HAL open science

Etude de la réflexion d'ondes de choc acoustiques sur des parois rugueuses

Thomas Lechat

To cite this version:

Thomas Lechat. Etude de la réflexion d'ondes de choc acoustiques sur des parois rugueuses. Autre. Université de Lyon, 2020. Français. NNT : 2020LYSEC005 . tel-03131523

HAL Id: tel-03131523

https://theses.hal.science/tel-03131523

Submitted on 4 Feb 2021

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

N° d'ordre NNT : 2020LYSEC05

THÈSE de DOCTORAT DE L'UNIVERSITÉ DE LYON
opérée au sein de l'École Centrale de Lyon

École Doctorale N° 162
Mécanique Énergétique Génie Civil Acoustique

Spécialité de doctorat : Acoustique

Soutenue publiquement le 06 février 2020, par

Thomas Lechat

Étude de la réflexion d'ondes de choc acoustiques sur des parois rugueuses

---

Devant le jury composé de :

Isabelle Sochet	INSA Centre Val de Loire	Rapporteuse
François Coulouvrat	CNRS	Rapporteur
Nicolas Lardjane	CEA/DIF	Examinateur
Benoît Gauvreau	IFSTTAR	Examinateur
Christophe Bailly	École Centrale de Lyon	Directeur
Sébastien Ollivier	Université Lyon 1	Encadrant
Didier Dragna	École Centrale de Lyon	Encadrant

Remerciements

L'écriture de ces remerciements est l'occasion pour moi de repenser à l'ensemble des personnes m'ayant soutenues pendant ces 3 ans de doctorat menés à l'École Centrale de Lyon, au sein du LMFA. Je souhaite tout d'abord remercier mon directeur de thèse, Christophe Bailly, ainsi que mes encadrants, Sébastien Ollivier et Didier Dragna, pour leur confiance, leur disponibilité, et leur soutien. Leur grande expérience m'a permise de considérablement enrichir ma compréhension de l'acoustique non-linéaire, et de la mécanique des fluides en général. Je les remercie en particulier pour le temps conséquent qu'ils ont accordé à la relecture de mes divers productions, dont le présent manuscrit.

J'ai eu la chance d'avoir des travaux de thèse riches en collaborations. Je tiens tout d'abord à remercier Maria Karzova, post-doctorante au LMFA, pour nos discussions sur l'acoustique non-linéaire, ainsi que sur la différence entre le mode de vie russe et celui français. Une autre pensée va à Thomas Malhomme, pour son expertise précieuse sur la mesure de rugosité de papier de verre.

Une des parties de mon travail pour laquelle j'ai pris le plus de plaisir est sans aucun doute l'enseignement. Je tiens à remercier l'ensemble de l'équipe pédagogique de l'unité de mécanique des fluides pour son accueil et sa patience d'une part, et les discussions que j'ai pu avoir sur la pédagogie et la physique d'autre part.

Cette section serait bien trop longue si je prenais l'espace nécessaire pour remercier chacun des doctorant(e)s et post-doctorant(e)s à la hauteur de ce qu'ils m'ont apporté. J'ai une pensée particulière pour les membres de mon bureau : Étienne, Georgios, Yuan Yuan, Yann, Elina et Simon, qui ont su supporter aussi bien mes moments de doute que mes moments d'oisiveté communicative.

Je tiens à remercier l'équipe du PMCS2I, et plus particulièrement Laurent et Anne, pour les connaissances qu'ils m'ont apporté en calcul scientifique et les discussions que nous avons pu avoir sur le libre, l'informatique, la gestion de système Linux, la politique, et j'en passe.

Enfin je tiens à remercier l'ensemble des personnes de ma vie personnelle, qu'elles soient reliées à mes activités associations ou ma famille, qui m'ont soutenu durant ces trois années et dont la présence a été particulièrement cruciale sur la fin. En particulier, je remercie mes parents pour m'avoir accompagné et fait confiance jusqu'ici, sans jamais m'avoir forcé à suivre une voie qui ne me convenait pas. Mon mot de la fin va à Alice, pour son soutien indéfectible et la constance qu'elle m'a apportée au moment où j'en avais besoin.

Résumé

La réflexion d'ondes de choc acoustiques sur des parois lisses peut mener à des schémas de réflexions plus complexes que la réflexion de type Snell-Descartes observée classiquement en acoustique linéaire et qui sont ainsi difficiles à prédire analytiquement. Si ces réflexions irrégulières sont bien connues dans le cas de parois lisses, elles le sont en revanche moins pour des parois déformées. L'utilisation d'outils numériques pour étudier ces configurations est toute indiquée car la mesure d'onde de choc en laboratoire est difficile et la simulation présente l'avantage de contrôler parfaitement la géométrie de la surface à étudier. Cette thèse porte ainsi sur l'étude numérique de la propagation et la réflexion d'ondes de choc acoustiques sur des parois irrégulières.

Pour cela, un code de résolution des équations d'Euler dans le domaine temporel par méthodes de type différences finies est développé. Dans un premier temps, les méthodes numériques employées sont décrites. La déformation de la paroi est modélisée via l'utilisation de coordonnées curvilignes. Deux cas tests sont présentés pour démontrer la robustesse de la méthode. Le premier correspond au cas de la diffraction d'une onde acoustique linéaire par une sphère rigide. Le second consiste à simuler la propagation d'une onde de choc dite en N dans un tube à section droite, dont le maillage à l'intérieur du tube est déformé.

Une étude numérique est ensuite menée afin de déterminer une initialisation pertinente pour simuler l'onde de choc générée par un arc électrique. Ce type de source a été utilisé jusqu'ici pour étudier expérimentalement la réflexion d'ondes de choc en laboratoire. L'approche choisie consiste à ajouter un dépôt d'énergie initial qui correspond à la zone échauffée par le plasma de l'arc électrique. Les résultats des simulations sont comparés avec des mesures en champ libre avec une bonne concordance. La question de la directivité de la source est discutée pour déterminer si celle-ci a un rôle dans les configurations de réflexion d'ondes de choc considérées par la suite.

Enfin, la réflexion sur trois parois de géométries différentes est étudiée. Le premier cas correspond à la réflexion d'ondes de choc sur des parois planes. L'étude, menée à la fois numériquement et expérimentalement, montre la bonne précision obtenue pour décrire les interactions d'ondes de choc. La réflexion sur des surfaces à géométrie périodiques est ensuite traitée en détail numériquement. La géométrie choisie est une paroi sinusoïdale en raison de la littérature abondante sur la question dans un cas d'acoustique linéaire. L'existence d'une onde de surface restant confinée en proche paroi est mise en évidence. Celle-ci induit une pression maximale plus importante que pour une paroi lisse. De plus, les interactions entre le choc incident et réfléchi sur la paroi sont moins marquées que dans le cas d'une surface lisse du fait de la diffraction. Finalement, la réflexion d'ondes de choc sur des parois à géométrie aléatoire est abordée. Les effets obtenus pour des parois à géométrie aléatoire correspondent à ceux observés pour des parois à géométrie périodique, bien que moins prononcés. En particulier, l'onde de surface observée précédemment est toujours présente. Ces simulations sont comparées, avec un très bon accord, à des expériences menées en laboratoire en utilisant du papier de verre comme surface rugueuse.

Les parois à géométrie aléatoire sont ainsi un premier pas vers des configurations rencontrées dans des cas pratiques tel que la réflexion du bang sonique sur le sol. L'étude suggère notamment que les niveaux de pression en proche paroi dans le cas du bang sonique pourraient être sous-estimés si les effets constructifs dus à la diffraction sur le sol ne sont pas pris en compte.

Abstract

Acoustic shock wave reflection over smooth surface can lead to more complex reflection pattern than the Snell-Descartes reflection usually observed in linear acoustic. Therefore, these patterns are difficult to predict analytically. If these irregular reflections are well known in the case of smooth surfaces, they are less so on the other hand for deformed surfaces. The use of numerical tools to study these configurations is suitable because the measurement of shock wave in the laboratiry are not easy to perform. The simulation is also relevant because the surface geometry can is perfectly defined. This work is focused on the numerical study of the propagation and reflection of acoustic shock waves on deformed surfaces.

Fo that purpose, a code solving Euler equations in the time domain by the use of finite difference methods is developped. Firstly, the numerical methods used are described. In particular, the deformed surfaces modelisation is performed by the use of a curvilinear coordinate system. Two test cases are presented to demonstrate the robustness of the method. The first one corresponds to the case of the diffraction of a linear acoustic wave by a rigid sphere. The second one consists in simulating the propagation of an N-shaped shock wave in tube where the mesh at the center is deformed.

A numerical study is then performed to determine a relevant initialization to simulate the shock wave generated by an electrical spark discharge. Indeed, this type of source has been used so far to study experimental shock wave reflection in the laboratory before this thesis. The chosen approach consists in adding an initial energy deposit which correspond to the field heated by the plasma resulting from the spark. Simulation results are compared to free-field measurements with good agreement. The question of the directivity of the source is discussed to determine if it has a role in the shock wave reflection configurations considered therefore.

Finally, the reflection on three types of surfaces is studied. The first case corresponds to the reflection of a shock wave over a smooth surface. The numerical study is compared to previous experimental results and show an accurate prediction of the shock reflection pattern. The reflection on periodic surfaces is then treated in detail numerically. The geometry chosen is a sinusoidal shape because of the abundant literature on this configuration in a linear case. The existence of a surface wave remaining confined ner the wall is put in evidence. This induces a greater maximum pressure than for a smooth surface configuration. In addition, diffraction on the surface limit shock wave interaction between the incident and the reflected shock waves. Finally, the reflection of shock waves on rough surfaces is discussed. The effects obtained for surfaces with random geometries corresponds to those observed for periodic geometries, althourgh less pronounced. In particular, the surface wave observed previously is still present both numerically and experimentally. Indeed, previous experiments where sandpaper were used as rough surface are in good agreement with simulations.

Random surface shape are also a first step towards configurations encountered in pratical cases such as sonic boom reflection on the ground. In particular, the study suggests that near-surface pressure levels in the case of sonic boom could be underestimated if the constructuve effects due to diffraction on the ground are not taken into account.

Table des matières

Introduction **5**

1 Modèle numérique **11**
1.1 Introduction 11
1.2 Système d'équations 15
1.2.1 Discontinuités induites par les effets nonlinéaires 17
1.2.1.1 Calcul de l'épaisseur de choc 19
1.2.2 Conditions de sortie 21
1.2.3 Équations d'Euler axi-symétriques en coordonnées curvilignes 23
1.2.3.1 Cas de la frontière axi-symétrique 24
1.2.3.2 Condition de paroi réfléchissante 25
1.2.3.3 Condition de sortie en coordonnées curvilignes 27
1.2.4 Pertes visqueuses et conduction de la chaleur 27
1.3 Méthode de résolution 29
1.3.1 Intégration temporelle 30
1.3.2 Estimation des dérivées spatiales 31
1.3.3 Stabilité et critère CFL 32
1.3.4 Filtres 34
1.3.4.1 Filtre sélectif 34
1.3.4.2 Filtre de capture de choc 35
1.4 Cas tests 36
1.4.1 Réflexion d'une onde acoustique linéaire sur une sphère rigide 36
1.4.2 Propagation d'une onde en N dans un tube droit 38
1.4.2.1 Comparaison avec une simulation de référence 40
1.4.2.2 Comparaison avec un modèle analytique 42
1.5 Conclusions et perspectives 43

2 Étude de l'onde de choc générée par une source à arcs électriques **46**
2.1 Introduction et objectifs 46
2.2 Simulation de l'arc électrique 47
2.2.1 Bibliographie 47
2.2.2 Méthode de simulation 50
2.2.2.1 Modèles de sources 52
2.2.3 Analyse préliminaire 53

2.2.3.1 Influence du niveau initial sur les formes d'ondes 54
2.3 Comparaison avec des mesures 56
2.3.1 Rappel des méthodes de mesures utilisées 56
2.3.1.1 Mesure interférométrique 56
2.3.1.2 Imagerie Schlieren 60
2.3.2 Imagerie Schlieren en champ proche 61
2.3.2.1 Influence de la densité initiale 63
2.3.3 Mesures interférométriques en champ libre 63
2.4 Analyse de la directivité et influence des électrodes 64
2.4.1 Directivité 65
2.4.2 Comparaison avec le modèle de Wright 68
2.4.3 Simplification dans le cadre d'applications pratiques 69
2.5 Conclusions et perspectives 70

3 Réflexion d'ondes de choc sur une paroi plane 73
3.1 Introduction et terminologie 73
3.1.1 Travaux antérieurs 76
3.1.2 Organisation du chapitre et objectifs 77
3.2 Présentation de la simulation 77
3.2.1 Configuration 77
3.2.2 Champ de pression 78
3.3 Comparaison avec les expériences 80
3.3.1 Formes d'ondes 80
3.3.2 Imagerie Schlieren 83
3.3.3 Analyse du pied de Mach 84
3.4 Comparaison avec les explosions 88
3.4.1 Adimensionnement 89
3.4.2 Comparaison avec les simulations à l'échelle du laboratoires 90
3.5 Conclusions et perspectives 93

4 Réflexion d'ondes de choc sur une paroi à géométrie périodique 97
4.1 Introduction 97
4.1.1 Motivations et travaux antérieurs 97
4.1.2 Synthèse et objectifs de l'étude 99
4.2 Configuration de l'étude et maillage 100
4.2.1 Géométrie de la paroi 101
4.2.2 Paramètres des simulations 102
4.3 Analyse qualitative de la réflexion sur une paroi déformée 102
4.4 Schéma de réflexion 106
4.4.1 Formation du pied de Mach 106
4.4.2 Position du choc réfléchi 109
4.4.3 Schlieren numériques 110
4.4.4 Trajectoire du point triple 112

4.5 Pression en proche paroi 113
4.5.1 Pression maximale 113
4.5.2 Décroissance de la pression avec la hauteur 114
4.5.3 Analyse spectrale proche paroi 115
4.6 Comparaison avec la théorie linéaire 118
4.6.1 Modèle analytique 118
4.6.2 Cas test linéaire avec paroi sinusoïdale 120
4.6.3 Comparaison avec les réflexions non-linéaires 122
4.7 Conclusion et perspectives 123

5 Réflexion d'ondes de choc sur une paroi à géométrie aléatoire 127
5.1 Introduction et objectifs 127
5.2 Méthode de simulation 128
5.2.1 Maillage 128
5.2.2 Mesure des paramètres statistiques de la surface 129
5.2.3 Champs de pression 133
5.2.4 Génération du point triple 134
5.3 Comparaison avec les expériences 137
5.3.1 Formes d'ondes proche paroi 138
5.3.2 Schéma de réflexion 138
5.4 Analyse statistique 141
5.4.1 Formes d'ondes 141
5.4.2 Formes d'ondes cohérentes 142
5.5 Passage à l'échelle du bang sonique 144
5.6 Conclusion et perspectives 147

Conclusion générale et perspectives 150

Introduction

Contexte

L'étude de la propagation des ondes acoustiques de fort niveau dans l'air est un sujet relativement récent. C'est en effet avec l'invention des armes à feu qu'un intérêt à été porté sur l'étude des sons de fort niveau, notamment à des fins balistiques. On peut part exemple citer les travaux de Benjamin Robins en 1740, qui mesura la vitesse supersonique d'une balle de mousquet à l'aide d'un pendule balistique. Il remarqua aussi que le son émis par le mousquet est audible quasiment au même instant que l'impact et en a conclu que le son émis par le mousquet devait se propager à cette vitesse. Des militaires ont aussi plus tard reporté qu'à une distance suffisamment grande de l'officier, l'ordre de tirer était entendu après le son produit par l'arme à feu. Cette démonstration prouva que l'onde de choc générée par la détonation se propage plus vite que les ondes acoustiques de plus faible niveau correspondant au cri de l'officier. Dans la suite du document, on parlera d'onde de choc pour toute onde acoustique dont l'amplitude de pression est suffisante pour induire une discontinuité de pression après une distance de propagation suffisante par effet non-linéaire. Une étude historique très exhaustive de l'histoire de la recherche sur les ondes de choc a été menée par Peter O.K Krehl et éditée dans un livre sur lequel le lecteur peut s'appuyer pour des compléments historiques [1]. Ce premier exemple illustre une des propriétés des ondes acoustiques non-linéaires : celles-ci se propagent plus vite que les ondes acoustiques de faible niveau. Une autre propriété, en partie corrélée à la première, est que les ondes de choc peuvent potentiellement interagir. C'est à dire qu'il n'est pas possible d'écrire le signal obtenu par deux sources non-linéaires comme la somme des contributions de chaque source. En d'autres termes, les non-linéarités impliquent que le principe de superposition de solutions élémentaires ne s'applique plus. De plus, une discontinuité de pression, de densité, de vitesse et de température se forme durant la propagation de l'onde. Le spectre s'enrichit pendant la propagation et quand le choc interagit, ce qui rend plus difficile l'utilisation d'une méthode fréquentielle pour l'analyse de ce type de phénomène. Pour toutes ces raisons, les simulations dans le domaine temporel, depuis qu'elles existent, sont un outil de choix pour l'étude de la propagation et de l'interaction d'ondes de choc.

D'un point de vue numérique, la simulation d'ondes de choc présente plusieurs difficultés. Tout d'abord, du fait de la discontinuité des champs, les fréquences des signaux de pression sont très élevées. Cela pose des contraintes fortes en terme de pas de temps et de maillage pour des simulations dans le domaine temporel. Pour cette même raison, les schémas numériques utilisés doivent être d'ordre élevé. De plus, ces approches étant conséquentes en terme de coût de calcul, les codes de simulations de la propagation d'ondes de choc nécessitent généralement d'être optimisés

pour conduire à des temps de calculs raisonnables (parallélisation, utilisation de fenêtre glissante, maillage adaptatif...). Les mêmes difficultés se présentent pour l'étude expérimentale d'ondes de choc. Le contenu fréquentiel large bande et les forts niveaux rendent plus difficile l'utilisation de microphones conventionnels. Des méthodes de mesure optiques sont souvent préférées, bien que plus complexes de mise en œuvre.

L'étude des ondes de choc est présente dans une multitude de domaines différents. Cette thématique est par exemple rencontrée lors de la propagation du bang sonique, l'onde de choc générée par un avion supersonique. Plus généralement, des ondes de choc sont présentes dès lors qu'un écoulement ou un objet se déplace à vitesse supersonique ; comme c'est le cas par exemple pour les bruits de jets. Elles sont aussi présentes en acoustique médicale où la focalisation d'ondes de choc joue un rôle clé pour certains traitements médicaux [2, 3, 4]. Des ondes de choc acoustiques sont aussi plus susceptibles de se former dans les espaces confinés ; elles sont par exemple présentes dans les instruments à cuivre. Les applications militaires sont aussi nombreuses tant d'un point de vue de la localisation de tireurs que de l'évaluation des dommages causés par les chocs sur les personnes ou les structures. Des ondes de choc peuvent aussi être générées par la foudre et les arcs électriques de manière générale, et sont donc étudiées pour la prévention de risques industriels. Des phénomènes de toute sorte peuvent entraîner la formation d'ondes de choc ; tant à petite échelle par exemple par l'effondrement de bulles de cavitation qu'à grande échelle par la propagation de météores à très grandes vitesse dans l'atmosphère.

La configuration d'interaction de deux ondes de choc la plus simple à mettre en place d'un point de vue expérimental et numérique est la réflexion d'une onde de choc sur une paroi lisse. En effet, quelques études existent dans lesquelles deux chocs différents sont générés pour observer expérimentalement leur interaction, mais ce type d'expérience est plus complexe à mettre en place qu'une simple réflexion [5] car il est nécessaire de finement contrôler la génération et la propagation des deux chocs. Dans le cas de la réflexion d'une onde de choc, l'onde de choc incidente et l'onde de choc réfléchie peuvent interagir et former un troisième choc [6]. Bien que ce phénomène ait été découvert il y a déjà plus d'un siècle [7], ce sujet est toujours très discuté dans la communauté des ondes de choc. En effet, ces interactions sont difficiles à étudier analytiquement mais interviennent dans un grand nombre de domaines différents, dès lors que des ondes acoustiques de fort niveau sont mises en jeu. Les réflexions sur parois planes sont maintenant bien connues dans le cas de chocs forts. De nombreuses études tant analytiques, qu'expérimentales ou numériques ont apporté une bonne compréhension des conditions d'interactions des ondes de choc pour ces configurations [8, 9]. En revanche, pour des ondes de choc acoustiques (de l'ordre de quelques milliers de Pa), le processus physique de réflexion de choc est différent et plus mal décrit par les théories classiques. Ce sont ces conditions particulières qui nous intéressent ici : l'onde de choc est de niveau suffisamment important pour induire des discontinuités de pression durant la propagation, mais de niveau trop faible pour être considérée comme un choc fort. La distinction entre ces deux régimes induit une différence sur les schémas de réflexion de choc, ce phénomène est appelé le paradoxe de Von Neumann. Dans le cas d'un choc fort, une ligne de glissement qui correspond seulement à une discontinuité de vitesse existe derrière le schéma de réflexion, contrairement au cas d'un choc faible [10].

Enjeux scientifiques

Les études de réflexions de chocs ont très vite commencé à porter sur des surfaces plus complexes que les parois planes. Les réflexions sur des surfaces courbes [4, 11, 12, 13] ou les sphères [14, 15, 16] ont été particulièrement traitées car elles présentent l'avantage de constituer un bon point de départ pour les études de surfaces plus complexes. Des études ont aussi par exemple porté sur la réflexion de choc sur l'eau [17] afin d'étudier l'impact du changement d'impédance de la paroi sur le schéma de réflexion. C'est une suite logique dès lors que la réflexion sur des parois planes a été mieux comprise, notamment pour les chocs forts.

L'étude de la réflexion d'ondes de choc a donc été un sujet de recherche très étudié depuis la seconde guerre mondiale. Guidée tout d'abord par des considérations purement militaires, ce sujet profite d'un regain d'intérêt ces dernières années pour l'aviation supersonique civile. En effet, un autre enjeu plus pratique de ces travaux est la compréhension de la réflexion du bang sonique sur le sol. Une nouvelle génération d'avion supersonique est à l'étude actuellement. Pour pouvoir estimer correctement les niveaux de gêne au passage de ce type d'appareil, il est nécessaire d'étudier le bang sonique dans son ensemble. La génération du bang sonique a en ce sens été extensivement étudiée, avec notamment des travaux expérimentaux en soufflerie supersonique et par simulation CFD [18, 19]. La propagation du bang sonique dans l'atmosphère fait aussi l'objet de beaucoup de recherches à l'heure actuelle. La problématique de l'interaction du choc avec la turbulence est notamment un des points délicats dans la modélisation de la propagation du bang sonique de l'avion jusqu'au sol [20, 21]. Finalement, il est nécessaire d'estimer les niveaux de pression au sol. En particulier, les effets de la topographie ont très peu été étudiés jusqu'ici. Les effets de sol sont généralement pris en compte au moyen de formules empiriques. Les niveaux de pression ainsi obtenus sont utilisés pour définir des normes de bruit limite admissible pour les populations à partir des études psychoacoustiques menées actuellement sur ces questions [22, 23].

Les effets sur le champ de pression lié à la topographie du sol ou à la présence de réseaux de bâtiments restent donc mal connus. Dans les travaux de thèse de Sang-Ik T. Cho, la réflexion du bang sonique sur un bâtiment est étudiée avec des simulations FDTD [24, 25] en s'intéressant particulièrement au contenu fréquentiel du champ de pression en amont et en aval du bâtiment au passage du choc. L'étude n'est cependant réalisée que pour un seul bâtiment. Par conséquent, aucun phénomène cumulatif lié à la diffraction sur de multiples obstacles n'est discuté. Ce type de phénomène a en revanche été étudié par exemple par S. Seeraj dans ses travaux de thèse portant sur l'interaction d'ondes de choc avec des plaques trouées [26]. Les différentes ondes de choc diffractées lors de l'impact sur la plaque se recombinent pour former un nouveau front d'onde de choc. C'est ce même type de phénomène qui se produit lors de la réflexion sur une paroi déformée. Un des cas applicatifs de cette thèse, qui sera illustré au dernier chapitre, est d'apporter une meilleure compréhension des effets de la topographie sur les niveaux de pression au sol engendrés par le passage d'un avion supersonique.

Précédemment à cette thèse, plusieurs travaux ont porté sur la réflexion de choc dans le cas de parois planes. Des outils numériques développés initialement pour la simulation de jets supersoniques et la propagation d'infrasons [27] ont été utilisés pour décrire la propagation d'ondes de

choc en deux dimensions. Ces résultats de simulations ont été comparés avec des expériences où des chocs générés par des arcs électriques ont été étudiés à l'aide d'une instrumentation optique [28, 29, 30, 31, 32, 33]. Les simulations ont été réalisées en 2D, le niveau de pression initial de la source utilisée était donc calibré pour obtenir les bons niveaux de pression par rapport aux expériences pour une distance fixée. Une analyse fine de la décroissance de l'amplitude du choc avec la distance, ou bien de l'évolution du schéma de réflexion avec la distance, nécessitait de recalibrer la source pour chaque distance. Une première étape de ces nouveaux travaux est donc de reprendre les travaux précédents en utilisant un modèle permettant de simuler une décroissance géométrique de type sphérique. Ceci permet de comparer une seule simulation avec les expériences à n'importe quelle distance et ainsi d'observer des phénomènes cumulatifs. L'ensemble des expériences ont donc déjà été réalisées avant ces travaux. De plus, les problématiques d'effets de sols ont déjà été abordées par D. Dragna *et al.* pour des parois impédantes et/ou déformées dans des configurations d'acoustique linéaire [34, 35]. Ces mêmes outils peuvent donc être appliqués pour l'étude de la réflexion de choc sur des parois déformées.

Ces travaux de thèse prolongent les études antérieures en se focalisant sur la modélisation de la réflexions d'ondes de choc pour des parois déformées, déformé signifiant dans ce mémoire qu'un traitement spécifique est réalisé pour considérer une paroi qui n'est pas rectiligne (celle ci peut être courbée, ou déformée arbitrairement). On considère cependant toujours celle-ci comme infiniment rigide. Les travaux sur les parois planes sont tout d'abord repris et étendus. Des simulations avec une méthode temporelle sont comparées avec des expériences afin de montrer dans quelle mesure ce type d'outil est à même de reproduire les interactions d'ondes de choc qui nous intéressent. Contrairement aux études précédentes, des équations axi-symétriques sont utilisées pour obtenir la bonne décroissance géométrique de la pression des ondes de choc et ainsi approcher au mieux la configuration expérimentale. Un intérêt particulier est porté sur le modèle de source défini en simulations pour s'assurer que celui-ci soit bien comparable aux arcs électriques utilisés dans les expériences. Une paroi déformée est ensuite ajoutée à l'aide d'un système de coordonnées curvilignes pour perturber les interactions de chocs observées pour les parois planes. Tous ces outils étaient pré-existants mais jamais appliqués ensemble au cas précis de la réflexion d'ondes de choc sur des parois déformées.

Organisation du mémoire

Le présent mémoire est structuré comme suit. Un premier chapitre présente le modèle numérique utilisé pour décrire la réflexion d'une onde de choc sur une paroi de géométrie arbitraire. Pour cela, les équations d'Euler axi-symétriques sont résolues dans le domaine temporel. Deux cas tests sont présentés pour illustrer la robustesse de la méthode, l'un dans un cas linéaire, l'autre dans le cas de la propagation d'une onde de choc.

Le second chapitre présente une étude sur la modélisation de l'onde de choc générée par un arc électrique centimétrique. En effet, dans l'ensemble des expériences menées avant cette thèse, c'est ce type de source qui a été utilisé comme générateur d'ondes de choc. Il est donc nécessaire de déterminer quel type d'initialisation des champs des simulations permet de retrouver l'onde de choc obtenue expérimentalement. De plus, cette étude permet de répondre à des questions restant

ouvertes à l'issue des précédentes études. Ainsi, la directivité de la source à arcs électriques sera discutée dans ce chapitre. Les incertitudes liées à la chaîne de mesure et au traitement des données expérimentales sont aussi discutées au regard des caractéristiques de la source.

Dans le troisième chapitre, des comparaisons entres les expériences réalisées avant cette thèse et les simulations correspondantes sont présentées pour le cas de parois planes. Dans ces simulations, la source précédemment calibrée au chapitre 2 est utilisée. Une attention particulière est portée sur le schéma de réflexion irrégulier, et notamment les caractéristiques du troisième choc induit par les interactions non-linéaires. De plus, la méthode de normalisation utilisée dans la littérature sur les chocs forts est appliquée pour comparer notre configuration à petite échelle avec les modèles empiriques développés pour prédire le comportement des ondes de choc causées par les explosions.

Le chapitre suivant montre les résultats de simulations dans lesquelles des parois à géométrie sinusoïdale sont utilisées. Cette configuration présente plusieurs avantages. Les phénomènes liés à la diffraction sont plus facile à interpréter que dans le cas de parois à géométrie aléatoire. De plus, ce type de paroi a déjà fait l'objet de plusieurs études, notamment en acoustique linéaire. Les simulations réalisées sont également interprétées au regard des études présentes dans la littérature sur les chocs forts. L'impact de la déformation de la paroi sur le schéma de réflexion est notamment discuté. L'analogie avec un modèle linéaire décrivant la réflexion d'onde acoustique sur des parois déformées par une approche d'impédance effective est aussi proposé.

Finalement, la réflexion d'ondes de choc sur des parois rugueuses (à géométrie aléatoire) est présentée dans le dernier chapitre. Ces simulations sont comparées à des mesures réalisées avant cette thèse. Des mesures de la topographie de la surface rugueuse des expériences sont présentées afin d'estimer les paramètres statistiques de la surface et obtenir un profil de rugosité à utiliser en simulation. Un des intérêts de l'étude est notamment de montrer que les phénomènes décrits pour les parois à géométrie sinusoïdales s'appliquent toujours pour des parois à géométrie aléatoires. La comparaison avec les expériences confirme que la perturbation des schémas de réflexion observée précédemment est bien due à la rugosité et n'est pas d'origine numérique. Une analyse statistique est aussi présentée dans laquelle une distinction est faite entre la partie incohérente de l'onde acoustique et la partie cohérente. Enfin, le passage à l'échelle du bang sonique est discuté et illustré par une simulation préliminaire. Cette application étant développée par ailleurs dans le cadre du projet européen RUMBLE (programme-cadre de recherche Horizon 2020, convention de subvention N°769896).

1 Modèle numérique

1.1 Introduction

Depuis le milieu du XXème siècle, l'utilisation de méthodes numériques pour l'étude de phénomènes physiques n'a fait que croître en popularité [36]. Ces outils permettent d'aider à l'interprétation des expériences et fournissent un moyen de tester des modèles théoriques dont les solutions sont difficilement évaluables analytiquement. A cette époque, les équations aux dérivées partielles régissant la dynamique des fluides sont déjà bien comprises, mais les solutions analytiques existent seulement dans des cas très simplifiés. Une des approches choisies alors, et toujours utilisée actuellement, a été de remplacer les dérivées partielles par des approximations de pentes obtenues en faisant la différence entre la valeur en amont et en aval du point d'intérêt, c'est la méthodes des différences finies [1].

Les premiers codes de résolution des équations de la mécanique des fluides ont montré tout leur intérêt dans la résolution de problèmes impliquant des quantités physiques continues. L'utilisation de ces outils pour l'étude des ondes de chocs a été plus tardive : la prise en compte des discontinuités des grandeurs physiques dans le fluide induites par les non-linéarités présente un challenge numérique car cela impose des contraintes fortes sur le pas de temps et les tailles de mailles utilisées. Le maillage doit être suffisamment fin pour correctement discrétiser un choc qui est d'épaisseur très faible. Une approche alors mise en place pour gérer ces discontinuités a été d'ajouter une viscosité artificielle au fluide, celle-ci ayant pour effet d'atténuer le choc et lisser les différents champs, au prix d'un surcoût numérique. Cette solution est toujours d'actualité bien que la méthode d'ajout de cette viscosité artificielle ait été optimisée. Ce sont donc en général des simulations qui nécessitent des capacités de calcul conséquentes, tant en terme de mémoire disponible pour stocker l'information, qu'en terme de coût de calcul. Une des approches utilisées pendant la seconde guerre mondiale pour réduire ces coûts a été l'utilisation de modèles simplifiés de la propagation d'ondes de chocs, par exemple des modèles à une dimension dans un référentiel Lagrangien qui suit le choc, permettant de réduire la taille du domaine à traiter. Après la guerre, ces méthodes ont été développées et optimisées. Elles ont été fondamentales pour le développement des armes thermonucléaires et l'estimation de leur potentiel de destruction. Ces dernières décennies, l'augmentation très rapide de la puissance de calcul des machines accessibles pour la recherche permet maintenant l'étude de ce type de phénomènes dans des configurations complexes (en 3D ou avec des effets particuliers en parois par exemple). Une autre approche pour

traiter les discontinuités consiste à discrétiser le front d'onde de choc et à appliquer des relations de saut décrivant le lien entre les variables physiques de part et d'autre de la discontinuité [37]. Cette solution n'est cependant pas adaptée au cas de diffractions multiples car le nombre de fronts d'onde de choc est alors très important et le coût numérique nécessaire pour localiser et traiter toutes les discontinuités est très élevé. Nous avons donc choisi la première approche.

L'approche choisie dans cette thèse pour simuler la propagation d'ondes de chocs est la même que celles utilisées historiquement [1] : des équations aux dérivées partielles sont résolues à l'aide de méthodes de différences finies pour simuler le comportement dynamique d'un fluide. La puissance de calcul actuelle permet cependant d'utiliser des systèmes d'équations aux dérivées partielles avec très peu d'approximations comparées à celles utilisées historiquement. Les différences finies d'ordre plus élevé peuvent aussi être appliquées, ce qui mène à une meilleure approximation de la dérivée et une erreur plus faible à mesure que l'onde se propage.

Méthodes numériques utilisées pour la propagation d'ondes de chocs

De nombreuses méthodes existent pour simuler la propagation d'ondes de chocs. Le principal changement d'une méthode à l'autre est le degré d'approximation qui impacte le coût de calcul. Par exemple, les applications de prédiction et prévention des risques liées aux explosions nécessitent des codes rapides qui fournissent un nombre de paramètres réduits mais pertinents (la pression du choc, sa position, le temps de montée...). Les travaux menés par J. Ridoux *et al* [37] vont dans ce sens : le but est de prédire la géométrie du front d'onde d'un choc se réfléchissant sur une surface complexe (par exemple sur une demi-sphère au sol). Pour cela, un modèle géométrique est utilisé : celui-ci consiste à approximer le front d'onde de choc par un grand nombre de petits segments régis par une équation de propagation 1D. Ainsi, seule la structure du front d'onde de choc est calculée et propagée, menant à un modèle prédictif avec un coût de calcul très réduit par rapport à une méthode qui estimerait le mouvement de l'ensemble du fluide. En revanche, cette méthode ne donne pas d'information sur le champ diffracté car seules le front d'onde de choc déformé est calculé.

Une autre approche consiste à résoudre une équation d'onde dans laquelle un terme s'ajoute pour prendre en compte les non-linéarités. La plus simple de ces équations est l'équation de Burgers [38, 39]. Celle-ci est une équation de propagation 1D qui permet de prendre en compte les effets non-linéaires liés à la propagation d'une onde de choc [40]. Cette équation est largement utilisée dans la littérature et présente l'avantage de pouvoir être utilisée pour décrire à la fois les effets des non-linéarités, de la viscosité et de la relaxation moléculaire sur la propagation [39]. Enfin, elle peut être écrite dans un système de coordonnées sphériques pour prendre en compte la décroissance géométrique en champ libre. Cette équation reste cependant 1D et ne permet pas de prendre en compte les effets de diffraction. Cette limitation peut en partie être contournée en utilisant des méthodes de tir de rayons. Une autre équation très utilisée est l'équation de Khokhlova-Zabolotskaya-Kuznetsov (KZK) [40]. Celle-ci s'apparente à l'équation de Burgers dans laquelle est ajouté un terme pour prendre en compte la diffraction. Cela permet par exemple de décrire la focalisation d'ondes de chocs [2, 41, 42]. Les méthodes utilisant les équations de type Burgers ont l'inconvénient d'être basées sur l'approximation parabolique et elles ne permettent

donc pas d'obtenir la totalité du champ diffracté par des hétérogénéités. En particulier, le champ retro-propagé n'est pas résolu avec ce type de méthode. Elles sont donc peu adaptées dans le cadre de ces travaux. L'équation de Westervelt est le modèle le plus simple décrivant la propagation d'une onde acoustique non-linéaire dans toutes les directions ; l'équation de Kuznetsov, une dérivée de celle-ci prend aussi en compte les effets non-linéaires locaux liés au matériaux [43] (milieux granulaires, anisotropes...). Cette approche n'est cependant pas la plus générale car seul les non-linéarités du premier ordre sont résolues.

Dans cette thèse, le but est d'étudier finement l'interaction de chocs avec des géométries de paroi complexes. Dès lors, l'utilisation de modèles simplifiés qui ne permettraient pas un calcul des ondes diffractées est à proscrire. L'approche choisie est donc de résoudre directement les équations d'Euler dans le domaine temporel. Celles-ci décrivent le mouvement d'un fluide dans l'approximation des milieux continus en considérant un écoulement sans viscosité ni conduction thermique. Contrairement aux développements analytiques communs en acoustique linéaire, aucune hypothèse n'est faite sur la séparation des champs en quantités constantes (les paramètres du fluide au repos) auxquelles viennent s'ajouter les fluctuations d'ordre faible comme c'est le cas pour les équations simplifiées décrites précédemment. Dans notre cas, les champs calculés sont les champs totaux. L'avantage de cette approche est qu'elle donne accès au champ de vitesse et aux variations de densité en plus de la pression, ce qui permet une analyse plus fine des phénomènes non-linéaires en permettant par exemple le calcul de la vorticité.

Ce type de simulation est le plus coûteux en terme de temps de calcul et en mémoire nécessaire car l'ensemble du domaine fluide doit être finement discrétisé. Une première possibilité pour limiter cette contrainte numérique est d'appliquer une fenêtre glissante sur le domaine afin de réduire sa taille effective : la fenêtre de calcul suit l'onde de choc et ainsi seule est calculée la portion du domaine dans laquelle se trouve la perturbation. Une autre manière de réduire les coûts de calcul est l'utilisation de méthodes numériques plus sophistiquées. C'est par exemple le cas des maillages adaptatifs : le but est de raffiner le maillage proche des discontinuités des champs, et à l'inverse d'avoir un maillage plus grossier dans les zones du domaine où toutes les quantités varient faiblement [44].

Prise en compte de géométries complexes

La prise en compte de surfaces complexes à l'intérieur du domaine de calcul peut être difficile à mettre en place dans le cas de simulations par différences finies. Il est nécessaire d'avoir une estimation précise de la vitesse normale à la surface, c'est à dire qu'il faut que les points du maillage coïncident avec la surface considérée. Par exemple, dans le cas d'un maillage cartésien, les aspérités sur la surface doivent avoir une forme cubique. Cette limitation peut être contournée de deux manières.

Une première approche pour insérer dans le domaine des corps solides de géométrie arbitraire consiste à utiliser une méthode de conditions aux limites immergées. Celle-ci permet l'ajout dans le domaine de frontières rigides arbitraires qui ne coïncident pas nécessairement avec les points du maillage [45]. Cette approche a l'avantage de permettre une géométrie d'objet rigide quelconque. Cependant, la condition limite sur les points proches des parois est calculée par

interpolation, ce qui peut entrainer des instabilités d'autant plus marquées que les simulations sont non-linéaires, comme c'est le cas pour la propagation d'ondes de choc. L'autre approche possible consiste à déformer le maillage afin que celui-ci épouse les formes de la surface déformée que l'on cherche à imposer dans le domaine de calcul. Cette approche est intéressante car elle ne nécessite pas d'interpolation, mais est plus difficile à mettre en place. En effet, la génération d'un maillage structuré et déformé peut poser des difficultés. Elle n'est pas nécessairement possible pour certaines géométries (notamment quand on ajoute plusieurs corps rigides dans le domaine de calcul) mais permet la propagation dans des milieux déformés tels que les tubes courbés. Ce type de méthode a été utilisé avec succès en aéroacoustique [46, 47]. Cette approche sera utilisée dans ces travaux car il est possible de calculer analytiquement la forme d'un maillage efficace pour prendre en compte la déformation de la paroi. La génération et l'utilisation du maillage déformé engendre aussi un surcoût de calcul.

Parallélisation

Afin de réduire les temps de calcul, les codes produits dans le cadre de cette thèse ont été parallélisés. Plusieurs processeurs sont ainsi utilisés pour calculer simultanément différentes parties du domaine. Deux approches principales sont utilisées pour la parallélisation de codes scientifiques : les librairies MPI et OpenMP. La librairie MPI a l'avantage de permettre une parallélisation sur un nombre arbitraire de machines (dont chacune possède plusieurs processeurs). Le domaine de calcul est séparé en parts égales et distribué entre différentes machines. Des routines de communication entre ces différentes machines de calcul doivent ensuite être écrites. La principale difficulté de cette méthode est que l'implémentation doit être pensée en amont, contrairement au cas de la librairie OpenMP. Cette seconde librairie a en revanche l'avantage d'être plus facile à implémenter car elle peut directement être ajoutée sur un code séquentiel (sans parallélisation). Elle a cependant l'inconvénient de ne pouvoir être utilisée que sur une seule machine et est donc limitée en terme d'accélération possible. Dans notre cas, cette seconde méthode est suffisante car la taille des domaines de calcul traités n'est pas suffisamment grande pour justifier l'utilisation de plusieurs machines en même temps. Le code produit dans le cadre de cette thèse est donc un code Fortran 90 parallélisé à l'aide de la libraire OpenMP. Le compilateur utilisé est *gfortran*.

Plan du chapitre et objectifs

Dans ce chapitre, les équations d'Euler sont introduites et exprimées dans le domaine curviligne. Les différentes conditions aux limites utilisées (condition de réflexion sur une surface rigide, ou à l'inverse absence de réflexion) sont aussi présentées et adaptées au maillage curviligne. Dans un second temps, les différents outils numériques utilisés sont détaillés et l'architecture du code est présentée. Enfin, deux cas test sont présentés. Le premier correspond a une configuration d'acoustique linéaire et l'autre à la propagation d'une onde non-linéaire afin pour montrer la capacité de la méthode à décrire la propagation et l'interaction d'ondes de choc dans des configurations complexes.

1.2 Système d'équations

Les équations d'Euler sont le regroupement des trois équations aux dérivées partielles décrivant la dynamique des fluides dans l'approximation des milieux continus. Ces équations sont respectivement : la conservation de la masse, le principe fondamental de la dynamique (PFD) et la conservation de l'énergie. Elles s'expriment comme suit :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{v}) = 0, \tag{1.1a}$$

$$\frac{\partial \rho \vec{v}}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{v} \otimes \vec{v}) = -\nabla p, \tag{1.1b}$$

$$\frac{\partial \rho E}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho E \vec{v}) = -\nabla \cdot (p \vec{v}) \tag{1.1c}$$

avec ρ la masse volumique totale du fluide, E l'énergie totale massique du fluide, p la pression. Ces équations peuvent être écrites dans un système de coordonnées cartésiennes ou cylindriques suivant la géométrie du problème à résoudre. Aux équations d'Euler s'ajoute une quatrième équation d'état pour relier la pression aux autres grandeurs physiques et ainsi fermer le problème. Dans notre cas, on fait l'hypothèse que l'air peut être assimilé à un gaz parfait. On a alors la relation :

$$p = (\gamma - 1)\rho \left[E - \frac{|v|^2}{2} \right] \tag{1.2}$$

avec $\gamma = C_p/C_v$ le rapport des chaleurs spécifiques à pression et volume constant respectivement. Ces équations sont non-linéaires et s'appliquent dans le cas d'écoulements adiabatiques, pour des fluides parfaits. En l'absence de condition limites, il n'y a donc ni conversion de quantité de mouvement des modes acoustiques vers les modes tourbillonnaires ni transfert d'énergie par conduction thermique. Ces équations peuvent être directement résolues par des méthodes numériques sans simplification. Cela présente l'avantage de ne pas avoir d'approximation sur l'ordre de la solution comme on le fait par exemple habituellement pour obtenir les équations d'ondes.

Système de coordonnées cartésien

Dans le cas simple d'un maillage cartésien 2D avec le système de coordonnées (x, y), le système d'équation peut être mis sous une forme vectorielle pour plus de clarté :

$$\frac{\partial \mathbf{W}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial y} + \frac{\partial \mathbf{G}}{\partial x} = 0, \tag{1.3}$$

avec :

$$\mathbf{W} = \begin{pmatrix} \rho \\ \rho v_y \\ \rho v_x \\ \rho E \end{pmatrix}, \quad \mathbf{F} = \begin{pmatrix} \rho v_y \\ \rho v_y^2 + p \\ \rho v_x v_y \\ v_y(\rho E + p) \end{pmatrix}, \quad \mathbf{G} = \begin{pmatrix} \rho v_x \\ \rho v_x v_y \\ \rho v_x^2 + p \\ v_x(\rho E + p) \end{pmatrix}, \tag{1.4}$$

où $\mathbf{W}$ est nommé le vecteur d'état et $\mathbf{F}$, $\mathbf{G}$ les composantes du flux Eulérien. Ces équations peuvent être utilisées dans les problèmes acoustiques impliquant des ondes planes, comme la propagation d'ondes guidées. Ces équations peuvent aussi être utilisées dans le cas où l'on s'intéresse à un choc acoustique s'étant déjà propagé sur une longue distance, comme c'est le cas pour l'étude du bang sonique.

Système de coordonnées axi-symétrique

Pour obtenir la bonne décroissance géométrique du niveau de pression de l'onde acoustique, deux solutions sont possibles. La première est de résoudre les équations d'Euler dans un système de coordonnées cartésien en 3 dimensions. La seconde option consiste à utiliser un système de coordonnées en 2 dimensions en faisant une hypothèse sur la symétrie du champ. C'est cette deuxième option qui a été choisie car elle a l'avantage de réduire drastiquement les coûts de calcul. Avoir des calculs qui finissent en un temps raisonnable (de l'ordre du jour à la semaine) est nécessaire car l'utilisation de parois à géométrie aléatoire pose la question de l'écart statistique d'une réalisation à une autre. Afin étudier ce désordre statistique, il est nécessaire d'étudier un nombre suffisamment grand de réalisations, ce qui est rendu difficile avec l'utilisation de codes de calcul nécessitant plusieurs semaines pour obtenir des résultats sur une seule configuration. Le principal inconvénient de cette méthode est qu'elle impose aussi une symétrie au niveau des parois et de la source. Afin d'obtenir les équations dans un système de coordonnées axi-symétrique, celles-ci sont d'abord écrites dans un système de coordonnées cylindriques (r, θ, z). La vitesse acoustique s'écrit alors : $\vec{v} = v_r\vec{e_r} + v_\theta\vec{e_\theta} + v_z\vec{e_z}$. Le gradient et la divergence en coordonnées cylindriques s'expriment comme suit :

$$\nabla f = \frac{\partial f}{\partial r}\vec{e}_r + \frac{1}{r}\frac{\partial f}{\partial \theta}\vec{e}_\theta + \frac{\partial f}{\partial z}\vec{e}_z, \tag{1.5a}$$

$$\nabla \cdot \vec{A} = \frac{1}{r}\frac{\partial r A_r}{\partial r} + \frac{1}{r}\frac{\partial A_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial A_z}{\partial z}. \tag{1.5b}$$

La condition de symétrie impose alors que les dérivées par rapport à la variable θ soient nulles :

$$\nabla f = \frac{\partial f}{\partial r}\vec{e}_r + \frac{\partial f}{\partial z}\vec{e}_z, \tag{1.6}$$

$$\nabla \cdot \vec{A} = \frac{1}{r}\frac{\partial r A_r}{\partial r} + \frac{\partial A_z}{\partial z}. \tag{1.7}$$

On obtient le système d'équation suivant :

$$\frac{\partial \mathbf{W}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial z} + \frac{\partial \mathbf{G}}{\partial r} + \mathbf{H} = 0, \tag{1.8}$$

avec :

$$\mathbf{W} = \begin{pmatrix} \rho \\ \rho v_z \\ \rho v_r \\ \rho E \end{pmatrix} \quad \mathbf{G} = \begin{pmatrix} \rho v_r \\ \rho v_r v_z \\ \rho v_r^2 + p \\ v_r(\rho E + p) \end{pmatrix} \quad \mathbf{F} = \begin{pmatrix} \rho v_z \\ \rho v_z^2 + p \\ \rho v_r v_z \\ v_z(\rho E + p) \end{pmatrix}. \tag{1.9}$$

Enfin la composante non-conservative s'exprime comme :

$$\mathbf{H} = \frac{1}{r} \begin{pmatrix} \rho v_r \\ \rho v_r v_z \\ \rho v_r^2 \\ v_r(\rho E + p) \end{pmatrix}. \tag{1.10}$$

Le système d'équations décrit ici ne prend donc pas en compte la viscosité du fluide. Or, c'est cette viscosité qui détermine l'épaisseur des fronts d'ondes de choc qui vont se propager dans le domaine de calcul. Il est donc nécessaire de déterminer si l'utilisation d'équations prenant en compte la viscosité est nécessaire.

1.2.1 Discontinuités induites par les effets nonlinéaires

Dans le cas simple d'un fluide en 1 dimension, il est possible d'exprimer la discontinuité du vecteur d'état de part et d'autre d'une onde de choc ou d'une ligne de glissement. Ces relations sont nommées les relations de Rankine-Hugoniot [48] et s'appliquent dans le cas d'ondes de choc stationnaires. Ce sont des discontinuités de pression présentes par exemple dans le cas d'un écoulement supersonique impactant un plan incliné. On s'intéresse à ces chocs stationnaires dans un premier temps. Soit une surface de discontinuité plane perpendiculaire à l'écoulement : on fait l'hypothèse que les lignes de courant restent parallèles entre elles et à l'écoulement. De plus, on considère que les forces de volume sont négligeables et que l'écoulement est régi par les équations d'Euler. Enfin on néglige les forces de frottement sur d'éventuelles parois et on considère un gaz à l'équilibre thermodynamique (pas de réactions chimiques par exemple). La configuration est présentée sur le schéma 1.1.

Dans ces conditions, les relations reliant les grandeurs physiques (p, ρ, T et $\vec{v}$) avant et après la discontinuité peuvent être obtenues en écrivant les équations de conservation de l'énergie, de la masse, de la quantité de mouvement et de l'entropie ([49] page 121). Après calculs, les relations

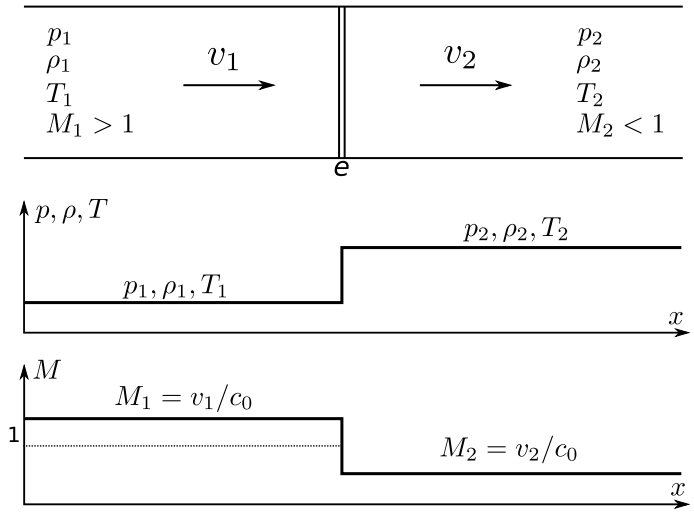

Figure 1.1 – *Schéma d'une onde de choc stationnaire. Les deux régions du fluide de part et d'autre de la discontinuité sont dénotés avec les indices 1 et 2. Les grandeurs M_1 et M_2 sont les nombres de Mach. Dans le cas décrit, la première région du fluide est supersonique et la seconde est subsonique, on a donc $M_1 > 1$ et $M_2 < 1$.*

suivantes peuvent être établies :

$$M_2 = \left(\frac{M_1^2 + 2/(\gamma - 1)}{2\gamma M_1^2/(\gamma - 1) - 1} \right)^{1/2}, \tag{1.11a}$$

$$\frac{p_2}{p_1} = \frac{2\gamma}{\gamma + 1} M_1^2 - \frac{\gamma - 1}{\gamma + 1} = 1 + \frac{2\gamma}{\gamma + 1} \left(M_1^2 - 1 \right), \tag{1.11b}$$

$$\frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{v_1}{v_2} = \frac{(\gamma + 1) M_1^2}{2 + (\gamma - 1) M_1^2}, \tag{1.11c}$$

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{2\gamma}{\gamma + 1} M_1^2 - \frac{\gamma - 1}{\gamma + 1} \right) \left(\frac{\gamma - 1}{\gamma + 1} + \frac{2}{(\gamma + 1) M_1^2} \right), \tag{1.11d}$$

avec T la température du fluide, p la pression, ρ la masse volumique et v la vitesse du fluide. Ces relations sont valides dans le cas d'un choc stationnaire dans un écoulement, mais nécessitent des transformations pour s'adapter à un choc se déplaçant dans un milieu au repos (comme c'est le cas pour les ondes de chocs acoustiques). Considérons un choc droit se déplaçant à une vitesse v_s constante dans un tube à choc de section droite (voir schéma 1.2) et un milieu initialement au repos. Pour pouvoir utiliser le formalisme développé pour les ondes de choc stationnaires, on se place dans un référentiel se déplaçant à vitesse v_s comme présenté sur le schéma 1.2.

Il est alors possible d'exprimer les relations de Rankine-Hugoniot pour des ondes de chocs se

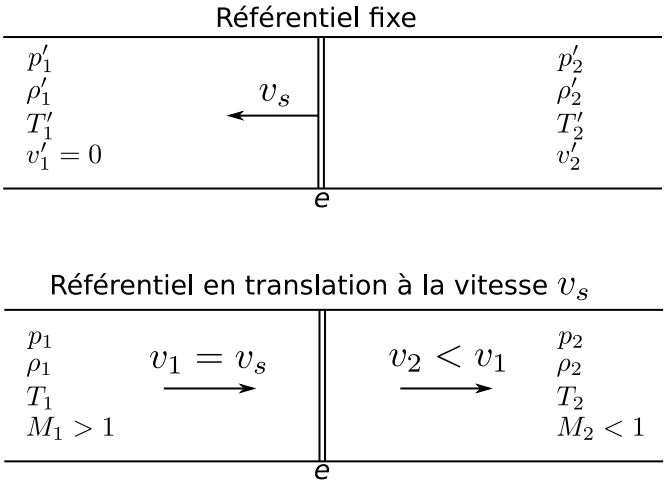

Figure 1.2 – *(haut) Onde de choc plane se déplaçant à une vitesse v_s dans un milieu au repos. (bas) Équivalent de l'onde de choc dans un référentiel en translation à vitesse v_s.*

déplaçant dans un référentiel fixe en appliquant les changements de variables suivants :

$$p_1' = p_1 \qquad p_2' = p_2 \tag{1.12a}$$

$$T_1' = T_1 \qquad T_2' = T_2 \tag{1.12b}$$

$$M_1 = v_1/c_1 \qquad M_1' = 0 \tag{1.12c}$$

$$M_2 = v_2/c_2 \qquad M_2' = (v_1 - v_2)/c_2 \tag{1.12d}$$

$$v_1' = 0 \qquad v_2' = v_1 - v_2 \tag{1.12e}$$

Ces relations décrivent l'état des champs avant et après la discontinuité, mais peuvent être difficiles à utiliser dans les simulations car cela nécessite de connaître la position et l'orientation de tous les fronts d'onde de choc dans le domaine de calcul. De plus, ce sont des relations 1D et elles ne peuvent donc s'appliquer que très localement sur les fronts d'onde pour que la courbure puisse être négligée. Le cas de l'intersection de deux chocs pose aussi problème. D'un point de vue physique, les discontinuités induites par l'onde de choc des différentes variables décrivant le fluide ne sont pas infiniment fines. Il est donc possible en théorie de directement simuler le choc à condition que le maillage soit suffisamment fin pour prendre en compte l'épaisseur physique du choc.

1.2.1.1 Calcul de l'épaisseur de choc

L'épaisseur du choc est souvent négligée dans les applications pratiques. Cependant, celle-ci est nécessairement non-nulle car, dans le cas contraire, il y aurait un gradient de vitesse et de température infini au niveau de la discontinuité. La théorie cinétique des gaz indique que l'épaisseur du choc est de l'ordre de quelques libres parcours moyens moléculaires pour des chocs forts. En conséquence, il est nécessaire de mailler le domaine avec un pas de l'ordre de grandeur du libre parcours moyen moléculaire. Il se pose alors la question de la validité de l'approximation du gaz par un milieu continu. Cependant, l'utilisation des équations de Navier-Stockes ou d'Euler pour calculer l'épaisseur du choc montre un bon accord avec les équations de Boltzmann et les

expériences, même pour des maillages du même ordre de grandeur que le libre parcours moyen moléculaire [50]. De plus, dans le cas de chocs faibles, on s'attend à ce que l'épaisseur du choc soit suffisamment grande pour justifier l'approximation d'un milieu continu. Cette épaisseur de choc (e) peut être approchée par la formule de Thompson (voir [51], page 367) dans le cas d'une onde de choc acoustique faible :

$$\mathrm{e} = \frac{12\lambda}{\lambda+1}\frac{p_1}{p_2-p_1} \tag{1.13}$$

où $\lambda = 6\ \mu$m est le libre parcours moyen moléculaire. Cette formule prend en compte la viscosité du fluide mais pas les effets de relaxation ni la conduction thermique. En effet, le libre parcours moyen moléculaire est directement relié à la viscosité du fluide :

$$\lambda = \frac{\mu}{\rho}\sqrt{\frac{\pi m}{2k_B T}} \tag{1.14}$$

avec μ la viscosité dynamique du fluide, m la masse molaire et k_B la constante de Boltzmann.

Sur la figure 1.3, l'épaisseur du choc en fonction de la surpression est calculée pour deux méthodes différentes : d'une part celle présentée avec l'équation (1.14), d'autre part suivant la formule présentée dans les travaux de P. Yuldashev *et al* sur les ondes en N [52] où une expression du temps de montée du choc est présentée. Dans notre cas, on multiplie ce temps de montée par c_0 en estimant que ce temps reste inchangé sur une distance de propagation correspondant à une épaisseur de choc et que les niveaux sont suffisamment faibles pour approximer la célérité du choc par c_0. Cette petite différence est à l'origine de l'écart observé entre les deux courbes : l'écart augmente ainsi avec la pression, c'est à dire quand la célérité du choc s'éloigne de c_0.

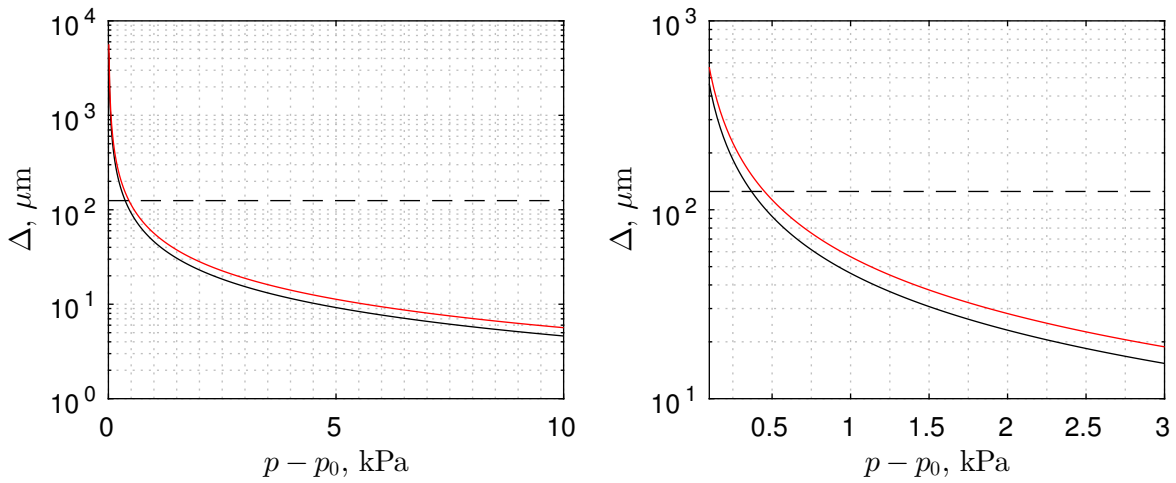

Figure 1.3 – *(gauche) Épaisseur de choc pour des pressions allant de 0 à 10 kPa. (droite) Zoom sur la partie de la courbe allant de 0 à 3 kPa. Les deux courbes sont obtenues respectivement par : —— la formule dans la référence [52], —— la formule 1.14.*

Dans notre cas, l'épaisseur du choc n'est pas fixée par une contrainte physique mais par un filtre de capture de choc qui est appliqué sur le domaine de calcul. Celui-ci revient à ajouter une viscosité artificielle seulement aux endroits où les discontinuités des champs sont trop importantes pour être prises en compte par les schémas numériques. En effet, le pas spatial utilisé lors des

simulations est d'au minimum $\Delta r = 25$ μm. Les épaisseurs de chocs admissibles par les filtres utilisés sont donc d'environ $6\Delta r = 150$ μm (seules les oscillations de longueur d'onde supérieures à 6 points du maillage sont résolues). Cette valeur est représentée sur la figure 1.3 par une ligne tiretée. Cela correspond à une fluctuation de pression acoustique $p - p_0 = 400$ Pa. Des chocs acoustiques d'une pression supérieure vont donc entraîner la formation d'une discontinuité qui ne sera pas correctement résolue numériquement et dont l'épaisseur sera surévaluée, il ne sera donc pas possible dans le cadre de ces travaux de discuter du cas dans lequel la taille caractéristique de la rugosité est inférieure à l'épaisseur du choc. Il est à noter que pour des ondes de chocs de très faible niveau, l'épaisseur de choc tend vers l'infini avec cette formulation. Cependant, dans ce cas l'onde de choc ne se formera pas en premier lieu car la contribution des effets visqueux sera suffisante pour contrebalancer les effets nonlinéaires. De plus, la question de l'impact de la viscosité sur le front d'onde de choc ne peut pas non plus être discutée car la viscosité artificielle ajoutée en simulation est supérieure à la viscosité réelle du fluide (si ce n'était pas le cas, l'épaisseur du choc serait correctement évaluée avec nos schémas numériques).

Pour des tailles de mailles aussi faibles la question se pose de savoir si l'hypothèse d'un milieu continu est toujours valide. Le nombre de Knudsen est défini comme le rapport entre le libre parcours moyen moléculaire λ et la longueur caractéristique du problème L. Ce nombre donne une estimation du moment à partir duquel la taille caractéristique du problème ne permet plus de considérer un milieu continu, et où un modèle de mécanique statistique doit être préféré. Dans notre application, L peut correspondre à l'épaisseur du choc ou à la dimension caractéristique de la rugosité qu'on cherche à simuler dans la suite.

Un nombre de Knudsen inférieur à 10 est nécessaire pour pouvoir considérer un fluide continu [53] (page 306). Selon cette définition, toutes les rugosités étudiées ici correspondent à des nombres de Knudsen suffisamment faibles pour valider l'approximation d'un milieu continu ($Kn_p = 0.06$ pour une rugosité à 100 μm et $Kn_c = 0.24$ pour la maille minimale utilisée dans le cadre de ces travaux). La taille minimale de maille utilisée est donc de l'ordre de 5 fois le libre parcours moyen moléculaire. Plus récemment, une autre étude propose une limite de validité de l'hypothèse de milieu continu pour la dynamique des fluides numérique du même ordre de grandeur [50].

Finalement, l'utilisation d'équations comportant les termes visqueux n'est pas nécessaire car même dans ce cas de figure, l'épaisseur de choc serait trop petite pour être atteinte avec les maillages utilisés dans la suite (dont le pas spatial est d'au minimum $\Delta r = 25$ μm afin de pouvoir propager le choc sur 40 centimètres avec un temps de calcul raisonnable).

1.2.2 Conditions de sortie

La propagation des ondes de choc est donc assurée au moyen des équations d'Euler. La configuration qui nous intéresse dans cette étude a comme conditions limites une paroi rigide (déformée ou non), la frontière axi-symétrique et des conditions absorbantes sur les deux autres bords du domaine. Plusieurs approches existent pour obtenir des frontières absorbant les ondes acoustiques. L'approche retenue pour ces travaux consiste à imposer une condition de non-réflexion, contrairement aux approches visant à ajouter une couche de milieu absorbant aux frontières du domaine. Dans l'article de Tam et Webb [54], une procédure permettant d'imposer des ondes uniquement

sortantes sur les bords du domaine est présentée et ce pour les trois types d'ondes (acoustique, entropique et tourbillonnaire). Ces conditions permettent aux ondes de quitter le domaine sans réflexions significatives au niveau des bords.

Un système d'équations différentielles linéaires est construit dans un système de coordonnées sphériques (r_c) centré sur la position de la source. Celle-ci est placée en $r = 0$ et $z = z_S$ dans le repère axi-symétrique. Celui-ci a la particularité d'avoir comme solutions des ondes divergentes, émises du point source. En effet, elles correspondent à une équation d'advection écrite dans un système de coordonnées sphériques. En conséquence, aucune onde réfléchie ne peut se propager dans le domaine où sont résolues ces équations. Ce système d'équations est résolu à la place des équations d'Euler sur les bords du domaine (dans la simulation, ces conditions sont implémentées sur cinq points). Le système d'équations présenté dans l'article est le suivant :

$$\left(\frac{1}{V(\theta)}\frac{\partial}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial r_c} + \frac{1}{2r_c}\right)\begin{bmatrix}\rho\\ v_r\\ v_z\\ \rho E\end{bmatrix} = 0 + O(r^{-5/2}), \tag{1.15}$$

où $V(\theta)$ est la vitesse de groupe et s'exprime comme : $V(\theta) = c_0\left[M_e\cos(\theta) + (1 - M_e^2\sin^2(\theta))^{1/2}\right]$, avec $M_e = v_0/c_0$ le nombre de Mach de l'écoulement avec v_0 l'écoulement moyen, ici nul. Étant donné que le code est implémenté dans un système de coordonnées cartésiennes ou axi-symétriques, il est nécessaire de réécrire les dérivées spatiales. Soit (r_S, z_S) la position de la source, la dérivée selon r_c peut être écrite selon r et z :

$$r_c = \sqrt{(z - z_S)^2 + (r)^2}, \tag{1.16a}$$

$$\frac{\partial}{\partial r_c} = \frac{r - r_S}{r_c}\frac{\partial}{\partial r} + \frac{z - z_S}{r_c}\frac{\partial}{\partial z}. \tag{1.16b}$$

Dans un cas sans écoulement, la vitesse de groupe est identique à c_0. Une source d'erreur apparaît du fait que les ondes de choc se propagent à une vitesse supérieure à c_0 : une onde réfléchie est donc possible sur les conditions de sortie pour des chocs de niveau suffisamment fort arrivant en incidence rasante sur la frontière et se propageant suffisamment longtemps dans le domaine où s'applique la condition de sortie. Du point de vue de l'implémentation, les grandeurs considérées sont acoustiques. En conséquence, il est nécessaire de soustraire les composantes moyennes des champs de densité et d'énergie pour le calcul de ces conditions de sortie afin de n'utiliser que les parties fluctuantes de ces quantités.

Cette méthode est adaptée dans le cas d'une source ponctuelle dans un domaine en champ libre car une seule source à une position bien définie est présente. Dans le cas de l'ajout d'une paroi plane, ou d'une paroi rugueuse, plusieurs sources images sont potentiellement présentes : il n'y a donc pas de coordonnées de sources bien définies pour appliquer la condition de sortie. L'approche retenue consiste alors à prendre des coordonnées de sources correspondant à la projection de la source sur la paroi, c'est à dire en $r = 0$ et $z = 0$: la source fictive est alors localisée à une distance égale entre la source et son image par rapport à la paroi.

