



HAL
open science

Métamatériaux acoustiques piézoélectriques pour le contrôle d'ondes guidées

Feriel-Hiba Chikh-Bled

► **To cite this version:**

Feriel-Hiba Chikh-Bled. Métamatériaux acoustiques piézoélectriques pour le contrôle d'ondes guidées. Mécanique des fluides [physics.class-ph]. Normandie Université, 2020. Français. NNT : 2020NORMLH16 . tel-03125758

HAL Id: tel-03125758

<https://theses.hal.science/tel-03125758>

Submitted on 29 Jan 2021

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



Normandie Université

THESE

Pour obtenir le diplôme de doctorat

Mécanique des Fluides, Énergétique, Thermique, Combustion, Acoustique

Préparée au sein de l'Université Le Havre Normandie

Metamatériaux acoustiques piézoélectriques pour le contrôle d'ondes guidées

**Présentée et soutenue par
Ferial Hiba CHIKH-BLED**

**Thèse soutenue publiquement le 13/11/2020
devant le jury composé de**

M. Bertrand DUBUS	Directeur de Recherche CNRS, IEMN	Rapporteur
M. Franck LEVASSORT	Professeur des Universités, GREMAN, UMR CNRS 7347, Université Tours	Rapporteur
M. Bruno MORVAN	Professeur des Universités, LOMC, UMR CNRS 6294, Université Le Havre Normandie	Directeur de thèse
M. Olivier PONCELET	Directeur de Recherche CNRS, I2M, Université de Bordeaux	Président du jury
M. Pascal REMBERT	Maître de Conférences des Universités, LOMC, UMR CNRS 6294, Université Le Havre Normandie	Encadrant
Mme Rebecca SAINIDOU	Maître de Conférences des Universités, LOMC, UMR CNRS 6294, Université Le Havre Normandie	Encadrant

Thèse dirigée par Bruno MORVAN, laboratoire LOMC UMR CNRS 6294

Table des matières

Préface	iii
Introduction	1
1 Ondes de Lamb dans une plaque piézoélectrique uniforme	5
1.1 Introduction	5
1.2 Ondes de volume dans un matériau piézoélectrique	6
1.2.1 Equations Fondamentales	6
1.2.2 Solutions élémentaires	7
1.2.3 Courbes de vitesse de phase	10
1.3 Ondes de Lamb dans une plaque piézoélectrique uniforme	13
1.3.1 Plaque nue sans électrodes	13
1.3.2 Plaque avec électrodes	17
1.4 Conclusions	20
2 Ondes de Lamb dans une plaque phononique piézoélectrique	21
2.1 Introduction	21
2.2 Formalisme	22
2.2.1 Solutions Élémentaires	22
2.2.2 Conditions de Frontières Electriques	26
2.3 Applications	29
2.3.1 CFEs symétriques non résonnantes	30
2.3.2 CFEs résonnantes par circuits inductifs	32
2.3.3 CFEs d'interconnexion cellulaire	35
2.4 Conclusions	37
3 Plaque piézoélectrique phononique : caractérisation expérimentale	39
3.1 Introduction	39
3.2 Présentation de la plaque piézoélectrique phononique	39
3.3 Méthodes d'obtention de structures de bandes expérimentales	41
3.4 Mesures optiques	42
3.4.1 Banc de mesure	42
3.4.2 Acquisition des signaux	43

3.4.3	Structures de bandes	44
3.5	Mesures du potentiel électrique	46
3.5.1	Dispositif de mesure	46
3.5.2	Analyse des potentiels mesurés - discussion sur les symétries	47
3.5.3	Structure de bandes expérimentale	49
3.6	Mesure d'impédance électrique	52
3.6.1	Dispositif de mesure	53
3.6.2	Analyse des mesures	53
3.7	Conclusions	57
4	Hybridation avec un mode de propagation électrique	59
4.1	Introduction	59
4.2	CFE symétriques : inductances connectées en parallèle à la plaque	59
4.2.1	Structure de bandes et analyse en termes de symétrie	59
4.2.2	Origine des modes et modèle de ligne équivalent	62
4.3	CFE non-symétriques : inductances connectées en série à la plaque	66
4.3.1	Structure de bandes et analyse en termes de symétrie	66
4.3.2	Origine des modes et modèle de ligne équivalent	69
4.4	Conclusions	72
	Conclusions et Perspectives	73
	Appendices	77
	Annexe A Paramètres PZ26	77
	Bibliographie	79

Préface

Cette thèse représente le résultat de trois années de recherche et dont je souhaiterais remercier toutes les personnes qui ont contribué, que ce soit grâce à leurs aides scientifique et technique, mais aussi par leurs apports humains. C'est avec une grande émotion que j'écris ces quelques lignes pour vous dire tout simplement merci.

En tout premier lieu, je voudrais exprimer ma gratitude à Bruno MORVAN, Professeur à l'Université Le Havre Normandie pour avoir assuré la direction de ce travail, et pour l'intérêt qu'il y a porté. Après m'avoir confié le sujet et m'avoir initié dans le domaine de l'acoustique, il a su me guider efficacement, tout en m'accordant sa confiance et l'indépendance tout au long de ces trois années. Cette thèse n'aurait pas vu le jour sans la contribution de Rebecca SAINIDOU et Pascal REMBERT, Maîtres de conférences à l'Université Le Havre Normandie qui ont été mes responsables scientifiques. Je leur suis particulièrement reconnaissante pour m'avoir ouvert la voie de ce travail de recherche et m'avoir soutenu, efficacement et avec une confiance sans démenti. Plus particulièrement, je ne remercierais jamais assez Pascal pour l'ouverture scientifique, sa pédagogie, et surtout sa rigueur dans l'approche des phénomènes physiques me serviront de référence pour longtemps.

Mes remerciements vont aussi aux rapporteurs de cette thèse, M. Bertrand DUBUS et M. Franck LEVASSORT, pour l'intérêt qu'ils ont porté à mon travail. J'associe à ces remerciements M. Olivier PONCELET pour avoir accepté d'examiner mon travail.

Ces travaux ont été menés au sein du groupe Ondes acoustiques du laboratoire Ondes et Milieux Complexes (LOMC UMR CNRS 6294) de l'université du Havre et financés par la région Haute Normandie. Je tiens donc à remercier les directeurs successifs du laboratoire : M. Innocent MUTABAZI puis M. François MARIN de m'avoir accepté au sein du laboratoire.

Mes plus vifs remerciements vont également à M. Pascal PAREIGE, ancien directeur adjoint du LOMC de m'avoir accueilli au sein du groupe acoustique du laboratoire et du département GEII de l'IUT du Havre. Je lui suis extrêmement reconnaissante pour l'intérêt qu'il m'a porté à ce travail (pour ne citer que les démarches des sous-préfectures...), les moyens qu'il a mis à ma disposition ainsi que son soutien et ces conseils.

Je souhaiterais témoigner aussi de ma reconnaissance envers le personnel technique et administratif qui rend plus aisé notre vie de tous les jours : Rose CORINNE pour l'efficacité et la rigueur incarnées, Faroudja HADJAZ pour l'agréable accueil quotidien et ta disponibilité (tes tortures me manqueront).

Merci à Paul BENARD, ingénieur de recherche d'avoir apporté l'expertise et les compétences techniques pour la mise au point du dispositif expérimental utilisé lors de ce projet. Je le remercie d'avoir été disponible tout au long de ma thèse pour répondre à mes questions et m'aider à résoudre certains problèmes (soudures,...). Sans oublier son côté amical avec les nombreux conseils, histoires et astuces durant les pause-café.

J'exprime également mes remerciements à l'ensemble des membres de l'équipe Ondes Acoustiques : Pierre MARECHAL (pour ces encouragements, sa gentillesse et ses nombreux services), Moncef EL KETTANI (pour sa bonne humeur, tes provocations me manqueront...), Francine LUPPE (pour l'ambiance à table), Damien LEDUC, Olivier LENOIR, Hervé FRANKLIN, Alain TINEL, Jean DUCLOS, Hugues DUFLO, Simon BERNARD, Fernand LEON, pour les discussions chaleureuses, et les moments très agréables passés au sein du groupe qui m'ont permis de travailler dans de très bonnes conditions. Je remercie également Anne PANTET de l'équipe Géo-environnement pour ces très bons moments passés ensemble à la plage pour apprendre le Paddle. Malgré mes nombreuses chutes j'ai survécu !

Je tiens aussi à remercier Abdelkrim KHELIF, qui m'a initiée à la recherche durant mon stage de fin d'études et m'a prodigué ses précieux conseils avec sa très bonne humeur.

Mes remerciements aux collègues d'IUT du Havre avec qui j'ai eu la chance et le plaisir d'enseigner avec eux.

Remerciements chaleureux à tous mes camarades de combat, les doctorants, post docs et stagiaires (il faut dire que les champs de bataille sont aussi variés que surprenants). En commençant par les historiques : Kun ZONG (pour m'avoir m'intégré directement dans votre groupe, ta sympathie ainsi que tes astuces de simulations...), Adrien SIMON (pour l'organisation des laser-game!), Ehsan SHARIFARA (pour m'avoir communiqué ta culture perse ainsi que de m'avoir transmis tes ondes positives de Téhéran!), Latifa ATTAR, Laila MESRAR (pour tes délicieux tajines et tes encouragements!), Simon MARCELLIN (pour les sorties ciné et bien plus encore!), Daher DIAB, Fatima Zahraa KACHKOUCH (pour les nombreux fous rires et discussions interminables), Nihad ABDELHADI, Elynn BOUVET, Benjamin DESROUSSEAUX, Josette KUAGBENU (pour tes cours de Mina et tes petites phares : stop arabe, bijoux,...), Touria AGRA (pour ta magnifique voix!), Nesrine BOUHAMED (pour ton job d'adjointe!), Kamel MEKRACHE (pour ta curiosité et tes multiples accents), sans oublier la petite Suzon (pour tes magnifiques dessins et ton énergie au labo!).

A ceux qui ne font plus partie de l'équipe à l'heure où j'écris ces lignes : bon vent ! A ceux qui seront encore présents pour quelques années : bon courage !

Un très grand merci aussi à Laetitia RANGUIN pour tes encouragements,

ta gentillesse et ton dynamisme. Promis cette fois-ci on fera un séjour au ski, plus d'excuses ! Merci à Rémi ROCEN avec qui j'ai partagé des bons moments aux bénévolat du CFA2018.

Je voudrais aussi remercier tous mes amis pour les conversations Algérie-France avec leurs questions répétitives : "alors, tu finis quand !" qui m'ont permis de rester motivée, m'obligeant ainsi de garder mon but en tête. Merci à Mejda, Samad, Ilyas, Wassila, Najat et Ikram.

Ensuite cette thèse n'aurait JAMAIS pu être menée sans le soutien de mes chers parents papa et maman qui sans eux ce parcours n'aurait pas eu lieu, d'avoir été toujours à mes côtés et m'ont donné le réconfort nécessaire durant les moments difficiles, afin de surmonter toutes les difficultés que j'ai rencontrées. Merci papa d'avoir su me guider et m'aider efficacement durant mon parcours, et pardon maman que j'ai tant fait souffrir durant mes 3 ans d'absence. Je continue à remercier mon très cher et unique frère Hicham probablement le plus chouette du monde, qui était toujours à mes côtés durant cette période et qui a pu me soutenir et me remotiver lors de mes premiers jours d'adaptation au Havre. Tu as été un héros pour moi sur lequel j'ai pu compter à toute heure, pour avoir joué le rôle de l'agent immobilier pour me trouver un bel-appartement, mon guide pour ces moments inoubliables dont on a eu l'occasion de les visiter,... Sans parler de ta grande gentillesse et ta générosité. Sans toi je ne sais vraiment pas comment j'aurais pu me débrouiller.

Introduction

Les cristaux phononiques (CP), et plus récemment les métamatériaux élastiques [1, 2] ont suscité au cours des deux dernières décennies un nombre très important de publications inspirées le plus souvent par des travaux précurseurs en photonique [3, 4], grâce aux possibilités par les structures périodiques de montrer des propriétés de dispersion inhabituelles que ne présentent pas les matériaux ordinaires. Cette thématique continue de nos jours d'être très prolifique au travers de nouveaux thèmes de recherche, comme par exemple le contrôle thermique [5], et les phénomènes de propagation non réciproque [6–8] et/ou liés à la topologie [9, 10]. Parallèlement aux travaux concernant la formation, et l'ouverture des bandes interdites [11–13], d'autres études se sont focalisées sur la conception de nouveaux outils pour contrôler la propagation des ondes dans les métamatériaux via l'ingénierie de leurs propriétés dispersives permettant des fonctionnalités jusque-là impossibles à obtenir comme le cloaking acoustique [14], le filtrage [15], les capteurs [16], les guides d'ondes [17–19], la focalisation [20], et les phénomènes de réfraction négative [21]. Ces structures sont conçues pour fonctionner dans une gamme de fréquences préétablie, et doivent être repensées chaque fois qu'une nouvelle réponse en fréquence est recherchée [22].

Ainsi, au cours de la dernière décennie, des efforts ont été orientés vers une nouvelle classe de CP dits actifs permettant une manipulation des ondes de manière reconfigurable. De cette manière, les propriétés de dispersion des ondes se propageant dans la structure peuvent être ajustées à travers des paramètres externes, comme par exemple les forces appliquées [23], les champs électriques [24] ou magnétiques [25, 26], la cristallisation induite par la température et la fusion [27] ou bien les transitions de phase ferroélectriques [28]. Parmi ces différents types de "contrôle" l'utilisation de mécanismes de couplage magnétostrictifs ou piézoélectriques est une méthode particulièrement prometteuse [8, 29–44]. Plus particulièrement, la piste des matériaux piézoélectriques constitue une source importante d'inspiration pour le design et la réalisation des dispositifs actifs, intelligents, fondés sur leur propension à incorporer des circuits électriques offrant une facilité de control des propriétés de dispersion de ces structures.

Hormis le cas des empilements (1D) de plaques piézoélectriques [8, 29, 35–

37, 43, 45, 46], dans la plupart des cas, le matériau piézoélectrique est utilisé sous la forme d'un réseau de patches déposés sur un substrat homogène semi-infini non piézoélectrique ou bien également déposés sur une plaque [30, 31, 34, 44, 47]. Ces études, se sont largement inspirées des travaux pionniers sur la génération et la détection des ondes ultrasonores de surface dans les années 1960 [48, 49], puis ces dernières années avec la conception de transducteurs interdigités (IDT's) [50], en leur apportant un nouvel élan pour divers champs d'applications tels que le contrôle santé des structures, l'imagerie médicale, etc. et plus récemment l'atténuation de vibrations par utilisation des bandes de fréquences interdites adaptées [30, 51–53]. Les patches piézoélectriques sont d'excellents candidats pour la conception de CP soit comme transducteurs pour l'excitation d'ondes élastiques, soit pour créer des résonateurs localisés via des circuits externes; la structure de bandes de ces cristaux devient potentiellement accordable, selon la nature spécifique des circuits connectés aux éléments piézoélectriques.

L'utilisation des matériaux piézoélectriques dans les cristaux phononiques remonte au début des années 2000 [54–57]. Motivés par l'étude des ondes de surface acoustiques, certains de ces travaux impliquent une plaque piézocéramique comme matrice hôte dans laquelle est foré un réseau bidimensionnel des cavités circulaires. De façon pratique, une telle configuration intègre dans le même dispositif piézoélectrique le CP et deux transducteurs interdigités, utilisés pour générer et recevoir les ondes guidées. Par contre, ces dispositifs ne permettent pas l'accordabilité de la structure de bandes du cristal. Plus récemment, ont été explorées des voies proposant l'utilisation des plaques piézoélectriques homogènes, à interfaces structurées, ou bien possédant des faces ondulées [32, 33], ou encore composées d'un réseau d'électrodes métalliques 1D imprimées sur ces surfaces [38–42].

Le choix de ce dernier type de structures offre l'avantage d'un plus fort couplage électromécanique grâce au matériau piézoélectrique qui joue le rôle de matrice hôte et fera donc l'objet du présent document. Dans ce cas, le milieu de propagation est considéré comme élastiquement homogène (pas de modulation, ni discontinuité d'un point de vue mécanique dans la mesure où les électrodes seront supposées d'épaisseur négligeable) et la nature périodique de la structure relève exclusivement des conditions de frontières électriques (CFEs) appliquées sur les électrodes périodiquement espacées, déposées sur chaque face de la plaque. A partir de là il est possible de connecter les charges d'impédance électrique aux électrodes et de contrôler activement la propagation des ondes de Lamb dans la plaque via le couplage électromécanique.

Jusqu'à présent la modélisation analytique dédiée au calcul des structures de bandes de plaques phononiques piézoélectriques concernait essentiellement les modes élastiques de cisaillement horizontaux (SH) [32, 33, 58] dont la description mathématique est plus simple; dans les cas de modes de Lamb les outils de simulation par éléments finis ou différences finies sont utilisées [8, 38–40], en l'absence d'un modèle théorique rigoureux adapté à ces modes (il existe des

modèles approchés basés sur une description à une dimension empruntée à la théorie des poutres [40]). A notre connaissance, seule une publication traite de la dispersion des ondes de Rayleigh dans des matériaux piézoélectriques avec un réseau périodique d'électrodes métalliques couplées à des charges d'impédance aux interfaces [59]. Par ailleurs, de nombreuses études ont été réalisées sur des plaques piézoélectriques uniformes (à surfaces métallisées ou pas) théoriquement [60, 61] et expérimentalement [62] sur les modes de Lamb et les modes SH [63]. Des études se sont focalisées particulièrement dans des régions proches des fréquences de coupure (c'est-à-dire pour les faibles valeurs de composantes du vecteur d'onde parallèles aux surfaces de la plaque) [64] pour la caractérisation de ces matériaux et des applications dans le domaine des transducteurs [65–69]. Des modèles ont été développés décrivant de manière efficace le comportement d'un matériau piézoélectrique à travers des circuits électriques équivalents [70, 71], ainsi que leurs propriétés de transmission et de réflexion [72, 73]. Étonnamment, le domaine des CP n'a pas bénéficié des résultats de ces recherches dans le développement d'un modèle élastodynamique complet concernant les modes de Lamb.

Cette thèse vient de combler ce manque, d'une part, et contribuer d'autre part à la détection expérimentale et l'analyse des interactions entre ces modes de Lamb et les modes de provenance électrique due à la présence des circuits externes. Cette orientation est naturellement dictée par l'expertise et les travaux antérieurs dans ce domaine de l'équipe *Structures Phononiques* du laboratoire LOMC. Le présent travail a également bénéficié de l'histoire commune liée à un projet fructueux —ANR MIRAGE achevé en 2017/8— ayant notamment et directement abouti à l'écriture de trois thèses [74–76], et se veut clairement dans le prolongement de cette lignée.

Le présent manuscrit se décline en quatre chapitres :

On présentera en chapitre 1, la description analytique nécessaire à l'obtention des modes propres de Lamb d'une plaque piézocéramique homogène. Elle permettra dans le cas de deux jeux distincts de conditions de passage électriques aux interfaces d'affûter les outils indispensables au chapitre suivant. La plaque en question sera soit nue, soit recouverte d'électrodes uniformes permettant d'imposer un potentiel électrique à chacune de ces faces. Cette description permettra également de servir de référence pour des cas plus complexes concernant les courbes de dispersion de ces modes.

Dans le chapitre 2, on introduit un modèle analytique élastodynamique complet (à l'exception des phénomènes magnétiques négligeables ici) d'un cristal phononique constitué de la plaque piézocéramique étudiée au chapitre précédent mais recouverte par un réseau d'électrodes périodiquement espacées sur chacune de ses faces sur lesquelles sont connectés différents circuits électriques plus ou moins complexes représentés par leur impédance équivalente respective, les ondes électromagnétiques rayonnées dans le vide extérieur étant ici prises en

compte. On illustrera l'étude de différents cas de circuits plus ou moins inédits par le calcul des structure de bandes. On verra en particulier comment l'interconnexion de cellules adjacentes par des quadripôles offre un degré de liberté supplémentaire comparée à la connexion de simples dipôles pour le design de gap d'hybridation associés à des bandes de résonances. Ce modèle analytique rigoureux s'accompagnera de descriptions simplifiées à base de modèle 1D de ligne de transmission dans le cas de création de bande d'origine résonnante électrique, utiles lorsqu'un ou plusieurs dipôles de type inductif sont connectés aux électrodes de la cellule du cristal piézocéramique faisant elle même fonction de réseau quadripolaire de condensateurs.

Bien que de tels modes hybrides résultant du mélange entre une résonance électrique localisée avec un mode de Lamb soient théoriquement prédits dans des travaux antérieurs [39, 41] pour différents cas d'impédance de charge, aucune confirmation expérimentale de leur propriétés de dispersion n'avait jusqu'à présent été réalisée. Le chapitre 3, est d'abord l'occasion de tester sur des configurations de cristaux habillés de conditions de frontière simples (mais parfois pour des cellules élémentaires composées), différents outils expérimentaux permettant l'obtention de structures de bandes expérimentales, déjà éprouvés pour les uns, tels la vibrométrie laser, ou tout à fait nouveaux pour ce type de problèmes comme le traitement des signaux de potentiels électriques, ou encore la mesure de série de spectres d'impédance électrique, pouvant apporter chacun des informations complémentaires des autres. La symétrie des bandes de fréquences est également discutée en détail par rapport à la symétrie de la cellule élémentaire, offrant un outil puissant à disposition pour des cas plus complexes qui suivent. La comparaison des résultats est étayée par des calculs de structure de bandes.

Enfin, le chapitre 4 relate l'étude expérimentale de différentes configurations montrant un dipôle inductif connecté à une ou plusieurs électrodes de la cellule élémentaire du cristal. L'étude détaillée de l'influence de la symétrie (ou l'asymétrie) des conditions de frontière électriques sera proposée. Pour chaque configuration expérimentale, la structure de bandes calculée prenant en compte les potentiels électriques prédits ainsi que la bande obtenue à partir d'un modèle de ligne de transmission 1D, prédisant l'existence d'une bande de résonance électrique, seront proposées et confrontées aux spectres expérimentaux. Des allures de dispersion inhabituelles font leur apparition sous certaines conditions.

Chapitre 1

Ondes de Lamb dans une plaque piézoélectrique uniforme

1.1 Introduction

Le calcul analytique des modes propres de Lamb dans une plaque piézoélectrique uniforme avec différentes conditions de frontière électriques adaptées est un problème classique traité dès le début des années 60 [60, 64]. Il nous est nécessaire de l'exposer ici car ce n'est pas un problème trivial en raison du couplage électromécanique spécifique aux matériaux piézoélectriques, et ce travail est un préliminaire nécessaire afin d'aborder sagement le problème du calcul analytique de structure de bandes dans le cas d'une plaque phononique structurée périodiquement qui sera exposé au chapitre suivant. Il est important de noter que les deux cas abordés ici se distinguent par les conditions de frontière électriques et sont par contre non discernables par leur condition de frontière mécanique : l'existence d'une électrode sur chaque face de la plaque sera supposée ne pas jouer de rôle étant donné leur faible épaisseur. Les équations utilisées tout au long de ce document ne tiennent pas compte des effets magnétiques dont la contribution est considérée comme négligeable dans l'écriture du champ électrique.

Dans ce travail on se focalisera sur un cas bien particulier de matériau piézocéramique, le PZ26, caractérisé par d'assez faibles pertes et un fort couplage électromécanique, intéressant pour obtenir des comportements marqués et/ou contrastés dans les configurations étudiées dans les chapitres suivants. Les constantes de ce matériau nécessaires à un calcul d'ondes élastiques sont données dans l'annexe A.

1.2 Ondes de volume dans un matériau piézoélectrique

1.2.1 Equations Fondamentales

Dans le volume d'un matériau piézoélectrique, dont les propriétés élastiques sont décrites par les masse volumique ρ , coefficients élastiques c_{ijkl} , et les propriétés électriques par les éléments du tenseur de permittivité ϵ_{ik} , le champ de déformation \mathbf{S} et le champ électrique \mathbf{E} interagissent ; leur couplage est décrit par les constantes piézoélectriques e_{ikl} . Les équations constitutives, dans le cadre de la piézoélectricité en régime linéaire, couplant les équations de Maxwell et la loi de Hooke sont

$$T_{ij} = c_{ijkl}^E S_{kl} - e_{kij} E_k, \quad (1.2.1)$$

$$D_i = e_{ikl} S_{kl} + \epsilon_{ik}^S E_k, \quad (1.2.2)$$

avec $i, j, k, l = 1, 2, 3$. Elles relient les éléments du tenseur des contraintes T_{ij} et celles du vecteur déplacement électrique D_i , aux composantes du tenseur de déformations S_{kl} et du champ électrique E_k ; c_{ijkl}^E et ϵ_{ik}^S représentent respectivement les coefficients élastiques à champ électrique constant et les éléments du tenseur de permittivité à déformation constante. \mathbf{T} et \mathbf{D} satisfont l'équation fondamentale de la dynamique (on supposera dans la suite des ondes monochromatiques de pulsation $\omega = 2\pi f$ avec une dépendance temporelle de la forme $e^{+i\omega t}$),

$$T_{ij,i} = \rho \ddot{u}_j = -\rho \omega^2 u_j, \quad (1.2.3)$$

et l'équation de conservation de la charge

$$D_{i,i} = 0. \quad (1.2.4)$$

En l'absence de couplage, les constantes piézoélectriques e_{ikl} s'annulent, les Eqs. (1.2.1) et (1.2.2) forment à présent un système d'équations indépendantes (séparant champ élastique et champ électrique). Dans les équations ci-dessus et tout au long de ce manuscrit, on adoptera la règle de sommation d'Einstein (sauf mention contraire), et on utilisera la notation $(\cdot)_{,j} \equiv \frac{\partial(\cdot)}{\partial x_j}$ pour représenter les dérivées partielles par rapport aux coordonnées cartésiennes x_j , $j = 1, 2, 3$, coïncidant avec les directions de haute symétrie dans le cas d'un matériau piézo-céramique (PZT) utilisé dans cette étude. A la place des deux grandeurs primaires *déformation* et *champ électrique* présentes dans les Eqs. (1.2.1), (1.2.2), on préférera utiliser les champ de déplacement élastique \mathbf{u} et potentiel scalaire électrique φ , donnés par

$$E_k = -\varphi_{,k}, \quad (1.2.5)$$

$$S_{ij} = \frac{1}{2} (u_{i,j} + u_{j,i}). \quad (1.2.6)$$

Par soucis de compacité de notation, on construit un vecteur déplacement généralisé à partir du vecteur déplacement élastique étendu à quatre dimensions, la quatrième composante étant le potentiel électrique, i.e. $\mathbf{u} = [u_1, u_2, u_3, u_4 \equiv \varphi]^t$.

1.2.2 Solutions élémentaires

Dans le cas particulier de la symétrie $6mm$ qui caractérise les piézo-céramiques PZT les tenseurs élastique, piézoélectrique, et diélectrique prennent explicitement la forme

$$\bar{\bar{c}}^E = \{c_{pq}^E\} = \begin{bmatrix} c_{11}^E & c_{12}^E & c_{13}^E & 0 & 0 & 0 \\ c_{12}^E & c_{11}^E & c_{13}^E & 0 & 0 & 0 \\ c_{13}^E & c_{13}^E & c_{33}^E & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c_{44}^E & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & c_{44}^E & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & c_{66}^E \end{bmatrix}, \quad (1.2.7)$$

$$\bar{\bar{e}} = \{e_{ip}\} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & e_{15} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & e_{15} & 0 & 0 \\ e_{31} & e_{31} & e_{33} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad (1.2.8)$$

$$\bar{\bar{\epsilon}}^S = \{\epsilon_{ij}^S\} = \begin{bmatrix} \epsilon_{11}^S & 0 & 0 \\ 0 & \epsilon_{11}^S & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_{33}^S \end{bmatrix}, \quad (1.2.9)$$

avec $c_{66}^E = \frac{c_{11}^E - c_{12}^E}{2}$. On a adopté ici pour les paramètres du matériau la notation compacte pour les indices, i.e. $p, q = 1, 2, 3, 4, 5, 6$ correspondent respectivement à $ij, kl = 11, 22, 33, 23$ (ou 32), 31 (ou 13), 12 (ou 21). Dans ce cas, à l'aide des Eqs. (1.2.5), (1.2.6) les équations constitutives de la piézoélectricité (1.2.1), (1.2.2) s'écrivent

$$\begin{aligned} T_{11} &= c_{11}^E u_{1,1} + c_{12}^E u_{2,2} + c_{13}^E u_{3,3} + e_{31} \varphi_{,3}, \\ T_{22} &= c_{12}^E u_{1,1} + c_{11}^E u_{2,2} + c_{13}^E u_{3,3} + e_{31} \varphi_{,3}, \\ T_{33} &= c_{13}^E (u_{1,1} + u_{2,2}) + c_{33}^E u_{3,3} + e_{33} \varphi_{,3}, \\ T_{23} &= c_{44}^E (u_{3,2} + u_{2,3}) + e_{15} \varphi_{,2}, \\ T_{31} &= c_{44}^E (u_{3,1} + u_{1,3}) + e_{15} \varphi_{,1}, \\ T_{12} &= c_{66}^E (u_{2,1} + u_{1,2}), \\ D_1 &= e_{15} (u_{3,1} + u_{1,3}) - \epsilon_{11}^S \varphi_{,1}, \\ D_2 &= e_{15} (u_{3,2} + u_{2,3}) - \epsilon_{11}^S \varphi_{,2}, \\ D_3 &= e_{31} (u_{1,1} + u_{2,2}) + e_{33} u_{3,3} - \epsilon_{33}^S \varphi_{,3}, \end{aligned} \quad (1.2.10)$$

en fonction des composantes du champ de déplacement généralisé. En combinant les expressions précédentes avec l'équation fondamentale de la dynamique (1.2.3), ainsi que la conservation de la charge (1.2.4), on obtient un système de quatre équations contenant les composantes du champ de déplacement

ment généralisé et ses dérivées secondes partielles

$$\begin{aligned}
 c_{11}^E u_{1,11} + c_{12}^E u_{2,21} + c_{13}^E u_{3,31} + c_{66}^E (u_{1,22} + u_{2,12}) + \\
 c_{44}^E (u_{1,33} + u_{3,13}) + e_{31} \varphi_{,31} + e_{15} \varphi_{,13} &= -\rho \omega^2 u_1, \\
 c_{12}^E u_{1,12} + c_{11}^E u_{2,22} + c_{13}^E u_{3,32} + c_{66}^E (u_{1,21} + u_{2,11}) + \\
 c_{44}^E (u_{2,33} + u_{3,23}) + e_{31} \varphi_{,32} + e_{15} \varphi_{,23} &= -\rho \omega^2 u_2, \\
 c_{44}^E (u_{1,31} + u_{2,32} + u_{3,11} + u_{3,22}) + c_{13}^E (u_{1,13} + u_{2,23}) + \\
 + c_{33}^E u_{3,33} + e_{15} (\varphi_{,11} + \varphi_{,22}) + e_{33} \varphi_{,33} &= -\rho \omega^2 u_3, \\
 e_{15} (u_{1,31} + u_{2,32} + u_{3,11} + u_{3,22}) + e_{31} (u_{1,13} + u_{2,23}) + \\
 e_{33} u_{3,33} - \epsilon_{11}^S (\varphi_{,11} + \varphi_{,22}) - \epsilon_{33}^S \varphi_{,33} &= 0. \quad (1.2.11)
 \end{aligned}$$

Afin de traiter le problème de propagation des ondes de Lamb dans une plaque piézoélectrique, il est d'abord nécessaire de déterminer les modes propres de propagation des ondes de volume dans un tel matériau supposé d'extension infinie. On va supposer des solutions sous forme d'ondes planes pour le déplacement généralisé \mathbf{u} , dont les composantes s'écriront $u_i = B_i e^{-i\omega(s_1 x_1 + s_2 x_2 + s_3 x_3)}$, avec $i = 1, 2, 3, 4$, où s_i , $i = 1, 2, 3$, sont les composantes du vecteur lenteur défini par $\mathbf{k} = \omega \mathbf{s}$, \mathbf{k} étant le vecteur d'onde et B_i , des coefficients d'amplitude à déterminer. On restreint à partir de maintenant la propagation dans le plan $x_1 O x_3$ (i.e., nous posons $s_2 = 0$) car il en sera ainsi concernant les expériences analysées lors de cette étude. Le système de quatre équations prend alors la forme matricielle symétrique et bloc-diagonale

$$\begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} & m_{13} & 0 \\ m_{12} & m_{22} & m_{23} & 0 \\ m_{13} & m_{23} & m_{33} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & m_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} B_1 \\ B_3 \\ B_4 \\ B_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (1.2.12)$$

où

$$\begin{aligned}
 m_{11} &= c_{11}^E s_1^2 + c_{44}^E s_3^2 - \rho, \\
 m_{12} &= (c_{13}^E + c_{44}^E) s_1 s_3, \\
 m_{13} &= (e_{31} + e_{15}) s_1 s_3, \\
 m_{22} &= c_{44}^E s_1^2 + c_{33}^E s_3^2 - \rho, \\
 m_{23} &= e_{15} s_1^2 + e_{33} s_3^2, \\
 m_{33} &= -(\epsilon_{11}^S s_1^2 + \epsilon_{33}^S s_3^2), \\
 m_{44} &= c_{66}^E s_1^2 + c_{44}^E s_3^2 - \rho. \quad (1.2.13)
 \end{aligned}$$

