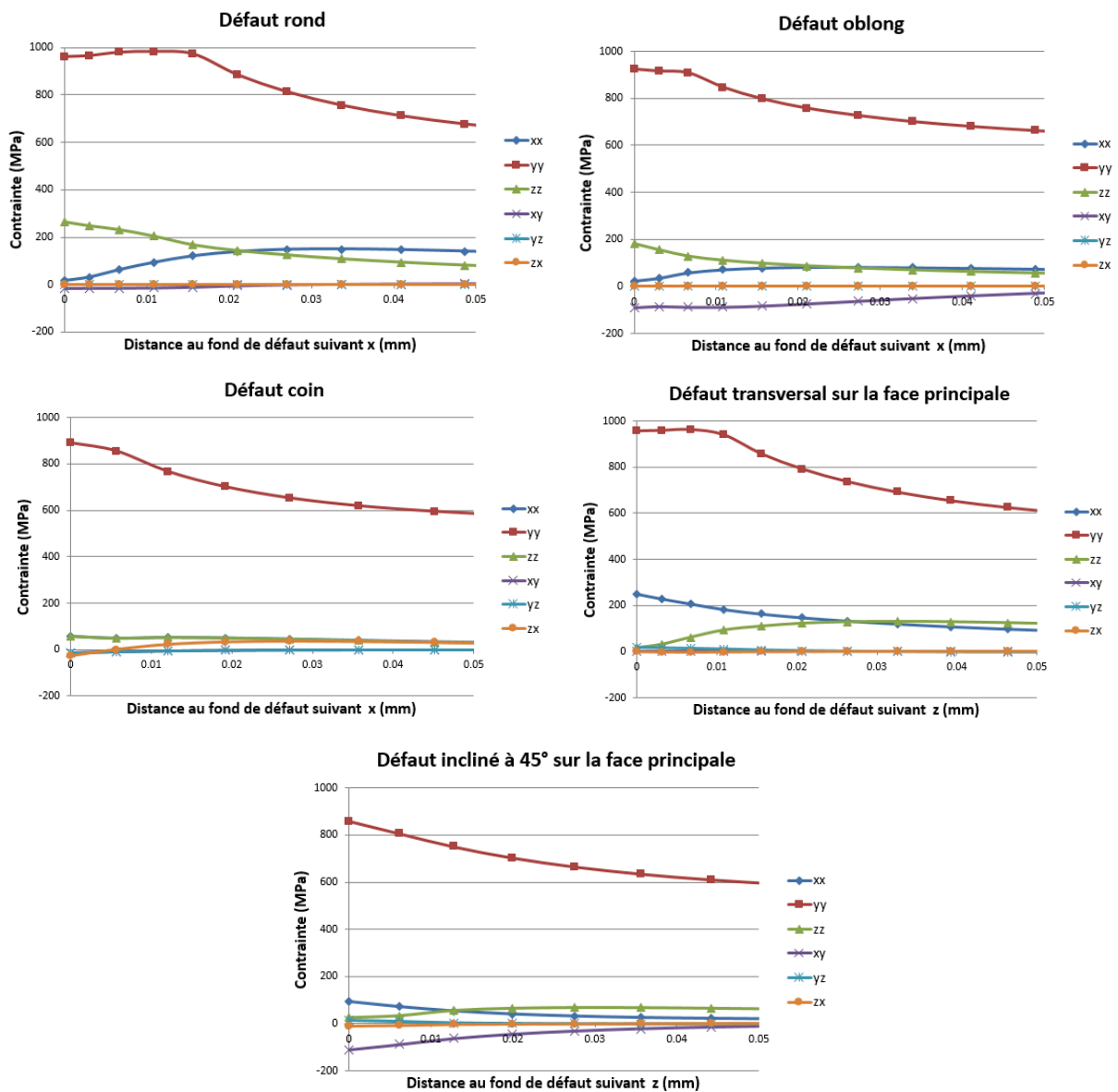
**Figure III.54 : Comparaison des gradients de contraintes générés par les défauts à profondeur, rayon de fond de défaut et contrainte nominale identiques, dans les directions a) x, b) y et c) z**

On constate que les gradients maximums sont plus faibles que ceux calculés précédemment. Cela est dû au rayon de 100  $\mu\text{m}$  du fond de défaut, retenu pour tous les défauts, qui génère de plus faibles concentrations de contraintes que celles obtenues avec un rayon plus petit (50  $\mu\text{m}$  par exemple pour le défaut oblong). Cela est dû également au niveau nominal de contrainte plus faible (515 MPa) que lors de la simulation précédente. Le gradient maximal n'est pas rencontré pour les mêmes composantes des contraintes ni dans les mêmes directions selon le

type de défaut analysé du fait des faces différentes de l'éprouvette où sont présents les défauts.

Une remarque importante peut cependant être faite quant à l'évolution des contraintes en fond de défaut lors du calcul élastoplastique. La plasticité confinée observée en fond de défaut amoindrit, voire annihile ou inverse le gradient des contraintes tel qu'il peut apparaître dans un calcul purement élastique (isotrope) et ceci principalement pour la composante de contrainte la plus importante,  $\sigma_{yy}$ .

Pour illustrer ce point, la répartition des contraintes au voisinage immédiat des défauts est présentée par la figure III.55 (pour un chargement nominal et un rayon de fond de défaut identiques pour les cinq défauts comparés).



**Figure III.55 : Répartition des contraintes à partir du fond de défaut en comportement élastoplastique pour les cinq types de défaut considérés (à chargement nominal et à rayon de fond de défaut identiques)**

La figure III.56 donne l'évolution de la composante  $\sigma_{yy}$  à partir du fond de défaut pour les cinq défauts analysés. On retrouve au passage le niveau de criticité des cinq défauts à travers la valeur de la contrainte à l'origine. L'évolution de cette contrainte en termes de pente à l'origine (gradient) est très différente au fur et à mesure que la contrainte maximale croît, passant d'une pente négative importante pour le défaut incliné sur la face principale à une valeur positive pour le défaut rond, qui génère au demeurant la contrainte la plus importante. C'est la plasticité confinée qui génère ce phénomène.

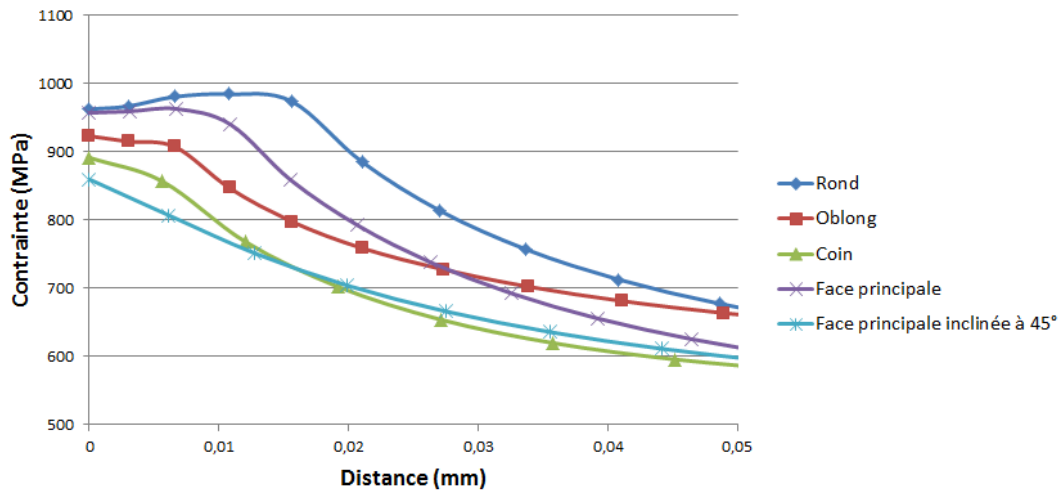


Figure III.56 : Comparaison des évolutions de contrainte  $\sigma_{yy}$

### III.5 Conclusion

Dans ce chapitre ont été établis et analysés les champs de contraintes autour des différents types de défauts de surface dont l'influence en fatigue a été étudiée au cours de la campagne expérimentale conduite dans le cadre de cette thèse.

Au passage, plusieurs études paramétriques ont été menées afin de justifier de l'importance des paramètres concernés vis-à-vis de leur impact sur le comportement en fatigue de l'acier CP800.

Un travail préalable à la simulation numérique a été d'optimiser la méthodologie suivie pour réduire les temps de calcul, tout en obtenant des résultats de champs de contraintes adaptés en termes de précision et de convergence des résultats. Le maillage se doit d'être suffisamment raffiné au voisinage des défauts compte tenu des particularités de la géométrie et de la taille réduite des différents défauts étudiés. Pour éviter des temps de calcul prohibitifs il fallait dans un même temps réduire le nombre d'éléments volumiques lorsqu'on s'éloignait des défauts. Des problèmes de permutation des axes du repère d'expression des contraintes entre des zones adjacentes du maillage, problèmes propres au logiciel utilisé, ont été résolus.

Un des objectifs de ce travail de simulation numérique était d'établir une classification de la sévérité en fatigue des différents types de défauts de surface analysés, à profondeur identique. Sur ce plan l'analyse des résultats nous a conduit aux conclusions suivantes :

- le défaut de forme ronde, situé sur le bord de découpe de l'éprouvette, est le plus endommageant en fatigue, devant le défaut transversal en plein tôle (défaut assimilé à une rayure). Viennent ensuite le défaut de forme oblongue puis le défaut coin.



- 
- le principal paramètre définissant la sévérité en fatigue du défaut est sa profondeur. Le rayon du fond de défaut est le second paramètre par ordre d'importance. Plus la profondeur du défaut est grande, plus le rayon de fond de défaut est petit, toute chose égale par ailleurs, et plus la contrainte existant en fond de défaut est élevée. Ces analyses issues de la simulation numérique corroborent bien les tendances observées lors des essais de fatigue.
  - l'orientation du défaut la plus sévère quant à son effet en fatigue est une orientation transversale. La raison en est simple et est justifiable par l'étude numérique de l'influence du rayon de fond de défaut. En effet l'inclinaison du défaut par rapport à la direction transversale fait croître le rayon de fond de défaut, quel qu'il soit, lorsqu'on établit sa trace dans le plan (y,z). La traction suivant la direction y génère une concentration de contrainte moindre quand le rayon augmente. Là aussi les résultats de la simulation numérique corroborent les essais de fatigue expérimentaux réalisés.
  - A la limite de fatigue à  $2 \cdot 10^6$  cycles, il y a systématiquement dépassement de la limite d'élasticité initiale, donc plasticité confinée en fond de défaut. Un point remarquable est que la taille de la zone de déformation plastique est relativement similaire en termes de volume pour toute profondeur de défaut, lorsqu'est appliqué le chargement nominal maximal du cycle de traction ondulée correspondant à la limite de fatigue.

Un autre aspect du travail mené en simulation numérique a été la détermination des gradients de contraintes en fond de défaut en vue d'aborder, au chapitre suivant, la modélisation du comportement en fatigue des éprouvettes avec défaut à l'aide des critères multiaxiaux de fatigue. La particularité des défauts de surface de petite taille est de générer à leur voisinage des champs de contraintes multiaxiaux avec des gradients de contraintes d'autant plus élevés que les concentrations de contraintes sont fortes. Cela justifie à la fois d'utiliser les outils adaptés aux contraintes multiaxiales, les critères de fatigue, et de prendre en compte les gradients de contraintes dans ces outils.

---

## **Chapitre IV**

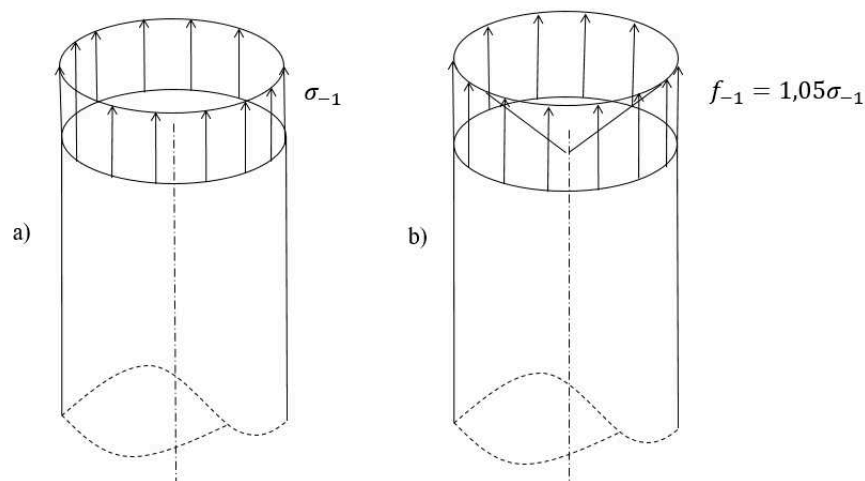
### ***Modélisation de l'influence des défauts de surface sur le comportement en fatigue de l'acier CP800***

Ce chapitre vise à analyser la capacité des outils de la fatigue multiaxiale à prévoir le comportement en fatigue de l'acier CP800 en présence des défauts de surface qui ont été générés par électroérosion et qui sont représentatifs de ceux rencontrés en pratique. Les outils en question sont les critères de fatigue multiaxiaux. L'étude porte sur les deux types d'approches rencontrées en fatigue multiaxiale, celle basée sur la notion de plan critique, et celle relevant de l'approche intégrale. L'influence du gradient de contrainte quant au comportement en fatigue de l'acier CP800 est soulignée dans un premier temps en s'appuyant sur les résultats expérimentaux et les simulations numériques des niveaux de contraintes atteints en fond de défaut. Vient ensuite la présentation des critères de fatigue multiaxiaux déjà adaptés à la prise en compte du gradient, le plus souvent simplement pour distinguer l'effet du type de sollicitation (traction-compression vis-à-vis de la flexion rotative). Elle est complétée par de nouveaux critères eux aussi transformés pour inclure l'effet du gradient dans leur formalisme, ces derniers critères étant les plus utilisés aujourd'hui en fatigue multiaxiale. L'application de ces outils de la fatigue multiaxiale au comportement expérimental en fatigue de l'acier CP800 est alors développée et analysée en fin de chapitre.

#### IV.1 Influence du gradient de contrainte sur les propriétés de fatigue de l'acier CP800

L'effet du gradient de contrainte le plus reconnu en fatigue est l'augmentation de la limite d'endurance observée pour une sollicitation comme la flexion rotative présentant un champ de contraintes non uniforme au sein de la section droite de l'éprouvette testée, par rapport à celle correspondant à un champ de contrainte uniforme.

On admet généralement que cette augmentation est de 5% par rapport à la limite d'endurance obtenue en traction-compression alternée symétrique (figure IV.1).



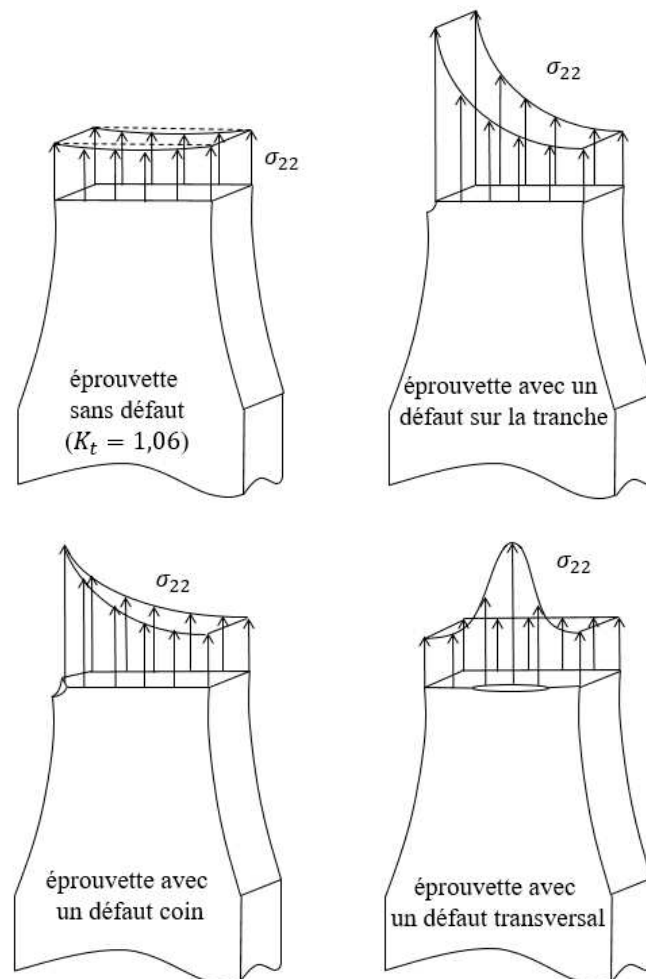
**Figure IV.1 : Répartition de la contrainte maximale rencontrée à l'endurance sur la section droite a) en traction-compression alternée symétrique b) en flexion rotative**

Pour une gamme de matériaux métalliques couvrant plusieurs aciers et une fonte, Palin-Luc avait observé des gains de la limite d'endurance en flexion rotative allant de 4% à 17% (cf. chapitre I, tableau I.4). La nature de la sollicitation a donc un effet notable et tout à fait quantifiable sur la limite d'endurance ou sur la limite de fatigue dans le domaine de

l'endurance limitée (qui couvre des durées de vie allant de  $10^5$  cycles jusqu'au seuil de l'endurance illimitée, pris généralement égal à  $2.10^6$  cycles dans l'industrie automobile).

Ce gain en matière de résistance à la fatigue est lié à la réduction de la quantité de matière soumis aux états de contraintes cycliques les plus importants en termes d'amplitude de contrainte ou de contrainte maximale rencontrée. Pratiquement les champs de contraintes pour les deux types de sollicitation se distinguent de par leur gradient spatial, évalué au moment où la contrainte maximale est rencontrée.

Il en va de même pour les champs de contrainte observés pour les éprouvettes avec défauts qui ont été testées expérimentalement en fatigue et analysées par Élément Finis. La figure IV.2 présente l'allure de la répartition de la contrainte  $\sigma_{22}$  lors de l'application d'un effort longitudinale de traction, pour une éprouvette sans défaut d'une part, et pour les éprouvettes présentant un défaut sur la tranche (ou bord de découpe), un défaut coin et un défaut transversal sur la face principale. Ces répartitions sont celles existant sur la section droite minimale des éprouvettes, section contenant le défaut lorsque l'éprouvette en possède un.



**Figure IV.2 : Allure indicative de la répartition de la contrainte longitudinale  $\sigma_{22}$  sur la section droite minimale des éprouvettes avec ou sans défaut**

La concentration de contrainte est toujours très localisée au voisinage du défaut, ces défauts étant "petits" en taille devant les dimensions de la section droite. Elle est de plus très fortement dépendante de la forme locale du défaut (géométrie et rayon de courbure). Le tableau IV.1 rappelle à ce titre les valeurs du coefficient de concentration de contrainte  $K_t$  établies pour différents types et morphologie de défaut.

**Tableau IV.1 : Concentrations de contrainte au voisinage des différents types de défauts, établies par calcul E.F. (à profondeur de défaut de 40  $\mu\text{m}$  et à rayon de fond de défaut identique)**

Forme et position du défaut	$K_t$
rond (sur la tranche)	2,41
oblong (sur la tranche)	2,01
coin	1,85
transversal sur face principale	2,22

Pour un acier CP800 dont la limite de fatigue à  $2 \cdot 10^6$  cycles en traction ondulée de rapport de charge  $R$  égal à 0,1 est elle-même égale à 585 MPa pour des éprouvettes sans défaut, l'augmentation de la limite de fatigue en flexion rotative, évaluée à 5%, conduit à une valeur de la contrainte maximale égale à 615 MPa environ, simplement sous l'effet du gradient lié à la sollicitation de flexion. En présence d'un "petit" défaut coin de 40  $\mu\text{m}$  de profondeur, le coefficient de concentration de contrainte généré par ce défaut est égal à 1,85 sur l'exemple retenu, ce qui conduit à une contrainte locale en comportement élastique qui grimpe à 1080 MPa. Du fait de la plasticité confinée, la contrainte réelle est nettement plus faible mais toujours supérieure à la limite d'élasticité du matériau ( $R_e = 830$  MPa). Pour autant ces états de contraintes cycliques correspondent à la limite de fatigue du matériau à  $2 \cdot 10^6$  cycles. C'est un effet qui peut être porté au crédit du gradient de contrainte. Le matériau peut supporter des cycles de contraintes nettement plus importants en termes d'amplitude comme de valeur moyenne dès lors que la zone ou le volume de matière soumis à ces sollicitations est très restreinte. Les mêmes cycles de contraintes que ceux qui sont rencontrés en fond de défaut, s'ils étaient appliqués sur une section droite entière d'une éprouvette saine, entraîneraient une défaillance par fatigue extrêmement précoce. Il suffit pour s'en convaincre d'essayer de placer ce niveau de contrainte sur la courbe  $S-N$  du matériau "de base" sans défaut.

L'effet du gradient peut cependant être partagé avec celui de la triaxialité de l'état des contraintes, liée au fait que la plasticité générée en fond de défaut est "enclavée" dans une matrice globalement élastique que constitue l'éprouvette. C'est de là d'ailleurs qu'est venu le besoin d'analyser ces contraintes triaxiales avec les outils qui leur sont adaptés, les critères de fatigue multiaxiaux.

---

## IV.2 Critères de fatigue multiaxiaux existants avec prise en compte du gradient

L'influence du gradient des contraintes en fatigue est un phénomène qui a été reconnu et modélisé depuis longtemps, principalement pour des états de contraintes uniaxiaux. La méthode de Brand et Sutterlin, présentée dans la bibliographie (premier chapitre), a été précurseur dans ce domaine.

L'adaptation de cette prise en compte du gradient en fatigue multiaxiale a fait l'objet d'un certain nombre de travaux à partir des années 1990.

L'objet de ce paragraphe est de présenter le principe des différents formalismes dont la vocation initiale était d'abord de traduire correctement la différence des niveaux d'endurance en contrainte pour des sollicitations laissant apparaître un gradient. Il s'agit principalement de la flexion et de la torsion qui présentent un champ de contraintes non uniforme, même lorsque la modélisation de la répartition des contraintes faisant appel au modèle poutre est applicable, c'est-à-dire en l'absence de tout accident géométrique de la section droite.

### IV.2.1 Le critère de Mataka

Le critère de Mataka est un critère de type plan critique, qui définit sa fonction de fatigue par une expression combinant l'amplitude du cisaillement ( $\tau_{ha}$ ) et la contrainte normale maximale ( $\sigma_{hhmax}$ ) :

$$E_{MT} = \frac{\tau_{ha} + \alpha \sigma_{hhmax}}{\gamma} \quad (IV.1)$$

Le plan critique du critère est le plan où la combinaison des valeurs  $\sigma_{hhmax}$  et  $\tau_{ha}$  est maximale. La fonction de fatigue du critère est calculée pour ce plan critique. A la limite de fatigue, le critère s'écrit, à la façon classique de tout critère multiaxial de fatigue, sous la forme générale :  $E_{MT} = 1$ . Les constantes du matériau  $\alpha$  et  $\gamma$  propres à ce critère sont définies à partir des deux limites de fatigue du matériau en traction et en torsion alternées symétriques par :

$$\alpha = 2 \frac{\tau_{-1}}{\sigma_{-1}} - 1 \quad (IV.2)$$

$$\gamma = \tau_{-1} \quad (IV.3)$$

Papadopoulos a développé ensuite une adaptation de ce critère pour prendre en compte le gradient de la contrainte normale. Un nouveau paramètre des contraintes apparaît ainsi dans la formulation du critère, qui fait intervenir la racine carrée du gradient de la contrainte normale maximale du plan critique, pondérée par la contrainte normale elle-même :

$$E_{MTG} = \frac{\tau_{ha} + \alpha \sigma_{hhmax} - \beta \sqrt{G \langle \sigma_{hhmax} \rangle}}{\gamma} \quad (IV.4)$$

Où le symbole  $\langle \sigma_{hhmax} \rangle$  est défini par :

$$\begin{aligned} \langle \sigma_{hhmax} \rangle &= \sigma_{hhmax} & \text{si } \sigma_{hhmax} > 0 \\ \langle \sigma_{hhmax} \rangle &= 0 & \text{si } \sigma_{hhmax} \leq 0 \end{aligned}$$

Le gradient  $G$  du critère de Matake, développé par Papadopoulos, est obtenu par la limite de fatigue d'une éprouvette saine sollicitée en flexion rotative. Le gradient est celui de la contrainte normale maximale agissant sur le plan critique : il est calculé par l'expression IV.5.

