



**HAL**  
open science

# Méthodes de séparation aveugle de sources et application à l'imagerie hyperspectrale en astrophysique et observation de la Terre

Andréa Guerrero

► **To cite this version:**

Andréa Guerrero. Méthodes de séparation aveugle de sources et application à l'imagerie hyperspectrale en astrophysique et observation de la Terre. Instrumentation et méthodes pour l'astrophysique [astro-ph.IM]. Université Paul Sabatier - Toulouse III, 2019. Français. NNT : 2019TOU30307 . tel-03128913

**HAL Id: tel-03128913**

**<https://theses.hal.science/tel-03128913>**

Submitted on 2 Feb 2021

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



# THÈSE

## En vue de l'obtention du DOCTORAT DE L'UNIVERSITÉ DE TOULOUSE

Délivré par l'Université Toulouse 3 - Paul Sabatier

---

Présentée et soutenue par  
**Andréa GUERRERO**

Le 19 décembre 2019

**Méthodes de séparation aveugle de sources et application à  
l'imagerie hyperspectrale en astrophysique et observation de la  
Terre**

---

Ecole doctorale : **EDMITT - Ecole Doctorale Mathématiques, Informatique et  
Télécommunications de Toulouse**

Spécialité : **Informatique et Télécommunications**

Unité de recherche :

**IRAP - Institut de Recherche en Astrophysique et Planetologie**

Thèse dirigée par

**Yannick DEVILLE et Shahram HOSSEINI**

Jury

M. Christian JUTTEN, Rapporteur  
M. Jocelyn CHANUSSOT, Rapporteur  
Mme Danielle NUZILLARD, Examinatrice  
M. Yannick DEVILLE, Directeur de thèse  
M. Shahram HOSSEINI, Co-directeur de thèse  
M. Patrick DANÈS, Président



# Remerciements

Je tenais à commencer ce manuscrit par remercier tous ceux qui ont contribué, de près ou de loin, au bon déroulement de ma thèse. Tout d'abord, merci aux membres de mon jury, Christian Jutten, Jocelyn Chanussot, Danielle Nuzillard et Patrick Danès pour avoir accepté de se plonger dans mes travaux, pour l'échange très intéressant que nous avons eu lors des questions durant la soutenance et pour leurs retours pertinents sur mes travaux.

Bien évidemment, un grand merci à mes directeurs de thèse Yannick Deville et Shahram Hosseini de m'avoir donnée cette opportunité, mais surtout de m'avoir si bien conseillée et épaulée tout au long de ces 3 années. Je suis bien consciente de la chance que j'ai eue de travailler avec de si bons enseignants chercheurs. Merci également à Thierry Contini, Tristan Grégoire et José-Philippe Pérez pour leur sympathie, et leur aide précieuse qui m'a permis de mieux comprendre les enjeux de la mission EUCLID, de l'astrophysique en général et de l'optique du satellite.

Plus généralement, je remercie toute l'équipe SISU, une équipe soudée et très accueillante qui a été d'un grand soutien durant ma thèse. Merci donc à Hervé, Laurent, Jean-François, Mégane, Wilhem, Mehdi, Axel, Victor, Simon, Ibrahim et Ahmed. Je garde un très bon souvenir de mon passage au sein de cette équipe, et notamment dans le fameux bureau B141 où les neurasthéniques se sont connus et ont forgé leur amitié, où le Mac Larens a partagé ses meilleurs répliques de *How I Met* et où l'exploitation de Mehdou par ses co-bureaux a vu le jour. Grâce à cette thèse j'ai eu la chance de rencontrer des personnes formidables et de construire des amitiés fortes avec certains d'entre eux. Je n'oublierai jamais tous les cafés que j'ai bus mais que je n'ai pas faits au sein de cette équipe, tous les 6h16 sur la terrasse, tous les mots fléchés disputés après manger, tous les gâteaux goûtés, tous les cadeaux échangés, et tant d'autres souvenirs.

Il est maintenant temps de remercier ceux qui ont contribué à mon bonheur hors bureau durant ces 3 années, je parle bien entendu de mes amis qui m'ont soutenue et surtout supportée durant mes moments de doute. En premier lieu, merci à Émile et Mégane qui sont sans doute les deux personnes qui m'ont le plus épaulée durant cette thèse, mais surtout durant la rédaction de mon manuscrit : Émile qui m'a remonté le moral plus d'une fois grâce aux nombreuses sorties dans notre QG, et Mégane grâce à ses nombreux conseils administratifs et rédactionnels, mais également grâce à ses encouragements. Ensuite, merci à Wiwi et Mehdou qui m'ont également beaucoup soutenue et aidée. Plus généralement merci à tous mes amis qui ont été présents au cours de ces 3 dernières années (liste non exhaustive) : Gigi, Alex, Sam, Ange, Guigui, Juju, Colette, Virgile, Simon, Mathis, Nono, Babak et Momo. Enfin merci à ma famille : mes parents pour leur soutien inébranlable malgré toutes les difficultés qu'ils ont rencontrées, mon frère, ma tante Nicole, Patrick et Pierrette, et évidemment la meilleure des cousines Anaïs qui m'a beaucoup soutenue moralement.

Je finirai ces remerciements par les deux personnes les plus importantes de ma vie. Merci à mon homme pour m'avoir tant supportée, dorlotée, et aimée depuis qu'il est entré dans ma vie. Et bien évidemment, merci à mon amour de chat Pito qui a squatté mes genoux de nombreuses fois durant la rédaction de ce manuscrit.

Que la force soit avec vous tous.



# Table des matières

<b>Remerciements</b>	<b>i</b>
<b>Sommaire</b>	<b>vi</b>
<b>Nomenclature</b>	<b>2</b>
<b>1 Introduction</b>	<b>3</b>
<b>Introduction générale</b>	<b>3</b>
1.1 Contexte et objectifs . . . . .	3
1.2 Plan du manuscrit . . . . .	3
<b>2 La Séparation Aveugle de Sources (SAS)</b>	<b>7</b>
2.1 Types de modèles de mélange . . . . .	7
2.1.1 Les mélanges linéaires . . . . .	7
2.1.2 Les mélanges non linéaires . . . . .	8
2.1.3 Conclusion . . . . .	9
2.2 Remarques et indéterminations . . . . .	9
2.3 Méthodes de SAS pour des mélanges LI . . . . .	10
2.3.1 Les méthodes reposant sur l'indépendance . . . . .	11
2.3.2 Les méthodes bayésiennes . . . . .	12
2.3.3 Les méthodes reposant sur la parcimonie . . . . .	13
2.3.4 Les méthodes reposant sur la factorisation en matrices non négatives . . . . .	14
2.4 Méthodes de SAS pour des mélanges LQ . . . . .	17
2.4.1 Méthodes basées sur l'ICA . . . . .	17
2.4.2 Méthodes basées sur la NMF . . . . .	18
2.4.3 Méthodes basées sur la parcimonie . . . . .	19
2.4.4 Méthodes bayésiennes . . . . .	19
2.5 Positionnement de la thèse . . . . .	19
<b>État de l'art en Séparation Aveugle de Sources</b>	<b>7</b>
<b>I Astrophysique : la mission EUCLID</b>	<b>21</b>
<b>Introduction</b>	<b>23</b>

<b>3</b>	<b>Méthodes de SAS en astrophysique</b>	<b>25</b>
3.1	Méthodes basées sur l'ICA	25
3.2	Méthodes bayésiennes	26
3.3	Méthodes basées sur la NMF	26
3.4	Autres méthodes	27
3.5	Conclusion	27
<b>4</b>	<b>Le contexte de la mission EUCLID</b>	<b>29</b>
4.1	Modélisation des données et des instruments	31
4.1.1	Signaux avant l'acquisition	31
4.1.2	La PSF	31
4.1.3	Le grisme	32
4.2	Modèle de mélange utilisé dans nos travaux	34
4.3	Précédents travaux	35
4.3.1	Méthode semi-aveugle [Selloum et al., 2015]	35
4.3.2	Méthode aveugle [Selloum et al., 2016]	38
4.4	Axes de travail	39
<b>5</b>	<b>Fusion de données des 3 directions de dispersion</b>	<b>41</b>
5.1	Description des données	41
5.1.1	Données du simulateur TIPS	41
5.1.2	La fonction de sensibilité du grisme	42
5.1.3	Pré-traitement : soustraction du fond du ciel	43
5.1.4	Bruit sur les données	44
5.2	Approche de séparation de sources	45
5.2.1	Première estimation de la matrice de mélange $\mathbf{A}$	48
5.2.2	Critère de séparation	49
5.2.3	Calcul des gradients	50
5.2.4	Algorithme	50
5.3	Tests réalisés	51
5.3.1	Initialisation	51
5.3.2	Critère de performance	52
5.3.3	Premiers tests	52
5.3.4	Deuxièmes tests	54
<b>6</b>	<b>Fusion de données de deux ordres de spectre</b>	<b>59</b>
6.1	Rôle de l'optique de l'instrument	59
6.1.1	Relation entre l'ordre 1 et l'ordre 2	60
6.1.2	Sensibilité du grisme	61
6.1.3	Modèle de mélange	62
6.2	Méthode de séparation	63
6.2.1	Calcul des gradients	63
6.2.2	Algorithme	64
6.3	Tests et résultats	65
6.3.1	Bruit dans les données	65
6.3.2	Choix des paramètres $\alpha$ et $\beta$	66
6.3.3	Premiers tests	66
6.3.4	Seconds tests	70
<b>7</b>	<b>Conclusion et perspectives</b>	<b>75</b>

<b>II Observation de la Terre</b>	<b>79</b>
<b>Introduction</b>	<b>81</b>
<b>8 État de l’art en observation de la Terre</b>	<b>83</b>
8.1 Modèle de mélange LI . . . . .	83
8.1.1 Méthodes non-aveugles . . . . .	84
8.1.2 Méthodes aveugles . . . . .	84
8.2 Modèles de mélange non linéaires . . . . .	87
8.2.1 Démélange sans modèle de mélange précis . . . . .	87
8.2.2 Démélange pour des mélanges LQ ou bilinéaire . . . . .	89
<b>9 Travaux fondés sur l’occupation fréquentielle</b>	<b>93</b>
9.1 Le modèle de mélange bilinéaire . . . . .	94
9.2 Méthode de suppression du terme bilinéaire dans un mélange . . . . .	96
9.3 Méthode de Ando et al. [Ando et al., 2014] . . . . .	98
9.4 Transposition de la méthode proposée aux mélanges LI . . . . .	99
9.5 Tests . . . . .	99
9.5.1 Signaux idéaux . . . . .	100
9.5.2 Signaux réels . . . . .	103
9.6 Conclusion et perspectives . . . . .	107
<b>10 Travaux fondés sur la corrélation des sorties du système de séparation</b>	<b>111</b>
10.1 Principe de séparation . . . . .	111
10.1.1 Séparabilité . . . . .	112
10.1.2 Algorithme . . . . .	115
10.1.3 Variante de la méthode . . . . .	115
10.2 Tests et résultats . . . . .	116
10.2.1 Méthode de la littérature [Meganem et al., 2014b] . . . . .	118
10.2.2 Résultats obtenus . . . . .	119
10.3 Conclusion et perspectives . . . . .	122
<b>11 Conclusions et perspectives</b>	<b>125</b>
<b>12 Conclusion générale</b>	<b>129</b>
<b>Conclusion générale</b>	<b>129</b>
<b>Liste des figures</b>	<b>133</b>
<b>Liste des tableaux</b>	<b>135</b>
<b>Bibliographie</b>	<b>149</b>
<b>Liste des publications</b>	<b>152</b>
<b>Résumé</b>	<b>153</b>



# Liste des abréviations, des sigles et des symboles

ACP	Analyse en Composantes Principales
ALS	Alternating Least Squares
ASE	Agence Spatiale Européenne
BOCSS	Bilinear Output Correlation-based Source Separation
CMB	Cosmic Microwave Background
DC	Courant d'obscurité
EM	Expectation Maximization
i.i.d.	indépendants et identiquement distribués
ICA	Independent Component Analysis
IM	Information Mutuelle
LI	Linéaire Instantané
LQ	Linéaire Quadratique
MAP	Maximum A Posteriori
MCMC	Markov Chain Monte Carlo
MLP	Multi-Layer Perceptron
MUSE	Multi Unit Spectroscopic Explorer
NISP	Near Infrared Spectrometer Photometer
NMF	Non-negative Matrix Factorization
NRMSE	Normalized Root-Mean-Square Error
PMF	Positive Matrix Factorization
PSF	Point Spread Function
QE	Efficacité quantique
QNS	Quasi Non-Sparse

RN	Bruit de lecture
RSB	Rapport Signal sur Bruit
SAS	Séparation Aveugle de Sources
SC3	Challenge Scientifique 3
SCA	Sparse Component Analysis
SIR	Signal-to-Interference Ratio
SVD	Singular Value Decomposition
SVM	Support Vector Machines
TF	Transformée de Fourier
VIS	Imageur Visible
WDO	W-Disjoint Orthogonality

# Chapitre 1

## Introduction

### 1.1 Contexte et objectifs

L'objectif de cette thèse est de développer des méthodes de séparation aveugle de sources (SAS) pour l'imagerie hyperspectrale. La SAS consiste à estimer des signaux sources, par exemple des spectres ou des images, à partir de données observées acquises avec un capteur appelées mélanges. Cette estimation est dite aveugle car elle est faite avec très peu de connaissances a priori sur les paramètres du modèle de mélange ou sur les sources. Cette étape de séparation est cruciale pour de nombreuses applications nécessitant un traitement de données, et notamment dans le cas de l'imagerie hyperspectrale. En effet, ce type d'imagerie permet de mesurer de l'information pour plusieurs dizaines voire plusieurs centaines de longueurs d'onde, mais bien souvent au détriment d'autres informations, comme la résolution spatiale des images par exemple. La SAS permet donc de déterminer la composition de ces images hyperspectrales.

Dans le cadre de nos travaux, nous nous intéressons à deux domaines d'applications : l'astrophysique et l'observation de la Terre. De nos jours, les satellites d'observation sont souvent équipés de capteurs hyperspectraux : le besoin pour des méthodes de SAS adaptées à ces applications est donc bien présent.

Pour le domaine de l'astrophysique, ce sont les besoins de la mission EUCLID de l'Agence Spatiale Européenne (ASE) qui sont à l'origine de nos investigations. Pour cette mission, la spectroscopie sans fente est utilisée pour cartographier une grande partie du ciel, ce qui induit un mélange des spectres observés. Or, les spécificités du spectro-photomètre équipé sur le satellite entraînent une redondance d'information qui est très intéressante pour le développement d'une méthode de séparation efficace.

Dans le cas de la télédétection, c'est un manque général de méthodes adaptées aux mélanges non linéaires qui est à l'origine de nos investigations. Les scènes urbaines notamment, scènes complexes et peu étudiées, formeront le cœur de notre étude. Les a priori usuels en SAS comme l'indépendance des sources ou la parcimonie n'étant pas adaptés à cette application, nous développerons des méthodes utilisant de nouveaux stratagèmes pour séparer les sources.

Les contextes et besoins pour ces deux applications étant très différents, nos travaux nous mèneront au développement de méthodes de séparation très différentes elles aussi.

### 1.2 Plan du manuscrit

Dans le chapitre suivant, nous allons tout d'abord présenter plus en détails ce qu'est la SAS, les différents modèles de mélange qu'il existe. Nous établirons également un état de l'art général des méthodes de SAS de la littérature. Ceci nous permettra de positionner nos travaux par rapport à ce qui a été fait précédemment.

Nos travaux dans le cadre de la mission EUCLID seront présentés en partie **I** du manuscrit. Nous commencerons par dresser un état de l'art spécifique aux méthodes de SAS appliquées à l'astrophysique au chapitre **3**. Nous présenterons ensuite la mission EUCLID en détails dans le chapitre **4**, en expliquant les spécificités optiques de l'instrument équipé sur le satellite. Nous parlerons également des travaux effectués avant cette thèse dans le cadre de cette mission. Dans les chapitres **5** et **6** suivants, nous exposerons les deux méthodes de SAS que nous avons développées et les résultats encourageants que nous avons obtenus. Enfin, nous conclurons et parlerons des perspectives de nos travaux.

Pour la partie **II** portant sur l'application en observation de la Terre, nous commencerons également par dresser un état de l'art des méthodes de SAS spécifiques à cette application au chapitre **8**. Nous exposerons ensuite la première méthode développée dans le chapitre **9**. Nous expliquerons pourquoi cette méthode fut rapidement abandonnée au profit d'une autre approche, qui est présentée au chapitre **10**. Nous conclurons finalement sur l'ensemble de nos travaux dans le cadre de la télédétection, et nous discuterons des suites possibles à ses travaux.

# État de l'art en Séparation Aveugle de Sources



## Chapitre 2

# La Séparation Aveugle de Sources (SAS)

Dans de nombreuses applications où l'on dispose de capteurs (antennes en télécommunications, imageurs en astrophysique, micros en acoustique, ...), il est nécessaire d'utiliser la Séparation Aveugle de Sources (SAS) pour pouvoir estimer les signaux originaux. En effet, les  $N$  signaux sources vont se mélanger en plus de subir d'autres phénomènes (l'ajout d'un bruit par exemple) durant leur propagation. On modélise ce phénomène à travers l'équation suivante :

$$\mathbf{x}_i = \mathbf{f}(\mathbf{s}_1, \mathbf{s}_2, \dots, \mathbf{s}_N) \quad (2.1)$$

avec  $\mathbf{x}_i$  un signal mesuré sur un capteur, autrement dit un signal observé, avec  $i \in [1, M]$ ,  $\mathbf{s}_j$  un signal source avec  $j \in [1, N]$  et  $\mathbf{f}$  la fonction de mélange inconnue.

Le terme « aveugle » est utilisé ici car on considère n'avoir pas ou peu d'informations sur les données, seul le type de mélange (la forme de  $\mathbf{f}$ ) est généralement connu. Il existe deux grandes classes de mélange : les mélanges linéaires et les mélanges non linéaires. Nous allons ici détailler chaque classe, puis nous focaliser sur les types de mélanges rencontrés dans nos applications que sont l'observation de la Terre et l'astrophysique.

### 2.1 Types de modèles de mélange

#### 2.1.1 Les mélanges linéaires

**Mélanges Linéaires Instantanés** Le modèle de mélange le plus simple et usuel est le modèle de mélange Linéaire Instantané (LI) . Les signaux observés  $\mathbf{x}_i$  sont simplement une combinaison linéaire des signaux entrants, comme décrit ci-dessous pour un échantillon  $n$  du signal :

$$x_i(n) = \sum_{j=1}^N a_{ij} s_j(n) \quad (2.2)$$

où  $a_{ij}$  sont les coefficients de mélange. Ce modèle de mélange est dit instantané car chaque échantillon du signal observé  $\mathbf{x}_i$  ne dépend que des signaux sources  $\mathbf{s}_j$  pour le même échantillon  $n$ . Ce genre de modèle de mélange nous intéressera dans le cadre de l'application en astrophysique notamment. Nous nous y attarderons aussi brièvement pour des applications en observation de la Terre.

Ce modèle de mélange s'écrit matriciellement :

$$\mathbf{X} = \mathbf{A}\mathbf{S} \quad (2.3)$$

avec  $\mathbf{X}$  la matrice d'observations dont chaque ligne correspond à un vecteur d'observation  $\mathbf{x}_i$ ,  $\mathbf{A}$  la matrice de mélange dont les éléments sont les coefficients  $a_{ij}$ , et  $\mathbf{S}$  la matrice contenant un signal source  $\mathbf{s}_j$  dans chacune de ses lignes.

**Mélanges à retard** Il existe un modèle de mélange dit « à retard » (ou « anéchoïque ») donné par la formule suivante :

$$x_i(n) = \sum_{j=1}^N a_{ij} s_j(n - n_{ij}) \quad (2.4)$$

avec  $n_{ij}$  le retard. Ce genre de modèle est notamment utilisé dans des applications acoustiques où le temps de propagation pour atteindre chaque capteur est à prendre en compte.

**Mélanges convolutifs** Ce modèle de mélange est plus général et inclut les deux précédents modèles comme des cas particuliers. Il est caractérisé par :

$$x_i(n) = \sum_{j=1}^N a_{ij}(n) * s_j(n) \quad (2.5)$$

avec  $*$  le produit de convolution. Cette fois-ci les signaux observés sont une combinaison linéaire de versions filtrées des signaux sources. En effet, on peut considérer les éléments  $a_{ij}$  comme les réponses impulsionnelles des filtres. Ce modèle de mélange est utilisé dans des applications acoustiques lorsqu'il y a des réflexions dans une pièce par exemple : la combinaison de plusieurs versions filtrées d'un même signal source peut être enregistrée par un seul micro.

Pour plus d'explications sur ces modèles de mélange et pour des exemples de méthodes de séparation correspondantes, on peut se référer à [Comon and Jutten, 2010], [Deville, 2011], [Deville, 2016].

### 2.1.2 Les mélanges non linéaires

Bien que les mélanges linéaires soient les plus étudiés à ce jour, il existe un besoin important de développer des méthodes dans le cas de mélanges non linéaires. En effet, dans de nombreuses applications, nous avons besoin de considérer la fonction de mélange  $\mathbf{f}$  comme une application non linéaire pour décrire au mieux le modèle physique sous-jacent. Ce type de mélange est bien plus complexe à résoudre que le cas linéaire. De nos jours, de plus en plus de méthodes de séparation répondant à ce modèle sont développées dans la littérature, notamment pour deux types de mélanges non linéaires : les mélanges post non linéaires très répandus dans le domaine de la chimie, et les mélanges linéaires quadratiques qui nous intéresseront dans le cadre de cette thèse pour l'application à l'observation de la Terre.

**Mélanges post non linéaires** Dans ce cas, les signaux sources vont d'abord subir un mélange linéaire, puis une application non linéaire, composante par composante :

$$x_i(n) = f_i\left(\sum_{j=1}^N a_{ij} s_j(n)\right) \quad (2.6)$$

Ce modèle est réaliste dans le cas où le mélange des sources est linéaire mais le capteur a une réponse non-linéaire, ce qui est souvent le cas dans le domaine de la chimie notamment. On ne détaillera pas plus ce modèle qui ne nous intéresse pas dans le cadre de cette thèse, mais le lecteur peut se référer à [Deville and Duarte, 2015] et les références qui y sont citées pour plus d'informations sur le sujet.

**Mélanges linéaires quadratiques** Les mélanges Linéaires Quadratiques (LQ) sont une extension des mélanges linéaires instantanés, prenant en compte les termes de second ordre :

$$x_i(n) = \sum_{j=1}^N a_{ij}s_j(n) + \sum_{j=1}^N \sum_{k=j}^N b_{ijk}s_j(n)s_k(n) \quad (2.7)$$

avec  $b_{ijk}$  les coefficients de mélange des termes de second ordre. Pour expliquer l'intérêt de cette modélisation, on explicite une application en observation de la Terre, notamment dans le cadre de scène urbaine : les sources considérées dans ce cas sont des spectres de réflectance de divers matériaux et le capteur est un imageur (aéroporté ou satellitaire). Un rayon lumineux peut se refléter sur un matériau (par exemple un bâtiment) puis un autre (par exemple le sol) avant de rencontrer le capteur. On aura donc une double réflexion qui sera modélisée par un terme de second ordre. Plus de détails sur ce modèle et l'application considérée seront fournis dans la partie II consacrée à l'application en observation de la Terre, et notamment dans le chapitre 8 faisant un état de l'art spécifique à cette application. Dans le cadre de nos travaux, nous détaillerons également un cas particulier de ce modèle de mélange : le mélange bilinéaire. Ce modèle prend également en compte les réflexions multiples de la lumière sur plusieurs matériaux, mais ne considère pas les réflexions multiples d'un même matériau.

### 2.1.3 Conclusion

Nous avons présenté rapidement les différents modèles de mélange rencontrés dans la littérature. Dans la suite, nous allons nous concentrer sur deux types de modèles correspondant à nos applications dans le cadre de cette thèse :

- les mélanges LI : dans le domaine de l'astrophysique comme dans le domaine de l'observation de la Terre, c'est un modèle usuel et relativement réaliste comme nous l'expliquerons au fil de cette thèse à travers des exemples concrets.
- les mélanges LQ : dans le domaine de l'observation de la Terre et notamment dans le cadre des scènes urbaines, ces mélanges peuvent être rencontrés comme nous l'avons vu précédemment. Cependant les méthodes de SAS dans ce cas de mélanges (et dans le cas de mélanges non linéaires en général) sont peu nombreuses et ne sont pas encore assez efficaces.

Nous allons par la suite dresser un état de l'art des méthodes de SAS existantes pour ces deux cas d'étude. Avant cela, quelques remarques sont à souligner à propos de la SAS.

## 2.2 Remarques et indéterminations

Le nombre de sources  $N$  peut être inconnu. Dans ce cas, il peut être estimé conjointement au système de séparation, ou il peut être estimé au préalable par exemple grâce à une Analyse en Composantes Principales (ACP) [Theodoridis and Koutroumbas, 2009] qui projette les données dans un sous-espace où les données ont la plus grande variance, ou grâce à des algorithmes

appelées «grads» comportant des règles de décisions comme décrit dans [Jingqing Luo and Zhiguo Zhang, 2000]. Ces règles sont fondées sur un calcul fonction des valeurs propres de la matrice de covariance des données, et permettent d'estimer  $N$ .

**Le nombre de sources  $N$  vs. le nombre d'observations  $M$**  Nous n'avons pas parlé précédemment du nombre d'observations appelé  $M$ , donc du nombre de vecteurs  $x_i$ , mais trois cas peuvent se présenter, chacun pouvant orienter vers un choix de types de méthodes de SAS précis.

- $M < N$ , c'est le cas sous-déterminé. Nous disposons de moins d'observations que de sources à estimer, c'est un cas très complexe où la séparation est beaucoup plus difficile et nécessitera des informations *a priori* ou des contraintes supplémentaires.
- $M = N$ , c'est le cas déterminé. Il peut être suffisant dans le cas de mélanges LI notamment.
- $M > N$ , c'est le cas sur-déterminé et le plus intéressant pour la SAS. En effet, plus nous aurons d'observations et donc d'informations sur les données, plus aisée sera l'estimation des signaux sources.

Dans cette thèse, nous nous intéresserons majoritairement à des cas sur-déterminés.

**Indéterminations standards** Les méthodes de SAS pour des mélanges LI donnent lieu à deux indéterminations :

- la permutation : l'indice  $j$  donné aux sources est arbitraire. Lorsqu'on estime les signaux sources ces indices peuvent être permutés. Si on prend l'exemple d'un mélange LI, on voit dans l'équation (2.2) que si les indices des sources estimées ont un ordre différent, l'équation est quand même respectée. C'est ce qu'on nomme la permutation d'indices.
- l'indétermination d'échelle : si on reprend le mélange LI de l'équation (2.2), on voit que si on applique un facteur d'échelle  $\delta_j$  sur les sources estimées et le facteur inverse sur les coefficients de mélange, on peut obtenir la même observation  $\mathbf{x}_i$

$$x_i(n) = \sum_{j=1}^N \frac{a_{ij}}{\delta_j} \delta_j s_j(n) \quad (2.8)$$

On voit donc qu'il existe aussi une indétermination d'échelle avec la SAS : les sources que l'on estimera dans nos méthodes seront généralement estimées à un facteur d'échelle et à une permutation d'indices près.

Ces indéterminations sont également vraies pour d'autres modèles de mélange, tel que le modèle LQ qui nous intéressera dans nos travaux.

## 2.3 Méthodes de SAS pour des mélanges LI

Historiquement, les premières méthodes de SAS ont été développées pour un modèle de mélange LI car c'est le modèle le plus simple à appréhender. Cependant, le problème de la SAS est un problème mal posé, il faut donc contraindre le modèle ou prendre en considération des propriétés supplémentaires pour pouvoir le résoudre. Nous allons présenter les classes de méthodes les plus connues résultant de ces contraintes et propriétés dans la suite de cette section.

Dans le cas de mélange LI (2.2), le système de SAS le plus largement employé s'écrit :

$$\mathbf{y}_j(n) = \sum_{i=1}^M c_{ji}x_i(n) \quad (2.9)$$

avec  $\mathbf{y}_j$  les signaux sources estimés (appelés aussi signaux de sortie),  $c_{ji}$  les coefficients de séparation et  $M$  le nombre d'observations. Matriciellement, on a :

$$\mathbf{Y} = \mathbf{C}\mathbf{X} \quad (2.10)$$

avec  $\mathbf{Y}$  la matrice contenant les  $N$  signaux sources estimés et  $\mathbf{C}$  la matrice de séparation contenant les coefficients  $c_{ji}$ .

### 2.3.1 Les méthodes reposant sur l'indépendance

L'hypothèse la plus courante dans la littérature est l'indépendance statistique mutuelle des sources. Cette classe de méthodes est connue sous le nom d'*Independent Component Analysis* (ICA) ou Analyse en Composantes Indépendantes en français. Le principe de séparation de l'ICA consiste à adapter la matrice de séparation  $\mathbf{C}$  afin d'estimer des signaux sources  $\mathbf{y}_j$  indépendants statistiquement. Bien que l'indépendance statistique soit une supposition réaliste dans de nombreuses applications et soit généralement suffisante à obtenir la séparation, il existe des exceptions. Il a été montré dans [Comon, 1994] que nous ne pouvons pas obtenir cette séparation dans le cas de signaux sources indépendants et identiquement distribués (i.i.d.) suivant une loi de probabilité gaussienne. Donc pour effectuer la séparation, il existe deux hypothèses possibles : soit les sources ne sont pas i.i.d., soit elles ne suivent pas une loi gaussienne. Ces deux cas d'étude ont débouché sur deux classes de méthodes présentées ci-dessous : chacune d'entre elles exploite la non vérification de l'une de ces deux hypothèses. Pour plus de détails sur l'ICA et les classes de méthodes existantes, on peut se référer à [Comon and Jutten, 2010], [Deville, 2011] [Deville, 2016], [Hyvärinen et al., 2001].

**Méthodes basées sur la non gaussianité** Nous considérons ici le cas de sources i.i.d. [Comon, 1994] a démontré que la séparation ne peut avoir lieu que si au maximum une des sources suit une loi gaussienne. Il est alors possible de construire deux classes de méthodes de séparation qui chercheront soit à estimer des  $\mathbf{y}_j$  indépendants, soit à estimer des  $\mathbf{y}_j$  les plus «non gaussiens» possibles.

- *Méthodes basées sur les cumulants* Les cumulants sont des outils statistiques intéressants dans le contexte de l'ICA car ils peuvent être utilisés pour détecter l'indépendance statistique entre les signaux estimés. Une des premières méthodes « classiques » de SAS appelée COM2 (pour « COntrast Maximization 2 ») a été construite à partir de la somme des carrés des autocumulants d'ordre supérieur ou égal à 3 des signaux  $\mathbf{y}_j$  dans [Comon, 1994]. La fonction de coût décrite est une fonction de contraste et sa maximisation permet d'atteindre la séparation, notamment si on choisit un autocumulant d'ordre 4.

Un autre exemple de méthode classique basée sur les cumulants (entrant dans la classe des *approches tensorielles*) est la méthode proposée dans [Cardoso and Souloumiac, 1993] appelée JADE (pour « Joint Approximate Diagonalization of Eigen-Matrices »). Cette dernière repose sur le même principe que la méthode COM2, la différence réside dans la fonction de coût qui s'appuie ici sur la somme des carrés de cumulants croisés d'ordre 4 des signaux  $\mathbf{y}_j$ .

Il existe également des critères de séparation basés sur le calcul de cumulants dans le but

de mesurer la non gaussianité des signaux de sorties. Un exemple connu dans la littérature est la méthode FastICA de [Hyvärinen and Oja, 1997], basée sur l'optimisation du kurtosis estimé d'une sortie du système de séparation en utilisant un algorithme à point fixe.

- *Méthodes basées sur la théorie de l'information* Il existe des méthodes s'inspirant d'outils tirés de la théorie de l'information tels que l'Information Mutuelle (IM) pour mesurer l'indépendance statistique entre les sorties. En effet, l'IM est une grandeur positive qui s'annule lorsqu'il y a indépendance, minimiser cette grandeur revient donc à rendre le plus indépendants possibles les signaux de sortie. Des exemples de méthodes sont donnés dans [Comon and Jutten, 2010], [Babaie-Zadeh and Jutten, 2005], [Pham, 2000].
- *Méthodes basées sur la vraisemblance* Cette approche est une méthode d'estimation de paramètres (ici les coefficients de mélange) qui cherche à maximiser la vraisemblance des observations. Elle nécessite de formuler une hypothèse sur la famille de distributions des densités de probabilité des sources, afin de calculer cette vraisemblance. On peut citer comme travaux dans cette classe de méthodes [Hyvärinen et al., 2001], [Belouchrani and Cardoso, 1994], [Pham and Garat, 1997]. Une méthode a aussi été développée pour le cas de données bruitées [Hyvärinen, 1998].

**Méthodes basées sur la structure des signaux** Ces méthodes ont été développées dans le cas de signaux non i.i.d. (possiblement gaussiens). Elles exploitent la structure temporelle dans le cas de signaux temporels, mais peuvent être applicables à d'autres types de signaux tels que des spectres ou des images. Deux classes distinctes ont alors émergé dans la littérature.

- *Les méthodes s'appuyant sur l'autocorrélation des sources* Ces méthodes exploitent les propriétés des fonctions d'autocorrélation des signaux supposés stationnaires pour construire un critère de séparation. AMUSE (pour « Algorithm for Multiple Unknown Signals Extraction ») [Tong et al., 1990] et SOBI (pour « Second-Order Blind Identification ») [Belouchrani et al., 1997] en sont deux exemples classiques de la littérature.
- *Les méthodes s'appuyant sur la non stationnarité des sources* Ces méthodes peuvent prendre appui sur des outils issus de la théorie de l'information ou la vraisemblance. [Pham and Cardoso, 2001] est un exemple de ces méthodes, basé sur la minimisation de l'IM ou la maximisation de la vraisemblance.

### 2.3.2 Les méthodes bayésiennes

Les méthodes bayésiennes permettent de prendre en compte des connaissances *a priori* sur les sources ou la matrice de mélange. C'est une approche probabiliste qui permet donc d'estimer la solution la plus probable en tenant compte des informations à disposition. Pour cela, on attribue aux sources et à la matrice de mélange des lois de probabilités *a priori*, respectivement  $p(\mathbf{S})$  et  $p(\mathbf{A})$ . À partir de ces dernières et de la vraisemblance des observations  $p(\mathbf{X} | \mathbf{A}, \mathbf{S})$ , on peut estimer la loi *a posteriori* des grandeurs à estimer grâce à la règle de Bayes :

$$p(\mathbf{A}, \mathbf{S} | \mathbf{X}) = \frac{p(\mathbf{X} | \mathbf{A}, \mathbf{S})p(\mathbf{A}, \mathbf{S})}{p(\mathbf{X})} \quad (2.11)$$

avec  $p(\mathbf{X})$  la loi de probabilité des observations intervenant comme terme de normalisation ici. De plus si  $\mathbf{A}$  et  $\mathbf{S}$  sont indépendants, on considère :

$$p(\mathbf{A}, \mathbf{S} | \mathbf{X}) \propto p(\mathbf{X} | \mathbf{A}, \mathbf{S})p(\mathbf{A})p(\mathbf{S}) \quad (2.12)$$

Cette loi *a posteriori* nous permet d'estimer les matrices inconnues  $\mathbf{A}$  et  $\mathbf{S}$  à l'aide d'estimateurs bien connus de la littérature tels que le maximum *a posteriori* (MAP). Enfin, pour adapter ces matrices en optimisant le critère, on utilise des algorithmes d'optimisation. Les plus couramment utilisés sont l'EM (Expectation Maximization) ou la modélisation MCMC (Markov Chain Monte Carlo). On peut citer comme exemples de méthodes [Knuth, 1999], [Moussaoui et al., 2006]. Pour plus de détails et d'autres exemples de méthodes, le lecteur peut se référer au chapitre 12 de [Comon and Jutten, 2010].

### 2.3.3 Les méthodes reposant sur la parcimonie

La parcimonie est un concept relativement récent (début des années 2000) dans le domaine de la SAS. Un signal est dit parcimonieux si un certain nombre de ses valeurs sont nuls dans un domaine de représentation donné (exemple le temps pour un signal temporel).

Pour la SAS, ce concept de parcimonie ne doit pas être appliqué au signal observé lui-même : c'est l'ensemble des signaux sources qui doivent être *conjointement parcimonieux*. Cela signifie que chacune des sources doit être « isolée » dans une zone donnée des signaux observés. Par exemple, si on illustre ce phénomène dans un cas très simple avec deux signaux audios : deux interlocuteurs (chaque interlocuteur représente un signal source) ayant une discussion, temporellement on a parcimonie conjointe quand une source est active (quand un interlocuteur parle), et que l'autre source est inactive (le deuxième interlocuteur écoute), dans un intervalle de temps donné. On définit alors *le degré de parcimonie conjointe* correspondant au nombre de zones mono-sources (zone où une seule source est active) dans le domaine de représentation des signaux observés.

Il est à noter que la parcimonie conjointe n'est pas nécessairement trouvée dans le domaine de représentation « naturelle » des signaux. Il peut être nécessaire d'effectuer une transformation que l'on qualifie de parcimonieuse pour trouver cette propriété sur les signaux, comme par exemple le calcul de la STFT (Short-Time Fourier Transform ou transformée de Fourier à court terme), de la DCT (Discrete Cosine Transform ou transformée en cosinus discrète) ou la transformée en ondelettes des signaux. Ces transformations sont utilisées dans de nombreuses applications, notamment dans le cas de signaux audio continus ayant des spectres disjoints : la STFT peut servir dans ce cas-là à séparer les domaines de temps-fréquence de ces deux signaux, on obtiendra alors une représentation parcimonieuse de ces signaux pourtant non parcimonieux temporellement. Pour plus de détails sur ces transformations, on peut se référer au chapitre 10 de [Comon and Jutten, 2010], [Deville, 2011] et [Deville, 2016].

La classe de méthodes utilisant cette parcimonie conjointe est couramment appelée l'Analyse en Composantes Parcimonieuses (SCA pour Sparse Component Analysis en anglais) et se décompose en 2 types :

- *les méthodes nécessitant un fort degré de parcimonie* appelées WDO (pour W-Disjoint Orthogonality). Pour celles-ci, pour chaque échantillon des signaux observés, on ne doit avoir au maximum qu'une seule source active. Il est donc nécessaire d'avoir une très forte parcimonie conjointe. L'atout majeur de ce genre de méthodes est qu'elles permettent de séparer les sources même dans le cas dit sous-déterminé (nombre de sources plus grand que le nombre d'observations). Le lecteur peut consulter [Rickard and Yilmaz, 2002], [Jourjine et al., 2000], [Yilmaz and Rickard, 2004] pour des exemples de méthodes basées sur ce principe.
- *les méthodes nécessitant un faible degré de parcimonie* appelées QNS (pour Quasi Non-Sparse). L'idée générale ici est qu'il existe des petites zones dites mono-sources au sein des observations, que l'on va exploiter pour estimer la matrice de mélange et donc les sources par inversion de cette matrice (dans le cas déterminé). Des exemples de méthodes développées sont décrits dans [Abrard and Deville, 2005] pour les méthodes LI-TEMPROM

et LI-TIFFROM, et [Deville and Puigt, 2007] pour les méthodes LI-TEPCORR et LI-TIFCORR, reposant respectivement sur la variance et sur la corrélation pour la détection de ces zones mono-sources, et dans [Deville, 2014].

### 2.3.4 Les méthodes reposant sur la factorisation en matrices non négatives

Les méthodes reposant sur la factorisation en matrices non négatives (NMF pour Non-negative Matrix Factorization) exploitent la non négativité des grandeurs impliquées dans le modèle LI (2.3) pour décomposer une matrice en produit de deux matrices. La NMF peut s'appliquer dans de nombreuses applications comme la classification, la reconnaissance (faciale ou d'écriture), la fouille de texte ou encore l'analyse d'ADN, voir le chapitre 8 de [Cichocki et al., 2009], le chapitre 13 de [Comon and Jutten, 2010] ou [Berry et al., 2007] pour plus de détails et d'exemples d'applications. Dans notre cas d'étude qu'est la SAS, la NMF s'applique quand les observations, les sources et les coefficients de mélange sont supposés non négatifs, ce qui est souvent vérifié notamment dans le cas de l'astrophysique et de l'observation de la Terre, comme nous le verrons dans les chapitres d'état de l'art dédiés à chaque domaine d'application.

Le principe de la NMF a été introduit dans les travaux de Paatero en 1994 [Paatero and Tapper, 1994] sous le nom de PMF (Positive Matrix Factorization), mais c'est grâce aux travaux de Lee et Seung [Lee and Seung, 1999] que la NMF s'est popularisée. Depuis, de nombreuses méthodes sont apparues dans la littérature. Le principe est de décomposer la matrice d'observation  $\mathbf{X}$  supposée non négative, en produit de deux matrices non négatives  $\hat{\mathbf{A}}$  et  $\hat{\mathbf{S}}$ , contenant respectivement les coefficients de mélange estimés et les sources estimées aux indéterminations près (voir section 2.2), tel que  $\mathbf{X} = \hat{\mathbf{A}}\hat{\mathbf{S}}$ .

Le but en SAS est donc de minimiser l'erreur d'estimation  $\mathbf{X} - \hat{\mathbf{A}}\hat{\mathbf{S}}$ . Pour cela, il est nécessaire de choisir une mesure de distance  $D(\cdot || \cdot)$  afin de construire la fonction de coût  $J$  à minimiser :

$$J(\hat{\mathbf{A}}, \hat{\mathbf{S}}) = D(\mathbf{X} || \hat{\mathbf{A}}\hat{\mathbf{S}}). \quad (2.13)$$

Une distance simple et usuelle est la distance Euclidienne [Lee and Seung, 2001] calculée à partir de la norme de Frobenius  $\|\cdot\|_F$  :

$$D(\mathbf{X} || \hat{\mathbf{A}}\hat{\mathbf{S}}) = \|\mathbf{X} - \hat{\mathbf{A}}\hat{\mathbf{S}}\|_F^2. \quad (2.14)$$

Une autre mesure couramment utilisée est la divergence de Kullback-Leibler [Lee and Seung, 2001] définie comme :

$$D(\mathbf{X} || \hat{\mathbf{A}}\hat{\mathbf{S}}) = \sum_{i,j} \left( \mathbf{X}_{ij} \ln \frac{\mathbf{X}_{ij}}{[\hat{\mathbf{A}}\hat{\mathbf{S}}]_{ij}} - \mathbf{X}_{ij} + [\hat{\mathbf{A}}\hat{\mathbf{S}}]_{ij} \right). \quad (2.15)$$

D'autres mesures ont été développées et utilisées dans le cadre de la NMF, notamment dans la classe des *alpha-divergence* et *beta-divergence*, comme explicité dans le chapitre 2 de [Cichocki et al., 2009]. Une fois la mesure de distance choisie, nous nous intéressons aux algorithmes usuels de minimisation développés dans le cadre de la NMF.

**Algorithmes usuels de NMF** Pour un état de l'art plus détaillé de ces méthodes, on peut se référer au livre [Cichocki et al., 2009] ou au chapitre 13 de [Comon and Jutten, 2010].

- *Algorithmes multiplicatifs* : Le concept a été introduit dans [Lee and Seung, 1999] et [Lee and Seung, 2001] et a été par la suite beaucoup utilisé dans la littérature grâce à sa simplicité de mise en œuvre. Il consiste pour la distance (2.14) à adapter les matrices à estimer grâce

aux règles de mise à jour ci-dessous :

$$\begin{aligned}\hat{\mathbf{S}} &\leftarrow \hat{\mathbf{S}} \odot [(\hat{\mathbf{A}}^T \mathbf{X}) \oslash (\hat{\mathbf{A}}^T \hat{\mathbf{A}} \hat{\mathbf{S}})] \\ \hat{\mathbf{A}} &\leftarrow \hat{\mathbf{A}} \odot [(\mathbf{X} \hat{\mathbf{S}}^T) \oslash (\hat{\mathbf{A}} \hat{\mathbf{S}} \hat{\mathbf{S}}^T)]\end{aligned}\quad (2.16)$$

avec  $\odot$  et  $\oslash$  respectivement le produit et la division élément par élément. On voit ici que si  $\hat{\mathbf{S}}$  et  $\hat{\mathbf{A}}$  sont initialisées par des valeurs non négatives, alors la règle de mise à jour assure la non négativité des matrices obtenues en sortie d'algorithme (puisque'il s'agit d'une multiplication par un facteur lui aussi non négatif). Une variante a aussi été développée dans le cas de la divergence de Kullback-Leiber dans [Lee and Seung, 2001]. De nombreuses variantes de cet algorithme ont été proposées depuis, notamment avec l'ajout de contraintes supplémentaires comme par exemple la parcimonie. Le lecteur peut se référer à [Hoyer, 2002] et au chapitre 3 de [Cichocki et al., 2009] pour des exemples de ces extensions.

- *Algorithmes ALS* : L'algorithme ALS (pour Alternating Least Squares) fut le premier algorithme proposé pour la NMF dans les travaux de [Paatero and Tapper, 1994]. Comme son nom l'indique, il s'agit d'utiliser la solution des moindres carrés (Least Squares) alternativement (Alternating) pour estimer les matrices  $\mathbf{S}$  et  $\mathbf{A}$  : dans un premier temps on fixe  $\hat{\mathbf{A}}$  et on calcule la solution des moindres carrés pour  $\hat{\mathbf{S}}$  qui minimise  $J$  (2.13)-(2.14), puis on fixe  $\hat{\mathbf{S}}$  et on calcule le  $\hat{\mathbf{A}}$  qui minimise  $J$ . On réitère le processus jusqu'à convergence (les critères de convergence étant choisis au préalable). Afin de respecter la contrainte de non négativité des données qui n'est pas incluse dans les moindres carrés, à chaque estimation d'une matrice on met à 0 toutes les valeurs estimées négatives. Par la suite, des méthodes sont apparues dans la littérature dans le but d'améliorer ou simplement d'accélérer cet algorithme, comme par exemple dans [Bro and de Jong, 1997], [Wang et al., 2003], [Albright et al., 2014] et celles citées dans le chapitre 4 de [Cichocki et al., 2009].
- *Algorithmes de type gradient projeté* : Le principe de ces méthodes est de trouver le minimum de la fonction de coût  $J$  (2.13)-(2.14) en suivant la direction de son gradient, gradient calculé par rapport aux matrices à estimer. On utilise pour cela les règles de mise à jour suivantes :

$$\begin{aligned}\hat{\mathbf{A}} &\leftarrow \hat{\mathbf{A}} - \mu \frac{\partial J}{\partial \hat{\mathbf{A}}} \\ \hat{\mathbf{S}} &\leftarrow \hat{\mathbf{S}} - \mu \frac{\partial J}{\partial \hat{\mathbf{S}}}\end{aligned}\quad (2.17)$$

avec  $\mu$  un pas positif à régler empiriquement ou automatiquement grâce à des méthodes dédiées. Pour satisfaire la contrainte de non négativité, on ajoute une projection sur l'espace  $\mathbb{R}_+$  des réels positifs (incluant zéro) : les valeurs négatives estimées sont mises à une valeur positive faible. Des exemples de travaux utilisant cette méthode peuvent être trouvés dans le chapitre 5 de [Cichocki et al., 2009], [Cichoki and Zdunek, 2007] et [Lin, 2007].

- *Algorithmes Quasi-Newton Projeté* : Ces méthodes sont semblables aux méthodes de type gradient projeté, à la différence qu'on utilise une approximation de second degré, au lieu d'utiliser une approximation de premier degré, afin de minimiser  $J$  (2.13)-(2.14). L'avantage principal de cette classe de méthode par rapport à la précédente est la vitesse de convergence qui est plus grande. Des exemples de méthodes sont fournis dans le chapitre 6 de [Cichocki et al., 2009].

**Convergence et unicité de la solution** Il existe deux inconvénients majeurs à la NMF.

(i) Les fonctions coûts sont convexes suivant  $\mathbf{A}$  (avec  $\mathbf{S}$  fixée) ou  $\mathbf{S}$  (avec  $\mathbf{A}$  fixée) mais sont généralement non convexes suivant les deux variables. Cela implique que les algorithmes de NMF convergent généralement vers des minima locaux et sont donc très sensibles à l'initialisation.

(ii) De plus, la SAS est un problème mal posé, nous avons vu précédemment que sa résolution menait à des indéterminations telles que la permutation et le facteur d'échelle. La NMF ajoute une indétermination supplémentaire : nous ne pouvons estimer la matrice de coefficients et la matrice source qu'à une matrice inversible  $\mathbf{M}$  près telle que :

$$\mathbf{X} \approx \hat{\mathbf{A}}\hat{\mathbf{S}} \approx \hat{\mathbf{A}}\mathbf{M}\mathbf{M}^{-1}\hat{\mathbf{S}} \quad (2.18)$$

avec  $\hat{\mathbf{A}}\mathbf{M} \geq 0$  et  $\mathbf{M}^{-1}\hat{\mathbf{S}} \geq 0$ . On voit alors qu'il existe une infinité de solutions si nous ne contraignons pas plus le critère. Il y a plusieurs études qui ont été réalisées dans la littérature sur les conditions pour avoir l'unicité de la solution de la NMF, dont notamment les travaux réalisés par [Donoho and Stodden, 2004] et [Moussaoui et al., 2005]. Ces derniers illustrent même le domaine des solutions possibles pour une application simple en chimie analytique.

Malgré ces problèmes, la NMF reste très utilisée pour résoudre un problème de SAS dans la littérature, comme nous avons pu le voir avec le nombre de méthodes développées ces dernières années. En effet, il est possible de restreindre le nombre de solutions grâce à des contraintes supplémentaires ou à des méthodes d'initialisation spécifiques. Nous présentons ci-dessous quelques-unes des méthodes les plus classiques, le lecteur peut se référer à [Cichocki et al., 2009] pour plus de détails.

- *La normalisation* il est possible de normaliser les valeurs des matrices estimées pour résoudre le problème du facteur d'échelle. On peut notamment normaliser la somme des coefficients de chaque ligne de  $\hat{\mathbf{A}}$  à 1 ce qui est d'usage notamment en télédétection comme nous le verrons dans la partie II dédiée à cette application. La division des lignes ou colonnes de ces matrices par leurs normes  $l_1$ , égales à la somme des valeurs (car les valeurs sont positives), est un exemple usuel de normalisation à 1.
- *Les méthodes d'initialisation* Comme nous l'avons vu précédemment, le critère menant à des minima locaux, les algorithmes de NMF sont très sensibles à l'initialisation. C'est pourquoi on peut trouver de nombreuses méthodes dans la littérature qui visent à initialiser « au mieux » la NMF. Un exemple simple est donné en chapitre 1 de [Cichocki et al., 2009] et consiste à tester plusieurs initialisations sur un petit nombre d'itérations, puis à sélectionner l'initialisation ayant donné la valeur de  $J$  la plus faible afin de faire tourner l'algorithme entier avec cette initialisation. D'autres exemples de méthodes que l'on peut citer sont : [Wild et al., 2004] qui utilise une méthode de clustering appelée *k-means sphériques* et [Rezaei and Boostani, 2011] utilisant le Fuzzy C-Means Clustering. Ces deux méthodes d'initialisation de la NMF sont appliquées dans un contexte de reconnaissance faciale. Une autre approche est utilisée dans [Boutsidis and Gallopoulos, 2008], où l'initialisation est faite en utilisant la SVD (pour Singular Value Decomposition).
- *Les structures multi-couches* Le principe des structures multi-couches est décrit dans le chapitre 1 de [Cichocki et al., 2009]. Il consiste à décomposer la matrice de coefficients  $\hat{\mathbf{A}}$  en produit de sous matrices  $\hat{\mathbf{A}}^k$  tel que  $\mathbf{X} \approx \hat{\mathbf{A}}^1 \hat{\mathbf{A}}^2 \dots \hat{\mathbf{A}}^K \hat{\mathbf{S}}$ , et d'appliquer la NMF (avec initialisation aléatoire) par couche successive en exploitant le résultat de la couche précédente. Cette technique permet d'éviter les minima locaux et d'ajouter des contraintes de parcimonie sur chaque sous matrice  $\hat{\mathbf{A}}^k$ .
- *L'ajout d'autres contraintes* Pour réduire le domaine des solutions possibles au problème de NMF, des contraintes peuvent être intégrées dans le critère  $J$  à minimiser. Ces contraintes

dépendent de la nature des données à traiter et de l'application en général. Elles peuvent s'appliquer sur une seule des deux matrices (les données ou les coefficients de mélange) à estimer ou bien sur les deux simultanément. Pour ce faire, la méthode la plus répandue dans la littérature consiste à ajouter des termes de régularisation dans le critère  $J$  :

$$J(\hat{\mathbf{A}}, \hat{\mathbf{S}}) = D(\mathbf{X} \parallel \hat{\mathbf{A}}\hat{\mathbf{S}}) + \alpha_A J_A(\hat{\mathbf{A}}) + \alpha_S J_S(\hat{\mathbf{S}}) \quad (2.19)$$

avec les termes  $J_A(\hat{\mathbf{A}})$ ,  $J_S(\hat{\mathbf{S}})$  correspondant aux contraintes ajoutées pour chaque matrice à estimer.  $\alpha_A$ ,  $\alpha_S$  sont les coefficients de pondération de ces termes, c'est-à-dire l'importance accordée à chaque contrainte dans la fonction de coût. Il y a deux types de contraintes assez répandues dans la littérature :

- *La parcimonie* Il est possible d'imposer à l'algorithme de converger vers une solution parcimonieuse. Un outil simple et très utilisé pour prendre en compte cet *a priori* est la norme  $l_1$ , on exprime alors les termes de pénalisation  $J_S(\hat{\mathbf{S}}) = \|\hat{\mathbf{S}}\|_1$  pour la matrice  $\mathbf{S}$  par exemple. On peut citer comme travaux utilisant cette contrainte [Hoyer, 2002] [Kim and Park, 2007].
- *La douceur* Il est aussi possible d'imposer de la douceur, c'est-à-dire de pénaliser les fortes valeurs dans une matrice et donc de favoriser des valeurs faibles afin d'obtenir une matrice « lisse ». Une mesure usuelle qui peut être utilisée pour lisser les spectres estimés est la norme  $l_2$  au carré, c'est-à-dire  $J_S(\hat{\mathbf{S}}) = \sum_{j=1}^N \|\hat{\mathbf{s}}_j\|_2^2$ . D'autres exemples de contraintes de douceur sont donnés dans [Chen et al., 2006], [Drakakis et al., 2006].

D'autres contraintes ont été utilisées dans la littérature (comme par exemple la décorrélation spatiale dans les travaux de [Chen et al., 2006]) mais ne seront pas détaillées ici.

## 2.4 Méthodes de SAS pour des mélanges LQ

Un panorama des méthodes existantes peut être trouvé dans [Deville and Duarte, 2015]. Nous allons ici détailler quelques méthodes dans le cas d'applications diverses, nous détaillerons l'état de l'art spécifique à l'observation de la Terre dans la partie II.

### 2.4.1 Méthodes basées sur l'ICA

Dans cette section, nous allons faire un état de l'art des méthodes de SAS développées dans le cas de mélanges LQ décrits dans la sous section 2.1.2. L'étude de la SAS dans le cas de mélanges LQ est relativement récente : la première méthode remonte à notre connaissance à 1993 avec les travaux de [Krob and Benidir, 1993]. Dans ces derniers, l'étude est faite dans le cas d'un mélange sur-déterminé bruité (bruit additif gaussien) de sources circulaires et indépendantes. La méthode de SAS résultante (de type ICA) est basée sur la décomposition SVD des moments d'ordre deux et trois.

Une autre méthode basée sur l'ICA dans le cadre de sources circulaires fut développée quelques années plus tard dans [Abed-meraim et al., 1996], avec le même modèle de mélange que dans les travaux de [Krob and Benidir, 1993]. La méthode proposée repose sur la diagonalisation conjointe des matrices de corrélation, puis sur le calcul des moments d'ordre 3 des matrices sources estimées. En sortie du système, on obtient la séparation entre les termes linéaires et les termes quadratiques du mélange initial.

D'autres méthodes basées sur l'ICA furent développées dans les années qui suivirent. On peut notamment citer les travaux de [Hosseini and Deville, 2003], qui s'intéresse à un cas particulier

des mélanges déterminés LQ : les mélanges bilinéaires dans le cas de 2 sources. Ici, une notation particulière est choisie pour faciliter les calculs :

$$\begin{aligned}\mathbf{x}_1 &= \mathbf{s}_1 - l_1 \mathbf{s}_2 - q_1 \mathbf{s}_1 \mathbf{s}_2 \\ \mathbf{x}_2 &= \mathbf{s}_2 - l_2 \mathbf{s}_1 - q_2 \mathbf{s}_1 \mathbf{s}_2\end{aligned}\tag{2.20}$$

avec  $l_i$  et  $q_i$  les coefficients réels de mélange. On constate qu'il n'y a pas de terme au carré dans ce modèle, un choix motivé par la facilité des calculs que nécessite le développement de leur méthode. Celle-ci utilise un réseau récurrent inspiré des travaux de [Jutten and Herault, 1991] étendu au cas bilinéaire. Une version améliorée et généralisée de cette méthode est proposée dans [Hosseini and Deville, 2004], où l'estimation des paramètres se fait grâce au maximum de vraisemblance. Une extension de ce modèle aux mélanges plus complexes est proposée dans [Deville and Hosseini, 2009]. [Deville and Hosseini, 2010] présente les problèmes de stabilité que l'on rencontre avec ce genre de réseaux et explique les approches permettant d'y remédier. Dans [Hosseini and Deville, 2013], une méthode basée sur le maximum de vraisemblance exploitant de *a priori* sur la forme paramétrique du modèle de mélange est décrite pour jusqu'à 3 sources.

Une méthode appliquée au cas du "show-through effect" (mélange du recto-verso dans des scans) basée sur le modèle (2.20) est décrite dans [Merrikh-Bayat et al., 2011].

Dans [Mokhtari et al., 2009], les auteurs proposent d'exploiter le même réseau de [Hosseini and Deville, 2003], [Hosseini and Deville, 2004], mais en estimant les paramètres du modèle en minimisant l'information mutuelle des sorties du réseau. Une autre méthode est proposée dans [Duarte et al., 2010] dans le cas de mélanges bilinéaires : elle vise elle aussi à minimiser l'information mutuelle, mais utilise pour cela un outil d'optimisation global ainsi qu'une méthode basée sur le gradient.

Dans [Chaouchi et al., 2010], les auteurs s'intéressent aux mélanges quadratiques, c'est-à-dire ne tenant compte que des termes croisés et des termes au carré du modèle LQ. La méthode vise à estimer les coefficients de mélange à partir d'un système d'équations non linéaires fondées sur des cumulants. La solution de ce système est trouvée grâce à un algorithme d'optimisation.

Dans le cas de signaux non i.i.d., [Hosseini and Deville, 2014] utilise l'autocorrélation et la non stationnarité des sources dans le critère de maximum de vraisemblance pour séparer des sources dans le cas de mélanges LQ.

Une autre méthode de SAS pour des mélanges LQ a été développée dans [Jarboui et al., 2018]. Dans ces travaux, les sources à estimer sont mutuellement indépendantes mais auto-corrélées. L'algorithme de séparation proposé utilise les statistiques de second ordre : les auteurs cherchent à diagonaliser la matrice de corrélation des données centrées pour estimer les sources.