La forme particulière de (1.2.12) fait état de deux sous-espaces indépendants qui correspondent à des modes propres non couplés :

- les modes SH (*shear horizontal*) dont la vibration selon x_2 par rapport au plan $x_1 O x_3$ de propagation, est déterminée par l'équation scalaire $m_{44} B_2 = 0$,

— et les modes dont les vibrations se situent dans le plan x_1Ox_3 , décrits par le sous-système 3×3

$$\mathbf{M}(s_3^{(p)})\mathbf{B}^{(p)} = \mathbf{0}, \quad (1.2.14)$$

où $\mathbf{M} = \{m_{ij}\}$, $i, j = 1, 2, 3$, est la matrice symétrique dont les éléments sont donnés dans l'Eq. (1.2.13) et $\mathbf{B}^{(p)} = [B_1^{(p)}, B_3^{(p)}, B_4^{(p)}]^t$. Seules les vibrations dans le plan x_1Ox_3 seront prises en compte ici. Ce système (1.2.14), indépendant de ω , constitue un problème aux valeurs propres non-linéaire, notées $s_3^{(p)}$, dont les vecteurs propres correspondants sont $\mathbf{B}^{(p)}$, où l'indice $p = 1, 2, 3$ représente la p ème valeur propre. Pour une valeur fixée de s_1 , un couple $(s_3^{(p)}, \mathbf{B}^{(p)})$ peut néanmoins être déterminé de façon analytique. La condition $\det \mathbf{M} = 0$ mène à un polynôme de degré 3 de variable s_3^2

$$\alpha s_3^6 + \beta s_3^4 + \gamma s_3^2 + \delta = 0 \quad (1.2.15)$$

dont trois solutions (ainsi que leurs opposées et/ou conjuguées) sont

$$\begin{aligned} s_3^{(1)} &= \sqrt{\left(\Delta - \frac{3\alpha\gamma - \beta^2}{\Delta} - \beta\right) \frac{1}{3\alpha}}, \\ s_3^{(2)} &= \sqrt{\left(-e^{-i\frac{\pi}{3}}\Delta + e^{+i\frac{\pi}{3}}\frac{3\alpha\gamma - \beta^2}{\Delta} - \beta\right) \frac{1}{3\alpha}}, \\ s_3^{(3)} &= \sqrt{\left(-e^{+i\frac{\pi}{3}}\Delta + e^{-i\frac{\pi}{3}}\frac{3\alpha\gamma - \beta^2}{\Delta} - \beta\right) \frac{1}{3\alpha}}, \end{aligned} \quad (1.2.16)$$

avec

$$\begin{aligned} \Delta &= \left\{ \left[\left(-\frac{27}{2}\alpha^2\delta + \frac{9}{2}\alpha\beta\gamma - \beta^3 \right)^2 + (3\alpha\gamma - \beta^2)^3 \right]^{1/2} \right. \\ &\quad \left. - \frac{27}{2}\alpha^2\delta + \frac{9}{2}\alpha\beta\gamma - \beta^3 \right\}^{1/3}. \end{aligned} \quad (1.2.17)$$

Les expressions explicites des coefficients présents dans l'Eq. (1.2.15) sont

$$\begin{aligned}
 \alpha &= \rho^{-2} c_{44}^E \left(c_{33}^E + \frac{e_{33}^2}{\epsilon_{33}^S} \right), \\
 \beta &= \rho^{-2} \left[-c_{13}^E \left(c_{13}^E + 2c_{44}^E + 2 \frac{e_{33}(e_{31} + e_{15})}{\epsilon_{33}^S} \right) \right. \\
 &\quad + c_{33}^E \frac{(e_{31} + e_{15})^2}{\epsilon_{33}^S} + c_{44}^E \left(\frac{\epsilon_{11}^S}{\epsilon_{33}^S} c_{33}^E - \frac{2e_{31}e_{33}}{\epsilon_{33}^S} \right) \\
 &\quad \left. + c_{11}^E \left(c_{33}^E + \frac{e_{33}^2}{\epsilon_{33}^S} \right) \right] s_1^2 - \rho^{-1} \left(c_{44}^E + c_{33}^E + \frac{e_{33}^2}{\epsilon_{33}^S} \right), \\
 \gamma &= \rho^{-2} \left[c_{11}^E \frac{2e_{15}e_{33}}{\epsilon_{33}^S} + \frac{\epsilon_{11}^S}{\epsilon_{33}^S} \left(c_{11}^E c_{33}^E - c_{13}^E (c_{13}^E + 2c_{44}^E) \right) \right. \\
 &\quad - c_{13}^E \frac{2e_{15}(e_{31} + e_{15})}{\epsilon_{33}^S} + c_{44}^E \left(c_{11}^E + \frac{e_{31}^2}{\epsilon_{33}^S} \right) \left. \right] s_1^4 \\
 &\quad - \rho^{-1} \left[c_{11}^E + c_{44}^E + \frac{\epsilon_{11}^S}{\epsilon_{33}^S} \left(c_{33}^E + c_{44}^E \right) \right. \\
 &\quad \left. + \frac{2e_{15}e_{33} + (e_{31} + e_{15})^2}{\epsilon_{33}^S} \right] s_1^2 + 1, \\
 \delta &= \frac{\epsilon_{11}^S}{\epsilon_{33}^S} \left[\rho^{-2} c_{11}^E \left(c_{44}^E + \frac{e_{15}^2}{\epsilon_{11}^S} \right) s_1^6 \right. \\
 &\quad \left. - \rho^{-1} \left(c_{11}^E + c_{44}^E + \frac{e_{15}^2}{\epsilon_{11}^S} \right) s_1^4 + s_1^2 \right]. \tag{1.2.18}
 \end{aligned}$$

1.2.3 Courbes de vitesse de phase

Si le problème consiste plus simplement à déterminer les vitesses v des ondes de volume et non pas préparer la recherche des solutions de type Lamb, on préférera utiliser la méthode suivante. Soit $v = 1/\|\mathbf{s}\|$ avec $vs_1 = \sin \theta$, $vs_3 = \cos \theta$ où θ représente l'angle entre la direction Ox_3 et le vecteur d'onde \mathbf{k} . En multipliant par v^2 le système (1.2.12) et après combinaisons linéaires de colonnes on obtient l'équation séculaire (en adoptant les notations de [77])

$$\det \begin{bmatrix} \bar{\Gamma}_{11} - \rho v^2 & \bar{\Gamma}_{13} & \gamma_1 & 0 \\ \bar{\Gamma}_{13} & \bar{\Gamma}_{33} - \rho v^2 & \gamma_3 & 0 \\ 0 & 0 & -\epsilon & 0 \\ 0 & 0 & 0 & m_{44} v^2 \end{bmatrix} = 0, \tag{1.2.19}$$

avec $\bar{\Gamma}_{ij} = \Gamma_{ij} + \frac{\gamma_i \gamma_j}{\epsilon}$ où

$$\begin{aligned}
 \Gamma_{11} &= c_{11}^E \sin^2 \theta + c_{44}^E \cos^2 \theta, \\
 \Gamma_{33} &= c_{44}^E \sin^2 \theta + c_{33}^E \cos^2 \theta, \\
 \Gamma_{13} &= (c_{13}^E + c_{44}^E) \sin \theta \cos \theta, \\
 \gamma_1 &= (e_{31} + e_{15}) \sin \theta \cos \theta, \\
 \gamma_3 &= e_{15} \sin^2 \theta + e_{33} \cos^2 \theta, \\
 \epsilon &= \epsilon_{11}^S \sin^2 \theta + \epsilon_{33}^S \cos^2 \theta,
 \end{aligned} \tag{1.2.20}$$

et $m_{44}v^2 = c_{66}^E \sin^2 \theta + c_{44}^E \cos^2 \theta - \rho v^2$, à partir desquelles on obtient les expressions

$$v^2 = \frac{1}{\rho} \left[\frac{\bar{\Gamma}_{11} + \bar{\Gamma}_{33}}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\bar{\Gamma}_{11} - \bar{\Gamma}_{33}}{2} \right)^2 + \bar{\Gamma}_{13}^2} \right], \tag{1.2.21}$$

pour les solutions de type Lamb (vibrations dans le plan $x_1 O x_3$) et

$$v^2 = \frac{c_{66}^E \sin^2 \theta + c_{44}^E \cos^2 \theta}{\rho}, \tag{1.2.22}$$

pour les solutions de type SH (vibrations selon x_2). Les vitesses données par (1.2.21) caractérisent des solutions à vibration quasi-longitudinales (QL) ou quasi-transverses (QT), alors que la vitesse donnée par (1.2.22) caractérise des solutions à vibration transverse (T). Dans les cas spéciaux de haute symétrie, les expressions précédentes se simplifient

$$\begin{aligned}
 v_{3\text{QL}}^2 &= \frac{c_{33}^E + \frac{e_{33}^2}{\epsilon_{33}^S}}{\rho} = \frac{c_{33}^D}{\rho}, \\
 v_{3\text{QT}}^2 &= \frac{c_{44}^E}{\rho}, \\
 v_{3\text{T}}^2 &= v_{3\text{QT}}^2 = \frac{c_{44}^E}{\rho},
 \end{aligned} \tag{1.2.23}$$

selon la direction Ox_3 ($\theta = 0$), et

$$\begin{aligned}
 v_{1\text{QL}}^2 &= \frac{c_{11}^E}{\rho}, \\
 v_{1\text{QT}}^2 &= \frac{c_{44}^E + \frac{e_{15}^2}{\epsilon_{11}^S}}{\rho} = \frac{c_{44}^D}{\rho}, \\
 v_{1\text{T}}^2 &= \frac{c_{66}^E}{\rho},
 \end{aligned} \tag{1.2.24}$$

selon la direction Ox_1 ($\theta = \pi/2$). On note en passant que des coefficients élastiques à déplacement électrique \mathbf{D} constant c_{pq}^D [78] apparaissent naturellement dans certaines des expressions précédentes.

Comme il a déjà été mentionné plus haut, la piézocéramique utilisée tout au long de cette thèse sera le PZ26, à pertes faibles et offrant des constantes de couplage piézoélectrique remarquablement élevées.

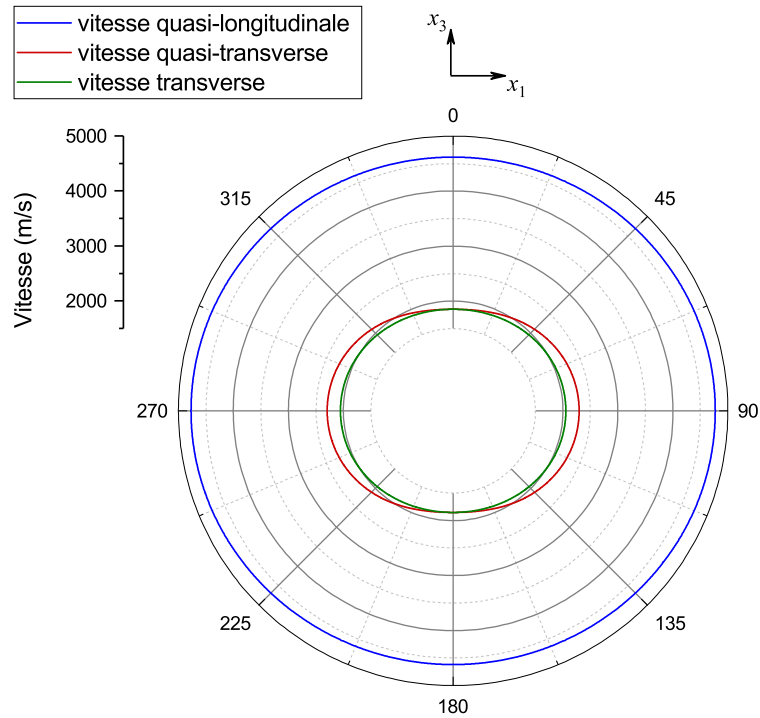


Figure 1.1 – Courbes de vitesses de phase des ondes de volume dans le plan x_1Ox_3 pour un matériau piézoélectrique PZ26, dont les paramètres sont donnés dans la table A.1.

Il est intéressant en vue de l'étude des ondes de Lamb de visualiser les courbes de vitesses, obtenues selon les expressions établies dans la section précédente, pour ce matériau. On utilise les paramètres fournis dans le tableau A.1 (voir Annexe A). Les pertes ne sont pas prises en compte dans ces calculs, sauf mention contraire. Les résultats sont rassemblés figure 1.1. On remarque que l'anisotropie est plus marquée pour les ondes QT et T dont les vitesses varient respectivement de $v_{3QT} = 1848$ m/s à $v_{1QT} = 2291$ m/s, et de $v_{3T} = 1848$ m/s à $v_{1T} = 2050$ m/s; dans le cas de l'onde QL la plage de variation de vitesse s'étend de $v_{3QL} = 4614$ m/s à $v_{1QL} = 4767$ m/s.

1.3 Ondes de Lamb dans une plaque piézoélectrique uniforme

Le but de ce chapitre étant de préparer l'étude des ondes de Lamb dans de structures phononiques à base de PZ26, on se doit d'étudier au préalable le cas des ondes de Lamb dans une plaque uniforme d'un tel matériau, d'épaisseur h selon la direction Ox_3 qui est également la direction de polarisation du matériau. Pour rappel, le matériau étant transverse isotrope dans le plan x_1Ox_2 , on choisit de restreindre l'étude au plan x_1Ox_3 , en accord avec les dispositifs étudiés expérimentalement. Ainsi, le vecteur d'onde s'écrit $\mathbf{k} = (k_1, 0, k_3)$, avec $\mathbf{k}_1 = k_1 \hat{\mathbf{x}}_1 = +\omega s_1 \hat{\mathbf{x}}_1$ vecteur d'onde d'un mode de Lamb. Différentes configurations de base de conditions de passage appliquées aux interfaces de la plaque seront examinées pour quantifier leur influence sur les courbes de dispersion des modes guidées, avant ajout d'une périodicité, objet du chapitre suivant.

L'expérience sur ce genre de système plongé dans l'air montre que les courbes de dispersion sont peu affectées si on ne tient pas mécaniquement compte de la présence du fluide extérieur, que l'on considère une plaque uniforme ou une plaque structurée de façon périodique. Dans toute la suite de ce document on considérera, par conséquent, le calcul de modes propres de la plaque dans le vide.

Conformément à ce qui a été décrit dans la section précédente, les composantes d'une onde de déplacement s'écrivent comme la superposition des couples $(s_3^{(p)}, \mathbf{B}^{\pm(p)})$ d'indice de polarisation $p = 1, 2, 3$, solutions de l'équation (1.2.14) :

$$u_i = e^{-i\omega s_1 x_1} \sum_p \left(C^{+(p)} B_i^{+(p)} e^{-i\omega s_3^{(p)} x_3} + C^{-(p)} B_i^{-(p)} e^{+i\omega s_3^{(p)} x_3} \right), \quad (1.3.1)$$

$B_i^{\pm(p)}$ ($i = 1, 3, 4$) étant les composantes non nulles du vecteur propre $\mathbf{B}^{\pm(p)}$ associé à $s_3^{(p)}$, solution à partie réelle positive. On souligne que le signe \pm en exposant de $\mathbf{B}^{\pm(p)}$ associé à des ondes se propageant selon $\pm \hat{\mathbf{x}}_3$ correspond donc à un vecteur d'onde $\mathbf{k}_3^{\pm(p)} = \pm \omega s_3^{(p)} \hat{\mathbf{x}}_3$. Lors du calcul des composantes des vecteurs propres à s_1 donné, choisir sans perte de généralité $B_1^{-(p)} = B_1^{+(p)}$ conduit à $B_i^{-(p)} = -B_i^{+(p)}$ pour $i = 3, 4$, comme on peut facilement le constater lorsqu'on effectue la substitution $s_3^{(p)} \rightarrow -s_3^{(p)}$ dans l'Eq. (1.2.14). Les coefficients $C^{\pm(p)}$ apparaissant dans l'expression (1.3.1) représentent les amplitudes des ondes montantes et descendantes dans la plaque et doivent être déterminés à l'aide de conditions de passage appliquées à ses interfaces.

1.3.1 Plaque nue sans électrodes

On choisit d'étudier d'abord le cas plus simple qui consiste en une plaque piézocéramique *nue*, i.e. ne supposant aucun circuit déposé à ses interfaces situés

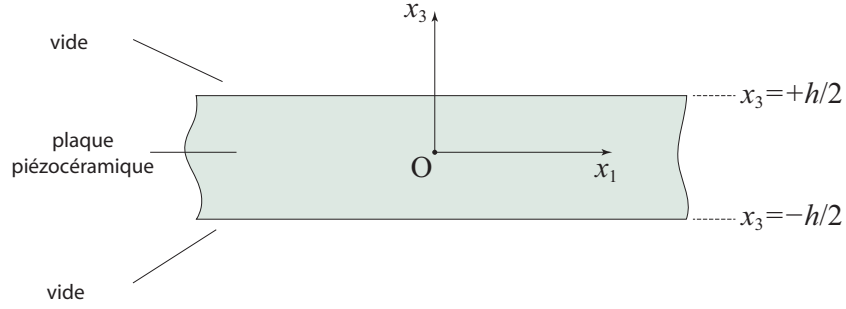


Figure 1.2 – Plaque piézoélectrique d’extension infinie dans le plan x_1Ox_2 qui coïncide avec le plan d’isotropie transverse du matériau polarisé selon l’axe Ox_3 de haute symétrie.

en $x_3 = \pm \frac{h}{2}$ comme indiqué sur la figure 1.2. L’absence de milieu extérieur d’un point de vue mécanique impose des conditions d’interfaces libres, c’est-à-dire

$$\begin{aligned} T_{33}(x_3 = \pm h/2) &= 0, \\ T_{31}(x_3 = \pm h/2) &= 0, \end{aligned} \quad (1.3.2)$$

T_{33}, T_{31} étant les composantes des contraintes normale et tangentielle respectivement en $x_3 = \pm h/2$. De plus, en notant $\mathbf{E}^\nu, \mathbf{D}^\nu$ les champs électriques et champs de déplacement électrique dans le vide, les conditions de passage liées aux grandeurs électriques (composantes tangentielle des champs électriques et normale des champs de déplacement électrique, respectivement) sont

$$\begin{aligned} E_1^\nu - E_1|_{x_3=\pm h/2} &= 0, \\ D_3^\nu - D_3|_{x_3=\pm h/2} &= 0, \end{aligned} \quad (1.3.3)$$

où $\nu = u, d$ représente les demi-espaces, respectivement supérieur ($x_3 > \frac{h}{2}$) et inférieur ($x_3 < -\frac{h}{2}$). Les composantes des champs internes en jeu dans ces équations sont

$$\begin{aligned} T_{33} &= c_{13}^E u_{1,1} + c_{33}^E u_{3,3} + e_{33} \varphi_{,3}, \\ &= e^{-i\omega s_1 x_1} \sum_p U(p) \left(C^{+(p)} e^{-i\omega s_3^{(p)} x_3} + C^{-(p)} e^{+i\omega s_3^{(p)} x_3} \right), \end{aligned} \quad (1.3.4)$$

$$\begin{aligned} T_{31} &= c_{44}^E (u_{3,1} + u_{1,3}) + e_{15} \varphi_{,1}, \\ &= e^{-i\omega s_1 x_1} \sum_p V(p) \left(C^{+(p)} e^{-i\omega s_3^{(p)} x_3} - C^{-(p)} e^{+i\omega s_3^{(p)} x_3} \right), \end{aligned} \quad (1.3.5)$$

$$\begin{aligned} D_3 &= e_{31} u_{1,1} + e_{33} u_{3,3} - \epsilon_{33}^S \varphi_{,3}, \\ &= e^{-i\omega s_1 x_1} \sum_p X(p) \left(C^{+(p)} e^{-i\omega s_3^{(p)} x_3} + C^{-(p)} e^{+i\omega s_3^{(p)} x_3} \right). \end{aligned} \quad (1.3.6)$$

$$E_1 = -\varphi_{,1} = e^{-i\omega s_1 x_1} i\omega s_1 \sum_p B_4^{+(p)} \left(C^{+(p)} e^{-i\omega s_3^{(p)} x_3} - C^{-(p)} e^{+i\omega s_3^{(p)} x_3} \right), \quad (1.3.7)$$

avec

$$\begin{aligned} U^{(p)} &= -i\omega \left(c_{13}^E B_1^{+(p)} s_1 + c_{33}^E B_3^{+(p)} s_3^{(p)} + e_{33} B_4^{+(p)} s_3^{(p)} \right), \\ V^{(p)} &= -i\omega \left(c_{44}^E B_1^{+(p)} s_3^{(p)} + c_{44}^E B_3^{+(p)} s_1 + e_{15} B_4^{+(p)} s_1 \right), \\ X^{(p)} &= -i\omega \left(e_{31} B_1^{+(p)} s_1 + e_{33} B_3^{+(p)} s_3^{(p)} - \epsilon_{33}^S B_4^{+(p)} s_3^{(p)} \right). \end{aligned} \quad (1.3.8)$$

Concernant les champs externes, on procède de façon analogue pour la forme du champ de déplacement généralisé, se rappelant que dans la region externe seules les ondes électromagnétiques existent ; ainsi, on écrit

$$u_i^\nu = \begin{cases} \varphi^\nu = C^\nu e^{-i\omega(s_1 x_1 + s_3^\nu |x_3|)}, & i = 4, \\ 0, & i = 1, 2, 3. \end{cases} \quad (1.3.9)$$

Dans cette expression la composante du vecteur lenteur selon x_3 est égale à $(s_3^\nu)^2 = \frac{1}{c_0^2} - s_1^2$ par conservation de s_1 à la traversée de l'interface conformément à la loi de Snell-Descartes, $c_0 = 3 \cdot 10^8 \text{ m s}^{-1}$ étant la vitesse des ondes électromagnétiques dans le vide. A part les cas particuliers de $k_1 \rightarrow 0$, on peut écrire $(s_3^\nu)^2 \approx -s_1^2$. Il en résulte alors que $s_3^\nu \approx -i\xi_0 s_1$, où $\xi_0 = +1$ si $\text{Re}\{s_1\} > 0$ et $\xi_0 = -1$ partout ailleurs, de façon à garantir le comportement évanescant du potentiel électrique et du champ électrique selon x_3 , de chaque côté de la plaque.

En définissant $\kappa^\nu = +1(-1)$ pour $\nu = u(d)$, on obtient les expressions des composantes des grandeurs électriques externes apparaissant dans les conditions de passage :

$$E_1^\nu = -\varphi_{,1}^\nu = i\omega s_1 C^\nu e^{-i\omega(s_1 x_1 + s_3^\nu |x_3|)}, \quad (1.3.10)$$

$$D_3^\nu = -\epsilon_0 \varphi_{,3}^\nu = \epsilon_0 i\omega \kappa^\nu s_3^\nu C^\nu e^{-i\omega(s_1 x_1 + s_3^\nu |x_3|)}. \quad (1.3.11)$$

L'ensemble des conditions de passage représente un système d'équations dont les huit inconnues à déterminer sont les six coefficients $C^{\pm(p)}$ et les deux coefficients C^ν . La première des Eqs. (1.3.3) permet d'exprimer ces derniers en fonction des $C^{\pm(p)}$ comme suit

$$C^\nu = \sum_{p=1}^3 B_4^{+(p)} \left(C^{+(p)} e^{-i\omega \kappa^\nu s_3^{(p)} h/2} - C^{-(p)} e^{+i\omega \kappa^\nu s_3^{(p)} h/2} \right) e^{i\omega s_3^\nu h/2}, \quad (1.3.12)$$

réduisant le nombre des inconnues de huit à six et permettant ainsi de réécrire D_3^ν sous la forme

$$\begin{aligned} D_3^\nu &= \epsilon_0 i\omega \kappa^\nu s_3^\nu e^{-i\omega[s_1 x_1 + s_3^\nu(|x_3| - h/2)]} \\ &\times \sum_{p=1}^3 B_4^{+(p)} \left(C^{+(p)} e^{-i\omega \kappa^\nu s_3^{(p)} h/2} - C^{-(p)} e^{+i\omega \kappa^\nu s_3^{(p)} h/2} \right). \end{aligned} \quad (1.3.13)$$

On montre que la contribution de D_3' à la deuxième des Eqs. (1.3.3) peut être négligée, si bien que le système d'équation de passage se restreint à

$$\begin{aligned} T_{33}(x_3 = \pm h/2) &= 0, \\ T_{31}(x_3 = \pm h/2) &= 0, \\ D_3(x_3 = \pm h/2) &= 0, \end{aligned} \quad (1.3.14)$$

procurant ainsi l'équation matricielle 6×6

$$\widetilde{\mathbf{M}}(\omega, k_1) \mathbf{C} = \mathbf{0}. \quad (1.3.15)$$

avec \mathbf{C} le vecteur-colonne $\{C^{\pm(p)}\}$. La solution non-triviale de l'Eq. (1.3.15) est déterminée par la condition $\det \widetilde{\mathbf{M}}(\omega, k_1) = 0$; après quelques manipulations algébriques simples, cette dernière peut se réduire à une forme bloc-diagonale se décomposant à deux équations séparées, $\det \widetilde{\mathbf{M}}^S(\omega, k_1) = 0$ et $\det \widetilde{\mathbf{M}}^A(\omega, k_1) = 0$, avec

$$\begin{aligned} \widetilde{\mathbf{M}}^S &= \begin{bmatrix} U^{(1)} & U^{(2)} & U^{(3)} \\ V^{(1)} \tan \phi^{(1)} & V^{(2)} \tan \phi^{(2)} & V^{(3)} \tan \phi^{(3)} \\ X^{(1)} & X^{(2)} & X^{(3)} \end{bmatrix}, \\ \widetilde{\mathbf{M}}^A &= \begin{bmatrix} U^{(1)} & U^{(2)} & U^{(3)} \\ V^{(1)} \cot \phi^{(1)} & V^{(2)} \cot \phi^{(2)} & V^{(3)} \cot \phi^{(3)} \\ X^{(1)} & X^{(2)} & X^{(3)} \end{bmatrix}, \end{aligned} \quad (1.3.16)$$

où $\phi^{(p)} = \omega s_3^{(p)} \frac{h}{2}$, $p = 1, 2, 3$. Les relations finales sont [60]

$$\begin{aligned} & V^{(1)} \tan \phi^{(1)} [U^{(2)} X^{(3)} - U^{(3)} X^{(2)}] \\ & + V^{(2)} \tan \phi^{(2)} [U^{(3)} X^{(1)} - U^{(1)} X^{(3)}] \\ & + V^{(3)} \tan \phi^{(3)} [U^{(1)} X^{(2)} - U^{(2)} X^{(1)}] = 0, \\ & V^{(1)} \cot \phi^{(1)} [U^{(2)} X^{(3)} - U^{(3)} X^{(2)}] \\ & + V^{(2)} \cot \phi^{(2)} [U^{(3)} X^{(1)} - U^{(1)} X^{(3)}] \\ & + V^{(3)} \cot \phi^{(3)} [U^{(1)} X^{(2)} - U^{(2)} X^{(1)}] = 0. \end{aligned} \quad (1.3.17)$$

La première condition nous fournit la courbe de dispersion $\omega(k_1)$ pour les modes de Lamb *symétriques* polarisés dans le plan $x_1 O x_3$ et se propageant selon la direction x_1 , la deuxième celle des modes correspondants de Lamb *antisymétriques*.

Un exemple de courbes de dispersion des ondes de Lamb pour une plaque piézo-céramique PZ26 nue d'épaisseur $h = 2.2$ mm, dont les paramètres figurent dans le tableau A.1, est donné figure 1.3. Les solutions des Eqs. (1.3.17) ont été calculées et sont représentées dans la gamme fréquentielle 0 à 1.2 MHz

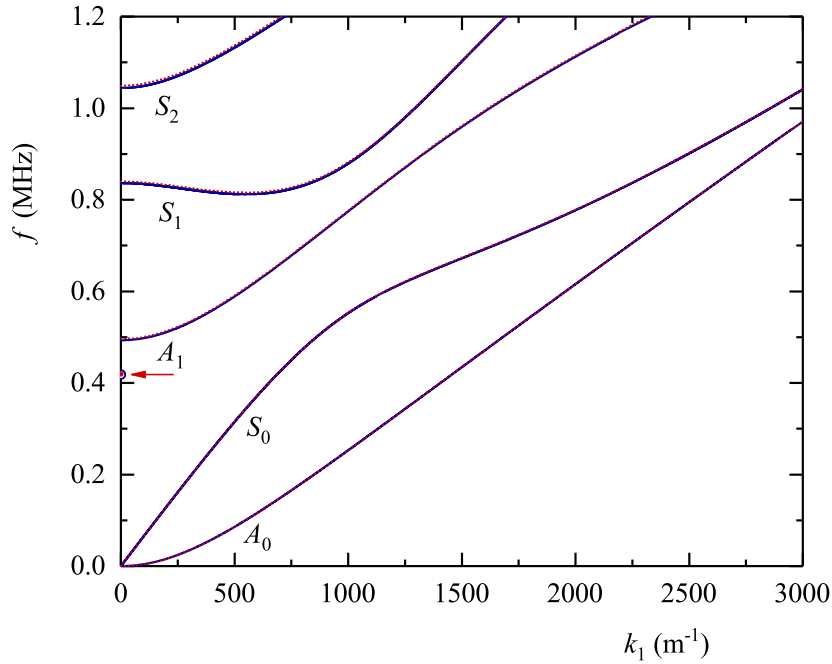


Figure 1.3 – Courbes de dispersion des ondes de Lamb dans une plaque piézo-céramique PZ26 nue d'épaisseur $h = 2.2$ mm, solutions des Eqs. (1.3.17) en traits bleus continus. A titre de comparaison les courbes en traits pointillés rouges proviennent d'un calcul par éléments finis. La flèche rouge témoigne la présence du premier mode d'épaisseur.

qui va être celle correspondant aux domaines de fréquence opérationnelle des structures phononiques étudiées dans la suite ; il en est de même pour les valeurs de k_1 . A titre de comparaison, on présente également les courbes de dispersion obtenues par méthode des éléments finis [79]. Dans ces intervalles on observe deux branches antisymétriques (A_0 et A_1) et trois branches symétriques (S_0 , S_1 , et S_2). Leur allure confirme des modes d'épaisseur donnant naissance à des fréquences de coupure pour $k_1 = 0$ à 0.42 MHz, 0.84 MHz et 1.05 MHz dans la fenêtre fréquentielle choisie : ces points correspondent respectivement aux conditions $f = \frac{v_{3QT}}{2h}$, $2\frac{v_{3QT}}{2h}$ et $\frac{v_{3QL}}{2h}$. La pente à l'origine de la branche S_0 correspond à une vitesse de milieu effectif $c_{\text{eff}} = 4078$ m/s sensiblement inférieure aux vitesses des modes longitudinaux des ondes de volume.