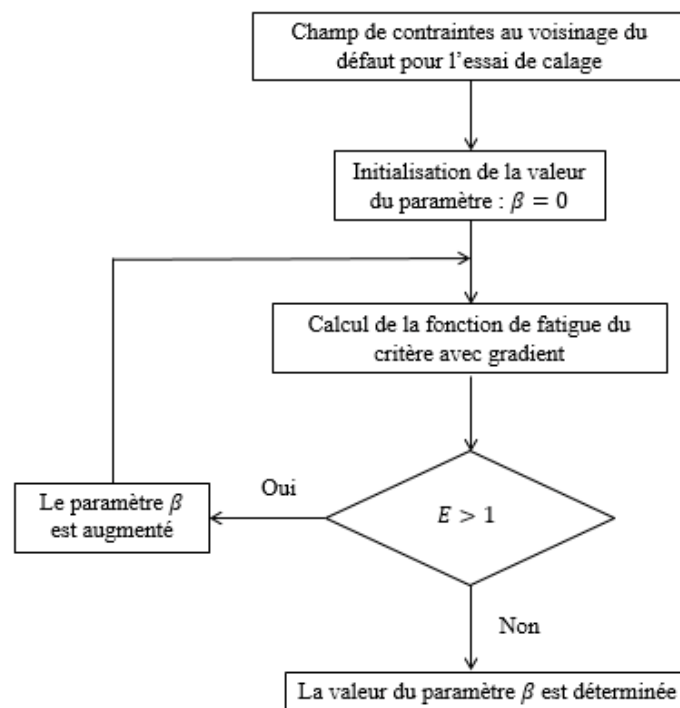
$$G = \sqrt{\left(\frac{\partial \sigma_{hhmax}}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial \sigma_{hhmax}}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial \sigma_{hhmax}}{\partial z}\right)^2} \quad (IV.5)$$

La détermination du coefficient  $\beta$  est établie à l'aide du gradient de la contrainte normale, établi en flexion rotative à l'endurance sur une éprouvette cylindrique de rayon  $R_0$ . Ce paramètre  $\beta$  s'exprime de manière analytique par :

$$\beta = 2\sqrt{R_0} \left( \frac{\tau_{-1}}{\sigma_{-1}} - \frac{\tau_{-1}}{f_{-1}} \right) \quad (IV.6)$$

Le critère de Matake avec gradient est donc calé sur des essais de fatigue réalisés sur éprouvettes lisses et pour lesquelles le seuil d'endurance est atteint : limites de fatigue en traction alternée symétrique, en torsion alternée symétrique, et en flexion rotative. Le gradient de contrainte dont l'éprouvette est le siège est simplement dû à la nature de la répartition des contraintes, linéaire pour ce qui est du modèle poutre en flexion, la géométrie simple des éprouvettes saines (sans défaut) autorisant ce modèle.

L'expression de la valeur du paramètre matériau  $\beta$  est analytique dans la mesure où la répartition des contraintes l'est également. Lorsque l'essai de fatigue qui sert au calage du critère utilise un défaut géométrique qui crée une concentration de contrainte sans possibilité d'expression analytique, une démarche numérique approchée doit être mise en place pour l'obtention du paramètre. Cette démarche est itérative, car la solution est numérique et approchée, et elle est décrite par la figure IV.3.



**Figure IV.3 : Principe de l'algorithme de détermination itérative du paramètre de pondération  $\beta$  du terme du gradient**



## IV.2.2 Le critère de Crossland

### a) Formulation du critère initial de Crossland

Le critère est qualifié d'approche globale car son formalisme utilise deux invariants du tenseur des contraintes et du tenseur déviateur des contraintes. Il s'écrit sous la forme :

$$E_{CR} = \frac{\sqrt{J_{2,a}} + \alpha I_{1max}}{\gamma} \quad (IV.7)$$

Où  $J_{2,a}$  est l'amplitude du deuxième invariant  $J_2$  du tenseur déviateur des contraintes et  $I_{1max}$  est la valeur maximale, au cours du cycle, du premier invariant du tenseur des contraintes.

Deux constantes matériau,  $\alpha$  et  $\gamma$ , apparaissent dans la formulation de ce critère. Elles sont obtenues à partir de deux limites de fatigue, par exemple  $\sigma_{-1}$  et  $\tau_{-1}$ , en écrivant que la fonction de fatigue  $E_{CR}$  du critère atteint la valeur unité pour chacune d'entre elles. La traduction de cette condition donne les expressions de  $\alpha$  et  $\gamma$  :

$$\alpha = \frac{\tau_{-1}}{\sigma_{-1}} - \frac{1}{\sqrt{3}} \quad (IV.8)$$

$$\gamma = \tau_{-1} \quad (IV.9)$$

### b) Adaptation du critère de Crossland à la prise en compte du gradient par Billaudeau

Billaudeau établit le gradient de contrainte représentatif sur la zone allant du fond du défaut vers le cœur de l'éprouvette (figure IV.4), sur une distance égale à la racine de l'aire du défaut dans le plan perpendiculaire à la direction de la sollicitation. Le nouveau critère de Crossland avec prise en compte du gradient s'écrit :

$$\sqrt{J_{2,a}} + \alpha I_{1max} \left( 1 - a \left( \frac{G_{I1}}{I_{1max}} \right) \right) = \gamma \quad (IV.10)$$

à la limite de fatigue du matériau et en présence d'un défaut.

Le gradient  $G_{I1}$  qui apparait dans cette expression est évalué dans la direction perpendiculaire au plan tangent au fond du défaut et orientée vers le cœur de l'éprouvette (figure IV.4) ; il est exprimé par :

$$G_{I1} = \frac{\Delta I_1}{\sqrt{aire}} \quad (IV.11)$$

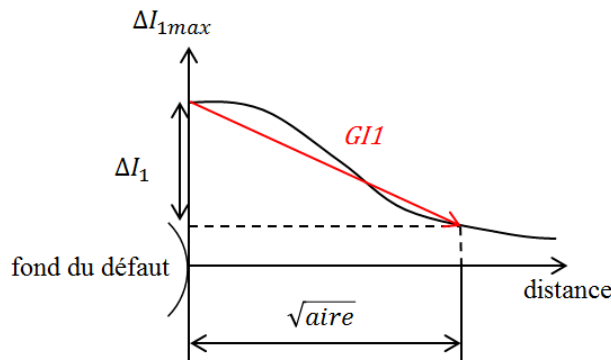


Figure IV.4 : Définition du gradient en fond d'un défaut selon Billaudeau

### IV.2.3 Le critère de Nadot

Ce critère, qui intègre lui aussi le gradient, a été proposé par Nadot. Il a été conçu pour être appliqué à un matériau élaboré par fonderie (A356-T6). Le défaut qui constitue le site d'amorçage de la fissure de fatigue est un défaut dit "naturel" (il peut s'agir d'un vide, d'une retassure, ou d'un oxyde).

Le critère proposé se base sur la notion de contrainte équivalente suggérée par Vu, qui prend en compte l'effet du déphasage entre les composantes du tenseur des contraintes. La base de la modélisation est donc le critère multiaxial de Vu qui utilise le deuxième invariant du tenseur des contraintes en séparant sa partie moyenne et sa partie alternée (notées  $J_{2,mean}$  et  $J'_2(t)$  respectivement). C'est le paramètre  $J_{2,mean}$  qui rend compte du déphasage des composantes du chargement appliqué.

La contrainte équivalente de Vu est définie par :

$$\sigma_{\text{eq},Vu} = \sqrt{\gamma_1 J_2'^2(t) + \gamma_2 J_{2,mean}^2 + \gamma_3 I_f(I_{1,a} + I_{1,m})} \quad (\text{IV.12})$$

Les paramètres  $\gamma_1$  et  $\gamma_2$  sont ici définis en fonction du niveau de la résistance maximale à la rupture du matériau selon :

- Acier (pour  $R_m < 750 \text{ MPa}$ ) :  $\gamma_1 = 0,65$  et  $\gamma_2 = 0,8636$
- Acier (pour  $R_m > 750 \text{ MPa}$ ) :  $\gamma_1 = 0,3$  et  $\gamma_2 = 1,7272$

Le paramètre  $\gamma_3$  pour sa part est défini par :

$$\gamma_3 = \frac{\tau_{-1}^2 - \frac{f_{-1}^2}{3}}{f_{-1}} \quad (\text{IV.13})$$

Où  $\tau_{-1}$  est la limite de fatigue en torsion alternée symétrique, et  $f_{-1}$  est celle en flexion rotative. Les trois paramètres ( $\gamma_1, \gamma_2$  et  $\gamma_3$ ) constituent donc les constantes du matériau.

Dans l'expression IV.12, la fonction du premier invariant de contrainte  $I_f(I_{1,a} + I_{1,m})$  est elle aussi définie à partir de la résistance maximale par extension  $R_m$  :

- pour  $R_m < 750 \text{ MPa}$  :  $I_f(I_{1,a} + I_{1,m}) = I_{1,a} + I_{1,m}$
- pour  $R_m > 750 \text{ MPa}$  :  $I_f(I_{1,a} + I_{1,m}) = I_{1,a} + \frac{f_{-1}}{\tau_{-1}} I_{1,m}$

La condition de tenue en fatigue (cycle multiaxial analysé inférieur à la limite d'endurance du matériau) proposée par Vu se traduit par :

$$f = \sqrt{\gamma_1 J_2'^2(t) + \gamma_2 J_{2,mean}^2 + \gamma_3 I_f(I_{1,a} + I_{1,m})} < \beta \quad (\text{IV.14})$$

Où le paramètre  $\beta$  est égal à la limite de fatigue en torsion alternée symétrique  $\tau_{-1}$ .

Nadot a proposé d'intégrer le gradient de contrainte dans le critère précédent sous la forme du gradient de la contrainte équivalent de Vu et sur une zone en fond de défaut de longueur égale à la racine de l'aire du défaut telle que définie par Murakami.

Ce faisant, le nouveau formalisme du critère s'écrit :

$$\sigma_{\text{eq},Vu(\text{max})} - b_g \frac{\sigma_{\text{eq},Vu(\text{max})} - \sigma_{\text{eq},Vu(\infty)}}{\sqrt{\text{aire}}} \leq \beta \quad (\text{IV.15})$$

Le paramètre  $b_g$  qui vient pondérer le terme propre au gradient de la contrainte équivalente de Vu s'obtient par le calage du critère sur le résultat d'un essai de fatigue réalisé sur une éprouvette avec un défaut dont la taille correspond à la valeur de référence  $\sqrt{aire}_{ref}$  ; ce paramètre s'exprime suivant :

$$b_g = \sqrt{aire}_{ref} \left( \frac{\sigma_{\acute{e}q,Vu(max)}^{-\beta}}{\sigma_{\acute{e}q,Vu(max)} - \sigma_{\acute{e}q,Vu(\infty)}} \right) \quad (IV.16)$$

Le paramètre  $\beta$  est quant à lui inchangé, toujours égal à la limite de fatigue en torsion alternée symétrique  $\tau_{-1}$ .

#### IV.2.4 Le critère de Fogue

Ce critère relève de l'approche dite globale ou intégrale. Son principe est le suivant : on détermine l'indicateur d'endommagement  $E_h$  au sens du critère pour tous les plans matériels analysés, puis la fonction de fatigue du critère est calculée en réalisant la moyenne quadratique de  $E_h$  pour tous ces plans. Le critère dans sa version initiale (sans prise en compte du gradient) est défini par :

$$E_h = \frac{a*\tau_{ha} + b*\sigma_{hha} + d*\sigma_{hhm}}{\sigma_{-1}} \quad (IV.17)$$

Où  $a, b$  et  $d$  sont des constantes du matériau qui sont définies à partir de limites de fatigue sous sollicitations simples ( $\sigma_{-1}, \tau_{-1}, \sigma_0$ ), selon :

$$\left\{ \begin{array}{l} a = \sqrt{\frac{12\left(\frac{\sigma_{-1}}{\tau_{-1}}\right)^2 - 21 + b^2}{2}} \\ b = \sqrt{\frac{15 - \sqrt{9\left(25 - 8\left(\left(\frac{\sigma_{-1}}{\tau_{-1}}\right)^2 - 3\right)^2\right)}}{2}} \\ d = \frac{1}{3} \left\{ -(3b + 2a) + \sqrt{(3b + 2a)^2 + 45 \left(4\left(\frac{\sigma_{-1}}{\sigma_0}\right)^2 - 1\right)} \right\} \end{array} \right. \quad (IV.18)$$

La fonction de fatigue du critère de Fogue est :

$$E_{FG} = \sqrt{\frac{1}{S} \int_S E_h^2 dS} \quad (IV.19)$$

Weber a introduit le gradient de contrainte  $G$  dans ce critère en ajoutant un terme supplémentaire à l'indicateur d'endommagement  $E_h$ , en s'inspirant du travail de Papadopoulos pour le critère de Mataké :

$$E_h = \frac{a*\tau_{ha} + b*\sigma_{hha} + d*\sigma_{hhm} - \delta\sqrt{G(\sigma_{hhmax})}}{\sigma_{-1}} \quad (IV.20)$$

Ici le gradient de contrainte est celui de la contrainte normale, il est calculé lorsque la contrainte normale sur le plan de normale  $h$  atteint son maximum :

$$G = \sqrt{\left(\frac{\partial\sigma_{hhmax}}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial\sigma_{hhmax}}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial\sigma_{hhmax}}{\partial z}\right)^2} \quad (IV.21)$$

Les constantes du matériau sont données par :

$$\begin{cases} a = \frac{y_5}{\alpha} - \alpha \\ b = \frac{-2b + \sqrt{45 - 2a^2}}{3} \\ d = \frac{-(6b+4a) + \sqrt{(6b+4a)^2 - 180(1-y_1)}}{6} \\ \delta = (\alpha - b)\sqrt{R_0} \end{cases} \quad (\text{IV.22})$$

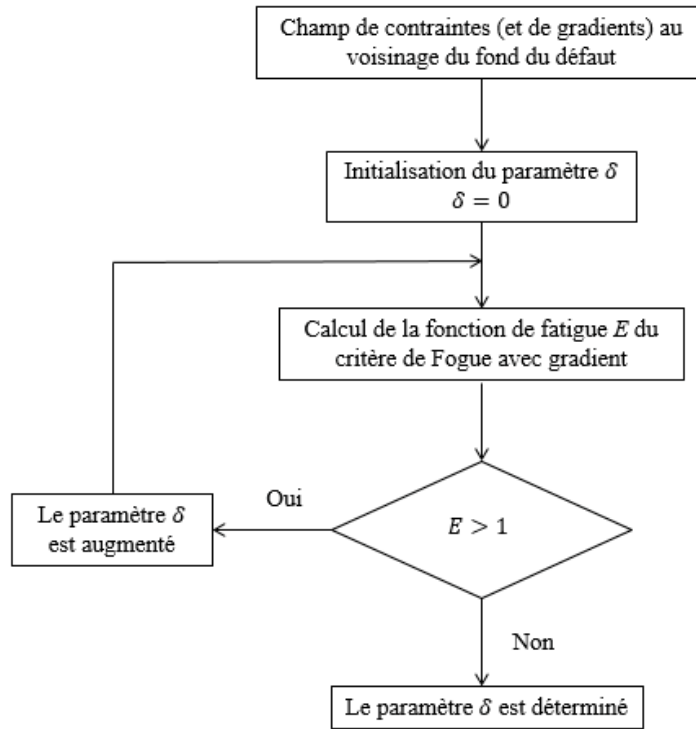
Avec :

$$\begin{cases} \alpha = \sqrt{\frac{15y_3 - \sqrt{15^2 y_3^2 - 8y_5^2}}{2}} \\ y_1 = \left(\frac{2\sigma_{-1}}{\sigma_0}\right)^2 \\ y_2 = \left(\frac{\sigma_{-1}}{\tau_{-1}}\right)^2 \\ y_3 = \left(\frac{\sigma_{-1}}{f_{-1}}\right)^2 \\ y_5 = 9y_3 - 3y_2 \end{cases} \quad (\text{IV.23})$$

Jusqu'à présent le calage du critère de Fogue avec gradient était réalisé sur une éprouvette cylindrique à partir de laquelle était établie expérimentalement la limite de fatigue en flexion rotative. Le coefficient  $\delta$  de pondération du terme du gradient dans l'expression IV.21 est donc de ce fait dépendant du rayon de l'éprouvette (la répartition linéaire des contraintes en flexion étant fonction du rayon  $R_0$  de l'éprouvette).

Dans le cas d'un champ de contraintes (et de gradients des contraintes) au voisinage d'un défaut, la détermination du paramètre  $\delta$  qui pondère le gradient se fait par voie numérique. La démarche est itérative comme pour le critère de Crossland vu au paragraphe IV.2.1.

La figure IV.5 présente l'algorithme itératif mis en place pour le calage du critère sur un essai de fatigue tribulaire d'un défaut, et plus précisément pour la détermination du coefficient  $\delta$ .



**Figure IV.5 : Méthode itérative pour la détermination du coefficient de pondération du terme du gradient dans le critère de Fogue**

#### IV.2.5 Le critère de Robert

Le critère de Robert est un critère de type plan critique. Pratiquement, on détermine l'indicateur d'endommagement par plan  $E_h$  pour tous les plans matériels analysés ; la fonction de fatigue du critère est la valeur maximale de  $E_h$  recensée, c'est-à-dire l'indicateur d'endommagement du plan critique. L'expression de  $E_h$  du critère initial sans prise en compte du gradient est exprimée par :

$$E_h = \max_t \left( \frac{\tau_{ha}(t) + \alpha \sigma_{hha}(t) + \beta \sigma_{hnm}}{\theta} \right) \quad (\text{IV.24})$$

L'indicateur d'endommagement  $E_h$  utilise les contraintes tangentielle et normale alternée  $\tau_{ha}(t)$  et  $\sigma_{hha}(t)$ , et la contrainte normale moyenne agissant sur le plan matériel analysé.

Les constantes du matériau sont données par les expressions suivantes ; elles requièrent la connaissance de trois limites de fatigue.

$$\begin{cases} \alpha = \frac{\frac{\tau_{-1}}{\sigma_{-1}} - \frac{1}{2}}{\sqrt{\frac{\tau_{-1}}{\sigma_{-1}} \left( 1 - \frac{\tau_{-1}}{\sigma_{-1}} \right)}} \\ \theta = \tau_{-1} \sqrt{\alpha^2 + 1} \\ \beta = \frac{2\theta}{\sigma_0} - \frac{\sigma_0}{8\theta} - \alpha \end{cases} \quad (\text{IV.25})$$

La fonction de fatigue du critère est définie par :

$$E_{RB} = \max_h (E_h) \quad (\text{IV.26})$$

Weber a proposé l'intégration du gradient de contrainte dans le critère de Robert de la même façon que pour le critère de Fogue. La nouvelle formulation du critère avec gradient est donnée par :

$$E_h = \max_t \left( \frac{\tau_{ha}(t) + \alpha \sigma_{hha}(t) + \beta \sigma_{hhm} - \delta \sqrt{G(t) \langle \sigma_{hh}(t) \rangle}}{\theta} \right) \quad (\text{IV.27})$$

Où le gradient de contrainte  $G(t)$  est défini par :

$$G(t) = \sqrt{\left( \frac{\partial \sigma_{hh}(t)}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial \sigma_{hh}(t)}{\partial y} \right)^2 + \left( \frac{\partial \sigma_{hh}(t)}{\partial z} \right)^2} \quad (\text{IV.28})$$

Le principe du critère avec gradient relève toujours de l'approche plan critique, sa fonction de fatigue est donc déterminée suivant le même principe que celui du critère initial sans gradient :

$$E_{RBG} = \max_h (E_h) \quad (\text{IV.29})$$

Le calage du critère sur les limites de fatigue de traction et de torsion alternées symétriques, de traction répétée et de flexion rotative conduisent aux expressions suivantes des quatre constantes  $\theta$ ,  $\alpha$ ,  $\beta$  et  $\delta$  du critère :

$$\begin{cases} \theta = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\tau_{-1} f_{-1}^2}{f_{-1} - \tau_{-1}}} \\ \alpha = \frac{\theta}{\sigma_{-1}} - \frac{\sigma_{-1}}{4\theta} \\ \beta = \frac{2\theta}{\sigma_0} - \frac{\sigma_0}{8\theta} - \alpha \\ \delta = \sqrt{R_0} \left( \frac{2\theta}{f_{-1}} - \frac{\theta}{\tau_{-1}} - \alpha \right) \end{cases} \quad (\text{IV.30})$$

Lorsque le critère de fatigue est calé sur la limite de fatigue en flexion rotative  $f_{-1}$  obtenue à l'aide d'une éprouvette cylindrique de rayon  $R_0$ , on obtient de manière analytique toutes les composantes des contraintes et du gradient qui interviennent dans la formulation de l'indicateur d'endommagement  $E_h$ . Le gradient  $G(t)$  de  $\sigma_{hh}(t)$  fait intervenir explicitement le rayon  $R_0$  de l'éprouvette de fatigue. En revanche pour le calage du critère sur le résultat d'un essai de fatigue pratiqué sur une éprouvette présentant un défaut de surface, le calage du critère pour obtenir le coefficient  $\delta$  ne peut se faire que par voie numérique approchée. La même méthode itérative que pour le critère de Fogue est mise en œuvre pour calculer  $\delta$ . La figure IV.5 qui servait d'illustration de cette démarche itérative pour le critère de Fogue représente aussi la démarche suivie pour le critère de Robert.

Ce paragraphe a présenté les modèles existants des critères de fatigue multiaxiaux adaptés à la prise en compte du gradient des contraintes. Le paragraphe suivant présente l'adaptation, réalisée dans le cadre de cette thèse, d'autres critères à la prise en compte du gradient.

La justification de ce travail tient au fait qu'il s'agit des critères de fatigue multiaxiaux les plus utilisés aujourd'hui en Bureau d'Etudes ; le critère de fatigue de Dang Van est le plus utilisé en France, celui de Zenner l'est en Allemagne.

### IV.3 Critères de fatigue multiaxiaux adaptés à la prise en compte de l'influence en fatigue du gradient

#### IV.3.1 Critère de Dang Van adapté à la prise en compte du gradient de contrainte

Le critère de Dang Van est un critère de fatigue de type plan critique. A ce titre, son principe est de calculer l'indicateur d'endommagement  $E_h$  sur un grand nombre de plans matériels d'orientations différentes de manière à déterminer celui qui est le plus sollicité, et qui constitue le plan appelé plan critique.

L'indicateur d'endommagement  $E_h$ , relatif au plan de normale  $h$ , du critère de Dang Van initial (sans prise en compte du gradient) s'exprime par :

$$E_h = \max_t \left\{ \frac{\tau_{ha}(t) + \alpha P_H(t)}{\beta} \right\} \quad (\text{IV.31})$$

Lorsque le critère est calé sur les deux limites de fatigue de traction alternée symétrique et de torsion alternée symétrique ( $\sigma_{-1}$  et  $\tau_{-1}$ ), les deux constantes  $\alpha$  et  $\beta$  du critère s'écrivent :

$$\begin{cases} \alpha = 3 \left( \frac{\tau_{-1}}{\sigma_{-1}} - \frac{1}{2} \right) \\ \beta = \tau_{-1} \end{cases} \quad (\text{IV.32})$$

La fonction de fatigue du critère de Dang Van est la valeur de son indicateur d'endommagement obtenu sur le plan critique. D'où :

$$E_{DV} = \max_h (E_h) \quad (\text{IV.33})$$

Lorsque la limite de fatigue du matériau est atteinte, on a :  $E_{DV} = 1$ .