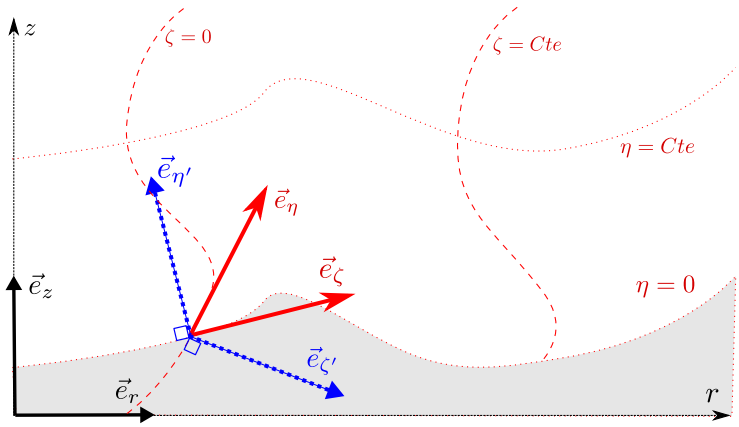

Figure 1.4 – *Schéma des coordonnées utilisées pour le passage dans un système curviligne. L'origine du repère cartésien n'est pas placé sur l'origine du repère curviligne pour une meilleur lisibilité. Les repères représentés sont respectivement :* ***le repère cartésien****, la base covariante, la base contra-variante.*

1.2.3 Équations d'Euler axi-symétriques en coordonnées curvilignes

Pour écrire les équations d'Euler dans un système curviligne, de nouvelles coordonnées doivent être introduites. Ces coordonnées sont décrites par deux fonctions [35]. Le repère curviligne n'est pas nécessairement orthonormé. Le passage d'un système à l'autre s'effectue par les transformations suivantes :

$$\begin{aligned} r &= f(\eta, \zeta) \\ z &= g(\eta, \zeta) \end{aligned}, \tag{1.17}$$

où ζ et η sont les coordonnées curvilignes. Les différents repères utilisés dans la suite sont représentés sur le schéma 1.4. La base (ζ, η) est nommée la base covariante : les vecteurs unitaires de la base sont tangents aux lignes où seule une des coordonnées curvilignes varie. La base (ζ', η') est nommée la base contra-covariante : les vecteurs unitaires de la base sont normaux aux lignes où seule une des coordonnées curvilignes varie.
Les relations entres dérivées partielles des deux systèmes de coordonnées sont les suivantes :

$$\begin{pmatrix} \partial/\partial z \\ \partial/\partial r \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{pmatrix} \partial\eta/\partial z & \partial\zeta/\partial z \\ \partial\eta/\partial r & \partial\zeta/\partial r \end{pmatrix}}_{\mathbf{J}} \begin{pmatrix} \partial/\partial\eta \\ \partial/\partial\zeta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \eta_z & \zeta_z \\ \eta_r & \zeta_r \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \partial/\partial\eta \\ \partial/\partial\zeta \end{pmatrix} \tag{1.18}$$

$$\begin{pmatrix} \partial/\partial\eta \\ \partial/\partial\zeta \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{pmatrix} \partial z/\partial\eta & \partial r/\partial\eta \\ \partial z/\partial\zeta & \partial r/\partial\zeta \end{pmatrix}}_{\mathbf{J}^{-1}} \begin{pmatrix} \partial/\partial z \\ \partial/\partial r \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} z_\eta & r_\eta \\ z_\zeta & r_\zeta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \partial/\partial z \\ \partial/\partial r \end{pmatrix} \tag{1.19}$$

La matrice $\mathbf{J}$ est nommée la jacobienne. Dans la pratique, le changement de coordonnées imposé initialement permet immédiatement d'obtenir $\mathbf{J}^{-1}$. Les éléments de la matrice jacobienne sont alors calculés en inversant $\mathbf{J}^{-1}$ avec la formule de Laplace. Celle-ci consiste à calculer la transposée de la comatrice de $\mathbf{J}^{-1}$ et s'exprime donc comme :

$$\mathbf{J} = \frac{^t\text{com}\ \mathbf{J^{-1}}}{\det(\mathbf{J^{-1}})} \tag{1.20}$$

Les flux exprimés avec le système de coordonnées curviligne ont alors pour expression :

$$\mathbf{W}^* = \mathbf{W}/J, \tag{1.21a}$$

$$\mathbf{F}^* = (\eta_z \mathbf{G} + \eta_r \mathbf{F})/J, \tag{1.21b}$$

$$\mathbf{G}^* = (\zeta_z \mathbf{G} + \zeta_r \mathbf{F})/J, \tag{1.21c}$$

$$\mathbf{H}^* = \mathbf{H}/J, \tag{1.21d}$$

avec $J = \det(\mathbf{J})$ et sont solutions du système d'équations :

$$\frac{\partial \mathbf{W}^*}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{F}^*}{\partial \eta} + \frac{\partial \mathbf{G}^*}{\partial \zeta} + \mathbf{H}^* = 0. \tag{1.22}$$

Cette nouvelle équation à est donc très semblable à celle obtenue dans le cas d'un système de coordonnées classique. La même méthode de résolution peut donc être appliquée. Dans les cas pratiques, les coefficients de la matrice Jacobienne sont calculés numériquement. Pour s'assurer que leur évaluation est correcte, les métriques sont aussi calculées. Celle-ci correspondent à des lois de conservations géométriques qui doivent être vérifiées en tout point du maillage [55, 56]. Dans le cas d'un maillage qui ne varie pas au cours du temps, ces relations ont la forme :

$$\left(\frac{\zeta_r}{J}\right)_\zeta + \left(\frac{\eta_r}{J}\right)_\eta = 0, \tag{1.23a}$$

$$\left(\frac{\zeta_z}{J}\right)_\zeta + \left(\frac{\eta_z}{J}\right)_\eta = 0, \tag{1.23b}$$

avec $(.)_\zeta$ et $(.)_\eta$ qui correspondent au dérivée selon la coordonnée curviligne renseignée en indice. L'utilisation de ces lois est nécessaire pour passer du système d'équations 1.8 au système d'équations 1.22. La géométrie des mailles ne peut pas être totalement arbitraire afin que le calcul reste stable. Celles-ci ne doivent pas abrutement varier en taille [57]. Une augmentation d'environ 3% au maximum de la taille d'une maille à l'autre est supportée sans entrainer d'erreur numérique appréciable. De plus, O. Marsden a montré dans ses travaux de thèse que l'angle entre les deux coordonnées dans une maille ne peut pas être arbitraire[58] : l'angle de déformation d'une cellule par rapport au cas cartésien ne peux pas excéder 50° sans entrainer d'instabilités. Ces considérations impliquent que la déformation maximale de la paroi est directement corrélée au raffinage du maillage. La taille minimale de la rugosité simulée est donc imposée par les pas spatiaux du maillage. Dans la suite, on s'assura qu'au minimum 11 points de maillage sont présents par longueur d'ondes sur la paroi.

1.2.3.1 Cas de la frontière axi-symétrique

Le premier point à prendre en compte pour appliquer la condition d'axi-symétrie est le calcul du terme $\mathbf{H}$ de l'équation (1.10). La division par r correspond à la décroissance géométrique de

l'onde. Cette équation diverge donc en $r = 0$ et ne peut donc pas être évaluée en cette position. La méthode employée pour contourner ce problème consiste à décaler le maillage d'un demi pas spatial. Ainsi, le premier point résolu du maillage n'est pas en $r = 0$ mais en $r = \Delta r/2$.

Pour ce qui est de la frontière axisymétrique, on peut tout d'abord s'intéresser au cas des équations d'Euler axi-symétriques sans changement de coordonnées curvilignes. Sur le bord du domaine en $r = 0$, il est nécessaire d'appliquer une condition d'axi-symétrie. Celle-ci consiste à conserver les schémas de différences finies centrées et ce même sur le bord du domaine. Les points en dehors du maillage correspondent alors aux symétriques des points dans le maillage par rapport à la frontière axi-symétrique (schéma 1.5).

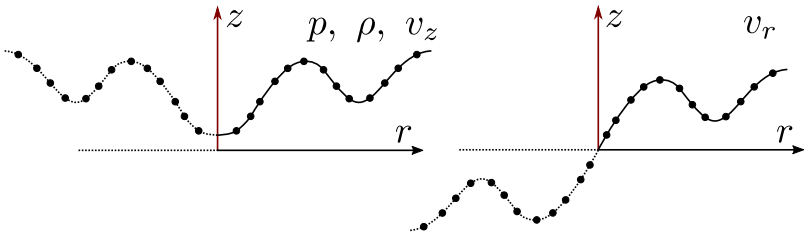

Figure 1.5 – *Schéma récapitulatif des différents cas possibles pour la prise en compte de la frontière axi-symétrique. L'axe rouge correspond à l'axe de symétrie en $r = 0$. Les lignes en pointillés correspondent au champ qu'on cherche à utiliser pour le calcul de la différence finie sur la frontière axi-symétrique. Les quantités scalaires (pression, densité) ainsi que la composante de la vitesse selon z sont continues en $r = 0$. Aucun traitement spécifique n'est nécessaire. En revanche, la vitesse v_r est radiale, il est donc nécessaire de prendre son antisymétrique par rapport à l'axe pour obtenir le calcul correcte de la dérivée en $r = 0$.*

Dans le cas de variables scalaires, comme p et ρ, et pour la composante de la vitesse selon z, les valeurs à considérer pour les points en dehors du domaine sont simplement les symétriques par rapport à l'axe des valeurs dans le domaine. En revanche, la quantité v_r doit être anti-symétrique par rapport à l'axe $r = 0$ car la vitesse radiale est divergente.

La condition d'axi-symétrie doit aussi être respectée au moment de l'application du nouveau système de coordonnées. En particulier, certains termes de la Jacobienne devront être symétriques ou antisymétriques pour être évalués numériquement. Cette contrainte apparaît sur les dérivées selon r dans le cas ou la déformation du maillage n'est pas nulle en $r = 0$. Il est donc nécessaire de considérer la forme du maillage pour le calcul de chaque terme de $\mathbf{J}$ pour déterminer si un changement de signe est nécessaire pour ne pas entraîner une discontinuité. Si le maillage est orthogonal à l'axe de symétrie, le calcul de la dérivée s'effectue de la même manière que pour les champ p et ρ. Dans le cas contraire, il est nécessaire de prendre l'antisymétrique du maillage pour le calcul de la Jacobienne à l'origine du repère.

1.2.3.2 Condition de paroi réfléchissante

Dans le cadre de ces travaux, les parois sont considérées comme infiniment rigides. En conséquence, la vitesse normale à la paroi est nulle. L'imposition de cette condition limite n'est cependant pas triviale car le maillage est possiblement déformé et non-orthogonal au voisinage de la paroi. Il est donc nécessaire de construire une base orthogonale avec un vecteur normal à la paroi afin d'appliquer la condition limite. Soit v_n la composante normale de la vitesse par rapport à

la paroi. Deux bases différentes peuvent être utilisées pour décrire la vitesse dans le système de coordonnées curvilignes. Les vecteurs unitaires pour chaque base sont exprimés comme suit :

$$\text{Base covariante} \begin{cases} \vec{e}_\zeta = \dfrac{1}{\sqrt{z_\zeta^2 + r_\zeta^2}} \left(z_\zeta \vec{e}_z + r_\zeta \vec{e}_r\right) \\ \vec{e}_\eta = \dfrac{1}{\sqrt{z_\eta^2 + r_\eta^2}} \left(z_\eta \vec{e}_z + r_\zeta \vec{e}_r\right) \end{cases} \tag{1.24a}$$

$$\text{Base contra-variante} \begin{cases} e_{\zeta'} = \dfrac{1}{\sqrt{\zeta_z^2 + \zeta_r^2}} \left(\zeta_z \vec{e}_z + \zeta_r \vec{e}_r\right) \\ \vec{e}_{\eta'} = \dfrac{1}{\sqrt{\eta_z^2 + \eta_r^2}} \left(\eta_z \vec{e}_z + \eta_r \vec{e}_r\right) \end{cases} \tag{1.24b}$$

La base covariante correspond à des vecteurs unitaires suivant les lignes du maillage, la base contra-variante correspond à des vecteurs normaux aux lignes du maillage. La vitesse normale v_n a donc pour vecteur unitaire $\vec{e}_{\eta'}$. À ce vecteur unitaire, on peut associer un vecteur arbitraire orthogonal construit à partir de $\vec{e}_{\eta'}$. On a donc :

$$\vec{e}_{\eta'} = \frac{\nabla \eta}{|\nabla \eta|} = \eta_z \vec{e}_z + \eta_r \vec{e}_r, \tag{1.25}$$

avec son vecteur orthogonal et unitaire associé :

$$\vec{e}_p = \frac{1}{|\nabla \eta|} \left[\eta_z \vec{e}_r - \eta_r \vec{e}_z\right]. \tag{1.26}$$

La vitesse peut s'exprimer dans la base $(\vec{e}_{\eta'}, \vec{e}_p)$:

$$\vec{v} = v_N \vec{e}_{\eta'} + v_T \vec{e}_p, \tag{1.27}$$

avec v_T la composante tangentielle qui s'obtient par projection du vecteur vitesse sur $\vec{e}_p$:

$$v_T = \vec{v}.\vec{e}_p = \frac{1}{|\nabla \eta|} \left[v_r \eta_z \vec{e}_r - v_z \eta_r \vec{e}_z\right]. \tag{1.28}$$

La composante v_N n'est pas explicitée ici car elle n'intervient pas dans l'expression de la condition de réflexion. Elle peut cependant être obtenue en projetant le vecteur vitesse $\vec{v}$ sur $\vec{e}_{\eta'}$. Si on considère une vitesse normale nulle sur la paroi, on a alors seulement la composante en $\vec{e}_p$ qui reste non nulle. Les composantes de la vitesse à forcer sur la paroi sont donc :

$$\vec{v}|_{\zeta=0} = v_T \vec{e}_p = \frac{v_T}{|\nabla \eta|} \eta_z \vec{e}_r - \frac{v_T}{|\nabla \eta|} \eta_r \vec{e}_z \tag{1.29}$$

D'un point de vue numérique, cette expression de la vitesse est imposée au niveau des parois réfléchissantes à chaque sous-étape de l'algorithme de Runge Kutta sur les deux composantes de la vitesse.

1.2.3.3 Condition de sortie en coordonnées curvilignes

Comme vu précédemment la condition de sortie consiste à résoudre le système d'équations 1.15 avec les dérivées spatiales s'exprimant selon 1.16b. Or, on a maintenant $r = f(\eta, \zeta)$ et $z = g(\eta, \zeta)$. En conséquence, il suffit simplement de remplacer les dérivées $\partial/\partial r$ et $\partial/\partial z$ par leurs expressions curvilignes :

$$\left(\frac{1}{V(\theta)}\frac{\partial}{\partial t} + \frac{z - z_S}{r_c}\frac{\partial}{\partial z} + \frac{r}{r_c}\frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{2r_c}\right)\begin{bmatrix}\rho\\ v_r\\ v_z\\ \rho E\end{bmatrix} = 0 \tag{1.30a}$$

$$\left(\frac{1}{V(\theta)}\frac{\partial}{\partial t} + \frac{z - z_S}{r_c}\left(\eta_z\frac{\partial}{\partial \eta} + \zeta_z\frac{\partial}{\partial \zeta}\right) + \frac{r}{r_c}\left(\eta_r\frac{\partial}{\partial \eta} + \zeta_r\frac{\partial}{\partial \zeta}\right) + \frac{1}{2r_c}\right)\begin{bmatrix}\rho\\ v_r\\ v_z\\ \rho E\end{bmatrix} = 0 \tag{1.30b}$$

$$\left(\frac{1}{V(\theta)}\frac{\partial}{\partial t} + \left(\frac{z - z_S}{r_c}\eta_z + \frac{r}{r_c}\eta_r\right)\frac{\partial}{\partial \eta} + \left(\frac{z - z_S}{r_c}\zeta_z + \frac{r}{r_c}\zeta_r\right)\frac{\partial}{\partial \zeta} + \frac{1}{2r_c}\right)\begin{bmatrix}\rho\\ v_r\\ v_z\\ \rho E\end{bmatrix} = 0 \tag{1.30c}$$

1.2.4 Pertes visqueuses et conduction de la chaleur

La prise en compte des pertes visqueuses est possible en considérant les équations de Navier-Stokes plutôt que les équations d'Euler. Un terme de conduction de la chaleur doit être ajouté à la conservation de l'énergie. L'intérêt de ce système d'équations est qu'il permet théoriquement de se passer de filtre de capture de choc si on maille suffisamment le domaine : la viscosité physique permet d'obtenir les épaisseurs de choc montrées sur la figure 1.3. Ce système est de la forme :

$$\frac{\partial \mathbf{W}}{\partial t} + \frac{1}{r}\frac{\partial r(\mathbf{F_e} - \mathbf{F}_\nu)}{\partial r} + \frac{\partial(\mathbf{G_e} - \mathbf{G}_\nu)}{\partial z} + \frac{\mathbf{H_e} - \mathbf{H}_\nu}{r} = 0, \tag{1.31}$$

avec les quantités indicées en indice e les flux eulériens (qui restent inchangés) et ν pour les flux visqueux. Ces nouveaux flux s'expriment comme :

$$\mathbf{F}_\nu = \begin{bmatrix}0\\ \tau_{rr}\\ \tau_{rr}\\ v_r\tau_{rr} + v_z\tau rz - q_r\end{bmatrix}, \quad \mathbf{G}_\nu = \begin{bmatrix}0\\ \tau_{rz}\\ \tau_{zz}\\ v_r\tau_{rz} + v_z\tau zz - q_z\end{bmatrix} \quad \mathbf{H}_\nu = \begin{bmatrix}0\\ -\tau_{\theta\theta}\\ 0\\ 0\end{bmatrix} \tag{1.32}$$

où q est le flux de chaleur qui s'exprime comme :

$$q_{r,z} = \frac{\mu}{Pr}C_p\frac{\partial T}{\partial r, z}, \tag{1.33}$$

avec Pr le nombre de Prandtl et C_p la capacité thermique isobare de l'air. Le tenseur τ est le

tenseur des contraintes visqueuses et s'exprime comme :

$$\tau_{rr} = 2\mu\frac{\partial v_r}{\partial r} - \frac{2}{3}\mu\left[\frac{1}{r}\frac{\partial r v_r}{\partial r} + \frac{\partial v_z}{\partial z}\right] \tag{1.34a}$$

$$\tau_{\theta\theta} = 2\mu\frac{v_r}{r} - \frac{2}{3}\mu\left[\frac{1}{r}\frac{\partial r v_r}{\partial r} + \frac{\partial v_z}{\partial z}\right] \tag{1.34b}$$

$$\tau_{zz} = 2\mu\frac{\partial v_z}{\partial z} - \frac{2}{3}\mu\left[\frac{1}{r}\frac{\partial r v_r}{\partial r} + \frac{\partial v_z}{\partial z}\right] \tag{1.34c}$$

$$\tau_{r\theta} = -\mu\frac{v_r}{r} \tag{1.34d}$$

$$\tau_{rz} = \mu\left(\frac{\partial v_r}{\partial z} + \frac{\partial v_z}{\partial r}\right) \tag{1.34e}$$

Enfin, la viscosité est donné par la loi de Sutherland :

$$\mu(T) = \mu_0\left(\frac{T}{T_0}\right)^{3/2}\left(\frac{T_0 + S}{T + S}\right) \tag{1.35}$$

avec S la constante de Sutherland et T_0 la température de l'air. Le champ de température est relié au champ de pression à partir de la relation des gaz parfaits. Ce système d'équations peut lui aussi être exprimé avec le système de coordonnées curvilignes. Dans le cadre de cette étude, seules les équations d'Euler sont utilisées car les ondes de choc ne se propageront jamais sur des distances suffisamment grandes pour que les effets cumulatifs liés aux pertes visqueuses deviennent prépondérants devant les effets non-linéaires [39]. De plus, le surcoût de calcul lié à l'évaluation des flux visqueux ajouté au raffinement de maillage nécessaire pour discrétiser convenablement le choc mène à des temps de calcul trop conséquents pour le cadre de ces travaux. L'approche choisie consiste plutôt à résoudre les équations d'Euler avec un filtre de capture de choc (et donc une viscosité artificielle locale près des discontinuités). Cette concession permet d'atteindre des temps de calcul suffisamment faibles pour envisager des études statistiques des effets de rugosité aléatoire pour lesquelles plusieurs réalisations d'une même simulation sont nécessaires afin de quantifier l'effet de la paroi aléatoire sur le champ acoustique.

Enfin un dernier point reste à soulever. La viscosité induit aussi des effets locaux en proche paroi : la formation de tourbillons ainsi que des potentiels échanges de chaleur avec le fluide. Ce deuxième type d'effet peut avoir une incidence sur l'angle de réflexion du choc sur la paroi, l'étude de R. Berry *et al.* [59, 60] montre que l'angle de réflexion du choc est susceptible de varier de 1 à 2 degrés quand le matériau de la paroi passe du verre à de l'aluminium. Cette étude est cependant réalisée avec des ondes de choc se déplaçant à Mach 1.3 environ, contrairement à nos configurations ou le nombre de Mach est de l'ordre de 1.05. Les échanges thermiques avec la paroi sont donc moindres dans notre cas, on s'attend à ce qu'ils restent marginaux devant l'impact de la rugosité sur la réflexion de l'onde de choc.

1.3 Méthode de résolution

Dans cette section, l'ensemble des méthodes numériques utilisées dans ces travaux pour résoudre des équations différentielles de mécanique des fluides ou de l'acoustique sont présentées. Un code complet de résolution a été programmé dans le cadre de cette thèse. Le problème à résoudre est de la forme suivante :

$$\frac{\partial \mathbf{W}}{\partial t} + \nabla \mathbf{E} = \mathbf{H} \tag{1.36}$$

où $\mathbf{W} = [\rho,\ u,\ v,\ \rho E]$ est le vecteur d'état du fluide, $\mathbf{E}$ et $\mathbf{H}$ sont des vecteurs fonctions de $\rho,\ u,\ v,\ p$. La méthode utilisée est une propagation dans le domaine temporel : le vecteur d'état au temps t est utilisé pour calculer un nouveau vecteur d'état au temps $t + \Delta t$. Le pas de temps de ce genre de simulation est faible comparé à la dynamique du fluide : un grand nombre de pas de temps est donc nécessaire pour propager des ondes acoustiques sur des distances appréciables. C'est pour cette raison que ce genre de simulation n'est utilisé que depuis une vingtaine d'années pour la propagation d'ondes acoustiques à longue distance. Dans le cadre de ces travaux, les équations d'Euler sans linéarisation sont résolues : le coût de calcul étant significatif, le code à été parallélisé à l'aide de la librairie OpenMP. Un schéma présentant succinctement les différentes étapes d'une simulation est présenté sur la figure 1.6.

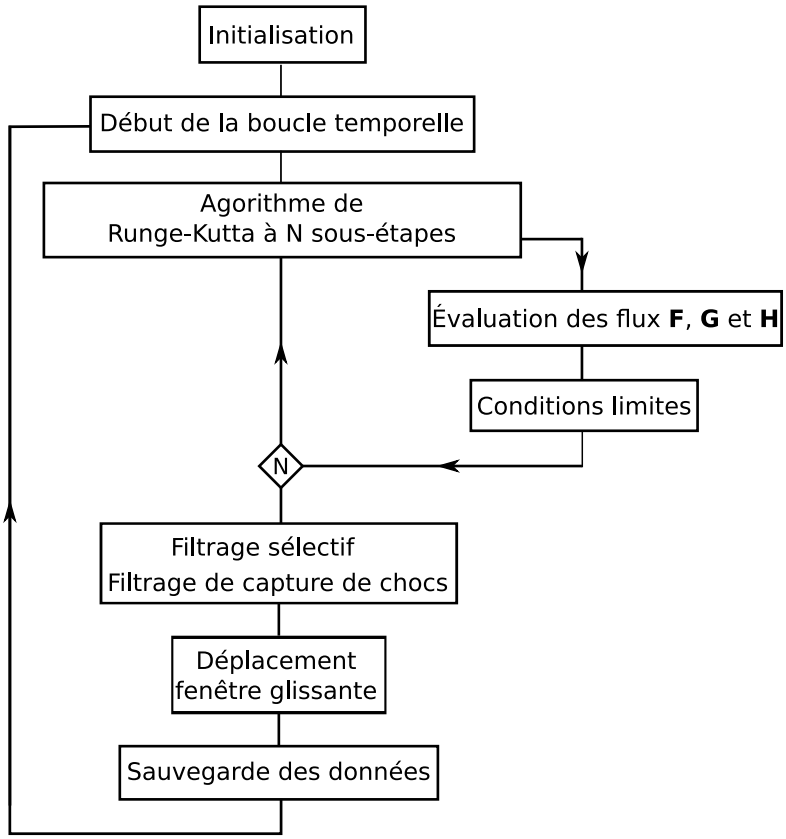

Figure 1.6 – *Déroulement d'une simulation dans le domaine temporel de la résolution des équations d'Euler.*

Un algorithme de Runge Kutta est utilisé pour passer de l'instant t à l'instant $t + \Delta t$. Pour cela, il est nécessaire d'évaluer les différents termes des équations (1.36). Pour calculer les dérivées spatiales, des différences finies à coefficients optimisés sont utilisées. À chaque sous-étape, les conditions limites sont imposées sur les différents champs. Enfin, des filtres sont appliqués à chaque pas de temps pour supprimer les oscillations de grille et les trop petites longueurs d'ondes générées par les effets non-linéaires. Dans la suite de cette section, les différents outils listés précédemment sont présentés. Ces outils ont déjà été utilisés avec succès pour décrire la propagation d'infrasons dans l'atmosphère et ont été initialement développés au LMFA pour l'étude de l'acoustique des jets supersoniques.

1.3.1 Intégration temporelle

Pour avancer en temps les équations, un algorithme de Runge-Kutta optimisé et à stockage réduit est utilisé. Il ne nécessite que deux espaces de stockage par variable, ce qui est intéressant en terme d'espace mémoire lorsque le nombre de points du maillage est important. Cet algorithme est détaillé dans la référence [61] et les coefficients utilisés sont listés dans la référence [62]. On utilise ici l'algorithme de Runge-Kutta d'ordre 4 à 6 sous-étapes. Il consiste à écrire les équations sous la forme :

$$\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t} = F(u). \tag{1.37}$$

La variable u est ensuite estimée avec le schéma itératif suivant :

$$\begin{aligned} u^n &= u^0, \\ u^l = u^n + \alpha_l \Delta t F(u^{l-1}) \quad &\text{Pour } l = 1, ..., q \\ u^{n+1} &= u^q, \end{aligned} \tag{1.38}$$

où α_l sont des coefficients optimisées et q est le nombre de sous étapes, ici égal à 6.

À partir des transformées de Fourier de u^n et u^{n+1}, il est possible d'exprimer le gain du schéma numérique :

$$G_{RK}(\omega\Delta t) = \frac{\tilde{u}^{n+1}(\omega)}{\tilde{u}^n(\omega)} = 1 + \sum_{j=1}^{q} \gamma_j (i\omega\Delta t)^j \tag{1.39}$$

Le module de ce gain est tracé sur la figure 1.7 pour un schéma standard d'ordre 4 à 4 sous étapes et un schéma optimisé d'ordre 4 à 6 sous-étapes. Pour $\omega\Delta t$ faible, les deux schémas ont un gain égal à 1. En revanche, pour une valeur de $\omega\Delta t$ plus grande qu'une valeur critique (ici égale à 3.94 pour le schéma optimisé et 2.8 pour le schéma standard), le gain de l'algorithme devient supérieur à 1. À chaque itération temporelle, la solution est ainsi amplifiée. Plus concrètement, cela signifie que le pas de temps d'une itération à une autre n'est pas suffisamment faible pour décrire les oscillations des signaux que l'on cherche à modéliser. Le schéma optimisé est donc plus performant car il permet de propager des ondes acoustiques de fréquence plus élevée que le schéma standard en conservant un gain égal à 1.

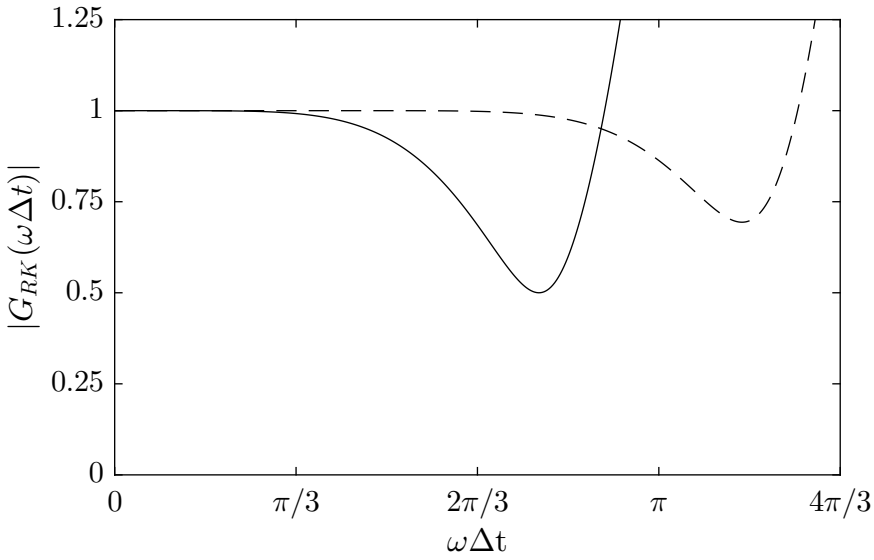

Figure 1.7 – *Module du gain entre deux itérations successives de l'algorithme de Runge Kutta pour 3 ordres p :* ——— *schéma standard d'ordre 4 à 4 sous étapes,* - - - - *schéma optimisé d'ordre 4 à 6 sous étapes.*

1.3.2 Estimation des dérivées spatiales

Les méthodes de différences finies consistent à approximer la dérivée en un point x_0 en calculant la pente au moyen des points suivants et précédents. Plus formellement, la dérivée spatiale est calculée comme suit :

$$\frac{\partial u}{\partial x}(x_0) = \frac{1}{\Delta x}\left[\sum_{j=-M}^{N} a_j u(x_0 + j\Delta x)\right]. \tag{1.40}$$

Dans le cas où $M = N$, le schéma est centré. Le même nombre de points est considéré avant et après le point dont on veut approximer la dérivée spatiale, comme présenté sur schéma 1.8 en haut. La dérivée au niveau du point x_0 est calculée à partir des points allant de $x_0 - j$ à $x_0 + j$ (dans notre cas on a $j = 5$). Des schémas décentrés sont aussi utilisés pour le calcul des dérivées aux bords du domaine et représentés sur le schéma 1.8.

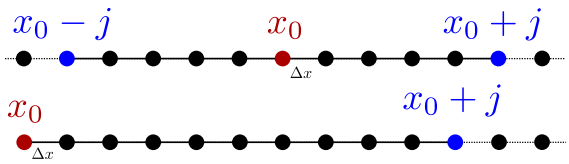

Figure 1.8 – *Schéma des différences finies centrées (en haut) et décentrées (en bas). Dans le premier cas, les 5 points avant et après le point d'intérêts sont utilisés pour calculer la dérivée en x_0, le schéma est alors seulement dispersif. Dans le second cas, les 10 points suivants x_0 sont utilisés pour calculer la dérivée, le schéma est alors aussi dissipatif.*

Les coefficients a_j pour le schéma centré sont donnés dans l'appendice A de la référence [61]. Les coefficients des schémas décentrés sont présentés dans le tableau 11 de la référence [63]. Le paramètre Δx correspond au pas spatial. Un des avantages de ce type de méthode est qu'il est possible de calculer analytiquement l'erreur numérique commise en fonction du nombre d'onde

des signaux qui sont présents dans le domaine. En appliquant une transformée de Fourier spatiale définie par :

$$\tilde{f}(k) = \mathcal{F}(f(x)) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x)\mathrm{e}^{-\mathrm{i}kx}\mathrm{d}x \tag{1.41}$$

sur l'expression de la dérivée spatiale (1.40), il est possible de calculer le nombre d'onde effectif k^* du schéma numérique :

$$\begin{aligned} \mathcal{F}\left(\frac{\partial u}{\partial x}(x)\right) &= \mathcal{F}\left(\frac{1}{\Delta x}\left[\sum_{j=-M}^{N} a_j u(x+j\Delta x)\right]\right), \\ ik^*\tilde{u} &= \frac{-i}{\Delta x}\sum_{j=-M}^{N} a_j \mathrm{e}^{\mathrm{i}k\Delta x j}. \end{aligned} \tag{1.42}$$

D'après cette expression, dans le cas où $N = M$ (cas centré), k^* est alors réel car les exponentielles se combinent pour former des sinus (car $a_j = -a_{-j}$). Le schéma sera donc seulement dispersif. Dans le cas ou $N \neq M$, le nombre d'onde reconstruit peut être imaginaire : le schéma est alors à la fois dispersif et amplificateur. Les bords du domaine (et les conditions aux limites du problème) sont donc à considérer avec attention car dans cette zone, des différences finies décentrées sont utilisées : des instabilités sont en conséquence plus susceptibles d'apparaître que dans le reste du domaine de calcul.

Dans le cas des schémas optimisés, les coefficients a_j sont obtenus en minimisant l'écart entre k^* et le nombre d'onde réel k pour une certaine gamme de nombres d'ondes. Dans notre cas, on cherche à limiter l'erreur d'estimation sur la bande $k\Delta x = [\pi/16; \pi/2]$, ce qui correspond à entre 32 et 4 points du maillage par longueur d'onde. Il est alors possible de tracer k^* en fonction de k pour mettre en évidence les limites du schéma de différences finies. Cette courbe se trouve figure 1.9 pour 3 schémas de différences finies : le schéma standard d'ordre 4 calculé sur 5 points, le schéma optimisé d'ordre 4 calculé sur 11 points, et le schéma d'ordre 10 calculé sur 11 points. Le schéma qui nous intéresse particulièrement est le schéma optimisé d'ordre 4 à 11 points, car c'est celui utilisé dans la suite.

Quel que soit le schéma utilisé, le nombre d'onde est mal reconstruit pour $k\Delta x$ suffisamment grand : quand le nombre de points devient suffisamment faible par rapport à la longueur d'onde, la discrétisation n'est plus suffisante pour calculer correctement la dérivée et la dispersion apparaît. Bien que le schéma standard et le schéma optimisé soient du même ordre, le schéma optimisé a une erreur de dispersion plus faible pour toutes les valeurs de $k\Delta x$. Le schéma optimisé est aussi meilleur que le schéma d'ordre 10 pour $k\Delta x = [\pi/4; \pi/2]$ mais est plus dispersif pour $k\Delta x < \pi/4$.

1.3.3 Stabilité et critère CFL

Une autre source d'instabilité possible est dans la propagation de l'onde d'une maille à une autre. Les schémas numériques imposent une contrainte de stabilité sur la vitesse de propagation de l'onde acoustique d'une maille : l'information ne peut pas se propager d'une maille à une autre en un temps plus court qu'une durée en général inférieure à 1 pas de temps. Si l'onde acoustique

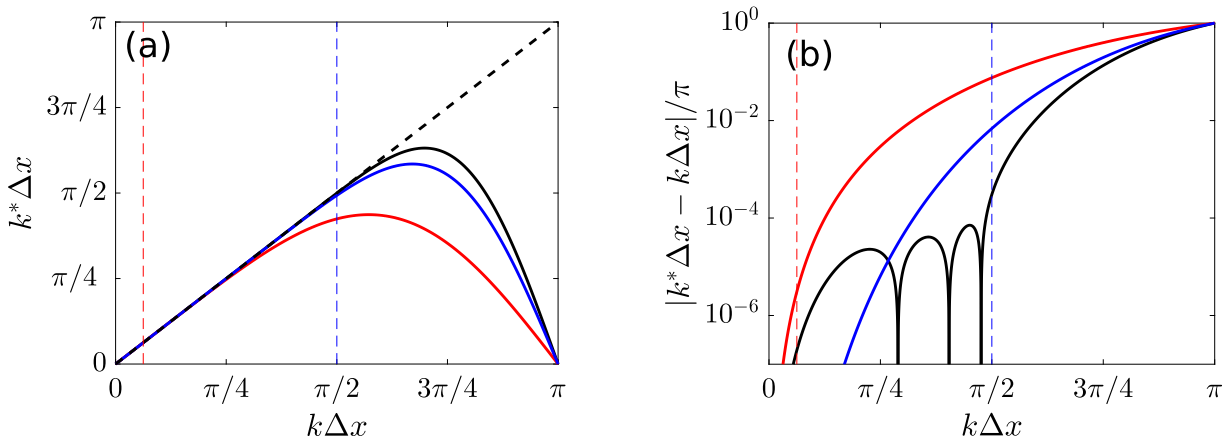

Figure 1.9 – *Nombre d'onde approché du schéma de différence finies optimisées pour : schéma standard d'ordre 4 sur 5 points, schéma optimisé d'ordre 4 à 11 points, schéma standard d'ordre 10 à 11 points. (gauche) $k^*\Delta x$ est tracé pour $k\Delta x = [0;\pi]$. (droite) L'erreur entre le nombre d'onde réel et effectif est tracée en fonction de $k\Delta x$.*

est plus rapide, une instabilité se développe. Une condition de stabilité nommée condition de Courant–Friedrichs–Lewy a été introduite pour introduire une relation de stabilité entre pas spatial et pas temporel, celle-ci est définie dans les références [64, 65]. Elle consiste à imposer que l'onde la plus rapide dans le domaine de calcul ne puisse pas parcourir sur le temps Δt une distance plus grande qu'une limite imposée par le pas spatial Δx et les méthodes numériques utilisées. Généralement, cette distance maximale est de l'ordre de quelques pas spatiaux au maximum. Dans le cas contraire, des instabilités apparaissent et sont amplifiées rapidement, menant à une solution non physique. Plus concrètement, le critère CFL est défini comme suit :

$$\mathrm{CFL} = c_0 \frac{\Delta t}{\Delta x} < \mathrm{CFL}_{max} \tag{1.43}$$

Le paramètre $\mathrm{CFL}_{\max}$ dépend des méthodes numériques utilisées pour résoudre l'équation (intégration temporelle, dérivée spatiale). De manière générale, pour des schémas explicites, $\mathrm{CFL}_{\max}$ est de l'ordre de l'unité. Ce paramètre peut-être étendu à un calcul sur un nombre quelconque de dimensions :

$$\mathrm{CFL} = \Delta t \sum_{j=1}^{n} \frac{u_{x_j}}{\Delta x_j} < \mathrm{CFL}_{\max} \tag{1.44}$$

Dans la suite, les pas spatiaux et de temps seront toujours choisis de sorte que le critère CFL soit au maximum de l'ordre de 0.5. Cette valeur est choisie car, dans nos applications, l'onde se déplace à une vitesse supérieure à c_0, et cette célérité change au fur et à mesure de la propagation. Un critère CFL à 1 n'est alors plus adapté. Un CFL à 0.5 laisse la possibilité de propager des chocs acoustiques se déplaçant à Mach 1.5, ce qui est suffisant pour l'étude de la propagation d'ondes de choc faibles. Une autre incertitude sur la stabilité de la simulation réside dans le fait que le maillage curviligne engendre des espacements différents entre les mailles du domaine. Dans ce cas, le critère CFL devient donc local car il dépend de la distance entre chaque maille. Un critère CFL entre 0.2 et 0.3 est donc utilisé dans la suite par sécurité pour éviter les instabilités causées par la déformation du maillage.

1.3.4 Filtres

À la fin de chaque itération temporelle, deux filtres sont appliqués au vecteur d'état : le premier est un filtre sélectif permettant d'atténuer les oscillations de grille. Le second est un filtre de capture de choc, nécessaire pour maintenir une bonne stabilité malgré la génération de hautes fréquences due aux nonlinéarités.

1.3.4.1 Filtre sélectif

Afin d'empêcher l'apparition d'instabilités d'une maille à une autre, et comme le nombre d'onde est mal reconstruit dans les hautes fréquences, un filtrage sélectif est appliqué afin d'atténuer les longueurs d'onde non résolues par les schémas d'intégration [61]. Ce premier filtre est de la forme :

$$u^f(x_0) = u(x_0) - \sigma_d \underbrace{\sum_{j=-N}^{M} d_j u(x_0 + j\Delta x)}_{A}, \tag{1.45}$$

avec σ_d un coefficient entre 0 et 1 correspondant à la puissance du filtre et d_j les coefficients du filtre. Là encore, le filtre peut être décentré et les coefficients sont optimisés afin que la fréquence de coupure du filtre corresponde à la fréquence à partir de laquelle le signal est mal reconstruit. Les coefficients utilisés sont disponibles dans l'article [61]. Afin d'obtenir le gain du filtre, une transformée de Fourier spatiale est appliquée à l'équation (1.45) :

$$\begin{aligned}
\tilde{u}^f(k) &= \tilde{u}(k) - \sigma_d \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \sum_{j=-N}^{N} d_j u(x_0 + j\Delta x) e^{-ikx} \mathrm{d}x, \\
&= \tilde{u}(k) - \sigma_d \left(\sum_{j=-N}^{N} d_j e^{ikj\Delta x} \right) \tilde{u}(k), \\
&= \tilde{u}(k) \left(1 - \sigma_d \sum_{j=-N}^{N} d_j e^{ikj\Delta x} \right).
\end{aligned} \tag{1.46}$$

Si on considère un filtre centré, on a alors $N = M$ et $(d_j = d_{-j})$, l'expression de $\tilde{u}^f$ devient :

$$\begin{aligned}
\tilde{u^f}(k) &= \tilde{u}(k) \left(1 - \sigma_d \sum_{j=1}^{N} d_j 2cos(jk\Delta x) \right) \\
&= \tilde{u}(k) \left[1 - \sigma_d D_k(k\Delta x) \right]
\end{aligned} \tag{1.47}$$

Le terme $D_k(k\Delta x)$ est la fonction de dissipation du filtre : quand sa partie réelle tend vers 1, la dissipation est maximale. Une partie imaginaire non-nulle induit de la dispersion. Cette fonction est tracée en rouge sur la figure 1.10. Le filtrage adaptatif commence bien à être significatif à partir d'environ $k\Delta x = 1.75$, comme cela a été estimé nécessaire précédemment. Cependant, dans le cas de l'acoustique non-linéaire, des composantes hautes fréquences sont générées au cours de

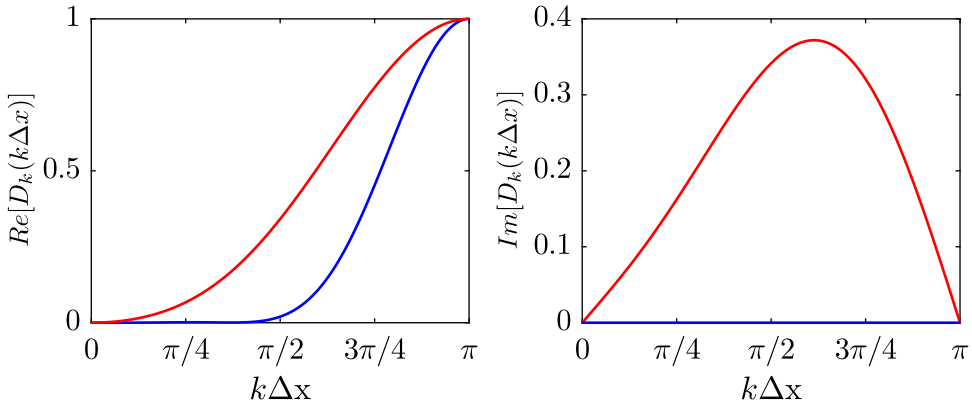

Figure 1.10 – *Fonctions de dissipations des filtres utilisés en simulation :* ——— *capture de chocs,* ——— *filtrage sélectif. (gauche) partie réelle, (droite) partie imaginaire.*

la propagation lors du raidissement du front d'onde. Ce filtre ne suffit alors plus pour atténuer les hautes fréquences et un deuxième filtre doit être appliqué.

1.3.4.2 Filtre de capture de choc

Le deuxième filtre appliqué est appelé un filtre de capture de choc. Ce type de filtre est plus efficace que le filtre adaptatif mais n'est appliqué que localement (au niveau des discontinuités du choc) car il est aussi dispersif. Ce filtre correspond en fait à l'ajout d'une viscosité artifielle au voisinage du choc afin que celui-ci devienne continu, mais avec un temps de montée encore très faible. Ainsi, le signal est dans son ensemble préservé et seuls les endroits posant des problèmes numériques sont traités. Une description détaillée du filtre de capture de choc se trouve dans l'article [66]. De plus, une amélioration du critère de capture de choc appliqué aux ondes acoustiques est présentée en annexe de l'article [27]. Le filtre est de la forme suivante :

$$u_i^f = u_i - (\sigma_{i+\frac{1}{2}} D_{i+\frac{1}{2}} - \sigma_{i-\frac{1}{2}} D_{i-\frac{1}{2}}) \tag{1.48}$$

Les expressions D sont calculées comme suit :

$$D_{i+\frac{1}{2}} = \sum_{j=1-N}^{N} c_j U_{i+j} \quad \text{et} \quad D_{i-\frac{1}{2}} = \sum_{j=1-N}^{N} c_j U_{i+j-1} \tag{1.49}$$

De la même manière que précédemment, la fonction de dissipation peut-être calculée en appliquant une transformée de Fourier spatiale. Après calculs, il vient :

$$\mathrm{Re}(D(k\Delta x)) = -2c_1 + 2\sum_{j=1}^{N-1}(c_j - c_{j+1})\cos(jx\Delta x) + 2c_N\cos(Nk\Delta x) \tag{1.50a}$$

$$\mathrm{Im}(D(k\Delta x)) = -2\sum_{j=1}^{N-1}(c_j + c_{j+1})\sin(jx\Delta x) - 2c_N\sin(Nk\Delta x) \tag{1.50b}$$

La partie réelle de cette fonction de dissipation du filtre est aussi tracée sur la figure 1.10 à gauche en rouge. Ce filtre est plus efficace dès les basses fréquences afin de mieux filtrer les

harmoniques supérieurs générés par les non-linéarités. Cependant étant donné que ce filtre n'est appliqué qu'au voisinage des discontinuités, la perte d'information est minime dans le reste du signal. De plus, sa partie imaginaire est tracée sur la figure 1.10 (droite). Celle-ci étant non-nulle, le filtre est dispersif.

Le coefficient σ dépend de la pente de la pression au point où il est évalué. La méthode utilisée est présentée dans l'article [27]. Il est d'abord nécessaire de calculer les coefficients :

$$\beta_0 = \frac{13}{12}(p_{i-2} - 2p_{i-1} + p_i)^2 + \frac{1}{4}(p_{i-2} - 4p_{i-1} + 3p_i)^2, \tag{1.51a}$$

$$\beta_1 = \frac{13}{12}(p_{i-1} - 2p_i + p_{i+1})^2 + \frac{1}{4}(p_{i-1}p_{i+1})^2, \tag{1.51b}$$

$$\beta_2 = \frac{13}{12}(p_i - 2p_{i+1} + p_{i+2})^2 + \frac{1}{4}(3p_i - 4p_{i+1} + p_{i+2})^2, \tag{1.51c}$$

avec p la fluctuation de pression, puis :

$$\omega_k = \frac{\alpha_k}{\sum_l \alpha_l} \quad \text{avec} \quad \alpha_k = \frac{1}{(\beta_k + \epsilon)^2}, \tag{1.52}$$

avec $\epsilon = 10^{-18}$ une constante pour éviter la division par zéro. Le coefficient σ_i du filtre est alors calculé via :

$$\sigma_i = \frac{\sigma_{max}}{2}\left(1 - \frac{r_{th}}{r} + \left|1 - \frac{r_{th}}{r}\right|\right) \quad \text{avec} \quad r = \left(\sum_{k=0}^{2}\left|\omega_k - \frac{1}{3}\right|\right)^2 \tag{1.53}$$

où r_{th} est un paramètre de seuil fixé à 0.8. Enfin, $\sigma_{i-\frac{1}{2}}$ et $\sigma_{i+\frac{1}{2}}$ peuvent être calculés comme suit :

$$\sigma_{i-\frac{1}{2}} = \frac{1}{5}(2\sigma_{i-1} + 2\sigma_i + \sigma_{i+1}), \tag{1.54}$$

$$\sigma_{i+\frac{1}{2}} = \frac{1}{5}(\sigma_{i-1} + 2\sigma_i + 2\sigma_{i+1}), \tag{1.55}$$

pour pouvoir appliquer le filtre avec l'équation (1.48). Ces deux filtres sont finalement appliqués à chaque itération temporelle.

1.4 Cas tests

Dans cette section, deux cas tests illustrant l'utilisation des outils décrits précédemment sont présentés. Le premier décrit la diffraction d'une onde acoustique sphérique sur une sphère rigide. Le second décrit la propagation d'une onde en N dans un tube droit dont le maillage est déformé en son centre.

1.4.1 Réflexion d'une onde acoustique linéaire sur une sphère rigide

Un premier cas test linéaire est considéré : il s'agit de la diffraction sur une sphère rigide d'une source ponctuelle abordée dans le deuxième cas test CAA [67]. Les équations résolues sont donc les équations d'Euler axi-symétriques curvilignes afin d'avoir une décroissance 3D et une

sphère obtenue par la symétrie de révolution d'un demi-disque rigide. Pour cela, un système de coordonnées cylindriques est choisi, il s'exprime comme suit :

$$z(\zeta, \eta) = (R_c + \eta)\cos(\zeta), \tag{1.56a}$$

$$r(\zeta, \eta) = (R_c + \eta)\sin(\zeta), \tag{1.56b}$$

où R_c correspond au rayon de la sphère rigide. Le schéma 1.11 représente le système de coordonnées et l'implémentation des conditions limites : une condition d'axi-symétrie est imposée en $r = 0$, la sphère est parfaitement rigide et une condition de sortie est imposée sur le bord extérieur du domaine.

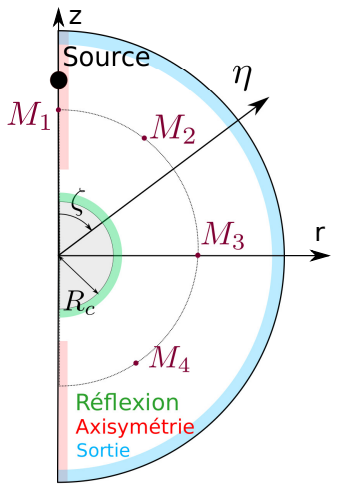

Figure 1.11 – *Schéma de la configuration du calcul de la réflexion d'une onde acoustique sphérique sur une sphère rigide.*

Le maillage est constitué de 1500 points pour chaque coordonnée ζ et η, et 6000 pas de temps. La source est un dépôt d'énergie localisé en $r = 0$ et $z = 10$ cm avec une enveloppe gaussienne, une pression maximale au centre de 5 Pa et une largeur à mi-hauteur de 3 mm. Les paramètres de puissance des filtres sont tous deux égaux à 0.4. Le filtre de capture de choc n'est pas nécessaire ici car les niveaux de pression n'entraînent pas de non-linéarité. Celui-ci est néanmoins appliqué pour s'assurer que la capture de choc n'affecte pas le signal sur un cas linéaire. Quatre relevés de pression sont réalisés autour de la sphère aux points : $M_1(r' = 5.75 \text{ cm}, \theta = 0°)$, $M_2(r' = 5.75 \text{ cm}, \theta = 36°)$, $M_3(r' = 5.75 \text{ cm}, \theta = 90°)$ et $M_4(r' = 5.75 \text{ cm}, \theta = 144°)$.

Les champs de pression pour $t = 115$, 287, 460, et 632 μs sont tracés sur la figure 1.12. L'onde acoustique se propage puis se réfléchit sur la sphère. Un deuxième front d'onde réfléchi est visible sur la quatrième image et correspond à la diffraction de l'onde sur l'arrière de la sphère. Enfin, les conditions de sorties sont efficaces car aucune onde réfléchie n'est visible sur le bord du domaine.

Comparaison avec la solution analytique

Une solution analytique des équations d'Euler linéarisées existe dans le cas d'une distribution de pression initiale gaussienne et est disponible par exemple dans les cas tests d'aéroacoustique de la NASA [67] (page 15). Sur la figure 1.13, les solutions analytiques pour les 4 points M_{1-4} sont tracées et comparées aux signaux de pressions obtenues en simulation. L'accord est très bon entre la simulation et les résultats analytiques : l'écart relatif entre les signaux de pression sur la figure 1.13 n'excède jamais 0.1%.

Plusieurs points restent cependant à vérifier en complément de ce cas test. Tout d'abord il est nécessaire d'éprouver la fiabilité des schémas numériques utilisés dans un cas non-linéaire. De plus, cette dernière simulation est construite de telle sorte que le maillage est toujours perpendiculaire à la frontière rigide du domaine, ce qui n'est pas la configuration la plus générale. En particulier, dans le cas de la simulation de choc au dessus de parois rugueuses, le maillage ne sera pas nécessairement orthogonal à la paroi. Un cas test qui vérifie cette condition de réflexion ainsi que les aspects nonlinéaires est donc pertinent.

1.4.2 Propagation d'une onde en N dans un tube droit

Le second cas test choisi est la propagation d'une onde de choc dans un tube à section constante. Cette configuration a l'avantage de pouvoir être simulée à la fois avec un maillage cartésien classique, et avec un maillage curviligne. Dans le second cas, le maillage peut être déformé à l'intérieur du tube et seul les premières et dernières lignes doivent être rectilignes afin de correspondre aux parois du tube. La configuration dans le cas curviligne est présentée sur le schéma 1.14.
Le changement de coordonnées utilisé est le suivant :

$$z(\zeta,\eta) = -\frac{4H(\zeta)}{z_m^2}\zeta^2 + \left(\frac{4H(\zeta)}{z_m} + 1\right)\zeta, \tag{1.57a}$$

$$r(\zeta,\eta) = \eta, \tag{1.57b}$$

avec z_m la hauteur du tube et $H(\zeta)$ est une déformation arbitraire située au centre du tube. En $\zeta = 0$, on a bien $z = 0$, quand $\zeta = z_m$, on a bien $z = z_m$. Dans la suite, on choisit :

$$H(\zeta) = \frac{h_r}{2}\cos\left(2\pi\frac{\eta}{4h_r}\right), \tag{1.58}$$

comme déformation au centre du tube. Le maillage du domaine est constitué de 400×5000 points dans la direction ζ et η respectivement pour 20000 itérations temporelles. Le pas de temps est fixé à $\Delta t = 0.25\ 10^{-7}$ s et les pas spatiaux à $\Delta\zeta = 0.1\ 10^{-3}$ m et $\Delta\eta = 0.05\ 10^{-3}$ m. Les paramètres utilisés pour le fluide sont ceux de l'air ambiant. Les deux coefficients de puissance des filtres sont fixés à 0.4. Enfin, on choisit $h_r = 200\ \mu$m. Les mêmes paramètres et le même code sont utilisés à la fois pour la simulation de référence avec un maillage cartésien et pour la simulation avec un maillage curviligne. Le champ de pression est initialisé avec une onde en N, dont les chocs

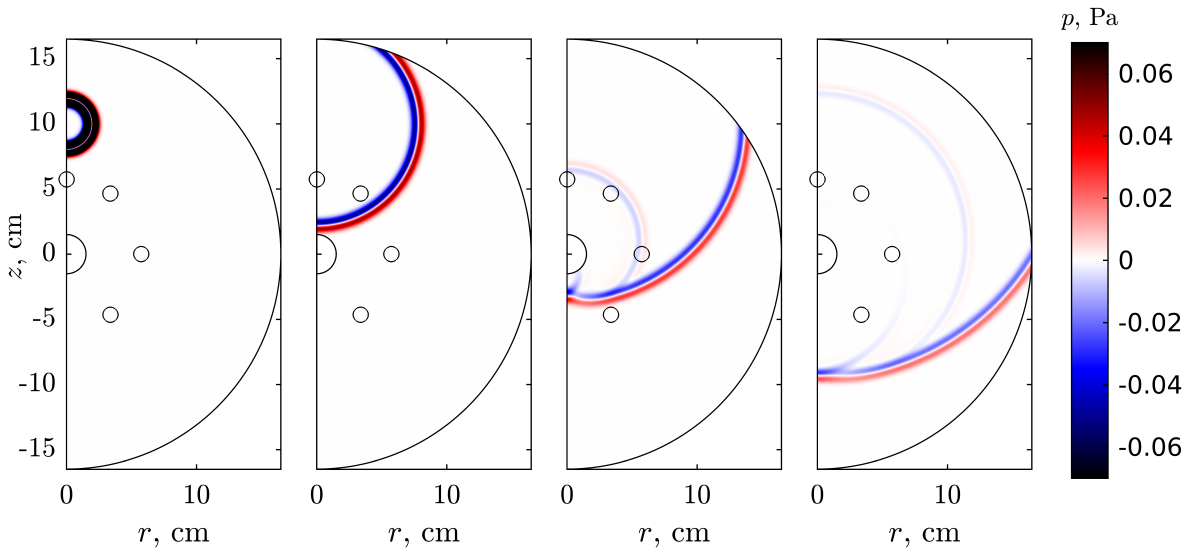

Figure 1.12 – *Cartographies du champ de pression obtenues par simulation de la réfection sur une sphère rigide de l'onde acoustique généré par une source ponctuelle linéaire. Le maillage utilisé est curviligne. Les différents points de comparaison des signaux de pression de la figure 1.13 sont représentés par de petits cercles noirs.*

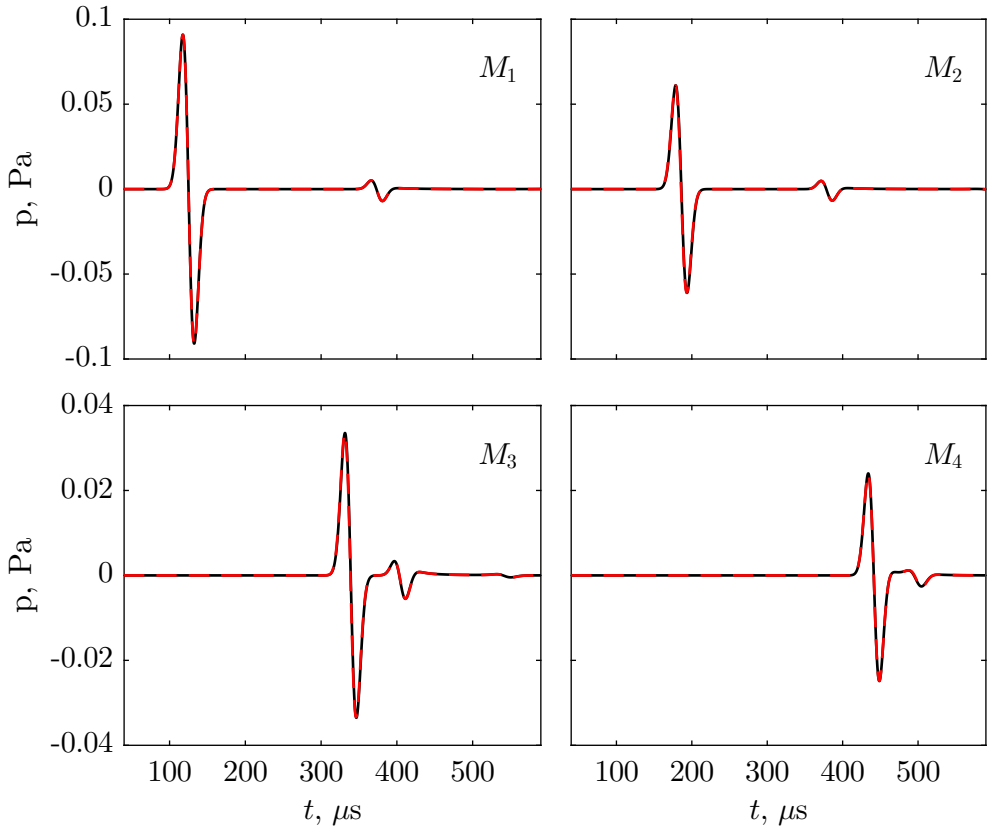

Figure 1.13 – *Signaux de pression pour les points M_1, M_2, M_3 et M_4 représentés par des cercles noirs sur la figure 1.12 dans le cas de : ---- la solution analytique, —— la simulation.*

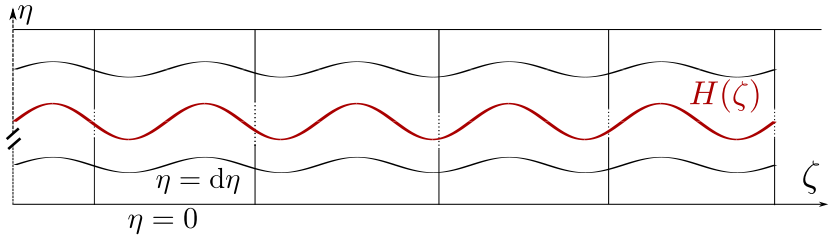

Figure 1.14 – *Schéma du système de coordonnées utilisé dans le cas test de la propagation d'une onde en N dans un tube à chocs. Le maillage n'est pas déformé sur les bords du tube mais a une déformation maximale au centre.*

sont de durée finie. Les autres champs sont déduits du champ de pression à partir des relations utilisées en acoustique linéaire :

$$p' = p_i \left[\tanh\left(2.2\frac{\zeta - \zeta_0 - L}{\sigma}\right) - \tanh\left(2.2\frac{\zeta - \zeta_0 + L}{\sigma}\right) \right] \tag{1.59a}$$

$$\rho = \rho_0 + p'/(c_0^2) \tag{1.59b}$$

$$\rho v_z = 0 \tag{1.59c}$$

$$\rho v_r = \rho p'/(\rho_0 c_0) \tag{1.59d}$$

$$\rho E = (p_i + p')/(\gamma - 1) + 0.5\rho|\vec{v}| \tag{1.59e}$$

avec $L = 100\Delta\zeta$ la largeur de la phase positive de l'onde en N, $p_i = 75000$ Pa la pression maximale de l'onde à $t = 0$, $\eta_0 = 1.56$ cm la position de l'onde en N dans le tube à $t = 0$ et $\sigma = L/20$ la largeur du choc définie entre 10% et 90% du pic de pression. Cette forme d'onde a déjà été utilisée pour simuler la propagation d'ondes en N dans la turbulence [68, 39]. Le champ de pression pour 4 instants différents est représenté sur la figure 1.15.

Sur la première image, un train d'onde se propageant vers les x négatifs est visible. Celui-ci est causé par l'utilisation de relations linéaires pour le calcul des champs de densité et de vitesse. Ce train d'onde sort sur la gauche du tube et n'impacte ensuite plus le reste du domaine dans lequel se propage l'onde en N. L'onde de pression se propage dans le tube sur les autres cartographies : la longueur de l'onde augmente à mesure qu'elle se propage. De plus, la pression maximale diminue avec la distance de propagation. Ces deux effets sont bien connus en acoustique non-linéaire et peuvent être décrits analytiquement dans le cas d'une onde en N de faible niveau.

1.4.2.1 Comparaison avec une simulation de référence

Les signaux de pression obtenus dans le cas d'un maillage déformé ou non sont comparés sur la figure 1.16 à gauche. Les formes d'ondes se superposent quelque soit le z choisi.

L'écart type de la pression selon z pour chaque temps est tracé sur la figure 1.16 à droite. Cette quantité traduit donc les écarts des signaux de pression obtenus pour différents z pour un temps fixé. Autrement dit, cela montre quelles parties de la forme d'onde sont les plus sujettes à des variations liées à la déformation du maillage. Dans le cas d'un maillage cartésien, les signaux de pression sont constants selon l'axe z et l'erreur numérique l'est aussi. Dans le cas curviligne,

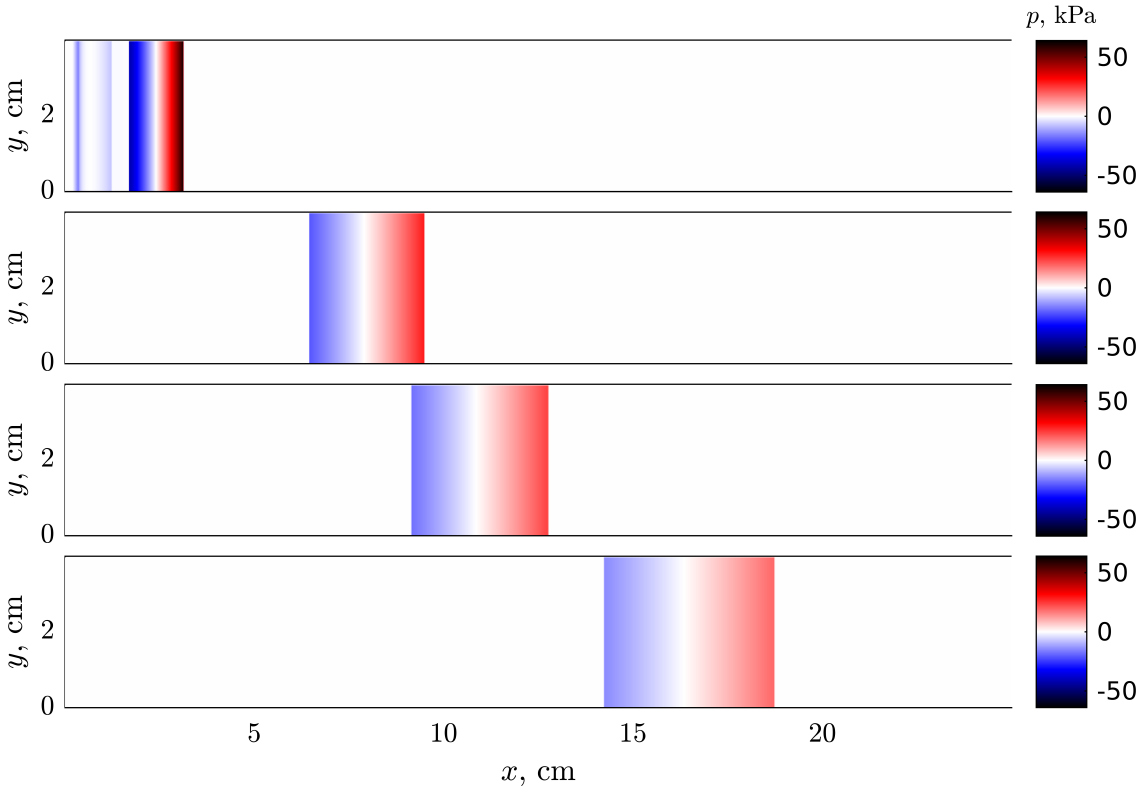

Figure 1.15 – *Cartographies des champs de pression obtenus lors de la propagation d'une onde en N dans un tube à section droite dont le maillage interne est déformé, représenté pour 4 instants différents.*

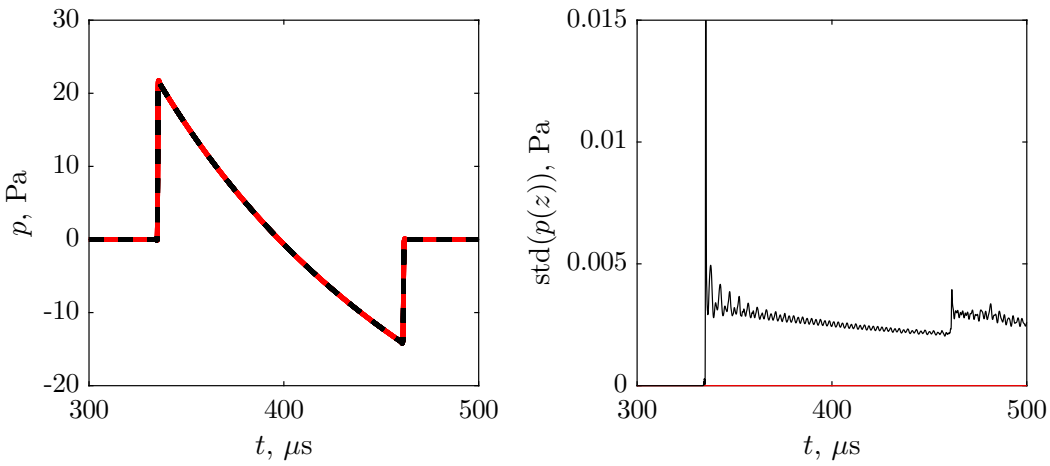

Figure 1.16 – *(gauche) Formes d'ondes obtenues en $r = 15$ cm dans le tube et 10 z différents espacés linéairement. (droite) Écart type des signaux de pression en fonction de z. Seul le maillage change dans les deux configurations : maillage cartésien de référence, maillage curviligne.*

le maillage est plus ou moins déformé selon z et impacte donc l'erreur numérique sur le calcul du champ de pression. On peut voir sur la figure que l'écart type reste toujours inférieur à 0.015 Pa, l'emploi du maillage curviligne n'impacte donc pas le résultat de manière appréciable. Les écarts sont les plus importants proche des discontinuités.

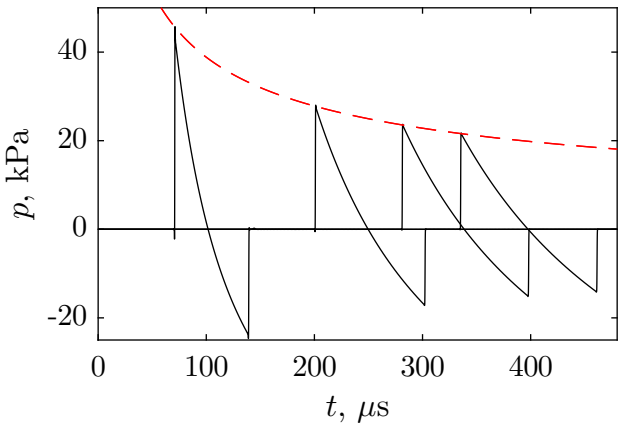

FIGURE 1.17 – ——— *Formes d'onde de la pression en $x = 3$, $x = 8$, $x = 11$ et $x = 13$ cm de la source au centre du tube.* - - - - *Décroissance théorique d'une onde de choc faible de type onde en N.*

1.4.2.2 Comparaison avec un modèle analytique

Dans le cas simple d'une onde en N et sous réserve de rester dans le cas d'une onde de choc acoustique (c'est à dire que des quantités non-linéaires de premier ordre sont suffisantes pour décrire le comportement du choc), une solution analytique existe pour décrire la propagation et l'atténuation de l'onde en N [69] (page 581). Sous ces conditions, la décroissance de la pression avec le temps de propagation s'exprime comme :

$$p(t) = \frac{p_i}{(1 + t/\tau_N)^{1/2}}, \tag{1.60}$$

avec :

$$\tau_N = \frac{L\rho_0 c_0}{\beta p_i}, \tag{1.61}$$

où L est la longueur de la phase positive de l'onde en N initiale, p_i est la pression maximale à $t = 0$, et $\beta = 1.2$ est le coefficient de nonlinéarités de l'air ([69], page 569). La durée de la phase positive peut aussi être calculée avec :

$$L_n(t) = (1 + t/\tau_N)^{1/2} L. \tag{1.62}$$

Les signaux de pression obtenus en simulation pour différentes distances r et au centre du tube sont tracés sur la figure 1.17. La décroissance de la pression maximale avec la distance obtenue en simulation correspond bien avec la formule théorique. On peut aussi observer une légère courbure du signal entre le minimum et le maximum de pression. Celle-ci est due aux forts niveaux utilisés et montre qu'une onde en N comme celle-ci ne peut pas rigoureusement être considérée comme une onde de choc faible. Cependant, l'accord avec la théorie reste bon et montre qu'une approximation d'onde de choc faible est toujours possible dans le cadre de ces travaux, dès lors que la pression n'excède pas quelques dizaines de kPa. Il est aussi possible de regarder la durée de la phase positive $L_n(t)$. Cette courbe est représentée sur la figure 1.18.