### 2.4.2 Méthodes basées sur la NMF

Des méthodes basées sur la NMF ont été développées relativement récemment dans le cas de mélanges LQ. En effet, bien qu'étant non linéaires, ces mélanges peuvent être représentés par un modèle linéaire aux sens des sources étendues. Les sources étendues correspondent aux signaux sources plus les termes quadratiques considérés comme des sources à part entière (par exemple  $\mathbf{s}_1 \mathbf{s}_2$  sera la première source étendue, puis  $\mathbf{s}_2 \mathbf{s}_3 \dots$ ). Ainsi, les méthodes classiques de la NMF dans le cas LI peuvent être étendues à ce cas LQ : [Meganem et al., 2011] développe la LQ-NMF qui n'est autre que la version étendue d'une descente en gradient du critère défini dans (2.13)-(2.14). Dans ces travaux, la méthode est aussi appliquée au cas de mélanges polynomiaux de 3 sources  $\mathbf{s}_j$ . Dans [Meganem et al., 2014b], les auteurs décrivent 4 méthodes découlant de méthodes standard de la NMF, appliquées aux mélanges LQ de 2 ou 3 sources  $\mathbf{s}_j$ . Ces dernières sont développées dans le cadre du démixage en télédétection, elles seront décrites plus en détails dans la partie II.

Dans [Hosseini et al., 2016], une version contrainte d’une des méthodes précédentes a été développée. Il s’agit d’un algorithme multiplicatif pour minimiser un critère de NMF avec contrainte de non corrélation des sources. Il s’agit donc d’une méthode hybride qui peut être appliquée dans le cas de mélanges LQ de sources non négatives et non corrélées.

Un autre exemple de méthode spécifique au problème du « *show-through effect* » peut être trouvé dans [Liu and Wang, 2013]. Les auteurs s’intéressent au cas d’un mélange non linéaire spécifique à cette application, et développent un algorithme du gradient projeté adapté à ce problème.

### 2.4.3 Méthodes basées sur la parcimonie

Dans [Deville and Hosseini, 2007], une méthode de SAS basée sur une parcimonie dans le domaine temporel a été développée, pouvant être appliquée à des signaux corrélés mais linéairement indépendants. C’est une extension de la méthode LI-TEPCORR [Deville and Puigt, 2007] basée sur la SCA dans le cas de mélange LI vu dans la sous section 2.3.3. Elle est développée dans le cas de mélanges bilinéaires, et ne nécessite qu’un faible degré de parcimonie.

Une autre méthode basée sur la parcimonie que l’on peut citer est définie dans [Duarte et al., 2012]. Cette fois-ci la méthode est applicable aux sources non indépendantes, dans le cas de mélanges bilinéaires de deux sources. Elle est basée sur la minimisation de la norme  $l_0$  d’une combinaison linéaire des vecteurs observés  $\mathbf{x}_i$ , dans le but d’éliminer le terme quadratique. Ensuite est appliquée une méthode standard de SAS dans le cas de mélanges LI sur les signaux résultants.

Dans [Jarbouli et al., 2014], les auteurs proposent une méthode de SAS adaptée à la télé-détection qui nécessite la présence d’au moins deux pixels purs par matériaux, i.e. deux pixels contenant uniquement le spectre de ce matériau. L’approche de séparation consiste alors à classer les spectres en  $N$  clusters,  $N$  étant le nombre de matériaux à estimer, en utilisant la méthode des  $k$ -means. Ensuite, les coefficients de mélange sont estimés grâce à l’algorithme des moindres carrés non-négatifs.

### 2.4.4 Méthodes bayésiennes

Un autre type de méthodes a été développé dans le cas de mélanges bilinéaires bruités (bruit additif gaussien) dans les travaux de [Duarte et al., 2009] pour des sources indépendantes. Cette approche permet d’ajouter d’autres *a priori* dans le critère de séparation. Dans le cas de l’article ces *a priori* sont des intervalles de valeurs pour les sources et les coefficients de mélange estimés, ainsi qu’une structure temporelle des sources. Elle s’appuie sur un algorithme de type MCMC pour estimer les paramètres du modèle : l’échantillonneur de Gibbs. Dans ces travaux, la méthode est testée sur des données simulées. Par ailleurs, dans [Duarte et al., 2011], la méthode est testée dans le cas du « *show-through effect* » et montre des résultats encourageants.

Un exemple de méthode appliquée à la télé-détection peut être trouvé dans [Jarbouli et al., 2016]. Dans ces travaux, les auteurs estiment les spectres grâce à un algorithme appelé Maximum A Posteriori permettant de prendre en compte des informations *a priori* sur les coefficients de mélanges définies dans [Meganem et al., 2014a].

## 2.5 Positionnement de la thèse

Dans ce chapitre, nous avons présenté la SAS et différentes applications qui nécessitent la construction de méthodes de SAS efficaces. Nous avons présenté les différents mélanges exploités dans la littérature. Un bref état de l’art des types de méthodes existants a été dressé pour les

mélanges qui nous intéressent dans le cadre de cette thèse : les mélanges LI (parties I, II) et les mélanges LQ (partie II).

En ce qui concerne le positionnement de nos travaux en astrophysique (partie I), travaillant sur une mission réelle avec un instrument donné, et donc une problématique et des contraintes spécifiques, les méthodes issues de la littérature des mélanges LI n'étaient soit pas exploitables, soit pas assez efficaces. Toute la catégorie de méthodes ICA n'est en effet pas exploitable puisque comme nous le verrons plus tard dans ce manuscrit, les spectres étudiés sont relativement corrélés. De même, les méthodes SCA ne sont pas adaptées à nos signaux dans le domaine spatial et le domaine spectral. La non-négativité quant à elle est présente dans nos données, nous exploiterons donc cet aspect dans nos méthodes.

Quant à l'observation de la Terre, nous avons pour objectif de développer des méthodes de SAS efficaces qui ne nécessitent que très peu d'*a priori* sur nos sources. En effet, aussi bien dans le cas de mélanges LI que pour les mélanges LQ, il existe un besoin de développer des méthodes dans les cas dits « complexes », où nous n'avons ni indépendance entre les sources, ni parcimonie, ni non-négativité. La partie II fait donc état des travaux réalisés durant cette thèse dans cet objectif.

Première partie

**Astrophysique : la mission EUCLID**



# Introduction

Une partie des travaux effectués durant cette thèse a été réalisée dans le contexte de la mission EUCLID de l'Agence Spatiale Européenne (ASE) dont le lancement du satellite est prévu en 2022. Cette mission a pour but de caractériser la nature de l'énergie noire et de comprendre en quoi cette dernière est responsable de l'accélération de l'expansion de l'univers. Pour cela, le satellite va cartographier environ 50 millions de galaxies grâce à deux instruments : un imageur dans le visible appelé VIS et un spectro-photomètre proche infrarouge appelé NISP (Near Infrared Spectrometer Photometer).

L'imageur VIS est chargé de fournir des images optiques de haute qualité dans la partie visible du spectre. Cela permet notamment d'estimer la position de chaque objet astronomique observé le plus précisément possible. L'instrument NISP, qui nous intéressera plus particulièrement dans le cadre de cette thèse, permet quant à lui d'observer le ciel en mode spectrométrie sans fente grâce à des grismes. Généralement, la spectroscopie utilise une fente pour diffracter la lumière d'une petite partie du ciel, ici l'absence de fente permet d'observer une plus grande partie. Un grisme est un réseau de diffraction combiné à un prisme. EUCLID sera équipé d'un grisme bleu couvrant la bande spectrale  $[0.92, 1.25] \mu m$  et de 3 grismes rouges couvrant la bande spectrale  $[1.25, 1.85] \mu m$ . Dans nos travaux, nous nous intéresserons uniquement aux grismes rouges. Les spectres des galaxies observés grâce à l'instrument NISP permettront alors de mesurer les redshifts, c'est-à-dire les décalages des raies d'émission vers le rouge de chaque galaxie, et d'en déduire la distance de chacune de ces galaxies et leur distribution dans le ciel. Cette connaissance permettra aux astrophysiciens d'étudier l'influence qu'a eue l'énergie noire sur ces distances depuis 10 milliards d'années.

La spectroscopie sans fente a l'avantage de pouvoir observer un grand nombre d'objets en une acquisition, mais a un inconvénient majeur : la lumière est dispersée par les grismes dans la direction d'observation de telle façon que les objets proches spatialement voient leurs spectres se mélanger. Une étape de décontamination des spectres est donc requise pour pouvoir analyser ces spectres. Un des objectifs de cette thèse est de construire une méthode de séparation de sources efficace et adaptée aux données d'EUCLID. Pour cela, nous allons exploiter les caractéristiques de l'instrument et la fusion de données. En effet, NISP est équipé de 3 grismes rouges montés sur des roues qui permettent d'obtenir 4 observations dans plusieurs directions différentes sur la même bande spectrale : une observation dans la direction 0, une dans la direction 180 degrés, et deux prises de vues pour la direction 90 degrés. On peut donc envisager d'utiliser cette redondance d'informations pour construire une méthode de séparation robuste. De plus, un grisme étant constitué d'un réseau de diffraction, il génère plusieurs ordres de spectre lors de la dispersion de la lumière. Nous verrons dans ce manuscrit que ces ordres de spectre sont liés optiquement et que nous pouvons ainsi utiliser ce lien pour fusionner les informations de ces différents ordres pour les objets les plus brillants, et ainsi améliorer leur décontamination.

Afin d'anticiper les pré-traitements nécessaires aux futures données issues de cette mission, le consortium EUCLID [EUC, 2018] a créé un simulateur appelé TIPS [TIP, 2017] modélisant l'instrument NISP, et permettant d'obtenir des données hyperspectrales simulées réalistes. C'est

---

sur ces données, et les spectres issus de ces données, que nous travaillerons dans le cadre de cette thèse.

Dans cette partie, nous dresserons dans le chapitre 3 un état de l'art des méthodes de SAS dans le domaine de l'astrophysique. Dans le chapitre 4, nous présenterons de manière plus détaillée les enjeux de la mission EUCLID, les données que nous aurons à disposition et en quoi ces dernières nécessitent la création d'une méthode de SAS adaptée. Puis, nous nous intéresserons successivement à deux approches de décontamination dans les chapitres 5 et 6, toutes deux basées sur les spécificités des données EUCLID. Enfin, nous conclurons et parlerons des perspectives que nous pensons intéressantes à exploiter dans le chapitre 7.

## Chapitre 3

# Méthodes de SAS en astrophysique

Ce chapitre a pour but de dresser un état de l'art sommaire de l'application de méthodes de SAS dans le cas de données astrophysiques. Ici, nous nous intéresserons au cas de mélanges linéaires instantanés (LI) particulièrement car c'est le modèle de mélange le plus utilisé dans ce domaine, et c'est aussi celui qui convient aux données traitées dans le cadre de la mission EUCLID. L'état de l'art dressé dans ce chapitre nous montre qu'à ce jour l'hypothèse d'indépendance et de non corrélation des sources, et donc l'emploi de méthodes basées sur l'ICA (Independent Component Analysis), reste la plus usuelle. Cependant, ces dernières années l'hypothèse de non négativité des données, et donc l'emploi de méthodes basées sur la NMF (Non-negative Matrix Factorization), gagne en popularité. En effet, l'hypothèse d'indépendance n'est pas toujours respectée dans le domaine astrophysique, nous verrons notamment qu'elle n'est pas toujours respectée dans le cas des données EUCLID dans le chapitre suivant. La NMF, bien qu'ayant quelques inconvénients comme nous l'avons vu dans la sous-section 2.3.4, offre une alternative intéressante pour développer des méthodes de SAS.

Dans ce chapitre, nous présenterons successivement des travaux utilisant des méthodes de SAS basées sur l'ICA, des méthodes bayésiennes, des méthodes basées sur la NMF, puis nous parlerons d'autres types de méthodes rencontrés dans la littérature. La plupart des méthodes de SAS utilisées dans ces travaux sont décrites dans le chapitre 2 état de l'art de la SAS au début de ce manuscrit.

### 3.1 Méthodes basées sur l'ICA

Une application répandue en cosmologie nécessite des méthodes de SAS afin de séparer le Fond Diffus Cosmologique, appelé CMB pour «Cosmic Microwave Background», des autres composantes dans une carte du ciel. En effet, les informations que peut apporter l'étude du CMB sont très utiles à la communauté, c'est pour cela que l'on trouve beaucoup de travaux sur le sujet dans la littérature. L'ICA est très utilisée dans ce cadre, car les composantes présentes dans les cartes sont non gaussiennes et indépendantes. [Baccigalupi et al., 2000] par exemple basent leurs travaux sur l'ICA en utilisant un réseau de neurones pour effectuer l'extraction du CMB. Dans [Baccigalupi et al., 2002] et [Maino et al., 2002], c'est la méthode FastICA [Hyvärinen and Oja, 1997] qui est utilisée.

Une autre méthode développée pour extraire le CMB appelée SMICA, pour Spectral Matching Independent Component Analysis, a été présentée dans [Delabrouille et al., 2003], [Patanchon et al., 2005]. Elle a la particularité de pouvoir s'appliquer dans le cas de sources gaussiennes en travaillant sur les coefficients de Fourier, et peut s'appliquer en présence de bruit. Comme son nom l'indique, elle est basée sur une mesure de similitude entre les spectres et un modèle spectral donné. Une extension de SMICA au domaine des ondelettes a ensuite été développée

dans [Moudden et al., 2005]. [Leach et al., 2008], [Ade et al., 2014] donnent un panorama de méthodes de SAS appliquées au problème d'extraction de CMB (dont SMICA et FastICA) et comparent leur efficacité dans le cadre de la mission Planck de l'ASE. On peut également citer la méthode proposée dans les travaux [Cardoso et al., 2008] qui a pour particularité de reposer sur un modèle flexible de composantes additives, permettant de se passer de l'estimation de la matrice de mélange. Plus de détails sur les méthodes d'estimation du CMB peuvent être trouvés dans [Delabrouille and Cardoso, 2009].

L'étude des glaces de Mars est aussi une application astrophysique connue dans la littérature. La SAS est utilisée dans ce cas pour estimer la présence de glace  $H_2O$  et de glace  $CO_2$  dans des images hyperspectrales fournies par la sonde Mars Express. [Forni et al., 2005] utilise l'algorithme basé sur l'ICA appelé JADE [Cardoso and Souloumiac, 1993], cependant [Jutten et al., 2007] ont montré que les données ne sont en fait pas indépendantes et que donc l'ICA n'est pas adaptée ici. Les auteurs ont alors proposé d'utiliser la méthode bayésienne de [Moussaoui et al., 2006] pour résoudre le problème de séparation. Finalement dans [Moussaoui et al., 2008], une étude approfondie leur permet de développer un algorithme basé sur les deux méthodes : une étape de pré-traitement des observations est faite avec l'ICA permettant de sélectionner des pixels représentatifs des deux glaces, puis la méthode bayésienne est appliquée pour effectuer la SAS.

Les méthodes de SAS peuvent aussi être utilisées pour l'étude des galaxies et notamment pour mettre en exergue des caractéristiques physiques de ces dernières. Un exemple d'application peut être trouvé dans [Nuzillard and Bijaoui, 2000] où deux méthodes d'ICA, SOBI [Belouchrani et al., 1997] et FastICA [Hyvärinen and Oja, 1997], sont appliquées à des images d'une galaxie obtenues avec le télescope Hubble. Des travaux s'intéressant à l'extraction de spectre d'exoplanètes et leur analyse ont été réalisés dans [Waldmann et al., 2013] pour les données Hubble, et dans [Morello et al., 2014] pour les données Spitzer. Dans [Berné, 2008], l'auteur travaille également sur les données Spitzer, il utilise différentes méthodes de séparation, dont FastICA, pour caractériser les variations spectrales observées dans les données de nébuleuses. Dans [Funaro et al., 2003], l'ICA est utilisée comme pré-traitement afin d'éliminer les artefacts dans des images astrophysiques.

## 3.2 Méthodes bayésiennes

Dans le cadre de l'extraction de CMB, [Snoussi et al., 2001] ont développé une méthode basée sur l'algorithme EM (Expectation-Maximization) dans le domaine de Fourier, en tenant compte d'a priori sur les densités spectrales des sources. Un autre exemple de méthode utilisant des informations a priori est présenté dans [Stolyarov et al., 2005] où les auteurs ont étendu la méthode appelée MEM (pour Maximum-Entropy Method). Dans [Leach et al., 2008], [Ade et al., 2014], des méthodes bayésiennes sont employées dans le cadre de la mission Planck afin d'extraire le CMB. Un panorama général de méthodes de SAS bayésiennes utilisées en cosmologie est donné dans [Kuruoglu, 2010].

Nous avons aussi vu précédemment que les méthodes bayésiennes ont été employées dans l'étude des glaces de la planète Mars dans [Jutten et al., 2007] et [Moussaoui et al., 2008].

Une application un peu différente est présentée dans [Knuth et al., 2007], où les auteurs utilisent une méthode de SAS bayésienne afin d'étudier des molécules appelées PAH (Polycyclic Aromatic Hydrocarbons) observées dans le milieu interstellaire.

## 3.3 Méthodes basées sur la NMF

Bien que la première utilisation de la NMF dans un contexte astrophysique remonte à la fin des années 90, cette classe de méthode reste relativement peu répandue dans la littérature relative à ce domaine. À notre connaissance, [Juvela et al., 1996] ont été les premiers à utiliser un

algorithme de SAS dans ce domaine. Leur méthode, reposant sur la PMF définie dans [Paatero and Tapper, 1994], a pour but d’analyser la nébuleuse appelée *Thumbprint*.

C’est dans le cadre du projet européen MUSE (Multi Unit Spectroscopic Explorer), un spectro-imageur intégré au VLT (Very Large Telescope) dont le but est d’étudier les champs denses d’étoiles, que les travaux de thèse d’Ines Meganem [Meganem, 2012] ont été développés. En effet, la PSF (Point Spread Function ou fonction d’étalement du point) de l’instrument et les effets de l’atmosphère étant responsables de la superposition des spectres sources des étoiles, I. Meganem a développé une méthode de séparation de sources efficace et adaptée aux données. Cette méthode est basée sur la non négativité des données et utilise des informations a priori sur le modèle de mélange pour contraindre le problème.

Dans [Hurley et al., 2013], les auteurs utilisent l’algorithme de NMF de [Lee and Seung, 2001] afin d’analyser la composition de galaxies observées dans les données Spitzer. Les travaux de [Berné et al., 2007] portent aussi sur ces données mais dans un contexte différent : les auteurs cherchent ici à étudier des petites particules (PAH) et les propriétés physico-chimiques dans des régions appelées régions de photodissociation. Dans ces travaux, c’est aussi l’algorithme de [Lee and Seung, 2001] qui est appliqué. Par la suite, [Berné et al., 2012] ont développé une méthode pour estimer les spectres sources présents dans des cubes hyperspectraux. Cette méthode combinant NMF, classification et analyse de Monte Carlo a été appliquée aux données Herschel.

### 3.4 Autres méthodes

Une classe de méthodes que nous n’avons pas encore abordée dans cet état de l’art est la SCA (Sparse Component Analysis). En effet, il existe quelques travaux utilisant la parcimonie pour une application astrophysique mais cela reste encore très peu répandu dans cette communauté. Un exemple de travaux utilisant la parcimonie pour extraire le CMB et d’autres composantes astrophysiques d’observation du ciel peut être trouvé dans [Bobin et al., 2007]. Les auteurs exploitent les différences morphologiques entre chaque composante pour trouver un espace, appelé dictionnaire, où les sources sont parcimonieuses. Dans [Bobin et al., 2015], les auteurs reprennent cette idée de différences morphologiques, et développent une méthode de SAS permettant de séparer des sources parcimonieuses et partiellement corrélées.

Dans les travaux de thèse d’Axel Boulais [Boulais, 2017], trois méthodes de SAS ont été développées reposant sur la parcimonie, dans le cadre de l’analyse de régions de photodissociation. La première méthode présentée est une méthode hybride basée sur la SCA et la NMF. La deuxième méthode appelée MASS [Boulais et al., 2015] est basée sur l’exploitation de la structure géométrique que forment les données, une hybridation avec la NMF est aussi proposée. Enfin la dernière méthode appelée SIBIS [Boulais et al., 2017] est aussi une approche géométrique, mais qui ne nécessite qu’un faible degré de parcimonie des sources.

### 3.5 Conclusion

Nous avons établi dans ce chapitre un rapide état de l’art des travaux utilisant les méthodes de SAS dans le domaine de l’astrophysique. Nous avons pu constater que les classes de méthodes les plus présentes dans la littérature sont pour l’instant l’ICA et les méthodes bayésiennes. Cependant, avec le développement d’instruments de plus en plus performants, les récentes missions en astrophysique nécessitent de nouvelles méthodes reposant sur d’autres principes que l’indépendance, des principes moins restrictifs comme la NMF par exemple. Nous constatons aussi que les méthodes les plus récentes tendent à construire des critères de séparation plus adaptés à l’instrument et aux données à traiter. C’est aussi le cas pour la mission EUCLID, comme nous allons le voir dans la suite de cette partie du manuscrit.



## Chapitre 4

# Le contexte de la mission EUCLID

La mission EUCLID [EUC, 2018] a pour but de caractériser l'énergie noire et de comprendre son influence sur l'expansion de l'univers. En effet, la plupart des physiciens pensent que c'est cette entité qui serait à l'origine de l'accélération de cette expansion. Pour valider cette théorie, le satellite EUCLID représenté en figure 4.1, dont le lancement est prévu pour 2022, va cartographier en trois dimensions plus de 50 millions de galaxies. Comme mentionné dans l'introduction de cette partie I, le satellite EUCLID sera équipé de deux instruments<sup>1</sup> : un imageur VIS dans le visible et un spectro-photomètre NISP dans l'infrarouge. Ces instruments vont permettre de mesurer la distance des galaxies ainsi que leurs distorsions induites par l'interaction gravitationnelle de la matière noire entre la Terre et ces galaxies. Ces mesures serviront à localiser cette matière noire et à comprendre sa distribution dans l'univers. Ce sont les propriétés statistiques de cette distribution ainsi que son évolution au cours du temps qui permettent de comprendre la nature de l'énergie noire.

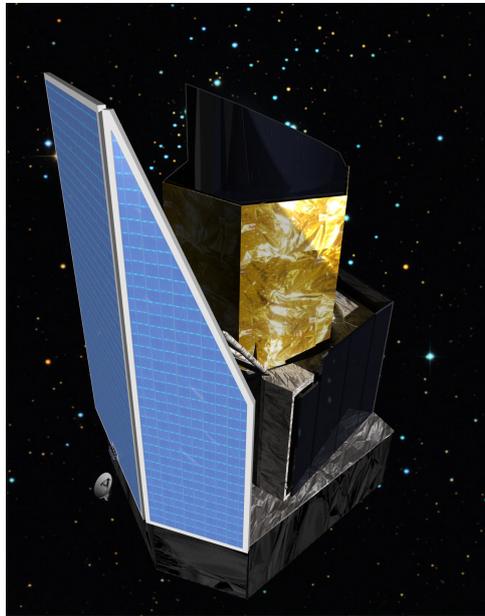


FIGURE 4.1 – Vue d'artiste du satellite EUCLID ©Thalès

Dans le cadre de cette thèse, on s'intéressera plutôt à l'instrument NISP, qui permet d'observer les spectres des galaxies. Le spectromètre contenu dans l'instrument sera calibré pour observer

<sup>1</sup>Voir [https://www.euclid-ec.org/?page\\_id=2686/](https://www.euclid-ec.org/?page_id=2686/) pour plus d'informations sur le satellite et [https://www.euclid-ec.org/?page\\_id=2490/](https://www.euclid-ec.org/?page_id=2490/) pour plus de détails sur l'instrument NISP.

le ciel dans la gamme de longueurs d’onde de  $0.92 \mu m$  à  $1.85 \mu m$ , avec une résolution spectrale estimée à  $\lambda/\Delta\lambda \sim 380$  pour une source de diamètre  $0.5$  arc-seconde [EUC, 2018]. Les données de ce spectromètre permettront de mesurer les décalages spectraux vers le rouge des raies spectrales présentes dans le spectre des galaxies observées, notamment la raie  $H\alpha$  dans le domaine du proche infrarouge, qui est une raie d’émission de l’atome d’hydrogène généralement la plus visible dans le spectre des galaxies (et donc plus facile à détecter). Le décalage spectral  $z$  des raies est défini par :

$$z = \frac{\lambda_{obs} - \lambda_0}{\lambda_0} \quad (4.1)$$

avec  $\lambda_0$  la longueur d’onde normalement observée pour la raie spectrale, c’est-à-dire la longueur d’onde mesurée en laboratoire, et  $\lambda_{obs}$  la longueur d’onde décalée réellement observée. NISP pourra mesurer les redshifts, c.-à-d. les décalages vers le rouge, avec une précision de  $dz/(1+z) < 0.001$  et jusqu’à un décalage  $z = 2$  d’après [EUC, 2011]. Le spectromètre sans fente de NISP est responsable de la superposition des spectres des objets proches spatialement, comme représenté sur la figure 4.2. La spectroscopie classique s’effectue grâce à une fente afin de diffracter la

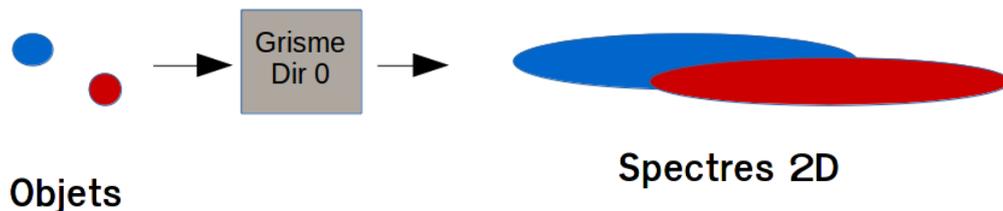


FIGURE 4.2 – Spectres mélangés de deux objets astronomiques voisins spatialement, dispersés par un grisme dans la direction  $0^\circ$

lumière d’une petite partie du ciel, or la spectroscopie sans fente permet d’observer une plus grande partie du ciel, mais induit cette contamination qui est la principale cause d’erreur de mesure du redshift. Une étape de décontamination efficace est donc nécessaire. Des travaux ont déjà été réalisés, notamment dans [Kümmel et al., 2009] pour la décontamination des images du télescope spatial Hubble. Pour cette mission, l’étape de décontamination est relativement simple mais n’est par conséquent pas très efficace sur des objets très contaminés. En effet, ils estiment le flux et la position des objets grâce aux images optiques, puis ils simulent (très grossièrement) le continuum des spectres des objets contaminants avec un modèle d’émission gaussien, et ils soustraient ces spectres estimés aux spectres observés. Les raies des objets contaminants ne sont pourtant pas décontaminées dans cette approche, et la décontamination du continuum est très approximative. On voit donc l’intérêt de créer de nouvelles méthodes plus performantes et adaptées à la spectroscopie sans fente.

Dans ce chapitre, nous allons détailler dans la section 4.1 l’optique de l’instrument utilisée et la modélisation des données qui a été réalisée en amont de nos travaux. Ceci permettra d’introduire en section 4.2 le modèle de mélange utilisé dans le cadre de cette thèse. Nous présenterons ensuite dans la section 4.3 deux méthodes précédemment développées dans l’équipe ([Selloum et al., 2015],[Selloum et al., 2016]). Pour finir, nous parlerons en section 4.4 des améliorations que l’on peut apporter à ces méthodes grâce aux particularités de la spectroscopie EUCLID, et des axes de travail choisis durant cette thèse.

## 4.1 Modélisation des données et des instruments

Dans le cadre d'EUCLID, on souhaite observer une partie du ciel : les signaux avant observation par le satellite sont constitués des sources et du fond de ciel. Ce dernier provient principalement de la réflexion de la lumière par les poussières interstellaires [Zoubian et al., 2012]. Dans le cadre de cette thèse, nous supposons qu'il peut être estimé précisément, et soustrait des données observées en amont de l'étape de décontamination.

Pour pouvoir modéliser nos observations, il est impératif de décrire les données à observer et caractériser la chaîne de mesure pour aboutir à un modèle réaliste. Ce travail de modélisation a été réalisé en amont de cette thèse, notamment dans les travaux de [Selloum et al., 2016], et est présenté ici afin de comprendre les données EUCLID et le choix du modèle de mélange considéré dans nos travaux.

### 4.1.1 Signaux avant l'acquisition

Chaque source d'indice  $i$ , c'est-à-dire chaque objet astronomique observé par le satellite, est caractérisée par :

- son spectre  $s_i(\lambda)$ ,
- la position du centre de l'objet  $\mathbf{c}_i = [u_i, v_i]$ ,
- les paramètres décrivant la forme de l'objet.

La position du centre de l'objet  $\mathbf{c}_i$  est estimée à partir des données de l'instrument VIS. Cette position sera estimée à moins d'un demi-pixel près dans le cadre de cette mission. Le profil de lumière dépend de la forme de l'objet observé, il représente la répartition des intensités lumineuses de chaque point (coordonnées) appartenant à cet objet. Dans le cadre d'EUCLID, l'hypothèse suivante est considérée.

**Hypothèse 1.** *La distribution spectrale d'un objet est la même sur tous les points appartenant à cet objet.*

Cette hypothèse 1 est réaliste pour la majorité des galaxies et permet d'exprimer l'intensité lumineuse en un point donné  $(u, v)$  de l'objet, pour une longueur d'onde donnée  $\lambda$  :

$$q_i(u, v, \lambda) = s_i(\lambda) f_i(u - u_i, v - v_i) \quad (4.2)$$

avec  $f_i(u - u_i, v - v_i)$  le profil de lumière de l'objet.

### 4.1.2 La PSF

Lors de l'acquisition d'un signal par un instrument, ce dernier va venir altérer le signal original : c'est la réponse de l'instrument à une source ponctuelle, plus connue sous le nom de fonction d'étalement du point (PSF). L'objet observé va donc être convolué par la PSF, et ceci doit être pris en compte dans la modélisation des observations. Dans le cadre de nos travaux, la PSF est considérée invariante spectralement et spatialement. Si on applique la convolution de notre objet défini en (4.2) par cette PSF, on obtient alors une nouvelle formulation de l'intensité lumineuse de la convolution de l'objet par la PSF :

$$w_i(u, v, \lambda) = s_i(\lambda) [f_i(u - u_i, v - v_i) * h(u, v)] = s_i(\lambda) I_i(u - u_i, v - v_i) \quad (4.3)$$

avec  $I_i$  la fonction résultant de la convolution de  $f_i$  et  $h$ .

### 4.1.3 Le grisme

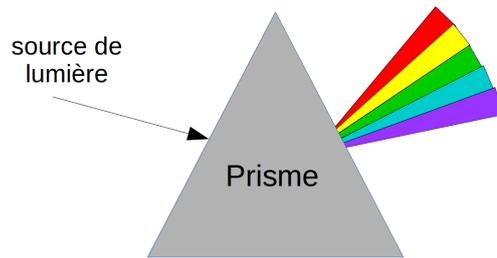


FIGURE 4.3 – Effet d'un prisme

NISP est équipé d'un grisme<sup>2</sup> qui est un prisme, instrument décomposant la lumière comme représenté en figure 4.3, dont l'une des faces est un réseau de diffraction. Ce réseau de diffraction est composé d'une série de petites fentes parallèles, et génère une dispersion de la lumière en plusieurs ordres de spectre comme le montre la figure 4.4. On note ici que, séparément pour chaque ordre, les positions spatiales de la lumière dispersée correspondent aux longueurs d'onde du spectre généré. À noter qu'il existe aussi des ordres négatifs ( $-1$ ,  $-2$ , ...) non représentés sur la figure, dispersés en symétrie de l'axe que forme l'ordre 0, mais ceux-ci ne seront pas considérés dans nos travaux.

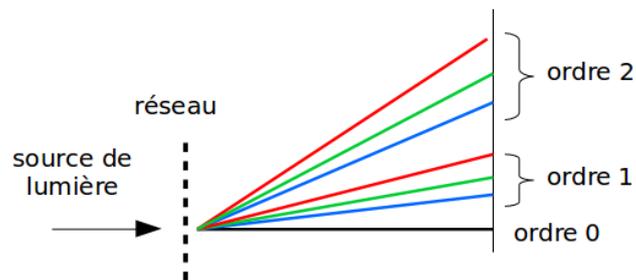


FIGURE 4.4 – Ordres de spectre créés par le réseau présent dans le grisme

Ces ordres sont issus de différentes dispersions d'une même source lumineuse, et peuvent être considérés comme différentes versions d'un même spectre comme nous le verrons plus en détail dans la section 6.1. Pour cette mission EUCLID, les grismes sont conçus pour concentrer le maximum d'énergie dans le spectre d'ordre 1. Cependant, pour des objets relativement lumineux, les ordres 0 et 2 peuvent aussi être non négligeables. L'ordre 0 étant très peu dispersé et ne contenant de ce fait que très peu d'informations spectrales, il ne sera pas considéré dans nos travaux. L'ordre 2 en revanche présente un réel intérêt car il est plus dispersé que l'ordre 1, il est donc mieux résolu spectralement et peut apporter des informations spectrales supplémentaires intéressantes pour les astrophysiciens.

L'instrument NISP comporte 3 grismes rouges couvrant la bande  $[1.25, 1.85] \mu m$ , chacun dispersant la lumière dans une direction différente ( $0^\circ$ ,  $180^\circ$  et  $90^\circ$ ). Pour l'orientation  $90^\circ$ , deux acquisitions décalées spatialement sont prévues pour chaque portion du ciel observée. Nous aurons donc au final 4 observations pour un champ de vue donné du satellite. Dans la suite, nous développons le modèle de mélange pour le spectre d'ordre 1, avec une orientation de grisme de

<sup>2</sup>Voir [Pérez, 2004] pour plus d'informations sur le grisme, et voir [https://www.euclid-ec.org/?page\\_id=2686/](https://www.euclid-ec.org/?page_id=2686/) et [https://www.euclid-ec.org/?page\\_id=2490/](https://www.euclid-ec.org/?page_id=2490/) pour plus de détails sur le satellite et l'instrument NISP.

0° pour ne pas alourdir les démonstrations, cependant ce raisonnement peut être appliqué pour tous les ordres et toutes les directions disponibles.

La *trace* est l'étalement du spectre dans le plan focal du détecteur. Celle-ci peut être courbée, comme expliqué dans [Kümmel et al., 2009] et représenté en figure 4.5, mais pour nos travaux nous considérerons cette courbure négligeable et nous modéliserons la trace par un rectangle. La fonction de dispersion du grisme, c'est-à-dire sa résolution en longueur d'onde, est elle aussi

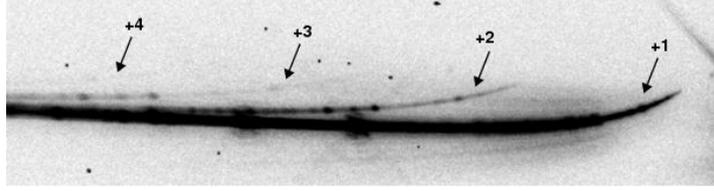


FIGURE 4.5 – Exemple de traces courbées d'ordres de spectre

considérée linéaire et invariante spatialement. Ces simplifications nous permettent alors d'écrire l'image 2D dispersée dans la direction 0 (axe  $u$ ) en sortie du grisme pour un objet  $i$  [Freudling et al., 2008] :

$$t_i^0(u, v) = \int_{\Omega_\lambda} w_i(u - D(\lambda), v, \lambda) d\lambda \quad (4.4)$$

avec  $D(\lambda)$  la fonction de dispersion du grisme pour une dispersion dans la direction horizontale  $u$  et  $\Omega_\lambda$  le domaine de longueurs d'onde couvert par le grisme. En remplaçant  $w_i$  par sa définition (4.3), et en considérant la dispersion linéaire  $D(\lambda) = \alpha\lambda + \beta$  (avec  $\alpha$  et  $\beta$  deux coefficients), on a :

$$t_i^0(u, v) = \int_{\Omega_\lambda} I_i(u - u_i - \alpha\lambda - \beta, v - v_i) s_i(\lambda) d\lambda. \quad (4.5)$$

Le modèle 4.5 peut être simplifié en supposant l'hypothèse suivante.

**Hypothèse 2.** *Le profil lumineux d'un objet convolué à la PSF de l'instrument est une fonction séparable par rapport aux variables de direction  $u$  et  $v$  :  $I_i(u, v) = I_{i1}(u)I_{i2}(v)$ .*

Cette hypothèse est réaliste pour des objets ponctuels ou suffisamment petits, ainsi que pour des objets elliptiques orientés dans la direction  $u$  ou  $v$ , car la PSF est quasi-circulaire et est donc approximativement séparable. Pour les autres objets, [Selloum et al., 2016] ont montré que cette approximation reste valide car elle introduit une erreur négligeable comparée à d'autres sources d'erreurs telles que le niveau de bruit sur les données observées. Considérant l'hypothèse 2, (4.5) devient pour la direction de dispersion 0 :

$$t_i^0(u, v) \approx I_{i2}(v - v_i) \int_{\Omega_\lambda} I_{i1}(u - u_i - \alpha\lambda - \beta) s_i(\lambda) d\lambda \quad (4.6)$$

Ces équations établies ci-dessus correspondent à des valeurs réelles de coordonnées  $u$  et  $v$ , or, en pratique, nous travaillons avec des valeurs discrétisées correspondant aux coordonnées d'un pixel du détecteur : c'est donc l'intégrale de  $t_i^0(u, v)$  sur toute la surface  $\Omega_p$  d'un pixel qui nous intéresse. L'équation (4.5) devient alors pour un pixel d'indice  $p$  :

$$x_i^0(p) = \iint_{(u,v) \in \Omega_p} t_i(u, v) dudv. \quad (4.7)$$

En remplaçant  $t_i^0(u, v)$  par sa définition (4.5) et après la discrétisation des intégrales par la

méthode des rectangles, on a :

$$\begin{aligned} x_i^0(p) &= \sum_{(j,k)|(u_j,v_k) \in \Omega_p} \sum_{l \in \Omega_\lambda} I_i(u_j - u_i - \alpha\lambda_l - \beta, v_k - v_i) s_i(\lambda_l) \Delta u \Delta v \Delta \lambda \\ &= \sum_l m_i(p, \lambda_l) s_i(\lambda_l). \end{aligned} \quad (4.8)$$

On applique maintenant l'hypothèse 2 pour un pixel  $p$  de coordonnées  $[n, m]$ . D'après (4.6) et (4.7) on obtient :

$$x_i^0(n, m) = a_i^0(m) e_i^0(n) \quad (4.9)$$

avec

$$a_i^0(m) = \sum_{v \in \Omega_p} I_{i2}(v - v_i) dv \quad (4.10)$$

$$e_i^0(n) = \sum_{u \in \Omega_p} \sum_{\lambda \in \Omega_\lambda} I_{i1}(u - u_i - \alpha\lambda - \beta) s_i(\lambda) d\lambda du. \quad (4.11)$$

Il est à noter que  $a_i^0(m)$  ne dépend pas de la coordonnée horizontale  $n$  du pixel, cela signifie que pour tous les pixels appartenant à une même ligne horizontale,  $a_i^0(m)$  a la même valeur. De même,  $e_i^0(n)$  ne dépend pas de  $m$ .

Le raisonnement mathématique développé ici pour un grisme dans la direction 0, peut être appliqué aux autres directions 90 et 180 degrés. Pour la direction 90, la dispersion a lieu sur l'axe  $v$  au lieu de l'axe  $u$ , et pour la direction 180 la dispersion a bien lieu sur l'axe  $u$  mais dans le sens opposé de celui étudié pour la direction 0.

## 4.2 Modèle de mélange utilisé dans nos travaux

La valeur mesurée sur un pixel dans la direction 0 s'écrit<sup>3</sup> :

$$x^0(n, m) = \sum_{i=1}^N x_i^0(n, m) \quad (4.12)$$

avec  $N$  le nombre d'objets dont les spectres sont dispersés sur ce pixel. En considérant l'hypothèse 2 et l'équation (4.9), cette valeur mesurée devient :

$$x^0(n, m) = \sum_{i=1}^N a_i^0(m) e_i^0(n). \quad (4.13)$$

On considère maintenant  $P$  pixels d'une zone rectangulaire observée, les données observées forment alors la matrice  $\mathbf{X}^0$  suivante :

$$\mathbf{X}^0 = \mathbf{A}^0 \mathbf{E}^0 \quad (4.14)$$

avec  $\mathbf{X}^0$  la matrice contenant les données observées dans la direction 0° de taille  $M \times L$ , avec  $M$  le nombre de lignes de la zone considérée et  $L$  le nombre de colonnes, dont l'élément  $(m, n)$  est égal à  $x^0(n, m)$ .  $\mathbf{A}^0$  est la matrice de mélange de taille  $M \times N$  dont l'élément  $(m, i)$  est égal à

---

<sup>3</sup>En réalité, la valeur mesurée dépend aussi de la fonction de sensibilité du grisme que nous présentons dans le chapitre 6.

$a_i^0(m)$ .  $\mathbf{E}^0$  est la matrice de taille  $N \times L$  contenant les spectres sources convolués aux fonctions  $I_{i1}$ , dont l'élément  $(i, n)$  est égal à  $e_i^0(n)$ . Le modèle de mélange résultant est donc un modèle LI.

Le même raisonnement peut être appliqué dans toutes les directions d'observations. On obtient alors pour la direction  $d$  le modèle de mélange :

$$\mathbf{X}^d = \mathbf{A}^d \mathbf{E}^d. \quad (4.15)$$

C'est ce modèle que nous utiliserons pour développer nos méthodes présentées dans les chapitres 5 et 6.

### 4.3 Précédents travaux

Nous allons ici présenter les travaux qui ont été effectués avant cette thèse au sein de notre équipe (l'équipe SISU) à l'IRAP. Ces travaux ont donné lieu à 2 méthodes de décontamination : une méthode de séparation semi-aveugle [Selloum et al., 2015] qui s'appuie sur un autre modèle de mélange que nous allons présenter et les connaissances que nous avons de celui-ci, et une méthode de séparation aveugle [Selloum et al., 2016] basée sur la NMF et la parcimonie.

#### 4.3.1 Méthode semi-aveugle [Selloum et al., 2015]

Cette méthode a été développée en s'appuyant sur les a priori du modèle de mélange utilisé pour générer les données EUCLID à l'aide du simulateur TIPS [TIP, 2017] développé par le consortium. Ce modèle de mélange prend en compte certaines approximations supplémentaires par rapport au modèle présenté précédemment, dont l'hypothèse suivante.

**Hypothèse 3.** *Le profil de lumière d'un objet peut être modélisé par une gaussienne 2D.*

L'hypothèse 3 nous informe que 3 paramètres seront associés à chaque objet astronomique puisque toute courbe d'iso-valeurs d'une gaussienne 2D est une ellipse :  $\sigma_{ai}$  est lié au grand axe de l'ellipse,  $\sigma_{bi}$  au petit axe, et  $r_i$  à l'angle d'orientation de l'ellipse. Ceci est une approximation acceptable pour simuler des données EUCLID réalistes, et permet alors d'explicitier ce profil de lumière tel que :

$$f_i(u - u_i, v - v_i) = K \exp \left( \frac{-1}{2(1 - r_i^2)} \left( \frac{(u - u_i)^2}{\sigma_{ai}^2} - \frac{2r_i(u - u_i)(v - v_i)}{\sigma_{ai}\sigma_{bi}} + \frac{(v - v_i)^2}{\sigma_{bi}^2} \right) \right) \quad (4.16)$$

avec  $K$  une constante.

L'hypothèse suivante est également considérée :

**Hypothèse 4.** *La PSF peut être modélisée par la combinaison linéaire de 2 gaussiennes circulaires.*

Cette approximation est considérée suffisamment réaliste pour la PSF de l'instrument [Zoubian et al., 2012]. Dans ce cas, cette PSF au point  $(u, v)$  s'écrit :

$$h(u, v) = c \frac{\exp \left( \frac{-(u^2 + v^2)}{2\sigma_1^2} \right)}{2\pi\sigma_1^2} + (1 - c) \frac{\exp \left( \frac{-(u^2 + v^2)}{2\sigma_2^2} \right)}{2\pi\sigma_2^2} \quad (4.17)$$

avec 3 paramètres à estimer :  $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$  les écart-types des gaussiennes et  $c$  le coefficient de pondération. Nous avons vu précédemment dans la relation (4.3) que le profil de lumière de l'objet est convolué par la PSF. Or, le produit de convolution de deux gaussiennes donne une nouvelle

gaussienne dont la moyenne et la matrice de covariance correspondent à la somme des moyennes et des matrices de covariance des précédentes gaussiennes. On obtient alors pour la fonction  $I_i$  :

$$I_i(u - u_i, v - v_i) = c\mathcal{N}\left(\begin{bmatrix} u_i \\ v_i \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} \sigma_{ai}^2 + \sigma_1^2 & r_i\sigma_{ai}\sigma_{bi} \\ r_i\sigma_{ai}\sigma_{bi} & \sigma_{bi}^2 + \sigma_1^2 \end{bmatrix}\right) + (1 - c)\mathcal{N}\left(\begin{bmatrix} u_i \\ v_i \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} \sigma_{ai}^2 + \sigma_2^2 & r_i\sigma_{ai}\sigma_{bi} \\ r_i\sigma_{ai}\sigma_{bi} & \sigma_{bi}^2 + \sigma_2^2 \end{bmatrix}\right) \quad (4.18)$$

où  $\mathcal{N}(\boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\Sigma})$  une gaussienne de moyenne  $\boldsymbol{\mu}$  et de covariance  $\boldsymbol{\Sigma}$ . Ensuite, le grisme dans la direction 0 vient disperser la lumière comme décrit dans l'équation (4.5). Il est à noter que pour cette méthode semi-aveugle, les auteurs n'ont pas utilisé l'hypothèse de séparabilité 2. La valeur d'intensité mesurée sur un pixel peut alors s'écrire, selon (4.19) :

$$x(p) = \sum_{i=1}^N \sum_{l=1}^{\Lambda} m_i(p, \lambda_l) s_i(\lambda_l) \quad (4.19)$$

avec  $l$  l'indice de longueur d'onde,  $\Lambda$  le nombre total de longueurs d'onde considérées, et

$$m_i(p, \lambda_l) = \sum_{(j,k)|(u_j, v_k) \in \Omega_p} I_i(u_j - u_i - \alpha\lambda_l - \beta, v_k - v_i) \Delta u \Delta v \Delta \lambda \quad (4.20)$$

avec  $\Delta u$ ,  $\Delta v$ ,  $\Delta \lambda$  des pas spatiaux et spectraux choisis pour la discrétisation des intégrales. En considérant l'ensemble des  $P$  pixels recevant la lumière de ces  $N$  objets, les auteurs rassemblent toutes les données observées dans un vecteur  $\boldsymbol{x} = [x(1), x(2), \dots, x(P)]^T$  afin de définir le mélange matriciel suivant :

$$\boldsymbol{x} = \boldsymbol{M} \boldsymbol{s} \quad (4.21)$$

avec  $\boldsymbol{s} = [\boldsymbol{s}_1^T, \boldsymbol{s}_2^T, \dots, \boldsymbol{s}_N^T]^T$  le vecteur rassemblant les  $N$  spectres  $\boldsymbol{s}_i = [s_i(\lambda_1), s_i(\lambda_2), \dots, s_i(\lambda_\Lambda)]^T$ .  $\boldsymbol{M}$  est la matrice de mélange de dimension  $P \times (N\Lambda)$ , contenant les  $N$  sous-matrices  $\boldsymbol{M}_i$  telle que  $\boldsymbol{M} = [\boldsymbol{M}_1, \boldsymbol{M}_2, \dots, \boldsymbol{M}_N]$ . Chaque élément  $(p, l)$  de chaque matrice  $\boldsymbol{M}_i$  est égal à  $a_i(p, \lambda_l)$  défini en (4.20).

Ce modèle variant est réaliste à quelques hypothèses près, et a permis le développement d'une méthode semi-aveugle [Selloum et al., 2015] que nous présentons ici. Comme vu précédemment avec les hypothèses 1, 3 et 4, nous avons des connaissances a priori sur la matrice de mélange : la forme de la PSF et la forme du profil lumineux de chaque objet. D'après (4.18) et (4.20), tous les éléments de la matrice de mélange  $\boldsymbol{M}$  peuvent être écrits en fonction d'un vecteur de paramètres inconnus à estimer  $\boldsymbol{\theta} = [\sigma_1, \sigma_2, c, \{\sigma_{ai}, \sigma_{bi}, r_i\}_{i \in \{1, \dots, N\}}]$ . Le modèle de mélange s'exprime alors suivant :

$$\boldsymbol{x} = \boldsymbol{M}(\boldsymbol{\theta}) \boldsymbol{s}. \quad (4.22)$$

L'avantage de cette approche est qu'elle requiert l'estimation de seulement 3 paramètres liés à la PSF et  $3N$  paramètres relatifs à la forme des objets, au lieu de devoir estimer tous les coefficients de mélange contenus dans  $\boldsymbol{M}$  (soit  $P \times (N\Lambda)$  coefficients). Dans [Selloum et al., 2015], le but est de minimiser le critère quadratique suivant :

$$J_1(\boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{s}) = \|\boldsymbol{x} - \boldsymbol{M}(\boldsymbol{\theta}) \boldsymbol{s}\|^2. \quad (4.23)$$

Ayant des connaissances a priori sur le modèle de mélange, [Selloum et al., 2015] utilisent l'estimation par moindres carrés pour estimer les spectres sources  $\hat{\boldsymbol{s}}$ . Pour cela, les auteurs expriment  $\hat{\boldsymbol{s}}$  minimisant le critère  $J_1$  pour une valeur donnée du vecteur paramètres  $\boldsymbol{\theta}$  :

$$\hat{\boldsymbol{s}} = [\boldsymbol{M}(\boldsymbol{\theta})^T \boldsymbol{M}(\boldsymbol{\theta})]^{-1} \boldsymbol{M}(\boldsymbol{\theta})^T \boldsymbol{x}. \quad (4.24)$$

Il suffit alors d'insérer cette expression dans le critère  $J_1$  (4.23) :

$$J_1(\boldsymbol{\theta}) = \| \mathbf{x} - \mathbf{M}(\boldsymbol{\theta})[\mathbf{M}(\boldsymbol{\theta})^T \mathbf{M}(\boldsymbol{\theta})]^{-1} \mathbf{M}(\boldsymbol{\theta})^T \mathbf{x} \|^2. \quad (4.25)$$

La méthode semi-aveugle proposée dans [Selloum et al., 2015] se décompose alors en deux étapes :

1. l'estimation de  $\boldsymbol{\theta}$  avec la fonction *fmincon* de MATLAB®, qui utilise l'algorithme de points intérieurs [Byrd et al., 1999] pour résoudre le problème d'optimisation suivant :

$$\hat{\boldsymbol{\theta}} = \min(J_1(\boldsymbol{\theta}) \mid \boldsymbol{\theta} \in [\boldsymbol{\theta}_{min}, \boldsymbol{\theta}_{max}]) \quad (4.26)$$

2. l'estimation de  $\mathbf{s}$  à partir de la valeur calculée de  $\mathbf{M}(\hat{\boldsymbol{\theta}})$  et de l'estimateur  $\hat{\mathbf{s}}$  défini en (4.24).

La valeur du vecteur paramètre  $\boldsymbol{\theta}$  peut être contrainte dans l'intervalle de valeurs  $[\boldsymbol{\theta}_{min}, \boldsymbol{\theta}_{max}]$  grâce aux informations des images optiques directes et grâce aux connaissances que nous avons sur les caractéristiques de l'instrument.

**Variante : Méthode régularisée** Une variante de cette méthode a aussi été développée dans [Selloum et al., 2015]. En effet, dans les méthodes reposant sur les moindres carrés, un inconvénient majeur peut être le mauvais conditionnement de la matrice  $\mathbf{M}$ . Pour améliorer les résultats d'estimation, nous pouvons ajouter un terme de régularisation. Ici les auteurs ont proposé d'ajouter une régularisation de Tikhonov [Tikhonov, 1963] dans le critère quadratique à minimiser, tel que :

$$J_2(\boldsymbol{\theta}, \mathbf{s}) = \| \mathbf{x} - \mathbf{M}(\boldsymbol{\theta})\mathbf{s} \|^2 + \| \boldsymbol{\Gamma}\mathbf{s} \|^2 \quad (4.27)$$

avec  $\boldsymbol{\Gamma}$  la matrice de Tikhonov suivante

$$\boldsymbol{\Gamma} = \alpha \begin{bmatrix} 2 & -1 & 0 & \dots & 0 \\ -1 & 2 & -1 & \ddots & \ddots \\ 0 & -1 & 2 & -1 & \ddots \\ \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots \\ 0 & \dots & 0 & -1 & 2 \end{bmatrix} \quad (4.28)$$

avec  $\alpha$  le coefficient de pondération permettant de choisir le poids accordé à cette régularisation. Cette matrice  $\boldsymbol{\Gamma}$  permet d'ajouter une contrainte de douceur. Le nouveau critère à minimiser est

$$J_2(\boldsymbol{\theta}) = \| \mathbf{x} - \mathbf{M}(\boldsymbol{\theta})[\mathbf{M}(\boldsymbol{\theta})^T \mathbf{M}(\boldsymbol{\theta}) + \boldsymbol{\Gamma}^T \boldsymbol{\Gamma}]^{-1} \mathbf{M}(\boldsymbol{\theta})^T \mathbf{x} \|^2 + \| \boldsymbol{\Gamma}[\mathbf{M}(\boldsymbol{\theta})^T \mathbf{M}(\boldsymbol{\theta}) + \boldsymbol{\Gamma}^T \boldsymbol{\Gamma}]^{-1} \mathbf{M}(\boldsymbol{\theta})^T \mathbf{x} \|^2. \quad (4.29)$$

Ensuite, le même protocole que précédemment est appliqué en considérant le nouvel estimateur  $\hat{\mathbf{s}} = [\mathbf{M}(\boldsymbol{\theta})^T \mathbf{M}(\boldsymbol{\theta}) + \boldsymbol{\Gamma}^T \boldsymbol{\Gamma}]^{-1} \mathbf{M}(\boldsymbol{\theta})^T \mathbf{x}$ .

**Tests effectués dans [Selloum et al., 2015]** Les auteurs ont testé leurs deux variantes de la méthode dans le cas d'un mélange de 2 sources voisines spatialement, en ne considérant que les spectres d'ordre 1 pour la direction de grisme  $0^\circ$ . Cette méthode semi-aveugle a montré qu'elle permettait d'obtenir une estimation correcte des redshifts avec une erreur maximale d'estimation de la position de la raie de 0.11%, et une erreur maximale d'estimation de l'amplitude de la raie de 11.58%, pour la variante régularisée sur des signaux bruités artificiellement.

### 4.3.2 Méthode aveugle [Selloum et al., 2016]

Puisque la méthode semi-aveugle présentée précédemment repose sur un modèle paramétrique simplifié des profils de lumière des objets, une méthode aveugle ne nécessitant pas la connaissance de ces a priori a été proposée dans [Selloum et al., 2016]. L'objectif est alors d'améliorer l'estimation des spectres en laissant plus de liberté au système de séparation. Dans ces travaux, les auteurs prennent en compte une deuxième observation faite dans la direction  $90^\circ$ . Le modèle de mélange considéré ici est le modèle (4.14) défini dans la section 4.2. Le modèle de mélange s'écrit alors pour chaque direction :

$$\begin{aligned} \mathbf{X}^0 &= \mathbf{A}^0 \mathbf{E}^0 \\ \mathbf{X}^{90} &= \mathbf{A}^{90} \mathbf{E}^{90} \end{aligned} \quad (4.30)$$

avec  $\mathbf{X}^0$  et  $\mathbf{X}^{90}$  les matrices contenant les données observées respectivement dans la direction  $0^\circ$  et  $90^\circ$ ,  $\mathbf{E}^0$  et  $\mathbf{E}^{90}$  les matrices contenant les spectres sources convolués à la fonction  $I_{i1}$  pour la direction  $0^\circ$ , et convolués à la fonction  $I_{i2}$  pour la direction  $90^\circ$ .

Dans [Selloum et al., 2016], les auteurs proposent une méthode de SAS reposant sur la non négativité des matrices de sources et de mélange. Comme nous l'avons vu dans le chapitre 3 et dans la description des données EUCLID, les données traitées sont des données positives ou nulles : les spectres sont par définition non négatifs, ainsi que les coefficients de mélange. Cependant l'utilisation de la NMF seule ne suffirait pas à la décontamination puisque la NMF n'amène pas une solution unique au problème de SAS, et la convergence de l'algorithme vers le minimum global ne serait donc pas assurée. Dans les travaux de [Selloum et al., 2016], pour augmenter les chances de convergence vers la bonne solution, les auteurs ont d'une part exploité la parcimonie spatiale des spectres sources, et d'autre part ont ajouté une contrainte de corrélation. En effet, il existe une source commune aux deux matrices  $\mathbf{E}^0$  et  $\mathbf{E}^{90}$  : dans la direction  $0^\circ$  le spectre de la source d'intérêt  $s_1$  est contaminé par  $K_1 - 1$  contaminants, et dans la direction  $90^\circ$  ce spectre sera contaminé par  $K_2 - 1$  contaminants.

Une illustration d'une configuration simple est montrée en figure 4.6 où nous avons une scène comportant 3 objets : les spectres des objets 1 et 2 se mélangent dans la direction  $0^\circ$  et les spectres des objets 1 et 3 se mélangent dans la direction  $90^\circ$ . Le seul spectre en commun dans les observations faites dans les 2 directions est le spectre de l'objet 1. Dans le cas où la séparation est atteinte par l'algorithme, alors les premières lignes de  $\mathbf{E}^0$  et de  $\mathbf{E}^{90}$  contiennent le spectre de l'objet 1, et la corrélation de ces lignes sera alors maximale. C'est sur ce principe que le critère de séparation dans [Selloum et al., 2016] a été construit :

$$J_3 = 0.5 \|\mathbf{A}^0 \mathbf{E}^0 - \mathbf{X}^0\|^2 + 0.5 \|\mathbf{A}^{90} \mathbf{E}^{90} - \mathbf{X}^{90}\|^2 \quad (4.31)$$

*Remarque* : Ici, afin de ne pas alourdir les notations, nous utilisons les mêmes grandeurs pour les vraies valeurs et les variables associées estimées.