Pour intégrer l'influence du gradient de contrainte dans le critère de Dang Van, on se propose d'ajouter dans son formalisme initial un terme incluant le gradient de la contrainte normale, notée  $G_{hh}$  :

$$E_h = \max_t \left\{ \frac{\tau_{ha}(t) + \alpha P_H(t) - \gamma * G_{hh}}{\beta} \right\} \quad (\text{IV.34})$$

Le calcul de la fonction de fatigue du nouveau critère de Dang Van demeure inchangé vis-à-vis du principe propre à l'approche plan critique :

$$E_{DVG} = \max_h (E_h) \quad (\text{IV.35})$$

Les constantes  $\alpha$  et  $\beta$  du nouveau critère sont identiques à celles du critère initial. La constante  $\gamma$  est calculée pour sa part sur le résultat d'un essai de fatigue réalisé sur une éprouvette comportant un défaut de taille "moyenne". Le champ des contraintes au voisinage du défaut sert à déterminer les paramètres des contraintes du critère ( $\tau_{ha}(t)$ ,  $P_H(t)$ ) et celui propre au gradient  $G_{hh}$ .

Une méthode itérative analogue à celle d'autres critères incluant l'effet du gradient, et représentée sur les figures IV.3 et IV.5, est utilisée ici. La démarche de calcul de la constant  $\gamma$  passe ici aussi par une voie numérique car il n'y a pas d'expression analytique en général pour traduire la répartition des contraintes au voisinage du défaut étudié.

#### IV.3.2 Adaptation du critère de Papadopoulos à la prise en compte du gradient



Le critère de Papadopoulos est un critère d'approche globale dans la mesure où il utilise deux invariants du tenseur des contraintes et du tenseur déviateur des contraintes. Le critère est très proche de celui de Crossland car il consiste simplement à utiliser la pression hydrostatique en lieu et place du premier invariant du tenseur des contraintes. Les deux paramètres sont simplement dans le rapport trois.

La formulation initiale du critère de Papadopoulos, sans gradient, est la suivante :

$$E_{PP} = \frac{k^* + \alpha P_{Hmax}}{\beta} \quad (IV.36)$$

Où le paramètre  $k^*$  est relatif au deuxième invariant du tenseur déviateur des contraintes :

$$k^* = \max_t \sqrt{J_{2a}(t)} = \sqrt{J_{2a}} \quad (IV.37)$$

Le calage du critère sur les deux limites d'endurance  $\sigma_{-1}$  et  $\tau_{-1}$  conduit aux valeurs suivantes des deux coefficients "matériau"  $\alpha$  et  $\beta$  :

$$\begin{cases} \alpha = 3 \frac{\tau_{-1}}{\sigma_{-1}} - \sqrt{3} \\ \beta = \tau_{-1} \end{cases} \quad (IV.38)$$

Pour traduire l'influence du gradient des contraintes au sein de ce critère, on introduit un nouveau terme dans le formalisme de celui-ci, sous la forme de la valeur absolue du gradient du premier invariant  $I_1$  des contraintes. Le gradient est donc calculé de manière analogue à ce qui est réalisé dans le critère de Billaudeau.

Ainsi construite, la fonction de fatigue du critère de Papadopoulos avec gradient s'écrit :

$$E_{PPG} = \frac{k^* + \alpha P_{Hmax} - \gamma G_{I1}}{\beta} \quad (IV.39)$$

Les paramètres  $\alpha$  et  $\beta$  sont définis de façon similaire à ceux du formalisme initial sans gradient du critère. Le paramètre  $\gamma$  est obtenu par le calage du critère en prenant en compte le champ de contraintes au voisinage du défaut, pour l'essai de fatigue conduisant à l'endurance du matériau. La détermination du paramètre  $\gamma$  passe par la méthode itérative déjà décrite pour les autres critères de fatigue utilisant le résultat d'un essai de fatigue pour une éprouvette avec défaut. L'essai retenu est celui établi pour une valeur moyenne de la profondeur du défaut.

### IV.3.3 Intégration de l'influence en fatigue du gradient dans le critère de Zenner

Le critère de Zenner, proposé en 1993, est lui aussi de type approche globale ou intégrale. Ce critère est celui qui est le plus utilisé dans l'industrie allemande. Le critère utilise quatre paramètres qui sont l'amplitude de la contrainte normale  $\sigma_{hha}$ , la contrainte normale moyenne  $\sigma_{hhm}$ , l'amplitude de la contrainte tangentielle  $\tau_{ha}$  et la contrainte tangentielle moyenne  $\tau_{hm}$ . L'indicateur d'endommagement par plan  $E_h$  du critère est exprimé sous la forme suivante :

$$E_h = a\tau_{ha}^2(1 + m\tau_{hm}^2) + b\sigma_{hha}^2(1 + n\sigma_{hhm}) \quad (IV.40)$$

La fonction de fatigue du critère est définie par la moyenne quadratique de l'indicateur d'endommagement  $E_h$  sur toutes les orientations possibles des plans matériels :

$$E_{ZN} = \frac{1}{\sigma_{-1}} \sqrt{\left(\frac{15}{2}\right) \frac{1}{S} \int_S E_h dS} \quad (IV.41)$$

Où  $S$  est égal à  $4\pi$ . Le facteur  $15/2$  est inséré dans le formalisme pour simplifier les expressions des constantes  $a$ ,  $am$ ,  $b$ , et  $bn$  lors du calage du critère. Ces constantes sont obtenues par le calage sur quatre limites de fatigue du matériau : celles de traction et de torsion alternées symétriques ( $\sigma_{-1}$  et  $\tau_{-1}$ ), celles de traction et de torsion répétées ( $\sigma_0$  et  $\tau_0$ ). Elles s'expriment suivant :

$$a = \frac{1}{5} \left[ 3 \left( \frac{\sigma_{-1}}{\tau_{-1}} \right)^2 - 4 \right] \quad (\text{IV.42})$$

$$b = \frac{1}{5} \left[ 6 - 2 \left( \frac{\sigma_{-1}}{\tau_{-1}} \right)^2 \right] \quad (\text{IV.43})$$

$$am = \frac{\sigma_{-1}^2 - \left( \frac{\sigma_{-1}}{\tau_{-1}} \right)^2 \cdot \left( \frac{\tau_0}{2} \right)^2}{\frac{12}{7} \left( \frac{\tau_0}{2} \right)^4} \quad (\text{IV.44})$$

$$bn = \frac{\sigma_{-1}^2 - \left( \frac{\sigma_0}{2} \right)^2 - \frac{4}{21} am \left( \frac{\sigma_0}{2} \right)^4}{\frac{15}{14} \left( \frac{\sigma_0}{2} \right)^3} \quad (\text{IV.45})$$

Pour inclure la prise en compte du gradient de contrainte dans ce critère, la proposition faite consiste à introduire un nouveau terme, proportionnel au gradient, pris en valeur absolue, de la contrainte normale maximale agissant sur le plan de normale  $h$ .

Ce terme est pondéré par un nouveau coefficient, noté  $\gamma$ , déterminé au moyen du calage du critère sur le résultat d'un essai de fatigue réalisé sur une éprouvette avec défaut, dont la profondeur s'inscrit dans la moyenne de l'ensemble des profondeurs de défaut testées.

La méthode d'obtention de cette constante est la même que celle développée pour les autres critères avec gradient. Elle est basée sur une approche numérique itérative. On part sur une valeur nulle au départ de la constante  $\gamma$  (il n'y a pas de prise en compte de l'influence du gradient au départ) et on la fait croître progressivement jusqu'à ce que la fonction de fatigue du critère soit égale à l'unité pour le champ des contraintes et de leurs gradients rencontrés au voisinage du fond de défaut.

Ainsi, l'indicateur d'endommagement du nouveau critère de Zenner avec gradient s'écrit :

$$E_h = a\tau_{ha}^2(1 + m\tau_{hm}^2) + b\sigma_{hha}^2(1 + n\sigma_{hnm}) - (\gamma \cdot G_{hh}) \quad (\text{IV.46})$$

La fonction de fatigue de ce nouveau critère de Zenner, avec prise en compte du gradient, conserve son expression générale d'obtention, et donc le caractère d'approche intégrale :

$$E_{ZNG} = \frac{1}{\sigma_{-1}} \sqrt{\left( \frac{15}{2} \right) \frac{1}{S} \int_S E_h dS} \quad (\text{IV.47})$$

#### IV.4 Application des critères de fatigue avec gradient aux éprouvettes comportant des défauts

La présence d'un défaut en surface des éprouvettes est générateur d'une concentration de contrainte en fond de défaut telle que la valeur maximale du cycle rencontré est très largement au-dessus de la limite de fatigue du matériau sur éprouvette lisse pour la même durée de vie. La présence de ce gradient de contrainte, d'autant plus important que la concentration de contrainte est forte, est le paramètre permettant de justifier cet accroissement de la limite de fatigue locale. L'objet de ce paragraphe est de valider la capacité des critères de fatigue

multiaxiaux à intégrer l'effet du gradient de contrainte très localisé, dans une zone dont l'étendue est de l'ordre de grandeur de la taille du défaut.

Cette capacité des critères multiaxiaux est évaluée dans un premier temps au seuil de l'endurance illimitée, c'est-à-dire pour une durée de vie de  $2.10^6$  cycles, puis ensuite en endurance limitée. En effet une courbe *S-N* de l'acier CP800 n'a pas pu être déterminée pour chaque type de défaut étudié dans nos travaux faute d'éprouvettes en nombre suffisant. La prévision des critères de fatigue multiaxiaux sera donc faite pour estimer les limites de fatigue à  $2.10^6$  cycles pour les défauts qui ont donné lieu à une expérimentation à cette durée de vie, et au niveau de contrainte testé expérimentalement pour les défauts dont l'effet n'a été mesuré expérimentalement qu'à ce niveau de sollicitation.

Les limites de fatigue à  $2.10^6$  cycles ont été déterminées pour la référence AR203 avec des défauts de forme ronde et avec la référence AY1268 pourvue de défauts de forme oblongue. Les autres formes de défaut n'ont pas fait l'objet de détermination de courbes *S-N* en totalité. Les critères de fatigue multiaxiaux vont être utilisés à cette limite de fatigue à  $2.10^6$  cycles.

Les gradients des contraintes, pour différentes profondeurs de défaut, sont calculés par interpolation parabolique sur trois points pour la même taille de maillage (et avec la loi de comportement élastoplastique isotrope).

Les gradients des contraintes sont récapitulés pour les directions x, y et z dans les tableaux IV.2, IV.3 et IV.4 respectivement, pour le défaut rond situé sur une tranche de l'éprouvette de la référence AR203.

**Tableau IV.2 : Gradients en MPa/mm des différentes composantes des contraintes dans la direction x pour les différentes profondeurs de défaut**

Défaut (µm)	$\frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x}$	$\frac{\partial \sigma_{yy}}{\partial x}$	$\frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial x}$	$\frac{\partial \sigma_{xy}}{\partial x}$	$\frac{\partial \sigma_{yz}}{\partial x}$	$\frac{\partial \sigma_{zx}}{\partial x}$
31	3023	468	5216	36	11	6
67	3018	616	6818	60	1	14
127	2807	763	6293	145	2	15
297	3514	1464	4358	7	3	2

**Tableau IV.3 : Gradients en MPa/mm des différentes composantes des contraintes dans la direction y pour les différentes profondeurs de défaut**

Défaut (µm)	$\frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial y}$	$\frac{\partial \sigma_{yy}}{\partial y}$	$\frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial y}$	$\frac{\partial \sigma_{xy}}{\partial y}$	$\frac{\partial \sigma_{yz}}{\partial y}$	$\frac{\partial \sigma_{zx}}{\partial y}$
31	115	358	815	1274	3	9
67	24	0	29	480	1	1
127	40	50	74	226	3	2
297	16	109	448	23	4	4

**Tableau IV.4 : Gradients en MPa/mm des différentes composantes des contraintes dans la direction z pour les différentes profondeurs de défaut**

Défaut (μm)	$\frac{\partial\sigma_{xx}}{\partial z}$	$\frac{\partial\sigma_{yy}}{\partial z}$	$\frac{\partial\sigma_{zz}}{\partial z}$	$\frac{\partial\sigma_{xy}}{\partial z}$	$\frac{\partial\sigma_{yz}}{\partial z}$	$\frac{\partial\sigma_{zx}}{\partial z}$
31	2	3	3	1	0	1
67	2	0	4	0	0	2
127	1	2	4	0	0	3
297	2	1	4	0	0	1

Les tableaux IV.5, IV.6, IV.7 résument de manière analogue les gradients suivant x, y et z respectivement de chaque composante des contraintes obtenus pour la référence AY1268 avec des défauts de forme oblongue (ces gradients sont calculés au point où l'état de contrainte est maximal).

**Tableau IV.5 : Gradients en MPa/mm des différentes composantes des contraintes dans la direction x pour les deux profondeurs de défaut oblong**

Défaut (μm)	$\frac{\partial\sigma_{xx}}{\partial x}$	$\frac{\partial\sigma_{yy}}{\partial x}$	$\frac{\partial\sigma_{zz}}{\partial x}$	$\frac{\partial\sigma_{xy}}{\partial x}$	$\frac{\partial\sigma_{yz}}{\partial x}$	$\frac{\partial\sigma_{zx}}{\partial x}$
10	1966	33329	21154	4631	2	20
40	6948	1915	12880	435	7	56

**Tableau IV.6 : Gradients en MPa/mm des différentes composantes des contraintes dans la direction y pour les deux profondeurs de défaut oblong**

Défaut (μm)	$\frac{\partial\sigma_{xx}}{\partial y}$	$\frac{\partial\sigma_{yy}}{\partial y}$	$\frac{\partial\sigma_{zz}}{\partial y}$	$\frac{\partial\sigma_{xy}}{\partial y}$	$\frac{\partial\sigma_{yz}}{\partial y}$	$\frac{\partial\sigma_{zx}}{\partial y}$
10	3513	5617	5122	14253	63	32
40	2221	441	3489	2258	23	34

**Tableau IV.7 : Gradients en MPa/mm des différentes composantes des contraintes dans la direction z pour les deux profondeurs de défaut oblong**

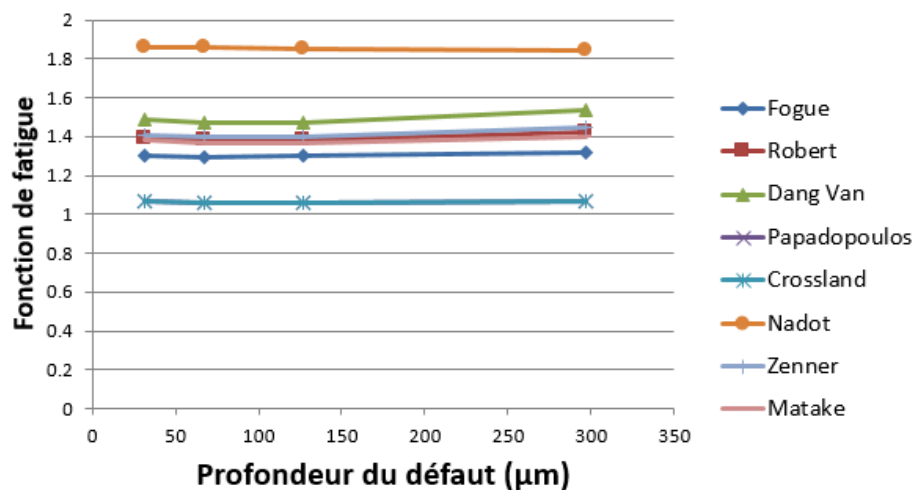
Défaut (μm)	$\frac{\partial\sigma_{xx}}{\partial z}$	$\frac{\partial\sigma_{yy}}{\partial z}$	$\frac{\partial\sigma_{zz}}{\partial z}$	$\frac{\partial\sigma_{xy}}{\partial z}$	$\frac{\partial\sigma_{yz}}{\partial z}$	$\frac{\partial\sigma_{zx}}{\partial z}$
10	2	2	5	0	0	6
40	9	5	11	0	0	5

#### IV.4.1 Comparaison des cycles de contraintes rencontrés au le seuil d'endurance du matériau

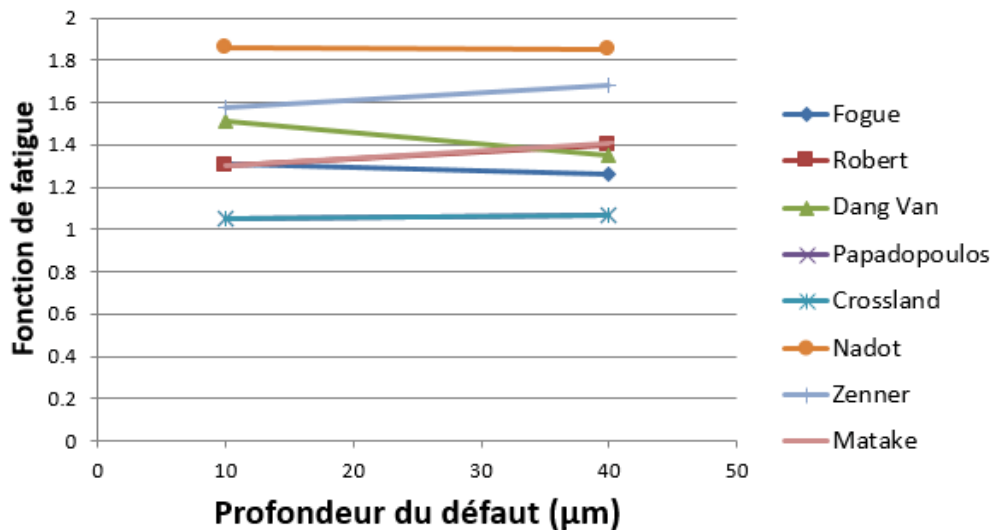
Les critères de fatigue multiaxiaux qui ont été transformés pour prendre en compte le gradient de contrainte sont tout d'abord testés en l'absence de cette prise en compte. Le tableau IV.8 présente les fonctions de fatigue de leur formalisme initial pour les défauts de forme ronde ou oblongue au seuil de l'endurance à  $2.10^6$  cycles. Les fonctions de fatigue ainsi obtenues sont reportées en fonction de la profondeur du défaut rond sur la figure IV.6, en fonction de celle du défaut oblong sur la figure IV.7.

**Tableau IV.8 : Fonctions de fatigue des critères multiaxiaux analysés sans prise en compte du gradient de contrainte**

Forme du défaut	Profondeur du défaut ( $\mu\text{m}$ )	$E_{MT}$	$E_{CR}$	$E_{ND}$	$E_{FG}$	$E_{RB}$	$E_{DV}$	$E_{PP}$	$E_{ZN}$
Ronde	31	1,38	1,07	1,86	1,30	1,39	1,49	1,07	1,41
	67	1,38	1,06	1,86	1,29	1,38	1,47	1,06	1,40
	127	1,37	1,06	1,85	1,30	1,38	1,47	1,06	1,40
	297	1,40	1,07	1,84	1,32	1,42	1,54	1,07	1,45
Oblongue	10	1,30	1,05	1,86	1,31	1,30	1,51	1,05	1,58
	40	1,41	1,07	1,85	1,26	1,40	1,35	1,07	1,68



**Figure IV.6 : Fonctions de fatigue des critères multiaxiaux analysés sans prise en compte du gradient, en fonction de la profondeur du défaut rond (nuance d'acier AR203)**



**Figure IV.7 : Fonctions de fatigue des critères multiaxiaux analysés sans prise en compte du gradient, en fonction de la profondeur du défaut oblong (nuance d’acier AY1268)**

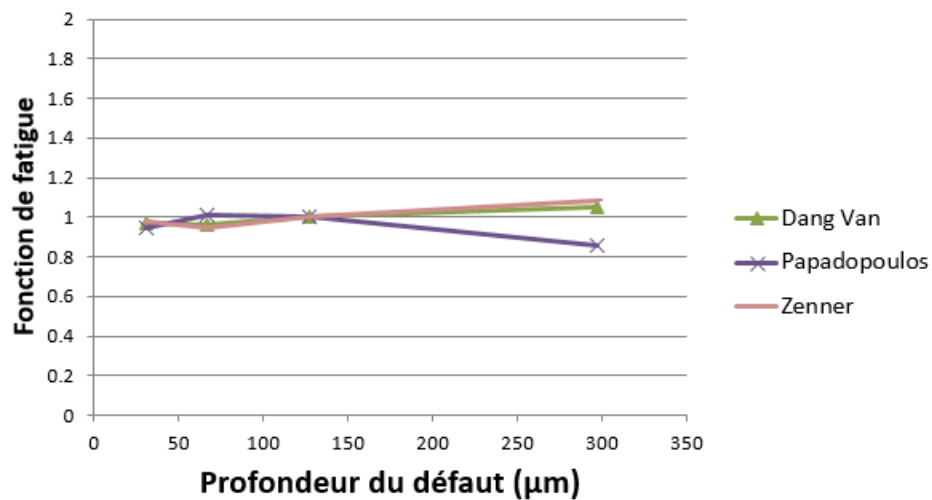
En l’absence de prise en compte du gradient de contrainte, tous les critères de fatigue présentent une fonction de fatigue supérieure à l’unité. Cela traduit que le cycle de contrainte analysé en fond de défaut est systématiquement supérieur à la limite d’endurance du matériau. Les concentrations de contrainte générées par les défauts rendent donc très conservatifs les critères au formalisme conventionnel (sans gradient). Les mêmes calculs vont être refaits mais cette fois avec le nouveau formalisme incluant l’effet du gradient.

Il faut noter ici que le calage des critères pour le paramètre matériau venant pondérer le terme relatif au gradient a été réalisé avec le résultat des essais de fatigue pour le défaut de profondeur intermédiaire 127 μm. Le tableau IV.9 présente les fonctions de fatigue des trois critères dont nous avons proposé la prise en compte du gradient. Le calage sur cette profondeur de défaut explique la fonction de fatigue unitaire ( $E_{critère} = 1$ ) mentionnée dans le tableau IV.9.

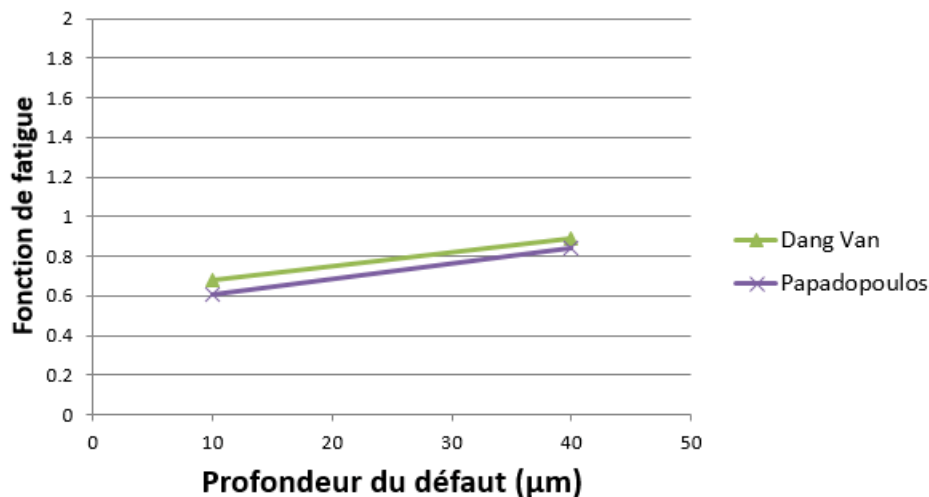
**Tableau IV.9 : Fonctions de fatigue pour les nouveaux critères intégrant le gradient vis-à-vis des essais de fatigue à l’endurance avec défaut rond et oblong**

Forme du défaut	Profondeur du défaut (μm)	$E_{DVG}$	$E_{PPG}$	$E_{ZNG}$
Ronde	31	0,97	0,95	0,98
	67	0,96	1,01	0,95
	127	1,00	1,00	1,00
	297	1,05	0,86	1,08
Oblongue	10	0,68	0,61	N/A
	40	0,89	0,84	N/A

Les fonctions de fatigue du tableau IV.9, obtenues pour les nouveaux critères de fatigue multiaxiaux pour lesquels le formalisme du gradient a été proposé, sont reportées graphiquement en fonction de la profondeur du défaut, sur la figure IV.8 pour les défauts de forme ronde (nuance AR203 de l'acier CP800), et sur la figure IV.9 pour les défauts de forme oblongue (nuance AY1268).