Les courbes correspondent à partir de 200 μs mais sont différentes avant cet instant. Cet

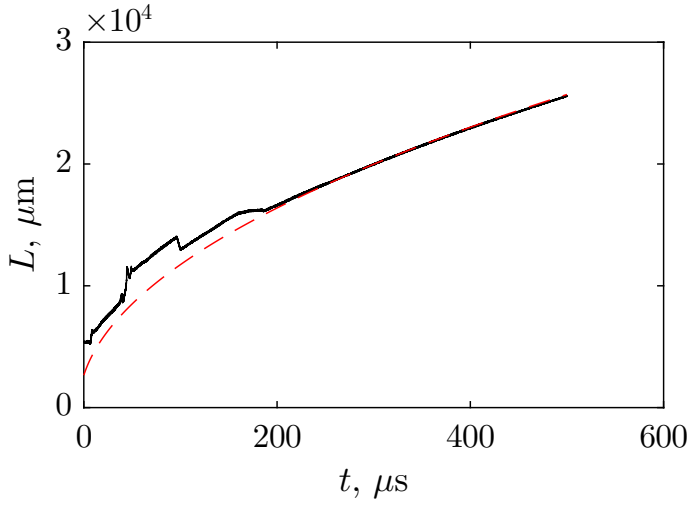

Figure 1.18 – ——— *Durée de la phase positive de l'onde en N en fonction du temps obtenu par simulation.* - - - - *Durée théorique de la phase positive d'une onde de choc faible de type onde en N avec le même jeu de paramètre qu'en simulation.*

écart est dû à l'approximation faite lors de l'initialisation du calcul en utilisant des relations d'acoustique linéaire. L'onde réfléchie induite perturbe l'onde incidente et augmente la valeur effective de la phase positive. Cette écart illustre une problématique récurrente de la suite de ces travaux. Bien que les outils numériques utilisés décrivent avec précision la propagation de l'onde de choc, l'initialisation du calcul est déterminante. Dans le cas de comparaison avec des expériences de laboratoire, il est nécessaire d'avoir une source numérique correspondant à la source acoustique utilisée. Dans le cas d'une source à arc électrique comme celle utilisée au laboratoire pour ce type d'étude, l'initialisation du calcul n'est pas aisée et fera l'objet du chapitre suivant de ce manuscrit.

1.5 Conclusions et perspectives

Dans ce premier chapitre, l'ensemble des outils numériques utilisés dans ces travaux pour la simulation de la propagation d'ondes de choc a été présenté. L'approche choisie consiste à résoudre les équations d'Euler axi-symétriques et curvilignes dans le domaine temporel. Utiliser ces équations présente l'avantage de donner la bonne décroissance géométrique des ondes acoustiques contrairement aux simulations 2D réalisées précédemment [28]. Les différentes dérivées spatiales sont calculées avec des différences finies optimisées, l'intégration temporelle est assurée par un algorithme de Runge-Kutta. Pour s'assurer de la stabilité de la simulation, deux filtres sont appliqués à chaque pas de temps : un filtre sélectif pour supprimer les oscillations de grille et un filtre de capture de choc pour limiter les discontinuités des champs liées aux non-linéarités des ondes de chocs simulées. L'épaisseur des chocs étant donc systématiquement surestimée dans la suite, la viscosité artificielle induite par le filtre de capture de choc est supérieure à la viscosité du fluide. De plus, le code est écrit avec un changement de coordonnées curvilignes arbitraire. Il sera utilisé dans les chapitres suivants pour simuler la réflexion de chocs sur des parois déformées. Cependant, celui-ci permet aussi de prendre en compte d'autres géométries, comme par exemple

la propagation d'ondes de choc guidées dans des tubes à section non-constante ou avec des coudes [70, 71].

Pour s'assurer de la validité de la méthode, deux cas tests ont été présentés. Le premier consiste à simuler la réflexion d'une onde acoustique sur une sphère rigide. Cette configuration permet de tester le changement de coordonnées curvilignes et la réflexion sur des parois déformées à travers un exemple simple linéaire. Un des avantages de la configuration est qu'une solution analytique existe et est ici comparée aux simulations. Le second cas test présenté correspond à la propagation d'une onde en N dans un tube à section droite mais dont le maillage est déformé au centre du tube. L'intérêt est que, là encore, une solution analytique existe et est comparée dans la dernière section avec la simulation. Ces deux exemples illustrent la capacité de cette méthode à propager avec précision des ondes de chocs ainsi qu'à obtenir le champ diffracté sur des obstacles.

Dans la suite, ces outils numériques seront tout d'abord utilisés pour décrire l'onde de choc générée par une source à arc électrique. Le but de cette étude est d'obtenir une procédure d'initialisation pertinente pour comparer les simulations avec les expériences réalisées au laboratoire, dans lesquelles un arc électrique de deux centimètres est utilisé comme source d'ondes de choc. Dans un second temps, des simulations de la réflexion de chocs sur parois planes puis déformées seront réalisées avec la méthode décrite dans le présent chapitre.

Plusieurs développements futurs de cette méthode sont envisageables. Tout d'abord, le coût numérique devient élevé pour les simulations avec le maillage le plus fin. Dans le cas où on s'intéresserait à la propagation d'ondes de choc se réfléchissant sur le sol, les effets de la propagation dans l'atmosphère peuvent être importants et seront difficiles à prendre en compte ici à cause du surcoût de calcul induit par l'augmentation de la taille du domaine. Une possible amélioration de la méthode consisterait donc à optimiser le coût de calcul. Pour cela, plusieurs stratégies peuvent être mises en place. Une première possibilité consiste à optimiser la parallélisation du code. L'accélération obtenues par la parallélisation OpenMP existante doit être plus finement quantifiée. Dans un second temps, certaines parties du code pourront alors être optimisés (notamment la capture de choc). Une autre possibilité consiste à changer de méthode de parallélisation : un changement pour du calcul distribué de type MPI permettrait d'augmenter arbitrairement la taille du domaine de calcul. Enfin, une autre approche consiste à implémenter des algorithmes permettant d'optimiser les coûts de calculs. Les maillages adaptatifs sont notamment très efficaces pour simuler la propagation d'ondes de choc : le maillage peut ainsi être très fin au voisinage du choc, près des discontinuités des champs, et très étiré dans les régions du fluide où aucune onde de choc ne se propage.

2 Étude de l'onde de choc générée par une source à arcs électriques

2.1 Introduction et objectifs

L'ensemble des mesures qui sont comparées avec les simulations dans cette thèse ont été réalisées avec un arc électrique de deux centimètres comme générateur d'onde de choc. Les avantages d'utiliser cette source en acoustique sont multiples. D'une part, celle-ci est extrêmement répétable et simple de mise en oeuvre. D'autre part, à une distance suffisamment grande par rapport à l'écart inter-électrodes, on s'attend à ce qu'elle soit quasi-omnidirectionnelle. Enfin, les impulsions générées sont très brèves (de l'ordre de la dizaine de μs), l'excitation est donc très large bande. Pour toutes ces raisons, les arcs électriques sont aussi utilisés pour d'autres applications, telles que l'acoustique des salles et du bâtiment pour les mesures de réponses impulsionnelles [72] (sur des modèles réduits notamment) ou l'acoustique sous-marine [73]. Les arcs électriques de manière plus générale sont aussi utilisés dans d'autre domaines. En particulier, au vu des problématiques actuelles de réduction des émissions de CO_2 dans l'atmosphère, des travaux sont menées sur des mélanges à faible teneur en combustible pour les moteurs thermiques afin de réduire la part de combustible non brûlé. Or, le problème de ces mélanges se pose à l'allumage dans la chambre de combustion où une température très importante doit être atteinte pour initier la combustion. Des sources à arcs électriques sont donc à l'étude pour déclencher la combustion [74] et contrôler finement le champ de température au voisinage des électrodes. Enfin, les sources à arcs électriques peuvent aussi être utilisées comme source lumineuse de forte intensité pour des applications de spectroscopie [75, 76] ainsi que pour le traitement de surfaces (torches à plasma [77]).

La source à arcs électriques est utilisée dans ces travaux comme source afin de générer des ondes de choc acoustiques. En effet, les ondes ainsi générées sont proches des ondes de souffle et des ondes dites "en N", respectivement formées lors d'explosions ou de vols supersoniques. Cette source est donc toute indiquée pour faire des études sur ce genre de phénomènes à l'échelle du laboratoire. Elle a déjà été utilisée dans plusieurs travaux : par exemple ceux B. Lipkens *et al.* [78], B. A. Davy *et al.* [79], W. Wright *et al.* [80], P. Yuldashev *et al.* [32] et E. Salze [81] sur la propagation d'ondes de chocs dans la turbulence ou encore les travaux de M. Karzova en 2016 [2] sur la réflexion irrégulière de chocs. Dans l'ensemble de ces travaux, la comparaison des expériences est faite avec l'hypothèse d'une source ponctuelle en raison de la physique complexe de génération de l'onde de choc (plasma de l'arc électrique) et de la décroissance 3D de

celle-ci dans les expériences en champ libre. En conséquence, une étude plus approfondie de la source est nécessaire afin de pouvoir simuler la propagation de chocs générés par celle-ci dans des conditions proches de l'expérience. Des travaux expérimentaux sur les interactions de chocs ont été réalisés ces dernières années au LMFA et nécessitent des simulations précises afin de faciliter l'interprétation des résultats.

Avant cette thèse, les arcs électriques ont donc déjà été utilisés pour étudier expérimentalement la réflexion d'ondes de chocs faibles sur des surfaces lisses ou à rugosité aléatoire. Pour étudier en détail ces configurations et lever les questions relatives au procédé de mesure, une comparaison avec des simulations est nécessaire. L'objectif de ce chapitre est donc de décrire le mécanisme de formation de l'onde de choc par un arc électrique centimétrique et de répondre à certaines des questions laissées en suspens jusqu'ici telles que l'influence des électrodes sur l'onde de choc ou la directivité du front d'onde. Ce chapitre a aussi pour but de déterminer des paramètres de source pertinents à utiliser dans une simulation axi-symétrique (et donc avec une décroissance 3D) pour obtenir une simulation précise de la même configuration qu'expérimentalement.

La section suivante décrit la méthode utilisée dans le cadre de cette thèse pour simuler la source à arcs électrique. Le processus physique de formation de l'arc électrique et de l'onde de choc associée ainsi qu'une revue des travaux de simulation sur ce phénomène particulier sont présentés. La méthode de simulation est détaillée et illustrée par un exemple simple en champ libre. La seconde section de ce chapitre présente des comparaisons entre imagerie Schlieren et mesure interférométrique en champ libre d'une onde de choc faible et les simulations correspondantes afin de déterminer quel jeu de paramètres de source numérique permet de retrouver les bonnes caractéristiques de l'onde de choc expérimentale. Une troisième section présente une étude numérique de l'onde de choc générée par l'arc électrique avec une attention particulière portée sur la directivité de l'onde de choc et l'influence des électrodes.

2.2 Simulation de l'arc électrique

La simulation d'une source à arc électrique n'est pas triviale car plusieurs phénomènes physiques différents doivent être appréhendés : la conductivité thermique et électrique, ainsi que la viscosité du gaz sont importantes afin de rendre compte de la génération et du comportement du plasma entre les deux électrodes. De plus, toutes ces propriétés varient avec la température : étant donné les tensions et ampérages utilisés, toutes les grandeurs physiques varient très rapidement lors de la génération du plasma ce qui pose une difficulté pour simuler précisément le phénomène.

2.2.1 Bibliographie

Les sources à arc électriques sont utilisées depuis plus de cent ans pour étudier expérimentalement la propagation d'ondes acoustiques en laboratoire. Les thématiques abordées couvrent les effets de diffraction, l'acoustique des salles ou encore la propagation d'onde de chocs. Ce type de source est aussi adapté au contrôle non destructif dans des environnements extrêmes tels que les systèmes de combustions, les milieux très chargés en particules fines ou très humides [82].

Les premiers travaux de simulation de sources à arc électriques ont lieu dans les années 80 [83], avec pour objectif de mieux maîtriser les mécanismes de combustion par amorçage au moyen d'un arc électrique. Cependant, l'étude porte plus sur le développement de la flamme (et donc l'étude des champs de vitesse et de température) que sur la pression de l'onde de choc. Par la suite, les travaux de thèse de M. Akram en 1991 puis ses publications ultérieures ont apporté des méthodes de simulation de l'arc électrique d'abord en une seule dimension [84, 85], ce qui revient à considérer un arc de longueur infinie, puis en deux dimension [86] pour prendre en compte la géométrie des électrodes et leur écartement. Afin de mieux comprendre l'intérêt de ces travaux, quelques éléments sur la physique des plasmas sont nécessaires. L'émission de l'onde acoustique peut être décomposée en plusieurs étapes :

- **Pré-claquage (ou phase de Streamer)** Tout d'abord, une forte tension est appliquée entre les deux électrodes. Cette tension génère un fort champ électrique entre l'anode et la cathode. Sous l'action de ce champ, un fin canal conducteur formé d'ions est créé entre les deux électrodes. Cette phase est extrêmement courte pour des écarts inter-électrodes faibles (de l'ordre de 10^{-8} s), et est plus longue pour des écarts inter-électrodes plus élevés. La largeur du canal est de l'ordre de la dizaine de μm à ce stade. Le mécanisme de formation du canal ne sera pas explicité ici du fait de sa complexité ; disons simplement que dans le cas d'un écart inter-électrodes inférieur au centimètre, il met en jeu un champ dipolaire entre les deux électrodes, nommé le streamer, alors que dans le cas d'un écart inter-électrode plus important, seule la cascade électrique est à l'origine de la création du canal. Cette phase a fait l'objet de nombreux travaux tel que l'étude de E. Sher *et al* [87], le livre de R. Maly [88] ou encore la thèse de S. Bentaleb [89] dans lesquels ces mécanismes sont décrits en détail.

- **Claquage** Au moment où le canal se forme, des électrons de très forte énergie sont arrachés à la cathode. Toujours selon [87], la température de ces électrons avoisine alors les 60 000 K. Étant donnée cette brusque augmentation de la température, la pression va s'élever tout aussi brutalement de plusieurs dizaines de bars en raison de la température du mélange ions électrons qui s'homogénéise. Le canal devient alors conducteur. Cette étape est extrêmement brève, de l'ordre de quelques nanosecondes et est aussi très étudiée dans la littérature dans les mêmes références que pour la phase de pré-claquage. Le canal commence alors à se dilater, créant une onde de choc.

- **Arc électrique** Le canal étant devenu conducteur, un courant se met en place (jusqu'à plusieurs centaines d'ampères), générant un plasma. Dans les modèles décrits dans la littérature, ce plasma est considéré localement électriquement neutre et à l'équilibre thermodynamique : cela signifie que localement les charges des ions et des électrons se compensent et ces particules sont toutes à la même température (plusieurs dizaines de milliers de Kelvin). Pendant la décharge, le plasma continu de s'étendre en même temps que le choc se propage si bien qu'il est difficile de les distinguer. Après un temps d'expansion suffisamment long, le plasma ralentit et le choc continue de se propager. Ces différentes phases sont visibles sur la figure 2.1 extraite de la thèse de Malyk Benmouffok [74] : à 400 ns et 1 μs, le front du plasma et le choc sont difficilement dissociables puis après un temps de propagation de l'ordre de 5 μs le choc continu de s'étendre alors que le plasma cesse de se dilater.

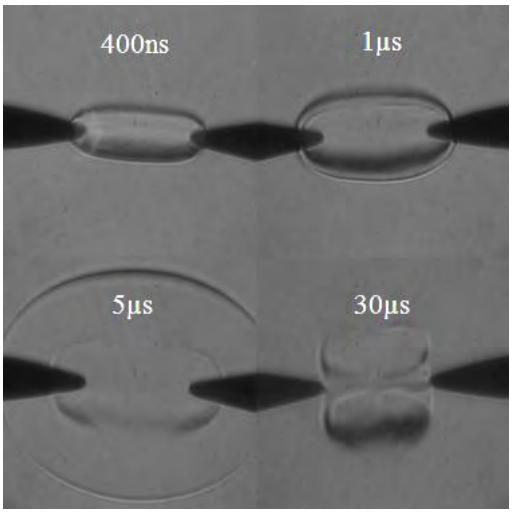

Figure 2.1 – *Exemple de visualisation schieren de la décharge dans l'air extrait de la thèse de Malyk Benmouffok [74] pour des électrodes en pointes espacées de 3 mm (le rayon de courbure à la pointe des électrodes est de* $150\mu m$*).*

Une méthode de modélisation proche des outils numériques utilisés dans cette thèse a été proposée par M. Akram dans [84, 85, 86] et est basée sur la résolution numérique des équations fondamentales de la thermodynamique des gaz en prenant en compte la viscosité ainsi que la conductivité thermique et électrique. La méthode consiste à résoudre les équations de Navier-Stokes auxquelles s'ajoute un terme correspondant à la conduction de la chaleur et un terme source correspondant à l'effet Joule. Les discontinuités de pression induites par l'onde de choc sont gérées par l'ajout d'une viscosité artificielle.

La condition initiale est donnée par l'ajout d'une distribution initiale de température sur l'axe d'axi-symétrie des électrodes sur un canal d'une largeur de l'ordre de 100 μm. La phase de pré-claquage n'est donc pas modélisée mais la simulation commence directement au moment de l'arc. Les électrodes sont considérées à température fixe et infiniment rigide. Cette méthode est comparée avec des mesures interférométriques dans l'article de R. Reinmann et M. Akram [90]. La figure 2.2 extraite de cet article montre le très bon accord trouvé entre la mesure du front d'onde de choc lors de leurs expérimentations et les simulations.

La géométrie des électrodes est aussi l'objet de l'étude de l'article de M. Akram [86] de 1996. La figure 2.3 extraite de cet article montre le changement des isobares engendré par un changement de géométrie des électrodes sur deux simulations. Dans les deux cas, le front de l'onde de choc est sphérique, seule la directivité change : les isobares proches des électrodes sont différentes. L'énergie semble donc plus concentrée le long de l'axe $z = 0$. Ce constat est corroboré par les mesures de directivité faite par C. Ayrault [72], E. Martinson et J. Delsing [91] ou bien E. Salze [92].

Plus récemment, S.P.M. Bane *et al* [93] se sont intéressés à l'incidence de la géométrie des électrodes sur la distribution de densité et de vitesse proche de la source. Le but de l'étude étant de trouver une géométrie d'électrode favorisant une combustion en concentrant l'énergie entre les deux électrodes. Les auteurs ne s'intéressent néanmoins pas à la propagation du choc résultant bien que d'autres travaux laissent entendre que la directivité change en fonction de la géométrie des électrodes considérée.

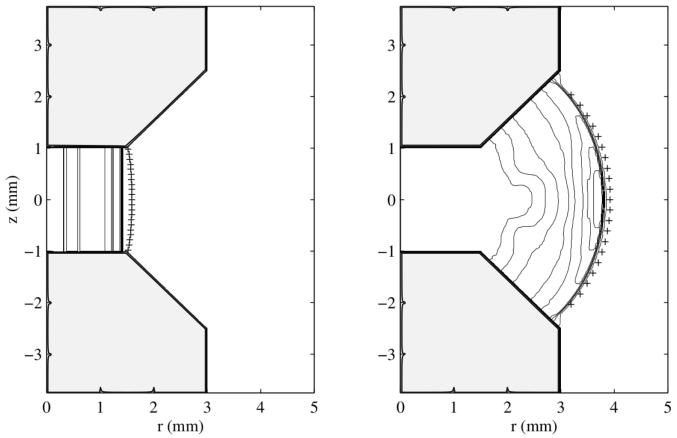

Figure 2.2 – *Résultats tirés de l'article [90] représentant les isobares simulées (en trait plein) et le front d'onde de choc mesuré (+). Les électrodes sont grisées. Les isobares très rapprochées correspondent au choc.*

2.2.2 Méthode de simulation

L'approche décrite précédemment a l'avantage de ne pas présenter de difficulté d'implémentation majeure avec notre méthode de simulation. Elle a cependant deux inconvénients. Le premier est que les effets thermiques ne sont impactants que pendant la période d'expansion du canal et sur une distance d'un centimètre de propagation de l'onde de choc. Les amplitudes de pressions sont ensuite trop faibles pour générer des fluctuations de température appréciable. De plus la diffusion thermique est un phénomène lent comparé à la propagation de l'onde de choc. La zone de très forte température qui correspond au plasma n'a donc pas d'influence une fois que l'onde de choc quitte la région du fluide localisée entre les électrodes. Un autre point contraignant la configuration initiale implique de simuler le canal conducteur avant son extension, c'est à dire de mailler le canal alors que celui-ci à un diamètre de l'ordre de la dizaine de micromètres, ce qui mène à des pas spatiaux extrêmement faibles comparés aux distances de propagation que l'on souhaite atteindre pour l'onde de choc (de l'ordre de 40 centimètres).

Étant donné que les simulations envisagées dans le cadre de la thèse sont sur des distances relativement longues par rapport à l'écart inter-électrode (l'écart inter-électrodes sera de l'ordre de 2 cm pour une distance de propagation de quelques dizaines de centimètres), la modélisation précise de l'arc électrique n'est pas nécessaire et entraînerait un temps de calcul rédhibitoire compte tenu des deux points soulevés précédemment. Une solution serait de reprendre les travaux précédents [86] pour simuler une source à arc électrique en champ proche et de se servir des données simulées pour initialiser une simulation de mécanique des fluides plus classique. Cependant, si on néglige l'influence de la géométrie des électrodes (hypothèse raisonnable en champ lointain), l'onde de choc est alors uniquement générée par l'expansion du canal. En conséquence, une distribution initiale d'énergie linéique correspondant à l'espace occupé par le plasma au moment du maximum de son expansion devrait permettre une approximation correcte du choc acoustique dès lors que le champ considéré n'est pas entre les électrodes, dans la zone de plasma chaud. Les termes de conduction thermique et d'effet Joule ne seraient dès lors plus indispensables. La procédure d'initialisation des différents champs $\rho, \vec{v}, E$ est donc la principale difficulté car dans

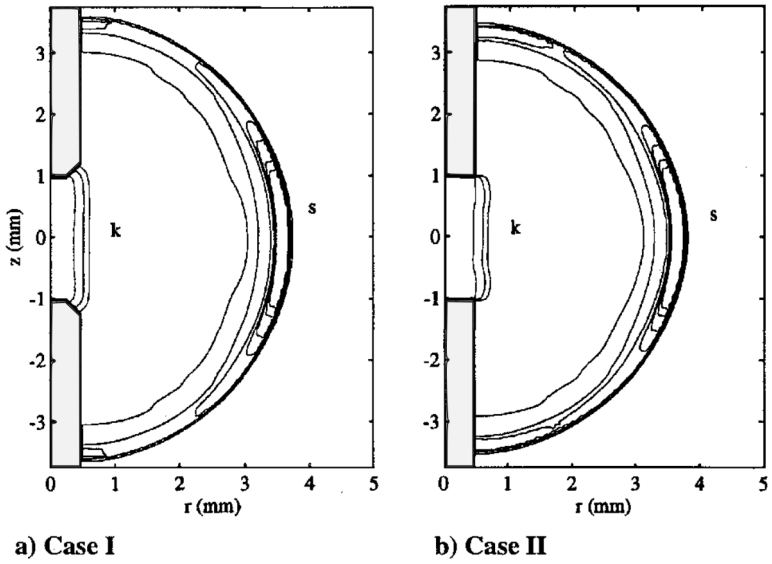

FIGURE 2.3 – *Résultats de simulations extraites de l'article [86] représentant les isobares simulées pour deux géométries d'électrodes différentes. La directivité du champ de pression est modifiée par la géométrie des électrodes.*

notre cas la simulation commence après que les effets thermiques et électromagnétiques aient impacté l'onde de choc.

La modélisation de la source à arcs électriques par une distribution linéique a déjà été proposée par W. Wright [80] : son idée était de modéliser le champ acoustique lointain rayonné en additionnant la contribution de monopoles acoustiques répartis sur une ligne. Bien qu'analytique, son travail négligeait les interactions non-linéaires entres les monopoles en champ proche. En conséquence, cette approche n'est pas retenue dans le cadre de nos travaux. Deux ans plus tard, M. Plooster [94] a publié un article traitant de la génération de choc cylindrique en utilisant les équations d'Euler classiques. Cette approche est très similaire à celle du code développé lors de cette thèse ; l'initialisation des simulations dans cette thèse se base donc sur cet article.

Diverses configurations initiales sont considérées. En particulier, un des questionnement est de déterminer s'il est nécessaire d'ajouter une initialisation du champ de densité à $t = 0$ en plus d'un dépôt d'énergie (une surpression). Dans l'article, M. Plooster préconise une initialisation sur l'énergie et à densité constante (correspondant à la densité de l'air) pour simuler un cylindre isotherme. Cette configuration correspond à un échauffement d'une colonne d'air trop rapide pour entrainer une dilatation du gaz. Étant donné que l'on souhaite simuler le choc à partir du moment où le plasma ne se dilate plus, cette approche semble pertinente. Une alternative serait de fixer la densité à environ $10^{-2}\rho_0$ en considérant que le gaz est détendu en raison du fort échauffement.

Une fois le type de condition initiale déterminé, la largeur de la source linéique doit être fixée. Celle-ci peut être évaluée dans le cas d'un écartement inter-électrodes de deux centimètres dans la thèse d'Édouard Salze [92]. En effet, la figure 2.4 est tirée du chapitre 1 sur la source à arc électrique. La largeur du plasma est d'environ 5 mm. C'est donc une largeur de source de cet ordre de grandeur qui sera utilisée dans la suite.

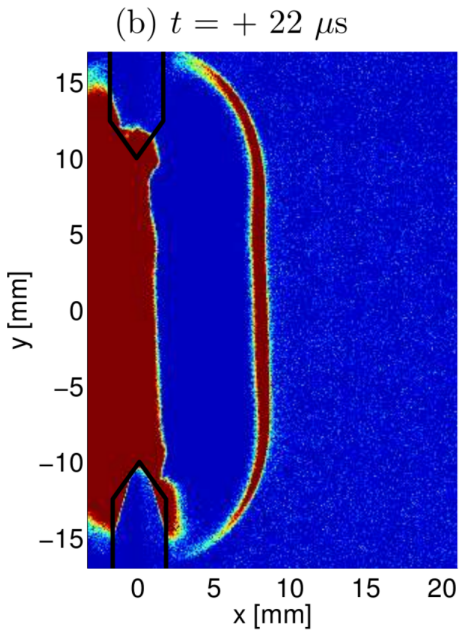

Figure 2.4 – *Image Schieren de la source à arc électrique tirée de la thèse de E. Salze [92] pour une distance inter-électrode de deux centimètres.*

2.2.2.1 Modèles de sources

Dans la suite, trois simulations sont comparées. Celles-ci correspondent respectivement au cas d'une source ponctuelle de référence, au cas d'une source linéique et au cas d'une source linéique avec la présence d'électrodes. Ces trois configurations initiales sont représentées sur la figure 2.5. Les électrodes utilisées dans les expériences mesurent 4 mm de diamètre. Elles occupent donc un rectangle de 2 mm de large dans les simulations en raison de la condition d'axi-symétrie.

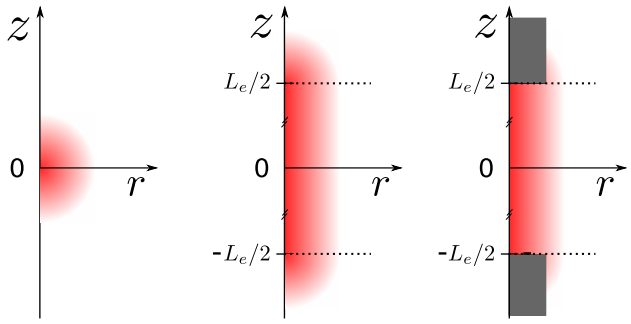

Figure 2.5 – *Description des trois géométries de source utilisées pour les simulations décrivant le choc généré par un arc électrique (dans l'ordre : ponctuelle, linéique et linéique avec électrodes). La longueur L_e correspond à l'écart inter-électrodes.*

Les champs initiaux sont les suivants :

$$\rho = \rho_0, \tag{2.1a}$$

$$\rho\vec{v} = 0, \tag{2.1b}$$

$$\rho E = \frac{p_0}{\gamma - 1} + \frac{p'}{\gamma - 1}, \tag{2.1c}$$

avec ρ_0 la densité du fluide ambiant, p_0 la pression atmosphérique et p' qui correspond au dépôt de pression initial. Dans le cas d'une source ponctuelle, le dépôt d'énergie initial s'exprime comme :

$$\rho E = \frac{p_0}{\gamma - 1} + \frac{p_{ponc}}{\gamma - 1} e^{-\alpha^{-2}(r^2+z^2)} \tag{2.2}$$

où α correspond à la largeur de la gaussienne à mi hauteur et est ici fixé à 2.5 mm pour obtenir une taille de source comparable à la zone de forte chaleur observée sur la figure 2.4. p_{ponc} correspond à la pression maximale au centre du dépôt. Dans le cas d'une source linéique, le dépôt intial d'énergie a la forme suivante :

$$\rho E = \frac{p_0}{\gamma - 1} + \frac{p_{lin}}{\gamma - 1} e^{-\alpha^{-2} r^2} \qquad \forall z \in [-L_e/2\ L_e/2], \tag{2.3a}$$

$$\rho E = \frac{p_0}{\gamma - 1} + \frac{p_{lin}}{\gamma - 1} e^{-\alpha^{-2}\left(r^2+(|z|-L_e/2)^2\right)} \qquad \forall z \notin [-L_e/2\ L_e/2], \tag{2.3b}$$

où L_e correspond à l'écart inter-électrodes.

Les paramètres p_{ponc} et p_{lin} sont pour l'instant choisis arbitrairement en l'absence d'une estimation du niveau d'énergie dégagé par l'arc électrique. Celui-ci sera fixé après comparaison avec des mesures interférométriques afin d'obtenir les bons niveaux de pression à n'importe quelle distance de la source.

On souhaite aussi étudier l'impact des électrodes sur le champ de pression au voisinage de la source. Pour cela, on applique la même démarche que dans l'article [90]. Une géométrie simple est testée pour prendre en compte la diffraction sur les électrodes : deux rectangles sont insérés dans le code de différences finies au niveau du bord axi-symétrique, la condition limite utilisée est une vitesse normale aux parois de l'électrode nulle. L'initialisation est donc la même que celle décrite plus haut, à ceci près que des rectangles inertes sont ajoutés (voir figure 2.5). Cette approche est la plus simple à simuler, bien qu'en pratique les électrodes utilisées sont coniques afin d'obtenir une bonne répétabilité sur la position de l'arc et la tension à laquelle celui-ci apparaît. En conséquence, un accord parfait avec les expériences n'est pas possible mais permet cependant d'estimer l'influence de la présence des électrodes. Des schémas de différences finies ainsi que de filtres décentrés sont implémentés sur les bords (le reste du domaine est toujours en schéma centré). Étant donnée la présence d'angles droits qui peuvent créer des instabilités, le coefficient du filtre de capture de choc σ_{max} est fixé à 1 au voisinage des électrodes. Un schéma du domaine de calcul utilisé lors des simulations suivantes est présenté figure 2.6.

Le dépôt d'énergie correspond à une source linéique de longueur finie à une hauteur fixe perpendiculaire au sol car celui-ci est initialisé sur la ligne d'axi-symétrie à l'origine du domaine.

2.2.3 Analyse préliminaire

Une première simulation est réalisée avec une source linéique sans électrodes de paramètres $\alpha = 2.5$ mm et $p_{lin} = 7.5 \times 10^5$ Pa. Les pas spatiaux sont égaux à $dr = dz = 0.1 \times 10^{-3}$ m, le pas temporel est de $dt = 0.75 \times 10^{-7}$ s pour un domaine composé de 2700×600 points. Le

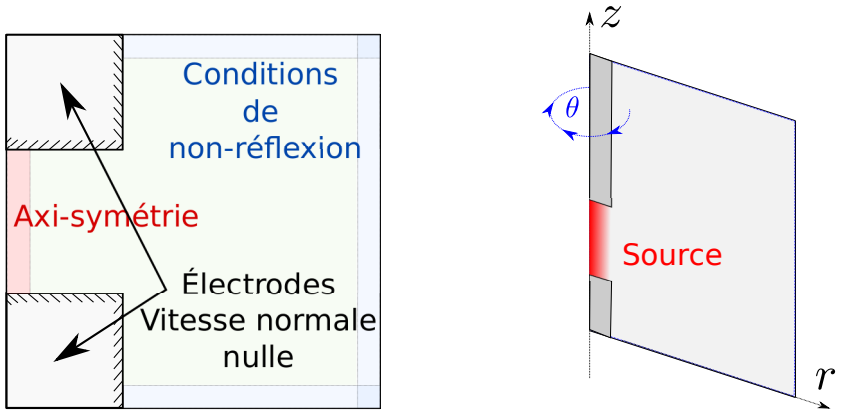

Figure 2.6 – *Schéma récapitulatif des découpages effectués sur le domaine de calcul pour la simulation par différences finies de la source à arc électriques en champ proche.*

CFL est donc égal à 0.255. Les coefficients des filtres sont égaux à 0.4 sauf si des électrodes sont présents. Dans ce dernier cas, le coefficient du filtre de capture de choc est égal à 1 sur la partie du domaine à moins de 10 points de maillage des électrodes. Enfin les paramètres du fluide sont les suivants : la pression ambiante est fixée à $p_0 = 98568$ Pa et la densité ambiante à $\rho = 1.1842$ kg.m^{-3} pour une célérité du son de $c_0 = 341.36$ m.s^{-1}.

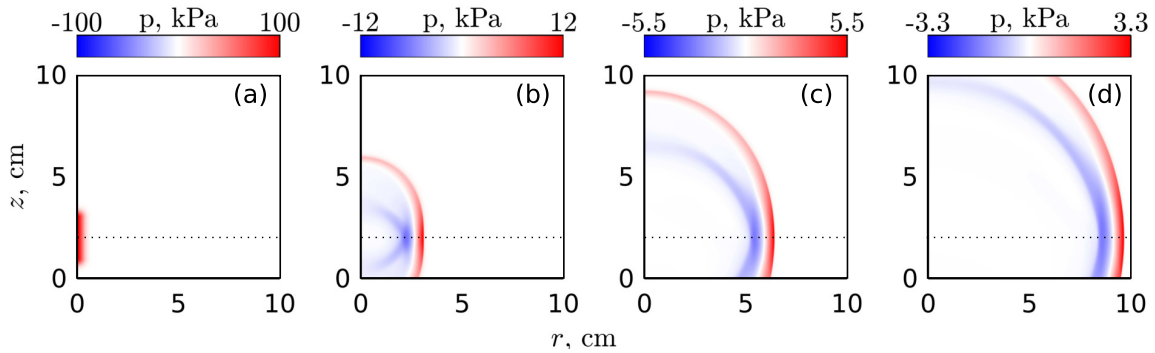

Figure 2.7 – *Exemple de simulation d'une source linéique initialisée sur la pression en champ libre. La hauteur correspondant au centre de la source est indiquée par une ligne pointillée.*

Des cartographies de la pression pour 4 instants consécutifs sont présentées sur la figure 2.7. L'image (a) correspond à l'instant $t = 0$. Seul est présent le dépôt d'énergie initial tandis que le reste du domaine est à pression ambiante. L'image (b) présente le choc propagé jusqu'à environ 2.5 cm. Des effets de directivité sont visibles : la pression le long du front d'onde de choc est plus grande entre $z = 1$ cm et $z = 3$ cm que sur la partie extérieure vers $z = 5$ cm. De plus, la partie négative du choc n'est pas encore totalement formée mais on peut déjà voir que la longueur de l'impulsion va changer avec l'angle par rapport à la source. Les images (c) et (d) montrent que ces deux caractéristiques restent visibles même à plus grande distance.

2.2.3.1 Influence du niveau initial sur les formes d'ondes

La largeur de la source a été choisie arbitrairement, de sorte qu'elle soit au minimum de quelques millimètres pour correspondre à la taille du plasma détendu. Cependant, il n'est pas

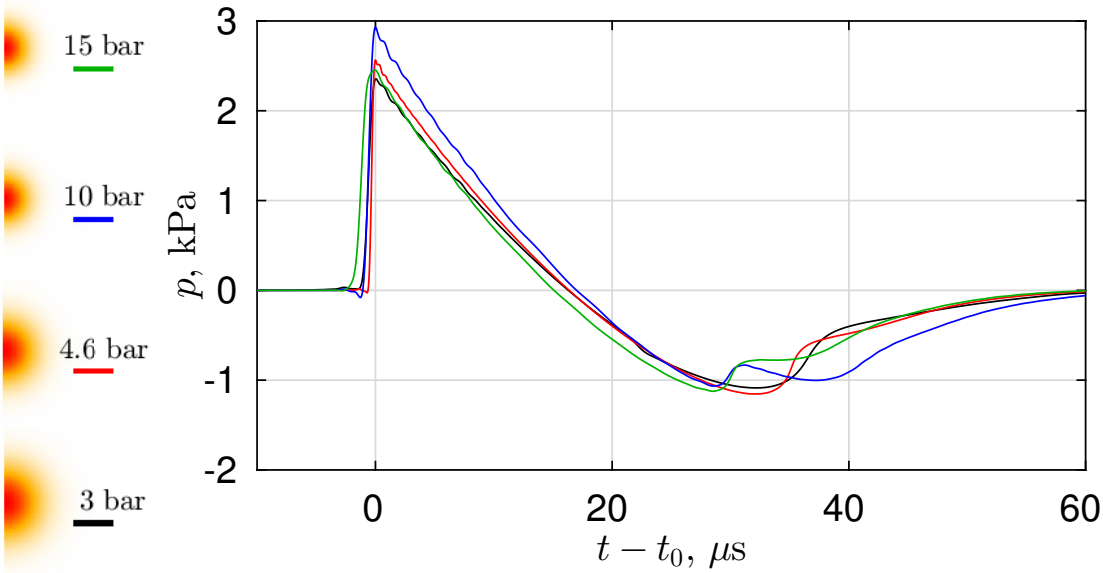

FIGURE 2.8 – *Comparaison des formes d'ondes du choc produit par une source ponctuelle pour des initialisations avec toujours la même énergie totale E' mais différentes pressions maximales et ce à 10 cm de la source. Les différentes pressions maximales au centre de la source sont : $p_{ponc} = 3\ 10^5,\ 4.6\ 10^5,\ 10\ 10^5$ et $15\ 10^5$ Pa.*

nécessaire de connaître les dimensions exactes de l'arc électrique dans un cas réel pour obtenir une bonne estimation. En effet, c'est l'estimation de la quantité d'énergie qui sert à générer le choc qui est importante. Il existe une infinité de couples pression/étalement spatial qui permette d'obtenir la même énergie dans le domaine. Pour illustrer ce propos, la figure 2.8 présente des simulations faites en champ libre d'une source ponctuelle pour différents couples (p_0, α) correspondant tous à la même énergie. La source ponctuelle est choisie par simplicité pour que l'étalement spatial de la source ne soit caractérisé que par un seul paramètre. Les paramètres de la simulation sont les mêmes que ceux décrits dans le cas précédent. L'énergie de la source est calculée en intégrant l'énergie interne sur tout le domaine :

$$p' = p_{ponc} e^{-\alpha^{-2}(r^2+z^2)}, \tag{2.4}$$

$$E' = \iint_{-\infty}^{\infty} \frac{p'}{\gamma - 1}\, \mathrm{d}r\mathrm{d}z = \frac{p_{ponc}}{\gamma - 1} \left(\frac{\pi}{\alpha}\right)^{3/2}. \tag{2.5}$$

La répartition de l'énergie n'impacte que la partie négative de l'impulsion et peu le choc avant. Cette dernière étude est cependant à relativiser. Pour plus de rigueur, il serait nécessaire de s'assurer que le filtre de capture de choc, ainsi que le filtre sélectif, soient appliqués de la même manière dans les deux cas. Or, le premier se base sur le gradient des champs, il faudrait donc vérifier que la forme des courbes de la figure 2.8 ne varie pas quand la discrétisation spatiale change afin de s'assurer que les schémas numériques n'ont pas d'influence.

En conclusion, l'approche choisie pour simuler l'arc électrique consiste à simuler un dépôt d'énergie initial qui correspond au plasma s'étant déjà détendu. Ainsi, les effets thermiques et

électromagnétiques nécessaires à la modélisation du plasma peuvent être ignorés car il n'interviennent plus une fois que l'onde de choc se détache du plasma. De plus, l'étalement spatial de la source est fixé à $\alpha_s = 2.5$ mm de manière empirique. Dans la suite, c'est donc la pression maximale au centre de la source qui servira de paramètre à ajuster pour faire correspondre simulations et mesures.

2.3 Comparaison avec des mesures

Cette section présente les comparaisons faites entre les simulations décrites précédemment et des mesures à l'échelle du laboratoire. Les résultats de deux campagnes de mesures sont réutilisés ici : d'une part des mesures interférométriques pour obtenir l'amplitude de la pression et d'autre part de l'imagerie Schlieren afin d'obtenir la structure de l'onde de choc. L'objectif est de trouver les paramètres p_{ponc} et p_{lin} optimaux permettant d'obtenir le meilleur accord entre l'onde de choc mesurée et simulée.

2.3.1 Rappel des méthodes de mesures utilisées

La mesure d'ondes de choc est plus difficile que des ondes acoustiques linéaires. Les très hautes fréquences induites par le raidissement des fronts d'onde rendent les mesures microphoniques difficiles : les fréquences générées peuvent être supérieures à 1 MHz alors que les bandes passantes des microphones de diamètre d'un huitième de pouce ne dépassent pas 150 kHz en général. Les signaux obtenus sont donc généralement déformés par le filtrage passe-bas que constitue une chaîne microphonique classique. Un autre problème est que les ondes de chocs étant très hautes fréquences, elles se diffractent sur les microphones.

En conséquence, des méthodes alternatives basées sur l'interaction des ondes de pression avec la lumière ont été développées au laboratoire [30, 29, 28]. Les données expérimentales ont donc été obtenues à partir de mesures optiques. Ces méthodes présentent l'avantage d'être non-intrusives, très précises et fonctionnant jusqu'à de très hautes fréquences ($\tilde{1}5$ MHz). Elles consistent à traduire la déviation d'un faisceau lumineux causée par le gradient de densité de l'onde de choc en intensité lumineuse. Trois méthodes ont été utilisées dans les études précédentes : la strioscopie (images de Schlieren), l'interférométrie et l'ombroscopie.

2.3.1.1 Mesure interférométrique

L'interféromètre Mach-Zehnder est un dispositif reposant sur l'interférence créé entre un laser de référence et un laser traversant l'onde acoustique : la variation de densité change localement la célérité de la lumière ce qui crée une différence de marche. À partir de cette différence de marche, la pression est retrouvée par intégration en supposant que le front d'onde est sphérique et en utilisant ainsi la transformée d'Abel. L'ensemble du dispositif est schématisé sur la figure 2.9. Celui-ci a déjà été utilisé avec succès pour la mesure de la propagation d'ondes de choc acoustiques dans l'air et pour la calibration de microphones [32, 95].

Cette méthode a l'avantage de fournir des signaux temporels de pression contrairement à l'imagerie Schlieren. C'est donc sur ce type de mesure que va se baser la calibration de l'amplitude

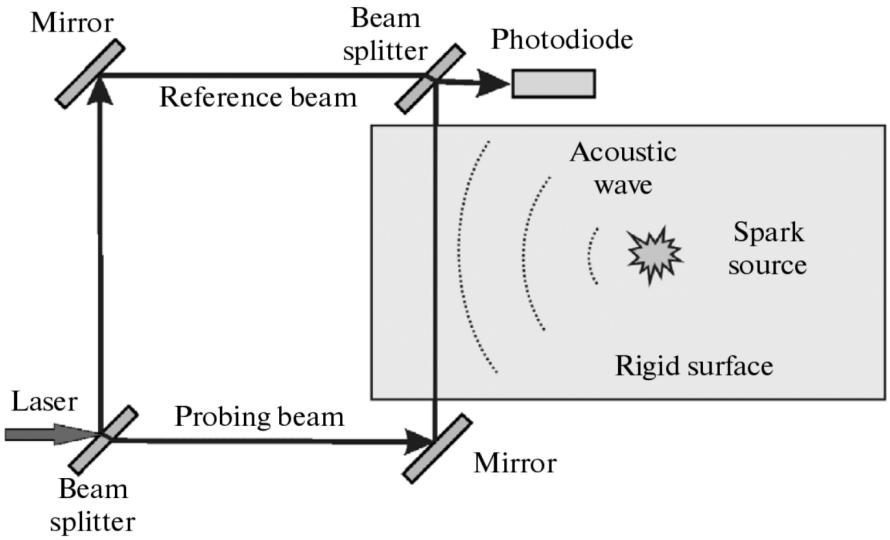

Figure 2.9 – *Schéma de l'interféromètre de Mach-Zehnder utilisé tiré des travaux de P. Yuldashev et al. [32].*

du dépôt d'énergie utilisé en simulation. Le premier inconvénient est que la mesure ne s'effectue qu'en un point de l'espace ; l'étude du schéma de réflexion complet du choc nécessite donc un grand nombre de points de mesure à différentes hauteurs par rapport au sol. Le second inconvénient réside dans l'hypothèse que le champ est à symétrie sphérique ou cylindrique : ce n'est pas tout à fait le cas comme on l'a vu pour des sources linéiques centimétriques et la question est aussi pertinente si on s'intéresse à des cas avec diffraction (comme les réflexions sur les parois rugueuses). L'imprécision sur ce second point peut cependant d'ores et déjà être estimée.

Il a été montré que la source à arc électrique n'est pas à symétrie sphérique bien que le front d'onde soit circulaire : la répartition de la pression et de la densité sur le front d'onde n'est pas homogène sur la longueur de la source linéique, comme cela est illustré sur la figure 2.10.

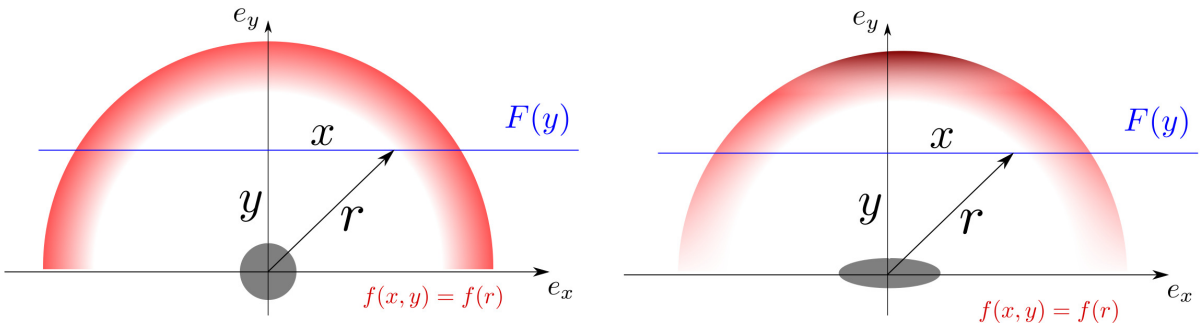

Figure 2.10 – *Schéma du faisceau optique traversant le champ de fluctuation de densité induit par la propagation du choc acoustique. Cas d'une source ponctuelle à gauche et linéique à droite.*

Cela conduit nécessairement à une erreur sur l'estimation de la pression par la mesure interférométrique. La différence de phase mesurée correspond à l'intégration de l'indice optique sur toute la longueur du faisceau. Si on néglige tout changement d'indice ne venant pas de l'onde de choc, on a :

$$\phi_{ac}(t) = k_l \int_{-\infty}^{\infty} n(x, y = y_m, t)\mathrm{d}x, \tag{2.6}$$

avec n l'indice optique du milieu proportionnel à la densité. Cet indice est calculé à partir de la relation $n = G\rho$ où $G = 0.000226$ m^3/kg est la constante de Gladstone-Dale pour un laser de longueur d'onde $\lambda_l = (2\pi)/k_l = 632.8$ nm et de longueur d'onde k_l. Si on fait l'hypothèse que le champ de densité est à symétrique sphérique, la transformée d'Abel permet de retrouver $n(r, t)$ à partir de ϕ_{ac} (ou l'inverse) via les transformations suivantes[32] :

$$F(y) = 2\int_{y}^{\infty} \frac{f(r)rdr}{\sqrt{r^2 - y^2}}$$
$$f(r) = -\frac{1}{\pi}\int_{r}^{\infty} \frac{dF}{dy}\frac{dy}{\sqrt{y^2 - r^2}}$$

Pour estimer le biais induit par cette erreur, une reconstruction de la pression à partir d'une estimation numérique de la méthode interférométrique est effectuée. Celle-ci, résumée sur le schéma 2.11 consiste à calculer numériquement le déphasage induit par le passage de l'onde acoustique via l'intégration de la densité sur le trajet optique. La transformée d'Abel est ensuite appliquée en utilisant le même code que celui initialement conçu pour traiter les données expérimentales décrit dans [32] et ainsi retrouver la pression en un point de l'espace.

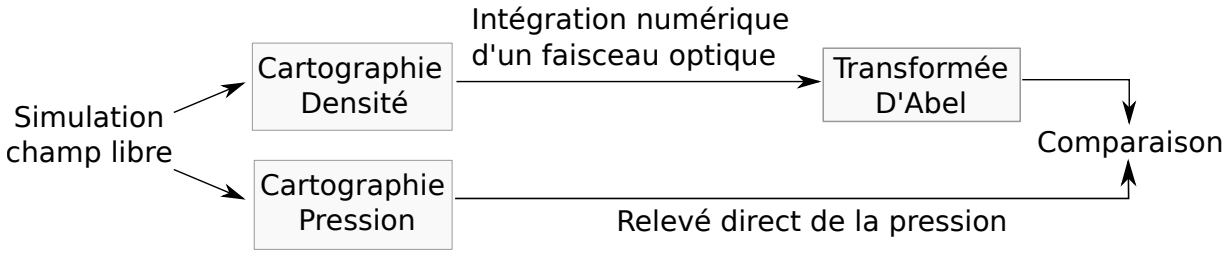

Figure 2.11 – *Schéma de la méthode de validation du principe de mesure de l'interféromètre sur un simulation numérique d'un pulse acoustique en champ libre.*

Une comparaison est faite avec le champ de pression directement calculé par la simulation sur la figure 2.12. Les paramètres des simulations sont les mêmes que précédemment. Cette procédure est faite dans le cas d'une source ponctuelle (où on s'attend à un accord quasiment parfait) et une source linéique (ou l'erreur reste à quantifier).

Comme attendu, les deux formes d'ondes correspondent bien dans le cas de la source ponctuelle sur l'image (a) pour les deux distances testées. Sur l'image (b) l'accord est aussi extrêmement bon dans le cas d'une source linéique ; une légère erreur sur la phase négative de l'onde de choc est visible. La différence entre la simulation directe et la reconstruction par la transformée d'Abel est tracée sur la figure 2.13.

La différence de pression entre les deux méthodes n'excède jamais 0.2 kPa alors que les amplitudes maximales des impulsions sont de l'ordre de 3 kPa. La différence observée entre simulation et reconstruction est plus faible dans le cas d'une source ponctuelle. L'erreur commise

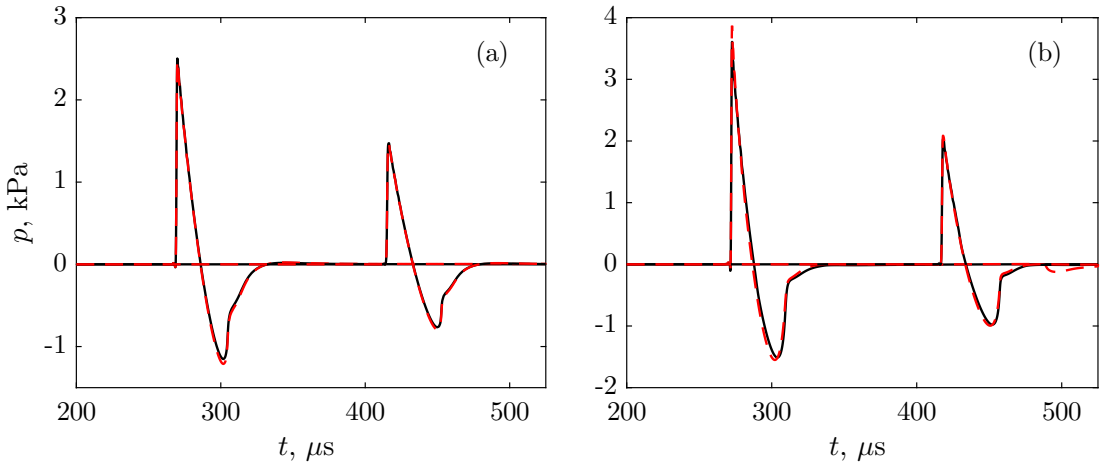

Figure 2.12 – *Comparaison de la pression obtenue* ---- *par simulation directe,* —— *par reconstruction avec la transformée d'Abel, pour deux types de condition initiale. (a) source ponctuelle, (b) source linéique dont l'écart inter-électrodes est de 2 centimètres.*

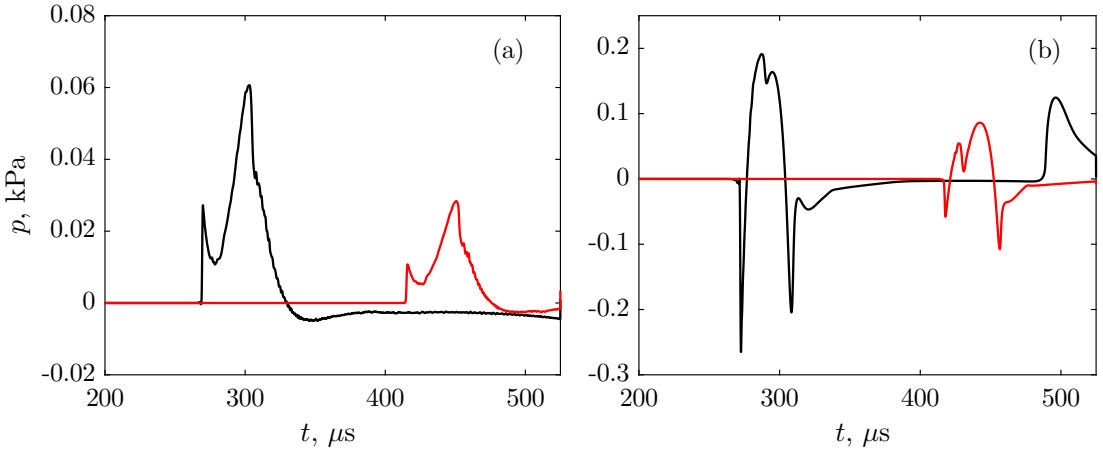

Figure 2.13 – *Comparaison des différences de pression obtenues par simulation directe et reconstruction par la transformée d'Abel dans le cas d'une source ponctuelle (a) ou une source linéique (b) pour deux distances :* ---- $r = 10$ *cm,* —— $r = 15$ *cm.*

est donc suffisamment faible pour être ignorée au regard des autres incertitudes de mesure.

2.3.1.2 Imagerie Schlieren

L'imagerie Schlieren est un procédé de visualisation permettant de photographier les variations de densité et donc les chocs acoustiques [96]. Un faisceau lumineux passe par la zone d'intérêt à imager puis est focalisé au niveau d'un couteau et enfin projeté sur une caméra ultra-rapide. Quand un choc acoustique passe à travers le faisceau, le gradient de densité dévie légèrement les rayons lumineux, ce qui se traduit par un gradient d'intensité lumineuse engendré par le couteau. Un schéma du dispositif est représenté sur la figure 2.14. Le couteau sert à faire varier le contraste, il détermine la direction des gradients de densité pris en compte.

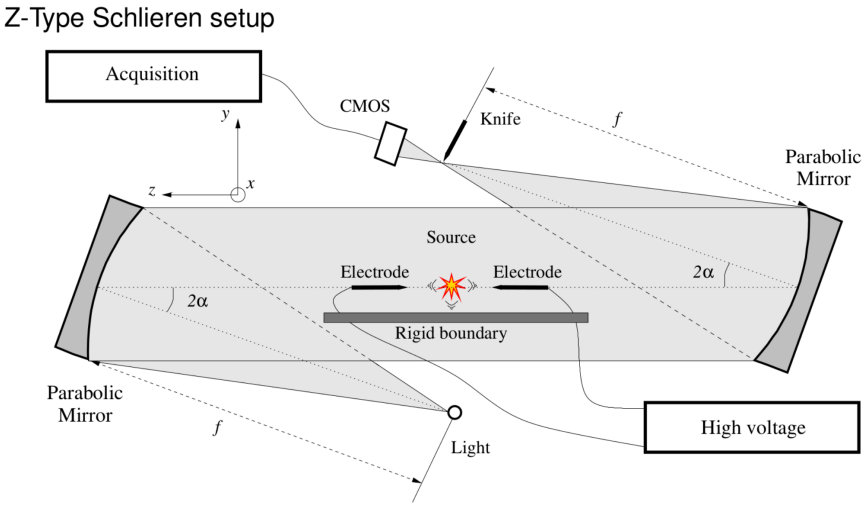

Figure 2.14 – *Schéma de visualisation Schlieren de l'interaction d'un choc avec une surface rigide extraite de l'article de C. Desjouy et al. [28].*

August Toepler est l'inventeur du dispositif Schlieren aujourd'hui largement utilisé en mécanique des fluides pour la visualisation de la propagation de choc et la turbulence [97]. Le mot Schlieren vient de "Schliere", un mot allemand désignant les imperfections dans le verre (changement de densité local). En effet, une des principales motivation de Toepler était de pouvoir détecter les inhomogénéités dans les verres avant que ceux-ci ne soient polis puis montés sur des instruments optiques. Les miroirs et lentilles étant alors de plus en plus utilisés (photographie, télescopes, microscopes, etc...), un diagnostique rapide et précis des verres permettait de sauver beaucoup de temps et d'effort. Le montage initial de Toepler avait deux configurations : l'une pour la visualisation continue (pour les défauts de verre par exemple, ou la turbulence) et l'autre pour la visualisation de phénomènes haute-vitesse ; seul la source de lumière différait. Dans un cas, il utilisait une lampe à décharge (argon/mercure) et dans l'autre une source à arcs électriques pour générer un flash lumineux. Une fois le faisceau lumineux ayant traversé le milieu, celui-ci passait par un télescope servant à la visualisation directe à l'œil. Pour son étude de la visualisation du son, il utilisa une source à arcs électriques répétée comme générateur de chocs et une illumination stroboscopique (elle aussi avec des arcs électriques, 10-20 Hz). Le but étant d'exploiter la persistance rétinienne pour obtenir une image du choc qu'il puisse dessiner. En effet, Toepler ne

disposait pas à l'époque de plaque photo-sensible suffisamment efficace pour prendre des photos de ces observations. Ces travaux restent ainsi subjectifs et n'ont pas été retenus comme la première étude rigoureuse de la propagation et de l'interaction d'onde de chocs. Les campagnes de mesures qui ont précédé cette thèse seront exploitées dans la suite, les caractéristiques du dispositif utilisé sont les suivantes :

- **Source lumineuse** : source lumineuse halogène au quartz tungsten (250W maximum)
- **Miroirs** : deux miroirs parallèles (108 mm de diamètre, 864 mm de distance focale, séparés approximativement par 1.7 m)
- **Caméra** CMOS (Phantom V12)

Un traitement d'image peut ensuite être appliqué pour retirer le bruit de fond et ainsi augmenter le contraste du choc acoustique. Cette méthode a cependant l'inconvénient qu'il est rarement possible de remonter à une caractéristique quantitative du fluide, c'est pourquoi les cartographies seront normalisées par leur maxima dans la suite pour les comparaisons.

2.3.2 Imagerie Schlieren en champ proche

Avant de comparer les mesures Schlieren avec les expériences, il convient de déterminer quelles quantités numériques peuvent être comparées avec ces mesures. La densité est tracée ainsi que sa dérivée par rapport aux deux directions sur la figure 2.15 pour la simulation avec électrodes. L'utilisation du gradient de la densité est un bon point de départ car le changement d'indice optique est lié au changement de densité du milieu. Par conséquent, les déviations des rayons optiques devraient correspondre aux gradients de densité. De plus, en principe, seule une des dérivées est accessible expérimentalement du fait qu'un couteau est nécessaire pour avoir une variation d'intensité lumineuse à partir de la déviation du faisceau. On peut voir sur ces figures que dans le cas d'une détection du gradient selon l'axe de propagation, l'amplitude du choc sera sous estimée, voir invisible, sur les bords. En pratique, $|\nabla\rho|$ est utilisé pour comparer les simulations aux images Schlieren dans la littérature. Le couteau peut être placé légèrement de biais pour récupérer une information sur les deux dérivées. Il existe aussi des dispositifs différents permettant de récupérer un gradient dans les deux directions.

Les cartographies de la figure 2.15 mettent aussi en évidence la présence de tourbillons générés sur la discontinuité des électrodes. La géométrie n'étant pas la même que celle des électrodes de tungstène utilisées pour les expériences, ce dernier point ne sera pas discuté. Cependant, ces effets ont été discutés dans les travaux de S. Bane *et al.* [93] dans lesquels la vorticité et le champ de température sont étudiés au voisinage des électrodes.

Une comparaison entre une image de type Schlieren numérique ($|\nabla\rho|$) et une image Schlieren en champ proche de la thèse d'E. Salze [92] est tracée sur la figure 2.16 et ce pour une simulation avec et sans électrodes. Le front d'onde de choc est correctement retrouvé au centre des électrodes. Il est en revanche légèrement en retard dans la zone $z > 1$ cm sur la simulation de gauche et légèrement en avance sur la simulation de droite. Cet effet est purement géométrique : dans les

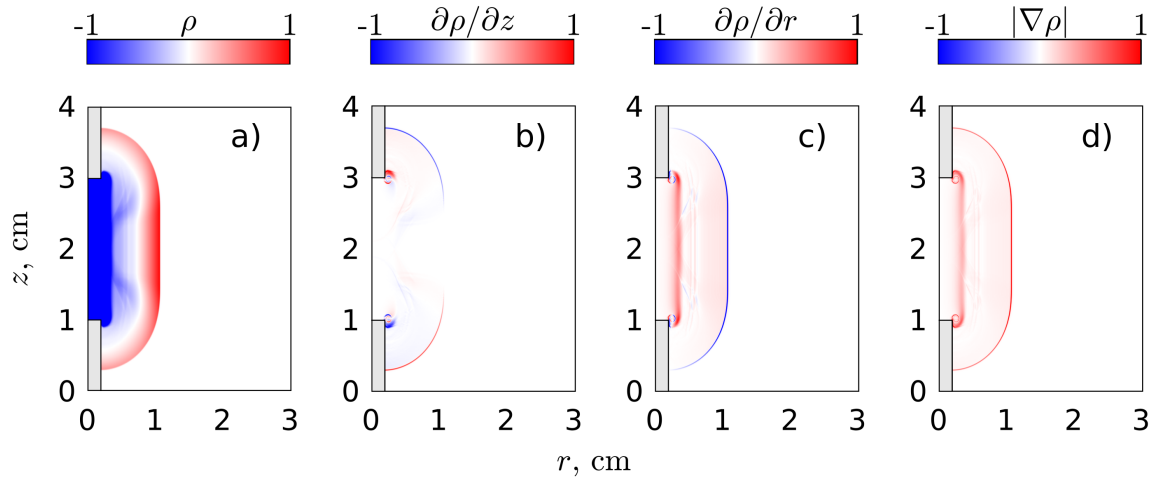

Figure 2.15 – *Étude du champ de densité obtenu par simulation d'une source linéique avec électrodes afin d'obtenir une image s'apparentant à l'image Schlieren 2.4. a) champ de densité, b) champ de densité dérivé par rapport à z, c) champ de densité dérivé par rapport à r, d) valeur absolue du gradient du champ de densité.*

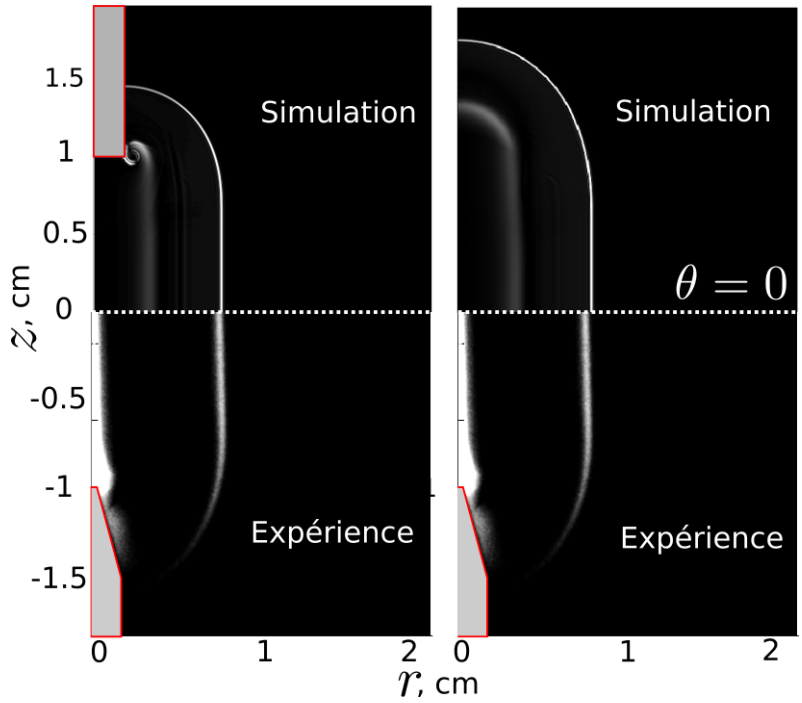

Figure 2.16 – *Comparaison entre la simulation avec électrodes (en haut à gauche) et sans électrodes (en haut à droite) à $t = 18$ μs et une image Schlieren extraite de la thèse de E. Salze [92] (en bas).*

premiers instants de la simulation le choc se propage entre les électrodes à gauche alors qu'il s'étend directement dans toutes les directions à droite.

La différence des deux simulations avec l'expérience provient de la géométrie conique des électrodes utilisées durant les expériences qui correspond à un intermédiaire entre une géométrie cylindrique et une configuration sans électrodes. L'utilisation d'un mailleur sur le code curviligne permettrait de reconstituer précisément le front d'onde de l'image, à condition de bien contrôler

la courbure des électrodes. La fluctuation de temps d'arrivée est cependant minime et correspond à la dispersion observée lors de différentes mesures interférométriques (liées entre autre à la position de l'arc qui peut varier de plusieurs millimètres d'un arc à l'autre). Les électrodes sont donc nécessaires pour une modélisation fine de la géométrie du front d'onde en champ proche.

2.3.2.1 Influence de la densité initiale

Une étude de l'impact d'un changement de densité initiale est faite sur la figure 2.17 dans le cas de l'utilisation d'une source ponctuelle. La densité est modifiée artificiellement en soustrayant à la densité de l'air un dépôt gaussien de densité de même enveloppe que celui de la pression. Le champ de densité s'écrit donc :

$$\rho(t=0) = \rho_0 - C\rho_0 e^{-\alpha^{-2}(r^2+z^2)} \tag{2.7}$$

avec $C = 0.9,\ 0.5,\ 0.3$ ou 0.05 une constante permettant de réduire l'amplitude du dépôt de densité.

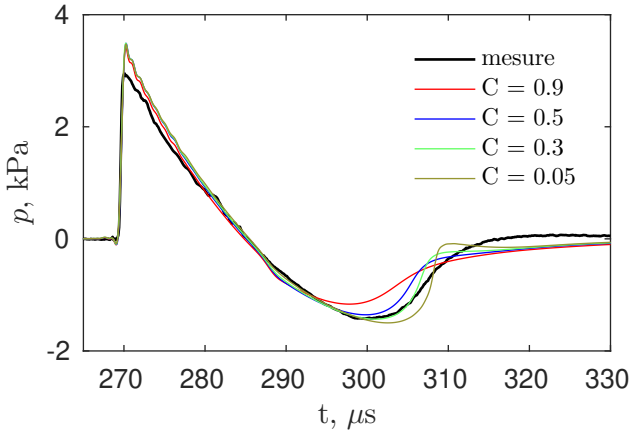

Figure 2.17 – *Étude de l'impact d'une diminution de la densité du fluide au niveau du dépôt d'énergie initial. Une mesure interférométrique sert de comparaison. La source est ponctuelle, le point de mesure est en $r = 10$ cm du centre de la source.*

Le choc avant est insensible au changement de condition initiale sur la densité, l'arrière du choc est en revanche modifié. Cependant, c'est surtout la phase positive du choc qui nous intéresse pour l'étude de la réflexion de choc sur paroi lisse. De plus, les variations observées sur la phase positive sont du même ordre que celles obtenues en changeant la taille du dépôt initial de pression. En conséquence, en l'absence d'une connaissance plus poussée des mécanismes thermodynamiques et électromagnétiques mis en jeu lors de l'arc électrique, un dépôt initial de pression sans changement sur la densité sera choisi dans la suite comme source pour les simulations.