L'algorithme d'optimisation utilisé pour minimiser ce critère (4.31) est un algorithme du gradient projeté permettant d'assurer la positivité des grandeurs en jeu. Deux variantes de la méthode sont alors proposées :

1. la première variante considère que les deux spectres correspondant à l'objet d'intérêt, commun aux deux directions, sont égaux. À la fin de chaque itération de l'algorithme de séparation, les 2 spectres de l'objet 1 dans la direction 0 et la direction 90 sont mis à jour en utilisant *la même expression du gradient*.
2. la deuxième variante considère seulement que la corrélation entre les deux spectres estimés dans les deux directions pour l'objet commun doit être maximale. Un terme de régulari-

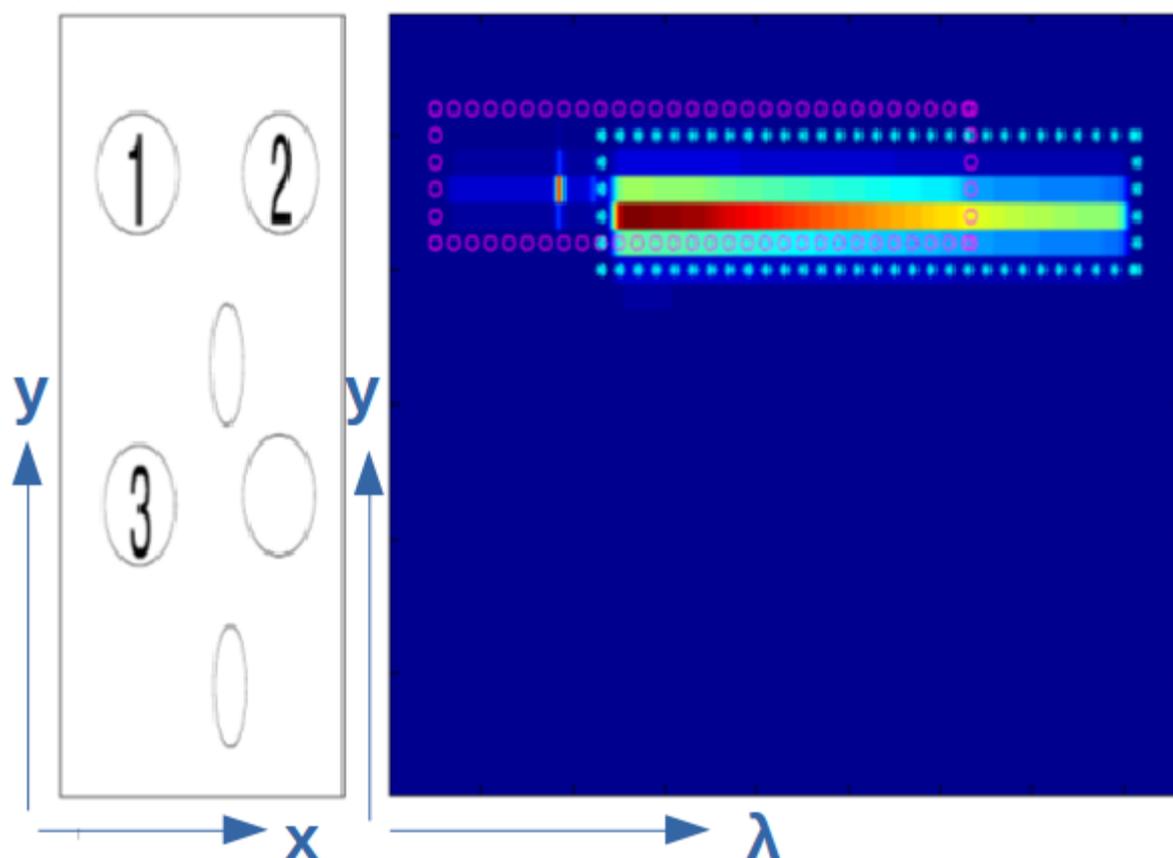


FIGURE 4.6 – Exemple de configuration simple de contamination d'un objet pour deux directions du grisme. À gauche on voit la configuration utilisée pour la simulation, au centre l'image montrant la contamination du spectre de l'objet 1 dans la direction  $0^\circ$  par l'objet 2, à droite l'image montrant la contamination du spectre de l'objet 1 dans la direction  $90^\circ$  par l'objet 3

sation tenant compte de cette corrélation est ajouté au critère (4.31). Voir [Selloum et al., 2016] pour plus de détails.

**Tests effectués dans [Selloum et al., 2016]** Les tests sont effectués sur un scénario relativement simple : 4 objets sont placés de sorte que dans chaque direction ( $0$  et  $90$ ), chaque spectre d'objet est mélangé avec au moins un autre spectre d'objet. Le but est alors d'estimer les spectres objet par objet. Les objets utilisés sont réalistes, puisque générés en utilisant le simulateur TIPS [TIP, 2017]. Des tests ont été réalisés dans le cas de mélanges non bruités et de mélanges bruités. Les résultats ont montré que les deux méthodes proposées ci-dessus permettent d'avoir de bonnes estimations des raies d'émissions  $H\alpha$  des galaxies même dans des cas très bruités. En effet, même pour un SNR de  $-5dB$ , les deux méthodes arrivent à améliorer le SIR (Signal-to-Interference Ratio) d'environ  $-2dB$  avant décontamination à environ  $3dB$  après décontamination.

#### 4.4 Axes de travail

Les différentes méthodes développées dans [Selloum et al., 2015] et [Selloum et al., 2016] ont conduit à des résultats encourageants, cependant il existe encore une marge d'amélioration au vu

des caractéristiques des données EUCLID. En effet, nous avons à disposition les images directes des objets grâce à l'imageur VIS et au photomètre de NISP, ainsi que le modèle de l'instrument NISP grâce au simulateur TIPS [TIP, 2017]. Or ces données permettent d'estimer la matrice de mélange comme nous le verrons dans le chapitre 5. Cela nous permet de développer une méthode semi-aveugle qui ne dépend pas d'hypothèse sur la forme des objets ou sur la PSF contrairement à la méthode [Selloum et al., 2015], sans avoir à utiliser une méthode aveugle qui ne garantit pas l'unicité de la solution telle que dans [Selloum et al., 2016]. De plus, jusqu'à présent n'ont été considérées qu'au maximum deux directions d'observation, or nous avons vu que le satellite EUCLID nous permettrait en réalité d'obtenir 4 observations : une dans la direction 0, une dans la direction 180, et deux dans la direction 90. L'ajout de deux autres observations permettrait d'améliorer l'estimation des spectres des galaxies. Ce sera donc notre premier axe de travail, qui sera décrit dans le chapitre 5.

Pour l'instant, seul le spectre d'ordre 1 a été considéré dans les travaux effectués par A. Selloum et al., cependant nous avons vu dans la sous-section 4.1.3 que l'ordre 2 peut être non négligeable, et peut même contenir plus d'informations spectrales que le premier ordre. De plus, comme nous le verrons par la suite, ces deux ordres sont liés physiquement : la fusion des informations provenant de ces deux ordres de spectre permettrait d'améliorer là aussi l'estimation des spectres de galaxies. Ce deuxième axe de travail sera présenté pour une direction donnée et pour des objets relativement lumineux. Il sera décrit dans le chapitre 6.

## Chapitre 5

# Fusion de données des 3 directions de dispersion

Dans le chapitre précédent, nous avons montré que les données de la mission EUCLID pouvaient être modélisées par un modèle de mélange linéaire instantané. Nous avons aussi présenté les travaux effectués précédemment dans l'équipe par A. Selloum et al. [Selloum et al., 2015], [Selloum et al., 2016]. Les auteurs n'ont exploité pour l'instant qu'une partie des données à notre disposition pour cette mission. Dans ce chapitre, nous commencerons par présenter plus en détail les données sur lesquelles nous allons travailler. Nous développerons ensuite une nouvelle approche de décontamination qui permettra de fusionner les informations provenant des 4 observations disponibles grâce aux 3 orientations et au décalage possibles des grismes, et qui permettra d'estimer la matrice de mélange à partir des images directes des objets et du modèle d'instrument. Nous terminerons en évaluant l'efficacité de cette fusion des données à travers des tests sur données réalistes. Il est à noter que dans ce chapitre les données considérées sont les spectres d'ordre 1.

### 5.1 Description des données

#### 5.1.1 Données du simulateur TIPS

Dans le cadre de cette mission, nous travaillons avec des images dispersées issues du simulateur TIPS [TIP, 2017] développé par le consortium EUCLID, ainsi que des images réalistes de la PSF et des images optiques des objets astronomiques observés également fournies par le consortium. Le simulateur TIPS nous fournit 4 observations à partir de 3 directions de grisme pour une scène donnée. L'acquisition de ces observations se fait à partir de 16 détecteurs disposés sur le plan focal en sortie du grisme. Chacun de ces détecteurs permet d'obtenir une observation 2D de taille  $2040 \times 2040$  pixels. Un exemple d'une acquisition pour un détecteur dans la direction  $0^\circ$  est montré sur la figure 5.1 (en fausses couleurs pour plus de clarté).

En pratique, les positions des objets sont connues approximativement, avec moins d'un demi-pixel d'incertitude, grâce aux images optiques de l'instrument VIS. La figure 5.2 schématise cette image qui permet d'estimer les positions des objets dans le cas de 4 objets voisins. On voit dans cette figure représentative des données EUCLID que les objets astronomiques sont généralement contaminés par au moins un autre objet dans toutes les directions de dispersion des grismes considérées. Comme dans les travaux de [Selloum et al., 2016], nous allons effectuer une décontamination objet par objet car le spectre d'un objet n'est contaminé que par le spectre de ses voisins spatiaux dans la direction de dispersion de ce spectre. Ainsi, cela nous permet de réduire considérablement le temps de calcul car nous travaillerons sur de plus petites matrices et

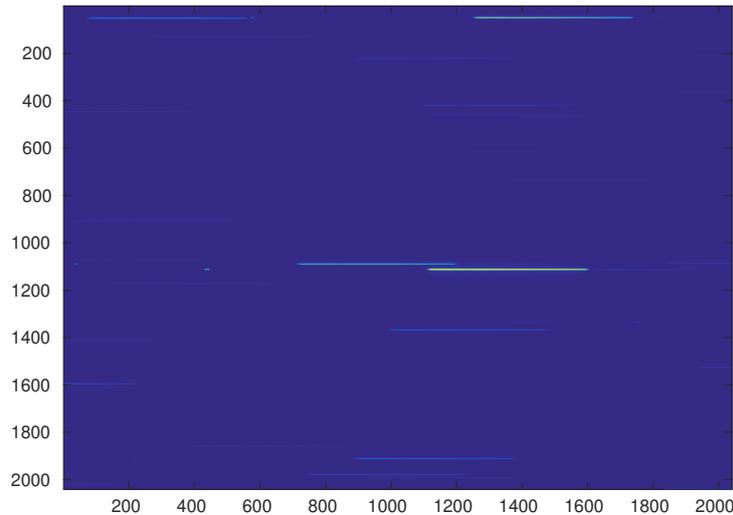


FIGURE 5.1 – Exemple d’acquisition pour la direction 0

avec un nombre bien plus faible d’objets, et cela facilitera l’évaluation des performances de nos méthodes. Nous ne considérons donc qu’une partie de l’image, montrée en figure 5.3, obtenue avec un détecteur, dans laquelle le spectre 2D d’ordre 1 d’un objet (l’objet d’intérêt) est contenu entièrement. En effet, grâce à la connaissance de l’instrumentation du satellite et de ses propriétés optiques, nous connaissons l’étendue de la dispersion en longueur d’onde pour chaque ordre de spectre. La figure 5.4 représente le spectre 2D d’ordre 1 mélangé observé pour 2 objets voisins spatialement pour la direction de dispersion  $0^\circ$ . On voit, à gauche de cette image, la zone de l’image optique 5.2 contenant l’objet d’intérêt et son contaminant dans la direction  $0^\circ$ . À droite de la figure est représenté le spectre mélangé 2D obtenu en sortie du grisme. On remarque que l’image optique de l’objet n’étant pas ponctuelle, elle s’étale aussi dans la direction verticale  $v$  perpendiculaire à la dispersion, c’est pour cela que nous sélectionnons plusieurs lignes de l’image 2D du spectre. Pour l’exemple de la figure 5.4, l’étalement dans la direction  $v$  est de 3 pixels pour l’image optique de l’objet d’intérêt, on considère donc 3 lignes pour le spectre 2D mélangé.

Pour l’exemple réaliste de la figure 5.1 issue des données du simulateur TIPS, la zone sélectionnée pour un objet à décontaminer est représentée en figure 5.3. Cette zone contient tout le spectre contaminé de l’objet d’intérêt. Pour l’ordre 1 considéré ici, l’étendue est de 524 pixels ce qui correspond à 524 bandes spectrales. On passe donc de  $2040 \times 2040 \times 16$  pixels pour une acquisition donnée sur la totalité des détecteurs, à  $524 \times 7$  pixels pour une zone de travail sélectionnée. On peut apercevoir la raie d’émission de l’objet d’intérêt aux alentours de la 100<sup>ème</sup> bande spectrale, et nous apercevons aussi un contaminant d’amplitude très forte sur les premières lignes à partir de la 250<sup>ème</sup> bande spectrale.

### 5.1.2 La fonction de sensibilité du grisme

Il est important de noter que les spectres observés subissent des altérations dues à l’optique de l’instrument, et subissent notamment la fonction de sensibilité du grisme. En effet, cette dernière étant dépendante de la longueur d’onde, elle change la forme du spectre, particulièrement pour les ordres de spectre supérieurs à 1, et doit être prise en compte. TIPS [TIP, 2017] nous permet de connaître ces fonctions de sensibilité puisque le simulateur reproduit toute l’optique de l’instrument NISP. Pour cela, on place en entrée de TIPS un spectre constant (et donc sans contenu spectral) à la position de l’objet que l’on cherche à décontaminer, et on obtient en sortie les fonctions de sensibilité montrées en figure 5.5. Dans ce chapitre, on s’intéresse à la fonction de

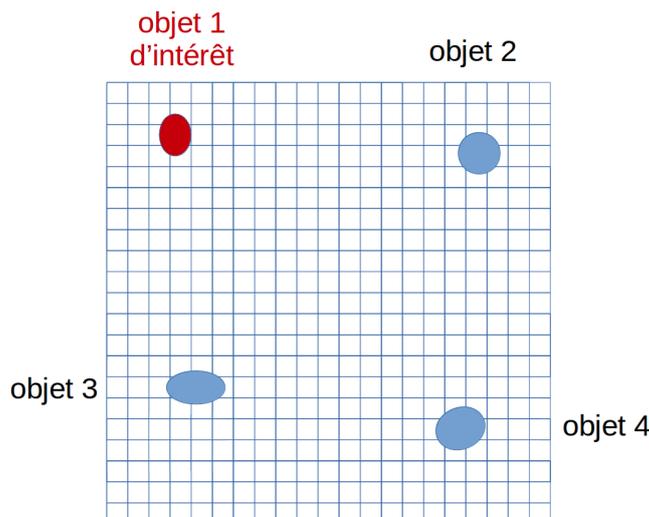


FIGURE 5.2 – Illustration d’une image optique pour un scénario avec 4 objets proches spatialement

sensibilité de l’ordre 1 seulement, mais l’ordre 2 sera également utilisé dans le chapitre suivant. On comprend la nécessité de prendre en compte ces fonctions car on voit que le grisme ne donne pas la même importance à chaque longueur d’onde, notamment en début et fin de spectre pour l’ordre 1. Pour l’ordre 2 le flux est quasi nul en milieu de spectre.

Dans ce chapitre, nous ne travaillons que sur des spectres d’ordre 1, tous les spectres observés et estimés subissent donc la même sensibilité et nous n’avons pas besoin de tenir compte de ce phénomène dans notre fusion de données. Cependant, il est important de noter que nous n’estimons pas le spectre réel de l’objet observé mais bien le spectre ayant subi l’optique de l’instrument i.e. la convolution avec la PSF et la sensibilité du grisme. En revanche, dans le chapitre suivant nous aurons besoin de tenir compte de ces fonctions de sensibilité pour effectuer la fusion de données entre l’ordre 1 et l’ordre 2 comme nous le verrons plus en détail dans la sous-section 6.1.2.

### 5.1.3 Pré-traitement : soustraction du fond du ciel

Il existe un bruit propre aux acquisitions satellitaires qu’il est possible d’éliminer en pré-traitement : le fond du ciel  $F_c$ . Le fond du ciel en spectroscopie sans fente est très élevé [Zoubian et al., 2012]. Dans le cas de la mission EUCLID, celui-ci est principalement constitué de ce qu’on appelle la lumière zodiacale. Cette dernière est due à la réflexion de la lumière du soleil sur les poussières du milieu interstellaire. Ce fond du ciel est considéré constant sur toute l’image observée dans la version actuelle du simulateur TIPS et est égal à l’intégrale du spectre de la lumière zodiacale. Cette constante est alors estimée pour chaque détecteur et pour chaque direction, puis est soustraite aux données observées  $\mathbf{X}$ . Il est à noter, qu’à terme, le fond du ciel ne sera pas considéré constant, son estimation et sa soustraction aux données seront faites en amont du pipeline de décontamination, et donc en amont des traitements développés dans nos travaux.

**Estimation du fond du ciel** Pour chaque direction d’observation, on repère sur une image 2D observée une zone où il n’y a pas d’objet astronomique, et donc où il n’y a supposément que le fond du ciel. On calcule alors la valeur moyenne sur cette zone désignée : la constante obtenue

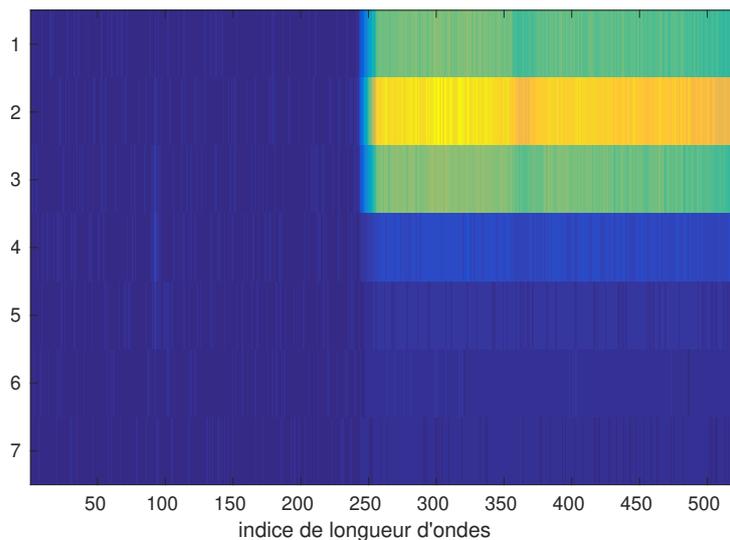


FIGURE 5.3 – Exemple d'une zone 2D à décontaminer considérée pour un mélange dans la direction 0

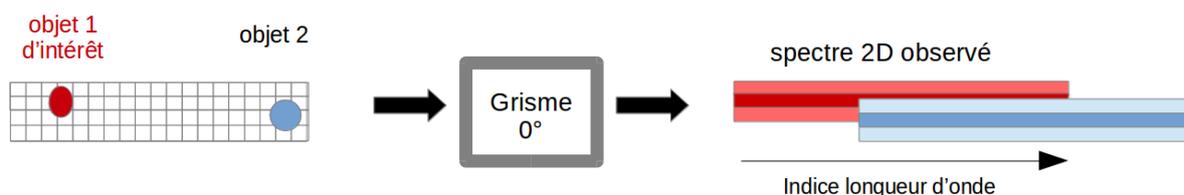


FIGURE 5.4 – Schéma du mélange de 2 objets voisins spatialement pour le grisme dans la direction 0°

est notre estimation de fond du ciel. Finalement, chaque élément de la matrice  $F_c$  représentant le fond du ciel est égal à cette constante.

#### 5.1.4 Bruit sur les données

Les détecteurs dans une chaîne d'acquisition sont sources de bruit [Zoubian et al., 2012] car ils transforment la lumière en information numérique avec une certaine probabilité. Cette probabilité de détection suit une loi de Poisson et est appelée «bruit de photon». À ce bruit s'ajoutent aussi :

- l'efficacité quantique (QE), c'est la capacité d'un détecteur à transformer l'énergie d'un photon en charge électrique, qui se calcule en faisant le rapport entre le nombre de charges électriques captées et le nombre de photons incidents sur la surface du capteur. Cette énergie étant dépendante de la longueur d'onde, l'efficacité quantique varie elle aussi avec cette longueur d'onde.
- le bruit de lecture (RN), il est dû aux variations du nombre de charges transférées lors de la lecture des pixels,
- le courant d'obscurité (DC), il correspond au courant électrique résiduel mesuré par le détecteur en l'absence de lumière. Ce courant résiduel est généré aléatoirement et suit une loi de Poisson.

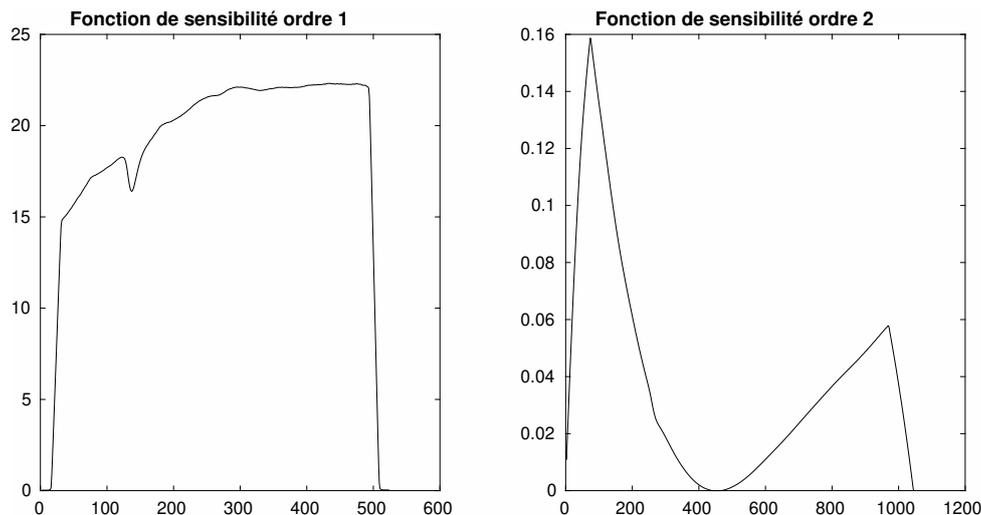


FIGURE 5.5 – Estimation des fonctions de sensibilité du grisme pour l’ordre 1 (à gauche) et pour l’ordre 2 (à droite) obtenues avec TIPS

Tous ces bruits d’acquisition viennent polluer nos observations  $\mathbf{X}$ , et sont un problème majeur en astrophysique. En effet, les objets astronomiques observés étant lointains et faiblement lumineux, le Rapport Signal sur Bruit (RSB) est faible dans ce domaine. Pour NISP, la sensibilité de l’instrument devra permettre la détection des raies d’émission dans un spectre de galaxie pour un RSB en amplitude de 3.5 [Zoubian et al., 2012] soit environ 10dB. C’est un enjeu supplémentaire pour la décontamination des spectres qui complique le problème.

## 5.2 Approche de séparation de sources

Nous reprenons le modèle LI (4.30) développé dans [Selloum et al., 2016] pour chaque direction  $d$  de dispersion du grisme :

$$\mathbf{X}^d = \mathbf{D}^d \mathbf{E}^d \quad (5.1)$$

avec  $\mathbf{X}^d$  la matrice des données observées de taille  $M^d \times L$ , où  $M^d$  est le nombre d’observations, c’est-à-dire le nombre de lignes (dans la direction perpendiculaire à la dispersion) de la zone de travail considérée, et  $L$  le nombre de bandes spectrales considérées pour l’ordre 1.  $\mathbf{D}^d$  est la matrice de mélange de taille  $M^d \times N^d$ , où  $N^d$  est le nombre d’objets considérés (l’objet d’intérêt et ses  $N^d - 1$  contaminants).  $\mathbf{E}^d$  est la matrice des spectres à estimer de taille  $N^d \times L$ .

Il y a 3 directions  $d$  de grisme disponibles : la direction 0, la direction 180, et la direction 90 dans laquelle nous disposons de 2 acquisitions décalées spatialement que l’on appellera  $90^1$  et  $90^2$ . On redéfinit donc notre modèle de mélange en concaténant les informations pour un objet à décontaminer :

$$\begin{bmatrix} \mathbf{X}_0 \\ \mathbf{X}_{180} \\ \mathbf{X}_{90^1} \\ \mathbf{X}_{90^2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_0 \\ \mathbf{A}_{180} \\ \mathbf{A}_{90^1} \\ \mathbf{A}_{90^2} \end{bmatrix} \mathbf{E} \quad (5.2)$$

avec  $\mathbf{E}$  la matrice contenant le spectre de l’objet à décontaminer dans sa première ligne, puis les contaminants dans la direction 0 sur les  $N^0 - 1$  lignes suivantes, puis les contaminants dans la direction 180 sur les  $N^{180}$  lignes suivantes, puis les contaminants dans la direction 90 sur les  $N^{90} - 1$  lignes suivantes. En effet, les données dans les directions  $90^1$  et  $90^2$  sont acquises dans

la même direction de dispersion du grisme, donc dans les deux directions  $90^1$  et  $90^2$  le spectre d'intérêt est contaminé par les mêmes spectres contaminants.

Il est à noter que la matrice de mélange résultante  $\mathbf{A} = [\mathbf{A}_0; \mathbf{A}_{180}; \mathbf{A}_{90^1}; \mathbf{A}_{90^2}]$ , de dimensions  $(M^0 + M^{180} + M^{90^1} + M^{90^2}) \times (N^0 + N^{180} - 1 + N^{90^1} - 1)$ , est une matrice parcimonieuse, puisque nous n'avons pas les mêmes contaminants dans chaque direction de dispersion. Pour expliquer ce raisonnement, nous développons (5.2) dans le cas représenté en figure 5.2. Dans ce scénario, l'objet d'intérêt est contaminé par l'objet 2 dans la direction  $0^\circ$  comme nous l'avons montré dans la figure 5.4, mais également dans la direction  $180^\circ$  comme nous pouvons le voir dans la figure 5.6. On remarque cependant que dans la direction  $180^\circ$  c'est la fin du spectre de l'objet

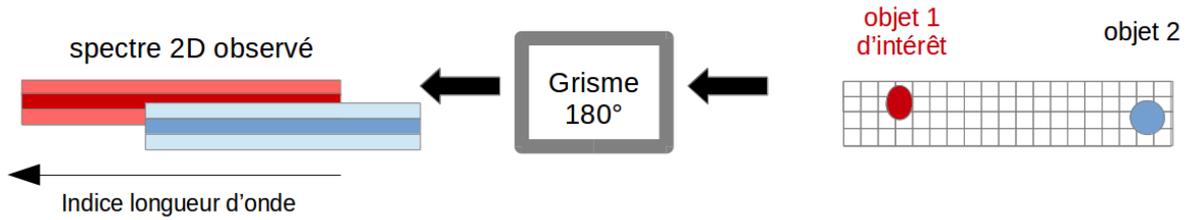


FIGURE 5.6 – Schéma du mélange de 2 objets voisins spatialement pour le grisme dans la direction  $180^\circ$

2, donc les indices correspondant aux plus grandes longueurs d'onde, qui contamine le début du spectre de l'objet d'intérêt, donc les plus petits indices de longueurs d'onde, contrairement à la direction  $0^\circ$  où c'est le début du spectre de l'objet 2 qui contamine la fin du spectre de l'objet d'intérêt. Ceci est dû à l'inversion du sens des bandes spectrales dispersées pour la direction  $180^\circ$ . Ainsi, pour simplifier la démarche de décontamination, nous ne tiendrons pas compte du lien entre les deux spectres contaminants appartenant à l'objet 2, et nous considérerons donc deux contaminants distincts pour la direction  $0^\circ$  et pour la direction  $180^\circ$ .

Dans la direction  $90^\circ$ , le contaminant de l'objet d'intérêt est l'objet 3 représenté sur la figure 5.2. Les deux spectres 2D considérés pour cette direction sont représentés en figure 5.7. On constate donc que pour ces deux acquisitions, nous avons le même contaminant et donc le même spectre à décontaminer à un décalage spatial près. Cette redondance est donc très intéressante à exploiter pour améliorer l'estimation du spectre de l'objet d'intérêt.

Le nombre de lignes considérées pour chaque spectre observé est de 3 car on voit sur la figure 5.2 que l'objet d'intérêt occupe au maximum 3 pixels dans toutes les directions de dispersion. Le modèle de mélange (5.2) appliqué à cet exemple donne alors :

$$\begin{bmatrix} \mathbf{X}_0 \\ \mathbf{X}_{180} \\ \mathbf{X}_{90^1} \\ \mathbf{X}_{90^2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_0 \\ \mathbf{A}_{180} \\ \mathbf{A}_{90^1} \\ \mathbf{A}_{90^2} \end{bmatrix} \mathbf{E} = \begin{bmatrix} \alpha_1 & \beta_1 & 0 & 0 \\ \alpha_2 & \beta_2 & 0 & 0 \\ \alpha_3 & \beta_3 & 0 & 0 \\ \hline \alpha_4 & 0 & \gamma_4 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \hline \alpha_7 & 0 & 0 & \eta_7 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \hline \alpha_9 & 0 & 0 & \eta_9 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \\ e_3 \\ e_4 \end{bmatrix} \quad (5.3)$$

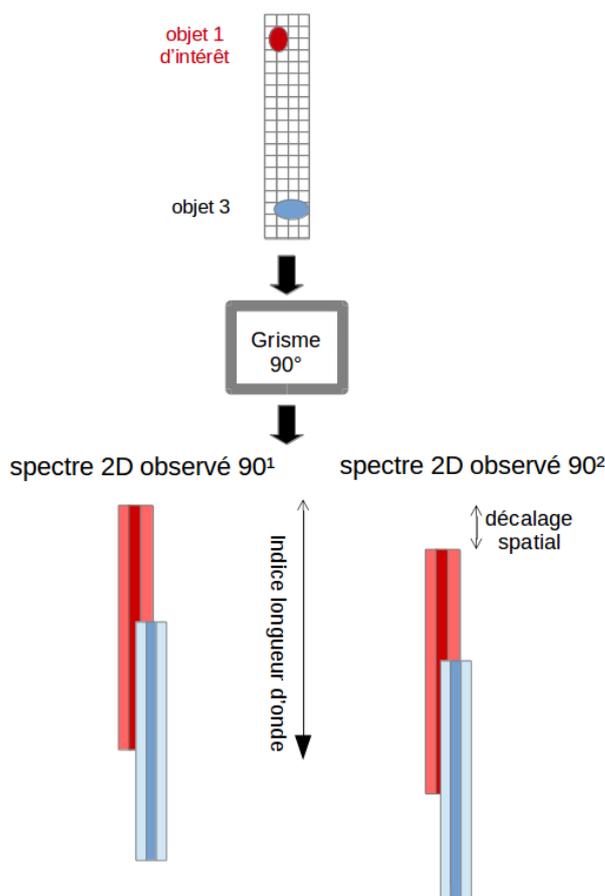


FIGURE 5.7 – Schéma des deux acquisitions du mélange de 2 objets voisins spatialement pour le grisme dans la direction  $90^\circ$

avec  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$  et  $\eta$  des coefficients de mélange non négatifs,  $\mathbf{e}_1$  le spectre de l'objet d'intérêt à estimer,  $\mathbf{e}_2$  le spectre de l'objet 2 contaminant dans la direction  $0^\circ$ ,  $\mathbf{e}_3$  le spectre de l'objet 2 contaminant dans la direction  $180^\circ$  et  $\mathbf{e}_4$  le spectre de l'objet 3 contaminant dans la direction  $90^\circ$ .

**Remarque :** Pour nos travaux, en plus de l'hypothèse 2 sur la séparabilité des fonctions  $I_{i1}$  et  $I_{i2}$  représentant le profil lumineux d'un objet convolué à la PSF de l'instrument dans les directions horizontales et verticales, nous considérons que ces fonctions sont égales. Cette approximation induit que le spectre d'un objet est le même quelle que soit la direction de dispersion suivant ces axes. En pratique, le spectre peut varier avec la direction de dispersion, mais les spectres résultants restent très corrélés entre eux. On considère donc que cette approximation reste acceptable au vu des autres sources d'erreurs qui interviennent dans le processus d'estimation.

Ici, nous connaissons les données  $\mathbf{X}$  et nous cherchons à estimer la matrice de mélange  $\mathbf{A}$  et les spectres sources  $\mathbf{E}$ . Dans [Selloum et al., 2016], les auteurs ont montré que la classe de méthodes de séparation la plus adaptée parmi celles citées plus haut dans le cadre de cette mission est la NMF. En effet, ici l'ICA ne conviendrait pas : en analysant la base de données des spectres utilisée pour notre application et en calculant les coefficients de corrélation entre ces spectres, nous remarquons que les spectres peuvent ne pas être mutuellement indépendants. La SCA ne serait

également pas adaptée ici puisqu'il n'y a pas de parcimonie dans nos spectres. La parcimonie peut cependant être utilisée d'un point de vue spatial comme contrainte supplémentaire dans notre méthode de séparation, comme cela a été fait dans la méthode aveugle [Selloum et al., 2016]. De plus, notre volonté de ne plus dépendre d'hypothèses faites sur le modèle, comme dans la méthode semi-aveugle [Selloum et al., 2015] précédemment exposée, exclut également les approches bayésiennes qui reposent sur de tels a priori pour exprimer les lois de probabilité en jeu dans le problème de séparation. L'exploitation d'un a priori moins fort telle que la non négativité des données semble alors être plus adaptée.

À la différence de [Selloum et al., 2016] qui définissaient un modèle de mélange distinct pour chaque direction, puis fusionnaient les informations de 2 directions dans le critère de séparation, ici nous avons un modèle de mélange (5.2) prenant en compte les 4 observations des 3 directions de dispersion simultanément. Ce raisonnement permet d'exploiter directement toutes les informations issues de ces observations, ce qui devrait permettre une amélioration de l'estimation du spectre d'ordre 1 de l'objet d'intérêt. Le critère de séparation découlant de notre modèle est également différent comme nous le verrons en sous-section 5.2.2. De plus, contrairement à [Selloum et al., 2016] qui initialisent aléatoirement la matrice de mélange, nous effectuons dans nos travaux une première estimation relativement fiable de la matrice  $\mathbf{A}$  à partir des images directes et du modèle d'instrument (voir la sous-section suivante), ce qui augmente considérablement les chances de converger vers la bonne solution.

### 5.2.1 Première estimation de la matrice de mélange $\mathbf{A}$

Grâce au simulateur TIPS qui modélise la chaîne instrumentale, nous pouvons obtenir une estimation assez proche de la vraie valeur de la matrice de mélange  $\mathbf{A}$ . Pour cela, nous fournissons à l'entrée de TIPS l'image optique d'un seul objet (images réalistes fournies par le consortium EUCLID mais qui, en pratique, seront fournies par le photomètre NISP), la position de l'objet estimée à moins d'un demi-pixel près à partir de cette image, ainsi qu'un spectre constant associé à cet objet, et nous pouvons estimer les coefficients de mélange associés à cet objet à partir du spectre 2D obtenu en sortie du simulateur. Ce procédé est schématisé en figure 5.8. Nous choisissons arbitrairement de mettre un spectre constant à la valeur 0.5 en entrée du simulateur, le facteur d'échelle engendré par ce choix sera éliminé grâce à une normalisation des spectres estimés.

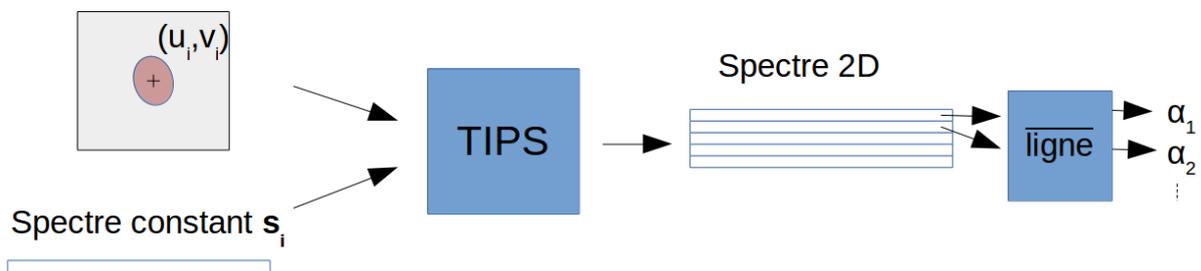


FIGURE 5.8 – Calcul de coefficients de mélange à partir de la position d'un objet et du simulateur TIPS

Le simulateur TIPS modélise l'instrument mais nécessite des informations en entrée : la position de l'objet sur lequel on travaille (dans le cas sans contamination), son image optique i.e. son profil de lumière, et son «vrai» spectre fourni par une bibliothèque du consortium EUCLID.

En sortie de TIPS, nous obtenons alors un spectre 2D ayant subi la même chaîne instrumentale, et donc la même dispersion, que les données réelles qui seront acquises par le satellite EUCLID. En plaçant l'image optique de l'objet à sa position estimée  $(u_i, v_i)$ , mais en y associant un spectre constant, le spectre 2D ainsi obtenu aura donc subi le même traitement que les données réelles, i.e. la convolution avec la PSF de l'instrument, la courbe de sensibilité du grisme et la dispersion, mais ce spectre 2D ne contiendra aucune information spectrale. En effectuant la moyenne des coefficients de chaque ligne de ce spectre 2D comme indiqué sur la figure 5.8, on obtiendra alors une estimation de la proportion de chacune des lignes de l'objet concerné dans les données mélangées que nous aurons à décontaminer.

Par exemple, si on met l'objet d'intérêt à l'entrée de TIPS et qu'on configure le simulateur pour une dispersion dans la direction  $0^\circ$ , on obtient en sortie une estimation des coefficients  $\alpha_1$ ,  $\alpha_2$  et  $\alpha_3$  dans la relation (5.3) à un facteur global près en faisant la moyenne sur chaque ligne du spectre 2D obtenu en sortie de TIPS, comme montré en figure 5.8. Pour estimer les coefficients  $\alpha_4$ ,  $\alpha_5$  et  $\alpha_6$  associés à l'objet d'intérêt, il suffit de changer la configuration du simulateur pour une dispersion dans la direction  $180^\circ$ . Pour estimer les coefficients  $\beta_1$ ,  $\beta_2$  et  $\beta_3$ , on met l'objet 2 contaminant (voir figure 5.2) en entrée du simulateur configuré pour une dispersion dans la direction  $0^\circ$ . On réitère le protocole pour tous les objets, c'est-à-dire l'objet d'intérêt ainsi que ses contaminants, pour toutes les directions d'observation et on obtiendra une estimation  $\hat{\mathbf{A}}$  plutôt fiable de la matrice de mélange. Cette estimation servira à l'initialisation en entrée de notre algorithme de séparation.

### 5.2.2 Critère de séparation

Nous voulons ici minimiser le critère quadratique établi dans la sous-section 4.2 :

$$J(\mathbf{A}, \mathbf{E}) = \|\mathbf{X} - \mathbf{A}\mathbf{E}\|^2. \quad (5.4)$$

où  $\mathbf{A}$  et  $\mathbf{E}$  sont les matrices à estimer concaténant les informations de toutes les directions, contrairement au modèle considéré dans les travaux précédents, et notamment dans [Selloum et al., 2016] où la modélisation des données est identique mais la formulation du problème diffère. Il est à noter que  $\mathbf{A}$  est initialisée à l'estimation décrite en sous-section 5.2.1 mais sera mise à jour au fil des itérations dans la version finale de notre méthode.

Sachant que nos données sont non négatives, cela signifie que nous cherchons à résoudre le problème ci-dessous.

$$\min_{\mathbf{A}, \mathbf{E}} (J(\mathbf{A}, \mathbf{E})) \quad \text{avec} \quad \mathbf{A}, \mathbf{E} \geq 0 \quad (5.5)$$

Pour cela, nous développons un algorithme de NMF basé sur le gradient projeté [Lin, 2007], dont la règle de mise à jour des matrices  $\mathbf{A}$  et  $\mathbf{E}$  est la suivante :

$$\mathbf{Q} \leftarrow \max \left\{ \mathbf{Q} - \mu \frac{\partial J}{\partial \mathbf{Q}}, \epsilon \right\} \quad (5.6)$$

avec  $\mu$  le pas du gradient petit et positif,  $J$  le critère (5.4) à minimiser,  $\epsilon$  une très faible valeur positive remplaçant les valeurs négatives, et  $\mathbf{Q}$  la matrice à adapter. Les détails de notre méthode sont donnés dans l'algorithme 1 : on initialise  $\mathbf{A}$  et  $\mathbf{E}$ , on calcule les gradients de ces deux matrices, puis on met à jour alternativement ces matrices suivant la règle (5.6), en incluant une étape de masquage de la matrice  $\mathbf{A}$  expliquée en sous-section 5.2.4, à chaque itération de notre algorithme. L'algorithme se termine lorsque l'une des règles d'arrêt explicitées dans la sous-section 5.2.4 est respectée.

### 5.2.3 Calcul des gradients

Afin de calculer le gradient du critère (5.4), nous utilisons les propriétés de calculs fournies dans [Petersen and Pedersen, 2012], et notamment la propriété suivante :

$$\| \mathbf{Q} \|_F^2 = tr(\mathbf{Q}\mathbf{Q}^T) \quad (5.7)$$

avec  $\| \cdot \|_F$  la norme de Frobenius,  $\mathbf{Q}$  une matrice, et  $tr$  la trace. Cette propriété nous permet de développer l'expression du critère (5.4)

$$\begin{aligned} J &= tr((\mathbf{X} - \mathbf{A}\mathbf{E})(\mathbf{X} - \mathbf{A}\mathbf{E})^T) \\ &= tr(\mathbf{X}\mathbf{X}^T) + tr(\mathbf{A}\mathbf{E}(\mathbf{A}\mathbf{E})^T) - tr(\mathbf{X}(\mathbf{A}\mathbf{E})^T) - tr(\mathbf{A}\mathbf{E}\mathbf{X}^T) \\ &= tr(\mathbf{X}\mathbf{X}^T) + tr(\mathbf{A}\mathbf{E}\mathbf{E}^T\mathbf{A}^T) - 2tr(\mathbf{X}\mathbf{E}^T\mathbf{A}^T) \end{aligned} \quad (5.8)$$

On calcule alors le gradient de ce critère par rapport à la matrice  $\mathbf{E}$  :

$$\frac{\partial J(\mathbf{A}, \mathbf{E})}{\partial \mathbf{E}} = 2\mathbf{A}^T\mathbf{A}\mathbf{E} - 2\mathbf{A}^T\mathbf{X}. \quad (5.9)$$

Sachant que pour  $\mathbf{A}$  nous n'avons qu'une estimation disponible d'après les explications de la sous-section 5.2.1, qui est relativement bonne mais pas forcément optimale puisque basée sur une estimation des positions des objets avec moins d'un demi-pixel d'incertitude, nous souhaitons aussi la mettre à jour à chaque itération en utilisant le gradient projeté. Le gradient du critère  $J$  par rapport à cette matrice  $\mathbf{A}$  est donné ci-dessous.

$$\frac{\partial J(\mathbf{A}, \mathbf{E})}{\partial \mathbf{A}} = 2\mathbf{A}\mathbf{E}\mathbf{E}^T - 2\mathbf{X}\mathbf{E}^T. \quad (5.10)$$

### 5.2.4 Algorithme

Dans cette sous-section nous présentons l'algorithme global de séparation. Il est important de noter ici que pour que la matrice de mélange  $\mathbf{A}$  reste parcimonieuse (voir la relation (5.3)), nous ajoutons une étape de masquage après chaque modification de la matrice, c'est-à-dire après l'initialisation et la mise à jour de  $\mathbf{A}$ . Ce masquage consiste simplement, considérant une direction donnée, à mettre à 0 les contributions des spectres des autres directions (valeurs nulles dans (5.3))<sup>1</sup>.

La méthode d'initialisation de la matrice  $\hat{\mathbf{E}}$  et le critère de performance seront explicités dans la section suivante présentant les tests.

**Critère de convergence** Pour arrêter l'algorithme, nous avons besoin d'établir un critère dit de convergence. Nous avons choisi ici un critère assez classique dans la littérature, mêlant deux conditions : le nombre d'itérations et la «*stabilisation*» du critère  $J$ . Cette dernière est calculée comme suit :

$$| mean(J_{ite-10:ite-1}) - J_{ite} | < seuil_J \quad (5.11)$$

avec  $mean$  la moyenne,  $ite$  l'itération courante de l'algorithme et  $seuil_J$  un seuil de valeur faible fixé empiriquement. L'algorithme 1 converge si l'équation (5.11) est respectée, ou si le nombre d'itérations dépasse le seuil fixé lui aussi empiriquement. Cette dernière condition est nécessaire pour arrêter l'algorithme lorsque la convergence est très lente.

<sup>1</sup>Nous aurions pu ne modifier que les éléments non-nuls de la matrice  $\mathbf{A}$  dans notre règle de mise à jour. L'algorithme proposé ici est cependant plus simple à implémenter.

---

**Pseudo-code 1** Algorithme de séparation basé sur la fusion des 4 observations

---

**Entrée(s):** matrice des observations  $\mathbf{X}$

**Sortie(s):** matrices  $\hat{\mathbf{A}}$  et  $\hat{\mathbf{E}}$  estimées

initialisation de  $\hat{\mathbf{A}}$  par l'estimation décrite en 5.2.1 tenant compte du masquage

initialisation de  $\hat{\mathbf{E}}$  par la formule (5.13)

calcul du critère  $J(\hat{\mathbf{A}}, \hat{\mathbf{E}})$  actuel (5.4)

**tant que** (nombre d'itérations  $<$  seuil)  $\wedge$  (critère  $J$  non stabilisé) **faire**

calcul gradient projeté pour  $\hat{\mathbf{E}}$  (5.9)

mise à jour (5.6) de  $\hat{\mathbf{E}}$

calcul gradient projeté pour  $\hat{\mathbf{A}}$  (5.10)

mise à jour (5.6) de  $\hat{\mathbf{A}}$  tenant compte du masquage

calcul nouveau critère  $J(\hat{\mathbf{A}}, \hat{\mathbf{E}})$

**fin tant que**

calcul du NRMSE (5.14)

---

### 5.3 Tests réalisés

Pour s'assurer que la fusion d'informations issues des 4 observations améliore bien l'estimation du spectre de l'objet d'intérêt, nous réalisons des tests sur deux scénarios «difficiles». Pour cela, nous utilisons des données simulées pour le Challenge Scientifique EUCLID 3 (SC3). Le SC3 a pour but d'implémenter et de tester des parties du pipeline de traitement de données d'EUCLID, telles que la soustraction du fond de ciel et la détection des objets par exemple, dans des conditions dites réalistes. Les données du SC3 sont donc simulées de manière à se rapprocher le plus possible des observations qui seront faites par le satellite.

#### Protocole de test

1. Chercher dans les données SC3 un objet dont le spectre est contaminé dans les 3 directions.
2. Sélectionner les 4 zones des 4 observations contenant tout le spectre contaminé.
3. Estimer la matrice  $\mathbf{A}$  selon le protocole décrit dans la sous-section 5.2.1.
4. Appliquer l'algorithme de séparation.
5. Quantifier l'efficacité de l'estimation du spectre de l'objet d'intérêt à partir du vrai spectre.

#### 5.3.1 Initialisation

**Initialisation de la matrice de mélange  $\mathbf{A}$**  Comme expliqué dans la sous-section 5.2.1, il est possible d'avoir une estimation  $\hat{\mathbf{A}}$  de la matrice à partir des images optiques des objets et leurs positions dans le ciel. On décide donc d'initialiser la matrice  $\mathbf{A}$  à partir de cette estimation  $\hat{\mathbf{A}}$ . Afin de tester la robustesse de la méthode à l'initialisation, on décide d'ajouter du bruit uniforme proportionnellement à  $\hat{\mathbf{A}}$  tel que :

$$\hat{\mathbf{A}}^{init} = \hat{\mathbf{A}} + \eta_{\mathbf{A}} \hat{\mathbf{A}} \odot \mathbf{B}_{\mathbf{A}} \quad (5.12)$$

avec  $\mathbf{B}_{\mathbf{A}}$  la matrice de bruit générée suivant une loi uniforme, et  $\eta_{\mathbf{A}}$  la proportion accordée à ce bruit.

*Remarque :* On applique le masquage sur la matrice  $\hat{\mathbf{A}}^{init}$  comme indiqué dans la sous-section 5.2.4.

**Initialisation de la matrice des sources  $\mathbf{E}$**  De la même manière que pour la matrice  $\mathbf{A}$ , nous voulons tester la robustesse de notre méthode à l'initialisation des spectres sources. Nous allons donc partir d'une initialisation avec la matrice  $\mathbf{E}^{vrai}$  contenant les vrais spectres sources, et on ajoute proportionnellement du bruit, jusqu'à tester une initialisation totalement aléatoire. La matrice  $\hat{\mathbf{E}}^{init}$  initiale s'écrit alors :

$$\hat{\mathbf{E}}^{init} = \mathbf{E}^{vrai} + \eta_{\mathbf{E}} \mathbf{E}^{vrai} \odot \mathbf{B}_{\mathbf{E}} \quad (5.13)$$

avec  $\mathbf{B}_{\mathbf{E}}$  la matrice de bruit générée suivant une loi uniforme, et  $\eta_{\mathbf{E}}$  la proportion accordée à ce bruit.

### 5.3.2 Critère de performance

Afin de mesurer la qualité d'estimation de nos spectres, nous utilisons un critère de performance assez répandu appelé NRMSE pour Normalized Root-Mean-Square Error, défini par :

$$NRMSE = \sqrt{\frac{norm(\mathbf{s} - \hat{\mathbf{s}})^2}{norm(\mathbf{s})^2}} \quad (5.14)$$

avec  $\mathbf{s}$  le vrai spectre 1D et  $\hat{\mathbf{s}}$  le spectre 1D estimé. Le vrai spectre 1D est obtenu en mettant en entrée de TIPS l'objet d'intérêt et son spectre 1D tiré d'une bibliothèque, et en configurant le simulateur pour éliminer le bruit. En sortie nous obtenons le «vrai» spectre ayant subi la même dispersion que les spectres observés.

**Remarque :** Les méthodes de séparation de sources mènent à des indéterminations sur les spectres estimés comme expliqué en section 2.2. Pour pouvoir comparer le vrai spectre et le spectre estimé, nous allons normaliser ces spectres à partir de l'aire de la raie d'émission : on effectue un fit gaussien sur la position de la raie (connue grâce aux vrais spectres), on calcule l'aire de la gaussienne, et on divise le spectre par cette aire ce qui permet de normaliser l'aire de la raie à 1.

### 5.3.3 Premiers tests

Nous sélectionnons un premier objet à décontaminer. Les 4 mélanges issus des données SC3 concernant cet objet sont montrés en figure 5.9. Nous choisissons des zones d'observation de  $524 \times 7$  pixels, 524 correspondant au nombre de longueurs d'onde contenues dans le spectre d'ordre 1, et 7 correspondant à l'étalement vertical, c'est-à-dire l'étalement dans la direction perpendiculaire à la direction de dispersion considérée. Ce nombre de pixels considéré est fixé par l'utilisateur, et correspond au nombre d'observations disponibles pour chaque direction. La figure 5.9 montre bien que les 4 observations dans les 3 directions données sont contaminées, notamment les directions  $0^\circ$  et  $180^\circ$  où on peut voir le spectre d'une étoile, i.e. un continuum, qui vient contaminer de manière importante une partie du spectre de l'objet d'intérêt. Dans la direction  $90^\circ$ , c'est le spectre d'une autre galaxie et notamment sa raie principale qui vient contaminer le spectre de l'objet d'intérêt.

Afin de juger l'intérêt de la fusion des 4 observations dans la méthode de séparation, nous allons comparer nos spectres estimés avec l'estimation faite en ne considérant qu'une seule direction. La direction qui semble la moins contaminée d'après la figure 5.9 est la direction  $90^\circ$ , nous comparerons donc le spectre estimé avec notre méthode, au spectre estimé en utilisant le même algorithme en considérant seulement la direction  $90^\circ$ <sup>1</sup>. Il est à noter cependant qu'en pratique nous ne connaissons pas la direction *la moins contaminée*.

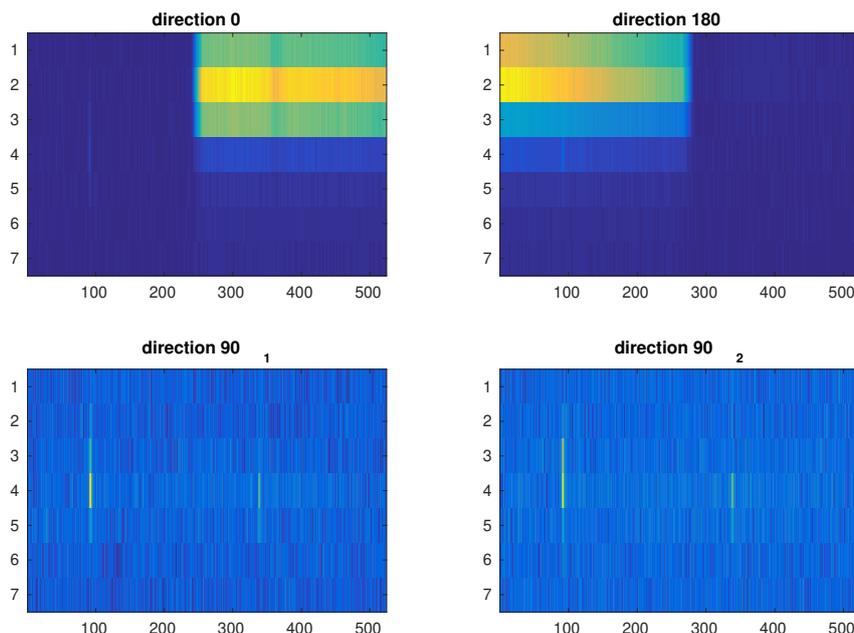


FIGURE 5.9 – Les 4 observations des 3 directions de grisme pour l’objet d’intérêt n° 111767555 des données SC3

**Test de robustesse à l’initialisation de  $\mathbf{E}$**  Nous lançons notre méthode de séparation décrite dans l’algorithme 1 pour plusieurs valeurs d’initialisation. Dans un premier temps, nous fixons la matrice de mélange  $\mathbf{A}$  à son estimation décrite en sous-section 5.2.1, et nous testons la robustesse de notre méthode à l’initialisation des spectres  $\mathbf{E}$  : on initialise la matrice source avec les vrais spectres montrés en figure 5.10, en y ajoutant du bruit proportionnel comme indiqué dans l’équation (5.13) de plus en plus fort ( $\eta_{\mathbf{E}}$  de plus en plus grand) jusqu’à une initialisation aléatoire des spectres selon une loi uniforme entre 0 et 1. Les résultats sont montrés dans le tableau 5.1.

Tableau 5.1 – Évolution du NRMSE en fonction du bruit ajouté à l’initialisation de la matrice  $\mathbf{E}_m$

$\eta_{\mathbf{E}}$	0	0.1	0.2	0.5	1	aléatoire
NRMSE direction 90	0.4658	0.4658	0.4658	0.4658	0.4658	0.4658
NRMSE 4 directions	0.3240	0.3240	0.3240	0.3240	0.3240	0.3240

On remarque dans ce tableau que l’algorithme n’est pas sensible à l’initialisation de nos spectres, et que nous arrivons à obtenir une bonne estimation avec notre méthode pour chacune de ces initialisations. Nous remarquons aussi que la fusion d’informations des 4 observations nous permet d’obtenir une meilleure estimation du spectre, comparée à l’estimation faite en utilisant seulement une observation de la direction 90.

**Test de robustesse à l’initialisation de  $\mathbf{A}$**  On initialise les sources  $\mathbf{E}$  aléatoirement, et on fait varier cette fois-ci l’initialisation de la matrice de mélange  $\mathbf{A}$  : on initialise la matrice avec l’estimation décrite en 5.2.1, et on ajoute du bruit proportionnel comme indiqué dans l’équation (5.12) de plus en plus fort, jusqu’à une initialisation aléatoire de la matrice de mélange selon une loi uniforme entre 0 et 1.

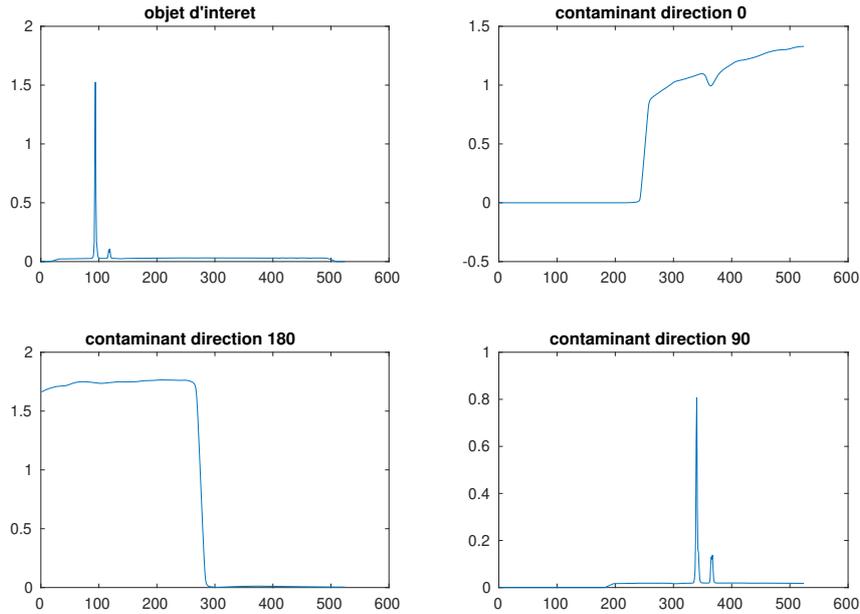


FIGURE 5.10 – Les 4 vrais spectres des objets présents dans le scénario considéré pour les premiers tests

Tableau 5.2 – Évolution du NRMSE en fonction du bruit ajouté à l’initialisation de la matrice  $\mathbf{A}$

$\eta_{\mathbf{A}}$	0	0.1	0.2	0.5	1	aléatoire
NRMSE direction 90	0.5980	0.5980	0.5980	0.5980	0.5980	0.6150
NRMSE 4 directions	0.3275	0.3271	0.3272	0.3283	0.3311	0.3652

On constate à travers ce tableau que si nous laissons la matrice  $\mathbf{A}$  s’adapter dans l’algorithme, alors l’estimation utilisant seulement les données de la direction  $90^\circ$  n’est pas bonne. Même pour un bruit faible sur la matrice de mélange, l’algorithme n’arrive pas à bien estimer le spectre de l’objet d’intérêt. Le résultat de cette estimation dans le cadre d’une initialisation aléatoire de  $\mathbf{A}$  est donné à gauche dans la figure 5.11. On voit que le spectre estimé en rouge contient encore la raie d’émission du contaminant (aux alentours de la  $350^{\text{ème}}$  longueur d’onde).

Dans le cas d’une estimation en utilisant les 4 directions, le tableau 5.2 montre que la fusion des informations venant des 4 directions permet d’obtenir une meilleure estimation. Même dans le cas d’une initialisation aléatoire de  $\mathbf{A}$ , on obtient une bonne estimation de la raie d’émission du spectre de l’objet d’intérêt, et la raie du contaminant a été considérablement réduite comme on peut le voir à droite dans la figure 5.11.

On remarque également qu’en initialisant  $\mathbf{A}$  par des valeurs proches de celles obtenues par la première estimation de la matrice, dont le protocole est expliqué en sous-section 5.2.1, cela permet d’améliorer de près de 4% l’estimation des spectres par rapport à une initialisation aléatoire.

### 5.3.4 Deuxièmes tests

Nous souhaitons tester notre méthode sur un scénario encore plus difficile. Pour cela nous sélectionnons un nouvel objet à décontaminer issu des données SC3. Les 4 mélanges observés pour cet objet dans les 3 directions de grismes sont montrés en figure 5.12. Cette fois-ci nous prenons des zones d’observations de 5 lignes car l’objet est faiblement lumineux et s’étale peu

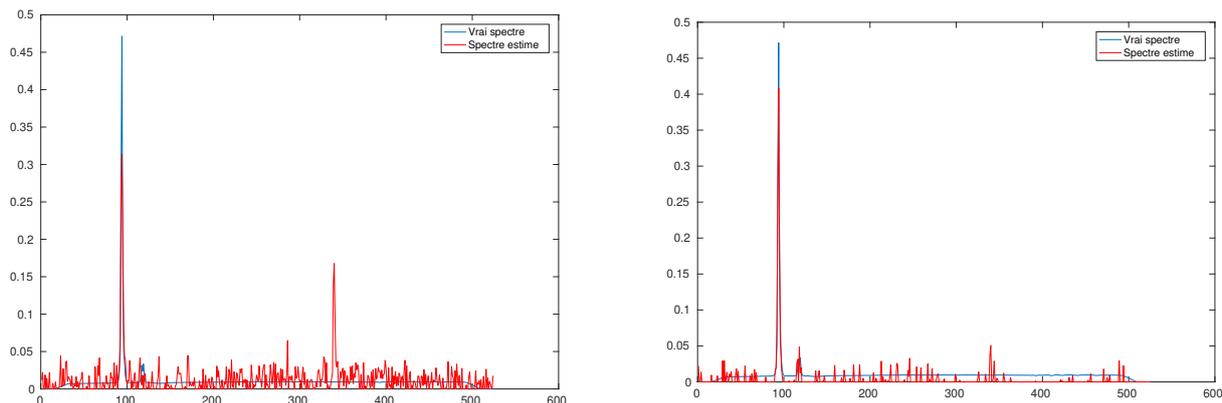


FIGURE 5.11 – Estimation du spectre de l’objet d’intérêt des premiers tests en utilisant seulement la direction  $90^\circ$  (à gauche), et en utilisant les 4 directions (à droite), dans le cas d’une initialisation aléatoire de  $\mathbf{E}$  et  $\mathbf{A}$

dans la direction perpendiculaire à la dispersion.

