



**HAL**  
open science

# Stratégie d'élaboration, d'identification et optimisation d'un modèle de connecteur pour la simulation d'assemblages boulonnés

Richard Verwaerde

► **To cite this version:**

Richard Verwaerde. Stratégie d'élaboration, d'identification et optimisation d'un modèle de connecteur pour la simulation d'assemblages boulonnés. Génie mécanique [physics.class-ph]. Université Paris-Saclay, 2020. Français. NNT : 2020UPAST018 . tel-03130671

**HAL Id: tel-03130671**

**<https://theses.hal.science/tel-03130671>**

Submitted on 3 Feb 2021

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# Stratégie d'élaboration, d'identification et optimisation d'un modèle de connecteur pour la simulation d'assemblages boulonnés

**Thèse de doctorat de l'Université Paris-Saclay**

École doctorale n° 579, Sciences mécaniques et  
énergétiques, matériaux et géosciences (SMEMaG)  
Spécialité de doctorat: Solides, structures et matériaux  
Unité de recherche: LMT – Laboratoire de Mécanique et Technologie  
Réfèrent: : ENS Paris-Saclay

**Thèse présentée et soutenue à l'ENS Paris-Saclay le 13  
Novembre 2020, par**

**Richard VERWAERDE**

## Composition du jury:

<b>Jean-Luc DION</b> Professeur des Universités, Supmeca, LISMMA	Président
<b>Alain DAIDIÉ</b> Professeur des Universités, INSA Toulouse, ICA	Rapporteur
<b>Laurent GORNET</b> Maître de Conférences, HDR, École Centrale Nantes, GeM	Rapporteur
<b>Ida RAOULT</b> Ingénieure de Recherche, PSA	Examinatrice
<b>Pierre-Alain BOUCARD</b> Professeur des Universités, ENS Paris-Saclay, LMT	Directeur
<b>Pierre-Alain GUIDAULT</b> Maître de conférences, ENS Paris-Saclay, LMT	Coencadrant



## Remerciements

La rédaction de ce manuscrit vient concrétiser l'aboutissement de mes travaux de thèse. Et si certaines pages ont été plus laborieuses à écrire que d'autres, la page de remerciements demeure certainement la plus complexe tant il me paraît délicat de n'oublier personne.

Merci tout d'abord aux différents membres du jury qui ont su m'accorder un peu de leur temps dans une période que l'on sait délicate pour chacun : Jean-Luc Dion pour m'avoir fait l'honneur de présider mon jury, les rapporteurs Alain Daidie et Laurent Gornet pour leur relecture attentive du manuscrit et l'intérêt qu'ils ont pu apporter à mes travaux dans leur rapport. Merci également à Ida Raoult pour la révision de ce document et la richesse des échanges pendant la soutenance. Merci enfin à mes encadrants PAG et PAB pour leur présence, leur disponibilité, le cadre de travail sain et productif qu'ils ont su créer, mais également pour les innombrables discussions en dehors !

D'une façon plus générale, merci à tous ceux qui m'ont aidé à préparer la soutenance, notamment à travers les présoutenances en présentiel et à distance. Merci aux permanents avec qui j'ai pu échanger sur tout et rien autour d'un café ou autre. La disponibilité et la richesses des échanges avec chacun contribuent à créer ce cadre de travail si agréable.

C'est également l'occasion de remercier tous les personnels du laboratoire, incontournables à leur façon à son bon fonctionnement. J'aimerais ainsi remercier sincèrement Lydia et toute son équipe de choc pour la joie et l'énergie apportées quotidiennement. Une pensée amicale pour Frisou parti trop tôt, mais qui aura su me faire comprendre l'importance du CdC et des personnes qui le constituent dans l'activité du laboratoire. Une pensée également au CdE, Rémy, Boubou et tous les autres, sur qui j'ai toujours pu compter quand il le fallait. J'aimerais enfin remercier bien évidemment tous les doctorants rencontrés pendant ces 3 années : les plus vieux qui m'ont tout de suite pris sous leur aile (Camille, Paulo, Maxime, Thomas, Clément, Paul-Baptiste, Stéphane, Guillaume, Bhimal, Marie, Maxence et tous les autres), et les plus jeunes à qui je me suis efforcé de transmettre cet esprit parfois studieux, parfois moins (Thibault, Yannis, Flo, Tania, Erisa, Yasmine, Jérémie Ronan, Clotilde, Roxane, Mahmoud et ceux que j'oublie).

Ce manuscrit n'aurait jamais vu le jour sans le soutien de tous ceux qui me supportent au quotidien. J'aimerais ainsi remercier les collocs qui se sont succédés, ceux du Kartier (Lapin, Doudou, Clem, Fifi, Castor, Julie, Mathou) et de la Bikok (Ché, Minilyse, Fred, Daphné, Chatan, Nico, Pépette, Marion, Pap's, Stophe, Baluche, Alice, Plongeur, Fr6 et Lala). Une pensée à toutes les personnes que j'ai pu rencontrer au rugby, au tennis ou dans la vie associative. Un grand merci à ceux de plus longue date, notamment Cha, Jean, Momo, Marie, Sophie, Mama, Damdam ou Alice. Merci ainsi à ceux qui ont compté et qui comptent encore pour moi.

Enfin, ces travaux n'auraient été possibles sans le soutien de ma famille. Merci ainsi à mes parents, qui malgré des avis parfois divergents ont toujours su croire en moi et me faire confiance. Merci à mon grand-frère pour m'avoir donné un exemple à suivre quand je ne pensais pas encore à une thèse. Merci enfin à mes frères et soeurs triplés pour continuer de grandir à mes côtés en veillant ensemble sur le K ...



# Table des matières

<b>Introduction</b>	<b>1</b>
<b>1 État de l'art des méthodes de calcul des éléments d'assemblage</b>	<b>9</b>
1 Cadre de l'étude	10
1.1 Les assemblages boulonnés dans le paysage industriel	10
1.2 Enjeux et challenges scientifiques	11
1.3 Limitations actuelles	12
1.4 Cadre quasi-statique	13
2 Approches expérimentales	15
2.1 Étude du contact frottant	15
2.2 Phénomènes dynamiques	16
2.3 Endommagement et fatigue	16
3 Modèles analytiques	19
3.1 Raideurs équivalentes	19
3.2 Cas des liaisons hybrides	22
3.3 Répartition de la charge entre plusieurs boulons	25
3.4 Cas des assemblages de matériaux composites	26
4 Modèles numériques complets	27
4.1 Matériaux composites	27
4.2 Analyse paramétrique	29
4.3 Phénomènes de desserrage	30
4.4 Le contact frottant	31
4.5 La flexion secondaire	32
4.6 Des stratégies de calcul adaptées	32
5 Utilisation de connecteurs dans les codes Éléments Finis	34
5.1 Notion de connecteur	34
5.2 Des connecteurs pour la modélisation simplifiée d'autres liaisons	34
5.3 Modélisation simplifiée de liaisons boulonnées	36
5.4 Raccord cinématique	38
5.5 Classification selon la cinématique	40

6	Bilan . . . . .	45
<b>2</b>	<b>Modèles et lois de comportement retenus</b>	<b>47</b>
1	Mécanique des assemblages boulonnés et choix de modélisation . . . . .	48
1.1	Étude d'un assemblage boulonné élémentaire à simple recouvrement . . . . .	48
1.2	Hypothèses et choix de modélisation d'un modèle de connecteur à 2 noeuds . . . . .	55
1.3	Modèle rhéologique du connecteur . . . . .	58
2	Modèle de comportement élastoplastique du boulon . . . . .	60
2.1	Relation de comportement élastoplastique avec écrouissage isotrope . . . . .	60
2.2	Fonction seuil et plastification progressive . . . . .	61
2.3	Intégration numérique . . . . .	63
2.4	Module tangent élastoplastique . . . . .	65
3	Prise en compte du frottement à l'interface des éléments assemblés . . . . .	66
3.1	Analogie avec une loi de comportement élasto-plastique . . . . .	66
3.2	Formulation de la fonction seuil . . . . .	67
3.3	Intégration locale et module tangent . . . . .	68
4	Illustration numérique . . . . .	71
4.1	Présentation du modèle proposé . . . . .	71
4.2	Arguments d'entrée du connecteur . . . . .	72
4.3	Application d'un effort tranchant . . . . .	73
5	Bilan . . . . .	77
<b>3</b>	<b>Implémentation dans un logiciel industriel</b>	<b>79</b>
1	Présentation d'un code industriel et des éléments utilisateurs . . . . .	80
1.1	Généralités sur les solveurs industriels . . . . .	80
1.2	Algorithme de résolution non-linéaire global . . . . .	82
1.3	Présentation de l'élément utilisateur . . . . .	84
2	Arguments d'entrée . . . . .	84
2.1	Propriétés de l'UEL . . . . .	84
2.2	Variables internes . . . . .	85
3	Arguments de sorties . . . . .	86
3.1	Résidu . . . . .	86
3.2	Matrice tangente . . . . .	87
4	Résumé des algorithmes d'intégration . . . . .	89
4.1	Algorithme d'intégration de la loi élasto-plastique . . . . .	89
4.2	Algorithme d'intégration de l'interface frottante . . . . .	89
4.3	Algorithme général . . . . .	89
5	Validation du modèle de connecteur . . . . .	93
6	Bilan . . . . .	95
<b>4</b>	<b>Stratégie d'identification des paramètres du connecteur</b>	<b>97</b>
1	Paramètres du modèle . . . . .	98
2	Méthodologie d'identification des paramètres . . . . .	99

2.1	Comportement en traction/compression . . . . .	101
2.2	Comportement en torsion . . . . .	102
2.3	Comportement en flexion . . . . .	104
2.4	Discussion sur l'interprétation physique des paramètres du connecteur . . . . .	108
3	Analyse paramétrique des paramètres identifiés . . . . .	109
3.1	Dépendance de $\mu$ . . . . .	109
3.2	Dépendance de $c_T$ . . . . .	112
3.3	Dépendance de $c_{bolt}$ . . . . .	114
3.4	Bilan des différentes dépendances . . . . .	116
4	Dépendance au maillage . . . . .	118
4.1	Présentation . . . . .	118
4.2	Résultats de l'étude . . . . .	119
5	Validation sur un modèle de référence . . . . .	121
5.1	Présentation des modèles utilisés . . . . .	121
5.2	Comparaison des réponses . . . . .	122
6	Calibration des paramètres régissant la plasticité . . . . .	122
6.1	Modèle analytique . . . . .	123
6.2	Comparaison avec le modèle proposé . . . . .	124
7	Bilan . . . . .	125
<b>5</b>	<b>Illustrations numériques</b>	<b>127</b>
1	Configuration multi-boulonnée à simple recouvrement . . . . .	128
1.1	Présentation du cas-test . . . . .	128
1.2	Présentation des résultats . . . . .	129
1.3	Comparaison des temps de calcul . . . . .	132
2	Assemblage de carters de turbine d'un turboréacteur . . . . .	132
2.1	Présentation du cas test . . . . .	132
2.2	Résultats des simulations des différents modes de chargement . . . . .	135
2.3	Comparaison des performances . . . . .	135
3	Assemblage multi-boulonné de tubes cylindriques coudés . . . . .	138
3.1	Présentation du cas-test étudié . . . . .	138
3.2	Présentation des résultats . . . . .	140
3.3	Étude des performances . . . . .	150
4	Bilan . . . . .	152
	<b>Conclusion</b>	<b>155</b>
	<b>A Relation entre déformations et déplacement nodaux pour une poutre de Timoshenko</b>	<b>159</b>
	<b>B Rappels sur l'algorithme de retour radial pour l'obtention du multiplicateur plastique</b>	<b>165</b>
	<b>C Détails de la modélisation du comportement normal du connecteur</b>	<b>169</b>
	<b>Bibliographie</b>	<b>173</b>



# Introduction

Les structures mécaniques aéronautiques sont soumises à des conditions extrêmes tout au long de leur cycle de vie. Leur dimensionnement repose sur le respect d'exigences généralement nombreuses et précises afin de garantir leur tenue. Dans un contexte énergétique devenu essentiel, les contraintes de diminution de masse des appareils s'ajoutent aux contraintes issues des critères de dimensionnement. La conjoncture environnementale et économique amène alors les industriels à utiliser des règles de conception toujours plus restrictives. L'apport du calcul de structures réside dans la prédiction du comportement des éléments de l'appareil soumis à des conditions extrêmes et variées. Par exemple, les turboréacteurs qui équipent les avions civils et militaires actuels sont dimensionnés pour fonctionner dans des conditions d'utilisation très variables. De plus, ils sont composés de matériaux variés et parfois spécifiques, du fait de plages de température de fonctionnement étendues pouvant atteindre les 1400°C, et de la nécessité permanente de minimiser les masses mises en œuvre. Les étapes de conception et de validation de ces pièces dans le domaine du transport, de l'énergie, du spatial, etc. réclament alors des outils de calculs rapides et fiables, permettant aux concepteurs de faire des choix technologiques en un temps court.

Ainsi, les éléments assemblés d'une structure sont soumis à un dimensionnement sophistiqué prenant en compte des phénomènes très complexes, souvent au détriment des éléments de liaison qui pâtissent d'une modélisation et d'une description généralement moins rigoureuse. Pourtant, on dénombre plusieurs centaines de milliers de points d'assemblage sur un avion de ligne classique, voire quelques millions pour les plus importants. Dans cette thèse, on s'intéressera spécifiquement aux liaisons boulonnées, qui sont des éléments très largement répandus dans l'industrie aéronautique. Un moteur de la gamme des CFM56 comporte par exemple plus de 3500 boulons. Ces liaisons comportent plusieurs avantages par rapport à d'autres moyens d'assemblages : le démontage de l'assemblage est fréquemment possible, le contrôle est facile et immédiat, et la mise en place de la liaison ne nécessite pas ou peu de préparation des surfaces. En dépit de règles de conception et de procédures d'assemblage bien établies, des sources d'incertitudes importantes subsistent dues à la forte sensibilité du comportement mécanique des liaisons aux dispersions. Les procédures de serrage variées, les tolérances géométriques importantes ainsi que les phénomènes complexes au voisinage de la liaison tels que les frottements entre les pièces ou l'état précontraint rendent délicat le dimensionnement des assemblages boulonnés. La conséquence de cette méconnaissance est l'application d'un coefficient de sécurité parfois très important, menant à un surdimensionnement des pièces cruciales pour se prémunir d'une défaillance de l'appareil. Inévitablement, cela

se traduit alors par une augmentation de la masse globale de la structure, et donc par exemple par une consommation de carburant amplifiée. L’empreinte environnementale est alors nécessairement détériorée. Il est donc nécessaire de mettre au point des stratégies de conception plus élaborées permettant une meilleure prise en considération des phénomènes mis en jeu au sein des liaisons pour garantir une optimisation en coût et en masse des assemblages.

La conception de prototypes toujours plus perfectionnés et la compréhension des phénomènes sous-jacents requièrent un nombre important d’essais mécaniques expérimentaux afin d’appréhender le comportement et la durée de vie des différentes pièces. Le coût financier de ces derniers est devenu très important dans l’industrie aéronautique, si bien que les concepteurs visent aujourd’hui à ces expérimentations par des campagnes de simulations numériques, pour diminuer les frais et les durées de développement des nouveaux produits. La simulation numérique est ainsi devenue omniprésente dans toutes les prises de décisions au long du cycle de vie d’un produit : elle peut permettre de comprendre un dysfonctionnement ou une rupture d’un produit déjà existant, de vérifier ou de valider des nouvelles règles de dimensionnement ou les impacts d’une modification, de préparer et d’interpréter des essais, ou encore d’optimiser une structure. Le recours à la simulation numérique, rendu possible par les nouvelles capacités de calcul des ordinateurs, a ainsi contribué à réduire de près de 450 kg la masse du turboréacteur LEAP de Safran par rapport à celle de la génération précédente, le CFM56<sup>1</sup>.

Malgré l’intérêt des communautés académiques et industrielles, les outils numériques disponibles exigent encore des puissances de calcul trop importantes, menant alors à un compromis entre temps de calcul et qualité du modèle, donc du résultat. La simulation de structures aéronautiques complexes se trouve alors confrontée à plusieurs verrous. Le premier verrou est la taille de ces pièces, puisque les maillages peuvent atteindre plusieurs dizaines de millions de degrés de liberté pour obtenir des résultats acceptables. Dans le cas des assemblages, c’est d’autant plus vrai que la prise en compte des phénomènes complexes au voisinage des fixations nécessite souvent un raffinement de maillage dans ces zones. Le deuxième verrou est l’utilisation de modèles de comportement fortement non-linéaires, permettant par exemple de reproduire la complexité des comportements élasto-viscoplastiques de la chambre de combustion à haute température, et de façon plus générale de toutes les physiques d’un turboréacteur comme celui présenté Figure 1. L’optimisation des assemblages boulonnés pour des chargements complexes et divers, propres aux turbomoteurs nécessite des stratégies de conception élaborées permettant une prise en compte fine des phénomènes spécifiques mis en jeu au sein des liaisons, comme les phénomènes de frottement au voisinage des liaisons, les contacts potentiels entre corps de vis et alésage, la mise en température, ou encore le cyclage mécanique. Le processus d’optimisation peut alors nécessiter de nombreuses évaluations du modèle numérique et des temps de calcul prohibitifs pour les industriels pouvant atteindre plusieurs jours, sans garantie de converger vers une solution appropriée.

La simulation de l’assemblage de deux carters de turbines comportant la discrétisation des liaisons boulonnées présentée Figure 2 a nécessité 12h de calcul en parallèle sur 16 cœurs. L’optimisation de structures à grande échelle nécessite donc impérativement une réduction des temps de calcul, tout en maintenant une qualité de solution raisonnable. Dans ce cadre, cette thèse a vocation

---

1. <https://www.3af.fr/article/sciences-et-technologies/moteurs-leap>

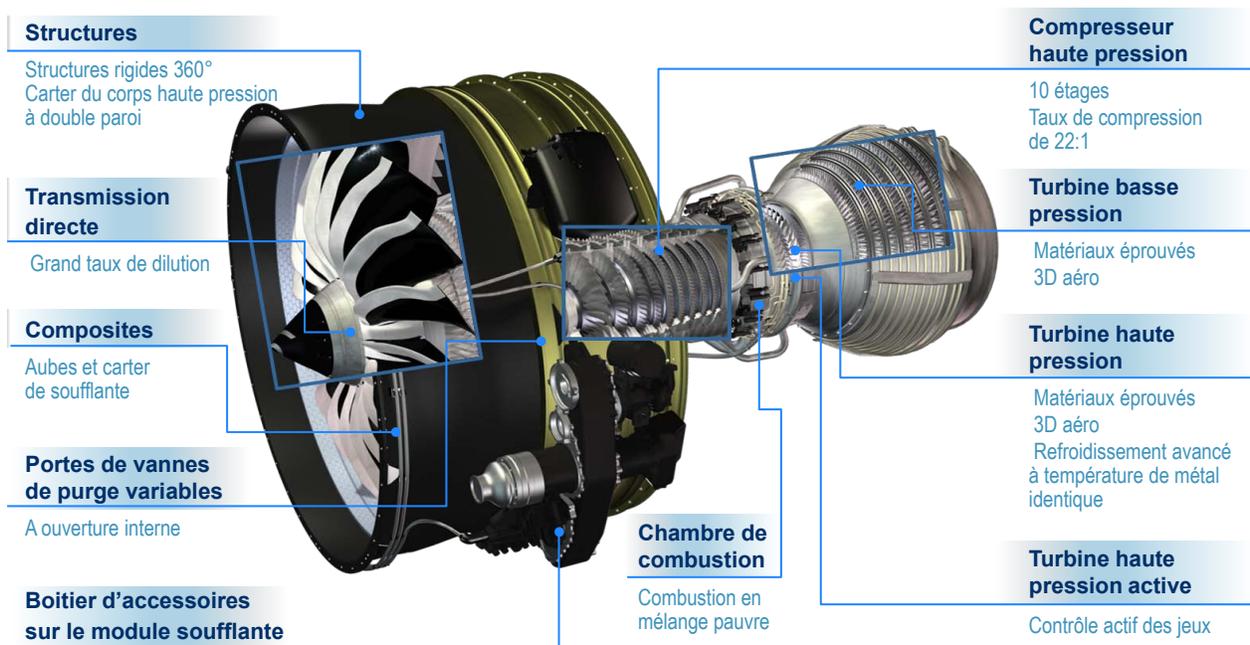


FIGURE 1 – Le turboréacteur LEAP - (source 3af.fr)

à proposer un moyen de tenir compte des multiples non-linéarités introduites par les phénomènes mécaniques de contact et de frottement, ou des matériaux constituant les éléments des liaisons boulonnées, tout en préservant des temps de calcul compatibles avec les contraintes industrielles. L'étude des liaisons boulonnées demeure essentielle dans le secteur industriel aussi bien que dans la littérature académique. On trouve notamment des modèles empiriques ou analytiques, comme dans [VDI-Richtlinien, 2003], permettant d'accéder à une valeur des raideurs équivalentes de l'assemblage, dans des situations spécifiques. Pour autant, les résultats obtenus avec deux démarches différentes peuvent parfois aboutir à des écarts significatifs sur la valeur des raideurs déterminées, et ne considèrent trop souvent que les comportements linéaires de la liaison. De la même manière, il n'existe que peu de modèles numériques capables de décrire ces phénomènes non-linéaires, et ces derniers nécessitent généralement de temps de calcul considérables. Les concepteurs s'orientent alors vers des modèles numériques non-linéaires simplifiés, par exemple à travers l'utilisation de connecteurs, ou d'éléments utilisateurs dédiés à des cas d'utilisation limités, entraînant inévitablement une dégradation de la qualité du résultat. De plus, la valeur des paramètres numériques utilisés dans ces connecteurs est souvent identifiée à partir de campagnes expérimentales coûteuses, rendant leur utilisation délicate dans un cadre plus générique.

L'approche utilisée dans ces travaux est la mise en place d'un modèle original de connecteur élément fini (EF) non-linéaire dans un cadre quasi-statique. Elle consiste donc en la proposition d'un modèle simplifié, susceptible de rendre compte d'un comportement analogue à celui d'un boulon discrétisé finement et des non-linéarités environnantes, au sein d'un assemblage boulonné. Les non-linéarités du modèle numérique initial sont alors prises en compte au sein du connecteur, à

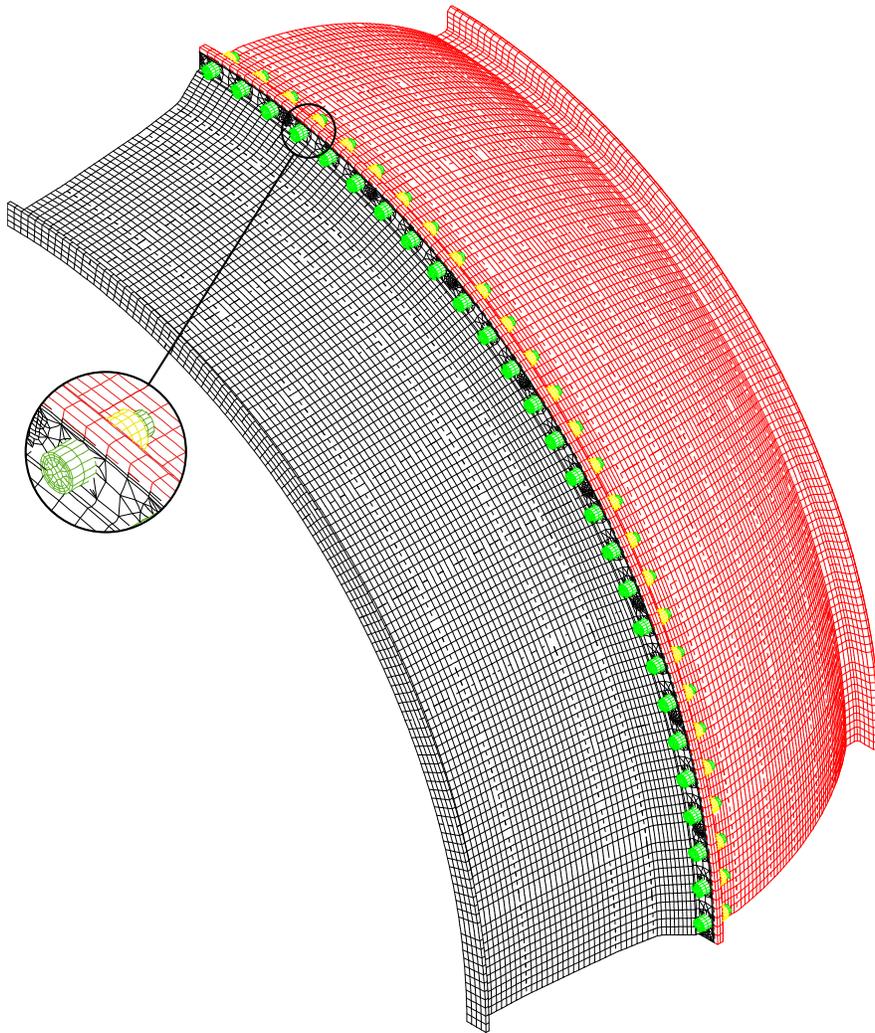


FIGURE 2 – Assemblage de 2 carters de turbine [Courrier et al., 2014]

l'aide d'algorithmes détaillés dans ces travaux. Le modèle connecteur à 2 nœuds proposé se substitue alors à la discrétisation du boulon. Le connecteur est développé sur la base de la connaissance *a priori* du comportement d'un assemblage boulonné. Le gain en terme de temps de calcul par rapport à une modélisation complète découle alors principalement de deux sources. La première est la diminution du nombre de degrés de liberté (ddl) du modèle, réduisant ainsi le temps de calcul nécessaire à chaque itération de Newton. La deuxième est la réduction du nombre d'itérations de Newton nécessaires à la résolution du système, puisque les non-linéarités ne sont plus présentes dans tout le modèle, mais sont résolues localement au sein du connecteur. Par exemple, les conditions de contact frottant entre les pièces assemblées sont remplacées par du contact sans frottement localement intégré dans le modèle de connecteur.

Le développement de modèles de connecteurs tels que celui proposé dans cette thèse reste pour l'instant limité à la communauté scientifique académique. La lenteur de la transmission de ces connaissances vers l'industrie constitue encore un frein à la croissance de l'utilisation de ces outils.

Pour y parvenir, ils se doivent d'être utilisables, robustes et adaptés à la description d'un grand nombre de problèmes mécaniques. Le caractère non-intrusif doit également être préservé autant que possible pour pouvoir être implémenté dans plusieurs logiciels industriels sans nécessiter de développements massifs supplémentaires. À titre d'exemple, le connecteur proposé prend la forme d'une routine écrite dans le langage FORTRAN 77, et a été implémenté dans le logiciel industriel ABAQUS sous la forme d'un élément utilisateur. Le modèle de comportement suggéré assure la prise en compte de phénomènes complexes et coûteux numériquement, tels que la gestion du contact avec frottement ou le comportement plastique du boulon. Son implémentation numérique a ensuite été réalisée à l'aide du choix d'une méthode d'intégration. L'élaboration d'une méthode d'identification des paramètres du connecteur basée sur un essai expérimental ou numérique précis permet ainsi de favoriser une éventuelle transmission de ces travaux vers le milieu industriel.

Le connecteur élaboré dans ces travaux se propose donc de remplacer la discrétisation 3D d'un boulon au sein de modèles numériques, et d'inclure la gestion du contact avec frottement entre les éléments assemblés, et les non-linéarités matériau du boulon. Grâce à une approche phénoménologique d'une liaison boulonnée, les contributions des différents éléments sont isolées. Cela permet l'introduction de différents comportements non-linéaires pour chaque élément, et la séparation des différents mécanismes. On propose ainsi de retenir un comportement élasto-plastique de la vis et de l'écrou, combiné à la prise en compte de phénomènes de frottement au voisinage de l'assemblage. La stratégie choisie permet de séparer les différents phénomènes afin d'identifier et d'illustrer leurs effets de manière indépendante.

Les paramètres du connecteur sont basés sur les paramètres de conception, notamment la précharge de l'assemblage, les coefficients de frottement, les dimensions géométriques des éléments, ou la valeur des coefficients matériau. Ainsi, le comportement de la vis et de l'écrou sont identifiés comme une poutre de Timoshenko avec un comportement élasto-plastique, où la fonction seuil est basée sur les quantités d'une poutre soumise à des sollicitations de traction/compression, de torsion et de flexion. Un modèle d'écrouissage isotrope est proposé pour la détermination du comportement plastique, à l'aide des valeurs de la limite d'élasticité et du module d'écrouissage du matériau constituant le boulon.

Le comportement du connecteur dans l'axe du boulon permet également, dès le premier incrément du calcul, la prise en compte de la précharge dans le boulon. Cela autorise alors l'inclusion du traitement du contact frottant aux interfaces des différents éléments assemblés. La modélisation adoptée possède différentes phases de comportement pour des sollicitations de cisaillement, correspondant soit à un état d'adhérence entre les éléments assemblés lorsque la précharge est suffisante, soit à un état de micro-glissement d'un élément par rapport aux autres. Une fonction seuil basée sur le coefficient de frottement, la résultante des actions de contact normales dues à la précharge et l'historique de chargement, assure ensuite la détermination de la phase appropriée, de manière analogue à la résolution d'un calcul élasto-plastique.

La modélisation des différents comportements non-linéaires proposés s'appuie sur des paramètres numériques caractéristiques de ces différents phénomènes. L'élaboration d'une méthodologie d'identification de ces paramètres est alors essentielle. La stratégie proposée s'appuie sur des simulations numériques menées sur un modèle tridimensionnel d'un assemblage élémentaire. En effet, on peut considérer que, moyennant un coût de calcul important, un modèle numérique d'un

assemblage élémentaire intégrant toutes les sources de non-linéarités est très représentatif d'un essai réel [de Crevoisier et al., 2012]. Ainsi, un modèle générique paramétrable a été mis au point, pour pouvoir déterminer la valeur des paramètres propres à chaque configuration. La démarche amène alors à l'identification de paramètres tels que les raideurs équivalentes de l'assemblage, le coefficient de frottement équivalent ou les paramètres traduisant le micro-glissement. De plus, le modèle de plasticité choisi s'appuie sur un critère global permettant de simuler en flexion le passage progressif de la première plastification à la plastification complète de la section. Cette progression dépend également de coefficients à déterminer, et leur calibration est traitée dans cette thèse.

Afin de valider les gains en terme de temps de calcul, des comparaisons de réponses quasi-statiques entre des modèles 3D à échelle fine et des simulations comportant des connecteurs ont été effectuées. La méthode a été validée à travers la comparaison de modèles élémentaires ou avec des géométries simples, mais aussi sur des cas d'assemblages complexes comportant des chargements variés.

En résumé, ces travaux de thèse ont pour vocation de répondre à plusieurs objectifs.

- La première ambition consiste à proposer une séparation des différents phénomènes survenant au voisinage des liaisons boulonnées, et d'en proposer des modèles de comportement permettant de les décrire.
- La deuxième réside dans l'implémentation numérique de ces modèles au sein d'un code de calcul industriel en proposant une méthode d'intégration locale de ces phénomènes.
- Le connecteur ainsi proposé s'appuie alors sur des paramètres à fort sens physique, qu'il s'agit d'identifier et de calibrer à travers une stratégie d'identification explicite, ce qui constitue le troisième objectif de ces travaux.

Ces travaux sont ensuite validés à travers la comparaison entre des modèles industriels maillés finement et nécessitant des temps de calcul importants, et des modèles incluant le connecteur proposé.

Le modèle de connecteur détaillé dans ce manuscrit s'insèrera dans un cadre quasi-statique isotherme, sous l'hypothèse des petites perturbations. Par l'intermédiaire d'une stratégie d'identification robuste et automatisée, il rendra compte des différentes raideurs caractéristiques des liaisons boulonnées soumises à des chargements statiques variés, menant à des états adhérents et de micro-glissement. L'état de contraintes local sera correctement restitué à travers la décomposition des cas de chargements en sollicitations simples s'appuyant sur la théorie des poutres. La comparaison de différents modèles à échelle industrielle montrera que la réponse globale de la structure est correctement représentée avec le modèle de connecteur proposé. Les cas de chargement menant à un glissement macroscopique du boulon ne rentrent pas dans le cadre de cette étude. Le modèle développé n'a *a priori* pas vocation à être utilisé dans un cadre vibratoire, qui nécessiterait une caractérisation de l'amortissement, ou dans celui du dimensionnement de structures sous impact, qui demanderait de prendre en compte des effets d'inertie et sans doute de rupture.

Le manuscrit se décompose alors en cinq chapitres :

- Dans un [premier chapitre](#), des éléments bibliographiques issus de la littérature académique et industrielle sont présentés. On trouvera notamment dans une première partie un aperçu des approches expérimentales, comme dans [Huth, 1986], pour déterminer le comportement

mécanique des assemblages boulonnés, puis un détail de différentes méthodes de calcul existantes, aussi bien analytiques dans des ouvrages de référence tels que [Niu, 1988], que numériques [Mackerle, 2003]. Une deuxième partie proposera une revue de l'utilisation de modèles simplifiés [Bérot et al., 2014] de liaisons dans la littérature, concernant en premier lieu les assemblages boulonnés, mais également le collage, le rivetage ou le soudage. Une troisième partie proposera par la suite un référencement des modèles de connecteurs utilisés dans les codes de calcul industriels, ou dans la littérature académique. Une attention particulière est portée sur les modèles incluant un comportement non linéaire, comme dans [Askri et al., 2016]. Le bilan tiré de cette analyse montre alors que peu de modèles rendent cependant bien compte du comportement complexe de ces liaisons en des temps de calcul raisonnables.

- Au sein du [deuxième chapitre](#), on propose, sur la base d'une étude phénoménologique, d'introduire les phénomènes physiques qui interviennent dans les liaisons boulonnées, et qui seront intégrés dans le connecteur, en même temps que les modèles choisis pour les représenter. On présente une modélisation éléments finis 3D d'un assemblage incluant du contact frottant à l'interface des éléments assemblés, ainsi qu'un potentiel contact entre le corps de vis non traité mais détecté et l'alésage suite à une sollicitation de cisaillement. Le comportement du matériau choisi pour le boulon est de type élasto-plastique. La réponse de l'assemblage à des sollicitations multiples nous permet alors de séparer les différents phénomènes, et d'illustrer leur influence. Dans une deuxième partie, on se propose de détailler la loi de comportement retenue pour le boulon, à savoir un modèle poutre élasto-plastique de type Timoshenko capable de prendre en compte l'introduction d'une précharge dans la liaison. Les hypothèses justifiant ces choix y sont également explicitées. On formule enfin dans une troisième partie le modèle d'interface retenu pour modéliser les phénomènes de frottement, inspiré de [Wriggers and Laursen, 2006]. On se propose notamment d'introduire les notions de comportement normal et tangentiel. Une illustration de ces modèles est décrite à travers des simulations élémentaires codées sous MATLAB.
- Le [troisième chapitre](#) décrit l'implémentation du modèle de connecteur dans le logiciel industriel ABAQUS sous la forme d'un élément utilisateur (*User-Element* ou *UEL*) codé en FORTRAN 77. On se concentre d'abord sur le caractère général des éléments utilisateurs, en expliquant les principes et la structure du logiciel, afin de préciser le travail réalisé dans l'implémentation algorithmique du connecteur. Ses arguments d'entrée et de sortie, ainsi que la place de ce dernier dans l'algorithme global de résolution du système sont détaillés. On précise ensuite l'obtention du résidu et de la matrice tangente du connecteur à renvoyer au solveur global. L'algorithme final d'intégration du connecteur dans le logiciel ABAQUS est obtenu en précisant l'intégration locale des lois de comportement énoncées au chapitre précédent. Des tests de qualification et de validation du connecteur sont enfin proposés à l'aide de comparaisons entre le modèle connecteur et le modèle de référence.
- Le [quatrième chapitre](#) propose une stratégie d'identification des paramètres numériques du connecteur à partir d'un modèle générique d'assemblage. Dans une première partie, on présente l'identification des paramètres associés aux phénomènes de frottement à l'interface des éléments assemblés. Ils conservent volontairement une signification physique forte, en lien

avec les paramètres de conception. Une étude paramétrique est ensuite réalisée pour appréhender leur signification. Enfin, l'identification des paramètres régissant la loi de comportement élasto-plastique du boulon est proposée, parallèlement à la détermination des valeurs des coefficients illustrant le passage progressif de la première plastification à la plastification totale.

- Enfin, la validation de la méthode sur des cas industriels est proposée dans le [cinquième chapitre](#). L'étude est ainsi généralisée à des cas pratiques. On s'attache dans un premier temps à présenter un cas test à 4 boulons sollicités de façon à faire intervenir la phase de microglissement des éléments assemblés, puis une comparaison à la réponse du modèle comportant des connecteurs. Le deuxième cas-test présenté est un modèle simplifié des carters de turbine d'un turboréacteur boulonnés. Des sollicitations multiples sont réalisées afin de pouvoir observer les différents modes de déformation. Enfin, l'influence de géométries et de chargements complexes est mise en lumière sur un troisième cas-test. Dans toutes ces simulations, une comparaison des temps de calcul est réalisée. L'objectif est alors, dans chacun des cas, de montrer que l'utilisation du connecteur permet d'obtenir une précision suffisante, tout en permettant une réduction du temps de calcul.





# État de l'art des méthodes de calcul des éléments d'assemblage

*Ce chapitre présente un état de l'art des pratiques académiques et industrielles des méthodes de calcul des éléments d'assemblage.*

*Après avoir établi le cadre de l'étude, une présentation des différentes démarches couramment utilisées est proposée. Les approches expérimentales, analytiques et numériques sont ainsi étudiées. On énumère ensuite divers modèles simplifiés d'éléments d'assemblage. Enfin, après avoir présenté une classification selon leur cinématique des modèles de connecteurs utilisés dans les codes Éléments Finis, on détaille la prise en compte de non-linéarités dans certains d'entre eux.*

## Sommaire

---

<b>1</b>	<b>Cadre de l'étude</b> . . . . .	<b>10</b>
1.1	Les assemblages boulonnés dans le paysage industriel . . . . .	10
1.2	Enjeux et challenges scientifiques . . . . .	11
1.3	Limitations actuelles . . . . .	12
1.4	Cadre quasi-statique . . . . .	13
<b>2</b>	<b>Approches expérimentales</b> . . . . .	<b>15</b>
2.1	Étude du contact frottant . . . . .	15

2.2	Phénomènes dynamiques . . . . .	16
2.3	Endommagement et fatigue . . . . .	16
<b>3</b>	<b>Modèles analytiques . . . . .</b>	<b>19</b>
3.1	Raideurs équivalentes . . . . .	19
3.1.1	Raideurs normales équivalentes . . . . .	20
3.1.2	Raideurs équivalentes dans le plan tangent . . . . .	21
3.2	Cas des liaisons hybrides . . . . .	22
3.3	Répartition de la charge entre plusieurs boulons . . . . .	25
3.4	Cas des assemblages de matériaux composites . . . . .	26
<b>4</b>	<b>Modèles numériques complets . . . . .</b>	<b>27</b>
4.1	Matériaux composites . . . . .	27
4.2	Analyse paramétrique . . . . .	29
4.3	Phénomènes de desserrage . . . . .	30
4.4	Le contact frottant . . . . .	31
4.5	La flexion secondaire . . . . .	32
4.6	Des stratégies de calcul adaptées . . . . .	32
<b>5</b>	<b>Utilisation de connecteurs dans les codes Éléments Finis . . . . .</b>	<b>34</b>
5.1	Notion de connecteur . . . . .	34
5.2	Des connecteurs pour la modélisation simplifiée d'autres liaisons . . . . .	34
5.3	Modélisation simplifiée de liaisons boulonnées . . . . .	36
5.3.1	Contexte dynamique . . . . .	36
5.3.2	Cadre quasi-statique . . . . .	37
5.4	Raccord cinématique . . . . .	38
5.5	Classification selon la cinématique . . . . .	40
<b>6</b>	<b>Bilan . . . . .</b>	<b>45</b>

# 1 Cadre de l'étude

## 1.1 Les assemblages boulonnés dans le paysage industriel

Un assemblage a pour objectif de lier entre elles plusieurs pièces pour former un ensemble permettant d'assurer la tenue mécanique en service. Ces assemblages sont présents dans presque toutes les branches de l'industrie. Dans un contexte industriel, le choix d'une solution d'assemblage peut dépendre de son coût, de sa durée de vie, mais aussi de critères esthétiques, de maintenabilité et d'encombrement. Un des avantages de la famille des assemblages démontables, notamment les assemblages boulonnés, est de ne pas détériorer les pièces lors du démontage. On favorisera ainsi ce type d'assemblage dans le cas de produits jetables ou à faible durée de vie dans une démarche de recyclage ou de réutilisation des pièces, mais aussi pour des produits à longue durée de vie pour pouvoir faciliter la maintenance. L'importance du choix de l'assemblage et de son procédé est donc primordiale.

Les liaisons boulonnées sont présentes dans tous les secteurs industriels, notamment dans le secteur aéronautique. On compte par exemple plus de 3 000 000 d'attaches sur un Airbus A380, 50 000 sur un Rafale, ou encore plus de 3500 boulons au sein des turboréacteurs des A320 et des A340 (voir Figure 1.1). De plus, l'assemblage des pièces d'un avion représente environ 10% de son coût de fabrication<sup>1</sup>. Au vu de leur nombre croissant, la connaissance du comportement d'un assemblage boulonné soumis à des efforts divers s'avère cruciale dans une démarche de pré-dimensionnement comme dans une démarche de validation. Il est d'autant plus intéressant d'en améliorer la maîtrise du comportement que de nombreuses sources d'incertitudes subsistent, comme la procédure de serrage par exemple.

La simulation numérique joue alors un rôle d'une importance croissante, puisque son utilisation dès la phase de pré-dimensionnement permet de diminuer le temps de développement, le nombre de prototypes physiques et le nombre de tests réels. Dans le secteur aéronautique, la connaissance des modèles d'assemblages permet par exemple un gain de poids non négligeable. Si on estime ainsi être capable de gagner 20 grammes par liaison boulonnée sur le moteur d'un avion, on gagnerait alors 70 kg sur la masse totale du moteur, ce qui représente une économie annuelle de 95 000 litres de kérosène (soit 244 tonnes d'émission de CO<sub>2</sub>) sur la seule liaison Paris-Toulouse<sup>2</sup>.

Les démarches de pré-dimensionnement et de dimensionnement de pièces complexes utilisant des assemblages boulonnés impliquent aujourd'hui la manipulation de modèles numériques 3D prenant en compte des phénomènes de plus en plus complexes tels que le frottement, le jeu, le contact, la mise en température ou la plasticité. La simulation de phénomènes parfois non linéaires engendre une augmentation drastique du temps de calcul, qui décourage parfois les industries dans l'utilisation de ce genre de modèles.

Si certaines liaisons jugées non critiques sont dimensionnées à l'aide de méthodes analytiques simples, d'autres doivent faire l'objet d'un processus de dimensionnement plus élaboré. Les approches utilisées dépendent alors du degré de criticité considéré. La conception d'un assemblage comporte non seulement l'étude de la tenue mécanique de la vis et du boulon à proprement parler, mais également celle des éléments avoisinant ces derniers. Néanmoins, ces procédures de conception engendrent souvent l'utilisation de coefficients de sécurité très élevés dans le dimensionnement. En effet, il demeure délicat de prendre en compte l'intégralité des phénomènes mécaniques non linéaires à cause des temps de calcul très importants que cela entraîne.

## 1.2 Enjeux et challenges scientifiques

L'utilisation de l'outil numérique est devenue aujourd'hui incontournable pour permettre d'optimiser le cycle de conception des pièces industrielles en minimisant le recours à des essais ou des prototypes coûteux. La puissance des calculateurs a largement progressé ces dernières années, mais parallèlement le besoin de simuler des structures de complexité croissante rend les modélisations de plus en plus coûteuses en termes de temps calcul. Cependant, l'utilisation d'une telle démarche dans un contexte industriel ne reste viable que si les temps de calcul ne sont pas trop importants. La modélisation de phénomènes non linéaires limite notamment l'utilisation de tels outils.

---

1. selon <https://www.ouest-france.fr/economie/airbus-lavionneur-lance-son-usine-dassemblage-davions-made-usa-3687403>

2. selon l'éco-calculateur de la DGAC <http://eco-calculateur.aviation-civile.gouv.fr>

L'utilisation de modèles 3D très précis paraît donc irréaliste pour des structures pouvant comporter jusqu'à plusieurs millions d'attaches, et l'un des enjeux majeurs de la simulation de ces assemblages est l'utilisation de modèles simplifiés et génériques pouvant rendre compte d'un comportement analogue mais nécessitant un temps de calcul moindre.

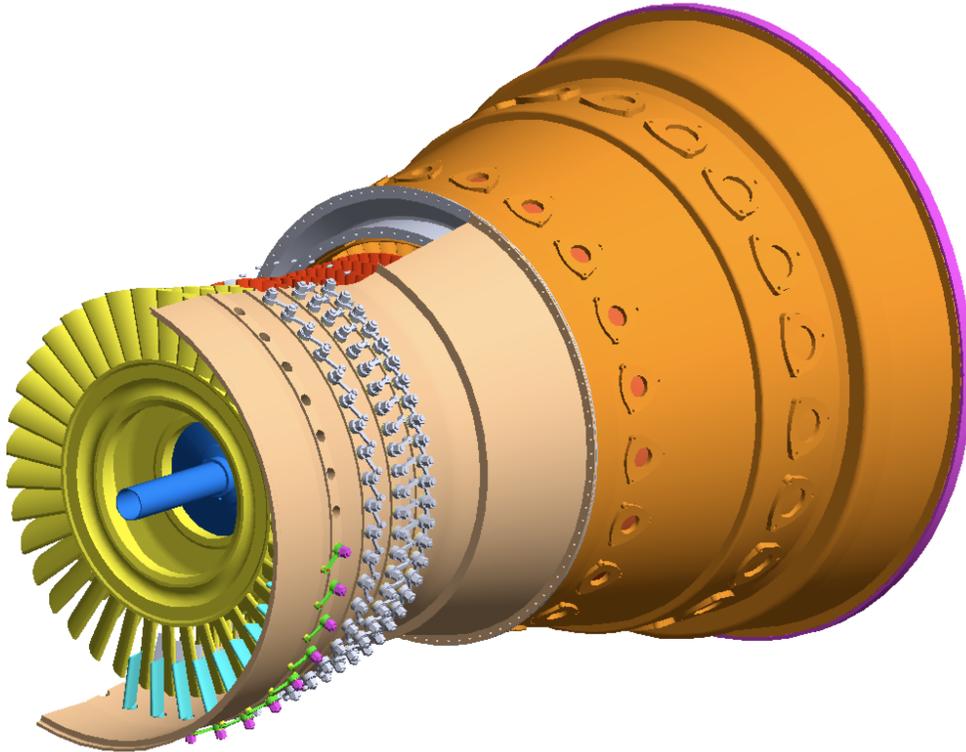


FIGURE 1.1 – Modèle CAO d'un turboréacteur, géométrie obtenue sur [www.grabcad.com](http://www.grabcad.com)

L'approche que nous développons passe par la substitution de l'assemblage 3D par un modèle moins coûteux en temps de calcul mais rendant compte au mieux des mêmes propriétés. Le principe de la démarche explicitée dans ce rapport est de modéliser une partie de la structure (un élément de la liaison) par une structure plus simple (une poutre, un ressort, etc. ), qu'on appellera modèle simplifié et qui reproduira au mieux le comportement de cet élément de liaison, tout en nécessitant un temps de calcul bien moins important.

L'identification des paramètres du modèle est un aspect important garant de la qualité finale de celui-ci. Plusieurs approches ont été développées pour rendre compte de ce modèle simplifié, et il paraît judicieux de donner un sens physique fort aux paramètres caractéristiques du modèle pour faciliter leur identification et leur compréhension.

### 1.3 Limitations actuelles

L'utilisation de modèles simplifiés s'avère ainsi être une solution plausible et viable si l'on s'intéresse au temps de calcul gagné par l'utilisation de ce genre de modèle. Le modèle développé

par [Gray and McCarthy, 2010] (voir Figure 1.2) permet par exemple de diminuer le temps de calcul d'un assemblage boulonné par 5 tout en gardant des résultats très proches de la simulation 3D. La difficulté réside dans l'identification des paramètres caractéristiques du modèle par rapport à la liaison 3D considérée.

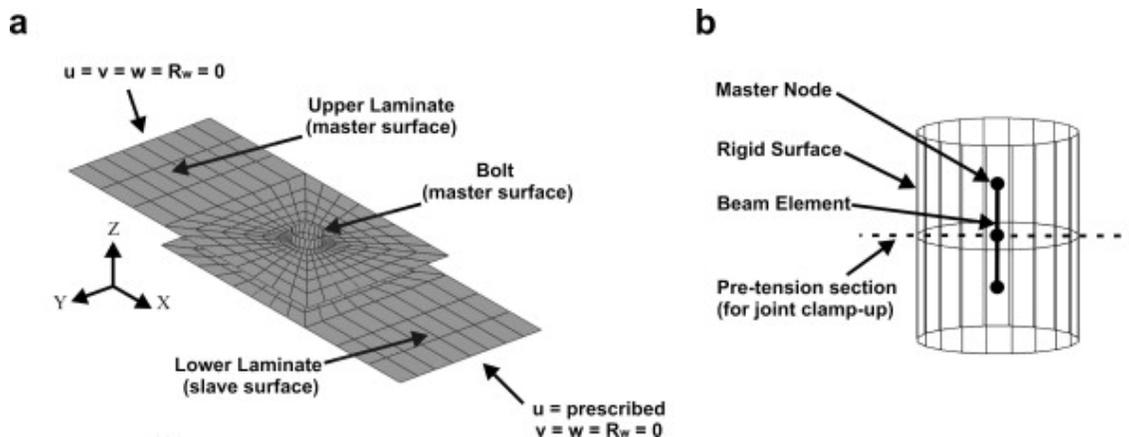


FIGURE 1.2 – Principe du modèle simplifié selon [Gray and McCarthy, 2010]

Il existe aujourd'hui de nombreux modèles linéaires basés sur cette approche, mais leurs limitations respectives limitent fortement leur utilisation en milieu industriel. Les modèles linéaires conduisent en effet à un surdimensionnement des liaisons, notamment à cause du nombre important des phénomènes non linéaires, non pris en compte par cette classe de modèles. L'intérêt de leur utilisation pour un industriel est alors moindre, puisque le but initial d'optimisation en masse et en temps de calcul n'est atteint que partiellement. Il existe également quelques modèles non-linéaires. L'identification des paramètres caractéristiques y est cependant plus compliquée et leur implémentation est basée sur l'identification expérimentale. L'utilisation de ce genre de modèles n'est pertinente que si elle peut être effectuée de façon générique : il est en effet inenvisageable d'effectuer autant d'essais ou de simulations coûteuses que de types d'assemblages boulonnés existants ou de trajets de chargements existants. Il est donc essentiel de pouvoir modéliser ces phénomènes non-linéaires en introduisant la physique de leur comportement.

L'objectif de ce chapitre est de présenter dans un premier temps les différentes notions et grandeurs physiques inhérentes à un assemblage boulonné. Il s'agit dans un deuxième temps d'explicitier les fondements de la modélisation simplifiée de ce type d'assemblage en s'appuyant sur la cinématique ainsi que sur les différents phénomènes modélisés. On s'attachera enfin à introduire différents modèles simplifiés d'un assemblage en présentant les modèles rendant compte d'un comportement purement élastique d'une part, puis ceux illustrant les phénomènes non-linéaires ensuite.

## 1.4 Cadre quasi-statique

Les assemblages boulonnés constituent le principal moyen de raccordement des pièces dans le domaine aéronautique. Leur modélisation analytique ou numérique reste cependant complexe. L'étude des assemblages boulonnés et leur dimensionnement sont parmi les plus complexes de

la mécanique et de la science des matériaux. Par exemple, la nature même des filetages les rend très hyperstatiques et il est généralement très difficile et délicat de connaître précisément les sollicitations qui s'exercent dans un assemblage boulonné. Le comportement des liaisons est particulièrement complexe notamment à cause de fortes non-linéarités telles que le frottement ou le contact unilatéral. De plus, les algorithmes de contact aujourd'hui utilisés pour traiter ce genre de problèmes augmentent considérablement la durée du calcul. [Kradinov et al., 2007] ont étudié les mécanismes de déformation d'un assemblage boulonné. En leur sein, la formation de zones de concentration de contraintes au niveau du trou du boulon peut ainsi entraîner une rupture nette de la section par cisaillement, comme montré Figure 1.3. L'étude de cet état de contraintes est donc primordiale.

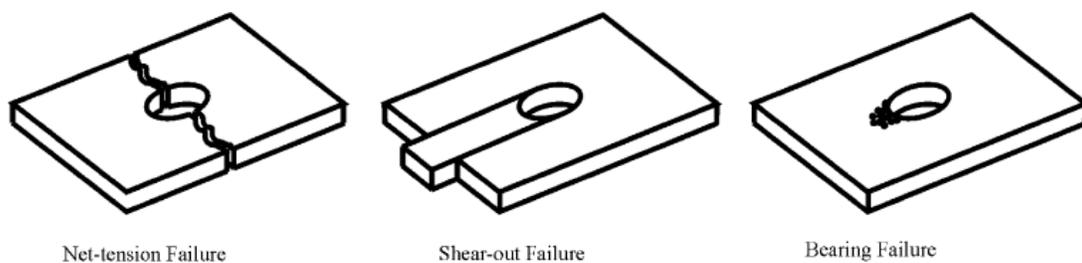


FIGURE 1.3 – Modes de rupture d'un assemblage boulonné, d'après [Kradinov et al., 2007]

Comprendre le comportement des assemblages boulonnés est essentiel dans un processus de conception. Nous avons pour ce faire séparé en 3 catégories les cas d'utilisation des assemblages boulonnés : dynamique du choc, dynamique vibratoire et quasi-statique. L'étude de leur comportement ainsi que l'identification des paramètres diffèrent selon les cas d'utilisation.

Les phénomènes de dynamique transitoire dans les structures, induits par des chocs, sont des problèmes importants largement étudiés dans le cadre des assemblages boulonnés. On peut en général trouver 2 types d'approches : les approches par la méthode des éléments finis [Bampton and Craig, 1968] et les approches par les méthodes statistiques énergétiques [Prusty and Satsangi, 2001]. La sous-structuration dynamique y est alors largement employée et permet des études de fatigue vibratoire. L'un des enjeux de ces modèles est la détermination des paramètres illustrant les phénomènes dynamiques de la structure, comme par exemple la caractérisation de l'amortissement une fois les pièces boulonnées. Les résultats sont cependant issus de bancs d'essais et ne permettent pas un dimensionnement complet de l'assemblage. Dans les travaux de [Festjens, 2014], des modèles réduits de structures assemblées sont proposés pour estimer l'amortissement important de la structure induit par ces liaisons.

La plupart des assemblages boulonnés utilisés dans les moteurs sont soumis à des niveaux de vibration élevés, et il est nécessaire de comprendre comment la structure se comporte dans de telles conditions de chargement. Dans le cas de la dynamique vibratoire, on utilise ainsi des techniques d'analyse modale numériques ou expérimentales pour prédire la réponse d'une structure soumise à des charges dynamiques. Les travaux de [Ma et al., 2001] par exemple exposent une technique d'identification de la dynamique des assemblages boulonnés, qui repose sur la comparaison de la réponse dynamique globale de la structure boulonnée avec celle d'une structure similaire mais non

boulonnée. La plupart des analyses sont réalisées dans des conditions linéaires, mais dans le cas d'assemblages boulonnés, le comportement dynamique de la jointure induit des non-linéarités dans la réponse de la structure à partir d'un certain niveau de vibration, et l'approche linéaire ne peut plus être utilisée. L'instauration d'une précharge dans la liaison boulonnée ou le desserrage de la liaison jouent par exemple un rôle prépondérant dans le comportement dynamique de la structure et sont rarement pris en compte. Il devient alors délicat de mettre en place un modèle générique de comportement dynamique d'un assemblage boulonné. Quelques outils, comme ceux développés dans [Caignot et al., 2010], proposent de déterminer l'amortissement dû aux liaisons présent dans des structures grâce à des stratégie de calcul adaptées.

L'amortissement est influencé au premier ordre par les phénomènes dissipatifs tels que le frottement [Caignot et al., 2010]. Les non-linéarités fortes de contact-décollement au niveau des pièces assemblées jouent également un rôle important. Une bonne estimation de la raideur équivalente de la liaison et une prise en compte des phénomènes de frottement sont donc les points essentiels à prendre en compte. S'agissant d'un élément de jonction localisée quasi-ponctuelle, la masse équivalente est relativement facile à estimer. Aussi, il convient que le modèle de liaison boulonnée proposé soit validé en tout premier lieu dans le cas quasi-statique, qui sera le cadre de travail retenu pour notre étude. Une large littérature existe pour décrire les modèles d'assemblages dans le cas quasi-statique. On peut par exemple citer [Bayart, 2005] dans le cas d'un assemblage riveté, ou encore [Berot, 2009]. La gestion du contact et du frottement est également étudiée avec des approches originales dans [Boucard and Champaney, 2004]. Nous faisons également le choix de nous placer dans le cas d'un problème isotherme, comme c'est le cas dans l'immense majorité des cas présentés dans la littérature.

## 2 Approches expérimentales

Une première façon d'appréhender le comportement mécanique d'un assemblage boulonné réside naturellement dans la réalisation de campagnes expérimentales. On trouve dans la littérature un nombre important de montages expérimentaux ayant pour but de caractériser le comportement de ces liaisons. On présente dans cette section les montages récents permettant de caractériser les différents phénomènes non-linéaires régissant le comportement de ces assemblages.

### 2.1 Étude du contact frottant

Le traitement du contact frottant demeure essentiel dans la modélisation des assemblages boulonnés, notamment dans la compréhension de leurs défaillances telles que le desserrage, le dévissage ou la perte d'étanchéité. Les travaux de [Kounoudji and Berthier, 2016] utilisent une analyse tribologique permettant d'étudier les interfaces d'assemblage au cours de leurs différents cycles de vie (fabrication, serrage/montage et service). Par le biais d'un système de bridage, un montage autorisant le démontage de l'assemblage sans le desserrer est proposé, ce qui ne modifie pas les conditions de contact et permet alors l'étude tribologique des interfaces en conditions réelles. Par exemple, des techniques de microscopie électronique à balayage sont utilisées [Kounoudji et al., 2016] afin d'examiner les surfaces de l'écrou et de la vis pour analyser les conditions initiales de

contact.

Un phénomène très étudié dans la littérature et dans l'industrie est le phénomène d'auto-desserrage des assemblages boulonnés. S'il est pour l'instant difficile d'élaborer des modèles analytiques détaillés pour l'étude du dévissage, il est plus facile d'étudier ce phénomène expérimentalement. Plusieurs approches sont ainsi détaillées dans [Rafik, 2019] afin de fournir des éléments contribuant à la compréhension du phénomène sous charge transverse, ou dans [Bhattacharya et al., 2010, Ksentini et al., 2014]. Lorsque l'assemblage est soumis à des vibrations, la capacité anti-desserrante de nombreuses vis de fixation est alors testée sur un banc d'essai. Cependant, les protocoles et conditions d'essai de la caractérisation de ce phénomène sont trop souvent spécifiques à un montage. Des travaux sont ainsi actuellement en cours [Delcher, 2018] pour tenter de déterminer une méthodologie générale pour la réalisation d'essais de desserrage.

De manière plus générale, l'étude de l'identification des propriétés de frottement dans les assemblages boulonnés demeure cruciale pour comprendre les différentes interactions entre chaque élément. Les travaux proposés dans [de Crevoisier et al., 2012] visent ainsi à déterminer le coefficient de frottement de différentes configurations dans lesquelles des paramètres tels que l'état de surface ou la précharge du boulon varient. La corrélation d'images numériques est appliquée à la mesure des champs de déplacement et à l'analyse de la rigidité des assemblages boulonnés pour étudier le changement du coefficient de frottement. Les résultats sont ensuite validés à travers la comparaison des champs de déplacement mesurés et calculés. Le choix du modèle rhéologique proposé dans le chapitre 2 est alors largement inspiré de ces résultats.

## 2.2 Phénomènes dynamiques

Afin d'étudier le comportement dynamique d'une structure boulonnée, il est fréquent de comparer la réponse d'éléments boulonnés avec celle d'une structure monolithique existante [Ames et al., 2009]. La structure boulonnée a généralement un taux d'amortissement plus élevé, ce que l'on attribue aux phénomènes de frottement qui surviennent aux interfaces. Sa dépendance à des paramètres clés tels que la valeur de la précharge des boulons [Rosatello, 2019], la nature du contact [Pesaresi et al., 2018], la dimension des vis voire les modes propres des boulons [Deaner et al., 2013, Roettgen and Allen, 2017] fait encore l'objet d'un nombre important de recherches expérimentales.

La confection d'un banc d'essai dynamique contenant un assemblage boulonné paramétrable est présentée dans [Daouk et al., 2017]. Un assemblage boulonné configurable, ainsi qu'une partie non dissipative ayant des caractéristiques similaires, ont été conçus (Figure 1.4). Les résultats expérimentaux montrent alors que le niveau de charge a une influence importante sur la fréquence de résonance et sur l'amortissement modal. L'évolution de l'énergie dissipée dans l'assemblage a révélé l'existence d'un seuil, en dessous duquel l'assemblage a un comportement linéaire, et au-delà duquel les zones de glissement évoluent et les dissipations augmentent.

## 2.3 Endommagement et fatigue

L'utilisation croissante de matériaux composites, dans l'industrie aéronautique notamment, a fait émerger un nombre important de recherches sur l'endommagement des structures composites

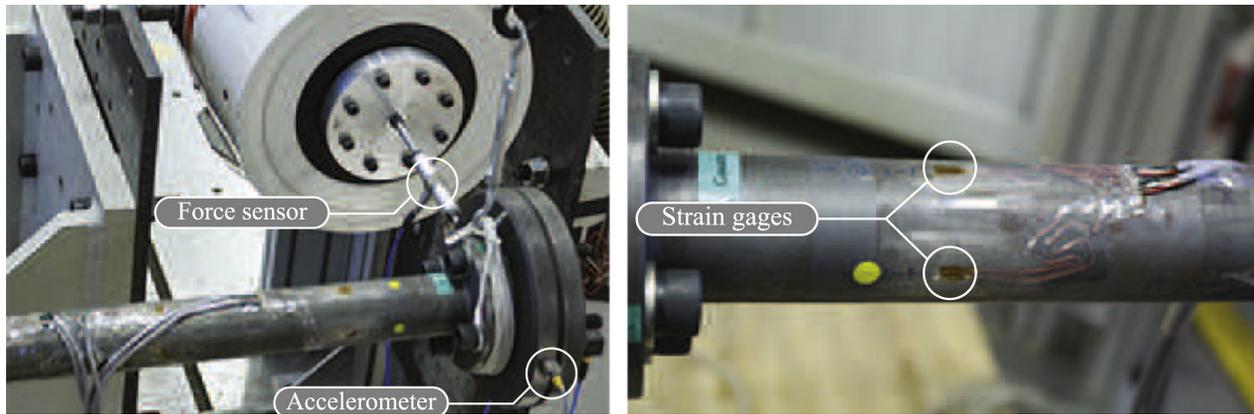


FIGURE 1.4 – Instrumentalisation du banc d’essai dynamique selon [Daouk et al., 2017]

boulonnées. Le recours à des bancs expérimentaux est alors fréquent, pour comprendre la complexité des phénomènes mis en jeu mais aussi pour obtenir des résultats à comparer aux modèles analytiques ou numériques. Le vaste programme expérimental mené dans [Nixon-Pearson and Hallett, 2015] montre par exemple comment les mécanismes d’endommagement évoluent sous des charges quasi-statiques et de fatigue, et l’influence de la précharge sur le délaminage. Les mêmes mécanismes de dégradation des composites ont été observés expérimentalement pour des assemblages à simple [Cao et al., 2020] et double recouvrement [Cao et al., 2018].

Pour aller plus loin, les travaux de [Yazdani Nezhad et al., 2017] étudient dans un cadre quasi-statique le flambage et la rupture des fibres, l’endommagement de la matrice, l’endommagement par cisaillement ainsi que le délaminage dans les assemblages multi-boulonnés composés de matériaux composites soumis à des chargements transverses. Un endommagement inter et intra-laminaire consistant en une rupture de l’amas de fibres, un flambage important des fibres, un décollement et un délaminage ont pu être observés au niveau de la charge de rupture ultime. Une nouvelle règle de conception pour les assemblages boulonnés en composite est proposée, basée sur la réponse expérimentale de l’éprouvette présentée Figure 1.5.

De plus, l’étude des PFRC (Polymères Renforcés de Fibres de Carbone) percés et boulonnés reste cruciale au vu de leur utilisation croissante dans l’industrie aéronautique. Des essais expérimentaux ont par exemple été réalisés par [Montagne et al., 2020] sur des éprouvettes constituées d’une plaque d’aluminium et d’une plaque de PFRC boulonnées comme illustré Figure 1.6. Les échantillons défaillants sont analysés grâce à la tomographie à rayons X et la corrélation d’images numériques. Une simulation numérique a ensuite été réalisée, et l’endommagement observé expérimentalement est en accord avec celui fourni par le calcul.

Enfin, on peut trouver des campagnes expérimentales, comme dans [Saranik et al., 2013], ayant pour objectif une prédiction de la durée de vie en fatigue des assemblages boulonnés. Pour y parvenir, il est nécessaire d’identifier les principaux paramètres qui influencent la durée de vie des structures boulonnées. Il apparaît ainsi que les phénomènes tels que le desserrage ou l’initiation de micro-fissures au niveau du filetage de la vis influent grandement sur cette dernière. La campagne expérimentale présentée par [Starikov and Schön, 2002] vise enfin à prédire la durée de vie en fatigue d’assemblages multi-boulonnés en fonction du nombre et de la disposition des boulons.

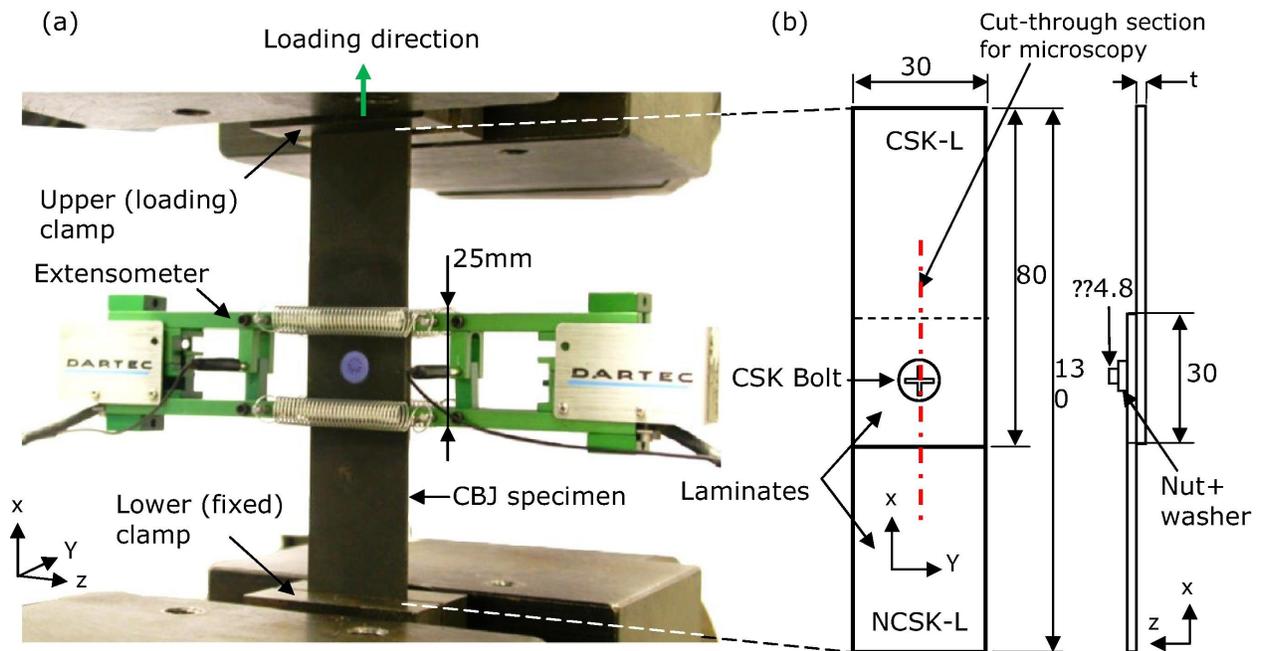


FIGURE 1.5 – Banc d'essai et géométrie de l'éprouvette utilisée par [Yazdani Nezhad et al., 2017]

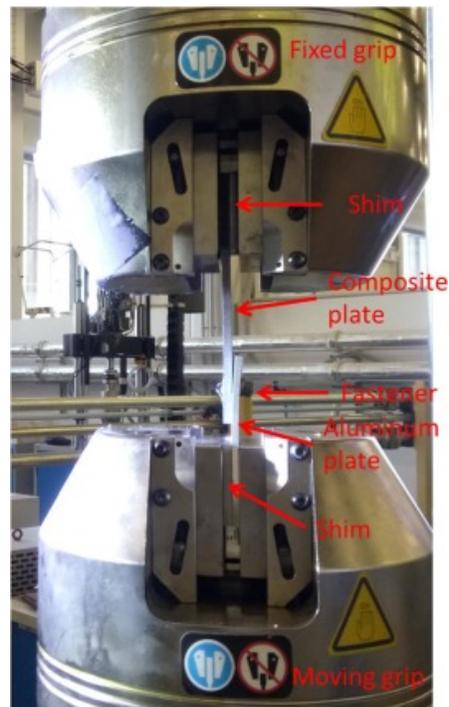


FIGURE 1.6 – Montage expérimental proposé par [Montagne et al., 2020]

En observant que la rupture en fatigue des boulons en cisaillement était le mode de défaillance qui dominait les échantillons défectueux, les auteurs ont remarqué que le comportement en fatigue des

assemblages composites utilisés dépendait linéairement du nombre de boulons.

Pour des assemblages sollicités en cisaillement, les travaux de [Gray et al., 2014a, Gray et al., 2014b] étudient expérimentalement l'influence de paramètres clés des assemblages boulonnés tels que l'épaisseur des joints et des éléments assemblés ou l'absence de fixations sur la répartition des charges, et donc la résistance à rupture, pour des assemblages en composite. Ils démontrent ainsi expérimentalement que l'épaisseur du stratifié a un effet significatif sur la rigidité de la liaison et sur la charge ultime, qui augmentent toutes deux avec l'augmentation de l'épaisseur du joint. Ils vérifient aussi que l'absence de boulons entraîne des pertes importantes de capacité de charge.

Malgré un nombre important de campagnes expérimentales ayant pour objectif d'améliorer la compréhension et la prédiction du comportement des assemblages boulonnés, le coût de ces démarches et leur trop grande spécificité demeurent un frein pour les bureaux d'étude. Il en résulte en tout état de cause que certains paramètres de conception influencent grandement le comportement de l'assemblage, comme la valeur de la précharge, le jeu entre la vis et l'alésage ou les dimensions des éléments assemblés. Ces paramètres semblent donc essentiels à prendre en compte dans la recherche d'une modélisation davantage prédictive. La mise en place de modèles analytiques peut alors s'avérer utile dans une démarche de pré-dimensionnement. Ces derniers peuvent permettre effectivement d'estimer rapidement le comportement mécanique d'assemblages multi-boulonnés complexes, et dont la mise en œuvre expérimentale s'avérerait trop coûteuse.

## 3 Modèles analytiques

### 3.1 Raideurs équivalentes

Dans de nombreux cas, notamment dans un contexte industriel, il est intéressant de pouvoir rapidement estimer la tenue des assemblages dans les phases de pré-dimensionnement. Pour cela, il est nécessaire de disposer de modèles de représentation des assemblages qui fournissent rapidement des estimations sur les contraintes mécaniques qui traversent l'assemblage. Les premiers modèles développés pour rendre compte du comportement mécanique d'un assemblage boulonné sont des modèles analytiques, ou semi-analytiques. Ils permettent notamment l'évaluation de raideurs équivalentes, qui sont des paramètres clés dans la formulation de modèles équivalents tels que des connecteurs. Les différents modèles présents dans la littérature se différencient notamment par la valeur affectée à ces raideurs normales et tangentielles équivalentes. Les approches analytiques proposent alors des expressions simples rendant difficilement compte des phénomènes physiques plus complexes sous-jacents. Elles font l'objet, pour la plupart, d'hypothèses restrictives qu'il faut garder en tête lorsqu'on les utilise pour le dimensionnement des assemblages boulonnés.