2.3.3 Mesures interférométriques en champ libre

Finalement, une comparaison entre la simulation et les mesures interférométriques à différentes distances est réalisée. Sur la figure 2.18, les formes d'ondes pour des distances source-récepteur de $r = 10,\ 15,\ 20$ et 25 cm sont superposées dans le cas de la simulation d'une source linéique et

des mesures interférométriques. La source modélisée est une source linéique sans électrodes avec $p_{lin} = 1 \times 10^5$ Pa et $\alpha = 2.5$ mm.

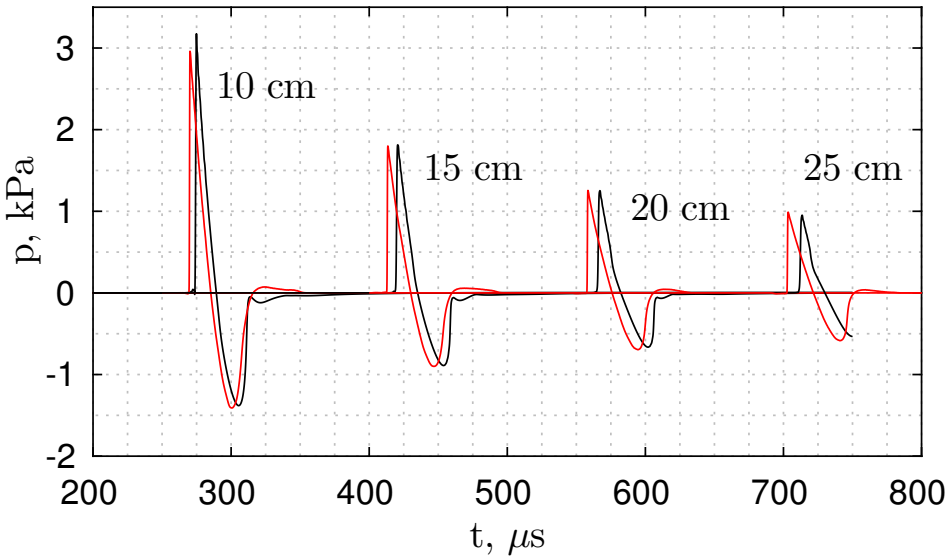

Figure 2.18 – *Comparaison des formes d'ondes de la pression obtenues pour les cas de : mesure interférométrique, et simulation, pour une initialisation avec une source linéique pour 4 distances source-récepteur :* $r = 10,\ 15,\ 20,\ 25$ *cm.*

La phase positive du choc est correctement estimée pour les différentes distances. En revanche, la partie négative de l'impulsion diffère toujours légèrement. Cependant, celle-ci n'est pas déterminante pour étudier l'interaction d'ondes de choc faibles car elle ne présente pas de discontinuité. Les parties négatives des chocs ne vont donc *a priori* pas interagir. Dès lors, cette estimation des formes d'ondes est suffisante pour nos applications. Les paramètres de source linéique utilisés sont donc pertinents pour décrire l'onde de choc générée par l'arc électrique.

2.4 Analyse de la directivité et influence des électrodes

On peut s'interroger, en observant les images de la figure 2.16, sur l'importance des effets de directivité de la source pour les applications pratiques. Cette question est d'autant plus pertinente que les études précédentes n'ont pas permis d'analyser la directivité en détail, notamment en raison des limites métrologiques des méthodes de mesure du champ de pression.

La présence des électrodes influe aussi probablement sur la directivité de l'onde de choc résultant du claquage. Ces électrodes imposent une contrainte sur le maillage du fait de leur taille et sont source d'instabilités si on considère une géométrie rectangulaire, c'est pourquoi il est nécessaire de s'assurer de leur utilité. Pour étudier la directivité de la source à arc électrique, quatre simulations sont réalisées en champ libre, sur un domaine de 14×14 cm. Trois sources linéiques sont testées : deux de ces sources mesurent 2 cm, l'une avec des électrodes et l'autre sans. Une troisième source linéique d'un centimètre sans électrode est aussi testée. Enfin, une simulation avec une source ponctuelle est aussi réalisée comme référence.

2.4.1 Directivité

La cartographie de la pression dans le cas d'une source linéique de 2 cm sans électrode est représentée figure 2.19. Le front d'onde de choc est quasiment sphérique, après seulement une propagation de 10 cm (soit 5 écarts inter électrodes). On peut donc considérer dans la suite, pour des simulations sur plus de 10 cm, que le front d'onde est systématiquement sphérique, quelle que soit la source choisie initialement du moment que l'écart inter-électrodes est inférieur ou égale à 2 cm. Cependant la largeur du choc ainsi que son amplitude dépendent de l'angle.

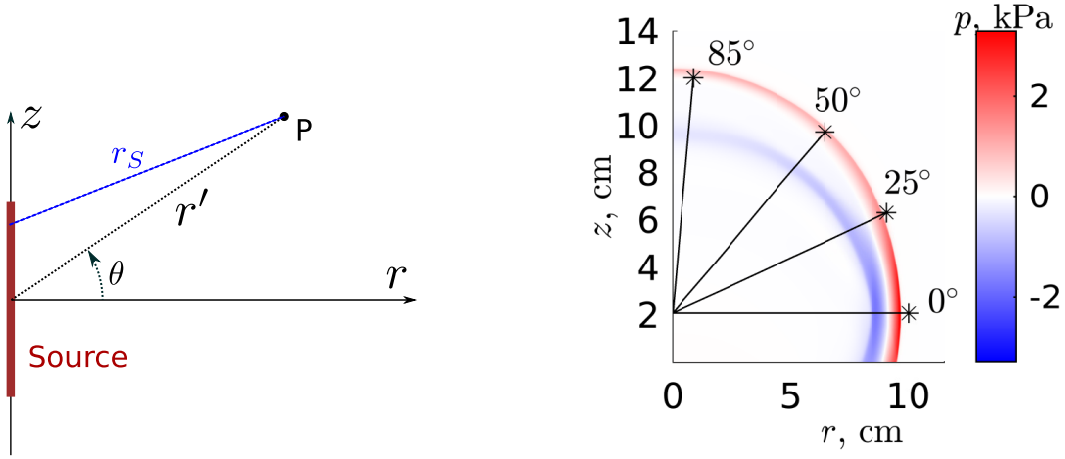

Figure 2.19 – *(gauche) Schéma de la de configuration étudiée : le point P est le point de mesure utilisé dans la suite, l'angle θ est l'angle formé entre le point de mesure P et la normale par rapport à l'axe des électrodes. (droite) Cartographie du champ de pression pour un choc s'étant propagé jusqu'à environ 10 cm de la source. Différents rayons sont représentés pour illustrer les points de mesure de la figure 2.20.*

Différentes lignes noires sont présentes sur la figure à droite 2.19, elles correspondent aux différentes pressions tracées sur la figure 2.20 pour les cas avec et sans électrodes. Comme cela a déjà été observé sur la cartographie de pression, l'effet de la directivité pour les angles supérieurs à 25° est important : la pression décroit de 70% entre le maximum en $\theta = 0°$ et minimum en $\theta = 85°$ (soit environ 3 dB) ; le contenu fréquentiel change lui aussi car non seulement le choc est moins raide, mais l'impulsion est aussi plus étalée.

L'influence des électrodes est peu visible sur l'axe (en $\theta = 0°$) : la partie positive de l'impulsion est identique, seule la partie négative est légèrement plus large dans un cas avec électrodes. En revanche, à des angles plus élevés, l'amplitude du choc est plus élevée dans un cas avec électrodes, il arrive aussi légèrement en retard, et est moins étalé. Il est aussi à noter qu'une petite dépression est présente sur le choc arrière sur les formes d'ondes pour $\theta > 85°$ dans un cas avec électrodes. Cela est probablement dû à la diffraction de l'onde sur le bord de l'électrode ; une simulation avec des électrodes aux extrémités arrondies serait pertinente pour confirmer ce dernier point.

L'onde est donc plus étalée dans un cas sans électrodes ce qui devrait impliquer des fréquences plus basses ; le contenu fréquentiel est donc susceptible de changer en fonction de la géométrie d'électrodes utilisée quand le récepteur n'est pas dans l'axe de la source. Les densités spectrales de puissance des différentes courbes de la figure 2.20 sont tracées sur la figure 2.21. Le premier lobe dépend de l'angle d'incidence : pour $\theta = 85°$ le premier lobe est deux fois moins large et

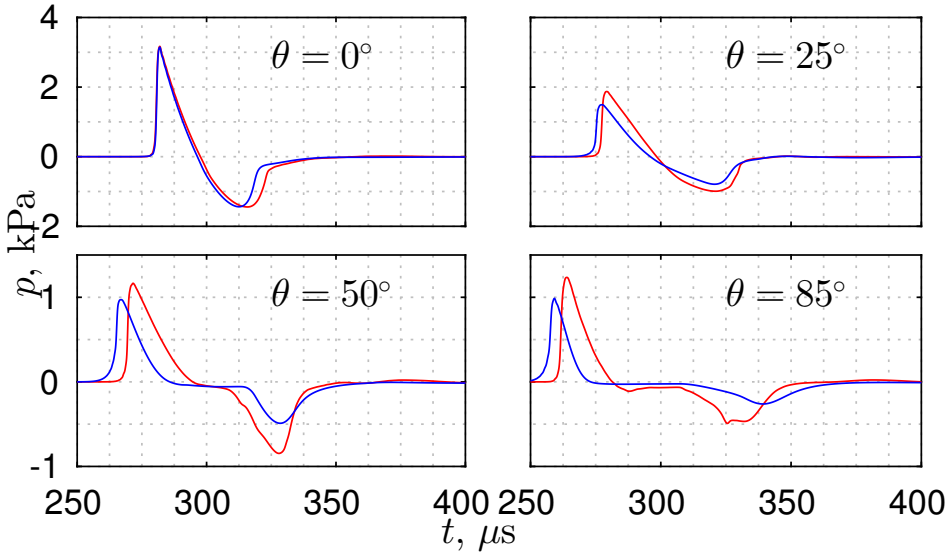

FIGURE 2.20 – *Comparaison des formes d'ondes de la pression à 10 cm du centre de la source et obtenues pour les sources linéiques de 2 cm :* —— *sans électrodes,* —— *avec électrodes.*

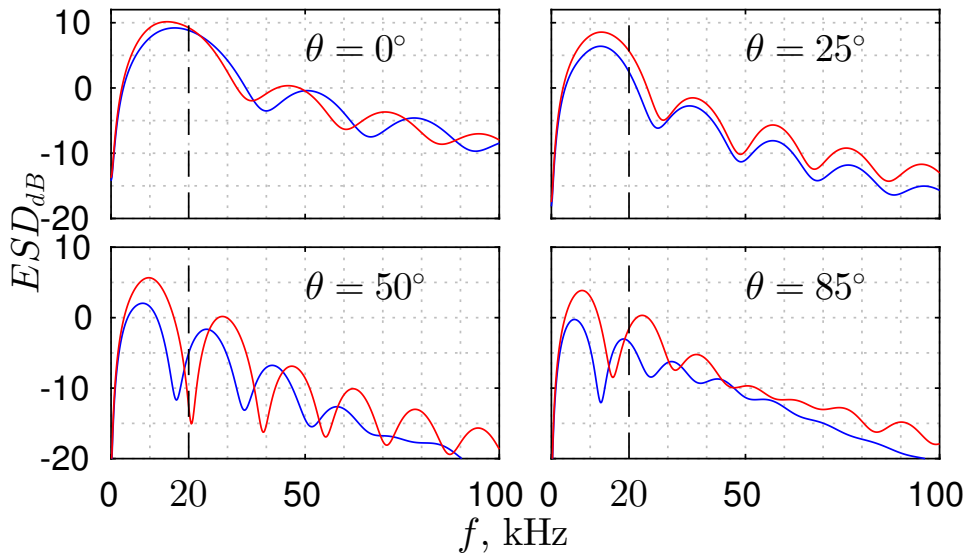

FIGURE 2.21 – *Comparaison des densités spectrales d'énergie des formes d'ondes de la pression à 10 cm du centre de la source et obtenues pour deux initialisations différentes :* —— *source linéique,* —— *source avec électrodes.*

5dB plus faible que dans le cas avec $\theta = 0°$ avec une différence notable entre la géométrie avec et sans électrodes.

Changement de la longueur de la source

Une bonne approche pour étudier plus en détail la répartition de la pression le long du front d'onde de choc consiste à tracer le diagramme de directivité associé à cette quantité. Sur la figure 2.22, la pression maximale ainsi que la durée de la phase positive sont tracées sur un diagramme

polaire pour 4 configurations initiales. Les deux premières correspondent à des sources linéiques de 1 cm et 2 cm respectivement avec la pression maximale initiale égale à $p_{lin} = 1 \times 10^5$ Pa. Les deux secondes sont des cas de référence de sources ponctuelles avec deux maxima de pression initiales $p_{ponc} = 7.5 \times 10^5$ Pa et $p_{ponc} = p_{lin} = 1.0 \times 10^5$ Pa. Ce premier maximum est choisie pour que la pression de l'impulsion générée soit égale à celle de la source linéique de 2 centimètres à partir de $r = 10$ cm pour $\theta = 0°$, le second maximum est choisi comme référence afin d'être comparé directement aux simulations avec une source linéique.

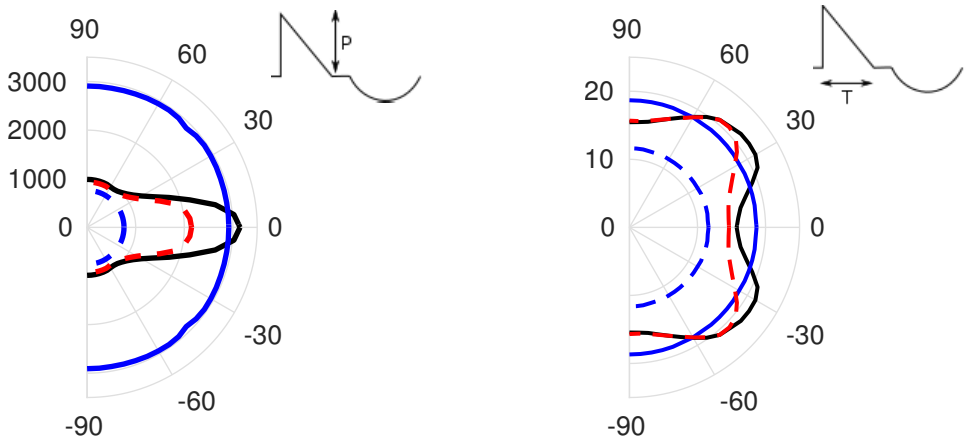

Figure 2.22 – *Comparaison des formes d'ondes obtenues pour 3 types d'initialisation en fonction de l'angle par rapport à l'axe de la source selon 2 indicateurs : (gauche) maximum de la pression, (droite) durée de la phase positive de l'impulsion. Les trois types d'initialisation sont respectivement : ——— source ponctuelle avec un niveau initial $p_{ponc} = 7.5\ 10^5$ Pa, - - - - source ponctuelle avec $p_{ponc} = 1\ 10^5$ Pa, - - - - source linéique d'un centimètre avec $p_{lin} = 1\ 10^5$ Pa, ——— source linéique de deux centimètres avec $p_{lin} = 1\ 10^5$ Pa.*

Tout d'abord, on s'intéresse au niveau de pression le long du front d'onde (diagramme de gauche). La décroissance de niveau de pression en fonction de l'angle est très marquée pour les deux cas de source linéique : la pression décroit de plus de 65% à mesure que l'angle augmente pour la source de deux centimètres. À 10 cm de cette source, la pression maximale décroît de près de 2000 Pa dans notre cas sur les 30 premiers degrés. Quand la longueur de la source diminue, la pression maximale pour les angles les plus élevés reste la même alors que la pression maximale en $\theta = 0°$ est plus faible. La pression maximale à partir de 60° est très proche de la pression obtenue dans le cas d'une source ponctuelle avec la même pression initiale que pour les sources linéiques. La différence de pression maximale est probablement due à la décroissance géométrique : dans le cas des sources linéique, celles-ci font un et deux centimètres respectivement, l'onde acoustique a donc 0.5 cm et 1 cm de moins à parcourir pour arriver en $r' = 10$ cm que dans le cas d'une source ponctuelle. La pression maximale pour la source ponctuelle est donc logiquement inférieure.

On peut tout d'abord observer sur la figure 2.22 à droite que la durée de la phase positive ne reste pas constante quand θ varie dans le cas des sources linéiques : celle-ci est maximale pour un angle θ compris entre 30 et 60°. Bien que l'amplitude maximale de la pression soit la même pour des angles élevés pour les cas linéiques et ponctuels, la durée de la phase positive elle change d'un cas à l'autre. Pour des angles élevés, la durée de la phase positive redevient égale à celle obtenue en $\theta = 0°$. Cette variation de la durée de la phase positive avec θ s'explique par la compétition

entre d'une part les effets non-linéaires qui ont tendance à augmenter la durée de la phase positive et d'autre part la décroissance géométrique qui est moins importante pour les angles élevés et a donc tendance à diminuer la durée de la phase positive.

2.4.2 Comparaison avec le modèle de Wright

Cette étude de la directivité a été menée par peu d'auteurs dans la littérature. L'un de ces auteurs est W. Wright [80, 98, 99, 100]. Dans son étude, l'onde de choc générée par une source linéique de taille finie est approximée par la sommation linéaire d'ondes en N émises sur toute la longueur de la source et se propageant à la vitesse c_0. Cette même approche est employée ici à ceci près que l'onde en N utilisée a des chocs d'épaisseur non nulle pour s'approcher au mieux des signaux obtenus par simulation. Suivant les notations du schéma de la figure 2.19, la contribution d'une source ponctuelle localisée de long de l'arc s'exprime comme suit si on considère une onde en N avec des chocs d'épaisseur non nulle [68] :

$$\mathrm{d}p(r_S, t) = p_u \left[\tanh\left(2.2(t - T - \frac{r_S}{c_0})/\tau\right) - \tanh\left(2.2(t + T - \frac{r_S}{c})/\tau)\right)\right], \tag{2.8}$$

avec p_u Pa pression maximale de l'onde en N, T la durée de la phase positive et τ le coefficient fixant le raidissement des chocs. Ici, on choisit $\tau = T/10$ et $T = 16 \times 10^{-6}$ s afin que l'onde en N obtenue soit la plus proche possible des formes d'ondes simulées pour $\theta = 0$. De même, le paramètre p_u est choisi de telle sorte que l'amplitude de la pression de la forme d'onde résultante en $\theta = 0$ soit égale à l'amplitude obtenue par la simulation de la source linéique. Afin d'obtenir la forme d'onde p_w pour θ fixé, la contribution $\mathrm{d}p(r_S, t)$ est ensuite intégrée sur la longueur L_s de la source :

$$p_w(t) = \int_{-L_s/2}^{L_s/2} \mathrm{d}p(r_S(z), t)\mathrm{d}z. \tag{2.9}$$

Cette intégrale peut ensuite être calculée pour chaque angle θ. La durée de la phase positive ainsi que la pression maximale de l'impulsion sont tracées sur un diagramme polaire pour les différentes configurations à 10 cm de la source sur la figure 2.23. Le modèle analytique montre une décroissance de la pression maximale avec θ plus grande que pour les deux sources linéiques simulées. En revanche, la durée de la phase positive ne cesse de croître quand l'angle θ augmente. Cette différence montre que les effets non-linéaires sont nécessaires pour décrire avec précision les effets de directivité sur la phase positive de l'onde de choc, bien que l'amplitude maximale soit correctement estimée. Dans un cas avec électrodes, la directivité de la pression maximale est plus importante que dans le cas d'une source linéique : la pression pour les angles θ supérieurs à 10° est plus faible si des électrodes sont présentes. Cependant, une différence sur l'élargissement du choc n'apparaît qu'au delà de 30° et de manière moins prononcée que pour la source linéique en champ libre.

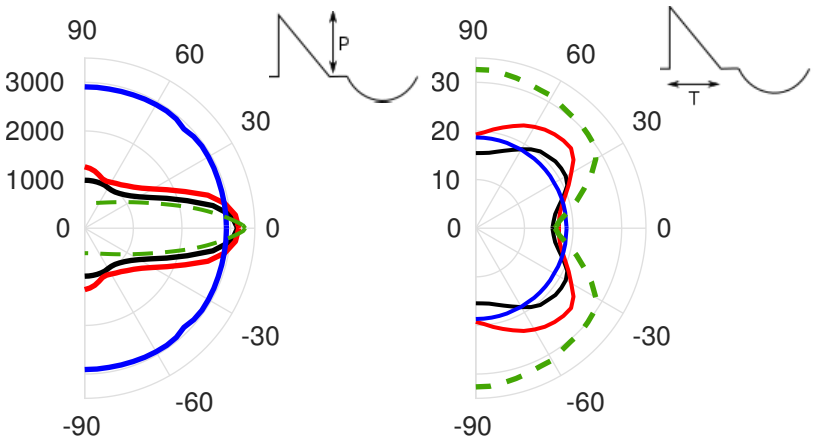

FIGURE 2.23 – *Comparaison des formes d'ondes de la pression obtenues en champ libre en $r = 10$ cm en fonction de l'angle θ. Trois types d'initialisation sont représentés ainsi que le modèle théorique : —— source ponctuelle, —— source linéique, —— source linéique avec électrodes, - - - - modèle de W. Wright [80].*

2.4.3 Simplification dans le cadre d'applications pratiques

Étant donné que l'on s'intéresse dans la suite à des ondes de choc impactant une paroi en incidence rasante, la directivité n'est pas un paramètre déterminant pour l'étude du pied de Mach. En effet, l'ouverture angulaire nécessaire dans le cas d'une source localisée à 2 cm au dessus de la paroi et pour 30 cm de propagation est de l'ordre de 11°, ce qui est trop petit pour entraîner des effets de directivité importants. De plus, la décroissance observée est sphérique : une équation de Burgers sphérique a déjà été utilisée avec succès pour décrire la propagation d'un choc généré par la source [39]. Une source ponctuelle pourrait donc être appliquée dans notre cas. Une comparaison entre les mesures interférométriques et les formes d'ondes de la pression obtenues, d'une part pour une source ponctuelle avec $p_{ponc} = 7.5 \times 10^5$ Pa, d'autre part avec une source linéique d'amplitude $p_{lin} = 1 \times 10^5$ Pa, est réalisée sur la figure 2.24. Le choc avant est correctement estimé pour les deux géométries de source simulées. En revanche, dans les deux cas la partie négative de la forme d'onde est mal estimée. Dans le cas de la source ponctuelle, la partie négative est trop longue ; alors que dans le cas de la source linéique celle-ci est trop courte. Étant donné que cette partie négative n'est pas parfaitement bien estimée dans les deux cas, une source ponctuelle est choisie dans la suite pour les cas de réflexions sur des parois. Le niveau de pression et la durée de la phase positive étant correctement estimés, cette source devrait permettre d'obtenir des schémas de réflexion de choc en accord avec ceux observés expérimentalement.

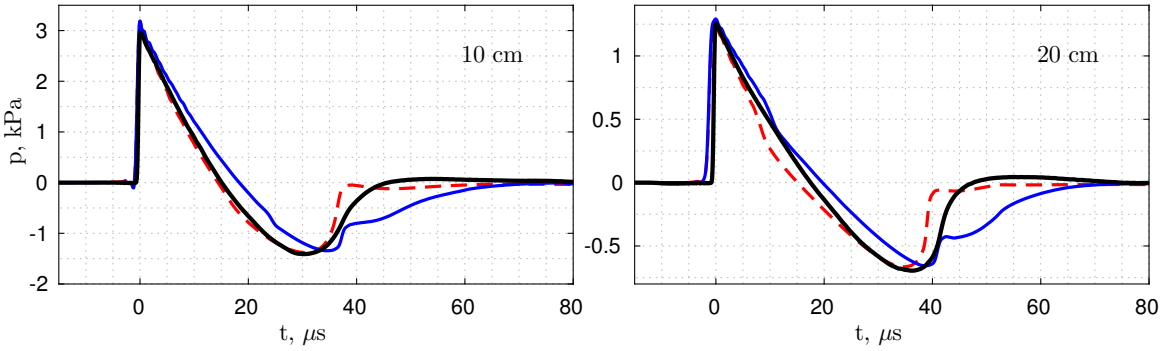

FIGURE 2.24 – *Comparaison des formes d'ondes de la pression obtenues en champ libre en $r = 10$ cm et $r = 20$ cm et $\theta = 0°$. Deux types de d'initialisation sont utilisés : source linéique, source ponctuelle, mesure interférométrique de référence.*

2.5 Conclusions et perspectives

Une étude de l'onde de choc générée par un arc électrique a été menée dans ce chapitre. Une étude bibliographique des méthodes existantes pour simuler ce type de phénomène a tout d'abord été présentée. La solution choisie pour la modélisation de la source consiste à initialiser le calcul avec un dépôt d'énergie sans prendre en compte les effets visqueux et thermiques. Dans un premier temps, l'arc électrique est approximé par un dépôt linéique d'énergie d'une taille suffisante pour approcher celle du canal conducteur au maximum de son expansion. Il a été montré qu'une estimation très précise de la largeur du canal conducteur n'est pas nécessaire car une variation de la largeur initiale de la source peut être contrebalancée par un changement de l'amplitude maximale. Ainsi, l'énergie initiale reste constante et la phase positive de la forme d'onde obtenue reste inchangée. Cette estimation de l'arc électrique par un dépôt linéique d'énergie a été comparée avec succès à des images Schlieren en champ proche, puis à des mesures interférométriques pour différentes distances par rapport à la source.

Les effets de directivité de la source ont ensuite été discutés. Ces effets sont importants pour une source linéique de deux centimètres : la pression maximale varie jusqu'à 60 % avec l'angle par rapport à l'axe de la source. Cependant, ces effets restent minimes pour des ouvertures angulaires faibles, ce qui sera le cas dans la suite de ces travaux pour l'étude de la réflexion de choc. C'est pourquoi une source ponctuelle équivalente sera utilisée dans la suite. Cette source a été comparée aux mesures interférométriques et s'avère suffisante pour obtenir une estimation correcte de la phase positive de l'onde de choc, qui est déterminante pour les interactions d'ondes de choc qu'on cherche à simuler par la suite.

Ces travaux pourraient être poursuivis pour obtenir une simulation plus précise de l'arc électrique. En effet, la méthode proposée par M. Akram *et al.* [86] et décrite dans la première section de ce chapitre est adaptée aux outils numériques utilisés dans cette thèse. Dans le cas où la tension et le courant aux bornes des électrodes en fonction du temps seraient connus (ce qui est possible avec un dispositif expérimental adapté), il serait alors possible de simuler le plasma entre les électrodes sans faire d'hypothèse sur l'énergie initiale de la source et sa répartition spatiale. Cette approche nécessiterait cependant un maillage plus raffiné que celui utilisé dans la présente

étude, ce qui pose potentiellement problème pour propager l'onde de choc sur plusieurs dizaines de centimètres comme on l'a fait ici. Une manière de contourner cette limitation consisterait à simuler en haute résolution le choc en champ proche des électrodes, puis utiliser les champs obtenus comme initialisation d'un code de propagation avec un maillage moins raffiné. Une fois cette approche validée sur un cas de référence, une comparaison avec les expériences ne serait plus systématiquement nécessaire en cas de changement d'écart inter-électrodes.

3 Réflexion d'ondes de choc sur une paroi plane

3.1 Introduction et terminologie

La présence d'une frontière rigide dans le domaine introduit une onde de choc réfléchie en plus de l'onde incidente. L'interaction de ces deux ondes peut donner lieu (dans le cas d'une incidence rasante) à un régime de réflexion dit 'irrégulier' [10]. L'interaction des deux ondes de choc génère un choc cylindrique se propageant parallèlement à la surface. Ce troisième choc est appelé 'pied de Mach' et a été étudié intensivement pour des ondes de choc de différents niveaux et dans différentes configurations. En effet, ce phénomène se rencontre dans la plupart des applications mettant en jeu des ondes de choc tel que les explosions, le bang sonique, ou l'acoustique médicale [101]. Il est aussi d'une grande importance pour caractériser l'impact d'onde de souffle sur les structures et les personnes, et pour la localisation de sources de forts niveaux dans un cadre militaire.

Ernst Mach (1838-1916) est un scientifique expérimentateur (aussi philosophe et physiologiste) qui est notamment connu pour avoir le premier apporté une preuve objective de l'interaction d'ondes de choc ainsi que pour ses travaux sur les cônes de choc entourant les projectiles supersoniques [7]. En 1943, John von Neumann [102] a apporté un support théorique aux expériences de E. Mach, validé par un grand nombre d'études tant numériques qu'expérimentales et théoriques pour des chocs forts (avec un nombre de Mach $M = v/c_0 \gg 1$, où v est la vitesse du choc et c_0 la célérité du son dans le milieu). Cependant, dans le cas d'ondes de choc faibles ($M \simeq 1$), cette théorie ne prédit pas de pied de Mach bien que des travaux numériques et expérimentaux en confirment l'existence [28]. Ce problème est nommé "paradoxe de Von Neumann". Notre étude se place dans l'approximation de chocs faibles (de l'ordre d'un nombre de Mach de 1.01) où des pieds de Mach peuvent être observés bien que la théorie de Von Neumann soit mise en défaut.

Bien que les travaux de Mach aient tout d'abord porté sur des ondes de choc acoustiques, la terminologie de classification des schémas de réflexions d'ondes de choc employée actuellement dans la littérature vient des phénomènes rencontrés dans les écoulements stationnaires supersoniques. Toutes les configurations qui ne font pas intervenir uniquement une onde de choc incidente et une réfléchie dont le point d'intersection se trouve sur la surface peuvent rentrer dans la ca-

tégorie des réflexions irrégulières. Ces réflexions irrégulières peuvent être elles-même séparées en deux catégories : s de Mach (**MR**) et les réflexions de von Neumann (**vNR**). Les réflexions de Mach sont les plus "classiques" et consistent en un schéma à 4 discontinuités : le choc incident, le choc réfléchi, le pied de Mach et une ligne de glissement (voir schéma 3.1).

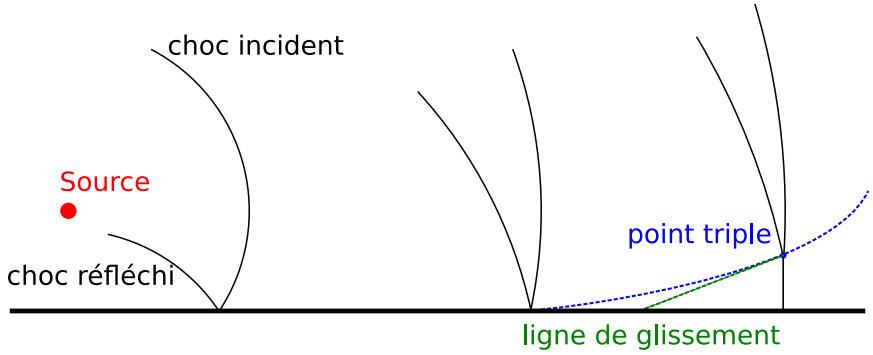

Figure 3.1 – *Schéma de la réflexion irrégulière de choc sur une paroi lisse la plus commune. La source est représentée par un point rouge. Le choc incident et le choc réfléchi finissent par former un troisième choc dont le point de jonction est représenté en bleu et est nommé point triple. Une ligne de glissement qui correspond à une discontinuité de vitesse mais pas de pression est présente derrière le choc et est connectée au point triple.*

Le point triple est défini par G. Ben-Dor (voir [10], page 4) comme le terme désignant le point de jonction de ces discontinuités. Une rupture de pente est censée exister entre l'onde de choc incidente et le pied de Mach au niveau du point triple. De plus, sur la surface, le pied de Mach doit être perpendiculaire à la paroi. Cette définition est aussi présente dans le livre Blast Wave de C. Needham [103] (page 173) où il est spécifié que le point triple est toujours accompagné d'une ligne de glissement qui s'étend entre le choc réfléchi et le pied de Mach. Il n'y a cependant pas de référence à cette ligne de glissement pour la définition du point triple dans le livre de G. Kinney "Explosive Shocks in Air" [104], un autre livre de référence de la littérature sur les ondes de choc. Le point triple y est seulement décrit comme l'intersection du choc incident, du choc réfléchi, et du pied de Mach. Enfin P. Krehl ne fait pas non plus allusion à la ligne de glissement dans son livre [1]. La littérature récente sur les réflexions irrégulières va plutôt dans le sens d'un pied de Mach qui doit nécessairement posséder une ligne de glissement [6].

Des terminologies différentes existent en fonction de la trajectoire du point triple. Si celui-ci s'éloigne de la paroi, la réflexion est dite directe (Direct Mach Reflection **DiMR**) ; le terme "Single Mach Reflection" (**SMR**) est aussi employé. C'est le seul régime de réflexion irrégulière possible dans le cas d'un écoulement stationnaire et si le nombre de Mach est suffisamment élevé pour que les ondes de choc interagissent. Cette configuration a été grandement étudiée dans la littérature avec notamment comme objectif de prédire la géométrie du pied de Mach [8]. Dans le cas où l'écoulement est instationnaire, il est possible d'obtenir plusieurs autres configurations. Le point triple peut notamment se propager parallèlement à la paroi (Stationnary Mach Reflection **StMR**) ou se rapprocher de la paroi (Inverse Mach Reflection **InMR**). Une description plus détaillée de ces régimes particuliers est présente dans le livre de G. Ben-dor [10] (page 6-8). Un schéma qui récapitule les différentes configurations de réflexions possibles est présenté sur la figure 3.2.

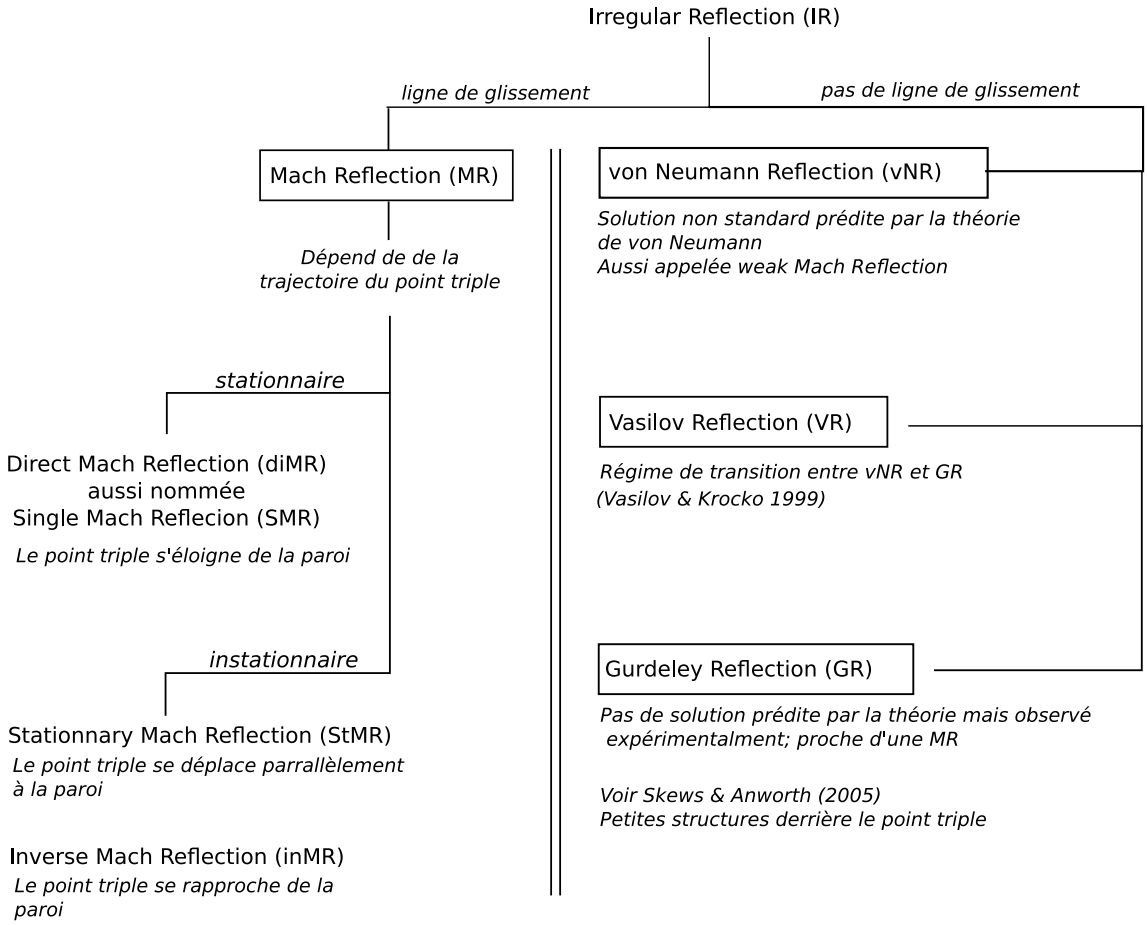

Figure 3.2 – *Classification des types de schéma de réflexion de choc sur une paroi lisse inspirée de la classification présente dans le livre de G. Ben-Dor [10].*

Le comportement du pied de Mach est décrit par la théorie à trois chocs de von Neumann dans la plupart des cas [105, 106]. Dans le cas d'une onde de choc faible il est possible d'observer une réflexion régulière là où devrait apparaître une réflexion irrégulière selon la théorie de von Neumann. A l'inverse, il est aussi possible d'observer une réflexion irrégulière alors que la théorie ne prédit aucune solution à trois chocs. C'est cette persistance de réflexions irrégulières dans des configurations où elles ne devraient pas apparaître qui est appelé paradoxe de von Neumann. Ce nouveau type de réflexion a été nommé réflexion de von Neumann (vNR). Il a été mis en évidence par Colella & Henderson en 1990 avec une étude numérique (résolution des équations d'Euler) et des expériences en tube à choc [107]. Ils illustrent notamment le paradoxe de von Neumann en présentant des configurations avec des réflexions de Mach ($M_a \simeq 1.5$) et des configurations avec des réflexions de von Neumann ($M_a \simeq 1.05$). Dans le cas de cette réflexion irrégulière, la discontinuité de pente entre le choc incident et le pied de Mach n'est plus clairement visible.

Si l'onde de choc est d'amplitude encore plus faible, la ligne de glissement finit par disparaître. Une réflexion dite de Guderley (**GR**) est alors présente, du nom du physicien qui a fait l'hypothèse de l'existence de ce régime particulier de réflexion en 1947. La ligne de glissement n'est plus présente mais des petites structures de plusieurs ondes sont localisées derrière le point triple. Ce régime de réflexion a été mis en évidence numériquement et expérimentalement par B. Skews et

J. Ashworth [108] pour une configuration. Il est donc logique que la théorie à trois chocs de von Neumann n'ait pas pu prédire ce régime. Ce phénomène s'apparente grandement à un pied de Mach classique dans sa structure ; seule la ligne de glissement disparait ainsi que la discontinuité de pente entre le choc incident et le troisième choc. Enfin, le régime transitoire entre la réflexion de von Neumann et la réflexion de Gurdeley est nommé réflexion de Vasilov (**VR**).

Au vu des considérations précédentes, nos configurations avec des ondes de choc faibles ne sont pas censées entraîner des schémas de réflexions avec une ligne de glissement. Un calcul a été réalisé en ce sens en étudiant le rotationnel du champ de vitesse des simulations qui seront présentées dans la suite et a montré que l'amplitude du rotationnel n'était pas suffisante pour obtenir une ligne de glissement d'une grandeur significative par rapport au bruit numérique. Cette ligne de glissement était en effet potentiellement intéressante pour localiser le point triple automatiquement sur les champs de pression. Une autre solution sera présentée dans la suite. Finalement, la réflexion irrégulière à 3 chocs que l'on observe dans notre configuration sera appelée pied de Mach par simplicité et en référence au phénomène observé pour les chocs forts et ce même si la ligne de glissement n'est pas présente.

3.1.1 Travaux antérieurs

Les réflexions irrégulières de choc ont été observées aussi bien dans les liquides que les solides ou les gaz [109, 110]. En particulier, le régime d'interaction d'ondes de choc faibles a été étudié à l'aide des équations de Burgers en deux dimensions par M. Brio et J.K. Hunter [111]. Cette étude montre notamment qu'il est possible d'obtenir une estimation de l'angle d'incidence à partir duquel le schéma irrégulier apparaît en introduisant un paramètre critique qui décrit le rapport entre les effets non linéaires et la diffraction dans le cas d'un choc plan. Plusieurs études ont ensuite repris ce formalise pour décrire les réflexions irrégulières de choc faible. Par exemple, les travaux de R. Marchiano *et al.* [109] présentent des expériences dans l'eau dans lesquelles des réflexions irrégulières sont présentes pour des niveaux de pression beaucoup plus faibles que les études précédentes. Les travaux de S. Baskar *et al.* [112] de la même époque reprennent ce paramètre critique pour étudier plus finement la transition entre réflexion régulière, **MR** et **vNR**. Cependant, ce critère d'apparition du point triple n'est pas adapté à nos configurations avec des ondes de choc sphériques, le niveau de pression ainsi que l'angle d'incidence sur la paroi décroissent avec la distance de propagation. Le point d'apparition du pied de Mach est donc plus difficile à estimer pour notre configuration d'étude.

Les travaux de C. Desjouy [28] ont été un premier pas au LMFA vers l'estimation numérique de la hauteur des pieds de Mach avec des simulations CFD dans le cas d'ondes de choc faibles en laboratoire. Un code 2D a été utilisé avec succès pour retrouver les schémas de réflexions irrégulières à différentes distances par rapport à une source à arcs électriques utilisée dans les expériences. L'utilisation d'un code 2D pour estimer les schémas de réflexion est cependant problématique car cela nécessite une simulation avec des paramètres de source différents pour chaque distance source-récepteur du fait de la différence de décroissance géométrique de la pression entre simulation et expérience. Le passage dans un système de coordonnées axisymétrique utilisé dans cette thèse permet de lever cette contrainte et d'avoir une seule simulation pour retrouver les

champs de pression corrects à n'importe quelle distance de la source.

3.1.2 Organisation du chapitre et objectifs

Les objectifs de ce chapitre sont multiples. D'une part la méthode de simulation présentée au chapitre 1 est maintenant appliquée au cas de la réflexion d'une onde de choc sur une paroi lisse. La source utilisée en simulation est la source ponctuelle dont les paramètres ont été établis au chapitre 2 afin de correspondre à la source à arcs électriques qui a servi lors des expériences. La première section de ce chapitre rappelle donc la configuration de l'étude et la seconde section présente la comparaison entre les simulations et les mesures optiques réalisées pour des parois lisses. L'objectif est de démontrer que la méthode de simulation utilisée peut décrire avec précision le processus d'interaction d'ondes de chocs faibles. De plus, la réflexion irrégulière sur paroi lisse est étudiée en détail dans la troisième section avec une attention particulière portée sur la trajectoire du point triple. Enfin, une méthode de normalisation est présentée afin de démontrer la faisabilité de la comparaison entre les expériences faites en laboratoire à l'échelle centimétrique et les expériences à grande échelle où une charge de TNT est utilisée comme source d'onde de choc.

3.2 Présentation de la simulation

Dans cette section, les paramètres utilisés pour la réflexion d'un choc sur une paroi lisse sont présentés. Ces paramètres sont choisis pour correspondre à la configuration expérimentale ayant déjà fait l'objet de plusieurs études menées par C. Desjouy *et al.* [28] et M. Karzova *et al.* [31]. Contrairement à ces travaux, une seule simulation est nécessaire ici pour obtenir le champ de pression pour toutes les distances par rapport à la source.

3.2.1 Configuration

Dans la suite, la source utilisée dans les simulations est placée à $z_S = 21$ mm de la paroi, la simulation est initialisée par une source ponctuelle gaussienne en pression, et les champs initiaux de vitesse et de densité sont égaux à 0 et ρ_0 respectivement. La pression maximale au centre de la source est fixée à $p_{ponc} = 7.56 \times 10^5$ Pa. Ces paramètres de source sont les mêmes que ceux obtenus au chapitre 2 par comparaison avec les mesures d'ondes de choc en champ libre. Une simulation des équations d'Euler axisymétriques de la propagation du pied de Mach est réalisée jusqu'à 45 cm. Le domaine de simulation est de 1800×1000 points, pour 50000 itérations temporelles. Une fenêtre glissante est implémentée pour réduire la taille du domaine et ainsi optimiser le temps de calcul. Le pas de temps est fixé à $dt = 0.25 \times 10^{-7}$ s et les pas spatiaux à $\mathrm{d}r = 0.025 \times 10^{-3}$ m et $\mathrm{d}z = 0.05 \times 10^{-3}$ m. Les paramètres du fluide ambiant sont fixés relativement à ceux des expériences, à savoir $T = 289.96$ K et $p_{atmo} = 98568$ Pa. Le temps de calcul est de l'ordre de la journée pour cette configuration.

Les mesures optiques sont faites à partir des dispositifs d'imagerie Schlieren et de mesure interférométrique décrits précédemment. En raison de contraintes techniques, les électrodes sont

placées parallèlement à la surface lisse (voir schéma 3.3). La source utilisée est une source ponctuelle. Il a été montré dans le chapitre 2 que cette source permet d'obtenir les bonnes formes d'ondes de la pression et la bonne décroissance géométrique à partir de 10 cm de propagation en champ libre. On nomme h_m la hauteur du pied de Mach, c'est à dire la distance entre la paroi et le point de jonction entre les trois chocs, et r la distance parcourue par le choc au niveau de la paroi.

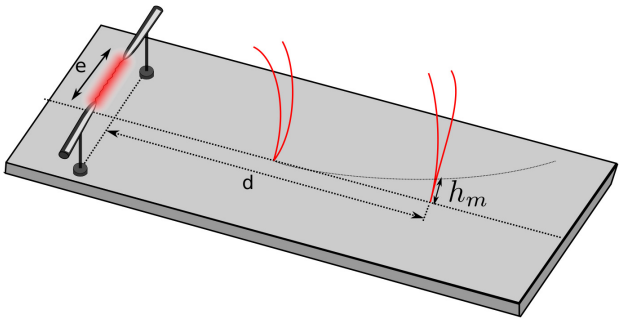

Figure 3.3 – *Configuration des expériences réalisées au LMFA sur la réflexion d'ondes de choc sur une paroi lisse. Les électrodes sont placées parallèlement à la paroi à 2.1 cm au dessus de celle-ci.*

3.2.2 Champ de pression

Sur la figure 3.4, le champ de pression obtenu pour différents temps de propagation est représenté. Le pied de Mach ne se forme pas immédiatement après que le choc se soit réfléchi sur la paroi ; il n'y a ainsi pas de signe d'interaction de chocs en $r = 4$ cm. La formation du pied de Mach est en revanche bien visible à partir de $r = 10$ cm : les chocs incident et réfléchi interagissent et une légère discontinuité sur le front d'onde de choc est visible en particulier à la naissance du phénomène en $r = 12$ cm et $r = 14$ cm. Cet effet est géométrique : le choc incident et le choc réfléchi doivent être suffisamment proches pour interagir. En incidence rasante, le choc réfléchi est de plus grande amplitude que le choc incident car celui-ci s'additionne à la surpression du choc incident. Le choc réfléchi se propage donc plus vite que le choc incident par effet non-linéaire et finit par fusionner avec celui-ci. C'est pourquoi la formation du pied de Mach est principalement conditionnée par deux facteurs : d'une part l'amplitude initiale de la source, d'autre part l'angle d'incidence sur la paroi. Dans notre cas, tant l'angle d'incidence que la pression des chocs changent avec la distance, rendant difficile une estimation analytique de la position d'apparition du point triple. Il est aussi à noter que les parties négatives des chocs n'interagissent pas : la jonction entre les deux parties négatives reste localisée sur la paroi. Après 20 centimètres de propagation, le pied de Mach a une hauteur de l'ordre du centimètre. Celui-ci possède une amplitude en pression plus grande que le choc incident ou réfléchi car il résulte d'une interaction entre l'un et l'autre. Enfin, on peut aussi voir que le front d'onde du choc réfléchi est déformé au niveau de l'axe de symétrie en $r = 0$: le choc se diffracte sur le dépôt de densité induit par l'initialisation mais n'impacte pas le reste du champ.

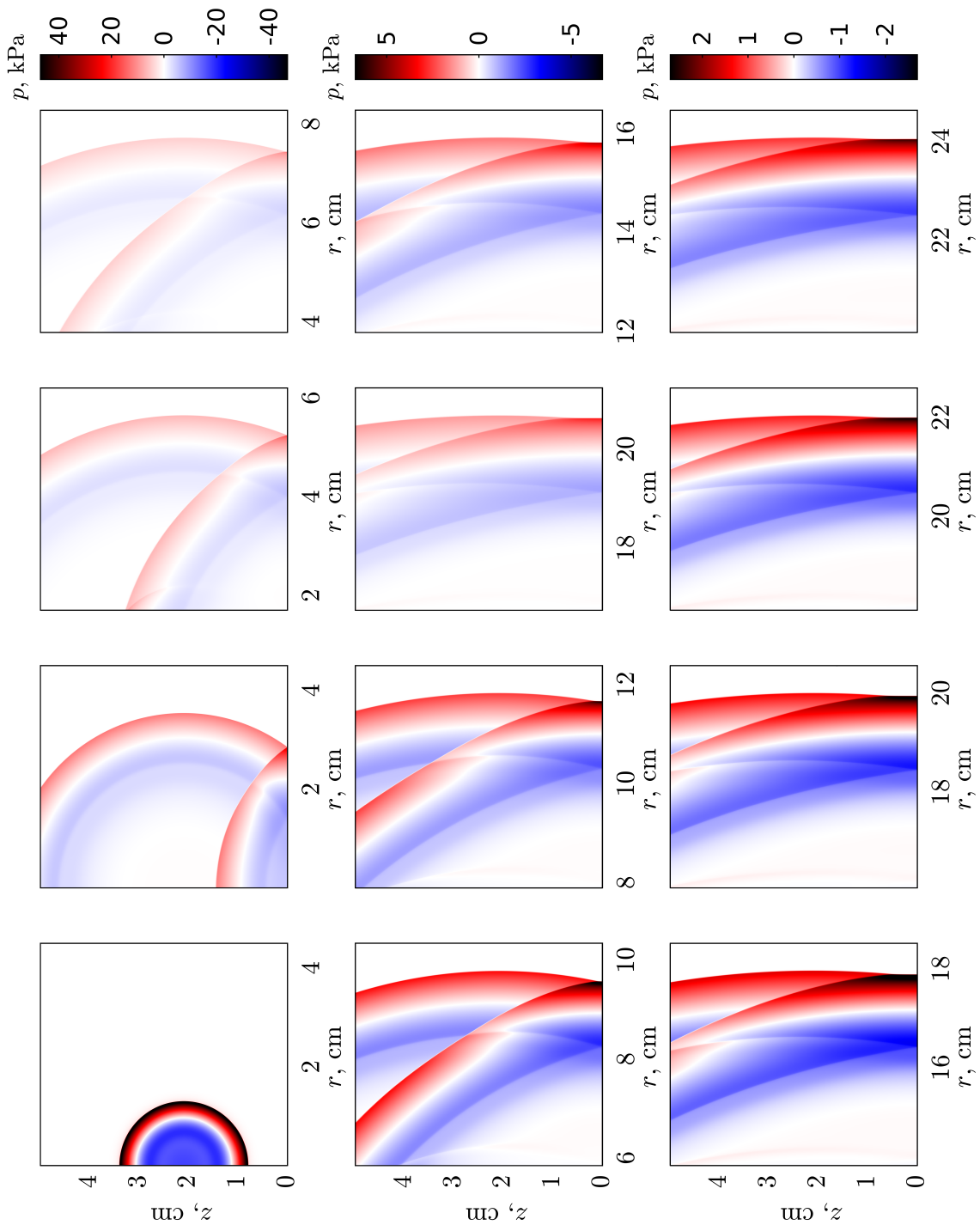

Figure 3.4 – *Champs de pression obtenus pour 12 positions différentes dans le cas de la réflexion d'un choc sur une paroi lisse. La source utilisée est ponctuelle et localisée initialement en $z_S = 2.1$ cm, comme c'est le cas pour les expériences.*

3.3 Comparaison avec les expériences

Dans cette section, la simulation décrite précédemment est comparée avec des mesures optiques réalisées au laboratoire avant cette thèse. Ces travaux de comparaisons ont fait l'objet d'une publication [30].

3.3.1 Formes d'ondes

Tout d'abord, les formes d'ondes obtenues en $r = 13$ cm et pour différentes hauteurs par rapport à la paroi sont comparées entre la simulation et les mesures interférométriques (voir schéma 3.5). Ces comparaisons sont tracées sur la figure 3.6. Les temps d'arrivée des chocs diffèrent de 2.5 μs entre simulation et expérience, cet écart étant du même ordre de grandeur que celui sur l'imprécision de la mesure du temps d'arrivée par l'interféromètre (lié à la position de l'arc de la source qui peut varier de quelques millimètres d'une étincelle à l'autre) ; toutes les courbes de simulation sont donc décalées de 2.5 μs afin de faciliter les comparaisons. Une autre source d'incertitude sur le temps d'arrivée provient de l'initialisation. En effet, le dépôt d'énergie est modélisé sans vitesse initiale. Ce n'est pas le cas en réalité car le début de la simulation correspond au moment où le canal conducteur s'est complètement dilaté et est donc à vitesse non-nulle.

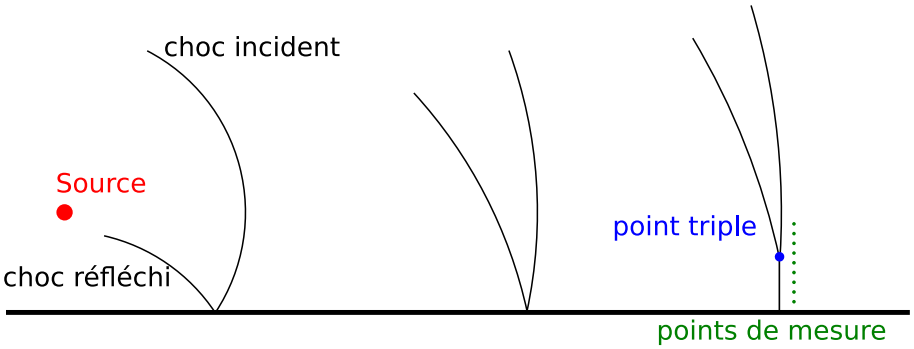

Figure 3.5 – *Position schématique des points de mesure pour la simulation et pour les expériences par mesure interférométrique.*

Pour les hauteurs les plus faibles ($h = 2,\ 3$ mm), la forme d'onde est uniquement composée d'une discontinuité de pression suivie d'une décroissance jusqu'à une dépression, puis un retour à la pression ambiante. On observe qu'aucune discontinuité de pression n'est présente sur la partie négative de la forme d'onde, ce qui explique en partie l'absence d'interaction observée dans cette zone sur les cartographies de pression 3.4. En proche paroi, le niveau de pression est surestimé sur les simulations. Le choc incident est en revanche correctement estimé en terme de niveau de pression quand celui-ci est discernable du choc réfléchi, pour les hauteurs les plus grandes (voir par exemple en $h = 22$ cm, la hauteur du premier maximum est bien estimée). Cette surestimation de la pression a un impact sur le pied de Mach. À partir de $h = 4$ mm, la distinction entre les chocs incident et réfléchi commence à apparaître sous la forme d'une légère discontinuité de pente sur le front d'onde de choc pour la mesure, mais pas pour la simulation. Cette discontinuité correspond à la position du point triple. La hauteur du pied de Mach est donc surestimée dans la simulation. Il est aussi à noter que la pression en très proche paroi est supérieure à 4 kPa. Or, la pression

du choc incident est d'environ 2 kPa (lisible en $h = 22$ cm) ; la pression le long du pied de Mach peut donc être supérieure à deux fois la pression du choc incident.

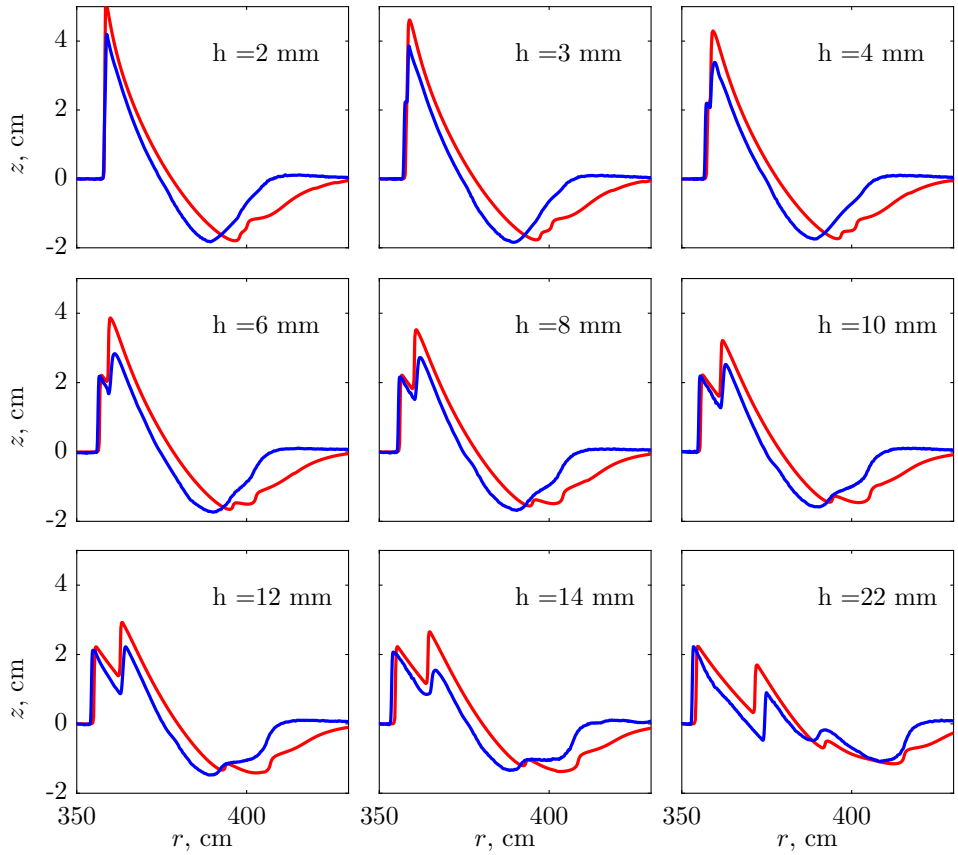

Figure 3.6 – *Formes d'onde de la pression mesurées à différentes hauteurs h par rapport à la paroi et à $r = 13$ cm de la source pour : mesure interférométrique, simulation. La pression initiale de la source est $p_{ponc} = 7.5 \times 10^5$ Pa, ce qui correspond à la valeur obtenue par comparaison avec des mesures de l'arc électrique en champ libre. La hauteur initiale de la source est $z_S = 21$ mm.*

La différence sur les hauteurs de pied de Mach peut avoir plusieurs causes. Une première possibilité est que la surface expérimentale n'est pas parfaitement rigide, menant à une amplitude du choc réfléchi plus faible qu'en simulation et donc une pression en proche paroi moins grande. Un changement d'impédance sur la paroi peut être appliqué directement sur le champ de vitesse selon z comme suit :

$$v_z = -\frac{p - p_{atmo}}{\rho_0 c_0 Z_i} \tag{3.1}$$

avec Z_i le rapport des impédances entre l'air et le PVC. Ce rapport est environ égale à $Z_i = 7900$ dans notre cas si on considère une densité de PVC rigide de $\rho_{PVC} = 1.33$ g.cm^3 et une célérité du son dans le PVC de $c_{PVC} = 2380$ m.s^{-1}. La pression en proche paroi résultante d'une simulation prenant en compte cette impédance de surface est tracée sur la figure 3.7 ainsi qu'un second cas test avec $Z_i = 20$.

Dans le cas extrême $Z_i = 20$ (ce qui correspond à une interface air/eau), la pression du choc

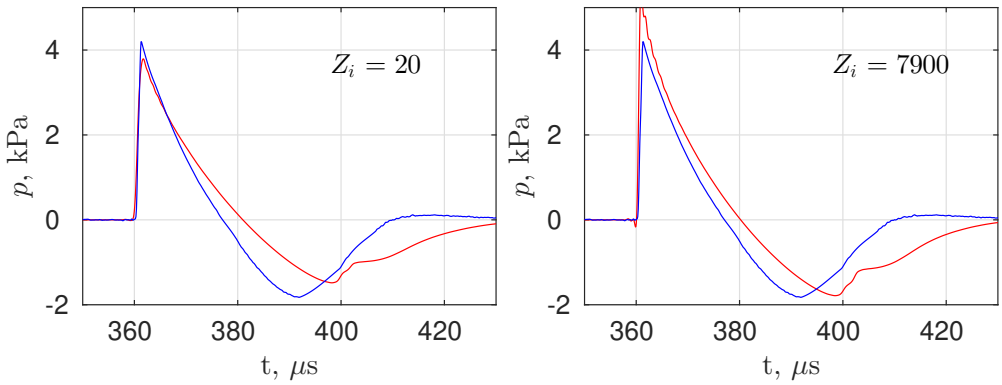

FIGURE 3.7 – *Formes d'onde de la pression mesurées en $h = 2$ mm et $r = 13$ cm de la source pour des parois avec une impédance de surface décrite par le paramètre Z_i de l'équation 3.1 : mesure interférométrique de référence, simulations.*

est comparable à la mesure interférométrique ; une valeur d'impédance proche de celle-ci serait ainsi nécessaire afin d'obtenir un bon accord au niveau des maximums de pression. En revanche, pour Z_i correspondant à l'interface air/PVC, la pression en proche paroi reste plus grande dans le cas de la simulation que pour la mesure interferométrique. L'impédance de la paroi n'est donc pas la raison pour laquelle la pression en proche paroi est anormalement élevée en simulation. Du moins, le modèle de réaction locale utilisé n'est pas suffisant. Un modèle étendu prenant en compte la propagation de l'onde acoustique dans la couche de PVC pourrait apporter un résultat différent. Il est aussi possible que la prise en compte de la viscosité et des échanges thermiques en proche paroI soit nécessaire pour décrire très précisément le schéma de réflexion. Dans l'étude de B.W. Skews *et al.* [60] sont présentés des résultats expérimentaux démontrant que l'angle de réflexion du choc change en fonction de la conductivité thermique de la surface. Dans leurs expériences, la surface lisse était constituée de verre, d'aluminium ou de cuivre. Or une variation de l'angle de réflexion peut mener à des écarts de pression car les chocs incident et réfléchi ne sont plus exactement superposés au même moment. Il est donc possible que la différence observée provienne d'un problème de conductivité thermique ou de couche limite visqueuse.

Une autre explication possible à l'écart observé peut venir de la différence de durée de phase positive que l'on peut observer sur les comparaisons des formes d'onde du chapitre 2. La phase positive simulée est légèrement plus longue que celle mesurée. Comme l'énergie de la phase positive est plus importante, les interactions non-linéaires s'en trouvent facilitées, ce qui peut potentiellement mener à l'écart observé sur l'amplitude de la pression en proche paroi. Pour s'en assurer, il serait nécessaire de reprendre les comparaisons de la figure 2.12 du chapitre 2 en changeant l'initialisation de la source ponctuelle (notamment sur la vitesse et la densité) afin d'obtenir exactement la bonne phase positive et ainsi vérifier l'impact de celle-ci sur les interactions non-linéaires en proche paroi. L'écart observé peut aussi venir de la différence de directivité entre la source linéique et la source ponctuelle. Pour estimer l'impact de ce changement de géométrie, une comparaison entre les simulations en 3 dimensions de la réflexion pour les deux sources est nécessaire mais sort du cadre de ces travaux. La comparaison semble néanmoins suffisante pour valider l'approche et se servir de ce cas comme référence pour la suite.

Afin d'obtenir des trajectoires de point triple comparables à l'expérience, une nouvelle simu-

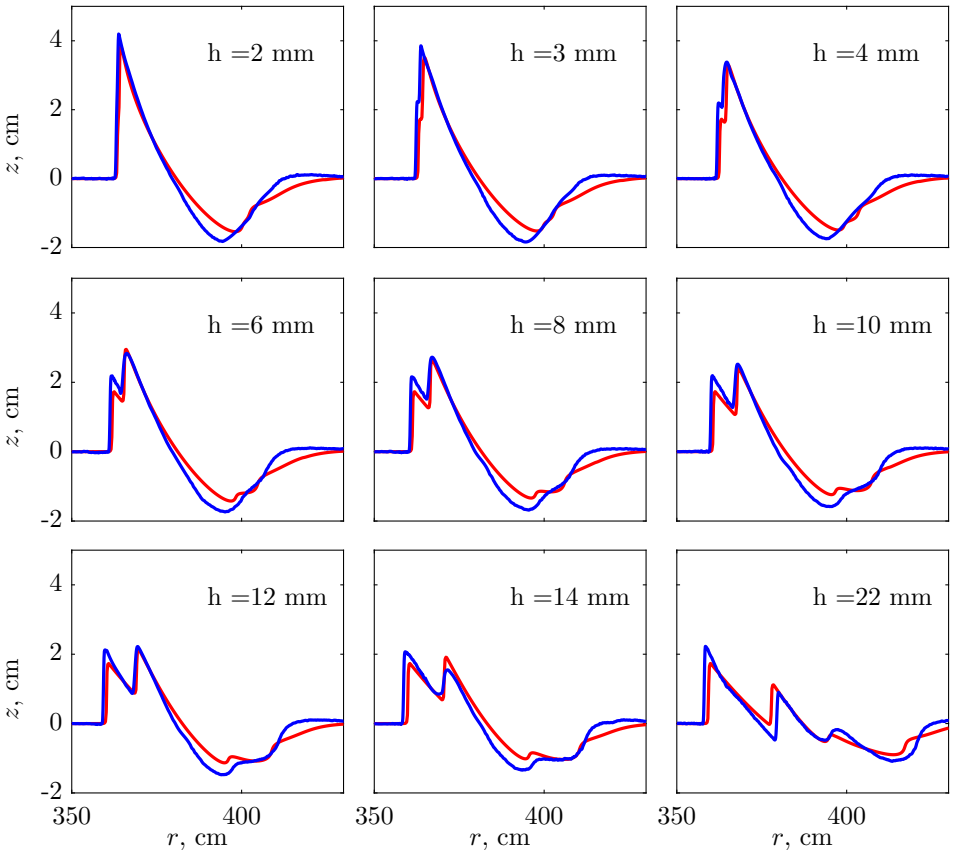

Figure 3.8 – *Formes d'onde de la pression mesurées à différentes hauteurs h par rapport à la paroi et à r = 13 cm de la source : mesure interférométrique, simulation. La pression initiale de la source est de $p_{ponc} = 4.6 \times 10^5$ Pa, soit environ 20% de moins que la valeur obtenue par comparaison avec les mesures en champ libre.*

lation avec une source ponctuelle d'amplitude $p_{ponc} = 4.6 \times 10^5$ Pa a été réalisée et comparée avec les mesures interférométriques sur la figure 3.8. À l'inverse du cas précédent, l'onde de choc simulée est en retard d'environ 2 μs. Cette différence vient de la vitesse de propagation du choc qui est impactée par le changement d'amplitude de la source. L'onde de choc étant de plus faible niveau, celle-ci se propage moins vite dans ce second cas. Pour les mêmes raisons, un décalage des formes d'ondes est appliqué. Avec cette seconde source de plus faible amplitude, le niveau de pression en $h = 2$ mm est correctement estimé. De plus, la discontinuité sur le front d'onde de choc apparaît bien dans les deux cas en $h = 3$ mm, ce qui laisse penser que la hauteur du point triple est correctement estimée. Cependant, pour des hauteurs plus élevés ($h > 6$ mm), le niveau du choc incident est sous-estimé avec cette configuration initiale. Le choc réfléchi est quand à lui mieux prédit. Cette configuration est utilisée dans la suite pour étudier la trajectoire du pied de Mach.

3.3.2 Imagerie Schlieren

La simulation avec une pression initiale $p_{ponc} = 4.6 \times 10^5$ Pa est comparée à des images Schlieren sur la figure 3.9 afin d'étudier le pied de Mach plus spécifiquement Ces images sont obtenues par la méthode présentée au chapitre 2. La quantité représentée correspond à la valeur

absolue du gradient de la densité $|\nabla\rho|$ pour la simulation. Ce gradient s'exprime comme :

$$|\nabla\rho| = \sqrt{\left(\frac{\partial\rho}{\partial z}\right)^2 + \left(\frac{\partial\rho}{\partial r}\right)^2} = \sqrt{\left(\eta_z\frac{\partial\rho}{\partial\eta} + \zeta_z\frac{\partial\rho}{\partial\zeta}\right)^2 + \left(\eta_r\frac{\partial\rho}{\partial\eta} + \zeta_r\frac{\partial\rho}{\partial\zeta}\right)^2}, \tag{3.2}$$

pour un maillage cartésien ou curviligne (dans ce dernier cas le changement de coordonnée (η, ζ) doit être pris en compte). Cette quantité a l'avantage de mettre en valeur les discontinuités de densité, c'est-à-dire ici les ondes de choc. La position du point triple est alors plus visible que sur les cartographies de pression. Sur la figure 3.9, tant le choc avant que la partie négative de l'impulsion sont bien visibles dans les deux cas. L'interaction des phases positives entraine la formation d'un pied de Mach très visible en $r = 25$ cm. En revanche, les dépressions n'interagissent pas non-linéairement.