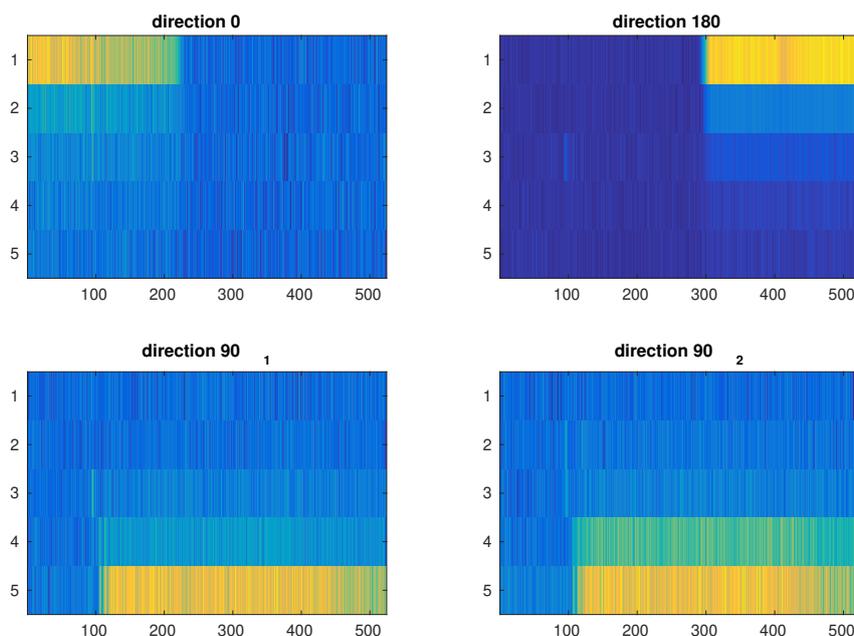


FIGURE 5.12 – Les 4 observations des 3 directions de grisme pour l’objet d’intérêt n° 111766328 des données SC3

Afin de mieux discerner la raie d’émission de l’objet d’intérêt, nous traçons la ligne où cet objet est le plus présent dans chaque direction, c’est-à-dire la ligne centrale de chaque zone d’observation, en figure 5.13. On remarque que la raie d’émission se distingue difficilement pour la direction  $0^\circ$  et la deuxième direction  $90^\circ$  notamment. La direction  $180^\circ$  est aussi très contaminée avec un continuum d’un autre objet d’une amplitude au moins égale à celle de la raie. C’est la première direction  $90^\circ$  qui, bien que contaminée elle aussi, permet de mieux distinguer où se situe cette raie dans le mélange. Nous comparerons donc notre méthode à la décontamination utilisant seulement les informations de la première observation dans la direction  $90^\circ$ .

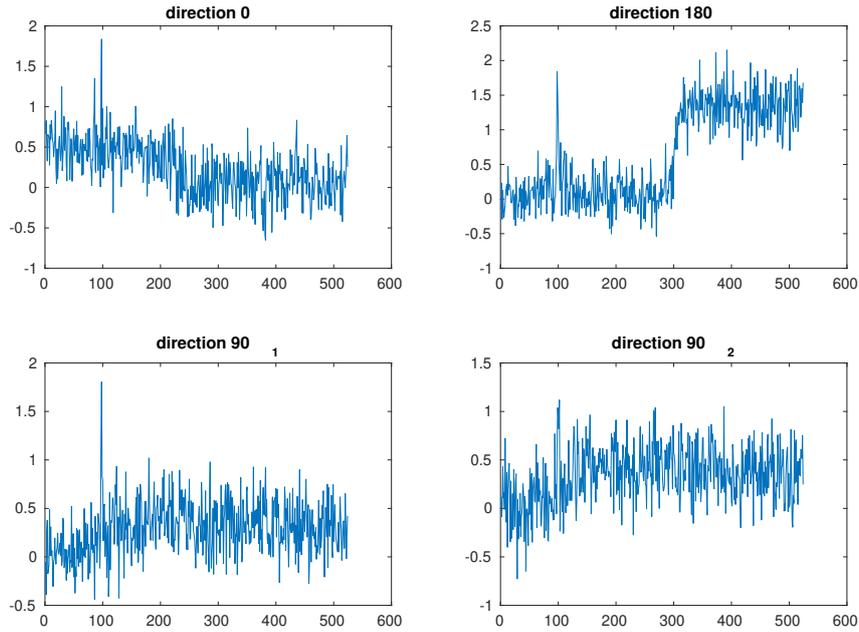


FIGURE 5.13 – Les 4 spectres (lignes centrales) des 4 observations dans un cas complexe

**Test de robustesse à l'initialisation de  $\mathbf{E}$**  On teste tout d'abord la robustesse d'estimation selon l'initialisation des spectres sources  $\mathbf{E}$ , comme indiqué en sous-section 5.3.1 et décrit pour le premier scénario : on part d'une initialisation par les vrais spectres et on ajoute du bruit proportionnel suivant la règle d'initialisation (5.13). Les résultats sont montrés dans le tableau 5.3.

Tableau 5.3 – Évolution du NRMSE en fonction du bruit ajouté à l'initialisation de la matrice  $\mathbf{E}$ 

$\eta_{\mathbf{E}}$	0	0.1	0.2	0.5	1	aléatoire
NRMSE direction 90	0.9301	0.9301	0.9301	0.9301	0.9301	0.9291
NRMSE 4 directions	0.8754	0.8754	0.8754	0.8754	0.8754	0.8754

On voit à travers ces résultats que la fusion des informations permet bel et bien d'améliorer l'estimation du spectre de l'objet d'intérêt d'un peu plus de 6%. Même si le NRMSE semble élevé ici, l'estimation de la raie d'émission est en réalité assez bonne comme nous pouvons le voir en figure 5.14 montrant l'estimation du spectre de l'objet pour  $\mathbf{E}$  bruité avec  $\eta_{\mathbf{E}} = 1$ . Nous remarquons aussi que pour les deux méthodes, l'estimation du spectre est robuste à l'initialisation de  $\mathbf{E}$  car nous obtenons presque toujours le même NRMSE, même dans le cas d'une initialisation aléatoire entre 0 et 1. Cela confirme les résultats obtenus avec les premiers tests.

**Test de robustesse à l'initialisation de  $\mathbf{A}$**  On teste maintenant la robustesse de notre méthode à l'initialisation de la matrice de mélange  $\mathbf{A}$ , en suivant le même protocole que précédemment. Nous comparons là aussi ces résultats avec l'estimation en utilisant seulement la première observation de la direction 90 dans le tableau 5.4.

Ce tableau nous montre que là aussi les méthodes sont plutôt robustes à l'initialisation de  $\mathbf{A}$  puisque nous obtenons des NRMSE relativement proches pour toutes les proportions de bruit ajoutées. La fusion des informations permet là encore d'améliorer le NRMSE de 14%

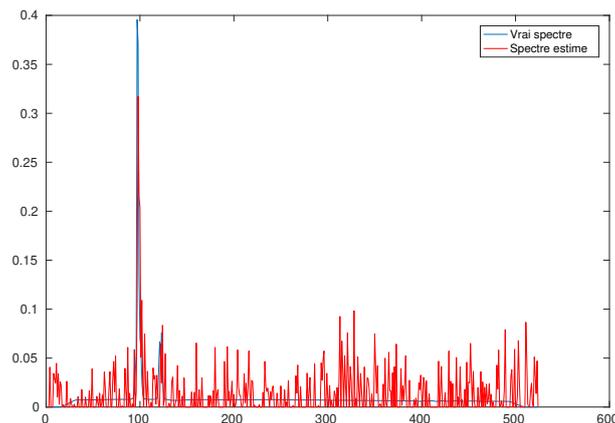


FIGURE 5.14 – Comparaison entre le vrai spectre de l’objet d’intérêt et son estimation utilisant les 4 directions, dans le cas d’une initialisation de  $\mathbf{A}$  par son estimation via TIPS et l’initialisation de  $\mathbf{E}$  par les vrais spectres bruités avec  $\eta_{\mathbf{E}} = 1$

Tableau 5.4 – Évolution du NRMSE en fonction du bruit ajouté à l’initialisation de la matrice  $\mathbf{A}$

$\eta_{\mathbf{A}}$	0	0.1	0.2	0.5	1	aléatoire
NRMSE direction 90	1.0544	1.0544	1.0544	1.0544	1.1152	1.0558
NRMSE 4 directions	0.9129	0.9122	0.9115	0.9097	0.9069	1.0451

en moyenne par rapport à l’estimation par l’observation la moins contaminée. On remarque cependant que dans le cas d’une initialisation aléatoire de  $\mathbf{A}$ , les deux méthodes donnent des estimations similaires. Le NRMSE dans ce cas-là semble élevé et donc donner une mauvaise estimation, cependant si on regarde l’estimation obtenue en figure 5.15 on voit que la raie est plutôt bien estimée. Dans cette figure, nous comparons notre estimation avec le vrai spectre de l’objet d’intérêt obtenu en mettant seulement cet objet en entrée du simulateur TIPS : il n’y a pas de contamination mais seulement le bruit qui vient polluer ce spectre. On voit donc le réel intérêt de fusionner les informations des 4 observations : le spectre estimé permet de bien distinguer la raie d’émission qui n’est plus noyée dans le bruit d’acquisition.

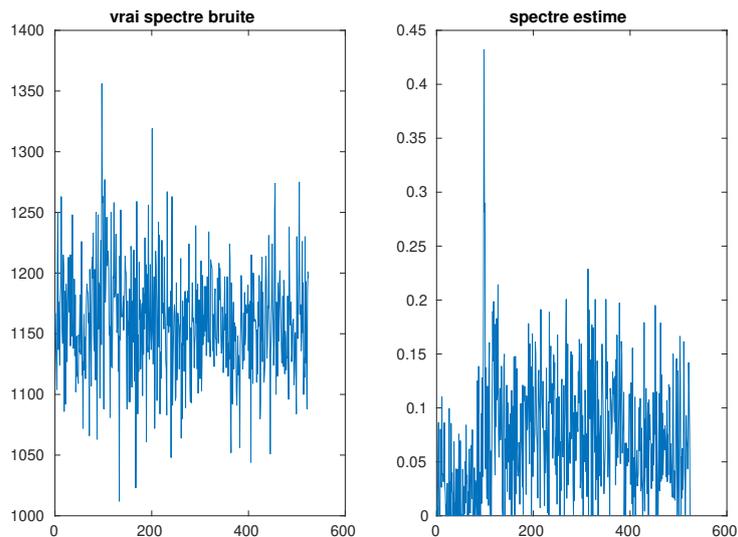


FIGURE 5.15 – Comparaison de l’estimation du spectre de l’objet d’intérêt utilisant les 4 directions dans le cas d’une initialisation aléatoire de  $\mathbf{E}$  et  $\mathbf{A}$  (à droite), avec le vrai spectre bruité obtenu avec TIPS pour le deuxième scénario (à gauche)

## Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons développé une méthode de décontamination basée sur la fusion d’informations entre 4 observations effectuées dans 3 directions de dispersion de grisme. Cette méthode de séparation est basée sur un algorithme de descente en gradient et sur la non négativité des données et exploite la parcimonie de la matrice globale de mélange. Nous avons montré, à travers des tests effectués dans le cas de deux scénarios réalistes issus des données SC3, que cette méthode permettait effectivement d’estimer la raie d’émission dans le spectre de l’objet d’intérêt. Nous avons comparé ces résultats avec l’estimation du spectre en n’utilisant que les informations de l’observation la moins contaminée, et nous avons vu que notre méthode utilisant la fusion d’informations permettait globalement d’améliorer l’estimation du spectre de l’objet d’intérêt.

Nous allons maintenant présenter une autre approche de décontamination développée dans le cadre de cette thèse, qui cherche à prendre en compte les informations du spectre d’ordre 2 de l’objet d’intérêt conjointement à celles de l’ordre 1 considérées jusqu’à présent. Cette méthode ne prend en compte qu’une seule direction d’observation.

## Chapitre 6

# Fusion de données de deux ordres de spectre

Comme vu dans le chapitre 4 présentant la mission EUCLID et les données de cette mission, la présence de grismes dans la chaîne instrumentale de NISP entraîne la dispersion de la lumière d'un objet en plusieurs ordres de spectre (voir figure 4.4). Dans le cas d'EUCLID, l'instrument est calibré pour concentrer le maximum d'énergie dans le premier ordre de spectre. C'est pour cela que, jusqu'à présent, les travaux de décontamination menés dans le cadre de cette mission ne considéraient que cet ordre. Or, dans le cas d'objets astronomiques lumineux, l'ordre 0 et l'ordre 2 peuvent être non négligeables dans les images observées. Cela signifie qu'ils peuvent contaminer le spectre d'ordre 1 d'un objet d'intérêt, mais cela signifie également qu'ils sont potentiellement exploitables. L'ordre 0 n'étant quasiment pas dispersé et ne contenant que peu d'informations spectrales, il ne nous intéressera pas dans le cadre de notre étude. Le spectre d'ordre 2 étant mieux résolu spectralement que celui d'ordre 1, il est donc très intéressant de décontaminer aussi cet ordre de spectre. Les travaux présentés dans ce chapitre cherchent à décontaminer conjointement les ordres 1 et 2 grâce à une méthode de séparation basée sur la fusion de données pour une direction donnée. En effet, ces ordres de spectre sont liés par une relation optique qui peut être exploitée pour améliorer l'estimation du spectre de l'objet d'intérêt.

Dans un premier temps nous allons présenter l'optique de l'instrument, et la relation entre les ordres de spectre qui en résulte. Nous définirons à partir de là le modèle de mélange, puis un critère de séparation adapté à cette nouvelle configuration. Enfin, nous présenterons des tests démontrant l'intérêt de la méthode.

### 6.1 Rôle de l'optique de l'instrument

NISP utilisant des grismes équivalent à des réseaux de diffraction combinés à des prismes, la lumière des objets observés est dispersée générant ainsi des spectres. En effet, le réseau de diffraction contenu dans un grisme disperse la lumière spatialement, et d'après [Pérez, 2004], [Born and Wolf, 1970] cette dispersion angulaire peut être calculée de la manière suivante :

$$\frac{d\theta}{d\lambda} = \frac{m}{a \cos\theta} \quad (6.1)$$

avec  $m$  l'ordre,  $\lambda$  la longueur d'onde,  $\theta$  l'angle de dispersion et  $a$  le pas du réseau représenté sur la figure 6.1. En schématisant cette dispersion optique comme en figure 6.1, nous pouvons exprimer la largeur de diffraction de la manière suivante :

$$l = F \circ \tan(\theta) \quad (6.2)$$

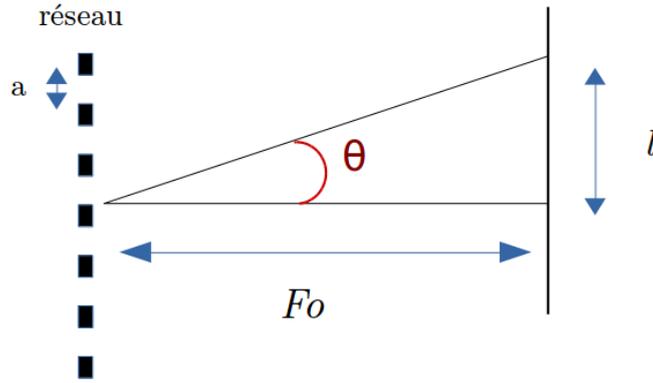


FIGURE 6.1 – La dispersion à travers un réseau de diffraction

avec  $Fo$  la distance entre le plan focal et le réseau, et  $l$  la largeur de diffraction sur le plan focal. Ici nous nous intéressons au spectre d'un objet induit par la dispersion de la lumière, autrement dit à la largeur de diffraction  $l$  selon la longueur d'onde  $\lambda$  considérée. En dérivant (6.2) par rapport à  $\lambda$ , et en tenant compte de l'expression de la dispersion angulaire (6.1), nous avons :

$$\frac{dl}{d\lambda} = Fo \frac{1}{\cos^2(\theta)} \frac{d\theta}{d\lambda} = \frac{Fo}{a \cos^3(\theta)} m. \quad (6.3)$$

De plus, l'angle de dispersion  $\theta$  est petit dans notre application, on peut donc considérer  $\cos(\theta) \approx 1$ , et l'équation (6.3) devient :

$$\frac{dl}{d\lambda} \simeq \frac{Fo}{a} m \quad \Rightarrow \quad l = \frac{Fo}{a} m \lambda + c. \quad (6.4)$$

avec  $c$  une constante. Dans le cadre d'EUCLID, ce sont les ordres 1 et 2 qui nous intéressent pour une petite variation spectrale  $\Delta\lambda$  de  $\lambda$  :

$$\begin{aligned} \Delta l_1 &= \frac{Fo}{a} \Delta\lambda & m &= 1 \\ \Delta l_2 &= \frac{Fo}{a} 2\Delta\lambda = 2\Delta l_1 & m &= 2. \end{aligned} \quad (6.5)$$

Ces équations (6.5) nous montrent que l'ordre 2 est deux fois plus dispersé que l'ordre 1.

### 6.1.1 Relation entre l'ordre 1 et l'ordre 2

Les équations (6.5) montrent que l'étalement spectral est deux fois plus élevé pour l'ordre 2 que pour l'ordre 1. Cela signifie que le spectre d'ordre 2 est deux fois plus large spatialement, nous pouvons donc établir la relation liant le spectre d'ordre 1 et le spectre d'ordre 2. On note  $d$  la distance spatiale d'un point de chacun des spectres 2D d'ordre 1 et 2 par rapport au début du spectre considéré.

$$s_1(d) = s_2(2d) \quad (6.6)$$

avec  $s_m$  les spectres d'ordre  $m$ . En pratique, nous travaillons sur des données numériques et donc spatialement discrétisées sur les pixels du détecteur. Si on considère une variation en longueur d'onde  $\Delta\lambda$  correspondant à un pixel de détecteur pour le spectre d'ordre 1, cette variation

correspondra alors à 2 pixels de détecteur pour le spectre d'ordre 2. La relation (6.6) peut alors être approchée par la méthode des trapèzes :

$$s_1(i) = \frac{s_2(2i-1) + s_2(2i)}{2} \quad (6.7)$$

où  $i$  est un indice de discrétisation spatiale par les pixels du détecteur. Nous considérons donc qu'un échantillon du spectre d'ordre 1 est la moyenne de deux échantillons correspondants du spectre d'ordre 2. Sous forme matricielle, cette relation s'écrit :

$$\mathbf{s}_1^T = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & & & & & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \mathbf{s}_2^T \quad (6.8)$$

avec  $\mathbf{s}_1 = [s_1(1)s_1(2)\dots s_1(L)]$  le spectre non contaminé d'ordre 1 d'un objet,  $L$  le nombre de pixels de détecteur couverts par le spectre d'ordre 1, et  $\mathbf{s}_2 = [s_2(1)s_2(2)\dots s_2(2L)]$  le spectre d'ordre 2 de longueur  $2L$ .

### 6.1.2 Sensibilité du grisme

Comme nous l'avons vu dans la sous-section 5.1.2, les grismes ayant des fonctions de sensibilité qui dépendent de la longueur d'onde, elles interviennent dans l'écriture des spectres observés non contaminés de l'objet d'intérêt. En effet, nous n'observons pas les spectres  $s_m$  directement mais ces spectres multipliés par la fonction de sensibilité correspondante à l'ordre  $m$  telles que :

$$\mathbf{e}_1(d) = s_1(d)f_1(d) \quad \mathbf{e}_2(d) = s_2(d)f_2(d) \quad (6.9)$$

avec  $f_m$  la fonction de sensibilité de l'ordre  $m$ ,  $\mathbf{e}_1$  le spectre d'ordre 1 de l'objet d'intérêt après altération par la fonction de sensibilité et  $\mathbf{e}_2$  le spectre d'ordre 2 après altération que nous cherchons à estimer.

En combinant la relation (6.6) liant les ordres de spectre et l'expression des spectres tenant compte de la sensibilité du grisme (6.9), nous pouvons écrire la relation suivante :

$$\begin{aligned} \frac{e_1(d)}{f_1(d)} &= \frac{e_2(2d)}{f_2(2d)} \\ \Leftrightarrow f_2(2d)e_1(d) &= f_1(d)e_2(2d). \end{aligned} \quad (6.10)$$

L'équation (6.10) nous montre que l'ordre 1 et l'ordre 2 sont sujets à deux fonctions de sensibilité différentes. Il est donc important de tenir compte de l'effet de ces fonctions dans la relation liant ces deux ordres. En premier lieu, on applique la discrétisation (6.7) à la relation (6.10) précédemment établie :

$$\frac{f_2(2i-1) + f_2(2i)}{2} e_1(i) = f_1(i) \frac{e_2(2i-1) + e_2(2i)}{2} \quad (6.11)$$

avec  $i$  l'indice de discrétisation spatiale considéré. On réécrit ensuite cette relation sous forme matricielle pour les spectres observés non contaminés  $\mathbf{e}_1 = [e_1(1)\dots e_1(L)]$  et  $\mathbf{e}_2 = [e_2(1)\dots e_2(2L)]$ , avec  $L$  le nombre de longueurs d'onde considéré pour le spectre de premier ordre, tout en prenant

en compte les fonctions  $f_1$  et  $f_2$  d'après l'équation (6.11) :

$$\begin{aligned}
 & \begin{bmatrix} \frac{f_2(1) + f_2(2)}{2} & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \frac{f_2(3) + f_2(4)}{2} & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & & & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 0 & \frac{f_2(2L-1) + f_2(2L)}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_1(1) \\ e_1(2) \\ \vdots \\ e_1(L) \end{bmatrix} \\
 &= \begin{bmatrix} \frac{f_1(1)}{2} & \frac{f_1(1)}{2} & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \frac{f_1(2)}{2} & \frac{f_1(2)}{2} & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & & & & & \vdots \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_2(1) \\ e_2(2) \\ \vdots \\ e_2(2L) \end{bmatrix}
 \end{aligned} \tag{6.12}$$

On a donc :

$$\mathbf{C}_2 \mathbf{e}_1^T = \mathbf{C}_1 \mathbf{e}_2^T \tag{6.13}$$

où  $\mathbf{C}_1$  et  $\mathbf{C}_2$  sont les matrices de transformation de tailles respectives  $L \times L$  et  $L \times 2L$  dont les éléments  $(i, j)$  s'écrivent :

$$C_1(i, j) = \begin{cases} \frac{f_1(i)}{2} & 2i - 1 \leq j \leq 2i \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \tag{6.14}$$

$$C_2(i, j) = \begin{cases} \frac{f_2(2i-1) + f_2(2i)}{2} & i = j \\ 0 & i \neq j \end{cases} \tag{6.15}$$

**Estimation des fonctions de sensibilité** De la même manière que pour l'estimation des matrices de mélange vue dans la sous-section 5.2.1, nous utilisons TIPS pour estimer les fonctions de sensibilité du grisme. En effet, si en entrée de TIPS nous mettons un seul objet (pas de contamination) associé à un spectre constant, alors en sortie non bruitée nous obtenons seulement la contribution des fonctions de sensibilité du grisme, sur toute la gamme fréquentielle de dispersion du grisme. Ces estimations sont montrées en figure 5.5. On remarque l'importance de tenir compte de l'effet de ces fonctions, notamment dans le cas de l'ordre 2 puisque le grisme ne permet pas d'accéder aux amplitudes du milieu du spectre d'ordre 2 (aux alentours de la 500<sup>me</sup> bande spectrale). C'est donc important d'en tenir compte pour la fusion entre l'ordre 1 et l'ordre 2 car des raies d'émission ou une autre contribution spectrale peuvent se trouver dans cette bande et seraient pourtant absentes du spectre d'ordre 2.

### 6.1.3 Modèle de mélange

Maintenant que nous avons établi le lien entre les deux ordres de spectre qui nous intéressent dans le cadre d'EUCLID, nous devons définir le modèle de mélange. Il est à noter que nous effectuons toujours de la décontamination objet par objet, et nous tenons compte du lien entre ordre 1 et ordre 2 seulement pour l'objet à décontaminer. En effet, les spectres d'ordre 1 et 2 d'un contaminant peuvent eux-mêmes être contaminés par d'autres objets, et la zone de travail sélectionnée pour l'objet d'intérêt peut ne pas contenir la totalité des spectres d'ordre 1 et 2 de ce contaminant, puisque les contaminants ont un décalage spatial avec l'objet d'intérêt, comme illustré sur l'exemple en figure 5.3 du chapitre précédent. Cela serait donc compliqué à prendre en compte, et bien plus long en temps de calcul que la décontamination objet par objet.

Comme dans les méthodes présentées jusque là ([Selloum et al., 2015], [Selloum et al., 2016], et la méthode développée dans le chapitre 5) nous considérons le modèle de mélange linéaire instantané, et ce pour les deux ordres :

$$\begin{aligned} \mathbf{X}_1 &= \mathbf{A}_1 \mathbf{E}_1 + \mathbf{B}_1 \\ \mathbf{X}_2 &= \mathbf{A}_2 \mathbf{E}_2 + \mathbf{B}_2 \end{aligned} \quad (6.16)$$

avec  $\mathbf{X}_m$  la matrice de données observées  $\mathbf{A}_m$  la matrice de mélange,  $\mathbf{E}_m$  la matrice des sources à estimer et non contaminées (cette matrice sera appelée simplement «sources» dans la suite pour plus de clarté) comprenant les spectres d'ordre  $m$  impliqués dans le mélange, et  $\mathbf{B}_m$  la matrice de bruit pour l'ordre  $m$ .

## 6.2 Méthode de séparation

Comme pour la méthode présentée dans le chapitre 5, nous allons ici utiliser la non négativité des données et baser notre méthode sur une version régularisée de la NMF. Le but est de prendre en compte à la fois les informations des spectres d'ordre 1 et les informations des spectres d'ordre 2 de tous les objets impliqués, et le lien qui existe entre ces deux ordres pour l'objet d'intérêt à décontaminer. Pour cela, nous définissons le critère  $J_2$  suivant pour une observation d'une direction donnée :

$$J_2(\mathbf{A}_1, \mathbf{A}_2, \mathbf{E}_1, \mathbf{E}_2) = \|\mathbf{X}_1 - \mathbf{A}_1 \mathbf{E}_1\|^2 + \alpha \|\mathbf{X}_2 - \mathbf{A}_2 \mathbf{E}_2\|^2 + \beta \|\mathbf{C}_2 \mathbf{e}_1^T - \mathbf{C}_1 \mathbf{e}_2^T\|^2 \quad (6.17)$$

avec  $\alpha$  et  $\beta$  deux coefficients réels qui vont permettre de donner plus ou moins de poids aux informations d'ordre 2 (deuxième terme du critère) et à la relation liant les deux ordres établie dans la section précédente (troisième terme du critère). Le premier terme quant à lui permet de prendre en compte les données du premier ordre. Le spectre que nous cherchons à estimer dans cette méthode est le spectre d'ordre 2 de l'objet d'intérêt  $\mathbf{e}_2$ , qui se trouve dans la première ligne de la matrice source d'ordre 2  $\mathbf{E}_2$ .

En ce qui concerne l'algorithme d'optimisation de ce critère, nous choisissons l'algorithme de gradient projeté, comme décrit en sous-section 5.2.2 pour la méthode fusionnant les 4 observations provenant des 3 directions de grisme, méthode assez simple à mettre en place et permettant de prendre en compte la non négativité. Nous commençons donc par calculer les gradients du critère  $J_2$  par rapport aux matrices des sources  $\mathbf{E}_1$  et  $\mathbf{E}_2$ , et par rapport aux matrices de mélange  $\mathbf{A}_1$  et  $\mathbf{A}_2$ .

### 6.2.1 Calcul des gradients

Pour calculer les gradients par rapport à des matrices, nous utilisons les propriétés fournies dans [Petersen and Pedersen, 2012], notamment la propriété (5.7) vue dans le chapitre précédent, permettant de réécrire le critère  $J_2$  :

$$\begin{aligned} J_2(\mathbf{A}_1, \mathbf{A}_2, \mathbf{E}_1, \mathbf{E}_2) &= \text{tr}(\mathbf{X}_1 \mathbf{X}_1^T) + \text{tr}(\mathbf{A}_1 \mathbf{E}_1 \mathbf{E}_1^T \mathbf{A}_1^T) - 2\text{tr}(\mathbf{X}_1 \mathbf{E}_1^T \mathbf{A}_1^T) \\ &\quad + \alpha (\text{tr}(\mathbf{X}_2 \mathbf{X}_2^T) + \text{tr}(\mathbf{A}_2 \mathbf{E}_2 \mathbf{E}_2^T \mathbf{A}_2^T) - 2\text{tr}(\mathbf{X}_2 \mathbf{E}_2^T \mathbf{A}_2^T)) \\ &\quad + \beta (\mathbf{C}_2 \mathbf{e}_1^T - \mathbf{C}_1 \mathbf{e}_2^T)^T (\mathbf{C}_2 \mathbf{e}_1^T - \mathbf{C}_1 \mathbf{e}_2^T). \end{aligned} \quad (6.18)$$

Sous cette forme, le calcul des gradients devient alors aisé.

**Calcul des gradients par rapport aux matrices des sources  $\mathbf{E}_m$**  Les deux premiers termes du critère sont du même type que le critère (5.4) de la méthode précédente, les calculs

sont donc similaires :

$$\frac{\partial J_2(\mathbf{A}_1, \mathbf{A}_2, \mathbf{E}_1, \mathbf{E}_2)}{\partial \mathbf{E}_1} = \mathbf{A}_1^T \mathbf{A}_1 \mathbf{E}_1 + \mathbf{A}_1^T \mathbf{A}_1 \mathbf{E}_1 - 2\mathbf{A}_1^T \mathbf{X}_1 + \beta \frac{\partial (\mathbf{C}_2 \mathbf{e}_1^T - \mathbf{C}_1 \mathbf{e}_2^T)^T (\mathbf{C}_2 \mathbf{e}_1^T - \mathbf{C}_1 \mathbf{e}_2^T)}{\partial \mathbf{E}_1}. \quad (6.19)$$

Le troisième terme en revanche ne dépend que de la première ligne des matrices sources, on a donc :

$$\frac{\partial (\mathbf{C}_2 \mathbf{e}_1^T - \mathbf{C}_1 \mathbf{e}_2^T)^T (\mathbf{C}_2 \mathbf{e}_1^T - \mathbf{C}_1 \mathbf{e}_2^T)}{\partial \mathbf{E}_1} = \begin{bmatrix} 2(\mathbf{e}_1 \mathbf{C}_2^T - \mathbf{e}_2 \mathbf{C}_1^T) \mathbf{C}_2 \\ 0 \\ \vdots \end{bmatrix}. \quad (6.20)$$

Le gradient de  $J_2$  par rapport à  $\mathbf{E}_1$  s'écrit alors :

$$\frac{\partial J_2(\mathbf{A}_1, \mathbf{A}_2, \mathbf{E}_1, \mathbf{E}_2)}{\partial \mathbf{E}_1} = 2\mathbf{A}_1^T \mathbf{A}_1 \mathbf{E}_1 - 2\mathbf{A}_1^T \mathbf{X}_1 + \beta \begin{bmatrix} 2(\mathbf{e}_1 \mathbf{C}_2^T - \mathbf{e}_2 \mathbf{C}_1^T) \mathbf{C}_2 \\ 0 \\ \vdots \end{bmatrix}. \quad (6.21)$$

Pour le gradient par rapport à  $\mathbf{E}_2$ , les calculs sont assez similaires :

$$\begin{aligned} \frac{\partial J_2(\mathbf{A}_1, \mathbf{A}_2, \mathbf{E}_1, \mathbf{E}_2)}{\partial \mathbf{E}_2} &= 2\alpha \mathbf{A}_2^T \mathbf{A}_2 \mathbf{E}_2 - 2\alpha \mathbf{A}_2^T \mathbf{X}_2 + \beta \frac{\partial (\mathbf{C}_2 \mathbf{e}_1^T - \mathbf{C}_1 \mathbf{e}_2^T)^T (\mathbf{C}_2 \mathbf{e}_1^T - \mathbf{C}_1 \mathbf{e}_2^T)}{\partial \mathbf{E}_2} \\ &= 2\alpha \mathbf{A}_2^T \mathbf{A}_2 \mathbf{E}_2 - 2\alpha \mathbf{A}_2^T \mathbf{X}_2 - \beta \begin{bmatrix} 2(\mathbf{e}_1 \mathbf{C}_2^T - \mathbf{e}_2 \mathbf{C}_1^T) \mathbf{C}_1 \\ 0 \\ \vdots \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (6.22)$$

**Calcul des gradients par rapport aux matrices de mélange  $\mathbf{A}_m$**  On calcule maintenant les gradients de  $J_2$ , par rapport à chacune des matrices de mélange  $\mathbf{A}_m$ , en utilisant les mêmes propriétés que précédemment.

$$\begin{aligned} \frac{\partial J_2(\mathbf{A}_1, \mathbf{A}_2, \mathbf{E}_1, \mathbf{E}_2)}{\partial \mathbf{A}_1} &= \frac{\partial \|\mathbf{X}_1 - \mathbf{A}_1 \mathbf{E}_1\|^2}{\partial \mathbf{A}_1} \\ &= \frac{\partial (\text{tr}(\mathbf{X}_1 \mathbf{X}_1^T) + \text{tr}(\mathbf{A}_1 \mathbf{E}_1 \mathbf{E}_1^T \mathbf{A}_1^T) - 2\text{tr}(\mathbf{X}_1 \mathbf{E}_1^T \mathbf{A}_1^T))}{\partial \mathbf{A}_1} \\ &= \mathbf{A}_1 (\mathbf{E}_1 \mathbf{E}_1^T)^T + \mathbf{A}_1 (\mathbf{E}_1 \mathbf{E}_1^T) - 2\mathbf{X}_1 \mathbf{E}_1^T \\ &= 2\mathbf{A}_1 (\mathbf{E}_1 \mathbf{E}_1^T) - 2\mathbf{X}_1 \mathbf{E}_1^T. \end{aligned} \quad (6.23)$$

De la même manière, on obtient pour le gradient de  $J_2$  par rapport à la matrice de mélange de l'ordre 2 :

$$\frac{\partial J_2(\mathbf{A}_1, \mathbf{A}_2, \mathbf{E}_1, \mathbf{E}_2)}{\partial \mathbf{A}_2} = \alpha (2\mathbf{A}_2 (\mathbf{E}_2 \mathbf{E}_2^T) - 2\mathbf{X}_2 \mathbf{E}_2^T). \quad (6.24)$$

### 6.2.2 Algorithme

L'algorithme 2 explique la méthode de séparation basée sur la fusion de données des deux ordres de grisme. Pour rappel, les matrices de mélange  $\mathbf{A}_m$  sont initialisées avec une première estimation en suivant la procédure indiquée en sous-section 5.2.1, et les matrices de transformation  $\mathbf{C}_m$  sont supposées connues grâce aux estimations des fonctions de sensibilité expliquées en sous-section 6.1.2.

---

**Pseudo-code 2** Algorithme de séparation basé sur la fusion de données de deux ordres de grisme

---

**Entrée(s):** matrices des observations  $\mathbf{X}_1$  et  $\mathbf{X}_2$ , matrices de transformation  $\mathbf{C}_1$  et  $\mathbf{C}_2$

**Sortie(s):** matrices  $\widehat{\mathbf{A}}_1, \widehat{\mathbf{A}}_2, \widehat{\mathbf{E}}_1, \widehat{\mathbf{E}}_2$  estimées

initialisation de  $\widehat{\mathbf{A}}_1, \widehat{\mathbf{A}}_2$  définie en (5.12)

initialisation de  $\widehat{\mathbf{E}}_1, \widehat{\mathbf{E}}_2$  définie en (6.2.2)

calcul du critère  $J_2(\widehat{\mathbf{A}}_1, \widehat{\mathbf{A}}_2, \widehat{\mathbf{E}}_1, \widehat{\mathbf{E}}_2)$  actuel (6.17)

**tant que** (nombre d'itérations < seuil)  $\wedge$  (non convergence du critère  $J_2$ ) **faire**

calcul gradient projeté par rapport à  $\mathbf{E}_1$  (6.21)

calcul gradient projeté par rapport à  $\mathbf{E}_2$  (6.22)

mise à jour (5.6) de  $\widehat{\mathbf{E}}_1$

mise à jour (5.6) de  $\widehat{\mathbf{E}}_2$

calcul gradient projeté par rapport à  $\mathbf{A}_1$  (6.23)

calcul gradient projeté par rapport à  $\mathbf{A}_2$  (6.24)

mise à jour (5.6) de  $\widehat{\mathbf{A}}_1$

mise à jour (5.6) de  $\widehat{\mathbf{A}}_2$

calcul nouveau critère  $J_2(\widehat{\mathbf{A}}_1, \widehat{\mathbf{A}}_2, \widehat{\mathbf{E}}_1, \widehat{\mathbf{E}}_2)$

**fin tant que**

calcul du NRMSE défini en 5.3.2

---

**Critère d'arrêt** Pour cette méthode nous utilisons le même critère d'arrêt que pour la méthode précédente décrite au chapitre 5 : le nombre d'itérations et la convergence du critère  $J$ . Cette dernière est calculée comme dans l'équation (5.11), i.e. à partir de la différence entre la moyenne des valeurs prises par le critère aux itérations précédentes et la valeur courante du critère.

**Initialisations** Les matrices de mélange  $\mathbf{A}_m$  sont initialisées par l'estimation issue de la méthode expliquée en sous-section 5.2.1 utilisant le simulateur TIPS et les images optiques des objets. Afin de tester la robustesse de notre méthode de séparation, on teste plusieurs initialisations en ajoutant du bruit proportionnel aux matrices suivant la formule 5.12.

Les matrices sources  $\mathbf{E}_m$  sont initialisées par des valeurs suivant une loi uniformément répartie entre 0 et 1 pour l'ordre 1 et entre 0 et 0.01 pour l'ordre 2. En effet, nous savons que l'ordre 2 est bien plus faible en amplitude que l'ordre 1, nous en tenons donc compte dans l'initialisation.

## 6.3 Tests et résultats

Pour tester notre méthode nous avons créé à l'aide du simulateur TIPS un scénario relativement simple illustré en figure 6.2 : à l'entrée de TIPS nous positionnons 2 objets astronomiques proches spatialement, et nous obtenons en sortie (non bruitée) un mélange schématisé sur cette figure. L'ordre 0 étant très peu dispersé, il est vu comme une contamination assez simple à éliminer.

### 6.3.1 Bruit dans les données

Pour tester la robustesse de notre méthode au bruit, nous bruitons les images en sortie de TIPS. Afin d'obtenir un bruit réaliste, nous ajoutons du bruit de Poisson (modélisant le bruit de photon : voir sous section 5.1.4) suivant la formule suivante :

$$\mathbf{I}_{bruite} = \text{Poisrnd}(\mathbf{I} * \mathbf{K} + \mathbf{A}D) \quad (6.25)$$

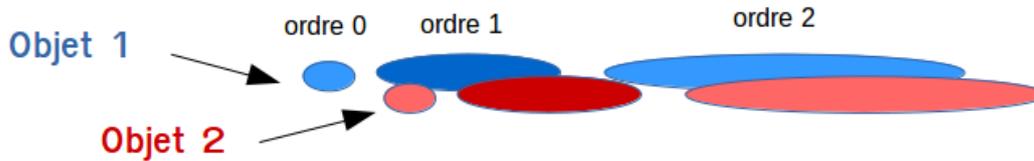


FIGURE 6.2 – Configuration de test : spectres mélangés de deux objets astronomiques voisins spatialement

avec  $\mathbf{I}$  les données sans bruit,  $\mathbf{I}_{bruite}$  les données bruitées obtenues,  $K$  le paramètre de la loi de Poisson à régler selon le niveau de bruit souhaité, et  $AD$  un terme additif constant comprenant le fond du ciel, QE, RN et DC (voir sous section 5.1.4). *Poisrnd* est la fonction MATLAB® permettant de générer des valeurs suivant la loi de Poisson. En faisant varier le paramètre  $K$ , nous pouvons augmenter ou diminuer le bruit afin d'obtenir différentes valeurs de RSB à tester. Le RSB dans notre cas d'étude sera calculé sur les spectres d'ordre 2, et est défini par :

$$RSB_2 = 10 \log_{10} \frac{P_{s_2}}{P_{b_2}} \quad (6.26)$$

avec  $P_{s_2}$  la puissance du spectre d'ordre 2 considéré et  $P_{b_2}$  la puissance du bruit contaminant ce spectre.

### 6.3.2 Choix des paramètres $\alpha$ et $\beta$

Afin de choisir des valeurs de paramètres adaptées, nous testons plusieurs valeurs de  $\alpha$  et  $\beta$  pour un  $RSB_2$  donné, et nous sélectionnons les valeurs permettant d'obtenir la meilleure estimation du spectre d'ordre 2 de l'objet d'intérêt. Ces valeurs sont les coefficients qui permettent de donner plus ou moins d'importance aux informations d'ordre 2 pour  $\alpha$  (deuxième terme du critère  $J_2$  (6.17)), et au lien entre l'ordre 1 et l'ordre 2 pour  $\beta$  (troisième terme du critère  $J_2$  (6.17)). Or, nous savons que l'ordre 2 a une amplitude plus faible que l'ordre 1 et est donc plus rapidement «noyé» dans le bruit : lorsque le  $RSB_2$  est faible,  $\alpha$  devra prendre une valeur plus faible pour donner moins de poids aux données d'ordre 2. Quand le  $RSB_2$  est faible, ce sont principalement les informations d'ordre 1 qui vont permettre d'estimer le spectre d'ordre 2 par sur-échantillonnage, et  $\beta$  devra alors prendre une valeur plus forte. Inversement, si le  $RSB_2$  est élevé,  $\alpha$  devra prendre une plus forte valeur car ce sont principalement les informations d'ordre 2 qui permettront l'estimation du spectre d'ordre 2, et  $\beta$  devra prendre une valeur plus faible.

### 6.3.3 Premiers tests

En figure 6.3, on voit les spectres mélangés sans bruit d'ordre 1 et 2 pour le premier scénario testé. Dans le spectre d'ordre 1, on peut voir les deux premières raies d'émission appartenant au premier objet (i.e. l'objet d'intérêt), puis les deux raies suivantes appartenant au deuxième objet (i.e. l'objet contaminant). Le début du spectre d'ordre 2 quant à lui est grandement contaminé par le spectre d'ordre 1 de l'objet contaminant. Cela montre bien la différence d'amplitude qu'il existe entre les deux ordres considérés. La figure 6.4 nous montre le spectre d'ordre 2 de l'objet d'intérêt que nous voulons estimer à partir de ces mélanges. On comprend ici l'enjeu de construire une méthode de décontamination efficace, car ce spectre d'ordre 2 permet de distinguer une seconde raie de faible amplitude collée à la première raie d'émission, et on voit aussi que la deuxième

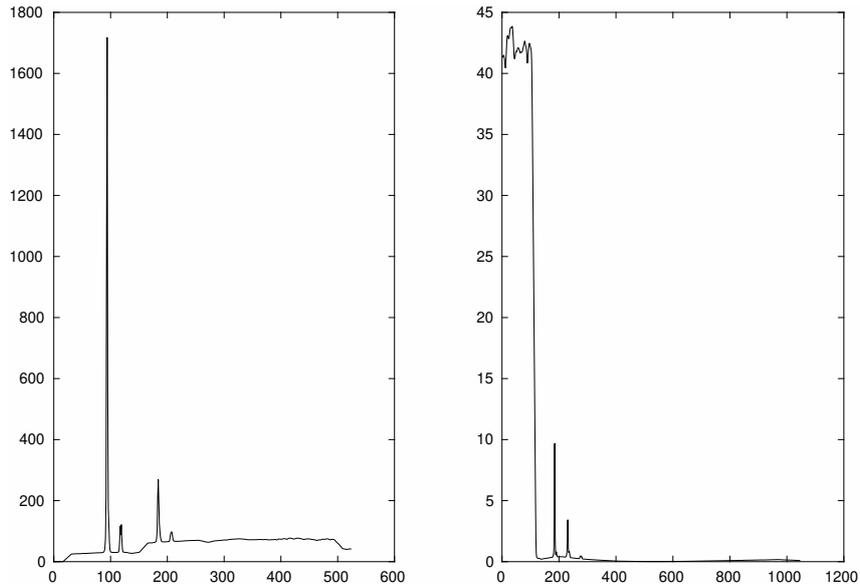


FIGURE 6.3 – Spectres mélangés d’ordre 1 (à gauche) et d’ordre 2 (à droite) sans bruit, pour le premier scénario

raie d’émission est en fait constituée de deux raies. Ces raies ne sont pas visibles dans le spectre d’ordre 1 dont la résolution spectrale est 2 fois plus faible que celle du spectre d’ordre 2, or ces informations spectrales peuvent être très intéressantes pour les astrophysiciens.

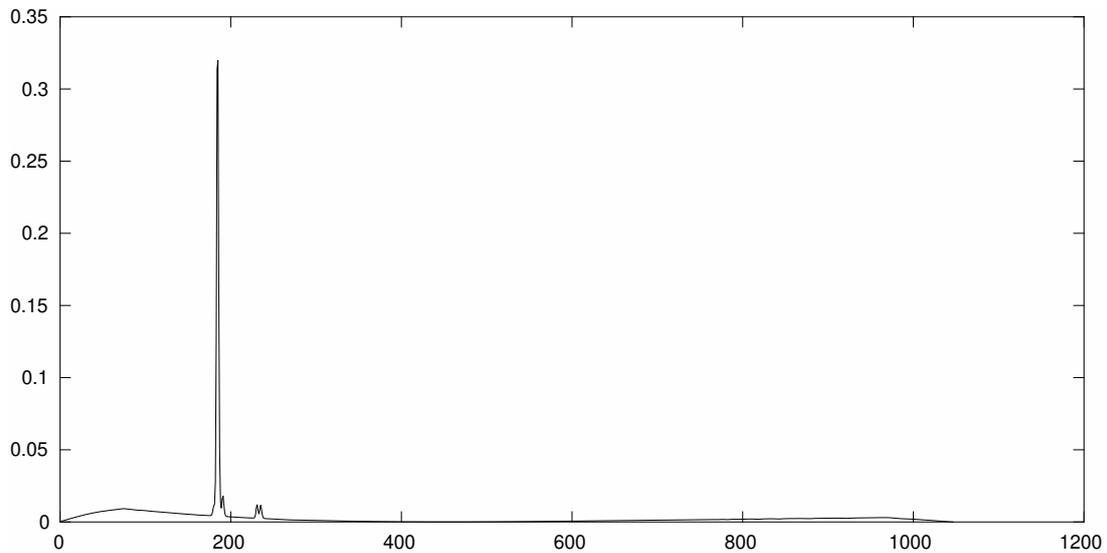


FIGURE 6.4 – Vrai spectre d’ordre 2 pour l’objet d’intérêt des premiers tests

Nous allons ici tester notre méthode de décontamination, et afin d’évaluer l’intérêt de cette fusion de données entre l’ordre 1 et 2, nous allons comparer ces résultats avec les résultats d’estimation utilisant seulement les informations d’ordre 2 (ne considérant donc que le terme 2 du critère  $J_2$  (6.17)).

**Efficacité de la méthode face au bruit sur les données** On teste tout d’abord notre méthode en fixant les matrices de mélange à estimer aux valeurs obtenues par la méthode décrite en sous-section 5.2.1, et donc sans gradient projeté pour ces matrices durant la décontamination,

et en initialisant aléatoirement les matrices  $\mathbf{E}_m$ . Pour ces tests nous avons choisi empiriquement un pas de gradient  $\mu_E$  de  $3e-4$ , un nombre maximal d'itérations de  $1e6$  et un seuil d'arrêt défini dans l'équation (5.11) de  $1e-7$ .

Le tableau 6.1 résume les résultats obtenus pour ces tests : les valeurs de RSB testées pour le spectre d'ordre 2 sont données en colonne 1, les paramètres  $\alpha$  et  $\beta$  choisis pour ces valeurs de RSB sont indiqués en colonne 2 et 3, le  $NRMSE_1$  donné en 4ème colonne correspond au NRMSE obtenu pour l'ordre 1 avec notre méthode de séparation, le  $NRMSE_2$  en 5ème colonne correspond au NRMSE obtenu pour l'ordre 2 avec notre méthode et la dernière colonne correspond au NRMSE obtenu pour l'estimation en ne considérant que les informations d'ordre 2. On constate, d'après les valeurs de  $NRMSE_2$  de la dernière colonne pour l'estimation à partir des informations d'ordre 2 seulement, que l'ordre 2 pour ce scénario ne permet pas d'obtenir une bonne estimation par rapport à notre méthode fusionnant les informations d'ordre 1 et 2, comme l'indiquent les valeurs de  $NRMSE_2$  données en 5ème colonne : nous sommes dans le cas où le spectre d'ordre 2 est relativement faible en amplitude, et donc très vite noyé dans le bruit. C'est donc la relation liant les deux ordres qui va permettre d'estimer le spectre d'ordre 2, d'où un  $\beta$  plus important que  $\alpha$ . Un exemple d'estimation de spectre d'ordre 2 dans le cas d'un  $RSB_2 = 25dB$  est montré en figure 6.5 : le spectre d'ordre 2 est principalement obtenu grâce à un sur-échantillonnage du spectre d'ordre 1. En effet, on voit dans le tableau 6.1 que le spectre d'ordre 1 est assez bien estimé pour tous les tests réalisés puisque nous obtenons un NRMSE inférieur à 0.1, soit une erreur d'estimation inférieure à 10% par rapport au vrai spectre. À droite de la figure 6.5, nous avons l'estimation faite en utilisant seulement les données d'ordre 2 : on voit que l'estimation de la raie d'émission principale est assez bonne, mais le reste du spectre estimé est très bruité et ne permet pas de distinguer la seconde raie d'émission de l'objet d'intérêt.

Tableau 6.1 – Évolution de NRMSE en fonction du  $RSB_2$  pour le premier scénario, avec  $\mathbf{A}_m$  à estimer fixées aux valeurs obtenues avec la méthode expliquée en sous-section 5.2.1

$RSB_2$	$\alpha$	$\beta$	$NRMSE_1$	$NRMSE_2$	$NRMSE_2$ terme 2
30	1e-8	1e-3	0.04	0.43	0.75
25	1.8e-8	1e-4	0.04	0.43	1.01
12	1.1e-8	1e-4	0.06	0.44	1.32
7	8e-9	1e-4	0.09	0.48	1.37

#### Remarques :

- La majorité de l'erreur d'estimation dans le cas du spectre d'ordre 2 provient de l'erreur d'amplitude de la raie principale, c'est pour cela qu'on obtient des NRMSE qui semblent relativement élevés alors que l'estimation de la position de la forme du spectre est correcte. Cette erreur d'amplitude est due à la méthode de normalisation des spectres expliquée en remarque de la sous-section 5.3.2. Il serait intéressant de tester d'autres méthodes de normalisation pour essayer de diminuer cette erreur.
- Les valeurs minimales de  $NRMSE_2$  sont obtenues pour des valeurs de  $\alpha$  non nulles pour les résultats présentés dans le tableau 6.1, bien que le spectre d'ordre 2 bruité apporte peu d'informations utiles à l'estimation. Cependant cela se joue à 0.2% d'erreur près, et nous pensons que cela s'explique par un meilleur débruitage du spectre estimé.

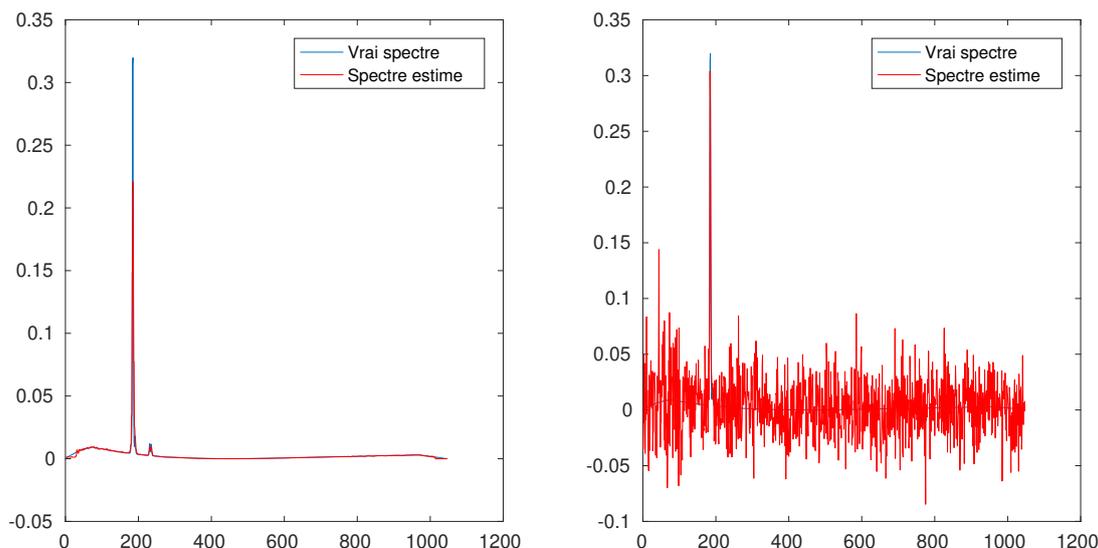


FIGURE 6.5 – Estimations du spectre d’ordre 2 de l’objet d’intérêt pour les premiers tests obtenues avec notre méthode (à gauche), et avec l’estimation utilisant seulement les informations d’ordre 2 (à droite), pour un  $\text{RSB}_2 = 25\text{dB}$

**Robustesse aux initialisations de  $\mathbf{A}_m$**  On souhaite désormais tester la robustesse de notre méthode de séparation selon l’initialisation des matrices  $\mathbf{A}_m$ . On intègre alors le gradient projeté par rapport à ces matrices dans l’algorithme, et on teste plusieurs initialisations selon la formule (5.12) : on part des estimations de  $\mathbf{A}_m$  faites grâce au simulateur TIPS et aux positions des objets, et on ajoute du bruit uniforme proportionnellement à ces matrices, jusqu’à tester une initialisation aléatoire des coefficients de mélange entre 0 et 1. Nous conservons les valeurs des paramètres  $\alpha$  et  $\beta$  choisies précédemment.

Tout d’abord, nous devons choisir la valeur du pas de gradient  $\mu_A$  pour la mise à jour (5.6) des matrices. Pour cela nous initialisons  $\mathbf{A}_m$  à leurs estimations sans y ajouter de bruit, et nous testons plusieurs valeurs de pas afin de choisir celle permettant d’obtenir les meilleures estimations, i.e. les meilleurs NRMSE, qui est de  $1e-8$ .

Afin de tester la répétabilité de notre méthode, nous testons pour chaque cas 30 initialisations aléatoires de  $\mathbf{E}_m$ , et donc 30 réalisations du bruit ajouté à  $\mathbf{A}_m$ . On calculera donc le NRMSE moyen sur les 30 spectres estimés à partir de ces initialisations afin de juger l’efficacité de la méthode.

Dans le tableau 6.2, les résultats sont montrés selon le  $\text{RSB}_2$  testé, la proportion de bruit ajoutée à la matrice  $\mathbf{A}$  et les valeurs de paramètres choisies pour  $\alpha$  et  $\beta$ . On remarque tout d’abord que pour n’importe quel cas testé, le deuxième terme du critère  $J_2$  (6.17), i.e. les informations du second ordre, ne permet pas d’estimer correctement le spectre d’ordre 2. En effet, pour ce premier scénario l’ordre 2 est très contaminé par l’ordre 1 comme on peut le voir en figure 6.3, donc même dans un cas très peu bruité avec un  $\text{RSB}_2$  de 30dB, et partant des estimations de  $\mathbf{A}_m$ , l’algorithme n’arrive pas à décontaminer le spectre. On remarque cependant que notre critère  $J_2$  semble très intéressant puisqu’il nous permet d’obtenir des estimations correctes du spectre d’ordre 2 même pour un  $\text{RSB}_2$  de 7dB. Seuls les cas avec initialisation aléatoire de  $\mathbf{A}_m$  ne permettent pas de décontaminer les spectres (y compris l’ordre 1).

Les paramètres  $\alpha$  et  $\beta$  choisis ici de manière à maximiser le NRMSE pour chaque  $\text{RSB}_2$ , confirment le comportement attendu : lorsque les informations du second ordre sont trop contaminées et ne suffisent pas à estimer le spectre,  $\alpha$  doit être choisi faible, et ainsi permettre d’estimer le spectre d’ordre 2 en utilisant les informations d’ordre 1 ainsi que la relation entre les deux

Tableau 6.2 – Évolution du NRMSE moyen issus de 30 initialisations pour le premier scénario, en fonction du  $RSB_2$ 

$RSB_2$	$\eta_A$	$\alpha$	$\beta$	$NRMSE_1$	$NRMSE_2$	$NRMSE_2$ terme 2
30	0	1e-8	1e-3	0.0330	0.4304	1.2854
	0.1			0.0331	0.4302	1.2857
	0.2			0.0325	0.4302	1.2850
	0.5			0.0336	0.4304	1.2846
	1			0.0468	0.4310	1.2851
	aléatoire			0.6385	0.8155	1.2992
25	0	1e-9	1e-3	0.0388	0.4307	1.2854
	0.1			0.0413	0.4304	1.2855
	0.2			0.0389	0.4307	1.2854
	0.5			0.0470	0.4309	1.2856
	1			0.0668	0.4321	1.2856
	aléatoire			0.5318	0.7376	1.2997
12	0	1e-10	1e-3	0.1201	0.4364	1.2827
	0.1			0.1174	0.4352	1.2824
	0.2			0.1269	0.4371	1.2855
	0.5			0.1302	0.4374	1.2820
	1			0.1419	0.4374	1.2836
	aléatoire			0.3512	0.5760	1.2928
7	0	1e-10	1e-3	0.1954	0.4434	1.2798
	0.1			0.2077	0.4436	1.2814
	0.2			0.2050	0.4450	1.2812
	0.5			0.1984	0.4434	1.2764
	1			0.2301	0.4476	1.2782
	aléatoire			0.6922	0.7965	1.2962

ordres. Ceci explique également que  $\beta$  ait une valeur bien plus importante que  $\alpha$ . On remarque ainsi que lorsque le  $RSB_2$  diminue,  $\alpha$  diminue aussi puisque les informations d'ordre 2 deviennent de plus en plus bruitées.

#### 6.3.4 Seconds tests

Nous allons effectuer les mêmes tests que précédemment pour deux objets différents afin de vérifier la répétabilité des performances de notre méthode. Les mélanges d'ordre 1 et 2 sans bruit sont montrés en figure 6.6 : on constate que la contamination du spectre d'ordre 2 par le continuum du spectre d'ordre 1 du contaminant semble moins importante. La raie d'émission de l'objet d'intérêt se distingue mieux dans le spectre d'ordre 2 que dans le premier cas traité. Nous avons donc espoir de pouvoir exploiter ces informations pour l'estimation du spectre d'ordre 2 montré en figure 6.7.