La grande majorité des modèles analytiques proposés dans la littérature décompose le comportement d'un assemblage boulonné en 2 parties distinctes : un comportement dit *axial* ou *normal*, dans la direction parallèle à l'axe du boulon, et un comportement dit *tangent*, dans le plan perpendiculaire à l'axe du boulon. La mise en place d'un modèle analytique consiste alors à déterminer des raideurs équivalentes *normales* et *tangentiels*.

### 3.1.1 Raideurs normales équivalentes

Il existe aujourd'hui 2 approches pour calculer les raideurs axiales équivalentes des pièces. La première a été énoncée précédemment et s'appuie sur les travaux de [Rötscher, 1927], repris par [Massol, 1994], qui se concentre essentiellement autour de la détermination de la valeur de l'angle d'ouverture du cône de Rötscher en fonction de la géométrie des pièces et du type d'élément fileté. La deuxième approche est celle de [Rasmussen, 1978] (voir Figure 1.7) qui s'appuie sur la recherche d'une section équivalente  $A_p$  d'une pièce cylindrique de même longueur  $L_p$  que l'assemblage, de même module d'Young  $E_p$  que les pièces réelles, soumises à une compression uniforme, à partir de l'énergie de déformation élastique. [Alkatan et al., 2007] propose une expression analytique à partir de ce modèle.

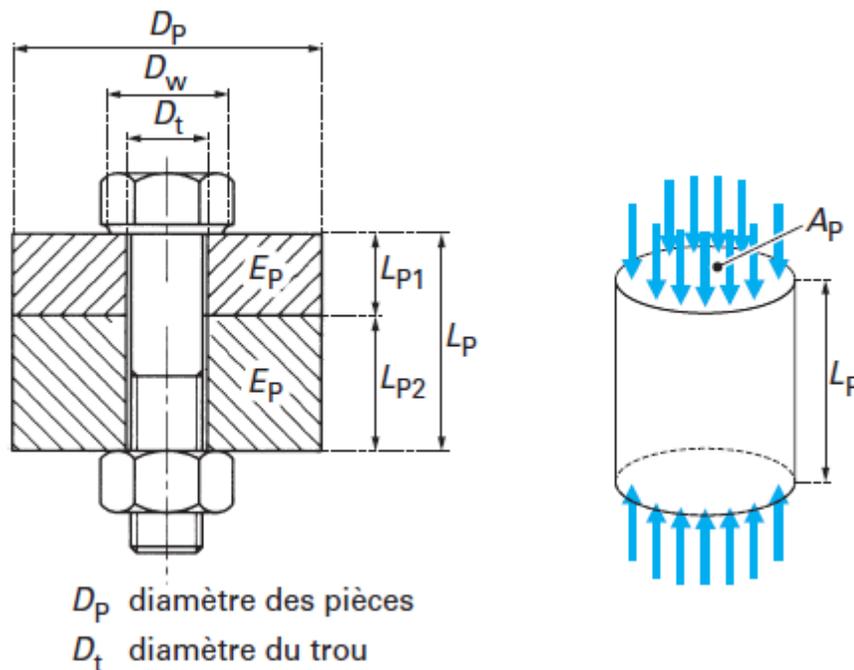


FIGURE 1.7 – Modèle équivalent proposé par [Rasmussen, 1978]

Le modèle que propose [Massol, 1994] vise à caractériser la raideur axiale du boulon à partir d'un modèle équivalent, en considérant le boulon comme une poutre circulaire de section  $A_0$  pour la partie lisse et de section résistante  $A_s$  pour la partie filetée. La souplesse  $C$  s'exprime alors en fonction des caractéristiques géométriques et matériaux du boulon. Si on note  $d$  le diamètre nominal de la vis,  $l_0$  la longueur de la partie lisse de la vis,  $l_1$  la longueur de la partie filetée entre la tête de vis et l'écrou et  $E_b$  son module d'Young, on obtient

$$C = \delta_b = \frac{1}{E_b} \left( \frac{\alpha_t d}{A_0} + \frac{l_0}{A_0} + \frac{\alpha_s l_1}{A_s} + \frac{\alpha_{ve} d}{A_s} \right)$$

où les 3 coefficients  $\alpha_t$ ,  $\alpha_s$  et  $\alpha_{ve}$  sont des coefficients correctifs permettant de prendre en compte respectivement la raideur de la tête de vis, la raideur de la partie filetée de la vis et la valeur de la

raideur de l'écrou associé à la partie du corps de vis en prise. L'étude de [Alkatan et al., 2007] (voir Figure 1.8) reprise dans les *Techniques de l'Ingénieur* par [Guillot, 2007] a permis d'affiner les différents coefficients en prenant en compte les différents paramètres (matériaux, géométrie, coefficient de frottement). Les raideurs équivalentes ainsi déterminées ont par exemple été reprises dans les travaux de [Hamdi et al., 2015] qui propose une modélisation semi-analytique d'un assemblage multi-boulonné à l'aide d'éléments de type plaque, tube, poutre et ressort. Les caractéristiques du boulon, représenté par une poutre, sont alors calculées à l'aide des formules précédentes.

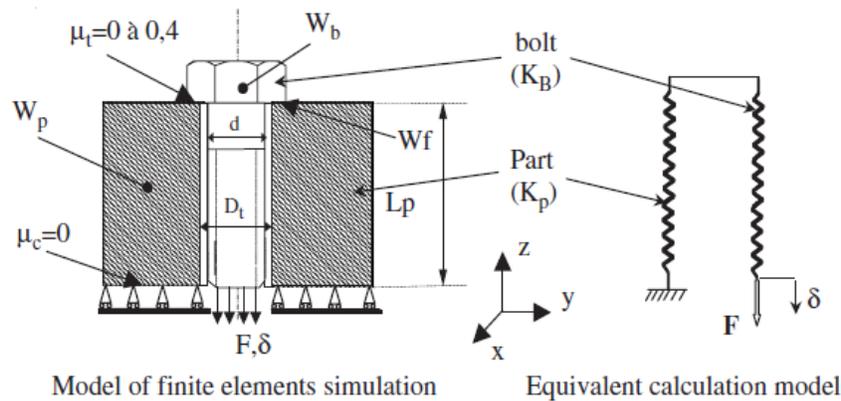


FIGURE 1.8 – Modèle équivalent proposé par [Alkatan et al., 2007]

### 3.1.2 Raideurs équivalentes dans le plan tangent

Dans la thèse de [Soulé de Lafont, 2017], une comparaison entre différents modèles est proposée. Ces derniers se proposent de définir une formule analytique de la raideur (ou de la souplesse) d'un assemblage boulonné élémentaire à simple recouvrement, correspondant à 2 plaques reliées entre elles par un boulon, comme défini Figure 1.9. Les comparaisons des différentes formules

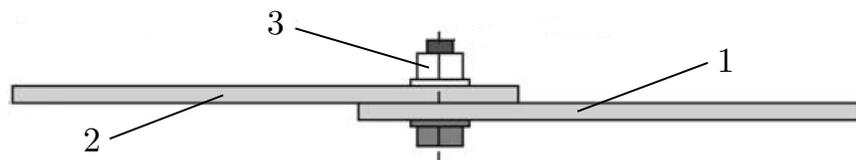


FIGURE 1.9 – Numérotation des pièces dans la formule de [Huth, 1986]

proposées par [Tate M.B., 1946, Swift, 1971, Huth, 1986, Niu, 1988, Cope and Lacy, 2000] sont rassemblées dans le Tableau 1.1.

En appliquant ces formules sur un même assemblage, l'écart entre les différentes souplesses tangentielle peut atteindre 40%. Même si une partie de cet écart peut s'expliquer par le fait qu'ils sont tirés de montages expérimentaux différents et/ou basés sur des hypothèses de modélisation différentes, cet écart n'est pas satisfaisant et montre bien la grande diversité des modèles analytiques dans la littérature.

Historiquement, les premières modélisations des assemblages boulonnés s'appuyaient sur l'analogie entre la distribution de charges et un montage électrique de résistance [Ross, 1947], notamment pour la forte analogie qui existe avec les ressorts. Un autre modèle, qui utilise un système classique de masse ressort est celui de [McCarthy et al., 2006], présenté Figure 1.10. Chaque élément possède une raideur qui lui est propre, et les plaques ou le boulon réagissent ainsi de manière différente. On peut voir la relation entre le modèle et l'assemblage avec 9 paramètres caractéristiques identifiés. Les formules de [McCarthy et al., 2006] permettent de calculer la rigidité des plaques et la formule de [Nelson et al., 1983] de calculer la rigidité du boulon. Le système d'équations ainsi obtenu est ensuite résolu, avec ou sans prise en compte du jeu, par un algorithme de pénalisation. Notons que dans ce modèle il y a 3 boulons d'où le nombre important de paramètres. La nature de la plaque, et donc du coefficient de frottement, dépend du montage considéré. Les raideurs équivalentes sont alors différentes en fonction du nombre ou de l'épaisseur des plaques, par exemple dans les situations décrites Figure 1.10.

Avant la généralisation de l'emploi des éléments finis, les travaux de [Yen, 1978] avaient également pour objectif de fournir des solutions analytiques au problème d'un assemblage multi-boulonné soumis à des charges mécaniques et thermiques prenant en compte les phénomènes de frottement à l'interface des éléments assemblés. Les principaux paramètres de conception des assemblages, tels que le matériau et la taille des plaques et des attaches et les modèles de disposition des attaches ont été pris en compte, à travers la résolution des équations menant à une solution analytique. Il existe un nombre important de modèles analytiques rendant compte de la raideur transversale. La problématique du traitement du contact rend cependant délicate la détermination générique pour tous les assemblages de ce genre de raideur.

### 3.2 Cas des liaisons hybrides

L'emploi de méthodes analytiques est également très largement répandu pour des liaisons hybrides, comme les liaisons hybrides boulonnées collées (HBC). Les travaux de [Paroissien, 2006] présentent par exemple un large aperçu des méthodes analytiques utilisées pour les liaisons HBC, avec pour objectif de les utiliser comme de véritables outils de dimensionnement de ces liaisons. Ils sont notamment très faciles à mettre en œuvre dans une analyse paramétrique. Ces méthodes présentent un avantage certain pour l'étude des liaisons HBC : l'association de deux modes de transfert différents (discret pour le boulonnage, continu pour le collage) augmente grandement la complexité des phénomènes physiques mis en jeu, et le recours aux méthodes analytiques s'avère être une solution viable. Par exemple, [Paroissien et al., 2007] propose un modèle analytique élastique unidimensionnel pour la détermination du transfert de charge dans une configuration à simple recouvrement. Ce dernier est obtenu grâce à l'intégration des équations d'équilibre local. Une ap-

Auteurs	Souplesse $C$ équivalente de l'assemblage boulonné ou riveté soumis à du cisaillement
Formule de Tate et Rosenfeld [ <a href="#">Tate M.B., 1946</a> ] (pour simple recouvrement)	$C = \frac{1}{t_1 E_1} + \frac{1}{t_2 E_2} + \frac{1}{t_1 E_3} + \frac{1}{t_2 E_3} + \frac{32(t_1 + t_2)(1 + \nu)}{9E_3 \pi d^2} + \frac{8(t_2^3 + 5t_2^2 t_1 + 5t_2 t_1^2 + t_1^3)}{5E_3 \pi d^4}$
Formule de [ <a href="#">Swift, 1971</a> ] (pour simple recouvrement)	$C = \frac{5}{d E_3} + 0.8 \left( \frac{1}{t_1 E_1} + \frac{1}{t_2 E_2} \right)$
Formule utilisée par Boeing en 1986 (pour simple recouvrement)	$C = \frac{2^{(t_2/d)^{0.85}}}{t_1} \left( \frac{1}{E_1} + \frac{3}{8E_3} \right) + \frac{2^{(t_2/d)^{0.85}}}{t_2} \left( \frac{1}{E_2} + \frac{3}{8E_3} \right)$
Formule de [ <a href="#">Huth, 1986</a> ] (pour simple et double recouvrement)	$C = \left( \frac{t_1 + t_2}{2d} \right)^a \frac{b}{n} \left( \frac{1}{t_1 E_1} + \frac{1}{n t_2 E_2} + \frac{1}{n t_1 E_3} + \frac{1}{2n t_2 E_3} \right)$
Paramètres	<p><math>E_i</math> Module d'Young de la pièce <math>i</math>  <math>t_1</math> épaisseur de la plaque 1  <math>t_2</math> épaisseur de la plaque 2  <math>d</math> diamètre du trou du boulon  <math>n</math> dépend du type de recouvrement :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>— pour un recouvrement simple <math>n = 1</math></li> <li>— pour un recouvrement double <math>n = 2</math></li> </ul> <p><math>a</math> et <math>b</math> dépendent du type d'assemblage :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>— assemblage boulonné métallique <math>a = \frac{2}{3}</math> et <math>b = 3</math></li> <li>— assemblage riveté métallique <math>a = \frac{2}{5}</math> et <math>b = 2.2</math></li> <li>— assemblage boulonné composite <math>a = \frac{2}{3}</math> et <math>b = 4.2</math></li> </ul>

TABLE 1.1 – Comparaison de différentes formules semi-analytiques/semi-empiriques permettant de déterminer la souplesse tangentielle d'une liaison boulonnée selon [[Soulé de Lafont, 2017](#)]

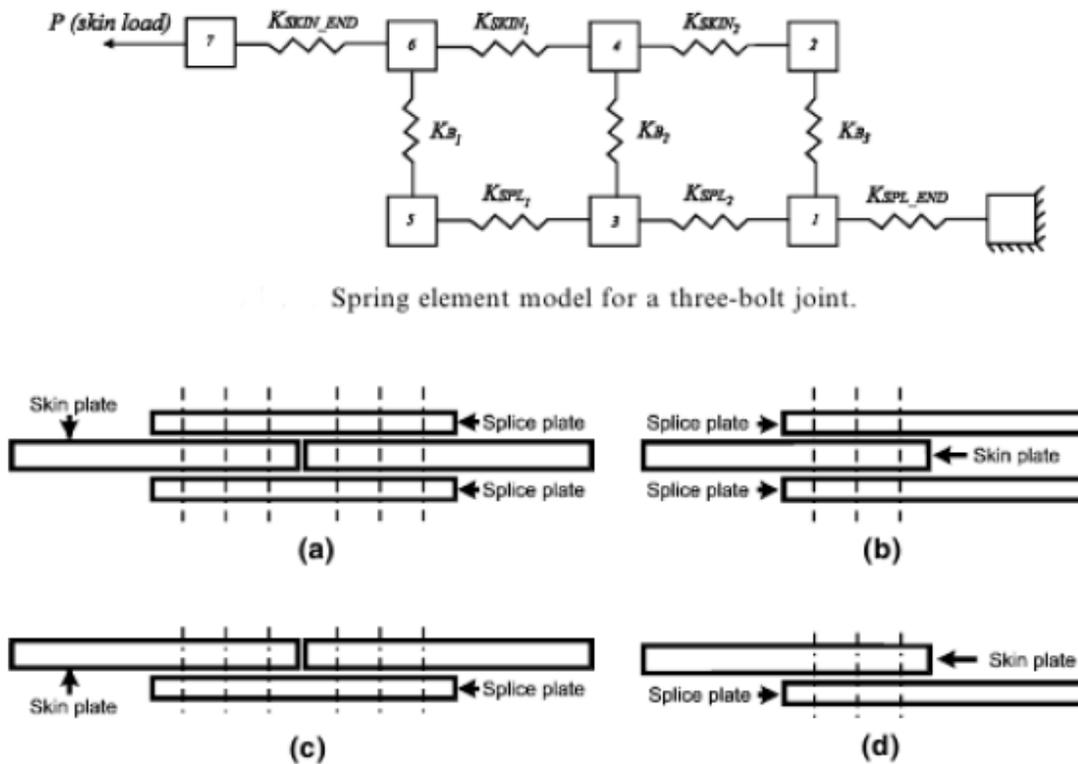


FIGURE 1.10 – Modèle masse-ressort proposé par [McCarthy et al., 2006]

proche élasto-plastique est ensuite présentée. Le modèle est robuste et facile à utiliser. L'influence de différents paramètres géométriques et mécaniques est alors étudiée, ce qui constitue la première étape de conception d'un joint hybride capable de remplacer son équivalent boulonné utilisé dans l'aéronautique.

Ces résultats sont en accord avec ceux présentés par [Andriamampianina et al., 2012], qui formule une méthode analytique simple pour décrire le comportement, sous une charge de traction alternée, d'un assemblage boulonné hybride comme proposé Figure 1.11. L'influence de la précharge  $y$  est par exemple étudiée. La comparaison des résultats obtenus par des mesures extensométriques, par des simulations par éléments finis et par calcul analytique montre que la précision analytique est tout à fait satisfaisante pour une utilisation en pré-dimensionnement. Cependant, certaines hypothèses appliquées (absence de jeu entre l'alésage et la vis, comportement linéaire de chaque élément de la structure) rendent ce modèle difficilement utilisable dans un contexte industriel.

Pour aller plus loin, le modèle analytique proposé par [Bois et al., 2013] prend en compte le comportement non linéaire nécessaire pour évaluer la contribution du transfert de charge des boulons jusqu'à la rupture. Le modèle 1D semi-analytique d'un joint hybride à double recouvrement s'appuie sur une approche multicritères afin de prédire la résistance de la liaison. Le modèle inclut le comportement non linéaire de la colle et du matériau composite constituant les éléments assemblés. La contribution du boulon au transfert de charge global est ensuite estimée lors d'une charge

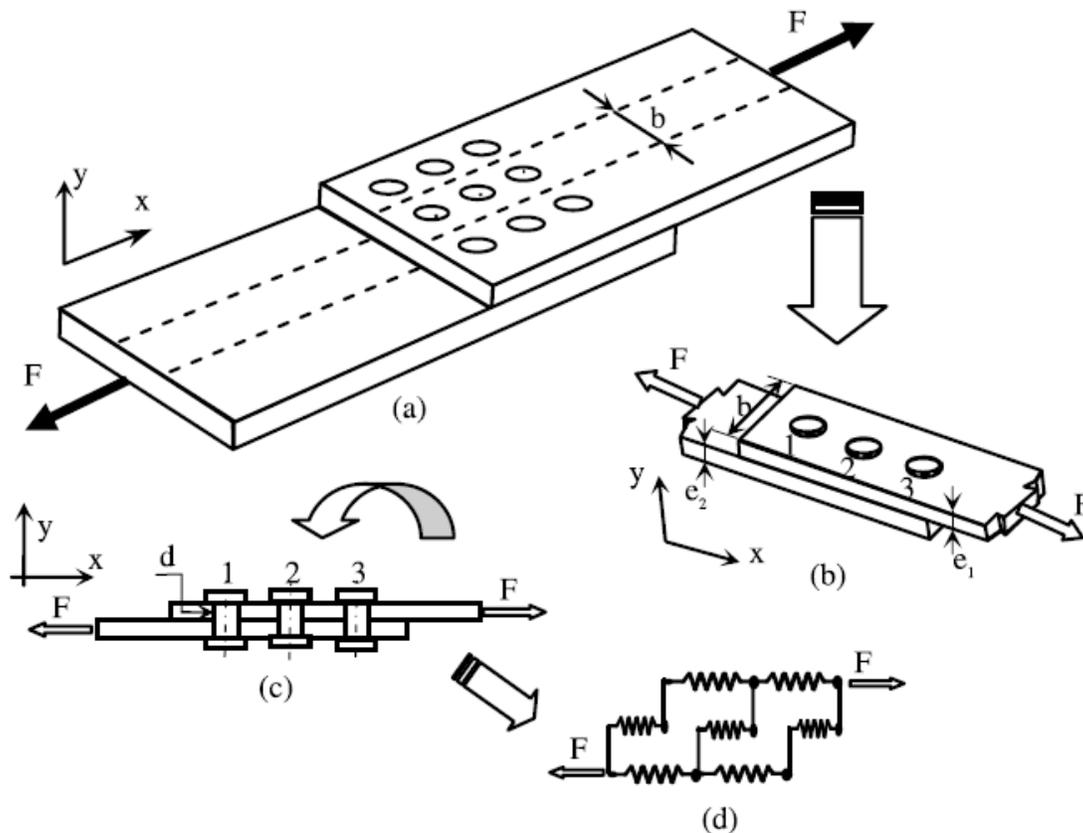


FIGURE 1.11 – Principe de modélisation d'un assemblage boulonné selon [Andriamampianina et al., 2012]

quasi-statique. La prédiction de la rupture du joint adhésif est basée sur un critère de contrainte de cisaillement maximale. Le modèle est alors validé grâce à une comparaison des résultats analytiques avec ceux issus d'une analyse EF 3D.

### 3.3 Répartition de la charge entre plusieurs boulons

L'utilisation de modèles analytiques est également importante lors d'analyses de sensibilité des assemblages boulonnés à certaines variations des propriétés géométriques et matérielles. Un modèle analytique 1D est présenté Figure 1.12 par [Lecomte et al., 2014]. Ce dernier est capable d'évaluer l'état de précharge dans la liaison. La perte de rigidité, causée par la détérioration des éléments assemblés, est intégrée dans l'ensemble de la loi force/déplacement du boulon, ce qui permet de décrire le comportement de la liaison jusqu'à la rupture. Les effets issus d'une erreur de localisation des alésages sont étudiés. L'objectif est alors de prédire la répartition de la charge entre les boulons lorsqu'une charge externe est appliquée à l'assemblage à l'aide de ce modèle analytique. Le modèle analytique est validé en comparant les résultats obtenus par l'analyse par éléments finis et les expériences.

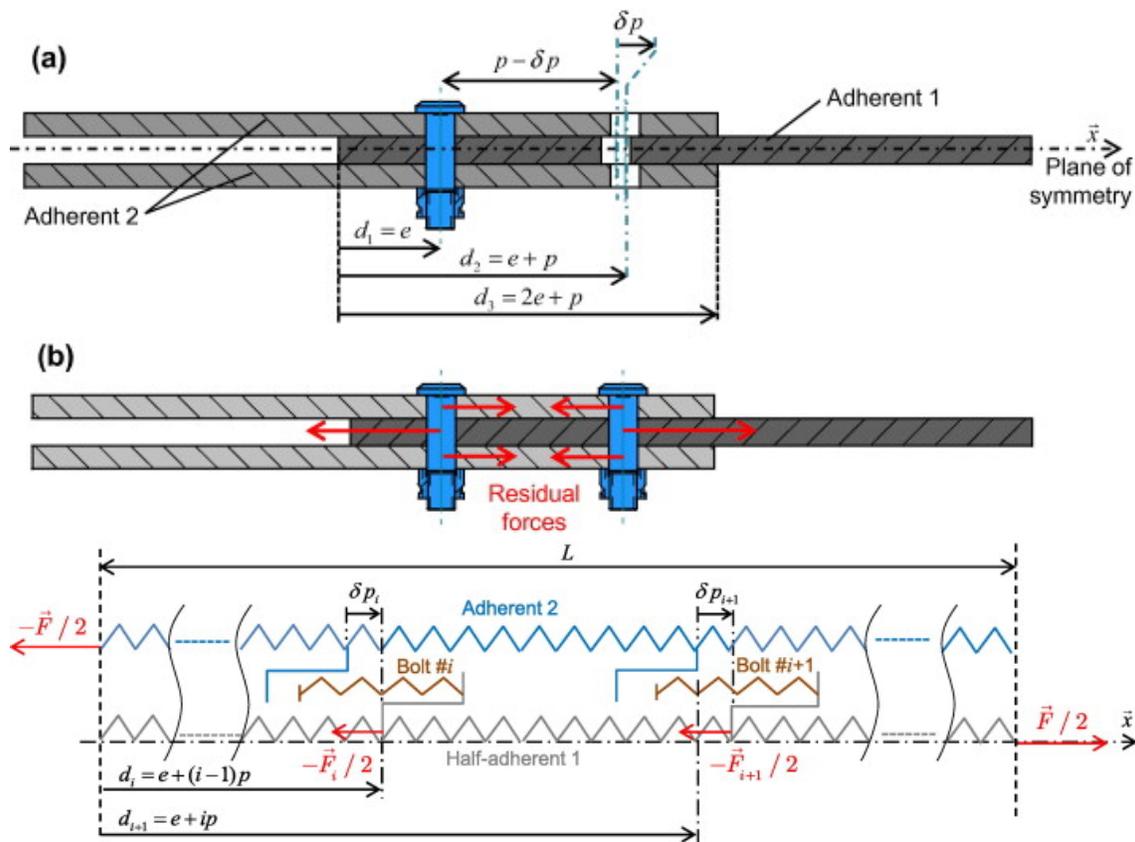


FIGURE 1.12 – Description du modèle analytique de [Lecomte et al., 2014]

Ce modèle est d'ailleurs basé sur les travaux de [Bois et al., 2011], où une approche multicritères qui intègre les modes de rupture du composite (matage et rupture dans la section du boulon) et la rupture de l'adhésif, est utilisée. Un modèle analytique est proposé et validé par un modèle numérique prenant en compte le comportement élastoplastique de l'adhésif ainsi que les conditions de contact entre le boulon et les pièces. Le modèle analytique a pour objectif de déterminer les charges transmises dans les zones de rupture du composite et les déformations dans l'adhésif afin d'appliquer les critères de ruptures.

### 3.4 Cas des assemblages de matériaux composites

Enfin, pour l'étude d'assemblages boulonnés de matériaux composites, une approche analytique a été développée par [Shamaei-Kashani and Shokrieh, 2019] à partir d'un modèle masse-ressort. La rigidité de l'assemblage est alors calculée à partir des propriétés élastiques de la fibre, de la matrice du nano-renfort, de la disposition et des paramètres géométriques de l'articulation.

Des résultats relatifs à des simulations explicites de crash et d'impact sont présentés dans [Wagner et al., 2020]. Un modèle simplifié et semi-analytique d'assemblage boulonné permet d'inclure facilement les rivets et les boulons dans les simulations de crash et d'impact. Ce modèle est principalement basé sur des valeurs analytiques  $e$  et quelques valeurs empiriques. Une courbe force-

déplacement trilinéaire est alors proposée pour modéliser les assemblages boulonnés soumis à des sollicitations de cisaillement.

Des essais mécaniques ont été réalisés afin de déterminer les rigidités équivalentes, et le coefficient de filtrage d'un assemblage boulonné pour des matériaux composites thermoplastiques dans [Gornet et al., 2018]. Une démarche d'homogénéisation est ensuite proposée pour retrouver les valeurs des rigidités de la zone assemblée de matériaux métalliques équivalents. Ces résultats sont alors équivalents à ceux proposés dans la norme analytique [VDI-Richtlinien, 2003]. La méthode est ensuite utilisée dans le cas du boulonnage de tissus composites orthotropes. De plus, la modélisation analytique de [VDI-Richtlinien, 2003] est modifiée afin de tenir compte des spécificités liées aux assemblages de matériaux composites thermoplastiques comme la reprise en humidité ou le fluage. Les résultats ont ensuite été validés à travers une étude expérimentale de la liaison boulonnée utilisant la technique de corrélation d'image.

Malgré leur mise en place et leur utilisation simplifiée, les modèles analytiques ne sont que peu utilisés dans le dimensionnement des assemblages boulonnés. La grande diversité des formules analytiques ou semi-analytiques existantes montre en effet qu'elles ne peuvent pas être utilisées dans un cadre général de dimensionnement. Avec l'augmentation des capacités de calcul, les industriels se sont alors en effet orientés vers des modèles numériques complets, discrétisant l'intégralité de la fixation, et prenant en compte les non-linéarités des différents éléments constituant la liaison. La section suivante se propose d'effectuer un bilan des différentes méthodes existantes.

## 4 Modèles numériques complets

La majorité des modèles analytiques de la littérature sont unidimensionnels, et souvent valables pour un seul type de sollicitation, ce qui rend leur utilisation générique délicate et restreint leur cadre d'application. Ils ne permettent pas par ailleurs de représenter certains phénomènes tridimensionnels jouant un rôle important dans le comportement des liaisons boulonnées. L'amélioration des méthodes de conception s'oriente alors vers des simulations numériques précises et fiables, qui s'efforcent de tenir compte de tous les phénomènes complexes mis en évidence expérimentalement.

### 4.1 Matériaux composites

Une revue de la littérature sur le comportement mécanique des assemblages de matériaux composites est proposée dans [Egan et al., 2018]. L'influence de la géométrie d'assemblage et de la séquence d'empilement des matériaux composites utilisés sur la réponse de l'assemblage est discutée, ainsi que les effets significatifs du jeu entre l'alésage et le corps de vis, de la contrainte de cisaillement et du taux de chargement appliqué. Les assemblages boulonnés de matériaux composites sont d'ailleurs largement discutés dans la littérature, vue leur utilisation croissante dans le milieu aéronautique.

Par exemple, un modèle tridimensionnel par éléments finis des assemblages composites boulonnés a été mis au point par [Ireman, 1998] pour déterminer les distributions non uniformes des contraintes dans l'épaisseur des composites stratifiés à proximité d'un trou de boulon. Il est également envisageable de prendre en compte les phénomènes d'endommagement si l'on s'intéresse à

des matériaux composites par exemple. Un modèle 3D (voir Figure 1.13) d'endommagement d'un assemblage boulonné a ainsi été développé par [Tserpes et al., 2002]. Il s'appuie sur un critère phé-

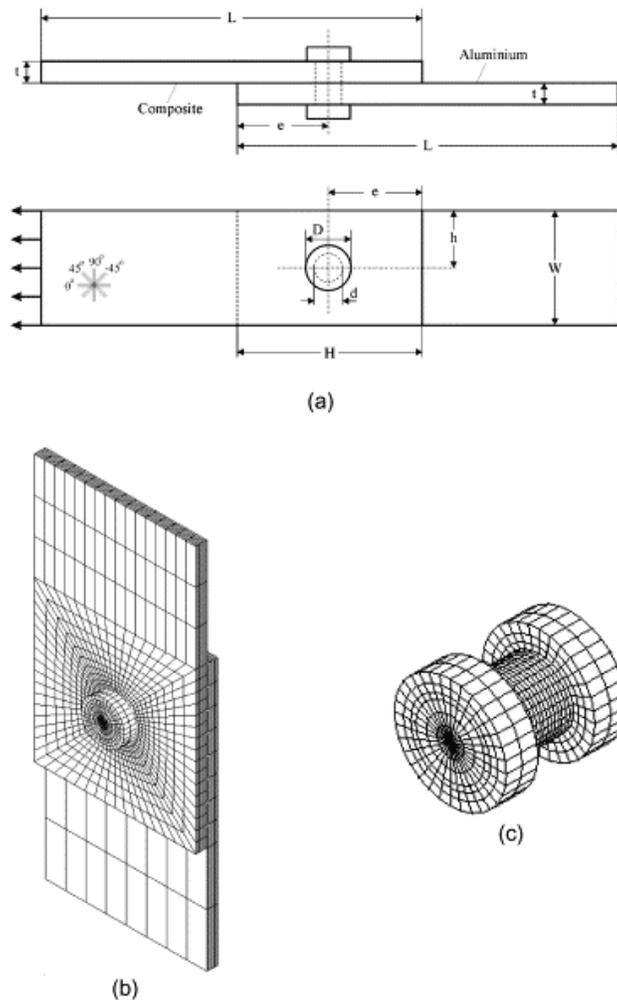


FIGURE 1.13 – Géométrie et maillage présentés dans [Tserpes et al., 2002]

noménologique de rupture basé sur les modes principaux de rupture du matériau. Plus récemment, les travaux comme ceux de [Gerendt et al., 2019] proposent un nouveau cadre, basé sur les éléments finis, pour prédire le comportement de défaillance statique progressive des assemblages boulonnés de stratifiés fibre-métal, consistant à proposer deux modèles d'endommagement distincts : un premier modèle décrivant l'endommagement dans les couches composites renforcées de fibres, et un deuxième modèle pour les différents types d'endommagement des incrustations métalliques. Ces modèles ont été utilisés pour différents types de composites et de métaux et ont été validés par comparaison expérimentale.

L'influence du nombre de liaisons boulonnées, de leur arrangement géométrique et du jeu entre le corps de vis et l'alésage pour des matériaux composites sont des sujets de recherche qui restent encore importants dans les communautés académique et industrielle. Les assemblages multi-boulonnés en composite ont ainsi été étudiés dans [McCarthy and McCarthy, 2003, McCarthy and

[McCarthy, 2005]. Le développement de modèles tridimensionnels par éléments finis a alors démontré qu'un jeu accru entraîne une augmentation de la rotation des boulons, une diminution de la surface de contact au voisinage des liaisons boulonnées et une diminution de la rigidité des joints. Dans des travaux analogues mais cette fois-ci pour des fixations par vis à tête fraisée, un modèle numérique de la distribution des contraintes au voisinage de l'alésage, comprenant une discrétisation complète du modèle de fixation, a été fournie par [Egan et al., 2012, Egan et al., 2014], comme présenté Figure 1.14. La répartition des contraintes à la limite de l'alésage est présentée pour diffé-

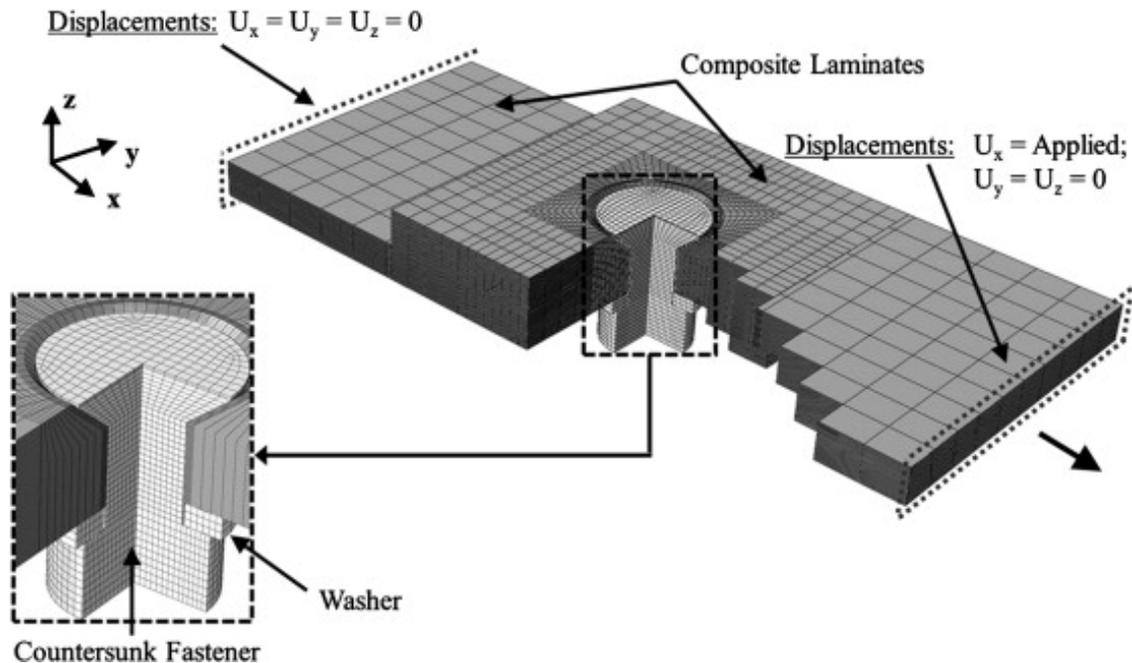


FIGURE 1.14 – Modélisation EF d'une fixation par vis à tête fraisée selon [Egan et al., 2012]

rents degrés de jeu. Les résultats montrent alors que lorsque l'alésage est surdimensionné, la surface de contact est réduite, ce qui entraîne des contraintes radiales plus élevées et une réduction de la rigidité du joint

Une étude paramétrique de l'influence du coefficient de frottement et du couple de serrage est réalisée dans [Olmedo and Santiuste, 2012]. Enfin, une étude incluant un modèle de détérioration progressive du composite et de la plasticité pour les métaux est proposée dans [Kapidžić et al., 2014]. D'autres méthodes existent pour prendre en compte les modes de dégradation des assemblages boulonnés composites, tels que le délaminage, la fissuration de la matrice ou la rupture dans [Egan et al., 2014, Adam et al., 2012, McCarthy and McCarthy, 2005].

## 4.2 Analyse paramétrique

L'apport des éléments finis peut s'avérer crucial, notamment pour des analyses paramétriques où un grand nombre d'essais devient nécessaire. Pouvoir remplacer des essais expérimentaux par des essais numériques devient alors essentiel pour pouvoir identifier les différents paramètres clés

gouvernant le comportement mécanique des assemblages boulonnés. Par exemple, l'étude du comportement normal d'un assemblage boulonné est fondamentale pour pouvoir modéliser correctement les différents effets de serrage et l'influence de la précharge. Une approche originale de la réponse d'un assemblage boulonné soumis à une charge axiale est examinée dans [Alkatan et al., 2007] afin de déterminer les raideurs équivalentes en fonction de divers paramètres géométriques, des coefficients de frottement des différents éléments en contact, ou des types de matériaux. La modélisation par éléments finis basée sur l'énergie de déformation améliore les modèles existants et prend en compte le type de matériaux et les coefficients de frottement des différents éléments en contact. À partir de ces corrections, des approches pour le calcul de la rigidité axiale basées sur des formules empiriques sont proposées pour une application plus facile et pour la future modélisation par éléments finis des assemblages boulonnés utilisant des éléments de poutre. En conséquence, un nouveau modèle numérique étendu pour des chargements de compression est établi à partir d'éléments finis unidirectionnels et validé par des simulations d'éléments finis 3D. Il est présenté dans [Daidie et al., 2007] et [Chakhari et al., 2008] pour différentes sollicitations. En outre, d'autres analyses multi-paramétriques ont été menées grâce à des campagnes d'essais numériques pour étudier l'influence de paramètres pouvant affecter la valeur numérique de ces grandeurs, tels que le filetage du boulon, la nature des matériaux assemblés [Lehnhoff and Bunyard, 2000] ou la valeur et la position de la charge externe [Lehnhoff and Wistehuff, 1996].

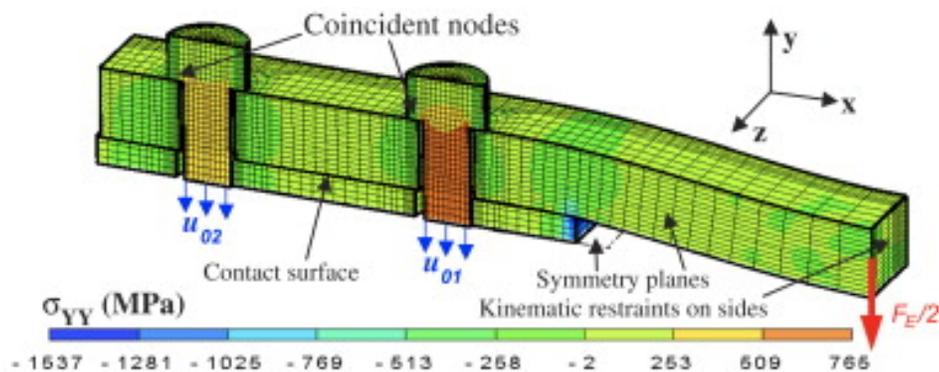


FIGURE 1.15 – Distribution des contraintes normales dans le calcul EF proposé par [Chakhari et al., 2008]

### 4.3 Phénomènes de desserrage

Il existe plusieurs études dans la littérature concernant certains autres phénomènes non linéaires au voisinage de l'assemblage boulonné : par exemple, les processus de serrage et de desserrage et l'influence de la charge de cisaillement sont étudiés dans [Izumi et al., 2005] à l'aide de la méthode des éléments finis. [Rafik et al., 2019] présente également l'étude du phénomène d'auto-desserrage sous charge transversale des assemblages boulonnés en proposant un modèle EF 3D décrivant tous les éléments en contact et tous les détails géométriques y compris la géométrie réelle du filetage avec son angle d'hélice. L'étude de la succession des phases d'adhérence et de glissement des surfaces en contact prédit alors le desserrage global de l'assemblage. Ils confrontent ensuite le

modèle numérique à un modèle expérimental pour mettre en évidence l'influence du phénomène de glissement.

#### 4.4 Le contact frottant

La description fine des détails géométriques nécessite souvent un maillage EF raffiné et un nombre élevé d'itérations du solveur en raison de phénomènes non linéaires. Le frottement introduit des difficultés supplémentaires à un problème de contact déjà complexe en termes de convergence numérique. La modélisation du frottement dans les assemblages boulonnés par une méthode tridimensionnelle par éléments finis est proposée dans [McCarthy et al., 2005]. Dans cet article, un modèle tridimensionnel EF à dommages progressifs est utilisé, qui implique une combinaison des critères de défaillance de Hashin, des règles de dégradation des matériaux et l'emploi de la méthode de pénalisation pour le traitement du contact frottant. La répartition des contraintes à l'interface boulon-alésage de la liaison est comparée à une solution issue d'une méthode analytique. Il a notamment été constaté que l'utilisation de coefficients de frottement mesurés dans des conditions idéales ne donnait pas un bon accord avec les expériences, ce qui suggère que ces phénomènes demeurent complexes à traiter numériquement. Les travaux plus récents de [Olmedo and Santiuste, 2012] présentent une étude paramétrique pour vérifier la capacité du modèle EF à reproduire l'influence du coefficient de frottement observé dans des résultats expérimentaux. Les résultats sont présentés Figure 1.16. Ces résultats sont en accord avec les campagnes d'essais expérimentaux

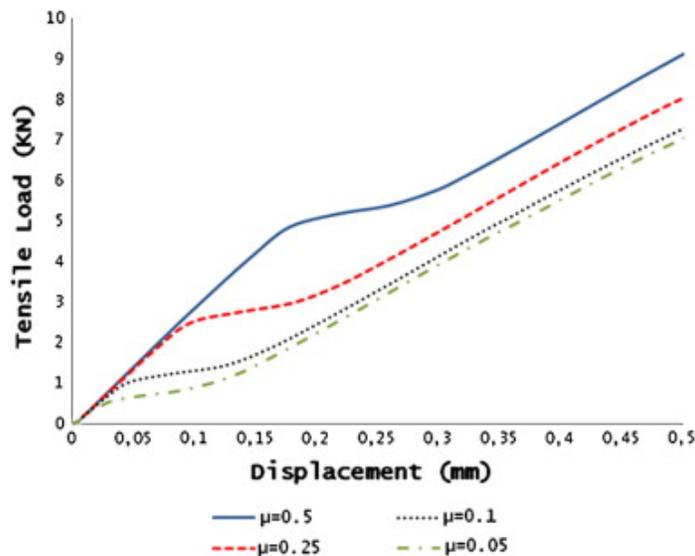


FIGURE 1.16 – Influence du coefficient de frottement sur les courbes charge-déplacement selon [Olmedo and Santiuste, 2012]

analogues, comme dans [Hühne et al., 2010], où il est montré qu'une augmentation du coefficient de frottement entre les plaques augmente la résistance du joint au cisaillement. Notons que cet effet est principalement observé pour des petits déplacements, car une fois que les déplacements relatifs sont supérieurs au jeu entre le boulon et le trou, la pente de la courbe charge-déplacement ne dé-

pend pas du coefficient de frottement, et une reprise de raideur est obtenue lors du contact entre le corps de la vis et l'alésage.

## 4.5 La flexion secondaire

D'autres phénomènes majeurs tels que la flexion secondaire peuvent avoir un impact significatif sur la tenue mécanique des assemblages boulonnés. La flexion secondaire se produit dans les éléments structurels présentant des excentricités géométriques (voir Figure 1.17) lorsque l'élément est chargé en cisaillement. En raison de ces excentricités, des déplacements hors plan se produisent avec une flexion locale qui en résulte. La flexion secondaire est analysée à l'aide de calculs par éléments finis et d'un modèle de ligne neutre dans [Schijve et al., 2009]. Les concentrations de contraintes sont considérablement augmentées par la contrainte de flexion. Une méthode d'éléments finis 3D pour étudier la flexion secondaire due à l'excentricité de la ligne neutre dans les assemblages à simple recouvrement a également été développée dans [Ekh et al., 2005], puis utilisée dans une étude paramétrique. Les résultats de cette dernière sont en bon accord avec les observations expérimentales. En particulier, l'emplacement et l'ampleur de la courbure maximale ont été prédits avec une bonne précision. Il a en plus été constaté que les deux paramètres les plus importants à régir ce phénomène, parmi ceux étudiés, étaient la longueur de chevauchement et l'épaisseur de la plaque d'aluminium. Le modèle EF 3D proposé dans [Olmedo and Santiuste, 2012] prédit également l'effet de la flexion secondaire, montrant un excellent accord avec les résultats expérimentaux.

## 4.6 Des stratégies de calcul adaptées

L'amélioration de la capacité de prédiction par des simulations numériques en 3D d'assemblages à boulons multiples génère des coûts de calcul prohibitifs. En effet, réaliser une optimisation à l'aide de telles simulations numériques reste aujourd'hui inaccessible dans un contexte industriel, en raison de temps de calcul trop longs. Il existe néanmoins des stratégies de calcul spécifiques, comme dans [Vadean et al., 2006] ou dans [Kapidžić et al., 2014].

Les travaux de [Roulet et al., 2013] présentent une stratégie numérique efficace pour étudier l'influence des paramètres des matériaux sur les problèmes d'assemblages 3D de pièces composites avec contact et frottement, basée sur la méthode LATIN multi-échelle avec décomposition de domaine, comme présenté Figure 1.18. Cela facilite alors la mise en place d'études paramétriques avec un grand nombre de configurations [Roulet et al., 2011].

Néanmoins, un modèle numérique décrivant la fixation à une échelle fine ne peut être utilisé sur un assemblage comportant un nombre important de fixations. La prise en compte des phénomènes non-linéaires inhérents aux assemblages boulonnés engendre en effet des temps de calcul bien trop importants dans un cadre industriel. Ainsi, le recours à des modèles simplifiés pouvant rendre compte de ces phénomènes, mais ne nécessitant pas la discrétisation intégrale des liaisons est de plus en plus plébiscité par la communauté. La section suivante se propose ainsi d'étudier les différents types de modèles simplifiés existant dans la littérature.

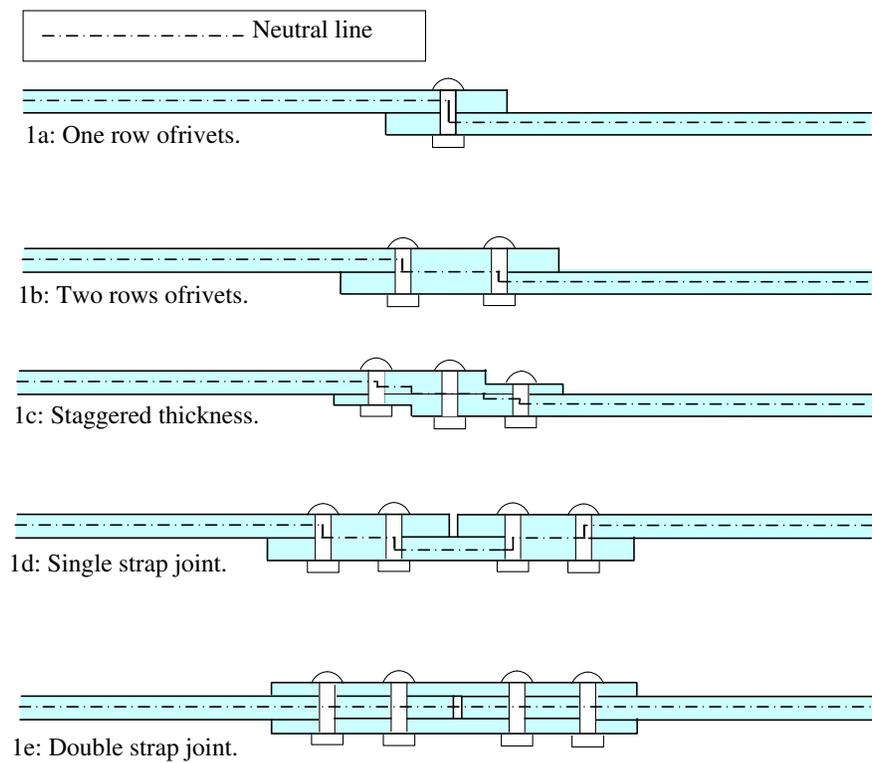


FIGURE 1.17 – Différents types de joints rivetés avec des excentricités dans la ligne neutre selon [Schijve et al., 2009]

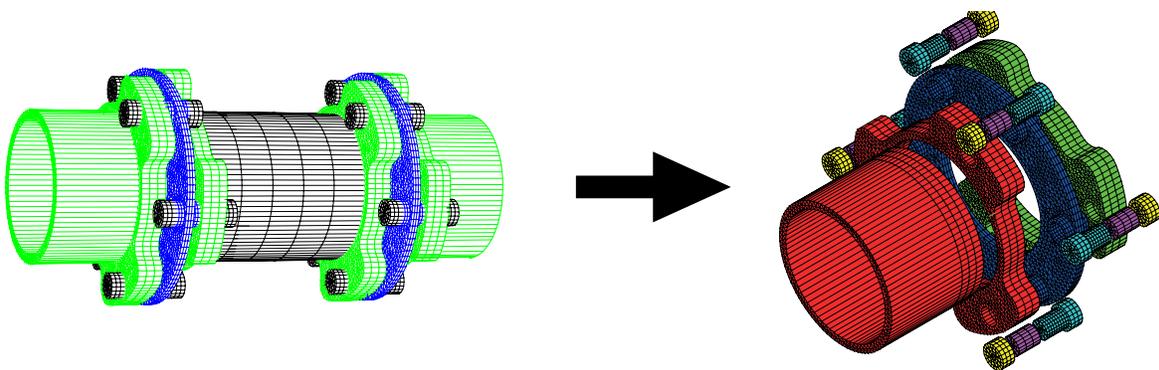


FIGURE 1.18 – Décomposition de domaines appliquée à un assemblage boulonné selon [Roulet et al., 2013]

## 5 Utilisation de connecteurs dans les codes Éléments Finis

### 5.1 Notion de connecteur

Les modèles simplifiés utilisés dans les codes EF doivent rendre compte du comportement global d'un assemblage boulonné sans avoir à discrétiser la fixation, dans le but d'optimiser le temps de calcul. La modélisation doit donc restituer l'intégralité, ou du moins l'essentiel des phénomènes que subit le système.

La Figure 1.19 présente la notion de *zone équivalente* [Jean-Charles Craveur, 2001]. L'objectif d'un *connecteur* tel que défini dans ces travaux consistera à relier cinématiquement les *zones équivalentes* des différents éléments assemblés. Ces relations s'appuient alors sur des paramètres caractéristiques de l'assemblage boulonné considéré, comme par exemple les raideurs normale et tangentielle équivalentes définies précédemment, l'histoire mécanique de l'assemblage, ou les dimensions géométriques de la fixation.

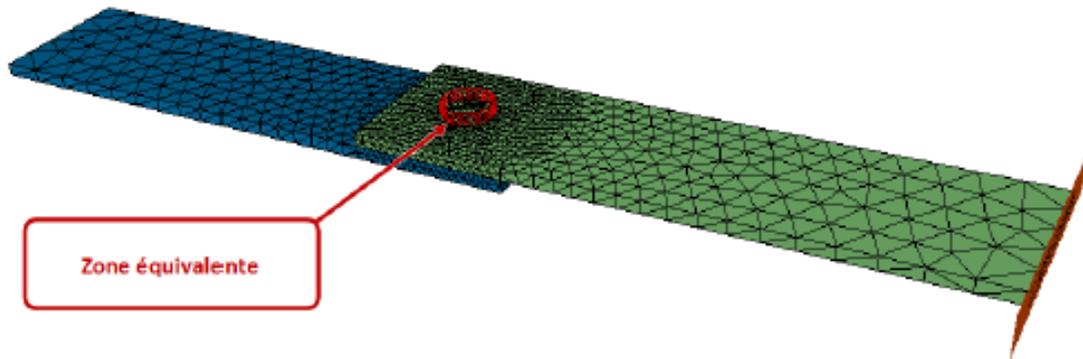


FIGURE 1.19 – Principes de la modélisation envisagée selon [Jean-Charles Craveur, 2001]

Plus spécifiquement, le *connecteur* s'efforcera de lier les déplacements de *nœuds maîtres*, qui piloteront eux-mêmes les déplacements des nœuds des *zones équivalentes* par l'intermédiaire de *raccords*. Le choix du *raccord* consiste donc à imposer une façon de relier chaque extrémité du *connecteur* au maillage de chaque élément assemblé. Le principe général d'un connecteur est présenté sur la Figure 1.20.

### 5.2 Des connecteurs pour la modélisation simplifiée d'autres liaisons

Grâce au gain en terme de temps de calcul apporté, l'utilisation de connecteurs est devenue courante dans beaucoup de domaines de la simulation numérique. Les connecteurs permettent en effet de rendre compte de façon robuste et efficace du comportement des liaisons.

Les travaux de [Mainnemare et al., 2018, Mainnemare et al., 2019] illustrent par exemple la mise en place d'éléments préliminaires à la conception d'un modèle de connecteur pour la simulation de points de soudure électrique. La zone d'influence mécanique d'un point de soudure électrique est déterminée numériquement à travers une étude exhaustive des configurations de char-

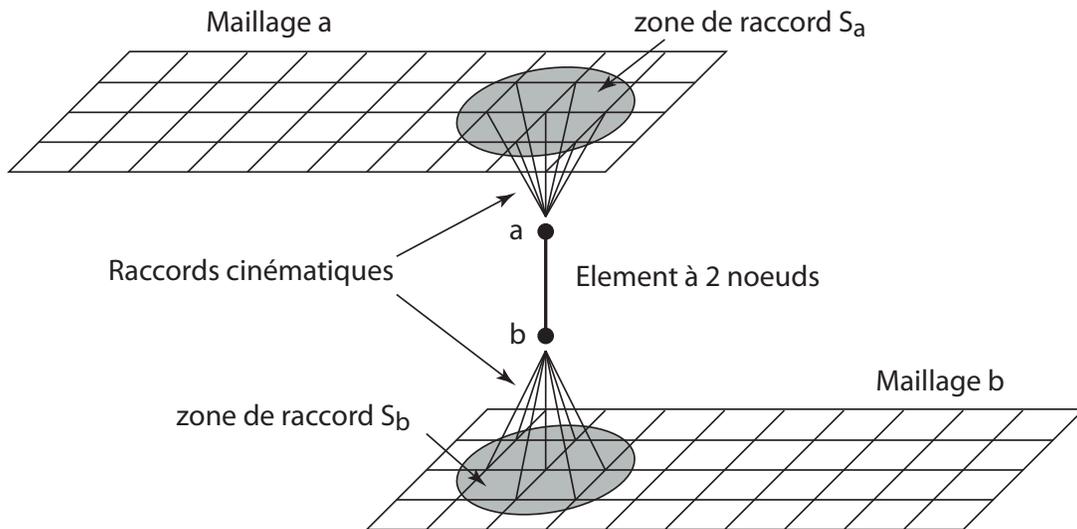


FIGURE 1.20 – Illustration du principe de connecteur

gement d'une éprouvette numérique (voir Figure 1.21). Les quantités d'intérêts cinématiques et statiques sont ensuite extraites pour identifier la taille de la zone d'influence mécanique d'un point de soudure, ainsi que la cinématique locale du connecteur, recherchée sous forme de modes.

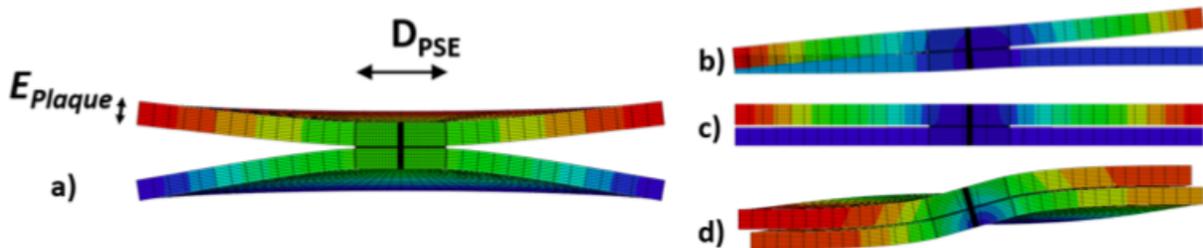


FIGURE 1.21 – Déformées associées aux quatre cas de chargement unitaires a) Arrachement b) Flexion c) Traction Cisaillement d) Torsion selon [Mainnemare et al., 2019]

Pour les assemblages collés, on peut citer les travaux récents de [Sekmen et al., 2020]. Un modèle semi-analytique a été implémenté sous la forme d'un macro-élément à 4 nœuds pour modéliser les liaisons. Ce dernier est alors capable de simuler une couche de colle complète, pour un coût de calcul réduit. Cet élément est implémenté pour des modèles de type barre et des modèles de type poutre. Des analyses simplifiées des contraintes de ces joints multicouches sont présentées afin de prédire la distribution de contraintes le long des interfaces. L'implémentation de ce type de modèles permet, par exemple, la mise en place d'une étude paramétrique permettant d'appréhender le comportement mécanique des assemblages multi-couches collés.

On peut également souligner le fait qu'un nombre important de connecteurs est utilisé dans la simulation des rivets. Les travaux de [Hanssen et al., 2010] détaillent l'élaboration d'un modèle de

connecteur non linéaire pour la simulation de crashes (voir Figure 1.22). Il a été implémenté dans le code LS-DYNA, et la procédure d'identification de ses paramètres est détaillée. Le modèle est basé sur le comportement de défaillance physique d'un rivet auto-poinçonneur reliant deux tôles d'aluminium, et est capable de prédire le comportement complet effort/déformation depuis le chargement initial jusqu'à la rupture. Une analyse de sensibilité au maillage montre que le modèle est peu sensible à la taille de maille, dans la mesure où la taille du domaine d'influence du connecteur est sensiblement égale au diamètre physique du rivet.

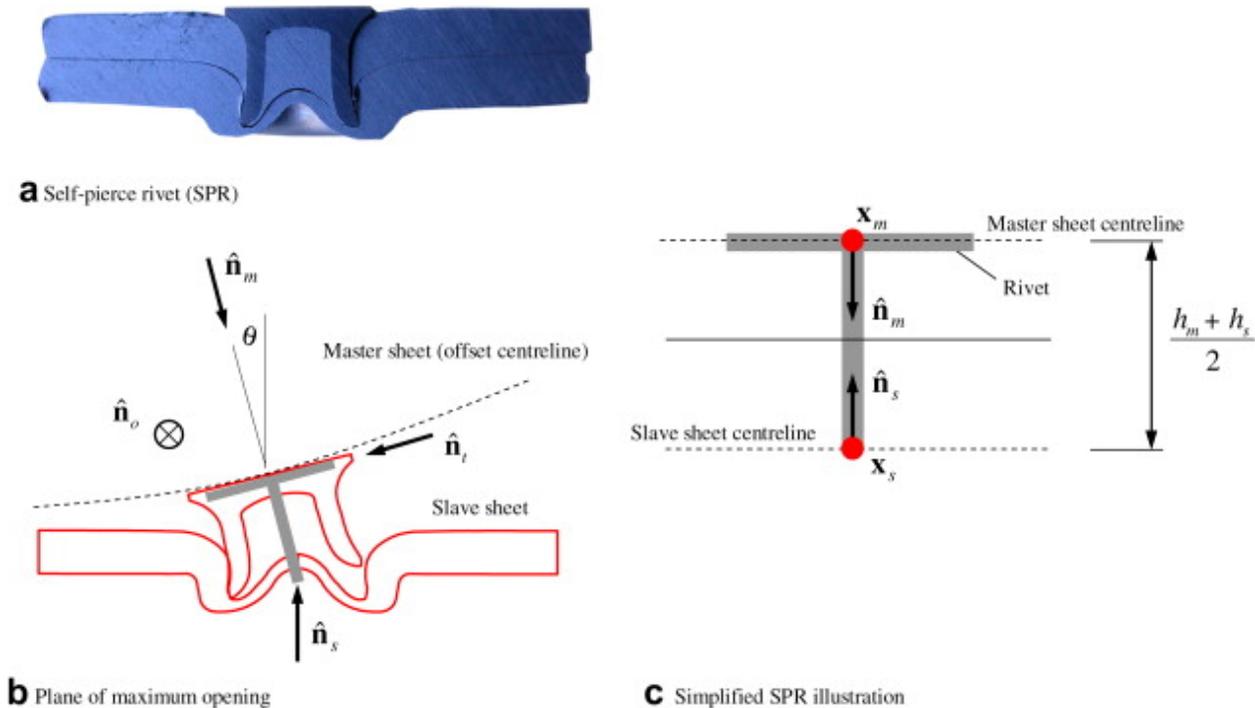


FIGURE 1.22 – Configuration d'un modèle de connecteur d'un rivet auto-perçant selon [Hanssen et al., 2010]

## 5.3 Modélisation simplifiée de liaisons boulonnées

### 5.3.1 Contexte dynamique

Il existe dans la littérature différents modèles permettant de rendre compte du comportement mécanique d'une liaison boulonnée. Il est important de souligner que les modélisations simplifiées sont divisées en 2 catégories : la première s'intéressera plutôt à la dynamique d'une liaison boulonnée, et la deuxième s'efforcera de reproduire le comportement statique ou quasi-statique de ce type de fixation.

Le degré de détail est usuellement moins élevé pour les modèles dynamiques. La différence entre les modèles de connecteurs recensés dans la littérature réside alors dans la façon dont les interfaces de contact sont connectées les unes aux autres. Une première technique, dite *nœud-à-nœud*, consiste à relier les nœuds individuels de la première surface de contact aux nœuds individuels de

la deuxième avec un élément dans lequel une loi de comportement est mise en œuvre. Cette méthode est utilisée pour la facilité de mise en œuvre d'une loi non-linéaire, comme par exemple par [Petrov and Ewins, 2003] où l'amortissement est pris en compte. La deuxième technique se rapproche des approches développées en statique, et qui feront l'objet de la suite de la présente étude. Elle consiste à relier chaque interface de contact à un nœud maître, puis d'intégrer une loi de comportement entre ces nœuds maîtres. Elle a été introduite par [Segalman, 2006], et est utilisée dans de nombreux travaux aujourd'hui, comme ceux de [Lacayo et al., 2019] (voir Figure 1.23) ou de [Rosatello, 2019]. Cependant, il est difficile de représenter les effets de flexion/torsion dans l'assemblage au niveau du boulon avec ce genre de méthodes.

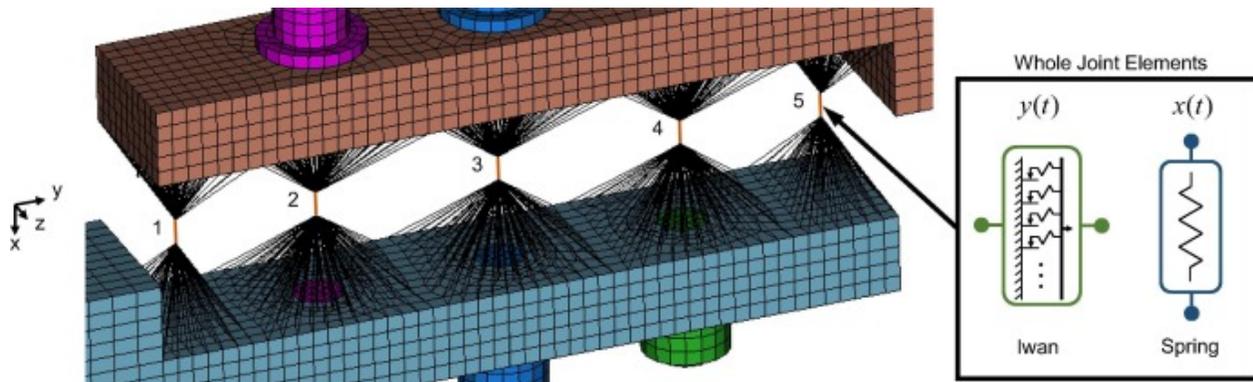


FIGURE 1.23 – Mise en place d'un macro-modèle dynamique selon [Lacayo et al., 2019]

### 5.3.2 Cadre quasi-statique

La prise en compte des effets du frottement sur le comportement de l'assemblage boulonné a été réalisée par [Kim and Kim, 1995] de façon pseudo-analytique. Une loi de Coulomb sur un modèle 2D est alors utilisée. Cependant, la modélisation des phénomènes de contact et de frottement se heurte encore aujourd'hui à des problèmes de convergence numérique, et l'utilisation d'algorithmes itératifs augmente considérablement le temps de calcul.

À titre d'exemple, citons les modèles proposés par [Kim et al., 2007], représentés Figure 1.24, qui substituent la géométrie du boulon par des éléments ayant un comportement équivalent. Quatre façons de modéliser les assemblages boulonnés y sont détaillées.

- La première modélisation est une solution de référence, où tous les éléments sont modélisés intégralement.
- La deuxième modélisation propose de remplacer le boulon par un élément poutre dont les nœuds sont reliés aux éléments assemblés par des éléments poutres.
- La troisième modélisation considère également un élément poutre pour remplacer le boulon, mais propose cette fois-ci un couplage cinématique rigide entre les extrémités de la poutre et la surface d'attache.
- La dernière modélisation propose uniquement d'appliquer une pression sur les surfaces d'attache pour rendre compte de la précharge, mais ne propose pas de discrétiser le reste de la fixation.

En ce qui concerne le contact entre les plaques dans chacun des quatre modèles, il est déterminé grâce à des multiplicateurs de Lagrange. Les modèles répertoriés comprennent des types de connecteurs et d'éléments que l'on trouve dans la plupart des logiciels commerciaux d'éléments finis. [Kim et al., 2007] ont montré par exemple qu'utiliser la deuxième modélisation (approche (b) de la Figure 1.24) pouvait servir à économiser jusqu'à 62% du temps de calcul pour un résultat semblable. C'est donc sur cette modélisation que nous approfondirons.

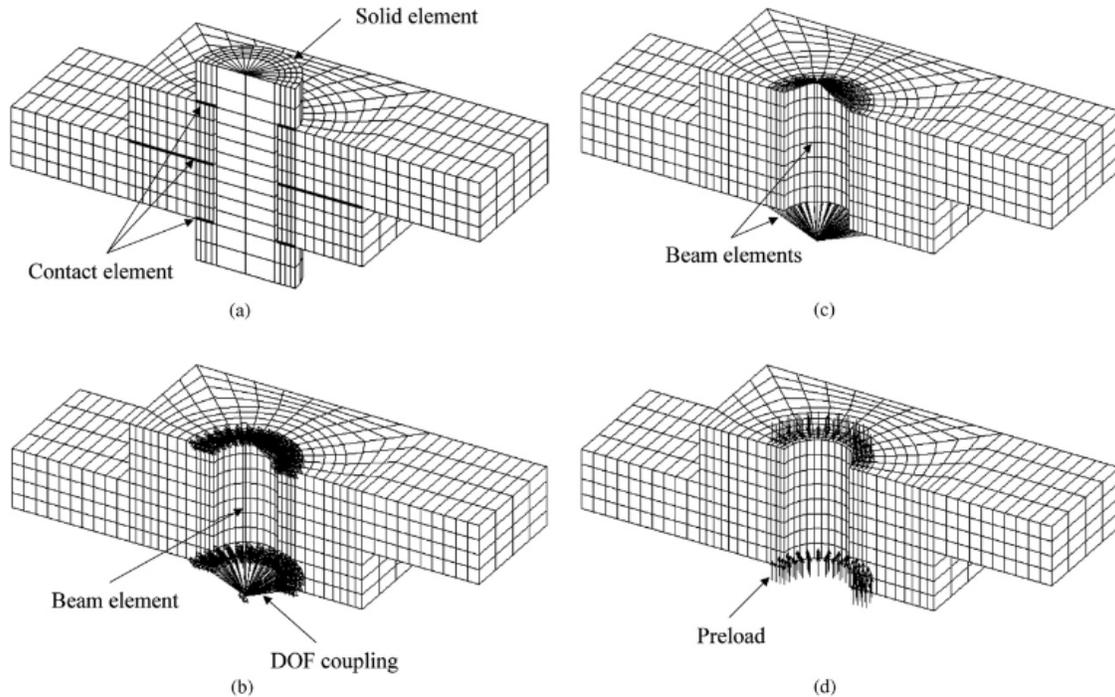


FIGURE 1.24 – Proposition de différents modèles simplifiés selon [Kim et al., 2007]

## 5.4 Raccord cinématique

Nous venons de voir qu'un point essentiel dans la modélisation simplifiée était la façon de relier le connecteur au maillage de la plaque. Il s'agit donc de relier une géométrie surfacique à un point. Rappelons que dans une démarche d'optimisation, le type de raccord doit nécessairement être un compromis entre la minimisation du temps de calcul et la nécessité de prendre en compte des phénomènes complexes tels que le contact, le frottement, la précharge ou la plastification possible des matériaux.

Il existe plusieurs façons de relier cinématiquement deux maillages :

- une liaison nœud à nœud, imposée par exemple par multiplicateur de Lagrange présente l'intérêt d'être relativement simple à mettre en place, mais nécessite que les maillages considérés soient compatibles ;

- une liaison en moyenne basée sur les fonctions de forme, plus complexe à élaborer car elle nécessite la définition préalable d'un espace d'approximation pour le multiplicateur de Lagrange dans le cas de maillages incompatibles ;
- une liaison entre nœuds *maîtres* et *esclaves* après rigidification de l'interface ; celle-ci revient à imposer quelques relations cinématiques aux degrés de liberté de la zone considérée. Elle possède l'inconvénient de rigidifier l'interface ;
- une liaison construite sur la minimisation, par exemple au sens des moindres carrés, du déplacement du maillage dans la zone de raccord avec les mouvements de corps rigide exprimés au centre de surface de la zone de raccord.

La troisième approche est utilisée dans [Berot, 2009]. Elle comporte notamment un élément ressort et des connections rigides sur les disques aux 2 parties à assembler. Dans une première étape, l'auteur mène une campagne de tests expérimentale et numérique, puis propose un choix de type d'élément équivalent et de jeu de paramètres à identifier. On note que l'identification s'effectue à l'aide d'un problème d'optimisation sous contraintes. Il s'agit cependant dans cette approche de trouver un compromis dans l'application de l'algorithme permettant d'identifier les paramètres caractéristiques de l'assemblage boulonné, car les temps de calcul peuvent rapidement devenir importants.

Dans le cas du modèle simplifié que nous nous proposons de retenir, il s'agit de relier une géométrie surfacique à un point. L'étude de l'influence de la dimension de la géométrie surfacique [Soulé De Lafont et al., 2014] pour rendre compte du comportement de l'assemblage boulonné peut se rapprocher de celle sur l'action de la tête de vis ou de l'écrou sur les plaques.

Si on considère une connexion rigide, la zone de raccord, étant assimilée à une géométrie surfacique totalement rigide et son champ de déplacement sont totalement déterminés par la donnée des 6 degrés de liberté de l'extrémité du connecteur. Si la surface comporte  $N$  nœuds, il faudra alors écrire  $3N$  relations linéaires entre les degrés de liberté de l'extrémité du connecteur et de la surface pour mettre en place ce genre de connexion. Cette connexion comporte cependant l'inconvénient de rigidifier complètement la surface.

On peut considérer une connexion plus souple entre les 2 entités précédentes. On s'intéressera ainsi dans la suite de ces travaux à la quatrième approche explicitée précédemment, où il s'agira d'écrire une relation en moyenne entre les degrés de liberté considérés. La géométrie surfacique n'est pas rigidifiée. Cela revient alors à considérer le déplacement de l'extrémité du connecteur comme un mouvement de corps rigide (3 composantes de translation et 3 composantes de rotation) du barycentre des nœuds de la surface géométrique, puis à minimiser l'écart, par exemple au sens des moindres carrés, entre le champ de déplacement de la surface et ce mouvement de corps rigide. La minimisation de cet écart par rapport à ces 6 composantes entraîne alors l'écriture de seulement 6 équations scalaires entre les degrés de liberté de la surface et ceux de l'extrémité du connecteur, ce qui est moins contraignant qu'une connexion rigide et permet de prendre en compte une partie des flexions sous tête de vis et sous écrou.