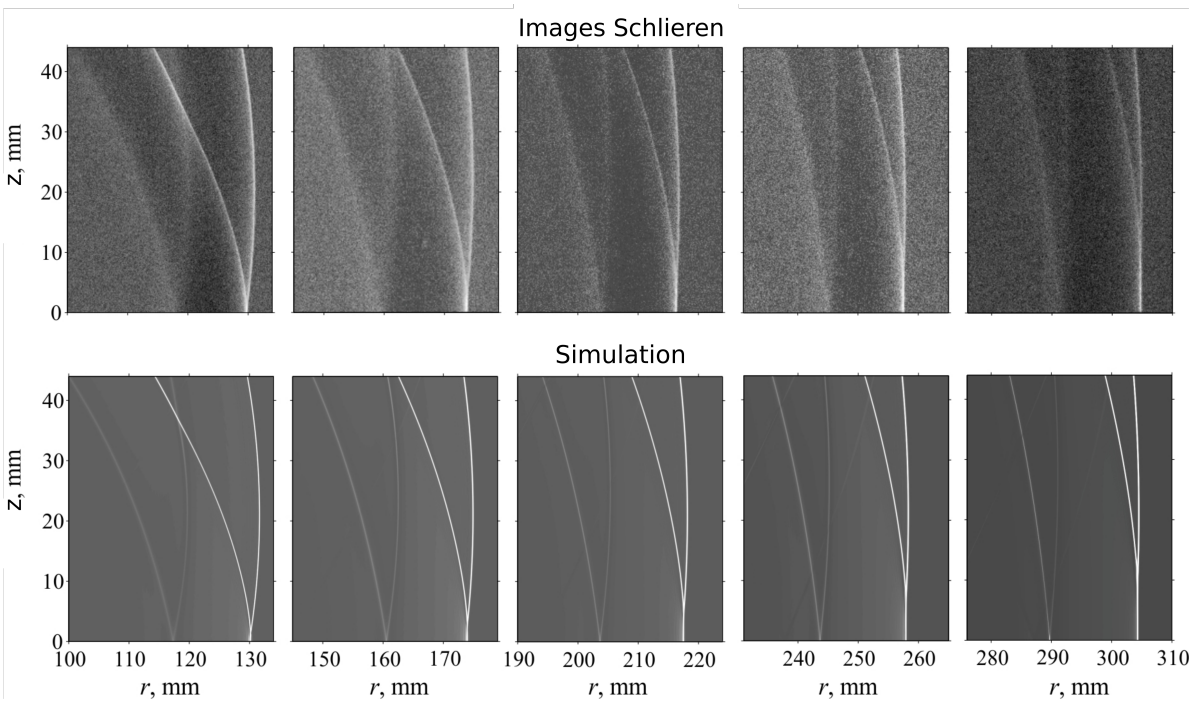

Figure 3.9 – *Comparaison entre des images Schlieren numériques et expérimentales de la réflexion d'une onde de choc sur une paroi lisse à différentes distances par rapport à la source. La source est localisée en $z_S = 21$ mm.*

3.3.3 Analyse du pied de Mach

La détection du point triple sur les simulations est réalisée à partir des images Schlieren numériques $|\nabla\rho|$. La méthode est itérative et commence sur la limite supérieure de la fenêtre de calcul. Les positions des chocs incidents et réfléchis sont obtenus en détectant les pics sur $|\nabla\rho|$ à z fixé. Un critère d'amplitude minimal de détection du deuxième pic est défini comme étant la quarantième de l'amplitude du premier pic. Le but est d'exclure les ondes réfléchies sur les conditions de sorties qui peuvent apparaitre très proches des frontières du domaine. De plus, une distance minimale entre les deux pics correspondant à 10 points (soit un quart de milimètre)

est imposée. Celle-ci est nécessaire pour éviter que des fronts d'ondes de choc soient comptés de multiples fois à cause d'oscillations de Gibbs. En effet, les oscillations proches du choc peuvent induire plusieurs pics différents sur la dérivée pour un seul et même choc.

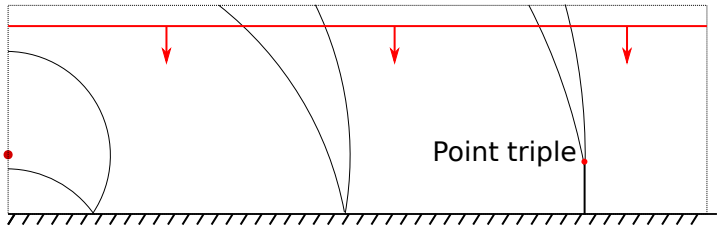

Figure 3.10 – *Principe de la détection du point triple sur les images Schlieren numériques calculées à partir du champ de densité.*

En z_{max}, deux chocs sont détectés (un incident et l'autre réfléchi). À la ligne suivante, en $z - \mathrm{d}z$, deux chocs sont toujours détectés. Ce processus continue jusqu'à ce qu'un seul choc ne subsiste. Le numéro de la ligne et la position du pic donnent alors la position du point triple (voir schéma 3.10). Le processus est répété pour chaque image Schlieren numérique, soit toutes les 2.5 μs. La détection du point triple est illustrée sur la figure 3.11 où des images Schlieren à différents temps sont représentées ainsi que la trajectoire du point triple en rouge.

La méthode a donc tendance à légèrement surestimer la hauteur du pied de Mach par rapport à une estimation visuelle de la position du point triple en appliquant un grossissement sur la zone proche de la jonction entre les trois chocs (en partie due à la condition de détection avec un écart minium de 10 points entre chaque pic, soit 250 μm). Néanmoins, cette imprécision reste faible comparée aux incertitudes du montage expérimental (notamment sur la position du laser lors de la mesure interférométrique).

La hauteur du pied de Mach en fonction de la distance par rapport à la source est présentée sur la figure 3.12 pour les simulations et les mesures interférométriques. La hauteur du pied de Mach expérimentale est estimée en mesurant tous les millimètres selon z le signal de pression : quand un point d'inflexion sur le choc incident est présent, cela signifie que les chocs incident et réfléchi commencent à se dissocier et donc que le point triple se trouve à cette hauteur.

L'incertitude sur l'estimation expérimentale de la hauteur du point triple est donc de l'ordre du millimètre (mais cela peut être légèrement supérieur si on prend en compte l'incertitude de mesure liée au montage en lui-même). Quatre configurations ont été simulées. Les deux premières sont les mêmes que précédemment et correspondent à des sources ponctuelles placées en $z = 21$ mm de la paroi pour deux niveaux initiaux différents : $p_{ponc} = 7.5 \times 10^5$ Pa et $p_{ponc} = 4.6 \times 10^5$ Pa. Cette première amplitude de source correspond à celle obtenue par comparaison avec les mesures en champ libre du chapitre 2. La seconde correspond à une source calibrée pour que l'amplitude de la pression en proche paroi soit la même que dans le cas des mesures interférométriques (voir figure 3.8). Les deux autres configurations correspondent à ces mêmes sources, mais placées en $z = 10.5$ mm de la paroi pour obtenir des trajectoires de pied de Mach différentes. Des petites oscillations sur les trajectoires sont présentes, elle sont causées par l'estimateur automatique de la trajectoire. Au voisinage du point triple, des oscillations peuvent être présentes sur la dérivée de la densité en raison des discontinuités. Si celles-ci sont trop importantes, on peut avoir un saut

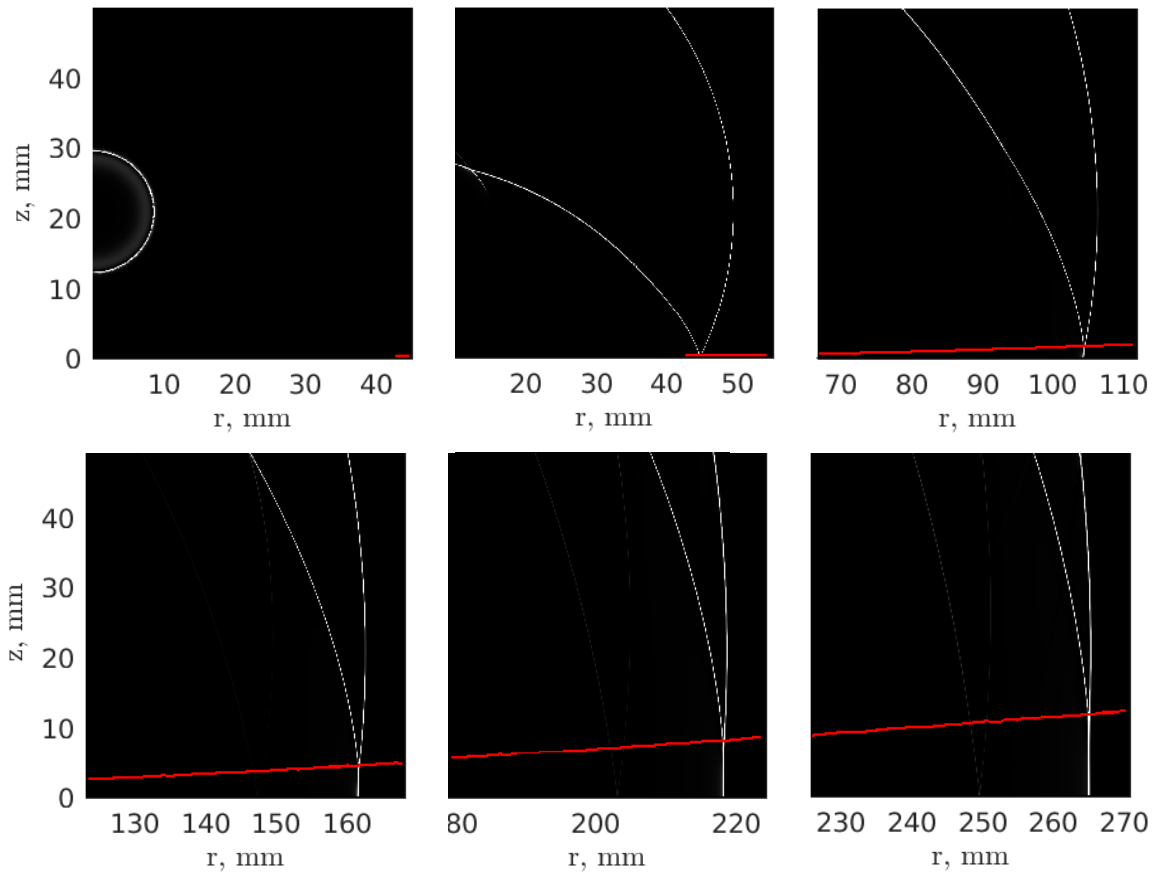

Figure 3.11 – *Illustration de la détection automatique de la trajectoire du point triple (en rouge) sur les images schlieren numériques obtenues par la réflexion d'une source ponctuelle sur une paroi lisse. La source est localisée à $z_S = 21$ mm.*

d'un pic de détection à un autre, menant aux discontinuités présentes par exemple sur la courbe bleue en $r = 18$ cm.

On s'intéresse tout d'abord aux configurations avec une source localisée en $z = 21$ mm. Le pied de Mach commence à se former à environ $r = 10$ cm. À cette distance, le maximum de pression en proche paroi est de 3 kPa. Cela correspond à un nombre de Mach acoustique de $M_a = p_{max}/(\gamma p_{atmo}) = 0.0214$. Le paramètre critique $\alpha_M = \sin\theta/\sqrt{2\beta M_a}$, où θ est l'angle d'incidence de l'onde de choc sur la paroi, définit la balance entre les deux paramètres déterminants sur la transition de la réflexion régulière à la réflexion irrégulière du choc. D'une part, les effets non-linéaires contribuent à faire apparaître un pied de Mach plus proche de la source et à ce que celui-ci se décolle plus vite de la paroi. Ces effets non-linéaires sont corrélés à βM_a, où β est le coefficient de non-linéarité du milieu, égal à 1.2 dans le cas de l'air. D'autre part, l'angle d'incidence joue un rôle important car une incidence rasante correspond à une configuration avec un choc incident et un choc réfléchi plus proches et donc plus susceptibles d'interagir pour former un pied de Mach. Dans le cas d'une source sphérique, le paramètre α_M change avec la distance de propagation car à la fois l'angle d'incidence et le nombre de Mach acoustique sont dépendants de

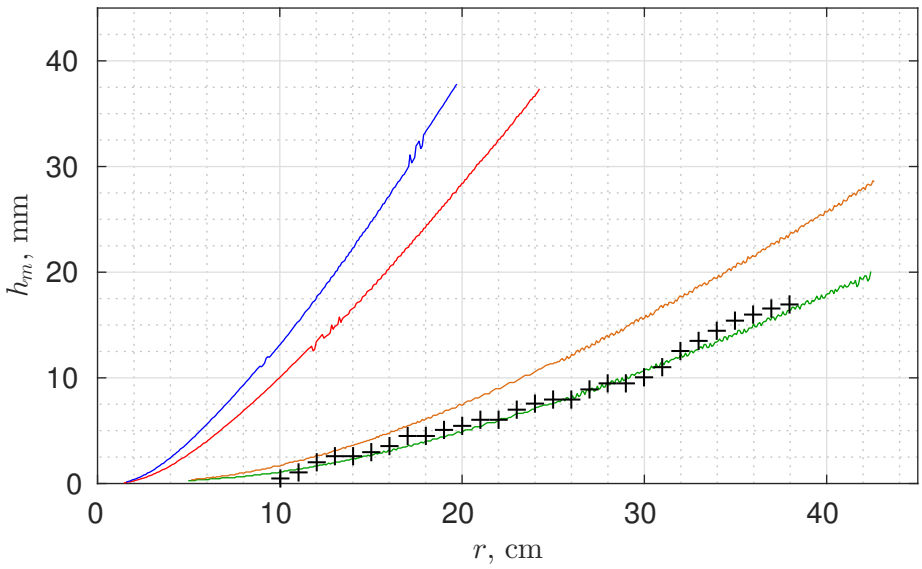

FIGURE 3.12 – *Trajectoire du point triple jusqu'à environ 40 cm obtenue pour les 4 configurations numériques et les mesures interférométriques. Les différents cas sont :* — *simulation* $p_{ponc} = 4.6 \times 10^5$ *Pa et* $z_S = 21$ *mm,* — *simulation* $p_{ponc} = 7.5 \times 10^5$ *Pa et* $z_S = 21$ *mm,* $+$ $+$ *mesure interferométrique,* — *simulation* $p_{ponc} = 7.5 \times 10^5$ *Pa et* $z_S = 10.5$ *mm,* — *simulation* $p_{ponc} = 4.6 \times 10^5$ *Pa et* $z_S = 10.5$ *mm.*

r. Cependant, ce paramètre peut toujours être estimé localement. En $r = 10$ cm et pour $z_S = 21$ mm, on a $\alpha_M \simeq 0.92$ ce qui est en accord avec le critère de transition obtenu par des simulations en 2D basées sur l'équation de KZ [112, 31, 28]. Le point triple s'éloigne ensuite de la paroi en suivant une trajectoire légèrement oblique.

Dans la littérature sur les ondes de souffle, plusieurs modèles empiriques ont été développés pour estimer la trajectoire du point triple. Ces modèles se basent principalement sur une description parabolique [113] ou cubique [103, 114] de la hauteur du point triple avec la distance. Une étude expérimentale récente sur la réflexion d'ondes de chocs faibles a montré un bon accord avec une loi cubique [114]. Dans les travaux précédents de simulation sur la même configuration, une trajectoire linéaire a été obtenue [28]. Cependant, l'estimation de la trajectoire a été réalisée sur une gamme de distances trop faible pour voir une courbure appréciable (de 7 à 13 cm). Cette dynamique était la plus grande possible compte tenu du fait que les simulations étaient réalisées en 2 dimensions. Afin que les niveaux de pression restent comparables à ceux observés expérimentalement, alors que la décroissance géométrique n'était pas la même dans les deux cas, la dynamique de distances pouvant être étudiées avec une simulation était réduite. Avec des simulations axi-symétriques, le problème ne se pose plus et l'ensemble des mesures peuvent être comparées avec une simulation, allant de 10 à 33 cm environ. On obtient alors une trajectoire de point triple qui semble plutôt parabolique, comme cela est représenté sur la figure 3.12 pour les 4 trajectoires obtenues numériquement. Dans le cas où la source est plutôt placée en $z = 10.5$ mm, la trajectoire est modifiée. Le point triple s'éloigne plus vite de la paroi et il commence à ce détacher de la paroi plus tôt. Ces trajectoires pour des configurations différentes seront utilisées dans la suite.

Une des questions qui se pose est de savoir quelle trajectoire adopte le point triple à plus longue distance. La méthode de simulation ne permet pas un calcul sur une distance de plusieurs mètres en l'état : le pied de Mach finit par avoir une taille trop importante pour que la fenêtre de calcul conserve une taille raisonnable pour propager l'onde de choc à très longue distance (plusieurs dizaines de mètres par exemple). En revanche, il est possible d'atteindre un ou deux mètres avec un sur-coût raisonnable. La simulation précédente qui correspond aux expériences a donc été relancée avec une fenêtre de calcul de 12 cm de haut pour une largeur identique à précédemment. Le choc a été propagé jusqu'à environ 1.20 m avant que le point triple ne sorte de la fenêtre de calcul. Ce nouveau calcul a duré environ 35 heures (contre 11h auparavant) avec les mêmes ressources que les configurations précédentes. La trajectoire du point triple obtenue est tracée sur la figure 3.13 et comparée avec la trajectoire obtenue pour les mesures interférométriques.

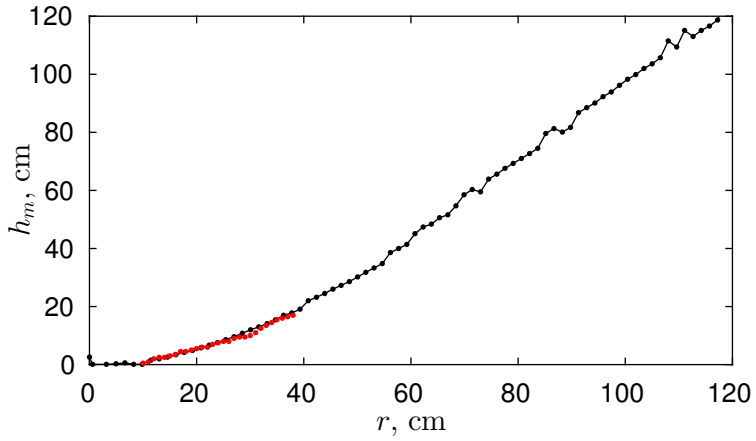

Figure 3.13 – *Trajectoire du point triple dans le cas de la réflexion sur une paroi lisse jusqu'à environ 120 cm de distance par rapport à la source. Une comparaison est réalisée entre : ——— la mesure interférométrique, ····· la simulation. La source est initialement placée à* $z_S = 21$ *mm de la paroi.*

La tendance reste identique, même à plus longue distance. Le point triple continue de s'éloigner de la paroi mais de manière quasiment linéaire passé 60 à 70 cm de propagation. Ces trajectoires de points triples sont très proches de celles observées dans la littérature sur les ondes de chocs forts. Une comparaison avec ces études est donc l'objet de la prochaine section.

3.4 Comparaison avec les explosions

De nombreuses études existent sur la réflexion d'ondes de choc générées par les explosions. C'est un sujet particulièrement développé depuis la seconde guerre mondiale, pendant laquelle la prédiction des dommages causés par les armes nucléaires sur les structures était particulièrement importante. Certaines de ces études ont pour but de proposer des formulations empiriques ou semi-empiriques des niveaux de pression des ondes de chocs après l'explosion. Pour que ces modèles s'accordent bien avec les différents types d'explosifs et puissances de charges (allant des petits dispositifs explosifs aux armes atomiques), un adimensionnement du problème est nécessaire.

3.4.1 Adimensionnement

La propagation de l'onde de choc peut être décomposée en trois parties : la première décrit la propagation d'un choc de forte amplitude (*strong shock theory*), le second se place dans l'approximation d'un choc faible (*weak shock theory*) et enfin une propagation acoustique linéaire. La distinction entre les deux premières parties peut être considérée comme étant l'instant à partir duquel la pression au centre de la source chute pour finalement devenir inférieur à la pression atmosphérique. La distinction entre la zone de choc faible et celle d'acoustique linéaire est en revanche plus arbitraire. Comme suggéré dans l'article [115] décrivant les mêmes processus appliqués à la foudre, une distance de relaxation basée sur l'énergie électrique initiale de la source peut être utilisée afin d'estimer la transition entre choc fort et faible. Une bonne estimation de cette transition est importante car c'est un paramètre géométrique pouvant servir à adimensionner le problème en terme d'énergie et ainsi comparer des expériences très différentes en terme de niveau d'énergie. En effet, la distance de transition est corrélée à l'énergie linéique de la source dans le cas de la foudre.

Un autre candidat possible de paramètre pouvant servir à la normalisation des simulations est la racine cubique de l'énergie divisée par la densité. Ce paramètre est le plus souvent utilisé dans la littérature sur les explosions, par exemple dans l'article [113] où des comparaisons sont faites entre des explosions de charges de TNT et des explosions nucléaires. Cette racine cubique provient de considérations purement géométriques : le rapport des volumes de deux sphères est proportionnel au rapport des racines cubiques des diamètres de ces sphères. L'énergie du choc décroissant en fonction de la surface de celui-ci (et donc du volume de la sphère délimité par le choc), elle est aussi proportionnelle à la racine cubique du rayon de la sphère. Cette énergie va donc être proportionnelle au cube de la distance [48] (page 456). Considérons deux sources 1 et 2 avec E_1 et E_2 correspondant à l'énergie de chaque source. Si on se place à des distances R_1 et R_2 choisies pour que les amplitudes de la pression soient les mêmes dans les deux cas, alors la formule suivante s'applique :

$$\frac{R_1}{R_2} = \left(\frac{E_1}{E_2}\right)^{1/3}. \tag{3.3}$$

Plus concrètement, si on examine une source explosive donnant un choc d'une certaine amplitude à une distance fixée, il faudra multiplier l'énergie initiale d'une seconde source par environ 8 pour obtenir le double de pression à cette même distance [104] (page 108). Autrement dit, une fois qu'une première courbe de la décroissance de la pression en fonction de distance normalisée par l'énergie est obtenue, il est possible d'estimer l'énergie initiale nécessaire pour avoir les bonnes amplitudes de pression à une distance arbitraire de la source (dès lors que l'on reste dans un régime non-linéaire) [116]. C'est de cette considération que découle le principe de normalisation des mesures d'ondes de choc des explosions : toutes les distances sont normalisées par la racine cubique de l'énergie. Cette énergie est souvent convertie en kilogrammes de TNT pour plus de commodité ; cette dernière unité sera ainsi utilisée dans la suite pour les comparaisons avec des explosions. La difficulté d'adimensionnement de nos expériences et simulations réside donc dans

l'obtention d'une bonne estimation de l'énergie initiale. Or celle-ci n'a pas été mesurée dans les expériences car cela nécessiterait d'avoir une mesure en temps réel de la tension et de l'ampérage aux bornes des électrodes et de connaître l'énergie dissipée lors de la décharge. En revanche, il est possible de calculer l'énergie initiale dans les simulations en intégrant directement le champ de pression.

Ces dernières années un regain d'intérêt est observé pour ce type d'approche afin d'étudier les explosions. Les expériences à grande échelle sont coûteuses et difficiles à mettre en place pour des questions de sécurité ; il est donc intéressant d'avoir des expériences à petite échelle en laboratoire et des méthodes efficaces de normalisation pour appliquer ces résultats à plus grande échelle. Par exemple, les travaux récents de L. Blanc *et al.* [117] décrivent la procédure permettant de calculer la masse équivalente de TNT correspondant à l'onde de choc générée par un ballon d'air comprimé ou bien une poche de gaz inflammable. Il est alors possible de comparer des mesures d'explosions de ballons, de TNT, ou de poches de gaz, avec des initialisations qui génèrent dans chaque cas la même onde de choc, en particulier quand la distance source-récepteur augmente (en champ lointain). Des simulations de l'onde de choc générée par le ballon sont comparées à des mesures avec des sources de TNT ou de gaz inflammable. La réflexion sur une paroi n'est cependant pas abordée.

Une autre étude expérimentale a été menée par Y. Maillot *et al.* [118] dans laquelle deux types de sources ont été utilisés pour caractériser expérimentalement la réflexion d'une onde sphérique sur une paroi rigide. D'une part un ballon d'air comprimé, et d'autre part une bulle d'un mélange propane-oxygène en proportion stœchiométrique. Les trajectoires de point triple ont été normalisée par l'énergie de la source comme c'est le cas pour les études sur les explosions [119]. Ces travaux ont notamment montré que les trajectoires réduites de point triple sont comparables dès lors qu'elles sont normalisées par l'énergie et que la hauteur de source par rapport à la paroi est la même dans les deux cas. La comparaison de source d'ondes de choc de nature différente est donc possible en laboratoire avec une bonne concordance dès lors qu'une normalisation par l'énergie initiale est possible. Ces résultats ne sont en revanche pas comparés à d'autres travaux sur les pieds de Mach dans le cas de charges plus importantes. C'est donc sur cette comparaison de nos simulations avec les explosions que porte cette section.

3.4.2 Comparaison avec les simulations à l'échelle du laboratoires

Si on considère une source sphérique (par exemple une poche de gaz), l'ensemble de l'énergie est répartie dans le volume d'une sphère de rayon R. L'énergie totale s'écrit donc :

$$E_{\text{gaz}} = \frac{4}{3}\pi R^3 E_v \tag{3.4}$$

où E_v correspond à l'énergie volumique du gaz. Dans notre cas, l'énergie totale peut être obtenue en intégrant le champ de pression sur l'ensemble du domaine de calcul. L'énergie totale E_{tot} de la source que l'on cherche à modéliser peut être calculée en intégrant sur le volume le dépôt d'énergie. Cette intégration s'exprime comme suit pour un système de coordonnées sphérique :

p_{ponc} (Pa)	z_S (cm)	énergie (J)	masse équivalente TNT (μg)	SHoB cm.kg$^{-1/3}$
4.6×10^5	21	0.1734	39.81	615.01
7.5×10^5	10.5	0.2827	64.91	522.53
4.6×10^5	10.5	0.1734	39.81	307.50
7.5×10^5	21	0.2827	64.91	261.26

Figure 3.14 – *Différentes SHoB obtenues pour les quatre configurations de simulation qui seront utilisées dans la suite.*

$$p' = p_{ponc} e^{-\alpha^{-2}(x^2+y^2+z^2)}, \tag{3.5}$$

$$E_{tot} = \frac{p_o}{(\gamma-1)} \int_{x=-\infty}^{\infty} \int_{y=-\infty}^{\infty} \int_{z=-\infty}^{\infty} e^{-(x^2+y^2+z^2)/\alpha^2} \mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z, \tag{3.6}$$

$$= \frac{\pi^{3/2}\alpha^3 p_o}{(\gamma-1)}. \tag{3.7}$$

Cette énergie peut ensuite être convertie en masse équivalente de TNT en considérant qu'un kilogramme de TNT est équivalent à 4.355 MJ.kg^{-1} [116, 104]. Pour les sources d'amplitude maximale $p_{ponc} = 4.6 \times 10^5$ Pa ou $p_{ponc} = 7.5 \times 10^5$ avec $\alpha = 2.5 \times 10^{-3}$ m, on obtient des équivalents en masse de $m_1 = 64.9$ μg et $m_2 = 39.81$ μg respectivement. Ces charges équivalentes sont donc très petites et illustrent bien à quel point les phénomènes acoustiques sont de faible énergie comparés aux réactions chimiques exothermiques. Il est alors possible d'obtenir une hauteur de source équivalente pour chacune de nos configurations en divisant la hauteur de la source z_S par la racine cubique de la masse équivalente de TNT. On obtient alors une grandeur caractéristique qui s'exprime en cm.kg$^{-1/3}$ qui est dénommé SHoB dans la littérature pour 'Scaled High of Burst'. C'est cette terminologie qui sera utilisée dans la suite. Pour les quatre configurations de simulation, les SHoB obtenues sont indiquées dans le tableau 3.14.

La figure 3.15 tirée de l'article [113] montre la trajectoire du point triple pour différents SHoB qui correspondent à différentes hauteurs de sources (en cm) divisées par la racine cubique de la masse en kg de TNT équivalente de la charge utilisée. Les trajectoires des points triples sont paraboliques pour les SHoB les plus faibles et semblent plus rectilignes pour les SHoB élevés. Ces courbes sont obtenues à partir du modèle empirique UFC ('Unified Facilities Criteria') mis au point par l'armée américaine et déclassifié en 1986 [120]. Ce modèle s'est avéré efficace pour décrire les trajectoires de points triples présentes sur la figure 3.15 mais aucune méthode n'est fournie pour extrapoler des trajectoires qui ne correspondraient pas aux SHoB mentionnées. Cependant, une de ces courbes correspond à un SHoB proche d'une de nos configurations, il est donc possible d'effectuer une comparaison pour une de nos courbes.

Les trajectoires de points triples des simulations sont comparées à celles de la figure 3.15 sur des axes logarithmiques dans la figure 3.16. Seules les SHoB maximums et minimums sont rappelées dans le cas du modèle UFC. La valeur maximale est notamment égale à 277 cm.kg$^{-1/3}$ et une de nos configurations correspond à une valeur de 261 cm.kg$^{-1/3}$. Ces deux courbes sont très proches sur la gamme de distances réduites $r/m_{ref} = 500 - 600$ cm.kg$^{-1/3}$. La trajectoire

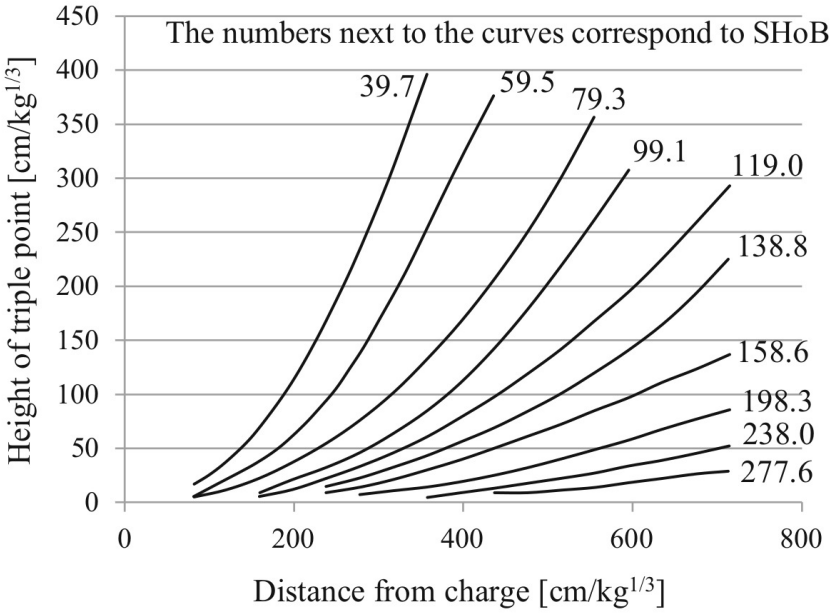

Figure 3.15 – *Modèle de trajectoire du point triple pour des explosions de charges de TNT, tiré de l'article [113]. Chaque courbe correspond à une hauteur de source normalisée différente.*

simulée est légèrement moins haute que celle du modèle. Cependant, cette plage de distance correspond au moment où le pied de Mach est encore de faible amplitude sur les simulations. L'erreur relative à la détection du point triple est la plus importante pour cette gamme de distance. Une augmentation de 10% de la hauteur du point triple mène à une superposition presque parfaite des courbes, ce qui correspond en pratique à une augmentation de l'ordre du demi-millimètre sur les trajectoires simulées. L'écart observé est donc dans la plage d'incertitude à laquelle on s'attend par l'estimation de la hauteur du point triple et pour cette gamme de distance.

Les SHoB des autres simulations sont en revanche trop importants pour être comparés au modèle UFC. Cependant, nos trajectoires de point triple normalisées couvrent des distances normalisées plus importantes que celles du modèle. On peut voir ici un des intérêts d'étudier le pied de Mach à petite échelle. Le faible niveau d'énergie utilisé pour ces échelles de distances permet d'obtenir des trajectoires sur des distances réduites qui seraient difficilement accessibles à des mesures avec des sources explosives car les distances de propagation nécessaires (de l'ordre du kilomètre) rendent difficile un contrôle précis de la géométrie et des caractéristiques physiques du sol. Les effets météorologiques peuvent aussi être problématiques pour ces distances de propagation. A contrario, l'étude des pieds de Mach à notre échelle ne donne pas une estimation très précise pour les distances réduites faibles car les hauteurs de pied de Mach sont petites ce qui implique une plus grande imprécision.

Cette première étude montre la possibilité de réaliser des expériences se rapportant aux explosions à l'échelle du laboratoire en utilisant des sources à étincelles. Les simulations peuvent alors fournir une estimation raisonnable du niveau d'énergie initial de l'arc électrique utilisé pour normaliser les trajectoires de point triple obtenues. Obtenir les autres SHoB du modèle UFC est

en revanche difficile si la même échelle est conservée. La source peut difficilement être déplacée plus proche de la paroi d'un point de vue numérique car son étalement spatial implique une distance minimale par rapport à la frontière rigide pour ne pas couper artificiellement le champ de pression initial. De plus, le niveau maximal de la source ne peut pas être arbitrairement augmenté car cela entraîne des gradients de pression trop importants pour être supportés par la méthode utilisée, à moins de raffiner le maillage au prix d'une augmentation du temps de calcul. Simuler les autres SHoB du modèle UFC demande donc une attention particulière sur la taille de maille utilisée, la hauteur de source et son amplitude initiale. La source devrait probablement être éloignée de la surface (à quelques centimètres) et le niveau devrait être augmenté en conséquence. Cela pose alors un nouveau challenge d'un point de vue expérimental car cela implique des écarts inter-électrodes plus grands et des mesures sur une plus grande distance.

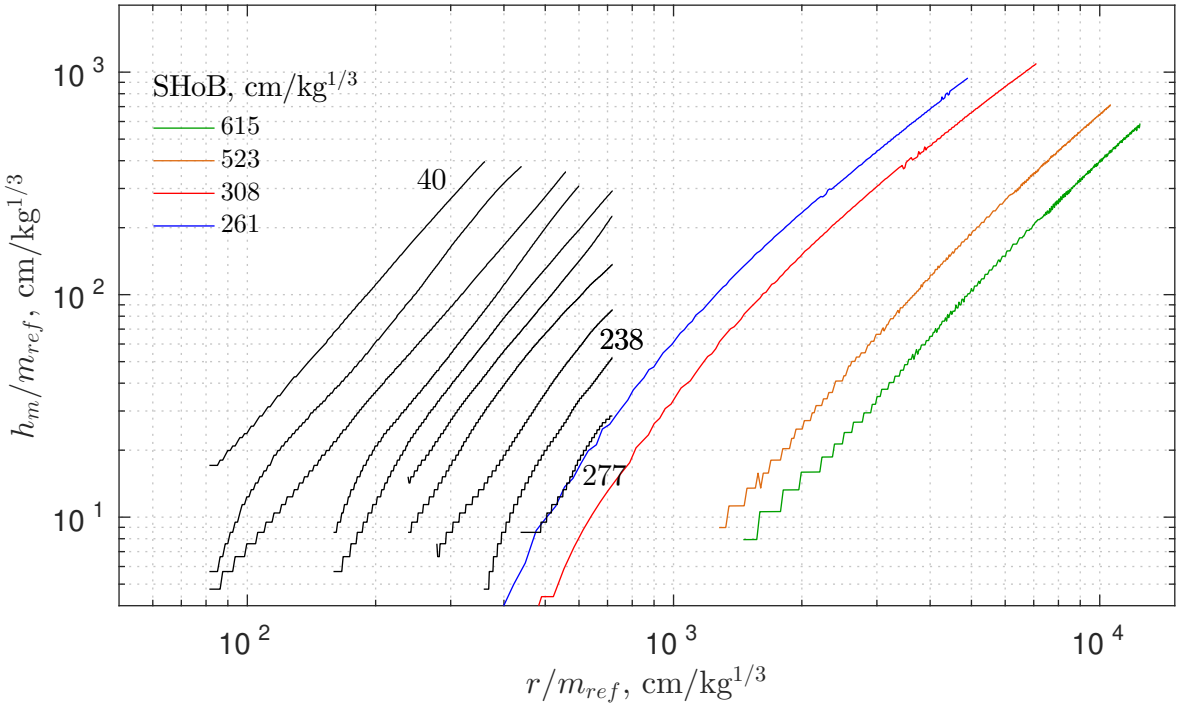

Figure 3.16 – *Trajectoires de point triple du modèle empirique UFC (en noir) de la figure 3.15 tracées sur des axes logarithmiques et trajectoires du point triple des 4 simulations (en couleur).*

3.5 Conclusions et perspectives

Dans ce chapitre, la réflexion d'ondes de choc acoustiques sur des surfaces lisses a été étudiée numériquement et comparée à des expériences réalisées avant la thèse. L'objectif principal était de s'assurer que la méthode numérique employée est à même de reproduire les interactions non-linéaires observées entre le choc incident et le choc réfléchi. Pour cela, une première simulation a été menée avec une paroi rigide et les paramètres de source choisis au chapitre 2 par comparaison avec les mesures interférométriques d'arcs électriques en champ libre. La condition de paroi rigide est assurée en imposant une vitesse normale nulle sur la paroi. Les champs de pression obtenus montrent que la méthode est efficace pour observer des interactions de chocs. La partie négative

des impulsions n'interagit en revanche pas car elle ne présente pas de discontinuités de pression.

Une première comparaison a été menée entre cette simulation et les mesures interférométriques à 13 cm de la source pour différentes hauteurs par rapport à la paroi. Il s'avère que le pied de Mach obtenu avec cette source est plus haut que celui mesuré lors des expériences ; la pression en proche paroi est elle aussi surestimée. Une seconde simulation a donc été comparée avec les expériences, dans laquelle le niveau initial de la source a été diminué d'environ 20% pour obtenir la bonne amplitude de pression en proche paroi. Dans ce cas, la trajectoire du point triple est retrouvée avec précision pour toutes les distances mesurées (allant de 10 à 30 cm) mais la pression du choc incident est sous-estimée. Il y a donc un choix à faire entre obtenir une bonne précision sur la trajectoire du point triple, ou une bonne précision sur la pression du choc incident. Cet écart peut venir de plusieurs facteurs. D'une part, le processus d'acquisition automatique de la trajectoire du point triple en simulation a tendance à légèrement sur-estimer la hauteur systématiquement. De plus, on fait l'hypothèse que la paroi est infiniment rigide ; or ce n'est pas tout à fait le cas en réalité. Cet effet n'est cependant pas induit par l'impédance de la paroi en PVC comme cela a été montré au moyen d'une simulation avec une paroi à impédance finie. Des expériences menées récemment ont montré que des différences peuvent être observées sur les schémas de réflexion d'ondes de choc quand on change le matériau de la paroi d'un métal à du verre par exemple. L'origine de la différence de hauteur de point triple observée peut avoir pour cause les effets visco-thermiques en proche paroi ou bien la différence de durée de phase positive déjà observée au chapitre 2 entre la simulation et les mesures interferométriques.

Les simulations permettent aussi d'étudier la trajectoire du point triple à des distances où les mesures optiques deviennent difficiles car les niveaux de pression sont trop faibles pour obtenir des gradients d'indice optique suffisants. Une simulation montre notamment que le point triple continue de s'éloigner de la paroi jusqu'a 1.20 m de la source, ce qui laisse penser que cette tendance continuera même à plus longue distance. Les effets nonlinéaires devenant négligeables, la trajectoire du point triple n'a plus de raison d'évoluer autrement que géométriquement, et donc de suivre une ligne droite. Les travaux antérieurs suggérant des points triples retournant au niveau de la paroi ne s'appliquent donc pas à des configurations avec des ondes de choc sphériques.

Enfin, une dernière section traite de l'adimensionnement pour l'appliquer à des échelles différentes. Pour cela, l'énergie de la source doit être estimée. Cette mesure n'était pas accessible dans les expériences car cela nécessite une instrumentation particulière pour mesurer à la fois la tension et l'ampérage aux bornes des électrodes au cours du temps. En revanche, pour les simulations, l'intégration du champ de pression permet de calculer l'énergie initiale. La méthode de simulation peut donc être utilisée comme méthode d'estimation de l'énergie initiale de l'arc électrique. En particulier, l'équation 3.3 est une piste prometteuse pour estimer rapidement ce niveau d'énergie. En effet, ces travaux ont été réalisés avec une source d'une énergie donnée (E_1). Les amplitudes de la pression correspondant à cette source pour différentes distances en champ libre ont été présentés au chapitre 2. On peut donc choisir une distance R_1 à laquelle l'amplitude de la pression est connue. Si un arc électrique avec un écart inter-électrode différent est utilisé, l'énergie initiale va aussi changer (E_2). Cependant, en mesurant les amplitudes de pression à

différentes distances, il sera possible d'estimer à quelle distance (E_2) l'amplitude de la pression est identique à la pression de la première source en E_1 à la distance R_1. En appliquant la formule 3.3 il est donc possible de déduire l'énergie de la source avec un écart inter-électrodes différent E_2.

Suivant des travaux similaires menés ces dernières années, les trajectoires de points triples obtenues ont donc été normalisées et comparés à des modèles notamment utilisés pour les explosions nucléaires. En effet, une des simulations dans laquelle la source est placé à 10.5 mm de la paroi correspond à un des cas de référence du modèle UFC après normalisation. Un bon accord a été observé pour cette simulation particulière avec le modèle empirique de référence. Cette étude préliminaire ouvre la voie à de potentielles études d'ondes de chocs causées par les explosions, mais à échelle réduite. Cette enjeu est important car les expériences avec explosifs sont difficiles à mettre en place ; notre alternative présente l'avantage de sa relative simplicité de mise en place. En particulier, si une mesure de l'énergie initiale de l'arc électrique est possible, la trajectoire du point triple résultant devrait être décrite par les modèles du type UFC.

Tout d'abord, il serait intéressant de déterminer les configurations précises permettant des comparaisons avec les courbes du modèle UFC. Pour cela, il est possible de changer la position de la source ou l'énergie initiale. D'un point de vue numérique, il est difficile de placer la source plus proche de la paroi si son étalement spatial reste le même que dans notre étude, car le champ de pression initial est alors coupé par la frontière rigide. C'est donc sur l'énergie initiale, et donc la longueur de l'arc électrique, qu'il faut jouer pour obtenir des configurations de référence. Ainsi, la source peut potentiellement être éloignée de la paroi. D'un point de vue expérimental, les longueurs d'arcs électriques devront être adaptées pour correspondre à ces nouveaux niveaux d'énergie. Pour cela la procédure décrite précédemment est un bon point de départ. Les trajectoires du pied de Mach obtenues pourront alors être comparées au modèle UFC ou d'autres modèles plus récents décrivant la trajectoire du point triple. Une fois les limites de ce genre de normalisation mieux comprises, des études expérimentales de la réflexion d'ondes de choc forts pourront être menées sur des modèles réduits en laboratoire. Des configurations du type réflexion d'ondes de souffle sur des milieux urbains seraient alors possibles à échelle réduite en s'affranchissant notamment des effets météorologiques qui rendent difficiles l'interprétation de ce type d'expérience à grande échelle.

Une autre perspective de ces travaux serait d'appliquer la méthode de normalisation à des chocs plan. En effet, c'est dans les configurations d'ondes guidées que les ondes de choc acoustiques sont le plus souvent rencontrées. Une littérature abondante existe sur la propagation d'ondes de choc fort dans les guides d'ondes. Certains de ces phénomènes pourraient être étudiés à plus faible niveau en utilisant cette méthode de normalisation pour dimensionner les expériences et simulations. La surface PVC utilisée dans les expériences à été considérée comme infiniment rigide et parfaitement plane. Cette hypothèse est très souvent présente dans la littérature pour l'étude de la trajectoire des points triples. Cependant, il a été montré expérimentalement que l'état de surface a un impact sur le pied de Mach [121]. Les deux derniers chapitres traitent de cette question particulière.

4 Réflexion d'ondes de choc sur une paroi à géométrie périodique

4.1 Introduction

4.1.1 Motivations et travaux antérieurs

Comme on l'a décrit lors du chapitre précédent, beaucoup d'études tant numériques qu'expérimentales ont été réalisées ces cinquante dernières années au sujet de la réflexion de choc sur des surfaces lisses. En réalité, la surface ne peut pas nécessairement être considérée comme parfaitement lisse et infiniment rigide. À petite échelle, la présence de poussières ou de micro-aspérités peut modifier le schéma de réflexion des chocs. Même des micro-structures de tailles faibles comparées à la longueur d'onde de l'impulsion peuvent modifier le schéma de réflexion en raison des effets non-linéaires induisant des composantes hautes fréquences pouvant se diffracter sur les aspérités de la surface. À plus grande échelle, c'est la topographie du sol qui peut jouer ce rôle dans l'étude des chocs générés par le tonnerre ou les avions supersoniques. Dans cette étude, seuls les effets topographiques seront considérés : la surface d'intérêt sera déformée mais toujours considérée comme rigide. Cette approche a l'avantage d'isoler l'impact des effets topographiques et permet une étude systématique des effets de sol.

La prise en compte de ces effets s'avère nécessaire pour certaines applications comme par exemple lors de l'étude de la transition entre déflagration et détonation pour les explosions confinées [122, 123]. En effet, on distingue deux types d'explosions : la déflagration qui est un phénomène subsonique, et la détonation qui est supersonique. Ces phénomènes sont très complexes car il existe une forte interaction entre la propagation de la flamme et la dynamique du gaz. Dans des conduites contenant des gaz inflammables, une transition entre déflagration et détonation peut être observée après une certaine distance de propagation : S. Maeda *et al* [123] ont montré que la position de cette transition est impactée par la rugosité de la paroi du tube. Cette différence entre cas lisse et rugueux est expliquée par l'impact de la rugosité sur la dynamique de l'onde de choc en proche paroi.

L'impact de la rugosité a aussi été très tôt un sujet de recherche dans le domaine des ondes de chocs générées par des explosions, comme l'illustre par exemple les travaux de P. W. Huber et D. R. McFarland en 1959 [121]. Cette étude expérimentale est basée sur la mesure optique de

pieds de Mach générés par une source explosive placée à différentes élévations par rapport au sol. Dans certains cas, des éléments pyramidaux sont ajoutés au sol. Une diminution de la hauteur du pied de Mach est observée quand la rugosité est présente, le pied de Mach se forme aussi plus tard que dans le cas lisse. Ces mesures à petites échelles sont ensuite comparées à des cas d'explosions plus réalistes à grande échelle, avec une bonne concordance (notamment au niveau de la décroissance de la pression en fonction de la distance). Les auteurs concluent leur étude en précisant qu'il reste à définir la contribution exacte des éléments individuels constitutifs de la rugosité sur le schéma complet de réflexion.

Depuis les années 80-90, plusieurs équipes ont travaillé sur l'étude de la réflexion de chocs sur des surfaces plus complexes que le simple plan rigide. Par exemple, des travaux ont notamment porté sur la réflexion de chocs sur des plaques perforées [124], ou encore des matériaux poreux [125]. Plus récemment, les travaux de Bharat B. Tripathi *et al* portent sur le cas de la réflexion sur une paroi convexe-concave [13]. Dans cette configuration, un deuxième pied de Mach apparait au moment ou la surface devient concave. Les études portant sur la réflexion sur des parois à géométrie aléatoires sont en revanche plus rares.

Le lien entre les petites échelles de rugosité et le schéma de réflexion a été étudié expérimentalement par Adachi *et al* [126] dans une étude de la réflexion de chocs sur une paroi crénelée en 2D, menée avec des tubes à chocs. Cette analyse montre notamment l'importance de considérer les ondes diffractées tant par les arrêtes des cubes que par le fond de chaque gouttière pour expliquer le schéma de réflexion et la trajectoire du point triple. Enfin, une étude systématique de la trajectoire du point triple en fonction de la dimension de la rugosité suggère que la trajectoire du point triple approche asymptotiquement le cas lisse quand la rugosité diminue. Ce type de travaux a aussi été effectué pour des plaques trouées [125, 127, 128].

Plus récemment, les mesures de J. Boutillier *et al* [113] montrent l'impact d'un sol faiblement rugueux sur la trajectoire du point triple afin d'évaluer le domaine de validité des modèles empiriques mis en place pour prédire le cas de réflexion sur une surface lisse. L'impact de la rugosité n'y est donc pas traité spécifiquement. Dans une autre étude récente, réalisée par M. Nguyen-Dinh *et al* [119], la topographie du sol est intégrée *via* une force de trainée à une simulation directe de la propagation d'une onde de souffle. La méthode consiste à considérer que la rugosité réduit localement la vitesse de l'écoulement en proche paroi, comme c'est le cas pour la propagation d'ondes de choc dans les milieux multiphasiques (comme les matériaux poreux). La difficulté de l'approche consiste à trouver la force de trainée correcte pour une géométrie donnée. Dans l'étude, un coefficient de trainée obtenu pour un gaz chargé de sphères rigides est utilisé. Cette approche par force de trainée a été étudiée par plusieurs auteurs dans les années 80 dans le cas de le propagation d'onde de chocs guidées [16]. Ce type de formulation à l'avantage de permettre un coût CPU réduit pour la propagation d'ondes de chocs de forte amplitude sur une longue distance car il n'est pas nécessaire d'appliquer un traitement spécifique pour prendre en compte la rugosité, une condition limite est suffisante. Elle permet aussi de prendre en compte les échelles non-résolues par le maillage d'une simulation CFD classique. Cette simulation est comparée dans l'étude à des mesures faites sur un site pyrotechnique. Les effets météorologiques sont aussi pris en compte.

Un autre sujet intensif de recherches en lien avec la réflexion d'onde de chocs ces dernières décennies est l'étude du bang sonique : l'onde de choc générée par le déplacement d'un avion supersonique [19]. Le but est de mieux comprendre la génération de ces ondes de chocs (déterminées par le fuselage de l'avion) et leur propagation dans l'atmosphère pour estimer les niveaux de pression ressentis au sol. Les effets topographiques doivent eux aussi être considérés. Les enjeux industriels de ce type d'études sont importants car les problèmes de nuisance sonore sont prépondérants dans le frein au développement de l'aviation supersonique civile [129]. Des études psycho-acoustiques de la perception du bang sonique sont nécessaires dans l'optique de créer des normes pertinentes sur la gène occasionnée par le passage de l'avion [23, 22]. En effet, le front d'onde de choc a une forme conique et touche une très large zone au sol au moment du passage de l'avion, pouvant endommager les bâtiments et effrayer les résidents. Plus particulièrement, certaines études ont porté sur la réflexion du bang sonique sur les bâtiments [25], qui peuvent être considérés comme de la rugosité étant donné la longueur d'onde du bang sonique (de l'ordre de 50-100 mètres). Cette dernière étude ne prend cependant en compte qu'un bâtiment et regarde les niveaux de pression et spectres des signaux de pression avant et après une habitation. Il n'est donc pas possible de voir l'effet cumulatif de la diffraction sur le schéma de réflexion

4.1.2 Synthèse et objectifs de l'étude

Au vu des différentes études abordées précédemment, plusieurs développements sont possibles dans l'optique de parfaire la compréhension de la réflexion de chocs sur les parois rugueuses. Tout d'abord, les études expérimentales sur les parois réelles (ondes de souffle sur le sol) se sont surtout concentrées sur la hauteur du pied de Mach et la surpression, et pas sur le champ diffus. De plus, les impédances de sol sont aussi considérées, la déformation de la paroi n'est donc pas un effet isolé. Les études expérimentales sur parois périodiques sont principalement basées sur de l'imagerie Schlieren (et plus rarement des microphones). Là encore, les pieds de Mach sont beaucoup abordés et certains auteurs relient ces phénomènes aux interactions de chocs dans les aspérités. La question des niveaux de pression proche de la paroi (et de possibles ondes de surface) n'est donc pas abordée. Ces interactions d'ondes de chocs sont d'autant plus difficiles à étudier qu'il n'y a pas de modèle analytique de la réflexion sur une surface rugueuse dans un cas non-linéaire. Les seules approches développées sont basées sur l'utilisation d'un coefficient de trainée à appliquer au niveau du sol et qui correspond à une porosité effective. Il n'y a pas eu à l'heure actuelle d'étude numérique prenant en compte la rugosité aléatoire d'un point de vue géométrique : seuls des modèles effectifs ont été utilisés pour décrire la rugosité. Or ils ont l'inconvénient de ne pas permettre une étude des ondes rétro-propagées, ou bien des phénomènes de résonances locales. C'est dans ce contexte que les outils présentés au chapitre 1 vont être utilisés dans ces deux dernières chapitres pour simuler de manière précise la réflexion d'ondes de chocs sur des parois irrégulières. La rugosité sera maillée à l'aide d'un changement de coordonnées curvilignes pour avoir accès à toutes les grandeurs physiques en proche paroi ainsi qu'aux ondes rétro-propagées.

Suivant la même approche que nombre d'études précédentes, une première analyse de la réflexion de chocs sur des parois périodiques est menée dans ce chapitre. Ces configurations

présentent l'avantage de posséder des solutions analytiques dans un cas linéaire. De plus, le champ diffusé est plus facile à corréler à la géométrie de la surface si celle-ci est périodique. Les expériences préliminaires réalisées avant cette étude au laboratoire ont montré qu'une surface sinusoïdale de seulement quelques millimètres est suffisante pour détruire les interactions menant à la formation du pied de Mach. Une étude numérique a complété ces analyses en montrant que le rapport de l'amplitude du sinus avec sa période est un facteur déterminant sur la trajectoire du point triple. Si ce rapport augmente, le pied de Mach diminue. Quand ce rapport tend vers zéro le pied de Mach augmente en hauteur pour finalement tendre vers le trajectoire obtenue dans le cas d'une paroi lisse.

Ce chapitre a pour objectif de poursuivre cette analyse de la réflexion sur paroi à géométrie périodique et d'établir une corrélation entre la géométrie de la paroi et le schéma de réflexion observé. Une géométrie sinusoïdale est choisie. Plusieurs séries de simulations ont été réalisées avec des rapports entre amplitude et période du sinus constants afin de réduire la géométrie de la paroi à un seul paramètre et faciliter l'analyse. Le rapport de l'amplitude sur période est choisi de telle sorte que des configurations avec et sans pied de Mach soient observables dans le panel de simulations réalisées. Le but est d'étudier l'impact du changement d'échelle de rugosité sur le schéma de réflexion. Dans une première section, le maillage utilisé ainsi que les différents paramètres des simulations sont présentés. L'impact de l'amplitude de l'onde de choc incidente sur le schéma de réflexion est ensuite discuté, et la comparaison est faite avec un cas linéaire dans lequel aucune diffraction n'est visible sur la paroi. Une autre section présente ensuite l'impact de la géométrie de la paroi sur le schéma de réflexion : une première discussion établit le lien entre les interactions de chocs dans les aspérités de la paroi et le pied de Mach résultant. La position du choc réfléchi change avec la rugosité, entrainant une modification de la trajectoire du point triple. Enfin, les deux dernières sections montrent la présence d'ondes de surface se propageant le long de la paroi. Ces ondes de surfaces existent aussi dans un cas linéaire pour une paroi plane d'impédance finie. Une comparaison avec un modèle analytique linéaire est présenté dans la dernière section.

Une fois les principaux effets de la rugosité établis dans un cas périodique, le dernier chapitre présentera des mesures et simulations réalisées pour des parois aléatoires pour lesquelles les mêmes types de phénomènes sont observés, bien que moins marqués.

4.2 Configuration de l'étude et maillage

L'utilisation d'une paroi périodique sinusoïdale présente plusieurs avantages. En effet, la littérature est abondante sur la réflexion d'ondes sur ce type de parois (que ce soit en acoustique ou en électromagnétisme) et permet d'avoir une estimation de certains des effets de la déformation de la paroi. Cette thématique a été particulièrement étudiée à la fin du XXème siècle pour mieux comprendre l'impact de la déformation de la surface des océans sur les télécommunications et les radars [130]. Ce problème est aussi présent lors du contrôle non-destructif sur des surfaces irrégulières. Un des effets étudié est par exemple le "enhanced back scattering" [131] : la quantité d'énergie diffractée et rétro-propagée augmente significativement pour une petite gamme d'angles

par rapport à l'onde incidente. La présence d'ondes de surface est aussi étudiée car elle explique notamment la propagation des ondes électromagnétiques sur des distances anormalement longues : les ondes radios sont guidées le long de la croûte terrestre et atteignent des distances où la zone d'ombre liée à la courbure terrestre ne devrait pas permettre de réception [132].

4.2.1 Géométrie de la paroi

Comme précédemment, les équations d'Euler axi-symétriques sont résolues dans le domaine temporel. Cela implique que la rugosité utilisée dans les simulations est elle aussi axi-symétrique. C'est à dire qu'on simule en pratique la réflexion d'une source ponctuelle au dessus d'une paroi qui comporte des sillons formant des cercles concentriques centrés sur la source. La source utilisée est un dépôt ponctuel de pression d'enveloppe gaussienne avec les paramètres obtenues dans le chapitre 2 par comparaison avec la source à arcs électriques en champ libre. La pression maximale au centre de la source est donc de $p_s = 7.5$ kPa et la largeur de la gaussienne à mi-hauteur est de $\alpha = 2.5$ mm. Cette source est localisée à 10.5 mm de la paroi au contraire du chapitre précédent (ou elle se trouvait à 21 mm). Ce changement permet d'obtenir des trajectoires de points triples qui s'éloignent plus rapidement de la paroi et permet ainsi de réduire l'incertitude liée à l'estimation de leur hauteur. Comme expliqué au chapitre 1, la paroi irrégulière est prise en compte au moyen d'un changement de coordonnées dans les équations d'Euler. Le changement de coordonnées est représenté sur le schéma Fig.4.1.

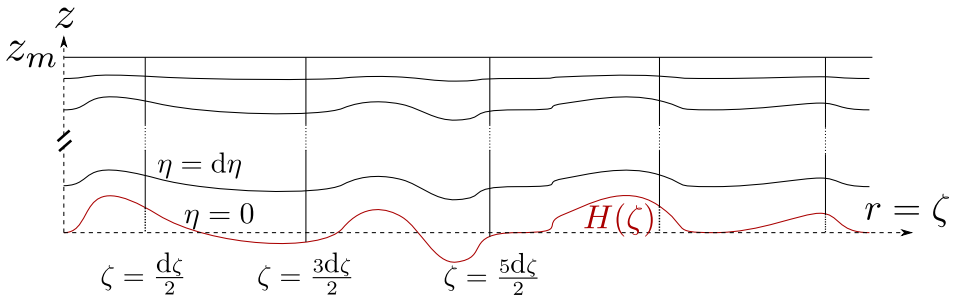

Figure 4.1 – *Schéma du changement de coordonnées utilisé.*

Un nouveau système de coordonnées (ζ, η) est introduit et exprimé en fonction du système de coordonnées axi-symétrique (r, z). Cette nouvelle grille n'est pas déformée sur la frontière haute du domaine (en $z = z_m$) et a une déformation maximale qui correspond à $H(\zeta)$ sur la paroi. Le passage du système de coordonnées (r, z) à (ζ, η) peut donc s'exprimer comme :

$$
\begin{aligned}
r &= \zeta, \\
z &= \eta \left(\frac{z_{\mathrm{m}} - H(\zeta)}{z_{\mathrm{m}}} \right) + H(\zeta),
\end{aligned}
$$

où $H(\zeta)$ est la fonction décrivant la paroi en $\eta = 0$ et z_{m} correspond à la dimension en z de la fenêtre de calcul. La rugosité n'est pas présente sur les premiers centimètres afin de s'assurer de la stabilité du calcul sur la frontière axi-symétrique. Enfin, une fenêtre glissante est utilisée pour réduire le coût de calcul. Cette fenêtre glissante a cependant l'inconvénient d'empêcher

l'obtention des signaux de pression complets du champ diffracté, il faudrait pour cela que le point de mesure choisi reste dans le domaine de calcul suffisamment longtemps pour que les niveaux de pression enregistrés deviennent négligeables. Cela demanderait une fenêtre glissante très large ce qui réduirait l'intérêt de l'approche. Dans cette section, le profil $H(\zeta)$ est choisi sinusoïdal :

$$H(\zeta) = \frac{h_r}{2} \cos\left(\zeta \frac{\pi}{h_r}\right).$$

La taille des aspérités de la paroi est fixée par le paramètre h_r. Dans cette étude, les valeurs suivantes de h_r sont considérées : $h_r = 100$, 200, 250, 300, 350, 400, 450, 500, 1000, 1500 μm. Cette dynamique est suffisante pour obtenir plusieurs simulations avec un pied de Mach visible et des simulations où le pied de Mach n'est plus présent.

4.2.2 Paramètres des simulations

La discrétisation spatiale nécessaire pour le calcul est directement liée à taille caractéristique de la déformation de la paroi. En effet, il est nécessaire que le nombre de points par période du sinus de la paroi soit suffisant pour correctement discrétiser la surface. C'est pourquoi deux jeux de paramètres ont été utilisés pour cette étude. Pour les dimensions de rugosité $h_r = 100,\ 150,\ 200$ μm, le domaine de calcul est constitué de 1250×2000 points pour 50000 itérations temporelles. Les pas spatiaux sont égaux à $\mathrm{d}z = 0.04 \times 10^{-3}$ m et $\mathrm{d}r = 0.015 \times 10^{-3}$ m et le pas temporel est égal à $\mathrm{d}t = 0.15 \times 10^{-7}$s. Pour les paramètres h_r allant de 250 μm à 1500 μm, la contrainte sur les mailles est moins forte. Le domaine de calcul est donc constitué de 1000×1800 points, pour 40000 itérations temporelles. Le pas de temps est de $\mathrm{d}t = 0.2 \times 10^{-7}$s, les pas spatiaux sont fixés à $\mathrm{d}z = 0.05 \times 10^{-3}$ m et $\mathrm{d}r = 0.025 \times 10^{-3}$ m respectivement. Cela correspondrait à un CFL de 0.135 et 0.27 respectivement si la grille étaient cartésienne. Cet indicateur est suffisamment fiable pour que la déformation de la paroi n'entraine pas d'instabilités.

Dans tous les cas, les deux coefficients des filtres appliqués sont fixés à 0.4. La pression atmosphérique est de $p_{atmo} = 98568$ Pa, pour une célérité du son égale à $c_0 = 341.36$ m.s^{-1} et une densité de 1.21 kg.m^{-1}. Une fenêtre glissante est appliquée. Un temps de calcul de l'ordre de la journée avec 8 coeurs (parallélisation OpenMp) est nécessaire pour propager l'onde de choc sur 40 centimètres dans cette configuration.

4.3 Analyse qualitative de la réflexion sur une paroi déformée

Cette section a pour but de décrire les principales différences observées entre la réflexion d'un choc sur une paroi lisse et une paroi irrégulière sur une configuration uniquement. Les effets de la déformation de la paroi seront ensuite étudiés avec plus de précision dans les sections suivantes. Trois simulations sont comparées dans cette section. D'une part la réflexion d'une onde de choc sur une paroi sinusoïdale avec $h_r = 500$ μm, d'autre part une simulation avec une onde acoustique linéaire se réfléchissant sur la même paroi et enfin la réflexion d'un choc sur une paroi lisse servant de référence. Cette seconde source est aussi un dépôt ponctuel d'énergie avec la même enveloppe

que précédemment, mais un maximum de pression en son centre égal à 0.1 Pa. Les champs de pression obtenus à environ 21 centimètres de la source sont tracés sur la figure 4.2 dans les deux cas de parois déformées. La longueur totale de l'impulsion est, dans les deux cas, de l'ordre de 2 centimètres. De multiples fronts d'ondes sont visibles sur l'image (a) dans le cas du champ obtenu avec l'onde de choc : les non-linéarités induisent des fréquences suffisamment élevées pour se diffracter sur la rugosité. A l'inverse, l'onde acoustique linéaire sur l'image (b) ne se diffracte quasiment pas sur la paroi, seule une oscillation se propageant en proche paroi est visible. Celle-ci résulte nécessairement de la superposition d'ondes diffractées en dépit du fait que ces ondes ne soient pas visibles comme c'est le cas avec une onde incidente non-linéaire. Sur l'image (a), le choc incident et le choc réfléchi coïncident à environ $z = 1.5$ cm et $r = 21$ cm ; c'est à cet endroit que le point triple est situé. Enfin, on peut voir que la pression chute sur le front d'onde de choc très proche de la paroi : la recombinaison des ondes diffractées a lieu sur le choc réfléchi et le choc incident est atténué par les aspérités successives. La section suivante présentera plus précisément ces interactions proches de la paroi.

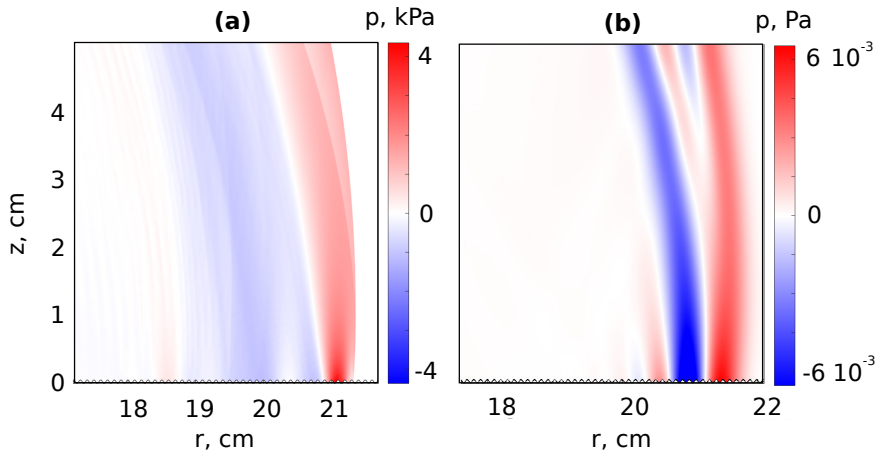

Figure 4.2 – *Champs de pression simulés à 21 centimètres de la source pour deux cas : (a) source non-linéaire ; (b) source linéaire. La paroi est à géométrie sinusoïdale avec $h_r = 500$ μm. La source est localisée en $z_S = 10.5$ mm de la paroi.*

Sur la figure 4.3 les formes d'ondes pour deux hauteurs à $r = 15$ cm sont présentées pour les trois configurations étudiées. Les formes d'ondes de la pression sont normalisées par leurs maximums afin de permettre la comparaison des cas non-linéaires et linéaire. Les spectres des signaux sont aussi représentés. Dans un premier temps, considérons seulement les cas avec une onde de choc. Comme on l'a déjà remarqué sur la cartographie de pression, le front d'onde de choc est perturbé en proche paroi, ce qui entraine la discontinuité visible sur le front d'onde à 420 μs dans le cas d'une paroi déformé, mais pas dans le cas de la paroi lisse. Les choc incident et réfléchi ne sont cependant pas clairement identifiables en $z = 2$ mm, mais bien distincts à 35 mm de la paroi. Des ondes diffractées sont visibles sur les figures sur la partie négative de l'impulsion. Celles-ci sont plus visibles à $z = 35$ mm sur ces figures : la pression maximale est environ doublée en proche paroi alors que les ondes diffractées sont à des niveaux identiques. La dynamique n'est donc pas la même entre $z = 2$ mm et $z = 35$ mm ce qui entraine une apparente différence de niveau des ondes diffractées entre les deux cas.

Si on s'intéresse maintenant aux différents spectres, un premier lobe principal est toujours visible suivi d'oscillations dans les deux cas non-linéaires. Le premier lobe est relié à la longueur totale de l'impulsion : les deux formes d'ondes non-linéaires ont globalement la même durée, c'est pourquoi les lobes principaux se superposent en proche paroi. Dans les deux cas, les non-linéarités induisent des petites oscillations sur le spectre après le lobe principal. Le signal linéaire est de plus courte durée, ce qui implique un lobe principal de plus haute fréquence. Proche de la paroi, un second lobe est visible vers 45 kHz dans le cas de la paroi déformée contrairement au cas lisse. Cette différence est visible sur le signal temporel : une oscillation est présente juste après la partie positive du choc et est aussi visible sur la cartographie de la figure 4.2. Cette oscillation reste confinée proche de la paroi et rappelle le comportement d'ondes de surface. On peut notamment observer sur la cartographie que la pression de la phase positive décroît fortement dès qu'on s'éloigne de la paroi contrairement à un schéma de réflexion sur une paroi lisse, où la pression le long du pied de Mach reste quasiment constante.