Ici, nous utilisons exactement la même configuration que pour les premiers tests effectués,

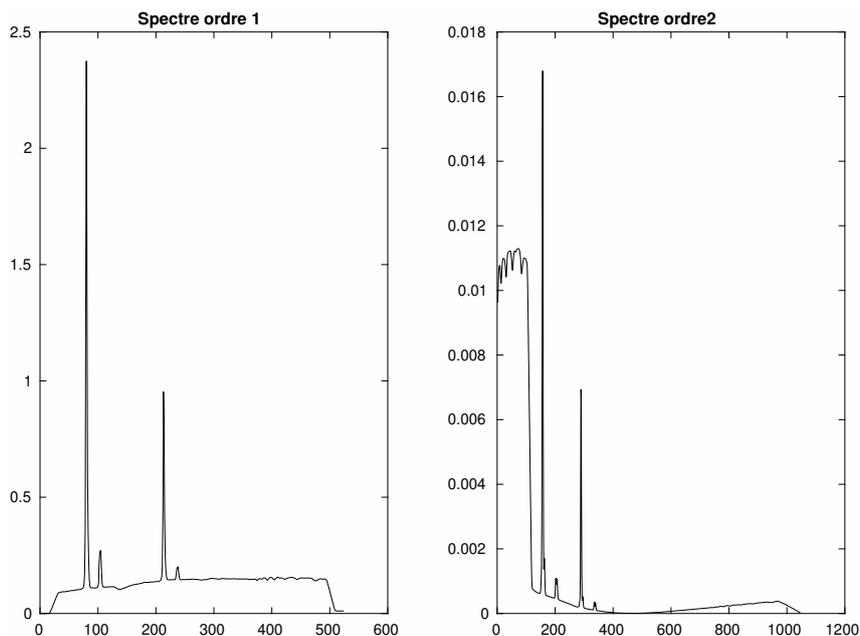


FIGURE 6.6 – Spectres mélangés d’ordre 1 (à gauche) et d’ordre 2 (à droite) sans bruit, pour le second scénario

 Tableau 6.3 – Évolution du NRMSE en fonction du  $RSB_2$  pour le second scénario, avec  $\mathbf{A}_m$  à estimer fixées aux valeurs obtenues avec la méthode expliquée en sous-section 5.2.1

RSB (dB)	$\alpha$	$\beta$	$NRMSE_1$	$NRMSE_2$	$NRMSE_2$ terme 2 seul
30	1	1e-3	0.05	0.164	0.166
25	1	1e-3	0.05	0.244	0.255
12	1e-7	5e-5	0.05	0.344	0.889
7	1e-7	1e-4	0.06	0.348	1.117

c’est-à-dire le même procédé d’initialisation et d’évaluation des résultats.

**Efficacité de la méthode face au bruit sur les données** Nous testons notre méthode en initialisant aléatoirement les matrices sources, et nous fixons les matrices de mélange  $\mathbf{A}_m$  à estimer aux valeurs obtenues avec la méthode expliquée en sous-section 5.2.1. Le tableau 6.3 montre les résultats d’estimation selon le  $RSB_2$  pour notre méthode et pour la méthode utilisant seulement les informations d’ordre 2.

On constate que pour des  $RSB_2$  relativement forts (30 et 25dB), les informations d’ordre 2 permettent d’obtenir une bonne estimation du spectre d’ordre 2, d’où  $\alpha = 1$ . Dans ces cas là, la méthode utilisant seulement le deuxième terme de notre critère  $J_2$  est presque suffisante à estimer le spectre. On remarque néanmoins que notre méthode permet d’obtenir un meilleur  $NRMSE_2$ , de 1% pour un  $RSB_2 = 25dB$ . Pour les  $RSB_2$  plus faibles, c’est principalement la relation entre l’ordre 1 et l’ordre 2 qui va permettre l’estimation du spectre d’ordre 2, et dans ces cas  $\alpha$  prend une faible valeur et  $\beta$  donne plus de poids au troisième terme de notre critère par rapport au deuxième terme. Un exemple d’estimation du spectre d’ordre 2 est donné en figure 6.8 pour un  $RSB_2$  de 12dB. On constate que là encore la majorité de l’erreur d’estimation provient de l’amplitude de la raie d’émission.

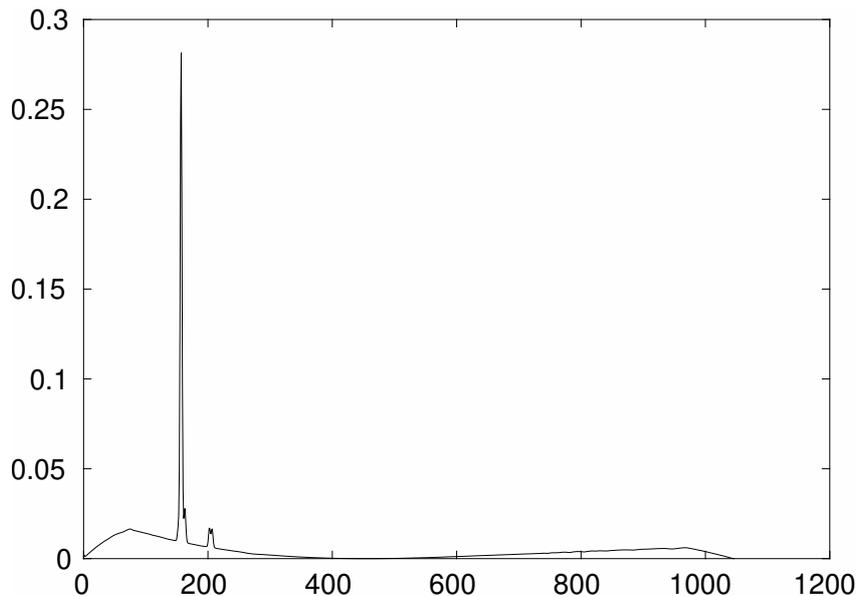


FIGURE 6.7 – Vrai spectre d'ordre 2 pour l'objet d'intérêt pour le second scénario

**Robustesse aux initialisations de  $\mathbf{A}_m$**  Comme pour le premier scénario, nous allons maintenant tester la robustesse de notre algorithme face à l'initialisation des matrices de mélange  $\mathbf{A}_m$ . Pour chaque  $\text{RSB}_2$  testé, on teste plusieurs proportions de bruit, i.e. plusieurs valeurs de  $\eta_A$  (voir la règle de mise à jour 5.12), et pour chacune de ces valeurs, on teste 30 réalisations du bruit (et donc 30 initialisations de  $\mathbf{A}_m$ ). On évalue ensuite les performances de notre méthode avec le spectre d'ordre 2 estimé moyen, c'est-à-dire la moyenne des 30 spectres d'ordre 2 estimés, et les valeurs de  $\text{NRMSE}_m$  moyennes.

Le tableau 6.4 montre que globalement notre méthode estime correctement le spectre d'ordre 2, excepté lorsque l'initialisation des matrices  $\mathbf{A}_m$  est complètement aléatoire. Dans ce second scénario, l'ordre 2 est initialement moins contaminé que dans le premier scénario comme nous pouvons le constater en figure 6.6. C'est pour cela que pour les  $\text{RSB}_2$  les plus forts (30 et 25 dB), les informations d'ordre 2 suffisent presque à obtenir une estimation correcte du spectre et  $\alpha$  prend pour valeur 1. Il est important de noter que lorsque les initialisations de  $\mathbf{A}_m$  sont plus éloignées des valeurs estimées avec la méthode décrite en 5.2.1 (i.e. lorsque  $\eta_A$  est élevé), alors notre méthode permet d'améliorer l'estimation du spectre par rapport à l'estimation n'utilisant que le deuxième terme du critère.

Pour les  $\text{RSB}_2$  plus faibles (12 et 7 dB) en revanche, ce sont principalement l'ordre 1 et la relation entre les deux ordres qui permettent d'avoir une bonne estimation du spectre d'ordre 2. Dans ce cas-là, le deuxième terme apporte moins d'informations, et  $\alpha$  doit être choisi bien plus faible. On remarque cependant que  $\beta$  prend globalement toujours la valeur de  $1e-3$ , c'est essentiellement la valeur de  $\alpha$  qui a besoin d'être bien réglée.

## Conclusion

Nous avons développé une méthode de décontamination de spectres de galaxies basée sur la fusion de données de deux ordres de grisme. L'avantage principal de cette méthode est qu'elle permet d'estimer le spectre d'ordre 2 plutôt que le spectre d'ordre 1, car l'ordre 2 est deux fois mieux résolu. Cette méthode de type NMF minimise un critère régularisé grâce à un algorithme de descente en gradient. Les résultats des tests ont montré l'intérêt de cette approche : lorsque

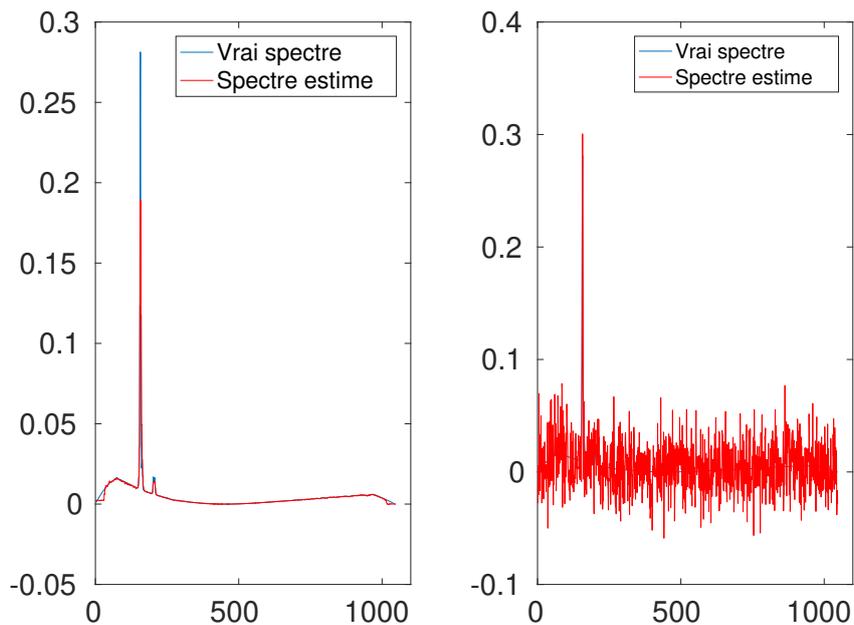


FIGURE 6.8 – Estimation du spectre d’ordre 2 de l’objet d’intérêt pour les seconds tests obtenues avec notre méthode (à gauche), et avec l’estimation utilisant seulement les informations d’ordre 2 (à droite), pour un  $RSB_2 = 12dB$

le  $RSB_2$  est relativement élevé, notre critère permet de donner plus de poids aux informations de second ordre, et donc d’estimer le spectre d’ordre 2 à partir de ces informations. Quand le  $RSB_2$  est faible et que les informations de second ordre sont trop bruitées, ce sont principalement l’ordre 1 et la relation optique liant les deux ordres qui permettent une bonne décontamination de l’ordre 2.

Tableau 6.4 – Évolution du NRMSE moyen issus de 30 initialisations pour le second scénario, en fonction du  $RSB_2$ 

$RSB_2$	$\eta_A$	$\alpha$	$\beta$	$NRMSE_1$	$NRMSE_2$	$NRMSE_2$ terme 2
30	0	1	1e-3	0.0485	0.1451	0.1335
	0.1			0.0484	0.1411	0.1343
	0.2			0.0483	0.1425	0.1419
	0.5			0.0474	0.1374	0.1418
	1			0.0461	0.1396	0.1845
	aléatoire			0.9106	1.2318	1.1517
25	0	1	1e-3	0.049	0.1835	0.1872
	0.1			0.0488	0.1882	0.1912
	0.2			0.0489	0.1904	0.2005
	0.5			0.0479	0.1939	0.2125
	1			0.0474	0.2003	0.2054
	aléatoire			0.9060	1.2249	1.1405
12	0	1e-7	1e-2	0.0505	0.3471	0.5561
	0.1			0.0502	0.3469	0.5414
	0.2			0.0509	0.3476	0.5445
	0.5			0.0508	0.3476	0.5422
	1			0.0506	0.3471	0.5374
	aléatoire			0.8965	1.1117	1.1363
7	0	1e-7	1e-3	0.0519	0.3464	0.7541
	0.1			0.0524	0.3459	0.7480
	0.2			0.0525	0.3454	0.7413
	0.5			0.0526	0.3461	0.7372
	1			0.0525	0.3450	0.7529
	aléatoire			0.5833	0.5434	1.2018

## Chapitre 7

# Conclusion et perspectives

Dans cette partie consacrée à la décontamination de spectres de galaxies dans le cadre de la mission EUCLID, nous avons tout d’abord dressé un rapide état de l’art de la séparation de sources dans le domaine de l’astrophysique dans le chapitre 3. Nous avons ensuite présenté dans le chapitre 4 les enjeux de la mission EUCLID ainsi que les particularités du spectrographe NISP, afin d’exprimer le modèle de mélange des données. Pour conclure ce chapitre nous avons présenté les précédents travaux de décontamination effectués par A. Selloum et al. [Selloum et al., 2015], [Selloum et al., 2016]. Dans les deux chapitres suivants 5 et 6, nous avons décrit les deux méthodes de décontamination développées dans le cadre de cette thèse :

1. une méthode de séparation basée sur la fusion de données entre les 4 observations faites à partir des 3 directions de dispersion du grisme. La redondance d’information, et le fait que l’objet d’intérêt ne soit pas contaminé par les mêmes objets dans toutes les directions, en font une approche très intéressante.
2. une méthode de séparation, pour une direction donnée, basée sur la fusion de données provenant de deux ordres de spectres, intéressante pour des objets «très lumineux».

Ces deux méthodes cherchent à exploiter les particularités de l’instrument NISP du satellite, et ainsi exploiter toutes les données à notre disposition, afin d’améliorer la décontamination des spectres de galaxies. Elles sont toutes deux inspirées de la NMF, en particulier de l’algorithme de gradient projeté [Lin, 2007]. Les tests réalisés pour ces deux méthodes ont démontré leur intérêt, et nous encourage à continuer dans cette direction pour la suite des travaux de décontamination. Il est à noter que la méthode basée sur la fusion de données entre 2 ordres de grisme a fait l’objet d’un acte d’une communication à une conférence internationale [Guerrero et al., 2019]. Dans ce papier nous présentons la première version de la méthode que nous avons développée, qui ne tenait pas compte de la non négativité des données, et la mise à jour des matrices  $\mathbf{A}_m$ .

Ces méthodes ont été développées dans le cadre d’EUCLID, mais peuvent être appliquées à d’autres problèmes de décontamination utilisant la spectroscopie sans fente qui respectent les conditions données tout au long de cette partie.

### **Perspectives pour la méthode de fusion de données des 3 directions de dispersion**

Bien que cette méthode soit déjà intéressante à ce stade, nous avons quelques pistes de travaux qui pourront sans doute améliorer son efficacité. En effet, à travers les deux scénarios testés sur les données réalistes SC3, nous avons pu constater que même si un objet est contaminé dans les 4 directions, il existe une direction «moins» contaminée que les autres (pour nos exemples c’était la direction 90). Une idée intéressante à exploiter serait donc de redéfinir un critère de séparation pondéré, qui accorderait plus de poids aux directions moins contaminées. Un moyen de

---

quantifier cette «contamination» pourrait passer par le nombre de contaminants et la magnitude de ces contaminants, qui sont des données accessibles grâce aux autres instruments du satellite EUCLID, dont VIS l'imageur optique.

**Perspectives pour la méthode de fusion de données des 2 ordres de grisme** Un moyen d'améliorer cette approche serait sans doute l'estimation des valeurs des paramètres  $\alpha$  et  $\beta$  permettant d'accorder plus ou moins d'importance aux informations d'ordre 2 et à la relation liant les deux ordres. En effet, dans nos travaux nous avons choisi empiriquement ces valeurs, or pour automatiser le processus, il serait plus intéressant d'estimer ces valeurs via une procédure automatique.

### **Perspectives générales, communes aux deux méthodes**

- Nous avons testé la première méthode sur des données issues du challenge SC3, données plutôt réalistes. Il serait alors intéressant d'appliquer la deuxième méthode tenant compte de l'ordre 2 sur ces données. De plus, depuis, le simulateur TIPS du consortium a évolué, et les données ont été ajustées pour coller encore plus à la configuration EUCLID. Il serait donc intéressant de tester nos méthodes sur les nouvelles données issues des challenges scientifiques SC4, 5 et 6.
- Il pourrait également être intéressant in fine de fusionner les deux approches développées pour construire une méthode de décontamination automatique. La majorité des objets détectés seraient décontaminés en utilisant la méthode basée sur la fusion des 3 directions de dispersion de grisme. Cependant pour les objets les plus lumineux, nous pourrions fusionner les deux méthodes afin d'exploiter dans un seul critère de séparation la fusion d'informations des 4 observations issues des 3 directions, ainsi que la fusion de données entre les ordres 1 et 2. Cela permettrait pour ces objets d'obtenir une estimation de spectre la plus précise possible puisque l'ordre 2 est mieux résolu que l'ordre 1.
- Nous avons également mentionné la courbure de la trace en sous-section 4.1.3. Pour le moment, nous avons considéré cette trace rectangulaire mais il faudrait, à terme, prendre en compte cette courbure. Pour cela, nous pouvons modéliser l'étalement du spectre par un polynôme, ce qui permettrait d'améliorer la fusion de données de nos deux méthodes, et donc l'estimation des spectres.
- Pour nos méthodes, la matrice de mélange est estimée à partir des images directes ainsi que du simulateur TIPS, cependant cette matrice peut être estimée directement à partir des images directes. En effet, le même flux lumineux est utilisé pour l'image optique et le spectre 2D, donc si nous sommions l'énergie sur chaque ligne de l'image optique on obtient l'énergie de la ligne correspondante sur le spectre 2D. Ceci nous permettrait donc d'estimer la matrice de mélange sans passer par l'utilisation du simulateur.
- Durant nos travaux, nous avons considéré la PSF invariante spectralement, or ceci n'est qu'une approximation. En réalité la PSF est variante spectralement, et ceci rentrera en compte dans la modélisation de nos données dans les futurs travaux.
- Dans le pipeline EUCLID, en amont de l'étape de décontamination qui nous concerne, est prévue une estimation de la matrice de covariance du bruit. Cette donnée n'était pas encore disponible pour nos travaux, mais elle devrait être très intéressante à prendre en compte dans le modèle de mélange pour pouvoir améliorer l'estimation de nos spectres d'intérêt.

- Afin que le consortium EUCLID puisse incorporer tous nos travaux réalisés en MATLAB® dans le cadre de cette thèse dans le pipeline EUCLID, il faudra intégrer ces méthodes en Python et en respectant le format imposé par ce consortium.



Deuxième partie

Observation de la Terre



# Introduction

L'observation de la Terre, aussi appelée télédétection spatiale, se fait à partir de satellites ou de capteurs aéroportés. Comme son nom l'indique, ce domaine a pour but d'observer la Terre d'un point de vue géologique, géographique, ou tout autre application ayant un intérêt à exploiter ce type de données. Dans ce domaine, les sciences de traitement du signal, et notamment la séparation de sources, sont incontournables pour traiter les données acquises grâce aux instruments de mesure.

L'imagerie hyperspectrale a pris une grande place en télédétection, du fait du progrès technologique constant, c.-à-d. de l'amélioration des systèmes d'acquisition. Celle-ci nécessite en général beaucoup de traitements afin d'exploiter les informations issues de ces données hyperspectrales. En effet, la résolution spectrale étant améliorée sur les capteurs hyperspectraux, la résolution spatiale quant à elle est réduite en comparaison d'un capteur multispectral ou panchromatique. Ceci est dû au compromis nécessaire entre résolution spatiale et résolution spectrale : si la résolution spatiale est haute, et si on suppose le nombre de pixels par détecteur constant, alors le champ de vision de chaque détecteur est réduit, réduisant l'énergie reçue et diminuant alors la capacité à détecter les petites variations d'intensité. Il est donc préférable en télédétection d'élargir un peu les bandes spatiales au profit de la résolution spectrale. De ce fait, un pixel de cette image hyperspectrale est en général associé à un mélange de spectres de différents matériaux observés : un pixel correspond à une assez grande surface au sol et contient donc la contribution spectrale de plusieurs matériaux (de type végétation, eau, terre, etc..). D'où la nécessité de développer des méthodes de séparation de sources, aussi appelées méthodes de démélange, efficaces et adaptées à ce genre de données. Ce qu'on appelle *sources* ici sont les spectres de réflectance des matériaux, c'est-à-dire le rapport entre le flux lumineux réfléchi et le flux lumineux incident par surface d'un matériau selon la longueur d'onde observée. Nous verrons également qu'il existe des travaux qui considèrent les abondances des matériaux dans les pixels comme sources, par exemple dans le cas où il existe des zones «purs», c'est-à-dire sans mélange, permettant d'estimer les spectres de certains matériaux.

De nombreuses méthodes de séparation aveugle de sources (SAS) existent dans la littérature comme nous avons pu le voir dans le chapitre 2 faisant l'état de l'art de ces méthodes, et de nombreuses méthodes spécifiques à ce domaine d'application ont aussi été développées ces trente dernières années comme nous le verrons dans le chapitre suivant. Cependant, il existe encore un réel besoin de méthodes plus adaptées. En effet, la majorité des méthodes développées entrent dans le cadre de modèles de mélange linéaires, et récemment un certain nombre dans le cas de mélanges non linéaires, néanmoins toutes ces méthodes sont bien souvent très restrictives sur les propriétés des sources (indépendance statistique, parcimonie, ...). Notre but dans le cadre de cette thèse est de développer des méthodes de démélange qui ne nécessitent que peu d'a priori sur les sources.

Dans nos travaux, nous nous intéresserons plus particulièrement aux milieux urbains, milieux sujets à de nombreux projets de télédétection vu l'ampleur de l'urbanisation de nos jours et la nécessité de développer des traitements automatiques pour traiter ces données. Ce sont des milieux

---

assez problématiques du fait de la présence de relief 3D due aux bâtiments et autres structures urbaines, ce qui induit des réflexions multiples de la lumière. En effet un rayon lumineux va venir se réfléchir sur plusieurs matériaux (par exemple, réflexion sur le sol puis sur un immeuble) avant d'être reçu par le capteur hyperspectral. Dans ce cas d'application, le modèle de mélange linéaire n'est plus adapté, c'est le modèle linéaire quadratique [Meganem et al., 2014b] qui va être considéré ici.

Dans un premier temps, nous allons dresser dans le chapitre 8 un état de l'art des méthodes de démixage de la littérature, dans le cas de mélanges linéaires instantanés (LI) et dans le cas de mélanges non linéaires. Dans le chapitre 9 suivant, nous allons présenter une méthode de séparation basée sur l'étendue fréquentielle des sources, similaires aux travaux de [Ando et al., 2014], qui a pour but d'accepter les spectres corrélés que peuvent exclure des méthodes de type ICA notamment. Cette méthode peut se décliner pour les deux types de modèles de mélange linéaire et non linéaire, mais on montrera à travers des tests que cette méthode ne convient pas à nos sources, c'est-à-dire aux spectres de réflectance issus de la télédétection. Nous avons alors décidé d'explorer une autre approche en développant une nouvelle méthode appelée BOCSS (Bilinear Output Correlation-based Source Separation) [Guerrero et al., 2018]. Celle-ci est présentée dans le chapitre 10, et est basée comme son nom l'indique sur la corrélation des signaux en sortie du système de séparation. Le but est encore une fois de reposer le moins possible sur des a priori sur les sources : cette méthode repose seulement sur le type de modèle de mélange, i.e. bilinéaire, et sur des propriétés d'indépendance linéaire que l'on explicitera dans ce chapitre. Enfin, dans un dernier chapitre 11, nous concluons et parlerons des perspectives pour l'ensemble de nos travaux pour le domaine de la télédétection.

## Chapitre 8

# État de l'art en observation de la Terre

Dans ce chapitre, nous allons dresser un panorama des méthodes existantes dans la littérature, et ainsi démontrer qu'il existe un réel besoin de nouvelles méthodes dans des cas plus «complexes», tels que dans le cas de mélanges non linéaires. Nous allons en premier lieu parler des méthodes développées dans le cas de modèle de mélange linéaire, puis nous présenterons des méthodes adaptées aux mélanges non linéaires.

*Remarque* : selon les méthodes, les sources considérées peuvent être soit les spectres de réflectance des matériaux purs, soit les abondances. Nous précisons donc le choix des auteurs pour plus de clarté.

### 8.1 Modèle de mélange LI

Nous avons vu dans l'introduction de la partie II que dans le cas de la télédétection, les spectres associés aux pixels des images observées correspondent à un mélange de spectres de réflectance de différents matériaux. Dans le cas d'un modèle de mélange LI, on considère que chaque pixel  $\mathbf{x}_i$  contient une combinaison linéaire de  $N$  spectres sources  $\mathbf{s}_j$ , aussi appelés *endmembers*. Le spectre mélangé  $\mathbf{x}$  est défini par :

$$\mathbf{x} = \sum_{j=1}^N a_j \mathbf{s}_j \quad (8.1)$$

avec  $a_j$  la proportion, aussi appelée *abondance*, de chaque source dans le mélange. Ces coefficients sont donc positifs :

$$a_j \geq 0 \quad \forall j \in \{1, \dots, N\}. \quad (8.2)$$

De plus, puisque chaque proportion représente une fraction du pixel considéré, la somme totale des fractions de surface de ce pixel c.-à-d. la somme de ces abondances doit être égale à 1 :

$$\sum_{j=1}^N a_j = 1. \quad (8.3)$$

Dans la littérature, le modèle (8.1) sous les contraintes (8.2), (8.3), a été largement traité ces dernières années. Deux approches sont cependant à distinguer :

1. les méthodes non-aveugles, dites *supervisées*, où l'on considère les spectres connus et on cherche à estimer les abondances (ici les sources sont donc les abondances),
2. les méthodes aveugles, dites *non supervisées*, où l'on estime les abondances conjointement aux spectres.

La plupart des méthodes utilisent des propriétés similaires à celles présentées dans le chapitre 2 faisant l'état de l'art général de la SAS, telles que l'ICA, la NMF ou encore la SCA.

### 8.1.1 Méthodes non-aveugles

Ces approches sont intéressantes seulement quand nous avons à disposition une bibliothèque des spectres de réflectance. En effet, les réflectances des matériaux purs peuvent être connues à partir de tests en laboratoire ou de relevés sur le terrain. Les spectres peuvent alors être mis à disposition de tous, comme par exemple dans la bibliothèque USGS [Kokaly et al., 2017] que nous utiliserons pour tester nos méthodes aveugles dans les prochains chapitres.

**Critère de séparation basé sur les moindres carrés** Une classe de méthodes assez répandue consiste à estimer les abondances par moindres carrés, en ajoutant les contraintes des données de télédétection (8.2) et (8.3). Un exemple de méthode très largement utilisée dans la littérature appelée FCLS (pour Fully Constrained Least Squares) est présenté dans [Heinz and Chein-I-Chang, 2001]. Dans ces travaux, les auteurs ont également développé une variante aveugle de cette approche. Deux autres méthodes assez connues issues des travaux [Zhaohui Guo, 2009] et [E. Themelis et al., 2010] s'appuient sur les moindres carrés, en ajoutant une contrainte de parcimonie au critère. En effet, on peut considérer les abondances parcimonieuses si on considère que dans un pixel donné, seul un petit nombre de matériaux est présent par rapport au nombre total de matériaux présents dans la totalité de l'image observée.

Dans [Parente and Zymnis, 2005], les auteurs utilisent le même critère que précédemment, mais prennent aussi en compte la variabilité spectrale qui peut être présente dans des données réelles, c'est-à-dire les variations qui peuvent exister d'un spectre à un autre au sein d'une même classe de matériaux. La méthode consiste donc à ajouter une étape de clustering en pré-traitement pour sélectionner des centroïdes parmi les pixels de l'image, puis à appliquer le démélange sur ces centroïdes en utilisant les moindres carrés avec contraintes de positivité et de parcimonie. Les auteurs utilisent une bibliothèque de spectres de minéraux comme référence pour les endmembers.

**Démélange basé sur des méthodes de classification** Certaines méthodes de classification ont été adaptées au problème de démélange. Dans les travaux de [Zhao and Zhang, 2009], les auteurs ont étendu deux méthodes existantes au cas de démélange supervisé. Ces dernières sont basées sur la projection des données sur des sous-espaces orthogonaux. Les auteurs vont combiner ces approches aux moindres carrés pour obtenir des méthodes de démélange.

**Méthodes bayésiennes** Dans la littérature, des méthodes s'appuyant sur des approches bayésiennes ont aussi été développées. Des exemples de tels travaux peuvent être trouvés dans [Stein, 2003] et [Eches et al., 2010a]. Ces deux méthodes s'appuient sur le modèle NCM (Normal Compositional Model) pour exprimer le mélange sub-pixellaire et exprimer la variabilité spectrale qui peut exister d'un pixel à l'autre pour un même matériau. Dans [Stein, 2003], l'auteur utilise un algorithme basé sur l'approche EM (Expectation Maximization) pour estimer les paramètres du NCM. Une autre approche basée sur ce modèle NCM est faite dans [Eches et al., 2010a], où les auteurs utilisent cette fois-ci un échantillonneur de Gibbs hybride pour générer des échantillons suivant ce modèle.

### 8.1.2 Méthodes aveugles

Nous nous intéressons maintenant aux méthodes de démélange ne nécessitant pas la connaissance des spectres de réflectance. Ces approches entrent dans la classe des méthodes de SAS,

et reposent donc bien souvent sur des a priori pour contraindre le problème, tels que la non négativité ou l’indépendance statistique des abondances ou des spectres.

**Méthodes géométriques fondées sur le simplexe** Nous avons considéré jusqu’à présent que les endmembers étaient choisis dans une bibliothèque de spectres, mais il est aussi possible d’utiliser, en amont de l’estimation des abondances, des approches de la littérature dédiées à l’estimation des endmembers. Ces méthodes peuvent, par exemple, être basées sur la présence de pixels purs dans les données, c’est-à-dire un pixel où nous avons la contribution d’un seul matériau, et donc d’un seul spectre. Ce sont généralement des approches géométriques, qui utilisent la propriété disant que l’ensemble des données forme un simplexe<sup>1</sup> dont les endmembers sont les sommets. Il existe de nombreuses méthodes dans la littérature. Nous citons ici quelques-unes des méthodes les plus répandues, qui se distinguent en deux grandes classes :

- les approches recherchant les pixels purs, telles que la méthode PPI (Pixel Purity Index) [Boardman et al., 1995], la méthode N-FINDR [Winter, 1999], la méthode VCA (Vertex Component Analysis) [Nascimento and Bioucas-Dias, 2005] ou encore la méthode SGA (Simplex Growing Algorithm) [Chang et al., 2006]. Ces méthodes sont conçues pour rechercher des pixels purs dans les observations pour tous les matériaux présents dans la scène, ce sont donc des méthodes assez contraignantes. Cependant, dans le cas où il n’y a pas de pixels purs, ces approches peuvent tout de même être utilisées comme initialisation d’autres méthodes de démelange plus classiques, car elles peuvent permettre de trouver les pixels *les plus purs* de la scène observée.
- les approches à volume minimal qui cherchent à minimiser le volume du simplexe des données : MVT (Minimum Volume Transform), [Craig, 1994], CCA (Convex Cone Analysis) [Ifarraguerri and Chang, 1999], ou encore SISAL (Simplex Identification via Split Augmented Lagrangian) [Bioucas-Dias, 2009]. De même que la classe précédente, ces méthodes donnent de bonnes performances lorsqu’il y a des pixels purs parmi les données, mais ne nécessitent pas leur existence : il suffit qu’il existe des points sur les facettes du simplexe. On peut aussi citer la méthode MVC-NMF [Miao and Qi, 2007] assez répandue dans la littérature, qui mélange minimisation du volume du simplexe que forment les données, et non négativité.

Pour un état de l’art plus étayé de méthodes d’estimation des spectres de réflectance on peut se référer aux travaux [Ma et al., 2014]. Pour les méthodes géométriques et bayésiennes en particulier, on peut consulter les travaux [Parente and Plaza, 2010] qui comparent ces deux approches. [Bioucas-Dias and Plaza, 2011], [Bioucas-Dias et al., 2012] fournissent un état de l’art plus général des méthodes de démelange, incluant les approches utilisant la parcimonie.

Il est à noter que dans le cas où on considère que les sources sont les abondances, l’alliance d’une méthode de détermination des endmembers et d’une méthode de démelange supervisée décrites dans la sous-section précédente peut aussi être utilisée dans le cas où l’on ne connaît pas les spectres. Cependant, nous avons vu précédemment que cela nécessitait bien souvent la présence de pixels purs dans l’image, ce qui n’est pas toujours le cas, notamment dans des scènes urbaines qui nous intéressent tout particulièrement dans nos travaux. Nous allons donc maintenant nous intéresser aux méthodes aveugles reposant sur d’autres propriétés.

---

<sup>1</sup>En géométrie, un simplexe correspond à l’enveloppe convexe de  $(n + 1)$  points. Celle-ci forme un repère affine dans un espace affine de dimension  $n$ . Par exemple à  $n = 2$ , le simplexe correspond à un triangle.

**Méthodes basées sur l'ICA** Comme nous avons pu le constater lors de l'état de l'art général de la SAS au chapitre 2, les approches basées sur l'ICA sont assez répandues. L'application aux images hyperspectrales en télédétection ne fait pas exception à la règle, avec de nombreuses méthodes développées dans la littérature basées sur l'indépendance des sources (spectres ou abondances). Nous citerons par exemple les travaux [Bayliss et al., 1997] où les sources considérées sont les spectres, ou les travaux [Wang and Chang, 2006] où les sources sont cette fois-ci les abondances. Dans [Nascimento and Dias, 2005], les auteurs démontrent que l'hypothèse d'indépendance, dans le cas où les sources considérées sont les abondances, n'est pas correcte puisqu'il existe la contrainte physique de la somme à 1 en télédétection démontrant un lien entre ces abondances. Les auteurs montrent également que dans le cas où les sources considérées sont les spectres, la nature des matériaux observés en télédétection implique une certaine corrélation entre eux. Cependant, ils démontrent également que dans le cas de variabilité spectrale, d'un nombre important d'endmembers, et d'un RSB relativement grand, les performances des méthodes basées sur l'ICA augmentent et peuvent alors avoir un intérêt.

Dans [Benachir et al., 2013], les auteurs proposent une alternative permettant d'utiliser des approches basées sur l'ICA en télédétection : on estime approximativement les sources (ici les sources sont les abondances) et les endmembers, puis on utilise ces approximations comme initialisation de la NMF. Cette approche hybride permet d'obtenir de bons résultats d'estimation en compensant les deux défauts de ces méthodes : la non indépendance des données et la non unicité de la solution de la NMF induisant une grande sensibilité à l'initialisation.

**Méthodes basées sur la NMF** Nous avons vu dans la sous-section 2.3.4 présentant les méthodes de SAS basées sur la NMF dans le cas de mélanges LI que la NMF a comme principal inconvénient la non unicité de la solution. Pour remédier à ce problème, la majorité des méthodes développées reposant sur la non négativité prend en compte des contraintes supplémentaires, appelées aussi pénalisations. La méthode appelée  $L_{1/2}$ -NMF développée dans [Qian et al., 2011] par exemple, utilise une contrainte de parcimonie basée sur la régularisation  $L_{1/2}$ . Dans [Li et al., 2012], les auteurs ont présenté une méthode appelée CoNMF, pour Collaborative-NMF, basée sur la NMF avec une contrainte de régularisation collaborative. Pour plus de références et de détails sur les méthodes, on peut se référer aux travaux [Ma et al., 2014].

**Méthodes basées sur la SCA** Ces dernières années, les méthodes reposant sur la parcimonie sont devenues de plus en plus usuelles. Un exemple d'approche parcimonieuse dans le cas de la télédétection, peut être trouvé dans les travaux de thèse de M.S. Karoui [Karoui, 2012], [Karoui et al., 2012]. Celle-ci est basée sur une méthode de SAS pour des images bi-dimensionnelles appelée SpaceCORR [Meganem et al., 2010], tout en prenant en compte la contrainte de somme à 1 sur les abondances. Plus récemment, la méthode appelée BiS-Corr a été développée dans [Benachir et al., 2014]. BiS-Corr exploite les zones bi-sources, permettant ainsi une contrainte moins stricte sur les données que l'exploitation de zones mono-sources, en s'appuyant sur le modèle géométrique que ces zones forment. Comme le nom de la méthode l'indique, c'est un critère de corrélation qui va permettre la détection de ces zones (de même pour SpaceCORR). Pour plus de détails sur les méthodes de démixage utilisant la parcimonie, le lecteur peut se référer à [Bioucas-Dias et al., 2012], [Ma et al., 2014].

**Autres méthodes statistiques** Il existe également des méthodes statistiques utilisant par exemple des approches bayésiennes pour le démixage aveugle. Pour cette dernière classe, on peut notamment citer les travaux [Eismann and Hardie, 2004], [Eches et al., 2010b] basés sur le modèle NCM vu précédemment. Dans [Nascimento and Bioucas-Dias, 2007], [Nascimento and Bioucas-Dias, 2009], l'estimation des spectres et des abondances est faite simultanément à partir

du maximum de vraisemblance. Pour plus de détails sur cette classe d'approches, on peut se référer à [Bioucas-Dias et al., 2012].

## 8.2 Modèles de mélange non linéaires

Le modèle de mélange linéaire n'est pas toujours adapté aux données de télédétection. Le terrain observé et sa topographie, la variabilité des spectres des matériaux, l'angle d'éclairement de la scène ou d'autres propriétés peuvent jouer un rôle non négligeable dans la modélisation des données [Keshava and Mustard, 2002], [Huard and Marion, 2011]. En effet, les caractéristiques de terrain induisent des réflexions multiples du rayon lumineux sur différents matériaux avant d'être intercepté par le capteur, ce qui crée une non linéarité. Dans le cas des milieux urbains qui nous intéressent plus particulièrement dans nos travaux, c'est le relief présent dans la scène, les structures 3D telles que la végétation ou les immeubles [Huard and Marion, 2011], qui créent cette non linéarité.

Pour démêler ce type de données, il faut utiliser des méthodes non linéaires adaptées. Dans la littérature, ces méthodes sont beaucoup moins répandues que les méthodes de démêlage pour le modèle LI, du fait de la complexité du mélange, mais aussi du fait de la difficulté à identifier le type de mélange correspondant à une scène observée. Il existe cependant des travaux basés sur différents types de modèles de mélange non linéaire décrits dans la sous-section 2.1.2, mais aussi des travaux qui ne sont basés sur aucun modèle de mélange précis permettant également de tenir compte de ces non linéarités. Dans cette section, nous allons tout d'abord présenter cette dernière catégorie assez répandue, puis nous nous focaliserons sur les modèles de mélange qui nous intéressent dans le cadre de scènes urbaines : le modèle linéaire-quadratique (LQ) ou le modèle bilinéaire (cas particulier du LQ).

### 8.2.1 Démêlage sans modèle de mélange précis

Pour ce type de méthodes, aucun modèle de mélange n'est supposé, i.e. aucune hypothèse n'est faite sur comment le mélange s'est créé physiquement. Dans ce cas, les réseaux de neurones sont un outil très répandu dans la littérature pour pouvoir démêler les données.

Parmi les méthodes utilisant les réseaux de neurones, on peut citer les travaux de [Plaza et al., 2007] et [Kumar et al., 2011]. Ces deux approches reposent sur une hybridation linéaire/non linéaire : une méthode de démêlage linéaire est d'abord appliquée aux données, puis on prend les endmembers estimés pour initialiser une méthode de démêlage non linéaire afin d'estimer les abondances. La méthode non linéaire employée est commune aux deux approches : ils utilisent un Perceptron Multi-Couches (MLP pour Multi-Layer Perceptron). Dans [Plaza et al., 2007], les auteurs utilisent une méthode d'estimation du nombre d'endmembers, puis appliquent une méthode d'extraction d'endmember appelée Automated Morphological Endmember Extraction. Ils utilisent ensuite le critère FCLS vu précédemment pour estimer les abondances. Ces estimations sont ensuite mises en entrée du MLP. Ce MLP est entraîné à partir de données réelles d'un site espagnol constitué de végétation et de sol. Une vérité terrain de ces matériaux a également été utilisée pour vérifier leur méthode. Pour [Kumar et al., 2011], c'est la méthode N-FINDR [Winter, 1999] qui est utilisée pour estimer les endmembers. Ensuite les auteurs emploient une méthode linéaire de projection sur sous espaces orthogonaux pour estimer les abondances. Ces estimations sont ensuite mises en entrée du MLP entraîné à partir de données synthétiques générées avec des spectres issus de la bibliothèque USGS [Kokaly et al., 2017]. Ces deux approches montrent que l'initialisation par une première estimation fournie par des méthodes linéaires connues permet d'accroître l'efficacité du réseau de neurones.

Une comparaison de 4 méthodes de démêlage non linéaire, appelé également classification

sub-pixellaire, est fournie dans [Liu and Wu, 2005]. Les auteurs ont testé 2 méthodes basées sur les modèles adaptatifs ART (Adaptive Resonance Theory), le MLP ainsi que les arbres de régression, sur des données simulées puis des données réelles. Ils ont conclu que le MLP donnait généralement de bons résultats, mais nécessitait cependant beaucoup de temps de calcul et de données d'apprentissage.

Dans [Plaza et al., 2004], les auteurs emploient les SVM (Support Vector Machines) en utilisant une fonction noyau non linéaire. Ils montrent à travers des tests sur données simulées en laboratoire que la prise en compte de la non linéarité permet effectivement d'améliorer l'estimation des abondances par rapport à des SVM linéaires. Un autre exemple de méthode utilisant les SVM est présenté dans [Ping-Xiang Li et al., 2005].

Des approches géométriques ont aussi été développées pour le démélange non linéaire. Dans [Heylen et al., 2011], les auteurs généralisent la méthode N-FINDR au cas non linéaire : on ne cherche plus à maximiser le volume d'un simplexe, mais le volume d'une variété<sup>2</sup> (appelée *manifold* en anglais). Les auteurs utilisent alors un calcul de distances adapté appelé distances géodésiques. [Hoang Nguyen et al., 2012] ont ensuite généralisé cette approche en utilisant la formulation géométrique de [Honeine and Richard, 2012].

Dans [Broadwater and Banerjee, 2011], les auteurs utilisent un algorithme appelé KFCLS (Kernel Fully Constrained Least Squares) qui est une version généralisée de FCLS vu plus haut. Dans KFCLS, les produits impliquant les endmembers dans le critère à minimiser sont remplacés par des noyaux dont les fonctions peuvent être linéaires ou non linéaires. Cette méthode nécessite de connaître les endmembers (méthode supervisée), et estime les abondances. La notion de noyau permet de démélanger simultanément des mélanges linéaires et non linéaires, ce qui permet également de localiser les non linéarités, i.e, les pixels où le mélange est non linéaire. Dans [Broadwater and Banerjee, 2011], les auteurs appliquent leur méthode à un mélange non linéaire au niveau particulière appelé mélange *intime* provoqué par les grains de sable observé, mais en adaptant la fonction non linéaire cette méthode peut être appliquée à d'autres types de mélanges. Dans [Altmann et al., 2015], la méthode proposée repose sur une approche bayésienne de type MCMC. Les mélanges non linéaires sont décomposés en mélanges linéaires ainsi qu'un terme additif permettant de prendre en compte les non linéarités. Ceci permet de détecter les non linéarités tout en démélangeant les pixels où le mélange est linéaire.

Une méthode reposant sur l'extension du modèle linéaire au modèle non linéaire, appelée rNMF (pour robust NMF), peut être trouvée dans [Févotte and Dobigeon, 2015]. Les auteurs développent un modèle appelé rLMM (pour robust Linear Mixing Model) contenant un terme additif pouvant contenir les non linéarités observées, qui serait peu actif. Le modèle bilinéaire par exemple peut être considéré comme un cas particulier du rLMM, si les réflexions n'ont lieu que sur certains pixels. Cette méthode est basée sur un algorithme appelé *block-coordinate descent algorithm* et a pour avantage majeur de ne pas nécessiter de réglage manuel de paramètres. L'approche a montré de bonnes performances lors d'une comparaison à plusieurs méthodes linéaires et non linéaires.

On peut remarquer à travers cet état de l'art des méthodes de démélange non linéaire, sans modèle de mélange défini, que les réseaux de neurones sont assez répandus pour résoudre ce genre de problème. Les méthodes citées montrent que la prise en compte de la non linéarité permet d'améliorer l'estimation des spectres et/ou abondances.

---

<sup>2</sup>En géométrie, une variété de dimension  $n$ , avec  $n$  un entier naturel, est un espace topologique localement euclidien : tout point de cette variété appartient à une région finie de l'espace considéré. Par exemple, une courbe est une variété de dimension 1 dans un plan euclidien, et une surface est une variété de dimension 2 dans un espace euclidien.

### 8.2.2 Démélange pour des mélanges LQ ou bilinéaire

Les réflexions multiples observables lorsqu'il existe un relief dans la scène analysée peuvent être modélisées par un mélange linéaire quadratique. Dans ce cas, les sources sont les spectres et les coefficients de mélange sont les proportions de ces spectres dans le mélange. Le modèle LQ a été présenté dans la sous-section 2.1.2, un cas particulier de ce dernier est le modèle bilinéaire où l'on ne considère pas les termes au carré, c'est-à-dire les réflexions doubles sur un même matériau. Dans cette sous-section, nous allons présenter les méthodes de démélange dans les cas LQ et bilinéaire, en nous attardant sur les différentes spécificités des modèles utilisés dans la littérature. Les divergences entre chaque modèle résident essentiellement dans l'expression des contraintes et des coefficients de mélange du modèle.

Dans [Ray and Murray, 1996], [Chen and Vierling, 2006], les auteurs proposent le modèle de mélange bilinéaire suivant :

$$\mathbf{x} = c_1 \mathbf{s}_1 + c_2 \mathbf{s}_2 + c_3 \mathbf{s}_1 \odot \mathbf{s}_2, \quad \text{avec } \sum_{j=1}^3 c_j = K, c_j \geq 0 \text{ et } a_j = \frac{c_j}{K} \quad (8.4)$$

avec  $\odot$  le produit terme à terme (produit d'Hadamard). Ici les coefficients de mélange  $c_j$  dépendent des abondances  $a_j$ , aussi appelées *fractions*, de telle sorte que la contrainte de positivité et la contrainte de somme à 1 sur les abondances soient respectées. Cependant ici, l'abondance du terme quadratique  $a_3$  est considérée comme « virtuelle », i.e. qui n'est pas physiquement présente dans le pixel observé. Dans ces deux travaux, les méthodes sont appliquées à des scènes avec végétation. Dans [Somers et al., 2009], les auteurs se basent sur le précédent modèle de mélange (8.4), en redéfinissant toutefois les abondances de sorte que l'abondance du terme quadratique ne soit plus considérée comme virtuelle. Ces nouvelles abondances  $f_j = \frac{c_j}{K}$  sont définies par :

$$f_j = a_j + \tau_j \sum_k a_{j,k} \quad (8.5)$$

avec  $a_{j,k}$  les fractions des termes quadratiques et  $\tau_j$  un paramètre permettant de régler l'importance accordée à ces termes. Dans l'article, plusieurs versions sont proposées pour  $\tau_j$ , mais aucune preuve sous forme d'équations physiques n'est cependant apportée. Il est à noter que dans ces travaux les spectres sont connus et donc que les sources recherchées sont les abondances. L'approche proposée est la minimisation d'erreur quadratique.

[Huard and Marion, 2011] ont fourni une étude comparative entre le démélange linéaire et le démélange non linéaire sur des données générées en laboratoire d'une scène présentant du relief 3D de type urbain. La méthode de démélange utilisée est issue des précédents travaux [Somers et al., 2009] et les tests réalisés dans [Huard and Marion, 2011] démontrent l'intérêt de prendre en compte les non linéarités dans le modèle de mélange (ici le modèle bilinéaire).

Dans [Nascimento and Bioucas-Dias, 2009], le modèle bilinéaire considéré est similaire au précédent, excepté que les auteurs considèrent les abondances directement comme coefficients de mélange :

$$\mathbf{x}_i = a_1 \mathbf{s}_1 + a_2 \mathbf{s}_2 + a_3 \mathbf{s}_1 \odot \mathbf{s}_2, \quad \text{avec } \sum_{j=1}^3 a_j = 1, a_j \geq 0. \quad (8.6)$$

Ici aussi les auteurs ne considèrent que les réflexions de premier ordre entre les matériaux, cependant ces réflexions ne sont considérées que dans le cas d'une zone d'ombre : si nous sommes dans une zone d'ombre alors  $a_3 \neq 0$  et le spectre estimé est représenté par un produit de spectres de 2 matériaux. La méthode développée est supervisée : une première étape de détermination des spectres purs est faite manuellement pour chaque classe de matériaux, puis les abondances sont

estimées par moindres carrés contraints. Ces travaux prouvent l'utilité des termes quadratiques pour les zones d'ombre, mais ont l'inconvénient de reposer sur une contrainte de somme à 1 des abondances qui n'est valable que dans le cas linéaire et non dans ce cas non linéaire [Meganem et al., 2014a].

Dans [Fan et al., 2009], les auteurs présentent une représentation polynomiale des réflexions de la lumière avec les différentes surfaces d'un même pixel. Puis, ils ne considèrent que les réflexions doubles de la lumière, ce qui revient à une approximation au premier ordre de la série de Taylor de cette fonction polynomiale. Le modèle bilinéaire ainsi obtenu est :

$$\sum_j a_j \mathbf{s}_j + \sum_{\substack{j,m \\ m < j}} a_j a_m \mathbf{s}_j \odot \mathbf{s}_m \quad \text{avec} \quad \sum_j a_j = 1, a_j \geq 0. \quad (8.7)$$

La différence avec les précédents modèles réside donc dans la définition des coefficients des termes quadratiques, qui équivalent à la multiplication des deux abondances de la partie linéaire de chaque couple de matériaux  $j$  et  $m$ . Cependant, aucune preuve physique ou mathématique n'explique ce choix, ce qui est l'inconvénient de la majorité des modèles présentés ci-dessus. Dans ces travaux, les auteurs considèrent les abondances comme les sources et appliquent une méthode de démélange basée sur un estimateur de type moindres carrés, en estimant préalablement les spectres à partir de pixels purs. Des tests effectués sur des scènes artificielles de forêts comparant leur méthode à une méthode linéaire, démontrent une fois de plus l'intérêt de prendre en compte la non linéarité des données.

Une extension du modèle précédent est décrite dans [Halimi et al., 2011]. Le modèle proposé fait intervenir un nouveau coefficient dans les abondances des termes quadratiques :

$$\sum_j a_j \mathbf{s}_j + \sum_{j=1}^{N-1} \sum_{m=j+1}^N \gamma_{j,m} a_j a_m \mathbf{s}_j \odot \mathbf{s}_m \quad \text{avec} \quad \sum_j a_j = 1, a_j \geq 0, 0 \leq \gamma_{j,m} \leq 1 \quad (8.8)$$

$\gamma_{j,m}$  permettant de quantifier l'interaction entre les 2 matériaux  $m$  et  $j$ . Outre le modèle, [Halimi et al., 2011] propose également d'étendre une méthode de démélange linéaire à ce modèle bilinéaire, en considérant ici que les sources sont les abondances. Cette dernière repose sur une approche bayésienne hiérarchique de type MCMC, et nécessite la connaissance des endmembers qui sont estimés via la méthode VCA [Nascimento and Dias, 2005].

Nous pouvons aussi citer les travaux de thèse de I. Meganem [Meganem, 2012], portant sur le démélange spectral dans le cas de scènes urbaines. Dans [Meganem et al., 2014b], les auteurs présentent plusieurs méthodes basées sur la NMF pour le modèle LQ décrit dans [Meganem et al., 2014a] et dans un cas non supervisé, comme expliqué dans la sous-section 2.4.2. L'intérêt du modèle LQ considéré et des contraintes sous-jacentes est qu'ils reposent sur une démonstration physique. De plus, le modèle est réécrit de manière à pouvoir appliquer la NMF à ce type de données. Nous verrons plus en détail ces travaux dans le chapitre 10, car c'est ce modèle que nous utiliserons pour nos travaux, et nous comparerons les résultats de notre méthode de démélange avec une méthode issue de ces travaux.

Dans [Eches and Guillaume, 2014], les auteurs ont eux aussi développé une méthode de démélange basée sur la NMF, en utilisant un algorithme de gradient projeté, cependant ils se basent sur le modèle bilinéaire développé par Fan et al. dans [Fan et al., 2009]. Ils ajoutent également une contrainte de douceur pour contraindre le critère de séparation, et appliquent leur méthode à des données simulées puis à des données réelles issues du projet HYPLITT de la DGA (images hyperspectrales d'un littoral breton). Ils fournissent une comparaison des résultats d'estimation entre leur méthode, 2 méthodes non linéaires issues de la littérature, et une méthode linéaire, qui démontre l'intérêt de leur méthode. Cependant, sur des spectres *très* mélangés, la

différence de performances entre non linéaire et linéaire est faible.

Pour plus de détails et d'exemples de méthodes pour le démixage non linéaire (pour tous types de modèles) appliquées à l'imagerie hyperspectrale, on peut se référer à [Dobigeon et al., 2016] et aux références qui y sont citées.

### Conclusion

Dans ce chapitre nous avons dressé un état de l'art des méthodes de démixage les plus connues de la littérature du domaine de l'observation de la Terre, dans le cas d'un modèle de mélange LI dans un premier temps, cas le plus répandu à ce jour. Nous avons pu constater que ces dernières années, dans ce domaine d'application beaucoup de méthodes basées sur la parcimonie ont vu le jour. Or c'est une contrainte qu'on ne retrouve pas toujours dans les données. Beaucoup de méthodes existantes sont supervisées, au sens des spectres connus, ce qui est assez gênant lorsqu'il y a variabilité spectrale ou des zones d'ombre par exemple, car le spectre répertorié peut être assez différent de celui réellement observé. On remarque également qu'un bon nombre de méthodes nécessite la présence de pixels purs, ce qui peut encore une fois poser problème dans le cas des scènes urbaines, où les pixels purs sont rares du fait du nombre de matériaux présents sur un espace restreint.

Nous avons ensuite dressé un état de l'art des méthodes de démixage dans le cas de modèles de mélange non linéaire, et plus spécifiquement des méthodes pouvant s'appliquer aux mélanges LQ et/ou bilinéaire car ce sont les modèles de mélange adaptés aux scènes urbaines contenant des phénomènes de réflexions multiples. On note là encore que beaucoup de méthodes nécessitent la connaissance des endmembers. De plus, de nombreux travaux ont porté sur des modèles de mélange LQ ou bilinéaires qui n'ont pas été justifiés physiquement. Les contraintes sur les abondances des termes quadratiques particulièrement ne reposent parfois sur aucune preuve physique.

Cet état de l'art permet de justifier le besoin pour de nouvelles méthodes non supervisées, nécessitant moins de contraintes sur les données et adaptées à un modèle non linéaire des données réaliste physiquement dans le cas bilinéaire notamment.



## Chapitre 9

# Travaux fondés sur l’occupation fréquentielle

Nos travaux ont pour but de développer des méthodes reposant sur le moins d’a priori possibles sur les données, tout en restant applicables à des scènes assez complexes en télédétection, telles que les scènes urbaines comportant des réflexions multiples dues au relief de la scène. Dans ce cadre, l’ICA et la SCA ne peuvent être appliquées directement sur nos données. De plus, nous avons vu précédemment que, bien qu’il y ait non négativité des données, cela ne suffit pas à obtenir une séparation efficace sans contraintes supplémentaires. Nous avons alors pensé à une approche assez différente de ce qu’on trouve dans la littérature : partant de l’hypothèse qu’il existe une diversité spectrale suffisante entre les spectres à estimer, des variations spectrales plutôt lentes pour une source et plutôt rapides pour une autre par exemple, alors il existe dans le domaine de Fourier des zones dites «mono-source» sur des bandes fréquentielles données. Ce principe peut être assimilé au principe de parcimonie : on cherche, dans un domaine de représentation donné, à détecter des zones où une seule source est active.

Une méthode similaire à cette approche a été développée dans les travaux de [Ando et al., 2014], où les auteurs proposent une méthode de démixage aveugle pour des mélanges LQ, où les signaux sources sont dites limités fréquentiellement. Le principe est assez simple : en partant du fait que les transformées de Fourier (TF) des signaux à estimer sont limitées à une fréquence maximale, la TF d’un mélange non linéaire (LQ) de ces deux signaux aura tendance à avoir une fréquence maximale plus grande. Les auteurs proposent alors d’exploiter ce phénomène pour éliminer les contributions quadratiques du mélange observé, et ainsi obtenir un mélange LI. Ils testent leur méthode pour le cas de 2 sources, et dans le cas particulier d’un modèle de mélange bilinéaire appliqué à des spectres simulés. Cette méthode ne fonctionne que pour le cas surdéterminé, i.e. lorsqu’on a à disposition plus de données observées que de sources à estimer. Cette méthode étant proche de la nôtre, elle servira de comparaison pour évaluer l’efficacité de notre méthode dans le cas LQ, mais également dans le cas LI puisque nous montrerons qu’elle est également applicable pour ce modèle de mélange, et sera expliquée plus en détail dans la section 9.3.

D’autres travaux dans la littérature exploitent un principe similaire dans d’autres cadres d’application. On peut citer notamment les travaux de [Albouy and Deville, 2003] dans lesquels les auteurs proposent une méthode de séparation basée sur la détection de zones de silence pour une application sur des signaux audios. L’estimation du système de séparation se fait dans le domaine de représentation des densités spectrales de puissance par fenêtres temporelles. Cette méthode est cependant développée pour un modèle de mélange convolutif, modèle qui ne nous concerne pas dans nos travaux. On peut citer également la méthode TIFROM de [Abrard and Deville, 2005] qui exploite les zones mono-sources dans le domaine temps-fréquence pour séparer

des sources dans un mélange LI. Cette méthode a aussi l'avantage de séparer partiellement les sources dans le cas sous-déterminé (lorsqu'on a plus de sources que d'observations).

Il existe également des travaux sur l'élimination de la non linéarité présente dans les observations, appelée compensation de distorsion non linéaire, qui s'approche du principe que l'on veut appliquer dans nos travaux. Notamment dans les travaux [Dogancay, 2005], l'auteur développe une méthode aveugle permettant de compenser la non linéarité introduite par une fonction monotone, dans le cas de signaux sources avec une bande fréquentielle limitée. Pour cela, la fréquence maximale des sources doit être connue puisque la méthode supprime le contenu spectral au delà de cette limite grâce à des filtres non linéaires adaptatifs. Dans ces travaux, le domaine de représentation fréquentielle utilisé est la transformée en cosinus discrète.

Ce rapide état de l'art nous montre que bien souvent les méthodes de la littérature utilisant le concept de «zone mono source» reposent sur le modèle de mélange sélectionné, et ne sont donc applicables qu'à ce modèle. Avec notre approche, nous pouvons non seulement séparer le terme bilinéaire dans le cadre d'un mélange bilinéaire, mais nous pouvons aussi utiliser ce concept pour séparer des sources mélangées linéairement comme nous pourrions le voir lors de l'explication détaillée de la méthode dans ce chapitre. Nous allons tout d'abord expliciter le modèle de mélange bilinéaire dans le cadre de la télédétection, puis nous expliquerons le concept de notre approche, et comment l'appliquer dans le cas LI et dans le cas bilinéaire. Nous présenterons ensuite un peu plus la méthode de [Ando et al., 2014], en nous attardant sur les points communs et sur les divergences entre leurs travaux et les nôtres. Pour finir, nous testerons notre méthode sur données simulées puis sur données réelles, et nous conclurons sur l'efficacité de cette méthode, notamment en comparant nos résultats avec ceux obtenus avec la méthode d'Ando et al..

## 9.1 Le modèle de mélange bilinéaire

Le modèle le plus utilisé dans la littérature dans le cadre du démélange est le modèle Linéaire Instantané suivant

$$x_i(\lambda) = \sum_{j=1}^N a_{i,j} s_j(\lambda) \quad (9.1)$$

avec  $\mathbf{x}_i$  le spectre observé pour le pixel  $i$ ,  $\lambda$  la longueur d'onde considérée,  $\mathbf{s}_j$  un spectre source (endmember),  $a_{i,j}$  les contributions de chaque source, et  $N$  le nombre de sources. En télédétection, le spectre source  $\mathbf{s}_j$  considéré généralement est un spectre de réflectance, i.e. le rapport entre le flux lumineux réfléchi et le flux lumineux incident par surface d'un matériau selon la longueur d'onde. Or, comme nous avons pu l'évoquer précédemment, dans le cas de scènes urbaines, le modèle de mélange LI peut être insuffisant pour décrire les données car il existe des phénomènes de réflexions multiples dus au relief de la scène, comme illustré en figure 9.1 : un rayon lumineux vient rencontrer un premier matériau puis est réfléchi vers un second, jusqu'à être capté par le satellite. Une seule contribution dans un pixel peut alors contenir le produit de la contribution de plusieurs matériaux, et nécessite donc un démélange adapté.