**Figure IV.8 : Fonctions de fatigue pour les nouveaux critères proposés avec gradient de contrainte, en fonction de la profondeur du défaut rond (référence AR203)**



**Figure IV.9 : Fonctions de fatigue pour les nouveaux critères proposés avec gradient de contrainte, en fonction de la profondeur du défaut oblong (référence AY1268)**

A l'analyse de ces résultats, on peut tirer deux enseignements. Le premier est que la prise en compte du gradient de contrainte permet une prévision des critères de fatigue bien plus juste en présence d'un "petit défaut" sur l'ensemble des profondeurs de défaut testées expérimentalement. Les critères multiaxiaux traduisent ainsi l'influence bénéfique en fatigue du gradient de contrainte au voisinage du défaut. Le second est qu'à profondeur du défaut identique, les concentrations de contrainte peuvent être très différentes entre les deux références AR203 et AY1268 car les rayons des fils d'électroérosion (100 μm et 50 μm respectivement) le sont également et influent beaucoup sur les concentrations de contraintes.



---

L'efficacité d'un critère multiaxial est très liée en ce cas à la représentativité de l'essai de calage pour le terme propre au gradient.

Il faut noter aussi le problème qui peut être rencontré avec un critère calé sur un essai où le gradient de contrainte est moins élevé que pour les cycles analysés au voisinage de défaut à concentration de contrainte encore plus accentuée. L'effet bénéfique du gradient se traduit par une contribution négative à l'indicateur d'endommagement par plan  $E_h$ , qu'il peut rendre négatif. Si le formalisme du critère amène à prendre la racine carrée de cet indicateur d'endommagement ou de son cumul sur plusieurs plans, le problème du calcul peut être posé. C'est le cas rencontré avec le critère de Zenner pour les défauts oblongs (référence AY1268) de la figure IV.9.

La prise en compte du gradient de contrainte dans le critère de fatigue est donc très sensible et très dépendante de l'essai de calage pour le gradient. Il faut veiller à ce que l'essai de calage présente des gradients du même ordre de grandeur que ceux à analyser ensuite.

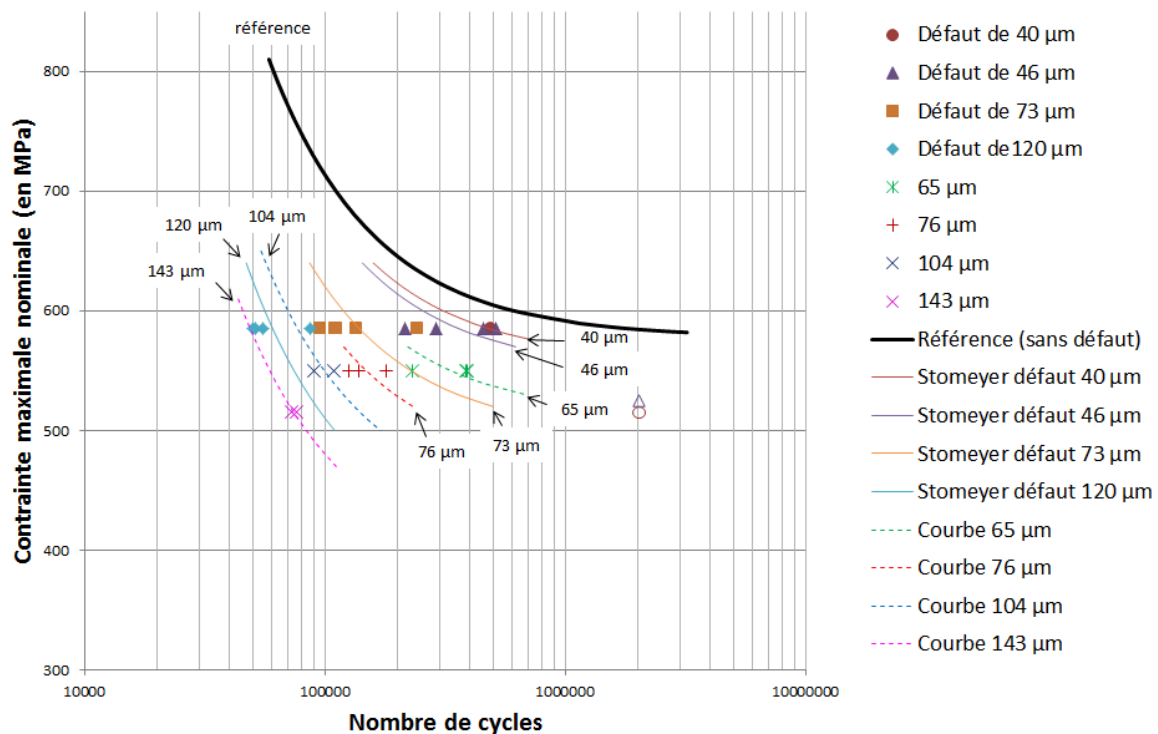
#### *IV.4.2 Prédiction des critères multiaxiaux avec gradient en endurance limitée*

Les critères de fatigue multiaxiaux sont ici utilisés dans le domaine de l'endurance limitée, pour des sollicitations des éprouvettes en traction ondulée, de rapport de charge  $R$  égal à 0,1.

Faute d'éprouvettes similaires (du point de vue de la géométrie des défauts) en nombre suffisant, nous n'avons pas pu établir la courbe  $S-N$  entière pour chaque défaut de forme ronde de la référence d'acier AY1268. On utilise donc les critères multiaxiaux pour estimer la limite de fatigue à des durées de vie correspondant aux résultats expérimentaux. La validité des critères est jugée en ce cas à la justesse de sa précision pour la limite de fatigue correspondant à cette durée de vie. Les critères utilisés ici sont ceux de Papadopoulos, Dang Van et Zenner, car ils sont les critères les plus utilisés aujourd'hui en Bureau d'Etudes.

##### *- Cas du défaut rond sur la tranche de l'éprouvette*

Les durées de vie expérimentales en présence d'un défaut rond obtenus pour la référence d'acier AY1268 (avec un diamètre de fil d'électroérosion égal à 200  $\mu\text{m}$ ) sont rappelées par la figure IV.10.



**Figure IV.10 : Durées de vie en fatigue obtenues pour les éprouvettes avec défauts ronds de la référence AY1268**

Les durées de vie moyennes en fonction de la profondeur des défauts et du niveau de la contrainte maximale appliquée sont détaillées dans le tableau IV.10.

On constate qu'il y a deux groupes d'essais qui peuvent être distingués de par le nombre de cycles à rupture :

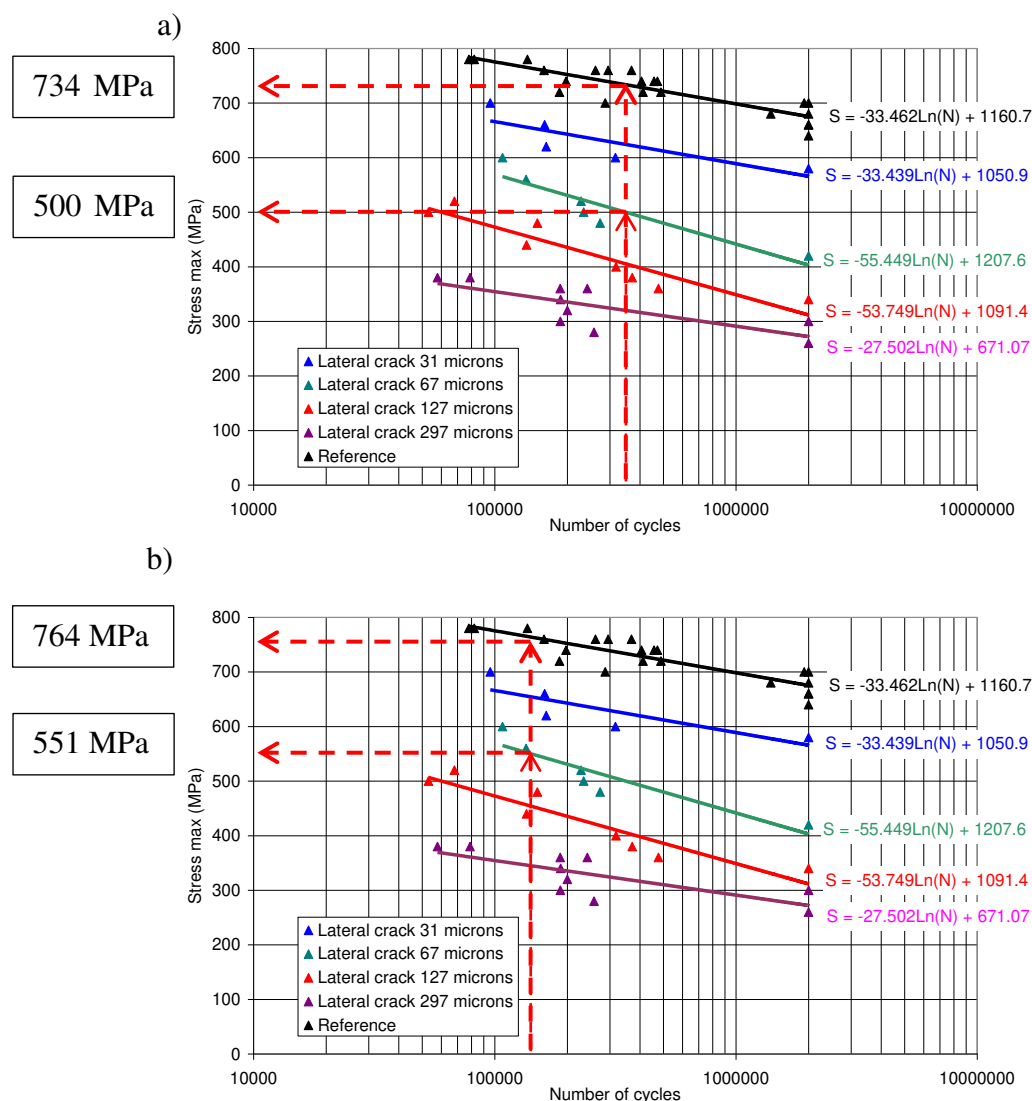
- les essais ayant conduit à une durée de vie de 350 000 cycles, pour les défauts de profondeurs 46 µm et 65 µm,
- les essais conduisant à une durée de vie de l'ordre de 140 000 cycles, pour les défauts de profondeurs 73 µm et 76 µm.

**Tableau IV.10 : Durées de vie moyennes selon la taille des défauts ronds et le niveau de la contrainte nominale appliquée pour la référence AY1268**

Taille du défaut (µm)	Nombre d'éprouvettes testées	Contrainte appliquée (MPa)	Nombre de cycles à rupture	
40	1	585	487 941	} groupe 1
46	4	585	368 374	
65	3	550	334 667	
73	5	585	138 580	
76	3	550	147 845	} groupe 2
104	5	550	99 659	
120	4	585	60 689	
143	2	515	74 276	

Les résultats d'essais avec les autres tailles de défaut (40  $\mu\text{m}$ , 104  $\mu\text{m}$ , 120  $\mu\text{m}$  et 143  $\mu\text{m}$ ) ne sont pas considérés ici en raison soit du trop faible nombre d'éprouvettes, soit des durées de vie trop différentes d'un groupe à l'autre, ce qui ne favorise pas la comparaison en vue de mesurer la validité des critères.

On détermine les champs de contraintes et les gradients de contraintes correspondant à la contrainte appliquée pour chaque taille de défaut. Le calage du critère pour  $\sigma_0$ ,  $\sigma_{-1}$  et  $\tau_{-1}$  pour déterminer les constantes du matériau propres à chaque groupe d'essais est réalisé à partir des limites de fatigue de l'éprouvette sans défaut AR203, et de la limite de fatigue de l'éprouvette avec un défaut rond de taille 67  $\mu\text{m}$  qui est la taille de référence (taille moyenne des défauts) pour l'obtention du paramètre propre au terme du gradient. La figure IV.11 montre l'obtention de la limite de fatigue en traction ondulée par chaque durée de vie utilisée pour le calage du critère.



**Figure IV.11 : Limites de fatigue en traction ondulée sans défaut et pour le défaut de référence (pour calage des critères) a) à 350 000 cycles b) à 140 000 cycles**

Les résultats du calcul des fonctions de fatigue sans et avec prise en compte du gradient pour les trois critères considérés sont présentés dans les tableaux IV.11 et IV.12.

**Tableau IV.11 : Fonctions de fatigue des critères sans prise en compte du gradient (pour les essais du groupe 1)**

Critères	Fonctions de fatigue à 350 000 cycles		
	AY1268	AY1268	AR203calage
	46 $\mu\text{m}$	65 $\mu\text{m}$	67 $\mu\text{m}$
Dang Van	1,32	1,33	1,36
Papadopoulos	0,91	0,92	0,92
Zenner	1,31	1,32	1,35

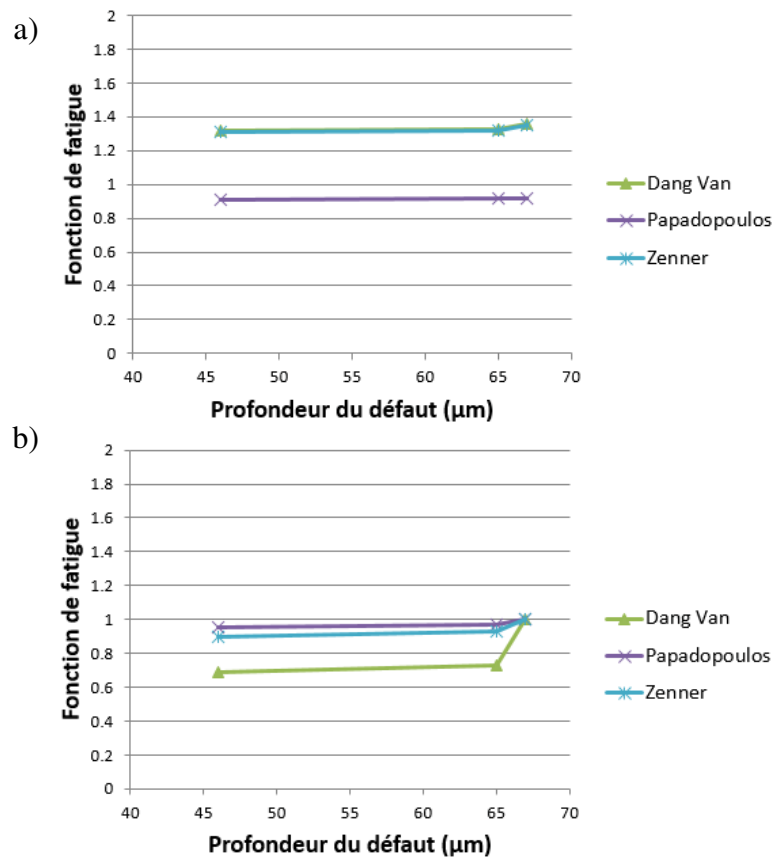
**Tableau IV.12 : Fonctions de fatigue des critères avec prise en compte du gradient (pour les essais du groupe 1)**

Critères	Fonctions de fatigue à 350 000 cycles		
	AY1268	AY1268	AR203calage
	46 $\mu\text{m}$	65 $\mu\text{m}$	67 $\mu\text{m}$
Dang Van	0,69	0,73	1,00
Papadopoulos	0,95	0,97	1,00
Zenner	0,90	0,93	1,00

Les résultats des tableaux IV.11 et IV.12 sont présentés sous une autre forme sur la figure IV.12, ce qui permet de comparer la justesse des critères utilisés.

On constate que le critère de type approche globale de Zenner donne des fonctions de fatigue plus proche de la valeur unité que le critère d'approche plan critique de Dang Van. Le critère de Papadopoulos (approche globale) est relativement insensible à l'effet du gradient.

Une procédure analogue est appliquée pour les essais du groupe 2, ceux relatifs à une durée de vie expérimentale de 140 000 cycles. Les calages des critères ont donc été élaborés à partir des limites de fatigue obtenues à 140 000 cycles.



**Figure IV.12 : Comparaison des fonctions de fatigue obtenues par les trois critères à 350 000 cycles a) sans prise en compte du gradient et, b) avec prise en compte du gradient**

Les résultats des calculs des fonctions de fatigue des critères utilisés sans et avec prise en compte du gradient de contrainte à 140 000 cycles, sont donnés dans les tableaux IV.13 et IV.14 respectivement.

**Tableau IV.13 : Fonctions de fatigue des critères sans prise en compte du gradient (pour les essais du groupe 2)**

Critères	Fonctions de fatigue à 140 000 cycles		
	AY1268	AY1268	AR203calage
	73 µm	76 µm	67 µm
Dang Van	1,26	1,25	1,28
Papadopoulos	0,85	0,85	0,86
Zenner	1,28	1,27	1,29

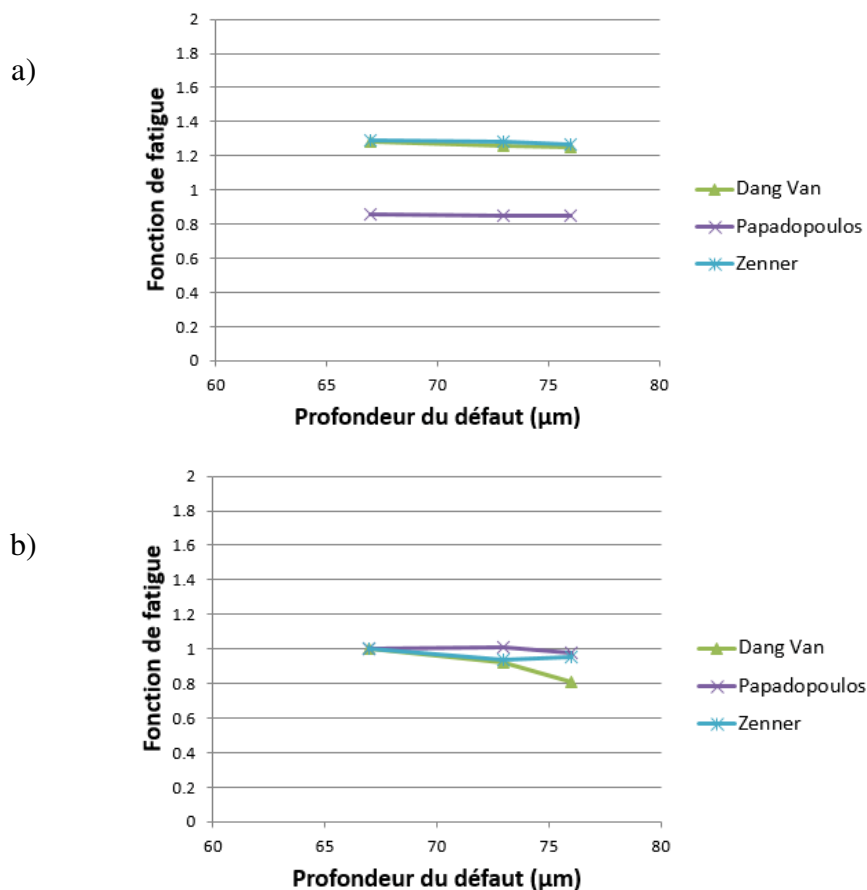
**Tableau IV.14 : Fonctions de fatigue des critères avec prise en compte du gradient (pour les essais du groupe 2)**

Critères	Fonctions de fatigue à 140 000 cycles		
	AY1268	AY1268	AR203calage
	73 $\mu\text{m}$	76 $\mu\text{m}$	67 $\mu\text{m}$
Dang Van	0,92	0,81	1,00
Papadopoulos	1,01	0,98	1,00
Zenner	0,94	0,95	1,00

Les résultats de ces calculs des fonctions de fatigue sont présentés sous une forme graphique par la figure IV.13.

On constate que les fonctions de fatigue obtenues pour chaque critère témoignent de la même tendance. Les résultats sont moins précis lorsque la profondeur du défaut considéré s'éloigne de celle du défaut de référence utilisé pour le calage des critères.

Il ressort que pour des durées de vie relativement courtes (ici  $1,4 \cdot 10^5$  cycles), la taille de référence prise pour le calage des critères est très sensible. Plus le défaut analysé s'éloigne de cette taille de référence et plus l'écart en termes de niveau de contrainte admissible établi par le critère multiaxial par rapport à l'essai de référence est important.

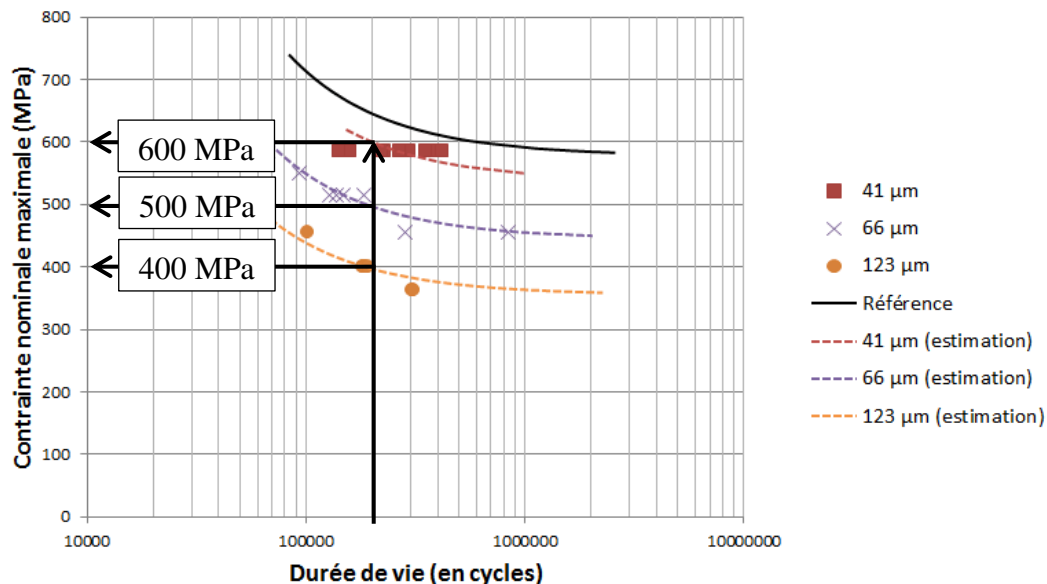


**Figure IV.13 : Comparaison des fonctions de fatigue obtenues par les trois critères à 140 000 cycles a) sans prise en compte de l'effet du gradient b) avec prise en compte du gradient**

- Cas du défaut horizontal situé sur une face principale de l'éprouvette

L'étude de l'influence de la présence d'un défaut horizontal sur la face principale d'une éprouvette de la nuance d'acier AY1268, pour différentes profondeurs du défaut (41  $\mu\text{m}$ , 66  $\mu\text{m}$  et 123  $\mu\text{m}$ ) est menée en visant une durée de vie de  $2 \cdot 10^5$  cycles d'une part et de  $5 \cdot 10^5$  cycles d'autre part, car on ne dispose pas de la limite de fatigue à  $2 \cdot 10^6$  cycles pour ces défauts en raison du peu d'éprouvettes testées. Le terme de défaut horizontal s'entend lorsque l'éprouvette est placée "verticalement" sur la machine d'essai.