1.3.2 Plaque avec électrodes

On considère dorénavant le cas de la plaque précédente recouverte sur chacune de ses faces d'une fine couche ($\sim 15 \mu\text{m}$) de métal conducteur (argent), voir figure 1.4. On pourra considérer que sa contribution mécanique peut être négligée, si bien qu'aux interfaces, les conditions de passage (1.3.2) sont encore valables. La différence avec le cas de la plaque nue concerne donc les condi-

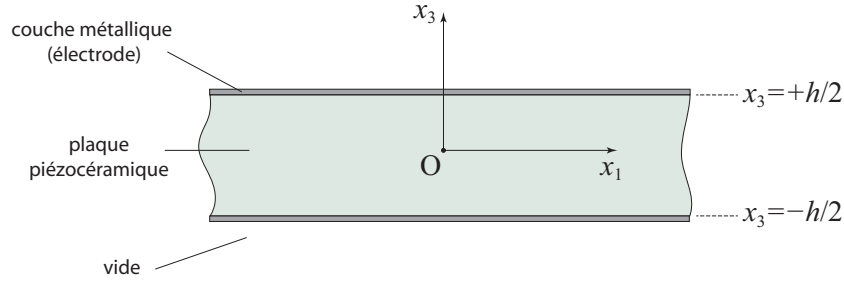


Figure 1.4 – Plaque piézocéramique, comme celle décrite dans la figure 1.2, mais cette fois-ci avec ses deux interfaces recouvertes entièrement avec une fine couche métallique.

tions de passage électriques. La présence d'un conducteur, que l'on considérera comme parfait et qui jouera le rôle d'électrodes de connection de circuits électriques dans la suite, modifie profondément ces équations puisqu'il faut maintenant tenir compte de la présence éventuelle de charges libres aux interfaces. Supposons qu'il existe une densité de charge surfacique σ^ν constante. Dans la mesure où la charge totale Q^ν sur chaque interface doit être finie on ne peut considérer que le cas où $\sigma^\nu = 0$; dans ce cas la différence de potentiels entre interfaces est nulle et les deux interfaces deviennent référence de potentiel $\varphi^\nu = 0$ d'un point de vue électrocinétique. Le système d'équations de passage dans le cas de la plaque uniformément recouverte d'électrodes est

$$\begin{aligned} T_{33}(x_3 = \pm h/2) &= 0, \\ T_{31}(x_3 = \pm h/2) &= 0, \\ \varphi|_{x_3=\pm h/2} = \varphi^\nu|_{x_3=\pm h/2} &= 0. \end{aligned} \quad (1.3.18)$$

Encore une fois, le système matriciel qui en résulte (à l'aide des expressions (1.3.1), (1.3.4) et (1.3.5)) produit deux équations découplées $\det \widetilde{\mathbf{M}}^S(\omega, k_1) = 0$ et $\det \widetilde{\mathbf{M}}^A(\omega, k_1) = 0$, avec maintenant

$$\begin{aligned} \widetilde{\mathbf{M}}^S &= \begin{bmatrix} U^{(1)} \cot \phi^{(1)} & U^{(2)} \cot \phi^{(2)} & U^{(3)} \cot \phi^{(3)} \\ V^{(1)} & V^{(2)} & V^{(3)} \\ B_4^{(1)} & B_4^{(2)} & B_4^{(3)} \end{bmatrix}, \\ \widetilde{\mathbf{M}}^A &= \begin{bmatrix} U^{(1)} \tan \phi^{(1)} & U^{(2)} \tan \phi^{(2)} & U^{(3)} \tan \phi^{(3)} \\ V^{(1)} & V^{(2)} & V^{(3)} \\ B_4^{(1)} & B_4^{(2)} & B_4^{(3)} \end{bmatrix}, \end{aligned} \quad (1.3.19)$$

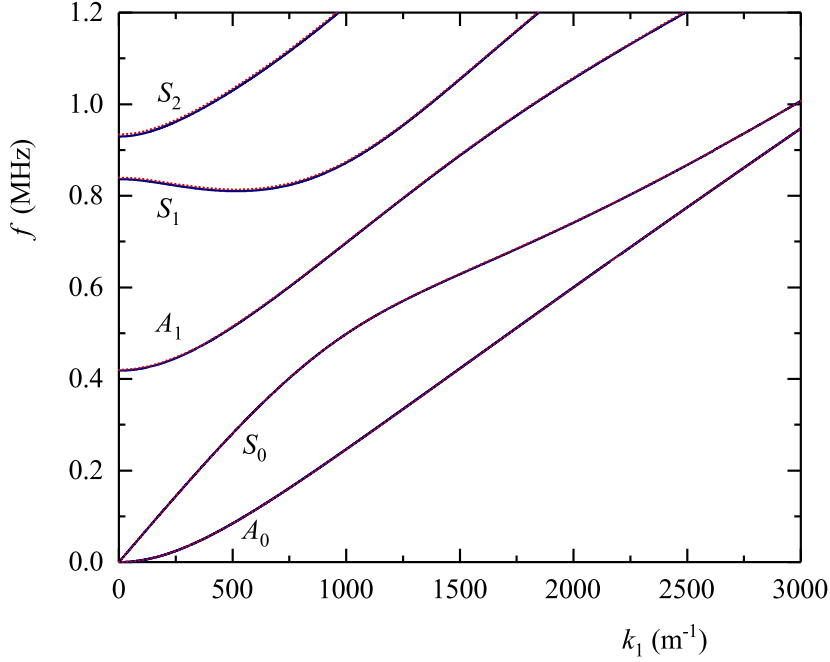


Figure 1.5 – Courbes de dispersion des ondes de Lamb dans une plaque piézo-céramique PZ26, d'épaisseur $h = 2.2$ mm, recouverte d'électrodes.

L'annulation de ces deux déterminants conduit à

$$\begin{aligned}
 & U^{(1)} \cot \phi^{(1)} \left[V^{(2)} B_4^{+(3)} - V^{(3)} B_4^{+(2)} \right] \\
 & + U^{(2)} \cot \phi^{(2)} \left[V^{(3)} B_4^{+(1)} - V^{(1)} B_4^{+(3)} \right] \\
 & + U^{(3)} \cot \phi^{(3)} \left[V^{(1)} B_4^{+(2)} - V^{(2)} B_4^{+(1)} \right] = 0, \\
 & U^{(1)} \tan \phi^{(1)} \left[V^{(2)} B_4^{+(3)} - V^{(3)} B_4^{+(2)} \right] \\
 & + U^{(2)} \tan \phi^{(2)} \left[V^{(3)} B_4^{+(1)} - V^{(1)} B_4^{+(3)} \right] \\
 & + U^{(3)} \tan \phi^{(3)} \left[V^{(1)} B_4^{+(2)} - V^{(2)} B_4^{+(1)} \right] = 0. \quad (1.3.20)
 \end{aligned}$$

Les courbes de dispersion des ondes de Lamb pour la plaque piézo-céramique PZ26 recouverte d'électrodes sont données figure 1.5. Comme dans le cas de la plaque nue, les solutions des Eqs. (1.3.20) sont représentées dans la gamme fréquentielle 0 à 1.2 MHz et pour k_1 allant jusqu'à 3000 m^{-1} (traits bleus continus), et comparées aux courbes obtenues par méthode des éléments finis (traits rouges pointillés) [79]. Dans ces intervalles on observe rigoureusement les mêmes branches que dans le cas de la plaque nue, à savoir deux branches antisymétriques (A_0 et A_1) et trois branches symétriques (S_0 , S_1 , et S_2). Les modes d'épaisseur pour $k_1 = 0$ sont situés aux fréquences de coupure 0.42 MHz, 0.84 MHz et 0.93 MHz dans la fenêtre fréquentielle choisie. La pente à l'origine

de la branche S_0 correspond à une vitesse de milieu effectif $c_{\text{eff}} = 3641$ m/s.

1.4 Conclusions

Dans ce chapitre, on a mené de façon analytique la mise en équation des ondes de Lamb dans une plaque piézocéramique uniforme concernant deux cas remarquables et contrastés de conditions de frontière électriques : plaque nue, puis plaque recouverte d'électrode à potentiel nul. L'analyse des courbes de dispersion, pour un domaine fréquentiel contenant les bandes des trois premiers modes symétriques et des deux premiers modes antisymétriques, révèle des tracés qualitativement similaires sur l'image globale, mais également à différences très tranchées pour certains modes. La trame d'élaboration des équations des modes d'une plaque uniforme effectuée ici, va être généralisée dans le cas — forcément plus complexe — d'une plaque périodiquement habillée d'électrodes connectées à des circuits électriques.

Chapitre 2

Ondes de Lamb dans une plaque phononique piézoélectrique

2.1 Introduction

On développe dans ce chapitre un modèle analytique pour le calcul de la structure de bandes d'un cristal phononique d'extension infinie à une dimension (1D) constitué d'une plaque piézocéramique PZT, sur les deux faces de laquelle sont déposées régulièrement des électrodes métalliques d'épaisseur négligeable selon la direction Ox_1 . On se concentrera particulièrement sur la relation de dispersion $\omega(k_1)$ de pseudo-modes de Lamb de pulsation ω se propageant selon Ox_1 et de vecteur d'onde de Bloch $\mathbf{k}_1 = k_1 \hat{\mathbf{x}}_1$; les modes de type SH, polarisés selon Ox_2 ne seront pas considérés dans cette étude. La plaque d'épaisseur h sera supposée d'extension infinie dans le plan x_1Ox_2 et centrée sur l'axe Ox_3 (occupant l'intervalle $[-h/2, h/2]$), comme indiqué sur la figure 2.1. La lar-

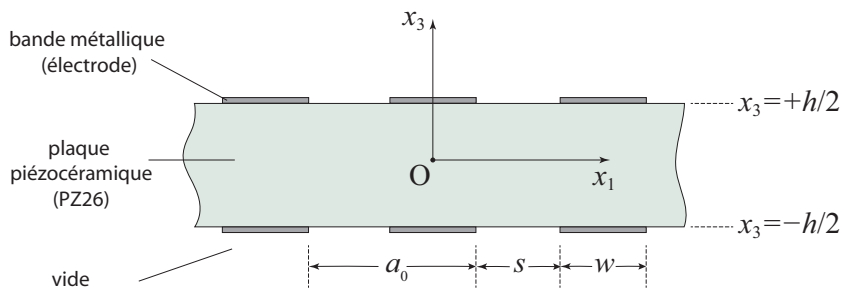


Figure 2.1 – Représentation schématique du cristal phononique piézoélectrique 1D, d'extension infinie selon les directions Ox_1 et Ox_2 coïncidant avec le plan d'isotropie transverse du matériau, polarisé selon Ox_3 . Les bandes métalliques de largeur w séparées de s , sont alignées parallèlement à Ox_2 , formant un réseau selon Ox_1 de période $a_0 = s + w$.

geur des électrodes est notée w , et la distance les séparant s . Le paramètre de maille du cristal est noté $a_0 = s + w$ dans ce cas simple. Il est important de souligner que chaque électrode est susceptible d'être connectée à un circuit électrique, c'est-à-dire chargée par une impédance, et ce chargement peut être identique ou différent de part et d'autre du plan médian de la cellule, des électrodes adjacentes, et/ou connecter deux électrodes consécutives. Nous ferons référence à ces chargements en utilisant le terme *conditions de frontière électriques* (CFEs), dont la variabilité et la flexibilité de façon non destructive pour la structure, introduisent un nouveau degré de liberté qui permet d'accorder et contrôler périodicité et réponse fréquentielle du cristal. Bien entendu, dans ces cas plus complexes la cellule élémentaire du cristal va potentiellement inclure plusieurs blocs primaires de longueur a_0 , si bien que la longueur de maille a sera un multiple de a_0 .

Notre formalisme, utilisant des développements des champs en séries de Fourier incorporés dans les équations fondamentales de la piézoélectricité, est présenté § 2.2, dans le but d'obtenir les structures de bandes des pseudo-modes de Lamb de telles structures phononiques. Quelques exemples-types, démontrant l'applicabilité du formalisme, sont donnés § 2.3 révélant la possibilité de modifier dramatiquement la réponse en fréquence de ces dispositifs d'une manière non destructive et reconfigurable grâce à des circuits externes.

2.2 Formalisme

2.2.1 Solutions Élémentaires

Comme pour le calcul des modes de Lamb dans le cas d'une plaque uniforme présenté dans le chapitre 1, on a besoin au préalable des solutions élémentaires du matériau supposé infini pour construire les solutions dans le cristal. La méthodologie d'obtention des relations de dispersion est analogue à celle utilisée dans le cas des ondes de Lamb de la plaque uniforme, en prenant en compte la présence d'une périodicité et en observant quelques nuances par rapport à ce cas.

La périodicité selon Ox_1 implique le fait que les modes de type Lamb du cristal sont développés sur la base de solutions élémentaires de volume, chacune d'entre elles caractérisée par une composante de vecteur d'onde $\mathbf{k}_{1n} = +\omega s_{1n} \hat{\mathbf{x}}_1 = k_1 \hat{\mathbf{x}}_1 + \mathbf{g}_n$, k_1 étant dorénavant la composante de vecteur d'onde réduite dans la 1^{ère} Zone de Brillouin (ZB), $[-\frac{\pi}{a}, \frac{\pi}{a}]$, et $\mathbf{g}_n = \frac{2\pi}{a} n \hat{\mathbf{x}}_1 \equiv g_n \hat{\mathbf{x}}_1$, avec $n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$, étant les vecteurs du réseau réciproque, générateurs des différents faisceaux diffractés de composante de longueur $s_{3n}^{(p)}$ selon Ox_3 . Par analogie à l'expression (1.3.1), on écrit le champ de déplacement généralisé dans

le cristal ($|x_3| \leq \frac{h}{2}$)

$$u_i = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} e^{-i\omega s_{1n} x_1} \sum_p \left(C_n^{+(p)} B_{in}^{+(p)} e^{-i\omega s_{3n}^{(p)} x_3} + C_n^{-(p)} B_{in}^{-(p)} e^{+i\omega s_{3n}^{(p)} x_3} \right), \quad i = 1, 3, 4, \quad (2.2.1)$$

qui satisfait par construction le théorème de Bloch-Floquet ; les quantités $s_{3n}^{(p)}$ et $B_{in}^{+(p)}$ sont déterminées pour chaque s_{1n} fixé, comme décrit dans la section 1.2.2). Sans perte de généralité on impose une nouvelle fois $B_{1n}^{-(p)} = B_{1n}^{+(p)}$, si bien que les autres composantes doivent vérifier $B_{in}^{-(p)} = -B_{in}^{+(p)}$ pour $i = 3, 4$. Les coefficients inconnus $C_n^{\pm(p)}$ sont solutions du système des équations de frontières appropriées, appliquées aux deux interfaces de la cellule élémentaire du cristal situées en $x_3 = \pm \frac{h}{2}$.

De façon similaire on développe les champs de nature électromagnétique dans les régions extérieures à la plaque. La composante du vecteur lenteur selon Ox_3 prend la forme $(s_{3n}^\nu)^2 = \frac{1}{c_0^2} - s_{1n}^2$, où s_{1n} se conserve à la traversée de l'interface du cristal. A part les cas particuliers de $k_1 \rightarrow 0$, on peut écrire $(s_{3n}^\nu)^2 \approx -s_{1n}^2$. Il en résulte alors que $s_{3n}^\nu \approx -i\xi_n s_{1n}$, où $\xi_n = +1$ si $\text{Re}\{s_{1n}\} > 0$ et $\xi_n = -1$ partout ailleurs, de façon à garantir le comportement évanescent du potentiel électrique (et par extension, du champ électrique) selon Ox_3 , de chaque côté de la plaque :

$$u_i^\nu = \begin{cases} \varphi^\nu = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} C_n^\nu e^{-i\omega(s_{1n} x_1 + s_{3n}^\nu |x_3|)}, & i = 4, \\ 0, & i = 1, 2, 3. \end{cases} \quad (2.2.2)$$

Tous les champs satisfaisant le théorème de Bloch, x_1 sera restreint dorénavant à la cellule élémentaire ($|x_1| \leq \frac{a}{2}$), sans perte de généralité.

La prochaine étape est l'application des conditions aux frontières sur les deux interfaces de la plaque. Comme exposé dans le cas de la plaque uniforme, les interfaces sont considérées libres d'un point de vue élastique, qu'il y ait présence ou non d'électrode

$$\begin{aligned} T_{33}(x_3 = \pm h/2) &= 0, \\ T_{31}(x_3 = \pm h/2) &= 0, \end{aligned} \quad (2.2.3)$$

pour tout point $|x_1| \leq \frac{a}{2}$. De même, la composante tangentielle du champ électrique est continue à la traversée des interfaces

$$E_1 = E_1^\nu, \quad \text{pour } x_3 = \pm h/2, \quad (2.2.4)$$

pour tout point $|x_1| \leq \frac{a}{2}$, tandis que la composante normale du déplacement électrique doit obéir à l'équation de Maxwell-Gauss à la traversée des interfaces

$$D_3^\nu - D_3 = \sigma(x_1), \quad \text{pour } x_3 = \pm h/2, \quad (2.2.5)$$

$\sigma(x_1)$ étant la densité de charge surfacique dépendant de la présence ou non de l'électrode au point x_1 et supposée uniforme sur celle-ci, hypothèse de l'approximation des régimes quasi-stationnaires (ARQS), avec l'électrode centrée sur chaque interface de la cellule

$$\sigma(x_1) = \begin{cases} \sigma^\nu, & |x_1| \leq \frac{w}{2}, \\ 0, & \frac{w}{2} < |x_1| \leq \frac{a}{2}. \end{cases} \quad (2.2.6)$$

Il est important de souligner que l'hypothèse de l'ARQS est motivée par le fait que la longueur d'onde des ondes électromagnétiques reste largement supérieure à la largeur de l'électrode w dans la gamme de fréquence de travail ($\frac{\omega}{2\pi} \lesssim 1$ MHz), hypothèse justifiée pour des réseaux d'échelle millimétrique tels que celui qui nous concerne ici [50].

L'ensemble des quatre conditions de passage ci-dessus (Eqs. (2.2.3), (2.2.4), (2.2.5)) permet de déterminer les coefficients inconnus $C_n^{\pm(p)}$ et C_n^ν , en prenant en considération les propriétés d'orthogonalité de la base des solutions élémentaires $e_n(x_1) \equiv e^{-i\omega s_{1n}x_1}$

$$\langle e_m, e_n \rangle \equiv \int_{-a/2}^{+a/2} e_m^* e_n dx_1 = a \delta_{nm}. \quad (2.2.7)$$

En pratique, la somme de termes en nombre infini dans les expressions des champs généralisés (2.2.1) et (2.2.2) sera tronquée à une valeur maximale n_{\max} de l'indice de sommation n (ce qui correspond à $2n_{\max} + 1$ vecteurs du réseau réciproque).

Suivant la même définition de $\kappa^\nu = +1(-1)$, où $\nu = u(d)$, que dans le chapitre précédent, on obtient les expressions des composantes des grandeurs électriques externes apparaissant dans les conditions de passage. A l'aide des Eqs. (1.2.5) et (2.2.4), on obtient —après projection sur la base des $e_n(x_1)$ — les $2 \times (2n_{\max} + 1)$ coefficients C_n^ν du potentiel électrique dans les régions externes

$$C_n^\nu = \sum_{p=1}^3 B_{4n}^{+(p)} \left(C_n^{+(p)} e^{-i\omega \kappa^\nu s_{3n}^{(p)} h/2} - C_n^{-(p)} e^{+i\omega \kappa^\nu s_{3n}^{(p)} h/2} \right) e^{i\omega s_{3n}^\nu h/2}, \quad (2.2.8)$$

en fonction des $C_n^{\pm(p)}$ qui seront ensuite déterminés grâce aux trois conditions de passage (Eqs. (2.2.3), (2.2.5)) restantes, de la façon suivante. En substituant les Eqs. (2.2.1) dans (1.2.6), on obtient

$$T_{33} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} e^{-i\omega s_{1n}x_1} \sum_{p=1}^3 U_n^{(p)} \left(C_n^{+(p)} e^{-i\omega s_{3n}^{(p)} x_3} + C_n^{-(p)} e^{+i\omega s_{3n}^{(p)} x_3} \right), \quad (2.2.9)$$

$$T_{31} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} e^{-i\omega s_{1n} x_1} \sum_{p=1}^3 V_n^{(p)} \left(C_n^{+(p)} e^{-i\omega s_{3n}^{(p)} x_3} - C_n^{-(p)} e^{+i\omega s_{3n}^{(p)} x_3} \right), \quad (2.2.10)$$

$$D_3 = \sum_{n=-\infty}^{\infty} e^{-i\omega s_{1n} x_1} \sum_{p=1}^3 X_n^{(p)} \left(C_n^{+(p)} e^{-i\omega s_{3n}^{(p)} x_3} + C_n^{-(p)} e^{+i\omega s_{3n}^{(p)} x_3} \right), \quad (2.2.11)$$

avec

$$\begin{aligned} U_n^{(p)} &= -i\omega \left[c_{13}^E B_{1n}^{+(p)} s_{1n} + c_{33}^E B_{3n}^{+(p)} s_{3n}^{(p)} + e_{33} B_{4n}^{+(p)} s_{3n}^{(p)} \right], \\ V_n^{(p)} &= -i\omega \left[c_{44}^E B_{1n}^{+(p)} s_{3n}^{(p)} + c_{44}^E B_{3n}^{+(p)} s_{1n} + e_{15} B_{4n}^{+(p)} s_{1n} \right], \\ X_n^{(p)} &= -i\omega \left[e_{31} B_{1n}^{+(p)} s_{1n} + e_{33} B_{3n}^{+(p)} s_{3n}^{(p)} - \epsilon_{33}^S B_{4n}^{+(p)} s_{3n}^{(p)} \right]. \end{aligned} \quad (2.2.12)$$

Une expression similaire à (2.2.11) peut être établie pour $D_3^\nu = -\epsilon_0 \varphi_{,3}^\nu$ en utilisant les Eqs. (2.2.2) et (2.2.8)

$$\begin{aligned} D_3^\nu &= \epsilon_0 i\omega \kappa^\nu \sum_{n=-\infty}^{\infty} s_{3n}^\nu e^{-i\omega [s_{1n} x_1 + s_{3n}^\nu (|x_3| - h/2)]} \\ &\times \sum_{p=1}^3 B_{4n}^{+(p)} \left(C_n^{+(p)} e^{-i\omega \kappa^\nu s_{3n}^{(p)} h/2} - C_n^{-(p)} e^{+i\omega \kappa^\nu s_{3n}^{(p)} h/2} \right). \end{aligned} \quad (2.2.13)$$

La combinaison de ces expressions avec les Eqs. (2.2.3) et (2.2.5) conduit — après projection sur la base des $e_n(x_1)$ — au système linéaire suivant de $6 \times (2n_{\max} + 1)$ équations à $6 \times (2n_{\max} + 1)$ inconnues $C_n^{\pm(p)}$, composantes du vecteur \mathbf{C}

$$\widetilde{\mathbf{M}}(\omega, k_1) \mathbf{C} = \mathbf{0}. \quad (2.2.14)$$

Les solutions non-triviales de l'Eq. (2.2.14) sont déterminées à partir de la condition $\det \widetilde{\mathbf{M}}(\omega, k_1) = 0$ produisant la relation de dispersion $\omega(k_1)$ des modes de type Lamb pour la plaque phononique en question, polarisés dans le plan $x_1 O x_3$ et se propageant selon $O x_1$.

Il est nécessaire de souligner que toutes les informations concernant les CFEs, incluant les chargements par impédance sur les électrodes, interviennent dans la relation de passage de la composante normale du déplacement électrique sur chacune des interfaces (Eqs. (2.2.5), (2.2.6)) via la forme spécifique de la densité de charge surfacique σ . On analyse dans la section suivante plus en détail la façon de procéder au traitement de cette partie du modèle théorique délicate, car elle mêle l'aspect propagatif des champs dans la plaque avec l'aspect électrocinétique lié aux circuits externes.

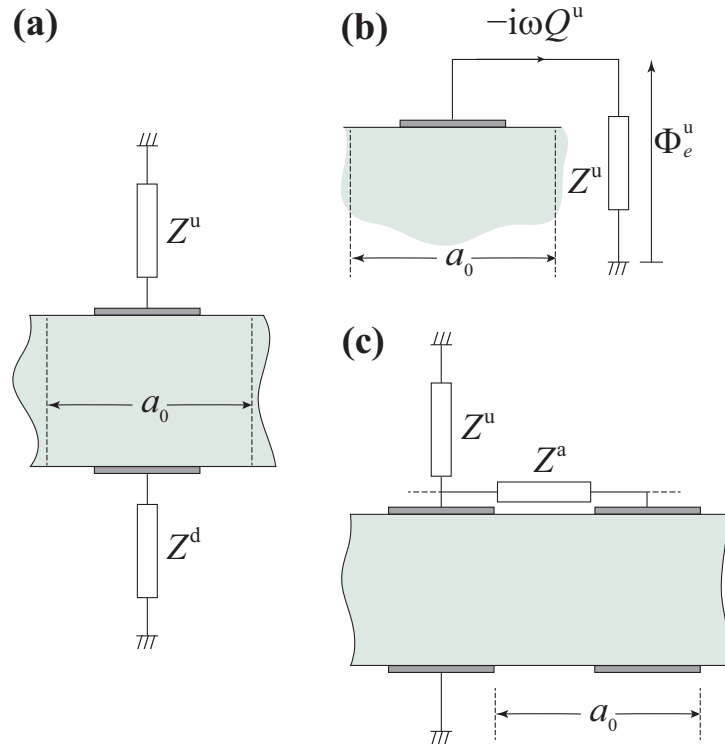


Figure 2.2 – (a) Représentation schématique de la cellule élémentaire du cristal phononique piézoélectrique, avec un chargement sur ses deux faces par des circuits externes d'impédance Z^u (électrode supérieure) et Z^d (électrode inférieure). Chaque circuit externe impose un potentiel électrique Φ_e^u et une intensité de courant associée, provenant du chargement d'impédance du circuit, comme détaillé dans (b) pour l'électrode supérieure. Le cas de chargements externes combinés à des électrodes adjacentes interconnectées, montré en (c), correspond à des quadripôles qui peuvent être décrits par un dipôle électrique équivalent d'impédance Z_{eq}^u , comme celui représenté en (a) si $Z^d = 0$.

2.2.2 Conditions de Frontières Electriques

Les conditions de frontière électriques (2.2.5) concernant le champ de déplacement électrique ne sont pas dans leur forme présente utilisables si on désire connecter un circuit externe à l'une des électrodes. A la place, la quantité physique qui convient le mieux dans cette perspective est le potentiel électrique, si bien que l'Eq. (2.2.5) doit être mise sous une forme équivalente faisant explicitement intervenir le potentiel [59].

Supposons le cas général décrit sur la figure 2.2(a) où les électrodes inférieure et supérieure sont connectées respectivement à des circuits formés d'une impédance Z^u et Z^d . A partir de l'Eq. (2.2.8) il est évident que la condition à satisfaire aux interfaces de la plaque, est la continuité du potentiel électrique comme conséquence de la continuité de la composante tangentielle du champ

électrique (2.2.4). Pour la partie de la surface de la plaque recouverte par l'électrode, on prend en compte le circuit externe (figure 2.2(b)) et après intégration sur la surface de l'électrode $\mathcal{A} = wl$, l étant la longueur de l'électrode selon Ox_2 (voir Eqs. (2.2.5), (2.2.6)) on obtient

$$\begin{aligned}\varphi|_{x_3=\pm\frac{h}{2}} &= \Phi_e^\nu = -i\omega Z^\nu Q^\nu \\ &= -i\omega Z^\nu \iint dx_1 dx_2 (D_3^\nu - D_3)|_{x_3=\pm\frac{h}{2}} \\ &= -i\omega Z^\nu \mathcal{A} \frac{1}{w} \int_{-\frac{w}{2}}^{+\frac{w}{2}} dx_1 (D_3^\nu - D_3)|_{x_3=\pm\frac{h}{2}}, \quad (2.2.15)\end{aligned}$$

où Q^ν et Z^ν sont respectivement la charge électrique sur l'électrode et l'impédance connectée dessus, et Φ_e^ν la différence de potentiel aux bornes de l'impédance. On fait le choix d'effectuer le remplacement de $D_3^\nu|_{x_3=\pm\frac{h}{2}}$ par l'expression $+\epsilon_0(k_1\varphi - \varphi_{,3}^\nu - k_1\varphi)|_{x_3=\pm\frac{h}{2}}$ duquel on obtient

$$\begin{aligned}\frac{1}{i\omega Z^\nu \mathcal{A}} \Phi_e^\nu &= -\epsilon_0 k_1 \Phi_e^\nu \\ +\epsilon_0 k_1 \frac{1}{w} \int_{-\frac{w}{2}}^{+\frac{w}{2}} dx_1 &\left(\frac{1}{\epsilon_0 k_1} D_3 + \frac{1}{k_1} \varphi_{,3}^\nu + \varphi \right) \Big|_{x_3=\pm\frac{h}{2}},\end{aligned}$$

ou de manière équivalente,

$$\begin{aligned}\varphi|_{x_3=\pm\frac{h}{2}} &= \Phi_e^\nu = \left(1 + \frac{1}{i\omega Z^\nu \mathcal{A} \epsilon_0 k_1} \right)^{-1} \\ &\times \frac{1}{w} \int_{-\frac{w}{2}}^{+\frac{w}{2}} dx_1 \left(\frac{1}{\epsilon_0 k_1} D_3 + \frac{1}{k_1} \varphi_{,3}^\nu + \varphi \right) \Big|_{x_3=\pm\frac{h}{2}}. \quad (2.2.16)\end{aligned}$$

On a ainsi ramené l'Eq. (2.2.5) en une relation de potentiel, pour $|x_1| \leq \frac{w}{2}$.

Pour la partie de la surface de la plaque non recouverte par les électrodes ($\frac{w}{2} < |x_1| \leq \frac{a}{2}$), les Eqs. (2.2.5) et (2.2.6) imposent $(D_3^\nu - D_3)|_{x_3=\pm\frac{h}{2}} = 0$. Suivant la même astuce pour D_3^ν que pour le cas de la surface recouverte d'électrode, on peut écrire

$$\varphi|_{x_3=\pm\frac{h}{2}} = \left(\frac{1}{\epsilon_0 k_1} D_3 + \frac{1}{k_1} \varphi_{,3}^\nu + \varphi \right) \Big|_{x_3=\pm\frac{h}{2}}. \quad (2.2.17)$$

L'ensemble des Eqs. (2.2.16) et (2.2.17) forme une condition aux frontières unique pour le potentiel électrique, $\varphi|_{x_3=\pm\frac{h}{2}}$, qui s'étend maintenant sur toute la surface de la cellule élémentaire, et, le plus important, son membre de droite dépend, pour les deux sous-régions sur et hors électrodes, de la quantité commune $\left(\frac{1}{\epsilon_0 k_1} D_3 + \frac{1}{k_1} \varphi_{,3}^\nu + \varphi \right) \Big|_{x_3=\pm\frac{h}{2}}$. En utilisant les Eqs. (2.2.11), (2.2.1), (2.2.2), et (2.2.8), cette dernière peut se développer sur la base des $e_n(x_1)$ avec les

coefficients d'amplitude appropriés

$$\left(\frac{1}{\epsilon_0 k_1} D_3 + \frac{1}{k_1} \varphi_{,3}^\nu + \varphi \right) \Big|_{x_3=\pm \frac{h}{2}} = \frac{1}{\epsilon_0 k_1} \sum_{n=-\infty}^{\infty} e^{-i\omega s_{1n} x_1} \times \sum_{p=1}^3 \left(C_n^{+(p)} \mathcal{F}_n^{+(p)\nu} e^{-i\omega \kappa^\nu s_{3n}^{(p)} h/2} + C_n^{-(p)} \mathcal{F}_n^{-(p)\nu} e^{+i\omega \kappa^\nu s_{3n}^{(p)} h/2} \right), \quad (2.2.18)$$

où

$$\mathcal{F}_n^{\pm(p)\nu} = X_n^{(p)} \mp B_{4n}^{+(p)} \epsilon_0 [(\kappa^\nu \xi_n - 1)k_1 + \kappa^\nu \xi_n g_n]. \quad (2.2.19)$$

La forme finale de $\varphi|_{x_3=\pm \frac{h}{2}}$, après projection sur la base des $e_n(x_1)$ conduit à $2 \times (2n_{\max} + 1)$ équations

$$\sum_n \sum_{p=1}^3 \left\{ C_n^{+(p)} \left[\gamma_{nm}^\nu \mathcal{F}_n^{+(p)\nu} - a \delta_{nm} B_{4n}^{+(p)} \right] e^{-i\omega \kappa^\nu s_{3n}^{(p)} h/2} + C_n^{-(p)} \left[\gamma_{nm}^\nu \mathcal{F}_n^{-(p)\nu} + a \delta_{nm} B_{4n}^{+(p)} \right] e^{+i\omega \kappa^\nu s_{3n}^{(p)} h/2} \right\} = 0, \quad (2.2.20)$$

où δ_{nm} est le symbole de Kronecker et les coefficients γ_{nm}^ν résultent de l'intégration sur x_1 et embarquent toute l'information liée aux impédances du circuit Z^ν . Leur expression est

$$\gamma_{nm}^\nu = \frac{1}{\epsilon_0 k_1} \left[\left(1 + \frac{1}{i\omega Z^\nu \mathcal{A} \epsilon_0 k_1} \right)^{-1} \alpha_{nm} + \beta_{nm} \right], \quad (2.2.21)$$

où

$$\begin{aligned} \alpha_{nm} &= w \mathcal{P}_n(k_1) \mathcal{P}_m(k_1), \\ \beta_{nm} &\equiv \left(\int_{-\frac{a}{2}}^{-\frac{w}{2}} + \int_{\frac{w}{2}}^{\frac{a}{2}} \right) dx_1 e^{-i\omega(s_{1n} - s_{1m})x_1} \\ &= a \delta_{nm} - w \mathcal{P}_{n-m}(k_1 = 0), \end{aligned} \quad (2.2.22)$$

et

$$\mathcal{P}_n(k_1) \equiv \frac{1}{w} \int_{-\frac{w}{2}}^{+\frac{w}{2}} dx_1 e^{-i\omega s_{1n} x_1} = \frac{\sin(\omega s_{1n} \frac{w}{2})}{\omega s_{1n} \frac{w}{2}}, \quad (2.2.24)$$

avec $\omega s_{1n} = k_1 + g_n = k_1 + \frac{2\pi}{a} n$.