Le modèle bilinéaire utilisé pour nos travaux est tiré des travaux de thèse de I. Meganem [Meganem et al., 2014a], [Meganem, 2012]. Dans le cadre de nos travaux, nous nous intéressons à un cas particulier du modèle LQ : le modèle bilinéaire. Il est défini par :

$$x_i(\lambda) = \sum_{j=1}^N a_{i,j} s_j(\lambda) + \sum_{k=1}^{N-1} \sum_{l=k+1}^N b_{i,k,l} s_k(\lambda) s_l(\lambda) \quad (9.2)$$

avec  $a_{i,j}$  et  $b_{i,k,l}$  respectivement les contributions des termes linéaires et non linéaires du mélange. De plus, I. Meganem et al. ont démontré que ces contributions respectaient certaines contraintes

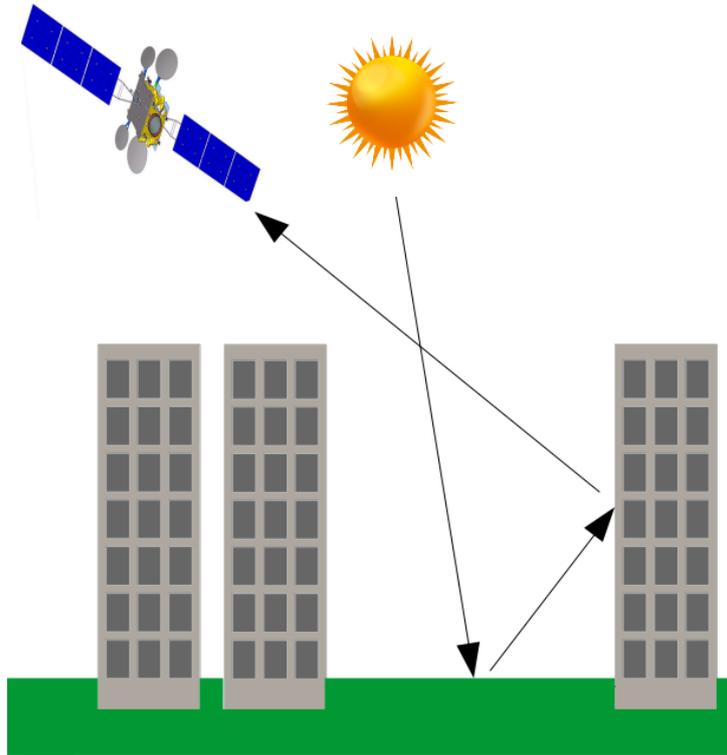


FIGURE 9.1 – Illustration des réflexions multiples en milieu urbain

dans le cadre de l'observation de la Terre :

$$\begin{cases} 0 \leq a_{i,j} \leq 1 & i \in \{1, \dots, P\}, j \in \{1, \dots, N\} \\ 0 \leq b_{i,k,l} \leq 0.5 & k \in \{1, \dots, N-1\}, l \in \{k+1, \dots, N\} \end{cases} \quad (9.3)$$

Ces contraintes sont issues de constatations physiques et expérimentales : nous avons vu que les coefficients de mélange étaient positifs puisqu'ils représentent une proportion de matériau dans un pixel, de plus dans le cadre d'un modèle de mélange linéaire ces proportions sont au maximum égales à 1 (voir sous-section 8.1), or dans le cas d'un mélange LQ ces contraintes s'avèrent toujours vérifiées. I. Meganem et al. ont également démontré à travers des tests [Meganem et al., 2014a] que les contributions des termes bilinéaires sont généralement faibles (inférieures à 0.1), et toujours inférieures à 0.5, il est donc raisonnable de prendre cette valeur comme limite haute des coefficients.

Sous cette forme actuelle du modèle (9.2), les algorithmes classiques de SAS applicables au modèle LI, tels que la NMF par exemple, ne pouvaient pas s'appliquer directement. I. Meganem et al. ont alors proposé dans [Meganem et al., 2011], de réécrire ce modèle de mélange bilinéaire sous forme linéaire :

$$\begin{aligned} \mathbf{x}(\lambda) &= \mathbf{A}\mathbf{s}_a(\lambda) + \mathbf{B}\mathbf{s}_b(\lambda) \\ &= \tilde{\mathbf{A}}\tilde{\mathbf{s}}(\lambda) \end{aligned} \quad (9.4)$$

avec  $\mathbf{x}(\lambda) = [\mathbf{x}_1(\lambda) \dots \mathbf{x}_P(\lambda)]^T$  le vecteur d'observations,  $\tilde{\mathbf{A}}$  la matrice de mélange et  $\tilde{\mathbf{s}}$  le vecteur

de sources étendues défini ci-dessous.

$$\begin{aligned}\tilde{\mathbf{s}}(\lambda) &= [\tilde{\mathbf{s}}_a(\lambda)^T \quad \tilde{\mathbf{s}}_b(\lambda)^T]^T \\ &= [s_1(\lambda) \quad \dots \quad s_N(\lambda) \quad s_1(\lambda)s_2(\lambda) \quad \dots \quad s_{N-1}(\lambda)s_N(\lambda)]^T\end{aligned}\quad (9.5)$$

avec  $\tilde{\mathbf{s}}_a$  contenant les  $N$  vraies sources (pour  $N$  matériaux), et  $\tilde{\mathbf{s}}_b$  contenant les  $K = N(N-1)/2$  termes bilinéaires. La matrice de mélange  $\tilde{\mathbf{A}}$  est définie par :

$$\begin{aligned}\tilde{\mathbf{A}} &= [\mathbf{A} \quad \mathbf{B}] \\ &= \begin{bmatrix} a_{1,1} & \dots & a_{1,N} & b_{1,1,2} & \dots & b_{1,N-1,N} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{P,1} & \dots & a_{P,N} & b_{P,1,2} & \dots & b_{P,N-1,N} \end{bmatrix}\end{aligned}\quad (9.6)$$

avec  $P$  le nombre d'observations. Dans ces travaux nous considérons le cas sur-déterminé au sens des  $N$  vraies sources tel que  $P \geq N$ .

En considérant le mélange (9.6) pour toutes les longueurs d'onde  $\lambda$  observées, on a le modèle matriciel suivant :

$$\mathbf{X} = \tilde{\mathbf{A}}\tilde{\mathbf{S}}. \quad (9.7)$$

Nous nous concentrons ici sur le cas de  $N = 2$  sources pour simplifier les équations. Le modèle (9.4) devient :

$$\begin{bmatrix} x_1(\lambda) \\ x_2(\lambda) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{1,1} & a_{1,2} & b_{1,1,2} \\ a_{2,1} & a_{2,2} & b_{2,1,2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s_1(\lambda) \\ s_2(\lambda) \\ s_1(\lambda).s_2(\lambda) \end{bmatrix} \quad (9.8)$$

avec  $P = N = 2$  observations.

**Remarque :** Pour supprimer le terme bilinéaire, il suffit d'avoir 2 observations, cependant si nous voulons également effectuer la séparation du modèle LI résultant de la suppression de ce terme, il faut avoir  $P = N + K = 3$  observations. Dans ce chapitre, c'est surtout la suppression du terme bilinéaire qui nous intéresse puisque nous pouvons ensuite appliquer une méthode classique LI pour la séparation des vraies sources. Nous considérons donc seulement 2 observations.

## 9.2 Méthode de suppression du terme bilinéaire dans un mélange

Nous nous intéressons à un mélange bilinéaire avec  $N = 2$  sources et  $P = 2$  observations et on cherche à supprimer le terme bilinéaire du mélange. Pour cela, on émet l'hypothèse que les transformées de Fourier (TF) des spectres sources  $\mathbf{s}_j$  sont limitées fréquentiellement, et ont sensiblement la même étendue fréquentielle. Dans ce cas, le terme bilinéaire aura une TF égale au produit de convolution des deux TF des spectres sources, avec une étendue fréquentielle égale à la somme des deux occupations fréquentielles de ces deux TF. Ce principe est illustré en figure 9.2.

Dans cette figure, nous avons tracé les TF des spectres sources étendues  $\mathbf{s}_1$ ,  $\mathbf{s}_2$  et  $\mathbf{s}_1.\mathbf{s}_2$ , de limites fréquentielles respectives  $fc_1$ ,  $fc_2$  et  $fc_1 + fc_2$ . Les deux TF des sources  $\mathbf{s}_1$  et  $\mathbf{s}_2$  ayant des fréquences maximales sensiblement égales, la TF du terme bilinéaire a une fréquence maximale sensiblement égale au double des précédentes. Nous constatons donc qu'il y a une bande fréquentielle où seul le terme bilinéaire est actif. Le but est donc d'exploiter cette particularité pour séparer le terme bilinéaire de la partie linéaire. Pour cela on crée un nouveau signal à partir

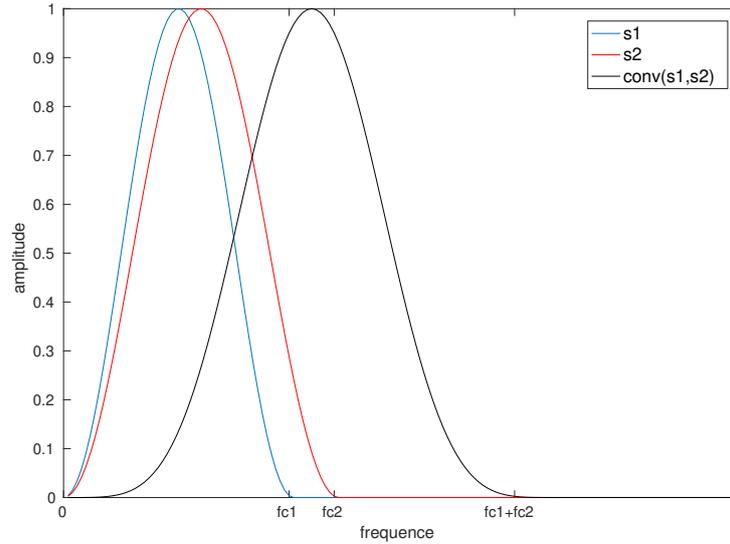


FIGURE 9.2 – Illustration des étendues fréquentielles des TF des sources étendues dans le cas d'un mélange bilinéaire

d'une combinaison linéaire des observations :

$$\mathbf{y} = \mathbf{x}_1 - \mu \mathbf{x}_2 \quad (9.9)$$

avec  $\mu$  un coefficient réel à faire varier. On cherche ici à éliminer le terme bilinéaire en choisissant le bon  $\mu$ , afin d'obtenir :

$$\mathbf{y} = \alpha \mathbf{s}_1 + \beta \mathbf{s}_2 \quad (9.10)$$

où  $\alpha$  et  $\beta$  sont deux facteurs d'échelle. Lorsque la suppression a lieu et qu'on obtient la relation (9.10), le signal  $\mathbf{y}$  a alors pour fréquence maximale la fréquence maximale du terme linéaire, i.e. la plus grande fréquence maximale des deux sources  $\mathbf{s}_1$  et  $\mathbf{s}_2$ . Pour l'exemple illustré en figure 9.2,  $\mathbf{y}$  aurait alors pour fréquence maximale  $f_{c2}$ .

Pour pouvoir déterminer la valeur de  $\mu$  permettant d'obtenir la relation (9.10), on construit un critère de séparation basé sur la mesure d'occupation fréquentielle de  $\mathbf{y}$  : pour une valeur de  $\mu$  donnée, on détermine la fréquence à partir de laquelle l'énergie cumulée de la TF de  $\mathbf{y}$  atteint  $p\%$  de l'énergie totale, puis on enregistre cette fréquence dans un vecteur  $\mathbf{f}_p$ . Une fois toutes les valeurs de  $\mu$  testées, on sélectionne la valeur  $\mu$  permettant d'obtenir la plus petite des valeurs de  $\mathbf{f}_p$ . Pour rappel, l'énergie d'un signal discret est :

$$E_x = \sum_{l=1}^L |x(l)|^2 \quad (9.11)$$

avec  $x$  un signal de longueur  $L$ . Plus de détails sur le procédé de suppression du terme bilinéaire sont donnés dans le pseudo-code 3.

**Pseudo-code 3** Méthode de suppression du terme bilinéaire basée sur l'occupation fréquentielle

---

**pour tout**  $\mu = \mu_{min}$  à  $\mu_{max}$  **faire**  
  Calculer le spectre  $\mathbf{y}$  (9.9)  
  Calculer l'énergie cumulée de  $\mathbf{y}$  à partir de sa TF  
  Enregistrer la fréquence pour laquelle on atteint  $p\%$  de cette énergie cumulée dans le vecteur  $\mathbf{f}_p$   
**fin pour**  
  Trouver la valeur minimale dans  $\mathbf{f}_p$ , enregistrer le  $\mu$  correspondant, puis calculer le spectre  $\mathbf{y}$  (donc la partie linéaire résultante du mélange)

---

**Réglage des paramètres de la méthode** Pour cette méthode, il faut choisir une plage de valeurs pour  $\mu$  et la valeur  $p$  pour laquelle la fréquence correspondant à  $p\%$  de l'énergie maximale de  $\mathbf{y}$  est assimilée à la fréquence maximale du signal  $\mathbf{y}$ , et qu'il n'y a donc plus qu'un résidu haute fréquence négligé au delà de cette dernière. Nous verrons dans la partie de ce chapitre relative aux tests comment nous fixons ces paramètres empiriquement.

### 9.3 Méthode de Ando et al. [Ando et al., 2014]

Lors de nos recherches afin de dresser un état de l'art de ce qu'il existait dans la littérature, nous avons constaté que la méthode issue des travaux de [Ando et al., 2014] était semblable à notre approche. En effet, cette méthode cherche également à supprimer le terme quadratique d'un mélange bilinéaire afin d'obtenir un mélange LI, et utilise pour cela des a priori de variations lentes du signal temporel étudié, induisant une limitation fréquentielle des TF des signaux. Leur critère de séparation est basé sur un calcul d'énergie par rapport à la fréquence maximale normalisée<sup>1</sup> du signal appelée  $B$  :

$$J_i^{Ando2014}(\mu_i, \hat{B}) = \frac{E_{\mathbf{y}_i}^{\{f > \hat{B}\}}}{E_{\mathbf{y}_i}^{\{f > \hat{B} - \phi\}}} \quad (9.12)$$

avec  $\mu_i$  le coefficient de combinaison des observations pour le signal  $\mathbf{y}_i$  défini dans (9.9),  $\hat{B}$  la valeur estimée de  $B$  et  $\phi$  une constante entre 0 et 1 à fixer. Ce critère traduit la volonté de minimiser le ratio entre l'énergie au dessus de la limite fréquentielle estimée  $\hat{B}$  et l'énergie dans l'intervalle  $[\hat{B} - \phi, \hat{B}]$ . Il permet ainsi d'estimer à la fois le coefficient  $\mu_i$  et cette limite fréquentielle  $B$ . On comprend donc que cette méthode cherche également à supprimer la partie du signal (la partie non linéaire) qui dépasse la fréquence maximale supposée de la partie linéaire.

Dans [Ando et al., 2014], les auteurs ont testé leur méthode uniquement sur des signaux simulés. Ces signaux ont été générés afin d'avoir une diminution de l'information fréquentielle progressive mais une limitation nette. Le mélange créé pour leurs tests suit un modèle de mélange bilinéaire avec  $N = 2$  sources. Les auteurs n'ont cependant pas testé leur approche sur données réelles. Nous allons dans la suite de ce chapitre, appliquer cette méthode à divers scénarios sur spectres simulés puis sur spectres réels issus de la télédétection, afin de comparer l'efficacité de notre approche par rapport à cette dernière. De plus les auteurs n'ont appliqué leur approche qu'au modèle de mélange bilinéaire, cependant leur critère de séparation est applicable au modèle LI de la même manière que notre approche, comme nous allons l'expliquer dans la sous-section suivante.

En comparant leur approche avec notre méthode, on remarque tout d'abord que leur critère nécessite une estimation de la fréquence maximale de la partie linéaire, alors que notre critère

---

<sup>1</sup>La normalisation utilisée dans [Ando et al., 2014] est telle que la fréquence  $f = 1$  correspond à la moitié de la fréquence d'échantillonnage.

se base sur un pourcentage de l'énergie maximale du signal. De plus, notre approche se base sur l'ensemble de la TF puisqu'on calcule l'énergie cumulée, tandis que l'approche d'Ando et al. se base seulement sur une bande de cette TF autour de la fréquence maximale estimée. Nous verrons dans la partie de ce chapitre relative aux tests l'influence de ces divergences sur l'estimation des spectres.

## 9.4 Transposition de la méthode proposée aux mélanges LI

Le concept décrit ci-dessus peut être adapté au mélange LI, comme illustré en figure 9.3. Contrairement au cas précédent, ici les deux sources  $s_1$  et  $s_2$  doivent avoir deux TF avec des limites fréquentielles différentes, dans cet exemple on a  $f_{c1} < f_{c2}$ .

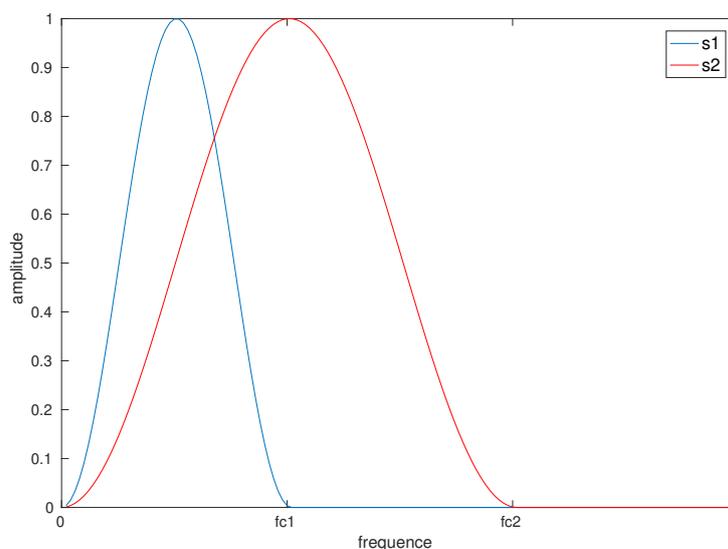


FIGURE 9.3 – Illustration des étendues fréquentielles des TF des sources dans le cas d'un mélange linéaire

Notre méthode et la méthode de Ando et al. peuvent ainsi être directement transposées à ce cas : on cherche à supprimer le signal  $s_2$ , à la place du terme quadratique dans l'application au mélange bilinéaire, et donc à estimer  $s_1$ . Ainsi lorsque la séparation a lieu,  $\mathbf{y}$  défini dans (9.9) devient :

$$\mathbf{y} = \gamma \mathbf{s}_1 \tag{9.13}$$

avec  $\gamma$  un facteur d'échelle. Dans ce cas,  $\mathbf{y}$  aura donc pour fréquence maximale  $f_{c1}$ , alors que si la séparation n'est pas atteinte, la fréquence maximale de  $\mathbf{y}$  est  $f_{c2}$ . On voit que notre méthode et celle d'Ando et al. présentées ci-dessus sont aisément transposables au modèle de mélange LI.

## 9.5 Tests

Afin d'évaluer la pertinence de notre approche, on va tout d'abord tester notre méthode sur des signaux «idéaux», puis nous l'appliquerons à des signaux réels de télédétection. Nous allons également appliquer la méthode d'Ando et al. afin de nous positionner par rapport à l'état de l'art, mais aussi afin d'évaluer cette méthode sur des spectres réels. Pour les deux types de signaux nous appliquerons ces méthodes à des mélanges LI et bilinéaires, avec  $N = 2$  sources. Dans un premier temps nous cherchons seulement à confirmer la validité de notre approche, nous choisissons donc les paramètres à régler pour les deux méthodes de manière empirique et non

automatique. Pour la méthode d'Ando et al. en particulier, nous considérons que  $B$  la limite fréquentielle de la TF du signal à estimer est connue, ce qui signifie que l'on peut directement calculer le rapport entre l'énergie au dessus de cette fréquence maximale et l'énergie totale du signal afin d'évaluer si la suppression de la contribution a eu lieu. Le paramètre  $\phi$  est alors égal à  $B$  dans le critère de séparation (9.12). Le critère considéré pour cette méthode s'écrit alors :

$$J_i^{Ando2014}(\mu_i) = \frac{E_{y_i}^{\{f>B\}}}{E_{y_i}}. \quad (9.14)$$

### 9.5.1 Signaux idéaux

Nous souhaitons tout d'abord valider notre approche en l'appliquant à des signaux idéaux, c'est-à-dire à des TF de type signaux portes avec une limite fréquentielle nette, comme montré en figure 9.4. Pour notre exemple,  $\mathbf{s}_1$  a pour limite l'indice fréquentiel 600, et  $\mathbf{s}_2$  a pour limite 400. Pour se rapprocher du cas réel, on voit sur la figure que nous avons ajouté un résidu haute fréquence de sorte que l'énergie cumulée ne soit pas à 100% de l'énergie totale du signal à la fréquence considérée comme fréquence maximale de celui-ci. Il est à noter ici que ce qu'on appelle «fréquence maximale» correspond donc à la fréquence au dessus de laquelle il n'y a que du bruit.

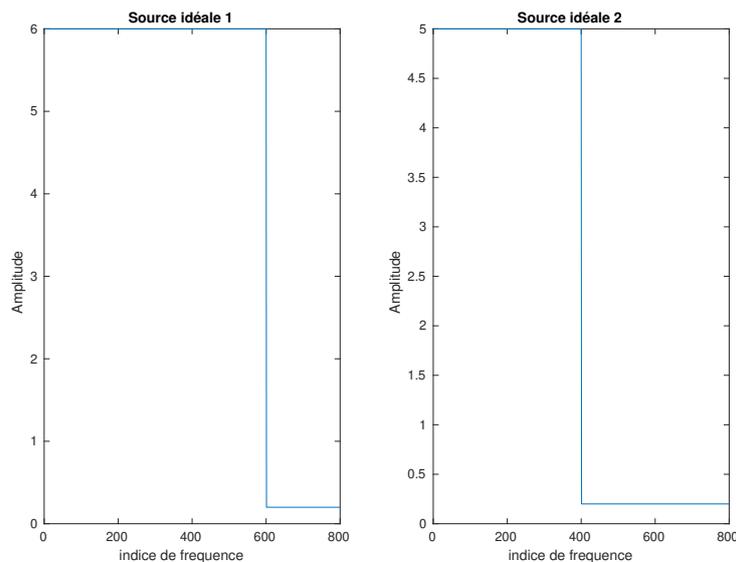


FIGURE 9.4 – Exemple de TF idéales de deux signaux sources en fonction des indices de fréquence

*Remarque :* Ici, pour simplifier les tests, nous générons et travaillons directement sur des signaux fréquentiels. Cependant, dans le cas réel, on travaillera sur la TF des signaux d'intérêt, c'est-à-dire la TF des spectres de réflectance.

**Cas d'un mélange LI** En premier lieu, on souhaite tester notre méthode sur des mélanges LI. Pour cela, on crée deux mélanges  $\mathbf{x}_1$  et  $\mathbf{x}_2$ , tels que :

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_1 &= \mathbf{s}_1 + 2\mathbf{s}_2 \\ \mathbf{x}_2 &= 2\mathbf{s}_1 + \mathbf{s}_2 \end{aligned} \quad (9.15)$$

avec  $\mathbf{s}_1$  et  $\mathbf{s}_2$  les deux signaux idéaux montrés en figure 9.4. Ces deux mélanges sont représentés en figure 9.5. On voit bien, sur chaque mélange, un palier correspondant à la présence des deux

signaux jusqu'à la fréquence maximale du signal  $\mathbf{s}_2$ , puis un autre palier correspondant à la présence du signal  $\mathbf{s}_1$ , puis un dernier palier lorsqu'il n'y a plus d'information spectrale. On cherche donc à supprimer le deuxième palier. Dans cet exemple, pour séparer le spectre ayant la

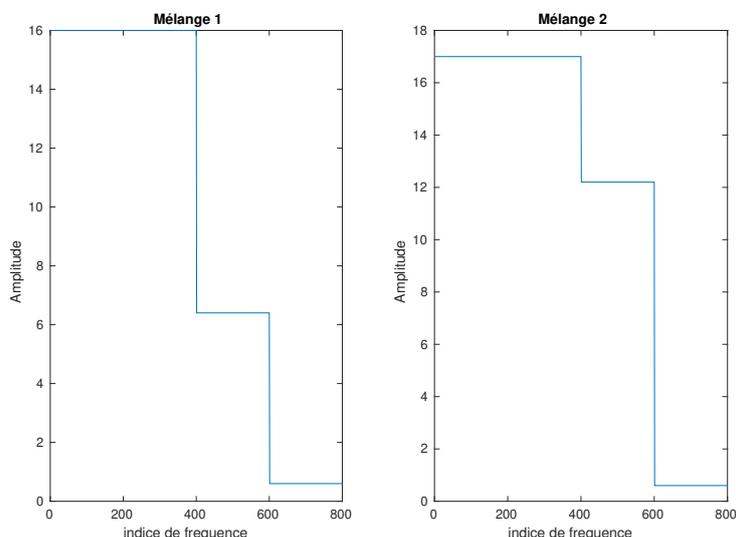


FIGURE 9.5 – Mélanges LI générés

plus petite des limites fréquentielles, i.e.  $\mathbf{s}_2$ , par une combinaison linéaire comme indiqué dans la relation (9.9), il faut  $\mu = 1/2$  :

$$\begin{aligned}
 \mathbf{y} &= \mathbf{x}_1 - \frac{1}{2}\mathbf{x}_2 \\
 &= \mathbf{s}_1 + 2\mathbf{s}_2 - \frac{1}{2}(2\mathbf{s}_1 + \mathbf{s}_2) \\
 &= \frac{3}{2}\mathbf{s}_2.
 \end{aligned} \tag{9.16}$$

Dans (9.13), on avait appelé  $\mathbf{s}_1$  la source la plus étroite dans le domaine fréquentiel (celle qui restait après la séparation), ici c'est l'inverse. Nous décidons de tester notre méthode sur l'intervalle de valeurs  $\mu \in [0.3, 0.7]$  par pas de 0.01. De plus, notre méthode requiert de fixer le paramètre  $p$  indiquant le pourcentage de l'énergie cumulée du signal à partir duquel on considère qu'il n'y a plus d'information spectrale. Pour cela, nous testons empiriquement plusieurs valeurs et nous choisissons celle permettant d'obtenir une estimation de  $\mu$  la plus précise possible. On prend ici  $p = 99.84\%$ . On applique ensuite notre algorithme 3, et on obtient la figure 9.6 montrant les fréquences maximales estimées pour le signal  $\mathbf{y}$  selon chaque valeur de  $\mu$  testée. On constate qu'effectivement la valeur minimale obtenue est 400, ce qui correspond à la fréquence maximale de  $\mathbf{s}_2$ , et ce pour toutes les valeurs discrètes testées de  $\mu$  entre 0.5 et 0.54. Cependant, la méthode ne permet pas de trouver une seule valeur, i.e. la valeur du coefficient de séparation recherchée de 0.5.

On applique également la méthode d'Ando et al. [Ando et al., 2014] à notre exemple, et on obtient la figure 9.7 montrant la valeur de leur critère selon les valeurs de  $\mu$  testées. Le minimum est trouvé pour  $\mu = 0.52$ , ce qui est proche de la valeur recherchée de 0.5 mais pas exact. Notre approche semble donc intéressante puisqu'elle englobe la bonne valeur de  $\mu$  dans ses solutions mais n'est pas assez discriminante par rapport à la méthode d'Ando qui offre une solution unique relativement proche de la solution.

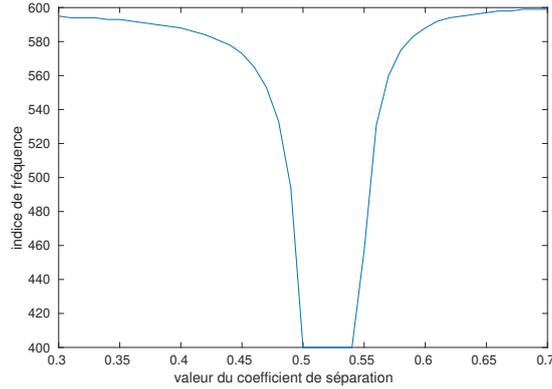


FIGURE 9.6 – Évolution de la fréquence maximale du signal  $y$  en fonction de la valeur  $\mu$  pour le cas LI avec signaux idéaux

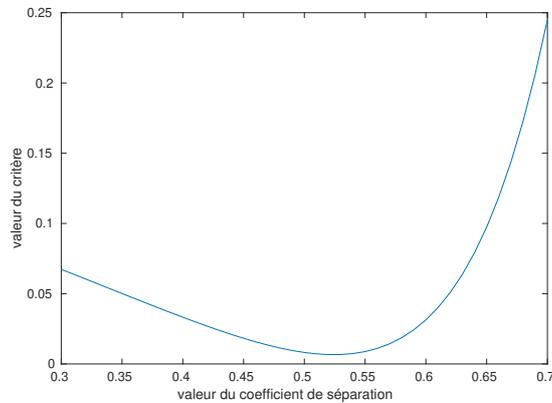


FIGURE 9.7 – Évolution du critère de Ando et al. en fonction de la valeur  $\mu$  pour le cas LI avec signaux idéaux

**Cas d'un mélange bilinéaire** On souhaite maintenant tester notre méthode sur des mélanges bilinéaires, toujours dans un cas idéal. Pour cela, on génère, en plus des deux sources précédentes  $s_1$  et  $s_2$ , le terme bilinéaire  $conv(s_1, s_2)$ . En effet, ici les signaux sont générés directement dans le domaine fréquentiel, donc le terme bilinéaire qui nous intéresse dans nos travaux, i.e. le produit des deux signaux dans un domaine donné (spectres de réflectance dans notre application), est la convolution entre ces deux signaux dans le domaine de Fourier. Les 3 signaux considérés sont donnés en figure 9.8. On remarque ici que le terme bilinéaire a bien une limite fréquentielle de 800, égale au double de la limite fréquentielle des signaux sources  $s_1$  et  $s_2$ . Il est à noter que le terme bilinéaire est normalisé par son nombre d'échantillons pour avoir une amplitude du même ordre que les spectres sources.

On crée alors les deux mélanges pour tester la suppression de ce terme bilinéaire grâce à notre méthode. La matrice de mélange (9.6) utilisée est :

$$\tilde{\mathbf{A}} = \begin{bmatrix} 1 & 5 & 2 \\ 2 & 2 & 5 \end{bmatrix} \quad (9.17)$$

Ces deux mélanges sont représentés en figure 9.9.

Pour cet exemple, il faut  $\mu = 2/5$  pour séparer les termes linéaires du terme bilinéaire comme dans la relation (9.9). Nous testons alors notre méthode sur l'intervalle de valeurs  $\mu \in [0.1, 0.7]$  par pas de 0.01. Pour le paramètre  $p$ , nous avons choisi empiriquement  $p = 99.5\%$ . Les résultats

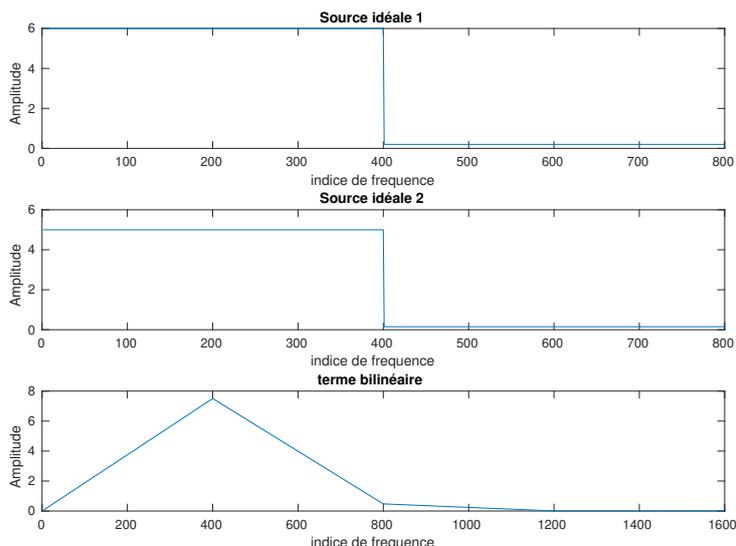


FIGURE 9.8 – Les 3 spectres idéaux considérés dans le cas bilinéaire

obtenus avec notre algorithme 3 sont donnés en figure 9.10 montrant les fréquences maximales estimées pour chaque valeur de  $\mu$ . On constate qu'ici la limite fréquentielle minimale trouvée est bien aux alentours de 400 (de 399 à 400), correspondant à la fréquence maximale de  $\mathbf{s}_1$  et  $\mathbf{s}_2$ , cependant là encore c'est une plage de valeurs de  $\mu$  allant de 0.36 à 0.48 qui correspond à cette fréquence incluant la bonne valeur de 0.4.

La méthode d'Ando et al. [Ando et al., 2014] quant à elle, a obtenu les résultats montrés en figure 9.11. Leur critère est minimal lorsque  $\mu = 0.43$ . Comme précédemment, leur critère a l'avantage de ne désigner qu'un seul coefficient de suppression estimé, mais ne donne cependant pas non plus la valeur attendue de 0.4.

### 9.5.2 Signaux réels

Les résultats obtenus sur signaux idéaux sont encourageants, cependant il est important de valider l'efficacité de notre méthode de démixage en l'appliquant dans le cas de signaux réalistes, et notamment dans le cas de spectres de réflectance issus de la télédétection. En effet, il faut s'assurer que ces spectres de réflectance respectent les propriétés demandées, et il faut également s'assurer du bon fonctionnement de cette méthode dans des conditions réalistes.

**Cas d'un mélange LI** Les spectres utilisés pour nos tests sont générés en utilisant les spectres réels issus de la base de données MEMOIRES de l'ONERA<sup>2</sup>. Ces spectres ne sont pas échantillonnés régulièrement, les longueurs d'onde les plus basses sont deux fois plus échantillonnées. Nous avons donc sous-échantillonné (pris un échantillon sur deux) cette zone des spectres pour obtenir un échantillonnage régulier par pas de 20 nm, entre 400 et 2480 nm (soit 105 longueurs d'onde). Les spectres ainsi générés sont montrés en figure 9.12. Cette figure représente 2 spectres sources de matériaux : le premier spectre est un spectre d'asphalte, et le deuxième est un spectre d'herbe, deux matériaux usuels en milieux urbains. On voit que ces deux spectres paraissent assez différents avec plus de variations pour l'herbe, et un spectre assez lisse pour l'asphalte avec quelques variations rapides de faible amplitude. On observe leurs TF en figure 9.13. Afin de diminuer l'amplitude du pic en 0 de ces TF, nous avons centré les spectres de réflectance. Les TF des spectres centrés ainsi obtenues sont montrées en figure 9.14. On remarque que leurs TF ont

<sup>2</sup>base de données disponible à l'adresse <https://www.onera.fr/fr/dota/memoires>

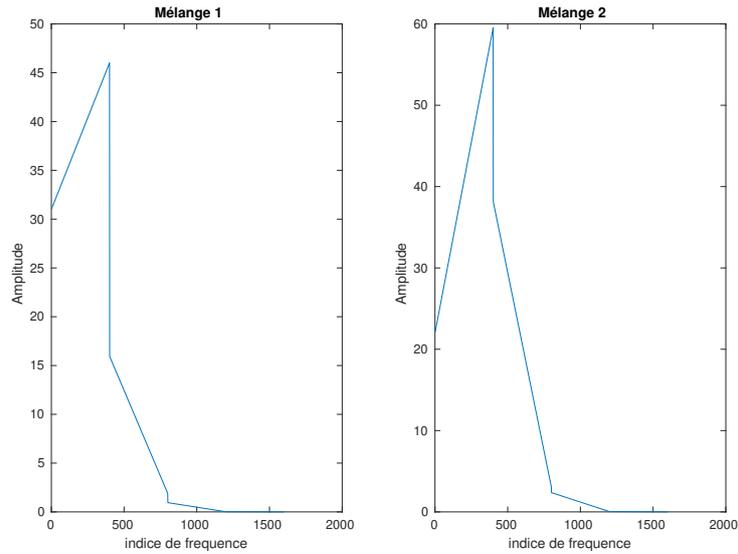
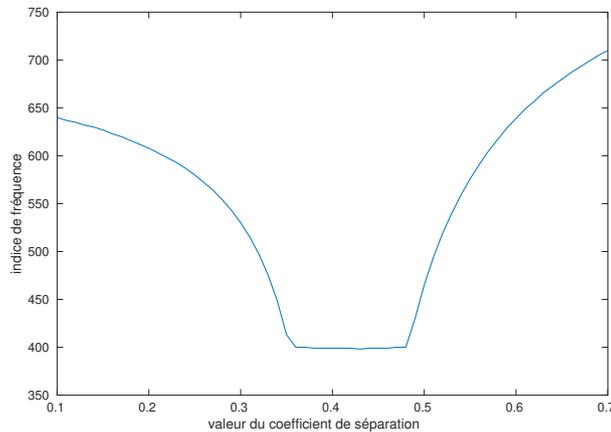


FIGURE 9.9 – Mélanges bilinéaires générés

FIGURE 9.10 – Évolution de la fréquence maximale du signal  $y$  en fonction de la valeur  $\mu$  pour le cas bilinéaire avec signaux idéaux

une coupure fréquentielle bien moins marquée que les spectres idéaux. Pour cet exemple, c'est la TF de la source 1 qui semble avoir la plus large occupation fréquentielle, car l'amplitude haute fréquence est plus grande que celle de la source 2. Du fait que l'information spectrale décroît lentement et qu'il est difficile de percevoir les fréquences maximales de chaque signal, on décide donc pour l'application des méthodes de ne pas tenir compte des 5 premières fréquences positives (et donc négatives). Cela permet de régler plus précisément les paramètres des approches, i.e.  $p$  pour notre critère et la fréquence maximale pour le critère d'Ando et al.. L'énergie cumulée ne sera donc pas calculée sur les plus basses fréquences, cependant cela ne change en rien le principe des deux méthodes testées.

On mélange alors nos sources comme dans la relation (9.15) utilisée pour l'application sur signaux idéaux. On sait alors que le  $\mu$  recherché pour séparer les sources est égal à 0.5. Ici, les signaux réels ayant une diminution de l'information fréquentielle bien plus douce, nous allons tester plusieurs valeurs pour le paramètre  $p$  représentant le pourcentage de l'énergie cumulée à partir duquel on considère qu'il n'y a plus d'information spectrale dans le signal. Les résultats obtenus pour notre méthode de séparation sont montrés en figure 9.15. On voit ici que nous n'arrivons pas à séparer nos sources puisque pour toutes les valeurs  $p$  testées, nous trouvons

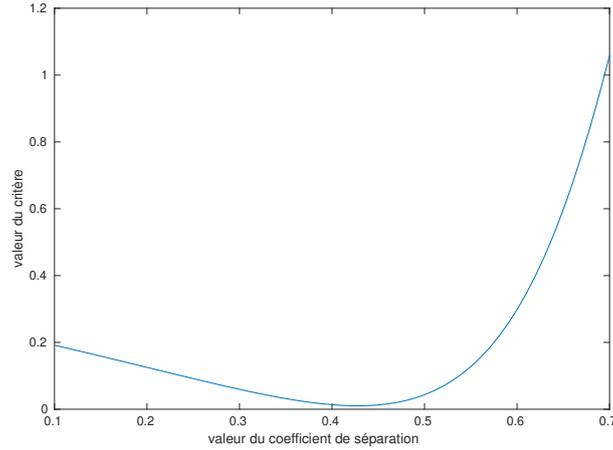


FIGURE 9.11 – Évolution du critère de Ando et al. en fonction de la valeur  $\mu$  pour le cas bilinéaire avec signaux idéaux

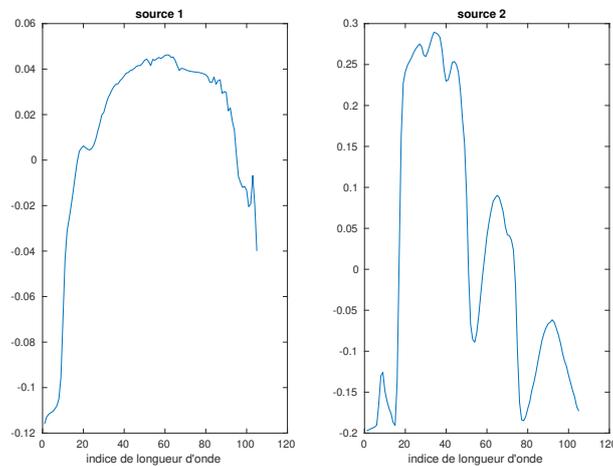


FIGURE 9.12 – Spectres de réflectance générés à partir de spectres réels

globalement la même fréquence maximale pour toutes ces valeurs et non pas une fréquence maximale plus faible pour  $\mu = 0.5$ .

On compare nos résultats à ceux obtenus avec la méthode d'Ando et al. en figure 9.16. Cette fois-ci, c'est directement la fréquence maximale du signal que nous faisons varier pour évaluer ce critère. On voit que là non plus nous n'arrivons pas à séparer les sources puisqu'on obtient une valeur d'énergie à peu près semblable pour tous les coefficients de séparation testés.

On en déduit ici que les spectres réels ne semblent pas adaptés aux critères de séparation testés. La douceur de la diminution fréquentielle et l'absence de fréquence maximale «nette» nous empêchent de bien séparer les sources.

**Cas d'un mélange bilinéaire** On souhaite également tester la suppression d'une contribution bilinéaire dans des conditions réalistes. On choisit cette fois-ci deux spectres de réflectance semblables, pour qu'ils aient une étendue fréquentielle similaire, et que le terme bilinéaire ait donc une étendue supérieure comme indiqué dans la sous-section 9.2 présentant les conditions d'application de notre méthode. On sélectionne donc dans la base de données MEMOIRES les spectres des matériaux présentés en figure 9.17 : les spectres de réflectance de l'asphalte et de la terre. On voit bien sur cette figure que les spectres sont similaires, avec une variation assez lente

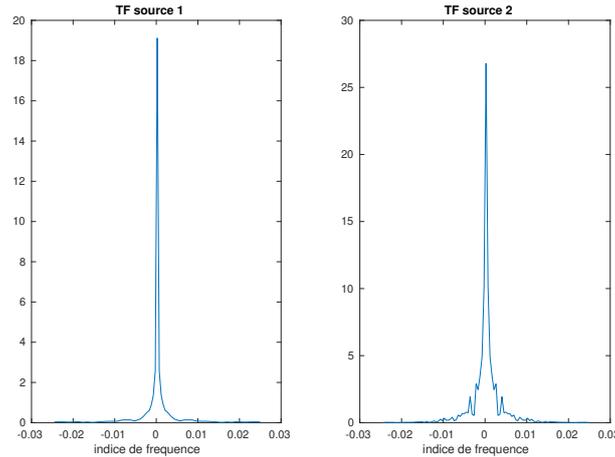


FIGURE 9.13 – TF des spectres sources de réflectance non centrés

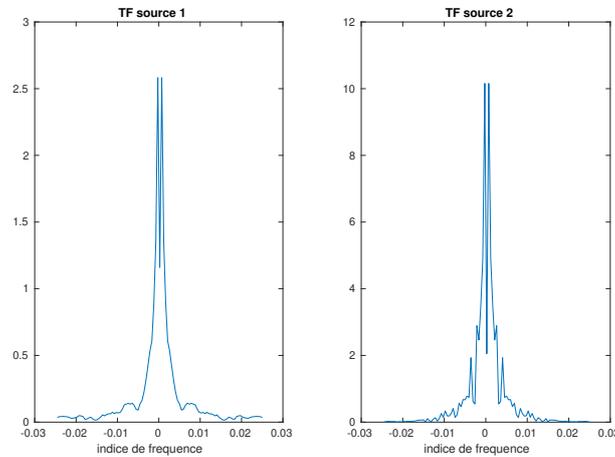


FIGURE 9.14 – TF des spectres sources de réflectance centrés

qui croît au début de la gamme de longueurs d'onde puis décroît en fin de spectre.

On observe ensuite les TF de ces trois sources étendues (les 2 sources et le terme bilinéaire) en figure 9.18. On voit que les 3 TF sont assez similaires. Comme précédemment, l'information spectrale décroît lentement, de plus le pic d'énergie en 0 est assez important, on ne tient donc pas compte des 5 premières fréquences positives et négatives. Nous testons des plages de valeurs pour les deux paramètres d'estimation des approches, pour voir l'influence de ces paramètres sur les méthodes de suppression du terme non linéaire.

On mélange nos sources avec la matrice de mélange (9.6) suivante

$$\tilde{\mathbf{A}} = \begin{bmatrix} 1 & 1/3 & 1/2 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}, \quad (9.18)$$

puis on applique les deux approches de séparation. Les résultats obtenus avec notre critère sont montrés en figure 9.19. On remarque que là encore notre méthode ne parvient pas à séparer le terme bilinéaire car la fréquence maximale devrait être minimale pour un coefficient de séparation  $\mu = 0.5$ . Or ici le minimum est trouvé pour  $\mu = 0.9$  quelle que soit la valeur du paramètre  $p$  testée. Pour ce modèle de mélange comme pour le mélange LI, la forme des TF des spectres de réflectance testés ne semble pas adaptée à notre critère de suppression du terme bilinéaire.

Pour le critère d'Ando et al., les résultats sont montrés en figure 9.20. Cette approche fonc-

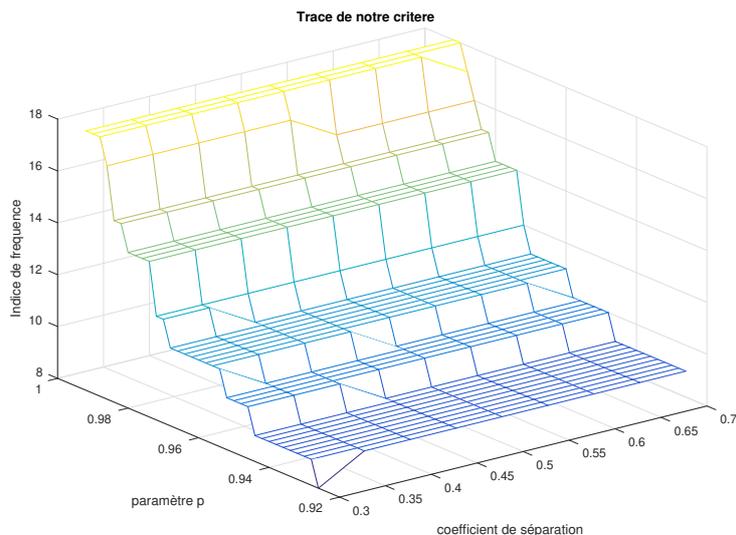


FIGURE 9.15 – Évolution de l'indice de la fréquence maximale trouvée selon la valeur du paramètre  $p$  et la valeur du coefficient de séparation  $\mu$

tionne mieux sur cette application car le minimum est trouvé pour  $\mu = 0.55$ , ce qui reste assez proche de la solution attendue  $\mu = 0.5$ , et ce quelle que soit la fréquence maximale du signal considérée pour le calcul de leur critère.

## 9.6 Conclusion et perspectives

Dans ce chapitre nous avons développé une première approche basée sur l'occupation fréquentielle des spectres de réflectance, dans le cas d'un mélange LI et dans le cas d'un mélange bilinéaire, pour deux sources à estimer. Pour le premier cas, le seul a priori nécessaire sur les sources est une fréquence maximale de la TF d'une première source significativement inférieure à celle de la deuxième source. Pour le deuxième cas, les deux TF des spectres sources doivent avoir une fréquence maximale similaire pour que le terme bilinéaire ait une fréquence maximale notablement supérieure. Nous avons établi un critère de séparation dépendant du modèle de mélange et de ces a priori qui a pour avantage d'être facile à implémenter.

Afin d'analyser l'intérêt de notre approche et de valider notre critère, nous avons effectué des tests tout d'abord sur signaux idéaux, c'est-à-dire des TF de type signal porte avec une coupure nette et une fréquence maximale facile à déterminer. Ces premiers tests ont donné des résultats intéressants bien que pas assez discriminants. Afin de comparer notre approche avec des approches similaires de la littérature nous avons également appliqué ces tests à la méthode présentée dans les travaux [Ando et al., 2014] pour le cas de mélange bilinéaire. Nous avons montré que cette méthode pouvait s'appliquer dans le cas de mélanges LI. Pour les deux types de mélanges, nous avons obtenu des résultats assez encourageants. Notre méthode semblait moins discriminante que celle de Ando et al. puisqu'elle fournissait une plage de valeurs pour le coefficient de suppression, mais semblait inclure dans cette plage la valeur attendue ce qui montrait l'intérêt de notre critère de séparation. Cependant, lorsque nous avons appliqué ces approches à des signaux réalistes, notre critère n'a pas pu séparer les sources dans les deux cas de mélange testés. La méthode d'Ando et al. quant à elle a permis d'obtenir une estimation approximative dans le cas bilinéaire, il serait intéressant de la tester sur un plus grand jeu de données pour pouvoir conclure sur ses performances. Dans le cas LI par contre, la méthode n'a pu séparer les sources. Ces résultats ont alors démontré que bien que les méthodes soient intéressantes, les spectres de réflectance issus de

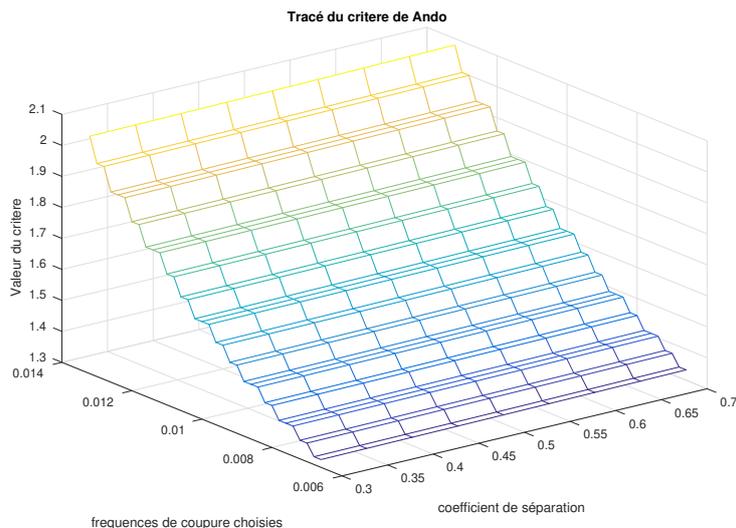


FIGURE 9.16 – Évolution du critère de Ando et al. selon la fréquence maximale considérée et la valeur du coefficient de séparation  $\mu$

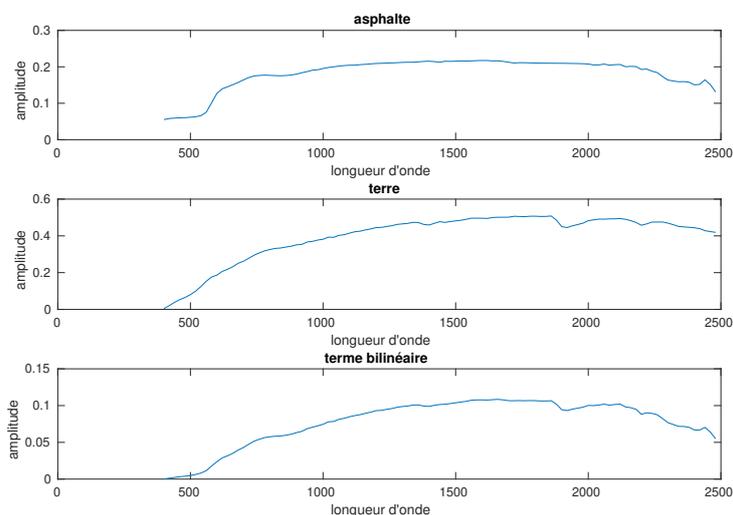


FIGURE 9.17 – Spectres de réflectance générés pour le mélange bilinéaire

la télédétection ne semblent pas adaptés aux conditions d'application requises par ces approches. Deux solutions sont alors envisageables pour nos travaux :

- appliquer notre critère à des signaux d'autres domaines d'application comme par exemple en chimie. En effet, les travaux de Ando et al. [Ando et al., 2014] ont été développés pour des mélanges bilinéaires, assez usuels en chimie, mais n'ont été appliqués qu'à des signaux simulés. Il pourrait donc être intéressant d'appliquer leur méthode et la nôtre à des signaux réels ayant une TF avec une coupure fréquentielle plus nette et d'évaluer l'efficacité des deux approches dans ce contexte.
- développer un critère de séparation plus adapté aux spectres de réflectance en télédétection.

Cependant, les résultats peu encourageants obtenus sur des scénarios réalistes nous ont poussés à laisser de côté cette méthode, afin de nous concentrer sur une autre approche. Cette dernière possède un critère de séparation adapté au modèle de mélange bilinéaire, et est moins restrictive sur les propriétés des sources. Nous allons exposer cette approche dans le chapitre suivant.

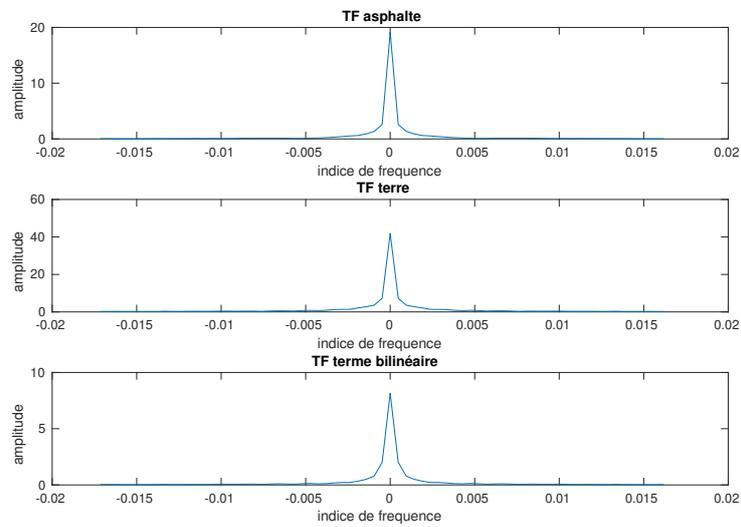


FIGURE 9.18 – TF des spectres de réflectance des sources étendues

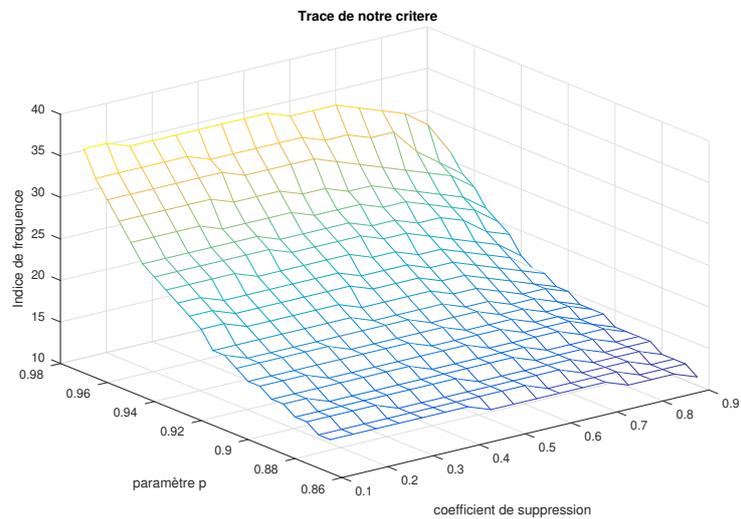


FIGURE 9.19 – Évolution de l'indice de la fréquence maximale trouvée selon la valeur du paramètre  $p$  et la valeur du coefficient de suppression  $\mu$ , dans le cas d'un mélange bilinéaire

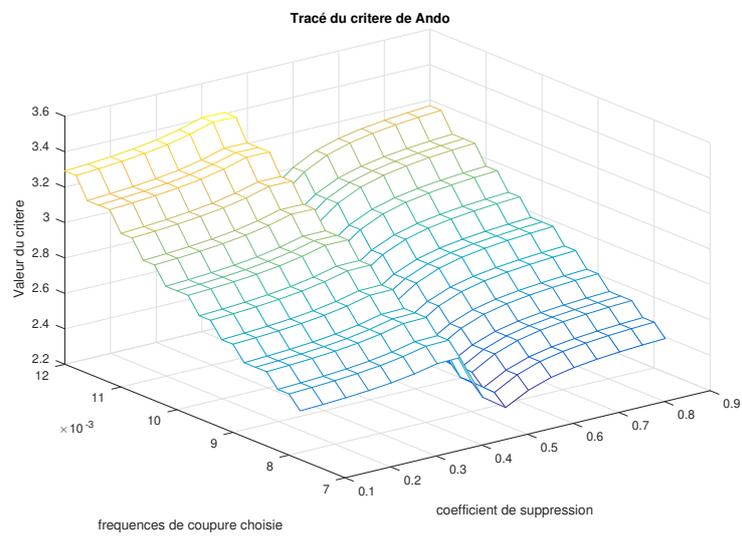


FIGURE 9.20 – Évolution du critère de Ando et al. selon la fréquence maximale considérée et la valeur du coefficient de suppression  $\mu$ , dans le cas d'un mélange bilinéaire

## Chapitre 10

# Travaux fondés sur la corrélation des sorties du système de séparation

Nous explorons dans ce chapitre une nouvelle approche de démélange, qui a pour but de reposer le moins possible sur le type de données, et donc les différents a priori classiques de la littérature (tels que l'indépendance statistique ou la parcimonie des données), afin de pouvoir utiliser cette approche dans le cas du démélange en milieux urbains, mais qui pourrait également être applicable dans d'autres domaines avec des propriétés similaires. Pour cela, nous avons développé une méthode de séparation reposant sur les propriétés du type de mélange étudié : le mélange linéaire quadratique (LQ). Dans le cadre de nos travaux, nous nous sommes restreints au mélange bilinéaire de deux spectres afin de simplifier le développement mathématique du critère de séparation. Cette méthode appelée *BOCSS*, pour *Bilinear Output Correlation-based Source Separation* en anglais, est basée comme son nom l'indique sur la corrélation des sorties du système de séparation, et a fait l'objet d'une publication dans des Actes de conférence [Guerrero et al., 2018].

Dans ce chapitre, nous allons tout d'abord présenter en détail le principe de séparation utilisé pour construire notre méthode. Une preuve d'unicité de la solution sera également fournie. Nous expliciterons ensuite l'algorithme de notre méthode. Dans la section suivante, nous exposerons les conditions de test, et nous présenterons une méthode issue de la littérature permettant de situer notre approche par rapport à l'état de l'art. Enfin, nous conclurons sur ces travaux et nous discuterons des perspectives pour notre méthode.

### 10.1 Principe de séparation

Dans ces travaux, le modèle de mélange bilinéaire considéré est identique au modèle (9.2) tiré des travaux [Meganem et al., 2014a] et utilisé au chapitre précédent. Nous nous intéressons à un mélange de  $N = 2$  sources, et nous considérons le cas sur-déterminé c'est-à-dire  $P = N + K = 3$  observations, avec  $K = 1$  le nombre de contributions non linéaires appelées également termes bilinéaires. On a donc :

$$\begin{aligned} \mathbf{x}(\lambda) &= \tilde{\mathbf{A}}\tilde{\mathbf{s}}(\lambda) \\ \begin{bmatrix} x_1(\lambda) \\ x_2(\lambda) \\ x_3(\lambda) \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} a_{1,1} & a_{1,2} & b_{1,1,2} \\ a_{2,1} & a_{2,2} & b_{2,1,2} \\ a_{3,1} & a_{3,2} & b_{3,1,2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s_1(\lambda) \\ s_2(\lambda) \\ s_1(\lambda) \cdot s_2(\lambda) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (10.1)$$

avec  $\mathbf{x}$  les observations,  $a_{i,j}$  et  $b_{i,k,l}$  les coefficients de mélange, et  $\tilde{\mathbf{s}}$  les sources étendues.  $\mathbf{s}_1 \odot \mathbf{s}_2$  est le terme bilinéaire. On a ici 2 sources et  $N + K = 3$  sources étendues.