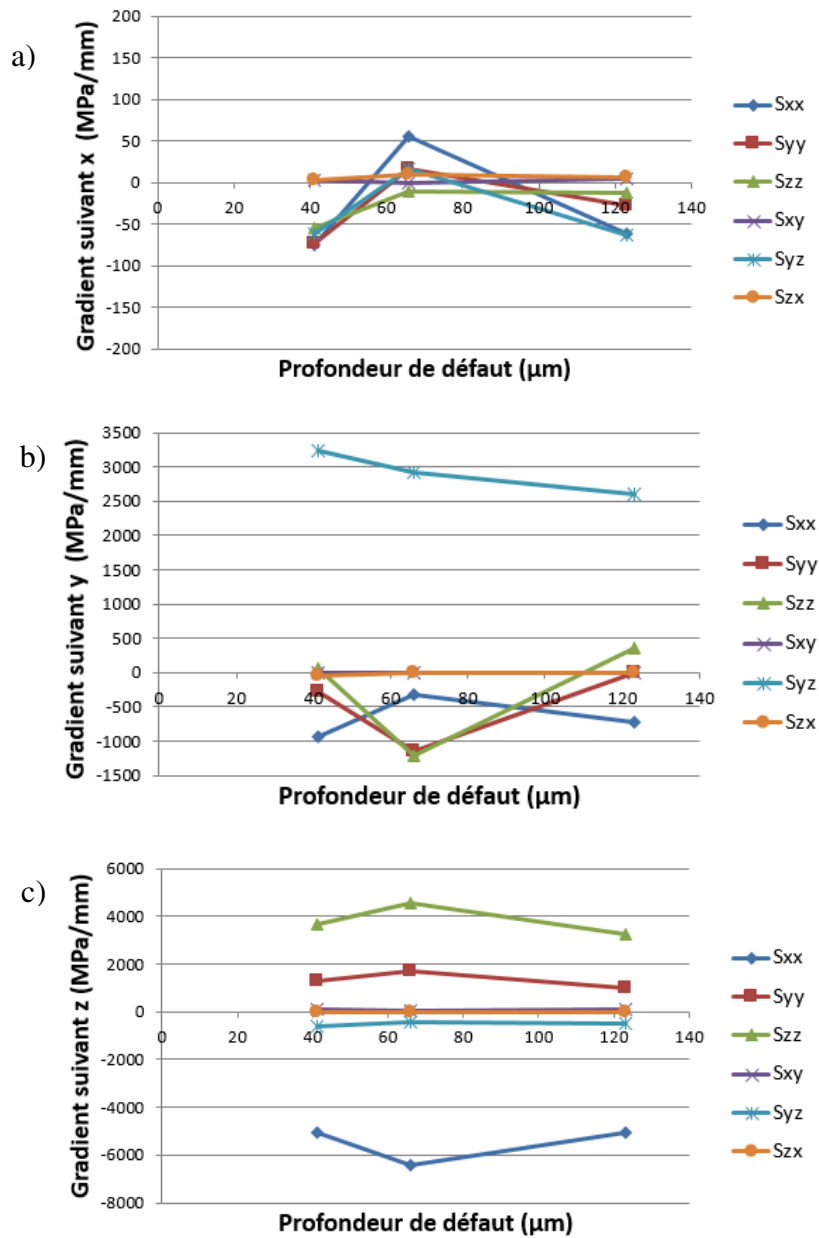
Les chargements nominaux appliqués par les modèles EF correspondent à la limite de fatigue à  $2 \cdot 10^5$  cycles puis à celle correspondant à  $5 \cdot 10^5$  cycles. Les gradients des contraintes sont calculés pour chaque profondeur de défaut selon les directions x, y et z, et ont été utilisés dans les critères multiaxiaux de fatigue avec prise en compte du gradient (Papadopoulos, Dang Van, et Zenner). Les calages des critères sont déterminés à partir des limites de fatigue obtenues sur des éprouvettes saines et sur des éprouvettes avec un défaut de forme cylindrique (ou rond) sur la tranche, de profondeur 127  $\mu\text{m}$ . Ces calages sont réalisés à l'aide des éprouvettes de la nuance AR203 pour des durées de vie de  $2 \cdot 10^5$  cycles et de  $5 \cdot 10^5$  cycles. On conserve en effet les mêmes natures de calage que lors de l'étude précédente, avec le défaut de forme ronde sur la tranche de l'éprouvette. La première analyse présentée ici concerne la durée de vie égale à  $2 \cdot 10^5$  cycles (figure IV.14).



**Figure IV.14 : Estimation des contraintes nominales correspondant à  $2 \cdot 10^5$  cycles pour différentes profondeurs de défaut**

Les gradients des contraintes correspondant à  $2 \cdot 10^5$  cycles pour chaque profondeur de défaut sont présentés dans la figure IV.15 selon les directions x, y et z respectivement.

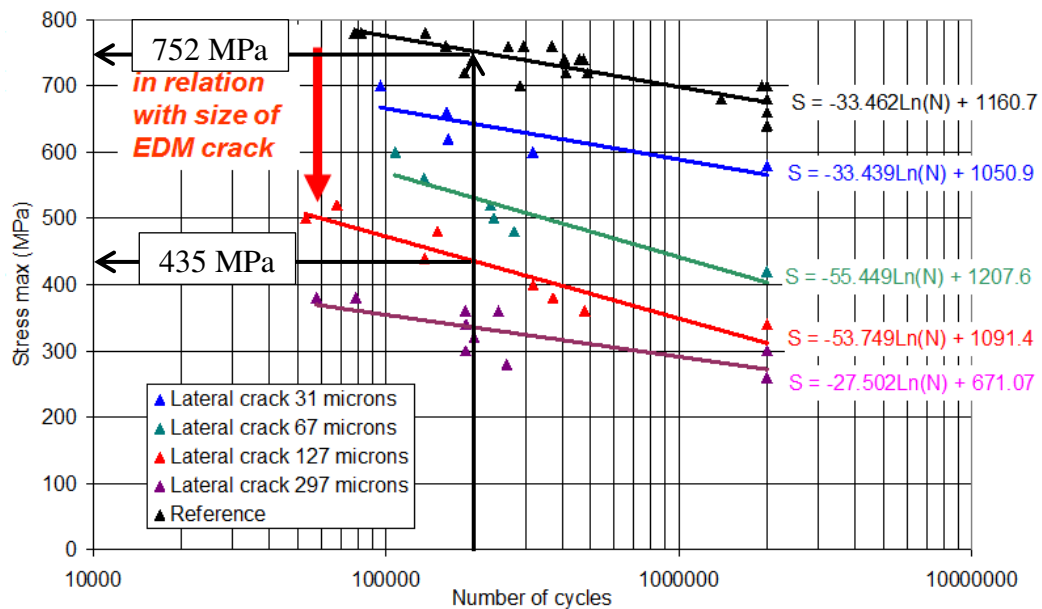




**Figure IV.15 : Gradients des composantes des contraintes maximales au cours du cycle suivant a) la direction x b) la direction y et c) la direction z**

On constate que les gradients des contraintes suivant la direction z sont les plus grands, cette direction étant perpendiculaire au plan tangent au fond de défaut et orientée vers le cœur de l'éprouvette. Les gradients suivant la direction x sont logiquement les plus faibles, puisque cette direction est l'axe principal du défaut transversal.

Ensuite les limites de fatigue à  $2 \cdot 10^5$  cycles, pour l'éprouvette saine et pour l'éprouvette avec défaut cylindrique sur la tranche, de profondeur  $127 \mu\text{m}$ , sont déterminées à partir des courbes *S-N* (modèle de Wöhler) de la figure IV.16.



**Figure IV.16 : Obtention des limites de fatigue à  $2.10^5$  cycles de l'acier CP800 sans défaut et avec un défaut de profondeur 127  $\mu\text{m}$  sur le bord de découpe**

Les résultats des fonctions de fatigue des critères utilisés sans et avec prise en compte de l'influence en fatigue du gradient sont présentés dans les tableaux IV.15 et IV.16.

**Tableau IV.15 : Fonctions de fatigue des critères sans prise en compte du gradient, pour le défaut horizontal sur la face principale de l'éprouvette**

Critères	Fonctions de fatigue à $2.10^5$ cycles		
	AY1268	AY1268	AY1268
	41 $\mu\text{m}$	66 $\mu\text{m}$	123 $\mu\text{m}$
Dang Van	1,27	1,25	1,25
Papadopoulos	0,87	0,87	0,87
Zenner	1,27	1,26	1,25

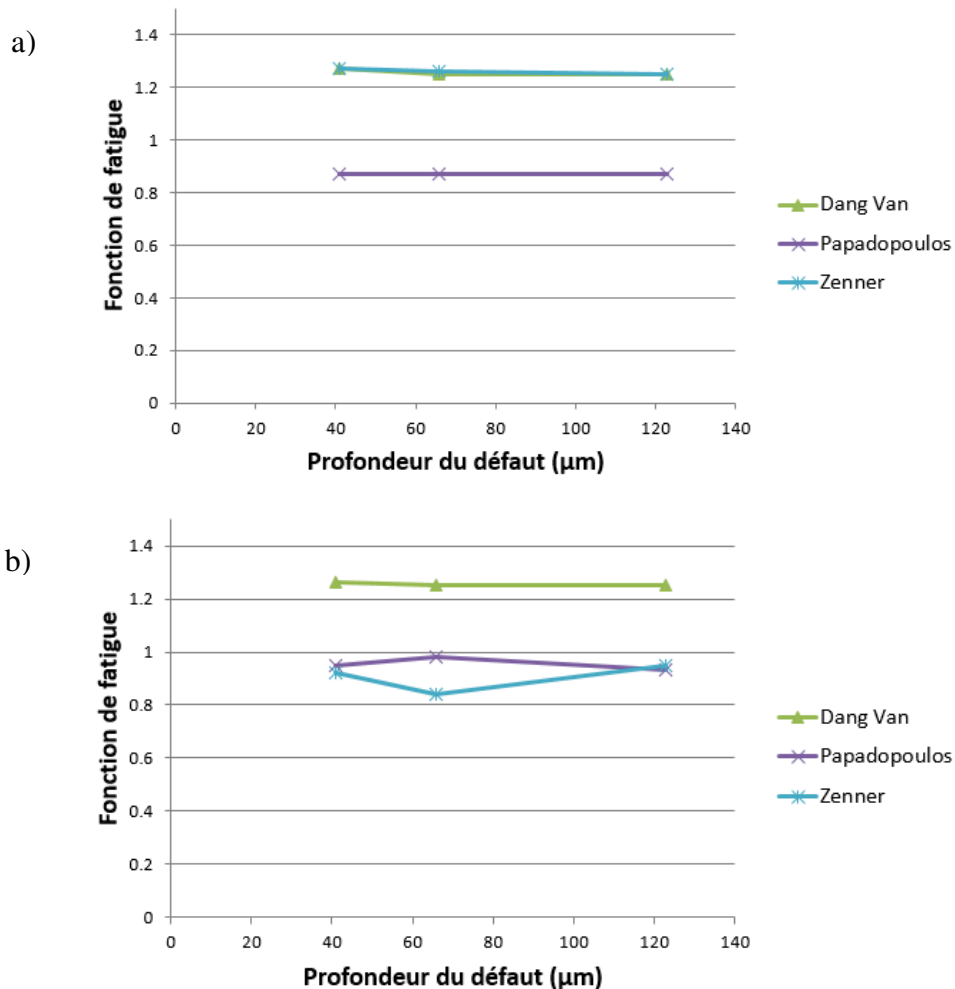
**Tableau IV.16 : Fonctions de fatigue des critères avec prise en compte du gradient, pour le défaut horizontal situé sur la face principale de l'éprouvette**

Critères	Fonctions de fatigue à $2.10^5$ cycles		
	AY1268	AY1268	AY1268
	41 $\mu\text{m}$	66 $\mu\text{m}$	123 $\mu\text{m}$
Dang Van	1,26	1,25	1,25
Papadopoulos	0,95	0,98	0,93
Zenner	0,92	0,84	0,95

Les résultats des fonctions de fatigue indiquées dans les tableaux IV.15 et IV.16 sont présentés graphiquement sur la figure IV.17.

On constate que le critère de Dang Van dans sa version modifiée pour prendre en compte le gradient ne traduit pas son effet. Le critère de Papadopoulos avec prise en compte du gradient donne les fonctions de fatigue les plus précises (les plus voisines de l'unité). Le critère de Papadopoulos utilise le gradient du premier invariant  $I_1$  de la matrice des contraintes.

Le critère de Zenner est moins précis probablement du fait du calage sur un champ de contraintes (et de gradients) propre à un défaut rond sur la tranche de l'éprouvette, différent de celui obtenu en fond du défaut horizontal sur une face principale de l'éprouvette.



**Figure IV.17 : Comparaison des fonctions de fatigue obtenues par les trois critères à  $2 \cdot 10^5$  cycles pour le défaut horizontal a) sans l'effet du gradient b) avec prise en compte du gradient**

Les calculs des fonctions de fatigue à  $5 \cdot 10^5$  cycles ont été conduits de manière identique à ce qui a été fait pour  $2 \cdot 10^5$  cycles. Les gradients des contraintes en fond du défaut sont déterminés pour chaque profondeur de défaut. La contrainte nominale appliquée lors les calculs EF correspond à la limite de fatigue à  $5 \cdot 10^5$  cycles pour les différentes profondeurs de défauts étudiés (figure IV.18).

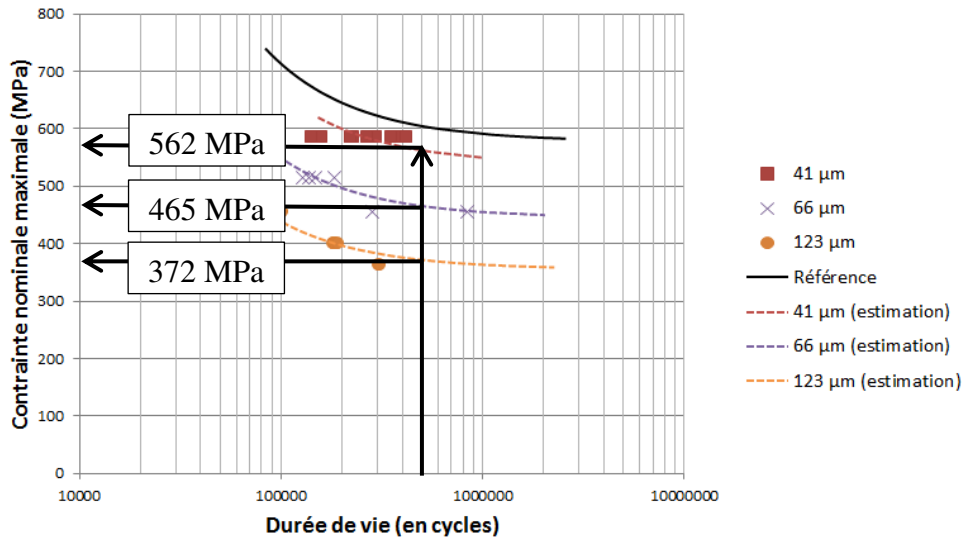
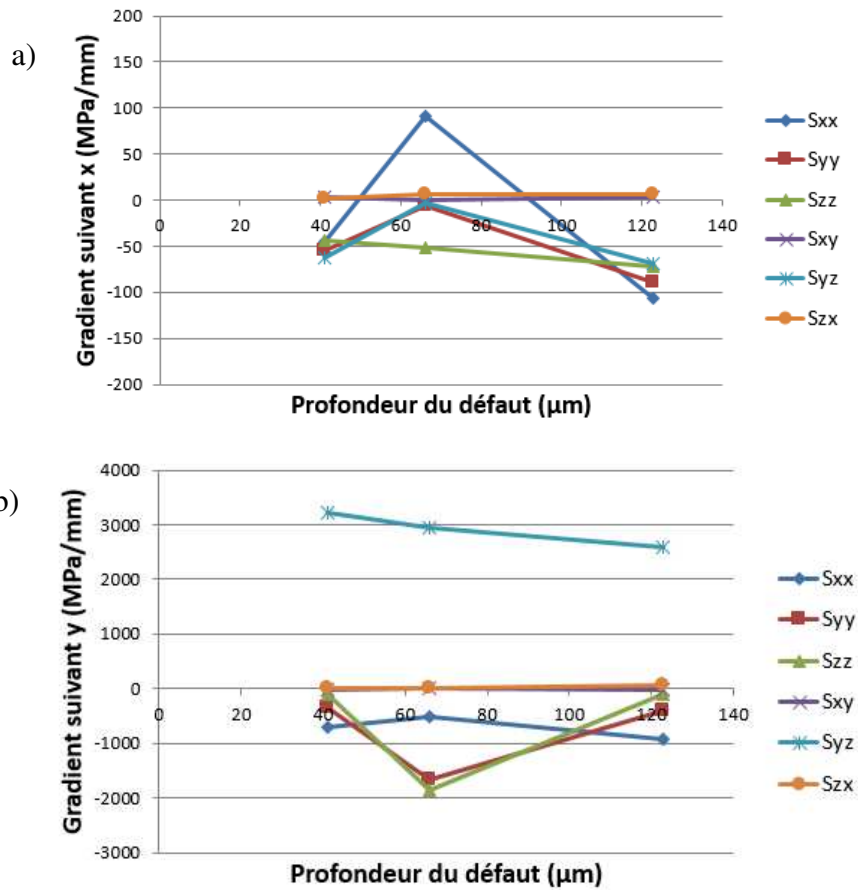
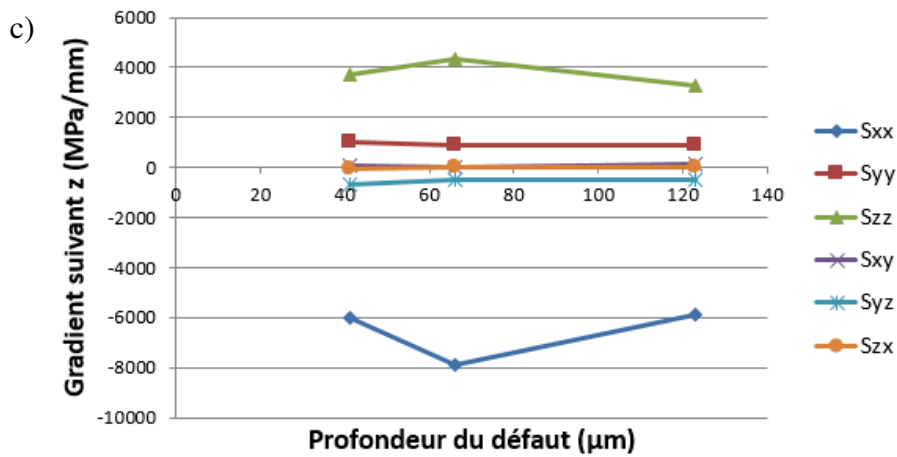


Figure IV.18 : Limite de fatigue à  $5.10^5$  cycles pour différentes profondeurs de défaut sur la face frontale et d'orientation transversale

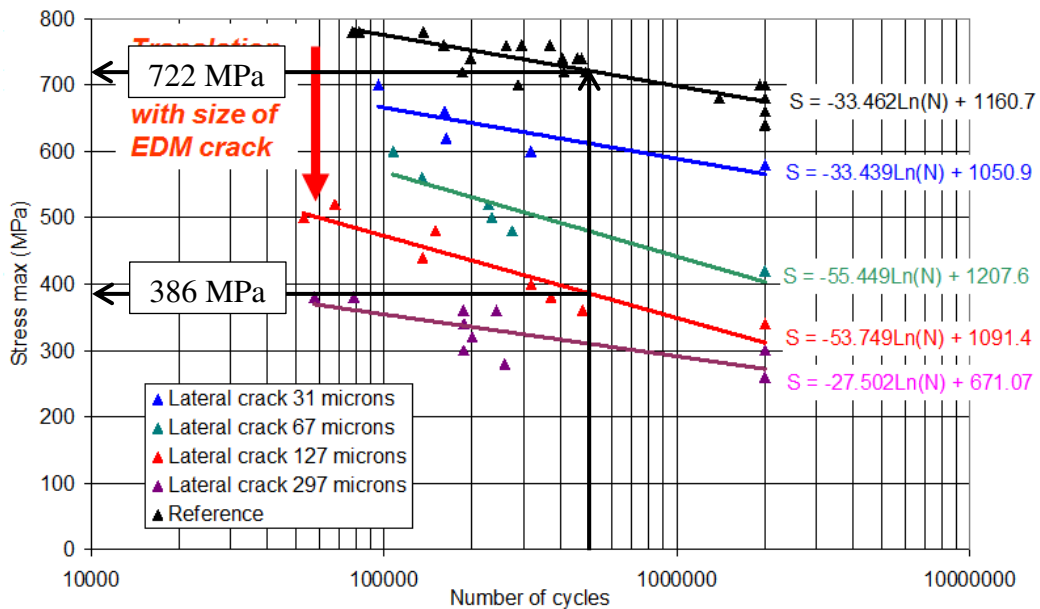
Pour avoir une idée de l'évolution des différents gradients des composants des contraintes en fonction de la profondeur des défauts, ceux-ci ont été calculés pour chaque profondeur et sont décrits par la figure IV.19, dans les directions x, y et z successivement.





**Figure IV.19 : Gradients des contraintes au voisinage des défauts horizontaux sur la face principale de l'éprouvette pour un chargement conduisant à une durée de vie de  $5.10^5$  cycles suivant a) la direction x, b) la direction y et c) la direction z**

Le calage du critère est toujours réalisé à partir de la limite de fatigue de l'éprouvette saine et de celle avec un défaut cylindrique de profondeur  $127 \mu\text{m}$  et situé sur la tranche de l'éprouvette de la référence AR203. Ces limites de fatigue à  $5.10^5$  cycles sont déterminées à partir des courbes S-N établies selon le modèle de Wöhler, figure IV.20.



**Figure IV.20 : Relevé des limites de fatigue à  $5.10^5$  cycles de la référence d'acier AR203 sans défaut et en présence d'un défaut de profondeur  $127 \mu\text{m}$**

Les résultats des calculs des fonctions de fatigue correspondant aux trois critères utilisés sans et avec prise en compte du gradient des contraintes sont donnés dans les tableaux IV.17 et IV.18 respectivement.

**Tableau IV.17 : Fonctions de fatigue des critères sans prise en compte du gradient du défaut horizontal sur la face principale de l'éprouvette**

Critères	Fonctions de fatigue à $5.10^5$ cycles		
	AY1268	AY1268	AY1268
	41 $\mu\text{m}$	66 $\mu\text{m}$	123 $\mu\text{m}$
Dang Van	1,33	1,32	1,32
Papadopoulos	0,93	0,93	0,93
Zenner	1,32	1,31	1,30

**Tableau IV.18 : Fonctions de fatigue des critères avec prise en compte du gradient du défaut horizontal sur la face principale de l'éprouvette**

Critères	Fonctions de fatigue à $5.10^5$ cycles		
	AY1268	AY1268	AY1268
	41 $\mu\text{m}$	66 $\mu\text{m}$	123 $\mu\text{m}$
Dang Van	1,31	1,31	1,31
Papadopoulos	1,00	0,99	0,99
Zenner	0,98	0,80	0,93

La figure IV.21 donne une représentation graphique de l'évolution de ces fonctions de fatigue des trois critères suivant la profondeur du défaut.

La conclusion est relativement similaire à celle du cas précédent. Le critère de Dang Van, critère de type plan critique, est insensible au gradient, dès lors que le calage est effectué à l'aide du résultat d'essai de fatigue mettant en œuvre un défaut d'un autre type que celui pour lequel le critère multiaxial est utilisé. Il semble donc que parmi les formulations multiples proposées pour prendre en compte le gradient il est important de retenir des paramètres des contraintes, en termes de gradient comme en termes de la contrainte à laquelle il est associé, qui soit intrinsèques.

Le mode de prise en compte du gradient proposé dans le critère de Papadopoulos semble être le plus efficace pour traduire correctement l'influence du gradient en fatigue. Le formalisme proposé dans le critère de Zenner a une efficacité mitigée car moins précise pour traduire ici l'effet du gradient en fatigue.