## 5.5 Classification selon la cinématique

On trouve dans la littérature quelques modèles de connecteurs implémentés dans des logiciels industriels. [Gray and McCarthy, 2010] proposent un modèle de *Global Bolted Joint Model* (GBJM), présenté Figure 1.2, et implémenté dans le logiciel ABAQUS. Ce modèle se compose de deux éléments de poutre linéaires, représentant le boulon, et de deux surfaces rigides, représentant les surfaces de contact, et permet de prendre en compte la précharge de l'assemblage. De plus, les éléments assemblés sont discrétisés par des éléments de type coque. Le contact entre les composants assemblés, et entre l'alésage et le boulon, est traité par pénalisation. Le frottement n'est pris en compte que pour le contact entre les plaques. Une amélioration de ce modèle est proposée dans [Gray and McCarthy, 2011]. Le modèle ne présente cette fois-ci qu'un seul élément poutre, et est capable de représenter le comportement non linéaire des assemblages composites boulonnés jusqu'à la rupture de l'assemblage. Un troisième nœud doit être ajouté au modèle simplifié pour une configuration en double recouvrement, comme illustré en Figure 1.25.

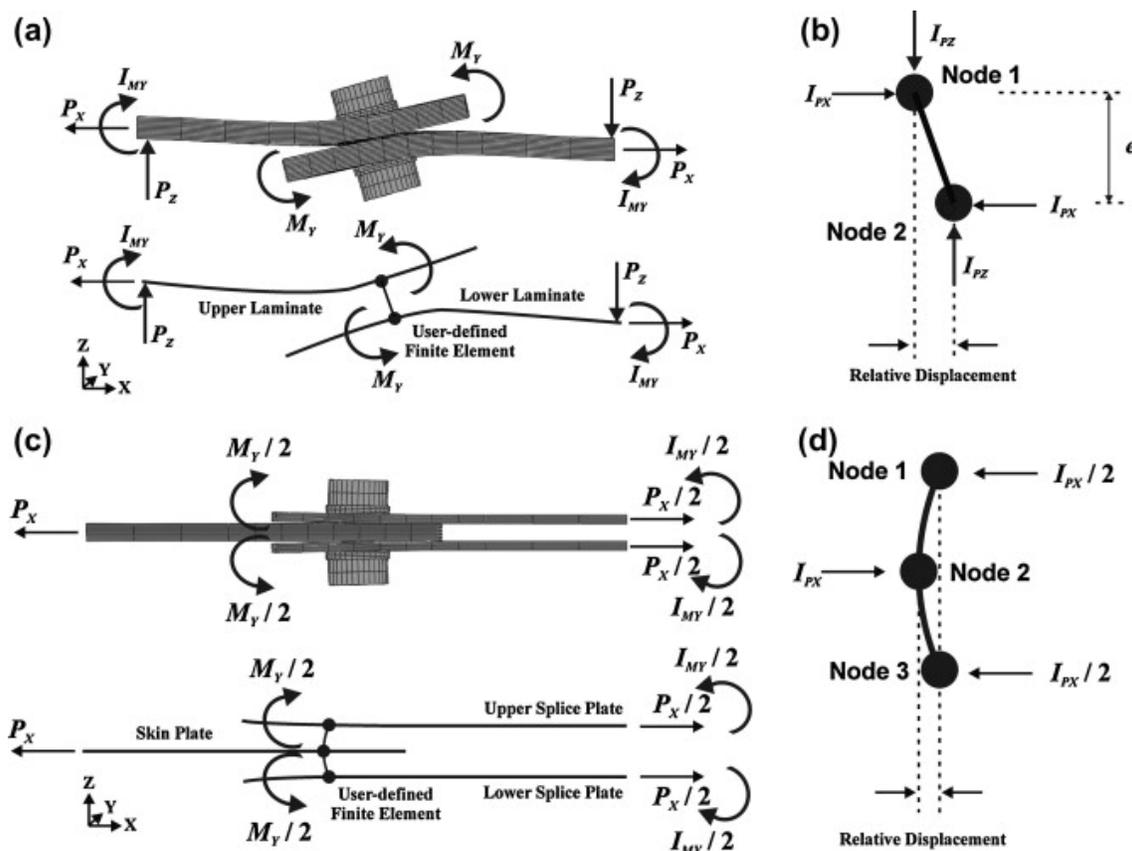


FIGURE 1.25 – Illustration du *Global Bolted Joint Model* en configuration de simple et double recouvrement selon [Gray and McCarthy, 2011]

Les résultats obtenus sont très proches des modèles volumiques 3D maillés très fin (moins de 5% d'erreur) pour un temps de calcul 5 fois moins important.

[Askri et al., 2016] ont souligné que l'identification des rigidités équivalentes du GBJM était

délicate. De plus, le modèle proposé par [Gray and McCarthy, 2010] avec deux surfaces rigides reliées par un élément élastique rend compte du cisaillement et de la déformation de flexion, mais ne tient pas compte de la déformation induite par la traction du boulon. Une approche originale pour pallier ce problème est celle de [Askri et al., 2016], représentée Figure 1.26 qui introduit un modèle MCRS (pour *Multi Connected Rigid Surfaces*) pour représenter les surfaces fonctionnelles de l'assemblage et les relier élastiquement. Il définit donc comme dans le modèle de [Gray and McCarthy, 2010] deux surfaces rigides pour rendre compte des interactions au niveau de la tête de vis, avec des rigidités en rotation hors plan. L'originalité de ce modèle consiste alors en la définition de deux autres surfaces rigides cylindriques, qui divisent en 2 le corps de vis. Ces 2 surfaces sont reliées de façon élastique et une rotation est permise avec les surfaces rigides. Les raideurs équivalentes introduites sont alors déterminées en examinant les principaux modes de déformation des boulons. Ce modèle permet d'obtenir des résultats très satisfaisants pour le comportement local et pour le comportement global avec un gain en temps de calcul d'un facteur 5.

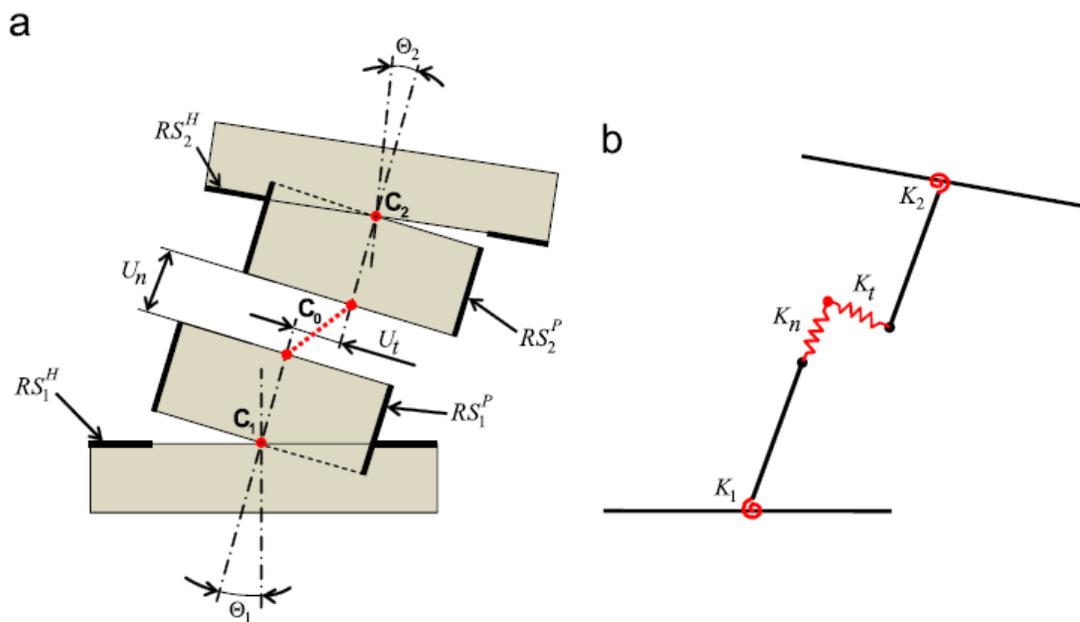


FIGURE 1.26 – Principe du *Multi Connected Rigid Surfaces* de [Askri et al., 2016]

Un problème commun à tous les modèles décrits est qu'ils ne prennent pas en compte l'intégralité des phénomènes non-linéaires se produisant au voisinage d'une liaison boulonnée tels que le contact frottant, le jeu corps de vis-alésage, la plasticité du boulon, ou des grands déplacements,. Les récents développements [Guidault et al., 2014, Guidault et al., 2015, Guidault et al., 2017] issus du projet CARAB (Conception Avancée Robuste d'Assemblages Boulonnés) proposent un nouveau modèle de connecteur permettant de prendre en compte les phénomènes de frottement entre les éléments assemblés.

Les comportements normal et tangentiel équivalents de l'assemblage sont identifiés à partir d'une simulation numérique fine. Les phénomènes de frottement sont également pris en compte à

l'aide d'une analogie élasto-plastique. Chaque composant physique est représenté dans cette modélisation : la vis et l'écrou par le connecteur et les plaques par un maillage plaque ou volumique selon le choix de l'utilisateur (voir Figure 1.27). Des raccords en moyenne de déplacement (éléments «MEAN» dans SAMCEF) permettent le couplage cinématique entre le maillage des pièces plaques et l'élément utilisateur.

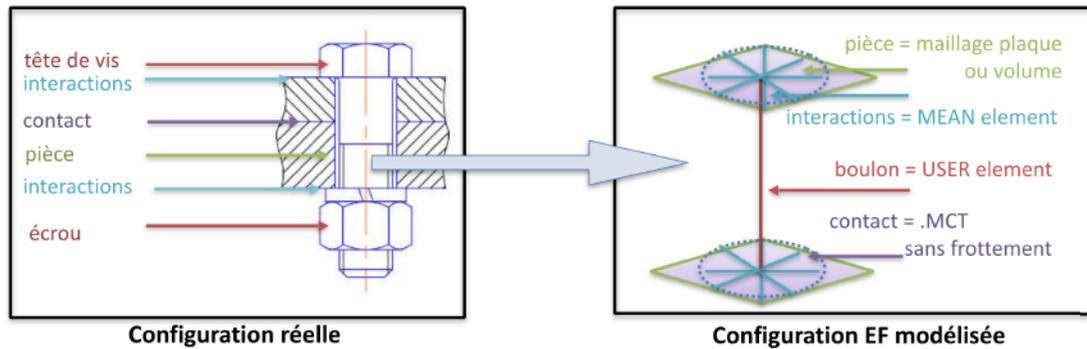


FIGURE 1.27 – Principes de modélisation du projet CARAB selon [Soulé de Lafont, 2017]

Le connecteur est modélisé à l'aide d'un élément utilisateur auquel on doit renseigner différentes données. Les différents paramètres de cette routine sont :

- Une rigidité équivalente normale
- Une rigidité équivalente tangentielle
- Une valeur de précharge
- Un coefficient de frottement
- Un paramètre d'écrouissage

Les raideurs normale et tangentielle, le paramètre d'écrouissage et le coefficient de frottement sont identifiés de façon numérique alors que la précharge est un paramètre issu de la conception. Un algorithme capable de prendre en compte les différentes phases de comportement en fonction des précharges appliquées a été implémenté dans une routine intégrée à SAMCEF. Au travers des paramètres à fort sens mécanique explicités précédemment, il est possible d'établir un élément capable de remplir ce rôle. On présente Figure 1.28 les zones d'intérêt de la géométrie du connecteur. Les zones *MEAN nœud 1* et *MEAN nœud 2* représentent les nœuds raccordés cinématiquement aux nœuds maîtres du connecteur, et la zone *contact sans frottement* correspond à l'introduction de conditions de contact sans frottement, rendue possible par la prise en compte du frottement dans le connecteur.

La deuxième originalité de ce connecteur est la prise en compte de la précharge. La précharge est un paramètre essentiel d'un assemblage boulonné. Elle consiste en l'introduction délibérée d'un effort intérieur dans le système avant de le soumettre à une quelconque charge extérieure. On montrera dans la suite de ces travaux que la valeur de la précharge influe grandement sur les comportements normal et tangentiel du connecteur.

L'introduction d'une précharge judicieuse doit permettre au corps du boulon de ne pas travailler en cisaillement dans le cas de sollicitations tangentielles au plan de l'assemblage. L'objectif

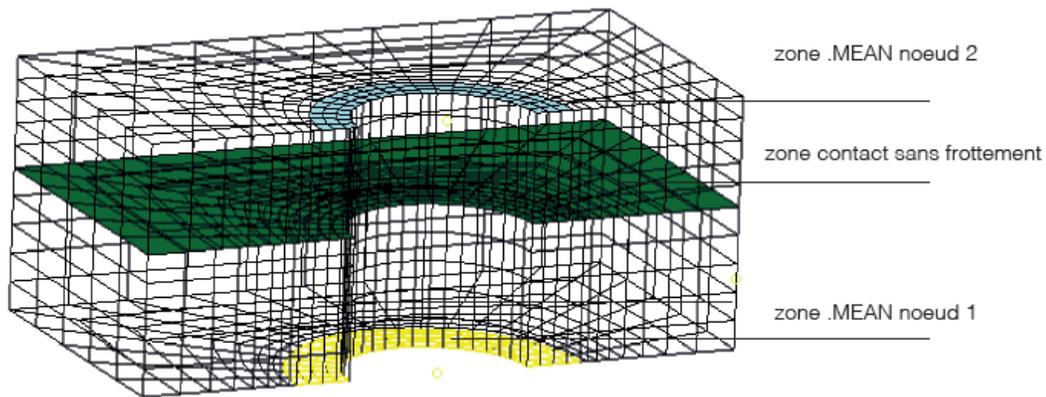


FIGURE 1.28 – Zones d'intérêt du connecteur CARAB selon [Soulé de Lafont, 2017]

est donc de connaître l'effort imposé lorsqu'on impose un déplacement à l'assemblage. Si on s'intéresse à une résolution analytique de l'application de la précharge, une première approche consiste à considérer la précharge comme l'introduction d'une pression au niveau de la tête de boulon. Il est alors judicieux de s'intéresser à la rigidité axiale de notre assemblage. De nombreuses études dans la littérature, regroupées dans [Massol, 1994], sont basées sur la connaissance de la zone comprimée des pièces et donc du cône de Rötcher (voir Figure 1.29). La valeur de  $45^\circ$  préconisée par Rötcher semble être une bonne approximation.

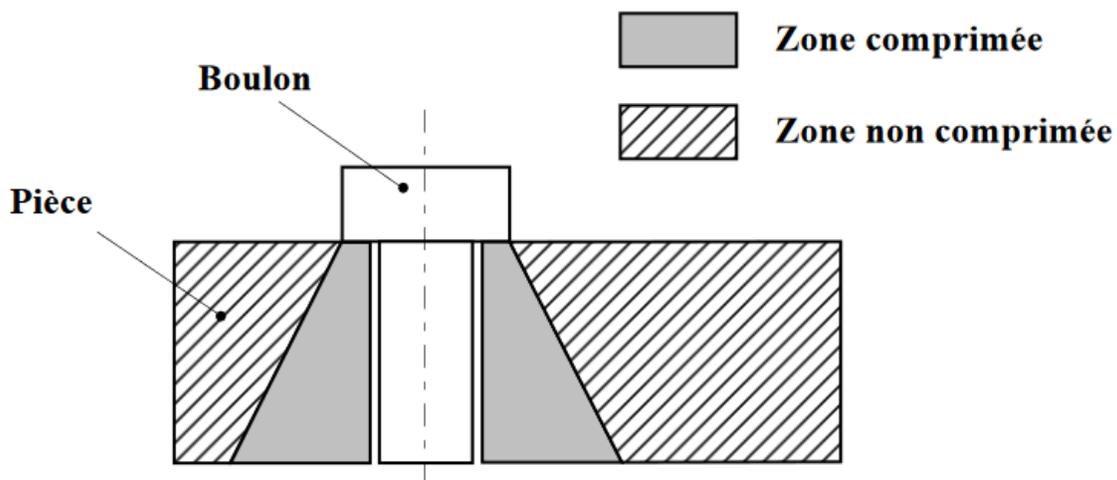


FIGURE 1.29 – Illustration du cône de Rötcher

Les travaux de [Soulé de Lafont, 2017] ont permis de déterminer une expression analytique du saut de déplacement à appliquer en fonction de la valeur de la précharge désirée. On considère le modèle décrit Figure 1.30 avec  $u_0$  représentant le déplacement relatif des nœuds lors de la mise en précontrainte avec l'effort  $P_c$ . On note  $k_p$  la raideur normale des éléments assemblés,  $k_b$  celle du boulon, et (potentiellement) un effort normal extérieur  $F$  appliqué à l'assemblage. La résolution du

système, par exemple par une méthode de multiplicateur de Lagrange, pour prendre en compte les conditions de blocage des nœuds 1 et 4 ainsi que le déplacement  $u_2 - u_3 = u_0$ , amène à la solution :

$$u_2 = \frac{F}{k_b + k_p} + \frac{P_c}{k_b}$$

$$u_3 = \frac{F}{k_b + k_p} - \frac{P_c}{k_p}$$

Cette expression permet alors la prise en compte de la précharge dans le connecteur en une seule itération, lors du premier incrément de calcul.

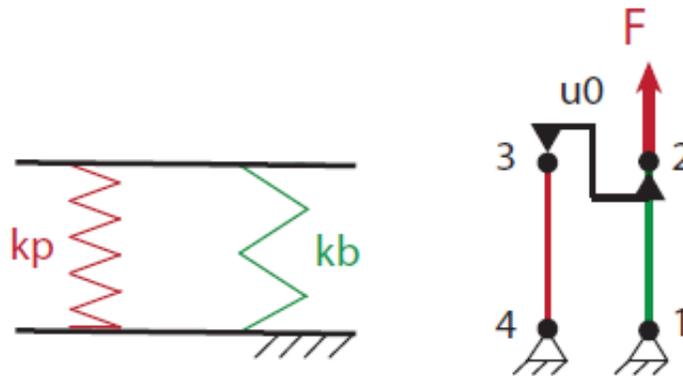


FIGURE 1.30 – Modèle utilisé pour le calcul de précharge par [Soulé de Lafont, 2017]

Cependant, le connecteur proposé dans les travaux de [Soulé de Lafont, 2017] comporte encore quelques limitations. Par exemple, il est basé sur une cinématique de modèle unidimensionnel, avec un découplage des comportements tangentiel et normal, et où les rotations relatives des nœuds maîtres (et donc des nœuds couplés cinématiquement avec) ne sont pas autorisées : en effet, elles sont annulées grâce à des termes de pénalisation dans la matrice tangente. Ainsi, les phénomènes de flexion du boulon et le couplage tension-flexion ne sont pas pris en compte. Le boulon a un comportement purement élastique, et le frottement est traité de façon analogue à un modèle élasto-plastique avec écrouissage isotrope. Le sens physique du paramètre d'écrouissage est alors difficile à interpréter.

Le modèle de connecteur proposé dans le cadre de ces travaux vise à pallier ces limitations. Ainsi, une loi de comportement élasto-plastique du boulon est introduite, ce qui est important pour l'ingénieur dans le dimensionnement des structures aéronautiques. Le comportement cinématique du connecteur, détaillé dans le chapitre 2, repose sur une séparation des différents phénomènes mis en jeu, en considérant une poutre de type Timoshenko, capable de prendre en compte la flexion du boulon, en parallèle du comportement de l'interface frottante qui est modélisée par un frottement de type Coulomb. Lorsque tous ces phénomènes sont pris en compte simultanément, le comportement tangentiel global de l'assemblage est alors de type élasto-plastique avec écrouissage isotrope.

## 6 Bilan

L'objectif de ce premier chapitre était de présenter les méthodes de calcul des assemblages boulonnés présents dans la littérature. Nous avons tout d'abord explicité les phénomènes physiques mis en jeu, notamment le cadre quasi-statique dans lequel nous nous placerons dans le cadre de cette thèse, et les hypothèses qui en découlent. Nous avons effectué un premier constat, à savoir que certains phénomènes non-linéaires étaient délicats à modéliser et devaient nécessiter une attention particulière. Différentes familles de méthodes de calcul ont ensuite été examinées. L'une d'elles s'appuie sur des observations expérimentales, et a fait l'objet d'un développement dans la première section. Historiquement, les premières méthodes à avoir été mises au point sont les méthodes analytiques, qui ont été traitées dans une deuxième section. La troisième section a ensuite permis de faire un état de l'art des modèles numériques qui existaient. Enfin, nous avons introduit la notion de connecteur, qui a ensuite fait l'objet d'un développement détaillé. Cependant, de nombreux phénomènes non-linéaires ne sont pas pris en compte dans les connecteurs existants.

Ces travaux se concentreront donc sur l'élaboration d'un nouveau modèle de connecteur capable d'intégrer ces phénomènes, en permettant de réduire significativement les temps de calcul des simulations d'assemblages boulonnés. Deux types de non-linéarités augmentant considérablement le temps de calcul de ces simulations ont été identifiées :

- les non-linéarités matérielles dues à la loi de comportement du solide,
- les non-linéarités liées à l'évolution des conditions aux limites. Ce type de non-linéarité apparaît en particulier dans les problèmes de contact et de frottement entre solides

Le modèle proposé dans la suite de ces travaux vise alors à prendre en compte les phénomènes de frottement dans le modèle connecteur à travers une approche originale, et d'associer une loi de comportement plastique dans le connecteur pour rendre compte des non-linéarités matérielles. Des gains importants en terme de temps de calcul sont également attendus. Le [chapitre 2](#) se propose de détailler le modèle de comportement du connecteur qui a été implémenté dans le logiciel ABAQUS.



## Modèles et lois de comportement retenus

*Ce chapitre propose, sur la base d'une étude phénoménologique, de présenter les phénomènes physiques pris en compte dans le modèle de connecteur objet de ces travaux. Après avoir séparé les deux phénomènes mis en jeu, les modèles de comportement associés à ces derniers sont explicités. Une loi de comportement traduisant le caractère élasto-plastique du boulon est d'abord formulée. On présente ensuite le modèle d'interface retenu pour modéliser les phénomènes de frottement au voisinage des éléments assemblés. Enfin, une illustration de ces modèles est proposée sous la forme d'une simulation MATLAB.*

### Sommaire

<b>1</b>	<b>Mécanique des assemblages boulonnés et choix de modélisation</b> . . . . .	<b>48</b>
1.1	Étude d'un assemblage boulonné élémentaire à simple recouvrement . . . . .	48
1.1.1	Illustration des phénomènes de frottement . . . . .	48
1.1.2	Prise en compte de la plasticité dans le boulon . . . . .	52
1.2	Hypothèses et choix de modélisation d'un modèle de connecteur à 2 noeuds . . . . .	55
1.2.1	Rappels sur le connecteur issu du projet CARAB . . . . .	55
1.2.2	Modélisation proposée . . . . .	55
1.3	Modèle rhéologique du connecteur . . . . .	58
1.3.1	Séparation des phénomènes . . . . .	58

	1.3.2	Définition des sauts de déplacement normal et tangentiel . . . . .	59
<b>2</b>		<b>Modèle de comportement élastoplastique du boulon . . . . .</b>	<b>60</b>
	2.1	Relation de comportement élastoplastique avec écrouissage isotrope . . . . .	60
	2.2	Fonction seuil et plastification progressive . . . . .	61
	2.3	Intégration numérique . . . . .	63
	2.3.1	Définition d'une direction d'écoulement . . . . .	64
	2.3.2	État trial et résolution par une méthode de type Newton-sécant . . . . .	64
	2.4	Module tangent élastoplastique . . . . .	65
<b>3</b>		<b>Prise en compte du frottement à l'interface des éléments assemblés . . . . .</b>	<b>66</b>
	3.1	Analogie avec une loi de comportement élasto-plastique . . . . .	66
	3.2	Formulation de la fonction seuil . . . . .	67
	3.3	Intégration locale et module tangent . . . . .	68
<b>4</b>		<b>Illustration numérique . . . . .</b>	<b>71</b>
	4.1	Présentation du modèle proposé . . . . .	71
	4.2	Arguments d'entrée du connecteur . . . . .	72
	4.3	Application d'un effort tranchant . . . . .	73
<b>5</b>		<b>Bilan . . . . .</b>	<b>77</b>

# 1 Mécanique des assemblages boulonnés et choix de modélisation

Cette section se concentre sur la description phénoménologique d'un assemblage boulonné élémentaire. On vise plus précisément à définir le cadre de l'étude que nous nous proposons de réaliser, ainsi que les quantités d'intérêt utilisées dans les travaux ultérieurs.

## 1.1 Étude d'un assemblage boulonné élémentaire à simple recouvrement

### 1.1.1 Illustration des phénomènes de frottement

Les modèles de comportement implémentés dans le connecteur s'appuient sur une approche phénoménologique des assemblages boulonnés. Les phénomènes mis en jeu sont illustrés sur une simulation d'assemblage boulonné élémentaire, comme présenté Figure 2.1. Deux plaques sont assemblées à l'aide d'un boulon, composé d'une vis et d'un écrou. Des conditions de contact frottant entre les plaques et à proximité de la tête de vis et de l'écrou sont établies. La diversité des valeurs de coefficients de frottement utilisés entre les plaques assemblées (0, 1) et dans les autres zones de contact frottant (0, 15) s'explique par la disparité des matériaux en contact dans ces zones. Tous ces éléments sont maillés avec des éléments quadratiques hexaédriques. Le modèle de référence 3D étudié est composé de 180 000 degrés de liberté.

L'assemblage est d'abord préchargé, puis soumis à un chargement de cisaillement de charge-décharge, comme illustré Figure 2.1. Le saut de déplacement tangentiel moyen des nœuds des

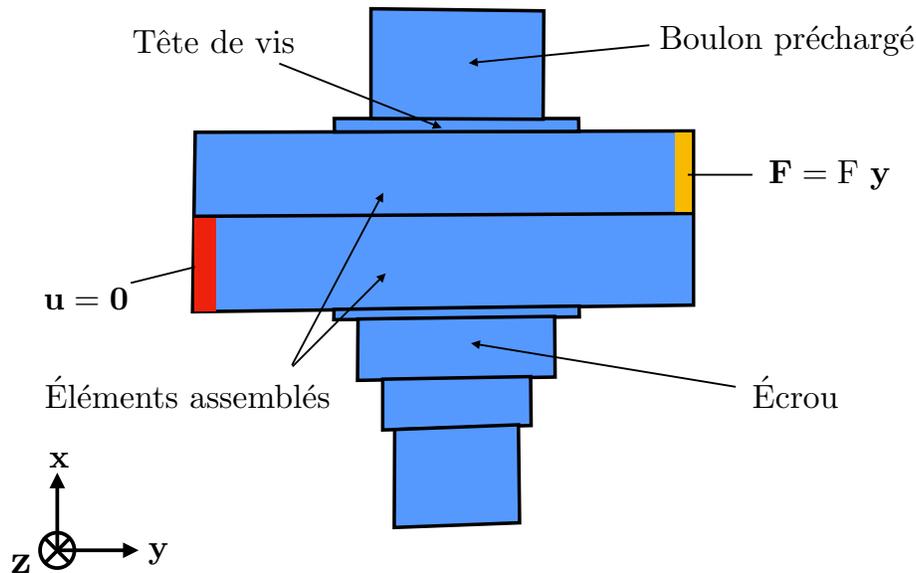


FIGURE 2.1 – Description de l’essai élémentaire d’assemblage boulonné à simple recouvrement

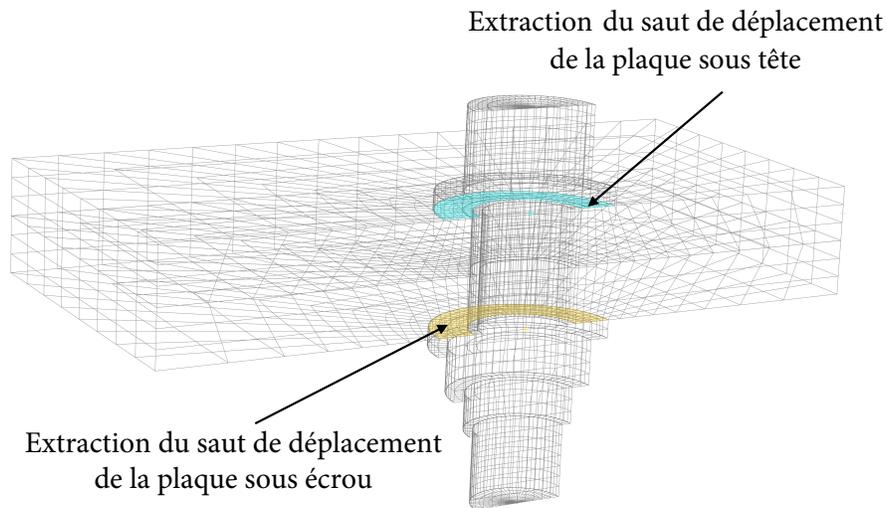
éléments assemblés au voisinage de la tête de vis et de l’écrou, désigné par  $g_T$ , est enregistré pendant le cycle de chargement, comme le montre la Figure 2.2a.

Plus précisément,  $g_T$  correspond au saut des déplacements moyens extraits sur les surfaces d’appui sous la tête de vis et l’écrou sur les plaques assemblées. La Figure 2.3a montre l’évolution du saut de déplacement  $g_T$  en fonction de la charge appliquée.

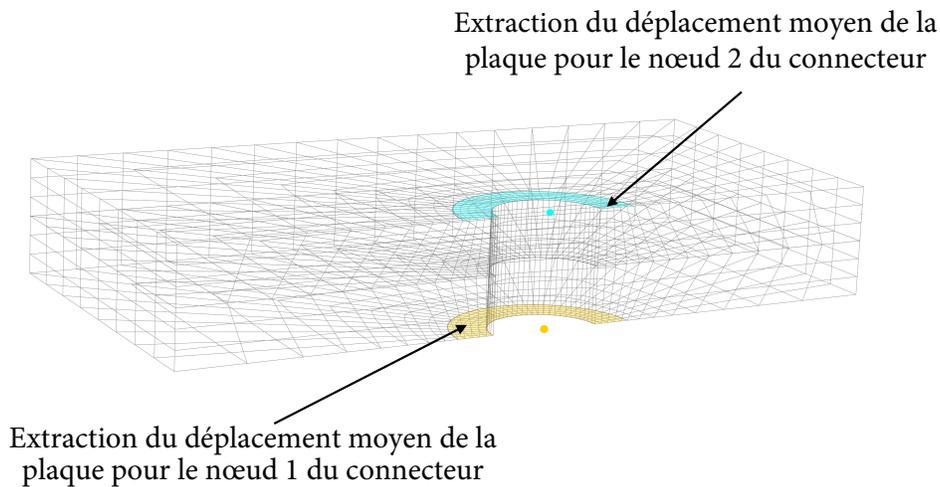
On distingue alors plusieurs étapes dans ce cycle de chargement :

- un comportement élastique et des phénomènes de micro-glissement entre les points  $A$  et  $B$  ;
- un glissement macroscopique entre les éléments assemblés, où le boulon est cisailé, suivi d’une reprise de raideur due au contact entre le corps de la vis et l’alésage entre les points  $B$  et  $C$  ;
- une décharge élastique entre les points  $C$  et  $D$ , avec un saut de déplacement résiduel lorsque la charge externe devient nulle, en raison des phénomènes de frottement qui se produisent pendant tout le cycle.

La Figure 2.3 montre une vue en coupe de l’ensemble déformé aux points  $A$ ,  $B$ ,  $C$  et  $D$  illustrant ces phénomènes. Le plan de coupe proposé est illustré dans la Figure 2.3a. Dans le cadre de cette thèse, seuls les phénomènes de micro-glissement sont étudiés (c’est-à-dire le segment  $AB$  de la Figure 2.3a) puisque les assemblages boulonnés industriels sont *a priori* dimensionnés de telle sorte que le point  $B$  n’est pas atteint. Les boulons ne doivent en effet pas travailler en cisaillement. L’étape de glissement macroscopique (c’est-à-dire le segment  $BC$  de la Figure 2.3a) nécessiterait un cadre quasi-dynamique voire dynamique et n’entre donc pas dans le champ de notre étude.

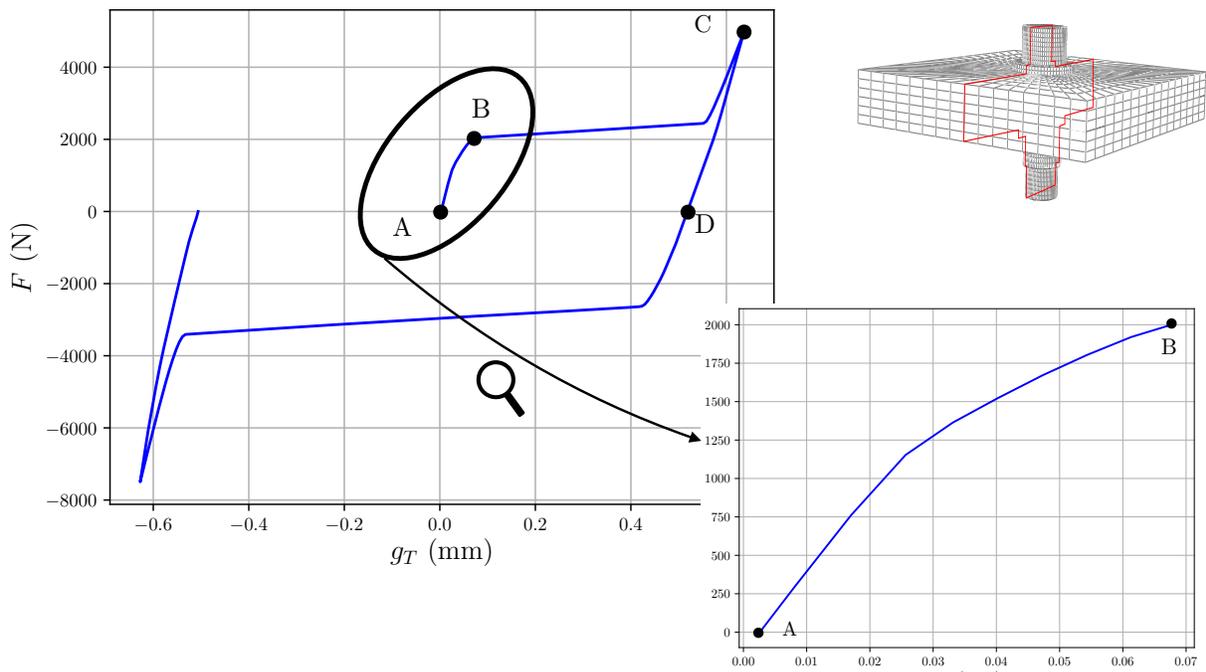


(a) Domaines utilisés pour l'estimation de  $\mathbf{g}_T$  pour le modèle de référence

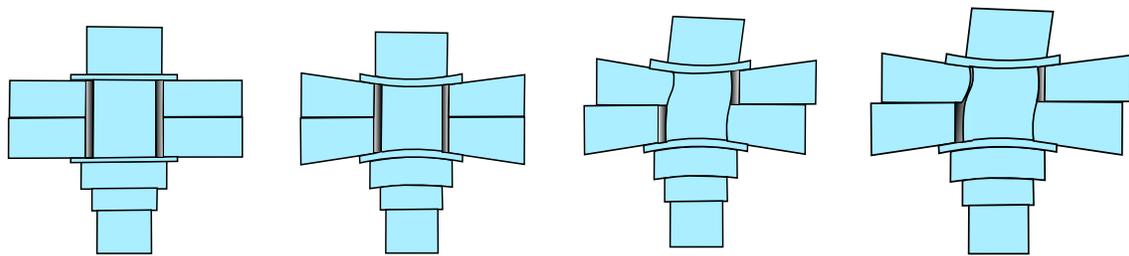


(b) Domaines utilisés pour l'estimation de  $\mathbf{g}_T$  pour le modèle *connecteur*

FIGURE 2.2 – Description des domaines utilisés pour la définition des sauts de déplacement normal et tangentiel



(a) Évolution du saut de déplacement  $g_T$  en fonction du chargement dans la zone de fonctionnement normale



(b) Configuration initiale A (c) Micro-glissement B (d) Contact alésage-vis C (e) Décharge D

FIGURE 2.3 – Approche phénoménologique d’un assemblage boulonné en configuration simple recouvrement soumis à un cycle de cisaillement

Le paramètre essentiel qui gouverne cette phase de micro-glissement est la valeur de la pré-charge initiale appliquée à l'assemblage. Ainsi, elle sera une donnée d'entrée du connecteur pour rendre compte des phénomènes de frottement aux interfaces des éléments assemblés.

Notons que ces résultats sont analogues à l'approche expérimentale proposée par [de Crevoisier et al., 2012] qui a été présentée dans le chapitre 1. En effet, une étude par corrélation d'images et une implémentation numérique sous COFAST, qui est un logiciel permettant la simulation du comportement d'assemblages de structures élastiques incluant des zones de contact et de frottement [Champany, 1996], mettent en évidence un cycle d'hystérésis en fonction du nombre de cycles appliqués, comme illustré Figure 2.4. La courbe de comportement de l'assemblage se stabilise alors sur un cycle d'hystérésis fermé et un glissement résiduel stabilisé au fur et à mesure du rodage au cours des cycles, rendant compte ainsi du comportement élastique du segment AB de la Figure 2.3a.

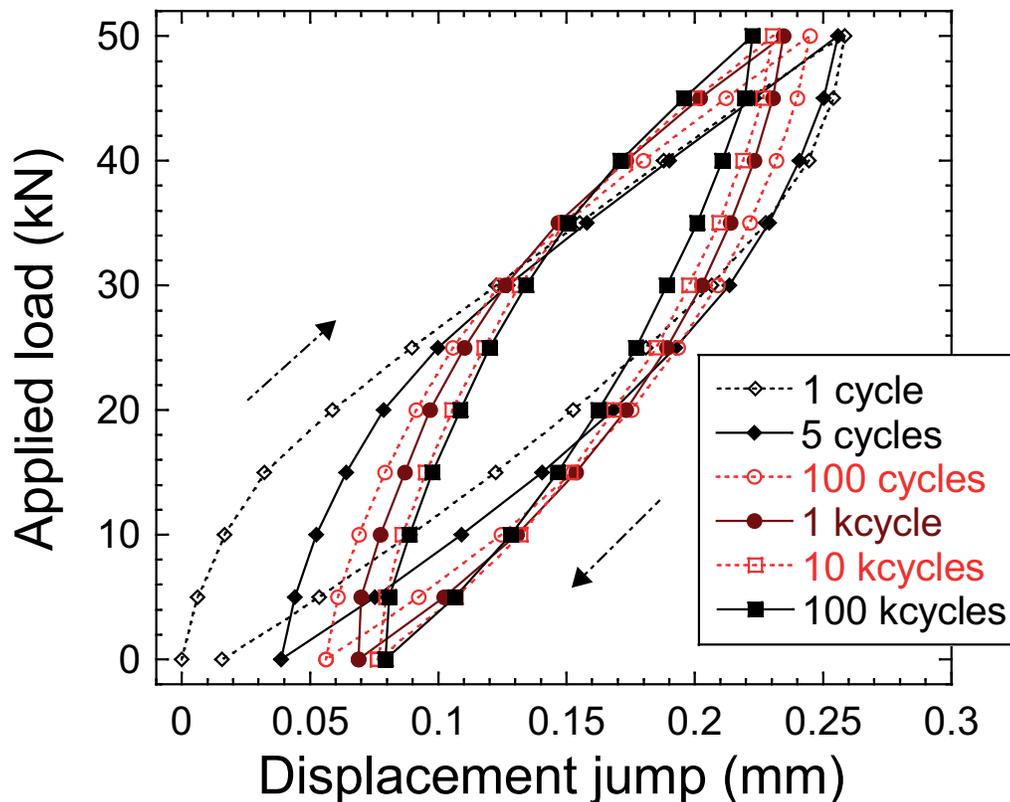


FIGURE 2.4 – Corrélation d'images pour un cycle charge/décharge pour une configuration en double recouvrement selon [de Crevoisier et al., 2012]

### 1.1.2 Prise en compte de la plasticité dans le boulon

On se propose ensuite de mettre en évidence numériquement l'influence du comportement élasto-plastique du boulon sur un cycle de charge-décharge. Pour cela, on utilise le même mo-

dèle numérique d'assemblage boulonné élémentaire que celui présenté Figure 2.1, en rajoutant une loi de comportement élasto-plastique pour le boulon.

Afin de pouvoir observer l'influence de la plasticité du boulon indépendamment des phénomènes de frottement, plusieurs simulations avec différents paramètres de plasticité ont été réalisées. Nous avons ainsi étudié trois modèles de comportement du boulon : un modèle élastique, un modèle élasto-plastique avec plasticité parfaite caractérisé par une limite d'élasticité  $\sigma_Y$ , et un modèle élasto-plastique avec écrouissage linéaire isotrope auquel on rajoute comme paramètre un module d'écrouissage  $E_T$  caractérisant l'évolution du domaine élastique.

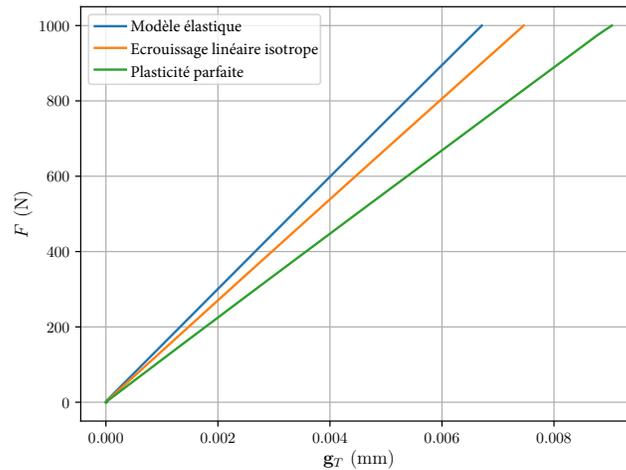
En fonction de la valeur des paramètres, différents scénarios sont présentés ci-après. Les paramètres résumés dans le tableau 2.1 conduisent à différents états : le *Scénario 1* (voir Figure 2.5a) représente le cas où la limite d'élasticité  $\sigma_Y$  est suffisamment faible pour entraîner une plastification du boulon pendant la phase de précharge. La plastification du boulon pendant la phase d'adhésion des éléments assemblés (voir Figure 2.5b) est présentée dans le *Scénario 2*. Enfin, une plastification du boulon pendant la phase de micro-glisserment, appelée *Scénario 3*, est présentée Figure 2.5c.

Il résulte de la Figure 2.5 que le modèle de plasticité choisi, ainsi que le matériau du boulon (et donc les propriétés matériau qui définissent le domaine plastique) influent grandement sur le comportement global de l'assemblage. C'est pourquoi le modèle rhéologique du connecteur proposé dans la Section 1.3 doit prendre en compte les différents phénomènes non-linéaires en parallèle les uns des autres.

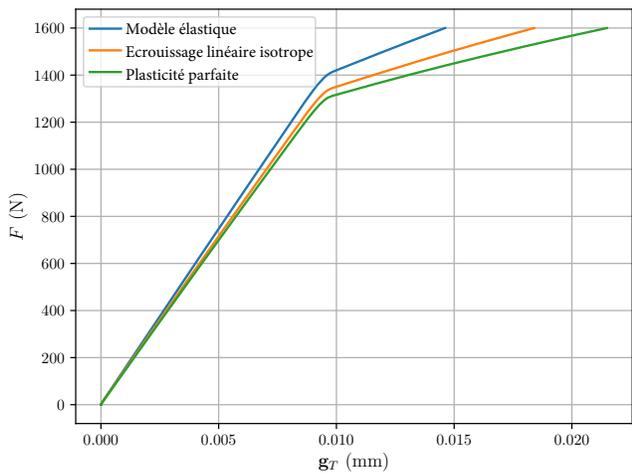
Scenario 1 : Précharge	Modèle élastique	Plasticité parfaite	Écrouissage isotrope
$E_{bolt}$ (GPa)	210	210	210
$\sigma_y$ (MPa)	-	400	400
$E_T$ (GPa)	-	-	2.1
Scenario 2 : Adhésion	Modèle élastique	Plasticité parfaite	Écrouissage isotrope
$E_{bolt}$ (GPa)	210	210	210
$\sigma_y$ (MPa)	-	550	550
$E_T$ (GPa)	-	-	2.1
Scenario 3 : Glissement	Modèle élastique	Plasticité parfaite	Écrouissage isotrope
$E_{bolt}$ (GPa)	210	210	210
$\sigma_y$ (MPa)	-	700	700
$E_T$ (GPa)	-	-	2.1

TABLE 2.1 – Paramètres matériau utilisés pour illustrer la plasticité du boulon dans les différents scénarios

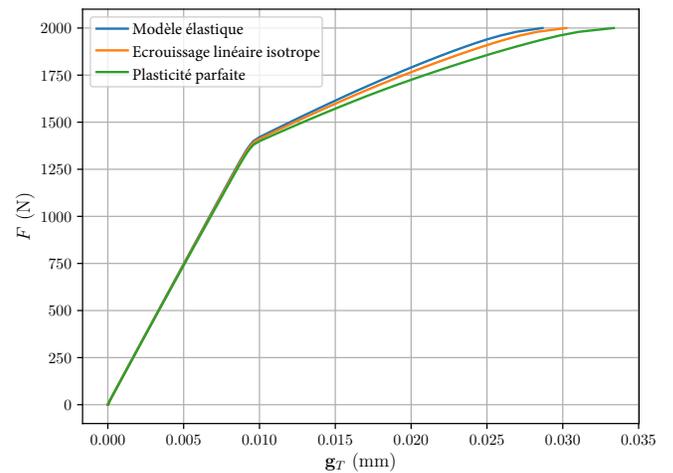
En fonction des paramètres géométriques et matériau, ainsi que des paramètres de conception tels que les coefficients de frottements entre les pièces ou la précharge de l'assemblage, il est donc montré que différents phénomènes non linéaires peuvent se produire indépendamment les uns des autres. Ceux-ci ont un impact sur le comportement global de l'assemblage. On se propose alors de mettre en place un modèle de connecteur prenant en compte ces différents phénomènes et basé sur les simulations précédentes.



(a) Plastification pendant la phase de précharge



(b) Plastification pendant la phase d'adhérence des éléments assemblés



(c) Plastification pendant la phase de micro-glisserment

FIGURE 2.5 – Évolution du saut de déplacement tangentiel  $g_T$  en fonction du chargement appliqué pour différentes valeurs des paramètres de la loi élastoplastique du boulon

## 1.2 Hypothèses et choix de modélisation d'un modèle de connecteur à 2 nœuds

### 1.2.1 Rappels sur le connecteur issu du projet CARAB

Les choix de modélisation du connecteur proposés dans la suite s'inspirent du projet FUI CARAB (Conception Avancée Robuste d'Assemblages Boulonnés) et du modèle de connecteur développé dans les travaux de [Soulé de Lafont, 2017, Guidault et al., 2017] implémenté dans le logiciel SAMCEF.

Les contributions proposées dans cette section sont multiples et peuvent être résumées de la façon suivante :

- Les influences des phénomènes non-linéaires régissant le comportement mécanique de la liaison ont été séparées. Un nouveau modèle rhéologique a ainsi été formulé dans la Section 1.3.1.
- La cinématique du connecteur des travaux de [Soulé de Lafont, 2017] conduisait à bloquer par pénalisation les rotations relatives des nœuds maîtres du connecteur, ne permettant alors pas de rendre compte du couplage entre la flexion et le cisaillement. Il n'était de plus pas possible de traiter les sollicitations locales de torsion. Une cinématique de type poutre a alors été proposée dans la Section 1.3.2 pour illustrer l'influence du boulon, et permet de rendre compte de chargements plus complexes.
- Des non-linéarités ont ainsi pu être ajoutées au modèle, en traitant par exemple le caractère élasto-plastique du boulon dans la Section 2.
- Les phénomènes de frottement sont traités en parallèle de ces non-linéarités et font l'objet de la Section 3. Une stratégie d'identification adaptée a alors été formulée.

### 1.2.2 Modélisation proposée

La stratégie de modélisation du connecteur à partir du modèle EF précédent est présentée Figure 2.6. En particulier, les éléments essentiels d'un connecteur EF à 2 nœuds sont définis. Il comprend des *zones de couplage* connectées aux *nœuds maîtres*, qui imposent des relations cinématiques entre les degrés de liberté des nœuds des zones de couplage et ceux du nœud maître. Ces zones de couplage modélisent les interactions entre la tête de vis et l'écrou avec les éléments assemblés. Enfin, un connecteur relie les nœuds maîtres. Il prend en compte tous les phénomènes non linéaires au voisinage de l'assemblage boulonné. Plus précisément, il prend la forme d'un *élément utilisateur* qui calcule pour chaque itération du solveur global une matrice tangente et un résidu en fonction de l'état du boulon et des interfaces frottantes.

Le comportement *normal* du connecteur (dans l'axe du boulon) prend en compte la précharge de l'assemblage. Le comportement dans le plan normal de l'axe du connecteur (désigné par le comportement *tangentiel* dans ce qui suit) reflète la rigidité à la flexion du boulon et son comportement sollicité en cisaillement, ainsi que les phénomènes de frottement à l'interface des plaques assemblées. Parallèlement à ces phénomènes, un comportement poutre de type Timoshenko élasto-plastique avec un écrouissage isotrope est choisi. Le choix d'un écrouissage isotrope se justifie par

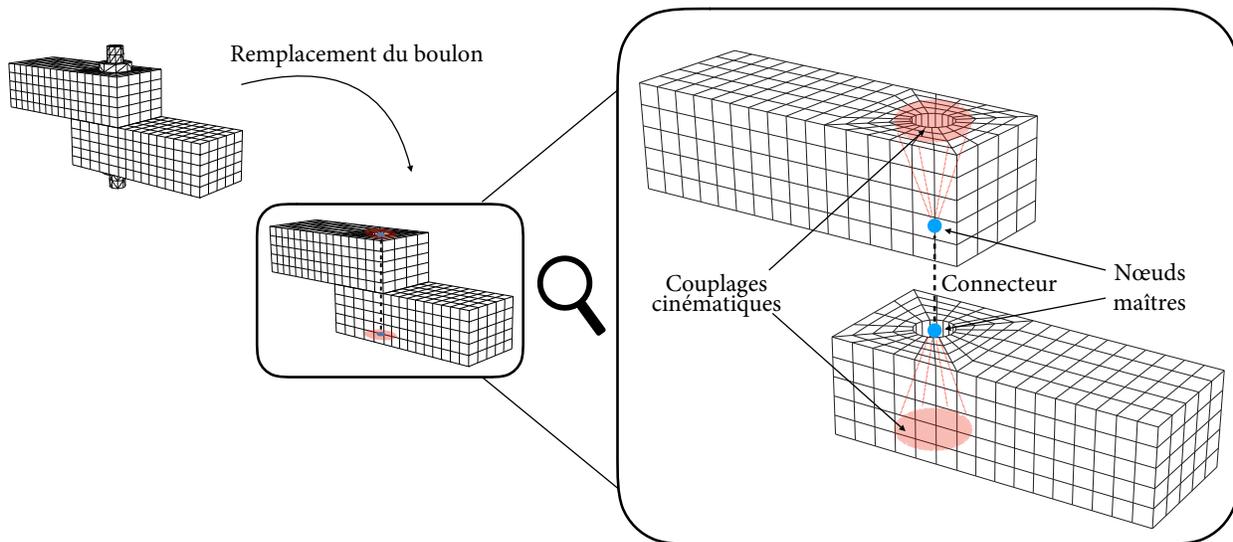


FIGURE 2.6 – Remplacement d’un boulon par un modèle de connecteur à deux nœuds associé à des couplages cinématiques

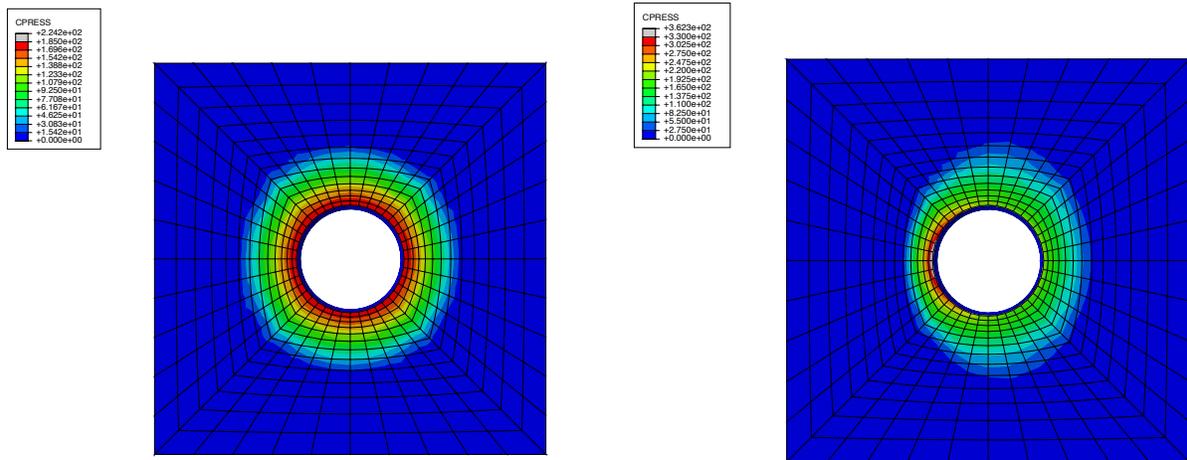
la courbe de comportement du modèle 3D présenté Figure 2.3a. Le cadre de la théorie de Timoshenko a été adopté suite au faible élancement de la poutre modélisée, puisque le diamètre de la section n’est pas négligeable devant sa longueur ( $\frac{L}{D} < 10$ ). De plus, les contraintes normales étant prédominantes devant les contraintes de cisaillement notamment à cause de l’instauration de la précharge, le critère de plasticité, détaillé dans la Section 2, ne fait intervenir que l’effort normal, les deux moments de flexion et le moment de torsion.

Les choix de modélisation et les principales hypothèses sont les suivants :

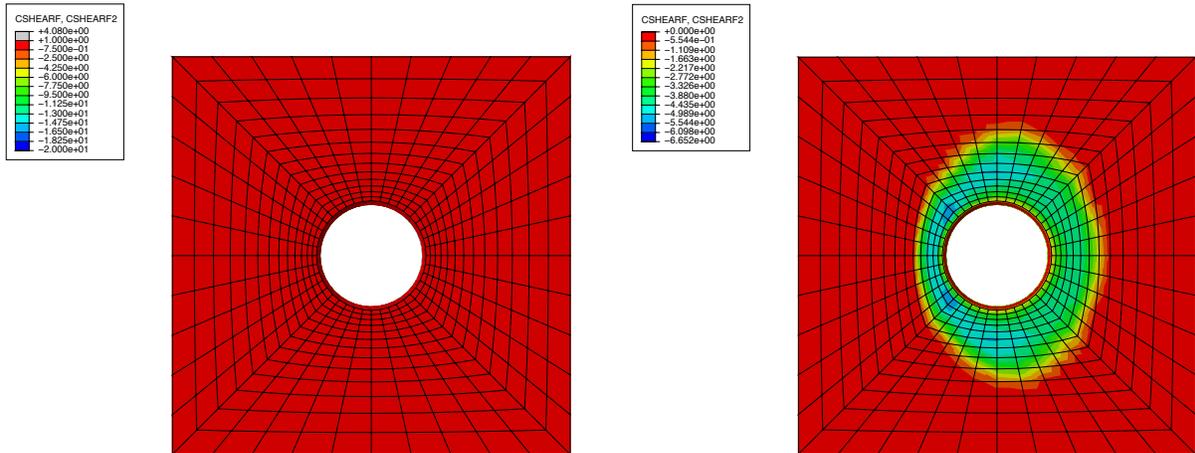
- Dans la modélisation dite *connecteur* de la Figure 2.6, les phénomènes de frottement sont traités uniquement dans l’élément utilisateur. Des conditions de contact sans frottement sont donc utilisées à l’interface des éléments assemblés au lieu du contact frottant de la Figure 2.1. Cette hypothèse est basée sur l’étude de la taille de la zone de contact et de la répartition des efforts normaux dans cette zone, qui montre que les effets du frottement sont localisés à proximité de la zone boulonnée, et sont donc bien pris en compte dans la modélisation dite connecteur. Pour conforter cette hypothèse, on présente Figure 2.7a la répartition des contraintes normales à l’interface des éléments assemblés suite à l’instauration de la précharge en accord avec les travaux de [Rötscher, 1927], et Figure 2.7b la même quantité suite à un chargement tangentiel. La répartition des contraintes tangentielles est étudiée de façon analogue sur les Figures 2.7c et 2.7d, et valide ainsi l’hypothèse d’une localisation des phénomènes de frottement au voisinage de la liaison boulonnée. L’intégration numérique de ces phénomènes est proposée dans la Section 3.
- Les interactions entre la tête de vis et l’écrou avec les éléments assemblés sont modélisées par des *couplages cinématiques* grâce aux fonctionnalités classiques disponibles dans les logiciels d’éléments finis existants : au sens moyen avec un *Distributing Coupling* ou de manière

plus rigide avec un *Multi-Point Constraints* dans ABAQUS [[Abaqus-Analysis-User's-Guide, 2016](#)].

- Le comportement du boulon est assimilé au comportement d'une poutre de Timoshenko élastoplastique avec un écrouissage isotrope linéaire. Les paramètres régissant l'évolution plastique seront donc déterminés directement à partir des paramètres matériau du boulon. Le détail de l'intégration de la loi de l'élastoplastique est spécifié dans la Section 2.



(a) Répartition des contraintes normales suite à l'instauration de la précharge (b) Répartition des contraintes normales après un chargement tangentiel



(c) Répartition des contraintes tangentielles suite à l'instauration de la précharge (d) Répartition des contraintes tangentielles après un chargement tangentiel

FIGURE 2.7 – Mise en évidence de la localisation des phénomènes de frottement à l'interface des éléments assemblés

### 1.3 Modèle rhéologique du connecteur

#### 1.3.1 Séparation des phénomènes

Dans la suite de ces travaux, les vecteurs seront notés en caractère gras. De plus, une quantité  $a$  évaluée à l'incrément de temps  $n$  sera symbolisée par  $a_{(n)}$ . De même, une quantité  $a_i$  sera notée  $a_{i,(n)}$ .

Selon les hypothèses de la Section 1.2, le comportement global du connecteur peut donc être interprété comme deux phénomènes traités en parallèle, et indépendamment l'un de l'autre. La Figure 2.8 propose ainsi un modèle rhéologique du connecteur, en présentant la configuration initiale et la configuration déformée du connecteur. Ainsi, les déplacements  $\mathbf{u}_1$  (resp.  $\mathbf{u}_2$ ) et rotations  $\theta_1$  (resp.  $\theta_2$ ) du nœud maître 1 (resp. 2) sont calculés à partir de la détermination du comportement de l'interface frottante et du boulon symbolisé par une poutre de Timoshenko non-linéaire.

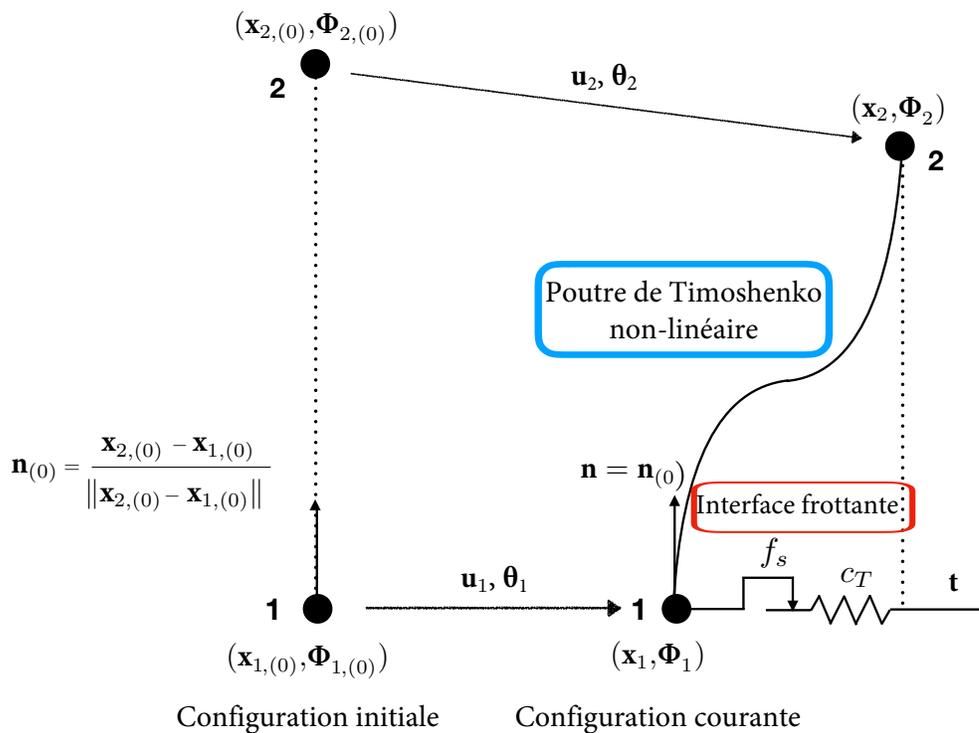


FIGURE 2.8 – Modèle rhéologique du comportement tangentiel du connecteur et séparation des phénomènes

La définition de  $\mathbf{n}$  permet de traiter les 2 phénomènes présentés dans la Figure 2.8 indépendamment l'un de l'autre. Le traitement du problème de l'interface frottante dans le plan normal à  $\mathbf{n}$ , ainsi que l'identification des paramètres caractéristiques illustrant ce phénomène sont détaillés

dans [Verwaerde et al., 2020]. L'hypothèse des petites perturbations permet d'écrire que la normale  $\mathbf{n}$  reste identique pendant tout le chargement, c'est-à-dire que  $\mathbf{n} = \mathbf{n}_{(0)}$ . En dehors de ce cadre, et notamment dans le cadre des grandes rotations, la normale  $\mathbf{n}$  devrait alors être mise à jour en fonction des incréments des déplacements et des rotations des nœuds maîtres, et n'est pas étudiée dans ces travaux.

### 1.3.2 Définition des sauts de déplacement normal et tangentiel

En reprenant les notations de la Figure 2.8, l'emplacement (ou la position) d'un des nœuds maîtres dans la configuration courante  $\mathbf{x}_1$  (resp.  $\mathbf{x}_2$ ) est obtenu en ajoutant le déplacement  $\mathbf{u}_1$  (resp.  $\mathbf{u}_2$ ) à la position initiale  $\mathbf{x}_{1,(0)}$  (resp.  $\mathbf{x}_{2,(0)}$ ) du nœud maître :

$$\mathbf{x}_1 = \mathbf{x}_{1,(0)} + \mathbf{u}_1 \quad \text{et} \quad \mathbf{x}_2 = \mathbf{x}_{2,(0)} + \mathbf{u}_2. \quad (2.1)$$

Les rotations des nœuds maîtres sont obtenues de la même façon en ajoutant les incréments de rotation respectifs, à savoir que :

$$\Phi_1 = \Phi_{1,(0)} + \theta_1 \quad \text{et} \quad \Phi_2 = \Phi_{2,(0)} + \theta_2. \quad (2.2)$$

Conformément aux hypothèses énoncées dans la Section 1.2, la direction *normale*  $\mathbf{n}$  est définie sous l'hypothèse des petites perturbations à partir des coordonnées initiales des nœuds maîtres par :

$$\mathbf{n} \approx \mathbf{n}_{(0)} = \frac{\mathbf{x}_{2,(0)} - \mathbf{x}_{1,(0)}}{\|\mathbf{x}_{2,(0)} - \mathbf{x}_{1,(0)}\|}. \quad (2.3)$$

La donnée de la normale  $\mathbf{n}$  permet alors naturellement de définir les sauts de déplacement normal et tangentiel. Le saut de déplacement global  $\mathbf{g}$  par rapport à la configuration initiale est en effet décomposé en une composante normale notée  $\mathbf{g}_N$  et une composante tangentielle notée  $\mathbf{g}_T$  en utilisant la direction normale de contact  $\mathbf{n}$  par

$$\mathbf{g} = \mathbf{u}_2 - \mathbf{u}_1 = \mathbf{g}_N + \mathbf{g}_T, \quad (2.4)$$

avec  $\mathbf{g}_N = g_N \mathbf{n}$  et  $\mathbf{g}_T \cdot \mathbf{n} = 0$ .

Ainsi, en introduisant le projecteur dans le plan tangent local  $\Pi(\cdot) = (\mathbf{I} - \mathbf{n} \otimes \mathbf{n})(\cdot)$ , les sauts de déplacements normal et tangentiel s'écrivent en fonction de  $\mathbf{n}$  par :

$$\begin{cases} g_N &= (\mathbf{x}_2 - \mathbf{x}_1) \cdot \mathbf{n} - g_{N,(0)} \\ &\approx (\mathbf{u}_2 - \mathbf{u}_1) \cdot \mathbf{n}_{(0)} \\ \mathbf{g}_T &= \Pi(\mathbf{x}_2 - \mathbf{x}_1) = (\mathbf{I} - \mathbf{n} \otimes \mathbf{n})(\mathbf{x}_2 - \mathbf{x}_1) \\ &\approx (\mathbf{I} - \mathbf{n}_{(0)} \otimes \mathbf{n}_{(0)})(\mathbf{u}_2 - \mathbf{u}_1) \end{cases} \quad (2.5)$$

où  $\mathbf{I}$  correspond à la matrice d'identité.

Pour rappel, le comportement normal du connecteur n'est influencé, hors précharge, que par la poutre de Timoshenko non-linéaire, alors que la partie tangentielle est calculée en prenant en compte à la fois le comportement de la poutre et celui de l'interface frottante.

Les sections suivantes se proposent ainsi d'expliciter l'intégration des lois de comportement permettant d'obtenir l'expression des efforts intérieurs dans le connecteur à chaque pas de temps en fonction des paramètres du modèle et du saut de déplacement  $\mathbf{g}$ .

## 2 Modèle de comportement élastoplastique du boulon

L'objectif de cette section est d'introduire les phénomènes de plasticité dans le boulon. Pour rappel, ce dernier est représenté par un modèle poutre de type Timoshenko. À partir des sauts de déplacement introduits dans la Section 1.3.2, un critère de plasticité<sup>1</sup> est proposé sur la base des quantités limites de traction/compression, de flexion et de torsion de la poutre. Les fonctions choisies permettent notamment une plastification progressive de la section pour une poutre contrainte en flexion.

### 2.1 Relation de comportement élastoplastique avec écrouissage isotrope

La relation de comportement de la poutre relie le vecteur des contraintes généralisées de la poutre noté  $\mathbf{t}^{bolt}$  au vecteur des déformations généralisées  $\epsilon$  et sa partie plastique  $\epsilon^p$  par

$$\mathbf{t}^{bolt} = \mathbb{H}^{bolt} \cdot (\epsilon - \epsilon^p) \quad (2.6)$$

où  $\mathbb{H}^{bolt}$  est défini selon (2.7).

Dans la suite de l'étude, on suppose que les contraintes généralisées nécessaires à décrire le phénomène de plasticité sont la contrainte normale  $N$ , les deux moments de flexion  $M_{fy}$  et  $M_{fz}$  et le moment de torsion  $M_x$ . Cela correspond à un phénomène de flexion pure. Les termes de l'équation (2.6) sont alors écrits selon (2.7), comme un élément de poutre classique de type Timoshenko (voir Annexe A). L'hypothèse de flexion pure amène à la nullité des 2 derniers termes de  $\epsilon^p$  de l'équation (2.7).

$$\mathbf{t}^{bolt} = \begin{pmatrix} N \\ M_{fy} \\ M_{fz} \\ M_x \\ T_y \\ T_z \end{pmatrix} \quad \mathbb{H}^{bolt} = \begin{pmatrix} ES & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & EI_y & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & EI_z & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & GC & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & k_y SG & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & k_z SG \end{pmatrix} \quad \epsilon = \begin{pmatrix} \epsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x} \\ \chi_y = \frac{\partial x}{\partial \theta_y} \\ \chi_z = \frac{\partial x}{\partial \theta_z} \\ \chi_x = \frac{\partial x}{\partial \theta_x} \\ \epsilon_y = \frac{\partial u_y}{\partial x} - \theta_z \\ \epsilon_z = \frac{\partial u_z}{\partial x} + \theta_y \end{pmatrix} \quad \epsilon^p = \begin{pmatrix} \epsilon_x^p \\ \chi_y^p \\ \chi_z^p \\ \chi_x^p \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (2.7)$$

Les termes contenus dans la matrice  $\mathbb{H}$  représentent le comportement poutre :  $E$  représente le module d'Young du matériau,  $S$  sa section,  $I_y$  et  $I_z$  les moments quadratiques de flexion par rapport aux axes  $y$  et  $z$ ,  $G = \frac{E}{2(1+\nu)}$  le module de cisaillement,  $C$  la constante de torsion, et  $k_y$  et  $k_z$  les coefficients de correction du cisaillement.

Le critère de plasticité  $P$  définissant la surface d'élasticité dépend des contraintes généralisées  $\mathbf{t}^{bolt}$ , et de variables internes caractérisant la plasticité.

1. [Documentation Code\\_Aster, Plasticité dans les poutres](#)

## 2.2 Fonction seuil et plastification progressive

La fonction seuil est basée sur un effort de traction limite  $N_p$ , des moments de flexion limites  $M_{py}$  et  $M_{pz}$  et un moment de torsion limite  $M_{px}$  dépendant uniquement de la géométrie de la section et du matériau utilisé. Ce choix de modélisation s'explique par le fait que les contraintes normales sont beaucoup plus importantes que les contraintes de cisaillement suite à l'instauration d'une précharge, et il a donc été choisi par simplicité de ne pas faire intervenir les efforts tranchants  $T_y$  et  $T_z$  dans le critère de plasticité.

Pour une section en traction pure ou en torsion pure, il n'y a pas de plastification progressive : la section est soit entièrement élastique, soit entièrement plastique. En revanche, le critère de plasticité proposé permet une plastification progressive dans une section pour une sollicitation de flexion pure. La première plastification en flexion se produit sous une sollicitation égale à  $M_{ey}$  (respectivement  $M_{ez}$ ) jusqu'à une plastification totale pour un moment de flexion égal à  $M_{py}$  (respectivement  $M_{pz}$ ).

Pour une poutre de section circulaire de surface  $S$ , de rayon  $R$  et constituée d'un matériau à limite élastique  $\sigma_Y$ , les valeurs caractéristiques sont simplement exprimées en utilisant les quantités poutre comme dans (2.8) :

$$N_p = S\sigma_Y \quad M_{ey} = \frac{I_y\sigma_Y}{R} \quad M_{py} = \varphi M_{ey} \quad M_{ez} = \frac{I_z\sigma_Y}{R} \quad M_{pz} = \varphi M_{ez} \quad M_{px} = C\sigma_Y \quad (2.8)$$

Le terme  $\varphi$  est appelé *facteur de forme plastique* et ne dépend que de la forme de la section de la poutre [Guo, 1987]. Dans le cas d'une section circulaire, il vaut  $\frac{16}{3\pi}$ .

**Preuve :** Pour une poutre sollicitée en flexion pure, la contrainte varie de manière linéaire dans une section selon la relation

$$\sigma_{xx} = -\frac{M_{fz}}{I_z} \cdot y \quad (2.9)$$

La section commence à plastifier lorsque la contrainte à l'extrémité de la section (donc pour  $y = R$  dans le cas d'une section circulaire) atteint la valeur limite  $\sigma_Y$ , c'est-à-dire qu'en valeur absolue, on a

$$\sigma_Y = \frac{M_{ez}}{I_z} \cdot R \quad (2.10)$$

soit

$$M_{ez} = \frac{\sigma_Y I_z}{R} = \frac{\sigma_Y \pi R^4}{4R} = \frac{\sigma_Y \pi R^3}{4} \quad (2.11)$$

De plus, la section est totalement plastifiée lorsque :

$$\text{— } \sigma_{xx}(y) = \sigma_Y \text{ pour } -R \leq y \leq 0$$

$$\text{— } \sigma_{xx}(y) = -\sigma_Y \text{ pour } 0 \leq y \leq R$$

or

$$M_{fz} = \int_S \sigma_{xx}(y) y dS \quad (2.12)$$

donc par symétrie,

$$M_{pz} = 2 \int_{\theta=0}^{2\pi} \int_{r=0}^R \sigma_Y r \sin(\theta) r d\theta dr = -\frac{4}{3} \sigma_Y R^3 \quad (2.13)$$

Il vient alors en valeur absolue  $\frac{M_{pz}}{M_{ez}} = \varphi = \frac{16}{3\pi}$  qui ne dépend que des caractéristiques géométriques de la section.