Les Eqs. (2.2.20) constituent un sous-système non diagonal, dans l'espace $\{n\}$, de l'Eq. (2.2.14), qui correspond exclusivement à la partie électrique des conditions de frontière. Les $4 \times (2n_{\max} + 1)$ équations restantes, provenant des Eqs. (2.2.9), (2.2.10) et déjà incluses dans (2.2.14), forment un sous-système diagonal dans l'espace $\{n\}$, associé à la partie purement mécanique des conditions aux frontières (Eqs. (2.2.3)), uniformes selon Ox_1 .

En guise de conclusion pour cette section, on discute le cas particulier de circuits connectant les électrodes d'une même face de deux cellules adjacentes

via une impédance additionnelle Z^a (figure 2.2(c)). Par souci de simplicité, on suppose que ce chargement n'est appliqué que sur une face de la plaque (par exemple la face supérieure), l'autre face étant mise à la masse, ce schéma pouvant être aisément généralisé à l'inclusion de combinaisons de circuits variées connectées sur les deux faces. A partir de considérations élémentaires sur les circuits électriques, il est clair que le quadripôle de la figure 2.2(c) est équivalent à une seule impédance Z_{eq}^u donnée par l'expression

$$Z_{\text{eq}}^u = \frac{Z^u}{1 + \frac{Z^u}{Z^a} \left(2 \sin \frac{k_1 a}{2}\right)^2}. \quad (2.2.25)$$

L'équation (2.2.25) offre un outil versatile pour le renforcement des interactions intercellulaires, comme on le verra plus précisément dans la section 2.3.3 pour le cas des circuits capacitifs ($Z^a = 1/iC_a\omega$).

Bien que les configurations de circuits électriques traitées jusqu'à présent possèdent la même périodicité que le réseau d'électrodes ($a = a_0$), notre formalisme peut facilement se généraliser afin d'inclure des CFEs s'étendant sur plus d'un bloc primaire ($a = \kappa a_0$, $\kappa = 2, 3, \dots$) par intégration appropriée selon Ox_1 . Bien entendu, de la même manière, les cas d'électrodes différant en taille et en position sur la face supérieure comme inférieure de la plaque dans une cellule élémentaire, peuvent aussi être traités par le formalisme présenté dans cette section.

2.3 Applications

Afin de démontrer l'applicabilité de la méthode, on considérera en premier quelques exemples des CFEs symétriques par rapport au plan x_1Ox_2 , puis le cas des conditions asymétriques, plus particulièrement pour des circuits contenant des inductances combinées ou non à des condensateurs. Le cristal phononique infini est composé, comme déjà dit, d'un réseau d'électrodes identiques, déposées symétriquement de part et d'autre de la plaque d'épaisseur $h = 2.2$ mm. Les électrodes, de largeur $w = 1.7$ mm et espacées de $s = 0.3$ mm, forment dans le cas le plus simple un réseau régulier selon Ox_1 , de période spatiale $a_0 = s+w = 2$ mm. La plaque est constituée de PZ26, matériau piézoélectrique qui —on le rappelle— possède des constantes de couplage piézoélectriques de forte valeur ; pour les calculs dans ce chapitre on utilisera les paramètres récapitulés dans le tableau A.1. On note que toutes les bandes $\omega(k_1)$ dans les calculs qui suivent sont réelles dans la mesure où la partie imaginaire du nombre d'onde déterminé est inférieure en proportion de 0.005 à la partie réelle correspondante. L'absorption n'est prise en compte ni pour les coefficients élastiques, ni pour les coefficients électriques du matériau de la plaque ; cependant des pertes sont indirectement présentes via les fuites électromagnétiques vers l'extérieur, bien que négligeables. Dans le cas de la prise en compte d'un milieu matériel (fluide, par

exemple) $\text{Im}\{k_1\}$ peut devenir plus importante. Dans la réalité d'une expérience, les pertes ne peuvent évidemment pas être négligées et le formalisme ci-dessus peut directement être utilisé en incluant simplement les parties imaginaires de tous les coefficients des matériaux le nécessitant. Pour les PZT, comme celui considéré dans cette étude pour le calcul des structures de bande, ces parties imaginaires sont de l'ordre de 10^{-2} des parties réelles correspondantes [80].

2.3.1 CFEs symétriques non résonnantes

On applique tout d'abord des CFEs symétriques aux électrodes supérieure et inférieure de chaque cellule élémentaire de longueur a_0 , pour deux cas extrêmes de valeur d'impédance, i.e. potentiel flottant ($Z^u = Z^d \rightarrow \infty$), et, mise à la masse des électrodes ($Z^u = Z^d = 0$). Dans les deux configurations, la période des CFEs coïncide avec la période spatiale du réseau des bandes métalliques ($a = a_0$).

Les structures de bandes en fréquence calculées selon Ox_1 pour ces deux systèmes simples sont montrées (lignes continues) sur les figures 2.3(a) et (b), respectivement, en suivant la procédure décrite dans la section 2.2.1, pour la résolution du problème non-linéaire de valeurs propres (2.2.14). Dans le cas du cristal à potentiel flottant (figure 2.3(a)), la branche située le plus bas en fréquence, de type A_0 , est repliée à cause de la périodicité à environ 0.45 MHz. Son repliement de pente négative interagit légèrement avec la branche de type A_1 —qui possède une pseudo-fréquence de coupure à 0.48 MHz— ouvrant de ce fait un gap d'hybridation étroit centré à 0.7 MHz. Par ailleurs, la branche de type S_0 , linéaire à la limite des grandes longueurs d'onde, se replie au bord de la 1^{ère} ZB, à environ 0.68 MHz, ouvrant un gap de Bragg étroit. Enfin, la branche de type S_1 est générée, avec une fréquence de coupure à environ 0.82 MHz. Une image similaire est observée pour le cristal mis à la masse (figure 2.3(b)). Les différences les plus notables, comparé au cas précédent, sont le décalage vers les basses fréquences du point de coupure du mode A_1 , dont la valeur coïncide avec celle du point isolé de la figure 2.3(a), comme indiqué par la flèche, et, les interactions plus faibles donnant naissance à des gaps fréquentiels encore plus étroits.

En dernier, on construit un cristal possédant une cellule élémentaire plus complexe, combinant alternativement les deux situations précédentes. Les CFEs s'étendent sur deux blocs primaires adjacents, i.e. $a = 2a_0$, le premier présentant un potentiel flottant ($Z_1^u = Z_1^d \rightarrow \infty$), le second une mise à la masse ($Z_2^u = Z_2^d = 0$). De telles cellules élémentaires composites peuvent être aisément implémentées par le formalisme présenté dans ce chapitre, en incorporant simplement la suite des CFEs variées selon Ox_1 et s'étendant sur plusieurs segments de longueur a_0 dans les Eqs. (2.2.15), (2.2.17). Le résultat du calcul de la structure de bandes pour ce cristal est montré figure 2.3(c). On s'attend à observer un repliement supplémentaire des branches, dû au doublement de longueur de la cellule par rapport aux cas simples, ce qui est effectivement observé. On

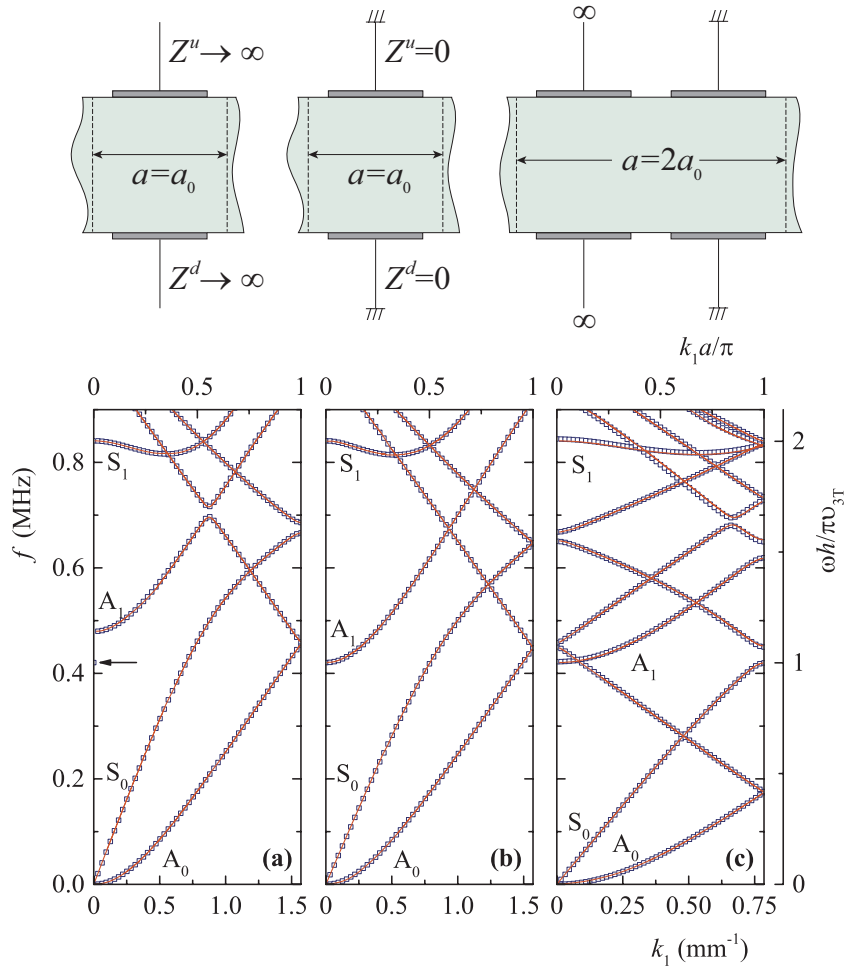


Figure 2.3 – Structures de bandes fréquentielles calculées par la méthode de § 2.2 (lignes continues) pour un cristal phononique 1D, constitué d'une plaque de PZ26 d'épaisseur $h = 2.2$ mm habillée d'un réseau d'électrodes métalliques alignées selon Ox_2 , de période spatiale $a_0 = s + w = 2$ mm (largeur $w = 1.7$ mm et distance de séparation $s = 0.3$ mm selon Ox_1), déposées sur les deux faces de la plaque pour plusieurs configurations de CFEs symétriques représentées schématiquement au dessus de chaque graphe : (a) conditions de potentiel flottant ($Z^u = Z^d \rightarrow \infty$) partout, (b) mise à la masse des électrodes ($Z^u = Z^d = 0$) partout, et, (c) CFEs s'étendant sur deux blocs primaires adjacents, alternant mise à la masse et potentiel flottant. Des calculs par éléments finis sont également présentés (symboles) pour comparaison.

note en passant que dans ce cristal hybride, la branche A_1 coïncide pratiquement avec celle du cristal mis à la masse (figure 2.3(b)). La fréquence de coupure de ce mode guidé type Lamb tire son origine de la condition de résonance de mode transverse dans l'épaisseur, $f_{A_1} = \frac{v_{3QT}}{2h} = \frac{1}{2h} \sqrt{\frac{c_{44}^E}{\rho}} = 0.42$ MHz. Tous les

résultats montrés sur la figure 2.3 sont en excellent accord avec ceux obtenus par la méthode des éléments finis [79] représentés par des symboles ; afin d'obtenir une meilleure convergence (inférieure à 10^{-4}) on choisit $n_{\max} = 30$ dans les séries de Fourier, dans le pire des cas.

2.3.2 CFEs résonnantes par circuits inductifs

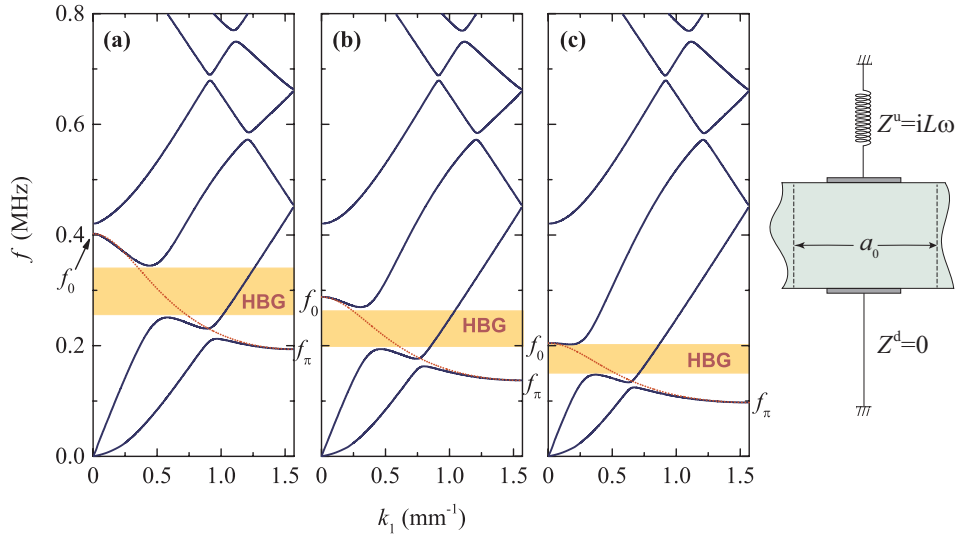


Figure 2.4 – Structure de bandes fréquentielle calculée (lignes continues) dans le cas d'un cristal infini 1D comme décrit sur la figure 2.3, mais avec des CFEs appliquées asymétriques (voir schéma ci-contre) constituées de l'électrode inférieure mise à la masse ($Z^d = 0$) et de l'électrode supérieure connectée à une inductance ($Z^u = iL\omega$), pour différentes valeurs de l'inductance : (a) $L = 235 \mu\text{H}$, (b) $L = 470 \mu\text{H}$, et, (c) $L = 940 \mu\text{H}$. Les lignes pointillées représentent les bandes résonnantes électriques sans couplage, aboutissant à des gaps d'hybridation (HBG) pour les modes S_0 (régions colorées) en tenant compte du couplage.

Dans les cas examinés jusqu'à présent, les gaps d'hybridation provenaient de la répulsion entre bandes de même symétrie, associées à des modes guidés de type Lamb dans la plaque périodique, mais pas dus à la présence de modes résonnants induits par les circuits externes. Cela peut être réalisé par branchement, par exemple, d'une inductance L sur une des électrodes (e.g. $Z^u = iL\omega$ et $Z^d = 0$). Comme la plaque piézoélectrique peut effectivement être assimilée à un condensateur plan de capacité C dont les surfaces sont parallèles au plan x_1Ox_2 , cette configuration est équivalente —dans le plus simplifié des cas— à un circuit LC dont la fréquence de résonance électrique est $f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$. C est donc un paramètre intrinsèque à la cellule du cristal piézoélectrique, qui peut être déterminée par des modèles adaptés de ligne de transmission [39, 42]. En rassemblant —hors de l'ARQS— des circuits LC isolés pour former un cristal, on obtient grâce aux interactions entre les résonances de circuits LC élémen-

taires (de façon équivalente à une ligne de transmission) une bande de resonance dispersive de comportement sinusoïdal

$$\omega = \omega_0 \left(1 + \frac{4C'}{C} \sin^2 \frac{k_1 a}{2} \right)^{-\frac{1}{2}}, \quad (2.3.1)$$

qui s'étend de $f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi}$ à $f_\pi = f_0 \left(4\frac{C'}{C} + 1 \right)^{-1/2} < f_0$ au centre ($k_1 = 0$) et aux bords ($k_1 = \frac{\pi}{a}$), respectivement, de la 1^{ère} ZB. C' correspond à un condensateur plan dont les armatures sont parallèles au plan $x_2 O x_3$, incorporant tous les effets piézoélectriques qui naissent quand deux électrodes adjacentes portent différentes distributions de charges électriques dues à des valeurs non-nulles du vecteur d'onde de Bloch k_1 .

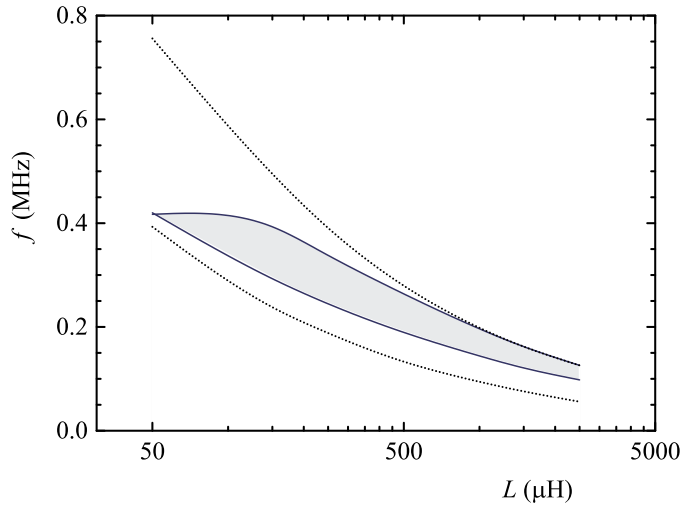


Figure 2.5 – Variation de la largeur du gap d'hybridation (région grise), résultant de l'interaction des modes résonnants électromagnétiques avec les modes de type S_0 , en fonction du chargement inductif L , pour le cristal phononique décrit dans la figure 2.4. Les lignes pointillées représentent les bornes fréquentielles de la bande résonnante, f_0 et f_π , respectivement au centre et aux bords de la 1^{ère} ZB.

La structure de bandes calculée pour ce cristal infini ($a = a_0$, avec des inductances sur l'électrode de la face supérieure) est montrée figure 2.4, pour trois valeurs différentes de $L = 235 \mu\text{H}$, $470 \mu\text{H}$, et, $940 \mu\text{H}$. La courbe de dispersion suit l'image de celle du cristal correspondant dont les électrodes sont mises à la masse (figure 2.3(b)) sur laquelle est superposée la bande résonnante dispersive et sans hybridation, Eq. (2.3.1), représentée par des lignes pointillées sur la figure 2.4. Elle croise, dans les cas présentés ici, les branches S_0 et A_0 , donnant naissance à des gaps de répulsion (hybridation), facilement accordables électriquement via la valeur de L . On note en passant que dans le cas d'une telle plaque chargée avec des inductances, les effets de répulsion (bien que faibles)

sont également observés chaque fois que deux modes de Lamb se croisent. Le gap le plus important en largeur est celui qui résulte de l'interaction entre le mode de résonance électrique et la branche S_0 . Sa largeur croît suivant la décroissance de L , comme décrit par la figure 2.5. Pour de faibles valeurs de L ce gap se ferme et un autre provenant de l'interaction du mode électrique avec le mode A_1 s'ouvre à des fréquences supérieures à 0.42 MHz.

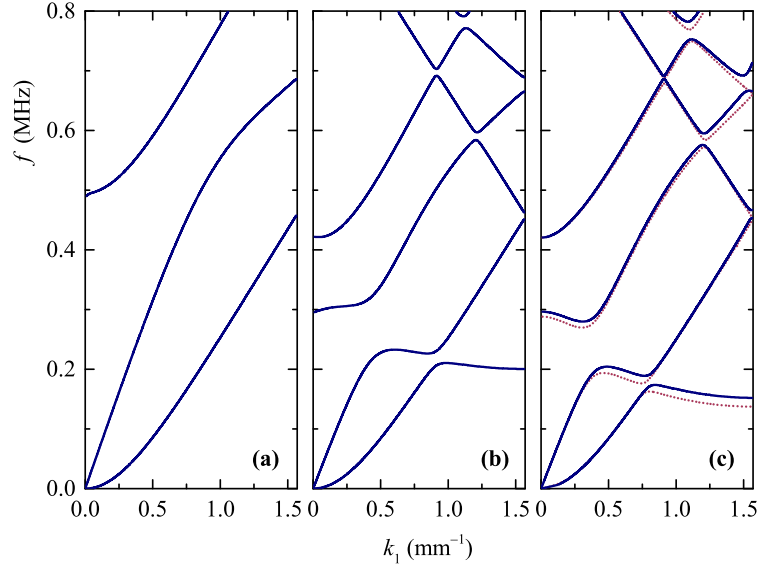


Figure 2.6 – Structure de bandes fréquentielle calculée dans le cas du cristal infini 1D décrit sur la figure 2.4(b) ($L = 470 \mu\text{H}$), pour trois valeurs différentes de l'ordre de troncature : (a) $n_{\max} = 0$, (b) $n_{\max} = 1$, et, (c) $n_{\max} = 5$. En (c) le calcul avec convergence réalisée ($n_{\max} = 30$) de la figure 2.4(b) est également reproduit à titre de comparaison (lignes pointillées rouges).

Le cas de circuits dipolaires externes induisant des modes résonnants offre un bel exemple d'étude du rôle des faisceaux diffractés (de composantes d'indice n dans le développement en série des différents champs) dans la formation du diagramme de la structure de bandes de ces cristaux. La figure 2.6(a) représente le calcul de la structure de bandes dans le cas du cristal avec inductances connectées ($L = 470 \mu\text{H}$), décrit sur la figure 2.4(b), réalisé en ne gardant que le faisceau central (d'ordre $n_{\max} = 0$) dans les séries des expressions des champs. L'image obtenue coïncide avec la courbe de dispersion de la plaque homogène de PZ26 correspondante (i.e. si on enlève toutes les électrodes et circuits externes, voir figure 1.3), pour laquelle la CFE est $D_3 = D_3^h$ en tout point de ses surfaces, à la place des Eqs. (2.2.5), (2.2.6). La branche S_0 présente une dispersion linéaire pour $\omega \rightarrow 0$ (limite de grandes longueurs d'onde) avec une pente de milieu effectif $c_{\text{eff}} = 4110 \text{ m s}^{-1}$, et la fréquence de coupure du mode A_1 apparaît à 0.49 MHz. Aucun repliement de bandes n'est observé aux bords de la ZB, comme prédit en l'absence de faisceaux diffractés. Pour la

même raison, tous les effets provenant de la résonance électrique sont supprimés. L'introduction dans le calcul de la première "couche" de vecteurs du réseau réciproque ($\mathbf{g}_1 = \pm \frac{2\pi}{a} \hat{\mathbf{x}}_1$), qui correspond à un ordre de troncature $n_{\max} = 1$, produit déjà, figure 2.6(b), une image du diagramme de bandes très proche du calcul ayant finalement convergé (figure 2.4(b)). La pente à $\omega \rightarrow 0$ du milieu effectif vaut maintenant $c_{\text{eff}} = 3710 \text{ m s}^{-1}$ et la fréquence de coupure du mode A_1 apparaît à 0.42 MHz. La bande de résonance électrique qui s'étend de $f_0 = 0.296 \text{ MHz}$ ($k_1 = 0$) à $f_\pi = 0.200 \text{ MHz}$ ($k_1 = \frac{\pi}{a}$) est bien formée et tous les repliements attendus apparaissent également sur le diagramme de bandes. Sur la figure 2.6(c) le calcul correspondant à la prise en compte de 11 vecteurs du réseau réciproque ($n_{\max} = 5$) apporte de légères corrections à l'image générale, la plus remarquable étant l'extension de la dispersion de la bande de résonance électrique de $f_0 = 0.288 \text{ MHz}$ ($k_1 = 0$) à $f_\pi = 0.152 \text{ MHz}$ ($k_1 = \frac{\pi}{a}$). La borne f_π de cette bande est fortement affectée par la contribution des vecteurs du réseau réciproque \mathbf{g}_n dans les séries des champs, ce qui, en accord avec le modèle simplifié de ligne de transmission, implique que les interactions intercellulaires décrites de façon effective par le condensateur de capacité C' ne peuvent être correctement pris en compte que lorsqu'un nombre suffisant de faisceaux diffractés est considéré. La pente du milieu effectif du mode S_0 devient $c_{\text{eff}} = 3670 \text{ m s}^{-1}$ en accord avec la valeur obtenue dans le cas du calcul de la figure 2.4(b) lorsque la convergence est réalisée ($n_{\max} = 30$), que l'on a représenté ici par des lignes pointillées rouges à titre de comparaison.

2.3.3 CFEs d'interconnexion cellulaire

On terminera cette discussion avec un exemple simple d'interconnexion d'électrodes adjacentes via un quadripôle, comme décrit sur la figure 2.2(c). Précisément, on ajoute un condensateur d'impédance $Z^a = 1/iC_a\omega$ au cas précédemment étudié d'électrodes connectées à des inductances d'impédance $Z^u = iL\omega$ (§ 2.3.2). Il convient de se rappeler que vis-à-vis du modèle de ligne de transmission [39], Z^u est connectée en parallèle au condensateur piézoélectrique effectif C , tandis que Z^a est connectée en parallèle au condensateur piézoélectrique effectif C' . On montre alors directement que la relation de dispersion décrivant la bande résonnante relativement plate de l'Eq. (2.3.1) est toujours valable, si C' est remplacé par $C' + C_a$. En prenant en compte des valeurs négatives de capacité C_a , on peut accorder la borne fréquentielle inférieure de la bande résonnante f_π , située au bord de la ZB, décalant sa position vers les hautes fréquences. Naturellement, la borne f_0 de la bande résonnante au centre de la BZ est exclusivement déterminée par le choix de l'inductance connectée. Considérons le cas de la figure 2.4(b) comme système de référence, pour lequel $L = 470 \mu\text{H}$ avec $f_0 = 0.288 \text{ MHz}$ et $f_\pi = 0.137 \text{ MHz}$, valeurs déduites du calcul exact, aboutissant à $C = 0.649 \text{ nF}$ et $C' = 0.551 \text{ nF}$ pour les valeurs des capacités piézoélectriques intrinsèques selon les directions Ox_3 et Ox_1 , respectivement.

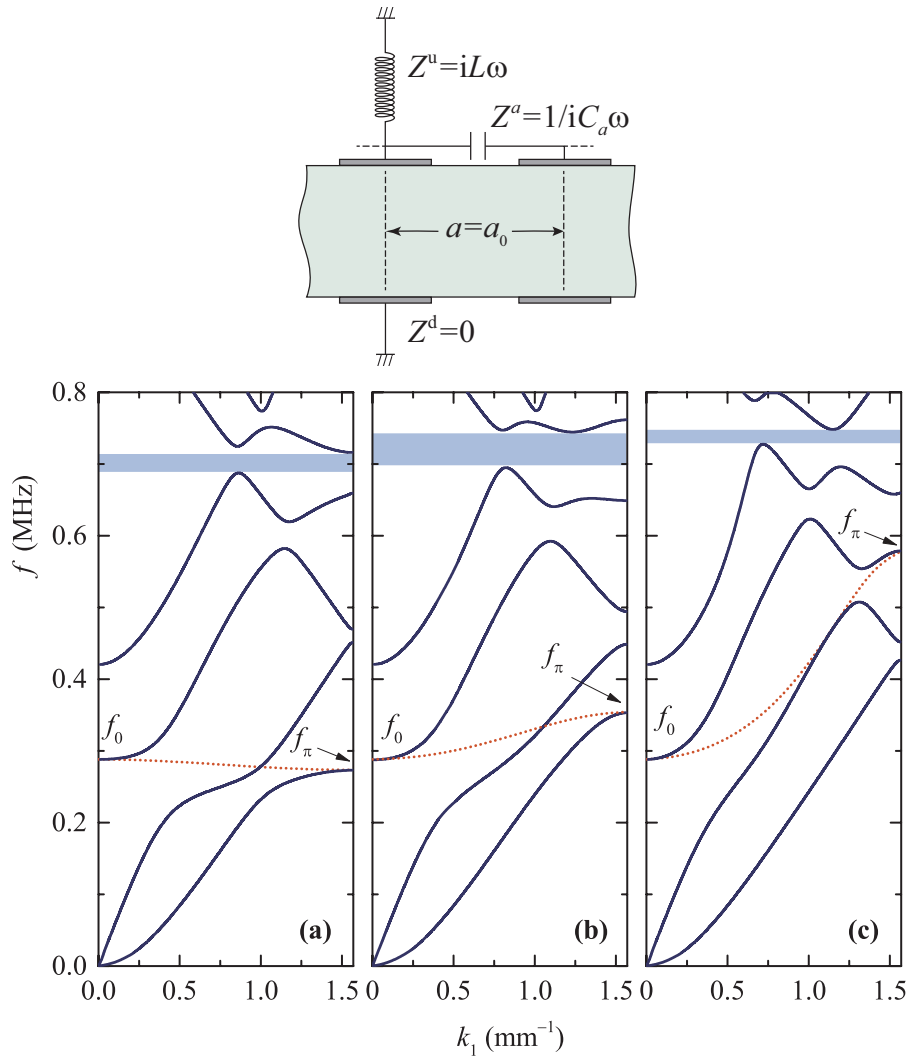


Figure 2.7 – Structure de bandes fréquentielle calculée dans le cas du cristal infini 1D décrit sur la figure 2.3, mais avec des CFEs appliquées asymétriques (voir schéma au dessus) constituées de l'électrode inférieure mise à la masse ($Z^d = 0$) et de deux électrodes supérieures consécutives interconnectées par quadripôle LC_a , suivant la configuration de figure 2.2(c). Une modification significative de la bande de résonance électrique initiale (en l'absence de C_a , figure 2.4(b)) est observée pour trois valeurs différentes d'une capacité négative : (a) $C_a = -0.55$ nF, (b) $C_a = -0.675$ nF, et (c) $C_a = -0.825$ nF, permettant d'altérer la borne fréquentielle f_π , aux bords de la ZB, tandis que la borne fréquentielle f_0 au centre de la ZB est déterminée par la valeur de l'inductance $L = 470$ μ H de façon univoque. Les lignes pointillées représentent les bandes de résonance électrique sans couplage (voir texte) et les régions colorées délimitent des gaps absolus.

Sur la figure 2.7 on trace la structure de bandes fréquentielle du cristal phononique dont la cellule élémentaire est représentée figure 2.2(c), pour trois différentes valeurs négatives de capacité C_a , c'est-à-dire -0.55 nF —proche de la valeur de $-C'$ du système de référence— (figure 2.7(a)), -0.675 nF et -0.825 nF —valeurs inférieures à $-C'$ du système de référence— (figure 2.7(b),(c)). Dans le premier cas, comme prédit, on observe que $f_\pi = 0.273$ MHz approche f_0 , traduisant l'existence d'une bande résonnante plate sans hybridation (représentée en lignes pointillées sur la figure 2.7(a)), comme $C' + C_a \approx 0$. On notera ici que C' est en réalité légèrement modifié par rapport à la valeur de référence, comme confirmé par $f_\pi = f_0 \left(4 \frac{C'+C_a}{C} + 1\right)^{-1/2}$, aboutissant à $C' = 0.568$ nF. Fruit de l'interaction de la bande plate électrique avec les branches S_0 et A_0 , deux gaps obliques d'hybridation naissent, centrés respectivement à environ 0.28 MHz et 0.27 MHz.