Les différents formalismes proposés pour les trois critères mis à contribution ont l'avantage de montrer que le caractère intrinsèque du gradient dépend du terme de contrainte retenu pour le traduire.

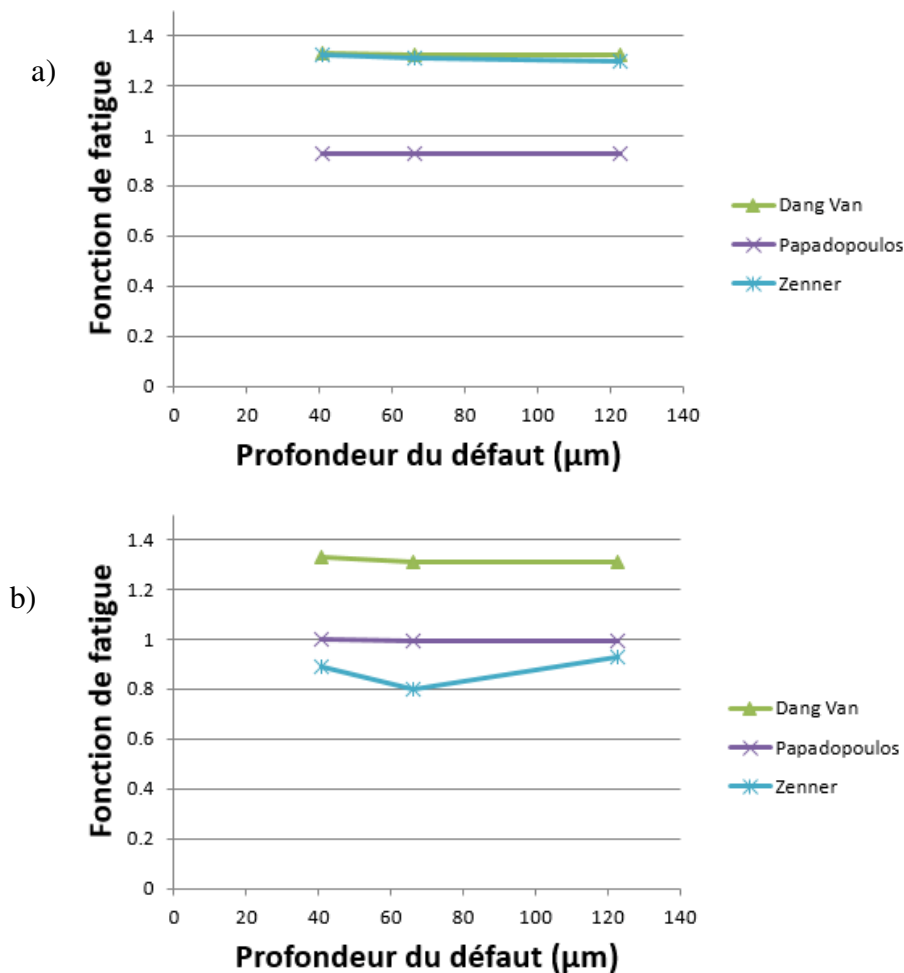


Figure IV.21 : Comparaison des fonctions de fatigue obtenues à  $5.10^5$  cycles pour les trois critères utilisés dans le cas d'un défaut en face principale et en fonction de sa profondeur a) sans prise en compte du gradient et b) avec prise en compte du gradient

## IV.5 Analyse des résultats obtenus et conclusion

### IV.5.1 Synthèse de la démarche suivie

Un critère de fatigue multiaxial permet de comparer un cycle multiaxial quelconque appliqué à un matériau à la limite de fatigue à  $N$  cycles de ce matériau. Pour effectuer cette comparaison de manière efficace, il peut être utile de prendre en compte les gradients de contraintes au point où est menée l'analyse en fatigue car ces gradients influent sur la capacité locale de résistance à la fatigue. Pour ce faire, un essai de fatigue correspondant à la limite de fatigue du matériau pour la même durée de vie ( $N$  cycles) mais en présence d'un défaut parfaitement déterminé est utilisé comme référentiel pour traduire l'influence du gradient.

En procédant ainsi, le critère multiaxial de fatigue intégrant l'effet du gradient est opérationnel pour analyser tout cycle multiaxial et en prenant en compte le champ des gradients présent au point d'analyse.

Dans la campagne expérimentale menée dans le cadre de cette thèse de multiples essais de fatigue ont été menés en présence de différents types de défauts et pour différents niveaux de traction ondulée. Certains de ces essais ont abouti à des durées de vie identiques matérialisant



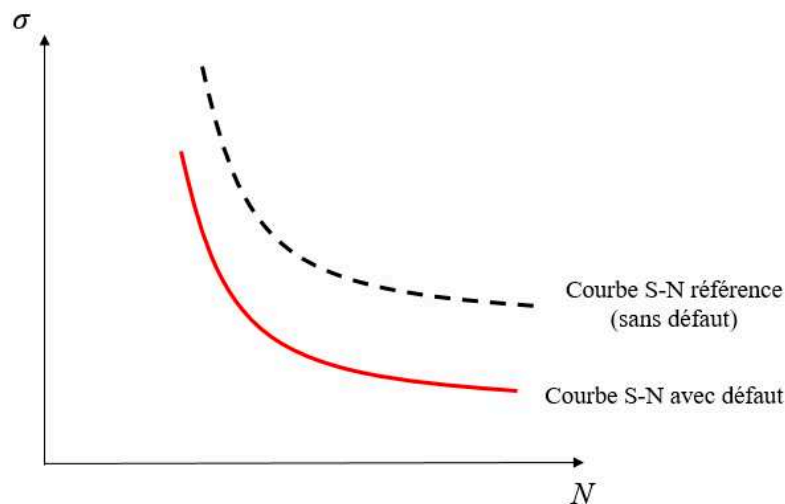
---

ainsi le fait que les cycles de contraintes locaux rencontrés en fond de défaut représentaient la limite de fatigue du matériau à la même durée de vie.

C'est donc la capacité de plusieurs critères de fatigue, aux formalismes différents et avec des prises en compte du gradient de contrainte elles aussi différentes, à traduire qu'il s'agit bien des mêmes limites de fatigue, qui a été étudiée ici.

La courbe  $S-N$  de référence de l'acier CP800 sans défaut a été élaborée expérimentalement, permettant d'établir la relation entre le niveau de contrainte nominale maximale en traction ondulée et la durée de vie du matériau, ceci dans le domaine de l'endurance limitée jusqu'au seuil de l'endurance illimitée, pris égal à  $2.10^6$  cycles. Ensuite des essais de fatigue, menés sur éprouvettes avec des défauts de différents types et profondeurs, ont permis d'établir d'autres courbes  $S-N$ , avec défaut cette fois-ci.

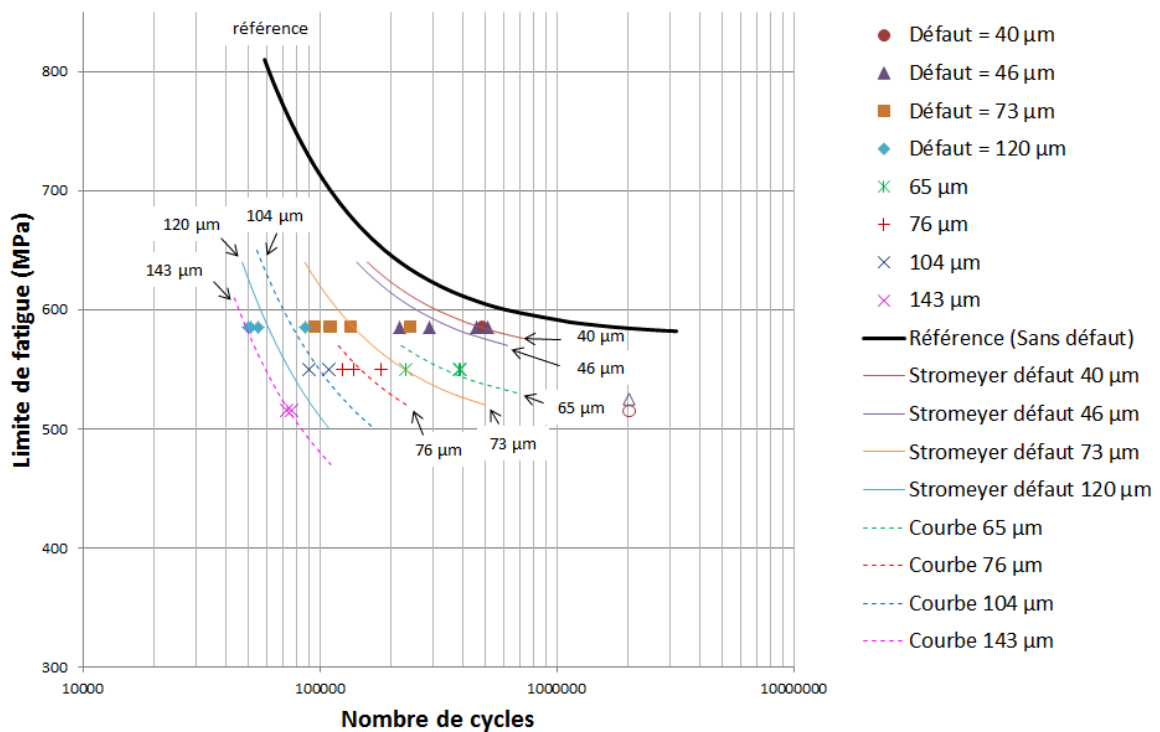
La principale tendance observée est un décalage vers le bas et la gauche de la courbe  $S-N$  avec défaut par rapport à celle du matériau sans défaut (figure IV.22). Le décalage est d'autant plus marqué et conséquent que le défaut est profond et générateur de concentration de contrainte. Il est à noter que le niveau de contrainte est exprimé en termes de contrainte nominale.



**Figure IV.22 : Influence de la présence de défaut sur la courbe  $S-N$  exprimée en contrainte nominale**

#### *IV.5.2 Influence du type de défaut rencontré*

Le nombre d'éprouvettes par type de défaut et pour une profondeur donnée étant limités, chaque défaut n'a pas pu voir mesurer son influence en fatigue pour toute la fenêtre de l'endurance limitée [ $10^5$  cycles ;  $2.10^6$  cycles]. Nous avons alors établi des tendances de la courbes  $S-N$  localement, au voisinage des niveaux de contraintes testées et des durées de vie obtenues (figure IV.23).



**Figure IV.23 : Tendances des courbes S-N des éprouvettes avec défaut de forme ronde sur le bord de découpe, en fonction de la profondeur de ces défauts**

La profondeur d'un défaut est le paramètre d'influence essentiel sur cette tendance. Les calculs par Élément Finis attestent de par les niveaux relatifs de contraintes atteints que la profondeur du défaut allant croissant, la concentration de contrainte augmente avec elle ce qui fait diminuer la limite de fatigue exprimée en termes de contrainte nominale.

A cette augmentation de contrainte locale très importante s'ajoute la triaxialité des états de contraintes en fond de défaut et l'augmentation des gradients au sein du champ des contraintes. De ces deux aspects est née la nécessité d'utiliser des outils d'évaluation de la sévérité des états de contraintes multiaxiaux en fatigue, les critères de fatigue, et de prendre en compte par un formalisme approprié les gradients.

#### IV.5.3 Validation des critères de fatigue multiaxiaux

Cette étude a été l'occasion de proposer la prise en compte du gradient de contrainte de plusieurs façons différentes (gradients de la contrainte normale au plan matériel considéré, gradient du premier invariant  $I_1$  du tenseur des contraintes). Les critères visés ont été ceux qui sont le plus utilisés en Bureau d'Etudes, le critère de Dang Van et celui de Zenner, ainsi qu'un critère n'utilisant que des invariants des tenseurs des contraintes, celui de Papadopoulos.

L'idée générale a été de mesurer la précision avec laquelle le critère multiaxial de fatigue était capable d'attester que deux configurations distinctes d'essais et de défaut étaient deux représentations de la même limite de fatigue du matériau dès lors que la durée de vie propre à ces deux configurations est la même. Ce principe a été mis en œuvre au seuil de l'endurance illimitée (durée de vie de  $2 \cdot 10^6$  cycles) et pour plusieurs durées de vie de l'endurance limitée. La méthodologie est au demeurant assez simple : un critère de fatigue est conçu pour exprimer une fonction, appelée fonction de fatigue du critère, qui égale la valeur unité lorsque

---

le cycle analysé atteint la limite de fatigue à  $N$  cycles. On mesure donc la précision d'un critère, et ainsi sa validité, à l'écart à l'unité de la fonction de fatigue obtenue.

L'insertion du gradient de contraintes dans les critères s'avère en règle générale très bénéfique à leur validité sous condition d'avoir retenu un formalisme intrinsèque ne dépendant pas des axes ou du repère choisi dans lesquels sont exprimés les gradients.

Le critère de Papadopoulos proposé avec le gradient du premier invariant du tenseur des contraintes  $I_1$  semble être le plus précis pour l'ensemble des défauts rencontrés.

Il ressort également que pour traduire fidèlement l'influence du gradient de contrainte introduit par un défaut, il faut réaliser le calage du critère de fatigue sur un résultat d'essai de fatigue avec défaut dont la configuration est proche de celle du cas traité.

---

## CONCLUSION ET PERSPECTIVES

Les travaux présentés dans ce manuscrit visent à étudier et à quantifier l'influence des défauts de surface sur le comportement en fatigue d'un acier Complex Phase CP800. Cet acier à très haute résistance a pour vocation de favoriser l'allègement des véhicules en permettant de réduire les épaisseurs des composants élaborés à partir des tôles. La fabrication de ces composants, leur manutention, et leur transport sont susceptibles de faire apparaître des défauts suite à des chocs ou contact avec frottement. La justification de cette étude tient au fait que la sensibilité d'un matériau à un défaut de surface est d'autant plus grande que les propriétés mécaniques intrinsèques du matériau sont élevées.

Dans ce cadre, le sujet d'étude s'est décliné en trois volets :

- un aspect expérimental pour observer la réalité de la diminution des propriétés de résistance à la fatigue générée par différents types de défaut, et pour classer ces défauts suivant leur nocivité,
- un aspect relatif à la simulation numérique de façon à mettre en évidence les concentrations de contraintes introduites par ces défauts et à mesurer le rôle joué par les paramètres géométriques et de localisation ou d'orientation des types de défauts les plus couramment rencontrés,
- un aspect modélisation pour établir le lien entre la durée de vie en fatigue du matériau et les contraintes présentes au voisinage du défaut, et engendrés par la sollicitation de l'éprouvette.

La campagne expérimentale conduite pour cette étude a permis d'établir les diminutions des niveaux de contraintes nominaux engendrées par trois types de défaut : ceux présents sur le bord de découpe et générés le plus souvent lors du détournage des pièces découpées dans la tôle, les défauts coins inscrits sur un angle d'un bord de découpe et enfin les défauts assimilables à des rayures en pleine tôle. L'étude expérimentale a été menée sur des éprouvettes dont les défauts de surface ont été usinés par électroérosion, pour reproduire de façon précise les défauts les plus courants. Cette campagne expérimentale a permis de mettre en évidence les deux paramètres géométriques les plus influents sur la dégradation des propriétés de résistance à la fatigue : la profondeur du défaut et le rayon de fond du défaut dans le plan contenant l'axe de la sollicitation et la normale au plan tangent au fond du défaut. Ces deux paramètres sont générateurs de la concentration de contrainte propre au défaut.

Chaque type de défaut présente une taille minimale en dessous de laquelle il n'est plus le site d'amorçage de la fissure de fatigue. En ce cas, ce sont des défauts naturels de la tôle d'acier qui prennent le relai sans pour autant qu'il n'apparaisse plus de fissure sur le faciès de rupture. L'orientation des défauts de surface en pleine tôle (de style rayure) par rapport à l'axe de la sollicitation conditionne sa nocivité en fatigue, la direction perpendiculaire à l'axe de traction étant le pire des cas. Une classification des différents types de défauts a été établie à profondeur et rayon identique. Le défaut de forme ronde sur le bord de découpe est le plus préjudiciable de tous ceux analysés.

---

Pour le volet simulation numérique, la modélisation du champ des contraintes par Eléments Finis visait à la fois à faire l'étude des concentrations de contraintes des différents types de défaut et à justifier les observations expérimentales concernant la nocivité relative des différents types de défauts étudiés. Au passage l'étude a permis d'établir la procédure d'optimisation des temps de calcul et du maillage car les défauts étant de dimensions très petites, une attention particulière à la progressivité du maillage est nécessaire.

La classification de la nocivité des différents types de défaut a été établie, à profondeur et rayon de courbure identiques. Cette classification corrobore les observations expérimentales où deux rayons du fil d'électroérosion ont été utilisés pour usiner les éprouvettes. Les mesures précises au microscope des défauts usinés et de leur géométrie ont permis de justifier des tendances mises en évidence par la campagne expérimentale. L'inclinaison des rayures en pleine tôle rend celles-ci nettement moins nocives, ce qui a été simple à justifier numériquement. Il y a, à la limite de fatigue à  $2.10^6$  cycles, toujours une plasticité confinée en fond de défaut pour un chargement de traction ondulée de rapport de charge égal à 0,1. La zone plastique semble être de volume constant en fond de défaut pour le chargement correspondant à cette limite de fatigue, tout au moins pour un type de défaut donné.

Les états de contraintes maximums étant multiaxiaux et à variations très rapides au voisinage des défauts, le troisième volet de notre travail a abordé la modélisation du comportement en fatigue de l'acier CP800 au voisinage d'un défaut de surface en s'appuyant sur les outils dédiés à la fatigue multiaxiale et permettant d'intégrer les gradients de contraintes très importants que l'on trouve au voisinage des défauts. La prise en compte de l'influence du gradient de contraintes dans les critères de fatigue est souvent destinée à adapter la limite d'endurance du matériau au type de sollicitation comme la flexion rotative. Les gradients existants au voisinage des défauts même au seuil de l'endurance sont beaucoup plus conséquents. Nous avons proposé une intégration de la prise en compte du gradient dans trois critères multiaxiaux parmi les plus utilisés aujourd'hui en Bureau d'Etudes, ceux de Dang Van, de Papadopoulos et de Zenner. Le point important de cette modélisation est que la représentation correcte de l'effet du gradient en fatigue nécessite le calage de chaque critère sur un résultat d'essai de fatigue réalisé sur une éprouvette comportant le même type de défaut, pour établir l'équivalence en termes de durée de vie du chargement à appliquer pour deux défauts de natures et de profondeurs distinctes.

L'équivalence de la durée de vie observée expérimentalement pour des défauts de même nature mais de profondeurs différentes, et soumis à des chargements d'amplitude distincts est bien corroborée par le critère de Papadopoulos entre autres dans lequel nous avons apporté la prise en compte du gradient.

L'outil peut être inversé pour établir l'équivalence, en termes de durée de vie, entre le chargement à appliquer à un défaut de nature et de profondeur donnée, et le chargement de fatigue à appliquer à un défaut d'une autre profondeur.

Une des perspectives à ce travail est de conduire une démarche similaire sur d'autres matériaux à forte valeur ajoutée de manière à vérifier si les classifications de nocivité des différentes catégories de défaut sont conservées et si les facteurs d'influence du gradient sont similaires d'un matériau à l'autre.

---

La sensibilité de l'acier CP800 aux défauts de surface suggère un moyen de contrôle à mettre en place lors du montage des composants pour vérifier leur validité en mesurant les éventuels défauts apparus lors des opérations de fabrication et de manutention. Les moyens de lecture optique sont performants au point de pouvoir permettre de quantifier la perte de résistance à la fatigue introduite par le défaut, en mesurant directement sa géométrie et en appliquant la démarche inversée décrite plus haut.

---

## BIBLIOGRAPHIE

- [1] BRAND A., FLAVENOT J.F, GREGOIRE R., TOURNIER C., *Données technologiques sur la fatigue*, CETIM, 1999, 383 p.
- [2] FRANÇOIS D., *Essai mécaniques et lois de comportement*, Hermes Science, 2001, 356 p.
- [3] BATHIAS C., BAILON J.P, *La fatigue des matériaux et des structures*, Hermes, Paris, 2<sup>e</sup> édition, 1997, 684 p.
- [4] CAZAUD R., POMEY G., RABBE P., JANSSEN C. *La fatigue des métaux*, Dunod, Paris, 1969, 622 p.
- [5] DOWLING, N.E. Mechanical behavior of material : Engineering method for deformation, *Fracture and fatigue*, Englewood Cliffs (New Jersey), Prentice Hall, 1993, 773 p.
- [6] KITAGAWA H., TAKAHASHI S., Applicability of fracture mechanics to very small cracks or the cracks in the early stages, *In: Proceedings of the second international conference on mechanical behavior of materials*, Boston, 1976, pp. 627–31.
- [7] SMITH R.A. On the short crack limitations of the fracture mechanics, *International Journal Fracture*, 1997, Vol.13, pp.717-720.
- [8] SMITH R.A., MILLER K.J. Prediction of fatigue regimes in notched component, *International Journal of Mechanics*, 1978, Vol.20, Issue4, pp. 201-206.
- [9] EL HADDAD M.H., Prediction of non propagating cracks, *Engineering Fracture Mechanics*, 1979, Vol.11, pp. 573-584.
- [10] TAYLOR D. Fatigue of short cracks : The limitations of fracture mechanics, *Mechanical Engineering Publications*, London, 1986, pp. 479-490.
- [11] BILLAUDEAU T., 2002. *Fatigue multiaxiale des matériaux à défauts : Mécanismes et critère d'endurance*, 247 p. Thèse : Mécanique des solides et des matériaux : Poitiers : 2002
- [12] ANDERSON T.L., *Fracture Mechanics*. Taylor & Francis, 2005, 611 p.
- [13] PETERSON R.E. Stress concentration factors, *JohnWiley*, New York, 1974.
- [14] MASSONNET C. Le dimensionnement des pièces de machines, Contribution expérimentale à l'étude de l'effet de l'échelle et des entailles, *Revue universelle des mines*, 1995, pp. 203-222.
- [15] WEBER Bastien. *Fatigue multiaxiale des structures industrielles sous chargement quelconque*, 248 p. Thèse : Mécanique : Lyon : 1999.
- [16] NEUBER H. "Kerbspannungslehre," Springer-Verlag, Berlin, Vienna, 1937. Reprinted in translation as "Theory of Notch Stresses," J. W. Edwards, Publisher, Inc., Ann Arbor, Mich., 1946, p. 163
- [17] HEYWOOD R.B. Stress Concentration Factors, *Engineering*, 1955, Vol.179, p.146
- [18] HEYWOOD R.B. *Designing by Photoelasticity*, Chapman and Hall, London, 1952, p.414