L'érouissage isotrope est caractérisé par la fonction  $R(p)$ , seuil d'écoulement actuel exprimé comme un effort généralisé qui dépend de la variable interne  $p$  qui caractérise la plasticité cumulée. Un érouissage isotrope linéaire est choisi, de sorte que

$$R(p) = S(\sigma_y + Hp) \quad (2.14)$$

Le terme  $H$  de l'équation 2.14 est défini comme le module d'érouissage. Il est constant dans le cas d'un érouissage linéaire.

Afin d'illustrer le caractère progressif de la plastification de la poutre sous une sollicitation de flexion, on introduit les fonctions  $A_y$  (resp.  $A_z$ ) qui dépendent des courbures plastiques cumulées  $\rho_y = |\chi_y^p|$  (resp.  $\rho_z = |\chi_z^p|$ ) selon (2.15) (resp. (2.16)). Ces deux variables internes sont introduites pour assurer la monotonie des fonctions  $A_y$  et  $A_z$ , et donc une évolution positive de la plastification dans la section pour un chargement monotone.

Les fonctions  $A_y$  et  $A_z$  doivent donc illustrer le caractère progressif de la première plastification à la plastification totale de la section. Elles doivent donc dépendre du moment de flexion où apparaît la première plastification  $M_{ey} = \frac{I_y \sigma_Y}{R}$ , et du moment de flexion limite où toute la section est plastifiée  $M_{py} = \varphi M_{ey}$ . Cette dépendance n'est pas linéaire, mais s'exprime à l'aide des paramètres  $\alpha_y$  et  $\beta_y$  (respectivement  $\alpha_z$  et  $\beta_z$ ) selon les équations (2.15) et (2.16).

$$A_y(\rho_y) = \frac{\frac{\rho_y^{\alpha_y}}{M_{py}^2} + \frac{\beta_y}{M_{ey}^2}}{\rho_y^{\alpha_y} + \beta_y} \quad (2.15)$$

$$A_z(\rho_z) = \frac{\frac{\rho_z^{\alpha_z}}{M_{pz}^2} + \frac{\beta_z}{M_{ez}^2}}{\rho_z^{\alpha_z} + \beta_z} \quad (2.16)$$

Les paramètres  $\alpha_y, \beta_y, \alpha_z$  et  $\beta_z$  n'ont pas d'expression analytique. La détermination de leur valeur fait l'objet d'un travail particulier dans le chapitre 4. Notons que le cas  $\beta_y = \beta_z = 0$  correspond à la situation où la plastification n'est pas progressive, et où elle intervient uniquement pour  $M_{fy} = M_{py}$ .

La fonction seuil  $P(\mathbf{t}^{bolt}, \rho_y, \rho_z, p)$  caractérisant la plasticité est obtenue selon l'équation 2.18 en comparant l'effort généralisé  $F(\mathbf{t}^{bolt}, \rho_y, \rho_z)$  à la fonction d'érouissage  $R(p)$  [Guo, 1987].

$$P(\mathbf{t}^{bolt}, \rho_y, \rho_z, p) = F(\mathbf{t}^{bolt}, \rho_y, \rho_z) - R(p) \quad (2.17)$$

$$= N_p \sqrt{\left(\frac{N}{N_p}\right)^2 + A_y(\rho_y) M_{fy}^2 + A_z(\rho_z) M_{fz}^2 + \left(\frac{M_x}{M_{px}}\right)^2} - R(p) \quad (2.18)$$

La plasticité choisie est de type *associée*, ce qui signifie que  $P = 0$  définit à la fois la surface de charge et la surface permettant de définir l'écoulement plastique. On supposera pour l'écoulement

la loi de normalité et le principe de Hill, qui impliquent que le vecteur des vitesses de déformation plastique généralisé  $\dot{\epsilon}^p$  est normal à la surface de charge (voir équation 2.21).

Au bilan, les équations qui régissent l'évolution de la plasticité peuvent alors s'écrire comme suit :

— le comportement élastique

$$\mathbf{t}^{bolt} = \mathbb{H} \cdot (\boldsymbol{\epsilon} - \boldsymbol{\epsilon}^p) \quad (2.19)$$

— la définition du domaine élastique

$$P(\mathbf{t}^{bolt}, \rho_y, \rho_z, p) = N_p \sqrt{\left(\frac{N}{N_p}\right)^2 + A_y(\rho_y)M_{fy}^2 + A_z(\rho_z)M_{fz}^2 + \left(\frac{M_x}{M_{px}}\right)^2} - R(p) \quad (2.20)$$

— la loi d'écoulement plastique

$$\dot{\epsilon}^p = \lambda \frac{\partial P}{\partial \mathbf{t}^{bolt}} \quad (2.21)$$

$$\dot{p} = \lambda \quad (2.22)$$

$$\dot{\rho}_y = |\dot{\chi}_y^p| \quad (2.23)$$

$$\dot{\rho}_z = |\dot{\chi}_z^p| \quad (2.24)$$

— les conditions de complémentarité (ou conditions de Kuhn-Tucker)

$$\lambda \geq 0 \quad ; \quad P(\mathbf{t}^{bolt}, \rho_y, \rho_z, p) \leq 0 \quad ; \quad \lambda \cdot P(\mathbf{t}^{bolt}, \rho_y, \rho_z, p) = 0 \quad (2.25)$$

— la condition de cohérence

$$\lambda \cdot \dot{P}(\mathbf{t}^{bolt}, \rho_y, \rho_z, p) = 0 \quad \text{si} \quad P(\mathbf{t}^{bolt}, \rho_y, \rho_z, p) = 0 \quad (2.26)$$

Le multiplicateur plastique  $\lambda$  représente l'amplitude de la variation (ou vitesse) de déformation plastique cumulée à chaque incrément. Il est obtenu à l'aide d'un algorithme de retour radial, détaillé dans l'annexe B.

## 2.3 Intégration numérique

Cette section présente le calcul des contraintes généralisées à partir d'un incrément de déformations généralisées, en utilisant un schéma implicite d'Euler. Il s'appuie sur la détermination du multiplicateur plastique  $\lambda$  dans (2.21).

### 2.3.1 Définition d'une direction d'écoulement

Afin d'obtenir une expression de la direction d'écoulement dépendant des efforts généralisés, on introduit la matrice  $\mathbb{A}(\rho_y, \rho_z)$  telle que :

$$\mathbb{A}(\rho_y, \rho_z) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & N_p \sqrt{A(\rho_y)} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & N_p \sqrt{A(\rho_z)} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{N_p}{M_{px}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (2.27)$$

En notant  $\mathbb{A} \cdot \mathbf{t}^{bolt} = \widehat{\mathbf{t}}^{bolt}$  de telle sorte que  $F(\mathbf{t}^{bolt}, \rho_y, \rho_z) = \|\widehat{\mathbf{t}}^{bolt}\|$ , le critère de plasticité s'écrit alors plus simplement

$$P(\mathbf{t}^{bolt}, \rho_y, \rho_z, p) = \|\widehat{\mathbf{t}}^{bolt}\| - R(p) \quad (2.28)$$

De plus, on peut montrer que

$$\frac{\partial P}{\partial \mathbf{t}^{bolt}} = \frac{\partial \|\widehat{\mathbf{t}}^{bolt}\|}{\partial \mathbf{t}^{bolt}} = \frac{\partial \|\mathbb{A} \cdot \mathbf{t}^{bolt}\|}{\partial \mathbf{t}^{bolt}} = \mathbb{A} \frac{\widehat{\mathbf{t}}^{bolt}}{\|\widehat{\mathbf{t}}^{bolt}\|} \quad (2.29)$$

Enfin, en notant finalement  $\mathbf{n} = \frac{\widehat{\mathbf{t}}^{bolt}}{\|\widehat{\mathbf{t}}^{bolt}\|}$  la direction d'écoulement plastique, on obtient

$$\frac{\partial P}{\partial \mathbf{t}^{bolt}} = \mathbb{A} \cdot \mathbf{n} \quad (2.30)$$

### 2.3.2 État trial et résolution par une méthode de type Newton-sécant

L'intégration sur l'élément est réalisée à l'aide de 3 points de Gauss. Pour chaque point de Gauss  $i$  (avec  $i \in [1, 3]$ ), les contraintes généralisées  $\mathbf{t}_{i,(n+1)}^{bolt}$  sont ainsi évaluées à partir du vecteur de déplacement nodal de l'élément.

Il est proposé d'effectuer une prédiction élastique et d'écrire l'état dit *trial* associé, en supposant que l'incrément de déformation considéré reste élastique, c'est-à-dire

$$\mathbf{t}_{i,(n+1)}^{bolt,tr} = \mathbf{t}_{i,(n)}^{bolt} + \mathbb{H} \Delta \boldsymbol{\epsilon}_i \quad (2.31)$$

$$= \mathbb{H}(\boldsymbol{\epsilon}_{i,(n+1)} - \boldsymbol{\epsilon}_{i,(n)}^P) \quad (2.32)$$

La mise à jour du vecteur de contraintes généralisées  $\mathbf{t}_{i,(n+1)}^{bolt}$  est alors réalisée à partir de  $\mathbf{t}_{i,(n+1)}^{bolt,tr}$ . Les valeurs de  $\Delta p_i$ ,  $\Delta \rho_{y,i}$  et  $\Delta \rho_{z,i}$  pour chaque point de Gauss sont alors calculées respectivement grâce à une triple recherche de zéros par Newton sécant des fonctions scalaires  $f(\Delta p_i)$ ,  $g(\Delta \rho_{y,i})$  et  $h(\Delta \rho_{z,i})$  détaillées dans l'Annexe B.

La résolution de ce système conclut l'intégration locale en un point de Gauss en obtenant les valeurs de  $\Delta p_i$ ,  $\Delta \rho_{y,i}$  et  $\Delta \rho_{z,i}$  pour l'incrément de déformation généralisé considéré.

## 2.4 Module tangent élastoplastique

On peut enfin déterminer l'opérateur tangent élasto-plastique associé  $\mathbb{H}_i^{bolt,ep}$  en chaque point de Gauss, ce qui consiste à relier  $\dot{\mathbf{t}}_i^{bolt}$  à  $\dot{\boldsymbol{\epsilon}}_i$ .

Dans le cas élastique, la relation s'écrit simplement

$$\dot{\mathbf{t}}_i^{bolt} = \mathbb{H}^{bolt} \dot{\boldsymbol{\epsilon}}_i. \quad (2.33)$$

Cette relation n'est plus exacte dans le cas où l'incrément de déformation est plastique. En outre, en différenciant la condition de cohérence (équation 2.26), il vient

$$\frac{\partial P}{\partial \mathbf{t}^{bolt}} \dot{\mathbf{t}}^{bolt} + \frac{\partial P}{\partial \rho_y} \dot{\rho}_y + \frac{\partial P}{\partial \rho_z} \dot{\rho}_z + \frac{\partial P}{\partial p} \dot{p} = 0 \quad (2.34)$$

soit

$$\frac{\partial P}{\partial \mathbf{t}^{bolt}} \dot{\mathbf{t}}^{bolt} + \frac{\partial P}{\partial \rho_y} |\dot{\chi}_y| + \frac{\partial P}{\partial \rho_z} |\dot{\chi}_z| + \frac{\partial P}{\partial p} \dot{p} = 0 \quad (2.35)$$

ou encore

$$\frac{\partial P}{\partial \mathbf{t}^{bolt}} \dot{\mathbf{t}}^{bolt} + \frac{\partial P}{\partial \rho_y} \left| \frac{\partial P}{\partial M_{fy}} \right| \dot{p} + \frac{\partial P}{\partial \rho_z} \left| \frac{\partial P}{\partial M_{fz}} \right| \dot{p} - \frac{\partial R}{\partial p} \dot{p} = 0 \quad (2.36)$$

et donc

$$\frac{\partial P}{\partial \mathbf{t}^{bolt}} \mathbb{H}^{bolt} \left( \dot{\boldsymbol{\epsilon}} - \dot{p} \frac{\partial P}{\partial \mathbf{t}^{bolt}} \right) + \frac{\partial P}{\partial \rho_y} \left| \frac{\partial P}{\partial M_{fy}} \right| \dot{p} + \frac{\partial P}{\partial \rho_z} \left| \frac{\partial P}{\partial M_{fz}} \right| \dot{p} - \frac{\partial R}{\partial p} \dot{p} = 0 \quad (2.37)$$

ce qui amène à l'expression de  $\dot{p}$  :

$$\dot{p} = \frac{\frac{\partial P}{\partial \mathbf{t}^{bolt}} \mathbb{H}^{bolt} \dot{\boldsymbol{\epsilon}}}{\frac{\partial P}{\partial \mathbf{t}^{bolt}} \mathbb{H}^{bolt} \frac{\partial P}{\partial \mathbf{t}^{bolt}} - \frac{\partial P}{\partial \rho_y} \left| \frac{\partial P}{\partial M_{fy}} \right| - \frac{\partial P}{\partial \rho_z} \left| \frac{\partial P}{\partial M_{fz}} \right| + \frac{\partial R}{\partial p}} \quad (2.38)$$

L'expression de l'opérateur tangent élasto-plastique est alors obtenue en écrivant

$$\dot{\mathbf{t}}^{bolt} = \mathbb{H}^{bolt} \cdot (\dot{\boldsymbol{\epsilon}} - \dot{\boldsymbol{\epsilon}}^p) \quad (2.39)$$

$$= \mathbb{H}^{bolt} \cdot \left( \dot{\boldsymbol{\epsilon}} - \dot{p} \frac{\partial P}{\partial \mathbf{t}^{bolt}} \right) \quad (2.40)$$

$$= \mathbb{H}^{bolt} \cdot \left[ \mathbb{I}_d - \frac{\frac{\partial P}{\partial \mathbf{t}^{bolt}} \otimes \frac{\partial P}{\partial \mathbf{t}^{bolt}}}{\frac{\partial P}{\partial \mathbf{t}^{bolt}} \mathbb{H}^{bolt} \frac{\partial P}{\partial \mathbf{t}^{bolt}} - \frac{\partial P}{\partial \rho_y} \left| \frac{\partial P}{\partial M_{fy}} \right| - \frac{\partial P}{\partial \rho_z} \left| \frac{\partial P}{\partial M_{fz}} \right| + \frac{\partial R}{\partial p}} \right] \dot{\boldsymbol{\epsilon}} \quad (2.41)$$

En remplaçant les dérivées partielles par leur expression analytique dans le cas de la fonction seuil (2.20) et d'un écrouissage linéaire (2.14), on obtient finalement :

$$\dot{\mathbf{t}}^{bolt} = \mathbb{H}^{bolt} \cdot \left[ \mathbb{I}_d - \frac{\mathbb{A}^T \mathbf{nn}^T \mathbb{A}}{\mathbf{n}^T \mathbb{A} \mathbb{H}^{bolt} \mathbb{A}^T \mathbf{n} - \frac{N_p^2 M_{fy}^2 A'_y(\rho_y)}{2F} \left| \frac{N_p^2 A_y(\rho_y) M_{fy}}{F} \right| - \frac{N_p^2 M_{fz}^2 A'_z(\rho_z)}{2F} \left| \frac{N_p^2 A_z(\rho_z) M_{fz}}{F} \right| + SH} \right] \dot{\epsilon} \quad (2.42)$$

ce qui amène donc à l'expression de l'opérateur tangent élasto-plastique  $\mathbb{H}^{ep}$ , qui dépend des variables internes dans le cas d'un incrément plastique :

$$\mathbb{H}^{bolt,ep} = \mathbb{H}^{bolt} \cdot \left[ \mathbb{I}_d - \frac{\mathbb{A}^T \mathbf{nn}^T \mathbb{A}}{\mathbf{n}^T \mathbb{A} \mathbb{H}^{bolt} \mathbb{A}^T \mathbf{n} - \frac{N_p^2 M_{fy}^2 A'_y(\rho_y)}{2F} \left| \frac{N_p^2 A_y(\rho_y) M_{fy}}{F} \right| - \frac{N_p^2 M_{fz}^2 A'_z(\rho_z)}{2F} \left| \frac{N_p^2 A_z(\rho_z) M_{fz}}{F} \right| + SH} \right] \quad (2.43)$$

L'expression de la matrice tangente, qui conclut l'implémentation de la loi élasto-plastique dans un code EF industriel, est alors obtenue à l'aide de l'opérateur tangent élasto-plastique  $\mathbb{H}^{bolt,ep}$ , et est détaillée dans le chapitre 3.

### 3 Prise en compte du frottement à l'interface des éléments assemblés

Afin de réduire le temps de calcul du modèle *connecteur* par rapport au modèle 3D, le connecteur doit être capable de représenter les phénomènes de contact frottant entre les éléments assemblés, et leur influence sur le comportement global de l'assemblage. Cela permet alors d'introduire des conditions de contact sans frottement dans le reste du modèle. On présente ainsi la modélisation retenue, qui permet de considérer indépendamment la loi de comportement élasto-plastique du boulon et le traitement du contact frottant.

#### 3.1 Analogie avec une loi de comportement élasto-plastique

Pour rappel, la modélisation retenue propose, dans le cadre des petites perturbations, de ne considérer les phénomènes de frottement que dans le plan normal à l'axe du boulon. Suite à l'étude phénoménologique d'un assemblage boulonné élémentaire réalisée dans la Section 1, la modélisation retenue pour l'interface frottante est celle d'un opérateur non-linéaire reliant le saut de déplacement tangentiel à l'effort tangent, et dépendant de la direction de chargement tangente. L'approche phénoménologique présente deux états différents lorsque l'assemblage est soumis à une charge de cisaillement. Lorsque la précharge reste suffisamment importante par rapport à la charge externe, il se produit un état dit *adhérent*, où il n'y a pas de glissement entre les éléments assemblés. En revanche, lorsque les charges résultant des phénomènes de frottement à l'interface ne sont plus suffisamment importantes pour contrebalancer la charge externe, un état de *glissement* se produit, où

seul le boulon contribue au comportement global de l'ensemble. La formulation des phénomènes de frottement doit donc être capable de rendre compte de ces états. On propose ainsi l'introduction d'une fonction seuil  $f_s$  à partir duquel se produit la transition de l'état adhérent à l'état glissant, dépendant donc de la résultante des forces de contact  $p_N$ , d'un coefficient de frottement  $\mu$  et de la force tangentielle interne notée  $\mathbf{t}_T^{int}$ . Cette dernière est directement liée au saut de déplacement tangentiel dû à l'interface frottante  $\mathbf{g}_T$  défini en Section 1.3.2.

Les équations de comportement régissant les phénomènes de frottement peuvent être formulées au sein d'un algorithme de retour radial. Ces approches ont notamment été examinées par [Michalowski and Mroz, 1978, Curnier, 1987]. Dans le cas de la plasticité non-associée, par exemple pour des écrouissages non-linéaires, le traitement des interfaces frottantes a été étudié par [Wriggers, 1987, Laursen and Simo, 1993]. Ces approches ont pour point commun de séparer le saut de déplacement des interfaces en une partie élastique (ou adhérente), et une partie non-linéaire (ou glissante). Dans notre cas, nous avons retenu un modèle de frottement de type Coulomb s'appuyant sur les travaux de [Wriggers, 2002, Soulé de Lafont, 2017], permettant d'obtenir une expression explicite du multiplicateur plastique (et donc de la partie non-linéaire du saut de déplacement), s'affranchissant ainsi d'itérations coûteuses en terme de temps de calcul.

### 3.2 Formulation de la fonction seuil

Les travaux de [Wriggers, 2002] (voir Figure 2.9) montrent qu'une fois le seuil d'effort tangentiel atteint, on peut décrire plusieurs mécanismes de frottement. Un adoucissement (cas (1) de la Figure 2.9) peut ainsi être envisagé, en prenant en compte par exemple le fait que le coefficient de frottement dynamique est plus faible que le coefficient de frottement statique. Un écrouissage (cas (2) de la Figure 2.9) peut également être décrit. Dans les 2 cas, ces phénomènes sont interprétés par la décomposition du glissement tangentiel de l'interface  $\mathbf{g}_T$  en une partie linéaire (ou adhérente)  $\mathbf{g}_T^{int,e}$  et une partie non-linéaire (ou glissante)  $\mathbf{g}_T^{int,s}$ , de telle sorte qu'on écrit

$$\mathbf{g}_T = \mathbf{g}_T^{int,e} + \mathbf{g}_T^{int,s} \quad (2.44)$$

Le modèle retenu pour décrire la partie élastique est une relation élastique linéaire isotrope, qui amène à introduire une raideur d'interface  $c_T$  telle que

$$\mathbf{t}_T^{int} = c_T \mathbf{g}_T^{int,e}. \quad (2.45)$$

La partie non-linéaire du glissement tangentiel  $\mathbf{g}_T^{int,s}$  est déterminée par une équation d'évolution qui peut être formulée en utilisant des concepts standards de la théorie de l'élasto-plasticité [Lemaitre and Chaboche, 1990].

Pour la loi de Coulomb classique utilisée dans ces travaux, la fonction de seuil  $f_s$  de (2.46) peut être utilisée et définit le domaine élastique pour une résultante des efforts normaux  $p_N$  donnée.

$$f_s(\mathbf{t}_T^{int}) = \|\mathbf{t}_T^{int}\| - \mu p_N \leq 0 \quad (2.46)$$

L'expression de  $p_N$  pourrait être obtenue en intégrant la pression de contact sur les éléments de contact situés à l'interface entre les éléments assemblés à proximité. Par souci de simplicité,

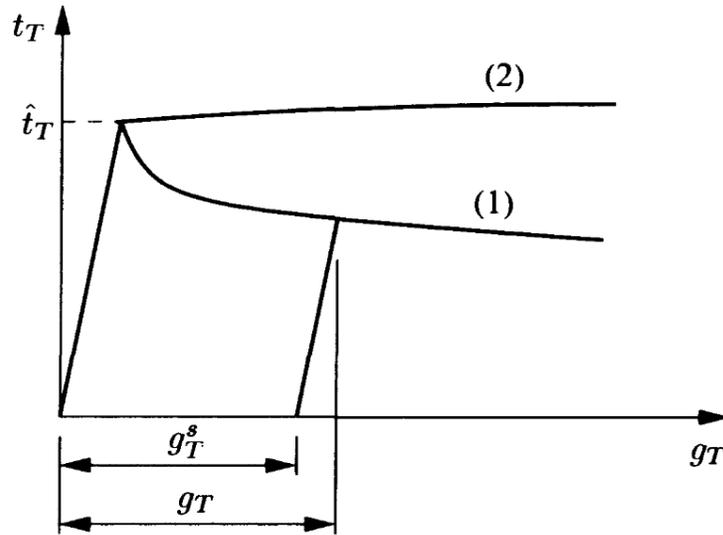


FIGURE 2.9 – Comportement adoucissant (1) et avec écrouissage (2) pour le frottement selon [Wriggers, 2002]

la résultante des efforts de contact est estimée à partir du saut de déplacement normal des nœuds maîtres  $g_N$  comme défini dans l'Annexe C.

L'équation permettant de déterminer l'évolution du glissement de l'interface  $\mathbf{g}_T^{int,s}$  peut alors être énoncée d'une façon analogue à une loi de comportement élasto-plastique en introduisant un multiplicateur plastique  $\lambda$ , et une direction plastique d'écoulement  $\mathbf{n}_T$  sous la forme

$$\dot{\mathbf{g}}_T^{int,s} = \lambda \frac{\partial f_s(\mathbf{t}_T^{int})}{\partial \mathbf{t}_T^{int}} = \lambda \mathbf{n}_T \quad \text{avec} \quad \mathbf{n}_T = \frac{\mathbf{t}_T^{int}}{\|\mathbf{t}_T^{int}\|} \quad (2.47)$$

En outre, les conditions de Kuhn-Tucker doivent être satisfaites, ce qui signifie que

$$\lambda \geq 0, \quad f_s(\mathbf{t}_T^{int}) \leq 0, \quad \lambda \cdot f_s(\mathbf{t}_T^{int}) = 0. \quad (2.48)$$

Le paramètre  $\lambda$  représente l'amplitude de la variation (ou vitesse) de déformation plastique cumulée à chaque incrément. Son obtention est précisée en Section 3.3.

### 3.3 Intégration locale et module tangent

L'intégration locale des lois de comportement exprimées dans la Section 3.2 consiste à déterminer, à partir d'un incrément de saut de déplacement tangentiel de l'interface  $\mathbf{g}_{T,(n+1)}^{int} = \mathbf{g}_{T,(n)}^{int} + \Delta \mathbf{g}_{T,(n+1)}^{int}$ , une expression de la contrainte tangentielle  $\mathbf{t}_{T,(n+1)}^{int}$ . Ainsi, cette dernière est mise à jour à partir d'une prédiction élastique et de l'état trial associé. L'intégration de l'équation d'évolution du glissement plastique est alors effectuée selon [Wriggers, 2002].

Dans le cas où l'on utilise un schéma de type Euler implicite pour approximer l'équation d'évolution (2.47), on obtient :

$$\mathbf{g}_{T,(n+1)}^{int,s} = \mathbf{g}_{T,(n)}^{int,s} + \Delta\lambda \mathbf{n}_{T,(n+1)} \quad (2.49)$$

avec

$$\mathbf{n}_{T,(n+1)} = \frac{\mathbf{t}_{T,(n+1)}^{int}}{\|\mathbf{t}_{T,(n+1)}^{int}\|} \quad (2.50)$$

Avec les arguments standards concernant les schémas de projection [Simo and Taylor, 1985], il vient en reportant l'équation (2.49) dans (2.45) :

$$\mathbf{t}_{T,(n+1)}^{int,tr} = c_T \left( \mathbf{g}_{T,(n+1)} - \mathbf{g}_{T,(n)}^{int,s} \right) \quad (2.51)$$

$$= c_T \left( \mathbf{g}_{T,(n+1)} - \mathbf{g}_{T,(n+1)}^{int,s} + \Delta\lambda \mathbf{n}_{T,(n+1)} \right) \quad (2.52)$$

$$= \mathbf{t}_{T,(n+1)} + \Delta\lambda c_T \mathbf{n}_{T,(n+1)} \quad (2.53)$$

En remplaçant  $\mathbf{t}_{T,(n+1)}$  par son expression issue de (2.50), on obtient

$$\mathbf{t}_{T,(n+1)}^{int,tr} = \|\mathbf{t}_{T,(n+1)}^{int}\| \cdot \mathbf{n}_{T,(n+1)} + \Delta\lambda c_T \mathbf{n}_{T,(n+1)} \quad (2.54)$$

soit

$$\mathbf{t}_{T,(n+1)}^{int,tr} = \left( \|\mathbf{t}_{T,(n+1)}^{int}\| + \Delta\lambda c_T \right) \mathbf{n}_{T,(n+1)} \quad (2.55)$$

L'égalité en norme et en direction des membres de droite et de gauche de l'équation (2.55) amène alors au système d'équations suivant

$$\|\mathbf{t}_{T,(n+1)}^{int,tr}\| = \|\mathbf{t}_{T,(n+1)}^{int}\| + \Delta\lambda c_T \quad (2.56)$$

$$\mathbf{n}_{T,(n+1)} = \mathbf{n}_{T,(n+1)}^{tr} \quad \text{avec} \quad \mathbf{n}_{T,(n+1)}^{tr} = \frac{\mathbf{t}_{T,(n+1)}^{int,tr}}{\|\mathbf{t}_{T,(n+1)}^{int,tr}\|} \quad (2.57)$$

Dans le cas du frottement de Coulomb, les conditions de cohérence permettent d'écrire que si  $\lambda > 0$ , alors

$$f_s(\mathbf{t}_{T,(n+1)}^{int}) = \|\mathbf{t}_{T,(n+1)}^{int}\| - \mu p_{N,(n+1)} = 0 \quad (2.58)$$

où  $p_{N,(n+1)}$  représente la résultante des actions de contact normales évaluée à l'incrément  $(n+1)$  (voir Annexe C).

En reportant cette expression dans (2.56), on obtient une expression explicite du multiplicateur plastique  $\Delta\lambda$  :

$$\Delta\lambda = \frac{1}{c_T} \left( \|\mathbf{t}_{T,(n+1)}^{int,tr}\| - \mu p_{N,(n+1)} \right) \quad (2.59)$$

Une fois l'obtention du paramètre  $\Delta\lambda$ , on met à jour la partie non-linéaire du glissement tangentiel à l'aide de l'équation (2.49), et le vecteur  $\mathbf{t}_{T,(n+1)}^{int}$  est ensuite obtenu à l'aide de (2.45).

La projection de la contrainte tangentielle triale  $\mathbf{t}_{T,(n+1)}^{int,tr}$  qui ne remplit pas les conditions de glissement est graphiquement représentée Figure 2.10 pour un cas 2D. La quantité de  $\mathbf{t}_{T,(n+1)}^{int,tr}$  qui excède le chargement tangential autorisé par la loi de Coulomb, soit  $\mu p_{N,(n+1)}$ , est projetée sur la surface de charge. De plus, on estime d'une façon similaire l'augmentation de la quantité  $\mathbf{g}_{T,(n+1)}^{int,s}$  correspondant à la partie anélastique du saut de déplacement tangential.

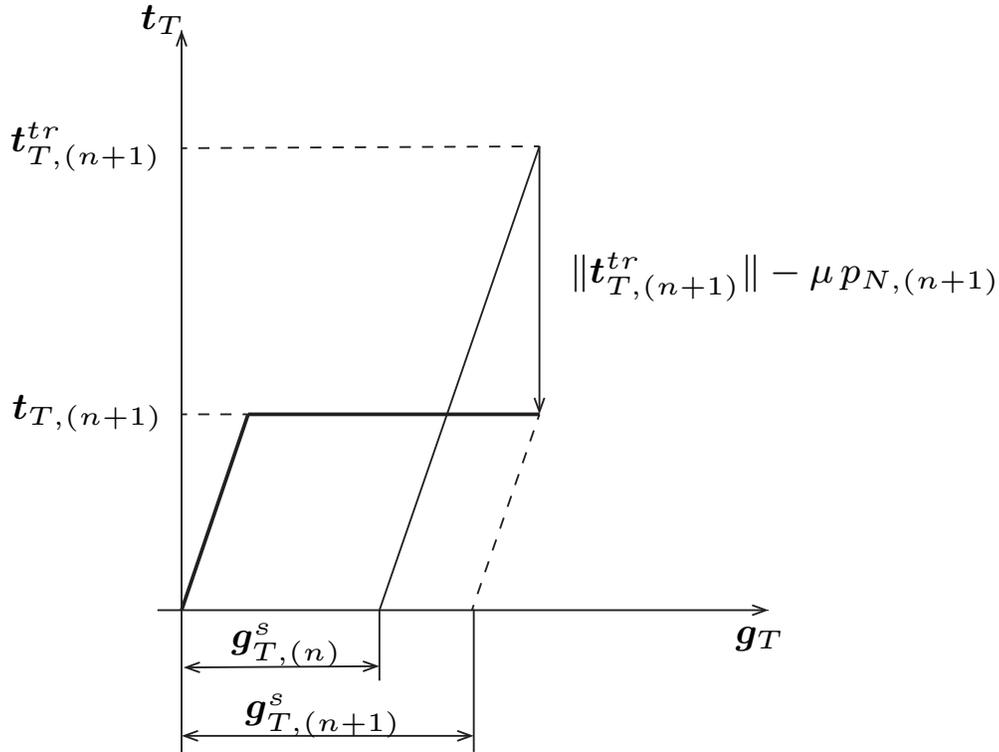


FIGURE 2.10 – Projection de l'effort trial sur la surface de charge

Déterminons maintenant l'expression du module tangent, c'est-à-dire la relation entre  $\dot{\mathbf{t}}_T^{int}$  et  $\dot{\mathbf{g}}_T^{int}$ . Pour cela, on considère la surface seuil décrite dans l'équation (2.46) :

$$f_s(\mathbf{t}_T^{int}, p_N) = \|\mathbf{t}_T^{int}\| - \mu p_N \quad (2.60)$$

En dérivant cette équation par rapport au temps, il vient :

$$\begin{aligned} \dot{f}_s(\mathbf{t}_T^{int}, p_N) &= \frac{\partial f_s}{\partial \mathbf{t}_T^{int}} \dot{\mathbf{t}}_T^{int} + \frac{\partial f_s}{\partial p_N} \dot{p}_N \\ &= \frac{\partial f_s}{\partial \mathbf{t}_T^{int}} c_T (\dot{\mathbf{g}}_T - \dot{\mathbf{g}}_T^{int,s}) + \frac{\partial f_s}{\partial p_N} \dot{p}_N \\ &= \frac{\partial f_s}{\partial \mathbf{t}_T^{int}} c_T \left( \dot{\mathbf{g}}_T - \lambda \frac{\partial f_s(\mathbf{t}_T^{int})}{\partial \mathbf{t}_T^{int}} \right) + \frac{\partial f_s}{\partial p_N} \dot{p}_N \end{aligned} \quad (2.61)$$

La condition de cohérence " $\lambda \dot{f}_s(\mathbf{t}_T^{int}, p_N) = 0$  si  $f_s(\mathbf{t}_T^{int}, p_N) = 0$ " permet alors de déterminer  $\lambda$  :

$$\lambda = \frac{c_T \frac{\partial f_s}{\partial \mathbf{t}_T^{int}} \dot{\mathbf{g}}_T + \frac{\partial f_s}{\partial p_N} \dot{p}_N}{c_T \frac{\partial f_s}{\partial \mathbf{t}_T^{int}} \frac{\partial f_s}{\partial \mathbf{t}_T^{int}}} \quad (2.62)$$

Puisque  $\dot{\mathbf{g}}_T^{int,s} = \lambda \frac{\partial f_s(\mathbf{t}_T^{int})}{\partial \mathbf{t}_T^{int}} = \lambda \mathbf{n}_T$  on déduit que :

$$\lambda = \frac{c_T \mathbf{n}_T^T \dot{\mathbf{g}}_T + \frac{\partial f_s}{\partial p_N} \dot{p}_N}{c_T \mathbf{n}_T^T \cdot \mathbf{n}_T} = \frac{c_T \mathbf{n}_T^T \dot{\mathbf{g}}_T + \frac{\partial f_s}{\partial p_N} \dot{p}_N}{c_T} \quad (2.63)$$

Pour un modèle de frottement de type Coulomb, il vient ainsi :

$$\lambda = \frac{c_T \mathbf{n}_T^T \dot{\mathbf{g}}_T - \mu \dot{p}_N}{c_T} \quad (2.64)$$

Cela amène à l'expression de  $\dot{\mathbf{t}}_T^{int}$  en fonction de  $\dot{\mathbf{g}}_T$  et  $\dot{g}_N$  :

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{t}}_T^{int} &= c_T (\dot{\mathbf{g}}_T - \dot{\mathbf{g}}_T^{int,s}) \\ &= c_T \dot{\mathbf{g}}_T - c_T \lambda \mathbf{n}_T \\ &= c_T \dot{\mathbf{g}}_T - \frac{c_T \mathbf{n}_T (c_T \mathbf{n}_T^T \dot{\mathbf{g}}_T) - \mu c_T \dot{p}_N \mathbf{n}_T}{c_T} \\ &= c_T (\mathbb{I} - \mathbf{n}_T \otimes \mathbf{n}_T) \dot{\mathbf{g}}_T + \mu c_N \text{sign}(g_N) \dot{g}_N \mathbf{n}_T \end{aligned} \quad (2.65)$$

où  $\mathbf{n}_T = \frac{\mathbf{t}_T^{int}}{\|\mathbf{t}_T^{int}\|}$ . Pour rappel, l'expression de  $p_N$  est obtenue à l'aide de l'Annexe C. De plus, on notera que  $\text{sign}(g_N) = -1$ , car l'inverse correspondrait à un décollement des éléments assemblés, et donc il n'y aurait plus de phénomènes de frottement.

Il est alors intéressant de noter que l'on observe un comportement élastique dans les directions normales à la vitesse de glissement tangentielle  $\mathbf{n}_T$ , car  $(\mathbb{I} - \mathbf{n}_T \otimes \mathbf{n}_T)$  est le projecteur dans le plan normal à  $\mathbf{n}_T$ , et qu'il n'y a pas de rigidité dans la direction  $\mathbf{n}_T$ . La tendance est alors au glissement libre dans cette direction et on se situe sur le seuil plastique. La composante de  $\dot{\mathbf{t}}_T^{int}$  dans la direction  $\mathbf{n}_T$  est alors nulle, sauf si l'effort de contact  $\mu c_N \text{sign}(g_N) \dot{g}_N \mathbf{n}_T$  évolue.

On remarquera aussi que le deuxième terme de l'équation (2.65), reliant  $\dot{\mathbf{t}}_T^{int}$  au saut de déplacement normal  $\dot{g}_N$ , rend l'opérateur tangent non-symétrique. Dans les faits, ce terme est souvent négligé car les variations de  $g_N$  sont généralement faibles.

## 4 Illustration numérique

### 4.1 Présentation du modèle proposé

Dans le but de pouvoir observer l'influence des différents paramètres des lois de comportement énoncées dans les sections 2 et 3, on se propose d'implémenter ces modèles au sein d'un

programme MATLAB. Ce dernier permettra de valider les choix réalisés. Le système est résolu à l'aide d'une méthode de type Newton-Raphson. L'intérêt d'une telle implémentation est de pouvoir étudier séparément puis en les combinant les différents modèles de comportement énoncés précédemment.

Pour pouvoir s'affranchir d'effets extérieurs, le modèle-test implémenté sous MATLAB est celui représenté à la Figure 2.8, constitué uniquement de deux nœuds reliés entre eux par le connecteur prenant en compte les effets non-linéaires. Comme présenté sur la Figure 2.11, le nœud 1 est encastré et le chargement est appliqué au nœud 2.

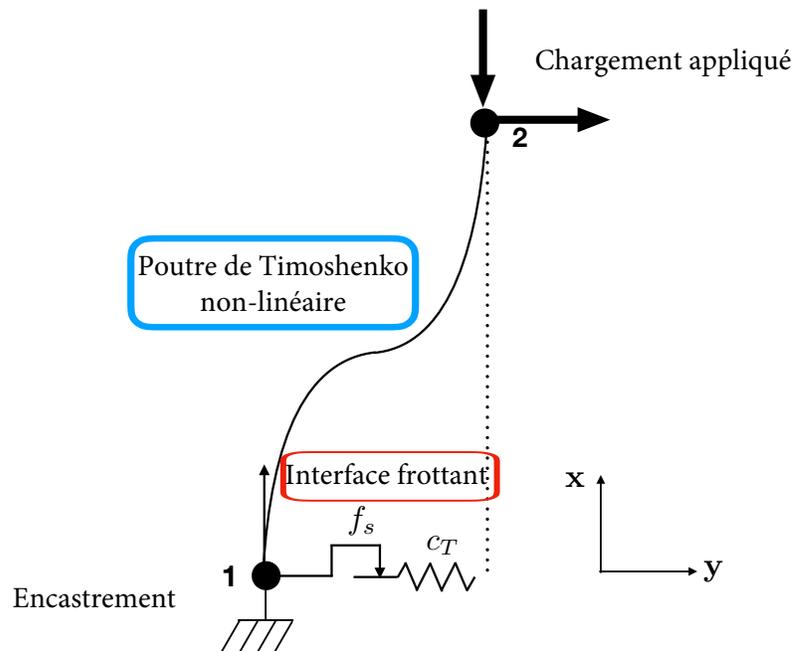


FIGURE 2.11 – Conditions aux limites et chargement du modèle MATLAB

## 4.2 Arguments d'entrée du connecteur

Les arguments d'entrée du connecteur sont au nombre de 10 et illustrent les différents phénomènes évoqués précédemment. La stratégie d'identification de ces derniers fait l'objet du chapitre 4. Cependant, afin de pouvoir faciliter l'implémentation future du connecteur dans un code industriel (voir chapitre 3), les arguments d'entrée du connecteur implémenté ici sous MATLAB sont les mêmes que pour celui implémenté sous ABAQUS, c'est-à-dire :

- la valeur de la précharge appliquée à l'assemblage  $P_C$ ,
- le module d'Young de la poutre  $E$ ,
- la contrainte élastique maximum admissible de la poutre  $\sigma_Y$ ,
- le module d'érouissage de la poutre  $H$ ,

- le diamètre de la poutre  $D$
- le coefficient de frottement de l'interface frottante  $\mu$ ,
- la raideur élastique du ressort caractérisant l'interface frottante  $c_T$ ,
- la raideur normale équivalente du boulon  $c_N$ ,
- la raideur de torsion équivalente du boulon  $c_{torsion}$ ,
- la raideur de flexion équivalente du boulon  $c_{bolt}$ .

Les 3 derniers paramètres correspondent aux raideurs équivalentes de la poutre dans le domaine élastique. Leur détermination fait l'objet d'une section spécifique dans le chapitre 3.

### 4.3 Application d'un effort tranchant

Lors du premier incrément de calcul, on applique une précharge, correspondant à un effort normal selon l'axe  $x$ . On applique ensuite un chargement de cisaillement selon un cycle de charge-décharge alternées, correspondant à un effort tranchant de 2000 N selon l'axe  $y$ .

Les paramètres du connecteur sont rassemblés Tableau 2.2 :

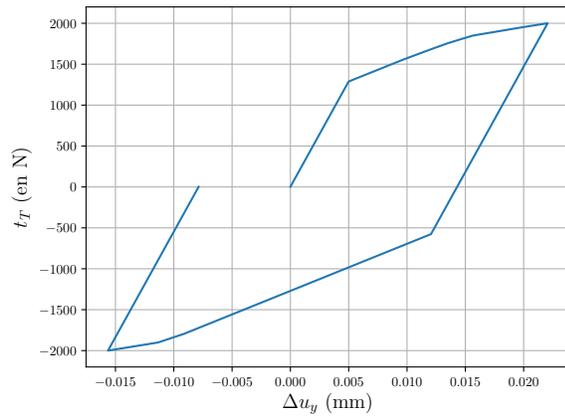
$P_C$	$E$	$\sigma_Y$	$H$	$D$
10 kN	210 GPa	530 MPa	$\frac{E}{20}$	5 mm
$\mu$	$c_T$	$c_N$	$c_{torsion}$	$c_{bolt}$
0.1	200.000 N.mm <sup>-1</sup>	2,56 · 10 <sup>6</sup> N.mm <sup>-1</sup>	3,02 · 10 <sup>6</sup> N.mm	4,69 · 10 <sup>4</sup> N.mm <sup>-1</sup>

TABLE 2.2 – Valeur des paramètres du connecteur pour un essai d'effort tranchant avec une précharge de 10 kN

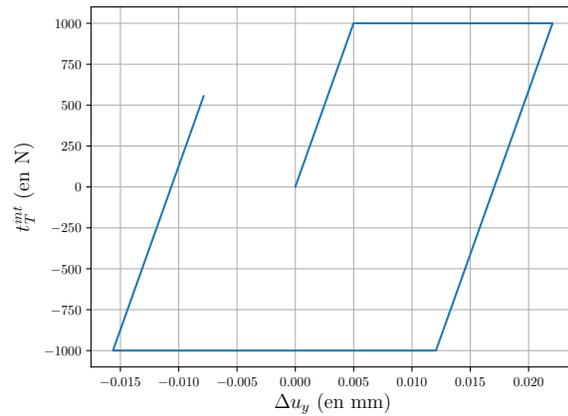
Les résultats sont présentés Figure 2.12. Pour le chargement proposé, on présente plusieurs résultats illustrant la séparation des phénomènes :

- la courbe de comportement global représentant l'effort tranchant en fonction du saut de déplacement tangentiel (Figure 2.12a), ainsi que celui de l'interface frottante (2.12b) et du boulon élasto-plastique (2.12c),
- les modèles de comportement aux points de Gauss du boulon élasto-plastique, représentés ici par l'évolution du moment fléchissant  $M_{fz}$  en fonction de la courbure  $\chi_z$  issue du phénomène de flexion (2.12d). On précise ici que le point de Gauss 1 est celui le plus proche de l'effort appliqué, et le point de Gauss 3 le plus proche de l'encastrement. Le point de Gauss 2 est situé à mi-longueur de la poutre. (voir chapitre 3)
- l'évolution dans le temps de la partie non-linéaire du saut de déplacement à l'interface frottante (2.12e),
- l'évolution dans le temps de la quantité plastique  $p$  aux points de Gauss (2.12f).

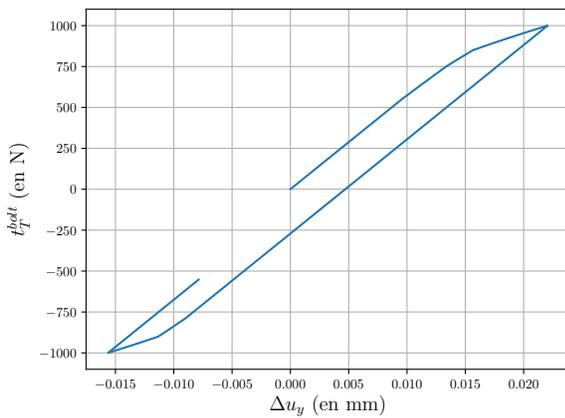
Plusieurs phénomènes intéressants sont mis en évidence.



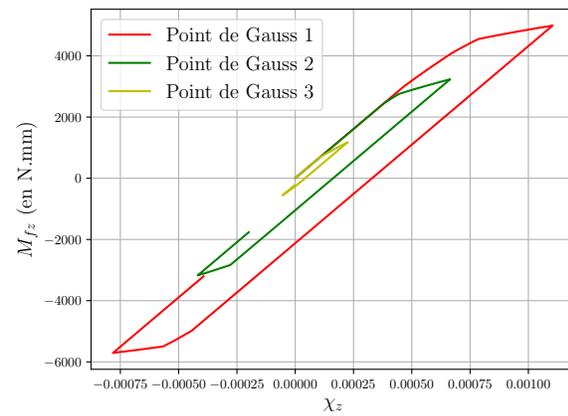
(a) Comportement global de l'assemblage



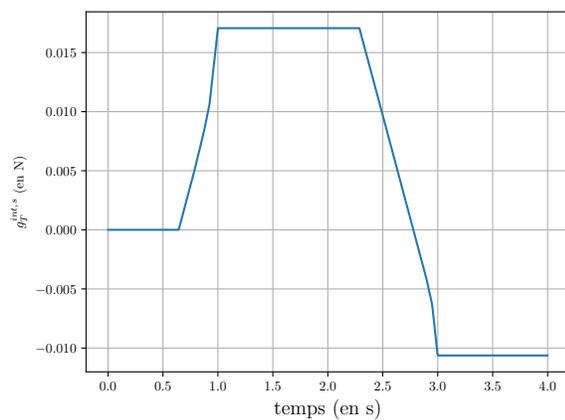
(b) Comportement de l'interface frottante



(c) Comportement du boulon



(d) Évolution du moment fléchissant selon la courbure en chaque point de Gauss



(e) Évolution du glissement plastique de l'interface frot-(f) Évolution de la courbure plastique en chaque point de Gauss

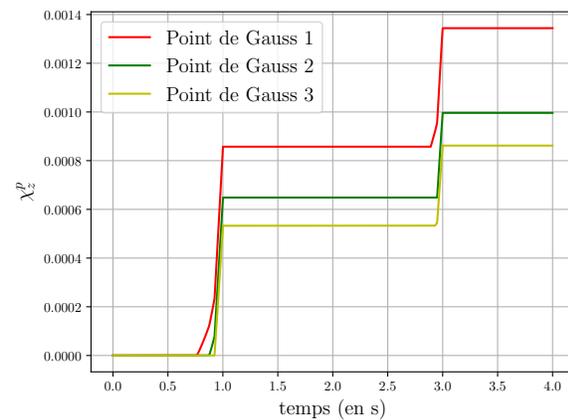


FIGURE 2.12 – Application d'un effort tranchant au connecteur pour une précharge égale à 10000 N

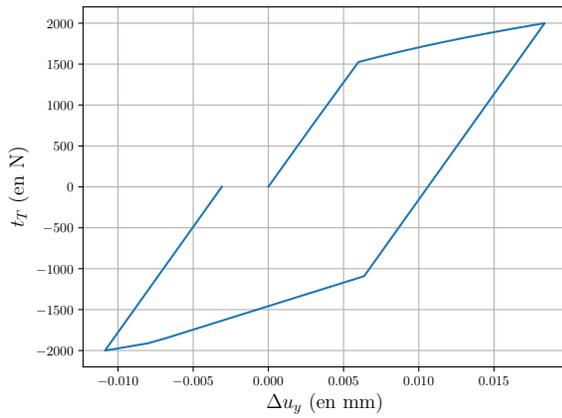
- Le comportement global de l'assemblage correspond bien à la somme des contributions du boulon élasto-plastique et de l'interface frottante, c'est-à-dire que  $\mathbf{t}_T = \mathbf{t}_T^{bolt} + \mathbf{t}_T^{int}$ .
- Les différents points de Gauss ne plastifient pas au même moment, puisque le moment fléchissant n'est pas égal dans toute la longueur de la poutre, mais dépend de l'abscisse du point considéré. Le point de Gauss 1 où le moment fléchissant est le plus important plastifie donc de façon plus importante.
- Une fois l'effort seuil de l'interface frottante atteint, correspondant ici à la valeur  $\mu P_C$  conformément au frottement de Coulomb, l'interface frottante ne peut plus transmettre d'efforts supplémentaires,
- L'évolution des quantités plastiques dans le boulon est progressive, et le comportement global de la poutre est alors multi-linéaire.

On peut également mettre en évidence l'influence de plusieurs paramètres clés. Par exemple, les valeurs rassemblées dans le Tableau 2.3 sont identiques à celles du Tableau 2.2, mise à part la précharge  $P_C$  qui augmente.

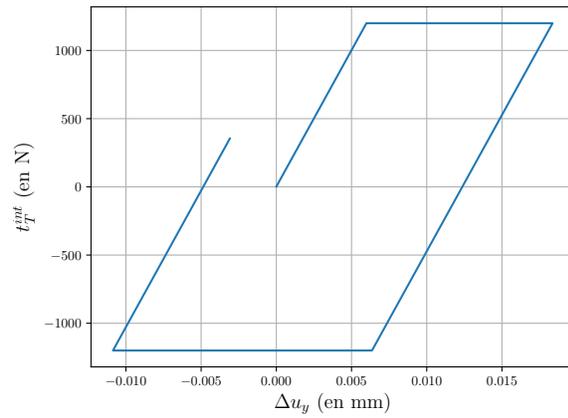
$P_C$	$E$	$\sigma_Y$	$\frac{H}{E}$	$D$	$\mu$	$c_T$	$c_N$	$c_{torsion}$	$c_{bolt}$
12 kN	210 GPa	530 MPa	$\frac{E}{20}$	5 mm	0.1	200.000 N.mm <sup>-1</sup>	$2,56 \cdot 10^6$ N.mm <sup>-1</sup>	$3,02 \cdot 10^6$ N.mm	$4,69 \cdot 10^4$ N.mm <sup>-1</sup>

TABLE 2.3 – Valeur des paramètres du connecteur pour un essai d'effort tranchant avec une précharge de 12 kN

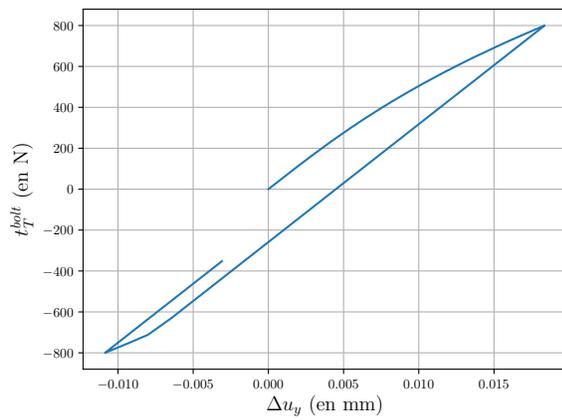
Les résultats sont présentés Figure 2.13. L'augmentation de la précharge initiale entraîne non seulement un plus grand seuil d'effort transmissible par l'interface, mais aussi une plastification de la poutre en compression dès la phase de précharge, ce qui modifie ensuite le comportement global de l'assemblage.



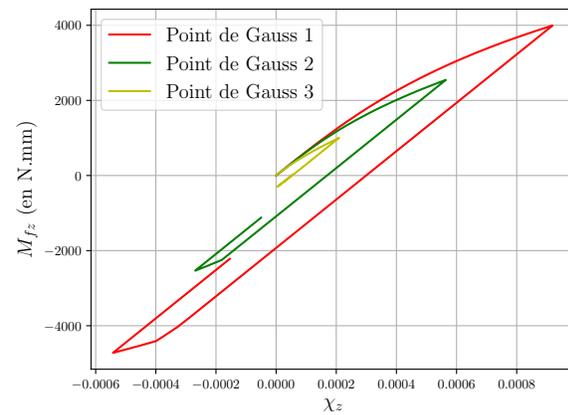
(a) Comportement global de l'assemblage



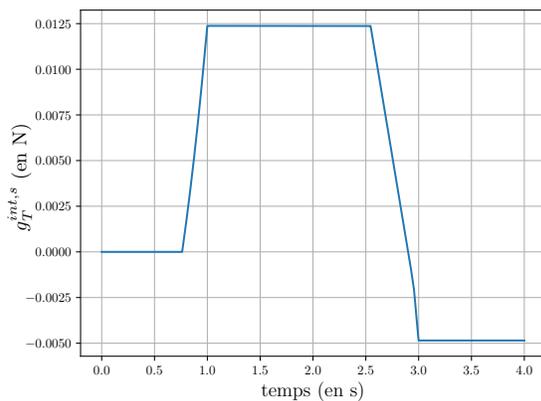
(b) Comportement de l'interface frottante



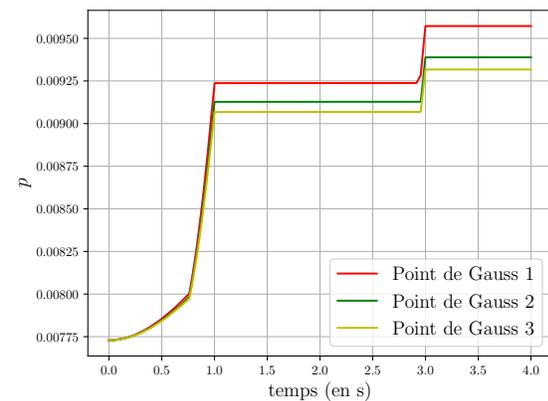
(c) Comportement du boulon



(d) Évolution du moment fléchissant selon la courbure en chaque point de Gauss



(e) Évolution du glissement plastique de l'interface frot-



(f) Évolution de la plasticité cumulée (compression et flexion) en chaque point de Gauss

FIGURE 2.13 – Application d'un effort tranchant pour une précharge égale à 12000 N

## 5 Bilan

L'analyse phénoménologique d'un assemblage boulonné élémentaire a permis de mettre en évidence l'influence de plusieurs phénomènes non-linéaires qui régissent le comportement mécanique de celui-ci. Cependant, la prise en compte de ces phénomènes dans le modèle connecteur est essentielle, en particulier si l'on souhaite retranscrire avec fidélité le comportement de ces assemblages.

Une séparation des phénomènes a ainsi été postulée et une modélisation a été proposée : une loi de comportement d'une poutre de Timoshenko élasto-plastique a été introduite afin de modéliser la vis et l'écrou, et les phénomènes de frottement aux interfaces des éléments assemblés ont été pris en compte dans le plan normal à l'axe du connecteur à travers un opérateur non-linéaire. L'intégration locale des lois de comportement de ces deux modèles a également été proposée. Elle est basée sur des algorithmes de retour radial avec l'utilisation des schémas de type Euler-implicite.

Afin de répondre aux besoins des bureaux d'études, notre objectif était de réaliser une implémentation de ce connecteur dans un logiciel EF industriel (ABAQUS) ce qui fait l'objet du chapitre 3. De plus, une implémentation préalable dans MATLAB d'un modèle de connecteur élémentaire a été réalisée, et a mis en évidence la sensibilité du connecteur aux différents paramètres caractéristiques du modèle de connecteur. C'est pourquoi le chapitre 4 est consacré à formuler une stratégie d'identification des paramètres du connecteur utilisable pour l'ensemble des modèles de liaisons boulonnées.



# Implémentation dans un logiciel industriel

*Ce chapitre a pour objectif de décrire l'implémentation du modèle de connecteur introduit au chapitre 2 dans le logiciel industriel ABAQUS sous la forme d'un élément utilisateur (User-Element ou UEL) codé en FORTRAN 77. Un rappel des principes et de la structure des codes commerciaux industriels est d'abord effectué afin de préciser les variables internes utilisées. L'algorithme final d'intégration du connecteur dans le logiciel ABAQUS est résumé, en précisant les expressions du résidu et de la matrice tangente calculées. Le modèle est validé à travers la comparaison entre le modèle connecteur et un modèle de référence.*

## Sommaire

<b>1</b>	<b>Présentation d'un code industriel et des éléments utilisateurs</b> . . . . .	<b>80</b>
1.1	Généralités sur les solveurs industriels . . . . .	80
1.2	Algorithme de résolution non-linéaire global . . . . .	82
1.3	Présentation de l'élément utilisateur . . . . .	84
<b>2</b>	<b>Arguments d'entrée</b> . . . . .	<b>84</b>
2.1	Propriétés de l'UEL . . . . .	84
2.2	Variables internes . . . . .	85
<b>3</b>	<b>Arguments de sorties</b> . . . . .	<b>86</b>
3.1	Résidu . . . . .	86

3.1.1	Poutre élastoplastique . . . . .	86
3.1.2	Interface frottante . . . . .	87
3.2	Matrice tangente . . . . .	87
3.2.1	Poutre élastoplastique . . . . .	87
3.2.2	Interface frottante . . . . .	88
<b>4</b>	<b>Résumé des algorithmes d'intégration . . . . .</b>	<b>89</b>
4.1	Algorithme d'intégration de la loi élasto-plastique . . . . .	89
4.2	Algorithme d'intégration de l'interface frottante . . . . .	89
4.3	Algorithme général . . . . .	89
<b>5</b>	<b>Validation du modèle de connecteur . . . . .</b>	<b>93</b>
<b>6</b>	<b>Bilan . . . . .</b>	<b>95</b>

## 1 Présentation d'un code industriel et des éléments utilisateurs

Contrairement au modèle du chapitre 2 implémenté sous MATLAB, l'utilisateur d'un code commercial EF tel qu'ABAQUS n'a pas accès à l'intégralité des étapes de résolution du solveur. Par exemple, la gestion des pas de temps n'est pas gérée par l'utilisateur, même si ce dernier peut la paramétrer lors de la mise en données du calcul. De plus, certaines fonctionnalités comme les *UEL* ne sont pas accessibles dans l'interface graphique des logiciels (ABAQUS/CAE dans notre cas). Il est donc indispensable de préalablement étudier la structure générale du solveur d'un code industriel pour être ensuite en mesure d'insérer la routine associée à cet élément utilisateur.

### 1.1 Généralités sur les solveurs industriels

De nombreux codes industriels prenant en compte des modèles non-linéaires ont une architecture logicielle que l'on peut schématiquement représenter selon la Figure 3.1. Dans les méthodes de résolution dites implicites, on cherche à chaque pas de temps (donc à chaque incrément de calcul) une solution en déplacement et en vitesse vérifiant le principe des puissances virtuelles. La présence de non-linéarités dans le problème oblige à une recherche itérative de cette solution, par exemple par une méthode de Newton-Raphson pour une résolution non-linéaire classique. Sur la Figure 3.1, les blocs présentés en rouge sont ceux où l'utilisateur peut ajouter des contributions à l'aide de sous-routines. Ces méthodes sont particulièrement adaptées pour les calculs non-linéaires statiques et transitoires. Le coût de la recherche de la solution à chaque pas de temps, dépend des non-linéarités présentes dans le domaine de calcul, qui peuvent nécessiter un grand nombre d'itérations, voire rendre impossible la convergence de l'algorithme. Il faut aussi tenir compte de la taille du pas de temps : plus ce dernier est grand, plus le suivi des phénomènes non-linéaires va réclamer des itérations et influencer sur le conditionnement de la matrice tangente, qui doit en général être inversée à chaque itération. Enfin, ces méthodes couplées à une discrétisation en élément finis sont sensibles à la qualité du maillage.

La méthode de Newton-Raphson est une généralisation de la méthode de Newton pour la résolution des équations aux dérivées partielles. Elle est très largement utilisée dans les codes de calcul

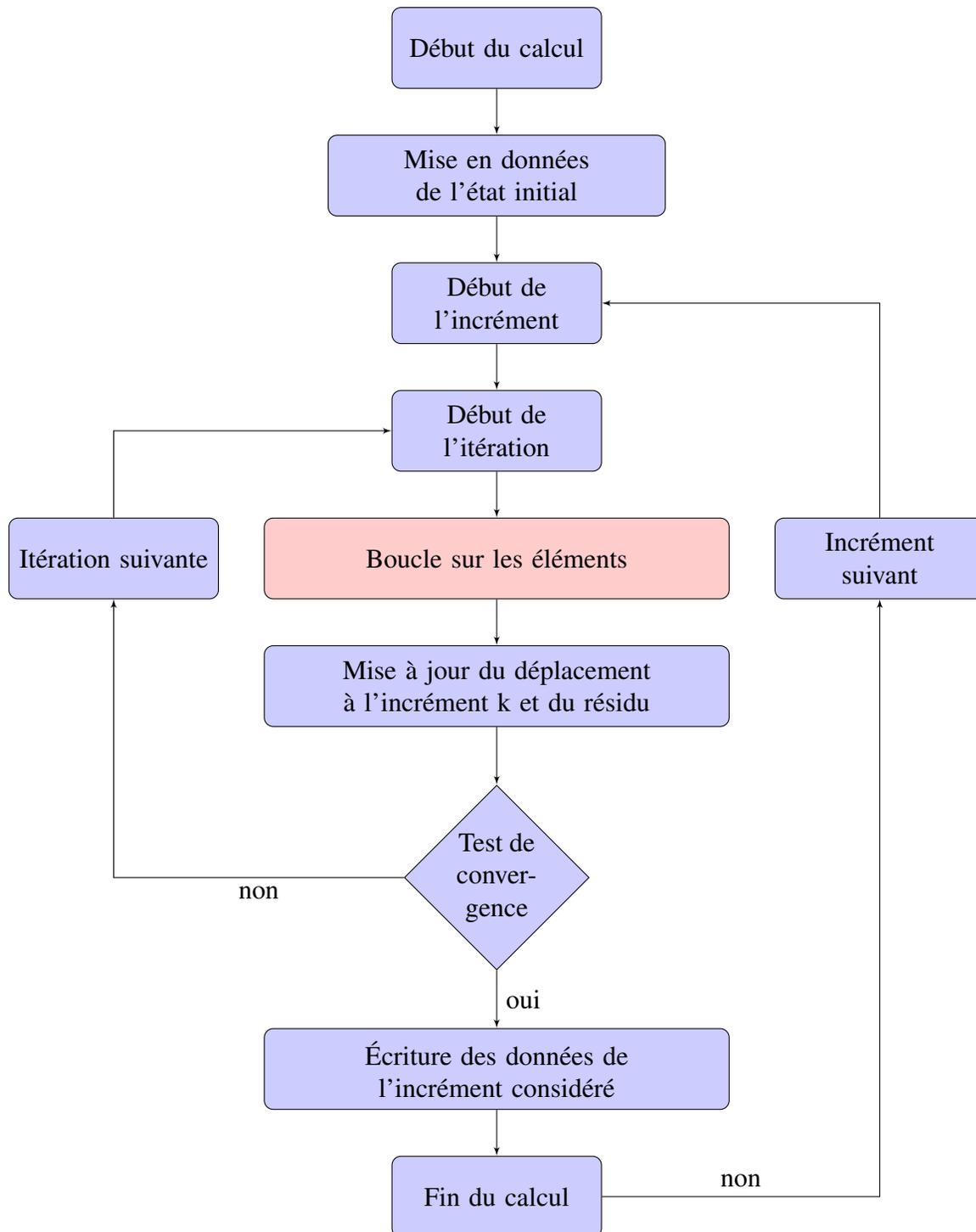


FIGURE 3.1 – Algorithme classique de résolution d'un système non-linéaire de type Newton

industriels pour la résolution de problèmes non linéaires en mécanique du solide. Elle consiste à approcher la solution de manière itérative, en effectuant un développement limité à l'ordre 1 du résidu autour de l'itéré précédent. À chaque itération, la fonction dont on cherche un zéro est linéarisée en l'itéré courant, et l'itéré suivant est pris égal au zéro de la fonction linéarisée. Le problème non-linéaire est ainsi transformé en une suite de problèmes linéaires, résolus de manière à ce que les solutions tendent vers la solution non-linéaire du problème initial. Cette méthode présente l'avantage d'avoir une convergence quadratique dans un voisinage de la solution. Cependant, la convergence d'une telle méthode peut nécessiter jusqu'à une dizaine d'itérations pour converger sur des ordinateurs comportant environ 15 chiffres significatifs.

Pour utiliser cette méthode, il faut donc tout d'abord construire la matrice tangente (ou matrice jacobienne) à chaque itération. Le principal coût en terme de temps de calcul de ces méthodes réside dans l'assemblage puis dans la résolution du problème linéaire associé à la matrice tangente à chaque itération. Il existe alors des méthodes pour ne pas inverser à chaque itération la matrice tangente (méthode de quasi-Newton, Newton augmenté etc) mais la convergence peut s'en trouver dégradée [Crisfield, 1991].

## 1.2 Algorithme de résolution non-linéaire global

La substitution du connecteur à une partie du maillage va avoir des conséquences sur l'assemblage et l'inversion de la matrice tangente du système global. Nous précisons ici l'influence de l'implémentation de notre routine sur l'algorithme de résolution du système.

La sous-routine de l'élément utilisateur doit, à partir des déplacements de l'incrément convergé précédent, calculer une nouvelle matrice tangente et les forces intérieures. Cela permet ensuite à l'algorithme de Newton-Raphson d'itérer afin de déterminer le nouveau champ de déplacement qui feront de nouveau appel à la sous-routine de l'élément utilisateur et ce, jusqu'à la dernière itération du dernier incrément du calcul.

L'élément utilisateur englobe tout le processus du calcul de la matrice tangente et de calcul des forces intérieures. Il est également possible de renseigner en plus un comportement matériau particulier, par exemple sous la forme d'une *UMAT* pour *User MATerial*. Les chargements seront eux insérés avant la résolution du système qui calcule les nouveaux déplacements. On présente ainsi sur la Figure 3.2 le détail de la boucle des éléments de la Figure 3.1. La procédure *UEL* est ainsi appelée à chaque itération du solveur global, et doit fournir pour l'élément considéré un résidu et une matrice tangente. Les procédures de type *UMAT* (ou *VMAT* en dynamique) sont appelées à chaque itération et à chaque point d'intégration (ou point de Gauss) et doivent fournir la contribution de ces derniers au résidu et à la matrice tangente globaux.

La matrice tangente se définit en effet de façon générale à l'aide de la matrice jacobienne comme explicité Figure 3.2. La sous-routine doit aussi renseigner la contribution du résidu de l'élément utilisateur au résidu global du solveur. Dans les Sections 2 et 3, la construction de la matrice tangente et du résidu dans la routine FORTRAN est détaillée, ainsi que les différents choix qui ont été faits pour prendre en compte les phénomènes non-linéaires. Elle s'appuie sur des paramètres de conception et des paramètres à identifier ainsi que sur des variables internes détaillées dans la Section 1.3.

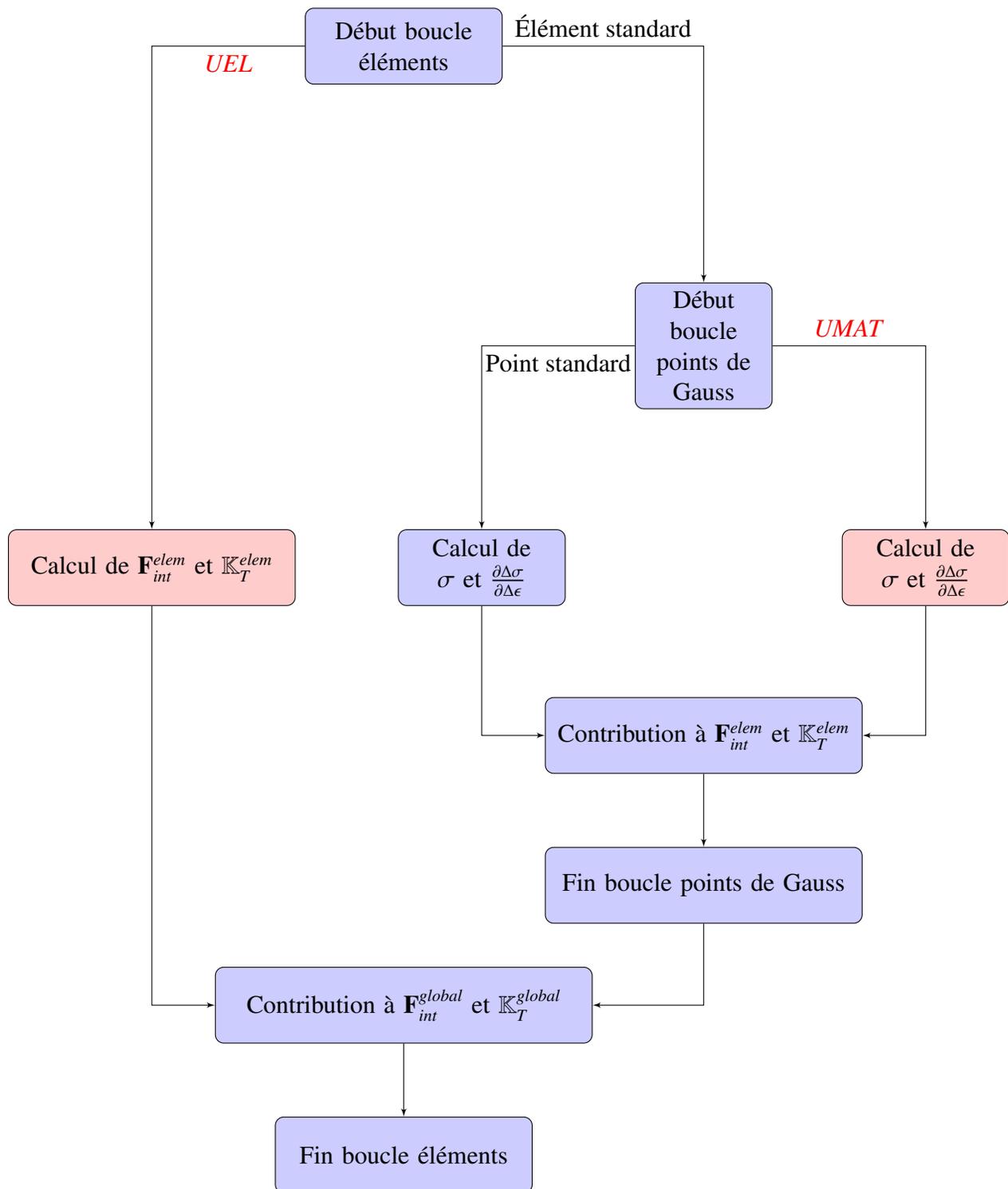


FIGURE 3.2 – Détail de la boucle sur les éléments

### 1.3 Présentation de l'élément utilisateur

Il a donc été choisi d'implémenter le modèle de connecteur sous la forme d'un *UEL* (pour *User Element*)<sup>1</sup>. Nous ne détaillerons pas ici les nombreuses entrées et sorties qui composent un *UEL*, mais seulement celles qui sont utilisées dans notre élément connecteur.

La sous-routine doit être déclarée dans le fichier de mise en données (fichier *.inp*) de la façon suivante :

```
*USER ELEMENT, NODES=2, TYPE=U1001, PROPERTIES=10, COORDINATES=3, VARIABLES=25
1, 2, 3, 4, 5, 6
*ELEMENT, TYPE=U1001, ELSET=UEL1
'numero_element', 'numero_noeud_maitre_1', 'numero_noeud_maitre_2'
*UEL PROPERTY, ELSET=UEL1
'valeurs des paramètre d'entrée du connecteur'
```

À la première ligne, on déclare notamment le nombre de nœuds maîtres du connecteur (2 dans notre cas) mais aussi le nombre de paramètres caractéristiques qui gouvernent les lois de comportement, au nombre de 10 dans notre cas.