En faisant décroître encore la valeur de C_a , comme montré figures 2.7(b) et (c), il en résulte une modification significative de sa pente ($f_\pi > f_0$). A partir du calcul de structure de bandes exact, on estime, après analyse minutieuse de la forme des bandes par rapport au système de référence (figure 2.4(b)), que $f_\pi = 0.353$ MHz (pour $C_a = -0.675$ nF, figure 2.7(b)) et $f_\pi = 0.579$ MHz (pour $C_a = -0.825$ nF, figure 2.7(c)), alors qu'en utilisant le modèle de ligne de transmission simplifié on déduit à l'aide l'expression $C' = \left[\left(\frac{f_0}{f_\pi}\right)^2 - 1\right] \frac{C}{4} - C_a$ les valeurs intrinsèques $C' = 0.621$ nF et $C' = 0.703$ nF, respectivement. On remarque que C' varie de façon significative, en concomitance avec l'augmentation de la pente de la bande résonnante non hybridée (lignes pointillées sur la figure 2.7), prédictible par l'Eq. (2.3.1). Ceci peut s'expliquer qualitativement par l'image suivante : plus la bande résonnante est dispersive, plus les interactions entre cellules adjacentes se renforcent, aboutissant alors à de plus grandes valeurs de C' , manifestant un fort effet de couplage piézoélectrique selon Ox_1 . Enfin, en accord avec la remarque précédente, on soulignera un trait commun à tous les cas traités qui concernent des valeurs négatives pour C_a : un renforcement des interactions répulsives par rapport au système de référence, produisant ainsi des gaps généralement beaucoup plus larges, et l'apparition de gaps fréquentiels absolus, indiqués sur la figure 2.7 par les régions colorées.

2.4 Conclusions

Pour conclure, on a présenté dans ce chapitre un modèle théorique prenant en compte toutes les phénomènes élastodynamiques, piézoélectriques dans une plaque structurée périodiquement à l'aide d'un réseau de bandes métalliques à ses interfaces, faisant office d'électrodes pour connexion avec divers types de circuits électriques externes. Ces systèmes constituent une alternative prometteuse puissante encore assez peu explorée, à leur contrepartie complémentaire des réseaux de patches piézoélectriques. Ils combinent une facilité de fabrica-

tion (facilité d'intégration) à l'accordabilité non destructive du comportement fréquentiel via une multitude de choix de commandes d'origine électrique.

Chapitre 3

Plaque piézoélectrique phononique : caractérisation expérimentale

3.1 Introduction

Nous avons présenté dans les deux chapitres précédents un modèle analytique permettant d'analyser les modes guidés de type Lamb dans une plaque piézocéramique soumise à diverses CFEs. Le présent chapitre concerne la présentation de trois techniques expérimentales et leur mise en œuvre afin d'accéder aux courbes de dispersion expérimentales des ondes guidées dans le cas simple de CFE de type potentiel flottant. La première méthode que nous allons décrire est basée sur des mesures par vibrométrie laser Doppler (VLD), les deux autres exploitent le couplage électromécanique de la plaque piézoélectrique afin de caractériser les modes guidés uniquement par la mesure de potentiel ou d'impédance sur les différentes électrodes réparties sur les surfaces de la plaque. La confrontation des résultats expérimentaux avec les résultats analytiques obtenus au chapitre précédent permettra de discuter les performances des différentes méthodes expérimentales.

3.2 Présentation de la plaque piézoélectrique phononique

On s'intéresse à une plaque piézoélectrique structurée périodiquement selon une dimension (Ox_1). Avant usinage cette plaque est identique à celle étudiée au chapitre 1, c'est une plaque piézoélectrique PZ26 de surface carrée, de côté 80 mm et d'épaisseur $h = 2.2$ mm. Elle est polarisée suivant son épaisseur selon l'axe Ox_3 et possède donc des propriétés de symétrie orthotrope. Chaque surface de la plaque est recouverte d'électrodes en argent et, avant usinage, ces électrodes recouvrent la totalité des deux surfaces.

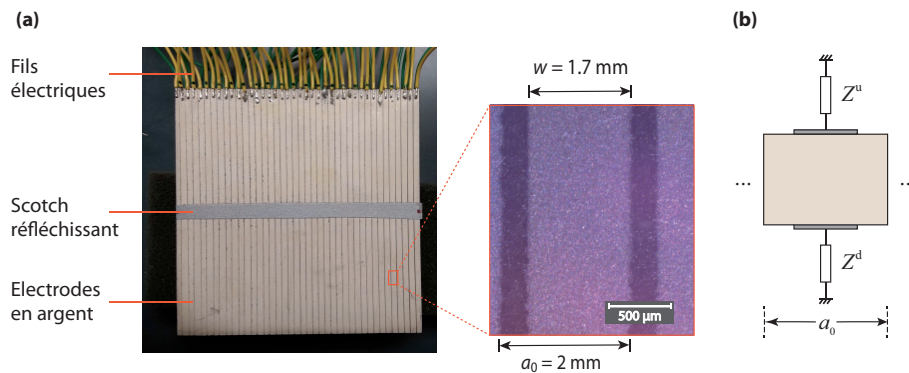


Figure 3.1 – (a) Photographie de la plaque de dimensions finies ($80 \text{ mm} \times 80 \text{ mm} \times 2.2 \text{ mm}$) recouverte d'électrodes métalliques (de largeur $w = 1.7 \text{ mm}$ et séparées d'une distance $s = 0.3 \text{ mm}$). La structure comporte $N = 40$ cellules élémentaires de longueur $a_0 = 2 \text{ mm}$. (b) Cellule unitaire connectée à des impédances électriques Z^u (face supérieure) et Z^d (face inférieure).

Afin d'obtenir un réseau périodique d'électrodes de largeur $w = 1.7 \text{ mm}$ selon une direction, des sillons de largeur $s = 0.3 \text{ mm}$ ont été usinés à l'aide d'une graveuse de circuit imprimé. Une photographie ainsi qu'une représentation schématique de la structure sont présentées sur la figure 3.1. La structure phononique résultante possède donc $N = 40$ électrodes rectangulaires sur chacune des faces, la périodicité spatiale du réseau d'électrodes est $a = a_0 = s + w$.

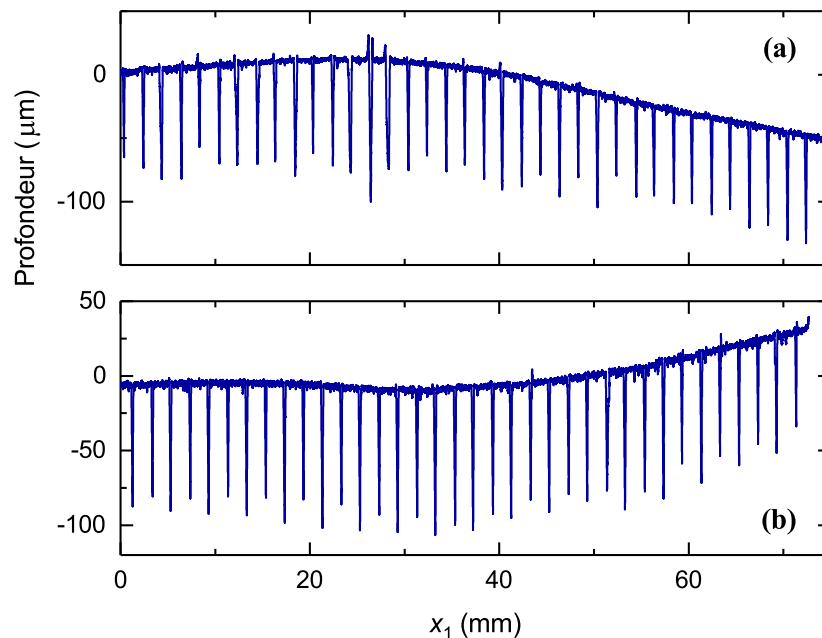


Figure 3.2 – Profil expérimental des faces (a) supérieure et (b) inférieure de la plaque obtenu à l'aide du rugosimètre Mitutoyo SV-1200.

Un relevé du profil de surface a été réalisé en utilisant un rugosimètre *Mitutoyo SV-1200* selon une ligne située au centre de la direction Ox_2 de la plaque, sur une longueur variant de 72 mm (face inférieure) à 75 mm (face supérieure) avec un pas de $0.8 \mu\text{m}$. Le résultat de ces mesures est montré sur la figure 3.2. A partir de ces relevés de surface, nous avons évalué la période qui est de $1.999 \pm 0.089 \text{ mm}$ ainsi que la profondeur moyenne des stries séparant les électrodes de $83.2 \pm 1.3 \mu\text{m}$. La profondeur des stries entre les électrodes est donc supérieure à l'épaisseur des électrodes qui est de l'ordre de $15 \mu\text{m}$ (donnée fabricant) garantissant l'isolation électrique entre électrodes. Il existe des discontinuités de surface qui restent cependant négligeables au regard de l'épaisseur de la plaque et qui n'affecteront pas, comme nous le verrons par la suite, la propagation des ondes de Lamb. On peut observer sur les relevés profilométriques un défaut de planéité des deux faces qui n'est pas lié à l'usinage car ce défaut de fabrication est observé également sur les plaques avant usinage.

Les différentes connexions qui seront opérées dans nos expériences seront assurées par l'intermédiaire de fils électriques soudés aux électrodes. Ainsi, chaque paire d'électrodes en vis-à-vis (correspondant aux deux faces de la plaque) pourra être connectée à des charges d'impédance électrique respective Z^u et Z^d (figure 3.1 (b)). Cela va nous permettre de modifier la périodicité du cristal phononique d'une façon active et reconfigurable comme nous le verrons par la suite.

3.3 Méthodes d'obtention de structures de bandes expérimentales

Nous allons dans ce chapitre nous limiter à des configurations de conditions de frontières électriques (CFEs) simples : électrodes non-connectées (potentiel flottant). L'objectif est de mettre en place des méthodes expérimentales de caractérisation du cristal. Des CFEs mettant en œuvre des inductances seront étudiées au chapitre 4. Considérons le système où la plaque piézoélectrique est soumise à des CFEs uniformes et identiques sur les deux faces, avec des électrodes en circuit ouvert ($Z^u = Z^d \rightarrow \infty$).

Les méthodes expérimentales de détection des ondes de Lamb existent sous plusieurs formes : optique avec l'utilisation de l'interférométrie (vibrométrie) laser, piezoélectrique avec l'utilisation de transducteurs de contact, transducteurs de type "air-coupling", ou bien encore à l'aide de transducteurs EMAT (ElectroMagnetic Acoustic Transducer) lorsqu'il s'agit de propagation sur des plaques métalliques. Dans notre cas nous pouvons exploiter le couplage électromécanique qui existe naturellement dans la plaque étudiée puisque celle-ci est piézoélectrique. On a donc la possibilité de générer et détecter des ondes par des méthodes électriques ou des méthodes optiques basées sur la vibrométrie laser.

Le vibromètre laser Doppler a l'avantage de proposer des mesures large

bande fréquentielle, sans contact et ponctuelles. On peut aisément automatiser les mesures pour effectuer des acquisitions sur des lignes ou surfaces. Cette méthode permet de mesurer l'amplitude du déplacement (ou de la vitesse) normal en un point de la surface ; elle est abondamment utilisée car elle a l'avantage de s'affranchir des problèmes de couplages associés à la mesure par transducteurs piézoélectriques de contact.

La deuxième technique est basée sur des mesures électriques. Deux méthodes seront proposées pour l'obtention des courbes de dispersion expérimentales : d'une part, la mesure de l'impédance électrique sur une électrode du cristal donnant un spectre dont les pics correspondent à la présence d'ondes stationnaires sur la plaque —on montrera qu'une reconstruction de la structure de bandes du cristal est possible à partir de ce type de mesures ; d'autre part, la mesure du potentiel électrique sur chaque électrode permet de compléter la caractérisation. En effet les déformations mécaniques de la plaque liées à la propagation des ondes créent des variations du champ électrique, par effet piézoélectrique direct. Ils se traduisent par l'apparition d'un potentiel électrique que l'on mesure sur chacune des électrodes (sur les faces supérieure et inférieure).

3.4 Mesures optiques

3.4.1 Banc de mesure

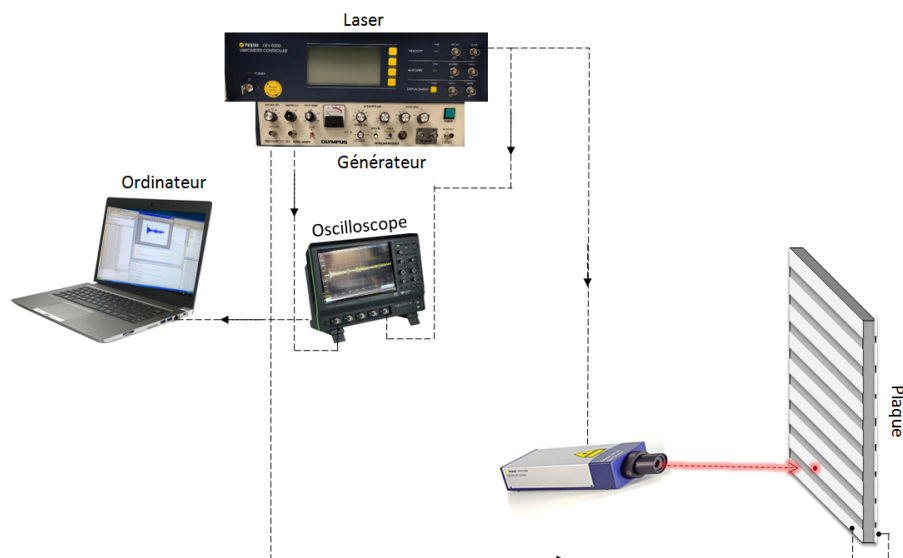


Figure 3.3 – Dispositif de vibrométrie laser expérimental.

Le dispositif expérimental d'acquisition des signaux temporels est décrit sur la figure 3.3. Un générateur d'impulsions délivrant une tension d'environ 200 V

sur une durée de l'ordre de $0.1 \mu\text{s}$ est connecté aux bornes de la première paire d'électrodes. L'excitation est asymétrique vis-à-vis du plan médian de la plaque puisque l'électrode de la surface inférieure est reliée à la masse tandis que l'impulsion électrique est imposée à l'électrode de la surface supérieure. La déformation créée sur la plaque au niveau de cette première paire d'électrodes va entraîner la génération d'ondes guidées. En réception, on utilise un vibromètre laser *Polytec OFV 5000* associé à un décodeur de vitesse qui fournit un signal électrique proportionnel à l'amplitude de la composante normale de la vitesse avec une résolution de 20 mm/s/V . A une fréquence donnée, l'amplitude de la vitesse est évidemment proportionnelle à celle du déplacement, $v_3 = \omega u_3$, par la suite, on parlera donc indifféremment de déplacements ou vitesses, en particulier cela n'affectera pas les courbes de dispersion expérimentales.

Le vibromètre laser est immobile tandis que l'échantillon étudié est monté sur deux platines de translation permettant des déplacements dans le plan $x_1 O x_2$. Ces translations disposent d'une précision de déplacement de $0.5 \mu\text{m}$. Il faut s'assurer de l'alignement de la plaque vis-à-vis des translations afin d'avoir une bonne résolution spatiale et donc une bonne résolution sur la détermination des vecteurs d'ondes. Le micro-ordinateur assure la commande du système de translation et le contrôle de l'oscilloscope.

3.4.2 Acquisition des signaux

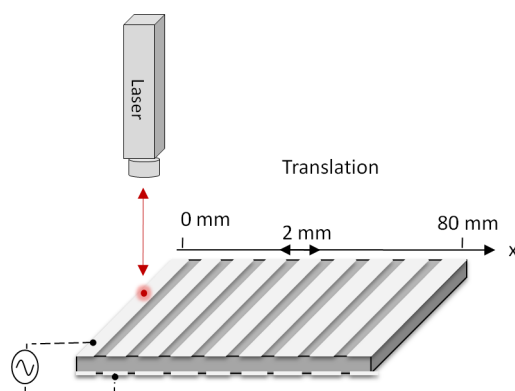


Figure 3.4 – Mesure des déplacements à la surface de la plaque utilisant le vibromètre laser.

La mesure du déplacement normal u_3 à la surface de la plaque est réalisée par le vibromètre sur la ligne parallèle à la direction Ox_1 de propagation des ondes de Lamb incidentes (figure 3.4). Une distance de 80 mm est balayée avec un pas de 2 mm (soit 40 mesures). A chaque position, une acquisition sur 50000 points du signal temporel est effectuée. Pour minimiser le bruit parasite, l'oscilloscope effectue un moyennage sur 500 traces successives.

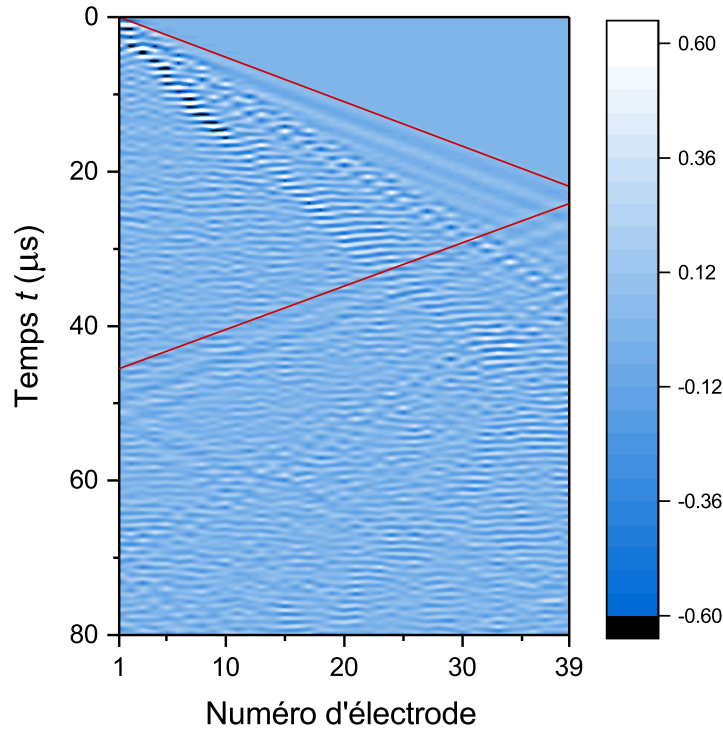


Figure 3.5 – Signaux spatiotemporels de la composante normale u_3 du déplacement mesuré à la surface de la plaque piézoélectrique à potentiel flottant, suivant la direction Ox_1 . Le trajet signifié en rouge correspond au mode de Lamb S_0 .

En regroupant les signaux acquis à chaque position x_1 , on obtient figure 3.5 une image de l'évolution spatio-temporelle des déplacements normaux u_3 en surface. Sur cette représentation, on observe plusieurs ondes incidentes issues de l'extrémité gauche de la plaque ($x_1 = 0$). Ces ondes se propagent avec des vitesses différentes pour se réfléchir sur la seconde extrémité en $x_1 = 80$ mm. On observe ainsi plusieurs aller-retours. Il est assez difficile d'identifier les modes de Lamb pouvant coexister dans la plaque. L'idée est donc de se placer dans un autre espace, dual de l'espace temps-position, qui sera l'espace fréquence-vecteur d'onde.

3.4.3 Structures de bandes

Une double transformée de Fourier rapide (FFT 2D) des signaux spatio-temporels va nous permettre de passer de l'espace (t, x_1) à l'espace dual (f, k_1) , permettant ainsi l'accès quasi-direct aux courbes de dispersion expérimentales des différents modes présents. Le domaine des fréquences accessibles expérimentalement dépend des paramètres de la source. Le domaine des nombres d'ondes dépend quant à lui de la résolution spatiale : $k_{max} = \pi/\Delta x$ avec une résolution

Δk qui dépend de la distance totale balayée x_{max} : $\Delta k_{max} = 2\pi/x_{max}$. Le théorème de Shannon préconise un pas d'échantillonnage spatial maximal égal à $\lambda_{min}/2$ où λ_{min} est la plus petite longueur d'onde.

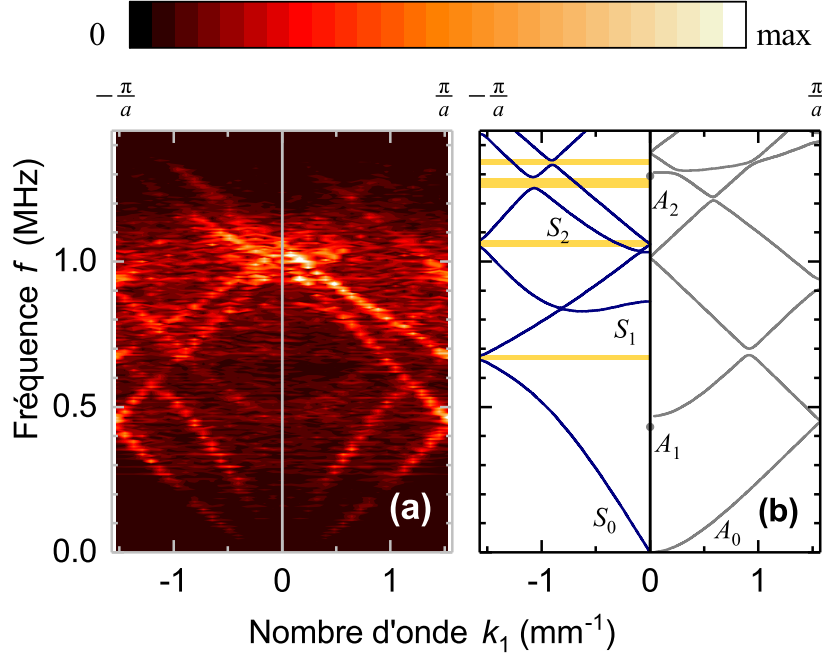


Figure 3.6 – (a) Structure de bandes expérimentale issue d'une FFT 2D des signaux spatiotemporels de composante normale du champ de déplacement mesurés par vibrométrie laser à la surface de la plaque. (b) Structure de bandes calculée pour le même système par éléments finis. Les différentes branches sont séparées suivant la même nomenclature et notations que pour les deux familles de modes usuelles des ondes de Lamb d'une plaque homogène : symétriques (courbes bleues) et antisymétriques (courbes grises), respectivement tracées séparément dans la partie négative et positive de la première ZB pour une meilleure lisibilité. Les regions en jaune indiquent les zones de gaps pour les modes symétriques.

Le résultat de la FFT 2D est exposé dans la figure 3.6(a). Les courbes de dispersion numériques (figure 3.6(b)) ont été obtenues par éléments finis [79] après un ajustement sur les valeurs des paramètres élastiques, électriques, et piézoélectriques (voir table A.2) afin de minimiser l'écart avec les valeurs expérimentales dans la gamme de fréquences étudiée. Pour une meilleure visibilité et alléger la structure de bande théorique obtenue par la MEF, les courbes de dispersion sont tracées, pour les modes de Lamb symétriques, uniquement dans la demi-zone de Brillouin correspondant aux nombres d'onde négatifs et pour les modes antisymétriques dans la demi-zone complémentaire (nombres d'onde positifs). Évidemment la structure de bande est en réalité parfaitement symétrique vis-à-vis du centre de la ZB ($k_1 = 0$) et les modes de Lamb symétriques

et antisymétriques sont présents quelle que soit la direction de propagation. A la limite des grandes longueurs d'onde ($\omega \rightarrow 0$), et par analogie avec les modes de Lamb se propageant dans une plaque homogène, deux branches sont observées. La première a une allure linéaire correspondant au mode S_0 avec une pente effective $c_{\text{eff}} = 3778 \text{ m s}^{-1}$, tandis que la seconde d'allure parabolique caractérise le mode A_0 . D'autre part, des modes guidés de haute fréquence peuvent être mis en évidence avec des fréquences de coupure (c'est-à-dire lorsque $k_1 = 0$) : 0.47 MHz (mode A_1), 0.86 MHz (mode S_1), 1.03 MHz (mode S_2), 1.31 MHz (mode A_2).

Comme on pouvait s'y attendre, la distribution périodique des électrodes sur les deux surfaces de la plaque piézocéramique provoque un repliement de ces branches à la limite de la première ZB, ouvrant des gaps de Bragg étroits centrés sur 1.06 MHz (S_0), à 0.45 et 1.01 MHz (A_0), à 0.92 et 1.37 MHz (A_1), et à 1.43 MHz (A_2). Nous pouvons également observer l'ouverture de gaps liés à des couplages de modes différents. On peut noter le couplage entre les modes A_0 et A_1 (de même symétrie) à une fréquence d'environ 0.660 kHz.

3.5 Mesures du potentiel électrique

3.5.1 Dispositif de mesure

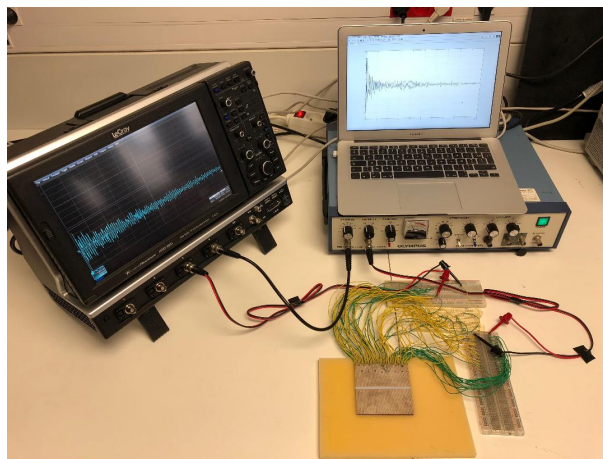


Figure 3.7 – Banc de mesure pour l'acquisition des signaux de potentiel électrique.

Le banc de mesure du potentiel électrique est représenté figure 3.7. Dans le cas de cette méthode, la génération des modes de Lamb est identique à celle utilisée lors de la mesure par interférométrie laser ; i.e., on utilise également un générateur d'impulsions pour appliquer une tension électrique aux bornes de la première paire d'électrodes situées à l'extrémité de la plaque repérées par la position $n = 1$. De même l'oscilloscope numérique LeCroy HRO66ZI WaveRunner

est utilisé pour échantillonner sur 12 bits la tension électrique sur chacune des électrodes, la masse du générateur étant prise comme référence. Une moyenne sur 40 acquisitions successives est effectuée afin de maximiser le rapport signal/bruit. Les signaux sont relevés sur une fenêtre temporelle de $250 \mu\text{s}$ avec un pas temporel de 5 ns . Cette fréquence d'échantillonnage particulièrement élevée permet d'obtenir une très bonne résolution fréquentielle.

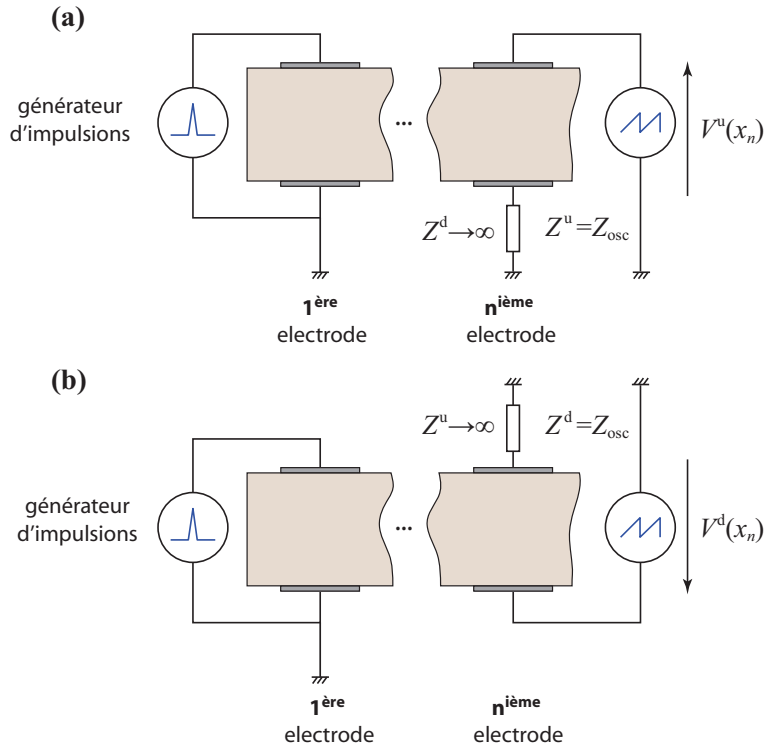


Figure 3.8 – Configurations expérimentales adoptées lors des enregistrements du potentiel électrique sur la face (a) supérieure et (b) inférieure de la plaque, à la position x_n correspondant à la $n^{\text{ième}}$ paire d'électrodes, par excitation impulsionnelle sur la première paire.

On relève donc les potentiels électriques V sur chacune des électrodes (figure 3.8) sur les deux faces, supérieure et inférieure, de la plaque : leurs valeurs respectives, $V^u(x_n, t)$ et $V^d(x_n, t)$ sont collectées aux positions $x_n = (n-1)a_0$, $n = 2, \dots, 40$ le long de la direction Ox_1 . Dans le paragraphe suivant, nous allons analyser ces mesures en fonction des différentes symétries du système.

3.5.2 Analyse des potentiels mesurés - discussion sur les symétries

Dans la figure 3.9, nous pouvons observer que les signaux enregistrés ont une allure similaire sur les deux faces de la plaque caractérisée principalement

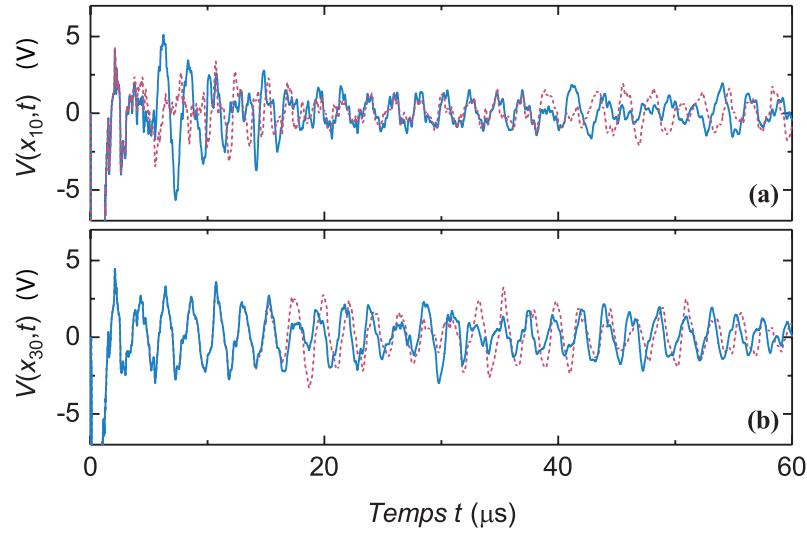


Figure 3.9 – Evolution des signaux enregistrés $V^u(x_n, t)$ (en bleu), et $V^d(x_n, t)$ (en rouge) (a) pour $n = 10$ et (b) pour $n = 30$.

par la présence de deux fronts d'ondes distincts (figure 3.10). Le premier se propage avec une vitesse moyenne d'environ 3625 m s^{-1} très proche de la vitesse effective $c_{\text{eff}} = 3641 \text{ m s}^{-1}$ du mode correspondant S_0 de la plaque homogène métallisée sur ses deux faces (cf. chapitre 2). Le second qui se caractérise par une vitesse de propagation beaucoup plus importante est formé par des fronts d'onde pratiquement parallèles à la direction Ox_2 . La figure 3.9 (a) illustre la comparaison des signaux sur la dixième paire d'électrodes $n = 10$. On peut observer qu'il existe des intervalles pour lesquels V^u et V^d sont en opposition de phase plus précisément lorsque $5 \mu\text{s} \lesssim t \lesssim 10 \mu\text{s}$ et pour $t \gtrsim 38 \mu\text{s}$ qui coïncident avec les arrivées du mode S_0 . D'autre part, la comparaison des signaux pour $n = 30$ illustrée dans la figure 3.9 (b) loin du point d'excitation situé à $n = 1$ à des instants $t \lesssim 17 \mu\text{s}$ pour lesquels le mode S_0 n'est pas encore arrivé, les potentiels V^u et V^d sont en phase.

Ces mesures montrent que le mode S_0 se manifeste par un champ de potentiel électrique symétrique vis-à-vis du plan médian de la plaque, alors que l'onde "rapide" se manifeste par champ de potentiel antisymétrique. L'opération $V^u \pm V^d$ appliquée aux potentiels mesurés sur les surfaces supérieures et inférieures permet donc la décomposition des signaux $V^\nu(x_n, t)$ en deux composantes, symétrique et antisymétrique, des potentiels mesurés en surface. Les figures 3.10 (a) et (b) montrent l'évolution résultant respectivement de la différence $V^u(x_n, t) - V^d(x_n, t)$, et de la somme $V^u(x_n, t) + V^d(x_n, t)$. Ces images confirment ainsi que la partie symétrique du signal est principalement constituée par le mode S_0 , alors que la partie antisymétrique est dominée par une onde dont l'origine physique devrait trouver son explication un peu loin dans ce chapitre.