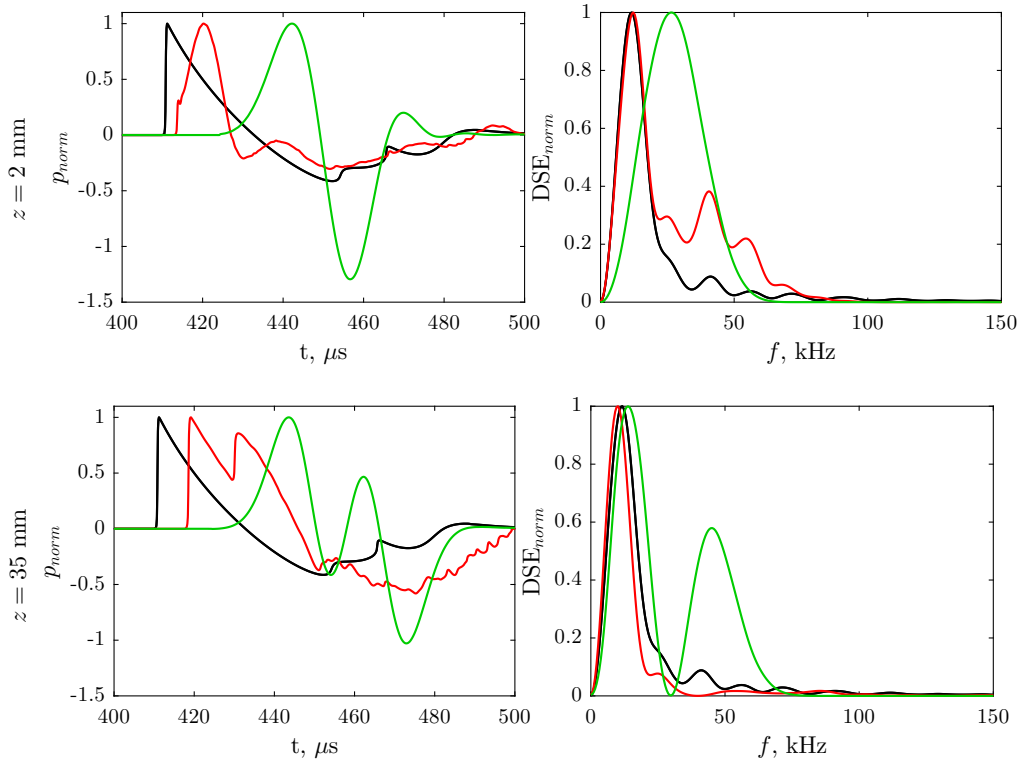

Figure 4.3 – *(gauche) Formes d'ondes obtenues pour deux hauteurs par rapport au sol $z =$ 2, 35 mm et en $r = 15$ cm pour trois configurations : ━━ réflexion sur une paroi lisse, ━━ réflexion sur une paroi sinusoïdale, ━━ réflexion d'un onde acoustique linéaire sur la même paroi sinusoïdale. (droite) Densités spectrales d'énergie correspondantes. Les formes d'ondes sont normalisées par leurs maximums pour permettre une comparaison.*

Sur la figure 4.4 les mêmes formes d'ondes que précédemment sont tracées en $z = 2$ mm, mais pour deux positions différentes. Les figures du haut correspondent à $r = 10$ cm, les figures du bas à $r = 25$ cm. On peut voir que le lobe secondaire observé précédemment sur le spectre du signal non-linéaire dans le cas de la paroi déformée est de plus grande amplitude après 15 cm de propagation. Ce comportement est typique des ondes de surface qui sont des phénomènes

cumulatifs favorisés par des angles d'incidence rasant. À $r = 25$ cm, des petites oscillations sont aussi visibles sur le signal linéaire à partir de 775 μs ce qui laisse penser que le même phénomène se produit dans un cas linéaire ; le lobe secondaire peut cependant masquer le lobe principal. Le lobe principal du signal linéaire est légèrement déformé après 15 cm de propagation, ce qui semble aller dans ce sens.

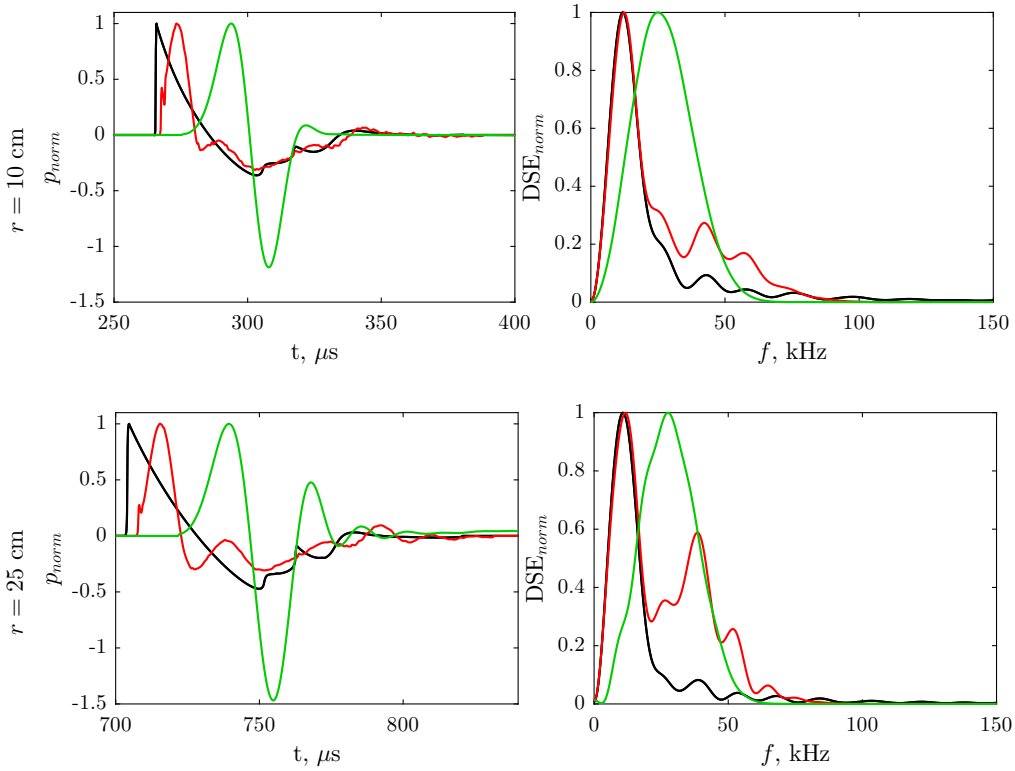

Figure 4.4 – *(gauche) Formes d'ondes et (droite) spectres obtenus pour deux distances source-récepteur avec $z = 2$ mm et pour trois simulations : ━━ réflexion d'un choc sur une paroi lisse, ━━ réflexion d'un choc sur une paroi sinusoïdale, ━━ réflexion d'une onde acoustique linéaire sur la même paroi sinusoïdale. Les deux figures dans la partie supérieure correspondent au cas $r = 10$ cm, les deux figures de la partie inférieure au cas $r = 25$ cm. Les formes d'ondes sont normalisées par leurs maximums pour permettre une comparaison.*

Dans cette section, plusieurs effets de la déformation de la paroi sur le schéma de réflexion de choc ont été décrits. Tout d'abord, la diffraction sur la paroi est systématiquement présente dès lors que des mécanismes de propagation non-linéaire sont en jeu : la génération de hautes fréquences due au raidissement du front d'onde est suffisante pour engendrer une diffraction sur la paroi même si la longueur de l'impulsion initiale est bien plus grande que la taille caractéristique de la paroi. Ces effets étant cumulatifs, il est donc probable que la rugosité ait un impact sur le schéma de réflexion quelle que soit la longueur initiale de l'impulsion dès lors que l'amplitude de la pression est suffisamment importante pour induire une discontinuité. De plus, des effets en proche paroi sont présents pour notre configuration d'étude. Ils sont à la fois visibles sur les cartographies de pression et sur les spectres des formes d'ondes en proche paroi et rappellent le comportement d'ondes de surface. Les deux sections suivantes traiteront donc de ces deux points : d'une part l'impact de la rugosité sur le schéma de réflexion (et le pied de Mach), d'autre part

la génération d'une onde de surface en proche paroi. Pour cela, des simulations avec plusieurs échelles de rugosité différentes sont nécessaires.

4.4 Schéma de réflexion

Dans cette section, les modifications du schéma de réflexion des ondes de choc dues à l'ajout de la paroi périodique sont détaillées. En particulier, les interactions de chocs à l'échelle de quelques périodes de la paroi permettent de déterminer si un pied de Mach va se former ou non dans le cas d'études avec des chocs plans. Cette analyse peut ensuite être étendue à des chocs cylindriques plus réalistes. L'impact de la rugosité est aussi visible sur la trajectoire du point triple dans le cas où celui-ci existe. Le but de cette section est donc de corréler le schéma de réflexion observé avec les caractéristiques géométriques de la paroi.

4.4.1 Formation du pied de Mach

Le mécanisme de la formation d'un pied de Mach peut être expliqué en s'intéressant au comportement des ondes de choc en proche paroi. Dans le cas d'une paroi à géométrie périodique, des diffractions multiples interviennent pour former des schémas de réflexion complexes qui varient en fonction de l'angle d'incidence, de l'amplitude du choc et de la géométrie de la paroi. Des travaux expérimentaux réalisés par T. Adachi *et al* [126] montrent expérimentalement des structures de choc pour la réflexion d'un choc plan sur une paroi crénelée. Cette approche a l'avantage de générer des schémas de réflexion moins complexes que dans le cas d'une paroi avec des éléments cubiques et a donc été choisie en première approximation pour l'étude de la réflexion de choc sur paroi rugueuse. L'étude a été réalisée avec 3 angles d'incidences (20°, 30° et 40°) pour 5 hauteurs de créneau différentes : $d = 8,\ 4,\ 2,\ 1,\ 0.5,\ 0.25$ mm et pour un nombre de Mach de 1.425. Dans cette sous-section, les figures de ces travaux expérimentaux en tube à chocs sont comparées à des simulations avec paroi sinusoïdale ; le but est de démontrer que les mêmes types de structures sont présents dans les deux cas. Sur la figure 4.5, différents images Schlieren correspondant à la réflexion d'un choc plan sur une surface crénelée sont présentées. Ce premier exemple illustre le mécanisme de formation du pied de Mach dans le cas d'un choc fort.

Sur la première image, le choc incident s'est réfléchi sur la partie supérieure du premier créneau, un pied de Mach est déjà en formation dû aux forts niveaux mis en jeu. Ce pied de Mach quitte ensuite la paroi sur l'image (b). Les travaux de C. Desjouy [28] ont montré que le choc se diffractant sur l'angle de l'aspérité va décroître exponentiellement en amplitude à mesure que l'angle de propagation diffère de l'angle du choc incident. Sur la figure (c), ce pied de Mach s'est propagé au dessus de la seconde aspérité et un second pied de Mach s'est formé. Dans le cas décrit sur la figure, ce phénomène se répète ensuite périodiquement : des points triples successifs s'enchaînent pour former un pied de Mach à l'échelle macroscopique.

Dans le cas où le point triple du premier pied de Mach T_1 ne s'est pas élevé suffisamment pour atteindre la seconde aspérité, aucun pied de Mach supplémentaire ne peut se former. Ce cas est présenté sur la figure 4.6 où l'angle d'incidence est de 40°. Sur l'image (b), on peut voir le point de jonction entre les chocs incident et réfléchi impacter la paroi du prochain créneau et ne pas passer au dessus de celui-ci. Il y a donc deux paramètres déterminant la formation d'un pied de Mach

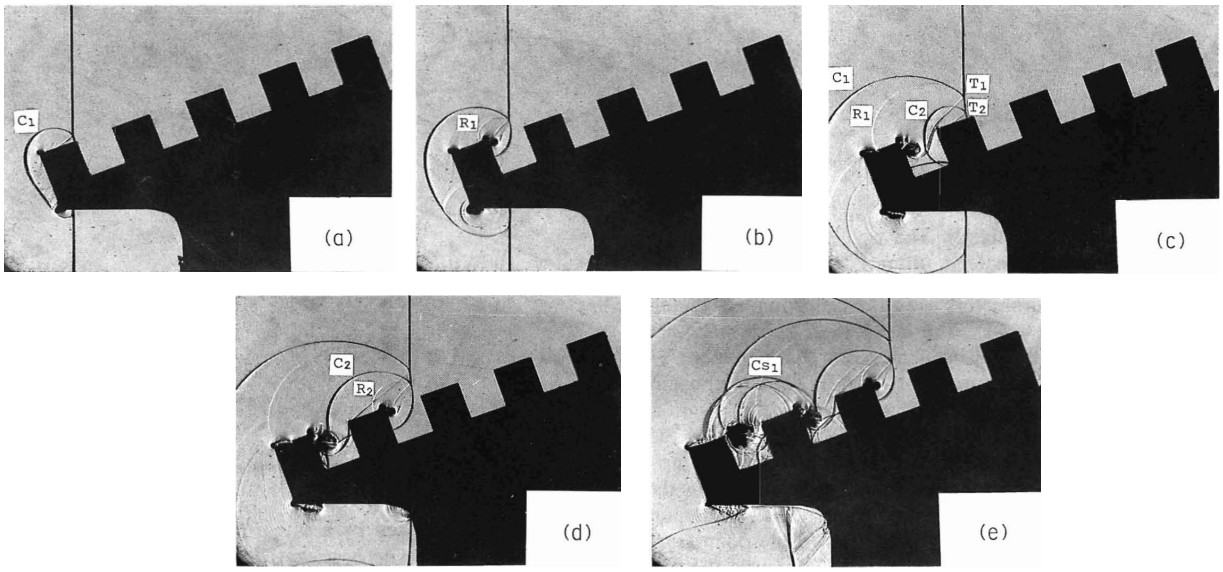

FIGURE 4.5 – *Images Schlieren extraites de [126] montrant la réflexion d'un choc plan sur une paroi crénelée et illustrant le premier mécanisme possible de formation d'un pied de Mach. L'experience à été menée dans un tube à choc par Adachi et al [126] pour expliquer la condition d'apparition d'un pied de Mach en fonction de l'incidence du front d'onde sur les aspérités de la paroi. L'angle d'incidence du choc plan sur la paroi est de 20°, la hauteur d'une aspérité est de* $d = 8mm$.

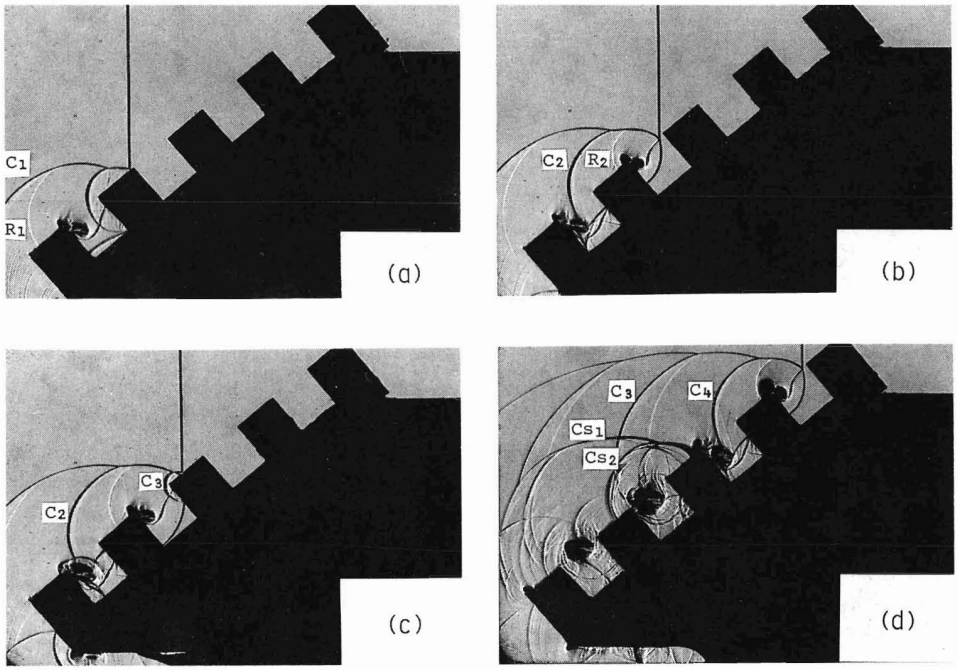

FIGURE 4.6 – *Images Schlieren obtenues dans la même référence que la figure 4.5 [126], représentant la réflexion d'un choc plan sur une paroi crénelée. Cette configuration montre le cas ou aucun pied de Mach ne se forme sur la paroi. L'angle d'incidence du choc plan sur la paroi est de 40°, la hauteur d'une aspérité est de* $d = 8$ *mm.*

par ce mécanisme : d'une part l'angle d'incidence qui détermine la trajectoire du premier point triple formé, d'autre part l'amplitude du choc incident qui détermine la vitesse de décollement du point triple et donc qui influe aussi sur sa trajectoire. Dans le cas d'une paroi sinusoïdale, les interactions de chocs en proche paroi sont identiques. Le cas $h_r = 500$ μm est représenté sur la figure 4.7 à la fois pour les cartographies de pression et pour les images Schlieren numériques. Dans notre cas, l'angle d'incidence n'est pas suffisamment rasant pour obtenir un pied de Mach : les premier et second points de jonction de chocs visibles sur les images (b) et (c) ont des trajectoires descendantes ce qui montre l'impossibilité d'un phénomène cumulatif permettant la formation d'un pied de Mach. Cependant, l'angle d'incidence change avec la distance source-récepteur : la rugosité augmente donc la distance de formation du pied de Mach.

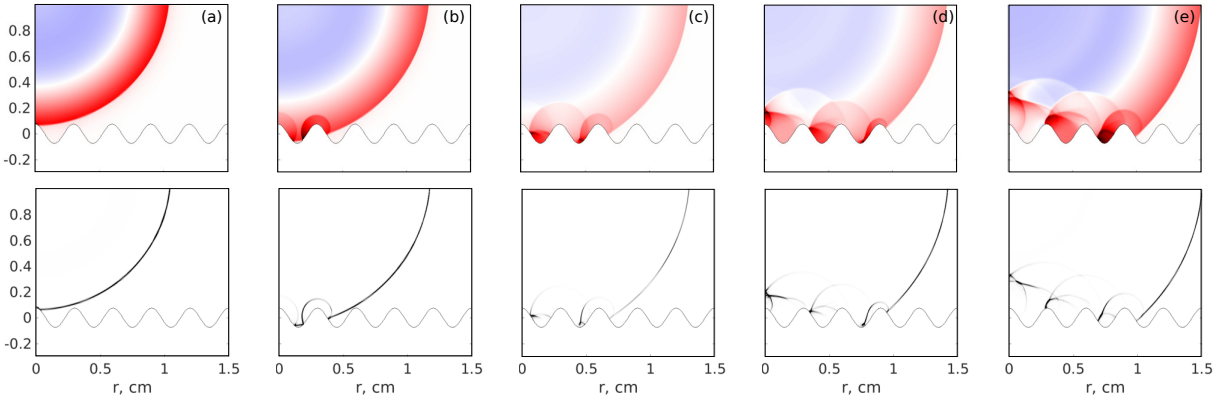

Figure 4.7 – *(haut) Champs de pression d'une onde de choc incidente sur une paroi sinusoïdale avec $h_r = 500$ μm pour 5 instants consécutifs. (bas) Images Schlieren numériques correspondantes.*

Un second mécanisme est possible pour générer un pied de Mach. Celui-ci est illustré sur la figure 4.8 tirée du même article. Dans cette configuration, un pied de Mach n'est pas formé comme on peut le voir sur l'image (a) et (b) : les différents fronts d'onde forment un choc réfléchi effectif nommé Ce qui se propage sans qu'un point triple ne s'éloigne de la surface. Un deuxième choc réfléchi effectif Cse est cependant présent, celui-ci est constitué des différentes contributions des chocs se diffractant à l'intérieur des cavités. Ce comportement est le même que celui observé quand un choc plan ce propage dans un tube à parois crenelée, comme c'est le cas dans l'étude de S. M. Mortazawy *et al.* [133] où un deuxième choc se forme derrière le premier. La position de ce deuxième choc est directement liée à la profondeur des cavités des parois du tube. L'espacement entre les deux chocs Ce et Cse est donc directement corrélé aux dimensions des cavités. Après un temps de propagation suffisant, ce deuxième choc fusionne avec le premier par effet non-linéaire comme on peut le voir sur les figures (c) et (d). Le choc réfléchi est alors de pression suffisamment élevée pour former un pied de Mach sur la figure (e). Ce mécanisme est plus proche de celui observé dans notre cas de réflexion sur paroi irrégulière avec des chocs faibles. En effet, il explique la chute de pression observée en très proche paroi sur la figure 4.2 : la zone en basse pression est composée du choc incident et du choc réfléchi constitué des parties diffractées sur le haut des aspérités. Le choc réfléchi vu sur les figures est en fait le deuxième visible sur la figure 4.8, constitué des chocs réfléchis à l'intérieur des cavités.

Pour corroborer cette affirmation, les cartographies du champ de pression obtenus pour 4

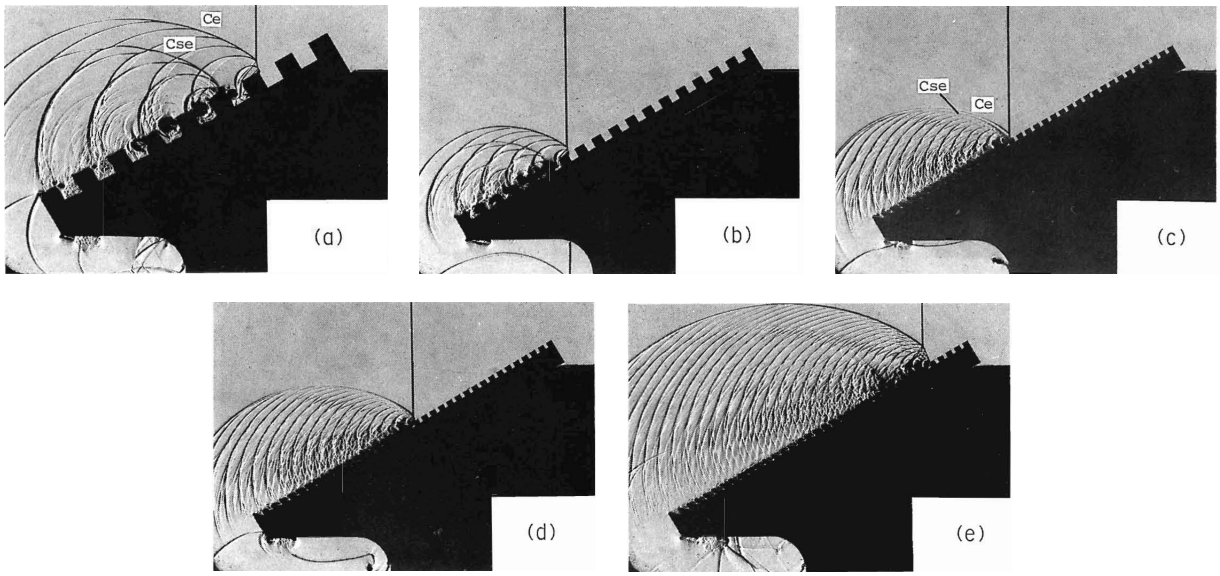

FIGURE 4.8 – *Images Schlieren représentant la réflexion d'un choc plan sur une paroi crénelée. Cette figure illustre le second mécanisme possible de formation d'un pied de Mach. L'angle d'incidence du choc plan sur la paroi est de 30°, la hauteur d'une aspérité est de $d = 8mm$.*

instants différents dans le cas d'une paroi sinusoïdale avec $h_r = 1000$ μm sont tracées sur la figure 4.9. Sur la cartographie (b), la distinction entre le choc réfléchi obtenu à partir de la partie supérieure du sinus et le choc réfléchi généré par les réflexions successives dans les cavités est clairement visible. Sur la dernière figure, l'amplitude du second choc est plus élevée. L'écart entre le second choc réfléchi et le choc incident commence à apparaître : il est de l'ordre d'une longueur d'onde du sinus de la paroi.

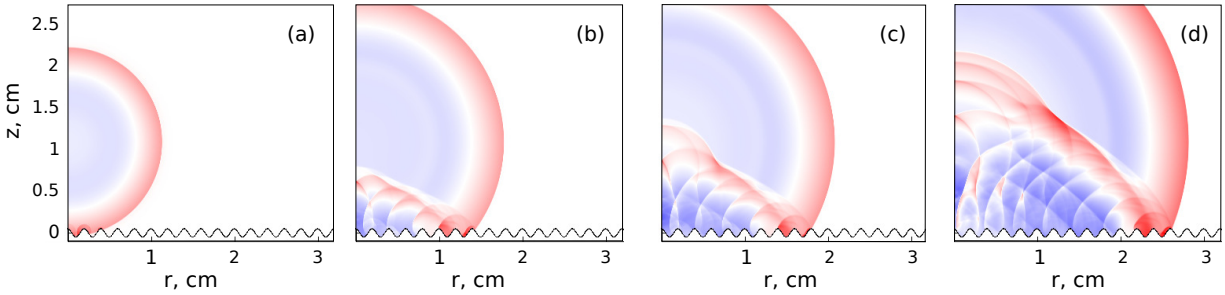

FIGURE 4.9 – *Cartographies du champ de pression d'une onde de choc incidente sur une paroi sinusoïdale avec $h_r = 1000$ μm pour 4 instants consécutifs.*

Ce second mécanisme de formation d'un pied de Mach dépend donc encore une fois du niveau de pression du choc incident et de la géométrie des cavités. Un niveau élevé et des cavités de tailles réduites vont favoriser la convergence du premier et second choc réfléchi et accélérer la formation d'un pied de Mach.

4.4.2 Position du choc réfléchi

Le schéma de réflexion peut aussi être étudié sur les formes d'ondes de la pression à différentes positions par rapport à la surface. Sur la figure 4.10, les formes d'ondes obtenues en $r = 20$ cm

et $z = 45$ mm sont tracées sur les deux figures de gauche : le point triple n'atteint pas 45 mm de haut à cette distance, le choc incident est donc bien discernable du choc réfléchi. La deuxième image correspond à un zoom de la phase positive du choc. Seul un choc réfléchi est visible sur les formes d'ondes : celui-ci correspond au second choc réfléchi observé sur la figure 4.9 car c'est celui de plus forte amplitude.

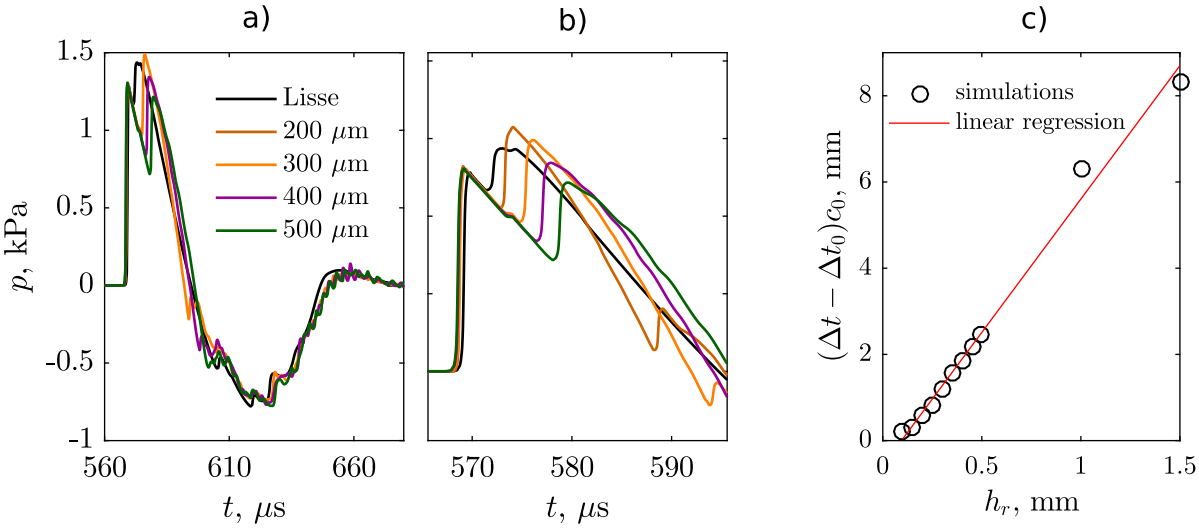

FIGURE 4.10 – *Formes d'ondes obtenues en $r = 20$ cm et $z = 45$ mm pour les simulations avec une paroi sinusoïdale et $h_r = 200,\ 300,\ 400,\ 500$ μm. a) formes d'ondes entre 560 et 680 μs. b) zoom sur le début de la phase positive, entre 570 et 600 μs. c) le décalage temporel entre le premier et le second maximum des formes d'ondes, multiplié par c_0. La régression linéaire correspond à :* $(\Delta t - \Delta t_0)c_0 = 6.187h_r - 0.5828$.

Comme on peut le voir sur le zoom de la partie positive de la forme d'onde, la position de ce choc réfléchi change avec la rugosité. La figure 4.10.*c* représente l'écart temporel Δt entre le choc incident et le choc réfléchi pour chaque taille caractéristique de rugosité testée. La quantité Δt_0 correspond à l'écart temporel dans un cas lisse. La quantité tracée est donc $(\Delta t - \Delta t_0)c_0$ afin d'obtenir une longueur caractéristique correspondant au retard induit uniquement par la rugosité. Ce retard croît bien linéairement avec h_r, mais n'est pas directement égal à celui-ci, la distance correspondant au retard entre les deux chocs est d'environ 6 fois la taille caractéristique du sinus. Cet écart est logique car le champ diffracté sur un élément du sinus est rétro-propagé en se réfléchissant sur le fond de la cavité, l'écart entre le champ incident et réfléchi est donc plus grand que h_r.

4.4.3 Schlieren numériques

L'impact de taille de la rugosité sur le pied de Mach est plus visible sur les Schlieren numériques que sur les champs de pression. Sur la figure 4.11, ces images Schlieren numériques sont représentées pour un cas de référence lisse et les parois sinusoïdales avec h_r allant de 100 à 500 μm par pas de 50 μm. Deux simulations à 1000 et 1500 μm sont aussi présentées pour montrer des exemples sans pied de Mach. La distance choisie est $r = 21$ cm. À cette distance, le point triple de la simulation avec paroi lisse est encore dans la fenêtre de calcul, à environ $z = 4$ cm. Une ligne pointillée rouge montre la hauteur du point triple obtenue sur la figure dans le cas où celui-ci

existe.

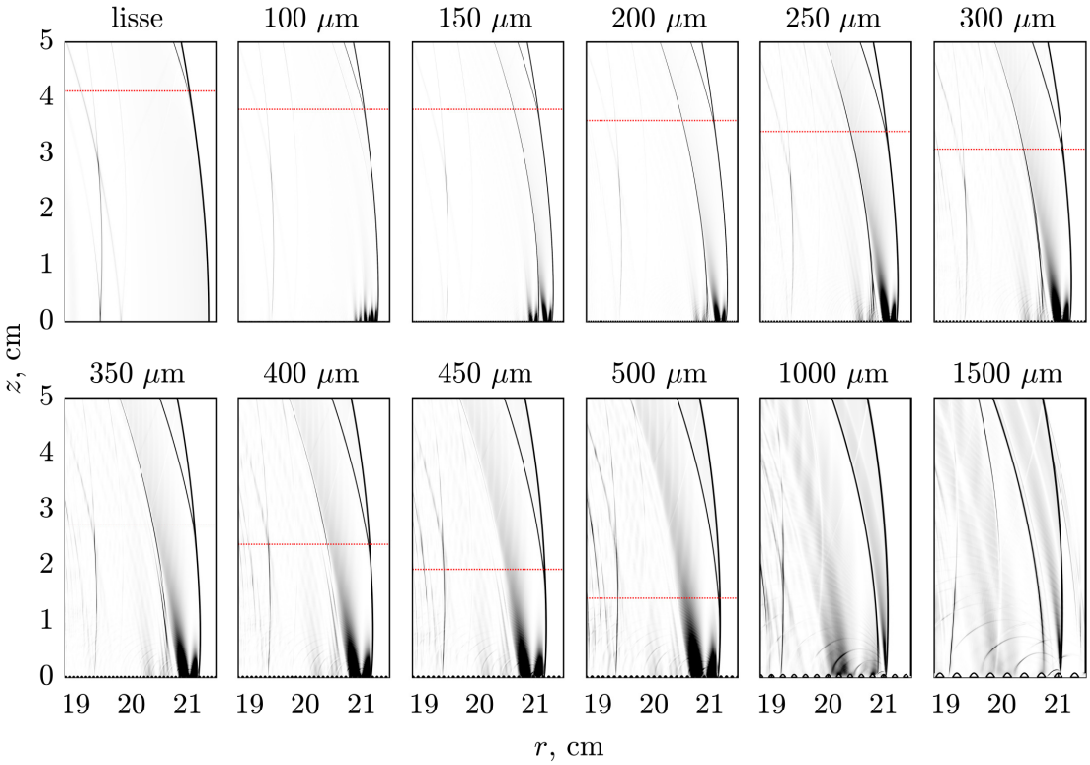

Figure 4.11 – *Images Schlieren numérique ($|\nabla\rho|$) de l'onde de choc réfléchie sur une paroi sinusoïdale pour différentes valeurs de h_r et en $r = 21$ cm. Une ligne pointillée rouge montre la hauteur du point triple dans les cas ou celui-ci existe.*

La hauteur du point triple diminue comme attendu quand la taille caractéristique de la rugosité augmente. En effet, de nombreux travaux expérimentaux ont déjà confirmé que la taille du pied de Mach a tendance à diminuer en présence d'aspérités de surface ou de poussière [113, 121]. D'une part, le retard du choc réfléchi montré sur la figure 4.10 implique plus de difficultés pour interagir avec le choc incident, ce qui peut potentiellement changer le taux de croissance du pied de Mach. De plus, les pieds de Mach dans chaque cas ne commencent pas à se former au même moment : si les taux de croissance sont identiques, la hauteur du pied de Mach sera plus faible dans le cas d'une rugosité plus grande car la distance de formation ne sera pas la même. Ce point corrobore l'idée selon laquelle le pied de Mach ne se forme pas par des réflexions successives du choc incident sur la partie supérieure du sinus, mais bien par interaction avec le choc réfléchi sur la partie inférieure de celui-ci qui fini par converger avec le choc incident. C'est donc un phénomène transitoire qui est à l'origine de la formation du pied de Mach pour ces configurations.

Des ondes rétro-propagées sont visibles pour les rugosités les plus grandes mais existent pour toutes les parois sinusoïdales présentées ici : quand la rugosité est trop petite, la diffraction est seulement trop faible pour engendrer des gradients de densité suffisants pour être du même ordre de grandeur que ceux des chocs incident et réfléchi. De plus, en proche paroi, des oscillations sont présentes. Celles-ci correspondent à des ondes de surface se propageant parallèlement à la paroi et feront l'objet de la prochaine section. On peut dès à présent constater que ces oscillations ont

une longueur d'onde qui change avec la taille de la rugosité. De plus, ces oscillations sont très basses fréquences comparées à la fréquence correspondant aux oscillations de la paroi.

4.4.4 Trajectoire du point triple

En analysant l'ensemble des images de Schlieren numériques obtenues pour les simulations sur paroi sinusoïdale, la trajectoire du point triple peut être tracée pour chaque valeur de h_r. Sur la figure 4.12, ces trajectoires de pied de Mach sont tracées jusqu'à 35 cm. Les positions des points triples ont été relevées manuellement sur chaque images Schlieren. La trajectoire dans le cas lisse s'arrête à environ 17 cm car le point triple sort ensuite de la fenêtre de calcul.

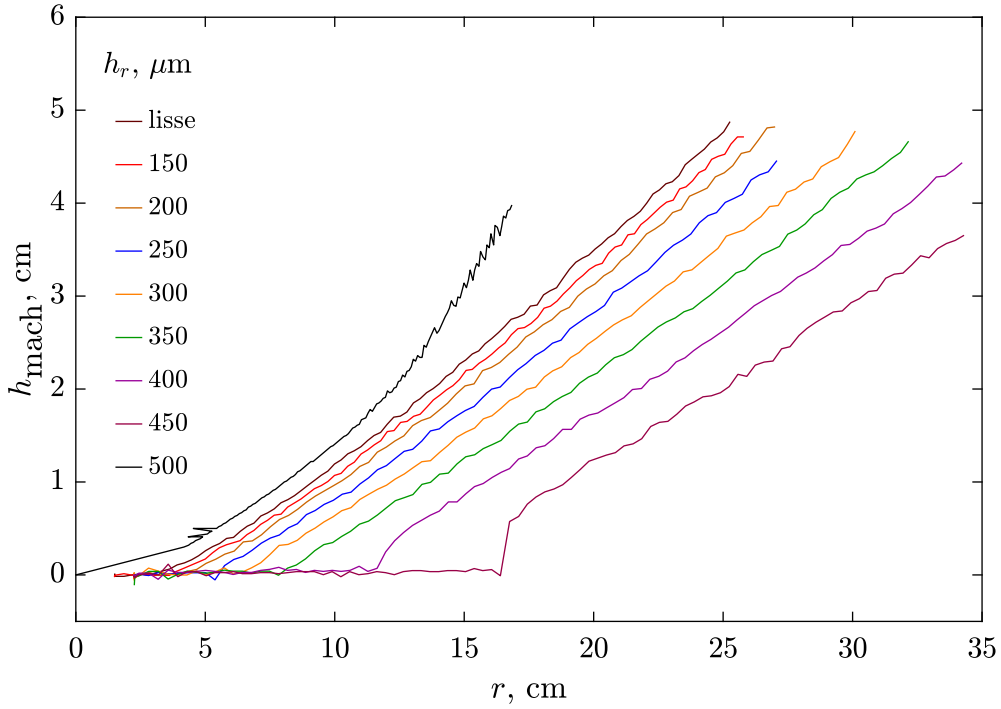

Figure 4.12 – *Trajectoire du point triple obtenues sur les images Schlieren numériques pour les configurations avec une paroi sinusoïdale de paramètre h_r allant de 100 μm à 500 μm.*

Tout d'abord, on peut noter que l'ensemble des trajectoires des parois sinusoïdales sont inférieures à celle de la paroi lisse. Comme les figures précédentes le laissaient deviner, la distance à partir de laquelle commence à se former le pied de Mach change avec la rugosité. De plus, cette distance de formation ne varie pas linéairement avec le paramètre h_r, l'écart entre les courbes correspondant aux paramètres $h_r = 300$ μm et $h_r = 350$ μm est plus faible que celui-ci obtenus entre $h_r = 450$ μm et $h_r = 500$ μm. En revanche, le taux de croissance du pied de Mach n'est pas impacté de manière appréciable sur ce jeu de simulation. Dans le cas de ces ondes de choc acoustiques, la croissance du pied de Mach est plus due à des considérations géométriques qu'à des effets non-linéaires cumulatifs. Ces effets non-linéaires sont présents principalement en proche paroi, là où la pression est la plus importante et permet la naissance du pied de Mach. Si la paroi est déformée, ces processus d'interactions non-linéaires en proche paroi sont perturbés. En revanche, l'accroissement du pied de Mach reste de nature géométrique, ce qui explique que les trajectoires soient les mêmes, mais pas les points d'apparition. Sur les cas $h_r = 450$ μm et

$h_r = 500$ μm, une cassure est visible à la naissance du pied de Mach. Celle-ci est causée par la chute de pression observée en très proche paroi comme c'est le cas par exemple sur la figure 4.2 qui implique que le point triple se forme légèrement au-dessus de la surface et pas au contact des aspérités.

4.5 Pression en proche paroi

Dans cette section, les effets proches paroi observés précédemment notamment sur la figure 4.2 sont décrits plus en détail. Sur cette figure, les cartographies des champs de pression suggèrent que la pression est proche paroi est plus importante dans le cas périodique que dans le cas lisse. De plus, des oscillations sont présentes et restent confinées en proche paroi. Cette section a donc pour but de montrer que ces effets sont bien liés à la déformation de la paroi.

4.5.1 Pression maximale

Dans un premier temps, on s'intéresse à la pression maximale en proche paroi. Sur la figure 4.13 en (a), les formes d'ondes obtenues en $z = 2$ mm et $r = 25$ cm sont tracées pour tout la gamme de paramètres h_r simulée ainsi que dans le cas d'une réflexion sur paroi lisse. Sur cette même figure en (b), le maximum de pression des formes d'ondes est tracé en fonction de h_r, avec $h_r = 0$ qui correspond au cas lisse.

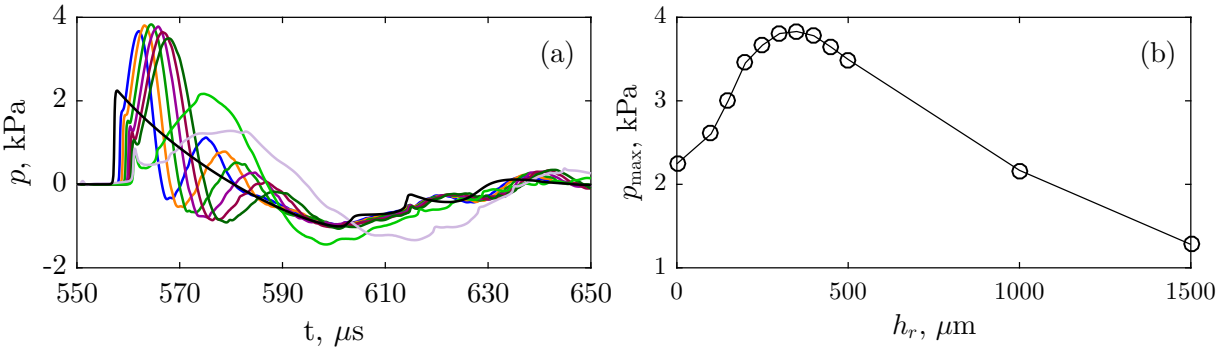

Figure 4.13 – *(a) Formes d'ondes de la pression obtenues en $z = 2$ mm et $r = 25$ cm pour tout les cas de parois sinusoïdales testés. (b) Maximum de pression obtenus sur les formes d'ondes tracées en fonction de la dimension caractéristique de la paroi h_r. Le point $h_r = 0$ correspond au cas de référence avec paroi lisse.*

Le premier point à souligner est que toutes les tailles de rugosité (sauf $h_r = 1000$ et $h_r = 1500$ μm) entraînent un maximum de pression en proche paroi supérieur à celui observé dans le cas d'une paroi lisse. La taille de rugosité $h_r = 300$ μm correspond ici au plus grand maximum d'amplitude, avec environ 3.9 kPa contre seulement 2.2 kPa pour le cas lisse. Ce comportement en proche paroi est inattendu car la perte d'énergie liée à la diffraction suggère une diminution de l'amplitude en proche paroi plutôt qu'une augmentation. Cette surpression peut s'expliquer par un phénomène d'accumulation de la pression en proche paroi et suggère là encore la présence d'ondes de surface.

De plus, les oscillations visibles précédemment sur la figure 4.11 en proche paroi sont aussi visibles ici sur la partie positive de l'impulsion. La période de ces oscillations change d'une paroi à

une autre. En relevant deux maxima successifs pour obtenir une fréquence approchée, on obtient environ un rapport de 20 entre h_r et la longueur d'onde de l'oscillation observée. Elles ne sont donc pas simplement issues de la diffraction sur la paroi ; cette diffraction est de bien plus faible amplitude (quelques dizaines de pascals) et est notamment visible sur les formes d'ondes a partir de 630 μs.

Finalement, le front d'onde de choc est aussi impacté par la déformation de la paroi. Une discontinuité est présente sur le front d'onde de choc dans tous les cas de parois déformées en $t = 560$ μs. Celle-ci correspond à la séparation entre le choc incident et le choc réfléchi. Après cette discontinuité, le raidissement du front d'onde demeure important, mais moins qu'une discontinuité induite par des non-linéarités. Bien que les niveaux de pression soient suffisants pour obtenir un choc (comme c'est le cas pour la simulation sur paroi lisse), ici la discontinuité est de plus faible amplitude et l'énergie de l'impulsion est localisée dans une partie plus basse du spectre, menant à un maximum de pression plus élevé dans un cas rugueux que lisse. Ce changement est d'importance car la plupart des dispositifs expérimentaux dans la littérature qui sont utilisés pour étudier la réflexion de chocs sont basés sur des détections de gradients d'indice optique. Or, ceux-ci sont induits par les discontinuités de pression. Dans notre cas, les niveaux de pression restent importants, mais ne sont plus directement corrélés à une forte discontinuité de pression. Les méthodes de types imagerie Schlieren sont donc moins à même de mettre en évidence ce genre de phénomène. L'étude expérimentale menée par exemple par Adachi *et al*, dont un des résultats était présenté sur la figure 4.8, n'avait donc pas un dispositif expérimental adapté pour observer ces oscillations. De plus, pour un choc fort comme c'est le cas pour leur étude, il est possible que la discontinuité de pression soit suffisamment grande pour totalement occulter la composante basse fréquence. Dans notre cas, comme présenté précédemment sur la figure 4.11, ces oscillations sont visibles à condition de saturer l'image (comme réalisé ici pour bien faire ressortir les chocs) et en l'absence de bruit de fond, contrairement aux images Schlieren expérimentales.

4.5.2 Décroissance de la pression avec la hauteur

Sur la figure 4.14, le maximum de pression relevé précédemment en $r = 25$ cm est tracé en fonction de z pour les paramètres $h_r = 100,\ 200,\ 300,\ 400,\ 500$ μm, le cas de référence lisse est aussi tracé. A cette distance, un pied de Mach d'au minimum 2 cm est présent pour tous les paramètres h_r considérés ici (voir figure 4.12). On s'intéresse donc ici à l'amplitude de la pression le long du pied de Mach.

La pression décroît exponentiellement avec l'élevation dès lors qu'une déformation de la paroi est présente. Dans le cas de la réflexion sur une paroi lisse, la pression reste quasiment constante sur les deux premiers centimètres du pied de Mach. Le taux de décroissance est aussi impacté par h_r. Des comportements de ce type ont été reportés dans la littérature traitant de la réflexion d'ondes acoustiques sur les parois rugueuses [134] ; c'est un autre signe distinctif d'ondes de surface. Ce résultat montre que la surpression observée est localisée très proche de la surface, les niveaux de pression tendent tous vers la même valeur à partir de $z = 1$ cm ici. En particulier, la source est ici placée à 1.05 cm de la surface pour obtenir des pieds de Mach de taille de plusieurs centimètres pour des distances source-récepteur allant jusqu'à 40 cm. On s'attend alors à ce que

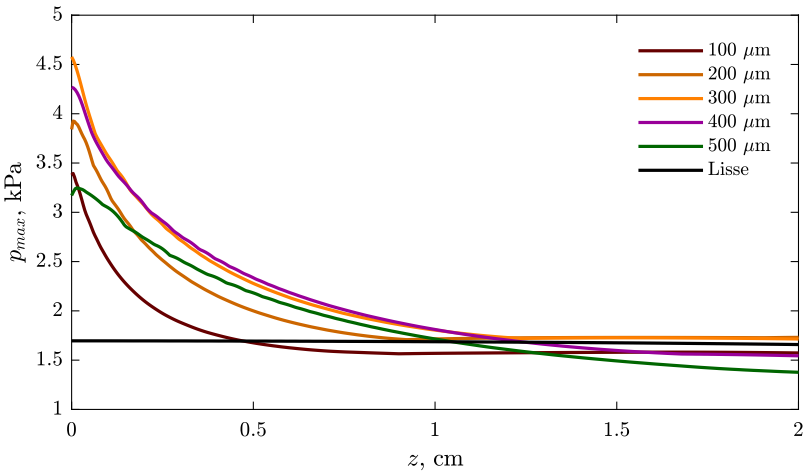

FIGURE 4.14 – *Amplitude maximale de la pression le long du pied de Mach en fonction de z pour des simulations avec différents paramètres h_r. La distance source-récepteur est de $r = 25$ cm.*

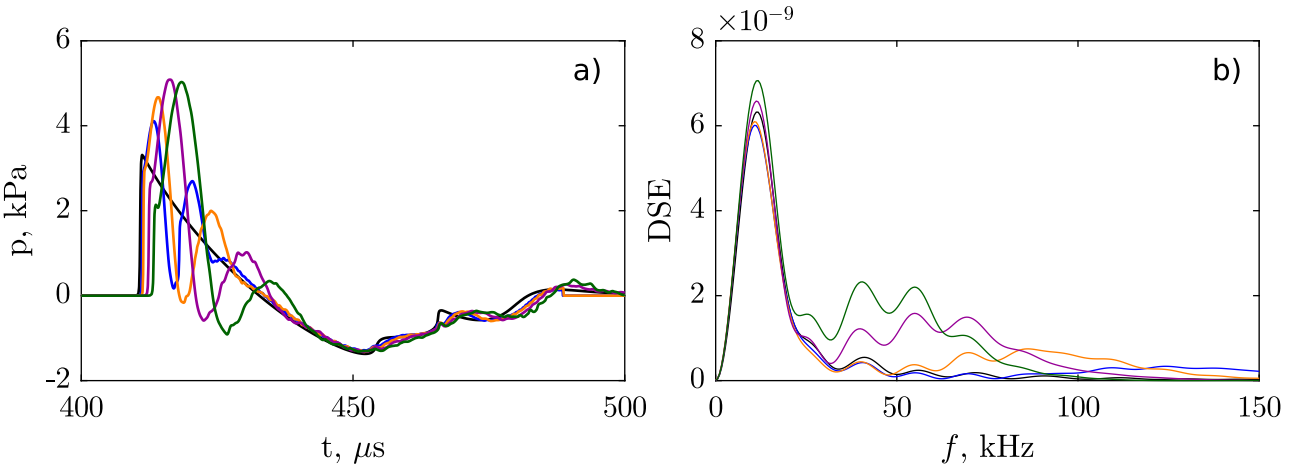

FIGURE 4.15 – *(a) Formes d'ondes de la pression en proche paroi et (b) densités spectrales d'énergie correspondantes en $r = 25$ cm et $z = 2$ mm pour les cas suivants : paroi lisse, $h_r = 100$ μm, $h_r = 150$ μm, $h_r = 200$ μm, $h_r = 300$ μm.*

les interactions en proche paroi soient importantes car l'angle d'incidence devient rapidement rasant. Or, la source est placée à 2 cm de la surface expérimentalement en raison de contraintes de montage et il est donc logique que la surpression observée expérimentalement soit moins importante.

4.5.3 Analyse spectrale proche paroi

Comme on l'a vu précédemment, des oscillations sont présentes en proche paroi. Celles-ci sont a priori basse fréquence comparé à la la fréquence correspondant à la longueur d'onde caractéristique à la paroi. Une analyse spectrale est donc indiquée pour étudier ces oscillations. Sur la figure 4.15.*a* les formes d'onde obtenues pour $h_r = 100,\ 150,\ 200,\ 300$ μm en $r = 25$ cm et $z = 2$ mm sont tracées sur l'image de gauche. Les spectres correspondants sont tracés sur la figure 4.15.*b*.

Le lobe principal est à la même position pour toutes les courbes car celui-ci est directement corrélé à la longueur des impulsions. En revanche, des lobes secondaires différents pour chaque rugosité sont présents sur les spectres. Leurs positions changent, ainsi que leurs étalements. Pour avoir une estimation plus précise de la position de ces lobes, il est possible de s'intéresser uniquement à la partie du signal correspondant à l'onde de surface et au champ diffracté. Pour cela, la forme d'onde obtenue dans le cas lisse est soustraite à chaque forme d'onde obtenue pour des parois irrégulières. Cette approche est la même que celle employée pour obtenir le champ incohérent dans le cas de parois rugueuses aléatoires en acoustique linéaire. Les formes d'onde obtenues après soustraction sont tracées sur la figure 4.16.*a* et les densités spectrales d'énergie correspondantes sur la figure 4.16.*b*.

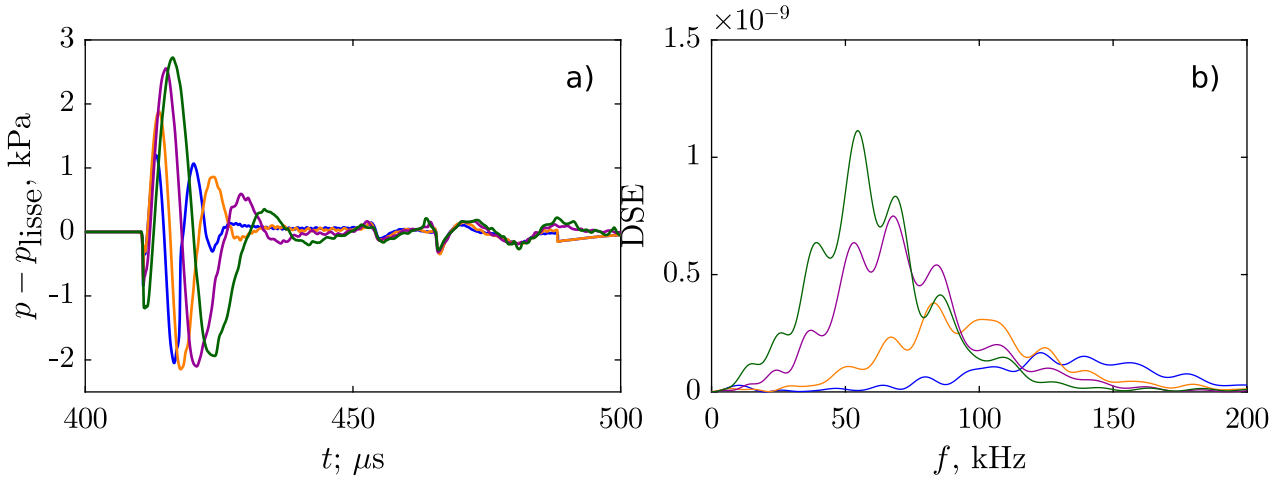

Figure 4.16 – *(a) Formes d'ondes incohérentes de la pression en proche paroi et (b) densités spectrales d'énergie correspondantes en $r = 25$ cm et $z = 2$ mm pour les cas suivants : $h_r = 100$ μm, $h_r = 150$ μm, $h_r = 200$ μm, $h_r = 300$ μm.*

Les signaux temporels ont d'abord été synchronisés sur le front d'onde de choc avant la soustraction. Comme attendu, le premier lobe disparaît alors sur les spectres pour ne laisser que le lobe secondaire. De petites oscillations sur le spectre sont toujours visibles car la discontinuité n'a pas totalement disparu. En effet, celle-ci n'est pas de même amplitude entre le cas lisse et les cas avec une paroi déformée comme on le voit sur la figure 4.16. Afin de déterminer la fréquence centrale de chaque lobe malgré ces oscillations, une fonction gaussienne est calculée par régression linéaire sur le logarithme des spectres, comme cela est illustré sur la figure 4.17. Pour cela, le logarithme de chaque signal est approché par un polynôme de degré deux.

Les différentes gaussiennes correspondant aux lobes secondaires sont calculées et représentées sur la figure 4.18.*a*. Chaque fréquence centrale est ensuite tracée sur la même figure en fonction de la fréquence correspondante à des longueurs d'ondes égales à h_r.

On obtient une droite qui met en évidence la corrélation entre le paramètre caractéristique de la surface et la fréquence des oscillations confinées en proche paroi. Comme attendu au vu des formes d'ondes, le rapport entre les deux est d'environ 20. C'est à dire que l'oscillation sur la forme d'onde est environ 20 fois plus basse fréquence que la longueur d'onde caractérisant la déformation de la paroi.

Au regard des différentes caractéristiques du champ acoustique en proche paroi observées

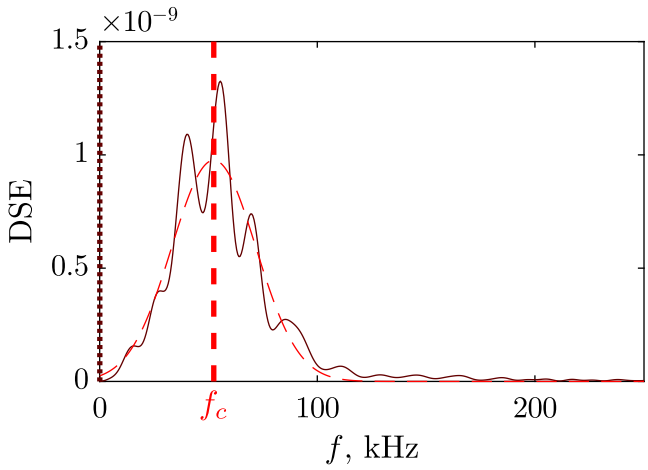

FIGURE 4.17 – *Illustration de la superposition d'un spectre avec une fonction gaussienne obtenue par régression linéaire. La fréquence centrale f_c est représentée par une ligne tiretée verticale.*

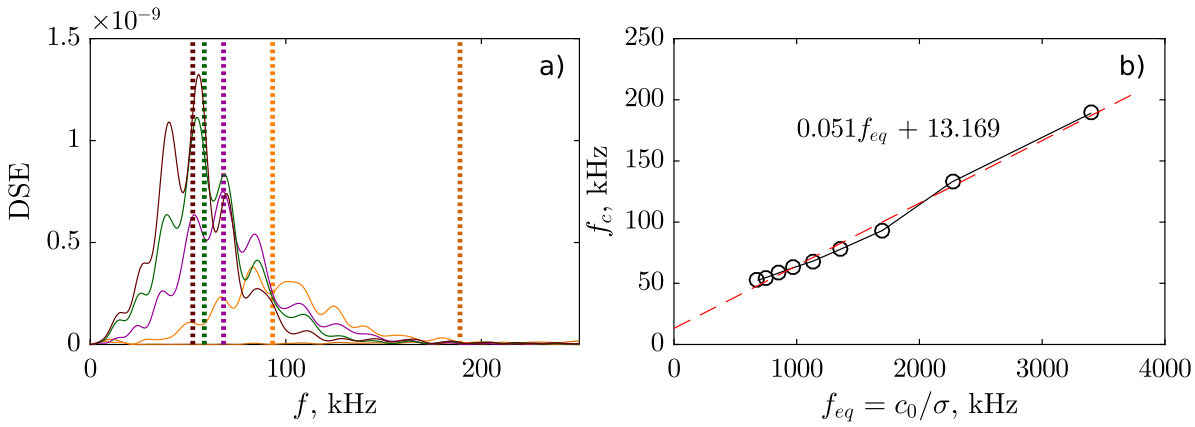

FIGURE 4.18 – *(a) Densités spectrales d'énergie correspondantes aux formes d'ondes incohérentes tracées sur la figure 4.16. La fréquence centrale f_c de chaque lobe est représentée par un ligne verticale pointillée. (b) Fréquences centrales f_c tracées en fonction de la longueur d'onde du sinus définissant la géométrie de la paroi σ, divisé par c_0 pour obtenir une fréquence équivalente.*

jusqu'ici, la présence d'une onde de surface est avérée. Celles-ci sont bien connues en acoustique linéaire et en électromagnétisme. Elles expliquent par exemple la propagation sur une distance anormalement longue des ondes radio le long de la croûte terrestre. Bien que le cas étudié soit la réflexion d'une onde de choc, les ondes diffractées sur la surface sont linéaires ou très proches du régime linéaire car c'est seulement la part de l'énergie dont la longueur d'onde est du même ordre de grandeur que les oscillations de la surface qui se diffracte sur les aspérités.

Ce type de phénomène est donc difficile à observer avec des méthodes expérimentales reposant sur les gradients d'indice optique. Sur les figures de cette section, les images Schlieren numériques sont systématiquement saturées pour bien voir la structure des chocs. De plus, les niveaux de pression sont faibles comparés à la littérature abordant la question de la rugosité sur la réflexion d'onde de chocs. Dans le cas d'ondes de choc fort, le rapport de pression entre l'onde de choc et les phénomènes cumulatifs linéaires obtenus en proche paroi ne permet probablement pas une observation des ondes de surface avec les techniques d'imagerie Schlieren.

Ces ondes de surfaces étant générées par un phénomène cumulatif linéaire, il est probable qu'une formulation linéaire du problème permette de retrouver les principales caractéristiques des ondes de surface obtenues. Par ailleurs, une approche analytique non-linéaire est difficile à mettre en place pour décrire la génération d'ondes de surface pour ce type de configuration. Cette approche est donc pertinente pour s'assurer que le train d'onde observé en proche paroi est bien une onde de surface.

4.6 Comparaison avec la théorie linéaire

Comme on l'a vu dans les sections précédentes, des oscillations sont présentes en proche paroi. Celles-ci ont une longueur d'onde corrélée au paramètre h_r décrivant la surface mais pas directement égale à la longueur d'onde caractéristique de la déformation. De plus, la pression en proche paroi est supérieure à la pression obtenue dans un cas lisse. Un phénomène cumulatif de propagation est donc présent pour que l'énergie reste localisée en proche paroi. Dans cette section, une expression analytique de l'onde de surface dans un cas linéaire est comparée aux différentes simulations dans le cas non-linéaire.

4.6.1 Modèle analytique

Dans la littérature, les approches analytiques du problème sont en général différentes en fonction de l'angle d'incidence de l'onde acoustique et de la surface. En effet, si l'incidence est rasante, une zone d'ombre est présente sur la surface et doit être prise en compte pour obtenir les bons cofficients de réflexion sur la surface [135]. En particulier, les approches de type réaction locale ne fonctionnent plus pour ces gammes d'angles d'incidence. Le but de ces approches est en général d'obtenir la fonction de Green du problème. En effet, si une expression analytique de celle-ci est possible, cela permet de rapidement résoudre les problèmes de diffraction sur des surfaces irrégulières. Les applications en télécommunication ou en acoustique sous-marine sont nombreuses.

Deux intérêts se dégagent de l'étude d'un modèle analytique. D'une part, il permet d'interpréter les phénomènes physiques observés en proche paroi dans les simulations. D'autre part, le calcul d'une impédance de paroi effective a l'avantage de permettre une simulation sans déformer la paroi, mais qui peut potentiellement rendre compte de l'effet de la rugosité sur le champ cohérent, c'est à dire le pied de Mach. Une approche par impédance effective est donc un premier pas vers une application de précision nécessitant la connaissance de la hauteur du pied de Mach pour une rugosité donnée.

L'approche choisie ici consiste à utiliser une admittance effective de la surface déformée. Elle a été développée initialement pour les ondes électromagnétiques [132, 136, 137] et a été appliquée à l'acoustique linéaire pour la propagation en milieu extérieur par O. Faure *et al.* [138, 139]. Cette admittance effective peut aussi être implémentée dans les simulations dans le domaine temporel pour ne plus avoir à générer une grille qui correspond à la rugosité considérée [138]. Cependant, l'information sur le champ diffracté est alors perdue car ce type de méthode ne donne d'information que sur le champ cohérent. Pour une surface rugueuse 1D rigide, l'admittance

effective s'écrit [138] :

$$\beta_{\text{eff}}(k) = \frac{1}{2\pi k_0} \int_{\Re} W(k-k') \frac{(kk' - k_0^2)^2}{\sqrt{k_0^2 - k'^2}} \mathrm{d}k', \tag{4.1}$$

avec $k = k_0 \sin\theta$ où θ est l'angle d'incidence. La quantité W correspond à la transformée de Fourier de l'auto-corrélation de la hauteur de la surface et est obtenue par l'expression :

$$W(k) = \frac{1}{2\pi} \int_{\Re} f(\Delta r) \exp(-ik\Delta r) \mathrm{d}\Delta r, \tag{4.2}$$

où $f(\Delta r)$ est l'auto-corrélation de la surface et s'exprime comme :

$$f(\Delta r) = \lim_{X \to \infty} \frac{1}{X} \int_{-X/2}^{X/2} H(X) H(X - \Delta r) \mathrm{d}X. \tag{4.3}$$

Le fait que l'admittance dépend de l'angle d'incidence montre qu'on ne peut pas considérer une surface rugueuse comme une surface à réaction locale. Par la suite, comme on s'intéresse à la propagation en incidence rasante, on supposera $\theta \approx \pi/2$ et donc $k = k_0$. L'admittance effective en incidente rasante notée β^*_{eff} est alors donnée par :

$$\beta^*_{\text{eff}} = \frac{1}{2\pi k_0} \int_{\Re} W(k_0 - k') \frac{(k_0 k' - k_0^2)^2}{\sqrt{k_0^2 - k'^2}} \mathrm{d}k'. \tag{4.4}$$

Si on considère une source ponctuelle localisée en z_S au-dessus de la surface rugueuse, le champ de pression cohérent $\langle \hat{p} \rangle$ dans le domaine fréquentiel s'obtient ensuite à partir des formules pour la fonction de Green au-dessus d'une surface absorbante à réaction locale [140] :

$$\langle \hat{p} \rangle (r, z) = p_D(r, z) + p_R(r, z) + p_S(r, z). \tag{4.5}$$

La première contribution est le champ direct, qui s'exprime par :

$$\hat{p}_D(r, z) = -\frac{\exp(ik_0 R_1)}{4\pi R_1} \tag{4.6}$$

avec $R_1 = \sqrt{r^2 + (z_R - z_S)^2}$ la distance source-récepteur. La seconde contribution correspond à une onde réfléchie et s'écrit pour $\mathrm{Im}[\beta^*_{\text{eff}}] < 0$:

$$\hat{p}_R(r, z) = -\frac{\exp(ik_0 R_2)}{4\pi R_2} + 2ik_0 \beta^*_{\text{eff}} \int_0^{+\infty} \exp(-ik_0 \beta^*_{\text{eff}} q) \frac{\exp(ik_0 R_q)}{4\pi R_q} \mathrm{d}q \tag{4.7}$$

avec $R_2 = \sqrt{r^2 + (z_R + z_S)^2}$ la distance source image-récepteur et $R_q = \sqrt{r^2 + (z_R + z_S - q)^2}$. Enfin, la dernière contribution correspond à l'onde de surface :

$$\hat{p}_S(r, z) = \frac{k_0 \beta^*_{\text{eff}}}{2} \exp[-ik_0 \beta^*_{\text{eff}}(z + z_S)] H_0^{(1)} \left(\sqrt{1 - {\beta^*_{\text{eff}}}^2} k_0 r \right) \tag{4.8}$$

avec $H_0^{(1)}$ la fonction de Hankel de première espèce d'ordre zéro. On retrouve que l'onde de surface

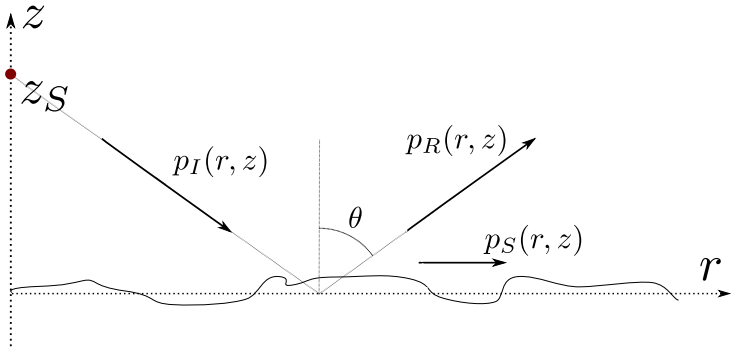

Figure 4.19 – *Schéma de la configuration d'étude de la réflexion d'une onde acoustique sur une paroi déformée.*

décroit exponentiellement avec la hauteur avec une longueur caractéristique $1/|k_0 \mathrm{Im}[\beta^*_{\mathrm{eff}}]|$.

La solution analytique dans le domaine temporel s'obtient par une transformée de Fourier inverse :

$$p(r,z,t) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty} S(\omega)\hat{p}(r,z,\omega)\exp(-i\omega t)\mathrm{d}\omega \tag{4.9}$$

où $S(\omega)$ représente l'amplitude de la source acoustique. Pour la source impulsionnelle à support spatial gaussien utilisée ici, on montre :

$$S(\omega) = \rho_0 c_0\, i k_0\, p_{ponc}\left(\frac{\sqrt{\pi}}{\alpha}\right)^3 \exp\left(-\frac{k_0^2}{4\alpha^2}\right) \tag{4.10}$$

4.6.2 Cas test linéaire avec paroi sinusoïdale

Soit le profil $H(r)$ correspondant à la déformation de la paroi. Celui-ci s'exprime pour une paroi sinusoïdale comme :

$$H(r) = \frac{h_r}{2}\sin(k_h r + \phi) \tag{4.11}$$

où k_h est le nombre d'onde correspondant à la période spatiale du sinus et ϕ est un déphasage arbitraire. Dans l'étude précédente sur les parois sinusoïdales, $k_h = 2h_r/c_0$. Le calcul de l'auto-corrélation peut s'effectuer analytiquement :

$$\big\langle H(r)H(r+\Delta r)\big\rangle = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} H(r)H(r+\Delta r)\mathrm{d}\phi = \frac{h_r^2}{8}\cos(k_h\Delta r) \tag{4.12}$$

La transformée de Fourier de cette auto-corrélation W est donc de la forme :

$$W(k) = \pi\frac{h_r^2}{8}\left[\delta(k-k_h)+\delta(k+k_h)\right] \tag{4.13}$$

En reprenant l'expression 4.13 pour calculer l'admittance effective en incidente rasante selon la formule 4.4, on obtient une expression de la forme :

$$\beta^*_{\mathrm{eff}} = \frac{h_r^2}{16k_0}\left[\frac{[k_0(k_0-k_h)-k_0^2]^2}{\sqrt{k_0^2-(k_0-k_h)^2}} + \frac{[k_0(k_0+k_h)-k_0^2]^2}{\sqrt{k_0^2-(k_0+k_h)^2}}\right] \tag{4.14}$$

La solution analytique obtenue à partir des équations 4.5 et 4.14 est comparée sur les figures 4.20 et 4.21 à une simulation linéaire pour deux distances différentes. La source utilisée est toujours une source ponctuelle, à ceci près que l'étalement spatial est maintenant de 0.5 10^{-3} m et la pression maximale en son centre est de 5 Pa. Les pas spatiaux dr et dz sont égaux respectivement à 0.05 10^{-3} m et 0.025 10^{-3} m respectivement pour un domaine de calcul de 1800×1000 points et 40000 itérations temporelles. La source est placée à 10.075 mm au dessus de la surface. Le profil de la paroi est celui de l'équation 4.11 avec $h_r = 500$ μm. La pression atmosphérique est fixée à $p_{atmo} = 100740$ Pa, pour une densité moyenne de $\rho_0 = 1.22$ kg.m^{-3} et une célérité du son de $c_0 = (\gamma p_{atmo}/\rho_0)^{1/2}$ avec γ le coefficient de Laplace, égal à 1.4 pour les gaz parfaits diatomiques.