Enfin, on déclare un certain nombre (25 dans l'exemple) de *variables internes*, ou *SVARS*, qui sont des emplacements mémoires qui ne seront utilisés en écriture qu'à la convergence, et qui resteront constants entre 2 itérations non convergées. Ces variables peuvent notamment servir à stocker les valeurs plastiques, ou encore pour le post-traitement.

## 2 Arguments d'entrée

### 2.1 Propriétés de l'UEL

Les paramètres numériques décrits comme propriétés de l'UEL (*PROPS*) sont des valeurs constantes tout au long du calcul. Ils sont associés au set d'élément *UEL1*. Cependant, il est possible d'utiliser la même routine pour différents sets d'éléments. On montrera par exemple dans le [chapitre 5](#) qu'on peut définir dans un même fichier *.inp* des connecteurs avec des précharges différentes, en changeant la valeur de *PROPS(3)*.

On rappelle la signification des propriétés utilisées dans l'UEL, en accord avec les lois de comportement implémentées et les paramètres de conception d'un assemblage boulonné élémentaire :

```
** Paramètres d'entrée de la routine :
***** Paramètre de la liaison
** PROPS(1) : Précharge du boulon (N)
***** Paramètres matériau
** PROPS(2) : Module d'Young du boulon (MPa)
** PROPS(3) : Limite élastique (MPa)
** PROPS(4) : Module d'écrouissage de la plasticité (MPa)
```

1. [Documentation ABAQUS sur les User-Element](#)

```

***** Paramètre géométrique
** PROPS(5) : Diamètre de la vis (mm)
***** Paramètres identifiés
** PROPS(6) : Coefficient de frottement de l'interface mu
** PROPS(7) : Raideur de l'interface frottante c_T
** PROPS(8) : Raideur normale c_N
** PROPS(9) : Raideur de torsion c_torsion
** PROPS(10) : Raideur de flexion c_bolt

```

La stratégie d'identification des 5 derniers paramètres est détaillée dans le [chapitre 4](#). Les 2 premiers caractérisent l'interface frottante et les 3 autres le comportement élastique de la poutre de Timoshenko.

## 2.2 Variables internes

Les *SVARS* (ou variables internes) peuvent être considérées comme des paramètres d'entrée mais aussi de sortie de la routine, dans la mesure où les *SVARS* de l'incrément convergé précédent servent de données d'entrée de l'incrément suivant, à condition qu'elles soient mises à jour pour correspondre aux valeurs à la fin de l'itération. De façon similaire aux *PROPS*, elles sont propres à chaque élément connecteur, et peuvent donc varier d'un connecteur à l'autre. Pour notre connecteur, les 25 *SVARS* utilisées sont rangées de la façon suivante :

```

c
c   SVARS(1) = Valeur de l'effort normal à la fin de l'étape de précharge
c
c   SVARS(2) = Composante 1 du glissement plastique de l'interface
c   SVARS(3) = Composante 2 du glissement plastique de l'interface
c   SVARS(4) = Composante 3 du glissement plastique de l'interface
c
c   SVARS(5) = Pt Gauss 1 : epsilon_x_p
c   SVARS(6) = Pt Gauss 1 : chi_y_p
c   SVARS(7) = Pt Gauss 1 : chi_z_p
c   SVARS(8) = Pt Gauss 1 : chi_x_p
c   SVARS(9) = Pt Gauss 1 : rho_y
c   SVARS(10) = Pt Gauss 1 : rho_z
c   SVARS(11) = Pt Gauss 1 : p
c
c   SVARS(12) = Pt Gauss 2 : epsilon_x_p
c   SVARS(13) = Pt Gauss 2 : chi_y_p
c   SVARS(14) = Pt Gauss 2 : chi_z_p
c   SVARS(15) = Pt Gauss 2 : chi_x_p
c   SVARS(16) = Pt Gauss 2 : rho_y
c   SVARS(17) = Pt Gauss 2 : rho_z

```

```

c   SVARS(18) = Pt Gauss 2 : p
c
c   SVARS(19) = Pt Gauss 3 : epsilon_x_p
c   SVARS(20) = Pt Gauss 3 : chi_y_p
c   SVARS(21) = Pt Gauss 3 : chi_z_p
c   SVARS(22) = Pt Gauss 3 : chi_x_p
c   SVARS(23) = Pt Gauss 3 : rho_y
c   SVARS(24) = Pt Gauss 3 : rho_z
c   SVARS(25) = Pt Gauss 3 : p
c

```

### 3 Arguments de sorties

Conformément à ce qui a été vu à la Section 1, la sous-routine doit retourner un résidu et une matrice tangente au solveur global.

#### 3.1 Résidu

La sous-routine implémentée doit être capable de calculer la contribution du connecteur au résidu global. Il s’agit donc, pour les différents phénomènes non-linéaires implémentés, de retourner un vecteur contenant les efforts nodaux en accord avec l’incrément de déplacement nodal.

##### 3.1.1 Poutre élastoplastique

La contribution du boulon aux efforts intérieurs du connecteur est obtenue en calculant les efforts poutre en chaque point de Gauss. Après avoir calculé les quantités plastiques aux différents points de Gauss à l’aide de la prédiction élastique détaillée au chapitre 2, puis en sommant ces efforts en pondérés par les points de Gauss selon le Tableau 3.1, les efforts poutre en chaque point de Gauss sont obtenus avec l’équation 2.6 par

$$\mathbf{t}_i^{bolt} = \mathbb{H}^{bolt} \cdot (\boldsymbol{\epsilon}_i - \boldsymbol{\epsilon}_i^p) \quad (3.1)$$

La contribution  $\mathbf{F}_i^{bolt}$  de chaque point de Gauss aux efforts intérieurs du connecteur s’écrit alors selon (3.2)

$$\mathbf{F}_i^{bolt} = \mathbb{B}^T \left( L \frac{1 + \xi_i}{2} \right) \cdot \mathbb{H} \cdot (\boldsymbol{\epsilon}_i - \boldsymbol{\epsilon}_i^p) \quad (3.2)$$

si bien que les efforts intérieurs de la poutre obtenus s’obtiennent par la relation (3.3)

$$\mathbf{F}^{bolt} = \frac{L}{2} \sum_{i=1}^3 \omega_i \mathbf{F}_i^{bolt} = \frac{L}{2} \sum_{i=1}^3 \omega_i \mathbb{B}^T \left( L \frac{1 + \xi_i}{2} \right) \cdot \mathbb{H} \cdot (\boldsymbol{\epsilon}_i - \boldsymbol{\epsilon}_i^p) \quad (3.3)$$

### 3.1.2 Interface frottante

Les efforts intérieurs de l'interface frottante sont directement calculés après la mise à jour du glissement plastique, à l'aide de l'équation (2.45)

$$\mathbf{t}_T^{int} = c_T(\mathbf{g}_T - \mathbf{g}_T^{int,s}) \quad (3.4)$$

de sorte que les efforts intérieurs de l'interface frottante s'écrivent selon la relation (3.5)

$$\mathbf{F}^{int} = \begin{pmatrix} -\mathbf{t}_T^{int} \\ \mathbf{0}_3 \\ \mathbf{t}_T^{int} \\ \mathbf{0}_3 \end{pmatrix} \quad (3.5)$$

où  $\mathbf{0}_3$  représente un vecteur nul de dimension  $3 \times 1$ .

Le résidu correspondant aux efforts intérieurs du connecteur exprimé par la relation (3.6) est obtenue par sommation des relations (3.3) et (3.5).

$$\mathbf{F} = \mathbf{F}^{bolt} + \mathbf{F}^{int}. \quad (3.6)$$

## 3.2 Matrice tangente

### 3.2.1 Poutre élastoplastique

Pour le modèle de poutre de Timoshenko élasto-plastique, la matrice tangente est obtenue par intégration sur la longueur de la poutre du module élastoplastique comme décrit dans l'équation (3.7) :

$$\mathbb{K}_T^{bolt} = \int_0^L \mathbb{B}^T(x) \cdot \mathbb{H}^{bolt,ep}(x) \cdot \mathbb{B}(x) dx \quad (3.7)$$

où  $\mathbb{B}(x)$  représente la matrice reliant les déplacements nodaux de l'élément connecteur  $\mathbf{u}$  aux déformations généralisées à l'abscisse  $x$ , telle que

$$\boldsymbol{\epsilon}(x) = \mathbb{B}(x) \cdot \mathbf{u} \quad (3.8)$$

L'expression de la matrice  $\mathbb{B}(x)$  pour une poutre de Timoshenko est rappelée dans l'Annexe A. On rappelle dans le Tableau 3.1 les points de Gauss et les poids de Gauss associés pour 1, 2 et 3 points de Gauss pour le calcul d'une intégrale sur l'intervalle  $[-1; 1]$ . Au sein de la sous-routine, l'intégration exacte sur la longueur de la poutre est réalisée à l'aide de 3 points de Gauss, puisque les fonctions de forme utilisées pour pouvoir prendre en compte le phénomène de flexion sont de degré 3 (voir Annexe A).

Un changement de variable doit ensuite être effectué des bornes  $[-1; 1]$  vers les bornes  $[0; L]$ . Il vient

$$\int_0^L f(x) dx = \frac{L}{2} \int_{-1}^1 f\left(\frac{1+\xi}{2}L\right) d\xi \approx \frac{L}{2} \sum_{i=1}^3 \omega_i f\left(\frac{1+\xi_i}{2}L\right) \quad (3.9)$$

Points de Gauss et poids de Gauss associés		
Nombre	$\xi_i$	$\omega_i$
1	0	2
2	$\pm \sqrt{\frac{1}{3}}$	1
3	0	$\frac{8}{9}$
	$\pm \sqrt{\frac{3}{5}}$	$\frac{5}{9}$

TABLE 3.1 – Points de Gauss et poids de Gauss associés

Finalement, la matrice tangente de l'élément poutre élasto-plastique est obtenue en estimant pour chaque point  $i \in [1, 3]$  le module tangent élasto-plastique  $\mathbb{H}_i^{bolt,ep}$ , puis en intégrant sur les points de Gauss par la relation :

$$\mathbb{K}_T^{bolt} = \frac{L}{2} \sum_{i=1}^3 \omega_i \cdot \mathbb{B} \left( \frac{1 + \xi_i}{2} L \right)^T \cdot \mathbb{H}_i^{bolt,ep} \cdot \mathbb{B} \left( \frac{1 + \xi_i}{2} L \right) \quad (3.10)$$

**Remarque** : les relations reliant les arguments d'entrée du connecteur  $c_N$ ,  $c_{torsion}$  et  $c_{bolt}$  à la matrice tangente de l'élément sont explicitées dans l'Annexe A.

### 3.2.2 Interface frottante

On rappelle les résultats du chapitre 2 concernant le module tangent de l'interface frottante : dans le cas d'un incrément purement élastique, et dans le cas où l'on néglige les variations dues à l'effort normal  $p_N$ , on a simplement la relation

$$\mathbf{t}_T^{int} = c_T \mathbf{g}_T \quad (3.11)$$

alors que dans le cas non-linéaire, il a pour expression

$$\mathbf{t}_T^{int} = c_T (\mathbb{I} - \mathbf{n}_T \otimes \mathbf{n}_T) \mathbf{g}_T \quad (3.12)$$

De plus, en accord avec le saut de déplacement tangentiel introduit au chapitre 2, on introduit la matrice  $\mathbb{P}_T$  permettant d'obtenir l'expression de  $\mathbf{g}_T$  à partir des vecteurs de déplacement nodaux généralisés des nœuds maîtres  $\mathbf{u}_1$  et  $\mathbf{u}_2$ , de telle sorte que :

$$\begin{pmatrix} \mathbf{g}_T \\ \mathbf{0}_3 \end{pmatrix} = \mathbb{P}_T \cdot (\mathbf{u}_2 - \mathbf{u}_1) \quad \text{avec} \quad \mathbb{P}_T = \begin{pmatrix} (\mathbb{I} - \mathbf{n} \otimes \mathbf{n}) & \mathbb{O}_{3 \times 3} \\ \mathbb{O}_{3 \times 3} & \mathbb{O}_{3 \times 3} \end{pmatrix} \quad (3.13)$$

où  $\mathbf{n}$  représente la normale colinéaire à l'axe du boulon,  $\mathbf{n}_T$  la direction de glissement de l'interface frottante, contenue dans le plan normal à  $\mathbf{n}$ , et  $\mathbb{O}_{3 \times 3}$  la matrice nulle de dimension  $3 \times 3$ .

La matrice tangente de l'interface frottante s'exprime alors simplement en fonction de  $\mathbb{P}_T$  : dans le cas élastique, la matrice tangente élastique s'écrit

$$\mathbb{K}_T^{int} = c_T \begin{pmatrix} \mathbb{P}_T & -\mathbb{P}_T \\ -\mathbb{P}_T & \mathbb{P}_T \end{pmatrix} \quad (3.14)$$

De façon analogue, dans le cas du glissement de l'interface, la matrice tangente s'exprime en fonction de  $\mathbb{P}_T$  et de la direction de glissement  $\mathbf{n}_T$  par

$$\mathbb{K}_T^{int} = c_T \begin{pmatrix} \mathbb{P}_T \\ -\mathbb{P}_T \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} (\mathbb{I} - \mathbf{n}_T \otimes \mathbf{n}_T) & \mathbb{O}_{3 \times 3} \\ \mathbb{O}_{3 \times 3} & \mathbb{O}_{3 \times 3} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \mathbb{P}_T & -\mathbb{P}_T \end{pmatrix} \quad (3.15)$$

La matrice tangente du connecteur exprimée en (3.16) s'obtient par (3.10) et (3.15).

$$\mathbb{K}_T = \mathbb{K}_T^{bolt} + \mathbb{K}_T^{int} \quad (3.16)$$

## 4 Résumé des algorithmes d'intégration

### 4.1 Algorithme d'intégration de la loi élasto-plastique

La procédure exécutée par le connecteur lors de chaque passage dans la routine pour l'intégration de la loi de comportement élasto-plastique du boulon est résumée dans l'Algorithme 3.3. Les cadres comportant un fond rouge sont effectués pour chaque point de Gauss, et ceux avec un fond bleu correspondent aux étapes d'assemblage.

### 4.2 Algorithme d'intégration de l'interface frottante

De façon analogue à la loi de comportement élasto-plastique de la poutre, on résume dans l'algorithme 3.4 les procédures effectuées à chaque passage du solveur ABAQUS dans la sous-routine afin de prendre en compte les phénomènes au voisinage de l'interface frottante à l'intérieur du connecteur.

### 4.3 Algorithme général

Au bilan, toutes les opérations listées dans l'algorithme 3.5 sont effectuées à chaque appel par le solveur dans la sous-routine. Dans la suite, le repère dit *global* correspond au repère courant d'ABAQUS, *a priori* inconnu de la sous-routine. Le repère dit *local* correspondra au repère où l'axe  $\mathbf{x}$  est confondu avec la normale  $\mathbf{n}$  du connecteur. Des tests élémentaires non présentés ici ont permis de valider cette approche avec des connecteurs ayant pour axe une direction quelconque. Il faudra donc calculer la matrice de passage du repère *global* vers le repère *local* à chaque passage dans la sous-routine, puisque des connecteurs avec des directions normales différentes peuvent être présents dans une même simulation.

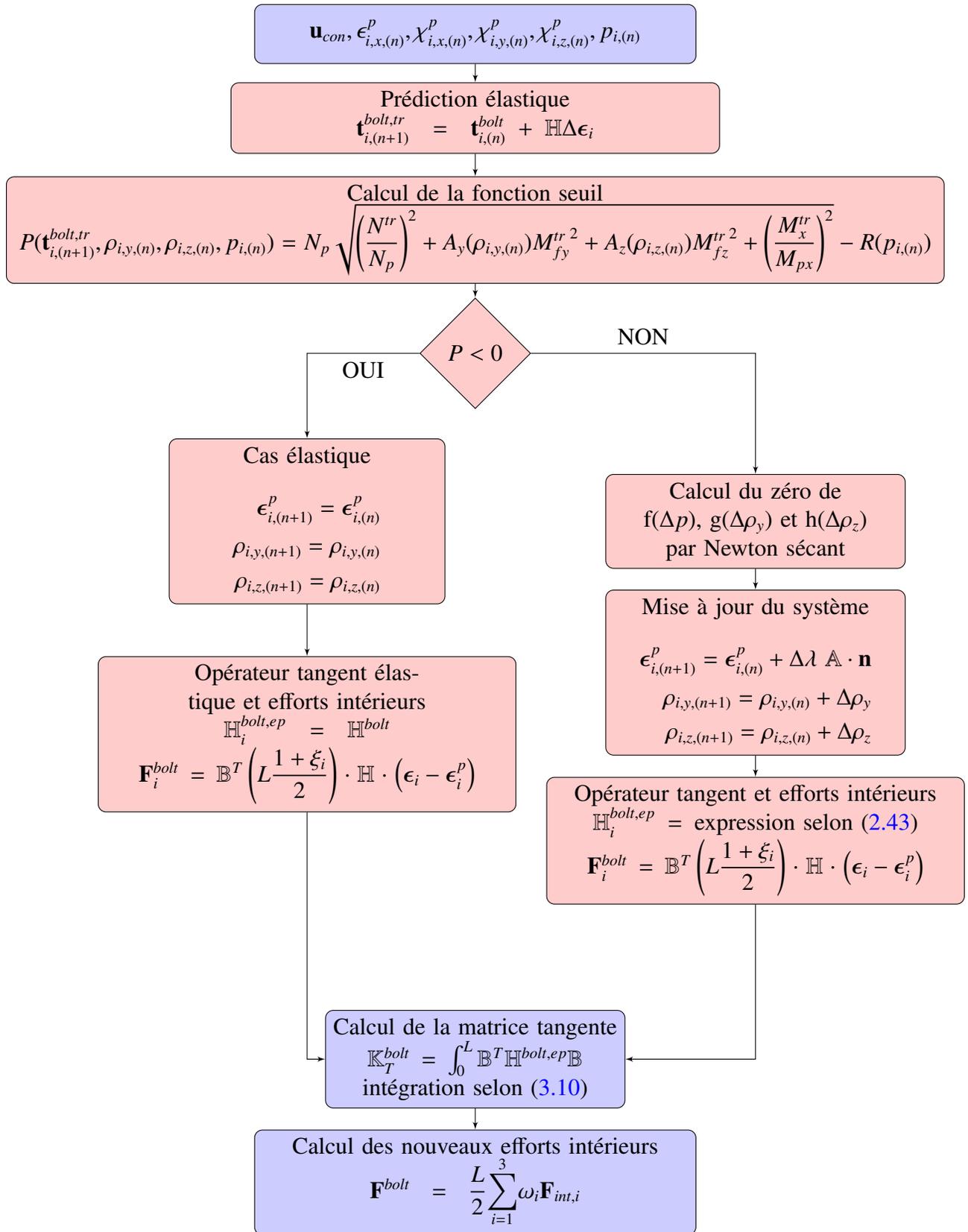


FIGURE 3.3 – Algorithme d'intégration de la poutre élasto-plastique de Timoshenko

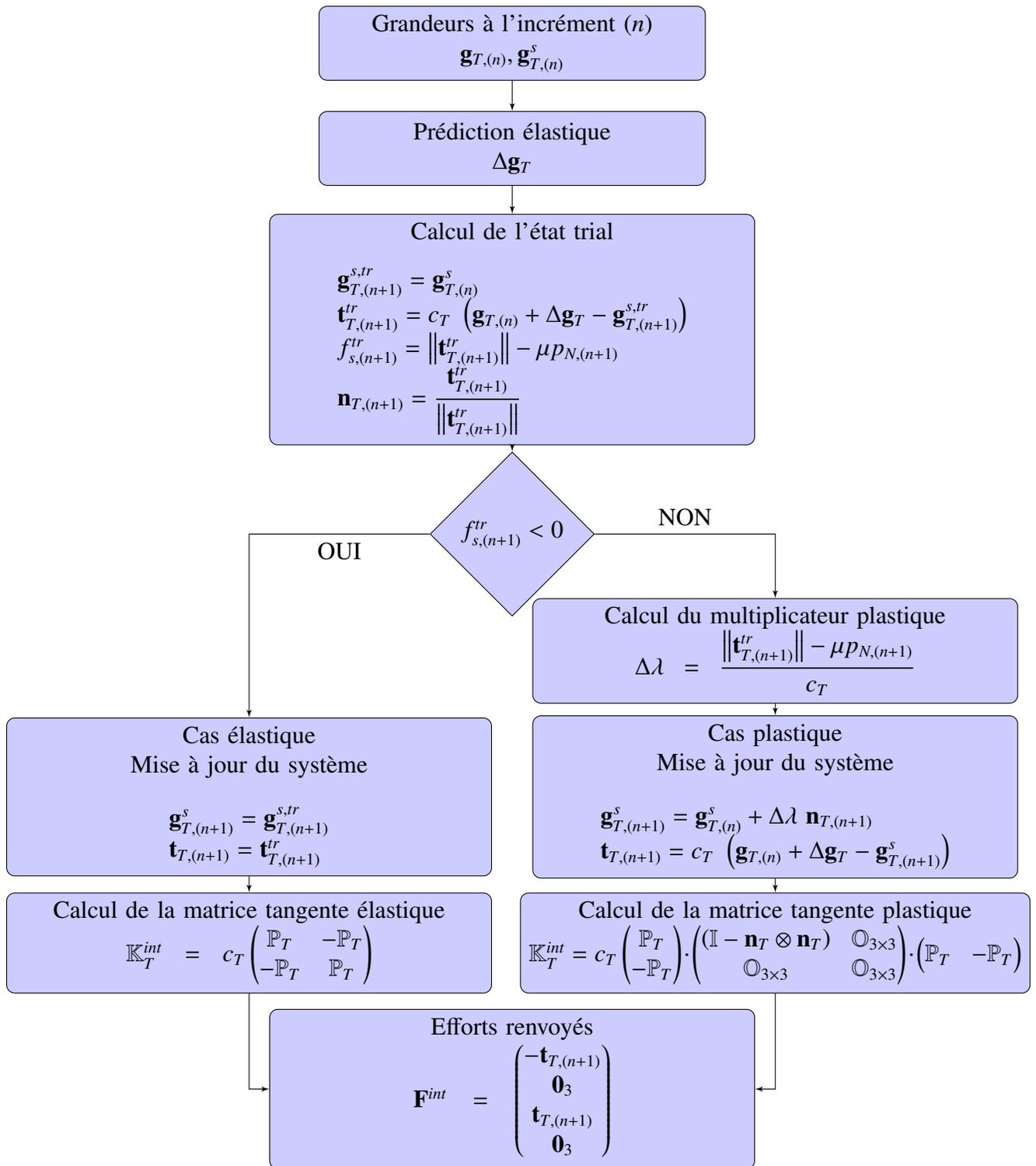


FIGURE 3.4 – Algorithme d'intégration de la loi de frottement de Coulomb dans le connecteur

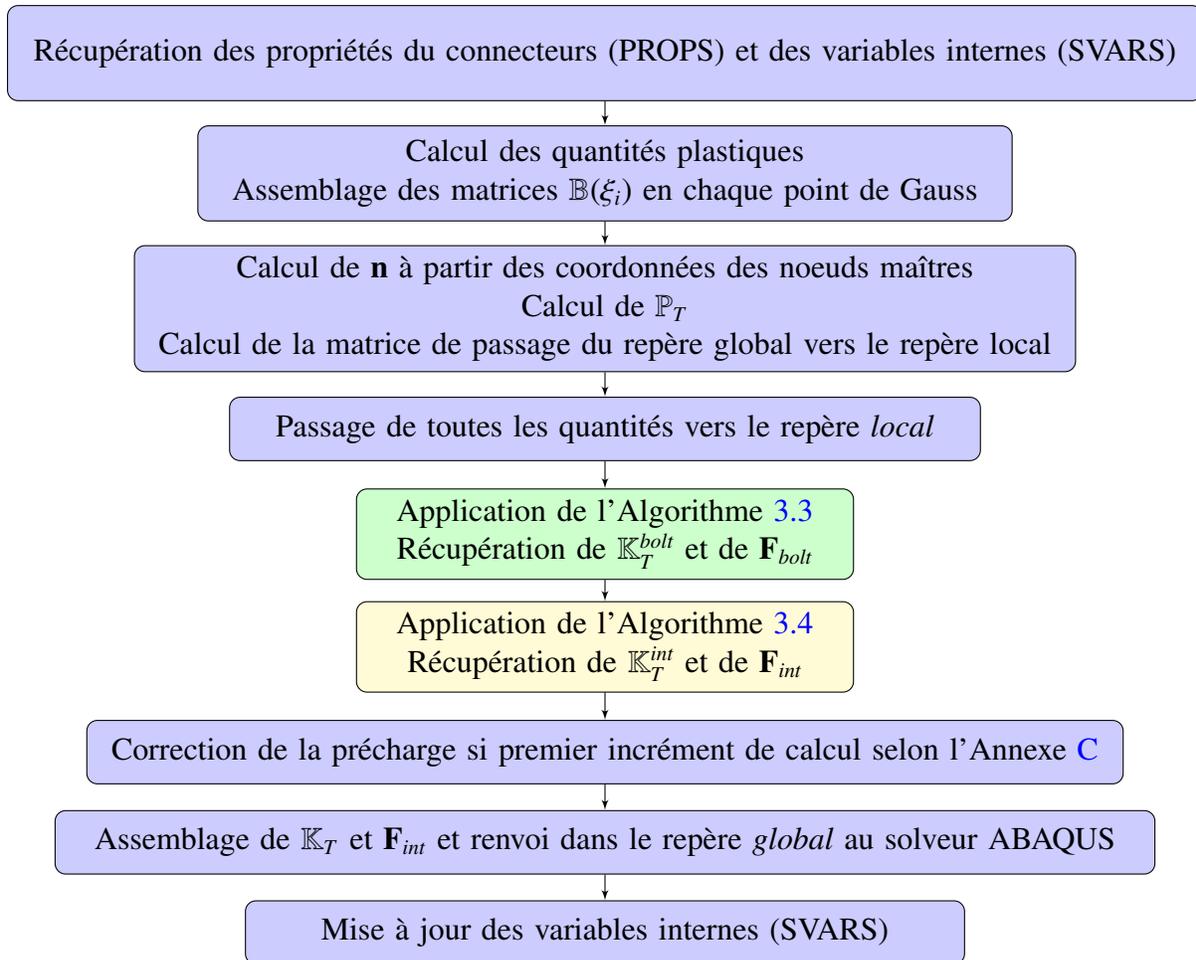


FIGURE 3.5 – Algorithme d'intégration général du connecteur

## 5 Validation du modèle de connecteur

L'algorithme doit enfin être validé sur un exemple élémentaire. Nous proposons ici un modèle équivalent à celui présenté Figure 2.11, c'est-à-dire un élément à 2 nœuds reliés uniquement par le connecteur. Le nœud 1 sera encastré et on applique un cycle de charge-décharge de cisaillement au nœud 2 afin de vérifier qu'il rend bien compte du comportement désiré.

Six simulations ont été réalisées en faisant varier 2 paramètres : (i) la valeur de la précharge appliquée (la Figure 3.6 présente les simulations pour une précharge égale à 10 kN, tandis que la Figure 3.7 donne les résultats obtenus pour une précharge de 12 kN) qui permet d'apprécier le comportement de l'interface frottante (ii) la valeur de la limite élastique du boulon (avec les 3 valeurs 400 MPa, 530 MPa et 800 MPa) qui permet d'évaluer le comportement du boulon élasto-plastique.

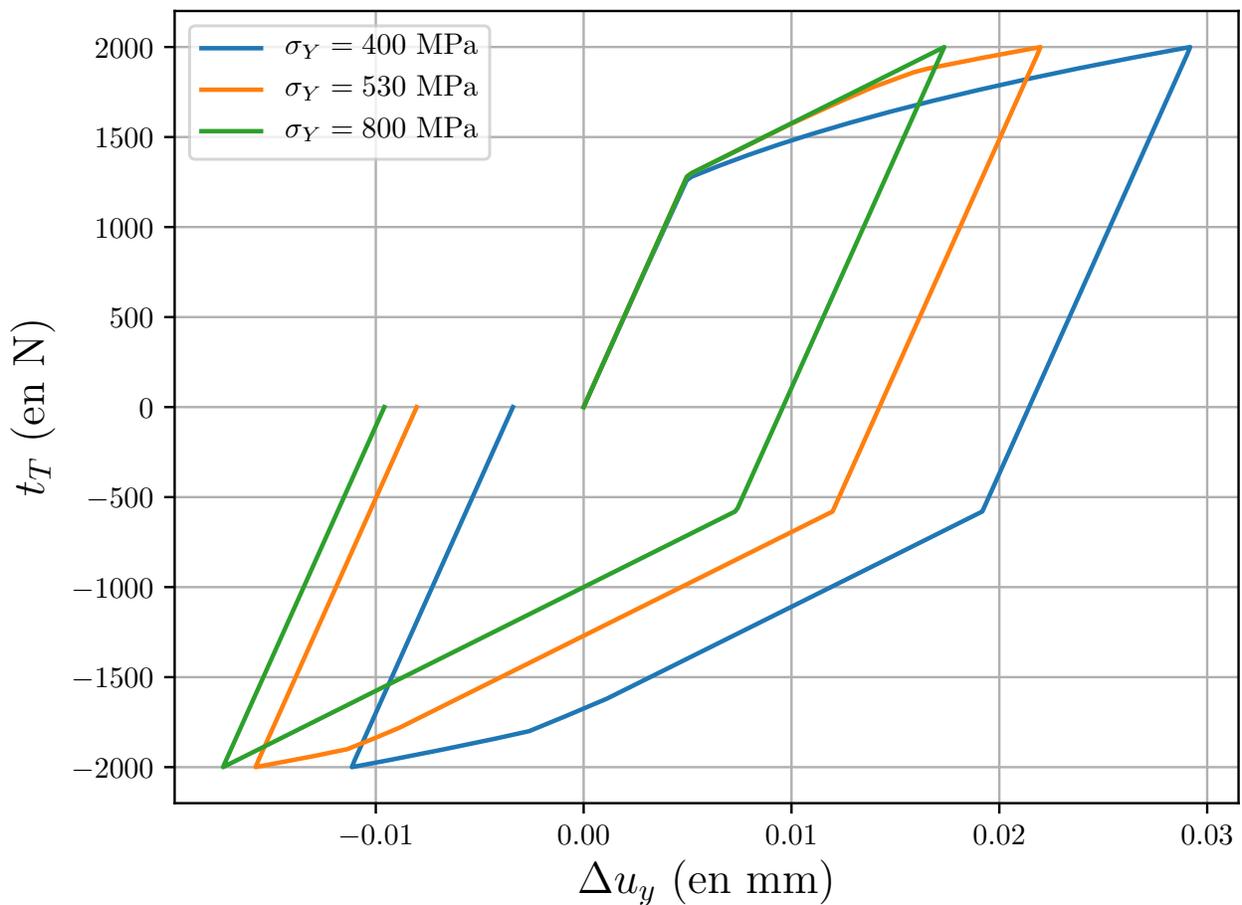


FIGURE 3.6 – Validation du connecteur pour une précharge égale à 10 kN

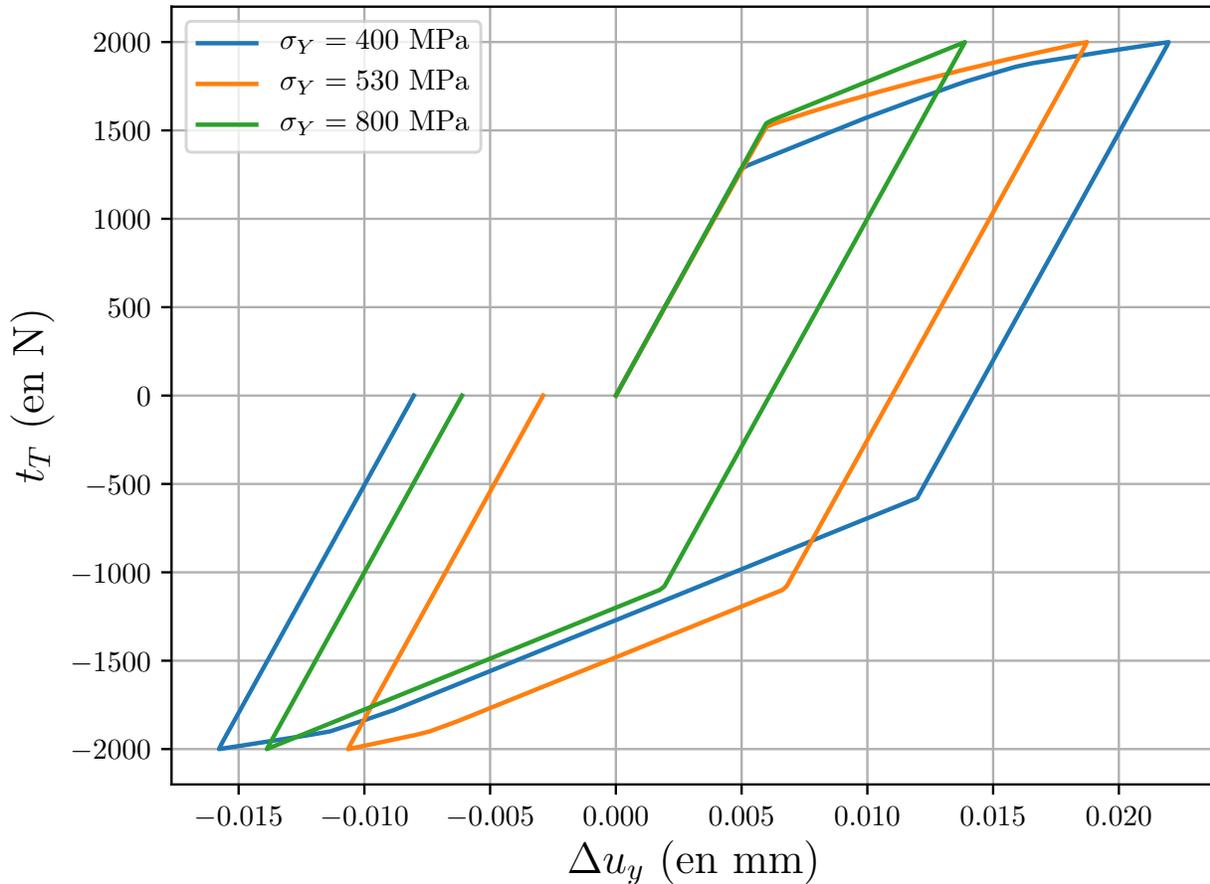


FIGURE 3.7 – Validation du connecteur pour une précharge égale à 12 kN

La valeur de limite élastique  $\sigma_y = 400$  MPa amène à une plastification du boulon pour les 2 valeurs de précharge, modifiant alors le comportement du boulon pendant la phase de cisaillement.

Pour une valeur de limite élastique  $\sigma_y = 800$  MPa, il n'y a pas de plastification du boulon pendant la phase de cisaillement pour les 2 valeurs de précharge, amenant alors à un comportement uniquement bi-linéaire de l'assemblage (phase d'adhérence et phase de glissement de l'interface frottante).

Enfin, pour la valeur de limite élastique  $\sigma_y = 530$  MPa, la plastification du boulon intervient plus tôt pour une précharge de 12 kN que pour une précharge de 10 kN, puisque les efforts de compression  $y$  sont plus importants. On remarquera d'ailleurs que la simulation effectuée avec une précharge de 10 kN et une limite élastique de 530 MPa est identique à celle du modèle MATLAB proposé dans la Section 4 du chapitre 2. De façon analogue, les résultats des simulations MATLAB et ABAQUS pour une précharge de 12 kN et 530 MPa sont identiques. Ces résultats valident l'implémentation du connecteur dans le logiciel ABAQUS.

## 6 Bilan

Dans ce chapitre, nous avons présenté l'implémentation du modèle de connecteur dans le logiciel industriel ABAQUS sous la forme d'un élément utilisateur (*User-Element* ou *UEL*) codé en FORTRAN 77. L'étude de la structure d'un solveur industriel tel que celui utilisé dans les logiciels commerciaux a permis de mettre en évidence les principes d'implémentation utilisés pour le modèle décrit dans le chapitre 2.

L'utilisation de paramètres d'entrée à fort sens physique facilitera l'implémentation de ce type de connecteur dans d'autres logiciels industriels reposant sur des structures proches. Il est par exemple tout à fait envisageable de transférer la routine vers le logiciel SAMCEF sans en réécrire l'intégralité, comme cela avait été le cas par exemple pour celle issue des travaux de [Soulé de Lafont, 2017] dans le cadre du projet FUI CARAB.

L'intégration finale de l'algorithme du connecteur dans le code industriel ABAQUS a été réalisée notamment en prenant en compte les lois de comportement énoncées au chapitre 2.

Des tests de qualification et de validation du connecteur ont été réalisés et permettent d'illustrer l'influence des différents paramètres caractéristiques du connecteur.

La sensibilité du comportement global de l'assemblage à ces différents paramètres nécessite alors une stratégie robuste pour les identifier de manière précise. C'est l'objet du chapitre suivant, qui propose une méthodologie adaptée, ainsi qu'une étude paramétrique permettant de mettre en évidence le sens physique de ces derniers.



# Stratégie d'identification des paramètres du connecteur

*Ce chapitre présente une stratégie d'identification des paramètres du connecteur. Ces derniers sont liés aux différents modèles de comportement présentés aux chapitres précédents, et sont également des paramètres utilisés par les ingénieurs dans le dimensionnement des assemblages. La méthode d'identification s'appuie sur un modèle générique d'assemblage boulonné. On expose dans une première partie l'identification des paramètres associées aux phénomènes de frottement à l'interface des éléments assemblés, ainsi que ceux caractérisant le comportement élastique du boulon. Une étude paramétrique de certains de ces paramètres est ensuite présentée. Les paramètres régissant la plastification progressive de la section du boulon sont ensuite déterminés. Pour chaque étape, des comparaisons du modèle connecteur avec le modèle générique ont été réalisées et permettent de valider l'approche proposée.*

## Sommaire

---

<b>1</b>	<b>Paramètres du modèle</b> . . . . .	<b>98</b>
<b>2</b>	<b>Méthodologie d'identification des paramètres</b> . . . . .	<b>99</b>
2.1	Comportement en traction/compression . . . . .	101

2.2	Comportement en torsion . . . . .	102
2.3	Comportement en flexion . . . . .	104
2.4	Discussion sur l'interprétation physique des paramètres du connecteur . . . . .	108
<b>3</b>	<b>Analyse paramétrique des paramètres identifiés . . . . .</b>	<b>109</b>
3.1	Dépendance de $\mu$ . . . . .	109
3.2	Dépendance de $c_T$ . . . . .	112
3.3	Dépendance de $c_{bolt}$ . . . . .	114
3.4	Bilan des différentes dépendances . . . . .	116
<b>4</b>	<b>Dépendance au maillage . . . . .</b>	<b>118</b>
4.1	Présentation . . . . .	118
4.2	Résultats de l'étude . . . . .	119
<b>5</b>	<b>Validation sur un modèle de référence . . . . .</b>	<b>121</b>
5.1	Présentation des modèles utilisés . . . . .	121
5.2	Comparaison des réponses . . . . .	122
<b>6</b>	<b>Calibration des paramètres régissant la plasticité . . . . .</b>	<b>122</b>
6.1	Modèle analytique . . . . .	123
6.2	Comparaison avec le modèle proposé . . . . .	124
<b>7</b>	<b>Bilan . . . . .</b>	<b>125</b>

## 1 Paramètres du modèle

Le choix du modèle de connecteur a été détaillé dans le [chapitre 2](#) et son implémentation a été explicitée dans le [chapitre 3](#). Pour rappel, 10 paramètres d'entrée du connecteur gouvernent son comportement global. Dans la suite, on différenciera les *paramètres de conception*, qui sont des paramètres fournis par l'utilisateur et qui sont en lien avec les caractéristiques géométriques et matérielles du boulon, des *paramètres identifiés*, qui nécessitent une stratégie d'identification adaptée qui est l'objet de cette section.

Une étude de la dépendance des *paramètres identifiés* à certains *paramètres de conception* est proposée dans la Section 3.

Les *paramètres de conception* utilisés en entrée de la routine sont au nombre de 5.

- La précharge imposée au boulon  $P_C$  (1) est un paramètre à fixer par l'ingénieur.
- Les propriétés matériau à renseigner sont le module d'Young du matériau du boulon  $E$  (2), sa limite élastique  $\sigma_Y$  (3) et son module d'écrouissage  $H$  (4).
- Le diamètre de la vis  $D$  (5).

On dénombre ensuite 5 *paramètres identifiés*. Ils traduisent la physique de la liaison et se regroupent comme détaillé ci-dessous.

Le comportement de l'interface frottante nécessite l'identification de 2 paramètres.

- La fonction seuil de type Coulomb déterminant le passage de la phase d'adhérence à la phase de micro-glisement s'exprime en fonction d'un paramètre de conception (la précharge notée  $P_C$  fixée par l'utilisateur) et du paramètre identifié  $\mu$  (6), homogène à un coefficient de frottement.

- La phase d'adhérence des 2 éléments boulonnés, avant que le seuil d'effort tangentiel ne soit atteint, est représentée par une raideur tangentielle d'interface notée  $c_T$  (7).

En parallèle de ces phénomènes, les paramètres identifiés pour rendre compte du comportement élastique du boulon doivent être cohérents avec les différents modes de chargement de l'assemblage, à savoir la traction/compression, la torsion et la flexion. Les paramètres "poutres" identifiés reflètent ainsi les différentes modes de comportement de la liaison, à savoir :

- une raideur normale  $c_N$  (8),
- une raideur de flexion  $c_{bolt}$  (9),
- une raideur de torsion  $c_{torsion}$  (10).

## 2 Méthodologie d'identification des paramètres

Les paramètres qui nécessitent d'être identifiés doivent être cohérents avec les différents modes de chargement de l'assemblage :

- des quantités liées au comportement normal du connecteur : une rigidité normale  $c_N$  pour le comportement en traction/compression et une rigidité  $c_{torsion}$  pour les charges de torsion dans la direction colinéaire à l'axe du boulon,
- une rigidité  $c_{bolt}$  liée au comportement de la poutre de Timoshenko en flexion,
- une raideur  $c_T$  associé aux phénomènes de frottement à l'interface entre les plaques assemblées,
- un paramètre  $\mu$ , homogène à un coefficient de frottement, et associée à la fonction de seuil régissant les phénomènes de micro-glissement.

Les expressions des matrices tangentes qui en découlent sont rappelées dans l'Annexe C.

Ces paramètres font l'objet de nombreux travaux académiques [Alkatan et al., 2007, Huth, 1986, Tate M.B., 1946, VDI-Richtlinien, 2003] qui fournissent parfois des modèles analytiques. Cependant, le choix de modélisation qui consiste à simplifier la géométrie de l'élément fileté et de l'écrou par une poutre à section circulaire constante nécessite une stratégie d'identification plus précise. La stratégie présentée propose d'identifier tous ces paramètres à partir d'un modèle EF 3D de référence d'un assemblage boulonné élémentaire, supposé être représentatif de ceux utilisés dans une structure boulonnée plus importante.

Un exemple de valeurs numériques résultant de la stratégie d'identification est présentée dans la Section 2.4. La stratégie d'identification a été appliquée à un assemblage élémentaire. Les dimensions du boulon et des plaques sont présentées sur la Figure 4.1. De plus, les plaques assemblées sont en aluminium ( $E = 70$  GPa,  $\nu = 0,3$ ) et le boulon est en acier ( $E = 210$  GPa,  $\nu = 0,3$ ).

Les modes de chargement d'un assemblage ont été séparés en trois modes élémentaires qui sont la traction/compression, la torsion et le cisaillement. La stratégie d'identification proposée est donc basée sur des simulations qui isolent la contribution de chacun des modes au comportement global de l'assemblage avec différentes conditions aux limites et chargements.

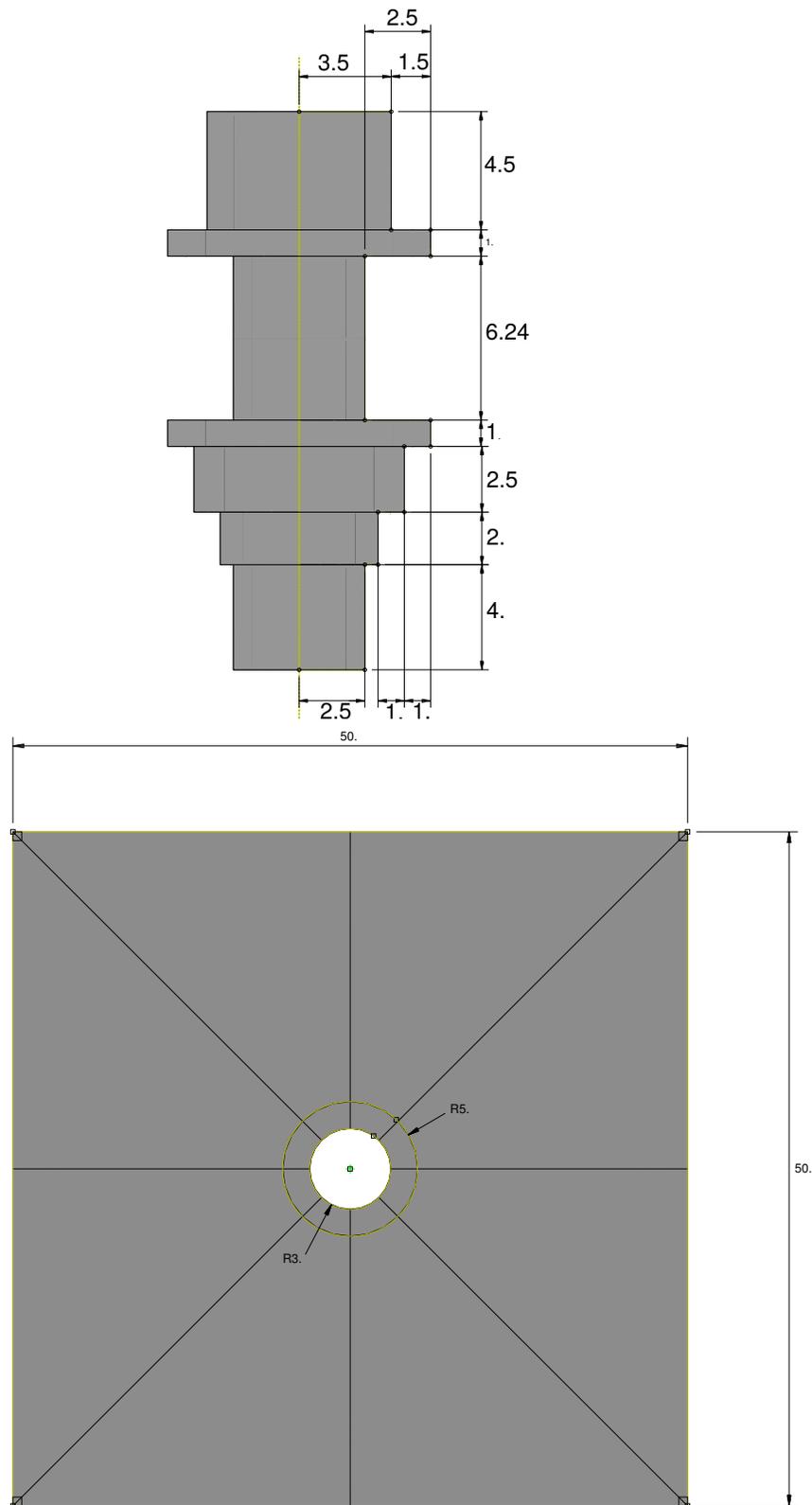


FIGURE 4.1 – Dimensions des éléments assemblés

## 2.1 Comportement en traction/compression

La rigidité normale ou axiale illustre le comportement de l'assemblage lorsque le boulon est sollicité en traction ou en compression. Elle est déterminée à l'aide des conditions aux limites et chargements proposés Figure 4.2. La modélisation des éléments qu'assemblent la vis et l'écrou permet non seulement d'apprécier la déformation sous tête de vis et sous écrou, mais également d'évaluer le comportement du boulon dans son environnement réel.

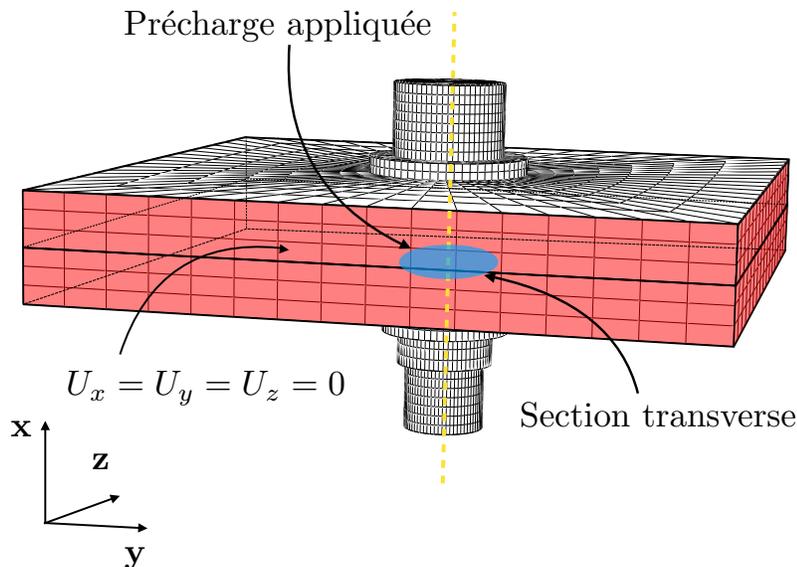


FIGURE 4.2 – Conditions aux limites et chargement imposés pour identifier le comportement en traction/compression

L'identification de  $c_N$  est effectuée en mesurant le déplacement moyen des nœuds de plaques situés sous la tête de vis et sous l'écrou comme indiqué en Figure 2.2a pour une valeur de précharge fixée. La précharge est appliquée à l'aide de l'outil *Bolt Load*<sup>1</sup> disponible dans ABAQUS. Les dimensions du boulon sont indiquées Figure 4.1. Ce dernier permet d'imposer la précharge sur une section transverse du boulon, située à égale distance de la tête de vis et de l'écrou, et normale à l'axe du boulon. La Figure 4.3 représente l'évolution de la précharge appliquée en fonction du saut de déplacement normal  $g_N$ .

Dans un contexte industriel, le boulon n'est pas supposé plastifier pendant l'instauration de la précharge. Plusieurs simulations ont été réalisées avec des valeurs de précharge variées. L'hypothèse de la non-plastification pour cette phase de précharge est alors validée par le fait que la courbe représentée Figure 4.3 demeure linéaire.

La raideur normale est donc déterminée par la pente de la droite de la Figure 4.3, égale dans notre cas à  $2,56 \cdot 10^6 \text{ N}\cdot\text{mm}^{-1}$ . Son interprétation physique est discutée dans la Section 2.4 de ce chapitre.

1. [Documentation ABAQUS sur l'outil Bolt Load](#)

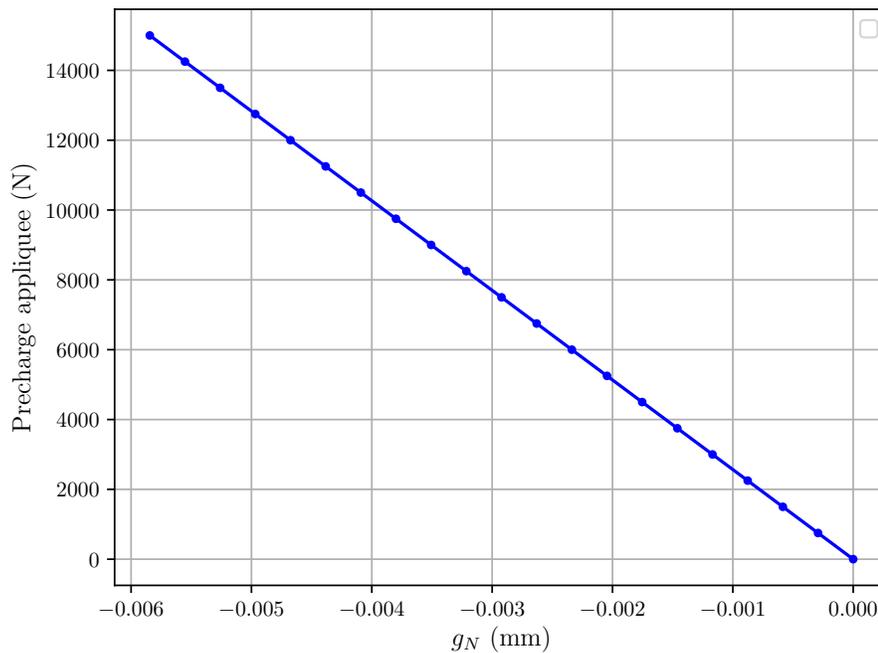


FIGURE 4.3 – Évolution de la précharge appliquée en fonction du saut de déplacement  $g_N$

## 2.2 Comportement en torsion

On identifie ensuite le comportement en torsion du boulon. Pour ce faire, nous allons encore utiliser le modèle générique élémentaire. On souhaite s'affranchir des phénomènes de frottement au voisinage de la liaison, pour identifier uniquement le comportement du boulon. Pour cela, on impose des conditions de contact sans frottement à l'interface des éléments assemblés. La plaque inférieure est encastree sur toute sa surface inférieure. Afin de bloquer les mouvements de corps rigide, un raccord rigide nœud à nœud est imposé :

- sous tête de vis entre les nœuds (maîtres) de la vis et ceux (esclaves) de la plaque supérieure ;
- sous écrou entre les nœuds (maîtres) de l'écrou et ceux (esclaves) de la plaque inférieure.

Aucune précharge n'est appliquée lors de cette simulation. Le chargement appliqué est un moment  $\mathbf{M}_{impose} = M_x \mathbf{x}$  à un nœud maître situé au centre de la plaque supérieure, lui même relié par un raccord cinématique à la surface représentée en jaune comme représenté Figure 4.4.

On utilise ensuite les résultats des simulations numériques de référence, de façon analogue au comportement en traction, pour déterminer le saut de rotation des nœuds maîtres comme indiqué sur la Figure 2.2a. Le coefficient  $c_{torsion}$  est alors déterminé en calculant la pente de la courbe représentant l'évolution du moment imposé en fonction du saut de rotation  $\Delta\theta_x$ . Les résultats présentés Figure 4.5 amènent ainsi à  $c_{torsion} = 6,04 \cdot 10^6$  N.mm.

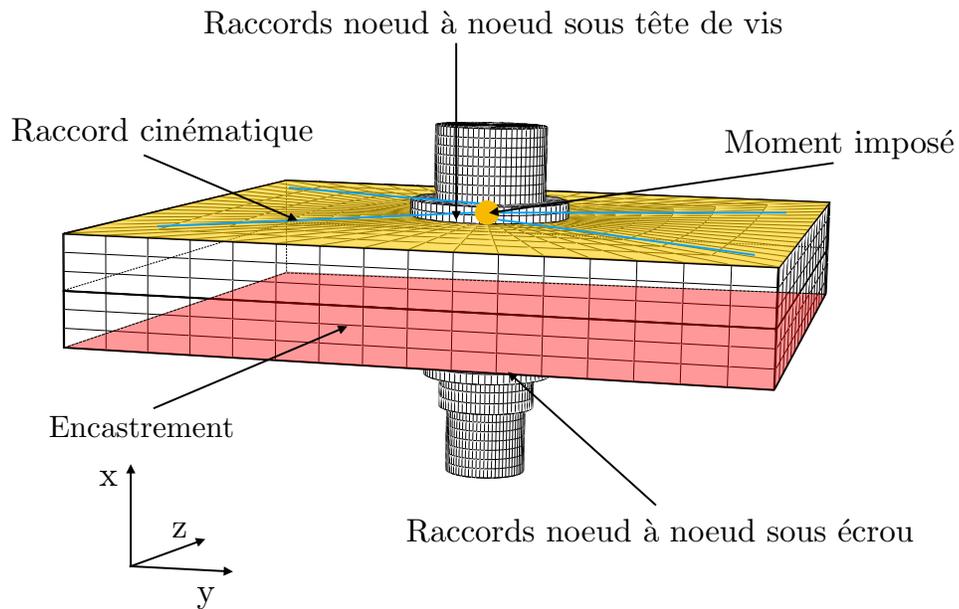


FIGURE 4.4 – Conditions aux limites et chargement imposés pour identifier le comportement en torsion

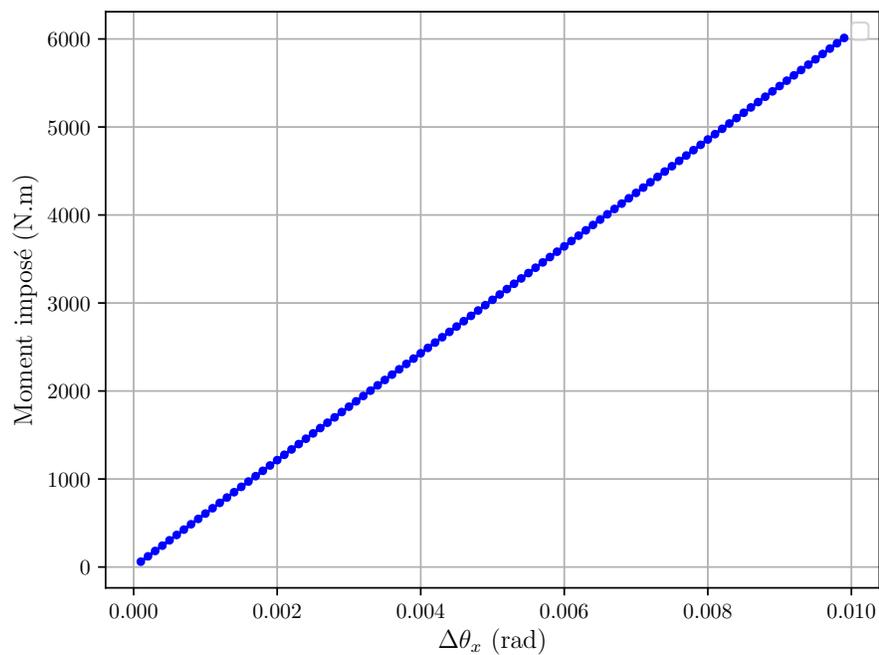


FIGURE 4.5 – Évolution du moment appliqué en fonction du saut de rotation

## 2.3 Comportement en flexion

Les autres paramètres sont déterminés à l'aide d'une simulation d'un assemblage à simple recouvrement sollicité en cisaillement. La difficulté réside dans le choix des conditions aux limites appliquées à l'assemblage pour solliciter le boulon en cisaillement. On s'inspire pour cela de méthodes d'homogénéisation cinématique. Dans cette démarche, l'idéal aurait été d'imposer des conditions périodiques sur les faces latérales des éléments assemblés, afin d'imposer un mouvement de translation de corps rigide de la plaque supérieure par rapport à la plaque inférieure, sans pour autant empêcher l'effet Poisson sur ces dernières. Les conditions aux limites représentées Figure 4.6 permettent ainsi de reproduire cette configuration.

La Figure 4.6a indique les conditions limites dans la direction parallèle à l'axe du boulon : les quatre faces latérales des deux plaques assemblées sont bloquées dans la direction de l'axe du boulon, empêchant ainsi un mouvement de corps rigide dans cette direction. La Figure 4.6b représente les conditions limites dans le plan normal à l'axe du boulon : la plaque inférieure est encadrée, et un mouvement de corps rigide est imposée sur la surface latérale de la plaque supérieure. Cette configuration permet d'étudier le comportement de l'ensemble en cisaillement pur, en empêchant les mouvements de rotation de l'ensemble, mais en laissant libre la rotation locale du boulon due aux phénomènes de flexion à proximité de la tête de vis et de l'écrou.

La configuration présentée permet ainsi de prendre en compte l'effet Poisson, mais ce choix peut être discuté si les boulons de la structure que l'on cherche à simuler ensuite sont éloignées les uns des autres. Il pourrait dans ce cas-là être envisagé de bloquer les déplacements de la surface latérale de la plaque supérieure selon la direction  $\mathbf{z}$ .

La réponse à plusieurs cycles de charge-décharge de cisaillement d'amplitude croissante est présentée Figure 4.7, où le saut de déplacement moyen  $\mathbf{g}_T$  mesuré comme présenté Figure 2.2a est comparé à la norme de l'effort résultant  $\mathbf{t}_T$ .

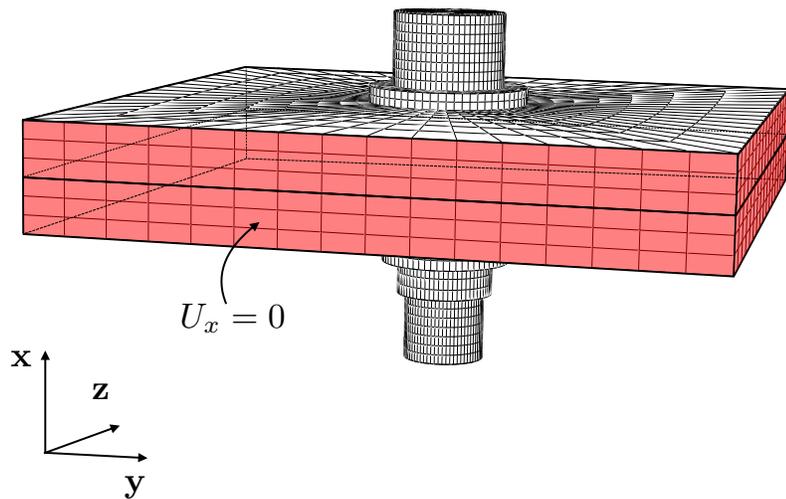
L'interface frottante entre les deux plaques peut se trouver dans deux situations différentes, correspondant soit à leur adhérence, soit à l'existence d'un micro-glissement de l'une par rapport à l'autre. Dans ce dernier cas, seule la poutre (qui modélise le boulon), caractérisée par le paramètre  $c_{bolt}$ , a une influence. Au contraire, dans la situation d'adhérence, le boulon et l'interface frottante sont à prendre en compte.

Conformément à la loi de comportement élastique de la poutre rappelée dans l'Annexe A, l'effort interne  $\mathbf{t}_T$  d'une poutre de Timoshenko s'exprime en fonction du saut de déplacement  $\mathbf{g}_T$ , de la longueur de la poutre  $L$  et de la somme des rotations selon (4.1) :

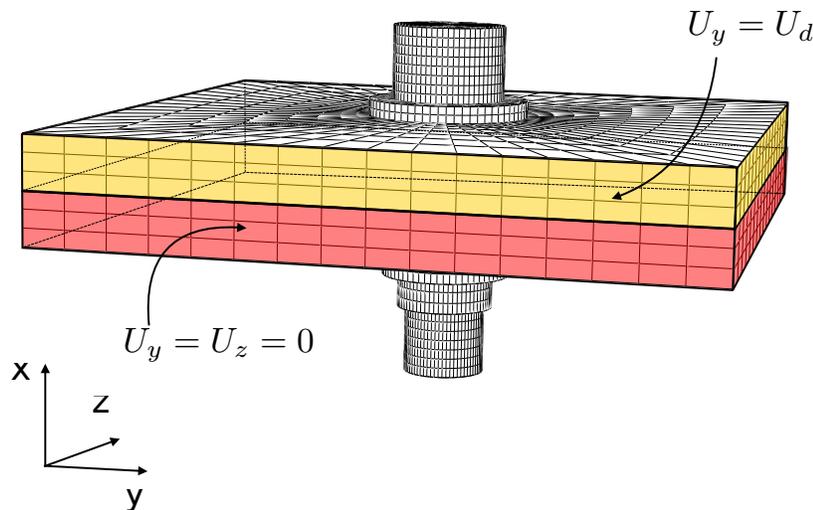
$$\mathbf{t}_T \cdot \mathbf{y} = c_{bolt} \left( \mathbf{g}_T \cdot \mathbf{y} - \frac{L}{2} (\boldsymbol{\theta}_1 + \boldsymbol{\theta}_2) \cdot \mathbf{z} \right). \quad (4.1)$$

Le coefficient  $c_{bolt}$  est obtenu à l'aide de la Figure 4.8 : il correspond à la pente de la phase de micro-glissement de la courbe rouge de la Figure 4.8, puisque seul le boulon a une influence durant cette dernière.

Le paramètre  $c_T$  est ensuite identifié à l'aide de la Figure 4.7. Pour ce faire, dans une première étape, on détermine la moyenne des pentes pendant les phases de décharge, correspondant à un état adhérent de l'assemblage. Puis, on soustrait ensuite à cette moyenne la contribution du comportement du boulon précédemment identifiée, pour déterminer le comportement de l'interface frottante indépendamment de celui du boulon. On notera ici que la plasticité du boulon n'est pas prise en



(a) Conditions aux limites imposées selon l'axe du boulon



(b) Conditions aux limites imposées dans le plan orthogonal à l'axe du boulon

FIGURE 4.6 – Conditions aux limites imposées pour identifier le comportement en flexion

compte, si bien que le comportement du boulon est élastique dans la phase d'adhérence et dans la phase de micro-glisserment.

Enfin, le paramètre  $\mu$  intervenant dans la fonction seuil de micro-glisserment est déterminé en divisant la valeur de l'effort appliqué à la transition de l'état adhérent à l'état de micro-glisserment sur la Figure 4.7, par la résultante des actions normales  $p_N$  évaluée à cet instant.

Avec la simulation numérique proposée, la procédure amène à l'obtention des valeurs suivantes :

$$— c_{bolt} = 4,69 \cdot 10^4 \text{ N.mm}^{-1}$$

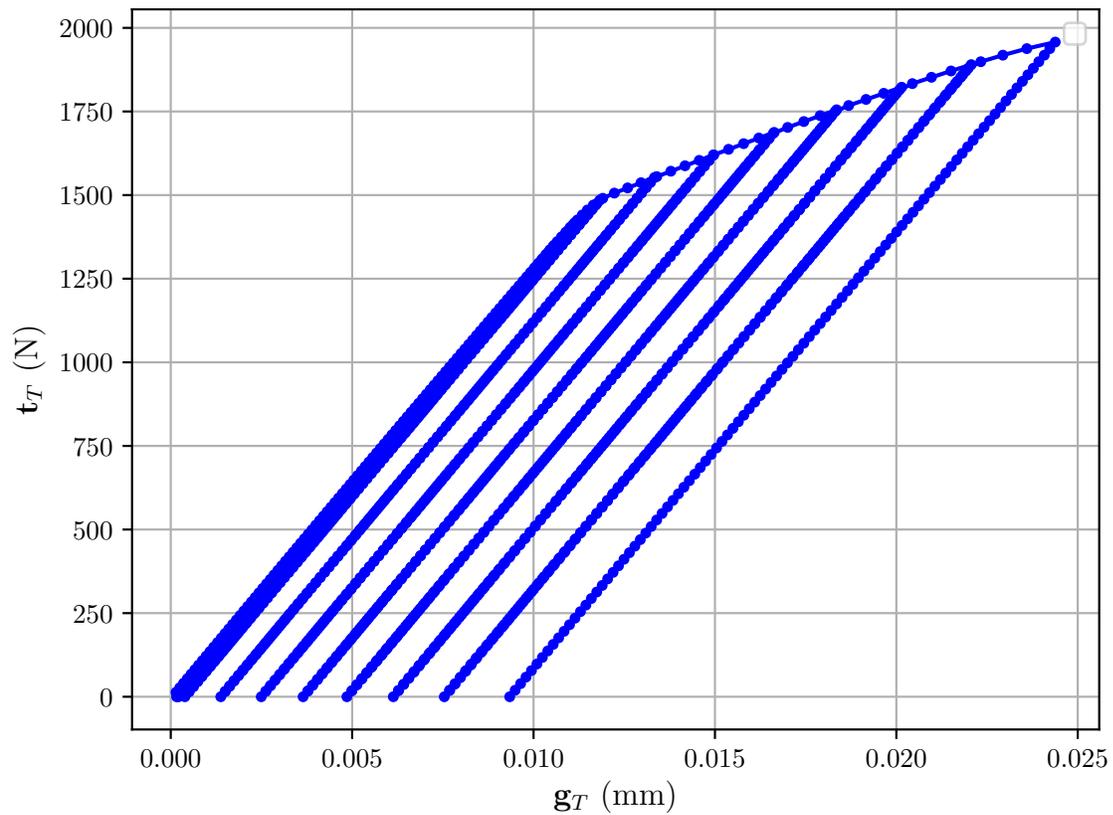
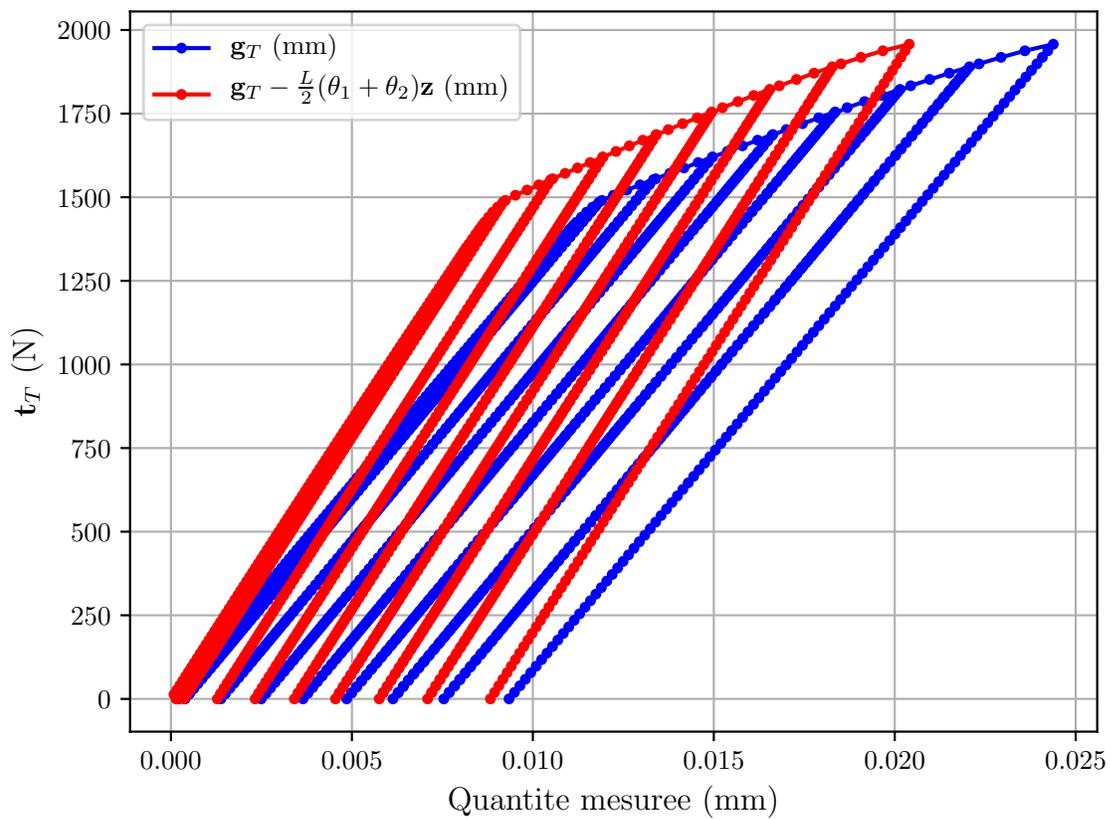


FIGURE 4.7 – Comportement en flexion : Norme de l'effort résultant fonction du saut de déplacement tangentiel

FIGURE 4.8 – Détermination de  $c_{bolt}$  selon (4.1)

- $c_T = 1,22 \cdot 10^5 \text{ N.mm}^{-1}$
- $\mu = 0,105$

## 2.4 Discussion sur l'interprétation physique des paramètres du connecteur

Les paramètres du connecteur ont une forte signification mécanique, et leurs valeurs numériques sont proches de celles que l'on rencontre dans les phénomènes physiques qu'ils représentent.