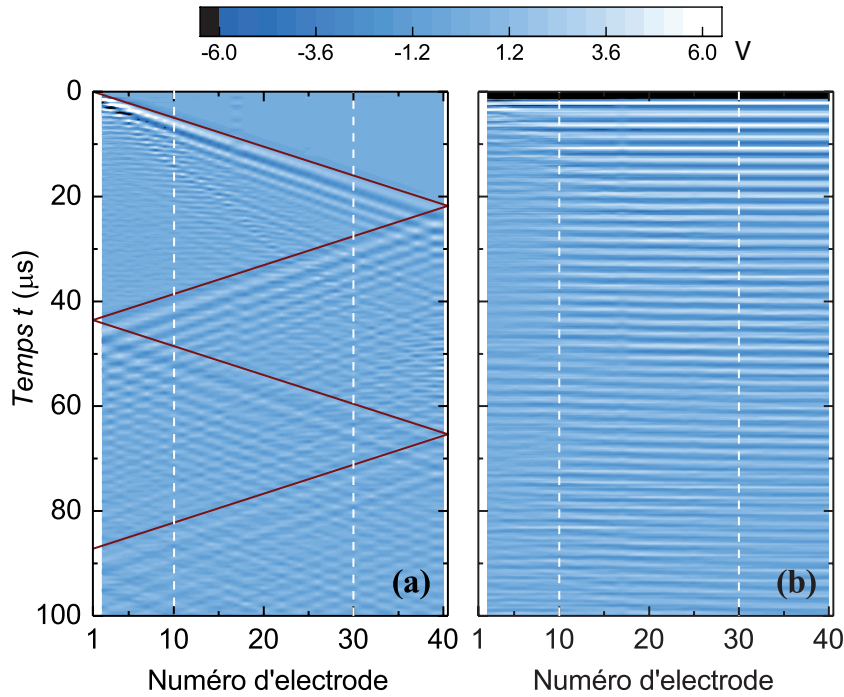


Figure 3.10 – Image de (a) la différence des signaux $V^u(x_n, t) - V^d(x_n, t)$, et (b) la somme des signaux $V^u(x_n, t) + V^d(x_n, t)$. Ces images correspondent à des enregistrements le long de la direction Ox_1 . Les droites verticales blanches en pointillé indiquent les positions $n = 10$ et $n = 30$ pour lesquelles les signaux sont représentés figure 3.9.

3.5.3 Structure de bandes expérimentale

Nous souhaitons montrer dans cette partie que l'utilisation des signaux correspondant aux potentiels électriques mesurés en surface de la plaque peut nous fournir une image détaillée des caractéristiques de dispersion des modes de Lamb guidés. De plus, une information complémentaire quant à leur symétrie peut être récupérée par le biais des signaux bruts et décomposés comme nous l'avons montré et commenté sur la figure 3.10. La figure 3.11 (a) représente le diagramme de bandes issu de la FFT 2D appliquée aux mesures expérimentales du potentiel électrique $V^u(x_n, t)$ collectées sur la face supérieure de la plaque. Cette image est très similaire à celle obtenue pour la face inférieure correspondant aux potentiels $V^d(x_n, t)$. L'accord de cette structure de bandes expérimentale avec celle obtenue par éléments finis [79] est très bon (voir figure 3.11 (b)).

Nous voici donc à même de montrer que les images obtenues à partir des mesures expérimentales du potentiel électrique contiennent suffisamment d'informations pour la reconstruction des courbes de dispersion dans de telles structures phononiques piézoélectriques. Comme attendu, les courbes de dispersion présentées dans la figure 3.11 indiquent un repliement des branches à la limite

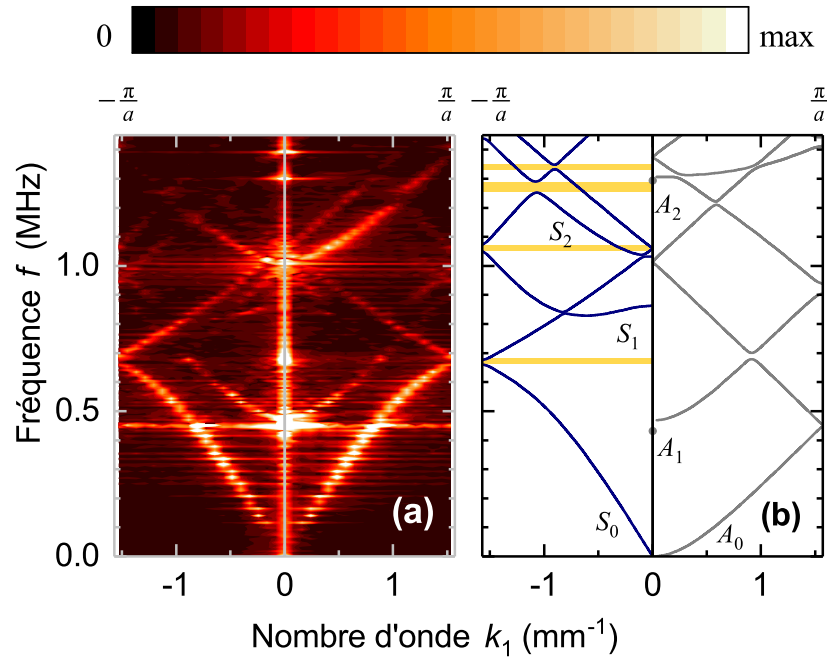


Figure 3.11 – (a) Structure de bandes expérimentale d'une plaque phononique piézoélectrique (cas du potentiel flottant) issue de la FFT 2D des signaux du potentiel électrique acquis sur les électrodes situées de la face supérieure de la plaque. (b) Structure de bandes calculée par éléments finis, identique à la figure 3.6(b). Les différentes branches sont séparées suivant la même nomenclature et notations que pour les deux familles de modes usuelles des ondes de Lamb d'une plaque homogène : symétriques (courbes bleues) et antisymétriques (courbes grises), respectivement tracées séparément dans la partie négative et positive de la première ZB pour une meilleure lisibilité. Les regions en jaune indiquent les zones de gaps pour les modes symétriques.

de la première ZB ouvrant des gaps de Bragg étroits. Ceci a été déjà commenté sur les mesures par vibrométrie laser.

Par contre, si cette méthode de mesure semble adaptée à la détection des modes de Lamb dans les plaques phononiques piézoélectriques, elle est très peu sensible à la présence du mode A_0 pourtant observé par vibrométrie laser : cette branche ainsi que son repliement au centre et sur les bords de la première ZB a une très faible amplitude (environ dix fois plus faible que les autres modes). Ceci s'explique aisément en considérant que les potentiels électriques résultent du couplage piézoélectrique direct dans la plaque soumise à des déformations mécaniques. La plaque piézoélectrique que nous étudions est polarisée selon son épaisseur et les potentiels électriques en surface sont liés à des déformations selon x_3 et donc principalement des variations d'épaisseur. Le mode A_0 est un mode antisymétrique qui en basse fréquence s'identifie au mode de flexion. La propagation du mode A_0 ne s'accompagne donc pas de changement d'épaisseur

et le couplage électromécanique dans ce cas particulier est très faible. Ceci explique son absence sur les courbes de dispersion expérimentales obtenues par le mesure des potentiels sur les électrodes en surface.

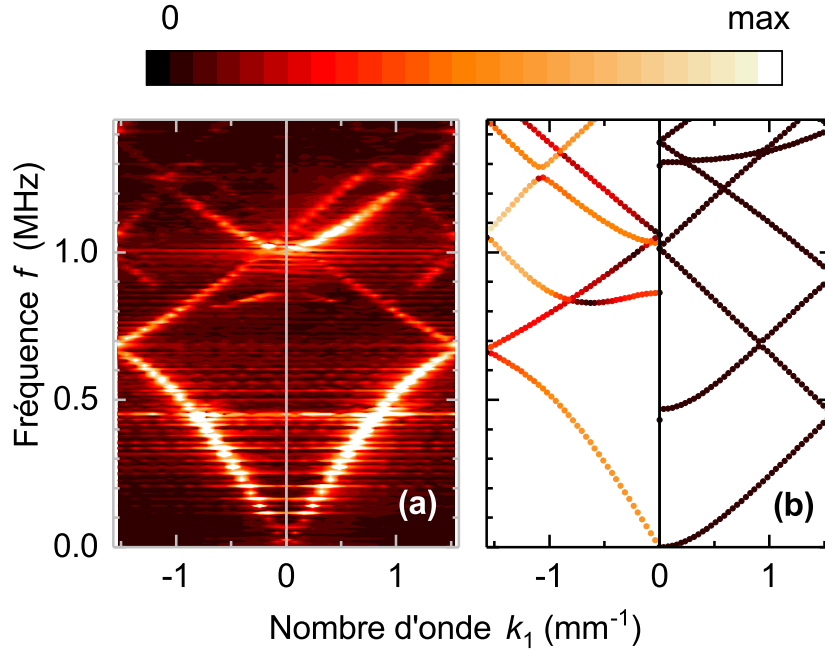


Figure 3.12 – (a) Structure de bandes expérimentale du cristal obtenue à partir de la différence des potentiels sur les surfaces supérieure et inférieure, $V^u(x_n, t) - V^d(x_n, t)$. (b) Structure de bandes calculée par FEM. Les modes de Lamb sont colorés avec une palette représentant la différence des potentiels moyens des électrodes des faces supérieure et inférieure de la cellule élémentaire.

De plus, les parties symétriques, $V^u(x_n, t) - V^d(x_n, t)$, et antisymétriques $V^u(x_n, t) + V^d(x_n, t)$ du potentiel électrique illustrées sur les figures 3.10 (a) et (b) traitées séparément, conduisent à deux diagrammes de bandes complémentaires correspondant aux modes guidés dans une plaque représentés sur les figures 3.12 (a) et 3.13 (a). Sur la figure 3.12 (b) les courbes de dispersion des modes de Lamb obtenues par MEF sont tracées avec des niveaux de couleurs représentatifs de l'amplitude de la différence des potentiels électriques entre les électrodes supérieure et inférieure. Il est très clair que pour les ondes antisymétriques, cette différence de potentiel est très faible, ce qui explique que ces modes ne sont pas observés expérimentalement sur la structure de bande obtenue après soustraction des potentiels. On remarque également pour certains modes des zones fréquentielles pour lesquelles la différence de potentiel s'annule. L'onde S_1 notamment, autour de la fréquence 0.600 MHz pour laquelle la vitesse de groupe s'annule (partie noire de la courbe), ne génère pas de différence de potentiel suffisamment importante pour être détectée expérimentalement.

La figure 3.13(a) représente le diagramme de bandes obtenu à partir de

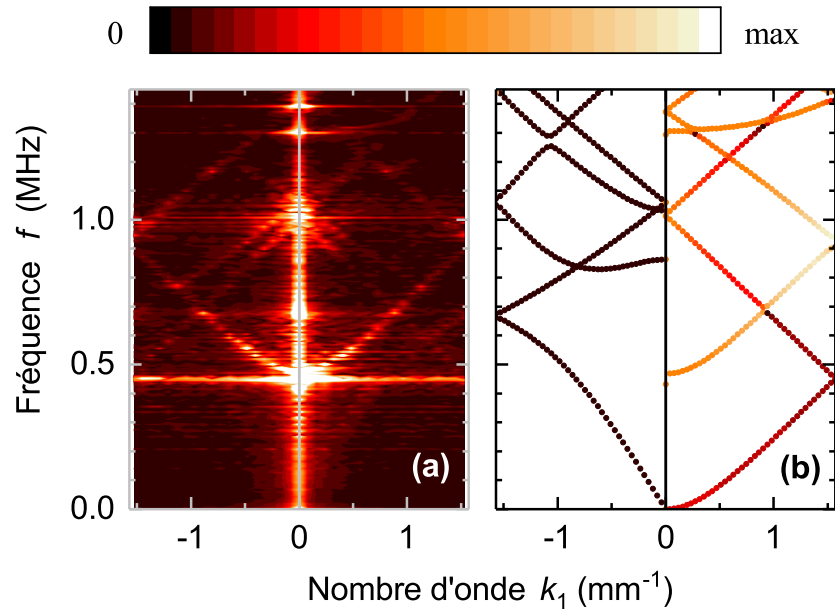


Figure 3.13 – (a) Structure de bandes expérimentale du cristal obtenue à partir de la somme des potentiels sur les surfaces supérieure et inférieure, $V^u(x_n, t) + V^d(x_n, t)$. (b) Structure de bandes calculée par FEM. Les modes de Lamb sont colorés avec une palette représentant la somme des potentiels moyens des électrodes des faces supérieure et inférieure de la cellule élémentaire.

la FFT 2D appliquée aux relevés expérimentaux de la somme des potentiels $V^s(x_n, t) + V^d(x_n, t)$. La comparaison de cette image avec la structure de bande calculée numériquement par MEF figure 3.13(b) montre que les branches associées aux modes antisymétriques sont maintenant visibles alors que les modes symétriques ne sont plus ou seulement très faiblement présents. On peut noter que le couplage piézoélectrique associé aux déformations du mode A_0 augmente avec la fréquence, ce mode devient visible au delà du 1^{er} gap de Bragg. En guise de remarque finale, on note la présence d'une ligne verticale à $k_1 = 0$ de forte amplitude sur le diagramme expérimental de la figure 3.13(a), provenant de l'excitation électromagnétique quasi-instantanée de toutes les électrodes à l'extérieur de la structure. Cette onde de grande vitesse de phase est d'ailleurs visible dans la partie antisymétrique du signal (figure 3.10(b)).

3.6 Mesure d'impédance électrique

Les diagrammes de bandes obtenus précédemment reposent sur des mesures spatio-temporelles de déplacements ou de potentiels électriques. Ces diagrammes seront d'autant plus précis que le nombre de points de mesure à la surface du cristal sera important. On peut aussi se servir des dimensions finies de

la plaque et exploiter les ondes stationnaires qui vont s'établir sur le cristal afin d'en tirer une information précise sur la dispersion des modes présents. Nous allons détailler dans cette section comment obtenir la structure de bandes du cristal par une mesure de l'impédance électrique sur une électrode.

3.6.1 Dispositif de mesure

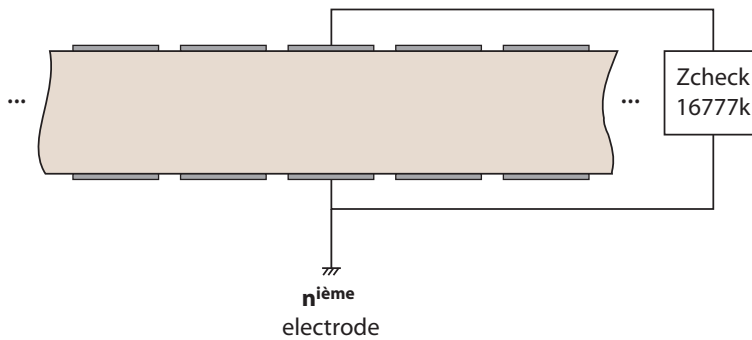


Figure 3.14 – Dispositif expérimental utilisant un analyseur d'impédance à différentes positions x_n et correspondant à la $n^{\text{ième}}$ paire d'électrodes.

La mesure d'impédance électrique s'effectue à l'aide de l'analyseur d'impédance de marque Z-Check 16777K. Celui-ci mesure l'intensité du courant électrique en imposant au dispositif à tester une tension variable sous forme de trains d'ondes sur une plage de fréquence pouvant aller de 10 Hz à 16 MHz. C'est donc en réalité l'admittance complexe Y qui est évaluée, la valeur de l'impédance complexe Z est ensuite déduite de cette admittance. Les fils conducteurs soudés aux électrodes, utilisés pour la mesure de potentiel, permettent de connecter l'analyseur d'impédance au cristal. Nous avons vérifié que la présence de ces fils conducteurs n'avait pas d'incidence sur les mesures, pas d'inductance ou capacité parasite. Les admittances Y_n sont mesurées pour chacune des n paires d'électrodes sur une plage fréquentielle [10 kHz, 1.5 MHz] avec une résolution de 50 Hz.

3.6.2 Analyse des mesures

La figure 3.15 représente la partie imaginaire de l'admittance mesurée sur la première paire d'électrodes ($n = 1$) située à l'extrémité de la plaque. On observe d'une part, une croissance linéaire de cette partie imaginaire avec la fréquence liée au comportement capacitif de la plaque piézoélectrique recouverte d'électrodes métalliques ($Y = iC\omega$) et, d'autre part, la présence de motifs caractéristiques de la présence de résonances associées aux modes de Lamb. En effet, en l'absence de charge d'impédance connecté aux électrodes, le cristal est équivalent en basses fréquences à un condensateur plan de capacité C_b . Pour $n = 1$ (sur l'extrémité du cristal), et $n = 19$ (approximativement au centre du

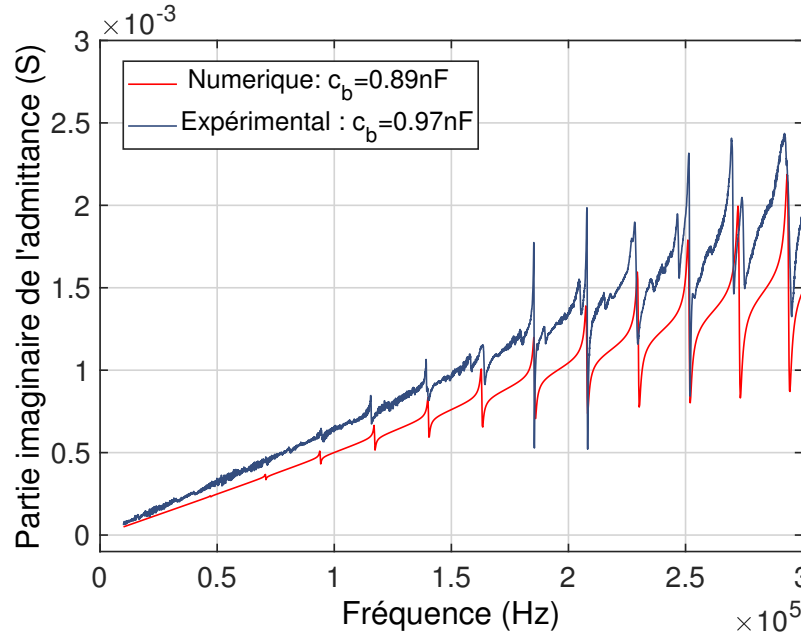


Figure 3.15 – Partie imaginaire de l'admittance mesurée et calculée (MEF) sur la première paire d'électrodes.

crystal), on déduit expérimentalement deux valeurs de capacité équivalente respectivement égales à $C_{b,1} = 0.972$ nF et $C_{b,19} = 0.890$ nF, tandis que la valeur moyenne calculée sur l'ensemble des positions donne $C_b = 0.905$ nF. Cette capacité est analogue à la capacité bloquée définie classiquement pour caractériser le comportement électrique d'une plaque piézoélectrique homogène [81].

Sur cette même figure nous donnons l'évolution en fréquence de l'admittance calculée par la MEF sur la première paire d'électrode [79]. Contrairement aux précédentes simulations effectuées à l'aide d'une analyse modale sur une cellule élémentaire, nous réalisons cette fois une analyse harmonique $2D$ sur l'ensemble du cristal. L'excitation est effectuée en imposant une différence de potentiel sinusoïdale sur la première électrode. Dans ce calcul, des pertes mécaniques sont prises en compte en introduisant une partie imaginaire égale à 0.5 % de la partie réelle de chaque coefficient du tenseur élastique c_{pq}^E . Ces pertes ont été estimées de façon empirique en ajustant les amplitudes des spectres d'impédances obtenus par calcul MEF aux spectres expérimentaux. Si les positions et les amplitudes des résonances obtenues par ce calcul sont en accord avec les fréquences de résonances expérimentales, nous pouvons constater que les pentes sont en revanche différentes. Cette pente est en effet très sensible aux défauts géométriques du cristal (dimensions des électrodes, alignement des électrodes, . . .), ce qui explique ce désaccord.

Si l'on s'intéresse maintenant à la partie réelle de l'admittance Y (figure 3.16), on constate également la présence de pics de résonance, qu'on considère pour

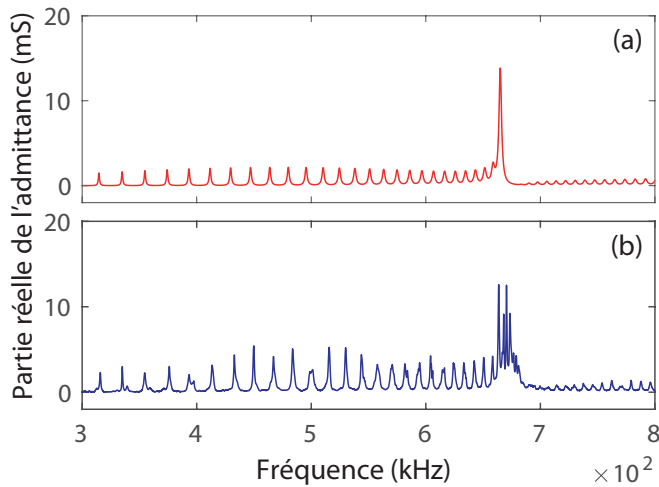


Figure 3.16 – Partie réelle de l'admittance mesurée sur la première paire d'électrodes pour le cristal fini à potentiel flottant : (a) calculée par MEF, (b) expérimentale.

les fréquences inférieures à la position du premier gap de Bragg (0.66 MHz). Dans cette plage de fréquences, seuls sont présents les modes fondamentaux S_0 et A_0 . On montre assez facilement que la position en fréquence de ces pics correspond à la présence de modes stationnaires dont le nombre d'onde k_{1m} ne peut prendre que des valeurs quantifiées, définies par $k_{1m} = \frac{\pi m}{a N}$, avec $m = 1, 2, \dots, N$, où N est le nombre d'électrodes dans la direction x_1 , $N = 40$ pour la plaque étudiée ici.

A partir de cette relation nous pouvons associer à chaque résonance, une fréquence et un nombre d'onde et ainsi reconstruire les courbes de dispersion correspondantes. 40 résonances peuvent être identifiées sur les mesures d'admittance permettant d'obtenir la courbe de dispersion expérimentale du mode S_0 en dessous du 1^{er} gap de Bragg avec une excellente précision (figure 3.17). Sur les relevés expérimentaux, des dédoublements de pics sont observés, si les pics principaux correspondent au mode S_0 , la seconde série de pics de plus faible amplitude, correspond, elle, au mode de Lamb A_0 .

Afin d'observer ce mode A_0 , on effectue une mesure d'impédance entre deux électrodes adjacentes : les électrodes $n = 1$ et $n = 2$ sur la surface supérieure de la plaque. Cette mesure différentielle favorise comme nous l'avons vu précédemment la détection des modes antisymétriques. Le résultat est donné figure 3.17(c), l'amplitude des pics décroît rapidement lorsque la fréquence diminue mais la courbe de dispersion peut être tout de même reconstruite avec une très bonne précision (figure 3.17(a)). Au-delà du 1^{er} gap, il est également possible de tracer la structure de bandes à partir des mesures d'impédances mais l'augmentation du nombre de modes rend plus difficile l'identification des pics de résonance en fréquence. Sur les spectres expérimentaux donnant les parties

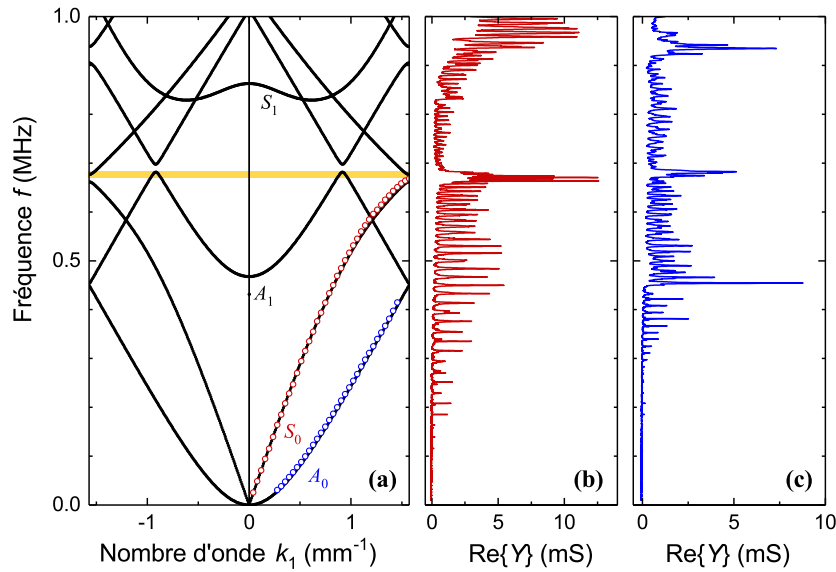


Figure 3.17 – En (a) un détail de la figure 3.11(b) illustrant la reproduction des branches de type S_0 et A_0 , avant repliement, par les points expérimentaux (cercles bleus et rouges, respectivement), relevés à partir de mesures d'impédance (b) selon l'épaisseur de la plaque et (c) entre deux électrodes adjacentes.

réelles de l'admittance, on constate une augmentation de l'amplitude des pics de résonance au voisinage des gaps. Ces pics sont associés à des modes localisés générant des déformations importantes au niveau de l'électrode où se fait la mesure. Ces modes localisés sont présents aux extrémités du cristal comme nous allons le voir par la suite.

Nous généralisons les mesures précédentes en effectuant les mesures d'admittance sur chacune des 40 paires d'électrodes du cristal. L'ensemble des spectres mesurés pour chaque position $x_n = (n - 1)a$ (position du centre de la $n^{\text{ième}}$ paire d'électrodes) est présenté en niveau de couleur figure 3.18. Les mesures ayant été faites sur des paires d'électrodes situées de part et d'autre de la plaque, on privilégie la détection des modes symétriques. On observe pour chaque position des pics de résonance associés aux modes propres de la plaque phononique piézoélectrique. La position en fréquence des pics ne varie pas, seule l'amplitude des résonances change en fonction de la position considérée. Une coupe à $f = 0.163$ MHz (figure 3.18(c)) montre l'évolution de l'amplitude en fonction de la position, à cette fréquence on observe 7 demi-longueurs d'onde S_0 sur la longueur L de l'échantillon. Sur la plage de fréquence comprise entre 0.663 MHz et 0.680 MHz qui correspond au 1^{er} gap de Bragg pour le mode S_0 , aucun pic n'est observé à l'exception des bords de plaques (électrodes $n = 1$ et $n = 40$) où des modes de bords non propagatifs sont présents et sont à l'origine des pics d'amplitude très importante visibles dans l'encart de la figure 3.18(b) mais également figure 3.17. Ces modes de bord localisés sur les extrémités du

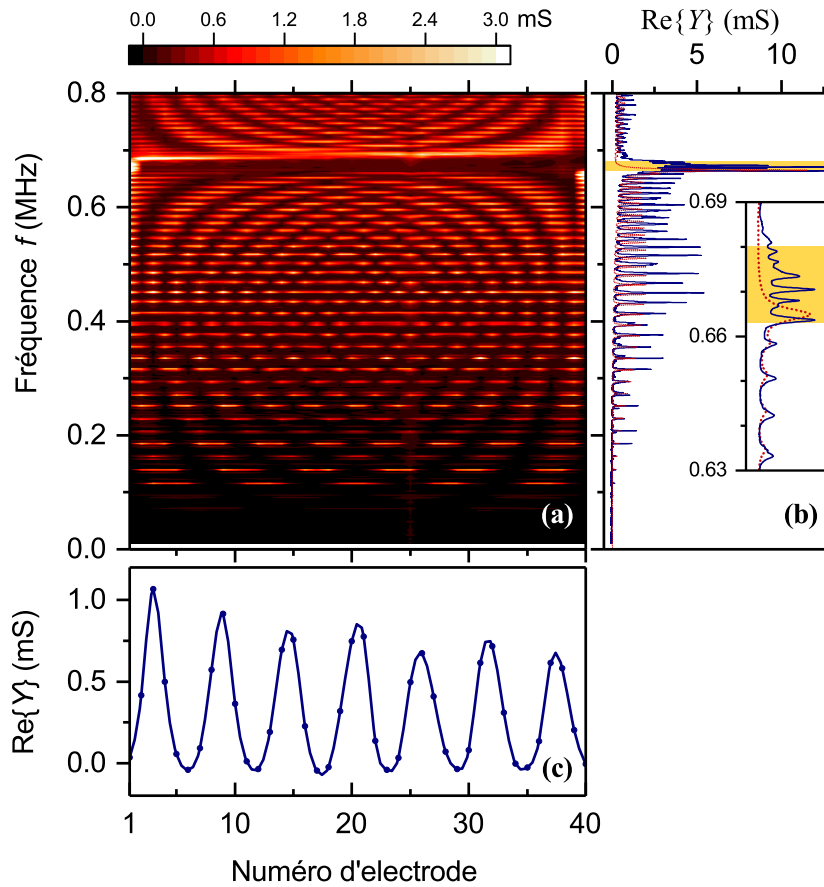


Figure 3.18 – (a) Parties réelles de l'admittance mesurées sur chacune des 40 paires d'électrodes du CP en fonction de la fréquence et de la position (selon la direction Ox_1). Les électrodes sont au potentiel flottant. Deux coupes de cette représentation sont également données : (b) évolution en fréquence de la partie réelle de l'admittance sur la première paire d'électrode $n = 1$, et (c) évolution de la partie réelle de l'admittance en fonction de la position x_1 à la fréquence $f = 0.163$ MHz ; les courbes bleues et pointillées rouges sont associées respectivement aux valeurs mesurées et calculées (MEF).

crystal ($x_1 = 0, 80$ mm) ont une amplitude qui décroît très rapidement avec la position x_1 .

3.7 Conclusions

Dans ce chapitre, nous avons présenté trois techniques expérimentales complémentaires permettant de caractériser la dispersion des modes guidés dans une plaque piézoélectrique structurée périodiquement. Les mesures de potentiel et d'impédances, exploitant le couplage piézoélectrique de la plaque, sont

très simples à réaliser. Nous pouvons efficacement utiliser les symétries du cristal en effectuant des mesures différentielles afin non seulement de reconstruire la structure de bandes du cristal mais également de discriminer les modes de Lamb selon leur symétrie. Ces méthodes de caractérisation constituent des outils d'analyse très riches que nous exploiterons dans le prochain chapitre sur des configurations de CFEs plus complexes.

Chapitre 4

Hybridation avec un mode de propagation électrique

4.1 Introduction

Alors que le chapitre précédent était consacré à la mise en place, aux tests, et interprétations des résultats fournis par les différents outils de mesure à notre disposition appliqués à un cas simple de CFEs pour une plaque phononique piézoélectrique, nous allons nous intéresser ici à différents cas de symétrie de CFEs mettant en jeu des dipôles inductifs, et d'en observer leurs effets sur les structures de bandes. Nous considérerons en particulier deux configurations distinctes (schématiquement représentées figures 4.1 et 4.6) présentant des CFEs alternées dans une cellule unité formée par les deux blocs élémentaires, i.e., $a = 2a_0 = 4$ mm et impliquant une inductance L soit en parallèle, soit en série avec la plaque, conduisant à des systèmes de symétries distinctes. Le premier système conserve la symétrie miroir par rapport au plan de la plaque, a contrario du second.

4.2 CFE symétriques : inductances connectées en parallèle à la plaque

4.2.1 Structure de bandes et analyse en termes de symétrie

Nous introduisons tout d'abord un système consistant en une cellule élémentaire incluant deux blocs (période spatiale $a = 4$ mm) : les conditions de frontière électriques ne sont pas uniformes le long de cette cellule unité, représentée sur la figure 4.1. L'inductance (on prend ici $L = 150 \mu\text{H}$) est appliquée sur les électrodes de numéro pair, parallèlement à la plaque ; la structure conserve

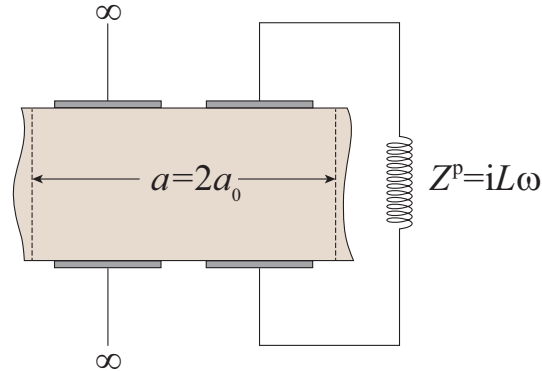


Figure 4.1 – Cellule élémentaire du cristal phononique piézoélectrique de paramètre de maille $a = 2a_0$ pour le cas des CFEs alternées : la première paire d'électrodes est à potentiel flottant, la deuxième paire étant connectée en parallèle à une inductance ($Z^p = iL\omega$).

cependant la symétrie miroir par rapport au plan x_1Ox_2 (passant au centre de la plaque et parallèle à ses deux surfaces caractéristiques).