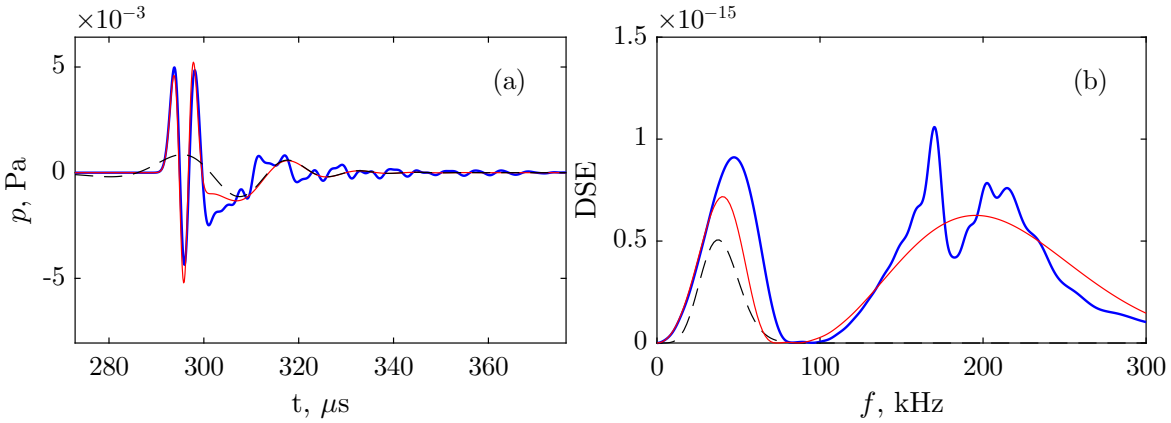

Figure 4.20 – (*a*) *Signaux de pression et* (*b*) *DSE correspondantes obtenues en* $r = 10$ *cm pour :* —— *la simulation linéaire,* —— *la pression totale obtenue analytiquement* p_t*,* - - - - *la composante de la pression correspondant à l'onde de surface obtenue analytiquement* p_S*.*

La solution analytique ne représente que le champ cohérent. Les ondes diffractées ne sont ainsi pas inclus sur la forme d'onde rouge visible sur le figure. C'est ce point qui est à l'origine de la différence observée entre la simulation et la solution analytique sur les formes d'ondes des deux figures, en particulier pour l'onde incidente et réfléchie présentes entre $t = 290$ μs et $t = 300$ μs pour la figure 4.20 et $t = 725$ μs et $t = 750$ μs pour la figure 4.21. La composante basse fréquence correspondant à l'onde de surface est en revanche systématiquement en avance sur les simulations par rapport au cas analytique. Ce délai est plutôt dû aux hypothèses formulées dans le calcul analytique. Sur les deux figures, la courbe noire représente la contribution de l'onde de surface seule. Un seul lobe est présent en basse fréquence dans les deux cas, il n'y a pas d'énergie dans le reste du spectre. En particulier, elle montre que c'est le lobe de plus basse fréquence sur les DSE qui correspond à l'onde de surface, ce qui est cohérent avec les oscillations bien visibles sur la figure 4.21. En $r = 15$ cm, sur la figure 4.20, l'onde de surface est encore de faible amplitude car l'angle d'incidence est relativement élevé et la distance de propagation est trop faible pour obtenir un phénomène cumulatif appréciable. L'amplitude de l'onde de surface est donc du même ordre que l'amplitude des ondes diffractées, ce qui la rend difficile à détecter sur les formes d'ondes. Elle reste en revanche bien visible sur le spectre correspondant.

Sur la seconde figure, en $r = 25$ cm, l'onde de surface est plus clairement visible car son amplitude est nettement supérieure à celle des ondes diffractées. L'essentiel de l'énergie dans le

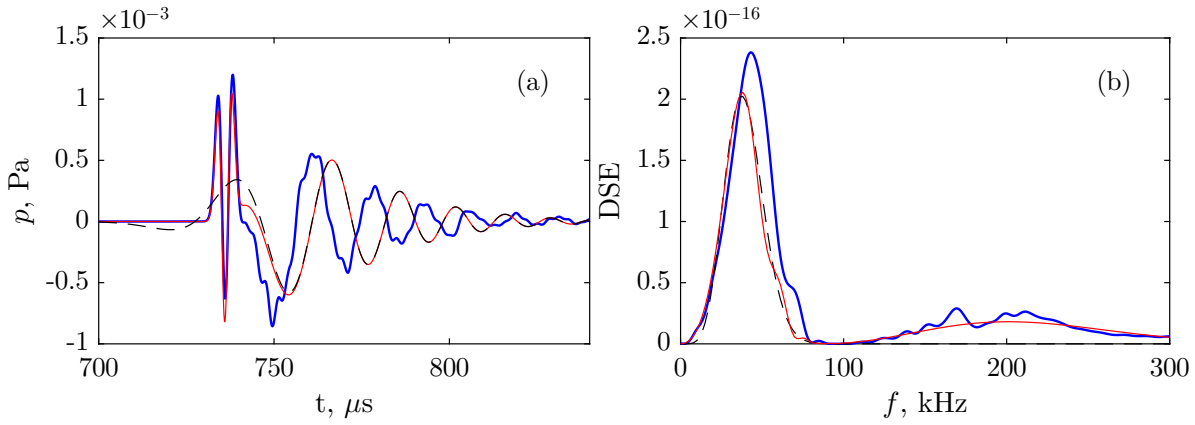

FIGURE 4.21 – *Signaux de pression (a) et DSE correspondantes (b) obtenues en $r = 25$ cm et $z = 2$ mm pour : —— simulation linéaire, —— la pression totale obtenue analytiquement p_t, - - - - la composante de la pression correspondant à l'onde de surface obtenue analytiquement p_S.*

spectre est d'ailleurs localisé sur le premier lobe, contrairement à $r = 10$ cm. Non seulement, ces ondes existent pour ce type de configuration, mais elles sont nécessaires pour expliquer le contenu fréquentiel du signal car elles constituent la majorité de l'énergie en proche paroi après un certain temps de propagation dans un cas linéaire.

4.6.3 Comparaison avec les réflexions non-linéaires

La présence d'une onde de surface explique les oscillations observées sur les images Schlieren numériques montrées précédemment. La figure 4.22 montre la comparaison entre la théorie linéaire et les simulations de la réflexion d'un choc sur une paroi sinusoïdale. Sur l'image (a), les soustractions entre les formes d'ondes obtenues pour les parois déformées et la référence en paroi lisse pour $r = 33$ cm et $z = 2$ mm sont tracées pour les paramètres h_r allant de 100 μm à 350 μm. Les spectres correspondants sont tracés sur la partie (b) et normalisés par l'amplitude du spectre de plus grande amplitude afin de pouvoir être comparés aux spectres linéaires correspondants. La contribution de l'onde de surface seule $|p_S|/|p_D|$ est tracée dans le domaine fréquentiel pour les mêmes paramètres h_r comme comparaison en lignes pointillées. Le même type de comportement qu'en simulation est retrouvé : des lobes sur le spectre sont présents et leurs fréquence centrale se décale vers les hautes fréquences à mesure que l'échelle de la rugosité diminue. Cependant, ces lobes sont de fréquence plus basse que ceux obtenus par simulation et tracés sur la figure 4.16. Cette différence provient probablement des effets non-linéaires, en particulier de la vitesse de propagation supersonique sur les 5 premiers centimètres de propagation. Cette différence de célérité influe sur l'espacement entre les différentes ondes diffractées, car celles-ci résultent de réflexions dans chaque cavité. Une célérité plus élevée entrainera donc un contenu plus haute fréquence, comme on l'observe ici.

Sur la figure 4.23, la fréquence centrale f_c de chaque lobe est tracée en fonction de $f_{eq} = c_0/h_r$ selon la même méthode que la section 4.5.3. Le rapport entre les deux fréquences n'est pas égal à 0.05 comme obtenus précédemment mais plutôt 0.016. Cela implique que la fréquence dominante de l'onde de surface obtenue analytiquement est environ 60 fois plus basse fréquence que les oscillations de la paroi.

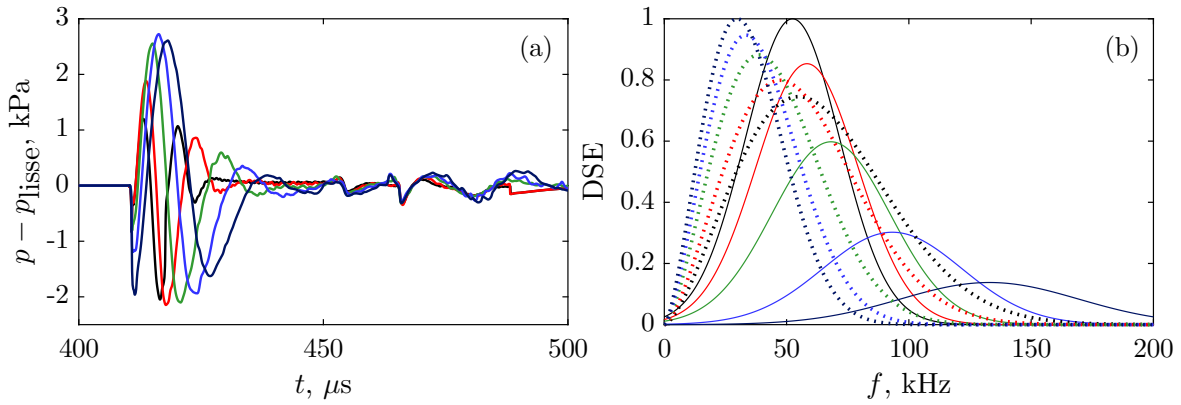

FIGURE 4.22 – *(a) Soustractions entre les formes d'ondes obtenues pour les parois déformées et la référence en paroi obtenues en $r = 33$ cm et $z = 2$ mm pour les simulations de la réflexion d'un choc sur une paroi sinusoïdale décrite par les paramètres h_r allant de 100 μm à 350 μm. (b) Spectres correspondants à chaque forme d'onde en trait plein et contribution analytique avec l'onde de surface obtenue pour la même configuration dans un cas linéaire. Les spectres sont normalisés par l'amplitude maximale du spectre obtenu dans le cas de $h_r = 100$ μm.*

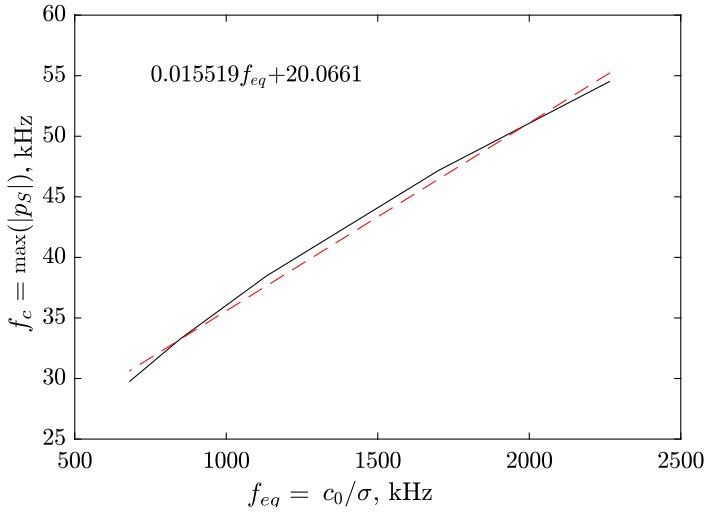

FIGURE 4.23 – *Fréquence centrale des lobes f_c de la figure 4.22 tracées en fonction de l'échelle de la rugosité, ramenée à une fréquence (f_{eq}).*

Le type de comportement est donc le même : deux lobes sont présents dans les mêmes régions du spectre et leur localisation change avec h_r. Cependant l'accord entre les simulations et le modèle analytique reste qualitatif car le modèle ne prédit pas avec exactitude le contenu fréquentiel de l'onde de surface. Les phénomènes non-linéaires ont donc un impact sur la formation de l'onde de surface, mais celle-ci existe bien dans les simulations car son comportement reste similaire à celui observé dans un cas linéaire.

4.7 Conclusion et perspectives

Dans ce chapitre, nous avons étudié la réflexion d'ondes de choc sur une paroi de rugosité périodique. Pour cela, des simulations pour plusieurs tailles caractéristiques de déformation de

la paroi ont été réalisées dans lesquelles des pieds de Mach sont présents pour les échelles de rugosité les plus faibles et disparaissent pour les rugosités les plus importantes. Deux aspects sont à souligner dans cette étude. D'une part, la rugosité modifie le schéma de réflexion : le pied de Mach n'apparaît pas à la même distance selon la taille de la rugosité. D'autre part, la rugosité induit une onde de surface se propageant derrière le choc. Ce second point est bien connu pour des cas linéaires mais n'avait pas été reporté à notre connaissance pour la réflexion d'ondes de choc faibles.

Deux mécanismes existent pour expliquer la formation de pied de Mach dans les configurations avec surfaces rugueuses. Le premier correspond à l'accumulation de pieds de Mach locaux à chaque aspérité de la paroi, qui s'additionnent pour former un pied de Mach effectif. Bien que ce phénomène soit probablement le plus présent à partir du moment où l'on considère des ondes de choc fort, il n'explique pas les schémas de réflexion observés dans nos simulations. Un second mécanisme de formation de pied de Mach implique l'onde de choc réfléchi sur la partie négative de la paroi sinusoïdale. Ce second choc réfléchi est d'amplitude plus élevée que celui formé par la somme des ondes diffractées sur la partie supérieure des aspérités de la paroi et explique la légère dépression observée en proche paroi quand la taille caractéristique de la rugosité augmente. De plus, les simulations avec les paramètres h_r les plus grands montrent que c'est ce type de phénomène qui prédomine pour nos gammes d'échelles de rugosité.

L'autre aspect essentiel de cette étude est la mise en évidence de l'existence d'une onde de surface se propageant derrière l'onde de choc. Celle-ci reste confinée en proche paroi et induit des amplitudes de pression dans certains cas supérieures à la pression qui serait obtenue pour la même configuration avec une paroi lisse. De plus, les fréquences dominantes de cette onde de surface sont petites comparées à la fréquence correspondant aux oscillations de la surface. Cela implique que le signal de pression est composé d'une oscillation de forte amplitude mais sans discontinuité, ce qui signifie que cette onde de surface est plus difficile à détecter que le choc incident et réfléchi avec les méthodes d'imagerie optique conventionnelles. L'existence de cette onde de surface est importante car elle fausse potentiellement les estimations des niveaux de pression dans des cas applicatifs de réflexion d'onde de choc comme par exemple le bang sonique. En effet, dans des cas pratiques, des modèles approchés sont souvent utilisés et ne prennent pas en compte ce type d'effet cumulatif. Une première perspective des ces travaux serait d'effectuer de nouvelles simulations avec paroi périodique, à l'échelle du bang sonique, pour déterminer précisément les contributions de l'angle d'incidence et de la taille de rugosité qui entrainent la formation de cette onde de surface. La littérature sur la question suggère que celle-ci peut exister pour des angles d'incidence suffisamment élevés pour correspondre à la zone au sol affectée par le bang sonique ($>45°$).

Une autre des perspectives de ce chapitre serait d'étudier plus précisément le point d'apparition du pied de Mach. Localiser ce point d'apparition est difficile dans les simulations réalisées dans ce chapitre car les interactions en proche paroi retardent la formation du point triple et le font se former légèrement au-dessus de la surface. Que l'on analyse les images Schlieren numériques ou les champs de pression, la localisation du point triple en proche paroi est difficile. Cependant, cette information est essentielle car elle est la base d'une grande partie des modèles

empiriques de trajectoire de pied de Mach présents dans la littérature sur les chocs forts. Des simulations focalisées sur les interactions en très proche paroi seraient donc intéressantes pour estimer de manière plus précise la localisation de la formation du point triple et permettre une comparaison avec le cas des chocs forts.

Enfin, un autre point qu'il serait utile d'éclaircir est la différence observée entre la prédiction analytique linéaire du contenu fréquentiel de l'onde de surface et les lobes observés dans un cas non-linéaire. Pour cela, une étude paramétrique en fonction de la pression maximale de la source est nécessaire, où l'amplitude initiale serait définie sur une plage allant du linéaire au non-linéaire. L'étude de ces simulations permettrait de montrer dans quelle mesure les non-linéarités influent sur le contenu fréquentiel de l'onde de surface.

Dans le dernier chapitre de cette thèse, les mêmes outils numériques sont utilisés pour étudier la réflexion d'une onde de choc sur une paroi à rugosité aléatoire gaussienne. Cette dernière configuration a l'avantage de pouvoir être comparée à des mesures effectuées au laboratoire sur des rugosités micrométriques. Un des objectifs sera de déterminer si les phénomènes observés pour les parois à géométrie périodique sont encore présents pour les parois à géométrie aléatoire. En particulier, l'onde de surface discutée dans la dernière section est un phénomène cumulatif lié à la périodicité de la paroi. Le chapitre suivant a donc notamment pour but de montrer l'existence de ces ondes dans un cas aléatoire.

5 Réflexion d'ondes de choc sur une paroi à géométrie aléatoire

5.1 Introduction et objectifs

Le chapitre précédent traitait de la réflexion sur des parois à géométrie périodique. Cela présentait l'avantage de mettre en valeur les effets cumulatifs liés à la diffraction sur la paroi. Cependant, les cas pratiques correspondent en général plutôt à des parois à géométrie plus complexe. En particulier, une des applications possibles de ces travaux concerne l'estimation du niveau de pression au sol au passage d'un avion supersonique. C'est donc la topographie du sol qui joue le rôle de la rugosité. Dans ce chapitre, la réflexion sur des parois à géométrie aléatoire est donc considérée. Des mesures de réflexion de chocs sur du papier de verre ont été réalisées par M. Karzova avant cette thèse au laboratoire. Les outils numériques développés ici permettent de reproduire cette configuration particulière et d'étudier l'impacte de la rugosité sur le pied de Mach. Les simulations fournissent notamment une aide précieuse à l'interprétation de ce type de mesure où les incertitudes expérimentales sont encore mal maitrisées. En effet, plusieurs sources d'incertitudes sont possibles dans cette comparaison entre simulation et expérience. La rugosité simulée est axi-symétrique au contraire de la rugosité dans les expériences : il est donc probable que la perte d'énergie du champ cohérent liée à la diffraction sur la paroi soit sous-estimée dans le cas de la simulation (la rugosité aura tendance à re-focaliser les ondes diffractées). De plus, la source utilisée dans les expériences est linéique contrairement à la simulation où elle est ponctuelle. Bien que cette différence d'initialisation soit bien comprise en champ libre et dans le cas d'une surface lisse (voir chapitre 2), dans le cas de parois rugueuses le changement de directivité de la source peut impacter le schéma de réflexion à cause de la diffraction sur la surface. Enfin, une incertitude expérimentale est présente sur la méthode de reconstruction du champ de pression *via* l'interféromètre. Il est nécessaire de faire l'hypothèse que le champ est à symétrie sphérique pour reconstruire le signal de pression (la transformée d'Abel est utilisée). Or ce n'est pas le cas à cause de la diffraction sur la paroi. La quantité d'énergie diffractée étant faible par rapport au choc incident, on s'attend néanmoins à ce que cet effet ne soit pas prépondérant. En conséquence, cette étude doit avant tout être considérée à titre qualitatif pour illustrer les d'étude de réflexion de choc sur des parois complexes à de petites échelles avec un bon accord entre simulation et expériences. Ces travaux de comparaison entre simulation et expériences ont fait l'objet d'une publication [141].

Dans ce chapitre, la méthode de simulation de la réflexion sur une paroi à géométrie aléatoire est présentée. Afin de pouvoir comparer ces simulations aux expériences, des mesures de la topographie du papier de verre sont réalisées pour générer une surface statistiquement équivalente à utiliser dans les simulations. Des comparaisons des simulations avec les mesures interférométrique et d'imagerie Schlieren sont ensuite présentées. L'impact de la rugosité sur le pied de Mach est notamment discuté. Les phénomènes observés dans le chapitre précédent sont présents avec une paroi aléatoire, bien que moins marqués. Une analyse statistique est ensuite présentée dans laquelle les champs cohérents calculées à partir de 20 simulations pour différentes réalisations de la paroi rugueuse sont étudiés. Une des questions à la base de cette étude est d'estimer l'incertitude des comparaisons précédentes au regard du caractère aléatoire de la surface générée. Enfin, le changement d'échelle pour appliquer ces travaux au bang sonique est discuté.

5.2 Méthode de simulation

La configuration de l'étude dans le cas d'une paroi rugueuse est représentée sur la figure Fig.5.1. La même source à arcs électriques que précédemment est placée à $z_s = 21$ mm de la surface, et un papier de verre est collé sur la surface en PVC. Les méthodes de mesures présentées au chapitre 2 ont été utilisées : d'une part un dispositif d'imagerie Schlieren permettant d'obtenir le schéma de réflexion complet, d'autre part un interféromètre permettant d'avoir accès aux formes d'ondes de pression.

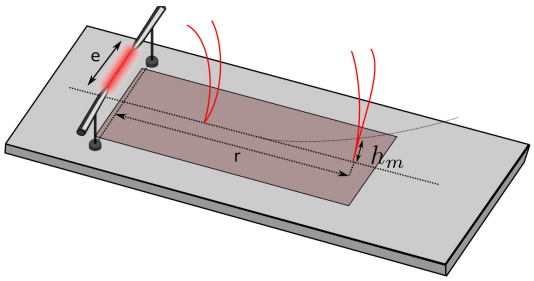

Figure 5.1 – *Schéma de la configuration étudiée. Les électrodes sont placées parallèlement à la surface. Le papier de verre est collé au PVC avec du scotch double face.*

Le papier de verre utilisé est celui disponible dans le commerce, une photo de deux des échantillons est présentée sur la figure 5.2. Deux tailles de grains seront étudiées dans la suite : P40 et P80. Plus le numéro associé au grain est élevé, plus la rugosité est faible. Les grains sont en général constitués de silex, de corindon ou de silice [142].

5.2.1 Maillage

Les équations d'Euler axisymétriques sont résolues dans le domaine temporel. La source utilisée est un dépôt ponctuel de pression d'enveloppe gaussienne avec les paramètres obtenus dans le chapitre 2 par comparaison avec la source à arcs électriques en champ libre. La pression maximale au centre de la source est donc de $p_s = 7.5$ kPa et la largeur de la gaussienne à mi-hauteur est de $\alpha = 2.5$ mm. La rugosité utilisée dans les simulations est elle aussi axisymétrique : des sillons forment des cercles concentriques centrés sur la source. Comme expliqué au chapitre 1, la paroi

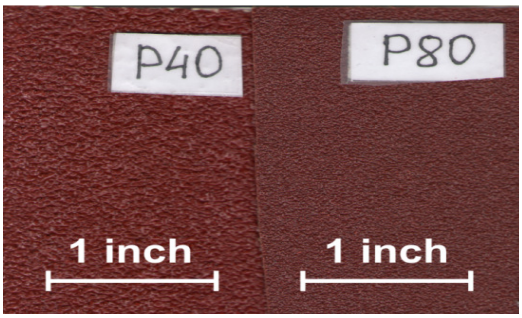

FIGURE 5.2 – *Photo des deux papiers de verre P40 et P80 utilisées lors des expériences.*

irrégulière est prise en compte au moyen d'un changement de coordonnées dans les équations d'Euler. Un nouveau système de coordonnées (ζ, η) est introduit et exprimé en fonction du système de coordonnées axisymétrique (r, z). Cette nouvelle grille n'est pas déformée sur la frontière haute du domaine (en $z = z_m$) et a une déformation maximale qui correspond à $H(\zeta)$ sur la paroi. Le passage du système de coordonnées (r, z) à (ζ, η) peut donc s'exprimer comme :

$$\begin{aligned} r &= \zeta, \\ z &= \eta \left(\frac{z_{\mathrm{m}} - H(\zeta)}{z_{\mathrm{m}}} \right) + H(\zeta), \end{aligned}$$

où $H(\zeta)$ est la fonction décrivant la paroi en $\eta = 0$ et z_{m} correspond à la dimension en z de la fenêtre de calcul. La rugosité n'est pas présente sur les premiers centimètres afin de s'assurer de la stabilité du calcul sur la frontière axi-symétrique. La fonction H est choisie pour correspondre à la surface expérimentale. Pour cela, il a été nécessaire de mesurer la topographie des papiers de verre utilisés lors des expériences.

5.2.2 Mesure des paramètres statistiques de la surface

Deux paramètres suffisent pour décrire la surface aléatoire en supposant que celle-ci est homogène et isotrope. Considérons une surface aléatoire de hauteur $S(r)$ de longueur maximale r_{max} avec un écart type σ et une longueur de corrélation l_c, la fonction d'auto-corrélation de $S(r)$ est supposée gaussienne. La longueur de corrélation peut être vue comme la distance maximale entre un point A connu, et un point B que l'on peut raisonnablement estimer par exemple par un calcul de pente. Au delà de la longueur de corrélation, on peut estimer que les amplitudes des points A et B ne sont plus corrélées, il est donc impossible de prédire *a priori* la hauteur du point B en fonction de la hauteur de A. Cette dimension caractéristique est donc directement reliée à la variation de la surface. La fonction d'auto-corrélation est définie comme suit dans le domaine spatial :

$$C(\tau) = \lim_{X \to \infty} \frac{1}{X} \int_{-X/2}^{X/2} z(X) z(X - \tau) \mathrm{d}X \tag{5.1}$$

On a donc $C(0)$ qui est égal à l'intégrale du carré du signal, la fonction d'auto-corrélation

est donc homogène à une énergie. La longueur de corrélation correspond à la longueur nécessaire pour que l'auto-corrélation décroisse d'environ 65% (1/e). Cette fonction d'auto-corrélation est représentée schématiquement sur la figure 5.3.

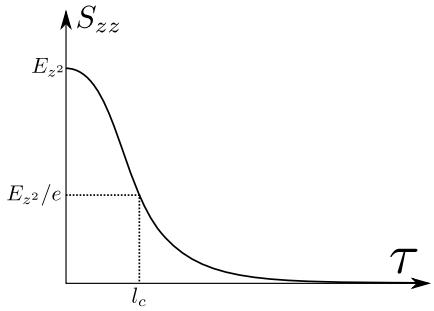

Figure 5.3 – *Schéma de fonction d'auto-corrélation gaussienne imposée pour la géométrie de la paroi rugueuse.*

Suivant la procédure décrite par [143], une distribution normale $Z \sim \mathcal{N}(0, h^2)$ avec un écart type égal à h est générée (h^2 correspond à la variance de la distribution). Un filtre spatial est ensuite appliqué à cette distribution normale, et a pour forme :

$$F = \sqrt{2/\sqrt{\pi}}\sqrt{\frac{r_{max}}{Nc_l}}e^{-\frac{r^2}{c_l^2}}. \tag{5.2}$$

Il permet d'imposer une longueur de corrélation égale à c_l, c'est donc un filtre passe-bas. Ce filtre est appliqué avec un produit de convolution $*$:

$$H(r) = F(r) * Z(r), \tag{5.3}$$

et permet d'obtenir un profil de rugosité continu de longueur de corrélation c_l et un écart type σ. Une surface peut donc être générée à partir du moment où le couple de paramètres (σ, c_l) est connu.

Comparaison des méthodes de mesure

Pour obtenir les paramètres (σ, c_l) qui décrivent les papiers de verre des expériences, différentes mesures ont été faites au laboratoire de tribologie de l'École Centrale de Lyon (LTDS, UMR : 5513) par T. Malhomme. Une première mesure avec un interféromètre sur un échantillon (EC_1) de taille très réduite (2×5 millimètres) pour étudier la faisabilité de la mesure. Une seconde mesure a ensuite été réalisée sur un échantillon de 12 × 12 mm. Le temps d'acquisition passe alors de 15 minutes à environ 2 heures. Le pas spatial est d'environ 1.975 μm dans chaque direction. Un plan de référence est fixé avant la mesure, puis une impulsion laser est envoyée en chaque point de la surface à analyser et un calcul de déphasage permet d'obtenir la topographie de la surface. L'appareil utilisé est conçu pour mesurer des dimensions de rugosité bien plus petites que celles du papier de verre, c'est pourquoi une estimation précise de l'incertitude de la mesure est difficile. De plus, certains points sont manquants dans l'acquisition car la diffraction est trop importante, ces points doivent donc être reconstruits par interpolation. Les paramètres statistiques décrivant

la surface obtenus à partir de cette mesure sont présentés dans le tableau 5.1 pour les deux échantillons.

		P40	P80
EC_1, 2×5 mm	Écart Type σ (μm)	43.5	31.5
	Hauteur minimale (μm)	-159.6	-148
	Hauteur maximale (μm)	141	120
	Longueurs de corrélation c_l (μm)	173.5 - 115.06	96.80 - 67.57
EC_2, 12×12 mm	Écart Type σ (μm)	70.3	44.39
	Hauteur minimale (μm)	-356.6	-291.0
	Hauteur maximale (μm)	377.8	278.8
	Longueurs de corrélation c_l (μm)	232.1 - 228.1	125.4 - 123.46

Table 5.1 – *Récapitulatif des paramètres statistiques obtenus à partir des mesures interférométriques des deux papiers de verre étudiés, pour deux tailles d'échantillons. Les deux valeurs des longueurs de corrélation correspondent au calcul dans la longueur et la largeur de l'échantillon.*

Les valeurs minimales et maximales sont données à titre indicatif et nécessitent un filtrage des données pour être réellement pertinentes. Elles sont sur-estimées ici lors de la mesure. On peut voir que les longueurs de corrélation diffèrent dans les deux directions pour le papier P40 dans le cas de l'échantillon EC_1 ; l'écart est un peu moins marqué pour le papier P80. Cela est très probablement dû à la taille de l'échantillon, trop petite pour obtenir des paramètres statistiques représentatifs. Pour ce qui est de l'échantillon EC_2, tant la longueur de corrélation que l'écart type sont impactés par le changement de taille de l'échantillon, ce qui montre que la taille des échantillons précédents était trop faible pour obtenir des paramètres statistiques représentatifs du papier de verre. Cependant, les topographies du papier de verre obtenues par cette méthode sont très bruitées, comme le montre la figure 5.7.

Afin d'avoir une estimation de l'incertitude des mesures avec l'interféromètre, les papiers P40 et P80 ont aussi été mesurés au moyen d'un microscope électronique sur des échantillons de 1.97 par 1.62 centimètres (pour des acquisitions d'environ 15 minutes et un pas spatial d'environ 1.975 μm). Le microscope utilisé est un microscope digital VHX-6000 (keyence, USA). Les cartographies obtenues en mesurant le papier P40 et P80 sont tracées sur la figure 5.4. Les paramètres statistiques obtenus sur ces mesures sont présentés dans la figure 5.5.

Les deux types de mesures diffèrent : tant les longueurs de corrélation que les écart-types sont plus importants dans le cas de la mesure par microscopie électronique que par mesure interferométrique. Or, cet outil est normalement moins précis que l'interféromètre car il est initialement conçu pour de la visualisation. Mais l'ordre de grandeur des rugosités qu'on cherche à mesurer est dans la gamme de fonctionnement du microscope, au contraire de l'interféromètre. Afin d'obtenir des données complémentaires, une dernière mesure a été réalisée avec un profilomètre tactile : une pointe de diamant balaye une ligne de la surface. Le profil obtenu est à une résolution de 10

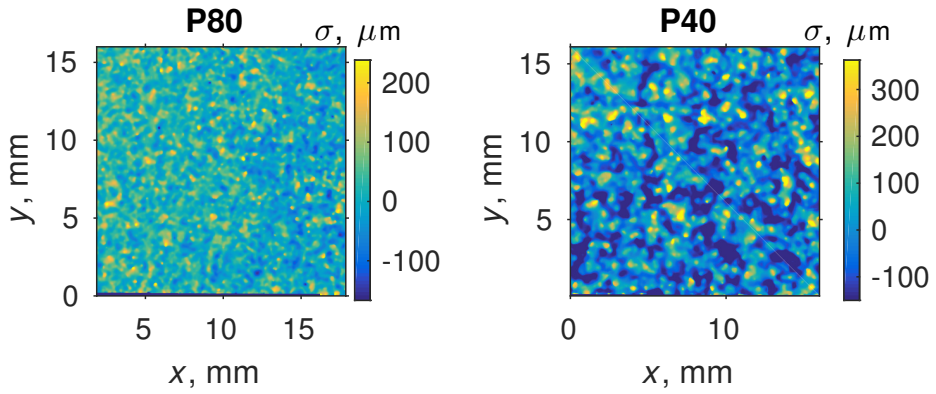

Figure 5.4 – *Cartographies des papiers de verres P40 et P80 mesurés par microscopie électronique.*

	P40	P80
Écart Type (μm)	129.12	65.84
Hauteur minimale (μm)	-375.57	-417
Hauteur maximale (μm)	906.6	590.6
Longueurs de corrélation (μm)	324.0 - 350.3	170.8 - 192.33

Figure 5.5 – *Tableau récapitulatif des paramètres statistiques obtenus à partir des cartographies de la figure 5.2 (mesures au microscope électronique).*

nanomètres à 100 nanomètres, en fonction de l'état d'usure de la pointe de diamant utilisée. Un point de mesure est effectué tous les 15 μm environ. Un seul profil de 4 centimètres a pu être réalisé pour ne pas détériorer la pointe sur les éclats de silice du papier de verre. Les paramètres statistiques calculés à partir de ce profil sont présentés dans le tableau 5.6.

	P40	P80
Écart Type σ (μm)	149.64	63.3
Hauteur minimale (μm)	-307.4	-160.7
Hauteur maximale (μm)	442.5	248.2
Longueurs de corrélation c_l (μm)	503.8	200.0

Figure 5.6 – *Tableau récapitulatif des paramètres statistiques obtenus à partir de la mesure du profil des deux papier de verre à l'aide d'un profilomètre tactile.*

Ces valeurs diffèrent encore des deux autres méthodes. Cependant, seul un profil est réalisé : il est donc probable que celui-ci ne soit pas représentatif de tout le papier de verre. Cette dernière mesure est plus proche de la mesure au microscope (notamment au niveau des écarts type). Ce sont donc les paramètres obtenus avec le microscope qui sont utilisés pour générer la surface. Une comparaison entre les trois types de mesures est faite sur la figure Fig.5.7 pour un profil choisi arbitrairement dans le cas des deux premières mesures et le seul profil disponible dans le cas du tactilomètre.

La mesure dans le cas de l'interféromètre est bien plus bruitée que pour les deux autres types d'acquisition. Cependant, le microscope électronique applique un filtre de post-traitement car c'est à la base un outil de visualisation. Seul le profil mesuré avec le profilomètre est vraiment fiable. Celui-ci se rapproche plus de la mesure faite au microscope mais ne fournit en revanche

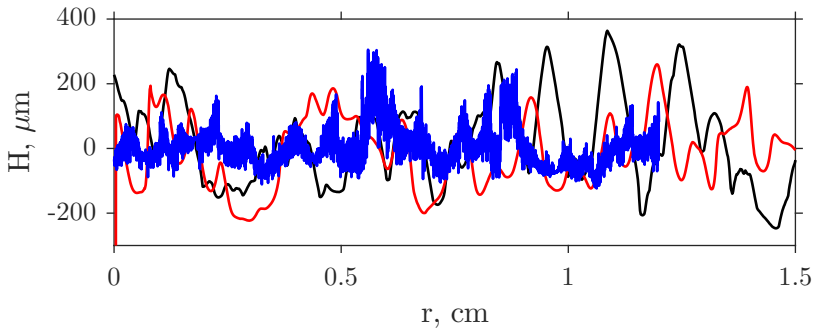

Figure 5.7 – *Comparaison de 3 profils de rugosité mesurés pour trois méthodes différentes : interférométrie, microscopie électronique, tactilométrie. Les profils dans le cas de l'interférométrie et de la microscopie sont choisis arbitrairement sur les échantillons.*

pas d'indication sur la deuxième dimension du papier de verre. Dans la suite, ce sont donc les paramètres obtenus par microscopie électronique qui sont retenus car ils sont les plus proches de ceux du tactilomètre.

5.2.3 Champs de pression

Deux simulations sont réalisées, une pour chaque taille de papier. Les paramètres σ et l_c présentés dans le tableau 5.5 sont utilisés pour calculer un profil 1D avec les mêmes caractéristiques statistiques que la surface des expériences. La source est placée en $z_S = 21$ mm, $z = 0$ correspond à l'élevation moyenne de la surface. Les autres paramètres de la simulation sont les mêmes que ceux utilisées au chapitre 3 pour décrire la réflexion de choc sur une paroi lisse. La simulation sur paroi lisse de ce chapitre sert ici de référence.

Les champs de pression obtenus pour les deux configurations avec une paroi rugueuse (P40 et P80) et le cas de référence lisse sont représentés pour différentes distances par rapport à la source sur la figure 5.8. Sur la première ligne, les cartographies sont toutes identiques car les champs de pression initiaux sont les mêmes et la rugosité n'est pas présente sur les premiers centimètres. Comme on l'a vu dans le chapitre 3, le point triple ne décolle pas de la paroi avant 5 voire 6 centimètres ; l'absence de rugosité avant cette distance n'a donc pas d'influence sur la trajectoire du point triple. Sur la seconde ligne, quand le choc atteint environ 9 cm, des ondes rétro-propagées sont visibles derrières le front d'onde de choc pour les papiers P40 et P80. Ces ondes sont de faible amplitude comparée au choc incident et sont générées continûment à mesure que le choc se propage le long de la surface. Tant l'amplitude des ondes diffractées que leurs espacements sont reliées à la taille de la rugosité. Après une distance de propagation suffisamment grande, le point triple décolle de la surface pour former un pied de Mach. Sur la troisième ligne, en $r = 26$ cm, le pied de Mach est bien visible dans le cas lisse et pour le papier P80 mais n'est pas encore facilement distinguable pour le papier P40. Comme on s'y attend compte tenu des résultats du chapitre 4, le distance de formation du point triple augmente avec la taille caractéristique de la rugosité. Cela implique qu'à une distance donnée, le pied de Mach est plus petit pour les cas rugueux que pour le cas lisse, bien que la croissance du pied de Mach puisse être identique. Sur la dernière ligne, pour la distance maximale, la hauteur du pied de Mach est indiquée par une

ligne noire tiretée. Dans le cas de la paroi lisse, ce pied de Mach mesure environ 2.3 cm de haut. Pour les parois rugueuses, sa taille est réduite avec l'augmentation de la taille de la rugosité. La hauteur du point triple est d'environ 2 cm pour le papier P80 et 1.2 cm pour le papier P40. Pour cette configuration, on n'observe pas d'oscillations de la pression en proche paroi comme c'était le cas pour les parois sinusoïdales pour lesquelles une onde de surface était présente. Cependant, il est possible que l'amplitude de celle-ci soit trop faible dans cette configuration pour apparaître sur les cartographies du champ de pression.

5.2.4 Génération du point triple

Une simulation est réalisée dans laquelle on choisit $\sigma = 350$ μm comme paramètre décrivant la paroi tant en terme de longueur de corrélation que d'écart type de l'amplitude de la rugosité. La source est placée en $z_S = 10.5$ mm de la paroi pour une amplitude maximale de $P_{ponc} = 7.5 \times 10^5$ Pa. La rugosité débute dès le premier centimètre. Pour cette configuration, aucun pied de Mach ne se développe comme on peut le voir sur la figure 5.9. Les chocs incident et réfléchi sont séparés en proche paroi d'une distance de l'ordre de grandeur de la longueur de corrélation, comme on l'a vu dans le cas de parois sinusoïdales pour lesquelles aucun pied de Mach n'était présent. Les images Schlieren numériques sont saturées afin de faire apparaître les ondes diffractées retro propagées.

Une seconde simulation est ensuite réalisée dans laquelle la rugosité ne débute qu'à partir de 10 cm et le reste des paramètres est inchangé. Les images Schlieren issues de cette simulation sont présentées sur la figure 5.10. Dans ce cas, le pied de Mach s'est déjà formé et mesure environ 1 cm au moment où la rugosité commence à apparaître. Ce pied de Mach continue ensuite de grandir sans être amoindri par les oscillations du champ diffracté sur la surface. Ce résultat est en accord avec les observations du chapitre 4 selon lesquelles la formation du pied de Mach est régie par les interactions d'ondes de choc entre les aspérités de la paroi. Dans notre cas, ces interactions sont insuffisantes pour entrainer la formation d'un pied de Mach comme on le voit sur la figure 5.9. Le pied de Mach a donc une croissance qui devrait correspondre à celle obtenue dans la même configuration pour une paroi lisse.

Pour vérifier ce dernier point, le champ de pression obtenu pour la simulation avec paroi rugueuse est soustrait au champ de pression obtenu dans le cas d'une paroi lisse. Pour cela, le champ de pression qui est exprimé dans un système de coordonnées curvilignes doit l'être pour un système de coordonnées cartésiennes. Une interpolation quadratique est donc réalisée sur tous les points du maillage pour obtenir le champ de pression dans le cas de la rugosité sur une grille cartésienne. Ces deux champs sont présentés sur la figure 5.11 sur les images *a*) et *b*) respectivement. On soustrait ensuite à ce champ le champ de pression obtenu pour une paroi lisse au même instant. Le résultat de cette soustraction est présenté sur la figure 5.11 sur l'image *c*).

Le front d'onde de choc disparaît en grande partie, cela montre que sa courbure ne change que très légèrement à cause de la rugosité. Cependant, le choc incident devrait totalement disparaître, or celui-ci est toujours visible, notamment en proche paroi en $r = 24$ cm. Cela montre que le front d'onde de choc est légèrement courbé par la rugosité. Cette méthode met en valeur les oscillations en proche paroi observées au chapitre 4, et caractéristiques d'ondes de surface. Une étude possible

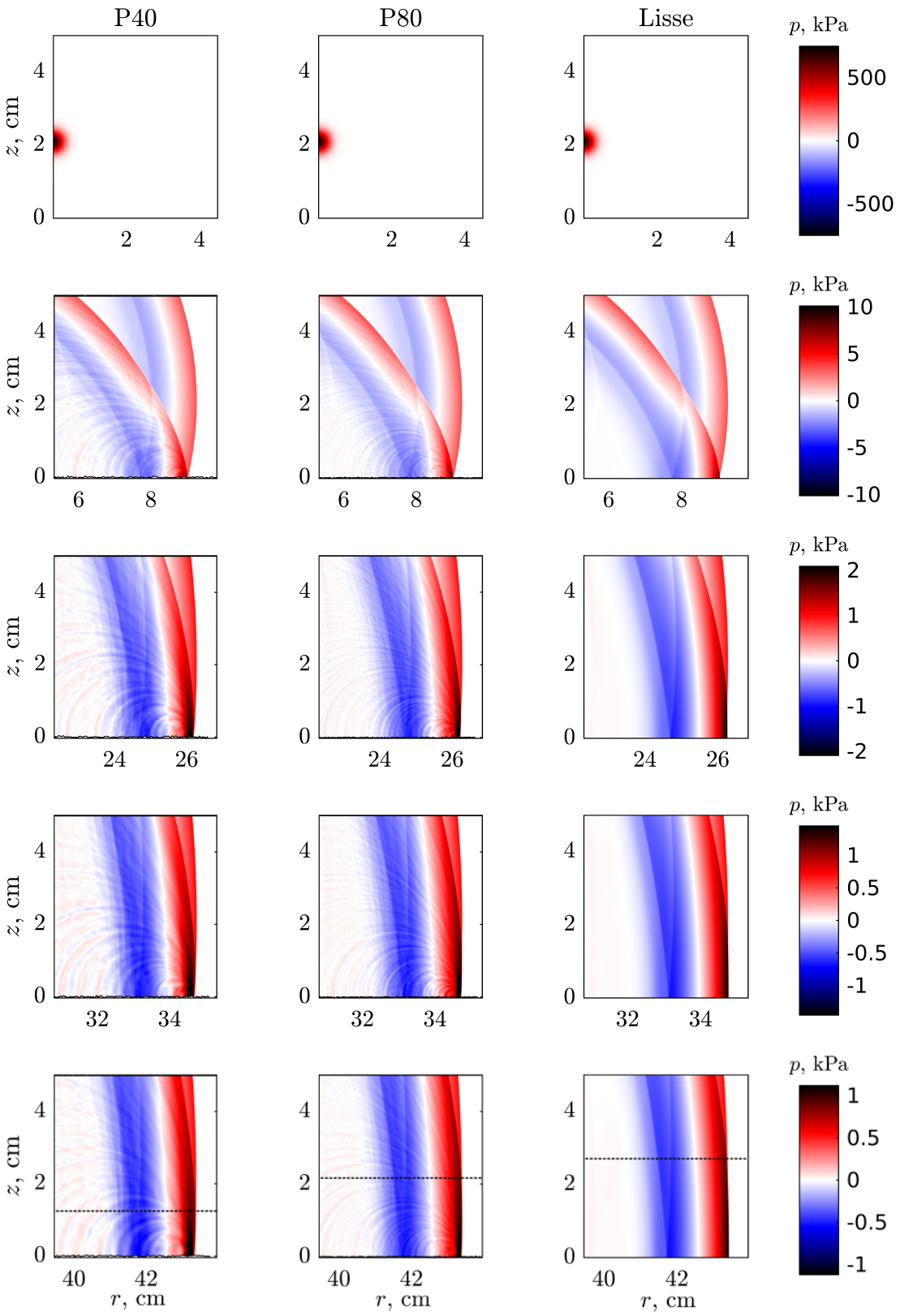

Figure 5.8 – *Cartographies des champ de pression obtenues pour les simulations avec papiers de verre P40 et P80, ainsi que le cas de référence lisse. Chaque colonne correspond à une configuration. Les 5 lignes indiquent les champs pour 5 instants. Pour la dernière distance, la hauteur du point triple est indiquée par une ligne tiretée.*

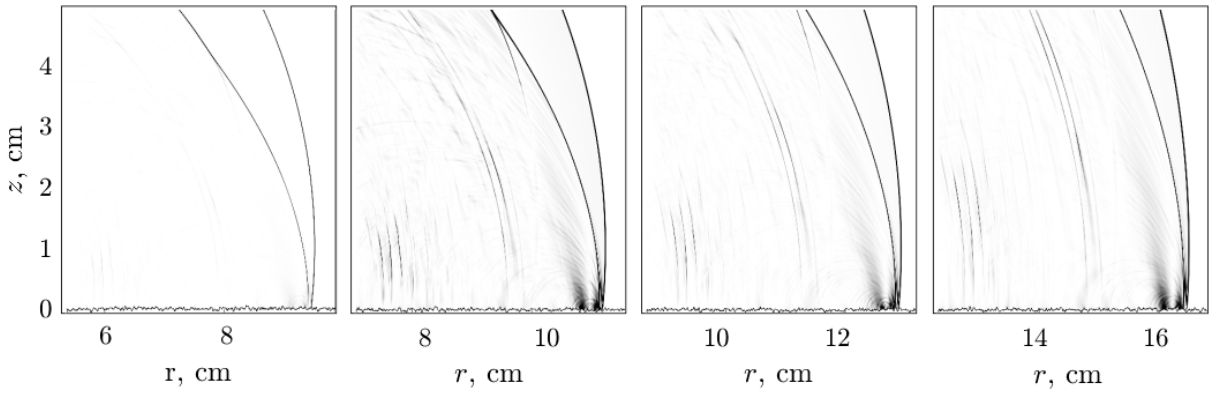

FIGURE 5.9 – *Images Schlieren numériques obtenues pour une source placée à $z_S = 10.5$ mm de la paroi et une rugosité avec $\sigma = 350$ μm qui commence en $r = 1$ cm.*

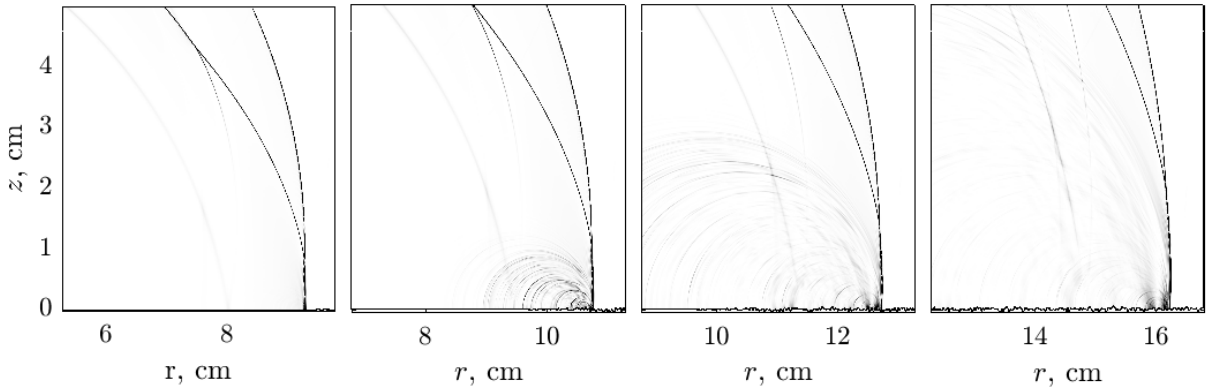

FIGURE 5.10 – *Images Schlieren numériques obtenues pour une source placée à $z_S = 10.5$ mm de la paroi et une rugosité avec $\sigma = 350$ μm qui commence en $r = 10$ cm.*

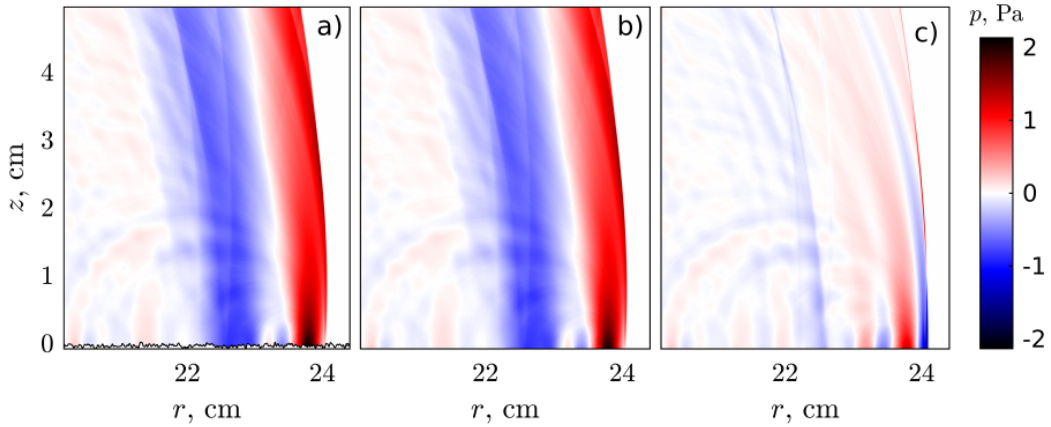

FIGURE 5.11 – *a) Champ de pression obtenu en simulant la réflexion d'un choc sur une paroi à rugosité aléatoire décrite par le paramètre $\sigma = 350$ μm. b) Interpolation du champ de pression de l'image a sur une grille cartésienne. c) Soustraction du champ de l'image b avec la cartographie du champ de pression obtenue pour le cas de référence lisse au même instant.*

ici serait de faire varier la position de départ de la rugosité pour déterminer la hauteur minimale du point triple nécessaire pour que la rugosité n'ait plus d'influence sur la trajectoire du point triple. Cette hauteur minimale est probablement de l'ordre de quelques écarts type de la rugosité, mais cela pourrait être vérifié en multipliant les simulations précédentes. Les effets de la rugosité déjà observés précédemment pour les simulations avec parois à géométries périodiques sont donc bien visibles sur ces simulations. Cependant, les simulations avec parois déformées n'ont pas encore été comparées à des expériences jusqu'ici pour s'assurer que les effets observés en simulation sont bien physiques. C'est donc l'objet de la prochaine section.

5.3 Comparaison avec les expériences

Comme vu dans le cas de la réflexion sur une paroi lisse, les mêmes méthodes de mesures peuvent être appliquées dans le cas d'une paroi rugueuse. Des mesures interférométriques de signaux de pression au dessus d'une paroi rugueuse ont été effectuées par M. Karzova durant sa thèse [2]. Des papiers de verre de taille de grain P40 et P80 ont été utilisés comme rugosité. Le reste de la configuration expérimentale est identique à celle présentée pour les surfaces lisses au chapitre 3. Plusieurs différences entre la simulation et les expériences sont à noter. La première est que le code résoud les équations d'Euler axisymétriques. La surface rugueuse expérimentale est isotrope et le choc est diffracté dans toutes les directions. En simulation, on fait l'hypothèse que l'ensemble du problème est axisymétrique, y compris la surface. Il y a donc une refocalisation des ondes rétro-propagées qui sera présente dans le cas de la simulation mais pas des expériences. Le champ diffracté reste dans le plan de la simulation et on peut s'attendre à une sur-estimation des niveaux de pression, en particulier pour des points proches de l'axe de symétrie.

L'utilisation de l'interféromètre pour la mesure du champ diffracté par une surface rugueuse pose plusieurs questions. En effet, il y a une hypothèse de champ de pression à symétrie cylindrique intrinsèque à l'utilisation de l'interféromètre. Cette hypothèse n'est pas respectée dans le cas présent car la diffraction a lieu sur une surface à rugosité aléatoire. En conséquence, la comparaison entre les mesures interférométriques et les simulations qui suit est qualitative ; le but n'est pas de quantifier l'impact de la rugosité sur l'onde de choc et le champ diffracté, mais plutôt de mettre en évidence les principaux effets de la rugosité sur le diagramme de réflexion et les formes d'ondes et de faire le lien avec le chapitre précédent.

Un autre point à souligner est l'hypothèse de surface rigide considérée en simulation. En effet, le papier de verre est constitué d'un support en papier ou en tissu, sur lequel est collé un matériau abrasif (grenat, alumine, silice...) à l'aide d'une résine synthétique (celle-ci est conçu pour résister à la chaleur dégagée lors du frottement). Dans le chapitre 3, il a été montré que l'impédance du PVC ne joue pas un rôle déterminant sur l'amplitude du choc réfléchi. Cependant, dans le cas de colle et de matériaux abrasifs (et donc composé de multiples corps rigides), il est possible que l'impédance de la surface ne soit plus suffisamment grande pour que la paroi soit considérée comme infiniment rigide d'un point de vue acoustique.

La source choisie pour les simulations est celle obtenue au chapitre 2 par comparaison avec les mesures d'arcs électriques en champ libre. On a donc $p_{ponc} = 7.5 \times 10^5$ Pa et $\alpha = 2.5 \times 10^-3$

m. Comme on l'a vu au chapitre 3, on s'attend à ce que cette source entraîne une sur-estimation d'environ 10% de la pression en proche paroi et en conséquence un pied de Mach légèrement plus grand que les expériences. Ces comparaisons étant avant tout qualitatives, il n'est pas nécessaire de réduire le niveau initial de la source pour chercher à retrouver les trajectoires de points triples.

5.3.1 Formes d'ondes proche paroi

Comme on l'a fait précédemment pour les parois lisses, on s'intéresse tout d'abord aux signaux de pression obtenus à différentes hauteurs au-dessus de la surface. Sur la figure Fig.5.12 les formes d'ondes obtenues par simulation sont comparées aux formes d'ondes obtenues par mesure interférométrique à $r = 33$ cm de distance source-récepteur, et à plusieurs hauteurs z par rapport à la surface. Les niveaux de pression en proche paroi ($z = 2$ mm) sont correctement estimés pour les deux types de papier. En $z = 22$ mm, le choc incident commence à être dissocié du choc réfléchi : la pression du choc incident est correctement estimée (ce qui est normal étant donné que la source utilisée en simulation a été calibrée par rapport à une expérience en champ libre) mais le choc réfléchi est sur-estimé dans les deux cas pour la simulation. Le point à partir duquel les chocs incident et réfléchi sont dissociables sur le front d'onde de choc correspond à l'emplacement du point triple.

Sur la figure Fig.5.12, pour le papier P80, une différence de pente est visible sur le choc à partir de $z = 14$ mm, le pied de Mach n'excède donc pas cette hauteur. Celui-ci est légèrement sur-estimé en simulation comme attendu. En revanche, pour le papier P40, un pied de Mach existe dans le cas de la simulation mais pas expérimentalement. Si on s'intéresse plutôt à la partie négative du signal, des oscillations correspondant à la diffraction sur la paroi sont présentes. Ces oscillations sont de plus grande amplitude en proche paroi (proche de leurs point d'émission) que loin de la paroi (après propagation et atténuation géométrique). Celles-ci sont aussi corrélées aux oscillations de la paroi en terme de contenu fréquentiel : les oscillations dans le cas du papier P40 sont de plus basse fréquence que dans le cas du papier P80.

5.3.2 Schéma de réflexion

Afin de mieux visualiser le pied de Mach, les schémas de réflexion sont tracés sur la figure Fig.5.13 à $r = 33$ cm de la source selon t et z. Les formes d'ondes tracées sur la figure Fig.5.12 sont reportées ici : la pression est convertie en couleur et toutes les formes d'ondes pour chaque hauteur sont superposées pour former une figure en deux dimensions (temps et espace selon z). En a), les diagrammes obtenus avec les mesures interferométriques sont tracés pour les papiers P80, P40 et la référence lisse. En b), les mêmes figures sont tracées à partir des simulations. Le pas spatial selon z est volontairement réduit dans les simulations pour correspondre à celui des mesures et faciliter la comparaison.

Ces schémas de réflexion reconstruits montrent que comme observé sur les formes d'ondes, la rugosité a tendance à faire décroître la hauteur du pied de Mach. Les schémas de réflexion obtenus par simulation sont en bon accord avec ceux obtenus expérimentalement. En particulier, la même décroissance de la hauteur du pied de Mach avec la rugosité est observée numériquement et expérimentalement. Les pieds de Mach simulés sont 2 mm plus grands que ceux mesurés dans

chaque cas. Cependant, c'est un résultat attendu car ces paramètres de sources mènent aussi à une surestimation du pied de Mach dans le cas de la paroi lisse ("smooth surface").

Cette méthode de visualisation a aussi l'avantage de mettre en valeur la courbure du front d'onde de choc. Dans le cas de l'expérience, ce dernier paramètre ne peut pas être examiné car la position relative des formes d'ondes est ajusté à partir de l'analyse statistique des temps d'arrivée afin d'obtenir un front d'onde continu. En revanche, une seule réalisation est nécessaire dans le cas de la simulation, la différence de courbures entres les trois configurations est donc physique. Loin de la paroi, la position du choc incident est identique entre les trois simulations.

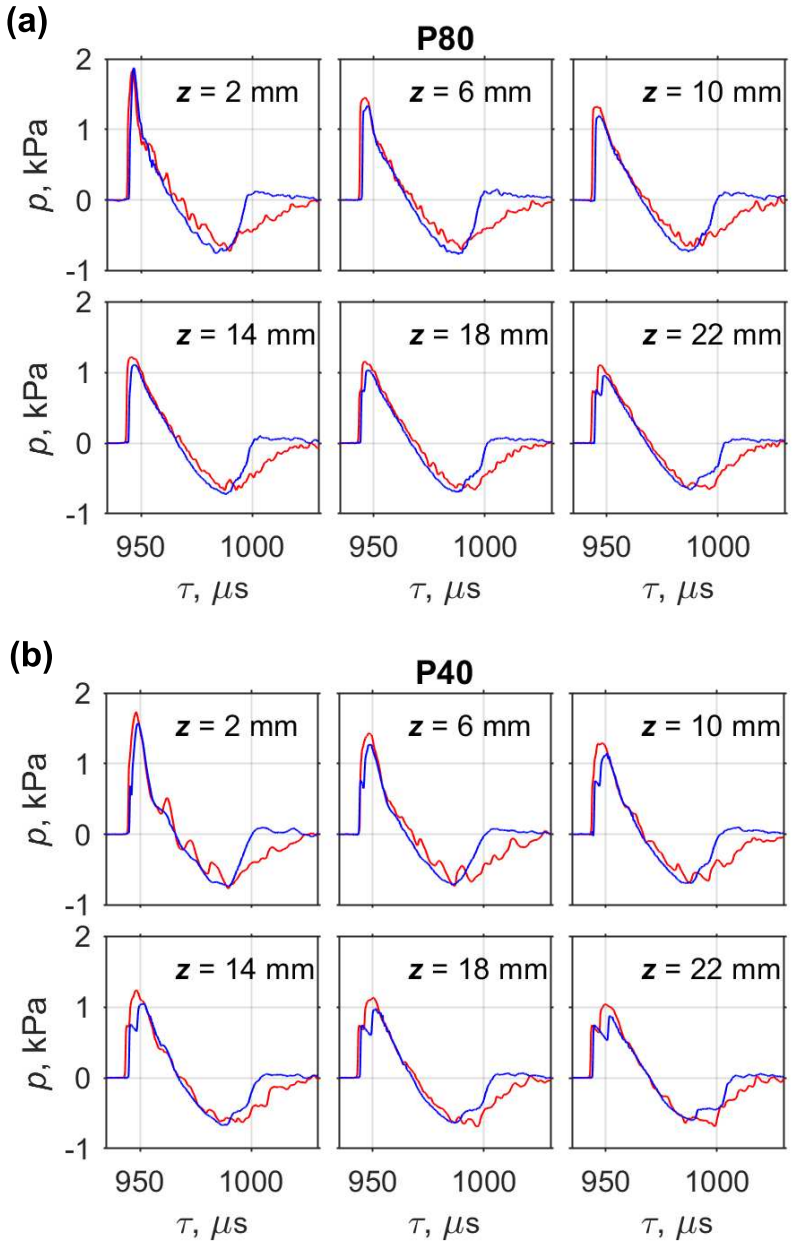

Figure 5.12 – *Formes d'ondes obtenues pour différentes hauteurs z par rapport au sol pour les deux types de papiers étudiés, (a) papier P40 et (b) papier P80 dans le cas de : —— la simulation, —— la mesure interférométrique.*

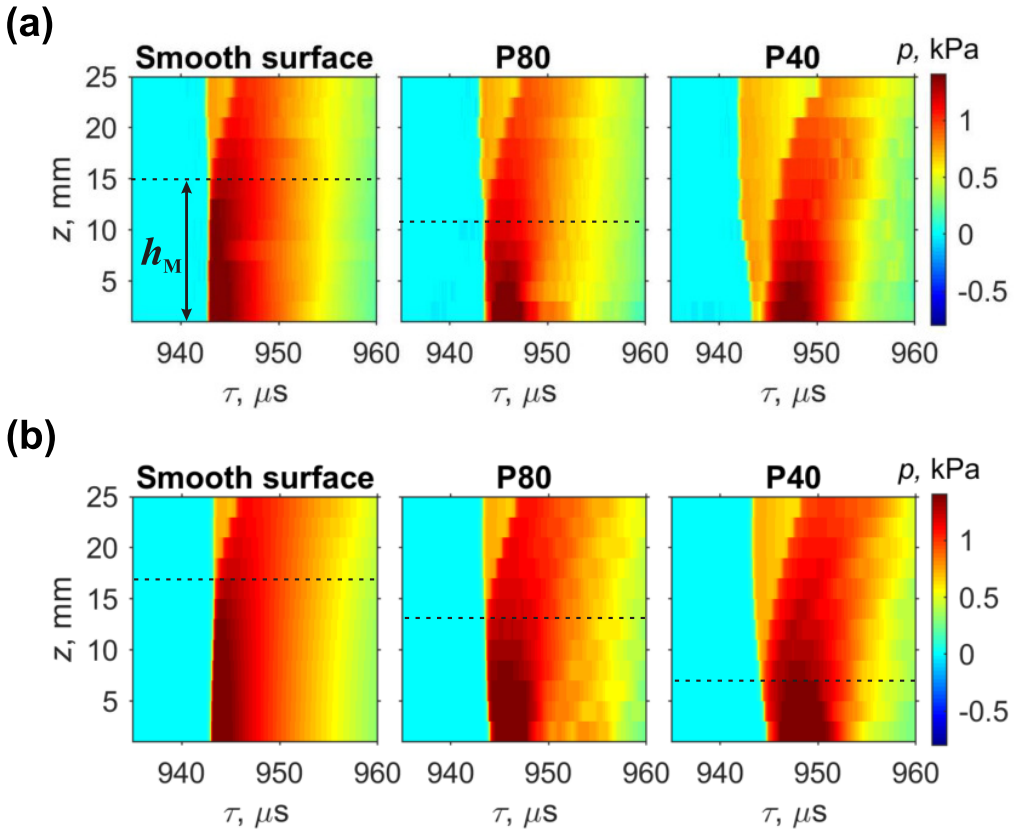

FIGURE 5.13 – *Représentation temps-hauteur de l'onde de choc se réfléchissant sur une surface lisse, et deux surfaces rugueuses (P40 et P80) [141]. (a) expériences, (b) simulation*

En revanche, la position du choc réfléchi change : celui-ci arrive plus tardivement à mesure que la rugosité augmente. Proche de la paroi, le même phénomène est présent : la base du pied de Mach arrive plus tardivement à mesure que la rugosité augmente. Ce type de mesure a cependant l'inconvénient de ne fournir que peu d'indications sur le champ diffracté sur la surface.

La différence de dynamique entre les ondes diffractées et le choc incident rend difficile l'observation des ondes rétro-propagées sur ce type de visualisation. Néanmoins, l'accord observé sur le schéma de réflexion entre les simulations et les expériences est très bon. Les formes d'ondes en proche paroi ainsi que la décroissance de la hauteur du pied de Mach sont prédites avec exactitude pour le papier P80, tant en terme de pression maximale que des hauteurs de pied de Mach. Pour le papier P40, un pied de Mach est visible en simulation mais pas dans les expériences. Les différences observées sur ce dernier cas proviennent probablement d'une erreur d'estimation des paramètres statistiques de la surface. La taille de l'échantillon mesuré peut ne pas avoir été suffisante pour obtenir des paramètres statistiquement représentatifs de la surface. De plus, le niveau de la source en simulation donne un pied de Mach plus grand pour la paroi lisse que dans le cas des expériences. Le pied de Mach simulé dans le cas du papier P40 étant de seulement 5 millimètres pour cette distance de propagation, la légère sur-estimation du niveau de pression puisse être à l'origine de la formation du pied de Mach. Cette configuration avec le papier P40 est donc très proche d'un cas permettant la formation d'un pied de Mach expérimentalement, en terme de rapport entre niveau de pression de la source et amplitude de rugosité. L'accord

observé est néanmoins suffisant pour valider ce type d'approche numérique. Dans la suite, on cherche d'abord à valider la robustesse de la comparaison en étudiant le désordre statistique lié à la réalisation de la surface aléatoire. Un parallèle avec le chapitre sur les réflexions sur paroi périodique est ensuite fait.

5.4 Analyse statistique

Les comparaisons présentées précédemment sont issues d'une unique réalisation de la paroi aléatoire ; or les résultats de simulation vont varier d'une réalisation de la paroi à une autre. Afin d'estimer l'incertitude relative au caractère aléatoire de la génération de la surface, 20 simulations ont été réalisées avec les paramètres statistiques des papiers P40 et P80. Dans celles-ci, les surfaces n'ont jamais la même géométrie mais elles possêdent toutes les mêmes paramètres statistiques. Dans cette section, une étude statistique basée sur ces 20 réalisations est présentée afin notamment de s'assurer qu'une réalisation est suffisamment représentative pour valider les comparaisons précédentes.

5.4.1 Formes d'ondes

L'ensemble des formes d'ondes obtenues sont présentées sur la figure Fig.5.14 pour deux élévations z différentes. Comme attendu, le maximum de pression fluctue légèrement en proche paroi, le temps d'arrivée reste cependant inchangé. Pour des élévations plus grandes, seul le choc réfléchi est impacté par le changement de rugosité ; les chocs incidents restent identiques d'une réalisation à une autre. De plus, les fluctuations correspondant à la diffraction sur la paroi sont de moins grande amplitude pour cette élevation.