Cependant, ils ne peuvent pas être reliés aux caractéristiques géométriques et physiques de l'assemblage de manière simple. En effet, si l'on est capable de calculer directement les rigidités normale, de torsion et de flexion à l'aide du modèle poutre, les valeurs obtenues par ce calcul sont assez éloignées des valeurs identifiées. Par exemple, sur le cas traité, la rigidité du boulon seul donnée par la formule  $\frac{ES}{L}$  est 5 fois plus petite que le coefficient  $c_N$  identifié, ce qui s'explique par le fait que le modèle de connecteur prend en compte une partie de la tête du boulon et de la vis. Une analyse analogue peut être effectuée pour les sollicitations de torsion, où la formule analytique  $\frac{GJ}{L}$  est 2.5 fois plus petite que le coefficient  $c_{torsion}$  identifié. Enfin, la valeur du coefficient identifié  $c_{bolt}$  relatif au comportement en flexion du boulon est 5 fois inférieure à la valeur donnée par le modèle analytique  $12\frac{EI_y}{L^3}$ . On peut expliquer les valeurs analytiques calculées ici correspondent à une poutre de section constante du diamètre de la vis, et ayant pour longueur l'épaisseur des plaques, alors qu'une description plus réaliste de l'assemblage vis-écrou pourrait amener à considérer une longueur plus importante avec une section variable, prenant ainsi en compte la longueur du reste de la vis, la tête de vis et l'écrou.

Les résultats de l'identification sont résumés dans la [Tableau 4.1](#) et seront utilisés dans le [chapitre 5](#).

Paramètre	Valeur identifiée	Valeur poutre	Bibliographie
$c_N$	$2,56 \cdot 10^6 \text{ N.mm}^{-1}$	$6,54 \cdot 10^5 \text{ N.mm}^{-1}$	[ <a href="#">Alkatan et al., 2007</a> ] $8,6 \cdot 10^5 \text{ N.mm}^{-1}$
$c_{torsion}$	$3,02 \cdot 10^6 \text{ N.mm}$	$7,86 \cdot 10^5 \text{ N.mm}$	-
$c_{bolt}$	$4,69 \cdot 10^4 \text{ N.mm}^{-1}$	$3,09 \cdot 10^5 \text{ N.mm}^{-1}$	[ <a href="#">Huth, 1986</a> ] $8,5 \cdot 10^4 \text{ N.mm}^{-1}$
$c_T$	$1,22 \cdot 10^5 \text{ N.mm}^{-1}$	-	-
$\mu$	0.105	0.1	-

TABLE 4.1 – Comparaison des paramètres identifiés du connecteur avec les valeurs analytiques

Le coefficient de frottement identifié est très proche du coefficient de frottement entre les éléments assemblés utilisé dans le modèle de référence 3D, égal à 0.1 dans notre cas.

Dans le cadre de ces travaux de thèse, nous avons réalisé un modèle paramétrable pour l'identification, ce qui permet d'automatiser totalement cette dernière. La procédure d'identification des paramètres a ainsi été programmée sur un seul modèle générique dans un script Python dont les données d'entrée sont les paramètres de conception du modèle connecteur. Après avoir généré le fichier de mise en données (.inp) du modèle de référence, le script renvoie la valeur des paramètres identifiés en réalisant successivement les simulations explicitées dans les [Sections 2.1](#), [2.2](#) et [2.3](#).

Ainsi, il est facile de réaliser l'identification des paramètres de toute configuration de boulon grâce à cette démarche.

### 3 Analyse paramétrique des paramètres identifiés

L'élaboration d'un modèle paramétré et l'automatisation de la stratégie d'identification facilitent la mise en place d'une analyse paramétrique des paramètres identifiés. Sur une structure industrielle multi-boulonnée, les configurations des liaisons peuvent varier d'un boulon à un autre. À titre d'exemple, l'analyse paramétrique proposée dans cette section permet d'apprécier la dépendance des paramètres identifiés à la précharge instaurée dans les boulons, et aux caractéristiques des éléments assemblés. On étudie ainsi la dépendance des différents paramètres identifiés à trois paramètres du modèle :

- le premier paramètre est la précharge  $P_C$  appliquée à l'assemblage ;
- l'épaisseur  $e$  des plaques assemblées est le deuxième paramètre. Ce paramètre a une influence sur la longueur  $L$  du connecteur, puisqu'on a naturellement la relation  $L = 2.e$  ;
- le module d'Young des éléments assemblés est la troisième grandeur que l'on fait varier.

On présente dans cette section l'influence de ces trois paramètres sur le paramètre  $\mu$ , la raideur de l'interface frottante  $c_T$ , et la rigidité en flexion du boulon  $c_{bolt}$ .

#### 3.1 Dépendance de $\mu$

Les résultats sont présentés sur les Figures 4.9, 4.10 et 4.11 sous forme de 3 surfaces de réponse représentant l'évolution du paramètre identifié  $\mu$  en fonction des paramètres de conception.

On observe alors que pour des faibles valeurs de précharge et d'épaisseur cumulées, la valeur du coefficient de frottement identifiée est inférieure à sa valeur théorique de 0.1. Ce résultat est mis en lumière sur la Figure 4.12. Cet écart à la valeur théorique peut s'expliquer par le fait que les phénomènes de frottement que l'on cherche à décrire ne sont pas suffisamment prépondérants devant le comportement tangentiel du boulon : tout d'abord, une faible valeur de précharge conduit à une faible résultante des efforts normaux. De plus, la faible épaisseur des éléments assemblés amène à une taille de la zone de contact faible suivant la théorie de [Rötscher, 1927]. La combinaison de ces deux points peut alors mener à une mauvaise interprétation des phénomènes de frottement, et ainsi une mauvaise identification du paramètre  $\mu$ .

Cependant, le coefficient de frottement est constant sur toutes les autres plages de valeur des paramètres de conception. Si l'on se place dans l'espace 4D  $(P_C, e, E, \mu)$ , on se propose de chercher une surface de réponse de type  $\mu = c_1$ . L'équation du plan moyen au sens des moindres carrés ainsi identifié s'écrit

$$\mu = 0.1005 \pm 0.003. \quad (4.2)$$

À titre de comparaison, on précise dans le Tableau 4.2 l'équation des plans obtenus de la même façon dans les espaces paramétriques 3D des Figures 4.9, 4.10 et 4.11. On présente également la valeur du coefficient de détermination  $R^2$  obtenu pour les différents espaces paramétriques.

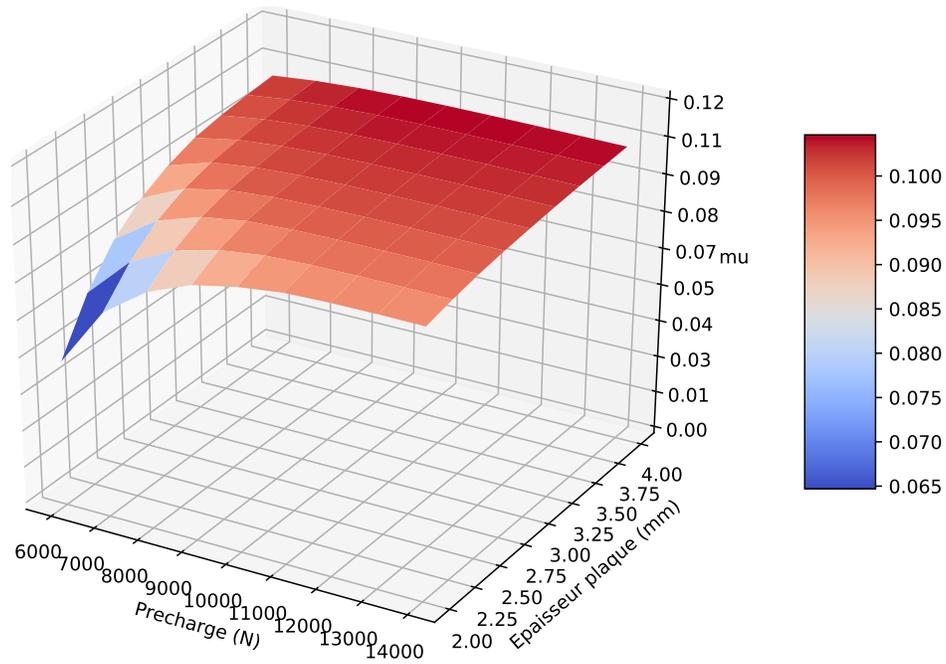


FIGURE 4.9 – Dépendance du paramètre  $\mu$  dans l'espace paramétrique  $(P_C, e)$  pour  $E = 210000 \text{ MPa}$

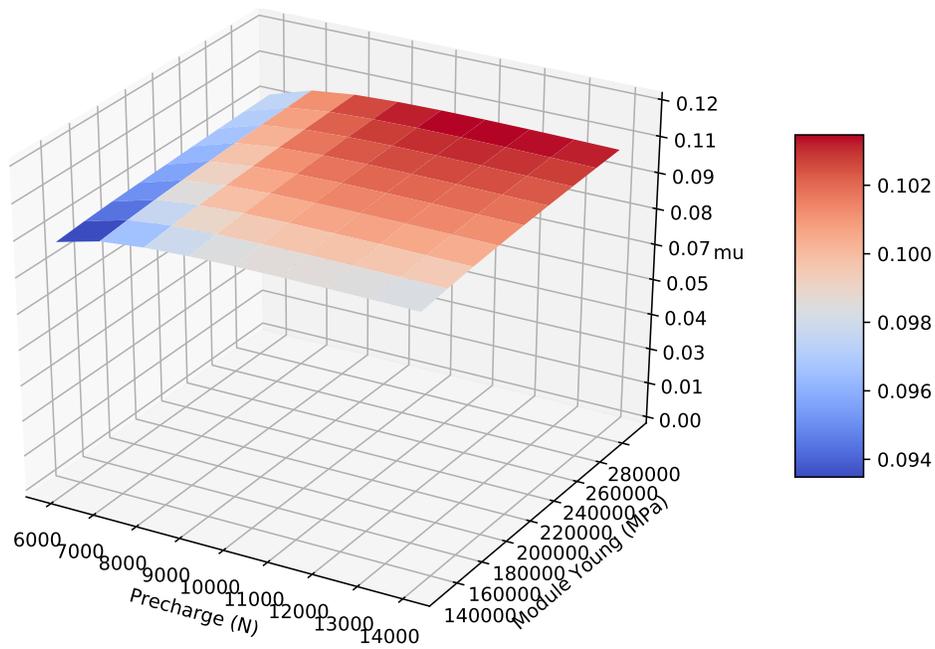


FIGURE 4.10 – Dépendance du paramètre  $\mu$  dans l'espace paramétrique  $(P_C, E)$  pour  $e = 3 \text{ mm}$

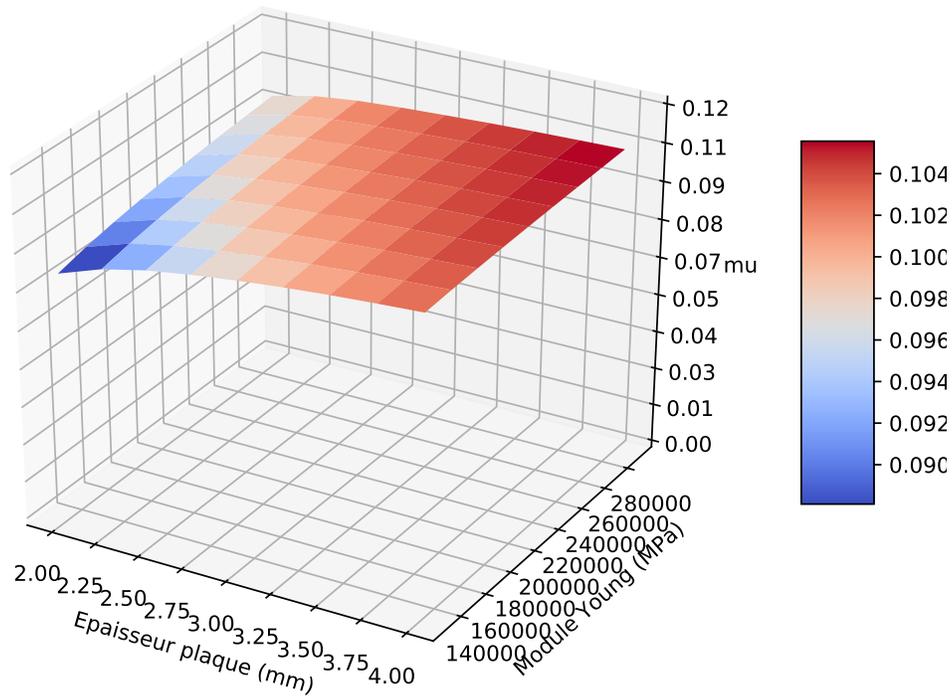


FIGURE 4.11 – Dépendance du paramètre  $\mu$  dans l'espace paramétrique ( $e, E$ ) pour  $P_C = 10000 N$

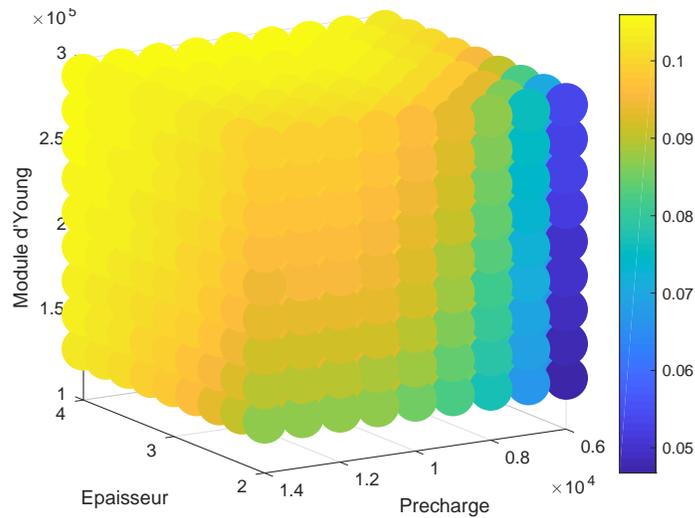


FIGURE 4.12 – Représentation de  $\mu$  dans l'espace multi-paramétrique ( $P_C, e, E$ )

$\mu$	$c_1$	$R^2$
$P_C$ et $e$	0.098	0.938
$P_C$ et $E$	0.1001	0.993
$E$ et $e$	0.1003	0.984

TABLE 4.2 – Équations des plans obtenus pour les différents paramètres de conception

Au bilan, on pourra supposer dans la suite que  $\mu$  ne dépend d'aucun paramètre de conception, en acceptant que les valeurs correspondant à des faibles valeurs cumulées de précharge et d'épaisseur sont difficilement interprétables. Ce résultat est en accord avec le phénomène physique décrit, puisque le coefficient de frottement ne dépend pas des dimensions géométriques des éléments en contact.

### 3.2 Dépendance de $c_T$

Une étude analogue a été réalisée pour étudier l'influence des paramètres de conception sur le paramètre  $c_T$ , représentant l'évolution de la rigidité équivalente de l'assemblage soumis à du cisaillement pendant la phase d'adhérence. L'étude bibliographique effectuée dans la Section 3.1.2 du chapitre 1 a montré que la souplesse d'un assemblage à du cisaillement évoluait de façon proportionnelle à  $\frac{1}{e.E}$  pour les modèles de [Tate M.B., 1946] et de [Swift, 1971], si bien que l'évolution de la rigidité  $c_T$  devrait être proportionnelle à  $e.E$ .

Les résultats sont présentés Figure 4.13.

On cherche alors, pour interpoler cette surface, l'équation d'un plan de type  $c_T = c_1 + c_3.e + c_4.E$ . Le coefficient de détermination de valeur 0,955 indique une bonne corrélation entre les simulations exposées et la littérature.

On étudie ensuite l'influence de la précharge  $P_C$  sur le paramètre  $c_T$  à travers les Figures 4.14 et 4.15.

Ces résultats mettent en lumière l'importance de la précharge sur la valeur de  $c_T$ . Sur ces 2 figures, on observe une dépendance linéaire du coefficient  $c_T$  à la précharge  $P_C$ . De façon identique au cas précédent, on cherche les équations des plans capables d'interpoler au mieux ces surfaces de type  $c_T = c_1 + c_2.P_C + c_3.e$  et  $c_T = c_1 + c_2.P_C + c_4.E$ . Les différents coefficients sont ainsi résumés dans le Tableau 4.3, et les coefficients de détermination  $R^2$  indiquent que le modèle proposé est satisfaisant.

$c_T$	$c_1$	$c_2$	$c_3$	$c_4$	$R^2$
$P_C$ et $e$	$-6.29.10^4$	13.36	$1.99.10^4$	-	0.985
$P_C$ et $E$	$-2.44.10^4$	12.8	-	0.1346	0.988
$E$ et $e$	$4.97.10^4$	-	$1.77.10^4$	0.14	0.955

TABLE 4.3 – Équations des plans interpolant  $c_T$  obtenus pour les différents paramètres de conception

On trace finalement les valeurs de  $c_T$  dans un espace multi-paramétrique ( $P_C, e, E, C_T$ ). On considère un hyper-plan d'équation  $c_T = a + b.P_C + c.e + d.E$ . Les résultats sont indiqués dans la

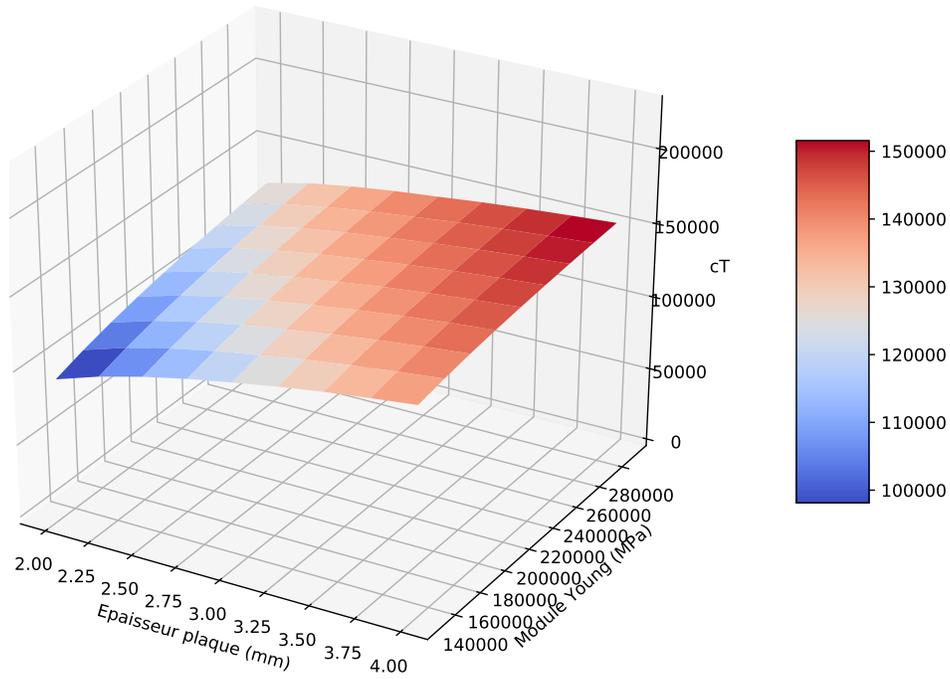


FIGURE 4.13 – Dépendance du paramètre  $c_T$  dans l'espace paramétrique  $(e, E)$  pour  $P_C = 10000 N$

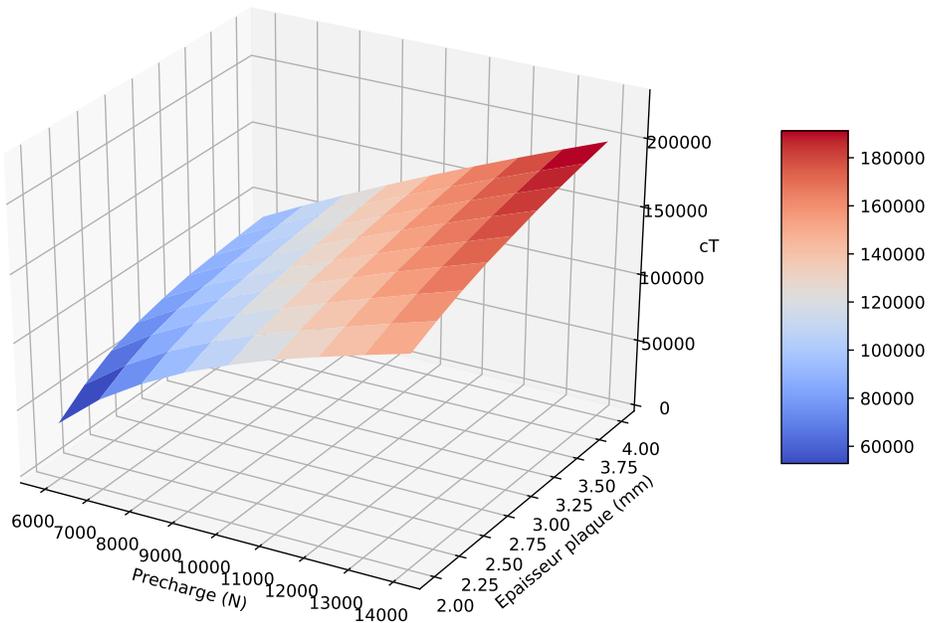


FIGURE 4.14 – Dépendance du paramètre  $c_T$  dans l'espace paramétrique  $(P_C, e)$  pour  $E = 210000 MPa$

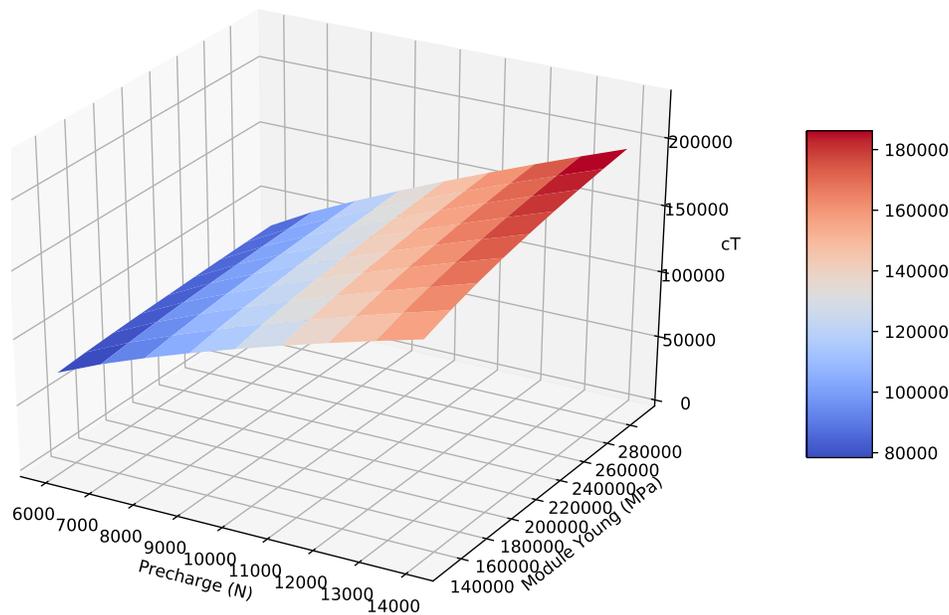


FIGURE 4.15 – Dépendance du paramètre  $c_T$  dans l'espace paramétrique  $(P_C, E)$  pour  $e = 3 \text{ mm}$

première ligne du Tableau 4.4 (Cas 1). Afin de mettre en lumière les paramètres les plus influents, la deuxième ligne du Tableau 4.4 (Cas 2) indique les valeurs des paramètres normalisés, c'est-à-dire de l'équation du plan  $c_T = a + b \cdot \frac{P_C}{P_{C,max}} + c \cdot \frac{e}{e_{max}} + d \cdot \frac{E}{E_{max}}$ . Le coefficient de détermination est satisfaisant ( $R^2 = 0.976$ ), et on observe également une plus grande dépendance à la précharge qu'aux autres paramètres.

$c_T$	$a$	$b$	$c$	$d$
Cas 1	$-9.19 \cdot 10^4$	13.2	$2.01 \cdot 10^4$	0.139
Cas 2	$-9.19 \cdot 10^4$	$1.81 \cdot 10^5$	$0.81 \cdot 10^5$	$0.40 \cdot 10^5$

TABLE 4.4 – Coefficients des hyper-plans interpolant  $c_T$

### 3.3 Dépendance de $c_{bolt}$

On se propose enfin d'effectuer une analyse paramétrique analogue sur le coefficient  $c_{bolt}$ , qui représente la rigidité en flexion du boulon. Les résultats de cette dernière sont présentés sur les Figures 4.16, 4.17 et 4.18.

Ces 3 figures montrent que le paramètre  $c_{bolt}$  ne dépend que très peu de la précharge appliquée  $P_C$  et du module d'Young  $E$  des éléments assemblés. Ces résultats sont en accord avec la modélisation de l'assemblage, car le paramètre  $c_{bolt}$  ne dépend a priori que de la physique du boulon et non des éléments assemblés.

De plus, la dépendance du paramètre  $c_{bolt}$  à la longueur de la poutre égale à 2 fois l'épaisseur

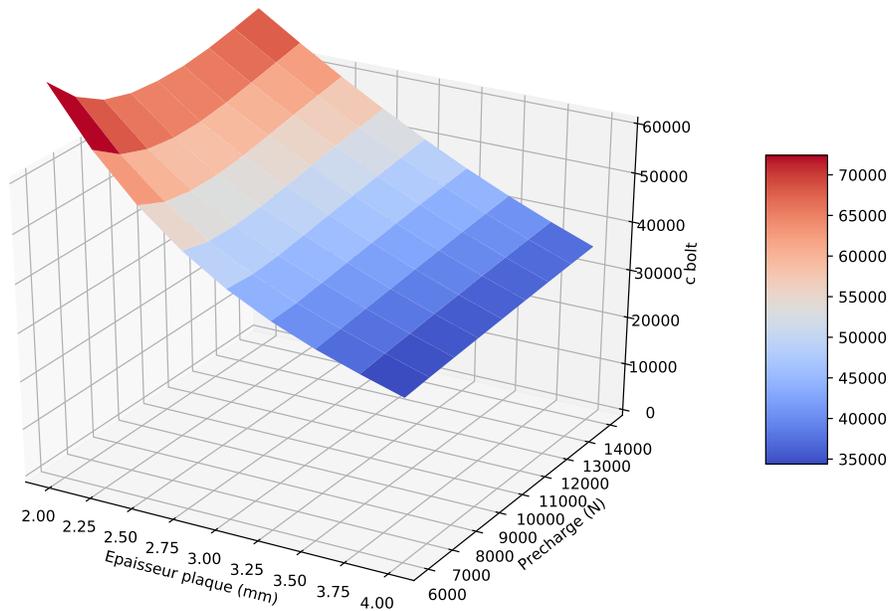


FIGURE 4.16 – Dépendance du paramètre  $c_{bolt}$  dans l'espace paramétrique  $(P_C, e)$  pour  $E = 210000MPa$

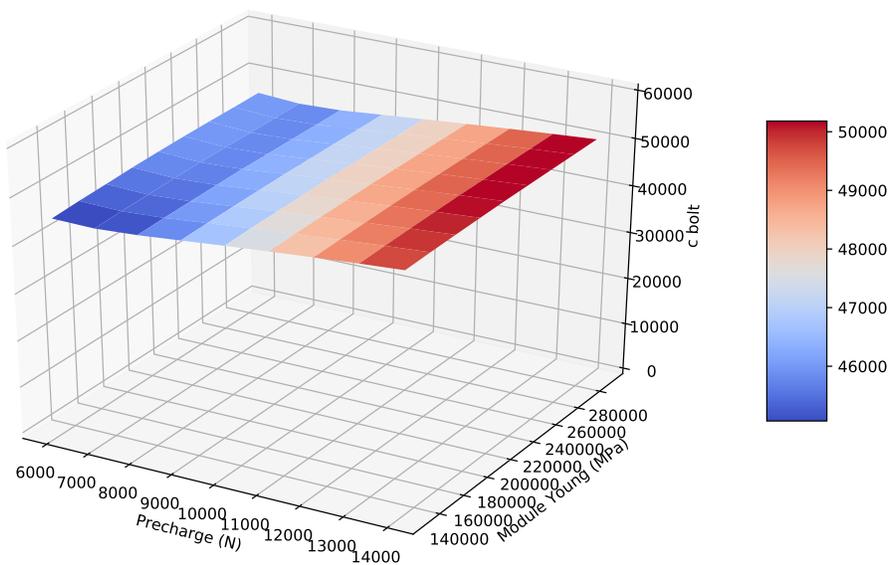


FIGURE 4.17 – Dépendance du paramètre  $c_{bolt}$  dans l'espace paramétrique  $(P_C, E)$  pour  $e = 3mm$

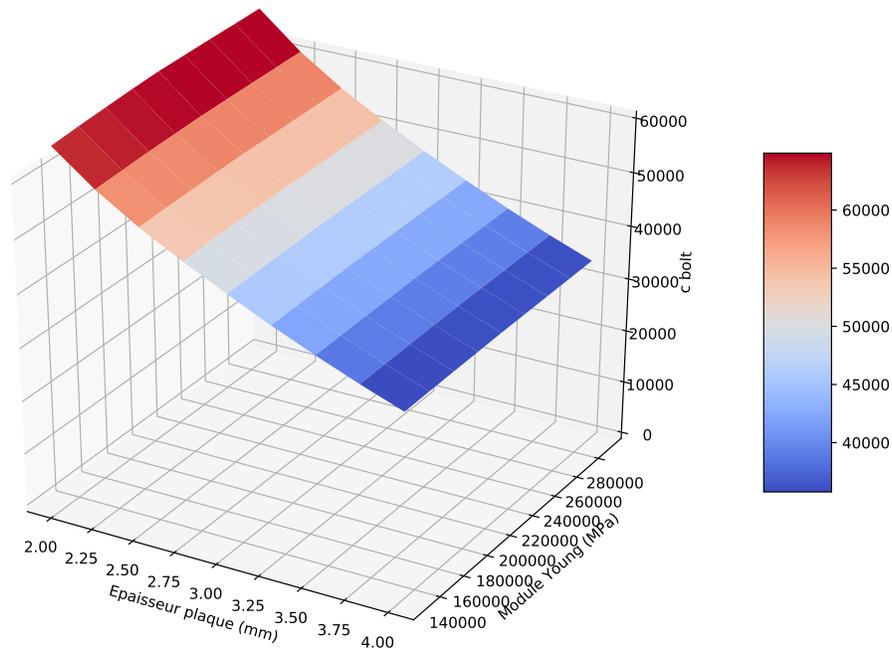


FIGURE 4.18 – Dépendance du paramètre  $c_{bolt}$  dans l'espace paramétrique  $(e, E)$  pour  $P_C = 10000N$

des plaques  $e$  est visiblement en  $\frac{1}{L}$ , puisque le tracé de la grandeur  $c_{bolt} \times e$  présentée Figure 4.19 amène à un plan constant, où le coefficient de corrélation du plan  $z = c_1$  interpolant le plan de la Figure 4.19 est égal à 0.985.

La Figure 4.20 représente alors l'évolution de  $c_{bolt} \cdot e$  en fonction des 3 paramètres de conception. Ainsi, mise à part la zone de faible précharge et faible épaisseur, le paramètre  $c_{bolt} \cdot e$  varie très peu.

### 3.4 Bilan des différentes dépendances

L'analyse paramétrique proposée dans cette section a permis de mettre en lumière la dépendance de deux paramètres identifiés ( $c_T$  et  $c_{bolt}$  respectivement) à 2 paramètres de conception ( $P_C$  et  $e$  respectivement).

Dans la pratique, l'épaisseur des éléments assemblés varie rarement sur une même structure, mais les liaisons boulonnées peuvent être préchargées avec des valeurs différentes. Par conséquent, deux simulations seront alors nécessaires pour déterminer les paramètres identifiés et leur dépendance aux paramètres de conception. La première simulation permettra de déterminer la valeur de  $\mu$  et de  $c_{bolt}$  qui ne dépendent pas des paramètres de conception. On fera ensuite varier la valeur de la précharge  $P_C$  dans la deuxième simulation pour identifier la loi linéaire de dépendance de  $c_T$  par rapport à  $P_C$ .

Il est également intéressant de noter que d'autres paramètres de conception peuvent influencer la valeur des paramètres identifiés. Par exemple, le diamètre de la vis, et par voie de conséquence le jeu vis-alésage, aurait également pu faire l'objet d'une étude paramétrique.

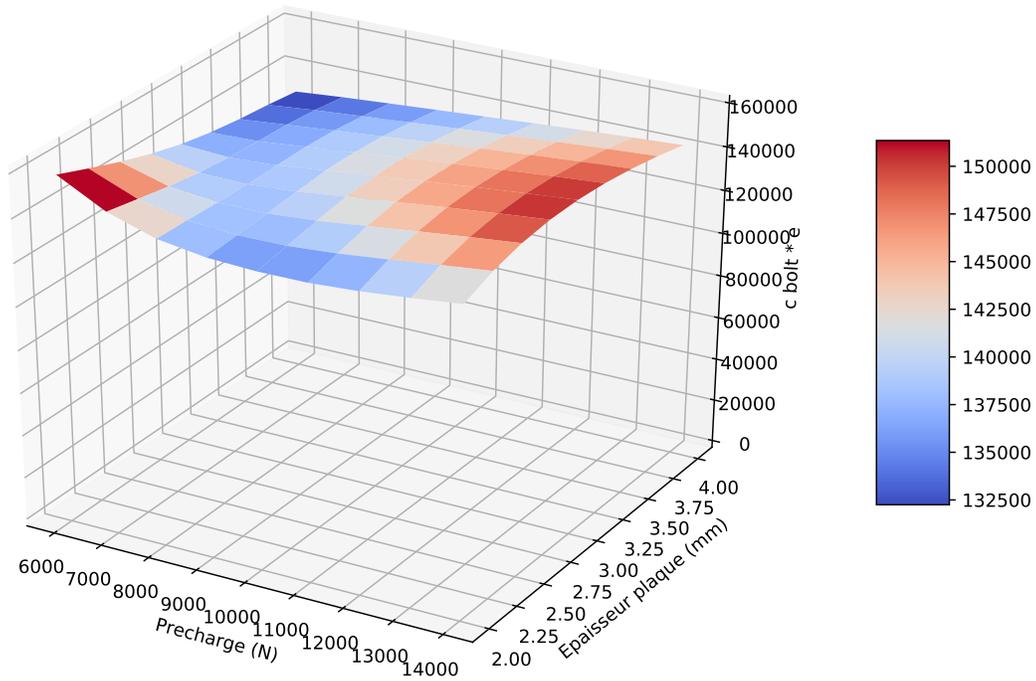


FIGURE 4.19 – Dépendance du paramètre  $c_{bolt} \times e$  dans l'espace paramétrique  $(P_C, e)$  pour  $E = 210000MPa$

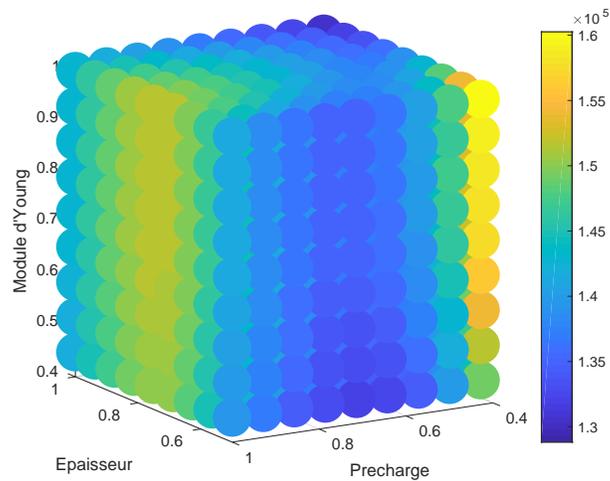


FIGURE 4.20 – Représentation de  $c_{bolt} \times e$  dans l'espace multi-paramétrique  $(P_C, e, E)$

## 4 Dépendance au maillage

### 4.1 Présentation

La dépendance des paramètres identifiés à la qualité du maillage est une donnée essentielle, dans la mesure où le gain en temps de calcul du modèle connecteur ne doit pas être contrebalancé par une identification trop longue parce qu'elle nécessiterait des maillages trop fins. Afin de réaliser cette étude de sensibilité au maillage, on fixera les autres paramètres de conception aux valeurs suivantes :  $P_C = 10000$  N,  $e = 3.15$  mm et  $E = 210\,000$  MPa. Ces valeurs correspondent aux valeurs médianes utilisées dans la Section 3.

La qualité du maillage est pilotée par 2 paramètres :

- le nombre d'éléments  $nb_1$  sous tête de vis et sous écrou, correspondant également aux zones de raccords cinématiques du modèle connecteur ;
- le nombre d'éléments  $nb_2$  dans les plaques en dehors de ces zones de raccord.

Les Figures 4.21 et 4.22 illustrent les différentes qualités de maillage. Ainsi, le maillage présenté Figure 4.21 présente un maillage raffiné hors des zones de raccord mais grossier dans ces zones, alors que le maillage présenté Figure 4.22 présente la situation inverse. On a choisi de raffiner radialement avec une densité d'éléments plus importante proche du centre de la plaque, et moins importante vers les bords.

Les résultats seront comparés à une solution dite *overkill* comportant 1,5 millions degrés de liberté.

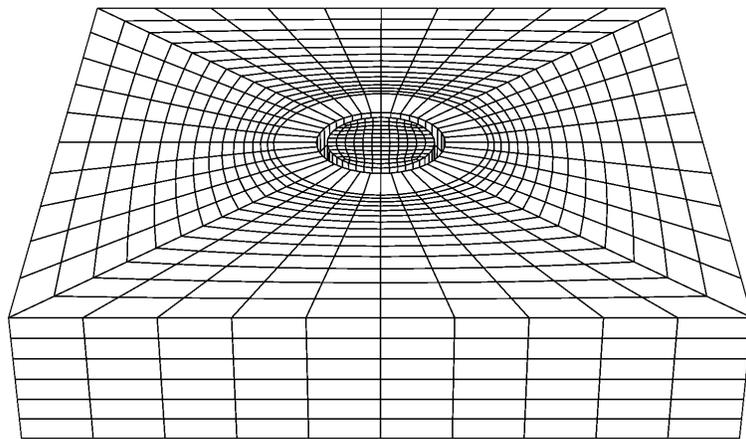


FIGURE 4.21 – Exemple de maillage grossier dans la zone de raccord

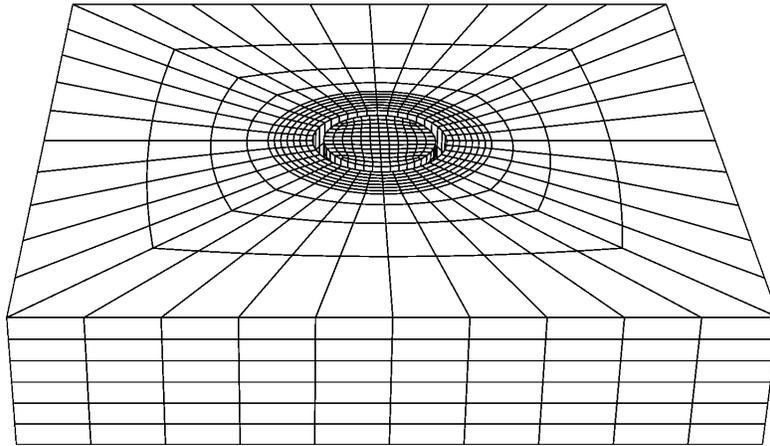


FIGURE 4.22 – Exemple de maillage raffiné dans la zone de raccord

## 4.2 Résultats de l'étude

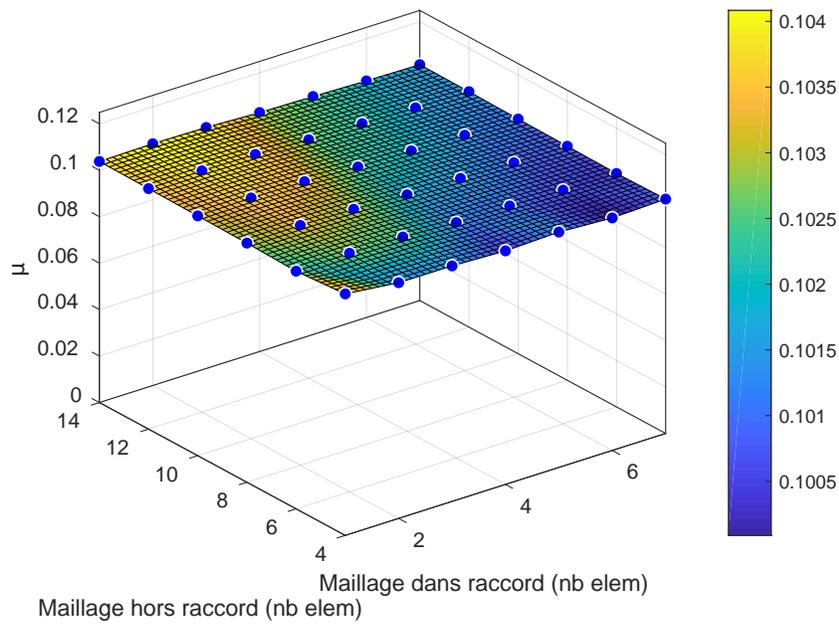
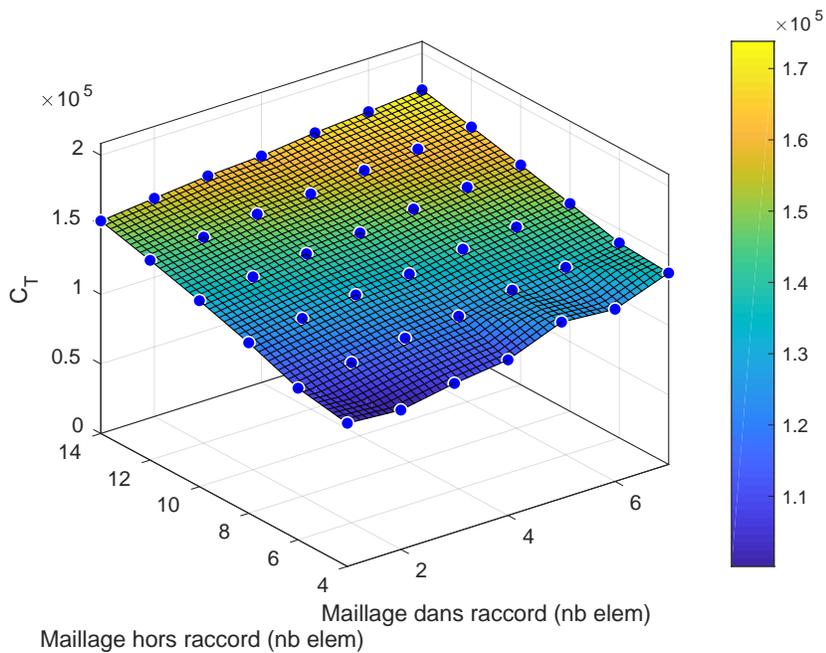
On présente respectivement sur les Figures 4.23, 4.24 et 4.25 la dépendance des paramètres  $\mu$ ,  $c_T$  et  $c_{bolt}$  à la qualité du maillage.

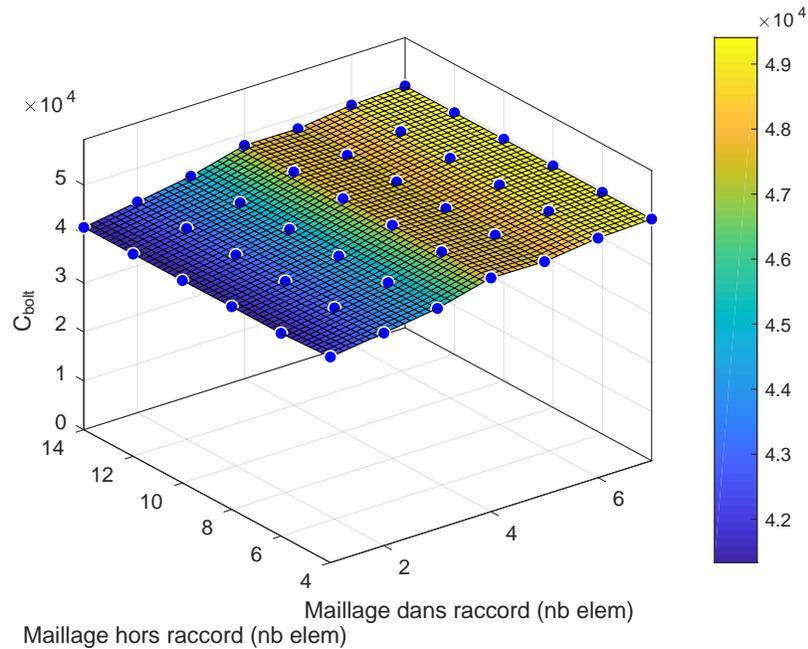
La première conclusion à tirer concernant le maillage sur la Figure 4.23 est que les maillages proposés sont convergés vis-à-vis du frottement et représentent convenablement ces phénomènes, car l'écart relatif entre les valeurs extrémales est inférieur à 3%. Ce résultat est cohérent car ce coefficient illustre la transition de l'état adhérent à l'état de micro-glissement, *a priori* indépendante de la qualité du maillage.

La valeur de  $c_T$  illustre les phénomènes au voisinage de l'interface frottante. Ces derniers se produisent sous tête de vis et sous écrou mais également à l'interface des éléments assemblés, donc sont susceptibles de dépendre de la qualité du maillage dans ces zones.

On observe sur la Figure 4.24 que le paramètre  $c_T$  semble converger vers une valeur unique quand la qualité du maillage augmente, à la fois dans les zones de raccord (donc sous tête de vis et sous écrou) et hors des zones de raccord (notamment à l'interface des éléments assemblés). Le modèle le plus raffiné de cette étude paramétrique correspond à  $nb_1 = 7$  et  $nb_2 = 14$  et comporte 100 000 ddl, soit 15 fois moins que le modèle *overkill*, et amène à une valeur de  $c_T$  égale à  $1.74 \cdot 10^5 \text{ N.mm}^{-1}$ . Le modèle *overkill* fournit quant à lui une valeur de  $c_T$  égale à  $1.79 \cdot 10^5 \text{ N.mm}^{-1}$ , ce qui confirme l'hypothèse d'une convergence de  $c_T$  vers une valeur unique.

Enfin, on observe sur la Figure 4.25 que le paramètre  $c_{bolt}$  ne dépend que très peu du maillage hors des zones de raccord, et légèrement plus du maillage dans ces zones, avec un écart relatif maximum de l'ordre de 20%. Ce résultat est en accord avec le modèle utilisé et la séparation des phénomènes énoncée dans la Section 1.3.1 du chapitre 2, puisque le contact entre le boulon, illustré par le paramètre  $c_{bolt}$ , et les éléments assemblés se produit essentiellement dans les zones

FIGURE 4.23 – Dépendance de  $\mu$  au maillageFIGURE 4.24 – Dépendance de  $c_T$  au maillage

FIGURE 4.25 – Dépendance de  $c_{bolt}$  au maillage

de raccord.

## 5 Validation sur un modèle de référence

Afin de valider la stratégie d'identification proposée, on compare les courbes de comportement du modèle générique comprenant le boulon entièrement discrétisé avec des éléments 3D, qu'on appellera *modèle 3D* à celles du modèle comprenant le connecteur objet de notre travail, désigné par *modèle connecteur*.

### 5.1 Présentation des modèles utilisés

La comparaison des modèles a été réalisée sur des calculs mettant en œuvre les géométries, les conditions aux limites et le chargement présentés Figure 4.6. Les dimensions utilisées sont précisées sur la Figure 4.1. Conformément aux conclusions de la Section 3.4, deux simulations différentes avec des valeurs de précharge distinctes ont été réalisées afin de déterminer la dépendance linéaire de  $c_T$  à  $P_C$ . La stratégie d'identification a été appliquée à un assemblage élémentaire, pour des valeurs de précharge  $P_C$  égales à 8000 N et 10 000 N.

Les chargements proposés pour la validation du modèle sont une précharge de 12 000 N, suivie de cycles de charge-décharge d'amplitude croissante sollicitant l'assemblage en cisaillement, permettant d'apprécier l'augmentation du glissement plastique  $\mathbf{g}_T^s$  au cours des cycles. Pour les 2 modèles traités, le saut de déplacement est évalué conformément à la Figure 2.2.

## 5.2 Comparaison des réponses

La comparaison des réponses du modèle connecteur et du modèle 3D est présentée Figure 4.26.

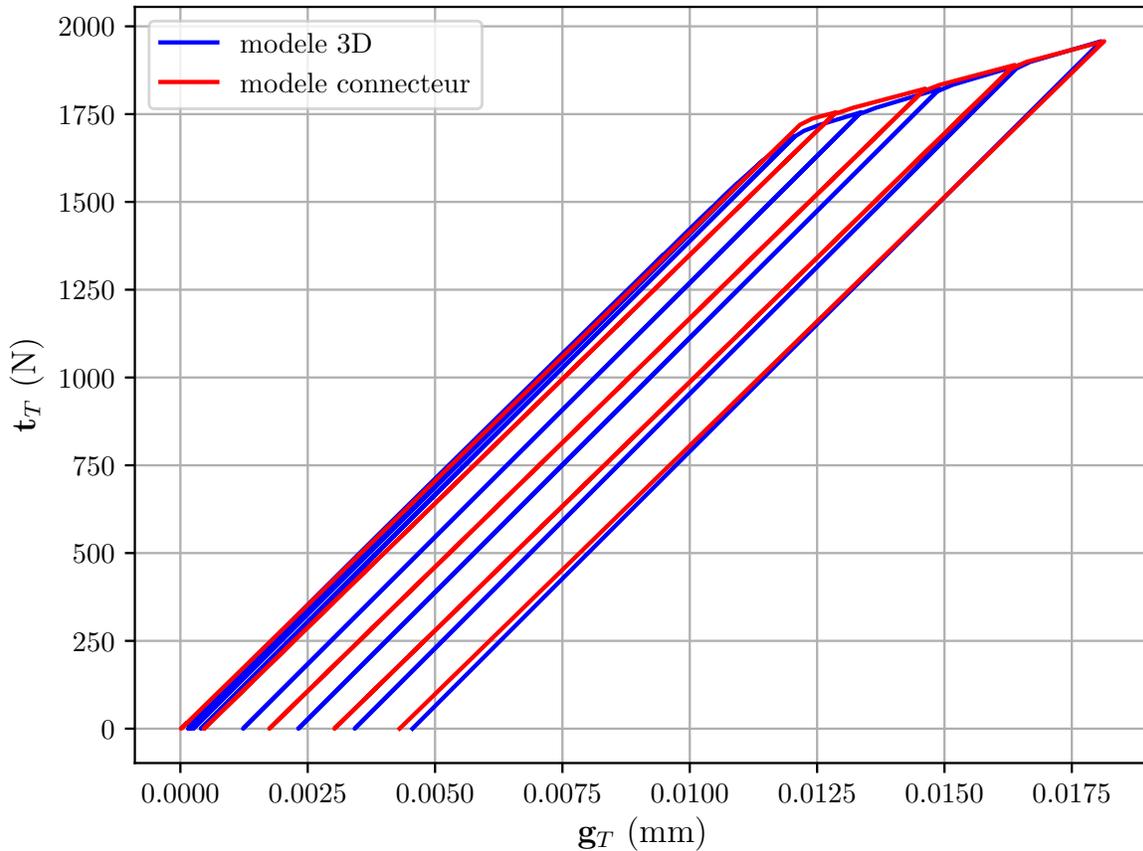


FIGURE 4.26 – Comparaison des modèles de comportement tangentiel du modèle 3D et du modèle connecteur

En première analyse, les résultats sont très similaires. Les résultats sont satisfaisants pour une large gamme de chargements, et viennent ainsi valider la stratégie d'identification explicitée.

Les boulons utilisés dans les simulations numériques du chapitre 5 sont pour partie identiques à ceux utilisés sur ce cas élémentaire.

## 6 Calibration des paramètres régissant la plasticité

On propose enfin une méthodologie permettant de déterminer les paramètres régissant les phénomènes de plasticité dans le boulon. Pour rappel du chapitre 2, une section poutre sollicitée en traction pure plastifie entièrement dès lors que la contrainte maximale est atteinte. En revanche, ce n'est pas le cas en flexion et en torsion, où la section plastifie progressivement depuis un moment limite initial jusqu'à un moment limite maximal. Par souci de clarté et de simplicité, l'hypothèse qui est faite dans nos travaux est de supposer une plastification progressive uniquement en flexion,

mais pas en torsion, pour laquelle la plastification est immédiate et intervient sous un moment de torsion égale à  $M_{px}$ , conformément à l'équation (2.8) du chapitre 2. Cette hypothèse est largement motivée par le fait qu'un assemblage multi-boulonné n'est sollicité que très peu en torsion.

La plastification progressive de la section est prise en compte à travers des modèles reposant sur des paramètres numériques. On détaille dans cette section une méthode d'identification de ces paramètres. Cette dernière consiste alors à comparer les résultats issus des simulations mettant en œuvre notre modèle à une solution poutre analytique pour calibrer ces paramètres.

## 6.1 Modèle analytique

On étudie une poutre élasto-plastique encastree à une de ses extrémités et soumise à un moment de flexion pure à son autre extrémité. Une transition progressive entre la première plastification, observée à  $M_{ey}$  (resp.  $M_{ez}$ ) et la plastification totale qui survient à  $M_{py}$  (resp.  $M_{pz}$ ), est prise en compte. Les paramètres  $\alpha_y, \beta_y, \alpha_z$  et  $\beta_z$  introduits dans (2.16) régissent la progression de la plasticité dans une section de la poutre sous une sollicitation de flexion pure.

Par exemple, les valeurs  $\beta_y = \beta_z = 0$  conduisent à un critère non progressif en flexion : lorsque le critère est atteint pour un couple de flexion  $M_{py}$  (resp.  $M_{pz}$ ), toute la section est alors plastifiée.

La valeur des paramètres dépend de la géométrie de la section. Pour notre étude, nous avons ainsi une section circulaire. On considère une poutre de longueur  $L$  et de section circulaire de rayon  $R$ , encastree à une de ses extrémités et soumise à un moment fléchissant  $M_z$  à l'autre extrémité. La comparaison entre le modèle analytique et le modèle proposé est effectuée à l'aide de la courbe représentant l'évolution du moment de flexion  $M_z$  en fonction de la courbure  $\chi_z$ .

Le couple  $M_z(x)$  ne dépend pas de l'abscisse  $x$  pour une sollicitation en flexion pure, si bien que la courbure  $\chi_z$  s'écrit simplement comme :

$$\chi_z = \frac{\partial \theta_z}{\partial x} = \frac{\theta_z(L) - \theta_z(0)}{L} = \frac{\theta_z(L)}{L} \quad (4.3)$$

La contrainte normale  $\sigma_{xx}$  n'est pas homogène dans une section, mais varie linéairement en élasticité en fonction de  $y$  dans la section. On désigne par  $u$  la valeur de  $y$  à partir de laquelle la section est plastifiée. On peut écrire dans l'hypothèse d'un écrouissage linéaire défini dans (2.14) l'expression de la contrainte normale  $\sigma_{xx}$  dans une section :

$$\epsilon_{xx} = \chi_z \cdot y \quad (4.4)$$

$$\sigma_{xx} = E \cdot \epsilon_{xx} \quad \text{pour } 0 \leq y \leq u \quad (4.5)$$

$$\sigma_{xx} = \sigma_y + E_T \left( \epsilon_{xx} - \frac{\sigma_y}{E} \right) \quad \text{pour } u \leq y \leq R \quad (4.6)$$

où  $E_T$  désigne le module d'érouissage isotrope. Il est lié au paramètre  $H$  de (2.14) par  $E_T = \frac{E \cdot H}{E + H}$ . L'expression du couple de flexion  $M_{fz}$  en fonction de la courbure est alors obtenue par intégration sur une section :

$$M_{fz} = \int_S \sigma_{xx}(y) \cdot y \cdot dS \quad (4.7)$$

Tous calculs effectués, on obtient l'expression explicite de  $M_{fz}$  en fonction de  $\chi_z$  :

$$M_{fz}(\chi_z) = \left( \frac{R^3 \sigma_y}{E} \right) \left( \frac{p E_T ER}{4 \sigma_y} \chi_z + \frac{4}{3} (E - E_T) \left( 1 - \frac{\sigma_y}{ER \chi_z} \right)^{\frac{3}{2}} + \frac{(E - E_T) ER \chi_z}{2 \sigma_y} \left( \arcsin \left( \frac{\sigma_y}{ER \chi_z} \right) - \frac{\sigma_y}{ER \chi_z} \left( 1 - 2 \left( \frac{\sigma_y}{ER \chi_z} \right)^2 \right) \sqrt{1 - \left( \frac{\sigma_y}{ER \chi_z} \right)^2} \right) \right) \quad (4.8)$$

où  $p$  correspond à la plasticité cumulée de (2.14).

Ce modèle analytique est utilisé dans la Section 6.2 pour déterminer les paramètres régissant la plasticité du boulon.

## 6.2 Comparaison avec le modèle proposé

On calibre les paramètres  $\alpha_y$ ,  $\alpha_z$ ,  $\beta_y$  et  $\beta_z$  par essais successifs. Les résultats présentés Figure 4.27 ont été obtenus avec les valeurs  $\alpha_y = \alpha_z = 0.78$  et  $\beta_y = \beta_z = 0.00021$ , pour les paramètres de conception rappelés Figure 4.1.

Ces paramètres n'ont pas de sens physique particulier. Ils ne permettent que de recalibrer le modèle de plastification progressif choisi par rapport au modèle analytique.

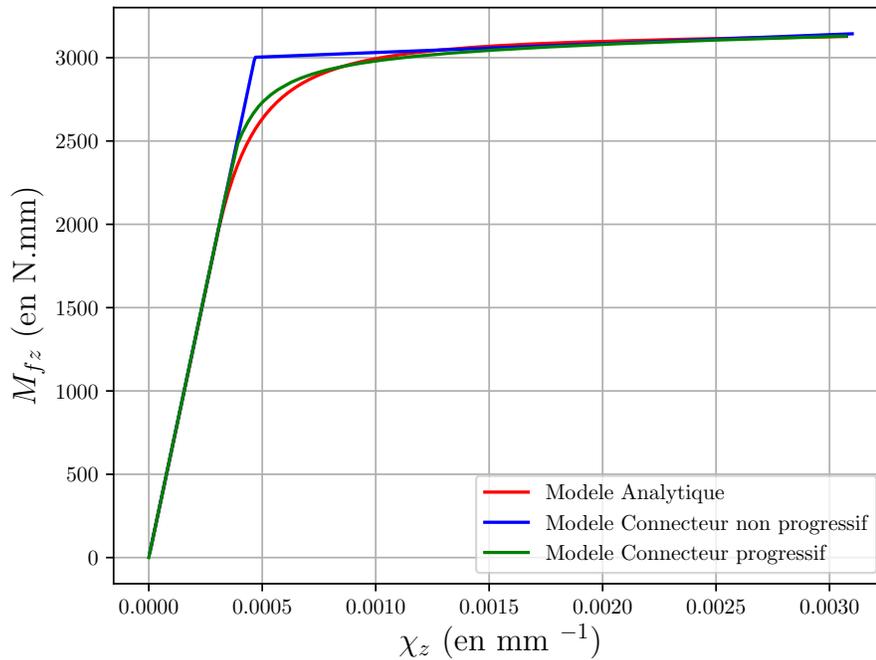


FIGURE 4.27 – Comparaison des modèles analytique et connecteur pour la plastification progressive de la section

Ces paramètres ne dépendent *a priori* que de la géométrie de la section de la poutre, que nous

avons choisie circulaire pour notre étude. Ainsi, il n'est plus nécessaire de modifier ces paramètres une fois la calibration effectuée.

**Remarque** : il est représenté sur la Figure 4.27 le modèle de comportement obtenu si l'on avait choisi une plastification non progressive de la section, correspondant à  $\beta_y = \beta_z = 0$ . On observe que les différences de résultats ne sont pas très importantes entre les différentes valeurs de ces paramètres, et il peut être envisagé, pour éviter des problèmes de convergence, d'adopter un modèle de connecteur de plasticité non progressive pour la flexion. Les 2 configurations ont été comparées sur des simulations numériques présentées au chapitre 5, et les résultats sont très proches.

## 7 Bilan

Ce chapitre a présenté une stratégie d'identification des paramètres d'entrée du connecteur implémenté dans le cadre de ces travaux. Cette dernière s'appuie sur un modèle générique EF 3D considéré comme référence. Le modèle est paramétré et la stratégie est automatisée, si bien que l'identification proposée s'applique à toutes les configurations de liaison boulonnée.

Une analyse paramétrique illustre ensuite l'influence des paramètres de conception sur la valeur des paramètres déterminés. Les résultats de cette analyse sont en accord avec la littérature, validant ainsi la stratégie d'identification proposée. Une comparaison du modèle connecteur avec le modèle générique vient valider l'approche formulée.

Les paramètres numériques régissant la plastification progressive du boulon ont ensuite été déterminés à partir d'une comparaison avec la solution analytique d'une poutre sollicitée en flexion pure.

La détermination de tous ces paramètres permet alors d'utiliser le modèle connecteur dans des simulations à grande échelle. C'est l'objet du chapitre 5, qui présente plusieurs illustrations numériques de ce dernier.



## Illustrations numériques

*Ce chapitre présente des mises en œuvre du modèle connecteur sur des cas tests représentatifs de cas industriels. Dans une première partie, une comparaison sur un cas test à 4 boulons dont l'objectif est de valider le cas de multiples connecteurs dans une simulation est proposée. Le deuxième cas test présenté est un modèle simplifié de carters boulonnés d'un turboréacteur. L'application de conditions aux limites et de chargement variés permet d'observer les différents modes de déformation et d'apprécier les performances du modèle de connecteur. Enfin, la modélisation complète d'un assemblage de tubes cylindriques coudés prenant en compte la plastification des boulons est présentée. Dans toutes ces simulations, une comparaison des temps de calcul CPU est proposée.*

### Sommaire

---

<b>1</b>	<b>Configuration multi-boulonnée à simple recouvrement</b> . . . . .	<b>128</b>
1.1	Présentation du cas-test . . . . .	128
1.2	Présentation des résultats . . . . .	129
1.3	Comparaison des temps de calcul . . . . .	132
<b>2</b>	<b>Assemblage de carters de turbine d'un turboréacteur</b> . . . . .	<b>132</b>
2.1	Présentation du cas test . . . . .	132
2.2	Résultats des simulations des différents modes de chargement . . . . .	135

	2.2.1	Chargement de traction . . . . .	135
	2.2.2	Chargement de torsion . . . . .	135
	2.3	Comparaison des performances . . . . .	135
<b>3</b>		<b>Assemblage multi-boulonné de tubes cylindriques coudés . . . . .</b>	<b>138</b>
	3.1	Présentation du cas-test étudié . . . . .	138
	3.1.1	Conditions aux limites et chargements . . . . .	138
	3.1.2	Maillage . . . . .	140
	3.2	Présentation des résultats . . . . .	140
	3.2.1	Mise en place de la précharge . . . . .	140
	3.2.2	Traction . . . . .	141
	3.2.3	Torsion . . . . .	143
	3.2.4	Flexion . . . . .	143
	3.3	Étude des performances . . . . .	150
	3.3.1	Synthèse des écarts observés . . . . .	150
	3.3.2	Analyse des performances . . . . .	150
<b>4</b>		<b>Bilan . . . . .</b>	<b>152</b>

Les simulations proposées dans cette section permettent de mettre en évidence plusieurs caractéristiques du connecteur. Dans la Section 1, une simulation d'un assemblage comportant 4 boulons est étudiée. Même si ces derniers ont une configuration identique, l'influence des conditions aux limites et du transfert de charges est mise en lumière à travers l'étude du glissement local au niveau de chaque boulon. Le deuxième cas test, étudié dans la Section 2 et représentant une portion d'un assemblage de carters de turbine d'un turboréacteur, examine l'incidence de la valeur de la précharge des boulons sur le comportement global de l'assemblage. Enfin, le modèle proposé dans la Section 3 traite de l'influence du comportement élasto-plastique des boulons et de chargements complexes, en présentant une géométrie complexe d'un assemblage de colonnes multi-boulonnées.

## 1 Configuration multi-boulonnée à simple recouvrement

### 1.1 Présentation du cas-test

La première simulation réalisée est décrite Figure 5.1. Il s'agit d'un assemblage de deux plaques en aluminium par 4 boulons. Les boulons sont identiques à ceux utilisés dans le chapitre 4. Ainsi, les paramètres utilisés dans le modèle comportant des connecteurs sont ceux résumés dans le Tableau 4.1.

L'objectif de cette simulation est de vérifier que plusieurs connecteurs peuvent être implémentés dans une même simulation, et de constater que les variables internes de chaque connecteur évoluent indépendamment les unes des autres. Les conditions aux limites associées au chargement proposé Figure 5.1 doivent en effet permettre d'observer une phase de glissement des boulons 1 et 4 précédant celle des boulons 2 et 3 pour une même valeur de précharge, et donc une évolution asynchrone des glissements de chaque connecteur associé. Cette évolution a été étudiée de façon analytique

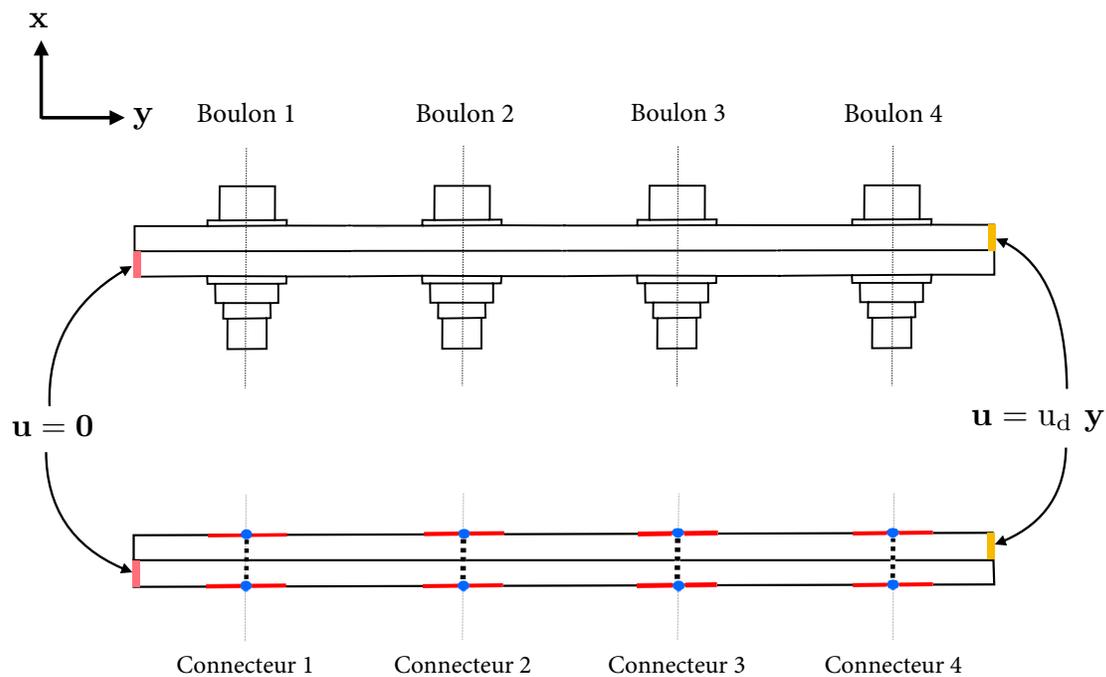


FIGURE 5.1 – Description du modèle 3D de référence et du modèle connecteur

dans les travaux de [Guillot, 2010] et se retrouve numériquement dans les résultats exhibés dans cette section.

Au cours de la première étape de calcul, les boulons sont soumis à une précharge équivalente à 10 000 N. L'assemblage est ensuite soumis à un cycle de charge-décharge de cisaillement en imposant un déplacement  $u_d$  dans la direction  $y$  à l'extrémité droite de la plaque supérieure, comme représenté Figure 5.1. L'extrémité gauche de la plaque inférieure est encastree. Les plaques assemblées sont en aluminium ( $E = 70$  GPa,  $\nu = 0.3$ ) et les boulons sont en acier ( $E = 210$  GPa,  $\nu = 0.3$ ). Pour le modèle de référence 3D, le coefficient de frottement entre les plaques, sous les têtes de vis et sous les écrous est fixé à 0.1. Pour rappel, tous les contacts sont des contacts sans frottement pour la simulation avec des connecteurs.

Les éléments utilisés pour la simulation sont des éléments hexaédriques (C3D8). La simulation est divisée en 200 incréments de temps de même durée.

## 1.2 Présentation des résultats

La configuration déformée obtenue avec les deux modèles au dernier pas de temps est présentée Figure 5.2. Les champs de déplacement observés (déplacement  $U_2$  correspondant au déplacement dans la direction  $y$ ) correspondent alors au glissement résiduel de chaque boulon/connecteur, puisque le pas de temps représenté correspond à la fin de la phase de décharge. On observe un très bon accord entre le modèle de référence 3D et le modèle de connecteur pour la réponse globale de l'assemblage en terme de déplacements.

On cherche ensuite à étudier l'évolution des quantités locales de chaque boulon/connecteur. Les évolutions des sauts de déplacement tangentiels de chaque boulon/connecteur, selon la définition de la Figure 2.2, sont indiquées Figure 5.3. Nous constatons également un bon accord entre les deux modèles. Les changements de pente des différentes courbes concordent. Le premier changement de pente des courbes de comportement des connecteurs correspondent au début du glissement des connecteurs 1 et 4, et la deuxième rupture de pente correspond au glissement des connecteurs 2 et 3. Ce phénomène est en effet décrit plus précisément sur la Figure 5.4, qui représente la valeur du glissement cumulé à l'interface de chaque connecteur.

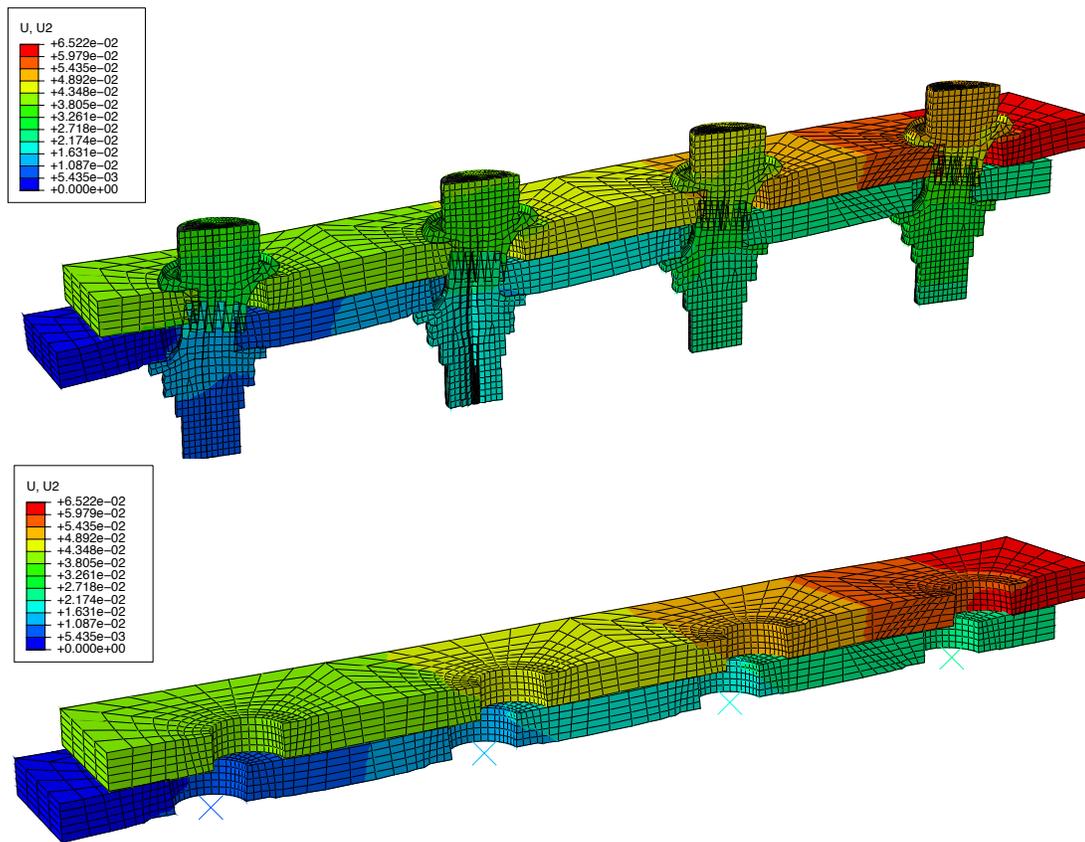


FIGURE 5.2 – Comparaison des champs de déplacement tangentiel des modèles 3D de référence et connecteur (facteur d'amplification = 100)

Les changements de pente observés sur la réponse globale du modèle connecteur s'expliquent par le glissement local des connecteurs 1 et 4 avant celui des connecteurs 2 et 3. Ces résultats sont satisfaisants et valident l'approche du traitement de l'interface frottante par le modèle proposé dans le chapitre 2 et implémenté dans le chapitre 3.