Le système de séparation proposé est construit tel que :

$$\mathbf{y}(\lambda) = \mathbf{C}\mathbf{x}(\lambda) \quad (10.2)$$

$$\begin{bmatrix} y_1(\lambda) \\ y_2(\lambda) \\ y_3(\lambda) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{1,1} & c_{1,2} & c_{1,3} \\ c_{2,1} & c_{2,2} & c_{2,3} \\ c_{3,1} & c_{3,2} & c_{3,3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(\lambda) \\ x_2(\lambda) \\ x_3(\lambda) \end{bmatrix}$$

avec  $\mathbf{C}$  la matrice de séparation et  $\mathbf{y}(\lambda)$  les sorties du système représentant les sources étendues estimées. Chacune de ces sources estimées s'écrit :

$$y_i(\lambda) = c_{i1}x_1(\lambda) + c_{i2}x_2(\lambda) + c_{i3}x_3(\lambda) \quad i \in \{1, 2, 3\}. \quad (10.3)$$

Le principe ici est donc de construire les sorties  $\mathbf{y}_i$  en combinant linéairement les observations  $\mathbf{x}_i$ , afin d'estimer chaque source étendue dans chaque sortie  $\mathbf{y}_i$  aux indéterminations près (permutations et facteurs d'échelle). Le critère à maximiser, utilisé dans la méthode BOCSS proposée, s'écrit :

$$J_{BOCSS}(\mathbf{C}) = \rho^2(\mathbf{y}_1 \odot \mathbf{y}_2, \mathbf{y}_3) \quad (10.4)$$

avec  $\rho$  le coefficient de corrélation défini par  $\rho(\mathbf{u}, \mathbf{v}) = \frac{\langle \mathbf{u}, \mathbf{v} \rangle}{\|\mathbf{u}\| \cdot \|\mathbf{v}\|}$ . Pour que  $J_{BOCSS}$  soit défini, la condition suivante doit être respectée.

**Condition 1.**  $\mathbf{y}_1$ ,  $\mathbf{y}_2$  et  $\mathbf{y}_3$  doivent être non nuls.

Ce critère (10.4) est cohérent car, si séparation il y a, on a :

$$\begin{cases} \mathbf{y}_1 = \alpha_1 \mathbf{s}_1 \\ \mathbf{y}_2 = \alpha_2 \mathbf{s}_2 \\ \mathbf{y}_3 = \alpha_3 \mathbf{s}_1 \odot \mathbf{s}_2 \end{cases} \quad \text{ou} \quad \begin{cases} \mathbf{y}_1 = \beta_1 \mathbf{s}_2 \\ \mathbf{y}_2 = \beta_2 \mathbf{s}_1 \\ \mathbf{y}_3 = \beta_3 \mathbf{s}_1 \odot \mathbf{s}_2 \end{cases} \quad (10.5)$$

avec  $\alpha_i, \beta_i$  des facteurs d'échelle. Ce résultat (10.5) montre alors que lorsqu'il y a séparation, le produit terme à terme de  $\mathbf{y}_1$  et  $\mathbf{y}_2$  est proportionnel à  $\mathbf{y}_3$ .

Le but de notre approche est donc d'estimer les sources en adaptant la matrice de séparation  $\mathbf{C}$ , afin de maximiser la corrélation entre le produit des deux premières sorties et la troisième et obtenir une des solutions de (10.5) : lorsque  $J_{BOCSS} = 1$  la corrélation est parfaite, et les signaux sont bien estimés aux indéterminations près. Un avantage non négligeable du critère de séparation (10.4) est l'unicité de solution de sa maximisation, sous certaines conditions, que nous allons démontrer dans la sous-section suivante.

### 10.1.1 Séparabilité

Afin de démontrer cette unicité, on considère le système de séparation suivant :

$$\begin{aligned} \mathbf{y}(\lambda) &= \mathbf{C}\tilde{\mathbf{A}}\tilde{\mathbf{s}}(\lambda) \\ &= \mathbf{G}\tilde{\mathbf{s}}(\lambda) \end{aligned} \quad (10.6)$$

avec  $\mathbf{G}$  contenant la matrice de mélange  $\tilde{\mathbf{A}}$  et la matrice de séparation  $\mathbf{C}$ . On a alors  $\mathbf{y}_i$  qui dépend directement des coefficients  $g_{i,j}$  comme suit :

$$y_i(\lambda) = g_{i,1}s_1(\lambda) + g_{i,2}s_2(\lambda) + g_{i,3}s_1(\lambda)s_2(\lambda) \quad (10.7)$$

en considérant toujours le cas déterminé  $P = 3$  observations pour 3 sources étendues, et  $i \in \{1, \dots, P\}$ . Notre critère  $J_{BOCSS}$  défini en (10.4) est basé sur la comparaison entre le produit

terme à terme de  $\mathbf{y}_1$  et  $\mathbf{y}_2$ , et  $\mathbf{y}_3$ , or si on développe le produit  $\mathbf{y}_1 \odot \mathbf{y}_2$  en utilisant la relation (10.7), on a :

$$\begin{aligned} \mathbf{y}_1 \odot \mathbf{y}_2 &= (g_{1,1}\mathbf{s}_1 + g_{1,2}\mathbf{s}_2 + g_{1,3}\mathbf{s}_1 \odot \mathbf{s}_2) \odot (g_{2,1}\mathbf{s}_1 + g_{2,2}\mathbf{s}_2 + g_{2,3}\mathbf{s}_1 \odot \mathbf{s}_2) \\ &= g_{1,1}g_{2,1}\mathbf{s}_1 \odot \mathbf{s}_1 + (g_{1,1}g_{2,2} + g_{1,2}g_{2,1})\mathbf{s}_1 \odot \mathbf{s}_2 + g_{1,2}g_{2,2}\mathbf{s}_2 \odot \mathbf{s}_2 \\ &\quad + (g_{1,1}g_{2,3} + g_{1,3}g_{2,1})\mathbf{s}_1 \odot \mathbf{s}_1 \odot \mathbf{s}_2 + (g_{1,2}g_{2,3} + g_{1,3}g_{2,2})\mathbf{s}_1 \odot \mathbf{s}_2 \odot \mathbf{s}_2 \\ &\quad + g_{1,3}g_{2,3}\mathbf{s}_1 \odot \mathbf{s}_1 \odot \mathbf{s}_2 \odot \mathbf{s}_2. \end{aligned} \quad (10.8)$$

Avec cette relation, on voit qu'il est nécessaire que la condition suivante soit respectée pour que  $\mathbf{y}_1 \odot \mathbf{y}_2$  ne soit pas corrélé avec  $\mathbf{y}_3$ , c'est-à-dire pour que le critère  $J_{BOCSS}$  ne soit pas égal à 1, avant la séparation.

**Condition 2.** *les huit vecteurs  $\mathbf{s}_1$ ,  $\mathbf{s}_2$ ,  $\mathbf{s}_1 \odot \mathbf{s}_1$ ,  $\mathbf{s}_1 \odot \mathbf{s}_2$ ,  $\mathbf{s}_2 \odot \mathbf{s}_2$ ,  $\mathbf{s}_1 \odot \mathbf{s}_1 \odot \mathbf{s}_2$ ,  $\mathbf{s}_1 \odot \mathbf{s}_2 \odot \mathbf{s}_2$ ,  $\mathbf{s}_1 \odot \mathbf{s}_1 \odot \mathbf{s}_2 \odot \mathbf{s}_2$  doivent être linéairement indépendants.*

En respectant les conditions 1 et 2,  $J_{BOCSS}$  est égal à 1 si et seulement si la sortie  $\mathbf{y}_3$  est colinéaire à  $\mathbf{y}_1 \odot \mathbf{y}_2$ , donc si et seulement si :

1.  $\mathbf{y}_3$  est colinéaire à  $\mathbf{s}_1 \odot \mathbf{s}_2$ , c'est-à-dire si, pour l'expression (10.7) avec  $i = 3$ , la condition suivante est respectée :

$$g_{3,1} = g_{3,2} = 0. \quad (10.9)$$

2.  $\mathbf{y}_1 \odot \mathbf{y}_2$  est colinéaire à  $\mathbf{s}_1 \odot \mathbf{s}_2$ , c'est-à-dire si pour l'expression (10.8) la condition suivante est respectée :

$$\mathbf{y}_1 \odot \mathbf{y}_2 = (g_{1,1}g_{2,2} + g_{1,2}g_{2,1})\mathbf{s}_1 \odot \mathbf{s}_2, \quad (10.10)$$

ce qui correspond aux contraintes suivantes

$$\begin{cases} g_{1,1}g_{2,1} = 0 \\ g_{1,2}g_{2,2} = 0 \\ (g_{1,1}g_{2,3} + g_{1,3}g_{2,1}) = 0 \\ (g_{1,2}g_{2,3} + g_{1,3}g_{2,2}) = 0 \\ g_{1,3}g_{2,3} = 0 \end{cases} \quad (10.11)$$

De plus, la relation (10.10), combinée avec la condition 1, amènent la contrainte

$$\begin{cases} g_{1,1}g_{2,2} \neq 0 \\ \text{ou} \\ g_{1,2}g_{2,1} \neq 0 \end{cases} \quad (10.12)$$

Les deux inégalités (10.12) sont mutuellement exclusives car si les deux termes sont non nuls, alors la première condition dans (10.11) ne pourrait être respectée, et cela mènerait à une contradiction.

À partir des relations (10.11) et (10.12), on remarque qu'il existe alors deux cas possibles pour avoir la colinéarité entre les vecteurs  $\mathbf{y}_1 \odot \mathbf{y}_2$  et  $\mathbf{y}_3$ .

- Le premier cas possible est :

$$g_{1,1} = 0 \quad \text{impliquant} \quad \begin{cases} g_{1,2} \neq 0 \\ g_{2,1} \neq 0 \end{cases} \quad (10.13)$$

L'équation (10.10) devient

$$\mathbf{y}_1 \odot \mathbf{y}_2 = g_{1,2}g_{2,1}\mathbf{s}_1 \odot \mathbf{s}_2, \quad (10.14)$$

et les contraintes sur les coefficients  $g_{i,j}$  (10.11) et (10.12) deviennent

$$\begin{cases} g_{1,2} \neq 0 & \text{alors} & g_{2,2} = 0 \\ (g_{1,1}g_{2,3} + g_{1,3}g_{2,1}) = g_{1,3}g_{2,1} = 0 & \text{alors} & g_{1,3} = 0 \\ (g_{1,2}g_{2,3} + g_{1,3}g_{2,2}) = g_{1,2}g_{2,3} = 0 & \text{alors} & g_{2,3} = 0 \end{cases} \quad (10.15)$$

Avec ces contraintes, la relation (10.7) pour  $i = 1$  et  $i = 2$  donne

$$\begin{aligned} \mathbf{y}_1 &= g_{1,2}\mathbf{s}_2 \\ \mathbf{y}_2 &= g_{2,1}\mathbf{s}_1 \end{aligned} \quad (10.16)$$

on voit que chaque sortie est bien proportionnelle à une source. Pour ce cas, on a donc la matrice  $\mathbf{G}$  suivante :

$$\mathbf{G}_1 = \begin{bmatrix} 0 & g_{1,2} & 0 \\ g_{2,1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & g_{3,3} \end{bmatrix} \quad (10.17)$$

- Le seul autre cas possible est le cas :

$$g_{1,1} \neq 0 \quad \text{impliquant} \quad \begin{cases} g_{2,1} = 0 \\ g_{2,2} \neq 0 \end{cases}. \quad (10.18)$$

toujours d'après les conditions sur les coefficients  $g_{i,j}$  (10.11) et (10.12). La relation (10.10) devient alors

$$\mathbf{y}_1 \odot \mathbf{y}_2 = g_{1,1}g_{2,2}\mathbf{s}_1 \odot \mathbf{s}_2, \quad (10.19)$$

et les contraintes sur (10.11) et (10.12) deviennent

$$\begin{cases} g_{2,2} \neq 0 & \text{alors} & g_{1,2} = 0 \\ (g_{1,1}g_{2,3} + g_{1,3}g_{2,1}) = g_{1,1}g_{2,3} = 0 & \text{alors} & g_{2,3} = 0 \\ (g_{1,2}g_{2,3} + g_{1,3}g_{2,2}) = g_{1,3}g_{2,2} = 0 & \text{alors} & g_{1,3} = 0 \end{cases}. \quad (10.20)$$

Avec ces contraintes, les sorties  $\mathbf{y}_i$  (10.7) pour  $i = 1$  et  $i = 2$  donnent

$$\begin{aligned} \mathbf{y}_1 &= g_{1,1}\mathbf{s}_1 \\ \mathbf{y}_2 &= g_{2,2}\mathbf{s}_2 \end{aligned} \quad (10.21)$$

et la matrice  $\mathbf{G}$  obtenue dans ce cas est :

$$\mathbf{G}_2 = \begin{bmatrix} g_{1,1} & 0 & 0 \\ 0 & g_{2,2} & 0 \\ 0 & 0 & g_{3,3} \end{bmatrix}. \quad (10.22)$$

De cette analyse, on conclut que si les conditions 1 et 2 sont respectées, alors le critère  $J_{BOCSS}$  atteint son maximum global si, et seulement si,  $\mathbf{y}_1$  et  $\mathbf{y}_2$  sont proportionnels aux sources, et  $\mathbf{y}_3$  est proportionnel à leur produit terme à terme. Cette méthode nous garantit donc la séparabilité.

**Remarque :** on voit que notre méthode est moins contraignante que la majorité des méthodes standard de l'état de l'art reposant sur l'indépendance statistique, la parcimonie ou la non négativité des sources, car elle exige seulement la condition 1, et la condition 2 c'est-à-dire l'indépendance linéaire des vecteurs mis en jeu dans cette condition. Or, cette dernière condition est bien vérifiée expérimentalement dans le cas de la télédétection comme nous le verrons dans la section tests 10.2. À notre connaissance, seule la méthode décrite pour un mélange bilinéaire

de deux sources dans [Deville, 2015], puis généralisée à  $N$  sources dans [Deville, 2019], requiert les mêmes propriétés.

### 10.1.2 Algorithme

Pour maximiser le critère  $J_{BOCSS}$  défini en (10.4) en adaptant la matrice de séparation  $\mathbf{C}$  et ses neuf coefficients, et ainsi obtenir la séparation, on utilise la fonction d'optimisation de MATLAB® appelé *fminsearch* : on minimise  $-J_{BOCSS}$ , ce qui revient à maximiser  $J_{BOCSS}$ .

*Remarque* : pour gérer l'indétermination du facteur d'échelle et éviter que les coefficients de  $\mathbf{C}$  tendent vers zéro ou l'infini, nous initialisons  $\mathbf{C}$  avec des valeurs cohérentes comme expliqué ci-dessous. De plus, nous effectuons plusieurs tests pour plusieurs initialisations de la matrice, et nous ajoutons une étape de clustering une fois toutes les solutions obtenues (expliquée ci-dessous) permettant de ne garder que des valeurs de  $\mathbf{C}$  «plausibles».

**Initialisation de la matrice de séparation  $\mathbf{C}$**  Pour ne pas initialiser la matrice de séparation avec des valeurs aberrantes et au vu de notre application, nous décidons d'initialiser la matrice de mélange  $\tilde{\mathbf{A}}$  directement, puisqu'en télédétection les coefficients de mélange sont toujours compris entre 0 et 1 (voir section 9.1 pour plus de détails). Ensuite, nous initialisons  $\mathbf{C}$  avec l'inverse de  $\tilde{\mathbf{A}}$ . Plus de détails sur l'initialisation des matrices seront donnés dans la section 10.2 décrivant les tests effectués durant nos travaux.

Pour assurer une bonne estimation des sources, on effectue  $T$  tests, et donc  $T$  initialisations de la matrice de séparation  $\mathbf{C}_t$ , car les résultats de l'optimisation de  $J_{BOCSS}$  dépendent de cette initialisation. Il est donc nécessaire d'ajouter une étape de traitement des données à la fin de ces  $T$  tests pour sélectionner une matrice de séparation représentative : c'est l'étape de *clustering*.

**Clustering** La sous-section 10.1.1 prouvant la séparabilité de la méthode BOCSS a montré qu'il y avait deux solutions possibles, i.e. deux maxima globaux, au problème d'optimisation du critère  $J_{BOCSS}$ . Cette possibilité de permutation des sources  $\mathbf{s}_1$  et  $\mathbf{s}_2$  dans les signaux de sortie  $\mathbf{y}_1$  et  $\mathbf{y}_2$  peut être gérée de la manière suivante :

1. on regroupe la première et la seconde lignes de toutes les matrices  $\mathbf{C}_t$  enregistrées dans une matrice globale  $\mathbf{C}_{global}$ , correspondant aux coefficients de séparation associés aux deux sorties  $\mathbf{y}_1$  et  $\mathbf{y}_2$  (voir équation (10.2)),
2. puis on garde les médianes des deux clusters obtenus en utilisant la méthode *k-medians* [Theodoridis and Koutroumbas, 2009]. Ces deux médianes forment les deux premières lignes de la matrice de séparation finale  $\mathbf{C}_{final}$ .

Pour la troisième ligne de la matrice  $\mathbf{C}_{final}$  correspondant à la troisième sortie  $\mathbf{y}_3$ , on prend la médiane de toutes les troisièmes lignes des matrices  $\mathbf{C}_t$ . Pour gérer l'indétermination du facteur d'échelle, les trois lignes finales sont divisées par leurs normes respectives.

*Remarque* : afin d'effectuer un premier tri dans les  $\mathbf{C}_t$  estimées après chaque maximisation de  $J_{BOCSS}$ , on vérifie que l'inverse de cette matrice, i.e. la matrice de mélange estimée, est bien positive. En effet, cette propriété des données de télédétection permet d'éliminer une partie des estimations aberrantes (maxima locaux). Le pseudo-code 4 résume la méthode BOCSS dans son intégralité.

### 10.1.3 Variante de la méthode

Une variante de la méthode BOCSS a également été développée afin d'éliminer l'indétermination du facteur d'échelle : on ajoute une contrainte sur la diagonale de la matrice de séparation  $\mathbf{C}$

**Pseudo-code 4** Méthode de démixage BOCSS

---

```

pour tout  $t = 1$  à  $T$  faire
  Initialiser la matrice de mélange  $\tilde{\mathbf{A}}_t^{init}$ 
   $\mathbf{C}_t = inv(\tilde{\mathbf{A}}_t^{init})$ 
  Ajuster  $\mathbf{C}_t$  pour maximiser  $J_{BOCSS}$  défini par (10.4)
  si  $inv(\mathbf{C}_t) \geq 0$  alors
    Enregistrer  $\mathbf{C}_t$  dans  $\mathbf{C}_{global}$ 
  fin si
fin pour
Cluster  $\mathbf{C}_{global}$ 

```

---

consistant à garder cette diagonale constante durant tout le processus de séparation. Cela permet également de réduire le nombre de coefficients à optimiser de 9 à 6. La contrainte appliquée est choisie arbitrairement, et est définie par :

$$c_{i,j} = 1 \quad \text{quand} \quad i = j, \quad (10.23)$$

on contraint donc les éléments sur la diagonale de  $\mathbf{C}$  à 1.

*Remarque :* cette variante peut avoir un intérêt pour accélérer la convergence de l'algorithme puisqu'il y a moins de coefficients à optimiser.

## 10.2 Tests et résultats

Afin d'évaluer l'efficacité de notre méthode, nous l'avons testée sur un mélange artificiel fait à partir de deux sources réelles issues de la base de données hyperspectrales USGS [Kokaly et al., 2017]. Les deux spectres sélectionnés sont des spectres de réflectance de deux sortes de roches ignées. Nous générons deux spectres sources artificiels à partir de ces spectres réels, afin de nous placer dans un cas difficile où les signaux contiennent peu d'échantillons spectraux : un échantillon des sources ainsi créé correspond à la moyenne de  $L$  échantillons adjacents des vrais spectres. On a alors :

$$\mathbf{s}_j(ind) = \frac{1}{L} \sum_{m=(ind-1)*L+1}^{ind*L} \mathbf{s}_j^{reel}(m) \quad (10.24)$$

avec  $L$  le nombre d'échantillons moyennés du spectre réel  $\mathbf{s}_j^{reel}$ ,  $ind$  l'indice de longueur d'onde considéré et  $\mathbf{s}_j$  le spectre généré. Les spectres réels issus de la base USGS ont 2000 échantillons. Ce sous-échantillonnage nous permet de tester le cas multispectral où nous disposons d'une dizaine d'échantillons spectraux et le cas hyperspectral avec une centaine d'échantillons. En figure 10.1, nous montrons les spectres générés pour  $L = 20$ , c'est-à-dire pour le cas hyperspectral avec 100 échantillons spectraux.

Il est important ici de vérifier que ces sources générées respectent la condition 2 portant sur l'indépendance linéaire des 8 vecteurs  $\mathbf{s}_1, \mathbf{s}_2, \mathbf{s}_1 \odot \mathbf{s}_1, \mathbf{s}_1 \odot \mathbf{s}_2, \mathbf{s}_2 \odot \mathbf{s}_2, \mathbf{s}_1 \odot \mathbf{s}_1 \odot \mathbf{s}_2, \mathbf{s}_1 \odot \mathbf{s}_2 \odot \mathbf{s}_2, \mathbf{s}_1 \odot \mathbf{s}_1 \odot \mathbf{s}_2 \odot \mathbf{s}_2$ , pour valider la séparabilité des sources avec notre méthode. Pour cela on crée une matrice contenant ces 8 vecteurs et on calcule le rang de cette matrice. Si indépendance linéaire il y a, alors la matrice doit être de rang plein. Ici, le rang de la matrice est de 8, donc l'indépendance est bien respectée.

**Création de la matrice de mélange** Pour créer les observations à partir des sources définies ci-dessus, nous construisons la matrice de mélange  $\tilde{\mathbf{A}}$  de manière à respecter les propriétés des

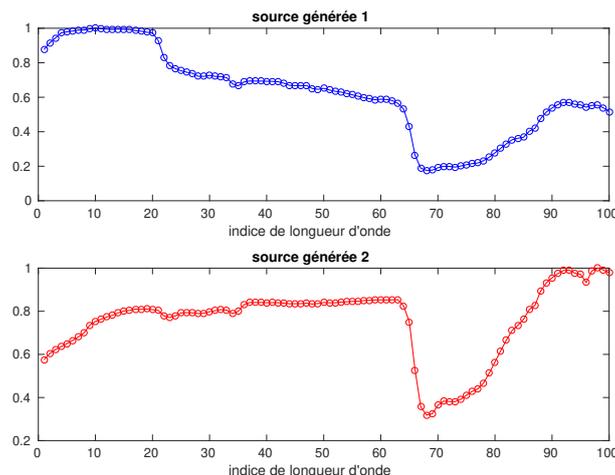


FIGURE 10.1 – Spectres des deux sources générées de 100 échantillons en fonction des indices de longueur d’onde

coefficients de mélange décrites en sous-section 9.1 :

- les coefficients  $a_{i,j}$  correspondant aux termes linéaires sont uniformément distribués dans  $[0, 1]$ , puis sont divisés par leur somme afin de respecter la contrainte de somme à 1,
- les coefficients  $b_{i,j,k}$  sont uniformément distribués sur  $[0, 0.3]$

Pour nos tests, les 3 spectres mélangés générés sont montrés en figure 10.2.

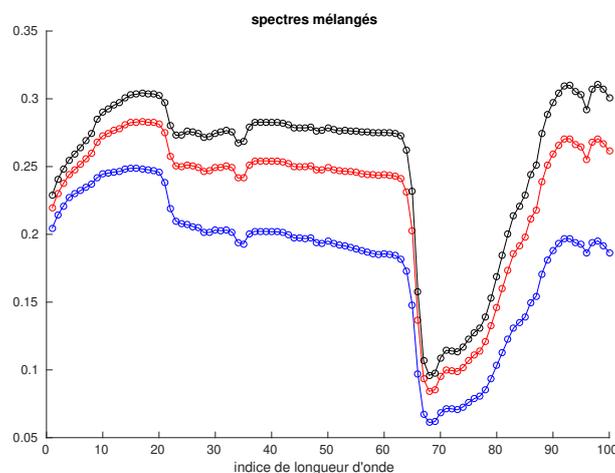


FIGURE 10.2 – Les 3 spectres observés utilisés pour les tests

**Robustesse à l’initialisation** Pour évaluer la robustesse de notre méthode à l’initialisation, nous testons plusieurs initialisations de la matrice de séparation  $\mathbf{C}$  : on initialise cette matrice à l’inverse de la vraie matrice de mélange  $\tilde{\mathbf{A}}$  et on ajoute du bruit uniforme proportionnel à 10, 20, 50 et 100% des valeurs considérées de  $inv(\tilde{\mathbf{A}})$ , tel que

$$\mathbf{C}_t = inv(\tilde{\mathbf{A}}) + \eta_{\mathbf{C}_t} inv(\tilde{\mathbf{A}}) \odot \mathbf{B}_{\mathbf{C}_t} \quad (10.25)$$

avec  $inv(\tilde{\mathbf{A}})$  la vraie matrice de séparation,  $\eta_{\mathbf{C}_t}$  le pourcentage de bruit ajouté et  $\mathbf{B}_{\mathbf{C}_t}$  le bruit uniforme sur l’intervalle  $-\frac{1}{2}$  à  $\frac{1}{2}$  ajouté. On teste également le cas d’une initialisation aléatoire,

comme décrit au paragraphe 10.1.2.

**Critère de performances** Le critère utilisé pour évaluer la méthode est le NRMSE défini dans [Deville, 2015] par :

$$NRMSE = \frac{\sqrt{\min_{i \neq j \in \{1,2\}} (F_{ij})}}{\sqrt{\|s_1\|^2 + \|s_2\|^2}} \quad (10.26)$$

avec  $s_j$  les sources à estimer, i.e. les sources artificielles que l'on a générées, et où  $F_{ij}$  représente

$$\min_{\epsilon_1 = \pm 1} \left( \|s_1 + \epsilon_1 \frac{\|s_1\|}{\|y_i\|} y_i\|^2 \right) + \min_{\epsilon_2 = \pm 1} \left( \|s_2 + \epsilon_2 \frac{\|s_2\|}{\|y_j\|} y_j\|^2 \right) \quad (10.27)$$

avec  $y_i$  les sorties du système de séparation, i.e. les sources estimées.

### 10.2.1 Méthode de la littérature [Meganem et al., 2014b]

Afin d'évaluer nos travaux par rapport à ce qu'il existe dans la littérature, nous allons également appliquer les tests à la méthode NMF-Grd-Newton-LQ issue des travaux [Meganem et al., 2014b] à la fin de cette section. En effet, cette méthode a également été développée pour effectuer du démélange dans le cas de mélanges LQ (que l'on applique ici à des mélanges bilinéaires), dans la cas de scènes urbaines. Cette approche est basée sur le principe de la NMF, et le critère de séparation classique utilisé est :

$$J_{Meganem2014}(\tilde{\mathbf{A}}, \tilde{\mathbf{S}}) = \|\mathbf{X} - \tilde{\mathbf{A}}\tilde{\mathbf{S}}\|^2 \quad (10.28)$$

avec  $\mathbf{X}$  les données,  $\tilde{\mathbf{A}}$  et  $\tilde{\mathbf{S}}$  respectivement la matrice de mélange et la matrice source définies en sous-section 9.1. Pour minimiser ce critère, les auteurs utilisent un algorithme de descente en gradient, avec un pas du gradient projeté pour la matrice des sources  $\tilde{\mathbf{S}}$  défini en (5.6), et avec un pas adaptatif de Newton pour la matrice de mélange  $\tilde{\mathbf{A}}$  défini par :

$$\mathbf{M} \leftarrow \mathbf{M} - \frac{\partial J}{\partial \mathbf{M}} \mathbf{H}^{-1} \quad (10.29)$$

avec  $J$  le critère à minimiser,  $\mathbf{M}$  la matrice à mettre à jour et  $\mathbf{H} = \frac{\partial^2 J}{\partial \mathbf{M}^2}$  la matrice Hessienne de  $J$ . Après cette mise à jour,  $\mathbf{M}$  est projetée sur l'espace des valeurs positives.

Nous avons choisi cette méthode comme point de comparaison car les auteurs ont montré qu'elle permettait d'obtenir de bons résultats sur des mélanges LQ, et notamment dans le cas de  $N = 2$  sources considéré ici [Meganem et al., 2014b].

**Remarque :** Contrairement à notre méthode, la NMF-Grd-Newton-LQ nécessite l'initialisation des spectres sources contenus dans  $\tilde{\mathbf{S}}$ . Dans [Meganem et al., 2014b], les auteurs proposent deux solutions :

- initialiser les spectres à la constante 0.5,
- initialiser les spectres avec l'estimation fournie par la méthode N-FINDR [Winter, 1999].

Or les tests effectués dans ces travaux pour  $N = 2$  matériaux ont montré que la méthode n'est pas sensible à l'initialisation et donnent des résultats similaires pour les deux initialisations. Pour une question de simplicité, nous décidons donc d'initialiser les spectres à la constante 0.5 pour nos tests.

### 10.2.2 Résultats obtenus

Tous les tests implémentés utilisent  $P = 3$  mélanges des  $N = 2$  sources. Ici, les deux variantes de notre méthode sont évaluées, c'est-à-dire avec et sans contrainte sur la diagonale de la matrice  $\mathbf{C}$ . Tous les tests réalisés avec notre méthode seront également réalisés avec la méthode NMF-Grd-Newton-LQ [Meganem et al., 2014b], les résultats obtenus seront montrés dans le tableau 10.3. De plus, pour évaluer l'influence de l'étape de clustering sur la qualité d'estimation et sur le temps de calcul, nous testons l'algorithme 4 pour  $T = 1000$  et  $T = 10000$ . Les résultats d'estimation obtenus avec notre méthode BOCSS pour des spectres générés avec 100 échantillons sont montrés dans le tableau 10.1.

Pour $\mathbf{T} = 1000$ tests, sans contrainte sur la diagonale					
Bruit ajouté à $\mathbf{C}_t^{init}$	10%	20%	50%	100%	initialisation aléatoire
NRMSE (%)	0.16	0.21	0.59	0.81	5.23
avec contrainte sur la diagonale					
NRMSE (%)	0.07	0.18	0.57	0.61	1.17
Pour $\mathbf{T} = 10000$ tests, sans contrainte sur la diagonale					
NRMSE (%)	0.08	0.24	0.68	0.75	2.96
avec contrainte sur la diagonale					
NRMSE (%)	0.10	0.21	0.67	0.68	1.14

Tableau 10.1 – Résultats obtenus avec des spectres de 100 échantillons

Le tableau 10.1 montre que le choix du nombre  $T$  de tests n'influence généralement pas beaucoup les résultats d'estimation, puisqu'on obtient des résultats assez similaires. Seul le cas de l'initialisation aléatoire semble prôner l'augmentation du nombre de tests, puisqu'on obtient pour  $T = 10000$  tests 2.96% d'erreur pour la méthode sans contrainte et 1.14% pour la méthode avec, contre 5.23% et 1.17% pour  $T = 1000$  tests.

On remarque que globalement notre méthode semble efficace, même dans le cas d'une initialisation aléatoire, avec un NRMSE de 1% en moyenne, et toujours inférieur à 6%. Les spectres estimés avec la méthode BOCSS décrite dans l'algorithme 4, dans le cas de  $T = 1000$  tests et d'une initialisation de  $\mathbf{C}_t$  décrite dans la relation (10.25) avec  $\eta_{\mathbf{C}_t} = 100\%$ , sont comparés aux vrais spectres en figure 10.3. On voit ici que les deux sources sont bien estimées avec une superposition quasi-parfaite entre la source 2 estimée et la vraie source générée. Les spectres estimés obtenus dans le cas d'initialisations aléatoires sont montrés en figure 10.4, toujours pour un clustering effectué sur  $T = 1000$  tests. On voit sur cette figure que la source 1 est assez bien estimée, cependant la deuxième source a un écart non négligeable en amplitude avec le vrai spectre, mais reste assez bien estimée du point de vue de la forme du spectre.

*Remarque :* Afin de comparer les spectres (vrais spectres et estimations) visuellement et de s'affranchir des facteurs d'échelle induits par l'estimation, on normalise les spectres en les divisant par leurs maximums, d'où une amplitude maximale égale à 1 dans les figures.

Le tableau 10.2 montre les résultats des tests pour des spectres générés avec 10 échantillons, soit le cas multispectral. Les performances dans ce cas sont assez similaires aux résultats obtenus précédemment pour des spectres de 100 échantillons, ce qui est très intéressant car il existe peu de méthodes dans la littérature capables de démêler des spectres avec aussi peu de points spectraux, et aussi peu d'informations a priori sur les sources. Seuls les cas d'initialisations aléatoires donnent notablement de moins bonnes performances avec des NRMSE autour de 5%.

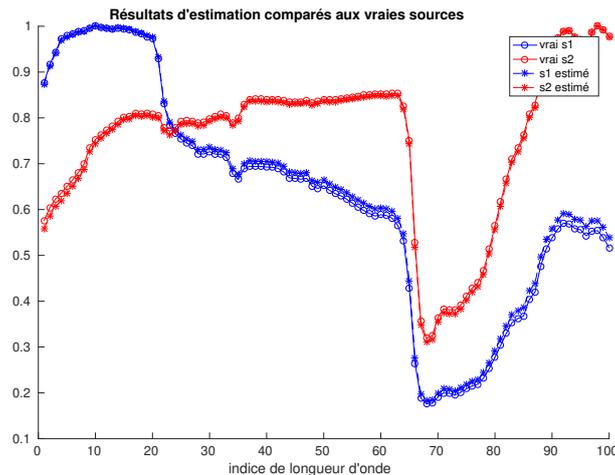


FIGURE 10.3 – Comparaison entre les vrais spectres et les spectres estimés après clustering sur  $T = 1000$  tests, pour des spectres de 100 échantillons et  $\eta_{C_t} = 100\%$

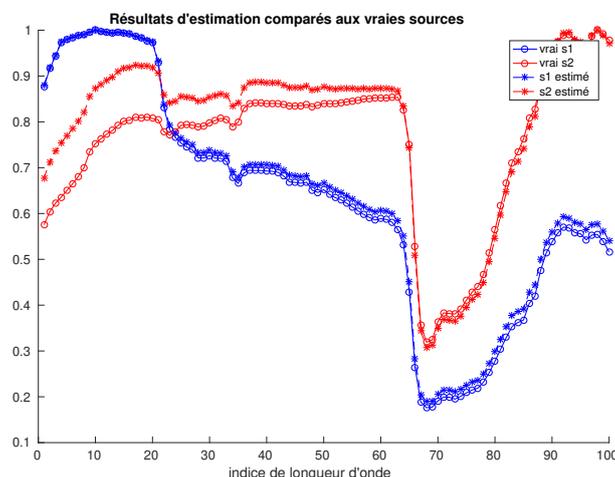


FIGURE 10.4 – Comparaison entre les vrais spectres et les spectres estimés après clustering sur  $T = 1000$  tests, pour une initialisation aléatoire de  $C^{init}$ , pour 100 échantillons

On note que d'après les tableaux 10.1 et 10.2, la variante avec contrainte sur la diagonale ne change pas fondamentalement les résultats d'estimation, pour 100 échantillons spectraux la variante avec contrainte semble globalement améliorer les résultats, mais pas pour 10 échantillons spectraux. Des tests supplémentaires, en faisant encore varier le nombre d'échantillons spectraux par exemple, seraient utiles pour déterminer si oui ou non il y a une réelle amélioration de l'estimation en contraignant la diagonale. Cependant cette variante permet d'accélérer l'estimation : en utilisant MATLAB sur un ordinateur avec un CPU Intel Core i7 de fréquence 2.6GHz et une RAM de 15.6GB, les  $T = 10000$  tests effectués avec la variante contraignant la diagonale à 1 prennent 30 minutes contre 35 minutes pour la méthode BOCSS originale.

Nous illustrons les performances indiquées dans le tableau 10.2 à travers deux résultats d'estimation en figures 10.5 et 10.6. Ces figures sont obtenues avec la méthode sans contrainte sur la diagonale. La première figure montre les spectres estimés obtenus pour  $T = 1000$  tests dans le cas d'une initialisation de la matrice de séparation comme décrit en (10.25) avec  $\eta_{C_t} = 100\%$ . On remarque dans cette figure que l'estimation est bonne, il y a très peu d'écart entre les estimations et les vraies sources. La figure 10.6 quant à elle montre le cas d'initialisations aléatoires.

Pour $\mathbf{T} = 1000$ tests, sans contrainte sur la diagonale					
Bruit ajouté à $C_t^{init}$	10%	20%	50%	100%	initialisation aléatoire
NRMSE (%)	0.1	0.18	0.59	0.82	5.59
avec contrainte sur la diagonale					
NRMSE (%)	0.16	0.19	0.6	0.59	5.93
Pour $\mathbf{T} = 10000$ tests, sans contrainte sur la diagonale					
NRMSE (%)	0.08	0.22	0.67	3.35	3.32
avec contrainte sur la diagonale					
NRMSE (%)	0.01	0.19	0.63	0.73	5.21

Tableau 10.2 – Résultats obtenus avec des spectres de 10 échantillons

On voit dans ce cas que la source 1 est relativement bien estimée, la deuxième source estimée cependant a un écart en amplitude non négligeable avec la vraie source, comme dans le cas de 100 échantillons spectraux illustrés en figure 10.4. La forme du spectre estimée reste néanmoins correcte.

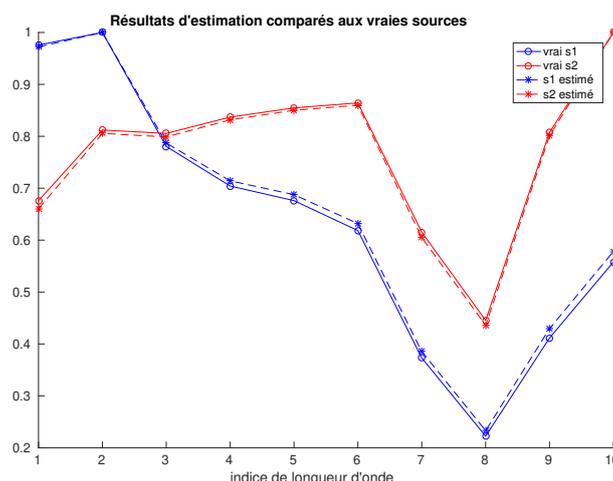


FIGURE 10.5 – Comparaison entre les vrais spectres et les spectres estimés après clustering sur  $T = 1000$  tests, pour des spectres de 10 échantillons et  $\eta_{C_t} = 100\%$

*Remarque sur la convergence de la fonction de minimisation du critère :* pour des questions de simplicité de développement, nous avons choisi de minimiser l'opposé du critère  $J_{BOCSS}$  (10.4) (i.e. maximiser ce critère) en utilisant la fonction MATLAB® *fminsearch*. Or lors de l'application de notre algorithme, nous nous sommes rendus compte que cette fonction pouvait converger vers des minima locaux. Un premier tri des estimations est fait en testant la non négativité des matrices de mélange estimées, donc sur les  $T$  tests seules les solutions respectant cette propriété sont retenues pour l'étape de clustering. Or dans le cas d'initialisations aléatoires, il peut y avoir jusqu'à 90% de tests rejetés. On voit donc qu'il y a une marge d'amélioration non négligeable de la méthode qui passe par l'amélioration de cette fonction d'optimisation.

Afin de confronter les performances de notre méthode à une méthode de la littérature, nous avons également effectué les tests avec la méthode NMF-Grd-Newton-LQ de [Meganem et al., 2014b]. Les conditions de test pour cette méthode sont similaires, la différence majeure provient

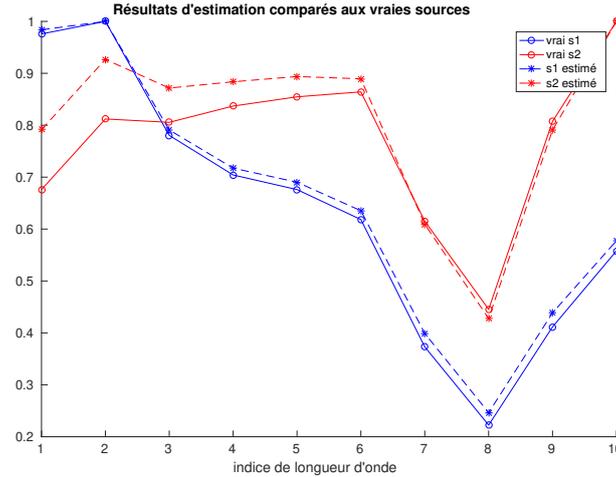


FIGURE 10.6 – Comparaison entre les vrais spectres et les spectres estimés après clustering sur  $T = 1000$  tests, pour des spectres de 10 échantillons et une initialisation aléatoire de  $\mathbf{C}^{init}$

du fait que l'on initialise la matrice de mélange  $\mathbf{A}^{init}$  directement, et non pas la matrice de séparation. Pour cette méthode, on moyenne les résultats obtenus pour 30 initialisations. Les performances obtenues sont montrées dans le tableau 10.3. Ces performances nous montrent que

Bruit ajouté à $\mathbf{A}^{init}$	10%	20%	50%	100%	initialisation aléatoire
tests pour des spectres de 100 échantillons					
NRMSE (%)	9.09	9.09	9.09	9.48	13.3
tests pour des spectres de 10 échantillons					
NRMSE (%)	9.06	9.06	9.06	9.07	15.51

Tableau 10.3 – Résultats obtenus par la méthode NMF-Grd-Newton-LQ

la méthode BOCSS donne de meilleures estimations, notamment dans le cas d'initialisations aléatoires. La figure 10.7 montre les spectres estimés moyens de 100 échantillons dans le cas d'initialisations aléatoires avec la méthode NMF-Grd-Newton-LQ. On voit que les spectres ne sont pas bien estimés, notamment pour la source 1. Pour la source 2 la forme est relativement bien estimée, notamment pour les plus grandes longueurs d'onde. Cependant, on voit bien en figure 10.4 que dans des conditions similaires BOCSS nous permet d'obtenir des résultats semblables pour la source 2, mais bien meilleurs pour la source 1.

### 10.3 Conclusion et perspectives

La méthode BOCSS développée durant nos travaux est une méthode de séparation pour les mélanges bilinéaires, mélanges assez usuels dans le cas de scènes urbaines en télédétection. BOCSS a su démontrer son efficacité sur des mélanges bilinéaires artificiels générés à partir de 2 spectres de réflectance réels issus de la bibliothèque spectrale USGS [Kokaly et al., 2017]. Les spectres estimés obtenus ont permis d'obtenir un NRMSE de 1% en moyenne et qui ne dépasse pas les 6% dans le cas d'une initialisation aléatoire de la matrice de démélange, avec pour seul a priori l'intervalle de valeurs  $[0, 1]$  des coefficients de mélange. Ces performances obtenues avec

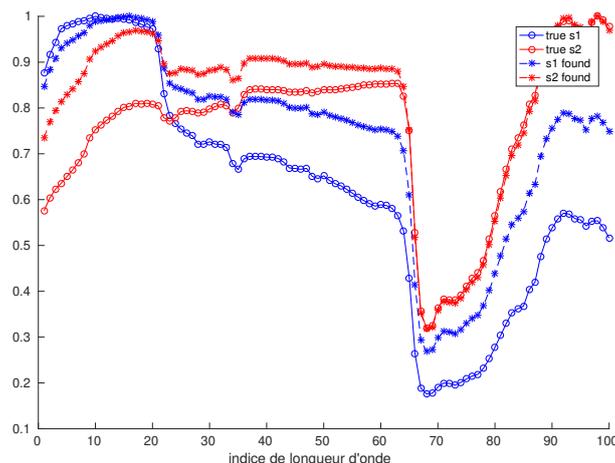


FIGURE 10.7 – Comparaison entre les vrais spectres et les spectres estimés par la méthode NMF-Grd-Newton-LQ, pour une initialisation aléatoire de  $\mathbf{A}^{init}$ , pour 100 échantillons

BOCSS sont en moyenne 10 fois meilleures que les performances obtenues par la méthode NMF-Grd-Newton-LQ [Meganem et al., 2014b] issue de la littérature.

BOCSS a pour avantage de ne nécessiter que très peu d'a priori sur les sources, puisqu'elle demande seulement l'indépendance linéaire entre les vecteurs sources et certains produits élément par élément de ces vecteurs. Cette méthode repose essentiellement sur le type de modèle de mélange pour séparer les spectres, et éventuellement sur la non négativité des données. En effet, pour notre application nous avons tenu compte de cette dernière propriété mais elle peut être mise de côté puisque le critère de séparation n'en dépend pas. De plus, la séparabilité de la méthode a été prouvée pour le cas de 2 sources, ce qui est un avantage certain en séparation de sources, que beaucoup de méthodes ne peuvent pas garantir, comme la NMF par exemple.

Dans nos travaux, BOCSS a été développée pour seulement  $N = 2$  sources pour des questions de simplicité de calculs, mais pourrait être étendue à au moins 3 sources avec un développement mathématique plus poussé. Cependant, le cas de mélange bilinéaire avec 2 sources est déjà intéressant car ce type de mélange existe dans les données de télédétection, notamment dans des scènes urbaines à côté d'un mur de bâtiment où la probabilité d'avoir des réflexions multiples est grande. Un exemple d'utilisation de méthode de démixage dans ce cas réel peut être trouvé dans les travaux de thèse de I. Meganem [Meganem, 2012] par exemple, qui teste ses méthodes sur des imagerie hyperspectrales de la ville de Nantes acquises avec le capteur Hypspec. Malheureusement, l'absence de vérité terrain et le bruit assez important ont rendu l'interprétation et la validation de ses résultats difficiles. Pour nos travaux, le manque de temps, mais aussi le manque de données aisément exploitables, n'ont pas permis d'appliquer notre algorithme à des mélanges réels.

Nous avons également constaté qu'en changeant la fonction d'optimisation utilisée pour minimiser l'opposé du critère  $J_{BOCSS}$ , on pouvait espérer améliorer les résultats d'estimation. En effet, un bon nombre de tests sur les  $T$  tests convergeait vers un minima local, et n'étaient donc pas utilisés pour l'étape de clustering. En développant une fonction de minimisation plus adaptée, nous pourrions donc diminuer ce nombre de tests rejetés et ainsi obtenir de meilleures estimations des spectres sources. Pour cela, nous pourrions par exemple développer un algorithme de descente en gradient, qui serait alors spécifique à notre critère de séparation.



# Chapitre 11

## Conclusions et perspectives

Dans cette partie de nos travaux nous avons travaillé sur le démélange de données hyperspectrales en observation de la Terre, notamment dans le cas de scènes urbaines. Le but principal de nos recherches était de développer des méthodes de séparation dans des cas complexes, cas peu traités dans la littérature comme nous avons pu le montrer dans le chapitre 8 dressant l'état de l'art des méthodes en télédétection. Le cas qui nous intéresse est le cas de mélanges LQ, et plus particulièrement les mélanges bilinéaires, puisque le modèle LQ est assez répandu dans les milieux urbains. Dans le cadre de nos travaux, nous nous sommes uniquement intéressés à des mélanges de 2 sources pour une question de simplicité de développement.

Nous avons, en premier lieu, développé une méthode de démélange fréquentielle au chapitre 9, basée sur des a priori d'occupation fréquentielle qui pouvaient être adaptés au modèle de mélange LI et au modèle bilinéaire. Cette méthode de séparation repose sur une différence notable de fréquences maximales entre les TF de deux sources dans le cas LI, et entre les TF de deux sources et la TF du terme bilinéaire dans le cas bilinéaire, créant une bande fréquentielle «mono-source» occupée par le signal à la plus grande fréquence dans les mélanges observés. Le critère développé est alors basé sur la suppression des composantes d'un signal de sortie situées dans cette bande fréquentielle. Nous avons appliqué cette méthode avec succès sur des signaux idéaux ayant des limites fréquentielles abruptes. Nous avons ensuite appliqué notre approche à des mélanges réalistes générés avec des spectres de réflectance de matériaux réels, et nous avons constaté que notre critère ne réussissait pas à séparer les sources dans le cas de mélanges LI et dans le cas de mélanges bilinéaires. Nous avons également testé une méthode de la littérature [Ando et al., 2014] similaire à notre approche, mais là aussi les estimations n'étaient pas bonnes dans le cas LI. Dans le cas bilinéaire en revanche leur méthode s'est montrée plus efficace. Cependant, la conclusion globale de nos tests est, qu'en l'état, ces critères ne sont pas adaptés aux spectres de réflectance issus de la télédétection.

Néanmoins, les deux approches restent intéressantes au vu des résultats sur signaux idéaux. Il pourrait être intéressant d'effectuer plus de tests sur signaux simulés pour s'assurer de l'intérêt de ces méthodes, et éventuellement de les appliquer sur des signaux issus d'autres applications. En effet, les TF des spectres de réflectance testés décroissaient de manière très douce. Si nous appliquons notre méthode sur des TF ayant des décroissances plus nettes, alors notre méthode montrerait vraisemblablement de meilleurs résultats. On devrait également envisager de retravailler notre critère pour qu'il soit plus adapté à nos spectres de réflectance, en tenant compte de cette «douceur fréquentielle».

Dans le chapitre 10, nous avons développé une autre méthode de démélange appelée BOCSS, pour *Bilinear Output Correlation-based Source Separation* en anglais, adaptée aux mélanges bi-

---

linéaires. Cette approche a pour but de reposer le moins possible sur les caractéristiques des sources, en se basant plutôt sur les spécificités du modèle de mélange. Le critère de séparation utilise pour cela la corrélation entre les sorties du système de séparation. La méthode estime alors chacune des sources en combinant linéairement les mélanges observés, et en maximisant la corrélation entre le produit terme à terme des sources estimées et le terme bilinéaire estimé. Une preuve de séparabilité dans le cas de 2 sources a également été apportée. Nous avons appliqué BOCSS à des mélanges bilinéaires créés à partir de spectres de réflectance réels, et la méthode s'est montrée très efficace, en obtenant des résultats environ 10 fois meilleurs qu'une méthode issue de la littérature. De plus, nous avons testé un cas difficile de données multispectrales générées à partir de spectres de réflectance de 2 roches relativement similaires, avec seulement 10 échantillons spectraux pour chaque mélange, et BOCSS s'est révélée relativement efficace.

Il serait intéressant d'étendre ces travaux en appliquant BOCSS à des scènes réelles. De plus, nous n'avons développé la méthode que pour le cas de 2 sources, mais il est envisageable, avec un peu de calcul, d'étendre BOCSS au cas de 3 sources. Le cas de  $N$  sources serait lui aussi intéressant mais la séparabilité des sources serait difficile à prouver. De plus, il aurait été intéressant de développer une fonction d'optimisation plus adaptée à notre critère pour éviter les nombreux minima locaux provoqués par la fonction *fminsearch* actuellement utilisée. Cette méthode est développée pour le cas de mélanges bilinéaires, mais n'est pas spécifique à notre application qu'est la télédétection. De plus, la contrainte de non négativité ajoutée pour éliminer une partie des minima locaux peut très bien être supprimée. Il peut alors être intéressant d'appliquer BOCSS à d'autres scénarios issus d'autres applications, par exemple dans le domaine de la chimie où les mélanges LQ sont usuels.

## Conclusion et perspectives générales



# Chapitre 12

## Conclusion générale

Durant nos travaux, nous nous sommes intéressés au développement de nouvelles méthodes de Séparation Aveugle de Sources (SAS) pour l'imagerie hyperspectrale, dans le cadre de deux domaines d'application : l'astrophysique et l'observation de la Terre. Dans le cas de l'astrophysique, nous nous sommes intéressés aux problématiques d'estimation de spectres de galaxies dans le cadre de la mission de l'agence spatiale européenne appelée EUCLID. Pour l'observation de la Terre, ce sont les scènes urbaines, notamment leurs modèles de mélange bilinéaires qui nous ont préoccupés, car ce sont des modèles de mélange complexes qui sont encore peu étudiés dans la littérature.

Les capteurs hyperspectraux en jeu dans des domaines impliquant une acquisition de données satellitaire ou aéroportées, amènent plus d'informations spectrales et sont de plus en plus répandus. L'amélioration de la résolution spectrale apportée par ces capteurs est cependant à nuancer avec la détérioration d'autres informations, comme la résolution spatiale dans le cas de l'observation de la Terre par exemple. Cette détérioration contribue donc au mélange des signaux observés. Dans nos travaux, nous avons donc pris soin de développer des méthodes de SAS adaptées à ces données.

Les données à traiter dans les deux champs d'application qui nous concernent sont cependant bien différentes : dans le cas de la télédétection urbaine nous traitons des images hyperspectrales, c'est-à-dire des cubes de données, alors que dans le cas de l'astrophysique les données sont des images 2D où la dispersion de la lumière se fait sur un des deux axes spatiaux. Cette différence, en plus d'autres différences telles que les types de modèles de mélange en jeu dans les deux domaines traités, nous ont poussé à développer des méthodes de SAS différentes pour ces deux applications. Cependant, des points communs sont à noter entre les différentes approches : dans le cas de l'observation de la Terre comme dans le cas de la mission EUCLID nous avons considéré des a priori de positivité des grandeurs à estimer, et nous avons dû travailler avec des données pouvant être corrélées.

Il est également important de souligner l'importance du modèle de mélange et des connaissances a priori que nous avons sur les données. En effet, en observation de la Terre nous avons vu à travers l'état de l'art que le choix d'un modèle tenant compte des non linéarités qui existent dans le mélange augmente significativement les performances des méthodes de SAS. De plus, cela nous a permis de développer la méthode BOCSS fondée sur le type de modèle bilinéaire, et nous avons vu que BOCSS montrait des résultats très encourageants. Cette méthode a même réussi à dépasser les performances de la méthode NMF-Grd-Newton-LQ issue des travaux [Meganem et al., 2014b]. Pour la partie astrophysique, nous avons également développé deux méthodes à partir du travail de modélisation physique du mélange qui avait été effectué antérieurement à cette thèse par des collègues. De plus, nous avons également réalisé un travail de modélisation optique pour pouvoir exploiter la redondance d'informations dans les différents ordres de spectre

---

observés dans ces données. Ceci nous a permis de créer une méthode efficace basée sur cette redondance, permettant d'estimer plus précisément le spectre des galaxies les plus lumineuses.

Nous avons pu constater que l'étude des données à traiter était aussi importante pour développer une méthode de SAS adaptée au domaine traité. Dans le cadre de nos travaux en télédétection urbaine, la première méthode que nous avons développée, qui avait pour but de reposer sur moins d'a priori que les méthodes classiques de la littérature, n'était finalement pas adaptée aux données issues de scènes urbaines. Nous avons donc développé une autre approche, la méthode BOCSS. Cependant, il existe très peu de données de scènes urbaines à disposition dans la littérature. De ce fait, nous avons dû travailler sur des données simulées à partir de spectres réels issus de la bibliothèque USGS [Kokaly et al., 2017], mais nous n'avons pu tester notre méthode directement sur données réelles. Pour le domaine de l'astrophysique par contre, travaillant sur une mission dont le lancement est prévu pour 2022, nous avons accès au simulateur TIPS [TIP, 2017] permettant de tester nos méthodes sur des données très proches des données réelles.

Bien que nos méthodes aient montré des résultats très encourageants, dans les deux champs d'application étudiés, plusieurs pistes d'amélioration se sont dégagées tout au long de nos travaux comme nous avons pu le voir dans les conclusions spécifiques à chaque domaine traité. On peut notamment citer :

- en astrophysique : la fusion des deux approches développées pourrait être très intéressante afin de construire une méthode de décontamination automatique permettant d'appliquer la méthode de fusion des 4 observations issus des 3 directions de dispersion pour tous les objets, puis d'appliquer la méthode de fusion des 2 ordres de spectre pour les objets les plus brillants. Il est également nécessaire de continuer à travailler sur la partie modélisation des données observées car certains paramètres, comme la courbure de la trace, la covariance du bruit ou encore la PSF variée spectralement, ne sont actuellement pas pris en compte dans nos méthodes.
- en observation de la Terre : l'extension de la méthode BOCSS au cas d'un mélange de 3 sources. Cette extension, et notamment la preuve de séparabilité, nécessiterait un peu de calculs mais permettrait d'appliquer la méthode à plus de cas réels. De plus, d'un point de vue algorithmique, la méthode gagnerait sans doute en performance si la fonction d'optimisation utilisée était plus adaptée à notre critère, afin d'éviter les minima locaux. De plus, l'application de BOCSS à des scènes réelles serait une étape très intéressante pour valider ses performances. Pour la méthode fréquentielle que nous avons développée dans un premier temps, mais qui s'est avérée non adaptée à nos données, il serait intéressant de retravailler le critère de séparation pour qu'il colle mieux aux données de télédétection urbaine.
- pour les deux domaines : dans le cas de l'astrophysique, nos méthodes de fusion sont applicables à n'importe quel domaine utilisant la spectroscopie sans fente. L'application de ces méthodes à d'autres domaines serait un bon indicateur pour vérifier l'intérêt de cette méthode. Dans le cas de la télédétection, BOCSS est une méthode basée sur le modèle de mélange bilinéaire et non sur les propriétés des sources à estimer du domaine d'application. Cette méthode pourrait donc elle aussi être appliquée à d'autres domaines concernés par ce modèle.