- 
- [19] LUKAS P., KUNTZ L., WEISS B., STICKLER R., Non damaging notches in fatigue, *Fatigue Fract Eng Mater Struct*, 1986, pp. 195–204.
- [20] DUQUESNAY D.L., The effect of notch radius on the fatigue notch factor and the propagation of short cracks, *Mechanical Engineering Publications*, London, 1986, pp. 323-335.
- [21] TOPPER T.H., EL HADDAD M.H. Fatigue strength prediction of notches based on fracture mechanics, *EMAS*, UK, 1982, Vol.2, pp. 777-797.
- [22] NEUBER H. Theory of stress concentration for shear-strained prismatical bodies with arbitrary non-linear stress–strain law. *Trans. ASME, J. Appl. Mech.*, 1961, Vol.28, pp.544–550.
- [23] GLINKA G. Energy density approach to calculation of inelastic strain–stress near notches and cracks, *Engineering Fracture Mechanics*, 1985, Vol.22, No.3, pp.485–508.
- [24] MOLSKI K., GLINKA G. A method of elastic-plastic stress and strain calculation at a notch root, *Materials Science and Engineering*, 1981, Vol.50, pp.93–100.
- [25] DE KAZINCZY F., Effect of small defects on the fatigue properties of medium-strength cast steel, *J. Iron Steel Inst.* 1970, pp. 851–5.
- [26] MURAKAMI Y., *Metal fatigue: effects of small defects and non metallic inclusions*, Elsevier Science, Oxford, 2002, XII-359 p.
- [27] NADOT Yves. *Influence des défauts de fonderie sur la résistance à la fatigue d'une fonte GS*, 205 p. Thèse : Science des matériaux : Poitiers : 1997.
- [28] MU P., Multiaxial fatigue design for cast parts : Influence of complex defect on cast AS7G06-T6, *Engineering Fracture Mechanics*, 2014, Vol.131, pp. 315-328.
- [29] HOHENEMSER K., PRAGER W. The problem of fatigue strength under complex stresses, *Metallwirtschafft*, Bd. XII, Heft, 1933, 24, pp. 342-343.
- [30] GOUGH H.J., POLLARD H.V. The strength of metals under combined alternating stresses, *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers*, London, 1935, Vol. 131, N°3, pp. 1-103.
- [31] GOUGH H.J., POLLARD H.V., CLENSHAW W.J. Some experiments on the resistance of metals to fatigue under combined stresses, *Aeronautical Research Council*, Memoranda N°2522, London : HSMO, 1951, 141 p.
- [32] STULEN F.B., CUMMINGS H.N. A failure criterion for multiaxial fatigue stresses, *Proceedings of American Society for Testing and Materials*, Philadelphia, 1954, Vol. 54, pp. 822-835.
- [33] MATAKE T. An explanation on fatigue limite under combined stress, *Bulletin of the Japan Society of Mechanical Engineers*, 1977, Vol. 20, N°141, pp.257-263.
- [34] MATAKE T. Fatigue strength of notched specimen under combined stress, *Bulletin of the Japan Society of Mechanical Engineers*, 1980, Vol. 23, N°179, pp.623-629.
- [35] DANG VAN K. Sur la résistance à la fatigue des métaux. *Sciences et Techniques de l'Armement*, 1984, N°47, 3<sup>ème</sup> fascicule, pp.641-722.
-

- 
- [36] DANG VAN K., LE DOUARON A., LIEURADE H.P. Multiaxial fatigue limit : a new approach, *Advances in Fracture Research*, 6<sup>th</sup> International Conference Fracture, New Dehli, 1984, pp.1879-1885.
- [37] DANG VAN K., GRIVEAU B., MESSAGE O. On a new multiaxial fatigue criterion : theory and application, Biaxial and Multiaxial Fatigue, EGF (Edited by M.W. BROWN and K.J. MILLER), *Mechanical Engineering Publications*, 1989, pp.479-496.
- [38] ROBERT Jean-Louis. *Contribution à l'étude de la fatigue multiaxiale sous sollicitations périodiques ou aléatoires*, 229 p. Thèse: Mécanique : Lyon : 1992.
- [39] CROSSLAND B., Effect of large hydrostatic pressures on the torsional fatigue strength of an alloy steel, Institution of Mechanical Engineers, *International Conference on Fatigue on Metals*, London, 1956, pp. 184-194.
- [40] CROSSLAND B. The effect of pressure on the fatigue of metals, *In Mechanical Behaviour of Materials under Pressure*, Pugh H.L.I.D. (ed), Elsevier, Amsterdam, 1970, pp. 299-354.
- [41] SIMBÜRGER A. *Festigkeitsverhalten zäher Werkstoffe bei einer mehrachsigen, phasenverschobenen – Schwingbeanspruchung mit körperfesten und veränderlichen Hauptspannungsrichtungen*, LBF Darmstadt, Bericht Nr. FB-121, 1975.
- [42] FOGUE M. *Critère à long durée de vie pour des états multiaxiaux de contraintes sinusoïdales en phase et hors phase*, 189 p. Thesis : Mécanique : Lyon : 1987.
- [43] FOGUE M., BAHUAD J. Fatigue multiaxiale à durée de vie illimitée, *7<sup>ème</sup> Congrès Français de Mécanique*, Bordeaux, 1985, pp. 30-31.
- [44] PAPADOPOULOS I.V., *Fatigue polycyclique des métaux : une nouvelle approche*, 443 p. Thèse : Ecole Nationale des Ponts et Chaussées : 1987.
- [45] PAPADOPOULOS I.V. Fatigue limit of metals under multiaxial stress condition – The microscopic approach, Technical Note N°I.93-101, (ISPRA) : Commission of the European Communities, *Joint Research Center*, 1993, 46 p.
- [46] PAPADOPOULOS I.V. Exploring the high cycle fatigue behaviour of metals from the mesoscopic scale, *Journal of the Mechanical Behaviour of Materials*, 1996, Vol. 6, N°2, pp. 93-118.
- [47] PAPADOPOULOS I.V., DAVOLI P., GORLA C., FILIPPINI M., BERNASCONI A. A comparative study of multiaxial high-cycle fatigue criteria for metals, *International Journal Fatigue*, 1996, Vol. 19, pp.219-235.
- [48] ZENNER H., SIMBURGER A., LIU J., On the fatigue limit of ductile metals under complexe multiaxial loading, *International Journal of Fatigue*, Elsevier, vol. 22, 2000, pp.137-145.
- [49] LIU J., ZENNER H., Berechnung der Dauerschwingfestigkeit bei mehrachsiger Beanspruchung – Teil 1, *Mat.-wiss. u. Werkstofftech*, 24, 1993, pp.240-249.
- [50] WEBER B., KENMEUGNE B., CLEMENT J.C., ROBERT J.L., Improvements of multiaxial fatigue criteria computation for a strong reduction of calculation duration, *Computational materials science*, Elsevier, 1999, pp. 381-399.
-

- 
- [51] KENMEUGNE Bienvenue. *Contribution à la modélisation du comportement en fatigue sous sollicitations multiaxiales d'amplitude variable*, 286 p. Thèse : Mécanique : Lyon : 1996.
- [52] PALIN-LUC T., LASSERRE S. *Fatigue multiaxial d'une fonte GS sous sollicitations combinées d'amplitude variable*, 261 p, Thèse : Sciences appliquées : Paris : 1996.
- [53] PHILLIPS C.E., HEYWOOD R.B. The size effect in fatigue of plain and notched steel specimens loaded under reversed direct stress, *Proc. L Mech. E.*, 1951, 165, 113-124.
- [54] BRAND A., SUTTERLIN R., Calcul des pièces à la fatigue : méthode du gradient, *Senlis : Editions du CETIM*, 1980, 157 p.
- [55] PAPADOPOULOS I.V., Panoskaltsis V.P. Gradient dependent multiaxial high-cycle fatigue criterion. In *Multiaxial Fatigue and Design*, ESIS Publication 21 (A. Pineau, G. Cailletaud and T. C. Lindley Eds). Mechanical Engineering Publications, 1994, London, pp. 349-364.
- [56] PAPADOPOULOS I.V., Panoskaltsis V.P. Invariant formulation of a gradient dependent multiaxial high-cycle fatigue criterion, *Engineering Fracture Mechanics*, 1996, Vol.55, No.4, pp. 513-528.
- [57] LUU D.H., MAITOURNAM M.H., Nguyen Q.S. Formulation of gradient multiaxial fatigue criteria, *International Journal Fatigue*, 2014, Vol. 61, pp.170-183.
- [58] MA Z., TALLEC P.L., MAITOURNAM H., Multi-axial fatigue criteria with length scale and gradient effects, *Procedia Engineering*, Elsevier, vol. 133, 2015, pp.60-71.
- [59] FINDLEY W.N., COLEMAN J.J., HANLEY B.C. Theory for combined bending and torsion fatigue with data for SAE 4340 steel. *Proc. Int. Conf. on Fatigue of Metals. I. Mech. E.*, London, England, 1956, pp. 150-157.
- [60] POGORETSKII R.G., KARPENKO G.V. Effect of test piece length on the fatigue strength of steel in air, *Fiziko-Khimicheskaya Mekhanika Materialov*, 1965, Vol.1, pp.90-94.
- [61] MOORE H. F., MORKOVIN D. Progress report on the effect of size of specimen on fatigue strength of three types of steel, *Proc. ASTM*, 1942, 42, 145-153.
- [62] MOORE H. F., MORKOVIN D. Second progress report on the effect of size of specimen on fatigue strength of three types of steel, *Proc. ASTM*, 1943, 43, 109-120.
- [63] MOORE H. F., MORKOVIN D. Third progress report on the effect of size of specimen on fatigue strength of three types of steel, *Proc. ASTM*, 1944, 44, 137-158.
- [64] FROUSTEY C., LASSERRE S. *Fatigue des aciers sous sollicitations combine. Application à l'acier 30NCD16*. Talence : ENSAM, octobre 1988, Rapport DRET-LAMEF-ENSAM, contrat 87/115.
- [65] DUBAR L. *Fatigue multiaxiale des aciers. Passage de l'endurance à l'endurance limitée. Prise en compte des accidents géométriques*. Thèse de l'ENSAM, Talence, juin 1992, 165 p.
- [66] NADOT Y., BILLAUDEAU T. Multiaxial fatigue limit criterion for defective materials, *Engineering Fracture Mechanics*, 2006, Vol.73, pp.112-133.

- 
- [67] NADOT Y., MU P., NADOT-MARTIN C., STEINWANDEL A. Multiaxial fatigue design of cast parts : defect stress gradient (DSG) approach, *The Tenth International Conference on Multiaxial Fatigue & Fracture (ICMFF10)*, 3-6 June, 2013, Kyoto, Japan, 8p.
- [68] VINCENT M., NADOT-MARTIN C., NADOT Y., DRAGON A. Fatigue from defect under multiaxial loading: Defect Stress Gradient (DSG) approach using ellipsoidal Equivalent Inclusion Method, *International Journal of Fatigue*, 2014, Vol.59, pp.176-187.
- [69] VU H.Q., HALM D., NADOT Y. Multiaxial fatigue criterion for complex loading based on stress invariants, *International Journal of Fatigue*, 2010, Vol.32, pp.1004-1014.
- [70] BILLAUDEAU Thomas. Multiaxial fatigue limit for defective materials : Mechanisms and experiments, *Acta Materialia*, 2004, Vol.52, pp. 3911-3920.
- [71] NADOT Y., BILLAUDEAU T. Multiaxial fatigue limit criterion for defective materials, *Engineering Fracture Mechanics*, 2006, Vol.73, pp.112-133.

---

## Liste des tableaux

### Chapitre I :

- Tableau I.1 : Limites d'endurance obtenues par Massonnet pour les éprouvettes entaillées.....  
.....pp.23
- Tableau I.2 : Performance des prévisions des critères d'approche plan critique sur la banque de données des essais multiaxiaux.....pp.35
- Tableau I.3 : Performance des prévisions des critères d'approche globale sur la banque de données des essais multiaxiaux.....pp.36
- Tableau I.4 : Variations des limites de fatigue obtenues par Palin-Luc en flexion rotative et en traction-compression pour des aciers alliés ou non alliés et une fonte GS.....pp.38
- Tableau I.5 : Facteur  $k_p$  de conversion de la limite de fatigue en flexion rotative à celle pour un autre type de sollicitation.....pp.43
- Tableau I.6 : Résistance maximale à la traction  $\hat{R}_m$  en présence d'une entaille.....pp.44
- Tableau I.7 : Critères de fatigue multiaxiaux adaptés au gradient de contrainte.....pp.45
- Tableau I.8 : Résumé des propositions de Nadot et Billaudeau pour la modélisation du comportement en fatigue multiaxiale au voisinage d'un défaut.....pp.46

### Chapitre II :

- Tableau II.1 : Moyennes de la durée de vie et de la longueur de la plus grande fissure observée pour chaque niveau de contrainte testé.....pp.59
- Tableau II.2 : Récapitulatif des mesures pour la référence AY1268, avec défauts oblongs de profondeurs 10  $\mu\text{m}$  et 40  $\mu\text{m}$ .....pp.61
- Tableau II. 3 : Récapitulatif général des essais de fatigue menés sur la nuance d'acier CP800.....pp.62
- Tableau II.4 : Récapitulatif des limites de fatigue à 2.106 cycles de la référence AR203 avec et sans défaut en traction ondulée de rapport de charge égal à 0,1.....pp.64
- Tableau II.5 : Résultats expérimentaux de l'Institut Pascal pour les éprouvettes sans défaut de la référence AY1268.....pp.65
- Tableau II.6 : Modèles établis par le logiciel ESOPE pour la référence AY1268 (essais réalisés à l'Institut Pascal) .....pp.66
- Tableau II.7 : Escalier construit sur les éprouvettes retenues pour la détermination de la limite de fatigue à 2.106 cycles – éprouvettes sans défaut de la référence AY1268 testées par l'Institut Pascal.....pp.67
- Tableau II.8 : Résultats expérimentaux d'ArcelorMittal pour les éprouvettes sans défaut du lot AY1268.....pp.68
- Tableau II.9 : Récapitulatif des courbes S-N obtenues selon le modèle de Stromeier pour les éprouvettes sans défaut de la référence AY1268.....pp.69
- Tableau II.10 : Récapitulatif des courbes S-N du modèle de Stromeier.....pp.72

---

Tableau II.11 : Profondeur maximale des défauts mesurée sur les éprouvettes avant essai.....	pp.73
Tableau II.12 : Récapitulatif des essais de fatigue pour les éprouvettes de la référence AY1268 avec défaut rond.....	pp.74
Tableau II.13 : Dimensions moyennes des différentes profondeurs de défaut coin.....	pp.78
Tableau II.14 : Durées de vie expérimentales obtenues pour les éprouvettes présentant un défaut coin.....	pp.78
Tableau II.15 : Dimensions moyennes des défauts transversaux présents sur la face principale des éprouvettes.....	pp.81
Tableau II.16 : Durées de vie en fatigue des éprouvettes avec un défaut transversal présents sur une des faces principales.....	pp.82
Tableau II.17 : Dimensions moyennes des défauts inclinés sur la face principale et nombres d'éprouvettes.....	pp.84
Tableau II.18 : Durées de vie en fatigue des éprouvettes avec un défaut incliné à 45° présents sur une des faces principales.....	pp.85
Tableau II.19 : Récapitulatif des résultats obtenus pour $\sigma_{nom} = 515$ MPa.....	pp.88

### **Chapitre III :**

Tableau III.1 : Temps de calculs observés pour les différents modèles numériques en comportement élastique ( $\sigma_{nom} = 100$ MPa) .....	pp.100
Tableau III.2 : Temps de calculs observés pour les différents modèles numériques en comportement élastoplastique ( $\sigma_{nom} = 810$ MPa) .....	pp.100
Tableau III.3 : Comparaison des temps de calcul du maillage à taille uniforme des éléments par rapport au maillage à la taille progressive pour un modèle numérique avec défaut....	pp.103
Tableau III.4 : Contrainte $\sigma_{yy}$ maximale et coefficient de concentration de contrainte $K_t$ pour les éprouvettes sans défaut des références AR203 et AY1268.....	pp.107
Tableau III.5 : Résultats des calculs EF en comportement élastique pour les éprouvettes avec défauts ronds de la référence AR203 pour les différentes profondeurs de défaut.....	pp.108
Tableau III.6 : Gradients de contraintes obtenus pour les quatre profondeurs de défaut rond analysées expérimentalement.....	pp.110
Tableau III.7 : Résultats issus des calculs par Eléments Finis en comportement purement élastique pour les éprouvettes de la référence AY1268 avec un défaut oblong de profondeur 10 $\mu\text{m}$ ou 40 $\mu\text{m}$ .....	pp.117
Tableau III.8 Résultats issus des calculs par Eléments Finis en comportement élastoplastique pour les éprouvettes de la référence AY1268 avec un défaut oblong de profondeur 10 $\mu\text{m}$ ou 40 $\mu\text{m}$ .....	pp.118
Tableau III.9 : Influence du type de défaut à profondeur et rayon de courbure identiques sur les contraintes maximales générées.....	pp.120

---

Tableau III.10 : Influence du diamètre du fil d'usinage des défauts sur les contraintes générées à profondeur et chargement nominal identiques.....	pp.120
Tableau III.11 : Influence sur la durée de vie expérimentale en fatigue du diamètre du fil, pour les défauts rond et oblong de même profondeur (40 $\mu\text{m}$ ).....	pp.121
Tableau III.12 Récapitulatif des gradients de contraintes aux points B et C, et au milieu de [BC] .....	pp.127
Tableau III.13 : Comparaison des contraintes maximales et des coefficients de concentration de contrainte correspondant aux trois types de défaut analysés.....	pp.128
Tableau III.14 : Récapitulatif des résultats obtenus par EF pour les quatre formes de défaut en comportement purement élastique et sous chargement nominal de 100 MPa.....	pp.131
Tableau III.15 : Récapitulatif des contraintes maximales $\sigma_{yy}$ rencontrées pour les quatre types de géométrie de défaut (à profondeur et chargement nominal identiques).....	pp.132
Tableau III.16 : Contrainte maximale $\sigma_{yy,max}$ et facteur de concentration de contraintes $K_t$ en fond du défaut.....	pp.133
Tableau III.17 : Gradients de contraintes (en MPa/mm) pour les défauts sur la face frontale....	pp.134
Tableau III.18 : Contrainte maximale $\sigma_{yy,max}$ et facteur de concentration de contraintes $K_t$ pour les défauts inclinés présents sur la face principale de l'éprouvette.....	pp.135
Tableau III.19 : Gradients de contraintes (MPa/mm) pour les défauts orientés à 45° sur la face principale des éprouvettes.....	pp.137
Tableau III.20 : Récapitulatif des concentrations de contrainte obtenues pour les différents défauts étudiés.....	pp.138
Tableau III.21 : Synthèse des concentrations de contrainte sur la composante $\sigma_{yy}$ pour les différents types de défaut.....	pp.139
Tableau III.22 : Gradients de contraintes pour la durée de vie de $3.10^5$ cycles de la référence AY1268 et pour l'ensemble des défauts étudiés.....	pp.141
Tableau III.23 : Gradients de contraintes pour la même profondeur de défaut, le même rayon en fond de défaut et une contrainte nominale donnée par la référence AY1268.....	pp.143
<b><u>Chapitre IV :</u></b>	
Tableau IV.1 : Concentrations de contrainte au voisinage des différents types de défauts, établies par calcul E.F. (à profondeur de défaut de 40 $\mu\text{m}$ et à rayon de fond de défaut identique) .....	pp.151
Tableau IV.2 : Gradients en MPa/mm des différentes composantes des contraintes dans la direction x pour les différentes profondeurs de défaut.....	pp.163
Tableau IV.3 : Gradients en MPa/mm des différentes composantes des contraintes dans la direction y pour les différentes profondeurs de défaut.....	pp.163
Tableau IV.4 : Gradients en MPa/mm des différentes composantes des contraintes dans la direction z pour les différentes profondeurs de défaut.....	pp.164

---



---

Tableau IV.5 : Gradients en MPa/mm des différentes composantes des contraintes dans la direction x pour les deux profondeurs de défaut oblong.....	pp.164
Tableau IV.6 : Gradients en MPa/mm des différentes composantes des contraintes dans la direction y pour les deux profondeurs de défaut oblong.....	pp.164
Tableau IV.7 : Gradients en MPa/mm des différentes composantes des contraintes dans la direction z pour les deux profondeurs de défaut oblong.....	pp.164
Tableau IV.8 : Fonctions de fatigue des critères multiaxiaux analysés sans prise en compte du gradient de contrainte.....	pp.165
Tableau IV.9 : Fonctions de fatigue pour les nouveaux critères intégrant le gradient vis-à-vis des essais de fatigue à l'endurance avec défaut rond et oblong.....	pp.166
Tableau IV.10 : Durées de vie moyennes selon la taille des défauts ronds et le niveau de la contrainte nominale appliquée pour la référence AY1268.....	pp.169
Tableau IV.11 : Fonctions de fatigue des critères sans prise en compte du gradient (pour les essais du groupe 1).....	pp.171
Tableau IV.12 : Fonctions de fatigue des critères avec prise en compte du gradient (pour les essais du groupe 1).....	pp.171
Tableau IV.13 : Fonctions de fatigue des critères sans prise en compte du gradient (pour les essais du groupe 2).....	pp.172
Tableau IV.14 : Fonctions de fatigue des critères avec prise en compte du gradient (pour les essais du groupe 2).....	pp.173
Tableau IV.15 : Fonctions de fatigue des critères sans prise en compte du gradient, pour le défaut horizontal sur la face principale de l'éprouvette.....	pp.176
Tableau IV.16 : Fonctions de fatigue des critères avec prise en compte du gradient, pour le défaut horizontal situé sur la face principale de l'éprouvette.....	pp.176
Tableau IV.17 : Fonctions de fatigue des critères sans prise en compte du gradient du défaut horizontal sur la face principale de l'éprouvette.....	pp.180
Tableau IV.18 : Fonctions de fatigue des critères avec prise en compte du gradient du défaut horizontal sur la face principale de l'éprouvette.....	pp.180

---

## Liste des figures

### Chapitre I :

Figure I.1 : Composants automobiles élaborés à partir de tôles d'acier a) flasque d'assise, b) barre de porte, c) renfort de tunnel.....	pp.12
Figure I.2 : Principe a) du poinçonnage, b) de l'estampage de tôles.....	pp.13
Figure I.3 : Principaux défauts observés sur un triangle de suspension automobile.....	pp.13
Figure I.4 : Allure générale d'une courbe S-N pour un matériau métallique.....	pp.14
Figure I.5 : Paramètres de définition d'un cycle de contrainte.....	pp.15
Figure I.6 : Terminologie spécifique en fonction du rapport de charge du cycle de chargement .....	pp.15
Figure I.7 : Détermination d'une limite de fatigue par la méthode d'itération.....	pp.17
Figure I.8 : Evolution de la vitesse de propagation d'une fissure par fatigue.....	pp.18
Figure I.9 : Paramètres du facteur d'intensité de contrainte.....	pp.19
Figure I.10 : Critères d'établissement du seuil de propagation de fissure.....	pp.20
Figure I.11 : Paramètres géométriques de l'entaille et évolution des contraintes.....	pp.21
Figure I.12 : Scénarii de fissuration par fatigue.....	pp.22
Figure I.13 : Définition de la géométrie des éprouvettes entaillées de Massonnet.....	pp.23
Figure I.15 : Evaluation de la valeur de $K_f$ dans la zone des fissures courtes au voisinage du rayon d'entaille critique $\rho_{cr}$ .....	pp.25
Figure I.16 : Courbes d'évaluation de la limite de fatigue par De Kazinczy.....	pp.26
Figure I.17 : Définition de l'aire projetée du défaut sur un plan perpendiculaire à la direction du chargement maximal .....	pp.26
Figure I.18 : Seuil de propagation de fissure en fonction de $\sqrt{\text{aire}}$ pour des matériaux de différentes duretés.....	pp.27
Figure I.19 : Défauts introduits dans le matériau, distants de trois espacements $d_{edge}$ distincts.....	pp.28
Figure I.20 : Les trois familles de critères multiaxiaux utilisables pour l'approche non locale.....	pp.29
Figure I.21 : Exemple d'un cycle multiaxial.....	pp.30
Figure I.22 : Composantes $\sigma_{hh}(t)$ , $\sigma_{uh}(t)$ et $\sigma_{vh}(t)$ dans le repère $(u, v, h)$ du vecteur de contrainte $\vec{\phi}_h(t)$ qui s'exerce sur le plan de normale $h$ .....	pp.31
Figure I.23 : Evolution de la contrainte normale $\sigma_{hh}(t)$ sur le plan de normale $h$ et décomposition de $\sigma_{hh}(t)$ en ses composantes moyenne et alternée $\sigma_{hhm}$ et $\sigma_{hha}(t)$ .....	pp.31