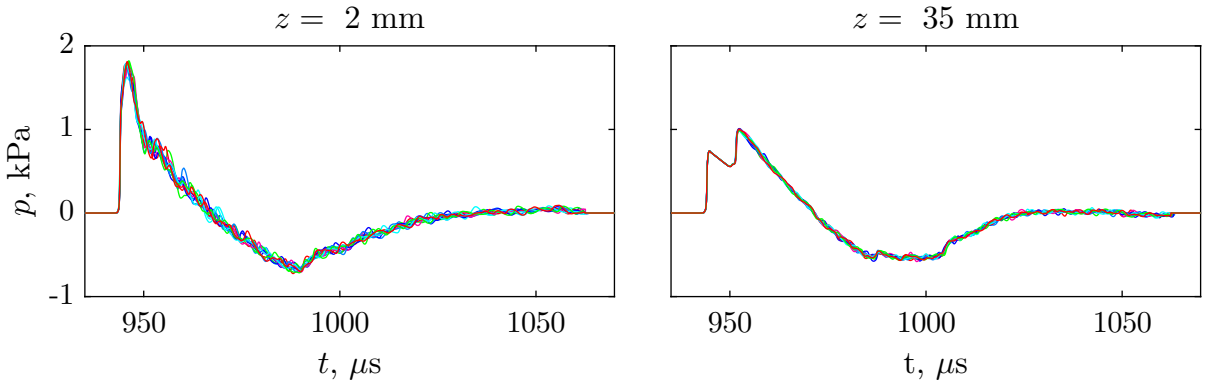

Figure 5.14 – *Formes d'ondes de la pression en $r =$ 33 cm et $z =$ 2 mm (à gauche) ou $z =$ 35 mm (à droite) pour différentes réalisations de la rugosité avec les paramètres statistiques du papier P40 qui restent inchangés. Vingt formes d'ondes sont présentées.*

A partir de ces formes d'ondes, la pression maximale moyennée sur toutes les réalisations est tracée sur la figure Fig.5.15.*a* en fonction de la hauteur pour les deux types de rugosité ainsi que pour le cas de référence lisse. Comme on l'a vu précédemment, la pression en proche paroi est plus grande que dans le cas lisse quand une rugosité est présente. Cet effet persiste sur les 5 premiers millimètres au dessus de la paroi. De plus, cet effet n'est pas dû à la fluctuation de pression d'origine statistique mais est un effet cohérent de la diffraction sur la paroi : si ce n'était

pas le cas cet effet aurait été atténué par les moyennes des 20 réalisations. La décroissance de la pression le long du pied de Mach est elle aussi impactée par la rugosité : la pression est quasiment constante sur le premier centimètre dans le cas lisse et décroît exponentiellement dans le cas rugueux. Cette décroissance exponentielle est caractéristique des ondes de surface susceptibles de se propager au niveau de la paroi comme décrit au chapitre 4. Le même type de phénomène est donc présent ici, bien que moins marqué car invisible sur les formes d'ondes.

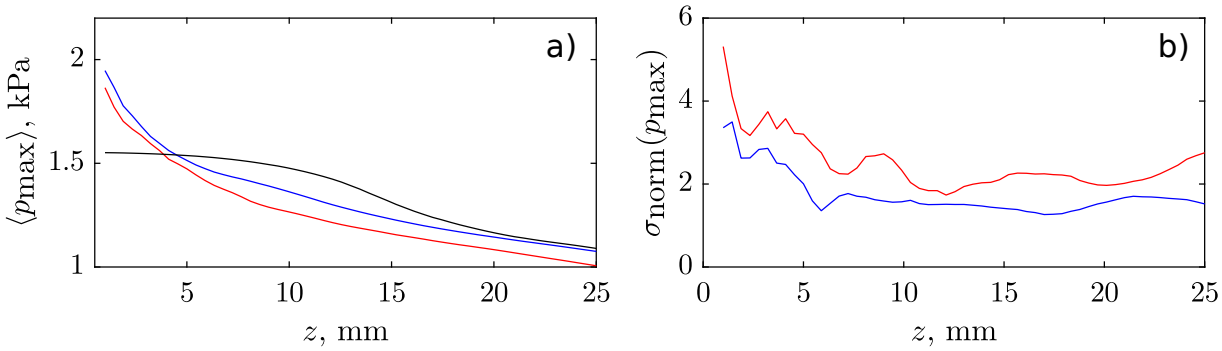

Figure 5.15 – *(a) Pression maximale obtenue sur les formes d'ondes pour différentes hauteurs z à $r =$ 33 cm de la source pour les cas : P40, P80 et cas lisse de référence. La pression maximale est obtenue en moyennant les 20 formes d'ondes des différentes réalisations pour les cas du papier P40 et P80. (b) Courbes d'erreurs obtenues en calculant l'écart type entre ces différentes réalisations.*

Sur la figure 5.15.*b*, les écart-types de la pression maximale $\sigma_{norm}(p_{\max})$ sont tracés pour z allant de 2 mm à 35 mm et les deux types de rugosités considérées (l'écart-type est normalisé par la pression moyenne entre les différentes réalisations). Cet écart-type montre la déviation d'une réalisation à une autre et donne donc une indication sur la précision maximale qu'on peut atteindre dans les comparaisons entre simulation et expériences présentées précédemment. Cet écart type reste inférieur à 5 % sauf en très proche paroi où il augmente légèrement sans pour autant dépasser 10 %. L'écart-type est donc suffisamment petit pour considérer que les fluctuations incohérentes des formes d'ondes sont faibles par rapport à la partie cohérente.

En conséquence, une seule réalisation de la paroi peut être utilisée pour faire les comparaisons entre simulation et expérience car les incertitudes expérimentales seront du même ordre de grandeur que les écarts statistiques en simulation d'une réalisation à une autre.

5.4.2 Formes d'ondes cohérentes

Une autre manière d'observer plus finement l'impact de la rugosité sur les formes d'ondes de la pression est de calculer la forme d'onde moyenne entre les 20 réalisations : la forme d'onde cohérente $\langle p \rangle$. Cette quantité représente la part du signal qui ne varie pas en fonction de la réalisation de la paroi. Les formes d'onde cohérentes pour les deux types de papier en $r = 33$ cm et $z = 2$ mm sont tracées sur la figure 5.16.*a*.

Le maximum de pression en proche paroi est plus important pour les deux configurations avec paroi rugueuse que dans le cas lisse. Le temps de montée du choc est aussi plus long quand la taille de la rugosité augmente. Presque toutes les oscillations auparavant visibles sur les formes

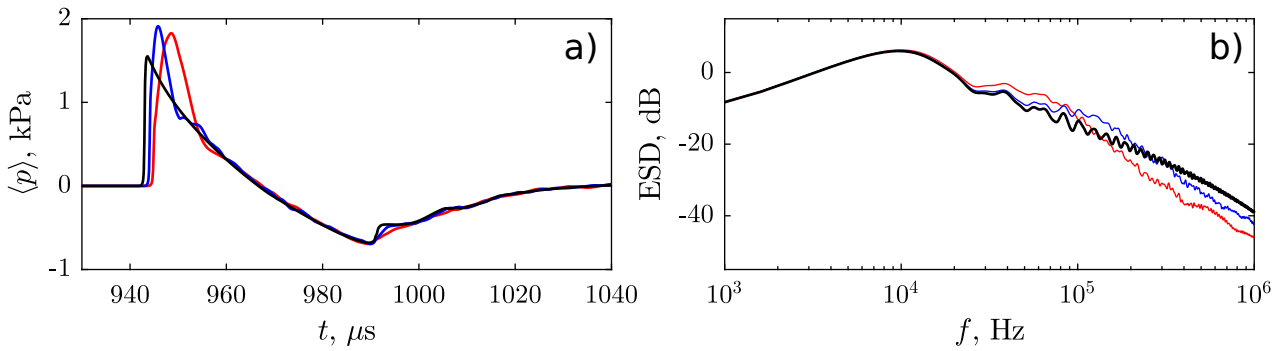

FIGURE 5.16 – *(a) Formes d'ondes cohérentes de la pression en $r = 33$ cm et $h = 2$ mm, pour les cas : P40, P80 et cas lisse de référence. (b) Densités spectrales d'énergie correspondant aux signaux cohérents de la figure (a), la référence utilisée est 4.10^{-10} Pa^2 s^2.*

d'ondes sur la figure 5.14 disparaissent : elles sont grandement dépendantes du profil de la paroi et sont donc effacées par le moyennage. Les spectres de ces quantités sont tracés sur la figure 5.16.*b*. Presque aucune différence n'est visible avant 20 kHz. Après cette fréquence, la rugosité induit deux modifications par rapport au cas lisse. Tout d'abord, une augmentation du niveau de pression est visible pour une certaine bande de fréquence par rapport au cas lisse : entre 25 kHz et 100 kHz pour le papier P40 et entre 40 kHz et 200 kHz pour le papier P80. De plus, pour des fréquences plus élevées, les niveaux sont réduits et décroissent plus rapidement avec la fréquence que dans le cas lisse. Cet effet est principalement dû à l'effet de la rugosité sur le choc.

Trois exemples de formes d'ondes incohérentes pour le papier P40 sont tracées sur la figure 5.17.*a*. Ces formes d'ondes sont obtenues en soustrayant aux signaux de pression la forme d'onde cohérente calculée précédemment. Les niveaux de pression obtenus sont faibles comparés aux niveaux de la partie cohérente comme attendu au regard de la figure 5.14. Les densités spectrales d'énergie correspondantes sont aussi tracées sur la figure 5.17.*b*. Les maxima des spectres ne coïncident pas avec les maxima locaux observés sur les spectres cohérents. Dans le cas de la figure 5.16.*b*, les lobes secondaires observés sont dus à la composante basse fréquence qui lisse la discontinuité de l'impulsion sur les formes d'ondes. Cette composante correspond à l'onde de surface observée au chapitre précédent, mais de moins grande amplitude. L'emplacement de ces deux lobes sur le spectre n'est donc pas directement corrélé à la géométrie de la rugosité. Dans le cas de la figure 5.17.*b*, le pic observé correspond plutôt aux oscillations composées de la somme des ondes diffractées. Ce lobe est donc directement corrélé à la géométrie de la paroi. Il est centré sur une fréquence dont la longueur d'onde équivalente correspond à quelques longueurs de corrélation de la paroi.

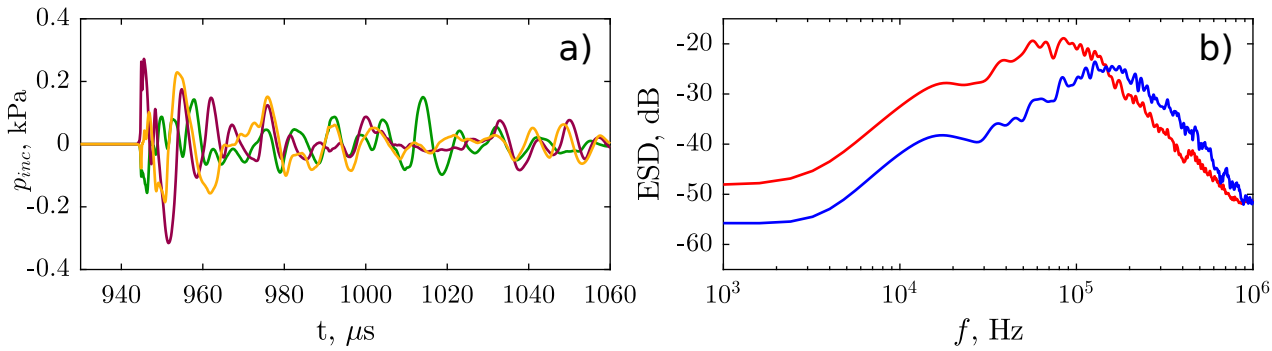

FIGURE 5.17 – *(a) Formes d'ondes incohérentes de la pression en $r = 33$ cm et $h = 2$ mm, pour les cas : P40, P80 et cas lisse de référence. (b) Densités spectrales d'énergie correspondant aux signaux incohérents de la figure (a), la référence utilisée est 4.10^{-10} Pa^2 s^2.*

5.5 Passage à l'échelle du bang sonique

Une des applications pratiques de ces travaux est l'étude de la réflexion sur le sol de l'onde de choc générée par le passage d'un avion supersonique. En effet, la prédiction des niveaux de pressions au sol dans ce type de configuration est importante pour mettre au point les normes de bruits relatives à la prochaine génération d'avions supersoniques civiles. Dans le cadre de cette thèse, le passage à l'échelle du bang supersonique a donné lieu à des études préliminaires non détaillées ici mais qui se prolongent par des études paramétriques dans le cadre du projet RUMBLE ('Regulation and Norm for Low Supersonic Boom Levels').

À titre d'exemple, une simulation 2D est réalisée dans laquelle une onde en N se réfléchit sur une paroi rigide et déformée. Une simulation de référence avec la même configuration pour une paroi lisse est aussi réalisée. Un code 2D est utilisé où le bang supersonique est assimilé à un choc incident localement plan bien qu'il soit en pratique un choc cylindrique. Les distances de propagation sont telles que le front d'onde de choc est presque plan et la décroissance géométrique du choc sur la fenêtre de calcul est négligeable. Cette approximation est donc raisonnable et permet d'économiser en coût numérique mais implique de sous-estimer l'atténuation de l'onde de choc réfléchie liée à la diffraction. Bien que les études actuelles portent sur des bangs de faible amplitude, on représente ici des résultats pour un bang de forte amplitude. L'onde de choc incidente a une amplitude maximale de 100 Pa et une longueur d'onde de 100 m, les autres champs (densité, vitesse et énergie) sont obtenus par des relations d'acoustique linéaire. Ce type d'onde est du même ordre de grandeur que les bangs soniques de la première génération d'aviation civile comme le Concorde. Pour simuler la propagation de l'avion, la fenêtre glissante est déplacée à Mach 1.4. Le signal de pression est forcé sur la frontière supérieure du domaine et impacte ensuite le reste du domaine en se propageant.

Le champ de pression obtenu à différents instants est présenté sur la figure 5.18. Un régime transitoire est présent sur les images allant de a) à h) : la partie acoustique du signal induite par les relations linéaires utilisées à l'initialisation est convectée pour finalement sortir de la fenêtre de calcul. Les paramètres statistiques fixant la taille des aspérités du sol sont choisis pour être du

même ordre de grandeur que des vallons, à savoir une longueur de corrélation de 100 mètres pour un écart type de l'amplitude de la rugosité de 15 mètres. Des ondes diffractées sont bien visibles derrière le choc incident. De plus, le choc réfléchi est très déformé par la rugosité et ne possède plus de front d'onde de choc comme le montre les images q) et l). Passée la phase transitoire (après l'image h) ici), le phénomène devient en partie stationnaire et peu de différences sont visibles entre les images q) et l).

Aucun phénomène cumulatif n'est vraiment observé ici pour cette taille de rugosité. Cependant cette simulation montre la faisabilité de ce type d'étude à une autre échelle. Les formes d'ondes de la pression obtenues pour deux hauteurs par rapport au sol et deux distances de propagation sont tracées sur la figure 5.19. Les formes d'ondes des images a) et b) montrent notamment que la pression dans le cas de la paroi déformée est légèrement supérieure au cas lisse. Cet effet est cependant beaucoup moins marqué que pour les configurations précédentes à petite échelle. La longueur d'onde de l'onde de choc est trop petite ici comparé à la longueur de corrélation de la rugosité. La rugosité est donc trop grande pour permettre des effets cumulatifs du type de ceux vu précédemment. De plus, la faible amplitude de la pression du choc incident ne permet pas la formation d'un pied de Mach pour cet angle d'incidence. Sur l'image d), le choc réfléchi est grandement atténué dans le cas de la paroi déformée par rapport au cas lisse. Celui-ci décroit de 100 Pa pour le cas de référence lisse à environ 45 Pa pour le cas de sol déformé. Une rugosité grande par rapport à la longueur d'onde a donc principalement un effet sur le choc réfléchi. Cet effet est aussi visible sur la partie négative du choc réfléchi.

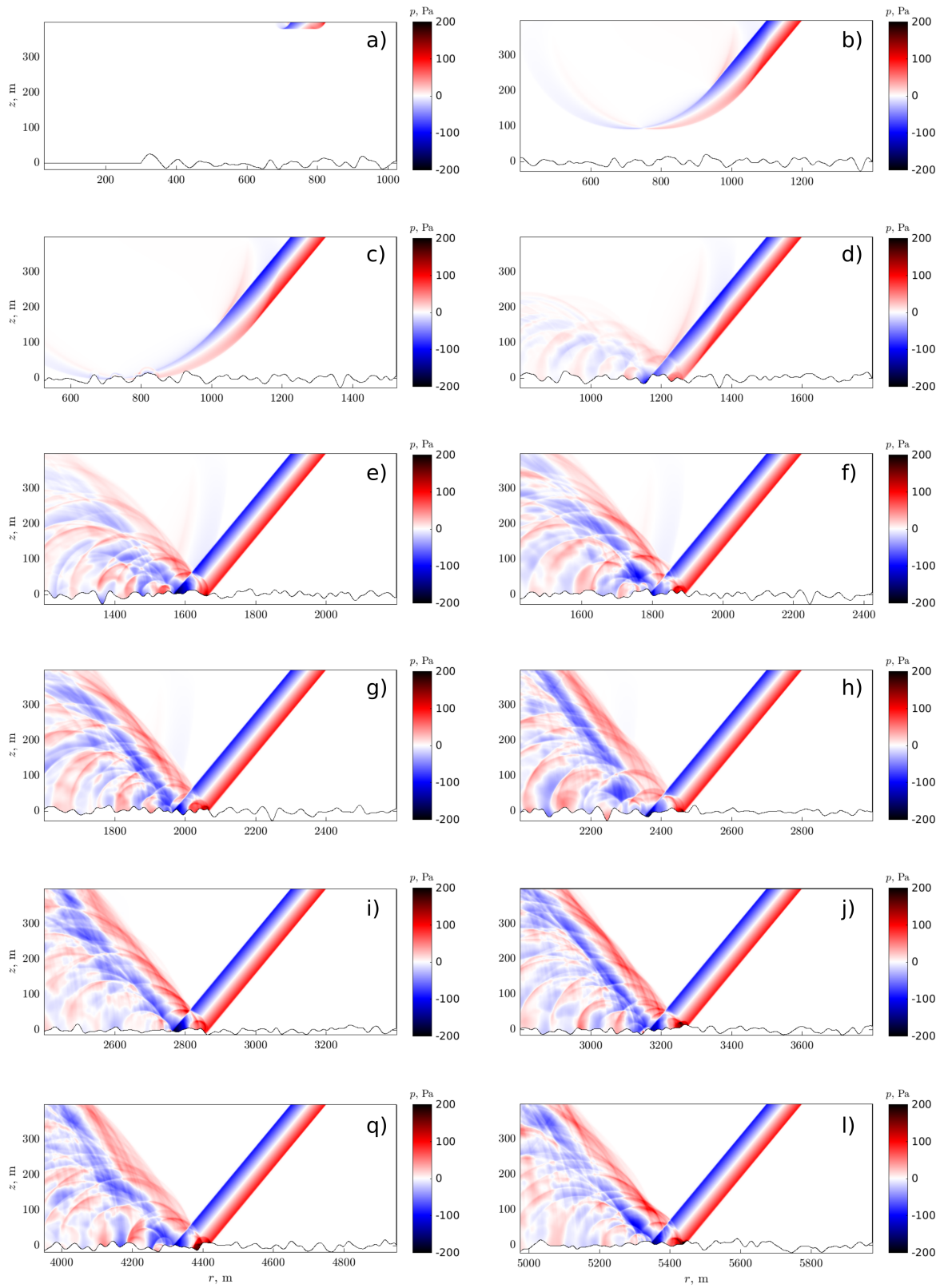

Figure 5.18 – *Cartographies du champ de pression obtenues par simulation d'un choc plan incident sur une paroi à rugosité aléatoire.*

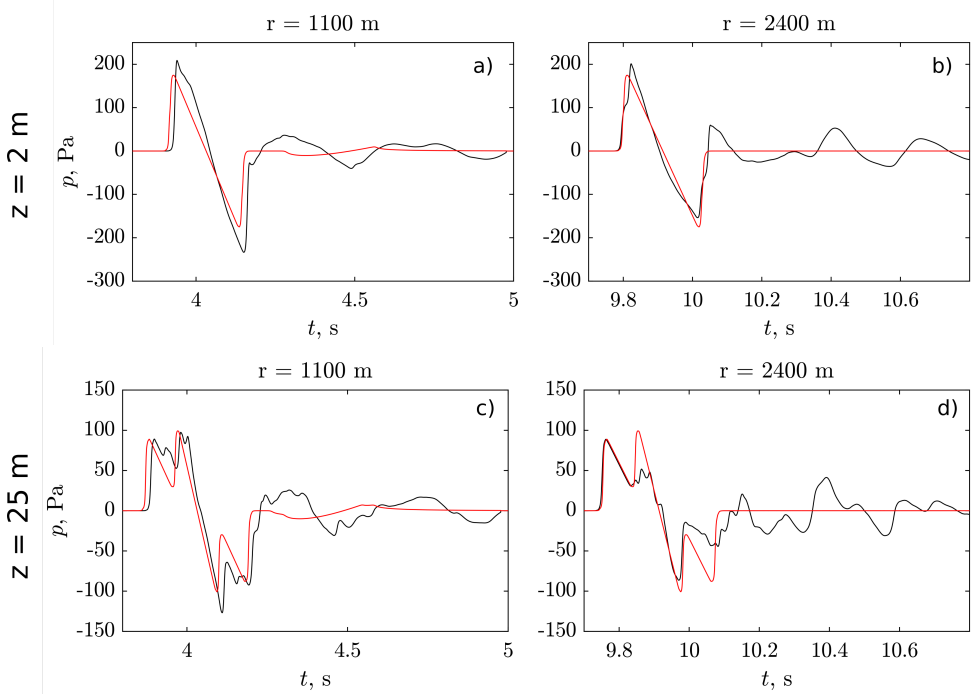

Figure 5.19 – *Signaux de pressions obtenues en $z = 2$ m et $Z = 25$ m pour les distances $r = 1100$ m et $r = 2400$ m pour : ▬ la simulation du bang sonique se réfléchissant sur une paroi déformée aléatoirement, ▬ une simulation de référence avec une paroi lisse.*

5.6 Conclusion et perspectives

L'étude de la réflexion sur des parois à géométrie aléatoire présente l'avantage de se rapprocher le plus des configurations pratiques dans lesquelles les interactions d'ondes de choc peuvent avoir une grande importance. La méthode de calcul de la géométrie de la paroi aléatoire a donc tout d'abord été présentée. Deux simulations de réflexion de choc sur des parois aléatoires ont ensuite été réalisées. Afin d'obtenir ces simulations, des mesures de la topographie du papier de verre ont été nécessaires afin d'utiliser une surface possédant les mêmes caractéristiques statistiques que les expériences. Les pieds de Mach obtenus pour ces simulations ont le même type de comportement que ceux obtenus pour des parois à géométrie périodique : le pied de Mach a tendance à diminuer en hauteur pour une distance donnée quand la taille de la rugosité augmente. De plus, des ondes rétro-propagées sont visibles et leur espacement est aussi corrélé à la géométrie de la surface. Une troisième simulation a de plus montré que si le pied de Mach est déjà formé et arrive en incidence sur une paroi rugueuse, la trajectoire du point triple n'est alors pas impactée par la paroi. Dans le cas choisi, aucun pied de Mach ne se développe si la rugosité apparaît dès le premier centimètre de propagation, mais le pied de Mach continu de grandir si celui-ci s'est formé avant que la rugosité n'apparaisse (dans notre exemple, celle-ci commençait à 10 cm de la source). Ce sont donc bien les interactions en proche paroi des multiples chocs diffractés sur la surface qui déterminent si le pied de Mach va se former ou non. Autrement dit, la rugosité n'impacte que la distance de formation du pied de Mach, elle n'a ensuite que peu d'effet sur la trajectoire du point triple.

Des comparaisons entre ces simulations et les expériences réalisées par M. Karzova avant cette thèse ont ensuite été présentées. Ces comparaisons ont montré un très bon accord encore modèle

numérique et expériences. D'une part, la méthode a permis de prédire avec exactitude les niveaux de pression en proche paroi. Le même type de phénomène que pour les parois périodiques est retrouvé, bien que moins marqué : la pression maximale dans le cas des parois rugueuses est supérieure à celle obtenue dans le cas d'une paroi lisse. Les résultats expérimentaux sont venus confirmer ce résultat décrit au chapitre 4 qui montre la présence d'une onde de surface. D'autre part, la hauteur du pied de Mach est réduite tant expérimentalement que numériquement quand la taille de la rugosité augmente. Cependant, dans le cas du papier P40, le pied de Mach disparait totalement expérimentalement alors qu'il subsiste en simulation. Cette rugosité est donc très proche en terme de taille de la limite à partir de laquelle le pied de Mach ne peut plus se développer. Une des questions se posant alors a été de déterminer si ces résultats sont dépendant de la représentativité statistique de la paroi.

Dans une troisième section, 20 simulations pour chaque surface ont été étudiées. Dans celles-ci la réalisation statistique de la paroi change d'une simulation à l'autre, c'est à dire que la géométrie est toujours différente mais les paramètres statistiques sont conservés. Cette étude montre notamment que la fluctuation de pression liée au désordre statistique est insuffisante pour expliquer la variation du niveau de pression en proche paroi supérieur dans les cas de paroi rugueuse par rapport au cas lisse. Cette fluctuation de pression d'origine statistique est de l'ordre de 2 à 5 % pour nos configurations. De plus, l'étude des signaux de pression cohérente montre que la pression reste plus importante dans les cas rugueux que pour le cas lisse sur les 5 premiers millimètres au dessus de la paroi. Les formes d'ondes incohérentes fournissent aussi des indications sur le champ diffracté. En effet, les ondes de surface sont un effet cumulatif et cohérent et n'apparaissent donc pas sur les formes d'ondes incohérentes. Le spectre de ces formes d'onde montre donc plutôt les effets liés à la diffraction sur la paroi.

Enfin, une étude préliminaire d'un choc plan réfléchi sur le sol a été présenté. Cette simulation montre notamment que le choc réfléchi peut être en grande partie atténué par la rugosité du sol. Les effets cumulatifs présentés précédemment pour des petites échelles ne sont cependant pas présents. Cela est dû d'une part à l'amplitude de la pression trop faible pour entrainer des interactions non-linéaires pour cet angle d'incidence et d'autre part à la longueur d'onde de l'onde de choc trop petite par rapport à la taille de la rugosité. Cette étude pourrait ultérieurement être complétée en changeant les paramètres de la rugosité pour retrouver les mêmes rapports d'échelles par rapport au choc incident que ceux étudiés à petite échelle. En effet, le faible niveau de pression du bang sonique a peu de chance d'entrainer la formation d'un pied de Mach pour ces angles d'incidence. En revanche, les effets en proche paroi observés précédemment apparaissent aussi dans des configurations linéaires. En conséquence, les développements analytiques décrits à la fin du chapitre 4 sont aussi applicables pour un choc plan incident sur une paroi rugueuse. L'utilisation de cet outil devrait permettre de trouver quelle taille caractéristique de rugosité est susceptible d'entrainer l'apparition d'une onde de surface quand le signal d'un bang sonique réaliste est utilisé.

Une autre perspective de ces travaux serait de reprendre l'étude sur les rugosités à petite échelle en faisant varier le rapport entre écart type de la rugosité et longueur de corrélation. En

effet, c'est ce rapport qui détermine le contenu de la surface en terme de longueur d'onde. Ce rapport est donc tout indiqué pour tenter d'extraire une loi unifiée de l'impact de la rugosité sur le pied de Mach à ces échelles. À l'inverse, il serait aussi possible d'étudier précisément l'impact de chacun des paramètres indépendamment en fixant la longueur de corrélation pour faire varier l'écart type, et inversement.

Conclusion générale et perspectives

Dans cette thèse, une étude numérique de la réflexion d'ondes de choc faibles sur des parois déformées a été réalisée. Grâce à ces travaux, une meilleure compréhension de la réflexion d'ondes de choc faibles sur les surfaces périodiques et rugueuses a été atteinte. La méthode choisie consiste à résoudre les équations d'Euler dans le domaine temporel. Les avantages de cette approche par rapport à celle expérimentale est de pouvoir parfaitement contrôler la surface de la paroi ainsi que son impédance, et de pouvoir réaliser des études paramétriques. Dans ces travaux, la paroi était considérée comme infiniment rigide afin d'isoler les effets liés à la rugosité. Ces simulations ont aussi été utilisées dans ces travaux pour faciliter l'interprétation d'expériences réalisées au laboratoire avant la présente thèse.

Dans le chapitre 1, les méthodes numériques employées ont été décrites, ainsi que le système d'équations utilisé. En effet, un code de résolution dans le domaine temporel des équations d'Euler axisymétriques exprimées dans un système de coordonnées curvilignes a été entièrement développé et parallélisé durant cette thèse. Les équations d'Euler en 2D curvilignes ont aussi été implémentées pour l'application au bang sonique. Ces dernières ont été utilisées pour traiter des cas de propagation d'ondes de choc dans des guides déformés (étude non présentée dans la thèse). Le code a été éprouvé sur deux cas tests : la réflexion sur une sphère d'une onde acoustique linéaire, et la propagation d'une onde en N dans un tube à chocs dont le maillage est déformé. Ces outils étaient tous existants avant ces travaux, mais jamais appliqués ensemble au laboratoire pour des configurations non-linéaires.

Dans le second chapitre, nous avons montré qu'une source à arcs électriques peut être modélisée comme un dépôt d'énergie linéique, et que l'on obtient des formes d'ondes similaires aux mesures en ajustant seulement deux paramètres. L'approche a été validée par comparaison avec des résultats expérimentaux obtenus antérieurement au sein du laboratoire. Le modèle numérique a permis d'étudier le champ proche, quasi-inaccessible par les méthodes de mesures microphoniques ou optiques. La directivité de la source a ainsi pu être discutée. On retiendra en particulier que s'il est aisé de reproduire la phase positive de l'onde, la partie négative est plus difficile à reproduire fidèlement et dépend notamment de la présence ou non d'électrodes. L'étude de la source a aussi montré que l'hypothèse d'une source sphérique est néanmoins suffisante lorsque l'on étudie la propagation dans une direction au voisinage de l'axe perpendiculaire aux électrodes et que la distance de propagation est supérieure à 10 fois la durée de l'onde. Bien que le but initial était la comparaison avec les expériences, ces travaux ont un intérêt pour toutes les applications d'acoustique faisant intervenir des sources à arcs électriques.

Le troisième chapitre prolonge les études précédentes sur la réflexion de chocs faibles sur paroi lisse et les complète par des simulations plus précises que celles réalisées précédemment, et par l'analyse des résultats en référence aux études sur les chocs plus intenses. Les simulations sont comparées avec succès aux données expérimentales existantes pour cette configuration. Les simulations réalisées ont permis d'obtenir une trajectoire de point triple jusqu'à un mètre de distance par rapport à la source, soit le double des distances atteintes expérimentalement et numériquement précédemment pour ces configurations et, en d'autres termes, sur une distance d'environ 50 longueurs d'onde. La méthode de normalisation par l'énergie utilisée couramment pour les études des explosions a été utilisée ici pour comparer les schémas de réflexions à petite échelle à ceux obtenus au moyen d'un modèle empirique pour de forte énergie (UFC). La trajectoire de point triple obtenue en simulation correspond alors à celle du modèle UFC servant d'abaque pour les explosions. Étant donné les niveaux de pression mis en jeu ici, la gamme de distances normalisées atteintes en simulation est plus grande que celle généralement accessible expérimentalement dans le cas de chocs forts.

Dans le quatrième chapitre, nous avons étudié numériquement la réflexion d'ondes de choc sur des parois à géométrie sinusoïdale. Un panel de simulations a été réalisé dans lequel varie la taille des sinus, le rapport d'échelle entre l'amplitude et la longueur du sinus étant conservé. Cette configuration a l'avantage de mettre en évidence les effets constructifs liés à la périodicité de la paroi. Le mécanisme de formation du pied de Mach est détaillé : celui-ci résulte de l'interaction entre d'une part le choc incident et d'autre part le choc réfléchi constitué de la somme des ondes diffractées dans les cavités formées par la rugosité. De plus, les simulations montrent la présence d'ondes de surface qui n'avaient pas été observées expérimentalement jusqu'ici. Le contenu fréquentiel des signaux de pression en proche paroi est de plus basse fréquence que dans le cas lisse. Les niveaux de pression sont aussi plus importants. La présence d'une onde de surface est aussi confirmée par la comparaison avec un modèle linéaire. Bien que le contenu fréquentiel de ces ondes ne soit pas prédit avec précision, la même tendance est observée numériquement et analytiquement. L'impact de la déformation de la paroi sur le pied de Mach est aussi discuté. L'augmentation de la taille du sinus implique que le point triple se forme à une distance plus grande par rapport à la source. La croissance du pied de Mach n'est en revanche pas impactée à partir du moment où le point triple est localisé suffisamment haut par rapport à la paroi.

Enfin, le chapitre 5 porte sur l'étude de la réflexion d'ondes de choc sur des parois à géométrie aléatoire. La rugosité utilisée lors des expériences a été mesurée pour obtenir une paroi statistiquement équivalente dans les simulations. Un bon accord entre les simulations et les expériences a été obtenu. À la lumière de l'étude du chapitre 4, le changement de forme de la phase positive observée dans les expériences peut être interprété comme une onde de surface présente en proche paroi. Le phénomène est cependant moins marqué que dans le cas d'une paroi à géométrie périodique. De plus, les trajectoires de pied de Mach obtenues numériquement et expérimentalement sont en bon accord pour la plus petite taille de rugosité testée. L'autre cas est plus proche de la configuration limite à laquelle peut apparaître le point triple, en terme de taille de rugosité. Étant donné que les niveaux de pression sont légèrement plus importants en simulation, un pied de Mach est alors présent au contraire du cas expérimental. Une étude numérique statistique a

été menée afin de confirmer les résultats précédents en montrant que les écarts statistiques liés à la réalisation de la surface ne sont pas suffisants pour expliquer pourquoi les niveaux de pression en proche paroi sont plus élevés dans les cas de parois rugueuses que dans le cas de la paroi lisse. La dernière section montre une simulation préliminaire d'un bang sonique se réfléchissant sur un sol déformé. Cette dernière simulation illustre la possibilité d'une étude systématique des effets de sol sur le bang sonique généré par un avion supersonique avec ce type de méthode.

Perspectives

À la suite de ce travail de thèse, plusieurs aspects pourront faire l'objet d'études complémentaires. Concernant les travaux sur les arcs électriques, le principal axe pouvant être développé porte sur l'étude d'arcs de longueurs différentes de celles testées. En effet, en appliquant la méthode de normalisation détaillée au chapitre 3, il est possible d'estimer l'énergie initiale nécessaire pour simuler des arcs électriques de longueurs différentes, à partir d'une seule mesure de la pression à une distance choisie de l'arc. La présente étude peut donc potentiellement servir d'abaque pour la calibration des simulations pour des arcs de taille différente, à la manière des abaques existantes pour les charges explosives dans la littérature [116]. Cette approche serait intéressante pour étendre la gamme de pression possible pour l'étude d'ondes de choc en laboratoire. Cela nécessite néanmoins une étude approfondie, notamment en terme d'incertitudes liées aux limitations de la méthode de normalisation.

Concernant l'étude de la réflexion sur paroi lisse, les travaux présentés pourraient être étendus en définissant de nouvelles configurations pouvant être comparées aux trajectoires existantes servant de référence dans la communauté des ondes de choc forts. En particulier, la distance de formation du pied de Mach est un paramètre clé dans ce type de modèle. Or celle-ci est difficile à estimer précisément pour nos configurations où le taux d'accroissement du pied de Mach pendant la propagation du choc est faible. Celui-ci reste proche de la paroi sur une distance trop grande pour obtenir précisément sa position d'apparition sur la paroi. Des configurations avec une énergie initiale plus élevée devraient permettre une meilleure estimation de cet indicateur et donc l'application de modèles empiriques développés pour estimer les trajectoires de point triple tel que le modèle proposé par J. Boutillier *et al.* [113].

L'étude de la réflexion sur des parois déformées a principalement été réalisée à petite échelle avec des rugosités de l'ordre de quelques épaisseurs de choc. Une perspective de ces travaux consiste donc à appliquer la méthode d'adimensionnement présentée au chapitre 3 au cas de parois déformées pour en déduire une relation directe entre la hauteur de source équivalente, la dimension caractéristique de la déformation (qui serait alors elle aussi normalisée par l'énergie initiale de la source) et la trajectoire du point triple. Une fois cet objectif atteint, il serait alors possible de dissocier dans le modèle l'amplitude de la rugosité et la longueur de corrélation et d'étudier d'autres géométries de rugosité. Ce type de modèle pourrait alors être utilisé comme indicateur pour déterminer si la présence d'une onde de surface est possible pour une configuration donnée. En particulier, ces ondes sont susceptibles d'apparaître dans le cadre de la réflexion du bang sonique pour des paramètres de rugosité donnés, menant potentiellement à une sous-estimation

des niveaux de pression au sol par les modèles plus classiques ne prenant pas en compte ce type d'ondes.

Le code développé durant la thèse peut aussi être utilisé dans d'autres configurations impliquant la propagation d'ondes de choc. En particulier, l'étude d'ondes de choc guidées est intéressante car le confinement favorise la formation d'ondes de choc faibles. Des ondes de chocs sont par exemple étudiées en acoustique musicale dans les instruments à cuivres. Les travaux récents de B. B. Tripathi *et al.* [13] portent sur la réflexion de chocs faibles sur des parois courbes. Dans cette configuration, il est possible d'observer des schémas de réflexion avec deux points triples comme ceux reportés dans la littérature sur les chocs forts [48]. De la même manière, les outils de normalisation présentés au chapitre 2 pourraient être utilisés pour calibrer des configurations dans lesquelles les schémas de réflexion plus atypiques seraient présents (notamment les pieds de Mach transitoires [144], page 9). Ce type de configuration a aussi des applications pour les chocs forts. L'étude de la transition entre déflagration et détonation est par exemple impactée par la présence de rugosité sur les parois du tube à choc [123]. Une étude précise de la dynamique du fluide en proche paroi au passage de l'onde de choc devrait selon les auteurs expliquer le changement de l'emplacement de cette transition. Ce type de phénomène pourrait être étudié numériquement à la condition que la diffusion thermique soit prise en compte, ce qui implique d'étendre la simulation aux équations de Navier-Stokes. Une autre configuration intéressante d'ondes de chocs guidées est la propagation dans les tubes avec des rainures régulières. Ce type d'étude a déjà été réalisé expérimentalement par N. Gongora-Orozco *et al.* [128] avec un intéret particulier porté sur la jonction entre deux tubes. L'étude numérique et expérimentale plus récente de S. M. Mortazawy *et al.* [133] reprend ce type de configuration avec des simulations en plus de mesures optiques. Des phénomènes très similaires à ceux reportés dans cette thèse sont présentés dans ces travaux : le front d'onde de choc en proche paroi est légèrement courbé à cause des réflexions successives dans les aspérités et un second choc devient visible après une propagation suffisante dans le tube. Ce second choc s'apparente au second choc réfléchi observé dans les simulations sur parois sinusoïdales. L'existence d'ondes de surface dans ce type de configuration pourrait être étudiée. Celles-ci devraient être présentes pour des rainures de tailles plus faibles que celles utilisées dans les études précédentes.

Bibliographie

[1] P. O. Krehl, *History of Shock Waves, Explosions and Impact. A Chronological and Biographical Reference.* Springer Science and Business Media, 2008.

[2] M. Karzova, *Focalisation Nonlinéaire et Réflexion d'ondes de Choc Acoustiques : Applications Aux Ultrasons Médicaux et à l'Aéroacoustique.* PhD thesis, École Centrale de Lyon, 2016.

[3] T. G. Muir and E. L. Carstensen, "Prediction of nonlinear acoustic effects at biomedical frequencies and intensities," *Ultrasound in medicine & biology*, vol. 6, no. 4, pp. 345–357, 1980.

[4] B. W. Skews and H. Kleine, "Flow features resulting from shock wave impact on a cylindrical cavity," *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 580, p. 481, 2007.

[5] B. W. Skews and J. J. Bentley, "Merging of two independent diffracting shock waves," *Shock Waves*, vol. 26, no. 3, pp. 327–331, 2016.

[6] P. V. Bulat, "The History of the Study of Shock Wave's Mach Reflection from the Wedge," *IEJME : Mathematics Education*, vol. 11, no. 5, pp. 1151–1162, 2016.

[7] P. Krehl and M. van der Geest, "The discovery of the Mach reflection effect and its demonstration in an auditorium," *Shock Waves*, vol. 1, no. 1, pp. 3–15, 1991.

[8] C. A. Mouton and H. G. Hornung, "Mach Stem Height and Growth Rate Predictions," *AIAA Journal*, vol. 45, no. 8, pp. 1977–1987, 2007.

[9] H. Babinsky and J. Harvey, *Shock Wave-Boundary-Layer Interactions.* Cambridge Aerospace Series, Cambridge University Press, 2011.

[10] G. Ben-Dor, *Shock Wave Reflection Phenomena.* Springer, 1992.

[11] B. W. Skews and H. Kleine, "Shock wave interaction with convex circular cylindrical surfaces," *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 654, pp. 195–205, 2010.

[12] D. K. Ofengeim and D. Drikakis, "Simulation of blast wave propagation over a cylinder," *Shock Waves*, vol. 7, no. 5, pp. 305–317, 1997.

[13] B. B. Tripathi, S. Baskar, F. Coulouvrat, and R. Marchiano, "Numerical observation of secondary Mach stem in weak acoustic shock reflection," *The Journal of the Acoustical Society of America*, vol. 144, no. 2, pp. EL125–EL130, 2018.

[14] H. Tanno, K. Itoh, T. Saito, A. Abe, and K. Takayama, "Interaction of a shock with a sphere suspended in a vertical shock tube," *Shock Waves*, vol. 13, no. 3, pp. 191–200, 2003.

[15] A. Britan, T. Elperin, O. Igra, and J. P. Jiang, "Acceleration of a sphere behind planar shock waves," *Experiments in Fluids*, vol. 20, no. 2, pp. 84–90, 1995.

[16] B. Rogg, D. Hermann, and G. Adomeit, "Shock-induced flow in regular arrays of cylinders and packed beds," *International journal of heat and mass transfer*, vol. 28, no. 12, pp. 2285–2298, 1985.

[17] Q. Wan, H. Jeon, R. Deiterding, and V. Eliasson, "Numerical and experimental investigation of oblique shock wave reflection off a water wedge," *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 826, pp. 732–758, 2017.

[18] R. A. Lee and J. M. Downing, "Sonic booms produced by united states air force and united states navy aircraft : Measured data," tech. rep., Armstrong Lab Brooks AFB TX, 1991.

[19] K. J. Plotkin, "State of the art of sonic boom modeling," *The Journal of the Acoustical Society of America*, vol. 111, no. 1, pp. 530–536, 2002.

[20] M. Yamamoto, A. Hashimoto, T. Aoyama, and T. Sakai, "A unified approach to an augmented Burgers equation for the propagation of sonic booms," *The Journal of the Acoustical Society of America*, vol. 137, no. 4, pp. 1857–1866, 2015.

[21] B. Lipkens and D. T. Blackstock, "Model experiment to study sonic boom propagation through turbulence. Part I : General results," *The Journal of the Acoustical Society of America*, vol. 103, no. 1, pp. 148–158, 1998.

[22] C. B. Pepper, M. A. Nascarella, and R. J. Kendall, "A Review of the Effects of Aircraft Noise on Wildlife and Humans, Current Control Mechanisms, and the Need for Further Study," *Environmental Management*, vol. 32, no. 4, pp. 418–432, 2003.

[23] J. D. Leatherwood, B. M. Sullivan, K. P. Shepherd, D. A. McCurdy, and S. A. Brown, "Summary of recent NASA studies of human response to sonic booms," *The Journal of the Acoustical Society of America*, vol. 111, no. 1, pp. 586–598, 2002.

[24] S. T. Cho, *Finite difference time domain modeling of low ampliude sonic boom diffraction around building structures.* PhD thesis, The Pennsylvania State University, 2013.

[25] S. I. T. Cho and V. W. Sparrow, "Diffraction of sonic booms around buildings resulting in the building spiking effect," *The Journal of the Acoustical Society of America*, vol. 129, no. 3, pp. 1250–1260, 2011.

[26] S. Seeraj, *Shock Wave Interactions with Porous Plates.* PhD thesis, University of the Witwatersrand, Johannesburg, 2009.

[27] R. Sabatini, O. Marsden, C. Bailly, and C. Bogey, "A numerical study of nonlinear infrasound propagation in a windy atmosphere," *The Journal of the Acoustical Society of America*, vol. 140, no. 1, pp. 641–656, 2016.

[28] C. Desjouy, S. Ollivier, O. Marsden, M. Karzova, and P. Blanc-Benon, "Irregular reflection of weak acoustic shock pulses on rigid boundaries : Schlieren experiments and direct numerical simulation based on a Navier-Stokes solver," *Physics of Fluids*, vol. 28, no. 2, 2016.

[29] M. Karzova, P. Yuldashev, V. Khokhlova, S. Ollivier, E. Salze, and P. Blanc-Benon, "Characterization of spark-generated N-waves in air using an optical schlieren method," *The Journal of the Acoustical Society of America*, vol. 137, no. 6, pp. 3244–3252, 2015.

[30] M. Karzova, T. Lechat, S. Ollivier, D. Dragna, P. Yuldashev, V. Khokhlova, and P. Blanc-Benon, "Irregular reflection of spark-generated shock pulses from a rigid surface : Mach-Zehnder interferometry measurements in air," *The Journal of the Acoustical Society of America*, vol. 145, no. 1, pp. 26–35, 2019.

[31] M. Karzova, V. Khokhlova, E. Salze, S. Ollivier, and P. Blanc-Benon, "Mach stem formation in reflection and focusing of weak shock acoustic pulses," *The Journal of the Acoustical Society of America*, vol. 137, no. 6, pp. EL436–EL442, 2015.

[32] P. Yuldashev, M. Karzova, V. Khokhlova, S. Ollivier, and P. Blanc-Benon, "Mach-Zehnder interferometry method for acoustic shock wave measurements in air and broadband calibration of microphones," *The Journal of the Acoustical Society of America*, vol. 137, no. 6, pp. 3314–3324, 2015.

[33] P. Yuldashev, S. Ollivier, M. Karzova, V. Khokhlova, and P. Blanc-Benon, "Statistics of peak overpressure and shock steepness for linear and nonlinear N -wave propagation in a kinematic turbulence," *The Journal of the Acoustical Society of America*, vol. 142, no. 6, pp. 3402–3415, 2017.

[34] D. Dragna, B. Cotté, P. Blanc-Benon, and F. Poisson, "Time-Domain Simulations of Outdoor Sound Propagation with Suitable Impedance Boundary Conditions," *AIAA Journal*, vol. 49, no. 7, pp. 1420–1428, 2011.

[35] D. Dragna, P. Blanc-Benon, and F. Poisson, "Time-domain solver in curvilinear coordinates for outdoor sound propagation over complex terrain," *The Journal of the Acoustical Society of America*, vol. 133, no. 6, pp. 3751–3763, 2013.

[36] C. B. Laney, *Computational Gasdynamics.* Cambridge University Press, 1998.

[37] J. Ridoux, N. Lardjane, L. Monasse, and F. Coulouvrat, "Comparison of geometrical shock dynamics and kinematic models for shock-wave propagation," *Shock Waves*, 2017.

[38] S. N. Gurbatov, O. V. Rudenko, and A. I. Saičev, *Waves and Structures in Nonlinear Nondispersive Media : General Theory and Applications to Nonlinear Acoustics.* Nonlinear Physical Science, Higher Education Press, 2011.

[39] P. V. Yuldashev, M. V. Averiyanov, V. A. Khokhlova, S. Ollivier, and P. Blanc-Benon, "Nonlinear spherically divergent shock waves propagating in a relaxing medium," *Acoustical Physics*, vol. 54, no. 1, pp. 32–41, 2008.

[40] M. F. Hamilton and D. T. Blackstock, *Nonlinear Acoustics.* Academic Press, 1998.

[41] F. Coulouvrat and R. Marchiano, "Nonlinear Fresnel diffraction of weak shock waves," *The Journal of the Acoustical Society of America*, vol. 114, no. 4, pp. 1749–1757, 2003.

[42] R. Marchiano, F. Coulouvrat, and J. L. Thomas, "Nonlinear focusing of acoustic shock waves at a caustic cusp," *The Journal of the Acoustical Society of America*, vol. 117, no. 2, pp. 566–577, 2005.

[43] B. O. Enflo and C. M. Hedberg, *Theory of Nonlinear Acoustics in Fluids*, vol. 67. Springer Science and Business Media, 2006.

[44] V. Soni, A. Hadjadj, and O. Roussel, "On the use of adaptive multiresolution method with time-varying tolerance for compressible fluid flows," *Shock Waves*, 2017.

[45] R. Mittal and G. Iaccarino, "Immersed boundary methods," *Annual Review of Fluid Mechanics*, vol. 37, no. 1, pp. 239–261, 2005.

[46] O. Marsden, C. Bogey, and C. Bailly, "High-order curvilinear simulations of flows around non-Cartesian bodies," *Journal of Computational Acoustics*, vol. 13, no. 04, pp. 731–748, 2005.

[47] T. Emmert, *Development of a Multidomain High-Order Algorithm for Computational Aeroacoustis : Application to Subsonic and Transonic Confined Flows.* PhD thesis, École Centrale de Lyon, 2007.

[48] G. Ben-Dor, O. Igra, and T. Elperin, *Handbook of Shock Waves*, vol. 2. Elsevier, 2001.

[49] F. K. O. and R. Courant, *Supersonic Flow and Shock Waves*, vol. 21. Springer Science and Business Media, 1999.

[50] C. Liu, G. Zhou, W. Shyy, and K. Xu, "Limitation principle for computational fluid dynamics," *Shock Waves*, 2019.

[51] P. A. Thompson, *Compressible Fluids Dynamics.* McGraw-Hill, 1971.

[52] P. Yuldashev, S. Ollivier, M. Averiyanov, O. Sapozhnikov, V. Khokhlova, and P. Blanc-Benon, "Nonlinear propagation of spark-generated N -waves in air : Modeling and measurements using acoustical and optical methods," *The Journal of the Acoustical Society of America*, vol. 128, no. 6, pp. 3321–3333, 2010.

[53] N. Laurendeau, *Statistical Thermodynamics : Fundamentals and Applications.* Cambridge University Press, 2005.

[54] C. K. V. Tam and J. C. Webb, "Dispersion-Relation-Preserving Finite Difference Schemes for Computational Acoustics," *Journal of computational physics*, vol. 107(2), pp. 262–281, 1993.

[55] T. Pulliam and J. Steger, "On implicit finite-difference simulations of three-dimensional flow," in *16th Aerospace Sciences Meeting*, American Institute of Aeronautics and Astronautics, 1978.

[56] P. D. Thomas and C. K. Lombard, "Geometric Conservation Law and Its Application to Flow Computations on Moving Grids," *AIAA Journal*, vol. 17, no. 10, pp. 1030–1037, 1979.

[57] M. R. Visbal and D. V. Gaitonde, "On the Use of Higher-Order Finite-Difference Schemes on Curvilinear and Deforming Meshes," *Journal of Computational Physics*, vol. 181, no. 1, pp. 155–185, 2002.

[58] O. Marsden, *Calcul direct du rayonnement acoustique de profils par une approche curviligne d'ordre élevé.* PhD thesis, École Centrale de Lyon, 2005.

[59] R. Berry, *The Effect of Wall Thermal Conductivity on Shock Wave Reflection.* PhD thesis, University of the Witwatersrand, Johannesburg, 2017.

[60] B. Skews and R. Berry, "Experimental study of wall conductivity influence on shock wave reflection," *Experiments in Fluids*, vol. 58, no. 12, 2017.

[61] C. Bogey and C. Bailly, "A family of low dispersive and low dissipative explicit schemes for flow and noise computations," *Journal of Computational Physics*, vol. 194, no. 1, pp. 194–214, 2004.

[62] J. Berland, C. Bogey, and C. Bailly, "Low-dissipation and low-dispersion fourth-order Runge–Kutta algorithm," *Computers & Fluids*, vol. 35, no. 10, pp. 1459–1463, 2006.

[63] J. Berland, C. Bogey, O. Marsden, and C. Bailly, "High-order, low dispersive and low dissipative explicit schemes for multiple-scale and boundary problems," *Journal of Computational Physics*, vol. 224, no. 2, pp. 637–662, 2007.

[64] R. Courant and K. Friedrichs, "l ber die partiellen differenzengleiehungen der mathematisehen physik.," p. 43, 1928.

[65] R. Courant, K. Friedrichs, and H. Lewy, "On the Partial Difference Equations of Mathematical Physics," *IBM Journal of Research and Development*, vol. 11, no. 2, pp. 215–234, 1967.

[66] C. Bogey, N. de Cacqueray, and C. Bailly, "A shock-capturing methodology based on adaptative spatial filtering for high-order non-linear computations," *Journal of Computational Physics*, vol. 228, no. 5, pp. 1447–1465, 2009.

[67] *Second Computational Aeroacoustics (CAA) Workshop on Benchmark Problems*, NASA Conference Publication, 1997.

[68] M. Averiyanov, P. Blanc-Benon, R. O. Cleveland, and V. Khokhlova, "Nonlinear and diffraction effects in propagation of N -waves in randomly inhomogeneous moving media," *The Journal of the Acoustical Society of America*, vol. 129, no. 4, pp. 1760–1772, 2011.

[69] A. D. Pierce and R. T. Beyer, "*Acoustics : An Introduction to Its Physical Principles and Applications. 1989 Edition*," *The Journal of the Acoustical Society of America*, vol. 87, no. 4, pp. 1826–1827, 1990.

[70] S. Ollivier, T. Lechat, A. Gluck, and D. Dragna, "Nonlinear sound propagation in U-shaped ducts," 27rd International Congress on Sound and Vibration (ICSV27), 12-16 July, Prague, Czech Republic, 2019.

[71] S. Ollivier, T. Lechat, D. Dragna, and A. Gluck, "Distortion of acoustic shockwaves by U-shaped tube portions," ISMA, International Symposium on Music Acoustics (ISMA 2019) 13-17 September, Detmold, Germany.

[72] C. Ayrault, P. Béquin, and S. Baudin, "Characteristics of a spark discharge as an adjustable acoustic source for scale model measurements," in *Acoustics 2012*, 2012.

[73] S. Buogo and G. B. Cannelli, "Implosion of an underwater spark-generated bubble and acoustic energy evaluation using the Rayleigh model," *The Journal of the Acoustical Society of America*, vol. 111, no. 6, pp. 2594–2600, 2002.

[74] M. Benmouffok, *Caractérisation Théorique Du Plasma Lors de l'application d'un Courant Impulsionnel : Application à l'allumage Des Moteurs.* PhD thesis, Université de Toulouse, Université Toulouse III-Paul Sabatier, 2016.

[75] H. N. Olsen, "The electric arc as a light source for quantitative spectroscopy," *Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer*, vol. 3, no. 4, pp. 305–333, 1963.

[76] J. Cooper, "Plasma spectroscopy," *Reports on Progress in Physics*, vol. 29, no. 1, p. 35, 1966.

[77] C. Tendero, C. Tixier, P. Tristant, J. Desmaison, and P. Leprince, "Atmospheric pressure plasmas : A review," *Spectrochimica Acta Part B : Atomic Spectroscopy*, vol. 61, no. 1, pp. 2–30, 2006.

[78] B. Lipkens, "Model experiment to study sonic boom propagation through turbulence. Part III : Validation of sonic boom propagation models," *The Journal of the Acoustical Society of America*, vol. 111, no. 1, pp. 509–519, 2002.

[79] B. A. Davy and D. T. Blackstock, "Measurements of the Refraction and Diffraction of a Short *N* Wave by a Gas-Filled Soap Bubble," *The Journal of the Acoustical Society of America*, vol. 49, pp. 732–737, 1971.

[80] W. M. Wright and N. W. Medendorp, "Acoustic Radiation from a Finite Line Source with N-Wave Excitation," *The Journal of the Acoustical Society of America*, vol. 43, no. 5, pp. 966–971, 1968.

[81] E. Salze, P. Yuldashev, S. Ollivier, V. Khokhlova, and P. Blanc-Benon, "Laboratory-scale experiment to study nonlinear n-wave distortion by thermal turbulence," *The Journal of the Acoustical Society of America*, vol. 136, no. 2, pp. 556–566, 2014.

[82] E. Martinson and J. Delsing, "Electric spark discharge as an ultrasonic generator in flow measurement situations," *Flow Measurement and Instrumentation*, vol. 21, no. 3, pp. 394–401, 2010.

[83] J. Chomiak, "Flame development from an ignition kernel in laminar and turbulent homogeneous mixtures," in *Symposium (International) on Combustion*, vol. 17, pp. 255–263, Elsevier, 1979.

[84] M. Akram and E. Lundgren, "The evolution of spark discharges in gases : I. Macroscopic models," *Journal of Physics D : Applied Physics*, vol. 29, no. 8, pp. 2129–2136, 1996.

[85] M. Akram, "The evolution of spark discharges in gases : II. Numerical solution of one-dimensional models," *Journal of Physics D : Applied Physics*, vol. 29, no. 8, pp. 2137–2147, 1996.

[86] M. Akram, "Two-dimensional model for spark discharge simulation in air," *AIAA Journal*, vol. 34, no. 9, pp. 1835–1842, 1996.

[87] E. Sher, J. Ben-Ya'ish, and T. Kravchik, "On the birth of spark channels," *Combustion and flame*, vol. 89, no. 2, pp. 186–194, 1992.

[88] R. Maly, *Spark Ignition : Its Physics and Effect on the Internal Combustion Engine*, pp. 91–148. Springer, 1984.

[89] S. Bentaleb, *Etude Du Déclenchement de Combustion de Mélanges Air-Propane et Air-Heptane Par Décharge Mono-Impulsionnelle Nanoseconde.* PhD thesis, Université Paris Sud-Paris XI, 2012.

[90] R. Reinmann and M. Akram, "Temporal investigation of a fast spark discharge in chemically inert gases," *Journal of Physics D : Applied Physics*, vol. 30, no. 7, p. 1125, 1997.

[91] E. Martinson and J. Delsing, "Electric spark discharge as an ultrasonic generator in flow measurement situations," *Flow Measurement and Instrumentation*, vol. 21, no. 3, pp. 394–401, 2010.

[92] E. Salze, *Propagation Acoustique Non-Linéaire En Milieu Inhomogène Avec Effets de Sol : Expériences à l'échelle Du Laboratoire.* PhD thesis, Ecole Centrale de Lyon, 2012.

[93] S. P. Bane, J. L. Ziegler, and J. E. Shepherd, "Investigation of the effect of electrode geometry on spark ignition," *Combustion and Flame*, vol. 162, no. 2, pp. 462–469, 2015.

[94] M. N. Plooster, "Shock Waves from Line Sources. Numerical Solutions and Experimental Measurements," *Physics of Fluids*, vol. 13, no. 11, p. 2665, 1970.

[95] T. Mizukaki, "Application of digital phase-shift holographic interferometry to weak shock waves propagating at Mach 1.007," *Shock Waves*, vol. 20, no. 1, pp. 19–27, 2010.

[96] S. von Fischer, "A Visual Imprint of Moving Air : : Methods, Models, and Media in Architectural Sound Photography, ca. 1930," *Journal of the Society of Architectural Historians*, vol. 76, no. 3, pp. 326–348, 2017.

[97] P. Krehl and S. Engemann, "August Toepler — The first who visualized shock waves," *Shock Waves*, vol. 5, no. 1-2, pp. 1–18, 1995.

[98] W. M. Wright and J. L. McKittrick, "Diffraction of spark-produced acoustic impulses," *American Journal of Physics*, vol. 35, no. 2, pp. 124–128, 1967.

[99] W. M. Wright and D. T. Blackstock, "Focusing of n waves in air by an ellipsoidal reflector," *The Journal of the Acoustical Society of America*, vol. 102, no. 2, pp. 741–746, 1997.

[100] W. M. Wright, "Propagation in air of n waves produced by sparks," *The Journal of the Acoustical Society of America*, vol. 73, no. 6, pp. 1948–1955, 1983.

[101] R. J. Sandeman, "A simple physical theory of weak Mach reflection over plane surfaces," *Shock Waves*, vol. 10, no. 2, pp. 103–112, 2000.

[102] J. von Neumann, "Oblique reflection of shocks," *John von Neumann Collected Works*, vol. 6, pp. 238–299, 1943.

[103] C. E. Needham, *Blast Waves*. Shock Wave and High Pressure Phenomena, Springer, 2010.

[104] G. F. Kinney and K. J. Graham, *Explosive Shocks in Air*. Springer Science and Business Media, 2013.

[105] S. Kobayashi, T. Adachi, and T. Suzuki, "Non-self-similar behavior of the von Neumann reflection," *Physics of Fluids*, vol. 12, no. 7, pp. 1869–1877, 2000.

[106] A. R. Zakharian, M. Brio, J. K. Hunter, and G. M. Webb, "The von Neumann paradox in weak shock reflection," *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 422, pp. 193–205, 2000.

[107] P. Colella and L. F. Henderson, "The von Neumann paradox for the diffraction of weak shock waves," *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 213, p. 71, 1990.

[108] B. W. Skews and J. T. Ashworth, "The physical nature of weak shock wave reflection," *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 542, p. 105, 2005.

[109] R. Marchiano, F. Coulouvrat, S. Baskar, and J. L. Thomas, "Experimental evidence of deviation from mirror reflection for acoustical shock waves," *Physical Review E*, vol. 76, no. 5, 2007.

[110] G. Pinton, F. Coulouvrat, J. L. Gennisson, and M. Tanter, "Nonlinear reflection of shock shear waves in soft elastic media," *The Journal of the Acoustical Society of America*, vol. 127, no. 2, pp. 683–691, 2010.

[111] M. Brio and J. K. Hunter, "Mach reflection for the two-dimensional Burgers equation," *Physica D : Nonlinear Phenomena*, vol. 60, no. 1-4, pp. 194–207, 1992.

[112] S. Baskar, F. Coulouvrat, and R. Marchiano, "Nonlinear reflection of grazing acoustic shock waves : Unsteady transition from von Neumann to Mach to Snell–Descartes reflections," *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 575, p. 27, 2007.

[113] J. Boutillier, L. Ehrhardt, S. De Mezzo, C. Deck, P. Magnan, P. Naz, and R. Willinger, "Evaluation of the existing triple point path models with new experimental data : Proposal of an original empirical formulation," *Shock Waves*, 2017.

[114] K. M. Leete, K. L. Gee, T. B. Neilsen, and T. T. Truscott, "Mach stem formation in outdoor measurements of acoustic shocks," *The Journal of the Acoustical Society of America*, vol. 138, no. 6, pp. EL522–EL527, 2015.

[115] Geophysics Study Committee, and National Research Council, *The Earth's Electrical Environment*. National Academies Press, 1986.

[116] I. Sochet, D. Gardebas, S. Calderara, Y. Marchal, and B. Longuet, "Blast Wave Parameters for Spherical Explosives Detonation in Free Air," *Open Journal of Safety Science and Technology*, vol. 01, no. 02, pp. 31–42, 2011.

[117] L. Blanc, S. Santana Herrera, and J. L. Hanus, "Simulating the blast wave from detonation of a charge using a balloon of compressed air," *Shock Waves*, 2017.

[118] Y. Maillot, I. Sochet, J. Vinçont, and Y. Grillon, "Etude expérimentale de la réflexion de Mach," 2017.

[119] M. Nguyen-Dinh, N. Lardjane, C. Duchenne, and O. Gainville, "Direct simulations of outdoor blast wave propagation from source to receiver," *Shock Waves*, 2017.

[120] H. Ayvazyan, M. Dede, N. Dobbs, M. Whitney, P. Bowles, and W. Baker, *Structures to Resist the Effects of Accidental Explosions. Volume 2. Blast, Fragment, and Shock Loads*. 1986.

[121] P. W. Huber and D. R. MeFarland, "Effet of surface roughness on characteristics of spherical shock waves," tech. rep., National Advisory Committee for Aeronautics, 1955.

[122] O. Penyazkov and A. Skilandz, "Bifurcation parameters of a reflected shock wave in cylindrical channels of different roughnesses," *Shock Waves*, vol. 28, no. 2, pp. 299–309, 2018.

[123] S. Maeda, M. Fujisawa, S. Ienaga, K. Hirahara, and T. Obara, "Effect of sandpaper-like small wall roughness on deflagration-to-detonation transition in a hydrogen–oxygen mixture," *Proceedings of the Combustion Institute*, 2018.

[124] B. W. Skews and K. Takayama, "Flow through a perforated surface due to shock-wave impact," *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 314, p. 27, 1996.

[125] B. W. Skews, "Oblique reflection of shock waves from rigid porous materials," *Shock Waves*, vol. 4, no. 3, pp. 145–154, 1994.

[126] T. Adachi, S. Kobayashi, and T. Suzuki, "An experimental analysis of oblique shock reflection over a two-dimensional multi-guttered wedge," *Fluid Dynamics Research*, vol. 9, no. 1-3, pp. 119–132, 1992.

[127] B. Skews, "Shock wave interaction with porous plates," *Experiments in Fluids*, vol. 39, no. 5, pp. 875–884, 2005.

[128] N. Gongora-Orozco, H. Zare-Behtash, and K. Kontis, "Experimental Studies on Shock Wave Propagating Through Junction with Grooves," in *47th AIAA Aerospace Sciences Meeting Including The New Horizons Forum and Aerospace Exposition*, American Institute of Aeronautics and Astronautics, 2009.

[129] L. R. Benson, *Quieting the boom : the shaped sonic boom demonstrator and the quest for quiet supersonic flight.* National Aeronautics and Space Administration, 2013.

[130] A. K. Jordan and R. H. Lang, "Electromagnetic scattering patterns from sinusoidal surfaces," *Radio Science*, vol. 14, no. 6, pp. 1077–1088, 1979.

[131] M.-J. Kim, J. C. Dainty, A. T. Friberg, and A. J. Sant, "Experimental study of enhanced backscattering from one- and two-dimensional random rough surfaces," *Journal of the Optical Society of America A*, vol. 7, no. 4, p. 569, 1990.

[132] A. Ishimaru, *Electromagnetic Wave Propagation, Radiation, and Scattering : From Fundamentals to Applications.* John Wiley & Sons, Inc., 1971.

[133] S. M. Mortazawy, K. Kontis, and J. Ekaterinaris, "Normal shock wave attenuation during propagation in ducts with grooves," *Shock Waves*, 2019.

[134] S. I. Thomasson, "Sound propagation above a layer with a large refraction index," *The Journal of the Acoustical Society of America*, vol. 61, no. 3, pp. 659–674, 1977.

[135] P. C. Waterman, "Scattering by periodic surfaces," *Journal of the Acoustical Society of America*, vol. 57(4), pp. 791–802, 1974.

[136] A. Ishimaru, J. D. Rockway, and Y. Kuga, "Rough surface Green's function based on the first-order modified perturbation and smoothed diagram methods," *Waves in Random Media*, vol. 10, no. 1, pp. 17–31, 2000.

[137] A. Ishimaru, J. Rockway, and S. W. Lee, "Sommerfeld and Zenneck wave propagation for a finitely conducting one-dimensional rough surface," *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 48, no. 9, pp. 1475–1484, 2000.

[138] O. Faure, B. Gauvreau, F. Junker, P. Lafon, and C. Bourlier, "Modeling of random ground roughness effects by an effective impedance and application to time-domain methods," *Applied Acoustics*, vol. 119, pp. 1–8, 2017.

[139] O. Faure, *Analyse numérique et expérimentale de la propagation acoustique extérieure : effets de sol en présence d'irrégularités de surface et méthodes temporelles.* PhD thesis, École Centrale de Lyon, 2014.

[140] D. Habault and P. J. T. Filippi, "Ground effect analysis : Surface wave and layer potential representations," *Journal of Sound and Vibration*, vol. 79, no. 4, pp. 529–550, 1981.

[141] M. Karzova, T. Lechat, S. Ollivier, D. Dragna, P. Yuldashev, V. Khokhlova, and P. Blanc-Benon, "Nonlinear reflection of weak shock waves from a rough surface in air," *The Journal of the Acoustical Society of America*, vol. 144, no. 3, pp. 1677–1677, 2018.

[142] F. Liu, "Roughness and Particle Diameter of Sandpaper," tech. rep., Nanovea, 2018.

[143] N. Garcia and E. Stoll, "Monte Carlo Calculation for Electromagnetic-Wave Scattering from Random Rough Surfaces," *Physical Review Letters*, vol. 52, no. 20, pp. 1798–1801, 1984.

[144] G. Ben-Dor, L. Davison, Y. Horie, R. A. Graham, V. E. Fortov, Y. M. Gupta, R. R. Asay, K. Takayama, and F. Lu, *Shock Wave Reflection Phenomena.* Springer, 2007.

dernière page de la thèse

AUTORISATION DE SOUTENANCE

Vu les dispositions de l'arrêté du 25 mai 2016,

Vu la demande du directeur de thèse

Monsieur C. BAILLY

et les rapports de

Mme I. SOCHET
Professeure - Laboratoire PRISME - Université d'Orléans - 8 rue Léonard de Vinci
45072 Orléans

et de

M. F. COULOUVRAT
Directeur de Recherche CNRS - Sorbonne Université - Institut Jean Le Rond d'Alembert
4 place Jussieu - 75252 Paris

Monsieur LECHAT Thomas

est autorisé à soutenir une thèse pour l'obtention du grade de **DOCTEUR**

Ecole doctorale MECANIQUE, ENERGETIQUE, GENIE CIVIL ET ACOUSTIQUE

Fait à Ecully, le 3 février 2020

P/Le directeur de l'E.C.L.
Le directeur des Etudes

ECOLE CENTRALE DE LYON
Service Scolarité
ECULLY

Grégory VIAL