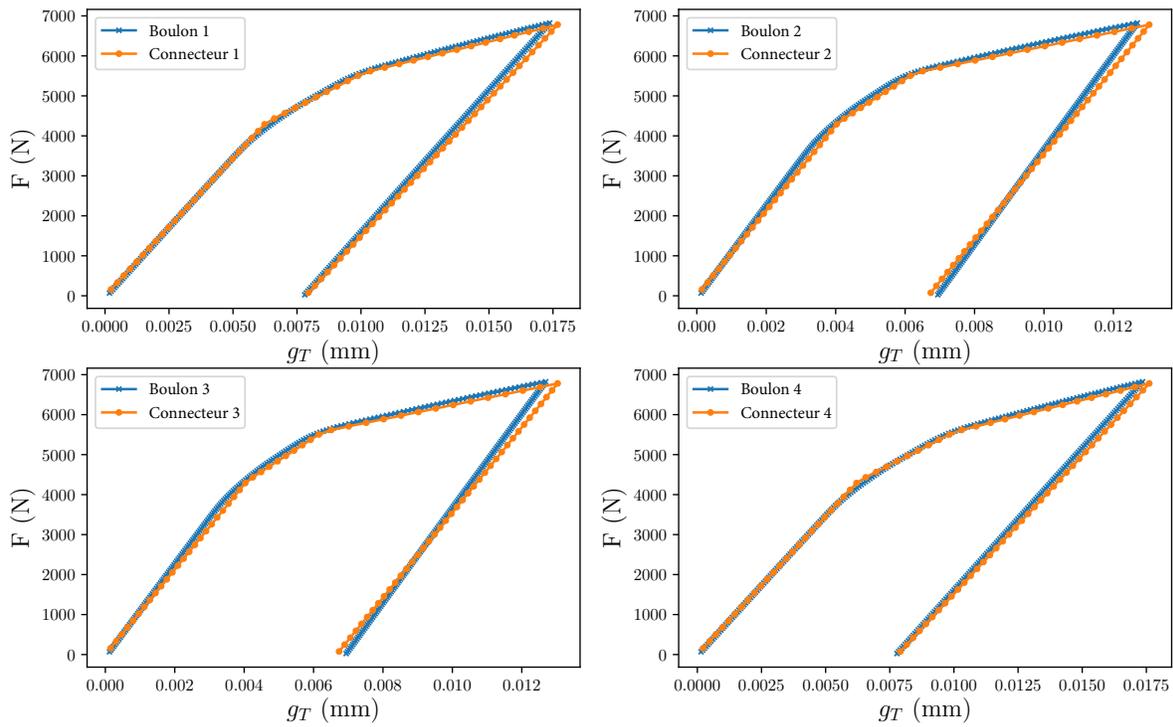


FIGURE 5.3 – Évolution du saut de déplacement tangentiel  $g_T$  pour chaque boulon/connecteur en fonction de l'effort total appliqué  $F$

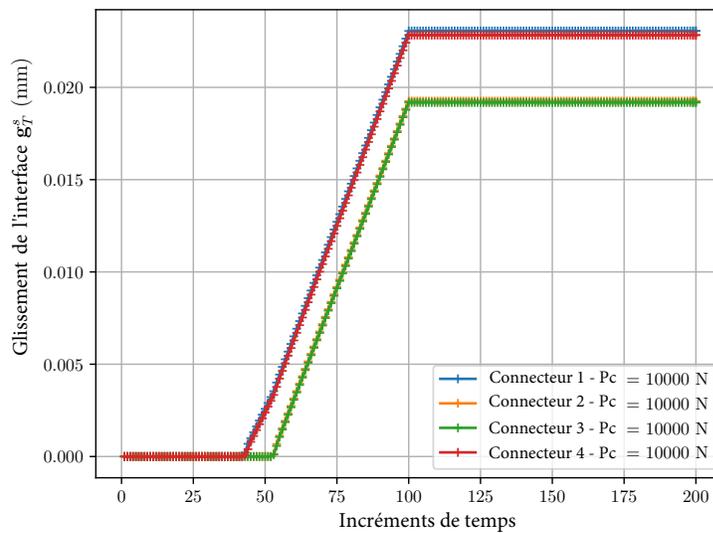


FIGURE 5.4 – Glissements cumulés au niveau des interfaces de chaque connecteur

### 1.3 Comparaison des temps de calcul

On souhaite ensuite étudier les performances des 2 modèles. Les gains en termes de temps de calcul ainsi que le nombre d'itérations du solveur de Newton global sont présentés dans le tableau 5.1.

	Modèle de référence	Modèle connecteur
Temps CPU ( <i>s</i> )	14 067	1 670
Nombre de ddl	305 212	73 596
Nombre d'itérations du solveur de Newton	495	249

TABLE 5.1 – Comparaison des performances des modèles pour l'assemblage de 4 boulons

Les calculs ont été effectués avec 16 Go de mémoire RAM sur un nœud de deux processeurs Intel Xeon 6148 de 2,40 GHz. Le facteur de gain en temps de calcul pour cet exemple est égal à 8.42. C'est un résultat satisfaisant, qui s'explique principalement par une diminution significative du nombre de degrés de liberté du modèle (gain d'un facteur de 4.15), mais aussi par une réduction du nombre d'itérations du solveur de Newton (gain d'un facteur de 1.98), grâce à l'élimination des conditions de contact frottant entre les éléments assemblés.

On notera ici que le boulon (ou le connecteur associé) reste dans le domaine élastique pendant les 200 incréments de calcul et ne plastifie pas. C'est un choix délibéré pour étudier exclusivement les phénomènes de frottement.

## 2 Assemblage de carters de turbine d'un turboréacteur

### 2.1 Présentation du cas test

Le cas test présenté dans cette section est l'assemblage boulonné de carters de turbine de turboréacteur. L'ensemble contient 120 boulons afin de solidariser ces derniers. À titre d'exemple, la configuration déformée de l'assemblage suite à la phase de précharge des boulons est présentée Figure 5.5. Dans un souci de simplicité, il a été choisi d'adopter des boulons identiques à ceux dont les paramètres ont été identifiés dans le chapitre 4. Ainsi, aucune identification supplémentaire n'est nécessaire.

Dans la suite de cette section, il a été choisi d'utiliser la symétrie cyclique de la géométrie et du chargement, et de ne s'intéresser qu'à la modélisation d'un quinzième du problème. Cela correspond alors à un secteur de 8 boulons. De plus, on cherche ici à valider les résultats présentés dans l'analyse paramétrique du chapitre 4. On propose également de précharger les 8 boulons avec des valeurs différentes, de façon à rendre compte de façon plus réaliste d'un cas test réel. L'une des conséquences réside dans le fait que les valeurs du paramètre identifié  $c_T$  dépendent de la précharge de chaque connecteur. On présente alors Figure 5.6 les conditions aux limites et le chargement appliqué pour le cas-test considéré. Les valeurs utilisées de la précharge de chaque boulon/connecteur sont rassemblées dans le tableau 5.2.

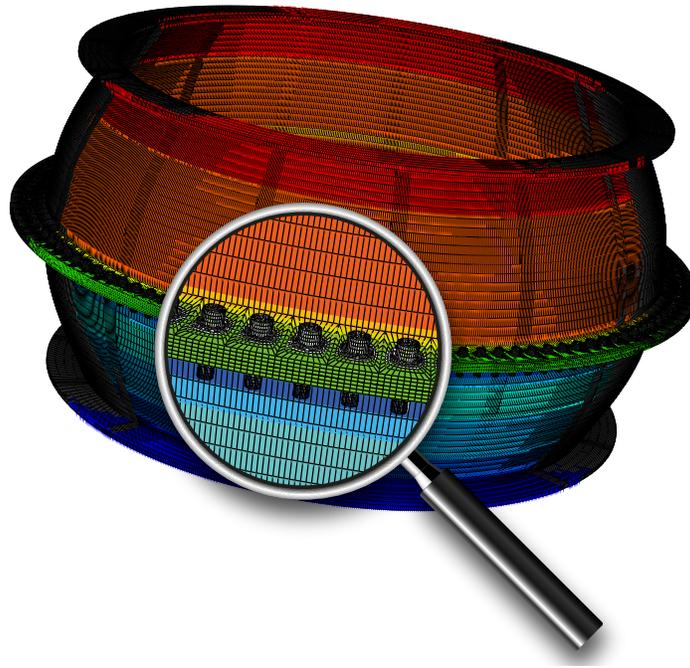


FIGURE 5.5 – Illustration de la géométrie du cas-test

Par souci de simplicité, les mêmes propriétés matériau que celles indiquées dans la Section 1 sont choisies, c'est-à-dire de l'aluminium pour les plaques ( $E = 70$  GPa,  $\nu = 0.3$ ) et l'acier pour les boulons ( $E = 210$  GPa,  $\nu = 0.3$ ).

Le coefficient de frottement dans chaque zone de contact frottant est toujours choisi égal à 0.1 pour la simulation de référence 3D, et tous les contacts sont sans frottement pour la simulation mettant en œuvre le modèle connecteur. Les éléments utilisés sont des éléments C3D8. Des cycles de chargements dits de *traction* ou de *torsion* de charge-décharge sont imposés sur 200 incréments de temps. Les simulations sont effectuées avec des moyens de calcul identiques à ceux de la Section 1. Plus précisément, le carter inférieur est encastré sur l'ensemble de sa surface inférieure, et deux chargements différents sont appliqués, comme représenté Figure 5.6 : un chargement de *traction*, où le carter supérieur est soumis à un effort parallèle à l'axe de symétrie de l'assemblage, et un chargement de *torsion*, où le carter supérieur est soumis à un couple selon cette même direction. Des conditions de périodicité sont imposées sur les faces latérales à l'aide d'une contrainte de type MPC<sup>1</sup> pour respecter la symétrie du problème.

Il est intéressant de noter que même si différentes valeurs de précharge sont utilisées ici, l'identification des paramètres du connecteur n'a pas besoin d'être effectuée pour chaque valeur de précharge, mais uniquement pour 2, conformément à ce qui a été mis en lumière dans le chapitre 4. Par conséquent, les mêmes valeurs de paramètres de connecteur que celles identifiées dans le chapitre 4 ont été utilisées, en prenant en compte la dépendance linéaire de  $c_T$  à la précharge appliquée.

---

1. [Documentation ABAQUS sur les Multi Point Constraint](#)

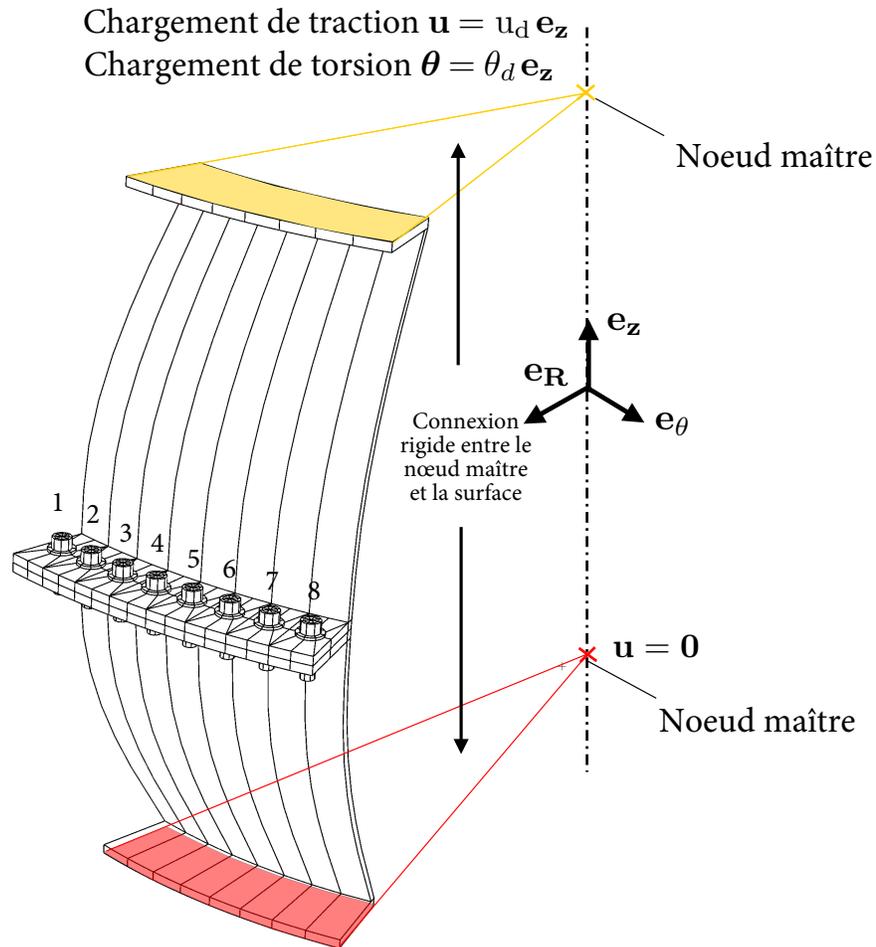


FIGURE 5.6 – Conditions aux limites et chargements appliqués pour le cas-test de l’assemblage de 2 carters

Numéro du boulon	1	2	3	4	5	6	7	8
Précharge (kN)	9	13	7	10	11	8	12	10

TABLE 5.2 – Précharges appliquées aux différents boulons

## 2.2 Résultats des simulations des différents modes de chargement

Les comparaisons entre le modèle de référence 3D et le modèle de connecteur sont effectuées pour les deux cas de chargement différents.

### 2.2.1 Chargement de traction

La Figure 5.7 montre l'évolution du saut de déplacement normal pour le boulon et le connecteur 1 en fonction de la force résultante dans la direction  $\mathbf{z}$  associée au déplacement imposé  $u_d$ .

Les réponses obtenues sont similaires pour chaque boulon/connecteur. De plus, les courbes de comportement du modèle connecteur sont très proches de celles du modèle 3D, et permettent de restituer le comportement global de l'assemblage.

### 2.2.2 Chargement de torsion

La Figure 5.8 montre l'évolution de la norme du saut de déplacement tangentiel  $\|\mathbf{g}_T\|$  de chaque boulon et de chaque connecteur en fonction de l'amplitude du couple résultant de la rotation imposée  $\theta_d$ .

Les courbes de comportement tangentiel pour un cycle de charge-décharge sont cette fois-ci légèrement différentes en fonction du numéro du boulon/connecteur considéré, et dépendent de la valeur de la précharge de chaque boulon  $P_C$ . Les écarts observés sont cependant faibles (inférieurs à 5% pour les plus importants, qui correspondent aux valeurs de précharges extrémales) et les résultats demeurent tout à fait satisfaisants dans un contexte industriel au vu du gain en terme de temps de calcul tel que rapporté dans la Section 2.3.

## 2.3 Comparaison des performances

	Modèle de référence	Modèle connecteur
Nombre de ddl	230 840	102 624
<b>Chargement de traction</b>		
Temps CPU (s)	4 165	1 908
Nombre d'itérations du solveur de Newton	272	213
Facteur d'accélération	2.18	
<b>Chargement de torsion</b>		
Temps CPU (s)	8 247	3 230
Nombre d'itérations du solveur de Newton	443	298
Facteur d'accélération	2.55	

TABLE 5.3 – Comparaison des performances des modèles pour le cas-test d'un assemblage de carter de turbine boulonné

Les performances en termes de temps de calcul sont présentées dans le tableau 5.3. Le facteur d'accélération obtenu est d'environ 2 – 2,5 pour les deux cas de chargement étudiés et demeure

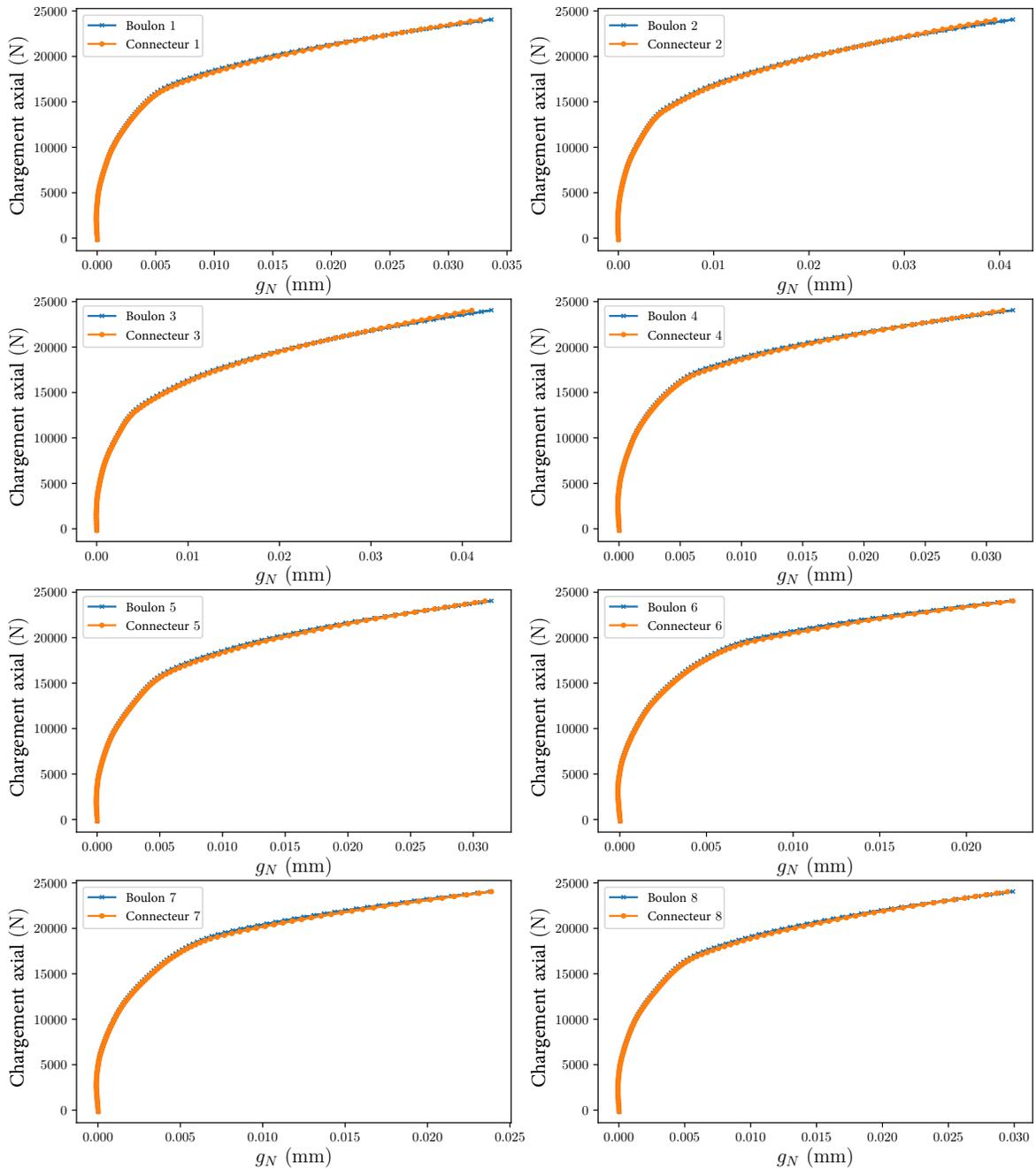


FIGURE 5.7 – Saut de déplacement normal pour chaque boulon/connecteur évalué en fonction de l'effort axial issu du déplacement imposé  $u_d$

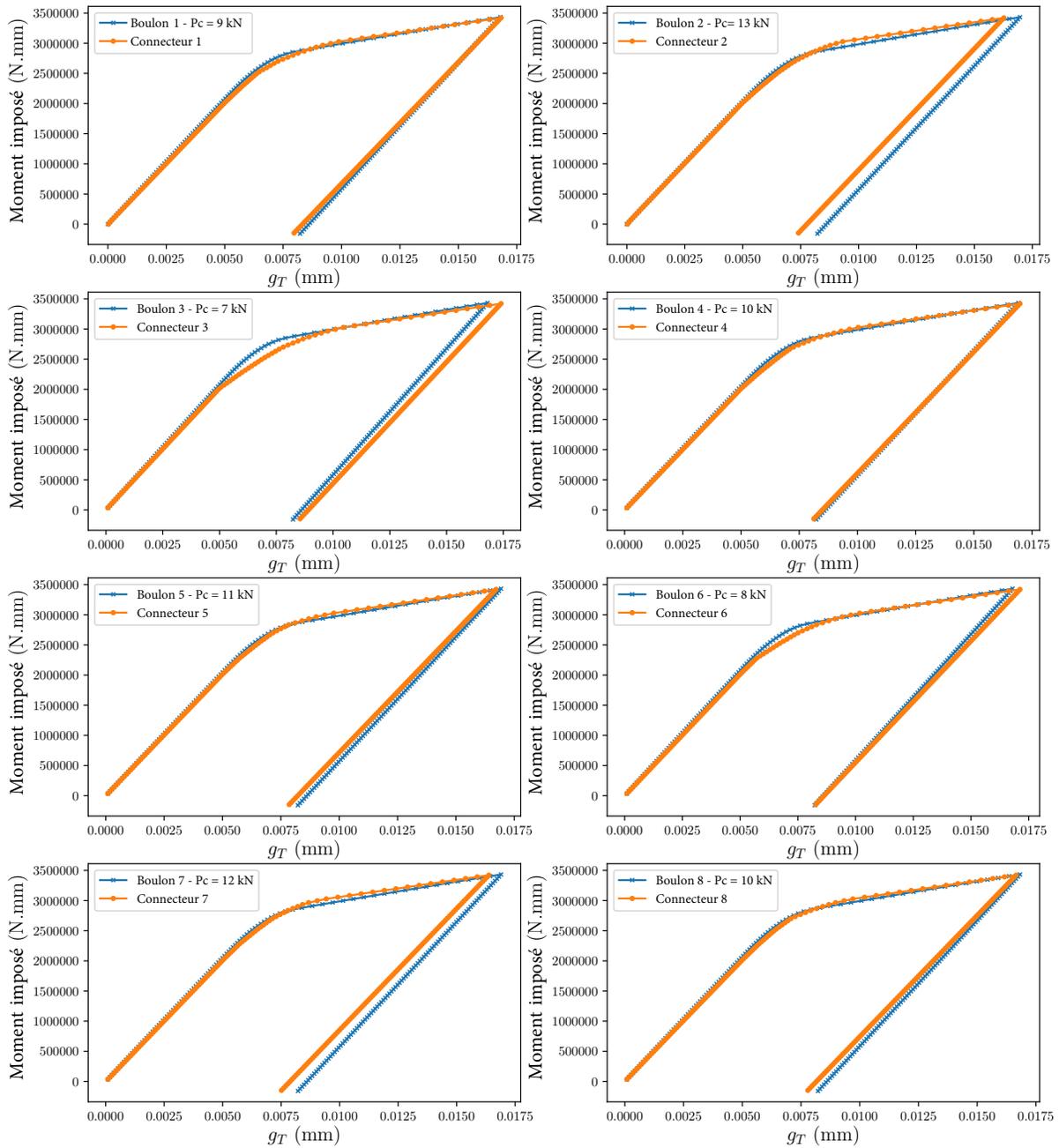


FIGURE 5.8 – Évaluation du saut de déplacement tangentiel pour chaque boulon/connecteur en fonction du moment imposé

tout à fait satisfaisant pour ce type de structures. Il s'agit maintenant d'étudier les performances du connecteur prenant également en compte le comportement non-linéaire du matériau du boulon à travers l'introduction de la plasticité. C'est l'objet des travaux présentés dans la Section 3.

## 3 Assemblage multi-boulonné de tubes cylindriques coudés

### 3.1 Présentation du cas-test étudié

Cette section se propose de présenter les simulations numériques complètes de l'assemblage de deux tubes coudés cylindriques boulonnés. La géométrie proposée est complexe, et l'intégralité des phénomènes non-linéaires étudiés dans ces travaux est modélisée dans le modèle 3D et dans le modèle connecteur. 24 boulons élasto-plastiques lient ainsi les 2 éléments assemblés. Après avoir exposé les résultats des différentes simulations, une discussion sur les écarts observés est présentée.

#### 3.1.1 Conditions aux limites et chargements

La configuration étudiée est représentée Figure 5.9. Cette dernière représente l'assemblage coudé de 2 tubes cylindriques. Le premier est encastré à ses deux extrémités, et décrit une portion d'une colonne principale. Cette dernière supporte, sur une partie de sa surface latérale, une dérivation cylindrique coudée à l'une de ses extrémités, et dont l'autre extrémité est solidarifiée au moyen de boulons sur une couronne à un troisième tube cylindrique. Pour les simulations, 24 boulons identiques sont ainsi discrétisés à l'aide d'éléments 3D pour modéliser l'ensemble du problème.

On se propose de solliciter la structure au moyen de sollicitations analogues à celles mises en œuvre dans la Section 2, c'est-à-dire en imposant un effort et/ou un moment à un nœud maître, lui-même relié à d'autres nœuds de la structure par un raccord rigide comme représenté Figure 5.9.

Les vis et les écrous utilisés dans cette section sont différents de ceux modélisés dans les sections 1 et 2. Ces derniers ont ainsi nécessité une nouvelle étape d'identification.

Pour le modèle de référence 3D, le coefficient de frottement entre les plaques, sous les têtes de vis et sous les écrous est fixé à 0.1. Pour rappel, tous les contacts sont des contacts sans frottement pour la simulation avec des connecteurs. Au cours de la première étape de calcul, les boulons sont soumis à une précharge équivalente à 10 000 N (voir 3.2.1). L'assemblage est ensuite soumis à 3 types de chargements :

- un chargement dit de *traction* (voir Section 3.2.2) où le nœud maître est soumis à un effort parallèle à l'axe des boulons,
- un chargement dit de *torsion* (voir Section 3.2.3) où le nœud maître est soumis à un moment suivant l'axe des boulons,
- un chargement dit de *flexion* (voir Section 3.2.4) où le nœud maître est soumis à un moment dans une direction normale à l'axe des boulons.

**Remarque :** Les appellations de traction, torsion et flexion correspondent à des sollicitations globales de la structure. Cependant, les boulons/connecteurs sont localement soumis à des chargements combinant les différents types de sollicitation.

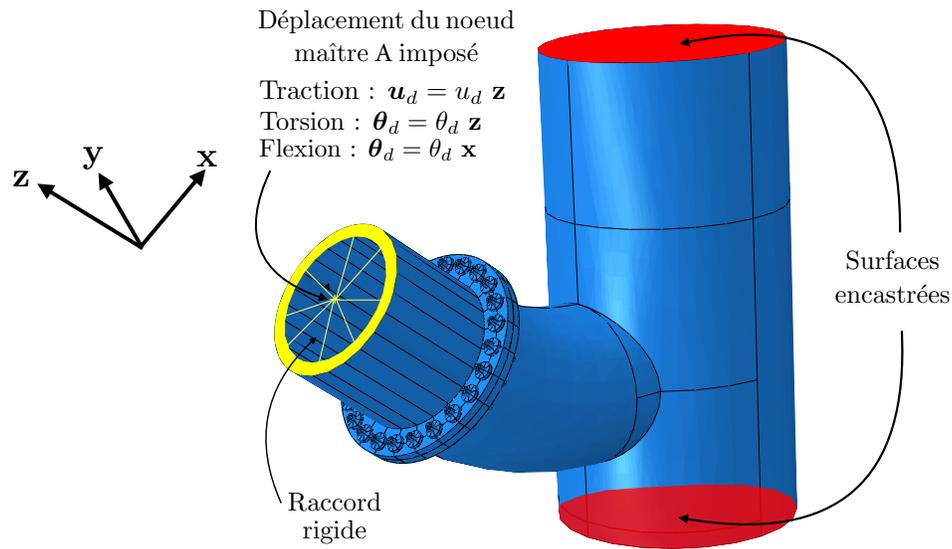


FIGURE 5.9 – Conditions aux limites imposées à l’assemblage multi-boulonné de tubes cylindriques coudés

Les simulations sont constituées d’un cycle de charge. De plus, on présente pour chaque sollicitation des résultats à l’échelle globale concernant les champs de contrainte et de déplacement des nœuds de toute la structure au dernier incrément de calcul, et des résultats dits *locaux* concernant le comportement de chaque boulon/connecteur. Pour les résultats *locaux*, la numérotation des boulons utilisée est précisée Figure 5.10.

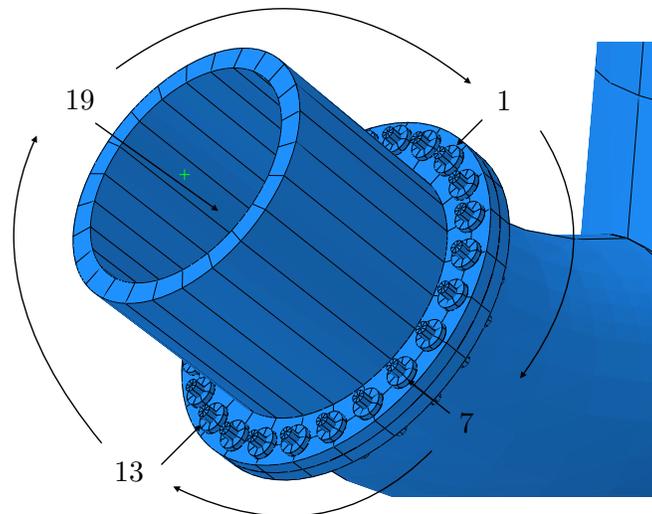


FIGURE 5.10 – Numérotation des boulons/connecteurs utilisés

### 3.1.2 Maillage

Les éléments utilisés pour la simulation sont des éléments hexaédriques à 8 noeuds (C3D8). Le nombre et la taille des éléments dans les zones de contact frottant sont conformes à l'étude réalisée dans le chapitre 4 concernant la dépendance des paramètres identifiés au maillage.

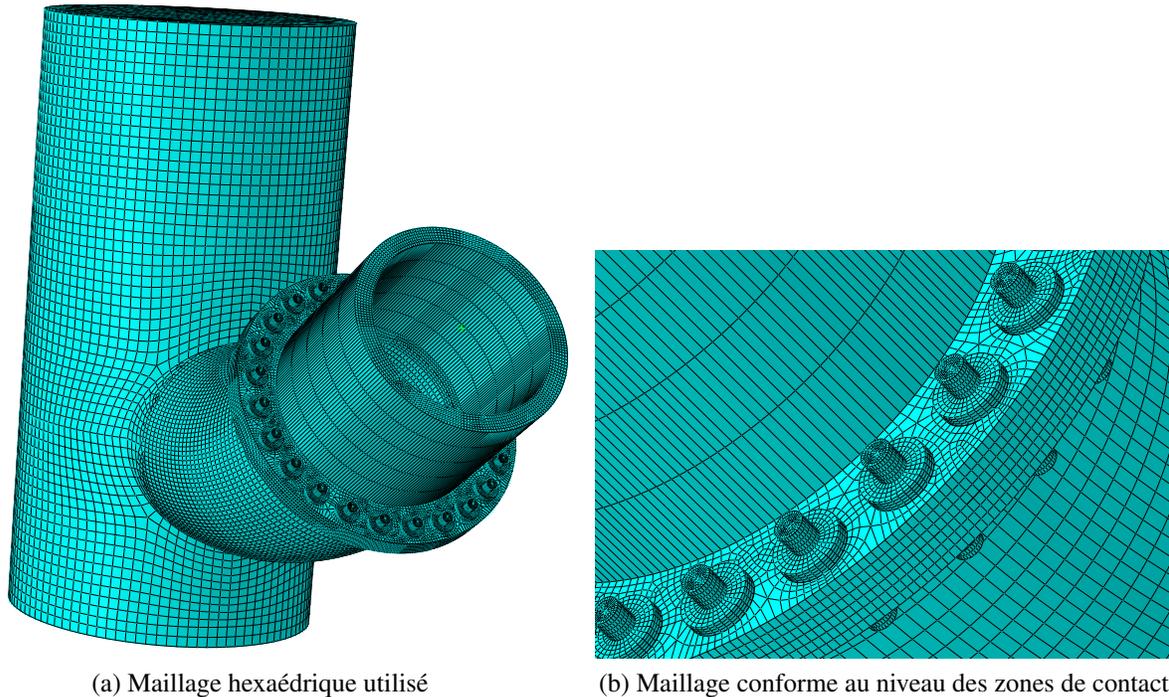


FIGURE 5.11 – Description du maillage utilisé

Ainsi, nous prenons comme hypothèse dans la suite de l'étude que les écarts observés entre le modèle 3D et le modèle connecteur pour les différents types de chargements n'ont pas pour origine la qualité du maillage utilisé.

## 3.2 Présentation des résultats

On présente dans cette section les résultats des différentes simulations. Les performances en termes de temps CPU et d'erreur entre les 2 modèles sont ensuite analysées dans la Section 3.3.

De plus, on notera que tous les champs de déplacements présentés dans la suite sont exprimés dans un repère **cylindrique**, dont l'axe  $u_z$  est l'axe colinéaire à l'axe des boulons et passant par le nœud maître  $A$  où est appliqué le chargement. L'axe  $U_1$  dans ABAQUS est ainsi l'axe radial, et l'axe  $U_2$  désigne la direction orthoradiale.

### 3.2.1 Mise en place de la précharge

Pour les 3 types de chargement proposés, la première étape de calcul consiste en la mise en place d'une précharge d'une valeur de 10 kN pour chaque boulon/connecteur.

Pour rappel, cette dernière est appliquée à l'aide d'un chargement de type *Bolt load*<sup>2</sup> sur chaque boulon du modèle 3D de référence, et à l'aide d'un effort interne dans le connecteur selon l'Annexe C. La quantité d'intérêt globale présentée Figure 5.12a est ainsi le champ de déplacement dans la direction  $U_3$  du repère cylindrique, c'est-à-dire dans la direction axiale du connecteur.

Le champ de déplacement du modèle 3D a été présenté en masquant les boulons, afin de pouvoir apprécier les déplacements des noeuds sous tête de vis et sous écrou.

De façon analogue, la quantité locale présentée Figure 5.13 est le saut de déplacement normal  $g_N$  de chaque boulon/connecteur à la fin de l'étape de précharge, selon la numérotation proposée Figure 5.10.

Les écarts entre les 2 modèles sont très faibles. On peut expliquer ces résultats par une bonne identification de la raideur normale du connecteur  $c_N$ . À la vue des valeurs présentées Figure 5.12b, les boulons n'ont pas plastifié pendant la phase de précharge, la limite élastique étant fixée à 700 MPa.

### 3.2.2 Traction

Le premier chargement étudié est celui dit de *traction*, qui correspond, une fois la précharge appliquée, à l'application d'un effort au nœud maître dans une direction colinéaire à l'axe des boulons. La quantité représentée Figure 5.14a représente ainsi le déplacement dans l'axe  $U_3$  du repère cylindrique.

Les écarts relatifs très faibles concernant les valeurs maximales du champ de déplacement axial (1,8%) et de la contrainte de Von Mises (0,49%) valident en partie le modèle de connecteur proposé dans ces travaux. Signalons tout de même que la contrainte de Von Mises maximale n'est pas atteinte au niveau de la liaison boulonnée, mais au niveau du coude du tube cylindrique principal. On présente d'ailleurs sur la Figure 5.15 le champ de contraintes de Von Mises dans la zone boulonnée. Les 2 modèles fournissent des résultats très similaires.

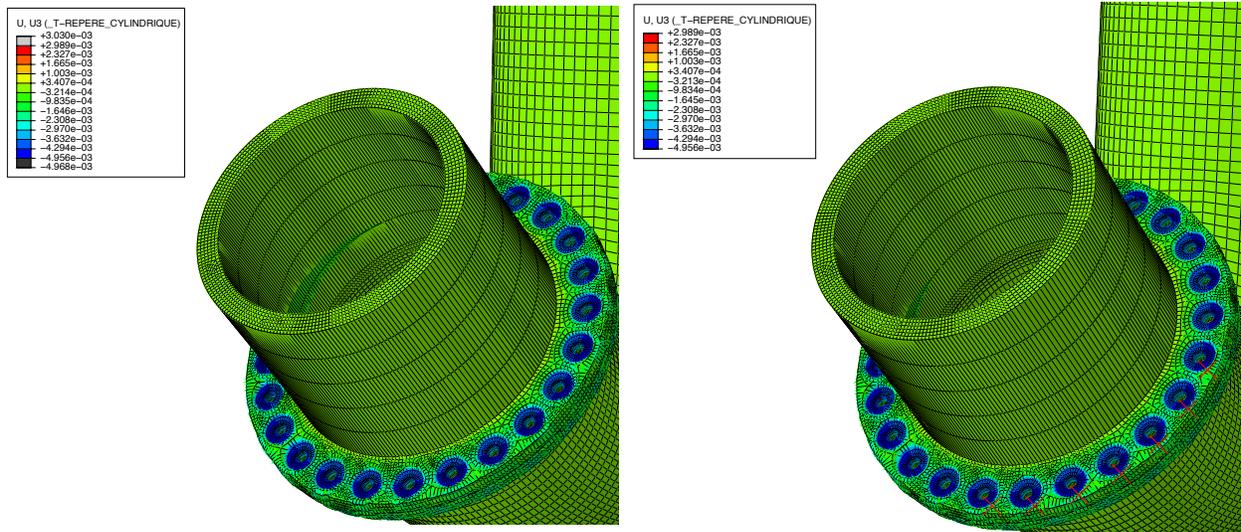
On souhaite ensuite mettre en lumière l'apport du comportement élasto-plastique du connecteur dans les simulations proposées. La valeur de l'effort imposé au nœud maître ( $2.10^5$  N) a été choisie de manière à mener à la plastification des boulons. On a alors représenté sur la Figure 5.16 le saut de déplacement normal  $g_N$  à 2 instants du chargement pour 3 modèles : le modèle de référence 3D, un modèle mettant en œuvre des connecteurs dits *élastiques* ne prenant en compte que les phénomènes de frottement mais pas ceux liés à la plasticité, et un modèle incluant des connecteurs capables de refléter le comportement élasto-plastique du boulon et celui de l'interface frottante.

Le premier instant du chargement représenté, correspondant à un effort de  $F = 1.10^5$  N, ne mène pas encore à la plastification des boulons. Les deux configurations de connecteur sont alors identiques, et très proches de celles du modèle de référence. En revanche, une fois que le boulon a plastifié ( $F = 2.10^5$  N), les résultats diffèrent largement. On peut en effet observer sur la Figure 5.16 que le connecteur dit *élastique* n'est plus capable de reproduire le comportement des boulons du modèle de référence, contrairement au connecteur *élasto-plastique* pour lequel les écarts relatifs en termes de saut de déplacement normal  $g_N$  (4.5%) sont très faibles.

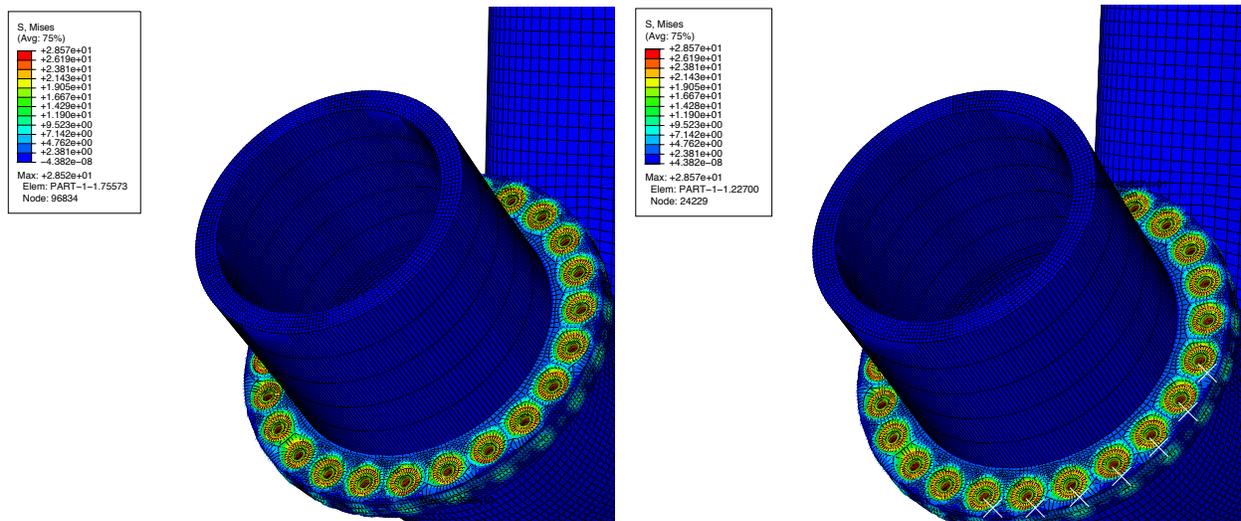
On peut également noter que les valeurs des sauts de déplacement normal sont proches pour les 24 boulons/connecteurs, et cela confirme que le connecteur est capable de prendre correctement en

---

2. Documentation ABAQUS sur l'outil *Bolt Load*



(a) Champ de déplacement axial pour les modèles 3D (à gauche) et connecteur (à droite) - facteur d'amplification = 600



(b) Contrainte de Von Mises pour les modèles 3D (à gauche) et connecteur (à droite) - facteur d'amplification = 600

FIGURE 5.12 – Comparaison des quantités à l'échelle *globale* après application de la précharge

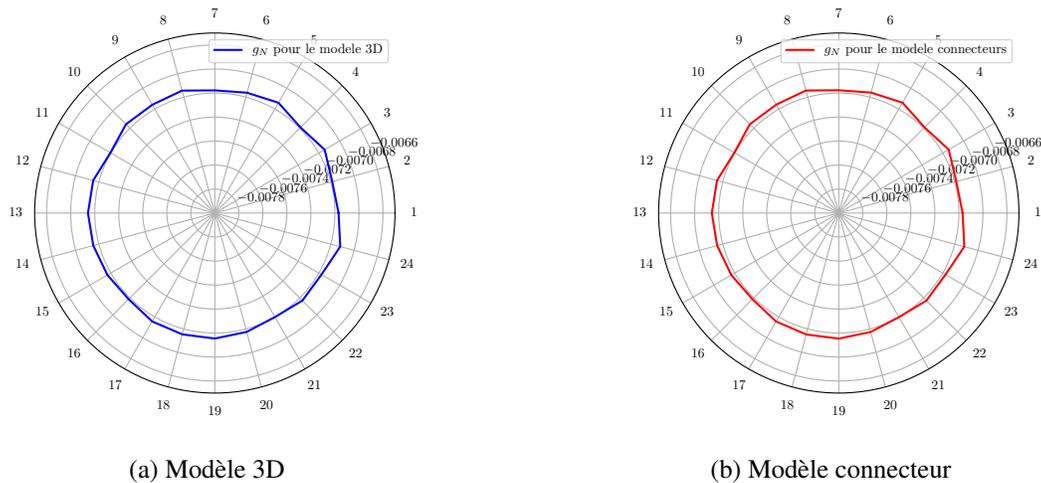


FIGURE 5.13 – Comparaison des sauts de déplacement normaux  $g_N$  (en  $mm$ ) suite à l’instauration de la précharge pour chaque boulon/connecteur

compte toutes les directions de boulon possibles à travers un changement de repère, comme illustré dans le chapitre 4.

### 3.2.3 Torsion

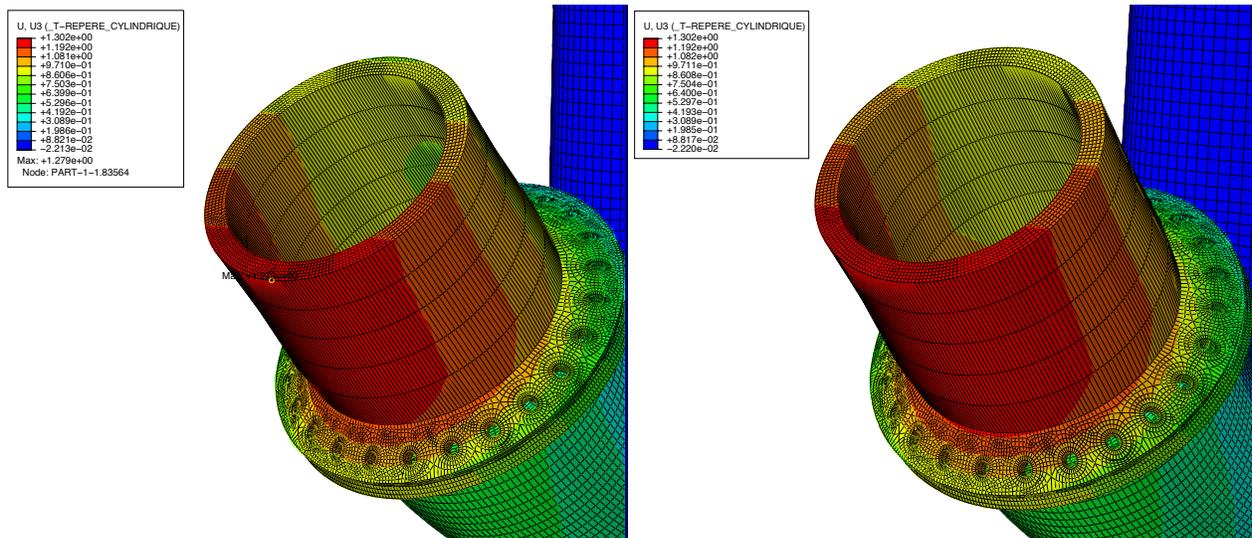
Le deuxième chargement étudié est celui dit de *torsion*. Une fois la précharge appliquée, ce dernier est mis en place en appliquant un moment au nœud maître dans la direction  $U_3$  du repère cylindrique. Les nœuds esclaves de la Figure 5.9 subissent alors un déplacement orthoradial, et les boulons/connecteurs travaillent localement essentiellement en cisaillement.

Pour cette raison, la quantité présentée Figure 5.14a est le champ de déplacement orthoradial, c’est-à-dire suivant l’axe  $U_2$  d’ABAQUS du repère cylindrique. En revanche, les quantités locales de la Figure 5.18 sont les normes des sauts de déplacements tangentiels  $g_T$  des boulons/connecteurs, prenant ainsi également en compte le déplacement radial au sens du tube de ces derniers.

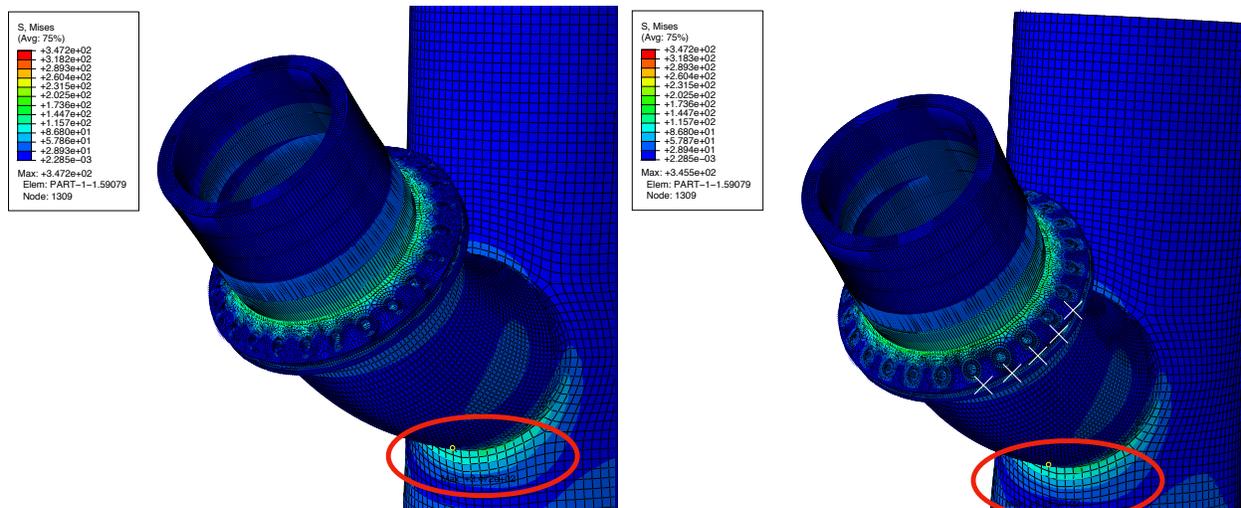
Les écarts relatifs des quantités globales (3.1% pour le déplacement, 7.2% pour la contrainte de Von Mises dans la zone boulonnée) sont légèrement plus importants que pour la traction mais restent acceptables au vu des gains en termes de temps de calcul.

### 3.2.4 Flexion

Le dernier chargement utilisé est celui dit de flexion. Il s’agit d’appliquer au nœud maître, une fois la précharge instaurée, un moment dirigé selon la direction normale à l’axe des boulons (voir Figure 5.9). Les boulons/connecteurs travaillent alors localement de façon dissymétrique en traction/compression : ainsi, la moitié des brides, correspondant aux boulons 1 à 12 (voir Figure 5.10), est sollicitée en compression, alors que l’autre moitié, correspondant aux boulons 13 à 24, est sollicitée en traction. Ils sont également soumis localement à une sollicitation de cisaillement,



(a) Champ de déplacement axial pour les modèles 3D (à gauche) et connecteur (à droite) - facteur d'amplification = 60



(b) Contrainte de Von Mises pour les modèles 3D (à gauche) et connecteur (à droite) - facteur d'amplification = 60

FIGURE 5.14 – Comparaison des quantités à l'échelle *globale* après application d'un effort de traction

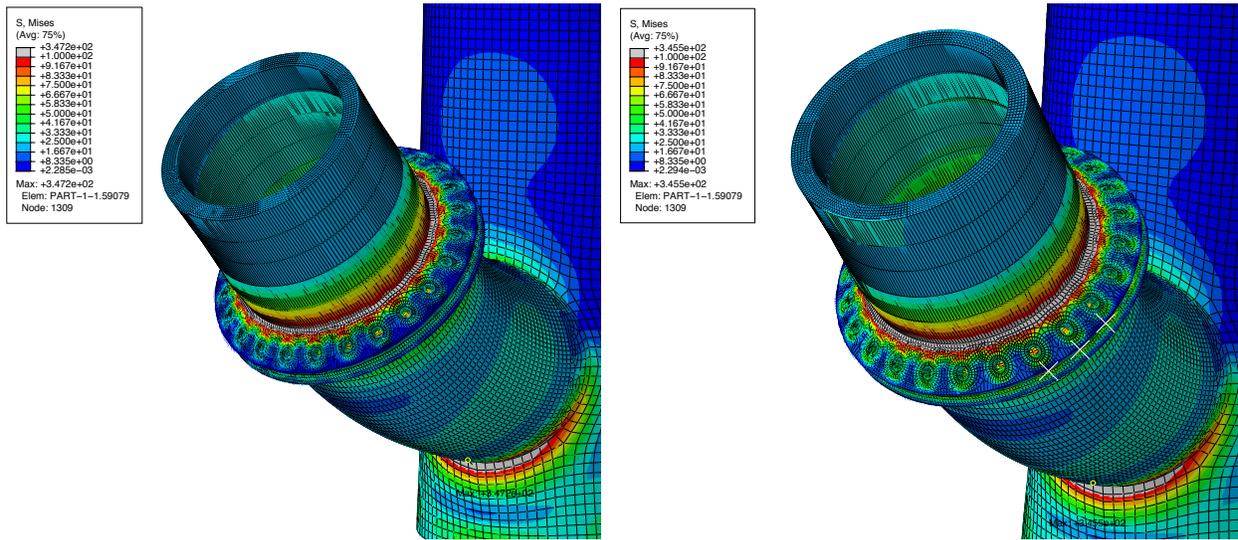


FIGURE 5.15 – Contrainte de Von Mises dans la zone boulonnée - facteur d'amplification = 60

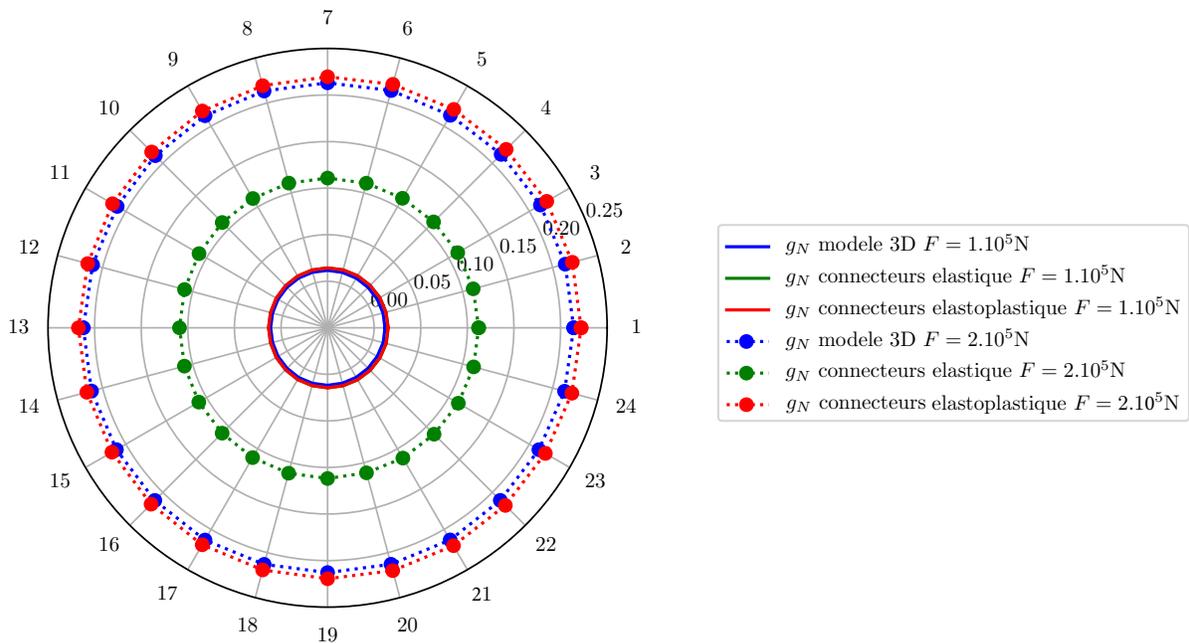
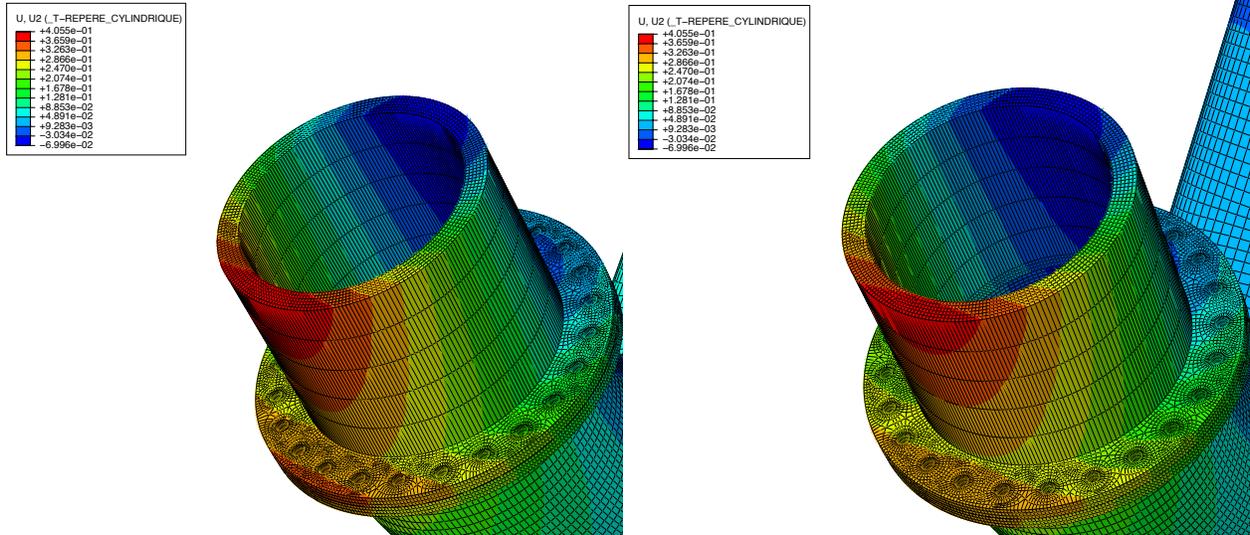
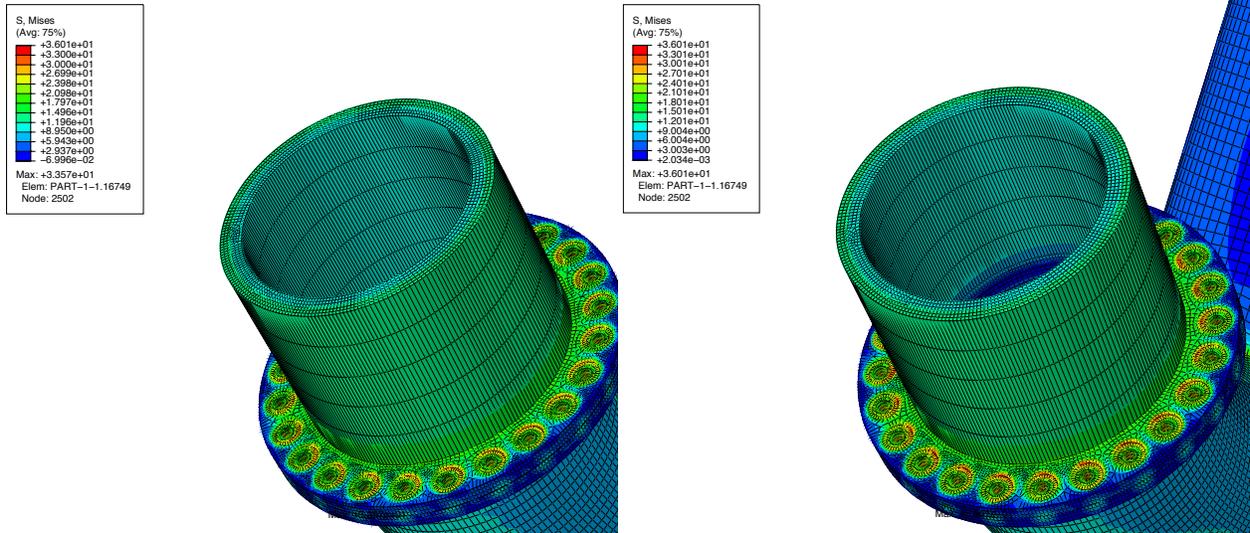


FIGURE 5.16 – Comparaison des sauts de déplacement normaux  $g_N$  (en mm) suite à un chargement de traction pour chaque boulon/connecteur. Confrontation des modèles purement élastique et élasto-plastique des connecteurs



(a) Champ de déplacement orthoradial pour les modèles 3D (à gauche) et connecteur (à droite) - facteur d'amplification = 500



(b) Contrainte de Von Mises pour les modèles 3D (à gauche) et connecteur (à droite)

FIGURE 5.17 – Comparaison des quantités à l'échelle *globale* après application d'un moment de torsion

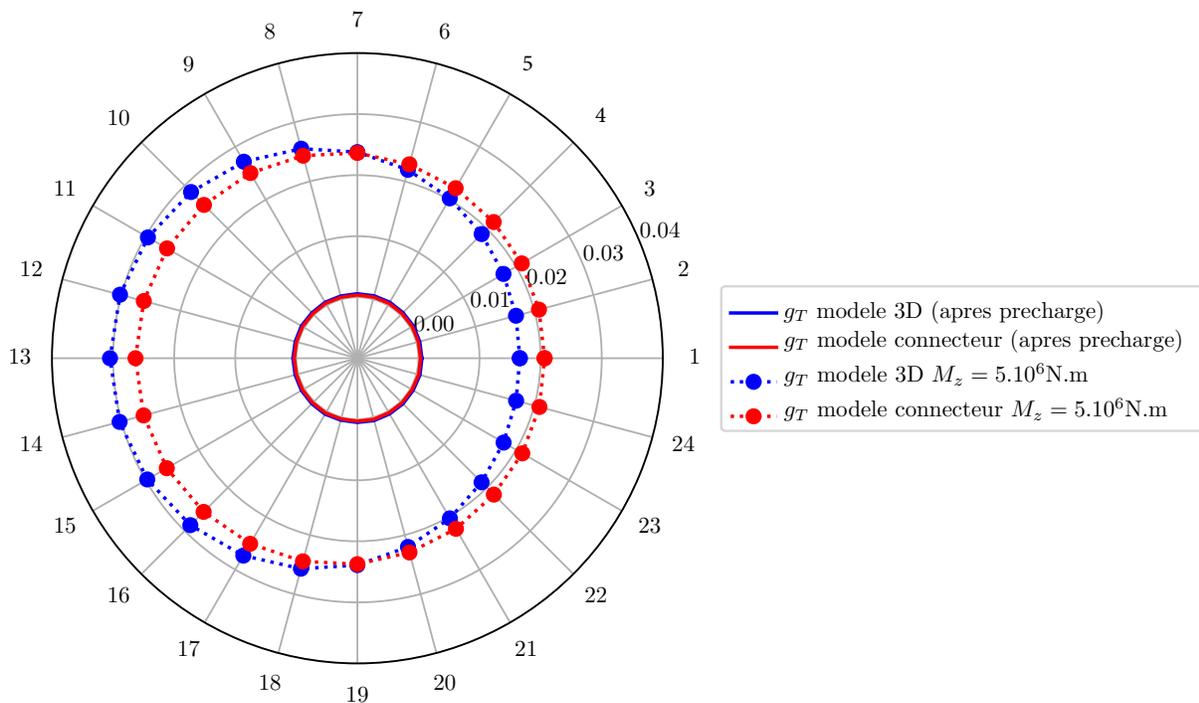


FIGURE 5.18 – Comparaison des normes des sauts de déplacement tangentiels  $g_T$  (en  $mm$ ) suite à un chargement de torsion

puisque'ils travaillent en flexion simple et non en flexion pure. La contrainte maximale sera alors atteinte au niveau du boulon 19.

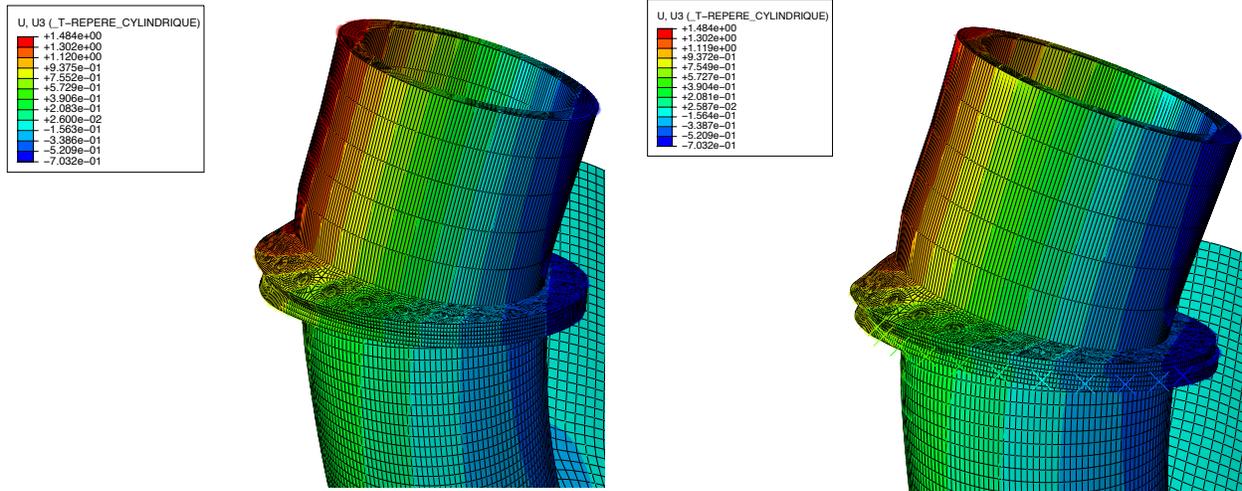
On se propose ainsi de représenter le champ de déplacement dans la direction  $U_3$  du repère cylindrique, donc dans la direction axiale des connecteurs.

Suite à ce chargement, la Figure 5.20 montre qu'une partie des boulons sollicités en traction ont plastifié. Le boulon le plus sollicité est le boulon 19, ce qui est en accord avec la localisation de la contrainte maximale de la Figure 5.19b.

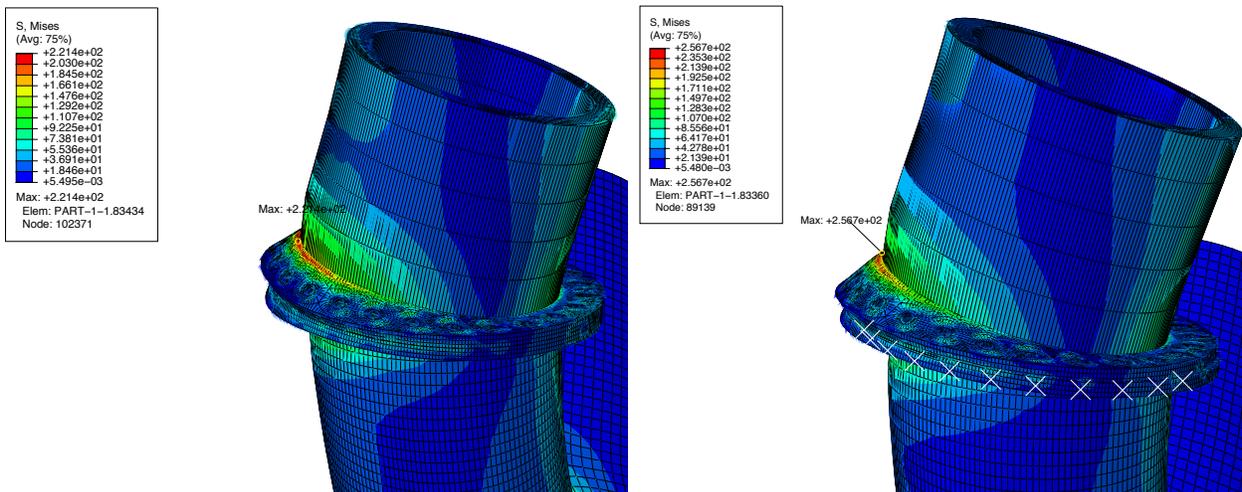
Les déformées présentées Figure 5.19a illustrent bien la dissymétrie du chargement appliqué. On retrouve également cette dissymétrie sur la Figure 5.21, qui représente l'évolution du saut de déplacement normal  $g_N$  pour chaque boulon/connecteur :

- les boulons 2 à 12 sont globalement sollicités en "compression", et le saut de déplacement normal est faible voire négatif,
- les boulons 1 et 13 à 24 sont globalement sollicités en traction, et le saut de déplacement normal est alors beaucoup plus important.

La tendance est globalement bien représentée, et on peut affirmer que ce genre de chargement complexe est correctement retranscrit par le modèle de connecteur décrit dans ces travaux, puisque les erreurs relatives locales (9,3% au maximum) restent acceptables.



(a) Champ de déplacement axial pour les modèles 3D (à gauche) et connecteur (à droite) - facteur d'amplification = 60



(b) Contrainte de Von Mises pour les modèles 3D (à gauche) et connecteur (à droite)

FIGURE 5.19 – Comparaison des quantités à l'échelle *globale* après application d'un moment de flexion

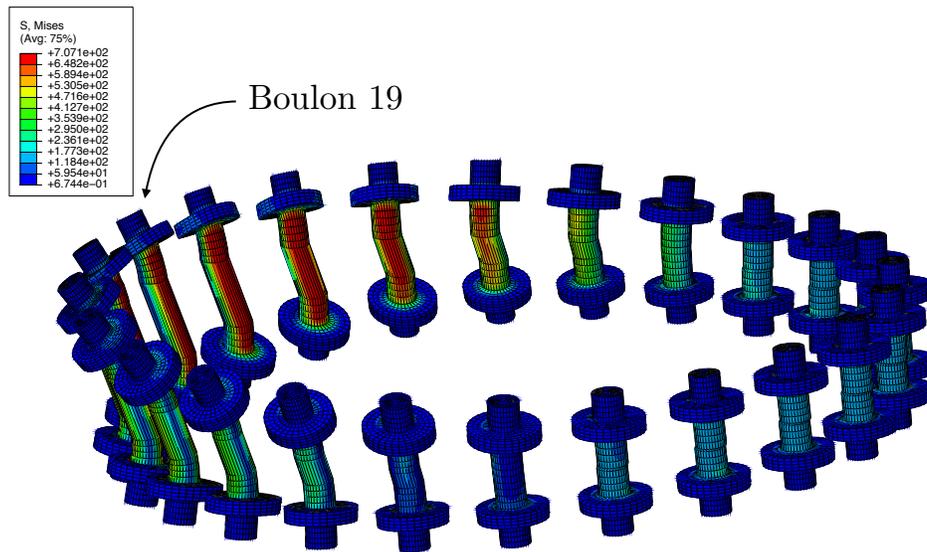


FIGURE 5.20 – Contrainte de Von Mises dans les boulons suite au chargement de flexion- facteur d'amplification = 60

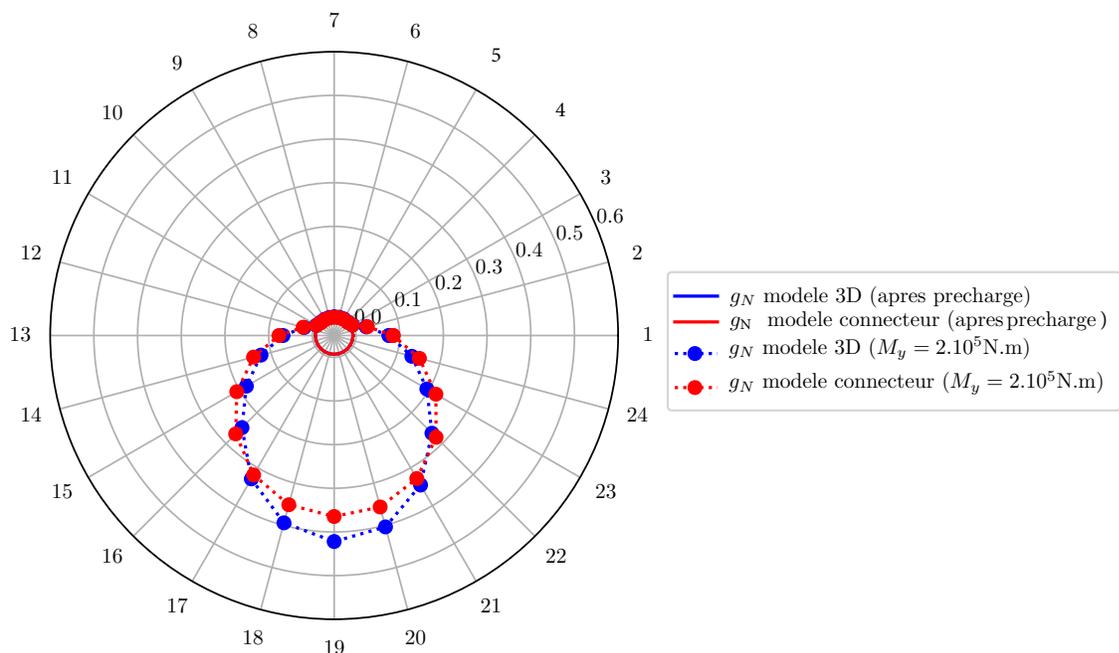


FIGURE 5.21 – Comparaison des sauts de déplacement normaux  $g_N$  (en mm) suite à un chargement de flexion

### 3.3 Étude des performances

#### 3.3.1 Synthèse des écarts observés

Le tableau 5.4 présente les écarts relatifs sur les valeurs maximales des grandeurs à l'échelle globale et locale pour les différentes sollicitations étudiées.