# Table des figures

4.1	Vue d'artiste du satellite EUCLID ©Thalès . . . . .	29
4.2	Spectres mélangés de deux objets astronomiques voisins spatialement, dispersés par un grisme dans la direction $0^\circ$ . . . . .	30
4.3	Effet d'un prisme . . . . .	32
4.4	Ordres de spectre créés par le réseau présent dans le grisme . . . . .	32
4.5	Exemple de traces courbées d'ordres de spectre . . . . .	33
4.6	Exemple de configuration simple de contamination d'un objet pour deux directions du grisme. À gauche on voit la configuration utilisée pour la simulation, au centre l'image montrant la contamination du spectre de l'objet 1 dans la direction $0^\circ$ par l'objet 2, à droite l'image montrant la contamination du spectre de l'objet 1 dans la direction $90^\circ$ par l'objet 3 . . . . .	39
5.1	Exemple d'acquisition pour la direction 0 . . . . .	42
5.2	Illustration d'une image optique pour un scénario avec 4 objets proches spatialement . . . . .	43
5.3	Exemple d'une zone 2D à décontaminer considérée pour un mélange dans la direction 0 . . . . .	44
5.4	Schéma du mélange de 2 objets voisins spatialement pour le grisme dans la direction $0^\circ$ . . . . .	44
5.5	Estimation des fonctions de sensibilité du grisme pour l'ordre 1 (à gauche) et pour l'ordre 2 (à droite) obtenues avec TIPS . . . . .	45
5.6	Schéma du mélange de 2 objets voisins spatialement pour le grisme dans la direction $180^\circ$ . . . . .	46
5.7	Schéma des deux acquisitions du mélange de 2 objets voisins spatialement pour le grisme dans la direction $90^\circ$ . . . . .	47
5.8	Calcul de coefficients de mélange à partir de la position d'un objet et du simulateur TIPS . . . . .	48
5.9	Les 4 observations des 3 directions de grisme pour l'objet d'intérêt n° 111767555 des données SC3 . . . . .	53
5.10	Les 4 vrais spectres des objets présents dans le scénario considéré pour les premiers tests . . . . .	54
5.11	Estimation du spectre de l'objet d'intérêt des premiers tests en utilisant seulement la direction $90^\circ$ (à gauche), et en utilisant les 4 directions (à droite), dans le cas d'une initialisation aléatoire de $\mathbf{E}$ et $\mathbf{A}$ . . . . .	55
5.12	Les 4 observations des 3 directions de grisme pour l'objet d'intérêt n° 111766328 des données SC3 . . . . .	55
5.13	Les 4 spectres (lignes centrales) des 4 observations dans un cas complexe . . . . .	56
5.14	Comparaison entre le vrai spectre de l'objet d'intérêt et son estimation utilisant les 4 directions, dans le cas d'une initialisation de $\mathbf{A}$ par son estimation via TIPS et l'initialisation de $\mathbf{E}$ par les vrais spectres bruités avec $\eta_{\mathbf{E}} = 1$ . . . . .	57

5.15	Comparaison de l'estimation du spectre de l'objet d'intérêt utilisant les 4 directions dans le cas d'une initialisation aléatoire de $\mathbf{E}$ et $\mathbf{A}$ (à droite), avec le vrai spectre bruité obtenu avec TIPS pour le deuxième scénario (à gauche) . . . . .	58
6.1	La dispersion à travers un réseau de diffraction . . . . .	60
6.2	Configuration de test : spectres mélangés de deux objets astronomiques voisins spatialement . . . . .	66
6.3	Spectres mélangés d'ordre 1 (à gauche) et d'ordre 2 (à droite) sans bruit, pour le premier scénario . . . . .	67
6.4	Vrai spectre d'ordre 2 pour l'objet d'intérêt des premiers tests . . . . .	67
6.5	Estimations du spectre d'ordre 2 de l'objet d'intérêt pour les premiers tests obtenues avec notre méthode (à gauche), et avec l'estimation utilisant seulement les informations d'ordre 2 (à droite), pour un $RSB_2 = 25dB$ . . . . .	69
6.6	Spectres mélangés d'ordre 1 (à gauche) et d'ordre 2 (à droite) sans bruit, pour le second scénario . . . . .	71
6.7	Vrai spectre d'ordre 2 pour l'objet d'intérêt pour le second scénario . . . . .	72
6.8	Estimation du spectre d'ordre 2 de l'objet d'intérêt pour les seconds tests obtenues avec notre méthode (à gauche), et avec l'estimation utilisant seulement les informations d'ordre 2 (à droite), pour un $RSB_2 = 12dB$ . . . . .	73
9.1	Illustration des réflexions multiples en milieu urbain . . . . .	95
9.2	Illustration des étendues fréquentielles des TF des sources étendues dans le cas d'un mélange bilinéaire . . . . .	97
9.3	Illustration des étendues fréquentielles des TF des sources dans le cas d'un mélange linéaire . . . . .	99
9.4	Exemple de TF idéales de deux signaux sources en fonction des indices de fréquence	100
9.5	Mélanges LI générés . . . . .	101
9.6	Évolution de la fréquence maximale du signal $\mathbf{y}$ en fonction de la valeur $\mu$ pour le cas LI avec signaux idéaux . . . . .	102
9.7	Évolution du critère de Ando et al. en fonction de la valeur $\mu$ pour le cas LI avec signaux idéaux . . . . .	102
9.8	Les 3 spectres idéaux considérés dans le cas bilinéaire . . . . .	103
9.9	Mélanges bilinéaires générés . . . . .	104
9.10	Évolution de la fréquence maximale du signal $\mathbf{y}$ en fonction de la valeur $\mu$ pour le cas bilinéaire avec signaux idéaux . . . . .	104
9.11	Évolution du critère de Ando et al. en fonction de la valeur $\mu$ pour le cas bilinéaire avec signaux idéaux . . . . .	105
9.12	Spectres de réflectance générés à partir de spectres réels . . . . .	105
9.13	TF des spectres sources de réflectance non centrés . . . . .	106
9.14	TF des spectres sources de réflectance centrés . . . . .	106
9.15	Évolution de l'indice de la fréquence maximale trouvée selon la valeur du paramètre $p$ et la valeur du coefficient de séparation $\mu$ . . . . .	107
9.16	Évolution du critère de Ando et al. selon la fréquence maximale considérée et la valeur du coefficient de séparation $\mu$ . . . . .	108
9.17	Spectres de réflectance générés pour le mélange bilinéaire . . . . .	108
9.18	TF des spectres de réflectance des sources étendues . . . . .	109
9.19	Évolution de l'indice de la fréquence maximale trouvée selon la valeur du paramètre $p$ et la valeur du coefficient de suppression $\mu$ , dans le cas d'un mélange bilinéaire . . . . .	109

---

9.20	Évolution du critère de Ando et al. selon la fréquence maximale considérée et la valeur du coefficient de suppression $\mu$ , dans le cas d'un mélange bilinéaire . . . . .	110
10.1	Spectres des deux sources générées de 100 échantillons en fonction des indices de longueur d'onde . . . . .	117
10.2	Les 3 spectres observés utilisés pour les tests . . . . .	117
10.3	Comparaison entre les vrais spectres et les spectres estimés après clustering sur $T = 1000$ tests, pour des spectres de 100 échantillons et $\eta_{\mathbf{C}_t} = 100\%$ . . . . .	120
10.4	Comparaison entre les vrais spectres et les spectres estimés après clustering sur $T = 1000$ tests, pour une initialisation aléatoire de $\mathbf{C}^{init}$ , pour 100 échantillons . . . . .	120
10.5	Comparaison entre les vrais spectres et les spectres estimés après clustering sur $T = 1000$ tests, pour des spectres de 10 échantillons et $\eta_{\mathbf{C}_t} = 100\%$ . . . . .	121
10.6	Comparaison entre les vrais spectres et les spectres estimés après clustering sur $T = 1000$ tests, pour des spectres de 10 échantillons et une initialisation aléatoire de $\mathbf{C}^{init}$ . . . . .	122
10.7	Comparaison entre les vrais spectres et les spectres estimés par la méthode NMF-Grd-Newton-LQ, pour une initialisation aléatoire de $\mathbf{A}^{init}$ , pour 100 échantillons . . . . .	123



# Liste des tableaux

5.1	Évolution du NRMSE en fonction du bruit ajouté à l'initialisation de la matrice $\mathbf{E}_m$ . . . . .	53
5.2	Évolution du NRMSE en fonction du bruit ajouté à l'initialisation de la matrice $\mathbf{A}$	54
5.3	Évolution du NRMSE en fonction du bruit ajouté à l'initialisation de la matrice $\mathbf{E}$	56
5.4	Évolution du NRMSE en fonction du bruit ajouté à l'initialisation de la matrice $\mathbf{A}$	57
6.1	Évolution de NRMSE en fonction du $RSB_2$ pour le premier scénario, avec $\mathbf{A}_m$ à estimer fixées aux valeurs obtenues avec la méthode expliquée en sous-section 5.2.1	68
6.2	Évolution du NRMSE moyen issus de 30 initialisations pour le premier scénario, en fonction du $RSB_2$ . . . . .	70
6.3	Évolution du NRMSE en fonction du $RSB_2$ pour le second scénario, avec $\mathbf{A}_m$ à estimer fixées aux valeurs obtenues avec la méthode expliquée en sous-section 5.2.1	71
6.4	Évolution du NRMSE moyen issus de 30 initialisations pour le second scénario, en fonction du $RSB_2$ . . . . .	74
10.1	Résultats obtenus avec des spectres de 100 échantillons . . . . .	119
10.2	Résultats obtenus avec des spectres de 10 échantillons . . . . .	121
10.3	Résultats obtenus par la méthode NMF-Grd-Newton-LQ . . . . .	122



# Bibliographie

- [EUC, 2011] (2011). Euclid Definition Study Report. <https://arxiv.org/pdf/1110.3193.pdf>. 30
- [TIP, 2017] (2017). TIPS simulator. [https://gitlab.in2p3.fr/in2p3\\_euclid/tips](https://gitlab.in2p3.fr/in2p3_euclid/tips). 23, 35, 39, 40, 41, 42, 130
- [EUC, 2018] (2018). Euclid consortium page. <https://www.euclid-ec.org/>. 23, 29, 30
- [Abed-meraim et al., 1996] Abed-meraim, K., Belouchrani, A., and Hua, Y. (1996). Blind identification of a linear-quadratic mixture of independent components based on joint diagonalization procedure. In *In Proceedings of ICASSP 1996*, pages 2718–2721. 17
- [Abrard and Deville, 2005] Abrard, F. and Deville, Y. (2005). A time–frequency blind signal separation method applicable to underdetermined mixtures of dependent sources. *Signal Processing*, 85(7) :1389 – 1403. 13, 93
- [Ade et al., 2014] Ade, P., Aghanim, N., Armitage-Caplan, C., Arnaud, M., Ashdown, M., Atrio-Barandela, F., Aumont, J., Baccigalupi, C., J Banday, A., Salerno, E., and , a. (2014). Planck 2013 results. xii. component separation. *Astronomy and Astrophysics*, page 571. 26
- [Albouy and Deville, 2003] Albouy, B. and Deville, Y. (2003). Alternative structures and power spectrum criteria for blind segmentation and separation of convolutive speech mixtures. In *Proceedings of the Fourth International Symposium on Independent Component Analysis and Blind Signal Separation (ICA2003)*, pages 361–366, Nara, Japan. 93
- [Albright et al., 2014] Albright, R., Cox, J., Duling, D., Langville, A., and Meyer, C. (2014). Algorithms, initializations, and convergence for the nonnegative matrix factorization. *Proc. 12th ACM SIGKDD Int. Conf. Knowl. Disc. and Data Mining*. 15
- [Altmann et al., 2015] Altmann, Y., Pereyra, M., and McLaughlin, S. (2015). Bayesian nonlinear hyperspectral unmixing with spatial residual component analysis. *IEEE Transactions on Computational Imaging*, 1(3) :174–185. 88
- [Ando et al., 2014] Ando, R. A., Duarte, L. T., and Attux, R. (2014). Blind source separation for overdetermined linear quadratic mixtures of bandlimited signals. In *Telecommunications Symposium International(ITS)*, Sao Paulo, Brazil. v, 82, 93, 94, 98, 101, 103, 107, 108, 125
- [Babaie-Zadeh and Jutten, 2005] Babaie-Zadeh, M. and Jutten, C. (2005). A general approach for mutual information minimization and its application to blind source separation. *Signal Processing*, 85(5) :975 – 995. 12
- [Baccigalupi et al., 2000] Baccigalupi, C., Bedini, L., Burigana, C., De Zotti, G., Farusi, A., Maino, D., Maris, M., Perrotta, F., Salerno, E., Toffolatti, L., and Tonazzini, A. (2000). Neural networks and the separation of cosmic microwave background and astrophysical signals in sky maps. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 318 :769–780. 25

- [Baccigalupi et al., 2002] Baccigalupi, C., Perrotta, F., Zotti, G. D., Smoot, G. F., Burigana, C., Maino, D., Bedini, L., and Salerno, E. (2002). Extracting cosmic microwave background polarisation from satellite astrophysical maps. pages 769–780. [25](#)
- [Bayliss et al., 1997] Bayliss, J., Gualtieri, J. A., and Cromp, R. F. (1997). Analyzing hyperspectral data with independent component analysis. In *Proc. SPIE AIPR Workshop, volume 9, P.O. Box 10*, pages 133–143. SPIE. [86](#)
- [Belouchrani et al., 1997] Belouchrani, A., Abed-Meraim, K., Cardoso, J. F., and Moulines, E. (1997). A blind source separation technique using second-order statistics. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 45(2) :434–444. [12](#), [26](#)
- [Belouchrani and Cardoso, 1994] Belouchrani, A. and Cardoso, J. F. (1994). Maximum likelihood source separation for discrete sources. *EUSIPCO*, pages 768–771. [12](#)
- [Benachir et al., 2014] Benachir, D., Deville, Y., and Hosseini, S. (2014). Blind spatial unmixing of multispectral images : An approach based on two-source sparsity and geometrical properties. In *2014 IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing (ICASSP)*, pages 3171–3175. [86](#)
- [Benachir et al., 2013] Benachir, D., Hosseini, S., Deville, Y., Karoui, M. S., and Hameurlain, A. (2013). Modified independent component analysis for initializing non-negative matrix factorization : An approach to hyperspectral image unmixing. In *2013 IEEE 11th International Workshop of Electronics, Control, Measurement, Signals and their application to Mechatronics*, pages 1–6. [86](#)
- [Berné et al., 2012] Berné, O., Joblin, C., Deville, Y., Pilleri, P., Pety, J., Teyssier, D., Gerin, M., and Fuente, A. (2012). Blind decomposition of herschel-hifi spectral maps of the ngc 7023nebula. [27](#)
- [Berné et al., 2007] Berné, O., Joblin, C., Deville, Y., Smith, J. D., Rapacioli, M., Bernard, J. P., Thomas, J., Reach, W., and Abergel, A. (2007). Analysis of the emission of very small dust particles from Spitzer spectro-imagery data using blind signal separation methods. *Astronomy and Astrophysics - A&A*, 469 :575–586. [27](#)
- [Berné, 2008] Berné, O. (2008). *Evolution des très petites particules de poussière dans le cycle cosmique de la matière : méthodes de séparation aveugle de sources et spectro-imagerie avec le télescope spatial Spitzer*. PhD thesis. [26](#)
- [Berry et al., 2007] Berry, M. W., Browne, M., Langville, A. N., Pauca, V. P., and Plemmons, R. J. (2007). Algorithms and applications for approximate nonnegative matrix factorization. *Computational Statistics & Data Analysis*, 52(1) :155 – 173. [14](#)
- [Bioucas-Dias and Plaza, 2011] Bioucas-Dias, J. and Plaza, A. (2011). An overview on hyperspectral unmixing : Geometrical, statistical, and sparse regression based approaches. pages 1135 – 1138. [85](#)
- [Bioucas-Dias, 2009] Bioucas-Dias, J. M. (2009). A variable splitting augmented lagrangian approach to linear spectral unmixing. In *2009 First Workshop on Hyperspectral Image and Signal Processing : Evolution in Remote Sensing*, pages 1–4. [85](#)
- [Bioucas-Dias et al., 2012] Bioucas-Dias, J. M., Plaza, A., Dobigeon, N., Parente, M., Du, Q., Gader, P., and Chanussot, J. (2012). Hyperspectral unmixing overview : Geometrical, statistical, and sparse regression-based approaches. *IEEE Journal of Selected Topics in Applied Earth Observations and Remote Sensing*, 5(2) :354–379. [85](#), [86](#), [87](#)

- [Boardman et al., 1995] Boardman, J., Kruse, F., and Green, R. (1995). Mapping target signatures via partial unmixing of aviris data. Technical report, JPL, Pasadena. [85](#)
- [Bobin et al., 2007] Bobin, J., Moudden, Y., Starck, J.-L., M. Fadili, J., and Aghanim, N. (2007). Sz and cmb reconstruction using generalized morphological component analysis. *Statistical Methodology*, 5. [27](#)
- [Bobin et al., 2015] Bobin, J., Rapin, J., Larue, A., and Starck, J. (2015). Sparsity and adaptivity for the blind separation of partially correlated sources. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 63(5) :1199–1213. [27](#)
- [Born and Wolf, 1970] Born, M. and Wolf, E. (1970). *Principles of Optics : Electromagnetic Theory of Propagation, Interference and Diffraction of Light*. Pergamon Press. [59](#)
- [Boulais, 2017] Boulais, A. (2017). *Blind source separation methods and applications to astrophysical hyperspectral data*. Theses, Université Paul Sabatier - Toulouse III. [27](#)
- [Boulais et al., 2015] Boulais, A., Deville, Y., and Bern, O. (2015). A geometrical blind separation method for unconstrained-sum locally dominant sources. *2015 IEEE International Workshop of Electronics, Control, Measurement, Signals and their Application to Mechatronics (ECMSM)*, pages 1–6. [27](#)
- [Boulais et al., 2017] Boulais, A., Deville, Y., and Berné, O. (2017). A blind identification and source separation method based on subspace intersections for hyperspectral astrophysical data. In Tichavský, P., Babaie-Zadeh, M., Michel, O. J., and Thirion-Moreau, N., editors, *Latent Variable Analysis and Signal Separation*, pages 367–380. Springer International Publishing. [27](#)
- [Boutsidis and Gallopoulos, 2008] Boutsidis, C. and Gallopoulos, E. (2008). Svd based initialization : A head start for nonnegative matrix factorization. *Pattern Recognition*, 41(4) :1350–1362. [16](#)
- [Bro and de Jong, 1997] Bro, R. and de Jong, S. P. (1997). A fast non-negativity-constrained least squares algorithm. volume 11, page 393–401. [15](#)
- [Broadwater and Banerjee, 2011] Broadwater, J. and Banerjee, A. (2011). Mapping intimate mixtures using an adaptive kernel-based technique. In *2011 3rd Workshop on Hyperspectral Image and Signal Processing : Evolution in Remote Sensing (WHISPERS)*, pages 1–4. [88](#)
- [Byrd et al., 1999] Byrd, R. H., Hribar, M. E., and Nocedal, J. (1999). An interior point algorithm for large-scale nonlinear programming. *SIAM Journal on Optimization*, 9 :877–900. [37](#)
- [Cardoso and Souloumiac, 1993] Cardoso, J. F. and Souloumiac, A. (1993). Blind beamforming for non-gaussian signals. *IEE Proceedings F - Radar and Signal Processing*, 140(6) :362–370. [11](#), [26](#)
- [Cardoso et al., 2008] Cardoso, J. I., Martin, M., Delabrouille, J., Betoule, M., and Patanchon, G. (2008). Component separation with flexible models. application to the separation of astrophysical emissions. [26](#)
- [Chang et al., 2006] Chang, C. ., Wu, C. ., Liu, W., and Ouyang, Y. . (2006). A new growing method for simplex-based endmember extraction algorithm. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 44(10) :2804–2819. [85](#)

- [Chaouchi et al., 2010] Chaouchi, C., Deville, Y., and Hosseini, S. (2010). Cumulant-based estimation of quadratic mixture parameters for blind source separation. In *2010 18th European Signal Processing Conference*, pages 1826–1830. [18](#)
- [Chen and Vierling, 2006] Chen, X. and Vierling, L. (2006). Spectral mixture analyses of hyperspectral data acquired using a tethered balloon. *remote sensing of environment*, 103, 338–350. [89](#)
- [Chen et al., 2006] Chen, Z., Cichocki, A., and Rutkowski, T. M. (2006). Constrained non-negative matrix factorization method for eeg analysis in early detection of alzheimer disease. In *2006 IEEE International Conference on Acoustics Speech and Signal Processing Proceedings*, volume 5, pages 893–896. [17](#)
- [Cichocki et al., 2009] Cichocki, A., Zdunek, R., Phan, A.-H., and Amari, S.-i. (2009). *Nonnegative Matrix and Tensor Factorizations : Applications to Exploratory Multi-Way Data Analysis and Blind Source Separation*. [14](#), [15](#), [16](#)
- [Cichoki and Zdunek, 2007] Cichoki, A. and Zdunek, R. (2007). Multilayer nonnegative matrix factorization using projected gradient approaches. *International Journal of Neural Systems*, 17(06) :431–446. [15](#)
- [Comon, 1994] Comon, P. (1994). Independent component analysis, a new concept? *Signal Processing*, 36 :287–314. [11](#)
- [Comon and Jutten, 2010] Comon, P. and Jutten, C. (2010). *Handbook of Blind Source Separation. Independent Component Analysis and Applications*. Academic Press. [8](#), [11](#), [12](#), [13](#), [14](#)
- [Craig, 1994] Craig, M. D. (1994). Minimum-volume transforms for remotely sensed data. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 32(3) :542–552. [85](#)
- [Delabrouille and Cardoso, 2009] Delabrouille, J. and Cardoso, J.-F. (2009). *Diffuse Source Separation in CMB Observations*, pages 159–205. Springer Berlin Heidelberg, Berlin, Heidelberg. [26](#)
- [Delabrouille et al., 2003] Delabrouille, J., Cardoso, J.-F., and Patanchon, G. (2003). Multidetector multicomponent spectral matching and applications for cosmic microwave background data analysis. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 346(4) :1089–1102. [25](#)
- [Deville, 2011] Deville, Y. (2011). *Signaux temporels et spatiotemporels. Traitement du signal - Analyse des signaux, théorie de l'information, traitement d'antenne, séparation aveugle de sources*. Ellipses. [8](#), [11](#), [13](#)
- [Deville, 2014] Deville, Y. (2014). *Sparse Component Analysis : A General Framework for Linear and Nonlinear Blind Source Separation and Mixture Identification*, pages 151–196. Springer Berlin Heidelberg, Berlin, Heidelberg. [14](#)
- [Deville, 2015] Deville, Y. (2015). Matrix factorization for bilinear blind source separation : methods, separability and conditioning. In *Proceedings of the 23rd European Signal Processing Conference (EUSIPCO 2015)*, pages 1945–1949, Nice, France. [115](#), [118](#)
- [Deville, 2016] Deville, Y. (2016). Blind source separation and blind mixture identification methods. In *Wiley Encyclopedia of Electrical and Electronics Engineering*, pages 1–33. J. Webster. [8](#), [11](#), [13](#)

- [Deville, 2019] Deville, Y. (2019). From separability/identifiability properties of bilinear and linear-quadratic mixture matrix factorization to factorization algorithms. *Digital Signal Processing*, 87 :21–33. [115](#)
- [Deville and Duarte, 2015] Deville, Y. and Duarte, L. T. (2015). An overview of blind source separation methods for linear-quadratic and post-nonlinear mixtures. In *Latent Variable Analysis and Signal Separation : 12th International Conference, LVA/ICA 2015*, pages 155–167. Springer International Publishing, Liberec, Czech Republic. [9](#), [17](#)
- [Deville and Hosseini, 2007] Deville, Y. and Hosseini, S. (2007). Blind identification and separation methods for linear-quadratic mixtures and/or linearly independent non-stationary signals. In *2007 9th International Symposium on Signal Processing and Its Applications*, pages 1–4. [19](#)
- [Deville and Hosseini, 2009] Deville, Y. and Hosseini, S. (2009). Recurrent networks for separating extractable-target nonlinear mixtures. part i : Non-blind configurations. *Signal Processing*, 89(4) :378 – 393. [18](#)
- [Deville and Hosseini, 2010] Deville, Y. and Hosseini, S. (2010). Blind operation of a recurrent neural network for linear-quadratic source separation : Fixed points, stabilization and adaptation scheme. In *Latent Variable Analysis and Signal Separation*, pages 237–244, Berlin, Heidelberg. Springer Berlin Heidelberg. [18](#)
- [Deville and Puigt, 2007] Deville, Y. and Puigt, M. (2007). Temporal and time-frequency correlation-based blind source separation methods. part i : Determined and underdetermined linear instantaneous mixtures. *Signal Processing*, 87(3) :374 – 407. [14](#), [19](#)
- [Dobigeon et al., 2016] Dobigeon, N., Altmann, Y., Brun, N., and Moussaoui, S. (2016). Chapter 6 - Linear and Nonlinear Unmixing in Hyperspectral Imaging. In Ruckebusch, C., editor, *Resolving Spectral Mixtures*, volume 30 of *Data Handling in Science and Technology*, pages 185 – 224. Elsevier. [91](#)
- [Dogancay, 2005] Dogancay, K. (2005). Blind compensation of nonlinear distortion for bandlimited signals. *IEEE Transactions on Circuits and Systems I : Regular Papers*, 52(9) :1872–1882. [94](#)
- [Donoho and Stodden, 2004] Donoho, D. and Stodden, V. (2004). When does non-negative matrix factorization give a correct decomposition into parts? In Thrun, S., Saul, L. K., and Schölkopf, B., editors, *Advances in Neural Information Processing Systems 16*, pages 1141–1148. MIT Press. [16](#)
- [Drakakis et al., 2006] Drakakis, K., Rickard, S. T., de Fréin, R., and Cichocki, A. (2006). Analysis of financial data using non-negative matrix factorization. pages 1853–1870. [17](#)
- [Duarte et al., 2012] Duarte, L. T., Ando, R. A., Attux, R., Deville, Y., and Jutten, C. (2012). Separation of sparse signals in overdetermined linear-quadratic mixtures. In *Latent Variable Analysis and Signal Separation*, pages 239–246, Berlin, Heidelberg. Springer Berlin Heidelberg. [19](#)
- [Duarte et al., 2009] Duarte, L. T., Jutten, C., and Moussaoui, S. (2009). Bayesian source separation of linear-quadratic and linear mixtures through a mcmc method. In *2009 IEEE International Workshop on Machine Learning for Signal Processing*, pages 1–6. [19](#)
- [Duarte et al., 2011] Duarte, L. T., Jutten, C., and Moussaoui, S. (2011). Bayesian source separation of linear and linear-quadratic mixtures using truncated priors. *Journal of Signal Processing Systems*, 65(3) :311–323. [19](#)

- [Duarte et al., 2010] Duarte, L. T., Suyama, R., Attux, R., Deville, Y., Romano, J. M. T., and Jutten, C. (2010). Blind source separation of overdetermined linear-quadratic mixtures. In *Latent Variable Analysis and Signal Separation*, pages 263–270, Berlin, Heidelberg. Springer Berlin Heidelberg. [18](#)
- [E. Themelis et al., 2010] E. Themelis, K., Rontogiannis, A., and Koutroumbas, K. (2010). Semi-supervised hyperspectral unmixing via the weighted lasso. pages 1194–1197. [84](#)
- [Eches et al., 2010a] Eches, O., Dobigeon, N., Mailhes, C., and Tourneret, J. (2010a). Bayesian estimation of linear mixtures using the normal compositional model. application to hyperspectral imagery. *IEEE Transactions on Image Processing*, 19(6) :1403–1413. [84](#)
- [Eches et al., 2010b] Eches, O., Dobigeon, N., and Tourneret, J. (2010b). A reversible-jump mcmc algorithm for estimating the number of endmembers in the normal compositional model application to the unmixing of hyperspectral images. In *2010 IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing*, pages 1222–1225. [86](#)
- [Eches and Guillaume, 2014] Eches, O. and Guillaume, M. (2014). A bilinear-bilinear nonnegative matrix factorization method for hyperspectral unmixing. *IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters*, 11(4) :778–782. [90](#)
- [Eismann and Hardie, 2004] Eismann, M. T. and Hardie, R. C. (2004). Stochastic spectral unmixing with enhanced endmember class separation. *Appl. Opt.*, 43(36) :6596–6608. [86](#)
- [Fan et al., 2009] Fan, W., Hu, B., Miller, J., and Li, M. (2009). Comparative study between a new nonlinear model and common linear model for analysing laboratory simulated–forest hyperspectral data. *International Journal of Remote Sensing*, 30(11) :2951–2962. [90](#)
- [Forni et al., 2005] Forni, O., Poulet, F., Bibring, J.-P., Erard, S., Gomez, C., Langevin, Y., and Gondet, B. (2005). Component separation of omega spectra with ica. [26](#)
- [Freudling et al., 2008] Freudling, W., Kümmel, M., Haase, J., Hook, R., Kuntschner, H., Lombardi, M., Micol, A., Stoehr, F., and Walsh, J. (2008). The hubble legacy archive nicmos grism data. *Astronomy and Astrophysics*, 490. [33](#)
- [Funaro et al., 2003] Funaro, M., Oja, E., and Valpola, H. (2003). Independent component analysis for artefact separation in astrophysical images. *Neural Networks*, 16(3) :469 – 478. [26](#)
- [Févotte and Dobigeon, 2015] Févotte, C. and Dobigeon, N. (2015). Nonlinear hyperspectral unmixing with robust nonnegative matrix factorization. *IEEE Transactions on Image Processing*, 24(12) :4810–4819. [88](#)
- [Guerrero et al., 2018] Guerrero, A., Deville, Y., and Hosseini, S. (2018). A blind source separation method based on output nonlinear correlation for bilinear mixtures. In *Latent Variable Analysis and Signal Separation LVA/ICA 2018*, pages 183–192, Guilford, UK. [82](#), [111](#)
- [Guerrero et al., 2019] Guerrero, A., Hosseini, S., Deville, Y., Contini, T., and Grégoire, T. (2019). A new separation method for galaxy spectra based on data fusion between two grism orders in slitless spectroscopy. In *ICASSP 2019 - 2019 IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing (ICASSP)*, pages 4245–4249. [75](#)
- [Halimi et al., 2011] Halimi, A., Altmann, Y., Dobigeon, N., and Tourneret, J. (2011). Nonlinear unmixing of hyperspectral images using a generalized bilinear model. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 49(11) :4153–4162. [90](#)

- [Heinz and Chein-I-Chang, 2001] Heinz, D. C. and Chein-I-Chang (2001). Fully constrained least squares linear spectral mixture analysis method for material quantification in hyperspectral imagery. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 39(3) :529–545. [84](#)
- [Heylen et al., 2011] Heylen, R., Burazerovic, D., and Scheunders, P. (2011). Non-linear spectral unmixing by geodesic simplex volume maximization. *IEEE Journal of Selected Topics in Signal Processing*, 5(3) :534–542. [88](#)
- [Hoang Nguyen et al., 2012] Hoang Nguyen, N., Richard, C., Honeine, P., and Theys, C. (2012). Hyperspectral image unmixing using manifold learning methods derivations and comparative tests. In *2012 IEEE International Geoscience and Remote Sensing Symposium*, pages 3086–3089. [88](#)
- [Honeine and Richard, 2012] Honeine, P. and Richard, C. (2012). Geometric unmixing of large hyperspectral images : A barycentric coordinate approach. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 50(6) :2185–2195. [88](#)
- [Hosseini and Deville, 2003] Hosseini, S. and Deville, Y. (2003). Blind separation of linear-quadratic mixtures of real sources using a recurrent structure. In Mira, J. and Álvarez, J. R., editors, *Artificial Neural Nets Problem Solving Methods*, pages 241–248, Berlin, Heidelberg. Springer Berlin Heidelberg. [17](#), [18](#)
- [Hosseini and Deville, 2004] Hosseini, S. and Deville, Y. (2004). Blind maximum likelihood separation of a linear-quadratic mixture. In Puntotnet, C. G. and Prieto, A., editors, *Independent Component Analysis and Blind Signal Separation*, pages 694–701, Berlin, Heidelberg. Springer Berlin Heidelberg. [Erratum](#). [18](#)
- [Hosseini and Deville, 2013] Hosseini, S. and Deville, Y. (2013). Recurrent networks for separating extractable-target nonlinear mixtures. part ii. blind configurations. *Signal Process.*, 93(4) :671–683. [18](#)
- [Hosseini and Deville, 2014] Hosseini, S. and Deville, Y. (2014). Blind separation of parametric nonlinear mixtures of possibly autocorrelated and non-stationary sources. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 62(24) :6521–6533. [18](#)
- [Hosseini et al., 2016] Hosseini, S., Deville, Y., Duarte, L. T., and Selloum, A. (2016). Extending nmf to blindly separate linear-quadratic mixtures of uncorrelated sources. In *2016 IEEE 26th International Workshop on Machine Learning for Signal Processing (MLSP)*, pages 1–6. [19](#)
- [Hoyer, 2002] Hoyer, P. O. (2002). Non-negative sparse coding. In *Proceedings of the 12th IEEE Workshop on Neural Networks for Signal Processing*, pages 557–565. [15](#), [17](#)
- [Huard and Marion, 2011] Huard, P. and Marion, R. (2011). Study of non-linear mixing in hyperspectral imagery - A first attempt in the laboratory. In *2011 3rd Workshop on Hyperspectral Image and Signal Processing : Evolution in Remote Sensing (WHISPERS)*, pages 1–4. [87](#), [89](#)
- [Hurley et al., 2013] Hurley, P., Oliver, S., Farrah, D., Lebouteiller, V., and Spoon, H. (2013). Learning the fundamental mir spectral components of galaxies with non-negative matrix factorisation. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 437. [27](#)
- [Hyvärinen, 1998] Hyvärinen, A. (1998). Independent component analysis in the presence of gaussian noise by maximizing joint likelihood. *Neurocomputing*, 22(1) :49 – 67. [12](#)
- [Hyvärinen et al., 2001] Hyvärinen, A., Karhunen, J., and Oja, E. (2001). *Independent Component Analysis*. Wiley. [11](#), [12](#)

- [Hyvärinen and Oja, 1997] Hyvärinen, A. and Oja, E. (1997). A fast fixed-point algorithm for independent component analysis. *Neural Computation*, 9(7) :1483–1492. [12](#), [25](#), [26](#)
- [Ifarraguerri and Chang, 1999] Ifarraguerri, A. and Chang, C. . (1999). Multispectral and hyperspectral image analysis with convex cones. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 37(2) :756–770. [85](#)
- [Jarboui et al., 2018] Jarboui, L., Deville, Y., Hosseini, S., Guidara, R., Hamida, A. B., and Duarte, L. T. (2018). A second-order blind source separation method for bilinear mixtures. *Multidimensional Systems and Signal Processing*, 29(3) :1153–1172. [18](#)
- [Jarboui et al., 2014] Jarboui, L., Hosseini, S., Deville, Y., Guidara, R., and Ben Hamida, A. (2014). A new unsupervised method for hyperspectral image unmixing using a linear-quadratic model. In *2014 1st International Conference on Advanced Technologies for Signal and Image Processing (ATSIP)*, pages 423–428. [19](#)
- [Jarboui et al., 2016] Jarboui, L., Hosseini, S., Guidara, R., Deville, Y., and Ben Hamida, A. (2016). A map-based nmf approach to hyperspectral image unmixing using a linear-quadratic mixture model. In *2016 IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing (ICASSP)*, pages 3356–3360. [19](#)
- [Jingqing Luo and Zhiguo Zhang, 2000] Jingqing Luo and Zhiguo Zhang (2000). Using eigenvalue grads method to estimate the number of signal source. In *5th International Conference on Signal Processing Proceedings ICSP*, volume 1, pages 223–225. [10](#)
- [Jourjine et al., 2000] Jourjine, A., Rickard, S., and Yilmaz, O. (2000). Blind separation of disjoint orthogonal signals : demixing n sources from 2 mixtures. In *2000 IEEE International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing. Proceedings (Cat. No.00CH37100)*, volume 5, pages 2985–2988. [13](#)
- [Jutten and Herault, 1991] Jutten, C. and Herault, J. (1991). Blind separation of sources, part i : An adaptive algorithm based on neuromimetic architecture. *Signal Processing*, 24(1) :1 – 10. [18](#)
- [Jutten et al., 2007] Jutten, C., Moussaoui, S., and Schmidt, F. (2007). How to Apply ICA on Actual Data ? Example of Mars Hyperspectral Image Analysis. In *15th International Conference on Digital Signal Processing, DSP 2007*, pages 1–12, Cardiff, United Kingdom. [26](#)
- [Juvela et al., 1996] Juvela, M., Lehtinen, K., and Paatero, P. (1996). The use of positive matrix factorization in the analysis of molecular line spectra. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 280 :616–626. [26](#)
- [Karoui, 2012] Karoui, M. S. (2012). *Méthodes de séparation aveugle de sources et application à la télédétection spatiale*. PhD thesis, Université Paul Sabatier Toulouse 3. [86](#)
- [Karoui et al., 2012] Karoui, M. S., Deville, Y., Hosseini, S., and Ouamri, A. (2012). Blind spatial unmixing of multispectral images : New methods combining sparse component analysis, clustering and non-negativity constraints. *Pattern Recognition*, 45(12) :4263 – 4278. [86](#)
- [Keshava and Mustard, 2002] Keshava, N. and Mustard, J. F. (2002). Spectral unmixing. *IEEE Signal Processing Magazine*, 19(1) :44–57. [87](#)
- [Kim and Park, 2007] Kim, H. and Park, H. (2007). Sparse non-negative matrix factorizations via alternating non-negativity-constrained least squares for microarray data analysis. *Bioinformatics*, 23 12 :1495–502. [17](#)

- [Knuth et al., 2007] Knuth, K., Kit Tse, M., Choinsky, J., Maunu, H., and Carbon, D. (2007). Bayesian source separation applied to identifying complex organic molecules in space. pages 346 – 350. [26](#)
- [Knuth, 1999] Knuth, K. H. (1999). A bayesian approach to source separation. *International Workshop on Independent Component Analysis and Signal Separation*, pages 283–288. [13](#)
- [Kokaly et al., 2017] Kokaly, R., Clark, R., Swayze, G., Livo, K., Hoefen, T., Pearson, N., Wise, R., Benzel, W., Lowers, H., Driscoll, R., and Klein, A. (2017). USGS Spectral Library version 7 : U.S. Geological Survey Data Series 1035. <https://doi.org/10.3133/ds1035>. [84](#), [87](#), [116](#), [122](#), [130](#)
- [Krob and Benidir, 1993] Krob, M. and Benidir, M. (1993). Blind identification of a linear-quadratic mixture : application to quadratic phase coupling estimation. In *IEEE Signal Processing Workshop on Higher-Order Statistics*, pages 351–355. [17](#)
- [Kumar et al., 2011] Kumar, U., Kumar Raja, S., Mukhopadhyay, C., and Ramachandra, T. V. (2011). A multi-layer perceptron based non-linear mixture model to estimate class abundance from mixed pixels. In *IEEE Technology Students' Symposium*, pages 148–153. [87](#)
- [Kuruoglu, 2010] Kuruoglu, E. E. (2010). Bayesian source separation for cosmology. *IEEE Signal Processing Magazine*, 27(1) :43–54. [26](#)
- [Kümmel et al., 2009] Kümmel, M., Walsh, J., Pirzkal, N., Kuntschner, H., and Pasquali, A. (2009). The slitless spectroscopy data extraction software axe. *Publications of the Astronomical Society of the Pacific*, 121 :59–72. [30](#), [33](#)
- [Leach et al., 2008] Leach, S. M., Cardoso, J.-F., Baccigalupi, C., Barreiro, R. B., Betoule, M., Bobin, J., Bonaldi, A., De Zotti, G., Delabrouille, J., Dickinson, C., Eriksen, H. K., González-Nuevo, J., Hansen, F. K., Herranz, D., Le Jeune, M., López-Caniego, M., Martínez-González, E., Massardi, M., Melin, J. B., Miville-Deschênes, M. A., Patanchon, G., Prunet, S., Ricciardi, S., Salerno, E., Sanz, J. L., Starck, J.-L., Stivoli, F., Stolyarov, V., Stompor, R., and Vielva, P. (2008). Component separation methods for the Planck mission. *Astronomy and Astrophysics - A&A*, 491 :597–615. [26](#)
- [Lee and Seung, 1999] Lee, D. D. and Seung, H. S. (1999). Learning the parts of objects by non-negative matrix factorization. *Nature*, 401 :788–791. [14](#)
- [Lee and Seung, 2001] Lee, D. D. and Seung, H. S. (2001). Algorithms for non-negative matrix factorization. In *Neural Information Processing Systems*, pages 556–562. MIT Press. [14](#), [15](#), [27](#)
- [Li et al., 2012] Li, J., Bioucas-Dias, J. M., and Plaza, A. (2012). Collaborative nonnegative matrix factorization for remotely sensed hyperspectral unmixing. In *2012 IEEE International Geoscience and Remote Sensing Symposium*, pages 3078–3081. [86](#)
- [Lin, 2007] Lin, C. (2007). Projected gradient methods for nonnegative matrix factorization. *Neural Computation*, 19(10) :2756–2779. [15](#), [49](#), [75](#)
- [Liu and Wang, 2013] Liu, Q. and Wang, W. (2013). Show-through removal for scanned images using non-linear nmf with adaptive smoothing. *2013 IEEE China Summit and International Conference on Signal and Information Processing*, pages 650–654. [19](#)
- [Liu and Wu, 2005] Liu, W. and Wu, E. Y. (2005). Comparison of non-linear mixture models : sub-pixel classification. *Remote Sensing of Environment*, 94(2) :145 – 154. [88](#)

- [Ma et al., 2014] Ma, W., Bioucas-Dias, J. M., Chan, T., Gillis, N., Gader, P., Plaza, A. J., Ambikapathi, A., and Chi, C. (2014). A signal processing perspective on hyperspectral unmixing : Insights from remote sensing. *IEEE Signal Processing Magazine*, 31(1) :67–81. [85](#), [86](#)
- [Maino et al., 2002] Maino, D., Farusi, A., Baccigalupi, C., Perrotta, F., and Bedini, L. (2002). All-sky astrophysical component separation with fast independent component analysis *fastica*. *MNRAS*, pages 53–68. [25](#)
- [Meganem, 2012] Meganem, I. (2012). *Blind source separation methods for hyperspectral imaging. Application to urban remote sensing and astrophysics*. Theses, Université Paul Sabatier - Toulouse III. [27](#), [90](#), [94](#), [123](#)
- [Meganem et al., 2014a] Meganem, I., Déliot, P., Briottet, X., Deville, Y., and Hosseini, S. (2014a). Linear-quadratic mixing model for reflectances in urban environments. *IEEE Transactions on Geos. and Remote Sensing*, 52(1) :544–558. [19](#), [90](#), [94](#), [95](#), [111](#)
- [Meganem et al., 2014b] Meganem, I., Deville, Y., Hosseini, S., Déliot, P., and Briottet, X. (2014b). Linear-quadratic blind source separation using nmf to unmix urban hyperspectral images. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 62(7) :1822–1833. [v](#), [18](#), [82](#), [90](#), [118](#), [119](#), [121](#), [123](#), [129](#)
- [Meganem et al., 2011] Meganem, I., Deville, Y., Hosseini, S., Déliot, P., Briottet, X., and Duarte, L. T. (2011). Linear-quadratic and polynomial non-negative matrix factorization ; application to spectral unmixing. In *2011 19th European Signal Processing Conference*, pages 1859–1863. [18](#), [95](#)
- [Meganem et al., 2010] Meganem, I., Deville, Y., and Puigt, M. (2010). Blind separation methods based on correlation for sparse possibly-correlated images. In *2010 IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing*, pages 1334–1337. [86](#)
- [Merrikh-Bayat et al., 2011] Merrikh-Bayat, F., Babaie-Zadeh, M., and Jutten, C. (2011). Linear-quadratic blind source separating structure for removing show-through in scanned documents. *International Journal on Document Analysis and Recognition (IJ DAR)*, 14(4) :319–333. [18](#)
- [Miao and Qi, 2007] Miao, L. and Qi, H. (2007). Endmember extraction from highly mixed data using minimum volume constrained nonnegative matrix factorization. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 45(3) :765–777. [85](#)
- [Mokhtari et al., 2009] Mokhtari, F., Babaie-Zadeh, M., and Jutten, C. (2009). Blind separation of bilinear mixtures using mutual information minimization. In *2009 IEEE International Workshop on Machine Learning for Signal Processing*, pages 1–6. [18](#)
- [Morello et al., 2014] Morello, G., Waldmann, I. P., Tinetti, G., Peres, G., Micela, G., and Horwarth, I. D. (2014). A new look at spitzer primary transit observations of the exoplanet hd 189733b. *The Astrophysical Journal*, 786(1) :22. [26](#)
- [Moudden et al., 2005] Moudden, Y., Cardoso, J.-F., Starck, J.-L., and Delabrouille, J. (2005). Blind component separation in wavelet space : Application to cmb analysis. *EURASIP Journal on Advances in Signal Processing*, 2005(15) :2437–2454. [26](#)
- [Moussaoui et al., 2005] Moussaoui, S., Brie, D., and Idier, J. (2005). Non-negative source separation : range of admissible solutions and conditions for the uniqueness of the solution. In *Proceedings. (ICASSP '05). IEEE International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing, 2005.*, volume 5, pages 289–292. [16](#)

- [Moussaoui et al., 2006] Moussaoui, S., Brie, D., Mohammad-Djafari, A., and Carteret, C. (2006). Separation of non-negative mixture of non-negative sources using a bayesian approach and mcmc sampling. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 54(11) :4133–4145. [13](#), [26](#)
- [Moussaoui et al., 2008] Moussaoui, S., Hauksdóttir, H., Schmidt, F., Jutten, C., Chanussot, J., Brie, D., Douté, S., and Benediktsson, J. (2008). On the decomposition of mars hyperspectral data by ica and bayesian positive source separation. *Neurocomputing*, 71(10) :2194 – 2208. [26](#)
- [Nascimento and Bioucas-Dias, 2005] Nascimento, J. M. P. and Bioucas-Dias, J. M. (2005). Vertex component analysis : a fast algorithm to unmix hyperspectral data. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 43(4) :898–910. [85](#)
- [Nascimento and Bioucas-Dias, 2007] Nascimento, J. M. P. and Bioucas-Dias, J. M. (2007). Hyperspectral unmixing algorithm via dependent component analysis. In *2007 IEEE International Geoscience and Remote Sensing Symposium*, pages 4033–4036. [86](#)
- [Nascimento and Bioucas-Dias, 2009] Nascimento, J. M. P. and Bioucas-Dias, J. M. (2009). Learning dependent sources using mixtures of dirichlet : Applications on hyperspectral unmixing. In *2009 First Workshop on Hyperspectral Image and Signal Processing : Evolution in Remote Sensing*, pages 1–5. [86](#)
- [Nascimento and Bioucas-Dias, 2009] Nascimento, J. M. P. and Bioucas-Dias, J. M. (2009). Non-linear mixture model for hyperspectral unmixing. volume 7477. [89](#)
- [Nascimento and Dias, 2005] Nascimento, J. M. P. and Dias, J. M. B. (2005). Does independent component analysis play a role in unmixing hyperspectral data? *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 43(1) :175–187. [86](#), [90](#)
- [Nuzillard and Bijaoui, 2000] Nuzillard, D. and Bijaoui, A. (2000). Blind source separation and analysis of multispectral astronomical images. In *Astronomy and Astrophysics Supplement Series*, volume 147, pages 129–138. [26](#)
- [Paatero and Tapper, 1994] Paatero, P. and Tapper, U. (1994). Positive matrix factorization : A non-negative factor model with optimal utilization of error estimates of data values. *Environmetrics*, 5(2) :111–126. [14](#), [15](#), [27](#)
- [Parente and Plaza, 2010] Parente, M. and Plaza, A. (2010). Survey of geometric and statistical unmixing algorithms for hyperspectral images. In *2010 2nd Workshop on Hyperspectral Image and Signal Processing : Evolution in Remote Sensing*, pages 1–4. [85](#)
- [Parente and Zymnis, 2005] Parente, M. and Zymnis, A. (2005). Statistical clustering and mineral spectral unmixing in aviris hyperspectral image of cuprite, nv. [84](#)
- [Patanchon et al., 2005] Patanchon, G., Cardoso, J.-F., Delabrouille, J., and Vielva, P. (2005). Cosmic microwave background and foregrounds in Wilkinson Microwave Anisotropy Probe first-year data. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 364(4) :1185–1194. [25](#)
- [Pérez, 2004] Pérez, J. (2004). *Optique - Fondements et applications*. Dunod. [32](#), [59](#)
- [Petersen and Pedersen, 2012] Petersen, K. B. and Pedersen, M. S. (2012). *The Matrix Cookbook*. Technical University of Denmark. [50](#), [63](#)
- [Pham, 2000] Pham, D. T. (2000). Blind separation of instantaneous mixture of sources via the gaussian mutual information criterion. In *2000 10th European Signal Processing Conference*, pages 1–4. [12](#)

- [Pham and Cardoso, 2001] Pham, D. T. and Cardoso, J. F. (2001). Blind separation of instantaneous mixtures of nonstationary sources. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 49(9) :1837–1848. [12](#)
- [Pham and Garat, 1997] Pham, D. T. and Garat, P. (1997). Blind separation of mixture of independent sources through a quasi-maximum likelihood approach. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 45(7) :1712–1725. [12](#)
- [Ping-Xiang Li et al., 2005] Ping-Xiang Li, Bo Wu, and LiangPei Zhang (2005). Abundance estimation from hyperspectral image based on probabilistic outputs of multi-class support vector machines. In *Proceedings. 2005 IEEE International Geoscience and Remote Sensing Symposium, 2005.*, volume 6, pages 4315–4318. [88](#)
- [Plaza et al., 2007] Plaza, J., Plaza, A., Perez, R., and Martinez, P. (2007). Joint linear/nonlinear spectral unmixing of hyperspectral image data. In *2007 IEEE International Geoscience and Remote Sensing Symposium*, pages 4037–4040. [87](#)
- [Plaza et al., 2004] Plaza, J., Plaza, A. J., Martinez, P., and Perez, R. M. (2004). Nonlinear mixture models for analyzing laboratory simulated-forest hyperspectral data. volume 5238. [88](#)
- [Qian et al., 2011] Qian, Y., Jia, S., Zhou, J., and Robles-Kelly, A. (2011). Hyperspectral unmixing via  $l_{1/2}$  sparsity-constrained nonnegative matrix factorization. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 49(11) :4282–4297. [86](#)
- [Ray and Murray, 1996] Ray, T. W. and Murray, B. C. (1996). Nonlinear spectral mixing in desert vegetation. *Remote Sensing of Environment*, 55(1) :59 – 64. [89](#)
- [Rezaei and Boostani, 2011] Rezaei, M. and Boostani, R. (2011). An efficient initialization method for nonnegative matrix factorization. *Journal of Applied Sciences*, 11. [16](#)
- [Rickard and Yilmaz, 2002] Rickard, S. and Yilmaz, O. (2002). On the approximate w-disjoint orthogonality of speech. *IEEE International Conference ICASSP*, pages 529–532. [13](#)
- [Selloum et al., 2015] Selloum, A., Hosseini, S., Contini, T., and Deville, Y. (2015). Semi-blind separation of galaxy spectra from a mixture obtained by slitless spectroscopy. In *2015 23rd European Signal Processing Conference*, pages 1641–1645. [iv](#), [30](#), [35](#), [36](#), [37](#), [39](#), [40](#), [41](#), [48](#), [63](#), [75](#)
- [Selloum et al., 2016] Selloum, A., Hosseini, S., Deville, Y., and Contini, T. (2016). Mixing model in slitless spectroscopy and resulting blind methods for separating galaxy spectra. In *Machine Learning for Signal Processing*, Salerno, Italy. [iv](#), [30](#), [31](#), [33](#), [35](#), [38](#), [39](#), [40](#), [41](#), [45](#), [47](#), [48](#), [49](#), [63](#), [75](#)
- [Snoussi et al., 2001] Snoussi, H., Patanchon, G., Macías-Pérez, J. F., Mohammad-Djafari, A., and Delabrouille, J. (2001). Bayesian blind component separation for cosmic microwave background observations. In *AIP Conference Proceedings*, volume 617, pages 125–140. [26](#)
- [Somers et al., 2009] Somers, B., Cools, K., Delalieux, S., Stuckens, J., der Zande, D. V., Verstraeten, W. W., and Coppin, P. (2009). Nonlinear hyperspectral mixture analysis for tree cover estimates in orchards. *Remote Sensing of Environment*, 113(6) :1183 – 1193. [89](#)
- [Stein, 2003] Stein, D. (2003). Application of the normal compositional model to the analysis of hyperspectral imagery. In *IEEE Workshop on Advances in Techniques for Analysis of Remotely Sensed Data, 2003*, pages 44–51. [84](#)

- [Stolyarov et al., 2005] Stolyarov, V., Lasenby, A. N., Hobson, M. P., and Barreiro, R. B. (2005). All-sky component separation in the presence of anisotropic noise and dust temperature variations. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 357(1) :145–155. [26](#)
- [Theodoridis and Koutroumbas, 2009] Theodoridis, S. and Koutroumbas, K. (2009). *Pattern Recognition*. Academic Press. [9](#), [115](#)
- [Tikhonov, 1963] Tikhonov, A. N. (1963). Solution of incorrectly formulated problems and the regularization method. [37](#)
- [Tong et al., 1990] Tong, L., Soon, V. C., Huang, Y. F., and Liu, R. (1990). Amuse : a new blind identification algorithm. In *IEEE International Symposium on Circuits and Systems*, volume 3, pages 1784–1787. [12](#)
- [Waldmann et al., 2013] Waldmann, I. P., Tinetti, G., Deroo, P., Hollis, M. D. J., Yurchenko, S. N., and Tennyson, J. (2013). Blind extraction of an exoplanetary spectrum through independent component analysis. *The Astrophysical Journal*, 766(1) :7. [26](#)
- [Wang and Chang, 2006] Wang, J. and Chang, C. . (2006). Applications of independent component analysis in endmember extraction and abundance quantification for hyperspectral imagery. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 44(9) :2601–2616. [86](#)
- [Wang et al., 2003] Wang, J.-H., Hopke, P. K., Hancewicz, T. M., and Zhang, S. L. (2003). Application of modified alternating least squares regression to spectroscopic image analysis. *Analytica Chimica Acta*, 476(1) :93 – 109. [15](#)
- [Wild et al., 2004] Wild, S., Curry, J., and Dougherty, A. (2004). Improving non-negative matrix factorizations through structured initialization. *Pattern Recogn.*, 37(11) :2217–2232. [16](#)
- [Winter, 1999] Winter, M. E. (1999). N-findr : an algorithm for fast autonomous spectral end-member determination in hyperspectral data. volume 3753. [85](#), [87](#), [118](#)
- [Yilmaz and Rickard, 2004] Yilmaz, Ö. and Rickard, S. T. (2004). Blind separation of speech mixtures via time-frequency masking. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 52 :1830–1847. [13](#)
- [Zhao and Zhang, 2009] Zhao, L. and Zhang, K. (2009). A new least squares subspace projection approach to unmix hyperspectral data. In *2009 WRI Global Congress on Intelligent Systems*, volume 4, pages 350–354. [84](#)
- [Zhaohui Guo, 2009] Zhaohui Guo, Todd Wittman, S. O. (2009). L1 unmixing and its application to hyperspectral image enhancement. volume 7334. [84](#)
- [Zoubian et al., 2012] Zoubian, J., Kneib, J.-P., and Milliard, B. (2012). *Cosmological observations with a wide field telescope in space : Pixel simulations of EUCLID spectrometer*. Theses, Aix-Marseille Université. [31](#), [35](#), [43](#), [44](#), [45](#)



# Publications scientifiques de l'auteur

## Actes de conférences internationales avec comité de lecture

1. Guerrero, A., Deville, Y., and Hosseini, S. (2018). A blind source separation method based on output nonlinear correlation for bilinear mixtures. In *Latent Variable Analysis and Signal Separation LVA/ICA 2018*, Guilford, UK.
2. Guerrero, A., Hosseini, S., Deville, Y., Contini, T., and Grégoire, T. (2019). A new separation method for galaxy spectra based on data fusion between two grism orders in slitless spectroscopy. In *ICASSP 2019 - 2019 IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing (ICASSP)*, Brighton, UK.

## Actes de conférences nationales avec comité de lecture

1. Guerrero, A., Hosseini, S., Deville, Y., Contini, T., and Grégoire, T. (2019). Séparation de spectres de galaxies basée sur la fusion de données de deux ordres de grisme en spectroscopie sans fente. In *XXVIIe colloque GRETSI Colloque francophone de traitement du signal et des images*, Lille, France.

## Colloques nationaux sans actes

1. Guerrero, A., Deville, Y., and Hosseini, S. (2018). Une méthode de démixage non supervisé basée sur la corrélation non linéaire des sorties pour des mélanges bilinéaires ; applications aux milieux urbains. In *SFPT-GH-2018 : 6ème colloque scientifique SFPT-Groupe Hyperspectral*, Montpellier, France.
2. Guerrero, A., Hosseini, S., Deville, Y., Contini, T., and Grégoire, T. (2019). Séparation de spectres de galaxies fondée sur la fusion de données. In *SFPT-GH- 2019 : 7ème colloque scientifique SFPT-Groupe Hyperspectral*, Toulouse, France.



# Résumé

**mots-clés :** séparation aveugle de sources, imagerie hyperspectrale, démélange non supervisé, astrophysique, observation de la Terre.

Le but de cette thèse est de développer des méthodes de séparation aveugle de sources (SAS) en imagerie hyperspectrale applicables dans les domaines de l'astrophysique et de l'observation de la Terre. La SAS a pour objectif d'estimer des signaux sources à partir de données acquises avec des capteurs, appelées mélanges. De nos jours, le développement technologique des capteurs utilisés dans les domaines étudiés et le besoin de données de plus en plus précises, ont démocratisé l'utilisation de capteurs hyperspectraux. Ces capteurs fournissent des observations, c'est-à-dire des spectres, sur plusieurs dizaines voire plusieurs centaines de longueurs d'onde, conduisant à un volume de données à traiter très important, et donc à de nouveaux challenges dans le domaine de la SAS. Pour l'application en astrophysique, nous avons travaillé sur la mission EUCLID dont le lancement du satellite est prévu en 2022. Cette mission a pour but de mieux comprendre la nature de l'énergie noire, et en quoi cette énergie est responsable de l'accélération de l'expansion de l'univers. Pour cela, la spectroscopie sans fente va être utilisée pour cartographier le ciel, plus précisément pour observer les galaxies et leurs spectres. Or, les instruments utilisés dans ce type de spectroscopie, appelés grismes, induisent un mélange des spectres observés. Dans nos travaux, nous exploitons les spécificités du spectro-photomètre NISP dont le satellite sera équipé, et notamment des grismes, pour créer deux méthodes de séparation adaptées à EUCLID. La redondance d'informations due à l'acquisition de données dans plusieurs directions de dispersion du grisme a permis de créer un algorithme de fusion de données original et de développer une méthode de séparation efficace applicable à tous les spectres observables. Les spécificités optiques du grisme nous ont, quant à elles, permis de créer une autre méthode de séparation donnant une estimation des spectres plus précise, et applicable aux objets très lumineux. En ce qui concerne l'observation de la Terre, nos travaux ont été motivés par le besoin de développer des méthodes de SAS adaptées à des cas dits « complexes » tels que le cas de mélanges non linéaires, et particulièrement des mélanges bilinéaires, qui sont usuels dans le cas de scènes urbaines notamment. Les propriétés habituellement exploitées dans les méthodes de SAS de la littérature telles que la parcimonie ou l'indépendance statistique n'étant pas adaptées à ce genre de scènes, nous avons utilisé de nouveaux stratagèmes pour pouvoir séparer efficacement les sources. En effet, nous avons développé une approche reposant plus sur le type de modèle de mélange, i.e. le mélange bilinéaire, et ces particularités plutôt que sur les propriétés des sources ou des données. Cette méthode a pour principal avantage de ne nécessiter que très peu d'a priori sur les sources contrairement aux approches de la littérature, et demande seulement l'indépendance linéaire des sources et certains de leurs produits.



# Abstract

**key words :** blind source separation, hyperspectral imagery, unsupervised unmixing, astrophysics, Earth observation.

The goal in this thesis is to develop new blind source separation (BSS) methods for hyperspectral images in astrophysics and Earth observation areas. BSS aims to estimate source signals using observed data called mixtures. The data are acquired with hyperspectral sensors. This type of sensor is more common nowadays because of technology progress and the need of more precise data. Hyperspectral sensor allows to acquire data, i.e. spectra signals, spread on several dozen or even several hundreds of wavelengths. The data amount is very important and it is a new challenge for BSS methods. For the astrophysics application, we worked on the EUCLID mission whose launch is planned for 2022. The purpose of this mission is to get a better understanding of dark energy and how it is responsible for the acceleration of the universe expansion. To this end, slitless spectroscopy will be used to map the sky, and more precisely to observe galaxies and their spectra. The instruments used in this kind of spectroscopy are based on gratings, which yield spectra mixtures. In our work, we used the satellite spectrophotometer NISP specificities, especially the grating particularities, to create two separation methods adapted for EUCLID mission. The information redundancy due to the data acquisition in several directions of gratings allows us to create a novel data fusion algorithm, and an efficient separation method adapted to observed galaxy spectra. We have also created a separation method to estimate more precisely the galaxy spectra using the optical specificities of the grating, which is only adapted to very bright objects. Regarding the Earth observation field, our work was motivated by the lack of BSS methods in « complex » cases like non linear mixtures, especially in the case of bilinear mixtures that are common in urban scenes. Usual properties, like sparsity and statistical independence, used in state-of-the-art BSS methods are not suited for this type of scenes. So, we used new stratagem to separate the sources efficiently. Indeed, we developed a new approach relying on the type of mixing model, i.e. bilinear model, and on these specificities instead of on source or data properties. Unlike a lot of approaches in the literature, this method doesn't require many assumptions on the sources : only linear independence of the sources and some of their products is required.