---

Figure I.24 : Obtention des contraintes tangentielles moyenne et alternée au cours d'un cycle sur le plan matériel de normale $h$ .....	pp.32
Figure I.25 : Cycle multiaxial de contraintes a) quelconques, b) à évolution sinusoïdale...	pp.33
Figure I.26 : Paramètres de définition d'un plan matériel.....	pp.34
Figure I.27 : Discrétisation des facettes a) à pas angulaires $\Delta\varphi$ et $\Delta\gamma$ constants, b) à aire interceptée quasi constante sur la sphère de rayon unité.....	pp.34
Figure I.28 : Répartition des contraintes pour différents types de sollicitations a) traction-compression, b) flexion rotative, c) flexion plane.....	pp.37
Figure I.29 : Evolution des limites d'endurance, selon le type de sollicitation, en fonction du diamètre des éprouvettes testées.....	pp.39
Figure I.30 : Limites de fatigue en traction-compression pour deux nuances d'acier en fonction du rayon de l'éprouvette cylindrique.....	pp.39
Figure I.31 : Limites de fatigue en flexion rotative d'un acier 40Kh en fonction a) de la longueur $L$ des éprouvettes b) de leur rayon $R$ .....	pp.40
Figure I.32 : Limites d'endurance sur éprouvettes lisses ou entaillées en fonction du facteur de concentration de contrainte en fond d'entaille.....	pp.41
Figure I.33 : Définition du gradient de contrainte d'après Brand et Sutterlin.....	pp.42
Figure I.34 : Facteur $K_s$ traduisant l'influence de l'état de surface en fatigue en fonction de la rugosité $R_t$ et de la résistance maximale $R_m$ du matériau.....	pp.43
Figure I.35 : Limite de fatigue $\hat{\sigma}_D$ d'une pièce entaillée en fonction du gradient de contrainte $\chi$ et de sa résistance maximale à la traction $R_m$ .....	pp.44

## **Chapitre II :**

Figure II.1 : Description du cycle de traction ondulée utilisé pour la campagne expérimentale..	pp.49
Figure II.2 : Machine de fatigue MTS810 du laboratoire.....	pp.50
Figure II.3 : Eprouvette instrumentée et pont d'extensométrie.....	pp.50
Figure II.4 : Premier réglage de coaxialité des mors de la machine de fatigue.....	pp.51
Figure II.5 : Second réglage ou élimination de l'inclinaison angulaire des mors.....	pp.51
Figure II.6 : Géométrie d'une éprouvette saine (sans défaut) d'épaisseur 2 mm.....	pp.53
Figure II.7 : Localisation et description d'un défaut rond ou oblong usiné sur la tranche d'une éprouvette.....	pp.53
Figure II.8 : Description géométrique du défaut coin.....	pp.54
Figure II.9 : Défaut sur une face principale de l'éprouvette a) transversal, b) orienté à $45^\circ$ .....	pp.54
Figure II.10 : Microscope Keyence - modèle VHX-900F.....	pp.55

---

Figure II.11 : Faciès de rupture de l'éprouvette n°105 avec fissures dites longues a) faciès H, b) faciès B, et c) site d'amorçage.....	pp.56
Figure II.12 : Faciès de rupture de l'éprouvette n°118 avec fissures dites courtes a) faciès H, b) faciès B, et c) site d'amorçage.....	pp.57
Figure II.13 : Longueur de la fissure secondaire la plus importante en fonction de la durée de vie de l'éprouvette pour chaque niveau de contrainte.....	pp.58
Figure II.14 : Superposition des courbes de tendance de la longueur maxi de la fissure secondaire en fonction de la durée de vie pour les différents niveaux de contrainte.....	pp.58
Figure II.15 : Longueur de la plus grande fissure secondaire en fonction de la durée de vie.....	pp.59
Figure II.16 : Longueur de la plus grande fissure secondaire en fonction de la contrainte nominale maximale.....	pp.60
Figure II.17 : Observation du faciès de rupture et mesure a) de la profondeur du défaut et de la longueur de la plus grande fissure secondaire, et b) de l'aire du défaut (éprouvette n°C3)pp.60	
Figure II.18 : Détail du défaut usiné fortement déformé par striction (mais qui n'est pas à l'origine de la rupture par fatigue) de l'éprouvette C13.....	pp.61
Figure II.19 : Géométrie, pour la référence AR203, du défaut usiné par électroérosion à fil sur la tranche de l'éprouvette.....	pp.63
Figure II.20 : Courbes S-N de la référence AR203 selon le modèle de Wöhler pour les éprouvettes sans défaut et avec défaut.....	pp.63
Figure II.21 : Modèles ajustés par le logiciel ESOPE sur les points expérimentaux obtenus à l'Institut Pascal pour la référence AY1268 sans défaut.....	pp.66
Figure II.22 : Courbe S-N selon le modèle de Stromeyer pour les résultats d'essais obtenus par ArcelorMittal avec des éprouvettes sans défaut de la référence AY1268.....	pp.68
Figure II.23 : Comparaison des courbes S-N obtenues par les deux laboratoires pour les éprouvettes sans défaut de la référence AY1268.....	pp.69
Figure II.24 : Comparaison des résultats expérimentaux de l'Institut Pascal pour la référence AY1268 sans défaut avec ceux d'ArcelorMittal pour la référence AR203.....	pp.70
Figure II.25 : Défaut de forme oblongue observé au microscope.....	pp.71
Figure II.26 : Courbes S-N selon le modèle de Stromeyer pour la référence AY1268 (sans défaut et avec défauts oblongs de profondeurs 10 $\mu\text{m}$ et 40 $\mu\text{m}$ ) .....	pp.71
Figure II.27 : Défaut rond observé et mesuré au microscope sur la tranche d'une éprouvette....	pp.72
Figure II.28 : Courbes de tendance obtenues selon le modèle de Stromeyer à partir des essais réalisés pour différentes tailles de défaut rond pour la référence AY1268.....	pp.75
Figure II.29 : Résultats des essais pour l'ensemble des éprouvettes de la référence AY1268 présentant un défaut rond.....	pp.76

---

---

Figure II.30 : Dimensions du défaut coin sur la tranche et sur la face frontale de l'éprouvette...	pp.77
Figure II.31 : Profondeur effective $h$ (ou taille) du défaut coin.....	pp.77
Figure II.32 : Résultats des essais de fatigue sur les éprouvettes de la référence AY1268 comportant un défaut coin.....	pp.79
Figure II.33 : a) Défaut naturel rond et b) Défaut naturel elliptique à l'origine de l'amorçage des fissures et de la rupture des éprouvettes en dehors des défauts coins.....	pp.80
Figure II.34 : Dimensions a) d'un défaut transversal, b) de l'électrode ayant servi à l'usiner.....	pp.81
Figure II.35 : Défaut naturel de forme elliptique à l'origine de l'amorçage de la fissure de fatigue pour trois éprouvettes comportant un défaut transversal de $41\ \mu\text{m}$ de profondeur	pp.83
Figure II.36 : Durées de vie des éprouvettes de la référence AY1268 présentant un défaut transversal sur la face principale.....	pp.83
Figure II.37 : Mesure de l'orientation du défaut incliné par rapport à l'axe longitudinal de l'éprouvette.....	pp.84
Figure II.38 : Durées de vie des éprouvettes de la référence AY1268 avec des défauts transversaux ou des défauts inclinés à $45^\circ$ à niveaux de contraintes identiques.....	pp.85
Figure II.39 : Comparaison de l'influence de la forme du défaut (rond/oblong) de la référence AY1268 pour une profondeur $40\ \mu\text{m}$ .....	pp.85
Figure II.40 : Observation du défaut de $40\ \mu\text{m}$ de profondeur, présent sur le bord de découpe a) de forme ronde, b) de forme oblongue.....	pp.86
Figure II.41 : Vue en section droite a) du défaut rond, b) du défaut oblong.....	pp.86
Figure II.42 : Comparaison des durées de vie pour une profondeur moyenne des défauts de l'ordre de $40\ \mu\text{m}$ (tout type de défaut considéré) .....	pp.88

### **Chapitre III :**

Figure III.1 : Courbe de traction monotone élastoplastique de l'acier CP800.....	pp.93
Figure III.2 : a) Dimensions de l'éprouvette d'essai b) Modèle géométrique utilisé.....	pp.94
Figure III.3 : Maillage du modèle par l'élément hexaédrique (QUAD) .....	pp.95
Figure III.4 : Illustration de différents types de maillage a) à maille identique, b) à maillage progressif de facteur 2, et c) à maillage progressif de facteur 10.....	pp.95
Figure III.5 : Comparaison des modèles numériques avec et sans maillage progressif.....	pp.96
Figure III.6 : Plans de symétrie du modèle numérique.....	pp.97
Figure III.7 : Modèles numériques utilisés pour l'éprouvette sans défaut ou pour celle avec un défaut en fonction de son type.....	pp.98
Figure III.8 : Modèles a) monobloc, b) coupé en surfaces, c) assemblage polybloc à 4 corps et d) assemblage polybloc optimisé à 7 corps.....	pp.99

---

Figure III.9 : Champs de contraintes pour chacun des quatre modèles (cas où $\sigma_{nom} = 810$ MPa) a) monobloc b) découpé en surfaces c) polybloc à 4 corps et d) polybloc optimisé à 7 corps.....	pp.101
Figure III.10 : Répartition des contraintes obtenues par le calcul E.F. après transfert au repère global de tous les blocs du modèle numérique.....	pp.102
Figure III.11 : Maillage au voisinage du défaut, avec une taille des éléments de 3 $\mu\text{m}$ , a) taille uniforme pour tous les éléments, b) taille progressive des éléments.....	pp.102
Figure III.12 : Analyse des contraintes par EF au voisinage d'un défaut a) maillage à taille uniforme, b) maillage progressif avec facteur de progressivité de 10.....	pp.103
Figure III.13 : Analyse des contraintes au voisinage d'un défaut en imposant un repère global, a) maillage de taille uniforme, b) maillage progressif avec facteur de progressivité de 10.....	pp.103
Figure III.14 : Description des nœuds utilisés pour le calcul des gradients en O selon les trois directions x, y et z du repère.....	pp.104
Figure III.15 : Principe de l'interpolation parabolique pour déterminer le gradient des contraintes suivant l'axe x.....	pp.105
Figure III.16 : Modèle numérique de l'éprouvette sans défaut des références AR203 et AY1268.....	pp.106
Figure III.17 : Evolution des contraintes à partir du bord de découpe dans la direction x, a) pour la référence AR203, b) pour la référence AY1268.....	pp.107
Figure III.18 : Répartition des contraintes lors d'un calcul élastoplastique pour un défaut rond de profondeur a) 31 $\mu\text{m}$ , b) 297 $\mu\text{m}$ .....	pp.109
Figure III.19 : Répartition des contraintes de la référence AR203 dans la direction x en comportement élastoplastique pour une profondeur de défaut égale à a) 31 $\mu\text{m}$ , b) 297 $\mu\text{m}$ .....	pp.109
Figure III.20 : Points du maillage utilisés pour le calcul des gradients de contraintes au fond du défaut rond sur la face principale de l'éprouvette.....	pp.110
Figure III.21 : Evolution des contraintes en fond du défaut en fonction de sa profondeur pour les trois diamètres de fil a) 100 $\mu\text{m}$ , b) 200 $\mu\text{m}$ et c) 400 $\mu\text{m}$ .....	pp.111
Figure III.22 : Définition de la distance $d$ au fond de défaut où la contrainte $\sigma_{yy}$ est maximale.....	pp.112
Figure III.23 : Etats de contraintes présents là où $\sigma_{yy}$ est maximale au voisinage du défaut, en fonction de sa profondeur pour différents diamètres du fil a) 100 $\mu\text{m}$ , b) 200 $\mu\text{m}$ et c) 400 $\mu\text{m}$ .....	pp.113
Figure III.24 : Distance du lieu de la contrainte maximale au fond du défaut, en fonction de la profondeur du défaut et du diamètre du fil d'électroérosion.....	pp.114

---

---

Figure III.25 : Taille de la zone de plastifiée en fond de défaut en fonction de la profondeur du défaut a) à contrainte nominale identique (585 MPa), et b) à contrainte nominale appliquée égale à la limite de fatigue propre à la profondeur du défaut.....	pp.114
Figure III.26 : Comparaison de la distance au fond du défaut du lieu de contrainte $\sigma_{yy}$ maximale (centre de la zone plastifiée) en fonction de la profondeur du défaut.....	pp.115
Figure III.27 : Evolution de la contrainte $\sigma_{yy}$ dans la direction x pour différents diamètres du fil, à profondeur du défaut (120 $\mu\text{m}$ ) et contrainte nominale (585 MPa) données.....	pp.115
Figure III.28 : Description de la géométrie du défaut oblong.....	pp.116
Figure III.29 : Modèle EF adopté pour un défaut oblong de profondeur a) 10 $\mu\text{m}$ , b) 40 $\mu\text{m}$ .....	pp.116
Figure III.30 : Localisation du site de contrainte $\sigma_{yy}$ maximale observée pour le défaut oblong .....	pp.117
Figure III.31 : Eprouvette D10 rompue (à partir du défaut oblong de profondeur 36 $\mu\text{m}$ ).....	pp.117
Figure III.32 : Nœuds d'interpolation utilisés pour le calcul des gradients de contrainte (exemple du défaut oblong de profondeur 40 $\mu\text{m}$ ).....	pp.118
Figure III.33 : Cartographie de la contrainte $\sigma_{yy}$ pour les deux défauts de forme ronde et oblongue de profondeur 40 $\mu\text{m}$ .....	pp.119
Figure III.34 : Influence relative en fatigue de la forme et du rayon des défauts rond et oblong à profondeur du défaut identique.....	pp.121
Figure III.35 : Effet de l'utilisation du plan de symétrie médian a) pour un défaut rond ou oblong sur le bord de découpe, b) pour un défaut coin.....	pp.122
Figure III.36 : a) Modèle réel avec un seul défaut coin, b) Modèle numérique comprenant deux défauts coins du fait de l'utilisation du plan de symétrie principal.....	pp.122
Figure III.37 : Relevé des contraintes sur les trois arêtes au voisinage du défaut.....	pp.123
Figure III.38 : Relevé de la contrainte $\sigma_{yy}$ sur les arêtes a) BC, b) BA, et c) CA (en fonction de l'abscisse curviligne depuis le premier point cité de l'arête au second point) .....	pp.123
Figure III.39 : Répartition des contraintes (obtenues en comportement purement élastique) sur la ligne BC.....	pp.124
Figure III.40 : Points d'analyse du gradient des contraintes.....	pp.125
Figure III.41 : Permutation observable des axes du repère, à l'issue d'un calcul élastoplastique, par non continuité de la contrainte $\sigma_{yy}$ à la traversée de certaines zones de maillage.....	pp.126
Figure III.42 : Répartition de la contrainte $\sigma_{yy}$ dans le repère global.....	pp.126
Figure III.43 : Faciès de rupture de deux éprouvettes ayant rompu en fatigue à partir d'un défaut coin a) ép. AY436, b) ép. AY438.....	pp.127
Figure III.44 : Modèle géométrique utilisé pour un défaut présent sur une face principale de l'éprouvette et dans sa section droite minimale.....	pp.129

---

---

Figure III.45 : Description des quatre formes étudiées de défauts présents sur la face principale des éprouvettes.....	pp.130
Figure III.46 : Modèle EF du défaut situé en face principale et présent dans la section droite minimale de l'éprouvette, de profondeur 66 $\mu\text{m}$ .....	pp.133
Figure III.47 : Modèle EF de l'éprouvette avec le défaut frontal orienté à 45° et de profondeur égale à 59 $\mu\text{m}$ .....	pp.135
Figure III. 48 : Géométrie du défaut perçue dans a) le plan (yz), b) le plan (y'z) normal à l'axe principal du défaut.....	pp.136
Figure III.49 : Directions x, y et z de calcul des gradients de contrainte en fond du défaut orienté à 45° (pour le défaut présent sur la face principale).....	pp.136
Figure III.50 : Gradients de contraintes obtenus au fond du défaut rond (référence AR203) suivant les directions a) x, b) y et c) z.....	pp.139
Figure III.51 : Gradients de contraintes obtenus au fond du défaut oblong (référence AY1268) suivant les directions a) x, b) y et c) z.....	pp.140
Figure III.52 : Etablissement de la contrainte nominale correspondant à la limite de fatigue à 300 000 cycles de la référence AY1268 pour les différents types de défaut de profondeur 40 $\mu\text{m}$ .....	pp.141
Figure III.53 : Comparaison des gradients de contraintes générés par les différents types de défaut dans les directions a) x, b) y et c) z.....	pp.142
Figure III.54 : Comparaison des gradients de contraintes générés par les défauts à profondeur, rayon de fond de défaut et contrainte nominale identiques, dans les directions a) x, b) y et c) z.....	pp.144
Figure III.55 : Répartition des contraintes à partir du fond de défaut en comportement élastoplastique pour les cinq types de défaut considérés (à chargement nominal et à rayon de fond de défaut identiques).....	pp.145
Figure III.56 : Comparaison des évolutions de contrainte $\sigma_{yy}$ .....	pp.146
<b><u>Chapitre IV :</u></b>	
Figure IV.1 : Répartition de la contrainte maximale rencontrée à l'endurance sur la section droite a) en traction-compression alternée symétrique b) en flexion rotative.....	pp.149
Figure IV.2 : Allure indicative de la répartition de la contrainte longitudinale $\sigma_{22}$ sur la section droite minimale des éprouvettes avec ou sans défaut.....	pp.150
Figure IV.3 : Principe de l'algorithme de détermination itérative du paramètre de pondération $\beta$ du terme du gradient.....	pp.153
Figure IV.4 : Définition du gradient en fond d'un défaut selon Billaudeau.....	pp.154
Figure IV.5 : Méthode itérative pour la détermination du coefficient de pondération du terme du gradient dans le critère de Fogue.....	pp.158
Figure IV.6 : Fonctions de fatigue des critères multiaxiaux analysés sans prise en compte du gradient, en fonction de la profondeur du défaut rond (nuance d'acier AR203).....	pp.165

---



---

Figure IV.7 : Fonctions de fatigue des critères multiaxiaux analysés sans prise en compte du gradient, en fonction de la profondeur du défaut oblong (nuance d'acier AY1268).....	pp.166
Figure IV.8 : Fonctions de fatigue pour les nouveaux critères proposés avec gradient de contrainte, en fonction de la profondeur du défaut rond (référence AR203).....	pp.167
Figure IV.9 : Fonctions de fatigue pour les nouveaux critères proposés avec gradient de contrainte, en fonction de la profondeur du défaut oblong (référence AY1268).....	pp.167
Figure IV.10 : Durées de vie en fatigue obtenues pour les éprouvettes avec défauts ronds de la référence AY1268.....	pp.169
Figure IV.11 : Limites de fatigue en traction ondulée sans défaut et pour le défaut de référence (pour calage des critères) a) à 350 000 cycles b) à 140 000 cycles.....	pp.170
Figure IV.12 : Comparaison des fonctions de fatigue obtenues par les trois critères à 350 000 cycles a) sans prise en compte du gradient et, b) avec prise en compte du gradient.....	pp.172
Figure IV.13 : Comparaison des fonctions de fatigue obtenues par les trois critères à 140 000 cycles a) sans prise en compte de l'effet du gradient b) avec prise en compte du gradient.....	pp.173
Figure IV.14 : Estimation des contraintes nominales correspondant à $2.10^5$ cycles pour différentes profondeurs de défaut.....	pp.174
Figure IV.15 : Gradients des composantes des contraintes maximales au cours du cycle suivant a) la direction x b) la direction y et c) la direction z.....	pp.175
Figure IV.16 : Obtention des limites de fatigue à $2.10^5$ cycles de l'acier CP800 sans défaut et avec un défaut de profondeur $127 \mu\text{m}$ sur le bord de découpe.....	pp.176
Figure IV.17 : Comparaison des fonctions de fatigue obtenues par les trois critères à $2.10^5$ cycles pour le défaut horizontal a) sans l'effet du gradient b) avec prise en compte du gradient.....	pp.177
Figure IV.18 : Limite de fatigue à $5.10^5$ cycles pour différentes profondeurs de défaut sur la face frontale et d'orientation transversale.....	pp.178
Figure IV.19 : Gradients des contraintes au voisinage des défauts horizontaux sur la face principale de l'éprouvette pour un chargement conduisant à une durée de vie de $5.10^5$ cycles suivant a) la direction x, b) la direction y et c) la direction z.....	pp.179
Figure IV.20 : Relevé des limites de fatigue à $5.10^5$ cycles de la référence d'acier AR203 sans défaut et en présence d'un défaut de profondeur $127 \mu\text{m}$ .....	pp.179
Figure IV.21 : Comparaison des fonctions de fatigue obtenues à $5.10^5$ cycles pour les trois critères utilisés dans le cas d'un défaut en face principale et en fonction de sa profondeur a) sans prise en compte du gradient et b) avec prise en compte du gradient.....	pp.181
Figure IV.22 : Influence de la présence de défaut sur la courbe S-N exprimée en contrainte nominale.....	pp.182
Figure IV.23 : Tendances des courbes S-N des éprouvettes avec défaut de forme ronde sur le bord de découpe, en fonction de la profondeur de ces défauts.....	pp.183

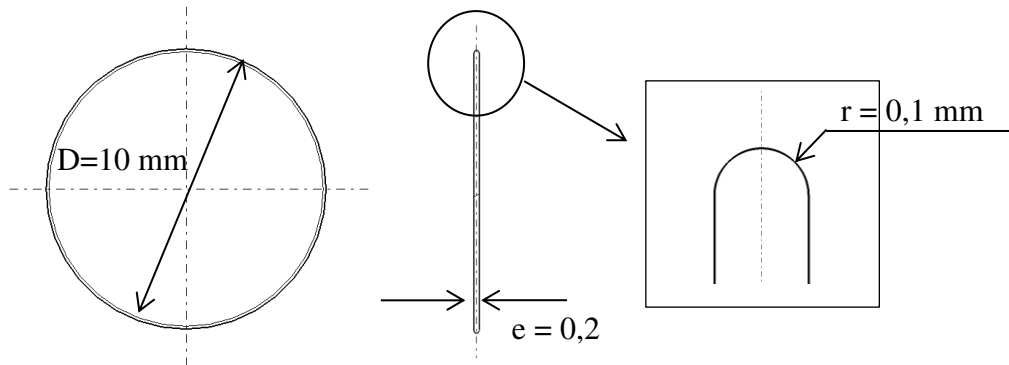
---

---

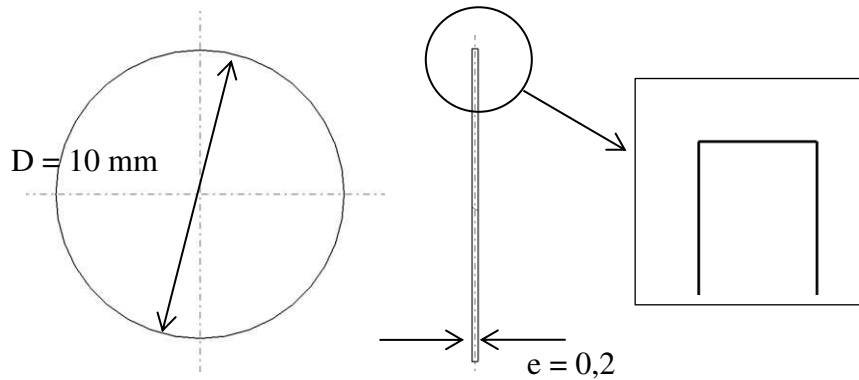
## ANNEXE

### 1. Dimensions et de formes des outils d'électroérosion (électrodes) pour la réalisation des défauts sur la face frontale

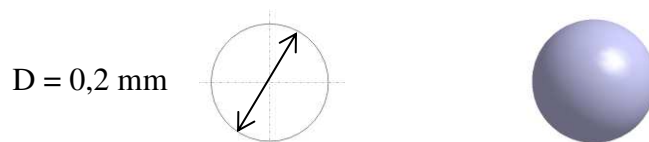
#### 1.1 Meule à bord arrondi



#### 1.2 Meule à bord droit



#### 1.3 Sphère



#### 1.4 Cylindre