Écart relatif (en %)	Déplacement	Contrainte de Von Mises	Saut de déplacement local
Chargement de traction	1.8	0.49	4.5
Chargement de torsion	3.1	7.2	11.2
Chargement de flexion	3.9	15.9	9.3

TABLE 5.4 – Présentation des écarts relatifs entre les modèles 3D et connecteur

Ce dernier met en lumière le fait que le modèle de connecteur retransmet convenablement le comportement local de chaque liaison substituée, mais également le comportement global de l'assemblage.

Des géométries et des chargements complexes ont été mis en œuvre. On notera notamment, par exemple avec la sollicitation de traction, le fait que la prise en compte du comportement élasto-plastique du boulon est essentiel lorsque les chargements deviennent importants et impactent fortement le comportement local de la liaison.

Enfin, le mode de représentation des résultats ne permet pas d'apprécier la plastification progressive de la section du boulon en flexion, notamment dans le cas de chargement de la Section 3.2.3. Une étude annexe a été réalisée avec une plastification immédiate, et mène à des résultats et des temps de calcul identiques. Les 2 modélisations peuvent ainsi être utilisées sans avoir d'incidence sur le résultat ou les performances.

#### 3.3.2 Analyse des performances

Le Tableau 5.5 présente une comparaison des performances des 2 modèles utilisés pour tous les chargements étudiés.

Les facteurs d'accélération observés peuvent évoluer de façon importante en fonction du maillage de référence. Par exemple, si les boulons avaient été maillés de façon beaucoup plus raffinés, le gain en terme de nombre de degrés de liberté aurait été plus important, augmentant alors les facteurs d'accélération.

De façon générale, nous observons que le solveur de Newton global nécessite moins d'itérations à convergence pour le modèle connecteur que pour le modèle 3D. On attribue cela au fait que certaines non-linéarités (contact frottant, plasticité) sont prises en compte à l'intérieur du connecteur de façon locale.

Pour cette même raison, on observe également pour le chargement de traction que le connecteur élasto-plastique ne nécessite pas plus de temps CPU ou d'itérations que le connecteur élastique. La raison en est que l'intégration du comportement plastique par recherche de zéros par Newton sécant est effectuée localement dans la routine, et ne nécessite qu'un de temps de calcul négligeable compte-tenu de la taille du système global.

	Modèle de référence	Modèle connecteur
Nombre de ddl	844 089	442 233
<b>Chargement de traction - comportement élastique</b>		
Temps CPU (s)	62 915	27 926
Nombre d'itérations du solveur de Newton	731	573
Facteur d'accélération	<b>2.25</b>	
<b>Chargement de traction - connecteur élasto-plastique</b>		
Temps CPU (s)	62 915	28 032
Nombre d'itérations du solveur de Newton	731	573
Facteur d'accélération	<b>2.24</b>	
<b>Chargement de torsion</b>		
Temps CPU (s)	23 541	13 533
Nombre d'itérations du solveur de Newton	248	229
Facteur d'accélération	<b>1.74</b>	
<b>Chargement de flexion</b>		
Temps CPU (s)	59 237	29 306
Nombre d'itérations du solveur de Newton	767	586
Facteur d'accélération	<b>2.02</b>	

TABLE 5.5 – Comparaison de temps CPU des simulations modèles 3D et connecteurs pour l'assemblage de tubes cylindriques coudés multi-boulonné

Les gains en termes de temps de calcul obtenus sont très satisfaisants. Enfin, on présente dans le Tableau 5.6 les performances du modèle connecteur en terme d'espace mémoire, qui sont analogues pour les 3 cas de chargement proposés dans cette section. Elles doivent être rapprochées d'autres modèles de connecteurs, comme par exemple le connecteur BARC issu des travaux de [Soulé de Lafont, 2017] dans le logiciel SAMCEF [Paleczny et al., 2019]. Les performances du connecteur proposé dans ces travaux sont ainsi intéressantes, notamment en terme de mise en données du problème et de mémoire requise pour effectuer les simulations.

	Modèle de référence	Modèle connecteur	Gain
Taille du fichier d'entrée	24 Mo	12 Mo	50%
Taille du fichier de sortie	5.7 Go	5.1 Go	11%
Espace mémoire	3.92 Gb	2.38 Gb	40%
Temps de pre-processing	12s	6 s	50%

TABLE 5.6 – Comparaison des performances des simulations des modèles 3D et connecteurs pour l'assemblage de tubes cylindriques coudés multi-boulonné

Les faibles écarts sur les résultats obtenus entre les modèles 3D et connecteur mis en lumière en Section 3.3.1 couplés aux gains de temps de calcul attestent de l'intérêt et de l'efficacité du connecteur proposé.

## 4 Bilan

Les phénomènes non linéaires tels que le contact frottant à l'interface des éléments boulonnés ou le comportement élasto-plastique du boulon ont été pris en compte dans le modèle de connecteur proposé, ce qui a été illustré sur plusieurs géométries et chargements complexes.

L'étude de deux plaques reliées par quatre boulons et du modèle connecteur associé a permis de valider l'implémentation d'un modèle avec plusieurs connecteurs soumis localement à des efforts différents. Le rôle des conditions aux limites a été discuté. Le deuxième cas test a permis de montrer l'influence des paramètres de conception comme l'épaisseur des éléments assemblés ou la précharge, dont le rôle a pu être discuté à l'aide de la modélisation de l'assemblage de carters de turbine. Enfin, un assemblage à échelle industrielle a été simulé et valide les approches proposées.

La comparaison entre les différents modèles mettent en lumière des gains de temps de calcul encourageants tout en maintenant une qualité de résultats satisfaisante.

L'implémentation de ce modèle de connecteur a été effectuée dans le logiciel commercial ABAQUS, largement utilisé dans la communauté industrielle, ce qui pourrait rendre ce modèle intéressant pour les bureaux d'étude, en particulier dans un contexte de pré-dimensionnement ou de dimensionnement, des études de sensibilité pourraient alors être menées de façon plus rapide et efficace grâce à son utilisation.





# Conclusion

Les méthodes numériques développées aujourd'hui pour simuler des assemblages comportant un grand nombre de liaisons boulonnées et des phénomènes physiques complexes s'orientent vers des modèles simplifiés, par exemple par l'intermédiaire de connecteurs ou d'éléments utilisateurs. Ces techniques consistent par exemple à proposer un modèle simplifié, susceptible de rendre compte d'un comportement analogue à celui d'un boulon et des non-linéarités environnantes, au sein d'un assemblage boulonné. Bien qu'extrêmement prometteur, le développement de ce type de modèles est pour l'instant réservé à la communauté scientifique académique. Les difficultés de transmissions de ces connaissances vers l'industrie constitue encore un frein au développement de ces outils. Par ailleurs, un certain nombre de phénomènes non-linéaires sont encore omis dans la formulation des modèles de comportement des connecteurs de la littérature. Les travaux de cette thèse ont ainsi porté sur le développement d'un modèle de connecteur intégrant des phénomènes complexes tels que le contact frottant ou la plasticité, et d'implémenter ces travaux dans le logiciel commercial Éléments Finis ABAQUS.

L'état de l'art des méthodes de calcul des assemblages boulonnés et de leurs modèles simplifiés réalisée dans le [premier chapitre](#) a permis de mettre en lumière plusieurs limites que comportent les modèles de connecteurs développés à l'heure actuelle. Les non-linéarités matériau ne sont que très peu prises en compte dans ces modèles, et nécessitent des campagnes expérimentales coûteuses pour en déterminer les paramètres caractéristiques. Les travaux les plus récents [[Gray and McCarthy, 2011](#), [Askri et al., 2016](#), [Soulé de Lafont, 2017](#)] ont ainsi tout intérêt à être complétés par la proposition de nouveaux modèles de connecteur.

Pour ces raisons, nous avons développé un modèle de connecteur permettant de refléter des phénomènes physiques complexes. Les modèles de comportement présentés dans le [deuxième chapitre](#) proposent ainsi une stratégie de prise en compte des phénomènes de frottement aux interfaces frottantes, et de comportements élasto-plastiques des éléments de fixation. Ces derniers sont ainsi traités à l'aide d'une fonction seuil portant sur les quantités poutre selon la théorie de Timoshenko. En parallèle, les frottements de type Coulomb y ont été intégrés à l'aide d'une approche originale basée sur l'estimation de la résultante des efforts normaux et du coefficient de frottement des interfaces. Une illustration de ces modèles est donnée sous la forme d'une simulation MATLAB.

Un [troisième chapitre](#) a ensuite détaillé l'implémentation du connecteur dans le logiciel ABA-

QUS sous la forme d'un élément utilisateur (*User-Element* ou *UEL*) codé en FORTRAN 77. Une étude de la structure des codes commerciaux EF a permis de proposer un algorithme d'intégration robuste, en précisant les expressions du résidu et de la matrice tangente calculés. Les variables internes énoncées permettent alors de rendre compte des phénomènes non-linéaires au voisinage de chaque liaison. Une comparaison de la réponse d'un assemblage boulonné élémentaire avec celle du modèle connecteur implémenté entérine enfin les choix de modélisation.

La détermination des paramètres numériques qui régissent le comportement du connecteur nécessitent une campagne dédiée. Une stratégie d'identification des paramètres d'entrée du connecteur a ainsi été formulée dans le [chapitre 4](#). Ces derniers sont bien sûr associés aux différents modèles de comportement présentés, mais également les paramètres utilisés par les ingénieurs dans le dimensionnement des assemblages. L'approche utilisée s'appuie sur l'étude d'un modèle générique d'assemblage boulonné. Une étude paramétrique et une comparaison bibliographique a permis de montrer la dépendance des paramètres d'entrée aux paramètres de conception. Ces méthodes ont été appliquées sur un exemple de liaison boulonnée, et une routine a été développée pour automatiser la stratégie d'identification à toutes les liaisons boulonnées.

L'application et l'évaluation de ces travaux ont été présentée dans le [chapitre 5](#), où le modèle connecteur a été utilisé sur des structures à échelle industrielle. Les phénomènes physiques étudiés dans les sections précédentes sont ainsi mis en évidence sur des assemblages comportant un grand nombre de degrés de liberté. L'influence des conditions aux limites sur une structure multi-boulonnée est d'abord examinée à travers l'étude des glissements au niveau de chaque boulon. L'incidence des paramètres de conception est ensuite considérée dans un deuxième cas-test, qui s'intéresse à la modélisation de l'assemblage boulonné de carters de turbine d'un turboréacteur. Enfin, la généralisation du modèle de connecteur proposé a été appliquée à des géométries et des chargements complexes au travers d'un troisième cas-test.

De manière plus générale, ces travaux de thèse ont permis d'atteindre plusieurs objectifs. La méthode de séparation des différents phénomènes survenant au voisinage des liaisons boulonnées a permis de formuler un modèle de connecteur robuste. Son implémentation dans un logiciel industriel a permis de comparer ses performances aux modèles existants. Les faibles écarts entre ces modèles couplés aux gains importants observés en terme de temps CPU soulignent l'excellent compromis temps de calcul/qualité des résultats obtenu.

De nouvelles perspectives sont cependant susceptibles d'être explorées.

**À court terme**, le raccord du nœud maître du connecteur aux nœuds esclaves des plaques assemblées pourrait faire l'objet d'une étude spécifique. La stratégie d'optimisation pourrait concerner la nature et la géométrie du raccord entre le nœud maître du connecteur et les nœuds esclaves environnants : dans le modèle de connecteur proposé actuellement, la zone de raccord est limitée à une surface dans un plan normal à l'axe du connecteur, mais il est envisageable d'intégrer par exemple à la zone de raccord les nœuds dans l'épaisseur des éléments assemblés. L'utilisation d'un couplage moins rigide, par exemple de type *Distributing Coupling* pourrait également faire l'objet d'une étude plus approfondie, notamment en adaptant les fonctions de pondération.

Parallèlement à cette étude, il est possible d'imaginer le traitement d'assemblages à double recouvrement avec un modèle de connecteur similaire en intégrant un troisième nœud maître au

milieu du connecteur existant, puis de le traiter ensuite par symétrie avec un connecteur à 2 nœuds pour un assemblage à simple recouvrement.

De plus, d'autres phénomènes non-linéaires intervenant au voisinage des liaisons boulonnées pourraient également faire l'objet d'une implémentation à l'intérieur de la routine. La séparation des phénomènes formulée dans ces travaux permet d'imaginer l'implantation du contact corps de vis-alésage lorsque le micro-glissement devient trop important, en formulant par exemple une fonction seuil sur le saut de déplacement tangentiel des nœuds maîtres prenant en compte le jeu initial.

Enfin, de façon analogue à ce qui a été réalisé pour le comportement élasto-plastique, l'introduction du phénomène de rupture de la vis pourrait être envisagée en estimant l'état de contraintes du connecteur à chaque pas de temps, et en apportant une correction dépendant de la contrainte maximale admissible.

**À moyen terme**, d'autres types de non-linéarités pourraient être étudiées. On pourrait par exemple s'affranchir de l'hypothèse des petites perturbations et se placer dans le cadre non-linéaire géométrique. La difficulté d'implémentation de ce genre d'hypothèse résiderait dans l'actualisation de la direction axiale des connecteurs, et des variables internes plastiques associées aux directions.

Une autre piste d'amélioration envisagée pour ce modèle de connecteur est la réalisation d'abaques virtuels pour identifier les valeurs caractéristiques du connecteur. L'utilisation de techniques de réduction de modèles pourrait alors permettre d'estimer les paramètres d'entrée du connecteur *online* pour des très faibles coûts de calcul, si les abaques virtuelles ont été réalisées *offline* en amont, en exhibant les modes cinématiques de ce dernier.

Enfin, un travail supplémentaire d'implémentation pourrait être mené dans un contexte industriel. Il s'agirait notamment de développer une interface graphique *user-friendly* pour ce genre de connecteurs afin de généraliser son utilisation dans les bureaux d'études. De plus, le format utilisé (*user-element*) permet la transposition simplifiée de ce connecteur à d'autres logiciels industriels tels que ANSYS ou SAMCEF.

**À plus long terme**, les stratégies d'élaboration, d'identification et d'optimisation d'un modèle de connecteur énoncées pour les assemblages boulonnées pourraient être élargies à d'autres types de liaison. Les rivets ou les points de soudure sont des techniques d'assemblage très largement utilisées dans l'industrie et pourraient faire l'objet d'approches similaires, en identifiant le comportement mécanique local de ces liaisons, et en le restituant ensuite dans des sous-routines, permettant ainsi une économie de temps de calcul.



## Relation entre déformations et déplacement nodaux pour une poutre de Timoshenko

Le vecteur des déplacements nodaux de l'élément poutre regroupe les déplacements et rotations des 2 noeuds maîtres, et est rangé dans un *User-Element* d'ABAQUS sous la forme

$$\mathbf{u}_{con} = (u_x^1 \ u_y^1 \ u_z^1 \ \theta_x^1 \ \theta_y^1 \ \theta_z^1 \ u_x^2 \ u_y^2 \ u_z^2 \ \theta_x^2 \ \theta_y^2 \ \theta_z^2) \quad (\text{A.1})$$

Les fonctions retenues pour approximer le champ de déplacement à l'intérieur de l'élément sont de degré 1 pour la traction/compression et la torsion, et de degré 3 pour la flexion. Elles sont détaillées ci-après.

Les fonctions tests que l'on va choisir doivent vérifier les équations d'équilibre, c'est à dire par exemple dans le cas de la flexion dans le plan ( $xOz$ )

$$\Psi'' + \omega' = 0 \quad (\text{A.2})$$

$$EI_y \omega'' - k_z S G (\Psi' + \omega) = 0 \quad (\text{A.3})$$

Dans le cadre de la théorie de Timoshenko, les fonctions de forme dépendront donc explicitement des caractéristiques géométriques et matérielles de la poutre  $E, I_y, k_z Z, S, G$  et  $L$ .

On choisit donc les couples de fonctions de forme ( $N_i(x), N_{i+4}(x)$ ), où en ayant noté  $\Phi_y = \frac{12EI_y}{k_z S G L^2}$ , on a pour les déplacements ... :

$$N_3(x) = \frac{1}{1 + \Phi_y} \left[ 2 \left( \frac{x}{L} \right)^3 - 3 \left( \frac{x}{L} \right)^2 - \Phi_y \frac{x}{L} + (1 + \Phi_y) \right] \quad (\text{A.4})$$

$$N_4(x) = \frac{L}{1 + \Phi_y} \left[ - \left( \frac{x}{L} \right)^3 + \frac{4 + \Phi_y}{2} \left( \frac{x}{L} \right)^2 - \frac{2 + \Phi_y}{2} \frac{x}{L} \right] \quad (\text{A.5})$$

$$N_5(x) = \frac{1}{1 + \Phi_y} \left[ -2 \left( \frac{x}{L} \right)^3 + 3 \left( \frac{x}{L} \right)^2 + \Phi_y \frac{x}{L} \right] \quad (\text{A.6})$$

$$N_6(x) = \frac{L}{1 + \Phi_y} \left[ - \left( \frac{x}{L} \right)^3 + \frac{2 - \Phi_y}{2} \left( \frac{x}{L} \right)^2 + \frac{\Phi_y}{2} \frac{x}{L} \right] \quad (\text{A.7})$$

... et pour les rotations :

$$N_7(x) = \frac{6}{L(1 + \Phi_y)} \frac{x}{L} \left[ 1 - \frac{x}{L} \right] \quad (\text{A.8})$$

$$N_8(x) = \frac{1}{1 + \Phi_y} \left[ 3 \left( \frac{x}{L} \right)^2 - (4 + \Phi_y) \frac{x}{L} + (1 + \Phi_y) \right] \quad (\text{A.9})$$

$$N_9(x) = \frac{-6}{L(1 + \Phi_y)} \frac{x}{L} \left[ 1 - \frac{x}{L} \right] \quad (\text{A.10})$$

$$N_{10}(x) = \frac{1}{1 + \Phi_y} \left[ 3 \left( \frac{x}{L} \right)^2 + (-2 + \Phi_y) \frac{x}{L} \right] \quad (\text{A.11})$$

De même, les couples de fonctions de forme choisis pour la flexion dans le plan ( $xOy$ ) sont identiques au signe près :  $(N_3, -N_7), (-N_4, N_8), (N_5, -N_9)$  et  $(-N_6, N_{10})$ .

On en déduit l'expression du déplacement d'un point situé sur la fibre neutre à l'abscisse  $x$  en fonction des composantes de  $\mathbf{u}_{con}$  pour établir la relation  $\mathbf{u}(x) = \mathbb{A}(x) \cdot \mathbf{u}_{con}$  :

$$\begin{pmatrix} u_x \\ u_y \\ u_z \\ \theta_x \\ \theta_y \\ \theta_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} N_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & N_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & N_3 & 0 & 0 & 0 & -N_4 & 0 & N_5 & 0 & 0 & 0 & -N_6 \\ 0 & 0 & N_3 & 0 & N_4 & 0 & 0 & 0 & N_5 & 0 & N_6 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & N_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & N_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & N_7 & 0 & N_8 & 0 & 0 & 0 & N_9 & 0 & N_{10} & 0 \\ 0 & -N_7 & 0 & 0 & 0 & N_8 & 0 & -N_9 & 0 & 0 & 0 & N_{10} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} u_x^1 \\ u_y^1 \\ u_z^1 \\ \theta_x^1 \\ \theta_y^1 \\ \theta_z^1 \\ u_x^2 \\ u_y^2 \\ u_z^2 \\ \theta_x^2 \\ \theta_y^2 \\ \theta_z^2 \end{pmatrix} \quad (\text{A.12})$$

Dans le cadre du modèle de Timoshenko, les relations de comportement poutre s'écrivent :

$$N(x) = ES \frac{\partial u_x}{\partial x}(x) \quad (\text{A.13})$$

$$V_y(x) = k_1 SG \left( \frac{\partial u_y}{\partial x}(x) - \theta_z(x) \right) \quad (\text{A.14})$$

$$V_z(x) = k_2 SG \left( \frac{\partial u_z}{\partial x}(x) + \theta_y(x) \right) \quad (\text{A.15})$$

$$M_x(x) = GC \frac{\partial \theta_x}{\partial x}(x) \quad (\text{A.16})$$

$$M_{fy}(x) = EI_y \frac{\partial \theta_y}{\partial x}(x) \quad (\text{A.17})$$

$$M_{fz}(x) = EI_z \frac{\partial \theta_z}{\partial x}(x) \quad (\text{A.18})$$

On rappelle donc le vecteur des déformations généralisées  $\epsilon(x)$  s'écrit :

$$\epsilon(x) = \begin{cases} \epsilon_x(x) = \frac{\partial u_x}{\partial x}(x) \\ \chi_y(x) = \frac{\partial \theta_y}{\partial x}(x) \\ \chi_z(x) = \frac{\partial \theta_z}{\partial x}(x) \\ \chi_x(x) = \frac{\partial \theta_x}{\partial x}(x) \\ \epsilon_{xy}(x) = \frac{\partial u_y}{\partial x}(x) - \theta_z(x) \\ \epsilon_{xz}(x) = \frac{\partial u_z}{\partial x}(x) + \theta_y(x) \end{cases} \quad (\text{A.19})$$

de manière à pouvoir écrire  $\mathbf{t}^{bolt} = \mathbb{H}^{bolt} \cdot (\epsilon - \epsilon^p)$  avec

$$\mathbb{H}^{bolt} = \begin{pmatrix} ES & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & EI_y & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & EI_z & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & GC & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & k_y SG & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & k_z SG \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad \epsilon^p = \begin{pmatrix} \epsilon_x^p \\ \chi_y^p \\ \chi_z^p \\ \chi_x^p \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (\text{A.20})$$

Pour rappel, les termes  $\epsilon_y^p$  et  $\epsilon_z^p$  sont nuls dans le modèle de flexion pure choisi.

La matrice  $\mathbb{B}$  s'obtient alors en écrivant :

$$\epsilon(x) = \begin{pmatrix} \frac{\partial}{\partial x} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial x} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial x} \\ 0 & 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial x} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\partial}{\partial x} & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial x} & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \cdot \mathbf{u} = \begin{pmatrix} \frac{\partial}{\partial x} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial x} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial x} \\ 0 & 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial x} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\partial}{\partial x} & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial x} & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \cdot \mathbb{A}(x) \cdot \mathbf{u}_{con} = \mathbb{B} \cdot \mathbf{u}_{con} \quad (\text{A.21})$$

$$(\text{A.22})$$

Tous calculs faits, cette dernière a pour expression :

$$\mathbb{B} = \begin{pmatrix} N_{1,x} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & N_{2,x} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & N_{7,x} & 0 & N_{8,x} & 0 & 0 & 0 & N_{9,x} & 0 & N_{10,x} & 0 \\ 0 & -N_{7,x} & 0 & 0 & 0 & N_{8,x} & 0 & -N_{9,x} & 0 & 0 & 0 & N_{10,x} \\ 0 & 0 & 0 & N_{1,x} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & N_{2,x} & 0 & 0 \\ 0 & N_{3,x} + N_7 & 0 & 0 & 0 & -(N_{4,x} + N_8) & 0 & N_{5,x} + N_9 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & N_{3,x} + N_7 & 0 & N_{4,x} + N_8 & 0 & 0 & 0 & N_{5,x} + N_9 & 0 & N_{6,x} + N_{10} & -(N_{6,x} + N_{10}) \end{pmatrix} \quad (\text{A.23})$$

C'est donc cette matrice  $\mathbb{B}$  qui sera utilisée pour calculer la matrice tangente et le résidu de la poutre élastoplastique. Comme énoncé dans le chapitre 3, la matrice tangente poutre est obtenue par intégration sur les points de Gauss selon l'équation (A.24)

$$\mathbb{K}_T^{bolt} = \frac{L}{2} \sum_{i=1}^3 \omega_i \mathbb{B} \left( \frac{1 + \xi_i}{2} L \right)^T \cdot \mathbb{H}_i^{bolt} \cdot \mathbb{B} \left( \frac{1 + \xi_i}{2} L \right) \quad (\text{A.24})$$

Dans le cas élastique, et en prenant l'hypothèse d'une section circulaire menant à  $I_y = I_z$ , on obtient l'expression explicite de  $\mathbb{K}_T^{bolt}$  en fonction des raideurs poutre  $c_N = \frac{ES}{L}$ ,  $c_{torsion} = \frac{GJ}{L}$  et

$$c_{bolt} = 12 \frac{EI_y}{k_y \cdot L^3} \text{ avec :}$$

$$\mathbb{K}_T^{bolt} = \begin{pmatrix} c_N & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -c_N & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & c_{bolt} & 0 & 0 & 0 & c_{bolt} \frac{L}{2} & 0 & -c_{bolt} & 0 & 0 & 0 & c_{bolt} \frac{L}{2} \\ 0 & 0 & c_{bolt} & 0 & -c_{bolt} \frac{L}{2} & 0 & 0 & 0 & -c_{bolt} & 0 & -c_{bolt} \frac{L}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c_{torsion} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -c_{torsion} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -c_{bolt} \frac{L}{2} & 0 & c_{bolt} \frac{L^2}{3} & 0 & 0 & 0 & -c_{bolt} \frac{L}{2} & 0 & c_{bolt} \frac{L^2}{6} & 0 \\ 0 & c_{bolt} \frac{L}{2} & 0 & 0 & 0 & c_{bolt} \frac{L^2}{3} & 0 & c_{bolt} \frac{L}{2} & 0 & 0 & 0 & c_{bolt} \frac{L^2}{6} \\ -c_N & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & c_N & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -c_{bolt} & 0 & 0 & 0 & c_{bolt} \frac{L}{2} & 0 & c_{bolt} & 0 & 0 & 0 & -c_{bolt} \frac{L}{2} \\ 0 & 0 & -c_{bolt} & 0 & -c_{bolt} \frac{L}{2} & 0 & 0 & 0 & c_{bolt} & 0 & c_{bolt} \frac{L}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -c_{torsion} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & c_{torsion} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -c_{bolt} \frac{L}{2} & 0 & c_{bolt} \frac{L^2}{6} & 0 & 0 & 0 & c_{bolt} \frac{L}{2} & 0 & c_{bolt} \frac{L^2}{3} & 0 \\ 0 & c_{bolt} \frac{L}{2} & 0 & 0 & 0 & c_{bolt} \frac{L^2}{6} & 0 & -c_{bolt} \frac{L}{2} & 0 & 0 & 0 & c_{bolt} \frac{L^2}{3} \end{pmatrix} \quad (\text{A.25})$$





## Rappels sur l'algorithme de retour radial pour l'obtention du multiplicateur plastique

On se propose de détailler l'obtention du multiplicateur plastique  $\lambda$  à l'aide d'une procédure de retour radial, basée sur une recherche de zéros par une méthode de type Newton-sécant.

L'écriture de la prédiction élastique associée à l'état dit *trial* est effectuée en considérant que l'incrément de déformation reste élastique, c'est-à-dire que :

$$\mathbf{t}_{(n+1)}^{bolt,tr} = \mathbf{t}_{(n)}^{bolt} + \mathbb{H} \cdot \Delta \epsilon \quad (\text{B.1})$$

$$= \mathbb{H} \cdot (\boldsymbol{\epsilon}_{(n+1)} - \boldsymbol{\epsilon}_{(n)}^p). \quad (\text{B.2})$$

Pour un incrément purement élastique, on peut écrire :

$$\mathbf{t}_{(n+1)}^{bolt} = \mathbb{H} (\boldsymbol{\epsilon}_{(n+1)} - \boldsymbol{\epsilon}_{(n+1)}^p) \quad (\text{B.3})$$

$$= \mathbf{t}_{(n+1)}^{bolt,tr} - \mathbb{H} \cdot \Delta \boldsymbol{\epsilon}_{(n+1)}^p \quad (\text{B.4})$$

$$= \mathbf{t}_{(n+1)}^{bolt,tr} - \Delta \lambda \mathbb{H} \cdot \left. \frac{\partial \mathcal{P}}{\partial \mathbf{t}^{bolt}} \right|_{(n+1)} \quad (\text{B.5})$$

$$\mathbf{t}_{(n+1)}^{bolt} = \mathbf{t}_{(n+1)}^{bolt,tr} - \Delta \lambda \mathbb{H} \cdot \mathbb{A} \cdot \mathbf{n}_{(n+1)} \quad (\text{B.6})$$

Il vient donc en utilisant la définition de  $\mathbf{n}_{(n+1)}$

$$\mathbb{A} \cdot \mathbf{t}_{(n+1)}^{bolt} = \mathbb{A} \cdot \mathbf{t}_{(n+1)}^{bolt,tr} - \Delta \lambda \mathbb{A} \cdot \mathbb{H} \cdot \mathbb{A}^T \cdot \mathbf{n}_{(n+1)} \quad (\text{B.7})$$

$$\left\| \mathbb{A} \cdot \mathbf{t}_{(n+1)}^{bolt} \right\| \mathbf{n}_{(n+1)} = \mathbb{A} \cdot \mathbf{t}_{(n+1)}^{bolt,tr} - \Delta \lambda \mathbb{A} \cdot \mathbb{H} \cdot \mathbb{A}^T \cdot \mathbf{n}_{(n+1)} \quad (\text{B.8})$$

En multipliant (B.8) par  $\mathbf{n}_{(n+1)}$  et en utilisant le caractère symétrique de  $\mathbb{A}$  et de  $\mathbb{H}$ , on obtient :

$$\left\| \mathbb{A} \cdot \mathbf{t}_{(n+1)}^{bolt} \right\| = \mathbb{A} \cdot \mathbf{t}_{(n+1)}^{bolt,tr} \cdot \mathbf{n}_{(n+1)} - \Delta \lambda \mathbf{n}_{(n+1)}^T \cdot \mathbb{A} \cdot \mathbb{H} \cdot \mathbb{A}^T \cdot \mathbf{n}_{(n+1)} \quad (\text{B.9})$$

En introduisant par souci de simplification les notations la matrice symétrique  $\mathbb{D} = \mathbb{A} \mathbb{H} \mathbb{A}^T$ , et en utilisant le fait que  $\left\| \mathbb{A} \cdot \mathbf{t}_{(n+1)}^{bolt} \right\| = R(\lambda + \Delta \lambda)$  pour un incrément plastique, l'équation scalaire à résoudre devient :

$$\Delta \lambda \mathbf{n}^T \cdot \mathbb{D} \cdot \mathbf{n} = \widehat{\mathbf{t}}^{bolt,tr} \cdot \mathbf{n} - R(\lambda + \Delta \lambda) \quad (\text{B.10})$$

Exprimons maintenant les quantités  $\mathbf{n}^T \cdot \mathbb{D} \cdot \mathbf{n}$  et  $\widehat{\mathbf{t}}^{bolt,tr}$  en fonction de  $\Delta p = \Delta \lambda$  dans le cas d'un écrouissage linéaire isotrope.

L'équation (B.8) donne une expression  $\mathbf{n}_{n+1}$ , qui sera notée  $\mathbf{n}$  dans la suite de cette annexe pour alléger les notations :

$$\mathbf{n} = (R(\lambda + \Delta \lambda) \mathbb{I} + \Delta \lambda \mathbb{D})^{-1} \cdot \widehat{\mathbf{t}}^{bolt,tr} \quad (\text{B.11})$$

si bien qu'avec des notations indicielles, on obtient :

$$\mathbf{n}^T \cdot \mathbb{D} \cdot \mathbf{n} = d_i (R(\lambda + \Delta \lambda) + \Delta \lambda d_i)^{-2} \cdot \widehat{t}_i^{bolt,tr}{}^2 \quad (\text{B.12})$$

$$\widehat{\mathbf{t}}^{bolt,tr} \cdot \mathbf{n} = (R(\lambda + \Delta \lambda) + \Delta \lambda d_i)^{-1} \cdot \widehat{t}_i^{bolt,tr}{}^2 \quad (\text{B.13})$$

Finalement, l'équation scalaire en  $\Delta \lambda$  (B.10) à résoudre s'écrit :

$$\Delta \lambda \left( d_i (R(\lambda + \Delta \lambda) + \Delta \lambda d_i)^{-2} \cdot \widehat{t}_i^{bolt,tr}{}^2 \right) = (R(\lambda + \Delta \lambda) + \Delta \lambda d_i)^{-1} \cdot \widehat{t}_i^{bolt,tr}{}^2 - R(\lambda + \Delta \lambda) \quad (\text{B.14})$$

En factorisant par les termes en  $\widehat{t}_i^{bolt,tr}{}^2$ , on obtient :

$$\left( \frac{\Delta \lambda d_i}{(R(\lambda + \Delta \lambda) + \Delta \lambda d_i)^2} - \frac{1}{R(\lambda + \Delta \lambda) + \Delta \lambda d_i} \right) \widehat{t}_i^{bolt,tr}{}^2 = -R(\lambda + \Delta \lambda) \quad (\text{B.15})$$

ce qui se simplifie en réduisant au même dénominateur en :

$$\left( -\frac{R(\lambda + \Delta \lambda)}{(R(\lambda + \Delta \lambda) + \Delta \lambda d_i)^2} \right) \widehat{t}_i^{bolt,tr}{}^2 = -R(\lambda + \Delta \lambda) \quad (\text{B.16})$$

L'obtention de  $\Delta \lambda$  revient alors à chercher le zéro de la fonction  $f(\Delta \lambda)$  définie par :

$$f(\Delta \lambda) = 1 - \frac{\widehat{t}_i^{bolt,tr}{}^2}{(R(\lambda + \Delta \lambda) + \Delta \lambda d_i)^2} \quad (\text{B.17})$$

ou encore :

$$f(\Delta \lambda) = 0 = 1 - \frac{N^{tr2}}{(R(\lambda + \Delta \lambda) + ES \Delta \lambda)^2} - N_p^2 A_y (\rho_y + \Delta \rho_y) \frac{M_{fy}^{tr2}}{(R(\lambda + \Delta \lambda) + EI_y N_p^2 A_y (\rho_y + \Delta \rho_y) \Delta \lambda)^2} \\ - N_p^2 A_z (\rho_z) \frac{M_{fz}^{tr2}}{(R(\lambda + \Delta \lambda) + EI_z N_p^2 A_z (\rho_z) \Delta \lambda)^2} - \frac{N_p^2}{M_{px}^2} \frac{M_x^{tr2}}{\left( R(\lambda + \Delta \lambda) + GC \frac{N_p^2}{M_{px}^2} \Delta \lambda \right)^2} \quad (\text{B.18})$$

Le schéma de résolution du système est alors basé sur une triple recherche de zéros : à chaque évaluation de la fonction  $f(\Delta \lambda)$ , on doit évaluer les quantités  $\Delta \rho_y(\Delta \lambda)$  et  $\Delta \rho_z(\Delta \lambda)$  à partir de la

valeur de  $\Delta\lambda$ , avec une autre recherche de zéros des fonctions  $g(\Delta\rho_y)$  and  $h(\Delta\rho_z)$  définies par

$$g(\Delta\rho_y) = \Delta\rho_y - \Delta\lambda \frac{N_p^2 A_y (\rho_y + \Delta\rho_y) |M_{fy}^{tr}|}{R(\lambda + \Delta\lambda) + EI_y N_p^2 A_y (\rho_y + \Delta\rho_y) \Delta\lambda} \quad (\text{B.19})$$

$$h(\Delta\rho_z) = \Delta\rho_z - \Delta\lambda \frac{N_p^2 A_z (\rho_z + \Delta\rho_z) |M_{fz}^{tr}|}{R(\lambda + \Delta\lambda) + EI_z N_p^2 A_z (\rho_z + \Delta\rho_z) \Delta\lambda} \quad (\text{B.20})$$

Ces équations sont résolues par une méthode de type Newton-sécant, qui requiert la donnée de deux points initiaux.  $\Delta\lambda$  est positif, et la valeur maximale  $\Delta\lambda_1$  correspond à un incrément entièrement plastique. L'intervalle de recherche de  $f(\Delta\lambda) = 0$  est donc défini par  $[0, \Delta\lambda_1]$  avec :

$$\Delta\lambda_1 = \frac{F(\mathbf{t}_{(n+1)}^{bolt,tr}) - R(p_{(n)})}{ES} \quad (\text{B.21})$$

Les intervalles de recherche des solutions de  $\Delta\rho_y$  and  $\Delta\rho_z$  s'écrivent de façon similaire  $[0, \Delta\rho_{y,1}]$  et  $[0, \Delta\rho_{z,1}]$ , obtenus en résolvant les équations  $g(\Delta\rho_y)$  et  $h(\Delta\rho_z)$  en fixant les valeurs de  $A_y$  et  $A_z$  à leur valeur initiale.



## Détails de la modélisation du comportement normal du connecteur

Le comportement normal du connecteur est déterminé avant le comportement tangentiel, puisqu'il aboutit à la détermination de la force normale interne du connecteur  $t_N$  ainsi qu'à l'estimation de la pression de contact  $p_N$  nécessaire à l'évaluation de la fonction seuil  $f_s$ . Le connecteur doit également tenir compte de l'influence de la précharge appliquée sur l'assemblage.

Afin de comprendre comment la précharge du boulon est prise en compte, considérons d'abord l'exemple unidimensionnel simplifié représenté Figure C.1, où  $c_N$  représente la rigidité normale du connecteur et où  $c_{elem}$  correspond à la rigidité normale équivalente de l'environnement du connecteur. Le comportement de l'environnement du connecteur est supposé rester dans son domaine linéaire élastique afin d'alléger les notations suivantes. L'application aux comportements non linéaires est simple. Dans son état initial et avant l'application d'une charge externe, l'assemblage est préchargé avec une précharge  $P_C$ . La difficulté est la méconnaissance de la rigidité normale des éléments assemblés  $c_{elem}$ .

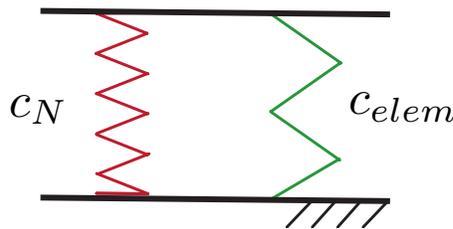


FIGURE C.1 – Modèle unidimensionnel du comportement normal du connecteur

Pour cela, sans charge externe, le premier incrément de calcul est utilisé pour estimer cette rigidité. Une difficulté réside dans le fait que la précharge doit être imposée par la force normale interne  $t_N$ .

La force interne normale dans le connecteur est définie par :

$$t_N = P_C + c_N g_N \quad (\text{C.1})$$

avec les notations définies dans le [chapitre 2](#). De même, la force interne dans les éléments assemblés est égale à  $c_{lment}g_N$ , en supposant un comportement linéaire comme discuté précédemment.

La force interne du problème décrit sur la Figure [C.1](#) s'écrit alors :

$$f_{N,int}(g_N) = t_N(g_N) + c_{elem}g_N. \quad (C.2)$$

La correction de l'incrément de saut de déplacement  $\delta g_{N,(n)}$  est telle que :

$$g_{N,(n)} = g_{N,(n-1)} + \delta g_{N,(n)} \quad (C.3)$$

et est obtenu en résolvant le problème tangent suivant : [\(C.4\)](#) :

$$(c_N + c_{elem})\delta g_{N,(n)} = -f_{N,int}(g_{N,(n-1)}) \quad (C.4)$$

Dans le cas de l'élasticité linéaire et en considérant que  $g_{N,(0)}$  est initialisé à 0, il converge en une itération et conduit à :

$$\begin{cases} g_{N,(1)} = g_{N,(0)} + \delta g_{N,(1)} = -\frac{P_C}{c_N + c_{elem}} \\ t_N(g_{N,(1)}) = P_C + c_N g_{N,(1)} = P_C \frac{c_{elem}}{c_N + c_{elem}} \end{cases} \quad (C.5)$$

On peut donc voir qu'après cette étape initiale, la contrainte normale dans le boulon  $t_N$  n'est pas égale à la précharge  $P_C$ , mais dépend des raideurs  $c_N$  et  $c_{elem}$ . Il est néanmoins possible de modifier la précharge introduite dans [\(C.1\)](#) en la multipliant par le facteur  $\frac{c_N + c_{elem}}{c_{elem}}$  afin d'obtenir la force interne correcte  $t_N$ .

Ainsi, la précharge est corrigée en conséquence dans les incréments ultérieurs par une règle de proportionnalité, en remplaçant  $P_C$  par  $P_C \frac{c_N + c_{elem}}{c_{elem}} = \frac{P_C^2}{t_{N,(1)}}$ , où  $t_{N,(1)} = t_N(g_{N,(1)})$ , dans la définition de la force interne  $t_N$  donnée par [\(C.1\)](#).

Par conséquent, pour tous les incréments  $n$  autres que l'incrément initial ( $n > 1$ ),  $t_N$  est donc estimée par :

$$t_{N,(n)} = \frac{P_C^2}{t_{N,(1)}} + c_N g_{N,(n)}. \quad (C.6)$$

Avec cette nouvelle définition de  $t_N$ , [\(C.2\)](#) devient :

$$f_{N,int} = t_N + c_{elem}g_N = P_C \frac{c_N + c_{elem}}{c_{elem}} + (c_N + c_{elem})g_N. \quad (C.7)$$

Dans le cas de l'élasticité linéaire et sans charges externes, cela conduit à :

$$\begin{cases} g_{N,(2)} = -\frac{P_C}{c_{elem}} \\ t_{N,(2)} = P_C \end{cases} \quad (C.8)$$

La précharge converge en une itération vers la force normale interne souhaitée  $P_C$ .

La résultante de la force de contact normale  $p_N$  pourrait être déterminée à chaque étape de calcul à partir de la pression de contact intégrée sur les éléments de contact situés à l'interface entre les plaques assemblées à proximité du boulon, et, ensuite, retournée comme paramètre d'entrée à la routine du connecteur. Par souci de simplicité, seule une estimation de  $p_N$  est déterminée.

L'équation (C.5) donne une estimation de la valeur de  $c_{elem}$  par

$$c_{elem} = \frac{t_{N,(1)}}{P_C - t_{N,(1)}} c_N \quad (\text{C.9})$$

À l'étape initiale, la résultante des forces normales de contact  $p_N$  est simplement définie comme suit :

$$p_{N,(1)} = P_C. \quad (\text{C.10})$$

Pour les incréments de chargement suivants, on estime  $p_N$  par les expressions suivantes :

$$\begin{aligned} p_{N,(n+1)} &= \langle -c_{elem} g_{N,(n+1)} \rangle_+ \\ &= \left\langle -\frac{t_{N,(1)}}{P_C - t_{N,(1)}} c_N g_{N,(n+1)} \right\rangle_+ \end{aligned} \quad (\text{C.11})$$

où la partie positive  $\langle \cdot \rangle_+$  est introduite pour tenir compte du fait que la résultante des forces de contact normales est nulle si les pièces assemblées se séparent les unes des autres.



# Bibliographie

- [Abaqus-Analysis-User's-Guide, 2016] Abaqus-Analysis-User's-Guide (2016). *Abaqus Analysis User's Guide*. Dassault Systèmes Simulia Corporation Section 35.3.2. Coupling Constraints.
- [Adam et al., 2012] Adam, L., Bouvet, C., Castanié, B., Daidié, A., and Bonhomme, E. (2012). Discrete ply model of circular pull-through test of fasteners in laminates. *Composite Structures*, 94(10) :3082 – 3091.
- [Alkatan et al., 2007] Alkatan, F., Stephan, P., Daidie, A., and Guillot, J. (2007). Equivalent axial stiffness of various components in bolted joints subjected to axial loading. *Finite Elements in Analysis and Design*, 43(8) :589 – 598.
- [Ames et al., 2009] Ames, N. M., Lauffer, J. P., Jew, M. D., Segalman, D. J., Gregory, D. L., Starr, M. J., and Resor, B. R. (2009). Handbook on dynamics of jointed structures. Technical report, United States.
- [Andriamampianina et al., 2012] Andriamampianina, J., Alkatan, F., Stéphan, P., and Guillot, J. (2012). Determining load distribution between the different rows of fasteners of a hybrid load transfer bolted joint assembly. *Aerospace Science and Technology*, 23(1) :312 – 320. 35th ERF : Progress in Rotorcraft Research.
- [Askri et al., 2016] Askri, R., Bois, C., Wargnier, H., and Lecomte, J. (2016). A reduced fastener model using multi-connected rigid surfaces for the prediction of both local stress field and load distribution between fasteners. *Finite Elements in Analysis and Design*, 110 :32 – 42.
- [Bampton and Craig, 1968] Bampton, M. C. C. and Craig, J. R. R. (1968). Coupling of substructures for dynamic analyses. *AIAA Journal*, 6 :1313–1319.
- [Bayart, 2005] Bayart, A.-S. (2005). *Modélisation multi-échelle d'un assemblage riveté aéronautique : vers un modèle de fragilisation structurale*. PhD thesis, Université de Valenciennes. Thèse de doctorat dirigée par Drazetic, Pascal Mécanique Valenciennes 2005.
- [Berot, 2009] Berot, M. (2009). *Simplified assembly modelling using equivalent elements*. Theses, École Nationale Supérieure des Mines de Paris.
- [Bérot et al., 2014] Bérot, M., Malrieu, J., and Bay, F. (2014). An innovative strategy to create equivalent elements for modelling assembly points in jointed structures. 31(3) :453–466.

- [Bhattacharya et al., 2010] Bhattacharya, A., Sen, A., and Das, S. (2010). An investigation on the anti-loosening characteristics of threaded fasteners under vibratory conditions. *Mechanism and Machine Theory*, 45(8) :1215–1225.
- [Bois et al., 2011] Bois, C., Colt, M., Wargnier, H., and Wahl, J.-C. (2011). Etude du transfert de charge dans les assemblages composites hybrides boulonnés et collés. In AMAC, editor, *17èmes Journées Nationales sur les Composites (JNC17)*, page 173, Poitiers-Futuroscope, France.
- [Bois et al., 2013] Bois, C., Wargnier, H., Wahl, J.-C., and Goff, E. L. (2013). An analytical model for the strength prediction of hybrid (bolted/bonded) composite joints. *Composite Structures*, 97 :252 – 260.
- [Boucard and Champaney, 2004] Boucard, P.-A. and Champaney, L. (2004). Approche multirésolution pour l'étude paramétrique d'assemblages par contact et frottement. *Revue Européenne des Éléments Finis*, 13(5-7) :437–448.
- [Caignot et al., 2010] Caignot, A., Ladevèze, P., Néron, D., and Durand, J.-F. (2010). Virtual testing for the prediction of damping in joints. 27(5) :621–644.
- [Cao et al., 2020] Cao, Y., Cao, Z., Zhao, Y., Zuo, D., and Tay, T. E. (2020). Damage progression and failure of single-lap thin-ply laminated composite bolted joints under quasi-static loading. *International Journal of Mechanical Sciences*, 170 :105360.
- [Cao et al., 2018] Cao, Y., Cao, Z., Zuo, Y., Huo, L., Qiu, J., and Zuo, D. (2018). Numerical and experimental investigation of fitting tolerance effects on damage and failure of cfrp/ti double-lap single-bolt joints. *Aerospace Science and Technology*, 78 :461–470.
- [Chakhari et al., 2008] Chakhari, J., Daidié, A., Chaib, Z., and Guillot, J. (2008). Numerical model for two-bolted joints subjected to compressive loading. *Finite Elements in Analysis and Design*, 44(4) :162 – 173.
- [Champaney, 1996] Champaney, L. (1996). *A new modular approach for the analysis of three-dimensional assemblies of structures*. Theses, École normale supérieure de Cachan - ENS Cachan.
- [Cope and Lacy, 2000] Cope, D. and Lacy, T. (2000). *Stress intensity determination in lap joints with mechanical fasteners*. American Institute of Aeronautics and Astronautics.
- [Courrier et al., 2014] Courrier, N., Boucard, P.-A., and Soulier, B. (2014). The use of partially converged simulations in building surrogate models. *Advances in Engineering Software*, 67 :186 – 197.
- [Crisfield, 1991] Crisfield, M. (1991). *Non-linear Finite Element Analysis of Solid and Structures*, volume 1. John Wiley & Sons, Ltd.
- [Curnier, 1987] Curnier, A. (1987). Tact : A contact analysis program. In Del Piero, G. and Maceri, F., editors, *Unilateral Problems in Structural Analysis —2*, pages 97–116, Vienna. Springer Vienna.
- [Daidie et al., 2007] Daidie, A., Chakhari, J., and Zghal, A. (2007). Numerical model for bolted t-stubs with two bolt rows. *Structural Engineering and Mechanics*, 26(3) :343–361.

- [Daouk et al., 2017] Daouk, S., Louf, F., Cluzel, C., Dorival, O., Champany, L., and Audebert, S. (2017). Study of the dynamic behavior of a bolted joint under heavy loadings. *Journal of Sound and Vibration*, 392 :307–324.
- [de Crevoisier et al., 2012] de Crevoisier, J., Swiergiel, N., Champany, L., and Hild, F. (2012). Identification of in situ frictional properties of bolted assemblies with digital image correlation. *Experimental Mechanics*, 52(6) :561–572.
- [Deaner et al., 2013] Deaner, B., Allen, M., Starr, M., and Segalman, D. (2013). *Application of Viscous and Iwan Modal Damping Models to Experimental Measurements From Bolted Structures*, volume 137.
- [Delcher, 2018] Delcher, C. (2018). Nouvelle approche pour la caractérisation du dévissage et desserrage des assemblages vissés. *Matériaux & Techniques*, 106 :306.
- [Egan et al., 2012] Egan, B., McCarthy, C., McCarthy, M., and Frizzell, R. (2012). Stress analysis of single-bolt, single-lap, countersunk composite joints with variable bolt-hole clearance. *Composite Structures*, 94(3) :1038 – 1051.
- [Egan et al., 2014] Egan, B., McCarthy, M., Frizzell, R., Gray, P., and McCarthy, C. (2014). Modelling bearing failure in countersunk composite joints under quasi-static loading using 3d explicit finite element analysis. *Composite Structures*, 108 :963 – 977.
- [Egan et al., 2018] Egan, B., McCarthy, M. A., and McCarthy, C. T. (2018). 8.10 design, testing and analysis of bolted joints and connections. In Beaumont, P. W. and Zweben, C. H., editors, *Comprehensive Composite Materials II*, pages 178 – 205. Elsevier, Oxford.
- [Ekh et al., 2005] Ekh, J., Schön, J., and Melin, L. G. (2005). Secondary bending in multi fastener, composite-to-aluminium single shear lap joints. *Composites Part B : Engineering*, 36(3) :195 – 208.
- [Festjens, 2014] Festjens, H. (2014). *Contribution à la caractérisation et à la modélisation du comportement dynamique des structures assemblées*. PhD thesis, Supmeca. Thèse de doctorat dirigée par Tawfiq, Imad Sciences pour l'ingénieur Châtenay-Malabry, Ecole centrale de Paris 2014.
- [Gerendt et al., 2019] Gerendt, C., Dean, A., Mahrholz, T., and Rolfes, R. (2019). On the progressive failure simulation and experimental validation of fiber metal laminate bolted joints. *Composite Structures*, 229 :111368.
- [Gornet et al., 2018] Gornet, L., HAMONOU, R., Jacquemin, F., Auger, S., and Chalandon, P. (2018). Détermination de la souplesse hors plan d'un assemblage de composites boulonnés à l'aide d'une démarche d'homogénéisation. *Matériaux & Techniques*, 106(3) :302.
- [Gray and McCarthy, 2010] Gray, P. and McCarthy, C. (2010). A global bolted joint model for finite element analysis of load distributions in multi-bolt composite joints. *Composites Part B : Engineering*, 41(4) :317 – 325.
- [Gray and McCarthy, 2011] Gray, P. and McCarthy, C. (2011). A highly efficient user-defined finite element for load distribution analysis of large-scale bolted composite structures. *Composites Science and Technology*, 71(12) :1517–1527.

- [Gray et al., 2014a] Gray, P., O’Higgins, R., and McCarthy, C. (2014a). Effect of thickness and laminate taper on the stiffness, strength and secondary bending of single-lap, single-bolt countersunk composite joints. *Composite Structures*, 107 :315 – 324.
- [Gray et al., 2014b] Gray, P., O’Higgins, R., and McCarthy, C. (2014b). Effects of laminate thickness, tapering and missing fasteners on the mechanical behaviour of single-lap, multi-bolt, countersunk composite joints. *Composite Structures*, 107 :219 – 230.
- [Guidault et al., 2014] Guidault, P.-A., Soulé de lafont, M.-F., and Boucard, P.-A. (2014). Identification of a finite element connector for the simulation of bolted joints. In *11th World Congress on Computational Mechanics (WCCM XI)*, Barcelone, Spain.
- [Guidault et al., 2015] Guidault, P.-A., Soulé De Lafont, M.-F., and Boucard, P.-A. (2015). Modélisation et identification d’un connecteur élément fini non- linéaire pour la simulation d’assemblages boulonnés. In *12e colloque national en calcul des structures*, Giens, France. CSMA.
- [Guidault et al., 2017] Guidault, P.-A., Soulé De Lafont, M.-F., and Boucard, P.-A. (2017). Modelling and identification of a nonlinear finite element connector for the simulation of bolted assemblies. In *14th International Conference on Computational Plasticity, COMPLAS 2017*, Barcelone, Spain.
- [Guillot, 2007] Guillot, J. (2007). Calcul des assemblages vissés Assemblages chargés axialement. *Techniques de l’ingénieur Assemblages et fixations mécaniques*, base documentaire : TIB177DUO.(ref. article : bm5561). fre.
- [Guillot, 2010] Guillot, J. (2010). Calcul des assemblages vissés assemblages de pièces planes de faibles épaisseurs. partie 1. *Techniques de l’ingénieur Assemblages et fixations mécaniques*, base documentaire : TIB177DUO(ref. article : bm5564).
- [Guo, 1987] Guo, Y. Q. (1987). *Analyse non linéaire statique et dynamique des poutres tridimensionnelles élasto-plastiques*. PhD thesis. 1987COMP076.
- [Hamdi et al., 2015] Hamdi, A., Neveu, F., Daidié, A., Stéphane, P., and Bernicot, T. (2015). Développement d’un modèle de calcul semi-analytique de brides cylindriques boulonnées sollicitées en chargement fortement excentré. In *Les assemblages mécaniques : Evolutions récentes et perspectives*, Saint-Ouen, France.
- [Hanssen et al., 2010] Hanssen, A. G., Olovsson, L., Porcaro, R., and Langseth, M. (2010). A large-scale finite element point-connector model for self-piercing rivet connections. *European Journal of Mechanics - A/Solids*, 29(4) :484–495.
- [Hühne et al., 2010] Hühne, C., Zerbst, A. K., Kuhlmann, G., Steenbock, C., and Rolfes, R. (2010). Progressive damage analysis of composite bolted joints with liquid shim layers using constant and continuous degradation models. *Composite Structures*, 92(2) :189–200.
- [Huth, 1986] Huth, H. (1986). *Influence of Fastener Flexibility on the Prediction of Load Transfer and Fatigue Life for Multiple-Row Joints*, pages 221–250. ASTM International, West Conshohocken, PA.
- [Ireman, 1998] Ireman, T. (1998). Three-dimensional stress analysis of bolted single-lap composite joints. *Composite Structures*, 43(3) :195 – 216.

- [Izumi et al., 2005] Izumi, S., Yokoyama, T., Iwasaki, A., and Sakai, S. (2005). Three-dimensional finite element analysis of tightening and loosening mechanism of threaded fastener. *Engineering Failure Analysis*, 12(4) :604 – 615.
- [Jean-Charles Craveur, 2001] Jean-Charles Craveur, D. M. (2001). *De la CAO au calcul (l'usine nouvelle)*. Dunod.
- [Kapidžić et al., 2014] Kapidžić, Z., Nilsson, L., and Ansell, H. (2014). Finite element modeling of mechanically fastened composite-aluminum joints in aircraft structures. *Composite Structures*, 109 :198 – 210.
- [Kim et al., 2007] Kim, J., Yoon, J.-C., and Kang, B.-S. (2007). Finite element analysis and modeling of structure with bolted joints. *Applied Mathematical Modelling*, 31(5) :895–911.
- [Kim and Kim, 1995] Kim, S. J. and Kim, J. H. (1995). Finite element analysis of laminated composite plates with multi-pin joints considering friction. *Computers & Structures*, 55(3) :507–514.
- [Kounoudji and Berthier, 2016] Kounoudji, K. A. and Berthier, Y. (2016). "intimitétribologique" des contacts d'un assemblage boulonné. contrôle du serrage, du dévissage, ...des assemblages d'aéro-structures et conséquences sur leur conception.
- [Kounoudji et al., 2016] Kounoudji, K. A., Renouf, M., Mollon, G., and Berthier, Y. (2016). Role of third body on bolted joints' self-loosening. *Tribology Letters*, 61(3) :25.
- [Kradinov et al., 2007] Kradinov, V., Madenci, E., and Ambur, D. (2007). Combined in-plane and through-the-thickness analysis for failure prediction of bolted composite joints. *Composite Structures*, 77(2) :127–147.
- [Ksentini et al., 2014] Ksentini, O., Combes, B., Abbes, M. S., Daidié, A., and Haddar, M. (2014). Experimental study of bolted joint self-loosening under transverse load. In Abbes, M. S., Cholley, J.-Y., Chaari, F., Jarraya, A., and Haddar, M., editors, *Mechatronic Systems : Theory and Applications*, pages 37–45, Cham. Springer International Publishing.
- [Lacayo et al., 2019] Lacayo, R., Pesaresi, L., Groß, J., Fochler, D., Armand, J., Salles, L., Schwingshackl, C., Allen, M., and Brake, M. (2019). Nonlinear modeling of structures with bolted joints : A comparison of two approaches based on a time-domain and frequency-domain solver. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 114 :413–438.
- [Laursen and Simo, 1993] Laursen, T. A. and Simo, J. C. (1993). A continuum-based finite element formulation for the implicit solution of multibody, large deformation-frictional contact problems. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 36(20) :3451–3485.
- [Lecomte et al., 2014] Lecomte, J., Bois, C., Wargnier, H., and Wahl, J.-C. (2014). An analytical model for the prediction of load distribution in multi-bolt composite joints including hole-location errors. *Composite Structures*, 117 :354 – 361.
- [Lehnhoff and Bunyard, 2000] Lehnhoff, T. F. and Bunyard, B. A. (2000). Effects of Bolt Threads on the Stiffness of Bolted Joints . *Journal of Pressure Vessel Technology*, 123(2) :161–165.
- [Lehnhoff and Wistehuff, 1996] Lehnhoff, T. F. and Wistehuff, W. E. (1996). Nonlinear Effects on the Stiffness of Bolted Joints. *Journal of Pressure Vessel Technology*, 118(1) :48–53.

- [Lemaitre and Chaboche, 1990] Lemaitre, J. and Chaboche, J.-L. (1990). *Mechanics of Solid Materials*. Cambridge University Press.
- [Ma et al., 2001] Ma, X., Bergman, L., and Vakakis, A. (2001). Identification of bolted joints through laser vibrometry. *Journal of Sound and Vibration*, 246(3) :441–460.
- [Mackerle, 2003] Mackerle, J. (2003). Finite element analysis of fastening and joining : A bibliography (1990–2002). *International Journal of Pressure Vessels and Piping*, 80(4) :253 – 271.
- [Mainnemare et al., 2018] Mainnemare, F., Delattre, B., Raoult, I., Villars, O., Boucard, P.-A., and Guidault, P.-A. (2018). A numerical analysis to investigate the spot weld local influence. In *Fatigue 2018 - The 12th International Fatigue Congress*, volume 165 of *MATEC Web of Conference*, page 21006, Poitiers, France.
- [Mainnemare et al., 2019] Mainnemare, F., Delattre, B., Raoult, I., Villars, O., Boucard, P.-A., and Guidault, P.-A. (2019). Éléments préalables à l'élaboration d'un modèle de connecteur pour le Point de Soudure Électrique. In *CSMA 2019 - 14ème colloque national en calcul de structures*, Giens, France.
- [Massol, 1994] Massol, J. (1994). *Etude des assemblages boulonnés à chargement faiblement excentré soumis à des sollicitations de fatigue*. PhD thesis, INSAT Toulouse. Thèse de doctorat dirigée par GUILLOT, J. Génie mécanique Toulouse, INSA 1994.
- [McCarthy and McCarthy, 2005] McCarthy, C. and McCarthy, M. (2005). Three-dimensional finite element analysis of single-bolt, single-lap composite bolted joints : Part ii—effects of bolt-hole clearance. *Composite Structures*, 71(2) :159 – 175.
- [McCarthy et al., 2005] McCarthy, C. T., McCarthy, M. A., Stanley, W. F., and Lawlor, V. P. (2005). Experiences with modeling friction in composite bolted joints. *Journal of Composite Materials*, 39(21) :1881–1908.
- [McCarthy and McCarthy, 2003] McCarthy, M. and McCarthy, C. (2003). Finite element analysis of effects of clearance on single shear composite bolted joints. *Plastics, Rubber and Composites*, 32(2) :65–70. cited By 45.
- [McCarthy et al., 2006] McCarthy, M., McCarthy, C., and Padhi, G. (2006). A simple method for determining the effects of bolt–hole clearance on load distribution in single-column multi-bolt composite joints. *Composite Structures*, 73(1) :78 – 87.
- [Michalowski and Mroz, 1978] Michalowski, R. L. and Mroz, Z. (1978). *Associated and non-associated sliding rules in contact friction problems*.
- [Montagne et al., 2020] Montagne, B., Lachaud, F., Paroissien, E., Martini, D., and Congourdeau, F. (2020). Failure analysis of single lap composite laminate bolted joints : Comparison of experimental and numerical tests. *Composite Structures*, 238 :111949.
- [Nelson et al., 1983] Nelson, W. D., Bunin, B. L., and Hart-Smith, L. J. (1983). Critical Joints in Large Composite Aircraft Structure. Technical report, DTIC Document.
- [Niu, 1988] Niu, M. C. (1988). *Aircraft structural design*. Adaso Adas Engineering Center, 2nd edition.

- [Nixon-Pearson and Hallett, 2015] Nixon-Pearson, O. J. and Hallett, S. R. (2015). An experimental investigation into quasi-static and fatigue damage development in bolted-hole specimens. *Composites Part B : Engineering*, 77 :462–473.
- [Olmedo and Santiuste, 2012] Olmedo, Á. and Santiuste, C. (2012). On the prediction of bolted single-lap composite joints. *Composite Structures*, 94(6) :2110 – 2117.
- [Palczny et al., 2019] Palczny, C., Cauville, B., Guidault, P.-A., and Boucard, P.-A. (2019). Développement et validation d'un connecteur pour les assemblages boulonnés. In *3e Colloque Supméca Alumni, Les assemblages mécaniques, évolutions récentes et perspectives, Saint-Ouen, France*.
- [Paroissien, 2006] Paroissien, E. (2006). *Contribution to hybrid (bolted/bonded) joining - Application to aeronautical joints*. Theses, Université Paul Sabatier - Toulouse III.
- [Paroissien et al., 2007] Paroissien, E., Sartor, M., and Huet, J. (2007). *Hybrid (Bolted/Bonded) Joints Applied to Aeronautic Parts : Analytical One-Dimensional Models of a Single-Lap Joint*, pages 95–110. Springer Netherlands, Dordrecht.
- [Pesaresi et al., 2018] Pesaresi, L., Armand, J., Schwingshackl, C. W., Salles, L., and Wong, C. (2018). An advanced underplatform damper modelling approach based on a microslip contact model. *Journal of Sound and Vibration*, 436 :327–340.
- [Petrov and Ewins, 2003] Petrov, E. P. and Ewins, D. J. (2003). Analytical formulation of friction interface elements for analysis of nonlinear multi-harmonic vibrations of bladed disks. *Journal of Turbomachinery*, 125(2) :364–371.
- [Prusty and Satsangi, 2001] Prusty, B. and Satsangi, S. (2001). Finite element transient dynamic analysis of laminated stiffened shells. *Journal of Sound and Vibration*, 248(2) :215–233.
- [Rafik, 2019] Rafik, V. (2019). Study of self-loosening of an aeronautic bolted joint under transverse loading.
- [Rafik et al., 2019] Rafik, V., Combes, B., Daidié, A., and Chirol, C. (2019). Experimental and numerical study of the self-loosening of a bolted assembly. In Cavas-Martínez, F., Eynard, B., Fernández Cañavate, F. J., Fernández-Pacheco, D. G., Morer, P., and Nigrelli, V., editors, *Advances on Mechanics, Design Engineering and Manufacturing II*, pages 85–94, Cham. Springer International Publishing.
- [Rasmusen, 1978] Rasmusen, J. (1978). Bolted Joints A two body contact problem with friction. *Euromech*.
- [Roettgen and Allen, 2017] Roettgen, D. R. and Allen, M. S. (2017). Nonlinear characterization of a bolted, industrial structure using a modal framework. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 84 :152–170.
- [Rosatello, 2019] Rosatello, M. (2019). *Contribution to the study of damping in bolted structures*. Theses, Université Paris-Saclay.
- [Ross, 1947] Ross (1947). An electrical computer for the solution of shear-lag and bolted joint problems. *Rapport technique, DTIC Document*.
- [Rötscher, 1927] Rötscher (1927). Die maschinenelemente. *Springer-Verlag, Berlin, Germany*.

- [Roulet et al., 2013] Roulet, V., Boucard, P.-A., and Champaney, L. (2013). An efficient computational strategy for composite laminates assemblies including variability. *International Journal of Solids and Structures*, 50(18) :2749 – 2757.
- [Roulet et al., 2011] Roulet, V., Champaney, L., and Boucard, P.-A. (2011). A parallel strategy for the multiparametric analysis of structures with large contact and friction surfaces. *Advances in Engineering Software*, 42(6) :347 – 358.
- [Saranik et al., 2013] Saranik, M., Jézéquel, L., and Lenoir, D. (2013). Experimental and numerical study for fatigue life prediction of bolted connection. *Procedia Engineering*, 66 :354–368.
- [Schijve et al., 2009] Schijve, J., Campoli, G., and Monaco, A. (2009). Fatigue of structures and secondary bending in structural elements. *International Journal of Fatigue*, 31(7) :1111 – 1123.
- [Segalman, 2006] Segalman, D. J. (2006). Modelling joint friction in structural dynamics. *Structural Control and Health Monitoring*, 13(1) :430–453.
- [Sekmen et al., 2020] Sekmen, K., Paroissien, E., and Lachaud, F. (2020). Simplified stress analysis of multilayered adhesively bonded structures. *International Journal of Adhesion and Adhesives*, 97 :102497.
- [Shamaei-Kashani and Shokrieh, 2019] Shamaei-Kashani, A. R. and Shokrieh, M. M. (2019). An analytical approach to predict the mechanical behavior of single-lap single-bolt composite joints reinforced with carbon nanofibers. *Composite Structures*, 215 :116–126.
- [Simo and Taylor, 1985] Simo, J. and Taylor, R. (1985). Consistent tangent operators for rate-independent elastoplasticity. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 48(1) :101 – 118.
- [Soulé de Lafont, 2017] Soulé de Lafont, M.-F. (2017). *Conception d'un connecteur élément fini pour la simulation des assemblages boulonnés*. PhD thesis. 2017SACLN021.
- [Soulé De Lafont et al., 2014] Soulé De Lafont, M.-F., Guidault, P.-A., and Boucard, P.-A. (2014). A Finite Element Connector based on Design Parameters for the Simulation of Bolted Assemblies. In Topping, B. and Iványi, P., editors, *The Twelfth International Conference on Computational Structures Technology*, Naples, Italy. Civil-Comp Press, Stirlingshire, UK.
- [Starikov and Schön, 2002] Starikov, R. and Schön, J. (2002). Experimental study on fatigue resistance of composite joints with protruding-head bolts. *Composite Structures*, 55(1) :1 – 11.
- [Swift, 1971] Swift, T. (1971). *Development of the Fail-safe Design Features of the DC-10*, pages 164–214. ASTM International, West Conshohocken, PA.
- [Tate M.B., 1946] Tate M.B., R. S. (1946). Preliminary Investigation of the loads carried by individual bolts in Bolted Joints. *NACA*.
- [Tserpes et al., 2002] Tserpes, K., Labeas, G., Papanikos, P., and Kermanidis, T. (2002). Strength prediction of bolted joints in graphite/epoxy composite laminates. *Composites Part B : Engineering*, 33(7) :521–529.
- [Vadean et al., 2006] Vadean, A., Leray, D., and Guillot, J. (2006). Bolted joints for very large bearings—numerical model development. *Finite Elements in Analysis and Design*, 42(4) :298–313.

- [VDI-Richtlinien, 2003] VDI-Richtlinien (2003). *Systematische Berechnung hochbeanspruchter Schraubenverbindungen Zylindrische Einschraubenverbindungen*. Berlin Düsseldorf, vdi. 2230 blatt 1 edition.
- [Verwaerde et al., 2020] Verwaerde, R., Guidault, P.-A., and Boucard, P.-A. (2020). A nonlinear finite element connector for the simulation of bolted assemblies. *Computational Mechanics*.
- [Wagner et al., 2020] Wagner, T., Heimbs, S., and Burger, U. (2020). A simplified and semi-analytical bolted joint model for crash and impact simulations of composite structures. *Composite Structures*, 233 :111628.
- [Wriggers, 1987] Wriggers, P. (1987). *On Consistent Tangent Matrices for Frictional Contact Problems*.
- [Wriggers, 2002] Wriggers, P. (2002). *Computational Contact Mechanics*. Springer-Verlag Berlin Heidelberg.
- [Wriggers and Laursen, 2006] Wriggers, P. and Laursen, T. A. (2006). *Computational contact mechanics*, volume 30167. Springer.
- [Yazdani Nezhad et al., 2017] Yazdani Nezhad, H., Egan, B., Merwick, F., and McCarthy, C. T. (2017). Bearing damage characteristics of fibre-reinforced countersunk composite bolted joints subjected to quasi-static shear loading. *Composite Structures*, 166 :184–192.
- [Yen, 1978] Yen, S.-W. (1978). Multirow joint fastener load investigation. *Computers & Structures*, 9(5) :483–488.





**Titre:** Stratégie d'élaboration, d'identification et optimisation d'un modèle de connecteur pour la simulation d'assemblages boulonnés

**Mots clés:** Connecteur, Éléments finis, Simulation, Assemblages boulonnés

**Résumé:** Le besoin d'être compétitif pousse de plus en plus les industriels à se tourner vers des outils de simulation numérique pour réaliser l'optimisation de leurs produits, afin de réduire fortement les temps et les coûts de développement. Cette démarche reste malgré tout très gourmande en temps de calcul, surtout dans le cadre non linéaire, puisque le processus d'optimisation peut conduire à de nombreuses évaluations du modèle numérique. L'optimisation des assemblages boulonnés pour des chargements complexes et divers nécessite des stratégies de conception élaborées permettant une prise en compte fine des phénomènes spécifiques mis en jeu au sein des liaisons.

La simulation des assemblages comportant un grand nombre de liaisons boulonnées modélisées finement reste difficile d'accès, et l'on cherche à remplacer ces descriptions fines par des modèles à la fois simplifiés et pertinents. Dans ce contexte, ces travaux proposent une méthode de séparation des différents phénomènes survenant au voisinage des liaisons boulonnées et permettent de formuler un modèle de connecteur robuste. Son implémentation dans ABAQUS a permis de comparer ses performances aux modèles existants. Les faibles écarts entre ces modèles couplés aux gains importants observés en terme de temps CPU soulignent l'excellent compromis temps de calcul/qualité des résultats obtenu.

**Title:** Strategy for the development, identification and optimization of a connector model for the simulation of bolted assemblies

**Keywords:** Connector, Finite Elements, Simulation, Bolted assemblies

**Abstract:** The need to be competitive is increasingly pushing manufacturers to turn to digital simulation tools to optimize their products, in order to significantly reduce development time and costs. However, this approach is still very time-consuming, especially in non-linear applications, since the optimization process can lead to numerous evaluations of the numerical model. The optimization of bolted assemblies for complex and diverse loads requires elaborate design strategies that take into account the specific phenomena involved in the connections. A simulation of assemblies with a large number of finely modelled bolted connec-

tions remains difficult to perform, and attempts are being made to replace these fine descriptions with models that are both simplified and relevant. In this context, this work proposes a method for separating the different phenomena occurring in the vicinity of bolted connections and allows the formulation of a robust connector model. Its implementation in ABAQUS has allowed to compare its performance with existing models. The small differences between these models coupled with the significant savings observed in terms of CPU time underline the excellent compromise between computation time and quality of the results obtained.