Premièrement, on applique la même méthodologie qu'utilisée précédemment pour le cas du cristal phononique en potentiel flottant (voir chapitre 3). La double transformée de Fourier rapide des signaux de potentiel électrique enregistrés à chaque position d'électrode x_n sur les faces supérieure ($V^u(x_n, t)$) et inférieure ($V^d(x_n, t)$) de la plaque sont pratiquement identiques et conduisent à un diagramme de dispersion s'étendant sur les 1^{ère} et 2^{ème} ZB (deux points de mesure sont maintenant inclus dans chacune des $N = 20$ cellules élémentaires constituant le cristal de dimension finie) comme montré sur la figure 4.2(a). La différence et la somme des potentiels des faces supérieure et inférieure, $V^u(x_n, t) - V^d(x_n, t)$ et $V^u(x_n, t) + V^d(x_n, t)$, conduisent respectivement à deux diagrammes de dispersion (voir figures 4.2(b) et (c)) décomposant la structure de bandes de la figure 4.2(a) en une partie symétrique et une partie antisymétrique. Afin de faciliter l'analyse de ces tracés, nous avons calculé la structure de bandes du cristal infini correspondant, représentée sur les figures 4.2(d), (e), et (f). Il est prévisible que le doublement de la longueur de la cellule élémentaire, par comparaison au cas du système examiné au chapitre 3, va provoquer un repliement des bandes du cristal à potentiel flottant (figure 3.11(b)) en $k_1 = \frac{\pi}{2a_0} = 785.4 \text{ m}^{-1}$. De plus, la connexion d'inductances doit faire apparaître des modes localisés provenant de résonances électriques de type "LC" générées par le couplage de l'inductance L , chargeant chaque cellule, avec le condensateur virtuel (ou une combinaison de condensateurs) décrivant de façon effective le couplage électromécanique au sein de la plaque piézoélectrique. En effet, l'image précédente est confirmée sur la figure 4.2(d), et la bande quasi plate centrée à 0.45 MHz environ semble être un bon candidat pour des modes localisés issus de résonateurs électriques (sur cette figure on

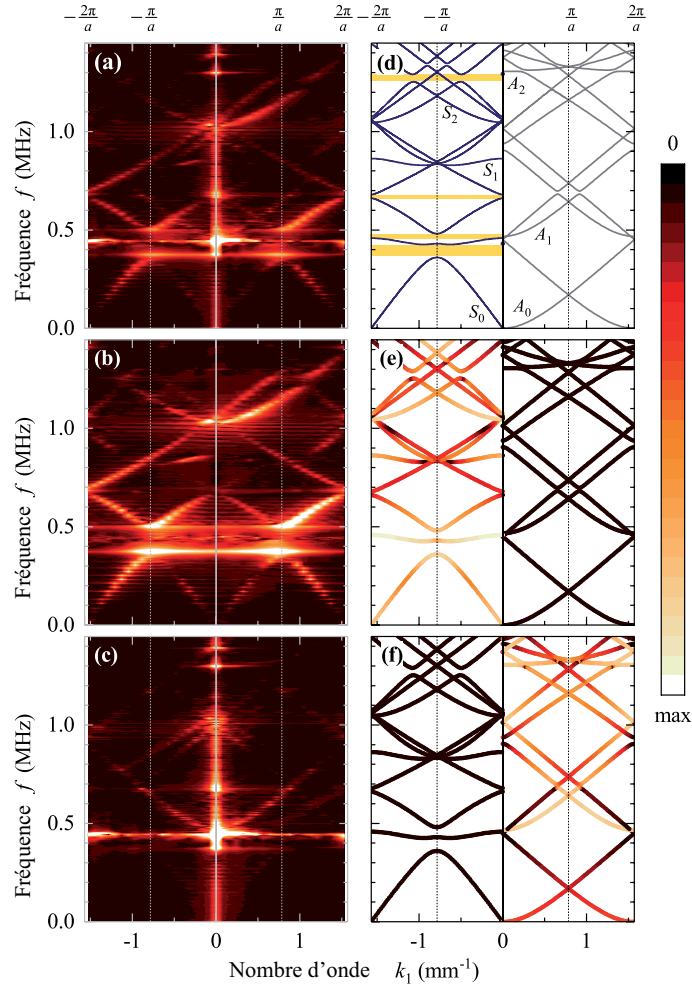


Figure 4.2 – Panneau de gauche : Structure de bandes expérimentale du cristal phononique piézoélectrique dont les CFEs sont décrites figure 4.1 consistant en $N = 20$ cellules élémentaires de longueur $a = 2a_0 = 4$ mm, obtenue par FFT 2D des signaux de potentiel électrique (a) enregistrés sur une électrode de la face supérieure $V^u(x_n, t)$, à partir (b) de la différence $V^u(x_n, t) - V^d(x_n, t)$, et, (c) de la somme $V^u(x_n, t) + V^d(x_n, t)$, des signaux de potentiel électrique mesurés sur chaque face de la plaque (toutes les palettes de couleur sont saturées). Panneau de droite : les structures de bandes correspondantes obtenues via simulation par éléments finis. En (d) les familles de modes symétriques (lignes bleu épaisses) et antisymétriques (fines lignes grises) sont représentées séparément sur les parties d'abscisses négative et positive de la 1^{ère} et de la 2^{ème} ZB, pour une meilleure lisibilité. Les régions colorées en jaune indiquent les gaps en fréquence pour les modes symétriques dans le domaine fréquentiel analysé. En (e) et (f) les tracés des modes de Lamb de (d) sont colorés au moyen d'une palette indexée à la différence et la somme des moyennes calculées des potentiels sur les électrodes des faces supérieure et inférieure de la cellule élémentaire.

utilise toujours les notations usuelles adoptées pour les modes de Lamb dans une plaque homogène).

En utilisant la même opération que dans le cas des figures 3.12(a) et 3.13(a), on observe que la différence (4.2(e)) et la somme (4.2(f)) survivent en formant deux classes séparées de modes de plaque phononique piézoélectrique, en coïncidence avec l'étiquetage lié au caractère symétrique ou antisymétrique des bandes de fréquences de la plaque homogène correspondante. La configuration étudiée voit cette propriété héritée du système initial (c'est-à-dire la plaque homogène) dans la mesure où la symétrie miroir horizontale n'est pas détruite. Un bon accord observé entre les résultats expérimentaux et les prévisions numériques montre que la bande plate est à caractère symétrique (voir 4.2(e)). Sur la figure 4.2(b) les modes S_0 , S_1 , et S_2 sont clairement identifiés. Plus important encore, deux bandes plates, situées aux fréquences 0.374 et 0.503 MHz, sont observées sur l'image expérimentale, bien que non visibles sur le tracé des courbes de dispersion calculées de la figure 4.2(e) (elles seront discutées plus loin). Concernant le sous-espace antisymétrique, comme dans le cas du système étudié au chapitre 3, la branche A_0 est discernable uniquement après son premier repliement et proche du centre de la 1^{ère} ZB, à environ 1.00 MHz, tandis que la branche A_1 est aisément identifiée.

4.2.2 Origine des modes et modèle de ligne équivalent

Nous allons maintenant analyser la contribution symétrique des courbes de dispersion pour le domaine des fréquences inférieures à 0.75 MHz. Sur la figure 4.3(b) on fournit un détail de la figure 4.2(d) alors que sur la figure 4.3(a) on fournit le calcul numérique de la structure de bandes du cristal étudié après annulation du couplage électromécanique : tous les coefficients e_{ip} sont mis à zéro et on prévoit que toute bande de résonance électrique résultant de l'interaction électrique des résonateurs LC va se manifester sous une forme non hybride, i.e., sans aucune interaction avec quel que mode élastique de Lamb de la plaque phononique qu'il puisse exister. Après comparaison minutieuse de la figure 4.3(a) avec la courbe de dispersion du système étudié au chapitre 3 (figure 3.11(b)), repliée à $k_1 = 785.4 \text{ m}^{-1}$, on en conclut que la bande plate présente de 0.482 MHz ($\frac{k_1 a}{\pi} = 1$) à 0.524 MHz ($\frac{k_1 a}{\pi} = 0$) est la bande de résonance électrique ; le reste des bandes correspond typiquement aux modes de Lamb. Dans le système réel (voir figure 4.3(b)), ces modes se présentent légèrement plus bas en fréquence, en raison des modifications des paramètres électromécaniques intervenant dans le problème aux valeurs propres [41] après annulation des termes de couplage.

Afin de confirmer l'origine électrique de cette bande plate, un modèle équivalent de ligne électrique est développé, pour décrire mais aussi reproduire le couplage des résonateurs électriques isolés, arrangés en une chaîne périodique. La cellule élémentaire est décrite par un condensateur de couplage de capacité C connectant les lignes supérieure et inférieure, chacune de ces lignes corres-

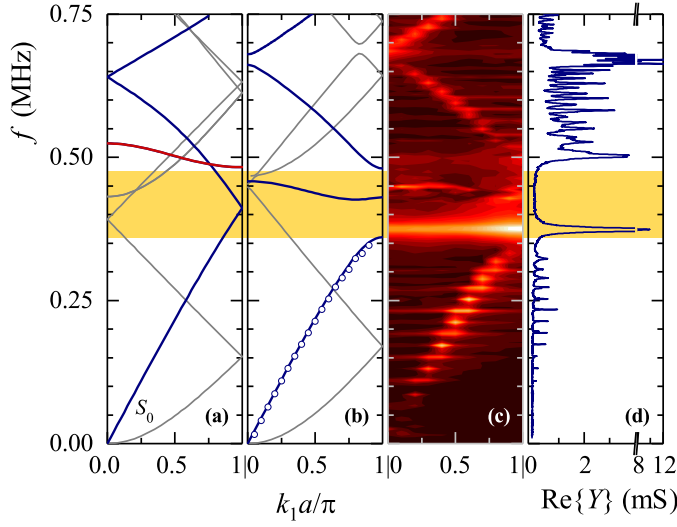


Figure 4.3 – Structure de bandes calculée pour le cristal représenté figure 4.1 avec (a) absence de couplage électromécanique et (b) couplage électromécanique totalement pris en compte. Les trajectoires colorées suivent la même nomenclature que sur la figure 4.2 et la ligne rouge représente la bande électrique identifiée numériquement par utilisation du modèle de ligne de transmission donné par (4.2.2). La structure de bandes expérimentale, obtenue par FFT 2D de la différence des signaux de potentiels de face supérieure et inférieure, mesurés exclusivement sur les paires d'électrodes de numéro pair, est représentée sur (c). La partie réelle de l'admittance Y montrée en (d) est mesurée en $n = 1$; la position des pics de ce spectre permet de reproduire la bande S_0 en (b) (symboles vides). La zone colorée en jaune représente la région de gap prédite numériquement par le tracé de (b).

pendant à la série d'électrodes supérieures et inférieures de la plaque structurée, décrites par des condensateurs plans de capacité C_s orientés selon Ox_1 ; le circuit équivalent à une cellule élémentaire est représenté figure 4.4. On définit toutes les tensions nécessaires au calcul sur la cellule élémentaire en entrée, V_{A_j} , en sortie, $V_{B_j} = \mathcal{P}V_{A_j}$, mais également aux bornes de l'inductance, V_{M_j} , prises par rapport à une référence de potentiel commune, avec $j = 1, 2$, et où $\mathcal{P} = e^{-ik_1a}$ est le facteur de phase de Bloch (supposant une dépendance temporelle $e^{+i\omega t}$ de tous les champs); les courants d'entrée et de sortie sont respectivement I_j et $\mathcal{P}I_j$. En appliquant les lois de Kirchoff, il vient

$$\begin{aligned} \frac{V_{A_j} - V_{M_j}}{I_j} &= \frac{V_{M_j} - V_{A_j}\mathcal{P}}{I_j\mathcal{P}} = Z_s, \quad j = 1, 2, \\ \frac{V_{M_1} - V_{M_2}}{I_1(1 - \mathcal{P})} &= \frac{V_{M_2} - V_{M_1}}{I_2(1 - \mathcal{P})} = \frac{Z_C Z_L}{Z_C + Z_L}, \end{aligned} \quad (4.2.1)$$

en ayant défini $Z_s = \frac{1}{iC_s\omega}$, $Z_C = \frac{1}{iC\omega}$, et $Z_L = iL\omega$. A partir des Eqs (4.2.1) on peut facilement voir que $I_1 = -I_2$, $V_{A_1} = -V_{A_2}$, $V_{M_1} = -V_{M_2}$, et $V_{M_j} =$

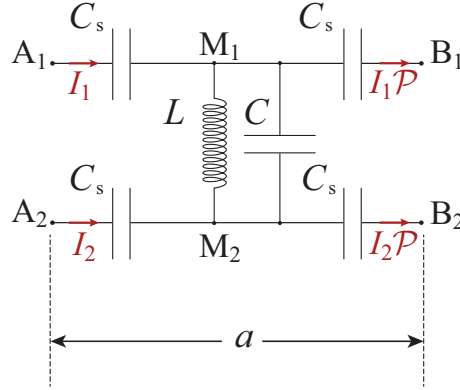


Figure 4.4 – Cellule élémentaire d'une ligne de transmission périodique décrivant de façon équivalente la configuration de la figure 4.1 quand le couplage électromécanique est annulé.

$V_{A_j} \frac{2\mathcal{P}}{1+\mathcal{P}}$, permettant de réduire le système précédent à une forme 2×2 qui, après élimination du rapport $\frac{V_{A_1}}{I_1}$, conduit à une équation séculaire ne dépendant que de \mathcal{P} et de l'ensemble des impédances de la cellule élémentaire. On obtient finalement l'équation de dispersion de la bande de résonance électrique

$$\omega = \omega_0 \left(1 + \frac{C_s}{C} \sin^2 \frac{k_1 a}{2} \right)^{-\frac{1}{2}}, \quad (4.2.2)$$

où $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ est la pulsation au centre de la zone de Brillouin ($k_1 = 0$); à la frontière de la ZB ($k_1 = \frac{\pi}{a}$) on obtient $\omega_\pi = \frac{1}{\sqrt{L(C+C_s)}}$. La largeur $\Delta\omega = \omega_0 - \omega_\pi$ de cette bande de résonance en cosinus est finie. Les paramètres équivalents C et C_s sont facilement déterminés par mise en oeuvre d'une identification non-linéaire de la bande électrique calculée par éléments finis; la courbe résultant de cette identification représentée en rouge sur la figure 4.3(a), en utilisant la relation (4.2.2), coïncide parfaitement avec la bande calculée précédemment. On obtient $C = 0.614$ nF et $C_s = 0.110$ nF, valables le long de la totalité de la bande.

Dans le système réel, le couplage électromécanique doit bien évidemment être pris en compte et la bande électrique plate va interagir avec les modes de Lamb de même symétrie, conduisant à l'ouverture de gaps d'hybridation dans les régions de croisement. Dans notre cas, la bande de résonance électrique, résultant du couplage via les coefficients e_{ip} se translate à basse fréquence et interagit avec la première branche de S_0 ainsi que son repliement. De façon accidentelle, le gap d'hybridation se produit au voisinage du premier gap de Bragg de S_0 , conduisant alors à un élargissement significatif de la région du gap qui maintenant s'étend de 0.360 à 0.481 MHz interrompue par la bande plate présente à l'intérieur de celui-ci et s'étendant de 0.426 à 0.458 MHz. La présence

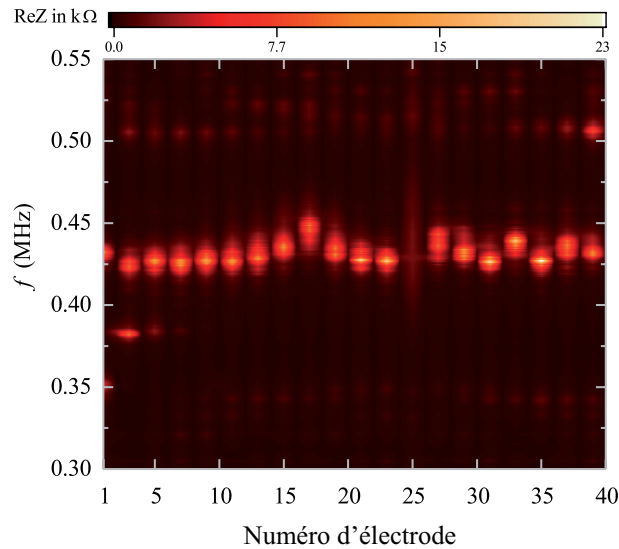


Figure 4.5 – Evolution des parties réelles de l'impédance électrique en fonction des positions des électrodes, mesurées selon la direction Ox_1 pour le système de la figure 4.1, à l'intérieur de la région du gap marquée figure 4.3.

de ce large gap *partiel* (seulement pour les modes symétriques) est confirmée dans le diagramme expérimental de dispersion (figure 4.2(b)), ce qui n'est pas le cas pour la bande de résonance électrique plate, centrée à 0.442 MHz sur le tracé de la structure de bandes calculée figure 4.3(b), mais difficilement visible sur la structure de bande expérimentale. Il est probable qu'elle soit partiellement occultée par d'autres contributions de grande amplitude. On se rappellera que les inductances L sont connectées aux paires d'électrodes paires, dans notre cristal ; pour cette raison, on répète la FFT de la figure 4.2(b) en prenant seulement en compte les signaux aux électrodes de numéro pair. Le résultat est représenté figure 4.3(c), révélant clairement la présence du gap (de 0.373 à 0.500 MHz) conjointement à une partie de la bande plate de résonance à l'intérieur de ce domaine de fréquence, s'étendant de 0.433 à 0.454 MHz. Il est utile de se souvenir que la bande plate résulte d'un mélange entre modes de résonance électrique et S_0 , les points appartenant aux trois premiers quarts le long de cette ligne possédant un caractère d'origine électrique résonnant plus fort. Pour ces points, nous savons (et cela a été confirmé par les simulations numériques) que les déformations selon l'épaisseur (direction Ox_3) de la plaque sont de plus forte amplitude sur la partie de la cellule élémentaire où l'inductance L est branchée (moitié droite) et bien plus faible dans l'autre partie (moitié gauche) de la cellule où les CFE à potentiel flottant sont appliquées (voir figure 4.1).

On corrobore cette image à l'aide de la mesure de l'impédance à l'électrode en première position. Plus précisément, la partie réelle de l'admittance représentée sur la figure 4.3(d) révèle de nombreux pics très étroits à des fréquences inférieures à 0.346 MHz, dont l'assignement à des valeurs discrètes de nombre

d'onde suivant une loi $k_{1,m} = \frac{\pi m}{a N}$, $m = 1, 2, \dots, N$, pour $N = 20$, reproduit très fidèlement la branche S_0 (voir symboles sur la figure 4.3(b)). Une région exempte de pics de résonance s'étendant de 0.392 à 0.484 MHz correspond au gap prédit par les simulations numériques, délimité par deux pics forts sur le spectre de Y à 0.374 et 0.503 MHz. La FFT inverse des potentiels électriques associés à ces deux bandes plates montre qu'elles correspondent aux modes de longueur d'onde $\lambda \approx 4a_0$, localisés dans quelques cellules élémentaires du cristal proches du point d'excitation. Les spectres d'admittance Y_n mesurés selon la direction Ox_1 aux positions x_n ne permettent pas l'identification de la bande électrique, perturbés par de nombreuses contributions liées aux phénomènes d'interférence, sensibles à la présence des inductances L . L'impédance semble fournir une image plus claire, en accord avec les résultats trouvés à partir de l'analyse des potentiels électriques. Sur la figure 4.5 est tracée l'évolution de la partie réelle de l'impédance, enregistrée selon la direction Ox_1 , en fonction de la fréquence, à l'intérieur de la région du gap de la figure 4.3(b). On observe la présence de nombreux groupes de résonances de grande amplitude, chacun contenant plus d'un pic de résonance qui ne peuvent être clairement résolus. Ils forment une bande de résonance s'étendant de 0.418 à 0.455 MHz, correspondant bien à la région fréquentielle exhibée sur la figure 4.3(c).

4.3 CFE non-symétriques : inductances connectées en série à la plaque

4.3.1 Structure de bandes et analyse en termes de symétrie

Comme ultime illustration, on examine le système décrit en figure 4.6, qui, une nouvelle fois, consiste en une cellule élémentaire formée de deux blocs simples (longueur de cellule $a = 4$ mm), à la différence actuelle que dorénavant, les conditions de frontières électriques CFEs ne sont plus symétriques par rapport au plan médian horizontal de la plaque : des conditions de potentiel flottant sont appliquées à la partie gauche (électrodes de numéro impair) de la cellule élémentaire (comme pour le système précédent) ; la partie droite (électrodes de numéro pair) est chargée par une inductance $L = 150 \mu\text{H}$ connectée en série avec la plaque sur l'électrode inférieure, tandis que l'électrode supérieure est laissée à potentiel flottant.

On répète alors les mêmes étapes de notre analyse concernant les courbes de dispersion de ce système. Encore une fois, on récupère les structures de bandes expérimentales après une double transformée de Fourier rapide appliquée aux potentiels électriques recueillis à chaque position d'électrode des faces supérieure ($V^u(x_n, t)$) et inférieure ($V^d(x_n, t)$) de la plaque : les images correspondantes, représentées respectivement sur les figures 4.7(a) et (b), diffèrent, ainsi qu'on pouvait le prévoir par l'absence de symétrie miroir par rapport au plan x_1Ox_2 . Les principales différences résident dans le domaine fréquentiel en

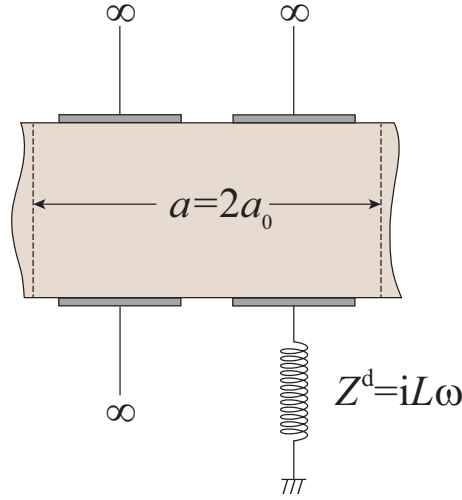


Figure 4.6 – Cellule élémentaire du cristal phononique piézoélectrique de paramètre de maille $a = 2a_0$ pour le cas des CFEs alternées : la première paire d'électrodes en vis-à-vis est à potentiel flottant, ainsi que celle de la face supérieure de la deuxième paire, celle de la face inférieure étant connectée à une inductance ($Z^d = iL\omega$) en série.

dessous de 0.45 MHz et concernant l'affaiblissement, dans le cas des mesures sur la face inférieure, du mode S_0 en dessous du premier gap d'hybridation s'étendant de 0.312 à 0.343 MHz, tandis que la bande juste au dessus de ce gap comprise entre 0.343 et 0.442 MHz ainsi qu'une portion quasiment plate de courbe de dispersion à $f \simeq 0.300$ MHz semblent être renforcées. Ces observations suggèrent que ces modes sont fortement liés à la présence des inductances et doivent contenir un pourcentage important d'hybridation avec la résonance électrique. Sur les figures 4.7(c) et (d) on montre, comme à l'accoutumée, la courbe de dispersion issue de la FFT de la différence $V^u(x_n, t) - V^d(x_n, t)$, et de la somme $V^u(x_n, t) + V^d(x_n, t)$, des enregistrements des signaux sur chaque face de la plaque. Les structures de bandes calculées à l'aide des constantes élastiques, électriques et piézoélectriques présentes dans la table A.2, sont montrées figures 4.7(e), (f) et (g), en utilisant la même représentation : on indexe la coloration tout au long de ces courbes aux valeurs de la différence et de la somme des potentiels électriques des électrodes des faces supérieure et inférieure de chaque cellule élémentaire ; les résultats sont en bon accord avec l'image expérimentale.

La différence la plus marquante par comparaison avec les deux cas précédemment étudiés (figures 3.8, 4.1), est l'absence de croisement entre n'importe quel couple de trajectoire de dispersion : chaque fois que deux courbes se rencontrent, une répulsion est observée, traduisant une interaction (quel que soit le degré de cette interaction, forte ou faible). Ceci implique que toutes ces bandes appartiennent à la même classe de symétrie, c'est-à-dire que leur classification

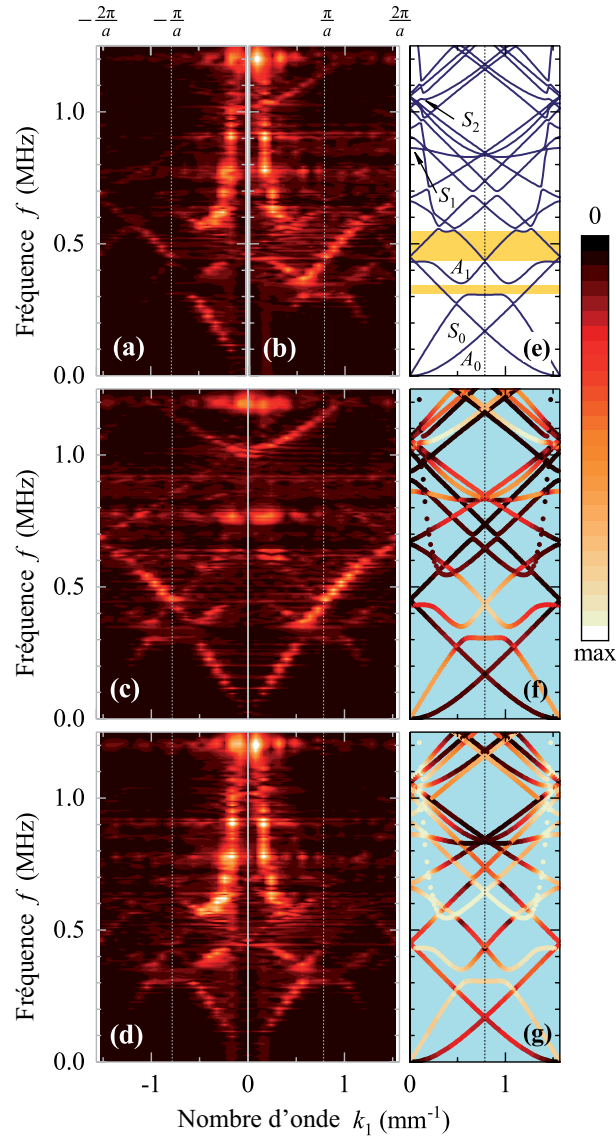


Figure 4.7 – Panneau de gauche : Structure de bandes expérimentale du cristal phononique piézoélectrique dont les CFEs sont décrites figure 4.6 consistant en $N = 20$ cellules élémentaires de longueur $a = 2a_0 = 4$ mm, obtenue par FFT 2D des signaux de potentiel électrique enregistrés sur les électrodes (a) de face supérieure $V^u(x_n, t)$, et (b) de face inférieure $V^d(x_n, t)$ respectivement, à partir (c) de la différence $V^u(x_n, t) - V^d(x_n, t)$, et (d) de la somme $V^u(x_n, t) + V^d(x_n, t)$, des signaux de potentiels électriques mesurés sur chaque face de la plaque (tous les niveaux de couleur sont saturés). Panneau de droite : les structures de bandes correspondantes obtenues via simulation par éléments finis. En (e) les régions colorées en jaune soulignent les répulsions résultant de l'interaction du mode de résonance électrique avec les modes guidés S_0 et A_1 de la plaque. En (f) et (g), les pseudo modes de Lamb de (e) sont colorés avec une palette représentant respectivement les différence et somme des potentiels moyens des électrodes des faces supérieure et inférieure de la cellule élémentaire.

en terme de mode symétrique et antisymétrique n'est plus strictement valable, dans la mesure où le système en question possède une symétrie plus basse à cause du chargement inductif sur une seule des quatre électrodes de la cellule. Ceci est également confirmé par l'image donnée sur les figures 4.7(f) et (g). Chaque mode propre contient les deux contributions "symétrique" ($V^u - V^d$) et "antisymétrique" ($V^u + V^d$) des potentiels et est —avec une intensité plus ou moins grande— observable dans les deux représentations. En guise d'exemple, la branche S_0 n'est plus purement symétrique, mais un mélange de contributions symétrique et antisymétrique. C'est pourquoi, à strictement parler, l'étiquetage des différentes trajectoires de dispersion en terme des modes présents dans une plaque homogène n'est plus approprié dans ce cas, et devrait être évité, nuancé par le fait qu'il reste d'usage commode. Enfin, les résultats présentés sur la figure 4.7 révèlent l'existence d'une courbe inhabituelle possédant une partie quasi verticale à $k_1 \simeq 0.125 \text{ mm}^{-1}$ pour un domaine de fréquences supérieures à 0.55 MHz. Cette branche présente un fort caractère antisymétrique hybride, pouvant se révéler d'origine résonnante électrique, induite par la présence des inductances L se couplant à la plaque piézoélectrique effectivement décrite par un réseau équivalent de condensateurs plans.

4.3.2 Origine des modes et modèle de ligne équivalent

Afin de clarifier ce point, on calcule la structure de bandes du système lorsque le couplage électromécanique est désactivé (en imposant $e_{ip} = 0$). Les résultats, représentés sur la figure 4.8(a) révèlent en effet une très large bande de type hyperbole de vitesse de groupe nulle à 0.374 MHz (à la frontière de la 1^{ère} ZB), qui tire son origine des résonateurs de type LC ; les branches élastiques restantes coïncident avec celles du système précédent, présentées sur la figure 4.3(a). Une tentative de description de cette bande électrique peut être effectuée via un modèle de ligne de transmission périodique dont la cellule unité est donnée sur la figure 4.9. Pour prendre en compte l'asymétrie par rapport au plan x_1Ox_2 que présente la cellule élémentaire du cristal (figure 4.6), nous supposons que les capacités C_s se différencient pour les deux faces, supérieure et inférieure. En utilisant la même nomenclature qu'en § 4.2.2 pour les grandeurs électrocinétiques concernant les ports gauche et droit pour la prise en compte du facteur de phase de Bloch, l'application des lois de Kirchhoff donne

$$\begin{aligned} \frac{V_{A_j} - V_{M_j}}{I_j} &= \frac{V_{M_j} - V_{A_j} \mathcal{P}}{I_j \mathcal{P}} = Z_s^\nu, \\ \frac{V_{M_1} - V_{M_2}}{I_1(1 - \mathcal{P})} &= Z_C, \\ \frac{V_{M_2}}{(I_1 + I_2)(1 - \mathcal{P})} &= Z_L. \end{aligned} \quad (4.3.1)$$

Dans les expressions précédentes, on a défini $Z_s^\nu = \frac{1}{iC_s^\nu \omega}$ avec $\nu = u(d)$ pour $j = 1(2)$, tandis que $Z_C = \frac{1}{iC\omega}$ et $Z_L = iL\omega$, comme dans le cas précédent

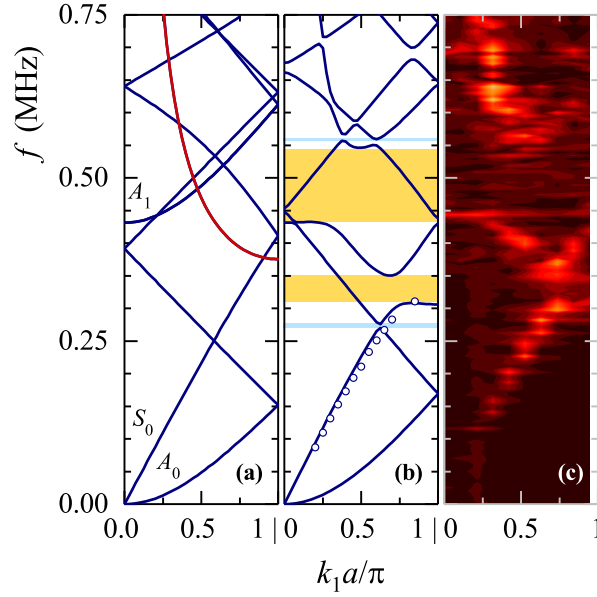


Figure 4.8 – Structure de bandes calculée pour le cristal représenté figure 4.6 avec (a) absence de couplage électromécanique et (b) couplage électromécanique pleinement pris en compte. Les trajectoires colorisées grâce à une palette suivent la même nomenclature que sur la figure 4.7 et la trajectoire rouge représente la bande électrique avec paramètres numériquement identifiés en utilisant le modèle de ligne de transmission donné en Eq. (4.3.3). En (c) la structure de bandes expérimentale obtenue à partir de la FFT 2D de la somme des signaux de potentiels des paires d'électrodes supérieure et inférieure de numéro impair est donnée à titre de comparaison. Les pics de résonance de la partie réelle de l'admittance Y_1 sont utilisés pour reproduire la bande S_0 en (b) (symboles vides). Les régions colorées en jaune et en bleu représentent respectivement les répulsions (voir texte) et gaps fréquentiels absolus.

(§ 4.2.2). A l'aide des Eqs. (4.3.1) on peut facilement déduire

$$\begin{aligned} I_j &= V_{A_j} \frac{1}{Z_s^v} \frac{1 - \mathcal{P}}{1 + \mathcal{P}}, \\ V_{M_j} &= V_{A_j} \frac{2\mathcal{P}}{1 + \mathcal{P}}, \end{aligned} \quad (4.3.2)$$

réduisant le système (4.3.1) à une forme 2×2 qui, après élimination des inconnues V_{A_j} , conduit à une équation séculaire dépendant seulement de \mathcal{P} et des impédances caractérisant la cellule élémentaire. On obtient ainsi la relation suivante décrivant la dispersion de la bande fréquentielle des résonances électriques

$$\omega = \omega_0 \left[1 + 2 \frac{C_s^d}{C} \sin^2 \frac{k_1 a}{2} - \left(1 + 2 \frac{C_s^u}{C} \sin^2 \frac{k_1 a}{2} \right)^{-1} \right]^{-\frac{1}{2}}, \quad (4.3.3)$$

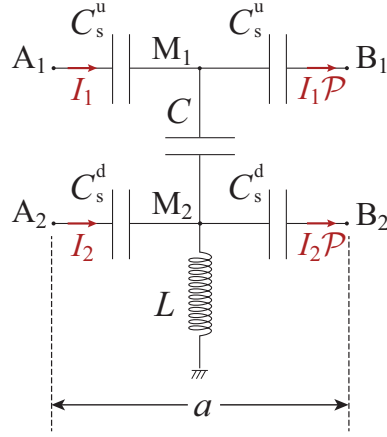


Figure 4.9 – Cellule élémentaire d'une ligne de transmission périodique décrivant de façon équivalente la configuration de la figure 4.6 quand le couplage électromécanique est annulé.

où encore une fois $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$, tandis que pour des valeurs du nombre d'onde proches du centre de la ZB, la pulsation est approximativement donnée par $\omega\left(\frac{k_1 a}{\pi} \ll 1\right) \approx \frac{\omega_1}{k_1 a}$, avec $\omega_1 = \frac{1}{\sqrt{L \frac{(C_s^u + C_s^d)}{2}}}$, qui diverge en adoptant un comportement quasi-hyperbolique; à la frontière de la ZB ($k_1 = \frac{\pi}{a}$) on trouve $\omega_\pi = \omega_0 \left[1 + 2\frac{C_s^d}{C} - \left(1 + 2\frac{C_s^u}{C}\right)^{-1}\right]^{-\frac{1}{2}}$. La largeur $\Delta\omega = \frac{\omega_1}{k_1 a} - \omega_\pi$ de cette bande est infinie. Les paramètres équivalents C , C_s^u et C_s^d de l'Eq. (4.3.3) sont aisément déterminés par identification non-linéaire point à point de la bande résonnante calculée par éléments finis; la courbe résultant de cette identification représentée en rouge sur la figure 4.8(a), en utilisant la relation (4.3.3), coïncide parfaitement avec la bande calculée précédemment. On obtient $C = 1.658$ nF, $C_s^u = 0.983$ nF et $C_s^d = 0.149$ nF, valables le long de la totalité de la bande électrique.

Nous passons maintenant au cas de couplage électromécanique (voir figure 4.8(b) qui correspond à un détail de la figure 4.7(e)). La bande de résonance électrique très étendue se couple avec les modes de Lamb de la plaque phononique et interagit fortement avec A_1 et dans une moindre mesure avec S_0 , aboutissant à un évitement large, respectivement de 0.308 à 0.350 MHz, et de 0.432 à 0.546 MHz. Finalement, l'apparition de gaps d'hybridation absolus est également observée (voir les régions colorées en bleu dans la figure 4.8(b)), centrés en 0.275 et 0.558 MHz, résultant de l'interaction faible entre les modes S_0 et A_0 pour le premier, et entre la bande de résonance électrique non-hybridée (lignes rouges en pointillé) et certains modes guidés de la plaque pour le second. Il est à noter que, bien que le cas d'un circuit de charge inductive L ait déjà été considéré par le passé [39], la configuration étudiée ici produit des caractéristiques

téristiques sans précédent en terme de courbe de dispersion, associées à une bande de résonance électrique très étendue, dont le caractère de basse symétrie (hybridation de mode antisymétrique dominant avec des modes symétriques) conduit à une interaction forte avec le mode A_1 et dans un degré moindre, avec S_0 ; l'inverse avait été observé dans le cas du système présenté au § 4.2.

4.4 Conclusions

Dans ce chapitre, l'influence de la symétrie des conditions de frontières électriques sur celle des solutions de structures de bandes d'un cristal phononique piézoélectrique chargé par des circuits inductifs a été étudiée expérimentalement, mais également confrontée à un modèle équivalent de ligne de transmission électrique qui bien que très simplifié par rapport à la réalité, puisque purement unidimensionnel, permet de rendre compte efficacement des phénomènes nouveaux induits par ces connexions, même s'il ne peut rendre compte sous sa forme actuelle de la complexité du couplage électromécanique.

Conclusions et Perspectives

Les travaux réalisés au cours de cette thèse ont concerné le contrôle électrique de la propagation d'ondes élastiques dans une plaque PZ26 polarisée suivant son épaisseur recouverte d'électrodes sur ses deux faces. L'objectif est l'étude des propriétés dispersives, ainsi que la présentation de nouvelles façons d'accorder les structures de bandes en modifiant les conditions de frontières électriques (CFE) (court-circuit, circuit ouvert, ou inductance) avec une confrontation de la théorie avec l'expérience. Les résultats expérimentaux présentés sont adossés exclusivement sur des mesures tout électriques obtenues par des mesures d'impédances, et de potentiel.

Les deux premiers chapitres du manuscrit proposent le développement d'un modèle analytique complet permettant d'expliquer la propagation des ondes élastiques dans les cristaux phononiques (CP) à une dimension, comparé avec succès aux résultats d'un modèle éléments finis (MEF). L'usage conjoint de tous les phénomènes élastodynamiques, piézoélectriques dans la plaque structurée périodiquement à l'aide d'un réseau d'électrodes identiques à ses interfaces nous a permis d'obtenir analytiquement les courbes de dispersion. Il est basé sur un formalisme de décomposition en ondes planes du champ élastique de déplacement à l'intérieur de la plaque piézocéramique en adéquation avec les conditions de Bloch-Floquet aux limites élastiques et électriques. Selon la nature des CFE, on a montré qu'il était possible de prédire la création de nouvelles branches hybrides issues du couplage entre les modes guidés de plaque et des résonances électriques accordables, et de modéliser leur dispersion. Entre autres, le contrôle de la position et largeur de bande interdite de Bragg (BG), ou bien la création de modes à vitesse de groupe quasi-nulle associés à l'ouverture d'une bande interdite d'hybridation (HBG) sub-longueur d'onde.

La démonstration a été effectuée sur différentes configurations utilisant des CFE symétriques, asymétriques, ou bien des circuits contenant des inductances combinées ou pas à des capacités. On a pu mettre en évidence d'une part les gaps d'hybridation provenant de la répulsion entre bandes de même symétrie, associées à des modes guidés de type Lamb, et d'autre part la présence de modes résonnants induits par des circuits externes contenant des inductances. La démarche originale développée à travers cette étude théorique nous a permis de prédire l'accordabilité fréquentielle non destructive grâce à plusieurs variantes

de commandes électriques.

Le troisième chapitre s'intéresse à la caractérisation de notre structure phononique avec un ajustement des constantes piézoélectriques, électriques, et mécaniques fournies par le fabricant, ainsi qu'à la mise en œuvre de trois techniques expérimentales. La première d'entre elles basée sur la vibrométrie laser Doppler s'effectue au moyen de mesures optiques, alors que les deux autres qui sont tout électrique font appel à la mesure du potentiel, et la mesure d'impédance. Les premiers résultats expérimentaux confirmés par la méthodes des éléments finis nous ont permis de valider les différents protocoles proposés.

Au quatrième chapitre nous avons caractérisé les modes de Lamb générés dans une plaque piézocéramique PZ26 active en interaction avec les modes électriques résonants localisés induits par des charges d'impédances inductives extérieures. Les expériences ont été menées sur le CP comportant 40 électrodes avec une excitation électrique sur la première paire d'électrodes. Les techniques de mesure du potentiel, et d'impédance décrits dans le chapitre précédent nous ont permis d'analyser la forme, et la symétrie des courbes de dispersion. Deux types de structures ont été étudiés : CFE symétriques, et non-symétriques. Pour chacune d'elles, les mesures de potentiel, d'impédance, ainsi que la modélisation par éléments finis ont été menées pour des impédances inductives connectées en série et en parallèle à la plaque.

Les résultats expérimentaux validés par des simulations par MEF ont été obtenus pour différents systèmes en absence, et en présence de l'effet piézoélectrique. Par exemple, pour le cas des CFE symétriques, on a pu montrer qu'une valeur de l'inductance $L = 150\mu H$ pouvait générer une résonance électrique en favorisant une interaction principale avec le mode S_0 en basses fréquences. Une branche "plate" a pu être observée, et qui est associée au mode électrique sans aucune hybridation résultant de l'interaction des résonateurs de type LC (c'est-à-dire sans aucune interaction avec les modes élastiques de type Lamb du CP) formé par l'élément piézoélectrique et l'inductance. En revanche, on a montré que la prise en compte de l'effet piézoélectrique dû aux interactions des modes électriques avec les modes de Lamb élastiques de mêmes symétries engendraient l'ouverture de gaps d'hybridation dans les régions de croisement. Ainsi, la bande de résonance résultant du couplage à travers les coefficients non nuls e_{ip}^S sera décalée vers les basses fréquences et interagira avec la première branche de type S_0 et son repliement. Un gap d'hybridation (HBG) est observé à proximité du premier gap de Bragg de type S_0 conduisant ainsi à un élargissement du premier gap de Bragg qui s'ouvre de $f_2 = 0.360$ MHz à $f_3 = 0.481$ MHz interrompu par la branche plate, située à l'intérieur de la bande allant de $f_4 = 0.426$ MHz à $f_5 = 0.458$ MHz. En sus, le comportement électrique de la structure a été modélisé par une ligne électrique dans laquelle le couplage entre les différents éléments du CP se traduit par la prise en compte d'une capacité électrique effective entre deux électrodes successives.

Nous avons montré l'influence des charges d'impédances connectées aux électrodes sur la dispersion des modes de Lamb, ainsi que l'influence du double-

ment de la cellule élémentaire. L'inductance a pour effet de créer de nouveaux modes de résonances de type LC localisés et générés par le couplage de l'inductance L de chaque cellule avec un condensateur fictif (ou bien la combinaison de deux condensateurs) décrivant le couplage électromagnétique qui a lieu au sein de la plaque piézocéramique.

Ces travaux ouvrent de nombreuses perspectives sans doute, dans un avenir proche, dont la première de développer un modèle analytique original décrivant le comportement d'un CP piézoélectrique avec des conditions aux limites électriques (CLEs) appliquées sur les surfaces et modulées dans le temps. Cette nouvelle perspective va permettre de briser la réciprocity spatial de la propagation et ainsi induire une propagation unidirectionnelle en introduisant des effets non-linéaires dans la propagation des ondes élastiques. Sur le plan pratique une carte de commande a été déjà réalisée basée sur des interrupteurs analogiques de type CMS (ADG1411YRUZ) commandés par l'Arduino directement ou à travers le registre à décalage (pour la modulation espaces-temps). Une nappe de connexion est utilisée pour relier la carte sur laquelle se trouve le registre à décalage et les interrupteurs. Des fiches tulipes en sortie permettent l'association de différentes impédances (inductances, capacités, résistances, . . .) afin de modifier le comportement global du CP. Enfin d'autres perspectives intéressantes comme l'extension du modèle analytique développé, ainsi que les expériences menées au cours de cette thèse pourraient être généralisables pour un CP piézoélectrique de périodicité 2D.

Annexe A

Paramètres PZ26

Table A.1 – Paramètres caractéristiques pour une piézocéramique de symétrie $6mm$ PZ26 (Navy VI) selon [76].

Propriété	Symbole	Valeur
Coefficients élastiques c_{pq}^E [GPa]	c_{11}^E	175.0
	c_{12}^E	110.3
	c_{13}^E	95.0
	c_{33}^E	124.0
	c_{44}^E	26.3
	$c_{66}^E = \frac{1}{2}(c_{11}^E - c_{12}^E)$	32.3
Coefficients piézoélectriques e_{ip} [C m ⁻²]	e_{15}	10.00
	e_{31}	-2.62
	e_{33}	16.48
Coefficients de permittivité relative ϵ_{pq}^S	ϵ_{11}^S	800.0
	ϵ_{33}^S	767.6
Masse volumique [kg m ⁻³]	ρ	7700

Table A.2 – Paramètres caractéristiques pour une piézocéramique de symétrie $6mm$ PZ26 (Navy VI) après caractérisation expérimentale [42]. En cas de variation par rapport aux valeurs de référence du fabricant [80], les déviations relatives sont fournies entre parenthèses.

Propriété	Symbole	Valeur
Coefficients élastiques c_{pq}^E [GPa]	c_{11}^E	148.0 (−11.9%)
	c_{12}^E	110.3
	c_{13}^E	85.0 (−14.9%)
	c_{33}^E	135.0 (+10.1%)
	c_{44}^E	28.0 (−7.0%)
	$c_{66}^E = \frac{1}{2}(c_{11}^E - c_{12}^E)$	18.85 (−34.5%)
Coefficients piézoélectriques e_{ip} [C m ^{−2}]	e_{15}	9.86
	e_{31}	−2.80
	e_{33}	12.50 (−14.9%)
Coefficients de permittivité relative ϵ_{pq}^S	ϵ_{11}^S	800.0 (−3.4%)
	ϵ_{33}^S	700.0
Masse volumique [kg m ^{−3}]	ρ	7700

Bibliographie

- [1] *Acoustic Metamaterials and Phononic Crystals*, edited by P.A. Deymier, Springer Series in Solid-State Sciences Vol. 173 (Springer, Berlin, 2013).
- [2] *Phononic Crystals : Fundamentals and Applications*, edited by A. Khelif and A. Adibi (Springer, New York, 2016).
- [3] *Metamaterials : Theory, Design, and Applications*, edited by T.J. Cui, D.R. Smith, and R.P. Liu (Springer, New York, 2010).
- [4] *Tutorials in Metamaterials*, edited by M.A. Noginov and V.A. Podolskiy (CRC Press, 2011).
- [5] J. Yu, S. Mitrovic, D. Tham, J. Varghese, and J. Heath, *Reduction of thermal conductivity in phononic nanomesh structures*, Nat. Nanotechnol. **5**, 718 (2010).
- [6] A.A. Maznev, A.G. Every, and O.B. Wright, *Reciprocity in reflection and transmission : What is a 'phonon diode'?*, Wave Motion **50**, 776-784 (2013).
- [7] G. Trainiti and M. Ruzzene, *Non-reciprocal elastic wave propagation in spatiotemporal periodic structures*, New J. Phys. **18**, 083047 (2016).
- [8] C. Croenne, J.O. Vasseur, O.B. Matar, M.F. Ponge, P.A. Deymier, A.C. Hladky-Hennion, and B. Dubus, *Brillouin scattering-like effect and non-reciprocal propagation of elastic waves due to spatio-temporal modulation of electrical boundary conditions in piezoelectric media*, Appl. Phys. Lett. **110**, 061901 (2017).
- [9] Z. Yang, F. Gao, X. Shi, X. Lin, Z. Gao, Y. Chong, and B. Zhang, *Topological Acoustics*, Phys. Rev. Lett. **114**, 114301 (2015).
- [10] M. Miniaci, R.K. Pal, B. Morvan, and M. Ruzzene, *Experimental Observation of Topologically Protected Helical Edge Modes in Patterned Elastic Plates*, Phys. Rev. X **8**, 031074 (2018).
- [11] M. Sigalas and E.N. Economou, *Elastic and acoustic wave band structure*, J. Sound Vib. **158**, 377 (1992).
- [12] M.S. Kushwaha, P. Halevi, L. Dobrzynski, and B. Djafari-Rouhani, *Acoustic band structure of periodic elastic composites*, Phys. Rev. Lett. **71**, 2022 (1993).

- [13] Z.Y. Liu, X.X. Zhang, Y.W. Mao, Y.Y. Zhu, Z.Y. Yang, C.T. Chan, and P. Sheng, *Locally Resonant Sonic Materials*, *Science* **289**, 1734 (2000).
- [14] S.A. Cummer, B.I. Popa, D. Schurig, D.R. Smith, J. Pendry, M. Rahm, and A. Starr, *Scattering theory derivation of a 3D acoustic cloaking shell*, *Phys. Rev. Lett.* **100**, 024301 (2008).
- [15] B. Rostami-Dogolsara, M.K. Moravvej-Farshi, and F. Nazari, *Acoustic add-drop filters based on phononic crystal ring resonators*, *Phys. Rev. B* **93**, 014304 (2016).
- [16] S. Amoudache, R. Moiseyenko, Y. Pennec, B. Djafari-Rouhani, A. Khater, R. Lucklum, and R. Tigrine, *Optical and acoustic sensing using Fano-like resonances in dual phononic and photonic crystal plate*, *J. Appl. Phys.* **119**, 114502 (2016).
- [17] A. Khelif, B. Djafari-Rouhani, J. O. Vasseur, P. A. Deymier, Ph. Lambin, and L. Dobrzynski, *Transmittivity through straight and stublike waveguides in a two-dimensional phononic crystal*, *Phys. Rev. B* **65**, 174308 (2002).
- [18] J.H. Sun and T.T. Wu, *Analyses of mode coupling in joined parallel phononic crystal waveguides*, *Phys. Rev. B* **71**, 174303 (2005).
- [19] F.L. Hsiao, A. Khelif, H. Moubchir, A. Choujaa, C.C. Chen, and V. Laude, *Waveguiding inside the complete band gap of a phononic crystal slab*, *Phys. Rev. E* **76**, 056601 (2007).
- [20] S. Yang, J.H. Page, Z.Y. Liu, M.L. Cowan, C.T. Chan, and P. Sheng, *Focusing of Sound in a 3D Phononic Crystal*, *Phys. Rev. Lett.* **93**, 024301 (2004).
- [21] M. Ke, Z.Y. Liu, C.Y. Qiu, W. Wang, J. Shi, W. Wen, P. Sheng, *Negative-refraction imaging with two-dimensional phononic crystals*, *Phys. Rev. B* **72**, 064306 (2005).
- [22] A. Khelif, P. Deymier, B. Djafari-Rouhani, J. Vasseur, and L. Dobrzynski, *Two-dimensional phononic crystal with tunable narrow pass band : Application to a waveguide with selective frequency*, *J. Appl. Phys.* **94**, 1308 (2003).
- [23] K. Bertoldi and M.C. Boyce, *Mechanically triggered transformations of phononic band gaps in periodic elastomeric structures*, *Phys. Rev. B* **77**, 052105 (2008).
- [24] J.Y. Yeh, *Control analysis of the tunable phononic crystal with electrorheological material*, *Physica B* **400**, 137 (2007).
- [25] J.F. Robillard, O.B. Matar, J. Vasseur, P. Deymier, M. Stippinger, A.C. Hladky-Hennion, Y. Pennec, and B. Djafari-Rouhani, *Tunable magnetoelastic phononic crystals*, *Appl. Phys. Lett.* **95**, 124104 (2009).
- [26] Z. Xu, F. Wu, and Z. Guo, *Shear-wave band gaps tuned in two-dimensional phononic crystals with magnetorheological material*, *Solid State Commun.* **154**, 43 (2013).

- [27] A. Sato, Y. Pennec, N. Shingne, T. Thurn-Albrecht, W. Knoll, M. Steinhart, B. Djafari-Rouhani, and G. Fytas, *Tuning and Switching the Hyper-sonic Phononic Properties of Elastic Impedance Contrast Nanocomposites*, ACS Nano **4**, 3471 (2010).
- [28] C. Xu, F. Cai, S. Xie, F. Li, R. Sun, X. Fu, R. Xiong, Y. Zhang, H. Zheng, and J. Li, *Phononic Crystal Tunable via Ferroelectric Phase Transition*, Phys. Rev. Applied **4**, 034009 (2015).
- [29] O. Thorp, M. Ruzzene, and A. Baz, *Attenuation and localization of wave propagation in rods with periodic shunted piezoelectric patches*, Smart Mater. Struct. **10**, 979 (2001).
- [30] A. Spadoni, M. Ruzzene, and K. Cunefare, *Vibration and wave propagation control of plates with periodic arrays of shunted piezoelectric patches*, J. Intell. Mater. Syst. Struct. **20**, 979 (2009).
- [31] F. Casadei, T. Delpero, A. Bergamini, P. Ermanni, and M. Ruzzene, *Piezoelectric resonator arrays for tunable acoustic waveguides and metamaterials*, J. Appl. Phys. **112**, 064902 (2012).
- [32] Y. Huang, H.M. Wang, and W.Q. Chen, *Symmetry breaking induces band gaps in periodic piezoelectric plates*, J. Appl. Physics **115**, 133501 (2014).
- [33] Y. Huang, C.L. Zhang, W.Q. Chen, *Elastic wave band structures and defect states in a periodically corrugated piezoelectric plate*, J. Appl. Mech. **81**, 081005 (2014).
- [34] Y.Y. Chen, G.L. Huang, and C.T. Sun, *Band gap control in an active elastic metamaterial with negative capacitance piezoelectric shunting*, J. Vib. Acoust. **136**, 061008 (2014).
- [35] S. Degraeve, C. Granger, B. Dubus, J.O. Vasseur, M. Pham Thi, and A.-C. Hladky-Hennion, *Bragg band gaps tunability in an homogeneous piezoelectric rod with periodic electrical boundary conditions*, J. Appl. Phys. **115**, 194508 (2014).
- [36] S. Degraeve, C. Granger, B. Dubus, J.O. Vasseur, M. Pham Thi, and A.-C. Hladky-Hennion, *Tunability of Bragg band gaps in one-dimensional piezoelectric phononic crystals using external capacitances*, Smart Mater. Struct. **24**, 085013 (2015).
- [37] S.-A. Mansoura, P. Benard, B. Morvan, P. Marechal, A.-C. Hladky-Hennion, and B. Dubus, *Theoretical and experimental analysis of a piezoelectric plate connected to a negative capacitance at MHz frequencies*, Smart Mater. Struct. **24**, 115032 (2015).
- [38] N. Kherraz, L. Haumesser, F. Levassort, P. Benard, and B. Morvan, *Controlling Bragg gaps induced by electric boundary conditions in phononic piezoelectric plates*, Appl. Phys. Lett. **108**, 093503 (2016).
- [39] N. Kherraz, L. Haumesser, F. Levassort, P. Benard, and B. Morvan, *Hybridization bandgap induced by an electrical resonance in piezoelectric metamaterial plates*, J. Appl. Phys. **123**, 094901 (2018).

- [40] C. Vasseur, C. Croenne, J.O. Vasseur, B. Dubus, M.P. Thi, C. Prevo, A.C. Hladky-Hennion, *Electrical Evidence of the Tunable Electrical Bragg Bandgaps in Piezoelectric Plates*, IEEE Trans. Ultrason., Ferroelectr., Freq. Control **65**, 1552 (2018).
- [41] N. Kherraz, F.-H. Chikh-Bled, R. Sainidou, B. Morvan and P. Rembert, *Tunable phononic structures using Lamb waves in a piezoceramic plate*, Phys. Rev. B **99**, 094302 (2019).
- [42] F.H. Chikh-Bled, N. Kherraz, R. Sainidou, P. Rembert, B. Morvan, *Piezoelectric phononic plates : retrieving the frequency band structure via all-electric experiments*, Smart Mater. Struct. **28**, 115046 (2019).
- [43] M. Alami, E.H. El Boudouti, B. Djafari-Rouhani, Y. El Hassouani, A. Talbi, *Surface acoustic waves in one-dimensional piezoelectric-metallic phononic crystal : Effect of a cap layer*, Ultrasonics **90**, 80 (2018).
- [44] C. Sugino, M. Ruzzene, and A. Erturk, *Design and analysis of piezoelectric metamaterial beams with synthetic impedance shunt circuits*, IEEE/ASME Trans. Mechatronics **23**, 2144 (2018).
- [45] A.A. Kutsenko, A.L. Shuvalov, O. Poncelet, and A.N. Darinskii, *Quasistatic stopband and other unusual features of the spectrum of a one-dimensional piezoelectric phononic crystal controlled by negative capacitance*, C. R. Mecanique **343**, 680–88 (2015).
- [46] A.A. Kutsenko, A.L. Shuvalov, and O. Poncelet, *Dispersion spectrum of acoustoelectric waves in 1D piezoelectric crystal coupled with 2D infinite network of capacitors*, J. Appl. Phys. **123**, 044902 (2018).
- [47] A. Baz, *Active control of periodic structures*, J. Vib. Acoust. **123**, 472–9 (2001).
- [48] I.A. Viktorov, *Investigation of Methods for Exciting Rayleigh Waves*, Sov.-Phys. Acoustics **7**, 236 (1962).
- [49] R.M. White, F.W. Voltmer, *Direct piezoelectric coupling to surface elastic waves*, Appl. Phys. Lett. **7**, 314 (1965).
- [50] S.V. Biryukov, Y.V. Gulyaev, V.V. Krylov, and V.P. Plessky, *Surface Acoustic Waves in Inhomogeneous Media*, Springer Series on Wave Phenomena Vol. 20 (Springer, Berlin, 1995).
- [51] N.W. Hagood and A. von Flotow, *Damping of structural vibrations with piezoelectric materials and passive electrical networks*, J. Sound Vib., **146**, 243–68 (1991).
- [52] B.S. Beck, K.A. Cunefare and M. Collet *The power output and efficiency of a negative capacitance shunt for vibration control of a flexural system*, Smart Mater. Struct. **22**, 065009 (2013).
- [53] G. Hu , L. Tang, A. Banerjee and R. Das, *Metastructure with piezoelectric element for simultaneous vibration suppression and energy harvesting*, J. Vib. Acoust. **139**, 011012 (2016).

- [54] S. Benchabane, A. Khelif, J.-Y. Rauch, L. Robert, and V. Laude, *Evidence for complete surface wave band gap in a piezoelectric phononic crystal*, Phys. Rev. E **73**, 065601(R) (2006).
- [55] A.-C. Hladky-Hennion, J. Vasseur, B. Dubus, B. Morvan, N. Wilkie-Chancellier, and L. Martinez, *Analysis of signals propagating in a phononic crystal PZT layer deposited on a silicon substrate*, IEEE Trans. Ultrason. Ferroelectr. Freq. Control **60**, 2607 (2013).
- [56] T.T. Wu, Z.C Hsu and Z.G. Hua *Band gaps and the electromechanical coupling coefficient of a surface acoustic wave in a two-dimensional piezoelectric phononic crystal*, Phys. Rev. B **71**, 064303 (2005).
- [57] V. Laude, M. Wilm, S. Benchabane and A. Khelif, *Full band gap for surface acoustic waves in a piezoelectric phononic crystal*, Phys. Rev. E **71**, 036607 (2005).
- [58] D.G. Piliposyan, K.B. Ghazaryan, and G.T. Piliposian, *Shear Bloch waves and coupled phonon–polariton in periodic piezoelectric waveguides*, Ultrasonics **54**, 644 (2014).
- [59] Q. Xue and Y. Shui, *Analysis of leaky-surface-wave propagating under periodic metal grating*, IEEE Trans. Ultrason. Ferroelect. Freq. Control **37**, 13 (1990).
- [60] H.F. Tiersten, *Wave propagation in an infinite piezoelectric plate*, J. Acoust. Soc. Am. **35**, 234 (1963).
- [61] S.G. Joshi and Y. Jin, *Propagation of ultrasonic Lamb waves in piezoelectric plates*, J. Appl. Phys. **70**, 4113 (1991).
- [62] Y. Jin and S.G. Joshi, *Excitation of higher-order ultrasonic Lamb wave modes in piezoelectric plates*, J. Acoust. Soc. Am. **92**, 914 (1992).
- [63] J.L. Bleustein, *Some Simple Modes of Wave Propagation in an Infinite Piezoelectric Plate*, J. Acoust. Soc. Am. **45**, 614 (1969).
- [64] H.F. Tiersten, *Thickness Vibrations of Piezoelectric Plates*, J. Acoust. Soc. Am. **35**, 53 (1963).
- [65] J. Peng, H. Luo, T. He, H. Xu, D. Lin, *Elastic, dielectric, and piezoelectric characterization of $0.70\text{Pb}(\text{Mg}_{1/3}\text{Nb}_{2/3})\text{O}_3 - 0.30\text{PbTiO}_3$ single crystals*, Mater. Lett. **59**, 640 (2005).
- [66] I. Ben Salah, M.H. Ben Ghzlen, *Rayleigh waves in piezoelectric material*, Physics Procedia **2**, 1377 (2009).
- [67] J.J. Campbell and W.R. Jones, *A method for estimating optimal crystal cuts and propagation directions for excitation of piezoelectric surface waves*, IEEE Trans. Sonics Ultrason. **15**, 209 (1968).
- [68] A.A. Mezheritsky and A.V. Mezheritsky, *Thickness Resonances Dispersion Characteristics of a Lossy Piezoceramic Plate With Electrodes of Arbitrary Conductivity*, IEEE Trans. Ultrason. Ferroelectr. Freq. Control **54**, 2662 (2007).

- [69] G. Feuillard, M. Lethiecq, Y. Janin, L. Tessier, and L. Pourcelot, *Comparative performance of piezoceramic and crystal SAW filters*, IEEE Trans. Ultrason. Ferroelectr. Freq. Control **44**, 194 (1997).
- [70] W.P. Mason, *Physical Acoustics and the Properties of Solids* (D. Van Nostrand Co., Princeton, 1958).
- [71] D.A. Berlincourt, D.R. Curran, and H. Jaffe, in *Physical Acoustics-Principles and Methods*, Volume 1-Part A, edited by W.P. Mason (Academic, New York, 1964).
- [72] A.H. Nayfeh and H.-T. Chien, *The influence of piezoelectricity on free and reflected waves from fluid-loaded anisotropic plates*, J. Acoust. Soc. Am. **91**, 1250 (1992).
- [73] C.-H. Yang and D. E. Chimenti, *Acoustic-waves in a piezoelectric plate loaded by a dielectric fluid*, Appl. Phys. Lett. **63**, 1328 (1993).
- [74] S. Degraeve, *Cristaux phononiques accordables*, Thèse, Université de Lille 1, 2013.
- [75] S.-A. Mansoura, *Contrôle de la propagation des ondes ultrasonores dans des cristaux phononiques piézoélectriques*, Thèse, Université du Havre, 2015.
- [76] N. Kherraz, *Contrôle de la propagation d'ondes guidées dans une plaque piézoélectrique par application de conditions aux limites électriques périodiques*, Thèse, Université François – Rabelais de Tours, 2017.
- [77] D. Royer and E. Dieulesaint, *Elastic Waves in Solids I* (Springer-Verlag, Berlin Heidelberg, 2000).
- [78] M. Brissaud, *Matériaux Piézoélectriques* (Presses Polytechniques et Universitaires Romandes, Lausanne, 2007).
- [79] Pour effectuer ces calculs COMSOL Multiphysics ® v. 4.4 a été utilisé (www.comsol.com. COMSOL AB, Stockholm, Sweden).
- [80] <https://www.meggittferroperm.com/materials/>.
- [81] M. Porfiri, C. Maurini, and J. Pouget, *Identification of electromechanical modal parameters of linear piezoelectric structures*, Smart Mater. Struct. **16** 323–331 (2007).